

การศึกษาความสามารถในการพิสูจน์ เรื่อง เส้นขนาน ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2  
ที่ได้รับการจัดการเรียนรู้ด้วยวิธีการสร้างข้อความคาดการณ์  
และพิสูจน์ร่วมกับโปรแกรม GeoGebra

A STUDY OF MATHAYOMSUKSA II STUDENTS' PROOF ABILITIES ON PARALLEL  
VIA CONJECTURING AND PROVING APPROACH WITH GEOGEBRA PROGRAM

ปัญญาพร เชื้อมั่ง<sup>1\*</sup> ขวัญ เพียชัย<sup>2</sup> สุกัญญา หะยีสาละ<sup>3</sup>  
ธีรศักดิ์ ฉลาดการณ์<sup>4</sup> และเอเนก จันทรจรรยา<sup>5</sup>

Panyaporn Chueamang, Khawn Piasai, Sukanya Hajisalah,  
Teerasak Chaladgarn and Anek Janjaroon

E-mail: minkpanya@gmail.com, khawn@swu.ac.th, sukanyah@swu.ac.th,  
teerasak@swu.ac.th and anek@swu.ac.th

ภาควิชาคณิตศาสตร์ คณะวิทยาศาสตร์ มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ กรุงเทพมหานคร 10110  
Department of Mathematics, Faculty of Science, Srinakharinwirot University, Bangkok 10110 Thailand

\*Corresponding Author E-mail: minkpanya@gmail.com

(Received: June 4, 2020; Revised: August 5, 2020; Accepted: August 26, 2020)

ABSTRACT

The purposes of this study were as follows: 1) to study the proof abilities of Mathayomsuksa II students on parallel after being taught through the conjecturing and proving approach with GeoGebra program. 2) to compare their mathematical attitudes before and after being taught through the conjecturing and proving approach with GeoGebra program. The participants selected by a method of cluster random sampling were 40 Mathayomsuksa II students from Samutsakhonburana school in Samutsakhon province, during the second semester of the 2019 academic year. Percentages, mean ( $\bar{x}$ ), standard deviation (S.D.), Z-test for population proportion and t-test for dependent sample were employed in analyzing data. The research instruments of this study were: 1) lesson plans that allowed students to learn the topic via conjecturing and proving approach with GeoGebra program, 2) the proof abilities test on the topic of parallel, and 3) the questionnaire for measuring mathematical attitudes. The study findings revealed that: 1) after being taught by the conjecturing and proving approach with GeoGebra program, over 60% of the participants had proof abilities on parallel score that satisfied the criteria at a significant level of .01, and 2) student's mathematical attitudes were significantly higher than before the experiment at the level of .01

**Keywords:** Conjecturing and Proving; Proof Abilities; Mathematical Attitudes

## บทคัดย่อ

การวิจัยครั้งนี้มีจุดมุ่งหมายเพื่อ 1) ศึกษาความสามารถในการพิสูจน์ เรื่อง เส้นขนาน ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 หลังได้รับการจัดการเรียนรู้ด้วยวิธีการสร้างข้อความคาดการณ์และพิสูจน์ร่วมกับโปรแกรม GeoGebra 2) เปรียบเทียบเจตคติต่อวิชาคณิตศาสตร์ก่อนและหลังได้รับการจัดการเรียนรู้ด้วยวิธีการสร้างข้อความคาดการณ์และพิสูจน์ร่วมกับโปรแกรม GeoGebra กลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 โรงเรียนสมุทรสาครบูรณะ จังหวัดสมุทรสาคร ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2562 จำนวน 40 คน ซึ่งได้จากการสุ่มแบบกลุ่ม (Cluster Random Sampling) สถิติที่ใช้ในการวิเคราะห์ข้อมูล ได้แก่ ค่าเฉลี่ยเลขคณิต ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน การทดสอบสมมติฐานใช้สถิติทดสอบ Z (Z-test for Population Proportion) และสถิติทดสอบ t (t-test for Dependent Sample) และเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัยประกอบด้วย 1) แผนการจัดการเรียนรู้และแฟ้มงานในโปรแกรม GeoGebra ตามวิธีการสร้างข้อความคาดการณ์และพิสูจน์ เรื่องเส้นขนาน 2) แบบทดสอบวัดความสามารถในการพิสูจน์ เรื่องเส้นขนาน และ 3) แบบวัดเจตคติต่อวิชาคณิตศาสตร์ ผลการวิจัยพบว่า 1) นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 มีความสามารถในการพิสูจน์เรื่องเส้นขนาน หลังได้รับการจัดการเรียนรู้ด้วยวิธีการสร้างข้อความคาดการณ์และพิสูจน์ร่วมกับโปรแกรม GeoGebra ผ่านเกณฑ์มากกว่าร้อยละ 60 ของจำนวนนักเรียนทั้งหมดที่ระดับนัยสำคัญ .01 และ 2) นักเรียนที่ได้รับการจัดการเรียนรู้ด้วยวิธีการสร้างข้อความคาดการณ์และพิสูจน์ร่วมกับโปรแกรม GeoGebra มีเจตคติต่อวิชาคณิตศาสตร์หลังได้รับการจัดการเรียนรู้สูงกว่าก่อนได้รับการจัดการเรียนรู้ที่ระดับนัยสำคัญ .01

**คำสำคัญ:** การสร้างข้อความคาดการณ์และพิสูจน์ ความสามารถในการพิสูจน์ เจตคติต่อวิชาคณิตศาสตร์

## 1. บทนำ

คณิตศาสตร์เป็นเครื่องมือที่สำคัญในการขับเคลื่อนสังคม นวัตกรรม เทคโนโลยี และวิทยาศาสตร์ ก่อให้เกิดการทดลองต่าง ๆ ที่เป็นรูปธรรม หรือกล่าวได้ว่าคณิตศาสตร์ช่วยให้วิทยาศาสตร์ทำงานได้ง่ายขึ้น [1] นอกจากนี้คณิตศาสตร์ยังถูกมองว่าเป็นศิลปะอย่างหนึ่งโดยความงามของคณิตศาสตร์อยู่ที่ความเป็นระเบียบ ความกลมกลืนกันของความคิดตลอดจนความละเอียด รอบคอบ และยังเป็นวิชาที่มีโครงสร้างซึ่งประกอบด้วย คำนิยาม คำนิยาม สัจพจน์ และทฤษฎีบท โดยทั่วไปแล้วคณิตศาสตร์นั้น เป็นวิชาที่ว่าด้วยหลักของการคิดอย่างมีเหตุและผล สามารถพิสูจน์ได้ และมีที่ไปที่ไปในตนเองเสมอ ซึ่งหลักการนี้มนุษย์สามารถนำมาประยุกต์ใช้ในชีวิตจริงได้ [2,3]

