การคำนวณเชิงตัวเลขของ The Harris – Meyer – Kostova Model

A NUMERICAL COMPUTATION OF THE HARRIS – MEYER – KOSTOVA MODEL

ธนาคิตต์ ท่าพลทอง
สุธานิธิ์ คงสุคนธ์
โสมวดี อินทระ

ปัญหาพิเศษนี้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตร
ปริญญาวิทยาศาสตรบัณฑิต สาขาวิชาคณิตศาสตร์ประยุกต์
ภาควิชาคณิตศาสตร์ คณะวิทยาศาสตร์
สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง
ปีการศึกษา 2557

การคำนวณเชิงตัวเลขของ The Harris – Meyer – Kostova Model

A NUMERICAL COMPUTATION OF THE HARRIS – MEYER – KOSTOVA MODEL

ธนาดิตถ์ ท่าพลทอง
สุธานิธิ์ คงสุคนธ์
โสมวดี อินทระ

ปัญหาพิเศษนี้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตร
ปริญญาวิทยาศาสตรบัณฑิต สาขาวิชาคณิตศาสตร์ประยุกต์
ภาควิชาคณิตศาสตร์ คณะวิทยาศาสตร์
สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง
ปีการศึกษา 2557

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

A NUMERICAL COMPUTATION OF THE HARRIS – MEYER – KOSTOVA MODEL

THANADIT THAPONTONG
SUTANIT KONGSUKON
SOMWADEE INTHARA

A SPECIAL PROBLEM SUBMITTED IN PARTIAL FULFILLMENT
OF THE REQUIREMENTS FOR THE DEGREE OF BACHELOR OF SCIENCE
IN APPLIED MATHEMATICS
DEPARTMENT OF MATHEMATICS
FACULTY OF SCIENCE
KING MONGKUT'S INSTITUTE OF TECHNOLOGY LADKRABANG
ACADEMIC YEAR 2014

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

หัวข้อปัญหาพิเศษ	การคำนวณเชิงตัวเลขของ The Harris – Meyer – Kostova Model A Numerical Computation of The Harris – Meyer – Kostova Model
ชื่อนักศึกษา	นายธนาดิตถ์ ท่าพลทอง 54050028 นางสาวสุธานิธิ์ คงสุคนธ์ 54050095 นางสาวโสมวดี อินทระ 54050104
ปริญญา	วิทยาศาสตรบัณฑิต (คณิตศาสตร์ประยุกต์)
ภาควิชา	คณิตศาสตร์
อาจารย์ที่ปรึกษา	อ. ดร. วรรณพร สรรประเสริฐ

คณะวิทยาศาสตร์ สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง อนุมัติให้ปัญหาพิเศษนี้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตรปริญญา วิทยาศาสตรบัณฑิต (คณิตศาสตร์ประยุกต์) ประจำปีการศึกษา 2557

คณะกรรมการสอบ	ลายมือชื่อ
อ.ดร. เดชา สมนะ ประธานกรรมการ	
อ.ดร. สิริพร แฮนน่า วินเทอร์ กรรมการ	
อ.ดร. วรรณพร สรรประเสริฐ กรรมการและอาจารย์ที่ปรึกษา	

ลิขสิทธิ์ของคณะวิทยาศาสตร์
สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการศึกษาเท่านั้น ห้ามมิให้ผู้ใดนำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

หัวข้อปัญหาพิเศษ	การคำนวณเชิงตัวเลขของ The Harris – Meyer – Kostova Model A Numerical Computation of The Harris – Meyer – Kostova Model
ชื่อนักศึกษา	นายธนาดิตถ์ ท่าพลทอง 54050028 นางสาวสุธานิธิ์ คงสุคนธ์ 54050095 นางสาวโสมวดี อินทระ 54050104
ปริญญา	วิทยาศาสตรบัณฑิต (คณิตศาสตร์ประยุกต์)
ภาควิชา	คณิตศาสตร์
ปีการศึกษา	2557
อาจารย์ที่ปรึกษา	อ. ดร. วรรณพร สรรประเสริฐ

บทคัดย่อ

ปัญหาพิเศษฉบับนี้ ทำการศึกษา แบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของระบบผู้ล่า–เหยื่อ โดยผู้ล่าคือแวมไพร์ และ เหยื่อคือมนุษย์ ซึ่งอธิบายด้วยระบบสมการเชิงอนุพันธ์อันดับหนึ่ง 2 สมการ รวมทั้งเงื่อนไขค่าเริ่มต้น โดยทำการศึกษาระเบียบวิธีเชิงตัวเลข เพื่อประมาณค่าของจำนวนประชากรมนุษย์และแวมไพร์ โดยใช้ระเบียบวิธีรุงเงคุตตาอันดับ 1-4 และวิเคราะห์โดยคำนวณเวลา 200 ปี ซึ่งจำนวนประชากรของทั้งมนุษย์และแวมไพร์ จะเพิ่มเมื่อถึง ณ เวลาหนึ่ง และลดเมื่อถึง ณ เวลาหนึ่งสลับกันไป และจะเป็นไปในรูปแบบนี้อย่างต่อเนื่อง โดยจากผลเฉลยจะเห็นได้ว่า มนุษย์และแวมไพร์สามารถอยู่ร่วมกันภายใต้ระบบนิเวศที่สมดุลได้

คำสำคัญ : แบบจำลองประชากรผู้ล่าและเหยื่อ วิธีรุงเงคุตตา แวมไพร์

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

Title	A Numerical Computation of The Harris – Meyer – Kostova Model
Students	Mr. Thanadit Thapontong 54050028
	Ms. Sutanit Kongsukon 54050095
	Ms. Somwadee Inthara 54050104
Degree	Bachelor of Science (Applied Mathematics)
Department	Mathematics
Academic Year	2014
Advisor	Dr. Wannaporn Sanprasert

Abstract

In this special problem, we concerning in mathematical modeling of predator – prey model, where predator denotes vampires and prey denotes humans. A system of first-order ordinary differential equations with initial condition which can be solved by using iterative numerical methods. We employ the first – fourth orders Runge-Kutta method and the calculation period is set at 200 years. Both population of human and vampire will be growing until it reaches its peak and will be declining until it reaches its minimum in alternation. This process will repeat itself continuously. Obviousness in the solution, humans and vampires can co-exist in a balance environment.

Keyword : Predator – Prey model, Runge-Kutta method, Vampire

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

กิตติกรรมประกาศ

ในการทำปัญหาพิเศษเรื่องการคำนวณเชิงตัวเลขของ The Harris – Meyer – Kostova Model สามารถสำเร็จลุล่วงไปด้วยดี คณะผู้จัดทำต้องขอขอบพระคุณ อ.ดร.วรรณพร สรรประเสริฐ อาจารย์ที่ปรึกษาปัญหาพิเศษ ที่กรุณาให้คำปรึกษา คำแนะนำต่างๆ ตลอดจนตรวจสอบและแก้ไขจนทำให้ปัญหาพิเศษฉบับนี้สมบูรณ์ และขอขอบพระคุณ อ.ดร. เดชา สมนะ และ อ.ดร. สิริพร แฮนน่า วินเทอร์ ที่กรุณาให้คำปรึกษาคำแนะนำ ชี้แนะข้อบกพร่อง และแก้ไขข้อผิดพลาด

นอกจากนี้คณะผู้จัดทำต้องขอขอบพระคุณอาจารย์สาขาวิชาคณิตศาสตร์ประยุกต์ทุกท่านที่ได้ ประสิทธิ์ประสาทความรู้ทั้งในภาคทฤษฎี และปฏิบัติแก่คณะผู้จัดทำขอขอบพระคุณเจ้าหน้าที่สาขาวิชาคณิตศาสตร์ประยุกต์ที่ได้ให้ความสะดวกในการเบิกอุปกรณ์ในการทำปัญหาพิเศษรวมทั้งรุ่นพี่ และเพื่อนๆ ที่ให้คำแนะนำแก่คณะผู้จัดทำจนปัญหาพิเศษนี้สัมฤทธิ์ผลด้วยดี

นายธนาดิตถ์ ท่าพลทอง
นางสาวสุธานิธิ์ คงสุคนธ์
นางสาวโสมวดี อินทระ

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

สารบัญ

หน้า

บทคัดย่อภาษาไทย .... ก
บทคัดย่อภาษาอังกฤษ .... ข
กิตติกรรมประกาศ .... ค
สารบัญ .... ง
สารบัญ(ต่อ) .... จ
สารบัญตาราง .... ฉ
สารบัญรูป .... ช
บทที่ 1 บทนำ 1
1.1 ความเป็นมาและความสำคัญ 1
1.2 วัตถุประสงค์ของปัญหาพิเศษ 1
1.3 ขอบเขตของปัญหาพิเศษ 1
1.4 ขั้นตอนการดำเนินการ 2
1.5 ประโยชน์ที่คาดว่าจะได้รับ 2
1.6 ระยะเวลาการดำเนินงาน 3
บทที่ 2 ทฤษฎีและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง 4
2.1 ความรู้พื้นฐานเกี่ยวกับแวมไพร์ 4
2.1.1 การเกิดแวมไพร์ 5
2.1.2 คุณลักษณะ 6
2.1.3 ความเชื่อท้องถิ่น 7
2.2 ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ 7
2.2.1 นิยามศัพท์คณิตศาสตร์ 7
2.2.2 วิธีรุงเงคุตตา 8
2.3 แบบจำลองทางคณิตศาสตร์ 11
2.3.1 แบบจำลองประชากรผู้ล่าและเหยื่อ 11

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

สารบัญ (ต่อ)

หน้า

2.4 โปรแกรมคอมพิวเตอร์....14

2.4.1 การกำหนดตำแหน่งจุดทศนิยมของการแสดงค่า....15

2.4.2 การแสดงผลตัวอักษรค่าตัวแปร....15

2.4.3 การอ่านข้อมูลใน Array ของ MATLAB....16

2.4.4 การวาดกราฟโดยใช้ฟังก์ชัน plot....17

2.4.5 การวาดกราฟหลายกราฟ (Multiple Plots)....18

2.4.6 การทำงานแบบวนรอบ (Loop)....19

2.4.7 การใช้คำสั่ง if....20

2.4.8 รูปแบบฟังก์ชันสำเร็จรูปในการแก้ปัญหา....20

2.4.9 การสร้างโปรแกรมย่อย....21

บทที่ 3 การวิจัยและการดำเนินการ....23

บทที่ 4 ผลการวิจัยและการอภิปรายผล....35

บทที่ 5 สรุปผลวิจัยและข้อเสนอแนะ....47

เอกสารอ้างอิง....51

ภาคผนวก....52

ภาคผนวก ก....53

ภาคผนวก ข....58

ภาคผนวก ค....59

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

สารบัญตาราง

ตารางที่ หน้า

2.1 สัญลักษณ์สี เครื่องหมาย และลักษณะเส้น....................19
2.2 ฟังก์ชันสำเร็จรูป....................21
5.1 สรุปผลการวิจัยของจำนวนประชากรมนุษย์กับเวลาจำนวนประชากรแวมไพร์กับเวลาและจำนวนประชากรแวมไพร์กับจำนวนประชากรมนุษย์....................49

