

การทำนายการสึกหรอของล้อและรางรถไฟ

WEAR PREDICTION OF RAIL/WHEEL CONTACT



ชนะภัทร ชูจันทร์
ณัฐชนน เสนพงษ์
ธนดล ขำประสาท

ปริญญานิพนธ์นี้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตรปริญญาวิศวกรรมศาสตรบัณฑิต

ภาควิชาวิศวกรรมเครื่องกล หลักสูตรวิชาวิศวกรรมเครื่องกล

คณะวิศวกรรมศาสตร์

สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง

ปีการศึกษา 2562

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

การทำนายการสึกหรอของล้อและรางรถไฟ

WEAR PREDICTION OF RAIL/WHEEL CONTACT



ปริญญานิพนธ์นี้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตรปริญญาวิศวกรรมศาสตรบัณฑิต
ภาควิชาวิศวกรรมเครื่องกล หลักสูตรวิชาวิศวกรรมเครื่องกล
คณะวิศวกรรมศาสตร์
สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง
ปีการศึกษา 2562

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

WEAR PREDICTION OF RAIL/WHEEL CONTACT



CHANAPAT CHOOJAN
NUTCHANON SENPONG
THANADON KHUMPRASAT

A THESIS SUBMITTED IN PARTIAL FULFILLMENT
OF THE REQUIREMENT FOR THE DEGREE OF
BACHELOR OF ENGINEERING IN MECHANICAL ENGINEERING
FACULTY OF ENGINEERING
KING MONGKUT'S INSTITUTE OF TECHNOLOGY LADKRABANG
2019

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

การทำนายความสึกหรอของล้อและรางรถไฟ

นายชนะภัทร	ชูจันทร์	59010271
นายณัฐชนน	เสนพงษ์	59010420
นายธนดล	ข้าประสาท	59010559
ผศ.ดร. ปัญญา	จันทร์สุวรรณ	อาจารย์ที่ปรึกษา
ปีการศึกษา 2562		

บทคัดย่อ

ปฏิญานินพนธ์นี้กล่าวถึงการศึกษาเชิงวิจัยเกี่ยวกับความสึกหรอลักษณะพฤติกรรมการสึกหรอของระบบล้อและรางรถไฟเนื่องจากการไถลกรณีเกิดการเคลื่อนที่แบบส่ายในทางตรงโดยการวิเคราะห์ด้วยระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์แบบจำลองซึ่งมุ่งเน้นศึกษาปริมาณการสึกหรอที่เกิดจากการสัมผัสของล้อ 3 ตัวอย่างคือ P8 วิทูรย์ และ S1002 และราง 3 ตัวอย่างคือ BS100 54E1 และ 60E1 เพื่อหาคู่ที่เหมาะสมที่สุด กล่าวคือ มีปริมาณการสึกหรอน้อยที่สุด โดยงานวิจัยในที่ใช้ในการศึกษานี้สนใจเฉพาะการสัมผัสของล้อและรางเกิดขึ้นแบบรูปทรงวงรีอันเนื่องจากการสัมผัสของพื้นล้อและหัวรางโดยการจำลอง ซึ่งได้กำหนดให้รถไฟวิ่งด้วยความเร็วคงที่และใช้สมการอนุพันธ์อธิบายการเคลื่อนที่แบบส่ายของรถไฟซึ่งเป็นปัจจัยสำคัญในการเกิดการสึกหรอ จากการจำลองการเคลื่อนที่ของรถไฟทำให้ทราบตำแหน่ง รวมถึงความเร็วในแนวขวางของรางและขนาดมุมบิดของล้อชุดล้อหน้าและชุดล้อหลัง เมื่อทราบตำแหน่งสามารถหาพื้นที่การสัมผัสที่ตำแหน่งใหม่ซึ่งสามารถคำนวณปริมาณการสึกหรอได้

WEAR PREDICTION OF RAIL/WHEEL CONTACT

Chanapat	Choojan	59010271
Nutchanon	Senpong	59010420
Thanadon	Khumprasat	59010559
Assoc.Prof. Dr.Panya	Khansuwan	Advisor
Year 2562		

Abstract

This thesis studied about wear of train wheels and rails caused by slip in case of hunting motion occurred on a straight rail, by analyze the contact using finite element method. The purpose is to compare the wear volume of different pairs of wheels including P8, Vidura, S1002 and rails including BS100, 54E1 and 60E1. By studying the contact path area which is oval shape cause by wheel tread and rail head. Create a simulation by using differential equations to describe train hunting motion when train's velocity is constant. As a result of the equations, wheel position, velocity and yaw angle for both wheelsets are obtained which use to calculate new contact patch and wear occur

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

กิตติกรรมประกาศ

ปริญญานิพนธ์ฉบับนี้สามารถสำเร็จลงได้ด้วยดี กลุ่มผู้จัดทำขอกราบขอบพระคุณ ผศ.ดร. ปัญญา ชันธุสุวรรณ อาจารย์ที่ปรึกษา ที่ให้ความดูแลเอาใจใส่ แนะนำ และช่วยเหลือในด้านต่างๆ เสมอมา

ขอขอบคุณสาขาวิชาวิศวกรรมเครื่องกลที่เอื้อเพื่อให้ยืมเครื่องมือและอุปกรณ์รวมถึงสถานที่ที่ใช้ในโครงการนี้

และขอขอบพระคุณบุคคลสำคัญที่สุดที่ทำให้ข้าพเจ้ามีวันนี้ ก็คือ บิดา มารดา อันเป็นที่เคารพรักยิ่ง ซึ่งได้อบรมเลี้ยงดูผู้เขียนมา พร้อมทั้งให้โอกาสในการศึกษาอย่างเต็มที่ และยังให้กำลังใจเอาใจใส่เสมอมา ในทุกๆ ด้านอันหาที่เปรียบมิได้ ข้าพเจ้าขอระลึกในพระคุณอันสุดประมาณ และขอกราบขอบพระคุณมา ณ ที่นี้

ชนะภัทร ชูจันทร์
ณัฐชนน แสนพงษ์
ธนดล ขำประสาท

สารบัญ

	หน้า
บทคัดย่อภาษาไทย	I
บทคัดย่อภาษาอังกฤษ.....	II
กิตติกรรมประกาศ.....	III
สารบัญ.....	IV
สารบัญตาราง.....	VII
สารบัญรูป.....	IX
บทที่ 1 บทนำ.....	1
1.1 ความเป็นมาและความสำคัญของปัญหา.....	1
1.2 ความมุ่งหมายและวัตถุประสงค์ของการศึกษา.....	1
1.3 สมมติฐานของการศึกษา.....	2
1.4 ขอบเขตของการศึกษา.....	2
1.5 ขั้นตอนการศึกษา.....	2
บทที่ 2 ทฤษฎีที่เกี่ยวข้อง.....	3
2.1 รถไฟและส่วนประกอบ.....	3
2.1.1 Body.....	3
2.1.2 Wagon frame.....	4
2.1.3 Bogies.....	4
2.1.4 Wheelsets.....	4
2.1.5 Suspension components.....	6
2.2 Hunting หรือ การเคลื่อนที่สาย.....	6
2.3 สมการการเคลื่อนที่ Nonlinear Dynamic System.....	11
2.4 Isolated Track Geometry Variations ความผันแปรทางเรขาคณิต.....	15
2.4.1 รูปแบบต่างๆ.....	15
2.4.2 รูปแบบทั่วไป.....	17
2.5 การสัมผัสของล้อและราง	18
2.5.1 การสัมผัสของล้อและราง.....	18
2.5.2 ขอบเขตการสัมผัส.....	19
2.5.3 Wheel Rail interaction.....	20

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

2.5.4	วิธีแมนยำที่ไม่เป็นเชิงเส้น.....	23
2.5.5	ครีฟเพจที่ไม่เป็นเชิงเส้น.....	24
2.5.6	ครีฟเพจเชิงเส้น.....	27
2.5.7	แรงจากน้ำหนัก และแรงต้านจากการเคลื่อนที่.....	28
2.5.8	Wheel/rail contact model แบบจำลองการสัมผัสของล้อและราง.....	31
2.5.8.1	Hertsian contact ทฤษฎีการสัมผัสของเฮิร์ตซ์.....	31
2.5.8.2	Non-Hertsian contact.....	36
2.5.9	Creep Force model แบบจำลองแรง creep force เชิงเส้นของ kalker Linear Kalker.....	36
2.5.9.1	เชิงเส้นของการสัมผัสหนึ่งจุด.....	38
2.5.9.1.1	ผลเฉลยของการสัมผัส 2 มิติ.....	38
2.5.9.2	ผลเฉลยของคาร์เทอร์ The Carter Solution.....	39
2.5.9.3	ทฤษฎีเส้นแถบของ contact patch.....	44
2.6	การสึกหรอ (Wear)	46
2.6.1	แบบจำลองการทำนายการสึกหรอ.....	48
2.6.1.1	แบบจำลองของอาร์ชาร์ด.....	48
2.6.2	ตัวแปรที่มีผลต่อการสึกหรอ.....	52
2.6.3	คุณสมบัติของวัสดุกับพฤติกรรมการสึกหรอ.....	52
บทที่ 3	วิธีดำเนินงานวิจัย.....	54
3.1	ขั้นตอนการดำเนินงาน.....	54
3.2	การสร้างแบบจำลองสามมิติของล้อและรางรถไฟ.....	55
3.2.1	การสร้างแบบจำลองสามมิติของล้อ.....	56
3.2.2	การสร้างแบบจำลองสามมิติของรางรถไฟ.....	56
3.3	การนำแบบจำลองของล้อและรางรถไฟเข้าสู่กระบวนการวิเคราะห์ด้วยระเบียบวิธีไฟ ไนต์เอลิเมนต์.....	57
3.4	หาผลเฉลยของสมการอนุพันธ์.....	62
3.5	การคำนวณพื้นที่การสัมผัส.....	63
3.6	การคำนวณความเค้นในพื้นที่ยสัมผัส	65
3.7	ค่า creep และ creep force.....	66
3.8	การวิเคราะห์พื้นที่การเกิดการไถล.....	67
3.9	คำนวณความเร็วการไถล.....	70
3.10	คำนวณปริมาณการสึกหรอ.....	72

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

บทที่ 4 ผลการดำเนินงานวิจัย.....	75
4.1 ผลเฉลยของการเคลื่อนตำแหน่งแนวขวางของชุดล้อ.....	75
4.2 คำนวณน้ำหนักของแต่ละตำแหน่ง.....	79
4.3 ขนาดวงรีสัมผัสแต่ละตำแหน่งตามทฤษฎีไฮร์ต.....	80
4.4 ขอบเขตของพื้นที่บริเวณการไถ.....	81
4.5 การหาความเร็วการไถ.....	86
4.6 คำนวณปริมาณการสีหรือ.....	88
บทที่ 5 สรุปผลการวิจัยและข้อเสนอแนะ.....	93
ข้อเสนอแนะ.....	96
บรรณานุกรม.....	97
ภาคผนวก.....	101
ภาคผนวก ก.....	102



เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

สารบัญตาราง

ตารางที่	หน้า
2.1 แสดงรูปแบบในรูปสมการคณิตศาสตร์ของความผันแปรทางเรขาคณิตในรูปแบบต่างๆ.....	16
2.2 แสดงช่วงของค่า A และ k ที่พบในรูปแบบต่างๆ.....	16
2.3 อธิบายการเกิดตำแหน่งในแต่ละรูปแบบ.....	17
2.4 แสดงสัมประสิทธิ์ค่า m และ n.....	35
2.5 ค่าความแข็งของล้อยและราง.....	51
4.1 ตัวอย่างผลเฉลยค่า x จากเงื่อนไขเริ่มต้น.....	75
4.2 ตัวอย่างผลเฉลยค่า ψ จากเงื่อนไขเริ่มต้น.....	76
4.3 ตำแหน่งการสัมผัสตามแกน x ของล้อซ้ายและขวา ของล้อ Vidura ของรอบที่ 1.....	76
4.4 ผลเฉลยการเคลื่อนตำแหน่งของรอบที่ 2 และรอบที่ 22 มีค่าตรงกัน จึงพิจารณาเพียงรอบที่ 2 ถึง 21 โดยรอบที่ 1 หมายถึงเวลา 0.01 ถึงเวลา 0.44 วินาที รอบที่ 2 คือ 0.45 ถึงเวลา 0.88 วินาที นับจากรถไฟเริ่มเคลื่อนที่ ดังนั้นในรอบที่ 22 ถึง 41 มีการเคลื่อนที่เหมือนกับรอบที่ 2 ถึง 21.....	78
4.5 ตัวอย่าง ค่าภาระน้ำหนักที่กระทำต่อล้อซ้ายและขวา ของล้อ Vidura ของรอบที่ 1 เงื่อนไขเริ่มต้นคือ $x = +5$ มิลลิเมตร ชุดล้อเคลื่อนไปทาง $+x$ ทำให้ล้อขวารับภาระหนักกว่าล้อซ้ายในตอนเริ่มต้น จากนั้นเมื่อการเคลื่อนที่สายเข้าสู่สภาวะสมดุล ล้อ 2 ข้างจึงรับภาระเท่ากัน.....	79
4.6 ขนาดของแกนเอกและแกนโทที่เวลาต่างๆ ของรอบที่ 1.....	81
4.7 ค่าขอบเขตพื้นที่ยึดติดแกนโทและขนาดแกนโทของวงรีสัมผัส ที่เวลาต่างๆ.....	82
4.8 ขอบเขตพื้นที่การยึดติด a^* ของแต่ละเส้นแถบที่เวลาต่างๆ.....	83
4.9 ค่า $a(y)$ ของแต่ละเส้นแถบ ที่เวลาต่างๆ.....	83
4.10 ค่าครีฟเพจตามยาวที่เวลาต่างๆ โดยการไถลจะเกิดขึ้นเมื่อค่าครีฟเพจมีค่าลบ การคำนวณจึงไม่นำค่าครีฟเพจที่มีค่าบวกมาใช้คำนวณขอบเขตการเกิดพื้นที่ไถล.....	85
4.11 ค่าระยะขอบเขตของพื้นที่การสัมผัสแบบไถลของแต่ละแถบ a_{slip} ซึ่งในหนึ่งวงรีสัมผัสจะมีค่าเท่ากันทุกแถบ ตามสมการ 2.93 เนื่องจากหนึ่งวงรีสัมผัสมีค่าครีฟเพจตามยาว 1 ค่าสำหรับ 1 วงรีสัมผัสหรือทุกเส้นแถบ.....	85
4.12 ค่าความเร็วสัมผัส $s(x)$ ของแต่ละพื้นที่เล็กในแต่ละแถบ และเนื่องจากขอบเขตของพื้นที่ไถล a_{slip} แต่ละแถบมีค่าเท่ากัน $s(x)$ ของทุกแถบจึงเท่ากัน ไม่ว่าพิจารณาแถบใดพื้นที่เล็กในแต่ละแถบจะมี $s(x)$ เท่ากัน จากนั้นหาค่า $s(x)$ เฉลี่ย.....	86
4.13 ค่า $s(x)$ เฉลี่ยสำหรับแต่ละพื้นที่เล็ก ซึ่งมีค่าเท่ากันทุกพื้นที่ในหนึ่งวงรีสัมผัส.....	86
4.14 ค่าความเร็วการไถลเฉลี่ยสำหรับแต่ละพื้นที่เล็ก ซึ่งมีค่าเท่ากันทุกพื้นที่เล็กในวงรีสัมผัส.....	87

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

4.15 ค่าความเค้นที่เกิดบนวงรีสัมผัสที่เวลาต่างๆ.....	87
4.16 ระยะการไถลของหนึ่งวงรีสัมผัส ที่เวลาต่างๆ.....	88
4.17 ปริมาณการสึกหรอที่เวลาต่างๆ หน่วย ลูกบาศก์เมตร.....	89
4.18 ปริมาณการสึกหรอของล้อ S1002 ที่ตำแหน่งสัมผัสตามพิกัดแกน x ในหน้าล้อ ของรอบที่ 2 – 21.....	89
4.19 ปริมาณการสึกหรอของล้อ Vidura ที่ตำแหน่งสัมผัสตามพิกัดแกน x ในหน้าล้อของรอบที่ 2-21.....	90
4.20 ปริมาณการสึกหรอของล้อ S1002 ตลอด 10 กิโลเมตร.....	91
4.21 ปริมาณการสึกหรอของล้อ Vidura ตลอด 10 กิโลเมตร.....	92
5.1 ความสึกหรอในหน้าล้อ (มิลลิเมตร) ของล้อ S1002 ในระยะทาง 10 กิโลเมตร.....	94
5.2 ความสึกหรอในหน้าล้อ (มิลลิเมตร) ของล้อ Vidura ในระยะทาง 10 กิโลเมตร.....	94
5.3 ตารางเปรียบเทียบปริมาณการสึกหรอทั้งหมดบนล้อ 2 ชนิด (ลบ.ม.) และมีเปอร์เซ็นต์ความแตกต่างระหว่างล้อ 2 ชนิด ประมาณ 5 เปอร์เซ็นต์.....	95



เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

สารบัญรูป

รูปที่	หน้า
2.1 ฐานรองตู้รถไฟ.....	3
2.2 บังใบล้อเป็นส่วนสำคัญในการป้องกันการตกรางของรถไฟ.....	5
2.3 ส่วนประกอบต่างๆของล้อรถไฟ.....	5
2.4 การส่ายตัวของชุดล้อ.....	7
2.5 ชุดล้อ.....	7
2.6 การส่ายตัวของชุดล้อ.....	9
2.7 การเคลื่อนที่ของชุดล้อรูปต่างๆ.....	10
2.8 ระบบล้อราง แสดงแกนล้อรถไฟอย่างง่าย.....	11
2.9 แสดงการเคลื่อนที่แบบส่าย.....	11
2.10 กราฟแสดงค่า $\Delta_{1,2}$, Δ_L	14
2.11 แสดงลักษณะการสัมผัสของล้อและราง.....	18
2.12 บริเวณการสัมผัสของล้อและราง.....	19
2.13 ล้อทรงกรวยบนรางทรงใบมีด.....	21
2.14 ล้อและรางที่มีโพรไฟล์เป็นส่วนของความโค้ง.....	22
2.15 โพรไฟล์ของล้อและรางที่มีการสึกหรอ.....	23
2.16 นิยามของแกนพิกัดการสัมผัสและครีพเพจ.....	25
2.17 แรงแม่ถ่วงที่เนื่องมาจากการเคลื่อนที่ของล้อ.....	29
2.18 ค่ามุม β เมื่อแกนล้อมีการเปลี่ยนตำแหน่ง.....	30
2.19 แบบจำลองการสัมผัสตามทฤษฎีของเฮิร์ตซ์.....	32
2.20 ล้อและรางเมื่อเกิดการสัมผัส.....	33
2.21 รัศมีความโค้งหลักของล้อและรางรถไฟ.....	34
2.22 ความสัมพันธ์ของ creep และ creepage.....	37
2.23 ผลเฉลยของ carter สำหรับปัญหาปัญหาการสัมผัส 2 มิติในแนวสัมผัส.....	40
2.24 เส้นโค้งครีพของผลเฉลยคาร์เทอร์.....	42
2.25 ความเร็วสัมผัสเฉพาะที่ของผลเฉลยคาร์เทอร์.....	43
2.26 พื้นฐานแนวคิดของทฤษฎีเส้นแถบ.....	45
2.27 การสึกหรอบนล้อ.....	47

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

2.28 (a)การสีกหอบบนหน้าล้อและบังใบเท่ากัน (b)การสีกหอบบนหน้าล้อเป็นส่วนใหญ่ (c)การสีกหอบบนบังใบเป็นส่วนใหญ่.....	48
2.29 นิยามของการวัดความหนาบังใบ (t_f)ความสูงบังใบ (h_f)และความเอียงบังใบ (q_r) หน่วย มิลลิเมตร.....	48
2.30 แผนผังค่าสัมประสิทธิ์การสีกหอบ.....	49
2.31แผนผังค่าสัมประสิทธิ์การสีกหอบของการสัมผัสบนหน้าล้อ และบังใบล้อ.....	50
2.32 การแบ่งพื้นที่การสัมผัสเป็นพื้นที่เล็ก.....	51
3.1 แผนภูมิขั้นตอนการดำเนินงาน.....	54
3.2 รูปร่างและรายละเอียดล้อรถไฟวิทูรย์.....	55
3.3 รูปร่างและรายละเอียดราง UIC 54.....	55
3.4 การสร้างแบบจำลองสามมิติของล้อวิทูรย์.....	56
3.5 การสร้างแบบจำลองสามมิติของรางรถไฟ.....	57
3.6 จุดสัมผัสเริ่มต้นของล้อ Vidura (รูปซ้าย) และล้อ S1002 (รูปขวา)	57
3.7 แกนพิกัดของการเคลื่อนที่.....	58
3.8 หาผลเฉลยสมการการเคลื่อนที่ของรถไฟใน MATLAB โดยใช้ Simulink.....	58
3.9 หาผลเฉลยสมการการเคลื่อนที่ของรถไฟใน MATLAB โดยใช้ Simulink (2)	59
3.10 ฟังก์ชัน $\Delta_{1,2}(x)$ รูปขวาคือฟังก์ชัน $\Delta_L(x)$	60
3.11 รูปซ้ายคือ ฟังก์ชัน $\Delta_{1,2}(x)$ รูปขวาคือฟังก์ชัน $\Delta_L(x)$	61
3.12 ค่าเงื่อนไขเริ่มต้นหลังจากเกิดการแปรผันทางเรขาคณิตของราง โดย simx1 คือค่าเงื่อนไข เริ่มต้น Savedata(i).data.signals.values (44) คือผลเฉลยของการเคลื่อนที่ ที่ระยะ 11.8 เมตร...62	
3.13 การหาตำแหน่งการสัมผัสของล้อซ้ายและล้อขวา โดย leftwheel คือพิกัดแกน x ของล้อซ้าย และ rightwheel คือพิกัดแกน x ของล้อขวา ตามรูป 3.4.....	62
3.14 การคำนวณค่าน้ำหนักกดแต่ละตำแหน่ง.....	63
3.15 การกำหนดค่าตัวแปรสำหรับใช้คำนวณตามทฤษฎีเฮิร์ต โดยค่า E_w, v_w และ E_r, v_r คือค่า มอดูลัสยังและค่าอัตราส่วนปัวซองของล้อและรางตามลำดับ.....	63
3.16 การเขียนคำสั่งหาค่ารัศมีการกึ่งของล้อและ ค่า K_3, K_4 โดย rleftwheelvidura ,rightwheelvidura คือค่ารัศมีการกึ่งของล้อซ้ายและขวา Rt2 คือค่ารัศมีของล้อ.....	64
3.17 การเขียนคำสั่งหา ค่า M และ N ในสมการที่ 2.65.....	64
3.18 การเขียนคำสั่งหาค่า a b.....	65
3.19 การเขียนคำสั่งหาค่าที่มีความดันสูงสุด ณ ตำแหน่งจุดศูนย์กลางวงรี โดย psi0leftvid คือความ เค้นสูงสุดของวงรีสัมผัสของล้อซ้าย และ psi0rightvid คือของล้อขวา.....	66
3.20 การเขียนคำสั่งหาค่าครีฟ ทั้งในแนวตามและแนวขวางการเคลื่อนที่.....	66

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

3.21 การเขียนคำสั่งหาค่าแรงครีฟทั้งในแนวตามและขวางการเคลื่อนที่ โดย cpflat คือแรงครีฟตามยาว และ cpflat คือแรงครีฟตามขวาง.....	67
3.22 การแบ่งพื้นที่สัมผัสวงรีเป็นเส้นแถบ.....	68
3.23 การเขียนคำสั่งหาค่า b^* ในแต่ละ contact patch.....	68
3.24 การเขียนคำสั่งหาระยะพิคัดของ y แต่ละเส้นแถบ.....	69
3.25 การเขียนคำสั่งหาค่า $a^*(y)$ ที่ตำแหน่งใดๆ.....	69
3.26 การเขียนคำสั่งหาค่าความยาวแกนเอกของวงรีตามความสูงของเส้นแถบ.....	70
3.27 การเขียนคำสั่งหาค่าความยาวของ slip ที่เกิดขึ้น.....	70
3.28 แบ่งพื้นที่การไถลเป็นพื้นที่เล็กๆ.....	71
3.29 การเขียนคำสั่งหาค่า $s(x)$	71
3.30 การเขียนคำสั่งหาค่าความเร็วของการไถล.....	71
3.31 การเขียนคำสั่งหาค่า slide distance.....	72
3.32 การเขียนคำสั่งหาค่าปริมาณการสึกหรอ โดยแต่ละวงรีสัมผัส เวลาการเกิดการสัมผัสต่างกัน 0.01 วินาที และรถไฟมีความเร็ว 26.8 เมตร/วินาที.....	73
3.33 การเขียนคำสั่งในการรวมค่าความเสียหายที่ตกในแต่ละช่วงต่างๆ ของล้อ.....	73
3.34 การเขียนคำสั่งหาค่าผลรวมของการสึกหรอระยะ 10 กิโลเมตร.....	74
4.1 ผลเฉลยของค่าการเคลื่อนที่ตำแหน่งในแนวขวาง (x) โดยแกนตั้งคือค่า x และแกนนอนคือเวลา (วินาที) ที่กำหนดให้เงื่อนไขเริ่มต้นคือ +5 มิลลิเมตร.....	77
4.2 ผลเฉลยของค่ามุมหันทะของชุดล้อ ψ โดยแกนตั้งคือค่ามุมหันทะของชุดล้อและแกนนอนคือเวลา(วินาที).....	77
4.3 รูปทรงวงรีมีค่าความเค้นมากที่สุดบริเวณตรงกลางและมีค่าน้อยลงเรื่อยๆ.....	80
4.4 ความสัมพันธ์ระหว่างขนาดแกนเอกและแกนโทเทียบกับเวลา.....	80
4.5 ผลค่าพิคัดความสูงของเส้นแถบในวงรีสัมผัส ของการสัมผัสที่เวลา 0.01 วินาที.....	82
4.6 ตัวอย่างพื้นที่วงรีสัมผัสที่เวลา 0.01 วินาทีของรอบที่ 1.....	84
4.7 กราฟความสัมพันธ์ระหว่างปริมาณการสึกหรอ (m^3)และตำแหน่งพิคัดแกน x บนหน้าล้อของล้อชวา(เมตร) สำหรับล้อ S1002.....	91
4.8 กราฟความสัมพันธ์ระหว่างปริมาณการสึกหรอ (m^3)และตำแหน่งพิคัดแกน x บนหน้าล้อของล้อช้ายและชวา(เมตร) สำหรับล้อ S1002.....	91
4.9 กราฟความสัมพันธ์ระหว่างปริมาณการสึกหรอ (ลูกบาศก์เมตร) และตำแหน่งพิคัดแกน x บนหน้าล้อของล้อชวา (เมตร) สำหรับล้อ Vidura.....	92
4.10 กราฟความสัมพันธ์ระหว่างปริมาณการสึกหรอ (ลูกบาศก์เมตร) และตำแหน่งพิคัดแกน x บนหน้าล้อของล้อช้าย (เมตร) สำหรับล้อ Vidura.....	92

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

1ก หน้าตัดของล้อ Vidura.....	102
2ก หน้าตัดของล้อ S1002.....	103
3ก หน้าตัดของราง UIC54.....	104



เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

บทที่ 1

บทนำ

1.1 ความเป็นมาและความสำคัญของปัญหา

สืบเนื่องมาจากปัจจุบันมีการขนส่งทางรถไฟ การขนส่งทางรถไฟมักจะแบกภาระสูง เมื่อรถไฟมีอายุการใช้งานที่ยาวนาน ทำให้เกิดความสึกหรอระหว่างล้อรถไฟและรางรถไฟ หนึ่งในสาเหตุหลักที่ทำให้เกิดการตกราง คือ การเกิดการสึกหรอในโพรไฟล์ของล้อและราง ในกระบวนการวิศวกรรมการศึกษาเกี่ยวกับความสึกหรอจากรถไฟจริงนั้นเป็นไปได้ยากเนื่องจากไม่สามารถวัดได้โดยง่าย อีกทั้งรถไฟยังมีขนาดใหญ่ เพื่อความสะดวกจึงต้องสร้างแบบจำลองเพื่อศึกษาเกี่ยวกับการใช้งานที่ก่อให้เกิดการสึกหรอของรางและล้อ โดยอ้างอิงตามพฤติกรรมพลศาสตร์การเคลื่อนที่ของรถไฟ ซึ่งสามารถวิเคราะห์เพื่อทำนายปริมาณการสึกหรอได้ในระดับหนึ่ง

การสึกหรอเป็นปัญหาธรรมชาติที่เกิดขึ้นในระบบล้อรางซึ่งก่อให้เกิดความเสียหายในทางรถไฟ หากสามารถทำนายพฤติกรรมการสึกหรอได้ จะสามารถช่วยเพิ่มความสะดวกในการออกแบบระบบล้อราง พฤติกรรมการสึกหรอขึ้นอยู่กับปัจจัยหลายอย่างของรถไฟ ในงานวิจัยนี้จะไม่จำลองตามปัจจัยความเป็นจริงทั้งหมด แต่เป็นแบบจำลองเพื่อทำนายพฤติกรรมการสึกหรอของระบบที่เคลื่อนที่บนทางตรงตลอด 10 กิโลเมตร ที่เปรียบเทียบระหว่างล้อ 2 ชนิด เพื่อวิเคราะห์การสึกหรอของล้อให้สามารถนำไปใช้กับสถานการณ์จริงเพื่อลดความสึกหรอที่อาจก่อให้เกิดปัญหาหรือสามารถลดค่าใช้จ่ายในภายภาคหน้า

1.2 ความมุ่งหมายและวัตถุประสงค์ของการศึกษา

1.2.1 เพื่อพัฒนาแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของการทำนายการเกิดการสึกหรอของล้อและรางรถไฟ

1.2.2 เพื่อเปรียบเทียบปริมาณความเสียหายระหว่างล้อ 2 ชนิด ระหว่าง S1002 และล้อ Vidura

1.2.3 เพื่อประเมินปริมาณความเสียหายระหว่างล้อ 2 ชนิด ระหว่าง S1002 และล้อ Vidura

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

1.3 สมมติฐานของการศึกษา

1.3.1 ล้อแต่ละชนิดทำให้เกิดปริมาณการสึกหรอที่แตกต่างกันเมื่อเกิดการสัมผัสกับรางชนิดเดียวกัน

1.3.2 ล้อซ้ายและขวามีรูปแบบการสึกหรอสมมาตรกัน

1.4 ขอบเขตของการศึกษา

1.4.1 จุดสัมผัสระหว่างล้อและรางมีจุดสัมผัสแค่จุดเดียว คัดเฉพาะบริเวณการสัมผัสของหน้าล้อและหัวราง

1.4.2 ศึกษาเฉพาะล้อ โมเดล S1002 และ Vidura

1.4.3 ศึกษาความเสียหายในระยะทางที่รถไฟวิ่ง 10 กิโลเมตร

1.4.4 การไถลเกิดจากเฉพาะครีฟเพียงตามยาว

1.5 ขั้นตอนการศึกษา

1.5.1 ศึกษางานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

1.5.2 สร้างแบบจำลองล้อและรางรถไฟแต่ละชนิด

1.5.3 สร้างแบบจำลองสามมิติแต่ละคู่

1.5.4 วิเคราะห์พื้นที่การสัมผัสของล้อและราง

1.5.5 วิเคราะห์ปริมาณการสึกหรอ

1.5.6 วิเคราะห์ปริมาณการสึกหรอเมื่อรถไฟเกิดการเคลื่อนที่แบบส่าย

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

บทที่ 2

ทฤษฎีที่เกี่ยวข้อง

2.1 รถไฟและส่วนประกอบ

รถไฟมีหลายประเภท โครงสร้างและกลไกของแต่ละขบวน โดยส่วนมากจะมีลักษณะพื้นฐานที่คล้ายกัน แต่มีลักษณะการออกแบบจำเพาะที่แตกต่างกันไปตามแต่ละผู้ผลิต ส่วนประกอบของขบวนรถไฟโดยพื้นฐานประกอบไปด้วย

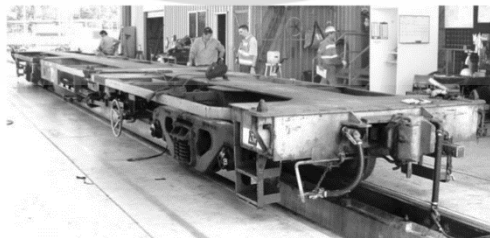
- Body
- Wagon frame
- Bogies
- Wheelsets
- Suspension components

2.1.1 Body

ตู้รถไฟ

2.1.2 Wagon frame

ฐานรองตู้รถไฟ (Wagon frame) มีหน้าที่รับภาระจากตู้รถไฟ โดยประกอบไปด้วยคานที่วางตัวแนวกลางไปตามความยาวของตู้รถไฟ



รูปที่ 2.1 ฐานรองตู้รถไฟ

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

2.1.3 Bogies

โบกี้ (Bogie) คือส่วนประกอบที่ประกอบด้วยชุดล้อ เป็นอุปกรณ์ที่ติดตั้งกับตัวรถไฟโดยช่วยรับการสั่นสะเทือนที่เกิดจากการเคลื่อนที่ของรถไฟ โดยส่วนที่ทำให้ลดการสั่นสะเทือนนั้นมีส่วน Suspension ที่จะกล่าวในหัวข้อต่อไป และยังมีการติดตั้งโช้คอัพ (Shock absorber) เพื่อลดการสั่นสะเทือนที่ผิดปกติให้หายไป ส่วนการออกแบบโบกี้สำหรับรถไฟที่เคลื่อนที่ความเร็วต่างๆ จะมีการใช้โช้คอัพแบบต่างๆ เช่น รถสินค้า 4 ล้อ หรือรถโดยสารในสมัยเริ่มต้นซึ่งใช้สปริงแบบเหล็กแผ่น (Leaf spring) โดยไม่มีการติดตั้งโช้คอัพ แต่อาศัยแรงเสียดสีระหว่างแผ่นเหล็กสปริงเมื่อเกิดการสั่นในแนวตั้ง เพื่อช่วยลดการสั่นสะเทือน การสั่นสะเทือนที่ไม่พึงประสงค์จะลดลงโดยใส่โบกี้เข้าไป เพื่อให้การสั่นสะเทือนพื้นฐานของรถ 4 ล้อไปปรากฏอยู่ที่ตัวโบกี้ แต่การสั่นสะเทือนที่ไม่ตรงกัน (Out of phase) ของโบกี้หน้าและหลังก็ยังเป็นเหตุให้ตัวรถเกิดการหมุนรอบจุดศูนย์กลาง (Center of Gravity : CG) เพียงแต่มีระดับความรุนแรงลดลง ในทำนองเดียวกันการสั่นสะเทือนในแนวแกนนอนของตัวรถก็ยังคงอยู่[4]

2.1.4 Wheelsets

ชุดล้อ คือ การประกอบกันของล้อ 2 ล้อเชื่อมติดกันด้วยแกนล้อ และด้วยลักษณะของโปรไฟล์ล้อรถไฟ ทำให้รถไฟสามารถรักษาระนาบที่ให้อยู่กึ่งกลางรางได้จากแรงตามแนวขวางของรางรถไฟเมื่อเกิดการเอียงศูนย์ และไม่หลุดออกจากรางเนื่องจากบังใบล้อ ความสัมพันธ์ระหว่างโปรไฟล์ล้อและโปรไฟล์รางคือปัจจัยสำคัญต่อเสถียรภาพการเคลื่อนที่ของรถไฟ

ลักษณะล้อรถไฟมีลักษณะคล้ายทรงกรวย ซึ่งลักษณะความป็นกรวยที่มากขึ้น จะสามารถเพิ่มประสิทธิภาพการเลี้ยงโค้งแต่จะลดความเร็ววิกฤตของรถไฟลง โดยความเร็ววิกฤต คือ ความเร็วที่รถไฟเริ่มเกิดการ hunting (การเคลื่อนที่แบบส่ายไปมา) ที่ทำให้การเคลื่อนที่ของรถไฟไม่เสถียร

2.1.4.1 ส่วนประกอบล้อรถไฟ

ล้อรถไฟถูกออกแบบมาให้เหมาะสมกับการวิ่งบนรางรถไฟ ถูกผลิตขึ้นโดยผ่านการอบชุบด้วยความร้อนซึ่งทำให้เกิดความแข็งแรง โดยเฉพาะ โปรไฟล์ล้อทั้งหมดจะต้องมีการตรวจสอบเป็นระยะเพื่อให้มั่นใจว่าอินเทอร์เฟซของรางล้อมีความเหมาะสมและจะไม่ทำให้เกิดอุบัติเหตุ ล้อรถไฟโดยทั่วไปจะ

ประกอบด้วยสองส่วนหลัก คือ ตัวของล้อเองและยางรอบนอกซึ่งจะถูกทำให้ร้อนและกดลงบนล้อซึ่งยังคงหนาแน่นเมื่อมันหดตัวและเย็นลง

1. บังใบล้อ (Wheel Flange) เป็นส่วนภายในของล้อที่กั้นระหว่างราง เพื่อป้องกันการป็นล้อและการตกรางที่อาจเกิดขึ้น

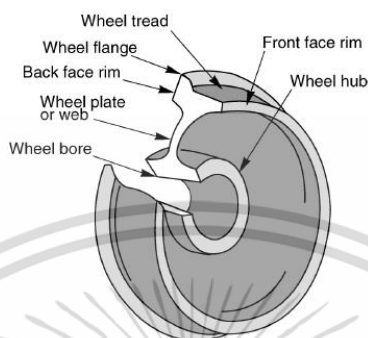


รูปที่ 2.2 บังใบล้อเป็นส่วนสำคัญในการป้องกันการตกรางของรถไฟ

2. wheel tread ส่วนหนึ่งของที่เป็นรูปร่างทรงกรวยเล็กน้อย (ค่าความชัน 1:20) ซึ่งรูปทรงความเป็นกรวยนี้เองที่ช่วยให้รถไฟวิ่งบนรางได้โดยไม่มีการตกราง

3. ส่วนที่สัมผัสระหว่างล้อและราง (Wheel-rail interface) เป็นส่วนที่สัมผัสกันระหว่างล้อและราง ซึ่งส่วนนี้เองที่ผู้ออกแบบมักจะให้ความสำคัญในการออกแบบมากที่สุด เพราะส่วนนี้มักจะเกิดความเสียหายเยอะที่สุดในล้อ

Wheel



รูปที่ 2.3 ส่วนประกอบต่างๆของล้อรถไฟ

2.1.5 Suspension components

ระบบลดการสั่นสะเทือนขณะที่รถไฟวิ่ง จะถูกติดตั้งระหว่างส่วนล้อและตู้รถไฟ โดยระบบลดการสั่นสะเทือนจะมีสองส่วนได้แก่ suspension ปฐมภูมิ ซึ่งเป็นการลดการสั่นสะเทือนโดยตรงระหว่าง ล้อและโบกี้ และ suspension ทุติยภูมิอุปกรณ์ลดการสั่นสะเทือนระหว่างส่วนต่างๆที่นอกเหนือการลดการสั่นสะเทือนที่ไม่ได้ต่อกับแกนล้อโดยตรง[4]

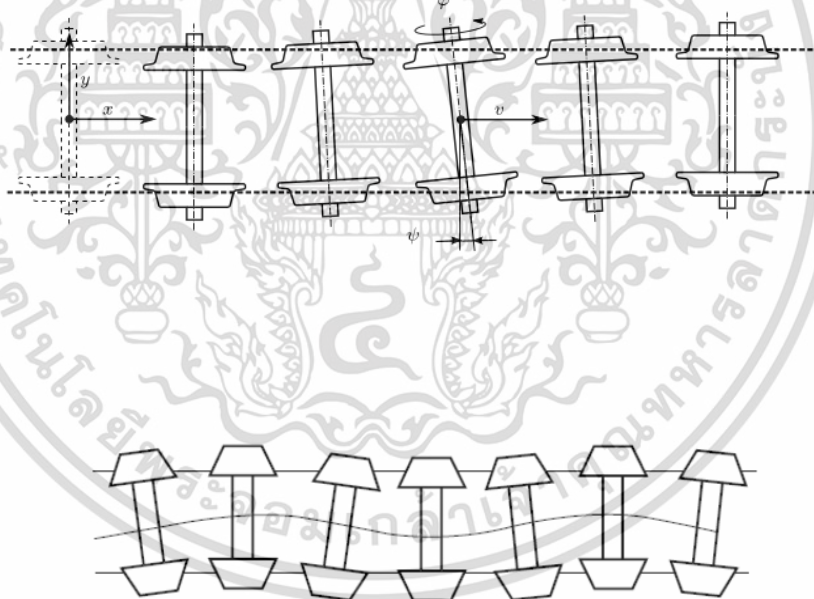
2.2 Hunting หรือ การเคลื่อนที่ส่าย

การเคลื่อนที่ส่าย คือ การที่ชุดล้อส่ายตัวตามรูปร่างของมันในระหว่างการเคลื่อนที่ และผลลัพธ์คือ มีการสั่นสะเทือนด้านข้างทั้งสองด้านควบคู่กันไป เป็นมุมเฉียงที่เกิดจากการหมุน และการสั่นนั้นต้องอยู่ในระดับที่ยอมรับได้ เพื่อให้เกิดความสบายและความปลอดภัยสำหรับผู้ใช้งาน ในส่วนของความเร็วนั้นขึ้นอยู่กับรถไฟและรางที่เราออกแบบ ซึ่งต้องอาศัยประสบการณ์ในการจัดการกับความไม่สะดวกสลายและสาเหตุของการตกวาง ความเร็วที่ซึ่งทำให้รถไฟไม่เสถียรเรียกว่า critical speed ที่ความเร็วนี้รถไฟจะตกอยู่ภายใต้แรงกระทำที่สูงมากในระหว่างการเกิดปรากฏการณ์การสั่นขึ้นและส่งผลต่อล้อและราง ผลกระทบดังกล่าวทำให้เกิดจุดสัมผัสที่สองขึ้น เช่น สมมติว่าจุดสัมผัสที่หนึ่ง คือการสัมผัสกันระหว่างล้อกับรางที่ความเร็วต่ำกว่าความเร็ววิกฤติ ความเร็วที่จุดสัมผัส (บังใบกับราง)จะทำให้แนวใจวารรถไฟจะมีเสถียรภาพในการเคลื่อนที่และยังสามารถป้องกันการตกวางได้อีกด้วย อย่างไรก็ตามถ้าจุดสัมผัสที่สองมีแรงกระทำเกินขีดจำกัดในระหว่างการสั่นที่รุนแรง การตกวาง

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ยอมเกิดขึ้นได้ มันเป็นสิ่งสำคัญแต่อย่างไรก็ตามมีล้อยางรูปแบบที่ออกแบบให้ไม่มีจุดสัมผัสที่สอง และล้อยางจะมีจุดสัมผัสเพียงจุดเดียวกับรางเสมอ ในกรณีนี้แรงที่กระทำจะเกิดที่จุดๆเดียว ซึ่งจะไม่คำนึงถึงจำนวนของล้อที่สัมผัสกับจุดนั้นๆ ทำให้รู้ถึงความเร็ววิกฤตของรถไฟ ความเร็วนั้นสามารถหาค่าได้โดยใช้แบบจำลองคอมพิวเตอร์หรือการทดสอบจริงภาคสนาม

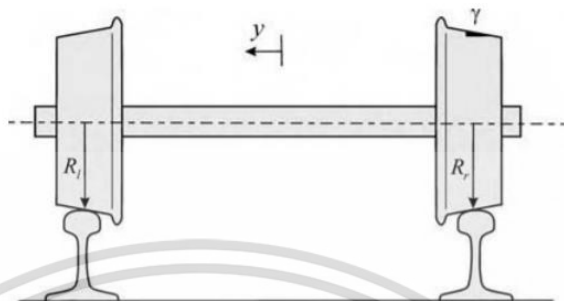
โดยทั่วไป เราคาดว่าจะสามารถหาสองส่วนที่ไม่เสถียรของรถไฟ ส่วนที่หนึ่งจะเกิดขึ้นในช่วงความเร็วต่ำซึ่งเกี่ยวข้องกับความเร็วของตัวรถไฟ ส่วนที่สองจะเกิดขึ้นในช่วงความเร็วสูงซึ่งเกี่ยวข้องกับการสั่นของโบกี้รถไฟ สองลักษณะสามารถบ่งชี้โดย Matsudaria ผู้ซึ่งค้นพบทั้งสองส่วนดังกล่าว คือ การสั่นแบบปฐมภูมิ มันมีความสำคัญที่จะชี้ให้เห็นถึงความไม่เสถียร ในแบบแรกนั้นสามารถควบคุมโดยใช้ตัวลดการสั่นสะเทือน (Damper) ในระบบกันสะเทือนทุติยภูมิ เพื่อที่จะลดแอมพลิจูดในด้านข้างของตัวรถไฟ ส่วนในแบบที่สองนั้นจะเกิดขึ้นที่ความเร็วสูงซึ่งเป็นแบบเฉพาะของระบบโบกี้รถไฟ ความไม่เสถียรนี้ขึ้นอยู่กับ การออกแบบระบบกันสะเทือนและลักษณะของล้อ