เรขาคณิตเป็นสาขาหนึ่งของวิชาคณิตศาสตร์ที่วาดด้วยการจำแนกสมบัติ ประเภท และโครงสร้างของเซตของจุดที่เรียงกันเป็นรูปเรขาคณิตต่าง ๆ เช่น เส้นตรง รูปวงกลม และรูปสามเหลี่ยม เป็นต้น [4] การศึกษาเรขาคณิตจะช่วยส่งเสริมให้นักเรียนฝึกการสังเกต การสำรวจ และคิดอย่างมีวิจารณญาณ อีกทั้งเรขาคณิตถูกนำมาใช้ในการอธิบายและทำความเข้าใจถึงสิ่งต่าง ๆ รอบตัวเรขาคณิตยังเป็นพื้นฐานของศาสตร์อื่น ๆ เช่น วิทยาศาสตร์ สถาปัตยกรรม หรือวิศวกรรมศาสตร์ และมีส่วนช่วยในการออกแบบและสร้างสิ่งก่อสร้าง เช่น การสร้างถนน รวมถึงการสำรวจโลก และการสำรวจพื้นที่ต่าง ๆ เป็นต้น [5,6] นอกจากนี้เรขาคณิตยังเป็นวิชาที่เป็นรากฐานของการพิสูจน์ มีบทบาทสำคัญต่อการให้เหตุผล แทนการคาดเดาจากความรู้สึก [7]

ปัญหาหนึ่งที่พบในการเรียนการสอนเรขาคณิต คือ ปัญหาเกี่ยวกับการพิสูจน์ นักเรียนไม่สามารถวิเคราะห์และอ้างสมบัติทางเรขาคณิตมาใช้ในการพิสูจน์ได้ และนักเรียนบางคนไม่รู้ว่าจะเริ่มต้นการเขียนบทพิสูจน์อย่างไรและต้องทำอย่างไรในแต่ละขั้นตอนของการพิสูจน์ [8] โดยเฉพาะการพิสูจน์เกี่ยวกับ เรื่อง เส้นขนาน ซึ่งเป็นเนื้อหาหนึ่งในระดับมัธยมศึกษาตอนต้น Thamarut Kreethathorn [9] กล่าวว่า นักเรียนส่วนใหญ่เกิดความสับสนเกี่ยวกับการใช้ทฤษฎีบท เนื่องจากมีทฤษฎีบทที่เกี่ยวข้องกับเส้นขนานหลายทฤษฎี อีกทั้งนักเรียนไม่สามารถวางแผนเกี่ยวกับลำดับการให้เหตุผลได้ ทำนองเดียวกับ Sathapana Bonmark [10] ที่พบว่า นักเรียนไม่สามารถให้เหตุผลที่เกี่ยวข้องกับการพิสูจน์เรื่องเส้นขนานได้ และไม่สามารถแยกแยะได้ว่าข้อความใดเป็นเหตุ และข้อความใดเป็นผล นอกจากนี้ผลการศึกษาของ Natchilai Prinkmadee [11] พบว่า นักเรียนส่วนหนึ่งมีมีโนทัศน์เรื่องเส้นขนานอยู่ในระดับต่ำ โดยเฉพาะอย่างยิ่งมีโนทัศน์เกี่ยวกับบทนิยามของเส้นขนาน เส้นขนานและมุมแย้ง เส้นขนานและมุมภายนอกกับมุมภายใน อยู่ในระดับต่ำ (ระดับ 3) และเพื่อให้ทราบถึงปัญหาในบริบทจริงเกี่ยวกับการจัดการเรียนรู้เรื่องเส้นขนาน ผู้วิจัยได้สัมภาษณ์ครูจำนวนหนึ่งที่มีประสบการณ์การสอน เรื่อง เส้นขนาน ซึ่งพอสรุปประเด็นสำคัญเกี่ยวกับปัญหาการพิสูจน์ได้ดังนี้ นักเรียนไม่สามารถอ้างเหตุผลในการพิสูจน์ได้ถูกต้อง หรือบางคนถึงแม้ว่าอ้างเหตุผลในการพิสูจน์ได้ถูกต้องแต่ไม่ครบถ้วน และเอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

นักเรียนส่วนใหญ่ชอบการคำนวณมากกว่าการพิสูจน์ เนื่องจากการพิสูจน์มีขั้นตอนกระบวนการเขียนที่ค่อนข้างยาก ปัญหาเหล่านี้ส่งผลให้นักเรียนเกิดความเบื่อหน่าย ไม่เห็นคุณค่าและความจำเป็นของการพิสูจน์ ประกอบกับครูยังใช้วิธีการสอนแบบเดิมคือการสอนแบบเน้นให้นักเรียนท่องจำบทนิยาม สมบัติ หรือทฤษฎีบท การเขียนบนกระดานให้นักเรียนจดตาม ไม่มีสื่อการสอนที่ช่วยกระตุ้นให้นักเรียนเกิดความสนใจ อีกหนึ่งสิ่งที่เป็นปัญหาของการพิสูจน์คือนักเรียนไม่เคยผ่านกระบวนการฝึกการให้เหตุผล จึงทำให้ไม่สามารถเขียนบทพิสูจน์ได้ หรือเรียนรู้ในการเขียนบทพิสูจน์ได้ค่อนข้างช้า

จากปัญหาข้างต้น ผู้วิจัยจึงได้ศึกษาวิธีการจัดการเรียนรู้ที่ส่งเสริมความสามารถในการพิสูจน์ของนักเรียน วิธีการหนึ่งคือ การจัดการเรียนรู้ด้วยวิธีการสร้างข้อความคาดการณ์และพิสูจน์ ซึ่งวิธีการนี้เน้นส่งเสริมและพัฒนาผู้เรียนด้านกระบวนการคิดที่อยู่บนหลักของเหตุและผล และด้านการวิเคราะห์ปัญหาแบบสมเหตุสมผลเพื่อให้ได้มาซึ่งความสัมพันธ์ รวมทั้งเสริมสร้างความสามารถในการพิสูจน์เพื่อให้ได้มาซึ่งข้อสรุปทางคณิตศาสตร์ที่ถูกต้อง [12] Aricha and Zaslavsky [13] กล่าวว่า การจัดการเรียนรู้ด้วยวิธีการสร้างข้อความคาดการณ์และพิสูจน์จะช่วยส่งเสริมการให้เหตุผลและการพิสูจน์ของนักเรียน สอดคล้องกับงานวิจัยของ Nguyen [14] ที่พบว่า การจัดการเรียนรู้ด้วยวิธีการสร้างข้อความคาดการณ์และพิสูจน์ ช่วยส่งเสริมความสามารถในการพิสูจน์ของนักเรียน ส่วน Lin, Yang, Lee, Tabach and Stylianides [15] ได้พัฒนาหลักการในการสร้างงาน (Task) ซึ่งเป็นหลักการสำคัญของวิธีการสร้างข้อความคาดการณ์และพิสูจน์ โดยการวิจัยในครั้งนี้ผู้วิจัยได้นำหลักการดังกล่าวมาปรับใช้ในการจัดการเรียนรู้เพื่อส่งเสริมและพัฒนาความสามารถในการพิสูจน์เรื่องเส้นขนานของนักเรียน

GeoGebra เป็นโปรแกรมเรขาคณิตแบบพลวัตโปรแกรมหนึ่งที่มีความนิยมซึ่งครูหลายท่านใช้เป็นเครื่องมือช่วยในการเรียนการสอนเรขาคณิต โดยโปรแกรมดังกล่าวช่วยให้นักเรียนได้สำรวจรูปเรขาคณิต สังเกตการเคลื่อนไหวรูปเรขาคณิตที่สอดคล้องกับเงื่อนไขที่กำหนดจนนำไปสู่การสร้างข้อความคาดการณ์ โปรแกรมมีเครื่องมือทางเรขาคณิตมากมายที่ให้นักเรียนได้ทำการสร้าง ออกแบบ ปรับแต่งรูปเรขาคณิตได้อย่างอิสระ รวมทั้งสามารถทำการคำนวณและวัดขนาดของมุม พื้นที่ ความยาวส่วนของเส้นตรงได้อย่างถูกต้องและรวดเร็ว นอกจากนี้โปรแกรมดังกล่าวยังช่วยให้นักเรียนสร้างมโนทัศน์ทางเรขาคณิตที่ถูกต้อง และทำให้มีเจตคติที่ดีต่อวิชาคณิตศาสตร์ด้วย [16,17,18]