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

สารบัญรูป

รูปที่	หน้า
2.1 Vampire twilight	4
2.2 True blood the series	5
2.3 The historian Book	7
2.4 กราฟของฟังก์ชัน $y = x^2 - 10x + 15$ โดยที่ค่า x เริ่มจาก 0 ถึง 10	17
4.1 กราฟแสดงความสัมพันธ์ระหว่างจำนวนประชากรมนุษย์กับจำนวนปี	35
4.2 กราฟแสดงความสัมพันธ์ระหว่างจำนวนประชากรแวมไพร์กับจำนวนปี	36
4.3 กราฟแสดงความสัมพันธ์ระหว่างจำนวนประชากรแวมไพร์กับจำนวนประชากรมนุษย์	37
4.4 กราฟแสดงความสัมพันธ์ระหว่างจำนวนประชากรมนุษย์กับจำนวนปี	38
4.5 กราฟแสดงความสัมพันธ์ระหว่างจำนวนประชากรแวมไพร์กับจำนวนปี	39
4.6 กราฟแสดงความสัมพันธ์ระหว่างจำนวนประชากรแวมไพร์กับจำนวนประชากรมนุษย์	40
4.7 กราฟแสดงความสัมพันธ์ระหว่างจำนวนประชากรมนุษย์กับจำนวนปี	41
4.8 กราฟแสดงความสัมพันธ์ระหว่างจำนวนประชากรแวมไพร์กับจำนวนปี	42
4.9 กราฟแสดงความสัมพันธ์ระหว่างจำนวนประชากรแวมไพร์กับจำนวนประชากรมนุษย์	43
4.10 กราฟแสดงความสัมพันธ์ระหว่างจำนวนประชากรมนุษย์กับจำนวนปี	44
4.11 กราฟแสดงความสัมพันธ์ระหว่างจำนวนประชากรแวมไพร์กับจำนวนปี	45
4.12 กราฟแสดงความสัมพันธ์ระหว่างจำนวนประชากรแวมไพร์กับจำนวนประชากรมนุษย์	46

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

บทที่ 1

บทนำ

1.1 ความเป็นมาและความสำคัญ

เนื่องจากในปัจจุบันนี้ ผู้คนให้ความสนใจในเรื่องราวของแวมไพร์มาก ทำให้เรื่องราวของแวมไพร์นั้นโด่งดังจนมีการนำไปสร้างเป็นละคร ซีรี่ย์ และ ภาพยนตร์ ต่างๆ

ปัญหาพิเศษฉบับนี้ได้ทำการศึกษาอัตราการเปลี่ยนแปลงของประชากรมนุษย์และแวมไพร์ ซึ่งแวมไพร์คือผีดิบที่มีรูปร่างหน้าตาเหมือนมนุษย์ทั่วไปแต่มีฟันแหลมคม ดื่มเลือดมนุษย์เป็นอาหารเพื่อหล่อเลี้ยงให้มีชีวิตเป็นอมตะไม่มีวันตาย ในตอนกลางคืนแวมไพร์จะออกหาเหยื่อเพื่อดูดเลือดที่บริเวณคอของเหยื่อโดยเหยื่อมักจะเป็นเพศตรงข้ามเสมอ และนักล่าแวมไพร์คือมนุษย์ที่ทำหน้าที่เป็นนักล่าแวมไพร์โดยสืบต่อหน้าที่กันทางสายเลือดจากงานวิจัยมี 3 แบบจำลองซึ่งในแบบจำลอง The Stoker-King model และ The Rice model เมื่อได้ทำการศึกษาแล้วพบว่าแบบจำลองทั้งสองนี้ไม่เข้าสู่สภาวะสมดุล แต่จะมีสภาวะสูญพันธ์ของบางประชากรและมีการเกิดของประชากรมากเกินไป เราจึงไม่พิจารณาแบบจำลองทั้งสองรูปแบบนี้แต่เราศึกษาเฉพาะกรณีที่ประชากรมนุษย์และประชากรแวมไพร์ เข้าสู่สภาวะที่สมดุลไม่มีการสูญพันธุ์ของสิ่งมีชีวิตใดๆ ทั้งสองสายพันธุ์อยู่ร่วมกันได้อย่างสงบ โดยอ้างอิงจาก The Harris–Meyer–Kostova Model ซึ่งมีความสมเหตุสมผลเราจึงนำมาวิเคราะห์หาความเป็นไปได้ว่าเมื่อเวลาผ่านไป 200 ปี ประชากรมนุษย์และประชากรแวมไพร์จะมีการเปลี่ยนแปลงประชากรเป็นไปในรูปแบบใดซึ่งอาจจะมีการเพิ่มขึ้นหรือลดลงตามช่วงเวลาอย่างไรก็ตาม บทสรุปของปัญหานี้ต้องการให้ มนุษย์และแวมไพร์อยู่ในภาวะที่สมดุล ซึ่งอ้างอิงจากนวนิยายเรื่อง Twilight series, Sookie Stockhouse (Southern Vampire) series,True Blood(TV series) ,The Historian

1.2 วัตถุประสงค์ของปัญหาพิเศษ

เพื่อศึกษา The Harris–Meyer–Kostova Model และนำความรู้ทางคณิตศาสตร์มาหาผลเฉลยโดยวิธีผลเฉลยเชิงตัวเลข และใช้โปรแกรมสำเร็จรูป MATLAB ในการหาผลเฉลยที่เหมาะสม

1.3 ขอบเขตของปัญหาพิเศษ

1.3.1 ศึกษาแผนภาพThe Harris–Meyer–Kostova Modelด้วยปัญหาค่าเริ่มต้นที่เป็นระบบสมการเชิงอนุพันธ์อันดับหนึ่ง

1.3.2 ศึกษาระเบียบวิธีการวิเคราะห์เชิงตัวเลขโดยวิธีรุงเงคุตตาอันดับที่ 1-4 เพื่อนำมาใช้แก้ไขปัญหา

1.3.3 ใช้โปรแกรมสำเร็จรูป MATLAB ในการหาผลเฉลยที่เหมาะสม

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

1.4 ขั้นตอนการดำเนินการ

1.4.1 ศึกษาวิธีการที่มนุษย์สามารถอยู่ร่วมกันอย่างสงบกับแวมไพร์ เพื่อใช้เป็นข้อมูลเบื้องต้นก่อนนำไปหาผลเฉลยโดยข้อมูลที่สำคัญของวิธีการนี้คือ สมการเชิงอนุพันธ์อันดับหนึ่ง และเงื่อนไขเริ่มต้น

1.4.2 ศึกษาวิธีการเชิงตัวเลขเพื่อหาวิธีการหาผลเฉลยของสมการเชิงอนุพันธ์อันดับหนึ่งที่เหมาะสมที่สุด

1.4.3 ใช้ความรู้เกี่ยวกับการวิเคราะห์เชิงตัวเลข และแบบจำลองทางคณิตศาสตร์

1.4.4 เขียนโปรแกรมของวิธีการหาผลเฉลยเชิงตัวเลข

1.4.5 วิเคราะห์ผลลัพธ์ที่ได้และเปรียบเทียบผลจากการหาผลเฉลยโดยวิธีเชิงตัวเลข

1.4.6 ประเมิน สรุปผลจากงานวิจัยและเสนอแนะ

1.4.7 จัดทำรูปเล่มปัญหาพิเศษ พร้อมทั้งนำเสนองานวิจัยทั้งหมด

1.5 ประโยชน์ที่คาดว่าจะได้รับ

1.5.1 เพื่อนำความรู้ที่ได้ศึกษาไปวิเคราะห์ถึงความเป็นไปได้ของมนุษย์และแวมไพร์ซึ่งสามารถอยู่ร่วมกันภายใต้ระบบนิเวศที่สมดุล

1.5.2 สามารถนำความรู้ทางคณิตศาสตร์มาประยุกต์ใช้กับการแก้ปัญหานี้ได้

1.5.3 สามารถนำแบบจำลองที่ได้ศึกษามาพัฒนาเพื่อให้มีประสิทธิภาพมากยิ่งขึ้น

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

1.6 ระยะเวลาการดำเนินงาน

ขั้นตอนการดำเนินงาน	ระยะเวลา							
	ก.ย. 2557	ต.ค. 2557	พ.ย. 2557	ธ.ค. 2557	ม.ค. 2558	ก.พ. 2558	มี.ค. 2558	เม.ย. 2558
ค้นหาหัวข้อที่สนใจในการทำปัญหาพิเศษ	√							
จัดทำที่มาวัตถุประสงค์ ขอบเขตและประโยชน์ที่คาดว่าจะได้รับจากปัญหาพิเศษ	√	√						
ศึกษาวิธีการที่มนุษย์สามารถอยู่ร่วมกันอย่างสงบกับแวมไพร์		√	√					
ศึกษาวิธีการเชิงตัวเลขและแบบจำลองทางคณิตศาสตร์			√	√				
เขียนโปรแกรมของวิธีการหาผลเฉลยเชิงตัวเลข			√	√				
วิเคราะห์ผลลัพธ์ที่ได้และเปรียบเทียบผลจากการหาผลเฉลยโดยวิธีเชิงตัวเลข				√	√			
ประเมิน สรุปผลจากงานวิจัย และเสนอแนะ					√	√	√	
จัดทำรูปเล่มปัญหาพิเศษและนำเสนองานวิจัยทั้งหมด							√	√

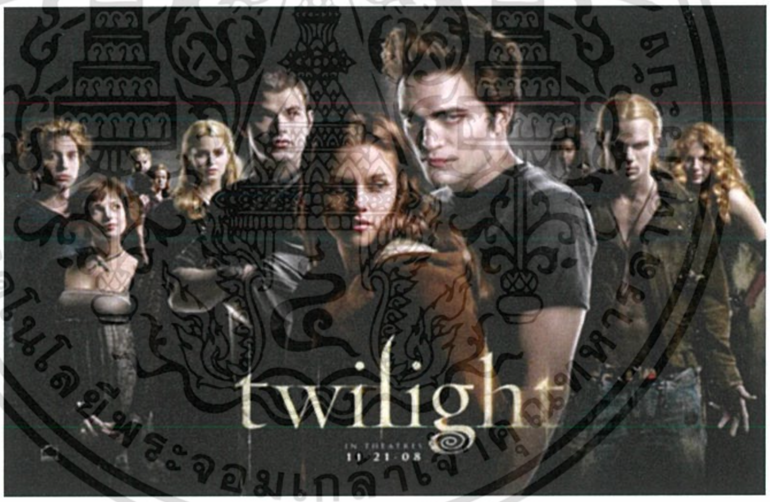
เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