รูปที่ 2.4 การส่ายตัวของชุดล้อ

เมื่อรถไฟเคลื่อนที่ไปบนราง จะเกิดปรากฏการณ์ที่สำคัญอย่างหนึ่งนั่นคือ การเคลื่อนที่ส่าย ซึ่งเป็นการเคลื่อนที่ทางด้านข้างของชุดของชุดล้อจากตำแหน่งสมดุล ชุดล้อประกอบด้วยล้อ 2 ข้าง (ขวาและซ้าย) และหมุนไปพร้อมกัน ล้อมีรูปทรงกรวย ด้วยรูปทรงนี้เมื่อมีการเคลื่อนที่ไปบนรางชุดเอกสารนี้เป็นเอกสารที่ส่งแรงไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น เมื่อนำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ล้อจะพยายามรักษาสสมดุลไว้ สามารถอธิบายพฤติกรรมนี้โดยการวิเคราะห์แบบง่าย สมมติชุดล้อวิ่งไปบนราง แสดงในรูป 2.4



รูปที่ 2.5 ชุดล้อ

เมื่อชุดล้ออยู่ในตำแหน่งสมดุล ($y = 0$) ล้อขวาและซ้ายจะมีรัศมีเริ่มต้น R_l และ R_r ตามลำดับ ถ้าล้อทั้ง 2 ข้างเหมือนกันและสมมาตรกัน ในตำแหน่งสมดุล รัศมี R_l และ R_r จะเท่ากัน เรียกว่ารัศมี R_0 ค่าความเป็นกรวยของล้อ (γ) คือ ความลาดเอียงของล้อ แสดงในรูป 2.5

เมื่อชุดล้อเคลื่อนที่ไปด้านข้างการเปลี่ยนแปลงรัศมี ΔR ของล้อทั้งสองข้างหาได้จากสมการ

$$\Delta R = y\gamma \quad (2.1)$$

รัศมีของล้อขวาและล้อซ้ายหาได้จากสมการ

$$R_r = R_0 - y\gamma \quad (2.2)$$

$$R_l = R_0 + y\gamma \quad (2.3)$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ถ้าชุดล้อหมุนด้วยความเร็วเชิงมุม ω ความเร็วที่ล้อขวาและซ้าย คือ V_r และ V_l ตามลำดับ

$$V_r = R_r \omega \quad (2.4)$$

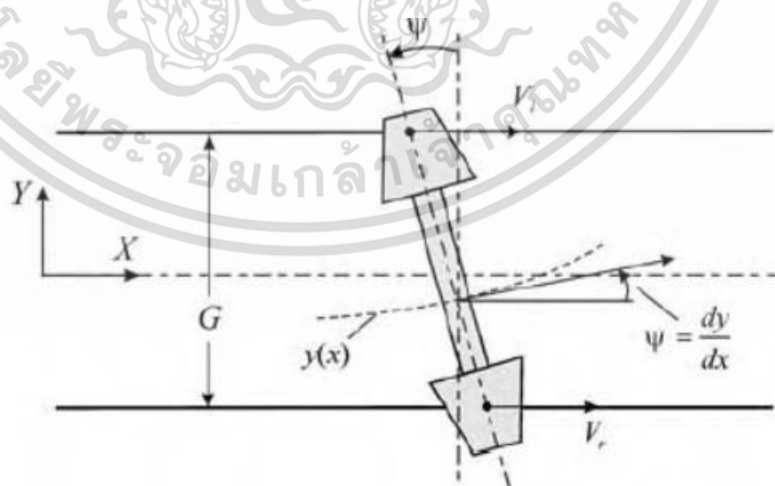
$$V_l = R_l \omega \quad (2.5)$$

จาก R_r และ R_l ในสมการ ความเร็วที่ตำแหน่งกึ่งกลางชุดล้อ คือ V

$$V = \frac{(V_r + V_l)}{2} = R_0 \omega \quad (2.6)$$

มุมหัน ψ แสดงในรูป 2.6 สมมติให้มุมให้มุมมีขนาดเล็กมาก ($\tan \psi \approx \psi$)
ความเร็วที่ล้อเคลื่อนที่ไปด้านข้าง หาได้จากสมการ

$$y' = \frac{dy}{dx} = \frac{dy}{dx} \frac{dx}{dt} = \psi V = \psi R_0 \omega \quad (2.7)$$



รูปที่ 2.6 การสายตัวของชุดล้อ

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

จากการวิเคราะห์แบบง่าย อัตราการเปลี่ยนแปลงของมุมหันคือ

$$\dot{\psi} = (V_r - V_l)/G = -2y\omega\gamma/G \quad (2.8)$$

เมื่อ G แสดงในสมการค่าอนุพันธ์ของสมการ โดยใช้ค่า $\dot{\psi}$ จากสมการ 2.8 คือ

$$\ddot{y} = \left(\frac{2R_0\omega^2\gamma}{G}\right)y = 0 \quad (2.9)$$

จากสมการนี้ สามารถเขียนให้อยู่ในรูปอย่างง่ายแบบระบบมวล - สปริง ถ้า γ มีค่าเป็นบวก ผลลัพธ์ของสมการสามารถเขียนได้ดังนี้

$$y = A \sin(\omega_n t + C) \quad (2.10)$$

เมื่อ A และ C คือค่าคงที่ หาค่าได้จากสถานะเริ่มต้น และ ω_n คือความถี่ธรรมชาติซึ่งหาได้จากสมการ

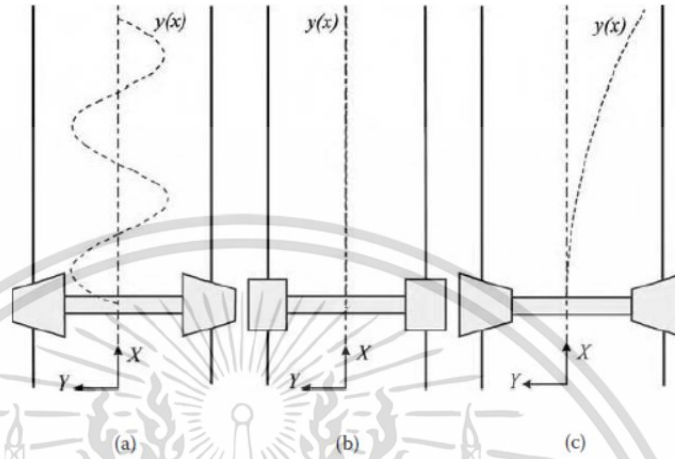
$$\omega_n = V \sqrt{\frac{2\gamma}{R_0 G}} \quad (2.11)$$

และคาบคือ

$$\lambda = \frac{2\pi}{\omega_n} = \frac{2\pi}{V} \sqrt{\frac{R_0 G}{2\gamma}} \quad (2.12)$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

กรณีล้อยเป็นรูปทรงกระบอก ค่าความเป็นกรวยจะมีค่าเท่ากับศูนย์ ($\gamma = 0$) ผลลัพธ์จากสมการจะเป็นเส้นตรงแสดงในรูป 2.7 b) ชุดล้อยจะไม่มี การส่ายตัว



รูปที่ 2.7 การเคลื่อนที่ของชุดล้อยรูปต่างๆ

2.3 สมการการเคลื่อนที่ Nonlinear Dynamic System

ในกรณีของโบกี้ที่มี 2 ชุดล้อย สามารถอธิบายการเคลื่อนที่ได้ด้วยสมการด้วยสมการอนุพันธ์ โดยพิจารณาที่แกนของล้อย สามารถอธิบายด้วยสมการอนุพันธ์ 2 สมการการเคลื่อนที่ โดยแกนของล้อยของรถไฟแสดงในรูปที่ 2.8 โดยในสมการอนุพันธ์ 2 สมการนี้ให้ค่าระยะการเคลื่อนที่ของล้อยบนราง และค่าการบิดของล้อย[12]

สมการการเคลื่อนที่ของแกนล้อย

$$\text{จาก } \Sigma F = ma$$

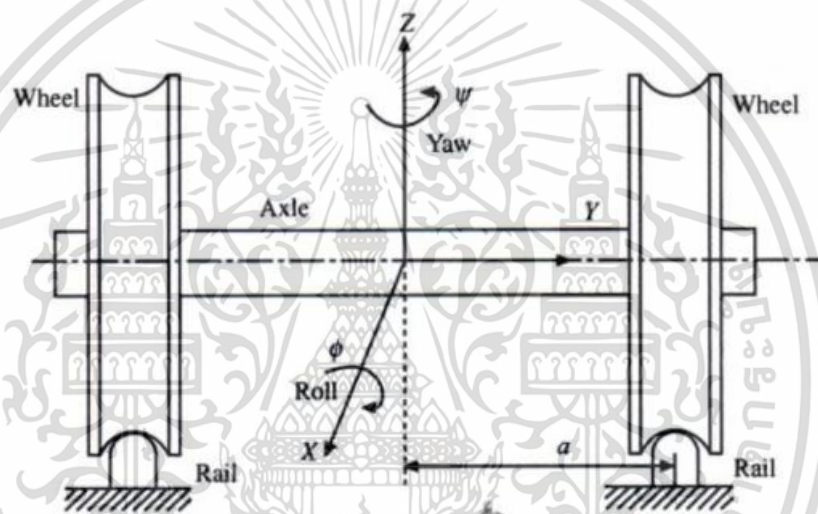
$$M\ddot{y} + \frac{2f_{33}}{V}(\dot{y} - V\psi) + \frac{2f_{12}}{V}\dot{\psi} - \frac{2f_{12}}{r_0}\Delta_2(y) + W_A\Delta_L(y) + K_y y + C_y \dot{y} = F_y(t) + K_y y + C_y \dot{y} = F_y(t) \quad (2.13)$$

$$\text{จาก } \Sigma M = I\alpha$$

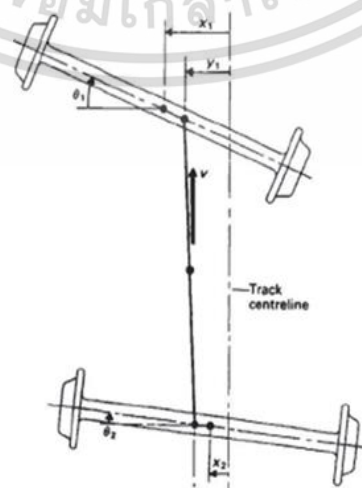
เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$I_\omega \ddot{\psi} - 2 \frac{f_{12}}{v} (\dot{y} - V\psi) - 2 \frac{f_{12}}{r_0} \Delta_1(y) + 2f_{22} \frac{\dot{\psi}}{v} + 2af_{11} \left(\frac{a\psi}{v} + \frac{(r_L - r_R)}{2r_0} \right) - a\psi W_A \delta_0 + C_\psi \psi = F_\psi(t) \quad (2.14)$$

ในสมการมีผลของแรงเนื่องจาก มีค่าแรงครีฟที่ทำให้เกิดการไถลทั้งในแนวตามการเคลื่อนที่ และด้านขวางกับการเคลื่อนที่ และแรงเนื่องมาจากค่าสปริง และค่าตัวหน่วงจากตัวเฟรมของโบกี้ รถไฟด้วย



รูปที่ 2.8 ระบบล้อราง แสดงแกนล้อรถไฟอย่างง่าย



เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

รูปที่ 2.9 แสดงการเคลื่อนที่แบบส่าย

เมื่อ

M คือ มวลของ wheelset หน่วย Ns^2/m

I_ω คือ โมเมนต์ความเฉื่อยของล้อ หน่วย $kg\ m/s^2$

a คือ ระยะครึ่งหนึ่งระหว่างจุดสัมผัสของล้อบนรางทั้งสอง หน่วย m

r_0 คือ รัศมีของล้อ หน่วย m

f_{33} คือ ค่าสัมประสิทธิ์ longitudinal creep หน่วย kg

f_{12} คือ ค่าสัมประสิทธิ์ lateral/spin creep หน่วย kg

f_{22} คือ ค่าสัมประสิทธิ์ spin creep หน่วย $kg\ m^2$

f_{11} คือ ค่าสัมประสิทธิ์ lateral creep หน่วย kg

W_A คือ ภาระน้ำหนักที่ตกลงบนแกนล้อ หน่วย kg

K_y คือ ค่าความแข็ง lateral หน่วย N/m

C_y คือ ค่า damping lateral หน่วย $kg\ s/rad$

K_ψ คือ yaw stiffness หน่วย $kg\ m/rad$

C_ψ คือ yaw damping หน่วย $kg\ m\ s/rad$

V คือ ความเร็วของแกนล้อ หน่วย m/s

δ_0 คือ ค่าความเป็นกรวยของล้อ

$F_y(t)$ คือ แรง lateral ที่ทำกับแกนล้อ หน่วย kg

$F_\psi(t)$ คือ แรงจากโมเมนต์

โดย

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$\Delta_{1,2}(x) = \frac{r_0 \Delta}{a} (x_w - x_r - h_\delta) \tag{2.15}$$

และ

$$\Delta_L(x) = \frac{1}{l} (\zeta \delta_0 + \varepsilon) x \tag{2.16}$$

Δ คือ ค่าสัมประสิทธิ์ของมุมสัมผัส

x_w คือ ระยะเคลื่อนตำแหน่งแนวขวางของชุดล้อ

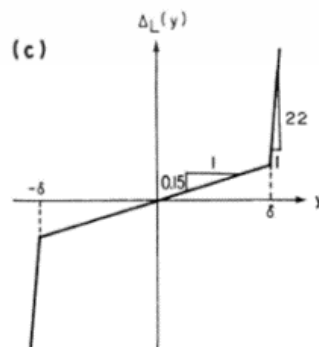
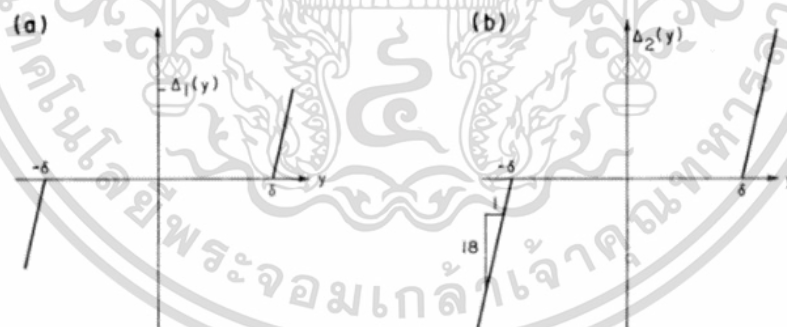
x_r คือ ระยะแนวกึ่งกลางราง

l คือ ระยะครึ่งนึ่งระหว่างจุดสัมผัส

ζ คือ อัตราการเปลี่ยนแปลงระหว่างแนวกึ่งกลางชุดล้อกับจุดสัมผัสในทิศแนวขวางของชุดล้อ

δ_0 คือ มุมระหว่างระนาบสัมผัสระหว่างสัมผัสกับระนาบแนวนอนเริ่มต้นของจุดสัมผัส

ε คือ อัตราการเปลี่ยนแปลงระหว่างความเอียงระนาบสัมผัสกับการเคลื่อนตำแหน่งในแนวขวางของชุดล้อ



Variation of (a) $\Delta_1(y)$, (b) $\Delta_2(y)$, and (c) $\Delta_L(y)$ with lateral displacement of the wheel-axle set.

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

รูปที่ 2.10 กราฟแสดงค่า $\Delta_{1,2}$, Δ_L

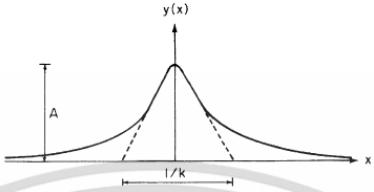
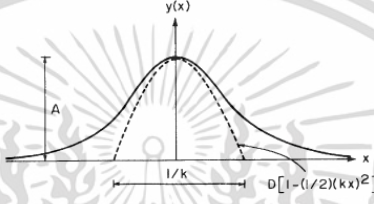
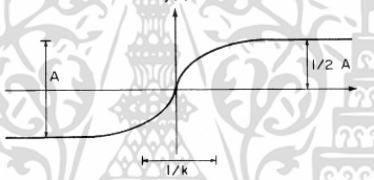
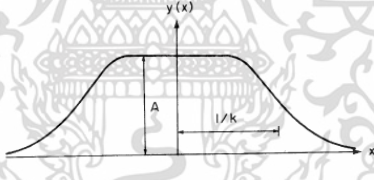
2.4 Isolated Track Geometry Variations ความผันแปรทางเรขาคณิต

2.4.1 รูปแบบต่างๆ

รูปแบบทั้งหมดในการเกิดความผันแปรทางเรขาคณิตของรางมีทั้งหมด 7 รูปแบบที่ต่างกัันนั้นคือ cusp, bump, jog, plateau, trough, sinusoid, and damped sinusoid. ตามตารางที่ 2.1 โดยตารางนี้แสดงถึงรูปแบบการเคลื่อนที่ในรูปแบบตามสมการทางคณิตศาสตร์ที่แสดงการผันแปรทั้ง 7 รูปแบบ

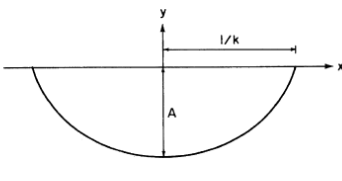
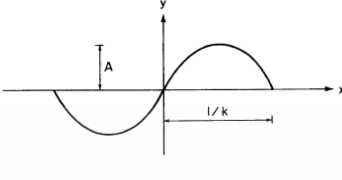
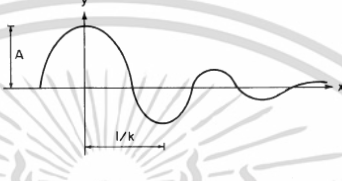
รูปแบบการวิเคราะห์คือฟังก์ชันของพารามิเตอร์สองตัวคือ แอมพลิจูด A และพารามิเตอร์ที่เกี่ยวข้องกับระยะเวลา k ระยะเวลาของรูปแบบเป็นสัดส่วนกับ $1/k$

ตารางที่ 2.1 แสดงช่วงของค่า A และ k ตามที่พบในข้อมูลเรขาคณิต ค่าของพารามิเตอร์ค่าเหล่านี้เป็นฟังก์ชันของมาตรฐานราง รูปทรงของรางและรูปแบบของตัวมันเอง โดยทั่วไปค่าของ A และ k ลดลงเมื่อมาตรฐานของรางสูงขึ้น อย่างไรก็ตามช่วงของค่าที่ซับซ้อนกันมากระหว่างมาตรฐานรางที่แตกต่างกัน[12]

SIGNATURE	SHAPE	ANALYTICAL REPRESENTATION
CUSP		$y = A e^{-k x }$
BUMP		$y = A e^{-(1/2)(kx)^2}$
JOG		$y = \frac{A k x}{(1 + 4 k^2 x^2)^{1/2}}$
PLATEAU		$y = \left(\frac{A^2}{1 + (kx)^8} \right)^{1/2}$

มีต่อ

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

SIGNATURE	SHAPE	ANALYTICAL REPRESENTATION
TROUGH		$y = A k [(1/k)^2 - x^2]^{1/2}$
SINUSOID		$y = A \sin \pi k x$
DAMPED SINUSOID		$y = A e^{-kx} \cos \pi k x$

ตารางที่ 2.1 แสดงรูปแบบในรูปสมการคณิตศาสตร์ของความผันแปรทางเรขาคณิตใน
รูปแบบต่างๆ

Parameters of Analytical Representation of Isolated Variations^a

Signature	Range of values							
	Gage		Alignment		Cross level		Profile	
	A (in.)	k (ft ⁻¹)	A (in.)	k (ft ⁻¹)	A (in.)	k (ft ⁻¹)	A (in.)	k (ft ⁻¹)
Cusp	0.8-1.4	0.016-0.061	0.5-3.0	0.011-0.103	0.9-3.0	0.031-0.095	0.9-3.0	0.016-0.095
Bump	0.8-1.4	0.031-0.040	0.5-2.8	0.009-0.083	1.0-3.0	0.017-0.831	0.5-4.0	0.013-0.065
Jog	*	*	0.5-3.3	0.006-0.025	1.6-2.8	0.020-0.050	0.5-5.0	0.008-0.045
Plateau	0.8-1.3	0.029-0.080	1.2-1.6	0.025-0.027	0.6-1.0	0.026-0.040	0.9-3.0	0.009-0.033
Trough	*	*	1.4-2.2	0.013-0.029	*	*	0.7-2.0	0.020-0.025
Sinusoid	*	*	0.8-1.2	0.033-0.020	*	*	1.0-1.5	0.020-0.025
Damped sinusoid	0.5-1.0	*	1.0-2.2	0.013-0.015	0.9-1.2	0.051-0.061	*	*

^a Asterisks denote cases in which signatures were not observed in the data.

ตารางที่ 2.2 แสดงช่วงของค่า A และ k ที่พบในรูปแบบต่างๆ

2.4.2 รูปแบบทั่วไป

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

รูปทรงทางเรขาคณิตส่วนมากมักจะเกิดในเส้นทางรูปทรงวงก้นหอย รางเฉพาะรูปแบบสำหรับใช้งานและรางต่างๆที่ผิดปกติเช่นที่รางจุดที่มีความอ่อนหรือบริเวณที่มีน้ำขัง รูปทรงเรขาคณิตมักใช้สำหรับรางพิเศษหรับการใช้งาน เช่น ทางข้ามถนน จุดสับราง และสะพาน ความถี่ของการเกิดขึ้นอยู่กับกับจำนวนของเส้นโค้งและจุดที่เป็นรางพิเศษ

ตารางที่ 2.3 แสดงตำแหน่งโดยทั่วไปที่รูปแบบเกิดขึ้น รูปแบบเหล่านี้อาจเกิดขึ้นเป็นรูปแบบเดี่ยวร่วมกัน หรือเกิดเป็นรูปแบบซ้ำ นอกจากนี้ข้อบกพร่องทางเรขาคณิตของรางสามารถเกิดขึ้นได้พร้อมกันในพารามิเตอร์เรขาคณิตมากกว่าหนึ่งราง

Typical Occurrences of Isolated Variations	
Signature	Occurrence
Cusp	Joints, turnouts, interlockings, sun kinks, buffer rails, insulated joints in continuously welded rail, splice bar joints in continuously welded rail, piers at bridges
Bump	Soft spots, washouts, mud spots, fouled ballast, joints, spirals, grade crossings, bridges, overpasses, loose bolts, turnouts, interlockings
Jog	Spirals, bridges, crossings, interlockings, fill-cut transitions
Plateau	Bridges, grade crossings, areas of spot maintenance
Trough	Soft spots, soft and unstable subgrades, spirals
Sinusoid	Spirals, soft spots, bridges
Damped sinusoid	Spirals, turnouts, localized soft spots

ตารางที่ 2.3 อธิบายการเกิดตำแหน่งในแต่ละรูปแบบ

การเกิดขึ้นรูปแบบเดี่ยว สามารถส่งผลที่รุนแรงต่อพลศาสตร์ยานพาหนะ ซึ่งการเกิดรูปแบบเดี่ยวที่มีขนาดแอมพลิจูดขนาดใหญ่สามารถเกิดขึ้นได้สำหรับรางทุกรูปแบบ

รูปแบบเรขาคณิตที่เกิดขึ้นต่อเนื่องที่ถูกกำหนดโดยการเกิดซ้ำไปมา แม้ว่าค่าแอมพลิจูดของรูปแบบอาจจะแตกต่างกันไป ความยาวคลื่นยังคงมีค่าคงที่มากหรือน้อยกว่าตลอดหลายรอบ การเกิดซ้ำไปมานี้ อาจทำให้เกิดการตอบสนองต่อพลศาสตร์ที่รุนแรงต่อยานพาหนะ และการเกิดแอมพลิจูดขนาดใหญ่เกิดเมื่อความถี่ของการเปลี่ยนแปลงสอดคล้องกับความถี่ธรรมชาติของยานพาหนะ การเกิดซ้ำไปมาจะพบเฉพาะในรูปแบบเรขาคณิตของ cusp, bump, jog และ sinusoid

การเกิดความแปรปรวนทางเรขาคณิตหลายรูปแบบรวมกัน พารามิเตอร์ของรางบางตัว เช่น ความห่างของรางกับแนวราง ค่าจะใกล้เคียงกัน อย่างไรก็ตามแอมพลิจูดที่มีขนาดใหญ่อาจส่งผลต่อ

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้คัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

พารามิเตอร์เรขาคณิตคู่อื่น การเกิดหลายรูปแบบรวมกันดังกล่าวอาจทำให้รางมีการตอบสนองที่รุนแรงต่อพลศาสตร์ของยานพาหนะ

2.5 การสัมผัสของล้อและราง

2.5.1 การสัมผัสของล้อและราง

ประสิทธิภาพการนำร่องของระบบรรางถูกกำหนดโดยปฏิสัมพันธ์ระหว่างล้อและราง ซึ่งขึ้นอยู่กับลักษณะรูปร่างของล้อและราง ล้อรถไฟทั่วไปจะมีหน้าสัมผัสล้อซึ่งเป็นส่วนที่สัมผัสกับราง และบังใบล้อช่วยควบคุมการเคลื่อนที่ในแนวขวางของรางรถไฟ ลักษณะของล้อจะเป็นทรงกรวยดังรูปที่ 2.11 a. เพื่อประสิทธิภาพในการบังคับเลี้ยว และรางจะมีการติดตั้งให้เอียงเข้าหากัน รูปที่ 2.11 b. เพื่อให้เข้ากับลักษณะรูปร่างของล้อที่เป็นทรงกรวย ทำให้สามารถรับภาระได้ดีขึ้น

ในกรณีส่วนใหญ่ตำแหน่งหน้าสัมผัสระหว่างล้อและรางคือตำแหน่งที่หน้าสัมผัสล้อสัมผัสกับหัวราง และตำแหน่งที่บังใบล้อสัมผัสกับราง สองตำแหน่งนี้ ถูกแสดงไว้ในรูปที่ 2.11 (c) และ (d) ตามลำดับ ตลอดเส้นทางตรงล้อและรางส่วนใหญ่เป็นการสัมผัสกันของหน้าสัมผัสล้อและหัวราง (c) ขณะที่ทางโค้งมักจะเป็นการสัมผัสกันของบังใบล้อและราง (d)

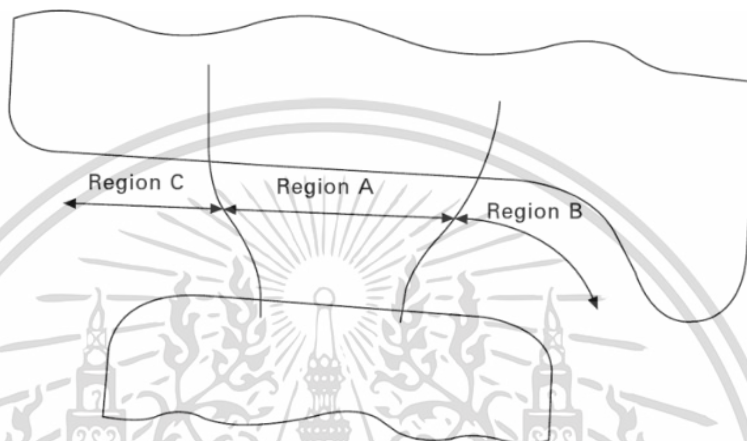


รูปที่ 2.11 แสดงลักษณะการสัมผัสของล้อและราง

ภาวะการสัมผัสของล้อและราง เช่น ความเค้นและพื้นที่สัมผัส ขึ้นอยู่กับคุณสมบัติทางวัสดุ เป็นสำคัญ ล้อและรางรถไฟส่วนใหญ่ถูกทำจากเหล็กกล้า เนื่องด้วยล้อและรางถูกทำจากวัสดุแข็ง พื้นที่สัมผัสระหว่างล้อและรางจึงค่อนข้างเล็ก ประมาณ 1 ตารางเซนติเมตร ทั้งนี้ทั้งนั้นขนาดของเอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

พื้นที่สัมผัสจะแตกต่างกันไปตามตำแหน่งของการสัมผัสและรูปทรงเรขาคณิตของส่วนที่สัมผัส ในทางกลับกันระบบไฟฟ้าเป็นระบบที่มีน้ำหนักมากเพื่อความปลอดภัยและความทนทาน พื้นที่สัมผัสที่มีขนาดเล็กนั้นจำเป็นต้องรับภาระน้ำหนักมากทำให้เกิดความเค้นที่พื้นที่สัมผัสสูง

2.5.2 ขอบเขตการสัมผัส



รูปที่ 2.12 บริเวณการสัมผัสของล้อและราง

1. บริเวณ A หน้าล้อและหัวราง

การสัมผัสของล้อและรางเกิดขึ้นเป็นบริเวณกว้าง และจะเกิดการสัมผัส ณ บริเวณนี้เป็นส่วนมาก เมื่อยานพาหนะเคลื่อนที่ไปบนรางทางตรง หรือบนรางโค้งที่มีค่ารัศมีความโค้งมาก บริเวณนี้เป็นบริเวณที่ความเค้นจากการสัมผัสและแรงแนวสัมผัสมีค่าน้อยที่สุด

2. บริเวณ B บังใบล้อและหัวมุมราง

การสัมผัสบริเวณนี้จะเกิดเป็นบริเวณที่เล็กกว่าการสัมผัสบริเวณ A และมีความรุนแรงจากการสัมผัสมากกว่า ตามปกติความเค้นจากการสัมผัสและการสึกหรอสูงกว่าบริเวณ A มาก ถ้ามีการสึกหรอมากและเนื้อวัสดุบางส่วนหายไป อาจทำให้เกิดการสัมผัส 2 จุด คือหน้าล้อ และบังใบล้อ

3. บริเวณ C การสัมผัสของหน้าล้อส่วนนอกกับราง

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

การสัมผัสบริเวณนี้ โดยปกติจะเกิดขึ้นน้อยมาก แต่หากเกิดขึ้นจะทำให้เกิดความเค้นการสัมผัสที่สูง ซึ่งนำไปสู่การสึกหรอที่ไม่พึงปรารถนาที่อาจทำให้เกิดความผิดพลาดในการบังคับเลี้ยวของชุดล้อ

2.5.3 Wheel Rail interaction

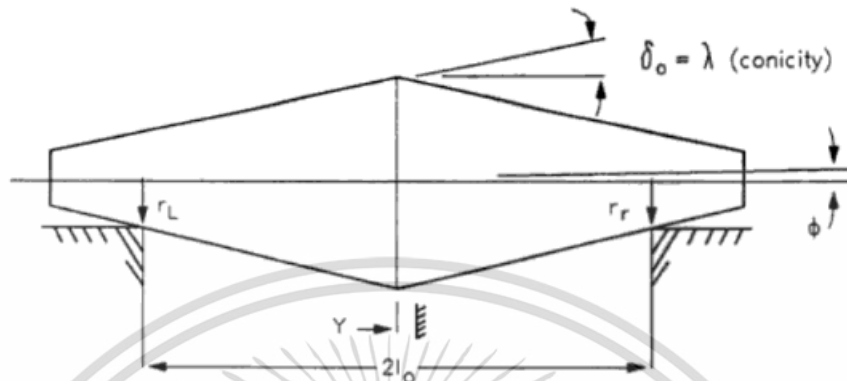
ในมุมมองโดยผิวเผิน พฤติกรรมของชุดล้อในระบบรางสามารถวิเคราะห์โดยผลเชิงเรขาคณิตเพียงอย่างเดียว เช่น เมื่อชุดล้อมีการเคลื่อนตำแหน่งไปทางขวา ล้อขวาจะวิ่งไปบนรางด้วยรัศมีที่ใหญ่กว่าล้อซ้าย ถ้าชุดล้อเคลื่อนที่ไปข้างหน้าด้วยการกลิ้งเพียงอย่างเดียว ชุดล้อจะหันเข้าสู่แนวศูนย์กลางรางด้วยมุมหันเหเป็นบวกจนกระทั่งเลยจุดสมมาตรไปทางซ้าย เป็นผลทำให้เกิดการแกว่งไกวเข้าไปมา ซึ่งถูกอธิบายโดย George Stephenson ในปีค.ศ.1821 และมีการศึกษาและวิเคราะห์ต่อมาโดย Klingel ในปีค.ศ.1833

ในความเป็นจริงการกลิ้งอย่างริสุทธ์ถูกแปลงมาจากแรงกิริยาในแนวสัมผัสของระนาบการสัมผัสของล้อและราง แรงเหล่านี้ทำให้เกิด “creepage” หรือ “creep” ซึ่งเป็นลักษณะสำคัญของพฤติกรรมการกลิ้งสัมผัส อย่างไรก็ตามไม่ได้ทำให้การศึกษาเชิงเรขาคณิตถูกลดความสำคัญลง

จากที่ได้กล่าวมาข้างต้น ความสนใจทางคุณสมบัติเชิงเรขาคณิตมีความสัมพันธ์กับพฤติกรรมของจุดสัมผัสบนล้อแต่ละล้อ ตามการเคลื่อนไปตามแนวขวางราง ในแต่ละล้อ มีปริมาณที่สำคัญ 2 อย่าง ซึ่งเป็นฟังก์ชันของตำแหน่งการเคลื่อนของชุดล้อในแนวขวางราง นั่นคือ รัศมีการกลิ้ง และการสัมผัส ตัวแปรสองตัวนี้มีความสัมพันธ์โดยตรงกับสมการครีพเพจ ซึ่งในความจริงนั้นเป็นส่วนสำคัญที่ทำให้เกิดความแตกต่างของรัศมีการกลิ้งของล้อซ้ายและล้อขวา รวมถึงมุมการสัมผัสของทั้งสองล้อ ที่มีผลต่อพฤติกรรมของชุดล้อ

โดยทั่วไปตัวแปรสองตัวนี้จะเป็นตัวแปรที่กำหนดข้อจำกัดของชุดล้อ เพราะสามารถพิสูจน์จากความเห็นว่าชุดล้อถูกจำกัดลักษณะการเคลื่อนที่ จากรูปร่างทางเรขาคณิตของล้อและราง หรือโครงสร้างของทางรถไฟในกรณีส่วนใหญ่ตัวแปรตำแหน่งการเคลื่อนของชุดล้อแนวขวางและมุมการหันเหมีความสัมพันธ์กับทางรถไฟ สำหรับทางรถไฟที่เป็นวัตถุแข็งเกร็ง ตำแหน่งการเคลื่อนแนวตั้งและมุมการโคลงสามารถวิเคราะห์ได้ด้วยรูปทรงเรขาคณิต ความสัมพันธ์ของโพรไฟล์ล้อและรางกับพลศาสตร์ของชุดล้อ ถูกพูดถึงครั้งแรกโดย Davies และ Davies and Cook และการศึกษาการ สมมูลของค่าความเป็นกรวยของล้อที่มีลักษณะเว้าถูกศึกษาครั้งแรกโดย Heumann

ตัวแปรข้อจำกัดของล้อยและราง สามารถทำความเข้าใจได้อย่างง่ายด้วยการพิจารณาจากแบบจำลองที่เป็นไปได้ที่ง่ายที่สุด นั่นคือ ชุดล้อยที่มีล้อยลักษณะทรงกรวยวิ่งไปบนรางที่ถูกอธิบายด้วยรูปทรงคล้ายใบมีด ดังแสดงดังรูป 2.13



รูปที่ 2.13 ล้อยทรงกรวยบนรางทรงใบมีด

ถึงแม้ว่าแบบจำลองนี้ดูเหมือนจะขาดความสมจริง แต่ในความเป็นจริง มีความสมเหตุสมผลที่จะประมาณให้โปรไฟล์ของล้อยเป็นทรงกรวยที่บริเวณหน้าล้อย สำหรับกรณีที่มีการเคลื่อนตำแหน่งในแนวขวางมีค่าน้อย เพื่อหลีกเลี่ยงการสัมผัสบริเวณบังใบล้อย

ด้วยแบบจำลองอย่างง่ายนี้เอง แสดงให้เห็นว่าจุดสัมผัสจะถูกตรึงตำแหน่งเมื่อเทียบกับราง นอกจากนี้ มุมการสัมผัสของล้อยซ้ายและขวาจะมีค่าคงที่ ซึ่งมีค่าเท่ากับค่าความเป็นกรวยของหน้าล้อย δ_0 สามารถสังเกตได้อย่างง่ายเมื่อ ชุดล้อยมีการเคลื่อนตำแหน่งไปในแนวขวาง

$$r_r = r_0 + \delta_0 y \quad (2.17)$$

$$r_l = r_0 - \delta_0 y \quad (2.18)$$

ดังนั้น δ_0 จึงมีความสัมพันธ์กับค่าความแตกต่างของรัศมีการกลิ้งของล้อยซ้ายและขวา คือ

$$\delta_0 = \frac{r_r - r_l}{2y} \quad (2.19)$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

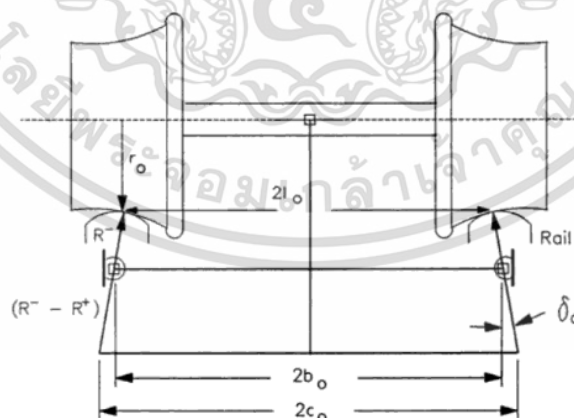
จากขวามือของรูปภาพประกอบ 2.13 ได้นิยามค่าความเป็นกรวย ถูกแทนด้วยสัญลักษณ์ λ และสำหรับล้อยทรงกรวยบนรางทรงใบมีดค่าความเป็นกรวยมีค่าเท่ากับค่าความเป็นกรวยของหน้าล้อ

สามารถเขียนมุมการโคลงในฟังก์ชันเชิงเส้นสำหรับการเคลื่อนตำแหน่งแนวขวางของชุดล้อได้ดังนี้

$$\phi = \frac{r_l - r_r}{2l_0} = -\frac{\lambda y}{l_0} \quad (2.20)$$

แม้ว่าโปรไฟล์ของล้อในตอนเริ่มแรกจะเป็นทรงกรวย แต่ไม่ช้าก็เร็วจะกลายเป็นทรงเว้าจากการเกิดการสึกหรอ ในพฤติกรรมเช่นนี้การวิเคราะห์ด้วยวิธีเชิงเส้นที่ได้กล่าวในบทก่อนหน้าจะเป็นการประมาณที่ไม่แม่นยำ เพื่อเพิ่มความแม่นยำของการวิเคราะห์สมการจึงถูกพิสูจน์ขึ้น ในกรณีต่อไปนี้จะสมมติให้โปรไฟล์ของล้อและรางมีรูปร่างเป็นส่วนโค้ง ซึ่งถูกคิดค้นครั้งแรกโดย Wickens[9] และถูกพัฒนาต่อโดย Joly และ Blader

การวิเคราะห์ที่นำเสนอต่อไปเป็นของ Blader เขาชี้ให้เห็นว่าเรขาคณิตดังแสดงในรูป 2.14 เป็นกลไกต่อโยงพื้นฐาน 4 ชั้น จากความจริงที่จุดสัมผัสระหว่างล้อและรางมีค่าความชันเท่ากัน โดยอ้างอิงจากเส้นที่ลากผ่านจุดศูนย์กลางของรัศมีเริ่มต้น กลไกต่อโยงพื้นฐาน 4 ชั้นประกอบขึ้น



รูปที่ 2.14 ล้อและรางที่มีโปรไฟล์เป็นส่วนของความโค้ง

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

จากการเชื่อมต่อของศูนย์กลางความโค้งของล้อ ต่อกับศูนย์กลางความโค้งของราง และต่อกับศูนย์กลางความโค้งของล้อและรางของล้ออีกด้าน

สำหรับการเคลื่อนตำแหน่งในแนวขวางที่มีค่าน้อย y ของชุดล้อสัมพัทธ์กับราง ความสัมพันธ์ต่อไปนี้จะถูกพิสูจน์ขึ้น สำหรับมุมการโคลง การเคลื่อนตำแหน่งในแนวตั้ง และค่าความเป็นกรวย

$$\phi = \frac{y\delta_0}{l_0 - r_0\delta_0} \quad (2.21)$$

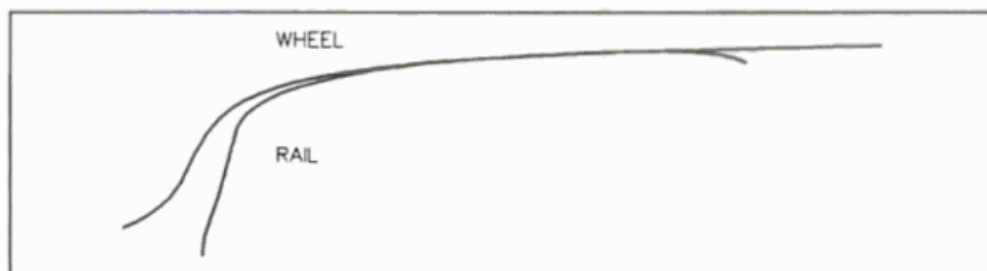
$$z = \frac{y^2}{2(R^- - R^+)} \left\{ \frac{l_0 + R^+\delta_0}{l_0 - r_0\delta_0} \right\}^2 \quad (2.22)$$

$$\lambda = \frac{R^- \delta_0}{R^- - R^+} \left\{ \frac{l_0 + R^+\delta_0}{l_0 - r_0\delta_0} \right\} \quad (2.23)$$

นอกเหนือจากความสัมพันธ์เนื่องจากการเคลื่อนตำแหน่งในแนวขวางของชุดล้อ ผลของมุมหันเหจะต้องถูกพิจารณาด้วย

2.5.4 วิธีแม่นยำที่ไม่เป็นเชิงเส้น

ล้อและรางเมื่อถูกนำไปใช้งานแล้วในไม่ช้าโพรไฟล์จะมีการสึกหรอทำให้รัศมีการกลิ้งมีค่าแตกต่างกันกระจายไปตามหน้ากว้างของล้อและราง ค่ารัศมีการกลิ้งที่หลากหลายนี้อาจถูกพิจารณาจากความสัมพันธ์ที่ได้แสดงในหัวข้อก่อนหน้าสำหรับโพรไฟล์ที่เป็นส่วนของความโค้ง โดยปกติใช้ได้สำหรับกรณีเฉพาะที่ชุดล้อมีการเคลื่อนตำแหน่งในแนวขวางด้วยค่าน้อย



รูปที่ 2.15 โพรไฟล์ของล้อและรางที่มีการสึกหรอ

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ในการจะศึกษาข้อจำกัดทางเรขาคณิตของโพรไฟล์ล้อและรางจริง จำเป็นที่จะต้องใช้ระเบียบวิธีเชิงตัวเลขในการวิเคราะห์ ในการศึกษาข้อจำกัดนี้ทำให้สามารถเลือกใช้โพรไฟล์ล้อและรางที่เหมาะสมได้ จากการวิเคราะห์จากแบบแปลนของล้อหรือการวัดจากล้อจริง

ในการจะวิเคราะห์ปัญหาแรงในแนวสัมผัสและผลกระทบต่อการเคลื่อนที่ของชุดล้อ มีความจำเป็นต้องนิยามครีฟเพจแล้วจึงวิเคราะห์ความสัมพันธ์กับแรงจากครีฟเพจก่อนหน้านี้ในหัวข้อนี้ กำเนิดขึ้นโดย Carter ผู้ซึ่งเป็นบุคคลแรกที่สังเกตเห็นว่าแรงของล้อและรางไม่ได้เป็นผลจากการกลิ้งเพียงอย่างเดียว แต่เป็นผลจากครีฟเพจ

