

การวิเคราะห์คุณลักษณะสายอากาศช่องเปิดจากท่อนำคลื่นสี่เหลี่ยมมุมฉาก
ที่ป้อนกระแสด้วยโพรบโดยวิธีฟังก์ชันกรีนไดแอดิกร่วมกับทฤษฎีการเลี้ยวเบน

ANALYSIS OF CHARACTERISTICS OF APERTURE ANTENNA
FROM RECTANGULAR WAVEGUIDE FED BY PROBE USING
DYADIC GREEN FUNCTION AND DIFFRACTION THEORY



วิทยานิพนธ์นี้เป็นส่วนหนึ่งของกรรณิการศึกษาคณะเทคโนโลยีวิศวกรรมศาสตรมหาบัณฑิต

สาขาวิชาวิศวกรรมโทรคมนาคม

บัณฑิตวิทยาลัย

สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง

พ.ศ. 2548

ISBN 974-15-1975-3

สำนักหอสมุดกลาง พระจอมเกล้าลาดกระบัง

การวิเคราะห์คุณลักษณะสายอากาศช่องเปิดจากท่อนำคลื่นสี่เหลี่ยมมุมฉาก
ที่ป้อนกระแสด้วยโพรบโดยวิธีฟังก์ชันกรีนไดแอดิกร่วมกับทฤษฎีการเลี้ยวเบน

ANALYSIS OF CHARACTERISTICS OF APERTURE ANTENNA
FROM RECTANGULAR WAVEGUIDE FED BY PROBE USING
DYADIC GREEN FUNCTION AND DIFFRACTION THEORY



สัชชัย เอียดปราบ
SANCHAI EARDPRAB

เลขหมู่.....
เลขทะเบียน..... 60473
วัน,เดือน,ปี 29 ส.ย. 2549

b.....
i.....

วิทยานิพนธ์นี้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตรปริญญาวิศวกรรมศาสตรมหาบัณฑิต

สาขาวิชาวิศวกรรมโทรคมนาคม

บัณฑิตวิทยาลัย

สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง

พ.ศ.2548

ISBN 974-15-1975-3

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

**ANALYSIS OF CHARACTERISTICS OF APERTURE
ANTENNA FROM RECTANGULAR WAVEGUIDE
FED BY PROBE USING DYADIC GREEN FUNCTION
AND DIFFRACTION THEORY**



**A THESIS SUBMITTED IN PARTIAL FULFILLMENT OF
THE REQUIREMENT FOR THE DEGREE OF
MASTER OF ENGINEERING IN TELECOMMUNICATION ENGINEERING
SCHOOL OF GRADUATE STUDIES
KING MONGKUT'S INSTITUTE OF TECHNOLOGY LADKRABANG**

2005

ISBN 974-15-1975-3

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



COPYRIGHT 2005

SCHOOL OF GRADUATE STUDIES

KING MONGKUT'S INSTITUTE TECHNOLOGY LADKRABANG

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

หัวข้อวิทยานิพนธ์	การวิเคราะห์คุณลักษณะสายอากาศช่องเปิดจากท่อนำคลื่นสี่เหลี่ยมมุมฉากที่ป้อนกระแสด้วยโพรบ โดยวิธีฟังก์ชันกรีนไดโอดิกร่วมกับทฤษฎีการเลี้ยวเบน
นักศึกษา	นาย สัญชัย เอียดปราบ
รหัสนักศึกษา	46061222
ปริญญา	วิศวกรรมศาสตรมหาบัณฑิต
สาขาวิชา	วิศวกรรมโทรคมนาคม
พ.ศ.	2548
อาจารย์ผู้ควบคุมวิทยานิพนธ์	ผศ. ดร. ชูวงศ์ พงศ์เจริญพาณิชย์

บทคัดย่อ

วิทยานิพนธ์ฉบับนี้นำเสนอการวิเคราะห์คุณลักษณะสายอากาศช่องเปิดจากท่อนำคลื่นสี่เหลี่ยมมุมฉากที่ป้อนกระแสด้วยโพรบ การวิเคราะห์จะเริ่มจากการคำนวณสนามไฟฟ้าและสนามแม่เหล็กที่เกิดขึ้นภายในท่อนำคลื่นสี่เหลี่ยมที่เกิดจากการป้อนกระแสด้วยโพรบโดยใช้ฟังก์ชันกรีน ไดโอดิกร่วมกัน จากนั้นทำการหาค่ากระแสสมมูลที่เกิดขึ้นบริเวณช่องเปิดเพื่อนำไปคำนวณหาแบบรูปการแพร่กระจายคลื่นที่เกิดจากช่องเปิด และทำการวิเคราะห์คุณลักษณะต่างๆ ได้แก่ ความกว้างลำคลื่นที่กำลังลดลงครึ่งหนึ่ง (Half power beamwidth) มุมที่แบบรูปการกระจายคลื่นมีขนาดสูงสุด ค่าสภาพเจาะจงทิศทาง (Directivity) อัตราส่วนระหว่างลำคลื่นด้านหน้าและลำคลื่นด้านหลัง (Front to Back Ratio) โดยทำการเปลี่ยนพารามิเตอร์ต่างๆของท่อนำคลื่นสี่เหลี่ยมมุมฉากและโพรบ นอกจากนี้จะมีการพิจารณาสนามและโหมดที่เกิดขึ้นภายในท่อนำคลื่นสี่เหลี่ยมมุมฉากดังกล่าว และยังมีการพิจารณาผลของการเลี้ยวเบน (Diffraction) ด้วยเพื่อให้ผลที่แม่นยำยิ่งขึ้น โดยที่ท่อนำคลื่นสี่เหลี่ยมมุมฉากที่นำมาวิเคราะห์จะเป็นท่อนำคลื่นที่มีการปิดปลายด้านหนึ่ง และทำการวิเคราะห์ช่องเปิดแบบตรงและแบบทำมุมใดๆ จากนั้นจะทำการเปรียบเทียบผลการคำนวณกับผลการทดสอบคุณลักษณะดังที่ได้กล่าวข้างต้นเพื่อใช้ในคำนวณค่าพารามิเตอร์ของท่อนำคลื่นสี่เหลี่ยมมุมฉากและโพรบที่เหมาะสมกับการประยุกต์ใช้งานต่อไป ผลการวิเคราะห์จากวิทยานิพนธ์นี้จะประโยชน์ในการออกแบบ และสร้างสายอากาศที่มีลักษณะเป็นช่องเปิดที่เกิดจากท่อนำคลื่นสี่เหลี่ยมมุมฉากที่มีการป้อนกระแสด้วยโพรบ ได้แก่ สายอากาศแถวลำดับทรงกลมที่มีองค์ประกอบเป็นท่อนำคลื่นสี่เหลี่ยมมุมฉากทั้งแบบช่องเปิดแบบตรงและแบบเฉียง

Thesis Title	Analysis of Characteristics of Aperture Antenna from Rectangular Waveguide Fed by Probe using Dyadic Green Function and Diffraction Theory
Student	Mr. Sanchai Eardprab
Student ID.	46061222
Degree	Master of Engineering
Programme	Telecommunication Engineering
Year	2005
Thesis Advisor	Asst. Prof.Dr. Chuwong Phongcharoenpanich

ABSTRACT

This thesis presents the analysis of characteristics of aperture antenna from rectangular waveguide fed by probe using dyadic Green function and diffraction theory. The study starts with the calculation of the electric and magnetic fields into the rectangular waveguide excited by the probe using the dyadic Green function. Then, the equivalent currents at the aperture are calculated to determine the radiation pattern from the aperture and the characteristics such as the half power beamwidth, the angle with the maximum field, the directivity and the front to back ratio for various parameters of the rectangular waveguide and probe. In addition, the fields and modes of the rectangular waveguide are considered together with diffraction phenomena. In this thesis, the rectangular is open-ended waveguide with normal and inclined apertures are analyzed. Then, the comparison of the analysis and the measurement is performed to obtain the optimal parameters to meet the application requirements. The results from the investigation are useful to design the aperture antenna from rectangular waveguide fed by probe such as the spherical array antenna with both normal and inclined apertures.

กิตติกรรมประกาศ

วิทยานิพนธ์ฉบับนี้สำเร็จลุล่วงได้ดีด้วยความสนับสนุนของ ผศ. ดร. ชูวงศ์ พงศ์เจริญ พาณิชย์ อาจารย์ที่ปรึกษาที่คอยให้ความช่วยเหลือ ชี้แนะ ให้แนวความคิดและคำปรึกษาที่มีประโยชน์อย่างยิ่งในการทำวิทยานิพนธ์ฉบับนี้และ ขอขอบพระคุณ ศ. ดร. โมไนย ไกรฤกษ์ และ รศ. ดร. สมผล โกศลวิตร สำหรับคำแนะนำต่างๆทั้งทางด้านทฤษฎีและด้านเทคนิคในทางปฏิบัติที่ใช้ในงานวิจัยของข้าพเจ้า

ขอขอบคุณ สำนักวิจัยการสื่อสารและเทคโนโลยีสารสนเทศ (ReCCIT) สำหรับสถานที่ในการสัมภาษณ์และอภิปราย รวมถึงกิจกรรมต่างๆที่จัดขึ้นเพื่อสนับสนุนการทำงานวิจัย ขอขอบคุณ คุณ อามิตี เหมือนชู คุณกฤตยา ชวานนท์พิทักษ์ คุณสุธาสิณี ละมุลตรี คุณไพโรจน์ วุ่นชุม คุณศุภชัย เกรียงธนสาร คุณเปรม แดงรัตนวงศ์ และสมาชิกห้องปฏิบัติการสื่อสารไร้สายทุกท่านที่ให้คำแนะนำและข้อคิดดีๆในการอภิปรายอย่างเป็นกันเองในกิจกรรมต่างๆ ตลอดเวลาที่ผ่านมา และขอขอบคุณ คุณดวงอาทิตย์ ศรีมูล คุณชวาลวัช หมั่นทรัพย์ และคุณกฤษฎา เกดวัลห์ ที่ในความช่วยเหลือการสร้างและทดสอบสายอากาศ รวมทั้งคุณอนุชิต ลางคุณเสนและคุณระพีพันธ์ ขัดปิก เพื่อนรุ่นเดียวกันที่ร่วมทุกข์ร่วมสุขและคอยให้ช่วยเหลือ คำปรึกษา ในทั้งเรื่องส่วนตัว การเรียน และงานวิจัย

ขอขอบคุณ คุณกานติมา บุญส่ง สำหรับกำลังใจและคำแนะนำในเรื่องต่างๆที่ดีตลอดเวลาที่ผ่านมา รวมทั้งเพื่อนๆ ทุกคนที่คอยถามไถ่และให้กำลังใจในการเรียนและการทำวิจัยตลอดเวลาที่ข้าพเจ้าได้ศึกษาในระดับปริญญาโท

สุดท้ายขอกราบพระคุณบิดา มารดา และคุณตาจ่ารงค์ เพ็งเอียด และสมาชิกในครอบครัวเอียดปราบ เพ็งเอียด และจันทร์แดง ที่ให้ความความรักความห่วงใยตลอดจนให้การสนับสนุนทางด้านการศึกษาและอบรมบ่มนิสัยด้วยดีตลอดมา คุณความดีอันใดที่เกิดจากวิทยานิพนธ์ฉบับนี้ ขอมอบแด่ บิดา มารดา และญาติพี่น้อง ซึ่งเป็นที่รักยิ่งของข้าพเจ้า ตลอดจนอาจารย์ทุกท่านที่ได้ประสิทธิ์ประสาทวิชาความรู้ให้แก่ข้าพเจ้า

สัญญาชัย เอียดปราบ

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

สารบัญ

	หน้า
บทคัดย่อ ภาษาไทย.....	I
บทคัดย่อ ภาษาอังกฤษ.....	II
กิตติกรรมประกาศ.....	III
สารบัญ.....	IV
สารบัญตาราง.....	VII
สารบัญรูป.....	VIII
บทที่ 1 บทนำ.....	1
1.1 ความเป็นมาของปัญหา.....	1
1.2 วัตถุประสงค์และขอบเขตของงานวิจัย.....	2
1.3 เนื้อหาของวิทยานิพนธ์.....	2
บทที่ 2 ทฤษฎีและหลักการ.....	4
2.1 ท่อนำคลื่นสี่เหลี่ยมมุมฉาก (Rectangular waveguide).....	4
2.1.1 คลื่นสนามไฟฟ้าตามขวาง (Transverse Electric: TE^z).....	5
2.1.2 คลื่นสนามแม่เหล็กตามขวาง (Transverse Magnetic: TM^z).....	14
2.2 ฟังก์ชันกรีน ไดแอดิกของท่อนำคลื่นสี่เหลี่ยมมุมฉาก.....	17
2.2.1 ฟังก์ชันกรีน ไดแอดิกแบบต่างๆ.....	19
2.2.2 ฟังก์ชันคลื่นเวกเตอร์พิคตฉาก (Rectangular vector wave function).....	21
2.2.3 การหาฟังก์ชันกรีน ไดแอดิกของท่อนำคลื่นสี่เหลี่ยมมุมฉากโดยวิธี \overline{G}_m	25
2.2.4 ท่อนำคลื่นสี่เหลี่ยมมุมฉากกึ่งอนันต์ (semi-infinite rectangular waveguide).....	28
2.3 ช่องเปิดสี่เหลี่ยมมุมฉาก (Rectangular Aperture).....	31
2.4 ทฤษฎีการเลี้ยวเบนสม่ำเสมอ (Uniform Theory of Diffraction: UTD).....	34
2.4.1 การเลี้ยวเบนที่ขอบแนวตรง (Straight edge diffraction).....	35
2.4.2 ขอบเขตเงา (Shadow Boundaries).....	37
2.4.3 สัมประสิทธิ์การเลี้ยวเบน UTD แบบสองมิติ (Two-Dimensional UTD Diffraction Coefficients).....	40
2.5 สรุป.....	43

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

สารบัญ(ต่อ)

	หน้า
บทที่ 3 การวิเคราะห์.....	44
3.1 สายอากาศช่องเปิดแบบตรงจากท่อนำคลื่นสี่เหลี่ยมมุมฉากที่ป้อนกระแสด้วยโพรบ...44	44
3.1.1 ฟังก์ชันกรีนไดโอดิกของท่อนำคลื่น.....45	45
3.1.2 สนามแม่เหล็กไฟฟ้าภายในท่อนำคลื่น.....51	51
3.1.3 กระแสแม่เหล็กไฟฟ้าสมมูล.....59	59
3.1.4 แบบรูปการแพร่กระจายคลื่นของสายอากาศช่องเปิด.....61	61
3.1.5 ผลของการเลี้ยวเบนที่เกิดจากโครงสร้างสายอากาศ..... 69	69
3.1.5.1 ระนาบสนามแม่เหล็กหรือระนาบ xz $P(r, \theta, \phi = 0)$69	69
3.1.5.2 ระนาบสนามไฟฟ้าหรือระนาบ yz $P(r, \theta, \phi = \pi/2)$79	79
3.2 สายอากาศช่องเปิดแบบทำมุมใดๆกับท่อนำคลื่นสี่เหลี่ยมมุมฉากที่ป้อนกระแสด้วยโพรบ.....81	81
3.2.1 สนามแม่เหล็กไฟฟ้าและกระแสแม่เหล็กไฟฟ้าสมมูลที่บริเวณช่องเปิด.....83	83
3.2.2 แบบรูปการแพร่กระจายคลื่นของสายอากาศช่องเปิดที่ทำมุมใดๆกับท่อนำคลื่น.....85	85
3.2.3 ผลของการเลี้ยวเบนที่เกิดจากโครงสร้างของสายอากาศ.....92	92
3.2.3.1 ระนาบ xZ $P(r, \theta_r, \phi_r = 0)$92	92
3.2.3.2 ระนาบ YZ $P(r, \theta_r, \phi_r = \pi/2)$94	94
3.3 สรุป.....100	100
บทที่ 4 ผลการคำนวณ.....101	101
4.1 ผลการคำนวณจากวิธีฟังก์ชันกรีนไดโอดิก.....101	101
4.1.1 ผลกระทบของขนาดของช่องเปิด $(a \times b)$103	103
4.1.2 ผลกระทบของความยาวของท่อนำคลื่น (c)107	107
4.1.3 ผลกระทบของความยาวของโพรบ (l)110	110
4.1.4 ผลกระทบของตำแหน่งของโพรบบนแกน z (p)113	113
4.1.5 ผลกระทบของตำแหน่งของโพรบบนแกน x (s)116	116
4.1.6 ผลกระทบของมุมที่ช่องเปิดทำกับท่อนำคลื่นสี่เหลี่ยมมุมฉาก (Φ)119	119
4.2 ผลการคำนวณจากวิธีฟังก์ชันกรีนไดโอดิกพร้อมด้วยทฤษฎีการเลี้ยวเบน.....125	125
4.3 สรุป.....133	133

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ทางการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

สารบัญ(ต่อ)

	หน้า
บทที่ 5 ผลการทดสอบ.....	134
5.1 สายอากาศต้นแบบ.....	134
5.2 การเปรียบเทียบแบบรูปการแพร่กระจายคลื่น.....	136
5.3 สรุป.....	138
บทที่ 6 สรุปและวิจารณ์.....	139
6.1 สรุปเนื้อหาของวิทยานิพนธ์.....	139
6.2 วิจารณ์ปัญหาที่เกิดขึ้นและแนวทางในการพัฒนา.....	141
เอกสารอ้างอิง.....	143
ประวัติผู้เขียน.....	145



เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

สารบัญตาราง

ตารางที่	หน้า
2.1 อัตราส่วนของความถี่ตัดของโหมด TE_{mn}^z กับโหมด TE_{10}^z	13
2.2 อัตราส่วนของความถี่ตัดของโหมด TM_{mn}^z กับโหมด TE_{10}^z	17
2.3 ขอบเขตเงา.....	41
4.1 พารามิเตอร์เริ่มต้นของสายอากาศและโพรบ.....	101
4.2 คุณลักษณะสายอากาศช่องเปิดจากท่อนำคลื่นมุมฉากที่มีพารามิเตอร์ดังตารางที่ 4.1.....	102
4.3 จำนวนเลขโหมดที่ทำให้โหมดเริ่มลู่เข้าเมื่อทำการเปลี่ยนค่าพารามิเตอร์ a	104
4.4 จำนวนเลขโหมดที่ทำให้โหมดเริ่มลู่เข้าเมื่อทำการเปลี่ยนค่าพารามิเตอร์ c	107
4.5 จำนวนเลขโหมดที่ทำให้โหมดเริ่มลู่เข้าเมื่อทำการเปลี่ยนค่าพารามิเตอร์ l	110
4.6 จำนวนเลขโหมดที่ทำให้โหมดเริ่มลู่เข้าเมื่อทำการเปลี่ยนค่าพารามิเตอร์ p	113
4.7 จำนวนเลขโหมดที่ทำให้โหมดเริ่มลู่เข้าเมื่อทำการเปลี่ยนค่าพารามิเตอร์ s	116
4.8 จำนวนเลขโหมดที่ทำให้โหมดเริ่มลู่เข้าเมื่อทำการเปลี่ยนค่าพารามิเตอร์ Φ	120
5.1 พารามิเตอร์ต่างๆของสายอากาศช่องเปิดแบบตรงจากท่อนำคลื่นสี่เหลี่ยมมุมฉาก ที่มีการป้อนกระแสด้วยโพรบต้นแบบ.....	135
5.2 พารามิเตอร์ต่างๆของสายอากาศช่องเปิดแบบเฉียง 15 องศาจากท่อนำคลื่นสี่เหลี่ยมมุมฉาก ที่มีการป้อนกระแสด้วยโพรบต้นแบบ.....	135

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

สารบัญรูป

รูปที่	หน้า
2.1 ท่อนำคลื่นสี่เหลี่ยมมุมฉาก.....	4
2.2 แบบรูปกระจายสนามสำหรับ 18 โหมดแรกของท่อนำคลื่นสี่เหลี่ยมมุมฉากที่มีขนาดหน้าตัด $a/b = 2$	18
2.3 ท่อนำคลื่นสี่เหลี่ยมมุมฉากถูกปิดปลายที่ $z = 0$	28
2.4 ตำแหน่งช่องเปิดสี่เหลี่ยมมุมฉากที่ใช้ในการวิเคราะห์.....	31
2.5 ลำคลื่นการเลี้ยวเบนแบบสามมิติ.....	34
2.6 ลำคลื่นการเลี้ยวเบนแบบสองมิติ.....	36
2.7 ลิมิตที่มีมุมภายในใดๆ.....	36
2.8 ตำแหน่งของขอบเขตเงา.....	38
2.9 เรขาคณิตของการกระจายที่ก่อกำเนิดจากลิมิตที่มีคลื่นตกกระทบเป็นคลื่นระนาบ.....	42
3.1 โครงสร้างสายอากาศช่องเปิดจากท่อนำคลื่นสี่เหลี่ยมมุมฉากที่มีการปิดปลายด้านหนึ่ง.....	45
3.2 การกระจายกระแสของโพรบ.....	52
3.3 โครงสร้างสายอากาศช่องเปิดในระนาบ xy	59
3.4 การเลี้ยวเบนที่เกิดจากโครงสร้างสายอากาศ.....	69
3.5 สนามเลี้ยวเบนจากขอบด้านขวาที่จุด Q_1	72
3.6 สนามเลี้ยวเบนจากขอบด้านซ้ายที่จุด Q_2	74
3.7 สนามเลี้ยวเบนลำดับที่สองที่จุด Q_1 ที่เกิดสนาม E_{d2}	77
3.8 สนามตกกระทบ E_{d2}	78
3.9 การเลี้ยวเบนที่เกิดจากโครงสร้างสายอากาศในระนาบสนามไฟฟ้า.....	79
3.10 ท่อนำคลื่นสี่เหลี่ยมมุมฉากที่มีช่องเปิดทำมุมใดๆ.....	81
3.11 การหมุนแกนพิกัด.....	82
3.12 ท่อนำคลื่นสี่เหลี่ยมมุมฉากที่มีช่องเปิดทำมุม Φ ในระนาบ yz	82
3.13 สายอากาศช่องเปิดที่ทำมุมใดๆกับท่อนำคลื่นในระบบพิกัด xYZ	85
3.14 การเลี้ยวเบนที่เกิดจากโครงสร้างสายอากาศในระนาบ xZ	92
3.15 การเลี้ยวเบนที่เกิดจากโครงสร้างสายอากาศในระนาบ YZ	95
4.1 ลักษณะโหมดที่บริเวณช่องเปิดจากท่อนำคลื่นมุมฉากที่มีพารามิเตอร์ดังตารางที่ 4.1.....	102
4.2 แบบรูปการแพร่กระจายคลื่นของสายอากาศช่องเปิดจากท่อนำคลื่นมุมฉากที่มีพารามิเตอร์ดังตารางที่ 4.1.....	102

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้คัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

สารบัญรูป(ต่อ)

รูปที่	หน้า
4.3 ลักษณะ โหมดที่บริเวณช่องเปิดจากท่อนำคลื่นมุมฉากเมื่อทำการเปลี่ยนค่าพารามิเตอร์ a	104
4.4 แบบรูปการแพร่กระจายคลื่นของสายอากาศช่องเปิดจากท่อนำคลื่นมุมฉาก เมื่อทำการเปลี่ยนค่าพารามิเตอร์ a	105
4.5 คุณลักษณะการแพร่กระจายคลื่นของสายอากาศช่องเปิดจากท่อนำคลื่นมุมฉาก เมื่อทำการเปลี่ยนค่าพารามิเตอร์ a	106
4.6 ลักษณะ โหมดที่บริเวณช่องเปิดจากท่อนำคลื่นมุมฉากเมื่อทำการเปลี่ยนค่าพารามิเตอร์ c	107
4.7 แบบรูปการแพร่กระจายคลื่นของสายอากาศช่องเปิดจากท่อนำคลื่นมุมฉาก เมื่อทำการเปลี่ยนค่าพารามิเตอร์ c	108
4.8 คุณลักษณะการแพร่กระจายคลื่นของสายอากาศช่องเปิดจากท่อนำคลื่นมุมฉาก เมื่อทำการเปลี่ยนค่าพารามิเตอร์ c	109
4.9 ลักษณะ โหมดที่บริเวณช่องเปิดจากท่อนำคลื่นมุมฉากเมื่อทำการเปลี่ยนค่าพารามิเตอร์ l	110
4.10 แบบรูปการแพร่กระจายคลื่นของสายอากาศช่องเปิดจากท่อนำคลื่นมุมฉาก เมื่อทำการเปลี่ยนค่าพารามิเตอร์ l	111
4.11 คุณลักษณะการแพร่กระจายคลื่นของสายอากาศช่องเปิดจากท่อนำคลื่นมุมฉาก เมื่อทำการเปลี่ยนค่าพารามิเตอร์ l	112
4.12 ลักษณะ โหมดที่บริเวณช่องเปิดจากท่อนำคลื่นมุมฉากเมื่อทำการเปลี่ยนค่าพารามิเตอร์ p ..	113
4.13 แบบรูปการแพร่กระจายคลื่นของสายอากาศช่องเปิดจากท่อนำคลื่นมุมฉาก เมื่อทำการเปลี่ยนค่าพารามิเตอร์ p	114
4.14 คุณลักษณะการแพร่กระจายคลื่นของสายอากาศช่องเปิดจากท่อนำคลื่นมุมฉาก เมื่อทำการเปลี่ยนค่าพารามิเตอร์ p	115
4.15 ลักษณะ โหมดที่บริเวณช่องเปิดจากท่อนำคลื่นมุมฉากเมื่อทำการเปลี่ยนค่าพารามิเตอร์ s ...	116
4.16 แบบรูปการแพร่กระจายคลื่นของสายอากาศช่องเปิดจากท่อนำคลื่นมุมฉาก เมื่อทำการเปลี่ยนค่าพารามิเตอร์ s	117
4.17 คุณลักษณะการแพร่กระจายคลื่นของสายอากาศช่องเปิดจากท่อนำคลื่นมุมฉาก เมื่อทำการเปลี่ยนค่าพารามิเตอร์ s	118
4.18 ลักษณะ โหมดที่บริเวณช่องเปิดจากท่อนำคลื่นมุมฉากเมื่อทำการเปลี่ยนค่าพารามิเตอร์ Φ ..	119
4.19 แบบรูปการแพร่กระจายคลื่นของสายอากาศช่องเปิดจากท่อนำคลื่นมุมฉาก เมื่อทำการเปลี่ยนค่าพารามิเตอร์ Φ	122

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

สารบัญรูป(ต่อ)

รูปที่	หน้า
4.20 คุณลักษณะการแพร่กระจายคลื่นของสายอากาศช่องเปิดจากท่อนำคลื่นมุมฉาก เมื่อทำการเปลี่ยนค่าพารามิเตอร์ Φ	124
4.21 แบบรูปการแพร่กระจายคลื่นของสายอากาศช่องเปิดจากท่อนำคลื่นมุมฉาก ที่คิดผลของการเลี้ยวเบนเมื่อเทียบกับกรณีที่ไม่คิดผลของการเลี้ยวเบน.....	125
4.22 แบบรูปการแพร่กระจายคลื่นของสายอากาศช่องเปิดจากท่อนำคลื่นมุมฉาก ที่คิดผลของการเลี้ยวเบนเมื่อทำการเปลี่ยนค่าพารามิเตอร์ a	126
4.23 แบบรูปการแพร่กระจายคลื่นของสายอากาศช่องเปิดจากท่อนำคลื่นมุมฉาก ที่คิดผลของการเลี้ยวเบนเมื่อทำการเปลี่ยนค่าพารามิเตอร์ c	127
4.24 แบบรูปการแพร่กระจายคลื่นของสายอากาศช่องเปิดจากท่อนำคลื่นมุมฉาก ที่คิดผลของการเลี้ยวเบนเมื่อทำการเปลี่ยนค่าพารามิเตอร์ l	128
4.25 แบบรูปการแพร่กระจายคลื่นของสายอากาศช่องเปิดจากท่อนำคลื่นมุมฉาก ที่คิดผลของการเลี้ยวเบนเมื่อทำการเปลี่ยนค่าพารามิเตอร์ p	129
4.26 แบบรูปการแพร่กระจายคลื่นของสายอากาศช่องเปิดจากท่อนำคลื่นมุมฉาก ที่คิดผลของการเลี้ยวเบนเมื่อทำการเปลี่ยนค่าพารามิเตอร์ r	130
4.27 แบบรูปการแพร่กระจายคลื่นของสายอากาศช่องเปิดจากท่อนำคลื่นมุมฉาก ที่คิดผลของการเลี้ยวเบนเมื่อทำการเปลี่ยนค่าพารามิเตอร์ Φ	132
5.1 สายอากาศช่องเปิดแบบตรงจากท่อนำคลื่นสี่เหลี่ยมมุมฉากที่มีการป้อนกระแสด้วยโพรบ....	134
5.2 สายอากาศช่องเปิดแบบเฉียง 15 องศาจากท่อนำคลื่นสี่เหลี่ยมมุมฉากที่มีการป้อนกระแส ด้วยโพรบ.....	135
5.3 แบบรูปการแพร่กระจายคลื่นสายอากาศช่องเปิดแบบตรงจากท่อนำคลื่นสี่เหลี่ยมมุมฉาก ที่มีการป้อนกระแสด้วยโพรบ.....	136
5.4 แบบรูปการแพร่กระจายคลื่นสายอากาศช่องเปิดแบบเฉียง 15 องศาจากท่อนำคลื่นสี่เหลี่ยม มุมฉากที่มีการป้อนกระแส ด้วยโพรบ.....	137

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

บทที่ 1

บทนำ

1.1 ความเป็นมาของปัญหา

ในระบบการสื่อสารไร้สายและระบบไมโครเวฟ สายอากาศจัดเป็นอุปกรณ์สำคัญที่ใช้ในการรับส่งสัญญาณซึ่งในปัจจุบันการประยุกต์ใช้งานระบบเหล่านี้ได้เติบโตอย่างรวดเร็ว ซึ่งทำให้ต้องมีการพัฒนาระบบให้สอดคล้องกับการใช้งานตามความต้องการของผู้ใช้ โดยที่มีนักวิจัยจำนวนมากได้ทำการศึกษาและวิจัยสายอากาศเพื่อให้มีประสิทธิภาพในการใช้งานสูงสุดและสอดคล้องกับความต้องการมากที่สุดซึ่งสายอากาศเหล่านี้ก็มีอยู่หลายชนิดแต่สำหรับสายอากาศที่เป็นแรงจูงใจในการทำวิทยานิพนธ์ฉบับนี้ก็คือ สายอากาศออสซิลเลเตอร์แถวลำดับทรงกลมที่มีการผสมสัญญาณในตัวเอง ซึ่งเป็นงานวิจัยของ M. Krairiksh และคณะ [1] โดยที่สายอากาศแถวลำดับทรงกลมในงานวิจัยนี้จะมียอดประกอบเป็นช่องเปิดจากท่อนำคลื่นสี่เหลี่ยมมุมฉากทั้งแบบช่องเปิดแบบตรงและแบบเฉียง ในการวิเคราะห์สายอากาศในงานวิจัยดังกล่าวจะใช้โปรแกรมคำนวณแม่เหล็กไฟฟ้า (Numerical Electromagnetic Code: NEC) ในการวิเคราะห์คุณลักษณะการแพร่กระจายคลื่นของสายอากาศ ซึ่งการวิเคราะห์ด้วยโปรแกรม NEC นั้นจะใช้เวลาในการคำนวณที่นานมากและต้องจำลองแบบสายอากาศใหม่ทุกครั้งเมื่อต้องการจะเปลี่ยนพารามิเตอร์ต่างๆของสายอากาศจึงทำให้ไม่สะดวกในการศึกษาผลกระทบของพารามิเตอร์ต่างๆของสายอากาศ นอกจากนี้ยังใช้หน่วยความจำของคอมพิวเตอร์ในการประมวลผลมากและที่สำคัญไม่ได้คิดผลของการเลี้ยวเบนที่เกิดจากโครงสร้างของสายอากาศ

สำหรับการคำนวณหาคุณลักษณะการแพร่กระจายคลื่นของสายอากาศโดยไม่ใช้โปรแกรมสำเร็จรูปนั้น เดิมทีจะใช้หลักการของวิธีศักย์เวกเตอร์ [2] ในหาสนามภายในท่อนำคลื่นสี่เหลี่ยมมุมฉากซึ่งวิธีนี้ไม่ได้คิดความไม่ต่อเนื่องของกระแสที่ตำแหน่งของโพรบ แต่สำหรับการคำนวณโดยวิธีฟังก์ชันกรีนไดเอดิก [3]-[4] นั้นจะคิดความไม่ต่อเนื่องของกระแสด้วยจึงทำให้ผลการคำนวณมีความแม่นยำและถูกต้องมากยิ่งขึ้น ดังนั้นในวิทยานิพนธ์ฉบับนี้จึงนำเสนอการวิเคราะห์คุณลักษณะสายอากาศช่องเปิดจากท่อนำคลื่นสี่เหลี่ยมมุมฉากที่ป้อนกระแสด้วยโพรบโดยวิธีฟังก์ชันกรีนไดเอดิกร่วมกับทฤษฎีการเลี้ยวเบน เมื่อเทียบกับงานวิจัยที่ผ่านมา [1] การวิเคราะห์ด้วยวิธีฟังก์ชันกรีนไดเอดิกนี้จะให้คำตอบอยู่ในรูปแบบสำเร็จ (closed form) จึงจะสามารถเปลี่ยนค่าพารามิเตอร์ในการศึกษาผลกระทบของพารามิเตอร์ต่างๆของสายอากาศได้ง่ายกว่า นอกจากนี้ยังจะใช้เวลาในการคำนวณและใช้หน่วยความจำของคอมพิวเตอร์ที่น้อยกว่า และที่สำคัญในวิทยานิพนธ์ฉบับนี้ได้คิด

ผลของการเลี้ยวเบนที่เกิดจากโครงสร้างของสายอากาศซึ่งจะทำให้ผลการคำนวณที่ได้มีความแม่นยำมากยิ่งขึ้น

1.2 วัตถุประสงค์และขอบเขตของงานวิจัย

วัตถุประสงค์ของวิทยานิพนธ์ฉบับนี้คือทำการศึกษาและวิเคราะห์คุณลักษณะสายอากาศช่องเปิดจากท่อนำคลื่นสี่เหลี่ยมมุมฉากที่ถูกป้อนกระแสด้วยโพรบ โดยวิธีฟังก์ชันกรีนไดเอดิก สำหรับท่อนำคลื่นสี่เหลี่ยมมุมฉากที่นำมาวิเคราะห์ในงานนี้จะเป็นท่อนำคลื่นที่มีการปิดปลายด้านหนึ่งและเปิดปลายไว้อีกด้านหนึ่ง โดยที่จะพิจารณาลักษณะของช่องเปิดที่เกิดจากท่อนำคลื่นดังกล่าวสองแบบคือ ช่องเปิดแบบตรงและแบบเฉียงทำมุมใดๆกับท่อนำคลื่น นอกจากนี้ยังได้คิดผลของการเลี้ยวเบนของคลื่นที่เกิดจากโครงสร้างของสายอากาศอีกด้วย

การวิเคราะห์จะเริ่มที่การคำนวณหาสนามแม่เหล็กไฟฟ้าที่เกิดขึ้นภายในท่อนำคลื่นสี่เหลี่ยมที่มีการป้อนกระแสด้วยโพรบ โดยใช้วิธีฟังก์ชันกรีนไดเอดิก จากนั้นจะทำการหาค่ากระแสสมมูลที่เกิดขึ้นบริเวณช่องเปิดเพื่อนำไปคำนวณหาแบบรูปการแพร่กระจายคลื่นจากช่องเปิดและพิจารณาผลของการเลี้ยวเบนที่เกิดจากโครงสร้างของสายอากาศ สำหรับการวิเคราะห์คุณลักษณะต่างๆของสายอากาศนั้นจะประกอบด้วย ความกว้างลำคลื่นที่กำลังลดลงครึ่งหนึ่ง (half power beamwidth: HPBW) ค่าสภาพเจาะจงทิศทาง (directivity: D_0) อัตราส่วนระหว่างคลื่นด้านหน้าและคลื่นด้านหลัง (front to back ratio: F/B) และมุมที่แบบรูปการกระจายคลื่นมีขนาดสูงสุด โดยจะทำการศึกษาผลกระทบของพารามิเตอร์ต่างๆของท่อนำคลื่นสี่เหลี่ยมมุมฉากและโพรบ ซึ่งประกอบด้วย ขนาดของช่องเปิด ความยาวของท่อนำคลื่น ตำแหน่งและความยาวของโพรบ และมุมที่ช่องเปิดทำกับท่อนำคลื่น นอกจากนี้ยังได้พิจารณาสนามและโหมดที่เกิดขึ้นภายในท่อนำคลื่นสี่เหลี่ยมมุมฉากดังกล่าวอีกด้วย และสุดท้ายจะเป็นการทดสอบสายอากาศเพื่อยืนยันความถูกต้องของการวิเคราะห์สายอากาศช่องเปิดดังกล่าว ผลการวิเคราะห์จากวิทยานิพนธ์นี้จะเป็นประโยชน์ในการออกแบบ และสร้างสายอากาศที่มีลักษณะเป็นช่องเปิดที่เกิดจากท่อนำคลื่นสี่เหลี่ยมมุมฉากที่มีการป้อนกระแสด้วยโพรบ ได้แก่ สายอากาศแถวลำดับทรงกลมที่มีองค์ประกอบเป็นท่อนำคลื่นสี่เหลี่ยมมุมฉากทั้งช่องเปิดแบบตรงและแบบเฉียง

1.3 เนื้อหาของวิทยานิพนธ์

สำหรับวิทยานิพนธ์ฉบับนี้จะแบ่งเนื้อหาออกเป็น 6 บท ดังต่อไปนี้

บทที่ 1 เป็นการกล่าวถึงความเป็นมาของปัญหา วัตถุประสงค์และขอบเขตของงานวิจัย ตลอดจนแนวความคิดและวิธีการที่ใช้ในการทำวิทยานิพนธ์

บทที่ 2 เป็นการนำเสนอทฤษฎีและหลักการที่ใช้ในการศึกษาและวิเคราะห์คุณลักษณะสายอากาศช่องเปิดจากท่อนำคลื่นสี่เหลี่ยมมุมฉากที่ถูกป้อนกระแสด้วยโพรบ ซึ่งจะประกอบด้วยทฤษฎีของท่อนำคลื่นสี่เหลี่ยมมุมฉาก ฟังก์ชันกรีนไดโอดิกของท่อนำคลื่นสี่เหลี่ยมมุมฉากและท่อนำคลื่นสี่เหลี่ยมมุมฉากกึ่งอนันต์ คุณลักษณะการแพร่กระจายคลื่นของช่องเปิดสี่เหลี่ยมมุมฉากและสุดท้ายจะเป็นทฤษฎีการเลี้ยวเบนสม่ำเสมอ

บทที่ 3 เป็นการวิเคราะห์คุณลักษณะสายอากาศช่องเปิดจากท่อนำคลื่นสี่เหลี่ยมมุมฉากที่ถูกป้อนกระแสด้วยโพรบ โดยวิธีฟังก์ชันกรีนไดโอดิกและพิจารณาผลของการเลี้ยวเบน ซึ่งจะแบ่งการวิเคราะห์สายอากาศช่องเปิดจากท่อนำคลื่นสี่เหลี่ยมมุมฉากเป็นสองลักษณะคือช่องเปิดแบบตรงและแบบเฉียงทำมุมใดๆกับท่อนำคลื่น

บทที่ 4 เป็นการแสดงผลการคำนวณที่ได้การวิเคราะห์ในบทที่ 3 ซึ่งประกอบด้วยลักษณะโหมดที่บริเวณช่องเปิดและคุณลักษณะการแพร่กระจายคลื่นของสายอากาศช่องเปิดจากท่อนำคลื่นสี่เหลี่ยมมุมฉากที่ถูกป้อนกระแสด้วยโพรบ เพื่อทำการศึกษาผลกระทบของพารามิเตอร์ต่างๆของสายอากาศและโพรบ

บทที่ 5 เป็นการแสดงผลการทดสอบสายอากาศช่องเปิดจากท่อนำคลื่นสี่เหลี่ยมมุมฉากที่ถูกป้อนกระแสด้วยโพรบทั้งช่องเปิดแบบตรงและแบบเฉียงทำมุมใดๆกับท่อนำคลื่นเพื่อยืนยันความถูกต้องของผลการคำนวณที่แสดงไว้ในบทที่ 4

บทที่ 6 เป็นการสรุปเนื้อหาทั้งหมดของวิทยานิพนธ์ฉบับนี้ ตลอดจนการวิจารณ์ปัญหาที่เกิดขึ้นและแนะนำแนวทางในการนำผลการวิเคราะห์ไปประยุกต์ใช้ในการออกแบบ และสร้างสายอากาศที่มีลักษณะเป็นช่องเปิดที่เกิดจากท่อนำคลื่นสี่เหลี่ยมมุมฉากที่มีการป้อนกระแสด้วยโพรบต่อไป

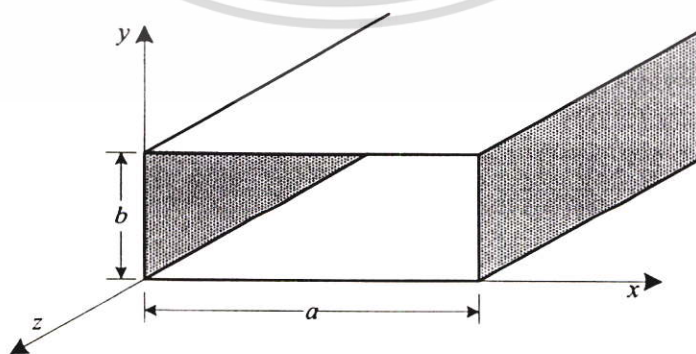
บทที่ 2

ทฤษฎีและหลักการ

เนื้อหาในบทนี้จะกล่าวถึงทฤษฎีและหลักการที่ใช้ในการวิเคราะห์คุณลักษณะสายอากาศช่องเปิดจากท่อนำคลื่นสี่เหลี่ยมมุมฉากที่ป้อนกระแสด้วยโพรบ ในหัวข้อแรกจะเป็นการกล่าวถึงคุณลักษณะต่างๆที่สำคัญของท่อนำคลื่นสี่เหลี่ยมมุมฉาก หัวข้อถัดไปจะเป็นการอธิบายถึงฟังก์ชันกรีนไดโอดิกของท่อนำคลื่นสี่เหลี่ยมมุมฉากและท่อนำคลื่นสี่เหลี่ยมมุมฉากกึ่งอนันต์ นอกจากนี้ยังได้อธิบายถึงคุณลักษณะการแพร่กระจายคลื่นของช่องเปิดสี่เหลี่ยมมุมฉากในหัวข้อถัดมา และหัวข้อสุดท้ายจะเป็นทฤษฎีการเลี้ยวเบนสม่ำเสมอที่นำมาใช้ในการวิเคราะห์คุณลักษณะการแพร่กระจายคลื่นของสายอากาศร่วมกับฟังก์ชันกรีนไดโอดิก

2.1 ท่อนำคลื่นสี่เหลี่ยมมุมฉาก (Rectangular waveguide)

ในย่านความถี่ไมโครเวฟ ท่อนำคลื่นจะนำมาใช้เป็นตัวนำคลื่นจากที่หนึ่งไปยังอีกที่หนึ่ง ท่อนำคลื่นสี่เหลี่ยมมุมฉากก็เป็นท่อนำคลื่นชนิดหนึ่งที่ถูกนำมาใช้งานเป็นจำนวนมาก จุดประสงค์ในหัวข้อนี้จะกล่าวถึงและวิเคราะห์ท่อนำคลื่นสี่เหลี่ยมมุมฉากเพื่อศึกษาคุณลักษณะเฉพาะของการแพร่กระจายคลื่น พารามิเตอร์ที่น่าสนใจก็คือ รูปลักษณะของสนามหรือโหมด ซึ่งขึ้นอยู่กับโครงสร้างและความถี่ตัด ความยาวของท่อนำคลื่น อิมพีแดนซ์ของคลื่น เฟสและค่าคงที่การลดทอนตัวประกอบคุณภาพ Q ที่เกี่ยวข้องกับลักษณะของโครงสร้าง โดยทั่วไปจะใช้ระบบพิกัดมุมฉากในการวิเคราะห์คุณลักษณะดังกล่าวเนื่องจากมีลักษณะรูปร่างทางเรขาคณิตที่มีด้านเป็นเส้นตรง รูปลักษณะของสนามจะต้องสอดคล้องกับสมการแมกซ์เวลล์หรือสมการคลื่นและเงื่อนไขขอบเขตที่เกี่ยวข้อง



รูปที่ 2.1 ท่อนำคลื่นสี่เหลี่ยมมุมฉาก

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

พิจารณาท่อนำคลื่นสี่เหลี่ยมมุมฉากที่มีขนาด $a \times b$ ดังแสดงในรูปที่ 2.1 เริ่มแรกจะสมมติให้ท่อนำคลื่นมีความยาวอนันต์และว่างเปล่าเพื่อที่จะหาโหมดที่มีอยู่ภายในท่อ แม้ว่าโหมด TEM^z จะมีลักษณะโครงสร้างที่ง่ายที่สุดแต่ก็ไม่สามารถสอดคล้องกับเงื่อนไขขอบเขตบนผนังของท่อนำคลื่น ดังนั้นจะไม่มีคำตอบที่เป็นไปได้ ส่วนโหมด $TE^x, TM^x, TE^y, TM^y, TE^z$, และ TM^z จะสอดคล้องกับเงื่อนไขขอบเขตและมีโหมดที่เหมาะสมสำหรับท่อนำคลื่นสี่เหลี่ยมมุมฉาก สำหรับในวิทยานิพนธ์ฉบับนี้พิจารณาเฉพาะโหมด TE^z และ TM^z เท่านั้น

2.1.1 คลื่นสนามไฟฟ้าตามขวาง (Transverse Electric: TE^z)

สนามไฟฟ้าและสนามแม่เหล็กในโหมด TE^z ที่ได้มาจากวิธีศักย์เวกเตอร์[2] จะมีชุดของสมการดังนี้

$$\begin{aligned} E_x &= -\frac{1}{\epsilon} \frac{\partial F_z}{\partial y} & H_x &= -j \frac{1}{\omega \mu \epsilon} \frac{\partial^2 F_z}{\partial x \partial z} \\ E_y &= \frac{1}{\epsilon} \frac{\partial F_z}{\partial x} & H_y &= -j \frac{1}{\omega \mu \epsilon} \frac{\partial^2 F_z}{\partial y \partial z} \\ E_z &= 0 & H_z &= -j \frac{1}{\omega \mu \epsilon} \left(\frac{\partial^2}{\partial z^2} + \beta^2 \right) F_z \end{aligned} \quad (2.1)$$

โดยที่ $F_z(x, y, z)$ เป็นฟังก์ชันศักย์สเกลาร์ (scalar potential function) ที่แทนองค์ประกอบ z ของฟังก์ชันศักย์เวกเตอร์ \vec{F} สำหรับฟังก์ชันเวกเตอร์ \vec{F} ที่อยู่ในพจน์ของ F_z จะต้องสอดคล้องกับ

$$\nabla^2 F_z(x, y, z) + \beta^2 F_z(x, y, z) = 0 \quad (2.2)$$

ซึ่งสามารถลดรูปได้เป็น

$$\frac{\partial^2 F_z}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 F_z}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 F_z}{\partial z^2} + \beta^2 F_z = 0 \quad (2.2 ก)$$

ส่วนคำตอบสำหรับสมการ (2.2) หรือ (2.2 ก) จะได้จากการใช้วิธีการแยกตัวแปร (separation of variables method) โดยทั่วไปคำตอบของ $F_z(x, y, z)$ สามารถเขียนตั้งต้นได้เป็น

$$F_z(x, y, z) = f(x)g(y)h(z) \quad (2.3)$$

เนื่องจากท่อนำคลื่นจะถูกปิดในทิศทาง x และ y จึงทำให้รูปแบบของ $f(x)$ และ $g(y)$ จะต้องมีลักษณะเป็นแบบคลื่นนิ่ง (standing wave) โดยมีรูปแบบเหมาะสมที่สุดดังนี้

$$f(x) = C_1 \cos(k_x x) + D_1 \sin(k_x x) \quad (2.4 ก)$$

$$g(y) = C_2 \cos(k_y y) + D_2 \sin(k_y y) \quad (2.4 ข)$$

และเนื่องจากท่อนำคลื่นมีความยาวอนันต์ จึงทำให้ตัวแปรของสนามในทิศทาง z จะต้องมีลักษณะเป็นแบบคลื่นจร (traveling wave) ซึ่งสามารถเขียนได้ดังนี้

$$h(z) = A_3 e^{-jk_z z} + B_3 e^{+jk_z z} \quad (2.5)$$

นำสมการที่ (2.4ก) ถึง (2.5) แทนค่าในสมการที่ (2.3) ซึ่งจะได้

$$F_z(x, y, z) = [C_1 \cos(k_x x) + D_1 \sin(k_x x)] [C_2 \cos(k_y y) + D_2 \sin(k_y y)] \times [A_3 e^{-jk_z z} + B_3 e^{+jk_z z}] \quad (2.6)$$

ในพจน์เอ็กซ์โพเนนเชียลพจน์แรกในสมการ (2.6) จะเป็นในส่วนของคลื่นที่เดินทางในทิศ $+z$ (กำหนดให้มีการเปลี่ยนแปลงทางเวลาแบบ $e^{-j\omega t}$) และพจน์ที่สองจะหมายถึงคลื่นที่เดินทางในทิศ $-z$ และเพื่อให้ง่ายในการวิเคราะห์จะสมมติให้แหล่งกำเนิดอยู่ในตำแหน่งที่คลื่นเดินทางในทิศ $+z$ เท่านั้น ทำให้พจน์เอ็กซ์โพเนนเชียลพจน์ที่สองหายไปหรือ $B_3 = 0$ แต่ถ้าคลื่นเดินทางในทิศ $-z$ เท่านั้นจะทำให้พจน์เอ็กซ์โพเนนเชียลพจน์แรกหายไปหรือ $A_3 = 0$ และถ้าคลื่นเดินทางทั้งสองทิศจะนำวิธีการทับซ้อน (superposition) มาใช้รวมนิพจน์ของสนามสำหรับคลื่นที่เดินทางในทิศ $+z$ และ $-z$

สำหรับคลื่นที่เดินทางในทิศ $+z$ นิพจน์ F_z ในสมการ(2.6) จะลดรูปเหลือเป็น

$$F_z(x, y, z) = [C_1 \cos(k_x x) + D_1 \sin(k_x x)] [C_2 \cos(k_y y) + D_2 \sin(k_y y)] A_3 e^{-jk_z z} \quad (2.7)$$

โดยที่

$$k_x^2 + k_y^2 + k_z^2 = k^2 = \omega^2 \mu \epsilon \quad (2.7 ก)$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ส่วน $C_1, D_1, C_2, D_2, A_3, k_x, k_y$ และ k_z จะเป็นค่าคงที่ซึ่งสามารถหาค่าได้โดยการแทนสมการ(2.7) ลงในสมการ (2.1) และประยุกต์ใช้เงื่อนไขขอบเขตผนังของท่อนำคลื่น

สำหรับ โครงสร้างท่อนำคลื่นในรูปที่ 2.1 เงื่อนไขขอบเขตที่จำเป็นและเพียงพอจะเป็นดังนี้ ผนังด้านล่างและด้านบน

$$E_x(0 \leq x \leq a, y = 0, z) = E_x(0 \leq x \leq a, y = b, z) = 0 \quad (2.8 ก)$$

$$E_z(0 \leq x \leq a, y = 0, z) = E_z(0 \leq x \leq a, y = b, z) = 0 \quad (2.8 ข)$$

ผนังด้านซ้ายและด้านขวา

$$E_y(x = 0, 0 \leq y \leq b, z) = E_y(x = a, 0 \leq y \leq b, z) = 0 \quad (2.8 ค)$$

$$E_z(x = 0, 0 \leq y \leq b, z) = E_z(x = a, 0 \leq y \leq b, z) = 0 \quad (2.8 ง)$$

สำหรับโหมด TE_z ค่าของ $E_z = 0$ และเป็นไปตามเงื่อนไขขอบเขตในสมการ (2.8 ข) และ (2.8 ง) โดยทั่วไปเงื่อนไขขอบเขตในสมการ (2.8 ข) และ (2.8 ง) จะไม่ได้แยกกันเป็นอิสระแต่สามารถนำสมการทั้งสองไปแทนเงื่อนไขที่เหมือนกันตามที่กำหนดในสมการ (2.8 ก) และ (2.8 ค) ตามลำดับ ดังนั้นเงื่อนไขขอบเขตอิสระที่จำเป็นและเพียงพอจะต้องเป็นสมการ (2.8 ก) หรือ (2.8 ข) อย่างใดอย่างหนึ่งและสมการ (2.8 ค) หรือ (2.8 ง) อย่างใดอย่างหนึ่ง

เมื่อแทนค่าสมการ(2.7) ลงในสมการ (2.1) จะสามารถเขียนส่วนประกอบ x ของสนามไฟฟ้าได้เป็น

$$E_x^+(x, y, z) = -A_3 \frac{k_y}{\epsilon} [C_1 \cos(k_x x) + D_1 \sin(k_x x)] [-C_2 \sin(k_y y) + D_2 \cos(k_y y)] e^{-jk_z z} \quad (2.9)$$

ให้สมการ (2.9) มีเงื่อนไขขอบเขตผนังด้านล่างตามสมการ (2.8 ก) จะได้

$$E_x^+(0 \leq x \leq a, y = 0, z) = -A_3 \frac{k_y}{\epsilon} [C_1 \cos(k_x x) + D_1 \sin(k_x x)] [-C_2(0) + D_2(1)] e^{-jk_z z} = 0 \quad (2.10)$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

จากสมการ (2.10) จะได้ $D_2 = 0$ และให้สมการ (2.9) มีเงื่อนไขขอบเขตผนังด้านบนตามสมการ (2.8 ก) และแทนค่า D_2 เท่ากับศูนย์จะได้

$$E_x^+(0 \leq x \leq a, y = b, z) = -A_3 \frac{k_y}{\epsilon} [C_1 \cos(k_x x) + D_1 \sin(k_x x)] [-C_2 \sin(k_y b)] e^{-jk_z z} = 0 \quad (2.11)$$

จากสมการ (2.11) จะได้

$$\sin(k_y b) = 0 \quad (2.12)$$

ดังนั้น

$$k_y b = \sin^{-1}(0) = n\pi \quad n = 0, 1, 2, \dots \quad (2.12 \text{ ก})$$

หรือ

$$k_y = \frac{n\pi}{b} \quad n = 0, 1, 2, \dots \quad (2.12 \text{ ข})$$

โดยปกติสมการ (2.12) จะเรียกว่าฟังก์ชันเจาะจง (eigenfunction) และสมการ (2.12 ข) จะเป็นค่าเจาะจง (eigenvalue)

ในทำนองเดียวกันเมื่อให้เงื่อนไขขอบเขตผนังด้านซ้ายและด้านขวาดังสมการ (2.8 ค) จะได้ $D_1 = 0$ และ

$$k_x = \frac{m\pi}{a} \quad m = 0, 1, 2, \dots \quad (2.13 \text{ ก})$$

เมื่อนำ $D_1 = 0$ และ $D_2 = 0$ ไปแทนในสมการ (2.7) จะได้

$$F_z^+(x, y, z) = A_{mn} \cos(k_x x) \cos(k_y y) e^{-jk_z z} \quad (2.14)$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

โดยที่

$$A_{mn} = C_1 C_2 A_3 \quad (2.14 \text{ ก})$$

$$\left. \begin{aligned} k_x &= \frac{m\pi}{a} = \frac{2\pi}{\lambda_x} \Rightarrow \lambda_x = \frac{2a}{m} & m &= 0, 1, 2, \dots \\ k_y &= \frac{n\pi}{b} = \frac{2\pi}{\lambda_y} \Rightarrow \lambda_y = \frac{2b}{n} & n &= 0, 1, 2, \dots \end{aligned} \right\} \quad m = n \neq 0 \quad (2.14 \text{ ข})$$

ในสมการ (2.14) จะไม่คิดพจน์ที่ค่า m และ n เป็นศูนย์พร้อมกันเนื่องจากจะทำให้ค่า F_z เป็นค่าคงที่และส่วนประกอบของ \bar{E} และ \bar{H} ตามสมการ (2.1) กลายเป็นศูนย์ทำให้ได้คำตอบที่ไม่ต้องการ และเนื่องจากค่า C_1, C_2 และ A_3 ต่างก็เป็นค่าคงที่ดังนั้นค่า A_{mn} ก็เป็นค่าคงที่ด้วย ส่วนตัวห้อย m และ n จะเป็นตัวระบุค่าเจาะจงของ k_x และ k_y รวมถึงเลขโหมด (TE_{mn}^z) เนื่องจากมีพจน์ผลรวมของ m และ n จำนวนมาก จึงทำให้จำนวนโหมด TE_{mn}^z มีจำนวนมากตามไปด้วย

ในสมการ (2.14 ข) k_x และ k_y จะแทนเลขคลื่นของโหมด(ค่าเจาะจง) ในทิศ x และ y ตามลำดับและมีความสัมพันธ์กับเลขคลื่นในทิศ z หรือ k_z และเลขคลื่นในตัวกลางที่ไม่มีขอบเขต (unbounded medium) หรือ k เป็นดังสมการ(2.7 ก) ส่วน λ_x และ λ_y ในสมการ(2.14 ข) จะแทนความยาวคลื่นภายในท่อในทิศ x และ y ตามลำดับและมีความสัมพันธ์กับความยาวคลื่นในทิศ z ($\lambda_z = \lambda_g$) และความยาวคลื่นในตัวกลางไม่ถูกปิดกั้น (unbounded medium) หรือ λ ที่สอดคล้องกับสมการ (2.7 ก) สามารถเขียนได้ดังนี้

$$\frac{1}{\lambda_x^2} + \frac{1}{\lambda_y^2} + \frac{1}{\lambda_z^2} = \frac{1}{\lambda^2} \quad (2.14 \text{ ค})$$

ดังนั้นนิพจน์ที่เหมาะสมสำหรับโหมด TE_{mn}^z ที่สอดคล้องกับสมการ (2.1) (2.14) และ (2.14 ข) มีดังต่อไปนี้

$$E_x^+ = A_{mn} \frac{k_y}{\epsilon} \cos(k_x x) \sin(k_y y) e^{-jk_z z} \quad (2.15 \text{ ก})$$

$$E_y^+ = -A_{mn} \frac{k_x}{\epsilon} \sin(k_x x) \cos(k_y y) e^{-jk_z z} \quad (2.15 \text{ ข})$$

$$E_z^+ = 0 \quad (2.15 \text{ ค})$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$H_x^+ = A_{mn} \frac{k_x k_z}{\omega \mu \epsilon} \sin(k_x x) \cos(k_y y) e^{-jk_z z} \quad (2.15 \text{ ง})$$

$$H_y^+ = A_{mn} \frac{k_y k_z}{\omega \mu \epsilon} \cos(k_x x) \sin(k_y y) e^{-jk_z z} \quad (2.15 \text{ จ})$$

$$H_z^+ = -j A_{mn} \frac{k_c^2}{\omega \mu \epsilon} \cos(k_x x) \cos(k_y y) e^{-jk_z z} \quad (2.15 \text{ ฉ})$$

โดยที่

$$k_c^2 \equiv \left(\frac{2\pi}{\lambda_c} \right)^2 = k^2 - k_z^2 = k_x^2 + k_y^2 = \left(\frac{m\pi}{a} \right)^2 + \left(\frac{n\pi}{b} \right)^2 \quad (2.15 \text{ ช})$$

เมื่อ $k_z = 0$ ค่าของ k_c จะเท่ากับ k และจะเรียกค่าของ k_c ว่าเลขคลื่นตัด (cutoff wave number) ดังนั้น

$$k_c = k \Big|_{k_z=0} = \omega \sqrt{\mu \epsilon} \Big|_{k_z=0} = \omega_c \sqrt{\mu \epsilon} = 2\pi f_c \sqrt{\mu \epsilon} = \sqrt{\left(\frac{m\pi}{a} \right)^2 + \left(\frac{n\pi}{b} \right)^2}$$

หรือ

$$(f_c)_{mn} = \frac{1}{2\pi \sqrt{\mu \epsilon}} \sqrt{\left(\frac{m\pi}{a} \right)^2 + \left(\frac{n\pi}{b} \right)^2} \quad \left. \begin{array}{l} m = 0, 1, 2, \dots \\ n = 0, 1, 2, \dots \end{array} \right\} m = n \neq 0 \quad (2.16)$$

โดยที่ $(f_c)_{mn}$ จะเป็นความถี่ตัด (cutoff frequency) ของโหมด mn และโหมดที่มีความถี่ตัดเท่ากัน จะเรียกว่าโหมดดีเจนเนอเรต (degenerate)

เพื่อหาความหมายของความถี่ตัดจะทำการวิเคราะห์ค่าของ k_z โดยอาศัยสมการ (2.15 ช) ซึ่งสามารถเขียนได้เป็น

$$k_z^2 = k^2 - k_c^2 = k^2 - \left[\left(\frac{m\pi}{a} \right)^2 + \left(\frac{n\pi}{b} \right)^2 \right] \quad (2.17)$$

หรือ

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$(k_z)_{mn} = \begin{cases} \pm \sqrt{k^2 - k_c^2} = \pm k \sqrt{1 - \left(\frac{k_c}{k}\right)^2} \\ \quad = \pm k \sqrt{1 - \left(\frac{\lambda}{\lambda_c}\right)^2} = \pm k \sqrt{1 - \left(\frac{f_c}{f}\right)^2} & \text{เมื่อ } k > k_c, f > f_c & (2.17 \text{ ก}) \\ 0 & \text{เมื่อ } k = k_c, f = f_c & (2.17 \text{ ข}) \\ \pm j \sqrt{k_c^2 - k^2} = \pm j k \sqrt{\left(\frac{k_c}{k}\right)^2 - 1} \\ \quad = \pm j k \sqrt{\left(\frac{\lambda}{\lambda_c}\right)^2 - 1} = \pm j k \sqrt{\left(\frac{f_c}{f}\right)^2 - 1} & \text{เมื่อ } k < k_c, f < f_c & (2.17 \text{ ค}) \end{cases}$$

สำหรับคลื่นที่เดินทางในทิศ $+z$ จะเขียนนิพจน์ของ k_z ได้ดังนี้

$$(k_z)_{mn} = \begin{cases} k \sqrt{1 - \left(\frac{\lambda}{\lambda_c}\right)^2} = k \sqrt{1 - \left(\frac{f_c}{f}\right)^2} & \text{เมื่อ } k > k_c, f > f_c & (2.18 \text{ ก}) \\ 0 & \text{เมื่อ } k = k_c, f = f_c & (2.18 \text{ ข}) \\ -j k \sqrt{\left(\frac{\lambda}{\lambda_c}\right)^2 - 1} = -j k \sqrt{\left(\frac{f_c}{f}\right)^2 - 1} & \text{เมื่อ } k < k_c, f < f_c & (2.18 \text{ ค}) \end{cases}$$

เมื่อแทนค่านิพจน์ k_z จากสมการ (2.18 ก) ถึง (2.18 ค) ลงในนิพจน์ของ \bar{E} และ \bar{H} จากสมการ (2.15 ก) ถึง (2.15 ค) จะเห็นได้ว่าสมการ (2.18 ก) ทำให้เกิดคลื่นที่แพร่กระจาย ส่วนสมการ (2.18 ข) ทำให้เกิดคลื่นนิ่งและสมการ (2.18 ค) ทำให้เกิดคลื่นที่ไม่แพร่กระจายหรือคลื่นจางหาย (evanescent: reactive) สนามจางหายจะเป็นสนามที่มีขนาดลดลงแบบเอกซ์โพเนนเชียลที่ไม่มีกำลังจริง ด้วยเหตุนี้จึงทำให้สมการ (2.18 ข) เป็นขอบเขตระหว่างคลื่นที่สามารถแพร่กระจายและคลื่นที่ไม่สามารถแพร่กระจาย โดยปกติจะเรียกความถี่ในสมการ (2.18 ข) ว่า ความถี่ตัด ซึ่งจะเกิดขึ้นเมื่อ $k_z = 0$ และเมื่อเลือกใช้ความถี่มีค่ามากกว่าความถี่ตัด $(f_c)_{mn}$ สำหรับโหมด mn ดังสมการ (2.16) จะทำให้สนามจะแพร่กระจายโดยไม่มีการลดทอน แต่ถ้าเลือกใช้ f น้อยกว่า $(f_c)_{mn}$ สนามจะเกิดการลดทอน ด้วยเหตุนี้จึงเสมือนว่าท่อนำคลื่นประพุดิตัวเป็นตัวกรองความถี่สูงผ่าน (high pass filter)

นิพจน์ในสมการ (2.18 ก) ถึง (2.18 ค) สามารถเขียน k_z ให้อยู่ในรูปของความยาวคลื่นตามแนวแกนของท่อนำคลื่น ได้ดังนี้

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$k_z \equiv \frac{2\pi}{\lambda_z} \Rightarrow \lambda_z = \lambda_g = \frac{2\pi}{k_z} \quad (2.19)$$

หรือ

$$(\lambda_z)_{mn} = (\lambda_g)_{mn} = \begin{cases} \frac{2\pi}{k\sqrt{1-\left(\frac{f_c}{f}\right)^2}} = \frac{\lambda}{\sqrt{1-\left(\frac{f_c}{f}\right)^2}} = \frac{\lambda}{\sqrt{1-\left(\frac{\lambda}{\lambda_c}\right)^2}} & \text{เมื่อ } k > k_c, f > f_c \quad (2.19 \text{ ก}) \\ \infty & \text{เมื่อ } k = k_c, f = f_c \quad (2.19 \text{ ข}) \\ +j\frac{2\pi}{k\sqrt{\left(\frac{f_c}{f}\right)^2-1}} = +j\frac{\lambda}{\sqrt{\left(\frac{f_c}{f}\right)^2-1}} = +j\frac{\lambda}{\sqrt{\left(\frac{\lambda}{\lambda_c}\right)^2-1}} & \text{เมื่อ } k < k_c, f < f_c \quad (2.19 \text{ ค}) \end{cases}$$