บทที่ 2

ทฤษฎีและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

2.1 ความรู้พื้นฐานเกี่ยวกับแวมไพร์

แวมไพร์ (อังกฤษ: Vampire) ผีชนิดหนึ่งตามความเชื่อของชาวยุโรปในยุคกลางเชื่อว่าเป็นผีดิบ ที่มีรูปร่างหน้าตาเหมือนมนุษย์ทั่วไปแต่มีฟันแหลมคม ดื่มเลือดของมนุษย์ด้วยกันเป็นอาหารเพื่อหล่อเลี้ยง โดยที่แวมไพร์จะมีชีวิตเป็นอมตะ ไม่มีวันตาย จะปรากฏตัวได้แต่เฉพาะเวลากลางคืนเพราะกลางวันแพ้แสงแดดแวมไพร์จะหลบซ่อนอยู่ในโลงของตนหรือในหลุมในเวลากลางวันสามารถแปลงร่างได้หลายแบบเช่น ค้างคาว,นกฮูก,หมาป่า เป็นต้นสามารถกำบังกายหายตัวได้ไม่มีเงาเมื่อกระทบกับแสงหรือสะท้อน ในกระจกมีแรงมากเหมือนผู้ชาย 20 คนสิ่งที่จะกำราบแวมไพร์ได้คือสิ่งศักดิ์สิทธิ์ทางศาสนา เช่นไม้กางเขน,น้ำมนตร์ หรือแม้กระทั่งสมุนไพรกลิ่นแรงบางชนิด เช่นกระเทียม วิธีฆ่าแวมไพร์มีมากมาย เช่นตอกลิ่มให้ทะลุหัวใจ เผา หรือตัดหัวด้วยจอบของสัปเหร่อบุคคลที่ตกเป็นเหยื่อของมันจะกลายเป็นแวมไพร์ไปด้วยและกลายเป็นสาวกของแวมไพร์ตนที่ดูดเลือดตัวเอง



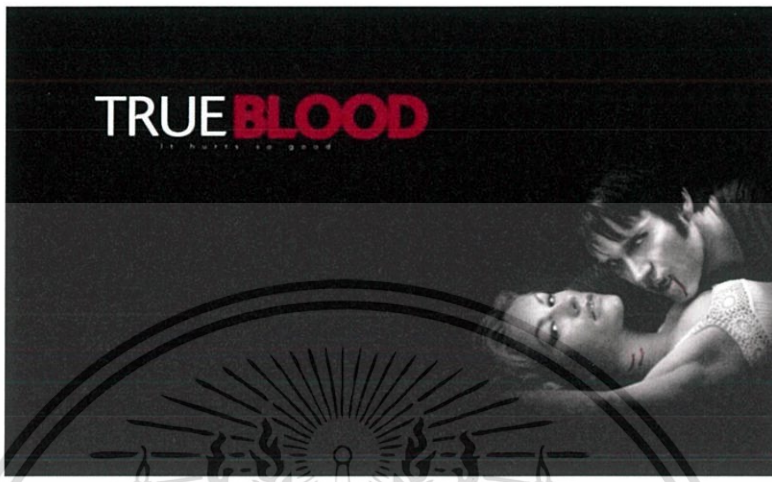
รูปที่ 2.1 Vampire twilight

แหล่งที่มา http://imgsrv.klll.com/image/klllr/UserFiles/Image/Twilight-Poster.jpg

ชาวยุโรปในยุคกลางนั้นหวาดกลัวแวมไพร์มากผู้ที่สงสัยว่าเป็นแวมไพร์จะตกอยู่ในสถานะเดียว กับแม่มด หรือมนุษย์หมาป่า คือถูกตัดสินลงโทษด้วยการเอาถึงชีวิต มีวิธีการป้องกันการรุกรานของแวมไพร์หลายวิธี เช่นบางหมู่บ้านจะโปรยเมล็ดข้าวไว้บนหลังคาบ้านเพราะเชื่อว่าแวมไพร์จะง่วนกับการนับเมล็ดข้าวเป็นการถ่วงเวลา หรือแม้แต่การวางไม้กางเขนหรือดอกกุหลาบที่มีหนามแหลมเพื่อเป็นการพันธนาการไว้ในโลง เรื่องราวของผีแวมไพร์มีมากมายที่เป็นนิทานพื้นบ้านและวรรณกรรม โดยวรรณกรรมที่ว่าถึงแวมไพร์ที่เก่าแก่ที่สุดมีมาตั้งแต่สมัยโรมันวรรณกรรมที่มีชื่อเสียงที่สุดของแวมไพร์คือเรื่อง Dracula ของ Bram Stoker ที่โด่งดังจนมีการนำไปสร้างเป็นภาพยนตร์ ละคร ละครเวที หรือแม้แต่กระทั่งภาพยนตร์การ์ตูนมากมายตราบจนปัจจุบันเช่นภาพยนตร์เรื่อง Nosferatu : A

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

Symphony of *Horror* ในปี ค.ศ. 1922 เป็นต้น เป็นไปได้ว่าความเชื่อเรื่องของแวมไพร์ที่สามารถแปลงร่างเป็นค้างคาวได้อาจมีที่มาจากที่ภูมิภาคอเมริกากลางและทวีปอเมริกาใต้มีค้างคาวขนาดเล็กจำพวกหนึ่งในวงศ์ Desmodontinae มีพฤติกรรมดูดเลือดสัตว์ที่ใหญ่กว่าเป็นอาหารในเวลากลางคืน ซึ่งค้าวคาวในวงศ์นี้ก็ได้มีการเรียกชื่อสามัญว่า *แวมไพร์* เช่นกัน



รูปที่ 2.2 True blood the series

แหล่งที่มา http://images5.fanpop.com/image/photos/25200000/Sookie-Bill-true-blood-25228617-1680-1050.jpg

2.1.1 การเกิดแวมไพร์

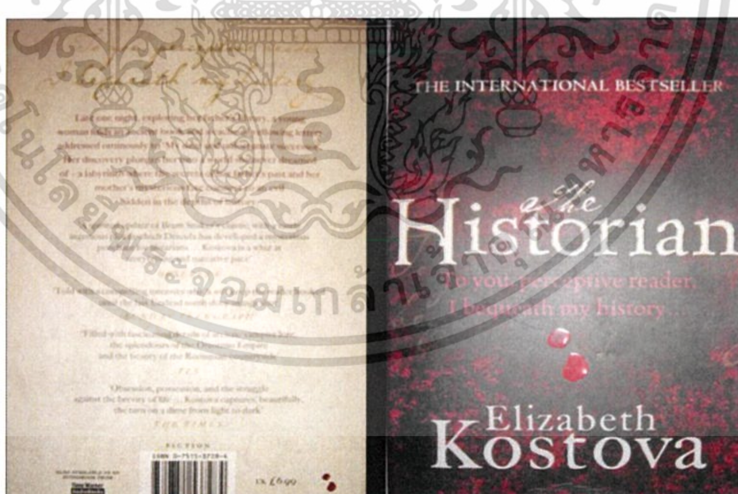
สาเหตุของการสืบสายสายพันธุ์แวมไพร์มีหลากหลายรูปแบบตามความเชื่อท้องถิ่นและความเชื่อจีน หากศพที่มีสัตว์กระโดดข้ามโดยเฉพาะหมาหรือแมวจะทำให้ศพไม่ตายร่างที่มีบาดแผลที่ไม่ได้รับการรักษาโดยน้ำเดือดก็เสี่ยงในความเชื่อรัสเซียแวมไพร์มักเชื่อว่าเป็นพ่อมดหรือคนที่ขบถต่อโบสถ์ในขณะที่พวกเขามีชีวิตอยู่และที่ไทยมีการเกิดแวมไพร์ขึ้นเมื่อครั้งอดีตกาลปัจจุบันเขายังคงมีชีวิตอยู่

การปฏิบัติทางสังคมมักเกิดขึ้นจากความพยายามป้องกันการกลับมาของคนตายการฝังศพคว่ำลง ก็แพร่ขยายไปทั่วและฝังไปกับสิ่งของของมนุษย์อย่างเช่นเคียวด้ามยาว หรือเคียวเกี่ยวข้าวไว้ใกล้กับหลุม ศพเพื่อเอาใจเหล่าปีศาจที่จะเข้ามาในร่างหรือเพื่อระงับความตายที่จะไม่ทำให้พวกเขาลุกขึ้นจากหลุมศพวิธีนี้ดูคล้ายกับวิธีปฏิบัติของชาวกรีกโบราณที่จะใส่โอโวลอส(เหรียญเงินเล็กๆ)ในปากศพเป็นค่าธรรมเนียมในการข้ามแม่น้ำสติกซ์ในโลกหน้าแต่ก็ยังเป็นข้อถกเถียงไฟจะช่วยขจัดวิญญาณร้ายเข้าสู่ร่างกายและอาจเป็นอิทธิพลให้กับความเชื่อพื้นบ้านเกี่ยวกับแวมไพร์ธรรมเนียมนี้ยังคงมีอยู่ในประเพณีของกรีกสมัยใหม่เกี่ยวกับ vrykolakas ที่จะมีกางเขนทำจากขี้ผึ้งและชิ้นส่วนเครื่องปั้นดินเผาที่จารึกไว้ว่า "Jesus Christ conquers" วางบนศพเพื่อป้องกันการกลายเป็นแวมไพร์วิธีปฏิบัติอื่นในยุโรปเช่นการแยก เส้นเอ็นที่หัวเข่าหรือใช้ท่อนไม้หรืออิฐยัดเข้าไปในปากหรือการวางเมล็ดต้นป็อปปี้ ข้าวฟ่าง หรือทรายบนพื้นดินของหลุมศพที่เชื่อว่าเป็นแวมไพร์เพื่อเป็นการป้องกันแวมไพร์ในช่วงกลางคืนโดยการนับเมล็ดข้าวที่ร่วงโรยคล้ายกับเรื่องเล่าของชาวจีนที่ว่าถ้าแวมไพร์ของจีนกระโดดข้ามกระสอบข้าวจะต้องนับข้าวทุกเมล็ด เช่นเรื่องราวในนิทานของอินเดียและอเมริกาใต้ที่เป็นเรื่องเล่าของพ่อมดและปีศาจหรือวิญญาณชั่วร้าย

