การวิเคราะห์ความแปรปรวนในการทดลองแฟคทอเรียล 2 ปัจจัย ซึ่งประกอบด้วยข้อมูลสูญหายหนึ่งค่า

ANALYSIS OF VARIANCE IN TWO-FACTOR FACTORIAL DESIGN CONSISTING OF ONE MISSING VALUE

นางสาวจิราพร ละพรมมา
MISS JIRAPORN LAPROMMA
นางสาวสโรชา สุทธิ ณ นาวิน
MISS SAROCHA SUTTI NA NAWIN

ปริญญานิพนธ์นี้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตรวิศวกรรมศาสตรบัณฑิต
สาขาวิชาวิศวกรรมออกแบบการผลิตและวัสดุ คณะวิศวกรรมศาสตร์
สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง
ปีการศึกษา 2562

ANALYSIS OF VARIANCE IN TWO-FACTOR FACTORIAL DESIGN CONSISTING OF ONE MISSING VALUE

MISS JIRAPORN LAPROMMA
MISS SAROCHA SUTTI NA NAWIN

A THESIS SUBMITTED IN PARTIAL FULFILLMENT
OF THE REQUIREMENT FOR THE DEGREE OF
BACHELOR OF ENGINEERING IN
PRODUCTION DESIGN AND MATERIALS ENGINEERING
FACULTY OF ENGINEERING
KING MONGKUT'S INSTITUTE OF TECHNOLOGY LADKRABANG
ACADEMIC YEAR 2019

คณะวิศวกรรมศาสตร์
สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง
ใบรับรองปริญญานิพนธ์

หัวข้อปริญญานิพนธ์	การวิเคราะห์ความแปรปรวนในการทดลองแฟคทอเรียล 2 ปัจจัย ซึ่งประกอบด้วยข้อมูลสูญหายหนึ่งค่า ANALYSIS OF VARIANCE IN TWO-FACTOR FACTORIAL DESIGN CONSISTING OF ONE MISSING VALUE
นักศึกษา	นางสาวจิราพร ละพรมมา รหัสประจำตัว 59010215 นางสาวสโรชา สุทธิ ณ นาวิน รหัสประจำตัว 59011376
หลักสูตร	วิศวกรรมศาสตรบัณฑิต สาขาวิชาวิศวกรรมออกแบบการผลิตและวัสดุ
อาจารย์ผู้ควบคุมปริญญานิพนธ์	

กิตติวัฒน์ สิริเกษมสุข

(ผศ.ดร.กิตติวัฒน์ สิริเกษมสุข)

หัวข้อปริญญานิพนธ์	การวิเคราะห์ความแปรปรวนในการทดลองแฟคทอเรียล 2 ปัจจัย ซึ่งประกอบด้วยข้อมูลสูญหายหนึ่งค่า
นักศึกษา	นางสาวจิราพร ละพรมมา นางสาวสโรชา สุทธิ ณ นาวิน
หลักสูตร	วิศวกรรมศาสตรบัณฑิต สาขาวิชาวิศวกรรมออกแบบการผลิตและวัสดุ สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง
ปีการศึกษา	2562
อาจารย์ผู้ควบคุมปริญญานิพนธ์	ผศ.ดร.กิตติวัฒน์ สิริเกษมสุข

บทคัดย่อ

งานวิจัยนี้ได้ศึกษาการวิเคราะห์ความแปรปรวนในการทดลองแฟคทอเรียล 2 ปัจจัย หลายระดับและทำซ้ำหลายครั้ง ในการทดลองจะมีข้อมูลสูญหายหนึ่งค่า ซึ่งไม่สามารถวิเคราะห์ความแปรปรวนได้ด้วยวิธีการปกติ วัตถุประสงค์ของงานวิจัยนี้เพื่อเปรียบเทียบการวิเคราะห์ข้อมูลในการแก้ปัญหาข้อมูลสูญหายหนึ่งค่าด้วย 3 วิธีการได้แก่ (1) วิธีตรง (2) วิธีการประมาณค่าข้อมูลสูญหายด้วยวิธีกำลังสองน้อยสุด และ (3) วิธีการประมาณค่าข้อมูลสูญหายด้วยวิธีเฉลี่ย สิ่งสำคัญที่สุดของงานวิจัยนี้ คือ การพัฒนาสูตรค่าผลบวกกำลังสองของแต่ละปัจจัยและปัจจัยร่วมซึ่งให้ค่าไม่ลำเอียงด้วยวิธีตรง ผลของการเปรียบเทียบ พบว่า วิธีการประมาณค่าข้อมูลสูญหายด้วยวิธีกำลังสองน้อยสุดให้ค่าผลบวกกำลังสองของความคลาดเคลื่อนที่ไม่ลำเอียง แต่ค่าผลบวกกำลังสองของแต่ละปัจจัยและปัจจัยร่วมลำเอียงทุกค่า ในขณะที่วิธีการประมาณค่าข้อมูลสูญหายด้วยวิธีเฉลี่ยให้ค่าผลบวกกำลังสองของความคลาดเคลื่อนที่ลำเอียง นอกจากนี้ในงานวิจัยนี้ได้พัฒนาระบุสูตรค่าความเอนเอียงเมื่อใช้วิธีการประมาณค่าข้อมูลสูญหายด้วยวิธีกำลังสองน้อยสุดเพื่อใช้ปรับค่าผลบวกกำลังสองของแต่ละปัจจัยที่ลำเอียง

Thesis Title	Analysis of Variance in Two-Factor Factorial Design Consisting of One Missing Value
Student	Miss Jiraporn Lapromma
	Miss Sarocha Sutti Na Nawin
Degree	Bachelor of Engineering in
	Production Design and Materials Engineering
	King Mongkut's Institute of Technology Ladkrabang
Academic Year	2019
Thesis Advisor	Asst.Prof.Dr. Kittiwat Sirikasemsuk

ABSTRACT

This research considers the two-factor analysis of variance design with several levels and several replications. In the experiment of this research, there is a missing value that the formulae of classical ANOVA do not exist. The purpose of this study is to compare the following three approaches to deal with one missing value, i.e., (1) the exact approach, (2) the missing plot with least square method, and (3) the missing plot with overall mean method. The vital part of this study is to develop the unbiased formulae of sums of squares for factors and interaction through the exact approach. The results of the comparison indicate that the missing plot with least square method gives the unbiased sum of squares for error and the biased sums of squares for factors and interaction. The missing plot with overall mean method shows that all the sums of squares are biased. In this research, the formulae of biases for the missing plot with least square method are determined to adjust the biased sums of squares.

กิตติกรรมประกาศ

ปริญญานิพนธ์เรื่อง การวิเคราะห์ความแปรปรวนในการทดลองแฟคทอเรียล 2 ปัจจัย ซึ่งประกอบด้วยข้อมูลสูญหายหนึ่งค่า สามารถสำเร็จลุล่วงไปได้ด้วยดี ผู้วิจัยขอกราบขอบพระคุณบุคคลทุกคนที่มีส่วนเกี่ยวข้องส่งผลให้ปริญญานิพนธ์ฉบับนี้เสร็จสมบูรณ์

ผศ.ดร.กิตติวัฒน์ สิริเกษมสุข อาจารย์ที่ปรึกษาปริญญานิพนธ์ ผู้วิจัยขอกราบขอบพระคุณเป็นอย่างสูง สำหรับการให้โอกาสในการศึกษาปริญญานิพนธ์ฉบับนี้ รวมทั้งความรู้ คำแนะนำ ความช่วยเหลือและความเอาใจใส่ในทุกๆ ด้านตลอดเวลาที่ผ่านมา

ผู้วิจัยขอกราบขอบพระคุณเป็นอย่างสูง อาจารย์ทุกท่านในภาควิชาวิศวกรรมอุตสาหการ สำหรับความช่วยเหลือในทุกๆ ด้านตลอดการศึกษาระดับปริญญาตรี ในหลักสูตรวิศวกรรมศาสตรบัณฑิต ภาควิชาวิศวกรรมอุตสาหการ

ขอบคุณทุกคนในครอบครัวและเพื่อนๆ สำหรับความช่วยเหลือตลอดจนคอยเป็นกำลังใจที่ดีให้ตลอดมา และทำให้ปริญญานิพนธ์นี้สำเร็จลุล่วงไปด้วยดี

นางสาวจิราพา ละพรมมา
นางสาวสโรชา สุทธิ ณ นาวิน

สารบัญ

หน้า

สารบัญ

หน้า

สารบัญ

หน้า

สารบัญตาราง

หน้า

สารบัญตาราง

หน้า

สารบัญตาราง

หน้า

สารบัญรูป

บทที่ 1
บทนำ

1.1 ความเป็นมาและความสำคัญของปัญหา

การวิจัยและพัฒนาผลิตภัณฑ์และกระบวนการผลิตขององค์กรต่างๆ ถือว่ามีความสำคัญต่อระบบเศรษฐกิจของประเทศ ซึ่งในปัจจุบันนี้ได้มีการแข่งขันที่สูงมากจึงต้องมีการปรับปรุงคุณภาพ การทำให้ของเสียเป็นศูนย์ ลดต้นทุนในกระบวนการผลิต และรักษาระดับคุณภาพสินค้าที่ลูกค้าต้องการ แต่ละกระบวนการการผลิตนั้นประกอบไปด้วยปัจจัยมากมายที่จะส่งผลต่อต้นทุนในการผลิตประสิทธิภาพและระดับคุณภาพของกระบวนการ ทำให้ต้องปรับตั้งค่าของปัจจัยเหล่านั้นอย่างเหมาะสม เพื่อให้ได้ผลลัพธ์ตามที่ต้องการ หนึ่งในหลายเทคนิคที่ถูกใช้คือ การออกแบบการทดลอง (DOE) ซึ่งจะช่วยให้สามารถออกแบบวิธีการทดลองอย่างมีระบบเพื่อเก็บข้อมูลแล้วนำข้อมูลไปวิเคราะห์ทางสถิติให้ได้ปัจจัยที่เหมาะสมในการปรับตั้งกระบวนการทำงานได้อย่างมีประสิทธิภาพและต้นทุนการผลิตต่ำ ซึ่งการออกแบบการทดลองทำให้ลดเวลาในการลองผิดลองลองถูกและจะใช้ค่าใช้จ่ายที่ต่ำมากและเลือกใช้แบบการทดลองที่เหมาะสมเช่น แผนการทดลองแบบสุ่มในบล็อกสมบูรณ์ (Randomized Complete Block Design (RCBD)) แผนการทดลองแบบแฟคทอเรียล (Factorial Design) เป็นต้น

การทดลองแบบแฟคทอเรียล (Factorial Experiment) เป็นการทดลองที่เน้นศึกษาอิทธิพล (Effect) ของปัจจัย (Factor) มากกว่าหนึ่งปัจจัยพร้อมๆกัน โดยให้ความสนใจกับอิทธิพลร่วม (Interaction Effect) ของปัจจัยซึ่งเป็นอิทธิพลที่ส่งผลให้กับตัวแปรตอบสนอง โดยการทดลองแบบแฟคทอเรียลเป็นแผนการทดลองที่มีประสิทธิภาพมากที่สุดในการตรวจสอบอิทธิพลของหลายๆปัจจัยพร้อมกัน และสามารถตรวจสอบอิทธิพลของผลร่วมระหว่างปัจจัยได้

โดยปกติการทดลองแบบแฟคทอเรียลจะใช้ข้อมูลที่ครบถ้วนสมบูรณ์ แต่มีบางครั้งที่อาจเก็บข้อมูลมาไม่ครบถ้วนหรือมีค่าบางค่าที่สูญหายไปด้วยสาเหตุมาจากความผิดพลาดในการทดลอง ซึ่งในบางการทดลองไม่สามารถทดลองซ้ำใหม่ได้อาจเนื่องด้วยงบประมาณจำกัดและใช้เวลานาน ข้อมูลที่สูญหายไปทำให้การวิเคราะห์ความแปรปรวนโดยวิธีการทั่วไป (Classical ANOVA Method) หรือสูตรสำเร็จรูปที่มีอยู่นั้นไม่สามารถใช้ได้ ด้วยเหตุนี้ผู้วิจัยส่วนใหญ่วิธีการแก้ปัญหาข้อมูลสูญหาย เช่น การตัดข้อมูลที่ไม่เกี่ยวข้องออก เก็บข้อมูลเพิ่มเติม ใช้ข้อมูลเท่าที่มีอยู่ในการวิเคราะห์ ใช้วิธีการประมาณค่าข้อมูลสูญหาย เป็นต้น

งานวิจัยนี้จึงได้ศึกษาวิจัยเกี่ยวกับวิธีการแก้ปัญหาเรื่องข้อมูลสูญหาย ซึ่งมี 3 วิธีการ คือ 1. วิธีตรง (Exact Approach) 2. วิธีการประมาณค่าข้อมูลสูญหายด้วยวิธีกำลังสองน้อยสุด (Missing

Plot with Least Square Method) และ 3. วิธีการประมาณค่าข้อมูลสูญหายด้วยวิธีการประมาณค่าข้อมูลสูญหายด้วยวิธีเฉลี่ย (Missing Plot with Overall Mean Method) โดยนำไปประยุกต์ใช้กับแผนการทดลองแบบแฟคทอเรียล (Factorial Design) ที่มี 2 ปัจจัย และมีการกระทำซ้ำหลายครั้ง

1.2 วัตถุประสงค์

1. ศึกษาและวิเคราะห์ความแปรปรวน เมื่อเกิดปัญหาข้อมูลในการทดลองแฟคทอเรียล 2 ปัจจัย สูญหายหนึ่งค่าด้วยวิธีตรง (Exact Approach)

2. เปรียบเทียบการวิเคราะห์ข้อมูลในการแก้ปัญหาข้อมูลในการทดลองแฟคทอเรียล สูญหายหนึ่งค่าด้วย 3 วิธีการดังนี้

(1) วิธีตรง (Exact Approach)

(2) วิธีการประมาณค่าข้อมูลสูญหายด้วยวิธีกำลังสองน้อยสุด (Missing Plot with Least Square Method)

(3) วิธีการประมาณค่าข้อมูลสูญหายด้วยวิธีเฉลี่ย (Missing Plot with Overall Mean Method)

3. พัฒนาสูตรค่าความเอนเอียง (Bias) จากการประมาณค่าข้อมูลสูญหายด้วยวิธีกำลังสองน้อยสุด

1.3 ขอบเขตของปริญญานิพนธ์

1. การวิจัยครั้งนี้กำหนดให้การทดลองแฟคทอเรียล 2 ปัจจัย มีตัวแบบคงที่ (Fixed Effect Model) ดังนี้

$$\sum_{i=1}^{a}\hat{\tau}_i = 0, \sum_{j=1}^{b}\hat{\beta}_j = 0$$

$$\sum_{i=1}^{a}\left(\widehat{\tau\beta}\right)_{ij} = 0 \qquad \text{เมื่อ } j = 1, 2, 3, ..., b$$

$$\sum_{j=1}^{b}\left(\widehat{\tau\beta}\right)_{ij} = 0 \qquad \text{เมื่อ } i = 1, 2, 3, ..., a$$

2. งานวิจัยนี้สนใจการทดลองแฟคทอเรียล 2 ปัจจัยเท่านั้น มีการทำซ้ำ n ครั้ง โดยที่ปัจจัย A มี a ระดับ และปัจจัย B มี b ระดับ (a, b และ n เป็นจำนวนเต็มบวก และไม่เท่ากับ 1)

3. เปรียบเทียบวิธีการแก้ปัญหาข้อมูลในการทดลองแฟคทอเรียล 2 ปัจจัย สูญหายหนึ่งค่าด้วย 3 วิธีการเท่านั้น คือ

(1) วิธีตรง (Exact Approach)

(2) วิธีการประมาณค่าข้อมูลสูญหายด้วยวิธีกำลังสองน้อยสุด (Missing Plot with Least Square Method)

(3) วิธีการประมาณค่าข้อมูลสูญหายด้วยวิธีเฉลี่ย (Missing Plot with Overall Mean Method)

4. ผลของการเปรียบเทียบประสิทธิภาพของวิธีการแก้ไขปัญหาข้อมูลในแผนแบบทดลองสูญหายนั้นจะพิจารณาจากค่าผลบวกกำลังสองของความคลาดเคลื่อน (Error Sum of Squares (SS_E)) ค่าผลบวกกำลังสองของปัจจัยA (Factor A Sum of Squares (SS_A)) ค่าผลบวกกำลังสองของปัจจัย B (Factor B Sum of Squares (SS_B)) และค่าผลบวกกำลังสองของปัจจัยร่วม AB (Factor AB Sum of Squares (SS_{AB}))

5. การวิเคราะห์ข้อมูลด้วยวิธีตรงบนพื้นฐานของรูปแบบเชิงเส้นทั่วไป (Linear Model) ในงานวิจัยนี้จะเป็นวิธีเหมือนกับของ Montgomery (1984) ซึ่งเราเรียกวิธีการนี้ว่า วิธีการทดสอบนัยสำคัญของการถดถอยทั่วไป (General Regression Significance Test)

$$y_{ijk} = \mu + \tau_i + \beta_j + (\tau\beta)_{ij} + \varepsilon_{ijk} \begin{cases} i = 1,2,\dots,a \\ j = 1,2,\dots,b \\ k = 1,2,\dots,n \end{cases}$$

เมื่อ y_{ijk} คือ ค่าสังเกตที่เก็บค่าได้

μ คือ ค่าเฉลี่ยรวม

τ_i คือ อิทธิพลของปัจจัย A ระดับที่ i

β_j คือ อิทธิพลของปัจจัย B ระดับที่ j

$(\tau\beta)_{ij}$ คือ อิทธิพลร่วมระหว่างปัจจัย A ระดับที่ i และปัจจัย B ระดับที่ j

ε_{ijk} คือ ความคลาดเคลื่อนเชิงสุ่มของการทดลอง มีการแจกแจงปกติ มีค่าเฉลี่ยเท่ากับ 0 และความแปรปรวนเท่ากับ σ^2

6. การวิจัยครั้งนี้กำหนดให้มีข้อมูลสูญหายจำนวนหนึ่งค่าที่เซลล์ (ตำแหน่งใดก็ได้) และสูญหายเชิงสุ่มเท่านั้น

1.4 ประโยชน์ที่คาดว่าจะได้รับ

1. ได้สูตรผลบวกกำลังสองของปัจจัย A (Factor A Sum of Squares (SS_A)) สูตรผลบวกกำลังสองของปัจจัย B (Factor B Sum of Squares (SS_B)) สูตรผลบวกกำลังสองของปัจจัยร่วม AB (Factor AB Sum of Squares (SS_{AB})) และ สูตรผลบวกกำลังสองของทรีตเมนต์ (Treatment Sum of Squares (SS_{Tr})) ที่พัฒนามาจากวิธีตรง ซึ่งสามารถใช้ได้กับการทดลองแฟคทอเรียล 2 ปัจจัย **ที่มีข้อมูลสูญหายหนึ่งค่าได้ทุกรูปแบบ**

2. ได้สูตรค่าความเอนเอียง (Bias) เพื่อนำไปปรับค่าผลบวกกำลังสองของปัจจัย A (Factor A Sum of Squares (SS_A)) ค่าผลบวกกำลังสองของปัจจัย B (Factor B Sum of Squares (SS_B)) ค่าผลบวกกำลังสองของปัจจัยร่วม AB (Factor AB Sum of Squares (SS_{AB})) จากวิธีการประมาณค่าข้อมูลสูญหายด้วยวิธีกำลังสองน้อยสุด

1.5 ตารางการดำเนินงาน

ขั้นตอนการดำเนินงานวิจัยสามารถแสดงได้ดังตารางที่ 1.1

ตารางที่ 1.1 ตารางการดำเนินงาน

รายการ	บทที่	ส.ค.	ก.ย.	ต.ค.	พ.ย.	ธ.ค.	ม.ค.	ก.พ.
1. ความสำคัญและที่มาของปัญหา	1							
2. ศึกษาทฤษฎีที่เกี่ยวข้องกับการแก้ปัญหาข้อมูลสูญหายด้วยวิธีการประมาณค่าข้อมูลสูญหายด้วยวิธีเฉลี่ยกำลังสองน้อยสุด	2							
3. ศึกษาทฤษฎีที่เกี่ยวข้องกับการแก้ปัญหาข้อมูลสูญหายด้วยวิธีการประมาณค่าข้อมูลสูญหายด้วยวิธีกำลังสองน้อยสุด	2							
4. ทดลองวิเคราะห์ข้อมูล (กรณีข้อมูลครบถ้วน) ด้วยวิธีตรง	3							
5. แก้ไขปัญหาข้อมูลสูญหายด้วยวิธีการประมาณค่า	4							
6. แก้ไขปัญหาข้อมูลสูญหายด้วยวิธีตรง	4							
7. เปรียบเทียบวิธีการแก้ไขปัญหาข้อมูลสูญหาย	5							
8. สรุปผล	6							

1.6 สัญลักษณ์ที่ใช้ในงานวิจัยนี้ และความหมาย

y_{ijk} คือ ผลตอบสนองที่สังเกตได้เมื่อปัจจัย A อยู่ที่ระดับที่ i ปัจจัย B อยู่ที่ระดับ j และซ้ำที่ k

i คือ ลำดับแถว (i =1,2,...,a) ซึ่งแทนด้วยปัจจัย A

j คือ ลำดับคอลัมน์ (j =1,2,...,b) ซึ่งแทนด้วยปัจจัย B

k คือ จำนวนครั้งของการซ้ำ (k =1,2,...n)

a คือ จำนวนระดับข้อมูล

b คือ จำนวนระดับข้อมูล

n คือ จำนวนการกระทำซ้ำ

r คือ ลำดับแถวที่มีข้อมูลสูญหาย

c คือ ลำดับคอลัมน์ที่มีข้อมูลสูญหาย

μ คือ ค่าเฉลี่ยรวมทั้งหมด

τ_i คือ อิทธิพลของแถวที่ i ของปัจจัย A

β_j คือ อิทธิพลของคอลัมน์ที่ j ของปัจจัย B

$(\tau\beta)_{ij}$ คือ อิทธิพลของปฏิสัมพันธ์ระหว่าง τ_i และ β_j ของปัจจัย A และ ปัจจัย B

τ_r คือ อิทธิพลของแถวที่ r ของปัจจัย A

β_c คือ อิทธิพลของคอลัมน์ที่ c ของปัจจัย B

$(\tau\beta)_{rc}$ คือ อิทธิพลของปฏิสัมพันธ์ระหว่าง τ_r และ β_c ของปัจจัย A และ ปัจจัย B

ε_{ijk} คือ ความคลาดเคลื่อนเชิงสุ่มของการทดลอง

$\hat{\mu}$ คือ ตัวประมาณค่าของพารามิเตอร์ ค่าเฉลี่ยรวมทั้งหมด

$\hat{\tau}_i$ คือ ตัวประมาณค่าของพารามิเตอร์ อิทธิพลของแถวที่ i

$\hat{\beta}_j$ คือ ตัวประมาณค่าของพารามิเตอร์ อิทธิพลของคอลัมน์ที่ j

$\left(\widehat{\tau\beta}\right)_{ij}$ คือ ตัวประมาณค่าของพารามิเตอร์ อิทธิพลของปฏิสัมพันธ์ระหว่าง $\hat{\tau}_i$ และ $\hat{\beta}_j$

$\hat{\tau}_r$ คือ ตัวประมาณค่าของพารามิเตอร์ อิทธิพลของแถวที่ r

$\hat{\beta}_c$ คือ ตัวประมาณค่าของพารามิเตอร์ อิทธิพลของคอลัมน์ที่ c

$\left(\widehat{\tau\beta}\right)_{rc}$ คือ ตัวประมาณค่าของพารามิเตอร์ อิทธิพลของปฏิสัมพันธ์ระหว่าง $\hat{\tau}_r$ และ $\hat{\beta}_c$

$y_{...}$ คือ ผลรวมข้อมูลทั้งหมด

$y_{i..}$ คือ ผลรวมข้อมูลของแถวที่ i

$y_{.j.}$ คือ ผลรวมข้อมูลของคอลัมน์ที่ j

$y_{ij.}$ คือ ผลรวมข้อมูลของการทดลองร่วมกันแถว i และคอลัมน์ j

$y_{r..}$ คือ ผลรวมข้อมูลของแถวที่ r

$y_{.c.}$ คือ ผลรวมข้อมูลของคอลัมน์ที่ c

$y_{rc.}$ คือ ผลรวมข้อมูลของการทดลองร่วมกันแถว r และคอลัมน์ c

$\bar{y}_{...}$ คือ ค่าเฉลี่ยข้อมูลทั้งหมด

$\bar{y}_{i..}$ คือ ค่าเฉลี่ยข้อมูลของแถวที่ i

$\bar{y}_{.j.}$ คือ ค่าเฉลี่ยข้อมูลของคอลัมน์ที่ j

$\bar{y}_{ij.}$ คือ ค่าเฉลี่ยข้อมูลของการทดลองร่วมกันแถว i และคอลัมน์ j

$\hat{\mu}^{F1}$ คือ ตัวประมาณค่าของพารามิเตอร์ค่าเฉลี่ยรวมทั้งหมด สำหรับอิทธิพลเต็มรูปแบบแบบมีอิทธิพลร่วม

$\hat{\tau}_i^{\,F1}$ คือ ตัวประมาณค่าของพารามิเตอร์อิทธิพลของแถวที่ i สำหรับอิทธิพลเต็มรูปแบบแบบมีอิทธิพลร่วม

$\hat{\beta}_j^{\,F1}$ คือ ตัวประมาณค่าของพารามิเตอร์อิทธิพลของคอลัมน์ที่ j สำหรับอิทธิพลเต็มรูปแบบแบบมีอิทธิพลร่วม

$\left(\widehat{\tau\beta}\right)_{ij}^{F_1}$ คือ ตัวประมาณค่าของพารามิเตอร์อิทธิพลของปฏิสัมพันธ์ระหว่าง τ_i และ β_j สำหรับอิทธิพลเต็มรูปแบบแบบมีอิทธิพลร่วม

$\hat{\tau}_r{}^{F1}$ คือ ตัวประมาณค่าของพารามิเตอร์อิทธิพลของแถวที่ r สำหรับอิทธิพลเต็มรูปแบบแบบมีอิทธิพลร่วม

$\hat{\beta}_c{}^{F1}$ คือ ตัวประมาณค่าของพารามิเตอร์อิทธิพลของคอลัมน์ที่ c สำหรับอิทธิพลเต็มรูปแบบแบบมีอิทธิพลร่วม

$\left(\widehat{\tau\beta}\right)_{rc}^{F_1}$ คือ ตัวประมาณค่าของพารามิเตอร์อิทธิพลของปฏิสัมพันธ์ระหว่าง τ_r และ β_c สำหรับอิทธิพลเต็มรูปแบบแบบมีอิทธิพลร่วม

$\hat{\mu}^{F2}$ คือ ตัวประมาณค่าของพารามิเตอร์ค่าเฉลี่ยรวมทั้งหมด สำหรับอิทธิพลเต็มรูปแบบแบบไม่มีอิทธิพลร่วม

$\hat{\tau}_i{}^{F2}$ คือ ตัวประมาณค่าของพารามิเตอร์อิทธิพลของแถวที่ i สำหรับอิทธิพลเต็มรูปแบบแบบไม่มีอิทธิพลร่วม

$\hat{\beta}_j{}^{F2}$ คือ ตัวประมาณค่าของพารามิเตอร์อิทธิพลของคอลัมน์ที่ j สำหรับอิทธิพลเต็มรูปแบบแบบไม่มีอิทธิพลร่วม

$\hat{\tau}_r{}^{F2}$ คือ ตัวประมาณค่าของพารามิเตอร์อิทธิพลของแถวที่ r สำหรับอิทธิพลเต็มรูปแบบแบบไม่มีอิทธิพลร่วม

$\hat{\beta}_c{}^{F2}$ คือ ตัวประมาณค่าของพารามิเตอร์อิทธิพลของคอลัมน์ที่ c สำหรับอิทธิพลเต็มรูปแบบแบบไม่มีอิทธิพลร่วม

$\hat{\mu}^{R1}$ คือ ตัวประมาณค่าของพารามิเตอร์ค่าเฉลี่ยรวมทั้งหมด สำหรับลดรูปอิทธิพลของแถว

$\hat{\beta}_j{}^{R1}$ คือ ตัวประมาณค่าของพารามิเตอร์อิทธิพลของคอลัมน์ที่ j สำหรับลดรูปอิทธิพลของแถว

$\hat{\beta}_c{}^{R1}$ คือ ตัวประมาณค่าของพารามิเตอร์อิทธิพลของคอลัมน์ที่ c สำหรับลดรูปอิทธิพลของแถว

$\hat{\mu}^{R_2}$ คือ ตัวประมาณค่าของพารามิเตอร์ค่าเฉลี่ยรวมทั้งหมด สำหรับลดรูปอิทธิพลของคอลัมน์

$\hat{\tau}_i{}^{R2}$ คือ ตัวประมาณค่าของพารามิเตอร์อิทธิพลของแถวที่ i สำหรับลดรูปอิทธิพลของคอลัมน์

$\hat{\tau}_r{}^{R2}$ คือ ตัวประมาณค่าของพารามิเตอร์อิทธิพลของแถวที่ r สำหรับลดรูปอิทธิพลของคอลัมน์

SS_A คือ ผลบวกกำลังสองของแถว ปัจจัย A

SS_B คือ ผลบวกกำลังสองของคอลัมน์ ปัจจัย B

SS_{AB} คือ ผลบวกกำลังสองของปฏิสัมพันธ์ระหว่างปัจจัย A และ ปัจจัย B

SS_{Total} คือ ผลบวกกำลังสองของผลรวมทั้งหมด

SS_{Error} คือ ผลบวกกำลังสองของความคลาดเคลื่อน

MS_A คือ กำลังสองเฉลี่ยของแถว ปัจจัย A

MS_B คือ กำลังสองเฉลี่ยของคอลัมน์ ปัจจัย B

MS_{AB} คือ กำลังสองเฉลี่ยของปฏิสัมพันธ์ระหว่างปัจจัย A และ ปัจจัย B

MS_{Error} คือ กำลังสองเฉลี่ยของความคลาดเคลื่อน

df คือ ระดับองศาความเป็นอิสระ

$R(\mu^{F1}, \tau^{F1}, \beta^{F1}, (\tau\beta)^{F1})$ คือ สมการถดถอยของผลบวกกำลังสอง แบบเต็มรูปแบบมีอิทธิพลร่วม

$R(\mu^{F2}, \tau^{F2}, \beta^{F2})$ คือ สมการถดถอยของผลบวกกำลังสอง แบบเต็มรูปแบบไม่มีอิทธิพลร่วม

$R(\mu^{R1}, \beta^{R1})$ คือ สมการถดถอยของผลบวกกำลังสอง ลดอิทธิพลของแถว

$R(\mu^{R2}, \tau^{R2})$ คือ สมการถดถอยของผลบวกกำลังสอง ลดอิทธิพลของคอลัมน์

$\hat{Y}^{LS}_{missing}$ คือ ค่าประมาณข้อมูลสูญหายด้วยวิธีกำลังสองน้อยสุด

$\hat{Y}^{OM}_{missing}$ คือ ค่าประมาณข้อมูลสูญหายด้วยวิธีเฉลี่ย

บทที่ 2
ทฤษฎีและวิจัยที่เกี่ยวข้อง

การศึกษาวิจัยในครั้งนี้ ผู้วิจัยได้กล่าวถึงองค์ความรู้เกี่ยวกับวิธีการประมาณค่าข้อมูลสูญหายของตัวแปรตามในการวิเคราะห์ความแปรปรวนของแผนแบบแฟคทอเรียล โดยมีหัวข้อที่เกี่ยวข้องดังนี้

2.1 แผนแบบทดลอง

2.2 ตัวแบบที่ทำการศึกษา

2.3 ประเภทของข้อมูลสูญหาย

2.4 รูปแบบข้อมูลสูญหาย

2.5 วิธีการวิเคราะห์ข้อมูลด้วยวิธีตรง

2.6 วิธีการประมาณค่าข้อมูลสูญหายด้วยวิธีกำลังสองน้อยสุด

2.7 วิธีการประมาณค่าข้อมูลสูญหายด้วยวิธีเฉลี่ย

2.8 งานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

2.1 แผนแบบทดลอง

สำนักงานราชบัณฑิตยสภา (2558) แผนแบบทดลองเป็นสาขาหนึ่งของสถิติศาสตร์ที่เกี่ยวข้องกับการวางแผนการทดลอง และการวิเคราะห์เชิงสถิติที่สอดคล้องกัน ตัวอย่างแผนแบบทดลองเช่น แผนแบบสุ่มสมบูรณ์ แผนแบบสุ่มในบล็อกสมบูรณ์ แผนแบบจัตุรัสละติน เป็นต้น ซึ่งการวิเคราะห์ข้อมูลส่วนใหญ่จะใช้วิธีการวิเคราะห์ความแปรปรวน

2.2 ตัวแบบที่ทำการศึกษา

การทดลองจำนวนมากเกี่ยวข้องกับการศึกษาอิทธิพล (Effect) ของ 2 ปัจจัยหรือหลายปัจจัยในทั่วไปแผนการทดลองแบบแฟคทอเรียลนั้นมีประสิทธิภาพมากที่สุดสำหรับการทดลองประเภทนี้ โดยแผนการทดลองแบบแฟคทอเรียล จะหมายถึง การทดลองที่สมบูรณ์ในแต่ละครั้ง หรือการกระทำซ้ำในแต่ละการทดลองที่มีคอมบิเนชั่นทั้งหมดที่เป็นไปได้ของหลายระดับของหลายปัจจัยที่ทำการตรวจสอบ เมื่อหลายปัจจัยถูกเรียงในการทดลองแบบแฟคทอเรียล ส่วนใหญ่มักจะเรียกว่า crossed

Montgomery (2011) อิทธิพลของปัจจัย หมายถึง การเปลี่ยนแปลงของผลการทดลอง (Response) ซึ่งเกิดจากการเปลี่ยนแปลงในระดับของปัจจัย เรียกว่า ปัจจัยหลัก (Main Effect) เพราะว่า อ้างถึงปัจจัยต้นของการทดลองที่สนใจ

โดยลักษณะของตัวแบบที่ทำการศึกษาเป็นดังสมการที่ 2.1

$$y_{ijk} = \mu + \tau_i + \beta_j + (\tau\beta)_{ij} + \varepsilon_{ijk} \begin{cases} i = 1,2,\dots,a \\ j = 1,2,\dots,b \\ k = 1,2,\dots,n \end{cases} \tag{2.1}$$

ในกระบวนการเก็บรวบรวมค่าข้อมูลนั้นสามารถดำเนินการได้ดังตารางที่ 2.1

ตารางที่ 2.1 แบบแผนแฟคทอเรียล กรณีไม่มีข้อมูลสูญหาย

		ปัจจัย B			
		1	2	…	b
ปัจจัย A	1	$y_{111}, y_{112}, \dots, y_{11n}$	$y_{121}, y_{122}, \dots, y_{12n}$		$y_{1b1}, y_{1b2}, \dots, y_{1bn}$
	2	$y_{211}, y_{212}, \dots, y_{21n}$	$y_{221}, y_{222}, \dots, y_{22n}$		$y_{2b1}, y_{2b2}, \dots, y_{2bn}$
	⋮				
	a	$y_{a11}, y_{a12}, \dots, y_{a1n}$	$y_{a21}, y_{a22}, \dots, y_{a2n}$		$y_{ab1}, y_{ab2}, \dots, y_{abn}$

สำหรับข้อมูลที่เก็บรวบรวมได้นั้น เพื่อใช้ในการวิเคราะห์ความแปรปรวน ดังตารางที่ 2.2

ตารางที่ 2.2 การวิเคราะห์ความแปรปรวนสำหรับแบบแผนแฟคทอเรียล กรณีไม่มีข้อมูลสูญหาย

แหล่งความแปรปรวน	ผลบวกกำลังสอง	องศาความเป็นอิสระ	ค่ากำลังสองเฉลี่ย	สถิติทดสอบ
ทรีตเมนต์ A	SS_A	$a-1$	MS_A	$F_0=MS_A/MS_E$
ทรีตเมนต์ B	SS_B	$b-1$	MS_B	$F_0=MS_B/MS_E$
ปฏิสัมพันธ์	SS_{AB}	$(a-1)(b-1)$	MS_{AB}	$F_0=MS_{AB}/MS_E$
ความคลาดเคลื่อน	SS_E	$ab(n-1)$	MS_E	
ผลรวม	SS_T	$abn-1$		

2.3 ประเภทของข้อมูลสูญหาย

Little and Rubin (1987) การจำแนกประเภทของข้อมูลสูญหายนั้นเป็นสิ่งจำเป็นอย่างยิ่ง หากเลือกใช้วิธีจัดการกับ ข้อมูลสูญหายที่ไม่เหมาะสมย่อมส่งผลกระทบทำให้เกิดการบิดเบือนต่อผลการวิเคราะห์ได้ โดยทั่วไปมักจำแนกข้อมูลสูญหายออกเป็น 3 ประเภท คือ

1. Missing Completely at Random (MCAR) เป็นลักษณะของข้อมูลสูญหายที่เกิดขึ้นอย่างสุ่มจากค่าสังเกตทั้งหมด นั่นคือข้อมูลที่สูญหายไม่ขึ้นอยู่กับค่าใดค่าหนึ่ง ข้อมูลที่สูญ หายเป็นอิสระกัน

2. Missing at Random (MAR) เป็นลักษณะของข้อมูลสูญหายซึ่งไม่ได้เกิดขึ้นอย่าง สุ่มจากค่าสังเกตทั้งหมด แต่เกิดขึ้นอย่างสุ่มภายในบางส่วนหรือบางกลุ่มของค่าสังเกต นั่นคือ ค่าของข้อมูลสูญหายขึ้นอยู่กับตัวแปรบางตัวอื่นๆ ในฐานข้อมูลซึ่งไม่ได้เป็นตัวแปรที่เกิดข้อมูลสูญหาย

3. Not Missing at Random (NMAR) เป็นลักษณะของข้อมูลสูญหายซึ่งไม่ได้ เกิดขึ้นอย่างสุ่ม โดยค่าของข้อมูลสูญหายขึ้นอยู่กับค่าของข้อมูลสมบูรณ์ในตัวแปรเดียวกัน รวมถึงตัวแปรอื่นๆด้วย หรือในบางกรณีค่าของข้อมูลสูญหายอาจไม่ขึ้นอยู่กับตัวแปรใดๆ ในฐานข้อมูล เลยแต่ขึ้นอยู่กับตัวแปรอื่นที่ไม่ได้ถูกเก็บรวบรวมไว้ในการศึกษาครั้งนั้น

2.4 รูปแบบข้อมูลสูญหาย

ภาคย์ สิทธิผกาผล (2555) กล่าวว่าการศึกษาเกี่ยวกับรูปแบบการสูญหายของข้อมูลมีด้วยกันหลายรูปแบบมีทั้งแบบข้อมูลสูญหายไปหลายตำแหน่งในหนึ่งสดมภ์หรือแบบที่ข้อมูลสูญหายหลายตำแหน่งในหลายสดมภ์ ดังนี้

1. ข้อมูลสูญหายหนึ่งตัวแปร (Univariate Nonresponse) คือ ตัวแปรหนึ่งตัวมีข้อมูลสูญหาย

2. ข้อมูลสูญหายมากกว่าหนึ่งตัวแปร (Multivariate Two Patterns) คือ มีข้อมูลสูญหายมากกว่าหนึ่งตัวแปรในหน่วยตัวอย่างเดียวกัน

3. ข้อมูลสูญหายเป็นไปในทิศทางเดียวกัน (Monotone) คือ อันดับของตัวแปรหรือ อันดับของค่าสังเกตในตัวแปรมีความสำคัญ นิยามคือ ให้เซตของตัวแปรคือ $Y_1,\ldots,Y_n$ ถ้า Y_r ที่มีข้อมูลสูญหายแล้ว $Y_{r+1},\ldots,Y_n$ จะมีข้อมูลสูญหายด้วย

4. ข้อมูลสูญหายแบบไม่เป็นระบบ (Arbitrary) โดยข้อมูลสูญหายสามารถเกิดขึ้นตรงจุดไหนก็ได้และอันดับของตัวแปรไม่มีความสำคัญ

2.5 วิธีการวิเคราะห์ข้อมูลด้วยวิธีตรง

การวิเคราะห์ข้อมูลด้วยวิธีตรงบนพื้นฐานของรูปแบบเชิงเส้นทั่วไป (Exact Approach Based on General Linear Model) ในงานวิจัยนี้ จะเป็นวิธีเหมือนกับของ Montgomery (1984) ซึ่งสามารถเรียกวิธีการนี้ว่า วิธีการทดสอบนัยสำคัญของการถดถอยทั่วไป (General Regression

Significance Test) และจะเป็นวิธีเหมือนกับของ Charles (2008) ซึ่งสามารถเรียกวิธีการนี้ว่า วิธีการเปรียบเทียบรูปแบบ (Model Comparison Approach) Montgomery (1984) กล่าวถึงการวิเคราะห์ข้อมูลด้วยวิธีตรงว่าเป็นวิธีการที่มีความสัมพันธ์กันกับ วิธีการวิเคราะห์ความแปรปรวนโดยวิธีการทั่วไป (Classical ANOVA Method) อันเนื่องมาจากการวิเคราะห์ข้อมูลด้วยวิธีตรงอาศัยหลักการทดสอบนัยสำคัญการถดถอยทั่วไป (General Regression Significance Test) ซึ่งตัวแบบการวิเคราะห์ความแปรปรวนโดยวิธีการทั่วไป (Classical ANOVA Method) ทุกตัวแบบสามารถแสดงในเทอมของสมการถดถอยได้และการทดสอบนัยสำคัญการถดถอยทั่วไปสามารถใช้พัฒนาการทดสอบสำหรับสมมติฐานที่สนใจ เพื่อนำไปสู่วิธีการวิเคราะห์ความแปรปรวนโดยวิธีการทั่วไปที่นิยมใช้วิเคราะห์ความแปรปรวนกันในปัจจุบันพื้นฐานประการหนึ่งของการทดสอบนัยสำคัญการถดถอยทั่วไป (General Regression Significance Test) คือการเขียนสมการปกติสำหรับตัวแบบสมการเหล่านี้อาจจะหาได้ในรูปของฟังก์ชันกำลังสองน้อยสุด (Least Squares Function) และหาอนุพันธ์โดยการเปรียบเทียบกับพารามิเตอร์ที่ไม่ทราบค่า วิธีการอย่างง่าย โดยการใช้กฎดังนี้

กฎข้อที่ 1 มีสมการปกติ 1 สมการ สำหรับแต่ละพารามิเตอร์ในตัวแบบที่จะประมาณค่า

กฎข้อที่ 2 ทางด้านขวามือของสมการปกติเป็นผลบวกของค่าสังเกตทั้งหมด ซึ่งมักมีพารามิเตอร์ที่สอดคล้องกับสมการปกติ

กฎข้อที่ 3 ทางด้านซ้ายมือของสมการปกติเป็นผลบวกของพารามิเตอร์ในตัวแบบทั้งหมด โดยที่พารามิเตอร์แต่ละตัวเป็นผลคูณของจำนวนครั้งที่ปรากฏในยอดรวมทางด้านขวามือ

2.6 วิธีการประมาณค่าข้อมูลสูญหายด้วยวิธีกำลังสองน้อยสุด

Montgomery (1984) กล่าวว่าเมื่อใช้แผนแบบสุ่มในบล็อกสมบูรณ์ (Randomized Completely Block Design (RCBD)) บางครั้งเกิดปัญหาข้อมูลในบล็อกการทดลองสูญหายหนึ่งค่านั้นเป็นเพราะความประมาทหรือความผิดพลาดในการทดลองด้วยเหตุผลที่อยู่นอกเหนือการควบคุม เช่น ความเสียหายที่เกิดขึ้นกับหน่วยทดลองที่ไม่สามารถหลีกเลี่ยงได้ การสูญหายของข้อมูลในแผนแบบทดลองทำให้รูปแบบการวิเคราะห์ข้อมูลเปลี่ยนแปลงไป เนื่องจากทรีตเมนต์ของแบบจำลองไม่ได้อยู่ในลักษณะตั้งฉาก (Orthogonality) กับบล็อกการทดลองอีกต่อไป นั่นคือทรีตเมนต์ไม่เกิดขึ้นกับทุกบล็อกการทดลอง

Garcia and Don (1995) กล่าวถึงวิธีการวิเคราะห์ข้อมูลวิธีด้วยวิธีการประมาณค่าข้อมูลสูญหายว่า สำหรับการพิจารณาแผนแบบสุ่มในบล็อกสมบูรณ์ที่กำหนดให้มี k ทรีตเมนต์ n บล็อก สมมติว่าค่าข้อมูลในเซลล์ (m, p) เป็นค่าข้อมูลที่สูญหาย ดังนั้นการคำนวณหาค่าผลบวกกำลังสองของความคลาดเคลื่อน (Error Sum of Squares (SS_E)) แสดงได้ดังสมการที่ 2.2

$$SS_E = SS_T - SS_B - SS_{Tr} \tag{2.2}$$

เมื่อ SS_E คือ ผลบวกกำลังสองของความคลาดเคลื่อน

SS_T คือ ผลบวกกำลังสองของผลรวม

SS_B คือ ผลบวกกำลังสองของบล็อก

SS_{Tr} คือ ผลบวกกำลังสองของทรีตเมนต์

จากสูตรการคำนวณหาผลบวกกำลังสองของความแปรปรวนต่างๆของแผนการทดลองแบบสุ่มในบล็อกสมบูรณ์ แสดงได้ดังนี้

$$SS_T = \sum_i \sum_j {y_{ij}}^2 - \frac{{T_{..}}^2}{N} \tag{2.3}$$

$$SS_B = \sum_i \frac{{Ti.}^2}{k} - \frac{{T_{..}}^2}{N} \tag{2.4}$$

$$SS_{Tr} = \sum_j \frac{T.j^2}{n} - \frac{{T_{..}}^2}{N} \tag{2.5}$$

เมื่อ y_{ij} คือ ค่าสังเกตที่เก็บค่าได้

$T_{..}$ คือ ผลรวมของค่าสังเกตทั้งหมดที่เก็บค่าได้

$T_{i.}$ คือ ผลรวมของค่าสังเกตในทรีตเมนต์ที่ i

$T_{.j}$ คือ ผลรวมของค่าสังเกตในบล็อกที่ j

n คือ จำนวนข้อมูลในทรีตเมนต์ที่ i

k คือ จำนวนข้อมูลในบล็อกที่ j

N คือ จำนวนค่าสังเกตทั้งหมดที่เก็บค่าได้

แทนค่าสมการที่ (2.3) ถึงสมการที่ (2.5) ในสมการที่ (2.2) และสามารถเขียนเป็นฟังก์ชั่นของการประมาณค่าข้อมูลที่สูญหายได้ดังนี้

$$SS_E(x) = \sum_i \sum_j {y_{ij}}^2 + {y^2}_{mp} + \frac{(\sum_i \sum_j y_{ij} + y_{mp})^2}{nk} - \frac{(\sum_i {T_{i.}}^2 + (y_{mp} + T_{m.})^2}{k} - \frac{(\sum_j {T_{.j}}^2 + (y_{mp} + T_{.p})^2}{n} \tag{2.6}$$

เมื่อ y_{ij} คือ ค่าสังเกตที่เก็บค่าได้

y_{mp} คือ ค่าสังเกตที่เกิดข้อมูลสูญหาย

$T_{i.}$ คือ ผลรวมของค่าสังเกตในทรีตเมนต์ที่ i

T_{mp} คือ ผลรวมของค่าสังเกตในทรีตเมนต์ที่เกิดข้อมูลสูญหาย

$T_{.j}$ คือ ผลรวมของค่าสังเกตบล็อกที่ j

$T_{.p}$ คือ ผลรวมของค่าสังเกตในบล็อกที่เกิดข้อมูลสูญหาย

n คือ จำนวนข้อมูลในทรีตเมนต์ที่ i

k คือ จำนวนข้อมูลในบล็อกที่ j $i \neq m, j \neq p$

โดยปกติการประมาณค่าข้อมูลสูญหาย เป็นการหาค่ากำลังสองน้อยสุดของผลบวกกำลังสองของความคลาดเคลื่อน จากการคำนวณแคลคูลัสเบื้องต้น

$$\frac{d(SS_E)}{dx} = 0 \tag{2.7}$$

การหาค่ากำลังสองน้อยสุดของผลบวกกำลังสองของความคลาดเคลื่อนเป็นเงื่อนไขที่จำเป็นอย่างมาก พิสูจน์สมการที่ (2.6) ได้สูตรการประมาณค่าข้อมูลสูญหาย สำหรับแผนแบบสุ่มในบล็อกสมบูรณ์ดังสมการที่ (2.8)

$$x = \frac{nT_{m.} + kT_{.p} - \sum_i \sum_j y_{ij}}{(k-1)(n-1)} \tag{2.8}$$

เมื่อ X คือ ค่าประมาณข้อมูลสูญหาย

$T_{m.}$ คือ ผลรวมของค่าสังเกตในทรีตเมนต์ที่เกิดข้อมูลสูญหาย

$T_{.p}$ คือ ผลรวมของค่าสังเกตในบล็อกที่เกิดข้อมูลสูญหาย

y_{ij} คือ ค่าสังเกตที่เก็บค่าได้

n คือ จำนวนข้อมูลในทรีตเมนต์ที่ i

k คือ จำนวนข้อมูลในบล็อกที่ j

Rangaswamy (1995) กล่าวว่าหลังจากประมาณค่าข้อมูลที่สูญหายด้วยสูตรดังกล่าวแล้ว การคำนวณหาค่าผลบวกกำลังสองเพื่อการวิเคราะห์ความแปรปรวนก็จะดำเนินการคำนวณตามวิธีการปกติ แต่สูตรการคำนวณหาค่าผลบวกกำลังสองของทรีตเมนต์ (Treatment Sum of Squares (SS_{tr})) ได้รับการแก้ไขสูตรการคำนวณโดยการลบค่าความเอนเอียง (Bias) สูตรการคำนวณค่าความเอนเอียงแสดงได้ดังนี้

$$Bias_{(CRD)} = \frac{[T_{m.} - (k-1)X]^2}{k(k-1)} \tag{2.9}$$

เมื่อ $Bias_{(CRD)}$ คือ ค่าความเอนเอียงของค่า (SS_{tr}) ซึ่งเกิดจากวิธีการประมาณค่าข้อมูลสูญหายด้วยวิธีกำลังสองน้อยสุด

$T_{m.}$ คือ ผลรวมของค่าสังเกตในทรีตเมนต์ที่เกิดข้อมูลสูญหาย

X คือ ค่าประมาณข้อมูลสูญหาย

k คือ จำนวนข้อมูลในบล็อกที่ j

การแก้ไขสูตรการคำนวณหาค่าผลบวกกำลังสองของทรีตเมนต์ในครั้งนี้ ก่อให้เกิดตารางการวิเคราะห์ ความแปรปรวนที่สมบูรณ์แบบมากยิ่งขึ้น หลังจากคำนวณหาค่าผลบวกกำลังสองของแหล่งความแปรปรวนต่างๆแล้วจึงจะสามารถคำนวณหาระดับองศาความเป็นอิสระและแสดงออกมาในลักษณะที่สอดคล้องกันดังตารางที่ 2.3 Garcia and Don (1995)

ตารางที่ 2.3 ระดับองศาความเป็นอิสระเมื่อใช้แผนแบบสุ่มในบล็อกสมบูรณ์
กรณีประมาณค่าข้อมูลสูญหายด้วยวิธีกำลังสองน้อยสุด

ผลบวกกำลังสอง	ระดับองศาความเป็นอิสระ
ผลรวม	nk - 2
บล็อก	n - 1
ทรีตเมนต์	k - 1
ความคลาดเคลื่อน	(n - 1)(k - 1) - 1

2.7 วิธีการประมาณค่าข้อมูลสูญหายด้วยวิธีเฉลี่ย

รัตติกาล จอมประพันธ์ และ พาชิตชนัต ศิริพานิช (2558) กล่าวว่าสมมติให้ $y_1,y_2,\ldots,y_n$ เป็นค่าสังเกต r ค่าจากทั้งหมด n ค่า และ $y_{r+1},y_{r+2},\ldots y_n$ เป็นค่าสูญหาย n-r ค่าของ y ที่สังเกตไม่ได้ในที่นี้ต้องการประมาณค่าสูญหายดังกล่าวด้วยค่าเฉลี่ย

วิธีการประมาณค่าข้อมูลสูญหายด้วยวิธีเฉลี่ย นำเสนอครั้งแรกโดย Wilks ในปี ค.ศ 1932 ซึ่งเป็นวิธีที่แทนค่าสูญหายด้วยค่าคงที่ Little and Rubin (1987) โดยการประมาณค่าตัวแปรที่สูญหายหรือเก็บไม่ได้ด้วยค่าเฉลี่ยของตัวแปรเดียวกันจากหน่วยที่เก็บค่าได้ ประชุม สุวัตถี (2552) ดังสมการที่ (2.10)

$$X = \frac{\sum_{i=1}^{r} y_i}{r*} \tag{2.10}$$

เมื่อ X คือ ค่าเฉลี่ยของข้อมูลที่ไม่สูญหายของตัวแปรตาม

y_i คือ ข้อมูลในแผนแบบทดลองตัวที่ i

r^* คือ จำนวนข้อมูลที่ไม่สูญหายของตัวแปร y

i คือ 1,2,…,r

เนื่องจากวิธีนี้เป็นวิธีที่แทนค่าสูญหายด้วยค่าเฉลี่ยของข้อมูลที่สังเกตได้ ซึ่งค่าเฉลี่ยดังกล่าวของข้อมูลชุดหนึ่งๆมีอยู่เพียงค่าเดียว ดังนั้นหากมีข้อมูลสูญหายมากกว่าหนึ่งค่าจะประมาณค่าสูญหายทุกค่าด้วยค่าเฉลี่ยดังกล่าว ซึ่งจะส่งผลให้ค่าประมาณของข้อมูลที่สูญหายมีค่าเท่ากันหมด นั่นคือ ข้อมูลที่ประมาณค่าสูญหายแล้ว (Imputed Data) คือ $y_1, y_2, \ldots, y_r, \bar{y}_1, \bar{y}_2, \ldots, \bar{y}_r$ เห็นได้ชัดเจนว่าถึงแม้จะมีข้อมูลหายเพียงค่าเดียวหรือมีข้อมูลหายหลายค่าก็ตาม ความแปรปรวนของข้อมูล $y_1, y_2, \ldots, y_r, \bar{y}_1, \bar{y}_2, \ldots, \bar{y}_r$ ชุดนี้จะมีค่าน้อยยิ่งจำนวนข้อมูลสูญหายมากขึ้นความแปรปรวนก็จะน้อยลงด้วย ซึ่งส่งผลให้ค่าความคลาดเคลื่อนมาตรฐานของตัวประมาณของพารามิเตอร์ที่สนใจ เช่น ความคลาดเคลื่อนมาตรฐานของค่าเฉลี่ยตัวอย่าง (Standard Error of The Sample Mean) มีค่าต่ำกว่าที่ควรจะเป็น (Underestimate)

2.8 งานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

ภาคย์ สิทธิผกาผล (2555) งานวิจัยนี้เสนอการเปรียบเทียบวิธีประมาณค่าที่เก็บไม่ได้ 3 วิธีในการสำรวจด้วยตัวอย่าง โดยการจำลองประชากร ขนาด 5,000 หน่วย มีตัวแปรที่ศึกษา Y และตัวแปรช่วย X 6 ตัว มีสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ระหว่าง X กับ Y อยู่ 3 ระดับคือ ระดับต่ำ ระดับปานกลาง และระดับสูง โดยใช้โปรแกรมอาร์สุ่มตัวอย่างซ้ำ 1,000 ครั้งจากแต่ละประชากรใหม่ขนาดเล็ก ขนาดกลาง และขนาดใหญ่ สุ่มค่าสังเกต Y ในตัวอย่างทั้ง 5, 10, 15 และ20 เปอร์เซ็นต์ ถือว่าเป็นค่าที่เก็บรวบรวมไม่ได้ ประมาณค่า Y กลับคืนโดยวิธีการถดถอยพหุเชิงเส้นวิธีระยะห่างต่ำสุด และวิธีค่าเฉลี่ย นำค่า Y ที่มีอยู่และที่ประมาณค่าได้ไปหาค่าสัมประสิทธิ์การแปรผันของตัวประมาณ ผลการศึกษาพบว่า วิธีประมาณค่าที่เก็บไม่ได้ 3 วิธีในการสำรวจด้วยตัวอย่าง โดยวิธีการถดถอยพหุเชิงเส้นวิธีระยะห่างต่ำสุด และวิธีค่าเฉลี่ย ค่าสัมประสิทธิ์การแปรผันของตัวประมาณมีแนวโน้มลดลงเมื่อขนาดตัวอย่างและร้อยละของข้อมูลที่สูญหายเพิ่มขึ้น วิธีการถดถอยพหุเชิงเส้นให้ค่าสัมประสิทธิ์การแปรผันของตัวประมาณต่ำสุด และวิธีค่าเฉลี่ยให้ค่าสัมประสิทธิ์การแปรผันของตัวประมาณสูงสุด เมื่อตัวแปร Y และตัวแปร X 6 ตัว มีสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ในระดับปานกลางและระดับสูง เมื่อตัวแปร Y และตัวแปร X 6 ตัว มีสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ในระดับต่ำ วิธีการถดถอยพหุเชิงเส้นให้ค่าสัมประสิทธิ์การแปรผันของตัวประมาณต่ำสุด และวิธีประมาณแบบวิธีระยะห่างต่ำสุดให้ค่าสัมประสิทธิ์การแปรผันของตัวประมาณสูงสุด

รัตติกาล จอมประพันธ์ และ พาชิตชนัต ศิริพานิช (2558) ศึกษาวิธีการประมาณค่าสูญหายของตัวแปรตามในการวิเคราะห์การถดถอยเชิงเส้นพหุคูณ โดยนำเสนอวิธีประมาณค่าสูญหายของตัวแปรตาม 4 วิธี คือ วิธีอัตราส่วนควอไทล์ที่ 1 วิธีอัตราส่วนควอไทล์ที่ 3 วิธีสมการถดถอยอัตราส่วนควอไทล์ที่ 1 และวิธีสมการถดถอยอัตราส่วนควอไทล์ที่ 3 ซึ่งพัฒนาขึ้นมาจากตัวประมาณอัตราส่วน การเปรียบเทียบประสิทธิภาพของวิธีที่นำเสนอ 4 วิธีดังกล่าวกับวิธีประมาณค่าสูญหายด้วยค่าเฉลี่ยและด้วยค่าทำนายที่ได้จากการวิเคราะห์การถดถอยใช้ค่าประมาณของรากที่สองของค่าเฉลี่ยความคลาดเคลื่อน กำลังสองและค่าเฉลี่ยของเปอร์เซ็นต์ความคลาดเคลื่อนสัมบูรณ์เป็นเกณฑ์ในการ

เปรียบเทียบประสิทธิภาพซึ่งได้จากการจำลองสถานการณ์ เมื่อข้อมูลมีการแจกแจงปกติที่มีขนาดตัวอย่างความแปรปรวน และเปอร์เซ็นต์การสูญหายต่างๆ ผลการศึกษาพบว่า วิธีสมการถดถอยอัตราส่วนควอไทล์ที่1 จะมีประสิทธิภาพสูงกว่าวิธีอื่นๆในหลายสถานการณ์ได้แก่ (1) เมื่อตัวอย่างมีขนาดเล็ก (n=1) เปอร์เซ็นต์ข้อมูลสูญหายมาก (20%) ความแปรปรวนของความคลาดเคลื่อนค่อนข้างสูง (σ^2 = 1.5, 2) (2) ขนาดตัวอย่างมีขนาดกลาง (n=40, 60) เปอร์เซ็นต์ข้อมูลสูญหายน้อย (10%) ความแปรปรวนของความคลาดเคลื่อนต่ำสูง (σ^2 = 0.5, 1) (3) ตัวอย่างขนาดกลาง(n=40, 60) เปอร์เซ็นต์ ข้อมูลสูญหายปานกลาง (15%) ความแปรปรวนของความคลาดเคลื่อนปานกลาง (σ^2 = 1, 1.5) และ (4) ตัวอย่างมีขนาดใหญ่ (n=100) เปอร์เซ็นต์ข้อมูลสูญหายปานกลาง (15%) ความแปรปรวนของความคลาดเคลื่อนปานกลาง (σ^2 = 1.5) ส่วนวิธีสมการถดถอยอัตราส่วนควอไทล์ที่ 3 จะมีประสิทธิภาพสูงกว่าวิธีอื่นๆ เมื่อตัวอย่างมีขนาดใหญ่ (n=100) เปอร์เซ็นต์ข้อมูลสูญหายปานกลาง (15%) ความแปรปรวนของความคลาดเคลื่อนปานกลาง (σ^2 = 1) อย่างไรก็ตามประสิทธิภาพของวิธีประมาณค่าสูญหายทั้ง 2 วิธีนี้มีความแตกต่างกันไม่มากนักทุกสถานการณ์

Park (1998) งานวิจัยนี้ได้เปรียบเทียบค่าที่สูญหาย โดยใช้วิธีประมาณกำลังสองน้อยสุด และการประมาณค่าความเป็นไปได้สูงสุดกับรูปแบบทั่วไป เห็นว่า 2 วิธีมีความสมมูล และมีข้อกำหนดดังตัวอย่างการออกแบบการสุ่มในบล็อคอย่างสมบูรณ์