จากที่กล่าวมาข้างต้น ทำให้ผู้วิจัยสนใจศึกษาความสามารถในการพิสูจน์เรื่องเส้นขนานของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ที่ได้รับการจัดการเรียนรู้ด้วยวิธีการสร้างข้อความคาดการณ์และพิสูจน์ร่วมกับโปรแกรม GeoGebra ซึ่งผู้วิจัยหวังเป็นอย่างยิ่งว่าวิธีการจัดการเรียนรู้นี้จะเป็นแนวทางหนึ่งสำหรับครูหรือผู้ที่สนใจได้ศึกษาเพื่อใช้ในการส่งเสริมและพัฒนาความสามารถในการพิสูจน์ทางเรขาคณิตของนักเรียนในหัวข้ออื่นๆ ต่อไป

## 2. วัตถุประสงค์ของการวิจัย

2.1 เพื่อศึกษาความสามารถในการพิสูจน์ เรื่อง เส้นขนาน ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ที่ได้รับการจัดการเรียนรู้ด้วยวิธีการสร้างข้อความคาดการณ์และพิสูจน์ร่วมกับโปรแกรม GeoGebra

2.2 เพื่อเปรียบเทียบเจตคติต่อวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ก่อนและหลังได้รับการจัดการเรียนรู้ด้วยวิธีการสร้างข้อความคาดการณ์และพิสูจน์ร่วมกับโปรแกรม GeoGebra

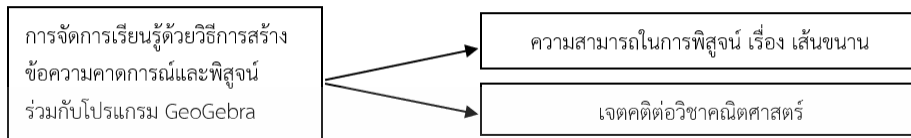
## 3. สมมติฐานของการวิจัย

3.1 นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ที่ได้รับการจัดการเรียนรู้ด้วยวิธีการสร้างข้อความคาดการณ์และพิสูจน์ร่วมกับโปรแกรม GeoGebra มีความสามารถในการพิสูจน์ เรื่อง เส้นขนาน ผ่านเกณฑ์มากกว่าร้อยละ 60 ของจำนวนนักเรียนทั้งหมด

3.2 เจตคติต่อวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 หลังได้รับการจัดการเรียนรู้สูงกว่าก่อนได้รับการจัดการเรียนรู้

#### 4. กรอบแนวคิดในการวิจัย

การวิจัยโดยใช้การจัดการเรียนรู้ด้วยวิธีการสร้างข้อความคาดการณ์และพิสูจน์ร่วมกับโปรแกรม GeoGebra เรื่อง เส้นขนาน ผู้วิจัยได้นำหลักการสร้างงาน (Task) ซึ่งพัฒนาโดย Lin, Yang, Lee, Tabach and Stylianides [15] มาปรับใช้ร่วมกับโปรแกรม GeoGebra ในการจัดการเรียนรู้ เรื่อง เส้นขนาน โดยหลักการดังกล่าวจะช่วยส่งเสริมและพัฒนาความสามารถในการพิสูจน์ เรื่อง เส้นขนาน และทำให้นักเรียนมีเจตคติที่ดีต่อวิชาคณิตศาสตร์ ดังนั้นผู้วิจัยได้กำหนดกรอบแนวคิดในการวิจัยดังรูปที่ 1



รูปที่ 1 กรอบแนวคิดในการวิจัย

#### 5. ขอบเขตของการวิจัย

##### 5.1 ประชากรและกลุ่มตัวอย่าง

ประชากรที่ใช้ในการวิจัยเป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 โรงเรียนสมุทรสาครบูรณะ ตำบลมหาชัย อำเภอเมืองสมุทรสาคร จังหวัดสมุทรสาคร ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2562

กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการวิจัยเป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 โรงเรียนสมุทรสาครบูรณะ ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2562 จำนวน 1 ห้องเรียน จำนวนนักเรียน 40 คน นักเรียนกลุ่มดังกล่าวได้จากการสุ่มแบบกลุ่ม (Cluster Random Sampling) โดยมีห้องเรียนเป็นหน่วยการสุ่ม ซึ่งโรงเรียนได้จัดห้องเรียนแบบคละความสามารถของนักเรียน กล่าวคือ ในห้องเรียนประกอบไปด้วยนักเรียนที่มีผลการเรียนรู้ทางคณิตศาสตร์เก่ง ปานกลาง และอ่อน และนักเรียนยังไม่เคยเรียน เรื่อง เส้นขนานมาก่อน

##### 5.2 ตัวแปรที่ศึกษา

ตัวแปรอิสระ ได้แก่ การจัดการเรียนการสอนด้วยวิธีการสร้างข้อความคาดการณ์และพิสูจน์ร่วมกับโปรแกรม GeoGebra เรื่อง เส้นขนาน

ตัวแปรตาม ได้แก่ 1) ความสามารถในการพิสูจน์ เรื่อง เส้นขนาน และ 2) เจตคติต่อวิชาคณิตศาสตร์

##### 5.3 เนื้อหาที่ใช้ในการวิจัย

เนื้อหาคณิตศาสตร์ที่ใช้ในการวิจัย คือ เรื่องเส้นขนาน ซึ่งประกอบด้วยเนื้อหาย่อย ได้แก่ เส้นขนานและมุมภายใน เส้นขนานและมุมแย้ง เส้นขนานและมุมภายนอกกับมุมภายใน และเส้นขนานและรูปสามเหลี่ยม

#### 6. วิธีดำเนินการวิจัย

##### 6.1 การสร้างและตรวจสอบคุณภาพของเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้ประกอบด้วย

6.1.1 แผนการจัดการเรียนรู้และแฟ้มงานในโปรแกรม GeoGebra ตามวิธีการสร้างข้อความคาดการณ์และพิสูจน์ เรื่องเส้นขนาน ซึ่งการสร้างแผนการจัดการเรียนรู้และแฟ้มงานในโปรแกรม GeoGebra ผู้วิจัยได้ดำเนินการตามขั้นตอนดังนี้

6.1.1.1 ศึกษาเอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการเขียนแผนการจัดการเรียนรู้ตามวิธีการสร้างข้อความคาดการณ์และพิสูจน์ร่วมกับโปรแกรม GeoGebra และวิธีการสร้างสื่อด้วยโปรแกรม GeoGebra

6.1.1.2 ศึกษาหลักสูตร กิจกรรมการเรียนรู้ สื่อการจัดการเรียนรู้ วิธีการวัดและประเมินผล เพื่อวางโครงสร้างแผนการจัดการเรียนรู้

