

การวัดแรงกดของรางรถไฟ

Rail Load Measurement



ปริญญานิพนธ์นี้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตรปริญญาวิศวกรรมศาสตรบัณฑิต  
สาขาวิชาวิศวกรรมเครื่องกล  
คณะวิศวกรรมศาสตร์  
สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง  
ปีการศึกษา 2559

# การวัดแรงกดของรางรถไฟ

## Rail Load Measurement



ปริญญานิพนธ์นี้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตรปริญญาวิศวกรรมศาสตรบัณฑิต  
สาขาวิชาวิศวกรรมเครื่องกล  
คณะวิศวกรรมศาสตร์  
สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง  
ปีการศึกษา 2559

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

# Rail Load Measurement



A THESIS SUBMITTED IN PARTIAL FULFILLMENT  
OF THE REQUIREMENT FOR THE DEGREE OF  
BACHELOR OF ENGINEERING IN MECHANICAL ENGINEERING  
FACULTY OF ENGINEERING  
KING MONGKUT'S INSTITUTE OF TECHNOLOGY LADKRABANG  
2016

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ปริญญาานิพนธ์ปีการศึกษา 2559  
สาขาวิชาวิศวกรรมเครื่องกล คณะวิศวกรรมศาสตร์  
สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง

เรื่อง การวัดแรงกดของรางรถไฟ  
RAIL LOAD MEASUREMENT

ผู้จัดทำ

- |                         |              |          |
|-------------------------|--------------|----------|
| 1. นายคนุเดช เดชเดชะ    | รหัสประจำตัว | 56010448 |
| 2. นายธนพนธ์ ปนคำ       | รหัสประจำตัว | 56010520 |
| 3. นายธวัชชัย อ้อสุวรรณ | รหัสประจำตัว | 56010588 |



อาจารย์ที่ปรึกษา

( ผศ.ดร.มนต์ศักดิ์ พิมสาร )

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

## การวัดแรงกดของรางรถไฟ

นายธนเดช	เดชเดชะ	56010448
นายธนพนธ์	ปนคำ	56010520
นายธวัชชัย	อัสสุวรรณ	56010588
ผศ.ดร.มนต์ศักดิ์	พิมสาร	อาจารย์ที่ปรึกษา

ปีการศึกษา 2559

### บทคัดย่อ

โครงการนี้เล็งเห็นความสำคัญของการวัดแรงกดของรางในสภาวะสถิต เนื่องจากรางในปัจจุบันใช้มาตรฐานรูปแบบต่างๆ ในการกำหนดขนาด วัสดุ และความสามารถในการรับแรงของรางรถไฟ แต่ในอนาคตจะมีการนำรถไฟความเร็วสูงมาใช้ ส่งผลให้จำเป็นต้องใช้รางมาตรฐานใหม่ จึงต้องตรวจสอบว่ารางชนิดใหม่รองรับแรงกดได้ตามมาตรฐานหรือไม่ ดังนั้นโครงการนี้จึงนำเสนอวิธีการวัดแรงกดของรางรถไฟในสภาวะสถิต โดยมีวัตถุประสงค์ของโครงการเพื่อศึกษาวิธีและกระบวนการวัดแรงที่กระทำบนรางรถไฟอย่างมีประสิทธิภาพและแม่นยำด้วยการใช้สเตรนเกจ ซึ่งเป็นเซ็นเซอร์วัดความเครียด ผลลัพธ์ที่ได้จากการวัดนำมาเปรียบเทียบกับผลการวิเคราะห์ด้วยระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์กับการวัดและคำนวณด้วยทฤษฎีการดัดของคานอย่างง่าย ในการทดลองใช้ราง JIS 9 kg และทำการกดด้วยแรง 5 ขนาด จากผลการทดลองพบว่า ผลลัพธ์จากระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์กับการวัดและคำนวณด้วยความเครียดตั้งมีความแตกต่างกันสูงสุด 3 เปอร์เซ็นต์ เมื่อเปรียบเทียบกับการวัดและคำนวณโดยใช้ความเครียดเฉือนจะมีความแตกต่างกันสูงสุด 3 เปอร์เซ็นต์

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

## Rail Load Measurement

Mr.Danudet	Detdecha	56010448
Mr.Tanaphon	Ponkam	56010520
Mr.Thawatchai	Orsuwan	56010588
Asst.Prof.Dr.Monsak	Pimsarn	Advisor

Year 2016

### Abstract

This research realizes that static axle load of the rail is very important. Because, nowadays, there are different standards employed to specify dimension, material and maximum load of rail. In the future, a high speed train will be utilized, thus, new rail standards are needed. This is important to examine that the rail can actually carry axle load as required by the new standard. Therefore, this project aims to study the effective and acceptable method of static rail load measurement using strain gauge, a strain sensor. The measured results were compared with the finite element results and the theoretical results, based on simple beam theory. In this project, the JIS 9 kg rail was employed and five compression load data were utilized in the test. From the obtained results, it was shown that the results from finite element method are differed from tensile strain measuring and calculated values by 3 percent maximum. When comparing with shear strain measuring and calculated values, the difference is 3 percent maximum.

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

## กิตติกรรมประกาศ

ปริญญาานิพนธ์ฉบับนี้สำเร็จลุล่วงด้วยดี เพราะได้รับความช่วยเหลือและสนับสนุนเป็นอย่างดีจากหลายๆฝ่ายด้วยกัน โดยเฉพาะอย่างยิ่ง ผศ.ดร.มนต์ศักดิ์ พิมสาร อาจารย์ที่ปรึกษาปริญญาานิพนธ์ ที่คอยช่วยชี้แนะ จนปริญญาานิพนธ์นี้สำเร็จลุล่วงขึ้นมา

ขอขอบคุณภาควิชา วิศวกรรมเครื่องกล คณะวิศวกรรมศาสตร์ สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง ที่ได้มอบความรู้ต่างๆ จนกระทั่งได้นำความรู้ที่เรียนมา มาใช้ในการทำปริญญาานิพนธ์

สุดท้ายนี้ขอขอบคุณบิดา มารดา อันเป็นที่เคารพยิ่ง ซึ่งได้คอยสนับสนุนทางการศึกษาอย่างเต็มที่ และยังเอาใจใส่ดูแล ซึ่งผู้จัดทำซาบซึ้งในพระคุณของท่านเป็นอย่างสูง จึงขอกราบขอพระคุณไว้ ณ ที่นี้



เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

# สารบัญ

	หน้า
บทคัดย่อภาษาไทย	I
บทคัดย่อภาษาอังกฤษ	II
กิตติกรรมประกาศ	III
สารบัญ	IV
สารบัญรูปภาพ	VI
สารบัญตาราง	VIII
บทที่ 1 บทนำ	1
1.1 ที่มาและความสำคัญ	1
1.2 วัตถุประสงค์	1
1.3 ขอบเขต	2
1.4 ประโยชน์ที่คาดว่าจะได้รับ	2
1.5 ขั้นตอนการดำเนินงาน	2
บทที่ 2 งานวิจัยและทฤษฎีที่เกี่ยวข้อง	3
2.1 งานวิจัยที่เกี่ยวข้อง	3
2.2 กลศาสตร์ของแข็งเบื้องต้น	4
2.2.1 ความเค้นตั้งฉาก	4
2.2.2 ความเครียดตั้งฉาก	5
2.2.3 แผนภูมิความเค้น-ความเครียด	6
2.2.4 อัตราส่วนปัวซอง	8
2.2.5 ความเค้นเฉือนและความเครียดเฉือน	8
2.2.6 ความเค้นเฉือนในคาน	11
2.2.7 ความเครียดที่เกิดในชิ้นงานที่เกิดการดัด	14
2.3 การวัดและการวิเคราะห์ความเค้นและความเครียด	16
2.3.1 การวัดความเครียด	16
2.3.2 เกจวัดความเครียดชนิดความต้านทานทางไฟฟ้า	17
2.3.3 เกจวัดความเครียดชนิดโลหะ	17
2.3.4 วงจรบริดจ์ของเกจวัดความเครียด	20
2.3.5 การสอบเทียบ	22
2.3.6 การปรับแต่งเกจและการอธิบายผล	23
2.4 ระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์	25

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

# สารบัญ (ต่อ)

	หน้า
2.4.1 บทนำ	25
2.4.2 ขั้นตอนของวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์	26
2.4.3 ข้อได้เปรียบของวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์	26
2.4.4 ข้อแนะนำสำหรับการจำลองแบบไฟไนต์เอลิเมนต์	27
บทที่ 3 การออกแบบการทดลองและการวิเคราะห์ด้วยระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์	29
3.1 การวิเคราะห์แรงกดทางไฟไนต์เอลิเมนต์	29
3.2 การเปรียบเทียบเครื่องขยายสัญญาณกับการทดสอบแรงดึง	34
3.3 ขั้นตอนการทดสอบด้วยความเครียดปกติ	35
3.4 ขั้นตอนการทดสอบด้วยความเครียดเฉือน	37
3.5 ขั้นตอนการคำนวณ	39
บทที่ 4 ผลของการทดลองและการวิเคราะห์ด้วยระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์	43
4.1 ผลจากการจำลองทางไฟไนต์เอลิเมนต์	43
4.2 ผลการสอบเทียบเครื่องขยายสัญญาณกับการทดสอบแรงดึง	44
4.3 ผลการทดลองด้วยความเครียดปกติและตัวอย่างการคำนวณแรง	46
4.4 ผลการทดลองด้วยความเครียดเฉือนและตัวอย่างการคำนวณแรง	48
บทที่ 5 สรุปผลการศึกษาและข้อเสนอแนะ	51
5.1 สรุปผลการศึกษา	51
5.2 ข้อเสนอแนะ	51
ภาคผนวก	52
บรรณานุกรม	61

# สารบัญรูป

รูปที่	หน้า
รูปที่ 2.1	3
รูปที่ 2.2	4
รูปที่ 2.3	5
รูปที่ 2.4	5
รูปที่ 2.5	6
รูปที่ 2.6	7
รูปที่ 2.7	8
รูปที่ 2.8	8
รูปที่ 2.9	9
รูปที่ 2.10	10
รูปที่ 2.11	11
รูปที่ 2.12	12
รูปที่ 2.13	14
รูปที่ 2.14	17
รูปที่ 2.15	21
รูปที่ 2.16	23
รูปที่ 3.1	29
รูปที่ 3.2	30
รูปที่ 3.3	31
รูปที่ 3.4	32
รูปที่ 3.5	32
รูปที่ 3.6	33
รูปที่ 3.7	33
รูปที่ 3.8	34
รูปที่ 3.9	34
รูปที่ 3.10	35
รูปที่ 3.11	36
รูปที่ 3.12	36
รูปที่ 3.13	37
รูปที่ 3.14	38

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

## สารบัญรูป (ต่อ)

รูปที่	หน้า
รูปที่ 3.15 แสดงตำแหน่งของสเตรนเกจในวงจรถับสัญญาณแบบเต็มบริดจ์	38
รูปที่ 3.16 แสดงแผนภาพการติดตั้งอุปกรณ์ แบบความเครียดเฉือน	39
รูปที่ 3.17 แสดงทิศทางการติดสเตรนเกจ	40
รูปที่ 3.18 แสดงแรงเฉือนที่เกิดบนราง	41
รูปที่ 4.1 แสดงบริเวณที่เกิดความเครียดปกติเมื่อมองจากด้านล่างของราง	43
รูปที่ 4.2 แสดงบริเวณที่เกิดความเครียดเฉือนเมื่อมองจากด้านข้างของราง	44
รูปที่ 4.3 แสดงผลการเปรียบเทียบเครื่องขยายสัญญาณกับการทดสอบแรงดึง	46
รูปที่ 4.4 แสดงแรงที่คำนวณด้วยความเครียดปกติเมื่อกดด้วยแรง 1 ตัน 2 ตัน 3 ตัน 4 ตัน และ 5 ตัน โดยแต่ละช่วงห่างกันประมาณ 20 วินาที เทียบกับแรงกดแท้จริง	48
รูปที่ 4.5 แสดงแรงที่คำนวณด้วยความเครียดเฉือนเมื่อกดด้วยแรง 1 ตัน 2 ตัน 3 ตัน 4 ตัน และ 5 ตัน โดยแต่ละช่วงห่างกันประมาณ 20 วินาที เทียบกับแรงกดแท้จริง	50

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

## สารบัญตาราง

ตารางที่		หน้า
ตารางที่ 1.1	แสดงขั้นตอนการดำเนินงาน	2
ตารางที่ 3.1	แสดงคุณสมบัติเชิงกลของเหล็ก AISI1045	30
ตารางที่ 3.2	แสดงคุณสมบัติเชิงกลของคอนกรีต	31
ตารางที่ 4.1	แสดงผลจากการทดสอบแรงดึง	45
ตารางที่ 4.2	แสดงผลการทดสอบด้วยเครื่องขยายสัญญาณ	45
ตารางที่ 4.3	แสดงผลการทดลองด้วยความเครียดปกติ	46
ตารางที่ 4.4	แสดงผลการทดลองด้วยความเครียดเฉือน	48



เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

# บทที่ 1

## บทนำ

### 1.1 ที่มาและความสำคัญ

เนื่องจากในปัจจุบันการขนส่งทางรางกำลังได้รับความนิยม อีกทั้งประเทศไทยมีแผนพัฒนาการขนส่งทางรางอย่างต่อเนื่อง ไม่ว่าจะเป็นการจัดซื้อรถไฟรุ่นใหม่หรือการเพิ่มเส้นทางการเดินรรถ นั่นคือจะเกิดการนำรางรถไฟมาตรฐานใหม่มาใช้เพื่อให้รองรับน้ำหนักของรถไฟรุ่นใหม่ได้ตามจุดประสงค์ของการใช้งาน แต่เดิมขนาดของรางและความสามารถในการรับน้ำหนักของรางถูกกำหนดโดยมาตรฐานสากล International Union of Rail ways (UIC) ว่ารางนั้นสามารถรับน้ำหนักได้กี่ตัน ดังนั้นหากมีการเปลี่ยนระยะห่างของรางหรือนำรางตามมาตรฐานใหม่มาใช้ จึงจำเป็นอย่างยิ่งที่จะต้องตรวจสอบว่า รางใหม่นั้นสามารถรับแรงได้ตามที่มาตรฐานระบุไว้หรือไม่ เนื่องจากรางรถไฟเป็นชิ้นส่วนที่ต้องรับแรงจากล้อรถไฟและทำหน้าที่เป็นทางวิ่งของรถไฟ จึงต้องทำการวัดแรงกดที่ล้อกระทำกับรางให้มีความถูกต้อง เพื่อนำไปใช้ในกระบวนการวิเคราะห์ความเสียหายของระบบรางรถไฟ โดยทั่วไปการวัดสามารถทำได้หลายวิธีเช่น ใช้เซนเซอร์วัดความเร่งหรือใช้ซอฟต์แวร์และการติดตั้งเซนเซอร์แบบพิเศษ ซึ่งทำได้ยากและค่าใช้จ่ายในการติดตั้งสูง โครงการนี้จึงนำเสนอวิธีวัดแรงที่ทำได้ง่ายและประหยัดค่าใช้จ่ายกว่า โดยการติดตั้งสเตรนเกจซึ่งเป็นเซนเซอร์วัดความเครียดไว้บนรางแล้ววัดความเครียดที่เกิดขึ้นเมื่อรางรับแรงภาวะสถิต โดยในที่นี้ใช้ความเครียดปกติและความเครียดเฉือนมาใช้วิเคราะห์และคำนวณหาปริมาณแรงที่รางกำลังรับภาระอยู่ให้มีความถูกต้องในระดับที่ยอมรับได้

### 1.2 วัตถุประสงค์

1.2.1 เพื่อศึกษาวิธีและกระบวนการวัดแรงที่กระทำบนรางรถไฟด้วยการวัดความเครียด

1.2.2 เพื่อออกแบบวิธีการวัด เครื่องมือวัดแรงกระทำบนรางรถไฟ ที่มีความแม่นยำในระดับที่ยอมรับได้

### 1.3 ขอบเขต

1.3.1 ใช้ราง JIS 9 kg [10] ยาว 700 มิลลิเมตร เป็นเหล็ก AISI 1045

1.3.2 แนวแรงที่กระทำลงตรงแนวกึ่งกลางของรางที่จำลองโดยระยะห่างของหมอนคือ 450 มิลลิเมตร

1.3.3 แรงที่เกิดเป็นแรงสถิต

### 1.4 ประโยชน์ที่คาดว่าจะได้รับ

1. สามารถประยุกต์ใช้สเตรนเกจเพื่อวัดความเครียดแล้วนำมาวิเคราะห์และคำนวณหาแรงที่กดได้อย่างแม่นยำในระดับที่ยอมรับได้
2. เป็นการนำเสนอวิธีการวัดวิธีหนึ่ง เพื่อใช้ทดสอบว่ารางนั้นสามารถรับแรงได้ในช่วงที่มาตรฐานกำหนดหรือไม่

### 1.5 ขั้นตอนการดำเนินงาน

ขั้นตอนการดำเนินงาน	ส.ค.	ก.ย.	ต.ค.	พ.ย.	ธ.ค.	ม.ค.	ก.พ.	มี.ค.	เม.ย.	พ.ค.
ทบทวนวิเคราะห์ทฤษฎีที่เกี่ยวข้องและหาข้อมูลการใช้สเตรนเกจ	■									
ออกแบบชุดจำลองรางในการรับแรงกด		■								
ศึกษาการใช้สเตรนเกจ			■							
สร้างชุดจำลองรางรถไฟ เพื่อใช้ในการทดลอง				■	■					
ทำการทดลอง					■					
ทำการคำนวณหาแรงจาก ค่าความเครียดที่ได้จากการทดลอง						■				
แก้ไขและหาจุดบกพร่องที่ไม่เป็นไปตามทฤษฎี							■			
สรุปผลและอภิปรายผล								■	■	
จัดทำรายงานนำเสนอ									■	■

ตารางที่ 1.1 แสดงขั้นตอนการดำเนินงาน

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

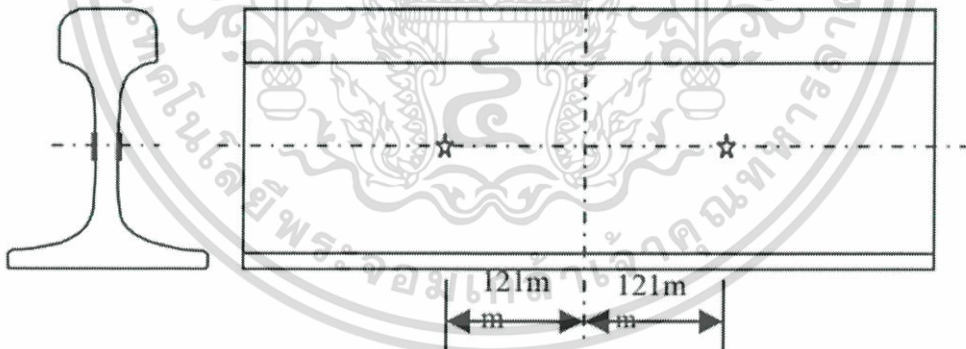
## บทที่ 2

# งานวิจัยและทฤษฎีที่เกี่ยวข้อง

### 2.1 งานวิจัยเกี่ยวข้อง

ในปี ค.ศ.2001; Dan M.[1] ได้อธิบายและแสดงตัวอย่างการใช้เซนเซอร์ สเตรนเกจต่อกับ วงจรบริดจ์เพื่อแปลงสัญญาณอนาล็อก (ความเครียด) เป็นสัญญาณดิจิทัล (ไฟฟ้า) โดยต่อสเตรนเกจเข้ากับวงจรบริดจ์ จากนั้นต่อเพิ่มเข้ากับอุปกรณ์แปลงสัญญาณอื่นๆ เช่น เครื่องขยายสัญญาณ, เครื่องสร้างคลื่นไซน์ เป็นต้น แล้วนำสัญญาณที่แปลงไว้ไปคำนวณโดยซอฟต์แวร์ในคอมพิวเตอร์โดยความเครียดที่สามารถวัดได้อยู่ในช่วงพีโคนิวตันถึงเมกะนิวตัน

ในปี ค.ศ.2009; Hanbiao N. และ Jianhui L.[2] ได้ทำการวิจัยการวัดแรงในรางรถไฟด้วย ระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์ พบว่าการใช้เตรนเกจในการวัดความเครียดจะต้องวางที่จุดห่างจาก ศูนย์กลาง 121 มิลลิเมตร ซึ่งจะเป็จุดที่มีสัญญาณรบกวนน้อยที่สุด จึงเป็นจุดที่เหมาะสมกับการวัด และได้ทำการทดลองติดตั้งเตรนเกจตามวิธีทางไฟไนต์เอลิเมนต์ซึ่งสามารถใช้ได้จริง ดังรูปที่ 2.1 แสดง ตำแหน่งที่ติดตั้งสเตรนเกจ

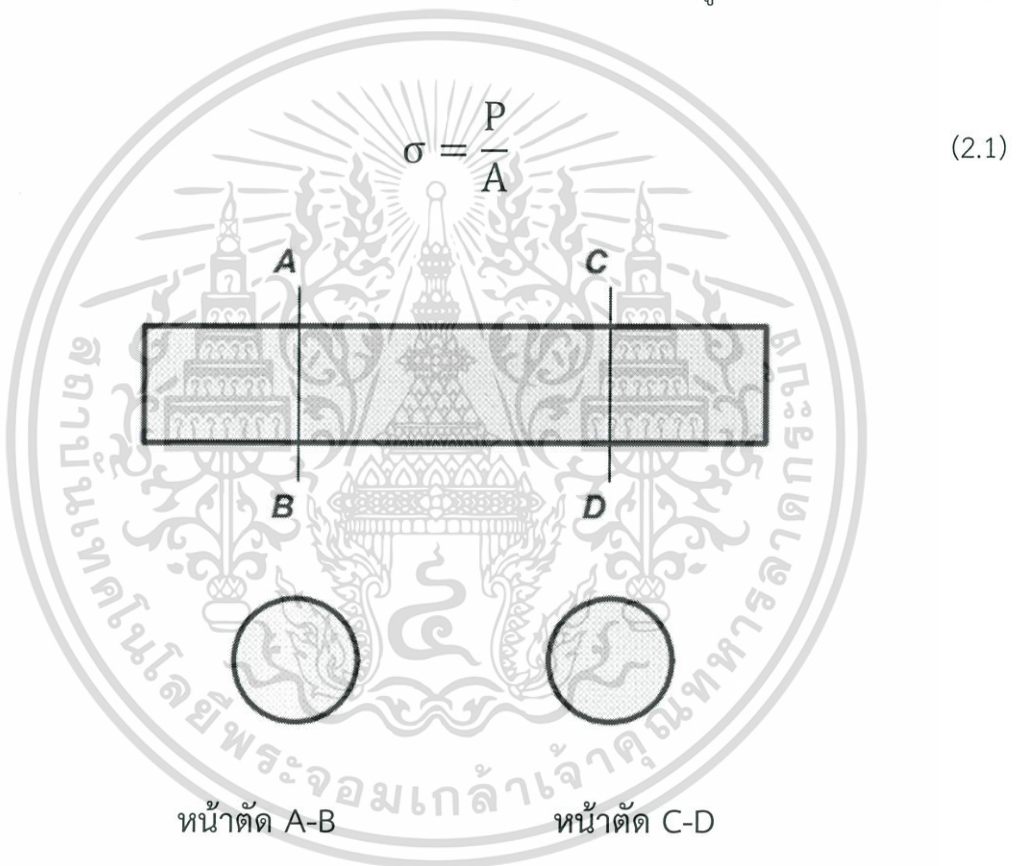


รูปที่ 2.1 แสดงตำแหน่งที่ติดตั้งสเตรนเกจ [2]