Rubin (1972) ได้เสนอวิธีประมาณค่าด้วยวิธีกำลังสองน้อยที่สุดสำหรับค่า M ที่สูญหายแสดงในการวิเคราะห์ความแปรปรวนวิธีนี้เป็นวิธีที่ไม่มีการกระทำซ้ำ จึงต้องใช้โปรแกรมย่อยที่ออกแบบมา เพื่อจัดการกับข้อมูลที่สมบูรณ์พร้อมกับโปรแกรมย่อยเพื่อค้นหา m x m สมมาตรเมทริกซ์ผกผัน สำหรับค่าหายไปขั้นตอนวิธีนี้จะเร็วกว่าขั้นตอนวิธีซ้ำเพราะต้องการเพียงสองข้อผิดพลาดที่จะได้รับแก้ปัญหาที่ถูกต้องสำหรับ M หายไปค่า m+1 ให้บวกเพิ่มเข้า และ m x m เมทริกซ์ R ผกผันเป็นสิ่งจำเป็นวิธีการนี้อาจจะช้ากว่าวิธีซ้ำหลายค่าหายไป

Subramani (2011) วิจัยนี้ได้ศึกษาวิธีการประมาณค่าด้วยวิธีกำลังสองน้อยที่สุดโดยไม่มีการกระทำซ้ำสำหรับค่าที่สูญหายหลายรูปแบบในการออกแบบการทดลอง นอกจากนี้ได้นำเสนอสำหรับการประมาณค่าของค่าสูญหายหลายรูปแบบในการออกแบบสุ่มในบล็อคอย่างสมบูรณ์และละตินสแควร์ และมีตัวอย่างเชิงตัวเลขที่ใช้เพื่อแสดงให้เห็นถึงวิธีการที่เสนอ

กนิฏฐา ลาภาพงศ์ และคณะ (2017) ได้เสนอวิธีการประมาณค่าข้อมูลสูญหาย 1 ค่า 2 วิธีในการทดลองแฟคทอเรียล 2^K ที่ไม่มีการทำซ้ำโดยวิธีที่ 1 ใช้ผลรวมกำลังสองของอิทธิพลร่วมอันดับสูงสุดมีค่าต่ำที่สุด และวิธีที่ 2 ใช้สัดส่วนของการเปลี่ยนแปลงจากการเปรียบเทียบมาตรวัด 3 ตัว คือ ร้อยละของค่าความคลาดเคลื่อนสัมพัทธ์ของค่าประมาณของข้อมูลสูญหาย ค่าผลรวมกำลังสอง และค่าประมาณอิทธิพลของปัจจัยต่าง ๆ โดยใช้ตัวอย่างการทดลองของแฟคทอเรียล 2^2,2^3 และ 2^4ในกรณีที่ไม่มีข้อมูลและมีข้อมูลที่สูญหายพบว่า วิธีสัดส่วนของการสูญหาย ค่าผลรวมกำลังสอง และค่าประมาณอิทธิพลของปัจจัยต่างๆ ใกล้เคียงกับข้อมูลจริงมากกว่าวิธีผลรวมกำลังสองของอิทธิพลร่วมอันดับสูงสุดที่มีค่าต่ำสุด

Sirikasemsuk and Leerojanaprapa (2017) งานวิจัยฉบับนี้กล่าวถึงการวางแผนการทดลองแบบจัตุรัสละตินที่ไม่สมบูรณ์ โดยมีค่าข้อมูลขาดหายเป็นผลให้เกิดการวางแผนการทดลองที่ไม่สมดุลและส่งผลต่อการวิเคราะห์ความแปรปรวน ดังนั้นจึงเสนอวิธีตรง (Exact Approach) เพื่อเป็นการแก้ไขปัญหาดังกล่าว และมุ่งหวังเพื่อหาผลกระทบของปัจจัยโดยใช้ผลรวมถดถอยของแผนการทดลองแบบจัตุรัสละตินแบบอิทธิพลเต็มรูปแบบ และแบบอิทธิพลลดรูปเพื่อแก้ปัญหาการออกแบบแผนการทดลองแบบจัตุรัสละตินที่ข้อมูลขาดหาย นอกจากนี้การแก้ไขปัญหาข้อมูลสูญหายด้วยวิธีตรงยังทำให้ค่าผลรวมกำลังสองของทรีตเมนต์ที่ไม่เอนเอียง

Xampeny et al. (2017) งานวิจัยฉบับนี้ได้กล่าวถึงการประมาณค่าที่สูญหายในการทดลองแบบแฟกทอเรียล โดยไม่ให้ความสำคัญกับผลร่วม (Interaction) ได้เสนอวิธีการคอนทราสต์ (Contrast) ค่าที่สูญหายด้วยการแทนค่าเท่ากับ 0 เมื่อทำการประมาณค่าที่สูญหายจะทำให้มีค่าความแปรปรวนที่สูงกว่าค่าของจำนวนครั้งการทดลอง (Experimental Runs) จึงได้ทำการวิเคราะห์ค่าความแปรปรวนอย่างละเอียดด้วยการประมาณค่าที่สูญหายสูงสุด 2 ค่า ใน 8 ผลการทดลอง และประมาณค่าที่สูญหายสูงสุด 5 ค่า ใน 16 ผลการทดลอง ซึ่งในตารางการวิเคราะห์จะประกอบไปด้วยค่าที่สูญหายและค่าการเปรียบเทียบ ส่งผลทำให้ค่าการประมาณที่ได้จากการคำนวณมีการแปรผันต่ำสุด

Norman and David (1964) งานวิจัยฉบับนี้ได้กล่าวถึงการประมาณค่าที่สูญหายในการทดลองแบบแฟคทอเรียล 2^k และการทดลองเฉพาะบางส่วนของการซ้ำ (Fractional Factorial Design) โดยไม่มีการกระทำซ้ำระหว่างบล็อก ได้เสนอวิธีการเลือกผลของปัจจัยนำมาเท่ากับ 0 และเลือกใช้ผลร่วมที่มีอันดับสูงสุดของการทดลองที่สมบูรณ์ จากนั้นนำมาประมาณค่าที่สูญหายหนึ่งค่าในการทดลองแฟคทอเรียลแบบปกติ และเปรียบเทียบผลลัพธ์ด้วยกลุ่มของผลร่วมที่ต่างกันเป็นค่าความคลาดเคลื่อนของค่าที่สูญหายหนึ่งค่า

บทที่ 3
ระเบียบวิธีการวิจัย

ในงานวิจัยนี้มีวัตถุประสงค์เพื่อวิเคราะห์ความแปรปรวน เมื่อเกิดปัญหาข้อมูลสูญหายหนึ่งค่าด้วยวิธีตรง และเปรียบเทียบวิธีการแก้ปัญหาข้อมูลสูญหายหนึ่งค่าด้วย 3 วิธีการ สำหรับการทดลองแบบแฟคทอเรียลแบบเชิงเส้นที่มีปัจจัย 2 ปัจจัยเท่านั้น และมีการทำซ้ำมากกว่าหนึ่งครั้ง

ในบทที่ 3 นี้ จะมีขั้นตอนการดำเนินงาน ดังนี้

3.1 ที่มาของปัญหาจากการที่มีข้อมูลสูญหาย

3.2 วิธีการดำเนินการวิจัย

3.3 ขั้นตอนการดำเนินการวิธีตรง (Exact Approach)

3.4 ขั้นตอนการดำเนินการวิธีการประมาณค่าข้อมูลสูญหาย (Missing Plot Method)

3.5 กรณีศึกษาของวิธีตรง (Exact Approach) กรณีข้อมูลไม่มีการสูญหาย

3.1 ที่มาของปัญหาจากการที่มีข้อมูลสูญหาย

โดยปกติทั่วไปผู้ทำการทดลองสามารถเก็บข้อมูลได้ครบถ้วนสมบูรณ์ สามารถวิเคราะห์ความแปรปรวนตามตารางที่ 3.1 ได้ทันที ซึ่งมีสูตรสำเร็จรูปให้อยู่แล้ว

ตารางที่ 3.1 การวิเคราะห์ความแปรปรวนสำหรับแบบแผนแฟคทอเรียล กรณีไม่มีข้อมูลสูญหาย

แหล่งความแปรปรวน	ผลบวกกำลังสอง	องศาความเป็นอิสระ	ค่ากำลังสองเฉลี่ย	สถิติทดสอบ
ทรีตเมนต์ A	SS_A	$a-1$	$MS_A=SS_A/(a-1)$	$F_0=MS_A/MS_E$
ทรีตเมนต์ B	SS_B	$b-1$	$MS_B=SS_B/(b-1)$	$F_0=MS_B/MS_E$
ปฏิสัมพันธ์	SS_{AB}	$(a-1)(b-1)$	$MS_{AB}=SS_{AB}/(a-1)(b-1)$	$F_0=MS_{AB}/MS_E$
ความคลาดเคลื่อน	SS_E	$ab(n-1)$	$MS_E=SS_E/ab(n-1)$	
ผลรวม	SS_{total}	$abn-1$		

หมายเหตุ:

$$SS_A = \frac{1}{bn}\sum_{i=1}^{a} y_{i..}{}^2 - \frac{y_{...}{}^2}{abn}$$
$$SS_B = \frac{1}{an}\sum_{j=1}^{b} y_{.j.}{}^2 - \frac{y_{...}{}^2}{abn}$$
$$SS_{AB} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{a}\sum_{j=1}^{b} y_{ij.}^2 - \frac{1}{bn}\sum_{i=1}^{a} y_{i..}{}^2 - \frac{1}{an}\sum_{j=1}^{b} y_{.j.}{}^2 + \frac{y_{...}{}^2}{abn}$$

$$SS_{Total} = \sum_{i=1}^{a}\sum_{j=1}^{b}\sum_{k=1}^{n} y_{ijk}^2 - \frac{y_{...}{}^2}{abn}$$

$$SS_{Error} = \sum_{i=1}^{a}\sum_{j=1}^{b}\sum_{k=1}^{n}\left(y_{ijk} - \bar{y}_{ij.}\right)^2$$

อนึ่งแต่อาจมีบางครั้งที่อาจเก็บข้อมูลไม่ครบถ้วนหรือมีค่าบางค่าที่สูญหายไป ทำให้ไม่สามารถวิเคราะห์ความแปรปรวนออกมาได้ จึงเป็นที่มาของงานวิจัยนี้ที่ทำการแก้ปัญหาข้อมูลสูญหายและเปรียบเทียบทั้ง 3 วิธีการ

3.2 วิธีการดำเนินการวิจัย

การทดลองแบบแฟคทอเรียลที่มีข้อมูลไม่ครบถ้วนหรือมีค่าบางค่าที่สูญหายไปด้วยสาเหตุมาจากความผิดพลาดในการทดลอง ซึ่งในบางการทดลองไม่สามารถทดลองซ้ำใหม่ได้อาจเนื่องด้วยงบประมาณจำกัดและใช้เวลานาน ข้อมูลที่สูญหายไปทำให้การวิเคราะห์ความแปรปรวนโดยวิธีการทั่วไป (Classical ANOVA Method) หรือสูตรสำเร็จรูปที่มีอยู่นั้นไม่สามารถใช้ได้

ในการวิจัยครั้งนี้จึงใช้วิธีการแก้ปัญหาข้อมูลสูญหายหนึ่งค่าที่ตำแหน่งใดก็ได้และเป็นข้อมูลสูญหายแบบเชิงสุ่มด้วย 3 วิธีการดังนี้

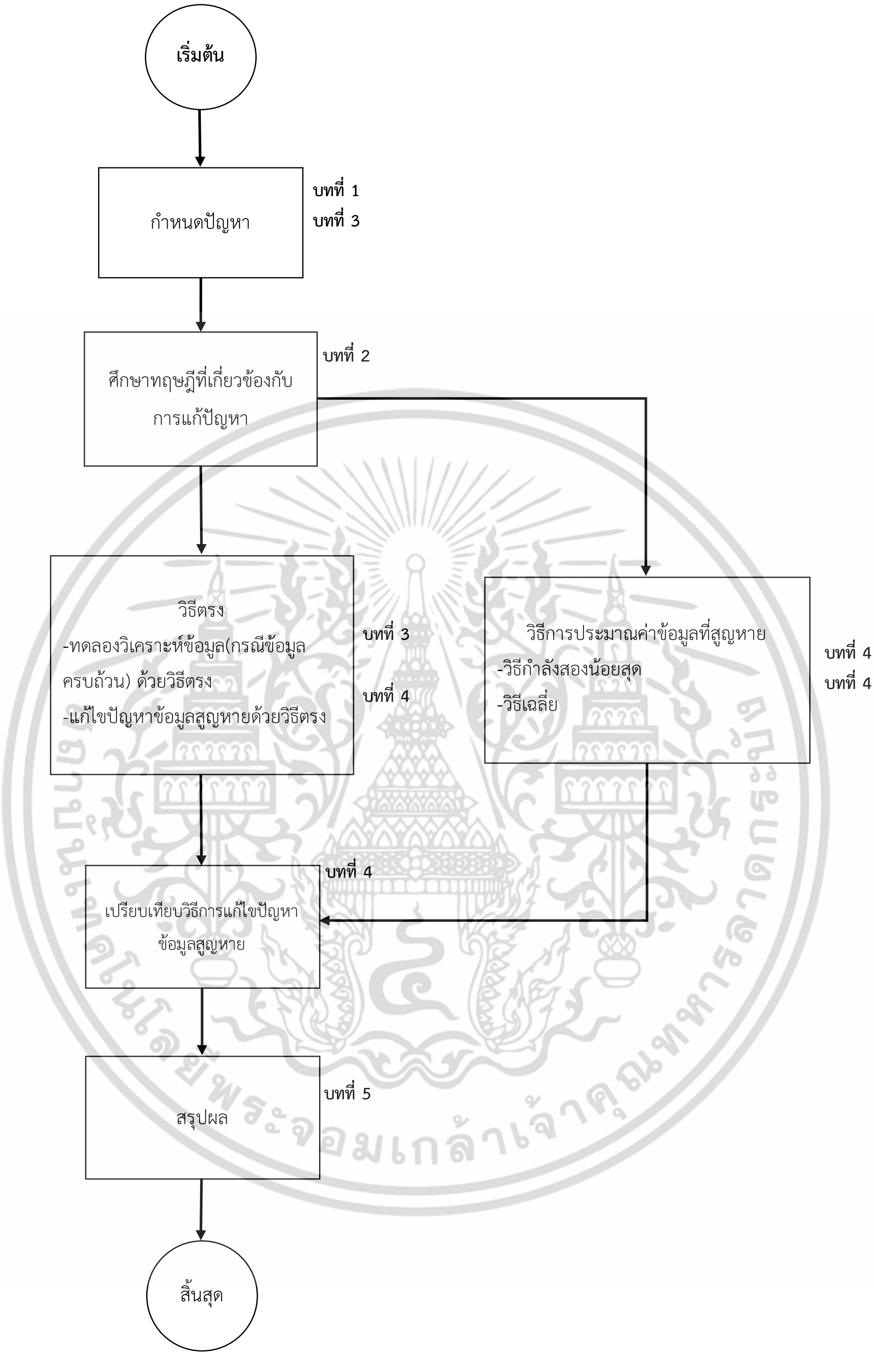
1. วิธีตรง (Exact Approach)

2. วิธีการประมาณค่าข้อมูลสูญหายด้วยวิธีกำลังสองน้อยสุด (Missing Plot with Least Square Method)

3. วิธีการประมาณค่าข้อมูลสูญหายด้วยวิธีเฉลี่ย (Missing Plot with Overall Mean Method)

เพื่อสามารถวิเคราะห์ความแปรปรวนในการทดลองแบบแฟคทอเรียล 2 ปัจจัยที่ไม่สมบูรณ์ได้และมีการกระทำซ้ำ และสามารถเปรียบเทียบการวิเคราะห์ข้อมูลในการแก้ปัญหาข้อมูลสูญหายทั้ง 3 วิธีการ

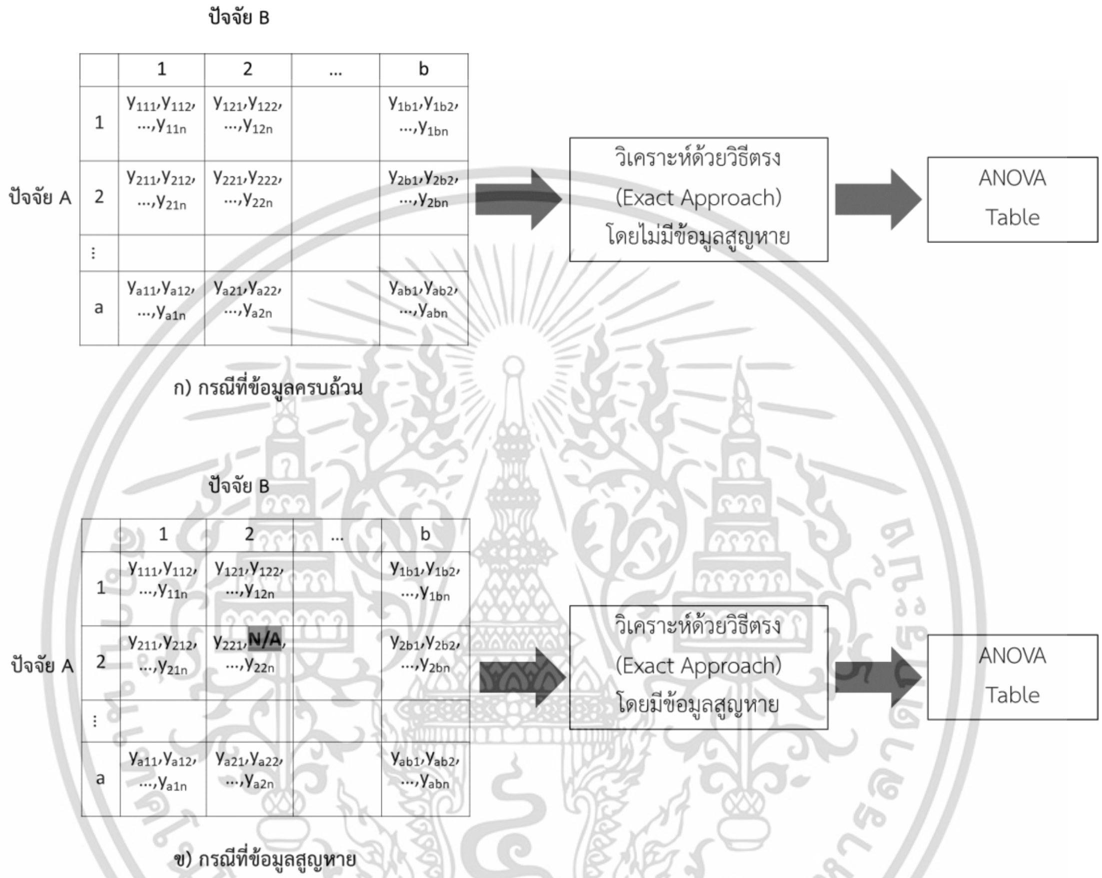
ในการดำเนินการวิจัยจะมีวิธีการดังรูปที่ 3.1 โดยการวิจัยนี้ได้เริ่มต้นจากการกำหนดปัญหาที่เกิดขึ้นคือ มีข้อมูลสูญหายหนึ่งค่าทำให้ไม่สามารถนำไปวิเคราะห์ความแปรปรวนโดยวิธีการทั่วไปได้ จึงทำการศึกษาทฤษฎีที่เกี่ยวข้องกับการแก้ปัญหา และทำการแก้ปัญหาโดยการใช้วิธีตรง วิธีการประมาณค่าข้อมูลสูญหายด้วยวิธีกำลังสองน้อยสุด และวิธีการประมาณค่าข้อมูลสูญหายด้วยด้วยวิธีเฉลี่ย ถึงจะสามารถวิเคราะห์ความแปรปรวนได้ จากนั้นนำมาเปรียบเทียบวิธีการแก้ไขปัญหาข้อมูลสูญหายหนึ่งค่าทั้ง 3 วิธีการ และทำการสรุปผลอันเป็นที่สิ้นสุด



รูปที่ 3.1 ขั้นตอนการดำเนินการวิจัย

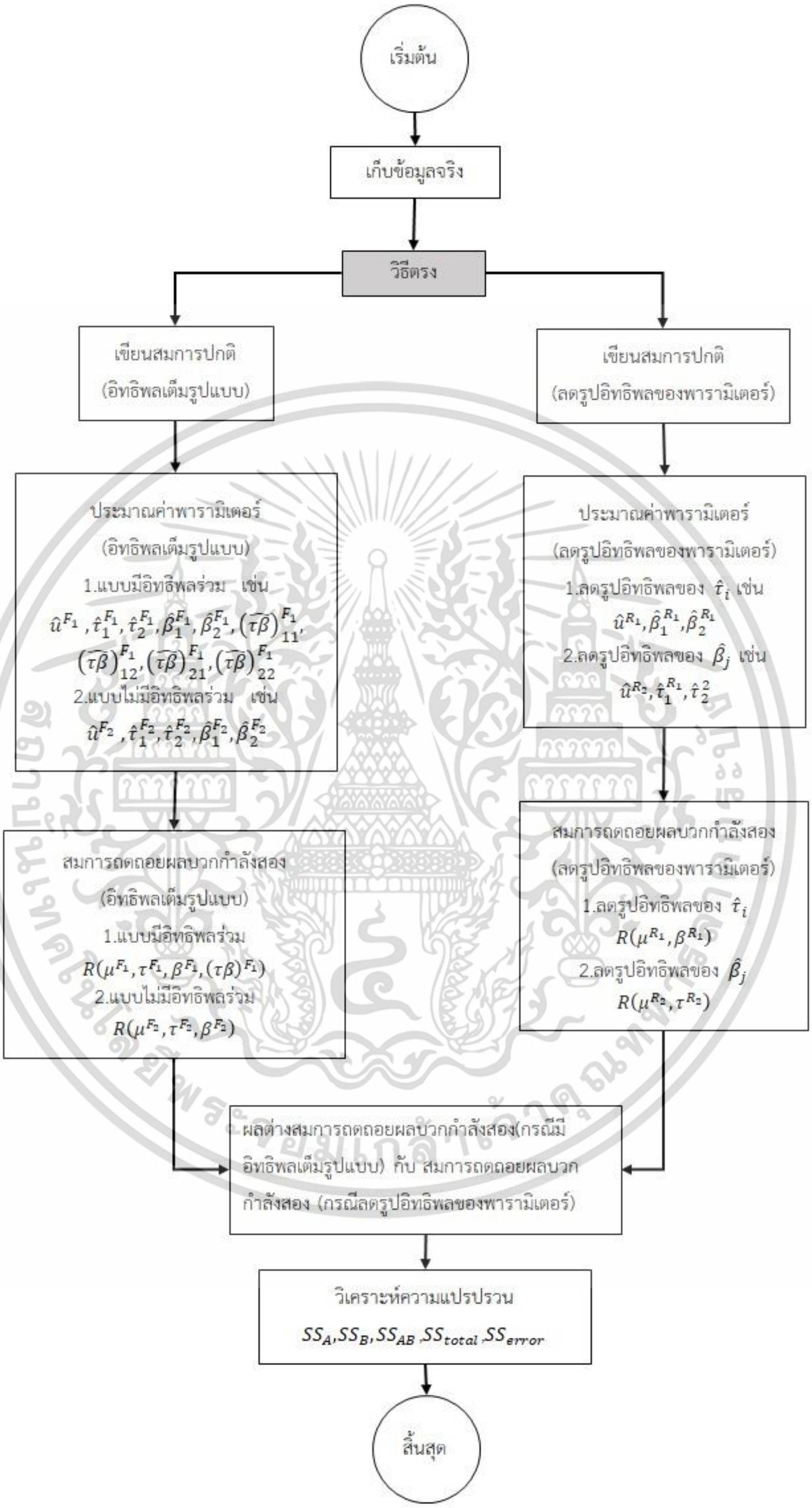
3.3 ขั้นตอนการดำเนินการวิธีตรง

การวิเคราะห์ข้อมูลด้วยวิธีตรงนี้สามารถนำไปใช้ได้ทั้งกรณีแผนแบบทดลองที่เก็บรวบรวมข้อมูลครบถ้วนและกรณีที่เก็บข้อมูลไม่ครบถ้วนที่มีข้อมูลสูญหายหนึ่งค่า จากนั้นนำไปวิเคราะห์ข้อมูลด้วยวิธีตรงและได้ตารางวิเคราะห์ความแปรปรวนออกมาเป็นผลของการวิเคราะห์ข้อมูล



รูปที่ 3.2 การวิเคราะห์ข้อมูลที่มีข้อมูลครบถ้วนและมีข้อมูลสูญหายหนึ่งค่าด้วยวิธีตรง

โดยวิธีตรงนี้มีขั้นตอนการดำเนินการตามดังรูปที่ 3.3 เมื่อมีการเก็บข้อมูลจริงมาทำการวิเคราะห์ความแปรปรวนด้วยวิธีตรง (Exact Approach) จะเริ่มจากการหาสมการปกติ และประมาณค่าพารามิเตอร์แบบอิทธิพลเต็มรูปแบบทั้งแบบมีอิทธิพลร่วมและไม่มีอิทธิพลร่วม จากนั้นหาสมการลดรูปอิทธิพลของพารามิเตอร์และประมาณค่าพารามิเตอร์แบบลดรูปอิทธิพลของพารามิเตอร์



รูปที่ 3.3 ขั้นตอนการดำเนินการวิธีตรง (Exact Approach)

หมายเหตุ μ คือ ค่าเฉลี่ยทั้งหมด

τ_i คือ อิทธิพลของปัจจัย A ระดับที่ i

β_j คือ อิทธิพลของปัจจัย B ระดับที่ j

$(\tau\beta)_{ij}$ คือ อิทธิพลร่วมระหว่างปัจจัย A ระดับที่ i และปัจจัย B ระดับที่ j

การหาค่าของผลบวกกำลังสองของผลรวมทั้งหมด(SS_{Total}) สำหรับข้อมูลสูญหายหนึ่งค่า ยังสามารถหาได้จากสมการดังนี้

$$SS_{Total} = \sum_{i=1}^{a}\sum_{j=1}^{b}\sum_{k=1}^{n} y_{ijk}^2 - \frac{y_{...}^2}{abn-1} \tag{3.1}$$

และการหาค่าของผลบวกกำลังสองของความคลาดเคลื่อน(SS_{Error}) ได้ดังนี้

$$SS_{Error} = \sum_{i=1}^{a}\sum_{j=1}^{b}\sum_{k=1}^{n}\left(y_{ijk} - \bar{y}_{ij.}\right)^2 \tag{3.2}$$

เป้าหมายของงานวิจัยนี้คือ การหาค่าของผลบวกกำลังสองต่างๆ ในกรณีนี้มีข้อมูลสูญหายหนึ่งค่า โดยสามารถหาได้จากสมการ ดังนี้

$$SS_A = R(\mu^{F_2}, \tau^{F_2}, \beta^{F_2}) - R(\mu^{R_1}, \beta^{R_1}) \tag{3.3}$$

$$SS_B = R(\mu^{F_2}, \tau^{F_2}, \beta^{F_2}) - R(\mu^{R_2}, \tau^{R_2}) \tag{3.4}$$

$$SS_{AB} = R(\mu^{F_1}, \tau^{F_1}, \beta^{F_1}, (\tau\beta)^{F_1}) - R(\mu^{F_2}, \tau^{F_2}, \beta^{F_2}) \tag{3.5}$$

สมการถดถอยผลบวกกำลังสอง (Regression Sum of Square) สามารถแบ่งเป็น 2 ประเภทใหญ่ คือ

1. สมการถดถอยผลบวกกำลังสองแบบอิทธิพลเต็มรูปแบบ (Full Effect Model) แบ่งออกเป็น 2 ประเภท ดังนี้

(1) สมการถดถอยผลบวกกำลังสองแบบอิทธิพลเต็มรูปแบบมีอิทธิพลร่วม

$$\begin{aligned} R(\mu^{F_1}, \tau^{F_1}, \beta^{F_1}, (\tau\beta)^{F_1}) = {} & \hat{u}^{F_1} y_{...} + \hat{\tau}_1^{F_1} y_{1..} + \hat{\tau}_2^{F_1} y_{2..} + \hat{\beta}_1^{F_1} y_{.1.} + \hat{\beta}_2^{F_1} y_{.2.} \\ & + \left(\widehat{\tau\beta}\right)_{11}^{F_1} y_{11.} \left(\widehat{\tau\beta}\right)_{12}^{F_1} y_{12.} + \left(\widehat{\tau\beta}\right)_{21}^{F_1} y_{21.} + \left(\widehat{\tau\beta}\right)_{22}^{F_1} y_{22.} \end{aligned} \tag{3.6}$$

(2) สมการถดถอยผลบวกกำลังสองแบบอิทธิพลเต็มรูปแบบไม่มีอิทธิพลร่วม

$$R(\mu^{F_2}, \tau^{F_2}, \beta^{F_2}) = \hat{u}^{F_2} y_{...} + \hat{\tau}_1^{F_2} y_{1..} + \hat{\tau}_2^{F_2} y_{2..} + \hat{\beta}_1^{F_2} y_{.1.} + \hat{\beta}_2^{F_2} y_{.2.} \qquad (3.7)$$

2. สมการถดถอยผลบวกกำลังสองแบบลดรูปอิทธิพลของพารามิเตอร์ (Reduce Effect Model) แบ่งออกเป็น 2 ประเภท ดังนี้

(1) สมการถดถอยผลบวกกำลังสองแบบลดรูปอิทธิพลของพารามิเตอร์ $\hat{\tau}_i$

$$R(\mu^{R_1}, \beta^{R_1}) = \hat{u}^{R_1} y_{...} + \hat{\beta}_1^{R_1} y_{.1.} + \hat{\beta}_2^{R_1} y_{.2.} \qquad (3.8)$$

(2) สมการถดถอยผลบวกกำลังสองแบบลดรูปอิทธิพลของพารามิเตอร์ $\hat{\beta}_j$

$$R(\mu^{R_2}, \tau^{R_2}) = \hat{u}^{R_2} y_{...} + \hat{\tau}_1^{R_2} y_{1..} + \hat{\tau}_2^{R_2} y_{2..} \qquad (3.9)$$

จะเห็นว่าค่าประมาณพารามิเตอร์ (Estimated Parameter) ที่เกี่ยวข้องทั้งหมด ซึ่งจำเป็นต้องคำนวณออกมาสามารถสรุปได้ดังตารางที่ 3.2

ตารางที่ 3.2 ค่าประมาณพารามิเตอร์ที่เกี่ยวข้องทั้งหมด

ประเภท	สมการถดถอยผลบวกกำลังสอง	รูปแบบสมการถดถอยผลบวกกำลังสอง	ค่าประมาณพารามิเตอร์
อิทธิพลเต็มรูปแบบ	$R(\mu^{F_1}, \tau^{F_1}, \beta^{F_1}, (\tau\beta)^{F_1})$	$\hat{y}_{ijk} = \hat{u}^{F_1} y_{...} + \hat{\tau}_1^{F_1} y_{1..} + \hat{\tau}_2^{F_1} y_{2..} + \hat{\beta}_1^{F_1} y_{.1.} + \hat{\beta}_2^{F_1} y_{.2.} + \widehat{(\tau\beta)}_{11}^{F_1} y_{11.} + \widehat{(\tau\beta)}_{12}^{F_1} y_{12.} + \widehat{(\tau\beta)}_{21}^{F_1} y_{21.} + \widehat{(\tau\beta)}_{22}^{F_1} y_{22.}$	$\hat{u}^{F_1}, \hat{\tau}_1^{F_1}, \hat{\tau}_2^{F_1}, \hat{\beta}_1^{F_1}, \hat{\beta}_2^{F_1}, \widehat{(\tau\beta)}_{11}^{F_1}, \widehat{(\tau\beta)}_{12}^{F_1}, \widehat{(\tau\beta)}_{21}^{F_1}, \widehat{(\tau\beta)}_{22}^{F_1}$
	$R(\mu^{F_2}, \tau^{F_2}, \beta^{F_2})$	$\hat{y}_{ijk} = \hat{u}^{F_2} y_{...} + \hat{\tau}_1^{F_2} y_{1..} + \hat{\tau}_2^{F_2} y_{2..} + \hat{\beta}_1^{F_2} y_{.1.} + \hat{\beta}_2^{F_2} y_{.2.}$	$\hat{u}^{F_2}, \hat{\tau}_1^{F_2}, \hat{\tau}_2^{F_2}, \hat{\beta}_1^{F_2}, \hat{\beta}_2^{F_2}$
ลดรูปอิทธิพล	$R(\mu^{R_1}, \beta^{R_1})$	$\hat{y}_{ijk} = \hat{u}^{R_1} y_{...} + \hat{\beta}_1^{R_1} y_{.1.} + \hat{\beta}_2^{R_1} y_{.2.}$	$\hat{u}^{R_1}, \hat{\beta}_1^{R_1}, \hat{\beta}_2^{R_1}$
	$R(\mu^{R_2}, \tau^{R_2})$	$\hat{y}_{ijk} = \hat{u}^{R_2} y_{...} + \hat{\tau}_1^{R_2} y_{1..} + \hat{\tau}_2^{R_2} y_{2..}$	$\hat{u}^{R_2}, \hat{\tau}_1^{R_2}, \hat{\tau}_2^{R_2}$

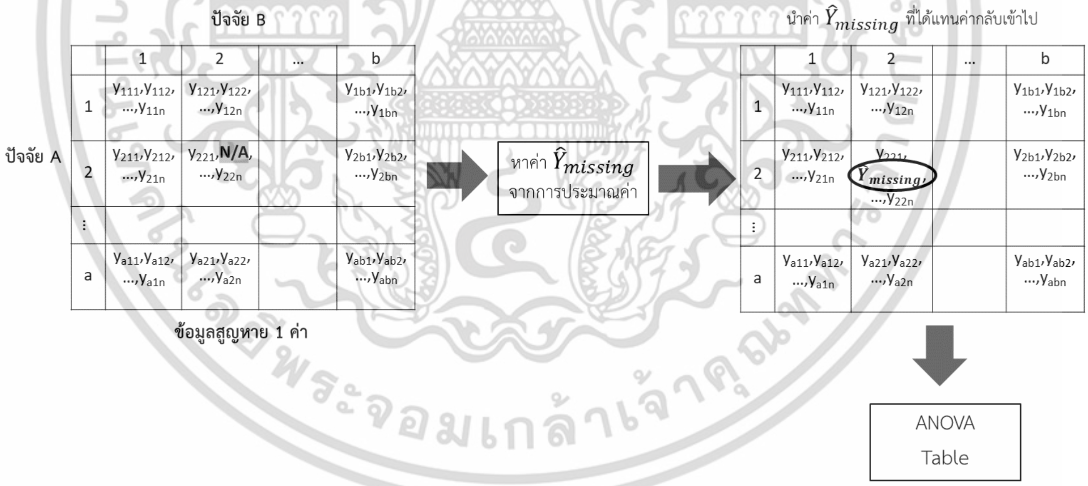
ค่าประมาณพารามิเตอร์ต่างๆ หาได้จากสมการสมการปกติ (Normal Equation) สำหรับแผนแบบแฟคทอเรียล และสมการปกติจะถูกเขียนอยู่บนพื้นฐานของรูปแบบ y_{ijk} ตามตารางที่ 3.2

อนึ่งระดับองศาความเป็นอิสระ (Degree of Freedom (df)) สำหรับแผนแบบแฟคทอเรียลที่มีข้อมูลสูญหายหนึ่งค่า สามารถคำนวณหาองศาความเป็นอิสระได้ดังนี้

$$\left.\begin{aligned} df_A &= a-1 \\ df_B &= b-1 \\ df_{AB} &= (a-1)(b-1) \\ df_{Error} &= [ab(n-1)]-1 \\ df_{Total} &= (abn-1)-1 \end{aligned}\right\} \quad (3.10)$$

3.4 ขั้นตอนการดำเนินการวิธีการประมาณค่าข้อมูลสูญหาย

เมื่อเกิดปัญหาข้อมูลสูญหายหนึ่งค่าจะไม่สามารถวิเคราะห์ความแปรปรวนออกมาได้โดยตรง ด้วยวิธีการประมาณค่าข้อมูลสูญหาย (Missing Plot Method) จำเป็นจะต้องหาค่าประมาณ $\hat{Y}_{missing}$ จากการประมาณค่าก่อน จากนั้นจะนำค่า $\hat{Y}_{missing}$ ที่ได้แทนค่ากลับเข้าไปในตารางเก็บข้อมูลอีกครั้ง ทำให้สามารถวิเคราะห์ความแปรปรวนออกมาได้ดังรูปที่ 3.4

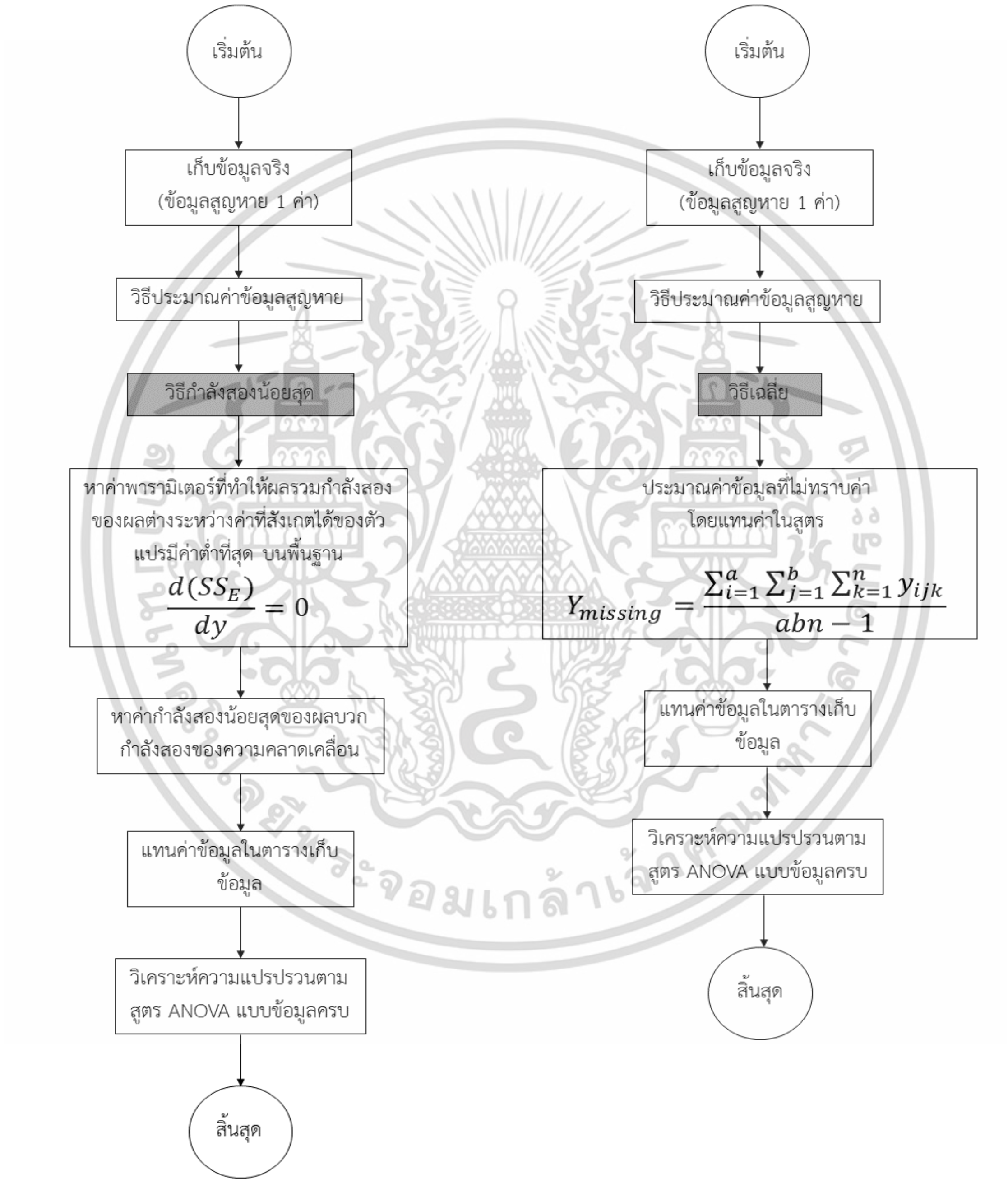


รูปที่ 3.4 กระบวนการประมาณค่าข้อมูลที่สูญหาย

ในการวิจัยนี้ได้ศึกษาวิธีการประมาณค่าข้อมูลที่สูญหาย 2 วิธี ได้แก่

1. วิธีเฉลี่ย จะประมาณค่าข้อมูลที่ไม่ทราบค่าโดยแทนค่าในสูตร $Y_{missing} = \frac{\sum_{i=1}^{r^*} y_i}{r^*}$ แล้วนำค่าที่ได้ไปแทนค่าข้อมูลในตารางเก็บข้อมูล แล้วสามารถวิเคราะห์ความแปรปรวนโดยวิธีการทั่วไป (Classical ANOVA Method)

2. วิธีกำลังสองน้อยสุด จะหาค่าพารามิเตอร์ที่ทำให้ผลรวมกำลังสองของผลต่างระหว่างค่าที่สังเกตได้และค่าคาดหวังของตัวแปรมีค่าต่ำที่สุด แล้วหาค่ากำลังสองน้อยสุดของผลบวกกำลังสองของความคลาดเคลื่อน โดยเทียบกับ $\frac{d(SS_E)}{dy} = 0$ แล้วนำค่าที่ได้ไปแทนค่าข้อมูลในตารางเก็บข้อมูลสามารถวิเคราะห์ความแปรปรวนโดยวิธีการทั่วไป (Classical ANOVA Method) ดังรูปที่ 3.5



ก) วิธีกำลังสองน้อยสุด ข) วิธีเฉลี่ย

รูปที่ 3.5 ขั้นตอนการดำเนินการวิธีการประมาณค่าข้อมูลสูญหาย (Missing Plot Method)

3.5 กรณีศึกษาของวิธีตรง กรณีข้อมูลไม่มีการสูญหาย

ในหัวข้อนี้จะกล่าวถึงเฉพาะกรณีศึกษาการดำเนินการด้วยวิธีตรง (Exact Approach) แบบง่าย เพื่อเป็นพื้นฐานที่ดีก่อนจะทำวิธีตรงแบบข้อมูลสูญหาย จึงเริ่มจากข้อมูลแบบครบถ้วนก่อน ซึ่งมีขั้นตอนการดำเนินการดังต่อไปนี้

3.5.1 ตัวอย่างปัญหาและตารางเก็บข้อมูล

3.5.2 สมการปกติและการประมาณค่าพารามิเตอร์แบบอิทธิพลเต็มรูปแบบ

3.5.3 สมการถดถอยผลบวกกำลังสองแบบอิทธิพลเต็มรูปแบบ

3.5.4 สมการปกติและการประมาณค่าพารามิเตอร์แบบลดรูปอิทธิพลของพารามิเตอร์

3.5.5 สมการถดถอยผลบวกกำลังสองแบบลดรูปอิทธิพลของพารามิเตอร์

3.5.6 วิเคราะห์ความแปรปรวน

3.5.1 ตัวอย่างปัญหาและตารางเก็บข้อมูล

ตัวอย่างปัญหาของกรณีศึกษาข้อมูลไม่สูญหายนี้เป็นตารางเก็บข้อมูลแบบแฟคทอเรียลที่มี 2 ปัจจัย มี 2 ระดับและมีการทำซ้ำ 3 ครั้ง ดังตารางที่ 3.3

ตารางที่ 3.3 ตัวอย่างตารางเก็บข้อมูลแบบแฟคทอเรียลที่มี 2 ปัจจัย 2 ระดับ กรณีข้อมูลครบถ้วน

ปัจจัย		ทรีทเมนต์	การทำซ้ำ			
A	B	คอมบิเนชั่น	I	II	III	รวม
-	-	A ต่ำ, B ต่ำ	28	25	27	80
+	-	A สูง, B ต่ำ	36	32	32	100
-	+	A ต่ำ, B สูง	18	19	23	60
+	+	A สูง, B สูง	31	30	29	90

อ้างอิงจาก Montgomery (1984: 219)

เมื่อ ปัจจัย A คือ ความเข้มข้นของตัวทำปฏิกิริยา

ปัจจัย B คือ ตัวเร่งปฏิกิริยา

จากตารางที่ 3.3 สามารถเขียนตารางเก็บข้อมูลแบบแฟคทอเรียลที่มี 2 ปัจจัย 2 ระดับให้อยู่ในรูปสัญลักษณ์ ได้ดังตารางที่ 3.4 ดังนี้

ตารางที่ 3.4 สัญลักษณ์ของตารางเก็บข้อมูลแบบแฟคทอเรียล 2 ปัจจัย 2 ระดับ

		B		
		b_1 $(\beta)_1$	b_2 $(\beta)_2$	
A	a_1 $(\tau)_1$	$(\tau\beta)_{11}$ y_{111} y_{112} y_{113} $y_{11.}$	$(\tau\beta)_{12}$ y_{121} y_{122} y_{123} $y_{12.}$	$y_{1..}$
	a_2 $(\tau)_2$	$(\tau\beta)_{21}$ y_{211} y_{212} y_{213} $y_{21.}$	$(\tau\beta)_{22}$ y_{221} y_{222} y_{223} $y_{11.}$	$y_{2..}$
		$y_{.1.}$	$y_{.2.}$	$y_{...}$

กำหนดให้ i คือ ลำดับแถว (i =1,2,...,a)

j คือ ลำดับคอลัมน์ (j =1,2,...,b)

k คือ ลำดับปฏิสัมพันธ์ระหว่าง i และ j (k =1,2,...n)

จะได้ว่า $y_{i..}$ คือ ผลรวมข้อมูลของแถวที่ i

$y_{.j.}$ คือ ผลรวมข้อมูลของคอลัมน์ที่ j

$y_{ij.}$ คือ ผลรวมข้อมูลของปฏิสัมพันธ์ระหว่าง τ_i และ β_j

$y_{...}$ คือ ผลรวมข้อมูลทั้งหมด

เมื่อรูปแบบของ $\hat{y}_{ijk}$ คือ $\hat{\mu} + \hat{\tau}_i + \hat{\beta}_j + \left(\widehat{\tau\beta}\right)_{ij} \begin{cases} i = 1,2,\ldots,a \\ j = 1,2,\ldots,b \\ k = 1,2,\ldots,n \end{cases}$ (3.11)

จะได้ $$\hat{y}_{111} = \hat{\mu} + \hat{\tau}_1 + \hat{\beta}_1 + \left(\widehat{\tau\beta}\right)_{11} \quad (3.12)$$

$$\hat{y}_{112} = \hat{\mu} + \hat{\tau}_1 + \hat{\beta}_1 + \left(\widehat{\tau\beta}\right)_{11} \quad (3.13)$$

$$\hat{y}_{113} = \hat{\mu} + \hat{\tau}_1 + \hat{\beta}_1 + \left(\widehat{\tau\beta}\right)_{11} \quad (3.14)$$

$$\hat{y}_{121} = \hat{\mu} + \hat{\tau}_1 + \hat{\beta}_2 + \left(\widehat{\tau\beta}\right)_{12} \quad (3.15)$$

$$\hat{y}_{122} = \hat{\mu} + \hat{\tau}_1 + \hat{\beta}_2 + \left(\widehat{\tau\beta}\right)_{12} \quad (3.16)$$

$$\hat{y}_{123} = \hat{\mu} + \hat{\tau}_1 + \hat{\beta}_2 + \left(\widehat{\tau\beta}\right)_{12} \quad (3.17)$$

$$\hat{y}_{211} = \hat{\mu} + \hat{\tau}_2 + \hat{\beta}_1 + \left(\widehat{\tau\beta}\right)_{21} \tag{3.18}$$

$$\hat{y}_{212} = \hat{\mu} + \hat{\tau}_2 + \hat{\beta}_1 + \left(\widehat{\tau\beta}\right)_{21} \tag{3.19}$$

$$\hat{y}_{213} = \hat{\mu} + \hat{\tau}_2 + \hat{\beta}_1 + \left(\widehat{\tau\beta}\right)_{21} \tag{3.20}$$

$$\hat{y}_{221} = \hat{\mu} + \hat{\tau}_2 + \hat{\beta}_2 + \left(\widehat{\tau\beta}\right)_{22} \tag{3.21}$$

$$\hat{y}_{222} = \hat{\mu} + \hat{\tau}_2 + \hat{\beta}_2 + \left(\widehat{\tau\beta}\right)_{22} \tag{3.22}$$

$$\hat{y}_{223} = \hat{\mu} + \hat{\tau}_2 + \hat{\beta}_2 + \left(\widehat{\tau\beta}\right)_{22} \tag{3.23}$$

เมื่อนำข้อมูลในตารางที่ 3.3 Montgomery (1984) มาแทนลงในตารางที่ 3.5

ตารางที่ 3.5 การแทนค่าข้อมูลให้เป็นตัวเลขทั้งหมด

		B						
		b_1 $(\beta)_1$			b_2 $(\beta)_2$			
A	a_1 $(\tau)_1$	$(\tau\beta)_{11}$			$(\tau\beta)_{12}$			
		$y_{111}=28$	$y_{112}=25$	$y_{113}=27$	$y_{121}=18$	$y_{122}=19$	$y_{123}=23$	$y_{1..}=140$
				$y_{11.}$			$y_{12.}$	
	a_2 $(\tau)_2$	$(\tau\beta)_{21}$			$(\tau\beta)_{22}$			
		$y_{211}=36$	$y_{212}=32$	$y_{213}=32$	$y_{221}=31$	$y_{222}=30$	$y_{223}=29$	$y_{2..}=190$
				$y_{21.}$			$y_{11.}$	
		$y_{.1.}=180$			$y_{.2.}=150$			$y_{...}=330$

3.5.2 สมการปกติและการประมาณค่าพารามิเตอร์แบบอิทธิพลเต็มรูปแบบ

การหาสมการปกติและการประมาณค่าพารามิเตอร์จะใช้แบบจำลองเชิงเส้นทางสถิติของแผนแบบแฟคทอเรียล 2 ปัจจัย สามารถเขียนให้อยู่ในรูปของตัวประมาณค่าข้อมูล ได้ดังนี้

$$\hat{y}_{ijk} = \hat{\mu} + \hat{\tau}_i + \hat{\beta}_j + \left(\widehat{\tau\beta}\right)_{ij} \begin{cases} i = 1,2,\dots,a \\ j = 1,2,\dots,b \\ k = 1,2,\dots,n \end{cases} \tag{3.24}$$

เมื่อ $\hat{y}_{ijk}$ คือ ค่าประมาณสังเกตุที่เก็บค่าได้

$\hat{\mu}$ คือ ค่าประมาณเฉลี่ยรวม

$\hat{\tau}_i$ คือ ค่าประมาณอิทธิพลของปัจจัย A ระดับที่ i

$\hat{\beta}_j$ คือ ค่าประมาณอิทธิพลของปัจจัย B ระดับที่ j

$\left(\widehat{\tau\beta}\right)_{ij}$ คือ ค่าประมาณอิทธิพลร่วมระหว่างปัจจัย A ระดับที่ i และปัจจัย B ระดับที่ j

3.5.2.1 สมการปกติและการประมาณค่าพารามิเตอร์แบบอิทธิพลเต็มรูปแบบมีอิทธิพลร่วม

การประมาณค่าพารามิเตอร์แบบอิทธิพลเต็มรูปแบบ (กรณีไม่มีข้อมูลสูญหาย) จากแบบจำลองเชิงเส้นทางสถิติของแผนแบบแฟคทอเรียล 2 ปัจจัย ดังสมการที่ (3.24) สามารถใช้กฎการเขียนสมการปกติ เพื่อหาสมการปกติสำหรับแผนแบบแฟคทอเรียลแบบอิทธิพลเต็มรูปแบบ กรณีไม่มีข้อมูลสูญหาย

พารามิเตอร์ในแบบจำลองที่ต้องประมาณค่า คือ μ, τ_i , β_j และ $(\tau\beta)_{ij}$ ซึ่งสามารถนำมาเขียนสมการปกติได้ตามลำดับสมการที่ (3.25) ถึงสมการที่ (3.33) ดังนี้

พิจารณาค่าเฉลี่ยรวม

$$\begin{aligned}\hat{\mu} : 12\hat{\mu}^{F_1} + 6\hat{\tau}_1^{F_1} + 6\hat{\tau}_2^{F_1} + 6\hat{\beta}_1^{F_1} + 6\hat{\beta}_2^{F_1} + 3\left(\widehat{\tau\beta}\right)_{11}^{F_1} + 3\left(\widehat{\tau\beta}\right)_{12}^{F_1} \\ +3\left(\widehat{\tau\beta}\right)_{21}^{F_1} + 3\left(\widehat{\tau\beta}\right)_{22}^{F_1} = y_{...}\end{aligned} \tag{3.25}$$

พิจารณาอิทธิพลของ

$$\hat{\tau}_1 : 6\hat{\mu}^{F_1} + 6\hat{\tau}_1^{F_1} + 3\hat{\beta}_1^{F_1} + 3\hat{\beta}_2^{F_1} + 3\left(\widehat{\tau\beta}\right)_{11}^{F_1} + 3\left(\widehat{\tau\beta}\right)_{12}^{F_1} = y_{1..} \tag{3.26}$$

$$\hat{\tau}_2 : 6\hat{\mu}^{F_1} + 6\hat{\tau}_2^{F_1} + 3\hat{\beta}_1^{F_1} + 3\hat{\beta}_2^{F_1} + 3\left(\widehat{\tau\beta}\right)_{21}^{F_1} + 3\left(\widehat{\tau\beta}\right)_{22}^{F_1} = y_{2..} \tag{3.27}$$

$$\hat{\beta}_1 : 6\hat{\mu}^{F_1} + 3\hat{\tau}_1^{F_1} + 3\hat{\tau}_2^{F_1} + 6\hat{\beta}_1^{F_1} + 3\left(\widehat{\tau\beta}\right)_{11}^{F_1} + 3\left(\widehat{\tau\beta}\right)_{21}^{F_1} = y_{.1.} \tag{3.28}$$

$$\hat{\beta}_2 : 6\hat{\mu}^{F_1} + 3\hat{\tau}_1^{F_1} + 3\hat{\tau}_2^{F_1} + 6\hat{\beta}_2^{F_1} + 3\left(\widehat{\tau\beta}\right)_{12}^{F_1} + 3\left(\widehat{\tau\beta}\right)_{22}^{F_1} = y_{.2.} \tag{3.29}$$

$$\left(\widehat{\tau\beta}\right)_{11} : 3\hat{\mu}^{F_1} + 3\hat{\tau}_1^{F_1} + 3\hat{\beta}_1^{F_1} + 3\left(\widehat{\tau\beta}\right)_{11}^{F_1} = y_{11.} \tag{3.30}$$

$$\left(\widehat{\tau\beta}\right)_{12} : 3\hat{\mu}^{F_1} + 3\hat{\tau}_1^{F_1} + 3\hat{\beta}_2^{F_1} + 3\left(\widehat{\tau\beta}\right)_{12}^{F_1} = y_{12.} \tag{3.31}$$

$$\left(\widehat{\tau\beta}\right)_{21} : 3\hat{\mu}^{F_1} + 3\hat{\tau}_2^{F_1} + 3\hat{\beta}_1^{F_1} + 3\left(\widehat{\tau\beta}\right)_{21}^{F_1} = y_{21.} \tag{3.32}$$

$$\left(\widehat{\tau\beta}\right)_{22} : 3\hat{\mu}^{F_1} + 3\hat{\tau}_2^{F_1} + 3\hat{\beta}_2^{F_1} + 3\left(\widehat{\tau\beta}\right)_{22}^{F_1} = y_{22.} \tag{3.33}$$

ขอยกตัวอย่างการหาสมการปกติของสมการที่ (3.26)

$$y_{111} + y_{112} + y_{113} + y_{121} + y_{122} + y_{123} = y_{1..} \tag{3.34}$$

แทนค่าสมการที่ (3.12) ถึงสมการที่ (3.17) จะได้

$$6\hat{\mu}^{F_1} + 6\hat{\tau}_1^{F_1} + 3\hat{\beta}_1^{F_1} + 3\hat{\beta}_2^{F_1} + 3\left(\widehat{\tau\beta}\right)_{11}^{F_1} + 3\left(\widehat{\tau\beta}\right)_{12}^{F_1} = y_{1..} \qquad (3.26)$$

ด้วยคุณสมบัติของสมการข้อจำกัดดังสมการที่ (3.35) ถึงสมการที่ (3.38)

$$\sum_{i=1}^{a} \hat{\tau}_i = 0 \qquad (3.35)$$

$$\sum_{i=1}^{a} \left(\widehat{\tau\beta}\right)_{ij} = 0 \qquad (3.36)$$

$$\sum_{j=1}^{b} \left(\widehat{\tau\beta}\right)_{ij} = 0 \qquad (3.37)$$

$$\sum_{j=1}^{b} \hat{\beta}_j = 0 \qquad (3.38)$$

นำสมการข้อจำกัดดังสมการที่ (3.35) ถึงสมการที่ (3.38) แทนค่าในสมการปกติดังสมการที่ (3.25) ถึงสมการที่ (3.33) แสดงได้ตามลำดับดังนี้

พิจารณาค่าเฉลี่ยรวม

$$\hat{\mu} : \ 12\hat{\mu}^{F_1} = y_{...} \qquad (3.39)$$

พิจารณาอิทธิพลของ

$$\hat{\tau}_1 : 6\hat{\mu}^{F_1} + 6\hat{\tau}_1^{F_1} = y_{1..} \qquad (3.40)$$

$$\hat{\tau}_2 : 6\hat{\mu}^{F_1} + 6\hat{\tau}_2^{F_1} = y_{2..} \qquad (3.41)$$

$$\hat{\beta}_1 : 6\hat{\mu}^{F_1} + 6\hat{\beta}_1^{F_1} = y_{.1.} \qquad (3.42)$$

$$\hat{\beta}_2 : 6\hat{\mu}^{F_1} + 6\hat{\beta}_2^{F_1} = y_{.2.} \qquad (3.43)$$

$$\left(\widehat{\tau\beta}\right)_{11} : 3\hat{\mu}^{F_1} + 3\hat{\tau}_1^{F_1} + 3\hat{\beta}_1^{F_1} + 3\left(\widehat{\tau\beta}\right)_{11}^{F_1} = y_{11.} \qquad (3.44)$$

$$\left(\widehat{\tau\beta}\right)_{12} : 3\hat{\mu}^{F_1} + 3\hat{\tau}_1^{F_1} + 3\hat{\beta}_2^{F_1} + 3\left(\widehat{\tau\beta}\right)_{12}^{F_1} = y_{12.} \qquad (3.45)$$

$$\left(\widehat{\tau\beta}\right)_{21} : 3\hat{\mu}^{F_1} + 3\hat{\tau}_2^{F_1} + 3\hat{\beta}_1^{F_1} + 3\left(\widehat{\tau\beta}\right)_{21}^{F_1} = y_{21.} \qquad (3.46)$$

$$\left(\widehat{\tau\beta}\right)_{22} : 3\hat{\mu}^{F_1} + 3\hat{\tau}_2^{F_1} + 3\hat{\beta}_2^{F_1} + 3\left(\widehat{\tau\beta}\right)_{22}^{F_1} = y_{22.} \qquad (3.47)$$

จากสมการที่ (3.39) ถึงสมการที่ (3.47) สามารถแก้สมการเชิงเส้น เพื่อหาการประมาณค่าพารามิเตอร์แบบอิทธิพลเต็มรูปแบบได้ดังนี้

$$\hat{\mu}^{F_1} = \frac{y_{...}}{12} \quad (3.48)$$
$$\hat{\tau}_1^{F_1} = \frac{y_{1..}}{6} - \frac{y_{...}}{12} \quad (3.49)$$
$$\hat{\tau}_2^{F_1} = \frac{y_{2..}}{6} - \frac{y_{...}}{12} \quad (3.50)$$
$$\hat{\beta}_1^{F_1} = \frac{y_{.1.}}{6} - \frac{y_{...}}{12} \quad (3.51)$$
$$\hat{\beta}_2^{F_1} = \frac{y_{.2.}}{6} - \frac{y_{...}}{12} \quad (3.52)$$
$$\left(\widehat{\tau\beta}\right)_{11}^{F_1} = \frac{y_{...}}{12} + \frac{y_{11.}}{3} - \frac{y_{1..}}{6} - \frac{y_{.1.}}{6} \quad (3.53)$$
$$\left(\widehat{\tau\beta}\right)_{12}^{F_1} = \frac{y_{...}}{12} + \frac{y_{12.}}{3} - \frac{y_{1..}}{6} - \frac{y_{.2.}}{6} \quad (3.54)$$
$$\left(\widehat{\tau\beta}\right)_{21}^{F_1} = \frac{y_{...}}{12} + \frac{y_{21.}}{3} - \frac{y_{2..}}{6} - \frac{y_{.1.}}{6} \quad (3.55)$$
$$\left(\widehat{\tau\beta}\right)_{22}^{F_1} = \frac{y_{...}}{12} + \frac{y_{22.}}{3} - \frac{y_{2..}}{6} - \frac{y_{.2.}}{6} \quad (3.56)$$

3.5.2.2 สมการปกติและการประมาณค่าพารามิเตอร์แบบอิทธิพลเต็มรูปแบบไม่มีอิทธิพลร่วม

ในทำนองเดียวกันการหาสมการปกติและการประมาณค่าพารามิเตอร์แบบอิทธิพลเต็มรูปแบบที่ไม่มีอิทธิพลร่วมสามารถทำเหมือนกับการประมาณค่าพารามิเตอร์อิทธิพลเต็มรูปแบบแบบมีอิทธิพลร่วม แต่ไม่มีอิทธิพลร่วมเข้ามาเกี่ยวข้องแสดงตามได้ดังนี้

$$\hat{\mu}^{F_2} = \frac{y_{...}}{12} \quad (3.57)$$
$$\hat{\tau}_1^{F_2} = \frac{y_{1..}}{6} - \frac{y_{...}}{12} \quad (3.58)$$
$$\hat{\tau}_2^{F_2} = \frac{y_{2..}}{6} - \frac{y_{...}}{12} \quad (3.59)$$
$$\hat{\beta}_1^{F_2} = \frac{y_{.1.}}{6} - \frac{y_{...}}{12} \quad (3.60)$$
$$\hat{\beta}_2^{F_2} = \frac{y_{.2.}}{6} - \frac{y_{...}}{12} \quad (3.61)$$