ในสมการ(2.19 ก) ถึง (2.19 ค) จะแทนความยาวคลื่นของคลื่นตามแนวแกนของท่อและจะเรียกว่า ความถี่คลื่นภายในท่อ λ_g และในนิพจน์เดียวกัน λ จะเป็นความยาวคลื่นของคลื่นที่ความถี่เดียวกันแต่จะเดินทางในตัวกลางที่ไม่ถูกปิดกั้นที่มีค่าพารามิเตอร์ทางไฟฟ้า ϵ และ μ เช่นเดียวกับ ตัวกลางภายในท่อนำคลื่น ความยาวคลื่นตัดจะสัมพันธ์กับความถี่ตัด f_c ซึ่งแทนด้วย λ_c

จากสมการ (2.19 ก) ถึง (2.19 ค) จะพบว่าเมื่อ $f > f_c$ ความยาวคลื่นภายในท่อ λ_g จะยาวกว่าความยาวคลื่นในตัวกลางที่ไม่ถูกปิดกั้น เมื่อ $f = f_c$ ความยาวคลื่นภายในท่อ λ_g จะมีความยาวอนันต์และเมื่อ $f < f_c$ จะไม่มีความหมายทางกายภาพเนื่องจากเป็นค่าจินตภาพเพียงอย่างเดียว

ค่า $(f_c)_{mn}$ ที่เกิดจากค่า m และ n ต่างๆ โดยที่ค่าของ ϵ, μ, a และ b จะคงที่นั้นจะสามารถนำมาหาค่าความถี่ตัดและลำดับการเกิดของแต่ละโหมดซึ่งจะสัมพันธ์กับความถี่ตัด สมมติให้ $a > b$ โหมดที่มีความถี่ตัดน้อยที่สุดก็คือโหมด TE_{10} ซึ่งจะมีความถี่ตัดเท่ากับ

$$(f_c)_{10} = \frac{1}{2\pi\sqrt{\mu\epsilon}} \frac{\pi}{a} = \frac{1}{2a\sqrt{\mu\epsilon}} \quad (2.20)$$

โดยทั่วไป โหมดที่มีความถี่ตัดน้อยที่สุดจะเรียกว่าโหมดเป็นใหญ่ (dominant mode) ดังนั้นสำหรับ ท่อนำคลื่นที่มีขนาด $a > b$ จะมีโหมด TE_{10} เป็นโหมดเป็นใหญ่(ถ้า $b > a$ โหมดเป็นใหญ่คือโหมด TE_{01})

อัตราส่วน $R_{mn} = (f_c)_{mn}^{TE} / (f_c)_{10}^{TE}$ สามารถเขียนได้เป็น

$$R_{mn} = \frac{(f_c)_{mn}^{TE}}{(f_c)_{10}^{TE}} = \sqrt{(m)^2 + \left(\frac{na}{b}\right)^2} \quad \left. \begin{array}{l} m = 0, 1, 2, 3, \dots \\ n = 0, 1, 2, 3, \dots \end{array} \right\} m = n \neq 0 \quad (2.21)$$

ค่าของ R_{mn} เมื่อกำหนดให้ค่าของ $a/b = 10, 5, 2.25, 2$ และ 1 จะแสดงดังตารางที่ 2.1 ค่าอัตราส่วน R_{mn} จะแทนระยะความถี่สัมพัทธ์ ตั้งแต่จุดที่โหมด TE_{10} เกิดขึ้นถึงจุดโหมด m, n เกิดขึ้น

ตารางที่ 2.1 อัตราส่วนของความถี่ตัดของโหมด TE_{mn}^z กับโหมด TE_{10}^z

a/b	10	5	2.25	2	1
m, n	1,0	1,0	1,0	1,0	1,0 : 0,1
T_{mn}	1	1	1	1	1
m, n	2,0	2,0	2,0	2,0 : 0,1	1,1
T_{mn}	2	2	2	2	1.414
m, n	3,0	3,0	0,1	1,1	2,0
T_{mn}	3	3	2.25	2.236	2
m, n	4,0	4,0	1,1	2,1	2,1 : 1,2
T_{mn}	4	4	2.462	2.828	2.236
m, n	5,0	5,0 : 0,1	3,0	3,0	2,2
T_{mn}	5	5	3	3	2.828
m, n	6,0	1,1	2,1	3,1	3,0 : 0,3
T_{mn}	6	5.099	3.010	3.606	3
m, n	7,0	2,1	3,1	4,0 : 0,2	3,1 : 1,3
T_{mn}	7	5.385	3.75	4	3.162
m, n	8,0	3,1	4,0	1,2	3,2 : 2,3
T_{mn}	8	5.831	4	4.123	3.606
m, n	9,0	6,0	0,2	4,1 : 2,2	4,0 : 0,4
T_{mn}	9	6	4.5	4.472	4
m, n	10,0 : 0,1	4,1	4,1	5,0 : 3,2	4,1 : 1,4
T_{mn}	10	6.403	4.589	5	4.123

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

2.1.2 คลื่นสนามแม่เหล็กตามขวาง (Transverse Magnetic: TM^z)

ในการหาสนาม TM^z และพารามิเตอร์อื่นๆที่เหมาะสมสำหรับท่อนำคลื่นมุมฉากที่มีโครงสร้างแสดงในรูปที่ 2.1 สามารถใช้กระบวนการเดียวกับการหาสนาม TE^z ซึ่งสามารถได้ดังนี้

$$\begin{aligned} E_x &= -j \frac{1}{\omega\mu\epsilon} \frac{\partial^2 A_z}{\partial x \partial z} & H_x &= \frac{1}{\mu} \frac{\partial A_z}{\partial y} \\ E_y &= -j \frac{1}{\omega\mu\epsilon} \frac{\partial^2 A_z}{\partial y \partial z} & H_y &= -\frac{1}{\mu} \frac{\partial A_z}{\partial x} \\ E_z &= -j \frac{1}{\omega\mu\epsilon} \left(\frac{\partial^2}{\partial z^2} + \beta^2 \right) A_z & H_z &= 0 \end{aligned} \quad (2.22)$$

$$\nabla^2 A_z + \beta^2 A_z = \frac{\partial^2 A_z}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 A_z}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 A_z}{\partial z^2} + \beta^2 A_z = 0 \quad (2.23)$$

$$A_z(x, y, z) = [C_1 \cos(k_x x) + D_1 \sin(k_x x)] [C_2 \cos(k_y y) + D_2 \sin(k_y y)] [A_3 e^{-jk_z z} + B_3 e^{+jk_z z}] \quad (2.24)$$

สำหรับคลื่นเดินทางในทิศ $+z$ และสอดคล้องกับเงื่อนไขขอบเขตของรูปที่ 2.1 ที่แสดงตามสมการ (2.8 ก) ถึง (2.8 ข) ดังนั้นสมการ (2.24) จะลดรูปได้เป็น

$$\begin{aligned} A_z^+(x, y, z) &= D_1 D_2 A_3 \sin(k_x x) \sin(k_y y) e^{-jk_z z} \\ &= B_{mn} \sin(k_x x) \sin(k_y y) e^{-jk_z z} \end{aligned} \quad (2.24 ก)$$

โดยที่

$$k_x = \frac{2\pi}{\lambda_x} = \frac{m\pi}{a} \Rightarrow \lambda_x = \frac{2a}{m} \quad m = 0, 1, 2, \dots \quad (2.25 ก)$$

$$k_y = \frac{2\pi}{\lambda_y} = \frac{n\pi}{b} \Rightarrow \lambda_y = \frac{2b}{n} \quad n = 0, 1, 2, \dots \quad (2.25 ข)$$

เมื่อแทนค่าสมการ (2.24) ลงในสมการ (2.22) จะได้

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$E_x^+ = -B_{mn} \frac{k_x k_z}{\omega \mu \epsilon} \cos(k_x x) \sin(k_y y) e^{-jk_z z} \quad (2.26 ก)$$

$$E_y^+ = -B_{mn} \frac{k_y k_z}{\omega \mu \epsilon} \sin(k_x x) \cos(k_y y) e^{-jk_z z} \quad (2.26 ข)$$

$$E_z^+ = -jB_{mn} \frac{k_c^2}{\omega \mu \epsilon} \sin(k_x x) \sin(k_y y) e^{-jk_z z} \quad (2.26 ค)$$

$$H_x^+ = B_{mn} \frac{k_y}{\mu} \sin(k_x x) \cos(k_y y) e^{-jk_z z} \quad (2.26 ง)$$

$$H_y^+ = -B_{mn} \frac{k_x}{\mu} \cos(k_x x) \sin(k_y y) e^{-jk_z z} \quad (2.26 จ)$$

$$H_z^+ = 0 \quad (2.26 ฉ)$$

ในส่วนของค่าคงที่การแพร่กระจาย (propagation constant) ความถี่ตัดและความยาวคลื่นภายในท่อสามารถเขียนได้ดังนี้

$$(k_z)_{mn} = \frac{2\pi}{\lambda_z} = \begin{cases} k \sqrt{1 - \left(\frac{f_c}{f}\right)^2} & \text{เมื่อ } k > k_c, f > f_c \\ 0 & \text{เมื่อ } k = k_c, f = f_c \\ -jk \sqrt{\left(\frac{f_c}{f}\right)^2 - 1} & \text{เมื่อ } k < k_c, f < f_c \end{cases} \quad (2.27 ก)$$

$$(2.27 ข)$$

$$(2.27 ค)$$

$$k_c^2 = \left(\frac{2\pi}{\lambda_c}\right)^2 = k^2 - k_z^2 = k_x^2 + k_y^2 = \left(\frac{m\pi}{a}\right)^2 + \left(\frac{n\pi}{b}\right)^2 \quad (2.28)$$

$$(f_c)_{mn} = \frac{1}{2\pi\sqrt{\mu\epsilon}} \sqrt{\left(\frac{m\pi}{a}\right)^2 + \left(\frac{n\pi}{b}\right)^2} \quad \begin{matrix} m = 0, 1, 2, 3, \dots \\ n = 0, 1, 2, 3, \dots \end{matrix} \quad (2.29)$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$(\lambda_z)_{mn} = (\lambda_g)_{mn} = \begin{cases} \frac{\lambda}{\sqrt{1 - \left(\frac{f_c}{f}\right)^2}} = \frac{\lambda}{\sqrt{1 - \left(\frac{\lambda}{\lambda_c}\right)^2}} & \text{เมื่อ } f > f_c & (2.30 \text{ ก}) \\ \infty & \text{เมื่อ } f = f_c & (2.30 \text{ ข}) \\ j \frac{\lambda}{\sqrt{\left(\frac{f_c}{f}\right)^2 - 1}} = j \frac{\lambda}{\sqrt{\left(\frac{\lambda}{\lambda_c}\right)^2 - 1}} & \text{เมื่อ } f < f_c & (2.30 \text{ ค}) \end{cases}$$

สำหรับ TM^z สามารถจัดโหมดตามลำดับของความถี่ตัด โดยมีโหมดที่มีความถี่ตัดน้อยที่สุดคือ โหมด TM_{11}^z ซึ่งจะมีความถี่ตัดเท่ากับ

$$(f_c)_{11} = \frac{1}{2\sqrt{\mu\epsilon}} \sqrt{\left(\frac{1}{a}\right)^2 + \left(\frac{1}{b}\right)^2} = \frac{1}{2a\sqrt{\mu\epsilon}} \sqrt{1 + \left(\frac{a}{b}\right)^2} > \frac{1}{2a\sqrt{\mu\epsilon}} \quad (2.31)$$

เนื่องจากความถี่ตัดของโหมด TM_{11}^z ดังสมการ (2.31) จะมีค่ามากกว่าความถี่ตัดของโหมด TE_{10}^z ดังสมการ (2.20) ดังนั้นโหมดเป็นใหญ่ยังคงเป็น TE_{10}^z สำหรับ $a > b$ แต่ถ้า $a = b$ โหมดเป็นใหญ่จะเป็นโหมด TE_{10}^z และ TE_{01}^z ซึ่งเป็นโหมดดีเจนเนอเรตและถ้า $a < b$ โหมด TE_{01}^z จะเป็นโหมดเป็นใหญ่

ส่วนลำดับการเกิดของ TM_{mn}^z ที่สัมพันธ์กับโหมด TE_{10}^z สามารถหาได้จากอัตราส่วน T_{mn} ซึ่งเป็นอัตราส่วนระหว่างความถี่ตัดของโหมด TM_{mn}^z ใดๆกับความถี่ตัดของโหมด TE_{10}^z สามารถเขียนได้เป็น

$$T_{mn} = \frac{(f_c)_{mn}^{TM}}{(f_c)_{10}^{TE}} = \sqrt{m^2 + \left(\frac{na}{b}\right)^2} \quad \begin{matrix} m = 0, 1, 2, 3, \dots \\ n = 0, 1, 2, 3, \dots \end{matrix} \quad (2.32)$$

ค่าของ T_{mn} เมื่อกำหนดให้ค่าของ $a/b = 10, 5, 2.25, 2$ และ 1 จะแสดงดังตารางที่ 2.2 ค่าอัตราส่วน T_{mn} แต่ละค่าจะแทนระยะความถี่สัมพันธ์ ตั้งแต่จุดที่โหมด TE_{10} เกิดขึ้นถึงจุดโหมด m, n เกิดขึ้น ส่วนการกระจายสนามในหน้าตัด xy สำหรับ 18 โหมดแรก [8] ของท่ออากาศสี่เหลี่ยมมุมฉากที่มีขนาดหน้าตัด $a/b = 2$ จะแสดงดังรูปที่ 2.2

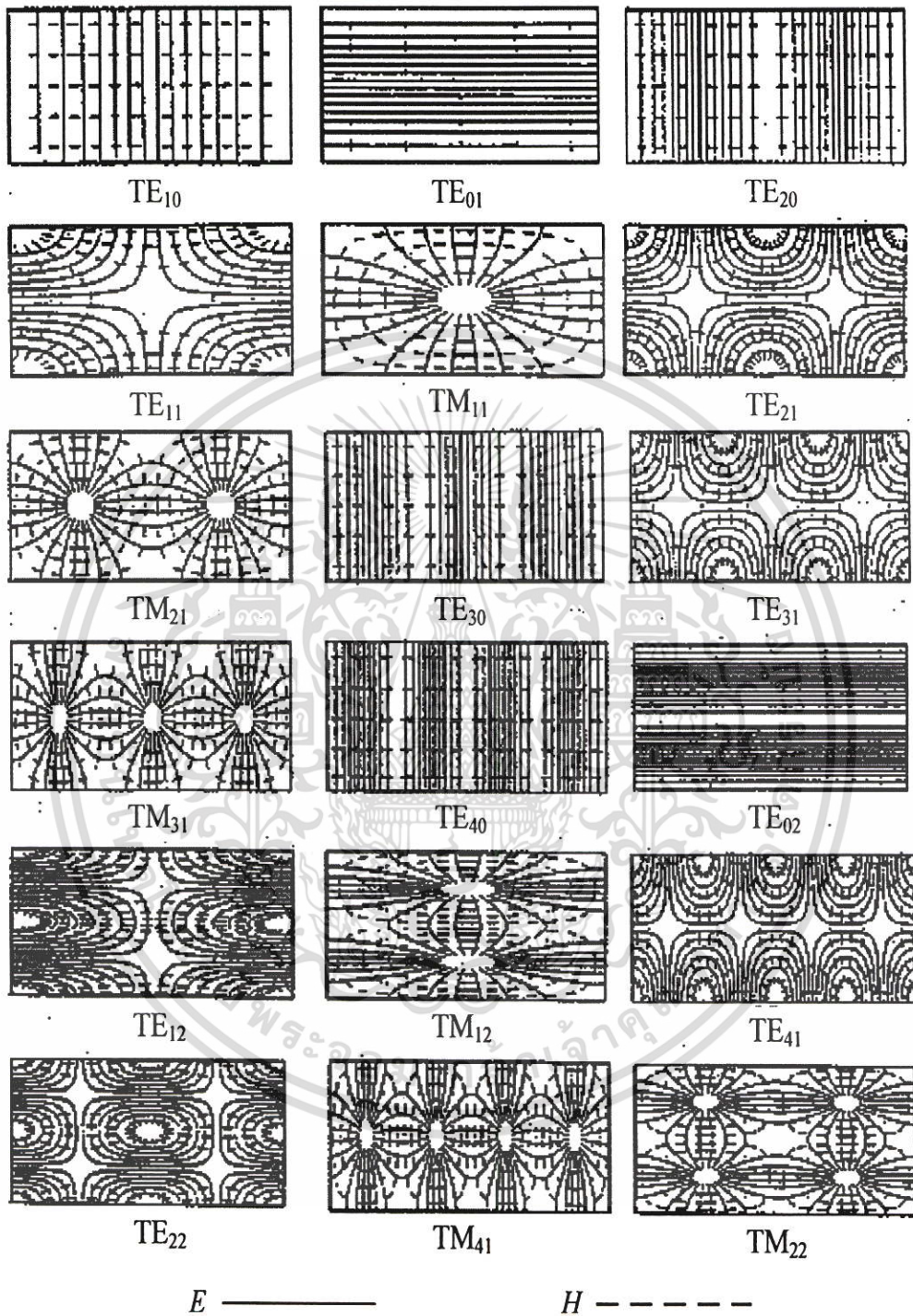
ตารางที่ 2.2 อัตราส่วนของความถี่ตัดของโหมด TM_{mn}^z กับโหมด TE_{10}^z

a/b	10	5	2.25	2	1
m, n	1,1	1,1	1,1	1,1	1,1
T_{mn}	10.05	5.10	2.46	2.23	1.414
m, n	2,1	2,1	2,1	2,1	2,1 : 1,2
T_{mn}	10.19	5.38	3.01	2.83	2.236
m, n	3,1	3,1	3,1	3,1	2,2
T_{mn}	10.44	6.00	3.75	3.61	2.828
m, n	4,1	4,1	4,1	1,2	3,1 : 1,3
T_{mn}	10.77	6.40	4.59	4.12	3.162
m, n	5,1	5,1	1,2	4,1 : 2,2	3,2 : 2,3
T_{mn}	11.18	7.07	5.09	4.47	3.606
m, n	6,1	6,1	2,2	3,2	4,1 : 1,4
T_{mn}	11.66	7.81	5.38	5.00	4.123
m, n	7,1	7,1	5,1	5,1	3,3
T_{mn}	12.21	8.60	5.48	5.39	4.243
m, n	8,1	8,1	3,2	4,2	4,2 : 2,4
T_{mn}	12.81	9.43	5.83	5.66	4.472
m, n	9,1	1,2	4,2	1,3	4,3 : 3,4
T_{mn}	13.82	10.04	6.40	6.08	5.00
m, n	10,1	2,2	6,1	2,3	5,1 : 1,5
T_{mn}	14.14	10.20	6.41	6.32	5.09

2.2 ฟังก์ชันกรีนไดแอดิกของท่อนำคลื่นสี่เหลี่ยมมุมฉาก

ฟังก์ชันกรีนเป็นเทคนิคทางคณิตศาสตร์ที่ใช้ฟังก์ชันขับเป็นฟังก์ชันอิมพัลส์ (impulse function) หรือฟังก์ชันไดเรคเดลตา (dirac delta function) เพื่อหาคำตอบของสมการเชิงอนุพันธ์ย่อย (partial differential equation) จะสามารถหาคำตอบของฟังก์ชันขับจริงได้โดยการทับซ้อนของฟังก์ชันกรีนกับฟังก์ชันขับ ด้วยเหตุนี้จึงเป็นที่รู้จักกันว่าฟังก์ชันกรีนเป็นฟังก์ชันตอบสนองอิมพัลส์หรือฟังก์ชันถ่ายโอน (transfer function) ในทฤษฎีระบบหรือทฤษฎีวงจร

ฟังก์ชันกรีนไดแอดิกเป็นเครื่องมือที่ใช้หาสนามแม่เหล็กไฟฟ้าในบริเวณที่มีแหล่งกำเนิดใดๆ ได้แก่ ในอวกาศว่างและบริเวณที่ถูกปิดกั้น ซึ่งตัวอย่างของการใช้ฟังก์ชันกรีนไดแอดิกที่สำคัญได้แก่การแก้ปัญหาเพื่อหาสนามแม่เหล็กไฟฟ้าที่เกิดจากแหล่งกำเนิดที่แสดงด้วยความหนาแน่นกระแสไฟฟ้า \bar{J} ในส่วนของการหาสนามแม่เหล็กไฟฟ้าในบริเวณที่มีแหล่งกำเนิดของสนามจะต้องสร้างสมการแมกซ์เวลล์และสมการคลื่นให้อยู่ในรูปแบบของไดแอดิกก่อน จากนั้นจะต้องหาฟังก์ชันกรีนไดแอดิกของปัญหาให้ได้แล้วจึงจะหาสนามแม่เหล็กไฟฟ้าโดยการอินทิเกรตฟังก์ชันกรีนไดแอดิกกับฟังก์ชันแหล่งกำเนิดสนามตลอดโครงสร้างของแหล่งกำเนิดนั้น



รูปที่ 2.2 แบบรูปกระจายสนามสำหรับ 18 โหมดแรกของท่อนำคลื่นสี่เหลี่ยมมุมฉากที่มีขนาดหน้าตัด $a/b = 2$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

โดยที่สมการแมกซ์เวลล์ที่อยู่ในรูปแบบของฟังก์ชันกรีนไดโอดิกจะสามารถเขียนได้ดังนี้

$$\nabla \times \bar{\bar{G}}_e = \bar{\bar{G}}_m \quad (2.33 \text{ ก})$$

$$\nabla \times \bar{\bar{G}}_m = \bar{I} \delta(\bar{R} - \bar{R}') + k^2 \bar{\bar{G}}_e \quad (2.33 \text{ ข})$$

$$\nabla \cdot \bar{\bar{G}}_e = \frac{1}{k^2} \nabla \delta(\bar{R} - \bar{R}') \quad (2.33 \text{ ค})$$

$$\nabla \cdot \bar{\bar{G}}_m = 0 \quad (2.33 \text{ ง})$$

เมื่อดำเนินการตามขั้นตอนในการแปลงจากสมการแมกซ์เวลล์ไปเป็นสมการคลื่น จะได้สมการคลื่นในรูปแบบของไดโอดิกดังนี้

$$\nabla \times \nabla \times \bar{\bar{G}}_e - k^2 \bar{\bar{G}}_e = \bar{I} \delta(\bar{R} - \bar{R}') \quad (2.34 \text{ ก})$$

$$\nabla \times \nabla \times \bar{\bar{G}}_m - k^2 \bar{\bar{G}}_m = \nabla \times [\bar{I} \delta(\bar{R} - \bar{R}')] \quad (2.34 \text{ ข})$$

โดยที่ \bar{I} คือตัวประกอบไอเดมที่มีค่าเท่ากับ $\bar{I} = \hat{x}\hat{x} + \hat{y}\hat{y} + \hat{z}\hat{z}$

2.2.1 ฟังก์ชันกรีนไดโอดิกแบบต่างๆ

ฟังก์ชันกรีนไดโอดิกสามารถแบ่งได้เป็นสามแบบขึ้นอยู่กับปัญหาที่กำลังพิจารณานั้นว่า เป็นไปตามเงื่อนไขขอบเขตแบบใด ซึ่งได้แก่เงื่อนไขขอบเขตดิริเคต์ (Dirichet boundary condition) ที่มีเงื่อนไขว่าส่วนประกอบของฟังก์ชันกรีนไดโอดิกในแนวสัมผัสกับผิวของปัญหาจะมีค่าเป็นศูนย์และเงื่อนไขขอบเขตนอยมานน์ (Neumann boundary condition) ที่มีเงื่อนไขว่าส่วนประกอบของฟังก์ชันกรีนไดโอดิกในแนวตั้งฉากกับผิวของปัญหาจะมีค่าเป็นศูนย์ และจะเรียกฟังก์ชันกรีนไดโอดิกที่เป็นไปตามเงื่อนไขขอบเขตดิริเคต์ว่าฟังก์ชันกรีนไดโอดิกแบบที่หนึ่ง ส่วนฟังก์ชันกรีนไดโอดิกแบบที่สองจะเป็นไปตามเงื่อนไขขอบเขตนอยมานน์ สำหรับตัวกลางที่มีมากกว่าหนึ่งตัวกลาง ฟังก์ชันกรีนไดโอดิกในตัวกลางนี้จะเป็ฟังก์ชันกรีนไดโอดิกแบบที่สาม ซึ่งจะพิจารณาฟังก์ชันในแต่ละตัวกลาง

ฟังก์ชันกรีนไดโอดิกชนิดไฟฟ้าและชนิดแม่เหล็กแบบที่หนึ่งจะเขียนได้เป็น $\overline{\overline{G}}_{e1}(\overline{R}-\overline{R}')$ และ $\overline{\overline{G}}_{m1}(\overline{R}-\overline{R}')$ ตามลำดับซึ่งเป็นไปตามเงื่อนไขขอบเขตคริเคต์สามารถเขียนเป็นสมการได้ดังนี้

$$\hat{n} \times \overline{\overline{G}}_{e1}(\overline{R}-\overline{R}') = 0 \quad (2.35)$$

และ
$$\hat{n} \times \overline{\overline{G}}_{m1}(\overline{R}-\overline{R}') = 0 \quad (2.36)$$

เมื่อทราบค่า $\overline{\overline{G}}_{e1}$ และ $\overline{\overline{G}}_{m1}$ จะสามารถหาสนามไฟฟ้าได้ดังนี้

$$\overline{E}(\overline{R}) = -j\omega\mu_0 \iiint_V \overline{\overline{G}}_{e1}(\overline{R}-\overline{R}') \cdot \overline{J}(\overline{R}') dv' \quad (2.37)$$

$$\overline{E}(\overline{R}) = - \iint_{s_o} \overline{\overline{G}}_{m1}(\overline{R}-\overline{R}') \cdot \overline{M}(\overline{R}') ds' \quad (2.38)$$

สำหรับฟังก์ชันกรีนไดโอดิกชนิดไฟฟ้าและชนิดแม่เหล็กแบบที่สองจะเขียนได้เป็น $\overline{\overline{G}}_{e2}(\overline{R}-\overline{R}')$ และ $\overline{\overline{G}}_{m2}(\overline{R}-\overline{R}')$ ซึ่งเป็นตามเงื่อนไขขอบเขตนอยมานน์ จะเขียนเป็นสมการได้ว่า

$$\hat{n} \times \nabla \times \overline{\overline{G}}_{e2}(\overline{R}-\overline{R}') = 0 \quad (2.39)$$

และ
$$\hat{n} \times \nabla \times \overline{\overline{G}}_{m2}(\overline{R}-\overline{R}') = 0 \quad (2.40)$$

ซึ่งนำมาใช้ในการคำนวณหาสนามแม่เหล็กได้ดังนี้

$$\overline{H}(\overline{R}) = \iiint_V \overline{\overline{G}}_{m2}(\overline{R}-\overline{R}') \cdot \overline{J}(\overline{R}') dv' \quad (2.41)$$

$$\overline{H}(\overline{R}) = -j\omega\mu_0 \iint_{s_o} \overline{\overline{G}}_{e2}(\overline{R}-\overline{R}') \cdot \overline{M}(\overline{R}') ds' \quad (2.42)$$

จากสมการ (2.33 ก) และเงื่อนไขขอบเขตนอยมานน์จะสามารถหาความสัมพันธ์ระหว่าง $\overline{\overline{G}}_{e2}$ และ $\overline{\overline{G}}_{m1}$ ได้ดังนี้

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$\nabla \times \overline{\overline{G}}_{e2} = \overline{\overline{G}}_{m1} \quad (2.43)$$

และอาศัยคุณสมบัติของการสมมาตรของฟังก์ชันเวกเตอร์ จะสามารถแสดงความสัมพันธ์ของ $\overline{\overline{G}}_{e1}$ และ $\overline{\overline{G}}_{m2}$ ได้ดังนี้

$$\nabla \times \overline{\overline{G}}_{e1} = \overline{\overline{G}}_{m2} \quad (2.44)$$

เมื่อพิจารณาสมการ (2.33 ข) ร่วมกับเงื่อนไขขอบเขตดิริคเล่ จะสามารถหา $\overline{\overline{G}}_{e1}$ ได้ดังนี้

$$\nabla \times \overline{\overline{G}}_{m2} = I\delta(\overline{R} - \overline{R}') + k^2 \overline{\overline{G}}_{e1} \quad (2.45)$$

แต่สำหรับเงื่อนไขขอบเขตนอยมานน์ $\overline{\overline{G}}_{e2}$ จะได้

$$\nabla \times \overline{\overline{G}}_{m1} = I\delta(\overline{R} - \overline{R}') + k^2 \overline{\overline{G}}_{e2} \quad (2.46)$$

จากสมการแมกซ์เวลล์จะเห็นได้ชัดเจนว่า $\overline{\overline{G}}_{m2}$ เป็นฟังก์ชันไดแอดิกโซลินอยด์ (solenoidal dyadic function) ซึ่ง

$$\nabla \cdot \overline{\overline{G}}_{m2} = 0 \quad (2.47)$$

แต่สำหรับ $\overline{\overline{G}}_{e2}$ จะไม่เป็นฟังก์ชันโซลินอยด์

2.2.2 ฟังก์ชันคลื่นเวกเตอร์พิกัดฉาก (Rectangular vector wave function)

ในการหาฟังก์ชันกรีนไดแอดิกแบบต่างๆ จะนำฟังก์ชันคลื่นเวกเตอร์มาใช้ ซึ่งพบว่ามีฟังก์ชันคลื่นอยู่สามแบบ คือ \overline{L} , \overline{M} และ \overline{N} โดยที่แต่ละฟังก์ชันจะเป็นคำตอบของสมการเฮมโฮลตซ์เวกเตอร์เอกพันธ์ นอกจากนี้ยังพบว่า \overline{M} และ \overline{N} เป็นฟังก์ชันโซลินอยด์ ในขณะที่ \overline{L} จะไม่เป็นฟังก์ชันดังกล่าว ในการหาฟังก์ชันกรีนไดแอดิกชนิดแม่เหล็กจะต้องใช้ \overline{M} และ \overline{N} จากนั้นจะนำฟังก์ชันกรีนไดแอดิกชนิดแม่เหล็กไปหาฟังก์ชันกรีนไดแอดิกชนิดไฟฟ้าต่อไป

โดยนิยามแล้วฟังก์ชันคลื่นเวกเตอร์จะเป็นฟังก์ชันเจาะจงหรือฟังก์ชันคุณสมบัติซึ่งเป็นคำตอบของสมการคลื่นเวกเตอร์เอกพันธ์และสามารถเขียนได้ดังนี้

$$\bar{M}_1 = \nabla \times (\psi_1 \bar{c}) \quad (2.48)$$

และ

$$\bar{N}_2 = \frac{1}{\kappa} \nabla \times \nabla \times (\psi_2 \bar{c}) \quad (2.49)$$

โดยที่ \bar{c} จะเป็นเวกเตอร์คงที่ได้แก่ \hat{x} \hat{y} หรือ \hat{z} ส่วน ψ_1 และ ψ_2 จะเป็นฟังก์ชันคุณสมบัติที่เป็นไปตามสมการคลื่นสเกลาร์

$$\nabla^2 \psi + \kappa^2 \psi = 0 \quad (2.50)$$

ในกรณีที่ต้องการใช้ฟังก์ชัน ψ เดียวในทั้ง \bar{M} และ \bar{N} ซึ่งจะได้ความสัมพันธ์ของการสมมาตรระหว่างเวกเตอร์ทั้งสองดังนี้

$$\bar{N} = \frac{1}{\kappa} \nabla \times \bar{M} \quad (2.51)$$

$$\bar{M} = \frac{1}{\kappa} \nabla \times \bar{N} \quad (2.52)$$

สำหรับท่อนำคลื่นสี่เหลี่ยมมุมฉากที่นำมาใช้วิเคราะห์ในหัวข้อนี้จะใช้โครงสร้างดังแสดงในรูปที่ 2.1 โดยจะเลือกเวกเตอร์หนึ่งหน่วย \hat{z} มาเป็นเวกเตอร์ \bar{c} เมื่อใช้วิธีแยกตัวแปรดังที่ได้แสดงในหัวข้อที่ผ่านมาจะได้ฟังก์ชันคลื่นสเกลาร์ดังนี้

$$\psi = (A \cos(k_x x) + B \sin(k_x x))(C \cos(k_y y) + D \sin(k_y y)) e^{-jk_z z} \quad (2.53)$$

โดยที่

$$k_x^2 + k_y^2 + k_z^2 = k^2$$

$$k_x = \frac{m\pi}{a}, \quad m = 0, 1, 2, \dots$$

$$k_y = \frac{n\pi}{b}, \quad n = 0, 1, 2, \dots$$

ในกรณีของคลื่น TE เมื่อใช้เงื่อนไขขอบเขตของโครงสร้างในรูปที่ 2.1 จะได้

$$\psi_{emn}(k_z) = A_{mn} \cos(k_x x) \cos(k_y y) e^{-jk_z z} \quad (2.54)$$

ส่วนคลื่น TM ฟังก์ชันคลื่นสเกลาร์จะเขียนได้เป็น

$$\psi_{omn}(k_z) = B_{mn} \sin(k_x x) \sin(k_y y) e^{-jk_z z} \quad (2.55)$$

โดยที่ A_{mn} และ B_{mn} เป็นค่าคงที่ ส่วนตัวห้อย e และ o จะแทนคำว่าคู่ (even) และคี่ (odd) และเมื่อทำการนอร์มัลไลซ์คลื่นในท่อนำคลื่นจะได้ $A_{mn} = B_{mn} = 1$ ส่วน \bar{M} และ \bar{N} จะถูกกำหนดให้เป็นไปตามเงื่อนไขขอบเขตดิริคเลต์ที่ผนังของท่อนำคลื่นดังนี้

$$\hat{n} \times \bar{M} = 0 \quad (2.56)$$

และ

$$\hat{n} \times \bar{N} = 0 \quad (2.57)$$

ฟังก์ชันคลื่นเวกเตอร์ \bar{M} ที่เป็นไปตามเงื่อนไขขอบเขตดิริคเลต์ สามารถเขียนได้เป็น

$$\begin{aligned} \bar{M}_{emn}(k_z) &= \nabla \times [\psi_{emn}(k_z) \hat{z}] = \nabla \times [C_x C_y e^{-jk_z z} \hat{z}] \\ &= (-k_y C_x S_y \hat{x} + k_x S_x C_y \hat{y}) e^{-jk_z z} \end{aligned} \quad (2.58)$$

และ

$$\begin{aligned} \bar{N}_{omn}(k_z) &= \frac{1}{\kappa} \nabla \times \nabla \times [\psi_{omn}(k_z) \hat{z}] = \frac{1}{\kappa} \nabla \times \nabla \times [S_x S_y e^{-jk_z z} \hat{z}] \\ &= \frac{1}{\kappa} (-jk_x C_x S_y \hat{x} - jk_y S_x C_y \hat{y} + k_c^2 S_x S_y \hat{z}) e^{-jk_z z} \end{aligned} \quad (2.59)$$

ซึ่งจะสังเกตได้ว่า \bar{M}_{emn} จะแทนสนามไฟฟ้าในโหมด TE_{mn} ในขณะที่ \bar{N}_{omn} จะแทนสนามไฟฟ้าในโหมด TM_{mn} และ

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$S_x = \sin(k_x x) \quad C_x = \cos(k_x x)$$

$$S_y = \sin(k_y y) \quad C_y = \cos(k_y y)$$

$$\kappa^2 = k_x^2 + k_y^2 + k_z^2 = k_c^2 + k_z^2$$

$$k_c^2 = k_x^2 + k_y^2$$

จากความสัมพันธ์ของการสมมาตรในสมการ (2.51) และ (2.52) ฟังก์ชันเวกเตอร์ที่เหมาะสมเพื่อที่จะแสดงสนามแม่เหล็กในท่อนำคลื่น ได้แก่

$$\begin{aligned} \overline{M}_{omn}(k_z) &= \frac{1}{\kappa} \nabla \times \overline{N}_{omn}(k_z) = \nabla \times [\psi_{omn}(k_z) \hat{z}] \\ &= (k_y S_x C_y \hat{x} - k_x C_x S_y \hat{y}) e^{-jk_z z} \end{aligned} \quad (2.60)$$

และ

$$\begin{aligned} \overline{N}_{emn}(k_z) &= \frac{1}{\kappa} \nabla \times \overline{M}_{emn}(k_z) = \frac{1}{\kappa} \nabla \times \nabla \times [\psi_{emn}(k_z) \hat{z}] \\ &= \frac{1}{\kappa} (jk_z k_x S_x C_y \hat{x} + jk_y C_x S_y \hat{y} + k_c^2 C_x C_y \hat{z}) e^{-jk_z z} \end{aligned} \quad (2.61)$$

ฟังก์ชันเวกเตอร์ \overline{M}_{omn} และ \overline{N}_{emn} จะเป็นไปตามเงื่อนไขขอบเขตนอyman ดังนี้

$$\hat{n} \times \begin{Bmatrix} \nabla \times \overline{M}_{omn}(k_z) \\ \nabla \times \overline{N}_{emn}(k_z) \end{Bmatrix} = 0 \quad (2.62)$$

ดังนั้นฟังก์ชันคลื่นเวกเตอร์ที่ใช้แทนสนามแม่เหล็กไฟฟ้าภายในท่อนำคลื่นสี่เหลี่ยมมุมฉากสามารถเขียนได้ดังนี้

$$\overline{M}_{\epsilon_{mn}}(k_z) = \nabla \times (\psi_{\epsilon_{mn}}(k_z) \hat{z}) \quad (2.63)$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$\bar{N}_{\epsilon_{mn}}(k_z) = \frac{1}{\kappa} \nabla \times \nabla \times \left(\psi_{\epsilon_{mn}}(k_z) \hat{z} \right) \quad (2.64)$$

โดยที่

$$\psi_{\epsilon_{mn}}(k_z) = \begin{bmatrix} \cos \frac{m\pi x}{a} & \cos \frac{n\pi y}{b} \\ \sin \frac{m\pi x}{a} & \sin \frac{n\pi y}{b} \end{bmatrix} e^{-jk_z z}$$

$$= \begin{bmatrix} C_x & C_y \\ S_x & S_y \end{bmatrix} e^{-jk_z z}$$

$$\kappa^2 = \left(\frac{m\pi}{a} \right)^2 + \left(\frac{n\pi}{b} \right)^2 + k_z^2 = k_c^2 + k_z^2$$

โดยปกติจะเรียกฟังก์ชันเหล่านี้ว่า ฟังก์ชันคลื่นเวกเตอร์พิกัดฉาก

2.2.3 การหาฟังก์ชันกรีนไดโอดิกของท่อนำคลื่นสี่เหลี่ยมมุมฉากโดยวิธี \bar{G}_m

ฟังก์ชันกรีนไดโอดิกชนิดแม่เหล็กแบบที่สองของท่อนำคลื่นสี่เหลี่ยมโดยใช้วิธีการของ โอห์ม-เรย์ลี (Ohm-Rayleigh) [9] จะเป็นไปตามสมการ

$$\nabla \times \nabla \times \bar{G}_{m2}(\bar{R}, \bar{R}') - k^2 \bar{G}_{m2}(\bar{R}, \bar{R}') = \nabla \times \left[\bar{I} \delta(\bar{R} - \bar{R}') \right] \quad (2.65)$$

สมการนี้จะเป็นจริงในช่วง $0 \leq x \leq a$, $0 \leq y \leq b$, $-\infty \leq z \leq \infty$ ตามโครงสร้างในรูปที่ 2.1 และฟังก์ชันกรีนไดโอดิกนี้ยังเป็นไปตามเงื่อนไขขอบเขต

$$\hat{n} \times \nabla \times \bar{G}_{m2}(\bar{R}, \bar{R}') = 0 \quad (2.66)$$

โดยจะเกิดที่ $x=0$ และ a , $y=0$ และ b เมื่อ $k = \omega \sqrt{\mu_0 \epsilon_0}$ และจากวิธีการของโอห์ม-เรย์ลีเช่นเดียวกัน จะได้การกระจายฟังก์ชันเงาของฟังก์ชันแหล่งกำเนิด $\nabla \times \left[\bar{I} \delta(\bar{R} - \bar{R}') \right]$ ดังนี้

$$\nabla \times \left[\bar{I} \delta(\bar{R} - \bar{R}') \right] = \int_{-\infty}^{\infty} dk_z \sum_{m=0}^{\infty} \sum_{n=0}^{\infty} \left[\bar{N}_{emn}(k_z) \bar{A}_{emn}(k_z) + \bar{M}_{omn}(k_z) \bar{B}_{omn}(k_z) \right] \quad (2.67)$$

เมื่อทำการคูณแบบสเกลาร์แอนทีเรียของพจน์แหล่งกำเนิดในสมการ(2.67) กับ $\bar{N}'_{em'n'}(-k'_z)$ และ $\bar{M}'_{om'n'}(-k'_z)$ จากนั้นทำการอินทิเกรตสมการและใช้ทฤษฎีเกาส์ไดแอดิก(Dyadic Gauss Theorem) ร่วมกับความสัมพันธ์ออร์โธโกนัลระหว่างฟังก์ชันคลื่นเวกเตอร์ จะได้ฟังก์ชัน $\bar{A}_{emn}(k_z)$ และ $\bar{B}_{omn}(k_z)$ ดังนี้

$$\bar{A}_{emn}(k_z) = \frac{(2-\delta_0)\kappa}{\pi abk_c^2} \bar{M}'_{emn}(-k_z) \quad (2.68)$$

$$\bar{B}_{omn}(k_z) = \frac{(2-\delta_0)\kappa}{\pi abk_c^2} \bar{N}'_{omn}(-k_z) \quad (2.69)$$

โดยที่ δ_0 เป็นฟังก์ชันเดลตาโครเนกเกอร์ที่มีค่า

$$\delta_0 = \begin{cases} 1 & m \text{ หรือ } n = 0 \\ 0 & m \text{ และ } n \neq 0 \end{cases}$$

เมื่อแทนสมการ (2.68) และ (2.69) ลงในสมการ (2.67) การกระจายฟังก์ชันเจาะจงของ $\nabla \times [\bar{I}\delta(\bar{R}-\bar{R}')]]$ จะเขียนได้เป็น

$$\nabla \times [\bar{I}\delta(\bar{R}-\bar{R}')] = \int_{-\infty}^{\infty} dk_z \sum_{m,n} \frac{(2-\delta_0)\kappa}{\pi abk_c^2} \left[\bar{N}_{emn}(k_z) \bar{M}'_{emn}(-k_z) + \bar{M}_{omn}(k_z) \bar{N}'_{omn}(-k_z) \right] \quad (2.70)$$

จากนั้นจะนำการกระจายของฟังก์ชันแหล่งกำเนิดในสมการ (2.70) มาใช้ในหา $\bar{G}_{m2}(\bar{R}, \bar{R}')$ โดยจะมีสัมประสิทธิ์ที่ไม่ทราบค่า $a(k_z)$ และ $b(k_z)$ เพิ่มเข้ามา โดยจะกำหนดให้

$$\bar{G}_{m2}(\bar{R}, \bar{R}') = \int_{-\infty}^{\infty} dk_z \sum_{m,n} \frac{(2-\delta_0)\kappa}{\pi abk_c^2} \left[a(k_z) \bar{N}_{emn}(k_z) \bar{M}'_{emn}(-k_z) + b(k_z) \bar{M}_{omn}(k_z) \bar{N}'_{omn}(-k_z) \right] \quad (2.71)$$

เมื่อแทนสมการ (2.70) และ(2.71) ในสมการ (2.65) และใช้เอกลักษณ์

$$\nabla \times \nabla \times \begin{bmatrix} \overline{N}_{emn} \\ \overline{M}_{omn} \end{bmatrix} = \kappa^2 \begin{bmatrix} \overline{N}_{emn} \\ \overline{M}_{omn} \end{bmatrix} \quad (2.72)$$

จะสามารถหาสัมประสิทธิ์ $a(k_z)$ และ $b(k_z)$ ได้เป็น

$$a(k_z) = b(k_z) = \frac{1}{\kappa^2 - k^2} \quad (2.73)$$

ดังนั้นจะได้

$$\overline{\overline{G}}_{m2}(\overline{R}, \overline{R}') = \int_{-\infty}^{\infty} dk_z \sum_{m,n} \frac{(2 - \delta_0)\kappa}{\pi ab k_c^2 (\kappa^2 - k^2)} \left[\overline{N}_{emn}(k_z) \overline{M}'_{emn}(-k_z) + \overline{M}_{omn}(k_z) \overline{N}'_{omn}(-k_z) \right] \quad (2.74)$$

เมื่อทำการอินทิเกรตคอนทัวร์สมการ (2.74) จะได้ผลลัพธ์เป็น

$$\overline{\overline{G}}_{m2}(\overline{R}, \overline{R}') = \frac{-jk}{ab} \sum_{m,n} \frac{(2 - \delta_0)}{k_c^2 k_g} \left[\overline{N}_{emn}(\pm k_g) \overline{M}'_{emn}(\mp k_g) + \overline{M}_{omn}(\pm k_g) \overline{N}'_{omn}(\mp k_g) \right] \quad \begin{matrix} > \\ z & z' \\ < \end{matrix} \quad (2.75)$$

โดยที่ $k_g = (k^2 - k_c^2)^{1/2}$ มีค่าจริงเมื่อ k มีค่ามากกว่า k_c และเป็นค่าจินตภาพเมื่อ k มีค่าน้อยกว่า k_c สำหรับการหา $\overline{\overline{G}}_{e1}(\overline{R}, \overline{R}')$ จะใช้ความสัมพันธ์จากสมการแมกซ์เวลล์ในรูปแบบไดแอดิก

$$\nabla \times \overline{\overline{G}}_{m2}(\overline{R}, \overline{R}') = \overline{\overline{I}}\delta(\overline{R} - \overline{R}') + k^2 \overline{\overline{G}}_{e1}(\overline{R}, \overline{R}') \quad (2.76)$$

ร่วมกับการใช้ฟังก์ชันยูนิตสเตปเฮวิไซด์ (Heaviside unit step function) [9] ที่เป็นไปตามเงื่อนไขขอบเขตดิริคเล่ที่ว่า

$$\hat{n} \times \overline{\overline{G}}_{e1}(\overline{R}, \overline{R}') = 0 \quad (2.77)$$

ดังนั้นจะได้ฟังก์ชันกรีนไดแอดิกชนิดไฟฟ้าแบบที่หนึ่ง $\overline{\overline{G}}_{e1}$ ดังนี้

$$\begin{aligned} \overline{\overline{G}}_{e1}(\overline{R}, \overline{R}') &= -\frac{1}{k^2} \hat{z}\hat{z}\delta(\overline{R}-\overline{R}') \\ &\quad -\frac{j}{ab} \sum_{m,n} \frac{(2-\delta_0)}{k_c^2 k_g} \left[\overline{M}_{emn}(\pm k_g) \overline{M}'_{emn}(\mp k_g) + \overline{N}_{omn}(\pm k_g) \overline{N}'_{omn}(\mp k_g) \right] \end{aligned} \quad \begin{matrix} z > z' \\ < \end{matrix} \quad (2.78)$$

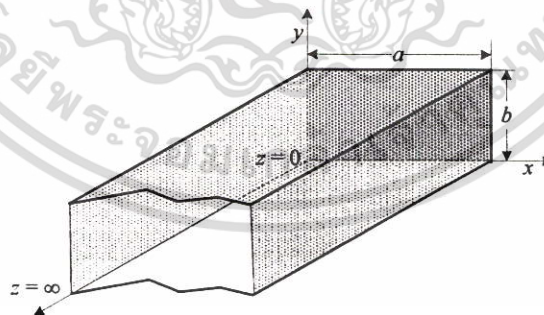
ดังนั้นเมื่อรู้ค่าของ $\overline{\overline{G}}_{e1}(\overline{R}, \overline{R}')$ และ $\overline{\overline{G}}_{m2}(\overline{R}, \overline{R}')$ จะสามารถหาสนามไฟฟ้าและสนามแม่เหล็กได้ดังนี้

$$\overline{E}(\overline{R}) = -j\omega\mu_0 \iiint_V \overline{\overline{G}}_{e1}(\overline{R}, \overline{R}') \cdot \overline{J}(\overline{R}') dV' \quad (2.79)$$

$$\overline{H}(\overline{R}) = \iiint_V \overline{\overline{G}}_{m2}(\overline{R}, \overline{R}') \cdot \overline{J}(\overline{R}') dV' \quad (2.80)$$

2.2.4 ท่อนำคลื่นสี่เหลี่ยมมุมฉากกึ่งอนันต์ (semi-infinite rectangular waveguide)

วิธีที่ง่ายที่สุดเพื่อที่จะหาฟังก์ชันกรีนไดโอดิกสำหรับท่อนำคลื่นสี่เหลี่ยมมุมฉากกึ่งอนันต์ จะเริ่มที่นำฟังก์ชันกรีนไดโอดิกของท่อนำคลื่นสี่เหลี่ยมมุมฉากยาวอนันต์ที่มีขนาดหน้าตัดที่เท่ากัน มาใช้ร่วมกับวิธีการทับซ้อนการกระจัดกระจาย (scattering superposition) ในการหาฟังก์ชันที่ต้องการ โดยที่พิจารณาฟังก์ชันกรีนไดโอดิกของท่อนำคลื่นกึ่งอนันต์ดังรูปที่ 2.3 ให้อยู่ในช่วง $0 \leq z < \infty$ และที่ $z=0$ ท่อนำคลื่นจะมีฟังก์ชัน $\overline{\overline{G}}_{e1}$ เป็นไปตามสมการ (5.78) ซึ่งมีนิพจน์ดังนี้



รูปที่ 2.3 ท่อนำคลื่นสี่เหลี่ยมมุมฉากถูกปิดปลายที่ $z=0$

$$\begin{aligned} \overline{\overline{G}}_{e1}(\overline{R}, \overline{R}') &= -\frac{1}{k^2} \hat{z}\hat{z}\delta(\overline{R}-\overline{R}') \\ &\quad -\frac{j}{ab} \sum_{m,n} \frac{(2-\delta_0)}{k_c^2 k_g} \left[\overline{M}_e(\pm k_g) \overline{M}'_e(\mp k_g) + \overline{N}_o(\pm k_g) \overline{N}'_o(\mp k_g) \right] \end{aligned} \quad \begin{matrix} z > z' \\ < \end{matrix} \quad (2.81)$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

โดยที่หัวห้อย mn ของฟังก์ชันคลื่นเวกเตอร์จะถูกตัดออกไปเพื่อจะได้สะดวกในการเขียน ในการหาฟังก์ชันกรีนไดโอดิกชนิดไฟฟ้าแบบที่หนึ่งสำหรับท่อนำคลื่นสี่เหลี่ยมกึ่งอนันต์จะสามารถหาได้ดังนี้

$$\overline{\overline{G}}_{E1}(\overline{R}, \overline{R}') = \overline{\overline{G}}_{e1}(\overline{R}, \overline{R}') + \overline{\overline{G}}_{es}(\overline{R}, \overline{R}') \quad (2.82)$$

โดยที่พจน์การกระจัดกระจาย $\overline{\overline{G}}_{es}$ สามารถเขียนได้ดังนี้

$$\overline{\overline{G}}_{es}(\overline{R}, \overline{R}') = \frac{-j}{ab} \sum_{m,n} \frac{(2-\delta_0)}{k_c^2 k_g} \left[A_e \overline{M}_e(k_g) \overline{M}'_e(k_g) + B_o \overline{N}_o(k_g) \overline{N}'_o(k_g) \right] \quad (2.83)$$

จากนั้นจะพิจารณาส่วนที่เป็นโหมด TE ให้เป็นไปตามเงื่อนไขขอบเขตดิริคเกท์ที่ $z=0$ จะได้

$$\hat{z} \times \left[\overline{M}_e(-k_g) \overline{M}'_e(k_g) + A_e \overline{M}_e(k_g) \overline{M}'_e(k_g) \right]_{z=0}$$

หรือ

$$\hat{z} \times \left[\overline{M}_e(-k_g) + A_e \overline{M}_e(k_g) \right]_{z=0} = 0 \quad (2.84)$$

เนื่องจาก

$$\overline{M}_e(-k_g) = \nabla \times (C_x C_y e^{jk_g z} \hat{z})$$

$$\overline{M}_e(k_g) = \nabla \times (C_x C_y e^{-jk_g z} \hat{z})$$

สมการ (2.84) จะเป็นจริงก็ต่อเมื่อ $A_e = 1$ ในทำนองเดียวกันสำหรับโหมด TM จะได้ $B_o = 1$ ดังนั้นนิพจน์ของ $\overline{\overline{G}}_{E1}$ จะสามารถเขียนได้เป็น

$$\begin{aligned} \overline{\overline{G}}_{E1}(\overline{R}, \overline{R}') &= -\frac{1}{k^2} \hat{z}\hat{z}\delta(\overline{R} - \overline{R}') \\ & - \frac{j}{ab} \sum_{m,n} \frac{(2-\delta_0)}{k_c^2 k_g} \left\{ \begin{array}{l} \overline{M}_e(k_g) \left[\overline{M}'_e(-k_g) - \overline{M}'_e(k_g) \right] \\ + \overline{N}_o(k_g) \left[\overline{N}'_o(-k_g) + \overline{N}'_o(k_g) \right], z > z' \\ \left[\overline{M}_e(-k_g) - \overline{M}_e(k_g) \right] \overline{M}'_e(k_g) \\ + \left[\overline{N}_o(-k_g) + \overline{N}_o(k_g) \right] \overline{N}'_o(k_g), z < z' \end{array} \right\} \end{aligned} \quad (2.85)$$

กำหนดให้ฟังก์ชันคลื่นเวกเตอร์คลื่นนิ่งที่แทนด้วย $\overline{M}_{eo}(z)$ และ $\overline{N}_{oe}(z)$ ดังนี้

$$\overline{M}_{eo}(z) = \nabla \times (C_x C_y \sin(k_g z) \hat{z}) \quad (2.86)$$

$$\overline{N}_{oe}(z) = \frac{1}{k} \nabla \times \nabla \times (S_x S_y \cos(k_g z) \hat{z}) \quad (2.87)$$

จากความสัมพันธ์

$$\overline{M}_e(-k_g) - \overline{M}_e(k_g) = 2j \overline{M}_{eo}(z) \quad (2.88)$$

$$\overline{N}_o(-k_g) + \overline{N}_o(k_g) = 2 \overline{N}_{oe}(z) \quad (2.89)$$

จะทำให้สมการ (2.85) สามารถเขียนได้เป็น

$$\begin{aligned} \overline{\overline{G}}_{E1}(\overline{R}, \overline{R}') &= -\frac{1}{k^2} \hat{z}\hat{z}\delta(\overline{R} - \overline{R}') \\ & + \frac{2}{ab} \sum_{m,n} \frac{(2-\delta_0)}{k_c^2 k_g} \left\{ \begin{array}{l} \overline{M}_e(k_g) \overline{M}'_{eo}(z') - j \overline{N}_o(k_g) \overline{N}'_{oe}(z'), z > z' \\ \overline{M}_{eo}(z) \overline{M}'_e(k_g) - j \overline{N}_{oe}(z) \overline{N}'_o(k_g), z < z' \end{array} \right\} \end{aligned} \quad (2.90)$$

นิพจน์ในสมการ (2.90) จะเป็นฟังก์ชันกรีนไดโอดิกชนิดไฟฟ้าแบบที่หนึ่ง สำหรับท่อนำคลื่นสี่เหลี่ยมมุมฉากกึ่งอนันต์ จากความสัมพันธ์ $\nabla \times \overline{\overline{G}}_{E1} = \overline{\overline{G}}_{M2}$ จะสามารถหาฟังก์ชันกรีนไดโอดิกชนิดแม่เหล็กแบบที่สองสำหรับท่อนำคลื่นสี่เหลี่ยมมุมฉากกึ่งอนันต์ได้ดังนี้

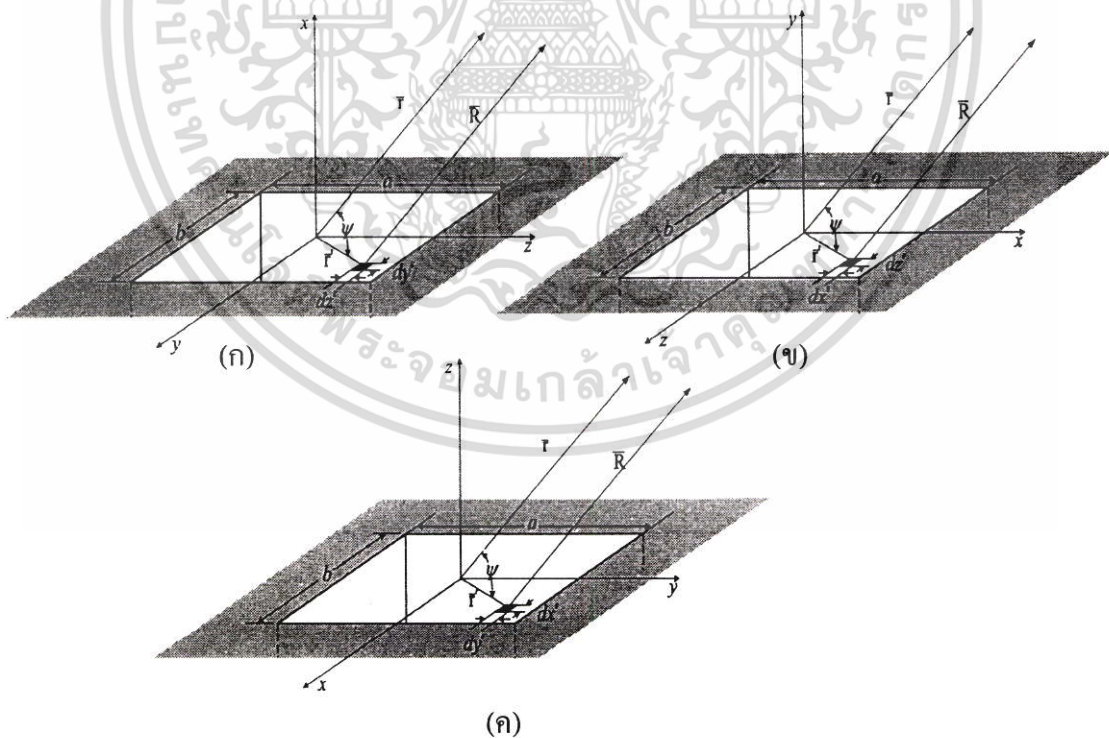
เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$\overline{\overline{G}}_{M2}(\overline{R}, \overline{R}') = \frac{2}{ab} \sum_{m,n} \frac{(2-\delta_0)k}{k_c^2 k_g} \left\{ \begin{array}{l} \overline{N}_e(k_g) \overline{M}'_{eo}(z') - j \overline{M}_o(k_g) \overline{N}'_{oe}(z'), z > z' \\ \overline{M}_{eo}(z) \overline{N}'_e(k_g) - j \overline{N}_{oe}(z) \overline{M}'_o(k_g), z < z' \end{array} \right\} \quad (2.91)$$

ดังนั้นเมื่อทราบค่าของ $\overline{\overline{G}}_{E1}(\overline{R}, \overline{R}')$ และ $\overline{\overline{G}}_{M2}(\overline{R}, \overline{R}')$ จะสามารถหาสนามไฟฟ้าและสนามแม่เหล็กภายในท่อนำคลื่นสี่เหลี่ยมมุมฉากอันนั้นได้เพื่อทำการวิเคราะห์คุณลักษณะต่อไป

2.3 ช่องเปิดสี่เหลี่ยมมุมฉาก (Rectangular Aperture)

ในทางปฏิบัติช่องเปิดสี่เหลี่ยมมุมฉากนิยมนำมาใช้งานเป็นสายอากาศในงานทางด้านไมโครเวฟเนื่องจากโครงสร้างของสายอากาศที่เหมาะสมกับระบบพิกัดมุมฉากจึงทำให้ง่ายในการอินทิเกรตเพื่อคำนวณสนามที่ช่องเปิด ในรูปที่ 2.4 จะแสดงตำแหน่งของช่องเปิดสี่เหลี่ยมมุมฉากในพิกัดต่างๆ ที่ใช้ในการวิเคราะห์ ในรูปที่ 2.4(ก) ช่องเปิดจะอยู่ในระนาบ $y-z$ ส่วนรูปที่ 2.4(ข) แสดงในระนาบ $x-z$ และในรูปที่ 2.4(ค) แสดงในระนาบ $x-y$ สำหรับการกระจายของสนามนั้นจะมีรูปแบบการวิเคราะห์ในแต่ละระนาบที่ไม่เหมือนกันแต่อย่างไรก็ตามผลการคำนวณที่ได้จะมีค่าเหมือนกันเนื่องจากโครงสร้างทางกายภาพมีลักษณะเหมือนกันในทุกกรณี



รูปที่ 2.4 ตำแหน่งช่องเปิดสี่เหลี่ยมมุมฉากที่ใช้ในการวิเคราะห์

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

สำหรับลักษณะทางเรขาคณิตแต่ละแบบในรูปที่ 2.4 จะมีความแตกต่างในการวิเคราะห์ในส่วนของสูตรต่างๆดังนี้

1. ส่วนประกอบของความหนาแน่นกระแสสมมูล ($J_x, J_y, J_z, M_x, M_y, M_z$) โดยที่กระแสไฟฟ้าสมมูล \bar{J}_s และกระแสแม่เหล็กสมมูล \bar{M}_s ที่บริเวณช่องเปิดหาได้จากสูตรดังนี้

$$\bar{J}_s = \hat{n} \times \bar{H}_a \quad (2.92)$$

$$\bar{M}_s = -\hat{n} \times \bar{E}_a \quad (2.93)$$

โดยที่ \bar{H}_a และ \bar{E}_a เป็นสนามแม่เหล็กและสนามไฟฟ้าที่บริเวณช่องเปิด โดยทั่วไป ส่วนประกอบของ \bar{J}_s และ \bar{M}_s ที่ไม่เป็นศูนย์มีดังนี้

J_y, J_z, M_y, M_z สำหรับรูปที่ 2.4(ก)

J_x, J_z, M_x, M_z สำหรับรูปที่ 2.4(ข)

J_x, J_y, M_x, M_y สำหรับรูปที่ 2.4(ค)

2. ผลต่างของระยะทางจากแหล่งกำเนิดไปยังจุดสังเกต ($r' \cos \psi$) มีดังต่อไปนี้

$$\begin{aligned} r' \cos \psi &= \vec{r}' \cdot \hat{r} = (\hat{y}y' + \hat{z}z') \cdot (\hat{x} \sin \theta \cos \phi + \hat{y} \sin \theta \sin \phi + \hat{z} \cos \theta) \\ &= y' \sin \theta \sin \phi + z' \cos \theta \quad \text{สำหรับรูปที่ 2.4(ก)} \end{aligned} \quad (2.94 \text{ ก})$$

$$\begin{aligned} r' \cos \psi &= \vec{r}' \cdot \hat{r} = (\hat{x}x' + \hat{z}z') \cdot (\hat{x} \sin \theta \cos \phi + \hat{y} \sin \theta \sin \phi + \hat{z} \cos \theta) \\ &= x' \sin \theta \cos \phi + z' \cos \theta \quad \text{สำหรับรูปที่ 2.4(ข)} \end{aligned} \quad (2.94 \text{ ข})$$

$$\begin{aligned} r' \cos \psi &= \vec{r}' \cdot \hat{r} = (\hat{x}x' + \hat{y}y') \cdot (\hat{x} \sin \theta \cos \phi + \hat{y} \sin \theta \sin \phi + \hat{z} \cos \theta) \\ &= x' \sin \theta \cos \phi + y' \sin \theta \sin \phi \quad \text{สำหรับรูปที่ 2.4(ค)} \end{aligned} \quad (2.94 \text{ ค})$$

3. พื้นที่เชิงอนุพันธ์ (differential area : ds') มีดังต่อไปนี้

$$ds' = dy'dz' \quad \text{สำหรับรูปที่ 2.4(ก)} \quad (2.95 \text{ ก})$$

$$ds' = dx'dz' \quad \text{สำหรับรูปที่ 2.4(ข)} \quad (2.95 \text{ ข})$$

$$ds' = dx'dy' \quad \text{สำหรับรูปที่ 2.4(ค)} \quad (2.95 \text{ ค})$$

จากนั้นจะทำการคำนวณหาแบบรูปการแพร่กระจายคลื่นระยะไกล $E(r, \theta, \phi)$ จากสมการการแพร่กระจายคลื่น[11] ดังต่อไปนี้

$$E_r = 0 \quad (2.96 \text{ ก})$$

$$E_\theta \approx -\frac{jke^{-jkr}}{4\pi r} (L_\phi + \eta N_\theta) \quad (2.96 \text{ ข})$$

$$E_\phi \approx \frac{jke^{-jkr}}{4\pi r} (L_\theta - \eta N_\phi) \quad (2.96 \text{ ค})$$

โดยที่

$$N_\theta = \iint_s [J_x \cos \theta \cos \phi + J_y \cos \theta \sin \phi - J_z \sin \theta] e^{jkr' \cos \psi} ds' \quad (2.97 \text{ ก})$$

$$N_\phi = \iint_s [-J_x \sin \phi + J_y \cos \phi] e^{jkr' \cos \psi} ds' \quad (2.97 \text{ ข})$$

$$L_\theta = \iint_s [M_x \cos \theta \cos \phi + M_y \cos \theta \sin \phi - M_z \sin \theta] e^{jkr' \cos \psi} ds' \quad (2.97 \text{ ค})$$