งานของคาร์เทอร์พิจารณาในกรณีของแรงในแนวสัมผัสในทิศเดียวกับการกลิ้งซึ่งนิยามผลของครีฟเพจในแนวตามยาว ในพจน์ของการเปลี่ยนแปลงของระยะทางการกลิ้งของล้อเมื่อมีการส่งผ่านแรงในแนวตามยาว สัมพันธ์กับระยะทางการกลิ้งเมื่อไม่มีการส่งผ่านแรง ความแปรผันในระยะทางการกลิ้งนี้สามารถชักนำให้เกิดพื้นผิวการสัมผัสที่ไม่มีการไถล หรือสำหรับค่าแรงในแนวตามยาวที่มีค่าน้อย ทำให้เกิดการบิดเบี้ยวของตัวล้อและรางที่เป็นวัตถุยืดหยุ่นในบริเวณพื้นที่สัมผัส รวมถึงการเกิดการไถลน้อยๆ ที่ส่วนท้ายของพื้นที่สัมผัสและเมื่อแรงในแนวสัมผัสมีค่ามากขึ้นพื้นที่ของการไถลจะมีค่าสูงขึ้น โดยเพิ่มจากส่วนท้ายของพื้นที่สัมผัส

ความสัมพันธ์ระหว่างแรงในแนวสัมผัสและครีฟเพจในแนวตามยาวถูกวิเคราะห์โดยคาร์เทอร์ สำหรับสภาวะคงตัวเมื่อเกิดการกลิ้งและแรงในช่วงระยะเวลาที่เพียงพอ ในความเป็นจริงสภาวะคงตัวนี้จะถึงจุดคงตัวด้วยระยะเวลาที่สั้นมาก หลังจากเริ่มกลิ้งไปตามความกว้างของการสัมผัสเพียงเล็กน้อย

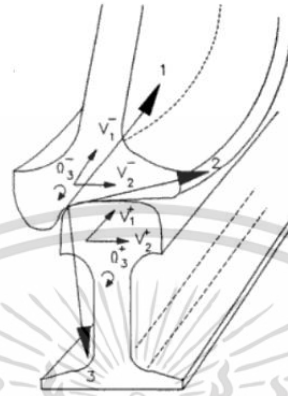
2.5.5 ครีฟเพจที่ไม่เป็นเชิงเส้น

ครีฟเพจถูกนิยามในพจน์ของความแตกต่างของความเร็วในสถานะคงตัวระหว่างล้อและราง เมื่อล้อและรางเกิดการบิดเบี้ยวในบริเวณพื้นที่หน้าสัมผัส ความเร็วที่ถูกอ้างอิงในพจน์ของครีฟเพจคือความเร็วของล้อและราง นั่นคือ ความเร็วที่ล้อและรางควรจะเป็นในพื้นที่หน้าสัมผัสเมื่อไม่ถูกทำให้บิดเบี้ยวหรือกดทับ หรือหมายถึง ความเร็วของล้อและรางคือความเร็วที่อนุมาณจากสภาวะจลศาสตร์เมื่อ 2 วัตถุไม่ได้มีการสัมผัสกัน

รูปแสดงสภาวะการสัมผัสของล้อและรางครีฟเพจ ในแนวตามยาวถูกนิยามเป็นค่าความแตกต่างขององค์ประกอบในแนวตามยาวของความเร็วว่างล้อและราง หากด้วยความเร็วเฉลี่ยการกลิ้งของล้อที่ซึ่งไม่ถูกทำให้บิดเบี้ยวจากการสัมผัสครีฟเพจ ในแนวตามขวางถูกนิยามคล้ายกันครีฟ

เพจในแนวตามยาว กล่าวคือเป็นค่าความแตกต่างขององค์ประกอบในแนวตามขวางของความเร็ว เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ระหว่างล้อและราง ทารด้วยความเร็วเฉลี่ยการกลิ้งของล้อ และครีฟเพจ การหมุนถูกนิยามเป็นค่าความแตกต่างของความเร็วเชิงมุมของล้อและรางรอบแกนตั้งฉากกับหน้าสัมผัส ทารด้วยความเร็วการกลิ้งของล้อ



รูปที่ 2.16 นิยามของแกนพิกัดการสัมผัสและครีฟเพจ

$V_1^-, V_1^+, V_2^-, V_2^+, V_3^-, V_3^+$ คือความเร็วของวัตถุแข็งเกร็งสัมผัสกับจุดตั้งต้นที่เคลื่อนที่ไปตามจุดสัมผัสครีฟเพจ ระหว่างล้อและราง ถูกนิยามดังนี้

ครีฟเพจในแนวตามยาว :

$$\xi_1 = \frac{V_1^- - V_1^+}{V} \quad (2.24)$$

ครีฟเพจในแนวตามขวาง :

$$\xi_2 = \frac{V_2^- - V_2^+}{V} \quad (2.25)$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ครีพเพจการหมุน :

$$\omega_3 = \frac{\omega_3^- - \omega_3^+}{V} \quad (2.26)$$

$$\text{โดย } V = \frac{1}{2}(V_1^- + V_1^+) \quad (2.27)$$

และวัสดุของล้อเคลื่อนที่สัมผัสกับแกนพิกัดด้วยความเร็วดังต่อไปนี้

$$V_{1r}^- = \dot{\phi}r_r - l_0\dot{\psi} \quad (2.28)$$

$$V_{1l}^- = \dot{\phi}r_l - l_0\dot{\psi} \quad (2.29)$$

$$V_{2r}^- = (\dot{y} + \dot{\phi}r_r\psi)\sec\delta_r \quad (2.30)$$

$$V_{2l}^- = (\dot{y} + \dot{\phi}r_l\psi)\sec\delta_l \quad (2.31)$$

$$\Omega_{3r}^- = \dot{\phi}\sin\delta_r + \dot{\psi}\cos\delta_r \quad (2.32)$$

$$\Omega_{3l}^- = \dot{\phi}\sin\delta_l + \dot{\psi}\cos\delta_l \quad (2.33)$$

และวัสดุของรางเคลื่อนที่สัมผัสกับแกนพิกัดด้วยความเร็วดังต่อไปนี้

$$V_{1r}^+ = -V\left(1 - \frac{l_0}{R_0}\right) \quad (2.34)$$

$$V_{1l}^+ = -V\left(1 + \frac{l_0}{R_0}\right) \quad (2.35)$$

$$V_{2r}^+ = 0 \quad (2.36)$$

$$V_{2l}^+ = 0 \quad (2.37)$$

$$\Omega_{3r}^+ = -\frac{V}{R_0} \quad (2.38)$$

$$\Omega_{3l}^+ = -\frac{V}{R_0} \quad (2.39)$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

จากสมการที่ 2.38 – 2.39 สามารถใช้สร้างนิพจน์ครีฟเฟจของล้อและราง ผลเฉลยของสมการถูกคิดค้นโดย *Elkins* และ *Eickhoff* โดยสมการได้ละเว้นพจน์ของ $\cos\delta_{r,l}$ ในครีฟเฟจ การหมุน สมการครีฟเฟจ ของล้อและรางคือ

$$\xi_{1r} = \frac{\dot{\phi}r_r}{V} + 1 - l_0\left(\frac{\dot{\psi}}{V} + \frac{1}{R_0}\right) \quad (2.40)$$

$$\xi_{1l} = \frac{\dot{\phi}r_l}{V} + 1 - l_0\left(\frac{\dot{\psi}}{V} + \frac{1}{R_0}\right) \quad (2.41)$$

$$\xi_{2r} = \left(\frac{\dot{y} + \dot{\phi}r_r\dot{\psi}}{V}\right) \sec\delta_r \quad (2.42)$$

$$\xi_{2l} = \left(\frac{\dot{y} + \dot{\phi}r_l\dot{\psi}}{V}\right) \sec\delta_l \quad (2.43)$$

$$\omega_{3r} = \left(\frac{\dot{\phi}}{V}\right) \sin\delta_r + \left(\frac{\dot{\psi}}{V} + \frac{1}{R_0}\right) \cos\delta_r \quad (2.44)$$

$$\omega_{3l} = \left(\frac{\dot{\phi}}{V}\right) \sin\delta_l + \left(\frac{\dot{\psi}}{V} + \frac{1}{R_0}\right) \cos\delta_l \quad (2.45)$$

2.5.6 ครีฟเฟจเชิงเส้น

จากการอธิบายข้างต้นในบทก่อนหน้า รัศมีการกลิ้ง r_r, r_l และมุมการสัมผัส δ_r, δ_l ไม่ใช่ฟังก์ชันเชิงเส้นของการเคลื่อนที่ในแนวขวางของชุดล้อ นอกจากนี้ความเร็วการหมุนของชุดล้อรอบแกนแบร์ริง $\dot{\phi}$ ถูกกำหนดจากการพิจารณาสมดุลแรงบิดรอบแกน ดังนั้นจึงมีการสร้างสมมติฐานในรูปเชิงเส้นเพื่อให้ง่าย นั่นคือ

1. ความเร็วการหมุนของชุดล้อ $\dot{\phi} = -\frac{V}{r_0}$ (2.46)

2. รัศมีการกลิ้งของล้อ $r_r = r_0 + \lambda y, r_l = r_0 - \lambda y$ (2.47)

3. มุมปะทะ $\delta_r = \epsilon \frac{y}{l_0}, \delta_l = -\epsilon \frac{y}{l_0}$ (2.48)

4. เมื่อมุมปะทะมีขนาดเล็ก $\sin\delta = \delta, \cos\delta = 1$ (2.49)

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ในสมการเชิงเส้นสำหรับรัศมีการกลิ้ง λ คือค่าความเป็นกรวยของโพรไฟล์ล้อย นั้นคือ มีการเปลี่ยนแปลงของรัศมีการกลิ้งของล้อย เมื่อชุดล้อยมีการเคลื่อนตำแหน่งในแนวขวาง สำหรับมุมปะทะตัวแปร ϵ เป็นการเปลี่ยนแปลงรัศมีของมุมปะทะ เมื่อชุดล้อยเคลื่อนตำแหน่ง เมื่อใช้สมมติฐานข้างต้นสามารถเขียนสมการครีฟเพจในนิพจน์เชิงเส้นได้ดังนี้

$$\xi_{1r} = -\frac{\lambda y}{r_0} - l_0 \left(\frac{\dot{\psi}}{V} + \frac{1}{R_0} \right) \quad (2.50)$$

$$\xi_{1l} = \frac{\lambda y}{r_0} + \left(\frac{\dot{\psi}}{V} + \frac{1}{R_0} \right) \quad (2.51)$$

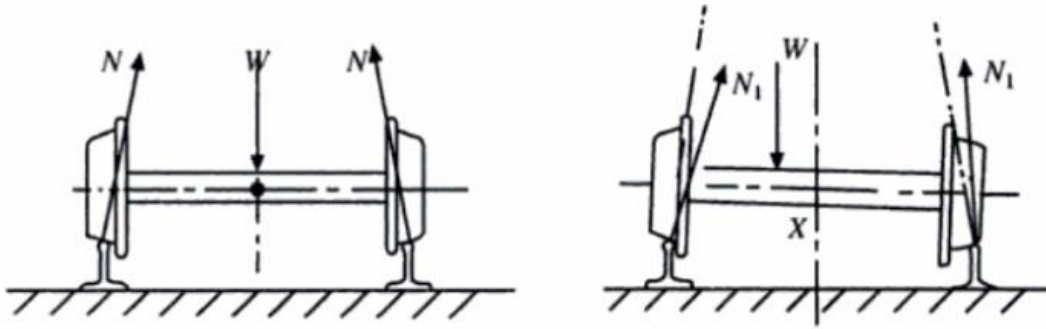
$$\xi_{2r}, \xi_{2l} = \frac{\dot{y}}{V} - \psi \quad (2.52)$$

$$\omega_{3r}, \omega_{3l} = \frac{\epsilon y}{l_0 r_0} + \frac{\dot{\psi}}{V} + \frac{1}{R_0} \quad (2.53)$$

2.5.7 แรงจากน้ำหนัก และแรงต้านจากการเคลื่อนที่

เมื่อแกนล้อยเคลื่อนตำแหน่งด้วยระยะทางตามแนวขวางวางเป็นระยะ x ที่มีค่าน้อย ตามรูปที่ 2.17 แรงปฏิกิริยาตั้งฉากระหว่างรางและล้อยแต่ละล้อยจะเปลี่ยนทิศตามการเคลื่อนที่ของล้อย ซึ่งแรงที่มีค่ามากประมาณเท่ากับครึ่งหนึ่งของภาระทั้งหมดของแต่ละข้าง การเปลี่ยนแปลงทิศทางเพียงเล็กน้อยมีความสำคัญต่อแรงกระทำในแนวตามขวางบนชุดล้อย เพื่อความสะดวกในการกล่าวถึง พจน์ของความต้านทานในแนวตามขวางจะใช้ด้วยสัญลักษณ์ k_g แรงที่มาจากแรงโน้มถ่วงกระทำต่อแกนล้อย เมื่อเกิดการเปลี่ยนแปลงตำแหน่งในแนวตามขวาง x มีค่าเท่ากับ $k_g x$ เมื่อ k_g มีค่าเป็นฟังก์ชันภาระของแกนและโพรไฟล์ของล้อยและราง

เช่นเดียวกับกับแรงคู่ควบที่กระทำต่อแกนล้อย เมื่อมีการเปลี่ยนแปลงตำแหน่ง ของมุมหันเห θ สามารถแทนด้วย $c_g \theta$ เมื่อ c_g คือ แรงทั้งหมดในการต้านมุมหันเหของแกนล้อยและราง และแรงต้านมุมหันเหยังเป็นฟังก์ชันภาระของแกนและรูปทรงเรขาคณิตการสัมผัสของล้อยและรางอีกด้วย และเพื่อความสะดวกในการคำนวณจะให้แรงจากแรงโน้มถ่วงมีค่าเป็นลบ ในการเปลี่ยนแปลงตำแหน่งของล้อย แล้วใช้ c_g ในการแทนเป็นค่าบวก ดังนั้นแรงคู่ควบ $c_g \theta$ จะมีการเพิ่มขึ้นในเทอมของ θ



รูปที่ 2.17 แรงโน้มถ่วงที่เนื่องมาจากการเคลื่อนที่ของล้อ

โดยในแต่ละล้อสามารถเคลื่อนตำแหน่งแนวขวางและมีการหันเหการเทียบกับตัวรถ โดยสปริงในแนวตามขวางของแต่ละแกนล้อ ที่ส่งผ่านไปที่ตัวรถไฟสามารถแทนด้วยสัญลักษณ์ k และตัวหน่วงทั้งหมดจะใช้สัญลักษณ์ c ซึ่งในแต่ละชุดล้อสามารถเคลื่อนตำแหน่งในแนวตามยาวได้อีกด้วย แต่การพิจารณากรณีนี้ไม่ได้คำนึงถึงการเคลื่อนตำแหน่งตามยาว จึงไม่จำเป็นต้องมีตัวแปรค่าความต้านทานในแนวตามยาว

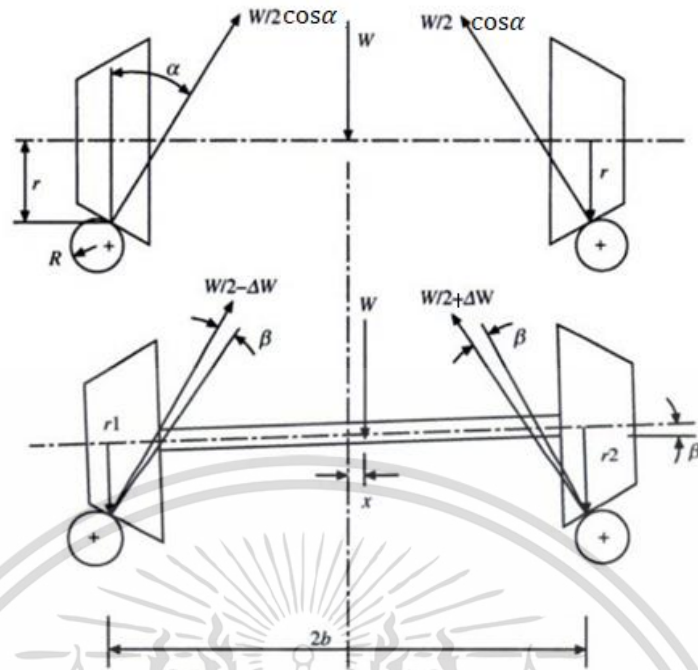
ขณะที่แกนล้อเคลื่อนที่ในแนวตามขวาง ตามรูป 2.18 ค่ามุมการโคลง (roll angle) มีค่าน้อยมากจะได้ค่ามุม β ดังนี้

$$\beta = \frac{\alpha(x+\beta r)}{b} \quad (2.54)$$

หรือ

$$\beta = \frac{\alpha x}{b-\alpha r} \quad (2.54-1)$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



รูปที่ 2.18 ค่ามุม β เมื่อแกนข้อมีการเปลี่ยนตำแหน่ง

เมื่อ

α = ค่าความเป็นกรวยของล้อยี่กระทำกับราง

x = ระยะการเปลี่ยนแปลงในแนวตามขวางการเคลื่อนที่ของล้อ

r = ระยะรัศมีของล้อเมื่อล้ออยู่ในภาวะสมดุล

b = ครึ่งหนึ่งของระยะห่างระหว่างล้อ

ขนาดของแรงปฏิกิริยาที่เปลี่ยนแปลงไป คือค่า ΔW ดังนั้นสมการสมดุลสำหรับโมเมนต์

สำหรับภาระ W คือ

$$\left(\frac{W}{2} - \Delta W\right) (b + x + R\beta) = \left(\frac{W}{2} + \Delta W\right) (b - x - R\beta) \quad (2.55)$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ซึ่ง

$$\Delta W = (Wx + WR\beta)/2b \quad (2.56)$$

โดยแทนค่า β ด้วยสมการ xxx จะได้ว่า

$$\Delta W = \frac{Wx}{2b} \left(1 + \frac{R\alpha}{b-\alpha r}\right) \quad (2.57)$$

2.5.8 Wheel/rail contact model แบบจำลองการสัมผัสของล้อและราง

รูปทรงทางเรขาคณิตของล้อและราง รวมถึงวิธีการหาจุดสัมผัสได้ถูกพูดถึงในหัวข้อก่อนหน้าต่อไปเป็นการวิเคราะห์เมื่อล้อและรางเกิดกันสัมผัสกันภายใต้ภาระตั้งฉาก ภาระจะถูกกระจายไปบนพื้นที่เล็กๆของการสัมผัส นั่นหมายถึงตัวแปรของขนาดและรูปร่างของพื้นที่การสัมผัสที่เปลี่ยนแปลงไปเมื่อเกิดการเคลื่อนตำแหน่งในแนวขวางของชุดล้อ เมื่อชุดล้อเคลื่อนตำแหน่งในแนวขวางสามารถหาตำแหน่งการสัมผัสได้ ซึ่งได้กล่าวไว้ในบทก่อนหน้า จากนั้นพิจารณาค่าความเค้นที่กระจายบนจุดสัมผัส จึงจะสามารถวิเคราะห์ขนาดและรูปร่างของพื้นที่การสัมผัสสำหรับกรณีของระบบรถราง ค่าความโค้งในแนวยาวของล้อและรางมีค่าคงที่ แต่ไม่ใช่สำหรับความโค้งในแนวหน้าตัด

วิธีการที่ง่ายต่อการวิเคราะห์ที่เป็นที่นิยมจึงถูกตั้งขึ้น คือการกำหนดสมมติฐานให้ค่าความโค้งในแนวหน้าตัดของล้อและรางตลอดความกว้างของพื้นที่การสัมผัสมีค่าคงที่ และกำหนดให้ล้อและรางมีพื้นที่การสัมผัสเป็นจุด การประมาณค่าเช่นนี้จึงนำไปสู่การวิเคราะห์ด้วยผลเฉลยของ Hertz (Hertz's solution) สำหรับการสัมผัสของวัตถุยืดหยุ่น 2 ชิ้น

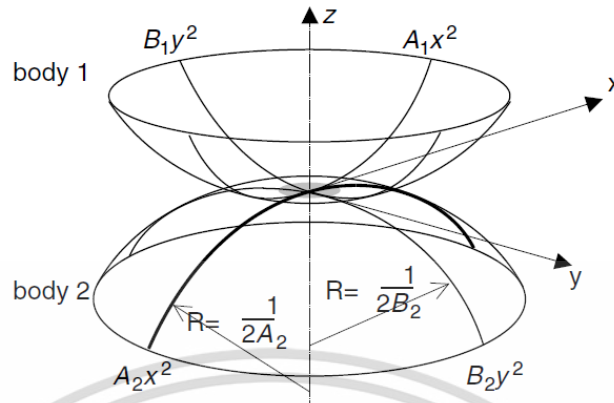
2.5.8.1 Hertzian contact ทฤษฎีการสัมผัสของเฮิร์ตซ์

การวิเคราะห์การกระจายของความเค้นใช้วิธีที่เป็นที่นิยมของเฮิร์ตซ์ สำหรับพื้นผิวโค้ง ที่เป็นกรณีหนึ่งของทฤษฎีการเปลี่ยนรูปแบบยืดหยุ่นภายใต้ภาระแรงกด

ทฤษฎีการสัมผัสของเฮิร์ตซ์ (Hertz contact theory) ได้ทำการศึกษาการสัมผัสของของแข็งยืดหยุ่น โดยได้อธิบายคุณสมบัติการสัมผัสกันของเลนส์ โดยความเค้นสัมผัสของเฮิร์ตซ์ (Hertz stress contact) คือความเค้นที่เกิดจากการสัมผัสระหว่างพื้นผิวโค้งของเลนส์ภายใต้แรงกระทำในแนวตั้งฉาก

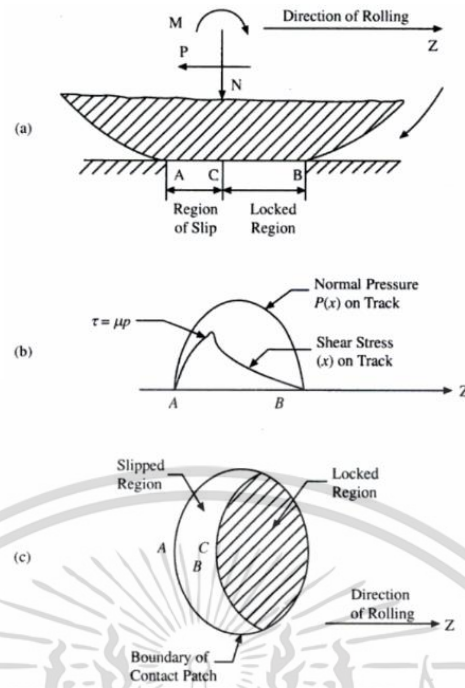
เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

เมื่อวัตถุแข็งเกร็ง 2 ชิ้นถูกกดต้านกันด้วยแรงตั้งฉาก ทำให้เกิดพื้นที่สัมผัสเป็นจุด ณ บริเวณที่วัตถุแข็งเกร็ง 2 ชิ้นสัมผัสกันดังรูปที่ 2.19



รูปที่ 2.19 แบบจำลองการสัมผัสตามทฤษฎีของเฮิร์ตซ์

การวิเคราะห์การกระจายของความเค้นใช้วิธีที่เป็นที่นิยมของเฮิร์ตซ์ สำหรับพื้นผิวโค้ง ที่เป็นกรณีหนึ่งของทฤษฎีการเปลี่ยนรูปแบบยืดหยุ่นภายใต้ภาระแรงกด สำหรับวัตถุสองชิ้นที่สัมผัสกันดังรูป 2.20 การเปลี่ยนรูปในพื้นที่สัมผัส ขอบของพื้นที่สัมผัสต้องมีความต่อเนื่อง และภาระตั้งฉากบริเวณขอบมีค่าเป็นศูนย์ สำหรับการพิจารณาด้วยทฤษฎีของเฮิร์ตซ์ ความดันที่กระจายบนพื้นที่สัมผัสถูกแสดงในพิกัดทรงรีบนพื้นที่สัมผัส เมื่อล้อกลิ้งไปอย่างต่อเนื่องจะสร้างแรงในแนวสัมผัสบนระนาบสัมผัส รวมถึงแรงเฉือนและความเค้นในแนวสัมผัส



รูปที่ 2.20 ล้อและรางเมื่อเกิดการสัมผัส

เนื่องจากการสัมผัสระหว่าง 2 วัตถุ ถูกตั้งสมมติฐานให้เกิดขึ้นบนระนาบ ความดันตั้งฉากที่กระจายจึงเป็นอิสระต่อแรงในแนวสัมผัส เพราะฉะนั้นสำหรับวัสดุใดๆ ขนาดของพื้นที่

ซึ่งทฤษฎีดังกล่าวได้ถูกนำมาประยุกต์ใช้ในการศึกษาการสัมผัสของล้อและรางรถไฟ กล่าวคือ เมื่อล้อกดลงบนรางรถไฟจะส่งผลให้พื้นที่สัมผัสระหว่างล้อและรางรถไฟมีลักษณะเป็นรูปวงรี โดยมีที่ระยะครึ่งของวงรีสัมผัสตามแนวแกนหลัก (Major semi-axes of contact ellipse) คือ a และระยะครึ่งของวงรีสัมผัสตามแนวแกนรอง (Minor semi-axes of contact ellipse) คือ b ซึ่งสามารถคำนวณได้จากสมการต่อไปนี้

$$a = m \left[\frac{3\pi P(K_1 + K_2)}{4K_3} \right]^{\frac{1}{3}} \quad (2.58)$$

$$b = n \left[\frac{3\pi P(K_1 + K_2)}{4K_3} \right]^{\frac{1}{3}} \quad (2.59)$$

โดย P คือ แรงกระทำในแนวตั้งฉากทั้งหมด และ

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$K_1 = \frac{1-v_w^2}{\pi E_w} \quad (2.60)$$

$$K_2 = \frac{1-v_R^2}{\pi E_R} \quad (2.61)$$

$$K_3 = \frac{1}{2} \left[\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_1'} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_2'} \right] \quad (2.62)$$

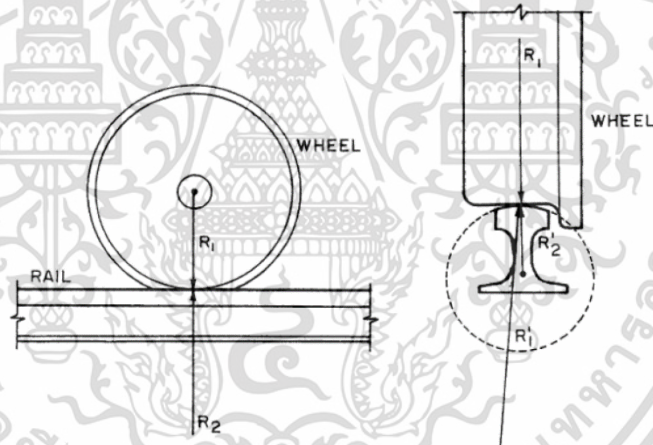
โดย R_1 คือ รัศมีการกลิ้งหลักของล้อ

R_1' คือ รัศมีความโค้งของล้อที่จุดสัมผัสตามแนวขวาง

R_2 คือ รัศมีการกลิ้งหลักของรางรถไฟที่จุดสัมผัส ($R_2 = \infty$)

R_2' คือ รัศมีความโค้งของรางรถไฟที่จุดสัมผัสตามแนวขวาง

ดังแสดงในรูปที่ 2.21



รูปที่ 2.21 รัศมีความโค้งหลักของล้อและรางรถไฟ

นอกจากนี้ v_w , v_R คือ อัตราส่วนพัวของของวัสดุของล้อและรางรถไฟตามลำดับ E_w , E_R คือ ค่าโมดูลัสความยืดหยุ่นของวัสดุของล้อและรางรถไฟตามลำดับทั้งนี้ รัศมีความโค้งของ วัตถุจะมีค่าเป็นบวกถ้าจุดศูนย์กลางของรัศมีความโค้งอยู่ภายในวัตถุ และในสมการ (2.64) ขึ้นอยู่กับอัตราส่วน $\frac{K_4}{K_3}$ โดย K_4 สามารถคำนวณได้จากสมการต่อไปนี้

$$K_4 = \frac{1}{2} \left[\left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_1'} \right)^2 + \left(\frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_2'} \right)^2 + 2 \left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_1'} \right) \left(\frac{1}{R_2} - \frac{1}{R_2'} \right) \cos \psi \right] \quad (2.63)$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

โดยที่ ψ คือมุมระหว่างระนาบหลักซึ่งประกอบด้วยรัศมีความโค้ง $\frac{1}{R_1}$ และ $\frac{1}{R_2}$ สัมประสิทธิ์ m และ n แสดงในตารางที่ 2 ในรูปของ θ ซึ่ง θ สามารถคำนวณได้จากสมการต่อไปนี้

$$\theta = \cos^{-1}\left(\frac{K_4}{K_3}\right) \quad (2.64)$$

$\theta(\text{deg})$	m	n	$\theta(\text{deg})$	m	n	$\theta(\text{deg})$	m	n
0.5	61.40	0.1018	10	6.604	0.3112	60	1.4860	0.7170
1	36.89	0.1314	20	3.813	1.4123	65	1.3780	0.7590
1.5	27.48	0.1522	30	2.731	0.493	70	1.2840	0.8020
2	22.26	0.1691	35	2.397	0.530	75	1.2020	0.8460
3	16.50	0.1964	40	2.136	0.567	80	1.1280	0.8930
4	13.31	0.2188	45	1.926	0.604	85	1.0610	0.9440
6	9.79	0.2552	50	1.754	0.641	90	1.0000	1.0000
8	7.86	0.285	55	1.611	0.678			

ตารางที่ 2.4 แสดงสัมประสิทธิ์ค่า m และ n

ความดันสัมผัสในแนวตั้งฉากที่ตำแหน่งต่างๆ ภายในพื้นที่สัมผัสระหว่างล้อและรางรถไฟ สามารถคำนวณได้จากสมการต่อไปนี้

$$p(x, y) = p_0 \left[1 - \left(\frac{x}{a}\right)^2 - \left(\frac{y}{b}\right)^2 \right]^{\frac{1}{2}} \quad (2.65)$$

$$p_0 = \frac{3P}{2\pi ab} \quad (2.66)$$

โดย $p(x, y)$ คือ ความดันสัมผัสในแนวตั้งฉากที่ตำแหน่งต่างๆ

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

p_0 คือ ความดันสัมผัสในแนวตั้งฉากสูงสุดที่ตำแหน่งกึ่งกลางของพื้นที่สัมผัสระหว่างล้อและรางรถไฟ

การวิเคราะห์การกระจายของความเค้นใช้วิธีที่เป็นที่นิยมของเฮิร์ตซ์ สำหรับพื้นผิวโค้งที่เป็นกรณีหนึ่งของทฤษฎีการเปลี่ยนรูปแบบยืดหยุ่นภายใต้ภาระแรงกด

สำหรับวัตถุสองชิ้นที่สัมผัสกันดังรูป 2.21 การเปลี่ยนรูปในพื้นที่สัมผัส ขอบของพื้นที่สัมผัสต้องมีความต่อเนื่อง และภาระตั้งฉากบริเวณขอบมีค่าเป็นศูนย์ สำหรับการพิจารณาด้วยทฤษฎีของเฮิร์ตซ์ ความดันที่กระจายบนพื้นที่สัมผัสถูกแสดงในพิกัดทรงรีบนพื้นที่สัมผัส เมื่อล้อกลิ้งไปอย่างต่อเนื่องจะสร้างแรงในแนวสัมผัสบนระนาบสัมผัส รวมถึงแรงเฉือนและความเค้นในแนวสัมผัส

เนื่องจากการสัมผัสระหว่าง 2 วัตถุ ถูกตั้งสมมติฐานให้เกิดขึ้นบนระนาบ ความดันตั้งฉากที่กระจายจึงเป็นอิสระต่อแรงในแนวสัมผัส เพราะฉะนั้นสำหรับวัสดุใดๆ ขนาดของพื้นที่

2.5.8.2 Non-Hertzian contact

ล้อและรางในความเป็นจริงมีค่าความโค้งมีค่าที่หลากหลายกระจายไปตามหน้ากว้างของบริเวณสัมผัส ซึ่งจะเห็นได้ชัดเจนจากล้อและรางที่มีการสึกหรอ ณ บริเวณที่การสัมผัสเกิดขึ้น ส่วนใหญ่คือหน้าล้อค่อนข้างแบนไปทางข้างใน และมุมหัวรางส่วนที่มีการปะทะ ในกรณีเช่นนี้สามารถพิจารณาถึงการเปลี่ยนแปลงของค่าความโค้งตลอดหน้าตัดของบริเวณการสัมผัส และไม่สามารถตั้งสมมติฐานให้เป็นค่าคงที่

ด้วยเงื่อนไขข้อจำกัดนี้ เราคาดคิดของการพื้นที่การสัมผัสจะเป็นอิสระต่อครีพและมีความซับซ้อนมากกว่าการสัมผัสแบบเฮิร์ตซ์ กระบวนการวิเคราะห์ที่เรคาดคิดของการสัมผัสรวมถึงแรงครีพ (Creep force) สำหรับการสัมผัสที่ไม่ใช่เฮิร์ตซ์จึงถูกสร้างขึ้น โดย Paul และ Kalker ซึ่งไม่สามารถคำนวณโดยโปรแกรมทั่วไปสำหรับการจำลองพลศาสตร์ของยานยนต์ในระบบราง

2.5.9 Creep Force model แบบจำลองแรง creep force เชิงเส้นของ kalker

Linear Kalker

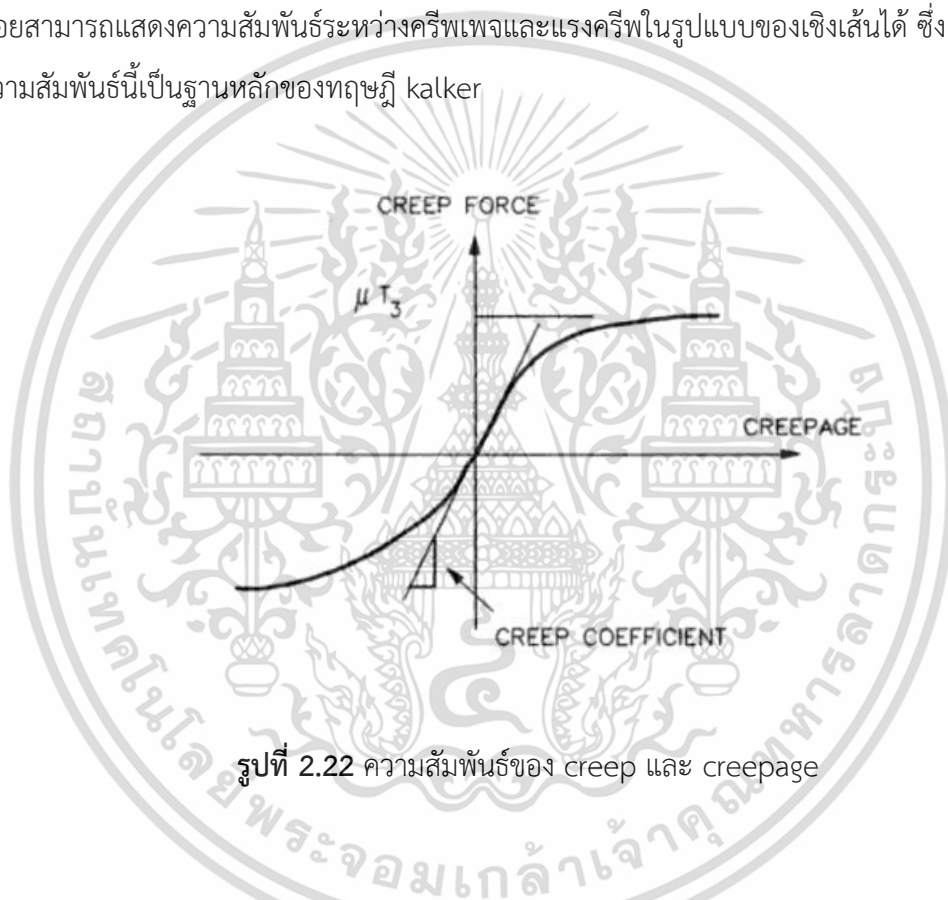
แรงในแนวสัมผัสของล้อและรางถูกสร้างขึ้นเป็นผลมาจากครีพเพจ ระหว่าง 2 วัตถุ เมื่อล้อกลิ้งไปและเกิดครีพเพจ ในแนวตามยาว ตามขวางและครีพเพจการหมุน ความเค้นเฉือนในแนวสัมผัสถูกสร้างขึ้นบนระนาบสัมผัส ภายใต้การเกิดการกลิ้ง วัตถุ 2 ชิ้นยึดติดกันไปตลอดพื้นที่การสัมผัสเมื่อเกิดการกลิ้งโดยไม่มีการไถล การไถลที่เกิดขึ้นจากการสัมผัสจะเกิดขึ้นในบริเวณพื้นที่สัมผัสที่

นอกเหนือจากบริเวณที่ 2 วัตถุยึดติดกันไป ดังแสดงในรูป 2.20

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ผลของการแบ่งแยกการเกิดพื้นที่ที่มีการยึดติดและพื้นที่การไถล จึงเกิดการกระจายค่าความเค้นเฉือน ตลอดพื้นที่ รูปแบบการกระจายดังแสดงในรูปที่ 2.20 นอกเหนือจากนี้ ครีพเพจ การหมุน เป็นค่าที่มีความซับซ้อนที่มีผลต่อการกระจายความเค้นเฉือน และการเปลี่ยนแปลงของ รูปร่างของ บริเวณของการยึดติดและบริเวณไถล

ในการที่จะวิเคราะห์ความสัมพันธ์ของแรงครีพและครีพเพจ มีความจำเป็นที่จะต้องคำนวณ บริเวณการเกิดการยึดติดและบริเวณการเกิดการไถลและผลลัพธ์การกระจายค่าความเค้นเฉือน รูปแบบทั่วไปของ ความสัมพันธ์นี้ไม่เป็นเชิงเส้นดังแสดงในรูปที่ 2.22 อย่างไรก็ตาม ครีพเพจที่มีค่าน้อยสามารถแสดงความสัมพันธ์ระหว่างครีพเพจและแรงครีพในรูปแบบของเชิงเส้นได้ ซึ่ง ความสัมพันธ์นี้เป็นฐานหลักของทฤษฎี kalker



รูปที่ 2.22 ความสัมพันธ์ของ creep และ creepage

ทฤษฎีความเป็นเชิงเส้นของกัลป์เกอร์ได้แสดงความสัมพันธ์เป็นฟังก์ชัน ดังนี้

$$F_x = -f_{11}\xi_1 \quad (2.67)$$

$$F_y = -f_{22}\xi_2 - f_{23}\omega_3 \quad (2.68)$$

โดย F_x, F_y คือแรงครีพแนวตามยาวและตามขวาง ตามลำดับ

ξ_1, ξ_2, ω_3 คือครีพเพจ ในแนวตามยาว ตามขวาง และครีพเพจการหมุน

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

f_{11}, f_{22}, f_{23} คือค่าคงที่ของครีฟ โดยสมการข้างต้นนี้ไม่ได้คำนึงถึงพจน์ของโมเมนต์ที่มีผลต่อการหันเหของแกนล้อ ซึ่งสามารถใช้ได้จริงสำหรับการใช้ในสถานการณ์จริง

2.5.9.1 เชิงเส้นของการสัมผัสหนึ่งจุด

ครีฟเชิงเส้นของล้อและรางในระนาบการสัมผัสสามารถวิเคราะห์ได้ด้วยการวิเคราะห์จากเชิงเส้นครีฟเพจ สมการ 2.50-2.53 และแรงครีฟเชิงเส้น สมการ 2.67-2.68 จึงได้สมการความสัมพันธ์ใหม่คือ

$$F_{xr} = -f_{11} \left(-\frac{\lambda y}{r_0} - l_0 \left(\frac{\dot{\psi}}{V} + \frac{l}{R_0} \right) \right) \quad (2.69)$$

$$F_{xl} = -f_{11} \left(\frac{\lambda y}{r_0} + l_0 \left(\frac{\dot{\psi}}{V} + \frac{l}{R_0} \right) \right) \quad (2.70)$$

$$F_{yl}, F_{yr} = f_{22} \left(\frac{\dot{y}}{V} - \psi \right) - f_{23} \left(\frac{\epsilon y}{l_0 r_0} + \frac{\dot{\psi}}{V} + \frac{l}{R_0} \right) \quad (2.71)$$

ซึ่งความสัมพันธ์เชิงเส้นได้ถูกศึกษาเพิ่มเติมโดย Wickens จนได้ความสัมพันธ์ใหม่ดังนี้

$$\begin{aligned} F_x &= -f_{33} \xi_x \\ &= -2f_{33} \left(\frac{\lambda a}{r_0} x + \frac{a^2 \dot{\theta}}{V} \right) + W l \theta \delta_0 \end{aligned} \quad (2.72)$$

โดยค่าครีฟเพจตามยาวคือ $\left(\frac{\lambda a}{r_0} x + \frac{a^2 \dot{\theta}}{V} \right)$

$$\begin{aligned} F_y &= -f_{11} \xi_y - f_{12} \xi_{sp} \\ &= -2f_{11} \left(\frac{\dot{x}}{V} + \theta \right) + 2f_{12} / r_0 \left(\frac{\dot{\theta}}{V} - \Delta_2(x) \right) - \frac{W}{l} (\zeta \delta_0 + \epsilon) x \end{aligned} \quad (2.73)$$

2.5.9.1.1 ผลเฉลยของการสัมผัส 2 มิติ

ผลเฉลยของเฮิร์ตซ์ได้รับการยอมรับอย่างแพร่หลาย แต่ยังมีอีกผลเฉลยในทฤษฎีของคาร์เทอร์[13] ที่ให้ผลเฉลยการสัมผัสของวัตถุที่ทำให้เกิดค่า slip และ stick รวมอยู่ด้วย ในทฤษฎีของกลศาสตร์ของการสัมผัสมักถูกอ้างถึงการสัมผัสใน 2 มิติ หรือ 3 มิติ ปัญหาของการสัมผัส 3 มิติ

คือคำนึงถึงมิติของวัตถุจริง ในทางตรงกันข้ามปัญหาการสัมผัสแบบ 2 มิติ ปัญหาถูกมองเหลือเพียง 1 เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สวอนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่นิยามให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

องศาเสรี ทำให้การสัมผัสของวัตถุมีรูปแบบเฉพาะตัวสำหรับหน้าตัด ซึ่งคงที่ในทิศทางตั้งฉากกับทิศทางการเคลื่อนที่ การวิเคราะห์ที่เป็นที่นิยมสำหรับปัญหา 2 มิติคือ การมองเป็นทรงกระบอกความยาวเป็นอนันต์สองชิ้นสัมผัสกัน โดยชิ้นหนึ่งมีการกลิ้งไปบนอีกชิ้นหนึ่ง โดยจะละเว้นการพูดถึงการสัมผัสใน 1 มิติซึ่งไม่สอดคล้องกับความเป็นจริงทางกายภาพ สำหรับกรณี 2 และ 3 มิติจึงมีความเป็นไปได้ที่จะสามารถวิเคราะห์ปัญหาของการสัมผัส

2.5.9.2 ผลเฉลยของคาร์เทอร์ The Carter Solution

เมื่อทรงกระบอก 2 ชิ้น กัดกันภายใต้ภาระตั้งฉาก เมื่อเพิ่มทอร์กในแนวแกนให้กับทรงกระบอกหนึ่ง เนื่องด้วยแรงเสียดทานบนบริเวณหน้าการสัมผัส แรงในแนวสัมผัสจะถูกส่งผ่านระหว่างทรงกระบอก 2 ชิ้น ทำให้ทรงกระบอกหนึ่งมีการกลิ้งไปบนทรงกระบอกอีกอันหนึ่ง กำหนดให้ความเร็วสัมผัสของทรงกระบอก 2 ชิ้นไม่เป็นศูนย์ ดังนั้น

$$\xi = \frac{1}{V_m} (\omega_1 R_1 - \omega_2 R_2) \quad (2.74)$$

โดยที่ ω_1 และ ω_2 คือความเร็วเชิงมุมของทรงกระบอก และ V_m คือความเร็วเฉลี่ย

$$V_m = \frac{1}{2} |\omega_1 R_1 + \omega_2 R_2| \quad (2.75)$$

จากข้อจำกัดทางจลศาสตร์ทำให้ได้ความสัมพันธ์ระหว่างการไกล $s(x, t)$ และอนุพันธ์ของการเคลื่อนที่ตำแหน่งในแนวขวาง $u_x(x, t)$

$$s(x, t) = \xi(t) + \frac{\partial u_x(x, t)}{\partial x} - \frac{1}{V_m} \frac{\partial u_x(x, t)}{\partial t} \quad (2.76)$$