3.5.3 สมการถดถอยผลบวกกำลังสองแบบอิทธิพลเต็มรูปแบบ

หลังจากพิจารณาหาตัวประมาณค่าพารามิเตอร์ของแบบจำลองเชิงเส้นทางสถิติของ แผนแบบแฟคทอเรียล สำหรับแผนแบบทดลองแบบอิทธิพลเต็มรูปแบบ จึงจะสามารถแสดงรูปแบบของสมการถดถอย ของผลบวกกำลังสองแบบอิทธิพลเต็มรูปแบบ ได้ดังบริบทที่ 3.1

<u>*บริบทที่ 3.1*</u> แผนแบบแฟคทอเรียล 2 ระดับ กรณีไม่มีข้อมูลสูญหาย สามารถแสดงรูปแบบของสมการถดถอยของผลบวกกำลังสองแบบอิทธิพลเต็มรูปแบบสำหรับอิทธิพลร่วม $\left(\widehat{\tau\beta}\right)_{ij}$ ดังสมการที่ (3.62) และสมการถดถอยของผลบวกกำลังสองแบบอิทธิพลเต็มรูปแบบสำหรับอิทธิพล $\hat{\tau}_i$ และ$\hat{\beta}_j$ ดังสมการที่ (3.63) ตามลำดับดังนี้

$$R(\mu^{F_1}, \tau^{F_1}, \beta^{F_1}, (\tau\beta)^{F_1}) = \frac{1}{6}\sum_{i=1}^{a} y_{i..}^2 + \frac{1}{6}\sum_{j=1}^{b} y_{.j.}^2 + \frac{1}{3}\sum_{i=1}^{a}\sum_{j=1}^{b} y_{ij.}^2 - \frac{y_{...}^2}{6} \quad (3.62)$$
$$R(\mu^{F_2}, \tau^{F_2}, \beta^{F_2}) = -\frac{y_{...}^2}{12} + \frac{1}{6}\sum_{i=1}^{a} y_{i..}^2 + \frac{1}{6}\sum_{j=1}^{b} y_{.j.}^2 \quad (3.63)$$

บทพิสูจน์สมการถดถอยผลบวกกำลังสองแบบอิทธิพลเต็มรูปแบบที่ 1 สำหรับอิทธิพลร่วม $\widehat{(\tau\beta)}_{ij}$ $R(\mu^{F_1}, \tau^{F_1}, \beta^{F_1}, (\tau\beta)^{F_1})$ สามารถดูได้ที่ภาคผนวกที่ 1 และบทพิสูจน์สมการถดถอยผลบวกกำลังสองแบบอิทธิพลเต็มรูปแบบที่ 2 สำหรับอิทธิพล $\hat{\tau}_i$ และ$\hat{\beta}_j$ $R(\mu^{F_2}, \tau^{F_2}, \beta^{F_2})$ สามารถดูได้ที่ภาคผนวกที่ 2

3.5.4 สมการปกติและการประมาณค่าพารามิเตอร์แบบลดรูปอิทธิพลของพารามิเตอร์

การประมาณค่าพารามิเตอร์แบบลดอิทธิพลของพารามิเตอร์ (กรณีไม่มีข้อมูลสูญหาย) จากแบบจำลองเชิงเส้นทางสถิติของแผนแบบแฟคทอเรียล 2 ปัจจัย ดังสมการที่ (3.28) สามารถใช้กฎการเขียนสมการปกติ เพื่อหาสมการปกติสำหรับแผนแบบแฟคทอเรียลแบบลดอิทธิพลของพารามิเตอร์กรณีไม่มีข้อมูลสูญหาย

พารามิเตอร์ในแบบจำลองที่ต้องประมาณค่า คือ μ, $\hat{\tau}_i$, $\hat{\beta}_j$ และ $\widehat{(\tau\beta)}_{ij}$ ซึ่งสามารถนำมาเขียนสมการปกติได้ตามลำดับสมการที่ (3.68) ถึงสมการที่ (3.70) ดังนี้

3.5.4.1 ลดรูปอิทธิพลของ $\hat{\tau}_i$ เพื่อไปสู่การคำนวณหา $R(\mu^{R_1}, \beta^{R_1})$

พิจารณาค่าเฉลี่ยรวม

$$\hat{\mu} : 12\hat{\mu}^{R_1} + 6\hat{\beta}_1^{R_1} + 6\hat{\beta}_2^{R_1} = y_{...} \tag{3.64}$$

พิจารณาอิทธิพลของ

$$\hat{\beta}_1 : 6\hat{\mu}^{R_1} + 6\hat{\beta}_1^{R_1} = y_{.1.} \tag{3.65}$$
$$\hat{\beta}_2 : 6\hat{\mu}^{R_1} + 6\hat{\beta}_2^{R_1} = y_{.2.} \tag{3.66}$$

ด้วยคุณสมบัติของสมการข้อจำกัดดังสมการที่ (3.38)

$$\sum_{j=1}^{b} \hat{\beta}_j = 0 \tag{3.38}$$

นำสมการข้อจำกัดดังสมการที่ (3.38) แทนค่าในสมการปกติดังสมการที่ (3.64) แสดงได้ตามลำดับดังนี้

พิจารณาค่าเฉลี่ยรวม

$$\hat{\mu} : \ 12\hat{\mu}^{R_1} = y_{...} \tag{3.67}$$

จากสมการที่ (3.65) ถึงสมการที่ (3.67) สามารถแก้สมการเชิงเส้น เพื่อหาการประมาณค่าพารามิเตอร์แบบลดรูปอิทธิพลของ $\hat{\tau}_i$ ได้ดังนี้

$$\hat{\mu}^{R_1} = \frac{y_{...}}{12} \tag{3.68}$$

$$\hat{\beta}_1^{R_1} = \frac{y_{.1.}}{6} - \frac{y_{...}}{12} \tag{3.69}$$

$$\hat{\beta}_2^{R_1} = \frac{y_{.2.}}{6} - \frac{y_{...}}{12} \tag{3.70}$$

3.5.4.2 ลดรูปอิทธิพลของ $\hat{\boldsymbol{\beta}}_j$ เพื่อไปสู่การคำนวณหา $R(\mu^{R_2}, \tau^{R_2})$

พิจารณาค่าเฉลี่ยรวม

$$\hat{\mu} : 12\hat{\mu}^{R_2} + 6\hat{\tau}_1^{R_1} + 6\hat{\tau}_2^2 = y_{...} \tag{3.71}$$

พิจารณาอิทธิพลของ

$$\hat{\tau}_1 : 6\hat{\mu}^{R_2} + 6\hat{\tau}_1^{R_2} = y_{1..} \tag{3.72}$$

$$\hat{\tau}_2 : 6\hat{\mu}^{R_2} + 6\hat{\tau}_2^2 = y_{2..} \tag{3.73}$$

ด้วยคุณสมบัติของสมการข้อจำกัดดังสมการที่ (3.35)

$$\sum_{i=1}^{a} \hat{\tau}_i = 0 \tag{3.35}$$

นำสมการข้อจำกัดดังสมการที่ (3.35) แทนค่าในสมการปกติดังสมการที่ (3.71) แสดงได้ตามลำดับดังนี้

พิจารณาค่าเฉลี่ยรวม

$$\hat{\mu} : 12\hat{\mu}^{R_2} = y_{...} \tag{3.74}$$

จากสมการที่ (3.72) ถึงสมการที่ (3.74) สามารถแก้สมการเชิงเส้น เพื่อหาการประมาณค่าพารามิเตอร์แบบลดรูปอิทธิพลของ $\hat{\beta}_j$ ได้ดังนี้

$$\hat{\mu}^{R_2} = \frac{y_{...}}{12} \tag{3.75}$$

$$\hat{\tau}_1^{R_2} = \frac{y_{1..}}{6} - \frac{y_{...}}{12} \tag{3.76}$$

$$\hat{\tau}_2^{R_2} = \frac{y_{2..}}{6} - \frac{y_{...}}{12} \tag{3.77}$$

3.5.5 สมการถดถอยผลบวกกำลังสองแบบลดรูปอิทธิพลของพารามิเตอร์

บริบทที่ 3.2 แผนแบบแฟคทอเรียล 2 ระดับ กรณีไม่มีข้อมูลสูญหาย จากสมการที่ (3.8) และสมการที่ (3.9) สามารถแสดงรูปแบบของสมการถดถอยของผลบวกกำลังสองแบบลดรูปอิทธิพลของพารามิเตอร์ $\hat{\tau}_i$ และสมการถดถอยของผลบวกกำลังสองแบบลดรูปอิทธิพลของพารามิเตอร์ $\hat{\beta}_j$ ตามลำดับดังนี้

$$R(\mu^{R_1}, \beta^{R_1}) = \frac{1}{6}\sum_{j=1}^{b} y_{.j.}^2 \quad (3.78)$$

$$R(\mu^{R_2}, \tau^{R_2}) = \frac{1}{6}\sum_{i=1}^{a} y_{i..}^2 \quad (3.79)$$

บทพิสูจน์สมการถดถอยผลบวกกำลังสองแบบลดรูปอิทธิพลของพารามิเตอร์ $\hat{\tau}_i$ $R(\mu^{R_1}, \beta^{R_1})$ สามารถดูได้ที่ภาคผนวกที่ 3 และบทพิสูจน์สมการถดถอยผลบวกกำลังสองแบบลดรูปอิทธิพลของพารามิเตอร์ $\hat{\beta}_j$ $R(\mu^{R_2}, \tau^{R_2})$ สามารถดูได้ที่ภาคผนวกที่ 3

3.5.6 วิเคราะห์ความแปรปรวน

บริบทที่ 3.3 แผนแบบแฟคทอเรียล 2 ระดับ กรณีไม่มีข้อมูลสูญหาย สามารถวิเคราะห์ความแปรปรวนจากสมการที่ (3.3) ถึงสมการที่ (3.5) โดยการหาผลต่างสมการถดถอยผลบวกกำลังสองแบบอิทธิพลเต็มรูปแบบกับสมการถดถอยผลบวกกำลังสองแบบลดรูปอิทธิพลของพารามิเตอร์ จะได้ผลบวกกำลังสองของแต่ละปัจจัย ดังนี้

$$SS_A = \frac{1}{6}\sum_{i=1}^{a} y_{i..}^2 - \frac{y_{...}^2}{12} \quad (3.80)$$

$$SS_B = \frac{1}{6}\sum_{j=1}^{b} y_{.j.}^2 - \frac{y_{...}^2}{12} \quad (3.81)$$

$$SS_{AB} = \frac{1}{3}\sum_{i=1}^{2}\sum_{j=1}^{2} y_{ij.}^2 - \frac{1}{6}\sum_{i=1}^{2} y_{i..}^2 - \frac{1}{6}\sum_{j=1}^{2} y_{.j.}^2 + \frac{y_{...}^2}{12} \quad (3.82)$$

บทพิสูจน์ผลบวกกำลังสองของแต่ละปัจจัยสามารถดูได้ที่ภาคผนวกที่ 4

การดำเนินการด้วยวิธีตรงสามารถวิเคราะห์ข้อมูลได้ทั้งแบบครบถ้วนและข้อมูลสูญหาย โดยที่การวิเคราะห์ข้อมูลสูญหายด้วยวิธีตรงสามารถดูได้ในหัวข้อ 4.3 ซึ่งค่าของผลบวกกำลังสองของแต่ละปัจจัยที่คำนวณมาได้จะต้องมีค่าเหมือนกับการใช้สูตรการวิเคราะห์ความแปรปรวนโดยวิธีการทั่วไปในหัวข้อ 3.1

บทที่ 4
ผลการศึกษา

เมื่อมีข้อมูลที่สูญหายหนึ่งค่าในการทดลองแบบแฟคทอเรียล ซึ่งอาจเกิดจากข้อมูลไม่ได้อยู่ในการควบคุมหรือข้อมูลมีความผิดพลาด ทำให้ไม่สามารถนำไปวิเคราะห์ความแปรปรวนโดยวิธีการทั่วไป (Classical ANOVA Method) ได้

บทนี้จะกล่าวถึงการวิเคราะห์ข้อมูลที่มีการสูญหายหนึ่งที่ตำแหน่งใดก็ได้และเป็นข้อมูลสูญหายแบบเชิงสุ่มด้วย 3 วิธีการในการแก้ไขปัญหาและระบุค่าความเอนเอียง (Bias) ดังนี้

4.1 การแก้ปัญหาด้วยวิธีการประมาณค่าข้อมูลสูญหายด้วยวิธีกำลังสองน้อยสุด

4.2 การแก้ปัญหาด้วยวิธีการประมาณค่าข้อมูลสูญหายด้วยวิธีเฉลี่ย

4.3 การแก้ปัญหาด้วยวิธีตรง

4.4 การเปรียบเทียบวิธีการแก้ไขปัญหาข้อมูลสูญหาย

4.5 สูตรค่าความเอนเอียง

4.1 การแก้ปัญหาด้วยวิธีการประมาณค่าข้อมูลสูญหายด้วยวิธีกำลังสองน้อยสุด

การวิเคราะห์ข้อมูลโดยวิธีการประมาณค่าข้อมูลสูญหายด้วยวิธีกำลังสองน้อยสุด (Missing Plot with Least Square Method) จะต้องประมาณค่าข้อมูลสูญหายด้วยวิธีกำลังสองน้อยสุดก่อนแล้วนำค่าที่ได้ไปแทนค่าข้อมูลในตารางเก็บข้อมูล จึงจะคำนวณหาค่าผลบวกกำลังสองสำหรับใช้ในการสร้างตารางการวิเคราะห์ความแปรปรวนตามปกติได้

Montgomery (1984) กล่าวถึงวิธีการประมาณค่าข้อมูลที่เก็บไม่ได้ คือ การประมาณค่าและใช้การวิเคราะห์ความแปรปรวนดำเนินการเช่นเดียวกับถ้าประมาณค่าข้อมูลเก็บไม่ได้โดยค่าความคลาดเคลื่อนระดับองศาความเป็นอิสระ (df) ลดลง 1

ในหัวข้อนี้จะแสดงให้เห็นถึงวิธีการสร้างสูตรการประมาณค่าข้อมูลสูญหายด้วยวิธีกำลังสองน้อยสุดโดยมีการกำหนดให้ค่าที่สูญหายคือ $\hat{Y}_{missing}^{LS}$ ดังตัวอย่างตารางที่ 4.1

การประมาณค่าที่สูญหาย $\hat{Y}_{missing}^{LS}$ โดยใช้วิธีผลบวกกำลังสองของความคลาดเคลื่อน โดยเริ่มจากสมการที่ (4.1) [อ้างอิงจาก Ott and Longnecker (2015)] ดังนี้

$$SS_E = \sum_i^a \sum_j^b \sum_k^n \left[y_{ijk} - \bar{y}_{ij.}\right]^2 \qquad (4.1)$$

ประกาศตัวแปรและความหมายที่ต้องใช้ในหัวข้อนี้เพิ่มเติมดังนี้

$\hat{Y}^{LS}_{missing}$ คือ ค่าประมาณข้อมูลสูญหายด้วยวิธีกำลังสองน้อยสุด

$y_{rc.}$ คือ ค่าผลรวมของข้อมูลใน คอมบิเนชัน (Combination) ซึ่งมีข้อมูลสูญหายเกิดขึ้น โดยรวมค่า $\hat{Y}^{LS}_{missing}$ ไว้ด้วยดังนั้น $y_{rc.} = \hat{Y}^{LS}_{missing} + y'_{rc.}$

$y'_{rc.}$ คือ ค่าผลรวมของข้อมูลใน คอมบิเนชัน (Combination) ซึ่งมีข้อมูลสูญหายเกิดขึ้น โดยไม่รวมค่า $\hat{Y}^{LS}_{missing}$

$\bar{y}_{ij.}$ คือ ค่าเฉลี่ยข้อมูลของข้อมูลใน คอมบิเนชัน (Combination) โดยรวมค่า $\hat{Y}^{LS}_{missing}$

$y_{ij.}$ คือ ผลรวมข้อมูลของข้อมูลใน คอมบิเนชัน (Combination) โดยรวมค่า $\hat{Y}^{LS}_{missing}$

T_1 คือ พจน์ซึ่งเป็นค่าคงที่มาจาก $\sum_{i=1}^{a}\sum_{j=1}^{b}\sum_{k=1}^{n} {y_{ijk}}^2$ โดยที่ $\hat{Y}^{LS}_{missing}$ ไม่มีผล จะได้ $T_1 = \sum_{i=1}^{a}\sum_{j=1}^{b}\sum_{k=1}^{n} {y_{ijk}}^2 - \hat{Y}^{LS}_{missing}$

T_2 คือ พจน์ซึ่งเป็นค่าคงที่มาจาก $\frac{\sum_{i=1}^{a}\sum_{j=1}^{b} {y_{ij.}}^2}{n}$ โดยที่ $\frac{{y^2}_{rc.}}{n}$ ไม่มีผล จะได้ $T_2 = \frac{\sum_{i=1}^{a}\sum_{j=1}^{b} {y_{ij.}}^2}{n} - \frac{{y^2}_{rc.}}{n}$

T_3 คือ พจน์ซึ่งเป็นค่าคงที่มาจาก $T_1 - T_2 - {y'_{rc.}}^2$

ตารางที่ 4.1 แผนการทดลองแบบแฟคทอเรียลที่ข้อมูลสูญหาย 1 ค่า

	1	2	...	b	Total
1	$y_{111}, y_{112}, y_{113}$	$y_{121}, y_{122}, y_{123}$		$y_{1b1}, y_{1b2}, y_{1b3}$	$y_{1..}$
2	$y_{211}, y_{212}, y_{213}$	$y_{221}, y_{222}, y_{223}$		$y_{2b1}, y_{2b2}, y_{2b3}$	$y_{2..}$
3	$y_{311}, y_{312}, y_{313}$	y_{321}, N/A, y_{323}		$y_{3b1}, y_{3b2}, y_{3b3}$	$y_{3..}$
⋮					
a	$y_{a11}, y_{a12}, y_{a13}$	$y_{a21}, y_{a22}, y_{a23}$		$y_{ab1}, y_{ab2}, y_{ab3}$	$y_{a..}$
Total	$y_{.1.}$	$y_{.2.}$		$y_{.b.}$	$y_{...}$

- y_{321} + N/A + y_{323}

ในที่นี้ N/A = $\hat{Y}^{LS}_{missing}$

- $y_{rc.} = y_{321} + \hat{Y}^{LS}_{missing} + y_{323}$
- $y'_{rc.} = y_{321} + y_{323}$

สำหรับตารางนี้ r=3 , c=2

จากตารางที่ 4.1 แผนการทดลองแบบแฟคทอเรียลที่ข้อมูลสูญหาย 1 ค่า ในการประกาศตัวแปร $y_{rc.}$ เป็นค่าผลรวมของข้อมูลในคอมบิเนชัน (Combination) ซึ่งมีข้อมูลสูญหายเกิดขึ้นโดยรวมค่า $\hat{Y}^{LS}_{missing}$ และ $y'_{rc.}$เป็นค่าผลรวมของข้อมูลในคอมบิเนชัน (Combination) ซึ่งมีข้อมูลสูญหายเกิดขึ้นโดยไม่รวมค่า $\hat{Y}^{LS}_{missing}$ เมื่อมีข้อมูลสูญหาย 1 ค่า สามารถหาค่า $\hat{Y}^{LS}_{missing}$ ได้ในบริบทที่ 4.1

<u>*บริบทที่ 4.1*</u> ในกรณีของแบบแผนการทดลองแฟคทอเรียล 2 ปัจจัย ที่มีการกระทำซ้ำ เมื่อมีข้อมูลสูญหาย 1 ค่า สามารถประมาณค่าข้อมูลที่สูญหายด้วยวิธีกำลังสองน้อยสุด (Missing Plot with Least Square Method) ได้ดังนี้

$$\hat{Y}^{LS}_{missing} = \frac{y'_{rc.}}{(n-1)} = \frac{\sum_{k=1}^{n-1} y_{rck}}{n-1} \tag{4.2}$$

<u>พิสูจน์</u> จากสมการที่ (4.1) จะได้

$$\begin{aligned}
SS_E &= \sum_{i=1}^{a}\sum_{j=1}^{b}\sum_{k=1}^{n}\left[y_{ijk} - \bar{y}_{ij.}\right]^2 \\
&= \sum_{i=1}^{a}\sum_{j=1}^{b}\sum_{k=1}^{n}\left[y_{ijk}{}^2 - 2y_{ijk} * \bar{y}_{ij.} + \bar{y}_{ij.}{}^2\right] \\
&= \sum_{i=1}^{a}\sum_{j=1}^{b}\sum_{k=1}^{n} y_{ijk}{}^2 - 2\sum_{i=1}^{a}\sum_{j=1}^{b}\sum_{k=1}^{n}\left[y_{ijk} * \bar{y}_{ij.}\right] + \sum_{i=1}^{a}\sum_{j=1}^{b}\sum_{k=1}^{n} \bar{y}_{ij.}{}^2 \\
&= \sum_{i=1}^{a}\sum_{j=1}^{b}\sum_{k=1}^{n} y_{ijk}{}^2 - 2\sum_{i=1}^{a}\sum_{j=1}^{b}\left[y_{ij.} * \bar{y}_{ij.}\right] + n\sum_{i=1}^{a}\sum_{j}^{b} \bar{y}_{ij.}{}^2 \\
&= \sum_{i=1}^{a}\sum_{j=1}^{b}\sum_{k}^{n} y_{ijk}{}^2 - 2\sum_{i=1}^{a}\sum_{j=1}^{b}\left[y_{ij.} * \frac{(y_{ij.})}{n}\right] + n\sum_{i=1}^{a}\sum_{j=1}^{b}\left(\frac{y_{ij.}{}^2}{n^2}\right) \\
&= \sum_{i=1}^{a}\sum_{j=1}^{b}\sum_{k}^{n} y_{ijk}{}^2 - \frac{2}{n}\sum_{i=1}^{a}\sum_{j=1}^{b}\left(y_{ij.}{}^2\right) + \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{a}\sum_{j=1}^{b}\left(y_{ij.}{}^2\right) \\
SS_E &= \sum_{i=1}^{a}\sum_{j=1}^{b}\sum_{k=1}^{n} y_{ijk}{}^2 - \frac{\sum_{i=1}^{a}\sum_{j=1}^{b} y_{ij.}{}^2}{n}
\end{aligned}$$

จากการประกาศตัวแปรในก่อนหน้านี้จะเห็นได้ว่า T_1 เป็นพจน์ซึ่งเป็นค่าคงที่มาจาก $\sum_{i=1}^{a}\sum_{j=1}^{b}\sum_{k=1}^{n} y_{ijk}{}^2$ โดยที่ $\hat{Y}^{LS}_{missing}$ ไม่มีผล และ T_2 เป็นพจน์ซึ่งเป็นค่าคงที่มาจาก $\frac{\sum_{i=1}^{a}\sum_{j=1}^{b} y_{ij.}{}^2}{n}$ โดยที่ $\frac{y^2_{rc.}}{n}$ ไม่มีผล ดังนั้นจะได้

$$\begin{aligned}
SS_E &= \left[\hat{Y}^{LS}_{missing}{}^2 + T_1\right] - \left[\frac{y^2_{rc.}}{n} + T_2\right] \\
&= \hat{Y}^{LS}_{missing}{}^2 - \frac{1}{n}\left(\hat{Y}^{LS}_{missing} + y'_{rc.}\right)^2 + T_1 - T_2 \\
&= \hat{Y}^{LS}_{missing}{}^2 - \frac{1}{n}\left(\hat{Y}^{LS}_{missing}{}^2 + 2\hat{Y}^{LS}_{missing} * y'_{rc.} + y'_{rc.}{}^2\right) + T_1 - T_2 \\
&= \frac{(n-1)}{n}\hat{Y}^{LS}_{missing}{}^2 - \frac{2}{n}y'_{rc.} * \hat{Y}^{LS}_{missing} - y'_{rc.}{}^2 + T_1 - T_2 \\
SS_E &= \frac{(n-1)}{n}\hat{Y}^{LS}_{missing}{}^2 - \frac{2}{n}y'_{rc.} * \hat{Y}^{LS}_{missing} + T_3
\end{aligned}$$

หาค่าพารามิเตอร์ที่ทำให้ผลรวมกำลังสองของผลต่างระหว่างค่าที่สังเกตได้ของตัวแปรมีค่าต่ำที่สุดบนพื้นฐาน $\frac{d(SS_E)}{d\hat{Y}^{LS}_{missing}} = 0$ มีวิธีการพิสูจน์ดังนี้

$$\frac{d(SS_E)}{d\hat{Y}^{LS}_{missing}} = 0$$

$$\frac{d}{d\hat{Y}^{LS}_{missing}}\left(\frac{(n-1)\hat{Y}^{LS}_{missing}{}^2}{n} - \frac{2\left(y'_{rc.} * \hat{Y}^{LS}_{missing}\right)}{n} + T_3\right) = 0$$

$$\frac{(n-1)\frac{d}{d\hat{Y}^{LS}_{missing}}(\hat{Y}^{LS^{\,2}}_{missing})}{n} - \frac{2y'_{rc.}\frac{d}{d\hat{Y}^{LS}_{missing}}\left(\hat{Y}^{LS}_{missing}\right)}{n} = 0$$

$$\frac{(n-1)\left(2\hat{Y}^{LS}_{missing}\right)-2y'_{rc.}}{n} = 0$$

$$(n-1)\left(2\hat{Y}^{LS}_{missing}\right) - 2y'_{rc.} = 0$$

$$2\,(n-1)\left(\hat{Y}^{LS}_{missing}\right) = 2y'_{rc.}$$

$$\hat{Y}^{LS}_{missing} = \frac{y'_{rc.}}{n-1}$$

การพิสูจน์บริบทที่ 4.1 จะได้สูตรหาค่าข้อมูลที่สูญหาย $\hat{Y}^{LS}_{missing}$ ดังสมการที่ (4.2)

<u>ตัวอย่างการแก้ปัญหาด้วยวิธีประมาณค่าข้อมูลที่สูญหายด้วยวิธีกำลังสองน้อยสุด</u>

ในหัวนี้จะทำการศึกษาและแก้ปัญหาข้อมูลที่สูญหายโดยจะใช้โจทย์ตามตารางที่ 3.1 Montgomery (1984) มาใช้ประกอบการศึกษา ดังนี้

เมื่อ ปัจจัย A คือ ความเข้มข้นของตัวทำปฏิกิริยา มีทั้งหมด 2 ระดับ ได้แก่ 15 เปอร์เซ็นต์ และ 25 เปอร์เซ็นต์

ปัจจัย B คือ ตัวเร่งปฏิกิริยา มีทั้งหมด 2 ระดับ ได้แก่ 2 ปอนด์ และ 1 ปอนด์

Y คือ ค่าข้อมูลจากการเก็บข้อมูล

ตารางที่ 4.2 ตารางเก็บข้อมูลแบบแผนแฟคทอเรียล กรณีมีข้อมูลสูญหาย 1 ค่า

A \ B	2			1		
15	y_{111}=28	y_{112}=25	y_{113}=27	y_{121}=	y_{122}=19	y_{123}=23
25	y_{211}=36	y_{212}=32	y_{213}=32	y_{221}=31	y_{222}=30	y_{223}=29

โดยจากตารางที่ 4.2 เมื่อตารางเก็บข้อมูลแบบแผนแฟคทอเรียล กรณีมีข้อมูลสูญหาย 1 ค่ามีตัวอย่างวิธีการคำนวณหาค่าข้อมูลสูญหายด้วยวิธีกำลังสองน้อยสุด ดังนี้

วิธีการคำนวณ

$$\hat{Y}^{LS}_{missing} = \frac{y'_{rc.}}{n-1}$$

$$\hat{Y}^{LS}_{missing} = \frac{42}{3-1}$$

$$\hat{Y}^{LS}_{missing} = 21$$

ซึ่งจากตารางที่ 4.2 สามารถประมาณค่าข้อมูลสูญหายด้วยวิธีกำลังสองน้อยสุด มีค่าเท่ากับ 21 แทนค่าข้อมูลที่ประมาณค่าได้ในตารางเก็บข้อมูล แสดงผลข้อมูลที่เก็บรวบรวมได้ และข้อมูลที่ประมาณค่า ได้ดังตารางที่ 4.3

ตารางที่ 4.3 ตารางเก็บข้อมูลแบบแผนแฟคทอเรียล กรณีมีการแทนค่าข้อมูลสูญหาย (วิธีกำลังสองน้อยสุด)

A \ B	2			1		
15	$y_{111}=28$	$y_{112}=25$	$y_{113}=27$	$y_{121}=21$	$y_{122}=19$	$y_{123}=23$
25	$y_{211}=36$	$y_{212}=32$	$y_{213}=32$	$y_{221}=31$	$y_{222}=30$	$y_{223}=29$

หลังจากนั้นจะใช้สูตรการวิเคราะห์ความแปรปรวนแบบทั่วไป (Classical ANOVA) กรณีไม่มีข้อมูลสูญหาย ดังในภาคผนวกที่ 5 เป็นตัวอย่างการคำนวณผลบวกกำลังสองเพื่อใช้ในการสร้างตารางการวิเคราะห์ความแปรปรวน แสดงได้ดังตารางที่ 4.4

ตารางที่ 4.4 การวิเคราะห์ความแปรปรวนของข้อมูลด้วยวิธีการประมาณค่าข้อมูลสูญหายด้วยวิธีกำลังสองน้อยสุด

แหล่งความแปรปรวน	ผลบวกกำลังสอง	องศาความเป็นอิสระ	ค่ากำลังสองเฉลี่ย	สถิติทดสอบ
ปัจจัย A	184.083	1	184.083	58.13
ปัจจัย B	60.75	1	60.75	19.18
ปฏิสัมพันธ์ AB	4.083	1	4.083	1.29
ความคลาดเคลื่อน	25.333	8	3.167	
ผลรวม	274.25	11		

ดูภาคผนวกที่ 5 เพิ่มเติมเกี่ยวกับการแสดงวิธีการคำนวณผลบวกกำลังสอง

4.2. การแก้ปัญหาด้วยวิธีการประมาณค่าข้อมูลสูญหายด้วยวิธีเฉลี่ย

ในหัวข้อนี้จะมีตัวแปรที่เกี่ยวข้องดังนี้

$\hat{Y}^{OM}_{missing}$ คือ ค่าที่สูญหายซึ่งถูกประเมินโดยวิธเฉลี่ย (Overall Mean Method) เพื่อให้ได้ผลบวกกำลังสอง (SS_E) ต่ำสุด

$y'_{...}$ คือ ค่าผลรวมของข้อมูลซึ่งมีข้อมูลสูญหายเกิดขึ้น โดยไม่รวมค่า $\hat{Y}^{OM}_{missing}$

การวิเคราะห์ข้อมูลโดยวิธีการประมาณค่าข้อมูลสูญหายด้วยวิธีเฉลี่ยจะต้องประมาณค่าข้อมูลที่ไม่ทราบค่าด้วยวิธีเฉลี่ยก่อน จึงจะคำนวณหาค่าผลบวกกำลังสองสำหรับใช้ในการสร้างตารางการวิเคราะห์ความแปรปรวน จะใช้สูตรการประมาณค่าข้อมูลสูญหายด้วยวิธีเฉลี่ย ดัดแปลงสูตรจากบทที่ 2 สมการที่ (2.9) จะได้สมการดังนี้

$$\hat{Y}^{OM}_{missing} = \frac{\sum_{i=1}^{a}\sum_{j=1}^{b}\sum_{k=1}^{n} y_{ijk}}{abn-1} = \frac{y'_{...}}{abn-1} \tag{4.3}$$

<u>ตัวอย่างการแก้ปัญหาด้วยวิธีประมาณค่าข้อมูลที่สูญหายด้วยวิธีเฉลี่ย</u>

โดยจากตารางที่ 4.2 เมื่อตารางเก็บข้อมูลแบบแผนแฟคทอเรียล กรณีมีข้อมูลสูญหาย 1 ค่ามีตัวอย่างวิธีการคำนวณหาค่าข้อมูลสูญหายด้วยวิธีด้วยวิธีเฉลี่ย ดังนี้

วิธีการคำนวณ

$$\hat{Y}^{OM}_{missing} = \frac{\sum_{i=1}^{a}\sum_{j=1}^{b}\sum_{k=1}^{n} y_{ijk}}{abn-1}$$

$$\hat{Y}^{OM}_{missing} = \frac{28+25+27+\cdots+29}{11}$$

$$\hat{Y}^{OM}_{missing} = 28.3636$$

จากตารางที่ 4.2 สามารถประมาณค่าข้อมูลสูญหายด้วยวิธีเฉลี่ย มีค่าเท่ากับ 28.3636 แทนค่าข้อมูลที่ประมาณค่าได้ในตารางเก็บข้อมูล แสดงผลข้อมูลที่เก็บรวบรวมได้ และข้อมูลที่ประมาณค่าได้ดังตารางที่ 4.5

ตารางที่ 4.5 แบบแผนแฟคทอเรียล กรณีมีการแทนค่าข้อมูลสูญหาย (วิธีเฉลี่ย)

A \ B	2			1		
15	$y_{111}=28$	$y_{112}=25$	$y_{113}=27$	$y_{121}=28.36$	$y_{122}=19$	$y_{123}=23$
25	$y_{211}=36$	$y_{212}=32$	$y_{213}=32$	$y_{221}=31$	$y_{222}=30$	$y_{223}=29$

หลังจากนั้นจะใช้สูตรการวิเคราะห์ความแปรปรวนแบบทั่วไป (Classical ANOVA) กรณีไม่มีข้อมูลสูญหาย ดังภาคผนวกที่ 6 เป็นการคำนวณผลบวกกำลังสองเพื่อใช้ในการสร้างตารางการวิเคราะห์ความแปรปรวน แสดงได้ดังตารางที่ 4.6

ตารางที่ 4.6 การวิเคราะห์ความแปรปรวนของข้อมูลด้วยวิธีการประมาณค่าข้อมูลสูญหายด้วยวิธีเฉลี่ย

แหล่งความแปรปรวน	ผลบวกกำลังสอง	องศาความเป็นอิสระ	ค่ากำลังสองเฉลี่ย	สถิติทดสอบ
ปัจจัย A	130.944	1	130.944	17.05
ปัจจัย B	32.144	1	32.144	4.18
ปฏิสัมพันธ์ AB	0.011	1	0.011	0
ความคลาดเคลื่อน	61.446	8	7.681	
ผลรวม	224.545	11		

ดูภาคผนวกที่ 6 เพิ่มเติมเกี่ยวกับการแสดงวิธีการคำนวณผลบวกกำลังสอง

4.3 การแก้ปัญหาด้วยวิธีตรง

ในหัวข้อนี้จะกล่าวถึงการดำเนินการด้วยวิธีตรง (Exact Approach) ที่สามารถแก้ปัญหาข้อมูลสูญหายหนึ่งค่าได้ทุกตำแหน่ง ซึ่งมีขั้นตอนการดำเนินการดังต่อไปนี้

4.3.1 ตารางเก็บข้อมูลรูปทั่วไป

4.3.2 สมการปกติและการประมาณค่าพารามิเตอร์แบบอิทธิพลเต็มรูปแบบ

4.3.3 สมการถดถอยผลบวกกำลังสองแบบอิทธิพลเต็มรูปแบบ

4.3.4 สมการปกติและการประมาณค่าพารามิเตอร์แบบลดรูปอิทธิพลของพารามิเตอร์

4.3.5 สมการถดถอยผลบวกกำลังสองแบบลดรูปอิทธิพลของพารามิเตอร์

4.3.6 วิเคราะห์ความแปรปรวน

4.3.1 ตารางเก็บข้อมูลรูปทั่วไป

เมื่อมีข้อมูลสูญหายหนึ่งค่าที่ตำแหน่งใดก็ตามในตารางเก็บข้อมูลในแผนการทดลองแบบแฟคทอเรียล 2 ปัจจัยในรูปทั่วไป สามารถเขียนสัญลักษณ์ได้ดังตารางที่ 4.7

ตารางที่ 4.7 สัญลักษณ์ของตารางเก็บข้อมูลแบบแฟคทอเรียล 2 ปัจจัย

B \ A	$\hat{\beta}_1$		$\hat{\beta}_2$		$\hat{\beta}_c$		…	$\hat{\beta}_b$		ผลรวม
$\hat{\tau}_1$	$y_{111}, y_{112}, y_{113}$		$y_{121}, y_{122}, y_{123}$		$y_{1c1}, y_{1c2}, y_{1c3}$		…	$y_{1b1}, y_{1b2}, y_{1b3}$		$y_{1..}$
	$(\widehat{\tau\beta})_{11}$	$y_{11.}$	$(\widehat{\tau\beta})_{12}$	$y_{12.}$	$(\widehat{\tau\beta})_{1c}$	$y_{1c.}$		$(\widehat{\tau\beta})_{1b}$	$y_{1b.}$	
$\hat{\tau}_r$	$y_{r11}, y_{r12}, y_{r13}$		$y_{r21}, y_{r22}, y_{r23}$		$y_{rc1}, \boldsymbol{N/A}, y_{rc3}$		…	$y_{rb1}, y_{rb2}, y_{rb3}$		$y_{r..}$
	$(\widehat{\tau\beta})_{r1}$	$y_{r1.}$	$(\widehat{\tau\beta})_{r2}$	$y_{r2.}$	$(\widehat{\tau\beta})_{rc}$	$y_{rc.}$		$(\widehat{\tau\beta})_{rb}$	$y_{rb.}$	
$\hat{\tau}_3$	$y_{311}, y_{312}, y_{313}$		$y_{321}, y_{322}, y_{323}$		$y_{3c1}, y_{3c2}, y_{3c3}$		…	$y_{3b1}, y_{3b2}, y_{3b3}$		$y_{3..}$
	$(\widehat{\tau\beta})_{31}$	$y_{31.}$	$(\widehat{\tau\beta})_{32}$	$y_{32.}$	$(\widehat{\tau\beta})_{3c}$	$y_{3c.}$		$(\widehat{\tau\beta})_{3b}$	$y_{3b.}$	
⋮	⋮		⋮		⋮		…	⋮		⋮
$\hat{\tau}_a$	$y_{a11}, y_{a12}, y_{a13}$		$y_{a21}, y_{a22}, y_{a23}$		$y_{ac1}, y_{ac2}, y_{ac3}$		…	$y_{ab1}, y_{ab2}, y_{ab3}$		$y_{a..}$
	$(\widehat{\tau\beta})_{a1}$	$y_{a1.}$	$(\widehat{\tau\beta})_{a2}$	$y_{a2.}$	$(\widehat{\tau\beta})_{ac}$	$y_{ac.}$		$(\widehat{\tau\beta})_{ab}$	$y_{ab.}$	
ผลรวม	$y_{.1.}$		$y_{.2.}$		$y_{.c.}$		…	$y_{.b.}$		$y_{...}$

กำหนดให้ i คือ ลำดับแถว (i =1,2,...,a)

j คือ ลำดับคอลัมน์ (j =1,2,...,b)

k คือ จำนวนครั้งของการซ้ำ (k =1,2,...n)

r คือ ระดับของปัจจัย A (หรือปัจจัยในแนวแถว) ซึ่งมีข้อมูลสูญหาย

c คือ ระดับของปัจจัย B (หรือปัจจัยในแนวคอลัมน์) ซึ่งมีข้อมูลสูญหาย

$y_{i..}$ คือ ผลรวมข้อมูลของแถวที่ i

$y_{.j.}$ คือ ผลรวมข้อมูลของคอลัมน์ที่ j

$y_{ij.}$ คือ ผลรวมข้อมูลของการทดลองร่วมกันแถว i และคอลัมน์ j

$y_{r..}$ คือ ผลรวมข้อมูลของแถวที่ r

$y_{.c.}$ คือ ผลรวมข้อมูลของคอลัมน์ที่ c

$y_{rc.}$ คือ ผลรวมข้อมูลของการทดลองร่วมกันแถว r และคอลัมน์ c

$y_{...}$ คือ ผลรวมข้อมูลทั้งหมด

4.3.2 สมการปกติและการประมาณค่าพารามิเตอร์แบบอิทธิพลเต็มรูปแบบ

การหาสมการปกติและการประมาณค่าพารามิเตอร์จะใช้แบบจำลองเชิงเส้นทางสถิติของแผนแบบแฟคทอเรียล 2 ระดับ สามารถเขียนให้อยู่ในรูปของตัวประมาณค่าข้อมูล ได้ดังนี้

$$\hat{y}_{ijk} = \hat{\mu} + \hat{\tau}_i + \hat{\beta}_j + \left(\widehat{\tau\beta}\right)_{ij} \begin{cases} i = 1,2,\dots,a \\ j = 1,2,\dots,b \\ k = 1,2,\dots,n \end{cases} \tag{4.4}$$

เมื่อ $\hat{y}_{ijk}$ คือ ค่าประมาณสังเกตุที่เก็บค่าได้

$\hat{\mu}$ คือ ค่าประมาณเฉลี่ยรวม

$\hat{\tau}_i$ คือ ค่าประมาณอิทธิพลของปัจจัย A ระดับที่ i

$\hat{\beta}_j$ คือ ค่าประมาณอิทธิพลของปัจจัย B ระดับที่ j

$\left(\widehat{\tau\beta}\right)_{ij}$ คือ ค่าประมาณอิทธิพลร่วมระหว่างปัจจัย A ระดับที่ i และปัจจัย B ระดับที่ j

4.3.2.1 สมการปกติและการประมาณค่าพารามิเตอร์แบบอิทธิพลเต็มรูปแบบมีอิทธิพลร่วม เพื่อไปสู่การคำนวณหา $\boldsymbol{R}(\boldsymbol{\mu}^{F_1}, \boldsymbol{\tau}^{F_1}, \boldsymbol{\beta}^{F_1}, (\boldsymbol{\tau\beta})^{F_1})$

การประมาณค่าพารามิเตอร์แบบอิทธิพลเต็มรูปแบบ จากแบบจำลองเชิงเส้นทางสถิติของแผนแบบแฟคทอเรียล 2 ปัจจัย ดังสมการ (4.4) สามารถใช้กฎการเขียนสมการปกติ เพื่อหาสมการปกติสำหรับแผนแบบแฟคทอเรียลแบบอิทธิพลเต็มรูปแบบ และพารามิเตอร์ในแบบจำลองที่ต้องประมาณค่า คือ μ, τ_i , β_jและ $(\tau\beta)_{ij}$ ซึ่งสมการปกติทั้งหมดนี้จะถูกเขียนให้อยู่ในรูปแบบทั่วไปสามารถใช้ได้กับแผนแบบแฟคทอเรียล 2 ปัจจัยที่มีข้อมูลสูญหายหนึ่งค่าได้ทุกตำแหน่ง

อ้างอิงจากตารางที่ 4.7 ซึ่ง $r = 2$ และ $c = 3$ การหาสมการปกติและการประมาณค่าพารามิเตอร์แบบอิทธิพลเต็มรูปแบบมีอิทธิพลร่วมสามารถแบ่งออกเป็น 2 ประเภท คือ

1. สมการปกติและการประมาณค่าพารามิเตอร์ที่มีข้อมูลสูญหายกระทบ

พิจารณาค่าเฉลี่ยรวม

$$\begin{aligned} \hat{\mu}: (abn-1)\hat{\mu} + (abn)\hat{\tau}_1 + (abn-1)\hat{\tau}_r + (abn)\hat{\tau}_3 + \dots + (abn)\hat{\tau}_a + (abn)\hat{\beta}_1 \\ +(abn)\hat{\beta}_2 + (abn-1)\hat{\beta}_c + \dots + (abn)\hat{\beta}_b + n\left(\widehat{\tau\beta}\right)_{11} + n\left(\widehat{\tau\beta}\right)_{12} + n\left(\widehat{\tau\beta}\right)_{1c} \\ + \dots + n\left(\widehat{\tau\beta}\right)_{1b} + n\left(\widehat{\tau\beta}\right)_{r1} + n\left(\widehat{\tau\beta}\right)_{r2} + (n-1)\left(\widehat{\tau\beta}\right)_{rc} + \dots + n\left(\widehat{\tau\beta}\right)_{rb} \\ +n\left(\widehat{\tau\beta}\right)_{31} + n\left(\widehat{\tau\beta}\right)_{32} + n\left(\widehat{\tau\beta}\right)_{3c} + \dots + n\left(\widehat{\tau\beta}\right)_{3b} + n\left(\widehat{\tau\beta}\right)_{a1} + n\left(\widehat{\tau\beta}\right)_{a2} \\ +n\left(\widehat{\tau\beta}\right)_{ac} + \dots + n\left(\widehat{\tau\beta}\right)_{ab} = y_{\dots} \end{aligned} \tag{4.5}$$

พิจารณาอิทธิพลของ

$$\hat{\tau}_r: (bn-1)\hat{\mu} + (bn-1)\hat{\tau}_r + n\hat{\beta}_1 + n\hat{\beta}_2 + (n-1)\hat{\beta}_c + \ \ldots + n\hat{\beta}_b + n\left(\widehat{\tau\beta}\right)_{r1}$$
$$+n\left(\widehat{\tau\beta}\right)_{r2} + (n-1)\left(\widehat{\tau\beta}\right)_{rc} + \ \ldots + n\left(\widehat{\tau\beta}\right)_{rb} = y_{r..} \quad (4.6)$$
$$\hat{\beta}_c: (an-1)\hat{\mu} + n\hat{\tau}_1 + (n-1)\hat{\tau}_r + n\hat{\tau}_3 + \cdots + n\hat{\tau}_a + (an-1)\hat{\beta}_c + n\left(\widehat{\tau\beta}\right)_{1c}$$
$$+\ (n-1)\left(\widehat{\tau\beta}\right)_{rc} + n\left(\widehat{\tau\beta}\right)_{3c} + \ \ldots + n\left(\widehat{\tau\beta}\right)_{ac} = y_{.c.} \quad (4.7)$$
$$\left(\widehat{\tau\beta}\right)_{ic}: n\hat{\mu} + n\hat{\tau}_i + n\hat{\beta}_c + n\left(\widehat{\tau\beta}\right)_{ic} = \ y_{ic.} \quad \text{เมื่อ } i \neq r \quad (4.8)$$
$$\left(\widehat{\tau\beta}\right)_{rj}: n\hat{\mu} + n\hat{\tau}_r + n\hat{\beta}_j + n\left(\widehat{\tau\beta}\right)_{rj} = \ y_{rj.} \quad \text{เมื่อ } j \neq c \quad (4.9)$$
$$\left(\widehat{\tau\beta}\right)_{rc}: (n-1)\hat{\mu} + (n-1)\hat{\tau}_r + (n-1)\hat{\beta}_c + (n-1)\left(\widehat{\tau\beta}\right)_{rc} = \ y_{rc.} \quad (4.10)$$

ด้วยคุณสมบัติของสมการข้อจำกัดดังสมการที่ (4.11) ถึงสมการที่ (4.14)

$$\textstyle\sum_{All\ i}^{a} \hat{\tau}_i = 0 \quad (4.11)$$
$$\textstyle\sum_{All\ i}^{a} \left(\widehat{\tau\beta}\right)_{ij} = 0 \quad (4.12)$$
$$\textstyle\sum_{All\ j}^{b} \left(\widehat{\tau\beta}\right)_{ij} = 0 \quad (4.13)$$
$$\textstyle\sum_{All\ j}^{b} \hat{\beta}_j = 0 \quad (4.14)$$

นำสมการข้อจำกัดดังสมการที่ (4.11) ถึงสมการที่ (4.14) แทนค่าในสมการปกติดังสมการที่ (4.5) ถึงสมการที่ (4.10) แสดงได้ตามลำดับดังนี้

พิจารณาค่าเฉลี่ยรวม

$$\hat{\mu}: (abn-1)\hat{\mu} - \hat{\tau}_r - \hat{\beta}_c - \left(\widehat{\tau\beta}\right)_{rc} = \ y_{...} \quad (4.15)$$

พิจารณาอิทธิพลของ

$$\hat{\tau}_r: (bn-1)\hat{\mu} + (bn-1)\hat{\tau}_r - \hat{\beta}_c - \left(\widehat{\tau\beta}\right)_{rc} = y_{r..} \quad (4.16)$$
$$\hat{\beta}_c: (an-1)\hat{\mu} - \hat{\tau}_r + (an-1)\hat{\beta}_c - \left(\widehat{\tau\beta}\right)_{rc} = y_{.c.} \quad (4.17)$$
$$\left(\widehat{\tau\beta}\right)_{ic}: n\hat{\mu} + n\hat{\tau}_i + n\hat{\beta}_c + n\left(\widehat{\tau\beta}\right)_{ic} = \ y_{ic.} \quad (4.18)$$
$$\left(\widehat{\tau\beta}\right)_{rj}: n\hat{\mu} + n\hat{\tau}_r + n\hat{\beta}_j + n\left(\widehat{\tau\beta}\right)_{rj} = \ y_{rj.} \quad (4.19)$$
$$\left(\widehat{\tau\beta}\right)_{rc}: (n-1)\hat{\mu} + (n-1)\hat{\tau}_r + (n-1)\hat{\beta}_c + (n-1)\left(\widehat{\tau\beta}\right)_{rc} = \ y_{rc.} \quad (4.20)$$

จากสมการที่ (4.15) ถึงสมการที่ (4.20) สามารถแก้สมการเชิงเส้น เพื่อหาการประมาณค่าพารามิเตอร์แบบอิทธิพลเต็มรูปแบบได้ดังนี้

$$\hat{\mu}^{F_1} = \frac{y_{...}}{abn} + \frac{y_{rc.}}{abn(n-1)} \quad (4.21)$$

$$\hat{\tau}_r^{F_1} = \frac{a(n-1)y_{r..} + (a-1)y_{rc.} - (n-1)y_{...}}{abn(n-1)} \quad (4.22)$$

$$\hat{\beta}_c^{F_1} = \frac{b(n-1)y_{.c.} + (b-1)y_{rc.} - (n-1)y_{...}}{abn(n-1)} \quad (4.23)$$

$$\left(\widehat{\tau\beta}\right)_{ic}^{F_1} = \frac{y_{ic.}}{n} - \frac{y_{i..}}{bn} - \frac{b(n-1)y_{.c.}}{abn(n-1)} - \frac{(b-1)y_{rc.}}{abn(n-1)} + \frac{(n-1)y_{...}}{abn(n-1)} \quad \text{เมื่อ } i \neq r \quad (4.24)$$

$$\left(\widehat{\tau\beta}\right)_{rj}^{F_1} = \frac{y_{rj.}}{n} - \frac{a(n-1)y_{r..}}{abn(n-1)} - \frac{(a-1)y_{rc.}}{abn(n-1)} + \frac{(n-1)y_{...}}{abn(n-1)} - \frac{y_{.j.}}{an} \quad \text{เมื่อ } j \neq c \quad (4.25)$$

$$\left(\widehat{\tau\beta}\right)_{rc}^{F_1} = \frac{y_{...}}{abn} - \frac{y_{r..}}{bn} - \frac{y_{.c.}}{an} + \frac{(abn-a-b+1)y_{rc.}}{abn(n-1)} \quad (4.26)$$

2. สมการปกติและการประมาณค่าพารามิเตอร์ที่ไม่มีข้อมูลสูญหายกระทบ เมื่อ $i \neq r$ และ $j \neq c$

พิจารณาอิทธิพลของ

$$\hat{\tau}_i: bn\hat{\mu} + bn\hat{\tau}_i + n\hat{\beta}_1 + n\hat{\beta}_2 + n\hat{\beta}_c + \cdots + n\hat{\beta}_b + n\left(\widehat{\tau\beta}\right)_{i1} + n\left(\widehat{\tau\beta}\right)_{i2} + n\left(\widehat{\tau\beta}\right)_{ic} + \ldots + n\left(\widehat{\tau\beta}\right)_{ib} = y_{i..} \quad (4.27)$$

$$\hat{\beta}_j: an\hat{\mu} + n\hat{\tau}_1 + n\hat{\tau}_r + n\hat{\tau}_3 + \cdots + n\hat{\tau}_a + an\hat{\beta}_j + n\left(\widehat{\tau\beta}\right)_{1j} + n\left(\widehat{\tau\beta}\right)_{rj} + n\left(\widehat{\tau\beta}\right)_{3j} + \ldots + n\left(\widehat{\tau\beta}\right)_{aj} = y_{.j.} \quad (4.28)$$

$$\left(\widehat{\tau\beta}\right)_{ij}: n\hat{\mu} + n\hat{\tau}_i + n\hat{\beta}_j + n\left(\widehat{\tau\beta}\right)_{ij} = y_{ij.} \quad (4.29)$$

ด้วยคุณสมบัติของสมการข้อจำกัดดังสมการที่ (4.11) ถึงสมการที่ (4.14)

$$\sum_{All\ i}^{a} \hat{\tau}_i = 0 \quad (4.11)$$

$$\sum_{All\ i}^{a} \left(\widehat{\tau\beta}\right)_{ij} = 0 \quad (4.12)$$

$$\sum_{All\ j}^{b} \left(\widehat{\tau\beta}\right)_{ij} = 0 \quad (4.13)$$

$$\sum_{All\ j}^{b} \hat{\beta}_j = 0 \quad (4.14)$$

นำสมการข้อจำกัดดังสมการที่ (4.11) ถึงสมการที่ (4.14) แทนค่าในสมการปกติดังสมการที่ (4.27) ถึงสมการที่ (4.29) แสดงได้ตามลำดับดังนี้

พิจารณาอิทธิพลของ

$$\hat{\tau}_i: bn\hat{\mu} + bn\hat{\tau}_i = y_{i..} \quad (4.30)$$

$$\hat{\beta}_j: an\hat{\mu} + an\hat{\beta}_j = y_{.j.} \quad (4.31)$$

$$\left(\widehat{\tau\beta}\right)_{ij}: n\hat{\mu} + n\hat{\tau}_i + n\hat{\beta}_j + n\left(\widehat{\tau\beta}\right)_{ij} = y_{ij.} \tag{4.32}$$

จากสมการที่ (4.30) ถึงสมการที่ (4.32) สามารถแก้สมการเชิงเส้น เพื่อหาการประมาณค่าพารามิเตอร์แบบอิทธิพลเต็มรูปแบบได้ดังนี้

$$\hat{\tau}_i^{F_1} = \frac{y_{i..}}{bn} - \frac{y_{...}}{abn} - \frac{y_{rc.}}{abn(n-1)} \tag{4.33}$$

$$\hat{\beta}_j^{F_1} = \frac{y_{.j.}}{an} - \frac{y_{...}}{abn} - \frac{y_{rc.}}{abn(n-1)} \tag{4.34}$$

$$\left(\widehat{\tau\beta}\right)_{ij}^{F_1} = \frac{y_{ij.}}{n} - \frac{y_{i..}}{bn} - \frac{y_{.j.}}{an} + \frac{y_{...}}{abn} + \frac{y_{rc.}}{abn(n-1)} \tag{4.35}$$

เมื่อ $i \neq r$ และ $j \neq c$

4.3.2.2 สมการปกติและการประมาณค่าพารามิเตอร์แบบอิทธิพลเต็มรูปแบบไม่มีอิทธิพลร่วมเพื่อไปสู่การคำนวณหา $\boldsymbol{R}(\boldsymbol{\mu}^{F_2}, \boldsymbol{\tau}^{F_2}, \boldsymbol{\beta}^{F_2})$

ในทำนองเดียวกันการหาสมการปกติและการประมาณค่าพารามิเตอร์แบบอิทธิพลเต็มรูปแบบที่ไม่มีอิทธิพลร่วมสามารถทำเหมือนกับการประมาณค่าพารามิเตอร์อิทธิพลเต็มรูปแบบแบบมีอิทธิพลร่วม แต่ไม่มีอิทธิพลร่วมเข้ามาเกี่ยวข้องและสามารถแบ่งออกเป็น 2 ประเภทเช่นกันแสดงตามได้ดังนี้

1. สมการปกติและการประมาณค่าพารามิเตอร์ที่มีข้อมูลสูญหายกระทบ

$$\hat{\mu}^{F_2} = \frac{(abn-a-b)y_{...} + ay_{r..} + by_{.c.}}{abn(abn-a-b+1)} \tag{4.36}$$

$$\hat{\tau}_r^{F_2} = \frac{a(an-1)y_{r..} + (a-1)y_{.c.} - (an-1)y_{...}}{an(abn-a-b+1)} \tag{4.37}$$

$$\hat{\beta}_c^{F_2} = \frac{(b-1)y_{r..} + b(bn-1)y_{.c.} - (bn-1)y_{...}}{bn(abn-a-b+1)} \tag{4.38}$$

2. สมการปกติและการประมาณค่าพารามิเตอร์ที่ไม่มีข้อมูลสูญหายกระทบ

$$\hat{\tau}_i^{F_2} = \frac{y_{i..}}{bn} - \frac{(abn-a-b)y_{...} + ay_{r..} + by_{.c.}}{abn(abn-a-b+1)} \quad \text{เมื่อ } i \neq r \tag{4.39}$$

$$\hat{\beta}_j^{F_2} = \frac{y_{.j.}}{an} - \frac{(abn-a-b)y_{...} + ay_{r..} + by_{.c.}}{abn(abn-a-b+1)} \quad \text{เมื่อ } j \neq c \tag{4.40}$$

4.3.3 สมการถดถอยผลบวกกำลังสองแบบอิทธิพลเต็มรูปแบบ

หลังจากพิจารณาหาตัวประมาณค่าพารามิเตอร์ของแบบจำลองเชิงเส้นทางสถิติของแผนแบบแฟคทอเรียล สำหรับแผนแบบทดลองแบบอิทธิพลเต็มรูปแบบ จึงจะสามารถแสดงรูปแบบของสมการถดถอย ของผลบวกกำลังสองแบบอิทธิพลเต็มรูปแบบ ได้ดังบริบทที่ 4.2

บริบทที่ 4.2 แผนแบบแฟคทอเรียล 2 ระดับ กรณีมีข้อมูลสูญหายหนึ่งค่า สามารถแสดงรูปแบบของสมการถดถอยของผลบวกกำลังสองแบบอิทธิพลเต็มรูปแบบสำหรับอิทธิพลร่วม $\left(\widehat{\tau\beta}\right)_{ij}$ ดังสมการที่ (4.41) และสมการถดถอยของผลบวกกำลังสองแบบอิทธิพลเต็มรูปแบบสำหรับอิทธิพล $\hat{\tau}_i$ และ $\hat{\beta}_j$ ดังสมการที่ (4.42) ตามลำดับดังนี้

$$R(\mu^{F_1},\tau^{F_1},\beta^{F_1},(\tau\beta)^{F_1}) = \frac{1}{n}\sum_{i=1,i\neq r}^{a}\sum_{j=1,j\neq c}^{b} y_{ij.}^2 + \frac{y_{rc.}^2}{n-1} \tag{4.41}$$

$$R(\mu^{F_2},\tau^{F_2},\beta^{F_2}) = \frac{\sum_{All\,i}^{a} y_{i..}^2}{bn} + \frac{\sum_{All\,j}^{b} y_{.j.}^2}{an} - \frac{y_{...}^2}{abn} + \frac{[y_{...}-(by_{.c.}+ay_{r..})]^2}{abn(abn-a-b+1)} \tag{4.42}$$

บทพิสูจน์สมการถดถอยผลบวกกำลังสองแบบอิทธิพลเต็มรูปแบบสำหรับอิทธิพลร่วมแบบที่ 1 หรือ $R(\mu^{F_1},\tau^{F_1},\beta^{F_1},(\tau\beta)^{F_1})$ สามารถดูได้ที่ภาคผนวกที่ 7 และบทพิสูจน์สมการถดถอยผลบวกกำลังสองแบบอิทธิพลเต็มรูปแบบสำหรับอิทธิพลแบบที่ 2 หรือ $R(\mu^{F_2},\tau^{F_2},\beta^{F_2})$ สามารถดูได้ที่ภาคผนวกที่ 8

4.3.4 สมการปกติและการประมาณค่าพารามิเตอร์แบบลดรูปอิทธิพลของพารามิเตอร์

การประมาณค่าพารามิเตอร์แบบอิทธิพลเต็มรูปแบบ จากแบบจำลองเชิงเส้นทางสถิติของแผนแบบแฟคทอเรียล 2 ปัจจัย ดังสมการที่ (4.4) สามารถใช้กฎการเขียนสมการปกติ เพื่อหาสมการปกติสำหรับแผนแบบแฟคทอเรียลแบบอิทธิพลเต็มรูปแบบ และพารามิเตอร์ในแบบจำลองที่ต้องประมาณค่า คือ μ, τ_i และ β_jซึ่งสมการปกติทั้งหมดนี้จะถูกเขียนให้อยู่ในรูปแบบทั่วไปสามารถใช้ได้กับแผนแบบแฟคทอเรียล 2 ปัจจัยที่มีข้อมูลสูญหายหนึ่งค่าได้ทุกตำแหน่ง

4.3.4.1 ลดรูปอิทธิพลของ $\hat{\tau}_i$ เพื่อไปสู่การคำนวณหา $R(\mu^{R_1},\beta^{R_1})$

เมื่ออ้างอิงจากตารางที่ 4.7 ซึ่ง $c = 3$ การหาสมการปกติและการประมาณค่าพารามิเตอร์แบบลดรูปอิทธิพลของ $\hat{\tau}_i$ และ $\left(\widehat{\tau\beta}\right)_{ij}$ สามารถแบ่งออกเป็น 2 ประเภท คือ

1. สมการปกติและการประมาณค่าพารามิเตอร์ที่มีข้อมูลสูญหายกระทบ

พิจารณาค่าเฉลี่ยรวม

$$\hat{\mu}: (abn-1)\hat{\mu} + (abn)\hat{\beta}_1 + (abn)\hat{\beta}_2 + (abn-1)\hat{\beta}_c + \cdots + (abn)\hat{\beta}_b = y_{...} \tag{4.43}$$

พิจารณาอิทธิพลของ

$$\hat{\beta}_c: (an-1)\hat{\mu} + (an-1)\hat{\beta}_c = y_{.c.} \tag{4.44}$$

2. สมการปกติและการประมาณค่าพารามิเตอร์ที่ไม่มีข้อมูลสูญหายกระทบ

พิจารณาอิทธิพลของ

$$\hat{\beta}_j: an\hat{\mu} + an\hat{\beta}_j = y_{.j.} \qquad \text{เมื่อ } j \neq c \tag{4.45}$$