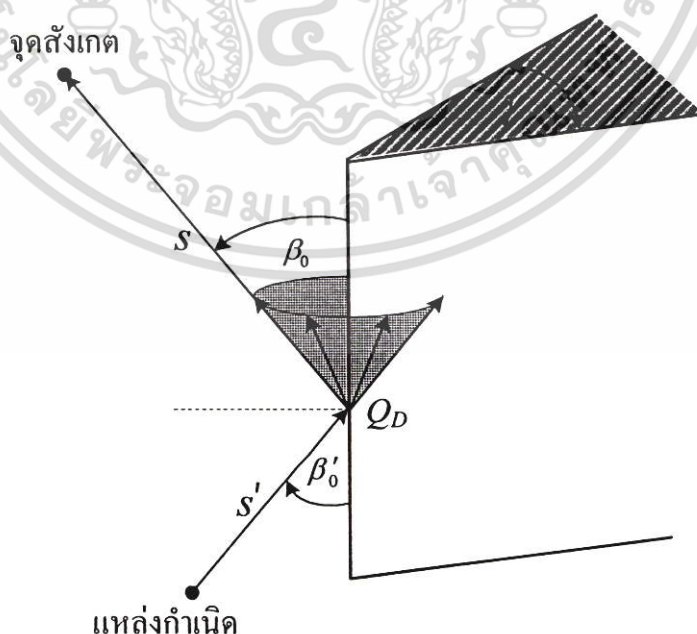
$$L_\phi = \iint_s [-M_x \sin \phi + M_y \cos \phi] e^{jkr' \cos \psi} ds' \quad (2.97 \text{ ง})$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

2.4 ทฤษฎีการเลี้ยวเบนสม่ำเสมอ (Uniform Theory of Diffraction: UTD)

ในกรณีที่โครงสร้างของปัญหาที่กำลังศึกษามีขนาดใหญ่เมื่อเทียบกับความยาวคลื่นนั้นจะนำวิธีการทางด้านความถี่สูงมาใช้ในการแก้ปัญหาได้แก่ ทฤษฎีการเลี้ยวเบนเชิงเรขาคณิต ซึ่งสนามแม่เหล็กไฟฟ้าที่ตำแหน่งใดๆ เป็นผลรวมของสนามโดยตรง สนามสะท้อนและสนามเลี้ยวเบน โดยที่สนามเลี้ยวเบนได้มาจากสัมประสิทธิ์การเลี้ยวเบนที่มีค่าแปรผันกับตำแหน่งที่คลื่นเลี้ยวเบนรวมทั้งขนาด เฟส และการโพลาไรซ์ของคลื่นตกกระทบ

ทัศนศาสตร์เชิงเรขาคณิต (geometrical optics: GO) เริ่มแรกจะถูกพัฒนาเพื่อใช้ในการวิเคราะห์การแพร่กระจายคลื่นของแสงซึ่งก็เป็นคลื่นแม่เหล็กไฟฟ้า จึงทำให้สามารถนำมาประยุกต์ใช้กับคลื่นแม่เหล็กไฟฟ้าอื่นๆ ได้ โดยที่วิธี GO จะทำการหาการแพร่กระจายคลื่นสำหรับสนามตกกระทบ สนามสะท้อนและสนามหักเห ในวิธี GO จะไม่สามารถคิดสนามในบริเวณขอบเขตเงาเนื่องจากผลของการเลี้ยวเบนมีเกิดจากขอบ (edge) [12] ต่อมา Joseph Keller [13]-[14] ได้นำเสนอทฤษฎีการเลี้ยวเบนเชิงเรขาคณิต (Geometrical Theory of Diffraction : GTD) เพื่อที่จะแก้ไขข้อเสียดังกล่าว แต่อย่างไรก็ตามทฤษฎีการเลี้ยวเบนเชิงเรขาคณิตจะจำกัดเฉพาะการคำนวณสนามบริเวณขอบเขตเงาออกไปแต่ไม่คิดที่บริเวณที่เป็นรอยต่อ (transition region) ดังนั้น Kouyomajian และ Pathak [15] จึงได้นำเสนอทฤษฎีการเลี้ยวเบนสม่ำเสมอ (Uniform Theory of Diffraction: UTD) เพื่อที่จะแก้ปัญหาดังกล่าวและใช้ได้กับทุกสถานการณ์ของทฤษฎีการเลี้ยวเบนเชิงเรขาคณิต ดังนั้นในหัวข้อนี้จะเสนอเกี่ยวกับหลักการของการเลี้ยวเบนตามทฤษฎีการเลี้ยวเบนสม่ำเสมอหรือ UTD



รูปที่ 2.5 ล้อคลื่นการเลี้ยวเบนแบบสามมิติ

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

2.4.1 การเลี้ยวเบนที่ขอบแนวตรง (Straight edge diffraction)

เมื่อขอบมีลักษณะเป็นแนวตรงและตำแหน่งของแหล่งกำเนิดอยู่ห่างจากจุดที่เกิดการเลี้ยวเบนเป็นระยะ s' และจุดสังเกตอยู่ห่างจากจุดที่เกิดการเลี้ยวเบนเป็นระยะ s ดังแสดงในรูปที่ 2.5 ถ้าคลื่นจากรูปที่ 2.5 จะเหมือนกับลำคลื่นสะท้อนในวิธี GO ดังนั้นลำคลื่นการเลี้ยวเบนจะเป็นสนามตกกระทบตรงจุดที่เกิดการเลี้ยวเบนคูณด้วยสัมประสิทธิ์การเลี้ยวเบน ตัวประกอบการแผ่ออก (spreading factor) และพจน์ของเฟส ดังนั้นสนามที่เกิดจากการเลี้ยวเบนจะสามารถเขียนได้เป็น

$$\bar{E}_d(s) = \bar{E}_i(Q_D) \cdot \bar{D}A(s)e^{-jks} \quad (2.98)$$

โดยที่ $\bar{E}_i(Q_D)$ จะเป็นสนามตกกระทบตรงจุดที่เกิดการเลี้ยวเบน Q_D บนขอบ ส่วน \bar{D} จะเป็นสัมประสิทธิ์การเลี้ยวเบน และ $A(s)$ จะเป็นตัวประกอบการแผ่ออก สามารถแบ่งได้ดังนี้

$$A(s) = \begin{cases} \frac{1}{\sqrt{s}} & \text{สำหรับคลื่นตกกระทบที่เป็นคลื่นระนาบ และทรงกรวย} \\ \frac{1}{\sqrt{s \sin \beta_0}} & \text{สำหรับคลื่นตกกระทบที่เป็นคลื่นทรงกระบอก} \\ \sqrt{\frac{s'}{s(s+s')}} & \text{สำหรับคลื่นตกกระทบที่เป็นคลื่นทรงกลม} \end{cases} \quad (2.99)$$

โดยที่ s' จะเป็นระยะห่างระหว่างแหล่งกำเนิดกับจุดที่เกิดการเลี้ยวเบน ส่วน s จะเป็นระยะห่างระหว่างจุดสังเกตกับจุดที่เกิดการเลี้ยวเบน และ β_0 จะเป็นมุมของลำคลื่นเลี้ยวเบนกับขอบ ส่วน β_0' จะเป็นมุมของลำคลื่นตกกระทบกับขอบ สำหรับวิธี GTD ถ้าจุดสังเกตไม่ได้อยู่ใกล้บริเวณรอยต่อ สัมประสิทธิ์การเลี้ยวเบนสเกลาร์สามารถเขียนได้เป็น

$$D_{s,h}(\alpha, \alpha', \beta, n) = \frac{-e^{-j\pi/4} \sin(\pi/n)}{2n\sqrt{2\pi k} \sin \beta_0} \left[\left(\frac{1}{\cos \frac{\pi}{n} - \cos \frac{\alpha - \alpha'}{n}} \right) \mp \left(\frac{1}{\cos \frac{\pi}{n} - \cos \frac{\alpha + \alpha'}{n}} \right) \right] \quad (2.100)$$

โดยที่ D_s จะเรียกว่าสัมประสิทธิ์การเลี้ยวเบนสเกลาร์แบบอ่อน (soft) หรือดิริคท์ และ D_h จะเรียกว่าสัมประสิทธิ์การเลี้ยวเบนสเกลาร์แบบแข็ง (hard) หรือนอยมานน์ ส่วน α' และ α จะเป็นมุมของลำคลื่นตกกระทบและลำคลื่นเลี้ยวเบนตามลำดับซึ่งจะวัดในระนาบแสดงดังรูปที่ 2.6 ส่วน

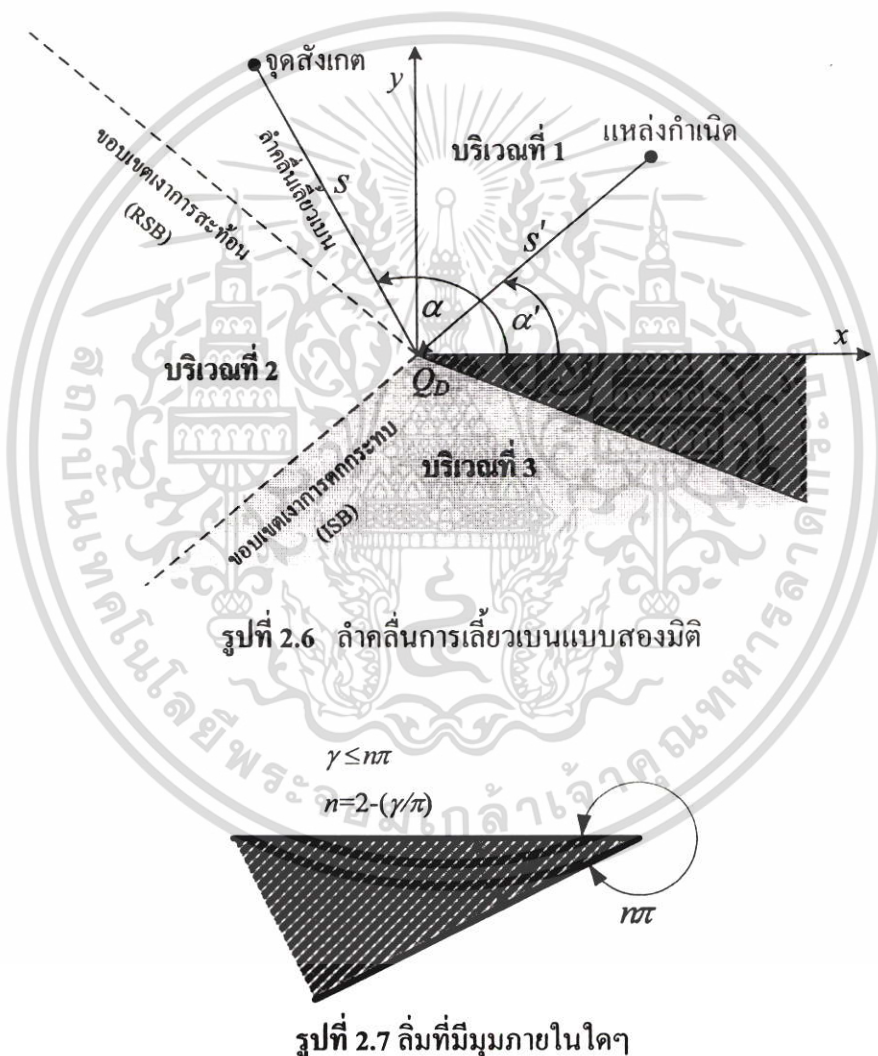
เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

พารามิเตอร์ n จะมีความสัมพันธ์กับมุมภายในของลิ้ม γ ดังแสดงในรูปที่ 2.7 และเขียนเป็นสมการได้ดังนี้

$$\gamma = (2 - n)\pi \tag{2.101}$$

หรือ

$$n = 2 - \frac{\gamma}{\pi} \tag{2.102}$$



จากสัมประสิทธิ์การเลี้ยวเบนสเกลาร์จากวิธี GTD ในสมการ (2.100) จะเห็นได้ว่าเมื่อเข้าใกล้บริเวณรอยต่อของขอบเขตเงาการตกกระทบหรือขอบเขตเงาการสะท้อน ค่าสัมประสิทธิ์จะเป็นเอกฐาน (singular) ดังนั้นเพื่อให้เกิดความต่อเนื่องในบริเวณรอยตอดังกล่าว ทฤษฎีการเลี้ยวเบนสม่ำเสมอหรือ UTD จึงถูกนำมาใช้ในวิเคราะห์

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

2.4.2 ขอบเขตเงา (Shadow Boundaries)

ถ้ากำหนดให้เรียกชื่อด้านทั้งสองด้านของลิ้มเรียกว่า o -face และ n -face โดยจะพิจารณามุม α' และ α ให้วัดจากด้าน o -face และลิ้มจะมีมุมภายใน γ ซึ่งจะมีความสัมพันธ์กับพารามิเตอร์ n ดังสมการ (2.101) ด้าน o -face จะอยู่ที่ตำแหน่ง $\alpha = 0$ ในขณะที่ n -face จะอยู่ที่ตำแหน่ง $\alpha = n\pi$ ในที่นี้จะกำหนดให้ลิ้มมีมุมภายในน้อยกว่าหรือเท่ากับ π ซึ่งจะได้ว่า

$$1 \leq n \leq 2 \quad (2.103)$$

โดยทั่วไป มุมค่ากลืนตกกระทบและเลี้ยวเบนจะมีดังนี้

$$0 \leq \alpha' \leq n\pi \quad (2.104)$$

$$0 \leq \alpha \leq n\pi \quad (2.105)$$

ในการคำนวณของวิธี UTD จะบังคับมุมตกกระทบและเลี้ยวเบนอยู่ในช่วง 0 ถึง 2π เท่านั้นและเป็นค่าลบไม่ได้ จากรูปที่ 2.8 จะพบว่าทั้งด้าน o -face และ n -face สามารถทำให้ขอบเขตการตกกระทบ ขอบเขตการสะท้อนและขอบเขตเงา ซึ่งสามารถแบ่งได้เป็น 4 กรณี ดังนี้

กรณีที่ 1 ด้าน n -Face อยู่ในขอบเขตเงา (n -Face Shadowed)

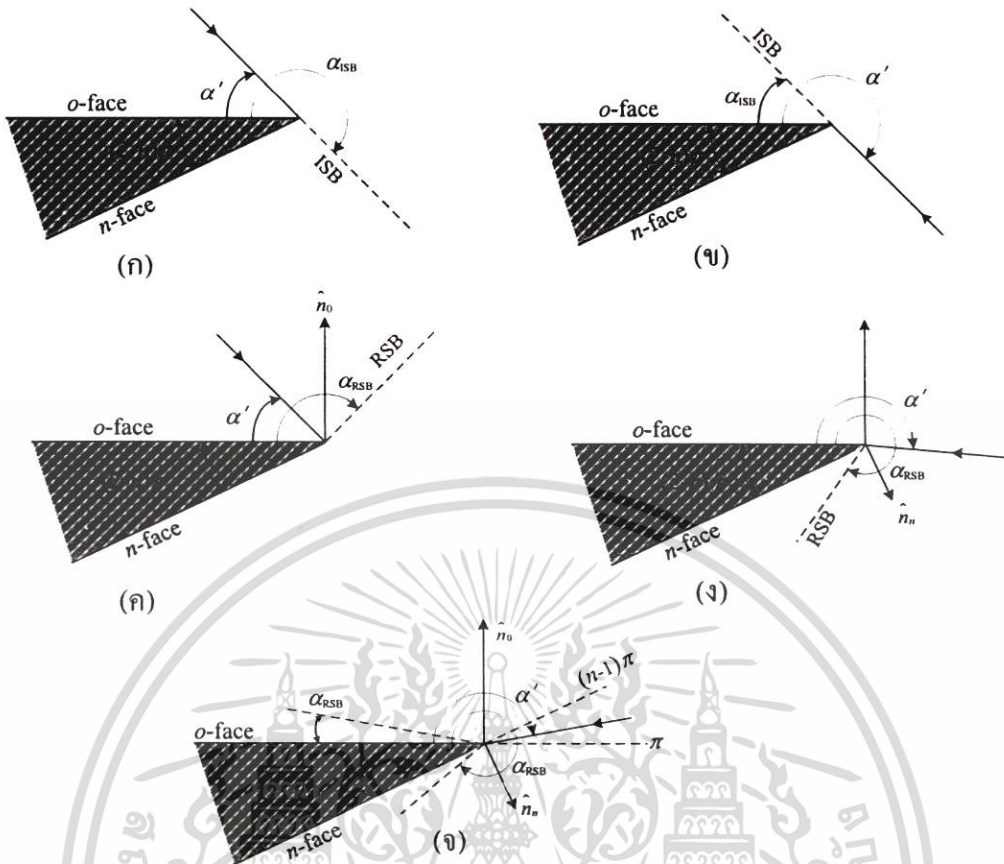
ในรูปที่ 2.8(ก) จะแสดงกรณีที่ด้าน n -face อยู่ในขอบเขตเงาซึ่งจะพบว่า

$$0 \leq \alpha' \leq (n-1)\pi \quad (2.106)$$

ดังนั้นขอบเขตเงาการตกกระทบ (Incident Shadow Boundary: ISB) จะอยู่ที่ ตำแหน่ง

$$\alpha_{ISB} - \alpha' = \pi \quad (2.107)$$

$$\pi \leq \alpha_{ISB} \leq n\pi \quad (2.108)$$



รูปที่ 2.8 ตำแหน่งของขอบเขตเงา

- (ก) ด้าน *n*-Face อยู่ในขอบเขตเงา (ข) ด้าน *o*-Face อยู่ในขอบเขตเงา
- (ค) การสะท้อนจากด้าน *o*-Face (ง) การสะท้อนจากด้าน *n*-Face
- (จ) ขอบเขตเงาการสะท้อน 2 ขอบเขตเกิดขึ้นพร้อมกัน

กรณีที่ 2 ด้าน *o*-Face อยู่ในขอบเขตเงา (*o*-Face Shadowed)

ในกรณีที่ด้าน *n*-face อยู่ในขอบเขตเงาดังแสดงในรูปที่ 2.8(ข) ซึ่งจะพบว่า

$$\pi \leq \alpha' \leq n\pi \tag{2.109}$$

ดังนั้น ISB จะอยู่ที่ตำแหน่ง

$$\alpha_{ISB} - \alpha' = -\pi \tag{2.110}$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$0 \leq \alpha_{ISB} \leq (n-1)\pi \quad (2.111)$$

โดยทั่วไป

$$|\alpha_{ISB} - \alpha'| = \pi \quad (2.112)$$

กรณีที่ 3 การสะท้อนจากด้าน o -Face (Reflection from the o -Face)

ในรูปที่ 2.8(ก)จะแสดงกรณีที่มีการสะท้อนจากด้าน o -face ซึ่งจะพบว่า

$$0 \leq \alpha' \leq \pi \quad (2.113)$$

ดังนั้นขอบเขตเงาการสะท้อน(Reflected Shadow Boundary: RSB) จะอยู่ที่ตำแหน่ง

$$\alpha_{RSB} + \alpha' = \pi \quad (2.114)$$

$$0 \leq \alpha_{RSB} \leq \pi \quad (2.115)$$

กรณีที่ 4 การสะท้อนจากด้าน n -Face (Reflection from the n -Face)

ในกรณีที่มีการสะท้อนจากด้าน n -face ดังแสดงในรูปที่ 2.8(ง) ซึ่งจะพบว่า

$$(n-1)\pi \leq \alpha' \leq n\pi \quad (2.116)$$

ดังนั้น RSB จะอยู่ที่ตำแหน่ง

$$\alpha_{RSB} + \alpha' = (2n-1)\pi \quad (2.117)$$

$$(n-1)\pi \leq \alpha_{RSB} \leq n\pi \quad (2.118)$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

2.4.3 สัมประสิทธิ์การเลี้ยวเบน UTD แบบสองมิติ

(Two-Dimensional UTD Diffraction Coefficients)

ค่าสัมประสิทธิ์การเลี้ยวเบนที่ขอบแบบสองมิติ จะสามารถเขียนได้เป็น

$$D_{s,h}(L, \alpha, \alpha', n) = D_1 + D_2 + R_{s,h}(D_3 + D_4) \quad (2.119)$$

โดยที่ $R_{s,h}$ เป็นสัมประสิทธิ์การสะท้อนแบบอ่อนและแบบแข็งของพื้นผิวของลิมบริเวณขอบ ตามลำดับ ส่วน L คือพารามิเตอร์ระยะทาง (distance parameter) สำหรับลิมที่เป็นตัวนำจะพบว่า $R_{s,h} = \mp 1$ และส่วนประกอบของสัมประสิทธิ์การเลี้ยวเบนในสมการ (2.119) แสดงได้ดังนี้

$$D_1 = \frac{-e^{-j\pi/4}}{2n\sqrt{2\pi k}} \cot\left[\frac{\pi + (\alpha - \alpha')}{2n}\right] F[kLa^+(\alpha - \alpha')] \quad (2.120)$$

$$D_2 = \frac{-e^{-j\pi/4}}{2n\sqrt{2\pi k}} \cot\left[\frac{\pi - (\alpha - \alpha')}{2n}\right] F[kLa^-(\alpha - \alpha')] \quad (2.121)$$

$$D_3 = \frac{-e^{-j\pi/4}}{2n\sqrt{2\pi k}} \cot\left[\frac{\pi + (\alpha + \alpha')}{2n}\right] F[kLa^+(\alpha + \alpha')] \quad (2.122)$$

$$D_4 = \frac{-e^{-j\pi/4}}{2n\sqrt{2\pi k}} \cot\left[\frac{\pi - (\alpha + \alpha')}{2n}\right] F[kLa^-(\alpha + \alpha')] \quad (2.123)$$

พารามิเตอร์ระยะทางสามารถแบ่งได้ดังนี้

$$L = \begin{cases} s \sin^2 \beta_0 & \text{สำหรับคลื่นตกกระทบที่เป็นคลื่น} \\ \frac{s's}{s+s'} & \text{สำหรับคลื่นตกกระทบที่เป็นคลื่นทรงกระบอก} \\ \frac{s's \sin^2 \beta_0}{s+s'} & \text{สำหรับคลื่นตกกระทบที่เป็นคลื่นทรงกลม และทรงกรวย} \end{cases} \quad (2.124)$$

จะเห็นได้ว่าค่า L ขึ้นอยู่กับชนิดของคลื่นตกกระทบและมุมตกกระทบ β'_0 (ซึ่งเท่ากับมุมของการเลี้ยวเบน β_0) รวมทั้งระยะทาง s และ s' โดยทั่วไปพารามิเตอร์ L จะเป็นไปตาม

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

เงื่อนไขที่ว่า สนามลัพท์ที่เป็นผลรวมของสนามทัศนศาสตร์เชิงเรขาคณิตและสนามเลี้ยวเบนจะต้อง
ต่อเนื่องที่ขอบเขตเงาการตกกระทบและขอบเขตเงาการสะท้อน

ส่วนฟังก์ชัน a^\pm จะนิยามดังนี้

$$a^\pm(\alpha \pm \alpha') = 2 \cos^2 \left(\frac{2n\pi N^\pm - (\alpha \pm \alpha')}{2} \right) \quad (2.125)$$

โดยที่ N^\pm เป็นจำนวนเต็มที่เกือบเป็นไปตามสมการ (2.126) และ (2.127) มากที่สุด

$$2\pi n N^+ - (\alpha \pm \alpha') = \pi \quad (2.126)$$

$$2\pi n N^- - (\alpha \pm \alpha') = -\pi \quad (2.127)$$

จะเห็นได้ว่า N^+ และ N^- จะมีค่าที่แตกต่างกันในแต่ละปัญหา สำหรับการเลี้ยวเบน
ภายนอกซึ่ง $1 < n \leq 2$ จะได้ $N^+ = 0$ หรือ 1 ส่วน $N^- = -1, 0$ หรือ 1 ในตารางที่ 2.3 จะ
แสดงค่าของ N^\pm สำหรับขอบเขตเงาที่เป็นไปได้ทั้ง 4 กรณี และอาจตีความหมายทางกายภาพของ
ตัวประกอบ $a^\pm(\alpha \pm \alpha')$ ว่าเป็นการวัดมุมที่แยกระหว่างจุดการหาสนามกับขอบเขตเงาการตก
กระทบหรือขอบเขตเงาการสะท้อน

ตารางที่ 2.3 ขอบเขตเงา

ขอบเขตเงา		ตำแหน่ง	ค่า N ที่ตำแหน่ง ขอบเขตเงา
ด้าน n -Face อยู่ในขอบเขตเงา	ISB	$\alpha_{\text{ISB}} - \alpha' = \pi$	$N^- = 0$
ด้าน o -Face อยู่ในขอบเขตเงา	ISB	$\alpha_{\text{ISB}} - \alpha' = -\pi$	$N^+ = 0$
การสะท้อนจากด้าน o -Face	RSB	$\alpha_{\text{RSB}} + \alpha' = \pi$	$N^- = 0$
การสะท้อนจากด้าน n -Face	RSB	$\alpha_{\text{RSB}} - \alpha' = (2n-1)\pi$	$N^+ = 1$

ส่วนฟังก์ชัน F จะเป็นฟังก์ชันการเปลี่ยน (transition function) สามารถนิยามได้ดังนี้

$$F(x) = 2j\sqrt{x}e^{jx} \int_{\sqrt{x}}^{\infty} e^{-ju^2} du \quad (2.128)$$

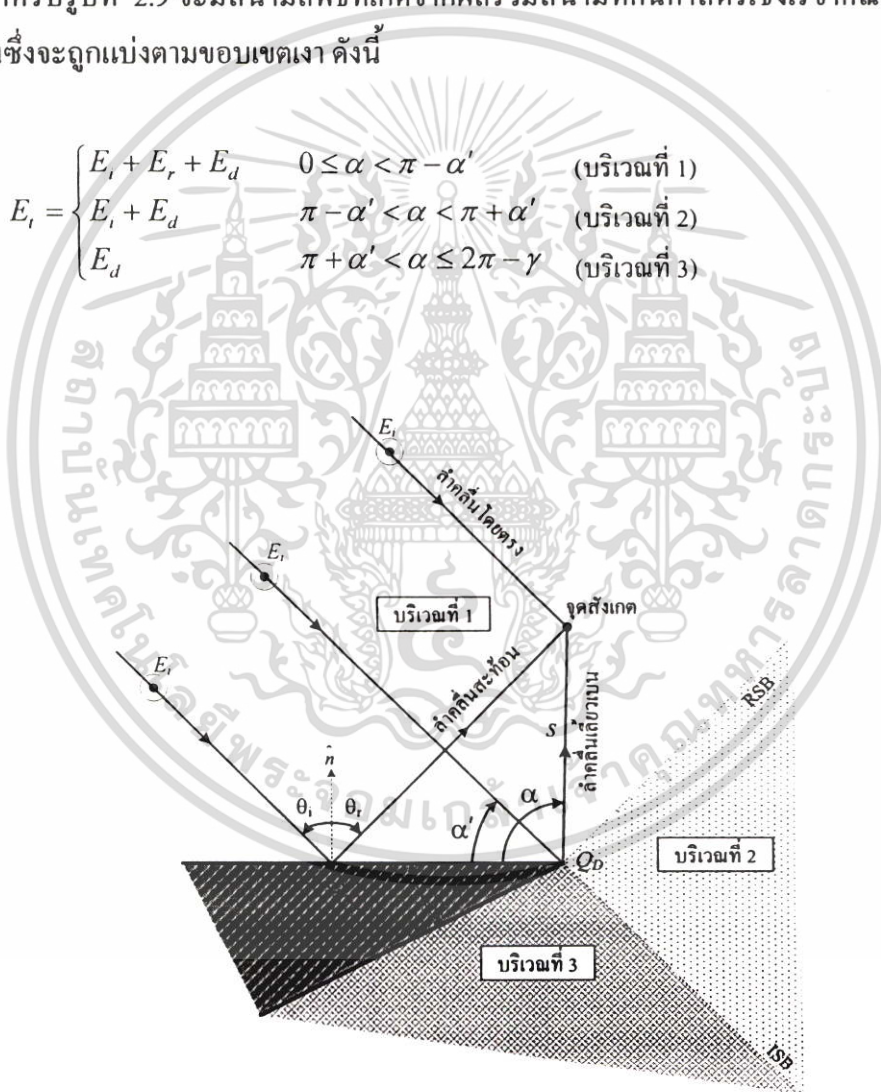
จะเห็นว่าสมการ (2.128) จะอยู่ในรูปแบบเฟรสเนลอินทิกรัลและสมการนี้จะไปปรากฏในสูตร
สัมประสิทธิ์การเลี้ยว (2.120) ถึง (2.123) ทำให้สรุปได้ว่าฟังก์ชัน $F(x)$ เป็นตัวประกอบแก้ไข
เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น เมื่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

(correction factor) ที่ใช้ในบริเวณเปลี่ยนของขอบเขตเงาเพื่อที่จะป้องกันไม่ให้เกิดเอกฐานในค่าสัมประสิทธิ์การเลี้ยวเบนในวิธี GTD ทำให้ขอบเขตเงาการตกกระทบและการสะท้อนมีความต่อเนื่องเพราะว่าฟังก์ชันเปลี่ยนจะเข้าสู่ศูนย์ด้วยระยะอัตราเดียวกับพจน์โคแทนเจนต์ (cotangent) ในสัมประสิทธิ์การเลี้ยวเบนที่เข้าสู่อนันต์ที่ขอบเขตเงา ลักษณะเช่นนี้ทำให้เกิดรูปแบบ UTD

สำหรับในกรณีที่ $\alpha' = 0$ และ $\alpha' = n\pi$ จะเรียกว่าการตกกระทบแบบเฉียด (grazing incidence) เนื่องจากลำคลื่นตกกระทบจะเฉียดกับพื้นผิวของลิ้ม สำหรับในกรณีนี้สัมประสิทธิ์การเลี้ยวเบนจะถูกหารด้วยสอง [16]

เมื่อทราบสัมประสิทธิ์การเลี้ยวเบนจะสามารถนำไปหาสนามการเลี้ยวเบนได้จากสมการ (2.98) สำหรับรูปที่ 2.9 จะมีสนามลัพธ์ที่เกิดจากผลรวมสนามทัศนศาสตร์เชิงเรขาคณิตและสนามเลี้ยวเบนซึ่งจะถูกแบ่งตามขอบเขตเงา ดังนี้

$$E_t = \begin{cases} E_i + E_r + E_d & 0 \leq \alpha < \pi - \alpha' & \text{(บริเวณที่ 1)} \\ E_i + E_d & \pi - \alpha' < \alpha < \pi + \alpha' & \text{(บริเวณที่ 2)} \\ E_d & \pi + \alpha' < \alpha \leq 2\pi - \gamma & \text{(บริเวณที่ 3)} \end{cases} \quad (2.129)$$



รูปที่ 2.9 เรขาคณิตของการกระจายที่เกิดจากลิ้มที่มีคลื่นตกกระทบเป็นคลื่นระนาบ

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

โดยที่ E_t , E_r , E_z และ E_d เป็นสนามลัพธ์ สนามตกกระทบ สนามสะท้อนและสนามเลี้ยวเบนตามลำดับ จากรูปที่ 2.9 จะเห็นได้ว่าในบริเวณที่ 1 จะมีทั้งสนามตกกระทบ สนามสะท้อนและสนามเลี้ยวเบน ดังนั้นสนามลัพธ์จึงเป็นผลรวมสนามเหล่านั้น ส่วนบริเวณที่ 2 จะมีสนามตกกระทบและสนามเลี้ยวเบนแต่จะไม่มีสนามสะท้อน และสำหรับบริเวณที่ 3 จะมีเฉพาะสนามเลี้ยวเบนเท่านั้น

2.5 สรุป

ในบทนี้ได้อธิบายถึงทฤษฎีและหลักการที่ใช้ในการวิเคราะห์คุณลักษณะสายอากาศช่องเปิดจากท่อนำคลื่นสี่เหลี่ยมมุมฉากที่มีการป้อนด้วยโพรบ ซึ่งประกอบด้วย ทฤษฎีของท่อนำคลื่นสี่เหลี่ยมมุมฉาก ฟังก์ชันกรีนไดโอดิกของท่อนำคลื่นสี่เหลี่ยมฉาก ช่องเปิดสี่เหลี่ยมมุมฉากและทฤษฎีการเลี้ยวเบนสม่ำเสมอ

ทฤษฎีและหลักการของท่อนำคลื่นสี่เหลี่ยมมุมฉาก เริ่มจากการหาสนามในท่อนำคลื่นดังกล่าวในโหมด TE^z และ TM^z เมื่อกำหนดเงื่อนไขขอบเขตของท่อนำคลื่น จากนั้นจะทำให้สามารถอธิบายคุณลักษณะของท่อนำคลื่นนี้ได้โดยพจน์ของความถี่ตัด เลขคลื่น และความยาวคลื่น

ในส่วนของฟังก์ชันกรีนไดโอดิกของท่อนำคลื่นสี่เหลี่ยมมุมฉาก จะเริ่มที่สมการแมกซ์เวลล์ในรูปแบบฟังก์ชันกรีนไดโอดิก ชนิดของฟังก์ชันกรีนไดโอดิก จากนั้นได้ทำการหาฟังก์ชันกรีนไดโอดิกของท่อนำคลื่นสี่เหลี่ยมมุมฉากได้จากฟังก์ชันคลื่นเวกเตอร์เพื่อที่จะหาสนามแม่เหล็กไฟฟ้าที่สัมพันธ์กับแหล่งกำเนิดของสนามด้วยการอินทิเกรตของฟังก์ชันกรีนไดโอดิกกับกระแสและยังได้กล่าวถึงฟังก์ชันกรีนไดโอดิกของท่อนำคลื่นสี่เหลี่ยมมุมฉากกึ่งอนันต์ เนื่องจากท่อนำคลื่นสี่เหลี่ยมมุมฉากในวิทยานิพนธ์ฉบับนี้จะมีการเปิดปลายด้านหนึ่งและปิดปลายอีกด้านหนึ่ง

สำหรับช่องเปิดสี่เหลี่ยมมุมฉาก ได้อธิบายถึงโครงสร้างของช่องเปิดสี่เหลี่ยมที่วางอยู่ในระนาบต่างๆ รวมถึงหลักการของการหาแบบรูปการแพร่กระจายคลื่นซึ่งจะมีรูปแบบของการวิเคราะห์ในแต่ละระนาบที่ไม่เหมือนกันแต่อย่างไรก็ตาม ผลการคำนวณที่ได้จะเหมือนกันเนื่องจากโครงสร้างทางกายภาพเหมือนกันในทุกกรณี สำหรับการวิเคราะห์คุณลักษณะการแพร่กระจายคลื่นของช่องเปิดสามารถหาได้สมการการแพร่กระจายคลื่น โดยที่จะใช้กระแสแม่เหล็กไฟฟ้าสมมูลในการคำนวณ

สุดท้ายจะกล่าวถึงทฤษฎีการเลี้ยวเบนสม่ำเสมอหรือ UTD เพื่อจะหาสนามลัพธ์ที่เกิดจากการเลี้ยวเบนจากลิ้มที่มีขอบตรงซึ่งเป็นลักษณะของโครงสร้างของสายอากาศในวิทยานิพนธ์ฉบับนี้ ทำให้ผลการวิเคราะห์มีความแม่นยำมากยิ่งขึ้น

บทที่ 3

การวิเคราะห์

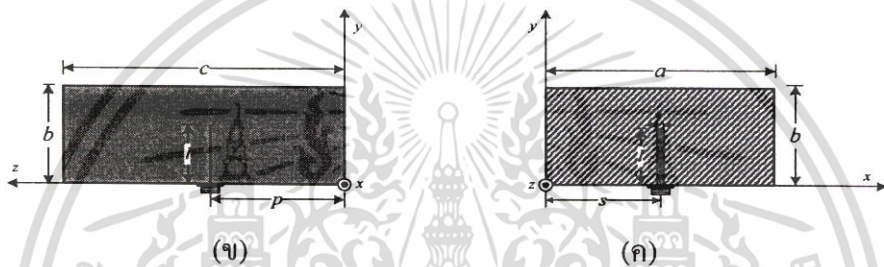
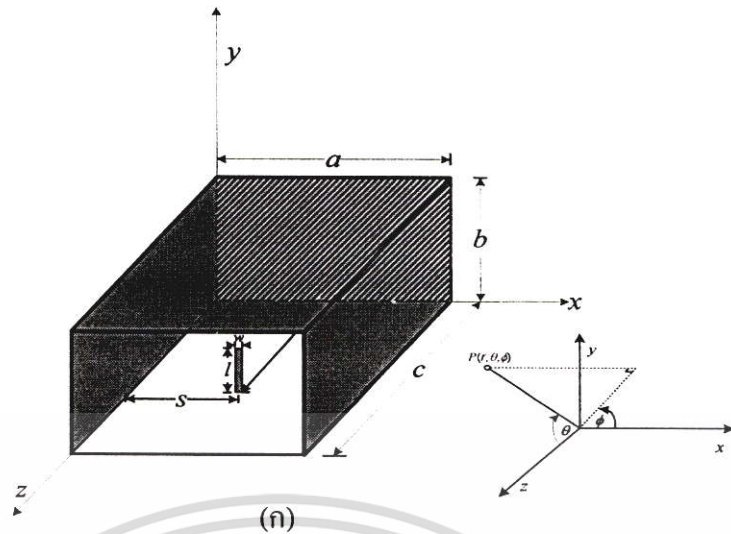
ในบทนี้จะนำเสนอการวิเคราะห์คุณลักษณะสายอากาศช่องเปิดจากท่อนำคลื่นสี่เหลี่ยมมุมฉากที่ถูกป้อนกระแสด้วยโพรบ โดยที่ท่อนำคลื่นสี่เหลี่ยมมุมฉากที่นำมาวิเคราะห์ในวิทยานิพนธ์ฉบับนี้จะเป็นท่อนำคลื่นที่มีการเปิดปลายด้านหนึ่งและปิดปลายอีกด้าน และจะพิจารณาช่องเปิดที่เกิดจากท่อนำคลื่นสี่เหลี่ยมดังกล่าวสองลักษณะคือ ช่องเปิดแบบตรงและแบบทำมุมใดๆกับท่อนำคลื่น ดังนั้นหัวข้อแรกจะเป็นการวิเคราะห์สายอากาศช่องเปิดแบบตรงจากท่อนำคลื่นสี่เหลี่ยมมุมฉากที่ถูกป้อนกระแสด้วยโพรบและอีกหัวข้อจะเป็นสายอากาศช่องเปิดแบบทำมุมใดๆกับท่อนำคลื่นสี่เหลี่ยมมุมฉากที่ถูกป้อนกระแสด้วยโพรบ

3.1 สายอากาศช่องเปิดแบบตรงจากท่อนำคลื่นสี่เหลี่ยมมุมฉากที่ถูกป้อนกระแสด้วยโพรบ

หัวข้อนี้จะเป็นการวิเคราะห์คุณลักษณะสายอากาศช่องเปิดแบบตรงจากท่อนำคลื่นสี่เหลี่ยมมุมฉากที่ถูกป้อนกระแสด้วยโพรบ โดยวิธีฟังก์ชันกรีน ไดแอดิกและนำหลักการของทฤษฎีสมมูลการเลี้ยวเบนหรือ UTD มาคิดผลการเลี้ยวเบนของคลื่น ส่วนขั้นตอนในการวิเคราะห์สายอากาศช่องเปิดแบบตรงดังกล่าวจะมีดังนี้

1. หาฟังก์ชันกรีน ไดแอดิกของท่อนำคลื่นสี่เหลี่ยมมุมฉากกึ่งอนันต์
2. คำนวณหาสนามแม่เหล็กไฟฟ้าภายในท่อนำคลื่นดังกล่าวจากฟังก์ชันกรีน ไดแอดิก
3. คำนวณหากระแสแม่เหล็กไฟฟ้าสมมูลบริเวณช่องเปิดของท่อนำคลื่นสี่เหลี่ยมมุมฉาก
4. หาแบบรูปการแพร่กระจายคลื่นของสายอากาศช่องเปิดจากสมการการแพร่กระจายคลื่น
5. คิดผลการเลี้ยวเบนของคลื่นที่เกิดกับโครงสร้างของสายอากาศ

สำหรับโครงสร้างสายอากาศที่นำมาใช้ในการวิเคราะห์ในหัวข้อนี้จะแสดงดังรูปที่ 3.1 ซึ่งโครงสร้างจะมีลักษณะเป็นช่องเปิดสี่เหลี่ยมมุมฉากจากท่อนำคลื่นที่มีการปิดปลายด้านหนึ่ง โดยที่ผนังของท่อนำคลื่นจะเป็นตัวนำไฟฟ้าสมบูรณ์และมีโพรบวางขนานกับช่องเปิดเพื่อทำการเชื่อมต่อสนามแม่เหล็กไฟฟ้าจากแหล่งกำเนิดไปยังท่อนำคลื่น จากรูปที่ 3.1 สายอากาศช่องเปิดจะมีขนาดหน้าตัด $a \times b$ และท่อนำคลื่นสี่เหลี่ยมมุมฉากจะมีความยาว c ส่วนโพรบจะมีความยาวเท่ากับ l ความกว้างเท่ากับ w และวางอยู่ที่ตำแหน่ง $(s, 0, p)$ ภายในท่อนำคลื่น จากโครงสร้างสายอากาศที่พิจารณาด้านแม่เหล็กไฟฟ้าจะเดินทางในทิศ $+z$



รูปที่ 3.1 โครงสร้างสายอากาศช่องเปิดจากท่อนำคลื่นสี่เหลี่ยมมุมฉากที่มีการปิดปลายด้านหนึ่ง
 (ก) มุมมองสามมิติ (ข) มุมมองด้านข้าง (ค) มุมมองด้านหน้า

3.1.1 ฟังก์ชันกรีนไดโอดิกของท่อนำคลื่น

การหาฟังก์ชันกรีนไดโอดิกของท่อนำคลื่นที่มีโครงสร้างดังรูปที่ 3.1 จะเริ่มที่ฟังก์ชันกรีนไดโอดิกของท่อนำคลื่นสี่เหลี่ยมมุมฉากกึ่งอนันต์ที่มีขนาดหน้าตัดเหมือนกันและเมื่อประยุกต์ใช้วิธีการทับซ้อนการกระจายระจายดังที่ได้กล่าวไปแล้วในบทที่ 2 ดังนั้นจากสมการ(2.90) ฟังก์ชันกรีนไดโอดิกชนิดไฟฟ้าแบบที่หนึ่งสำหรับท่อนำคลื่นสี่เหลี่ยมมุมฉากกึ่งอนันต์หรือ \bar{G}_{E1} สามารถเขียนได้เป็น

$$\bar{G}_{E1}(\bar{R}, \bar{R}') = -\frac{1}{k^2} \hat{z}\hat{z}\delta(\bar{R} - \bar{R}') + \frac{2}{ab} \sum_{m,n} \frac{(2-\delta_0)}{k_c^2 k_g} \left[\bar{M}_e(k_g) \bar{M}'_{eo}(z') - j \bar{N}_o(k_g) \bar{N}'_{oe}(z') \right] \tag{3.1}$$

จากสมการ (3.1) จะแตกต่างกับสมการ (2.90) ตรงที่ไม่มีกรณีที่ $z < z'$ เนื่องจากโครงสร้างของสายอากาศที่นำมาวิเคราะห์ดังรูปที่ 3.1 นั้นจะมีตำแหน่งของ z ที่พิจารณา (ช่องเปิด) จะมากกว่าตำแหน่งของ z' (โพรบ) และจากสมการ (2.58) (2.59) (2.86) และ (2.87) จะได้

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$\overline{M}_e(k_g) = (-k_y C_x S_y \hat{x} + k_x S_x C_y \hat{y}) e^{-jk_g z} \quad (3.2 \text{ ก})$$

$$\overline{M}'_{eo}(z') = (-k_y C'_x S'_y \hat{x} + k_x S'_x C'_y \hat{y}) S'_z \quad (3.2 \text{ ข})$$

$$\overline{N}_o(k_g) = \frac{1}{k} (-jk_g k_x C_x S_y \hat{x} - jk_g k_y S_x C_y \hat{y} + k_c^2 S_x S_y \hat{z}) e^{-jk_g z} \quad (3.2 \text{ ค})$$

$$\overline{N}'_{oe}(z') = \frac{1}{k} (-k_g k_x C'_x S'_y \hat{x} - k_g k_y S'_x C'_y \hat{y} + k_c^2 S'_x S'_y \frac{C'_z}{S'_z} \hat{z}) S'_z \quad (3.2 \text{ ง})$$

โดยที่

$$S_x = \sin(k_x x) \quad S'_x = \sin(k_x x') \quad C_x = \cos(k_x x) \quad C'_x = \cos(k_x x')$$

$$S_y = \sin(k_y y) \quad S'_y = \sin(k_y y') \quad C_y = \cos(k_y y) \quad C'_y = \cos(k_y y')$$

$$S_z = \sin(k_g z) \quad S'_z = \sin(k_g z') \quad C_z = \cos(k_g z) \quad C'_z = \cos(k_g z')$$

$$k = \frac{2\pi}{\lambda}$$

$$k_x^2 + k_y^2 + k_g^2 = k^2$$

$$k_c^2 = k_x^2 + k_y^2$$

$$k_x = \frac{m\pi}{a}, \quad m = 0, 1, \dots$$

$$k_y = \frac{n\pi}{b}, \quad n = 0, 1, \dots$$

และ

$$k_g = \begin{cases} k \sqrt{1 - \left(\frac{f_c}{f}\right)^2} & \text{เมื่อ } f > f_c \\ 0 & \text{เมื่อ } f = f_c \\ -jk \sqrt{\left(\frac{f_c}{f}\right)^2 - 1} & \text{เมื่อ } f < f_c \end{cases}$$

โดยที่

$$f_c = \frac{1}{2\pi\sqrt{\mu\epsilon}} \sqrt{\left(\frac{m\pi}{a}\right)^2 + \left(\frac{n\pi}{b}\right)^2} \quad \begin{matrix} m = 0, 1, 2, 3, \dots \\ n = 0, 1, 2, 3, \dots \end{matrix}$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

เมื่อแทนสมการ (3.2 ก) ถึง (3.2 ง) ลงในสมการ (3.1) จะได้

$$\begin{aligned}
 \overline{G_{E1}}(\overline{R}, \overline{R}') &= -\frac{1}{k^2} \hat{z}\hat{z}\delta(\overline{R} - \overline{R}') \\
 &+ \frac{2}{ab} \sum_{m,n} \frac{2-\delta_0}{k_c^2 k_g} \left\{ \begin{aligned} &(-k_y C_x S_y \hat{x} + k_x S_x C_y \hat{y})(-k_y C'_x S'_y \hat{x} + k_x S'_x C'_y \hat{y}) S'_z e^{-jk_x z} \\ &-j \frac{1}{k^2} (-jk_g k_x C_x S_y \hat{x} - jk_g k_y S_x C_y \hat{y} + k_c^2 S_x S_y \hat{z}) \\ &\times (-k_g k_x C'_x S'_y \hat{x} - k_g k_y S'_x C'_y \hat{y} + k_c^2 S'_x S'_y \frac{C'_z}{S'_z} \hat{z}) S'_z e^{-jk_x z} \end{aligned} \right\} \\
 &= -\frac{1}{k^2} \hat{z}\hat{z}\delta(\overline{R} - \overline{R}') \\
 &+ \frac{2}{ab} \sum_{m,n} \frac{2-\delta_0}{k_c^2 k_g k^2} S'_z e^{-jk_x z} \left\{ \begin{aligned} &k^2 k_y^2 C_x S_y C'_x S'_y \hat{x}\hat{x} - k^2 k_x k_y S_x C_y C'_x S'_y \hat{y}\hat{x} - k^2 k_x k_y C_x S_y S'_x C'_y \hat{x}\hat{y} \\ &+ k^2 k_x^2 S_x C_y S'_x C'_y \hat{y}\hat{y} + k_g^2 k_x^2 C_x S_y C'_x S'_y \hat{x}\hat{x} + k_g^2 k_x k_y S_x C_y C'_x S'_y \hat{y}\hat{x} \\ &+ jk_c^2 k_g k_x S_x S_y C'_x S'_y \hat{z}\hat{x} + k_g^2 k_x k_y C_x S_y S'_x C'_y \hat{x}\hat{y} \\ &+ k_g^2 k_y^2 S_x C_y S'_x C'_y \hat{y}\hat{y} + jk_c^2 k_g k_y S_x S_y S'_x C'_y \hat{z}\hat{y} \\ &- k_c^2 k_g k_x C_x S_y S'_x S'_y \frac{C'_z}{S'_z} \hat{x}\hat{z} - k_c^2 k_g k_y S_x C_y S'_x S'_y \frac{C'_z}{S'_z} \hat{y}\hat{z} \\ &- jk_c^4 S_x S_y S'_x S'_y \frac{C'_z}{S'_z} \hat{z}\hat{z} \end{aligned} \right\} \\
 &= -\frac{1}{k^2} \hat{z}\hat{z}\delta(\overline{R} - \overline{R}') \\
 &+ \frac{2}{ab} \sum_{m,n} \frac{2-\delta_0}{k_c^2 k_g k^2} S'_z e^{-jk_x z} \left\{ \begin{aligned} &(k^2 k_y^2 C_x S_y C'_x S'_y + k_g^2 k_x^2 C_x S_y C'_x S'_y) \hat{x}\hat{x} \\ &+ (-k^2 k_x k_y S_x C_y C'_x S'_y + k_g^2 k_x k_y S_x C_y C'_x S'_y) \hat{y}\hat{x} \\ &+ jk_c^2 k_g k_x S_x S_y C'_x S'_y \hat{z}\hat{x} \\ &+ (-k^2 k_x k_y C_x S_y S'_x C'_y + k_g^2 k_x k_y C_x S_y S'_x C'_y) \hat{x}\hat{y} \\ &+ (k^2 k_x^2 S_x C_y S'_x C'_y + k_g^2 k_y^2 S_x C_y S'_x C'_y) \hat{y}\hat{y} \\ &+ jk_c^2 k_g k_y S_x S_y S'_x C'_y \hat{z}\hat{y} \\ &- k_c^2 k_g k_x C_x S_y S'_x S'_y \frac{C'_z}{S'_z} \hat{x}\hat{z} - k_c^2 k_g k_y S_x C_y S'_x S'_y \frac{C'_z}{S'_z} \hat{y}\hat{z} \\ &- jk_c^4 S_x S_y S'_x S'_y \frac{C'_z}{S'_z} \hat{z}\hat{z} \end{aligned} \right\}
 \end{aligned}$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ดังนั้น

$$\begin{aligned} \overline{\overline{G}}_{E1}(\overline{R}, \overline{R}') = & -\frac{1}{k^2} \hat{z}\hat{z}\delta(\overline{R} - \overline{R}') \\ & + \frac{2}{ab} \sum_{m,n} \frac{2-\delta_0}{k_c k_g k^2} S'_z e^{-jk_g z} \left\{ \begin{aligned} & C_x S_y C'_x S'_y (k_y^2 + k_g^2) k_c^2 \hat{x}\hat{x} \\ & + S_x C_y C'_x S'_y (k_g^2 - k^2) k_x k_y \hat{y}\hat{y} \\ & + jk_c^2 k_g k_x S_x S_y C'_x S'_y \hat{z}\hat{x} + C_x S_y S'_x C'_y (k_g^2 - k^2) k_x k_y \hat{x}\hat{y} \\ & + S_x C_y S'_x C'_y (k_x^2 + k_g^2) k_c^2 \hat{y}\hat{y} + jk_c^2 k_g k_y S_x S_y S'_x C'_y \hat{z}\hat{y} \\ & - k_c^2 k_g k_x C_x S_y S'_x S'_y \frac{C'_z}{S'_z} \hat{x}\hat{z} - k_c^2 k_g k_y S_x C_y S'_x S'_y \frac{C'_z}{S'_z} \hat{y}\hat{z} \\ & - jk_c^4 S_x S_y S'_x S'_y \frac{C'_z}{S'_z} \hat{z}\hat{z} \end{aligned} \right\} \end{aligned} \quad (3.3)$$

โดยที่ส่วนประกอบของ $\overline{\overline{G}}_{E1}$ สามารถเขียนได้ดังนี้

$$G_{E1}^{xx} = \frac{2}{ab} \sum_{m,n} \frac{2-\delta_0}{k_g k^2} (k_y^2 + k_g^2) e^{-jk_g z} C_x S_y C'_x S'_y S'_z \quad (3.4 ก)$$

$$G_{E1}^{yx} = \frac{2}{ab} \sum_{m,n} \frac{2-\delta_0}{k_c k_g k^2} (k_g^2 - k^2) e^{-jk_g z} k_x k_y S_x C_y C'_x S'_y S'_z \quad (3.4 ข)$$

$$G_{E1}^{zx} = \frac{2j}{ab} \sum_{m,n} \frac{2-\delta_0}{k^2} e^{-jk_g z} k_x S_x S_y C'_x S'_y S'_z \quad (3.4 ค)$$

$$G_{E1}^{xy} = \frac{2}{ab} \sum_{m,n} \frac{2-\delta_0}{k_c k_g k^2} (k_g^2 - k^2) e^{-jk_g z} k_x k_y C_x S_y S'_x C'_y S'_z \quad (3.4 ง)$$

$$G_{E1}^{yy} = \frac{2}{ab} \sum_{m,n} \frac{2-\delta_0}{k_g k^2} (k_x^2 + k_g^2) e^{-jk_g z} S_x C_y S'_x C'_y S'_z \quad (3.4 จ)$$

$$G_{E1}^{zy} = \frac{2}{ab} \sum_{m,n} \frac{2-\delta_0}{k^2} e^{-jk_g z} k_y S_x S_y S'_x C'_y S'_z \quad (3.4 ฉ)$$

$$G_{E1}^{xz} = \frac{-2}{ab} \sum_{m,n} \frac{2-\delta_0}{k^2} e^{-jk_g z} k_x C_x S_y S'_x S'_y C'_z \quad (3.4 ช)$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$G_{E1}^{xz} = \frac{-2}{ab} \sum_{m,n} \frac{2-\delta_0}{k^2} e^{-jk_g z} k_y S_x C_y S'_x S'_y C'_z \quad (3.4 \text{ ข})$$

$$G_{E1}^{zz} = - \left(\frac{1}{k^2} \delta(\bar{R} - \bar{R}') + \frac{2j}{ab} \sum_{m,n} \frac{2-\delta_0}{k_g k^2} k_c^2 e^{-jk_g z} S_x S_y S'_x S'_y C'_z \right) \quad (3.4 \text{ ฉ})$$

สำหรับฟังก์ชันกรีนไดโอดิกชนิดแม่เหล็กแบบที่สองสำหรับท่ออากาศสี่เหลี่ยมมุมฉากที่อนันต์สามารถหาจากความสัมพันธ์ $\nabla \times \bar{G}_{E1} = \bar{G}_{M2}$ ซึ่งเขียนได้ดังนี้

$$\bar{G}_{M2}(\bar{R}, \bar{R}') = \frac{2}{ab} \sum_{m,n} \frac{(2-\delta_0)k}{k_c^2 k_g} \left[\bar{N}_e(k_g) \bar{M}'_{eo}(z') - j \bar{M}_o(k_g) \bar{N}'_{oe}(z') \right] \quad (3.5)$$

โดยที่

$$\bar{N}_e(k_g) = \frac{1}{k} (jk_g k_x S_x C_y \hat{x} + jk_g k_y C_x S_y \hat{y} + k_c^2 C_x C_y \hat{z}) e^{-jk_g z} \quad (3.6 \text{ ก})$$

$$\bar{M}'_{eo}(z') = (-k_y C'_x S'_y \hat{x} + k_x S'_x C'_y \hat{y}) S'_z \quad (3.6 \text{ ข})$$

$$\bar{M}_o(k_g) = (k_y S_x C_y \hat{x} - k_x C_x S_y \hat{y}) e^{-jk_g z} \quad (3.6 \text{ ค})$$

$$\bar{N}'_{oe}(z') = \frac{1}{k} (-k_g k_x C'_x S'_y \hat{x} - k_g k_y S'_x C'_y \hat{y} + k_c^2 S'_x S'_y \frac{C'_z}{S'_z} \hat{z}) S'_z \quad (3.6 \text{ ง})$$

เมื่อแทนสมการ (3.6 ก) ถึง (3.6 ง) ลงในสมการ (3.5) จะได้

$$\bar{G}_{M2}(\bar{R}, \bar{R}') = \frac{2}{ab} \sum_{m,n} \frac{(2-\delta_0)k}{k_c^2 k_g} \left\{ \begin{array}{l} \left(\frac{1}{k} (jk_g k_x S_x C_y \hat{x} + jk_g k_y C_x S_y \hat{y} + k_c^2 C_x C_y \hat{z}) e^{-jk_g z} \right) \\ \times (-k_y C'_x S'_y \hat{x} + k_x S'_x C'_y \hat{y}) S'_z \\ + \left(-j(k_y S_x C_y \hat{x} - k_x C_x S_y \hat{y}) e^{-jk_g z} \right) \\ \times \frac{1}{k} (-k_g k_x C'_x S'_y \hat{x} - k_g k_y S'_x C'_y \hat{y} + k_c^2 S'_x S'_y \frac{C'_z}{S'_z} \hat{z}) S'_z \end{array} \right\}$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$\begin{aligned}
\overline{\overline{G}}_{M2}(\overline{R}, \overline{R}') &= \frac{2}{ab} \sum_{m,n} \frac{(2-\delta_0)}{k_c^2 k_g} S'_z e^{-jk_x z} \left\{ \begin{aligned} &-jk_g k_x k_y S_x C_y C'_x S'_y \hat{x}\hat{x} - jk_g k_y^2 C_x S_y C'_x S'_y \hat{y}\hat{x} \\ &-k_c^2 k_y C_x C_y C'_x S'_y \hat{z}\hat{x} + jk_g k_x^2 S_x C_y S'_x C'_y \hat{x}\hat{y} \\ &+ jk_g k_x k_y C_x S_y S'_x C'_y \hat{y}\hat{y} + k_c^2 k_x C_x C_y S'_x C'_y \hat{z}\hat{y} \\ &+ jk_g k_x k_y S_x C_y C'_x S'_y \hat{x}\hat{x} - jk_g k_x^2 C_x S_y C'_x S'_y \hat{y}\hat{x} \\ &+ jk_g k_y^2 S_x C_y S'_x C'_y \hat{x}\hat{y} - jk_g k_x k_y C_x S_y S'_x C'_y \hat{y}\hat{y} \\ &-jk_c^2 k_y S_x C_y S'_x S'_y \frac{C'_z}{S'_z} \hat{x}\hat{z} + jk_c^2 k_x C_x S_y S'_x S'_y \frac{C'_z}{S'_z} \hat{y}\hat{z} \end{aligned} \right\} \\
&= \frac{2}{ab} \sum_{m,n} \frac{(2-\delta_0)}{k_c^2 k_g} S'_z e^{-jk_x z} \left\{ \begin{aligned} &(-jk_g k_x k_y S_x C_y C'_x S'_y + jk_g k_x k_y S_x C_y C'_x S'_y) \hat{x}\hat{x} \\ &-(jk_g k_y^2 C_x S_y C'_x S'_y + jk_g k_x^2 C_x S_y C'_x S'_y) \hat{y}\hat{x} \\ &-k_c^2 k_y C_x C_y C'_x S'_y \hat{z}\hat{x} \\ &+(jk_g k_x^2 S_x C_y S'_x C'_y + jk_g k_y^2 S_x C_y S'_x C'_y) \hat{x}\hat{y} \\ &+(jk_g k_x k_y C_x S_y S'_x C'_y - jk_g k_x k_y C_x S_y S'_x C'_y) \hat{y}\hat{y} \\ &+k_c^2 k_x C_x C_y S'_x C'_y \hat{z}\hat{y} \\ &-jk_c^2 k_y S_x C_y S'_x S'_y \frac{C'_z}{S'_z} \hat{x}\hat{z} \\ &+jk_c^2 k_x C_x S_y S'_x S'_y \frac{C'_z}{S'_z} \hat{y}\hat{z} \end{aligned} \right\} \\
&= \frac{2}{ab} \sum_{m,n} \frac{(2-\delta_0)}{k_c^2 k_g} S'_z e^{-jk_x z} \left\{ \begin{aligned} &-jk_c^2 k_g C_x S_y C'_x S'_y \hat{y}\hat{x} - k_c^2 k_y C_x C_y C'_x S'_y \hat{z}\hat{x} \\ &+jk_c^2 k_g S_x C_y S'_x C'_y \hat{x}\hat{y} + k_c^2 k_x C_x C_y S'_x C'_y \hat{z}\hat{y} \\ &-jk_c^2 k_y S_x C_y S'_x S'_y \frac{C'_z}{S'_z} \hat{x}\hat{z} + jk_c^2 k_x C_x S_y S'_x S'_y \frac{C'_z}{S'_z} \hat{y}\hat{z} \end{aligned} \right\} \tag{3.7}
\end{aligned}$$

สำหรับส่วนประกอบของ $\overline{\overline{G}}_{M2}$ สามารถเขียนได้ดังนี้

$$G_{M2}^{xx} = 0 \tag{3.8 ก}$$

$$G_{M2}^{yx} = -\frac{2j}{ab} \sum_{m,n} (2-\delta_0) e^{-jk_x z} C_x S_y C'_x S'_y S'_z \tag{3.8 ข}$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$G_{M2}^{zx} = \frac{2}{ab} \sum_{m,n} \frac{(2-\delta_0)}{k_g} e^{-jk_g z} k_y C_x C_y C'_x S'_y S'_z \quad (3.8 ค)$$

$$G_{M2}^{xy} = \frac{2j}{ab} \sum_{m,n} (2-\delta_0) e^{-jk_g z} S_x C_y S'_x C'_y S'_z \quad (3.8 ง)$$

$$G_{M2}^{yy} = 0 \quad (3.8 จ)$$

$$G_{M2}^{zy} = \frac{2}{ab} \sum_{m,n} \frac{(2-\delta_0)}{k_g} e^{-jk_g z} k_x C_x C_y S'_x C'_y S'_z \quad (3.8 ฉ)$$

$$G_{M2}^{xz} = -\frac{2j}{ab} \sum_{m,n} \frac{(2-\delta_0)}{k_g} e^{-jk_g z} k_y S_x C_y S'_x S'_y C'_z \quad (3.8 ช)$$

$$G_{M2}^{yz} = \frac{2j}{ab} \sum_{m,n} \frac{(2-\delta_0)}{k_g} e^{-jk_g z} k_x C_x S_y S'_x S'_y C'_z \quad (3.8 ซ)$$

$$G_{M2}^{zz} = 0 \quad (3.8 ญ)$$

จากนั้นจะสามารถหาสนามไฟฟ้าและสนามแม่เหล็กภายในท่อนำคลื่นสี่เหลี่ยมมุมฉากที่ทำการศึกษากจาก $\bar{G}_{E1}(\bar{R}, \bar{R}')$ และ $\bar{G}_{M2}(\bar{R}, \bar{R}')$ ซึ่งคำนวณได้จากสมการ(3.3)และ(3.7) ตามลำดับ

3.1.2 สนามแม่เหล็กไฟฟ้าภายในท่อนำคลื่น

เมื่อทราบฟังก์ชันกรีนไดโอดิกชนิดไฟฟ้าแบบที่หนึ่ง (\bar{G}_{E1}) และฟังก์ชันกรีนไดโอดิกชนิดแม่เหล็กแบบที่สอง (\bar{G}_{M2}) จะสามารถนำไปคำนวณสนามแม่เหล็กไฟฟ้าจากได้สมการ (2.79) และ (2.80) โดยที่สนามไฟฟ้าภายในท่อนำคลื่นสามารถเขียนได้ดังนี้

$$\bar{E}(\bar{R}) = -j\omega\mu_0 \iiint_V \bar{G}_{E1}(\bar{R}, \bar{R}') \cdot \bar{J}(\bar{R}') dV' \quad (3.9)$$

และสนามแม่เหล็กภายในท่อนำคลื่นสามารถเขียนได้ดังนี้

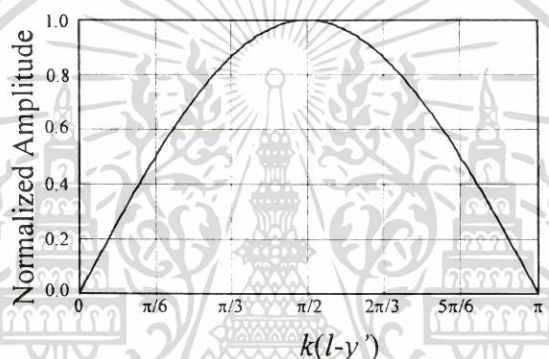
$$\bar{H}(\bar{R}) = \iiint_V \bar{G}_{M2}(\bar{R}, \bar{R}') \cdot \bar{J}(\bar{R}') dV' \quad (3.10)$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

สำหรับ $\bar{J}(\bar{R}')$ ในสมการ (3.9) และ (3.10) จะเป็นการกระจายกระแสของโพรบที่มีการกระจายแบบไซนูซอยด์ดังแสดงในรูปที่ 3.2 และเขียนเป็นสมการทางคณิตศาสตร์ได้ดังนี้

$$\bar{J}(\bar{R}') = \frac{I_0}{w} \sin(k(l - y')) \hat{y} \quad (3.11)$$

โดยที่ I_0 จะเป็นการกระจายกระแสสูงสุดและเนื่องจาก $\bar{J}(\bar{R}')$ มีส่วนประกอบในทิศ y อย่างเดียวดังนั้นจึงทำให้สามารถนำส่วนประกอบของฟังก์ชันกรีนไดโอดิกเฉพาะ G_{E1}^{xy} G_{E1}^{yy} G_{E1}^{zy} และ G_{M2}^{xy} G_{M2}^{yy} G_{M2}^{zy} มาคำนวณหาสนามแม่เหล็กไฟฟ้าเท่านั้น ส่วน l จะเป็นความยาวของโพรบในทิศ y และ w จะเป็นความกว้างของโพรบในทิศ x



รูปที่ 3.2 การกระจายกระแสของโพรบ

เนื่องจากโครงสร้างในรูปที่ 3.1 มีตำแหน่งของโพรบจะอยู่ที่ $(s, 0, p)$ ดังนั้นจะทำการเลื่อนตำแหน่ง $x' \rightarrow x' + s$ และ $z' \rightarrow z' + p$ เพื่อที่จะสามารถนำไปประยุกต์กับโครงสร้างที่มีโพรบอยู่ที่ตำแหน่งใดๆ และสำหรับ dV' ของโพรบจะเท่ากับ $dx'dy'$ เพราะโพรบไม่มีส่วนประกอบในทิศ z ดังนั้นเมื่อแทนสมการ (3.11) ในสมการ (3.9) สนามไฟฟ้าภายในท่อนำคลื่นจะสามารถหาได้ดังนี้

$$\bar{E}(\bar{R}) = \bar{E}(x, y, z) = -j\omega\mu_0 \int_0^l \int_{-w/2}^{w/2} (G_{E1}^{xy}\hat{x}\hat{y} + G_{E1}^{yy}\hat{y}\hat{y} + G_{E1}^{zy}\hat{z}\hat{y}) \cdot \bar{J}(\bar{R}') dx' dy' \quad (3.12)$$