โดยสมการที่กำหนดขึ้นข้างต้นแสดงให้เห็นถึงความสัมพันธ์ระหว่างการกระจายของความเค้นในแนวสัมผัสและการเคลื่อนที่ตำแหน่งในแนวสัมผัสของวัสดุในบริเวณพื้นที่การสัมผัส

$$u_x(x, t) = -\frac{4(1-\nu^2)}{\pi E} \int_{-a_0}^{a_0} q(\zeta) - \ln(x - \zeta) d\zeta + C_2(t) \quad (2.77)$$

การสมการความสัมพันธ์ข้างต้นของปัญหาการสัมผัสในแนวตั้งฉาก $C_2(t)$ มีค่าขึ้นอยู่กับ การเลือกระดับอ้างอิงของระยะการเคลื่อน หมายความว่า $\partial x(x, t)/t$ สามารถหาค่าได้เฉพาะจาก ฟังก์ชันไม่ทราบค่า และเป็นไปไม่ได้ที่จะแก้ปัญหาการสัมผัส 2 มิติสำหรับกรณีที่ไม่ใช่สภาวะคงตัว

คาร์เทอร์พบว่า การกระจายของความเค้นแนวสัมผัสสามารถคำนวณได้จากการรวมกันของ วงรี 2 วง พิกัดใหม่ซึ่งแปลงมาจากพิกัดเดิม ถูกกำหนดดังนี้

$$x^* = x + a_0 - a_0^* \quad (2.78)$$

โดยวงรีหนึ่งมีศูนย์กลางที่ตำแหน่ง $O(x)$ และอีกวงหนึ่งมีตำแหน่งศูนย์กลางที่ $O(x^*)$ ดังแสดงในรูป



รูปที่ 2.23 ผลเฉลยของ carter สำหรับปัญหาปัญหาการสัมผัส 2 มิติในแนวสัมผัส

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

และการกระจายของความเค้นแนวสัมผัส $q(x)$ เป็นดังนี้

$$q(x) = q_1(x) + q_2(x^*) \quad (2.79)$$

$$q_1(x) = \begin{cases} \frac{\mu p_0}{a_0} \sqrt{a_0^2 - x^2} & , -a_0 < x < a_0 \\ 0 & , \text{otherwise} \end{cases}$$

$$q_1(x^*) = \begin{cases} -\frac{\mu p_0}{a_0} \sqrt{a_0^{*2} - x^{*2}} & , -a_0 < x < a_0 \\ 0 & , \text{otherwise} \end{cases} \quad (2.80)$$

โดยที่ขนาดของ a_0^* ขึ้นอยู่กับขนาดของความยาวการสัมผัสและขนาดของครีฟเพจเมื่อรวมค่าความเค้นแนวสัมผัสที่กระจายตลอดบริเวณพื้นที่การสัมผัสจึงทำให้ทราบค่าแรงในแรงสัมผัส และได้ฟังก์ชันของครีฟเพจ และแรงแนวสัมผัสของ a_0^* คือ

$$\xi_0 = \frac{\mu}{R} (a_0^* - a_0) \quad (2.81)$$

$$T_0 = \frac{\mu N}{a_0^2} (a_0^2 - a_0^{*2}) \quad (2.82)$$

สมการข้างบนนี้ใช้ได้เฉพาะในกรณีที่ $a_0^* \leq a_0$ ซึ่งคือจุดครีฟเพจวิกฤต

$$\xi_c = -\frac{\mu a_0}{R} \quad (2.83)$$

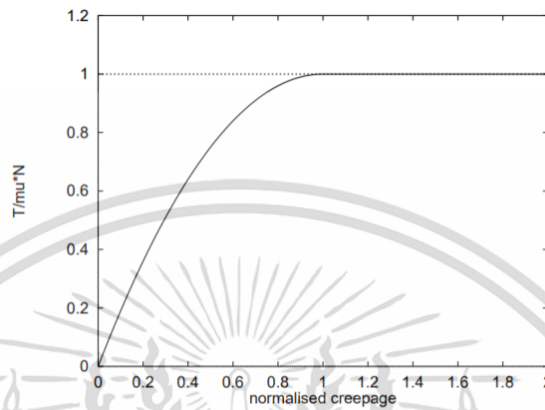
ซึ่งแรงแนวสัมผัสข้างต้นคือ ค่าเดียวกันกับ $T = \mu N$ กล่าวคือ แรงแนวสัมผัสมีค่าเท่ากับแรงใน แนวสัมผัสตามกฎแรงเสียดทานของคูลอมบ์(Coulomb) ดังนั้นแล้วกรณีที่ $|\xi_0| \geq |\xi_c|$ หมายถึงการ เกิดการไถลตลอดบริเวณการสัมผัส

วิธียอดเยี่ยมวิธีหนึ่งสำหรับการวิเคราะห์ปัญหาการสัมผัสในแนวสัมผัสคือการใช้เส้นโค้ง ครีฟ โดยแรงแนวสัมผัสถูกลองจุดเป็นฟังก์ชันของครีฟเพจ เส้นโค้งของครีฟเพจ สำหรับผลเฉลยคาร์เทอร์

ถูกแสดงในรูปที่ 2.24

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

จากรูปจะเห็นว่าเมื่อขนาดของครีพเพจ มีค่าน้อย แรงแนวสัมผัสจะมีค่าน้อยกว่าค่าคูลอมบ์ μN ในทางตรงกันข้ามครีพเพจ ที่มีค่ามากถึงค่าหนึ่ง ณ ขอบเขตที่เกิดพื้นที่ไถลทั้งหมด และมีขนาดเท่ากับแรงแนวสัมผัสตามค่าของคูลอมบ์



รูปที่ 2.24 เส้นโค้งครีพของผลเฉลยคาร์เทอร์

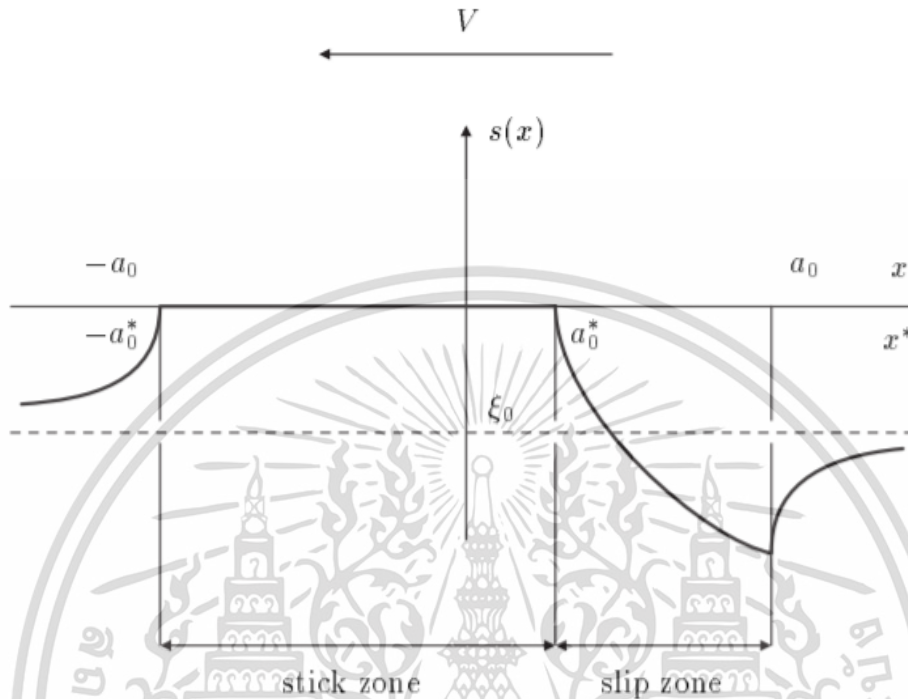
เมื่อค่าการกระจายความเค้นแนวสัมผัสบวกกับข้อจำกัดทางจลนศาสตร์ จึงได้ค่าความเร็ว เฉพาะที่บนวัตถุ

$$s(x) = \begin{cases} \frac{-\mu}{R} (\sqrt{x^2 - a_0^2} - \sqrt{x^{*2} - a_0^{*2}}) & , \quad x \leq -a_0 \\ 0 & , \quad -a_0 < x < 2a_0^* - a_0 \\ \frac{-\mu}{R} \sqrt{x^{*2} - a_0^{*2}} & , \quad 2a_0^* - a_0 \leq x < a_0 \\ \frac{\mu}{R} (\sqrt{x^2 - a_0^2} - \sqrt{x^{*2} - a_0^{*2}}) & , \quad a_0 \leq x \end{cases} \quad (2.84)$$

ซึ่งสามารถบอกเป็นนัยได้ว่าบริเวณพื้นที่การสัมผัสถูกแบ่งเป็นบริเวณยึดติดที่มีความยาว $2a_0^*$ ที่ขอบหน้า และบริเวณไถลที่ขอบหลังขอบบริเวณการสัมผัส (รูปที่ 2.24)

$$S_{stick} = \{x \in S | -a_0 < x < 2a_0^* - a_0\} \quad (2.85)$$

$$S_{slip} = \{x \in S | 2a_0^* - a_0 \leq x < a_0\} \quad (2.86)$$



รูปที่ 2.25 ความเร็วสัมพัทธ์เฉพาะที่ของผลเฉลยคาร์เทอร์

สามารถทราบได้อีกว่า

$$\lim_{x \rightarrow \pm\infty} s(x) = \xi_0 \quad (2.87)$$

ซึ่งกล่าวได้ว่าค่าความเร็วสัมพัทธ์เฉพาะที่บนทรงกระบอก ณ จุดที่ห่างไกลจากบริเวณการสัมผัสมีค่าเท่ากับค่าความเร็วสัมพัทธ์โดยรวมนอกจากนี้ยังแสดงให้เห็นว่าขนาดของครีฟเพจขึ้นอยู่กับตำแหน่งของวงรีวงเล็ก (วงรีของการสัมผัสแบบยึดติด) และแรงในแนวสัมผัสสัมพันธ์กับขนาดของวงรีเล็ก ซึ่งบอกได้โดยนัยว่าไม่มีความสัมพันธ์กันระหว่าง ครีฟเพจและแรงในแนวสัมผัส ไม่ว่าจะวงรีวงเล็กที่ตำแหน่งและขนาดใดก็ตามจะเป็นไปตามสมการของปัญหาการสัมผัสราบใดที่วงรีวงเล็กอยู่ในขอบเขตของวงรีใหญ่

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

2.5.9.3 ทฤษฎีเส้นแถบของ contact patch

แนวคิดของการใช้วิธีการสองมิติในการแก้ไขปัญหาลักษณะสามมิติถูกคิดค้นโดย Haines และ Ollerton[13] ในปี 1963 สำหรับกรณีของพื้นที่การสัมผัสเป็นรูปวงรีที่เกิดจากแรงจุดในแนวตามยาว โดยแบ่งพื้นที่การสัมผัสออกเป็นแถบขนาดแคบ ขนานกับทิศทางการหมุน โดย Haines และ Ollerton อธิบายไว้ว่าแต่ละแถบจะมีการกระจายความเค้นเท่ากับผลเฉลยจากทฤษฎีคาร์เทอร์

ให้พื้นที่การสัมผัสรูปวงรีมีขนาดแกนเอกเท่ากับ a_0 ขนาดแกนโทเท่ากับ b_0 และมีการกระจายค่าความดันตั้งฉากตามทฤษฎีเฮิร์ต คือ

$$p(x, y) = p_0 \sqrt{1 - \left(\frac{x}{a_0}\right)^2 - \left(\frac{y}{b_0}\right)^2} \quad (2.88)$$

ค่าความยาวของแถบการสัมผัสมีตำแหน่ง ในแนวตามขวางที่ $y = y_0$ มีค่าเท่ากับ $2a(y_0)$ โดย $a(y) = a_0 \sqrt{1 - \left(\frac{y}{b_0}\right)^2}$ ด้วยนิยามนี้ ผลเฉลยคาร์เทอร์สำหรับแถบการสัมผัสเป็นดังนี้

$$q(x, y) = \mu p(x, y) - q_2(x, y) \quad (2.89)$$

$$q_1(x, y) = \frac{\mu p_0}{a_0} \sqrt{[a(y)]^2 - x^2} \quad (2.90)$$

$$q_2(x, y) = \frac{\mu p_0}{a_0} \sqrt{[a^*(y)]^2 - x^{*2}} \quad (2.91)$$

โดย $x^* = [x - a(y) + a^*(y)]$ และ $a^*(y)$ คือครึ่งหนึ่งของระยะพื้นที่การสัมผัสยึดติด ตามรูป 2.26 เมื่อประกอบสมการของแนวคิดเส้นแถบกับสมการสำหรับการสัมผัสแบบ 2 มิติ ได้ผลลัพธ์ดังนี้

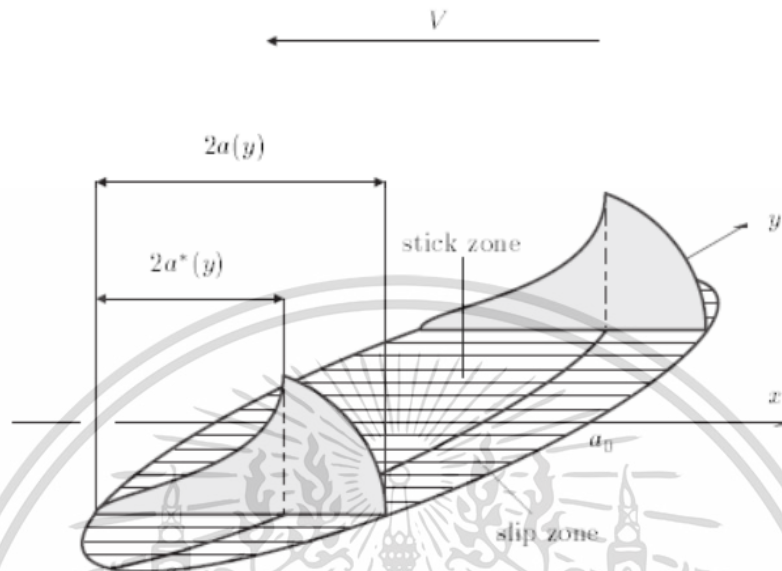
$$\frac{\partial u_x(u, y)}{\partial x} = \frac{4(1-\nu^2)}{\pi E} \frac{\mu p_0}{a} [a(y) - a^*(y)] \quad (2.92)$$

และเมื่อนำไปแทนค่าในสมการข้อจำกัดจลนศาสตร์ ได้ความสัมพันธ์ระหว่าง $a^*(y)$ และค

รีฟเพจ

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$a^*(y) = a_0 \left(\frac{E}{4(1-\nu^2)\mu p_0} \xi_x + \sqrt{1 - \left(\frac{y}{b_0}\right)^2} \right) \quad (2.93)$$



รูปที่ 2.26 พื้นฐานแนวคิดของทฤษฎีเส้นแถบ

ถ้าเกิดการการไหลแบบสมบูรณ์ในแถบ ค่า $a^*(y) = 0$ สามารถบอกได้โดยนัยว่าบริเวณที่เป็นส่วนยึดติด ซึ่งมีความสมมาตรรอบแกน x มีขอบเขตค่า y อยู่ระหว่าง $-b^*$ ถึง b^*

$$b^* = b_0 \sqrt{1 - \xi_x^2} \quad (2.94)$$

$$\xi_x = \frac{E}{4(1-\nu^2)\mu p_0} \xi_x \quad (2.95)$$

นิยามข้างต้นสามารถบอกได้ว่าการเกิดการไหลแบบสมบูรณ์ตลอดพื้นที่การสัมผัสเกิดขึ้นเมื่อ $\xi_x = -1$ เมื่อ $a^*(y)$ ถูกนิยาม การกระจายความเค้นแนวสัมผัสจากสมการ 2.79-2.80 ปริพันธ์การกระจายความเค้นตลอดพื้นที่การสัมผัส แรงในแนวสัมผัสเป็นดังนี้

$$T_x = \mu N - \int_{-b^*}^{b^*} \int_{-a^*}^{a^*} \frac{\mu p_0}{a_0} \sqrt{[(a^*(y))]^2 - x^{*2}} dx^* dy \quad (2.96)$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ซึ่งมีค่าเท่ากับ

$$T_x = \mu N \left[1 - \left(1 + \frac{1}{2} \bar{\xi}_x^2 \right) \sqrt{1 - \bar{\xi}_x^2} - \frac{3}{2} \bar{\xi}_x \arcsin \left(\sqrt{1 - \bar{\xi}_x^2} \right) \right] \quad (2.97)$$

เมื่อ $-1 \leq \bar{\xi}_x \leq 0$ ถ้า $\bar{\xi}_x < -1$ จะเกิดการไถอย่างสมบูรณ์ และ แรงแนวสัมผัสจะเท่ากับ กฎของคูลอมบ์ จาก $T_x = \mu N$ เมื่อสามารถหาค่าการกระจายความเค้น บวกกับความสัมพันธระหว่าง แรงแนวสัมผัสและครีพเพจ ทำให้สามารถแก้ปัญหาการสัมผัส 3 มิติได้ ในกรณีที่มีเฉพาะแรงจุดใน แนวตามยาว

2.6 การสึกหรอ (Wear)

การสึกหรอของวัสดุของล้อและรางเกิดจากการเสียดสีของผิวสัมผัส อัตราการสึกหรอจะ เพิ่มขึ้นเรื่อยๆตามระยะเวลาของการสัมผัส ซึ่งมีตัวประกอบอื่นๆ ที่ต้องพิจารณาอีกมากมาย เช่น ลักษณะของผิวสัมผัส อุณหภูมิ สัมประสิทธิ์ความเสียดทานของวัสดุ ความแข็ง ความเปราะและอื่นๆ

ในหัวข้อนี้จะอธิบายถึงการสึกหรอที่เกิดขึ้นบนล้อและราง และวิธีการทำนายการสึกหรอที่เกิดขึ้น ตำแหน่งของการเกิดการสึกหรอจะขึ้นอยู่กับตำแหน่งของการสัมผัส ประมาณการสึกหรอจะมี ค่าน้อยเมื่อพาหนะเคลื่อนที่บนรางทางตรงซึ่งการกลิ้งบนรางตรงจะเกิดการไถลน้อย

ในการเกิดการสึกหรอมีกลไกหลายอย่างเกิดขึ้นและมีการสึกหรอหลายประเภทสำหรับการ สัมผัสของล้อและราง ตัวอย่างกลไกการเกิดการสึกหรอจะกล่าวถึงดังต่อไปนี้

การสึกหรอจากการออกซิเดทีฟ (Oxidative wear) เกิดขึ้นภายใต้เงื่อนไขการสัมผัสที่ไม่ รุนแรง เมื่อแรงและความเร็วการไถลมีค่าน้อยจากอิทธิพลของน้ำ ออกซิเจน ออกไซด์ จากพื้นผิวจะ ทำให้พื้นผิวเกิดการแตกในการสัมผัสของล้อและราง

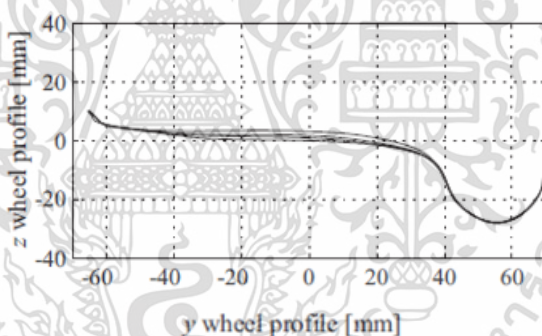
การสึกหรอติดแน่น (Adhesive wear) เกิดขึ้นเมื่อแรงยึดติดในการสัมผัสไถลมีค่าสูง ทำให้ เศษวัสดุเกิดการหลุดลอกออกจากหน้าสัมผัสหนึ่งไปติดกับอีกหน้าสัมผัสหนึ่ง อย่างไรก็ตามหน้าพื้นผิว ยังคงดูราบเรียบเมื่อเกิดการสึกหรอแบบยึดติด

การสึกหรอแบบถลอก (Abrasive wear) เกิดขึ้นเมื่อพื้นผิวที่แข็งเฉือนวัสดุออกจากพื้นผิวที่ อ่อนกว่า โดยทั่วไปพื้นผิวจะดูหยาบเมื่อเกิดการสึกหรอแบบถลอก

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

การสึกหรอจากการล้า (Fatigue wear) เกิดขึ้นจากการรับภาระซ้ำไปมา จนเกิดการแตกเกิดขึ้นที่พื้นผิวและใต้พื้นผิว รอยแตกจะแผ่ขยายหลังจากเกิดการแตกที่พื้นผิว จะเกิดการแข่งการเกิดขึ้นระหว่างการสึกหรอและความล้า เมื่ออัตราการสึกหรอมีค่าสูง ความล้าจะไม่สามารถเกิดการแผ่ขยายออก ปรากฏการณ์นี้สามารถพบเจอได้จากรางที่มีค่าความแข็งของวัสดุสูง เนื่องจากรางที่มีค่าความแข็งของวัสดุสูง ปริมาณของการสึกหรอที่แน่นอนและการสึกหรอแบบบดลอกจากมีค่าน้อยลง เป็นผลให้เกิดความล้ามากขึ้น

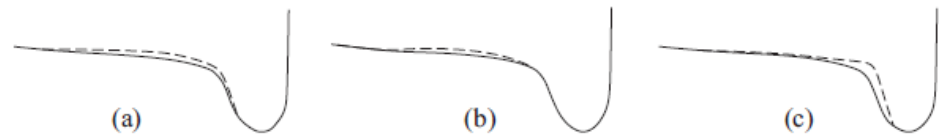
สาเหตุหลักของความสำเร็จเรื่องการสึกหรอคือความปลอดภัยต่อการเกิดอุบัติเหตุรถไฟตก ราง เมื่อรูปร่างของโพรไฟล์ล้อและรางเปลี่ยนแปลงเนื่องจากการสึกหรอ รถไฟสามารถตกได้ง่ายขึ้น อีกปัจจัยหนึ่งคือรูปร่างของโพรไฟล์มีผลต่อพฤติกรรมทางพลศาสตร์ของรถไฟ ซึ่งส่งผลต่อความปลอดภัยและความสบายในการโดยสาร นอกจากนี้รูปร่างของโพรไฟล์ยังมีผลต่อแรงที่เกิดขึ้นบนล้อและรางที่ทำให้เกิดความเสียหายต่อล้อหรือราง



รูปที่ 2.27 การสึกหรอบนล้อ

การสึกหรอของล้อ

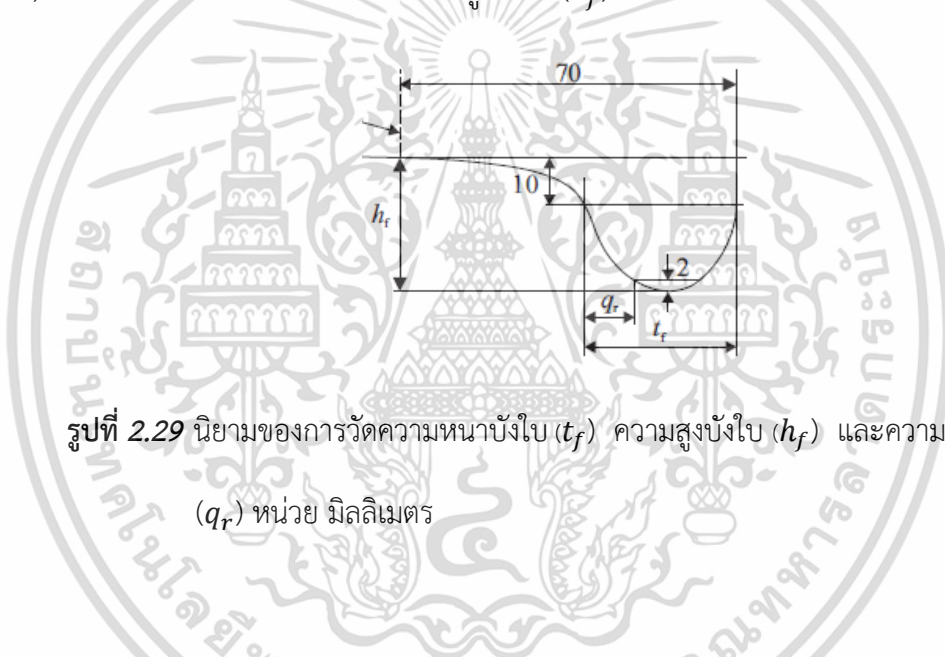
ตำแหน่งของการเกิดการสึกหรอสูงที่สุดในโพรไฟล์ขึ้นอยู่กับประเภทของระบบราง การสึกหรอบนบังใบล้อจะมีค่าสูงที่สุดเมื่อวิ่งบนระบบรางที่มีโค้งแคบเยอะ ยิ่งโค้งมีรัศมีความโค้งน้อยยิ่งทำให้เกิดการสึกหรอมาก เมื่อระบบรางมีทางตรงมากโพรไฟล์ล้อจะเกิดการสึกหรอบนหน้าล้อ ดังรูป 2.28 หากการสึกหรอบนหน้าล้อมีค่าสูงจะทำให้เกิดรอยเว้า ซึ่งอาจก่อให้เกิดความไม่เสถียร ของรถไฟ โดยสามารถลดการสึกหรอได้ด้วยการหล่อลื่น



รูปที่ 2.28 (a) การสึกหรอบนหน้าล้อและบังใบเท่ากัน (b) การสึกหรอบนหน้าล้อเป็นส่วน
ใหญ่ (c) การสึกหรอบนบังใบเป็นส่วนใหญ่

ภายใต้สภาวะที่ไม่มีการหล่อลื่นโดยปกติการสึกหรอจะมีค่าสูง แต่ค่าสัมประสิทธิ์การเสียดทานที่สูงจะทำให้เกิดการบังคับเลี้ยวที่ดีกว่า ซึ่งทำให้เกิดการสึกหรอน้อยกว่า

การสึกหรอบนบังใบทำให้ความหนาของบังใบลดลง (t_f) ความเอียงของบังใบมากขึ้น (q_r ลดลง) และการสึกหรอบนหน้าล้อส่งผลความสูงบังใบ (h_f)



รูปที่ 2.29 นิยามของการวัดความหนาบังใบ (t_f) ความสูงบังใบ (h_f) และความเอียงบังใบ (q_r) หน่วย มิลลิเมตร

2.6.1 แบบจำลองการทำนายการสึกหรอ

แบบจำลองการสึกหรอสามารถแบ่งได้เป็น 2 กระบวนการหลัก คือแบบจำลองของงานจากแรงเสียดทาน ซึ่งเกี่ยวข้องกับงานที่กระทำในการสัมผัส และแบบจำลองการไกลซึ่งคิดค้นโดยอาร์ชาร์ด(Archard) ซึ่งเกี่ยวข้องกับระยะการไกล แรงตึงฉากและค่าความแข็งของวัสดุ

2.6.1.1 แบบจำลองของอาร์ชาร์ด

จุดสำคัญของแบบจำลองอาร์ชาร์ดคือ ไม่มีการสึกหรอเกิดขึ้นในบริเวณพื้นที่การสัมผัสแบบยึดติด และเนื่องจากสามารถหาค่าตำแหน่งการสัมผัสของล้อและรางได้ สามารถหาปริมาณการสึกหรอ V_{wear} ตารางมิลลิเมตร ตามทฤษฎีของอาร์ชาร์ด ได้จากสมการ

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$V_{wear} = \frac{ksN}{H} \quad (2.98)$$

เมื่อ k = ค่าสัมประสิทธิ์การสึกหรอ (Wear coefficient)

N = แรงกระทำในแนวตั้งฉาก (Normal load), N

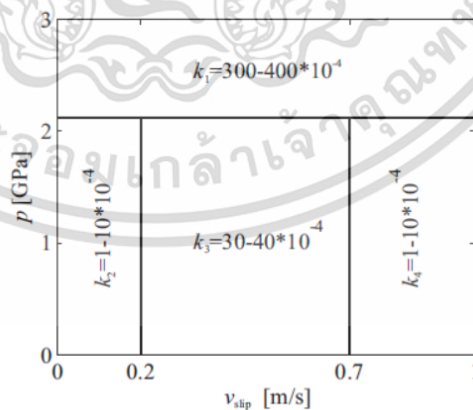
s = ระยะการไถล (Sliding Distance), m

H = ค่าความแข็งของวัสดุ (Hardness of the material), $\frac{N}{m^2}$

V_{wear} = ปริมาตรของการสึกหรอ (Volume Removed), mm^3

ปริมาณการสึกหรอสามารถคำนวณได้โดยการแบ่งพื้นที่การสัมผัสเป็นพื้นที่เล็กๆ แล้วทำการหาค่าแรงตั้งฉากและระยะการไถลของแต่ละพื้นที่

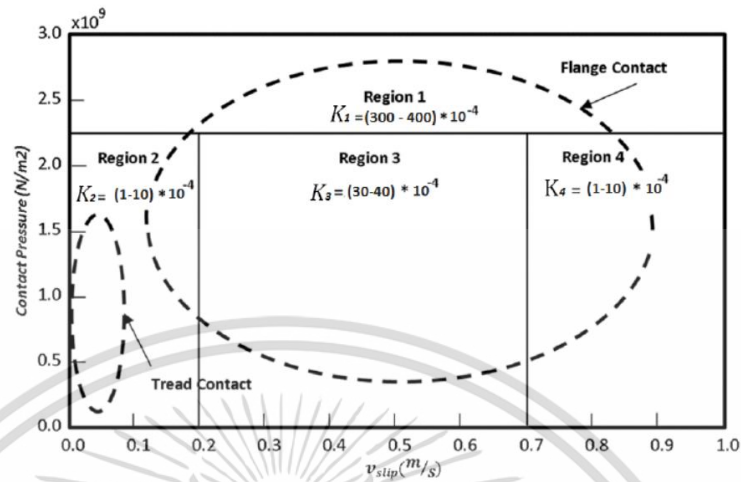
ค่าสัมประสิทธิ์การสึกหรอสามารถหาได้จากการทดลอง ซึ่งมีค่าขึ้นอยู่กับความเร็วการไถล (v_{slip}) และความดันการสัมผัส แผนผังค่าสัมประสิทธิ์การสึกหรอกรณีที่ไม่มีการหล่อลื่น เป็นดังรูป 2.30 ซึ่งสามารถสรุปได้ว่าความเร็วของการไถลมีผลสำคัญต่อค่าสัมประสิทธิ์ของการสึกหรอ



รูปที่ 2.30 แผนผังค่าสัมประสิทธิ์การสึกหรอ

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

นอกจากนี้สามารถแสดงแผนผังของค่าสัมประสิทธิ์การสึกหรอของการสัมผัสของล้อและราง ณ บริเวณการสัมผัสของหน้าล้อและหัวราง กับการสัมผัสบนบั้งไบล้อ



รูปที่ 2.31 แผนผังค่าสัมประสิทธิ์การสึกหรอของการสัมผัสบนหน้าล้อ และบั้งไบล้อ

ค่าความเร็วการไถลสำหรับการกลิ้งในสภาวะคงตัวและการยึดหยุ่นเป็นเชิงเส้น สามารถหาได้

จาก

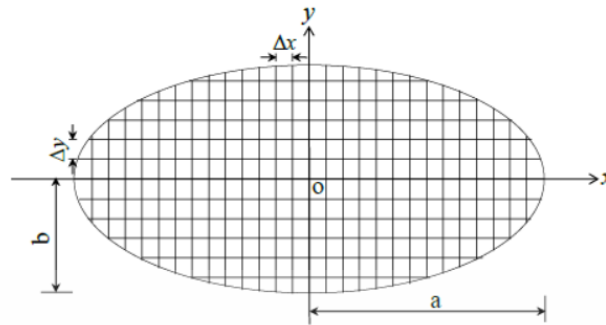
$$\bar{V}_{slip} = V_{vehicle} [S_x] \quad (2.99)$$

ระยะการไถล (s) จึงสามารถคำนวณได้จากค่าความเร็วการไถลคูณด้วยระยะเวลาเฉลี่ยสำหรับแต่ละพื้นที่ในพื้นสัมผัสของล้อและราง

$$s = |\bar{V}_{slip}| \frac{\Delta x}{V_{vehicle}} \quad (2.100)$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

โดย Δx คือค่าความยาวของแต่ละพื้นที่ในทิศทางการกลิ้ง



รูปที่ 2.32 การแบ่งพื้นที่การสัมผัสเป็นพื้นที่เล็ก

เมื่อค่า s ถูกคำนวณเป็นค่าเฉพาะในแต่ละพื้นที่เล็ก ทำให้สามารถคำนวณปริมาณการสึกหรอในแต่ละพื้นที่เล็กได้ ปริมาณการสึกหรอที่คำนวณได้นี้เป็นค่าเฉพาะสำหรับตำแหน่งหนึ่งของพื้นที่สัมผัสในการเคลื่อนที่ ซึ่งพื้นที่สัมผัสในการเคลื่อนที่จะกระจายไปทั่วเส้นรอบวงของล้อ

ในกรณีนี้ค่าความแข็งของวัสดุ (H) จะเลือกใช้ล้อ S1002 และล้อ Vidura ซึ่งสมมติให้ทำจากวัสดุเหล็กกล้ามาตรฐาน (Standard Carbon) ค่าดังตารางที่ 2.5

Material	Chemical Composition (wt. %)												Hardness (GPa)
	C	Mg	Si	Mn	S	F	P	Ni	Cr	Mo	Cu	Sn	
Standard Carbon Rail	0.75		0.25	0.98	0.03		0.4	0.09	0.02	0.01			2.42
Wheel	0.77		0.33	0.66	0.04		0.03	0.08	0.08	0.04			2.42
UIC60 900A Rail	0.6- 0.8		0.15- 0.5	0.8- 1.3									2.65
UC160 1100 Rail	0.63- 0.78		0.3- 0.8	0.85- 1.3			0.04						3.23
R7 Wheel	0.52		0.4	0.8			0.035	0.3	0.3				2.75
BS11 Rail	0.53		0.26	1.07	0.02		0.021	0.02	0.02	0.01			2.45
1% Chrome Rail	0.70		0.14	1.18	0.029		0.024	0.01	1.08	0.01			3.23
Class D Tyre	0.65		0.24	0.71	0.046		0.026	0.15	0.18	0.03	0.26	0.031	

ตารางที่ 2.5 ค่าความแข็งของล้อและราง

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

2.6.2 ตัวแปรที่มีผลต่อการสึกหรอ

1. ภาระโหลดที่ใช้ในการทดสอบ
2. ความเร็วในการทดสอบ
3. ความเรียบหรือความหยาบของผิวสัมผัส
4. สัมประสิทธิ์ความเสียดทานของวัสดุที่นำมาทดสอบ
5. ความแข็งของวัสดุ ความเปราะ ความเหนียว
6. ชนิดของการหล่อลื่น ปริมาณของการหล่อลื่น ความหนาของชั้นฟิล์มน้ำมัน
7. อุณหภูมิของการทดลอง
8. อื่นๆ

2.6.3 คุณสมบัติของวัสดุกับพฤติกรรมการสึกหรอ

ความเสียหายจากการสึกหรอสามารถเกิดได้ทั้งบริเวณผิวหน้าภายนอกและผิวหน้าภายในก็มีสาเหตุมาจากปฏิกิริยาระหว่างสสาร 2 ตัวที่สัมผัสกัน กล่าวคือ

- ผิวแข็งเคลื่อนที่บนผิวแข็ง
- อนุภาคของแข็งขนาดเล็ก ซึ่งถูกพัดพามาในของเหลวหรือก๊าซ มาปะทะลงบนผิวแข็ง
- การไหลของของเหลวหรือก๊าซบนผิวแข็ง

ในแต่ละกรณีข้างต้น ความเสียหายจากการสึกหรอ เป็นผลมาจากปฏิกิริยาทางกล ทางเคมีและทางความร้อน โดยปฏิกิริยาเหล่านี้มักจะเกิดขึ้นพร้อมกัน ดังนั้น ลักษณะและขอบเขตของความเสียหายที่เกิดขึ้นอยู่กับหลายปัจจัยหลายประการดังต่อไปนี้

- โครงสร้างจุลภาคของผิวสัมผัสทั้ง 2 หน้า และโครงสร้างของเนื้อชิ้นงาน
- ประเภทของวัสดุที่มาสัมผัสกัน และอัตราการหล่อลื่นระหว่างผิว
- การเคลื่อนที่สัมผัสของผิวหน้า
- แรงกระทำ ณ บริเวณจุดสัมผัส

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ปัจจัยเหล่านี้ได้ครอบคลุมถึงคุณสมบัติของวัสดุหลายอย่าง รวมทั้งคุณสมบัติสำคัญ 2 ประการ คือความเสียดทาน และความแข็ง แต่ความสัมพันธ์ระหว่างความเสียดทานกับการสึกหรอ หรือความแข็งกับการสึกหรอเป็นกลไกที่ซับซ้อนมากโดยทั่วไปแล้วค่าความเสียหายที่ต่ำมักส่งผลให้อัตราการสึกหรอมีค่าต่ำด้วย

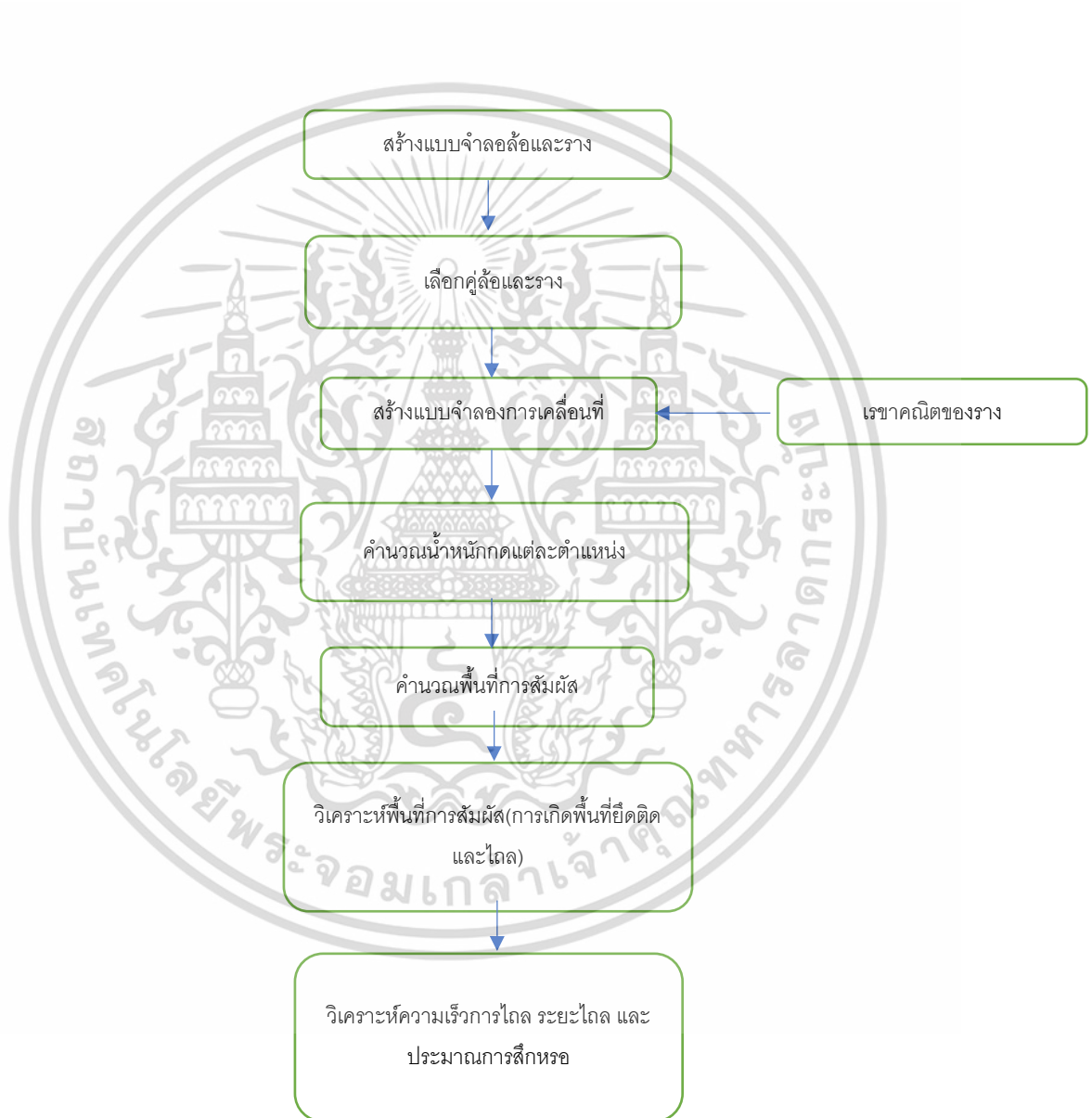


เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

บทที่ 3

วิธีดำเนินงานวิจัย

3.1 ขั้นตอนการดำเนินงาน

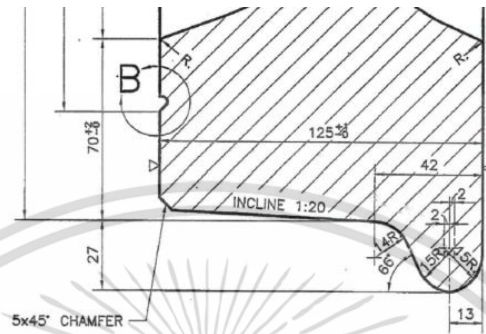


รูปที่ 3.1 แผนภูมิขั้นตอนการดำเนินงาน

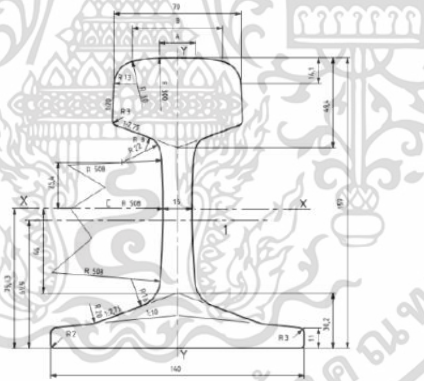
เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

3.2 การสร้างแบบจำลองสามมิติของล้อและรางรถไฟ

การสร้างแบบจำลองสามมิติของล้อและรางรถไฟจะอาศัยข้อมูลรูปร่างของล้อและรางรถไฟ โดยใช้ตัวอย่างรางรถไฟที่ใช้อยู่ในปัจจุบันโดยโปรแกรม AutoCad โดยกำหนดให้แกน x เป็นแนวที่รถไฟเคลื่อนที่ แกน y เป็นแนวด้านข้างของรถไฟ และแกน z เป็นแนวตามความสูงของรถไฟ



รูปที่ 3.2 รูปร่างและรายละเอียดล้อรถไฟวิฑูรย์

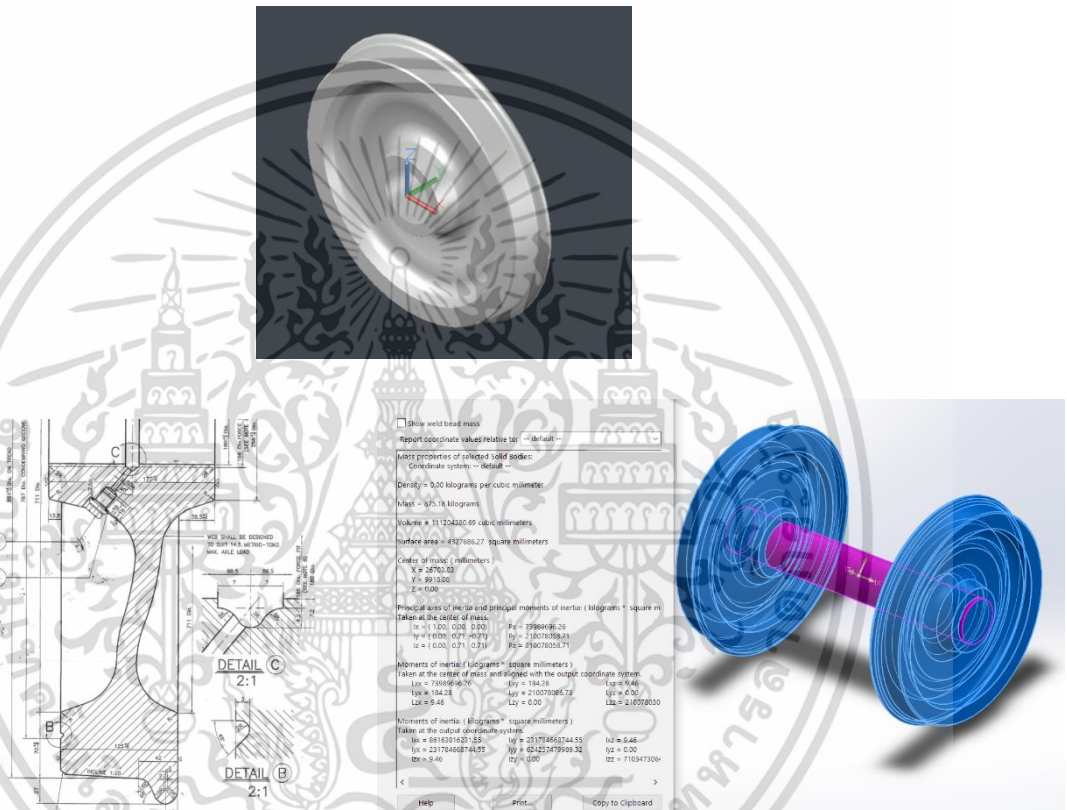


รูปที่ 3.3 รูปร่างและรายละเอียดราง UIC 54

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

3.2.1 การสร้างแบบจำลองสามมิติของล้อ

ในการสร้างแบบจำลองสามมิติของล้อจะเริ่มจากการสร้างรูปร่างสองมิติในระนาบ $x - y$ โดยกำหนดให้ล้อมีรัศมีวัดจากจุดกึ่งกลางของเพลจนถึงพื้นล้อเท่ากับ 425 mm และเนื่องจากรูปร่างของล้อมีความสมมาตร จึงสามารถใช้คำสั่ง Revolve หน้าตัด รอบแกน y เพื่อสร้างแบบจำลองสามมิติของล้อดังแสดงในรูปที่ 3.4 จากนั้นจึงคำนวณค่ามวลและโมเมนต์ความเฉื่อยด้วยโปรแกรม Solidwork