6.1.1.3 เขียนแผนการจัดการเรียนรู้และสร้างแฟ้มงานตามวิธีการสร้างข้อความคาดการณ์และพิสูจน์ร่วมกับโปรแกรม GeoGebra

6.1.1.4 นำแผนการจัดการเรียนรู้และแฟ้มงานในโปรแกรม GeoGebra ตามวิธีการสร้างข้อความคาดการณ์และพิสูจน์ เรื่อง เส้นขนาน ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้นเสนอให้ผู้เชี่ยวชาญเพื่อพิจารณาความเหมาะสมของเนื้อหา และการใช้ภาษาแล้วปรับปรุงแก้ไขตามคำแนะนำของผู้เชี่ยวชาญ

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

6.1.1.5 นำแบบประเมินความเหมาะสมระหว่างแผนการจัดการเรียนรู้กับจุดประสงค์การเรียนรู้เสนอต่อผู้เชี่ยวชาญ ผลการประเมินพบว่า ความเหมาะสมอยู่ในระดับดีมาก

6.1.1.6 นำแผนการจัดการเรียนรู้และและแฟ้มงานในโปรแกรม GeoGebra ที่ปรับปรุงแก้ไขแล้ว ไปทดลองกับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 โรงเรียนสมุทรสาครบูรณะ ที่เป็นนักเรียนกลุ่มตัวอย่างต่อไป

6.1.2 แบบทดสอบวัดความสามารถในการพิสูจน์ เรื่อง เส้นขนาน เป็นแบบทดสอบอัตนัยทั้งหมดจำนวน 8 ข้อ มีค่าดัชนีความสอดคล้องตั้งแต่ 0.80 - 1.00 ค่าความยากง่ายตั้งแต่ 0.39 - 0.61 ค่าอำนาจจำแนกอยู่ตั้งแต่ 0.30 - 0.48 และค่าความเชื่อมั่นเท่ากับ 0.82

6.1.3 แบบวัดเจตคติต่อวิชาคณิตศาสตร์เป็นแบบสอบถามให้เลือกตอบ 5 ระดับ จำนวน 20 ข้อ มีค่าดัชนีความสอดคล้องตั้งแต่ 0.80 - 1.00 และค่าความเชื่อมั่นเท่ากับ 0.94

6.2 การทดลองและการเก็บรวบรวมข้อมูล

การวิจัยครั้งนี้ ผู้วิจัยได้ดำเนินการทดลองและเก็บรวบรวมข้อมูล รวมทั้งทำการวิเคราะห์ข้อมูลตามขั้นตอนต่อไปนี้

6.2.1 นำแบบวัดเจตคติต่อวิชาคณิตศาสตร์จำนวน 20 ข้อ ให้นักเรียนกลุ่มตัวอย่างทำก่อนดำเนินการจัดการเรียนรู้ และนำคะแนนที่ได้มาบันทึกผลเป็นคะแนนเจตคติก่อนเรียน

6.2.2 ดำเนินการจัดการเรียนรู้ เรื่อง เส้นขนาน ด้วยวิธีการสร้างข้อความคาดการณ์และพิสูจน์ร่วมกับโปรแกรม GeoGebra ตามแผนการจัดการเรียนรู้ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้นทั้งหมด 5 แผน จำนวน 9 คาบ คาบละ 50 นาที

6.2.3 เมื่อดำเนินการจัดการเรียนรู้ ตามข้อ 6.2.2 ครบทั้งจำนวน 5 แผน ผู้วิจัยดำเนินการทดสอบหลังการจัดการเรียนรู้ ด้วยแบบทดสอบวัดความสามารถในการพิสูจน์ เรื่องเส้นขนาน กับนักเรียนกลุ่มตัวอย่าง ซึ่งเป็นแบบทดสอบอัตนัย จำนวน 8 ข้อ โดยใช้เวลาในการทดสอบ 90 นาที

6.2.4 หลังจากนั้นนำแบบวัดเจตคติต่อวิชาคณิตศาสตร์จำนวน 20 ข้อ ซึ่งเป็นแบบวัดเจตคติต่อวิชาคณิตศาสตร์ชุดเดียวกับข้อ 6.2.1 ให้นักเรียนกลุ่มตัวอย่างทำหลังดำเนินการจัดการเรียนรู้ และนำคะแนนที่ได้มาบันทึกผลเป็นคะแนนเจตคติหลังเรียน

6.2.5 ตรวจสอบให้คะแนนแบบทดสอบวัดความสามารถในการพิสูจน์ เรื่อง เส้นขนาน แล้วนำคะแนนที่ได้จากแบบทดสอบมาทำการวิเคราะห์ข้อมูลเพื่อศึกษาความสามารถในการพิสูจน์เรื่อง เส้นขนาน โดยใช้ค่าเฉลี่ยเลขคณิต ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน และทำการทดสอบสมมติฐานข้อ 3.1 โดยใช้สถิติทดสอบ Z (Z-test for Population Proportion)

6.2.6 นำคะแนนเจตคติต่อวิชาคณิตศาสตร์ก่อนและหลังได้รับการจัดการเรียนรู้มาทำการวิเคราะห์ข้อมูลโดยใช้ค่าเฉลี่ยเลขคณิต ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน และทำการเปรียบเทียบเจตคติต่อวิชาคณิตศาสตร์ก่อนและหลังตามสมมติฐานข้อ 3.2 โดยใช้สถิติทดสอบ t (t-test for Dependent Sample)

## 7. ผลการวิจัย

คะแนนความสามารถในการพิสูจน์ เรื่อง เส้นขนาน ของนักเรียนกลุ่มตัวอย่างจำนวน 40 คน แสดงดังตารางที่ 1 ส่วนผลการทดสอบสมมติฐานของการวิจัยที่ว่า “นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ที่ได้รับการจัดการเรียนรู้ด้วยวิธีการสร้างข้อความคาดการณ์และพิสูจน์ร่วมกับโปรแกรม GeoGebra มีความสามารถในการพิสูจน์ เรื่อง เส้นขนาน ผ่านเกณฑ์ที่กำหนดไว้มากกว่าร้อยละ 60 ของจำนวนนักเรียนทั้งหมด” แสดงดังตารางที่ 2 ซึ่งการวิจัยในครั้งนี้ผู้วิจัยได้กำหนดเกณฑ์ คือ คะแนนตั้งแต่ร้อยละ 60 ของคะแนนเต็มจากแบบทดสอบวัดความสามารถในการพิสูจน์ สำหรับใช้ในการพิจารณาการผ่านเกณฑ์ของนักเรียน ส่วนคะแนนเจตคติต่อวิชาคณิตศาสตร์ และผลการทดสอบสมมติฐานของการวิจัยที่ว่า “เจตคติต่อวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 หลังได้รับการจัดการเรียนรู้สูงกว่าก่อนได้รับการจัดการเรียนรู้” แสดงดังตารางที่ 3

ตารางที่ 1 ค่าเฉลี่ยเลขคณิตและส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของคะแนนความสามารถในการพิสูจน์ เรื่อง เส้นขนาน ของนักเรียนกลุ่มตัวอย่าง

กลุ่มตัวอย่าง	จำนวนนักเรียน (คน)	คะแนนเต็ม	$\bar{x}$	S.D.
นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2	40	64	47.20	9.15