เพื่อให้ง่ายและกะทัดรัดในการคำนวณจะพิจารณาสนามไฟฟ้าในสมการ (3.12) แยกเป็นแต่ละส่วนประกอบดังนี้

สนามไฟฟ้าภายในท่อนำคลื่นในทิศ x

$$\begin{aligned}
 E_x &= -j\omega\mu_0 \int_0^l \int_{-w/2}^{w/2} \left(G_{E1}^{xy} \right) \frac{I_0}{w} \sin(k(l-y')) dx' dy' \\
 &= -j\omega\mu_0 \int_0^l \int_{-w/2}^{w/2} \left(\frac{2}{ab} \sum_{m,n} \frac{2-\delta_0}{k_c^2 k_g k^2} (k_g^2 - k^2) e^{-jk_g z} k_x k_y C_x S_y S'_{x+s} C'_y S'_{z+p} \right) \frac{I_0}{w} \sin(k(l-y')) dx' dy' \\
 &= \frac{-2j\omega\mu_0 I_0}{abw} \sum_{m,n} \frac{2-\delta_0}{k_c^2 k_g k^2} S'_{z+p} e^{-jk_g z} (k_g^2 - k^2) k_x k_y C_x S_y \\
 &\quad \times \int_0^l \int_{-w/2}^{w/2} \sin(k_x(x'+s)) \cos(k_y y') \sin(k(l-y')) dx' dy' \\
 &= \frac{-2j\omega\mu_0 I_m}{abw} \sum_{m,n} \frac{2-\delta_0}{k_c^2 k_g k^2} S'_{z+p} e^{jk_g z} (k_g^2 - k^2) k_x k_y C_x S_y \\
 &\quad \times \int_{-w/2}^{w/2} \sin(k_x(x'+s)) dx' \int_0^l \cos(k_y y') \sin(k(l-y')) dy'
 \end{aligned} \tag{3.13}$$

จากความสัมพันธ์ของฟังก์ชันตรีโกณมิติ

$$\cos A \sin B = \frac{1}{2} [\sin(A-B) - \sin(A+B)] \tag{3.14 ก}$$

$$2 \sin A \sin B = \cos(A-B) - \cos(A+B) \tag{3.14 ข}$$

ซึ่งทำให้การอินทิเกรตในสมการ (3.13) มีผลลัพธ์ดังนี้

$$\int_0^l \cos(k_y y') \sin(k(l-y')) dy' = -\frac{k}{k_y^2 - k^2} [\cos(k_y l) - \cos(kl)] \tag{3.15 ก}$$

$$\int_{-w/2}^{w/2} \sin(k_x(x'+s)) dx' = \frac{2}{k_x} \sin(k_x s) \sin(k_x \frac{w}{2}) \tag{3.15 ข}$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ดังนั้นเมื่อแทนสมการ (3.15 ก) และ (3.15 ข) ลงในสมการ (3.13) และให้ $z' = 0$ สนามไฟฟ้าภายในท่อนำคลื่นในทิศ x จะเขียนได้เป็น

$$E_x = \frac{4j\omega\mu_0 I_m}{abw} \sum_{m,n} \frac{(2-\delta_0)(k_g^2 - k^2)k_y}{k_c^2 k_g k (k_y^2 - k^2)} e^{-jk_g z} C_x S_y \times \sin(k_g p) \sin(k_x s) \sin(k_x \frac{w}{2}) (\cos(k_y l) - \cos(kl)) \quad (3.16)$$

สนามไฟฟ้าภายในท่อนำคลื่นในทิศ y

$$E_y = -j\omega\mu_0 \int_0^{l-w/2} \int_{-w/2}^{w/2} (G_{E1}^{yy}) \frac{I_0}{w} \sin(k(l-y')) dx' dy' \\ = -j\omega\mu_0 \int_0^{l-w/2} \int_{-w/2}^{w/2} \left(\frac{2}{ab} \sum_{m,n} \frac{2-\delta_0}{k_g k^2} (k_x^2 + k_g^2) e^{-jk_g z} S_x C_y S'_{x+s} C'_y S'_{z+p} \right) \frac{I_0}{w} \sin(k(l-y')) dx' dy' \\ = \frac{-2j\omega\mu_0 I_0}{abw} \sum_{m,n} \frac{2-\delta_0}{k_g k^2} (k_x^2 + k_g^2) e^{-jk_g z} S'_{z+p} S_x C_y \\ \times \int_0^l \cos(k_y y') \sin(k(l-y')) dy' \int_{-w/2}^{w/2} \sin(k_x(x'+s)) dx' \quad (3.17)$$

เมื่อแทนสมการ (3.15 ก) และ (3.15 ข) ลงในสมการ (3.17) และให้ $z' = 0$ ดังนั้นสนามไฟฟ้าภายในท่อนำคลื่นในทิศ y จะเขียนได้เป็น

$$E_y = \frac{4j\omega\mu_0 I_0}{abw} \sum_{m,n} \frac{(2-\delta_0)(k_x^2 + k_g^2)k}{k_g k^2 k_x (k_y^2 - k^2)} e^{-jk_g z} S_x C_y \\ \times \sin(k_g p) \sin(k_x s) \sin(k_x \frac{w}{2}) (\cos(k_y l) - \cos(kl)) \quad (3.18)$$

สนามไฟฟ้าภายในท่อนำคลื่นในทิศ z

$$E_z = -j\omega\mu_0 \int_0^{l-w/2} \int_{-w/2}^{w/2} (G_{E1}^{zy}) \frac{I_0}{w} \sin(k(l-y')) dx' dy'$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$\begin{aligned}
 E_z &= -j\omega\mu_0 \int_0^l \int_{-w/2}^{w/2} \left(\frac{2j}{ab} \sum_{m,n} \frac{2-\delta_0}{k^2} e^{-jk_x z} k_y S_x S_y S'_{x+s} C'_y S'_{z+p} \right) \frac{I_0}{w} \sin(k(l-y')) dx' dy' \\
 &= \frac{2\omega\mu_0 I_0}{abw} \sum_{m,n} \frac{2-\delta_0}{k^2} k_y S_x S_y S'_{z+p} e^{-jk_x z} \\
 &\quad \times \int_{-w/2}^{w/2} \sin(k_x(x'+s)) dx' \int_0^l \cos(k_y y') \sin(k(l-y')) dy'
 \end{aligned} \tag{3.19}$$

เมื่อแทนสมการ (3.15 ก) และ (3.15 ข) ลงในสมการ (3.17) และให้ $z' = 0$ ดังนั้นสนามไฟฟ้าภายในท่อนำคลื่นในทิศ z จะเขียนได้เป็น

$$E_z = -\frac{4\omega\mu_0 I_0}{abw} \sum_{m,n} \frac{(2-\delta_0)k_y}{k_x k (k_y^2 - k^2)} e^{-jk_x z} S_x S_y \sin(k_g p) \sin(k_x s) \sin(k_x \frac{w}{2}) (\cos(k_y l) - \cos(kl)) \tag{3.20}$$

ดังนั้นสนามไฟฟ้าภายในท่อนำคลื่น $\bar{E}(x, y, z)$ สามารถเขียนได้ดังนี้

$$\begin{aligned}
 \bar{E}(x, y, z) &= E_x \hat{x} + E_y \hat{y} + E_z \hat{z} \\
 &= \left[\begin{aligned} &\frac{4j\omega\mu_0 I_0}{abw} \sum_{m,n} \frac{(2-\delta_0)(k_g^2 - k^2)k_y}{k_c^2 k_g k (k_y^2 - k^2)} e^{-jk_x z} C'_x S_y \\ &\times \sin(k_g p) \sin(k_x s) \sin(k_x \frac{w}{2}) (\cos(k_y l) - \cos(kl)) \end{aligned} \right] \hat{x} \\
 &+ \left[\begin{aligned} &\frac{4j\omega\mu_0 I_0}{abw} \sum_{m,n} \frac{(2-\delta_0)(k_x^2 + k_g^2)k}{k_g k^2 k_x (k_y^2 - k^2)} e^{-jk_x z} S_x C_y \\ &\times \sin(k_g p) \sin(k_x s) \sin(k_x \frac{w}{2}) (\cos(k_y l) - \cos(kl)) \end{aligned} \right] \hat{y} \\
 &+ \left[\begin{aligned} &-\frac{4\omega\mu_0 I_0}{abw} \sum_{m,n} \frac{(2-\delta_0)k_y}{k_x k (k_y^2 - k^2)} e^{-jk_x z} S_x S_y \\ &\times \sin(k_g p) \sin(k_x s) \sin(k_x \frac{w}{2}) (\cos(k_y l) - \cos(kl)) \end{aligned} \right] \hat{z}
 \end{aligned}$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$\begin{aligned} \bar{E}(x, y, z) = & \frac{4j\omega\mu_0 I_0}{abw} \sum_{m,n} \frac{(2-\delta_0)}{(k_y^2 - k^2) k_c^2 k_x k_g k} e^{-jk_g z} \\ & \times \sin(k_g p) \sin(k_x s) \sin(k_x \frac{w}{2}) (\cos(k_y l) - \cos(kl)) \begin{bmatrix} (k_g^2 - k^2) k_x k_y C_x S_y \hat{x} \\ (k_x^2 + k_g^2) k_c^2 S_x C_y \hat{y} \\ + jk_y k_g k_c^2 S_x S_y \hat{z} \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (3.21)$$

กำหนดให้

$$F_0 = \frac{4j\omega\mu_0 I_0}{abw} \frac{(2-\delta_0)}{(k_y^2 - k^2) k_c^2 k_x k_g k} \sin(k_g p) \sin(k_x s) \sin(k_x \frac{w}{2}) (\cos(k_y l) - \cos(kl)) \quad (3.22)$$

เมื่อแทนสมการ (3.22) ลงในสมการ (3.21) ดังนั้นสนามไฟฟ้าภายในท่อนำคลื่น $\bar{E}(x, y, z)$ สามารถเขียนได้เป็น

$$\bar{E}(x, y, z) = \sum_{m,n} F_0 e^{jk_g z} \left[(k_g^2 - k^2) k_x k_y C_x S_y \hat{x} + (k_x^2 + k_g^2) k_c^2 S_x C_y \hat{y} + jk_y k_g k_c^2 S_x S_y \hat{z} \right] \quad (3.23)$$

จากนั้นจะทำการหาสนามแม่เหล็กภายในท่อนำคลื่น ดังนั้นเมื่อแทนสมการ (3.11) ในสมการ (3.10) สนามแม่เหล็กภายในท่อนำคลื่นจะสามารถหาได้ดังนี้

$$\bar{H}(\bar{R}) = \bar{H}(x, y, z) = \int_{0-w/2}^{l-w/2} \int_{0-w/2}^{w/2} (G_{M2}^{xy} \hat{x} \hat{y} + G_{M2}^{yy} \hat{y} \hat{y} + G_{M2}^{zy} \hat{z} \hat{y}) \cdot \bar{J}(\bar{R}') dx' dy' \quad (3.24)$$

เพื่อให้ง่ายและกะทัดรัดในการคำนวณจะพิจารณาสนามแม่เหล็กในสมการ (3.24) แยกเป็นแต่ละส่วนประกอบดังนี้

สนามแม่เหล็กภายในท่อนำคลื่นในทิศ x

$$\begin{aligned} H_x &= \int_{0-w/2}^{l-w/2} \int_{0-w/2}^{w/2} (G_{M2}^{xy}) \frac{I_0}{w} \sin(k(l-y')) dx' dy' \\ &= \int_{0-w/2}^{l-w/2} \int_{0-w/2}^{w/2} \left(\frac{2j}{ab} \sum_{m,n} (2-\delta_0) e^{-jk_g z} S_x C_y S'_{z+p} \sin(k_x(x'+s)) \cos(k_y y') \right) \frac{I_0}{w} \sin(k(l-y')) dx' dy' \end{aligned}$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$H_x = \frac{2jI_0}{abw} \sum_{m,n} (2 - \delta_0) e^{-jk_g z} S_x C_y S'_{z+p} \int_{-w/2}^{w/2} \sin(k_x(x'+s)) dx' \int_0^l \cos(k_y y') \sin(k(l-y')) dy' \quad (3.25)$$

เมื่อแทนสมการ (3.15 ก) และ (3.15 ข) ลงในสมการ (3.25) และให้ $z' = 0$ ดังนั้นสนามแม่เหล็กภายในท่อนำคลื่นในทิศ x จะเขียนได้เป็น

$$H_x = -\frac{4jI_m}{abw} \sum_{m,n} \frac{(2 - \delta_0)k}{(k_y^2 - k^2)k_x} e^{-jk_x z} S_x C_y \sin(k_g p) \sin(k_x s) \sin(k_x \frac{w}{2}) (\cos(k_y l) - \cos(kl)) \quad (3.26)$$

สนามแม่เหล็กภายในท่อนำคลื่นในทิศ y

$$H_y = \int_0^l \int_{-w/2}^{w/2} (G_{M2}^{yy}) \frac{I_0}{w} \sin(k(l-y')) dx' dy' = 0 \quad (3.27)$$

เนื่องจาก $G_{M2}^{yy} = 0$ จึงทำให้สนามแม่เหล็กภายในท่อนำคลื่นในทิศ y มีค่าเป็นศูนย์
สนามแม่เหล็กภายในท่อนำคลื่นในทิศ z

$$\begin{aligned} H_z &= \int_0^l \int_{-w/2}^{w/2} (G_{M2}^{zy}) \frac{I_0}{w} \sin(k(l-y')) dx' dy' \\ &= \int_0^l \int_{-w/2}^{w/2} \left(\frac{2}{ab} \sum_{m,n} \frac{(2 - \delta_0)}{k_g} k_x e^{-jk_g z} C_x C_y S'_{z+p} \sin(k_x(x'+s)) \cos(k_y y') \right) \frac{I_0}{w} \sin(k(l-y')) dx' dy' \\ &= \frac{2I_0}{abw} \sum_{m,n} \frac{(2 - \delta_0)}{k_g} k_x e^{-jk_g z} C_x C_y S'_{z+p} \int_{-w/2}^{w/2} \sin(k_x(x'+s)) dx' \int_0^l \cos(k_y y') \sin(k(l-y')) dy' \end{aligned} \quad (3.28)$$

เมื่อแทนสมการ (3.15 ก) และ (3.15 ข) ลงในสมการ (3.28) และให้ $z' = 0$ ดังนั้นสนามแม่เหล็กภายในท่อนำคลื่นในทิศ z จะเขียนได้เป็น

$$H_z = -\frac{4I_0}{abw} \sum_{m,n} \frac{(2-\delta_0)k}{k_g(k_y^2-k^2)} e^{-jk_x z} C_x C_y \sin(k_g p) \sin(k_x s) \sin(k_x \frac{w}{2}) (\cos(k_y l) - \cos(kl)) \quad (3.29)$$

ดังนั้นสนามแม่เหล็กภายในท่อนำคลื่น $\bar{H}(x, y, z)$ สามารถเขียนได้ดังนี้

$$\begin{aligned} \bar{H}(x, y, z) &= H_x \hat{x} + H_y \hat{y} + H_z \hat{z} \\ &= -\frac{4jI_0}{abw} \sum_{m,n} \frac{(2-\delta_0)k}{(k_y^2-k^2)k_x} e^{-jk_x z} S_x C_y \sin(k_g p) \sin(k_x s) \sin(k_x \frac{w}{2}) (\cos(k_y l) - \cos(kl)) \hat{x} \\ &\quad - \frac{4I_0}{abw} \sum_{m,n} \frac{(2-\delta_0)k}{k_g(k_y^2-k^2)} e^{-jk_x z} C_x C_y \sin(k_g p) \sin(k_x s) \sin(k_x \frac{w}{2}) (\cos(k_y l) - \cos(kl)) \hat{z} \\ &= \sum_{m,n} \frac{-j4I_0}{abw} \frac{(2-\delta_0)k}{(k_y^2-k^2)} e^{-jk_x z} \sin(k_g p) \sin(k_x s) \sin(k_x \frac{w}{2}) (\cos(k_y l) - \cos(kl)) \\ &\quad \times \left[\frac{1}{k_x} S_x C_y \hat{x} - j \frac{1}{k_g} C_x C_y \hat{z} \right] \end{aligned} \quad (3.30)$$

กำหนดให้

$$A_0 = -\frac{4jI_0}{abw} \frac{(2-\delta_0)k}{(k_y^2-k^2)} \sin(k_g p) \sin(k_x s) \sin(k_x \frac{w}{2}) (\cos(k_y l) - \cos(kl)) \quad (3.31)$$

เมื่อแทนสมการ (3.31) ลงในสมการ (3.30) ดังนั้นสนามแม่เหล็กภายในท่อนำคลื่น $\bar{H}(x, y, z)$ สามารถเขียนได้เป็น

$$\bar{H}(x, y, z) = \sum_{m,n} A_0 e^{-jk_x z} \left[\frac{1}{k_x} S_x C_y \hat{x} - j \frac{1}{k_g} C_x C_y \hat{z} \right] \quad (3.32)$$

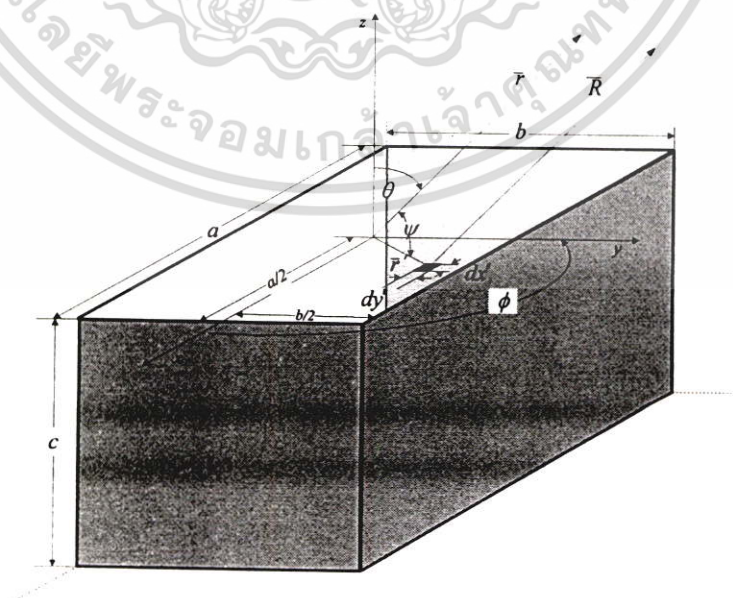
จากสมการ (3.23) และ (3.32) จะเป็นสูตรสำหรับหาสนามไฟฟ้าและสนามแม่เหล็กภายในท่อนำคลื่นที่มีโครงสร้างดังรูปที่ 3.1 ตามลำดับ หัวข้อต่อไปจะทำการหากระแสแม่เหล็กไฟฟ้าสมมูลที่บริเวณช่องเปิด

3.1.3 กระแสแม่เหล็กไฟฟ้าสมมูล

ในหัวข้อนี้จะเป็นการหากระแสแม่เหล็กไฟฟ้าสมมูลบริเวณช่องเปิดเพื่อจะนำไปหาแบบรูปการแพร่กระจายคลื่นของสายอากาศช่องเปิดสี่เหลี่ยมมุมฉาก สำหรับโครงสร้างสายอากาศในรูปที่ 3.1 จะมีตำแหน่งของช่องเปิดอยู่ในระนาบเช่นเดียวกับกับการวิเคราะห์ช่องเปิดสี่เหลี่ยมมุมฉากรูปที่ 2.4 (ค) และเพื่อให้สอดคล้องกับการวิเคราะห์ช่องเปิดในรูปที่ 2.4 (ค) ก่อนที่จะหากระแสแม่เหล็กไฟฟ้าสมมูลบริเวณช่องเปิดนั้นจะทำการเลื่อนแกนพิกัดมุมฉากโดยให้จุดกำเนิดเลื่อนมาอยู่ที่จุดกึ่งกลางของช่องเปิด โดยทำการเลื่อนตำแหน่ง $x \rightarrow x + \frac{a}{2}$ $y \rightarrow y + \frac{b}{2}$ และ $z \rightarrow z + c$ ดังนั้นสมการสนามแม่เหล็กไฟฟ้าในสมการ (3.23) และ (3.32) เมื่อทำการเลื่อนแกนมาอยู่ที่จุดกึ่งกลางของช่องเปิดจะสามารถเขียนได้ดังนี้

$$\bar{E}(x, y, z) = \sum_{m,n} F_0 e^{-jk_g(z+c)} \begin{bmatrix} (k_g^2 - k^2) k_x k_y \cos(k_x(x + \frac{a}{2})) \sin(k_y(y + \frac{b}{2})) \hat{x} \\ + (k_x^2 + k_g^2) k_c^2 \sin(k_x(x + \frac{a}{2})) \cos(k_y(y + \frac{b}{2})) \hat{y} \\ + j k_y k_g k_c^2 \sin(k_x(x + \frac{a}{2})) \sin(k_y(y + \frac{b}{2})) \hat{z} \end{bmatrix} \quad (3.33)$$

$$\bar{H}(x, y, z) = \sum_{m,n} A_0 e^{-jk_g(z+c)} \begin{bmatrix} \frac{1}{k_x} \sin(k_x(x + \frac{a}{2})) \cos(k_y(y + \frac{b}{2})) \hat{x} \\ -j \frac{1}{k_g} \cos(k_x(x + \frac{a}{2})) \cos(k_y(y + \frac{b}{2})) \hat{z} \end{bmatrix} \quad (3.34)$$



รูปที่ 3.3 โครงสร้างสายอากาศช่องเปิดในระนาบ xy

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

จากรูปที่ 3.3 และสมการ (3.33) ดังนั้นสนามไฟฟ้าที่บริเวณช่องเปิด ($z = 0$) สามารถเขียนได้เป็น

$$\bar{E}_a = \sum_{m,n} F_0 e^{-jk_x c} \begin{bmatrix} (k_g^2 - k^2) k_x k_y \cos(k_x(x + \frac{a}{2})) \sin(k_y(y + \frac{b}{2})) \hat{x} \\ + (k_x^2 + k_g^2) k_c^2 \sin(k_x(x + \frac{a}{2})) \cos(k_y(y + \frac{b}{2})) \hat{y} \\ + j k_y k_g k_c^2 \sin(k_x(x + \frac{a}{2})) \sin(k_y(y + \frac{b}{2})) \hat{z} \end{bmatrix} \quad (3.35)$$

และจากสมการ (3.34) สนามแม่เหล็กที่บริเวณช่องเปิด ($z = 0$) ในรูปที่ 3.3 สามารถเขียนได้เป็น

$$\bar{H}_a = \sum_{m,n} A_0 e^{-jk_x c} \begin{bmatrix} \frac{1}{k_x} \sin(k_x(x + \frac{a}{2})) \cos(k_y(y + \frac{b}{2})) \hat{x} \\ - j \frac{1}{k_g} \cos(k_x(x + \frac{a}{2})) \cos(k_y(y + \frac{b}{2})) \hat{z} \end{bmatrix} \quad (3.36)$$

เมื่อแทนสมการ (3.36) และ $\hat{n} = \hat{z}$ ลงในสมการ (2.92) และกำหนดให้ $x \rightarrow x'$ และ $y \rightarrow y'$ ดังนั้นกระแสไฟฟ้าสมมูลบริเวณช่องเปิดในรูปที่ 3.3 จะสามารถเขียนได้เป็น

$$\begin{aligned} \bar{J}_s &= \hat{z} \times \bar{H}_a \\ &= \hat{z} \times \sum_{m,n} A_0 e^{-jk_x c} \begin{bmatrix} \frac{1}{k_x} \sin(k_x(x' + \frac{a}{2})) \cos(k_y(y' + \frac{b}{2})) \hat{x} \\ - j \frac{1}{k_g} \cos(k_x(x' + \frac{a}{2})) \cos(k_y(y' + \frac{b}{2})) \hat{z} \end{bmatrix} \\ &= \sum_{m,n} A_0 e^{-jk_x c} \frac{1}{k_x} \sin(k_x(x' + \frac{a}{2})) \cos(k_y(y' + \frac{b}{2})) \hat{y} \end{aligned} \quad (3.37)$$

และสำหรับกระแสแม่เหล็กสมมูลบริเวณช่องเปิดในรูปที่ 3.3 เมื่อแทนสมการ (3.35) และ $\hat{n} = \hat{z}$ ลงในสมการ (2.93) และกำหนดให้ $x \rightarrow x'$ และ $y \rightarrow y'$ จะสามารถเขียนได้เป็น

$$\bar{M}_s = -\hat{z} \times \bar{E}_a$$

$$\begin{aligned} \bar{M}_s &= -\hat{z} \times \sum_{m,n} F_0 e^{-jk_x c} \begin{bmatrix} (k_g^2 - k^2) k_x k_y \cos(k_x(x' + \frac{a}{2})) \sin(k_y(y' + \frac{b}{2})) \hat{x} \\ + (k_x^2 + k_g^2) k_c^2 \sin(k_x(x' + \frac{a}{2})) \cos(k_y(y' + \frac{b}{2})) \hat{y} \\ + j k_y k_g k_c^2 \sin(k_x(x' + \frac{a}{2})) \sin(k_y(y' + \frac{b}{2})) \hat{z} \end{bmatrix} \\ &= \sum_{m,n} F_0 e^{-jk_x c} \begin{bmatrix} (k_x^2 + k_g^2) k_c^2 \sin(k_x(x' + \frac{a}{2})) \cos(k_y(y' + \frac{b}{2})) \hat{x} \\ - (k_g^2 - k^2) k_x k_y \cos(k_x(x' + \frac{a}{2})) \sin(k_y(y' + \frac{b}{2})) \hat{y} \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (3.38)$$

3.1.4 แบบรูปการแพร่กระจายคลื่นของสายอากาศช่องเปิด

เมื่อทราบกระแสแม่เหล็กไฟฟ้าสมมูลตามสมการ (3.37) และ (3.38) จะสามารถนำไปคำนวณหาแบบรูปการแพร่กระจายคลื่นระยะไกล $E(r, \theta, \phi)$ ของสายอากาศช่องเปิดในรูปที่ 3.3 จากสมการการแพร่กระจายคลื่นจากสมการ (2.96 ก) ถึง (2.96 ค) และ (2.97 ก) ถึง (2.97 ง) สำหรับสายอากาศช่องเปิดในรูปที่ 3.3 ผลต่างของระยะทางจากแหล่งกำเนิดไปยังจุดสังเกต ($r' \cos \psi$) จะหาได้ดังนี้

$$r' \cos \psi = x' \sin \theta \cos \phi + y' \sin \theta \sin \phi \quad (3.39)$$

และพื้นที่ผลต่าง ds' ดังนี้

$$ds' = dx' dy' \quad (3.40)$$

ดังนั้นจะสามารถหา N_θ , N_ϕ , L_θ และ L_ϕ ดังนี้

คำนวณ N_θ

$$\begin{aligned} N_\theta &= \iiint_s [J_x \cos \theta \cos \phi + J_y \cos \theta \sin \phi - J_z \sin \theta] e^{jk r' \cos \psi} ds' \\ &= \int_{-a/2}^{a/2} \int_{-b/2}^{b/2} (J_x \cos \theta \cos \phi + J_y \cos \theta \sin \phi - J_z \sin \theta) e^{jk(x' \sin \theta \cos \phi + y' \sin \theta \sin \phi)} dx' dy' \\ &= \int_{-a/2}^{a/2} \int_{-b/2}^{b/2} (J_y \cos \theta \sin \phi) e^{jkx' \sin \theta \cos \phi} e^{jky' \sin \theta \sin \phi} dx' dy' \end{aligned}$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$\begin{aligned}
N_\theta &= \int_{-a/2}^{a/2} \int_{-b/2}^{b/2} \left(\sum_{m,n} A_0 e^{-jk_x c} \frac{1}{k_x} \sin(k_x(x' + \frac{a}{2})) \cos(k_y(y' + \frac{b}{2})) \cos \theta \sin \phi \right) e^{jk_x' \sin \theta \cos \phi} e^{jk_y' \sin \theta \sin \phi} dx' dy' \\
&= \sum_{m,n} \frac{A_0 e^{-jk_x c} \cos \theta \sin \phi}{k_x} \int_{-a/2}^{a/2} \sin(k_x(x' + \frac{a}{2})) e^{jk_x' \sin \theta \cos \phi} dx' \int_{-b/2}^{b/2} \cos(k_y(y' + \frac{b}{2})) e^{jk_y' \sin \theta \sin \phi} dy' \\
&= \sum_{m,n} \frac{A_0 e^{-jk_x c} \cos \theta \sin \phi}{k_x} \int_{-a/2}^{a/2} \left(\frac{e^{jk_x(x'+\frac{a}{2})} - e^{-jk_x(x'+\frac{a}{2})}}{2j} \right) e^{jk_x' \sin \theta \cos \phi} dx' \\
&\quad \times \int_{-b/2}^{b/2} \left(\frac{e^{jk_y(y'+\frac{b}{2})} + e^{-jk_y(y'+\frac{b}{2})}}{2} \right) e^{jk_y' \sin \theta \sin \phi} dy' \\
&= \sum_{m,n} \frac{A_0 e^{-jk_x c} \cos \theta \sin \phi}{4jk_x} \left[e^{jk_x \frac{a}{2}} \int_{-a/2}^{a/2} e^{j(k_x + k \sin \theta \cos \phi)x'} dx' - e^{-jk_x \frac{a}{2}} \int_{-a/2}^{a/2} e^{j(k \sin \theta \cos \phi - k_x)x'} dx' \right] \\
&\quad \times \left[e^{jk_y \frac{b}{2}} \int_{-b/2}^{b/2} e^{j(k_y + k \sin \theta \sin \phi)y'} dy' + e^{-jk_y \frac{b}{2}} \int_{-b/2}^{b/2} e^{j(k \sin \theta \sin \phi - k_y)y'} dy' \right] \tag{3.41}
\end{aligned}$$

จากสูตรอินทิเกรต

$$\int_{-c/2}^{c/2} e^{j\alpha z} dz = c \left[\frac{\sin\left(\frac{\alpha}{2} c\right)}{\frac{\alpha}{2} c} \right] \tag{3.42}$$

จะได้

$$\begin{aligned}
N_\theta &= \sum_{m,n} \frac{A_0 e^{-jk_x c} \cos \theta \sin \phi}{4jk_x} \\
&\quad \times \left[e^{jk_x \frac{a}{2}} \left[\frac{\sin\left(\frac{(k_x + k \sin \theta \cos \phi) a}{2}\right)}{\frac{(k_x + k \sin \theta \cos \phi) a}{2}} \right] - e^{-jk_x \frac{a}{2}} \left[\frac{\sin\left(\frac{(k \sin \theta \cos \phi - k_x) a}{2}\right)}{\frac{(k \sin \theta \cos \phi - k_x) a}{2}} \right] \right] \\
&\quad \times \left[e^{jk_y \frac{b}{2}} \left[\frac{\sin\left(\frac{(k_y + k \sin \theta \sin \phi) b}{2}\right)}{\frac{(k_y + k \sin \theta \sin \phi) b}{2}} \right] + e^{-jk_y \frac{b}{2}} \left[\frac{\sin\left(\frac{(k \sin \theta \sin \phi - k_y) b}{2}\right)}{\frac{(k \sin \theta \sin \phi - k_y) b}{2}} \right] \right]
\end{aligned}$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$N_\theta = \sum_{m,n} \frac{abA_0 e^{-jk_x c} \cos \theta \sin \phi}{4jk_x} \left[e^{jk_x \frac{a}{2}} \left[\frac{\sin(A)}{A} \right] - e^{-jk_x \frac{a}{2}} \left[\frac{\sin(A')}{A'} \right] \right] \quad (3.43)$$

$$\times \left[e^{jk_y \frac{b}{2}} \left[\frac{\sin(B)}{B} \right] + e^{-jk_y \frac{b}{2}} \left[\frac{\sin(B')}{B'} \right] \right]$$

โดยที่

$$A = \frac{a}{2}(k_x + k \sin \theta \cos \phi)$$

$$A' = \frac{a}{2}(k \sin \theta \cos \phi - k_x)$$

$$B = \frac{b}{2}(k_y + k \sin \theta \sin \phi)$$

$$B' = \frac{b}{2}(k \sin \theta \sin \phi - k_y)$$

คำนวณ N_ϕ

$$N_\phi = \iiint_x \left[-J_x \sin \phi + J_y \cos \phi \right] e^{jk_r \cos \nu} ds'$$

$$= \int_{-a/2}^{a/2} \int_{-b/2}^{b/2} \left(-J_x \sin \phi + J_y \cos \phi \right) e^{jk(x' \sin \theta \cos \phi + y' \sin \theta \sin \phi)} dx' dy'$$

$$= \int_{-a/2}^{a/2} \int_{-b/2}^{b/2} J_y \cos \phi e^{jkx' \sin \theta \cos \phi} e^{jky' \sin \theta \sin \phi} dx' dy'$$

$$= \int_{-a/2}^{a/2} \int_{-b/2}^{b/2} \left(\sum_{m,n} A_0 e^{-jk_x c} \frac{1}{k_x} \sin\left(k_x \left(x' + \frac{a}{2}\right)\right) \cos\left(k_y \left(y' + \frac{b}{2}\right)\right) \cos \phi \right) e^{jkx' \sin \theta \cos \phi} e^{jky' \sin \theta \sin \phi} dx' dy'$$

$$= \sum_{m,n} \frac{A_0 e^{-jk_x c} \cos \phi}{k_x} \int_{-a/2}^{a/2} \sin\left(k_x \left(x' + \frac{a}{2}\right)\right) e^{jkx' \sin \theta \cos \phi} dx' \int_{-b/2}^{b/2} \cos\left(k_y \left(y' + \frac{b}{2}\right)\right) e^{jky' \sin \theta \sin \phi} dy'$$

$$= \sum_{m,n} \frac{A_0 e^{-jk_x c} \cos \theta \sin \phi}{k_x} \int_0^{a/2} \left(\frac{e^{jk_x(x'+\frac{a}{2})} - e^{-jk_x(x'+\frac{a}{2})}}{2j} \right) e^{jkx' \sin \theta \cos \phi} dx'$$

$$\times \int_0^{b/2} \left(\frac{e^{jk_y(y'+\frac{b}{2})} + e^{-jk_y(y'+\frac{b}{2})}}{2} \right) e^{jky' \sin \theta \sin \phi} dy'$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$\begin{aligned}
N_\phi &= \sum_{m,n} \frac{A_0 e^{-jk_x c} \cos \phi}{4jk_x} \left[e^{jk_x \frac{a}{2}} \int_{-a/2}^{a/2} e^{j(k_x + k \sin \theta \cos \phi)x'} dx' - e^{-jk_x \frac{a}{2}} \int_{-a/2}^{a/2} e^{j(k \sin \theta \cos \phi - k_x)x'} dx' \right] \\
&\quad \times \left[e^{jk_y \frac{b}{2}} \int_{-b/2}^{b/2} e^{j(k_y + k \sin \theta \sin \phi)y'} dy' + e^{-jk_y \frac{b}{2}} \int_{-b/2}^{b/2} e^{j(k \sin \theta \sin \phi - k_y)y'} dy' \right] \\
&= \sum_{m,n} \frac{A_0 e^{-jk_x c} \cos \phi}{4jk_x} \\
&\quad \times \left[e^{jk_x \frac{a}{2}} a \frac{\sin \left(\frac{(k_x + k \sin \theta \cos \phi) a}{2} \right)}{\frac{(k_x + k \sin \theta \cos \phi) a}{2}} - e^{-jk_x \frac{a}{2}} a \frac{\sin \left(\frac{(k \sin \theta \cos \phi - k_x) a}{2} \right)}{\frac{(k \sin \theta \cos \phi - k_x) a}{2}} \right] \\
&\quad \times \left[e^{jk_y \frac{b}{2}} b \frac{\sin \left(\frac{(k_y + k \sin \theta \sin \phi) b}{2} \right)}{\frac{(k_y + k \sin \theta \sin \phi) b}{2}} + e^{-jk_y \frac{b}{2}} b \frac{\sin \left(\frac{(k \sin \theta \sin \phi - k_y) b}{2} \right)}{\frac{(k \sin \theta \sin \phi - k_y) b}{2}} \right] \\
&= \sum_{m,n} \frac{abA_0 e^{-jk_x c} \cos \phi}{4jk_x} \left[e^{jk_x \frac{a}{2}} \left[\frac{\sin(A)}{A} \right] - e^{-jk_x \frac{a}{2}} \left[\frac{\sin(A')}{A'} \right] \right] \\
&\quad \times \left[e^{jk_y \frac{b}{2}} \left[\frac{\sin(B)}{B} \right] + e^{-jk_y \frac{b}{2}} \left[\frac{\sin(B')}{B'} \right] \right] \tag{3.44}
\end{aligned}$$

คำนวณ L_θ

$$\begin{aligned}
L_\theta &= \iiint_s [M_x \cos \theta \cos \phi + M_y \cos \theta \sin \phi - M_z \sin \theta] e^{jkr' \cos \psi} ds' \\
&= \int_{-a/2}^{a/2} \int_{-b/2}^{b/2} (M_x \cos \theta \cos \phi + M_y \cos \theta \sin \phi - M_z \sin \theta) e^{jk(x' \sin \theta \cos \phi + y' \sin \theta \sin \phi)} dx' dy' \\
&= \int_{-a/2}^{a/2} \int_{-b/2}^{b/2} (M_x \cos \theta \cos \phi + M_y \cos \theta \sin \phi) e^{jkx' \sin \theta \cos \phi} e^{jky' \sin \theta \sin \phi} dx' dy' \tag{3.45}
\end{aligned}$$

เพื่อให้ง่ายในการคำนวณจะแยกการอินทิเกรตสมการ (3.45) ดังนี้

$$L_{\theta 1} = \int_{-a/2}^{a/2} \int_{-b/2}^{b/2} M_x \cos \theta \cos \phi e^{jkx' \sin \theta \cos \phi} e^{jky' \sin \theta \sin \phi} dx' dy'$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$\begin{aligned}
L_{\theta 1} &= \int_{-a/2}^{a/2} \int_{-b/2}^{b/2} \left(\sum_{m,n} F_0 e^{-jk_x c} (k_x^2 + k_g^2) k_c^2 \sin(k_x (x' + \frac{a}{2})) \cos(k_y (y' + \frac{b}{2})) \right) \cos \theta \cos \phi \\
&\quad \times e^{jk_x' \sin \theta \cos \phi} e^{jk_y' \sin \theta \sin \phi} dx' dy' \\
L_{\theta 1} &= \sum_{m,n} F_0 e^{-jk_x c} (k_x^2 + k_g^2) k_c^2 \cos \theta \cos \phi \int_{-a/2}^{a/2} \sin(k_x (x' + \frac{a}{2})) e^{jk_x' \sin \theta \cos \phi} dx' \\
&\quad \times \int_{-b/2}^{b/2} \cos(k_y (y' + \frac{b}{2})) e^{jk_y' \sin \theta \sin \phi} dy' \\
&= \sum_{m,n} \frac{F_0 e^{-jk_x c} (k_x^2 + k_g^2) k_c^2 \cos \theta \cos \phi}{4j} \\
&\quad \times \left[e^{jk_x \frac{a}{2}} \int_{-a/2}^{a/2} e^{j(k_x + k \sin \theta \cos \phi)x'} dx' - e^{-jk_x \frac{a}{2}} \int_{-a/2}^{a/2} e^{j(k \sin \theta \cos \phi - k_x)x'} dx' \right] \\
&\quad \times \left[e^{jk_y \frac{b}{2}} \int_{-b/2}^{b/2} e^{j(k_y + k \sin \theta \sin \phi)y'} dy' + e^{-jk_y \frac{b}{2}} \int_{-b/2}^{b/2} e^{j(k \sin \theta \sin \phi - k_y)y'} dy' \right] \\
&= \sum_{m,n} \frac{F_0 e^{-jk_x c} (k_x^2 + k_g^2) k_c^2 \cos \theta \cos \phi}{4j} \\
&\quad \times \left[e^{jk_x \frac{a}{2}} a \left[\frac{\sin \left(\frac{(k_x + k \sin \theta \cos \phi) a}{2} \right)}{\frac{(k_x + k \sin \theta \cos \phi) a}{2}} \right] - e^{-jk_x \frac{a}{2}} a \left[\frac{\sin \left(\frac{(k \sin \theta \cos \phi - k_x) a}{2} \right)}{\frac{(k \sin \theta \cos \phi - k_x) a}{2}} \right] \right] \\
&\quad \times \left[e^{jk_y \frac{b}{2}} b \left[\frac{\sin \left(\frac{(k_y + k \sin \theta \sin \phi) b}{2} \right)}{\frac{(k_y + k \sin \theta \sin \phi) b}{2}} \right] + e^{-jk_y \frac{b}{2}} b \left[\frac{\sin \left(\frac{(k \sin \theta \sin \phi - k_y) b}{2} \right)}{\frac{(k \sin \theta \sin \phi - k_y) b}{2}} \right] \right] \\
&= \sum_{m,n} \frac{ab F_0 e^{-jk_x c} (k_x^2 + k_g^2) k_c^2 \cos \theta \cos \phi}{4j} \left[e^{jk_x \frac{a}{2}} \left[\frac{\sin(A)}{A} \right] - e^{-jk_x \frac{a}{2}} \left[\frac{\sin(A')}{A'} \right] \right] \\
&\quad \times \left[e^{jk_y \frac{b}{2}} \left[\frac{\sin(B)}{B} \right] + e^{-jk_y \frac{b}{2}} \left[\frac{\sin(B')}{B'} \right] \right] \quad (3.46 \text{ ก})
\end{aligned}$$

$$L_{\theta 2} = \int_{-a/2}^{a/2} \int_{-b/2}^{b/2} M_y \cos \theta \sin \phi e^{jk_x' \sin \theta \cos \phi} e^{jk_y' \sin \theta \sin \phi} dx' dy'$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$\begin{aligned}
L_{\theta 2} &= \int_{-a/2}^{a/2} \int_{-b/2}^{b/2} \left(-\sum_{m,n} F_0 e^{-jk_g c} (k_g^2 - k^2) k_x k_y \cos(k_x(x' + \frac{a}{2})) \sin(k_y(y' + \frac{b}{2})) \right) \cos \theta \sin \phi \\
&\quad \times e^{jk_x x' \sin \theta \cos \phi} e^{jk_y y' \sin \theta \sin \phi} dx' dy' \\
&= -\sum_{m,n} F_0 e^{-jk_g c} (k_g^2 - k^2) k_x k_y \cos \theta \sin \phi \int_{-a/2}^{a/2} \cos(k_x(x' + \frac{a}{2})) e^{jk_x x' \sin \theta \cos \phi} dx' \\
&\quad \times \int_{-b/2}^{b/2} \sin(k_y(y' + \frac{b}{2})) e^{jk_y y' \sin \theta \sin \phi} dy' \\
&= -\sum_{m,n} \frac{F_0 e^{-jk_g c} (k_g^2 - k^2) k_x k_y \cos \theta \sin \phi}{4j} \\
&\quad \times \left[e^{jk_x \frac{a}{2}} \int_{-a/2}^{a/2} e^{j(k_x + k \sin \theta \cos \phi)x'} dx' + e^{-jk_x \frac{a}{2}} \int_{-a/2}^{a/2} e^{j(k \sin \theta \cos \phi - k_x)x'} dx' \right] \\
&\quad \times \left[e^{jk_y \frac{b}{2}} \int_{-b/2}^{b/2} e^{j(k_y + k \sin \theta \sin \phi)y'} dy' - e^{-jk_y \frac{b}{2}} \int_{-b/2}^{b/2} e^{j(k \sin \theta \sin \phi - k_y)y'} dy' \right] \\
&= -\sum_{m,n} \frac{F_0 e^{-jk_g c} (k_g^2 - k^2) k_x k_y \cos \theta \sin \phi}{4j} \\
&\quad \times \left[e^{jk_x \frac{a}{2}} a \left[\frac{\sin\left(\frac{(k_x + k \sin \theta \cos \phi)}{2} a\right)}{\frac{(k_x + k \sin \theta \cos \phi)}{2} a} \right] + e^{-jk_x \frac{a}{2}} a \left[\frac{\sin\left(\frac{(k \sin \theta \cos \phi - k_x)}{2} a\right)}{\frac{(k \sin \theta \cos \phi - k_x)}{2} a} \right] \right] \\
&\quad \times \left[e^{jk_y \frac{b}{2}} b \left[\frac{\sin\left(\frac{(k_y + k \sin \theta \sin \phi)}{2} b\right)}{\frac{(k_y + k \sin \theta \sin \phi)}{2} b} \right] - e^{-jk_y \frac{b}{2}} b \left[\frac{\sin\left(\frac{(k \sin \theta \sin \phi - k_y)}{2} b\right)}{\frac{(k \sin \theta \sin \phi - k_y)}{2} b} \right] \right] \\
&= -\sum_{m,n} \frac{ab F_0 e^{-jk_g c} (k_g^2 - k^2) k_x k_y \cos \theta \sin \phi}{4j} \left[e^{jk_x \frac{a}{2}} \left[\frac{\sin(A)}{A} \right] + e^{-jk_x \frac{a}{2}} \left[\frac{\sin(A')}{A'} \right] \right] \\
&\quad \times \left[e^{jk_y \frac{b}{2}} \left[\frac{\sin(B)}{B} \right] - e^{-jk_y \frac{b}{2}} \left[\frac{\sin(B')}{B'} \right] \right]
\end{aligned}
\tag{3.46 ข}$$

เนื่องจาก $L_{\theta} = L_{\theta 1} + L_{\theta 2}$ และจากสมการ(3.46 ก) (3.46 ข) จะได้

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$L_\theta = \left\{ \sum_{m,n} \frac{abF_0 e^{-jk_x c} (k_x^2 + k_g^2) k_c^2 \cos \theta \cos \phi}{4j} \left[e^{jk_x \frac{a}{2}} \left[\frac{\sin(A)}{A} \right] - e^{-jk_x \frac{a}{2}} \left[\frac{\sin(A')}{A'} \right] \right] \right. \\ \left. \times \left[e^{jk_y \frac{b}{2}} \left[\frac{\sin(B)}{B} \right] + e^{-jk_y \frac{b}{2}} \left[\frac{\sin(B')}{B'} \right] \right] \right\} \\ + \left\{ - \sum_{m,n} \frac{abF_0 e^{-jk_x c} (k_g^2 - k^2) k_x k_y \cos \theta \sin \phi}{4j} \left[e^{jk_x \frac{a}{2}} \left[\frac{\sin(A)}{A} \right] + e^{-jk_x \frac{a}{2}} \left[\frac{\sin(A')}{A'} \right] \right] \right. \\ \left. \times \left[e^{jk_y \frac{b}{2}} \left[\frac{\sin(B)}{B} \right] - e^{-jk_y \frac{b}{2}} \left[\frac{\sin(B')}{B'} \right] \right] \right\} \quad (3.47)$$

คำนวณ L_ϕ

$$L_\phi = \iint_s [-M_x \sin \phi + M_y \cos \phi] e^{jkr' \cos \psi} ds' \\ = \int_{-a/2}^{a/2} \int_{-b/2}^{b/2} (-M_x \sin \phi + M_y \cos \phi) e^{jk_x' \sin \theta \cos \phi} e^{jk_y' \sin \theta \sin \phi} dx' dy' \\ = \left\{ - \sum_{m,n} \frac{abF_0 e^{-jk_x c} (k_x^2 + k_g^2) k_c^2 \sin \phi}{4j} \left[e^{jk_x \frac{a}{2}} \left[\frac{\sin(A)}{A} \right] - e^{-jk_x \frac{a}{2}} \left[\frac{\sin(A')}{A'} \right] \right] \right. \\ \left. \times \left[e^{jk_y \frac{b}{2}} \left[\frac{\sin(B)}{B} \right] + e^{-jk_y \frac{b}{2}} \left[\frac{\sin(B')}{B'} \right] \right] \right\} \\ + \left\{ - \sum_{m,n} \frac{abF_0 e^{-jk_x c} (k_g^2 - k^2) k_x k_y \cos \phi}{4j} \left[e^{jk_x \frac{a}{2}} \left[\frac{\sin(A)}{A} \right] + e^{-jk_x \frac{a}{2}} \left[\frac{\sin(A')}{A'} \right] \right] \right. \\ \left. \times \left[e^{jk_y \frac{b}{2}} \left[\frac{\sin(B)}{B} \right] - e^{-jk_y \frac{b}{2}} \left[\frac{\sin(B')}{B'} \right] \right] \right\} \quad (3.48)$$

เมื่อแทนค่า N_θ N_ϕ L_θ และ L_ϕ จากสมการ (3.43) (3.44) (3.47) (3.48) ลงในสมการ (2.96 ข) และ (2.96 ค) ดังนั้นจะได้สมการการแพร่กระจายคลื่นดังนี้

$$E_\theta = -\frac{jke^{-jkr}}{4\pi r} (L_\phi + \eta N_\theta)$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$\begin{aligned}
 E_\theta \approx & -\frac{jke^{-jkr}}{4\pi r} \\
 & \left(\left\{ -\sum_{m,n} \frac{abF_0 e^{-jk_x c} (k_x^2 + k_g^2) k_c^2 \sin \phi}{4j} \left[e^{jk_x \frac{a}{2}} \left[\frac{\sin(A)}{A} \right] - e^{-jk_x \frac{a}{2}} \left[\frac{\sin(A')}{A'} \right] \right] \right\} \right. \\
 & \left. \times \left[e^{jk_y \frac{b}{2}} \left[\frac{\sin(B)}{B} \right] + e^{-jk_y \frac{b}{2}} \left[\frac{\sin(B')}{B'} \right] \right] \right\} \\
 & \times \left\{ -\sum_{m,n} \frac{F_0 e^{-jk_x c} (k_g^2 - k^2) k_x k_y \cos \phi}{4j} \left[e^{jk_x \frac{a}{2}} \left[\frac{\sin(A)}{A} \right] + e^{-jk_x \frac{a}{2}} \left[\frac{\sin(A')}{A'} \right] \right] \right\} \\
 & \left. \times \left[e^{jk_y \frac{b}{2}} \left[\frac{\sin(B)}{B} \right] - e^{-jk_y \frac{b}{2}} \left[\frac{\sin(B')}{B'} \right] \right] \right\} \\
 & + \eta \left\{ \sum_{m,n} \frac{abA_0 e^{-jk_x c} \cos \theta \sin \phi}{4jk_x} \left[e^{jk_x \frac{a}{2}} \left[\frac{\sin(A)}{A} \right] - e^{-jk_x \frac{a}{2}} \left[\frac{\sin(A')}{A'} \right] \right] \right\} \\
 & \left. \times \left[e^{jk_y \frac{b}{2}} \left[\frac{\sin(B)}{B} \right] + e^{-jk_y \frac{b}{2}} \left[\frac{\sin(B')}{B'} \right] \right] \right\} \quad (3.49)
 \end{aligned}$$

และ

$$\begin{aligned}
 E_\phi & \approx \frac{jke^{-jkr}}{4\pi r} (L_\theta - \eta N_\phi) \\
 & \approx \frac{jke^{-jkr}}{4\pi r} \\
 & \left(\left\{ \sum_{m,n} \frac{abF_0 e^{-jk_x c} (k_x^2 + k_g^2) k_c^2 \cos \theta \cos \phi}{4j} \left[e^{jk_x \frac{a}{2}} \left[\frac{\sin(A)}{A} \right] - e^{-jk_x \frac{a}{2}} \left[\frac{\sin(A')}{A'} \right] \right] \right\} \right. \\
 & \left. \times \left[e^{jk_y \frac{b}{2}} \left[\frac{\sin(B)}{B} \right] + e^{-jk_y \frac{b}{2}} \left[\frac{\sin(B')}{B'} \right] \right] \right\} \\
 & \times \left\{ -\sum_{m,n} \frac{F_0 e^{-jk_x c} (k_g^2 - k^2) k_x k_y \cos \theta \sin \phi}{4j} \left[e^{jk_x \frac{a}{2}} \left[\frac{\sin(A)}{A} \right] + e^{-jk_x \frac{a}{2}} \left[\frac{\sin(A')}{A'} \right] \right] \right\} \\
 & \left. \times \left[e^{jk_y \frac{b}{2}} \left[\frac{\sin(B)}{B} \right] - e^{-jk_y \frac{b}{2}} \left[\frac{\sin(B')}{B'} \right] \right] \right\} \\
 & - \eta \left\{ \sum_{m,n} \frac{abA_0 e^{-jk_x c} \cos \phi}{4jk_x} \left[e^{jk_x \frac{a}{2}} \left[\frac{\sin(A)}{A} \right] - e^{-jk_x \frac{a}{2}} \left[\frac{\sin(A')}{A'} \right] \right] \right\} \\
 & \left. \times \left[e^{jk_y \frac{b}{2}} \left[\frac{\sin(B)}{B} \right] + e^{-jk_y \frac{b}{2}} \left[\frac{\sin(B')}{B'} \right] \right] \right\} \quad (3.50)
 \end{aligned}$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

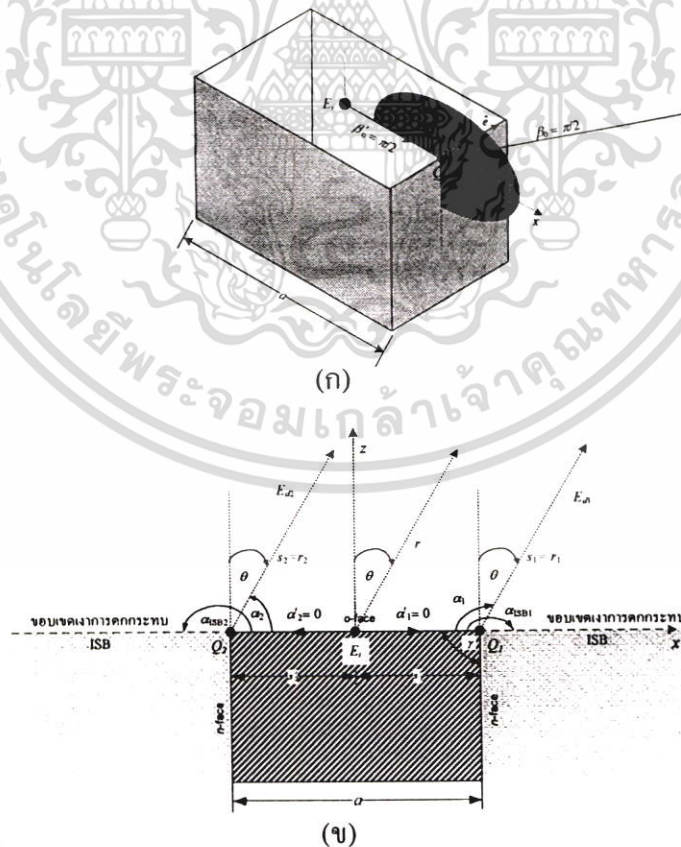
สมการ (3.49) และ (3.50) จะเป็นส่วนประกอบของสนามระยะไกล $E(\theta, \phi)$ ในทิศ θ และ ϕ ตามลำดับ จากนั้นจะทำการวิเคราะห์แบบรูปการกระจายคลื่นของสนามระยะไกลเพื่อศึกษาคุณลักษณะของสายอากาศช่องเปิดที่มีโครงสร้างดังรูปที่ 3.1 ต่อไป

3.1.5 ผลของการเลี้ยวเบนที่เกิดจากโครงสร้างสายอากาศ

เพื่อให้ได้แบบรูปการแพร่กระจายคลื่นที่แม่นยำยิ่งขึ้น ผลของการเลี้ยวเบนที่เกิดโครงสร้างสายอากาศจึงนำมาพิจารณา วิธีที่ใช้ในการคำนวณสนามเลี้ยวเบนจะเป็นทฤษฎีสมาเสมอของการเลี้ยวเบนหรือ UTD แบบสองมิติ ดังนั้นทำการพิจารณาแบบรูปของการแพร่กระจายคลื่นของสายอากาศช่องเปิดที่มีโครงสร้างและพิกัดดังรูปที่ 3.3 ในแต่ละระนาบ ดังนี้

3.1.5.1 ระนาบสนามแม่เหล็กหรือระนาบ xz $P(r, \theta, \phi = 0)$

ก่อนที่จะหาสนามเลี้ยวเบนจะต้องพิจารณาขอบเขตเงาและพารามิเตอร์ที่เกี่ยวข้อง จากโครงสร้างสายอากาศในรูปที่ 3.3 จะสามารถกำหนดขอบเขตเงาและสนามตกกระทบในระนาบ xz ได้ดังรูปที่ 3.4



รูปที่ 3.4 การเลี้ยวเบนที่เกิดจากโครงสร้างสายอากาศ

(ก) มุมมองสามมิติ (ข) มุมมองสองมิติ

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

จากรูปที่ 3.4 จะมีตำแหน่งการเลี้ยวเบนสองตำแหน่ง โดยที่แต่ละตำแหน่งจะมี $\beta'_0 = \beta_0 = \frac{\pi}{2}$ และ $\alpha' = 0$ ดังนั้นจึงทำให้ขอบเขตเงาอยู่ในกรณีที่มี ด้าน n -Face อยู่ในขอบเขตเงา และมี $\alpha_{ISB} = \pi$ ส่วนมุมเลี้ยวเบน α จะอยู่ในช่วง $0 \leq \alpha \leq \frac{3\pi}{2}$ เนื่องจากมุมภายในลิมเท่ากับ $\frac{\pi}{2}$ และพารามิเตอร์

$n=1.5$

เมื่อแทนค่า $\alpha' = 0$ จะทำให้ $a^\pm(\alpha \pm \alpha') = a(\alpha)$ ในสมการ (2.120) ถึง (2.123) ดังนั้นสัมประสิทธิ์การเลี้ยวเบน UTD แบบสองมิติสำหรับการเลี้ยวเบนจากโครงสร้างในรูปที่ 3.4 จากสมการ (2.119) สามารถเขียนได้เป็น

$$\begin{aligned}
 D_{s,h}(L, \alpha, n) &= \frac{-e^{-j\pi/4}}{2n\sqrt{2\pi k}} \left[\cot\left[\frac{\pi+\alpha}{2n}\right] F[kLa(\alpha)] + \cot\left[\frac{\pi-\alpha}{2n}\right] F[kLa(\alpha)] \right. \\
 &\quad \left. \mp \left(\cot\left[\frac{\pi+\alpha}{2n}\right] F[kLa(\alpha)] + \cot\left[\frac{\pi-\alpha}{2n}\right] F[kLa(\alpha)] \right) \right] \\
 &= \frac{-e^{-j\pi/4} F[kLa(\alpha)]}{2n\sqrt{2\pi k}} \left[\left(\cot\left[\frac{\pi+\alpha}{2n}\right] + \cot\left[\frac{\pi-\alpha}{2n}\right] \right) \mp \left(\cot\left[\frac{\pi+\alpha}{2n}\right] + \cot\left[\frac{\pi-\alpha}{2n}\right] \right) \right] \\
 \text{จากความสัมพันธ์} \quad &\cot\left[\frac{\pi+\alpha}{2n}\right] + \cot\left[\frac{\pi-\alpha}{2n}\right] = \frac{-2\sin(\pi/n)}{\cos(\pi/n) - \cos(\alpha/n)} \text{ จะได้} \\
 D_{s,h}(L, \alpha, n) &= \frac{-e^{-j\pi/4} F[kLa(\alpha)]}{2n\sqrt{2\pi k}} \left[\left(\frac{-2\sin(\pi/n)}{\cos(\pi/n) - \cos(\alpha/n)} \right) \mp \left(\frac{-2\sin(\pi/n)}{\cos(\pi/n) - \cos(\alpha/n)} \right) \right] \\
 &= \frac{e^{-j\pi/4} F[kLa(\alpha)]}{n\sqrt{2\pi k}} \left[\left(\frac{\sin(\pi/n)}{\cos(\pi/n) - \cos(\alpha/n)} \right) \mp \left(\frac{\sin(\pi/n)}{\cos(\pi/n) - \cos(\alpha/n)} \right) \right]
 \end{aligned} \tag{3.51}$$

ดังนั้นจะได้

$$D_s(L, \alpha, n) = 0 \tag{3.52}$$

$$D_h(L, \alpha, n) = \frac{e^{-j\pi/4} F[kLa(\alpha)]}{n\sqrt{2\pi k}} \left(\frac{2\sin(\pi/n)}{\cos(\pi/n) - \cos(\alpha/n)} \right) \tag{3.53}$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

เมื่อได้สัมประสิทธิ์การเลี้ยวเบนแล้วก็สามารถนำไปหาสนามเลี้ยวเบนและสนามลัพท์ทั้งหมด เนื่องจากความสมมาตรของโครงสร้าง ดังนั้นจะพิจารณาเฉพาะสนามในช่วง $0 \leq \theta \leq \pi$

สนามที่แพร่กระจายคลื่นจากสายอากาศช่องเปิดที่มีโครงสร้างดังรูปที่ 3.1 โดยตรงหรือสนามตกกระทบที่จุดสังเกต $P(r, \theta, \phi = 0)$ ที่หาได้จากสมการ (3.49) และ (3.50) จะกำหนดให้เป็น

$$E_i(\theta) = \begin{cases} E_{ap}(\theta) \frac{e^{-jk_r}}{\sqrt{r}} & \text{สำหรับ } \theta \leq \frac{\pi}{2} \\ 0 & \text{สำหรับ } \theta > \frac{\pi}{2} \end{cases} \quad (3.54)$$

โดยที่ $E_{ap}(\theta) = \sqrt{E_{\theta 0}^2(\theta, \phi = 0) + E_{\phi 0}^2(\theta, \phi = 0)}$

$$E_{\theta 0}(\theta, \phi) = -\frac{jk}{4\pi} \left\{ \begin{aligned} & \left[-\sum_{m,n} \frac{F_0 e^{-jk_x c} (k_x^2 + k_g^2) k_c^2 \sin \phi}{4j} \left[e^{jk_y \frac{a}{2}} \left[\frac{\sin(A)}{A} \right] - e^{-jk_y \frac{a}{2}} \left[\frac{\sin(A')}{A'} \right] \right] \right. \\ & \left. \times \left[e^{jk_y \frac{b}{2}} \left[\frac{\sin(B)}{B} \right] + e^{-jk_y \frac{b}{2}} \left[\frac{\sin(B')}{B'} \right] \right] \right] \\ & + \left[-\sum_{m,n} \frac{F_0 e^{-jk_x c} (k_g^2 - k^2) k_x k_y \cos \phi}{4j} \left[e^{jk_y \frac{a}{2}} \left[\frac{\sin(A)}{A} \right] + e^{-jk_y \frac{a}{2}} \left[\frac{\sin(A')}{A'} \right] \right] \right. \\ & \left. \times \left[e^{jk_y \frac{b}{2}} \left[\frac{\sin(B)}{B} \right] - e^{-jk_y \frac{b}{2}} \left[\frac{\sin(B')}{B'} \right] \right] \right] \\ & + \eta \left[\sum_{m,n} \frac{abA_0 e^{-jk_x c} \cos \theta \sin \phi}{4jk_x} \left[e^{jk_y \frac{a}{2}} \left[\frac{\sin(A)}{A} \right] - e^{-jk_y \frac{a}{2}} \left[\frac{\sin(A')}{A'} \right] \right] \right. \\ & \left. \times \left[e^{jk_y \frac{b}{2}} \left[\frac{\sin(B)}{B} \right] + e^{-jk_y \frac{b}{2}} \left[\frac{\sin(B')}{B'} \right] \right] \right] \end{aligned} \right\} \quad (3.54 ก)$$

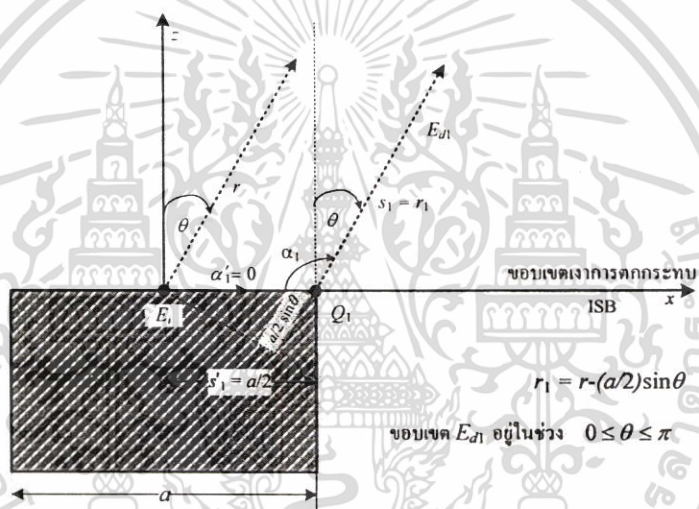
$$E_{\phi 0}(\theta, \phi) = \frac{jk}{4\pi} \left\{ \begin{aligned} & \left[\sum_{m,n} \frac{F_0 e^{-jk_x c} (k_x^2 + k_g^2) k_c^2 \cos \theta \cos \phi}{4j} \left[e^{jk_y \frac{a}{2}} \left[\frac{\sin(A)}{A} \right] - e^{-jk_y \frac{a}{2}} \left[\frac{\sin(A')}{A'} \right] \right] \right. \\ & \left. \times \left[e^{jk_y \frac{b}{2}} \left[\frac{\sin(B)}{B} \right] + e^{-jk_y \frac{b}{2}} \left[\frac{\sin(B')}{B'} \right] \right] \right] \\ & + \left[-\sum_{m,n} \frac{F_0 e^{-jk_x c} (k_g^2 - k^2) k_x k_y \cos \theta \sin \phi}{4j} \left[e^{jk_y \frac{a}{2}} \left[\frac{\sin(A)}{A} \right] + e^{-jk_y \frac{a}{2}} \left[\frac{\sin(A')}{A'} \right] \right] \right. \\ & \left. \times \left[e^{jk_y \frac{b}{2}} \left[\frac{\sin(B)}{B} \right] - e^{-jk_y \frac{b}{2}} \left[\frac{\sin(B')}{B'} \right] \right] \right] \\ & - \eta \left[\sum_{m,n} \frac{abA_0 e^{-jk_x c} \cos \phi}{4jk_x} \left[e^{jk_y \frac{a}{2}} \left[\frac{\sin(A)}{A} \right] - e^{-jk_y \frac{a}{2}} \left[\frac{\sin(A')}{A'} \right] \right] \right. \\ & \left. \times \left[e^{jk_y \frac{b}{2}} \left[\frac{\sin(B)}{B} \right] + e^{-jk_y \frac{b}{2}} \left[\frac{\sin(B')}{B'} \right] \right] \right] \end{aligned} \right\} \quad (3.54 ข)$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