## 2.2 กลศาสตร์ของแข็งเบื้องต้น [9]

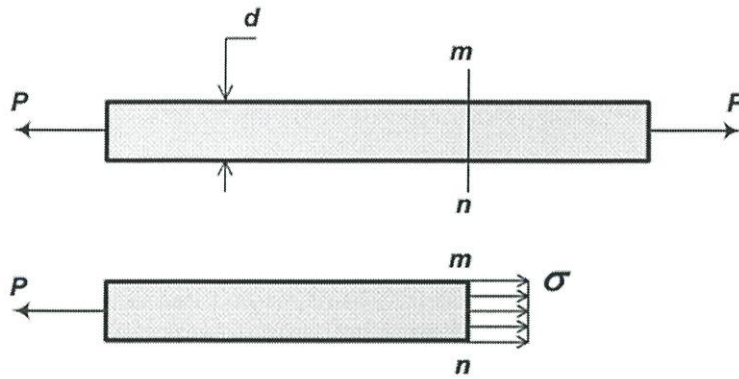
### 2.2.1 ความเค้นตั้งฉาก (Normal Stress)

ในกรณีที่โครงสร้างมีลักษณะตรงและมีพื้นที่หน้าตัดคงที่ตลอดความยาว (prismatic bar) ดังรูปที่ 2.2 และคุณสมบัติของวัสดุที่เป็นส่วนประกอบคงที่ในทุกๆ ตำแหน่งและทิศทางของโครงสร้าง (homogeneous and isotropic) มีการกระจายของวัสดุอย่างต่อเนื่องโดยไม่มีช่องว่างใดๆ เกิดขึ้น เมื่อมีแรงกระทำผ่านจุดศูนย์กลางมวล (centroid) ของพื้นที่หน้าตัดโดยอยู่ในทิศทางเดียวกับแกนหลัก (longitudinal axis) ของโครงสร้าง เราสามารถนิยามความเข้มข้นของแรง ( $P$ ) ที่ตั้งฉากบนพื้นที่หน้าตัด  $m - n$  เป็นความเค้น (normal stress,  $\sigma$ ) ดังแสดงในรูปที่ 2.3 และความสัมพันธ์ต่อไปนี้



รูปที่ 2.2 แสดงหน้าตัดของวัสดุ [9]

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



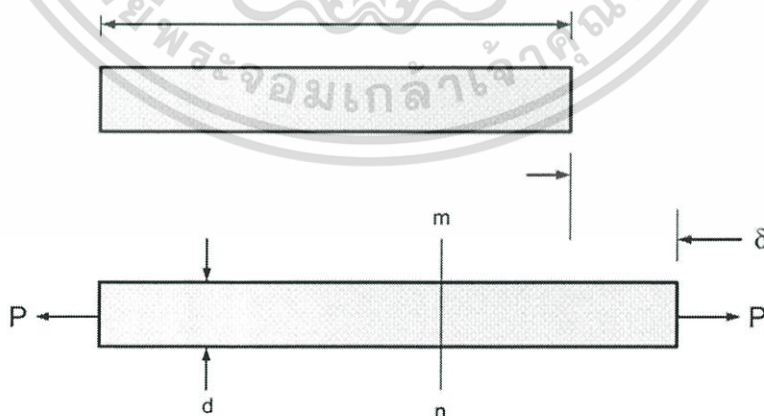
รูปที่ 2.3 แสดงความเค้นที่เกิดบนหน้าตัด m-n [9]

หมายเหตุ :  $\sigma$  จะมีการกระจายแบบสม่ำเสมอ (uniform) ก็ต่อเมื่อพิจารณาพื้นที่หน้าตัด  $m - n$  ที่มีความกว้าง  $d$  จากตำแหน่งที่แรง  $P$  มากระทำ

### 2.2.2 ความเครียดดึงฉาก (Normal strain)

เมื่อความเค้น ( $\sigma$ ) เกิดขึ้นในโครงสร้างจะทำให้เกิดการเปลี่ยนแปลงขนาด(deformation) ดังรูปที่ 2.4 ซึ่งอาจจะเป็นบวม (ยืดตัว) หรือลบ (หดตัว) ได้ตามลักษณะของความเค้นที่กระทำโดยเราสามารถนิยามอัตราการเปลี่ยนแปลงขนาดต่อความยาวหนึ่งหน่วย (elongation per unit length) เป็นความเครียดดึงฉาก (normal strain) โดย

$$\epsilon = \frac{\delta}{L} \quad (2.2)$$



รูปที่ 2.4 แสดงการเปลี่ยนแปลงความยาวเมื่อเกิดความเค้น [9]

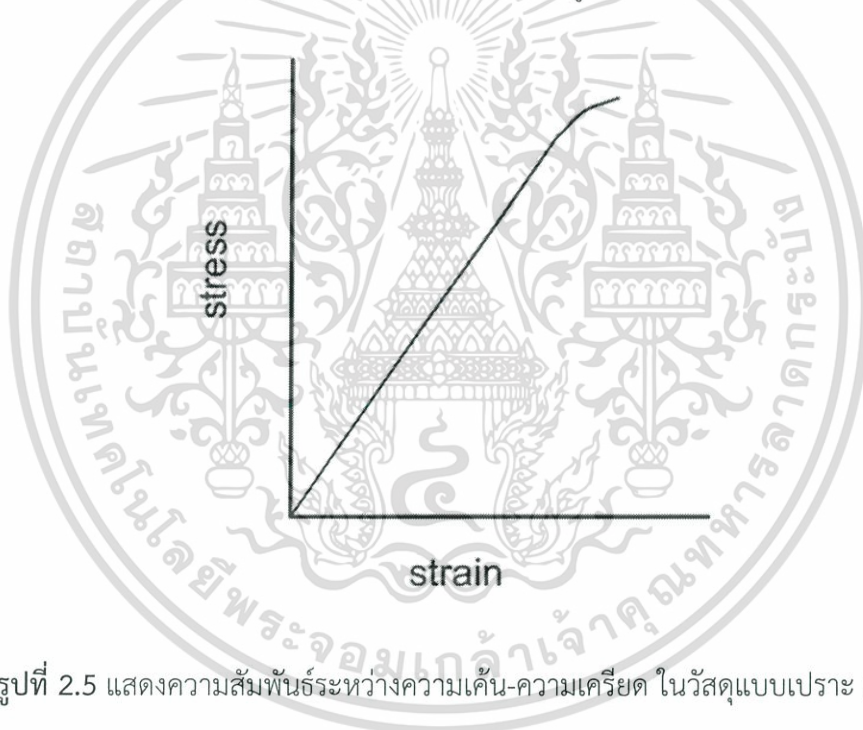
เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

### 2.2.3 แผนภูมิความเค้น-ความเครียด (Stress - Strain Diagrams)

เป็นความสัมพันธ์ระหว่างความเค้น ( $\sigma$ ) กับความเครียด ( $\epsilon$ ) ของวัสดุต่างๆ โดยได้มาจากการทดสอบการดึง (tension test) หรือการทดสอบการอัด (compression test) ซึ่งผลที่ได้จะมาแสดงอยู่ในรูปกราฟโดยมีความเครียด ( $\epsilon$ ) เป็นแกนนอนและความเค้น ( $\sigma$ ) เป็นแกนตั้งซึ่งเราสามารถแบ่งพฤติกรรมของวัสดุจากแผนภูมิความเค้น-ความเครียดนี้ออกได้ 2 แบบคือ

#### 1. พฤติกรรมแบบเปราะ (Brittle Behavior)

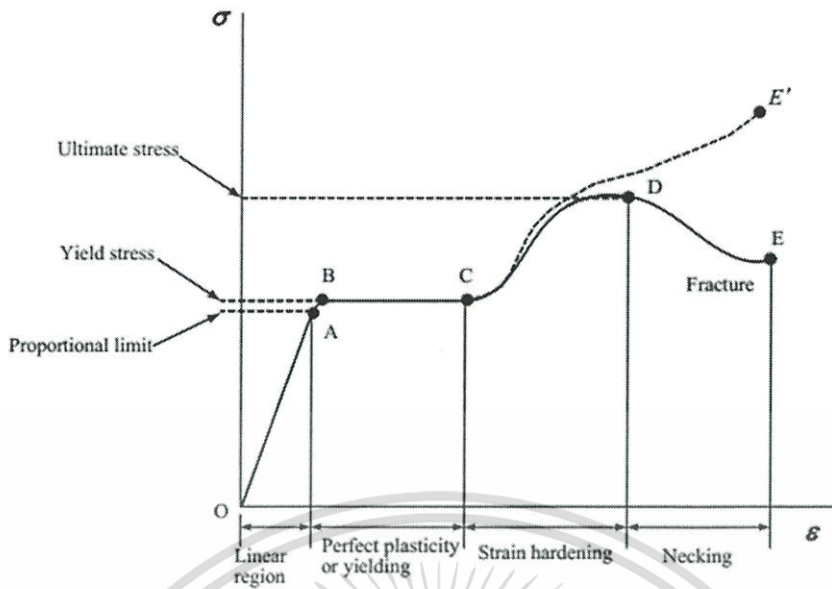
เป็นพฤติกรรมของวัสดุซึ่งเมื่อเพิ่มขนาดของแรงที่กระทำกับวัตถุจะทำให้เกิดการแตกหัก (rupture) โดยไม่มีการเปลี่ยนแปลงขนาดหรือมีการเปลี่ยนแปลงน้อยมากตัวอย่างของวัสดุที่แสดงพฤติกรรมนี้ได้แก่โลหะผสมที่มีความแข็งแรงสูงและเซรามิกส์โดยลักษณะของแผนภูมิความเค้น-ความเครียด (Stress - Strain Diagrams) สามารถแสดงได้ดังรูป 2.5



รูปที่ 2.5 แสดงความสัมพันธ์ระหว่างความเค้น-ความเครียด ในวัสดุแบบเปราะ [9]

#### 2. พฤติกรรมแบบเหนียว (Ductile Behavior)

เป็นพฤติกรรมของวัสดุซึ่งเมื่อเพิ่มขนาดของแรงที่กระทำกับวัตถุจะทำให้เกิดการคราก (yield) ก่อนที่จะเกิดการแตกหัก (rupture) โดยการครากหมายถึง การที่วัสดุมีการเปลี่ยนแปลงขนาด (deformation) มากขึ้นโดยมีการเพิ่มขึ้นของความเค้น (stress) ที่ลดลงตัวอย่างของวัสดุที่แสดงพฤติกรรมนี้ได้แก่ เหล็กเหนียวทั่วไปทองแดง และโพลีเมอร์ โดยลักษณะของแผนภูมิความเค้น-ความเครียด (Stress - Strain Diagrams) สามารถแสดงได้ดังรูป 2.6



รูปที่ 2.6 แสดงความสัมพันธ์ระหว่างความเค้น-ความเครียด ในวัสดุแบบเหนียว [9]

โดย

$\sigma_Y$  คือ ความเค้นคราก (yield stress)

$\sigma_U$  คือ ความเค้นสูงสุด (ultimate stress)

$\sigma_B$  คือ ความเค้นที่เกิดการแตกหัก (breaking stress)

สำหรับส่วนแรกของแผนภูมิความเค้น-ความเครียด ซึ่งความสัมพันธ์ระหว่างความเค้น ( $\sigma$ ) กับความเครียด ( $\epsilon$ ) แสดงความสัมพันธ์เชิงเส้น (linear) หรือแสดงพฤติกรรมแบบอีลาสติก (elastic behavior) โดย

$$\sigma \propto \epsilon \quad (2.3)$$

หรือ

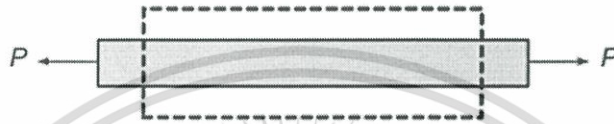
$$\sigma = E\epsilon \quad (2.4)$$

ซึ่งเราเรียกความสัมพันธ์นี้ว่ากฎของฮุก (Hooke's law) และเรียกค่าคงที่  $E$  ว่าโมดูลัสของอีลาสติก ซิตีหรือโมดูลัสของยัง (modulus of elasticity or Young's modulus) โดยความเค้น ( $\sigma$ ) สูงสุดที่วัสดุยังแสดงพฤติกรรมแบบอีลาสติก คือ proportional limit

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

### 2.2.4 อัตราส่วนปัวซอง (Poisson's Ratio)

ถ้าให้แรงกระทำกับโครงสร้างที่มีลักษณะตรงมีพื้นที่หน้าตัดคงที่ตลอดความยาว (prismatic bar) มีคุณสมบัติของวัสดุที่เป็นส่วนประกอบคงที่ในทุกๆตำแหน่ง (homogeneous) และทิศทางของโครงสร้าง (isotropic) ดังรูป 2.7 จะพบว่าโครงสร้างจะมีการเปลี่ยนแปลงขนาดทำให้เกิดความเครียดในแนวแรง (axial strain) ซึ่งในขณะที่โครงสร้างยืดตัวออกพื้นที่หน้าตัด (cross section area) ของโครงสร้างก็มีแนวโน้มที่จะลดลงซึ่งเราเรียกการเปลี่ยนแปลงนี้ว่าความเครียดในแนวขวาง (lateral strain) ซึ่งมีทิศทางตั้งฉาก กับแรงที่มากกระทำ



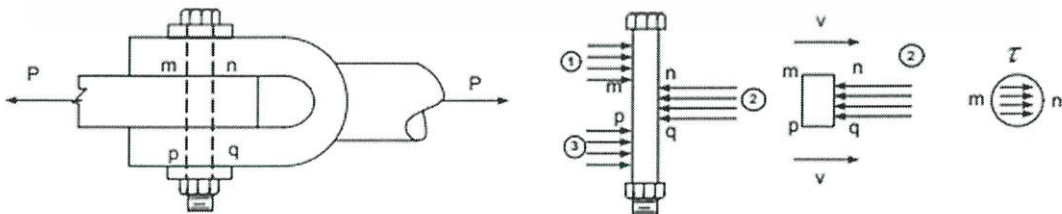
รูปที่ 2.7 แสดงการเปลี่ยนหน้าตัดเมื่อมีการเปลี่ยนแปลงความยาว [9]

หมายเหตุ: คุณสมบัติอีลาสติก (elastic properties) ของโครงสร้างไม่จำเป็นต้องคงที่ในทุกๆทิศทาง (isotropic) แต่คุณสมบัติอีลาสติกจะต้องคงที่ในทุกๆ ทิศทางที่ตั้งฉากกับทิศทางที่แรงมากกระทำ (longitudinal axis) เพื่อทำให้เกิดความเครียดในแนวขวาง (lateral strain) ที่สม่ำเสมอโดยเราเรียกอัตราส่วนระหว่างความเครียดในแนวขวาง (lateral strain) และความเครียดในแนวแรง (axial strain) ว่าอัตราส่วนปัวซอง (Poisson's Ratio,  $\nu$ )

$$\nu = - \frac{\text{lateral strain}}{\text{axial strain}} \quad (2.5)$$

โดยอัตราส่วนปัวซอง (Poisson's Ratio) จะมีค่าเป็นบวกเสมอโดยจะอยู่ในช่วง  $0 < \nu < 0.5$

### 2.2.5 ความเค้นเฉือนและความเครียดเฉือน (Shear stress and strain)



รูปที่ 2.8 แสดงความเค้นเฉือน [9]

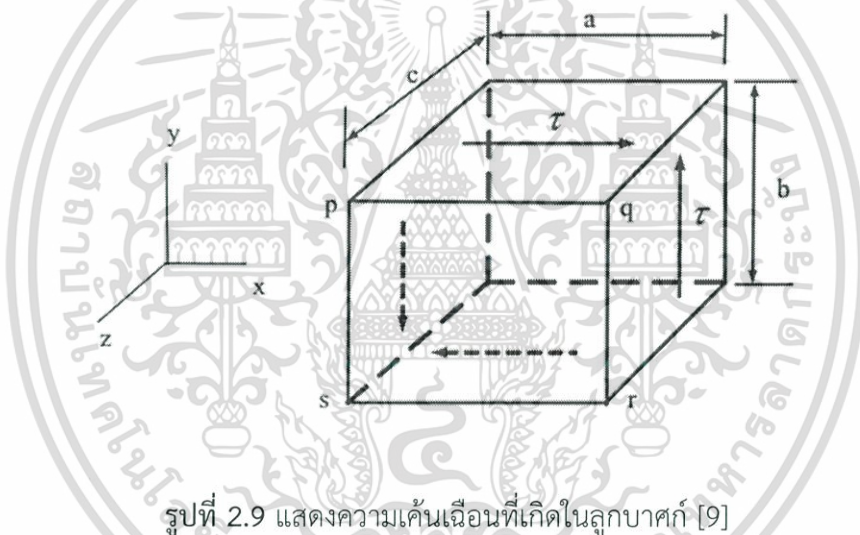
เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

เมื่อมีแรงกระทำกับชิ้นส่วนโดยพยายามให้วัตถุเกิดการขาดจากกันตามแนวระนาบที่ขนานกับทิศทางของแรงนั้นดังรูปที่ 2.8 จะพบว่าอัตราส่วนระหว่างความเข้มข้นของแรงที่เกิดบนรอยตัด  $m - n$  (P) ต่อพื้นที่หน้าตัด  $m - n$  (A) คือค่าเฉลี่ยของความเค้นเฉือน (average shearing stress,  $\tau$ ) โดย

$$\tau_{ave} = \frac{P}{A} \quad (2.6)$$

หมายเหตุ : ในความเป็นจริงการกระจายของความเค้นบนพื้นที่หน้าตัด  $m-n$  เป็นการกระจายแบบไม่สม่ำเสมอ (non-uniform) ซึ่งมีความเข้มข้นสูงที่สุดกึ่งกลางของพื้นที่หน้าตัด

เมื่อพิจารณาความเค้นเฉือน ( $\tau$ ) ดังรูปที่ 2.9 ที่เกิดบนลูกบาศก์พบว่า

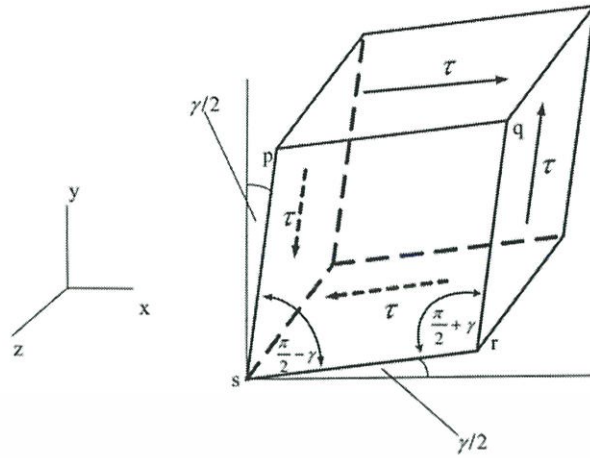


รูปที่ 2.9 แสดงความเค้นเฉือนที่เกิดในลูกบาศก์ [9]

1. ความเค้นเฉือนของหน้าตรงข้ามของลูกบาศก์จะมีขนาดเท่ากันแต่ทิศทางตรงข้าม
2. ความเค้นเฉือนของหน้าที่ตั้งฉากกันของลูกบาศก์จะมีขนาดเท่ากันและมีทิศทางตรงข้ามกัน
3. ความเค้นเฉือนเป็นบวก เมื่ออยู่บนหน้าบวก (positive face) และมีทิศทางไปในทิศบวก (positive direction) หรืออยู่บนหน้าลบ (negative face) และมีทิศทางไปในทิศลบ (negative direction)
4. ความเค้นเฉือนเป็นลบเมื่ออยู่บนหน้าบวก (positive face) และมีทิศทางไปในทิศลบ (negative direction) หรืออยู่บนหน้าลบ (negative face) และมีทิศทางไปในทิศบวก (positive direction)

เมื่อพิจารณาลูกบาศก์ที่มีความเค้นเฉือนมากกระทำเราพบว่าลูกบาศก์มีแนวโน้มที่จะเปลี่ยนแปลงรูปร่าง (distortion) ดังรูปที่ 2.10

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



รูปที่ 2.10 แสดงการเปลี่ยนแปลงรูปร่างของลูกบาศก์ที่มีความเค้นเฉือนมากระทำ [9]

โดยกำหนดให้การเปลี่ยนแปลงรูปร่าง(distortion) คือความเครียดเฉือน(shear strain,  $\gamma$ ) โดย

1. ความเครียดเฉือนเป็นบวกเมื่อมุมระหว่างหน้าบวก (positive face) หรือมุมระหว่างหน้าลบ (negative face) ลดลง
2. ความเครียดเฉือนเป็นลบเมื่อมุมระหว่างหน้าบวก (positive face) หรือมุมระหว่างหน้าลบ (negative face) เพิ่มขึ้น

เมื่อทดลองหาความสัมพันธ์ระหว่างความเค้นเฉือนและความเครียดเฉือน ( $\tau - \gamma$ ) และนำมา วาดกราฟความเค้นเฉือนและความเครียดเฉือน (stress-strain diagram in shear) ซึ่งมีรูปร่างใกล้เคียงกับแผนภูมิความเค้น-ความเครียด แต่มีขนาดที่ต่างกันโดยสามารถแสดงความสัมพันธ์ระหว่างความเค้นเฉือน และความเครียดเฉือนด้วยกฎของฮุกสำหรับการเฉือน (Hooke's law in shear)

$$\tau = G\gamma \quad (2.7)$$

โดย  $G$  คือโมดูลัสของอีลาสติคิตีสำหรับการเฉือน (shear modulus of elasticity) หรือโมดูลัสของความแข็งแรง (modulus of rigidity) ซึ่งความสัมพันธ์ระหว่างโมดูลัสของอีลาสติคิตีสำหรับการเฉือนและโมดูลัสของอีลาสติคิตีสามารถแสดงได้ดังนี้

$$G = \frac{E}{2(1 + \nu)} \quad (2.8)$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

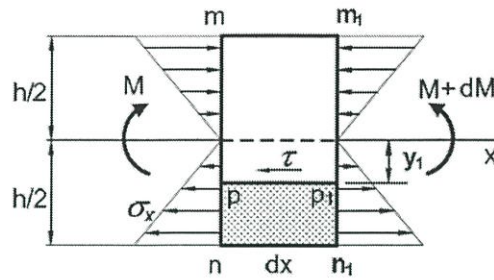
## 2.2.6 ความเค้นเฉือนในคาน (Shear Stresses in Beams)

พิจารณาคานที่มีหน้าตัดแบบสี่เหลี่ยม ดังรูปที่ 2.11 ถ้ากำหนดให้ความเค้นเฉือน ( $\tau$ ) ที่เกิดขึ้นมีทิศขนานกับแรงเฉือน ( $V$ ) ในแนวดิ่ง และความเค้นเฉือนมีการกระจายแบบสม่ำเสมอ (uniform) ตลอดความกว้าง ( $b$ ) ของหน้าตัด ค่าของความเค้นเฉือนในแนวดิ่งจะมีค่าเท่ากับความเค้นเฉือนในแนวระดับ (ตามสมการสมดุลของแรงและโมเมนต์) และที่จุดสูงสุดหรือจุดต่ำสุดของหน้าตัดจะมีความเค้นเฉือนเป็นศูนย์ทั้งในแนวดิ่งและแนวระดับ ดังนั้นสามารถสรุปได้ว่าความเค้นเฉือนในแนวดิ่งมีการกระจายอย่างไม่คงที่ตามระยะ ( $h$ )