ด้วยคุณสมบัติของสมการข้อจำกัดดังสมการที่ (4.14)

$$\sum_{j=1}^{b} \hat{\beta}_j = 0 \tag{4.14}$$

นำสมการข้อจำกัดดังสมการที่ (4.14) แทนค่าในสมการปกติดังสมการที่ (4.43) แสดงได้ตามลำดับดังนี้

พิจารณาค่าเฉลี่ยรวม

$$\hat{\mu}: (abn-1)\hat{\mu} - \hat{\beta}_c = y_{...} \tag{4.46}$$

จากสมการที่ (4.44) ถึง สมการที่ (4.46) สามารถแก้สมการเชิงเส้น เพื่อหาการประมาณค่าพารามิเตอร์แบบลดรูปอิทธิพลของ $\hat{\tau}_i$ และ $\widehat{(\tau\beta)}_{ij}$ ได้ดังนี้

$$\hat{\mu}^{R_1} = \frac{(an-1)y_{...} + y_{.c.}}{abn(an-1)} \tag{4.47}$$

$$\hat{\beta}_c^{R_1} = \frac{-(an-1)y_{...} + (abn-1)y_{.c.}}{abn(an-1)} \tag{4.48}$$

$$\hat{\beta}_j^{R_1} = \frac{y_{.j.}}{an} - \frac{(an-1)y_{...} + y_{.c.}}{abn(an-1)} \qquad \text{เมื่อ } j \neq c \tag{4.49}$$

4.3.4.2 ลดรูปอิทธิพลของ $\hat{\boldsymbol{\beta}}_{\boldsymbol{j}}$ เพื่อไปสู่การคำนวณหา $R(\mu^{R_2}, \tau^{R_2})$

จากตารางที่ 4.7 ซึ่ง เมื่อ $r = 3$ การหาสมการปกติและการประมาณค่าพารามิเตอร์แบบลดรูปอิทธิพลของ $\hat{\beta}_j$ และ $\widehat{(\tau\beta)}_{ij}$ สามารถแบ่งออกเป็น 2 ประเภท คือ

1. สมการปกติและการประมาณค่าพารามิเตอร์ที่มีข้อมูลสูญหายกระทบ

พิจารณาค่าเฉลี่ยรวม

$$\hat{\mu}: (abn-1)\hat{\mu} + (abn)\hat{\tau}_1 + (abn)\hat{\tau}_2 + (abn-1)\hat{\tau}_r + \ldots + (abn)\hat{\tau}_a = y_{...} \tag{4.50}$$

พิจารณาอิทธิพลของ

$$\hat{\tau}_r: (bn-1)\hat{\mu} + (bn-1)\hat{\tau}_r = y_{r..} \quad (4.51)$$

2. สมการปกติและการประมาณค่าพารามิเตอร์ที่ไม่มีข้อมูลสูญหายกระทบ
พิจารณาอิทธิพลของ

$$\hat{\tau}_i: bn\hat{\mu} + bn\hat{\tau}_i = y_{i..} \qquad \text{เมื่อ } i \neq r \quad (4.52)$$

ด้วยคุณสมบัติของสมการข้อจำกัดดังสมการที่ (4.11)

$$\textstyle\sum_{i=1}^{a} \hat{\tau}_i = 0 \quad (4.11)$$

นำสมการข้อจำกัดดังสมการที่ (4.11) แทนค่าในสมการปกติดังสมการที่ (4.50) แสดงได้ตามลำดับดังนี้
พิจารณาค่าเฉลี่ยรวม

$$\hat{\mu}: (abn-1)\hat{\mu} - \hat{\tau}_r = y_{...} \quad (4.53)$$

จากสมการที่ (4.51) ถึง สมการที่ (4.53) สามารถแก้สมการเชิงเส้น เพื่อหาการประมาณค่าพารามิเตอร์แบบลดรูปอิทธิพลของ $\hat{\beta}_j$ และ $\left(\widehat{\tau\beta}\right)_{ij}$ ได้ดังนี้

$$\hat{\mu}^{R_2} = \frac{(bn-1)y_{...}+y_{r..}}{abn(bn-1)} \quad (4.54)$$

$$\hat{\tau}_r^{R_2} = \frac{-(bn-1)y_{...}+(abn-1)y_{r..}}{abn(bn-1)} \quad (4.55)$$

$$\hat{\tau}_i^{R_2} = \frac{y_{i..}}{bn} - \frac{(bn-1)y_{...}+y_{r..}}{abn(bn-1)} \qquad \text{เมื่อ } i \neq r \quad (4.56)$$

4.3.5 สมการถดถอยผลบวกกำลังสองแบบลดรูปอิทธิพลของพารามิเตอร์

<u>*บริบทที่ 4.3*</u> แผนแบบแฟคทอเรียล 2 ระดับ กรณีมีข้อมูลสูญหายหนึ่งค่า สามารถแสดงรูปแบบของสมการถดถอยของผลบวกกำลังสองแบบลดรูปอิทธิพลของพารามิเตอร์ $\hat{\tau}_i$ และ $\left(\widehat{\tau\beta}\right)_{ij}$ ดังสมการที่ (4.57) และสมการถดถอยของผลบวกกำลังสองแบบลดรูปอิทธิพลของพารามิเตอร์ $\hat{\beta}_j$ และ $\left(\widehat{\tau\beta}\right)_{ij}$ ดังสมการที่ (4.58) ตามลำดับดังนี้

$$R(\mu^{R_1}, \beta^{R_1}) = \frac{1}{an}\textstyle\sum_{j=1}^{b} y_{.j.}^2 + \frac{y_{.c.}^2}{an-1} \quad (4.57)$$

$$R(\mu^{R_2}, \tau^{R_2}) = \frac{1}{bn}\textstyle\sum_{i=1}^{a} y_{i..}^2 + \frac{y_{r..}^2}{bn-1} \quad (4.58)$$

บทพิสูจน์สมการถดถอยผลบวกกำลังสองแบบลดรูปอิทธิพลของพารามิเตอร์ $\hat{\tau}_i$ และ $\left(\widehat{\tau\beta}\right)_{ij}$ นั่นคือ $R(\mu^{R_1}, \beta^{R_1})$ สามารถดูได้ที่ภาคผนวกที่ 9 และบทพิสูจน์สมการถดถอยผลบวกกำลังสองแบบลดรูปอิทธิพลของพารามิเตอร์ $\hat{\beta}_j$ และ $\left(\widehat{\tau\beta}\right)_{ij}$ นั่นคือ $R(\mu^{R_2}, \tau^{R_2})$ สามารถดูได้ที่ภาคผนวกที่ 10

4.3.6 วิเคราะห์ความแปรปรวน

บริบทที่ 4.4 แผนแบบแฟคทอเรียล 2 ปัจจัยคือ ปัจจัย A มี a ระดับ และปัจจัย B มี b ระดับ ทำซ้ำ n ครั้ง กรณีมีข้อมูลสูญหายหนึ่งค่า สามารถวิเคราะห์ความแปรปรวนได้โดยการหาผลต่างสมการถดถอยผลบวกกำลังสองแบบอิทธิพลเต็มรูปแบบกับสมการถดถอยผลบวกกำลังสองแบบลดรูปอิทธิพลของพารามิเตอร์ จะได้ผลบวกกำลังสองของแต่ละปัจจัย ดังนี้

$$SS_A = \frac{\sum_{All\,i}^{a} y_{i..}^2}{bn} - \frac{y_{.c.}^2}{an(an-1)} - \frac{y_{...}^2}{abn} + K \tag{4.59}$$

$$SS_B = \frac{\sum_{All\,j}^{b} y_{.j.}^2}{an} - \frac{y_{r..}^2}{bn(bn-1)} - \frac{y_{...}^2}{abn} + K \tag{4.60}$$

$$SS_{AB} = \frac{y_{...}^2 + ab\sum_{All\,i}^{a}\sum_{All\,j}^{b} y_{ij.}^2 - a\sum_{All\,i}^{a} y_{i..}^2 - b\sum_{All\,j}^{b} y_{.j.}^2}{abn} + \frac{y_{rc.}^2}{n(n-1)} - K \tag{4.61}$$

กำหนดให้ $K = \frac{[y_{...} - (by_{.c.} + ay_{r..})]^2}{abn(abn-a-b+1)}$

บทพิสูจน์ผลบวกกำลังสองของแต่ละปัจจัยสามารถดูได้ที่ภาคผนวกที่ 11

นอกจากนี้ผลบวกกำลังสองของผลรวมทั้งหมด (SS_{Total}) และผลบวกกำลังสองของความคลาดเคลื่อน (SS_{Error}) เมื่อมีข้อมูลสูญหายหนึ่งค่า สามารถคำนวณได้ดังนี้

$$SS_{Total} = \sum_{i=1}^{a}\sum_{j=1}^{b}\sum_{k=1}^{n} y_{ijk}^2 - \frac{y_{...}{}^2}{abn-1}$$
$$SS_{Error} = \sum_{i=1}^{a}\sum_{j=1}^{b}\sum_{k=1}^{n}\left(y_{ijk} - \bar{y}_{ij.}\right)^2$$
$$df_A = a - 1$$
$$df_B = b - 1$$
$$df_{AB} = (a-1)(b-1)$$
$$df_{Total} = (abn - 1) - 1$$
$$df_{Error} = [ab(n-1)] - 1$$

4.4 การเปรียบเทียบวิธีการแก้ปัญหาข้อมูลสูญหาย

จากบทที่ 2 ได้อ้างอิงสูตรของวิธีการประมาณค่าข้อมูลที่สูญหายทั้ง 3 วิธี ส่วนเนื้อหาในบทนี้ได้เสนอที่มาของสูตรเมื่อเกิดข้อมูลที่สูญหายหนึ่งค่าในแบบแผนการทดลองแบบแฟคทอเรียล ซึ่งในบทนี้จะนำเสนอการเปรียบเทียบวิธีตรง (Exact Approach) กับการแก้ไขปัญหาด้วยวิธีการประมาณค่าข้อมูลสูญหาย (Missing Plot Method) 2 วิธี คือ 1.วิธีการประมาณค่าข้อมูลสูญหายด้วยวิธีกำลังสองน้อยสุด (Missing Plot with Least Square Method) 2.วิธีการประมาณค่าข้อมูลสูญหายด้วยวิธีเฉลี่ย (Missing Plot with Overall Mean Method)

ซึ่งหลักการดำเนินงานของบทที่ 4 นั้นจะทำการศึกษากับกรณีศึกษา 3 กรณี ดังนี้

กรณีศึกษาที่ 1 แผนการทดลองแบบแฟคทอเรียล ที่มี 2 ปัจจัย ดัดแปลงมาจากงานของ Deshpande (1995) ดูการเปรียบเทียบที่ หัวข้อ 4.4.1

กรณีศึกษาที่ 2 แผนการทดลองแบบแฟคทอเรียล ที่มี 2 ปัจจัย ดัดแปลงมาจากงานของ Deshpande (1995) ดูการเปรียบเทียบที่ หัวข้อ 4.4.2

กรณีศึกษาที่ 3 แผนการทดลองแบบแฟคทอเรียล ที่มี 2 ปัจจัย ดัดแปลงมาจากงานของ Winer (1962) ดูการเปรียบเทียบที่ หัวข้อ 4.4.3

โดยเกณฑ์ที่ใช้ในการเปรียบเทียบประกอบด้วย 1. ค่าผลบวกกำลังสองของความคลาดเคลื่อน (Error Sum of Squares (SS_E)) 2. ค่าผลบวกกำลังสองของปัจจัย A (SS_A) ค่าผลบวกกำลังสองของปัจจัย B (SS_B) และค่าผลบวกกำลังสองปัจจัยร่วม AB (SS_{AB}) 3. ค่าสถิติทดสอบ (F-Test)

4.4.1 การเปรียบเทียบวิธีการแก้ปัญหาข้อมูลสูญหาย กรณีศึกษาที่ 1

จากกรณีศึกษาในงานของ Deshpande (1995) ได้ศึกษา การพิจารณาการทดสอบความแตกต่างของเครื่องพิมพ์ 3 ชนิด ที่มีความเร็วในการพิมพ์ที่แตกต่างกัน และได้สนใจหนังสือ 3 ชนิด ได้แก่ นวนิยาย หนังสือพิมพ์ และวิทยาศาสตร์ โดยกำหนดให้

ปัจจัยชนิดของเครื่องพิมพ์	แทน แถว มีทั้งหมด 3 ระดับ ได้แก่ ชนิด A ชนิด B ชนิด C
ปัจจัยชนิดของหนังสือ	แทน คอลัมน์ มีทั้งหมด 3 ระดับได้แก่ นวนิยาย หนังสือพิมพ์ วิทยาศาสตร์

มีการกระทำซ้ำทั้งหมด 2 ครั้ง

โดยผู้ทดลองตัดสินใจเลือกใช้แผนแบบแฟคทอเรียล ในการทดลองและวิเคราะห์ข้อมูลแสดงข้อมูลที่เก็บรวบรวมได้ดังตารางที่ 4.8

ตารางที่ 4.8 การบันทึกข้อมูลตามค่าจริงที่เก็บได้ ตามแผนแบบแฟคทอเรียล ของกรณีศึกษาที่ 1

ประเภทหนังสือ						
ชนิด	**นวนิยาย**		**หนังสือพิมพ์**		**วิทยาศาสตร์**	
A	175		150	147	135	91
B	314	370	159	103	106	89
C	190	95	213	197	112	99

หมายเหตุ ดัดแปลงมาจากงานของ Deshpande (1995)

ในงานวิจัยครั้งนี้มีความสนใจที่จะนำเสนอวิธีการแก้ปัญหาข้อมูลสูญหายหนึ่งค่าในแผนแบบแฟคทอเรียลด้วย 3 วิธีการ คือ

1.การวิเคราะห์ข้อมูลโดยวิธีตรง กรณีศึกษาที่ 1

การวิเคราะห์ข้อมูลด้วยวิธีตรง เมื่อแผนแบบทดลองแบบแฟคทอเรียลเกิดข้อมูลสูญหายจะใช้เฉพาะข้อมูลที่เก็บค่าได้จริงเท่านั้นมาคำนวณหาค่าผลบวกกำลังสองสำหรับใช้ในการสร้างตารางการวิเคราะห์ความแปรปรวน การคำนวณหาค่าผลบวกกำลังสองแบบละเอียด เพื่อใช้ในการสร้างตารางการวิเคราะห์ความแปรปรวนสามารถดูได้ที่ภาคผนวกที่ 12 ผลการวิเคราะห์ข้อมูลสรุปเป็นตารางวิเคราะห์ความแปรปรวน แสดงได้ดังตารางที่ 4.9

ตารางที่ 4.9 การวิเคราะห์ความแปรปรวนของข้อมูลด้วยวิธีตรง (กรณีศึกษาที่ 1)

แหล่งความแปรปรวน	ผลบวกกำลังสอง	องศาความเป็นอิสระ	ค่ากำลังสองเฉลี่ย	สถิติทดสอบ
ปัจจัย A	5801	2	2900	0.66
ปัจจัย B	39385	2	19693	4.47
ปฏิสัมพันธ์ AB	43841	4	10960	9.77
ความคลาดเคลื่อน	8978	8	1122	
ผลรวม	**100194**	**16**		

2.การวิเคราะห์ข้อมูลโดยวิธีการประมาณค่าข้อมูลสูญหายด้วยวิธีกำลังสองน้อยสุด กรณีศึกษาที่ 1

การวิเคราะห์ข้อมูลโดยวิธีการประมาณค่าข้อมูลสูญหายด้วยวิธีกำลังสองน้อยสุดจะต้องประมาณค่า ข้อมูลที่ไม่ทราบค่าด้วยวิธีกำลังสองน้อยสุดก่อน จึงจะคำนวณหาค่าผลบวกกำลังสองสำหรับใช้ในการสร้างตารางการวิเคราะห์ความแปรปรวนตามปกติได้

จากหัวข้อที่ 4.1 ในสมการที่ (4.2) สามารถแทนค่าเพื่อคำนวณหาข้อมูลที่สูญหายได้ดังนี้

$$\hat{Y}^{LS}_{missing} = \frac{y'_{rc.}}{n-1}$$
$$\hat{Y}^{LS}_{missing} = \frac{175}{2-1}$$
$$\hat{Y}^{LS}_{missing} = 175$$

จากกรณีที่ 1 สามารถคำนวณหาค่าที่สูญหายจากวิธีการประมาณค่าที่สูญหายด้วยวิธีกำลังสองน้อยสุดดังสมการที่ (4.2) ได้ข้อมูลที่สูญหายเท่ากับ 175 แทนค่าข้อมูลที่ประมาณค่าได้ในตารางเก็บข้อมูลแสดงผลข้อมูลที่เก็บรวบรวมได้และข้อมูลที่ ประมาณค่าได้ดังตารางที่ 4.10

ตารางที่ 4.10 การบันทึกข้อมูลแบบแทนค่าข้อมูลสูญหาย(วิธีการประมาณค่าข้อมูลสูญหายด้วยวิธีกำลังสองน้อยสุด)

	ประเภทหนังสือ					
ชนิด	**นวนิยาย**		**หนังสือพิมพ์**		**วิทยาศาสตร์**	
A	175	175	150	147	135	91
B	314	370	159	103	106	89
C	190	95	213	197	112	99

จากงานของ Montgomery (1984) จะใช้สูตรการวิเคราะห์ความแปรปรวนแบบทั่วไป (Classical ANOVA) กรณีไม่มีข้อมูลสูญหาย เพื่อใช้ในการสร้างตารางการวิเคราะห์ความแปรปรวนวิธีการคำนวณอย่างละเอียดดูในภาคผนวกที่ 13 ผลการวิเคราะห์ข้อมูลสรุปเป็นตารางวิเคราะห์ความแปรปรวนของข้อมูลด้วยวิธีกำลังสองน้อยสุด ในกรณีศึกษาที่ 1 แสดงได้ดังตารางที่ 4.11

ตารางที่ 4.11 การวิเคราะห์ความแปรปรวนของข้อมูลด้วยวิธีกำลังสองน้อยสุด (กรณีศึกษาที่ 1)

แหล่งความแปรปรวน	ผลบวกกำลังสอง	องศาความเป็นอิสระ	ค่ากำลังสองเฉลี่ย	สถิติทดสอบ
ปัจจัย A	7119	2	3559	3.57
ปัจจัย B	39335	2	19668	19.72
ปฏิสัมพันธ์ AB	44935	4	11234	11.26
ความคลาดเคลื่อน	8978	9	998	
ผลรวม	100367	17		

3.การวิเคราะห์ข้อมูลโดยวิธีการประมาณค่าข้อมูลสูญหายด้วยวิธีเฉลี่ย กรณีศึกษาที่ 1

การวิเคราะห์ข้อมูลโดยวิธีการประมาณค่าข้อมูลสูญหายด้วยวิธีเฉลี่ยจะต้องประมาณค่าข้อมูลที่ไม่ทราบค่าด้วยสูตรการคำนวณซึ่งได้กล่าวในบทที่ 4 สมการที่ (4.3) ก่อน จึงจะคำนวณหาค่าผลบวกกำลังสองสำหรับใช้ในการสร้างตารางการวิเคราะห์ความแปรปรวนตามปกติได้ ดังนี้

$$\hat{Y}^{OM}_{missing} = \frac{\sum_{i=1}^{a}\sum_{j=1}^{b}\sum_{k=1}^{n} y_{ijk}}{abn-1}$$

$$\hat{Y}^{OM}_{missing} = \frac{175+175+150+\cdots+99}{17}$$

$$\hat{Y}^{OM}_{missing} = 161.4706$$

หมายเหตุ $\hat{Y}^{OM}_{missing}$ คือ ค่าเฉลี่ยของข้อมูลที่ไม่สูญหาย

y_{ijk} คือ ข้อมูลในแผนแบบทดลอง

abn คือ จำนวนข้อมูลที่ไม่สูญหายของตัวแปร

จากกรณีที่ 1 สามารถคำนวณหาค่าที่สูญหายจากวิธีการประมาณค่าที่สูญหายด้วยวิธีเฉลี่ยดังสมการที่ (4.3) ได้ข้อมูลที่สูญหายเท่ากับ 161.4706 แทนค่าข้อมูลที่ประมาณค่าได้ในตารางเก็บข้อมูลแสดงผลข้อมูลที่เก็บรวบรวมได้และข้อมูลที่ ประมาณค่าได้ดังตารางที่ 4.12

ตารางที่ 4.12 การบันทึกข้อมูลแบบแทนค่าข้อมูลสูญหาย
(วิธีการประมาณค่าข้อมูลสูญหายด้วยวิธีเฉลี่ย)

ประเภทหนังสือ						
ชนิด	**นวนิยาย**		**หนังสือพิมพ์**		**วิทยาศาสตร์**	
A	175	161.47	150	147	135	91
B	314	370	159	103	106	89
C	190	95	213	197	112	99

จากงานของ Montgomery (1984) จะใช้สูตรการวิเคราะห์ความแปรปรวนแบบทั่วไป (Classical ANOVA) กรณีไม่มีข้อมูลสูญหาย เพื่อใช้ในการสร้างตารางการวิเคราะห์ความแปรปรวนวิธีคำนวณอย่างละเอียดดูที่ภาคผนวกที่ 14 ผลการวิเคราะห์ข้อมูลสรุปเป็นตารางวิเคราะห์ความแปรปรวน แสดงได้ดังตารางที่ 4.13

ตารางที่ 4.13 การวิเคราะห์ความแปรปรวนของข้อมูลด้วยวิธีเฉลี่ย (กรณีศึกษาที่ 1)

แหล่งความแปรปรวน	ผลบวกกำลังสอง	องศาความเป็นอิสระ	ค่ากำลังสองเฉลี่ย	สถิติทดสอบ
ปัจจัย A	7592	2	3796	3.77
ปัจจัย B	37797	2	18898	18.75
ปฏิสัมพันธ์ AB	45736	4	11434	11.35
ความคลาดเคลื่อน	9070	9	1008	
ผลรวม	100194	17		

ในการวิจัยครั้งนี้ผู้วิจัยได้เปรียบเทียบ 3 วิธี (กรณีศึกษาที่ 1) โดยได้เปรียบเทียบผลบวกกำลังสอง ค่าเฉลี่ยกำลังสอง และ ค่าสถิติทดสอบ ซึ่งสามารถเขียนได้ดังตารางที่ 4.14 และ ตารางที่ 4.15

ตารางที่ 4.14 การเปรียบเทียบผลบวกกำลังสองและค่าเฉลี่ยกำลังสอง (กรณีศึกษาที่ 1)

วิธีการ	SS_E	SS_A	SS_B	SS_{AB}	MS_E	MS_A	MS_B	MS_{AB}
วิธีที่ 1	8978	5801	39385	43841	1122	2900	19693	10960
วิธีที่ 2 (ค่าประมาณ เท่ากับ 175)	8978	7119	39335	44935	998	3559	19668	11234
วิธีที่ 3 (ค่าประมาณ เท่ากับ 161.47)	9070	7592	37797	45736	1008	3796	18898	11434

ตารางที่ 4.15 การเปรียบเทียบค่าสถิติทดสอบ (กรณีศึกษาที่ 1)

วิธีการ	F_A	F_B	F_{AB}
วิธีที่ 1	0.66	4.47	9.77
วิธีที่ 2 (ค่าประมาณ เท่ากับ 175)	3.57	19.72	11.26
วิธีที่ 3 (ค่าประมาณ เท่ากับ 161.47)	3.77	18.75	11.35

สามารถพิสูจน์การประมาณค่าได้จากภาคผนวกที่ 16 การตรวจสอบค่าผลบวกกำลังสองและค่าเฉลี่ยกำลังสอง (กรณีศึกษาที่ 1)

4.4.2 การเปรียบเทียบวิธีการแก้ปัญหาข้อมูลสูญหาย กรณีศึกษาที่ 2

จากกรณีศึกษาในงานของ Deshpande (1995) ได้ศึกษาจำนวนวันที่เติบโตเต็มที่ สำหรับการปลูกธัญพืช 3 ลักษณะ ในชนิดของดิน 3 ชนิด โดยกำหนดดังนี้

ปัจจัยลักษณะ แทน แถว มีทั้งหมด 3 ระดับ ได้แก่ ลักษณะ A ลักษณะ B ลักษณะ C

ปัจจัยชนิดของดิน แทน คอลัมน์ มีทั้งหมด 2 ระดับ ได้แก่ เบา หนัก

มีการกระทำซ้ำทั้งหมด 3 ครั้ง

โดยผู้ทดลองตัดสินใจเลือกใช้แผนแบบแฟคทอเรียล ในการทดลองและวิเคราะห์ข้อมูลแสดงข้อมูลที่เก็บรวบรวมได้ดังตารางที่ 5.9

ตารางที่ 4.16 การบันทึกข้อมูลตามค่าจริงที่เก็บได้ ตามแผนแบบแฟคทอเรียล ของกรณีศึกษาที่ 2

ชนิดของดิน						
ลักษณะ	**เบา**			**หนัก**		
A	**115**	**123**	**142**	**117**	**125**	**139**
B	**114**	**124**	**106**	**91**	**111**	**110**
C	**146**	**151**	**165**	**97**	**108**	

หมายเหตุ ดัดแปลงมาจากงานของ Deshpande (1995)

ในงานวิจัยครั้งนี้มีความสนใจที่จะนำเสนอวิธีการแก้ปัญหาข้อมูลสูญหายหนึ่งค่าในแผนแบบแฟคทอเรียลด้วย 3 วิธีการ คือ

1.การวิเคราะห์ข้อมูลโดยวิธีตรง กรณีศึกษาที่ 2

การวิเคราะห์ข้อมูลด้วยวิธีตรง เมื่อแผนแบบทดลองแบบแฟคทอเรียลเกิดข้อมูลสูญหายจะใช้เฉพาะข้อมูลที่เก็บค่าได้จริงเท่านั้นมาคำนวณหาค่าผลบวกกำลังสองสำหรับใช้ในการสร้างตารางการวิเคราะห์ความแปรปรวน การคำนวณหาค่าผลบวกกำลังสองโดยแสดงวิธีทำอย่างละเอียดในภาคผนวกที่ 12 ตารางที่ ผ12.4 การคำนวณด้วยวิธีตรง (กรณีศึกษาที่ 2) ผลการวิเคราะห์ข้อมูลสรุปเป็นตารางวิเคราะห์ความแปรปรวน แสดงได้ดังตารางที่ 4.17

ตารางที่ 4.17 การวิเคราะห์ความแปรปรวนของข้อมูลด้วยวิธีตรง (กรณีศึกษาที่ 2)

แหล่งความแปรปรวน	**ผลบวกกำลังสอง**	**องศาความเป็นอิสระ**	**ค่ากำลังสองเฉลี่ย**	**สถิติทดสอบ**
ปัจจัย A	1554.4	2	777.2	3.12
ปัจจัย B	1422.7	1	1422.7	5.72
ปฏิสัมพันธ์ AB	1930.8	2	965.4	8.14
ความคลาดเคลื่อน	1303.8	11	118.5	
ผลรวม	6404.1	16		

2.การวิเคราะห์ข้อมูลโดยวิธีการประมาณค่าข้อมูลสูญหายด้วยวิธีกำลังสองน้อยสุด กรณีศึกษาที่ 2

การวิเคราะห์ข้อมูลโดยวิธีการประมาณค่าข้อมูลสูญหายด้วยวิธีกำลังสองน้อยสุดจะต้องประมาณค่า ข้อมูลที่ไม่ทราบค่าด้วยวิธีกำลังสองน้อยสุดก่อน จึงจะคำนวณหาค่าผลบวกกำลังสองสำหรับใช้ในการสร้างตารางการวิเคราะห์ความแปรปรวนตามปกติได้

จากหัวข้อที่ 4.1 ในสมการที่ (4.2) สามารถแทนค่าเพื่อคำนวณหาข้อมูลที่สูญหายได้ดังนี้

$$\hat{Y}^{LS}_{missing} = \frac{y'_{rc.}}{n-1}$$
$$\hat{Y}^{LS}_{missing} = \frac{97+108}{3-1}$$
$$\hat{Y}^{LS}_{missing} = 102.5$$

จากกรณีที่ 2 สามารถคำนวณหาค่าที่สูญหายจากวิธีการประมาณค่าที่สูญหายด้วยวิธีกำลังสองน้อยสุดดังสมการที่ (4.2) ได้ข้อมูลที่สูญหายเท่ากับ 102.5 แทนค่าข้อมูลที่ประมาณค่าได้ในตารางเก็บข้อมูลแสดงผลข้อมูลที่เก็บรวบรวมได้และข้อมูลที่ ประมาณค่าได้ดังตารางที่ 4.18

ตารางที่ 4.18 การบันทึกข้อมูลแบบแทนค่าข้อมูลสูญหาย (วิธีการประมาณค่าข้อมูลสูญหายด้วยวิธีกำลังสองน้อยสุด)

ชนิดของดิน						
ลักษณะ	เบา			หนัก		
A	115	123	142	117	125	139
B	114	124	106	91	111	110
C	146	151	165	97	108	102.5

จากงานของ Montgomery (1984) จะใช้สูตรการวิเคราะห์ความแปรปรวนแบบทั่วไป (Classical ANOVA) กรณีไม่มีข้อมูลสูญหาย เพื่อใช้ในการสร้างตารางการวิเคราะห์ความแปรปรวนวิธีคำนวณอย่างละเอียดดูที่ภาคผนวกที่ 13 ผลการวิเคราะห์ข้อมูลสรุปเป็นตารางวิเคราะห์ความแปรปรวน แสดงได้ดังตารางที่ 4.19

ตารางที่ 4.19 การวิเคราะห์ความแปรปรวนของข้อมูลด้วยวิธีกำลังสองน้อยสุด (กรณีศึกษาที่ 2)

แหล่งความแปรปรวน	ผลบวกกำลังสอง	องศาความเป็นอิสระ	ค่ากำลังสองเฉลี่ย	สถิติทดสอบ
ปัจจัย A	1332.2	2	666.1	6.13
ปัจจัย B	1911.7	1	1911.7	17.59
ปฏิสัมพันธ์ AB	2237.5	2	1118.8	10.3
ความคลาดเคลื่อน	1303.8	12	108.7	
ผลรวม	6785.2	17		

3.การวิเคราะห์ข้อมูลโดยวิธีการประมาณค่าข้อมูลสูญหายด้วยวิธีเฉลี่ย กรณีศึกษาที่ 2

การวิเคราะห์ข้อมูลโดยวิธีการประมาณค่าข้อมูลสูญหายด้วยวิธีเฉลี่ยจะต้องประมาณค่าข้อมูลที่ไม่ทราบค่าด้วย สูตรการคำนวณซึ่งได้กล่าวในบทที่ 4 สมการที่ (4.3) ก่อน จึงจะคำนวณหาค่าผลบวกกำลังสองสำหรับใช้ในการสร้างตารางการวิเคราะห์ความแปรปรวนตามปกติได้ ดังนี้

$$\hat{Y}^{OM}_{missing} = \frac{\sum_{i=1}^{a}\sum_{j=1}^{b}\sum_{k=1}^{n} y_{ijk}}{abn-1}$$

$$\hat{Y}^{OM}_{missing} = \frac{115+123+142+\cdots+108}{17}$$

$$\hat{Y}^{OM}_{missing} = 122.5882$$

หมายเหตุ $\hat{Y}^{OM}_{missing}$ คือ ค่าเฉลี่ยของข้อมูลที่ไม่สูญหาย

y_{ijk} คือ ข้อมูลในแผนแบบทดลอง

abn คือ จำนวนข้อมูลที่ไม่สูญหายของตัวแปร

จากกรณีที่ 2 สามารถคำนวณหาค่าที่สูญหายจากวิธีการประมาณค่าที่สูญหายด้วยวิธีเฉลี่ยดังสมการที่ (4.3) ได้ข้อมูลที่สูญหายเท่ากับ 122.6 แทนค่าข้อมูลที่ประมาณค่าได้ในตารางเก็บข้อมูลแสดงผลข้อมูลที่เก็บรวบรวมได้และข้อมูลที่ ประมาณค่าได้ดังตารางที่ 4.20

ตารางที่ 4.20 การบันทึกข้อมูลแบบแทนค่าข้อมูลสูญหาย (วิธีการประมาณค่าข้อมูลสูญหายด้วยวิธีเฉลี่ย)

	ชนิดของดิน					
ลักษณะ	**เบา**			**หนัก**		
A	115	123	142	117	125	139
B	114	124	106	91	111	110
C	146	151	165	97	108	122.6

จากงานของ Montgomery (1984) จะใช้สูตรการวิเคราะห์ความแปรปรวนแบบทั่วไป (Classical ANOVA) กรณีไม่มีข้อมูลสูญหาย เพื่อใช้ในการสร้างตารางการวิเคราะห์ความแปรปรวนวิธีคำนวณอย่างละเอียดดูที่ภาคผนวกที่ 14 ผลการวิเคราะห์ข้อมูลสรุปเป็นตารางวิเคราะห์ความแปรปรวน แสดงได้ดังตารางที่ 4.21

ตารางที่ 4.21 การวิเคราะห์ความแปรปรวนของข้อมูลด้วยวิธีเฉลี่ย (กรณีศึกษาที่ 2)

แหล่งความแปรปรวน	ผลบวกกำลังสอง	องศาความเป็นอิสระ	ค่ากำลังสองเฉลี่ย	สถิติทดสอบ
ปัจจัย A	**1649.3**	**2**	**824.7**	**6.29**
ปัจจัย B	**1520.1**	**1**	**1520.1**	**11.6**
ปฏิสัมพันธ์ AB	**1661.9**	**2**	**830.9**	**6.34**
ความคลาดเคลื่อน	**1572.9**	**12**	**131.1**	
ผลรวม	**6404.1**	**17**		

ในการวิจัยครั้งนี้ผู้วิจัยได้เปรียบเทียบ 3 วิธี (กรณีศึกษาที่ 2) โดยได้เปรียบเทียบผลบวกกำลังสอง ค่าเฉลี่ยกำลังสอง และ ค่าสถิติทดสอบ ซึ่งสามารถเขียนได้ดังตารางที่ 4.22 และ ตารางที่ 4.23

ตารางที่ 4.22 การเปรียบเทียบผลบวกกำลังสองและค่าเฉลี่ยกำลังสอง (กรณีศึกษาที่ 2)

วิธีการ	SS_E	SS_A	SS_B	SS_{AB}	MS_E	MS_A	MS_B	MS_{AB}
วิธีที่ 1	1303.8	1554.4	1422.7	1930.8	118.5	777.2	1422.7	965.4
วิธีที่ 2 (ค่าประมาณ เท่ากับ 102.5)	1303.8	1332.2	1911.7	2237.5	108.7	666.1	1911.7	1118.8
วิธีที่ 3 (ค่าประมาณ เท่ากับ 122.5882)	1572.9	1649.3	1520.1	1661.9	131.1	824.7	1520.1	830.9

ตารางที่ 4.23 การเปรียบเทียบค่าสถิติทดสอบ (กรณีศึกษาที่ 2)

วิธีการ	F_A	F_B	F_{AB}
วิธีที่ 1	3.12	5.72	8.14
วิธีที่ 2 (ค่าประมาณ เท่ากับ 102.5)	6.13	17.59	10.3
วิธีที่ 3 (ค่าประมาณ เท่ากับ 122.5882)	**6.29**	**11.6**	**6.34**

สามารถพิสูจน์การประมาณค่าได้จากภาคผนวกที่ 17 การตรวจสอบค่าผลบวกกำลังสองและค่าเฉลี่ยกำลังสอง (กรณีศึกษาที่ 2)

4.4.3 การเปรียบเทียบวิธีการแก้ปัญหาข้อมูลสูญหาย กรณีศึกษาที่ 3

จากกรณีศึกษาในงานของ Winer (1962) สมมติว่าระดับของปัจจัย A แทน 2 วิธีสำหรับการสอบเทียบหน้าปัดและของปัจจัย B แทน 4 ระดับของการส่องสว่างพื้นหลัง วัดเกณฑ์คะแนนความถูกต้องสำหรับชุดของการทดลอง โดยกำหนดดังนี้

ปัจจัย A วิธีสำหรับการสอบเทียบหน้าปัด แทน แถว มีทั้งหมด 2 ระดับ ได้แก่ a_1 a_2

ปัจจัย B การส่องสว่างพื้นหลัง แทน คอลัมน์ มีทั้งหมด 4 ระดับ ได้แก่ b_1 b_2 b_3 b_4

มีการกระทำซ้ำทั้งหมด 3 ครั้ง

โดยผู้ทดลองตัดสินใจเลือกใช้แผนแบบแฟคทอเรียล ในการทดลองและวิเคราะห์ข้อมูลแสดงข้อมูลที่เก็บรวบรวมได้ดังตารางที่ 4.24

ตารางที่ 4.24 การบันทึกข้อมูลตามค่าจริงที่เก็บได้ ตามแผนแบบแฟคทอเรียล ของกรณีศึกษาที่ 3

A	B												
		b_1			b_2			b_3			b_4		
	a_1	3	4	6	5	6	6	6	8	8	10	7	11
	a_2	2	3	4	3	5	6	12	12	8	12	11	

หมายเหตุ ดัดแปลงมาจากงานของ Winer (1962)

1.การวิเคราะห์ข้อมูลโดยวิธีตรง กรณีศึกษาที่ 3

การวิเคราะห์ข้อมูลด้วยวิธีตรง เมื่อแผนแบบทดลองแบบแฟคทอเรียลเกิดข้อมูลสูญหายจะใช้เฉพาะข้อมูลที่เก็บค่าได้จริงเท่านั้นมาคำนวณหาค่าผลบวกกำลังสองสำหรับใช้ในการสร้างตารางการวิเคราะห์ความแปรปรวน การคำนวณหาค่าผลบวกกำลังสองโดยแสดงวิธีทำอย่างละเอียดในภาคผนวกที่ 12 ตารางที่ ผ12.5 การคำนวณด้วยวิธีตรง (กรณีศึกษาที่ 3) ผลการวิเคราะห์ข้อมูลสรุปเป็นตารางวิเคราะห์ความแปรปรวน แสดงได้ดังตารางที่ 4.25

ตารางที่ 4.25 การวิเคราะห์ความแปรปรวนของข้อมูลด้วยวิธีตรง (กรณีศึกษาที่ 3)

แหล่งความแปรปรวน	ผลบวกกำลังสอง	องศาความเป็นอิสระ	ค่ากำลังสองเฉลี่ย	สถิติทดสอบ
ปัจจัย A	2.949	1	2.949	0.91
ปัจจัย B	163.558	3	54.519	16.91
ปฏิสัมพันธ์ AB	23.518	3	7.839	3.41
ความคลาดเคลื่อน	34.500	15	2.300	
ผลรวม	222.609	22		

2.การวิเคราะห์ข้อมูลโดยวิธีการประมาณค่าข้อมูลสูญหายด้วยวิธีกำลังสองน้อยสุด กรณีศึกษาที่ 3

การวิเคราะห์ข้อมูลโดยวิธีการประมาณค่าข้อมูลสูญหายด้วยวิธีกำลังสองน้อยสุดจะต้องประมาณค่าข้อมูลที่ไม่ทราบค่าด้วยวิธีกำลังสองน้อยสุดก่อน จึงจะคำนวณหาค่าผลบวกกำลังสองสำหรับใช้ในการสร้างตารางการวิเคราะห์ความแปรปรวนตามปกติได้

จากหัวข้อที่ 4.1 ในสมการที่ (4.2) สามารถแทนค่าเพื่อคำนวณหาข้อมูลที่สูญหายได้ดังนี้

$$\hat{Y}^{LS}_{missing} = \frac{y'_{rc.}}{n-1}$$
$$\hat{Y}^{LS}_{missing} = \frac{12+11}{3-1}$$
$$\hat{Y}^{LS}_{missing} = 11.5$$

จากกรณีที่ 3 สามารถคำนวณหาค่าที่สูญหายจากวิธีการประมาณค่าที่สูญหายด้วยวิธีกำลังสองน้อยสุดดังสมการที่ (4.2) ได้ข้อมูลที่สูญหายเท่ากับ 11.5 แทนค่าข้อมูลที่ประมาณค่าได้ในตารางเก็บข้อมูลแสดงผลข้อมูลที่เก็บรวบรวมได้และข้อมูลที่ประมาณค่าได้ดังตารางที่ 4.26

ตารางที่ 4.26 การบันทึกข้อมูลแบบแทนค่าข้อมูลสูญหาย (วิธีการประมาณค่าข้อมูลสูญหายด้วยวิธีกำลังสองน้อยสุด)

A	B											
		b_1			b_2			b_3			b_4	
	a_1	3	4	6	5	6	6	6	8	8	10	7	11
	a_2	2	3	4	3	5	6	12	12	8	12	11	11.5

จากงานของ Montgomery (1984) จะใช้สูตรการวิเคราะห์ความแปรปรวนแบบทั่วไป (Classical ANOVA) กรณีไม่มีข้อมูลสูญหาย เพื่อใช้ในการสร้างตารางการวิเคราะห์ความแปรปรวน วิธีการคำนวณอย่างละเอียดดูได้ในภาคผนวกที่ 13 ผลการวิเคราะห์ข้อมูลสรุปเป็นตารางวิเคราะห์ความแปรปรวน แสดงได้ดังตารางที่ 4.27

ตารางที่ 4.27 การวิเคราะห์ความแปรปรวนของข้อมูลด้วยวิธีกำลังสองน้อยสุด (กรณีศึกษาที่ 2)

แหล่งความแปรปรวน	ผลบวกกำลังสอง	องศาความเป็นอิสระ	ค่ากำลังสองเฉลี่ย	สถิติทดสอบ
ปัจจัย A	3.760	1	3.760	1.74
ปัจจัย B	180.781	3	60.260	27.95
ปฏิสัมพันธ์ AB	24.115	3	8.038	3.73
ความคลาดเคลื่อน	34.5	16	2.156	
ผลรวม	243.156	23		

3.การวิเคราะห์ข้อมูลโดยวิธีการประมาณค่าข้อมูลสูญหายด้วยวิธีเฉลี่ย กรณีศึกษาที่ 3

การวิเคราะห์ข้อมูลโดยวิธีการประมาณค่าข้อมูลสูญหายด้วยวิธี เฉลี่ยจะต้องประมาณค่าข้อมูลที่ไม่ทราบค่าด้วย สูตรการคำนวณซึ่งได้กล่าวในบทที่ 4 สมการที่ (4.3) ก่อน จึงจะคำนวณหาค่าผลบวกกำลังสองสำหรับใช้ในการสร้างตารางการวิเคราะห์ความแปรปรวนตามปกติได้ ดังนี้

$$\hat{Y}^{OM}_{missing} = \frac{\sum_{i=1}^{a}\sum_{j=1}^{b}\sum_{k=1}^{n} y_{ijk}}{abn-1}$$

$$\hat{Y}^{OM}_{missing} = \frac{3+4+6+\cdots+11}{23}$$

$$\hat{Y}^{OM}_{missing} = 6.8696$$

หมายเหตุ $\hat{Y}^{OM}_{missing}$ คือ ค่าเฉลี่ยของข้อมูลที่ไม่สูญหาย

y_{ijk} คือ ข้อมูลในแผนแบบทดลอง

abn คือ จำนวนข้อมูลที่ไม่สูญหายของตัวแปร

จากกรณีที่ 3 สามารถคำนวณหาค่าที่สูญหายจากวิธีการประมาณค่าที่สูญหายด้วยวิธีเฉลี่ยดังสมการที่ (4.3) ได้ข้อมูลที่สูญหายเท่ากับ 6.8696 แทนค่าข้อมูลที่ประมาณค่าได้ในตารางเก็บข้อมูล แสดงผลข้อมูลที่เก็บรวบรวมได้และข้อมูลที่ ประมาณค่าได้ดังตารางที่ 4.28

ตารางที่ 4.28 การบันทึกข้อมูลแบบแทนค่าข้อมูลสูญหาย (วิธีการประมาณค่าข้อมูลสูญหายด้วยวิธีเฉลี่ย)

A	B												
		b_1			b_2			b_3			b_4		
	a_1	3	4	6	5	6	6	6	8	8	10	7	11
	a_2	2	3	4	3	5	6	12	12	8	12	11	6.9

จากงานของ Montgomery (1984) จะใช้สูตรการวิเคราะห์ความแปรปรวนแบบทั่วไป (Classical ANOVA) กรณีไม่มีข้อมูลสูญหาย เพื่อใช้ในการสร้างตารางการวิเคราะห์ความแปรปรวน วิธีการคำนวณอย่างละเอียดดูได้ในภาคผนวกที่ 14 ผลการวิเคราะห์ข้อมูลสรุปเป็นตารางวิเคราะห์ความแปรปรวน แสดงได้ดังตารางที่ 4.29

ตารางที่ 4.29 การวิเคราะห์ความแปรปรวนของข้อมูลด้วยวิธีเฉลี่ย (กรณีศึกษาที่ 3)

แหล่งความแปรปรวน	ผลบวกกำลังสอง	องศาความเป็นอิสระ	ค่ากำลังสองเฉลี่ย	สถิติทดสอบ
ปัจจัย A	0.988	1	0.988	0.32
ปัจจัย B	152.399	3	50.800	16.66
ปฏิสัมพันธ์ AB	20.428	3	6.809	2.23
ความคลาดเคลื่อน	48.794	16	3.050	
ผลรวม	222.609	23		

ในการวิจัยครั้งนี้ผู้วิจัยได้เปรียบเทียบ 3 วิธี (กรณีศึกษาที่ 3) โดยได้เปรียบเทียบผลบวกกำลังสอง ค่าเฉลี่ยกำลังสอง และ ค่าสถิติทดสอบ ซึ่งสามารถเขียนได้ดังตารางที่ 4.30 และตารางที่ 4.31

ตารางที่ 4.30 การเปรียบเทียบผลบวกกำลังสองและค่าเฉลี่ยกำลังสอง (กรณีศึกษาที่ 3)

วิธีการ	SS_E	SS_A	SS_B	SS_{AB}	MS_E	MS_A	MS_B	MS_{AB}
วิธีที่ 1	34.500	2.949	163.558	23.518	2.300	2.949	54.519	7.839
วิธีที่ 2 (ค่าประมาณ เท่ากับ 11.5)	34.500	3.760	180.781	24.115	2.156	3.760	60.260	8.038
วิธีที่ 3 (ค่าประมาณ เท่ากับ 6.8696)	48.794	0.988	152.399	20.428	3.050	0.988	50.800	6.809

ตารางที่ 4.31 การเปรียบเทียบค่าสถิติทดสอบ (กรณีศึกษาที่ 3)

วิธีการ	F_A	F_B	F_{AB}
วิธีที่ 1	0.91	16.91	3.41
วิธีที่ 2 (ค่าประมาณ เท่ากับ 11.5)	1.74	27.95	3.73
วิธีที่ 3 (ค่าประมาณ เท่ากับ 6.8696)	0.32	16.66	2.23

สามารถพิสูจน์การประมาณค่าได้จากภาคผนวกที่ 18 การตรวจสอบค่าผลบวกกำลังสองและค่าเฉลี่ยกำลังสอง (กรณีศึกษาที่ 3)

จากการศึกษาทั้ง 3 กรณีศึกษาโดยได้หาค่าผลบวกกำลังสองแล้วดังนั้นจะนำผลค่าผลบวกกำลังสองของแต่ละวิธีมาเปรียบเทียบผล โดยเกณฑ์ที่ใช้ในการเปรียบเทียบประกอบด้วย 1. ค่าผลบวกกำลังสองของความคลาดเคลื่อน (Error Sum of Squares (SS_E)) 2. ค่าผลบวกกำลังสองของปัจจัย A (SS_A) ค่าผลบวกกำลังสองของปัจจัย B (SS_B) และค่าผลบวกกำลังสองปัจจัยร่วม AB (SS_{AB}) 3. ค่าสถิติทดสอบ (F-Test) ซึ่งภาพรวมค่าผลรวมกำลังสองของแต่ละวิธี และค่าสถิติทดสอบแสดงดังตารางที่ 4.32 และตารางที่ 4.33

ตารางที่ 4.32 ภาพรวมการเปรียบเทียบผลรวมกำลังสองและค่าเฉลี่ยกำลังสองของแต่ละวิธี

กรณีศึกษา	วิธีการ	SS_E	SS_A	SS_B	SS_{AB}	MS_E	MS_A	MS_B	MS_{AB}
กรณีศึกษาที่ 1	วิธีที่ 1	8978	5801	39385	43841	1122	2900	19693	10960
	วิธีที่ 2 (ค่าประมาณ เท่ากับ 175)	8978	7119	39335	44935	998	3559	19668	11234
	วิธีที่ 3 (ค่าประมาณ เท่ากับ 161.47)	9070	7592	37797	45736	1008	3796	18898	11434
กรณีศึกษาที่ 2	วิธีที่ 1	1303.8	1554.4	1422.7	1930.8	118.5	777.2	1422.7	965.4
	วิธีที่ 2 (ค่าประมาณ เท่ากับ 102.5)	1303.8	1332.2	1911.7	2237.5	108.7	666.1	1911.7	1118.8
	วิธีที่ 3 (ค่าประมาณ เท่ากับ 122.5882)	1572.9	1649.3	1520.1	1661.9	131.1	824.7	1520.1	830.9
กรณีศึกษาที่ 3	วิธีที่ 1	34.500	2.949	163.558	23.518	2.300	2.949	54.519	7.839
	วิธีที่ 2 (ค่าประมาณ เท่ากับ 11.5)	34.500	3.760	180.781	24.115	2.156	3.760	60.260	8.038
	วิธีที่ 3 (ค่าประมาณ เท่ากับ 6.8696)	48.794	0.988	152.399	20.428	3.050	0.988	50.800	6.809

ตารางที่ 4.33 ภาพรวมการเปรียบเทียบค่าสถิติทดสอบของแต่ละวิธี

กรณีศึกษา	วิธีการ	F_A	F_B	F_{AB}
กรณีศึกษาที่ 1	วิธีที่ 1	0.66	4.47	9.77
	วิธีที่ 2 (ค่าประมาณ เท่ากับ 175)	3.57	19.72	11.26
	วิธีที่ 3 (ค่าประมาณ เท่ากับ 161.47)	3.77	18.75	11.35
กรณีศึกษาที่ 2	วิธีที่ 1	3.12	5.72	8.14
	วิธีที่ 2 (ค่าประมาณ เท่ากับ 102.5)	6.13	17.59	10.3
	วิธีที่ 3 (ค่าประมาณ เท่ากับ 122.5882)	6.29	11.6	6.34
กรณีศึกษาที่ 3	วิธีที่ 1	0.91	16.91	3.41
	วิธีที่ 2 (ค่าประมาณ เท่ากับ 11.5)	1.74	27.95	3.73
	วิธีที่ 3 (ค่าประมาณ เท่ากับ 6.8696)	0.32	16.66	2.23

จากสมมติฐานของงานวิจัยที่ได้ตั้งไว้ในบทที่ 1 กล่าวว่า “ผลลัพธ์ที่ได้จากการวิจัยพบว่า การเลือกใช้วิธีการแก้ไข เมื่อเกิดปัญหาข้อมูลในแผนแบบแฟคทอเรียล สูญหายหนึ่งค่าด้วยวิธีตรง (Exact Approach) และวิธีการประมาณค่าข้อมูลสูญหายด้วยวิธีการทั้ง 2 วิธี ทุกกรณีศึกษาจะให้ผลลัพธ์ของการคำนวณตารางการวิเคราะห์ความแปรปรวนที่เท่ากันซึ่งจะนำไปสู่การสรุปผลที่ไม่แตกต่างกัน” และหลังจากดำเนินการตามแผนการวิจัยนี้แล้วพบว่า ทุกกรณีศึกษาให้ผลลัพธ์ของการคำนวณตารางการวิเคราะห์ความแปรปรวนที่แตกต่างกัน โดยพบว่าค่าที่คำนวณได้จากวิธีตรงเป็นค่าที่ไม่เอนเอียง ส่วนค่าที่คำนวณได้จากวิธีการประมาณค่าข้อมูลสูญหายด้วยวิธีการทั้ง 2 วิธีเป็นค่าที่เอนเอียงไม่เที่ยงตรง ซึ่งจะนำไปสู่การสรุปผลที่แตกต่างกัน

4.5 สูตรค่าความเอนเอียง

จากทฤษฎีที่เกี่ยวข้องในบทที่ 2 Rangaswamy (1995) กล่าวว่าหลังจากประมาณค่าข้อมูลที่สูญหายด้วยวิธีการดังกล่าวแล้ว การคำนวณหาค่าผลบวกกำลังสองเพื่อการวิเคราะห์ความแปรปรวนก็จะดำเนินการคำนวณตามวิธีการปกติ แต่สูตรการคำนวณหาค่าผลบวกกำลังสองของทรีตเมนต์ (Treatment Sum of Squares) ได้รับการแก้ไขสูตรการคำนวณโดยการลบค่าความเอนเอียง (Bias) แต่เนื่องจากสูตรค่าความเอนเอียงสำหรับแผนแบบแฟคทอเรียล นั้นยังไม่มีคณะผู้วิจัยท่านใดนำเสนอสูตรค่าความเอนเอียง (Bias) นี้มาก่อน คณะผู้วิจัยจึงนำเสนอสูตรค่าความเอนเอียง(Bias) สำหรับแผนแบบแฟคทอเรียลไว้ดัง บริบทที่ 4.5

แนวคิดการหาค่าความเอนเอียง (Bias)

$$Bias = SS_{(bias)} - SS_{(unbias)\_exact} \tag{4.62}$$

โดยที่

$SS_{(bias)}$ คือ ค่าผลบวกกำลังสองของปัจจัย กรณีวิเคราะห์ข้อมูลด้วยวิธีการประมาณค่าข้อมูลสูญหายด้วยวิธีกำลังสองน้อยสุด มีสูตรการคำนวณ ดังสมการที่ (4.2) หลังจากที่ประมาณค่าที่สูญหายด้วยสมการในหัวข้อที่ 3.1

เมื่อแทนค่าข้อมูลสูญหายที่คำนวณได้ด้วยวิธีกำลังสองน้อยสุด แล้วจัดรูปแบบสมการ สามารถหาสมการ $SS_{(bias)}$ วิธีการพิสูจน์ละเอียดดูที่ภาคผนวกที่ 19 ได้ดังนี้

$$SS_{A(bias)} = \left[\frac{1}{bn}\sum_{All}^{a} {y'}_{i..}^{2} - \frac{{y'}_{...}^{2}}{abn}\right] + \frac{y'_{rc.}}{abn(n-1)^2}\left[(a-1)y'_{rc.} + 2a(n-1)y'_{r..} - 2(n-1)y'_{...}\right] \tag{4.63}$$

$$SS_{B(bias)} = \left[\frac{1}{an}\sum_{All}^{b} {y'}_{.j.}^{2} - \frac{{y'}_{...}^{2}}{abn}\right] + \frac{y'_{rc.}}{abn(n-1)^2}\left[(b-1)y'_{rc.} + 2b(n-1)y'_{.c.} - 2(n-1)y'_{...}\right] \tag{4.64}$$

เมื่อ $y_{...}$ เป็นค่าผลรวมของข้อมูล รวมค่า $\hat{Y}_{missing}^{LS}$

$y'_{...}$ เป็นค่าผลรวมของข้อมูล โดยไม่รวมค่า $\hat{Y}_{missing}^{LS}$

$y'_{i..}$ เป็นค่าผลรวมของข้อมูลในแถว โดยไม่รวมค่า $\hat{Y}_{missing}^{LS}$

$y'_{r..}$ เป็นค่าผลรวมของข้อมูลในแถวซึ่งมีข้อมูลสูญหายเกิดขึ้น โดยไม่รวมค่า $\hat{Y}_{missing}^{LS}$

$y'_{.j.}$ เป็นค่าผลรวมของข้อมูลในคอลัมน์ โดยไม่รวมค่า $\hat{Y}_{missing}^{LS}$

$y'_{.c.}$ เป็นค่าผลรวมของข้อมูลในแถวซึ่งมีข้อมูลสูญหายเกิดขึ้น โดยไม่รวมค่า $\hat{Y}_{missing}^{LS}$

$y'_{rc.}$ เป็นค่าผลรวมของข้อมูลในคอมบิเนชัน ซึ่งมีข้อมูลสูญหายเกิดขึ้นโดยไม่รวมค่า $\hat{Y}_{missing}^{LS}$

$SS_{(unbias)\_exact}$ คือ ค่าผลบวกกำลังสองของปัจจัย กรณีวิเคราะห์ข้อมูลด้วยวิธีตรง มีสูตรการคำนวณดังสมการที่ (4.59) ถึง สมการที่ (4.60)

<u>*บริบทที่ 4.5*</u> สูตรค่าความเอนเอียง (Bias) เพื่อนำไปปรับค่าผลบวกกำลังสองของปัจจัยของวิธีการประมาณค่าข้อมูลสูญหายด้วยวิธีกำลังสองน้อยสุด กรณีแผนแบบแฟคทอเรียลเป็นดังนี้

$$Bias_A = \frac{{y'}_{.c.}^{2}}{an(an-1)} + \frac{y'_{rc.}}{abn(n-1)^2}\left[(a-1)y'_{rc.} + 2(n-1)\left(ay'_{r..} - y'_{...}\right)\right] - K \tag{4.65}$$

$$Bias_B = \frac{{y'}_{r..}^{2}}{bn(bn-1)} + \frac{y'_{rc.}}{abn(n-1)^2}\left[(b-1)y'_{rc.} + 2(n-1)\left(by'_{.c.} - y'_{...}\right)\right] - K \tag{4.66}$$

หมายเหตุ $K = \frac{[y'_{...} - (by'_{.c.} + ay'_{r..})]^2}{abn(abn-a-b+1)}$

พิสูจน์ดูจากภาคผนวกที่ 19

จากกรณีศึกษาที่ 1 ได้ศึกษาการพิจารณาการทดสอบความแตกต่างของเครื่องพิมพ์ 3 ชนิด ที่มีความเร็วในการพิมพ์ที่แตกต่างกัน และได้สนใจหนังสือ 3 ชนิด ได้แก่ นวนิยาย หนังสือพิมพ์ วิทยาศาสตร์ โดยกำหนดให้

ปัจจัยชนิดของเครื่องพิมพ์ แทน แถว มีทั้งหมด 3 ระดับ ได้แก่ ชนิด A ชนิด B ชนิด C

ปัจจัยชนิดของหนังสือ แทน คอลัมน์ มีทั้งหมด 3 ระดับได้แก่ นวนิยาย หนังสือพิมพ์ วิทยาศาสตร์

มีการกระทำซ้ำทั้งหมด 2 ครั้ง

โดยผู้ทดลองตัดสินใจเลือกใช้แผนแบบแฟคทอเรียล ในการทดลองและวิเคราะห์ข้อมูลแสดงข้อมูลที่เก็บรวบรวมได้ดังตารางที่ 4.34

ตารางที่ 4.34 การบันทึกข้อมูลตามค่าจริงที่เก็บได้ และทำการวิเคราะห์ข้อมูลโดยวิธีการประมาณค่าข้อมูลสูญหายด้วยวิธีกำลังสองน้อยสุด (กรณีศึกษาที่ 1)

	ประเภทหนังสือ					
ชนิด	**นวนิยาย**		**หนังสือพิมพ์**		**วิทยาศาสตร์**	
A	175		150	147	135	91
B	314	370	159	103	106	89
C	190	95	213	197	112	99

หมายเหตุ ดัดแปลงมาจากงานของ Deshpande (1995)

จากการประมาณค่าข้อมูลสูญหายด้วยวิธีกำลังสองน้อยสุดสามารถประมาณค่าข้อมูลสูญหายมีค่าเท่ากับ 175 และจากการคำนวณหาค่าผลบวกกำลังสองของแต่ละปัจจัย ถือว่าค่าผลบวกกำลังสองนั้นมีความเอนเอียงในการวิเคราะห์ข้อมูลโดยวิธีการประมาณค่าข้อมูลสูญหายด้วยวิธีกำลังสองน้อยสุด (กรณีศึกษาที่ 1) นั้นสามารถคำนวณหาค่าความเอนเอียง (Bias) ได้ดังนี้

$$Bias_A = \frac{y'^{2}_{.c.}}{an(an-1)} + \frac{y'_{rc.}}{abn(n-1)^2}\left[(a-1)y'_{rc.} + 2(n-1)\left(ay'_{r..} - y'_{...}\right)\right] - K$$

$$Bias_A = 1317.8624$$

$$Bias_B = \frac{y'^{2}_{r..}}{bn(bn-1)} + \frac{y'_{rc.}}{abn(n-1)^2}\left[(b-1)y'_{rc.} + 2(n-1)\left(by'_{.c.} - y'_{...}\right)\right] - K$$

$Bias_B$ = -49.8709

จากกรณีศึกษาที่ 1 สามารถหาค่าความเอนเอียง (Bias) สำหรับใช้กับวิธีการประมาณค่าข้อมูลสูญหายด้วยวิธีกำลังสองน้อยสุด มีค่าเท่ากับ $Bias_A$ = 1317.8624 $Bias_B$ = -49.8709 และดังนั้นการคำนวณหาค่าผลบวกกำลังสองของแต่ละปัจจัยที่ได้รับการแก้ไขแล้ว $SS_{(unbias)\_exact}$ ได้ดังนี้

$$SS_{A(unbias)\_exact} = SS_{A(bias)} - Bias_A$$
$$= 7118.7778-1317.8624$$
$$SS_{A(unbias)\_exact} = 5800.9154$$

$$SS_{B(unbias)\_exact} = SS_{B(bias)} - Bias_B$$
$$= 39335.4444-(-49.8709)$$
$$SS_{B(unbias)\_exact} = 39385.3154$$

จากกรณีศึกษาที่ 1 สามารถคำนวณหาค่าผลบวกกำลังสองของแต่ละปัจจัยที่ได้รับการแก้ไขแล้ว $SS_{A(unbias)\_exact}$ มีค่าเท่ากับ 5800.9154 และ $SS_{B(unbias)\_exact}$ มีค่าเท่ากับ 39385.3154 ซึ่งจะเห็นได้ว่ามีค่าเท่ากับค่าผลบวกกำลังสองของแต่ละปัจจัยที่คำนวณด้วยวิธีตรง