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

2.1.2 คุณลักษณะ

เป็นการยากที่จะอธิบายถึงความหมายเพียงความหมายเดียวของความเชื่อเรื่องแวมไพร์ ถึงแม้ว่ามี หลายองค์ประกอบที่เหมือนกันในบางตำนานในยุโรปแวมไพร์มักมีการรายงานว่ามีลักษณะ พอง มีเนื้อหนัง เป็นสีม่วงหรือเข้มจากลักษณะนี้ทำให้มีคุณสมบัติที่จะดื่มเลือดซึ่งเลือดมักจะซึมออก จากปากหรือจมูก เมื่อพบในผ้าห่อศพหรือโลงศพและมักมีตาซ้ายเปิดมักแต่งตัวในผ้าห่อศพจากผ้า ลินินและมีฟัน ผมและเล็บ งอกออกมาเหมือนเขี้ยวสัตว์คุณลักษณะอื่นมาจากวัฒนธรรมสู่วัฒนธรรม แวมไพร์บางพวกอย่างเช่นใน เรื่องเล่าแถบทรานซิลเวเนียแวมไพร์จะผอมแห้ง ซีดและมีเล็บนิ้วยาว ขณะที่ในบัลแกเรียมีโพรงจมูกรู เดียวและในแวมไพร์ในบาวาเรียหลับโดยขัดนิ้วโป้งและมีตาเปิดหนึ่ง ข้าง แวมไพร์ในโมราเวียจะทำร้ายต่อ เมื่อเปลือยเท่านั้น และในเรื่องเล่าชาวอัลบาเนียจะสวมรองเท้า ส้นสูงเรื่องเล่าต่างๆของแวมไพร์ได้แพร่ กระจายไปทั่วทุกส่วนของโลกทั้งในอเมริกาและทุกที่และใน บางครั้งก็มีการอธิบายแวมไพร์ที่แปลกพิสดาร อย่างแวมไพร์เม็กซิกันจะมีกะโหลกเปล่าแทนหัวใน บราซิล แวมไพร์มีเท้าที่มีขนยาวมาจากเทือกเขาร็อกกี้จะดูดเลือดจากทางจมูกโดยดูดจากทางหูของ เหยื่อลักษณะทั่วไปในบางครั้งจะอธิบายเช่นมีผมสีแดงใน บางรายงานสามารถแปลงร่างเป็น ค้างคาว สุนัข สุนัขจิ้งจอก หรือแม้กระทั่งผีเสื้อกลางคืนในตำนานที่ หลากหลายอย่างเช่นผลงานวรรณกรรม เช่นแดรกคูลา และผู้กระหายเลือดทางประวัติศาสตร์อย่างเช่น Gilles de Rais, Elizabeth Báthory และ VladTepes แวมไพร์ก็พัฒนาออกมาในรูปแบบแบบแผน สมัยใหม่



รูปที่ 2.3 The historian Book

แหล่งที่มา https://graphicdesign3.files.wordpress.com/2008/02/book2.jpg

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

2.1.3 ความเชื่อท้องถิ่น

ความเชื่อเกี่ยวกับลัทธิแวมไพร์มีมานานกว่าพันปีไม่ว่าจะเป็นวัฒนธรรมอย่างเมโสโปเตเมีย ,ฮิบรู,กรีกโบราณและโรมัน มีเรื่องเล่าของปีศาจและวิญญาณที่ตีความว่าเป็นที่มาของแวมไพร์สมัยใหม่อย่างไรก็ตามเหตุการณ์ที่เกิดขึ้นที่ดูเหมือนสิ่งมีชีวิตคล้ายแวมไพร์ในสมัยโบราณความเชื่อในรูปธรรมที่เรารู้ใน ปัจจุบันของต้นกำเนิดแวมไพร์มักมาจากต้นศตวรรษที่ 18 ทางแถบตะวันออกเฉียงใต้ของยุโรปเมื่อ ประเพณีการเล่าขานของคนหลายเผ่าพันธุ์ต่างบันทึกและตีพิมพ์ในกรณีส่วนมากแวมไพร์คือผีในรูปแบบ ปีศาจ,เหยื่อฆ่าตัวตาย,ผู้ใช้เวทมนตร์คาถา หรือถูกสร้างมาด้วยอำนาจวิญญาณความชั่วร้ายที่ครอบงำศพ หรือถูกกัดโดยแวมไพร์ความเชื่อต่างๆในตำนานกระจายไปทั่วท้องที่ที่ก่อให้เกิดความผวาหวาดกลัวและมีการบังคับตามกฎหมายของคนที่เชื่อว่าเป็นแวมไพร์

2.2 ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์

2.2.1 นิยามศัพท์คณิตศาสตร์

2.2.1.1 สมการเชิงอนุพันธ์ (Differential equation) หมายถึง สมการที่ประกอบด้วย อนุพันธ์ (Derivative)หรือค่าเชิงอนุพันธ์ (Differential) ของตัวแปรตาม (Dependent variable) หนึ่งตัวหรือมากกว่าหนึ่งตัวเทียบกับตัวแปรอิสระ(Independent variable) หนึ่งตัวหรือมากกว่าหนึ่งตัว

2.2.1.2 สมการเชิงอนุพันธ์สามัญ (Ordinary differential equation) หมายถึงสมการเชิงอนุพันธ์ซึ่งประกอบด้วยอนุพันธ์ที่เทียบกับตัวแปรอิสระเพียงตัวเดียว

2.2.1.3 สมการเชิงอนุพันธ์อันดับหนึ่ง (First Order Differential Equations) หมายถึง สมการที่เขียนอยู่ในรูปอนุพันธ์

$$\frac{dy}{dx} = f(x,y)$$

หรือจะเขียนอยู่ในรูปค่าเชิงอนุพันธ์

$$M(x,y)dx + N(x,y)dy = 0$$

2.2.1.4 ระบบสมการเชิงอนุพันธ์ (System of Ordinary Differential equation)

กาญจนา (2552) ได้เขียนอธิบายระบบสมการเชิงอนุพันธ์สามัญดังนี้ปัญหาทางวิศวกรรมศาสตร์ และวิทยาศาสตร์ส่วนใหญ่ไม่เพียงจะประกอบไปด้วยสมการเชิงอนุพันธ์อันดับหนึ่งเพียงสมการเดียวดังเช่นที่ได้ทำการศึกษาวิธีการแก้สมการมาโดยตลอดแต่จะประกอบด้วยสมการเชิงอนุพันธ์อันดับหนึ่งหลายๆสมการที่เกี่ยวข้องและสัมพันธ์กันซึ่งทำให้เกิดระบบสมการที่ประกอบด้วย n สมการย่อยในรูปดังนี้

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$\frac{dy_1}{dx} = f(x, y_1, y_2, ..., y_n)$$
$$\frac{dy_2}{dx} = f(x, y_1, y_2, ..., y_n)$$
$$\vdots \qquad \vdots$$
$$\frac{dy_n}{dx} = f(x, y_1, y_2, ..., y_n)$$

วิธีการต่างๆที่ใช้แก้สมการเชิงอนุพันธ์อันดับหนึ่งสมการเดียวดังที่ได้ทำการศึกษามาแล้วเช่น วิธีออยเลอร์หรือวิธีรุงเงคุตตาอันดับต่างๆสามารถนำมาใช้แก้ระบบสมการเชิงอนุพันธ์ไปโดยพร้อมๆ กันทั้งระบบสมการ

2.2.1.5 ปัญหาค่าเริ่มต้น (Initial Value Problem: IVP) หมายถึง ปัญหาในสมการอนุพันธ์อันดับหนึ่งหรือมากกว่าโดยทั่วไปในทางประยุกต์มักจะประกอบด้วยสมการเชิงอนุพันธ์และเงื่อนไขประกอบเกี่ยวข้องกับ x เพียงค่าเดียวเพื่อหาผลเฉลยเฉพาะสำหรับเงื่อนไขนั้น ในสมการนั้นมี y เป็นตัวแปรตามและ x เป็นตัวแปรอิสระ

ตัวอย่างเช่น IVP : $x' = y$ ——— (1)

$y' = -2\sin t - x - 2y$ ——— (2)

IC : $x(0) = 2$

$y(0) = -1$ สำหรับ $0 \le t \le 1$

2.2.1.6 ค่าคลาดเคลื่อน (error) หมายถึง ผลต่างระหว่างค่าที่แท้จริงกับค่าที่ใช้ประมาณค่าประมาณนั้นๆอาจได้จากการวัดหรือการคำนวณโดยตรงก็ได้

2.2.2 วิธีรุงเงคุตตา (Runge Kutta Method)

กาญจนา (2552) ได้เขียนอธิบายระเบียบวิธีรุงเงคุตตาดังนี้ วิธีรุงเงคุตตาเป็นวิธีที่ได้รับความนิยมและนำไปใช้กันอย่างกว้างขวางโดยเฉพาะในการคำนวณที่ต้องการค่าผลลัพธ์ที่มีความเที่ยงตรงสูง แนวความคิดที่ใช้ในการคิดค้นวิธีรุงเงคุตตา คือ การหาค่าความชันที่มีความเที่ยงตรงสูงเพื่อทำให้ได้ค่า ผลลัพธ์ที่มีความเที่ยงตรงสูงตามมา

รุงเงคุตตาอันดับหนึ่ง (Runge Kutta Of first Order)

$$x_{i+1} = x_i + hf(x_i, y_i)$$
$$y_{i+1} = y_i + hg\left(x_{i,} y_{i,}\right)$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

วิธีรุงเงคุตตาอันดับหนึ่งซึ่งจากการพิจารณาสมการดังกล่าวมีความคล้ายคลึงกับสมการวิธีออยเลอร์

พิจารณาจากสมการ เราสมมติค่า $h = \frac{b-a}{n}$ โดยที่ a , b คือค่าขอบ และ n คือช่องกว้างที่แบ่งตามช่วงกว้างของ h เพื่อช่วยให้มีความเข้าใจวิธีรุงเงคุตตาได้โดยง่ายจะต้องทำการศึกษาวิธีรุงเงคุตตาอันดันดับสองโดยละเอียดในหัวข้อถัดไป

รุงเงคุตตาอันดับสอง (Runge Kutta Of second Order)

$$x_{i+1} = x_i + \left(\frac{k_1 + k_2}{2}\right)$$

$$y_{i+1} = y_i + \left(\frac{l_1 + l_2}{2}\right)$$

โดยที่

$$k_1 = hf\left(x_i, y_i\right)$$

$$l_1 = hg\left(x_i, y_i\right)$$

$$k_2 = hf\left(x_i + k_1, y_i + l_1\right)$$

$$l_2 = hg(x_i + k_1, y_i + l_1)$$

รุงเงคุตตาอันดับสองมีความแม่นยำมากกว่าอันดับหนึ่ง โดยจากสมการจะมีค่าคงที่ไม่ทราบค่าทั้งหมด 4 ตัวแปร คือ k_1, k_2, l_1 และ l_2 จาก

$k_1 = f(x_i, y_i)$ = ความชันที่จุดเริ่มต้นของช่วงกว้าง h

$l_1 = g(x_i, y_i)$ = ความชันที่จุดเริ่มต้นของช่วงกว้าง h

$k_2 = f(x_i + \frac{1}{2}h, y_i + hk_1)$ = ความชันที่จุดปลายของช่วงกว้าง h

$l_2 = g(x_i + \frac{1}{2}h, y_i + hk_1)$ = ความชันที่จุดปลายของช่วงกว้าง h

มีค่าความคลาดเคลื่อนในรูปของช่วงกว้างอันดับสอง ซึ่งมีความหมายโดยทั่วไปว่าถ้าช่วงกว้างที่ใช้ในการคำนวณลดลงไปครึ่งหนึ่ง ค่าคลาดเคลื่อนที่เกิดขึ้นจะลดลงไปเป็นเศษหนึ่งส่วนสี่จากค่าคลาดเคลื่อนเดิม