จากตารางที่ 1 พบว่า คะแนนความสามารถในการพิสูจน์ เรื่อง เส้นขนาน ของนักเรียนกลุ่มตัวอย่าง มีค่าเฉลี่ยเลขคณิตเท่ากับ 47.20 และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับ 9.15

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และ 44 อังอาจอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ตารางที่ 2 ผลการทดสอบสมมติฐานของการวิจัยที่ว่านักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ที่ได้รับการจัดการเรียนรู้ด้วยวิธีการสร้างข้อความคาดการณ์และพิสูจน์ร่วมกับโปรแกรม GeoGebra มีความสามารถในการพิสูจน์ เรื่อง เส้นขนาน ผ่านเกณฑ์มากกว่าร้อยละ 60 ของจำนวนนักเรียนทั้งหมด

จำนวนนักเรียน (คน)	จำนวนนักเรียนที่มีความสามารถในการพิสูจน์ เรื่อง เส้นขนาน ผ่านเกณฑ์ (มากกว่าร้อยละ 60 ขึ้นไปของคะแนนเต็ม)	ร้อยละนักเรียนที่มีความสามารถในการพิสูจน์ เรื่อง เส้นขนานผ่านเกณฑ์	ค่าสถิติทดสอบ Z	ค่าวิกฤต
40	33	82.50	2.90*	2.33

\* ที่ระดับนัยสำคัญ .01

จากตารางที่ 2 พบว่า จากนักเรียนกลุ่มตัวอย่างทั้งหมด 40 คน มีนักเรียนที่มีความสามารถในการพิสูจน์ เรื่อง เส้นขนาน ผ่านเกณฑ์ จำนวน 33 คน ซึ่งคิดเป็นร้อยละ 82.50 ของจำนวนนักเรียนทั้งหมด นั่นคือ นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ที่ได้รับการจัดการเรียนรู้ด้วยวิธีการสร้างข้อความคาดการณ์และพิสูจน์ร่วมกับโปรแกรม GeoGebra มีความสามารถในการพิสูจน์ เรื่อง เส้นขนาน ผ่านเกณฑ์มากกว่าร้อยละ 60 ของจำนวนนักเรียนทั้งหมดที่ระดับนัยสำคัญ .01 ซึ่งเป็นไปตามสมมติฐานของการวิจัยข้อ 3.1

ตารางที่ 3 ค่าเฉลี่ยเลขคณิต ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของคะแนนเจตคติต่อวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนกลุ่มตัวอย่าง และผลการทดสอบสมมติฐานของการวิจัยที่ว่าเจตคติต่อวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 หลังได้รับการจัดการเรียนรู้สูงกว่าก่อนได้รับการจัดการเรียนรู้

กลุ่มตัวอย่าง	จำนวนนักเรียน (คน)	คะแนนเต็ม	$\bar{X}$	S.D.	ค่าสถิติทดสอบ t	ค่าวิกฤต
ก่อนเรียน	40	100	65.23	0.51	10.705**	0.0000
หลังเรียน	40	100	73.13	0.46		

\*\* ที่ระดับนัยสำคัญ .01

จากตารางที่ 3 พบว่า ค่าเฉลี่ยเลขคณิตของคะแนนเจตคติต่อวิชาคณิตศาสตร์ก่อนการจัดการเรียนรู้เท่ากับ 65.23 ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับ 0.51 และค่าเฉลี่ยเลขคณิตของคะแนนเจตคติต่อวิชาคณิตศาสตร์หลังการจัดการเรียนรู้เท่ากับ 73.13 ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับ 0.46 ซึ่งจะเห็นได้ว่าค่าเฉลี่ยเลขคณิตของคะแนนเจตคติต่อวิชาคณิตศาสตร์หลังการจัดการเรียนรู้สูงกว่าก่อนการจัดการเรียนรู้ที่ระดับนัยสำคัญ .01 กล่าวคือ นักเรียนที่ได้รับการจัดการเรียนรู้ด้วยวิธีการสร้างข้อความคาดการณ์และพิสูจน์ร่วมกับโปรแกรม GeoGebra มีเจตคติต่อวิชาคณิตศาสตร์หลังการจัดการเรียนรู้สูงกว่าก่อนได้รับการจัดการเรียนรู้ซึ่งเป็นไปตามสมมติฐานของการวิจัยข้อ 3.2

## 8. อภิปรายผลการวิจัย

จากผลการวิจัย พบว่าคะแนนความสามารถในการพิสูจน์ เรื่องเส้นขนาน ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 หลังได้รับการจัดการเรียนรู้ด้วยวิธีการสร้างข้อความคาดการณ์และพิสูจน์ร่วมกับโปรแกรม GeoGebra ผ่านเกณฑ์มากกว่าร้อยละ 60 ของจำนวนนักเรียนทั้งหมด ซึ่งเป็นไปตามสมมติฐานที่ตั้งไว้ สอดคล้องกับงานวิจัยของ Veeris Kittivarakul [19] ที่พบว่า นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 มีความสามารถในการพิสูจน์เรื่อง วงกลม ผ่านเกณฑ์มากกว่าร้อยละ 60 ของจำนวนนักเรียนทั้งหมด ที่ระดับนัยสำคัญ .05 หลังได้รับการจัดการเรียนรู้ด้วยวิธีการสร้างข้อความคาดการณ์และพิสูจน์ร่วมกับโปรแกรม GeoGebra ทั้งนี้เนื่องมาจากการจัดการเรียนรู้ด้วยวิธีการสร้างข้อความคาดการณ์และพิสูจน์ร่วมกับโปรแกรม GeoGebra ผู้วิจัยได้จัดการเรียนรู้ตามหลักการสร้างงาน (Task) 3 ข้อ ซึ่งพัฒนาโดย Lin, Yang, Lee, Tabach, and Stylianides [15] ดังรายละเอียดต่อไปนี้

1. การใช้หลักการสร้างงานเกี่ยวกับการส่งเสริมการสร้างข้อความคาดการณ์ เป็นการเปิดโอกาสให้นักเรียนได้สำรวจรูปเรขาคณิต สังเกตรูปแบบของความสัมพันธ์ที่เกิดขึ้น จากตัวอย่างหลาย ๆ ตัวอย่าง ผ่านโปรแกรม GeoGebra แล้วสรุปเป็นข้อความคาดการณ์ ตัวอย่างเช่น ไบกิจกรมที่ 2 ส่วนที่ 1 นักเรียนใช้โปรแกรม GeoGebra สร้างรูปตามเงื่อนไขที่กำหนด กล่าวคือ สร้างเส้นตรง AB ขนานกับเส้นตรง CD และสร้างเส้นตัด จากนั้นใช้เครื่องมือ “การเลื่อน” เพื่อสำรวจความสัมพันธ์ของมุมแย้งที่เกิดขึ้น แล้วบันทึกข้อมูลลงในตาราง จากกิจกรรมนี้นักเรียนส่วนใหญ่สังเกตได้ว่า มุมแย้งทั้งสองคู่ที่เกิดขึ้นมีขนาดเท่ากัน เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และ 45 องศาอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