เมื่อเปรียบเทียบตารางการวิเคราะห์ความแปรปรวน (ANOVA) พบว่าค่าผลบวกกำลังสองของแต่ละปัจจัยของวิธีการประมาณค่าข้อมูลสูญหายด้วยวิธีกำลังสองน้อยสุดที่ปรับค่าเอนเอียงแล้ว ($SS_{A(bias)}$) กับค่าผลบวกกำลังสองของแต่ละปัจจัยของวิธีตรง ($SS_{A(unbias)\_exact}$) มีค่าเท่ากัน

ส่วนกรณีการศึกษาที่ 2 และ 3 แสดงการเปรียบเทียบค่าผลบวกกำลังสองของแต่ละปัจจัยของวิธีตรง และวิธีการประมาณค่าข้อมูลสูญหายด้วยวิธีกำลังสองน้อยสุดได้ดังตารางที่ 4.35

ตารางที่ 4.35 การเปรียบเทียบค่าผลบวกกำลังสองของแต่ละปัจจัยของวิธีตรง และวิธีการประมาณค่าข้อมูลสูญหายด้วยวิธีกำลังสองน้อยสุด

กรณีศึกษา	$SS_{(unbias)\_exact}$		$SS_{(bias)}$		ค่าเอนเอียง สมการ 4.62		ค่าเอนเอียง สมการ 4.65 ถึง 4.66
1	$SS_{A(unbias)\_exact}$ =	5800.9154	$SS_{A(bias)}$ =	7118.7778	$Bias_A$ =	1317.8624	1317.8624
	$SS_{B(unbias)\_exact}$ =	39385.3154	$SS_{B(bias)}$ =	39335.4444	$Bias_B$ =	-49.8709	-49.8709
2	$SS_{A(unbias)\_exact}$ =	1554.3770	$SS_{A(bias)}$ =	1332.1944	$Bias_A$ =	-222.1825	-222.1825
	$SS_{B(unbias)\_exact}$ =	1422.6881	$SS_{B(bias)}$ =	1911.6806	$Bias_B$ =	488.9925	488.9925
3	$SS_{A(unbias)\_exact}$ =	2.9491	$SS_{A(bias)}$ =	3.7604	$Bias_A$ =	0.8113	0.8113
	$SS_{B(unbias)\_exact}$ =	163.5582	$SS_{B(bias)}$ =	180.7813	$Bias_B$ =	17.2230	17.2230

จากตารางที่ 4.35 สามารถสรุปผลการศึกษาของงานวิจัยในครั้งนี้ได้ว่า ค่าผลบวกกำลังสองของแต่ละปัจจัยที่คำนวณได้ด้วยวิธีตรงเป็นค่าที่เที่ยงตรง ไม่เอนเอียง และจากผลการศึกษาเห็นว่าค่าผลบวกกำลังสองของแต่ละปัจจัย ที่คำนวณได้ด้วยวิธีการประมาณค่าข้อมูลสูญหายด้วยวิธีกำลังสองน้อยสุดนั้นเกิดความเอนเอียง ดังนั้นผู้วิจัยจึงพัฒนาสูตรค่าเอนเอียง (Bias) ขึ้นมา เพื่อใช้ปรับค่าผลบวกกำลังสองของแต่ละปัจจัย โดยต้องการวิเคราะห์ข้อมูลด้วยวิธีการประมาณค่าข้อมูลสูญหายด้วยวิธีกำลังสองน้อยสุด และสามารถตรวจสอบความถูกต้องของสูตรที่พัฒนาขึ้นได้ด้วยการเทียบค่าเอนเอียงที่คำนวณจากสมการที่ (4.62) และสมการที่ (4.65) ถึงสมการที่ (4.66) พบว่าค่าเอนเอียงที่คำนวณได้มีค่าเท่ากันทุกกรณีศึกษา

บทที่ 5
สรุปผลและข้อเสนอแนะ

5.1 สรุปผลการวิจัย

การศึกษาวิจัยครั้งนี้ผู้วิจัยสรุปผลการวิจัยเป็น 3 ส่วน ตามวัตถุประสงค์และภาพรวมของงานวิจัยดังนี้

1. สามารถพัฒนาสูตรค่าผลบวกกำลังสอง (Sum of Squares) ทุกค่าสำหรับข้อมูลสูญหายหนึ่งค่าได้ เพื่อลดเวลาการวิเคราะห์ความแปรปรวนได้ การพัฒนาสูตรสำหรับการวิเคราะห์ข้อมูล เมื่อเกิดปัญหาข้อมูลสูญหายหนึ่งค่าด้วยวิธีตรงจากการศึกษาและรวบรวมงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการแก้ไขปัญหาข้อมูลสูญหายในแผนแบบแฟคทอเรียล พบว่ายังไม่เคยมีผู้วิจัยท่านใดศึกษาถึงวิธีการแก้ไขปัญหาข้อมูลสูญหายในแผนแบบแฟคทอเรียลด้วยวิธีตรงมาก่อน ดังนั้นงานวิจัยครั้งนี้จึงทำการศึกษาการแก้ปัญหาด้วยวิธีการดังกล่าวโดยคำนวณหาสูตรผลบวกกำลังสองเพื่อใช้ในการสร้างตารางการวิเคราะห์ความแปรปรวนไว้ดังนี้

(1) สูตรการคำนวณหาผลบวกกำลังสองของปัจจัย A

$$SS_A = \frac{\sum_{All\ i}^{a} y_{i..}^2}{bn} - \frac{y_{.c.}^2}{an(an-1)} - \frac{y_{...}^2}{abn} + K$$

(2) สูตรการคำนวณหาผลบวกกำลังสองของปัจจัย B

$$SS_B = \frac{\sum_{All\ j}^{b} y_{.j.}^2}{an} - \frac{y_{r..}^2}{bn(bn-1)} - \frac{y_{...}^2}{abn} + K$$

(3) สูตรการคำนวณหาผลบวกกำลังสองของปัจจัย AB

$$SS_{AB} = \frac{y_{...}^2 + ab\sum_{All\ i}^{a}\sum_{All\ j}^{b} y_{ij.}^2 - a\sum_{All\ i}^{a} y_{i..}^2 - b\sum_{All\ j}^{b} y_{.j.}^2}{abn} + \frac{y_{rc.}^2}{n(n-1)} - K$$

หมายเหตุ $K = \frac{\left[y_{...} - \left(by_{.c.} + ay_{r..}\right)\right]^2}{abn(abn-a-b+1)}$

สามารถพัฒนาสูตรการประมาณค่าข้อมูลที่สูญหาย $\hat{Y}^{LS}_{missing}$ ทำให้ค่าผลบวกกำลังสองของความคลาดเคลื่อน (Error Sum of Squares (SS_E)) ต่ำสุด และไม่กระทบต่อค่าในตารางการวิเคราะห์ความแปรปรวน (ANOVA)

(4) สูตรการประมาณค่าข้อมูลที่สูญหาย $\hat{Y}^{LS}_{missing}$

$$\hat{Y}^{LS}_{missing} = \frac{y'_{rc.}}{n-1}$$

2. ผลของการเปรียบเทียบทั้ง 3 วิธี คือ วิธีตรง (Exact Approach) ให้ค่าผลบวกกำลังสอง (Sum of Squares) ไม่ลำเอียงทุกค่า ส่วนวิธีการประมาณค่าข้อมูลสูญหายด้วยวิธีกำลังสองน้อยสุด (Missing Plot with Least Square Method) ให้ค่าผลบวกกำลังสองของความคลาดเคลื่อน (Error Sum of Squares (SS_E)) ที่ไม่ลำเอียง แต่ค่าผลบวกกำลังสองอื่นๆ (Sum of Squares) ลำเอียงทุกค่า และวิธีการประมาณค่าข้อมูลสูญหายด้วยวิธีเฉลี่ย (Missing Plot with Overall Mean Method) ให้ค่าผลบวกกำลังสองของความคลาดเคลื่อน (Error Sum of Squares (SS_E)) ที่ลำเอียง

การเปรียบเทียบผลของการวิเคราะห์ข้อมูล เมื่อเกิดปัญหาข้อมูลสูญหายหนึ่งค่าด้วย 3 วิธีการ จากการเปรียบเทียบวิธีการวิเคราะห์ข้อมูล เมื่อเกิดปัญหาข้อมูลสูญหายหนึ่งค่าด้วย 3 วิธีการ สามารถสรุปผลการวิจัยตามเกณฑ์ที่ใช้ในการเปรียบเทียบการแก้ปัญหาข้อมูลสูญหายดังนี้

(1) ผลการเปรียบเทียบค่าผลบวกกำลังสองของความคลาดเคลื่อน จากผลการเปรียบเทียบค่า SS_E ของทั้ง 3 กรณีศึกษาสามารถสรุปผลได้ว่าค่า SS_E ที่คำนวณจากวิธีการประมาณค่าข้อมูลสูญหายด้วยวิธีกำลังสองน้อยสุดให้ค่าเท่ากับค่า SS_E ที่คำนวณจากวิธีตรง

(2) ผลการเปรียบเทียบค่าผลบวกกำลังสองของปัจจัย A ปัจจัย B และปัจจัย AB จากผลการเปรียบเทียบค่า SS_A SS_B และ SS_{AB} ของทั้ง 3 กรณีศึกษาสามารถสรุปผลได้ว่าค่า SS_A SS_B และ SS_{AB} ที่คำนวณจากวิธีการประมาณค่าข้อมูลสูญหายทั้ง 3 วิธีการ โดยวิธีการประมาณค่าข้อมูลสูญหายด้วยวิธีการใดจะให้ค่า SS_A SS_B และ SS_{AB} น้อยที่สุดนั้นขึ้นอยู่กับ แต่ละกรณีศึกษา

3.พัฒนาสูตรค่าความเอนเอียง (Bias)

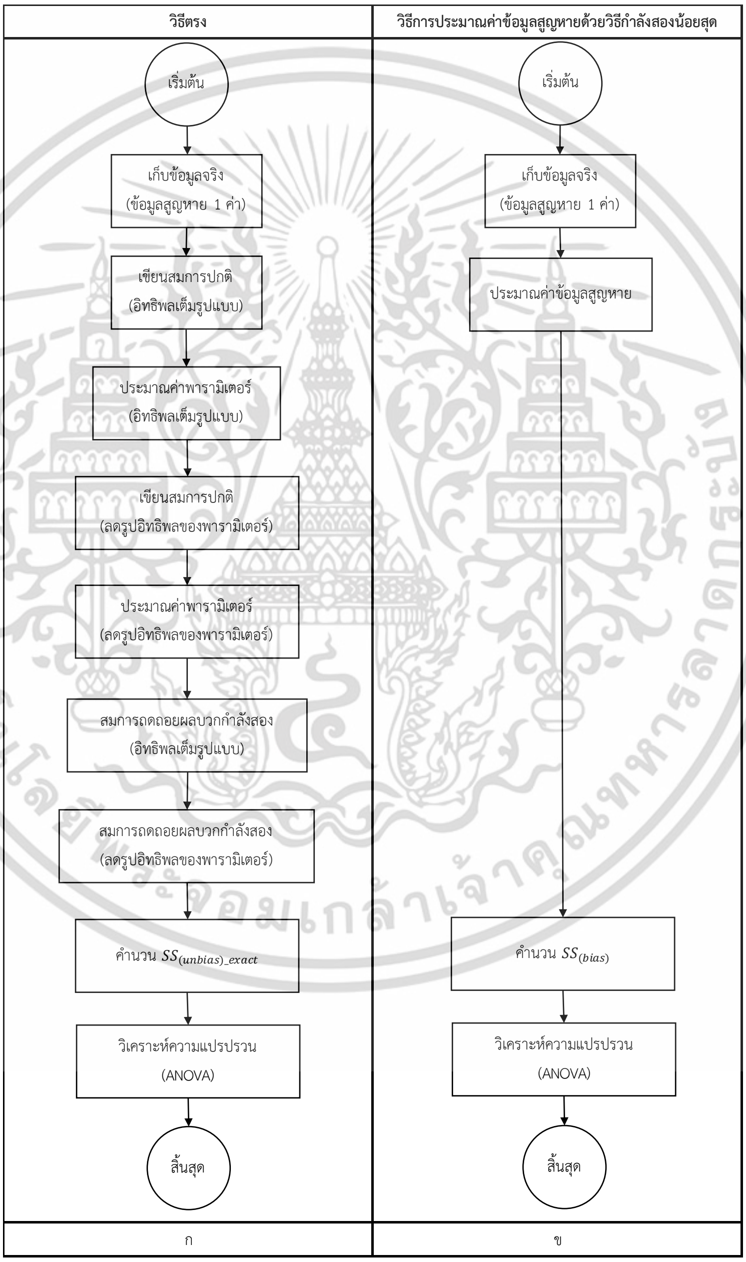
การคำนวณหาค่าผลบวกกำลังสองเพื่อการวิเคราะห์ความแปรปรวนก็จะดำเนินการคำนวณตามวิธีการปกติ แต่สูตรการคำนวณหาค่าผลบวกกำลังสองของแต่ละปัจจัย ได้รับการแก้ไขสูตรการคำนวณโดยการลบค่าความเอนเอียง (Bias) แต่เนื่องจากสูตรค่าความเอนเอียงสำหรับแผนแบบแฟคทอเรียลนั้นยังไม่มีผู้วิจัยท่านใดนำเสนอสูตรค่าความเอนเอียง (Bias) นี้มาก่อน ผู้วิจัยจึงนำเสนอสูตรค่าความเอนเอียง (Bias) สำหรับแผนแบบแฟคทอเรียลไว้ดังนี้

$$Bias_A = \frac{y'^2_{.c.}}{an(an-1)} + \frac{y'_{rc.}}{abn(n-1)^2}\left[(a-1)y'_{rc.} + 2(n-1)\left(ay'_{r..} - y'_{...}\right)\right] - K \tag{4.65}$$

$$Bias_B = \frac{y'^2_{r..}}{bn(bn-1)} + \frac{y'_{rc.}}{abn(n-1)^2}\left[(b-1)y'_{rc.} + 2(n-1)\left(by'_{.c.} - y'_{...}\right)\right] - K \qquad (4.66)$$

หมายเหตุ $K = \frac{[y'_{...} - (by'_{.c.} + ay'_{r..})]^2}{abn(abn-a-b+1)}$

ภาพรวมแสดงขั้นตอนการดำเนินการของวิธีตรง และวิธีการประมาณค่าข้อมูลสูญหายด้วยวิธีกำลังสองน้อยสุดแบบปรับค่าผลบวกกำลังสอง แสดงดังรูปที่ 5.1



รูปที่ 5.1 ภาพรวมแสดงขั้นตอนการดำเนินการของวิธีตรง และวิธีการประมาณค่าข้อมูลสูญหายด้วยวิธีกำลังสองน้อยสุดแบบปรับค่า SS

จากรูปที่ 5.1ก การคำนวณหาค่า $SS_{(unbias)\_exact}$ โดยใช้หลักการวิธีตรงนั้นจะต้องผ่านขั้นตอนการดำเนินการต่างๆ แสดงรายละเอียดขั้นตอนได้ดังรูปที่ 5.1ก ส่วนรูปที่ 5.1ข ผู้วิจัยส่วนมากนิยมใช้วิธีการประมาณค่าข้อมูลสูญหายด้วยวิธีกำลังสองน้อยสุดในการแก้ไขปัญหาข้อมูลในแผนแบบทดลองสูญหาย แต่ค่า SS ที่คำนวณได้นั้นเป็นค่าที่เอนเอียง ดังนั้นผู้วิจัยจึงพัฒนาสูตรค่าความเอนเอียงขึ้น เพื่อใช้ในการปรับค่า SS เป็นค่า $SS_{(unbias)}$ ที่เที่ยงตรง

5.2 ข้อเสนอแนะ

1. การศึกษาวิจัยครั้งนี้ได้ศึกษาแผนแบบแฟคทอเรียล 2 ปัจจัย สำหรับในงานวิจัยครั้งต่อไปอาจจะทำการศึกษาแผนแบบแฟคทอเรียลหลายปัจจัยและหลายระดับได้

2. การศึกษาวิจัยในครั้งนี้ศึกษาเฉพาะกรณีที่เกิดปัญหาข้อมูลในแผนแบบทดลองสูญหายหนึ่งค่า สำหรับการศึกษาครั้งต่อไปสามารถจะทำการศึกษากรณีมีข้อมูลสูญหายมากกว่าหนึ่งค่า

3. การศึกษาวิจัยในครั้งนี้ศึกษาเฉพาะการแก้ปัญหาข้อมูลสูญหายด้วยวิธีการประมาณค่าข้อมูลสูญหายด้วยวิธีกำลังสองน้อยสุด และวิธีเฉลี่ย สำหรับในงานวิจัยครั้ง ต่อไปอาจจะทำการศึกษาการแก้ปัญหาข้อมูลสูญหายด้วยวิธีการประมาณค่าข้อมูลสูญหายด้วยวิธีสมการถดถอย (Regression Method) และอื่นๆ

เอกสารอ้างอิง

กนิฏฐา ลาภาพงศ์, วิชิต หล่อจีระชุณห์กุล และ จิราวัลย์ จิตรถเวช., (2560). *"การประมาณค่าข้อมูลสูญหายในการทดลองแฟกทอเรียล 2^k กรณีไม่มีซ้ำ"*, วารสารวิชาการพระจอมเกล้าพระนครเหนือ,ปีที่ 27,ฉบับที่ 4, หน้า 793-803 , ต.ค.-ธ.ค. 2560

ประชุม สุวัตถี., (2552). *"การสำรวจด้วยตัวอย่างการชักตัวอย่างและการวิเคราะห์"*, กรุงเทพฯ : สำนักงานกิจการโรงพิมพ์องค์การสงเคราะห์ทหารผ่านศึกในพระบรมราชูปถัมภ์.

ประไพศรี สุทัศน์ ณ อยุธยา และพงศ์ชนัน เหลืองไพบูลย์., (2551). *"การออกแบบและการวิเคราะห์การทดลอง"*, สำนักพิมพ์ท้อป จำกัด.

ภาคย์ สิทธิผกาผล., (2555). *"การประมาณค่าที่เก็บไม่ได้ในการสำรวจด้วยตัวอย่าง"*, วิทยาศาสตรมหาบัณฑิต คณะสถิติประยุกต์, สถาบันบัณฑิตพัฒนบริหารศาสตร์.

รัตติกาล จอมประพันธ์ และ พาชิตชนัต ศิริพานิช., (2558). *"การประมาณค่าสูญหายในการวิเคราะห์ถดถอยเชิงเส้นพหุคูณ"*, พัฒนบริหารศาสตร์. 55(1), 183-202.

สำนักงานราชบัณฑิตยสภา., (2558). *"แผนการทดลอง"*, พจนานุกรมศัพท์สถิติศาสตร์ ฉบับราชบัณฑิตยสภา. กรุงเทพฯ : สำนักพิมพ์คณะรัฐมนตรีและราชกิจจานุเบกษา.

สิริลักษ์ วงศ์ศรียา., (2561). *"การเปรียบเทียบผลบวกกำลังสองของทรีตเมนต์สำหรับแผนแบบจัตุรัสเกรโก-ละติน เมื่อข้อมูลสูญหายหนึ่งค่า"*, Operation Research Network of Thailand

Charles, M., Judd, H., Mcclelland, S. and Ryan, C., (2008). "*Data Analysis a Model Comparison Approach*", John Wiley and Sons

Deshpande, J.V., Gore, A.P., and Shanubhogue, A., (1995). "*Statistical Analysis of Nonnormal Data*", New Age Internationnal publishers Limited,Wiley Eastern Limited

Garcia, A. and Don, T., (1995). *"Principles of Experimental Design and Analysis"*, London : Chapman and Hall.

Kim, J.K. and Fuller, W., (2004). "*Fractiomal hot deck imputation*", Biometrika, 91 (September) 559-578.

Montgomery, D.C., (1984). "*Design and Analysis of Experiments*", 2th ed. Hoboken, New Jersey: John Wiley and Sons

Montgomery, D.C. and Runger G.C., (2011). "*Applied Statistics and Probability for Engineers*", 5th ed. Hoboken, New Jersey: John Willey & Sons, Inc.

Norman, R.D. and David M. S., (1964). "*Estimating missing values in unreplicated two-level factorial and fractional factorial designs*", *Biometrics*, 20(3), 443-458.

Ott, R. and Longnecker, M., (2010). "*An Introduction to Statistical Methods and Data Analysis*", 7th ed., Cengage Learning

Park, J., (1998). "*Estimation of missing values in linear model*", statistical analysis and research 154-166.

Rangaswamy, R., (1995). "*A Text Book of Agricultural Statistics*", New Delhi : New Age Internation

Rubin, D.B., (1978). "*Multiple imputation in sample surveys–a phenomenological baysiam approch to nonrespone*", In Proceeding of Survey Research Method Section American Statistical Association, American, 113-124.

Rubin, D.B.,(1972). "*A non-iterative algorithm for least squares estimation of missing values in any analysis of variance design*", Journal of the Royal Statistical Society. Series C (Applied Statistics), 136-141.

Sarndal, C.E., Swensson, B. and Wretman, J., (1991). "*Model Assisted Survey Sampling*", ed. New York: Springer-Verlag

Schafer, J.L. and Schenker, N., (2000). "*Inference with imputed conditional means*", Journal of the American Statistical Association, 95 (March), 144-154.

Sirikasemsuk, K. and Leerojanaprapa, K., (2017). "*One missing value problem in Latin square design of any order: Exact analysis of variance*", Cogent Engineering, 4(1), 1-11.

Sirikasemsuk, K., (2016). "*One missing value problem in latin square design of any order: regression sum of squares*", In proceedings of the Joint 8th International Conference on Soft Computing and Intelligent Systems and 17th International Symposium on Advanced Intelligent Systems (SCIS&ISIS2016), 25-28 August 2016, JAPAN, 142-147.

Subramani, J., (2011). “*Estimation of several missing values in experimental design*” Department of Statistics Pondicherry University R. V. Nagar, Kalapet Puducherry – 605014, India

Wang, Q and Rao, J.N.K., (2001). “*Empirical likelihood for linear regression models under imputation for missing responses*”. The Canadian Journal of Statistics / La Revue Canadienne de Statistique, 29 (December), 597-608.

Winer, B.J., (1962) “*Statistical principle in experimental design*”, Mc Graw-Hill

Xampeny, R., Grima, P. and Tort-Martorell, X., (2017). “*Estimating missing values from negligible interactions in factorial designs*”, Special Issue: The ENBIS-16 Quality and Reliability Engineering International ,Vol 33 Issue 6 , John Wiley and Sons, 1235-1247.

ภาคผนวกที่ 1

วิธีการพิสูจน์บริบทที่ 3.1 ของ $\boldsymbol{R(\mu^{F_1},\tau^{F_1},\beta^{F_1},(\tau\beta)^{F_1})}$

การพิสูจน์บริบทที่ 3.1 ของ $R(\mu^{F_1},\tau^{F_1},\beta^{F_1},(\tau\beta)^{F_1})$

$$
\begin{aligned}
&R(\mu^{F_1},\tau^{F_1},\beta^{F_1},(\tau\beta)^{F_1}) \\
&= \hat{\mu}^{F_1}y_{...} + \hat{\tau}_1^{F_1}y_{1..} + \hat{\tau}_2^{F_1}y_{2..} + \hat{\beta}_1^{F_1}y_{.1.} + \hat{\beta}_2^{F_1}y_{.2.} + \left(\widehat{\tau\beta}\right)_{11}^{F_1} + \left(\widehat{\tau\beta}\right)_{12}^{F_1} + \left(\widehat{\tau\beta}\right)_{21}^{F_1} + \left(\widehat{\tau\beta}\right)_{22}^{F_1} \\
&= \frac{y_{...}}{12}(y\ ...) + \left(\frac{y_{1..}}{6} - \frac{y_{...}}{12}\right)y_{1..} + \left(\frac{y_{2..}}{6} - \frac{y_{...}}{12}\right)y_{2..} + \left(\frac{y_{.1.}}{6} - \frac{y_{...}}{12}\right)y_{.1.} + \left(\frac{y_{.2.}}{6} - \frac{y_{...}}{12}\right)y_{.2.} + \left(\frac{y_{11.}}{3} - \right. \\
&\left.\frac{y_{1..}}{6} - \frac{y_{.1.}}{6} + \frac{y_{...}}{12}\right)y_{11.} + \left(\frac{y_{12.}}{3} - \frac{y_{1..}}{6} - \frac{y_{.2.}}{6} + \frac{y_{...}}{12}\right)y_{12.} + \left(\frac{y_{21.}}{3} - \frac{y_{2..}}{6} - \frac{y_{.1.}}{6} + \frac{y_{...}}{12}\right)y_{21.} + \left(\frac{y_{22.}}{3} - \frac{y_{2..}}{6} - \right. \\
&\left.\frac{y_{.2.}}{6} + \frac{y_{...}}{12}\right)y_{22.} \\
&= \left(\frac{y_{...}}{12}\right)y_{...} + \frac{y_{1..}^2}{6} - \left(\frac{y_{...}}{12}\right)y_{1..} + \frac{y_{2..}^2}{6} - \left(\frac{y_{...}}{12}\right)y_{2..} + \frac{y_{.1.}^2}{6} - \left(\frac{y_{...}}{12}\right)y_{.1.} + \frac{y_{.2.}^2}{6} - \left(\frac{y_{...}}{12}\right)y_{.2.} + \frac{y_{11.}^2}{3} - \\
&\left(\frac{y_{1..}}{6}\right)y_{11.} - \left(\frac{y_{.1.}}{6}\right)y_{11.} + \left(\frac{y_{...}}{12}\right)y_{11.} + \frac{y_{12.}^2}{3} - \left(\frac{y_{1..}}{6}\right)y_{12.} - \left(\frac{y_{.2.}}{6}\right)y_{12.} + \left(\frac{y_{...}}{12}\right)y_{12.} + \frac{y_{21.}^2}{3} - \\
&\left(\frac{y_{2..}}{6}\right)y_{21.} - \left(\frac{y_{.1.}}{6}\right)y_{21.} + \left(\frac{y_{...}}{12}\right)y_{21.} + \frac{y_{22.}^2}{3} - \left(\frac{y_{2..}}{6}\right)y_{22.} - \left(\frac{y_{.2.}}{6}\right)y_{22.} + \left(\frac{y_{...}}{12}\right)y_{22.} \\
&= \left(\frac{y_{...}}{12}\right)y_{...} + \frac{y_{1..}^2}{6} - \left(\frac{y_{...}}{12}\right)y_{1..} + \frac{y_{2..}^2}{6} - \left(\frac{y_{...}}{12}\right)y_{2..} + \frac{y_{.1.}^2}{6} - \left(\frac{y_{...}}{12}\right)y_{.1.} + \frac{y_{.2.}^2}{6} - \left(\frac{y_{...}}{12}\right)y_{.2.} + \frac{y_{11.}^2}{3} - \\
&\left(\frac{y_{1..}}{6}\right)y_{11.} - \left(\frac{y_{.1.}}{6}\right)y_{11.} + \left(\frac{y_{...}}{12}\right)y_{11.} + \frac{y_{12.}^2}{3} - \left(\frac{y_{1..}}{6}\right)y_{12.} - \left(\frac{y_{.2.}}{6}\right)y_{12.} + \left(\frac{y_{...}}{12}\right)y_{12.} + \frac{y_{21.}^2}{3} - \\
&\left(\frac{y_{2..}}{6}\right)y_{21.} - \left(\frac{y_{.1.}}{6}\right)y_{21.} + \left(\frac{y_{...}}{12}\right)y_{21.} + \frac{y_{22.}^2}{3} - \left(\frac{y_{2..}}{6}\right)y_{22.} - \left(\frac{y_{.2.}}{6}\right)y_{22.} + \left(\frac{y_{...}}{12}\right)y_{11.} \\
&= \frac{y_{...}}{12}(y_{...} - y_{1..} - y_{2..} - y_{.1.} - y_{.2.} + y_{11.} + y_{12.} + y_{21.} + y_{22.}) + \frac{y_{1..}^2}{6} + \frac{y_{2..}^2}{6} + \frac{y_{.1.}^2}{6} + \frac{y_{.2.}^2}{6} + \\
&\frac{y_{11.}^2}{3} + \frac{y_{12.}^2}{3} + \frac{y_{21.}^2}{3} + \frac{y_{22.}^2}{3} - \left(\frac{y_{1..}}{6}\right)y_{11.} - \left(\frac{y_{.1.}}{6}\right)y_{11.} - \left(\frac{y_{1..}}{6}\right)y_{12.} - \left(\frac{y_{.2.}}{6}\right)y_{12.} - \left(\frac{y_{2..}}{6}\right)y_{21.} - \\
&\left(\frac{y_{.1.}}{6}\right)y_{21.} - \left(\frac{y_{2..}}{6}\right)y_{22.} - \left(\frac{y_{.2.}}{6}\right)y_{22.}
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
R(\mu^{F_1},\tau^{F_1},\beta^{F_1},(\tau\beta)^{F_1}) &= \frac{1}{6}\sum_{i=1}^{2} y_{i..}^2 + \frac{1}{6}\sum_{j=1}^{2} y_{.j.}^2 + \frac{1}{3}\sum_{i=1}^{2}\sum_{j=1}^{2} y_{ij.}^2 - \left(\frac{y_{1..}}{6}\right)y_{11.} - \\
&\left(\frac{y_{.1.}}{6}\right)y_{11.} - \left(\frac{y_{1..}}{6}\right)y_{12.} - \left(\frac{y_{.2.}}{6}\right)y_{12.} - \left(\frac{y_{2..}}{6}\right)y_{21.} - \left(\frac{y_{.1.}}{6}\right)y_{21.} - \\
&\left(\frac{y_{2..}}{6}\right)y_{22.} - \left(\frac{y_{.2.}}{6}\right)y_{22.}
\end{aligned}
$$

ภาคผนวกที่ 2
วิธีการพิสูจน์บริบทที่ 3.1 ของ $\boldsymbol{R(\mu^{F_2},\tau^{F_2},\beta^{F_2})}$

การพิสูจน์บริบทที่ 3.1 ของ $R(\mu^{F_2},\tau^{F_2},\beta^{F_2})$

$$
\begin{aligned}
&R(\mu^{F_2},\tau^{F_2},\beta^{F_2})\\
&= \hat{u}^{F_2}y_{...} + \hat{\tau}_1^{F_2}y_{1..} + \hat{\tau}_2^{F_2}y_{2..} + \hat{\beta}_1^{F_2}y_{.1.} + \hat{\beta}_2^{F_2}y_{.2.}\\
&= \frac{y_{...}}{12}(y\,...) + \left(\frac{y_{1..}}{6}-\frac{y_{...}}{12}\right)y_{1..} + \left(\frac{y_{2..}}{6}-\frac{y_{...}}{12}\right)y_{2..} + \left(\frac{y_{.1.}}{6}-\frac{y_{...}}{12}\right)y_{.1.} + \left(\frac{y_{.2.}}{6}-\frac{y_{...}}{12}\right)y_{.2.}\\
&= \frac{y_{...}}{12}(y\,...) + \frac{y_{1..}^2}{6} - \left(\frac{y_{...}}{12}\right)y_{1..} + \frac{y_{2..}^2}{6} - \left(\frac{y_{...}}{12}\right)y_{2..} + \frac{y_{.1.}^2}{6} - \left(\frac{y_{...}}{12}\right)y_{.1.} + \frac{y_{.2.}^2}{6} - \left(\frac{y_{...}}{12}\right)y_{.2.}\\
&= \frac{y_{...}}{12}(y_{...} - y_{1..} - y_{2..} - y_{.1.} - y_{.2.}) + \frac{y_{1..}^2}{6} + \frac{y_{2..}^2}{6} + \frac{y_{.1.}^2}{6} + \frac{y_{.2.}^2}{6}
\end{aligned}
$$

$$R(\mu^{F_2},\tau^{F_2},\beta^{F_2}) = -\frac{y_{...}^2}{12} + \frac{1}{6}\sum_{i=1}^{2} y_{i..}^2 + \frac{1}{6}\sum_{j=1}^{2} y_{.j.}^2$$

ภาคผนวกที่ 3
วิธีการพิสูจน์บริบทที่ 3.2 ของ $\boldsymbol{R(\mu^{R_1},\beta^{R_1})}$ และ $\boldsymbol{R(\mu^{R_2},\tau^{R_2})}$

การพิสูจน์บริบทที่ 3.2 ของ $R(\mu^{R_1},\beta^{R_1})$ และ $R(\mu^{R_2},\tau^{R_2})$

$$
\begin{aligned}
&R(\mu^{R_1},\beta^{R_1})\\
&= \hat{u}^{R_1}y_{...} + \hat{\beta}_1^{R_1}y_{.1.} + \hat{\beta}_2^{R_1}y_{.2.}\\
&= \frac{y_{...}}{12}(y\ ...) + \left(\frac{y_{.1.}}{6} - \frac{y_{...}}{12}\right)y_{.1.} + \left(\frac{y_{.2.}}{6} - \frac{y_{...}}{12}\right)y_{.2.}\\
&= \frac{y_{...}}{12}(y\ ...) + \frac{y_{.1.}^2}{6} - \left(\frac{y_{...}}{12}\right)y_{.1.} + \frac{y_{.2.}^2}{6} - \left(\frac{y_{...}}{12}\right)y_{.2.}\\
&= \frac{y_{...}}{12}(y_{...} - y_{.1.} - y_{.2.}) + \frac{y_{.1.}^2}{6} + \frac{y_{.2.}^2}{6}
\end{aligned}
$$

$$R(\mu^{R_1},\beta^{R_1}) = \frac{1}{6}\sum_{j=1}^{2} y_{.j.}^2$$

$$
\begin{aligned}
&R(\mu^{R_2},\tau^{R_2})\\
&= \hat{u}^{R_2}y_{...} + \hat{\tau}_1^{R_2}y_{1..} + \hat{\tau}_2^{R_2}y_{2..}\\
&= \frac{y_{...}}{12}(y\ ...) + \left(\frac{y_{1..}}{6} - \frac{y_{...}}{12}\right)y_{1..} + \left(\frac{y_{2..}}{6} - \frac{y_{...}}{12}\right)y_{2..}\\
&= \frac{y_{...}}{12}(y\ ...) + \frac{y_{1..}^2}{6} - \left(\frac{y_{...}}{12}\right)y_{1..} + \frac{y_{2..}^2}{6} - \left(\frac{y_{...}}{12}\right)y_{2..}\\
&= \frac{y_{...}}{12}(y_{...} - y_{1..} - y_{2..}) + \frac{y_{1..}^2}{6} + \frac{y_{2..}^2}{6}
\end{aligned}
$$

$$R(\mu^{R_2},\tau^{R_2}) = \frac{1}{6}\sum_{i=1}^{2} y_{i..}^2$$

ภาคผนวกที่ 4
ผลบวกกำลังสองจากบริบทที่ 3.1 และ 3.2

จากบริบทที่ 3.1 และ 3.2 จะได้

$$
\begin{aligned}
R(\mu^{F_1},\tau^{F_1},\beta^{F_1},(\tau\beta)^{F_1}) = {} & \tfrac{1}{6}\textstyle\sum_{i=1}^{2} y_{i..}^2 + \tfrac{1}{6}\sum_{j=1}^{2} y_{.j.}^2 + \tfrac{1}{3}\sum_{i=1}^{2}\sum_{j=1}^{2} y_{ij.}^2 - \left(\tfrac{y_{1..}}{6}\right) y_{11.} - \\
& \left(\tfrac{y_{.1.}}{6}\right) y_{11.} - \left(\tfrac{y_{1..}}{6}\right) y_{12.} - \left(\tfrac{y_{.2.}}{6}\right) y_{12.} - \left(\tfrac{y_{2..}}{6}\right) y_{21.} - \left(\tfrac{y_{.1.}}{6}\right) y_{21.} - \\
& \left(\tfrac{y_{2..}}{6}\right) y_{22.} - \left(\tfrac{y_{.2.}}{6}\right) y_{22.} \qquad \text{(ภ4.1)}
\end{aligned}
$$

$$R(\mu^{F_2},\tau^{F_2},\beta^{F_2}) = -\frac{y_{...}^2}{12} + \frac{1}{6}\sum_{i=1}^{2} y_{i..}^2 + \frac{1}{6}\sum_{j=1}^{2} y_{.j.}^2 \qquad \text{(ภ4.2)}$$

$$R(\mu^{R_1},\beta^{R_1}) = \frac{1}{6}\sum_{j=1}^{2} y_{.j.}^2 \qquad \text{(ภ4.3)}$$

$$R(\mu^{R_2},\tau^{R_2}) = \frac{1}{6}\sum_{i=1}^{2} y_{i..}^2 \qquad \text{(ภ4.4)}$$

$$
\begin{aligned}
SS_A &= R(\mu^{F_2},\tau^{F_2},\beta^{F_2}) - R(\mu^{R_1},\beta^{R_1}) \\
&= \left[-\tfrac{y_{...}^2}{12} + \tfrac{1}{6}\textstyle\sum_{i=1}^{2} y_{i..}^2 + \tfrac{1}{6}\sum_{j=1}^{2} y_{.j.}^2\right] - \left[\tfrac{1}{6}\sum_{j=1}^{2} y_{.j.}^2\right]
\end{aligned}
$$

$$SS_A = \frac{1}{6}\sum_{i=1}^{2} y_{i..}^2 - \frac{y_{...}^2}{12}$$

.....

$$
\begin{aligned}
SS_B &= R(\mu^{F_2},\tau^{F_2},\beta^{F_2}) - R(\mu^{R_2},\tau^{R_2}) \\
&= \left[-\tfrac{y_{...}^2}{12} + \tfrac{1}{6}\textstyle\sum_{i=1}^{2} y_{i..}^2 + \tfrac{1}{6}\sum_{j=1}^{2} y_{.j.}^2\right] - \left[\tfrac{1}{6}\sum_{i=1}^{2} y_{i..}^2\right]
\end{aligned}
$$

$$SS_B = \frac{1}{6}\sum_{j=1}^{2} y_{.j.}^2 - \frac{y_{...}^2}{12}$$

.....

$$
\begin{aligned}
SS_{AB} &= R(\mu^{F_1},\tau^{F_1},\beta^{F_1},(\tau\beta)^{F_1}) - R(\mu^{F_2},\tau^{F_2},\beta^{F_2}) \\
&= \Big[\tfrac{1}{6}\textstyle\sum_{i=1}^{2} y_{i..}^2 + \tfrac{1}{6}\sum_{j=1}^{2} y_{.j.}^2 + \tfrac{1}{3}\sum_{i=1}^{2}\sum_{j=1}^{2} y_{ij.}^2 - \left(\tfrac{y_{1..}}{6}\right) y_{11.} - \left(\tfrac{y_{.1.}}{6}\right) y_{11.} - \left(\tfrac{y_{1..}}{6}\right) y_{12.} - \\
&\quad \left(\tfrac{y_{.2.}}{6}\right) y_{12.} - \left(\tfrac{y_{2..}}{6}\right) y_{21.} - \left(\tfrac{y_{.1.}}{6}\right) y_{21.} - \left(\tfrac{y_{2..}}{6}\right) y_{22.} - \left(\tfrac{y_{.2.}}{6}\right) y_{22.}\Big] - \Big[-\tfrac{y_{...}^2}{12} + \tfrac{1}{6}\textstyle\sum_{i=1}^{2} y_{i..}^2 + \\
&\quad \tfrac{1}{6}\textstyle\sum_{j=1}^{2} y_{.j.}^2\Big] \\
&= \tfrac{1}{3}\textstyle\sum_{i=1}^{2}\sum_{j=1}^{2} y_{ij.}^2 - y_{11.}\left(\tfrac{y_{1..}}{6}\right) - y_{11.}\left(\tfrac{y_{.1.}}{6}\right) - y_{12.}\left(\tfrac{y_{1..}}{6}\right) - y_{12.}\left(\tfrac{y_{.2.}}{6}\right) - y_{21.}\left(\tfrac{y_{2..}}{6}\right) - \\
&\quad y_{21.}\left(\tfrac{y_{.1.}}{6}\right) - y_{22.}\left(\tfrac{y_{2..}}{6}\right) - y_{22.}\left(\tfrac{y_{.2.}}{6}\right) + \tfrac{y_{...}^2}{12}
\end{aligned}
$$

$$SS_{AB} = \frac{1}{3}\sum_{i=1}^{2}\sum_{j=1}^{2} y_{ij.}^2 - \frac{1}{6}\sum_{i=1}^{2} y_{i..}^2 - \frac{1}{6}\sum_{j=1}^{2} y_{.j.}^2 + \frac{y_{...}^2}{12}$$

.....

ภาคผนวกที่ 5
ตัวอย่างการคำนวณผลบวกกำลังสองของ ตารางที่ 4.3

ตัวอย่างการคำนวณผลบวกกำลังสองของตารางที่ 4.3 ตารางการเก็บข้อมูลแบบแผนแฟคทอเรียลกรณีมีการแทนค่าข้อมูลสูญหายด้วยวิธีกำลังสองน้อยสุด เพื่อนำไปการวิเคราะห์ความแปรปรวนแบบทั่วไป (Classical ANOVA) กรณีไม่มีข้อมูลสูญหาย ใช้ในการสร้างตารางที่ 4.4 การวิเคราะห์ความแปรปรวนของข้อมูลด้วยวิธีการประมาณค่าข้อมูลสูญหายด้วยวิธีกำลังสองน้อยสุดมีดังนี้

1.ผลบวกกำลังสองของผลรวม (SS_{total})

$$SS_{total} = \sum_{i=1}^{a}\sum_{j=1}^{b}\sum_{k=1}^{n} {y_{ijk}}^2 - \frac{{y_{...}}^2}{abn}$$
$$= (28)^2 + (25)^2 + \cdots + (29)^2 - \frac{(333)^2}{12}$$
$$SS_{total} = 274.250$$

2.ผลบวกกำลังสองของแถวปัจจัย A (SS_A)

$$SS_A = \frac{1}{bn}\sum_{i=1}^{a} {y_{i..}}^2 - \frac{{y_{...}}^2}{abn}$$
$$= \frac{1}{(2)(3)}[(143)^2 + (190)^2)] - \frac{(333)^2}{12}$$
$$SS_A = 184.083$$

3.ผลบวกกำลังสองของคอลัมน์ปัจจัย B (SS_B)

$$SS_B = \frac{1}{an}\sum_{j=1}^{b} {y_{.j.}}^2 - \frac{{y_{...}}^2}{abn}$$
$$= \frac{1}{(2)(3)}[(180)^2 + (153)^2] - \frac{(333)^2}{12}$$
$$SS_B = 60.750$$

4.ผลบวกกำลังสองของปฏิสัมพันธ์ระหว่างปัจจัย A และ ปัจจัย B (SS_{AB})

$$SS_{AB} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{a}\sum_{j=1}^{b} {y_{ij.}}^2 - \frac{{y_{...}}^2}{abn} - SS_A - SS_B$$
$$= \frac{1}{3}[(80)^2 + (100)^2 + \cdots + (90)^2] - \frac{(333)^2}{12} - 60.750 - 184.083$$
$$SS_{AB} = 4.083$$

5. ผลบวกกำลังสองของความคลาดเคลื่อน (SS_{Error})

$$
\begin{aligned}
SS_{Error} &= SS_{Total} - SS_{AB} - SS_{A} - SS_{B} \\
&= 274.250 - 4.083 - 60.750 - 184.083 \\
SS_{Error} &= 25.333
\end{aligned}
$$

ภาคผนวกที่ 6
ตัวอย่างการคำนวณผลบวกกำลังสองของ ตารางที่ 4.5

ตัวอย่างการคำนวณผลบวกกำลังสองของ ตารางที่ 4.5 ตารางการเก็บข้อมูลแบบแผนแฟคทอเรียลกรณีมีการแทนค่าข้อมูลสูญหายด้วยวิธีกำลังสองน้อยสุด เพื่อนำไปการวิเคราะห์ความแปรปรวนแบบทั่วไป (Classical ANOVA) กรณีไม่มีข้อมูลสูญหาย ใช้ในการสร้างตารางที่ 4.6 การวิเคราะห์ความแปรปรวนของข้อมูลด้วยวิธีการประมาณค่าข้อมูลสูญหายด้วยวิธีเฉลี่ยมีดังนี้

1.ผลบวกกำลังสองของผลรวม (SS_{total})

$$SS_{total} = \sum_{i=1}^{a}\sum_{j=1}^{b}\sum_{k=1}^{n} y_{ijk}{}^2 - \frac{y_{...}{}^2}{abn}$$
$$= (28)^2 + (25)^2 + \cdots + (29)^2 - \frac{(340.36)^2}{12}$$
$$SS_{total} = 224.545$$

2.ผลบวกกำลังสองของแถวปัจจัย A (SS_A)

$$SS_A = \frac{1}{bn}\sum_{i=1}^{a} y_{i..}{}^2 - \frac{y_{...}{}^2}{abn}$$
$$= \frac{1}{(2)(3)}[(150.36)^2 + (190)^2)] - \frac{(340.36)^2}{12}$$
$$SS_A = 130.944$$

3.ผลบวกกำลังสองของคอลัมน์ปัจจัย B (SS_B)

$$SS_B = \frac{1}{an}\sum_{j=1}^{b} y_{.j.}{}^2 - \frac{y_{...}{}^2}{abn}$$
$$= \frac{1}{(2)(3)}[(180)^2 + (160.36)^2] - \frac{(340.36)^2}{12}$$

$$SS_B = 32.144$$

4.ผลบวกกำลังสองของปฏิสัมพันธ์ระหว่างปัจจัย A และ ปัจจัย B (SS_{AB})

$$SS_{AB} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{a}\sum_{j=1}^{b} y_{ij.}{}^2 - \frac{y_{...}{}^2}{abn} - SS_A - SS_B$$
$$= \frac{1}{3}[(80)^2 + (100)^2 + \cdots + (90)^2] - \frac{(340.36)^2}{12} - 32.132 - 130.920$$
$$SS_{AB} = 0.011$$

5. ผลบวกกำลังสองของความคลาดเคลื่อน (SS_{Error})

$$SS_{Error} = SS_{Total} - SS_{AB} - SS_{A} - SS_{B}$$
$$= 224.545 - 0.011 - 32.144 - 130.944$$
$$SS_{Error} = 61.446$$

ภาคผนวกที่ 7

วิธีการพิสูจน์บริบทที่ 4.2 ของ $\boldsymbol{R(\mu^{F_1},\tau^{F_1},\beta^{F_1},(\tau\beta)^{F_1})}$

การพิสูจน์บริบทที่ 4.2 ของ $R(\mu^{F_1},\tau^{F_1},\beta^{F_1},(\tau\beta)^{F_1})$

$$
\begin{aligned}
&R(\mu^{F_1},\tau^{F_1},\beta^{F_1},(\tau\beta)^{F_1})\\
&= \hat{u}^{F_1}y_{...} + \hat{\tau}_1^{F_1}y_{1..} + \hat{\tau}_r^{F_1}y_{r..} + .. + \hat{\tau}_a^{F_1}y_{a..} + \hat{\beta}_1^{F_1}y_{.1.} + \hat{\beta}_2^{F_1}y_{.2.} + \hat{\beta}_c^{F_1}y_{.c.} + \cdots + \hat{\beta}_b^{F_1}y_{.b.} +\\
&\widehat{(\tau\beta)}_{11}^{F_1}y_{11.} + \widehat{(\tau\beta)}_{12}^{F_1}y_{12.} + \widehat{(\tau\beta)}_{1c}^{F_1}y_{1c.} + \cdots + \widehat{(\tau\beta)}_{1b}^{F_1}y_{1b.} + \widehat{(\tau\beta)}_{r1}^{F_1}y_{r1.} + \widehat{(\tau\beta)}_{r2}^{F_1}y_{r2.} +\\
&\widehat{(\tau\beta)}_{rc}^{F_1}y_{rc.} + \cdots + \widehat{(\tau\beta)}_{ra}^{F_1}y_{ra.} + \widehat{(\tau\beta)}_{a1}^{F_1}y_{a1.} + \widehat{(\tau\beta)}_{a2}^{F_1}y_{a2.} + \cdots + \widehat{(\tau\beta)}_{ab}^{F_1}y_{ab.}\\
&= \left[\frac{y_{...}}{abn} + \frac{y_{rc.}}{abn(n-1)}\right]y_{...} + \left[\frac{y_{1..}}{bn} - \frac{y_{...}}{abn} - \frac{y_{rc.}}{abn(n-1)}\right]y_{1..} + \left[\frac{a(n-1)y_{r..}}{abn(n-1)} + \frac{(a-1)y_{rc.}}{abn(n-1)} - \frac{(n-1)y_{...}}{abn(n-1)}\right]y_{r..} +\\
&\cdots + \left[\frac{y_{a..}}{bn} - \frac{y_{...}}{abn} - \frac{y_{rc.}}{abn(n-1)}\right]y_{a..} + \left[\frac{y_{.1.}}{an} - \frac{y_{...}}{abn} - \frac{y_{rc.}}{abn(n-1)}\right]y_{.1.} + \left[\frac{b(n-1)y_{.c.}}{abn(n-1)} + \frac{(b-1)y_{rc.}}{abn(n-1)} -\right.\\
&\left.\frac{(n-1)y_{...}}{abn(n-1)}\right]y_{.c.} + \cdots + \left[\frac{y_{.b.}}{an} - \frac{y_{...}}{abn} - \frac{y_{rc.}}{abn(n-1)}\right]y_{.b.} + \left[\frac{y_{11.}}{n} - \frac{y_{1..}}{bn} - \frac{y_{.1.}}{an} + \frac{y_{...}}{abn} + \frac{y_{rc.}}{abn(n-1)}\right]y_{11.} +\\
&\left[\frac{y_{1c.}}{n} - \frac{y_{1..}}{bn} - \frac{b(n-1)y_{.c.}}{abn(n-1)} - \frac{(b-1)y_{rc.}}{abn(n-1)} + \frac{(n-1)y_{...}}{abn(n-1)}\right]y_{1c.} + \cdots + \left[\frac{y_{1b.}}{n} - \frac{y_{1..}}{bn} - \frac{y_{.b.}}{an} + \frac{y_{...}}{abn} +\right.\\
&\left.\frac{y_{rc.}}{abn(n-1)}\right]y_{1b.} + \left[\frac{y_{r1.}}{n} - \frac{a(n-1)y_{r..}}{abn(n-1)} - \frac{(a-1)y_{rc.}}{abn(n-1)} + \frac{(n-1)y_{...}}{abn(n-1)} - \frac{y_{.1.}}{an}\right]y_{r1.} + \left[\frac{y_{...}}{abn} - \frac{y_{r..}}{bn} - \frac{y_{.c.}}{an} +\right.\\
&\left.\frac{(abn-a-b+1)y_{rc.}}{abn(n-1)}\right]y_{rc.} + \cdots + \left[\frac{y_{rb.}}{n} - \frac{y_{r..}}{bn} - \frac{y_{.b.}}{an} + \frac{y_{...}}{abn} + \frac{y_{rb.}}{abn(n-1)}\right]y_{rb.} + \left[\frac{y_{a1.}}{n} - \frac{y_{a..}}{bn} - \frac{y_{.1.}}{an} + \frac{y_{...}}{abn} +\right.\\
&\left.\frac{y_{rc.}}{abn(n-1)}\right]y_{a1.} + \left[\frac{y_{ac.}}{n} - \frac{y_{a..}}{bn} - \frac{b(n-1)y_{.c.}}{abn(n-1)} - \frac{(b-1)y_{rc.}}{abn(n-1)} + \frac{(n-1)y_{...}}{abn(n-1)}\right]y_{ac.} + \cdots + \left[\frac{y_{ab.}}{n} - \frac{y_{a..}}{bn} - \frac{y_{.b.}}{an} +\right.\\
&\left.\frac{y_{...}}{abn} + \frac{y_{rc.}}{abn(n-1)}\right]y_{ab.}\\
&= \frac{y_{...}^2}{abn} + \frac{y_{rc.}y_{...}}{abn(n-1)} + \frac{y_{1..}^2}{bn} - \frac{y_{...}y_{1..}}{abn} - \frac{y_{rc.}y_{1..}}{abn(n-1)} + \frac{y_{r..}^2}{bn} + \frac{(a-1)y_{rc.}y_{r..}}{abn(n-1)} - \frac{y_{...}y_{r..}}{abn} + \cdots + \frac{y_{a..}^2}{bn} - \frac{y_{...}y_{a..}}{abn} -\\
&\frac{y_{rc.}y_{a..}}{abn(n-1)} + \frac{y_{.1.}^2}{an} - \frac{y_{...}y_{.1.}}{abn} - \frac{y_{rc.}y_{.1.}}{abn(n-1)} + \frac{y_{.c.}^2}{an} + \frac{(b-1)y_{rc.}y_{.c.}}{abn(n-1)} - \frac{y_{...}y_{.c.}}{abn} + \cdots + \frac{y_{.b.}^2}{an} - \frac{y_{...}y_{.b.}}{abn} - \frac{y_{rc.}y_{.b.}}{abn(n-1)} +\\
&\frac{y_{11.}^2}{n} - \frac{y_{1..}y_{11.}}{bn} - \frac{y_{.1.}y_{11.}}{an} + \frac{y_{...}y_{11.}}{abn} + \frac{y_{rc.}y_{11.}}{abn(n-1)} + \frac{y_{1c.}^2}{n} - \frac{y_{1..}y_{1c.}}{bn} - \frac{y_{.c.}y_{1c.}}{an} - \frac{(b-1)y_{rc.}y_{1c.}}{abn(n-1)} + \frac{y_{...}y_{1c.}}{abn} + \cdots +\\
&\frac{y_{1b.}^2}{n} - \frac{y_{1..}y_{1b.}}{bn} - \frac{y_{.b.}y_{1b.}}{an} + \frac{y_{...}y_{1b.}}{abn} + \frac{y_{rc.}y_{1b.}}{abn(n-1)} + \frac{y_{r1.}^2}{n} - \frac{y_{r..}y_{r1.}}{bn} - \frac{(a-1)y_{rc.}y_{r1.}}{abn(n-1)} + \frac{y_{...}y_{r1.}}{abn} - \frac{y_{.1.}y_{r1.}}{an} +\\
&\frac{y_{...}y_{rc.}}{abn} - \frac{y_{r..}y_{rc.}}{bn} - \frac{y_{.c.}y_{rc.}}{an} + \frac{(abn-a-b+1)y_{rc.}^2}{abn(n-1)} + \cdots + \frac{y_{rb.}^2}{n} - \frac{y_{r..}y_{rb.}}{bn} - \frac{(a-1)y_{rc.}y_{rb.}}{abn(n-1)} + \frac{y_{...}y_{rb.}}{abn} -\\
&\frac{y_{.b.}y_{rb.}}{an} + \cdots + \frac{y_{a1.}^2}{n} - \frac{y_{a..}y_{a1.}}{bn} - \frac{y_{.1.}y_{a1.}}{an} + \frac{y_{...}y_{a1.}}{abn} + \frac{y_{rc.}y_{a1.}}{abn(n-1)} + \frac{y_{ac.}^2}{n} - \frac{y_{a..}y_{ac.}}{bn} - \frac{y_{.c.}y_{ac.}}{an} -\\
&\frac{(b-1)y_{rc.}y_{ac.}}{abn(n-1)} + \frac{y_{...}y_{ac.}}{abn} + \cdots + \frac{y_{ab.}^2}{n} - \frac{y_{a..}y_{ab.}}{bn} - \frac{y_{.b.}y_{ab.}}{an} + \frac{y_{...}y_{ab.}}{abn} + \frac{y_{rc.}y_{ab.}}{abn(n-1)}\\
&= \frac{1}{n}\sum_{i=1,i\neq r}^{a}\sum_{j=1,j\neq c}^{b} y_{ij.}^2 + \frac{y_{...}^2}{abn} + \frac{y_{1..}^2}{bn} + \frac{y_{r..}^2}{bn} + \ldots + \frac{y_{a..}^2}{bn} + \frac{y_{.1.}^2}{an} + \frac{y_{.c.}^2}{an} + \ldots + \frac{y_{.b.}^2}{an} +\\
&\frac{y_{rc.}(y_{...} - y_{1..} - \ldots - y_{a..} - y_{.1.} - \ldots - y_{.b.})}{abn(n-1)} -\\
&\frac{y_{...}(y_{1..} + y_{r..} + \ldots + y_{a..} + y_{.1.} + y_{.c.} + \ldots + y_{.b.} - y_{11.} - y_{1c.} - \ldots - y_{1b.} - y_{r1.} - y_{rc.} - \ldots - y_{rb.} - y_{a1.} - y_{ac.} - \ldots - y_{ab.})}{abn} +\\
&\frac{(a-1)y_{rc.}(y_{r..} - y_{r1.} - \ldots - y_{rb.})}{abn(n-1)} + \frac{(b-1)y_{rc.}(y_{.c.} - y_{1c.} - \ldots - y_{ac.})}{abn(n-1)} + \frac{(abn-a-b+1)y_{rc.}^2}{abn(n-1)} -\\
&\frac{y_{1..}(y_{11.} + y_{1c.} + \ldots + y_{1b.})}{bn} - \frac{y_{r..}(y_{r1.} + y_{rc.} + \ldots + y_{rb.})}{bn} - \ldots - \frac{y_{a..}(y_{a1.} + y_{ac.} + \ldots + y_{ab.})}{bn} -\\
&\frac{y_{.1.}(y_{11.} + y_{r1.} + \ldots + y_{a1.})}{an} - \frac{y_{.c.}(y_{1c.} + y_{rc.} + \ldots + y_{ac.})}{an} - \ldots - \frac{y_{.b.}(y_{1b.} + y_{rb.} + \ldots + y_{ab.})}{an} + \frac{y_{rc.}(y_{11.} + \ldots + y_{1b.})}{abn(n-1)} +\\
&\cdots + \frac{y_{rc.}(y_{a1.} + \ldots + y_{ab.})}{abn(n-1)}
\end{aligned}
$$

$$= \frac{1}{n}\sum_{i=1,i\neq r}^{a}\sum_{j=1,j\neq c}^{b} y_{ij.}^2 + \frac{y_{...}^2}{abn} + \frac{y_{1..}^2}{bn} + \frac{y_{r..}^2}{bn} + \ \ldots + \frac{y_{a..}^2}{bn} + \frac{y_{.1.}^2}{an} + \frac{y_{.c.}^2}{an} + \ \ldots + \frac{y_{.b.}^2}{an} +$$
$$\frac{y_{rc.}(-y_{...}+y_{r..}+y_{.c.})}{abn(n-1)} - \frac{y_{...}^2}{abn} + \frac{(a-1)y_{rc.}^2}{abn(n-1)} + \frac{(b-1)y_{rc.}^2}{abn(n-1)} + \frac{(abn-a-b+1)y_{rc.}^2}{abn(n-1)} - \frac{y_{1..}^2}{bn} - \frac{y_{r..}^2}{bn} - \ \ldots - \frac{y_{a..}^2}{bn} - \frac{y_{.1.}^2}{an} -$$
$$\frac{y_{.c.}^2}{an} - \ \ldots - \frac{y_{.b.}^2}{an} + \frac{y_{rc.}(y_{1..}-y_{1c.})}{abn(n-1)} + \ \ldots + \frac{y_{rc.}(y_{a..}-y_{ac.})}{abn(n-1)}$$
$$= \frac{1}{n}\sum_{i=1,i\neq r}^{a}\sum_{j=1,j\neq c}^{b} y_{ij.}^2 + \frac{(a-1)y_{rc.}^2 + (b-1)y_{rc.}^2 + (abn-a-b+1)y_{rc.}^2 + y_{rc.}^2}{abn(n-1)}$$
$$= \frac{1}{n}\sum_{i=1,i\neq r}^{a}\sum_{j=1,j\neq c}^{b} y_{ij.}^2 + \frac{(abn)y_{rc.}^2}{abn(n-1)}$$
$$R(\mu^{F_1}, \tau^{F_1}, \beta^{F_1}, (\tau\beta)^{F_1}) = \frac{1}{n}\sum_{i=1,i\neq r}^{a}\sum_{j=1,j\neq c}^{b} y_{ij.}^2 + \frac{y_{rc.}^2}{n-1}$$

ภาคผนวกที่ 8

วิธีการพิสูจน์บริบทที่ 4.2 ของ $\boldsymbol{R(\mu^{F_2},\tau^{F_2},\beta^{F_2})}$