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

รุงเงคุตตาอันดับสาม (Runge Kutta Of Third Order)

$$x_{i+1} = x_i + \frac{1}{9}\left(2k_1 + 3k_2 + 4k_3\right)$$

$$y_{i+1} = y_i + \frac{1}{9}\left(2l_1 + 3l_2 + 4l_3\right)$$

โดยที่

$$k_1 = hf\left(x_i, y_i\right)$$

$$l_1 = hg\left(x_i, y_i\right)$$

$$k_2 = hf\left(x_i + \frac{k_1}{2}, y_i + \frac{l_1}{2}\right)$$

$$l_2 = hg(x_i + \frac{k_1}{2}, y_i + \frac{l_1}{2})$$

$$k_3 = hf\left(x_i + \frac{3}{4}k_2, y_i + \frac{3}{4}l_2\right)$$

$$l_3 = hg\left(x_i + \frac{3}{4}k_2, y_i + \frac{3}{4}l_2\right)$$

วิธีรุงเงคุตตาอันดับสามมีความแม่นยำและเที่ยงตรงมากกว่าอันดับสองรูปแบบของสมการรุงเงคุตตาอันดับสามที่ใช้กันโดยทั่วไปสามารถนำไปใช้ประโยชน์ในการประยุกต์โปรแกรมคอมพิวเตอร์และวิธีรุงเงคุตตาอันดับสาม จะมีค่าคลาดเคลื่อนในรูปช่วงกว้างอันดับสาม $O(h^3)$ ขั้นตอนในการคำนวณด้วยวิธีรุงเงคุตตาอันดับสามสามารถทำได้โดยง่าย

วิธีรุงเงคุตตาอันดับสี่ (Forth Order Runge Kutta Method)

วิธีรุงเงคุตตาอันดับสี่จัดได้ว่าเป็นวิธีที่ได้รับความนิยมใช้กันแพร่หลาย ซึ่งให้ค่าคลาดเคลื่อนโดยใช้รูปของช่วงกว้างอันดับสี่ $O(h^4)$ ลักษณะของค่าผลลัพธ์จะมีความเที่ยงตรงสูงรูปของสมการรุงเงคุตตาอันดับสี่ที่ใช้กันโดยทั่วไป สามารถนำไปประยุกต์เป็นโปรแกรมคอมพิวเตอร์ได้โดยตรงและมีลักษณะ ดังนี้

$$x_{i+1} = x_i + \frac{1}{6}\left[k_1 + 2k_2 + 2k_3 + k_4\right] \tag{2.1}$$

$$y_{i+1} = y_i + \frac{1}{6}\left[l_1 + 2l_2 + 2l_3 + l_4\right] \tag{2.2}$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

โดยที่

$$k_1 = hf(x_i, y_i) \quad (2.1a)$$

$$l_1 = hg\left(x_i, y_i\right) \quad (2.2a)$$

$$k_2 = hf\left(x_i + \frac{1}{2}k_1, y_i + \frac{1}{2}l_1\right) \quad (2.1b)$$

$$l_2 = hg\left(x_i + \frac{1}{2}k_1, y_i + \frac{1}{2}l_1\right) \quad (2.2b)$$

$$k_3 = hf\left(x_i + \frac{1}{2}k_2, y_i + \frac{1}{2}l_2\right) \quad (2.1c)$$

$$l_3 = hg\left(x_i + \frac{1}{2}k_2, y_i + \frac{1}{2}l_2\right) \quad (2.2c)$$

$$k_4 = hf\left(x_i + k_3, y_i + l_3\right) \quad (2.1d)$$

$$l_4 = hg\left(x_i + k_3, y_i + l_3\right) \quad (2.2d)$$

2.3 แบบจำลองทางคณิตศาสตร์

แบบจำลองทางคณิตศาสตร์เป็นการอธิบายระบบโดยใช้แนวคิดและภาษาทางคณิตศาสตร์ แบบจำลองทาง คณิตศาสตร์ที่ใช้ไม่เพียงแต่ในวิทยาศาสตร์ธรรมชาติ (เช่น ฟิสิกส์ ชีววิทยา อุตุนิยมวิทยา) และวิศวกรรม (เช่น วิทยาการคอมพิวเตอร์) แต่ยังใช้ในสังคมศาสตร์ (เช่น เศรษฐศาสตร์ จิตวิทยา สังคมวิทยา และการเมือง) รวมไปถึง นักฟิสิกส์ วิศวกร นักสถิติ นักวิจัย และนักวิเคราะห์เศรษฐศาสตร์ก็ใช้แบบจำลองทางคณิตศาสตร์อย่างกว้างขวาง รูปแบบของแบบจำลองทางคณิตศาสตร์อาจช่วยอธิบายถึงระบบและการศึกษาผลกระทบขององค์ประกอบที่แตกต่างกันและช่วยในการคาดการณ์เกี่ยวกับพฤติกรรมได้หลายรูปแบบเช่น ระบบพลวัตต่างๆ แบบจำลองทางสถิติ สมการเชิงอนุพันธ์ และอื่นๆ

2.3.1 แบบจำลองประชากรผู้ล่าและเหยื่อ

จิรัชญา (2555) ได้กล่าวว่า แบบจำลองประชากรผู้ล่า – เหยื่อเป็นระบบสมการเชิงอนุพันธ์อันดับหนึ่ง ที่เกิดขึ้นจากการสร้างตัวแบบที่เกี่ยวข้องกับประชากรสองกลุ่มคือ ประชากรผู้ล่าและเหยื่อ ที่มีปฏิกิริยาต่อกัน พิจารณาระบบสมการเชิงอนุพันธ์ที่ควบคุมการเปลี่ยนแปลงจำนวนประชากรเหยื่อ แทนด้วย $x(\mathrm{t})$ และผู้ล่าแทนด้วย $y(\mathrm{t})$ ถ้าไม่มีผู้ล่า แบบจำลองสำหรับเหยื่อจะเป็น

$$\frac{dx}{dt} = kx$$

เมื่อ $k > 0$ ตัวแบบนี้ เป็นการเติบโตแบบไม่มีขีดจำกัด จำนวนประชากรเหยื่อจะเพิ่มขึ้นด้วยอัตราที่เป็นสัดส่วนกับประชากรขณะนั้น และไม่สนใจว่ามีผลกระทบจากความแออัด

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ถ้ามีผู้ล่าแบบจำลองจะเป็น $\frac{dx}{dt} = kx - axy$ เมื่อเทอม axy แทนผลของการที่เหยื่อถูกกินโดยแวมไพร์หรือจำนวนการตายของเหยื่อ(ต่อหนึ่งหน่วยเวลา) และ $a > 0$ อัตราที่เหยื่อถูกกินเป็นสัดส่วนกับอัตราที่แวมไพร์และมนุษย์มีปฏิกิริยาต่อกัน ทำนองเดียวกัน แบบจำลองสำหรับผู้ล่าจะเป็นดังนี้

ถ้าไม่มีเหยื่อ $\frac{dy}{dt} = -cy$ เมื่อ $c > 0$ จำนวนประชากรผู้ล่าจะลดลงด้วยอัตราที่เป็นสัดส่วนกับประชากรขณะนั้น

ถ้ามีเหยื่อ $\frac{dy}{dt} = -cy + baxy$ เมื่อเทอม $baxy$ แทนอัตราที่จำนวนประชากรผู้ล่าเพิ่มหรืออัตราการเกิดของผู้ล่าเป็นสัดส่วนกับจำนวนที่เหยื่อถูกกิน(ต่อหนึ่งหน่วยเวลา) (ค่าคงที่ a b และ c จะขึ้นอยู่กับจำนวนประชากรเหยื่อและผู้ล่า) ดังนั้น ระบบสำหรับผู้ล่าและเหยื่อจะอยู่ในรูป

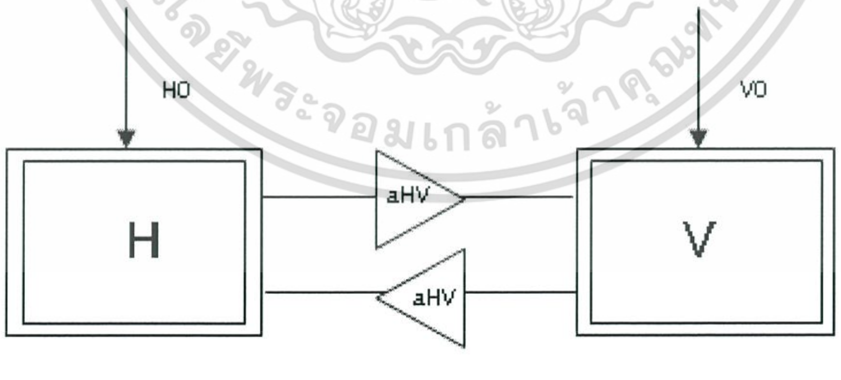
$$\frac{dx}{dt} = kx - axy \qquad (2.3a)$$

$$\frac{dy}{dt} = -cy + baxy \qquad (2.3b)$$

จากการศึกษางานวิจัยของ Wadim Strielkowski, Evgeny Lisin and Emily Welkins [5] ผู้วิจัยได้ศึกษาอัตราการเปลี่ยนแปลงของประชากรมนุษย์และแวมไพร์ โดยมีแบบจำลองที่สามารถจำแนกได้ตามรูปแบบของภาพยนตร์ นวนิยาย และซีรี่ย์ ได้ 3 รูปแบบดังนี้

The stoker-king Model

จากเรื่อง “Dracula”ของ Bram Stoker และ เรื่อง “Salem’s Lot”ของ Stephen King สามารถเขียนอธิบายได้ด้วยแผนภาพดังนี้



$H0$ คือจำนวนของมนุษย์ในระยะเวลาเริ่มต้น (คน)

$V0$ คือจำนวนของแวมไพร์ในระยะเวลาเริ่มต้น (ตน)

x คือจำนวนประชากรมนุษย์ (คน)

y คือจำนวนประชากรแวมไพร์ (ตน)

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

a คือสัมประสิทธิ์การตายปฏิสัมพันธ์ระหว่างมนุษย์และแวมไพร์สำหรับมนุษย์

$\frac{dx}{dt}$ คืออัตราการเปลี่ยนแปลงของมนุษย์เมื่อเทียบกับเวลา (คน/ปี)

$\frac{dy}{dt}$ คืออัตราการเปลี่ยนแปลงของแวมไพร์เมื่อเทียบกับเวลา (ตน/ปี)