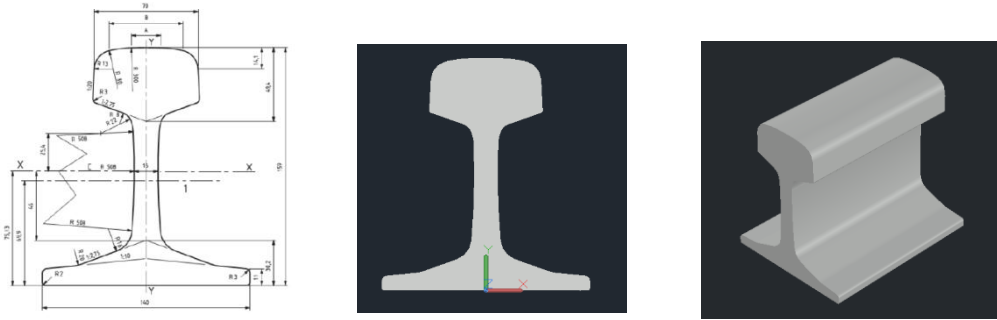


รูปที่ 3.4 การสร้างแบบจำลองสามมิติของล้อวิหุรย์

3.2.2 การสร้างแบบจำลองสามมิติของรางรถไฟ

ในการสร้างแบบจำลองสามมิติของรางรถไฟจะเริ่มจากการสร้างรูปร่างสองมิติในระนาบ $x - y$ เช่นเดียวกับการสร้างแบบจำลองสามมิติของล้อ และเนื่องจากรางรถไฟมีความสมมาตร จึงสามารถใช้คำสั่ง Extrude หน้าตัดในแนวแกน z เพื่อสร้างแบบจำลองสามมิติของรางรถไฟ ดังแสดงในรูปที่ 3.5

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



รูปที่ 3.5 การสร้างแบบจำลองสามมิติของรางรถไฟ

3.3 การสร้างแบบจำลองการเคลื่อนที่

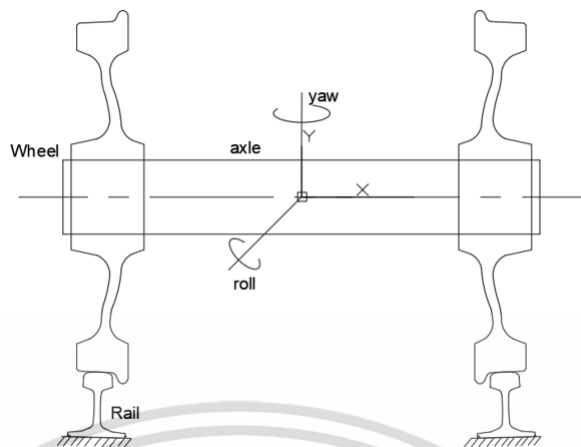
จากสมการการเคลื่อนที่ของชุดล้อที่ได้กล่าวในบทที่ 2 (สมการที่ 2.13-2.14) สามารถหาผลเฉลยของสมการโดยใช้โปรแกรม MATLAB โดยการใช้เครื่องมือในโปรแกรม ในที่นี้คือ Simulink เพื่อหาผลเฉลยของค่าการเคลื่อนที่ตำแหน่งของชุดล้อ รวมถึงมุมหันของชุดล้อ โดยใช้เงื่อนไขเริ่มต้นและค่าตัวแปรที่อ้างอิงจากแบบรถไฟของล้อและข้อมูลค่าตัวแปรของพลศาสตร์ของชุดล้อจากงานวิจัย[13] เพื่อวิเคราะห์การเกิดการเคลื่อนที่แบบส่าย

โดยกำหนดให้จุดเริ่มต้นของการสัมผัสระหว่างล้อ Vidura และราง UIC54 อยู่ที่ตำแหน่งหน้าล้อ ซึ่งห่างจากขอบในสุดของล้อ 78.5 มิลลิเมตร และ 77 มิลลิเมตรสำหรับล้อ S1002 กับราง UIC54 และมีเงื่อนไขเริ่มต้นของการเคลื่อนที่คือชุดล้อเคลื่อนตำแหน่งไปเป็นระยะ 5 มิลลิเมตร ในทิศทาง x ซึ่งเป็นระยะยังไม่เกิดการสัมผัสของบังใบ



รูปที่ 3.6 จุดสัมผัสเริ่มต้นของล้อ Vidura (รูปซ้าย) และล้อ S1002 (รูปขวา)

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

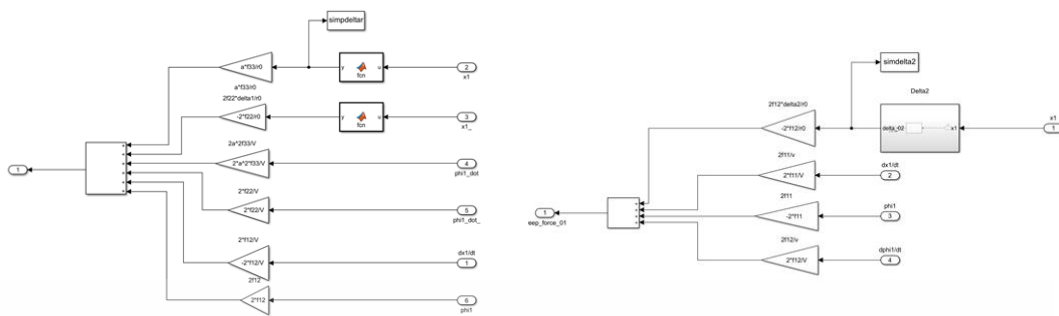


รูปที่ 3.7 แกนพิกัดของการเคลื่อนที่



รูปที่ 3.8 หาผลเฉลยสมการการเคลื่อนที่ของรถไฟใน MATLAB โดยใช้ Simulink

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



รูปที่ 3.9 หาผลเฉลยสมการการเคลื่อนที่ของรถไฟใน MATLAB โดยใช้ Simulink

โดยในการหาผลเฉลยของสมการนี้จำเป็นต้องมีเงื่อนไขเริ่มต้น ของระยะการเคลื่อนที่เริ่มต้นของรถไฟและมุมเริ่มต้นของแกนล้อ โดยใช้เงื่อนไขเริ่มต้นที่ 5 มิลลิเมตรเพราะเป็นจุดที่ล้อและรางสัมผัสกัน โดยส่วนรางยังไม่ชนกับบังใบของล้อ โดยผลเฉลยที่ได้ออกมาจะได้คำตอบออกมา 100 คำตอบในเวลา 1 วินาที โดยจะนำไปรวมกับปัจจัยที่มีการสั่นของราง ซึ่งจะกล่าวในหัวข้อถัดไป

ดังนี้ ผลเฉลยของการเคลื่อนที่ของชุดล้อโดยการกำหนดค่าตัวแปรต่างๆของรถไฟอ้างอิงตาม[13]

M คือ มวลของ wheelset โดย S1002 มีค่า 896.39 kg และ Vidura มีค่า 875.18 kg

I_{ω} คือ โมเมนต์ความเฉื่อยของล้อ โดย S1002 มีค่า $220.3 \text{ kg} \times \text{m}^2$ และ Vidura มีค่า $210 \text{ kg} \times \text{m}^2$

a คือ ระยะครึ่งหนึ่งระหว่างจุดสัมผัสของล้อบนรางทั้งสอง มีค่า 0.500 m

r_0 คือ รัศมีของล้อ โดย S1002 มีค่า 0.425 m และ Vidura มีค่า 0.425 m

f_{33} คือ ค่าสัมประสิทธิ์ longitudinal creep มีค่า $1.633 \times 10^3 \text{ kg}$

f_{12} คือ ค่าสัมประสิทธิ์ lateral/spin creep มีค่า $0.209 \times 10^6 \text{ kg}$

f_{22} คือ ค่าสัมประสิทธิ์ spin creep มีค่า 19.3 kg m^2

f_{11} คือ ค่าสัมประสิทธิ์ lateral creep มีค่า $1.796 \times 10^6 \text{ kg}$

W_A คือ ภาระน้ำหนักที่กดลงบนแกนล้อทั้งสอง มีค่า 29937 kg

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

K_y คือ ค่าความแข็ง lateral มีค่า $87.5 \times 10^6 \text{ kg}$

C_y คือ ค่า damping lateral มีค่า $45.3 \times 10^6 \text{ kg}$

K_ψ คือ yaw stiffness มีค่า $21.15 \times 10^6 \text{ kg m/rad}$

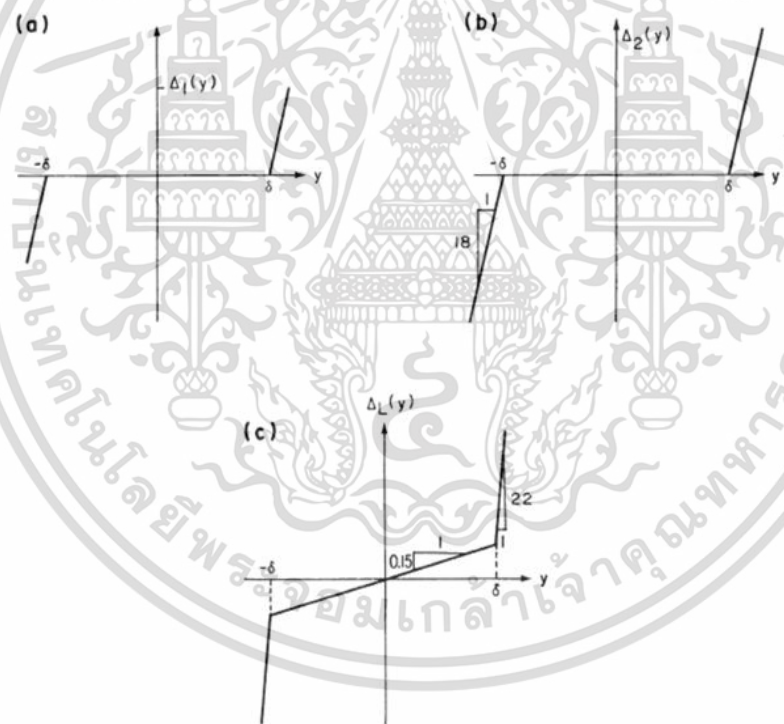
C_ψ คือ yaw damping มีค่า $3,525 \text{ kg m s/rad}$

V คือ ความเร็วของแกนล้อ มีค่า 26.8 m/s

δ_0 คือ ค่าความเป็นกรวยของล้อ มีค่า 0.05

$F_y(t)$ คือ แรง lateral $F_\psi(t)$ คือ แรงจากโมเมนต์

และใช้ค่า $\Delta_{1,2}(x)$, $\Delta_L(x)$ เป็นฟังก์ชัน ดังนี้



Variation of (a) $\Delta_1(y)$, (b) $\Delta_2(y)$, and (c) $\Delta_L(y)$ with lateral displacement of the wheel-axle set.

รูปที่ 3.10 ฟังก์ชัน $\Delta_{1,2}(x)$ รูปขวาคือฟังก์ชัน $\Delta_L(x)$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

จากกราฟด้านบนซึ่งเป็นส่วนประกอบในสมการการเคลื่อนที่ของแกนล้อสามารถนำมาเขียนใน Simulink ได้ดังรูปที่ 3.11

```
function y = fcn(u)
delta=0.35
if u <= -delta
    y = +18*(u+delta);
elseif u >= delta
    y = 18*(u-delta)
else
    y = 0;
end
end

function y = fcn(u)
delta=0.35
if u <= -delta
    y = 22*u+21.85*delta;
elseif u >= delta
    y = 22*u-21.85*delta;
else
    y = 0.15*u;
end
y = u;
```

รูปที่ 3.11 รูปซ้ายคือ ฟังก์ชัน $\Delta_{1,2}(x)$ รูปขวาคือฟังก์ชัน $\Delta_L(x)$

ในความเป็นจริงชุดล้อมีเกิดการส่ายตลอดเวลา จึงการทำเพิ่มค่าความแปรผันทางเรขาคณิตของราง โดยเลือกใช้รูปแบบ sinusoid จากหัวข้อ 2.4 (track Geometry) ซึ่งเกิดขึ้นบนจุดที่รางมีความอ่อน โดยใช้ฟังก์ชัน $0.004 \sin(\pi \cdot i \cdot 0.1)$ ค่าแอมพลิจูดเลือกใช้ค่า 4 มิลลิเมตร เนื่องจากเป็นระยะที่การสัมผัสยังคงเป็นการสัมผัส 1 จุด คือระหว่างหน้าล้อและหัวราง หากค่าแอมพลิจูดมากกว่าค่านี้อาจทำให้เกิดการสัมผัสระหว่างบังโบล้อและหัวมุมรางซึ่งเป็นกรณีการสัมผัส 2 จุด และไม่สามารถใช้ทฤษฎีของเอิร์ตคำนวณพื้นที่ของการสัมผัสได้

เมื่อการผลเฉลยของการเคลื่อนที่ตำแหน่งถูกรบกวนด้วยค่าความแปรผันทางเรขาคณิตของราง ทำให้เงื่อนไขเริ่มต้นของสมการการเคลื่อนที่ของชุดล้อเปลี่ยนแปลง จึงต้องทำการหาผลเฉลยการเคลื่อนที่ตำแหน่งของชุดล้อแบบวนซ้ำ โดยการวนซ้ำเป็นจำนวน 21 ครั้ง ผลเฉลยจึงวนเป็นรูปแบบเดิม ซึ่งกรณีนี้รถไฟที่ใช้มีความเร็ว 26.8 เมตร/วินาที และต้องการให้รถไฟเคลื่อนที่เป็น ระยะทาง 10 กิโลเมตรเพื่อดูการสีกหรือ

จากรูปด้านล่างแสดงการเขียนคำสั่งในการแทนเงื่อนไขเริ่มต้นด้วยคำตอบจากสมการตำแหน่งที่ 44 (ที่เวลา 0.44 วินาที หรือทุกๆ 11.8 เมตร) ซึ่งเป็นตำแหน่งที่มีการรบกวนจากรางทำให้จำเป็นต้องบวกค่าของการรบกวนนี้กับคำตอบของสมการเพื่อเป็นเงื่อนไขเริ่มต้นของการเคลื่อนที่ใน

รูปต่อไป ความหมายคือ ที่เวลา 0.45 วินาทีจะมีเงื่อนไขเริ่มต้นของการเคลื่อนที่คือ ผลเฉลยตำแหน่ง ที่เวลา 0.44 วินาที + การแปรผันทางเรขาคณิตของราง

```
simx1 = savedatax(i).data.signals.values(44) + 0.004*sin(pi*i*0.1)
simphi1 = savedataphi(i).data.signals.values(44)
```

รูปที่ 3.12 ค่าเงื่อนไขเริ่มต้นหลังจากเกิดการแปรผันทางเรขาคณิตของราง โดย simx1 คือค่าเงื่อนไขเริ่มต้น Savedata(i).data.signals.values(44) คือผลเฉลยของการเคลื่อนที่ ที่ระยะ 11.8 เมตร

และเมื่อได้ผลเฉลยการเคลื่อนที่ตำแหน่งของชุดล้อในแนวขวาง และมุมการหันเห ทำให้ทราบ พิกัดของตำแหน่งการสัมผัส

```
rightwheel(i).data(j) = savedatax(i).data.signals.values(j) + a.*cos(savedataphi(i).data.signals.values(j))
leftwheel(i).data(j) = -savedatax(i).data.signals.values(j) - a.*cos(savedataphi(i).data.signals.values(j))
```

รูปที่ 3.13 การหาตำแหน่งการสัมผัสของล้อซ้ายและล้อขวา โดย leftwheel คือพิกัดแกน x ของล้อซ้าย และ rightwheel คือพิกัดแกน x ของล้อขวา ตามรูป 3.4

3.4 การคำนวณน้ำหนักแต่ละตำแหน่ง

เมื่อทราบผลเฉลยของตำแหน่งสามารถทราบตำแหน่งของการสัมผัสและล้อและรางได้ จากการใช้ทฤษฎีตามหัวข้อที่ 2.5.3 คือ การมองชุดล้อที่มีล้อลักษณะทรงกรวยวิ่งไปบนรางรูปทรงคล้าย ไบมีตดังนั้น เมื่อชุดล้อมีผลเฉลยของการเคลื่อนที่ไปในทิศ +x ทำให้จุดสัมผัสบนหน้าล้อเคลื่อนไป ใน ทิศ -x และสามารถคำนวณน้ำหนักแต่ละตำแหน่งได้จากสมการ 2.57

จากรูปด้านล่างแสดงการเขียนคำสั่งในการหาค่าภาระตั้งฉากจากล้อที่ส่งลงที่รางโดยค่าโหลด นี้มีการเปลี่ยนแปลงที่ไม่มากนัก แต่ก็ยังมีผลต่อการคำนวณพื้นที่การสัมผัสในการหาความสึกหรอ จากคำสั่งนี้จำเป็นต้องแทนค่าภาระน้ำหนักของรถไฟ และระยะการเคลื่อนที่ตำแหน่งของชุดล้อในแนว ขวางราง ตามสูตรที่ 2.56 และ 2.57 โดยในตัวอย่างคำสั่งจะยกตัวอย่างหาค่าภาระน้ำหนักจากล้อ ซ้ายและล้อขวาของล้อ Vidura และเมื่อได้ความแตกต่างของภาระน้ำหนักในสมการที่ 2.57 จะ สามารถหาแรงในแนวตั้งฉากได้โดยการแตกแรงในแนวตั้งฉาก เมื่อรู้ค่าความเป็นกรวยของโพรไฟล์ล้อ

```

deltaN(i).data(j) == savedatax(i).data.signals.values(j)*(Wa/(2*a))*(1+(Rrail*taper0/(a-taper0*r0)))
Nleft(i).data(j) == -deltaN(i).data(j) + (Wa/2)*cos(taper0)
Nright(i).data(j) == (deltaN(i).data(j)) + (Wa/2)*cos(taper0)

```

รูปที่ 3.14 การคำนวณค่าน้ำหนักกดแต่ละตำแหน่ง

โดย N_{left} , N_{right} คือภาระน้ำหนักกดของล้อซ้ายและขวา, ΔN คือค่าน้ำหนักกดที่เปลี่ยนแปลงจากตำแหน่งสมดุล, $(W_a/2) \cdot \cos(\text{taper}_0)$ คือค่าน้ำหนักที่จุดสมดุล และ $Savedatax$ คือ ระยะการเคลื่อนตำแหน่งของชุดล้อแนวขวางราง

3.5 การคำนวณพื้นที่การสัมผัส

จากการคำนวณน้ำหนักกดแต่ละจุด ดังนั้นจึงสามารถคำนวณพื้นที่ของการสัมผัสได้ตามทฤษฎีของเฮิร์ต จากหัวข้อ 2.5.8.1 (เรื่อง *Hertz*) ซึ่งสามารถคำนวณได้ตามสมการ จากรูปการเขียนคำสั่งโปรแกรมหาค่าพื้นที่การสัมผัสจำเป็นต้อง รู้ค่าคุณสมบัติต่างๆ ของล้อและรางก่อน โดยกำหนดให้อัตราส่วนของปัวซองของล้อและรางมีค่าเท่ากับ 0.3 และค่าโมดูลัสของล้อในแต่ละโมเดลในที่นี้จะแทนค่าเท่ากับ $205 \cdot 10^3 \text{ N/m}^2$ และ ริศมีของราง ในหัวข้อที่ 2.5.8.1

```

vw == 0.3
vr == 0.3
Ew == 205*10^9
Er == 207*10^9
Rt2 == 0.3
seta == [ 0.5 1 1.5 2 3 4 6 8 10 20 30 35 40 45 50 55 60 65 70 75 80 85 90 ]
me == [ 61.40 36.89 27.48 22.26 16.50 13.31 9.79 7.86 6.604 3.813 2.731 2.397
2.136 1.926 1.754 1.611 1.4860 1.3780 1.2840 1.2020 1.1280 1.0610 1.000 ]
n == [ 0.1018 0.1314 0.1522 0.1691 0.1964 0.2188 0.2552 0.285 0.3112 1.4123
0.493 0.530 0.567 0.604 0.641 0.678 0.7170 0.7590 0.8020 0.8460 0.8930 0.9440 1.000 ]
K1 == (1-vw^2)/(pi*Ew)
K2 == (1-vr^2)/(pi*Er)

```

รูปที่ 3.15 การกำหนดค่าตัวแปรสำหรับใช้คำนวณตามทฤษฎีเฮิร์ต โดยค่า E_w , v_w และ E_r, v_r คือค่า

โมดูลัสยังและค่าอัตราส่วนปัวซองของล้อและรางตามลำดับ

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

จากผลเฉลยของการเคลื่อนที่ ที่ตำแหน่งใดๆ จะมีค่าภาระน้ำหนักกดที่แตกต่างกันในแต่ละจุด อีกทั้งในการเคลื่อนตำแหน่งของชุดล้อ ทำให้รัศมีการกลิ้งของล้อมีการเปลี่ยนแปลง เมื่อคำนวณรัศมีการกลิ้ง ณ ตำแหน่งใดๆได้ จึงสามารถคำนวณขนาดพื้นที่วงรีสัมผัส จากผลเฉลยตำแหน่งการเคลื่อนที่ของชุดล้อ โดย หาค่า K_1 K_2 K_3 K_4 ตามสมการที่ 2.60-2.64

```
rleftwheelvidura(i).data(j) == [r0-[savedatax(i).data.signals.values(j)]*taper0]
rrightwheelvidura(i).data(j) == [r0+[savedatax(i).data.signals.values(j)]*taper0]

K3leftvid(i).data(j) == 0.5*((1/rleftwheelvidura(i).data(j)+ (1/Rt2)))
K3rightvid(i).data(j) == 0.5*((1/rrightwheelvidura(i).data(j) + (1/Rt2)))

K4leftvid(i).data(j) = 0.5*((1/rleftwheelvidura(i).data(j).^2) +
((1/Rt2)^2) + 2/(rleftwheelvidura(i).data(j)*-Rt2))
K4rightvid(i).data(j) = 0.5*((1/rrightwheelvidura(i).data(j).^2) +
((1/Rt2)^2) + 2*((1/rrightwheelvidura(i).data(j))*(-1/Rt2)))
```

รูปที่ 3.16 การเขียนคำสั่งหารัศมีการกลิ้งของล้อและ ค่า K_3 K_4 โดย rleftwheelvidura ,rrightwheelvidura คือรัศมีการกลิ้งของล้อซ้ายและขวา Rt2 คือรัศมีของหัวราง

โดยการหาค่า K_3 K_4 โดย interpolation มุมจากตารางที่ 2.4 เพื่อหาค่า K_4 และแต่ละวงรีจะมีค่า K_3 K_4 ที่แตกต่างกันออกไป เพราะฉะนั้น จึงจำเป็นต้องจัดการข้อมูลจำนวนมากเพื่อประหยัดเวลาในการทำ จึงใช้ตัวแปร i และ j ดังรูปเพื่อเป็นตัวระบุตำแหน่งของข้อมูลชุดนั้น โดยค่า i เป็นตัวบ่งชี้รอบการเคลื่อนที่ คือรอบที่ 1 ถึง 21 ที่กำลังเกิดขึ้นและค่า j เป็นค่าบ่งชี้ตำแหน่งสัมผัสในแต่ละรอบการเคลื่อนที่ โดย Mleftvid และ Mrightvid คือค่า M ของล้อซ้ายและขวา Nleftvid และ Nrightvid คือค่า N ของล้อซ้ายและขวา

```
Mleftvid(i).data(j) == interp1(seta,me,setaxleftvid(i).data(j))
Mrightvid(i).data(j) == interp1(seta,me,setaxrightvid(i).data(j))

Nleftvid(i).data(j) == interp1(seta,n,setaxleftvid(i).data(j))
Nrightvid(i).data(j) == interp1(seta,n,setaxrightvid(i).data(j))
```

รูปที่ 3.17 การเขียนคำสั่งหา ค่า M และ N ในสมการที่ 2.65

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

การหาค่า M และ N โดย interpolation จากตารางที่ 2.4 เพื่อหาค่า a b เพื่อบอกขนาดพื้นที่วงรีสัมผัส

```
aeclpLleftvid(i).data(j) = Mleftvid(i).data(j)*(((3*pi*Nleft(i).data(j))*
(K1 + K2)/(4*K3leftvid(i).data(j))))^(1/3))
aeclpLrightvid(i).data(j) = Mrightvid(i).data(j)*(((3*pi*Nright(i).data(j))*
(K1 + K2)/(4*K3rightvid(i).data(j))))^(1/3))

beclpLleftvid(i).data(j) = Nleftvid(i).data(j)*(((3*pi*Nleft(i).data(j))*
(K1 + K2)/(4*K3leftvid(i).data(j))))^(1/3))
beclpLrightvid(i).data(j) = Nrightvid(i).data(j)*(((3*pi*Nright(i).data(j))*
(K1 + K2)/(4*K3rightvid(i).data(j))))^(1/3))
```

รูปที่ 3.18 การเขียนคำสั่งหาค่า a b

จากรูปที่ 3.18 ค่าตัวแปร aeclpLleftvid, aeclpLrightvid และ beclpLleftvid, beclpLrightvid คือค่าความยาว ของแกนเอกและแกนโทของ วงรีการสัมผัสล้อซ้ายและขวา ตามลำดับ เมื่อได้ค่า a b จะสามารถรู้ขนาดของพื้นที่สัมผัสกันระหว่างล้อและรางรถไฟและสามารถวิเคราะห์ความเสียหายที่เกิดจากการสึกหรอได้

3.6 การคำนวณความเค้นในพื้นที่การสัมผัส

จากสมการที่ 2.66 สามารถหาความเค้นสูงสุดของวงรีการสัมผัส ได้โดยค่าความเค้นที่เกิดมากที่สุด หรือ P_0 จะเกิด ณ จุดศูนย์กลางของวงรี และจากสมการที่ 2.65 เป็นความเค้นที่จุดใดๆ ของวงรีเมื่อทราบพิกัดจุดที่ต้องการหาความเค้นในตำแหน่งนั้นๆ และค่า P ในสมการจะใช้ค่าภาชนะน้ำหนักกดแต่ละตำแหน่ง ที่มีการเปลี่ยนแปลงเมื่อรถไฟเกิดการเคลื่อนที่

```
psi0leftvid(i).data(j) == 3*Nleft(i).data(j)/(2*pi*aeclpLleftvid(i).data(j)
*beclpLleftvid(i).data(j))
psi0rightvid(i).data(j) == 3*Nleft(i).data(j)/(2*pi*aeclpRrightvid(i).data(j)
*beclpLrightvid(i).data(j))
```

รูปที่ 3.19 การเขียนคำสั่งหาค่าที่มีความดันสูงสุด ณ ตำแหน่งจุดศูนย์กลางวงรี โดย *psi0leftvid* คือ ความเค้นสูงสุดของวงรีสัมผัสของล้อซ้าย และ *psi0rightvid* คือของล้อขวา

3.7 ค่า *creep* และ *creep force*

ในการหาค่าความเสียหายที่เกิดจากการสึกหรอค่าครีฟและแรงครีฟมีความสำคัญมากที่ทำให้เกิดความเสียหาย ในการหาค่าครีฟเชิงเส้นจะเลือกใช้ค่าจากสมการของ Wickens[9] ในสมการที่ 2.50-2.51 โดยตัวแปรต่างๆ ในเวลานั้นๆ สามารถคำนวณจากแบบจำลองการเคลื่อนที่ได้

จากตัวอย่างคำสั่งตามรูปด้านล่างสามารถคำนวณค่าครีฟได้โดยการกำหนดค่าคุณสมบัติความเป็นกรวยของล้อ และใช้ค่าการเคลื่อนที่ของล้อรวมทั้งค่ามุมที่ได้ออกมาจากการแก้ *Simulink* มาแทนในสูตรการหาครีฟในแนวตามยาวและแนวตามขวางได้

```
conicity == 0.05
taper0 == 0.05
cplongright(ii).data(i) == -(((conicity*a)/r0)*savedatax(ii).data.signals.values(i))
+ ((a^2)*savedataphidot(ii).data.signals.values(i))/V
cplongleft(ii).data(i) == (((conicity*a)/r0)*savedatax(ii).data.signals.values(i))
+ ((a^2)*savedataphidot(ii).data.signals.values(i))/V

cplat(ii).data(i) == ((savedatax(ii).data.signals.values(i) /V)
+ savedataphi(ii).data.signals.values(i))

cpsp(ii).data(i) == (savedataphidot(ii).data.signals.values(i) /V)
+ savedatadelta2(ii).data.signals.values(i)
```

รูปที่ 3.20 การเขียนคำสั่งหาค่าครีฟ ทั้งในแนวตามและแนวขวางการเคลื่อนที่

โดย *cplongright*, *cplongleft* คือค่าครีฟเพจตามยาวของชุดล้อ *cplat* คือค่าครีฟเพจแนวขวาง และ *cpsp* คือค่าครีฟเพจการหมุนและค่า *conicity* คือค่าความเป็นกรวยของล้อ *a* คือ ระยะครึ่งหนึ่งระหว่างจุดสัมผัสของล้อบนรางทั้งสอง *r₀* คือ รัศมีของล้อที่จุดสัมผัส *savedataphidot* ค่า

อัตราการเปลี่ยนแปลงของมุมหันเหชุดล้อ

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

โดยจากชุดคำสั่งจำเป็นต้องใช้ค่าคุณสมบัติในความเป็นกรวยของล้อย *conicity* ในการคำนวณด้วยซึ่งค่าความเป็นกรวยส่งผลทำให้เกิดครีฟเพจและแรงครีฟตามมา จากตัวอย่างคำสั่งด้านล่างสามารถหาแรงครีฟโดยการคูณค่าสัมประสิทธิ์ของครีฟเพจแต่ละแกนจะได้แรงครีฟ

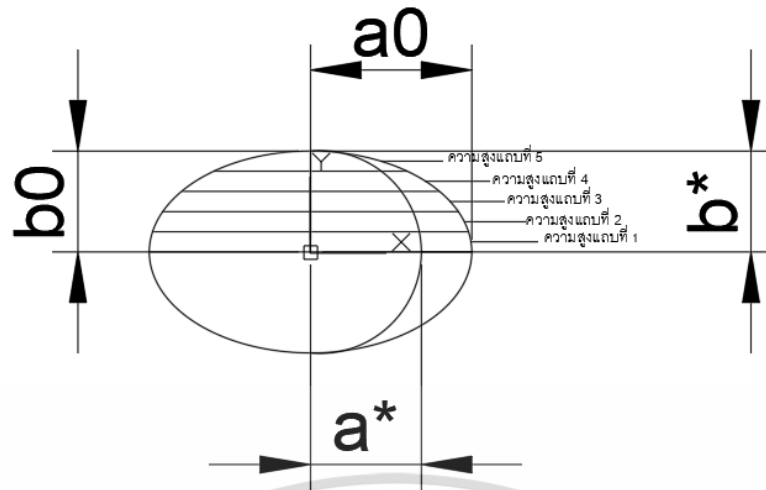
```
cpflong(ii).data(i) == (-2*f33*cpflong(ii).data(i))
+ (Wa*a*savedataphi(ii).data.signals.values(i)*taper0)
cpflat(ii).data(i) == (-2*f11*cplat(ii).data(i))
+ ((2*f12/r0)*((savedataphidot(ii).data.signals.values(i)/V)
- savedatadelta2(ii).data.signals.values(i)) - (savedeltaL(ii).data.signals.values(i)))
```

รูปที่ 3.21 การเขียนคำสั่งหาค่าแรงครีฟทั้งในแนวตามและขวางการเคลื่อนที่ โดย *cpflong* คือแรงครีฟตามยาว และ *cpflat* คือแรงครีฟตามขวาง

จากสมการของ *kalker* ในสมการที่ 2.72-2.73 เมื่อรู้ค่าครีฟเพจแล้วสามารถหาแรงครีฟได้ โดยการคูณสัมประสิทธิ์ของ *kalker*

3.8 การวิเคราะห์พื้นที่การเกิดการไถล

เนื่องจากทราบขนาดของพื้นที่การสัมผัสของทุกตำแหน่ง สามารถคำนวณขอบเขตการเกิดพื้นที่การไถลในพื้นที่ของการสัมผัสได้จากทฤษฎีเส้นแถบ ในหัวข้อ 2.5.9.3 (*Strip Theory*) และสามารถหาค่าครีฟเพจในแนวตามยาวได้ จากแบบจำลองการเคลื่อนที่ โดยการแบ่งพื้นที่สัมผัสวงรีเป็นเส้นแถบความกว้างแถบละ $b^*/5$ สำหรับแต่ละวงรีการสัมผัสหนึ่งตำแหน่ง ในตำแหน่งที่ล้อมีการสัมผัสจะมีพื้นที่การสัมผัสที่มีความยาวแกนเอก และแกนโท ที่แตกต่างกันและมีค่าครีฟเพจที่แตกต่างกันเช่นเดียวกัน



รูปที่ 3.22 การแบ่งพื้นที่สัมผัสสวางรีเป็นเส้นแถบ

เมื่อแบ่งวงรีเป็นเส้นแถบ สามารถหาขอบเขตของพื้นที่การไหลแนวแกนโท ได้จากสมการที่ 2.94-2.95

$$b^* = b_0 \sqrt{1 - \xi_x^2}$$

$$\xi_x = \frac{E}{4(1 - \nu^2)\mu p_0} \xi_x$$

จากรูปตัวอย่าง การหาค่า b^* จำเป็นต้องใช้ค่าความกว้างในแนวแกนเอกและแกนโทของพื้นที่สัมผัสเพื่อนหาขอบเขตของพื้นที่ *slip* ที่เกิดในวงรี

```

a0(1,n) == aeclpLleftvid(21).data(n)
b0(1,n) == beclpLleftvid(21).data(n)
b_dok(1,n) == b0(n) * (1 - (E*cplongleft(21).data(n) / (4*(1 - nu^2)*mu*psi0leftvid(21).data(n)))^2)^0.5

```

รูปที่ 3.23 การเขียนคำสั่งหาค่า b^* ในแต่ละ *contactpatch*

การคำนวณค่า b^* (b_dok) คือขอบเขตระยะการไหลในแนวแกนโท โดย b_0 คือค่าขนาดแกนโทที่ได้จากการคำนวณตามทฤษฎีไฮร์ต E คือ ค่านอดูลัสยังเฉลี่ยของล้อและราง $cplongleft$ คือเอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ค่าครีฟเพจตามยาว μ คือค่าสัมประสิทธิ์ของการเสียดทาน และ $\psi_{0leftvid}$ คือค่าความเค้นสูงสุดที่เกิดบนพื้นที่สัมผัส

เมื่อทราบขอบเขตการเกิดพื้นที่ไกลแนวแกนโท ทำให้ทราบระยะพิกัด y ของแต่ละเส้นแถบ โดยแต่ละเส้นแถบมีค่าความสูง คือ ตัวแปร B_{hight} ตามรูปที่ xxx

$$B_{hight}(n, i) = (i * b_{dok}(1, n) / 5) - b_{dok}(1, n) / 10$$

รูปที่ 3.24 การเขียนคำสั่งหาระยะพิกัดของ y แต่ละเส้นแถบ

จากนั้นจึงคำนวณระยะขอบเขตการไกลแนวแกนเอกสำหรับแต่ละแถบ จากสมการ 2.93

$$a^*(y) = a_0 \left(\frac{E}{4(1 - \nu^2)\mu p_0} \xi_x + \sqrt{1 - \left(\frac{y}{b_0}\right)^2} \right)$$

ดังนั้นสามารถหา $a^*(y)$ ได้ โดย พจน์ $\sqrt{1 - \left(\frac{y}{b_0}\right)^2}$ คือตัวแปร $halfecpl$ จากตัวอย่างคำสั่งด้านล่างในการหาระยะ $a^*(y)$ โดยมีค่าคุณสมบัติค่าสัมประสิทธิ์ความเสียดทานระหว่างล้อและราง ในรูปคือตัวแปร μ และค่าโมดูลัส E ค่าความเค้นสูงสุดที่ได้จากหัวข้อการสัมผัสของเฮิร์ต และค่าครีฟเพจตามยาว รวมถึงอัตราส่วนปัวซองของเรโซ

$$a_{dok}(n, i) = aeq(n, i) * ((E * \psi_{0leftvid}(12).data(n)) / (4 * (1 - \nu^2) * \mu * \psi_{0leftvid}(12).data(n))) + (halfecpl(n, i))$$

$$halfecpl(n, i) = ((1 - (((i * b_{dok}(1, n) / 5) - b_{dok}(1, n) / 10) / b_{dok}(1, n))^2))^0.5$$

รูปที่ 3.25 การเขียนคำสั่งหาค่า $a^*(y)$ ที่ตำแหน่งใดๆ

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

จากรูปที่ 3.22 $a(y)$ คือระยะขอบของวงรีสัมผัสซึ่งหาได้จากสมการวงรีทั่วไป $\left(\frac{x}{a}\right)^2 + \left(\frac{y}{b}\right)^2 = 1$ และค่า y คือค่าความสูงของแถบ ซึ่งกำหนดให้ตัวแปร aeq คือ $a(y)$

$$aeq(n, i) = ((1 - ((i * b_dok(1, n) / 5) - b_dok(1, n) / 10) / b_dok(1, n))^2)^{0.5} * a(1, n)$$

รูปที่ 3.26 การเขียนคำสั่งหาค่าความยาวแกนเอกของวงรีตามความสูงของเส้นแถบ

เมื่อทราบ a^* และ b^* ทำให้ทราบขอบเขตของพื้นที่ยึดติดและทราบขอบเขตของพื้นที่การไถล ซึ่งมีระยะขอบเขตการไถลแนวแกนเอกคือ 2 คูณด้วยระยะของวงรีสัมผัส - 2 คูณด้วยระยะขอบเขตพื้นที่ยึดติด ตามรูปที่ xxx พื้นฐานแนวคิดของทฤษฎีเส้นแถบโดย a_slip คือระยะขอบเขตของการไถลในแนวแกนเอก จากรูปตัวอย่างคำสั่งในการหาค่าความยาว a_slip ซึ่งเป็นระยะขอบเขตพื้นที่การไถล เป็นพื้นที่ที่ทำให้เกิดการสึกหรอ

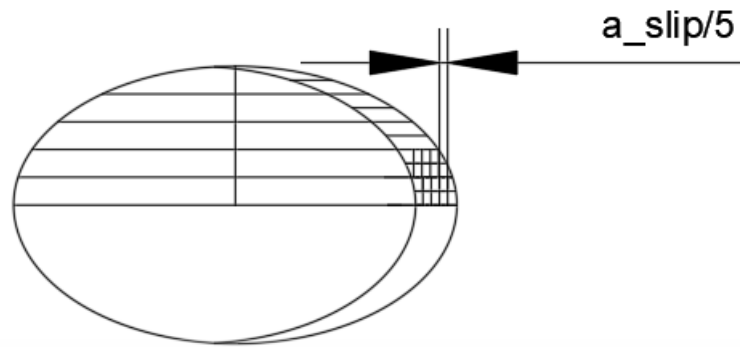
$$a_slip(n, i) = 2 * aeq(n, i) - 2 * a_dok(n, i)$$

รูปที่ 3.27 การเขียนคำสั่งหาค่าความยาวของ slip ที่เกิดขึ้น

3.9 คำนวณความเร็วการไถล

ในการคำนวณความเร็วการไถลของแต่ละแถบจำเป็นต้องคำนวณหาค่าความเร็วสัมพัทธ์เฉลี่ยของแต่ละแถบการสัมผัส และจากทฤษฎีผลเฉลยของคาร์เทอร์ หัวข้อ 2.5.9.2 สามารถคำนวณหาค่าความเร็วสัมพัทธ์ของพื้นที่แต่ละแถบการสัมผัสได้ $s(x)$

ในการหา $s(x)$ ของหนึ่งเส้นแถบตามสมการ 2.84 จำเป็นต้องแบ่งเส้นแถบออกเป็นพื้นที่เล็กๆขนาดความกว้าง $a_slip/5$ โดยใช้ค่าสัมประสิทธิ์ของการเสียดทาน 0.4 จากนั้นหาค่าความเร็วการไถลแต่ละแถบจากค่าความเร็วสัมพัทธ์ตามสมการ 2.99



รูปที่ 3.28 แบ่งพื้นที่การไถลเป็นพื้นที่เล็กๆ

โดยใช้สมการ $s(x) = \frac{-\mu}{R} \sqrt{x^{*2} - a_0^{*2}}$ จากสมการ 2.84 ซึ่ง $x^{*2} - a_0^{*2}$ หมายถึงระยะขอบเขตการไถล a_{slip}^2 ทำให้ทราบความเร็วสัมพัทธ์ของแต่ละพื้นที่เล็กๆ โดยให้ $s(x) = s_{slip}$ จากตัวอย่างคำสั่งด้านล่างสามารถหาค่าความเร็วสัมพัทธ์แต่ละพื้นที่เล็กๆได้ โดยแทนค่าสัมประสิทธิ์ความเสียดทาน หรือ μ และระยะรัศมีของล้อที่นำมาคำนวณ

$$s_slip(j).data(n,i) = -(\mu/rleftwheelvidura(j).data(n)) * ((i*a_slip(j).data(n,i)).^2)^{0.5}$$

รูปที่ 3.29 การเขียนคำสั่งหาค่า $s(x)$

จากนั้นสามารถคำนวณหาค่าความเร็วการไถลแต่ละเส้นแถบ โดยค่าความเร็วการไถลของเส้นแถบ คือ ค่าความเร็วสัมพัทธ์เฉลี่ยของแต่ละเส้นแถบ ซึ่งเท่ากับ ค่า $s(x)$ เฉลี่ยของเส้นแถบ * ความเร็วรถไฟ 26.8 เมตร/วินาที ในคำสั่งตัวอย่างด้านล่างสามารถหาค่า ความเร็วสัมพัทธ์เฉลี่ยของแต่ละเส้นแถบ โดยการรวมความเร็วสัมพัทธ์ของพื้นที่เล็กๆทั้งหมดในแถบ หาค่าด้วยจำนวนช่องในแถบ และสามารถหาค่าความเร็วการไถลของเส้นแถบโดยการนำค่าความเร็วของรถไฟ นั่นคือ 26.8 เมตรต่อวินาที และความเร็วสัมพัทธ์เฉลี่ยของแต่ละเส้นแถบ

$$\begin{aligned} s_sliped(j).data(1,n) &= \text{sum}(s_slip(j).data(n,i), 2) / 5 \\ v_slip(j).data(n,1) &= \text{abs}(26.8 * s_sliped(j).data(1,n)) \end{aligned}$$