การพิสูจน์บริบทที่ 4.2 ของ $R(\mu^{F_2},\tau^{F_2},\beta^{F_2})$

$$
\begin{aligned}
&R(\mu^{F_2},\tau^{F_2},\beta^{F_2})\\
&= \hat{u}^{F_2}y_{...} + \hat{\tau}_1^{F_2}y_{1..} + \hat{\tau}_r^{F_2}y_{r..} + .. + \hat{\tau}_a^{F_2}y_{a..} + \hat{\beta}_1^{F_2}y_{.1.} + \hat{\beta}_2^{F_2}y_{.2.} + \hat{\beta}_c^{F_2}y_{.c.} + \cdots + \hat{\beta}_b^{F_2}y_{.b.}\\
&= \left[\frac{(abn-a-b)y_{...}+ay_{r..}+by_{.c.}}{abn(abn-a-b+1)}\right]y_{...} + \left[\frac{y_{1..}}{bn} - \frac{(abn-a-b)y_{...}}{abn(abn-a-b+1)} - \frac{ay_{r..}}{abn(abn-a-b+1)} -\right.\\
&\left.\frac{by_{.c.}}{abn(abn-a-b+1)}\right]y_{1..} + \left[\frac{y_{2..}}{bn} - \frac{(abn-a-b)y_{...}}{abn(abn-a-b+1)} - \frac{ay_{r..}}{abn(abn-a-b+1)} -\right.\\
&\left.\frac{by_{.c.}}{abn(abn-a-b+1)}\right]y_{2..} + \left[\frac{a(an-1)y_{r..}+(a-1)y_{.c.}-(an-1)y_{...}}{an(abn-a-b+1)}\right]y_{r..} + \cdots + \left[\frac{y_{a..}}{bn} -\right.\\
&\left.\frac{(abn-a-b)y_{...}}{abn(abn-a-b+1)} - \frac{ay_{r..}}{abn(abn-a-b+1)} - \frac{by_{.c.}}{abn(abn-a-b+1)}\right]y_{a..} + \left[\frac{y_{.1.}}{an} - \frac{(abn-a-b)y_{...}}{abn(abn-a-b+1)} -\right.\\
&\left.\frac{ay_{r..}}{abn(abn-a-b+1)} - \frac{by_{.c.}}{abn(abn-a-b+1)}\right]y_{.1.} + \left[\frac{y_{.2.}}{an} - \frac{(abn-a-b)y_{...}}{abn(abn-a-b+1)} - \frac{ay_{r..}}{abn(abn-a-b+1)} -\right.\\
&\left.\frac{by_{.c.}}{abn(abn-a-b+1)}\right]y_{.2.} + \left[\frac{(b-1)y_{r..}+b(bn-1)y_{.c.}-(bn-1)y_{...}}{bn(abn-a-b+1)}\right]y_{.c.} + \cdots + \left[\frac{y_{.b.}}{an} -\right.\\
&\left.\frac{(abn-a-b)y_{...}}{abn(abn-a-b+1)} - \frac{ay_{r..}}{abn(abn-a-b+1)} - \frac{by_{.c.}}{abn(abn-a-b+1)}\right]y_{.b.}\\
&= \frac{(abn-a-b)y_{...}^2}{abn(abn-a-b+1)} + \frac{y_{r..}y_{...}}{bn(abn-a-b+1)} + \frac{y_{.c.}y_{...}}{an(abn-a-b+1)} + \frac{y_{1..}^2}{bn} - \frac{(abn-a-b)y_{...}y_{1..}}{abn(abn-a-b+1)} -\\
&\frac{y_{r..}y_{1..}}{bn(abn-a-b+1)} - \frac{y_{.c.}y_{1..}}{an(abn-a-b+1)} + \frac{y_{2..}^2}{bn} - \frac{(abn-a-b)y_{...}y_{2..}}{abn(abn-a-b+1)} - \frac{y_{r..}y_{2..}}{bn(abn-a-b+1)} - \frac{y_{.c.}y_{2..}}{an(abn-a-b+1)}\\
&+ \frac{(an-1)y_{r..}^2}{n(abn-a-b+1)} + \frac{(a-1)y_{.c.}y_{2..}}{an(abn-a-b+1)} - \frac{(an-1)y_{...}y_{r..}}{an(abn-a-b+1)} + \cdots + \frac{y_{a..}^2}{bn} - \frac{(abn-a-b)y_{...}y_{a..}}{abn(abn-a-b+1)} -\\
&\frac{y_{r..}y_{a..}}{bn(abn-a-b+1)} - \frac{y_{.c.}y_{a..}}{an(abn-a-b+1)} + \frac{y_{.1.}^2}{an} - \frac{(abn-a-b)y_{...}y_{.1.}}{abn(abn-a-b+1)} - \frac{y_{r..}y_{.1.}}{bn(abn-a-b+1)} - \frac{y_{.c.}y_{.1.}}{an(abn-a-b+1)} +\\
&\frac{y_{.2.}^2}{an} - \frac{(abn-a-b)y_{...}y_{.2.}}{abn(abn-a-b+1)} - \frac{y_{r..}y_{.2.}}{bn(abn-a-b+1)} - \frac{y_{.c.}y_{.2.}}{an(abn-a-b+1)} + \frac{(bn-1)y_{.c.}^2}{n(abn-a-b+1)} + \frac{(b-1)y_{r..}y_{.c.}}{bn(abn-a-b+1)} -\\
&\frac{(bn-1)y_{...}y_{.c.}}{bn(abn-a-b+1)} + \cdots + \frac{y_{.b.}^2}{an} - \frac{(abn-a-b)y_{...}y_{.b.}}{abn(abn-a-b+1)} - \frac{y_{r..}y_{.b.}}{bn(abn-a-b+1)} - \frac{y_{.c.}y_{.b.}}{an(abn-a-b+1)}\\
&= \frac{1}{bn}\sum_{i=1}^{a}y_{i..}^2 + \frac{1}{an}\sum_{j=1}^{b}y_{.j.}^2 - \frac{(abn-a-b)y_{...}^2}{abn(abn-a-b+1)} + \frac{(abn-a-b)y_{...}y_{r..}}{abn(abn-a-b+1)} + \frac{(abn-a-b)y_{...}y_{.c.}}{abn(abn-a-b+1)} +\\
&\frac{y_{r..}^2}{bn(abn-a-b+1)} - \frac{y_{r..}y_{...}}{bn(abn-a-b+1)} + \frac{y_{r..}y_{.c.}}{bn(abn-a-b+1)} + \frac{y_{.c.}^2}{an(abn-a-b+1)} + \frac{y_{r..}y_{.c.}}{an(abn-a-b+1)} -\\
&\frac{y_{.c.}y_{...}}{an(abn-a-b+1)} + \frac{(an-1)y_{r..}^2}{n(abn-a-b+1)} + \frac{(a-1)y_{.c.}y_{r..}}{an(abn-a-b+1)} - \frac{(an-1)y_{...}y_{r..}}{an(abn-a-b+1)} + \frac{(b-1)y_{.c.}y_{r..}}{bn(abn-a-b+1)} +\\
&\frac{(bn-1)y_{.c.}^2}{n(abn-a-b+1)} - \frac{(bn-1)y_{...}y_{.c.}}{bn(abn-a-b+1)}\\
&= \frac{1}{bn}\sum_{i=1}^{a}y_{i..}^2 + \frac{1}{an}\sum_{j=1}^{b}y_{.j.}^2 - \frac{(abn-a-b)y_{...}^2}{abn(abn-a-b+1)} + \frac{(abn-a-b)y_{...}(y_{r..}+y_{.c.})}{abn(abn-a-b+1)} + \frac{[-y_{r..}-(bn-1)y_{.c.}]y_{...}}{bn(abn-a-b+1)} +\\
&\frac{[-y_{.c.}-(an-1)y_{r..}]y_{...}}{an(abn-a-b+1)} + \frac{y_{.c.}^2}{an(abn-a-b+1)} + \frac{y_{r..}^2}{bn(abn-a-b+1)} + \frac{(an-1)y_{r..}^2+(bn-1)y_{.c.}^2+2y_{.c.}y_{r..}}{n(abn-a-b+1)}\\
&= \frac{1}{bn}\sum_{i=1}^{a}y_{i..}^2 + \frac{1}{an}\sum_{j=1}^{b}y_{.j.}^2 + \frac{(abn-a-b)[y_{...}(y_{r..}+y_{.c.})-y_{...}^2]}{abn(abn-a-b+1)} + \frac{[-y_{r..}-(bn-1)y_{.c.}]y_{...}+y_{r..}^2}{bn(abn-a-b+1)} +\\
&\frac{[-y_{.c.}-(an-1)y_{r..}]y_{...}+y_{.c.}^2}{an(abn-a-b+1)} + \frac{(an-1)y_{r..}^2+(bn-1)y_{.c.}^2+2y_{.c.}y_{r..}}{n(abn-a-b+1)}\\
&= \frac{1}{bn}\sum_{i=1}^{a}y_{i..}^2 + \frac{1}{an}\sum_{j=1}^{b}y_{.j.}^2 + \frac{(a+b-abn)y_{...}^2-2(by_{.c.}+ay_{r..})y_{...}+(ab^2n-ab+b)y_{.c.}^2}{abn(abn-a-b+1)} +\\
&\frac{(a^2bn-ab+a)y_{r..}^2+2aby_{.c.}y_{r..}}{abn(abn-a-b+1)}
\end{aligned}
$$

$$
R(\mu^{F_2},\tau^{F_2},\beta^{F_2}) = \frac{\sum_{All\,i}^{a}y_{i..}^2}{bn} + \frac{\sum_{All\,j}^{b}y_{.j.}^2}{an} - \frac{y_{...}^2}{abn} + \frac{[y_{...}-(by_{.c.}+ay_{r..})]^2}{abn(abn-a-b+1)}
$$

ภาคผนวกที่ 9
วิธีการพิสูจน์บริบทที่ 4.3 ของ $\boldsymbol{R(\mu^{R_1}, \beta^{R_1})}$

การพิสูจน์บริบทที่ 4.3 ของ $R(\mu^{R_1}, \beta^{R_1})$

$$R(\mu^{R_1}, \beta^{R_1})$$
$$= \hat{u}^{R_1} y_{...} + \hat{\beta}_1^{R_1} y_{.1.} + \hat{\beta}_2^{R_1} y_{.2.} + \hat{\beta}_c^{R_1} y_{.c.} + \cdots + \hat{\beta}_b^{R_1} y_{.b.}$$
$$= \left[\frac{(an-1)y_{...}+y_{.c.}}{abn(an-1)}\right] y_{...} + \left[\frac{y_{.1.}}{an} - \frac{(an-1)y_{...}-y_{.c.}}{abn(an-1)}\right] y_{.1.} + \left[\frac{y_{.2.}}{an} - \frac{(an-1)y_{...}-y_{.c.}}{abn(an-1)}\right] y_{.2.} +$$
$$\left[\frac{-(an-1)y_{...}+(abn-1)y_{.c.}}{abn(an-1)}\right] y_{.c.} + \cdots + \left[\frac{y_{.b.}}{an} - \frac{(an-1)y_{...}-y_{.c.}}{abn(an-1)}\right] y_{.b.}$$
$$= \frac{y_{...}^2}{abn} + \frac{y_{.c.}(y_{...})}{abn(an-1)} + \frac{y_{.1.}^2}{an} - \frac{y_{...}(y_{.1.})}{abn} - \frac{y_{.c.}(y_{.1.})}{abn(an-1)} + \frac{y_{.2.}^2}{an} - \frac{y_{...}(y_{.2.})}{abn} - \frac{y_{.c.}(y_{.2.})}{abn(an-1)} + \frac{y_{...}(y_{.c.})}{abn} +$$
$$\frac{(abn-1)y_{.c.}^2}{abn(an-1)} + \cdots + \frac{y_{.b.}^2}{an} - \frac{y_{...}(y_{.b.})}{abn} - \frac{y_{.c.}(y_{.b.})}{abn(an-1)}$$
$$= \frac{y_{...}^2}{abn} - \frac{y_{...}}{abn}(y_{.1.} + y_{.2.} + y_{.c.} + \cdots + y_{.b.}) + \frac{(abn-1)y_{.c.}^2}{abn(an-1)} + \frac{y_{.1.}^2}{an} + \frac{y_{.2.}^2}{an} + \cdots + \frac{y_{.b.}^2}{an} +$$
$$\frac{y_{.c.}}{abn(an-1)}(y_{...} - y_{.1.} - y_{.2.} - \cdots - y_{.b.})$$
$$= \frac{y_{.1.}^2}{an} + \frac{y_{.2.}^2}{an} + \frac{(abn-1)y_{.c.}^2}{abn(an-1)} + \cdots + \frac{y_{.b.}^2}{an} + \frac{y_{.c.}^2}{abn(an-1)}$$
$$= \frac{(abn-1+1)y_{.c.}^2}{abn(an-1)} + \frac{y_{.1.}^2}{an} + \frac{y_{.2.}^2}{an} + \cdots + \frac{y_{.b.}^2}{an}$$
$$= \frac{y_{.c.}^2}{an-1} + \frac{y_{.1.}^2}{an} + \frac{y_{.2.}^2}{an} + \cdots + \frac{y_{.b.}^2}{an}$$
$$R(\mu^{R_1}, \beta^{R_1}) = \frac{1}{an}\sum_{j=1}^{b} y_{.j.}^2 + \frac{y_{.c.}^2}{an-1}$$

ภาคผนวกที่ 10
วิธีการพิสูจน์บริบทที่ 4.3 ของ $\boldsymbol{R(\mu^{R_2},\tau^{R_2})}$

การพิสูจน์บริบทที่ 4.3 ของ $R(\mu^{R_2},\tau^{R_2})$

$$R(\mu^{R_2},\tau^{R_2})$$
$$= \hat{u}^{R_2}y_{...} + \hat{\tau}_1^{R_2}y_{1..} + \hat{\tau}_r^{R_2}y_{r..} +..+ \hat{\tau}_a^{R_2}y_{a..}$$
$$= \left[\frac{(bn-1)y_{...}+y_{r..}}{abn(bn-1)}\right]y_{...} + \left[\frac{y_{1..}}{bn} - \frac{(bn-1)y_{...}-y_{r..}}{abn(bn-1)}\right]y_{1..} + \left[\frac{y_{2..}}{bn} - \frac{(bn-1)y_{...}-y_{r..}}{abn(bn-1)}\right]y_{2..} +$$
$$\left[\frac{-(bn-1)y_{...}+(abn-1)y_{r..}}{abn(bn-1)}\right]y_{r..} + \cdots + \left[\frac{y_{a..}}{bn} - \frac{(bn-1)y_{...}-y_{r..}}{abn(bn-1)}\right]y_{a..}$$
$$= \frac{y_{...}^2}{abn} + \frac{y_{r..}}{abn}(y_{...}) + \frac{y_{1..}^2}{bn} - \frac{y_{...}}{abn}(y_{1..}) - \frac{y_{r..}(y_{1..})}{abn(bn-1)} + \frac{y_{2..}^2}{bn} - \frac{y_{...}}{abn}(y_{2..}) - \frac{y_{r..}(y_{2..})}{abn(bn-1)} -$$
$$\frac{y_{...}}{abn}(y_{r..}) + \frac{(abn-1)y_{r..}^2}{abn(bn-1)} + \cdots + \frac{y_{a..}^2}{bn} - \frac{y_{...}}{abn}(y_{a..}) - \frac{y_{r..}(y_{a..})}{abn(bn-1)}$$
$$= \frac{y_{...}^2}{abn} - \frac{y_{...}}{abn}(y_{1..} + y_{2..} + y_{r..} + \cdots + y_{a..}) + \frac{y_{r..}}{abn}(y_{1..} + y_{2..} + y_{r..} + \cdots + y_{a..}) + \frac{y_{1..}^2}{bn} +$$
$$\frac{y_{2..}^2}{bn} + \frac{(abn-1)y_{r..}^2}{abn(bn-1)} + \cdots + \frac{y_{a..}^2}{bn}$$
$$= \frac{y_{1..}^2}{bn} + \frac{y_{2..}^2}{bn} + \frac{(abn-1+1)y_{r..}^2}{abn(bn-1)} + \cdots + \frac{y_{a..}^2}{bn}$$
$$= \frac{y_{1..}^2}{bn} + \frac{y_{2..}^2}{bn} + \frac{y_{r..}^2}{bn-1} + \cdots + \frac{y_{a..}^2}{bn}$$
$$R(\mu^{R_2},\tau^{R_2}) = \frac{1}{bn}\sum_{i=1}^{a} y_{i..}^2 + \frac{y_{r..}^2}{bn-1}$$

ภาคผนวกที่ 11

ผลบวกกำลังสองจากบริบทที่ 4.2 และ 4.3

จากบริบทที่ 4.2 และ 4.3 จะได้

$$R(\mu^{F_1},\tau^{F_1},\beta^{F_1},(\tau\beta)^{F_1}) = \frac{1}{n}\sum_{i=1,i\neq r}^{a}\sum_{j=1,j\neq c}^{b} y_{ij.}^2 + \frac{y_{rc.}^2}{n-1} \qquad \text{(ภ 11.1)}$$

$$R(\mu^{F_2},\tau^{F_2},\beta^{F_2}) = \frac{\sum_{All\,i}^{a} y_{i..}^2}{bn} + \frac{\sum_{All\,j}^{b} y_{.j.}^2}{an} - \frac{y_{...}^2}{abn} + \frac{[y_{...}-(by_{.c.}+ay_{r..})]^2}{abn(abn-a-b+1)} \qquad \text{(ภ 11.2)}$$

$$R(\mu^{R_1},\beta^{R_1}) = \frac{1}{an}\sum_{j=1}^{b} y_{.j.}^2 + \frac{y_{.c.}^2}{an-1} \qquad \text{(ภ 11.3)}$$

$$R(\mu^{R_2},\tau^{R_2}) = \frac{1}{bn}\sum_{i=1}^{a} y_{i..}^2 + \frac{y_{r..}^2}{bn-1} \qquad \text{(ภ 11.4)}$$

$$SS_A = R(\mu^{F_2},\tau^{F_2},\beta^{F_2}) - R(\mu^{R_1},\beta^{R_1})$$

$$SS_A = \frac{\sum_{All\,i}^{a} y_{i..}^2}{bn} + \frac{\sum_{All\,j}^{b} y_{.j.}^2}{an} - \frac{y_{...}^2}{abn} + \frac{[y_{...}-(by_{.c.}+ay_{r..})]^2}{abn(abn-a-b+1)} - \frac{1}{an}\sum_{j=1,j\neq c}^{b} y_{.j.}^2 - \frac{y_{.c.}^2}{an-1}$$

$$SS_A = \frac{\sum_{All\,i}^{a} y_{i..}^2}{bn} - \frac{y_{.c.}^2}{an(an-1)} - \frac{y_{...}^2}{abn} + \frac{[y_{...}-(by_{.c.}+ay_{r..})]^2}{abn(abn-a-b+1)}$$

$$SS_A = \frac{\sum_{All\,i}^{a} y_{i..}^2}{bn} - \frac{y_{.c.}^2}{an(an-1)} - \frac{y_{...}^2}{abn} + K$$

$$SS_B = R(\mu^{F_2},\tau^{F_2},\beta^{F_2}) - R(\mu^{R_2},\tau^{R_2})$$

$$SS_B = \frac{\sum_{All\,i}^{a} y_{i..}^2}{bn} + \frac{\sum_{All\,j}^{b} y_{.j.}^2}{an} - \frac{y_{...}^2}{abn} + \frac{[y_{...}-(by_{.c.}+ay_{r..})]^2}{abn(abn-a-b+1)} - \frac{1}{bn}\sum_{i=1,i\neq r}^{a} y_{i..}^2 - \frac{y_{r..}^2}{bn-1}$$

$$SS_B = \frac{\sum_{All\,j}^{b} y_{.j.}^2}{an} - \frac{y_{r..}^2}{bn(bn-1)} - \frac{y_{...}^2}{abn} + \frac{[y_{...}-(by_{.c.}+ay_{r..})]^2}{abn(abn-a-b+1)}$$

$$SS_B = \frac{\sum_{All\,j}^{b} y_{.j.}^2}{an} - \frac{y_{r..}^2}{bn(bn-1)} - \frac{y_{...}^2}{abn} + K$$

$$SS_{AB} = R(\mu^{F_1},\tau^{F_1},\beta^{F_1},(\tau\beta)^{F_1}) - R(\mu^{F_2},\tau^{F_2},\beta^{F_2})$$

$$SS_{AB} = \frac{1}{n}\sum_{i=1,i\neq r}^{a}\sum_{j=1,j\neq c}^{b} y_{ij.}^2 + \frac{y_{rc.}^2}{n-1} - \frac{\sum_{All\,i}^{a} y_{i..}^2}{bn} - \frac{\sum_{All\,j}^{b} y_{.j.}^2}{an} + \frac{y_{...}^2}{abn} - \frac{[y_{...}-(by_{.c.}+ay_{r..})]^2}{abn(abn-a-b+1)}$$

$$SS_{AB} = \frac{1}{n}\sum_{All\,i}^{a}\sum_{All\,j}^{b} y_{ij.}^2 + \frac{y_{rc.}^2}{n(n-1)} - \frac{\sum_{All\,i}^{a} y_{i..}^2}{bn} - \frac{\sum_{All\,j}^{b} y_{.j.}^2}{an} + \frac{y_{...}^2}{abn} - \frac{[y_{...}-(by_{.c.}+ay_{r..})]^2}{abn(abn-a-b+1)}$$

$$SS_{AB} = \frac{1}{n}\sum_{All\,i}^{a}\sum_{All\,j}^{b} y_{ij.}^2 - \frac{\sum_{All\,i}^{a} y_{i..}^2}{bn} - \frac{\sum_{All\,j}^{b} y_{.j.}^2}{an} + \frac{y_{...}^2}{abn} + \frac{y_{rc.}^2}{n(n-1)} - K$$

$$SS_{AB} = \frac{y_{...}^2 + ab\sum_{All\,i}^{a}\sum_{All\,j}^{b} y_{ij.}^2 - a\sum_{All\,i}^{a} y_{i..}^2 - b\sum_{All\,j}^{b} y_{.j.}^2}{abn} + \frac{y_{rc.}^2}{n(n-1)} - K$$

ภาคผนวกที่ 12

การคำนวณด้วยวิธีตรง (Exact Approach)

จากกรณีศึกษาที่ 1 ในบทที่ 4 สามารถแสดงวิธีการคำนวณการประมาณค่าพารามิเตอร์สมการถดถอยผลบวกกำลังสอง และการคำนวณวิเคราะห์ความแปรปรวน ตามลำดับดังนี้

1. การคำนวณการประมาณค่าพารามิเตอร์

1.1 อิทธิพลเต็มรูปแบบมีอิทธิพลร่วม

$$\hat{\mu}^{F_1} = \frac{y_{...}}{abn} + \frac{y_{rc.}}{abn(n-1)} = \frac{2745}{18} + \frac{175}{18(2-1)} = 162.22$$

$$\hat{\tau}_r^{F_1} = \frac{a(n-1)y_{r..}+(a-1)y_{rc.}-(n-1)y_{...}}{abn(n-1)} = \frac{3(2-1)*698+(3-1)175-(2-1)2745}{18(2-1)} = -16.72$$

$$\hat{\tau}_2^{F_1} = \frac{y_{2..}}{bn} - \frac{y_{...}}{abn} - \frac{y_{rc.}}{abn(n-1)} = \frac{1141}{6} - 162.22 = 27.94$$

$$\hat{\tau}_3^{F_1} = \frac{y_{3..}}{bn} - \frac{y_{...}}{abn} - \frac{y_{rc.}}{abn(n-1)} = \frac{906}{6} - 162.22 = -11.22$$

$$\hat{\beta}_c^{F_1} = \frac{b(n-1)y_{.c.}+(b-1)y_{rc.}-(n-1)y_{...}}{abn(n-1)} = \frac{3(2-1)*1144+(3-1)175-(2-1)2745}{18(2-1)} = 57.61$$

$$\hat{\beta}_2^{F_1} = \frac{y_{.2.}}{an} - \frac{y_{...}}{abn} - \frac{y_{rc.}}{abn(n-1)} = \frac{969}{6} - 162.22 = -0.72$$

$$\hat{\beta}_3^{F_1} = \frac{y_{.3.}}{an} - \frac{y_{...}}{abn} - \frac{y_{rc.}}{abn(n-1)} = \frac{632}{6} - 162.22 = -56.88$$

$$\left(\widehat{\tau\beta}\right)_{rc}^{F_1} = \frac{y_{...}}{abn} - \frac{y_{r..}}{bn} - \frac{y_{.c.}}{an} + \frac{(abn-a-b+1)y_{rc.}}{abn(n-1)} = \frac{2745}{18} - \frac{698}{6} - \frac{1144}{6} - \frac{(18-3-3+1)*175}{18(2-1)} = -28$$

$$\left(\widehat{\tau\beta}\right)_{r2}^{F_1} = \frac{y_{r2.}}{n} - \frac{a(n-1)y_{r..}}{abn(n-1)} - \frac{(a-1)y_{rc.}}{abn(n-1)} + \frac{(n-1)y_{...}}{abn(n-1)} - \frac{y_{.2.}}{an} = \frac{297}{2} - \frac{3(2-1)*698}{18(2-1)} - \frac{(3-1)*175}{18(2-1)} + \frac{(2-1)*2745}{18(2-1)} - \frac{969}{6} = 3.72$$

$$\left(\widehat{\tau\beta}\right)_{r3}^{F_1} = \frac{y_{r3.}}{n} - \frac{a(n-1)y_{r..}}{abn(n-1)} - \frac{(a-1)y_{rc.}}{abn(n-1)} + \frac{(n-1)y_{...}}{abn(n-1)} - \frac{y_{.3.}}{an} = \frac{226}{2} - \frac{3(2-1)*698}{18(2-1)} - \frac{(3-1)*175}{18(2-1)} + \frac{(2-1)*2745}{18(2-1)} - \frac{632}{6} = 24.39$$

$$\left(\widehat{\tau\beta}\right)_{2c}^{F_1} = \frac{y_{2c.}}{n} - \frac{y_{2..}}{bn} - \frac{b(n-1)y_{.c.}}{abn(n-1)} - \frac{(b-1)y_{rc.}}{abn(n-1)} + \frac{(n-1)y_{...}}{abn(n-1)} = \frac{684}{2} - \frac{1141}{6} - \frac{3(2-1)*1144}{18(2-1)} - \frac{(3-1)*175}{18(2-1)} + \frac{(2-1)*2745}{18(2-1)} = 94.22$$

$$\left(\widehat{\tau\beta}\right)_{22}^{F_1} = \frac{y_{22.}}{n} - \frac{y_{2..}}{bn} - \frac{y_{.2.}}{an} + \frac{y_{...}}{abn} + \frac{y_{rc.}}{abn(n-1)} = \frac{262}{2} - \frac{1141}{6} - \frac{969}{6} + 162.22 = -58.44$$

$$\left(\widehat{\tau\beta}\right)_{23}^{F_1} = \frac{y_{23.}}{n} - \frac{y_{2..}}{bn} - \frac{y_{.3.}}{an} + \frac{y_{...}}{abn} + \frac{y_{rc.}}{abn(n-1)} = \frac{195}{2} - \frac{1141}{6} - \frac{632}{6} + 162.22 = -35.78$$

$$\left(\widehat{\tau\beta}\right)_{3c}^{F_1} = \frac{y_{3c.}}{n} - \frac{y_{3..}}{bn} - \frac{b(n-1)y_{.c.}}{abn(n-1)} - \frac{(b-1)y_{rc.}}{abn(n-1)} + \frac{(n-1)y_{...}}{abn(n-1)} = \frac{285}{2} - \frac{906}{6} - \frac{3(2-1)*1144}{18(2-1)} - \frac{(3-1)*175}{18(2-1)} + \frac{(2-1)*2745}{18(2-1)} = -66.11$$

$$\left(\widehat{\tau\beta}\right)_{32}^{F_1} = \frac{y_{32.}}{n} - \frac{y_{3..}}{bn} - \frac{y_{.2.}}{an} + \frac{y_{...}}{abn} + \frac{y_{rc.}}{abn(n-1)} = \frac{410}{2} - \frac{906}{6} - \frac{969}{6} + 162.22 = 54.72$$

$$\left(\widehat{\tau\beta}\right)_{33}^{F_1} = \frac{y_{33.}}{n} - \frac{y_{3..}}{bn} - \frac{y_{.3.}}{an} + \frac{y_{...}}{abn} + \frac{y_{rc.}}{abn(n-1)} = \frac{211}{2} - \frac{906}{6} - \frac{632}{6} + 162.22 = 11.39$$

1.2 อิทธิพลเต็มรูปแบบไม่มีอิทธิพลร่วม

$$\hat{\mu}^{F_2} = \frac{(abn-a-b)y_{...}+ay_{r..}+by_{.c.}}{abn(abn-a-b+1)} = \frac{(18-3-3)*2745+3*698+3*1144}{18(18-3-3+1)} = 164.38$$

$$\hat{\tau}_r^{F_2} = \frac{a(an-1)y_{r..}+(a-1)y_{.c.}-(an-1)y_{...}}{an(abn-a-b+1)} = \frac{3(6-1)*698+(3-1)1144-(6-1)2745}{6(18-3-3+1)} = -12.40$$

$$\hat{\tau}_2^{F_2} = \frac{y_{2..}}{bn} - \frac{(abn-a-b)y_{...}+ay_{r..}+by_{.c.}}{abn(abn-a-b+1)} = \frac{1141}{6} - 164.38 = 25.78$$

$$\hat{\tau}_3^{F_2} = \frac{y_{3..}}{bn} - \frac{(abn-a-b)y_{...}+ay_{r..}+by_{.c.}}{abn(abn-a-b+1)} = \frac{906}{6} - 164.38 = -13.38$$

$$\hat{\beta}_c^{F_2} = \frac{(b-1)y_{r..}+b(bn-1)y_{.c.}-(bn-1)y_{...}}{bn(abn-a-b+1)} = \frac{(3-1)*698+3(6-1)1144-(6-1)2745}{6(18-3-3+1)} = 61.94$$
$$\hat{\beta}_2^{F_2} = \frac{y_{.2.}}{an} - \frac{(abn-a-b)y_{...}+ay_{r..}+by_{.c.}}{abn(abn-a-b+1)} = \frac{969}{6} - 164.38 = -2.88$$
$$\hat{\beta}_3^{F_2} = \frac{y_{.3.}}{an} - \frac{(abn-a-b)y_{...}+ay_{r..}+by_{.c.}}{abn(abn-a-b+1)} = \frac{632}{6} - 164.38 = -59.05$$

1.3 ลดรูปพารามิเตอร์ $\hat{\tau}_i$

$$\hat{\mu}^{R_1} = \frac{(an-1)y_{...}+y_{.c.}}{abn(an-1)} = \frac{(6-1)*2745+1144}{18(6-1)} = 165.21$$
$$\hat{\beta}_c^{R_1} = \frac{-(an-1)y_{...}+(abn-1)y_{.c.}}{abn(an-1)} = \frac{-(6-1)*2745+(18-1)*1144}{18(6-1)} = 63.59$$
$$\hat{\beta}_2^{R_1} = \frac{y_{.2.}}{an} - \frac{(an-1)y_{...}+y_{.c.}}{abn(an-1)} = \frac{969}{6} - 165.21 = -3.71$$
$$\hat{\beta}_3^{R_1} = \frac{y_{.3.}}{an} - \frac{(an-1)y_{...}+y_{.c.}}{abn(an-1)} = \frac{632}{6} - 165.21 = -59.88$$

1.4 ลดรูปพารามิเตอร์ $\hat{\beta}_j$

$$\hat{\mu}^{R_2} = \frac{(bn-1)y_{...}+y_{r..}}{abn(bn-1)} = \frac{(6-1)*2745+698}{18(6-1)} = 160.26$$
$$\hat{\tau}_r^{R_2} = \frac{-(bn-1)y_{...}+(abn-1)y_{r..}}{abn(bn-1)} = \frac{-(6-1)*2745+(18-1)*698}{18(6-1)} = -20.66$$
$$\hat{\tau}_2^{R_2} = \frac{y_{2..}}{bn} - \frac{(bn-1)y_{...}+y_{r..}}{abn(bn-1)} = \frac{1141}{6} - 160.26 = 29.91$$
$$\hat{\tau}_3^{R_2} = \frac{y_{3..}}{bn} - \frac{(bn-1)y_{...}+y_{r..}}{abn(bn-1)} = \frac{906}{6} - 160.26 = -9.26$$

2. การคำนวณสมการถดถอยผลบวกกำลังสอง

2.1 อิทธิพลเต็มรูปแบบมีอิทธิพลร่วม

$$R(\mu^{F_1},\tau^{F_1},\beta^{F_1},(\tau\beta)^{F_1}) = \frac{1}{n}\sum_{i=1,i\neq r}^{a}\sum_{j=1,j\neq c}^{b} y_{ij.}^2 + \frac{y_{rc.}^2}{n-1}$$
$$= \frac{\begin{pmatrix}297^2+226^2+684^2+262^2+195^2\\+285^2+410^2+211^2\end{pmatrix}}{2} + \frac{175^2}{2-1}$$
$$R(\mu^{F_1},\tau^{F_1},\beta^{F_1},(\tau\beta)^{F_1}) = 534453$$

2.2 อิทธิพลเต็มรูปแบบไม่มีอิทธิพลร่วม

$$R(\mu^{F_2},\tau^{F_2},\beta^{F_2}) = \frac{\sum_{All\,i}^{a} y_{i..}^2}{bn} + \frac{\sum_{All\,j}^{b} y_{.j.}^2}{an} - \frac{y_{...}^2}{abn} + \frac{[y_{...}-(by_{.c.}+ay_{r..})]^2}{abn(abn-a-b+1)}$$
$$= \frac{698^2+1141^2+906^2}{6} + \frac{1144^2+969^2+632^2}{6} - \frac{2745^2}{18} + \frac{(2745-(3*1144+3*698))^2}{18(18-3-3+1)}$$
$$R(\mu^{F_2},\tau^{F_2},\beta^{F_2}) = 490612.28$$

2.3 ลดรูปพารามิเตอร์ $\hat{\tau}_i$

$$R(\mu^{R_1},\beta^{R_1}) = \frac{1}{an}\sum_{j=1,j\neq c}^{b} y_{.j.}^2 + \frac{y_{.c.}^2}{an-1}$$
$$= \frac{(969^2+632^2)}{6} + \frac{1144^2}{6-1}$$
$$R(\mu^{R_1},\beta^{R_1}) = 484811.37$$

2.4 ลดรูปพารามิเตอร์ $\hat{\beta}_j$

$$R(\mu^{R_2},\tau^{R_2}) = \frac{1}{bn}\sum_{i=1,i\neq r}^{a} y_{i..}^2 + \frac{y_{r..}^2}{bn-1}$$
$$= \frac{(1141^2+906^2)}{6} + \frac{698^2}{6-1}$$
$$R(\mu^{R_2},\tau^{R_2}) = 451226.97$$

3. การคำนวณการวิเคราะห์ความแปรปรวน

$$SS_A = \frac{\sum_{All\,i}^{a} y_{i..}^2}{bn} - \frac{y_{.c.}^2}{an(an-1)} - \frac{y_{...}^2}{abn} + \frac{[y_{...}-(by_{.c.}+ay_{r..})]^2}{abn(abn-a-b+1)}$$
$$= \frac{\sum_{All\,i}^{a} y_{i..}^2}{bn} - \frac{y_{.c.}^2}{an(an-1)} - \frac{y_{...}^2}{abn} + K$$
$$= \frac{(698^2+1141^2+906^2)}{6} - \frac{1144^2}{6(6-1)} - \frac{2745^2}{18} + \frac{(2745-(3*1144+3*698))^2}{18(18-3-3+1)}$$
$$SS_A = 5801$$

$$SS_B = \frac{\sum_{All\,j}^{b} y_{.j.}^2}{an} - \frac{y_{r..}^2}{bn(bn-1)} - \frac{y_{...}^2}{abn} + K$$
$$= \frac{(1144^2+969^2+632^2)}{6} - \frac{698^2}{6(6-1)} - \frac{2745^2}{18} + \frac{(2745-(3*1144+3*698))^2}{18(18-3-3+1)}$$
$$SS_B = 39385$$
$$SS_{AB} = \frac{y_{...}^2 + ab\sum_{All\,i}^{a}\sum_{All\,j}^{b} y_{ij.}^2 - a\sum_{All\,i}^{a} y_{i..}^2 - b\sum_{All\,j}^{b} y_{.j.}^2}{abn} + \frac{y_{rc.}^2}{n(n-1)} - K$$
$$= \frac{2745^2+9*(175^2+297^2+226^2+684^2+262^2+195^2+285^2+410^2+211^2)-3*(698^2+1141^2+906^2)-3*(1144^2+969^2+632^2)}{18}$$
$$+ \frac{175^2}{2(2-1)} - \frac{(2745-(3*1144+3*698))^2}{18(18-3-3+1)}$$
$$SS_{AB} = 43841$$
$$SS_{Total} = \sum_{i=1}^{a}\sum_{j=1}^{b}\sum_{k=1}^{n} y_{ijk}^2 - \frac{y_{...}^2}{abn-1}$$
$$= (175^2 + 150^2 + 147^2 + 135^2 + 91^2 + 314^2 + 370 + 159^2 + 103^2 + 106^2 +$$
$$89^2 + 190^2 + 95^2 + 213^2 + 197^2 + 112^2 + 99^2) - \frac{2745^2}{18}$$
$$SS_{Total} = 100194$$

$$SS_{Error} = \sum_{i=1}^{a}\sum_{j=1}^{b}\sum_{k=1}^{n}(y_{ijk} - \bar{y}_{ij.})^2$$
$$= (175-175)^2 + (150-148.5)^2 + (147-148.5)^2 + (135-113)^2 + (91-$$
$$113)^2 + (314-342)^2 + (370-342)^2 + (159-131)^2 + (103-131)^2 + (106-97.5)^2 + (89-$$
$$97.5)^2 + (190-142.5)^2 + (95-142.5)^2 + (213-205)^2 + (197-205)^2 + (112-105.5)^2 +$$
$$(99-105.5)^2$$
$$SS_{Error} = 8978$$

ผลการคำนวณด้วยวิธีตรงของกรณีศึกษาที่ 1 สามารถแสดงได้ดังตารางที่ ผ12.1

ตารางที่ ผ12.1 ผลการคำนวณด้วยวิธีตรง (กรณีศึกษาที่ 1)

วิเคราะห์ความแปรปรวน	อิทธิพลเต็มรูปแบบมีอิทธิพลร่วม	อิทธิพลเต็มรูปแบบไม่มีอิทธิพลร่วม	ลดรูปพารามิเตอร์ $\hat{\tau}_i$	ลดรูปพารามิเตอร์ $\hat{\beta}_j$
ประมาณค่าพารามิเตอร์	$\hat{\mu}^{F_1} = 162.22$ $\hat{\tau}_r^{F_1} = -16.72$ $\hat{\tau}_2^{F_1} = 27.94$ $\hat{\tau}_3^{F_1} = -11.22$ $\hat{\beta}_c^{F_1} = 57.61$ $\hat{\beta}_2^{F_1} = -0.72$ $\hat{\beta}_3^{F_1} = -56.88$ $\widehat{(\tau\beta)}_{rc}^{F_1} = -28$ $\widehat{(\tau\beta)}_{r2}^{F_1} = 3.72$ $\widehat{(\tau\beta)}_{r3}^{F_1} = 24.39$ $\widehat{(\tau\beta)}_{2c}^{F_1} = 94.22$ $\widehat{(\tau\beta)}_{22}^{F_1} = -58.44$ $\widehat{(\tau\beta)}_{23}^{F_1} = -35.78$ $\widehat{(\tau\beta)}_{3c}^{F_1} = -66.11$ $\widehat{(\tau\beta)}_{32}^{F_1} = 54.72$ $\widehat{(\tau\beta)}_{33}^{F_1} = 11.39$	$\hat{\mu}^{F_2} = 164.38$ $\hat{\tau}_r^{F_2} = -12.40$ $\hat{\tau}_2^{F_2} = 25.78$ $\hat{\tau}_3^{F_2} = -13.38$ $\hat{\beta}_c^{F_2} = 61.94$ $\hat{\beta}_2^{F_2} = -2.88$ $\hat{\beta}_3^{F_2} = -59.05$	$\hat{\mu}^{R_1} = 165.21$ $\hat{\beta}_c^{R_1} = 63.59$ $\hat{\beta}_2^{R_1} = -3.71$ $\hat{\beta}_3^{R_1} = -59.88$	$\hat{\mu}^{R_2} = 160.26$ $\hat{\tau}_r^{R_2} = -20.66$ $\hat{\tau}_2^{R_2} = 29.91$ $\hat{\tau}_3^{R_2} = -9.26$
สมการถดถอยผลบวกกำลังสอง	$R(\mu^{F_1}, \tau^{F_1}, \beta^{F_1}, (\tau\beta)^{F_1}) = 534453$	$R(\mu^{F_2}, \tau^{F_2}, \beta^{F_2}) = 490612.28$	$R(\mu^{R_1}, \beta^{R_1}) = 484811.37$	$R(\mu^{R_2}, \tau^{R_2}) = 451226.97$
ผลบวกกำลังสอง	$SS_A = 5801$			
	$SS_B = 39385$			
	$SS_{AB} = 43841$			
	$SS_{Total} = 100194$			
	$SS_{Error} = 8978$			

จากกรณีศึกษาที่ 2 ในบทที่ 4 สามารถแสดงวิธีการคำนวณการประมาณค่าพารามิเตอร์ สมการถดถอยผลบวกกำลังสอง และการคำนวณวิเคราะห์ความแปรปรวน ตามลำดับดังนี้

1. การคำนวณการประมาณค่าพารามิเตอร์

1.1 อิทธิพลเต็มรูปแบบมีอิทธิพลร่วม

$$\hat{\mu}^{F_1} = \frac{y_{...}}{abn} + \frac{y_{rc.}}{abn(n-1)} = \frac{2084}{18} + \frac{205}{18(3-1)} = 121.47$$
$$\hat{\tau}_1^{F_1} = \frac{y_{1..}}{bn} - \frac{y_{...}}{abn} - \frac{y_{rc.}}{abn(n-1)} = \frac{761}{6} - 121.47 = 5.36$$
$$\hat{\tau}_2^{F_1} = \frac{y_{2..}}{bn} - \frac{y_{...}}{abn} - \frac{y_{rc.}}{abn(n-1)} = \frac{656}{6} - 121.47 = -12.14$$
$$\hat{\tau}_r^{F_1} = \frac{a(n-1)y_{r..} + (a-1)y_{rc.} - (n-1)y_{...}}{abn(n-1)} = \frac{3(3-1)*667+(3-1)*205-(3-1)*2084}{18(3-1)} = 6.78$$
$$\hat{\beta}_1^{F_1} = \frac{y_{.1.}}{an} - \frac{y_{...}}{abn} - \frac{y_{rc.}}{abn(n-1)} = \frac{1186}{9} - 121.47 = 10.31$$
$$\hat{\beta}_c^{F_1} = \frac{b(n-1)y_{.c.} + (b-1)y_{rc.} - (n-1)y_{...}}{abn(n-1)} = \frac{2(3-1)*898+(2-1)205-(3-1)2084}{18(3-1)} = -10.31$$

$$\left(\widehat{\tau\beta}\right)_{11}^{F_1} = \frac{y_{11.}}{n} - \frac{y_{1..}}{bn} - \frac{y_{.1.}}{an} + \frac{y_{...}}{abn} + \frac{y_{rc.}}{abn(n-1)} = \frac{380}{3} - \frac{761}{6} - \frac{1186}{9} + 121.47 = -10.47$$
$$\left(\widehat{\tau\beta}\right)_{1c}^{F_1} = \frac{y_{1c.}}{n} - \frac{y_{1..}}{bn} - \frac{b(n-1)y_{.c.}}{abn(n-1)} - \frac{(b-1)y_{rc.}}{abn(n-1)} + \frac{(n-1)y_{...}}{abn(n-1)} = \frac{381}{3} - \frac{761}{6} - \frac{2(3-1)*898}{18(3-1)} - \frac{(2-1)*205}{18(3-1)} + \frac{(3-1)*2084}{18(3-1)} = 10.47$$
$$\left(\widehat{\tau\beta}\right)_{21}^{F_1} = \frac{y_{21.}}{n} - \frac{y_{2..}}{bn} - \frac{y_{.1.}}{an} + \frac{y_{...}}{abn} + \frac{y_{rc.}}{abn(n-1)} = \frac{344}{3} - \frac{656}{6} - \frac{1186}{9} + 121.47 = -4.97$$
$$\left(\widehat{\tau\beta}\right)_{2c}^{F_1} = \frac{y_{2c.}}{n} - \frac{y_{2..}}{bn} - \frac{b(n-1)y_{.c.}}{abn(n-1)} - \frac{(b-1)y_{rc.}}{abn(n-1)} + \frac{(n-1)y_{...}}{abn(n-1)} = \frac{312}{3} - \frac{656}{6} - \frac{2(3-1)*898}{18(3-1)} - \frac{(2-1)*205}{18(3-1)} + \frac{(3-1)*2084}{18(3-1)} = 4.97$$
$$\left(\widehat{\tau\beta}\right)_{r1}^{F_1} = \frac{y_{r1.}}{n} - \frac{a(n-1)y_{r..}}{abn(n-1)} - \frac{(a-1)y_{rc.}}{abn(n-1)} + \frac{(n-1)y_{...}}{abn(n-1)} - \frac{y_{.1.}}{an} = \frac{462}{3} - \frac{3(3-1)*667}{18(3-1)} - \frac{(3-1)*205}{18(3-1)} + \frac{(3-1)*2084}{18(3-1)} - \frac{1186}{9} = 15.44$$
$$\left(\widehat{\tau\beta}\right)_{rc}^{F_1} = \frac{y_{...}}{abn} - \frac{y_{r..}}{bn} - \frac{y_{.c.}}{an} + \frac{(abn-a-b+1)y_{rc.}}{abn(n-1)} = \frac{2084}{18} - \frac{667}{6} - \frac{898}{9} - \frac{(18-3-2+1)*205}{18(3-1)} = -15.44$$

1.2 อิทธิพลเต็มรูปแบบไม่มีอิทธิพลร่วม

$$\hat{\mu}^{F_2} = \frac{(abn-a-b)y_{...}+ay_{r..}+by_{.c.}}{abn(abn-a-b+1)} = \frac{(18-3-2)*2084+3*667+2*898}{18(18-3-2+1)} = 122.58$$
$$\hat{\tau}_1^{F_2} = \frac{y_{1..}}{bn} - \frac{(abn-a-b)y_{...}+ay_{r..}+by_{.c.}}{abn(abn-a-b+1)} = \frac{761}{6} - 122.58 = 4.26$$
$$\hat{\tau}_2^{F_2} = \frac{y_{2..}}{bn} - \frac{(abn-a-b)y_{...}+ay_{r..}+by_{.c.}}{abn(abn-a-b+1)} = \frac{656}{6} - 122.58 = -13.24$$
$$\hat{\tau}_r^{F_2} = \frac{a(an-1)y_{r..}+(a-1)y_{.c.}-(an-1)y_{...}}{an(abn-a-b+1)} = \frac{3(9-1)*667+(3-1)*898-(9-1)*2084}{9(18-3-2+1)} = 8.98$$
$$\hat{\beta}_1^{F_2} = \frac{y_{.1.}}{an} - \frac{(abn-a-b)y_{...}+ay_{r..}+by_{.c.}}{abn(abn-a-b+1)} = \frac{1186}{9} - 122.58 = 9.20$$
$$\hat{\beta}_c^{F_2} = \frac{(b-1)y_{r..}+b(bn-1)y_{.c.}-(bn-1)y_{...}}{bn(abn-a-b+1)} = \frac{(2-1)*667+2(6-1)*898-(6-1)*2084}{6(18-3-2+1)} = -9.20$$

1.3 ลดรูปพารามิเตอร์ $\hat{\tau}_i$

$$\hat{\mu}^{R_1} = \frac{(an-1)y_{...}+y_{.c.}}{abn(an-1)} = \frac{(9-1)*2084+898}{18(9-1)} = 122.01$$
$$\hat{\beta}_1^{R_1} = \frac{y_{.1.}}{an} - \frac{(an-1)y_{...}+y_{.c.}}{abn(an-1)} = \frac{1186}{9} - 122.01 = 9.76$$
$$\hat{\beta}_c^{R_1} = \frac{-(an-1)y_{...}+(abn-1)y_{.c.}}{abn(an-1)} = \frac{-(9-1)*2084+(18-1)*898}{18(9-1)} = -9.76$$

1.4 ลดรูปพารามิเตอร์ $\hat{\beta}_j$

$$\hat{\mu}^{R_2} = \frac{(bn-1)y_{...}+y_{r..}}{abn(bn-1)} = \frac{(6-1)*2084+667}{18(6-1)} = 123.19$$
$$\hat{\tau}_1^{R_2} = \frac{y_{1..}}{bn} - \frac{(bn-1)y_{...}+y_{r..}}{abn(bn-1)} = \frac{761}{6} - 123.19 = 3.64$$
$$\hat{\tau}_2^{R_2} = \frac{y_{2..}}{bn} - \frac{(bn-1)y_{...}+y_{r..}}{abn(bn-1)} = \frac{656}{6} - 123.19 = -13.86$$
$$\hat{\tau}_r^{R_2} = \frac{-(bn-1)y_{...}+(abn-1)y_{r..}}{abn(bn-1)} = \frac{-(6-1)*2084+(18-1)*667}{18(6-1)} = 10.21$$

2. การคำนวณสมการถดถอยผลบวกกำลังสอง

2.1 อิทธิพลเต็มรูปแบบมีอิทธิพลร่วม

$$R(\mu^{F_1}, \tau^{F_1}, \beta^{F_1}, (\tau\beta)^{F_1}) = \frac{1}{n}\sum_{i=1,i\neq r}^{a}\sum_{j=1,j\neq c}^{b} y_{ij.}^2 + \frac{y_{rc.}^2}{n-1}$$
$$= \frac{(380^2+381^2+344^2+312^2+462^2)}{3} + \frac{205^2}{3-1}$$
$$R(\mu^{F_1}, \tau^{F_1}, \beta^{F_1}, (\tau\beta)^{F_1}) = 260574.17$$

2.2 อิทธิพลเต็มรูปแบบไม่มีอิทธิพลร่วม

$$R(\mu^{F_2}, \tau^{F_2}, \beta^{F_2}) = \frac{\sum_{All\,i}^{a} y_{i..}^2}{bn} + \frac{\sum_{All\,j}^{b} y_{.j.}^2}{an} - \frac{y_{...}^2}{abn} + \frac{[y_{...}-(by_{.c.}+ay_{r..})]^2}{abn(abn-a-b+1)}$$
$$= \frac{761^2+656^2+667^2}{6} + \frac{1186^2+898^2}{9} - \frac{2084^2}{18} + \frac{(2084-(2*898+3*667))^2}{18(18-3-2+1)}$$
$$R(\mu^{F_2}, \tau^{F_2}, \beta^{F_2}) = 258643.32$$

2.3 ลดรูปพารามิเตอร์ $\hat{\tau}_i$

$$R(\mu^{R_1}, \beta^{R_1}) = \frac{1}{an}\sum_{j=1,j\neq c}^{b} y_{.j.}^2 + \frac{y_{.c.}^2}{an-1}$$
$$= \frac{(1186^2)}{9} + \frac{898^2}{9-1}$$
$$R(\mu^{R_1}, \beta^{R_1}) = 257088.94$$

2.4 ลดรูปพารามิเตอร์ $\hat{\beta}_j$

$$R(\mu^{R_2}, \tau^{R_2}) = \frac{1}{bn}\sum_{i=1,i\neq r}^{a} y_{i..}^2 + \frac{y_{r..}^2}{bn-1}$$
$$= \frac{(761^2+656^2)}{6} + \frac{667^2}{6-1}$$
$$R(\mu^{R_2}, \tau^{R_2}) = 257220.63$$

3. การคำนวณการวิเคราะห์ความแปรปรวน

$$SS_A = \frac{\sum_{All\,i}^{a} y_{i..}^2}{bn} - \frac{y_{.c.}^2}{an(an-1)} - \frac{y_{...}^2}{abn} + \frac{[y_{...}-(by_{.c.}+ay_{r..})]^2}{abn(abn-a-b+1)} = \frac{\sum_{All\,i}^{a} y_{i..}^2}{bn} - \frac{y_{.c.}^2}{an(an-1)} - \frac{y_{...}^2}{abn} + K$$
$$= \frac{(761^2+656^2+667^2)}{6} - \frac{898^2}{9(9-1)} - \frac{2084^2}{18} + \frac{(2084-(2*898+3*667))^2}{18(18-3-2+1)}$$
$$SS_A = 1554$$
$$SS_B = \frac{\sum_{All\,j}^{b} y_{.j.}^2}{an} - \frac{y_{r..}^2}{bn(bn-1)} - \frac{y_{...}^2}{abn} + K$$
$$= \frac{(1186^2+898^2)}{9} - \frac{667^2}{6(6-1)} - \frac{2084^2}{18} + \frac{(2084-(2*898+3*667))^2}{18(18-3-2+1)}$$
$$SS_B = 1423$$
$$SS_{AB} = \frac{y_{...}^2 + ab\sum_{All\,i}^{a}\sum_{All\,j}^{b} y_{ij.}^2 - a\sum_{All\,i}^{a} y_{i..}^2 - b\sum_{All\,j}^{b} y_{.j.}^2}{abn} + \frac{y_{rc.}^2}{n(n-1)} - K$$
$$= \frac{2084^2+6*(380^2+381^2+344^2+312^2+462^2+205^2)-3*(761^2+656^2+667^2)-2*(1186^2+898^2)}{18} + \frac{205^2}{3(3-1)} - \frac{(2084-(2*898+3*667))^2}{18(18-3-2+1)}$$
$$SS_{AB} = 1931$$
$$SS_{Total} = \sum_{i=1}^{a}\sum_{j=1}^{b}\sum_{k=1}^{n} y_{ijk}^2 - \frac{y_{...}^2}{abn-1}$$

$$= (115^2 + 123^2 + 142^2 + 117^2 + 125^2 + 139^2 + 114^2 + 124^2 + 106^2 + 91^2 + 111^2 + 110^2 + 146^2 + 151^2 + 165^2 + 97^2 + 108^2) - \frac{2084^2}{18-1}$$

$SS_{Total} = 6404$

$SS_{Error} = \sum_{i=1}^{a}\sum_{j=1}^{b}\sum_{k=1}^{n}\left(y_{ijk} - \bar{y}_{ij.}\right)^2$

$$= (115 - 126.7)^2 + (123 - 126.7)^2 + (142 - 126.7)^2 + (117 - 127)^2 + (125 - 127)^2 + (139 - 127)^2 + (114 - 114.67)^2 + (124 - 114.67)^2 + (106 - 114.67)^2 + (91 - 104)^2 + (111 - 104)^2 + (110 - 104)^2 + (146 - 154)^2 + (151 - 154)^2 + (165 - 154)^2 + (97 - 102.5)^2 + (108 - 102.5)^2$$

$SS_{Error} = 1304$

ผลการคำนวณด้วยวิธีตรงของกรณีศึกษาที่ 2 สามารถแสดงได้ดังตารางที่ ผ12.2

ตารางที่ ผ12.2 ผลการคำนวณด้วยวิธีตรง (กรณีศึกษาที่ 2)

วิเคราะห์ความแปรปรวน	อิทธิพลเต็มรูปแบบมีอิทธิพลร่วม	อิทธิพลเต็มรูปแบบไม่มีอิทธิพลร่วม	ลดรูปพารามิเตอร์$\hat{\tau}_i$	ลดรูปพารามิเตอร์$\hat{\beta}_j$
ประมาณค่าพารามิเตอร์	$\hat{\mu}^{F_1} = 121.47$ $\hat{\tau}_1^{F_1} = 5.36$ $\hat{\tau}_2^{F_1} = -12.14$ $\hat{\tau}_r^{F_1} = 6.78$ $\hat{\beta}_1^{F_1} = 1031$ $\hat{\beta}_c^{F_1} = -10.31$ $\left(\widehat{\tau\beta}\right)_{11}^{F_1} = -10.47$ $\left(\widehat{\tau\beta}\right)_{1c}^{F_1} = 10.47$ $\left(\widehat{\tau\beta}\right)_{21}^{F_1} = -4.97$ $\left(\widehat{\tau\beta}\right)_{2c}^{F_1} = 4.97$ $\left(\widehat{\tau\beta}\right)_{r1}^{F_1} = 15.44$ $\left(\widehat{\tau\beta}\right)_{rc}^{F_1} = -15.44$ $\left(\widehat{\tau\beta}\right)_{33}^{F_1} = 11.39$	$\hat{\mu}^{F_2} = 122.58$ $\hat{\tau}_1^{F_2} = 4.26$ $\hat{\tau}_2^{F_2} = -13.24$ $\hat{\tau}_r^{F_2} = 8.98$ $\hat{\beta}_1^{F_2} = 9.20$ $\hat{\beta}_c^{F_2} = -9.20$	$\hat{\mu}^{R_1} = 122.01$ $\hat{\beta}_1^{R_1} = 9.76$ $\hat{\beta}_c^{R_1} = -9.76$	$\hat{\mu}^{R_2} = 123.19$ $\hat{\tau}_1^{R_2} = 3.64$ $\hat{\tau}_2^{R_2} = -13.86$ $\hat{\tau}_r^{R_2} = 10.21$
สมการถดถอยผลบวกกำลังสอง	$R(\mu^{F_1}, \tau^{F_1}, \beta^{F_1}, (\tau\beta)^{F_1}) = 260574.17$	$R(\mu^{F_2}, \tau^{F_2}, \beta^{F_2}) = 258643.32$	$R(\mu^{R_1}, \beta^{R_1}) = 257088.94$	$R(\mu^{R_2}, \tau^{R_2}) = 257220.63$
ผลบวกกำลังสอง	$SS_A = 1554$			
	$SS_B = 1423$			
	$SS_{AB} = 1931$			
	$SS_{Total} = 6404$			
	$SS_{Error} = 1304$			

จากกรณีศึกษาที่ 3 ในบทที่ 4 สามารถแสดงวิธีการคำนวณการประมาณค่าพารามิเตอร์สมการถดถอยผลบวกกำลังสอง และการคำนวณวิเคราะห์ความแปรปรวน ตามลำดับดังนี้

1. การคำนวณการประมาณค่าพารามิเตอร์

1.1 อิทธิพลเต็มรูปแบบมีอิทธิพลร่วม

$$\hat{\mu}^{F_1} = \frac{y_{...}}{abn} + \frac{y_{rc.}}{abn(n-1)} = \frac{158}{24} + \frac{23}{24(3-1)} = 7.06$$

$$\hat{\tau}_1^{F_1} = \frac{y_{1..}}{bn} - \frac{y_{...}}{abn} - \frac{y_{rc.}}{abn(n-1)} = \frac{80}{12} - 7.06 = -0.4$$

$$\hat{\tau}_r^{F_1} = \frac{a(n-1)y_{r..} + (a-1)y_{rc.} - (n-1)y_{...}}{abn(n-1)} = \frac{2(3-1)*78+(2-1)*23-(3-1)*158}{24(3-1)} = 0.4$$

$$\hat{\beta}_1^{F_1} = \frac{y_{.1.}}{an} - \frac{y_{...}}{abn} - \frac{y_{rc.}}{abn(n-1)} = \frac{22}{6} - 7.06 = -3.4$$

$$\hat{\beta}_2^{F_1} = \frac{y_{.2.}}{an} - \frac{y_{...}}{abn} - \frac{y_{rc.}}{abn(n-1)} = \frac{31}{6} - 7.06 = -1.9$$

$$\hat{\beta}_3^{F_1} = \frac{y_{.3.}}{an} - \frac{y_{...}}{abn} - \frac{y_{rc.}}{abn(n-1)} = \frac{54}{6} - 7.06 = 1.9$$

$$\hat{\beta}_c^{F_1} = \frac{b(n-1)y_{.c.} + (b-1)y_{rc.} - (n-1)y_{...}}{abn(n-1)} = \frac{4(3-1)*51+(4-1)23-(3-1)158}{24(3-1)} = 3.4$$

$$\left(\widehat{\tau\beta}\right)_{11}^{F_1} = \frac{y_{11.}}{n} - \frac{y_{1..}}{bn} - \frac{y_{.1.}}{an} + \frac{y_{...}}{abn} + \frac{y_{rc.}}{abn(n-1)} = \frac{13}{3} - \frac{80}{12} - \frac{22}{6} + 7.06 = 1.06$$

$$\left(\widehat{\tau\beta}\right)_{12}^{F_1} = \frac{y_{12.}}{n} - \frac{y_{1..}}{bn} - \frac{y_{.2.}}{an} + \frac{y_{...}}{abn} + \frac{y_{rc.}}{abn(n-1)} = \frac{17}{3} - \frac{80}{12} - \frac{31}{6} + 7.06 = 0.9$$

$$\left(\widehat{\tau\beta}\right)_{13}^{F_1} = \frac{y_{13.}}{n} - \frac{y_{1..}}{bn} - \frac{y_{.3.}}{an} + \frac{y_{...}}{abn} + \frac{y_{rc.}}{abn(n-1)} = \frac{22}{3} - \frac{80}{12} - \frac{54}{6} + 7.06 = -1.27$$

$$\left(\widehat{\tau\beta}\right)_{1c}^{F_1} = \frac{y_{1c.}}{n} - \frac{y_{1..}}{bn} - \frac{b(n-1)y_{.c.}}{abn(n-1)} - \frac{(b-1)y_{rc.}}{abn(n-1)} + \frac{(n-1)y_{...}}{abn(n-1)} = \frac{28}{3} - \frac{80}{12} - \frac{4(3-1)*51}{24(3-1)} - \frac{(4-1)*23}{24(3-1)} + \frac{(3-1)*158}{24(3-1)} = -0.69$$

$$\left(\widehat{\tau\beta}\right)_{r1}^{F_1} = \frac{y_{r1.}}{n} - \frac{a(n-1)y_{r..}}{abn(n-1)} - \frac{(a-1)y_{rc.}}{abn(n-1)} + \frac{(n-1)y_{...}}{abn(n-1)} - \frac{y_{.1.}}{an} = \frac{9}{3} - \frac{2(3-1)*78}{24(3-1)} - \frac{(2-1)*23}{24(3-1)} + \frac{(3-1)*158}{24(3-1)} - \frac{22}{6} = -1.06$$

$$\left(\widehat{\tau\beta}\right)_{r2}^{F_1} = \frac{y_{r2.}}{n} - \frac{a(n-1)y_{r..}}{abn(n-1)} - \frac{(a-1)y_{rc.}}{abn(n-1)} + \frac{(n-1)y_{...}}{abn(n-1)} - \frac{y_{.2.}}{an} = \frac{14}{3} - \frac{2(3-1)*78}{24(3-1)} - \frac{(2-1)*23}{24(3-1)} + \frac{(3-1)*158}{24(3-1)} - \frac{31}{6} = -0.9$$

$$\left(\widehat{\tau\beta}\right)_{r3}^{F_1} = \frac{y_{r3.}}{n} - \frac{a(n-1)y_{r..}}{abn(n-1)} - \frac{(a-1)y_{rc.}}{abn(n-1)} + \frac{(n-1)y_{...}}{abn(n-1)} - \frac{y_{.3.}}{an} = \frac{32}{3} - \frac{2(3-1)*78}{24(3-1)} - \frac{(2-1)*23}{24(3-1)} + \frac{(3-1)*158}{24(3-1)} - \frac{54}{6} = 1.27$$

$$\left(\widehat{\tau\beta}\right)_{rc}^{F_1} = \frac{y_{...}}{abn} - \frac{y_{r..}}{bn} - \frac{y_{.c.}}{an} + \frac{(abn-a-b+1)y_{rc.}}{abn(n-1)} = \frac{158}{24} - \frac{78}{12} - \frac{51}{6} - \frac{(24-2-4+1)*23}{24(3-1)} = 0.69$$