จากนั้นผู้วิจัยใช้คำถามกระตุ้นเพื่อให้นักเรียนระบุเงื่อนไขเริ่มต้นและผลที่ได้จากการสังเกต เช่น ผู้วิจัยถามว่า ปัญหาข้อนี้ เงื่อนไขเริ่มต้นคืออะไร นักเรียนตอบได้ว่า เส้นตรง AB ขนานกับเส้นตรง CD และผู้วิจัยถามต่อว่า แล้วนักเรียนได้ข้อสังเกตอะไรบ้าง จากการเลื่อนจุดในแฟ้มงาน และผลที่บันทึกได้ในตาราง นักเรียนตอบว่า มุมแย้งที่เกิดขึ้นทั้งสองคูมีขนาดเท่ากัน หลังจากนั้นผู้วิจัยเปิดโอกาสให้มีอภิปราย แลกเปลี่ยนความคิดเห็นซึ่งกันและกันภายในห้องเรียน เพื่อให้ได้มาซึ่งข้อความคาดการณ์ที่สมบูรณ์ ซึ่งช่วงเริ่มต้น ข้อความคาดการณ์ที่ได้อาจยังไม่สมบูรณ์ ผู้วิจัยจึงใช้คำถามกระตุ้น เพื่อให้นักเรียนสังเกตในประเด็นต่าง ๆ เกี่ยวกับข้อความคาดการณ์ จนกระทั่งนำไปสู่การสร้างข้อความคาดการณ์ที่สมบูรณ์ด้วยตัวนักเรียนเอง สอดคล้องกับ Sathapana Bonmark [10] ที่กล่าวว่า การใช้คำถามกระตุ้นของครูเพื่อให้นักเรียนเกิดการสังเกต เปรียบเทียบ และวิเคราะห์ปัญหา จะส่งผลให้นำไปสู่การสร้างสมมติฐานที่ถูกต้องของนักเรียนได้ หรือในกรณีการทำโจทย์เรื่องเส้นขนาน นักเรียนใช้โปรแกรม GeoGebra สืบร่องรอยประกอบต่าง ๆ ของรูปในแฟ้มงาน โดยนักเรียนได้สำรวจโจทย์เรื่องเส้นขนานในลักษณะทั่วไปก่อน หลังจากนั้นจึงให้สำรวจโจทย์เรื่องเส้นขนานที่กำหนดเงื่อนไขเพิ่มเติมเข้าไป ตัวอย่างเช่น ใบกิจกรรมที่ 2 ส่วนที่ 2 โจทย์เกี่ยวกับความสัมพันธ์ของมุมแย้งซึ่งกำหนดให้ ส่วนของเส้นตรง BA ขนานกับส่วนของเส้นตรง DE เมื่อนักเรียนสำรวจรูปดังกล่าว ทำให้นักเรียนเห็นความสัมพันธ์ของมุมจนทราบว่า มุม BCD เท่ากับผลรวมของมุม ABC และมุม CDE และเมื่อกำหนดเงื่อนไขเพิ่มเติมในโจทย์ เช่น ถ้ากำหนดให้มุม ABC เท่ากับ 60 องศา และมุม CDE เท่ากับ 25 องศา แล้วให้สร้างข้อความคาดการณ์เกี่ยวกับขนาดของมุม BCD ผู้วิจัยสังเกตเห็นว่า นักเรียนสามารถตอบได้ทันทีว่า มุม BCD เท่ากับ 85 องศา เป็นต้น

2. การใช้หลักการสร้างงานที่ส่งเสริมการพิสูจน์ หลังจากนักเรียนได้ข้อความคาดการณ์ที่สมบูรณ์แล้ว การใช้หลักการสร้างงานที่ส่งเสริมการพิสูจน์ ทำให้นักเรียนพบประเด็นที่เกี่ยวข้องกับการพิสูจน์ เช่น รู้ข้อความที่กำหนดให้ และข้อความที่ต้องพิสูจน์ รู้เงื่อนไขที่จำเป็นและเงื่อนไขเพียงพอในการพิสูจน์ เป็นต้น รวมทั้งเห็นเป้าหมายและแนวทางการพิสูจน์ที่ชัดเจนขึ้นผ่านการสำรวจเกี่ยวกับความสัมพันธ์และองค์ประกอบต่าง ๆ ของรูปในแฟ้มงาน ซึ่งขณะที่นักเรียนทำการสำรวจเกี่ยวกับความสัมพันธ์และองค์ประกอบดังกล่าว นักเรียนได้พยายามคิดหาเหตุผล หรือทฤษฎีบท ควบคู่กันไปด้วยเพื่อเป็นเครื่องมือที่จะนำมาใช้อ้างอิงในการพิสูจน์ข้อความคาดการณ์ว่าเป็นจริง เมื่อได้แนวคิดเกี่ยวกับการพิสูจน์ที่ชัดเจนแล้ว นักเรียนเริ่มลำดับขั้นตอนความคิดในการเขียนบทพิสูจน์ จากนั้นผู้วิจัยให้นักเรียนเขียนบทพิสูจน์ลงในตารางสองคอลัมน์ โดยเน้นการใช้สัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ให้ถูกต้อง ตัวอย่างเช่น ใบกิจกรรมที่ 2 มีขั้นตอนหนึ่งที่ให้นักเรียนสำรวจองค์ประกอบของรูปในแฟ้มงาน และให้ตอบคำถามใบกิจกรรมเพื่อให้เห็นแนวทางที่จะพิสูจน์ข้อความที่ว่า “ถ้าเส้นตรงสองเส้นขนานกันและมีเส้นตัด แล้วมุมแย้งมีขนาดเท่ากัน” ในช่วงเริ่มต้น นักเรียนส่วนใหญ่ยังไม่รู้แนวทางในการพิสูจน์ หรือเขียนอ้างอิงในการพิสูจน์ยังไม่ถูกต้องหรือสมบูรณ์ ผู้วิจัยจึงใช้คำถามกระตุ้น เช่น ผู้วิจัยถามว่า เมื่อนักเรียนพิจารณาจากสิ่งที่โจทย์กำหนดประกอบกับรูปในแฟ้มงาน สิ่งที่กำหนดให้ คืออะไร นักเรียนสามารถตอบได้ว่า เส้นตรง AB ขนานกับ เส้นตรง CD และมีเส้นตัด  $l$  ที่ตัดเส้นตรง AB และเส้นตรง CD ที่จุด E และ F ตามลำดับ ผู้วิจัยถามต่อไปว่า แล้วสิ่งที่ต้องพิสูจน์คืออะไร นักเรียนตอบได้ทันทีว่า มุม EFD เท่ากับ มุม AEF จากนั้นผู้วิจัยให้นักเรียนทำการวัดขนาดของมุม BEF และมุม EFD ซึ่งจากการวัดขนาดของมุมทั้งสองดังกล่าว พบว่านักเรียนแต่ละคนวัดค่ามุมได้ไม่เท่ากัน ผู้วิจัยจึงใช้คำถามเพื่อให้นักเรียนสังเกตเกี่ยวกับความสัมพันธ์ของมุมทั้งสองนั้น จนกระทั่งนักเรียนเห็นความสัมพันธ์ของมุมทั้งสอง นั่นคือ มุม BEF และ มุม EFD รวมกันเท่ากับ 180 องศา จากนั้นผู้วิจัยถามคำถามต่อไปว่าทำไมขนาดของมุม BEF กับมุม EFD จึงรวมกันได้ 180 องศา นักเรียนจะตอบเพียงสั้น ๆ ว่า มุมภายใน ซึ่งยังไม่ถูกต้อง ผู้วิจัยจึงใช้คำถามกระตุ้นเพื่อให้นักเรียนได้ประเด็นที่เกี่ยวกับเหตุผลที่นำมาใช้อ้างอิง จนกระทั่งนำไปสู่การให้เหตุผลที่ใช้อ้างอิงได้อย่างถูกต้องในการพิสูจน์ เมื่อนักเรียนได้แนวทางการพิสูจน์แล้ว ผู้วิจัยให้นักเรียนเขียนบทพิสูจน์ลงในตารางสองคอลัมน์ เมื่อนักเรียนเขียนบทพิสูจน์เสร็จ ผู้วิจัยเปิดโอกาสให้นักเรียนแต่ละคนได้อภิปราย แลกเปลี่ยนความคิดเห็นกันภายในห้องเรียน พร้อมกับเพิ่มบทบาทให้กับนักเรียนเป็นผู้ตรวจสอบการเขียนบทพิสูจน์ ในประเด็นต่าง ๆ เช่น ความถูกต้องในการใช้เหตุผลอ้างอิง ความถูกต้องการใช้สัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ หรือความเหมาะสมของลำดับขั้นของแนวคิดในการพิสูจน์ เป็นต้น ทั้งนี้เพื่อให้ได้มาซึ่งการเขียนบทพิสูจน์ที่ถูกต้องและสมบูรณ์ สอดคล้องกับ Yupin Pipitkul and Preecha Naoyenphon [20] ที่กล่าวว่า การให้ผู้เรียนมีส่วนร่วมในการอภิปราย โดยครูใช้คำถามกระตุ้นเป็นระยะ รวมทั้งให้ผู้เรียนได้มีโอกาสทบทวนการพิสูจน์ มองย้อนกลับไปพิจารณาบทพิสูจน์ของตนเองอีกครั้ง เพื่อให้เห็นภาพรวมของการพิสูจน์ทั้งหมด ถือว่าเป็นขั้นตอนหนึ่งที่สำคัญซึ่งจะนำไปสู่ความสำเร็จในการเรียนเกี่ยวกับการพิสูจน์ นอกจากนี้ใบกิจกรรมที่ 2 มีกิจกรรมหนึ่งที่ผู้วิจัยแสดงการพิสูจน์สองแบบในโจทย์ข้อเดียวกัน แล้วให้นักเรียน