จากสมการ (3.54) จะเห็นได้ว่าพจน์ของ $\frac{e^{-jkr}}{r}$ ในสมการ (3.49) และ (3.50) จะแทนด้วย $\frac{e^{-jkr}}{\sqrt{r}}$ เนื่องจากการพิจารณาสนามเลี้ยวเบนแบบสองมิติ โดยทั่วไปจะกำหนดให้คลื่นตกกระทบเป็นคลื่นทรงกระบอก [16] ซึ่งพจน์ของเฟสจะอยู่ในรูปของ $\frac{e^{-jkr}}{\sqrt{r}}$ และเมื่อพิจารณาสนามระยะไกลพจน์ $\frac{e^{-jkr}}{r}$ และ $\frac{e^{-jkr}}{\sqrt{r}}$ จะหายไป และเมื่อ $\theta > \frac{\pi}{2}$ จะสนามตกกระทบจะเป็นศูนย์เนื่องจากในบริเวณที่เกินขอบเขตเงาตกกระทบจะไม่มีสนามตกกระทบเกิดขึ้น

ในรูปที่ 3.4 จะมีจุดการเลี้ยวเบนสองตำแหน่งคือ Q_1 และ Q_2 ดังนั้นจะทำพิจารณาแต่ละจุดดังนี้

สนามเลี้ยวเบนจากขอบด้านขวาที่จุด Q_1



รูปที่ 3.5 สนามเลี้ยวเบนจากขอบด้านขวาที่จุด Q_1

จากสมการ (2.98) สนามเลี้ยวเบนจากขอบด้านขวาที่จุด Q_1 สามารถเขียนได้ดังนี้

$$E_{d1}(\theta) = E_i(Q_1) \frac{D_h(L, \alpha_1)}{2} A(s) e^{-jkr_1} \quad (3.55)$$

จากสมการ (3.55) จะเห็นได้ว่าสัมประสิทธิ์การเลี้ยวจะถูกหารด้วยสองเนื่องจาก $\alpha' = 0$ ซึ่งเป็นกรณีที่มีการตกกระทบแบบเฉียด

สำหรับสนามตกกระทบที่จุด Q_1 จะเท่ากับ

$$E_i(Q_1) = E_{ap}(\theta) \frac{e^{-jks_1'}}{\sqrt{s_1'}} = E_{ap}(\theta) \frac{e^{-jk(a/2)}}{\sqrt{a/2}} \quad (3.56)$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

กำหนดให้คลื่นตกกระทบเป็นคลื่นทรงกระบอก ดังนั้นตัวประกอบการแผ่อก $A(s)$ จะเป็นดังนี้

$$A(s) = \frac{1}{\sqrt{s_1 \sin \beta_0}} = \frac{1}{\sqrt{r_1 \sin \frac{\pi}{2}}} = \frac{1}{\sqrt{r_1}} = \frac{1}{\sqrt{r - (a/2) \sin \theta}} \quad (3.57)$$

และพารามิเตอร์ระยะทาง L จะเท่ากับ

$$L = \frac{s_1 s'_1}{s_1 + s'_1} = \frac{r_1 (a/2)}{r_1 + (a/2)} = \frac{[r - (a/2) \sin \theta] (a/2)}{[r - (a/2) \sin \theta] + (a/2)} \quad (3.58)$$

ในความจริงแล้ว $r \gg a$ ดังนั้นจะได้

$$L \approx \frac{a}{2} \quad (3.59)$$

และ

$$\sqrt{r - (a/2) \sin \theta} \approx \sqrt{r} \quad (3.60)$$

จากรูปที่ 3.5 จะได้ $\alpha_1 = \frac{\pi}{2} + \theta$ ดังนั้นจะสามารถหาฟังก์ชัน $a(\alpha_1)$ เมื่อ $N = 0$ ได้ดังนี้

$$\begin{aligned} a(\alpha_1) &= 2 \cos^2 \left(\frac{2n\pi N - \alpha_1}{2} \right), \quad N = 0 \\ &= 2 \cos^2 \left(\frac{-\alpha_1}{2} \right) = 2 \cos^2 \left(\frac{\alpha_1}{2} \right) = 2 \left(\frac{1 + \cos \left(\frac{2\alpha_1}{2} \right)}{2} \right) = 1 + \cos \alpha_1 \\ &= 1 + \cos \left(\frac{\pi}{2} + \theta \right) = 1 + \left[\cos \frac{\pi}{2} \cos \theta - \sin \frac{\pi}{2} \sin \theta \right] = 1 - \sin \theta \end{aligned} \quad (3.61)$$

เมื่อแทนสมการ (3.59) และ (3.61) ลงในสมการ (3.53) ดังนั้น สัมประสิทธิ์การเลี้ยวเบนจะเขียนได้ดังนี้

โดยที่ สนามตกกระทบ $E_i(Q_2)$ จะเป็นดังสมการ (3.56) ส่วนตัวประกอบการแผ่อก $A(s)$ จะเป็นดังนี้

$$A(s) = \frac{1}{\sqrt{s_2 \sin \beta_0}} = \frac{1}{\sqrt{r_2}} = \frac{1}{\sqrt{r + (a/2) \sin \theta}} \approx \frac{1}{\sqrt{r}} \quad (3.65)$$

และพารามิเตอร์ระยะทาง L สามารถหาได้ดังนี้

$$L = \frac{s_2 s_2'}{s_2 + s_2'} = \frac{r_2 (a/2)}{r_2 + (a/2)} = \frac{[r + (a/2) \sin \theta] (a/2)}{[r + (a/2) \sin \theta] + (a/2)} \approx \frac{a}{2} \quad (3.66)$$

ส่วนฟังก์ชัน $a(\alpha_2)$ เมื่อ $\alpha_2 = \frac{\pi}{2} - \theta$ และ $N = 0$ สามารถหาได้ดังนี้

$$\begin{aligned} a(\alpha_2) &= 2 \cos^2 \left(\frac{2n\pi N - \alpha_2}{2} \right), \quad N = 0 \\ &= 2 \cos^2 \left(\frac{-\alpha_2}{2} \right) = 2 \cos^2 \left(\frac{\alpha_2}{2} \right) = 2 \left(\frac{1 + \cos \left(\frac{2\alpha_2}{2} \right)}{2} \right) = 1 + \cos \alpha_1 \\ &= 1 + \cos \left(\frac{\pi}{2} - \theta \right) = 1 + \left[\cos \frac{\pi}{2} \cos \theta + \sin \frac{\pi}{2} \sin \theta \right] = 1 + \sin \theta \end{aligned} \quad (3.67)$$

เมื่อแทนสมการ (3.66) และ (3.67) ลงในสมการ (3.53) ดังนั้นสัมประสิทธิ์การเลี้ยวเบนจะสามารถหาได้ดังนี้

$$\begin{aligned} \frac{D_h(L, \alpha_2)}{2} &= \frac{e^{-j\pi/4} F[kLa(\alpha_2)]}{n\sqrt{2\pi k}} \left(\frac{\sin(\pi/n)}{\cos(\pi/n) - \cos(\alpha_2/n)} \right) \\ &= \frac{e^{-j\pi/4} F[k(a/2)(1 + \sin \theta)]}{n\sqrt{2\pi k}} \left(\frac{\sin(\pi/n)}{\cos(\pi/n) - (\cos(\pi/2n) \cos(\theta/n) + \sin(\pi/2n) \sin(\theta/n))} \right) \end{aligned} \quad (3.68)$$

จากนั้นทำการแทนสมการ (3.56) (3.65) และ (3.68) ลงในสมการ (3.55) สนามเลี้ยวเบนจากขอบด้านซ้ายที่จุด Q_2 จะเป็น

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$E_{d2}(\theta) = E_{ap}(\theta) \frac{e^{-jk(a/2)} e^{-j\pi/4} F[k(a/2)(1+\sin\theta)]}{\sqrt{a/2} n\sqrt{2\pi k}} \times \left(\frac{\sin(\pi/n)}{\cos(\pi/n) - (\cos(\pi/2n)\cos(\theta/n) + \sin(\pi/2n)\sin(\theta/n))} \right) e^{-jk[(a/2)\sin\theta]} \frac{e^{-jkr}}{\sqrt{r}} \quad (3.69)$$

ดังนั้น สนามลัพท์ที่จุดสังเกต $P(r, \theta, \phi = 0)$ จะเขียนได้ดังนี้

$$E_i = \begin{cases} E_i + E_{d1} + E_{d2} & \text{สำหรับ } 0 \leq \theta < \frac{\pi}{2} \\ E_{d1} & \text{สำหรับ } \frac{\pi}{2} < \theta \leq \pi \end{cases} \quad (3.70)$$

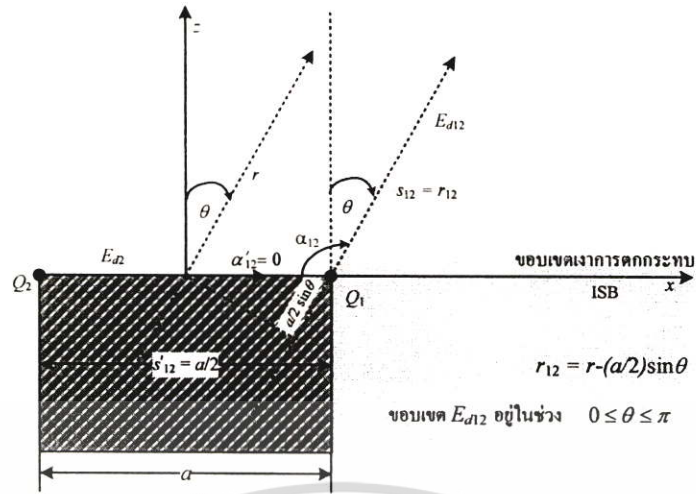
ในความเป็นจริงแล้วจะมีความไม่ต่อเนื่องเกิดในแบบรูปการกระจายคลื่นที่ $\theta = \pi/2$ หรือที่รอยต่อของขอบเขตเงา แสดงว่าไม่ได้พิจารณาหลักการระจัดกระจายบางอย่าง สำหรับกรณีนี้ พจน์การเลี้ยวเบนลำดับสูงไม่ได้นำมาพิจารณา เพื่อจะหาพจน์การเลี้ยวเบนลำดับสูงนั้น จะต้องทำตรวจสอบความต่อเนื่องของ $E_i(\theta)$, E_{d1} และ E_{d2} ซึ่งพบว่าลากลื่นเลี้ยวเบนจากทางด้านซ้ายที่จุด Q_2 จะมีการแพร่กระจายคลื่นเฉพาะช่วง $0 \leq \theta \leq \pi/2$ เท่านั้น ดังนั้น E_{d2} จึงเป็นสาเหตุของความไม่ต่อเนื่องที่ $\theta = \pi/2$ สำหรับปัญหานี้สามารถแก้ไขได้โดยการเพิ่มสนามเลี้ยวเบนลำดับที่สอง (second-order diffracted fields) ที่จุด Q_1 โดยที่มีสนามตกกระทบเป็นสนาม E_{d2} สนามเลี้ยวเบนลำดับที่สองที่จุด Q_1 ที่เกิดจากสนาม E_{d2} สามารถเขียนได้เป็น

$$E_{12}(\theta) = E_{d2}(Q_1) \frac{D_h(L, \alpha_{12}) e^{-jkr_{12}}}{2 \sqrt{r_{12}}} \quad (3.71)$$

จากรูปที่ 3.7 จะพบว่ายังเป็นกรณีการตกกระทบแบบเฉียงและสมการ (3.71) มีความคล้ายคลึงกับสมการของสนามเลี้ยวเบนลำดับหนึ่งที่จุด Q_1 ซึ่งมีความแตกต่างคือระยะทางระหว่างแหล่งกำเนิดกับจุดที่เกิดการเลี้ยวเบน (s') สำหรับกรณีนี้จะได้ $s'_{12} = a$ ดังนั้นพารามิเตอร์ระยะทาง L จะเท่ากับ

$$L = \frac{s's}{s'+s} = \frac{a(r-(l/2)\sin\theta)}{a+r-(l/2)\sin\theta} \approx a \quad (3.72)$$

และ
$$\sqrt{r_{12}} = \sqrt{r-(a/2)\sin\theta} \approx \sqrt{r} \quad (3.73)$$



รูปที่ 3.7 สนามเลี้ยวเบนลำดับที่สองที่จุด Q_1 ที่เกิดสนาม E_{d2}

สำหรับมุมของลำคลื่นเลี้ยวเบน α_{12} เท่ากับ

$$\alpha_{12} = \alpha_1 = 1 - \sin \theta \quad (3.74)$$

ดังนั้น สนามเลี้ยวเบนลำดับที่สองที่จุด Q_1 ที่เกิดจากสนาม E_{d2} เมื่อแทนสมการ (3.72) ถึง (3.74) สามารถเขียนได้เป็น

$$\begin{aligned} E_{12}(\theta) &= E_{d2}(Q_1) \frac{D_h(L, \alpha_{12}) e^{-jk r_{12}}}{2 \sqrt{r_{12}}} = E_{d2}(Q_1) \frac{D_h(L, \alpha_1) e^{-jk[r - (a/2)\sin\theta]}}{2 \sqrt{r - (a/2)\sin\theta}} \\ &= E_{d2}(Q_1) \frac{e^{-j\pi/4} F[k(a/2)(1 - \sin\theta)]}{n\sqrt{2\pi k}} \\ &\times \left(\frac{\sin(\pi/n)}{\cos(\pi/n) - (\cos(\pi/2n)\cos(\theta/n) - \sin(\pi/2n)\sin(\theta/n))} \right) e^{jk(a/2)\sin\theta} \frac{e^{-jkr}}{\sqrt{r}} \end{aligned} \quad (3.75)$$

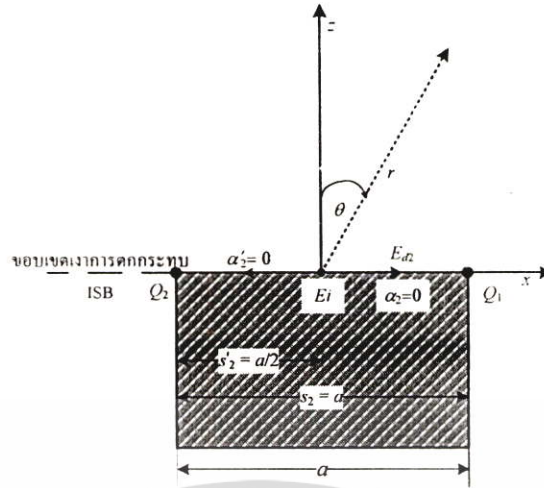
สำหรับ สนามตกกระทบ E_{d2} ที่จุด Q_1 จะสามารถเขียนได้ดังนี้

$$E_{d2}(Q_1) = E_i(Q_2) \frac{D_h(L, \alpha_2 = 0) e^{-jka}}{2 \sqrt{a}} \quad (3.78)$$

โดยที่

$$E_i(Q_2) = E_{ap}(\theta) \frac{e^{-jks'}}{\sqrt{s'}} = E_a(\theta) \frac{e^{-jk(a/2)}}{\sqrt{a/2}} \quad (3.79)$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมีให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

รูปที่ 3.8 สนามตกกระทบ E_{d2}

จากรูปที่ 3.8 จะได้พารามิเตอร์ระยะทาง L เท่ากับ

$$L = \frac{s'_2 s_2}{s'_2 + s_2} = \frac{(a/2)a}{(a/2) + a} = \frac{a}{3} \quad (3.80)$$

เนื่องจากขอบเขตของ E_{d2} อยู่ในทิศ $\theta = \frac{3\pi}{2}$ และ $a(\alpha_2) = 1 + \sin \theta$ จะพบว่า

$$\begin{aligned} a(\phi_2 = 0) &= 1 + \sin \theta = 1 + \sin\left(\frac{\pi}{2} - \phi_2\right) \\ &= 1 + \sin \frac{\pi}{2} = 2 \end{aligned} \quad (3.81)$$

ส่วนฟังก์ชันเปลี่ยน $F(kLa)$ ในสัมประสิทธิ์การเลี้ยวเบนของสนาม E_{d2} จะมีค่าประมาณ 1 ดังนั้นสัมประสิทธิ์การเลี้ยวเบนของสนาม E_{d2} จะเท่ากับ

$$\frac{D_h(L, \alpha_2)}{2} = \frac{e^{-j\pi/4}}{n\sqrt{2\pi k}} \left[\left(\frac{\sin(\pi/n)}{\cos(\pi/n) - 1} \right) \right] \quad (3.82)$$

ดังนั้น สนามตกกระทบ E_{d2} ที่จุด Q_1 จะมีค่าเท่ากับ

$$E_{d2}(Q_1) = E_{ap}(\theta) \frac{e^{-jk(a/2)} - e^{-j\pi/4}}{\sqrt{a/2}} \frac{-\sin(\pi/n)}{n\sqrt{2\pi k} \cos(\pi/n) - 1} \frac{e^{-jka}}{\sqrt{a}} \quad (3.83)$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่นิยมนำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

เมื่อแทน $E_{d2}(Q_1)$ จากสมการ (3.83) ลงใน สมการ (3.75) จะได้สนามเลี้ยวเบนลำดับที่สองที่จุด Q_1 ที่เกิดสนาม E_{d2} ดังนี้

$$E_{12}(\theta) = E_{ap}(\theta) \frac{e^{-jk(a/2)}}{\sqrt{a/2}} \frac{e^{-j\pi/4}}{n\sqrt{2\pi k}} \frac{\sin(\pi/n)}{\cos(\pi/n)-1} \frac{e^{-jka}}{\sqrt{a}} \frac{e^{-j\pi/4} F[k(a/2)(1-\sin\theta)]}{n\sqrt{2\pi k}} \\ \times \left(\frac{\sin(\pi/n)}{\cos(\pi/n) - (\cos(\pi/2n)\cos(\theta/n) - \sin(\pi/2n)\sin(\theta/n))} \right) e^{jk(a/2)\sin\theta} \frac{e^{-jkr}}{\sqrt{r}} \quad (3.84)$$

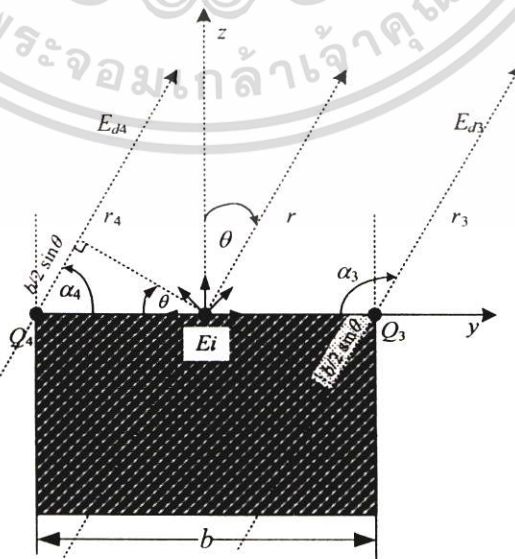
ดังนั้น สนามลัพท์ที่จุดสังเกต $P(r, \theta, \phi = 0)$ จะเขียนได้ดังนี้

$$E_t = \begin{cases} E_i + E_{d1} + E_{d2} + E_{d12} & \text{สำหรับ } 0 \leq \theta \leq \frac{\pi}{2} \\ E_{d1} + E_{d12} & \text{สำหรับ } \frac{\pi}{2} < \theta \leq \pi \end{cases} \quad (3.85)$$

ต่อไปจะเป็นการพิจารณาผลของการเลี้ยวเบนที่เกิดจาก โครงสร้างของสายอากาศในระนาบสนามไฟฟ้า

3.1.5.2 ระนาบสนามไฟฟ้าระนาบ yz $P(r, \theta, \phi = \pi/2)$

สำหรับการพิจารณาผลของการเลี้ยวเบนในระนาบสนามไฟฟ้านั้นจะมีหลักการเช่นเดียวกับระนาบสนามแม่เหล็กดังที่กล่าวไปแล้วในหัวข้อที่แล้ว สำหรับระนาบสนามไฟฟ้าจะมีโครงสร้างสายอากาศและพิคัดแสดงดังรูปที่ 3.9 โดยจะมีการเลี้ยวเบนอยู่ที่ตำแหน่ง Q_3 และ Q_4



รูปที่ 3.9 การเลี้ยวเบนที่เกิดจากโครงสร้างสายอากาศในระนาบสนามไฟฟ้า

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่นิยญาติให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

การพิจารณาผลของการเลี้ยวเบนในระนาบสนามไฟฟ้า สรุปได้ดังนี้
สนามลัพท์ที่จุดสังเกต $P(r, \theta, \phi = \pi/2)$

$$E_t = \begin{cases} E_i + E_{d3} + E_{d4} + E_{d34} & \text{สำหรับ } 0 \leq \theta \leq \frac{\pi}{2} \\ E_{d3} + E_{d34} & \text{สำหรับ } \frac{\pi}{2} < \theta \leq \pi \end{cases} \quad (3.86)$$

สนามที่แพร่กระจายคลื่นจากสายอากาศช่องเปิดที่จุดสังเกต $P(r, \theta, \phi = \pi/2)$

$$E_t(\theta) = \begin{cases} E_{ap}(\theta) \frac{e^{-jkr}}{\sqrt{r}} & \text{สำหรับ } \theta \leq \frac{\pi}{2} \\ 0 & \text{สำหรับ } \theta > \frac{\pi}{2} \end{cases} \quad (3.87)$$

โดยที่ $E_{ap}(\theta) = \sqrt{E_{\theta 0}^2(\theta, \phi = \pi/2) + E_{\phi 0}^2(\theta, \phi = \pi/2)}$ ส่วน $E_{\theta 0}$ และ $E_{\phi 0}$ สามารถหาได้จากสมการ (3.54 ก) และ (3.54 ข) ตามลำดับ

สนามเลี้ยวเบนจากขอบด้านขวาที่จุด Q_3

$$E_{d3}(\theta) = E_{ap}(\theta) \frac{e^{-jk(b/2)} e^{-j\pi/4} F[k(b/2)(1 - \sin \theta)]}{\sqrt{b/2} n\sqrt{2\pi k}} \times \left(\frac{\sin(\pi/n)}{\cos(\pi/n) - (\cos(\pi/2n)\cos(\theta/n) - \sin(\pi/2n)\sin(\theta/n))} \right) e^{jk[(b/2)\sin \theta]} \frac{e^{-jkr}}{\sqrt{r}} \quad (3.88)$$

สนามเลี้ยวเบนจากขอบด้านซ้ายที่จุด Q_4

$$E_{d4}(\theta) = E_{ap}(\theta) \frac{e^{-jk(b/2)} e^{-j\pi/4} F[k(b/2)(1 + \sin \theta)]}{\sqrt{b/2} n\sqrt{2\pi k}} \times \left(\frac{\sin(\pi/n)}{\cos(\pi/n) - (\cos(\pi/2n)\cos(\theta/n) + \sin(\pi/2n)\sin(\theta/n))} \right) e^{-jk[(b/2)\sin \theta]} \frac{e^{-jkr}}{\sqrt{r}} \quad (3.89)$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

สนามเลี้ยวเบนลำดับที่สองที่จุด Q_3 ที่เกิดจากสนาม E_{d4}

$$E_{34}(\theta) = E_{ap}(\theta) \frac{e^{-jk(b/2)} e^{-j\pi/4}}{\sqrt{b/2}} \frac{e^{-j\pi/4}}{n\sqrt{2\pi k}} \frac{\sin(\pi/n)}{\cos(\pi/n)-1} \frac{e^{-jkb} e^{-j\pi/4} F[k(b/2)(1-\sin\theta)]}{\sqrt{a} n\sqrt{2\pi k}}$$

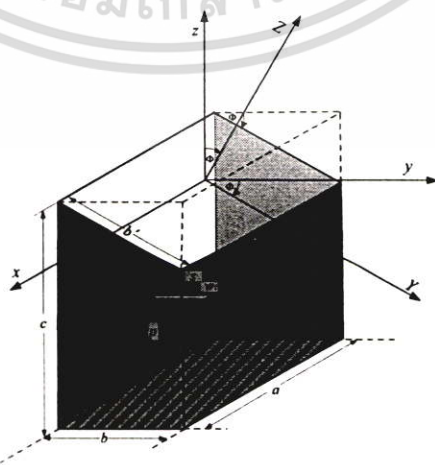
$$\times \left(\frac{\sin(\pi/n)}{\cos(\pi/n) - (\cos(\pi/2n)\cos(\theta/n) - \sin(\pi/2n)\sin(\theta/n))} \right) e^{jk(b/2)\sin\theta} \frac{e^{-jkr}}{\sqrt{r}}$$

(3.90)

จากนั้นจะนำสนามลัพท์ทั้งในระนาบสนามไฟฟ้าและสนามแม่เหล็กไปหาแบบรูปกระจายคลื่นของสายอากาศเพื่อที่จะวิเคราะห์คุณสมบัติของสายอากาศช่องเปิดแบบตรงจากท่อนำคลื่นสี่เหลี่ยมมุมฉากที่ถูกป้อนกระแสด้วยโพรบที่คิดผลการเลี้ยวเบนที่เกิดโครงสร้างของสายอากาศต่อไป ซึ่งผลการวิเคราะห์จะกล่าวในบทที่ 4

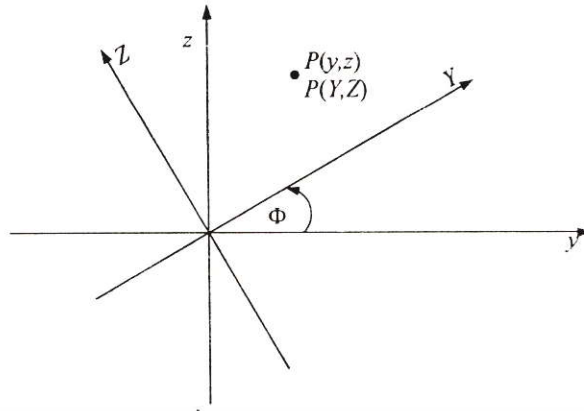
3.2 สายอากาศช่องเปิดแบบทำมุมใดๆกับท่อนำคลื่นสี่เหลี่ยมมุมฉากที่ป้อนกระแสด้วยโพรบ

ในหัวข้อนี้จะกล่าวถึงการวิเคราะห์สายอากาศช่องเปิดที่ทำมุมใดๆกับท่อนำคลื่นสี่เหลี่ยมมุมฉากซึ่งมีโครงสร้างและพิกัดแสดงดังรูปที่ 3.10 จะเห็นได้ว่าโครงสร้างของสายอากาศนั้นจะมีพารามิเตอร์เหมือนกับโครงสร้างสายอากาศในรูปที่ 3.1 แต่จะมีข้อแตกต่างกันก็คือขนาดของช่องเปิด เนื่องจากช่องเปิดนั้นทำมุมใดๆกับท่อนำคลื่นจึงทำให้ขนาดของช่องเปิดเปลี่ยนไป ในรูปที่ 3.10 ขนาดของช่องเปิดจะเท่ากับ $a \times b'$ และมีจุดกำเนิดพิกัด xyz อยู่ที่จุดกึ่งกลางของช่องเปิดที่ตำแหน่ง $(x \rightarrow x + \frac{a}{2})$ $(y \rightarrow y + \frac{b'}{2})$ และ $(z \rightarrow z + c - \frac{b'}{2} \sin \Phi)$ โดยที่ $b' = \frac{b}{\cos \Phi}$



รูปที่ 3.10 ท่อนำคลื่นสี่เหลี่ยมมุมฉากที่มีช่องเปิดทำมุมใดๆ

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

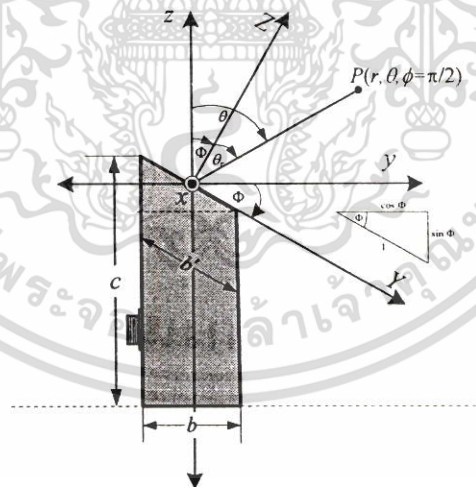


รูปที่ 3.11 การหมุนแกนพิกัด

ในการวิเคราะห์สายอากาศช่องเปิดที่ทำมุมใดๆ กับท่อนำคลื่นนั้นจะใช้หลักการของการหมุนแกนพิกัด (rotation of axis) [18] โดยที่ความสัมพันธ์เชิงพิกัดของตำแหน่งใดๆ ที่มีการหมุนแกนรอบจุดกำเนิด ($y \rightarrow Y$ และ $z \rightarrow Z$) ดังรูปที่ 3.11 มีดังนี้

$$y = Y \cos \Phi - Z \sin \Phi \quad (3.91 \text{ ก})$$

$$z = Y \sin \Phi + Z \cos \Phi \quad (3.91 \text{ ข})$$

รูปที่ 3.12 ท่อนำคลื่นสี่เหลี่ยมมุมฉากที่มีช่องเปิดทำมุม Φ ในระนาบ yz

จากโครงสร้างสายอากาศในรูปที่ 3.10 จะมีช่องเปิดที่ทำมุม Φ กับท่อนำคลื่นซึ่งในรูปที่ 3.12 จะแสดงโครงสร้างของสายอากาศดังกล่าวในระนาบ yz ดังนั้นจะต้องการการหมุนแกน $y \rightarrow Y$ และ $z \rightarrow Z$ รอบจุดกำเนิดเท่ากับ $-\Phi$ จะได้ความสัมพันธ์เชิงพิกัดที่เกิดจากการหมุนแกน ดังนี้

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$\begin{aligned}
 y &= Y \cos(-\Phi) - Z \sin(-\Phi) \\
 &= Y \cos(\Phi) + Z \sin(\Phi)
 \end{aligned} \tag{3.92 ก}$$

และ

$$\begin{aligned}
 z &= Y \sin(-\Phi) + Z \cos(-\Phi) \\
 &= -Y \sin \Phi + Z \cos \Phi
 \end{aligned} \tag{3.92 ข}$$

จากนั้นจะนำความสัมพันธ์เชิงพีคักในสมการ (3.92 ก) และ (3.92 ข) ไปใช้ในศึกษาวิเคราะห์สายอากาศช่องเปิดที่ทำมุมใดๆ ต่อไป

3.2.1 สนามแม่เหล็กไฟฟ้าและกระแสแม่เหล็กไฟฟ้าสมมูลที่บริเวณช่องเปิด

เมื่อกำหนดให้ตำแหน่งและการกระตุ้นของโพรบสำหรับสายอากาศช่องเปิดที่ทำมุมใดๆ กับท่อนำคลื่นในรูปที่ 3.10 มีลักษณะเช่นเดียวกับสายอากาศช่องเปิดแบบตรงในรูปที่ 3.1 ดังนั้นสนามไฟฟ้าแม่เหล็กไฟฟ้าภายในท่อนำคลื่นจะมีลักษณะที่เหมือนกันแต่ที่บริเวณช่องเปิดของสายอากาศทั้งสองจะมีสนามแม่เหล็กไฟฟ้าจะต่างกัน ดังนั้นในการหาสนามแม่เหล็กไฟฟ้าที่ตำแหน่งของช่องเปิดที่ทำมุมใดๆ กับท่อนำคลื่นจะเริ่มที่สมการสำหรับสนามแม่เหล็กไฟฟ้าจากสมการ (3.33) และ (3.34) เมื่อพิจารณาในระบบพิกัด xYZ โดยใช้ความสัมพันธ์เชิงพีคักจากสมการ (3.92 ก) และ (3.92 ข) ดังนั้นสนามแม่เหล็กไฟฟ้าที่ตำแหน่งของช่องเปิดที่ทำมุม Φ กับท่อนำคลื่น ($Z = 0$) จะสามารถเขียนได้ดังนี้

$$\begin{aligned}
 \bar{E}_a(x, Y, Z) &= \sum_{m,n} F_0 e^{-jk_g(-Y \sin \Phi + Z \cos \Phi + c - \frac{b'}{2} \sin \Phi)} \\
 &\times \left[\begin{aligned} &(k_g^2 - k^2) k_x k_y \cos(k_x(x + \frac{a}{2})) \sin(k_y(Y \cos(\Phi) + Z \sin(\Phi) + \frac{b'}{2})) \hat{x} \\ &+ (k_x^2 + k_g^2) k_c^2 \sin(k_x(x + \frac{a}{2})) \cos(k_y(Y \cos(\Phi) + Z \sin(\Phi) + \frac{b'}{2})) \hat{Y} \\ &+ jk_y k_g k_c^2 \sin(k_x(x + \frac{a}{2})) \sin(k_y(Y \cos(\Phi) + Z \sin(\Phi) + \frac{b'}{2})) \hat{Z} \end{aligned} \right] \\
 &= \sum_{m,n} F_0 e^{-jk_x(c - \frac{b'}{2} \sin \Phi)} e^{jk_y Y \sin \Phi} \left[\begin{aligned} &(k_g^2 - k^2) k_x k_y \cos(k_x(x + \frac{a}{2})) \sin(k_y(Y \cos(\Phi) + \frac{b'}{2})) \hat{x} \\ &+ (k_x^2 + k_g^2) k_c^2 \sin(k_x(x + \frac{a}{2})) \cos(k_y(Y \cos(\Phi) + \frac{b'}{2})) \hat{Y} \\ &+ jk_y k_g k_c^2 \sin(k_x(x + \frac{a}{2})) \sin(k_y(Y \cos(\Phi) + \frac{b'}{2})) \hat{Z} \end{aligned} \right] \tag{3.93}
 \end{aligned}$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$\begin{aligned} \bar{H}_a(x, Y, Z) &= \sum_{m,n} A_0 e^{-jk_x(-Y \sin \Phi + Z \cos \Phi + c - \frac{b'}{2} \sin \Phi)} \left[\begin{array}{l} \frac{1}{k_x} \sin(k_x(x + \frac{a}{2})) \cos(k_y(Y \cos(\Phi) + Z \sin(\Phi) + \frac{b'}{2})) \hat{x} \\ -j \frac{1}{k_g} \cos(k_x(x + \frac{a}{2})) \cos(k_y(Y \cos(\Phi) + Z \sin(\Phi) + \frac{b'}{2})) \hat{z} \end{array} \right] \\ &= \sum_{m,n} A_0 e^{-jk_g(c - \frac{b'}{2} \sin \Phi)} e^{jk_g Y \sin \Phi} \left[\begin{array}{l} \frac{1}{k_x} \sin(k_x(x + \frac{a}{2})) \cos(k_y(Y \cos(\Phi) + \frac{b'}{2})) \hat{x} \\ -j \frac{1}{k_g} \cos(k_x(x + \frac{a}{2})) \cos(k_y(Y \cos(\Phi) + \frac{b'}{2})) \hat{z} \end{array} \right] \quad (3.94) \end{aligned}$$

จากสมการ (3.93) และ (3.94) จะเห็นได้ว่าเมื่อ $\Phi = 0$ โดยที่ $b' = \frac{b}{\cos \Phi}$ จะทำให้สมการทั้งสองเป็นสมการของสนามแม่เหล็กไฟฟ้าที่ตำแหน่งของช่องเปิดแบบตรง จากนั้นจะทำการหากระแสแม่เหล็กไฟฟ้าสมมูลที่บริเวณช่องเปิด โดยนำสมการ (3.94) แทนในสมการ (2.92) เมื่อ $\hat{n} = \hat{z}$ และกำหนดให้ $x \rightarrow x'$ และ $Y \rightarrow Y'$ ดังนั้นกระแสไฟฟ้าสมมูลบริเวณช่องเปิดในรูปที่ 3.10 จะสามารถเขียนได้เป็น

$$\begin{aligned} \bar{J}_s(x, Y, Z) &= \hat{z} \times \bar{H}_a \\ &= \hat{z} \times \sum_{m,n} A_0 e^{-jk_g(c - \frac{b'}{2} \sin \Phi)} e^{jk_g Y' \sin \Phi} \left[\begin{array}{l} \frac{1}{k_x} \sin(k_x(x' + \frac{a}{2})) \cos(k_y(Y' \cos(\Phi) + \frac{b'}{2})) \hat{x} \\ -j \frac{1}{k_g} \cos(k_x(x' + \frac{a}{2})) \cos(k_y(Y' \cos(\Phi) + \frac{b'}{2})) \hat{z} \end{array} \right] \\ &= \sum_{m,n} A_0 e^{-jk_g(c - \frac{b'}{2} \sin \Phi)} e^{jk_g Y' \sin \Phi} \left[\begin{array}{l} \frac{1}{k_x} \sin(k_x(x' + \frac{a}{2})) \cos(k_y(Y' \cos(\Phi) + \frac{b'}{2})) \hat{y} \\ \end{array} \right] \quad (3.95) \end{aligned}$$

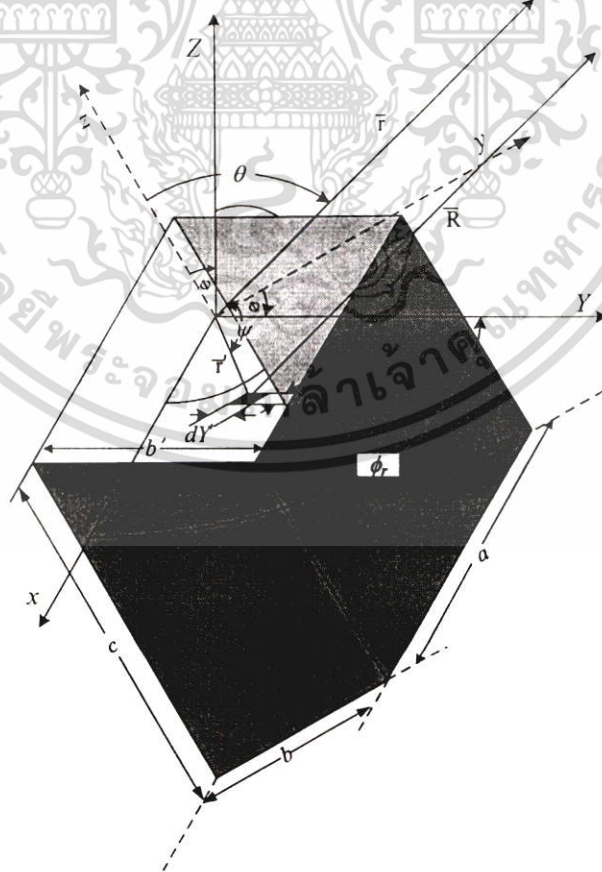
และสำหรับกระแสแม่เหล็กสมมูลบริเวณช่องเปิดในรูปที่ 3.10 เมื่อแทนสมการ (3.93) และ $\hat{n} = \hat{z}$ ลงในสมการ (2.93) และกำหนดให้ $x \rightarrow x'$ และ $y \rightarrow Y'$ จะสามารถเขียนได้เป็น

$$\bar{M}_s(x, Y, Z) = -\hat{z} \times \bar{E}_a$$

$$\begin{aligned} \bar{M}_s(x, Y, Z) &= -\hat{Z} \times \sum_{m,n} F_0 e^{-jk_x(c - \frac{b'}{2} \sin \Phi)} e^{jk_x Y' \sin \Phi} \begin{bmatrix} (k_g^2 - k^2) k_x k_y \cos(k_x(x' + \frac{a}{2})) \sin(k_y(Y' \cos(\Phi) + \frac{b'}{2})) \hat{x} \\ (k_x^2 + k_g^2) k_c^2 \sin(k_x(x' + \frac{a}{2})) \cos(k_y(Y' \cos(\Phi) + \frac{b'}{2})) \hat{y} \\ + jk_y k_g k_c^2 \sin(k_x(x' + \frac{a}{2})) \sin(k_y(Y' \cos(\Phi) + \frac{b'}{2})) \hat{z} \end{bmatrix} \\ &= \sum_{m,n} F_0 e^{-jk_x(c - \frac{b'}{2} \sin \Phi)} e^{jk_x Y' \sin \Phi} \begin{bmatrix} (k_x^2 + k_g^2) k_c^2 \sin(k_x(x' + \frac{a}{2})) \cos(k_y(Y' \cos(\Phi) + \frac{b'}{2})) \hat{x} \\ -(k_g^2 - k^2) k_x k_y \cos(k_x(x' + \frac{a}{2})) \sin(k_y(Y' \cos(\Phi) + \frac{b'}{2})) \hat{y} \\ + jk_y k_g k_c^2 \sin(k_x(x' + \frac{a}{2})) \sin(k_y(Y' \cos(\Phi) + \frac{b'}{2})) \hat{z} \end{bmatrix} \end{aligned} \tag{3.96}$$

3.2.2 แบบรูปการแพร่กระจายคลื่นของสายอากาศช่องเปิดที่ทำมุมใดๆกับท่อนำคลื่น

ในการหาแบบรูปการแพร่กระจายคลื่นของสายอากาศช่องเปิดที่ทำมุมใดๆกับท่อนำคลื่น จะมีหลักการเช่นเดียวกับสายอากาศช่องเปิดแบบตรงซึ่งหาจากสมการการแพร่กระจายคลื่นจากสมการ (2.96 ก) ถึง (2.96 ค) และ (2.97 ก) ถึง (2.97 ง) เมื่อทำพิจารณาสายอากาศช่องเปิดที่ทำมุมใดๆกับท่อนำคลื่นในระบบพิกัด xYZ ดังรูปที่ 3.13



รูปที่ 3.13 สายอากาศช่องเปิดที่ทำมุมใดๆกับท่อนำคลื่นในระบบพิกัด xYZ

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ผลต่างของระยะทางจากแหล่งกำเนิดไปยังจุดสังเกต ($r' \cos \psi$) จะหาได้ดังนี้

$$r' \cos \psi = x' \sin \theta_r \cos \phi_r + Y' \sin \theta_r \sin \phi_r \quad (3.97)$$

และพื้นที่ผลต่าง ds' ดังนี้

$$ds' = dx' dY' \quad (3.98)$$

โดยที่ θ_r และ ϕ_r เป็นมุมที่วัดในระบบพิกัด xYZ

ส่วน N_{θ_r} , N_{ϕ_r} , L_{θ_r} และ L_{ϕ_r} สามารถหาได้ดังนี้

คำนวณ N_{θ_r}

$$\begin{aligned} N_{\theta_r} &= \int_{-a/2}^{a/2} \int_{-b'/2}^{b'/2} (J_x \cos \theta_r \cos \phi_r + J_y \cos \theta_r \sin \phi_r - J_z \sin \theta_r) e^{jk(x' \sin \theta_r \cos \phi_r + Y' \sin \theta_r \sin \phi_r)} dx' dY' \\ &= \int_{-a/2}^{a/2} \int_{-b'/2}^{b'/2} (J_y \cos \theta_r \sin \phi_r) e^{jkx' \sin \theta_r \cos \phi_r} e^{jkY' \sin \theta_r \sin \phi_r} dx' dY' \\ N_{\theta_r} &= \int_{-a/2}^{a/2} \int_{-b'/2}^{b'/2} \left(\sum_{m,n} A_0 e^{-jk_x(c - \frac{b'}{2} \sin \Phi)} e^{jk_x Y' \sin \Phi} \frac{1}{k_x} \sin(k_x(x' + \frac{a}{2})) \cos(k_y(Y' \cos(\Phi) + \frac{b'}{2})) \right) \\ &\quad \times \cos \theta_r \sin \phi_r e^{jkx' \sin \theta_r \cos \phi_r} e^{jkY' \sin \theta_r \sin \phi_r} dx' dY' \\ &= \sum_{m,n} \frac{A_0 e^{-jk_x(c - \frac{b'}{2} \sin \Phi)} \cos \theta_r \sin \phi_r}{k_x} \int_{-a/2}^{a/2} \sin(k_x(x' + \frac{a}{2})) e^{jkx' \sin \theta_r \cos \phi_r} dx' \\ &\quad \times \int_{-b'/2}^{b'/2} e^{jk_y Y' \sin \Phi} \cos(k_y(Y' \cos(\Phi) + \frac{b'}{2})) e^{jkY' \sin \theta_r \sin \phi_r} dY' \\ &= \sum_{m,n} \frac{A_0 e^{-jk_x(c - \frac{b'}{2} \sin \Phi)} \cos \theta_r \sin \phi_r}{k_x} \int_{-a/2}^{a/2} \left(\frac{e^{jk_x(x' + \frac{a}{2})} - e^{-jk_x(x' + \frac{a}{2})}}{2j} \right) e^{jkx' \sin \theta_r \cos \phi_r} dx' \\ &\quad \times \int_{-b'/2}^{b'/2} \left(\frac{e^{jk_y(Y' \cos(\Phi) + \frac{b'}{2})} + e^{-jk_y(Y' \cos(\Phi) + \frac{b'}{2})}}{2} \right) e^{j(k_x \sin \Phi + k \sin \theta_r \sin \phi_r) Y'} dY' \end{aligned}$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$\begin{aligned}
N_{\theta_r} &= \sum_{m,n} \frac{A_0 e^{-jk_x(c-\frac{b'}{2}\sin\Phi)} \cos\theta_r \sin\phi_r}{4jk_x} \left(e^{jk_x\frac{a}{2}} \int_{-a/2}^{a/2} e^{j(k_x+k\sin\theta_r\cos\phi_r)x'} dx' - e^{-jk_x\frac{a}{2}} \int_{-a/2}^{a/2} e^{j(k\sin\theta_r\cos\phi_r-k_x)x'} dx' \right) \\
&\quad \times \left(e^{jk_y\frac{b'}{2}} \int_{-b'/2}^{b'/2} e^{j(k_y\cos\Phi+k\sin\theta_r\sin\phi_r+k_g\sin\Phi)y'} dy' + e^{-jk_y\frac{b'}{2}} \int_{-b'/2}^{b'/2} e^{j(k\sin\theta_r\sin\phi_r-k_y\cos\Phi+k_g\sin\Phi)y'} dy' \right) \\
&= \sum_{m,n} \frac{A_0 e^{-jk_x(c-\frac{b'}{2}\sin\Phi)} \cos\theta_r \sin\phi_r}{4jk_x} \\
&\quad \times \left(e^{jk_x\frac{a}{2}} a \left[\frac{\sin\left(\frac{(k_x+k\sin\theta_r\cos\phi_r)a}{2}\right)}{\frac{(k_x+k\sin\theta_r\cos\phi_r)a}{2}} \right] - e^{-jk_x\frac{a}{2}} a \left[\frac{\sin\left(\frac{(k\sin\theta_r\cos\phi_r-k_x)a}{2}\right)}{\frac{(k\sin\theta_r\cos\phi_r-k_x)a}{2}} \right] \right) \\
&\quad \times \left(e^{jk_y\frac{b'}{2}} b' \left[\frac{\sin\left(\frac{(k_y\cos\Phi+k\sin\theta_r\sin\phi_r+k_g\sin\Phi)b'}{2}\right)}{\frac{(k_y\cos\Phi+k\sin\theta_r\sin\phi_r+k_g\sin\Phi)b'}{2}} \right] \right. \\
&\quad \left. + e^{-jk_y\frac{b'}{2}} b' \left[\frac{\sin\left(\frac{(k\sin\theta_r\sin\phi_r-k_y\cos\Phi+k_g\sin\Phi)b'}{2}\right)}{\frac{(k\sin\theta_r\sin\phi_r-k_y\cos\Phi+k_g\sin\Phi)b'}{2}} \right] \right) \\
&= \sum_{m,n} \frac{ab'A_0 e^{-jk_x(c-\frac{b'}{2}\sin\Phi)} \cos\theta_r \sin\phi_r}{4jk_x} \left(e^{jk_x\frac{a}{2}} \left[\frac{\sin A_r}{A_r} \right] - e^{-jk_x\frac{a}{2}} \left[\frac{\sin A'_r}{A'_r} \right] \right) \\
&\quad \times \left(e^{jk_y\frac{b'}{2}} \left[\frac{\sin(B_r)}{B_r} \right] + e^{-jk_y\frac{b'}{2}} \left[\frac{\sin(B'_r)}{B'_r} \right] \right)
\end{aligned} \tag{3.99}$$

โดยที่

$$A_r = \frac{a}{2}(k_x + k\sin\theta_r\cos\phi_r)$$

$$A'_r = \frac{a}{2}(k\sin\theta_r\cos\phi_r - k_x)$$

$$B_r = \frac{b'}{2}(k_y\cos\Phi + k\sin\theta_r\sin\phi_r + k_g\sin\Phi)$$

$$B'_r = \frac{b'}{2}(k\sin\theta_r\sin\phi_r - k_y\cos\Phi + k_g\sin\Phi)$$

$$b' = b / \cos\Phi$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

คำนวณ N_ϕ

$$\begin{aligned}
 N_\phi &= \int_{-a/2}^{a/2} \int_{-b'/2}^{b'/2} (-J_x \sin \phi_r + J_y \cos \phi_r) e^{jk(x' \sin \theta, \cos \phi_r + Y' \sin \theta, \sin \phi_r)} dx' dY' \\
 &= \int_{-a/2}^{a/2} \int_{-b'/2}^{b'/2} J_y \cos \phi_r e^{jk(x' \sin \theta, \cos \phi_r + Y' \sin \theta, \sin \phi_r)} dx' dY' \\
 &= \int_{-a/2}^{a/2} \int_{-b'/2}^{b'/2} \left(\sum_{m,n} A_0 e^{-jk_x(c - \frac{b'}{2} \sin \Phi)} e^{jk_x Y' \sin \Phi} \frac{1}{k_x} \sin(k_x(x' + \frac{a}{2})) \cos(k_y(Y' \cos(\Phi) + \frac{b'}{2})) \right) \\
 &\quad \times \cos \phi_r e^{jkx' \sin \theta, \cos \phi_r} e^{jkY' \sin \theta, \sin \phi_r} dx' dY' \\
 &= \sum_{m,n} \frac{A_0 e^{-jk_x(c - \frac{b'}{2} \sin \Phi)} \cos \phi_r}{4jk_x} \left(e^{jk_x \frac{a}{2}} \int_{-a/2}^{a/2} e^{j(k_x + k \sin \theta, \cos \phi_r)x'} dx' - e^{-jk_x \frac{a}{2}} \int_{-a/2}^{a/2} e^{j(k \sin \theta, \cos \phi_r - k_x)x'} dx' \right) \\
 &\quad \times \left(e^{jk_y \frac{b'}{2}} \int_{-b'/2}^{b'/2} e^{j(k_y \cos(\Phi) + k \sin \theta, \sin \phi_r + k_x \sin \Phi)Y'} dY' + e^{-jk_y \frac{b'}{2}} \int_{-b'/2}^{b'/2} e^{j(k \sin \theta, \sin \phi_r - k_y \cos(\Phi) + k_x \sin \Phi)Y'} dY' \right) \\
 &= \sum_{m,n} \frac{ab'A_0 e^{-jk_x(c - \frac{b'}{2} \sin \Phi)} \cos \phi_r}{4jk_x} \left(e^{jk_x \frac{a}{2}} \left[\frac{\sin A_r}{A_r} \right] - e^{-jk_x \frac{a}{2}} \left[\frac{\sin A'_r}{A'_r} \right] \right) \\
 &\quad \times \left(e^{jk_y \frac{b'}{2}} \left[\frac{\sin(B_r)}{B_r} \right] + e^{-jk_y \frac{b'}{2}} \left[\frac{\sin B'_r}{B'_r} \right] \right)
 \end{aligned} \tag{3.100}$$

คำนวณ L_{θ_r}

$$\begin{aligned}
 L_{\theta_r} &= \int_{-a/2}^{a/2} \int_{-b'/2}^{b'/2} (M_x \cos \theta_r \cos \phi_r + M_y \cos \theta_r \sin \phi_r - M_z \sin \theta_r) e^{jk(x' \sin \theta, \cos \phi_r + Y' \sin \theta, \sin \phi_r)} dx' dY' \\
 &= \int_{-a/2}^{a/2} \int_{-b'/2}^{b'/2} (M_x \cos \theta_r \cos \phi_r + M_y \cos \theta_r \sin \phi_r) e^{jkx' \sin \theta, \cos \phi_r} e^{jkY' \sin \theta, \sin \phi_r} dx' dY'
 \end{aligned}$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$\begin{aligned}
L_{\theta_r} &= \int_{-a/2}^{a/2} \int_{-b'/2}^{b'/2} \sum_{m,n} F_0 e^{-jk_x(c-\frac{b'}{2}\sin\Phi)} e^{jk_g Y' \sin\Phi} \\
&\quad \times \left(\begin{aligned} &(k_x^2 + k_g^2) k_c^2 \sin(k_x(x' + \frac{a}{2})) \cos(k_y(Y' \cos(\Phi) + \frac{b'}{2})) \cos\theta_r \cos\phi_r \\ &- (k_g^2 - k^2) k_x k_y \cos(k_x(x' + \frac{a}{2})) \sin(k_y(Y' \cos(\Phi) + \frac{b'}{2})) \cos\theta_r \sin\phi_r \end{aligned} \right) \\
&\quad \times e^{jk_x' \sin\theta_r \cos\phi_r} e^{jk_y' \sin\theta_r \sin\phi_r} dx' dY' \\
&= \left\{ \sum_{m,n} \frac{ab' F_0 e^{-jk_x(c-\frac{b'}{2}\sin\Phi)} (k_x^2 + k_g^2) k_c^2 \cos\theta_r \cos\phi_r}{4j} \right. \\
&\quad \times \left. \left[e^{jk_x \frac{a}{2}} \left[\frac{\sin(A_r)}{A_r} \right] - e^{-jk_x \frac{a}{2}} \left[\frac{\sin(A'_r)}{A'_r} \right] \right] \left[e^{jk_y \frac{b'}{2}} \left[\frac{\sin(B_r)}{B_r} \right] + e^{-jk_y \frac{b'}{2}} \left[\frac{\sin(B'_r)}{B'_r} \right] \right] \right\} \\
&\quad + \left\{ - \sum_{m,n} \frac{ab' F_0 e^{-jk_x(c-\frac{b'}{2}\sin\Phi)} (k_g^2 - k^2) k_x k_y \cos\theta_r \sin\phi_r}{4j} \right. \\
&\quad \times \left. \left[e^{jk_x \frac{a}{2}} \left[\frac{\sin(A_r)}{A_r} \right] + e^{-jk_x \frac{a}{2}} \left[\frac{\sin(A'_r)}{A'_r} \right] \right] \left[e^{jk_y \frac{b'}{2}} \left[\frac{\sin(B_r)}{B_r} \right] - e^{-jk_y \frac{b'}{2}} \left[\frac{\sin(B'_r)}{B'_r} \right] \right] \right\} \quad (3.101)
\end{aligned}$$

คำนวณ L_{ϕ_r}

$$\begin{aligned}
L_{\theta_r} &= \int_{-a/2}^{a/2} \int_{-b'/2}^{b'/2} (-M_x \sin\phi_r + M_y \cos\phi_r) e^{jk(x' \sin\theta_r \cos\phi_r + Y' \sin\theta_r \sin\phi_r)} dx' dY' \\
&= \int_{-a/2}^{a/2} \int_{-b'/2}^{b'/2} \sum_{m,n} F_0 e^{-jk_x(c-\frac{b'}{2}\sin\Phi)} e^{jk_g Y' \sin\Phi} \\
&\quad \times \left(\begin{aligned} &- (k_x^2 + k_g^2) k_c^2 \sin(k_x(x' + \frac{a}{2})) \cos(k_y(Y' \cos(\Phi) + \frac{b'}{2})) \sin\phi_r \\ &- (k_g^2 - k^2) k_x k_y \cos(k_x(x' + \frac{a}{2})) \sin(k_y(Y' \cos(\Phi) + \frac{b'}{2})) \cos\phi_r \end{aligned} \right) \\
&\quad \times e^{jk_x' \sin\theta_r \cos\phi_r} e^{jk_y' \sin\theta_r \sin\phi_r} dx' dY'
\end{aligned}$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$L_{\phi_r} = \left\{ \begin{aligned} & - \sum_{m,n} \frac{ab'F_0 e^{-jk_x(c-\frac{b'}{2}\sin\Phi)} (k_x^2 + k_g^2) k_c^2 \sin\phi_r}{4j} \left[e^{jk_x\frac{a}{2}} \left[\frac{\sin(A_r)}{A_r} \right] - e^{-jk_x\frac{a}{2}} \left[\frac{\sin(A'_r)}{A'_r} \right] \right] \\ & \times \left[e^{jk_y\frac{b'}{2}} \left[\frac{\sin(B_r)}{B_r} \right] + e^{-jk_y\frac{b'}{2}} \left[\frac{\sin(B'_r)}{B'_r} \right] \right] \\ & + \sum_{m,n} \frac{ab'F_0 e^{-jk_x(c-\frac{b'}{2}\sin\Phi)} (k_g^2 - k^2) k_x k_y \cos\phi_r}{4j} \left[e^{jk_x\frac{a}{2}} \left[\frac{\sin(A_r)}{A_r} \right] + e^{-jk_x\frac{a}{2}} \left[\frac{\sin(A'_r)}{A'_r} \right] \right] \\ & \times \left[e^{jk_y\frac{b'}{2}} \left[\frac{\sin(B_r)}{B_r} \right] - e^{-jk_y\frac{b'}{2}} \left[\frac{\sin(B'_r)}{B'_r} \right] \right] \end{aligned} \right\} \quad (3.102)$$

เมื่อแทนค่า N_{θ_r} , N_{ϕ_r} , L_{θ_r} และ L_{ϕ_r} จากสมการ (3.99) (3.100) (3.101) (3.102) ลงในสมการ (2.96 ข) และ (2.96 ค) ดังนั้นจะได้สมการการแพร่กระจายคลื่นดังนี้

$$E_{\theta_r} = -\frac{jke^{-jkr}}{4\pi r} (L_{\phi_r} + \eta N_{\theta_r})$$

$$= -\frac{jke^{-jkr}}{4\pi r} \left\{ \begin{aligned} & \left[- \sum_{m,n} \frac{ab'F_0 e^{-jk_x(c-\frac{b'}{2}\sin\Phi)} (k_x^2 + k_g^2) k_c^2 \sin\phi_r}{4j} \left[e^{jk_x\frac{a}{2}} \left[\frac{\sin A_r}{A_r} \right] - e^{-jk_x\frac{a}{2}} \left[\frac{\sin A'_r}{A'_r} \right] \right] \right. \\ & \times \left. \left[e^{jk_y\frac{b'}{2}} \left[\frac{\sin B_r}{B_r} \right] + e^{-jk_y\frac{b'}{2}} \left[\frac{\sin B'_r}{B'_r} \right] \right] \right] \\ & + \left[- \sum_{m,n} \frac{F_0 e^{-jk_x(c-\frac{b'}{2}\sin\Phi)} (k_g^2 - k^2) k_x k_y \cos\phi_r}{4j} \left[e^{jk_x\frac{a}{2}} \left[\frac{\sin A_r}{A_r} \right] + e^{-jk_x\frac{a}{2}} \left[\frac{\sin A'_r}{A'_r} \right] \right] \right. \\ & \times \left. \left[e^{jk_y\frac{b'}{2}} \left[\frac{\sin B_r}{B_r} \right] - e^{-jk_y\frac{b'}{2}} \left[\frac{\sin B'_r}{B'_r} \right] \right] \right] \\ & + \eta \left[\sum_{m,n} \frac{ab'A_0 e^{-jk_x(c-\frac{b'}{2}\sin\Phi)} \cos\theta_r \sin\phi_r}{4jk_x} \left[e^{jk_x\frac{a}{2}} \left[\frac{\sin A_r}{A_r} \right] - e^{-jk_x\frac{a}{2}} \left[\frac{\sin A'_r}{A'_r} \right] \right] \right. \\ & \times \left. \left[e^{jk_y\frac{b'}{2}} \left[\frac{\sin B_r}{B_r} \right] + e^{-jk_y\frac{b'}{2}} \left[\frac{\sin B'_r}{B'_r} \right] \right] \right] \end{aligned} \right\} \quad (3.103)$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$\begin{aligned}
E_{\phi_r} &= \frac{jke^{-jkr}}{4\pi r} (L_{\theta_r} - \eta N_{\phi_r}) \\
&= \frac{jke^{-jkr}}{4\pi r} \left(\begin{aligned} &\left\{ \sum_{m,n} \frac{ab'F_0 e^{-jk_x(c-\frac{b'}{2}\sin\Phi)} (k_x^2 + k_g^2) k_c^2 \cos\theta_r \cos\phi_r \left[e^{jk_x\frac{a}{2}} \left[\frac{\sin A_r}{A_r} \right] - e^{-jk_x\frac{a}{2}} \left[\frac{\sin A'_r}{A'_r} \right] \right]}{4j} \right. \\ &\times \left. \left[e^{jk_y\frac{b'}{2}} \left[\frac{\sin B_r}{B_r} \right] + e^{-jk_y\frac{b'}{2}} \left[\frac{\sin B'_r}{B'_r} \right] \right] \right\} \\ &+ \left\{ -\sum_{m,n} \frac{F_0 e^{-jk_g(c-\frac{b'}{2}\sin\Phi)} (k_g^2 - k^2) k_x k_y \cos\theta_r \sin\phi_r \left[e^{jk_x\frac{a}{2}} \left[\frac{\sin A_r}{A_r} \right] + e^{-jk_x\frac{a}{2}} \left[\frac{\sin A'_r}{A'_r} \right] \right]}{4j} \right. \\ &\times \left. \left[e^{jk_y\frac{b'}{2}} \left[\frac{\sin B_r}{B_r} \right] - e^{-jk_y\frac{b'}{2}} \left[\frac{\sin B'_r}{B'_r} \right] \right] \right\} \\ &- \eta \left\{ \sum_{m,n} \frac{ab'A_0 e^{-jk_x(c-\frac{b'}{2}\sin\Phi)} \cos\phi_r \left[e^{jk_x\frac{a}{2}} \left[\frac{\sin A_r}{A_r} \right] - e^{-jk_x\frac{a}{2}} \left[\frac{\sin A'_r}{A'_r} \right] \right]}{4jk_x} \right. \\ &\times \left. \left[e^{jk_y\frac{b'}{2}} \left[\frac{\sin B_r}{B_r} \right] + e^{-jk_y\frac{b'}{2}} \left[\frac{\sin B'_r}{B'_r} \right] \right] \right\} \end{aligned} \right) \quad (3.104)
\end{aligned}$$

สมการ (3.103) และ (3.104) จะเป็นส่วนประกอบของสนามระยะไกล $E(\theta_r, \phi_r)$ ในทิศ θ_r และ ϕ_r ตามลำดับ แต่ต้องการหาสนามระยะไกล $E(\theta, \phi)$ ดังนั้นจะแปลงสนามระยะไกล $E(\theta_r, \phi_r) \rightarrow E(\theta, \phi)$ โดยที่มีความสัมพันธ์ดังนี้
สำหรับระนาบสนามไฟฟ้า (yz)

$$\theta_r = \theta - \Phi \text{ และ } \phi_r = \phi = \frac{\pi}{2} \quad (3.105 ก)$$

สำหรับระนาบสนามแม่เหล็ก (xz)

$$\theta_r = \theta \text{ และ } \phi_r = \phi = 0 \quad (3.105 ข)$$

เมื่อแทนค่าสมการ (3.105 ก) หรือ (3.106 ข) ลงในสมการ (3.103) และ (3.104) จะได้แบบรูปการแพร่กระจายคลื่นของสายอากาศช่องเปิดที่ทำมุมใดๆกับท่อนำคลื่นในระนาบที่ต้องการ จากนั้นจะ
การวิเคราะห์คุณลักษณะการแพร่กระจายคลื่นของสายอากาศช่องเปิดดังกล่าวต่อไป

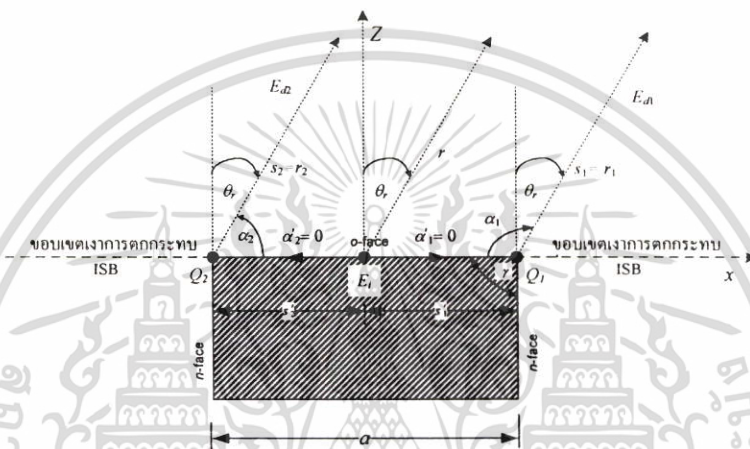
เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

3.2.3 ผลของการเลี้ยวเบนที่เกิดจากโครงสร้างของสายอากาศ

ในพิจารณาผลของการเลี้ยวเบนที่เกิดจากโครงสร้างของสายอากาศในรูปที่ 3.10 ยังคงใช้หลักการการหมุนแกนมาช่วยในการวิเคราะห์ ดังนั้นระบบพิกัด xYZ จึงถูกนำมาวิเคราะห์ผลของการเลี้ยวเบนที่เกิดจากสายอากาศช่องเปิดที่มีโครงสร้างและพิกัดดังรูปที่ 3.10 ในแต่ละระนาบ ดังนี้