1.2 อิทธิพลเต็มรูปแบบไม่มีอิทธิพลร่วม

$$\hat{\mu}^{F_2} = \frac{(abn-a-b)y_{...} + ay_{r..} + by_{.c.}}{abn(abn-a-b+1)} = \frac{(24-2-4)*158+2*78+4*51}{24(24-2-4+1)} = 7.03$$

$$\hat{\tau}_1^{F_2} = \frac{y_{1..}}{bn} - \frac{(abn-a-b)y_{...} + ay_{r..} + by_{.c.}}{abn(abn-a-b+1)} = \frac{80}{12} - 7.03 = -0.36$$

$$\hat{\tau}_r^{F_2} = \frac{a(an-1)y_{r..} + (a-1)y_{.c.} - (an-1)y_{...}}{an(abn-a-b+1)} = \frac{2(6-1)*80+(2-1)*51-(6-1)*158}{6(24-2-4+1)} = 0.36$$

$$\hat{\beta}_1^{F_2} = \frac{y_{.1.}}{an} - \frac{(abn-a-b)y_{...} + ay_{r..} + by_{.c.}}{abn(abn-a-b+1)} = \frac{22}{6} - 7.03 = -3.4$$

$$\hat{\beta}_2^{F_2} = \frac{y_{.2.}}{an} - \frac{(abn-a-b)y_{...} + ay_{r..} + by_{.c.}}{abn(abn-a-b+1)} = \frac{31}{6} - 7.03 = -1.9$$

$$\hat{\beta}_3^{F_2} = \frac{y_{.3.}}{an} - \frac{(abn-a-b)y_{...} + ay_{r..} + by_{.c.}}{abn(abn-a-b+1)} = \frac{54}{6} - 7.03 = 2$$

$$\hat{\beta}_c^{F_2} = \frac{(b-1)y_{r..} + b(bn-1)y_{.c.} - (bn-1)y_{...}}{bn(abn-a-b+1)} = \frac{(4-1)*78+4(12-1)*51-(12-1)*158}{12(24-2-4+1)} = 3.3$$

1.3 ลดรูปพารามิเตอร์ $\hat{\tau}_i$

$$\hat{\mu}^{R_1} = \frac{(an-1)y_{...}+y_{.c.}}{abn(an-1)} = \frac{(6-1)*158+51}{24(6-1)} = 7$$

$$\hat{\beta}_1^{R_1} = \frac{y_{.1.}}{an} - \frac{(an-1)y_{...}+y_{.c.}}{abn(an-1)} = \frac{22}{6} - 7 = -3$$

$$\hat{\beta}_2^{R_1} = \frac{y_{.2.}}{an} - \frac{(an-1)y_{...}+y_{.c.}}{abn(an-1)} = \frac{31}{6} - 7 = -2$$

$$\hat{\beta}_3^{R_1} = \frac{y_{.3.}}{an} - \frac{(an-1)y_{...}+y_{.c.}}{abn(an-1)} = \frac{54}{6} - 7 = 2$$

$$\hat{\beta}_c^{R_1} = \frac{-(an-1)y_{...}+(abn-1)y_{.c.}}{abn(an-1)} = \frac{-(6-1)*158+(24-1)*51}{24(6-1)} = 3$$

1.4 ลดรูปพารามิเตอร์ $\hat{\beta}_j$

$$\hat{\mu}^{R_2} = \frac{(bn-1)y_{...}+y_{r..}}{abn(bn-1)} = \frac{(12-1)*158+78}{24(12-1)} = 6.88$$

$$\hat{\tau}_1^{R_2} = \frac{y_{1..}}{bn} - \frac{(bn-1)y_{...}+y_{r..}}{abn(bn-1)} = \frac{80}{12} - 6.88 = -0.2$$

$$\hat{\tau}_r^{R_2} = \frac{-(bn-1)y_{...}+(abn-1)y_{r..}}{abn(bn-1)} = \frac{-(12-1)*158+(24-1)*78}{24(12-1)} = 0.2$$

2. การคำนวณสมการถดถอยผลบวกกำลังสอง

2.1 อิทธิพลเต็มรูปแบบมีอิทธิพลร่วม

$$R(\mu^{F_1}, \tau^{F_1}, \beta^{F_1}, (\tau\beta)^{F_1}) = \frac{1}{n}\sum_{i=1,i\neq r}^{a}\sum_{j=1,j\neq c}^{b} y_{ij.}^2 + \frac{y_{rc.}^2}{n-1}$$

$$= \frac{(13^2+17^2+22^2+28^2+9^2+14^2+32^2)}{3} + \frac{23^2}{3-1}$$

$$R(\mu^{F_1}, \tau^{F_1}, \beta^{F_1}, (\tau\beta)^{F_1}) = 1273.5$$

2.2 อิทธิพลเต็มรูปแบบไม่มีอิทธิพลร่วม

$$R(\mu^{F_2}, \tau^{F_2}, \beta^{F_2}) = \frac{\sum_{All\,i}^{a} y_{i..}^2}{bn} + \frac{\sum_{All\,j}^{b} y_{.j.}^2}{an} - \frac{y_{...}^2}{abn} + \frac{[y_{...}-(by_{.c.}+ay_{r..})]^2}{abn(abn-a-b+1)}$$

$$= \frac{80^2+78^2}{12} + \frac{22^2+31^2+54^2+51^2}{6} - \frac{158^2}{24} + \frac{\left(158-(4*51+2*78)\right)^2}{24(24-2-4+1)}$$

$$R(\mu^{F_2}, \tau^{F_2}, \beta^{F_2}) = 1249.98$$

2.3 ลดรูปพารามิเตอร์ $\hat{\tau}_i$

$$R(\mu^{R_1}, \beta^{R_1}) = \frac{1}{an}\sum_{j=1,j\neq c}^{b} y_{.j.}^2 + \frac{y_{.c.}^2}{an-1}$$

$$= \frac{22^2+31^2+54^2}{6} + \frac{51^2}{6-1}$$

$$R(\mu^{R_1}, \beta^{R_1}) = 1247$$

2.4 ลดรูปพารามิเตอร์ $\hat{\beta}_j$

$$R(\mu^{R_2}, \tau^{R_2}) = \frac{1}{bn}\sum_{i=1,i\neq r}^{a} y_{i..}^2 + \frac{y_{r..}^2}{bn-1}$$

$$= \frac{80^2}{12} + \frac{78^2}{12-1}$$

$R(\mu^{R_2}, \tau^{R_2}) = 1086.42$

3. การคำนวณการวิเคราะห์ความแปรปรวน

$$SS_A = \frac{\sum_{All\,i}^{a} y_{i..}^2}{bn} - \frac{y_{.c.}^2}{an(an-1)} - \frac{y_{...}^2}{abn} + \frac{[y_{...}-(by_{.c.}+ay_{r..})]^2}{abn(abn-a-b+1)}$$
$$= \frac{\sum_{All\,i}^{a} y_{i..}^2}{bn} - \frac{y_{.c.}^2}{an(an-1)} - \frac{y_{...}^2}{abn} + K$$
$$= \frac{80^2+78^2}{12} - \frac{51^2}{6(6-1)} - \frac{158^2}{24} + \frac{\left(158-(4*51+2*78)\right)^2}{24(24-2-4+1)}$$
$$SS_A = 2.949$$
$$SS_B = \frac{\sum_{All\,j}^{b} y_{.j.}^2}{an} - \frac{y_{r..}^2}{bn(bn-1)} - \frac{y_{...}^2}{abn} + K$$
$$= \frac{22^2+31^2+54^2+51^2}{6} - \frac{78^2}{12(12-1)} - \frac{158^2}{24} + \frac{\left(158-(4*51+2*78)\right)^2}{24(24-2-4+1)}$$
$$SS_B = 163.558$$
$$SS_{AB} = \frac{y_{...}^2+ab\sum_{All\,i}^{a}\sum_{All\,j}^{b} y_{ij.}^2 - a\sum_{All\,i}^{a} y_{i..}^2 - b\sum_{All\,j}^{b} y_{.j.}^2}{abn} + \frac{y_{rc.}^2}{n(n-1)} - K$$
$$= \frac{158^2+8*\left(13^2+17^2+22^2+28^2+9^2+14^2+32^2+23^2\right)-2*\left(80^2+78^2\right)-4*\left(22^2+31^2+54^2+51^2\right)}{24} + \frac{23^2}{3(3-1)} -$$
$$\frac{\left(158-(4*51+2*78)\right)^2}{24(24-2-4+1)}$$
$$SS_{AB} = 23.518$$
$$SS_{Total} = \sum_{i=1}^{a}\sum_{j=1}^{b}\sum_{k=1}^{n} y_{ijk}^2 - \frac{y_{...}^2}{abn-1}$$
$$= (3^2+4^2+6^2+5^2+6^2+6^2+6^2+8^2+8^2+10^2+7^2+11^2+2^2+3^2+4^2+3^2+5^2+$$
$$6^2+12^2+12^2+8^2+12^2+11^2) - \frac{158^2}{24-1}$$
$$SS_{Total} = 222.609$$

$$SS_{Error} = \sum_{i=1}^{a}\sum_{j=1}^{b}\sum_{k=1}^{n}\left(y_{ijk}-\bar{y}_{ij.}\right)^2$$
$$= (3-4.33)^2+(4-4.33)^2+(6-4.33)^2+(5-5.67)^2+(6-5.67)^2+(6-5.67)^2+$$
$$(6-7.33)^2+(8-7.33)^2+(8-7.33)^2+(10-9.33)^2+(7-9.33)^2+(11-9.33)^2+(2-$$
$$3)^2+(3-3)^2+(4-3)^2+(3-4.67)^2+(5-4.67)^2+(6-4.67)^2+(12-10.67)^2+(12-$$
$$10.67)^2+(8-10.67)^2+(12-11.5)^2+(11-11.5)^2$$
$$SS_{Error} = 34.5$$

ผลการคำนวณด้วยวิธีตรงของกรณีศึกษาที่ 3 สามารถแสดงได้ดังตารางที่ ผ12.3

ตารางที่ ผ12.3 ผลการคำนวณด้วยวิธีตรง (กรณีศึกษาที่ 3)

วิเคราะห์ความแปรปรวน	อิทธิพลเต็มรูปแบบมีอิทธิพลร่วม	อิทธิพลเต็มรูปแบบไม่มีอิทธิพลร่วม	ลดรูปพารามิเตอร์$\hat{\tau}_i$	ลดรูปพารามิเตอร์$\hat{\beta}_j$
ประมาณค่าพารามิเตอร์	$\hat{\mu}^{F_1} = 7.06$ $\hat{\tau}_1^{F_1} = -0.4$ $\hat{\tau}_r^{F_1} = 0.4$ $\hat{\beta}_1^{F_1} = -3.4$ $\hat{\beta}_2^{F_1} = -1.9$ $\hat{\beta}_3^{F_1} = 1.9$ $\hat{\beta}_c^{F_1} = 3.4$ $\widehat{(\tau\beta)}_{11}^{F_1} = 1.06$ $\widehat{(\tau\beta)}_{12}^{F_1} = 0.9$ $\widehat{(\tau\beta)}_{13}^{F_1} = -1.27$ $\widehat{(\tau\beta)}_{1c}^{F_1} = -0.69$ $\widehat{(\tau\beta)}_{r1}^{F_1} = -1.06$ $\widehat{(\tau\beta)}_{r2}^{F_1} - 0.9$ $\widehat{(\tau\beta)}_{r3}^{F_1} = 1.27$ $\widehat{(\tau\beta)}_{rc}^{F_1} = 0.69$	$\hat{\mu}^{F_2} = 7.03$ $\hat{\tau}_1^{F_2} = -0.36$ $\hat{\tau}_r^{F_2} = 0.36$ $\hat{\beta}_1^{F_2} = -3.4$ $\hat{\beta}_2^{F_2} = -1.9$ $\hat{\beta}_3^{F_2} = 2$ $\hat{\beta}_c^{F_2} = 3.3$	$\hat{\mu}^{R_1} = 7$ $\hat{\beta}_1^{R_1} = -3$ $\hat{\beta}_2^{R_1} = -2$ $\hat{\beta}_3^{R_1} = 2$ $\hat{\beta}_c^{R_1} = 3$	$\hat{\mu}^{R_2} = 6.88$ $\hat{\tau}_1^{R_2} = -0.2$ $\hat{\tau}_r^{R_2} = 0.2$
สมการถดถอยผลบวกกำลังสอง	$R(\mu^{F_1}, \tau^{F_1}, \beta^{F_1}, (\tau\beta)^{F_1}) = 1273.5$	$R(\mu^{F_2}, \tau^{F_2}, \beta^{F_2}) = 1249.98$	$R(\mu^{R_1}, \beta^{R_1}) = 1247$	$R(\mu^{R_2}, \tau^{R_2}) = 1086.42$
ผลบวกกำลังสอง	$SS_A = 2.949$			
	$SS_B = 163.558$			
	$SS_{AB} = 23.518$			
	$SS_{Total} = 222.609$			
	$SS_{Error} = 34.5$			

ภาคผนวกที่ 13

การวิเคราะห์ความแปรปรวน (วิธีการประมาณค่าข้อมูลสูญหายด้วยวิธีกำลังสองน้อยสุด)

จากกรณีที่ 1 แทนค่าข้อมูลที่ประมาณค่าได้ในตารางเก็บข้อมูลแสดงผลข้อมูลที่เก็บรวบรวมได้และข้อมูลที่ประมาณค่าได้ดังตารางที่ 5.3 จากงานของ Montgomery (1984) จะใช้สูตรการวิเคราะห์ความแปรปรวนแบบทั่วไป (Classical ANOVA) กรณีไม่มีข้อมูลสูญหาย เพื่อใช้ในการสร้างตารางการวิเคราะห์ความแปรปรวนดังนี้

1.ผลบวกกำลังสองของผลรวม (SS_{total})

$$SS_{total} = \sum_{i=1}^{a}\sum_{j=1}^{b}\sum_{k=1}^{n} {y_{ijk}}^2 - \frac{{y_{...}}^2}{abn}$$
$$= (175)^2 + (175)^2 + \cdots + (99)^2 - \frac{(2920)^2}{18}$$
$$SS_{total} = 100367.1111$$

2.ผลบวกกำลังสองของแถวปัจจัย A (SS_A)

$$SS_A = \frac{1}{bn}\sum_{i=1}^{a} {y_{i..}}^2 - \frac{{y_{...}}^2}{abn}$$
$$= \frac{1}{(3)(2)}[(873)^2 + (1141)^2 + (906)^2] - \frac{(2920)^2}{18}$$
$$SS_A = 7118.7777$$

3.ผลบวกกำลังสองของคอลัมน์ปัจจัย B (SS_B)

$$SS_B = \frac{1}{an}\sum_{j=1}^{b} {y_{.j.}}^2 - \frac{{y_{...}}^2}{abn}$$
$$= \frac{1}{(3)(2)}[(1319)^2 + (969)^2 + (632)^2] - \frac{(2920)^2}{18}$$
$$SS_B = 39335.4444$$

4.ผลบวกกำลังสองของปฏิสัมพันธ์ระหว่างปัจจัย A และ ปัจจัย B (SS_{AB})

$$SS_{AB} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{a}\sum_{j=1}^{b} {y_{ij.}}^2 - \frac{{y_{...}}^2}{abn} - SS_A - SS_B$$
$$= \frac{1}{2}[(260)^2 + (297)^2 + \cdots + (211)^2] - \frac{(2920)^2}{18} - 7118.7777 - 39335.4444$$
$$SS_{AB} = 44934.8890$$

5.ผลบวกกำลังสองของความคลาดเคลื่อน (SS_{Error})

$$SS_{Error} = SS_{Total} - SS_{AB} - SS_A - SS_B$$
$$= 100367.1111 - 44934.8890 - 7118.7777 \ - 39335.4444$$
$$SS_{Error} = 8978$$

จากกรณีที่ 2 แทนค่าข้อมูลที่ประมาณค่าได้ในตารางเก็บข้อมูลแสดงผลข้อมูลที่เก็บรวบรวมได้และข้อมูลที่ ประมาณค่าได้ดังตารางที่ 5.11จะใช้สูตรการวิเคราะห์ความแปรปรวนแบบทั่วไป (Classical ANOVA) กรณีไม่มีข้อมูลสูญหาย เพื่อใช้ในการสร้างตารางการวิเคราะห์ความแปรปรวนดังนี้

1.ผลบวกกำลังสองของผลรวม (SS_{total})

$$SS_{total} = \sum_{i=1}^{a}\sum_{j=1}^{b}\sum_{k=1}^{n} y_{ijk}^2 - \frac{y_{...}^2}{abn}$$
$$= (115)^2 + (123)^2 + \cdots + (102.5)^2 - \frac{(2186.5)^2}{18}$$
$$SS_{total} = 6785.2361$$

2.ผลบวกกำลังสองของแถวปัจจัย A (SS_A)

$$SS_A = \frac{1}{bn}\sum_{i=1}^{a} y_{i..}^2 - \frac{y_{...}^2}{abn}$$
$$= \frac{1}{(2)(3)}[(761)^2 + (656)^2 + (769.5)^2] - \frac{(2186.5)^2}{18}$$
$$SS_A = 1332.1944$$

3.ผลบวกกำลังสองของคอลัมน์ปัจจัย B (SS_B)

$$SS_B = \frac{1}{an}\sum_{j=1}^{b} y_{.j.}^2 - \frac{y_{...}^2}{abn}$$
$$= \frac{1}{(3)(3)}[(1186)^2 + (1000.5)^2] - \frac{(2186.5)^2}{18}$$
$$SS_B = 1911.6806$$

4.ผลบวกกำลังสองของปฏิสัมพันธ์ระหว่างปัจจัย A และ ปัจจัย B (SS_{AB})

$$SS_{AB} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{a}\sum_{j=1}^{b} y_{ij.}^2 - \frac{y_{...}^2}{abn} - SS_A - SS_B$$
$$= \frac{1}{3}[(380)^2 + (381)^2 + \cdots + (307.5)^2] - \frac{(2186.5)^2}{18} - 1332.1944 \ - 1911.6806$$
$$SS_{AB} = 2237.5278$$

5.ผลบวกกำลังสองของความคลาดเคลื่อน (SS_{Error})

$$SS_{Error} = SS_{Total} - SS_{AB} - SS_A - SS_B$$
$$= 6785.2361 - 2237.5278 - 1332.1944 - 1911.6806$$
$$SS_{Error} = 1303.8333$$

จากกรณีที่ 3 แทนค่าข้อมูลที่ประมาณค่าได้ในตารางเก็บข้อมูลแสดงผลข้อมูลที่เก็บรวบรวมได้และข้อมูลที่ ประมาณค่าได้ดังตารางที่ 5.19 จะใช้สูตรการวิเคราะห์ความแปรปรวนแบบทั่วไป (Classical ANOVA) กรณีไม่มีข้อมูลสูญหาย เพื่อใช้ในการสร้างตารางการวิเคราะห์ความแปรปรวนดังนี้

1.ผลบวกกำลังสองของผลรวม (SS_{total})

$$SS_{total} = \sum_{i=1}^{a}\sum_{j=1}^{b}\sum_{k=1}^{n} y_{ijk}^2 - \frac{y_{...}^2}{abn}$$
$$= (3)^2 + (4)^2 + \cdots + (11)^2 - \frac{(169.5)^2}{24}$$
$$SS_{total} = 243.1563$$

2.ผลบวกกำลังสองของแถวปัจจัย A (SS_A)

$$SS_A = \frac{1}{bn}\sum_{i=1}^{a} y_{i..}^2 - \frac{y_{...}^2}{abn}$$
$$= \frac{1}{(4)(3)}[(80)^2 + (89.5)^2] - \frac{(169.5)^2}{24}$$
$$SS_A = 3.7604$$

3.ผลบวกกำลังสองของคอลัมน์ปัจจัย B (SS_B)

$$SS_B = \frac{1}{an}\sum_{j=1}^{b} y_{.j.}^2 - \frac{y_{...}^2}{abn}$$
$$= \frac{1}{(2)(3)}[(22)^2 + (31)^2 + (54)^2 + (62.5)^2] - \frac{(169.5)^2}{24}$$
$$SS_B = 180.7813$$

4.ผลบวกกำลังสองของปฏิสัมพันธ์ระหว่างปัจจัย A และ ปัจจัย B (SS_{AB})

$$SS_{AB} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{a}\sum_{j=1}^{b} y_{ij.}^2 - \frac{y_{...}^2}{abn} - SS_A - SS_B$$
$$= \frac{1}{3}[(13)^2 + (17)^2 + \cdots + (34.5)^2] - \frac{(169.5)^2}{24} - 3.7604 - 180.7813$$
$$SS_{AB} = 24.1146$$

5.ผลบวกกำลังสองของความคลาดเคลื่อน (SS_{Error})

$$SS_{Error} = SS_{Total} - SS_{AB} - SS_A - SS_B$$
$$= 243.1563 - 24.1146 - 3.7604 - 180.7813$$
$$SS_{Error} = 34.5000$$

ภาคผนวกที่ 14
การวิเคราะห์ความแปรปรวน (วิธีการประมาณค่าข้อมูลสูญหายด้วยวิธีเฉลี่ย)

จากกรณีที่ 1 แทนค่าข้อมูลที่ประมาณค่าได้ในตารางเก็บข้อมูลแสดงผลข้อมูลที่เก็บรวบรวมได้และข้อมูลที่ ประมาณค่าได้ดังตารางที่ 5.5 จากงานของ Montgomery (1984) จะใช้สูตรการวิเคราะห์ความแปรปรวนแบบทั่วไป (Classical ANOVA) กรณีไม่มีข้อมูลสูญหาย เพื่อใช้ในการสร้างตารางการวิเคราะห์ความแปรปรวนดังนี้

1.ผลบวกกำลังสองของผลรวม (SS_{total})

$$SS_{total} = \sum_{i=1}^{a}\sum_{j=1}^{b}\sum_{k=1}^{n} {y_{ijk}}^2 - \frac{{y_{...}}^2}{abn}$$
$$= (175)^2 + (161.47)^2 + \cdots + (99)^2 - \frac{(2906.47)^2}{18}$$
$$SS_{total} = 100194.2353$$

2.ผลบวกกำลังสองของแถวปัจจัย A (SS_A)

$$SS_A = \frac{1}{bn}\sum_{i=1}^{a} {y_{i..}}^2 - \frac{{y_{...}}^2}{abn}$$
$$= \frac{1}{(3)(2)}[(859.47)^2 + (1141)^2 + (906)^2] - \frac{(2906.47)^2}{18}$$
$$SS_A = 7591.6212$$

3.ผลบวกกำลังสองของคอลัมน์ปัจจัย B (SS_B)

$$SS_B = \frac{1}{an}\sum_{j=1}^{b} {y_{.j.}}^2 - \frac{{y_{...}}^2}{abn}$$
$$= \frac{1}{(3)(2)}[(1305.47)^2 + (969)^2 + (632)^2] - \frac{(2906.47)^2}{18}$$
$$SS_B = 37796.8279$$

4.ผลบวกกำลังสองของปฏิสัมพันธ์ระหว่างปัจจัย A และ ปัจจัย B (SS_{AB})

$$SS_{AB} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{a}\sum_{j=1}^{b} {y_{ij.}}^2 - \frac{{y_{...}}^2}{abn} - SS_A - SS_B$$
$$= \frac{1}{2}[(336.47)^2 + (297)^2 + \cdots + (211)^2] - \frac{(2906.47)^2}{18} - 7591.6212 - 37796.8279$$
$$SS_{AB} = 45736.2560$$

5.ผลบวกกำลังสองของความคลาดเคลื่อน (SS_{Error})

$$SS_{Error} = SS_{Total} - SS_{AB} - SS_A - SS_B$$
$$= 100194.2353 - 45736.2560 - 7591.6212 \quad - 37796.8279$$
$$SS_{Error} = 9069.5302$$

จากกรณีที่ 2 แทนค่าข้อมูลที่ประมาณค่าได้ในตารางเก็บข้อมูลแสดงผลข้อมูลที่เก็บรวบรวมได้และข้อมูลที่ ประมาณค่าได้ดังตารางที่ 5.13 จะใช้สูตรการวิเคราะห์ความแปรปรวนแบบทั่วไป (Classical ANOVA) กรณีไม่มีข้อมูลสูญหาย เพื่อใช้ในการสร้างตารางการวิเคราะห์ความแปรปรวน ดังนี้

1.ผลบวกกำลังสองของผลรวม (SS_{total})

$$SS_{total} = \sum_{i=1}^{a}\sum_{j=1}^{b}\sum_{k=1}^{n} y_{ijk}^2 - \frac{y_{...}^2}{abn}$$
$$= (115)^2 + (123)^2 + \cdots + (122.59)^2 - \frac{(2206.59)^2}{18}$$
$$SS_{total} = 6404.1177$$

2.ผลบวกกำลังสองของแถวปัจจัย A (SS_A)

$$SS_A = \frac{1}{bn}\sum_{i=1}^{a} y_{i..}^2 - \frac{y_{...}^2}{abn}$$
$$= \frac{1}{(2)(3)}[(761)^2 + (656)^2 + (789.59)^2] - \frac{(2206.59)^2}{18}$$
$$SS_A = 1649.3709$$

3.ผลบวกกำลังสองของคอลัมน์ปัจจัย B (SS_B)

$$SS_B = \frac{1}{an}\sum_{j=1}^{b} y_{.j.}^2 - \frac{y_{...}^2}{abn}$$
$$= \frac{1}{(3)(3)}[(1186)^2 + (1020.59)^2] - \frac{(2206.59)^2}{18}$$
$$SS_B = 1520.0260$$

4.ผลบวกกำลังสองของปฏิสัมพันธ์ระหว่างปัจจัย A และ ปัจจัย B (SS_{AB})

$$SS_{AB} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{a}\sum_{j=1}^{b} y_{ij.}^2 - \frac{y_{...}^2}{abn} - SS_A - SS_B$$
$$= \frac{1}{3}[(380)^2 + (381)^2 + \cdots + (327.59)^2] - \frac{(2206.59)^2}{18} - 1649.3709 - 1520.0260$$
$$SS_{AB} = 1661.8154$$

5.ผลบวกกำลังสองของความคลาดเคลื่อน (SS_{Error})

$$\begin{aligned} SS_{Error} &= SS_{Total} - SS_{AB} - SS_A - SS_B \\ &= 6404.1177 - 1661.8154 - 1649.3709 - 1520.0260 \end{aligned}$$
$$SS_{Error} = 1572.9054$$

จากกรณีที่ 3 แทนค่าข้อมูลที่ประมาณค่าได้ในตารางเก็บข้อมูลแสดงผลข้อมูลที่เก็บรวบรวมได้และข้อมูลที่ ประมาณค่าได้ดังตารางที่ 5.21 จะใช้สูตรการวิเคราะห์ความแปรปรวนแบบทั่วไป (Classical ANOVA) กรณีไม่มีข้อมูลสูญหาย เพื่อใช้ในการสร้างตารางการวิเคราะห์ความแปรปรวน ดังนี้

1.ผลบวกกำลังสองของผลรวม (SS_{total})

$$\begin{aligned} SS_{total} &= \sum_{i=1}^{a}\sum_{j=1}^{b}\sum_{k=1}^{n} y_{ijk}^2 - \frac{y_{...}^2}{abn} \\ &= (3)^2 + (4)^2 + \cdots + (6.9)^2 - \frac{(164.9)^2}{24} \end{aligned}$$
$$SS_{total} = 222.6096$$

2.ผลบวกกำลังสองของแถวปัจจัย A (SS_A)

$$\begin{aligned} SS_A &= \frac{1}{bn}\sum_{i=1}^{a} y_{i..}^2 - \frac{y_{...}^2}{abn} \\ &= \frac{1}{(4)(3)}[(80)^2 + (84.9)^2] - \frac{(164.9)^2}{24} \end{aligned}$$
$$SS_A = 0.988$$

3.ผลบวกกำลังสองของคอลัมน์ปัจจัย B (SS_B)

$$\begin{aligned} SS_B &= \frac{1}{an}\sum_{j=1}^{b} y_{.j.}^2 - \frac{y_{...}^2}{abn} \\ &= \frac{1}{(2)(3)}[(22)^2 + (31)^2 + (54)^2 + (62.5)^2] - \frac{(164.9)^2}{24} \end{aligned}$$
$$SS_B = 152.399$$

4.ผลบวกกำลังสองของปฏิสัมพันธ์ระหว่างปัจจัย A และ ปัจจัย B (SS_{AB})

$$\begin{aligned} SS_{AB} &= \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{a}\sum_{j=1}^{b} y_{ij.}^2 - \frac{y_{...}^2}{abn} - SS_A - SS_B \\ &= \frac{1}{3}[(13)^2 + (17)^2 + \cdots + (29.9)^2] - \frac{(164.9)^2}{24} - 0.988 - 152.399 \end{aligned}$$
$$SS_{AB} = 20.428$$

5.ผลบวกกำลังสองของความคลาดเคลื่อน (SS_{Error})

$$
\begin{aligned}
SS_{Error} &= SS_{Total} - SS_{AB} - SS_{A} - SS_{B} \\
&= 222.6096 - 20.428 - 0.988 \quad - 152.399 \\
SS_{Error} &= 48.794
\end{aligned}
$$

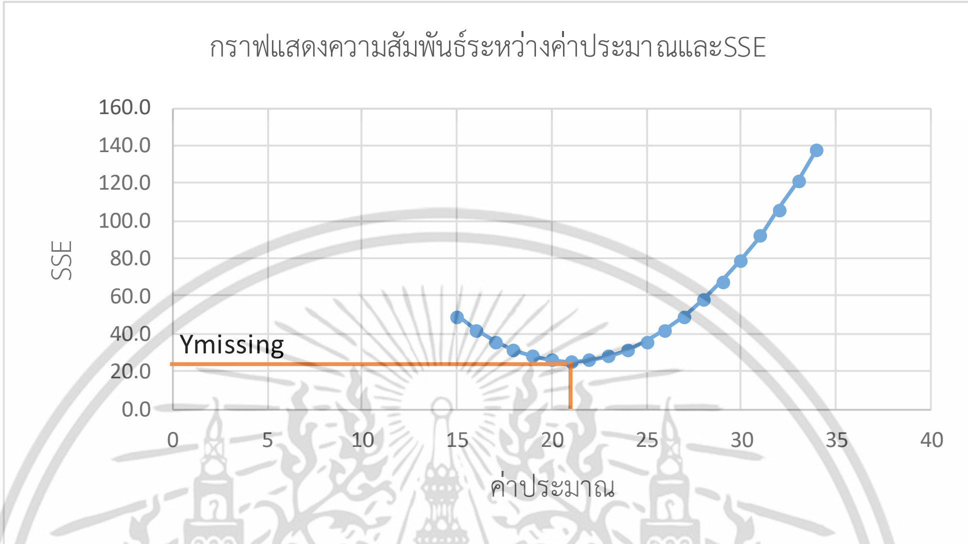
ภาคผนวกที่ 15
การตรวจสอบค่าผลบวกกำลังสองความคลาดเคลื่อน

จากในบทที่ 4 หัวข้อที่ 4.1 ได้หาค่าประมาณข้อมูลที่สูญหายด้วยวิธีกำลังสองน้อยสุดจึงได้ประมาณค่า 20 ค่า เพื่อพิสูจน์ผลบวกกำลังสองความคลาดเคลื่อน (SS_E) ที่ต่ำที่สุดดังตารางที่ ผ15.1

ตารางที่ ผ15.1 ค่าประมาณและผลบวกกำลังสองความคลาดเคลื่อน

ลำดับ	ค่าประมาณ	SSE
1	15	49.33
2	16	42.00
3	17	36.00
4	18	31.33
5	19	28.00
6	20	26.00
7	21	25.33
8	22	26.00
9	23	28.00
10	24	31.33
11	25	36.00
12	26	42.00
13	27	49.33
14	28	58.00
15	29	68.00
16	30	79.33
17	31	92.00
18	32	106.00
19	33	121.33
20	34	138.00

จะเห็นได้ว่า ผลการคำนวณจากสูตร (4.7) จะได้ค่าประมาณเท่ากับ 21 และจากตารางที่ ผ 15.1 ค่าประมาณที่เท่ากับ 21 จะได้ ผลบวกกำลังสองความคลาดเคลื่อน (SS_E) เท่ากับ 25.33 ซึ่งต่ำที่สุด สามารถนำไปเขียนกราฟได้ ดังรูปที่ ผ15.1



รูปที่ ผ15.1 แนวโน้มของค่าผลบวกกำลังสองของความคลาดเคลื่อน

ภาคผนวกที่ 16
การตรวจสอบค่าผลบวกกำลังสอง (กรณีศึกษาที่ 1)

จากบทที่ 4 ในหัวข้อที่ 4.4 การเปรียบเทียบวิธีการแก้ไขปัญหาข้อมูลสูญหายนำเสนอการเปรียบเทียบวิธีตรง (Exact Approach) กับการแก้ไขปัญหาด้วยวิธีการประมาณค่าข้อมูลสูญหาย (Missing Plot Method) จึงได้ประมาณค่า 70 ค่า ในกรณีศึกษาที่ 1 เพื่อพิสูจน์ผลบวกกำลังสอง ดังตารางที่ ผ16.1

ตารางที่ ผ16.1 ค่าประมาณและผลบวกกำลังสอง (กรณีศึกษาที่ 1)

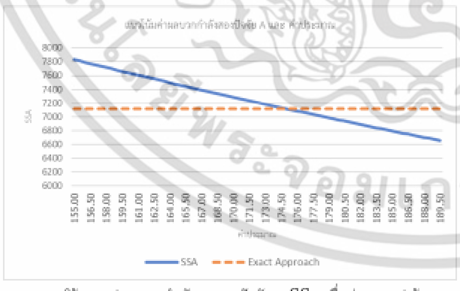
ลำดับ	ค่าประมาณ	SS_A	SS_B	SS_{AB}	SS_E
1	155.00	7832	37075	46148	9178
2	155.50	7813	37131	46116	9168
3	156.00	7794	37186	46083	9159
4	156.50	7776	37242	46051	9149
5	157.00	7757	37297	46019	9140
6	157.50	7738	37353	45987	9131
7	158.00	7719	37409	45955	9123
8	158.50	7701	37465	45923	9114
9	159.00	7682	37520	45891	9106
10	159.50	7664	37576	45860	9098
11	160.00	7645	37632	45828	9091
12	160.50	7627	37688	45797	9083
13	161.00	7609	37744	45766	9076
14	161.50	7591	37800	45734	9069
15	162.00	7572	37856	45703	9063
16	162.50	7554	37913	45672	9056
17	163.00	7536	37969	45642	9050
18	163.50	7518	38025	45611	9044
19	164.00	7500	38081	45580	9039
20	164.50	7482	38138	45550	9033
21	165.00	7464	38194	45519	9028
22	165.50	7447	38251	45489	9023
23	166.00	7429	38307	45459	9019
24	166.50	7411	38364	45429	9014
25	167.00	7393	38421	45399	9010
26	167.50	7376	38478	45369	9006
27	168.00	7358	38534	45339	9002
28	168.50	7341	38591	45310	8999
29	169.00	7323	38648	45280	8996
30	169.50	7306	38705	45251	8993
31	170.00	7289	38762	45222	8991
32	170.50	7272	38819	45192	8988
33	171.00	7254	38876	45163	8986
34	171.50	7237	38934	45134	8984
35	172.00	7220	38991	45106	8982
36	172.50	7203	39048	45077	8981
37	173.00	7186	39105	45048	8980
38	173.50	7169	39163	45020	8979
39	174.00	7152	39220	44991	8979
40	174.50	7136	39278	44963	8978
41	175.00	7119	39335	44935	8978
42	175.50	7102	39393	44907	8978
43	176.00	7085	39451	44879	8979
44	176.50	7069	39509	44851	8979
45	177.00	7052	39566	44823	8980
46	177.50	7036	39624	44796	8981
47	178.00	7019	39682	44768	8983
48	178.50	7003	39740	44741	8984
49	179.00	6987	39798	44714	8986
50	179.50	6971	39856	44686	8988

ตารางที่ ผ16.1 ค่าประมาณและผลบวกกำลังสอง (กรณีศึกษาที่ 1) (ต่อ)

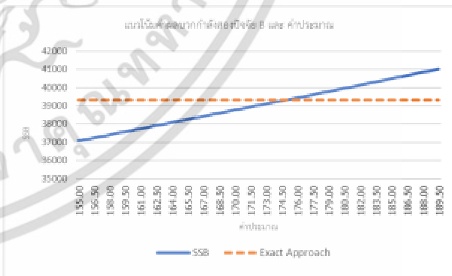
ลำดับ	ค่าประมาณ	SS_A	SS_B	SS_{AB}	SS_E	ลำดับ	ค่าประมาณ	SS_A	SS_B	SS_{AB}	SS_E
51	180.00	6954	39914	44659	8991	61	185.00	6795	40499	44395	9028
52	180.50	6938	39973	44632	8993	62	185.50	6780	40558	44369	9033
53	181.00	6922	40031	44606	8996	63	186.00	6764	40616	44343	9039
54	181.50	6906	40089	44579	8999	64	186.50	6749	40675	44318	9044
55	182.00	6890	40147	44552	9003	65	187.00	6733	40734	44292	9050
56	182.50	6874	40206	44526	9006	66	187.50	6718	40793	44267	9056
57	183.00	6858	40264	44499	9010	67	188.00	6703	40852	44242	9063
58	183.50	6843	40323	44473	9014	68	188.50	6688	40911	44216	9069
59	184.00	6827	40381	44447	9019	69	189.00	6672	40970	44191	9076
60	184.50	6811	40440	44421	9023	70	189.50	6657	41030	44166	9083

ค่าประมาณอยู่ระหว่าง 174.50 ถึง 175.50 ทำให้ค่าผลบวกกำลังสองของความคลาดเคลื่อนเท่ากับค่าผลบวกกำลังสองของความคลาดเคลื่อนที่คำนวณด้วยวิธีตรง แต่ค่าผลบวกกำลังสองของแต่ละปัจจัยที่ได้จะไม่เท่ากับค่าผลบวกกำลังสองของแต่ละปัจจัยที่คำนวณด้วยวิธีตรง ดังนั้นวิธีการประมาณค่าข้อมูลที่สูญหายจะไม่มีทางที่จะทำให้ค่าผลบวกกำลังสองของแต่ละปัจจัย และค่าผลบวกกำลังสองของความคลาดเคลื่อนเท่ากับค่าผลบวกกำลังสองของแต่ละปัจจัย และค่าผลบวกกำลังสองของความคลาดเคลื่อนที่คำนวณด้วยวิธีตรง

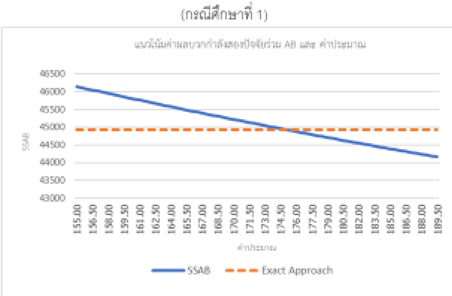
เพื่อให้เห็นภาพแนวโน้มของค่าผลบวกกำลังสองของแต่ละปัจจัย และค่าผลบวกกำลังสองของความคลาดเคลื่อน เมื่อประมาณค่าข้อมูลสูญหายเป็นค่าต่างๆได้ชัดเจนยิ่งขึ้น จะแสดงได้ดังรูปที่ ผ16.1 ถึงรูปที่ ผ16.4 ตามลำดับ ดังนี้



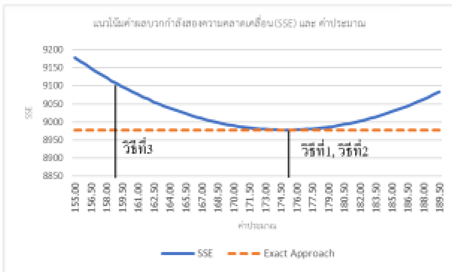
รูปที่ ผ16.1 แนวโน้มของค่าผลบวกกำลังสองของปัจจัย A (SS_A) เมื่อประมาณค่าข้อมูลสูญหาย (กรณีศึกษาที่ 1)



รูปที่ ผ16.2 แนวโน้มของค่าผลบวกกำลังสองของปัจจัย B (SS_B) เมื่อประมาณค่าข้อมูลสูญหาย (กรณีศึกษาที่ 1)



รูปที่ ผ16.3 แนวโน้มของค่าผลบวกกำลังสองของปัจจัยร่วม AB (SS_{AB}) เมื่อประมาณค่าข้อมูลสูญหาย (กรณีศึกษาที่ 1)



รูปที่ ผ16.4 แนวโน้มของค่าผลบวกกำลังสองของความคลาดเคลื่อน (SS_E) เมื่อประมาณค่าข้อมูลสูญหาย (กรณีศึกษาที่ 1)

จากรูปที่ ผ16.1 จะเห็นได้ว่าเมื่อค่าประมาณเพิ่มขึ้นทำให้กราฟแนวโน้มค่าผลบวกกำลังสองของปัจจัย A (SS_A) ลดน้อยลง

จากรูปที่ ผ16.2 จะเห็นได้ว่าจะเห็นได้ว่าเมื่อค่าประมาณเพิ่มขึ้นทำให้กราฟแนวโน้มค่าผลบวกกำลังสองของปัจจัย B (SS_B) เพิ่มขึ้น

จากรูปที่ ผ16.3 จะเห็นได้ว่าเมื่อค่าประมาณเพิ่มขึ้นทำให้กราฟแนวโน้มค่าผลบวกกำลังสองของปัจจัยร่วม AB (SS_{AB}) ลดน้อยลง

จากรูปที่ ผ16.4 จะเห็นได้ว่าเมื่อค่าประมาณมีค่าเพิ่มขึ้น จะทำให้ค่าผลบวกกำลังสองของความ คลาดเคลื่อนมีค่าน้อยลง โดยค่าประมาณเท่ากับ 175.00 เป็นจุดที่มีค่าผลบวกกำลังสองของความคลาดเคลื่อนมีค่าน้อยที่สุด หลังจากนั้นค่าผลบวกกำลังสองของความคลาดเคลื่อน จะค่อยๆ เพิ่มขึ้น

ภาคผนวกที่ 17
การตรวจสอบค่าผลบวกกำลังสอง (กรณีศึกษาที่ 2)

จากบทที่ 4 ในหัวข้อที่ 4.4 การเปรียบเทียบวิธีการแก้ไขปัญหาข้อมูลสูญหายนำเสนอการเปรียบเทียบวิธีตรง (Exact Approach) กับการแก้ไขปัญหาด้วยวิธีการประมาณค่าข้อมูลสูญหาย (Missing Plot Method) จึงได้ประมาณค่า 70 ค่า ในกรณีศึกษาที่ 2 เพื่อพิสูจน์ผลบวกกำลังสอง ดังตารางที่ ผ17.1

ตารางที่ ผ17.1 ค่าประมาณและผลบวกกำลังสอง (กรณีศึกษาที่ 2)

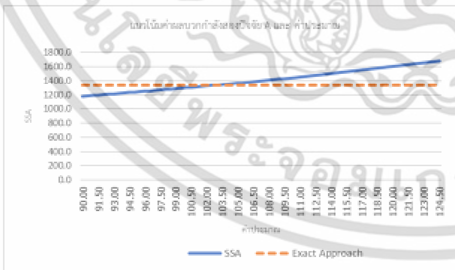
ลำดับ	ค่าประมาณ	SS_A	SS_B	SS_{AB}	SS_E	ลำดับ	ค่าประมาณ	SS_A	SS_B	SS_{AB}	SS_E
1	90.00	1180.1	2178.0	2641.0	1408.0	26	102.50	1332.2	1911.7	2237.5	1303.8
2	90.50	1185.5	2167.0	2624.2	1399.8	27	103.00	1339.0	1901.4	2222.1	1304.0
3	91.00	1191.0	2156.1	2607.4	1392.0	28	103.50	1345.9	1891.1	2206.7	1304.5
4	91.50	1196.5	2145.1	2590.8	1384.5	29	104.00	1352.8	1880.9	2191.4	1305.3
5	92.00	1202.1	2134.2	2574.1	1377.3	30	104.50	1359.8	1870.7	2176.2	1306.5
6	92.50	1207.8	2123.3	2557.5	1370.5	31	105.00	1366.8	1860.5	2161.0	1308.0
7	93.00	1213.4	2112.5	2541.0	1364.0	32	105.50	1373.9	1850.3	2145.9	1309.8
8	93.50	1219.2	2101.7	2524.5	1357.8	33	106.00	1381.0	1840.2	2130.8	1312.0
9	94.00	1225.0	2090.9	2508.1	1352.0	34	106.50	1388.2	1830.1	2115.7	1314.5
10	94.50	1230.9	2080.1	2491.8	1346.5	35	107.00	1395.4	1820.1	2100.8	1317.3
11	95.00	1236.8	2069.4	2475.4	1341.3	36	107.50	1402.8	1810.0	2085.9	1320.5
12	95.50	1242.8	2058.7	2459.2	1336.5	37	108.00	1410.1	1800.0	2071.0	1324.0
13	96.00	1248.8	2048.0	2443.0	1332.0	38	108.50	1417.5	1790.0	2056.2	1327.8
14	96.50	1254.9	2037.3	2426.9	1327.8	39	109.00	1425.0	1780.1	2041.4	1332.0
15	97.00	1261.0	2026.7	2410.8	1324.0	40	109.50	1432.5	1770.1	2026.7	1336.5
16	97.50	1267.2	2016.1	2394.8	1320.5	41	110.00	1440.1	1760.2	2012.1	1341.3
17	98.00	1273.4	2005.6	2378.8	1317.3	42	110.50	1447.8	1750.3	1997.5	1346.5
18	98.50	1279.8	1995.0	2362.9	1314.5	43	111.00	1455.4	1740.5	1983.0	1352.0
19	99.00	1286.1	1984.5	2347.0	1312.0	44	111.50	1463.2	1730.7	1968.5	1357.8
20	99.50	1292.5	1974.0	2331.2	1309.8	45	112.00	1471.0	1720.9	1954.1	1364.0
21	100.00	1299.0	1963.6	2315.4	1308.0	46	112.50	1478.9	1711.1	1939.7	1370.5
22	100.50	1305.5	1953.1	2299.7	1306.5	47	113.00	1486.8	1701.4	1925.4	1377.3
23	101.00	1312.1	1942.7	2284.1	1305.3	48	113.50	1494.8	1691.7	1911.2	1384.5
24	101.50	1318.8	1932.3	2268.5	1304.5	49	114.00	1502.8	1682.0	1897.0	1392.0
25	102.00	1325.4	1922.0	2253.0	1304.0	50	114.50	1510.9	1672.3	1882.9	1399.8

ตารางที่ ผ17.1 ค่าประมาณและผลบวกกำลังสอง (กรณีศึกษาที่ 2) (ต่อ)

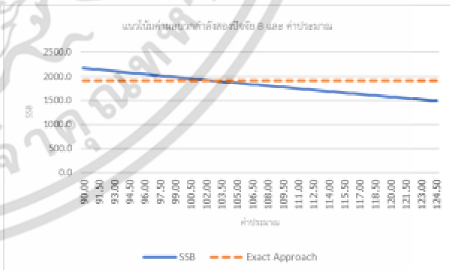
ลำดับ	ค่าประมาณ	SS_A	SS_B	SS_{AB}	SS_E	ลำดับ	ค่าประมาณ	SS_A	SS_B	SS_{AB}	SS_E
51	115.00	1519.0	1662.7	1868.8	1408.0	61	120.00	1603.4	1568.0	1731.0	1508.0
52	115.50	1527.2	1653.1	1854.7	1416.5	62	120.50	1612.2	1558.7	1717.5	1519.8
53	116.00	1535.4	1643.6	1840.8	1425.3	63	121.00	1621.0	1549.4	1704.1	1532.0
54	116.50	1543.7	1634.0	1826.9	1434.5	64	121.50	1629.9	1540.1	1690.7	1544.5
55	117.00	1552.1	1624.5	1813.0	1444.0	65	122.00	1638.8	1530.9	1677.4	1557.3
56	117.50	1560.5	1615.0	1799.2	1453.8	66	122.50	1647.8	1521.7	1664.2	1570.5
57	118.00	1569.0	1605.6	1785.4	1464.0	67	123.00	1656.8	1512.5	1651.0	1584.0
58	118.50	1577.5	1596.1	1771.7	1474.5	68	123.50	1665.9	1503.3	1637.9	1597.8
59	119.00	1586.1	1586.7	1758.1	1485.3	69	124.00	1675.0	1494.2	1624.8	1612.0
60	119.50	1594.8	1577.3	1744.5	1496.5	70	124.50	1684.2	1485.1	1611.7	1626.5

ค่าประมาณเท่ากับ 102.50 ทำให้ค่าผลบวกกำลังสองของความคลาดเคลื่อนเท่ากับค่าผลบวกกำลังสองของความคลาดเคลื่อนที่คำนวณด้วยวิธีตรง แต่ค่าผลบวกกำลังสองของแต่ละปัจจัยที่ได้จะไม่เท่ากับค่าผลบวกกำลังสองของแต่ละปัจจัยที่คำนวณด้วยวิธีตรง ดังนั้นวิธีการประมาณค่าข้อมูลที่สูญหายจะไม่มีทางที่จะทำให้ค่าผลบวกกำลังสองของแต่ละปัจจัย และค่าผลบวกกำลังสองของความคลาดเคลื่อนเท่ากับค่าผลบวกกำลังสองของแต่ละปัจจัย และค่าผลบวกกำลังสองของความคลาดเคลื่อนที่คำนวณด้วยวิธีตรง

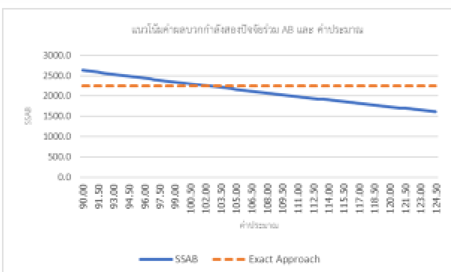
เพื่อให้เห็นภาพแนวโน้มของค่าผลบวกกำลังสองของแต่ละปัจจัย และค่าผลบวกกำลังสองของความคลาดเคลื่อน เมื่อประมาณค่าข้อมูลสูญหายเป็นค่าต่างๆได้ชัดเจนยิ่งขึ้น จะแสดงได้ดังรูปที่ ผ17.1 ถึงรูปที่ ผ17.4 ตามลำดับดังนี้



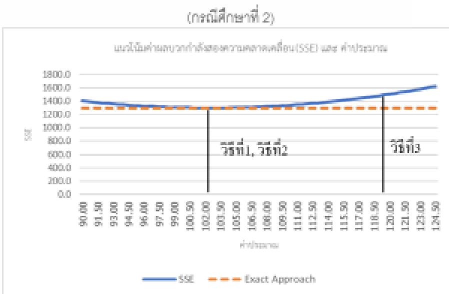
รูปที่ ผ17.1 แนวโน้มของค่าผลบวกกำลังสองของปัจจัย A (SS_A) เมื่อประมาณค่าข้อมูลสูญหาย (กรณีศึกษาที่ 2)



รูปที่ ผ17.2 แนวโน้มของค่าผลบวกกำลังสองของปัจจัย B (SS_B) เมื่อประมาณค่าข้อมูลสูญหาย (กรณีศึกษาที่ 2)



รูปที่ ผ17.3 แนวโน้มของค่าผลบวกกำลังสองของปัจจัยร่วม AB (SS_{AB}) เมื่อประมาณค่าข้อมูลสูญหาย (กรณีศึกษาที่ 2)



รูปที่ ผ17.4 แนวโน้มของค่าผลบวกกำลังสองของความคลาดเคลื่อน (SS_E) เมื่อประมาณค่าข้อมูลสูญหาย (กรณีศึกษาที่ 2)

จากรูปที่ ผ17.1 จะเห็นได้ว่าเมื่อค่าประมาณเพิ่มขึ้นทำให้กราฟแนวโน้มค่าผลบวกกำลังสองของปัจจัย A (SS_A) เพิ่มขึ้น

จากรูปที่ ผ17.2 จะเห็นได้ว่าจะเห็นได้ว่าเมื่อค่าประมาณเพิ่มขึ้นทำให้กราฟแนวโน้มค่าผลบวกกำลังสองของปัจจัย B (SS_B) ลดน้อยลง

จากรูปที่ ผ17.3 จะเห็นได้ว่าเมื่อค่าประมาณเพิ่มขึ้นทำให้กราฟแนวโน้มค่าผลบวกกำลังสองของปัจจัยร่วม AB (SS_{AB}) ลดน้อยลง

จากรูปที่ ผ17.4 จะเห็นได้ว่าเมื่อค่าประมาณมีค่าเพิ่มขึ้น จะทำให้ค่าผลบวกกำลังสองของความคลาดเคลื่อนมีน้อยลง โดยค่าประมาณเท่ากับ 102.50 เป็นจุดที่มีค่าผลบวกกำลังสองของความคลาดเคลื่อนมีค่าน้อยที่สุด หลังจากนั้นค่าผลบวกกำลังสองของความคลาดเคลื่อนจะค่อยๆ เพิ่มขึ้น

ภาคผนวกที่ 18
การตรวจสอบค่าผลบวกกำลังสอง (กรณีศึกษาที่ 3)

จากบทที่ 4 ในหัวข้อที่ 4.4 การเปรียบเทียบวิธีการแก้ไขปัญหาข้อมูลสูญหายนำเสนอการเปรียบเทียบวิธีตรง (Exact Approach) กับการแก้ไขปัญหาด้วยวิธีการประมาณค่าข้อมูลสูญหาย (Missing Plot Method) จึงได้ประมาณค่า 70 ค่า ในกรณีศึกษาที่ 3 เพื่อพิสูจน์ผลบวกกำลังสอง ดังตารางที่ ผ18.1

ตารางที่ ผ18.1 ค่าประมาณและผลบวกกำลังสอง (กรณีศึกษาที่ 3)

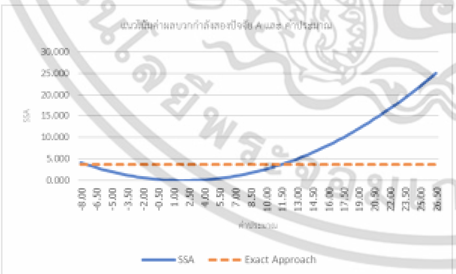
ลำดับ	ค่าประมาณ	SS_A	SS_B	SS_{AB}	SS_E
1	-8.00	4.167	97.500	44.833	288.000
2	-7.50	3.760	98.448	43.115	275.167
3	-7.00	3.375	99.458	41.458	262.667
4	-6.50	3.010	100.531	39.865	250.500
5	-6.00	2.667	101.667	38.333	238.667
6	-5.50	2.344	102.865	36.865	227.167
7	-5.00	2.042	104.125	35.458	216.000
8	-4.50	1.760	105.448	34.115	205.167
9	-4.00	1.500	106.833	32.833	194.667
10	-3.50	1.260	108.281	31.615	184.500
11	-3.00	1.042	109.792	30.458	174.667
12	-2.50	0.844	111.365	29.365	165.167
13	-2.00	0.667	113.000	28.333	156.000
14	-1.50	0.510	114.698	27.365	147.167
15	-1.00	0.375	116.458	26.458	138.667
16	-0.50	0.260	118.281	25.615	130.500
17	0.00	0.167	120.167	24.833	122.667
18	0.50	0.094	122.115	24.115	115.167
19	1.00	0.042	124.125	23.458	108.000
20	1.50	0.010	126.198	22.865	101.167
21	2.00	0.000	128.333	22.333	94.667
22	2.50	0.010	130.531	21.865	88.500
23	3.00	0.042	132.792	21.458	82.667
24	3.50	0.094	135.115	21.115	77.167
25	4.00	0.167	137.500	20.833	72.000
26	4.50	0.260	139.948	20.615	67.167
27	5.00	0.375	142.458	20.458	62.667
28	5.50	0.510	145.031	20.365	58.500
29	6.00	0.667	147.667	20.333	54.667
30	6.50	0.844	150.365	20.365	51.167
31	7.00	1.042	153.125	20.458	48.000
32	7.50	1.260	155.948	20.615	45.167
33	8.00	1.500	158.833	20.833	42.667
34	8.50	1.760	161.781	21.115	40.500
35	9.00	2.042	164.792	21.458	38.667
36	9.50	2.344	167.865	21.865	37.167
37	10.00	2.667	171.000	22.333	36.000
38	10.50	3.010	174.198	22.865	35.167
39	11.00	3.375	177.458	23.458	34.667
40	11.50	3.760	180.781	24.115	34.500
41	12.00	4.167	184.167	24.833	34.667
42	12.50	4.594	187.615	25.615	35.167
43	13.00	5.042	191.125	26.458	36.000
44	13.50	5.510	194.698	27.365	37.167
45	14.00	6.000	198.333	28.333	38.667
46	14.50	6.510	202.031	29.365	40.500
47	15.00	7.042	205.792	30.458	42.667
48	15.50	7.594	209.615	31.615	45.167
49	16.00	8.167	213.500	32.833	48.000
50	16.50	8.760	217.448	34.115	51.167

ตารางที่ ผ18.1 ค่าประมาณและผลบวกกำลังสอง (กรณีศึกษาที่ 3) (ต่อ)

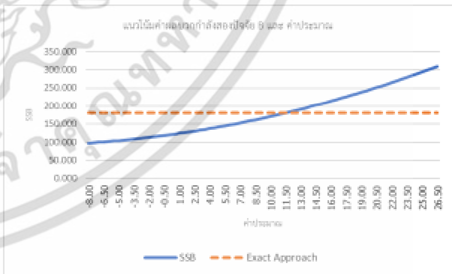
ลำดับ	ค่าประมาณ	SS_A	SS_B	SS_{AB}	SS_E	ลำดับ	ค่าประมาณ	SS_A	SS_B	SS_{AB}	SS_E
51	17.00	9.375	221.458	35.458	54.667	**61**	22.00	16.667	265.000	52.333	108.000
52	17.50	10.010	225.531	36.865	58.500	**62**	22.50	17.510	269.698	54.365	115.167
53	18.00	10.667	229.667	38.333	62.667	**63**	23.00	18.375	274.458	56.458	122.667
54	18.50	11.344	233.865	39.865	67.167	**64**	23.50	19.260	279.281	58.615	130.500
55	19.00	12.042	238.125	41.458	72.000	**65**	24.00	20.167	284.167	60.833	138.667
56	19.50	12.760	242.448	43.115	77.167	**66**	24.50	21.094	289.115	63.115	147.167
57	20.00	13.500	246.833	44.833	82.667	**67**	25.00	22.042	294.125	65.458	156.000
58	20.50	14.260	251.281	46.615	88.500	**68**	25.50	23.010	299.200	67.860	165.170
59	21.00	15.042	255.792	48.458	94.667	**69**	26.00	24.000	304.330	70.330	174.670
60	21.50	15.844	260.365	50.365	101.167	**70**	26.50	25.010	309.530	72.860	184.500

ค่าประมาณเท่ากับ 11.50 ทำให้ค่าผลบวกกำลังสองของความคลาดเคลื่อนเท่ากับค่าผลบวกกำลังสองของความคลาดเคลื่อนที่คำนวณด้วยวิธีตรง แต่ค่าผลบวกกำลังสองของแต่ละปัจจัยที่ได้จะไม่เท่ากับค่าผลบวกกำลังสองของแต่ละปัจจัยที่คำนวณด้วยวิธีตรง ดังนั้นวิธีการประมาณค่าข้อมูลที่สูญหายจะไม่มีทางที่จะทำให้ค่าผลบวกกำลังสองของแต่ละปัจจัย และค่าผลบวกกำลังสองของความคลาดเคลื่อนเท่ากับค่าผลบวกกำลังสองของแต่ละปัจจัย และค่าผลบวกกำลังสองของความคลาดเคลื่อนที่คำนวณด้วยวิธีตรง

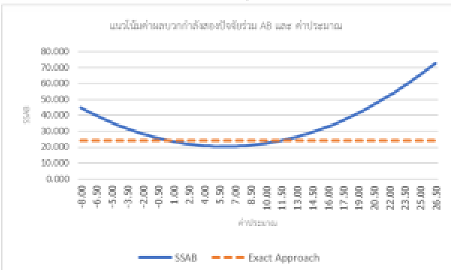
เพื่อให้เห็นภาพแนวโน้มของค่าผลบวกกำลังสองของแต่ละปัจจัย และค่าผลบวกกำลังสองของความคลาดเคลื่อน เมื่อประมาณค่าข้อมูลสูญหายเป็นค่าต่างๆได้ชัดเจนยิ่งขึ้น จะแสดงได้ ดังรูปที่ ผ18.1 ถึงรูปที่ ผ18.4 ตามลำดับ ดังนี้



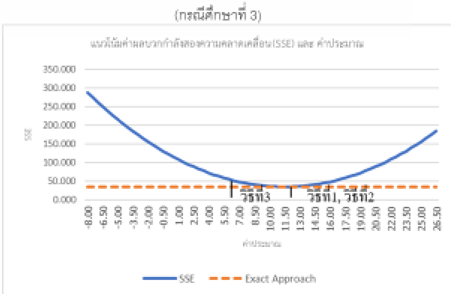
รูปที่ ผ18.1 แนวโน้มของค่าผลบวกกำลังสองของปัจจัย A (SS_A) เมื่อประมาณค่าข้อมูลสูญหาย (กรณีศึกษาที่ 3)



รูปที่ ผ18.2 แนวโน้มของค่าผลบวกกำลังสองของปัจจัย B (SS_B) เมื่อประมาณค่าข้อมูลสูญหาย (กรณีศึกษาที่ 3)