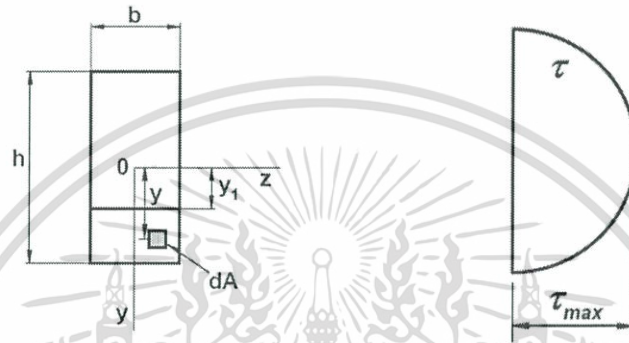


รูปที่ 2.11 แสดงการกระจายความเค้นเฉือน [9]

ถ้าเราตัดส่วน  $pp_1n_1n$  ออกจากคาน ดังรูป 2.12 โดยให้ส่วนตัดนี้มีความหนา  $dx$  และด้าน  $pp_1$  ขนานกับพื้นผิวเป็นกลาง (neutral surface) โดยห่างเป็นระยะ  $y_1$  และด้าน  $n_1n$  อยู่ที่ผิวต่ำสุดของคาน



(a) ด้านข้างของคาน



(b) ภาพตัดขวางของคาน

(c) ความเค้นเฉือน

รูปที่ 2.12 แสดงภาพหน้าตัดของคาน [9]

พิจารณาน้ำหนัก  $p_n$  พบว่าชิ้นส่วน  $dA$  มีแรงกระทำ:

$$\sigma_x dA = \frac{My}{I} dA \quad (2.9)$$

ดังนั้นแรงกระทำทั้งหมดบนหน้า  $p_n$  เป็น:

$$F_1 = \int \frac{My}{I} dA \quad (2.10)$$

โดยอินทิเกรตตั้งแต่  $y = y_1$  ถึง  $y = h/2$

สำหรับ  $p_1 n_1$  แรงที่มากระทำจะเป็น:

$$F_2 = \int \frac{(M + d)My}{I} dA \quad (2.11)$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

สำหรับส่วนบนของส่วนตัด หน้า  $pp_1$  จะมีความเค้นเฉือนมากกระทำ ดังนั้นแรงที่กระทำบนหน้า เป็น:

$$F_3 = \tau b dx \quad (2.12)$$

จากสมการสมดุล

$$F_3 = F_1 - F_2 \quad (2.13)$$

ดังนั้น

$$\tau b dx = \int \frac{(M + d)My}{I} dA - \int \frac{My}{I} dA \quad (2.14)$$

$$\tau = \frac{dM}{dx} \left( \frac{1}{Ib} \right) \int y dA \quad (2.15)$$

แต่  $V = dM/dx$  ดังนั้น

$$\tau = \left( \frac{V}{Ib} \right) \int y dA \quad (2.16)$$

โดย  $\int y dA$  คือโมเมนต์ของพื้นที่  $pp_1n_1n$  โดยเทียบกับแกนเป็นกลาง (neutral axis, z-axis) โดยพื้นที่คิดจากรยะ  $y_1$  ลงมา ในกรณีที่พิจารณาทั้งหน้าตัด

$$\int_{y=h_1}^{y=h_2} y dA = Q \quad (2.17)$$

ดังนั้น

$$\tau = \frac{VQ}{Ib} \quad (2.18)$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

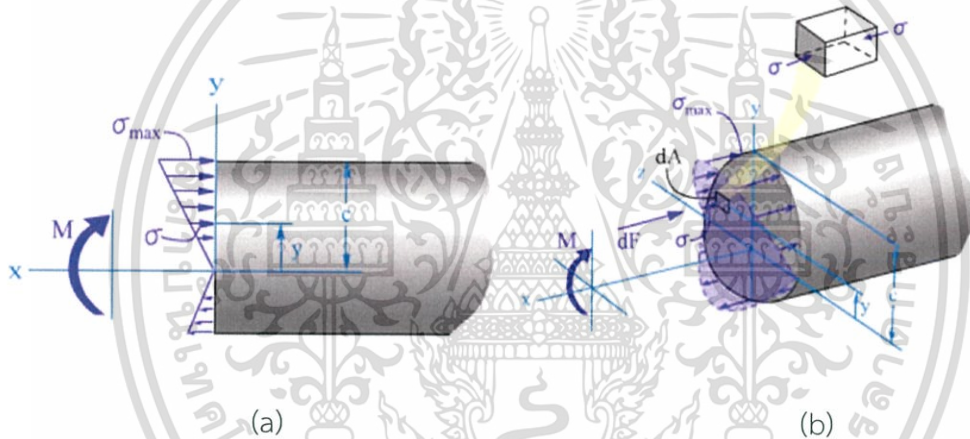
โดย คงที่  $V$ ,  $I$ ,  $b$  และเรียกสมการนี้ว่าสูตรการเฉือน (shear formula)

เมื่อพิจารณาห้ตัดสี่เหลี่ยม พบว่าค่า  $Q$  สามารถคำนวณได้จาก:

$$Q = \int y dA = \int_{-b/2}^{b/2} \int_{y_1}^{h/2} y dy dz \quad (2.19)$$

หรือสามารถหา  $Q$  ได้จากผลคูณระหว่างพื้นที่กับระยะ ( $D$ ) จากจุดเซนทรอยด์ (centroid) ของหน้าตัดไปยังแกนเป็นกลาง (neutral axis)

### 2.2.7 ความเครียดที่เกิดในชิ้นงานที่เกิดการดัด



รูปที่ 2.13 แสดงการแปรเปลี่ยนความเค้นดัด [9]

พิจารณาจากรูป 2.13

จาก  $\epsilon = -\frac{y}{c} \epsilon_{\max}$  และ  $\sigma = E\epsilon$

$$\therefore \sigma = -\frac{y}{c} (\sigma_{\max}) \quad (2.20)$$

พิจารณาจากรูป 2.13 แรงลัพธ์บนหน้าตัดมีค่าดังนี้

$$F_R = \sum F_x$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$\int_A dF = 0$$

$$\int_A \sigma dA = 0$$

$$-\frac{\sigma_{\max}}{c} \int_A y dA = 0$$

เนื่องจากค่าของ  $\frac{\sigma_{\max}}{c}$  จะต้องไม่เท่ากับศูนย์ เพราะฉะนั้น ค่าที่เท่ากับศูนย์ คือ  $\int_A y dA$  ในอีกนัยหนึ่งโมเมนต์แรกของพื้นที่หน้าตัดแกนรอบแกนสะเทิน (Neutral axis) ต้องเป็นศูนย์ สภาพนี้ถ้าแกนสะเทิน คือ แกนศูนย์ถ่วงหรือแกนตัดในแนวนอนสำหรับพื้นที่หน้าตัด และต้องการค่าพื้นที่หน้าตัด โดยต้องรู้ตำแหน่งของแกนสะเทิน เพื่อที่จะหาความสัมพันธ์ของความเค้นในคานอันนำไปสู่ผลลัพธ์ของโมเมนต์ภายใน  $M$  ที่กระทำต่อพื้นที่หน้าตัด โมเมนต์นี้จะมีค่าเท่ากับโมเมนต์กระจายรอบแกนสะเทินโมเมนต์ของแรง  $dF$  รอบแกนสะเทิน คือ  $dM = ydF$  ดังรูป 2.13 ในที่นี้ค่าโมเมนต์มีค่าเป็นบวก เนื่องจากใช้กฎมือขวา ทิศทางไปทางบวกของแกน  $Z$  เนื่องจาก  $df = \sigma dA$  เมื่อ  $y$  เป็นบวก และ  $\sigma$  มีค่าเป็นลบ (อัด) จะได้  $(M_R)_Z$  เท่ากับโมเมนต์ลัพธ์รอบแกน  $Z$  เพราะฉะนั้น  $(M_R)_Z$  เท่ากับ  $\sum M_Z$  ฉะนั้น โมเมนต์ลัพธ์รอบแกน  $Z$  หาค่าได้ดังนี้

$$M = \int_A y dF$$

$$M = \int_A y(-\sigma dA)$$

$$M = \int_A y\left(\frac{y}{c} \sigma_{\max}\right) dA$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$M = \frac{\sigma_{\max}}{c} \int_A y^2 dA$$

$$\therefore \sigma_{\max} = \frac{Mc}{I} \quad (2.21)$$

กำหนดให้  $\sigma_{\max}$  หมายถึง ความเค้นปกติสูงสุดจากการดัดในคานที่เกิดขึ้นบนพื้นที่หน้าตัด ณ ตำแหน่งที่ไกลที่สุดจากแกนสะเทิน,  $M$  หมายถึง โมเมนต์ลัพท์ภายใน หาจากพื้นที่หน้าตัด และใช้สมการการสมมูล โดยคำนวณ รอบแกนสะเทินของหน้าตัด,  $I$  หมายถึง โมเมนต์ความเฉื่อยของพื้นที่หน้าตัดคำนวณรอบแกนสะเทิน,  $c$  หมายถึง ระยะตั้งฉากจากแกนสะเทิน ถึงจุดไกลที่สุดจากแกนสะเทินระยะ  $c$  ที่ไกลที่สุดเป็นตำแหน่งที่  $\sigma_{\max}$  กระทำ

## 2.3 การวัดและการวิเคราะห์ความเค้นและความเครียด [7]

### 2.3.1 การวัดความเครียด

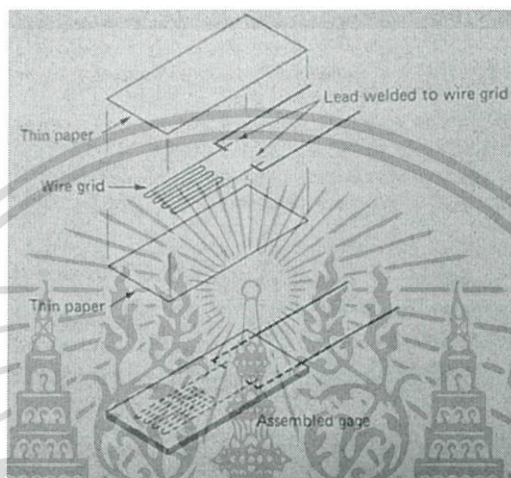
ความเครียดวัดได้ทั้งทางตรงและทางอ้อม เกจวัดความเครียดสมัยใหม่จะมีความไวต่อความเครียดโดยธรรมชาติอยู่แล้ว นั่นคือ หน่วยเอ้าท์พุทจะเป็นสัดส่วนโดยตรงตามหน่วยขนาดที่เปลี่ยนไป (ความเครียด) อย่างไรก็ตาม จนกระทั่งประมาณ ค.ศ.1930 การทดลองโดยทั่วไปประกอบด้วยขั้นตอนของการวัดระยะ  $\Delta L$  จากความยาวเกจเริ่มต้น  $L$  จากนั้นคำนวณหาผลเฉลี่ยความเครียด เครื่องมือที่เรียกว่าเอ็กเทนโซมิเตอร์ถูกนำมาใช้ อุปกรณ์นี้รวมความเป็นเชิงกลหรือระบบคานกับแสงและอุปกรณ์ตรวจจับระยะในช่วงความยาวเกจจาก 50 มิลลิเมตร ถึงขนาด 50 เซนติเมตร (ประมาณ 10 นิ้ว)

เกจวัดความเครียดชนิดไฟฟ้าคืออุปกรณ์ที่ใช้หลักการความต้านทาน ความจุ การเหนี่ยวนำ หรือแสงทางไฟฟ้า ชนิดความต้านทานเป็นแบบธรรมดาที่สุดและจะอธิบายในหัวข้อถัดไป เพราะมีข้อได้เปรียบกว่าเกจชนิดอื่นๆ เรื่องขนาดและน้ำหนักในทางกลับกันความไวของเกจต่อความเครียดที่ใช้ในการสอบเทียบในการวัดปริมาณทางกลอื่นๆ นิยมใช้ชนิดเหนี่ยวนำ แต่เกจชนิดความจุส่วนใหญ่ใช้ในการงานเฉพาะ เกจชนิดเหนี่ยวนำและความจุปกติแล้วจะซรุขระกว่าแบบความต้านทานจะสามารถสอบเทียบได้ง่ายกว่าในระยะยาว เกจชนิดเหนี่ยวนำบางครั้งใช้สำหรับการติดตั้งถาวร

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

### 2.3.2 เจวัดความเครียดชนิดความต้านทานทางไฟฟ้า

ในปี ค.ศ.1856 ลอร์ด เคลวิน ได้แสดงว่าความต้านทานของลวดทองแดงและเหล็กเปลี่ยนไปเมื่ออยู่ภายใต้ความเครียด เขาใช้วงจรบริดจ์กับกัลป์วานอมิเตอร์เป็นตัวบ่งชี้ ในช่วงปี ค.ศ.1950 มีการพัฒนาการผลิตวัสดุเพื่อผลิตเกจชนิดแผ่นโลหะ ซึ่งเร็วขึ้นได้เปลี่ยนเป็นเกจชนิดลวด โดยปกติประกอบด้วยแผ่นโลหะอยู่บนแผ่นอีพอกซีบางและถูกผลิตโดยเทคนิคการพิมพ์วงจร ข้อได้เปรียบที่สำคัญของชนิดนี้คือสามารถติดตั้งได้ทุกกระนาบ ตัวอย่างแสดงดังรูปที่ 2.14



รูปที่ 2.14 แสดงโครงสร้างของสเตรนเกจชนิดลวด [7]

### 2.3.3 เจวัดความเครียดชนิดโลหะ

ทฤษฎีการทำงานของเกจวัดความเครียดชนิดโลหะเป็นแบบทั่วไป เมื่อความยาวของลวด (หรือโลหะแผ่นบาง) ถูกยืด ความยาวจะมากขึ้นและพื้นที่หน้าตัดจะลดลง ด้วยเหตุนี้ความต้านทานทางไฟฟ้าจึงเปลี่ยนแปลง หากความยาวของความต้านทานแนบชิดกับชิ้นส่วนที่เกิดความเครียดในทางเดียวกับที่อุณหภูมิของวัสดุเกิดความเครียด ดังนั้นการวัดการเปลี่ยนแปลงในความต้านทานสามารถสอบเทียบได้ในเทอมของความเครียด

ความสัมพันธ์ทั่วไประหว่างคุณสมบัติทางไฟฟ้าและคุณสมบัติทางกล สามารถหาได้ดังนี้ สมมติความยาวเริ่มต้นของวัสดุยาว ( $L$ ) พื้นที่หน้าตัด ( $CD^2$ ) (โดยทั่วไปพื้นที่ที่ต้องไม่เป็นวงกลม เพราะเหตุนี้  $D$  จะเป็นขนาดของหน้าตัด และ  $C$  จะเป็นสัดส่วนคงที่ ถ้าพื้นที่เป็นสี่เหลี่ยมจัตุรัส  $C = 1$  ถ้าเป็นวงกลม  $C = \pi/4$  เป็นต้น) ถ้าวัสดุเกิดความเครียดดิ่งในแนวแกน จะทำให้เกิดการเพิ่มของความยาว ขนาดด้านางต้องลดลงตามฟังก์ชันของอัตราส่วนปัวซอง

เราจะเริ่มจากสมการ

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$R = \frac{\rho L}{A} = \frac{\rho L}{CD^2} \quad (2.22)$$

ถ้าวัสดุเกิดความเครียด เราอาจสมมติว่าแต่ละปริมาณในสมการที่ 2.22 ยกเว้น  $C$  ที่อาจเปลี่ยนแปลง อัตราการเปลี่ยนแปลง

$$dR = \frac{CD^2(Ld\rho + \rho dL) - 2C\rho LDdD}{(CD^2)^2} \quad (2.23)$$

หารสมการที่ 2.23 ด้วยสมการที่ 2.22 จะได้

$$\frac{dR}{R} = \frac{dL}{L} - 2\frac{dD}{D} + \frac{d\rho}{\rho} \quad (2.24)$$

โดยอาจจัดรูปเป็น

$$\frac{dR/R}{dL/L} = 1 - 2\frac{dD/D}{dL/L} + \frac{d\rho/\rho}{dL/L} \quad (2.25)$$

ดังนั้น

$$\frac{dL}{L} = \varepsilon_a = \text{ความเครียดในแนวแกน} \quad (2.26)$$

$$\frac{dD}{D} = \varepsilon_L = \text{ความเครียดด้านข้าง} \quad (2.27)$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

และ

$$\vartheta = \text{อัตราส่วนปัวซอง} = -\frac{dD/D}{dL/L} \quad (2.28)$$

การแทนค่าต่างๆทำให้เราทราบความสัมพันธ์สำหรับค่าที่เราทราบ คือ ตัวประกอบเกจ หรืออาจจะใช้สัญลักษณ์  $F$

$$F = \frac{dR/R}{dL/L} = \frac{dR/R}{\varepsilon_a} = 1 + 2\vartheta + \frac{d\rho/\rho}{dL/L} \quad (2.29)$$

นี่คือความสัมพันธ์แบบทั่วไปสำหรับเกจวัดความเครียดชนิดความต้านทาน

การสมมติเพื่อว่าในขณะที่ความต้านทานยังเป็นค่าคงที่กับความเครียด ดังนั้นจากสมการ 2.31 ตัวประกอบเกจควรจะเป็นฟังก์ชันของอัตราส่วนปัวซองเท่านั้น และในช่วงอีลาสติกไม่ควรเปลี่ยนแปลงมาก แน่หนอนว่ามากกว่าอัตราส่วนปัวซองจะเกี่ยวข้อง และหากความต้านทานเป็นเพียงตัวแปรอื่น จะเห็นได้ว่าผลของมันจะไม่คงที่สำหรับแต่ละวัสดุ หมายเหตุ ค่าของตัวประกอบเกจสำหรับนิกเกิล ค่าลบบ่งบอกว่าอนุภาคที่ถูกยึดด้วยความยาวที่เพิ่มขึ้นและเส้นผ่านศูนย์กลางลดลง (สมมติว่าเป็นเงื่อนไขอีลาสติก) แท้จริงแล้วจะแสดงถึงค่าความต้านทานที่ลดลง

แม้ว่าความรู้ด้านกายภาพเชิงกลยังไม่สมบูรณ์ ตัวประกอบ  $F$  สำหรับเกจแบบโลหะ คือค่าคงที่ที่สำคัญในช่วงความเครียดที่ต้องการ และค่าของมัน หาได้ได้จากการทดลองที่เป็นเหตุเป็นผลของวัสดุต่างๆ

จัดรูปสมการ 2.29 และแทนที่อัตราการเปลี่ยนแปลงโดยการเพิ่มขึ้นของความต้านทานที่เปลี่ยนไป เราจะได้สมการ

$$\varepsilon = \frac{1}{F} \frac{\Delta R}{R} \quad (2.30)$$

ในการนำมาประยุกต์ใช้ ค่า  $F$  และ  $R$  หาได้จากผู้ผลิตเกจและผู้ใช้กำหนด  $\Delta R$  ให้เพื่อตรงกับค่าอินพุทที่จะวัด ขั้นตอนนี้เป็นพื้นฐานหนึ่งสำหรับการใช้เกจวัดความเครียดชนิดความต้านทาน

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

### 2.3.4 วงจรบริดจ์ของเกจวัดความเครียด

การจัดเรียงความต้านทานแบบบริดจ์ใช้สำหรับเกจวัดความเครียดโดยเฉพาะ เนื่องจากสามารถปรับแต่งให้ไม่มีค่าได้เมื่อความเครียดเท่ากับศูนย์ และมีประสิทธิภาพในการลดหรือกำจัดผลข้างเคียงจากอุณหภูมิ รูปที่ 2.15 แสดงการจัดเรียงอย่างน้อยที่สุดของวงจรบริดจ์ โดยแขน 1 ต่อเข้ากับเกจวัดความเครียดบนวัสดุทดสอบ แขน 2 ติดตั้งเกจแบบเดียวกันบนวัสดุที่ไม่มีความเครียด และอยู่ใกล้กับวัสดุทดสอบที่สุดเท่าที่จะทำได้ จะทำให้อุณหภูมิเท่ากัน แขน 3 และ 4 อาจจะทำให้ง่ายโดยการใช้ตัวต้านทานคงที่เพื่อความเสถียร และตัวต้านทานแบบลวดปรับค่าได้  $D$  ใช้สำหรับปรับบริดจ์ให้สมดุล

ถ้าเราสมมติความไวของแรงดันไฟฟ้าที่เบี่ยงเบนของวงจรบริดจ์เมื่อตัวต้านทานเริ่มต้นมีเท่ากัน ใช้สมการที่ 2.31

$$\frac{\Delta \epsilon_o}{\epsilon_i} = \frac{\Delta R_1 / R}{4 + 2\left(\frac{\Delta R_1}{R}\right)} \quad (2.31)$$

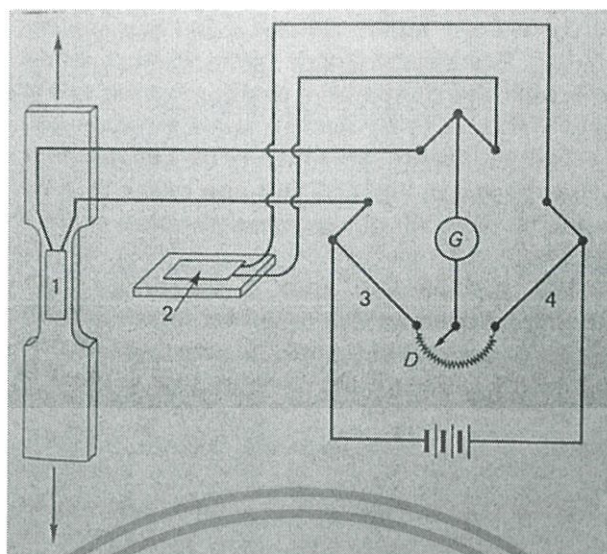
และ

$$\epsilon = \frac{1}{F} \frac{\Delta R_1}{R} \quad \text{หรือ} \quad \Delta R = FR\epsilon \quad (2.32)$$

ดังนั้น

$$\Delta \epsilon_o = \frac{e_i F \epsilon}{4 + 2F\epsilon} \quad (2.33)$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



รูปที่ 2.15 แสดงการจัดเรียงความต้านทานในวงจรบริดจ์อย่างง่ายสำหรับการวัดความเครียด [7]

จะเห็นว่าภายใต้เงื่อนไขคล้ายๆกัน การเพิ่มขึ้นของเอาท์พุทสำหรับวงจรบริดจ์และวงจรปลาลาดส์จะเหมือนกัน แต่วิธีบริดจ์ได้เปรียบมากกว่า อย่างไรก็ตามการ การเพิ่มขึ้นของเอาท์พุทจะไม่ถูกช้อนทับเมื่อมีแรงดันไฟฟ้าสูง ข้อได้เปรียบอีกอย่างคือจะแก้ปัญหาเรื่องอุณหภูมิเมื่อใช้ตัว dummy ในวงจรบริดจ์หรือเกจชดเชย

### 1. ค่าคงที่บริดจ์

ณ จุดนี้เราจะเกริ่นนำถึงเทอมค่าคงที่บริดจ์ ที่สามารถหาได้จากสมการนี้

$$k = \frac{A}{B} \quad (2.34)$$

เมื่อ

$k$  = ค่าคงที่บริดจ์

$A$  = ค่าบริดจ์เอาท์พุทจริง

$B$  = เอาท์พุทจากวงจรบริดจ์เมื่อมีเกจเดียว, ให้ค่าความเครียดสูงสุด, ส่งผลกระทบ

ค่าคงที่บริดจ์อาจจะเป็น 2 ซึ่งถูกต้อง เพราะวงจรบริดจ์ให้ค่าเอาท์พุทเป็นสองเท่า ถ้าหากได้รับความเครียดเพียง 1 เกจ ถ้าทั้งหมด 4 เกจถูกใช้จะได้เอาท์พุท 4 เท่า ค่าคงที่บริดจ์จะเป็น 4 ในบางกรณี เกจต่างๆถูกติดตั้งเพื่อวัดความเครียดด้านข้างโดยจะเป็นฟังก์ชันกับอัตราส่วนปัวซอง ในบางเอกสารค่าคงที่บริดจ์ โดยทั่วไปเป็น 1.3 และ 2.3 (สำหรับอัตราส่วนปัวซอง = 0.3) ไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