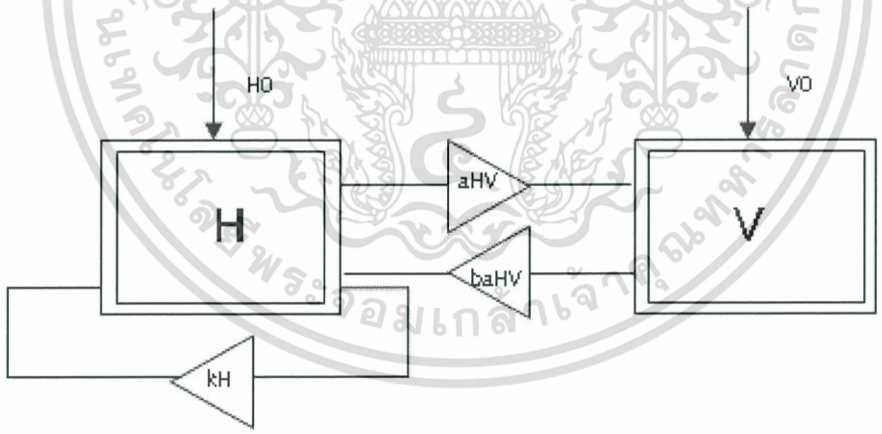
มีรูปแบบสมการ ดังนี้

$$\frac{dx}{dt} = -axy$$
$$\frac{dy}{dt} = axy$$
$$x(0) = 1.65\times10^{9}$$
$$y(0) = 1$$

จากการศึกษาแบบจำลองรูปแบบที่ 1 โดยใช้ระยะเวลา 1 ปี พบว่าผลลัพธ์ที่ออกมามนุษย์จะสูญพันธุ์ภายใน 165 วัน ทำให้เกิดภาวะที่มนุษย์และแวมไพร์ไม่สามารถอยู่ร่วมกันได้

<u>แบบจำลองที่ 2 The Rice model</u>

อ้างอิงมาจากนวนิยายเรื่อง Vampire Chronicles ของ Anne Rice ซึ่งมีแผนภาพดังนี้



$H0$ คือจำนวนของมนุษย์ในระยะเวลาเริ่มต้น (คน)

$V0$ คือจำนวนของแวมไพร์ในระยะเวลาเริ่มต้น (ตน)

x คือจำนวนประชากรมนุษย์ (คน)

y คือจำนวนประชากรแวมไพร์ (ตน)

a คือสัมประสิทธิ์การตายปฏิสัมพันธ์ระหว่างมนุษย์และแวมไพร์สำหรับมนุษย์

b คือสัมประสิทธิ์อัตราที่มนุษย์กลายเป็นแวมไพร์

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

k คือสัมประสิทธิ์เจริญเติบโตของประชากรมนุษย์

$\frac{dx}{dt}$ คืออัตราการเปลี่ยนแปลงของมนุษย์เมื่อเทียบกับเวลา (คน/ปี)

$\frac{dy}{dt}$ คืออัตราการเปลี่ยนแปลงของแวมไพร์เมื่อเทียบกับเวลา (ตน/ปี)

มีรูปแบบสมการดังนี้

$$\frac{dx}{dt} = x(k - ay)$$
$$\frac{dy}{dt} = baxy$$
$$x(0) = 982\times10^{6}$$
$$y(0) = 2$$

จากการศึกษาแบบจำลองรูปแบบที่ 2 โดยใช้ระยะเวลา 100 ปี พบว่าผลลัพธ์ที่ได้คือมนุษย์มีการเพิ่มจำนวนประชากรอย่างรวดเร็วในทางตรงกันข้ามส่งผลให้จำนวนประชากรแวมไพร์ลดลง โดยที่จำนวนประชากรมนุษย์ที่เพิ่มขึ้นโดยการสืบพันธุ์แบบธรรมชาติแต่เมื่อเวลาผ่านไป 48.7 ปี จำนวนมนุษย์จะลดลงจนเกือบสูญพันธุ์และจำนวนแวมไพร์จะค่อยๆเพิ่มขึ้น ดังนั้นจึงเห็นได้ว่าจำนวนประชากรของมนุษย์จะลดลงตามอัตราส่วนแวมไพร์ที่เพิ่มขึ้น

2.4 โปรแกรมคอมพิวเตอร์

MATLAB คือ ภาษาคอมพิวเตอร์ขั้นสูง (High-level Language) สำหรับการคำนวณทางเทคนิค ที่ประกอบด้วยการคำนวณเชิงตัวเลขกราฟริกที่ซับซ้อนและการจำลองแบบเพื่อให้มองเห็นภาพพจน์ได้ ง่ายและชัดเจนชื่อของ MATLAB ย่อมาจาก Matrix laboratory เดิมโปรแกรม MATLAB ได้เขียนขึ้น เพื่อใช้ในการคำนวณทาง Matrix หรือเป็น Matrix software ที่พัฒนาจากบริษัท MathWork Inc. โปรแกรมภาษา MATLAB มีหน้าต่าง (Window) หลักที่สำคัญคือ

1.หน้าต่างสำหรับเขียนคำสั่ง (Command Window) ที่สามารถแสดงผลได้ทันทีแต่ไม่สามารถบันทึกเก็บไว้เป็นไฟล์ได้

2.หน้าต่างเขียนคำสั่งโดยบันทึกเก็บเป็นไฟล์ (M-File)

3.หน้าต่างแสดงผลในรูปแบบของกราฟิกหรือรูป (Figure Window)

หน้าต่าง M-Fileสามารถเชื่อมโยงกับหน้าต่าง Command Window และ Figure Window โดยใช้คำสั่งเพียงสั้นๆทำให้คำสั่งการคำนวณสามารถแสดงผลได้ทั้งในหน้าต่าง Command Window และ Figure Window นอกจากนี้หน้าต่าง Command Window กับ Figure Window ยังสามารถเชื่อมโยงข้อมูลกันได้โดยหน้าต่าง Figure Window จะเป็นหน้าต่างแสดงผลอย่างเดียวสำหรับโปรแกรมภาษา MATLAB นอกจากสามารถเขียนโปรแกรมได้ง่ายแล้วยังสามารถแสดงผลได้สะดวกจึงทำให้โปรแกรมภาษา MATLAB ได้รับความนิยมอย่างมากในการนำไปประยุกต์ใช้งาน

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

2.4.1 การกำหนดตำแหน่งจุดทศนิยมของการแสดงค่า

MATLAB โดยปกติจะแสดงค่าของตัวเลขกับจุดทศนิยม 4 ตำแหน่งหากผู้ใช้ต้องการเปลี่ยนการ แสดงค่าก็สามารถทำได้ด้วยการใช้คำสั่ง format ซึ่งมีคำสั่งดังนี้

ตัวอย่างค่า Pi

format short	การแสดงตัวเลข 5 ตำแหน่ง 3.1416
format short e	การแสดงตัวเลข 5 ตำแหน่งพร้อมเลข Exp 3.1416e+000
format short g	การแสดงตัวเลขที่ดีที่สุดระหว่างในรูปแบบสั้นๆหรือในรูปแบบเลข Exp แล้วแต่ความเหมาะสม 3.1416
format long	การแสดงตัวเลข 16 ตำแหน่ง Exp 3.141592653589793
format long e	การแสดงตัวเลข 16 ตำแหน่งพร้อมเลข Exp 3.141592653589793e+000
format long g	การแสดงตัวเลขแบบยาว 3.14159265358979
format hex	การแสดงตัวเลขแบบฐาน 16 คือ 1...9 และ A...F 400921fb54442d18
format bank	การแสดงตัวเลขแบบธนาคาร คือ ทศนิยม 2 ตำแหน่ง Exp 3.14
format +	การแสดงตัวเลขว่าเป็นบวก ลบ หรือ ศูนย์ +
format rat	การแสดงอัตราส่วนโดยประมาณ Exp 355/113

2.4.2 การแสดงผลตัวอักษรค่าตัวแปร

เราสามารถกำหนดรูปแบบให้ MATLAB แสดงผลตามที่ต้องการได้โดยมีการใช้คำสั่งต่อไปนี้

- คำสั่ง disp เช่นถ้า A เป็นตัวแปรซึ่งได้รับการกำหนดค่าแล้ว disp(A) จะแสดงค่าค่า A ส่วน disp('Display') MATLAB จะพิมพ์คำว่า Display ลงบนหน้าจอสำหรับตัวอักษร(string) นั้นจะต้องบรรจุอยู่ในเครื่องหมาย "-"

  ตัวอย่างเช่น

```
>> A=10

 A =

     10

>> disp(A)
     10

>> disp('MATLAB')
MATLAB
```

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

- คำสั่ง fprintf เป็นการแสดงผลอย่างมีรูปแบบเนื่องจากจะสามารถควบคุม Output ได้ดีกว่าคำสั่ง disp สำหรับคำสั่ง fprintf นั้นสามารถกำหนดรูปแบบของ Output variable ได้โดยใช้ตัวกำหนด (specifier) ซึ่งประกอบด้วย %e,%f และ %g

  %e จะเป็นการแสดงผลในลักษณะ Exponential notation เช่น 2.3456e+2

  %f จะแสดงเป็นเลขทศนิยม

  %g จะเลือกแสดง %e หรือ %f แล้วแต่ว่าแบบไหนจะสั้นกว่า

ตัวอย่าง 2.3 ถ้าใช้ specifier%6.2f จะเป็นการแสดงค่าโดยประกอบด้วยเลขหลักจุดทศนิยม 2 ตำแหน่ง จุดทศนิยมคิดเป็นอีก 1 ตำแหน่งที่เหลือจะเป็นตัวเลขหน้าจุดทศนิยม

```
>>  A=10;
fprintf('Total sum is %6.2f kilos \n',A)
Total sum is  10.00 kilos
```

คำสั่ง \n เป็นคำสั่งให้เริ่มพิมพ์คำต่อไปในบรรทัดใหม่ เช่น

```
>> fprintf('Total sum is  \n %6.2f kilos \n',A)
Total sum is
  10.00 kilos
```

2.4.3 การอ่านข้อมูลใน Array ของ Matlab

การอ่านค่าของข้อมูล ณ ตำแหน่ง (Index) ที่ต้องการ

1. ทำการสร้างการสุ่มค่าตัวเลขที่เป็นทศนิยมจำนวน 10 ค่า แล้วแสดงข้อมูลที่ได้

```
>>clc ;                        %เคลียร์หน้าจอ
>>clear all ;                  %เคลียร์ค่าตัวแปรทั้งหมดที่มีการใช้งานก่อนหน้านี้
>>x = random(1,10,'double')    %สร้าง Array x โดยมีสมาชิกจำนวน 10 ตัว

X=
0.4505    0.9125    0.1056    0.5643    0.2956    0.3566
0.1603    0.9383    0.6028    0.6241
```

ซึ่งตอนนีจะเห็นค่าที่เก็บไว้ใน Array x ซึ่งได้จากการสุ่มค่าขึ้นมา (ในที่นี้สมมติว่าเป็นชุดข้อมูลของข้อมูลที่มีอยู่