3.2.3.1 ระนาบ xZ $P(r, \theta_r, \phi_r = 0)$

จากโครงสร้างสายอากาศในรูปที่ 3.10 จะสามารถกำหนดขอบเขตเงาและสนามตกกระทบในระนาบ xZ ได้ดังรูปที่ 3.14



รูปที่ 3.14 การเลี้ยวเบนที่เกิดจากโครงสร้างสายอากาศในระนาบ xZ

จากรูปที่ 3.14 จะเห็นได้ว่าจะมีลักษณะโครงสร้าง ขอบเขตเงาและสนามตกกระทบ เหมือนกับการพิจารณาผลการเลี้ยวเบนที่เกิดจากโครงสร้างของสายอากาศช่องเปิดแบบตรงในหัวข้อที่ 3.1.5.1 ดังนั้นการพิจารณาผลของการเลี้ยวเบนในระนาบสนามแม่เหล็กหรือระนาบ xZ สามารถสรุปได้ดังนี้
สนามลัพท์ที่จุดสังเกต $P(r, \theta_r, \phi_r = 0)$

$$E_t = \begin{cases} E_i + E_{d1} + E_{d2} + E_{d12} & \text{สำหรับ } 0 \leq \theta_r \leq \frac{\pi}{2} \\ E_{d1} + E_{d12} & \text{สำหรับ } \frac{\pi}{2} < \theta_r \leq \pi \end{cases} \quad (3.106)$$

สนามที่แพร่กระจายคลื่นจากสายอากาศช่องเปิดที่จุดสังเกต $P(r, \theta_r, \phi_r = 0)$

$$E_i(\theta_r) = \begin{cases} E_{ap}(\theta_r) \frac{e^{-jkr}}{\sqrt{r}} & \text{สำหรับ } \theta_r \leq \frac{\pi}{2} \\ 0 & \text{สำหรับ } \theta_r > \frac{\pi}{2} \end{cases} \quad (3.107)$$

โดยที่ $E_{ap}(\theta_r) = \sqrt{E_{\theta,0}^2(\theta_r, \phi_r = 0) + E_{\phi,0}^2(\theta_r, \phi_r = 0)}$ ส่วน $E_{\theta,0}$ และ $E_{\phi,0}$ หาได้ดังนี้

$$E_{\theta,0} = -\frac{jk}{4\pi} \left\{ \begin{aligned} & \left[-\sum_{m,n} \frac{ab'F_0 e^{-jk_x(c-\frac{b'}{2}\sin\Phi)} (k_x^2 + k_g^2) k_c^2 \sin\phi_r}{4j} \left[e^{jk_x\frac{a}{2}} \left[\frac{\sin A_r}{A_r} \right] - e^{-jk_x\frac{a}{2}} \left[\frac{\sin A'_r}{A'_r} \right] \right] \right] \\ & \times \left[e^{jk_y\frac{b'}{2}} \left[\frac{\sin B_r}{B_r} \right] + e^{-jk_y\frac{b'}{2}} \left[\frac{\sin B'_r}{B'_r} \right] \right] \end{aligned} \right\} \\ + \left\{ \begin{aligned} & \left[-\sum_{m,n} \frac{F_0 e^{-jk_x(c-\frac{b'}{2}\sin\Phi)} (k_g^2 - k^2) k_x k_y \cos\phi_r}{4j} \left[e^{jk_x\frac{a}{2}} \left[\frac{\sin A_r}{A_r} \right] + e^{-jk_x\frac{a}{2}} \left[\frac{\sin A'_r}{A'_r} \right] \right] \right] \\ & \times \left[e^{jk_y\frac{b'}{2}} \left[\frac{\sin B_r}{B_r} \right] - e^{-jk_y\frac{b'}{2}} \left[\frac{\sin B'_r}{B'_r} \right] \right] \end{aligned} \right\} \\ + \eta \left\{ \begin{aligned} & \left[\sum_{m,n} \frac{ab'A_0 e^{-jk_x(c-\frac{b'}{2}\sin\Phi)} \cos\theta_r \sin\phi_r}{4jk_x} \left[e^{jk_x\frac{a}{2}} \left[\frac{\sin A_r}{A_r} \right] - e^{-jk_x\frac{a}{2}} \left[\frac{\sin A'_r}{A'_r} \right] \right] \right] \\ & \times \left[e^{jk_y\frac{b'}{2}} \left[\frac{\sin B_r}{B_r} \right] + e^{-jk_y\frac{b'}{2}} \left[\frac{\sin B'_r}{B'_r} \right] \right] \end{aligned} \right\} \quad (3.107 \text{ ก})$$

$$E_{\phi,0} = \frac{jke^{-jk_r}}{4\pi r} \left\{ \begin{aligned} & \left[\sum_{m,n} \frac{ab'F_0 e^{-jk_x(c-\frac{b'}{2}\sin\Phi)} (k_x^2 + k_g^2) k_c^2 \cos\theta_r \cos\phi_r}{4j} \left[e^{jk_x\frac{a}{2}} \left[\frac{\sin A_r}{A_r} \right] - e^{-jk_x\frac{a}{2}} \left[\frac{\sin A'_r}{A'_r} \right] \right] \right] \\ & \times \left[e^{jk_y\frac{b'}{2}} \left[\frac{\sin B_r}{B_r} \right] + e^{-jk_y\frac{b'}{2}} \left[\frac{\sin B'_r}{B'_r} \right] \right] \end{aligned} \right\} \\ + \left\{ \begin{aligned} & \left[-\sum_{m,n} \frac{F_0 e^{-jk_x(c-\frac{b'}{2}\sin\Phi)} (k_g^2 - k^2) k_x k_y \cos\theta_r \sin\phi_r}{4j} \left[e^{jk_x\frac{a}{2}} \left[\frac{\sin A_r}{A_r} \right] + e^{-jk_x\frac{a}{2}} \left[\frac{\sin A'_r}{A'_r} \right] \right] \right] \\ & \times \left[e^{jk_y\frac{b'}{2}} \left[\frac{\sin B_r}{B_r} \right] - e^{-jk_y\frac{b'}{2}} \left[\frac{\sin B'_r}{B'_r} \right] \right] \end{aligned} \right\} \\ - \eta \left\{ \begin{aligned} & \left[\sum_{m,n} \frac{ab'A_0 e^{-jk_x(c-\frac{b'}{2}\sin\Phi)} \cos\phi_r}{4jk_x} \left[e^{jk_x\frac{a}{2}} \left[\frac{\sin A_r}{A_r} \right] - e^{-jk_x\frac{a}{2}} \left[\frac{\sin A'_r}{A'_r} \right] \right] \right] \\ & \times \left[e^{jk_y\frac{b'}{2}} \left[\frac{\sin B_r}{B_r} \right] + e^{-jk_y\frac{b'}{2}} \left[\frac{\sin B'_r}{B'_r} \right] \right] \end{aligned} \right\} \quad (3.107 \text{ ข})$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

สนามเลี้ยวเบนจากขอบด้านขวาที่จุด Q_1

$$E_{d1}(\theta_r) = E_{ap}(\theta_r) \frac{e^{-jk(a/2)} e^{-j\pi/4} F[k(a/2)(1 - \sin \theta_r)]}{\sqrt{a/2} n\sqrt{2\pi k}} \times \left(\frac{\sin(\pi/n)}{\cos(\pi/n) - (\cos(\pi/2n)\cos(\theta_r/n) - \sin(\pi/2n)\sin(\theta_r/n))} \right) e^{jk[(a/2)\sin \theta_r]} \frac{e^{-jkr}}{\sqrt{r}} \quad (3.108)$$

สนามเลี้ยวเบนจากขอบด้านซ้ายที่จุด Q_2

$$E_{d2}(\theta_r) = E_{ap}(\theta_r) \frac{e^{-jk(a/2)} e^{-j\pi/4} F[k(a/2)(1 + \sin \theta_r)]}{\sqrt{a/2} n\sqrt{2\pi k}} \times \left(\frac{\sin(\pi/n)}{\cos(\pi/n) - (\cos(\pi/2n)\cos(\theta_r/n) + \sin(\pi/2n)\sin(\theta_r/n))} \right) e^{-jk[(a/2)\sin \theta_r]} \frac{e^{-jkr}}{\sqrt{r}} \quad (3.109)$$

สนามเลี้ยวเบนลำดับที่สองที่จุด Q_1 ที่เกิดจากสนาม E_{d2}

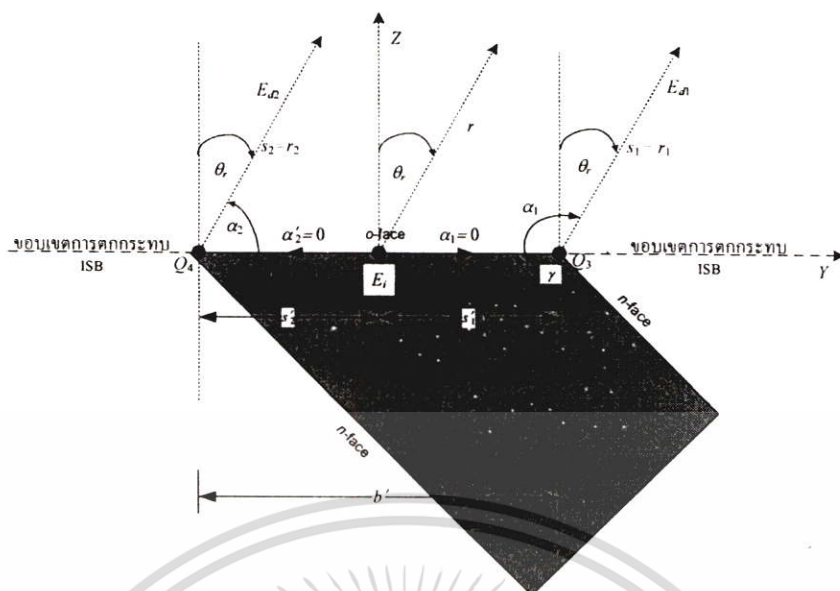
$$E_{i2}(\theta_r) = E_{ap}(\theta_r) \frac{e^{-jk(a/2)} e^{-j\pi/4} \sin(\pi/n)}{\sqrt{a/2} n\sqrt{2\pi k} \cos(\pi/n) - 1} \frac{e^{-jku} e^{-j\pi/4} F[k(a/2)(1 - \sin \theta_r)]}{\sqrt{a} n\sqrt{2\pi k}} \times \left(\frac{\sin(\pi/n)}{\cos(\pi/n) - (\cos(\pi/2n)\cos(\theta_r/n) - \sin(\pi/2n)\sin(\theta_r/n))} \right) e^{jk(a/2)\sin \theta_r} \frac{e^{-jkr}}{\sqrt{r}} \quad (3.110)$$

โดยที่ $n=1.5$ และจากความสัมพันธ์ของ θ กับ θ_r และ ϕ และ ϕ_r ในระนาบสำหรับระนาบสนามแม่เหล็ก (xz) จากสมการ (3.105 ข) เมื่อแทนลงในสมการ (3.106) ถึง (3.110) จะทำให้สามารถแปลงสนามระยะไกล $E(\theta_r, \phi_r) \rightarrow E(\theta, \phi)$ ได้

3.2.3.2 ระนาบ YZ $P(r, \theta_r, \phi_r = \pi/2)$

จากรูปที่ 3.15 โครงสร้างของสายอากาศในระนาบ YZ จะไม่สมมาตร และมีตำแหน่งการเลี้ยวเบน 2 จุดคือ Q_3 และ Q_4 ซึ่งแต่ละจุดจะเป็นลิมิตที่มีมุมภายในที่ไม่เท่ากันจึงทำให้พารามิเตอร์ n มีค่าไม่เท่ากัน แต่จะมีขอบเขตเงาและสนามตกกระทบเหมือนกับการพิจารณาผลของการเลี้ยวเบนในหัวข้อที่ผ่านมา ดังนั้นในการพิจารณาการเลี้ยวเบนในระนาบนี้สามารถสรุปดังนี้

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



รูปที่ 3.15 การเลี้ยวเบนที่เกิดจากโครงสร้างสายอากาศในระนาบ YZ

สนามลัพท์ที่จุดสังเกต $P(r, \theta, \phi_r = \frac{\pi}{2})$

โครงสร้างของสายอากาศในระนาบ YZ จะมีลักษณะที่ไม่สมมาตร ดังนั้นจึงต้องพิจารณาสนามในช่วงทั้งหมด ดังนั้นสนามลัพท์ที่จุดสังเกตสามารถเขียนได้ดังนี้

$$E_i = \begin{cases} E_i + E_{d1^*} + E_{d2^*} + E_{d12^*} + E_{d21^*} & \text{สำหรับ } 0 \leq \theta, \leq \frac{\pi}{2} \\ E_{d1^*} + E_{d12^*} & \text{สำหรับ } \frac{\pi}{2} < \theta, \leq \pi - \Phi \\ E_{d2^*} + E_{d21^*} & \text{สำหรับ } \pi - \Phi < \theta, < \frac{3\pi}{2} \\ E_i + E_{d1^*} + E_{d2^*} + E_{d12^*} + E_{d21^*} & \text{สำหรับ } \frac{3\pi}{2} \leq \theta, < 2\pi \end{cases} \quad (3.111)$$

สนามที่แพร่กระจายคลื่นจากสายอากาศช่องเปิดหรือสนามตกกระทบ (E_i)

$$E_i(\theta_r) = \begin{cases} E_{op}(\theta_r) \frac{e^{-jkr}}{\sqrt{r}} & \text{สำหรับ } 0 \leq \theta, \leq \frac{\pi}{2} \text{ และ } \frac{3\pi}{2} < \theta, < 2\pi \\ 0 & \text{สำหรับ } \frac{\pi}{2} < \theta, \leq \pi - \Phi \text{ และ } \pi - \Phi < \theta, \leq \frac{3\pi}{2} \end{cases} \quad (3.112)$$

โดยที่ $E_{op}(\theta_r) = \sqrt{E_{\theta,0}^2(\theta_r, \phi_r = \pi/2) + E_{\phi,0}^2(\theta_r, \phi_r = \pi/2)}$ ส่วน $E_{\theta,0}$ และ $E_{\phi,0}$ สามารถหาได้จากสมการ (3.107 ก) และ (3.107 ข)

สนามเลี้ยวเบนจากขอบด้านขวาที่จุด Q_3

จากรูปที่ 3.15 ที่จุด Q_3 จะเป็นลิมที่มีมุมภายในเท่ากับ $\frac{\pi}{2} + \Phi$ ดังนั้น $n_{Q_3} = 1.5 - \frac{\Phi}{\pi}$ และสนามเลี้ยวเบนจากที่จุด Q_3 จะพิจารณาเป็น 2 ช่วง ดังนี้

ช่วงที่ 1 $0 \leq \theta \leq \pi - \Phi$

ในช่วงนี้จะพบว่า มุมการเลี้ยวเบน $\alpha_1 = \frac{\pi}{2} + \theta$ ดังนั้นจะสามารถหาฟังก์ชัน $a(\alpha_1)$ เมื่อ $N = 0$ ได้ดังนี้

$$\begin{aligned} a(\alpha_1) &= 2 \cos^2 \left(\frac{2n_{Q_3}\pi N - \alpha_1}{2} \right), \quad N = 0 \\ &= 1 + \cos \left(\frac{\pi}{2} + \theta \right) = 1 + \left[\cos \frac{\pi}{2} \cos \theta - \sin \frac{\pi}{2} \sin \theta \right] = 1 - \sin \theta \end{aligned} \quad (3.113)$$

ดังนั้น สนามเลี้ยวเบนจากขอบด้านขวาที่จุด Q_3 (E_{d1}) จะเป็น

$$\begin{aligned} E_{d1}(\theta_r) &= E_{ap}(\theta_r) \frac{e^{-jk(b'/2)} e^{-j\pi/4} F[k(b'/2)(1 - \sin \theta_r)]}{\sqrt{b'/2} n_{Q_3} \sqrt{2\pi k}} \\ &\times \left(\frac{\sin(\pi/n_{Q_3})}{\cos(\pi/n_{Q_3}) - (\cos(\pi/2n_{Q_3}) \cos(\theta_r/n_{Q_3}) - \sin(\pi/2n_{Q_3}) \sin(\theta_r/n_{Q_3}))} \right) e^{jk[(b'/2)\sin \theta_r]} \frac{e^{-jkr}}{\sqrt{r}} \end{aligned} \quad (3.114)$$

ช่วงที่ 2 $\frac{3\pi}{2} \leq \theta < 2\pi$

ในช่วงนี้มุมการเลี้ยวเบน $\alpha_1 = \theta - \frac{3\pi}{2}$ ดังนั้นจะสามารถหาฟังก์ชัน $a(\alpha_1)$ เมื่อ $N = 0$ ได้ดังนี้

$$\begin{aligned} a(\alpha_1) &= 2 \cos^2 \left(\frac{2n_{Q_3}\pi N - \alpha_1}{2} \right), \quad N = 0 \\ &= 1 + \cos \left(\theta - \frac{3\pi}{2} \right) = 1 + \left[\cos \theta \cos \frac{3\pi}{2} + \sin \theta \sin \frac{3\pi}{2} \right] = 1 - \sin \theta \end{aligned} \quad (3.115)$$

ดังนั้น สนามเลี้ยวเบนจากขอบด้านขวาที่จุด Q_3 (E_{d1}) จะเป็น

$$E_{d1}(\theta_r) = E_{ap}(\theta_r) \frac{e^{-jk(b'/2)} e^{-j\pi/4} F[k(b'/2)(1-\sin\theta_r)]}{\sqrt{b/2} n_{Q3} \sqrt{2\pi k}} \times \left(\frac{\sin(\pi/n_{Q3})}{\cos(\pi/n_{Q3}) - (\cos(\theta_r/n_{Q3})\cos(3\pi/2n_{Q3}) + \sin(\theta_r/n_{Q3})\sin(3\pi/2n_{Q3}))} \right) e^{jk[(b'/2)\sin\theta_r]} \frac{e^{-jkr}}{\sqrt{r}} \quad (3.116)$$

สนามเลี้ยวเบนจากขอบด้านซ้ายที่จุด Q_4

ลักษณะลิมที่จุด Q_4 จะมีมุมภายในเท่ากับ $\frac{\pi}{2} - \Phi$ ดังนั้น $n_{Q4} = 1.5 + \frac{\Phi}{\pi}$ และสนามเลี้ยวเบนจากที่จุด Q_4 จะพิจารณาเป็น 2 ช่วง ดังนี้

ช่วงที่ 1 $0 \leq \theta \leq \frac{\pi}{2}$

ในช่วงนี้จะพบว่า มุมการเลี้ยวเบน $\alpha_2 = \frac{\pi}{2} - \theta$ ดังนั้นจะสามารถหาฟังก์ชัน $a(\alpha_2)$ ได้ดังนี้

$$a(\alpha_2) = 2 \cos^2 \left(\frac{2n_{Q4}\pi N - \alpha_2}{2} \right), \quad N=0 \\ = 1 + \cos \left(\frac{\pi}{2} - \theta \right) = 1 + \left[\cos \frac{\pi}{2} \cos \theta + \sin \frac{\pi}{2} \sin \theta \right] = 1 + \sin \theta \quad (3.117)$$

ดังนั้น สนามเลี้ยวเบนจากขอบด้านขวาที่จุด Q_4 (E_{d2}) จะเป็น

$$E_{d2}(\theta_r) = E_{ap}(\theta_r) \frac{e^{-jk(b'/2)} e^{-j\pi/4} F[k(b'/2)(1+\sin\theta_r)]}{\sqrt{b'/2} n_{Q4} \sqrt{2\pi k}} \times \left(\frac{\sin(\pi/n_{Q4})}{\cos(\pi/n_{Q4}) - (\cos(\pi/2n_{Q4})\cos(\theta_r/n_{Q4}) + \sin(\pi/2n_{Q4})\sin(\theta_r/n_{Q4}))} \right) e^{jk[(b'/2)\sin\theta_r]} \frac{e^{-jkr}}{\sqrt{r}} \quad (3.118)$$

ช่วงที่ 2 $\pi - \Phi < \theta < 2\pi$

มุมการเลี้ยวเบน $\alpha_2 = \frac{5\pi}{2} - \theta$ ดังนั้นจะสามารถหาฟังก์ชัน $a(\alpha_2)$ ได้ดังนี้

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$a(\alpha_2) = 2 \cos^2 \left(\frac{2n_{Q4}\pi N - \alpha_2}{2} \right), \quad N = 0$$

$$= 1 + \cos \left(\frac{5\pi}{2} - \theta \right) = 1 + \left[\cos \frac{5\pi}{2} \cos \theta + \sin \frac{5\pi}{2} \sin \theta \right] = 1 + \sin \theta \quad (3.119)$$

ดังนั้น สนามเลี้ยวเบนจากขอบด้านขวาที่จุด Q_4 (E_{d2}) จะเป็น

$$E_{d2}(\theta_r) = E_{ap}(\theta_r) \frac{e^{-jk(b'/2)} e^{-j\pi/4} F[k(b'/2)(1 + \sin \theta_r)]}{\sqrt{b'/2} n_{Q4} \sqrt{2\pi k}}$$

$$\times \left(\frac{\sin(\pi/n_{Q4})}{\cos(\pi/n_{Q4}) - (\cos(5\pi/2n_{Q4}) \cos(\theta_r/n_{Q4}) + \sin(5\pi/2n_{Q4}) \sin(\theta_r/n_{Q4}))} \right) e^{jk[(b'/2)\sin \theta_r]} \frac{e^{-jkr}}{\sqrt{r}} \quad (3.120)$$

สนามเลี้ยวเบนลำดับที่สองที่จุด Q_3 ที่เกิดจากสนาม E_{d2}

เนื่องจากจะเกิดความไม่ต่อเนื่องที่รอยต่อขอบเขตเงาจึงทำให้จะต้องคิดผลของสนามเลี้ยวเบนลำดับที่สองด้วยซึ่งจะมีหลักการเช่นเดียวกับหัวข้อที่ผ่านมา โดยที่สนามเลี้ยวเบนลำดับที่สองที่จุด Q_3 จะเกิดจากสนาม E_{d2} ที่มีมุมเลี้ยวเบนเท่ากับศูนย์ ($\theta = \frac{\pi}{2}$) ดังนั้น สนามเลี้ยวเบนลำดับที่สองที่จุด Q_3 ที่เกิดจากสนาม E_{d2} เมื่อมุมการเลี้ยวเบนอยู่ในช่วง $0 \leq \theta \leq \pi - \Phi$ สามารถหาได้ดังนี้

$$E_{12}(\theta_r) = E_{ap}(\theta_r) \frac{e^{-jk(b'/2)} e^{-j\pi/4} \sin(\pi/n_{Q4}) e^{-jkb'} e^{-j\pi/4} F[k(b'/2)(1 - \sin \theta_r)]}{\sqrt{b'/2} n_{Q4} \sqrt{2\pi k} \cos(\pi/n_{Q4}) - 1 \sqrt{b'}} \frac{e^{jk(b'/2)\sin \theta_r} e^{-jkr}}{n_{Q3} \sqrt{2\pi k} \sqrt{r}}$$

$$\times \left(\frac{\sin(\pi/n_{Q3})}{\cos(\pi/n_{Q3}) - (\cos(\pi/2n_{Q3}) \cos(\theta_r/n_{Q3}) - \sin(\pi/2n_{Q3}) \sin(\theta_r/n_{Q3}))} \right) e^{jk(b'/2)\sin \theta_r} \frac{e^{-jkr}}{\sqrt{r}} \quad (3.121)$$

และในช่วง $\frac{3\pi}{2} \leq \theta < 2\pi$ สามารถหาได้ดังนี้

$$E_{12}(\theta_r) = E_{ap}(\theta_r) \frac{e^{-jk(b'/2)} e^{-j\pi/4} \sin(\pi/n_{Q4}) e^{-jkb'} e^{-j\pi/4} F[k(b'/2)(1 - \sin \theta_r)]}{\sqrt{b'/2} n_{Q4} \sqrt{2\pi k} \cos(\pi/n_{Q4}) - 1 \sqrt{b'}} \frac{e^{jk(b'/2)\sin \theta_r} e^{-jkr}}{n_{Q3} \sqrt{2\pi k} \sqrt{r}}$$

$$\times \left(\frac{\sin(\pi/n_{Q3})}{\cos(\pi/n_{Q3}) - (\cos(\theta_r/n_{Q3}) \cos(3\pi/2n_{Q3}) + \sin(\theta_r/n_{Q3}) \sin(3\pi/2n_{Q3}))} \right) e^{jk(b'/2)\sin \theta_r} \frac{e^{-jkr}}{\sqrt{r}} \quad (3.122)$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

สนามเลี้ยวเบนลำดับที่สองที่จุด Q_4 ที่เกิดจากสนาม E_{d1}

สนามเลี้ยวเบนลำดับที่สองที่จุด Q_4 จะเกิดจากสนาม E_{d1} ที่มีมุมเลี้ยวเบนเท่ากับศูนย์ ($\theta = \frac{3\pi}{2}$) ดังนั้น สนามเลี้ยวเบนลำดับที่สองที่จุด Q_4 ที่เกิดจากสนาม E_{d1} เมื่อมุมการเลี้ยวเบนอยู่ในช่วง $0 \leq \theta \leq \frac{\pi}{2}$ สามารถหาได้ดังนี้

$$E_{21}(\theta_r) = E_{ap}(\theta_r) \frac{e^{-jk(b'/2)} e^{-j\pi/4}}{\sqrt{b'/2}} \frac{e^{-j\pi/4}}{n_{Q3} \sqrt{2\pi k}} \frac{\sin(\pi/n_{Q3})}{\cos(\pi/n_{Q3}) - 1} \frac{e^{-jkb'} e^{-j\pi/4} F[k(b/2)(1 + \sin\theta_r)]}{\sqrt{b'}} \frac{1}{n_{Q4} \sqrt{2\pi k}} \\ \times \left(\frac{\sin(\pi/n_{Q4})}{\cos(\pi/n_{Q4}) - (\cos(\pi/2n_{Q4}) \cos(\theta_r/n_{Q4}) + \sin(\pi/2n_{Q4}) \sin(\theta_r/n_{Q4}))} \right) e^{jk(b'/2)\sin\theta_r} \frac{e^{-jkr}}{\sqrt{r}} \quad (3.123)$$

และในช่วง $\pi - \Phi < \theta < 2\pi$ สามารถหาได้ดังนี้

$$E_{21}(\theta_r) = E_{ap}(\theta_r) \frac{e^{-jk(b'/2)} e^{-j\pi/4}}{\sqrt{b'/2}} \frac{e^{-j\pi/4}}{n_{Q3} \sqrt{2\pi k}} \frac{\sin(\pi/n_{Q3})}{\cos(\pi/n_{Q3}) - 1} \frac{e^{-jkb'} e^{-j\pi/4} F[k(b/2)(1 + \sin\theta_r)]}{\sqrt{b'}} \frac{1}{n_{Q4} \sqrt{2\pi k}} \\ \times \left(\frac{\sin(\pi/n_{Q4})}{\cos(\pi/n_{Q4}) - (\cos(5\pi/2n_{Q4}) \cos(\theta_r/n_{Q4}) + \sin(5\pi/2n_{Q4}) \sin(\theta_r/n_{Q4}))} \right) e^{jk(b'/2)\sin\theta_r} \frac{e^{-jkr}}{\sqrt{r}} \quad (3.124)$$

โดยที่ $n_{Q3} = 1.5 - \frac{\Phi}{\pi}$ $n_{Q4} = 1.5 + \frac{\Phi}{\pi}$ และ $b' = \frac{b}{\cos\Phi}$

ถ้าแบบรูปการแพร่กระจายคลื่นของสายอากาศไม่สมมาตรก็สามารถพิจารณาผลของการเลี้ยวเบนที่เกิดจากโครงสร้างสายอากาศในช่วงทั้งหมด ($0 \leq \theta < 2\pi$) ได้จากหลักการในหัวข้อที่ 3.2.3.2 โดยเปลี่ยนค่าสนามตกกระทบ (E_i) พารามิเตอร์ n และขนาดของสายอากาศตามระนาบที่ต้องการพิจารณาผลของการเลี้ยวเบน

จากความสัมพันธ์ของ θ กับ θ_r และ ϕ และ ϕ_r ในระนาบสนามไฟฟ้า (yz) จากสมการ (3.105 ก) จะทำให้สามารถแปลงสนามระยะไกล $E(\theta_r, \phi_r) \rightarrow E(\theta, \phi)$ และนำไปวิเคราะห์คุณลักษณะของสายอากาศช่องเปิดที่ทำมุมใดๆกับท่อนำคลื่นต่อไป

3.3 สรุป

ในบทนี้ได้นำเสนอการวิเคราะห์คุณลักษณะสายอากาศช่องเปิดจากท่อนำคลื่นสี่เหลี่ยมมุมฉากที่ถูกป้อนกระแสด้วยโพรบ โดยที่ทำการพิจารณาช่องเปิดที่เกิดจากท่อนำคลื่นสี่เหลี่ยมดังกล่าว สองลักษณะคือ ช่องเปิดแบบตรงและแบบทำมุมใดๆกับท่อนำคลื่น สำหรับท่อนำคลื่นสี่เหลี่ยมมุม

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ฉากที่นำมาวิเคราะห์จะเป็นท่อนำคลื่นที่มีการเปิดปลายด้านหนึ่งและปิดปลายอีกด้าน สำหรับหัวข้อแรกเป็นการวิเคราะห์สายอากาศช่องเปิดแบบตรงจากท่อนำคลื่นสี่เหลี่ยมมุมฉากที่ป้อนกระแสด้วยโพรบและหัวข้อที่สองเป็นสายอากาศช่องเปิดแบบทำมุมใดๆกับท่อนำคลื่นสี่เหลี่ยมมุมฉากที่ป้อนกระแสด้วยโพรบ

ในการวิเคราะห์เริ่มที่การหาฟังก์ชันกรีน ไดแอดิกของท่อนำคลื่นสี่เหลี่ยมมุมฉากกึ่งอนันต์เพื่อนำไปคำนวณหาสนามแม่เหล็กไฟฟ้าภายในท่อนำคลื่นและกระแสแม่เหล็กไฟฟ้าสมมูลบริเวณช่องเปิดของท่อนำคลื่นสี่เหลี่ยมมุมฉาก จากนั้นจะสามารถคำนวณหาแบบรูปการแพร่กระจายคลื่นของสายอากาศช่องเปิดจากสมการการแพร่กระจายคลื่น และสุดท้ายได้ทำการคิดผลการเลี้ยวเบนของคลื่นที่เกิด โครงสร้างของสายอากาศเพื่อให้ผลคำนวณมีความแม่นยำยิ่งขึ้น

สำหรับการวิเคราะห์สายอากาศช่องเปิดแบบทำมุมใดๆกับท่อนำคลื่นสี่เหลี่ยมมุมฉากที่ป้อนกระแสด้วยโพรบได้นำหลักการการหมุนแกนพิกัดมาใช้ในการวิเคราะห์และมีขั้นตอนในการวิเคราะห์เช่นเดียวกับสายอากาศช่องเปิดแบบตรง



บทที่ 4

ผลการคำนวณ

สำหรับบทนี้จะเป็นการแสดงลักษณะ โหมดที่บริเวณช่องเปิดและคุณลักษณะการแพร่กระจายคลื่นของสายอากาศช่องเปิดจากท่อนำคลื่นสี่เหลี่ยมมุมฉากที่ป้อนกระแสด้วยโพรบที่ทำการวิเคราะห์ในบทที่ 3 โดยที่หัวข้อแรกจะเป็นผลการคำนวณจากวิธีฟังก์ชันกรีนไดแอดิกและหัวข้อที่สองจะเป็นผลการคำนวณจากวิธีฟังก์ชันกรีนไดแอดิกร่วมด้วยทฤษฎีการเลี้ยวเบน

4.1 ผลการคำนวณจากวิธีฟังก์ชันกรีนไดแอดิก

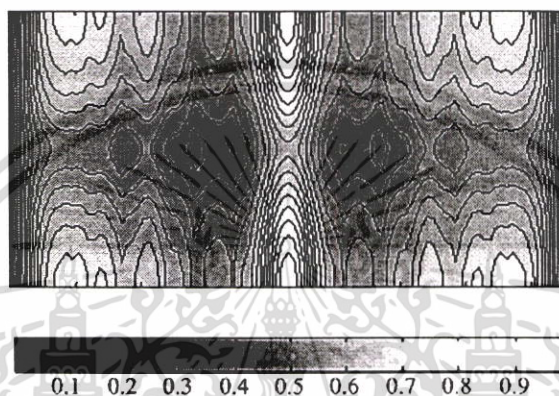
หัวข้อนี้จะเป็นการแสดงผลการคำนวณจากวิธีฟังก์ชันกรีนไดแอดิกที่ไม่ได้คิดผลของการเลี้ยวเบนที่เกิดจากโครงสร้างของสายอากาศเพื่อการศึกษาผลกระทบของพารามิเตอร์ของสายอากาศและโพรบ สำหรับในวิทยานิพนธ์ฉบับนี้ สายอากาศจะกำหนดให้ใช้งานที่ความถี่ 2.45 GHz โดยที่จะมีค่าพารามิเตอร์เริ่มต้นของสายอากาศช่องเปิดจากท่อนำคลื่นสี่เหลี่ยมมุมฉากและโพรบแสดงดังตารางที่ 4.1 และเมื่อนำสูตรสนามไฟฟ้าที่บริเวณช่องเปิดและสนามไฟฟ้าระยะไกลที่ใช้ได้จากวิเคราะห์จากสมการ (3.35) (3.49) และ (3.50) มาคำนวณจะได้คุณลักษณะของสายอากาศดังตารางที่ 4.2 และลักษณะ โหมดที่บริเวณช่องเปิดและแบบรูปการแพร่กระจายคลื่นดังรูปที่ 4.1 และ 4.2 ตามลำดับ

ตารางที่ 4.1 พารามิเตอร์เริ่มต้นของสายอากาศและโพรบ

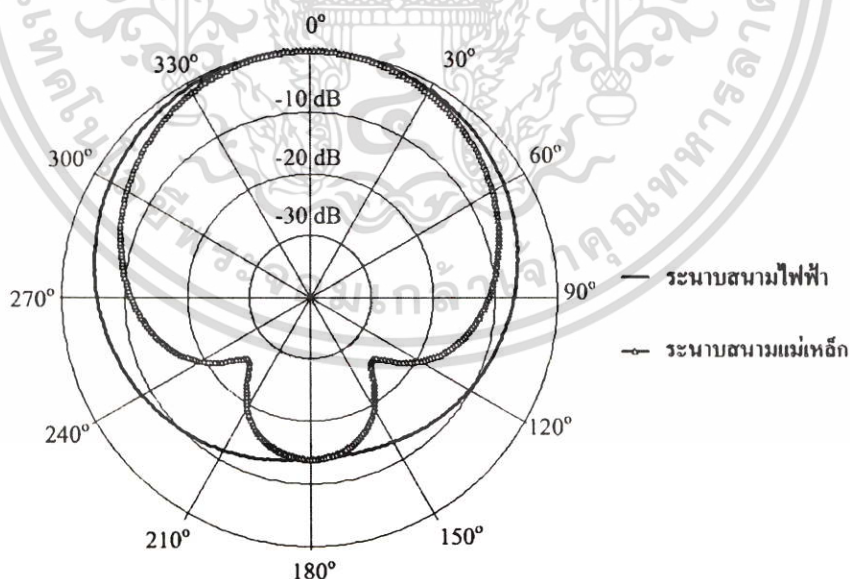
พารามิเตอร์	ขนาดทางไฟฟ้า	ขนาดทางกายภาพ (cm)
a	0.70λ	8.57
b	0.35λ	4.29
c	0.35λ	4.29
p	0.25λ	3.06
s	0.35λ	4.29
l	0.25λ	3.06
w	0.015λ	0.18

ตารางที่ 4.2 คุณลักษณะสายอากาศช่องเปิดจากท่อนำคลื่นมุมฉากที่มีพารามิเตอร์ดังตารางที่ 4.1

โหมดเริ่มคู่เข้า เมื่อ		HPBW (องศา)		มุมที่สนามมีขนาดสูงสุด (องศา)		ค่าสภาพ เจาะจงทิศทาง (dBi)	อัตราส่วน F/B (dB)
<i>m</i>	<i>n</i>	ระนาบ สนามไฟฟ้า	ระนาบ สนามแม่เหล็ก	ระนาบ สนามไฟฟ้า	ระนาบ สนามแม่เหล็ก		
19	4	114.147	82.626	0	0	6.076	13.983



รูปที่ 4.1 ลักษณะโหมดคี่บริเวณช่องเปิดจากท่อนำคลื่นมุมฉากที่มีพารามิเตอร์ดังตารางที่ 4.1



รูปที่ 4.2 แบบรูปการแพร่กระจายคลื่นของสายอากาศช่องเปิดจากท่อนำคลื่นมุมฉากที่มีพารามิเตอร์ดังตารางที่ 4.1

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

สำหรับการหาเลขโหมด m และ n ที่ทำให้ลักษณะของโหมดเริ่มลู่อู่เข้าจะทำการหาผลต่างของโหมดโดยที่ผลรวมผลต่างของสนามที่จุดต่างๆที่ช่องเปิดมีค่าน้อยกว่า 0.01 และในการคำนวณจะพบว่าเลขโหมด m จะมีค่าเป็นศูนย์ไม่ได้เนื่องจากสมการสนามไฟฟ้าจากสมการ (3.23) เมื่อ m เท่ากับศูนย์จะทำให้ค่าสนามไฟฟ้าเป็นเอกฐานซึ่งในทางกายภาพจะพบว่าเมื่อมีการป้อนกระแสด้วยโพรบ จำนวนลูกคลื่นหรือเลขโหมดจะต้องมากกว่าหนึ่งเสมอ นอกจากนี้ยังพบว่าเมื่อเลขโหมด m ที่เป็นเลขคู่จะไม่มีผลในการรวมโหมดสำหรับสายอากาศช่องเปิดจากท่อนำคลื่นมุมฉากที่มีพารามิเตอร์ดังตารางที่ 4.1

และจากรูปที่ 4.2 จะพบว่าแบบรูปการแพร่กระจายคลื่นในทั้งสองระนาบจะชี้ในทิศ $\theta = 0^\circ$ โดยที่ระนาบสนามไฟฟ้าจะมีค่า HPBW มากกว่าระนาบสนามแม่เหล็กเนื่องจากโครงสร้างของสายอากาศช่องเปิดในระนาบสนามแม่เหล็กหรือพารามิเตอร์ a มีค่ามากกว่าโครงสร้างในระนาบสนามไฟฟ้าหรือพารามิเตอร์ b ซึ่งสอดคล้องกับทฤษฎีสายอากาศที่ว่า ความยาวของสายอากาศที่มีค่ามากกว่าจะให้ความกว้างของลำคลื่นที่แคบกว่า [11] และยังพบว่าแบบรูปการแพร่กระจายคลื่นในระนาบสนามไฟฟ้าจะไม่สมมาตรซึ่งเกิดจากโครงสร้างที่ไม่สมมาตรในระนาบสนามไฟฟ้าในที่นี้ก็คือความยาวของโพรบ (l) ที่ทำให้โครงสร้างไม่สมมาตร

ในการศึกษาผลกระทบของพารามิเตอร์ของสายอากาศและโพรบนั้น พารามิเตอร์ที่ได้ทำการเปลี่ยนแปลงจะประกอบด้วย

- ขนาดของช่องเปิด ($a \times b$)
- ความยาวของท่อนำคลื่น (c)
- ความยาวของโพรบ (l)
- ตำแหน่งของโพรบบนแกน z (p)
- ตำแหน่งของโพรบบนแกน x (s)
- มุมที่ช่องเปิดทำกับท่อนำคลื่นสี่เหลี่ยมมุมฉาก (Φ)

4.1.1 ผลกระทบของขนาดของช่องเปิด ($a \times b$)

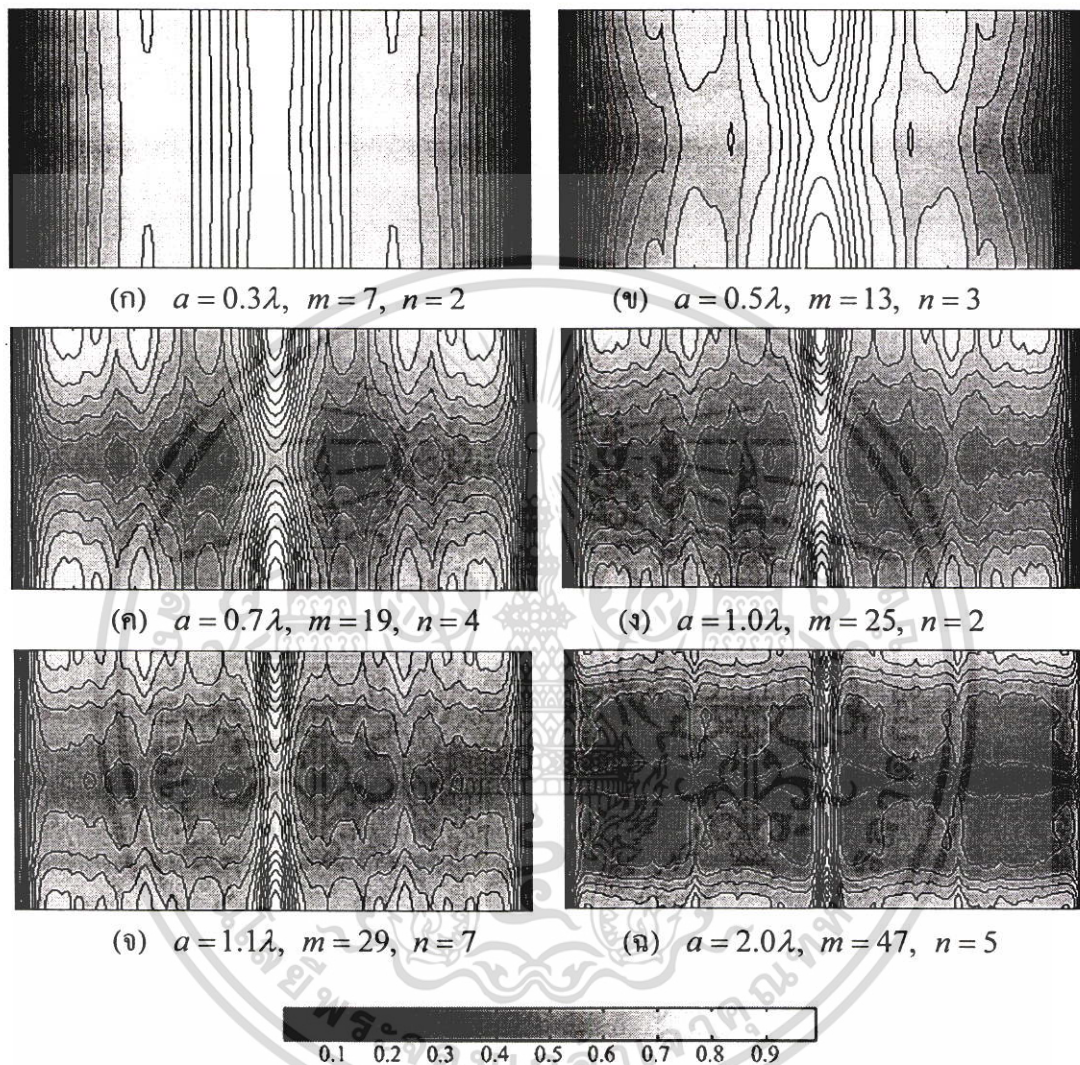
ในการศึกษาผลกระทบของขนาดของช่องเปิดหรือขนาดหน้าตัด ($a \times b$) ของท่อนำคลื่นสี่เหลี่ยมมุมฉากนั้นจะกำหนดให้ $a = 2b$ แล้วทำการเปลี่ยนแปลงค่าพารามิเตอร์ a ให้มีค่าต่างๆ สำหรับเงื่อนไขขนาดของพารามิเตอร์ a ที่สอดคล้องกับโหมดเป็นใหญ่สำหรับท่อนำคลื่นสี่เหลี่ยมมุมฉากที่มีขนาด $a = Rb$ โดยที่ $R = 2$ จะเป็นไปตามเงื่อนไข [19] ดังนี้

$$0.5\lambda < a < 0.5\lambda\sqrt{m^2 + (Rn)^2} \quad \text{เมื่อ } m = 2 \text{ และ } n = 0$$

$$0.5\lambda < a < \lambda \quad (4.1)$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ดังนั้นในการศึกษาผลกระทบของขนาดช่องเปิดที่มีขนาด $a = 2b$ จะกำหนดให้พารามิเตอร์ a อยู่ในช่วง $0.3\lambda \leq a \leq 1.2\lambda$ จากการคำนวณจะได้ลักษณะของโหมดและจำนวนเลขโหมดที่ทำให้โหมดเริ่มลู่อุดรูปที่ 4.3 และตารางที่ 4.3 ตามลำดับ



รูปที่ 4.3 ลักษณะ โหมดที่บริเวณช่องเปิดจากท่อนำคลื่นมุมฉากเมื่อทำการเปลี่ยนค่าพารามิเตอร์ a

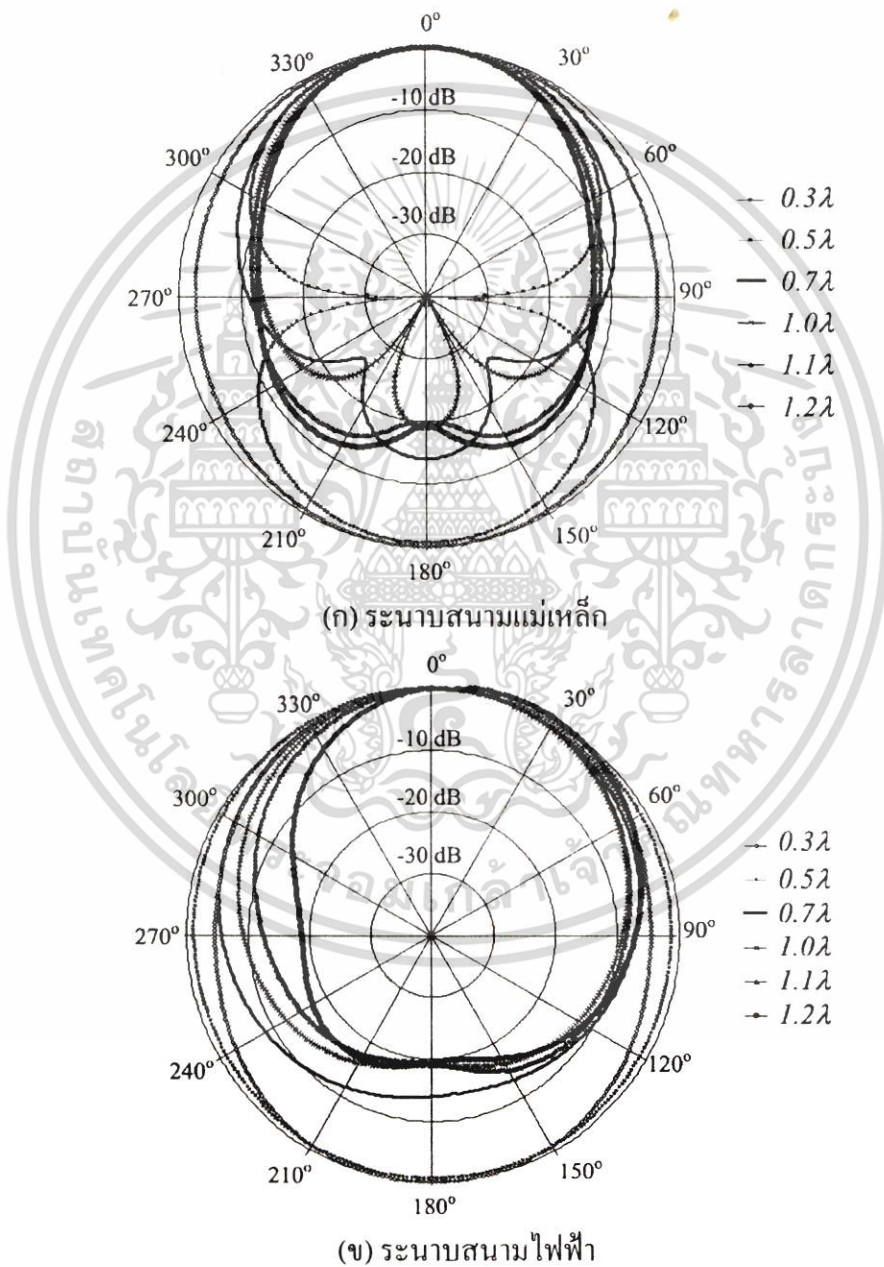
ตารางที่ 4.3 จำนวนเลขโหมดที่ทำให้โหมดเริ่มลู่อุดเมื่อทำการเปลี่ยนค่าพารามิเตอร์ a

a/λ	m	n	a/λ	m	n
0.30	7	2	0.90	23	5
0.40	9	1	1.00	25	2
0.50	13	3	1.10	29	7
0.60	15	2	1.20	33	5
0.70	19	4	2.00	47	5
0.80	21	3	5.00	93	14

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

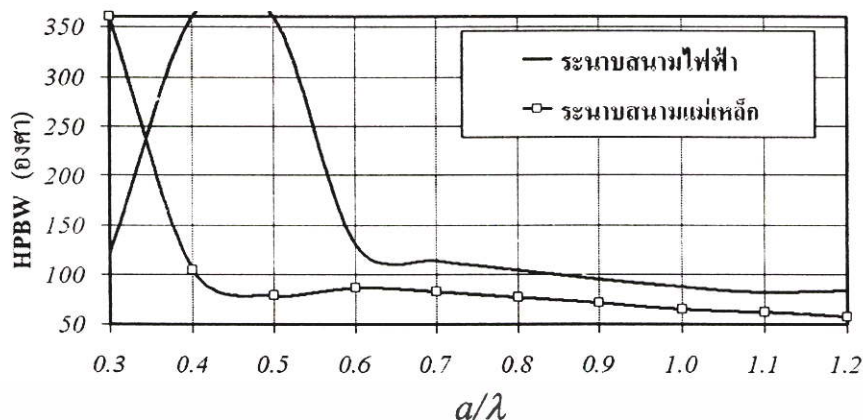
จากตารางที่ 4.3 จะพบว่าเมื่อพารามิเตอร์ a มีค่ามากขึ้น จำนวนเลขโหมด m จะมีค่ามากขึ้นไปด้วยเนื่องจากพื้นที่ที่ทำให้จำนวนลูกคลื่นเพิ่มขึ้น ส่วนจำนวนเลขโหมด n จะเปลี่ยนแปลงไม่แน่นอนซึ่งจะขึ้นอยู่กับการกระจายกระแสที่ป้อนให้กับโพรบที่มีการเปลี่ยนแปลงทางแกน y ส่วนลักษณะของโหมดในรูปที่ 4.3 (ค) ถึง (จ) ที่มีค่าพารามิเตอร์ a อยู่ในเงื่อนไข (4.1) จะมีลักษณะที่ใกล้เคียงกัน

ส่วนคุณลักษณะการแพร่กระจายคลื่นของสายอากาศเมื่อทำการศึกษาผลกระทบของขนาดช่องเปิดจะแสดงดังรูปที่ 4.4 และรูปที่ 4.5

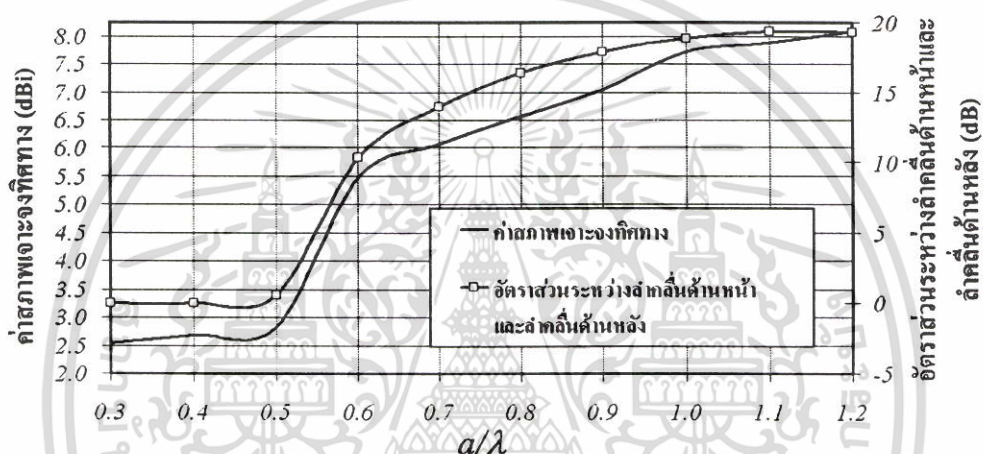


รูปที่ 4.4 แบบรูปการแพร่กระจายคลื่นของสายอากาศช่องเปิดจากท่อนำคลื่นมุมฉากเมื่อทำการเปลี่ยนค่าพารามิเตอร์ a

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



(ก) ความกว้างลำคลื่นที่กำลังลดลงครึ่งหนึ่ง



(ข) ค่าสภาพเจาะจงทิศทางและอัตราส่วนระหว่างลำคลื่นด้านหน้าและลำคลื่นด้านหลัง

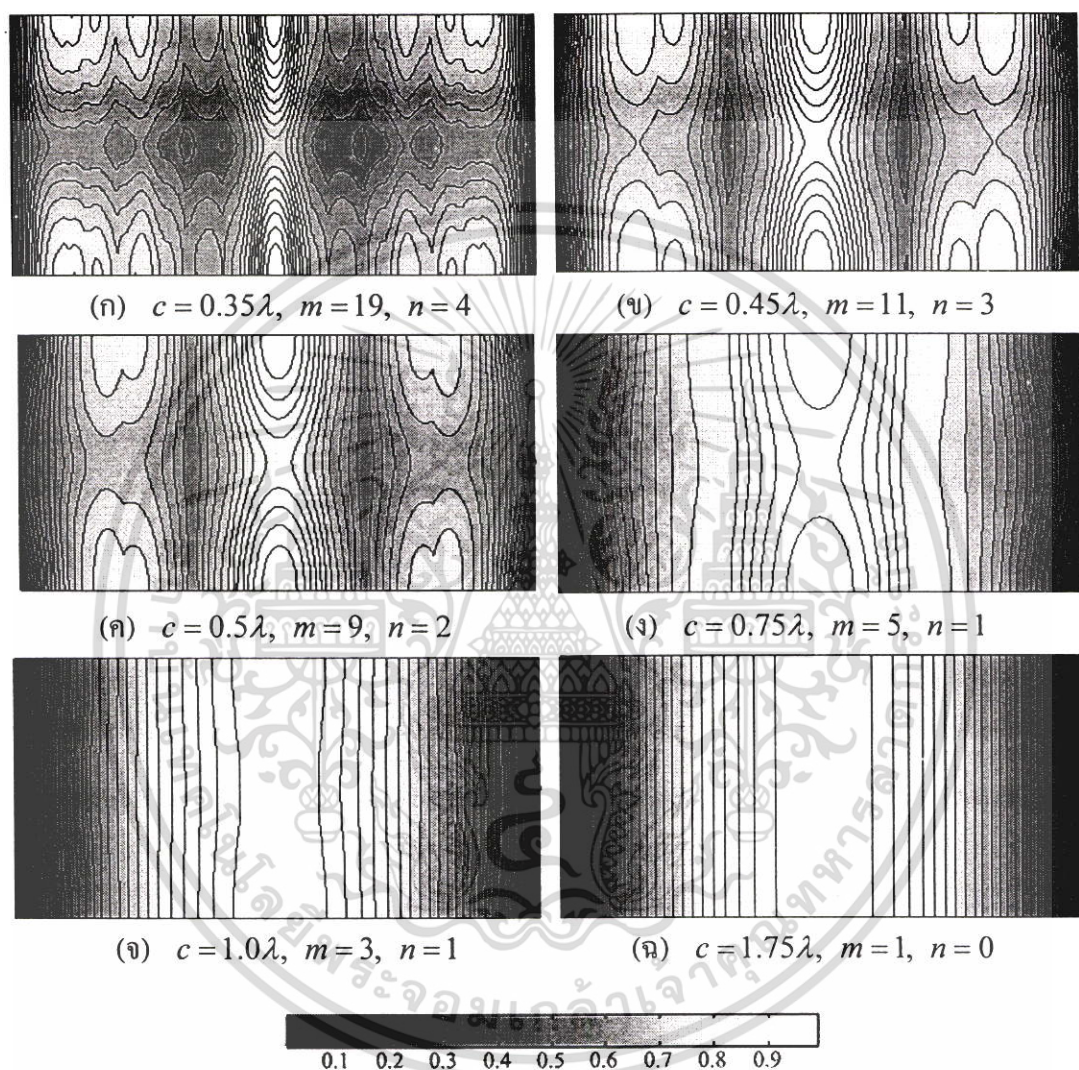
รูปที่ 4.5 คุณลักษณะการแพร่กระจายคลื่นของสายอากาศช่องเปิดจากท่อนำคลื่นมุมฉากเมื่อทำการเปลี่ยนค่าพารามิเตอร์ a

จากรูปที่ 4.4 จะพบว่าเมื่อพารามิเตอร์ a เท่ากับ 0.7λ และ 1.0λ จะมีลักษณะของแบบรูปการแพร่กระจายคลื่นที่มีรูปแบบใกล้เคียงกันซึ่งค่าทั้งสองก็อยู่ในช่วงของเงื่อนไข (4.1) และแบบรูปการแพร่กระจายคลื่นจะมีมุมที่สนามมีขนาดสูงสุดอยู่ที่ 0 องศาทั้งหมด ส่วนรูปที่ 4.5 จะพบว่าเมื่อพารามิเตอร์ a เพิ่มขึ้น ความกว้างลำคลื่นที่กำลังลดลงครึ่งหนึ่งทั้งในระนาบสนามไฟฟ้าและสนามแม่เหล็กจะมีค่าลดลงในขณะที่ค่าสภาพเจาะจงทิศทางและอัตราส่วนระหว่างลำคลื่นด้านหน้าและลำคลื่นด้านหลังจะมีค่าเพิ่มขึ้น และค่าพารามิเตอร์ a ในช่วง 0.6λ และ 1.0λ คุณลักษณะสายอากาศจะมีลักษณะที่เป็นเชิงเส้นซึ่งสอดคล้องกับเงื่อนไข (4.1) ดังนั้นในการเลือกขนาดพารามิเตอร์ a สำหรับท่อนำคลื่นสี่เหลี่ยมมุมฉากที่มีขนาด $a = 2b$ ควรเลือกให้ในอยู่ในช่วง $0.5\lambda < a < \lambda$ เพื่อให้สอดคล้องกับโหมดเป็นใหญ่มากที่สุด

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

4.1.2 ผลกระทบของความยาวของท่อนำคลื่น (c)

ในหัวข้อนี้จะทำการศึกษาผลกระทบของความยาวของท่อนำคลื่นหรือพารามิเตอร์ c จากการคำนวณจะได้ลักษณะของโหมดและจำนวนเลขโหมดที่ทำให้โหมดเริ่มลู่เข้าดังรูปที่ 4.6 และตารางที่ 4.4 ตามลำดับ



รูปที่ 4.6 ลักษณะโหมดที่บริเวณช่องเปิดจากท่อนำคลื่นมุมฉากเมื่อทำการเปลี่ยนค่าพารามิเตอร์ c

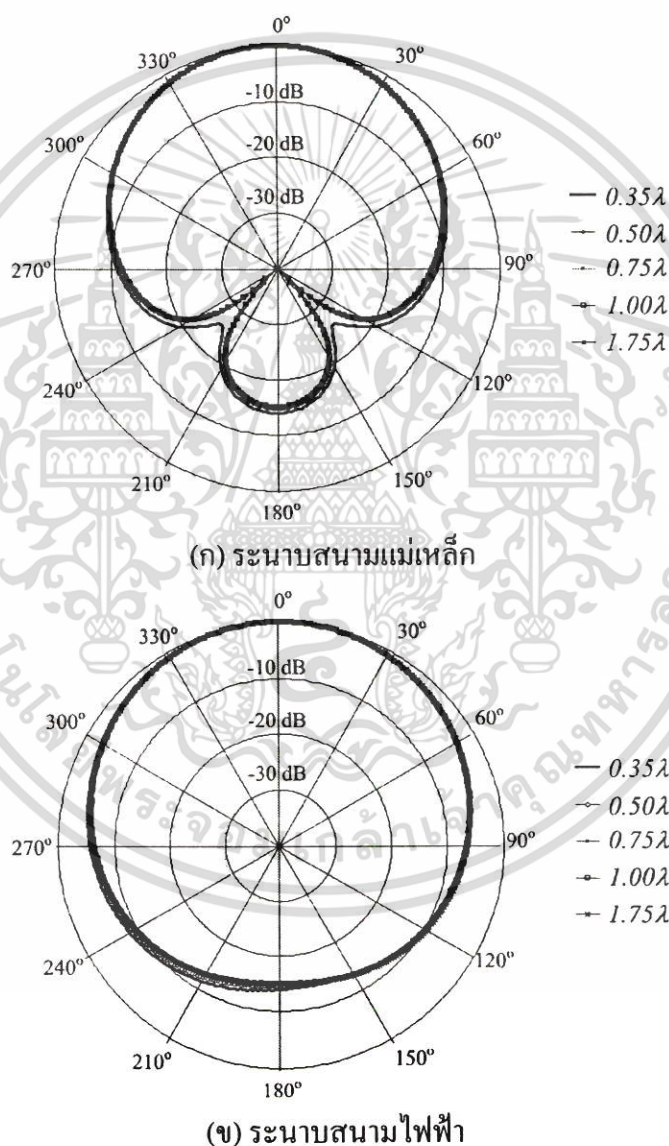
ตารางที่ 4.4 จำนวนเลขโหมดที่ทำให้โหมดเริ่มลู่เข้าเมื่อทำการเปลี่ยนค่าพารามิเตอร์ c

c/λ	m	n	c/λ	m	n
0.35	19	4	0.65	5	1
0.40	13	4	0.70	5	1
0.45	11	3	0.75	5	1
0.50	9	2	1.00	3	1
0.55	7	2	1.10	1	1
0.60	5	1	1.75	1	0

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

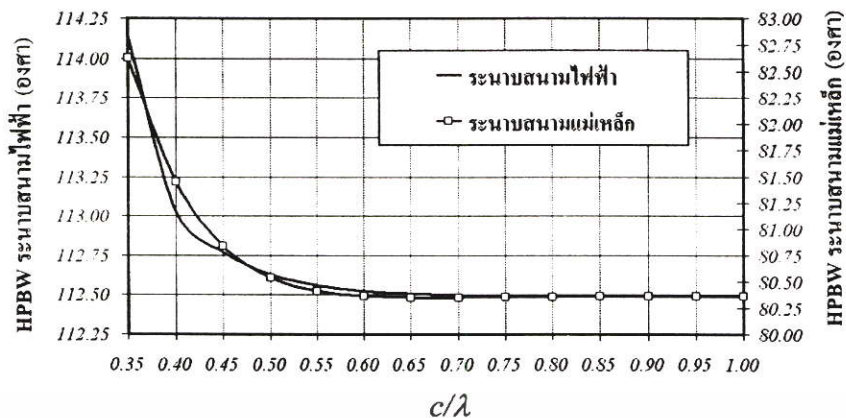
จากตารางที่ 4.4 จะพบว่าเมื่อพารามิเตอร์ c มีค่าเพิ่มขึ้นจำนวนเลขโหมด m และ n จะลดลงจนถึงเลขโหมดของโหมดเป็นใหญ่ซึ่งในที่นี้ก็คือโหมด TE_{10} ส่วนรูปที่ 4.6 จะสอดคล้องกับตารางที่ 4.4 แสดงว่าเมื่อความยาวของท่อนำคลื่นเพิ่มขึ้น เลขโหมดลำดับสูงๆ จะไม่เกิดขึ้น เมื่อถึงความยาวของท่อนำคลื่นค่าหนึ่งจะทำให้เกิดเฉพาะโหมดเป็นใหญ่เท่านั้นซึ่งในที่นี้ก็คือความยาวของท่อนำคลื่นตั้งแต่ 1.75λ ขึ้นไป

ส่วนคุณลักษณะการแพร่กระจายคลื่นของสายอากาศเมื่อทำการศึกษาผลกระทบของความยาวของท่อนำคลื่นจะแสดงดังรูปที่ 4.7 และรูปที่ 4.8

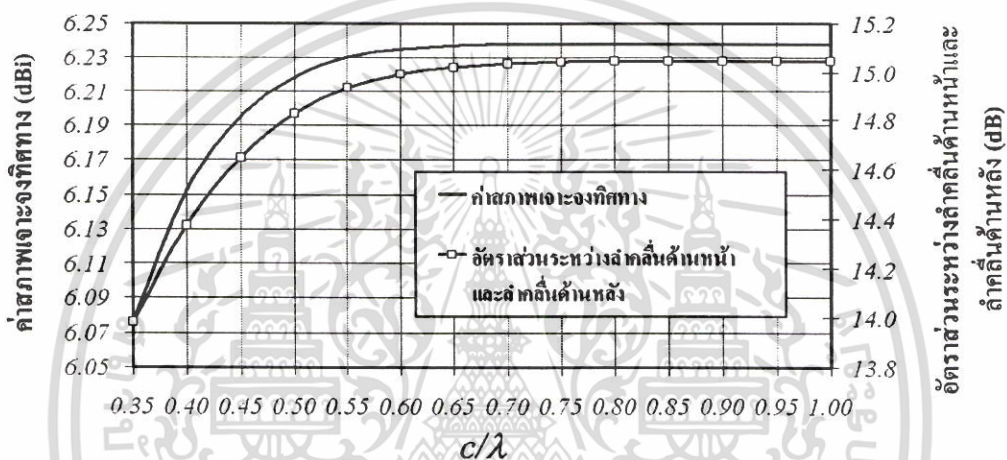


รูปที่ 4.7 แบบรูปการแพร่กระจายคลื่นของสายอากาศช่องเปิดจากท่อนำคลื่นมุมฉากเมื่อทำการเปลี่ยนค่าพารามิเตอร์ c