## 2. ค่าความผิดพลาดจากลวดตัวนำ

เมื่อจำเป็นต้องใช้สายตัวนำที่ยาวกว่าปกติระหว่างเกจวัดความเครียดกับชุดอุปกรณ์การวัด จะเกิดความผิดพลาดจากสายตัวนำ

### 2.3.5 การสอบเทียบ

ในทางทฤษฎี การสอบเทียบของระบบการวัดเกิดจากการใช้ตัวอย่างที่มีตัวแปรทราบค่าที่แม่นยำที่จะวัดและจากนั้นดูผลการตอบสนองของระบบ วิธีนี้ไม่สามารถนำมาใช้ได้สำหรับเกจวัดความเครียดชนิดความต้านทานเพราะลักษณะทั่วไปของทรานสดิวเซอร์ โดยทั่วไปเกจเป็นติดอยู่กับวัสดุทดสอบ สำหรับเหตุผลพื้นฐานที่ความเครียด (หรือความเค้น) ที่ทราบค่า เมื่อมันถูกเชื่อมต่อกัน เกจจะแทบจะไม่ส่งค่าความเครียดที่ต้องทราบสำหรับการสอบเทียบแน่นอนว่ากรณีนี้ไม่จำเป็นถ้าเกจถูกใช้เป็นทรานสดิวเซอร์หุติยภูมิใช้กับชิ้นส่วนที่มีความเป็นออสติคสำหรับวัดแรง ความดัน ทอร์ก เป็นต้น ในกรณีดังกล่าวเป็นไปได้อย่างยิ่งที่จะนำไปสู่การใช้อินพุตที่ทราบค่าและให้ผลการสอบเทียบที่น่าพอใจ เมื่อเกจถูกใช้เพื่อการทดลองหาความเครียด แต่อย่างไรก็ตามปัญหาการสอบเทียบก็จะมีปัญหาอื่นๆตามมา

เกจวัดความเครียดแบบความต้านทานถูกผลิตภายใต้การควบคุมอย่างดี และค่าตัวประกอบ เกจของแต่ละชุดของเกจจะถูกทำให้ไว้โดยผู้ผลิตภายในช่วงที่ขีดประมาณ  $\pm 0.2\%$  การทราบค่าตัวประกอบเกจและค่าความต้านทานของเกจทำให้สามารถใช้วิธีพื้นฐานเพื่อสอบเทียบทุกระบบเกจวัดความเครียดชนิดความต้านทานได้ วิธีนี้ทำได้จากหาผลตอบสนองของระบบจากความต้านทานที่เปลี่ยนแปลงไปเล็กน้อยที่เกจและการคำนวณเป็นความเครียด ความต้านทานที่เปลี่ยนไปเริ่มหาได้ โดยความสัมพันธ์ของชนิดที่ระดับค่าความแม่นยำสูงคร่อมเกจ ดังแสดงในรูป 2.16 เมื่อสวิตช์ S ปิด ความต้านทานของวงจรถัด แชน 1 จะเปลี่ยนไปเล็กน้อย หาได้จากคำนวณนี้

ให้

$$R_g = \text{ความต้านทานของเกจ}$$

$$R_s = \text{ความต้านทานของชนิด}$$

จากนั้นความต้านทานของแชน 1 ก่อนที่สวิตช์จะปิดคือ  $R_g$  และความต้านทานของแชน 1 หลังสวิตช์ปิดเท่ากับ  $(R_g R_s)/(R_g + R_s)$  จากการหาค่าตัวต้านทานแบบต่อขนาน ดังนั้นความต้านทานที่เปลี่ยนไปคือ

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

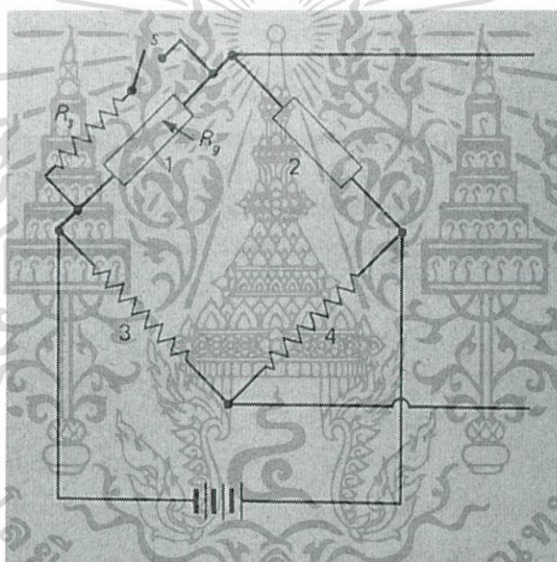
$$\Delta R = \frac{R_g R_s}{(R_g + R_s)} - R_g = -\frac{R_g^2}{R_g + R_s} \quad (2.35)$$

จากนั้นหาค่าความเครียด อาจจะใช้ความสัมพันธ์ที่ให้ไว้ในสมการนี้

$$\varepsilon = +\frac{1}{F} \frac{\Delta R_g}{R_g} \quad (2.36)$$

แทนที่  $\Delta R$  สำหรับ  $\Delta R_g$  จะหาความเครียดได้จาก

$$\varepsilon_e = -\frac{1}{F} \left( \frac{R_g}{R_g + R_s} \right) \quad (2.37)$$



รูปที่ 2.16 แสดงการเติมชั้นดัดลงในวงจรบริดจ์เพื่อทำการสอบเทียบ [7]

### 2.3.6 การปรับแต่งเกจและการอธิบายผล

เกจสามารถจัดเรียงได้หลายรูปแบบเพื่อที่จะเก็บข้อมูล โดยทั่วไปการกำจัดความเครียดในส่วนที่ไม่ต้องการทำได้โดยการปรับแต่งเกจ เช่น เรามักจะตัดทอนการดัดเมื่อรับภาระแรงในแนวแกนเพียงแกนเดียวที่เราสนใจ หรือบางครั้งต้องการเพียงการดัดในเพลานั่น ไม่ต้องการความเครียดบิด

ดังที่จะกล่าวถัดไปจะเป็นประโยชน์ในการหาตำแหน่งเกจที่เหมาะสมและการอธิบายผล เรา จะสมมติการจัดเรียงบริดจ์แบบทั่วไปและเกจถูกตั้งตัวเลขไว้ดังในตัวอย่างโดยปกติ เมื่อเกจน้อยกว่า 4

ตัวถูกใช้ ให้สมมติว่าบริดจ์สมบูรณ์โดยค่าความต้านทานทราบค่าซึ่งไม่มีผลต่อความเครียด เอกสารฉบับนี้อาจมีข้อผิดพลาดหรือข้อบกพร่องบางอย่างที่ผู้เขียนไม่อาจสังเกตเห็นได้ การแจ้งข้อผิดพลาดใดๆ ไม่ว่ากรรมใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

จากสมการด้านล่างซึ่งประเมินผลเอาต์พุตจากบริดจ์  $e_o$  สำหรับอินพุตที่ให้  $e_i$  คือ

$$e_o = e_i \frac{R_1 R_4 - R_2 R_3}{(R_1 + R_2)(R_3 + R_4)} \quad (2.38)$$

ถ้าเราสมมติความต้านทานของแต่ละแขนของบริดจ์มีการเปลี่ยนแปลง

$$de_o = \frac{\partial e_o}{\partial R_1} dR_1 + \frac{\partial e_o}{\partial R_2} dR_2 + \frac{\partial e_o}{\partial R_3} dR_3 + \frac{\partial e_o}{\partial R_4} dR_4 \quad (2.39)$$

จากการใช้สมการที่ 2.22 เราจะหาอนุพันธ์ย่อยต่างๆและเขียนเป็น

$$\frac{de_o}{e_i} = \frac{R_2 dR_1}{(R_1 + R_2)^2} - \frac{R_1 dR_2}{(R_1 + R_2)^2} - \frac{R_4 dR_3}{(R_3 + R_4)^2} + \frac{R_3 dR_4}{(R_3 + R_4)^2} \quad (2.40)$$

เมื่อ  $dR_1$ ,  $dR_2$ ,  $dR_3$  และ  $dR_4$  เป็นค่าความต้านทานที่เปลี่ยนแปลงไปในแต่ละแขนของบริดจ์

โดยปกติเกจที่ใช้ประกอบเป็นบริดจ์จะมาจากสินค้าชุดเดียวกัน และ

$$R_1 = R_2 = R_3 = R_4 = R$$

แต่ละเกจอาจมีการเปลี่ยนแปลงความต้านทานต่างกัน ดังนั้นเราต้องคงตัวห้อยเอาไว้ที่  $dR$  ใดๆก็ตามเราก็สามารถเอาออกจาก  $R$  ได้ จะได้ว่า

$$\frac{de_o}{e_i} = \frac{dR_1 - dR_2 - dR_3 + dR_4}{4R} \quad (2.41)$$

จากสมการที่ 2.30 เราทราบว่า

$$\frac{dR_n}{R_n} = F \epsilon_n \quad (2.42)$$

เมื่อ

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$F =$  ตัวประกอบเกจ

$\varepsilon_n =$  ความเครียดที่วัดได้จากเกจ  $n$

รวมสมการที่ 2.42 กับ 2.41 เราจะได้

$$\frac{de_o}{e_i} = \frac{F}{4} [\varepsilon_1 - \varepsilon_2 - \varepsilon_3 + \varepsilon_4] \quad (2.43)$$

เมื่อ  $\varepsilon$  คือความเครียดที่วัดได้จากแต่ละเกจ

## 2.4 ระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์ [8]

### 2.4.1 บทนำ

วิธีไฟไนต์เอลิเมนต์ เป็นวิธีเชิงตัวเลขวิธีหนึ่งที่ใช้สำหรับแก้สมการเชิงอนุพันธ์และเป็นวิธีที่นิยมใช้วิเคราะห์ทางด้านวิศวกรรมอย่างกว้างขวาง ซึ่งสามารถใช้วิเคราะห์ปัญหาทางด้านกลศาสตร์ของแข็ง เช่น วิเคราะห์การเปลี่ยนแปลงรูปร่างและความเค้นของชิ้นส่วนเครื่องจักรกลโครงสร้างเครื่องบิน ตัวอาคาร สะพานและโครงสร้างอื่นๆที่ซับซ้อนได้เป็นอย่างดี นอกจากนี้จะใช้วิธีไฟไนต์เอลิเมนต์วิเคราะห์ปัญหาทางด้านสถิติศาสตร์ตามที่กล่าวมาแล้ว ยังสามารถใช้วิเคราะห์ปัญหาด้านพลศาสตร์ เช่น การสั่นสะเทือนของชิ้นส่วนเครื่องจักรกล การสั่นสะเทือนของโครงสร้าง รวมทั้งยังสามารถใช้วิเคราะห์ปัญหาด้านการถ่ายเทความร้อนการไหลของของไหล การถ่ายเทมวล เป็นต้น

การวิเคราะห์โครงสร้างหรือชิ้นส่วนเครื่องจักรกลทั่วไปที่ไม่ซับซ้อน เราสามารถหาค่าสมการความสัมพันธ์ระหว่างสิ่งที่ต้องการทราบ เช่นการกระจัดที่ตำแหน่งใดๆของชิ้นส่วนได้โดยอาศัยสมการเชิงอนุพันธ์ และผลเฉลยที่ได้รับเรียกว่าผลเฉลยแม่นยำตรง (exact solution) แต่มีชิ้นส่วนเครื่องจักรกล และโครงสร้างจำนวนมากที่มีรูปร่างลักษณะที่ซับซ้อนที่ประกอบด้วยส่วนเว้า ส่วนโค้งต่างๆทำให้พื้นที่หน้าตัดของชิ้นส่วนไม่สม่ำเสมอและบางบริเวณอาจมีการเปลี่ยนแปลงของไหลอย่างฉับพลัน หรือใช้วัสดุต่างชนิดกันเหล่านี้เป็นต้น จึงมีผลทำให้ไม่สามารถจะหาผลเฉลยแม่นยำตรงจากสมการอนุพันธ์สามัญหรือสมการอนุพันธ์ย่อยได้ ฉะนั้นจึงจำเป็นต้องหาวิธีอื่นๆ เช่น วิธีไฟไนต์เอลิเมนต์ ที่สามารถประมาณค่าผลเฉลยโดยการแก้ระบบสมการเชิงพีชคณิต แทนการแก้สมการเชิงอนุพันธ์ การแก้ปัญหาด้วยวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์ดังกล่าว ชิ้นส่วนหรือส่วนประกอบของปัญหาจะถูกแบ่งออกเป็น ส่วนย่อยๆ อย่างต่อเนื่อง ตามรูปร่างลักษณะที่แท้จริงของชิ้นส่วน

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

## 2.4.2 ขั้นตอนของวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์

ตามที่กล่าวมาแล้ว เราสามารถจะใช้วิธีไฟไนต์เอลิเมนต์วิเคราะห์ปัญหาของโครงสร้าง เช่น หากการกระจัด, ความเค้น - ความเครียด และใช้วิเคราะห์ปัญหาของการถ่ายเทความร้อน การไหลของของเหลว เป็นต้น ในที่นี้จะเน้นการประยุกต์ใช้วิธีไฟไนต์เอลิเมนต์วิเคราะห์ปัญหาของโครงสร้างระบบทางกล และชิ้นส่วน ของเครื่องจักรกลที่ซับซ้อนที่ไม่สามารถจะหาผลเฉลยจากวิธีธรรมดาได้

สมการไฟไนต์เอลิเมนต์ที่ใช้ในการวิเคราะห์โครงสร้าง สามารถหาได้จากวิธีพื้นฐาน 2 วิธีคือ วิธีแรงหรือวิธียืดหยุ่น (force or flexibility method) และวิธีการกระจัดหรือวิธีสทิฟเนส (displacement of stiffness method) วิธีแรกสามารถจะหาแรงภายในและแรงปฏิกิริยาโดยอาศัยสมการสมดุลของแรงและสมการเงื่อนไขการกระจัด (compatibility equation)

ส่วนวิธีที่สองจะสามารถหาการกระจัดที่สมมุติขึ้นโดยมีเงื่อนไขของความต่อเนื่องของเอลิเมนต์ที่แต่ละจุดต่อหรือที่ขอบบริเวณที่สัมผัสกันไม่ว่าก่อนหรือหลังไหลดกระทำยังคงมีความต่อเนื่องเหมือนเดิม ดังนั้น สมการสมดุลจะเขียนอยู่ในเทอมของการกระจัดของแต่ละจุดต่อ และค่าของการกระจัดก็สามารถจะหาได้โดย อาศัยความสัมพันธ์ระหว่างแรงและการกระจัด

การวิเคราะห์โครงสร้างด้วยวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์นั้น นิยมใช้วิธีการกระจัดหรือวิธีสทิฟเนสหาสมการไฟไนต์เอลิเมนต์มากกว่า ทั้งนี้เพราะสามารถจะหาสมการสมดุลและหาผลเฉลยได้สะดวกกว่ารวมทั้ง โปรแกรมคอมพิวเตอร์ที่ใช้ในการวิเคราะห์ปัญหาดังกล่าวก็นิยมใช้วิธีการกระจัดด้วย

หลักการทั่วไปของวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์ก็คือ จะแบ่งโครงสร้างออกเป็นส่วนย่อยๆ ซึ่งเรียกว่าไฟไนต์เอลิเมนต์ ฟังก์ชันการกระจัด (displacement function) ที่นำมาแทนเอลิเมนต์จะต้องเป็นฟังก์ชันที่ต่อเนื่อง แต่ละเอลิเมนต์จะโยงกันด้วยจุดต่อ (node) หรือเส้นขอบหรือผิวรอบเอลิเมนต์สัมผัสกัน และโดยอาศัยคุณสมบัติทางกลของวัสดุที่ใช้ทำโครงสร้างหรือชิ้นงาน เราสามารถหาการกระจัด, ความเค้น - ความเครียดที่เกิดขึ้นที่จุดต่อต่างๆของแต่ละเอลิเมนต์ที่ประกอบเป็นโครงสร้างหรือชิ้นงาน

## 2.4.3 ข้อได้เปรียบของวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์

เราจะเห็นว่าสามารถจะใช้วิธีไฟไนต์เอลิเมนต์วิเคราะห์ปัญหาต่างๆ ได้อย่างกว้างขวาง จึงเป็นที่นิยม ใช้กันทั่วไปในงานด้านวิศวกรรมศาสตร์ ข้อได้เปรียบของวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์เมื่อเทียบกับวิธีธรรมดามีดังนี้คือ

1. สามารถสร้างแบบจำลองของโครงสร้าง หรือชิ้นงานที่มีรูปร่างลักษณะที่ซับซ้อนได้เป็นอย่างดี

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

2. สามารถจำลองการกระทำของโหลดในสภาพต่างๆ เช่น โหลดที่กระจายไม่สม่ำเสมอได้ใกล้เคียงกับสภาพจริง
3. ใช้วิเคราะห์โครงสร้างหรือชิ้นส่วนระบบเครื่องจักรกลที่ประกอบด้วยวัสดุต่างชนิดกันได้โดยไม่มี ความยุ่งยาก
4. สามารถใช้วิเคราะห์ปัญหา ไม่ว่าจะเงื่อนไขขอบ, เงื่อนไขบังคับ, และจุดรองรับจะอยู่ในลักษณะใด
5. สามารถเลือกขนาดของเอลิเมนต์ที่บริเวณใดบริเวณหนึ่งให้มีขนาดใหญ่หรือเล็กได้ตามความจำเป็น
6. ในการออกแบบชิ้นส่วนหรือระบบสามารถจะเปลี่ยนพารามิเตอร์ต่างๆ ได้สะดวก และยัง ประหยัดเวลาและค่าใช้จ่ายด้วย

7. ในการออกแบบและการผลิตชิ้นส่วนเครื่องจักรกลสมัยใหม่ (CAD และ CAM) มักนิยมใช้วิธีไฟ

ไนต์เอลิเมนต์วิเคราะห์ก่อน ก่อนที่จะผลิตชิ้นส่วนจริงซึ่งทำให้ประหยัดค่าใช้จ่ายและมีความถูกต้อง แม่นยำสูง

8. ในกรณีของวัสดุประเภทยืดหยุ่นตัวไม่เป็นเชิงเส้น (nonlinear) หรือการยืดหยุ่นของวัสดุอยู่ในช่วง พลาสติก ก็ยังสามารถใช้วิธีไฟไนต์เอลิเมนต์วิเคราะห์สิ่งที่ต้องการได้สะดวก เช่น ใช้วิเคราะห์การล้า ตัว และ Creep ของชิ้นส่วนเครื่องจักรกล เป็นต้น

อย่างไรก็ตาม การวิเคราะห์โครงสร้างหรือระบบเครื่องจักรกลก็มีข้อพึงระวังอยู่บ้าง ซึ่งจะกล่าวใน หัวข้อต่อไป

#### 2.4.4 ข้อแนะนำสำหรับการจำลองแบบไฟไนต์เอลิเมนต์

การวิเคราะห์ปัญหาทางกลศาสตร์ของแข็งด้วยวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์ เราจำเป็นต้องกำหนด แบบจำลองให้เหมือนรูปร่างลักษณะเดิมของปัญหาให้มากที่สุด อย่างไรก็ตามข้อเสนอนี้จะ ช่วยให้การกำหนดแบบจำลองมีประสิทธิภาพสูงขึ้นหรือให้ผลการคำนวณที่ใกล้เคียงกับค่าแม่นยำ หรือทำให้เชื่อมั่นได้ว่าผลการคำนวณมีความเป็นไปได้ตามสภาพใช้งานจริงของชิ้นส่วนนั้น (ในกรณีที่ ไม่สามารถหาผลเฉลยแม่นยำมาเปรียบเทียบได้) ข้อเสนอดังกล่าวคือ

1. ในกรณีที่แบบจำลองด้วยไฟไนต์เอลิเมนต์ใช้เอลิเมนต์ที่มีขนาดต่างกัน ความแตกต่างของ ขนาด (โดยปริมาตร) ของเอลิเมนต์ที่อยู่ติดกันไม่ควรเกินสามเท่า

2. พยายามใช้เอลิเมนต์ที่มีรูปร่างหรือสัดส่วนของรูปธรรมดากว่า ให้มากที่สุดคือพยายามทำให้

สัดส่วนของรูปร่างเอลิเมนต์ ด้านยาวสุดต่อด้านสั้นสุดเกิน 10:1 เอลิเมนต์ที่มีสัดส่วนดังกล่าวใกล้เคียง เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

กันจะให้ผลเฉลยแม่นยำขึ้น ส่วนมุมภายในเอลิเมนต์ เช่นกรณีของเอลิเมนต์สี่เหลี่ยม มุมไม่ควรเกิน 150 องศาและไม่ควรน้อยกว่า 30 องศา และจุดต่อภายในของด้านเอลิเมนต์สี่เหลี่ยม (ในกรณีที่จำเป็นต้องกำหนดจุดต่อภายใน) ควรอยู่ในตำแหน่งที่ไม่น้อยกว่า 1 ใน 3 ของด้านสี่เหลี่ยม

3. การเลือกใช้เอลิเมนต์ต้องพยายามให้มีการต่อเนื่องของการกระจัดระหว่างเอลิเมนต์ ทั้งนี้เพราะการกระจัดของเอลิเมนต์สี่เหลี่ยมกำลังสองและเอลิเมนต์สี่เหลี่ยมเชิงเส้น จำลองมาจากฟังก์ชันการกระจัดที่มีกำลังต่างกัน

4. ใช้เอลิเมนต์ที่มีขนาดเล็กๆ ตรงบริเวณที่มีการแตกต่างความเค้นสูง เช่น ตรงบริเวณที่คาดว่าความเค้นจะมีความเข้มข้นสูง ส่วนบริเวณที่มีความแตกต่างของความเค้นต่ำ ควรใช้เอลิเมนต์ที่มีขนาดใหญ่ขึ้น

5. การกำหนดหมายเลขจุดต่อของแบบจำลองไฟไนต์เอลิเมนต์ ต้องพยายามให้ความกว้างแถบหรือหนึ่งความกว้างแถบมีค่าน้อยที่สุด

6. พยายามใช้ประโยชน์จากการสมมาตรของรูปร่างโครงสร้างหรือชิ้นส่วนและการสมมาตรของโหลด เพื่อให้ได้แบบจำลองไฟไนต์เอลิเมนต์ที่มีขนาดเล็กที่สุด