พิจารณาถึงความน่าเชื่อถือของการพิสูจน์ทั้งสองแบบดังกล่าว นักเรียนส่วนใหญ่ให้มุมมองเกี่ยวกับความน่าเชื่อถือของการพิสูจน์ทั้งสองแบบดังกล่าวได้เป็นที่น่าพอใจ กล่าวคือ นักเรียนมีมุมมองว่าการอ้างอิงเหตุผลด้วยสมบัติเกี่ยวกับเส้นขนานและมุมภายในจากบทเรียนครั้งก่อนมีความน่าเชื่อถือมากกว่าอ้างเหตุผลที่เกิดจากการวัดขนาดของมุมด้วยโปรแกรม GeoGebra ซึ่งการที่นักเรียนมีมุมมองในประเด็นดังกล่าวสะท้อนให้เห็นว่านักเรียนเป็นผู้ที่ไม่เชื่ออะไรง่าย ๆ จนกว่าจะได้รับการพิสูจน์โดยการอ้างอิงด้วยหลักการหรือทฤษฎีบทซึ่งเป็นที่ยอมรับ นอกจากนี้ยังช่วยลดข้อผิดพลาดในการพิสูจน์ของนักเรียนด้วย จนนำไปสู่แนวคิดที่ถูกต้องเกี่ยวกับการพิสูจน์เรื่องเส้นขนาน

3. การใช้หลักการสร้างงานสำหรับการเปลี่ยนผ่านระหว่างการสร้างข้อความคาดการณ์และการพิสูจน์ สำหรับงานวิจัยนี้ ผู้วิจัยในฐานะผู้สอนได้กำหนดบทบาทของตนเองเป็นผู้คอยอำนวยความสะดวกในการเรียนรู้ของนักเรียน รวมทั้งชี้แนะแนวทางและให้คำปรึกษาในประเด็นต่าง ๆ เท่าที่จำเป็นแก่นักเรียน รวมถึงสนับสนุนให้มีการอภิปราย แลกเปลี่ยนความคิดเห็น และให้โอกาสนักเรียนได้มีการแสดงออกทางความคิดด้านการพิสูจน์มากที่สุดด้วยเทคโนโลยีทางการศึกษาที่ผู้สอนได้เตรียมไว้ให้ ได้แก่ โปรแกรม GeoGebra ซึ่งเป็นโปรแกรมที่ช่วยให้นักเรียนได้สำรวจ สังเกตการเคลื่อนไหวของรูปเรขาคณิตที่สอดคล้องกับเงื่อนไขที่โจทย์กำหนดจนนำไปสู่การสร้างข้อความคาดการณ์และการพิสูจน์ที่ถูกต้องและสมบูรณ์ นอกจากนี้การที่ผู้วิจัยกำหนดให้เขียนบทพิสูจน์ลงในตารางสองคอลัมน์ นับว่าเป็นประโยชน์ต่อนักเรียน เพราะตารางดังกล่าวแยกข้อความซึ่งเป็นเหตุผลที่นำมาใช้อ้างอิง และข้อความที่พิสูจน์อย่างชัดเจน นอกจากนี้ตารางดังกล่าวยังช่วยส่งเสริมเกี่ยวกับการลำดับขั้นตอนความคิดในการพิสูจน์ของนักเรียนเองด้วย