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



(ก) ความกว้างลำคลื่นที่กำลังลดลงครึ่งหนึ่ง



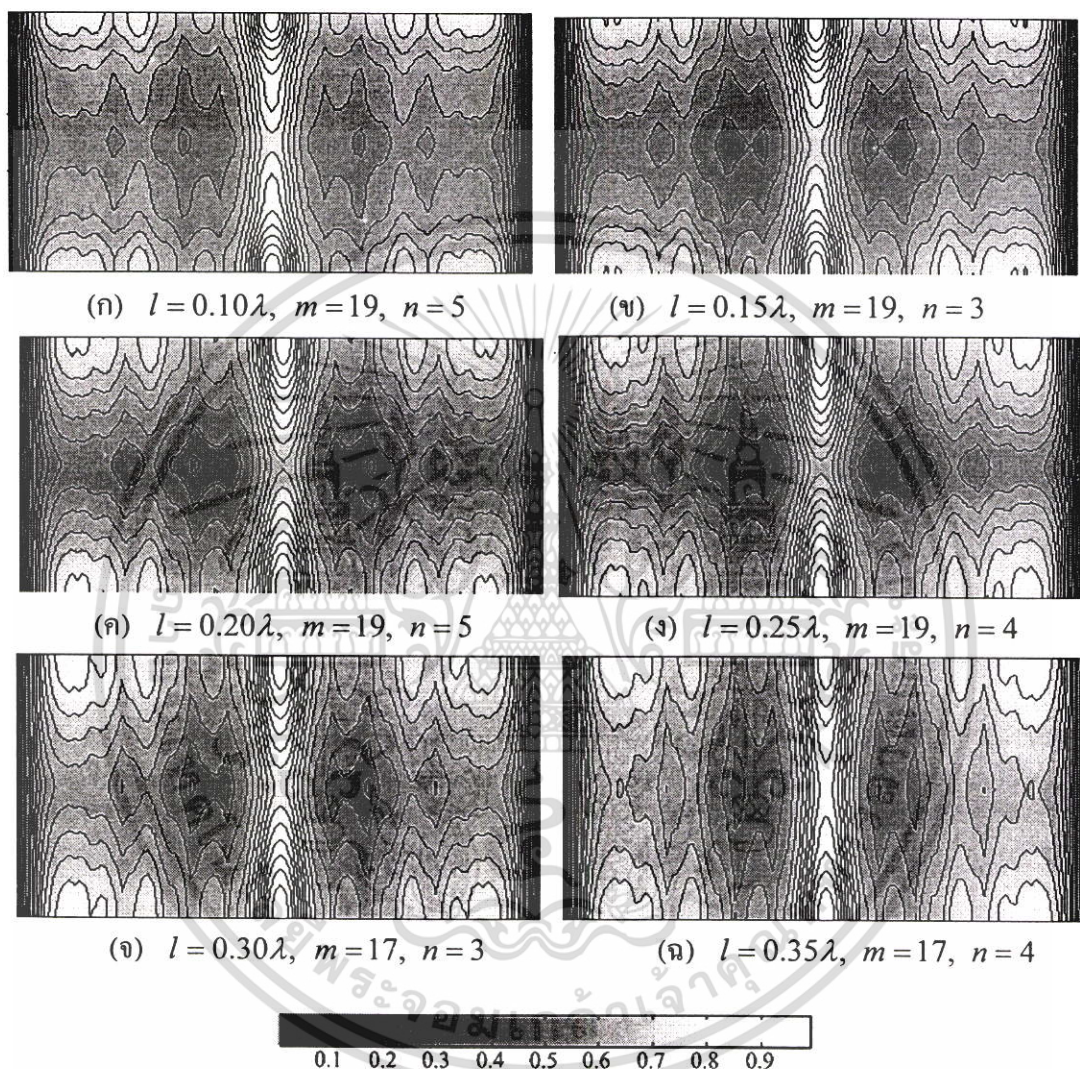
(ข) ค่าสภาพเจาะจงทิศทางและอัตราส่วนระหว่างลำคลื่นด้านหน้าและลำคลื่นด้านหลัง

รูปที่ 4.8 คุณลักษณะการแพร่กระจายคลื่นของสายอากาศช่องเปิดจากท่อนำคลื่นมุมฉากเมื่อทำการเปลี่ยนค่าพารามิเตอร์ c

จากรูปที่ 4.7 จะพบว่าแบบรูปการแพร่กระจายคลื่นจะมีมุมที่สนามมีขนาดสูงสุดอยู่ที่ 0 องศาทั้งหมด ส่วนรูปที่ 4.8 จะพบว่าค่าความกว้างลำคลื่นที่กำลังลดลงครึ่งหนึ่งจะลดลงเมื่อค่าพารามิเตอร์ c มีมากขึ้น โดยที่ระนาบสนามไฟฟ้าจะลดลงและเข้าสู่ค่า 112.495 ที่ $c = 0.75\lambda$ ส่วนระนาบสนามแม่เหล็กจะลดลงและเข้าสู่ค่า 80.36 ที่ $c = 0.60\lambda$ ในขณะที่ค่าสภาพเจาะจงทิศทางและอัตราส่วนระหว่างลำคลื่นด้านหน้าและลำคลื่นด้านหลังจะเพิ่มขึ้นเมื่อพารามิเตอร์ c เพิ่มขึ้น โดยที่ค่าสภาพเจาะจงทิศทางจะเพิ่มขึ้นและเข้าสู่ค่า 6.238 ที่ $c = 0.70\lambda$ ส่วนอัตราส่วนระหว่างลำคลื่นด้านหน้าและลำคลื่นด้านหลังจะเพิ่มขึ้นและเข้าสู่ค่า 15.04 ที่ $c = 0.75\lambda$ จากการศึกษาผลกระทบของพารามิเตอร์จะพบว่าคุณลักษณะต่างๆของสายอากาศจะมีการเข้าสู่ค่าใดค่าหนึ่งเพราะว่าจะไม่มีโหมดลำดับสูงๆเกิดขึ้นที่ความยาวของท่อนำคลื่นมีค่ามากๆ

4.1.3 ผลกระทบของความยาวของโพรบ (l)

ในหัวข้อนี้จะทำการศึกษาผลกระทบของความยาวของโพรบหรือพารามิเตอร์ l จากการคำนวณจะได้ลักษณะของโหมดและจำนวนเลขโหมดที่ทำให้โหมดเริ่มลู่อุดงรูปที่ 4.9 และตารางที่ 4.5 ตามลำดับ



รูปที่ 4.9 ลักษณะโหมดที่บริเวณช่องเปิดจากท่อนำคลื่นมุมฉากเมื่อทำการเปลี่ยนค่าพารามิเตอร์ l

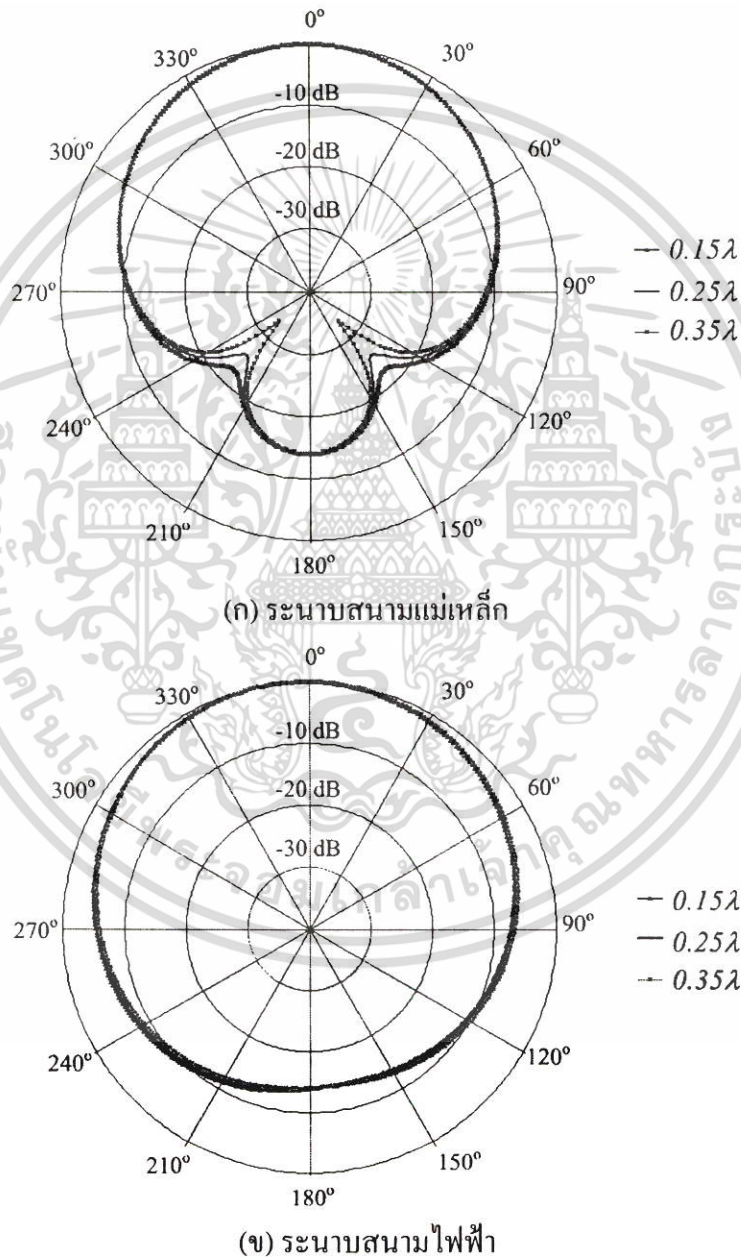
ตารางที่ 4.5 จำนวนเลขโหมดที่ทำให้โหมดเริ่มลู่อุดงเมื่อทำการเปลี่ยนค่าพารามิเตอร์ l

l/λ	m	n
0.10	19	5
0.15	19	3
0.20	19	5
0.25	19	4
0.30	17	3
0.35	17	4

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

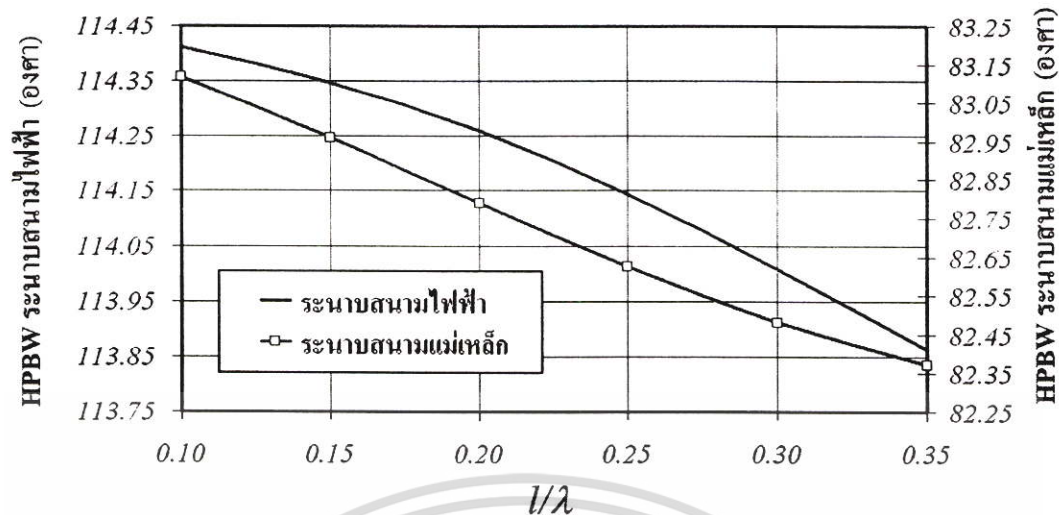
จากรูปที่ 4.9 จะพบลักษณะของโหนดที่มีรูปแบบใกล้เคียงแต่จะแตกต่างกันในทิศทางแกน y ซึ่งจะเป็นผลมาจากการเปลี่ยนแปลงความยาวโพรบในทิศทางแกน y เช่นเดียวกัน สำหรับจำนวนเลขโหนดที่ทำให้โหนดเริ่มลู่อู่เข้าในตารางที่ 4.5 ค่า m จะไม่เปลี่ยนแปลงมากนัก ส่วน n จะเปลี่ยนแปลงตามลักษณะการกระจายกระแสที่ป้อนให้กับโพรบ

ส่วนคุณลักษณะการแพร่กระจายคลื่นของสายอากาศเมื่อทำการศึกษาผลกระทบของความยาวของโพรบจะแสดงดังรูปที่ 4.10 และรูปที่ 4.11

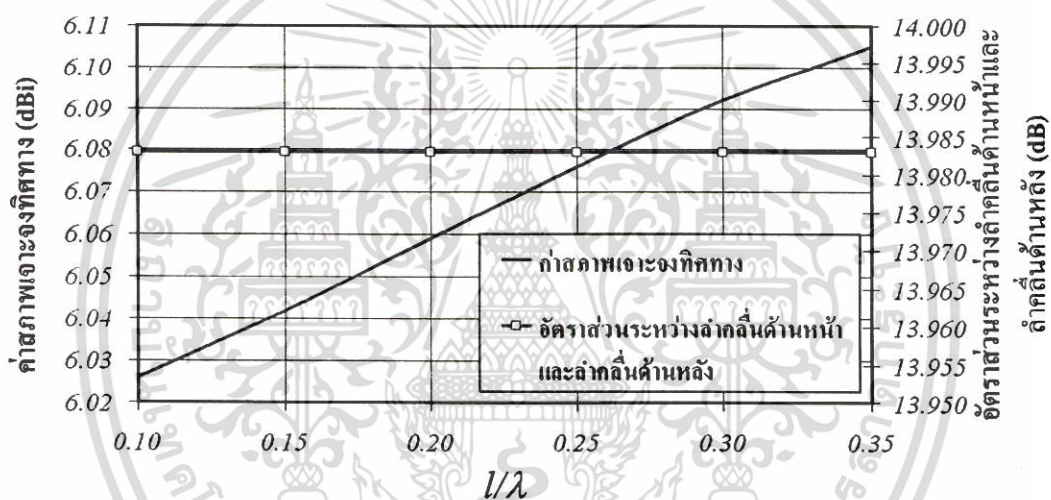


รูปที่ 4.10 แบบรูปการแพร่กระจายคลื่นของสายอากาศช่องเปิดจากท่อนำคลื่นมุมฉากเมื่อทำการเปลี่ยนค่าพารามิเตอร์ l

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



(ก) ความกว้างลำคลื่นที่กำลังลดลงครึ่งหนึ่ง



(ข) ค่าสภาพเจาะจงทิศทางและอัตราส่วนลำคลื่นด้านหน้าและลำคลื่นด้านหลัง

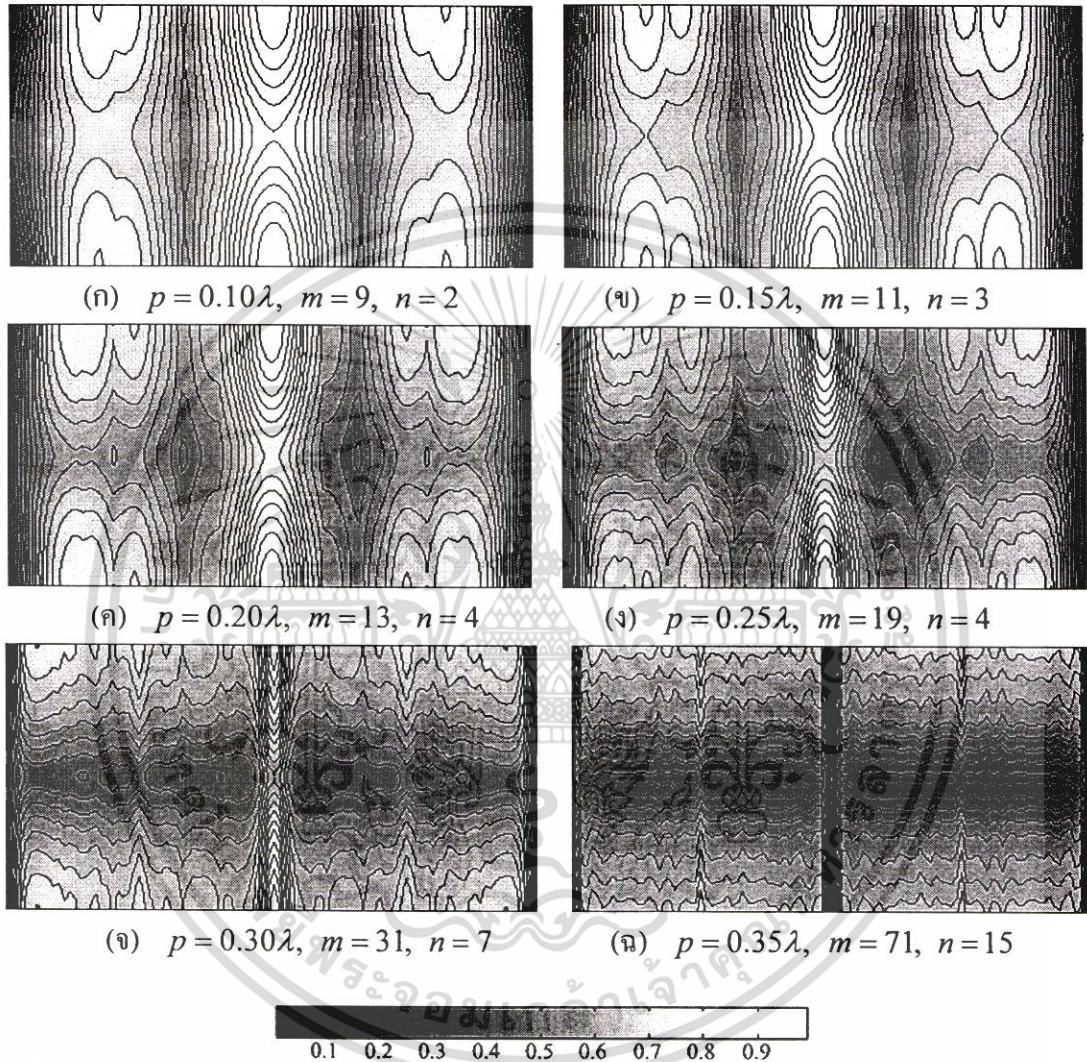
รูปที่ 4.11 คุณลักษณะการแพร่กระจายคลื่นของสายอากาศช่องเปิดจากที่อนาคลื่นมุมฉากเมื่อทำการเปลี่ยนค่าพารามิเตอร์ l

จากรูปที่ 4.10 จะพบว่าแบบรูปการแพร่กระจายคลื่นจะมีมุมที่สนามมีขนาดสูงสุดอยู่ที่ 0 องศาทั้งหมด และเมื่อความยาวโพรบเพิ่มขึ้น แบบรูปสนามในระนาบสนามแม่เหล็กจะมีลำคลื่นที่มีความกว้างลดลง โดยเฉพาะลำคลื่นในส่วนหลัง ส่วนในระนาบสนามไฟฟ้าแบบรูปสนามจะเริ่มสมมาตรมากขึ้นเมื่อความยาวโพรบเพิ่มขึ้นเนื่องจากโครงสร้างในระนาบจะเริ่มที่จะสมมาตร และจากรูปที่ 4.11 จะพบว่าความกว้างลำคลื่นที่กำลังลดลงครึ่งหนึ่งทั้งสองระนาบมีค่าลดลงจึงทำให้ค่าสภาพเจาะจงทิศทางมีค่าเพิ่มขึ้นเมื่อความยาวโพรบเพิ่มขึ้น ส่วนอัตราส่วนระหว่างลำคลื่นด้านหน้าและลำคลื่นด้านหลังจะมีค่าคงที่

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

4.1.4 ผลกระทบของตำแหน่งของโพรบบนแกน z (p)

ในหัวข้อนี้จะทำการศึกษาผลกระทบของตำแหน่งของโพรบบนแกน z หรือพารามิเตอร์ p จากการคำนวณจะได้ลักษณะของโหมดและจำนวนเลขโหมดที่ทำให้โหมดเริ่มลู่อุดงรูปที่ 4.12 และตารางที่ 4.6 ตามลำดับ



รูปที่ 4.12 ลักษณะโหมดที่บริเวณช่องเปิดจากท่อนำคลื่นมุมฉากเมื่อทำการเปลี่ยนค่าพารามิเตอร์ p

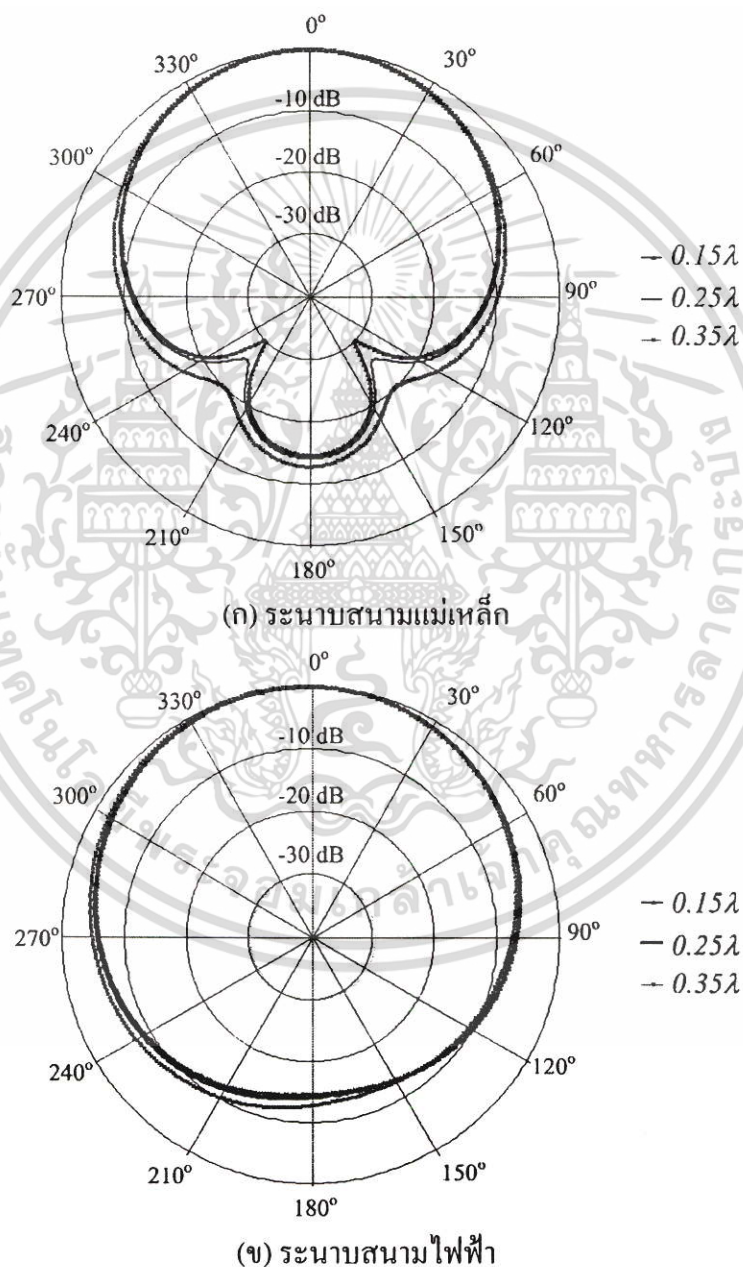
ตารางที่ 4.6 จำนวนเลขโหมดที่ทำให้โหมดเริ่มลู่อุดงเมื่อทำการเปลี่ยนค่าพารามิเตอร์ p

p/λ	m	n
0.10	9	2
0.15	11	3
0.20	13	4
0.25	19	4
0.30	31	7
0.35	71	15

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

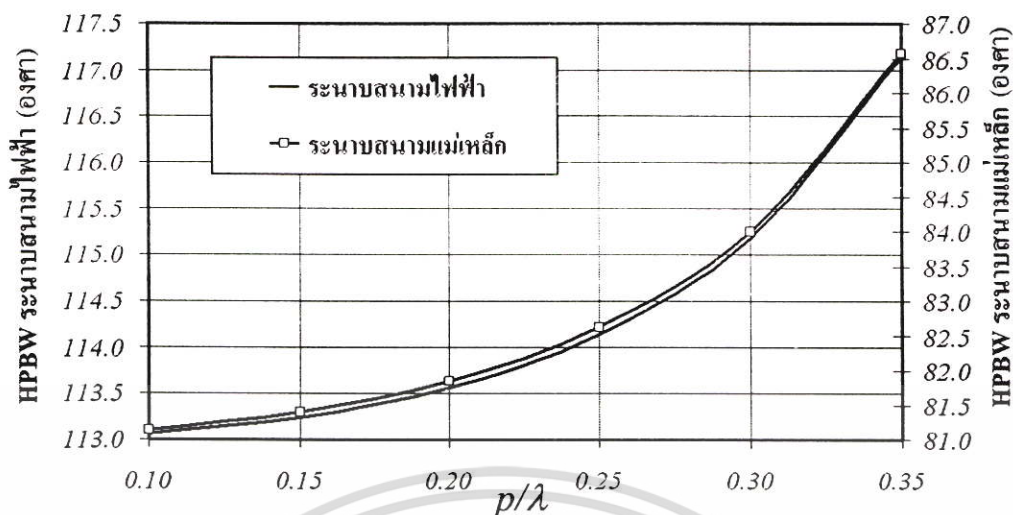
สำหรับจำนวนเลขโหมดที่ทำให้โหมดเริ่มดูเข้าในตารางที่ 4.6 พบว่าค่า m และ n จะเพิ่มขึ้นเมื่อตำแหน่งของโพรบอยู่ใกล้ๆช่องเปิด เนื่องจากที่ใกล้กับตำแหน่งของโพรบจะมีโหมดลำดับสูงๆเกิดขึ้นจึงทำให้ลักษณะของโหมดในรูปที่ 4.12 มีลักษณะที่แตกต่างกันไปตามจำนวนโหมดที่เกิดขึ้น

ส่วนคุณลักษณะการแพร่กระจายคลื่นของสายอากาศเมื่อทำการศึกษาผลกระทบของตำแหน่งของโพรบบนแกน z จะแสดงดังรูปที่ 4.13 และรูปที่ 4.14

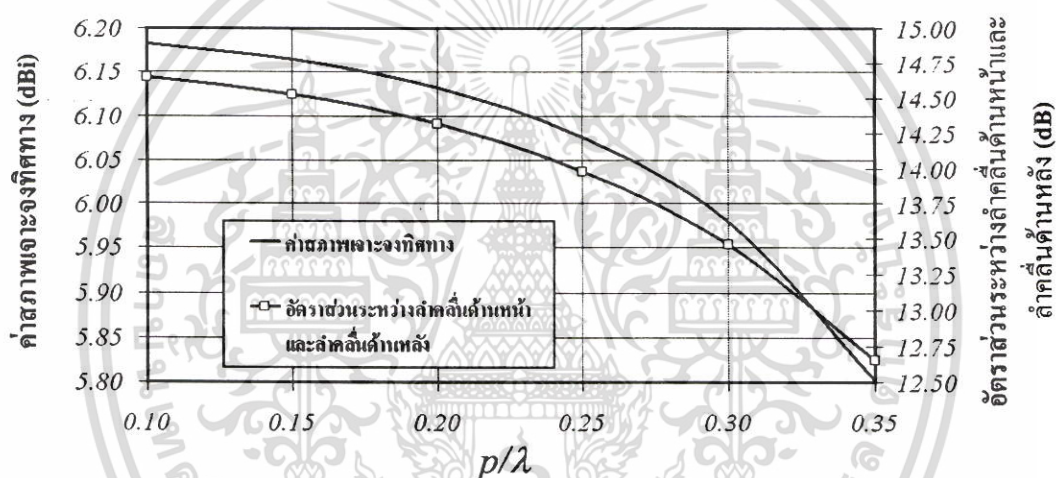


รูปที่ 4.13 แบบรูปการแพร่กระจายคลื่นของสายอากาศช่องเปิดจากท่อนำคลื่นมุมฉากเมื่อทำการเปลี่ยนค่าพารามิเตอร์ p

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



(ก) ความกว้างลำคลื่นที่กำลังลดลงครึ่งหนึ่ง



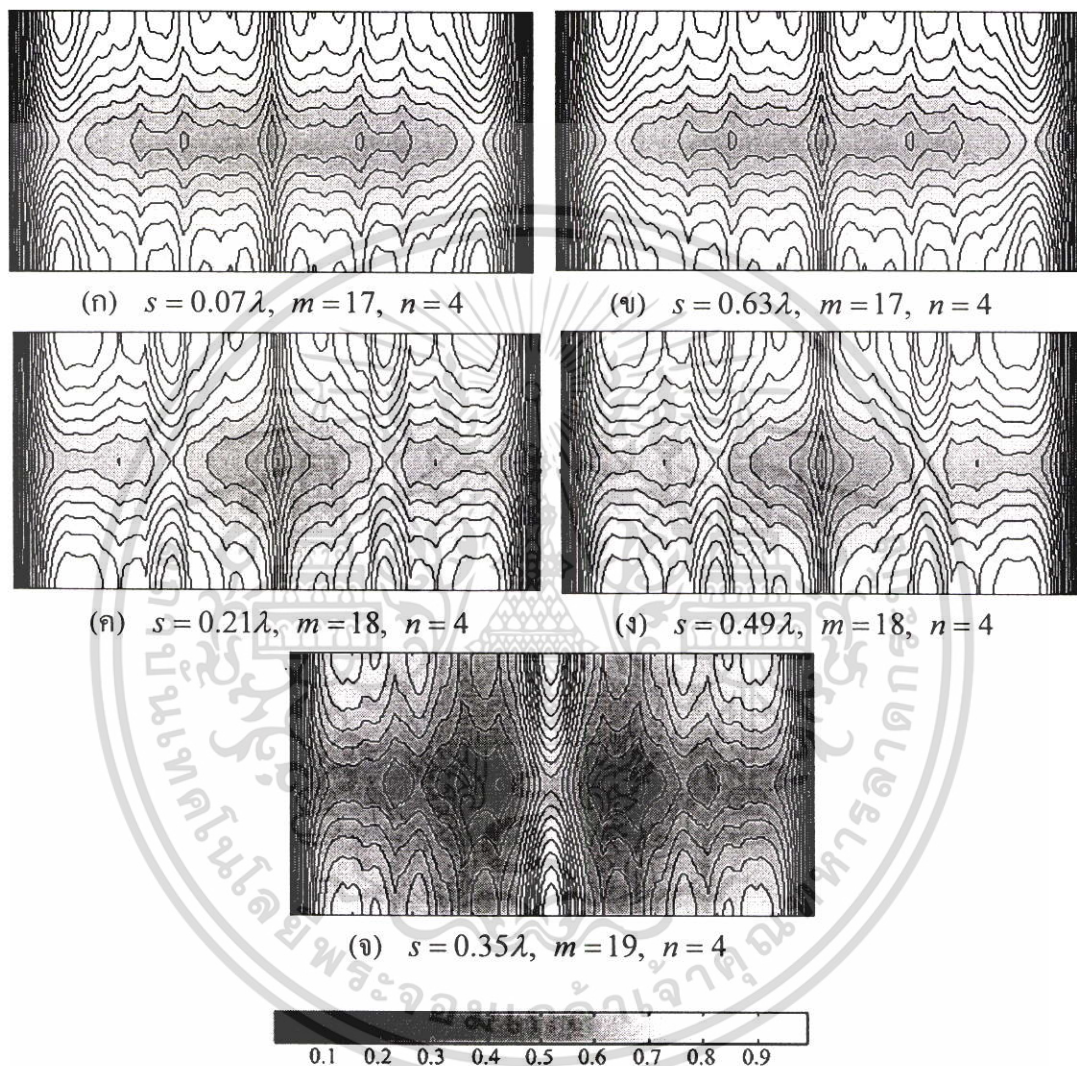
(ข) ค่าสภาพเจาะจงทิศทางและอัตราส่วนระหว่างลำคลื่นด้านหน้าและลำคลื่นด้านหลัง

รูปที่ 4.14 คุณลักษณะการแพร่กระจายคลื่นของสายอากาศช่องเปิดจากท่อนำคลื่นมุมฉากเมื่อทำการเปลี่ยนค่าพารามิเตอร์ p

จากรูปที่ 4.13 จะพบว่าแบบรูปการแพร่กระจายคลื่นจะมีมุมที่สนามมีขนาดสูงสุดอยู่ที่ 0 องศาทั้งหมด และแบบรูปการแพร่กระจายคลื่นทั้งระบายสนามแม่เหล็กและระบายสนามไฟฟ้าจะมีลำคลื่นที่กว้างขึ้นเมื่อตำแหน่งของโพรบอยู่ใกล้ๆบริเวณช่องเปิดเนื่องจากมีโหมดลำดับสูงๆ เกิดขึ้นในบริเวณนั้น และจากรูปที่ 4.14 จะพบว่าความกว้างลำคลื่นที่กำลังลดลงครึ่งหนึ่งของทั้งสองระบายมีค่าเพิ่มขึ้นจึงทำให้ค่าสภาพเจาะจงทิศทางและส่วนอัตราส่วนระหว่างลำคลื่นด้านหน้าและลำคลื่นด้านหลังมีค่าลดลงเมื่อตำแหน่งของโพรบอยู่ใกล้ๆบริเวณช่องเปิด

4.1.5 ผลกระทบของตำแหน่งของโพรบบนแกน x (s)

ในหัวข้อนี้จะทำการศึกษาผลกระทบของตำแหน่งของโพรบบนแกน x หรือพารามิเตอร์ s จากการคำนวณจะได้ลักษณะของโหนดและจำนวนเลขโหนดที่ทำให้โหนดเริ่มลู่อู๋เข้าดังรูปที่ 4.15 และตารางที่ 4.7 ตามลำดับ

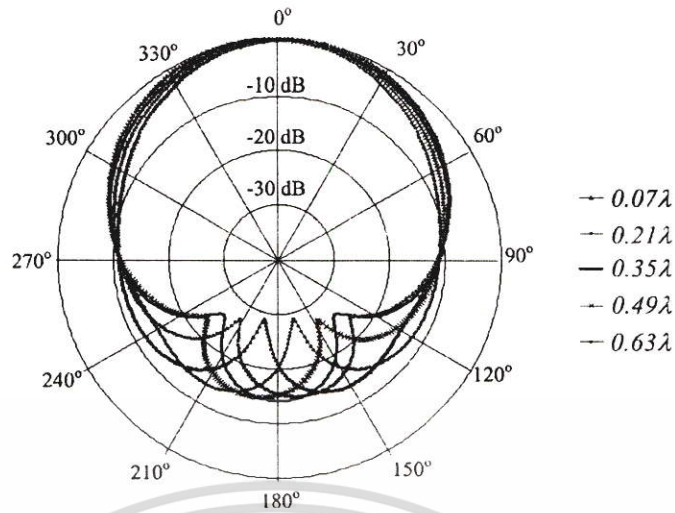


รูปที่ 4.15 ลักษณะ โหนดที่บริเวณช่องเปิดจากท่อนำคลื่นมุมฉากเมื่อทำการเปลี่ยนค่าพารามิเตอร์ s

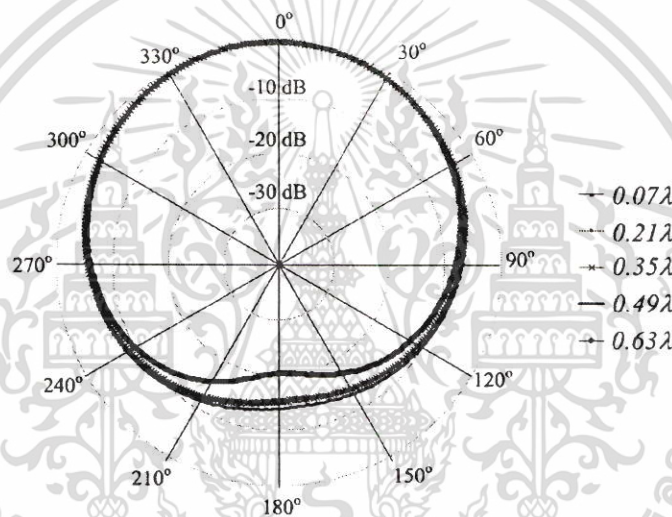
ตารางที่ 4.7 จำนวนเลขโหนดที่ทำให้โหนดเริ่มลู่อู๋เข้าเมื่อทำการเปลี่ยนค่าพารามิเตอร์ s

p/λ	m	n	p/λ	m	n
0.1	17	4	0.6	17	4
0.2	18	4	0.7	18	4
0.3	18	4	0.8	18	4
0.4	17	4	0.9	17	4
0.5	19	4			

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



(ก) ระบายสนามแม่เหล็ก



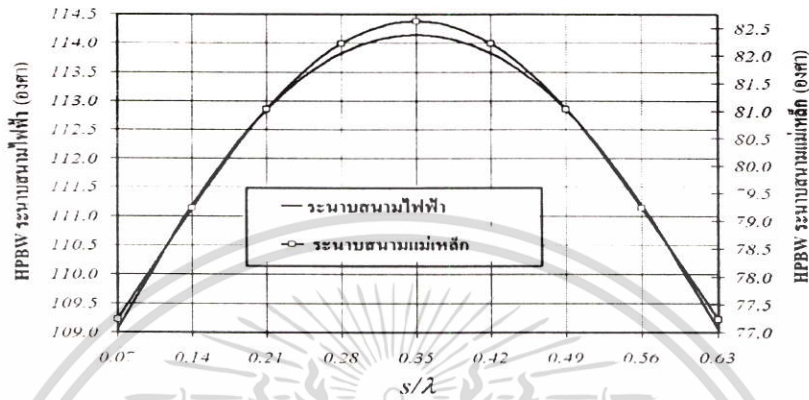
(ข) ระบายสนามไฟฟ้า

รูปที่ 4.16 แบบรูปการแพร่กระจายคลื่นของสายอากาศช่องเปิดจากท่อนำคลื่นมุมฉากเมื่อทำการเปลี่ยนค่าพารามิเตอร์ s

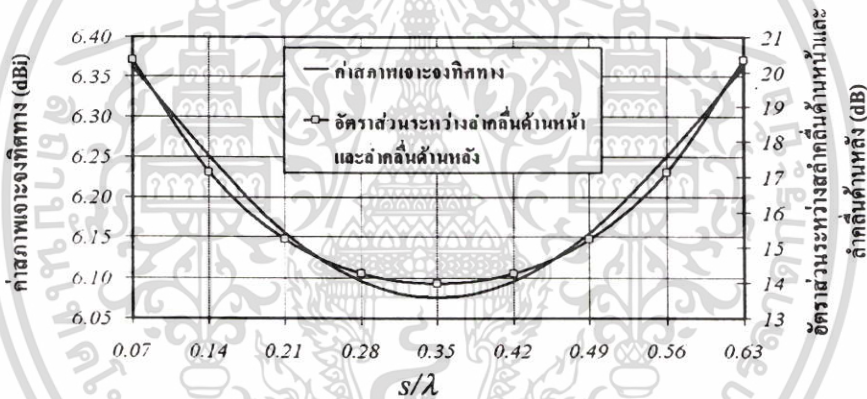
จากรูปที่ 4.15 จะพบว่าที่ตำแหน่ง $s = 0.07\lambda$ หรือ $0.1a$ จะมีลักษณะโหนดเหมือนกับที่ตำแหน่ง $s = 0.63\lambda$ หรือ $0.9a$ และที่ตำแหน่ง $s = 0.21\lambda$ หรือ $0.3a$ จะมีลักษณะโหนดเหมือนกับที่ตำแหน่ง $s = 0.49\lambda$ หรือ $0.7a$ ซึ่งสอดคล้องกับจำนวนเลขโหนดที่ทำให้โหนดเริ่มคู่เข้าในตารางที่ 4.7 ซึ่งพบว่าตำแหน่ง s ที่มีลักษณะโหนดเหมือนกันจะมีจำนวนเลขโหนด m และ n ที่เท่ากัน เนื่องจากโครงสร้างในแนวแกน x ที่ทำให้ตำแหน่งของโพรบที่ให้ลักษณะโหนดที่เหมือนกันอยู่ในตำแหน่งที่สมมาตรกันโดยที่มีตำแหน่ง $s = 0.35\lambda$ หรือ $0.5a$ เป็นจุดกึ่งกลาง นอกจากนี้จะพบว่าจำนวนเลขโหนด n จะมีค่าเท่ากันในทุกกรณี นอกจากนี้ยังพบว่าเลขโหนด m ที่เป็นเลขคู่จะมีผลในการรวมโหนดด้วยซึ่งไม่เหมือนหัวข้อที่ผ่านมา แสดงว่าตำแหน่งของโพรบในแนวแกน x มีผลต่อเลขโหนด m ที่เป็นเลขคู่ กล่าวคือถ้าตำแหน่งโพรบไม่ได้อยู่ที่กลาง เลขโหนด m ที่เป็นเลขคู่ เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น เมื่อนุญาตเห็นาไปเซปประเยชนดานการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

จะมีผลต่อการรวม เนื่องจากถ้ามีโพรบอยู่ตำแหน่งกึ่งกลางจะทำให้ลำลูกคลื่นไม่สามารถแบ่งออกเป็นจำนวนคู่ได้ที่ตำแหน่งกึ่งกลางที่มีความแรงของสนามสูงสุด

ส่วนคุณลักษณะการแพร่กระจายคลื่นของสายอากาศเมื่อทำการศึกษาผลกระทบของตำแหน่งของโพรบบนแกน x จะแสดงดังรูปที่ 4.16 และรูปที่ 4.17



(ก) ความกว้างลำคลื่นที่กำลังลดลงครึ่งหนึ่ง



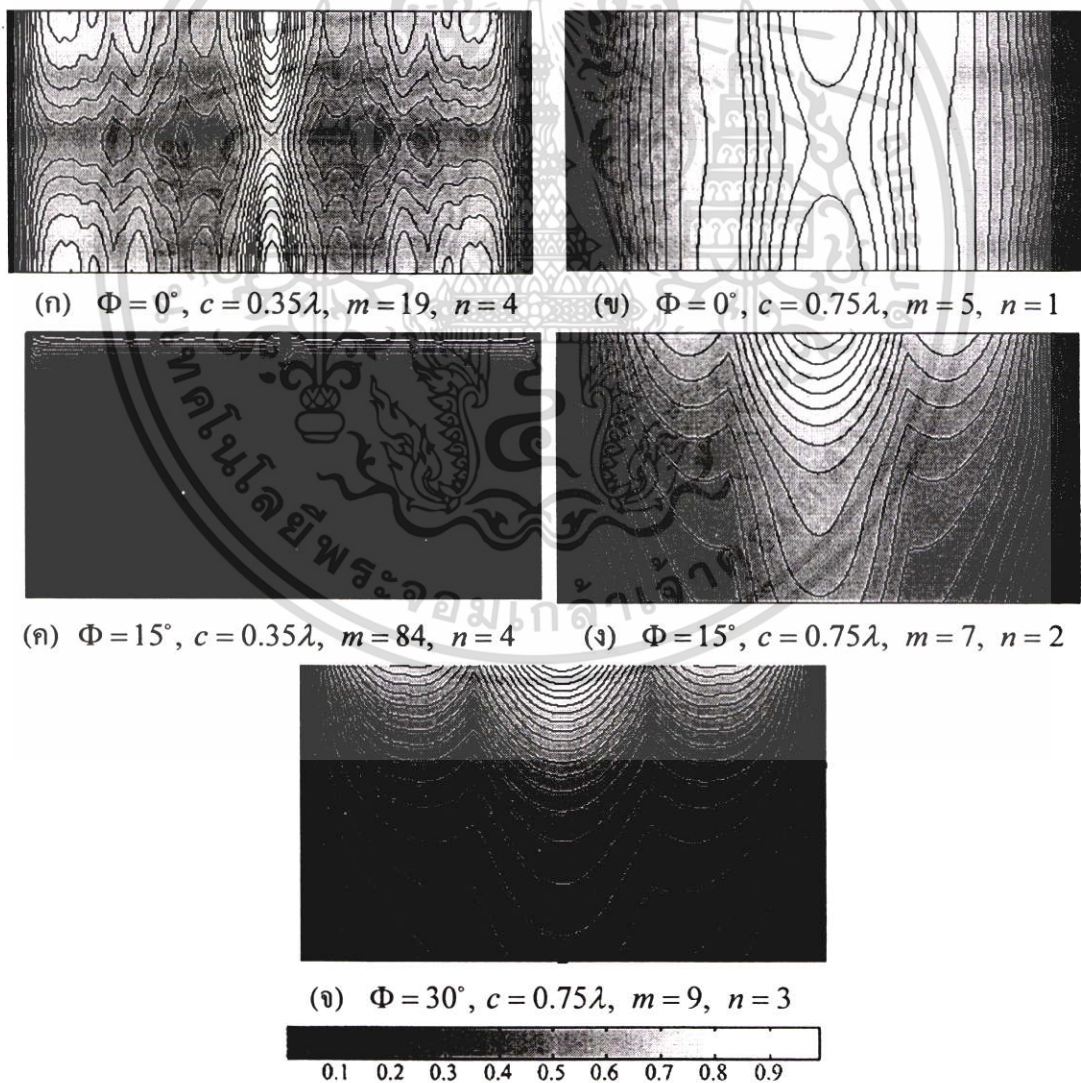
(ข) ค่าสภาพเจาะจงทิศทางและอัตราส่วนระหว่างลำคลื่นด้านหน้าและลำคลื่นด้านหลัง รูปที่ 4.17 คุณลักษณะการแพร่กระจายคลื่นของสายอากาศช่องเปิดจากที่อนาคลื่นมุมฉากเมื่อทำการเปลี่ยนค่าพารามิเตอร์ s

จากรูปที่ 4.16 จะพบว่าแบบรูปการแพร่กระจายคลื่นจะมีมุมที่สนามมีขนาดสูงสุดอยู่ที่ 0 องศาในทุกกรณี และแบบรูปการแพร่กระจายคลื่นทั้งระนาบสนามไฟฟ้าและระนาบสนามแม่เหล็ก ตำแหน่ง s ที่สมมาตรกันจะมีแบบรูปสนามที่มีรูปร่างเหมือนกัน แต่ในระนาบสนามแม่เหล็ก รูปร่างของแบบรูปสนามจะกลับข้างกันซึ่งเป็นไปตามตำแหน่งของโพรบบนทิศทางแกน x ส่วนคุณลักษณะการแพร่กระจายคลื่นของสายอากาศทั้งหมดในรูปที่ 4.17 จะมีลักษณะที่สมมาตร โดยที่ค่าความกว้างลำคลื่นที่กำลังลดลงครึ่งหนึ่งทั้งสองระนาบจะเป็นรูประฆังคว่ำ โดยที่มีจุดสูงสุดที่ตำแหน่งพารามิเตอร์ s เท่ากับ 0.35λ หรือ $0.5a$ ซึ่งเป็นจุดกึ่งกลางของสายอากาศในแนวแกน x ส่วนค่าสภาพเจาะจงทิศทางและอัตราส่วนระหว่างลำคลื่นด้านหน้าและลำคลื่นด้านหลังจะให้ลักษณะที่ตรงข้ามกับค่าความกว้างลำคลื่นที่กำลังลดลงครึ่งหนึ่ง

4.1.6 ผลกระทบของมุมที่ช่องเปิดทำกับท่อนำคลื่นสี่เหลี่ยมมุมฉาก (Φ)

ในหัวข้อนี้จะทำการศึกษาผลกระทบของมุมที่ช่องเปิดทำกับท่อนำคลื่นสี่เหลี่ยมมุมฉาก หรือพารามิเตอร์ Φ ซึ่งลักษณะของการเกิดมูมได้แสดงไว้ในรูปที่ 3.10 เนื่องจากความยาวของท่อนำคลื่นมีผลต่อการเอียงของช่องเปิดกล่าวคือ ท่อนำคลื่นมีขนาดที่สั้นจะทำให้การเอียงของมุมที่ช่องเปิดทำกับท่อนำคลื่นสี่เหลี่ยมมุมฉากมีน้อยกว่าท่อนำคลื่นที่มีขนาดที่ยาวกว่า ทั้งนี้ก็เพราะว่า จะต้องทำให้เงื่อนไขและโครงสร้างของสายอากาศมีลักษณะดังรูปที่ 3.10 ดังนั้นในการศึกษาผลกระทบของพารามิเตอร์ Φ จะให้กำหนดมีความยาวของท่อนำคลื่นหรือพารามิเตอร์ c มีค่าเท่ากับ 0.35λ และ 0.75λ โดยที่ในกรณีที่ $c = 0.35\lambda$ จะกำหนดให้ค่าพารามิเตอร์ Φ อยู่ในช่วง $0^\circ \leq \Phi \leq 15^\circ$ สำหรับกรณีที่ $c = 0.75\lambda$ ค่าพารามิเตอร์ Φ อยู่ในช่วง $0^\circ \leq \Phi \leq 30^\circ$

จากการคำนวณจะได้ลักษณะของโหนดและจำนวนเลขโหนดที่ทำให้โหนดเริ่มลู่อูเข้าดังรูปที่ 4.18 และตารางที่ 4.8 ตามลำดับ



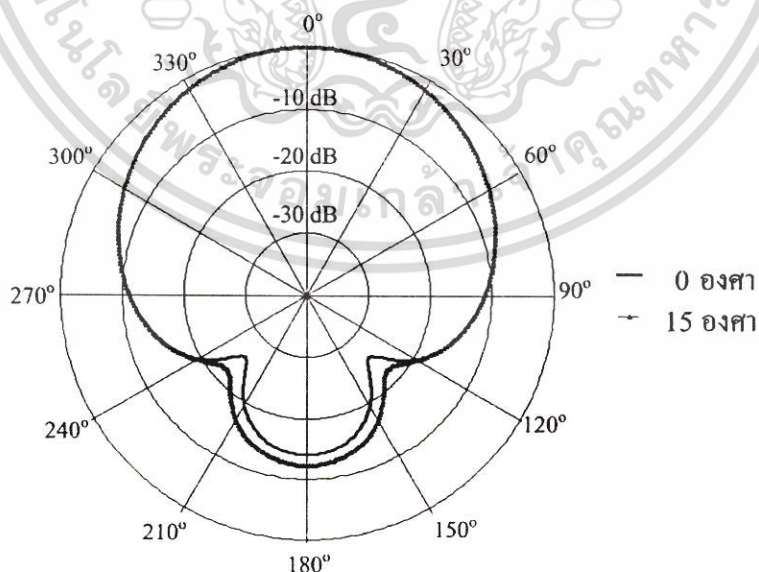
รูปที่ 4.18 ลักษณะโหนดที่บริเวณช่องเปิดจากท่อนำคลื่นมุมฉากเมื่อทำการเปลี่ยนค่าพารามิเตอร์ Φ เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ตารางที่ 4.8 จำนวนเลขโหมดที่ทำให้โหมดเริ่มลู่เข้าเมื่อทำการเปลี่ยนค่าพารามิเตอร์ Φ

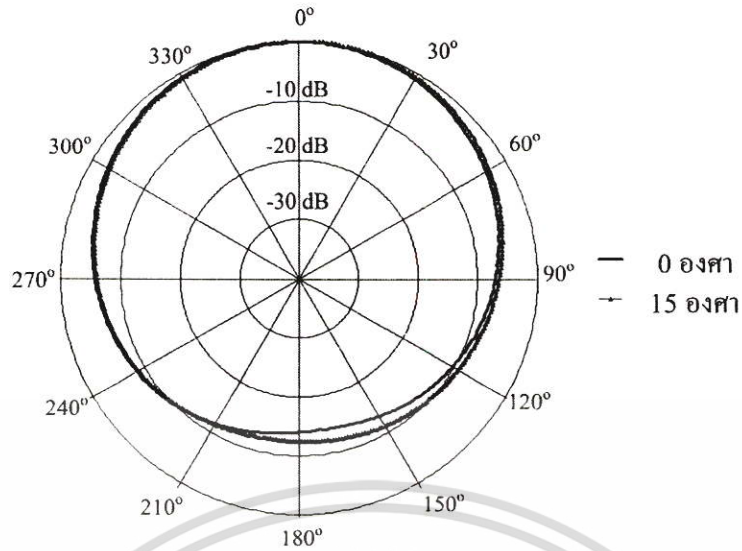
$c = 0.35\lambda$			$c = 0.75\lambda$		
Φ	m	n	Φ	m	n
0°	19	4	0°	5	1
5°	31	7	5°	5	1
10°	49	8	10°	5	2
15°	87	4	15°	7	2
			20°	7	2
			25°	7	3
			30°	9	3

จากรูปที่ 4.18 สำหรับความยาวของท่อนำคลื่นทั้งสองกรณีจะพบว่าเมื่อมุม Φ มีค่ามากขึ้น การลักษณะการกระจายของโหมดจะเริ่มไม่สมมาตร โดยที่ในบริเวณที่ใกล้ตำแหน่งของโพรบจะมี ความแรงของสนามมากกว่าในบริเวณที่ไกลจากโพรบออกไปซึ่งบริเวณนั้นจะมีเงื่อนไขขอบเขต ของท่อนำคลื่นที่เปลี่ยนมุมจากเปลี่ยนแปลงมากกว่าบริเวณที่ใกล้ตำแหน่งของโพรบ สำหรับ จำนวนเลขโหมดที่ทำให้โหมดเริ่มลู่เข้าในตารางที่ 4.8 จะพบว่าจำนวนเลขโหมดจะมีค่าเพิ่มขึ้นตาม มุม Φ ที่เพิ่มขึ้น เนื่องจากช่องเปิดจะอยู่ใกล้ตำแหน่งของโพรบมากขึ้น โดยเฉพาะในกรณี $c = 0.35\lambda$ ที่มีมุมเพียง 15°

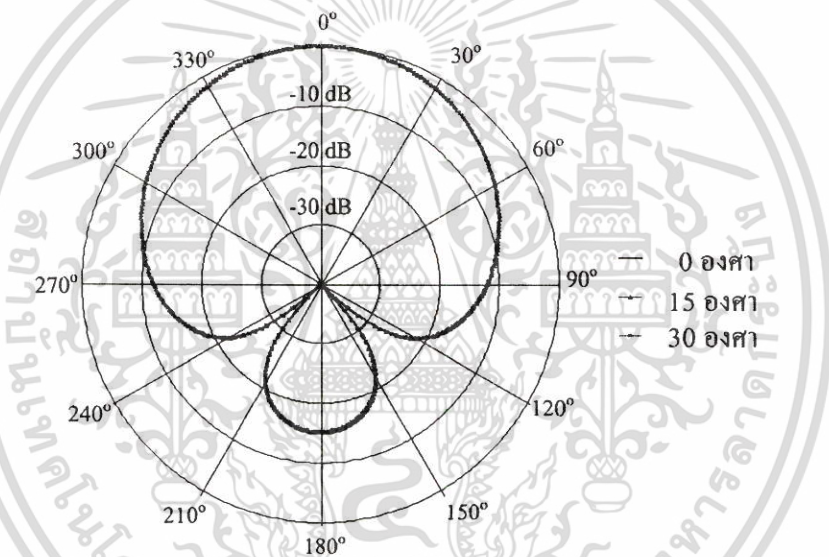
ส่วนคุณลักษณะการแพร่กระจายคลื่นของสายอากาศเมื่อทำการศึกษาผลกระทบของมุมที่ ช่องเปิดทำกับท่อนำคลื่นที่เปลี่ยนมุมจากจะแสดงดังรูปที่ 4.19 และรูปที่ 4.20



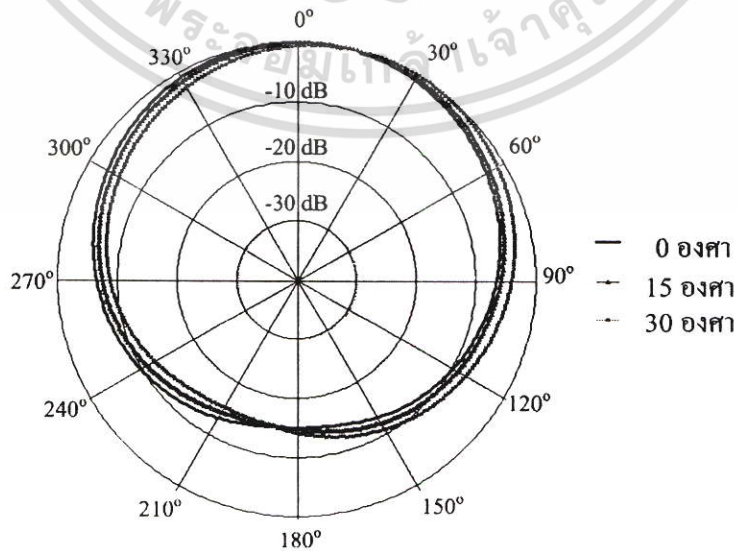
(ก) ระนาบสนามแม่เหล็ก เมื่อ $c = 0.35\lambda$



(ข) ระบายสนามไฟฟ้า เมื่อ $c = 0.35\lambda$

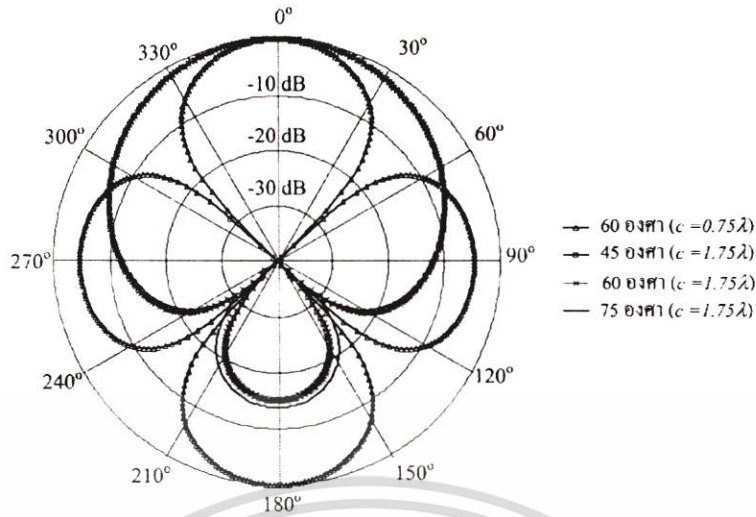


(ค) ระบายสนามแม่เหล็ก เมื่อ $c = 0.75\lambda$

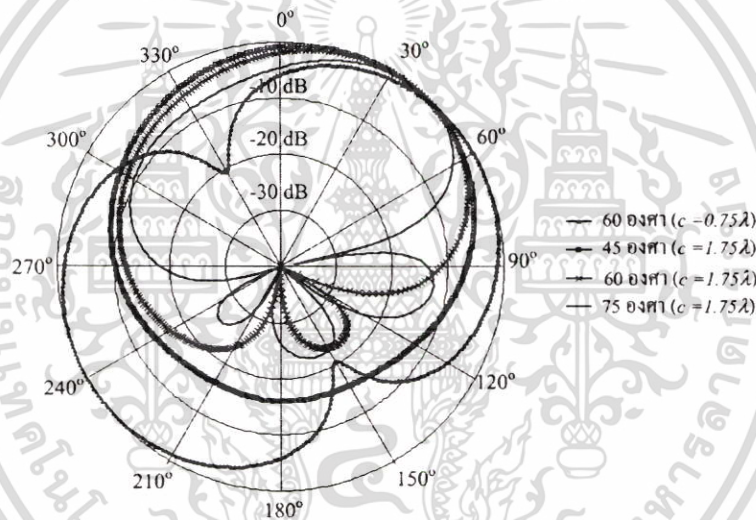


(ง) ระบายสนามไฟฟ้า เมื่อ $c = 0.75\lambda$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่นับญาติให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



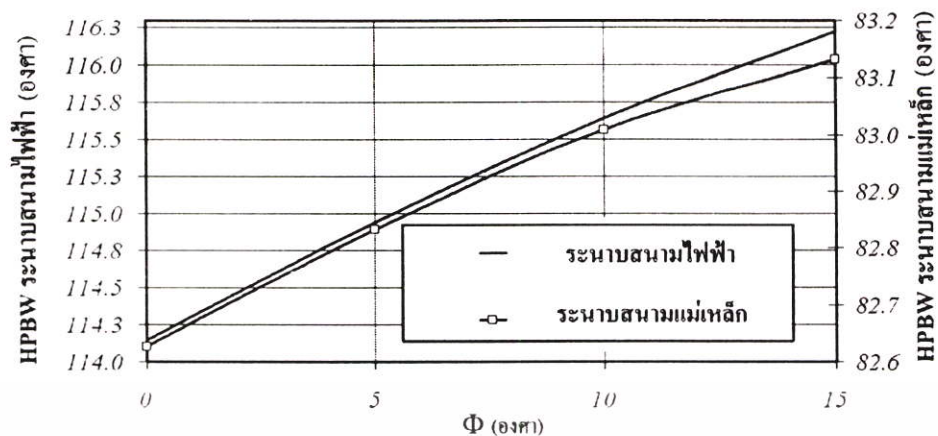
(จ) ระบายสนามแม่เหล็ก เมื่อ $a < 2b'$



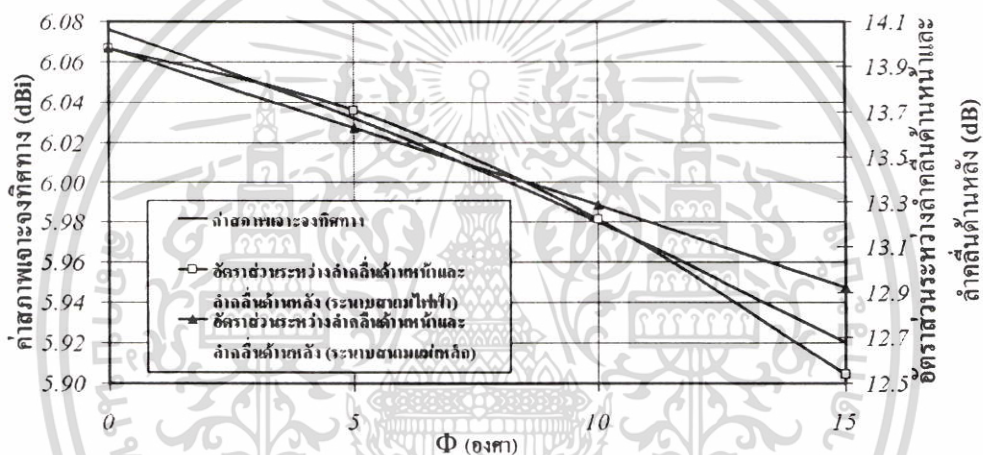
(ฉ) ระบายสนามไฟฟ้า เมื่อ $a < 2b'$

รูปที่ 4.19 แบบรูปการแพร่กระจายคลื่นของสายอากาศช่องเปิดจากท่อนำคลื่นมุมฉากเมื่อทำการเปลี่ยนค่าพารามิเตอร์ Φ

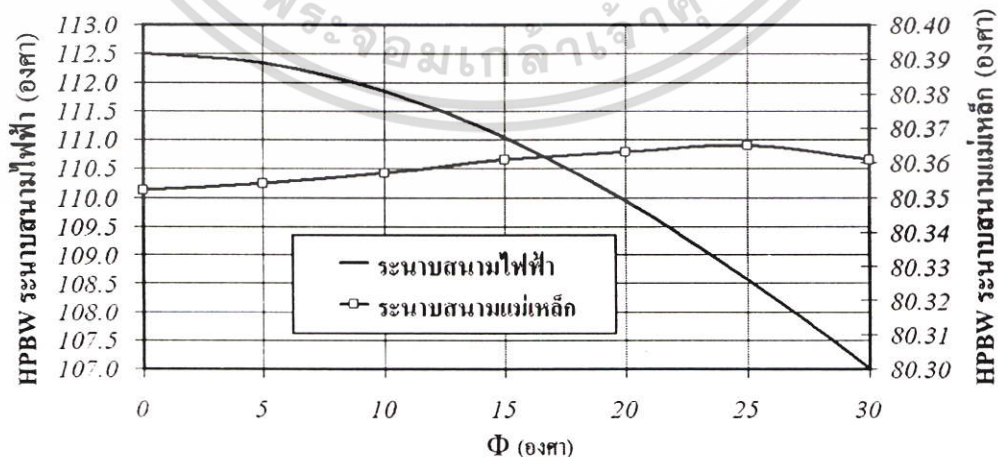
จากรูปที่ 4.19 จะพบว่าแบบรูปการแพร่กระจายคลื่นในระนาบสนามไฟฟ้าจะมีมุมที่สนามมีขนาดสูงสุดเท่ากับมุม Φ ซึ่งเป็นไปตามลักษณะ โครงสร้างของสายอากาศที่มีการเอียงของช่องเปิด ในระนาบนี้ ส่วนในระนาบสนามแม่เหล็กจะมีแบบรูปการแพร่กระจายคลื่นจะมีมุมที่สนามมีขนาดสูงสุดอยู่ที่ 0 องศา สำหรับรูปที่ 4.19 (จ) และ (ฉ) เป็นการแสดงแบบรูปการแพร่กระจายคลื่นในกรณีที่มีขนาดช่องเปิดไม่เป็นตามเงื่อนไข $a \geq 2b'$ ซึ่งทำให้แบบรูปการแพร่กระจายคลื่นที่ได้ไม่สอดคล้องกับโหนดเป็นใหญ่จึงมีลักษณะผิดเพี้ยนแตกต่างกับรูปที่ 4.19 (ก) ถึง (ง) ที่มีขนาดเป็นไปตามเงื่อนไข $a \geq 2b'$ และสอดคล้องกับโหนดเป็นใหญ่