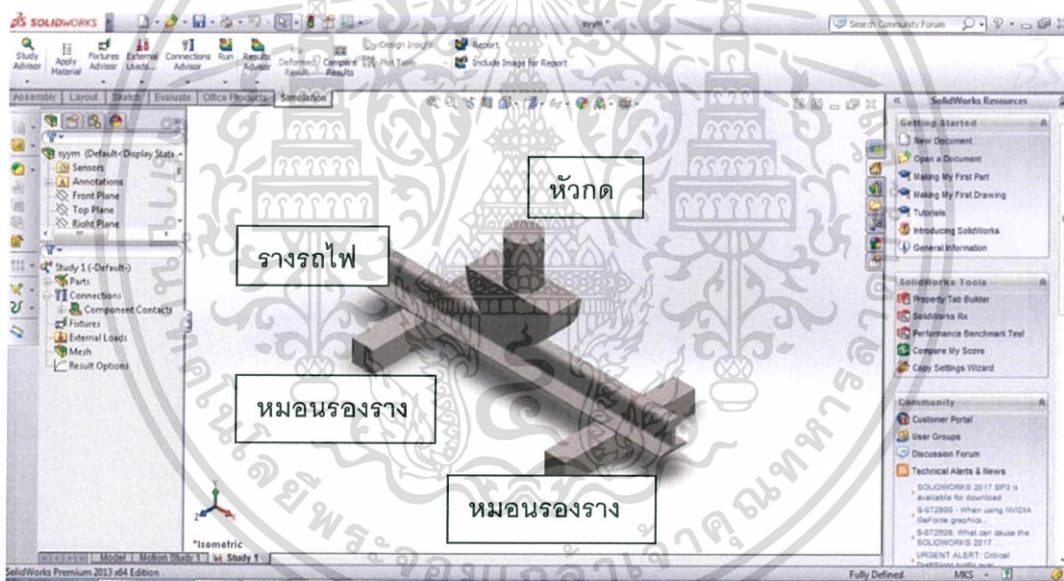
7. การกำหนดเงื่อนไขขอบและเงื่อนไขบังคับของแบบจำลองไฟไนต์เอลิเมนต์ จะต้องคำนึงถึงสภาพความเป็นจริงของปัญหา

## บทที่ 3

# การออกแบบการทดลองและการวิเคราะห์ด้วยระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์

### 3.1 การวิเคราะห์แรงกดทางไฟไนต์เอลิเมนต์

เริ่มจากการวาดโมเดลราง JIS 9 kg หมอนรองรางรถไฟ และหัวกดด้วยโปรแกรม AutoCAD แล้วจึงนำมาผ่านกระบวนการทางไฟไนต์เอลิเมนต์ด้วยโปรแกรม SolidWorks Simulations เพื่อศึกษารูปแบบของความเค้น และความเครียด ที่เกิดขึ้นในราง โดยจำลองจากเครื่องกดจริง ที่จะมีส่วนหัวกดเป็นส่วนที่ให้แรง หมอนรองรางเป็นส่วนที่รองรับน้ำหนักราง และรางรถไฟ โดยจะมีแรงกดมาจากหัวกด กดลงบนกึ่งกลางของรางรถไฟ โดยมีหมอนรองรางเป็นตัวรองรับรางรถไฟ โดยระยะหมอนรองรางห่างกัน 450 มิลลิเมตร ดังรูปที่ 3.1

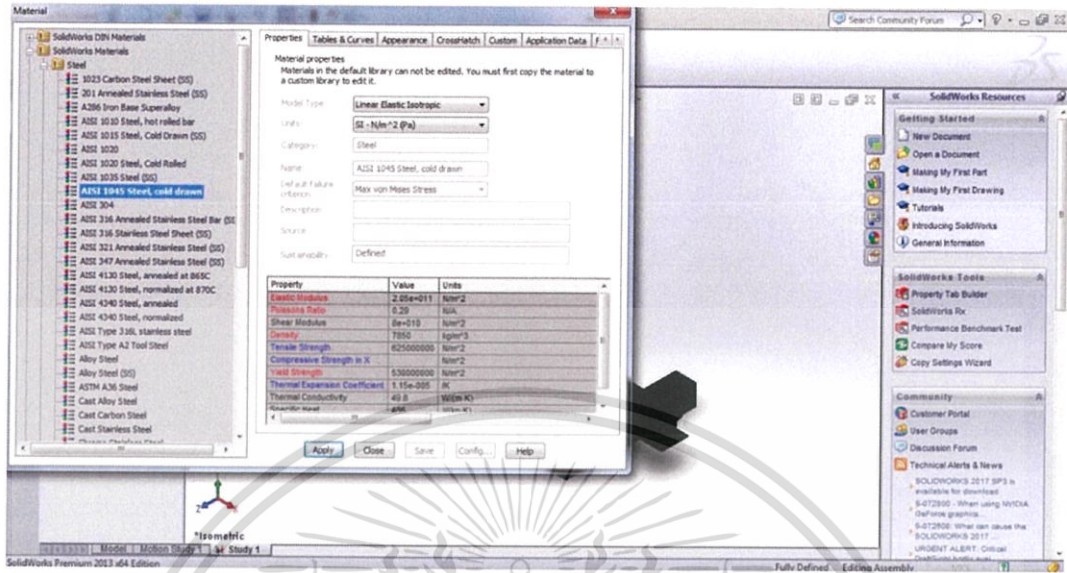


รูปที่ 3.1 แสดงการจำลองโมเดลราง

การกำหนดค่า

1. สร้างชิ้นส่วนราง JIS 9 kg จำนวน 1 ชิ้นความยาว 700 มิลลิเมตร หัวกดรูปสี่เหลี่ยมวงกลมขนาดเส้นผ่านศูนย์กลาง 100 มิลลิเมตร 1ชิ้น และหมอนรองรางรถไฟขนาด 49x49 มิลลิเมตร จำนวน 2 ชิ้น เลือกรูปการจำลองเป็นแบบสถิต (Static) สำหรับการศึกษาลักษณะของความเครียดที่เกิดขึ้นจากการเปลี่ยนแปลงของวัสดุโดยแรงแบบสถิต จากนั้น กำหนดชนิดวัสดุแบบเดียวกับวัสดุจริง ซึ่งจะใช้วัสดุเหล็ก AISI1045 โดยมีคุณสมบัติเชิงกลดังตารางที่ 3.1 ให้กับตัวรางและหัวกด ส่วนหมอนรองรางใช้วัสดุเป็นคอนกรีตโดยมีคุณสมบัติเชิงกลดังตารางที่ 3.2 จากนั้นจัดวางชิ้นส่วนดังรูปที่ 3.1 โดยให้เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ระยะห่างของหมอนรองรางรถไฟห่างกัน 450 มิลลิเมตร แล้วมีหัวคดซึ่งเป็นส่วนให้แรงกดสัมผัสกับตัวรางและอยู่ตรงแนวกึ่งกลางราง



รูปที่ 3.2 แสดงการเลือกชนิดวัสดุที่ใช้กับโมเดลราง

คุณสมบัติเชิงกล	หน่วยเมตริก	หน่วยอังกฤษ
ความแข็ง,บริเนลล์	163	163
ความแข็ง,คนูบ (แปลงจากบริเนลล์)	184	184
ความแข็ง,รีอคเวลล์ (แปลงจากบริเนลล์)	84	84
ความแข็ง,วิกเกอร์ (แปลงจากบริเนลล์)	170	170
ความต้านทานแรงดึง,สูงสุด	565 MPa	81900 psi
ความต้านทานแรงดึง,วิกฤต	310 MPa	45000 psi
การยืดตัว ณ จุดขาด (ใน 50 มิลลิเมตร)	16.00%	16.00%
การหดตัวของหน้าตัด	40.00%	40.00%
มอดูลัสสภาพยืดหยุ่น (สำหรับเหล็กทั่วไป)	200 GPa	29000 ksi
มอดูลัสเชิงปริมาตร (สำหรับเหล็กทั่วไป)	140 GPa	20300 ksi
อัตราส่วนปัวซอง (สำหรับเหล็กทั่วไป)	0.29	0.29
มอดูลัสเฉือน (สำหรับเหล็กทั่วไป)	80 GPa	11600 ksi

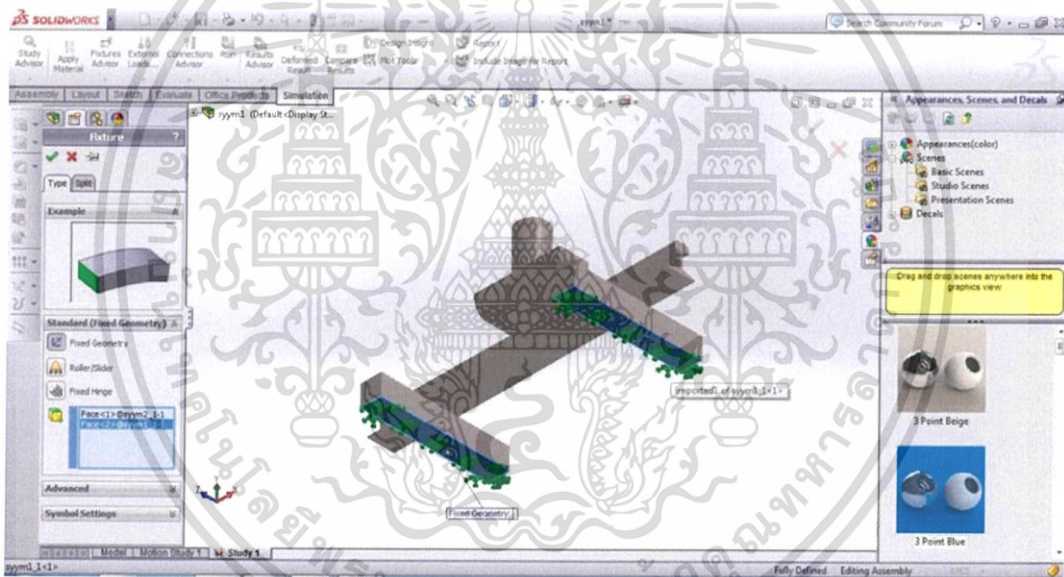
ตารางที่ 3.1 แสดงคุณสมบัติเชิงกลของเหล็ก AISI1045 [11]

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

คุณสมบัติเชิงกล	หน่วยเมตริก	หน่วยอังกฤษ
ความหนาแน่น	2240-2400 kg/m <sup>3</sup>	140-150 lb/ft <sup>3</sup>
ความต้านทานแรงอัด	20-40 MPa	3000-6000 psi
ความต้านทานแรงดึง	3-5 MPa	400-700 psi
ความต้านทานแรงดิ่ง	2-5 MPa	300-700 psi
มอดูลัสสภาพยืดหยุ่น	14000-41000 MPa	(2-6) x10 <sup>6</sup> psi
อัตราส่วนปัวซอง	0.20-0.21	0.20-0.21
ความต้านทานแรงเฉือน	6-17 MPa	870-25000 psi

ตารางที่ 3.2 แสดงคุณสมบัติเชิงกลของคอนกรีต [12]

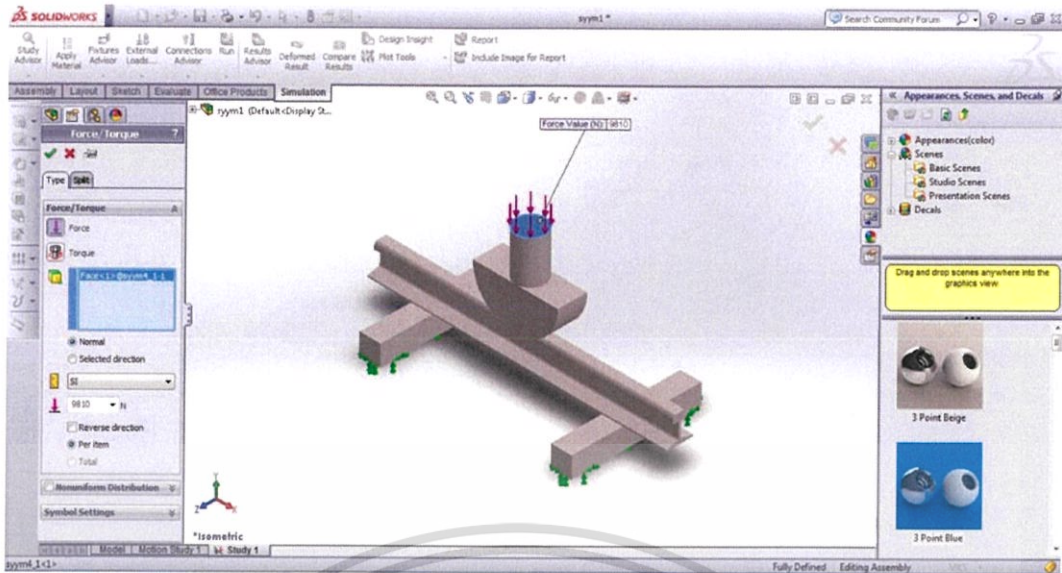
2. ทำการกำหนดพื้นที่ที่ยึดเอาไว้เป็นแบบ Fixed Geometry บริเวณใต้หมอนรองรางรถไฟ เพื่อรองรับราง ดังรูปที่ 3.3 และกำหนดพื้นที่สัมผัสระหว่างหมอนรองรางและตัวรางให้มีสัมประสิทธิ์ความเสียดทานเช่นเดียวกับพื้นที่สัมผัสระหว่างหัวกดและตัวหมอนรองราง คือ 0.5 เพื่อไม่ให้เกิดการลื่นไถล



รูปที่ 3.3 แสดงบริเวณพื้นผิวที่ยึด

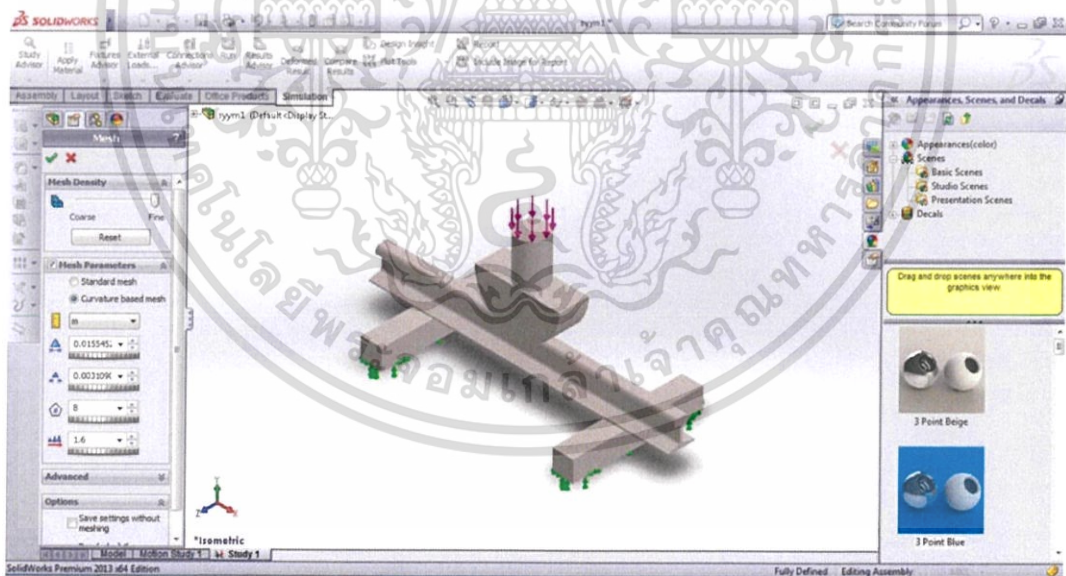
3. ใส่แรงแบบสถิตบริเวณพื้นที่หัวกดในทิศทางตั้งฉากกับราง ในที่นี้ใส่แรง 1 ตัน หรือ 9810 นิวตัน ดังรูปที่ 3.4

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



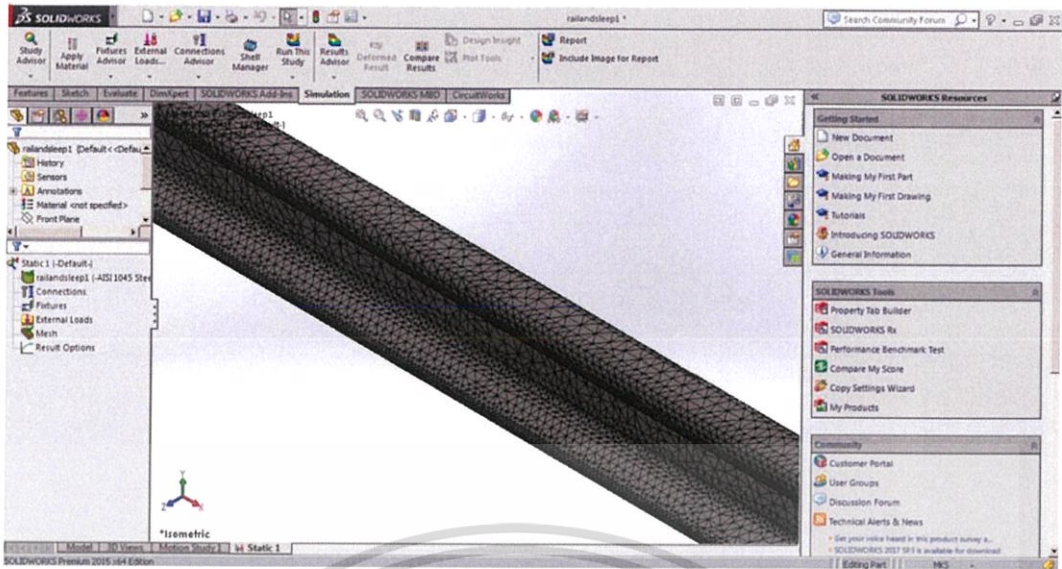
รูปที่ 3.4 แสดงทิศทางและขนาดของแรงที่กด

4. ทำการตี mesh แบบ Curvature based mesh ซึ่งก็คือ mesh รูปแบบสามเหลี่ยมโค้ง ปรับความละเอียดแบบ Fine ดังรูปที่ 3.5 ซึ่งจะให้ความละเอียดกว่า mesh แบบสามเหลี่ยมแบบ Standard mesh ทั่วไป โดยจะได้จำนวน node คือ 193,778 node และจำนวนเอลิเมนต์ คือ 116,720 เอลิเมนต์ ดังรูปที่ 3.6



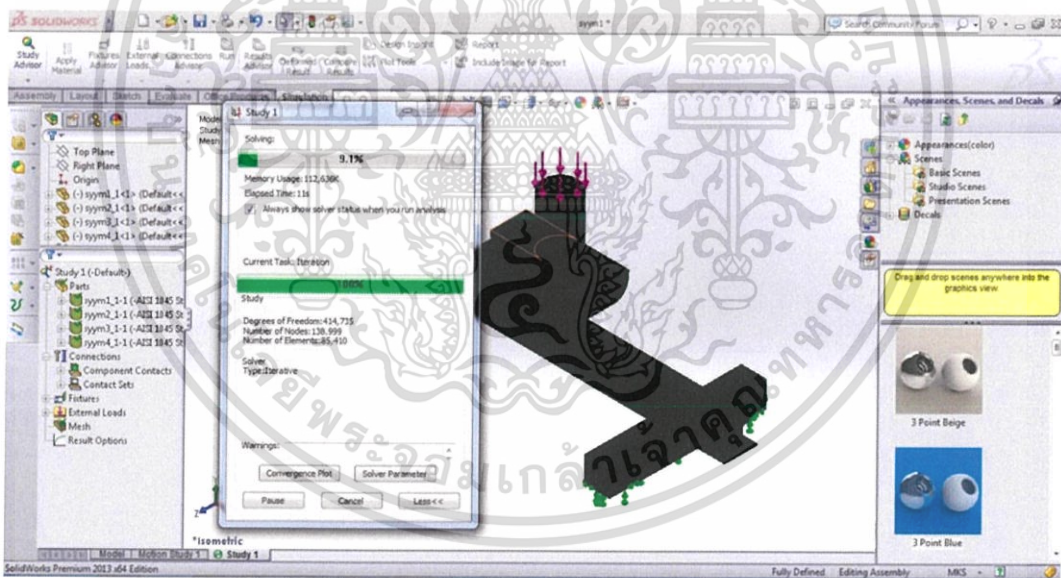
รูปที่ 3.5 แสดงการเลือกชนิด mesh และความละเอียดของ mesh

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



รูปที่ 3.6 แสดงลักษณะและขนาด mesh หลังจากทำการตี mesh

5. ทำการ run และรอผลจากการจำลอง ดังรูปที่ 3.7



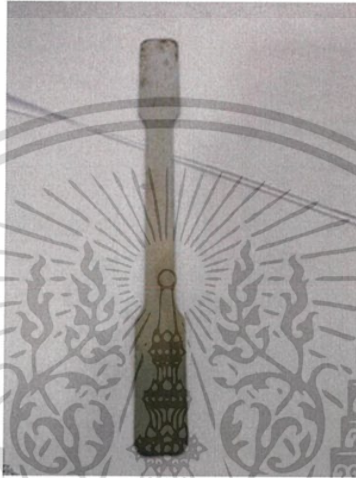
รูปที่ 3.7 แสดงขั้นตอนขณะโปรแกรมกำลังทำการจำลอง

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

### 3.2 การเปรียบเทียบเครื่องขยายสัญญาณกับการทดสอบแรงดึง

เนื่องจากเครื่องขยายสัญญาณมีการปรับเทียบสเตรนเกจอยู่ แต่เราได้เพิ่มความมั่นใจในการใช้งานเครื่องขยายสัญญาณกับการทดสอบแรงดึง ดังรูปที่ 3.10 โดยมีขั้นตอนดังนี้

1. ตัดสเตรนเกจแบบทิศทางเดียวกับชิ้นงานทดสอบแรงดึง โดยใช้ชิ้นงานทดสอบแบบแผ่นแบน ยาว 200 มิลลิเมตร กว้าง 20 มิลลิเมตร ความยาวเกจ 85 มิลลิเมตร ดังรูปที่ 3.8 ตามมาตรฐาน ASTM E8



รูปที่ 3.8 แสดงชิ้นทดสอบชนิดแผ่นแบนตามมาตรฐาน ASTM E8

2. ต่อสเตรนเกจกับกล่องวงจรบริดจ์ เครื่องขยายสัญญาณ และ arduino ดังรูปที่ 3.9



รูปที่ 3.9 แสดงชิ้นทดสอบที่ถูกยึดไว้โดยเครื่องทดสอบแรงดึง

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

3. อ่านค่าแรงดันไฟฟ้าจาก arduino เทียบกับระยะที่เปลี่ยนแปลงของวัสดุ และแรงดันไฟฟ้าจากเครื่องขยายสัญญาณเทียบกับระยะที่เปลี่ยนแปลงของวัสดุ



รูปที่ 3.10 แสดงเครื่องทดสอบแรงดึง

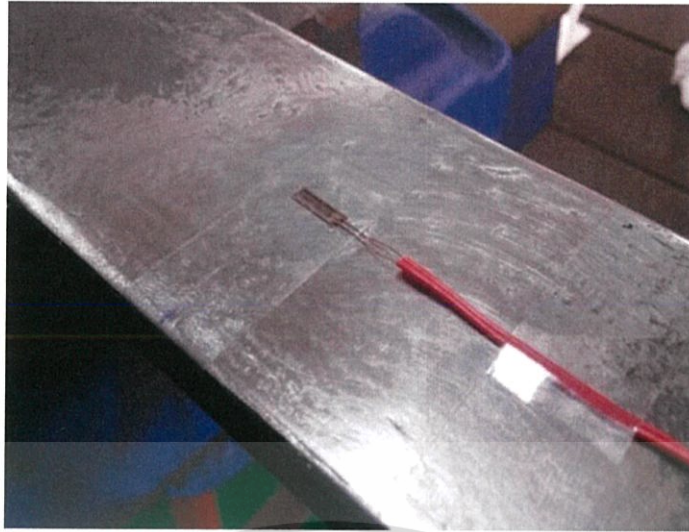
### 3.3 ขั้นตอนการทดสอบด้วยความเครียดปกติ

#### 1. ติดตั้งสเตรนเกจ

ทำการติดตั้งสเตรนเกจแบบทิศทางเดียวที่ด้านล่างของรางรถไฟดังรูปที่ 3.11 เนื่องจากผลของการทดสอบด้วยวิธีทางไฟไนต์เอลิเมนต์ ดังรูปที่ 4.1 ทำให้เราได้ทราบว่าเกิดความเครียดปกติสูงสุดที่บริเวณด้านล่างราง