ส่วนจากผลการวิจัยที่พบว่า เจตคติต่อวิชาคณิตศาสตร์หลังการจัดการเรียนรู้ด้วยวิธีการสร้างข้อความคาดการณ์และพิสูจน์เรื่องเส้นขนาน ร่วมกับโปรแกรม GeoGebra สูงกว่าก่อนได้รับการจัดการเรียนรู้ ซึ่งเป็นไปตามสมมติฐานที่ตั้งไว้ ทั้งนี้อาจเนื่องมาจาก การจัดการเรียนรู้ด้วยวิธีการสร้างข้อความคาดการณ์และพิสูจน์เรื่อง เส้นขนาน ได้ใช้หลักการสร้างงาน (Task) 3 ข้อข้างต้น ซึ่งหลักการดังกล่าวได้เสริมสร้างทักษะทางคณิตศาสตร์และทำให้นักเรียนเข้าใจถึงวิถีทางของคณิตศาสตร์ กล่าวคือ เริ่มต้นนักเรียนได้สังเกตรูปเรขาคณิตและสำรวจเกี่ยวกับความสัมพันธ์ที่เกิดขึ้นจากตัวอย่างหลาย ๆ ตัวอย่าง จากนั้นสร้างข้อความคาดการณ์ทางคณิตศาสตร์ และเพื่อให้มั่นใจว่าข้อความคาดการณ์ที่สร้างขึ้นเป็นจริง นักเรียนจึงได้ดำเนินการพิสูจน์ข้อความคาดการณ์ดังกล่าวนั้น โดยอาศัยทฤษฎีบทหรือหลักการทางคณิตศาสตร์มาใช้อ้างอิงเพื่อสนับสนุนการพิสูจน์ดังกล่าว จนกระทั่งพิสูจน์ได้สำเร็จ รวมทั้งมีการตรวจสอบความถูกต้องของบทพิสูจน์โดยเพื่อนร่วมชั้นและผู้สอน พร้อมทั้งมีการอภิปรายและแลกเปลี่ยนความคิดเห็นเกี่ยวกับบทพิสูจน์ จนกระทั่งได้บทพิสูจน์ที่ถูกต้องและสมบูรณ์ ซึ่งประเด็นที่นักเรียนสามารถพิสูจน์ได้ถูกต้องด้วยตนเองโดยผ่านการตรวจสอบจากเพื่อนร่วมชั้นและผู้สอนทำให้นักเรียนเกิดความมั่นใจในการเรียนคณิตศาสตร์ นอกจากนี้แล้วการใช้โปรแกรม GeoGebra เป็นสื่อช่วยในการจัดการเรียนรู้ ทำให้นักเรียนสามารถเคลื่อนย้ายวัตถุ หรือขยายรูปได้ตามความต้องการ เพื่อสังเกตความสัมพันธ์ขององค์ประกอบต่าง ๆ ของรูปในแฟ้มงานช่วยให้นักเรียนเข้าใจบทเรียนมากขึ้น สอดคล้องกับ Chanya Uthit [16] ที่กล่าวว่า GeoGebra เป็นโปรแกรมคณิตศาสตร์พลวัต ที่ผู้ใช้สามารถออกแบบ ปรับแต่งรูปเรขาคณิตได้ การนำโปรแกรม GeoGebra มาใช้ในการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ จะช่วยส่งเสริมการสังเกต การสำรวจ ส่งเสริมให้นักเรียนมีความรู้และความเข้าใจคณิตศาสตร์มากยิ่งขึ้น ประกอบกับผู้วิจัยสร้างบรรยากาศในการเรียนรู้โดยการเปิดโอกาสให้นักเรียนอภิปราย พูดคุย ซักถาม อย่างเป็นกันเองภายในชั้นเรียน อาจส่งผลให้เจตคติต่อคณิตศาสตร์ของนักเรียนสูงขึ้น

## 9. ข้อเสนอแนะสำหรับการวิจัยครั้งต่อไป

9.1 ควรศึกษาผลการจัดการเรียนรู้ด้วยวิธีการสร้างข้อความคาดการณ์และพิสูจน์ร่วมกับโปรแกรม GeoGebra กับเนื้อหาทางคณิตศาสตร์เรื่องอื่น ๆ

9.2 ควรศึกษาผลการจัดการเรียนรู้ด้วยวิธีการสร้างข้อความคาดการณ์และพิสูจน์ร่วมกับโปรแกรม GeoGebra กับตัวแปรที่เกี่ยวข้องอื่น ๆ เช่น ความพึงพอใจ ความสามารถในการแก้ปัญหา ความสามารถในการเชื่อมโยง ความรู้เชิงกระบวนการ ความรู้เชิงโมทัศน์ เป็นต้น

## เอกสารอ้างอิง

- [1] Archara Pacheenburawana. 2014. **Mathematics for science**. Bangkok: Thammasat University.
- [2] Mahachulalongkornrajavidyalaya University. 2016. **Basic mathematics**. 5<sup>th</sup> ed. Bangkok: Mahachulalongkornrajavidyalaya University.
- [3] Marasri Naewchampa. 2009. Normal Mathematics Teaching. **Thai Science and Technology Journal**, (96), p. 38-40.
- [4] Office of the Royal Society. 2011. **Royal Institute Dictionary**. Retrieved June 12, 2020, from <http://www.royin.go.th/dictionary/>
- [5] Panthong Gullanartsiri. 2013. Teaching Geometry at the elementary level in the 21<sup>st</sup> century. **Journal of the Institute for the Promotion of Teaching Science and Technology**, 26(102), p. 3.
- [6] The Institute for the Promotion of Teaching Science and Technology. 2013. **Documents for Trainees, Distance Training Program for Teachers in Mathematics at Primary Level, Standard Curriculum for Teacher Training, Year 3 (Revised version)**. Bangkok: The Institute for the Promotion of Teaching Science and Technology. (Brochure).
- [7] Somsong Suwapanich. 2010. Geometry Amazing Science. **Journal of Education**, 7(1), p. 33.
- [8] Trairong Klumbut. 2014. **The Development of Activity Packages to Enhance Reasoning Ability on Reasoning about Triangle and Quadrangle for Mathayomsuksa 3 Students**. Master of Education (Science Education), Naresuan University.
- [9] Thamarut Kreethathorn. 2015. **The Effects of Mathematics Proving Activities in the Topic of Parallel Lines on Mathematics Learning Achievement and Mathematics Resoning of Mathayom Suka II at Chumchonwadsainoi School in Nonthaburi Province**. Master of Education, Sukhothai Thammathirat Open University.
- [10] Sathapana Bonmark. 2015. The Effects of Concept Attainment Model on Mathematical Concept and Reasoning Ability in Parallel Lines of Mathayomsuksa II Students. **Phetchabun Rajabhat Journal**, 17(1), p. 21-32.
- [11] Natchailai Prinkmadee. 2001. **A Study of Mathematics Concepts Parallel Lines of Lower Secondary School Students**. Master of Education (Mathematics Education), Chulalongkorn University.
- [12] Morselli, F. 2006. Use of examples in conjecturing and proving: An exploratory study. **International Group for the Psychology of Mathematics Education**, 4, p. 185.
- [13] Aricha-Metzer, I. and Zaslavsky, O. 2017. The nature of students' productive and non-productive example-use for proving. **The Journal of Mathematical Behavior**, 53, p. 304.
- [14] Nguyen, D. N. 2012. The Development of the Proving Process Within a Dynamic Geometry Environment. **European Researcher**, 32(10-2), p. 1731-1744.
- [15] Lin, F.L., et al. 2011. Principles of Task Design for Conjecturing and Proving. **Proof and Proving in Mathematics Education**, p. 305-325. Dordrecht: Springer.
- [16] Chanya Uthit. 2014. **Effects of Organizing Learning Activities on "Linear Programming" Supplementing Mathematical Skills and Processes by Using The GeoGebra for Mathayomsuksa Six Students at Samutsakhonburuna School, Changwat Samut Sakhon**. Master of Education (Teaching Mathematics), Kasetsart University.

- [17] Pongsak Wuttisan. 2013. GeoGebra is another interesting option for math teachers. *IPST Magazine*, 41 (181), p. 13-16.
- [18] Munnanicha Kamkaew. 2017. *A Study of Learning Achievement on Relations Between Two-Dimensional Geometric Figures and Three-Dimensional Geometric Figures of Mattayomsuksa 1 Students Using Cooperative Learning STAD Technique and GeoGebra Program*. Master of Education (Mathematics Education), Nakhon Ratchasima Rajabhat University.
- [19] Veeris Kittivarakul. 2018. *A Study of Mathayomsuksa III Students' Conceptual Knowledge and Proof Abilities on Circle Via Conjecturing and Proving Method with GeoGebra Program*. Master of Education (Mathematics Education), Srinakharinwirot University.
- [20] Yupin Pipitkul. and Preecha Naoyenphon. 1994. "The proven teaching model" in the subject matter syllabus Nitty-gritty and mathematical methods, units 8-11. Nonthaburi: Sukhothai Thammathirat Open University.