(ก) ความกว้างลำคลื่นที่กำลังลดลงครึ่งหนึ่ง เมื่อ $c = 0.35\lambda$

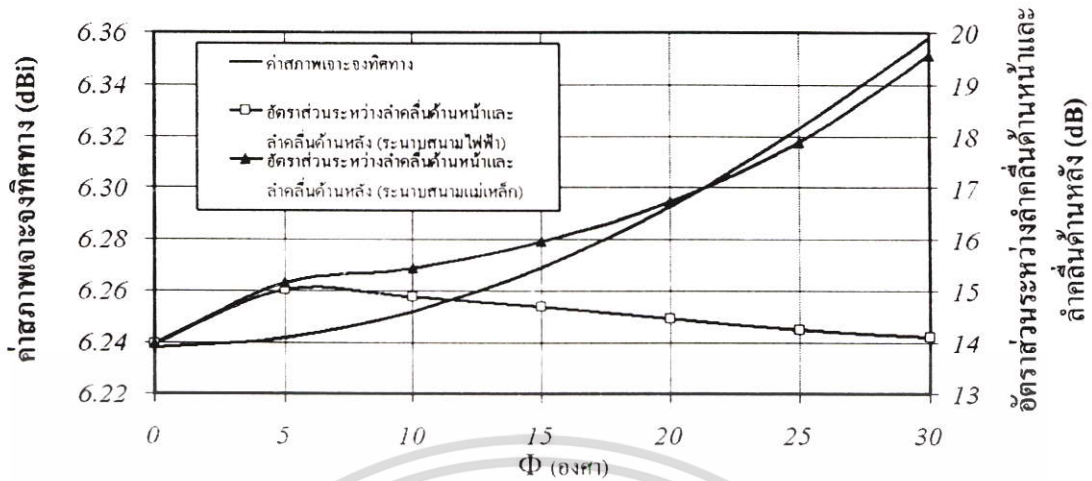


(ข) ค่าสภาพเจาะจงทิศทางและอัตราส่วนระหว่างลำคลื่นด้านหน้าและลำคลื่นด้านหลัง เมื่อ $c = 0.35\lambda$



(ค) ความกว้างลำคลื่นที่กำลังลดลงครึ่งหนึ่ง เมื่อ $c = 0.75\lambda$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



(ง) ค่าสภาพเจาะจงทิศทางและอัตราส่วนระหว่างลำคลื่นด้านหน้าและลำคลื่นด้านหลัง

เมื่อ $c = 0.75\lambda$

รูปที่ 4.20 คุณลักษณะการแพร่กระจายคลื่นของสายอากาศช่องเปิดจากท่อนำคลื่นมุมฉากเมื่อทำการเปลี่ยนค่าพารามิเตอร์ Φ

ส่วนคุณลักษณะการแพร่กระจายคลื่นของสายอากาศทั้งหมดในรูปที่ 4.20 จะขึ้นอยู่กับผลของความยาวของท่อนำคลื่น สำหรับในกรณีที่มี $c = 0.35\lambda$ จะพบว่าเมื่อมุม Φ เพิ่มขึ้นจะทำให้ความกว้างของลำคลื่นที่กำลังลดลงครั้งหนึ่งมีค่าเพิ่มขึ้น ส่วนในกรณีที่มี $c = 0.75\lambda$ ค่าความกว้างของลำคลื่นที่กำลังลดลงครั้งหนึ่งจะลดลง ซึ่งสอดคล้องกับค่าสภาพเจาะจงทิศทาง กล่าวคือ เมื่อค่าความกว้างของลำคลื่นที่กำลังลดลงครั้งหนึ่งเพิ่มขึ้น ค่าสภาพเจาะจงทิศทางจะมีค่าลดลง ส่วนอัตราส่วนระหว่างลำคลื่นด้านหน้าและลำคลื่นด้านหลังในระนาบสนามไฟฟ้าและระนาบสนามแม่เหล็กจะมีค่าไม่เท่ากัน โดยทั่วไปค่าอัตราส่วนนี้จะมีเท่ากันในทั้งสองระนาบ ซึ่งมีสาเหตุมาจากในระนาบสนามแม่เหล็กจะเป็นอิสระไม่ขึ้นกับพารามิเตอร์ Φ ซึ่งพารามิเตอร์นี้จะมีผลในระนาบสนามไฟฟ้าดังสมการ (3.105 ก) จึงทำให้ค่าอัตราส่วนระหว่างลำคลื่นด้านหน้าและลำคลื่นด้านหลังไม่เท่ากัน สำหรับในกรณีที่มี $c = 0.35\lambda$ ค่าอัตราส่วนระหว่างลำคลื่นด้านหน้าและลำคลื่นด้านหลังทั้งสองระนาบจะมีค่าลดลงเช่นเดียวกับระนาบสนามไฟฟ้าในกรณีที่มี $c = 0.75\lambda$ แต่ระนาบสนามแม่เหล็กในกรณีนี้จะมีค่าเพิ่มขึ้นเมื่อค่ามุม Φ เพิ่มขึ้น

4.2 ผลการคำนวณจากวิธีฟังก์ชันกรีนไดแอคทีกร่วมด้วยทฤษฎีการเลี้ยวเบน

ในหัวข้อนี้จะเป็นการแสดงผลการคำนวณจากวิธีฟังก์ชันกรีนไดแอคทีที่ได้คิดผลของการเลี้ยวเบนที่เกิดจากโครงสร้างสายอากาศด้วย จากการวิเคราะห์ในบทที่ 3 พบว่าการหาสนามลัพท์ที่คิดผลการเลี้ยวเบนในแต่ละระนาบนั้นจะเป็นอิสระต่อกัน จึงไม่สามารถคิดค่าสภาพเจาะจงทิศทางของสายอากาศได้ ดังนั้นจะทำการแสดงเฉพาะแบบรูปการแพร่กระจายคลื่น โดยที่จะทำการศึกษาผลกระทบของพารามิเตอร์ของสายอากาศและโพรบเหมือนหัวข้อที่ 4.1 และใช้ค่าพารามิเตอร์เริ่มต้นตามตารางที่ 4.1 จากการคำนวณจะได้แบบรูปการแพร่กระจายคลื่นที่คิดผลของการเลี้ยวเบน ดังรูปที่ 4.21 เมื่อเทียบกับกรณีที่ไม่คิดผลของการเลี้ยวเบน

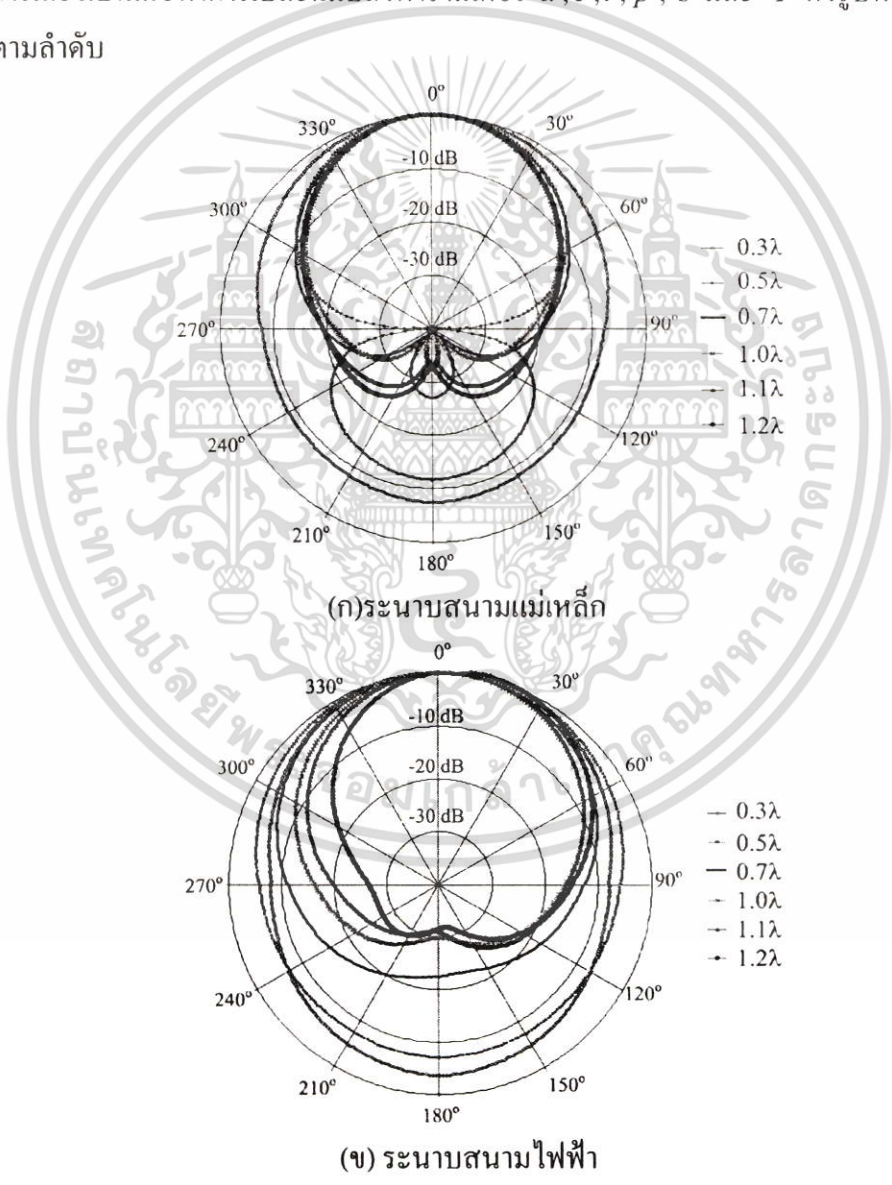


รูปที่ 4.21 แบบรูปการแพร่กระจายคลื่นของสายอากาศช่องเปิดจากท่อนำคลื่นมุมฉากที่คิดผลของการเลี้ยวเบนเมื่อเทียบกับกรณีที่ไม่คิดผลของการเลี้ยวเบน

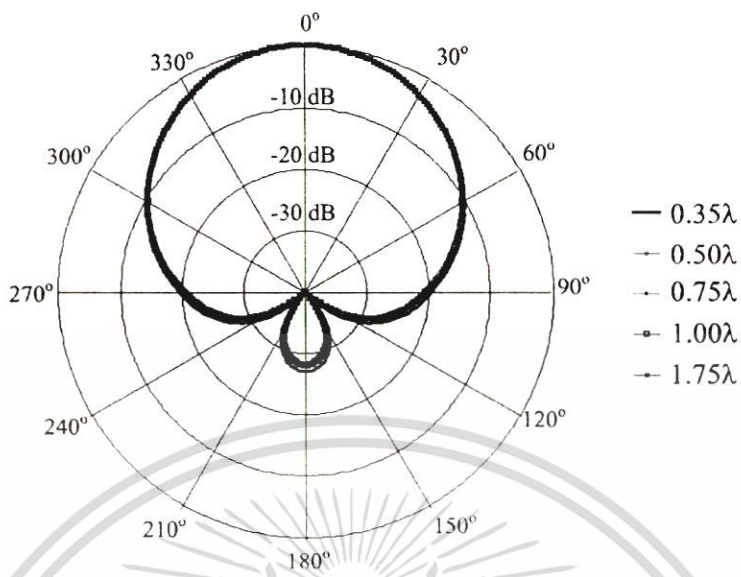
เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

จากรูปที่ 4.21 จะเห็นได้ว่าแบบรูปการแพร่กระจายคลื่นของสายอากาศช่องเปิดจากท่อนำคลื่นมุมฉากที่คิดผลของการเลี้ยวเบนที่เกิดจากโครงสร้างของสายอากาศทั้งสองระนาบจะมีรูปร่างที่ใกล้เคียงกับกรณีที่ไม่คิดผลของการเลี้ยวเบนแต่จะมีขนาดสัดส่วนที่ลดลงมาโดยเฉพาะลำคลื่นในด้านหลังเนื่องจากขอบเขตบริเวณนี้จะมีเฉพาะสนามที่เกิดจากการเลี้ยวเบนเท่านั้นจึงทำให้สนามในบริเวณนี้มีขนาดลดลงอย่างมาก ขณะที่ลำคลื่นด้านหน้ามีความกว้างที่ลดลงเมื่อเทียบกับกรณีที่ไม่คิดผลของการเลี้ยวเบน

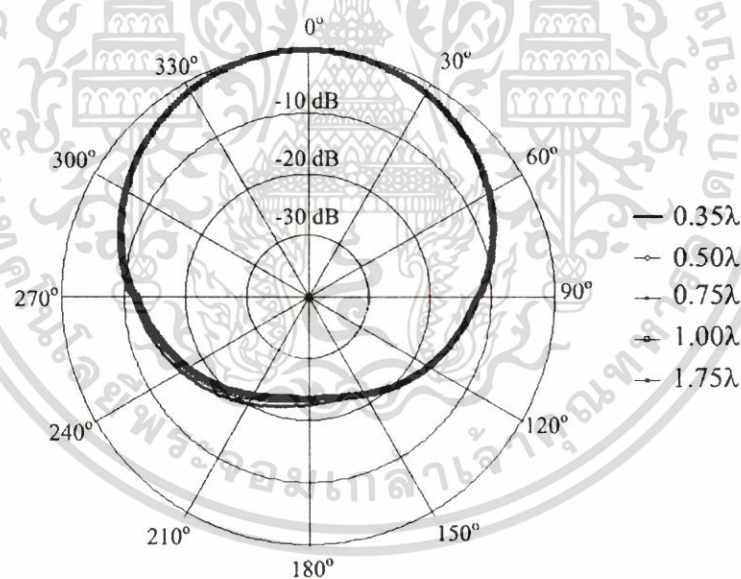
ในศึกษาผลกระทบของพารามิเตอร์ของสายอากาศและโพรบนั้นจะทำการเปลี่ยนแปลงพารามิเตอร์เหมือนกับหัวข้อที่ 4.1 ดังนั้นเมื่อทำการคำนวณจะได้แบบรูปการแพร่กระจายคลื่นที่คิดผลของการเลี้ยวเบนเมื่อทำการเปลี่ยนแปลงพารามิเตอร์ a, c, l, p, s และ Φ ดังรูปที่ 4.22 ถึงรูปที่ 4.27 ตามลำดับ



รูปที่ 4.22 แบบรูปการแพร่กระจายคลื่นของสายอากาศช่องเปิดจากท่อนำคลื่นมุมฉากที่คิดผลของเอกสาร์นี่เป็นเอกสาร์ การเลี้ยวเบนเมื่อทำการเปลี่ยนค่าพารามิเตอร์ a นั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



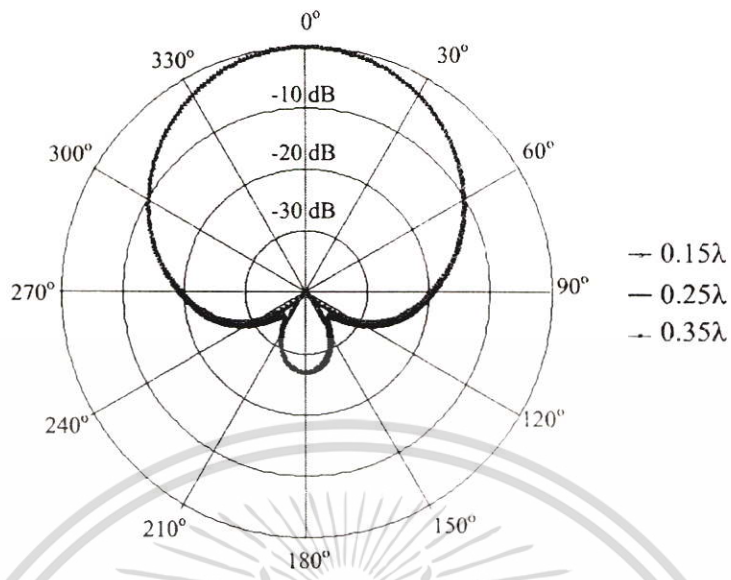
(ก) ระบายสนามแม่เหล็ก



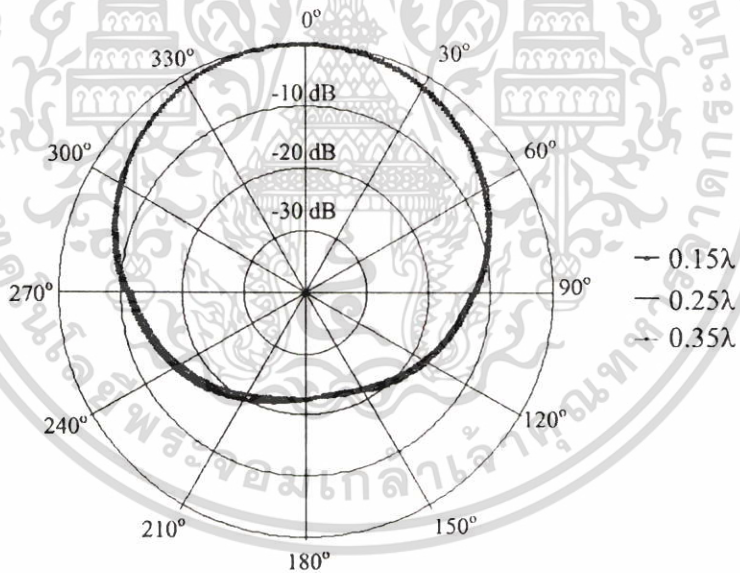
(ข) ระบายสนามไฟฟ้า

รูปที่ 4.23 แบบรูปการแพร่กระจายคลื่นของสายอากาศช่องเปิดจากท่อนำคลื่นมุมฉากที่คิดผลของการเลี้ยวเบนเมื่อทำการเปลี่ยนค่าพารามิเตอร์ c

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



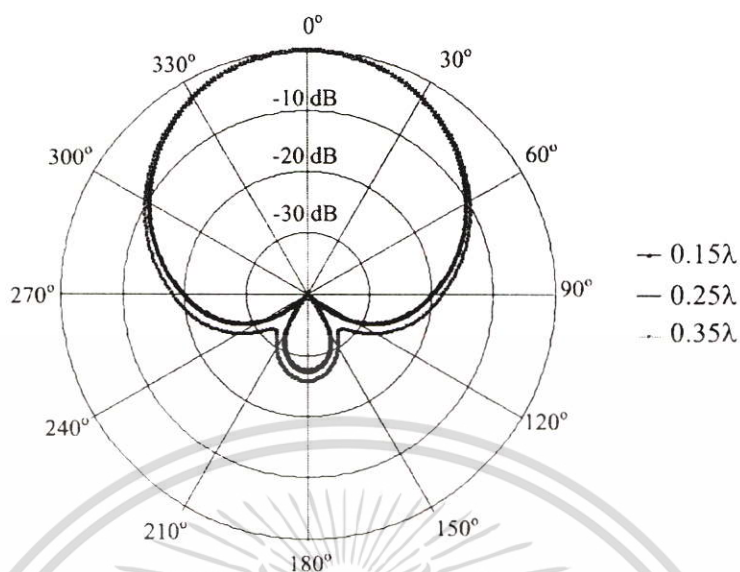
(ก) ระบายสนามแม่เหล็ก



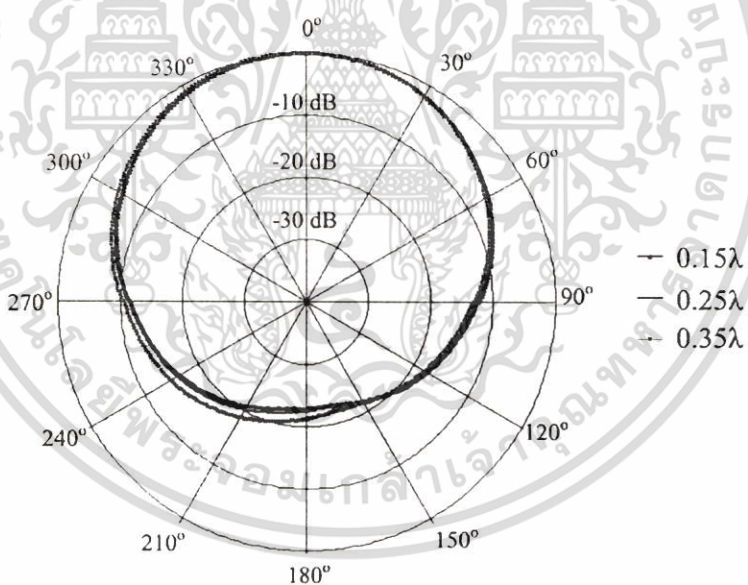
(ข) ระบายสนามไฟฟ้า

รูปที่ 4.24 แบบรูปการแพร่กระจายคลื่นของสายอากาศช่องเปิดจากท่อนำคลื่นมุมฉากที่คิดผลของการเลี้ยวเบนเมื่อทำการเปลี่ยนค่าพารามิเตอร์ l

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



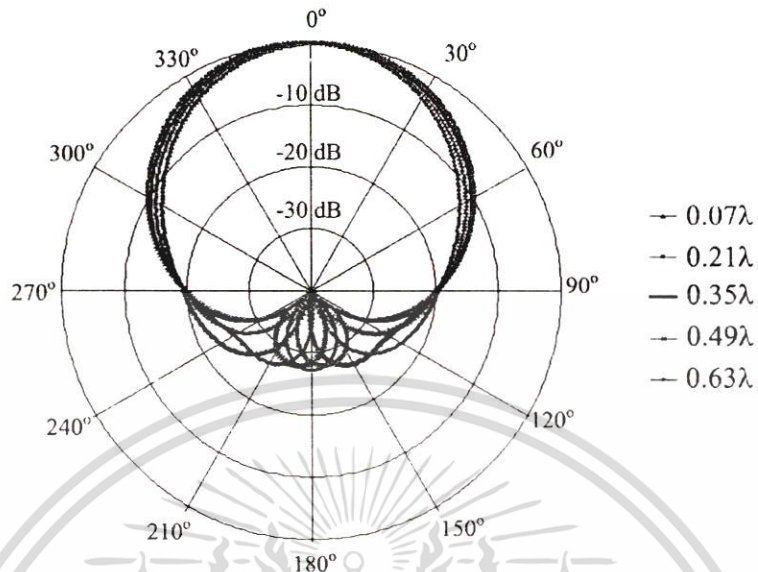
(ก) ระนาบสนามแม่เหล็ก



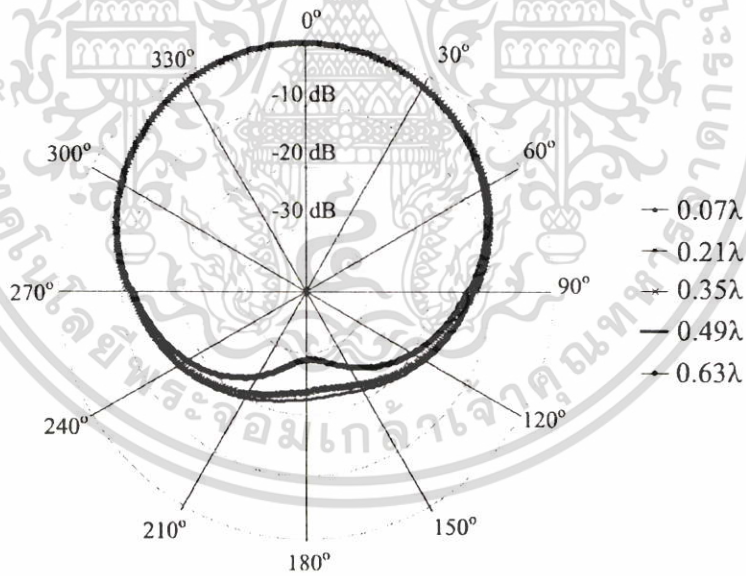
(ข) ระนาบสนามไฟฟ้า

รูปที่ 4.25 แบบรูปการแพร่กระจายคลื่นของสายอากาศช่องเปิดจากท่อนำคลื่นมุมฉากที่คิดผลของการเลี้ยวเบนเมื่อทำการเปลี่ยนค่าพารามิเตอร์ p

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



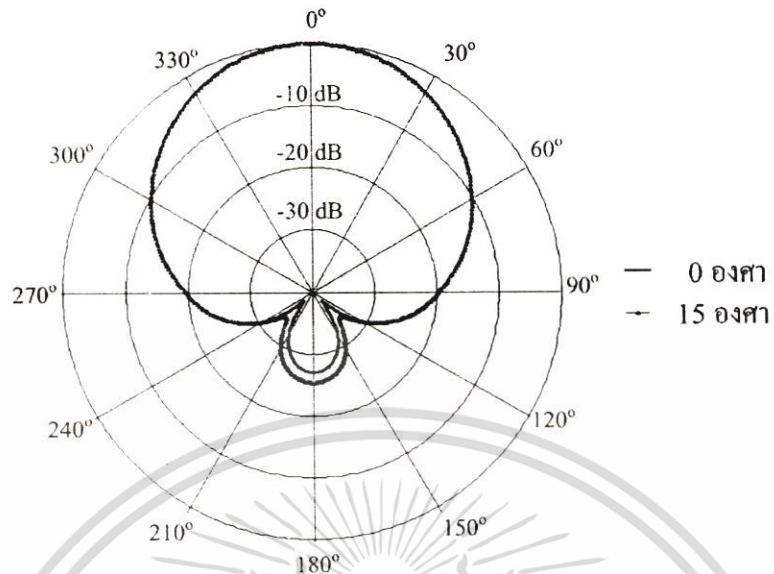
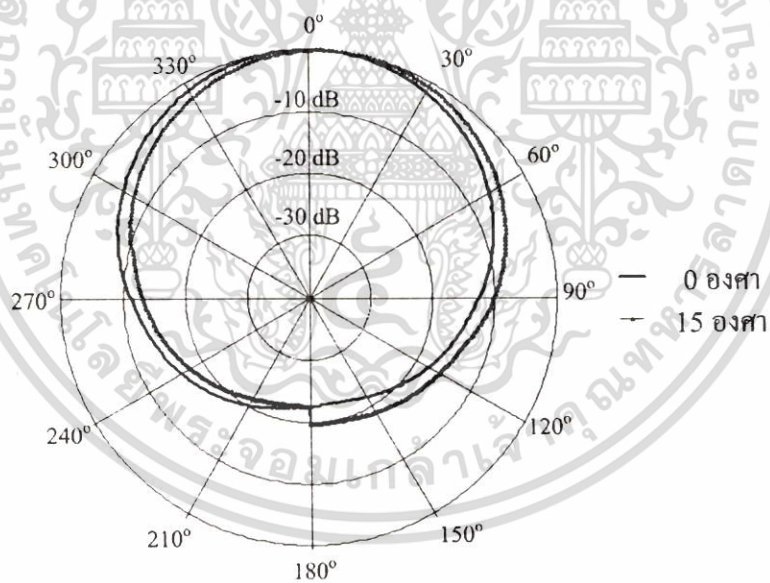
(ก) ระนาบสนามแม่เหล็ก



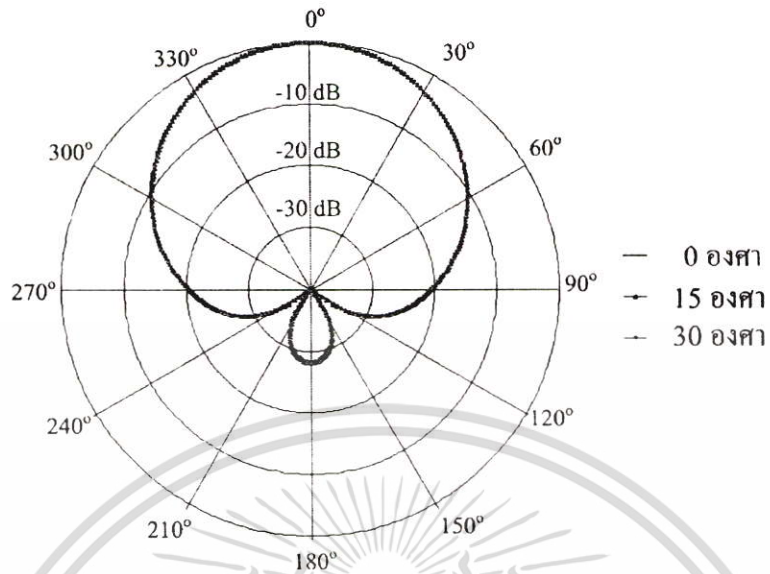
(ข) ระนาบสนามไฟฟ้า

รูปที่ 4.26 แบบรูปการแพร่กระจายคลื่นของสายอากาศช่องเปิดจากท่อนำคลื่นมุมฉากที่คิดผลของการเลี้ยวเบนเมื่อทำการเปลี่ยนค่าพารามิเตอร์ s

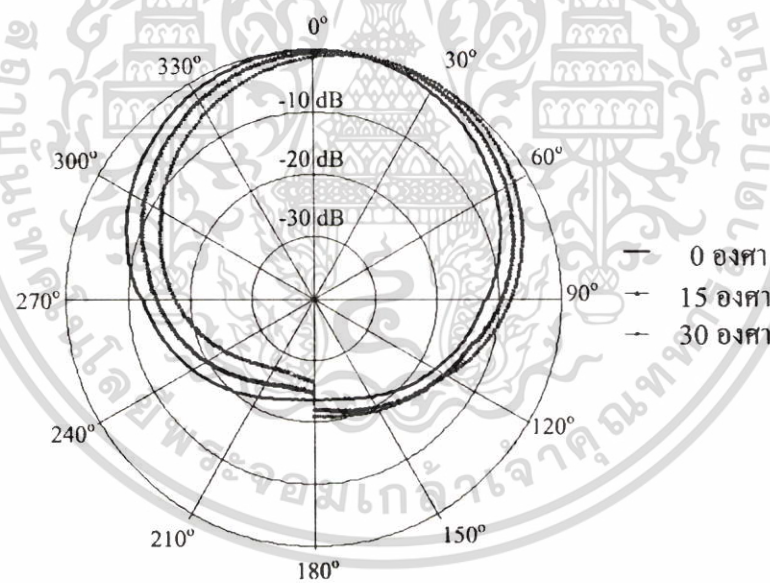
เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

(ก) ระนาบสนามแม่เหล็ก เมื่อ $c = 0.35\lambda$ (ข) ระนาบสนามไฟฟ้า เมื่อ $c = 0.35\lambda$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



(ก) ระนาบสนามแม่เหล็ก เมื่อ $c = 0.75\lambda$



(ง) ระนาบสนามไฟฟ้า เมื่อ $c = 0.75\lambda$

รูปที่ 4.27 แบบรูปการแพร่กระจายคลื่นของสายอากาศช่องเปิดจากท่อนำคลื่นมุมฉากที่คิดผลของการเลี้ยวเบนเมื่อทำการเปลี่ยนค่าพารามิเตอร์ Φ

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

จากรูปที่ 4.22 ถึงรูปที่ 4.27 จะเห็นได้ว่าแบบรูปการแพร่กระจายคลื่นของสายอากาศช่องเปิดจากท่อนำคลื่นมุมฉากที่คิดผลของการเลี้ยวเบนเมื่อทำการศึกษาผลกระทบของพารามิเตอร์ของสายอากาศและโพรบนั้นจะมีแนวโน้มไปทางเดียวกับกรณีที่ไม่ได้คิดผลของการเลี้ยวเบนแต่จะสัดส่วนที่แตกต่างกันยกเว้นในกรณีของผลกระทบของพารามิเตอร์ l และ Φ ในระนาบสนามไฟฟ้าเมื่อ $c = 0.35\lambda$ นอกจากนี้ยังพบว่าในกรณีที่ทำการเปลี่ยนค่าพารามิเตอร์ Φ ในระนาบสนามไฟฟ้าจะเกิดความไม่ต่อเนื่องขึ้นที่ตำแหน่ง $\theta = 180^\circ$ ซึ่งเกิดจากจุดการเลี้ยวเบนในรูปที่ 3.15 มีลักษณะเป็นลิ่มที่มีมุมภายในที่ไม่เท่ากันซึ่งสามารถแก้ไขได้โดยทำการเลี้ยวเบนรอบตัวสายอากาศทั้งหมดโดยนำการเลี้ยวเบนลำดับสูงๆมาคำนวณหรือทำการคิดการเลี้ยวเบนแบบสามมิติ

4.3 สรุป

ในบทนี้ได้นำผลของการคำนวณที่ได้จากวิเคราะห์ในบทที่ 3 มาแสดงซึ่งประกอบด้วยลักษณะโหมดที่บริเวณช่องเปิดและคุณลักษณะการแพร่กระจายคลื่นของสายอากาศช่องเปิดจากท่อนำคลื่นสี่เหลี่ยมมุมฉากที่ป้อนกระแสด้วยโพรบ เพื่อทำการศึกษาผลกระทบของพารามิเตอร์ของสายอากาศและโพรบ โดยที่หัวข้อแรกจะเป็นผลการคำนวณจากวิธีฟังก์ชันกรีนไดโอดิกและหัวข้อที่สองจะเป็นผลการคำนวณจากวิธีฟังก์ชันกรีนไดโอดิกร่วมด้วยทฤษฎีการเลี้ยวเบน

ถ้าสำหรับการศึกษาผลกระทบของพารามิเตอร์ของสายอากาศและโพรบนั้น ได้ทำการเปลี่ยนแปลงพารามิเตอร์ดังต่อไปนี้

- ขนาดของช่องเปิด ($a \times b$)
- ความยาวของท่อนำคลื่น (c)
- ความยาวของโพรบ (l)
- ตำแหน่งของโพรบบนแกน z (p)
- ตำแหน่งของโพรบบนแกน x (s)
- มุมที่ช่องเปิดทำกับท่อนำคลื่นสี่เหลี่ยมมุมฉาก (Φ)

ลักษณะโหมดที่บริเวณช่องเปิดและคุณลักษณะการแพร่กระจายคลื่นของสายอากาศที่ได้จากการศึกษาผลกระทบของพารามิเตอร์ของสายอากาศและโพรบในแต่ละกรณีมีลักษณะที่แตกต่างกันไปตามเงื่อนไขและกฎเกณฑ์ของโครงสร้างสายอากาศที่ได้กำหนดไว้ ดังนั้นเพื่อยืนยันความถูกต้องของผลการคำนวณที่ได้จะทำการทดสอบสายอากาศช่องเปิดดังกล่าวซึ่งกล่าวในบทต่อไป

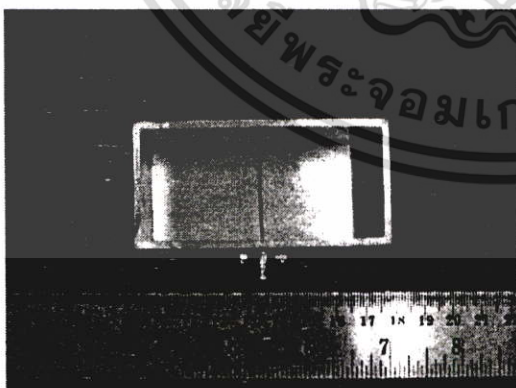
บทที่ 5

ผลการทดสอบ

สำหรับบทนี้จะเป็นการแสดงผลการทดสอบสายอากาศช่องเปิดจากท่อนำคลื่นสี่เหลี่ยมมุมฉากที่มีการป้อนกระแสด้วยโพรบที่ได้ทำการวิเคราะห์ในบทที่ 3 ซึ่งเป็นการเปรียบเทียบแบบรูปการแพร่กระจายคลื่นที่ได้จากการทดสอบกับผลที่ได้จากการคำนวณเพื่อยืนยันความถูกต้องของการวิเคราะห์ โดยที่จะทำการทดสอบสายอากาศช่องเปิดสองแบบคือ ช่องเปิดแบบตรงและแบบเฉียงทำมุมใดๆกับท่อนำคลื่น ในหัวข้อแรกจะเป็นสายอากาศต้นแบบและหัวข้อที่สองจะเป็นการเปรียบเทียบแบบรูปการแพร่กระจายคลื่น

5.1 สายอากาศต้นแบบ

ในหัวข้อนี้จะนำเสนอสายอากาศช่องเปิดจากท่อนำคลื่นสี่เหลี่ยมมุมฉากที่มีการป้อนกระแสด้วยโพรบต้นแบบที่ใช้ในการทดสอบเพื่อยืนยันความถูกต้องของการวิเคราะห์สายอากาศช่องเปิดดังกล่าว โดยที่จะทำการทดสอบสายอากาศช่องเปิดสองแบบคือ ช่องเปิดแบบตรงและแบบเฉียง 15 องศา ($\Phi = 15^\circ$) ซึ่งจะกำหนดให้สายอากาศใช้งานที่ความถี่ 2.45 GHz สำหรับท่อนำคลื่นจะเป็นท่อสี่เหลี่ยมมุมฉากอะลูมิเนียมที่มีขายอยู่ทั่วไป เมื่อนำมาสร้างเป็นสายอากาศช่องเปิดจะมีลักษณะและ โครงสร้างดังรูปที่ 5.1 และ 5.2 ส่วนพารามิเตอร์ต่างๆของสายอากาศจะแสดงในตารางที่ 5.1 และ 5.2 ซึ่งจะเป็นสายอากาศช่องเปิดแบบตรงและแบบเฉียง 15 องศา ตามลำดับ



(ก) มุมมองด้านหน้า



(ข) มุมมองด้านข้าง

รูปที่ 5.1 สายอากาศช่องเปิดแบบตรงจากท่อนำคลื่นสี่เหลี่ยมมุมฉากที่มีการป้อนกระแสด้วยโพรบ

ตารางที่ 5.1 พารามิเตอร์ต่างๆของสายอากาศช่องเปิดแบบตรงจากท่อนำคลื่นสี่เหลี่ยมมุมฉากที่มีการป้อนกระแสด้วยโพรบตันแบบ

พารามิเตอร์	ขนาดทางไฟฟ้า	ขนาดทางกายภาพ (cm)
a	0.58λ	7.10
b	0.28λ	3.45
c	0.41λ	5.00
p	0.25λ	3.06
s	0.29λ	3.55
l	0.25λ	3.06
w	0.015λ	0.18



(ก) มุมมองด้านหน้า

(ข) มุมมองด้านข้าง

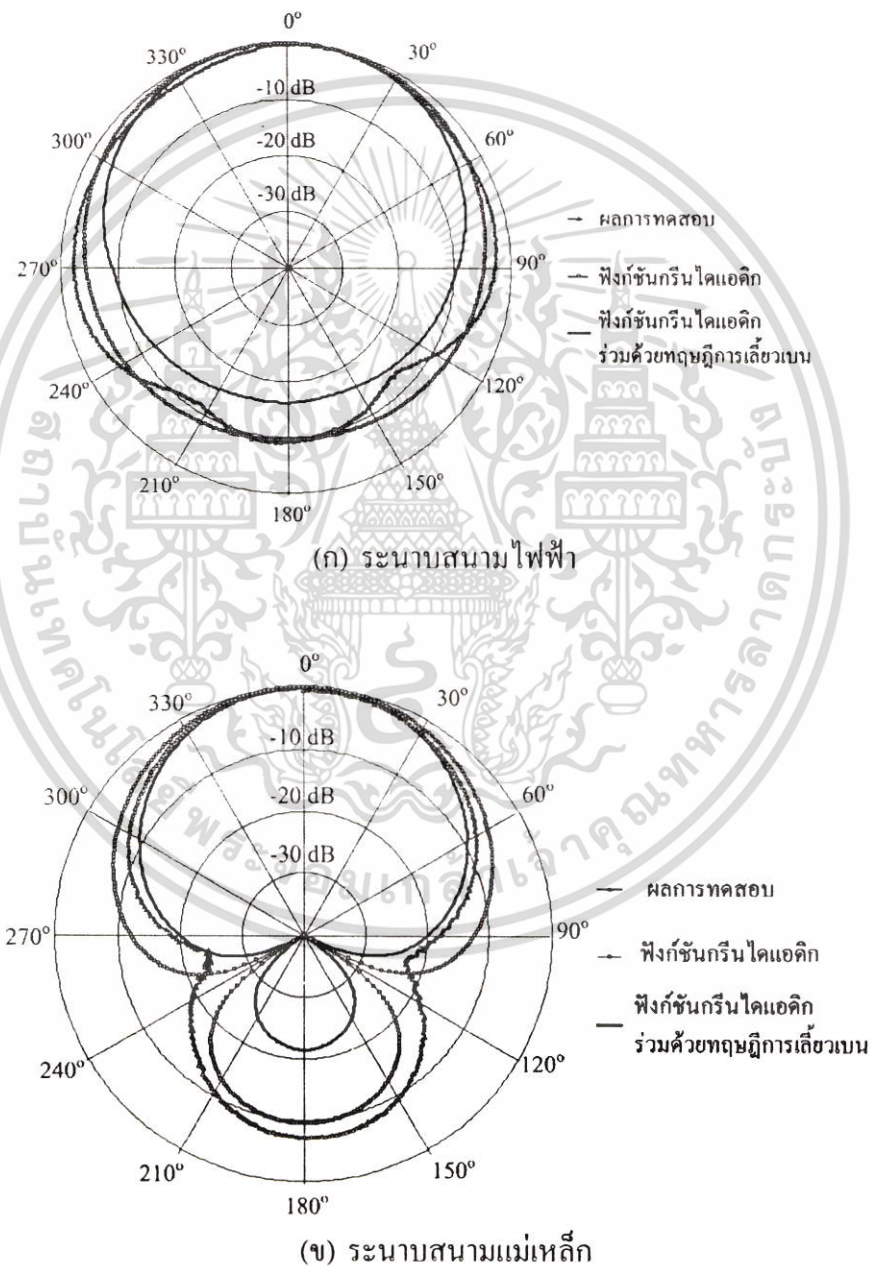
รูปที่ 5.2 สายอากาศช่องเปิดแบบเฉียง 15 องศาจากท่อนำคลื่นสี่เหลี่ยมมุมฉากที่มีการป้อนกระแสด้วยโพรบ

ตารางที่ 5.2 พารามิเตอร์ต่างๆของสายอากาศช่องเปิดแบบเฉียง 15 องศาจากท่อนำคลื่นสี่เหลี่ยมมุมฉากที่มีการป้อนกระแสด้วยโพรบตันแบบ

พารามิเตอร์	ขนาดทางไฟฟ้า	ขนาดทางกายภาพ (cm)
a	0.58λ	7.10
b	0.28λ	3.45
c	0.49λ	6.00
p	0.25λ	3.06
s	0.29λ	3.55
l	0.25λ	3.06
w	0.015λ	0.18

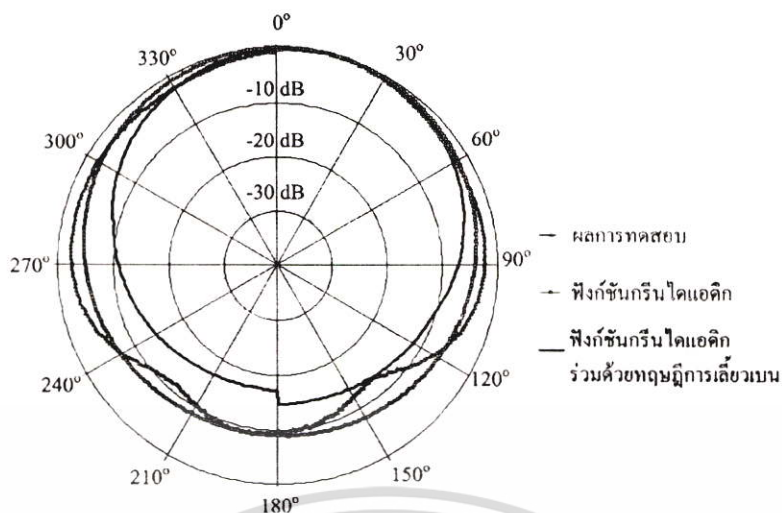
5.2 การเปรียบเทียบแบบรูปการแพร่กระจายคลื่น

เมื่อนำสายอากาศต้นแบบในรูปที่ 5.1 และ 5.2 ไปทำการทดสอบเพื่อหาแบบรูปการแพร่กระจายคลื่นของสายอากาศแล้วนำไปเปรียบเทียบกับผลที่ได้จากการคำนวณทั้งในกรณีพิจารณาและไม่ได้พิจารณาผลของการเลี้ยวเบนที่เกิดจากโครงสร้างของสายอากาศ ดังนั้นจะได้แบบรูปการแพร่กระจายคลื่นสายอากาศช่องเปิดแบบตรงและแบบเฉียง 15 องศาแสดงดังรูปที่ 5.3 และ 5.4 ตามลำดับ

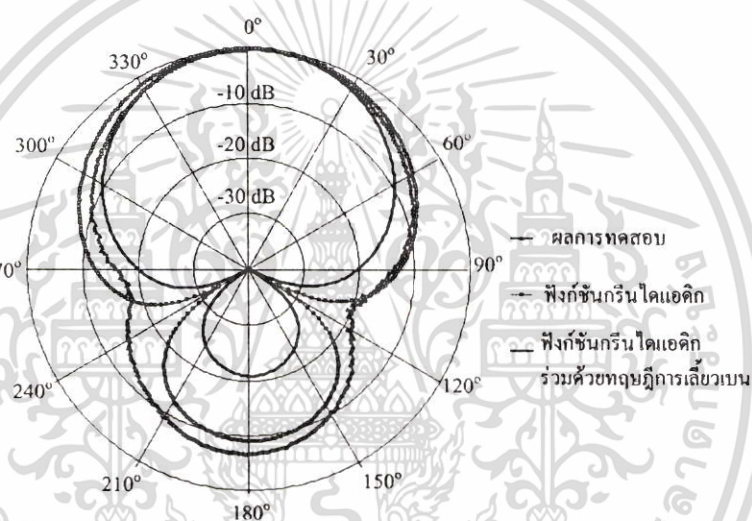


รูปที่ 5.3 แบบรูปการแพร่กระจายคลื่นสายอากาศช่องเปิดแบบตรงจากท่อนำคลื่นสี่เหลี่ยมมุมฉากที่มีการป้อนกระแสด้วยโพรบ

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



(ก) ระบุทิศทางไฟฟ้า



(ข) ระบุทิศทางแม่เหล็ก

รูปที่ 5.4 แบบรูปการแพร่กระจายคลื่นสายอากาศช่องเปิดแบบเฉียง 15 องศาจากท่อนำคลื่นสี่เหลี่ยมมุมฉากที่มีการป้อนกระแสด้วยโพรบ

จากผลการทดสอบในรูปที่ 5.3 และ 5.4 ทั้งในระนาบสนามไฟฟ้าและสนามแม่เหล็กพบว่าแบบรูปการแพร่กระจายคลื่นที่ได้จากการทดสอบจะมีแนวโน้มของรูปร่างที่ใกล้เคียงกับผลที่ได้จากการคำนวณแต่จะมีขนาดของสนามที่แตกต่างกัน โดยที่ในลำคลื่นด้านหน้าผลที่ได้จากการทดสอบจะมีความใกล้เคียงกับผลที่ได้จากการคำนวณที่พิจารณาผลของการเลี้ยวเบน แต่ในลำคลื่นด้านหลังผลการทดสอบมีความแตกต่างกับผลการคำนวณที่พิจารณาผลของการเลี้ยวเบนมาก ซึ่งน่าจะมีสาเหตุมาจากสภาพแวดล้อมและโครงสร้างสายอากาศที่ถูกเพิ่มเติมเข้ามาในขณะที่ทำการทดสอบสายอากาศ

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

5.3 สรุป

สำหรับบทนี้เป็นการเปรียบเทียบผลการทดสอบสายอากาศช่องเปิดจากท่อนำคลื่นสี่เหลี่ยมมุมฉากที่มีการป้อนกระแสด้วยโพรบกับผลการคำนวณที่ได้ทำการวิเคราะห์ในบทที่ 3 ซึ่งเป็นการเปรียบเทียบแบบรูปการแพร่กระจายคลื่นของสายอากาศเพื่อยืนยันความถูกต้องของการวิเคราะห์ โดยที่จะทำการทดสอบสายอากาศช่องเปิดสองแบบคือ ช่องเปิดแบบตรงและแบบเฉียงทำมุมใดๆ กับท่อนำคลื่น ในหัวข้อแรกจะเป็นสายอากาศต้นแบบและหัวข้อที่สองจะเป็นการเปรียบเทียบแบบรูปการแพร่กระจายคลื่น จากผลการทดสอบพบว่า แบบรูปการแพร่กระจายคลื่นจากการทดสอบจะมีแนวโน้วของรูปร่างที่ใกล้เคียงกับผลที่ได้การคำนวณแต่จะมีขนาดของสนามที่แตกต่างกัน



เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

บทที่ 6

สรุปและวิจารณ์

6.1 สรุปเนื้อหาของวิทยานิพนธ์

วิทยานิพนธ์ฉบับนี้นำเสนอการวิเคราะห์คุณลักษณะสายอากาศช่องเปิดจากท่อนำคลื่นสี่เหลี่ยมมุมฉากที่ถูกป้อนกระแสด้วยโพรบโดยวิธีฟังก์ชันกรีน ไดแอดิกพร้อมด้วยทฤษฎีการเลี้ยวเบน ซึ่งท่อนำคลื่นสี่เหลี่ยมมุมฉากที่นำมาวิเคราะห์จะเป็นท่อนำคลื่นที่มีการปิดปลายด้านหนึ่งและเปิดปลายอีกด้านหนึ่งไว้ โดยทำการวิเคราะห์ช่องเปิดแบบตรงและแบบเฉียงทำมุมใดๆกับท่อนำคลื่น โดยที่การวิเคราะห์เริ่มจากการคำนวณสนามแม่เหล็กไฟฟ้าที่เกิดขึ้นภายในท่อนำคลื่นสี่เหลี่ยมที่เกิดจากการป้อนกระแสด้วยโพรบโดยใช้ฟังก์ชันกรีน ไดแอดิกเพื่อศึกษาลักษณะของโหมดต่างๆที่เกิดขึ้นและนำค่าสนามแม่เหล็กไฟฟ้าที่ได้ไปคำนวณหาค่ากระแสแม่เหล็กไฟฟ้าสมมูลที่เกิดขึ้นบริเวณช่องเปิดเพื่อนำไปคำนวณหาแบบรูปการแพร่กระจายคลื่นที่เกิดจากช่องเปิดและพิจารณาผลของการเลี้ยวเบนที่เกิดจากโครงสร้างของสายอากาศ สำหรับการวิเคราะห์คุณลักษณะต่างๆของสายอากาศนั้นจะประกอบด้วย

- ความกว้างลำคลื่นที่กำลังลดลงครึ่งหนึ่ง
- ค่าสภาพเจาะจงทิศทาง
- อัตราส่วนระหว่างลำคลื่นด้านหน้าและลำคลื่นด้านหลัง
- มุมที่แบบรูปการกระจายคลื่นมีขนาดสูงสุด

โดยจะทำการศึกษาผลกระทบของพารามิเตอร์ต่างๆของท่อนำคลื่นสี่เหลี่ยมมุมฉากและโพรบดังต่อไปนี้

- ขนาดของช่องเปิด ($a \times b$)
- ความยาวของท่อนำคลื่น (c)
- ความยาวของโพรบ (l)
- ตำแหน่งของโพรบบนแกน z (p)
- ตำแหน่งของโพรบบนแกน x (s)
- มุมที่ช่องเปิดทำกับท่อนำคลื่นสี่เหลี่ยมมุมฉาก (Φ)

และสุดท้ายจะเป็นการทดสอบสายอากาศเพื่อยืนยันความถูกต้องของการวิเคราะห์สายอากาศช่องเปิดดังกล่าว โดยที่ความเป็นมาของปัญหา วัตถุประสงค์และขอบเขตของงานวิจัยได้นำเสนอไว้ในบทที่ 1

สำหรับบทที่ 2 จะเป็นทฤษฎีและหลักการต่างๆที่ใช้ในการวิเคราะห์คุณลักษณะสายอากาศช่องเปิดจากท่อนำคลื่นสี่เหลี่ยมมุมฉากที่ป้อนกระแสด้วยโพรบ ซึ่งประกอบไปด้วย ทฤษฎีและหลักการของท่อนำคลื่นสี่เหลี่ยมมุมฉากซึ่งกล่าวถึงคุณลักษณะของท่อนำคลื่นไม่ว่าจะเป็นความถี่ตัด เลขคลื่น ความยาวคลื่น และลักษณะโหมดที่เกิดขึ้น ในส่วนถัดมาเป็นฟังก์ชันกรีนไดเอดิกของท่อนำคลื่นสี่เหลี่ยมมุมฉากและฟังก์ชันกรีนไดเอดิกของท่อนำคลื่นสี่เหลี่ยมมุมฉากกึ่งอนันต์ เนื่องจากท่อนำคลื่นสี่เหลี่ยมมุมฉากในวิทยานิพนธ์ฉบับนี้จะมีการเปิดปลายด้านหนึ่งและปิดปลายอีกด้านหนึ่ง ต่อจากนั้นเป็นทฤษฎีและหลักการของช่องเปิดสี่เหลี่ยมมุมฉาก เป็นการอธิบายถึงการหาแบบรูปการแพร่กระจายคลื่นจากสมการการแพร่กระจายคลื่น โดยที่จะใช้กระแสแม่เหล็กไฟฟ้าสมมูลในการคำนวณ ในส่วนสุดท้ายในบทที่ 2 เป็นการอธิบายถึงทฤษฎีการเลี้ยวเบนสมมาตรหรือ UTD เพื่อจะหาสนามลัพธ์ที่เกิดจากการเลี้ยวเบนจากโครงสร้างของสายอากาศ

สำหรับบทที่ 3 เป็นการวิเคราะห์คุณลักษณะสายอากาศช่องเปิดจากท่อนำคลื่นสี่เหลี่ยมมุมฉากที่ถูกป้อนกระแสด้วยโพรบ โดยทำการวิเคราะห์ช่องเปิดแบบตรงและแบบเฉียงทำมุมใดๆกับท่อนำคลื่น สำหรับการวิเคราะห์สายอากาศช่องเปิดแบบทำมุมใดๆกับท่อนำคลื่นสี่เหลี่ยมมุมฉากที่ป้อนกระแสด้วยโพรบได้นำหลักการการหมุนแกนพิกัดมาใช้ในการวิเคราะห์

สำหรับบทที่ 4 เป็นการแสดงผลของการคำนวณที่ได้จากการวิเคราะห์ในบทที่ 3 ซึ่งประกอบด้วยลักษณะโหมดที่บริเวณช่องเปิดและคุณลักษณะการแพร่กระจายคลื่นของสายอากาศช่องเปิดจากท่อนำคลื่นสี่เหลี่ยมมุมฉากที่ป้อนกระแสด้วยโพรบ จากผลการคำนวณพบว่า

- ในการเลือกขนาดพารามิเตอร์ a สำหรับท่อนำคลื่นสี่เหลี่ยมมุมฉากที่มีขนาด $a = 2b$ ควรเลือกให้อยู่ในช่วง $0.5\lambda < a < \lambda$ เพื่อให้สอดคล้องกับโหมดเป็นใหญ่มากที่สุด
- ในการศึกษาผลกระทบของพารามิเตอร์ c คุณลักษณะต่างๆของสายอากาศจะมีการลู่ออกค่าใดค่าหนึ่งเพราะว่าจะไม่มีโหมดลำดับสูงๆเกิดขึ้นที่ความยาวของท่อนำคลื่นมีค่ามากๆ
- สำหรับการศึกษผลกระทบของพารามิเตอร์ l เมื่อความยาวโพรบเพิ่มขึ้น ความกว้างลำคลื่นที่กำลังลดลงครึ่งหนึ่งทั้งสองระนาบมีค่าลดลงจึงทำให้ค่าสภาพเจาะจงทิศทางมีค่าเพิ่มขึ้น ส่วนอัตราส่วนระหว่างลำคลื่นด้านหน้าและลำคลื่นด้านหลังจะมีค่าคงที่
- ในการเลือกขนาดพารามิเตอร์ p ไม่ควรให้อยู่ใกล้ตำแหน่งของช่องเปิด(พารามิเตอร์ c) เนื่องจากมีโหมดลำดับสูงๆเกิดขึ้นในบริเวณนั้น
- ในการศึกษาผลกระทบของพารามิเตอร์ s คุณลักษณะต่างๆของสายอากาศจะมีความสมมาตรตามตำแหน่งของโพรบในแนวแกน x ถึงแม้ค่าสภาพเจาะจงทิศทางของตำแหน่งที่พารามิเตอร์ s ไม่ได้อยู่กึ่งกลางจะมีค่าสูงกว่าตำแหน่งกึ่งกลางแต่จะมีแบบรูปการ

แพร่กระจายคลื่นจะไม่สมมาตร ดังนั้น ในการเลือกขนาดพารามิเตอร์ r จึงขึ้นอยู่กับการใช้งานว่าต้องการคุณลักษณะแบบใด

- ในการศึกษาผลกระทบของพารามิเตอร์ Φ แบบรูปการแพร่กระจายคลื่นในระนาบสนามไฟฟ้าจะมีมุมที่สนามมีขนาดสูงสุดเท่ากับมุม Φ ส่วนในระนาบสนามแม่เหล็กจะมีแบบรูปการแพร่กระจายคลื่นจะมีมุมที่สนามมีขนาดสูงสุดอยู่ที่ 0 องศา
- สำหรับการวิเคราะห์ที่พิจารณาผลของการเลี้ยวเบนที่เกิดจากโครงสร้างของสายอากาศ แบบรูปการแพร่กระจายคลื่นมีรูปร่างที่ใกล้เคียงกับกรณีที่ไม่คิดผลของการเลี้ยวเบน แต่จะมีขนาดสัดส่วนที่ลดลงมาโดยเฉพาะลำคลื่นในด้านหลังเนื่องจากขอบเขตบริเวณนี้จะมีเฉพาะสนามที่เกิดจากการเลี้ยวเบนเท่านั้น

สำหรับบทที่ 5 เป็นการแสดงผลของการทดสอบสายอากาศซึ่งเป็นการเปรียบเทียบแบบรูปการแพร่กระจายคลื่นกับผลที่ได้จากการคำนวณทั้งในกรณีพิจารณาและไม่ได้พิจารณาผลของการเลี้ยวเบนที่เกิดจากโครงสร้างของสายอากาศ จากผลการทดสอบพบว่า แบบรูปการแพร่กระจายคลื่นจากการทดสอบจะมีแนวโน้ของรูปร่างที่ใกล้เคียงกับผลที่ได้การคำนวณแต่จะมีขนาดของสนามที่แตกต่างกัน โดยที่ในลำคลื่นด้านหน้า ผลการทดสอบมีความใกล้เคียงกับผลการคำนวณที่พิจารณาผลของการเลี้ยวเบน แต่ในลำคลื่นด้านหลัง ผลการทดสอบมีความแตกต่างกับผลการคำนวณที่พิจารณาผลของการเลี้ยวเบนมาก ซึ่งน่าจะมีสาเหตุมาจากสภาพแวดล้อมและโครงสร้างสายอากาศที่ถูกเพิ่มเติมเข้ามาในขณะที่ทำการทดสอบสายอากาศ

6.2 วิจัยปัญหาที่เกิดขึ้นและแนวทางในการพัฒนา

สำหรับปัญหาที่เกิดขึ้นในการวิเคราะห์จะอยู่ในส่วนของการพิจารณาผลของการเลี้ยวเบนที่เกิดจากโครงสร้างของสายอากาศในกรณีที่ช่องเปิดเฉียงทำมุมใดๆกับท่อนำคลื่น พบว่ามีความไม่ต่อเนื่องเกิดขึ้นในแบบรูปการแพร่กระจายคลื่นในระนาบสนามไฟฟ้าที่ตำแหน่ง $\theta = 180^\circ$ โดยมีสาเหตุมาจากจุดการเลี้ยวเบนในรูปที่ 3.15 มีลักษณะเป็นลิมที่มีมุมภายในที่ไม่เท่ากัน ซึ่งสามารถแก้ไขได้โดยทำการคิดการเลี้ยวเบนรอบตัวสายอากาศทั้งหมดโดยนำการเลี้ยวเบนลำดับสูงๆมาคำนวณหรือทำการคิดการเลี้ยวเบนแบบสามมิติ

สำหรับ วิทยานิพนธ์ฉบับนี้ไม่ทำการวิเคราะห์ในส่วนคุณลักษณะเชิงอิมพีแดนซ์ของสายอากาศ ถ้าต้องการจะศึกษาสามารถใช้วิธีโมเมนต์ร่วมกับฟังก์ชันกรีนไดแอดิกที่ได้นำเสนอไปเพื่อทำการหากระแสที่โพรบแล้วนำไปหาคุณลักษณะเชิงอิมพีแดนซ์ต่อไป

สำหรับแนวทางในการใช้ประโยชน์ของวิทยานิพนธ์ฉบับนี้จะอยู่ในส่วนของการเลือกค่าพารามิเตอร์ของท่อนำคลื่นสี่เหลี่ยมมุมฉากและโพรบที่เหมาะสมกับการประยุกต์ใช้งาน

ส่วนแนวทางในการพัฒนาสายอากาศช่องเปิดจากท่อนำคลื่นสี่เหลี่ยมมุมฉากที่ถูกป้อนกระแสด้วยโพรบนั้น ในวิทยานิพนธ์ฉบับนี้ได้นำเสนอช่องเปิดแบบตรงและแบบเฉียงทำมุมใดๆกับท่อนำคลื่น ดังนั้นในการประยุกต์ใช้งานสายอากาศช่องเปิดทั้งสองแบบควรมานำมาสร้างมาเป็นสายอากาศแถวลำดับทรงกลมที่มีองค์ประกอบเป็นท่อนำคลื่นสี่เหลี่ยมมุมฉากทั้งแบบช่องเปิดแบบตรงและแบบเฉียงทำมุมใดๆกับท่อนำคลื่น



เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

เอกสารอ้างอิง

- [1] M. Krairiksh, W. Buasomboon, P. Ngamjanyaporn and C. Phongcharoenpanich, “*Spherical array self-mixing oscillator antenna*”, *Electronics Letters*, Volume: 38, Issue: 13, 2002, pp 620 – 622.
- [2] C. A. Balanis, *Advanced Engineering Electromagnetics*, John Wiley & Sons, 1989.
- [3] C. T. Tai, *Dyadic Green Function in Electromagnetic Theory*, 2nd ed., New York, IEEE Press, 1993.
- [4] L. W. Li, P.S. Kooi, M.S. Leong, and T.S. Yeo, “*Alternative Formulations of Electric Dyadic Green’s Functions of the First and Second Kinds for an Infinite Rectangular with a Load*,” *Microwave and Optical Technology Letters*, vol. 8, no. 2, pp. 98–102, Feb. 1995.
- [5] C. E. Ryan, JR.R. C. Rudduck, “*Radiation Patterns of Rectangular Waveguides*,” *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, vol. 16, no. 4, pp. 488 – 489, July 1968.
- [6] ไม่นอย ไกรฤกษ์, *วิศวกรรมคลื่นแม่เหล็กไฟฟ้า*, กรุงเทพฯ, พิมพ์สวย, พ.ศ. 2544.
- [7] R. E. Collin, *Field Theory of Guided Wave*, 2nd ed., Piscataway, New Jersey, IEEE Press, 1992.
- [8] C. S. Lee, S. W. Lee and S. L. Chuang, “*Plot of Modal Field Distribution in Rectangular and Circular Waveguides*,” *IEEE Transactions on Microwave and Techniques*, vol. MIT-33, no. 3, pp. 271-274, Mar. 1985
- [9] C. T. Tai, *Dyadic Green’s Function in Electromagnetic Theory*, Intext Educational publishers, Scranton, PA, 1971.
- [10] S. Kosulvit, C. Phongcharoenpanich, M. Krairiksh and T. Wakabayashi, “*Radiation characteristics of a bidirectional antenna using a linear probe in a rectangular ring*,” *International Conference on Microwave and Millimeter Wave Technology Proceedings*, pp. 337 – 340, Aug. 1998.
- [11] C. A. Balanis, *Antenna Theory Analysis and Designs*, 2nd ed., John Wiley & Sons, 1997.
- [12] R. Cecchini and G. Pelosi, “*Diffraction: The First Recorded Observation*,” *IEEE Antennas Propagat. Soc. Mag.*, pp 27-30, Apr. 1990.
- [13] J. B. Keller, “*One Hundred Years of Diffraction Theory*,” *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, vol. AP-33, no. 2, pp. 123 – 126, Feb. 1985.

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

- [14] J. B. Keller, "Diffraction by an Aperture," J. Appl. Phys., vol. 28, no. 4, pp. 426-444, Apr. 1957.
- [15] R. G. Kouyoumjian and P. H. Pathak, "A Uniform Geometrical Theory of Diffraction for Edge in a Perfectly Conducting Surface," Proc. IEEE, vol. 62, no. 11, pp 1448-1461, Nov., 1947.
- [16] D. A. McNamara, C. W. I. Pistorius and J. A. G. Melherbe, *Introduction to the Uniform Geometrical Theory of Diffraction*, Artech House, 1990.
- [17] Titipong Lertwiriayaprapa, "Analysis of Radiation and Impedance Characteristics of the Antenna Using the Slot on Rectangular Cavity," Master Thesis, King Mongkut's Institute of Technology Ladkrabang, 2000.
- [18] ศรีบุตร แววจริญ และ ชนศักดิ์ ป้ายเที่ยง, ทฤษฎีและตัวอย่างโงทย์คณิตศาสตร์วิศวกรรมและวิทยาศาสตร์: เรขาคณิตวิเคราะห์และการเขียนกราฟ: 2 มิติ, 3 มิติ, กรุงเทพฯ, ภาควิชาคณิตศาสตร์ คณะวิทยาศาสตร์ประยุกต์ สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าพระนครเหนือ, พ.ศ. 2544.
- [19] S. Lamultree, C. Phongcharoenpanich, S. Kosulvit and M. Krairiksh, "Directivity Characterizations of a Bidirectional Antenna Using a Probe Excited Rectangular Ring," Proceedings of the 2005 ECTI International conference, Pattaya, Thailand, pp.213-216, May 2005.

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ประวัติผู้เขียน

ชื่อ-นามสกุล นาย สัตยชัย เอียดปราบ
 วัน เดือน ปีเกิด 5 พฤษภาคม 2524 ที่จังหวัดปัตตานี
 ประวัติการศึกษา 2546 วิศวกรรมศาสตรบัณฑิต สาขาวิศวกรรมไฟฟ้า
 มหาวิทยาลัยบูรพา จังหวัดชลบุรี

บทความที่ได้รับการตีพิมพ์

1. Sanchai Eardprab, Auyporn Kruekaew, Chuwong Phongcharoenpanich and Monai Krairiksh, “*Generalized Array Pattern Synthesis using Ultraspherical Polynomial*,” Proceedings of the 1st ECTI Annual conference, Pattaya, Thailand, pp.79-82, May 2004.
2. Sanchai Eardprab and Chuwong Phongcharoenpanich, “*Parametric Study of a Rectangular Aperture Antenna Excited by a Probe Inside Cavity*,” Proceedings of the International Symposium on Antennas and Propagation, Seoul, Korea, pp. 1129-1132, Aug. 2005.

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
 ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้