- ขัดผิวรางรถไฟบริเวณที่ทำการติดตั้งสเตรนเกจด้วยกระดาษทราย โดยขัดเป็นลักษณะวงกลม
- ทำการปรับสภาพผิวชิ้นงานด้วยแอลกอฮอล์
- ใช้กาวยึดสเตรนเกจกับวัสดุ ใช้ฉนวนกาวแห้ง

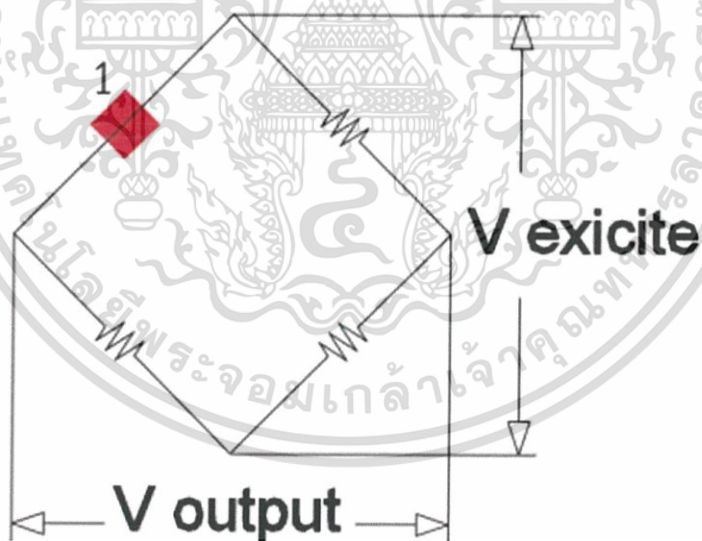
เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



รูปที่ 3.11 แสดงการติดสเตรนเกจใต้ราง

2. ต่อสเตรนเกจเข้ากับกล่องวงจรบริดจ์และเครื่องขยายสัญญาณ

ได้ทำการต่อสเตรนเกจเข้ากับกล่องบริดจ์ในลักษณะที่เป็น 1 แขน ( quarter bridge ) ดังรูปที่ 3.12 จากนั้นต่อเข้ากับเครื่องขยายสัญญาณ ดังสมการที่ (2.41) เพียงแต่ความเครียด ณ จุดที่ 2 , 3 และ 4 มีค่าเป็นศูนย์



รูปที่ 3.12 แสดงตำแหน่งของสเตรนเกจในวงจรบริดจ์แบบหนึ่งในสี่บริดจ์

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

### 3. ตั้งค่าเครื่องขยายสัญญาณ

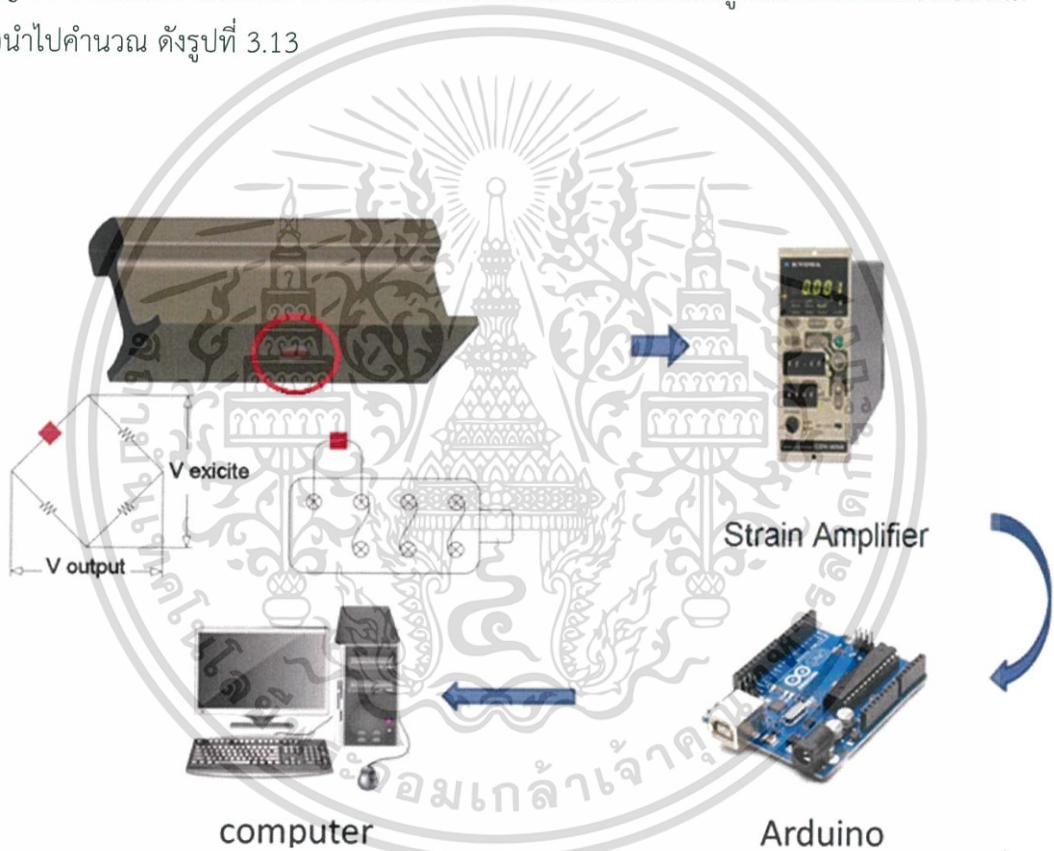
- CAL 400  $\mu\epsilon$

- VERN ต่ำสุด

- RANGE 200  $\mu\epsilon$

### 4. ต่อเครื่องขยายสัญญาณเข้ากับ arduino และคอมพิวเตอร์

5. ทำการกดด้วยแรงที่เพิ่มขึ้นทีละ 1 ตัน พร้อมบันทึกค่าความต่างศักย์ที่วัดได้จากเครื่องขยายสัญญาณ ซึ่งในที่นี้ใช้ arduino สำหรับบันทึกความต่างศักย์และส่งเข้าสู่คอมพิวเตอร์แบบเรียลไทม์ เพื่อนำไปคำนวณ ดังรูปที่ 3.13



รูปที่ 3.13 แสดงแผนภาพการติดตั้งอุปกรณ์ แบบความเครียดปกติ

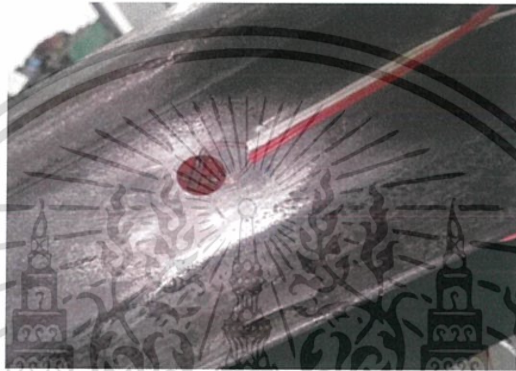
## 3.4 ขั้นตอนการทดสอบด้วยความเครียดเฉือน

### 1. ติดตั้งสเตรนเกจ

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ทำการติดตั้งสเตรนเกจแบบทิศทาง 2 ทิศทางที่ด้านข้างของรางรถไฟดังรูปที่ 3.14 เนื่องจากผลของการทดสอบด้วยวิธีทางไฟไนต์เอลิเมนต์ ดังรูปที่ 4.2 ทำให้เราได้ทราบว่าเกิดความเครียดเฉือนสูงสุดที่บริเวณด้านข้างราง

- ชัดผิวรางรถไฟบริเวณที่ทำการติดตั้งสเตรนเกจด้วยกระดาษทราย โดยขัดเป็นลักษณะวงกลม
- ทำการปรับสภาพผิวชิ้นงานด้วยแอลกอฮอล์
- ใช้กาวยึดสเตรนเกจกับวัสดุ ใช้ปูนกฉนวนกาวแห้ง

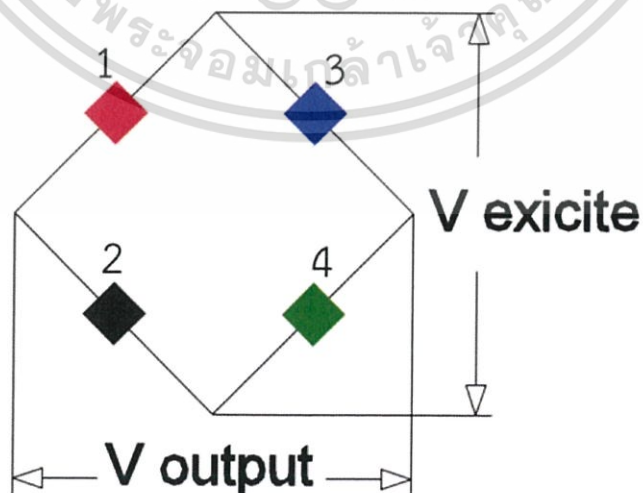


รูปที่ 3.14 แสดงการติดตั้งสเตรนเกจด้านข้างราง

2. ต่อสเตรนเกจเข้ากับกล่องวงจรบริดจ์และเครื่องขยายสัญญาณ

ได้ทำการต่อสเตรนเกจเข้ากับกล่องบริดจ์ในลักษณะเต็ม (full bridge) ดังรูปที่ 3.15

ดังสมการที่ (2.41) จากนั้นต่อเข้ากับเครื่องขยายสัญญาณ



รูปที่ 3.15 แสดงตำแหน่งของสเตรนเกจในวงจรบริดจ์แบบเต็มบริดจ์

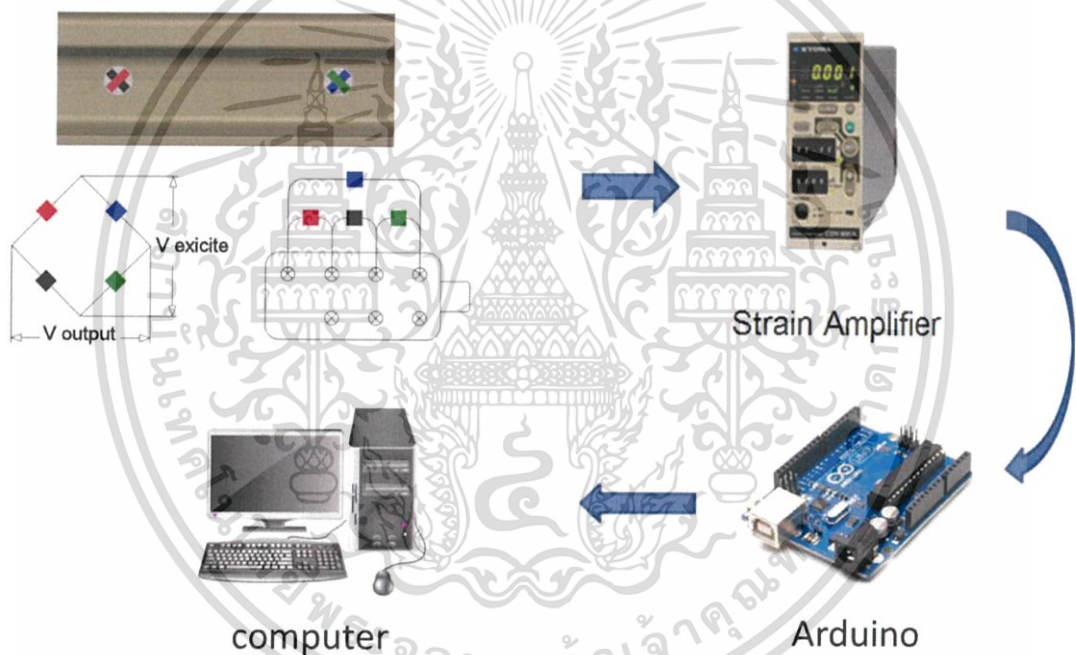
เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

### 3. ตั้งค่าเครื่องขยายสัญญาณ

- CAL 400  $\mu\epsilon$
- VERN ต่ำสุด
- RANGE 200  $\mu\epsilon$

### 4. ต่อเครื่องขยายสัญญาณเข้ากับ arduino และคอมพิวเตอร์

5. ทำการกดด้วยแรงที่เพิ่มขึ้นทีละ 1 ตัน พร้อมบันทึกค่าความต่างศักย์ที่วัดได้จากเครื่องขยายสัญญาณ ซึ่งในที่นี้ใช้ arduino สำหรับบันทึกความต่างศักย์และส่งเข้าสู่คอมพิวเตอร์แบบเรียลไทม์ เพื่อนำไปคำนวณดังรูปที่ 3.16



รูปที่ 3.16 แสดงแผนภาพการติดตั้งอุปกรณ์ แบบความเครียดเฉือน

### 3.5 ขั้นตอนการคำนวณ

#### 1. ขั้นตอนการคำนวณในการใช้โมเมนต์ดัด

แทนค่าสมการที่ (2.4) และ (2.21)

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

จะได้

$$E\varepsilon = \frac{Mc}{I} \quad (3.1)$$

เมื่อ  $E$  คือ โมดูลัสของยัง ,  $\varepsilon$  คือ ความเครียดที่เกิดขึ้น ,  $M$  คือ โมเมนต์ที่เกิดจากแรง ,  $C$  คือ ระยะจากผิวถึงแกนสะเทิน ,  $I$  คือ โมเมนต์ความเฉื่อยของราง

จาก  $M = FL/2$  แทนค่าลงในสมการที่ (3.1)

จะได้สมการ

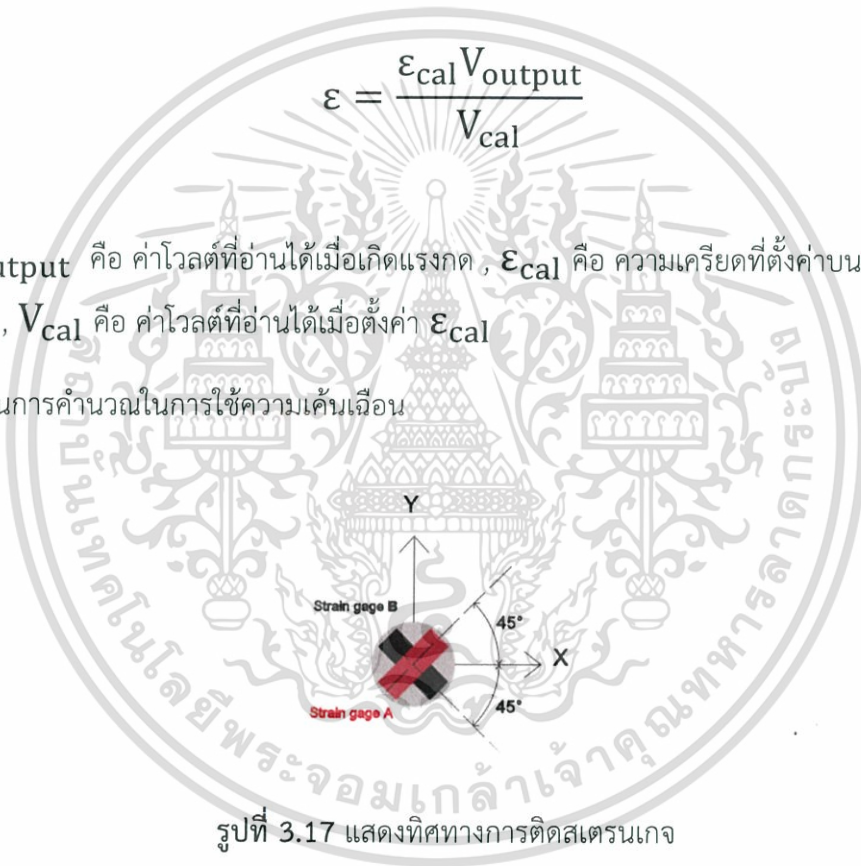
$$F = \frac{(\varepsilon)IE}{LC} \quad (3.2)$$

โดย

$$\varepsilon = \frac{\varepsilon_{cal} V_{output}}{V_{cal}} \quad (3.3)$$

เมื่อ  $V_{output}$  คือ ค่าโวลต์ที่อ่านได้เมื่อเกิดแรงกด ,  $\varepsilon_{cal}$  คือ ความเครียดที่ตั้งค่าบนเครื่องขยายสัญญาณ ,  $V_{cal}$  คือ ค่าโวลต์ที่อ่านได้เมื่อตั้งค่า  $\varepsilon_{cal}$

2. ขั้นตอนการคำนวณในการใช้ความเค้นเฉือน



รูปที่ 3.17 แสดงทิศทางการติดตั้งเตรนเกจ

จากสมการ (3.4) และ (3.5)

$$\varepsilon_1 = \varepsilon_x \cos^2 \theta_1 + \varepsilon_y \sin^2 \theta_1 + \gamma_{xy} \sin \theta_1 \cos \theta_1 \quad (3.4)$$

$$\varepsilon_2 = \varepsilon_x \cos^2 \theta_2 + \varepsilon_y \sin^2 \theta_2 + \gamma_{xy} \sin \theta_2 \cos \theta_2 \quad (3.5)$$

รวมสมการที่ (3.4) และ (3.5), เมื่อ  $\theta_1, \theta_2 = 45$  องศา ดังรูปที่ 3.17

จะได้ว่า

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$\gamma_{xy} = \varepsilon_1 - \varepsilon_2 \quad (3.6)$$

เมื่อ  $\gamma_{xy}$  คือความเครียดเฉือนในแนว  $x - y$  จุดที่ติดสเตรนเกจ,  $\varepsilon_1$  และ  $\varepsilon_2$  คือความเครียดที่จุดติดสเตรนเกจ  $\tau$  คือ ความเครียดเฉือนในแนว  $x - y$  จุดที่ติดสเตรนเกจ

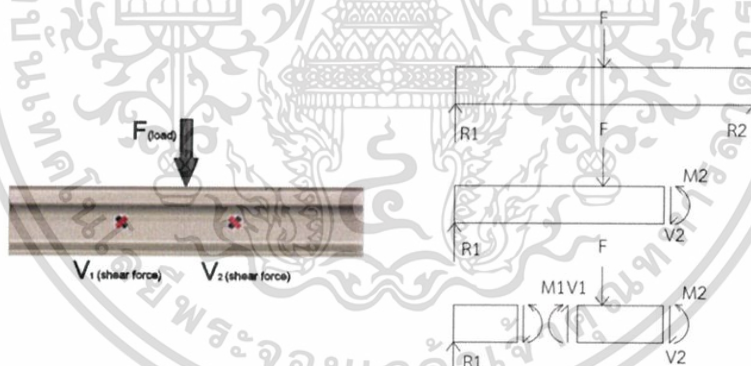
แทนสมการที่ (3.6) และสมการที่ (2.7) ลงในสมการที่ (2.18) จะได้ว่า

$$G(\varepsilon_1 - \varepsilon_2) = \frac{V_1 Q}{Ib} \quad (3.7)$$

เมื่อ  $G$  คือ มอดูลัสเฉือน,  $V$  คือ แรงเฉือน,  $I$  คือโมเมนต์ความเฉื่อย,  $b$  คือ ความกว้างของรางตรงจุดที่ติดสเตรนเกจ,  $Q$  คือ โมเมนต์ความเฉื่อยของพื้นที่

เช่นเดียวกันในตำแหน่งที่ 2 ซึ่งติดสเตรนเกจตัวที่ 3 และ 4 จะได้สมการ

$$G(\varepsilon_3 - \varepsilon_4) = \frac{V_2 Q}{Ib} \quad (3.8)$$



รูปที่ 3.18 แสดงแรงเฉือนที่เกิดบนราง

จากรูป 3.18 จะได้สมการ

$$F = V_1 - V_2 \quad (3.9)$$

แทนค่าสมการ (3.7) และ (3.8) ในสมการที่ (3.9)

จะได้

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$F = \frac{Glb(\varepsilon_1 - \varepsilon_2)}{Q} - \frac{Glb(\varepsilon_3 - \varepsilon_4)}{Q}$$

$$F = \frac{Glb(\varepsilon_1 - \varepsilon_2 - \varepsilon_3 + \varepsilon_4)}{Q} \quad (3.10)$$

เมื่อ  $F$  คือ แรงที่กดบนรางที่ต้องการคำนวณ ,  $I$  คือโมเมนต์ความเฉื่อย ,  $b$  คือ ความกว้างของรางตรงจุดที่ติดสเตรนเกจ ,  $Q$  คือ โมเมนต์ความเฉื่อยของพื้นที่

$$\frac{dV}{e_i} = \frac{F}{4} [\varepsilon_1 - \varepsilon_2 - \varepsilon_3 + \varepsilon_4] \quad (3.11)$$

เมื่อ  $\frac{Fe_i}{4} = \frac{V_{cal}}{\varepsilon_{cal}}$  จะได้ว่า

$$[\varepsilon_1 - \varepsilon_2 - \varepsilon_3 + \varepsilon_4] = \frac{\varepsilon_{cal}}{V_{cal}} dV \quad (3.12)$$

เมื่อ  $\varepsilon_{cal}$  คือ ความเครียดที่ตั้งค่าบนเครื่องขยายสัญญาณ ,  $V_{cal}$  คือ ค่าโวลต์ที่อ่านได้เมื่อตั้งค่า ,  $V_{output}$  คือ ค่าโวลต์ที่อ่านได้เมื่อเกิดแรงกด

### 3. เปอร์เซ็นต์ความคลาดเคลื่อน (percentage error)

เป็นการเปรียบเทียบค่าที่เชื่อถือได้จริง คือ ค่าที่ได้จากตารางค่าที่กำหนดให้ในการทดลองนั้น การหาเปอร์เซ็นต์ความคลาดเคลื่อนทำได้ดังนี้

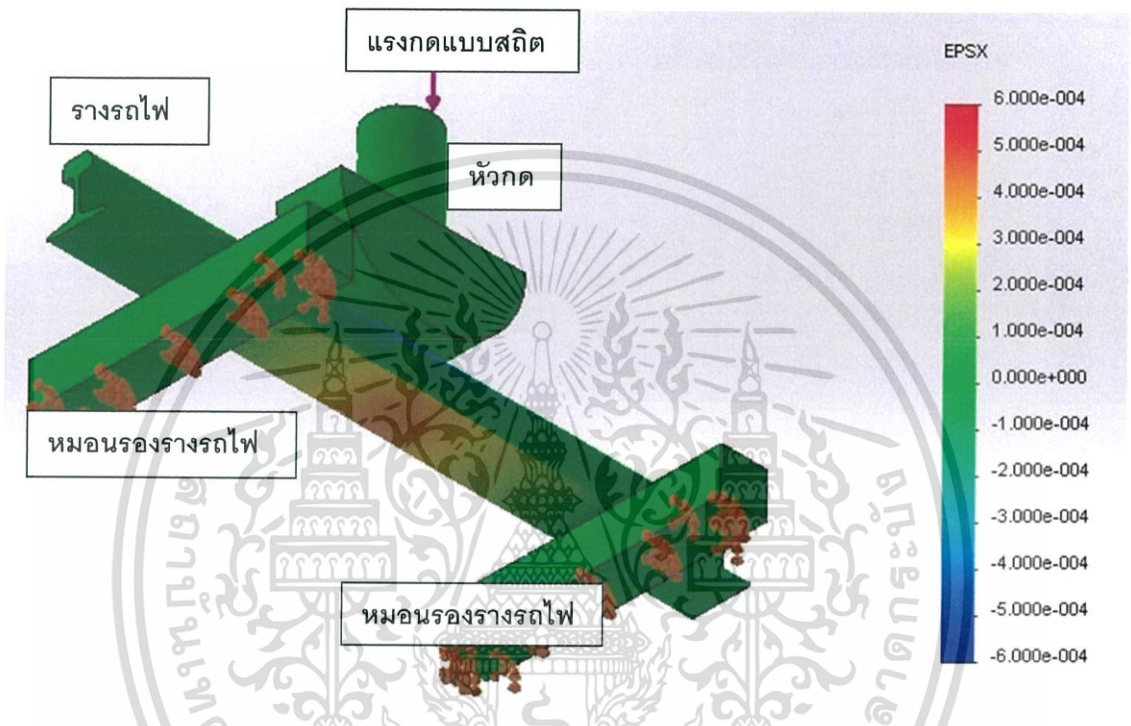
$$\text{เปอร์เซ็นต์ความคลาดเคลื่อน} = \left| \frac{\text{ค่าทฤษฎี} - \text{ค่าที่วัดได้}}{\text{ค่าทฤษฎี}} \right| \times 100\% \quad (3.13)$$