รูปที่ ผ18.3 แนวโน้มของค่าผลบวกกำลังสองของปัจจัยร่วม AB (SS_{AB}) เมื่อประมาณค่าข้อมูลสูญหาย (กรณีศึกษาที่ 3)



รูปที่ ผ18.4 แนวโน้มของค่าผลบวกกำลังสองของความคลาดเคลื่อน (SS_E) เมื่อประมาณค่าข้อมูลสูญหาย (กรณีศึกษาที่ 3)

จากรูปที่ ผ18.1 จะเห็นได้ว่าเมื่อค่าประมาณเพิ่มขึ้นทำให้กราฟแนวโน้มค่าผลบวกกำลังสองของปัจจัย A (SS_A) เพิ่มขึ้น

จากรูปที่ ผ18.2 จะเห็นได้ว่าจะเห็นได้ว่าเมื่อค่าประมาณเพิ่มขึ้นทำให้กราฟแนวโน้มค่าผลบวกกำลังสองของปัจจัย B (SS_B) เพิ่มขึ้น

จากรูปที่ ผ18.3 จะเห็นได้ว่าเมื่อค่าประมาณเพิ่มขึ้นทำให้กราฟแนวโน้มค่าผลบวกกำลังสองของปัจจัยร่วม AB (SS_{AB}) เพิ่มขึ้น

จากรูปที่ ผ18.4 จะเห็นได้ว่าเมื่อค่าประมาณมีค่าเพิ่มขึ้น จะทำให้ค่าผลบวกกำลังสองของความคลาดเคลื่อนมีน้อยลง โดยค่าประมาณเท่ากับ 11.5 เป็นจุดที่มีค่าผลบวกกำลังสองของความคลาดเคลื่อนมีค่าน้อยที่สุด หลังจากนั้นค่าผลบวกกำลังสองของความคลาดเคลื่อน จะค่อยๆ เพิ่มขึ้น

ภาคผนวกที่ 19
วิธีการพิสูจน์บริบทที่ 4.5

จากสูตรการหาค่าผลบวกกำลังสองของแต่ปัจจัยที่ปรับค่าความเอนเอียงแล้ว $SS_{(unbias)\_exact}$ เกิดจากการคำนวณดังสมการในภาคผนวกที่ 11 ดังนั้นหากต้องการหาค่าความเอนเอียง (Bias) สำหรับใช้ในการปรับค่าผลบวกกำลังสองของแต่ละปัจจัยให้ค่าผลบวกกำลังสองของแต่ละปัจจัยเป็นค่าที่ไม่เอนเอียง $SS_{(unbias)\_exact}$ กรณีวิเคราะห์ข้อมูลด้วยวิธีการประมาณค่าข้อมูลสูญหายด้วยวิธีกำลังสองน้อยสุด มีสูตรการคำนวณดังสมการ

แนวคิดการหาค่าความเอนเอียง (Bias) มาจาก

$$Bias = SS_{(bias)} - SS_{(unbias)\_exact}$$

โดยที่

$SS_{(bias)}$ คือ ค่าผลบวกกำลังสองของปัจจัย กรณีวิเคราะห์ข้อมูลด้วยวิธีการประมาณค่าข้อมูลสูญหายด้วยวิธีกำลังสองน้อยสุด มีสูตรการคำนวณ ดังสมการที่ (4.2) หลังจากที่ประมาณค่าที่สูญหายด้วยสมการในหัวข้อที่ 3.1

เมื่อแทนค่าข้อมูลสูญหายที่คำนวณได้ด้วยวิธีกำลังสองน้อยสุด $SS_{(bias)}$ อ้างอิงจากวิธีกำลังสองน้อยสุด แล้วจัดรูปแบบสมการสามารถหาสมการ $SS_{(bias)}$ มีวิธีการดังนี้ดังนี้

เนื่องจาก $SS_{(unbias)\_exact}$ คิดแบบไม่ได้ประมาณด้วยค่า $\hat{Y}^{LS}_{missing}$ ดังนั้น $SS_{(bias)}$ จึงต้องจัดให้อยู่ในรูปของการไม่ประเมินค่า $\hat{Y}^{LS}_{missing}$ ด้วยเพื่อจะได้ไปหักลบกับ $SS_{(unbias)\_exact}$

$$SS_A = \boxed{\frac{1}{bn}\sum_{i=1}^{a} {y_{i..}}^2} - \boxed{\frac{{y_{...}}^2}{abn}}$$

$$\frac{1}{bn}\sum_{i=1}^{a} {y_{i..}}^2 = \frac{1}{bn}[y_{1..}^2 + y_{2..}^2 + y_{r..}^2 + \cdots y_{a..}^2]$$

$$\frac{1}{bn}\sum_{i=1}^{a} {y_{i..}}^2 = \frac{1}{bn}\sum_{\substack{i=1\\ i\neq r}}^{a} {y'}_{i..}^2 + \frac{y_{r..}^2}{bn}$$

หมายเหตุ $y_{r..}^2 = ({y'}_{r..} + \hat{Y}^{LS}_{missing})^2 = ({y'}_{r..} + \frac{{y'}_{rc.}}{n-1})^2$

$${y'}_{r..}^2 + 2{y'}_{r..}(\frac{{y'}_{rc.}}{n-1}) + \frac{{y'}_{rc.}^2}{(n-1)^2}$$

$$\therefore \boldsymbol{\frac{1}{bn}(\sum_{All}^{a} {y'}_{i..}^2 + 2{y'}_{r..}(\frac{{y'}_{rc.}}{n-1}) + \frac{{y'}_{rc.}^2}{(n-1)^2})}$$

$$y_{...}^2 = [\sum_{i\neq r}^{a} y_{i..} + y_{r..}]^2$$

$$y_{...}^2 = [\sum_{i\neq r}^{a} {y'}_{i..} + {y'}_{r..} + \hat{Y}^{LS}_{missing}]^2$$

$$y_{...}^2 = [\sum_{All}^{a} {y'}_{i..} + \frac{{y'}_{rc.}}{n-1}]^2$$

$$y_{...}^2 = (\sum_{All}^{a} {y'}_{i..})^2 + 2\sum_{All}^{a} {y'}_{i..}(\frac{{y'}_{rc.}}{n-1}) + \frac{{y'}_{rc.}^2}{(n-1)^2}$$

$$\therefore \boldsymbol{\frac{(\sum_{All}^{a} {y'}_{i..})^2}{abn} - \frac{2\sum_{All}^{a} {y'}_{i..}({y'}_{rc.})}{abn(n-1)} - \frac{{y'}_{rc.}^2}{abn(n-1)^2}}$$

จะได้

$$SS_{A(bias)} = \frac{1}{bn}\sum_{All}^{a} y'^2_{i..} + \frac{2y'_{r..}y'_{rc.}}{bn(n-1)} + \frac{y'^2_{rc.}}{bn(n-1)^2} - \frac{(\sum_{All} y'_{i..})^2}{abn} - \frac{2\sum_{All} y'_{i..}(y'_{rc.})}{abn(n-1)} - \frac{y'^2_{rc.}}{abn(n-1)^2}$$

$$= \frac{1}{bn}\sum_{All}^{a} y'^2_{i..} + \frac{2y'_{r..}y'_{rc.}}{bn(n-1)} + \frac{y'^2_{rc.}}{bn(n-1)^2} - \frac{y'^2_{...}}{abn} - \frac{2y'_{...}(y'_{rc.})}{abn(n-1)} - \frac{y'^2_{rc.}}{abn(n-1)^2}$$

$$= \left[\frac{1}{bn}\sum_{All}^{a} y'^2_{i..} - \frac{y'^2_{...}}{abn}\right] + \left[\frac{ay'^2_{rc.}}{abn(n-1)^2} - \frac{y'^2_{rc.}}{abn(n-1)^2}\right] + \left[\frac{2ay'_{r..}y'_{rc.}}{abn(n-1)} - \frac{2y'_{...}(y'_{rc.})}{abn(n-1)}\right]$$

$$= \left[\frac{1}{bn}\sum_{All}^{a} y'^2_{i..} - \frac{y'^2_{...}}{abn}\right] + \left[\frac{(a-1)y'^2_{rc.}}{abn(n-1)^2}\right] + \left[\frac{2y'_{rc.}(ay'_{r..} - y'_{...})}{abn(n-1)}\right]$$

$$SS_{A(bias)} = \left[\tfrac{1}{bn}\textstyle\sum_{All}^{a} y'^2_{i..} - \tfrac{y'^2_{...}}{abn}\right] + \tfrac{y'_{rc.}}{abn(n-1)^2}\left[(a-1)y'_{rc.} + 2a(n-1)y'_{r..} - 2(n-1)y'_{...}\right]$$

แนวคิดการหา $SS_{B(bias)}$ สามารถแสดงวิธีทำอย่างละเอียดได้ดังนี้

$$SS_B = \boxed{\frac{1}{an}\sum_{j=1}^{b} y_{.j.}{}^2} - \boxed{\frac{y_{...}{}^2}{abn}}$$

$$\frac{1}{an}\sum_{j=1}^{b} y_{.j.}{}^2 = \frac{1}{an}[y^2_{.1.} + y^2_{.2.} + y^2_{.c.} + \cdots y^2_{.b.}]$$

$$\tfrac{1}{an}\textstyle\sum_{j=1}^{b} y_{.j.}{}^2 = \tfrac{1}{an}\sum_{\substack{j=1\\ j\neq c}}^{b} y'^2_{.j.} + \tfrac{y^2_{.c.}}{an}$$

หมายเหตุ $y^2_{.c.} = (y'_{.c.} + \hat{Y}^{LS}_{missing})^2 = (y'_{.c.} + \frac{y'_{rc.}}{n-1})^2$

$$y'^2_{.c.} + 2y'_{.c.}\frac{y'_{rc.}}{n-1} + \frac{y'^2_{rc.}}{(n-1)^2}$$

$$\therefore \boldsymbol{\frac{1}{an}(\textstyle\sum_{All}^{b} y'^2_{.j.} + 2y'_{.c.}(\frac{y'_{rc.}}{n-1}) + \frac{y'^2_{rc.}}{(n-1)^2})}$$

$$y^2_{...} = [\sum_{j\neq c}^{b} y_{.j.} + y_{.c.}]^2$$

$$y^2_{...} = [\sum_{j\neq c}^{b} y_{.j.} + y'_{.c.} + \hat{Y}^{LS}_{missing}]^2$$

$$y^2_{...} = [\sum_{All}^{b} y'_{.j.} + \frac{y'_{rc.}}{n-1}]^2$$

$$y^2_{...} = (\sum_{All}^{b} y'_{.j.})^2 + 2\sum_{All} y'_{.j.}(\frac{y'_{rc.}}{n-1}) + \frac{y'^2_{rc.}}{(n-1)^2}$$

$$\therefore \boldsymbol{\frac{(\sum_{All}^{b} y'_{.j.})^2}{abn} - \frac{2\sum_{All}^{b} y'_{.j.}(y'_{rc.})}{abn(n-1)} - \frac{y'^2_{rc.}}{abn(n-1)^2}}$$

จะได้

$$SS_{B(bias)} = \frac{1}{an}\sum_{All}^{b} y'^2_{.j.} + \frac{2y'_{.c.}y'_{rc.}}{an(n-1)} + \frac{y'^2_{rc.}}{an(n-1)^2} - \frac{(\sum_{All}^{b} y'_{.j.})^2}{abn} - \frac{2\sum_{All}^{b} y'_{.j.}(y'_{rc.})}{abn(n-1)} - \frac{y'^2_{rc.}}{abn(n-1)^2}$$

$$= \frac{1}{an}\sum_{All}^{b} y'^2_{.j.} + \frac{2y'_{.c.}y'_{rc.}}{an(n-1)} + \frac{y'^2_{rc.}}{an(n-1)^2} - \frac{y'^2_{...}}{abn} - \frac{2y'_{...}(y'_{rc.})}{abn(n-1)} - \frac{y'^2_{rc.}}{abn(n-1)^2}$$

$$= \left[\frac{1}{an}\sum_{All}^{b} y'^2_{.j.} - \frac{y'^2_{...}}{abn}\right] + \left[\frac{by'^2_{rc.}}{abn(n-1)^2} - \frac{y'^2_{rc.}}{abn(n-1)^2}\right] + \left[\frac{2by'_{.c.}y'_{rc.}}{abn(n-1)} - \frac{2y'_{...}(y'_{rc.})}{abn(n-1)}\right]$$

$$= \left[\frac{1}{an}\sum_{All}^{b} y'^2_{.j.} - \frac{y'^2_{...}}{abn}\right] + \left[\frac{(b-1)y'^2_{rc.}}{abn(n-1)^2}\right] + \left[\frac{2y'_{rc.}(by'_{.c.} - y'_{...})}{abn(n-1)}\right]$$

$$SS_{B(bias)} = \left[\tfrac{1}{an}\textstyle\sum_{All}^{b} y'^2_{.j.} - \tfrac{y'^2_{...}}{abn}\right] + \tfrac{y'_{rc.}}{abn(n-1)^2}\left[(b-1)y'_{rc.} + 2b(n-1)y'_{.c.} - 2(n-1)y'_{...}\right]$$

เมื่อ $y_{...}$ เป็นค่าผลรวมของข้อมูล รวมค่า $\hat{Y}^{LS}_{missing}$

$y'_{...}$ เป็นค่าผลรวมของข้อมูล โดยไม่รวมค่า $\hat{Y}^{LS}_{missing}$

$y'_{i..}$ เป็นค่าผลรวมของข้อมูลในแถว โดยไม่รวมค่า $\hat{Y}^{LS}_{missing}$

$y'_{r..}$ เป็นค่าผลรวมของข้อมูลในแถวซึ่งมีข้อมูลสูญหายเกิดขึ้น โดยไม่รวมค่า $\hat{Y}^{LS}_{missing}$

$y'_{.j.}$ เป็นค่าผลรวมของข้อมูลในคอลัมน์ โดยไม่รวมค่า $\hat{Y}^{LS}_{missing}$

$y'_{.c.}$ เป็นค่าผลรวมของข้อมูลในแถวซึ่งมีข้อมูลสูญหายเกิดขึ้น โดยไม่รวมค่า $\hat{Y}^{LS}_{missing}$

$y'_{rc.}$ เป็นค่าผลรวมของข้อมูลในคอมบิเนชัน ซึ่งมีข้อมูลสูญหายเกิดขึ้นโดยไม่รวมค่า $\hat{Y}^{LS}_{missing}$

$SS_{(unbias)\_exact}$ คือ ค่าผลบวกกำลังสองของปัจจัยกรณีวิเคราะห์ข้อมูลด้วยวิธีตรง สูตรการคำนวณ ดังสมการที่ (4.56) ถึง (4.57)

$$SS_{A(unbias)\_exact} = \frac{\sum_{All\,i}^{a} y'^2_{i..}}{bn} - \frac{y'^2_{.c.}}{an(an-1)} - \frac{y'^2_{...}}{abn} + K$$

$$SS_{B(unbias)\_exact} = \frac{\sum_{All\,j}^{b} y'^2_{.j.}}{an} - \frac{y'^2_{r..}}{bn(bn-1)} - \frac{y'^2_{...}}{abn} + K$$

กำหนดให้ $K = \frac{[y'_{...} - (by'_{.c.} + ay'_{r..})]^2}{abn(abn-a-b+1)}$

แนวคิดการหาค่าความเอนเอียง (Bias) สามารถแสดงวิธีทำอย่างละเอียดได้ดังนี้

$$Bias_A = \left[\frac{1}{bn}\sum_{All}^{a} y'^2_{i..} - \frac{y'^2_{...}}{abn}\right] + \frac{y'_{rc.}}{abn(n-1)^2}[(a-1)y'_{rc.} + 2a(n-1)y'_{r..} - 2(n-1)y'_{...}]$$

$$-[\frac{\sum_{All}^{a} y'^2_{i..}}{bn} - \frac{y'^2_{.c.}}{an(an-1)} - \frac{y'^2_{...}}{abn} + K]$$

$$= \frac{y'_{rc.}}{abn(n-1)^2}\left[(a-1)y'_{rc.} + 2a(n-1)y'_{r..} - 2(n-1)y'_{...}\right] + \frac{y'^2_{.c.}}{an(an-1)} - K$$

$$Bias_A = \frac{y'^2_{.c.}}{an(an-1)} + \frac{y'_{rc.}}{abn(n-1)^2}\left[(a-1)y'_{rc.} + 2(n-1)\left(ay'_{r..} - y'_{...}\right)\right] - K$$

.....

$$Bias_B = \left[\frac{1}{an}\sum_{All}^{b} {y'}^2_{.j.} - \frac{{y'}^2_{...}}{abn}\right] + \frac{{y'}_{rc.}}{abn(n-1)^2}[(b-1){y'}_{rc.} + 2b(n-1){y'}_{.c.} - 2(n-1){y'}_{...}$$

$$-[\frac{\sum_{All}^{b} {y'}^2_{.j.}}{an} - \frac{{y'}^2_{r..}}{bn(bn-1)} - \frac{{y'}^2_{...}}{abn} + K]$$

$$= \frac{{y'}_{rc.}}{abn(n-1)^2}[(b-1){y'}_{rc.} + 2b(n-1){y'}_{.c.} - 2(n-1){y'}_{...} + \frac{{y'}^2_{r..}}{bn(bn-1)} - K$$

$$Bias_B = \frac{{y'}^2_{r..}}{bn(bn-1)} + \frac{y'_{rc.}}{abn(n-1)^2}\left[(b-1)y'_{rc.} + 2(n-1)\left(by'_{.c.} - y'_{...}\right)\right] - K$$

ดังนั้นการพิสูจน์บริบทที่ 4.5 จะเสร็จสิ้น

ภาคผนวกที่ 20

บทความได้รับการตีพิมพ์ในงานประชุมวิชาการข่ายงานวิศวกรรมอุตสาหการ ประจำปี 2563

The Conference of Industrial Engineering Network (IE NETWORK 2020)
การประชุมวิชาการข่ายงานวิศวกรรมอุตสาหการ ประจำปี 2563
6-8 พฤษภาคม 2563 โรงแรมพูลแมน พัทยา จี จ.ชลบุรี

การประยุกต์ใช้วิธีตรงสำหรับการวิเคราะห์ความแปรปรวน ในกรณีของการออกแบบการทดลองแฟคทอเรียลสองปัจจัยด้วยข้อมูลครบ

Application of Exact Approach for Analysis of Variance In Case of Two-factor Factorial Design with Complete Data Set

กิตติวัฒน์ สิริเกษมสุข[1]* จิราพร ละพรมมา[2] สโรชา สุทธิ ณ นาวิน[3]
Kittiwat Sirikasemsuk[1*] Jiraporn Lappromma[2] Sarocha Suttinanawin[3]
kittiwat.sirikasemsuk@gmail.com[1*] 59010215@kmitl.ac.th[2] 59011376@kmitl.ac.th[3]

บทคัดย่อ

คณะผู้วิจัยได้ศึกษาการประยุกต์ใช้วิธีตรงด้วยการทดสอบนัยสำคัญของการถดถอยทั่วไปสำหรับการวิเคราะห์ความแปรปรวนในการออกแบบการทดลองแฟคทอเรียล 2 ปัจจัยโดยมีข้อมูลครบ จากการทบทวนวรรณกรรมในเอกสารต่างๆ ไม่ค่อยพบการวิเคราะห์ความแปรปรวนด้วยวิธีดังกล่าวในการออกแบบการทดลองแบบแฟคทอเรียล ในงานวิจัยนี้เริ่มต้นจากการเขียนสมการปกติและการประมาณค่าพารามิเตอร์ แล้วนำไปเขียนสมการถดถอยผลบวกกำลังสองทั้งแบบเต็มรูปและแบบลดรูป สิ่งสำคัญที่สุดของงานวิจัยนี้คือการระบุผลบวกกำลังสองของแต่ละปัจจัยอย่างถูกต้อง ซึ่งมีค่าเหมือนกับการใช้สูตรการวิเคราะห์ความแปรปรวนทั่วไปที่มีอยู่

คำสำคัญ : แผนการทดลองแบบแฟคทอเรียล, วิธีตรง, การวิเคราะห์ความแปรปรวน, ผลบวกกำลังสอง

Abstract

The study aimed at the application of the exact approach with the general regression significance test for analysis of variance (ANOVA) in the two factor factorial design with a complete data set. From a literature review, the widespread use of the exact analysis of the variance was rarely found in the factorial design. This study started with the writing on the normal equations and the determination of the estimated parameters of the models. Then, the estimated parameters were replaced in the equations of the regression sum of squares both the full-effect and reduced-effect models. Importantly, the mathematical formulas of the sum of squares were correctly determined to solve the analysis of variances. It was noted that the results were the same as the existing formulas in the classical ANOVA method.

Keywords : Factorial Experimental Design, Exact Approach, Analysis of Variance , Sum of Squares

[1] ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ภาควิชาวิศวกรรมอุตสาหการ คณะวิศวกรรมศาสตร์ สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง
[2,3] นักศึกษาระดับปริญญาตรี ภาควิชาวิศวกรรมอุตสาหการ คณะวิศวกรรมศาสตร์ สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง

1. บทนำ

การออกแบบการทดลอง (DOE) เป็นเทคนิคที่ช่วยให้สามารถออกแบบวิธีการทดลองอย่างมีระบบเพื่อเก็บข้อมูลแล้วนำข้อมูลไปวิเคราะห์ทางสถิติให้ได้ปัจจัยที่เหมาะสมในการปรับตั้งกระบวนการทำงานได้อย่างมีประสิทธิภาพ ต้นทุนการผลิตต่ำ ซึ่งการออกแบบการทดลองทำให้ลดเวลาในการลองผิดลองลองถูกและจะใช้ค่าใช้จ่ายที่ต่ำมาก ดังนั้น ยิ่งการควบคุมการปรับตั้งการทดลองที่เหมาะสม จะช่วยลดปัจจัยที่ควบคุมไม่ได้ทำให้ขนาดของความคลาดเคลื่อนในการทดลอง (Experiment of Error) ให้น้อยลงได้ [1]

การทดลองแบบแฟคทอเรียล (Factorial Experiment) เป็นการทดลองที่เน้นศึกษาอิทธิพล (Effect) ของปัจจัย (Factor) มากกว่าหนึ่งปัจจัยพร้อมๆกัน โดยให้ความสนใจกับอิทธิพลร่วม (Interaction Effect) ของปัจจัยซึ่งเป็นอิทธิพลที่ส่งผลให้กับตัวแปรตอบสนอง โดยการทดลองแบบแฟคทอเรียลเป็นแผนการทดลองที่มีประสิทธิภาพมากที่สุดในการตรวจสอบอิทธิพลของหลายๆปัจจัยพร้อมกันและสามารถตรวจสอบอิทธิพลของผลร่วมระหว่างปัจจัยได้ [2]

การวิเคราะห์ข้อมูลด้วยวิธีตรงบนพื้นฐานของรูปแบบเชิงเส้นทั่วไป (Exact Approach Based on General Linear Model) ในงานวิจัยนี้ จะเป็นวิธีเหมือนกับของ Montgomery [3] ซึ่งเรียก วิธีการนี้ว่า วิธีการทดสอบนัยสำคัญของการถดถอยทั่วไป (General Regression Significance Test) ในขณะที่ Charles [4] ซึ่งเรียกวิธีการนี้ว่า วิธีการเปรียบเทียบรูปแบบ (Model Comparison Approach)

Sirikasemsuk and Leerojanaprapa [5] และ Sirikasemsuk [6] ได้ศึกษาเรื่องการแก้ปัญหาการวิเคราะห์ความแปรปรวนในแผนการทดลองแบบละตินสแควร์ (Latin Square Design) อันดับ K x K ในกรณีของข้อมูลสูญหาย 1 ค่า โดยใช้วิธีแบบตรง (Exact Approach) ในขณะที่ Sirikasemsuk and Leerojanaprapa [7] ได้กล่าวถึงการวิเคราะห์ค่าที่สูญหาย 2 ค่าในแผนการทดลองแบบละตินสแควร์อันดับ 4 x 4 โดยใช้วิธีแบบตรง (Exact Approach), และ Sirikasemsuk [8] ได้ทบทวนวรรณกรรมเกี่ยวกับการออกแบบแผนการทดลองที่มีข้อมูลไม่สมบูรณ์

Xampeny et al. [9] งานวิจัยฉบับนี้ได้กล่าวถึงการประมาณค่าที่สูญหายในการทดลองแบบแฟกทอเรียล โดยไม่ให้ความสำคัญกับผลร่วม (Interaction) ได้เสนอวิธีการคอนทราสต์ (Contrast) ค่าที่สูญหายด้วยการแทนค่าเท่ากับ 0 เมื่อทำการประมาณค่าที่สูญหายจะทำให้มีค่าความแปรปรวนที่สูงกว่าค่าของจำนวนครั้งการทดลอง(Experimental Runs)

Okereke et al. [10] ได้ศึกษาการประมาณค่าด้วยวิธีกำลังสองน้อยสุดสำหรับค่าที่สูญหายในการทดลองแบบแผนการทดลองแบบแฟคทอเรียลซ้อนใน ที่มี 3 ปัจจัย Qumsiyeh and Kirchner [11] ได้พยายามวิธีการประมาณค่าใหม่โดยไม่ได้สูญเสียผลกระทบอย่างชัดเจนและดูเหมือนจะทำงานได้ดี โดยเริ่มจากการออกแบบโครงสร้างมุมฉากในการประมาณค่าที่ต้องการ ในการทดลองแบบแฟกทอเรียล และทดลองแบบแฟกทอเรียลบางส่วน Xampeny et al. [12] เมื่อมีค่าสูญหายได้ใช้วิธีการ Box-Meyer ในกรณีศึกษาผลกระทบของการใช้ค่าการตอบสนองประมาณค่าจากปฏิสัมพันธ์ที่ไม่สำคัญในการออกแบบทดลองแบบแฟกทอเรียล

ดูเหมือนว่าในเอกสารต่างๆทางด้านสถิติและการออกแบบการทดลอง เช่น Ott and Longnecker [1], Winer [2], and Montgomery [3] เป็นต้น ยังไม่มีการแสดงการแก้ปัญหาการวิเคราะห์ความแปรปรวนด้วยวิธีตรงด้วยการทดสอบนัยสำคัญของการถดถอยทั่วไปในแผนการทดลองแบบแฟคทอเรียลที่ชัดเจน

ดังนั้นงานวิจัยนี้จึงได้ศึกษาวิจัยเกี่ยวกับการประยุกต์ใช้วิธีตรง สำหรับการวิเคราะห์ความแปรปรวน ในการออกแบบการทดลองแฟคทอเรียล 2 ปัจจัย แบบข้อมูลครบและมีการทำซ้ำ (Replication)

2. สัญลักษณ์ที่ใช้ในงานวิจัย

สัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ที่ใช้ในงานวิจัยนี้ได้ประกาศดังตารางต่อไปนี้

ตารางที่ 1 สัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ที่ใช้ในงานวิจัย

สัญลักษณ์	ความหมาย
y_{ijk}	ผลตอบสนองที่สังเกตได้เมื่ออยู่ที่ระดับที่ i อยู่ที่ระดับ j และซ้ำที่ k
i	ลำดับแถว ซึ่งแทนด้วยปัจจัย A
j	ลำดับคอลัมน์ ซึ่งแทนด้วยปัจจัย B
k	ลำดับปฏิสัมพันธ์ระหว่าง i และ j
μ	ค่าเฉลี่ยรวมทั้งหมด
τ_i	อิทธิพลของแถวที่ i ของปัจจัย A
β_j	อิทธิพลของคอลัมน์ที่ j ของปัจจัย B
$(\tau\beta)_{ij}$	อิทธิพลของปฏิสัมพันธ์ระหว่าง τ_i และ β_j ของปัจจัย A และปัจจัย B
ε_{ijk}	ส่วนประกอบความคลาดเคลื่อนเชิงสุ่ม
$\hat{X}$	ตัวประมาณค่าของพารามิเตอร์ X เมื่อ X คือ $\mu, \tau_i, \beta_j, (\tau\beta)_{ij}$
$y_{...}$	ผลรวมข้อมูลทั้งหมด
$y_{i..}$	ผลรวมข้อมูลของแถวที่ i
$y_{.j.}$	ผลรวมข้อมูลของคอลัมน์ที่ j
$y_{ij.}$	ผลรวมข้อมูลของการทดลองร่วมกันแถว i และคอลัมน์ j
$\bar{y}_{...}$	ค่าเฉลี่ยข้อมูลทั้งหมด
$\bar{y}_{i..}$	ค่าเฉลี่ยข้อมูลของแถวที่ i
$\bar{y}_{.j.}$	ค่าเฉลี่ยข้อมูลของคอลัมน์ที่ j
$\bar{y}_{ij.}$	ค่าเฉลี่ยข้อมูลของการทดลองร่วมกันแถว i และคอลัมน์ j
SS_A	ผลบวกกำลังสองของแถว ปัจจัย A
SS_B	ผลบวกกำลังสองของคอลัมน์ ปัจจัย B
SS_{AB}	ผลบวกกำลังสองของปฏิสัมพันธ์ระหว่างปัจจัย A และ ปัจจัย B
SS_{Total}	ผลบวกกำลังสองของผลรวมทั้งหมด
SS_{Error}	ผลบวกกำลังสองของความคลาดเคลื่อน
$R(\mu^{F1}, \tau^{F1}, \beta^{F1}, (\tau\beta)^{F1})$	สมการถดถอยของผลบวกกำลังสอง แบบเต็มรูปแบบอิทธิพลมีอิทธิพลร่วม
$R(\mu^{F2}, \tau^{F2}, \beta^{F2})$	สมการถดถอยของผลบวกกำลังสอง แบบเต็มรูปแบบอิทธิพลไม่มีอิทธิพลร่วม
$R(\mu^{R1}, \beta^{R1})$	สมการถดถอยของผลบวกกำลังสอง ลดอิทธิพลของแถว
$R(\mu^{R2}, \tau^{R2})$	สมการถดถอยของผลบวกกำลังสองลดอิทธิพลของคอลัมน์

3. วิธีการวิจัย

ในงานวิจัยนี้ได้ศึกษาวิธีตรง สำหรับการวิเคราะห์แปรปรวน (ANOVA) ในการออกแบบการทดลองการทดลองแฟคทอเรียล 2 ปัจจัย โดยมีขั้นตอน คือ เขียนสมการปกติและการประมาณค่าพารามิเตอร์แบบอิทธิพลเต็มรูปแบบ และ สมการปกติและการประมาณค่าพารามิเตอร์แบบลดรูป

อิทธิพลของพารามิเตอร์ เพื่อสร้างสมการถดถอยผลบวกกำลังสอง แล้วนำไปวิเคราะห์ความแปรปรวน ซึ่งมีวิธีการดำเนินการตามหัวข้อ 3.4 – 3.7

3.1 ขอบเขตของงานวิจัย

1. การวิจัยครั้งนี้กำหนดให้การทดลองแฟคทอเรียล 2 ปัจจัย มีตัวแบบคงที่ (Fixed Effect Model) ดังนี้

$$\sum_i^a \hat{\tau}_i = 0, \sum_i^a \left(\widehat{\tau\beta}\right)_{ij} = 0, \sum_j^b \left(\widehat{\tau\beta}\right)_{ij} = 0, \sum_j^b \hat{\beta}_j = 0 \qquad (1)$$

2. งานวิจัยนี้สนใจการทดลองแฟคทอเรียล 2 ปัจจัยเท่านั้น มีการทำซ้ำ 3 ครั้ง โดยที่ปัจจัย A มี 2 ระดับ และปัจจัย B มี 2 ระดับ

3. ความคลาดเคลื่อนเป็นตัวแปรสุ่มที่เป็นอิสระกันและมีการแจกแจงแบบปกติ โดยมีค่าเฉลี่ยเท่ากับ 0 และความแปรปรวนเท่ากับ σ^2

แบบจำลองเชิงเส้นทางสถิติของแผนแบบแฟคทอเรียล 2 ปัจจัย สามารถเขียนให้อยู่ในรูปของตัวประมาณค่าข้อมูล ได้ดังนี้

$$\hat{y}_{ijk} = \hat{\mu} + \hat{\tau}_i + \hat{\beta}_j + \left(\widehat{\tau\beta}\right)_{ij} \begin{cases} i = 1,2,\ldots,a \\ j = 1,2,\ldots,b \\ k = 1,2,\ldots,n \end{cases} \qquad (2)$$

3.2 สมมติฐานที่จำเป็นต่อการพิสูจน์

ในการคำนวณหาผลบวกกำลังสอง (Sums of Squares (SS)) ของปัจจัย A , ปัจจัย B และ ปัจจัยร่วม AB ไม่ได้มีการระบุในเอกสาร หรือตำราต่างๆ อย่างชัดเจนสำหรับแบบแผนการทดลองแบบแฟคทอเรียล จากพื้นฐานการใช้วิธีแบบตรงของ Montgomery [3] ในแบบสุ่มในบล็อกอย่างสมบูรณ์ (RCBD) นี้ จะสามารถระบุวิธีการหาผลบวกกำลังสอง ในแบบแผนการทดลองแบบแฟคทอเรียล ได้เป็น 2 แนวทาง ดังตารางที่ 2

ตารางที่ 2 แนวทางการตัดสินใจเพื่อระบุค่าผลบวกกำลังสอง (SS)

แนวทางที่ 1 $SS_A = R(\mu^{F_1}, \tau^{F_1}, \beta^{F_1}, (\tau\beta)^{F_1}) - R(\mu^{R_1}, \beta^{R_1}, \tau\beta^{R_1})$ $SS_B = R(\mu^{F_1}, \tau^{F_1}, \beta^{F_1}, (\tau\beta)^{F_1}) - R(\mu^{R_2}, \tau^{R_2}, \tau\beta^{R_2})$ $SS_{AB} = R(\mu^{F_1}, \tau^{F_1}, \beta^{F_1}, (\tau\beta)^{F_1}) - R(\mu^{F_2}, \tau^{F_2}, \beta^{F_2})$	
แนวทางที่ 2 $SS_A = R(\mu^{F_2}, \tau^{F_2}, \beta^{F_2}) - R(\mu^{R_1}, \beta^{R_1})$ $SS_B = R(\mu^{F_2}, \tau^{F_2}, \beta^{F_2}) - R(\mu^{R_2}, \tau^{R_2})$ $SS_{AB} = R(\mu^{F_1}, \tau^{F_1}, \beta^{F_1}, (\tau\beta)^{F_1}) - R(\mu^{F_2}, \tau^{F_2}, \beta^{F_2})$	 (3) (4) (5)

ณ จุดนี้ผู้วิจัยได้ทดลองใช้แนวทางที่ 1 ซึ่งไม่ถูกต้องเพราะไม่สามารถหาค่า SS_A และ SS_B ได้และวิธีการนี้ไม่ได้ถูกทดลองในบทความนี้ ในบทความฉบับนี้จะแสดงเฉพาะแนวทางที่ 2 เท่านั้น ซึ่งเป็นวิธีการที่ถูกต้อง

สมการถดถอยผลบวกกำลังสอง (Regression Sum of Square) สามารถแบ่งเป็น 2 ประเภทใหญ่ คือ

1. สมการถดถอยผลบวกกำลังสองแบบอิทธิพลเต็มรูปแบบ (Full Effect Model) แบ่งออกเป็น 2 ประเภท ดังนี้

(1) สมการถดถอยผลบวกกำลังสองแบบอิทธิพลเต็มรูปแบบมีอิทธิพลร่วม

$$R(\mu^{F_1}, \tau^{F_1}, \beta^{F_1}, (\tau\beta)^{F_1}) = \hat{u}^{F_1} y_{...} + \hat{\tau}_1^{F_1} y_{1..} + \hat{\tau}_2^{F_1} y_{2..} + \hat{\beta}_1^{F_1} y_{.1.} + \hat{\beta}_2^{F_1} y_{.2.} + \left(\widehat{\tau\beta}\right)_{11}^{F_1} y_{11.} + \left(\widehat{\tau\beta}\right)_{12}^{F_1} y_{12.} + \left(\widehat{\tau\beta}\right)_{21}^{F_1} y_{21.} + \left(\widehat{\tau\beta}\right)_{22}^{F_1} y_{22.} \qquad (6)$$

(2) สมการถดถอยผลบวกกำลังสองแบบอิทธิพลเต็มรูปแบบไม่มีอิทธิพลร่วม

$$R(\mu^{F_2}, \tau^{F_2}, \beta^{F_2}) = \hat{u}^{F_2} y_{...} + \hat{\tau}_1^{F_2} y_{1..} + \hat{\tau}_2^{F_2} y_{2..} + \hat{\beta}_1^{F_2} y_{.1.} + \hat{\beta}_2^{F_2} y_{.2.} \qquad (7)$$

2. สมการถดถอยผลบวกกำลังสองแบบลดรูปอิทธิพลของพารามิเตอร์ (Reduce Effect Model) แบ่งออกเป็น 2 ประเภท ดังนี้

(1) สมการถดถอยผลบวกกำลังสองแบบลดรูปอิทธิพลของพารามิเตอร์ $\hat{\tau}_i$

$$R(\mu^{R_1}, \beta^{R_1}) = \hat{u}^{R_1} y_{...} + \hat{\beta}_1^{R_1} y_{.1.} + \hat{\beta}_2^{R_1} y_{.2.} \qquad (8)$$

(2) สมการถดถอยผลบวกกำลังสองแบบลดรูปอิทธิพลของพารามิเตอร์ $\hat{\beta}_j$

$$R(\mu^{R_2}, \tau^{R_2}) = \hat{u}^{R_2} y_{...} + \hat{\tau}_1^{R_2} y_{1..} + \hat{\tau}_2^{R_2} y_{2..} \qquad (9)$$

3.3 ตารางเก็บข้อมูล

คณะผู้วิจัยได้ศึกษากรณีที่เป็นตารางเก็บข้อมูลแบบแฟคทอเรียลที่มี 2 ปัจจัย มี 2 ระดับและมีการทำซ้ำ 3 ครั้ง แล้วสามารถเขียนตารางเก็บข้อมูลให้อยู่ในรูปสัญลักษณ์ ได้ดังตารางที่ 3

อนึ่ง อันที่จริงจะใช้ข้อมูลชุดใดก็ได้ที่เป็นการทดลองแฟคทอเรียล 2 ปัจจัย แบบข้อมูลครบ เพื่อมาการทดสอบในการทำวิจัยครั้งนี้

ตารางที่ 3 ตารางเก็บข้อมูลแบบแฟคทอเรียลที่มี 2 ปัจจัย 2 ระดับ

		B		
		b_1 $(\beta)_1$	b_2 $(\beta)_2$	
A	a_1 $(\tau)_1$	$(\tau\beta)_{11}$ y_{111}=28 y_{112}=25 y_{113}=27 $y_{11.}$=80	$(\tau\beta)_{12}$ y_{121}=18 y_{122}=19 y_{123}=23 $y_{12.}$=60	$y_{1..}$=140
	a_2 $(\tau)_2$	$(\tau\beta)_{21}$ y_{211}=36 y_{212}=32 y_{213}=32 $y_{21.}$=100	$(\tau\beta)_{22}$ y_{221}=31 y_{222}=30 y_{223}=29 $y_{11.}$=90	$y_{2..}$=190
		$y_{.1.}$=180	$y_{.2.}$=150	$y_{...}$=330

อ้างอิงจาก Montgomery (2001)

3.4 สมการปกติและการประมาณค่าพารามิเตอร์แบบอิทธิพลเต็มรูปแบบ

3.4.1. สมการปกติและการประมาณค่าพารามิเตอร์แบบอิทธิพลเต็มรูปแบบมีอิทธิพลร่วม

การประมาณค่าพารามิเตอร์แบบอิทธิพลเต็มรูปแบบ จากแบบจำลองเชิงเส้นทางสถิติของแผนแบบแฟคทอเรียล 2 ปัจจัย ดังสมการ (2) สามารถใช้กฎการเขียนสมการปกติ เพื่อหาสมการปกติสำหรับแผนแบบแฟคทอเรียลแบบอิทธิพลเต็มรูปแบบ พารามิเตอร์ในแบบจำลองที่ต้องประมาณค่า คือ μ, τ_i , β_jและ $(\tau\beta)_{ij}$ ซึ่งสามารถนำมาเขียนสมการปกติได้ ดังตารางที่ 4

ตารางที่ 4 สมการปกติและการประมาณค่าพารามิเตอร์แบบอิทธิพลเต็มรูปแบบมีอิทธิพลร่วม

สมการปกติ	การประมาณค่าพารามิเตอร์
$\hat{\mu}: 12\hat{u}^{F_1} + 6\hat{\tau}_1^{F_1} + 6\hat{\tau}_2^{F_1} + 6\hat{\beta}_1^{F_1} + 6\hat{\beta}_2^{F_1} + 3\left(\widehat{\tau\beta}\right)_{11}^{F_1} + 3\left(\widehat{\tau\beta}\right)_{12}^{F_1} + 3\left(\widehat{\tau\beta}\right)_{21}^{F_1} + 3\left(\widehat{\tau\beta}\right)_{22}^{F_1} = y_{...}$	$\hat{u}^{F_1} = \frac{y_{...}}{12}$
$\hat{\tau}_1: 6\hat{u}^{F_1} + 6\hat{\tau}_1^{F_1} + 3\hat{\beta}_1^{F_1} + 3\hat{\beta}_2^{F_1} + 3\left(\widehat{\tau\beta}\right)_{11}^{F_1} + 3\left(\widehat{\tau\beta}\right)_{12}^{F_1} = y_{1..}$	$\hat{\tau}_1^{F_1} = \frac{y_{1..}}{6} - \frac{y_{...}}{12}$
$\hat{\tau}_2: 6\hat{u}^{F_1} + 6\hat{\tau}_2^{F_1} + 3\hat{\beta}_1^{F_1} + 3\hat{\beta}_2^{F_1} + 3\left(\widehat{\tau\beta}\right)_{21}^{F_1} + 3\left(\widehat{\tau\beta}\right)_{22}^{F_1} = y_{2..}$	$\hat{\tau}_2^{F_1} = \frac{y_{2..}}{6} - \frac{y_{...}}{12}$

ตารางที่ 4 สมการปกติและการประมาณค่าพารามิเตอร์แบบอิทธิพลเต็มรูปแบบมีอิทธิพลร่วม (ต่อ)

สมการปกติ	การประมาณค่าพารามิเตอร์
$\hat{\beta}_1: 6\hat{u}^{F_1} + 3\hat{\tau}_1^{F_1} + 3\hat{\tau}_2^{F_1} + 6\hat{\beta}_1^{F_1} + 3(\widehat{\tau\beta})_{11}^{F_1} + 3(\widehat{\tau\beta})_{21}^{F_1} = y_{.1.}$	$\hat{\beta}_1^{F_1} = \frac{y_{.1.}}{6} - \frac{y_{...}}{12}$
$\hat{\beta}_2: 6\hat{u}^{F_1} + 3\hat{\tau}_1^{F_1} + 3\hat{\tau}_2^{F_1} + 6\hat{\beta}_2^{F_1} + 3(\widehat{\tau\beta})_{12}^{F_1} + 3(\widehat{\tau\beta})_{22}^{F_1} = y_{.2.}$	$\hat{\beta}_2^{F_1} = \frac{y_{.2.}}{6} - \frac{y_{...}}{12}$
$(\widehat{\tau\beta})_{11}: 3\hat{u}^{F_1} + 3\hat{\tau}_1^{F_1} + 3\hat{\beta}_1^{F_1} + 3(\widehat{\tau\beta})_{11}^{F_1} = y_{11.}$	$(\widehat{\tau\beta})_{11}^{F_1} = \frac{y_{...}}{12} + \frac{y_{11.}}{3} - \frac{y_{1..}}{6} - \frac{y_{.1.}}{6}$
$(\widehat{\tau\beta})_{12}: 3\hat{u}^{F_1} + 3\hat{\tau}_1^{F_1} + 3\hat{\beta}_2^{F_1} + 3(\widehat{\tau\beta})_{12}^{F_1} = y_{12.}$	$(\widehat{\tau\beta})_{12}^{F_1} = \frac{y_{...}}{12} + \frac{y_{12.}}{3} - \frac{y_{1..}}{6} - \frac{y_{.2.}}{6}$
$(\widehat{\tau\beta})_{21}: 3\hat{u}^{F_1} + 3\hat{\tau}_2^{F_1} + 3\hat{\beta}_1^{F_1} + 3(\widehat{\tau\beta})_{21}^{F_1} = y_{21.}$	$(\widehat{\tau\beta})_{21}^{F_1} = \frac{y_{...}}{12} + \frac{y_{21.}}{3} - \frac{y_{2..}}{6} - \frac{y_{.1.}}{6}$
$(\widehat{\tau\beta})_{22}: 3\hat{u}^{F_1} + 3\hat{\tau}_2^{F_1} + 3\hat{\beta}_2^{F_1} + 3(\widehat{\tau\beta})_{22}^{F_1} = y_{22.}$	$(\widehat{\tau\beta})_{22}^{F_1} = \frac{y_{...}}{12} + \frac{y_{22.}}{3} - \frac{y_{2..}}{6} - \frac{y_{.2.}}{6}$

3.4.2 สมการปกติและการประมาณค่าพารามิเตอร์แบบอิทธิพลเต็มรูปแบบไม่มีอิทธิพลร่วม

ในทำนองเดียวกันการหาสมการปกติและการประมาณค่าพารามิเตอร์แบบอิทธิพลเต็มรูปแบบที่ไม่มีอิทธิพลร่วมสามารถทำเหมือนกับการประมาณค่าพารามิเตอร์อิทธิพลเต็มรูปแบบแบบมีอิทธิพลร่วม แต่ไม่มีอิทธิพลร่วมเข้ามาเกี่ยวข้องแสดงตามได้ดังตารางที่ 5

ตารางที่ 5 สมการปกติและการประมาณค่าพารามิเตอร์แบบอิทธิพลเต็มรูปแบบไม่มีอิทธิพลร่วม

สมการปกติ	การประมาณค่าพารามิเตอร์
$\hat{\mu}: 12\hat{u}^{F_1} + 6\hat{\tau}_1^{F_1} + 6\hat{\tau}_2^{F_1} + 6\hat{\beta}_1^{F_1} + 6\hat{\beta}_2^{F_1} = y_{...}$	$\hat{u}^{F_2} = \frac{y_{...}}{12}$
$\hat{\tau}_1: 6\hat{u}^{F_1} + 6\hat{\tau}_1^{F_1} + 3\hat{\beta}_1^{F_1} + 3\hat{\beta}_2^{F_1} = y_{1..}$	$\hat{\tau}_1^{F_2} = \frac{y_{1..}}{6} - \frac{y_{...}}{12}$
$\hat{\tau}_2: 6\hat{u}^{F_1} + 6\hat{\tau}_2^{F_1} + 3\hat{\beta}_1^{F_1} + 3\hat{\beta}_2^{F_1} = y_{2..}$	$\hat{\tau}_2^{F_2} = \frac{y_{2..}}{6} - \frac{y_{...}}{12}$
$\hat{\beta}_1: 6\hat{u}^{F_1} + 3\hat{\tau}_1^{F_1} + 3\hat{\tau}_2^{F_1} + 6\hat{\beta}_1^{F_1} = y_{.1.}$	$\hat{\beta}_1^{F_2} = \frac{y_{.1.}}{6} - \frac{y_{...}}{12}$
$\hat{\beta}_2: 6\hat{u}^{F_1} + 3\hat{\tau}_1^{F_1} + 3\hat{\tau}_2^{F_1} + 6\hat{\beta}_2^{F_1} = y_{.2.}$	$\hat{\beta}_2^{F_2} = \frac{y_{.2.}}{6} - \frac{y_{...}}{12}$

3.5 สมการถดถอยผลบวกกำลังสองแบบอิทธิพลเต็มรูปแบบ

หลังจากพิจารณาหาตัวประมาณค่าพารามิเตอร์ของแบบจำลองเชิงเส้นทางสถิติของแผนแบบแฟคทอเรียล สำหรับแผนแบบทดลองแบบอิทธิพลเต็มรูปแบบ จึงจะสามารถแสดงรูปแบบของสมการถดถอย ของผลบวกกำลังสองแบบอิทธิพลเต็มรูปแบบ ได้ดังบริบทที่ 1

<u>บริบทที่ 1</u> แผนแบบแฟคทอเรียล 2 ระดับ สามารถแสดงรูปแบบของสมการถดถอยของผลบวกกำลังสองแบบอิทธิพลเต็มรูปแบบสำหรับอิทธิพลร่วม $(\widehat{\tau\beta})_{ij}$ ดังสมการ (10) และสมการถดถอยของผลบวกกำลังสองแบบอิทธิพลเต็มรูปแบบสำหรับอิทธิพล $\hat{\tau}_i$ และ $\hat{\beta}_j$ ดังสมการ (11) ตามลำดับดังนี้

$$R(\mu^{F_1}, \tau^{F_1}, \beta^{F_1}, (\tau\beta)^{F_1}) = \frac{1}{6}\sum_{i=1}^{2} y_{i..}^2 + \frac{1}{6}\sum_{j=1}^{2} y_{.j.}^2 + \frac{1}{3}\sum_{i=1}^{2}\sum_{j=1}^{2} y_{ij.}^2 - \frac{y_{...}^2}{6} \tag{10}$$

$$R(\mu^{F_2}, \tau^{F_2}, \beta^{F_2}) = -\frac{y_{...}^2}{12} + \frac{1}{6}\sum_{i=1}^{2} y_{i..}^2 + \frac{1}{6}\sum_{j=1}^{2} y_{.j.}^2 \tag{11}$$

บทพิสูจน์ จากการประมาณค่าพารามิเตอร์แบบอิทธิพลเต็มรูปแบบมีอิทธิพลร่วม ในตารางที่ 4 ไปแทนค่าในสมการ (6) และ การประมาณค่าพารามิเตอร์แบบอิทธิพลเต็มรูปแบบที่ไม่มีอิทธิพลร่วมในตารางที่ 5 นำไปแทนค่าในสมการ (7)

3.6 สมการปกติและการประมาณค่าพารามิเตอร์แบบลดรูปอิทธิพลของพารามิเตอร์

การประมาณค่าพารามิเตอร์แบบลดอิทธิพลของพารามิเตอร์ จากแบบจำลองเชิงเส้นทางสถิติของแผนแบบแฟคทอเรียล 2 ปัจจัย ดังสมการ (2) สามารถใช้กฎการเขียนสมการปกติ เพื่อหาสมการปกติสำหรับแผนแบบแฟคทอเรียลแบบลดอิทธิพลของพารามิเตอร์

พารามิเตอร์ในแบบจำลองที่ต้องประมาณค่า คือ $\mu, \hat{\tau}_i$, $\hat{\beta}_j$ และ $(\widehat{\tau\beta})_{ij}$ ซึ่งสามารถนำมาเขียนสมการปกติได้ดังตารางที่ 6 และ ตารางที่ 7 ดังนี้

ตารางที่ 6 สมการปกติและการประมาณค่าพารามิเตอร์แบบลดรูปอิทธิพลของ $\hat{\tau}_i$ เพื่อไปสู่การคำนวณหา $R(\mu^{R_1}, \beta^{R_1})$

สมการปกติสมการปกติ	การประมาณค่าพารามิเตอร์
$\hat{\mu}: 12\hat{u}^{R_1} + 6\hat{\beta}_1^{R_1} + 6\hat{\beta}_2^{R_1} = y_{...}$	$\hat{u}^{R_1} = \frac{y_{...}}{12}$
$\hat{\beta}_1: 6\hat{u}^{R_1} + 6\hat{\beta}_1^{R_1} = y_{.1.}$	$\hat{\beta}_1^{R_1} = \frac{y_{.1.}}{6} - \frac{y_{...}}{12}$
$\hat{\beta}_2: 6\hat{u}^{R_1} + 6\hat{\beta}_2^{R_1} = y_{.2.}$	$\hat{\beta}_2^{R_1} = \frac{y_{.2.}}{6} - \frac{y_{...}}{12}$

ตารางที่ 7 สมการปกติและการประมาณค่าพารามิเตอร์แบบลดรูปอิทธิพลของ $\hat{\beta}_j$ เพื่อไปสู่การคำนวณหา $R(\mu^{R_2}, \tau^{R_2})$

สมการปกติสมการปกติ	การประมาณค่าพารามิเตอร์
$\hat{\mu}: 12\hat{u}^{R_2} + 6\hat{\tau}_1^{R_1} + 6\hat{\tau}_2^{2} = y_{...}$	$\hat{u}^{R_2} = \frac{y_{...}}{12}$
$\hat{\tau}_1: 6\hat{u}^{R_2} + 6\hat{\tau}_1^{R_2} = y_{1..}$	$\hat{\tau}_1^{R_2} = \frac{y_{1..}}{6} - \frac{y_{...}}{12}$
$\hat{\tau}_2: 6\hat{u}^{R_2} + 6\hat{\tau}_2^{2} = y_{2..}$	$\hat{\tau}_2^{R_2} = \frac{y_{2..}}{6} - \frac{y_{...}}{12}$

3.7 สมการถดถอยผลบวกกำลังสองแบบลดรูปอิทธิพลของพารามิเตอร์

บริบทที่ 2 แผนแบบแฟคทอเรียล 2 ระดับ จากสมการ (12) และสมการ (13) สามารถแสดงรูปแบบของสมการถดถอยของผลบวกกำลังสองแบบลดรูปอิทธิพลของพารามิเตอร์ $\hat{\tau}_i$ และสมการถดถอยของผลบวกกำลังสองแบบลดรูปอิทธิพลของพารามิเตอร์ $\hat{\beta}_j$ ตามลำดับดังนี้

$$R(\mu^{R_1}, \beta^{R_1}) = \frac{1}{6}\sum_{j=1}^{2} y_{.j.}^2 \quad (12)$$

$$R(\mu^{R_2}, \tau^{R_2}) = \frac{1}{6}\sum_{i=1}^{2} y_{i..}^2 \quad (13)$$

บทพิสูจน์ จากการประมาณค่าพารามิเตอร์แบบลดรูปอิทธิพลของ $\hat{\tau}_i$ ในตารางที่ 5 ไปแทนค่าในสมการที่ (8) และ การประมาณค่าพารามิเตอร์แบบลดรูปอิทธิพลของ $\hat{\beta}_j$ ในตารางที่ 7 นำไปแทนค่าในสมการที่ (9)

3.8 วิเคราะห์ความแปรปรวน

บริบทที่ 3 แผนแบบแฟคทอเรียล 2 ระดับ สามารถวิเคราะห์ความแปรปรวนจากสมการ (3) ถึงสมการ (5) โดยการหาผลต่างสมการถดถอยผลบวกกำลังสองแบบอิทธิพลเต็มรูปแบบกับสมการถดถอยผลบวกกำลังสองแบบลดรูปอิทธิพลของพารามิเตอร์ จะได้ผลบวกกำลังสองของแต่ละปัจจัย ดังนี้

$$SS_A = \frac{1}{6}\sum_{i=1}^{2} y_{i..}^2 - \frac{y^2}{12} \quad (14)$$

$$SS_B = \frac{1}{6}\sum_{j=1}^{2} y_{.j.}^2 - \frac{y^2}{12} \quad (15)$$

$$SS_{AB} = \frac{1}{3}\sum_{i=1}^{2}\sum_{j=1}^{2} y_{ij.}^2 - \frac{1}{6}\sum_{i=1}^{2} y_{i..}^2 - \frac{1}{6}\sum_{j=1}^{2} y_{.j.}^2 + \frac{y^2}{12} \quad (16)$$

บทพิสูจน์ จากการนำสมการ (10) ถึง สมการ (13) ไปดำเนินการตามวิธีของการถดถอยทั่วไปสามารถกำหนดสมการผลรวมกำลังสองของทรีทเมนต์ แถว คอลัมน์ ได้ดังสมการ (3) ถึง (5)

4. ผลการวิจัย

หัวข้อการศึกษานี้จะยกตัวอย่างการใช้สูตรที่พัฒนาจากงานวิจัยนี้ โดยใช้ตัวอย่างจากตารางเก็บข้อมูลที่ 3 ตารางนี้สนใจข้อมูลแบบแฟคทอเรียลที่มี 2 ปัจจัย 2 ระดับ ที่การกระทำซ้ำ 3 ครั้ง จากสมการ (14) ถึง (16) สามารถหาค่าผลบวกกำลังสองของแต่ละปัจจัยได้ดังนี้

$SS_A = 208.33$, $SS_B = 75.00$, $SS_{AB} = 8.33$

และสามารถเขียนตาราง ANOVA ได้ดังตารางที่ 8

ตารางที่ 8 การวิเคราะห์ความแปรปรวนของข้อมูลจากตารางที่ 2

แหล่งความแปรผัน	ผลรวมกำลังสอง	องศาความอิสระ	ค่าเฉลี่ยกำลังสอง	การทดสอบ
ปัจจัย A	208.33	1	208.33	53.15
ปัจจัย B	75.00	1	75.00	19.13
ปัจจัย AB	8.33	1	8.33	2.13
ความคลาดเคลื่อน	31.34	8	3.92	
ผลรวม	323	11		

5. สรุป

การวิเคราะห์ความแปรปรวนด้วยวิธีตรงด้วยการทดสอบนัยสำคัญของการถดถอยทั่วไป เป็นวิธีการที่จะได้ค่าผลบวกกำลังสองของปัจจัยและปฏิสัมพันธ์ ที่ไม่ลำเอียง แต่ขั้นตอนภายในนั้นค่อนข้างจะต้องใช้เวลานาน จากการทบทวนวรรณกรรมมักพบการใช้วิธีตรงในการออกแบบการทดลองแผนแบบสุ่มในบล็อคสมบูรณ์ (RCBD) และ แผนการทดลองแบบละตินสแควร์ (Latin Square Design) แต่ไม่ค่อยพบการนำวิธีตรงมาใช้ในแผนการทดลองแบบแฟคทอเรียล (Factorial Design) ดังนั้นในงานวิจัยนี้จึงทดลองนำหลักการนี้มาใช้ใน แผนการทดลองแบบแฟคทอเรียล (Factorial Design) แบบ 2 ปัจจัย และยืนยันถึงสูตรของการคำนวณหาผลบวกกำลังสอง (SS) ซึ่งมีสูตรตามแนวทางที่ 2 ในตารางที่ 1 (ไม่ใช้สูตรแนวที่ 1)

จากการพัฒนาสูตรทั่วไปของแผนแบบแฟคทอเรียล 2 ปัจจัย จากการเขียนสมการปกติและการประมาณค่าพารามิเตอร์ แล้วนำไปเขียนสมการถดถอยผลบวกกำลังสองทั้งแบบเต็มและลดรูป ทำให้ได้สูตรทางคณิตศาสตร์ผลบวกกำลังสองของแต่ละปัจจัยและปฏิสัมพันธ์ ซึ่งค่าของผลบวกกำลังสองของแต่ละปัจจัยที่คำนวณมาได้มีค่าเหมือนกับการใช้สูตรการวิเคราะห์ความแปรปรวนโดยวิธีการทั่วไป

อนึ่งวิเคราะห์ความแปรปรวนด้วยวิธีตรง สามารถนำไปใช้แก้ปัญหาข้อมูลที่สูญหายได้อีกด้วย ดังนั้นงานวิจัยนี้สามารถต่อยอดไปวิเคราะห์ความแปรปรวนแบบแฟคทอเรียล (Factorial Design) ที่มีข้อมูลสูญหายได้อีก

เอกสารอ้างอิง

1 Ott, R. and Longnecker, M., (2010) "An introduction to statistical methods and data analysis", 7th ed. , Cengage Learning

2 Winer, B.J., (1962) "Statistical principle in experimental design", Mc Graw-Hill

3 Montgomery, D.C. , (2001) "Design and analysis of experiments", John Wiley and Sons

4 Charles, M., Judd, H., Mcclelland, S. and Ryan, C., (2008) "Data analysis a model comparison approach" , John Wiley and Sons

5 Sirikasemsuk, K. and Leerojanaprapa, K., (2017) "One missing value problem in Latin square design of any order: Exact analysis of variance" Cogent engineering. 4(1) : 1-11

6 Sirikasemsuk, K., (2016) "One missing value problem in latin square design of any order: regression sum of squares", Proceedings of the Joint 8th International Conference on Soft Computing and Intelligent Systems and 17th International Symposium on Advanced Intelligent Systems (SCIS&ISIS2016), 25-28 August 2016, JAPAN, pp. 142-147.

7 Sirikasemsuk, K., Leerojanaprapa, K., (2017) "Analysis of two-missing-observation 4x4 latin squares using the exact approach", Recent Advances in Information and Communication Technology, Vol.566, pp.69-81, Springer International Publishing. (Indexed by Scopus)

8 Sirikasemsuk, K., (2016) "A review on incomplete latin square design of any order", In AIP Conference Proceedings (Vol. 1775 , No.1, p. 030022). AIP Publishing, doi:10.1063/1.4965142 (Indexed by Scopus and AIP) :

ICoMEIA 2016, 10–12 August 2016, BP Samila Beach Hotel & Resort, Songkhla

9 Xampeny, R., Grima, P. and Tort-Martorell, X., (2017) “Estimating missing values from negligible interactions in factorial designs”, Special Issue: The ENBIS-16 Quality and Reliability Engineering International ,Vol. 33,Issue 6 , pp. 1235-1247 , John Wiley and Sons

10 Okereke, E.W., Ekpenyong, E.J., and Nwaogu, C., (2018) “Missing value estimation in a nested-factorial design with three factor”, Trends Journal of Sciiences Research ,Vol 3,Issue 1 , pp. 10-17 , doi:10.31586/statistics.0301.02

11 Qumsiyeh, M., and Kirchner, K., (2011) “Estimation methode for missing data in un-replicated 2^k factorial and 2^{k-p} fractional factorial design”, Journal of Statistics: Advances in Theory and Applications Volume 5, Number 2, pp. 131-147 , Scientific Advances Publishers

12 Xampeny, R., Grima, P. and Tort-Martorell, X., (2018) “Consequences of using estimated response values from negligible interactions in factorial designs” Quality and Reliability Engineering International, on December (on line), John Wiley and Sons