2. สมมติว่าต้องการใช้งานเฉพาะตำแหน่งที่ 3 ก็สามารถทำได้ดังนี้

```
>>y = x(1,3)    %อ่านค่าข้อมูลตำแหน่งที่ 3 ของ Array x มาเก็บไว้ที่ y

  y = 0.1056
```

หรือใช้ Colon Operator

```
>>y = x(:,3)    %อ่านค่าข้อมูลตำแหน่งที่ 3 ของ Array x มาเก็บไว้ที่ y
  y = 0.1056
```

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

2.4.4 การวาดกราฟโดยใช้ฟังก์ชัน plot

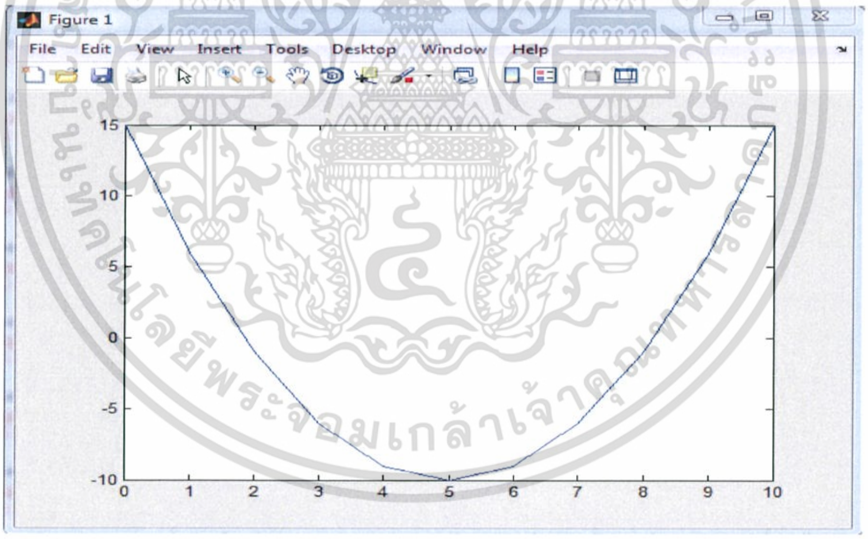
ฟังก์ชัน plot(x,y) ใช้วากกราฟ 2 มิติโดยที่เวกเตอร์ x ระบุตำแหน่งของจุดบนแกน x และเวกเตอร์ y ใช้ระบุตำแหน่งองจุดบนแกน y โดยที่เวกเตอร์ x และ y ต้องมีขนาด (จำนวนสมาชิก) เท่ากัน ยกตัวอย่างเช่น หากเราต้องการวาดกราฟของฟังก์ชัน $y = x^2 - 10x + 15$ โดยที่ค่า x เริ่มจาก 0 ถึง 10 ก็กระทำได้ดังนี้

```
>>x =0:1:10;

>>y=x.^2-10.*x+15;

>>plot(x,y)
```

หมายเหตุ :

- คำสั่งแรกสร้างตัวแปร x เป็นเวกเตอร์เริ่มจาก 0 ถึง 10 โดยใช้ colon operator
- คำสั่งที่สองสร้างตัวแปร y เป็นเวกเตอร์มีค่าตามสมการที่เรากำหนด (ใช้array operation)
- คำสั่งที่สามใช้วาดกราฟ

MATLAB จะสร้างหน้าต่างใหม่สำหรับแสดงรูปภาพ (Figure Window) ซึ่งเป็นรูปภาพดังนี้



รูปที่ 2.4 กราฟของฟังก์ชัน $x^2 - 10x + 15$ โดยที่ค่า x เริ่มจาก 0 ถึง 10

การเพิ่มชื่อและข้อมูลให้แก่รูปกราฟการเพิ่มชื่อกราฟ (title) และแกน x และ y ทำได้โดยการใช้ฟังก์ชัน title, xlabel และ ylabel ตามลำดับ ฟังก์ชันเหล่านี้ต้องใช้กับข้อมูลตัวอักษร (string) เสมอ

```
>>title('Plot of y = x.^2 – 10.*x + 15');
>>xlabel('x');
>>ylabel('y');
```

การเพิ่มเส้น grid ให้แก่รูปกราฟให้ใช้คำสั่ง grid on และหากต้องการเอาเส้น grid ออกให้ใช้คำสั่ง grid off

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

การนำแกน x และแกน y ออกจากกราฟก็ทำได้โดยการใช้คำสั่ง axis off และการเติมแกน x และแกน y กลับใส่รูปกราฟ ให้ใช้คำสั่ง axis on

ในบางครั้งหากเราต้องการกำหนดขนาดแกน xและแกน yเพื่อความสวยงามต่อการนำเสนอ เช่น หากเราต้องการแสดงแกน x โดยที่ *x* มีค่าจาก -5 ถึง 15 และแกน y จาก *y* มีค่า -15 ถึง 20 ให้ใช้คำสั่ง

```
>>axis([-5 15 -15 20])
```

ข้อสังเกต : คือ ขนาดของแกน x และ y เปลี่ยนไปแต่กราฟยังมีลักษณะเช่นเดิม นั่นคือเส้นกราฟไม่เปลี่ยนแปลงไปตามขนาดของแกน x และ y

2.4.5 การวาดกราฟหลายกราฟ (Multiple Plots)

การวาดหลายๆ ฟังก์ชันบนกราฟเดียวกันก็สามารถทำได้โดยการเขียนมากกว่า 1คู่ของเวกเตอร์ในฟังก์ชัน plot ยกตัวอย่าง หากเราต้องการวาดกราฟ $f(x)$ = sin 2x และ $f(x)$ = cos 2x โดยมีจากค่า *x* จาก 0 ถึง 2*pi ทำได้โดยใช้คำสั่งต่อไปนี้

```
>>x = 0:0.1:2*pi;
>>y1 = sin(2*x);
>>y2 = cos(2*x);
>>plot(x,y1,x,y2);
```

คำสั่ง legend ใช้เพื่อระบุกราฟแต่ละกราฟบนรูปกราฟ (figure) ซึ่งใช้คำสั่งดังนี้

```
>>legend('sin 2x','cos 2x');
```

การใช้คำสั่ง hold

ทุกๆครั้งที่คำสั่ง plot ถูกเรียกใช้รูปกราฟ (Figure) ใหม่จะถูกสร้างขึ้น และรูปกราฟจะถูกลบทิ้ง หากเราไม่ต้องการให้รูปกราฟเก่าถูกลบทิ้ง นั่นคือเราต้องการให้คำสั่ง plot วาดกราฟใหม่ทับบนรูปกราฟเดิมก็ทำได้โดยการใช้คำสั่ง hold ซึ่งมีรูปแบบการใช้คือ >>hold on รูปกราฟใหม่จะถูกวาดทับลงบนรูปกราฟเก่า และ >>hold off รูปกราฟใหม่จะถูกสร้างใหม่และรูปกราฟเก่าจะถูกลบทิ้ง

ผู้ใช้สามารถกำหนดสี (Color) ของเส้นกราฟ ชนิดของมาร์กเกอร์ (Marker) ของจุดข้อมูลบนเส้นกราฟ และรูปแบบ (Style) ของเส้น ซึ่งผู้ใช้สามารถกำหนดรูปแบบเหล่านี้ได้ในฟังก์ชัน plot ในรูปแบบของ Attribute character string ซึ่งใช้ 3 ตัวอักษรโดยที่ตัวอักษรตัวแรกระบุสีของเส้นกราฟ ตัวอักษรตัวที่สองระบุชนิดของมาร์กเกอร์ และตัวอักษรตัวสุดท้ายระบุรูปแบบของเส้นโดยเขียนคำสั่งได้ดังต่อไปนี้

```
>>x = 0:1:10;

>>y = x.^2 – 10.*x + 15;

>>plot(x,y,'rx--')
```

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

โดยที่ r ใน 'rx--' แสดงเส้นสีแดง x แสดงจุดมาร์กเกอร์แบบตัว x และ - - แสดงเส้นแบบประ

ตารางที่ 2.1 สัญลักษณ์สี เครื่องหมาย และลักษณะเส้น

Symbol	Color	Symbol	Marker	Symbol	Linestyle
B	blue	.	point	-	solid line
G	green	o	circle	:	dotted line
R	red	x	cross	.	dash-dot line
C	cyan	+	plus sign	--	dashed line
M	magenta	*	asterisk		
Y	yellow	s	square		
K	black	d	diamond		
W	white	v	triangle (down)		
		^	triangle (up)		
		<	triangle (left)		
		>	triangle (right)		
		p	pentagram		
		h	hexagram		

2.4.6 การทำงานแบบวนรอบ (Loop)

ในการเขียนโปรแกรมการใช้ Loop นับว่าเป็นวิธีที่ใช้ค่อนข้างมาก และมีประโยชน์สูง คำสั่งในการสร้าง Loop มี 2 คำสั่งคือ for และ while ใน MATLAB การใช้ Loop ทำได้ทั้งใน m-files และในจอคำสั่ง

โครงสร้างของ Loop คือ เริ่มด้วยคำสั่ง for หรือ while และจบด้วยคำสั่ง end

- **for loop** ใช้สำหรับกระทำการวนทำงานคำสั่งที่อยู่ภายใน Loop ไปเรื่อยๆ

```
for m = a:b
        ชุดคำสั่งหรือการคำนวณ;
end
```

โดยคำสั่งนี้จะกำหนดให้ MATLAB ทำเป็นวงรอบ (Loop) โดยเริ่มจากค่า m = a แล้ว ทำบรรทัดต่อมา คือ คำนวณชุดคำสั่งไม่ว่าจะมีชุดคำสั่งเท่าใดก็ตาม จากนั้นเมื่อพบคำสั่ง end แล้ว

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

MATLAB ก็จะกลับไปเริ่มต้นที่คำสั่ง for อีก แล้วทำงานต่อโดยใช้ค่า m = a+1 ไปเรื่อยๆ และจะเลิกทำงานเมื่อคำนวณค่าสุดท้ายที่ m = b ซึ่งในกรณีการใช้คำสั่งนี้ a และ b จะเป็นจำนวนเต็ม หรือหากใช้ for m = a:b:c จะเป็นการทำค่า 1 เริ่มจาก a ถึง c โดยเพิ่มขึ้นครั้งละ b

- **while loop** คือ วิธีที่ 2 ในการสร้าง Loop การใช้ while จะมีการตรวจสอบเงื่อนไขก่อนที่จะ

เข้าไปทำงานภายใน Loop ถ้าเงื่อนไขนั้นถูกต้องก็จะทำตามคำสั่งจนเมื่อพบคำสั่ง end ก็จะกลับไปที่

```
while
while เงื่อนไข

        ชุดคำสั่งหรือการคำนวณ;

end
```