เมื่อ ค่าทฤษฎี คือ ค่าแรงกดโดยสมมติว่าแรงที่ใช้กดนั้นมีค่าแม่นยำตรงตามทฤษฎี , ค่าที่วัดได้ คือ ค่าแรงที่ได้จากการวัดและคำนวณ

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

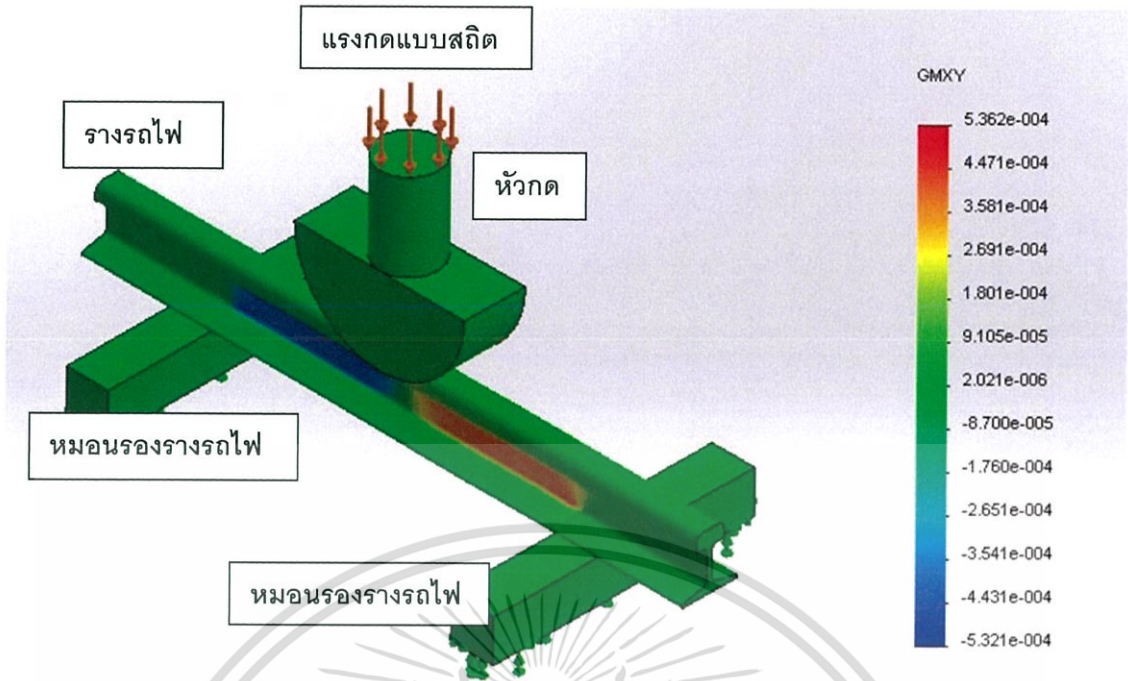
## ผลของการทดลองและการวิเคราะห์ด้วยระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์

### 4.1 ผลจากการจำลองทางไฟไนต์เอลิเมนต์



รูปที่ 4.1 แสดงบริเวณที่เกิดความเครียดปกติเมื่อมองจากด้านล่างของราง

ผลจากการวิเคราะห์ความเครียดปกติที่เกิดขึ้นจากวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์ ผลจากการจำลองในรูปที่ 4.1 บริเวณด้านขวาหัวข้อ EPSX (Normal strain in the X-direction of the selected reference geometry) แสดงผลความเครียดปกติที่เกิดขึ้นในระนาบแกน x เมื่อรางรับแรงกด จะเห็นว่า บริเวณด้านล่างของรางเกิดความเครียดตึงสูงสุด (บริเวณโทนสีแดง)



รูปที่ 4.2 แสดงบริเวณที่เกิดความเครียดเฉือนเมื่อมองจากด้านข้างของราง

ผลจากการวิเคราะห์ความเครียดเฉือนที่เกิดขึ้นจากวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์ ผลจากการจำลองในรูปที่ 4.2 บริเวณด้านขวาหัวข้อ GMXY (Shear strain in the Y direction in the YZ-plane of the selected reference geometry) แสดงผลความเครียดเฉือนที่เกิดขึ้นบนหน้าตัดของรางในระนาบแกน xy เมื่อรางรับแรงกด จะเห็นได้ว่า บริเวณด้านล่างของรางเกิดความเครียดเฉือนสูงสุด (บริเวณโหนดสีแดงและสีน้ำเงิน)

#### 4.2 ผลการสอบเทียบเครื่องขยายสัญญาณกับการทดสอบแรงดึง

จากการทดสอบแรงดึงเพื่อทำการสอบเทียบเครื่องขยายสัญญาณ ได้ผลของความยาวที่เปลี่ยนแปลงไป และความต่างศักย์ ที่วัดได้จากการทดสอบแรงดึงและเครื่องขยายสัญญาณ ดังตารางที่ 4.1

ความต่างศักย์ (โวลต์)	ความยาวที่เปลี่ยนแปลง (มิลลิเมตร)	ความเครียด $\ln(1+\Delta L/L_0)$ (ไมโครสเตรน)
0	0	0
0.0628	0.0024	28.71
0.1546	0.0060	70.71
0.2620	0.0101	119.79
0.3808	0.0148	174.11
0.5090	0.0197	232.70
0.6451	0.0250	294.93
0.7882	0.0306	360.36
0.9376	0.0364	428.66
1.0928	0.04247	499.57
1.2531	0.04870	572.88

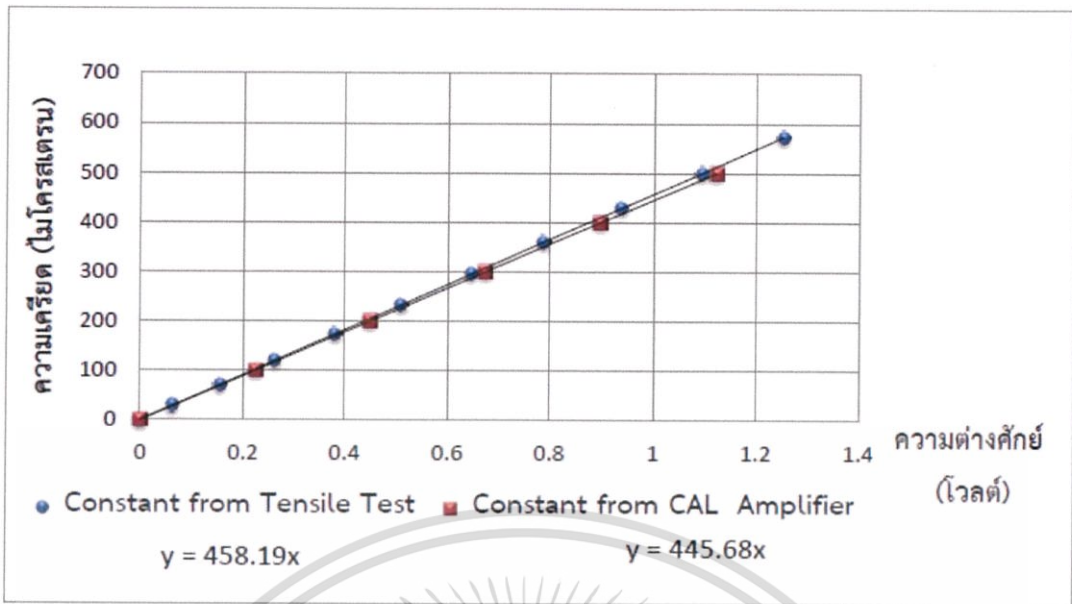
ตารางที่ 4.1 แสดงผลจากการทดสอบแรงดึง

ความต่างศักย์ (โวลต์)	ความเครียด(ไมโครสเตรน)
0	0
0.224374644	100
0.448749287	200
0.673123931	300
0.897498574	400
1.121873218	500

ตารางที่ 4.2 แสดงผลการทดสอบด้วยเครื่องขยายสัญญาณ

เมื่อนำค่าความเครียดและความต่างศักย์ที่ได้จากเครื่องขยายสัญญาณและการทดสอบแรงดึงมาวาดกราฟเปรียบเทียบได้ผลดังรูปที่ 4.3 ซึ่งจะเห็นว่ามีความใกล้เคียงกัน

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



รูปที่ 4.3 แสดงผลการเปรียบเทียบเครื่องขยายสัญญาณกับการทดสอบแรงดึง

#### 4.3 ผลการทดลองด้วยความเครียดปกติและตัวอย่างการคำนวณแรง

แรงกด (ตัน)	ความต่างศักย์ (โวลต์)	ความเครียด (ไมโครสเตรน)	แรงที่คำนวณได้ (ตัน)	เปอร์เซ็นต์ความคลาดเคลื่อน
1	0.4762	223.79	0.9721	2.7881
2	0.9968	468.48	2.0350	1.7509
3	1.4904	700.40	3.0424	1.4151
4	1.9789	930.01	4.0398	0.9953
5	2.3833	1120.03	4.8652	2.6951

ตารางที่ 4.3 แสดงผลการทดลองด้วยความเครียดปกติ

##### ตัวอย่างการคำนวณ

เมื่อใช้แรงกด 1 ตัน จะอ่านค่าความต่างศักย์ได้ 0.4762 โวลต์

จากสมการที่ (3.3)

$$\varepsilon = \frac{\varepsilon_{cal}}{V_{cal}} \times V_{output}$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

แทนค่า จะได้

$$\varepsilon = 1.02807 \times \frac{400}{0.875} \times 0.4762$$

$$\varepsilon = 223.79 \mu\varepsilon$$

จากสมการ (3.2)

$$F = \frac{\varepsilon IE}{LC}$$

แทนค่า  $E = 200 \times 10^9$  Pa (มอดูลัสสภาพยืดหยุ่น, จากตารางที่ 3.1)

$L = 0.1$  m (ระยะจากแนวแรงถึงจุดที่ติดสเตรนเกจ)

$C = 0.03276$  m (ระยะจากจุดสะเทินถึงผิวด้านล่างที่ติดสเตรนเกจ)

$I = 6.98 \times 10^{-7}$  m<sup>4</sup> (จากภาคผนวก)

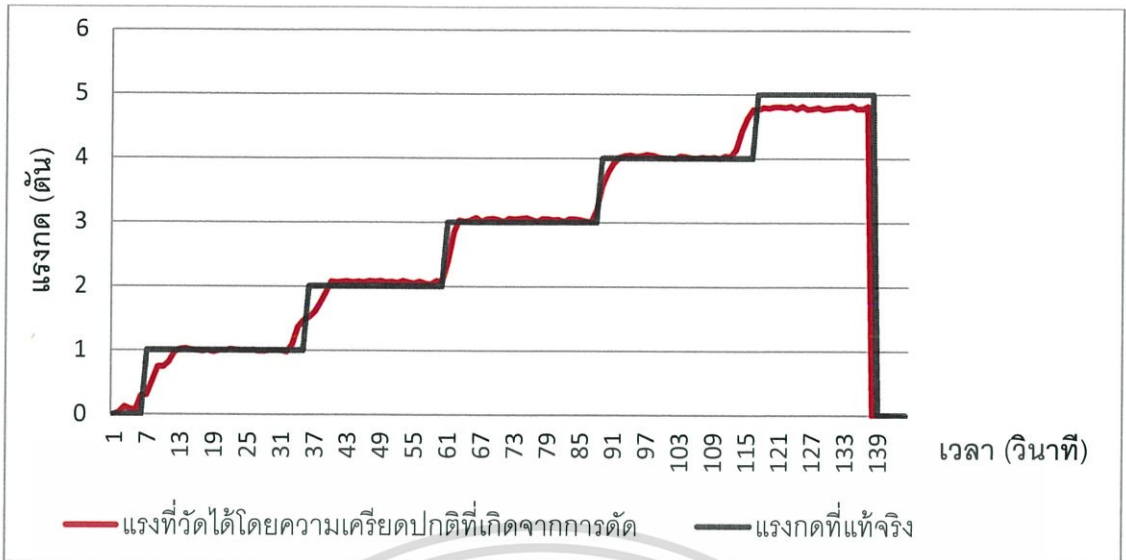
จะได้

$$F = \frac{223.79 \times 10^{-6} \times 6.98 \times 10^{-7} \times 200 \times 10^9}{0.1 \times 0.03276}$$

$$F = 9,536 \text{ N}$$

$$F = \frac{9536 \text{ (N)}}{9.81 \text{ (N/kg)} \times 1000 \text{ (kg/ton)}} = 0.9721 \text{ ton}$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



รูปที่ 4.4 แสดงแรงที่คำนวณด้วยความเครียดปกติเมื่อกวดด้วยแรง 1 ตัน 2 ตัน 3 ตัน 4 ตัน และ 5 ตัน โดยแต่ละช่วงห่างกันประมาณ 20 วินาที เทียบกับแรงกวดแท้จริง

#### 4.4 ผลการทดลองด้วยความเครียดเฉือนและตัวอย่างการคำนวณแรง

แรงกวด (ตัน)	ความต่างศักย์ (โวลต์)	$\epsilon_{2a} - \epsilon_{2b} - \epsilon_{1a} + \epsilon_{1b}$	แรงที่คำนวณได้ (ตัน)	เปอร์เซ็นต์ความคลาดเคลื่อน
1	0.93618	439.95	1.0189	1.8981
2	1.8154	853.15	1.9759	1.2001
3	2.7579	1296.07	3.0018	0.0621
4	3.5676	1676.57	3.8831	2.9213
5	4.5387	2132.95	4.9401	1.1967

ตารางที่ 4.4 แสดงผลการทดลองด้วยความเครียดเฉือน

##### ตัวอย่างการคำนวณ

เมื่อใช้แรงกวด 1 ตัน จะอ่านค่าความต่างศักย์ได้ 0.9361 โวลต์

จากสมการ (3.12)

$$\epsilon_{2a} - \epsilon_{2b} - \epsilon_{1a} + \epsilon_{1b} = \frac{\epsilon_{cal}}{V_{cal}} \times V_{output}$$

แทนค่า จะได้

$$\epsilon_{2a} - \epsilon_{2b} - \epsilon_{1a} + \epsilon_{1b} = 1.02807 \times \frac{400}{0.875} \times 0.934631$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$\varepsilon_{2a} - \varepsilon_{2b} - \varepsilon_{1a} + \varepsilon_{1b} = 439.253019 \mu\varepsilon$$

จากสมการ (3.10)

$$F = (\varepsilon_{2a} - \varepsilon_{2b} - \varepsilon_{1a} + \varepsilon_{1b}) \frac{GIt}{Q}$$

แทนค่า  $G = 80 \times 10^9 \text{ Pa}$  (มอดูลัสเฉือน, จากตารางที่ 3.1)

$t = 0.0059 \text{ m}$  (ความหนาของรางตรงจุดที่ติดสเตรนเกจ, จากภาคผนวก)

$Q = 1.45 \times 10^{-5} \text{ m}$  (โมเมนต์ความเฉื่อยของพื้นที่, จากภาคผนวก)

$I = 6.98 \times 10^{-7} \text{ m}^4$  (โมเมนต์ความเฉื่อย, จากภาคผนวก)

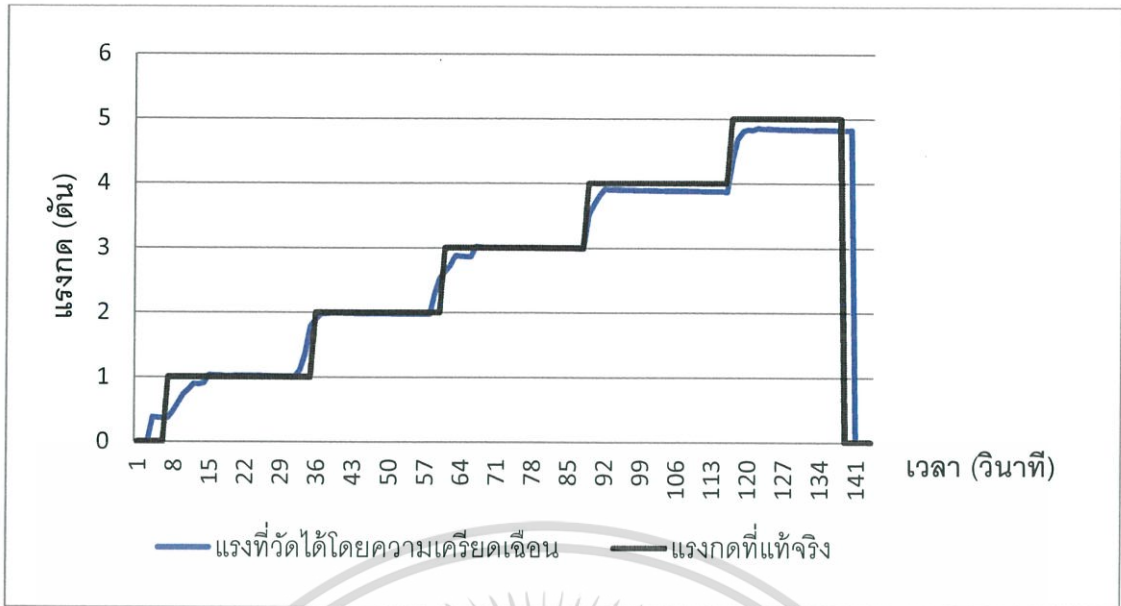
จะได้

$$F = \frac{439.253019 \times 10^{-6} \times 80 \times 10^9 \times 6.98 \times 10^{-7} \times 0.0059}{1.45 \times 10^{-5}}$$

$$F = 9,980.31 \text{ N}$$

$$F = \frac{9980.31 \text{ (N)}}{9.81 \text{ (N/kg)} \times 1000 \text{ (kg/ton)}} = 1.017361 \text{ tons}$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



รูปที่ 4.5 แสดงแรงที่คำนวณด้วยความเครียดเขื่อนเมื่อกดด้วยแรง 1 ตัน 2 ตัน 3 ตัน 4 ตัน และ 5 ตัน โดยแต่ละช่วงห่างกันประมาณ 20 วินาที เทียบกับแรงกดแท้จริง

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

## สรุปผลการศึกษาและข้อเสนอแนะ

### 5.1 สรุปผลการศึกษา

1. วิธีติดสเตรนเกจด้านล่างของราง (ใช้ความเครียดปกติ) มีข้อดีคือ สามารถติดตั้งสเตรนเกจได้ง่าย และข้อเสียคือหากเปลี่ยนจุดที่กดแรงจะต้องคำนวณโมเมนต์ใหม่ ซึ่งจะทำให้การคำนวณยุ่งยากขึ้นเล็กน้อย
2. วิธีติดสเตรนเกจด้านข้างของราง (ใช้ความเครียดเฉือน) มีข้อดีคือ สามารถวัดแรงได้ทุกจุดที่อยู่ในระหว่างช่วงสเตรนเกจแต่ละคู่จึงสามารถคำนวณได้ง่ายกว่า แต่มีข้อเสียคือการจัดตั้งต้องใช้ความละเอียดสูงในการติดสเตรนเกจให้ได้มุม 45 องศา
3. ผลที่คำนวณได้จากการติดสเตรนเกจด้านล่างของราง เกิดความผิดพลาดสูงสุดประมาณ 3 เปอร์เซ็นต์และผลที่คำนวณได้จากการติดสเตรนเกจด้านข้างของรางเกิดความผิดพลาดสูงสุดประมาณ 3 เปอร์เซ็นต์

### 5.2 ข้อเสนอแนะ

1. ในการทดลองใช้สเกลแรงกดอย่างหยาบ คือ เพิ่มครั้งละ 1 ตัน ซึ่งเป็นสเกลขั้นต่ำสุดที่สามารถอ่านจากตัวเครื่องกดได้ หากเป็นไปได้ควรเพิ่มแรงทีละน้อยๆ ซึ่งขึ้นอยู่กับความสามารถของเครื่องกดนั้นๆด้วย
2. ในการวัดแรงกดโดยใช้ความเครียดปกติมาใช้ หากใช้สเตรนเกจเพียงตัวเดียว อาจก่อให้เกิดปัญหาผลของอุณหภูมิมาเกี่ยวข้อง หากในบริเวณนั้นอุณหภูมิเปลี่ยนแปลงเร็ว เช่น อยู่ในห้องปรับอากาศ หรือกลางแจ้งจะทำให้วัสดุหดตัวหรือขยายตัวและเกจจะรับความเครียดนั้นไปด้วย สามารถแก้ไขได้โดยต่อ dummy เกจให้เป็นอย่างน้อยครึ่งบริดจ์หรือเต็มบริดจ์



เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

## อุปกรณ์การทดลอง

### 1. สเตรนเกจ (Strain gage)

เป็นเซ็นเซอร์วัดความเครียดชนิดความต้านทาน โดยเลือกใช้ยี่ห้อ KYOWA ซึ่งจะมีรหัสรุ่น ยกตัวอย่างเช่น KFG-5-120-C1-11 L1M2R โดยแต่ละตำแหน่งมีความหมายดังนี้

- KFG คือ ชื่อรุ่น
- 5 คือ ความยาวเกจ (mm)
- 120 คือ ความต้านทาน ( $\Omega$ )
- C1 คือ ลักษณะของเกจ
- 11 คือ สัมประสิทธิ์การขยายตัวเชิงเส้น
- L1M2R คือ ชนิดและความยาวของสาย

ซึ่งจะเลือกใช้แบบแกนเดียว รหัส KFG-5-120-C1-11 L1M2R และแบบสองแกนที่ทำมุมกัน 90 องศา รหัส KFG-5-120-D16-11L3M2S



เลือกใช้กับ Adhesive รุ่น CC-33A ใช้สำหรับติดสเตรนเกจกับวัสดุประเภทโลหะ

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



## 2. กล่องวงจรบริดจ์ (Bridge box)

เป็นกล่องวงจรวีทสโตนบริดจ์ เลือกใช้ยี่ห้อ KYOWA รุ่น DB-120A ใช้กับสเตรนเกจชนิดความต้านทาน 120  $\Omega$



## 3. เครื่องขยายสัญญาณ (Strain amplifier)

ใช้สำหรับขยายสัญญาณความเครียดที่รับมาให้อยู่ในรูปความต่างศักย์หรือกระแส รวมทั้งสามารถ calibrate สเตรนเกจได้ เลือกใช้ยี่ห้อ KYOWA รุ่น DPM-613A



เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

### 3.1 การปรับแต่งเครื่องขึ้นต้น

1. เปิดปุ่ม POWER เพื่อวอร์มเครื่อง 10-15 นาที แต่ถ้าหากต้องการวัด strain อย่างละเอียด หรือต้องวัดเป็นระยะเวลานานควรวอร์มเครื่องประมาณ 30-60 นาที

2. หลังจากวอร์มเครื่องแล้วก็ปรับสมดุลโดยกดปุ่ม “CHECK/BAL” สองครั้งอย่างรวดเร็ว (ภายใน 1 วินาที) แม้ว่า “RANGE” ตั้งเป็น “OFF” หรือตำแหน่งใดๆ การปรับสมดุลจะถูกปรับให้สมดุลภายใน 1 วินาที ณ จุดที่ให้ sensitivity สูงสุด