รูปที่ 3.30 การเขียนคำสั่งหาค่าความเร็วของการไถล

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

โดย s_sliped คือ ค่า $s(x)$ เฉลี่ยในแต่ละเส้นแถบ และ v_slip คือค่าความเร็วการไถลเฉลี่ยของเส้นแถบเมื่อทราบค่าความเร็วการไถลแต่ละแถบ จึงตรวจสอบค่าความเร็วการไถลกับแผนผังค่าคงที่การสึกหรอ ว่าอยู่ในบริเวณที่เป็นการสัมผัสของหน้าล้อและหัวราง จากนั้นสามารถคำนวณระยะการไถลของแต่ละพื้นเล็กได้จากสมการ 2.100 จึงสามารถคำนวณระยะการไถลทั้งหมดของพื้นที่สัมผัสได้

เนื่องจากการทดลองได้ทำการแบ่งพื้นที่สัมผัสออกเป็น 5 แถบที่มีความกว้างแถบเท่ากัน แล้วแบ่งเป็นพื้นที่เล็ก 5 ช่องที่มีขนาดเท่ากัน เนื่องจากแต่ละแถบมีขอบเขตระยะการไถลเท่ากัน ทำให้หนึ่งพื้นที่การสัมผัสพื้นที่เล็กๆทั้งหมด $2*5*5 = 50$ ช่อง ในหนึ่งพื้นที่สัมผัสจึงมีระยะการไถลเท่ากับ

$$50 * |v_{slip}| \frac{\Delta x}{v_{vehicle}}$$

$$slide(1,n) = 50 * v_sliped(1,n) * a_slip(n,1) / 5 / 26.8$$

รูปที่ 3.31 การเขียนคำสั่งหาค่า slide distance

โดย slide คือระยะการไถลทั้งหมดของหนึ่งพื้นที่วงรีสัมผัส ที่มี $\Delta x = a_slip/5$ และ

$$v_{vehicle} = 26.8 \text{ เมตร/วินาที}$$

3.10 คำนวณปริมาณการสึกหรอ

ในการคำนวณปริมาณการสึกหรอตามสมการอาร์ชาร์ด

$$V_{wear} = \frac{k s N}{H}$$

โดยกำหนดให้ค่า k คือค่าคงที่มีค่า $0.5 * 10^{-4}$ ค่า s หรือ ระยะการไถล คือ slide ระยะการไถลทั้งหมดของวงรีสัมผัส N คือ N ภาระตั้งฉากทั้งหมดบนพื้นที่ ค่า H คือค่าความแข็งวัสดุ เป็นค่าคงที่ $2.94 * 10^9$ และค่า wear คือ ปริมาณการสึกหรอทั้งหมดบนพื้นที่วงรีสัมผัส

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$\text{wearleft}(j) \cdot \text{data}(n,1) = 0.01 \cdot 26.8 \cdot k \cdot \text{psi0leftvid}(j) \cdot \text{data}(1,n) \cdot \text{slide}(j) \cdot \text{data}(1,n) / (2.94 \cdot 10^9)$$

รูปที่ 3.32 การเขียนคำสั่งหาค่าปริมาณการสึกหรอ โดยแต่ละวงรีสัมผัส เวลาการเกิดการสัมผัสต่างกัน 0.01 วินาที และรถไฟมีความเร็ว 26.8 เมตร/วินาที

เมื่อทราบตำแหน่งการสัมผัสของล้อและรางทุกตำแหน่ง และสามารถหาค่าปริมาณการสึกหรอของแต่ละพื้นที่สัมผัสได้ ดังนั้นในการรวมปริมาณการสึกหรอ สามารถทำได้โดยการวิเคราะห์ปริมาณการสึกหรอที่เกิดขึ้นแต่ละตำแหน่งเทียบกับโปรไฟล์ของล้อ

เมื่อทราบว่าที่ตำแหน่งหน้าล้อนี้อะไรปริมาณการสึกหรอเป็นเท่าไร จึงคำนวณได้ว่าล้อนี้อะไรสึกหรอลงไปกี่มิลลิเมตร ในการหาพื้นที่ที่เกิดการสึกหรอ จะแบ่งพื้นที่ความเสียหายออกเป็นช่วง ช่วงละ 0.001 เมตร แล้วจึงรวบรวมค่าที่เกิดขึ้นเป็นระยะทาง 10 กิโลเมตร จากตัวอย่างคำสั่งการหาค่า wear ในแต่ละช่วงสัมผัส สามารถเขียนได้ดังรูปโดยแบ่งระยะทุกๆ 0.001 เมตร เพื่อหาค่าความเสียหายที่เกิดในแต่ละช่วงของล้อ

```

if rightwheel(n).data(i) >= 0.490 & rightwheel(n).data(i) < 0.491
    wear1 = wear1 + wear(i)
elseif rightwheel(n).data(i) >= 0.491 & rightwheel(n).data(i) < 0.492
    wear2 = wear2 + wear(i)
elseif rightwheel(n).data(i) >= 0.492 & rightwheel(n).data(i) < 0.493
    wear3 = wear3 + wear(i)
elseif rightwheel(n).data(i) >= 0.493 & rightwheel(n).data(i) < 0.494
    wear4 = wear4 + wear(i)
elseif rightwheel(n).data(i) >= 0.494 & rightwheel(n).data(i) < 0.495
    wear5 = wear5 + wear(i)
elseif rightwheel(n).data(i) >= 0.495 & rightwheel(n).data(i) < 0.496
    wear6 = wear6 + wear(i)
elseif rightwheel(n).data(i) >= 0.496 & rightwheel(n).data(i) < 0.497
    wear7 = wear7 + wear(i)
elseif rightwheel(n).data(i) >= 0.497 & rightwheel(n).data(i) < 0.498
    wear8 = wear8 + wear(i)
elseif rightwheel(n).data(i) >= 0.498 & rightwheel(n).data(i) < 0.499

```

รูปที่ 3.33 การเขียนคำสั่งในการรวมค่าความเสียหายที่ตกในแต่ละช่วงต่างๆ ของล้อ

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

เมื่อได้ปริมาณการสึกหรอในแต่ละช่วง โดยคิดเป็นปริมาณการเคลื่อนที่จำนวน 21 การเคลื่อนที่ การเคลื่อนที่ละ 44 ค่า ที่เป็นเช่นนี้เพราะทุกๆในการเคลื่อนที่ครบ 21 ครั้งของค่าผลเฉลยที่ได้ออกมาจาก Simulink การเคลื่อนที่จะเกิดซ้ำเพราะฉะนั้นจึงรวมค่าความเสียหายได้โดยพิจารณา ระยะรวมทั้งหมดที่เราพิจารณารด้วยระยะทางในทุกๆ 21 รอบของค่าคำตอบ จะได้จำนวนรอบของความเสียหาย

จากรูปคำสั่งการหาจำนวนรอบความเสียหายที่เกิดขึ้น เมื่อ y เท่ากับ 49 รถไฟจะเคลื่อนที่ครบ 10 กิโลเมตร แต่เนื่องจากคำตอบที่ได้จาก Simulink ในช่วง 44 ค่าแรกเกิดจากเงื่อนไขเริ่มต้นที่ล้อรถไฟมีระยะไกลจากสมดุลมากที่สุด เพราะฉะนั้นค่าในช่วง 44 ค่าแรกจึงไม่สามารถนำมาซ้ำกับค่าอื่นได้

```
%sum_wear
y = 41
sumwear1 = wear1*y + weara
sumwear2 = wear2*y + wearb
sumwear3 = wear3*y + wearc
sumwear4 = wear4*y + weard
sumwear5 = wear5*y + weare
sumwear6 = wear6*y + wearf
sumwear7 = wear7*y + wearg
sumwear8 = wear8*y + wearh
sumwear9 = wear9*y + weari
```

รูปที่ 3.34 การเขียนคำสั่งหาค่าผลรวมของการสึกหรอระยะ 10 กิโลเมตร

บทที่ 4

ผลการดำเนินงานวิจัย

4.1 ผลเฉลยของการเคลื่อนตำแหน่งแนวขวางของชุดล้อ

โดยผลเฉลยคำนวณจากแบบจำลองการเคลื่อนที่ ที่สร้างจากสมการที่ 2.13, 2.14 ได้คำตอบของสมการคือค่า x และค่า ψ โดยค่า x คือระยะเคลื่อนตำแหน่งของล้อรถไฟในแนวขวางการเคลื่อนที่ และ ψ คือค่ามุมหันเหของแกนล้อ และผลเฉลยทำให้ทราบตำแหน่งการสัมผัส

เวลา(วินาที)	ค่า x	เวลา(วินาที)	ค่า x	เวลา(วินาที)	ค่า x	เวลา(วินาที)	ค่า x
0.01	0.005	0.026	6.27E-06	0.51	-2.40E-07	0.76	2.35E-09
0.02	0.0049999	0.027	-9.77E-06	0.52	-1.11E-07	0.77	1.67E-09
0.03	0.004805	0.028	-1.92E-05	0.53	-1.00E-08	0.78	9.94E-10
0.04	0.004191	0.029	-2.30E-05	0.54	5.91E-08	0.79	4.09E-10
0.05	0.003244	0.03	-2.25E-05	0.55	9.76E-08	0.8	-3.88E-11
0.06	0.002173	0.031	-1.91E-05	0.56	1.10E-07	0.81	-3.34E-10
0.07	0.001161	0.032	-1.43E-05	0.57	1.04E-07	0.82	-4.87E-10
0.08	0.000327	0.033	-9.21E-06	0.58	8.63E-08	0.83	-5.25E-10
0.09	-0.00028	0.034	-4.55E-06	0.59	6.27E-08	0.84	-4.80E-10
0.1	-0.00064	0.035	-8.15E-07	0.6	3.86E-08	0.85	-3.87E-10
0.11	-0.0008	0.036	1.80E-06	0.61	1.72E-08	0.86	-2.72E-10
0.12	-0.00081	0.037	3.31E-06	0.62	6.37E-10	0.87	-1.59E-10
0.13	-0.0007	0.038	3.88E-06	0.63	-1.06E-08	0.88	-6.23E-11
0.14	-0.00053	0.039	3.75E-06	0.64	-1.67E-08	0.89	1.11E-11
0.15	-0.00035	0.04	3.16E-06	0.65	-1.86E-08	0.9	5.88E-11
0.16	-0.00018	0.041	2.35E-06	0.66	-1.74E-08	0.91	8.30E-11
0.17	-4.60E-05	0.042	1.49E-06	0.67	-1.42E-08	0.92	8.81E-11
0.18	5.24E-05	0.043	7.12E-07	0.68	-1.02E-08	0.93	7.98E-11
0.19	0.000111	0.044	9.78E-08	0.69	-6.20E-09	0.94	6.37E-11
0.2	0.000136	0.045	-3.27E-07	0.7	-2.66E-09	0.95	4.43E-11
0.21	0.000135	0.046	-5.69E-07	0.71	6.44E-11	0.96	2.55E-11
0.22	0.000116	0.047	-6.55E-07	0.72	1.88E-09	0.97	9.41E-12
0.23	8.75E-05	0.048	-6.26E-07	0.73	2.85E-09	0.98	-2.61E-12
0.24	5.70E-05	0.049	-5.23E-07	0.74	3.12E-09	0.99	-1.03E-11
0.25	2.89E-05	0.05	-3.84E-07	0.75	2.89E-09	1	-1.41E-11
						1.01	-1.48E-11

ตารางที่ 4.1 ตัวอย่างผลเฉลยค่า x จากเงื่อนไขเริ่มต้น

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

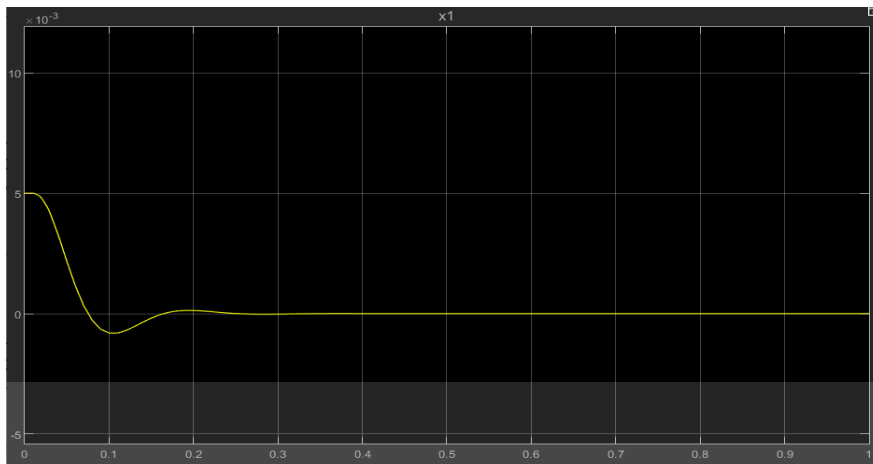
เวลา(วินาที)	ค่า ψ	เวลา(วินาที)	ค่า ψ	เวลา(วินาที)	ค่า ψ	เวลา(วินาที)	ค่า ψ
0.01	0	0.026	-4.45E-05	0.51	4.22E-07	0.76	-2.60E-09
0.02	-0.00132	0.027	-2.16E-05	0.52	3.05E-07	0.77	-2.36E-09
0.03	-0.00306	0.028	-3.31E-06	0.53	1.86E-07	0.78	-1.89E-09
0.04	-0.00394	0.029	9.36E-06	0.54	8.10E-08	0.79	-1.32E-09
0.05	-0.00396	0.03	1.66E-05	0.55	-4.11E-12	0.8	-7.64E-10
0.06	-0.00343	0.031	1.93E-05	0.56	-5.43E-08	0.81	-2.89E-10
0.07	-0.0026	0.032	1.85E-05	0.57	-8.35E-08	0.82	6.86E-11
0.08	-0.0017	0.033	1.55E-05	0.58	-9.20E-08	0.83	2.99E-10
0.09	-0.00087	0.034	1.14E-05	0.59	-8.54E-08	0.84	4.14E-10
0.1	-0.0002	0.035	7.17E-06	0.6	-6.96E-08	0.85	4.36E-10
0.11	0.000277	0.036	3.37E-06	0.61	-4.98E-08	0.86	3.92E-10
0.12	0.000561	0.037	3.66E-07	0.62	-2.98E-08	0.87	3.11E-10
0.13	0.000676	0.038	-1.70E-06	0.63	-1.25E-08	0.88	2.15E-10
0.14	0.000664	0.039	-2.85E-06	0.64	8.34E-10	0.89	1.22E-10
0.15	0.000567	0.04	-3.25E-06	0.65	9.64E-09	0.9	4.34E-11
0.16	0.000426	0.041	-3.08E-06	0.66	1.43E-08	0.91	-1.51E-11
0.17	2.75E-04	0.042	-2.56E-06	0.67	1.55E-08	0.92	-5.24E-11
0.18	1.37E-04	0.043	-1.87E-06	0.68	1.42E-08	0.93	-7.04E-11
0.19	2.66E-05	0.044	-1.16E-06	0.69	1.15E-08	0.94	-7.30E-11
0.2	-5.12E-05	0.045	-5.24E-07	0.7	8.11E-09	0.95	-6.51E-11
0.21	-9.66E-05	0.046	-3.03E-08	0.71	4.78E-09	0.96	-5.11E-11
0.22	-0.00011	0.047	3.05E-07	0.72	1.90E-09	0.97	-3.49E-11
0.23	-1.11E-04	0.048	4.89E-07	0.73	-2.76E-10	0.98	-1.94E-11
0.24	-9.37E-05	0.049	5.47E-07	0.74	-1.70E-09	0.99	-6.44E-12
0.25	-6.98E-05	0.05	5.13E-07	0.75	-2.43E-09	1	3.13E-12
						1.01	9.13E-12

ตารางที่ 4.2 ตัวอย่างผลเฉลยค่า ψ จากเงื่อนไขเริ่มต้น

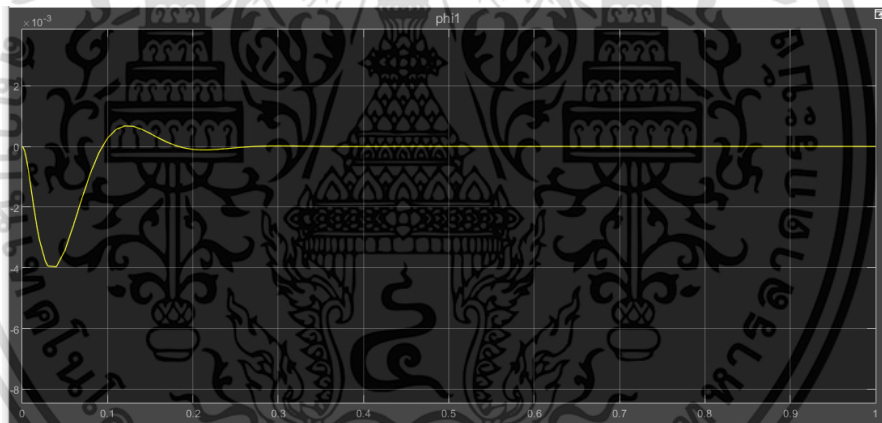
เวลา(วินาที)	ตำแหน่งสัมพัทธ์ ล้อซ้าย	ตำแหน่งสัมพัทธ์ ล้อขวา	เวลา(วินาที)	ตำแหน่งสัมพัทธ์ ล้อซ้าย	ตำแหน่งสัมพัทธ์ ล้อขวา	เวลา(วินาที)	ตำแหน่งสัมพัทธ์ ล้อซ้าย	ตำแหน่งสัมพัทธ์ ล้อขวา	เวลา(วินาที)	ตำแหน่งสัมพัทธ์ ล้อซ้าย	ตำแหน่งสัมพัทธ์ ล้อขวา
0.01	-0.495	0.505	0.026	-0.49999372	0.500006279	0.51	-0.49999998	0.499999761	0.76	-0.50000024	0.5
0.02	-0.495000272	0.504998859	0.027	-0.500009748	0.499990252	0.52	-0.499999998	0.499999889	0.77	-0.50000011	0.5
0.03	-0.495192586	0.50480273	0.028	-0.500019198	0.499980802	0.53	-0.499999999	0.499999999	0.78	-0.50000001	0.5
0.04	-0.495804723	0.504187517	0.029	-0.500022978	0.499977022	0.54	-0.5	0.500000059	0.79	-0.49999994	0.5
0.05	-0.496751856	0.503240285	0.03	-0.500022452	0.499977548	0.55	-0.5	0.500000097	0.8	-0.49999999	0.5
0.06	-0.497824379	0.502169748	0.031	-0.500019109	0.499980891	0.56	-0.5	0.50000011	0.81	-0.49999989	0.5
0.07	-0.498837236	0.501159376	0.032	-0.500014322	0.499985678	0.57	-0.5	0.500000104	0.82	-0.49999999	0.5
0.08	-0.499672314	0.500326235	0.033	-0.500009204	0.499990796	0.58	-0.500000001	0.500000086	0.83	-0.49999991	0.5
0.09	-0.500275865	0.499723753	0.034	-0.500004546	0.499995454	0.59	-0.5	0.500000063	0.84	-0.49999994	0.5
0.1	-0.500643615	0.499356365	0.035	-0.500000817	0.499999183	0.6	-0.5	0.500000038	0.85	-0.49999996	0.5
0.11	-0.500804342	0.49919562	0.036	-0.499998207	0.500001793	0.61	-0.5	0.500000017	0.86	-0.49999998	0.5
0.12	-0.500804928	0.499194915	0.037	-0.499996696	0.500003304	0.62	-0.5	0.500000001	0.87	-0.5	0.5
0.13	-0.5006981	0.499301672	0.038	-0.499996123	0.500003877	0.63	-0.5	0.499999989	0.88	-0.50000001	0.5
0.14	-0.500533489	0.499466291	0.039	-0.499996255	0.500003745	0.64	-0.5	0.499999983	0.89	-0.50000002	0.5
0.15	-0.500352053	0.499647787	0.04	-0.499996842	0.500003158	0.65	-0.5	0.499999981	0.9	-0.50000002	0.5
0.16	-0.500183493	0.499816416	0.041	-0.499997657	0.500002343	0.66	-0.5	0.499999983	0.91	-0.50000002	0.5
0.17	-0.500046012	0.499959395	0.042	-0.499998515	0.500001485	0.67	-0.5	0.499999986	0.92	-0.50000001	0.5
0.18	-0.499947682	0.500052308	0.043	-0.499999288	0.500000712	0.68	-0.5	0.499999999	0.93	-0.50000001	0.5
0.19	-0.499888705	0.500111295	0.044	-0.499999902	0.50000098	0.69	-0.5	0.499999994	0.94	-0.50000001	0.5
0.2	-0.499863975	0.500136024	0.045	-0.500000326	0.499999674	0.7	-0.5	0.499999997	0.95	-0.5	0.5
0.21	-0.499865508	0.500134488	0.046	-0.500000567	0.499999433	0.71	-0.5	0.5	0.96	-0.5	0.5
0.22	-0.499884449	0.500115544	0.047	-0.500000654	0.499999346	0.72	-0.5	0.500000002	0.97	-0.5	0.5
0.23	-0.499912543	0.500087451	0.048	-0.500000624	0.499999376	0.73	-0.5	0.500000003	0.98	-0.5	0.5
0.24	-0.499943033	0.500056963	0.049	-0.500000522	0.499999478	0.74	-0.5	0.500000003	0.99	-0.5	0.5
0.25	-0.499971067	0.500028931	0.05	-0.500000383	0.499999617	0.75	-0.5	0.500000003	1	-0.5	0.5
									1.01	-0.5	0.5

ตารางที่ 4.3 ตำแหน่งการสัมผัสตามแกน x ของล้อซ้ายและขวา ขอล้อ Vidura ของรอบที่ 1

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



รูปที่ 4.1 ผลเฉลยของค่าการเคลื่อนที่ตำแหน่งในแนวขวาง (x) โดยแกนตั้งคือค่า x และแกนนอนคือ เวลา(วินาที) ที่กำหนดให้เงื่อนไขเริ่มต้นคือ $+5$ มิลลิเมตร



รูปที่ 4.2 ผลเฉลยของค่ามุมหันทนของชุดล้อ ψ โดยแกนตั้งคือค่ามุมหันของชุดล้อและแกนนอนคือเวลา(วินาที)

จากกราฟจะเห็นได้ว่า ค่าผลเฉลยมีค่าลู่เข้าที่ประมาณ 0.4 วินาที แต่ในความเป็นจริงล้อของรถไฟจะเกิดการส่ายอยู่ตลอดเวลาเนื่องจากมีแรงมากกระทำบริเวณล้อตลอดเวลา และผลจากการแปรผันทางเรขาคณิตของราง ในบทที่ 2.4 ทำให้ล้อเกิดการส่ายอยู่ตลอดเวลา ดังนั้นผลเฉลยสมการนี้มีค่าคำตอบอยู่ที่ 101 ค่าในเวลา 100×0.1 วินาที แต่เราพิจารณาถึงแค่ 44 ค่าในแต่ละกราฟและนำค่าที่

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

44 มาเป็นเงื่อนไขเริ่มต้นในการเคลื่อนที่ครั้งต่อไป เพื่อให้แบบจำลองการเคลื่อนที่ของแกนล้อรถไฟมีการส่ายตลอดเวลา

เมื่อหาค่าผลเฉลยไปทั้งหมดเป็นจำนวน 22 รอบเราพบว่า กราฟจะเกิดการเคลื่อนที่ซ้ำ กล่าวคือผลเฉลยตำแหน่งรอบที่ 2 ตรงกับรอบที่ 22 หมายความว่า รอบที่ 2 ถึง 21 จะมีค่าแตกต่างกัน ดังนั้นในการหาความเสียหายของล้อที่ระยะทาง 10 กิโลเมตร เราพิจารณาว่า ในกราฟ 2 ถึง 21 รอบล้อรถไฟเคลื่อนที่เป็นระยะทางเท่าไร เมื่อได้ระยะทางเคลื่อนที่ แล้วจึงคูณจำนวน ระยะทางทั้งหมดด้วยระยะทางการเคลื่อนที่รอบที่ 1 หาดด้วยระยะทางของกราฟช่วงรอบที่ 2 ถึง 21 ซึ่งเป็นจำนวนรอบในการเกิดการเคลื่อนที่ซ้ำเพราะฉะนั้นเมื่อได้ความเสียหาย ในแต่ละรอบ จึงคูณด้วยจำนวนครั้งที่เกิดการซ้ำในการวิ่งระยะทาง 10 กิโลเมตรเพื่อหาความเสียหายที่เกิดขึ้นทั้งหมดบนล้อรถไฟ

เวลา(วินาที)	ค่า x รอบที่ 2	ค่า x รอบที่ 22	เวลา(วินาที)	ค่า x รอบที่ 2	ค่า x รอบที่ 22	เวลา(วินาที)	ค่า x รอบที่ 2	ค่า x รอบที่ 22	เวลา(วินาที)	ค่า x รอบที่ 2	ค่า x รอบที่ 22
0.01	0.001236166	0.001236068	0.026	1.55E-06	1.55E-06	0.51	-5.91E-08	-5.92E-08	0.76	5.78E-10	5.78E-10
0.02	0.001235838	0.001235893	0.027	-2.41E-06	-2.41E-06	0.52	-2.74E-08	-2.74E-08	0.77	4.11E-10	4.12E-10
0.03	0.001187595	0.001187879	0.028	-4.75E-06	-4.75E-06	0.53	-2.47E-09	-2.50E-09	0.78	2.45E-10	2.45E-10
0.04	0.001035744	0.00103617	0.029	-5.68E-06	-5.68E-06	0.54	1.46E-08	1.46E-08	0.79	1.01E-10	1.01E-10
0.05	0.00080155	0.000802014	0.03	-5.55E-06	-5.55E-06	0.55	2.41E-08	2.40E-08	0.8	-9.52E-12	-9.41E-12
0.06	0.000536693	0.000537117	0.031	-4.72E-06	-4.72E-06	0.56	2.72E-08	2.72E-08	0.81	-8.21E-11	-8.21E-11
0.07	0.000286692	0.000287032	0.032	-3.54E-06	-3.54E-06	0.57	2.57E-08	2.57E-08	0.82	-1.20E-10	-1.20E-10
0.08	8.06E-05	8.08E-05	0.033	-2.27E-06	-2.28E-06	0.58	2.13E-08	2.13E-08	0.83	-1.29E-10	-1.29E-10
0.09	-6.84E-05	-6.82E-05	0.034	-1.12E-06	-1.12E-06	0.59	1.55E-08	1.55E-08	0.84	-1.18E-10	-1.18E-10
0.1	-0.00015917	-0.000159113	0.035	-2.01E-07	-2.02E-07	0.6	9.51E-09	9.52E-09	0.85	-9.52E-11	-9.53E-11
0.11	-0.00019884	-0.000198849	0.036	4.44E-07	4.43E-07	0.61	4.25E-09	4.26E-09	0.86	-6.70E-11	-6.71E-11
0.12	-0.00019896	-0.000199009	0.037	8.17E-07	8.17E-07	0.62	1.57E-10	1.62E-10	0.87	-3.92E-11	-3.93E-11
0.13	-0.00017253	-0.000172608	0.038	9.58E-07	9.59E-07	0.63	-2.61E-09	-2.61E-09	0.88	-1.53E-11	-1.54E-11
0.14	-0.00013183	-0.000131913	0.039	9.26E-07	9.26E-07	0.64	-4.12E-09	-4.11E-09	0.89	2.72E-12	2.70E-12
0.15	-8.70E-05	-8.71E-05	0.04	7.80E-07	7.81E-07	0.65	-4.58E-09	-4.58E-09	0.9	1.45E-11	1.45E-11
0.16	-4.53E-05	-4.54E-05	0.041	5.79E-07	5.79E-07	0.66	-4.28E-09	-4.28E-09	0.91	2.04E-11	2.04E-11
0.17	-1.13E-05	-1.14E-05	0.042	3.67E-07	3.67E-07	0.67	-3.51E-09	-3.51E-09	0.92	2.17E-11	2.17E-11
0.18	1.30E-05	1.29E-05	0.043	1.76E-07	1.76E-07	0.68	-2.52E-09	-2.53E-09	0.93	1.97E-11	1.97E-11
0.19	2.75E-05	2.75E-05	0.044	2.41E-08	2.43E-08	0.69	-1.53E-09	-1.53E-09	0.94	1.57E-11	1.57E-11
0.2	3.36E-05	3.36E-05	0.045	-8.08E-08	-8.07E-08	0.7	-6.56E-10	-6.57E-10	0.95	1.09E-11	1.09E-11
0.21	3.32E-05	3.32E-05	0.046	-1.40E-07	-1.40E-07	0.71	1.57E-11	1.50E-11	0.96	6.27E-12	6.27E-12
0.22	2.86E-05	2.86E-05	0.047	-1.62E-07	-1.62E-07	0.72	4.64E-10	4.64E-10	0.97	2.32E-12	2.32E-12
0.23	2.16E-05	2.16E-05	0.048	9.51E-08	-1.54E-07	0.73	7.03E-10	7.03E-10	0.98	-6.40E-13	-6.37E-13
0.24	1.41E-05	1.41E-05	0.049	1.12E-07	-1.29E-07	0.74	7.70E-10	7.70E-10	0.99	-2.54E-12	-2.54E-12
0.25	7.14E-06	7.15E-06	0.05	1.08E-07	-9.47E-08	0.75	7.12E-10	7.12E-10	1	-3.47E-12	-3.47E-12
									1.01	-3.64E-12	-3.64E-12

ตารางที่ 4.4 ผลเฉลยการเคลื่อนที่ตำแหน่งของรอบที่ 2 และรอบที่ 22 มีค่าตรงกัน จึงพิจารณาเพียงรอบที่ 2 ถึง 21 โดยรอบที่ 1 หมายถึงเวลา 0.01 ถึงเวลา 0.44 วินาที รอบที่ 2 คือ 0.45 ถึงเวลา 0.88 วินาที นับจากรถไฟเริ่มเคลื่อนที่ ดังนั้นในรอบที่ 22 ถึง 41 มีการเคลื่อนที่เหมือนกับรอบที่ 2 ถึง 21

4.2 ค่าน้ำหนักกตแต่ละตำแหน่ง

เมื่อล้อเกิดการเคลื่อนที่แบบส่าย มวลหรือภาระจากรถไฟ ที่กระทำต่อล้อทั้งสองข้างจะมีค่าไม่เท่ากัน แรงจากโหนดที่เกิดการเปลี่ยนแปลงตลอดเวลาตัวเอง ทำให้เกิดค่าความเสียหายในแต่ละตำแหน่งไม่เท่ากัน

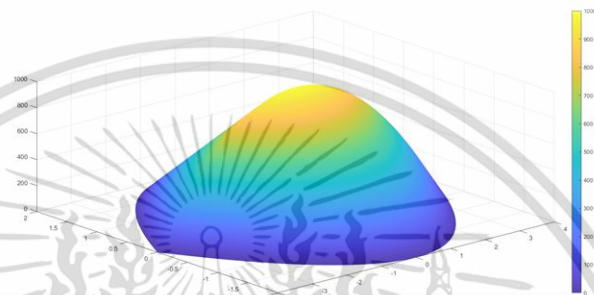
เวลา(วินาที)	ค่าภาระน้ำหนัก ล้อซ้าย	ล้อขวา	เวลา(วินาที)	ค่าภาระน้ำหนัก ล้อซ้าย	ล้อขวา	เวลา(วินาที)	ค่าภาระน้ำหนัก ล้อซ้าย	ล้อขวา	เวลา(วินาที)	ค่าภาระน้ำหนัก ล้อซ้าย	ล้อขวา
0.01	14805.13932	15111.37114	0.026	14958.06294	14958.44752	0.51	14958.26256	14958.2479	0.76	14958.25516	14958.2553
0.02	14805.16096	15111.3495	0.027	14958.55375	14957.95671	0.52	14958.25863	14958.25183	0.77	14958.25518	14958.2553
0.03	14811.10862	15105.40184	0.028	14958.84313	14957.66733	0.53	14958.25554	14958.25492	0.78	14958.2552	14958.2553
0.04	14829.90132	15086.60914	0.029	14958.95888	14957.55158	0.54	14958.25343	14958.25703	0.79	14958.25522	14958.2552
0.05	14858.90707	15057.60339	0.03	14958.94278	14957.56768	0.55	14958.25225	14958.25821	0.8	14958.25523	14958.2552
0.06	14891.72072	15024.78974	0.031	14958.84041	14957.67006	0.56	14958.25186	14958.2586	0.81	14958.25524	14958.2552
0.07	14922.69957	14993.81089	0.032	14958.69381	14957.81665	0.57	14958.25205	14958.25842	0.82	14958.25525	14958.2552
0.08	14948.24266	14968.26781	0.033	14958.53708	14957.97338	0.58	14958.25259	14958.25787	0.83	14958.25525	14958.2552
0.09	14966.70894	14949.80152	0.034	14958.39444	14958.11603	0.59	14958.25331	14958.25715	0.84	14958.25525	14958.2552
0.1	14977.96506	14938.5454	0.035	14958.28024	14958.23022	0.6	14958.25405	14958.25641	0.85	14958.25524	14958.2552
0.11	14982.88733	14933.62313	0.036	14958.20032	14958.31014	0.61	14958.2547	14958.25576	0.86	14958.25524	14958.2552
0.12	14982.90709	14933.60337	0.037	14958.15405	14958.35641	0.62	14958.25521	14958.25525	0.87	14958.25524	14958.2552
0.13	14979.63676	14936.8737	0.038	14958.13649	14958.37397	0.63	14958.25555	14958.25491	0.88	14958.25523	14958.2552
0.14	14974.59572	14941.91474	0.039	14958.14053	14958.36993	0.64	14958.25574	14958.25472	0.89	14958.25523	14958.2552
0.15	14969.03867	14947.47179	0.04	14958.15852	14958.35194	0.65	14958.2558	14958.25466	0.9	14958.25523	14958.2552
0.16	14963.87576	14952.6347	0.041	14958.18347	14958.32699	0.66	14958.25576	14958.2547	0.91	14958.25523	14958.2552
0.17	14959.66485	14956.84561	0.042	14958.20975	14958.30071	0.67	14958.25567	14958.2548	0.92	14958.25523	14958.2552
0.18	14956.65324	14959.85722	0.043	14958.23344	14958.27702	0.68	14958.25554	14958.25492	0.93	14958.25523	14958.2552
0.19	14954.84702	14961.66344	0.044	14958.25222	14958.25824	0.69	14958.25542	14958.25504	0.94	14958.25523	14958.2552
0.2	14954.08973	14962.42073	0.045	14958.26522	14958.24524	0.7	14958.25531	14958.25515	0.95	14958.25523	14958.2552
0.21	14954.13672	14962.37374	0.046	14958.27261	14958.23785	0.71	14958.25523	14958.25523	0.96	14958.25523	14958.2552
0.22	14954.71681	14961.79366	0.047	14958.27525	14958.23521	0.72	14958.25517	14958.25529	0.97	14958.25523	14958.2552
0.23	14955.57712	14960.93334	0.048	14958.27435	14958.23611	0.73	14958.25514	14958.25532	0.98	14958.25523	14958.2552
0.24	14956.51077	14959.99969	0.049	14958.2712	14958.23926	0.74	14958.25514	14958.25533	0.99	14958.25523	14958.2552
0.25	14957.36924	14959.14122	0.05	14958.26696	14958.2435	0.75	14958.25514	14958.25532	1	14958.25523	14958.2552
									1.01	14958.25523	14958.2552

ตารางที่ 4.5 ตัวอย่าง ค่าภาระน้ำหนักที่กระทำต่อล้อซ้ายและขวา ของล้อ Vidura ของรอบที่ 1 เงื่อนไขเริ่มต้นคือ $x = +5$ มิลลิเมตร ชุดล้อเคลื่อนไปทาง $+x$ ทำให้ล้อขวารับภาระหนักกว่าล้อซ้ายในตอนเริ่มต้น จากนั้นเมื่อการเคลื่อนที่ส่ายเข้าสู่สภาวะสมดุล ล้อ 2 ข้างจึงรับภาระเท่ากัน

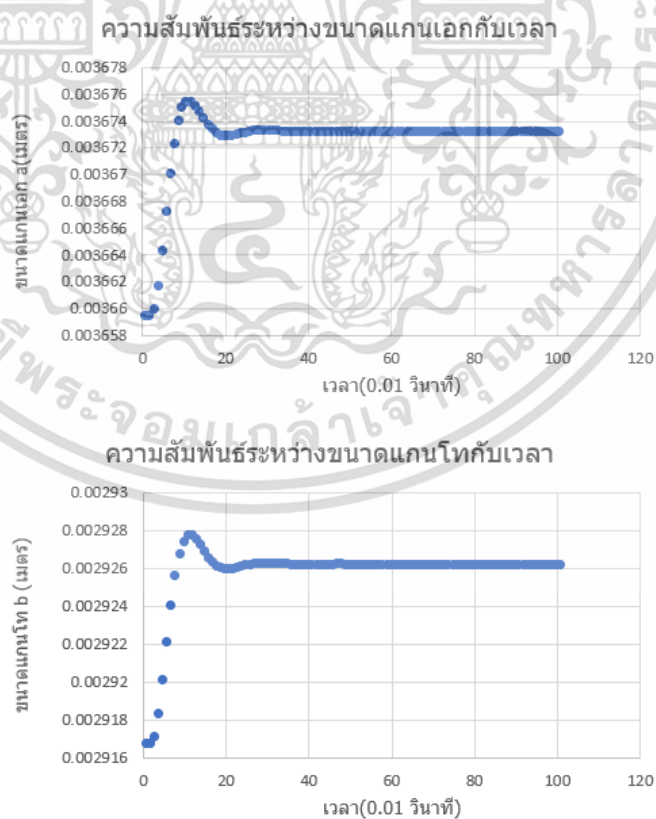
จากการคำนวณตามสมการ 2.57 แสดงให้เห็นว่าการเคลื่อนที่ของรถไฟแม้จะเกิดการส่ายแบบ hunting แต่ค่ามวลภาระของรถไฟที่กระทำต่อล้อมีการเปลี่ยนแปลงน้อยมาก แต่ก็ยังมีผลต่อความเสียหายในระยะยาวขึ้นกับปัจจัยหลายๆ อย่างดังที่กล่าวมาในตอนต้นของบท 2

4.3 ขนาดวงรีสัมพันธ์แต่ละตำแหน่งตามทฤษฎีเอิร์ต

ในผลเฉลยแต่ละค่า คือการสัมพันธ์ของล้อและราง เมื่อมองรางเป็น ไข่มุกและเป็นการสัมพันธ์ที่หน้าล้อกับหัวรางเพียง 1 จุดเท่านั้น โดยในผลเฉลยแต่ละค่า จะให้ค่า 1 พื้นที่การสัมพันธ์ต่อ 1 ผลเฉลยที่ได้จากสมการและจะให้ค่าวงรีที่มีค่า a b (บทที่ 2.5.8.1) ที่แตกต่างกันรวมถึง ความเค้นแต่ละจุดในพื้นที่วงรีที่ได้นี้ด้วย จากรูปที่ 4.3 แสดงให้เห็นว่า รูปทรงวงรีมีค่าความเค้นมากที่สุดบริเวณตรงกลาง และมีค่าน้อยลงเรื่อยๆ ตามสูตรที่ 2.65 และ 2.66 โดยจากรูปยกตัวอย่างจากผลเฉลยที่ เวลาเท่ากับ



รูปที่ 4.3 รูปทรงวงรีมีค่าความเค้นมากที่สุดบริเวณตรงกลางและมีค่าน้อยลงเรื่อยๆ



รูปที่ 4.4 ความสัมพันธ์ระหว่างขนาดแกนเอกและแกนโทเทียบกับเวลา

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

จากกราฟผลเฉลยในเวลา $44*0.01$ จะได้ค่า a b หน่วย เมตร ที่แตกต่างกันโดยเมื่อผลเฉลยเริ่มเข้าสู่ภาวะสมดุลจะทำให้ค่า a b ของวงรีมีค่าคงที่เนื่องมาจากเมื่อสมการเกิดความเสถียรแรงที่เกิดจากครีมีค่าน้อยลงทำให้ ล้อรถไฟเกิดการเคลื่อนที่ในแนวตามขวางการเคลื่อนที่ที่น้อยลง และจุดสัมผัสระหว่างล้อและรางมีค่าอยู่ที่จุดเดียวทำให้ค่า a b เกิดการเปลี่ยนแปลงที่น้อยลงจนเกือบจะมีค่าคงที่

เวลา(วินาที)	ความยาวแกนเอก a	ความยาวแกนโท b	เวลา(วินาที)	ความยาวแกนเอก a	ความยาวแกนโท b	เวลา(วินาที)	ความยาวแกนเอก a	ความยาวแกนโท b	เวลา(วินาที)	ความยาวแกนเอก a	ความยาวแกนโท b
0.01	0.003659408	0.002916722	0.026	0.003673159	0.002926164	0.51	0.003673177	0.002926176	0.76	0.003673177	0.00292618
0.02	0.00365941	0.002916724	0.027	0.003673203	0.002926194	0.52	0.003673177	0.002926176	0.77	0.003673177	0.00292618
0.03	0.003659946	0.002917092	0.028	0.003673229	0.002926212	0.53	0.003673177	0.002926176	0.78	0.003673177	0.00292618
0.04	0.00366164	0.002918256	0.029	0.00367324	0.002926219	0.54	0.003673176	0.002926176	0.79	0.003673177	0.00292618
0.05	0.003664252	0.00292005	0.03	0.003673238	0.002926218	0.55	0.003673176	0.002926175	0.8	0.003673177	0.00292618
0.06	0.003667203	0.002922077	0.031	0.003673229	0.002926212	0.56	0.003673176	0.002926175	0.81	0.003673177	0.00292618
0.07	0.003669986	0.002923987	0.032	0.003673216	0.002926203	0.57	0.003673176	0.002926175	0.82	0.003673177	0.00292618
0.08	0.003672279	0.00292556	0.033	0.003673202	0.002926193	0.58	0.003673176	0.002926176	0.83	0.003673177	0.00292618
0.09	0.003673934	0.002926695	0.034	0.003673189	0.002926184	0.59	0.003673176	0.002926176	0.84	0.003673177	0.00292618
0.1	0.003674943	0.002927387	0.035	0.003673179	0.002926177	0.6	0.003673176	0.002926176	0.85	0.003673177	0.00292618
0.11	0.003675384	0.00292769	0.036	0.003673172	0.002926172	0.61	0.003673176	0.002926176	0.86	0.003673177	0.00292618
0.12	0.003675386	0.002927691	0.037	0.003673167	0.002926169	0.62	0.003673177	0.002926176	0.87	0.003673177	0.00292618
0.13	0.003675093	0.00292749	0.038	0.003673166	0.002926168	0.63	0.003673177	0.002926176	0.88	0.003673177	0.00292618
0.14	0.003674641	0.00292718	0.039	0.003673166	0.002926169	0.64	0.003673177	0.002926176	0.89	0.003673177	0.00292618
0.15	0.003674143	0.002926839	0.04	0.003673168	0.00292617	0.65	0.003673177	0.002926176	0.9	0.003673177	0.00292618
0.16	0.00367368	0.002926521	0.041	0.00367317	0.002926171	0.66	0.003673177	0.002926176	0.91	0.003673177	0.00292618
0.17	0.003673303	0.002926262	0.042	0.003673172	0.002926173	0.67	0.003673177	0.002926176	0.92	0.003673177	0.00292618
0.18	0.003673033	0.002926077	0.043	0.003673175	0.002926174	0.68	0.003673177	0.002926176	0.93	0.003673177	0.00292618
0.19	0.003672871	0.002925966	0.044	0.003673176	0.002926175	0.69	0.003673177	0.002926176	0.94	0.003673177	0.00292618
0.2	0.003672803	0.002925919	0.045	0.003673177	0.002926176	0.7	0.003673177	0.002926176	0.95	0.003673177	0.00292618
0.21	0.003672807	0.002925922	0.046	0.003673178	0.002926177	0.71	0.003673177	0.002926176	0.96	0.003673177	0.00292618
0.22	0.003672859	0.002925958	0.047	0.003673178	0.002926177	0.72	0.003673177	0.002926176	0.97	0.003673177	0.00292618
0.23	0.003672936	0.002926011	0.048	0.003673178	0.002926177	0.73	0.003673177	0.002926176	0.98	0.003673177	0.00292618
0.24	0.00367302	0.002926068	0.049	0.003673178	0.002926177	0.74	0.003673177	0.002926176	0.99	0.003673177	0.00292618
0.25	0.003673097	0.002926121	0.05	0.003673178	0.002926176	0.75	0.003673177	0.002926176	1.01	0.003673177	0.00292618