3. ตั้ง low-pass filter ที่ปุ่ม “CUT OFF FREQ” ค่าที่ดีที่สุดมาโดยการตั้ง cut off frequency ที่ 10 Hz สำหรับความเครียดสถิต

### 3.2 การวัดความเครียดสถิต

1. ตั้งค่า sensitivity ที่ปุ่ม “RANGE” และ calibration ด้วยปุ่ม “CAL” ขึ้นอยู่กับขนาดของความเครียดที่ต้องการ

2. โยกปุ่ม “CAL” ไปทาง “+” หรือ “-” จะทำให้ monitor meter ขยับปรับหาจุดที่ให้ sensitivity ที่ดีโดยหมุนปุ่ม “VERN” เพื่อให้แสดงค่าที่อ่านได้ง่าย

3. หากความเครียดเกิดขึ้น monitor meter จะสวิง เมื่ออ่านค่าแล้วเปรียบเทียบกับค่าที่ calibrate แล้วกำหนดค่าความเครียดที่เกิดขึ้นเป็นอัตราส่วนกับการคำนวณ

4. หากจำเป็นที่จะวัดให้แม่นยำขึ้นให้ต่อสาย “OUTPUT V” หรือ “OUTPUT I” และเชื่อมต่อสายอื่นๆเข้ากับ voltmeter แบบดิจิตอล, DC ammeter ฯลฯ ค่าความเครียดที่จุดนั้นหาได้โดยอัตราส่วนการคำนวณจากค่าที่ calibrate แล้ว เช่น

CAL ตั้งไว้ที่  $200 \times 10^{-6}$  strain

$V_{out}$  เมื่อตั้ง CAL แล้ว 4.000 v

$V_{out}$  เมื่อมีความเครียดเกิดขึ้น 3.500 v

ค่าความเครียดที่เกิดขึ้น ณ จุดที่วัด

$$= \frac{3.500(v)}{4.00(v)} \times 200 \times 10^{-6} \quad \text{strain}$$

$$= 175 \times 10^{-6} \quad \text{strain}$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

5. ต่อสายเข้ากับ “OUTPUT” และปลายสายอื่นๆเข้าสู่ช่วงของตัวเก็บข้อมูล

a) ต่อสาย “OUTPUT V” เข้ากับช่องรับความต่างศักย์ของตัวเก็บข้อมูล “OUTPUT I” ใช้เพื่อต่อกับตัวเก็บข้อมูลกระแส เช่น electromagnetic oscillograph และ ammeter

b) การต่อทั้ง “OUTPUT V” และ “OUTPUT I” ในเวลาเดียวกัน จะไม่ส่งผลต่อกันและกัน

6. ความสัมพันธ์ระหว่างตำแหน่งของ “RANGE” และ “VERN” และช่วงที่วัดความเครียดได้แสดงไว้ในตารางด้านล่าง

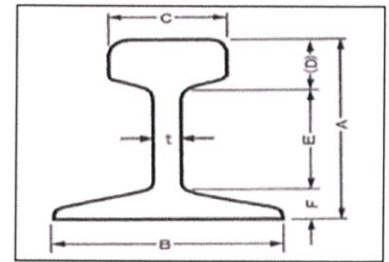
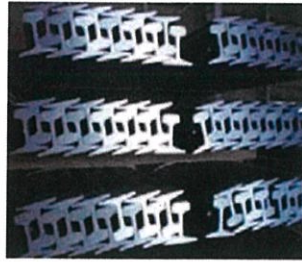
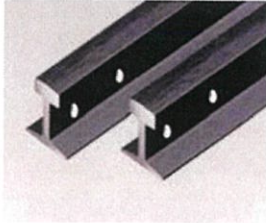
RANGE" (x100 $\mu\epsilon$ )	"VERN"	Setting of "CAL" and measurable range of strain			
		Bridge voltage 2V		Bridge voltage 0.5V	
		Range (x10 <sup>-6</sup> strain)	"CAL"	Range (x10 <sup>-6</sup> strain)	"CAL"
1	MAX	1 ~ 250	10 ~ 250	4 ~ 1000	10 ~ 1000
	MIN	app. 3 ~ 750	10 ~ 750	app. 12 ~ 3000	20 ~ 3000
2	MAX	2 ~ 500	10 ~ 500	8 ~ 2000	10 ~ 2000
	MIN	app. 6 ~ 1500	10 ~ 1500	app. 24 ~ 6000	30 ~ 6000
5	MAX	5 ~ 1250	10 ~ 1250	20 ~ 5000	20 ~ 5000
	MIN	app. 15 ~ 3750	20 ~ 3750	app. 60 ~ 15000	60 ~ 9990
10	MAX	10 ~ 2500	10 ~ 2500	40 ~ 10000	40 ~ 9990
	MIN	app. 30 ~ 7500	30 ~ 7500	app. 120 ~ 30000	120 ~ 9990
20	MAX	20 ~ 5000	20 ~ 5000	80 ~ 20000	80 ~ 9990
	MIN	app. 60 ~ 15000	60 ~ 9990	app. 240 ~ 60000	240 ~ 9990
50	MAX	50 ~ 12500	50 ~ 9990	200 ~ 50000	200 ~ 9990
	MIN	app. 150 ~ 37500	150 ~ 9990	app. 600 ~ 150000	600 ~ 9990
100	MAX	100 ~ 25000	100 ~ 9990	400 ~ 100000	400 ~ 9990
	MIN	app. 300 ~ 75000	300 ~ 9990	app. 1200 ~ 300000	1200 ~ 9990

#### 4. รางรถไฟ

ใช้ JIS 9 kg เป็นรางตามมาตรฐาน Japanese Industrial Standard หนักประมาณ 9 kg ต่อความยาว 1 เมตร เลือกตัดที่ความยาว 0.7 เมตร

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

## Rails



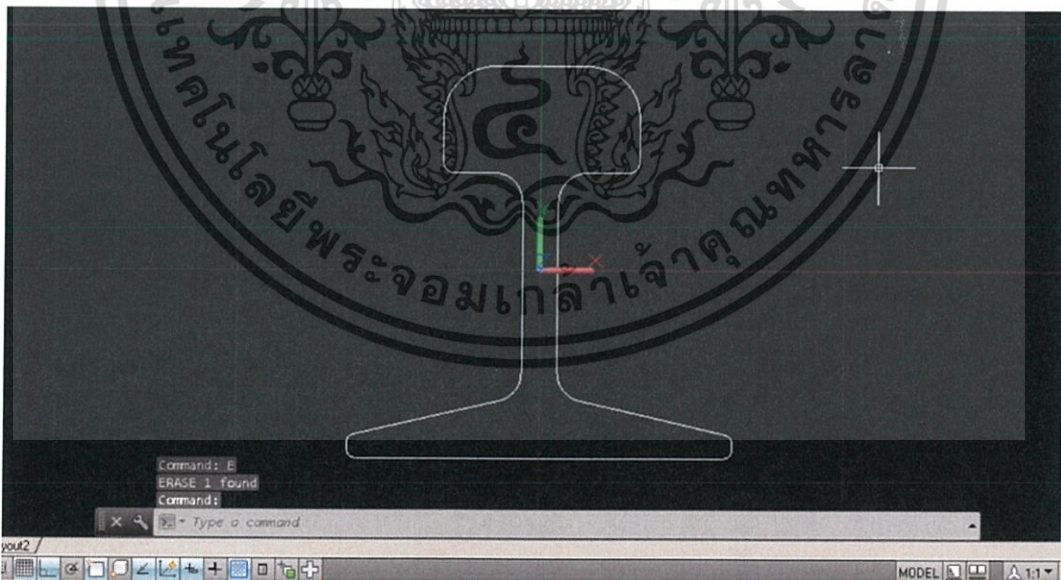
Standards: JIS (Japanese Industrial Standards)

Type	Standard length (m)	Specifications							Area of Section A (cm <sup>2</sup> )	Mass per Meter W (kg/m)	Second Moment of I (cm <sup>4</sup> )	Radius of Gyration i (cm)	Elastic Modulus Z (cm <sup>3</sup> )
		A (mm)	B (mm)	C (mm)	D (mm)	E (mm)	F (mm)	t (mm)					
JIS 6 kg rails	5.5	50.80	50.80	25.40	14.29	27.78	8.73	4.76	7.621	5.98	27.5	1.90	10.3
JIS 9 kg rails	5.5	63.50	63.50	32.10	17.48	35.72	10.30	5.90	11.39	8.94	64.3	2.38	19.6
JIS 10 kg rails	5.5	66.67	66.67	34.13	18.26	37.30	11.11	6.35	12.84	10.1	79.9	2.49	23.0
JIS 12 kg rails	10.0	69.85	69.85	38.10	19.85	37.70	12.30	7.54	15.50	12.2	104	2.58	28.6
JIS 15 kg rails	10.0	79.37	79.37	42.86	22.22	43.65	13.50	8.33	19.32	15.2	167	2.94	40.8
JIS 22 kg rails	10.0	93.66	93.66	50.80	26.99	50.00	16.67	10.72	28.39	22.3	337	3.45	69.1
JIS 30 kg rails	10.0	107.95	107.95	60.33	30.95	57.55	19.45	12.30	38.32	30.1	607	3.98	108

## ขั้นตอนการหาโมเมนต์ความเฉื่อย (Moment of Inertia, $I$ )

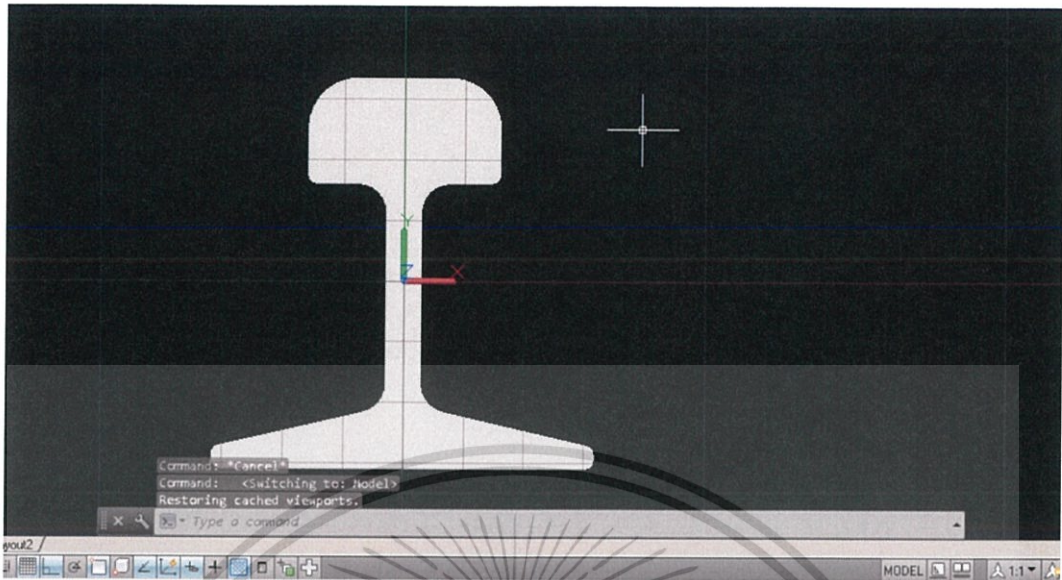
ในที่นี้จะใช้โปรแกรม AutoCAD ในการหาค่า โดยมีขั้นตอนดังนี้

1. วาดโปรไฟล์หน้าตัดจริงตามขนาดจริง (หน่วยมิลลิเมตร)

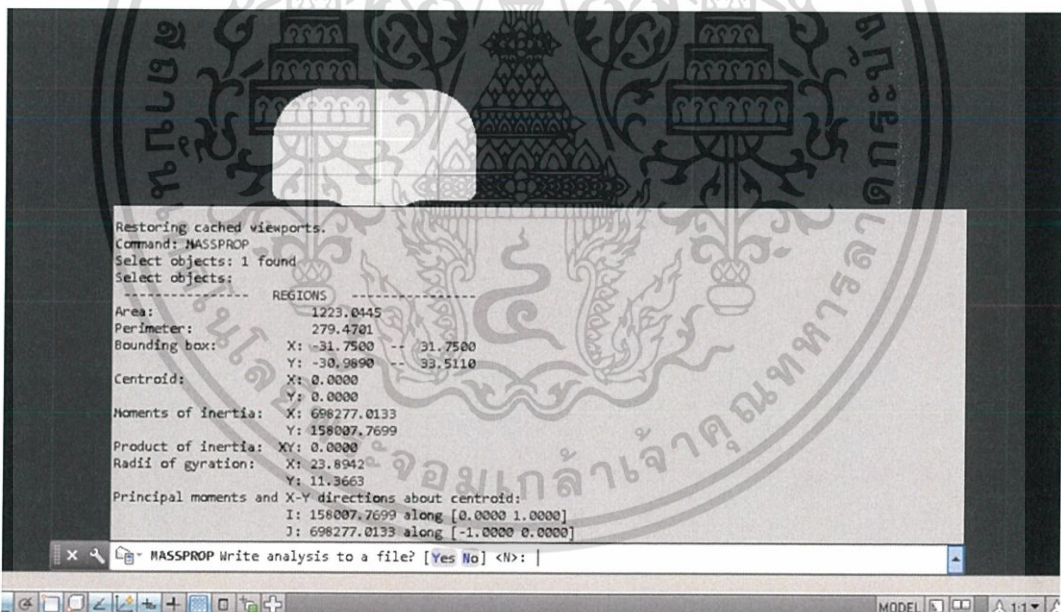


เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

## 2. ใช้คำสั่ง Region เพื่อสร้าง Area ให้กับชิ้นงาน



## 3. ใช้คำสั่ง MASSPROP เพื่อหาค่า I ของหน้าตัดตรง



รูปแสดงหน้าต่าง AutoCAD เมื่อใช้คำสั่ง MASSPROP

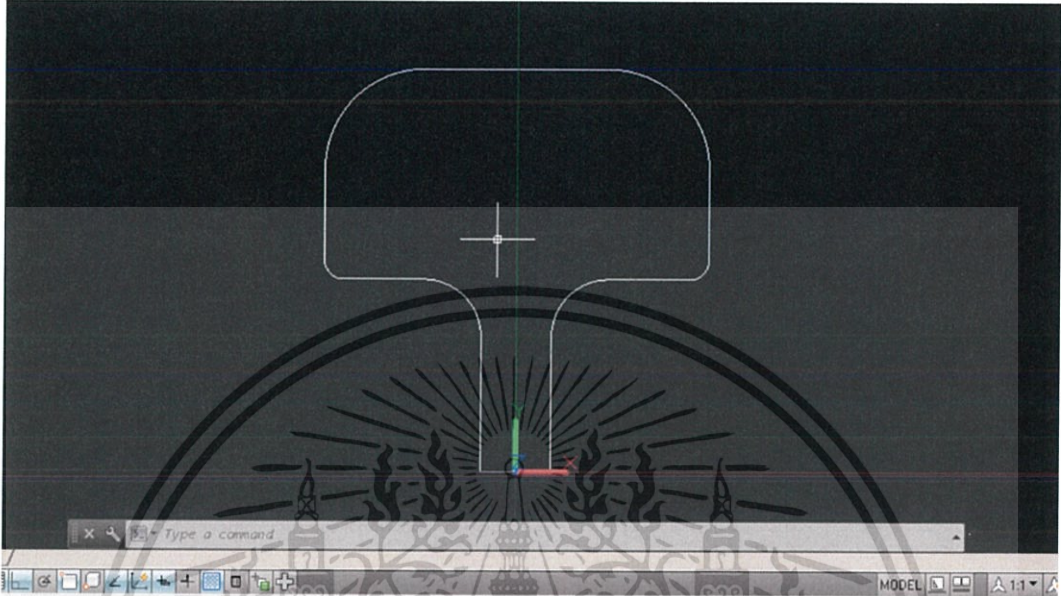
ซึ่งสามารถอ่านค่า  $I$  ได้เท่ากับ 698277 (มิลลิเมตร)<sup>4</sup>

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

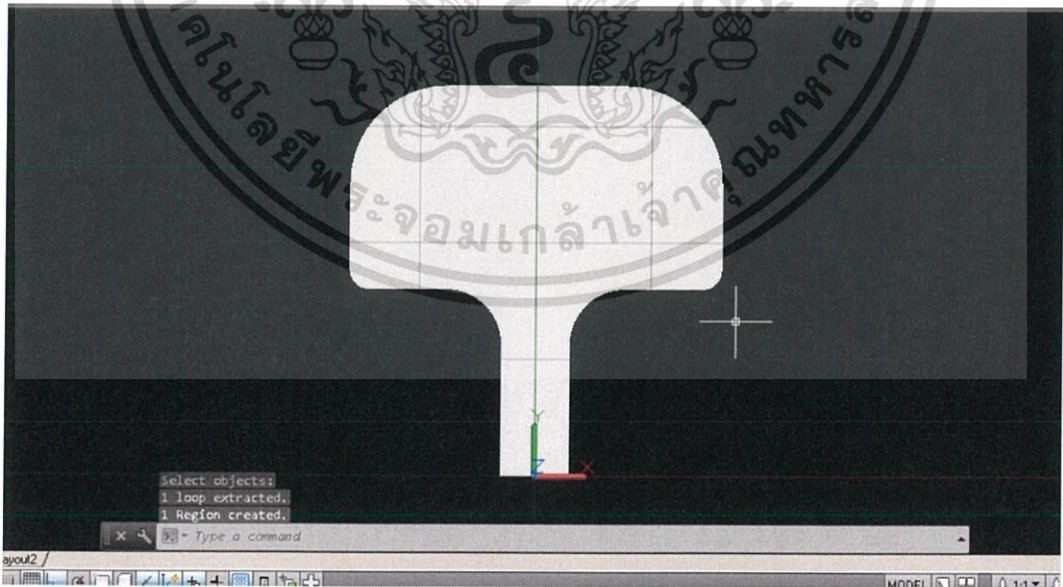
## ขั้นตอนการหาโมเมนต์ความเฉื่อยของพื้นที่ (Area Moment of Inertia, $Q$ )

ในที่นี่จะใช้โปรแกรม AutoCAD ในการหาค่า โดยมีขั้นตอนดังนี้

1. วาดโปรไฟล์หน้าตัดตรงตั้งแต่เหนือแกนสะเทินตามขนาดจริง (หน่วยมิลลิเมตร)

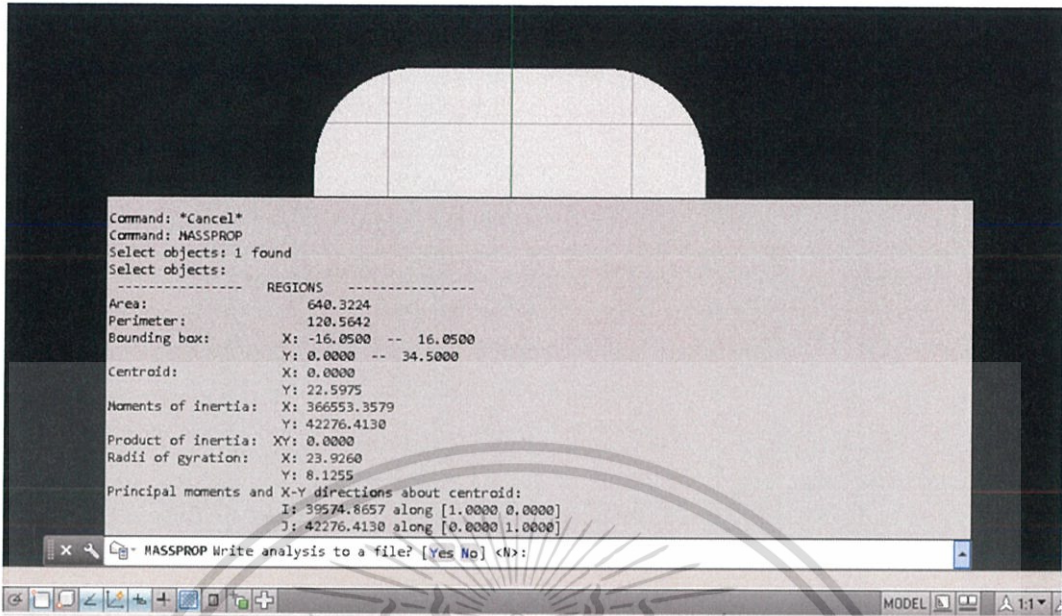


2. ใช้คำสั่ง Region เพื่อสร้าง Area ให้กับชิ้นงาน



เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

3. ใช้คำสั่ง MASSPROP เพื่อหาค่าจุดเซนทรอยด์และพื้นที่เหนือแกนสะเทินเพื่อนำไปใช้คำนวณหา  $Q$



จากสมการ (2.19) แทนค่าพื้นที่และระยะเซนทรอยด์

$$\begin{aligned}
 Q &= \int y dA \\
 &= \bar{y}A \\
 &= 22.5975 \times 640.3224 \\
 &= 14469 \text{ (มิลลิเมตร)}^3
 \end{aligned}$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

## บรรณานุกรม

- [1] Dan Mihai Stefanescu (2011). Strain gauges and Wheatstone bridges-Basic instrumentation and new applications for electrical measurement of non-electrical quantities System. Signals & Device pp.1~5
- [2] Hanbiao Nong,Jianhui Lin (2009). Study on rail load measurement base on Finite element analysis. Aug. 2009 : pp.708 ~713
- [3] การรถไฟแห่งประเทศไทย. รายการจำเพาะทางเทคนิคการจัดซื้อรถไฟกึ่งรถบรรทุกเจียร์รางแบบ Milling. หน้า 2
- [4] James M. Gere (2000). Mechanics of Materials. fifth edition. ISBN: 0 534-37133-7. BROOKS/COLE. CA
- [5] Ferdinand P. Beer and E. Russell Johnston (2002). Mechanics of Materials. ISBN: 978-974-208-190-4. McGraw-Hill International Enterprises. Inc.
- [6] KYOWA ELECTRONIC INSTRUMENTS CO., LTD. OPERATION MANUAL DPM-600 SERIES DYNAMIC STRAIN AMPLIFIERS. JAPAN
- [7] Thomas G. Beckwith (1993). Mechanical Measurements (5th Edition). ISBN 10: 0201569477 : Prentice Hall
- [8] รศ.ดร.เดช พุทธเจริญทอง. การวิเคราะห์ด้วยไฟไนต์เอลิเมนต์. ศูนย์สื่อเสริมกรุงเทพ. 1998
- [9] รศ.ดร.ชาวสวน กาญจนรัมย์ (2017). กลศาสตร์ของแข็ง 2.  
[Online]. Available : [http://www.chaosuan.me.eng.tu.ac.th/chaosuan2/E-learning\\_files/Book-2550.pdf](http://www.chaosuan.me.eng.tu.ac.th/chaosuan2/E-learning_files/Book-2550.pdf)
- [10] Osaka Steel Co.,Ltd. 2017. Production size ranges 2014.  
[Online]. Available : [www.osaka-seitetu.co.jp/en/product/pdf/production\\_size\\_ranges\\_2014.pdf](http://www.osaka-seitetu.co.jp/en/product/pdf/production_size_ranges_2014.pdf)
- [11] MatWeb. 2017. AISI 1045 Steel, cold drawn.  
[Online].Available : [http://www.matweb.com/search/datasheet\\_print.aspx?matguid=193434cf42e343fab880e1dabdb143ba](http://www.matweb.com/search/datasheet_print.aspx?matguid=193434cf42e343fab880e1dabdb143ba)

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

## บรรณานุกรม (ต่อ)

[12] The Engineering ToolBox. 2017. Concrete – Properties.

[Online]. Available : [http://www.engineeringtoolbox.com/concrete-properties-d\\_1223.html](http://www.engineeringtoolbox.com/concrete-properties-d_1223.html)



เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้