ตารางที่ 4.6 ขนาดของแกนเอกและแกนโทที่เวลาต่างๆ ของรอบที่ 1

จากรูปแสดงให้เห็นว่า ขนาดวงรีสัมผัสที่เกิดขึ้นนั้นมีค่าเล็กมากเมื่อเทียบขนาดกับล้อและรางรถไฟ และค่าความเค้นที่เกิดในแต่ละจุดมีค่าการกระจายตรงตามทฤษฎีไฮตซ์ โดยค่าความเค้นที่มีค่ามากที่สุดจะอยู่บริเวณศูนย์กลางของวงรี โดยในพื้นที่วงรีสัมผัสนี้เอง จะแบ่งพื้นที่เป็น 2 บริเวณคือพื้นที่ของการยึดติด และพื้นที่ของการไถล

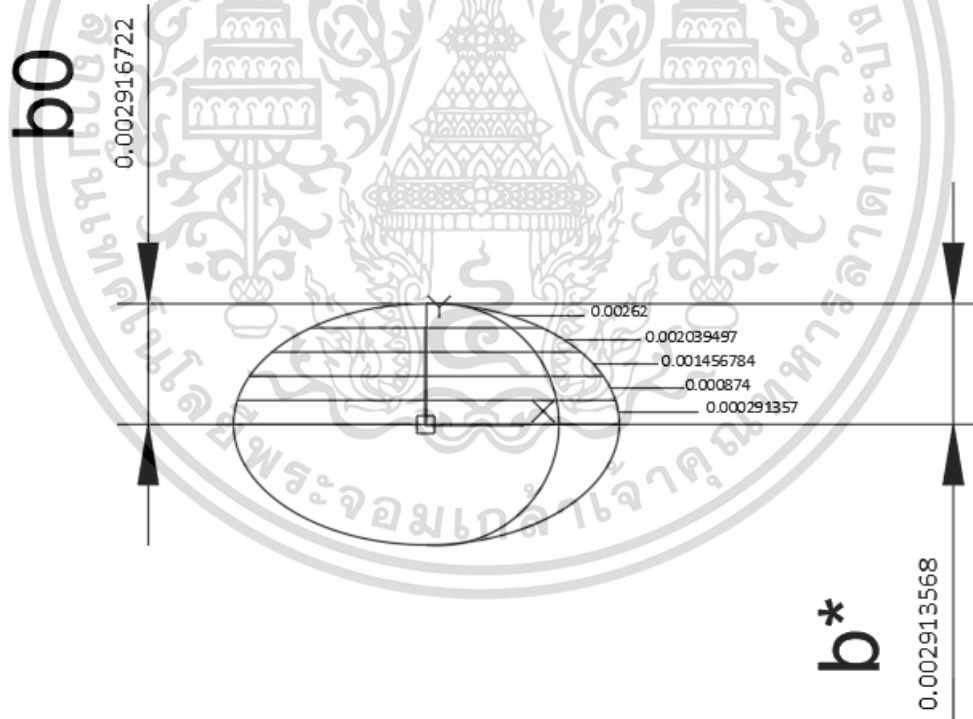
4.4 ขอบเขตของพื้นที่บริเวณการไถล

จากหัวข้อที่ 2.5.9.3 ในบทที่ 2 ได้ค่า สามารถคำนวณค่าขอบเขตของพื้นที่ยึดติดและค่าขอบเขตของพื้นที่การไถล โดยวิเคราะห์ห้วงรีสัมผัสแบ่งเป็น 5 แถบตามแนวนอน ซึ่งคำนวณขอบเขตของพื้นที่ยึดติดแนวแกนโทได้ดังนี้

เวลา(วินาที)	ขอบเขต	ความยาว	เวลา(วินาที)	ขอบเขต	ความยาว	เวลา(วินาที)	ขอบเขต	ความยาว	เวลา(วินาที)	ขอบเขต	ความยาว
	แกนโท b^*	แกนโท b		แกนโท b^*	แกนโท b		แกนโท b^*	แกนโท b		แกนโท b^*	แกนโท b
0.01	0.002913568	0.002916722	0.026	0.002926128	0.002926164	0.51	0.002926176	0.002926176	0.76	0.002926176	0.002926176
0.02	0.00274332	0.002916724	0.027	0.00292617	0.002926194	0.52	0.002926176	0.002926176	0.77	0.002926176	0.002926176
0.03	0.002840616	0.002917092	0.028	0.0029262	0.002926212	0.53	0.002926176	0.002926176	0.78	0.002926176	0.002926176
0.04	0.002915619	0.002918256	0.029	0.002926214	0.002926219	0.54	0.002926176	0.002926176	0.79	0.002926176	0.002926176
0.05	0.00290785	0.00292005	0.03	0.002926217	0.002926218	0.55	0.002926175	0.002926175	0.8	0.002926176	0.002926176
0.06	0.002882667	0.002922077	0.031	0.002926212	0.002926212	0.56	0.002926175	0.002926175	0.81	0.002926176	0.002926176
0.07	0.002871879	0.002923987	0.032	0.002926202	0.002926203	0.57	0.002926175	0.002926175	0.82	0.002926176	0.002926176
0.08	0.002878492	0.00292556	0.033	0.002926192	0.002926193	0.58	0.002926176	0.002926176	0.83	0.002926176	0.002926176
0.09	0.002894182	0.002926695	0.034	0.002926183	0.002926184	0.59	0.002926176	0.002926176	0.84	0.002926176	0.002926176
0.1	0.002910014	0.002927387	0.035	0.002926176	0.002926177	0.6	0.002926176	0.002926176	0.85	0.002926176	0.002926176
0.11	0.002920993	0.00292769	0.036	0.002926172	0.002926172	0.61	0.002926176	0.002926176	0.86	0.002926176	0.002926176
0.12	0.002926285	0.002927691	0.037	0.002926169	0.002926169	0.62	0.002926176	0.002926176	0.87	0.002926176	0.002926176
0.13	0.002927482	0.00292749	0.038	0.002926168	0.002926168	0.63	0.002926176	0.002926176	0.88	0.002926176	0.002926176
0.14	0.002926745	0.00292718	0.039	0.002926169	0.002926169	0.64	0.002926176	0.002926176	0.89	0.002926176	0.002926176
0.15	0.002925687	0.002926839	0.04	0.00292617	0.00292617	0.65	0.002926176	0.002926176	0.9	0.002926176	0.002926176
0.16	0.002925063	0.002926521	0.041	0.002926171	0.002926171	0.66	0.002926176	0.002926176	0.91	0.002926176	0.002926176
0.17	0.002924969	0.002926262	0.042	0.002926173	0.002926173	0.67	0.002926176	0.002926176	0.92	0.002926176	0.002926176
0.18	0.002925197	0.002926077	0.043	0.002926174	0.002926174	0.68	0.002926176	0.002926176	0.93	0.002926176	0.002926176
0.19	0.002925889	0.002925966	0.044	0.002926175	0.002926175	0.69	0.002926176	0.002926176	0.94	0.002926176	0.002926176
0.2	0.002925746	0.002925919	0.045	0.002926176	0.002926176	0.7	0.002926176	0.002926176	0.95	0.002926176	0.002926176
0.21	0.002925889	0.002925922	0.046	0.002926177	0.002926177	0.71	0.002926176	0.002926176	0.96	0.002926176	0.002926176
0.22	0.002925958	0.002925958	0.047	0.002926177	0.002926177	0.72	0.002926176	0.002926176	0.97	0.002926176	0.002926176
0.23	0.002925997	0.002926011	0.048	0.002926177	0.002926177	0.73	0.002926176	0.002926176	0.98	0.002926176	0.002926176
0.24	0.002926035	0.002926068	0.049	0.002926177	0.002926177	0.74	0.002926176	0.002926176	0.99	0.002926176	0.002926176
0.25	0.00292608	0.002926121	0.05	0.002926176	0.002926176	0.75	0.002926176	0.002926176	1	0.002926176	0.002926176
									1.01	0.002926176	0.002926176

ตารางที่ 4.7 ค่าขอบเขตพื้นที่ยึดติดแกนโทและขนาดแกนโทของวงรีสัมพันธ์ ที่เวลาต่างๆ

เมื่อทราบขอบเขตของพื้นที่ยึดติดแกนโท จึงสามารถแบ่งเป็นเส้นแถบ 5 แถบแนวนอนตามแกนเอกได้ โดยวงรีที่เวลา 0.01 วินาทีของรอบที่ 1 มีขนาด b^* 0.002913568 เมตร จึงได้พิกัดความสูงของแต่ละเส้นแถบลดดังนี้



รูปที่ 4.5 ผลค่าพิกัดความสูงของเส้นแถบในวงรีสัมพันธ์ ของการสัมพันธ์ที่เวลา 0.01 วินาที

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

และเมื่อทราบค่าฟังก์ชันความสูงของเส้นแถบ สามารถคำนวณขอบเขตของพื้นที่การไหลและยึดติดตามแนวแกนเอก α^* ได้ จากสมการ 2.93

เวลา(วินาที)	แถบที่ 1 (ใกล้ศูนย์กลาง)					เวลา(วินาที)	แถบที่ 2 (ใกล้ศูนย์กลาง)				
	ขอบเขต แกนเอก α^*	ขอบเขต แกนเอก α^*	ขอบเขต แกนเอก α^*	ขอบเขต แกนเอก α^*	ขอบเขต แกนเอก α^*		ขอบเขต แกนเอก α^*	ขอบเขต แกนเอก α^*	ขอบเขต แกนเอก α^*	ขอบเขต แกนเอก α^*	ขอบเขต แกนเอก α^*
0.01	0.003811211	0.003660999	0.003339286	0.002783486	0.001765245	0.026	0.003672918	0.003522141	0.0031999	0.002641331	0.001619264
0.02	0.002398113	0.0022479	0.001926188	0.001370387	0.000352146	0.027	0.003669645	0.003518867	0.003196	0.002638046	0.001615966
0.03	0.002809045	0.002658811	0.002337051	0.001781169	0.000762778	0.028	0.003665468	0.003514689	0.003192	0.002633862	0.001611775
0.04	0.003487656	0.003337352	0.003015443	0.002459304	0.001440442	0.029	0.003661242	0.003510462	0.003188	0.002629632	0.001607542
0.05	0.00398049	0.003830079	0.00350794	0.002951405	0.001931816	0.03	0.003657544	0.003506764	0.003184	0.002625935	0.001603846
0.06	0.004249081	0.004098548	0.003776151	0.003219167	0.002198756	0.031	0.003654695	0.003503915	0.003181	0.002623088	0.001601001
0.07	0.00434135	0.004190704	0.003868062	0.003310655	0.00228947	0.032	0.003652793	0.003502014	0.003179	0.00262119	0.001599107
0.08	0.004309948	0.004159207	0.003836363	0.003278608	0.002256786	0.033	0.00365178	0.003501002	0.003178	0.002620182	0.001598102
0.09	0.00420163	0.004050821	0.003727832	0.003169825	0.002147542	0.034	0.003651499	0.003500721	0.003178	0.002619903	0.001597828
0.1	0.004056299	0.003905449	0.003582371	0.003024211	0.002001647	0.035	0.003651745	0.003500967	0.003178	0.002620152	0.001598088
0.11	0.003905409	0.003754541	0.003431424	0.002873197	0.00185051	0.036	0.003652312	0.003501535	0.003179	0.002622072	0.001598651
0.12	0.003770842	0.003619974	0.003296857	0.002738663	0.001715943	0.037	0.003653019	0.003502242	0.003179	0.00262143	0.00159936
0.13	0.003665139	0.003514283	0.003191192	0.002633009	0.001610404	0.038	0.003653726	0.003502949	0.00318	0.002622137	0.001600068
0.14	0.003592873	0.003442035	0.003118983	0.00256087	0.00153839	0.039	0.003654338	0.003503561	0.003181	0.002622749	0.001600608
0.15	0.003552656	0.003401839	0.003078831	0.002520792	0.001498451	0.04	0.003654805	0.003504028	0.003181	0.002623216	0.001601146
0.16	0.003539288	0.00338849	0.003065522	0.002507554	0.001485342	0.041	0.003655113	0.003504336	0.003181	0.002623523	0.001601453
0.17	0.003545704	0.003394922	0.003071988	0.002514077	0.00149197	0.042	0.003655273	0.003504496	0.003182	0.002623683	0.001601612
0.18	0.003564534	0.003413762	0.003090852	0.002532983	0.00151095	0.043	0.003655313	0.003504536	0.003182	0.002623722	0.00160165
0.19	0.003589179	0.003438414	0.003115518	0.002557673	0.001535686	0.044	0.003655266	0.003504489	0.003182	0.002623675	0.001601603
0.2	0.003614442	0.00346368	0.00314079	0.002582955	0.001560987	0.045	0.003655168	0.003504391	0.003181	0.002623576	0.001601504
0.21	0.003636754	0.003485992	0.003163101	0.002605266	0.001583297	0.046	0.003655049	0.003504271	0.003181	0.002623457	0.001601384
0.22	0.003654116	0.003503351	0.003180456	0.002622613	0.001600629	0.047	0.003654931	0.003504153	0.003181	0.002623338	0.001601266
0.23	0.003665845	0.003515077	0.003192175	0.00263432	0.001612315	0.048	0.003654829	0.003504052	0.003181	0.002623237	0.001601165
0.24	0.003672235	0.003521464	0.003198554	0.002640687	0.001618658	0.049	0.003654753	0.003503975	0.003181	0.002623161	0.001601088
0.25	0.003674193	0.003523419	0.003200503	0.002642623	0.001620573	0.05	0.003654703	0.003503926	0.003181	0.002623111	0.001601038

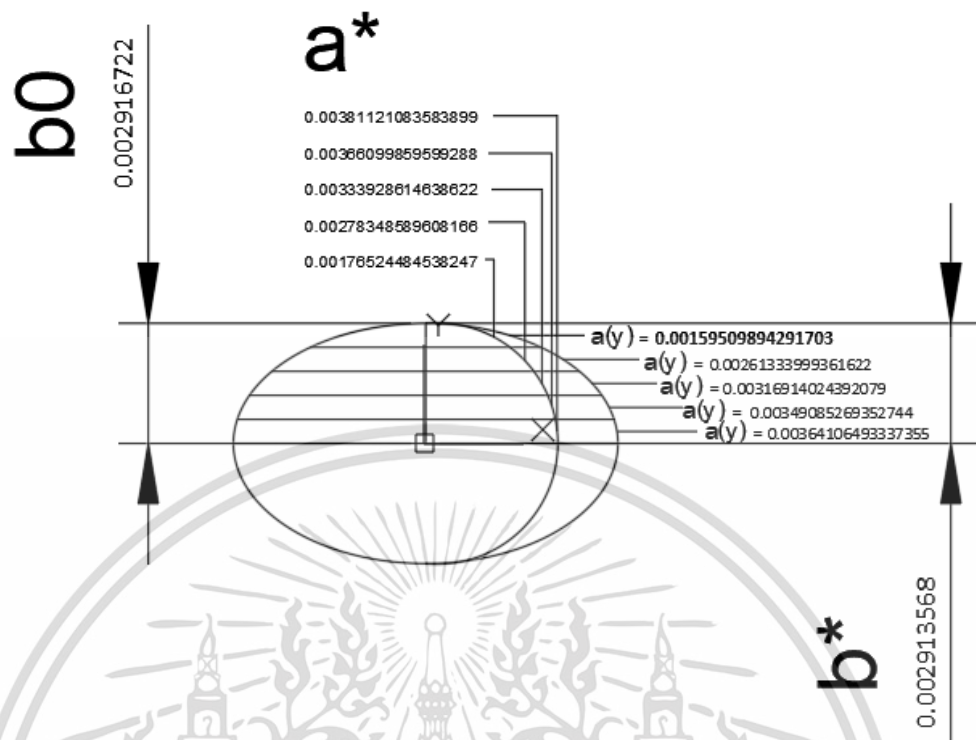
ตารางที่ 4.8 ขอบเขตพื้นที่การยึดติด α^* ของแต่ละเส้นแถบที่เวลาต่างๆ

และสามารถหาค่า $a(y)$ ได้จากสมการวงรีทั่วไป

เวลา(วินาที)	แถบที่ 1 (ใกล้ศูนย์กลาง)					เวลา(วินาที)	แถบที่ 2 (ใกล้ศูนย์กลาง)				
	ความยาว $a(y)$	ความยาว $a(y)$	ความยาว $a(y)$	ความยาว $a(y)$	ความยาว $a(y)$		ความยาว $a(y)$	ความยาว $a(y)$	ความยาว $a(y)$	ความยาว $a(y)$	ความยาว $a(y)$
0.01	0.003641065	0.003490853	0.003169142	0.002613334	0.001595099	0.026	0.003654747	0.003503971	0.003181	0.00262316	0.001601093
0.02	0.003641067	0.003490855	0.003169142	0.002613341	0.00159551	0.027	0.003654791	0.003504013	0.003181	0.002623192	0.001601112
0.03	0.003641616	0.003491366	0.003169606	0.002613724	0.001595334	0.028	0.003654817	0.003504037	0.003181	0.00262321	0.001601124
0.04	0.003643286	0.003492982	0.003171073	0.002614934	0.001596072	0.029	0.003654827	0.003504047	0.003181	0.002623218	0.001601128
0.05	0.003645884	0.003495473	0.003173335	0.002616799	0.00159721	0.03	0.003654826	0.003504046	0.003181	0.002623217	0.001601127
0.06	0.003648821	0.003498289	0.003175891	0.002618907	0.001598497	0.031	0.003654817	0.003504037	0.003181	0.00262321	0.001601123
0.07	0.00365159	0.003500944	0.003178301	0.002620894	0.00159971	0.032	0.003654804	0.003504025	0.003181	0.002623201	0.001601118
0.08	0.003653871	0.00350313	0.003180286	0.002622531	0.001600709	0.033	0.00365479	0.003504011	0.003181	0.002623191	0.001601112
0.09	0.003655519	0.00350471	0.003181721	0.002623714	0.001601431	0.034	0.003654777	0.003503999	0.003181	0.002623182	0.001601106
0.1	0.003656522	0.003505672	0.003182594	0.002624434	0.001601871	0.035	0.003654767	0.003503989	0.003181	0.002623174	0.001601102
0.11	0.003656961	0.003506093	0.003182976	0.002624749	0.001602063	0.036	0.00365476	0.003503982	0.003181	0.002623169	0.001601098
0.12	0.003656963	0.003506095	0.003182978	0.002624751	0.001602064	0.037	0.003654755	0.003503978	0.003181	0.002623166	0.001601097
0.13	0.003656671	0.003505815	0.003182724	0.002624541	0.001601936	0.038	0.003654754	0.003503977	0.003181	0.002623165	0.001601096
0.14	0.003656222	0.003505384	0.003182333	0.002624219	0.001601739	0.039	0.003654754	0.003503977	0.003181	0.002623165	0.001601096
0.15	0.003655726	0.003504909	0.003181901	0.002623863	0.001601522	0.04	0.003654756	0.003503979	0.003181	0.002623167	0.001601097
0.16	0.003655266	0.003504468	0.003181501	0.002623533	0.00160132	0.041	0.003654758	0.003503981	0.003181	0.002623168	0.001601098
0.17	0.00365489	0.003504108	0.003181174	0.002623263	0.001601156	0.042	0.00365476	0.003503983	0.003181	0.00262317	0.001601099
0.18	0.003654622	0.00350385	0.00318094	0.00262307	0.001601038	0.043	0.003654763	0.003503985	0.003181	0.002623171	0.0016011
0.19	0.00365446	0.003503696	0.003180799	0.002622954	0.001600967	0.044	0.003654764	0.003503987	0.003181	0.002623173	0.00160111
0.2	0.003654393	0.003503631	0.003180741	0.002622906	0.001600938	0.045	0.003654765	0.003503988	0.003181	0.002623173	0.001601101
0.21	0.003654397	0.003503635	0.003180744	0.002622909	0.00160094	0.046	0.003654766	0.003503989	0.003181	0.002623174	0.001601101
0.22	0.003654449	0.003503684	0.003180789	0.002622946	0.001600962	0.047	0.003654766	0.003503989	0.003181	0.002623174	0.001601101
0.23	0.003654526	0.003503758	0.003180856	0.002623001	0.001600996	0.048	0.003654766	0.003503989	0.003181	0.002623174	0.001601101
0.24	0.003654609	0.003503838	0.003180929	0.002623061	0.001601032	0.049	0.003654766	0.003503988	0.003181	0.002623174	0.001601101
0.25	0.003654685	0.003503911	0.003180995	0.002623116	0.001601066	0.05	0.003654766	0.003503988	0.003181	0.002623173	0.001601101

ตารางที่ 4.9 ค่า $a(y)$ ของแต่ละเส้นแถบ ที่เวลาต่างๆ

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



รูปที่ 4.6 ตัวอย่างพื้นที่วงรีที่สัมผัสที่เวลา 0.01 วินาทีของรูปที่ 1

และมีค่าขอบเขตพื้นที่การไหลตามแนวแกนเอกของแต่ละเส้นแถบคือ a_{slip} เท่ากับ $2 \cdot a(y)$ ลบด้วย $2a^*$ โดยค่าขอบเขตพื้นที่การไหลเกิดขึ้นมานั้นสามารถอธิบายได้จากสมการที่ 2.93 โดยเกิดจากค่าครีฟเฟจในแนวตามยาว จากสมการที่ 2.50 2.51 2.72 ซึ่งสามารถหาค่าต่างๆ จากแบบจำลองการเคลื่อนที่ ที่ตำแหน่งใดๆ มาแทนค่าในสมการ ยิ่งครีฟเฟจมีค่าเป็นลบมากทำให้ค่าขอบเขตความยาวแกนเอกในพื้นที่การไหล มีค่ามากขึ้น จากตารางที่ 4.10 และ 4.11

เวลา(วินาที)	ค่าครีฟเพดตามยาว	เวลา(วินาที)	ค่าครีฟเพดตามยาว	เวลา(วินาที)	ค่าครีฟเพดตามยาว	เวลา(วินาที)	ค่าครีฟเพดตามยาว
0.01	0.000217647	0.026	2.32E-05	0.51	-1.12E-07	0.76	1.60E-10
0.02	-0.001589961	0.027	1.90E-05	0.52	-1.18E-07	0.77	4.25E-10
0.03	-0.001064968	0.028	1.36E-05	0.53	-1.07E-07	0.78	5.46E-10
0.04	-0.000199064	0.029	8.20E-06	0.54	-8.48E-08	0.79	5.55E-10
0.05	0.000427951	0.03	3.48E-06	0.55	-5.88E-08	0.8	4.86E-10
0.06	0.000767641	0.031	-1.56E-07	0.56	-3.36E-08	0.81	3.76E-10
0.07	0.000882017	0.032	-2.57E-06	0.57	-1.22E-08	0.82	2.52E-10
0.08	0.000838881	0.033	-3.85E-06	0.58	3.79E-09	0.83	1.35E-10
0.09	0.000698236	0.034	-4.19E-06	0.59	1.40E-08	0.84	3.86E-11
0.1	0.000511122	0.035	-3.86E-06	0.6	1.90E-08	0.85	-3.11E-11
0.11	0.00031764	0.036	-3.13E-06	0.61	1.98E-08	0.86	-7.37E-11
0.12	0.000145595	0.037	-2.22E-06	0.62	1.77E-08	0.87	-9.25E-11
0.13	1.08E-05	0.038	-1.31E-06	0.63	1.39E-08	0.88	-9.27E-11
0.14	-8.10E-05	0.039	-5.32E-07	0.64	9.56E-09	0.89	-8.06E-11
0.15	-0.000131781	0.04	6.33E-08	0.65	5.35E-09	0.9	-6.17E-11
0.16	-0.000148287	0.041	4.54E-07	0.66	1.82E-09	0.91	-4.08E-11
0.17	-0.000139604	0.042	6.56E-07	0.67	-7.97E-10	0.92	-2.13E-11
0.18	-0.000115186	0.043	7.04E-07	0.68	-2.44E-09	0.93	-5.47E-12
0.19	-8.35E-05	0.044	6.42E-07	0.69	-3.22E-09	0.94	5.91E-12
0.2	-5.11E-05	0.045	5.15E-07	0.7	-3.31E-09	0.95	1.28E-11
0.21	-2.26E-05	0.046	3.62E-07	0.71	-2.94E-09	0.96	1.56E-11
0.22	-4.26E-07	0.047	2.10E-07	0.72	-2.29E-09	0.97	1.55E-11
0.23	1.45E-05	0.048	8.09E-08	0.73	-1.55E-09	0.98	1.33E-11
0.24	2.25E-05	0.049	-1.67E-08	0.74	-8.51E-10	0.99	1.01E-11
0.25	2.49E-05	0.05	-7.99E-08	0.75	-2.67E-10	1	6.60E-12
						1.01	3.37E-12

ตารางที่ 4.10 ค่าครีฟเพดตามยาวที่เวลาต่างๆ โดยการไถลจะเกิดขึ้นเมื่อค่าครีฟเพดมีค่าลบ การคำนวณจึงไม่นำค่าครีฟเพดที่มีค่าบวกมาใช้คำนวณขอบเขตการเกิดพื้นที่ไถล

เวลา(วินาที)	แถบที่ 1 (ใกล้ศูนย์กลาง)					แถบที่ 2 (ใกล้ศูนย์กลาง)				
	ความยาว a_slip	ความยาว a_slip	ความยาว a_slip	ความยาว a_slip	ความยาว a_slip	ความยาว a_slip	ความยาว a_slip	ความยาว a_slip	ความยาว a_slip	ความยาว a_slip
0.01	0	0	0	0	0	0.026	0	0	0	0
0.02	0.002485908	0.002485908	0.002485908	0.002485908	0.002485908	0.027	0	0	0	0
0.03	0.001665111	0.001665111	0.001665111	0.001665111	0.001665111	0.028	0	0	0	0
0.04	0.00031126	0.00031126	0.00031126	0.00031126	0.00031126	0.029	0	0	0	0
0.05	0	0	0	0	0	0.03	0	0	0	0
0.06	0	0	0	0	0	0.031	2.44E-07	2.44E-07	2.44E-07	2.44E-07
0.07	0	0	0	0	0	0.032	4.02E-06	4.02E-06	4.02E-06	4.02E-06
0.08	0	0	0	0	0	0.033	6.02E-06	6.02E-06	6.02E-06	6.02E-06
0.09	0	0	0	0	0	0.034	6.56E-06	6.56E-06	6.56E-06	6.56E-06
0.1	0	0	0	0	0	0.035	6.04E-06	6.04E-06	6.04E-06	6.04E-06
0.11	0	0	0	0	0	0.036	4.89E-06	4.89E-06	4.89E-06	4.89E-06
0.12	0	0	0	0	0	0.037	3.47E-06	3.47E-06	3.47E-06	3.47E-06
0.13	0	0	0	0	0	0.038	2.06E-06	2.06E-06	2.06E-06	2.06E-06
0.14	0.000126698	0.000126698	0.000126698	0.000126698	0.000126698	0.039	8.32E-07	8.32E-07	8.32E-07	8.32E-07
0.15	0.000206141	0.000206141	0.000206141	0.000206141	0.000206141	0.04	0	0	0	0
0.16	0.000231956	0.000231956	0.000231956	0.000231956	0.000231956	0.041	0	0	0	0
0.17	0.000218372	0.000218372	0.000218372	0.000218372	0.000218372	0.042	0	0	0	0
0.18	0.000180175	0.000180175	0.000180175	0.000180175	0.000180175	0.043	0	0	0	0
0.19	0.000130562	0.000130562	0.000130562	0.000130562	0.000130562	0.044	0	0	0	0
0.2	7.99E-05	7.99E-05	7.99E-05	7.99E-05	7.99E-05	0.045	0	0	0	0
0.21	3.53E-05	3.53E-05	3.53E-05	3.53E-05	3.53E-05	0.046	0	0	0	0
0.22	6.66E-07	6.66E-07	6.66E-07	6.66E-07	6.66E-07	0.047	0	0	0	0
0.23	0	0	0	0	0	0.048	0	0	0	0
0.24	0	0	0	0	0	0.049	2.61E-08	2.61E-08	2.61E-08	2.61E-08
0.25	0	0	0	0	0	0.05	1.25E-07	1.25E-07	1.25E-07	1.25E-07

ตารางที่ 4.11 ค่าระยะขอบเขตของพื้นที่การสัมผัสแบบไถลของแต่ละแถบ a_{slip} ซึ่งในหนึ่งวงรีสัมผัสจะมีค่าเท่ากันทุกแถบ ตามสมการ 2.93 เนื่องจากหนึ่งวงรีสัมผัสมีค่าครีฟเพดตามยาว 1 ค่าสำหรับ 1 วงรีสัมผัสหรือทุกเส้นแถบ

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

4.5 การหาความเร็วการไหล

แบ่งเส้นแถบออกเป็นพื้นที่เล็กๆขนาดความกว้าง $a_{slip}/5$ หาค่าความเร็วสัมพัทธ์แต่ละ

แถบตามสมการ 2.84

เวลา(วินาที)	พื้นที่เล็ก 1	พื้นที่เล็ก 2	พื้นที่เล็ก 3	พื้นที่เล็ก 4	พื้นที่เล็ก 5	พื้นที่เล็ก 1	พื้นที่เล็ก 2	พื้นที่เล็ก 3	พื้นที่เล็ก 4	พื้นที่เล็ก 5
	(ใกล้ศูนย์กลาง) $s(x)$	$s(x)$	$s(x)$	$s(x)$	(ปลายแกนเอก) $s(x)$	(ใกล้ศูนย์กลาง) $s(x)$	$s(x)$	$s(x)$	$s(x)$	(ปลายแกนเอก) $s(x)$
0.01	0	0	0	0	0	0.026	0	0	0	0
0.02	-0.002340697	-0.004681394	-0.00702209	-0.009362789	-0.011703486	0.027	0	0	0	0
0.03	-0.001567819	-0.003135638	-0.00470346	-0.006271276	-0.007839095	0.028	0	0	0	0
0.04	-0.000293058	-0.000586115	-0.00087917	-0.001172231	-0.001465288	0.029	0	0	0	0
0.05	0	0	0	0	0	0.03	0	0	0	0
0.06	0	0	0	0	0	0.031	-2.30E-07	-4.59E-07	-6.89E-07	-9.18E-07
0.07	0	0	0	0	0	0.032	-3.78E-06	-7.57E-06	-1.14E-05	-1.51E-05
0.08	0	0	0	0	0	0.033	-5.66E-06	-1.13E-05	-1.70E-05	-2.27E-05
0.09	0	0	0	0	0	0.034	-6.17E-06	-1.23E-05	-1.85E-05	-2.47E-05
0.1	0	0	0	0	0	0.035	-5.69E-06	-1.14E-05	-1.71E-05	-2.28E-05
0.11	0	0	0	0	0	0.036	-4.61E-06	-9.21E-06	-1.38E-05	-1.84E-05
0.12	0	0	0	0	0	0.037	-3.27E-06	-6.54E-06	-9.80E-06	-1.31E-05
0.13	0	0	0	0	0	0.038	-1.94E-06	-3.87E-06	-5.81E-06	-7.74E-06
0.14	-0.00011924	-0.00023848	-0.00035772	-0.00047696	-0.000596201	0.039	-7.84E-07	-1.57E-06	-2.35E-06	-3.13E-06
0.15	-0.000194009	-0.000388019	-0.00058203	-0.000776038	-0.000970047	0.04	0	0	0	0
0.16	-0.000218308	-0.000436617	-0.00065493	-0.000873234	-0.001091542	0.041	0	0	0	0
0.17	-0.000205525	-0.000411051	-0.00061658	-0.000822101	-0.001027627	0.042	0	0	0	0
0.18	-0.000169577	-0.000339155	-0.00050873	-0.00067831	-0.000847887	0.043	0	0	0	0
0.19	-0.000122883	-0.000245767	-0.00036865	-0.000491534	-0.000614417	0.044	0	0	0	0
0.2	-7.52E-05	-1.50E-04	-2.26E-04	-3.01E-04	-3.76E-04	0.045	0	0	0	0
0.21	-3.32E-05	-6.64E-05	-9.96E-05	-1.33E-04	-1.66E-04	0.046	0	0	0	0
0.22	-6.27E-07	-1.25E-06	-1.88E-06	-2.51E-06	-3.14E-06	0.047	0	0	0	0
0.23	0	0	0	0	0	0.048	0	0	0	0
0.24	0	0	0	0	0	0.049	-2.46E-08	-4.91E-08	-7.37E-08	-9.83E-08
0.25	0	0	0	0	0	0.05	-1.18E-07	-2.35E-07	-3.53E-07	-4.70E-07

ตารางที่ 4.12 ค่าความเร็วสัมพัทธ์ $s(x)$ ของแต่ละพื้นที่เล็กในแต่ละแถบ และเนื่องจากขอบเขตของพื้นที่ไหล a_{slip} แต่ละแถบมีค่าเท่ากัน $s(x)$ ของทุกแถบจึงเท่ากัน ไม่ว่าจะพิจารณาแถบใดพื้นที่เล็กในแต่ละแถบจะมี $s(x)$ เท่ากัน จากนั้นหาค่า $s(x)$ เฉลี่ย

เวลา(วินาที)	ค่า $s(x)$ เฉลี่ย	เวลา(วินาที)	ค่า $s(x)$	เวลา(วินาที)	ค่า $s(x)$	เวลา(วินาที)	ค่า $s(x)$
0.01	0	0.026	0	0.51	-1.64E-07	0.76	0
0.02	-0.002340697	0.027	0	0.52	-1.74E-07	0.77	0
0.03	-0.001567819	0.028	0	0.53	-1.57E-07	0.78	0
0.04	-0.000293058	0.029	0	0.54	-1.25E-07	0.79	0
0.05	0	0.03	0	0.55	-8.66E-08	0.8	0
0.06	0	0.031	-2.30E-07	0.56	-4.94E-08	0.81	0
0.07	0	0.032	-3.78E-06	0.57	-1.79E-08	0.82	0
0.08	0	0.033	-5.66E-06	0.58	0	0.83	0
0.09	0	0.034	-6.17E-06	0.59	0	0.84	0
0.1	0	0.035	-5.69E-06	0.6	0	0.85	-4.58E-11
0.11	0	0.036	-4.61E-06	0.61	0	0.86	-1.09E-10
0.12	0.00E+00	0.037	-3.27E-06	0.62	0	0.87	-1.36E-10
0.13	0	0.038	-1.94E-06	0.63	0	0.88	-1.37E-10
0.14	-0.00011924	0.039	-7.84E-07	0.64	0	0.89	-1.19E-10
0.15	-0.000194009	0.04	0	0.65	0	0.9	-9.08E-11
0.16	-0.000218308	0.041	0	0.66	0	0.91	-6.00E-11
0.17	-0.000205525	0.042	0	0.67	-1.17E-09	0.92	-3.14E-11
0.18	-0.000169577	0.043	0	0.68	-3.60E-09	0.93	-8.05E-12
0.19	-0.000122883	0.044	0	0.69	-4.74E-09	0.94	0
0.2	-7.52E-05	0.045	0	0.7	-4.88E-09	0.95	0
0.21	-3.32E-05	0.046	0	0.71	-4.32E-09	0.96	0
0.22	-6.27E-07	0.047	0	0.72	-3.37E-09	0.97	0
0.23	0	0.048	0	0.73	-2.29E-09	0.98	0
0.24	0	0.049	-2.46E-08	0.74	-1.25E-09	0.99	0
0.25	0	0.05	-1.18E-07	0.75	-3.93E-10	1	0
						1.01	0

ตารางที่ 4.13 ค่า $s(x)$ เฉลี่ยสำหรับแต่ละพื้นที่เล็ก ซึ่งมีค่าเท่ากันทุกพื้นที่ในหนึ่งวงรีสัมพันธ์

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ทราบค่า $s(x)$ เฉลี่ย จึงสามารถหาค่าความเร็วการไหลเฉลี่ยของแต่ละพื้นที่เล็กได้ จากสมการ

2.99

เวลา(วินาที)	ความเร็วการไหลเฉลี่ย	เวลา(วินาที)	ความเร็วการไหลเฉลี่ย	เวลา(วินาที)	ความเร็วการไหลเฉลี่ย	เวลา(วินาที)	ความเร็วการไหลเฉลี่ย
0.01	0	0.026	0	0.51	-4.40E-06	0.76	0
0.02	-0.062730684	0.027	0	0.52	-4.66E-06	0.77	0
0.03	-0.04201755	0.028	0	0.53	-4.21E-06	0.78	0
0.04	-0.007853946	0.029	0	0.54	-3.34E-06	0.79	0
0.05	0	0.03	0	0.55	-2.32E-06	0.8	0
0.06	0	0.031	-6.15E-06	0.56	-1.33E-06	0.81	0
0.07	0	0.032	-0.000101426	0.57	-4.81E-07	0.82	0
0.08	0	0.033	-0.000151808	0.58	0	0.83	0
0.09	0	0.034	-0.000165374	0.59	0	0.84	0
0.1	0	0.035	-0.000152444	0.6	0	0.85	-1.23E-09
0.11	0	0.036	-0.000123468	0.61	0	0.86	-2.91E-09
0.12	0	0.037	-8.76E-05	0.62	0	0.87	-3.65E-09
0.13	0	0.038	-5.19E-05	0.63	0	0.88	-3.66E-09
0.14	-0.003195635	0.039	-2.10E-05	0.64	0	0.89	-3.18E-09
0.15	-0.005199452	0.04	0	0.65	0	0.9	-2.43E-09
0.16	-0.005850667	0.041	0	0.66	0	0.91	-1.61E-09
0.17	-0.005508079	0.042	0	0.67	-3.14E-08	0.92	-8.42E-10
0.18	-0.004544676	0.043	0	0.68	-9.64E-08	0.93	-2.16E-10
0.19	-0.003293276	0.044	0	0.69	-1.27E-07	0.94	0
0.2	-0.002015426	0.045	0	0.7	-1.31E-07	0.95	0
0.21	-0.000890046	0.046	0	0.71	-1.16E-07	0.96	0
0.22	-1.68E-05	0.047	0	0.72	-9.03E-08	0.97	0
0.23	0	0.048	0	0.73	-6.12E-08	0.98	0
0.24	0	0.049	-6.58E-07	0.74	-3.36E-08	0.99	0
0.25	0	0.05	-3.15E-06	0.75	-1.05E-08	1	0
						1.01	0

ตารางที่ 4.14 ค่าความเร็วการไหลเฉลี่ยสำหรับแต่ละพื้นที่เล็ก ซึ่งมีค่าเท่ากันทุกพื้นที่เล็กในวงรีสัมผัส

เมื่อคำนวณค่าความเร็วการไหลได้ จากนั้นจึงตรวจสอบกับฟังก์ชันค่าคงที่ของการสั่นหรือรูปที่ 2.30 ซึ่งสามารถคำนวณค่าความเค้นสูงสุดของการสัมผัสตามทฤษฎีเฮิร์ตได้ สมการ 2.66

เวลา(วินาที)	ความเค้นการสัมผัส	เวลา(วินาที)	ความเค้นการสัมผัส	เวลา(วินาที)	ความเค้นการสัมผัส	เวลา(วินาที)	ความเค้นการสัมผัส
0.01	662289668.4	0.026	664474532.1	0.51	6.64E+08	0.76	664477268.3
0.02	6.62E+08	0.027	664481518.7	0.52	6.64E+08	0.77	664477268.6
0.03	6.62E+08	0.028	664485637.9	0.53	6.64E+08	0.78	664477268.9
0.04	6.63E+08	0.029	664487285.6	0.54	6.64E+08	0.79	664477269.1
0.05	663059690.7	0.03	664487056.4	0.55	6.64E+08	0.8	664477269.3
0.06	663528647.7	0.031	6.64E+08	0.56	6.64E+08	0.81	664477269.4
0.07	663970706.7	0.032	6.64E+08	0.57	6.64E+08	0.82	664477269.5
0.08	664334706.8	0.033	6.64E+08	0.58	664477231.8	0.83	664477269.5
0.09	664597583.1	0.034	6.64E+08	0.59	664477242	0.84	664477269.5
0.1	664757705.9	0.035	6.64E+08	0.6	664477252.5	0.85	6.64E+08
0.11	664827700.1	0.036	6.64E+08	0.61	664477261.8	0.86	6.64E+08
0.12	6.65E+08	0.037	6.64E+08	0.62	664477269	0.87	6.64E+08
0.13	664781479.2	0.038	6.64E+08	0.63	664477273.9	0.88	6.64E+08
0.14	6.65E+08	0.039	6.64E+08	0.64	664477276.5	0.89	6.64E+08
0.15	6.65E+08	0.04	664475892.7	0.65	664477277.4	0.9	6.64E+08
0.16	6.65E+08	0.041	664476247.7	0.66	664477276.8	0.91	6.64E+08
0.17	6.64E+08	0.042	664476621.9	0.67	6.64E+08	0.92	6.64E+08
0.18	6.64E+08	0.043	664476959.1	0.68	6.64E+08	0.93	6.64E+08
0.19	6.64E+08	0.044	664477226.5	0.69	6.64E+08	0.94	664477269.3
0.2	6.64E+08	0.045	664477411.5	0.7	6.64E+08	0.95	664477269.3
0.21	6.64E+08	0.046	664477516.7	0.71	6.64E+08	0.96	664477269.3
0.22	6.64E+08	0.047	664477554.2	0.72	6.64E+08	0.97	664477269.3
0.23	664439144.1	0.048	664477541.5	0.73	6.64E+08	0.98	664477269.3
0.24	664452436	0.049	6.64E+08	0.74	6.64E+08	0.99	664477269.3
0.25	664464657	0.05	6.64E+08	0.75	6.64E+08	1	664477269.3
						1.01	664477269.3

ตารางที่ 4.15 ค่าความเค้นที่เกิดบนวงรีสัมผัสที่เวลาต่างๆ

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ดังนั้น เมื่อค่าความเร็วการไหลถูกต้องตามผังค่าคงที่รูปที่ 2.30 จึงสามารถคำนวณหาค่าระยะเวลาการไหลของหนึ่งวงรีสัมผัสในสมการที่ 2.98 ได้จากสมการที่ 2.100

โดยสมการที่ 2.100 คือการคำนวณระยะเวลาการไหลของพื้นที่เล็ก 1 ช่อง ดังนั้นในวงรีสัมผัสที่มีพื้นที่เล็กเท่ากัน 50 ช่อง จึงสามารถคำนวณได้

เวลา(วินาที)	ระยะการไหล	เวลา(วินาที)	ระยะการไหล	เวลา(วินาที)	ระยะการไหล	เวลา(วินาที)	ระยะการไหล
0.01	0	0.026	0	0.51	2.87E-13	0.76	0
0.02	5.82E-05	0.027	0	0.52	3.21E-13	0.77	0
0.03	2.61E-05	0.028	0	0.53	2.62E-13	0.78	0
0.04	9.12E-07	0.029	0	0.54	1.66E-13	0.79	0
0.05	0	0.03	0	0.55	7.97E-14	0.8	0
0.06	0	0.031	5.60E-13	0.56	2.60E-14	0.81	0
0.07	0	0.032	1.52E-10	0.57	3.42E-15	0.82	0
0.08	0	0.033	3.41E-10	0.58	0	0.83	0
0.09	0	0.034	4.05E-10	0.59	0	0.84	0
0.1	0	0.035	3.44E-10	0.6	0	0.85	2.23E-20
0.11	0	0.036	2.26E-10	0.61	0	0.86	1.25E-19
0.12	0.00E+00	0.037	1.13E-10	0.62	0	0.87	1.97E-19
0.13	0	0.038	3.98E-11	0.63	0	0.88	1.98E-19
0.14	1.51E-07	0.039	6.52E-12	0.64	0	0.89	1.49E-19
0.15	4.00E-07	0.04	0	0.65	0	0.9	8.76E-20
0.16	5.06E-07	0.041	0	0.66	0	0.91	3.83E-20
0.17	4.49E-07	0.042	0	0.67	1.46E-17	0.92	1.05E-20
0.18	3.06E-07	0.043	0	0.68	1.37E-16	0.93	6.88E-22
0.19	1.60E-07	0.044	0	0.69	2.39E-16	0.94	0
0.2	6.01E-08	0.045	0	0.7	2.53E-16	0.95	0
0.21	1.17E-08	0.046	0	0.71	1.98E-16	0.96	0
0.22	4.18E-12	0.047	0	0.72	1.21E-16	0.97	0
0.23	0	0.048	0	0.73	5.55E-17	0.98	0
0.24	0	0.049	6.41E-15	0.74	1.67E-17	0.99	0
0.25	0	0.05	1.47E-13	0.75	1.64E-18	1	0
						1.01	0

ตารางที่ 4.16 ระยะเวลาการไหลของหนึ่งวงรีสัมผัส ที่เวลาต่างๆ

4.6 จำนวนปริมาณการสึกหรอ

เมื่อเราทำการหาค่าความเร็วการไหลของการสัมผัสได้ พบว่าค่าคงที่ของการสึกหรอมีการเปลี่ยนแปลงน้อยมาก จึงกำหนดให้เป็นค่าคงที่ได้ ในที่นี้ใช้ค่า $0.5 * 10^{-4}$ สามารถคำนวณระยะเวลาการไหลทั้งหมดของหนึ่งวงรีสัมผัสได้(หัวข้อ 4.5) สามารถคำนวณหาค่าภาระน้ำหนักที่กระทำต่อล้อในหนึ่งวงรีสัมผัสได้(หัวข้อ 4.2) และทราบค่าความแข็งของวัสดุ ซึ่งเป็นเหล็กกล้ามาตรฐาน ค่าความแข็ง $2.94 * 10^9$ จิกะพาสคาล ดังนั้นจึงสามารถคำนวณปริมาณการสึกหรอ ตามสมการ 2.98 ได้

เวลา(วินาที)	ปริมาณการสึกหรอ	เวลา(วินาที)	ปริมาณการสึกหรอ	เวลา(วินาที)	ปริมาณการสึกหรอ	เวลา(วินาที)	ปริมาณการสึกหรอ
0.01	0	0.026	0	0.51	8.69E-19	0.76	0
0.02	1.76E-10	0.027	0	0.52	9.72E-19	0.77	0
0.03	7.88E-11	0.028	0	0.53	7.93E-19	0.78	0
0.04	2.75E-12	0.029	0	0.54	5.01E-19	0.79	0
0.05	0	0.03	0	0.55	2.41E-19	0.8	0
0.06	0	0.031	1.70E-18	0.56	7.87E-20	0.81	0
0.07	0	0.032	4.61E-16	0.57	1.04E-20	0.82	0
0.08	0	0.033	1.03E-15	0.58	0	0.83	0
0.09	0	0.034	1.23E-15	0.59	0	0.84	0
0.1	0	0.035	1.04E-15	0.6	0	0.85	6.74E-26
0.11	0	0.036	6.83E-16	0.61	0	0.86	3.79E-25
0.12	0	0.037	3.44E-16	0.62	0	0.87	5.96E-25
0.13	0	0.038	1.21E-16	0.63	0	0.88	6.00E-25
0.14	4.58E-13	0.039	1.98E-17	0.64	0	0.89	4.53E-25
0.15	1.21E-12	0.04	0	0.65	0	0.9	2.65E-25
0.16	1.53E-12	0.041	0	0.66	0	0.91	1.16E-25
0.17	1.36E-12	0.042	0	0.67	4.43E-23	0.92	3.18E-26
0.18	9.25E-13	0.043	0	0.68	4.16E-22	0.93	2.08E-27
0.19	4.86E-13	0.044	0	0.69	7.24E-22	0.94	0
0.2	1.82E-13	0.045	0	0.7	7.66E-22	0.95	0
0.21	3.55E-14	0.046	0	0.71	6.01E-22	0.96	0
0.22	1.27E-17	0.047	0	0.72	3.66E-22	0.97	0
0.23	0	0.048	0	0.73	1.68E-22	0.98	0
0.24	0	0.049	1.94E-20	0.74	5.05E-23	0.99	0
0.25	0	0.05	4.45E-19	0.75	4.98E-24	1	0
						1.01	0

ตารางที่ 4.17 ปริมาณการสึกหรอที่เวลาต่างๆ หน่วย ลูกบาศก์เมตร

และสามารถทราบตำแหน่งของการสัมผัสได้จากหัวข้อที่ 2.1 ดังนั้นจึงสามารถรวมปริมาณการสึกหรอได้ โดยแบ่งหน้าล้อเป็นช่วง ช่วงละ 1 มิลลิเมตร

ตำแหน่งล้อขวา	ปริมาณการสึกหรอ	ตำแหน่งล้อซ้าย	ปริมาณการสึกหรอ
0.490-0.491	0	-0.510(-0.509)	0
0.491-0.492	0	-0.509(-0.508)	0
0.492-0.493	0	-0.508(-0.507)	0
0.493-0.494	0	-0.507(-0.506)	0
0.494-0.495	0	-0.506(-0.505)	0
0.495-0.496	0	-0.505(-0.504)	2.12E-12
0.496-0.497	6.76E-10	-0.504(-0.503)	6.61E-12
0.497-0.498	1.15E-10	-0.503(-0.502)	3.52E-11
0.498-0.499	3.27E-11	-0.502(-0.501)	1.33E-10
0.499-0.500	2.00E-10	-0.501(-0.500)	3.52E-10
0.500-0.501	3.52E-10	-0.500(-0.499)	2.00E-10
0.501-0.502	1.33E-10	-0.499(-0.498)	3.27E-11
0.502-0.503	3.52E-11	-0.498(-0.497)	1.15E-10
0.503-0.504	6.61E-12	-0.497(-0.496)	6.76E-10
0.504-0.505	2.12E-12	-0.496(-0.495)	0
0.505-0.506	0	-0.495(-0.494)	0
0.506-0.507	0	-0.494(-0.493)	0
0.507-0.508	0	-0.493(-0.492)	0
0.508-0.509	0	-0.492(-0.491)	0
0.509-0.510	0	-0.491(-0.490)	0

ตารางที่ 4.18 ปริมาณการสึกหรอของล้อ S1002 ที่ตำแหน่งสัมผัสตามพิกัดแกน x ในหน้าล้อ ของรอบที่ 2 - 21

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ตำแหน่งล้อขวา	ปริมาณการสึกหรอ	ตำแหน่งล้อซ้าย	ปริมาณการสึกหรอ
0.490-0.491	0	-0.510-(-0.509)	0
0.491-0.492	0	-0.509-(-0.508)	0
0.492-0.493	0	-0.508-(-0.507)	0
0.493-0.494	0	-0.507-(-0.506)	0
0.494-0.495	0	-0.506-(-0.505)	0
0.495-0.496	1.05E-10	-0.505-(-0.504)	3.87282E-12
0.496-0.497	4.98E-10	-0.504-(-0.503)	1.20715E-11
0.497-0.498	1.02E-10	-0.503-(-0.502)	4.74049E-11
0.498-0.499	2.84E-11	-0.502-(-0.501)	1.45679E-10
0.499-0.500	1.84E-10	-0.501-(-0.500)	3.51496E-10
0.500-0.501	3.51E-10	-0.500-(-0.499)	1.84233E-10
0.501-0.502	1.46E-10	-0.499-(-0.498)	2.83274E-11
0.502-0.503	4.74E-11	-0.498-(-0.497)	1.01662E-10
0.503-0.504	1.21E-11	-0.497-(-0.496)	4.98032E-10
0.504-0.505	3.87E-12	-0.496-(-0.495)	1.04916E-10
0.505-0.506	0	-0.495-(-0.494)	0
0.506-0.507	0	-0.494-(-0.493)	0
0.507-0.508	0	-0.493-(-0.492)	0
0.508-0.509	0	-0.492-(-0.491)	0
0.509-0.510	0	-0.491-(-0.490)	0

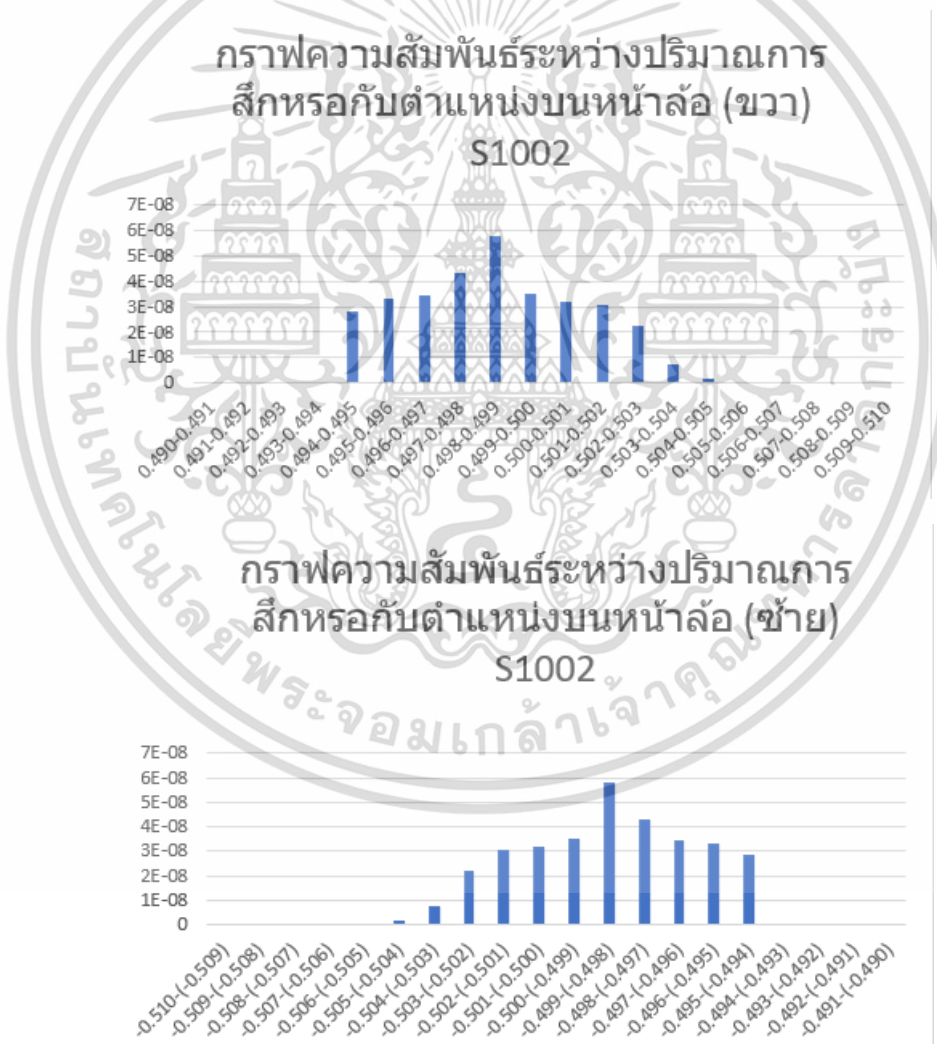
ตารางที่ 4.19 ปริมาณการสึกหรอของล้อ Vidura ที่ตำแหน่งสัมผัสตามพิกัดแกน x ในหน้าล้อของรอบ 2-21

ปริมาณการสึกหรอใน 10 กิโลเมตร คือ จำนวนการเกิดปริมาณการสึกหรอซ้ำ ซึ่งเท่ากับ 10 กิโลเมตร – ระยะทางของรอบที่ 1 หาดด้วย ระยะทางของรอบที่ 2 ถึง 21 ซึ่งได้การเกิดซ้ำของรอบที่ 2 ถึง 21 ทั้งหมด 42 ครั้ง

และเนื่องจากเป็นการสัมผัสรูปวงรี ในตำแหน่งการสัมผัสจึงมีมิติในแนวหน้าล้อ ซึ่งหมายความว่า การสึกหรอในช่วง 0.500 ถึงช่วง 0.501 ทำให้เกิดการสึกหรอในช่วง 0.498 ถึงช่วง 0.503 ด้วย ดังนั้น การสึกหรอในปริมาณการสึกหรอตลอด 10 กิโลเมตรคือ

ตำแหน่งล่อขวา	ปริมาณการสึกหรอ	ตำแหน่งล่อซ้าย	ปริมาณการสึกหรอ
0.490-0.491	0	-0.510-(-0.509)	0
0.491-0.492	0	-0.509-(-0.508)	0
0.492-0.493	0	-0.508-(-0.507)	0
0.493-0.494	0	-0.507-(-0.506)	8.90751E-11
0.494-0.495	2.83851E-08	-0.506-(-0.505)	3.66724E-10
0.495-0.496	3.32146E-08	-0.505-(-0.504)	1.8453E-09
0.496-0.497	3.4589E-08	-0.504-(-0.503)	7.41891E-09
0.497-0.498	4.30344E-08	-0.503-(-0.502)	2.22239E-08
0.498-0.499	5.78841E-08	-0.502-(-0.501)	3.05213E-08
0.499-0.500	3.51269E-08	-0.501-(-0.500)	3.16163E-08
0.500-0.501	3.18172E-08	-0.500-(-0.499)	3.49672E-08
0.501-0.502	3.07332E-08	-0.499-(-0.498)	5.77787E-08
0.502-0.503	2.23769E-08	-0.498-(-0.497)	4.32309E-08
0.503-0.504	7.53051E-09	-0.497-(-0.496)	3.48444E-08
0.504-0.505	1.90259E-09	-0.496-(-0.495)	3.34718E-08
0.505-0.506	3.82845E-10	-0.495-(-0.494)	2.86423E-08
0.506-0.507	9.23913E-11	-0.494-(-0.493)	2.57214E-10
0.507-0.508	3.31616E-12	-0.493-(-0.492)	0
0.508-0.509	0	-0.492-(-0.491)	0
0.509-0.510	0	-0.491-(-0.490)	0

ตารางที่ 4.20 ปริมาณการสึกหรอของล่อ S1002 ตลอด 10 กิโลเมตร



รูปที่ 4.7 และ 4.8 กราฟความสัมพันธ์ระหว่างปริมาณการสึกหรอ(m^3)และตำแหน่งพิกัดแกน x บนหน้าล่อของล่อซ้ายและขวา(เมตร) สำหรับล่อ S1002

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ตำแหน่งล่อขวา	ปริมาณการลือกหรือ	ตำแหน่งล่อซ้าย	ปริมาณการลือกหรือ
0.490-0.491	0	-0.510-(-0.509)	0
0.491-0.492	0	-0.509-(-0.508)	0
0.492-0.493	0	-0.508-(-0.507)	0
0.493-0.494	4.4E-09	-0.507-(-0.506)	1.62658E-10
0.494-0.495	2.5E-08	-0.506-(-0.505)	6.69662E-10
0.495-0.496	3E-08	-0.505-(-0.504)	2.66067E-09
0.496-0.497	3.1E-08	-0.504-(-0.503)	8.77917E-09
0.497-0.498	3.9E-08	-0.503-(-0.502)	2.35464E-08
0.498-0.499	4.9E-08	-0.502-(-0.501)	3.1123E-08
0.499-0.500	3.4E-08	-0.501-(-0.500)	3.18057E-08
0.500-0.501	3.2E-08	-0.500-(-0.499)	3.40845E-08
0.501-0.502	3.1E-08	-0.499-(-0.498)	4.88834E-08
0.502-0.503	2.4E-08	-0.498-(-0.497)	3.85876E-08
0.503-0.504	8.9E-09	-0.497-(-0.496)	3.10123E-08
0.504-0.505	2.7E-09	-0.496-(-0.495)	2.98225E-08
0.505-0.506	6.9E-10	-0.495-(-0.494)	2.55527E-08
0.506-0.507	1.7E-10	-0.494-(-0.493)	4.63537E-09
0.507-0.508	6.1E-12	-0.493-(-0.492)	1.63891E-10
0.508-0.509	0	-0.492-(-0.491)	0
0.509-0.510	0	-0.491-(-0.490)	0

ตารางที่ 4.21 ปริมาณการลือกหรือของล่อ Vidura ตลอด 10 กิโลเมตร



รูปที่ 4.9 และ 4.10 กราฟความสัมพันธ์ระหว่างปริมาณการลือกหรือ(ลูกบาศก์เมตร)และตำแหน่งพิกัดแกน x บนหน้าล่อของล่อซ้ายและขวา(เมตร) สำหรับล่อ Vidura

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

บทที่ 5

สรุปผลการวิจัยและข้อเสนอแนะ

จากการวิเคราะห์ความสึกหรอของล้อแต่ละตำแหน่ง พบว่า ตำแหน่งในช่วง 0.498 ถึงช่วง 0.499 สำหรับล้อขวา และ -0.499 ถึงช่วง -0.498 สำหรับล้อซ้ายมีปริมาณการสึกหรอมากที่สุด คือ ประมาณ $5.78 * 10^{-8}$ ลูกบาศก์เมตร ตลอด 10 กิโลเมตร สำหรับล้อ S1002 และ $4.9 * 10^{-8}$ ลูกบาศก์เมตร สำหรับล้อ Vidura และปริมาณการสึกหรอในล้อซ้ายและขวา มีความสมมาตรกัน เนื่องจากในช่วง 0.498 ถึงช่วง 0.499 และ -0.499 ถึงช่วง -0.498 เกิดจากผลเฉลยค่าตอบของแบบจำลองการเคลื่อนที่ ในช่วงแรกจะมีการเคลื่อนที่ของล้อที่เกิดการแกว่งมากที่สุด ในช่วงนี้เองที่ทำให้เกิดค่าครีพเพจที่เป็นลบมากเป็นผลให้พื้นที่ในช่วงการไหลของพื้นที่วงรีสัมผัสมีค่ามากอีกทั้งยังเป็นผลประกอบจากภาระน้ำหนักที่ล้อสัมผัสกับรางมีค่าที่สูง และในช่วงที่เกิดค่าเหล่านี้มักเกิดในช่วงตำแหน่ง 0.498 ถึงช่วง 0.499 และ -0.499 ถึงช่วง -0.498 ทำให้ช่วงนี้มีผลทำให้เกิดการสึกหรอมากที่สุด

ตรวจสอบความถูกต้องของแบบจำลอง โดยการเปรียบเทียบปริมาณการสึกหรอที่ลึกลงไปในโพรไฟล์ล้อ โดยเปรียบเทียบกับงานวิจัย[เล่ม 6] ซึ่งจากผลการทดลองข้างต้น สามารถคิดเป็นปริมาณความสึกที่สึกหรอไปได้ โดยมีค่าเท่ากับ ปริมาณการสึกหรอในช่วงหน้าล้อหารด้วยพื้นที่หน้าล้อในช่วงนั้น ซึ่งมีค่าประมาณ 1 มิลลิเมตร * เส้นรอบวงของล้อ = $1 * 10^{-3} * 2\pi * รัศมีล้อ = 2.67 * 10^{-3}$ ตารางเมตร

ตำแหน่งล้อยาว	ความลึก	ตำแหน่งล้อย้าย	ความลึก
0.490-0.491	0	-0.510(-0.509)	0
0.491-0.492	0	-0.509(-0.508)	0
0.492-0.493	0	-0.508(-0.507)	0
0.493-0.494	0	-0.507(-0.506)	3.336E-11
0.494-0.495	1.063E-08	-0.506(-0.505)	1.373E-10
0.495-0.496	1.244E-08	-0.505(-0.504)	6.911E-10
0.496-0.497	1.295E-08	-0.504(-0.503)	2.779E-09
0.497-0.498	1.612E-08	-0.503(-0.502)	8.324E-09
0.498-0.499	2.168E-08	-0.502(-0.501)	1.143E-08
0.499-0.500	1.316E-08	-0.501(-0.500)	1.184E-08
0.500-0.501	1.192E-08	-0.500(-0.499)	1.31E-08
0.501-0.502	1.151E-08	-0.499(-0.498)	2.164E-08
0.502-0.503	8.381E-09	-0.498(-0.497)	1.619E-08
0.503-0.504	2.82E-09	-0.497(-0.496)	1.305E-08
0.504-0.505	7.126E-10	-0.496(-0.495)	1.254E-08
0.505-0.506	1.434E-10	-0.495(-0.494)	1.073E-08
0.506-0.507	3.46E-11	-0.494(-0.493)	9.633E-11
0.507-0.508	1.242E-12	-0.493(-0.492)	0
0.508-0.509	0	-0.492(-0.491)	0
0.509-0.510	0	-0.491(-0.490)	0

ตารางที่ 5.1 ความลึกทรอยในหน้าล้อ (มิลลิเมตร) ของล้อ S1002 ในระยะทาง 10 กิโลเมตร

ตำแหน่งล้อยาว	ความลึก	ตำแหน่งล้อย้าย	ความลึก
0.490-0.491	0	-0.510(-0.509)	0
0.491-0.492	0	-0.509(-0.508)	0
0.492-0.493	0	-0.508(-0.507)	0
0.493-0.494	1.65036E-09	-0.507(-0.506)	6.09208E-11
0.494-0.495	9.48457E-09	-0.506(-0.505)	2.5081E-10
0.495-0.496	1.10837E-08	-0.505(-0.504)	9.96505E-10
0.496-0.497	1.15299E-08	-0.504(-0.503)	3.28808E-09
0.497-0.498	1.44489E-08	-0.503(-0.502)	8.81888E-09
0.498-0.499	1.83457E-08	-0.502(-0.501)	1.16565E-08
0.499-0.500	1.28237E-08	-0.501(-0.500)	1.19123E-08
0.500-0.501	1.1987E-08	-0.500(-0.499)	1.27657E-08
0.501-0.502	1.17371E-08	-0.499(-0.498)	1.83084E-08
0.502-0.503	8.87896E-09	-0.498(-0.497)	1.44523E-08
0.503-0.504	3.33408E-09	-0.497(-0.496)	1.16151E-08
0.504-0.505	1.02186E-09	-0.496(-0.495)	1.11695E-08
0.505-0.506	2.59436E-10	-0.495(-0.494)	9.5703E-09
0.506-0.507	6.31888E-11	-0.494(-0.493)	1.73609E-09
0.507-0.508	2.26801E-12	-0.493(-0.492)	6.13825E-11
0.508-0.509	0	-0.492(-0.491)	0
0.509-0.510	0	-0.491(-0.490)	0

ตารางที่ 5.2 ความลึกทรอยในหน้าล้อ (มิลลิเมตร) ของล้อ Vidura ในระยะทาง 10 กิโลเมตร

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ซึ่งสามารถประมาณได้ว่าโพไฟล์ของล้อยจะสึกหรือไป 1 มิลลิเมตรเมื่อรถไฟเคลื่อนที่ไปเป็นระยะทาง 461,000 กิโลเมตร สำหรับล้อ S1002 และ 546,000 กิโลเมตร สำหรับล้อ Vidura ที่ตำแหน่ง 0.498-0.499

ซึ่งจากงานวิจัย[6] ล้อรถไฟจะสึกหรือไป 1 มิลลิเมตร ณ ตำแหน่งที่มีการสึกหรือมากที่สุดเมื่อรถไฟเคลื่อนที่ไปเป็นระยะทาง 74,000 กิโลเมตร แต่เป็นการสึกหรือที่เกิดจากการเคลื่อนที่บนรางที่เป็นทางโค้ง ที่มีภาระน้ำหนักประมาณ 130-150 กิโลนิวตัน และมีความเร็ว 120 กิโลเมตรต่อชั่วโมง หรือ 33.3 เมตรต่อวินาที

ดังนั้น งานวิจัยนี้วิเคราะห์รถไฟที่เคลื่อนที่บนเฉพาะทางตรง ที่รถไฟมีความเร็ว 26.8 เมตรต่อวินาที และมีค่าภาระน้ำหนักประมาณ 30 กิโลนิวตัน ดังนั้น ปริมาณการสึกหรือที่คำนวณได้ จึงมีความเป็นไปได้ ในการเปรียบเทียบระหว่างล้อ S1002 และล้อ Vidura พบว่า ล้อ S1002 มีความเสียหายที่มากกว่าโดยล้อขวาและซ้ายของ S1002 มีปริมาณการสึกหรือทั้งหมดประมาณ $3.27 * 10^{-7}$ (ลูกบาศก์เมตรต่อระยะทาง 10 กิโลเมตร) และล้อขวาและซ้ายของ Vidura มีปริมาณการสึกหรือทั้งหมดประมาณ $3.115 * 10^{-7}$ (ลูกบาศก์เมตรต่อระยะทาง 10 กิโลเมตร) เนื่องจากมีรูปแบบโพไฟล์ล้อ ค่ามวล โมเมนต์ความเฉื่อย หรือ การเคลื่อนที่ที่แตกต่างกันเป็นผลทำให้มีพื้นที่สัมผัส การกระจายภาระน้ำหนัก ที่แตกต่างกัน จนทำให้เกิดการสึกหรือในปริมาณที่ต่างกัน แต่ยังคงเป็นค่าที่ใกล้เคียงกันมาก โดยมีเปอร์เซ็นต์ความแตกต่าง 4 เปอร์เซ็นต์ระหว่างล้อ 2 ชนิด

ตำแหน่งล้อขว	ปริมาณการสึกหรือ		ตำแหน่งล้อซ้าย	ปริมาณการสึกหรือ	
	Vidura	S1002		Vidura	S1002
0.490-0.491	0		0 -0.510(-0.509)	0	0
0.491-0.492	0		0 -0.509(-0.508)	0	0
0.492-0.493	0		0 -0.508(-0.507)	0	0
0.493-0.494	4.406E-09		0 -0.507(-0.506)	1.62658E-10	8.90751E-11
0.494-0.495	2.532E-08	2.83851E-08	-0.506(-0.505)	6.69662E-10	3.66724E-10
0.495-0.496	2.959E-08	3.32146E-08	-0.505(-0.504)	2.66067E-09	1.8453E-09
0.496-0.497	3.078E-08	3.4589E-08	-0.504(-0.503)	8.77917E-09	7.41891E-09
0.497-0.498	3.858E-08	4.30344E-08	-0.503(-0.502)	2.35464E-08	2.22239E-08
0.498-0.499	4.898E-08	5.78841E-08	-0.502(-0.501)	3.1123E-08	3.05213E-08
0.499-0.500	3.424E-08	3.51269E-08	-0.501(-0.500)	3.18057E-08	3.16163E-08
0.500-0.501	3.201E-08	3.18172E-08	-0.500(-0.499)	3.40845E-08	3.49672E-08
0.501-0.502	3.134E-08	3.07332E-08	-0.499(-0.498)	4.88834E-08	5.77787E-08
0.502-0.503	2.371E-08	2.23769E-08	-0.498(-0.497)	3.85876E-08	4.32309E-08
0.503-0.504	8.902E-09	7.53051E-09	-0.497(-0.496)	3.10123E-08	3.48444E-08
0.504-0.505	2.728E-09	1.90259E-09	-0.496(-0.495)	2.98225E-08	3.34718E-08
0.505-0.506	6.927E-10	3.82845E-10	-0.495(-0.494)	2.55527E-08	2.86423E-08
0.506-0.507	1.687E-10	9.23913E-11	-0.494(-0.493)	4.63537E-09	2.57214E-10
0.507-0.508	6.056E-12	3.31616E-12	-0.493(-0.492)	1.63891E-10	0
0.508-0.509	0		0 -0.492(-0.491)	0	0
0.509-0.510	0		0 -0.491(-0.490)	0	0
total	3.115E-07	3.27073E-07		3.11489E-07	3.27274E-07
difference		4.774313331			4.82307279

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ตารางที่ 5.3 ตารางเปรียบเทียบปริมาณการสึกหรอทั้งหมดบนล้อ 2 ชนิด (ลบ.ม.) และมีเปอร์เซ็นต์ความแตกต่างระหว่างล้อ 2 ชนิด ประมาณ 5 เปอร์เซ็นต์

ข้อเสนอแนะ

ในงานวิจัยเล่มนี้เป็นการทำนายความสึกหรอของล้อและรางรถไฟที่เกิดขึ้นบนทางตรงเท่านั้น ในความเป็นจริงล้อรถไฟมีการเคลื่อนที่ที่ซับซ้อนกว่านี้มาก รวมถึงเกิดการสัมผัสยังสามารถเกิดบริเวณบังใบล้อทำให้เกิดความเสียหายที่มากขึ้น และความเป็นจริง ความเร็วของรถไฟค่าไม่คงที่ คือเกิดความเร่งและหน่วงอยู่ตลอดเวลา อาจทำให้สมการการเคลื่อนที่มีความซับซ้อนเพิ่มขึ้น และปัจจัยต่างๆ จากตัวรถไฟเช่น ค่าวัสดุต่างๆของล้อและรางที่อาจเกิดสนิมหรือสามารถเสื่อมสภาพได้ตลอดเวลา ซึ่งยังไม่รวมถึงปัจจัยอื่นจากธรรมชาติ เช่นอุณหภูมิ หรือความชื้น ที่อาจจะมีผลต่อค่าคุณสมบัติวัสดุรวมถึงความเสียดทาน นอกจากนี้ยังมีการเคลื่อนที่เข้าโค้งของราง รวมถึงส่วนประกอบเช่น ค่าสปริงหรือตัวหน่วงในรถไฟ ซึ่งงานวิจัยเล่มนี้มีขอบเขตการศึกษาที่ได้อธิบายไปแล้วข้างต้น

และจากการทดลอง พบว่าปริมาณการสึกหรอจากสมการ 2.98 ตามขอบเขตของงานวิจัยนี้เป็นเพียงส่วนหนึ่งของปัจจัยการสึกหรอในล้อรถไฟเท่านั้น โดยปริมาณการสึกหรอของงานวิจัยนี้รถไฟต้องเคลื่อนที่ไปเป็นระยะทางกว่า 461,000 กิโลเมตร โพรไฟล์ของล้อจึงเริ่มสึกหรอไปเพียง 1 มิลลิเมตร แต่ในความเป็นจริงระบบการขนส่งทางรางมีการตรวจสอบและบำรุงรักษา ล้อและรางรถไฟอยู่เสมอ ทุกๆระยะทางประมาณ 22,500 กิโลเมตร ดังนั้น การสึกหรอจากงานวิจัยนี้มีผลน้อยมากในทางปฏิบัติ ซึ่งควรเพิ่มเติมในขอบเขตการศึกษาการเคลื่อนที่บนทางโค้ง และการวิเคราะห์รถไฟทั้งโบกี้ รวมถึงเมื่อรถไฟมีภาระน้ำหนักจากผู้โดยสาร และใช้วิธีการคำนวณตำแหน่งการสัมผัสที่สมจริงขึ้น จากแบบโพรไฟล์ของล้อและราง

บรรณานุกรม

- [1] กิติพัฒน์ จักรสูง,ดร.กรรมมันต์ ชูประเสริฐ,ดร.ธนา ภูเฝ้ากรัตน์ และ ดร.วิชัย ศิวะโกศิษฐ.(2559)
“การศึกษาค่าความเร็ววิกฤตของการเคลื่อนที่ของชุดเพลาล้อแบบวิหุญย์คอนทัวร์กับรางชนิด
BS100A ขนาดความกว้างราง 1.000 เมตร ของการรถไฟแห่งประเทศไทย” “The study of critical
speeds from dynamical responses of Vidura contour train wheel set with BS100A rail
profile on a meter gauge track of the State Railway of Thailand”.การประชุมวิชาการ
เครือข่ายวิศวกรรมเครื่องกลแห่งประเทศไทย ครั้งที่ 30
- [2] R.lewis M.Cavalletti, R.S. Dwyer-Joyce, A. Ward, S.Bruni, K.Bel Knani and P.Bologna.
“Railway wheel wear prediction with adams/rail”
- [3] Sen-Yung Lee, Yung-Chang Cheng. 2005 . “ Hunting stability analysis of high-speed
railway vehicle trucks on tangent tracks. Journal of Sound and Vibration 282
(2005)881-898
- [4] Maksym Spiryagin,Colin Cole, Yan Quan Sun, Mitchell McClanachan, and Tim
McSweeney . “Design and Simulation of Rail Vehicles”. ISBN 9781138073708
Published November 22, 2017 by CRC Press
- [5] Babette Dirks. 2015. “Simulation and measurement of wheel on rail fatigueband
wear”.KTH Royal Institute of Technology
- [6] Matin Shahzamanian Sichni. 2013. “Wheel-rail Contact Modelling in Vehicle
Dynamics Simulation”. Licentiate Thesis Stockholm,Sweden 2013
- [7] Jacobus Louerenns Cuperus . 2017. “Effects of Modelling Simplifications in FEA of
Railway Wheels”.Thesis presented inpartial fulfilment of the requirement for the
degree of Master of Engineering (Mechannical) in the Facylty of Engineering at
Stellenbosch University

- [8] Beatriz Tena Villar.2011. “Railway Design, Simulation and Analysis Adams/ Rail Software. AKADEMIA GORNICZO-HUTNICZA. KRAKOW,june 2011
- [9] A. H. Wickenes.1965-66. “THE DYNAMICS OF RAILWAY VEHICLES ON STRAIGHT TRACK: FUNDAMENTAL CONSIDERATIONS OF LATERAL STABILITY. Proc Instn Mech Engrs 1965-66
- [10] P.Clayton.1994. “Predictiing the wear of rails on curves from laboratory data”. Oregon Graduate Institute of Science and Technology,Dept. of Materals Science and Engineering,PO Box 910, Portland, OR 97292-10000,USA
- [11] Newland,_D.E. 2013.“Mechanical Vibration Analysis and Computation. Dover Publications
- [12] Rao V. Dukkipati, “Vehicle Dynamics”.CRC Press LLC, 2000 Narosa Publishing House,New Delhi-110 017,India
- [13] Nielsen, Jakob Birkedal.1998. “New developments in the theory of wheel/rail contact mechanics”. Document Version Publisher's PDF, also known as Version of record
https://backend.orbit.dtu.dk/ws/portalfiles/portal/5809400/imm2479.pdf?fbclid=IwAR0Blz3GpuGKneHr_iDSF8neBII7JG4NwNjGKwL49X5FS4Y7XtwCKkb0BwM.
- [14] Smltrirupa Pradham, Arun Kumar SAmantaray, Ranjan Bhattacharyya.2019. “Multi-step wear evolution simulation method for the prediction of rail wheel wear and vehicle dynamic performance”
https://www.researchgate.net/publication/326189448_Multi-step_wear_evolution_simulation_method_for_the_prediction_of_rail_wheel_wear_and_vehicle_dynamic_performance
- [15] R. Lewis, U Olofsson.2009. “Wheel-Rail Interface Handbook” Woodhead Publishing Limited Abington Hall, Granta Park, Great Abington,Cambridge CB21 6AH, UK

[16] Lewis, R. and Olofsson, U. (2004) Mapping rail wear regimes and transitions. *Wear*, 257(7-8). pp. 721-729. ISSN 0043-1648

[17] G. Sauvage. 1991. "The Dynamics of Vehicles on road and on tracks". Swets & Zeitlinger INC. Berwyn, PA



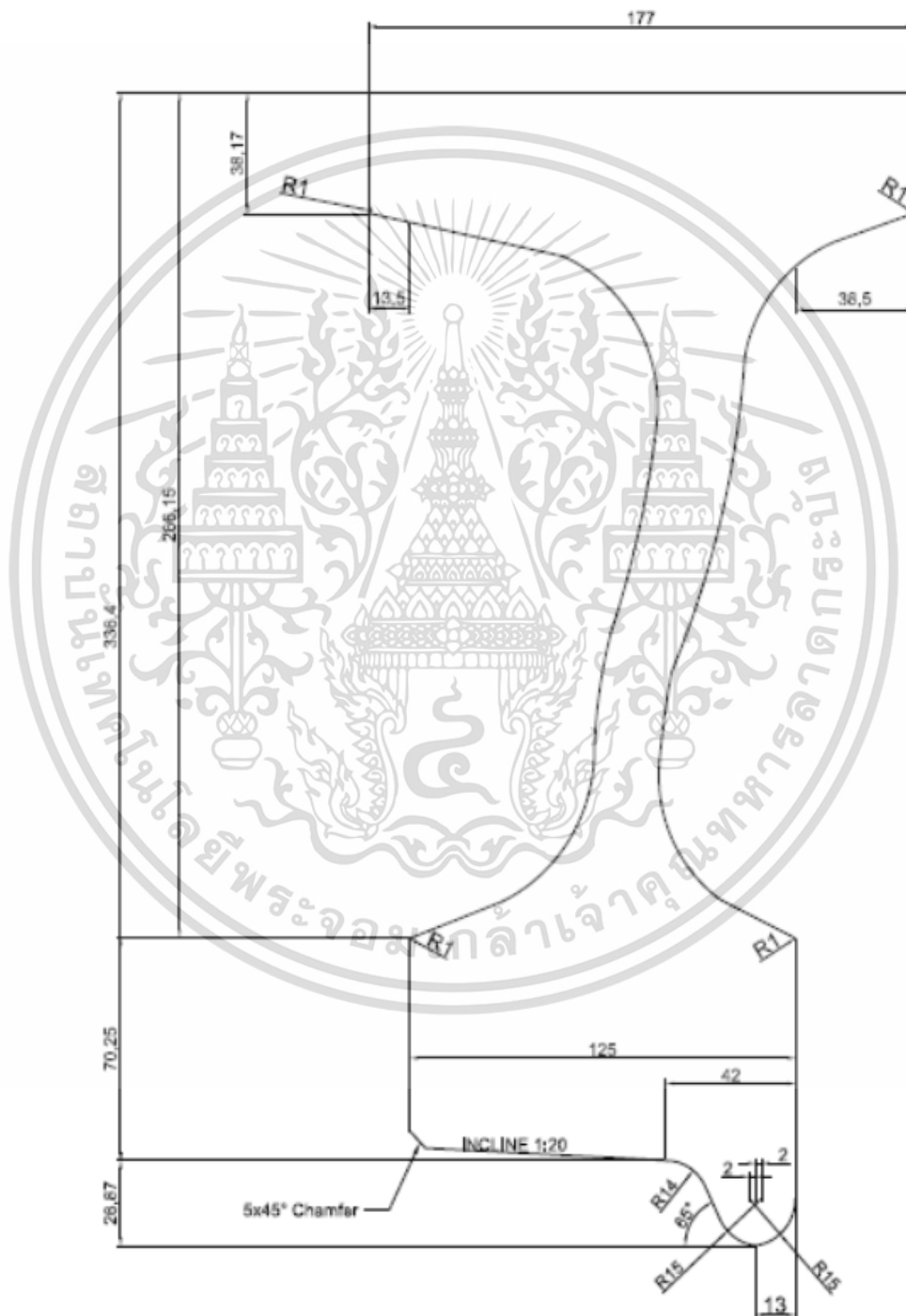
เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



ภาคผนวก

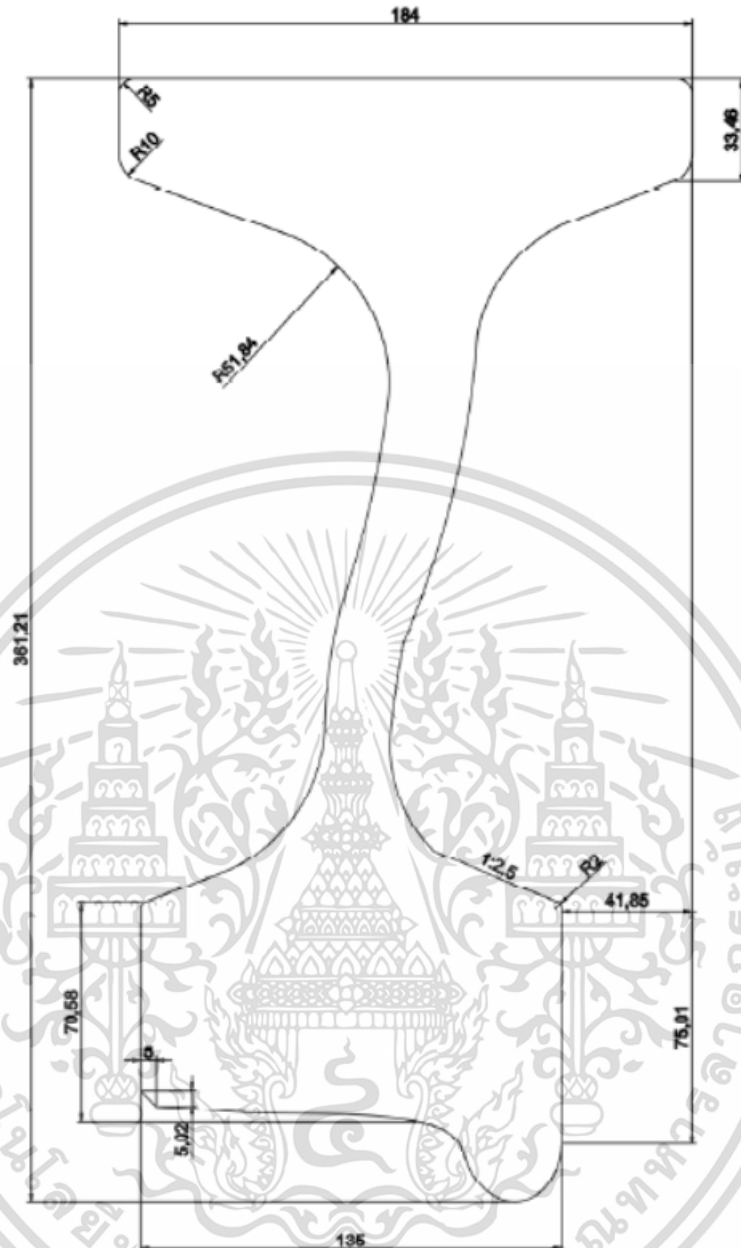
เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ภาคผนวก ก
แบบลื้อและรางต่างๆ



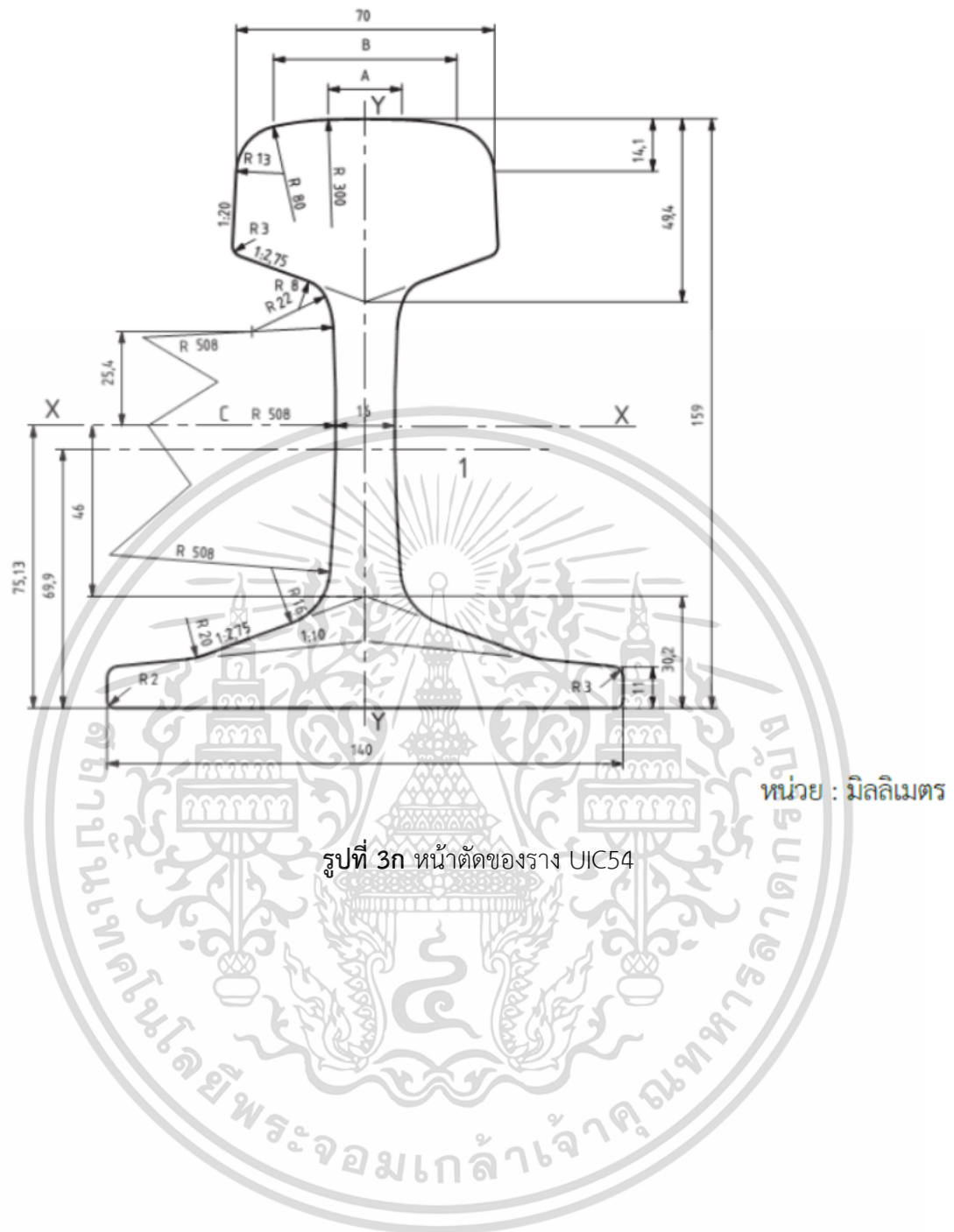
รูปที่ 1ก หน้าตัดของลื้อ Vidura

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



รูปที่ 2ก หน้าตัดของล้อ S1002

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



รูปที่ 3ก หน้าตัดของราง UIC54

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้