2.4.7 การใช้คำสั่ง If

คำสั่ง If ใช้สำหรับตัดสินใจในเงื่อนไขที่ได้รับว่าจะกระทำคำสั่งใดเมื่อเงื่อนไขถูกต้อง (if) หรือทำคำสั่งใด เมื่อเงื่อนไขไม่ถูกต้อง (else) รูปแบบทั่วไปของ If มีดังนี้

```
if เงื่อนไข
        คำสั่ง (ได้มากกว่า 1 คำสั่ง)
else if เงื่อนไข                          % บรรทัดนี้มีหรือไม่ก็ได้
        คำสั่ง (ได้มากกว่า 1 คำสั่ง)        % บรรทัดนี้มีหรือไม่ก็ได้
else                                      % บรรทัดนี้มีหรือไม่ก็ได้
        คำสั่ง (ได้มากกว่า 1 คำสั่ง)        % บรรทัดนี้มีหรือไม่ก็ได้
end
```

2.4.8 รูปแบบฟังก์ชันสำเร็จรูปในการแก้ปัญหา

วัตถุประสงค์ : สำหรับการแก้ปัญหาค่าเริ่มต้นของสมการเชิงอนุพันธ์สามัญ (odes)

ไวยากรณ์

```
[T,Y] = solver ('F',tspan,y0)
[T,Y] = solver ('F',tspan,y0,options)
[T,Y,TE,IE] = solver ('F',tspan,y0,options)
solver เป็นหนึ่งใน ode45, ode23, ode113, ode15s, ode23s, ode23t หรือ ode23tb
```

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ตารางที่ 2.2 ฟังก์ชันสำเร็จรูป

Solver	ชนิดของฟังก์ชันที่ใช้ในการแก้ปัญหา
Tspan	เวกเตอร์ระบุช่วงการหาปริพันธ์ [t0,tf] จากค่าเริ่มต้นไปค่าสิ้นสุด
y0	เวกเตอร์ของเงื่อนไขเริ่มต้น
Option	อาร์กิวเมนต์การหาปริพันธ์สร้างขึ้นโดยใช้ฟังก์ชัน odeset

2.4.9 การสร้างโปรแกรมย่อย

การสร้างโปรแกรมย่อย (Function) สำหรับ MATLAB มีความยืดหยุ่นสูง เมื่อเปรียบเทียบกับ Procedural programming ด้วยภาษาอื่นๆ เนื่องจากไม่ต้องกำหนดชนิดข้อมูล และสามารถส่งหรือไม่ส่งตัวแปรกลับได้โดยง่ายในที่นี้จะกล่าวถึง 3 รูปแบบของการส่งค่ากลับ โดยการสร้าง Function ใหม่นั้นสามารถทำได้โดยเรียกใช้ editor ของ MATLAB โดยพิมพ์ edit หรือ click ที่เมนู File -> New -> M-File ก็ได้

แบบไม่ส่งค่าใดๆกลับ มีโครงสร้างดังนี้

Function *ชื่อโปรแกรมย่อย (รายการรับค่าเข้า <input parameter list>)*

เช่น

```
Function SayIt(message)
Disp(message)
```

แบบส่งค่ากลับ 1 ค่า มีโครงสร้างดังนี้

Function *ชื่อตัวแปรสำหรับส่งค่ากลับ = ชื่อโปรแรกมย่อย (รายการรับค่าส่งกลับ)*

เช่น

```
Function x=SumArray(y)
x=0;
n=length(y);
For i=1 :n
x=x+y(i)
end
```

จากนั้นสั่งบันทึกลงชื่อแฟ้มเดียวกับชื่อ Function และสามารถเรียกใช้ SumArray ได้จากหน้าต่าง Command ทันที เช่น

```
>>a=[1:10];
>>x=SumArray(a);
```

หมายเหตุ : MATLAB สามารถหาผลรวม Array ทั้งหมดได้ง่ายๆ โดยใช้โปรแกรมย่อยมาตรฐาน sum โดยตัวอย่างข้างบนเพื่อการนำเสนอเท่านั้น เช่น

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

```
>>a=[1:10]
>>x=sum(a);
```

แบบส่งกลับหลายค่า มีโครงสร้างดังนี้

Function [*ชื่อตัวแปรสำหรับส่งค่ากลับ1, ชื่อตัวแปรสำหรับส่งค่ากลับ2, ...*] = *ชื่อโปรแกรมย่อย (รายการรับค่าเข้า)*

เช่น

```
Function [x,y]=SumAndDiff(a,b)
x = a+b;
y = abs(a-b);
```

จากนั้นสั่งบันทึกลงชื่อแฟ้มเดียวกับชื่อ Function และสามารถเรียกใช้ SumAndDiff ได้จากหน้าต่าง Command ทันที เช่น

```
>>[m,n] = SumAndDiff(10,20)
m =
30
n =
10
```

ทั้งนี้เมื่อมีการเปลี่ยนค่าของตัวแปรรายการรับค่าเข้า (Formal Parameter) นั้น จะไม่มีผลกระทบใดๆกับค่า หรือตัวแปรที่ส่งค่า (Actual Parameter)

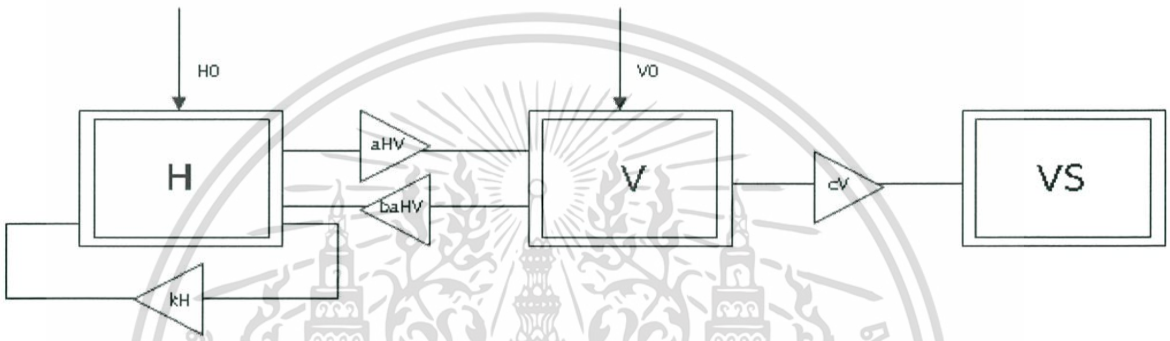
เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

บทที่ 3
วิธีการดำเนินงานวิจัย

จากการศึกษางานวิจัยนี้ผู้วิจัย ได้ศึกษาอัตราการเปลี่ยนแปลงของประชากรมนุษย์และประชากรแวมไพร์

แบบจำลอง The Harris- Meyer-Kostova model [5]

จากนวนิยายเรื่อง Twilight series ของ Stephenie Meyer, เรื่อง Sookie Stockhouse รวมทั้งซีรี่ย์ True Blood ของ Charlaine Harris และหนังสือ The Historian ของ Elizabeth Kostova ซึ่งมีแผนภาพดังนี้



$H0$ คือจำนวนของมนุษย์ในระยะเวลาเริ่มต้น (คน)

$V0$ คือจำนวนของแวมไพร์ในระยะเวลาเริ่มต้น (ตน)

x คือจำนวนประชากรมนุษย์ (คน)

y คือจำนวนประชากรแวมไพร์ (ตน)

a คือสัมประสิทธิ์การตายปฏิสัมพันธ์ระหว่างมนุษย์และแวมไพร์สำหรับมนุษย์

b คือสัมประสิทธิ์อัตราที่มนุษย์กลายเป็นแวมไพร์

k คือสัมประสิทธ์การเจริญเติบโตของประชากรมนุษย์

c คือสัมประสิทธิ์การตายปฏิสัมพันธ์ระหว่างแวมไพร์และนักล่าแวมไพร์

$\frac{dx}{dt}$ คืออัตราการเปลี่ยนแปลงของมนุษย์ (คน/ปี)

$\frac{dy}{dt}$ คืออัตราการเปลี่ยนแปลงของแวมไพร์ (ตน/ปี)

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

มีรูปแบบสมการดังนี้

$$\frac{dx}{dt} = x(k - ay) \qquad (3.1)$$

$$\frac{dy}{dt} = y(bax - c) \qquad (3.2)$$

$$x(0) = 6150\times10^{6}$$

$$y(0) = 5\times10^{6}$$

จากการวิเคราะห์แบบจำลองที่ 3 ในการคำนวณจะใช้เวลา 200 ปี จาก ค.ศ.2001-ค.ศ.2201 จำนวนการเจริญเติบโตของมนุษย์จะเพิ่มขึ้นจนถึงจุดสูงสุดในปี ค.ศ.2046 แล้วจะลดลงเรื่อยๆจนถึงจุดต่ำสุดในปี ค.ศ.2065 และเมื่อทำการพิจารณาจำนวนประชากรแวมไพร์จะลดลงจนถึงจุดต่ำสุด ในปี ค.ศ.2023 แล้วเพิ่มขึ้นถึงจุดสูงสุดในปี ค.ศ.2055 ซึ่งจำนวนการเจริญเติบโตของประชากรมนุษย์และประชากรแวมไพร์จะเป็นไปในรูปแบบนี้อย่างต่อเนื่อง จะเห็นได้ว่าทั้ง 2 เผ่าพันธุ์สามารถอยู่ร่วมกันได้ภายใต้ระบบนิเวศที่สมดุล จึงทำให้แบบจำลองนี้มีความสมเหตุสมผลที่สุด

ในการดำเนินงานวิจัยฉบับนี้ ผู้วิจัยได้ศึกษาการหาผลเฉลยระบบสมการเชิงอนุพันธ์สามัญอันดับหนึ่ง ของระบบสมการแบบจำลองประชากรผู้ล่า-เหยื่อ โดยจะศึกษาวิธีการหาผลเฉลยโดยวิธีรุงเงคุตตาอันดับ 4 ซึ่งมีตัวอย่างระบบวิธีการคำนวณ ดังนี้

$$IVP: \quad \frac{dx}{dt} = x\left(k - ay\right)$$

$$\frac{dy}{dt} = -cy + baxy$$

$$IC: \quad x\left(0\right) = 6150\times10^{6}$$

$$y\left(0\right) = 5\times10^{6}$$

$x_1 = 7000\times10^{6}$ $\quad t_1 = 2012$ $\quad t_0 = 2001$ $\quad h = 1$ $\quad b = 0.1$

$x_s = 7704\times10^{6}$ $\quad y_s = 8\times10^{6}$

จาก $\left(x_s, y_s\right) = (\frac{c}{ba} \quad \frac{k}{a})$ และ $k = \dfrac{\ln\left(\dfrac{x_1}{x_0}\right)}{t_1 - t_0}$

จะได้ $k = \dfrac{\ln\left(\dfrac{7000\times10^{6}}{6150\times10^{6}}\right)}{2012 - 2001} = 0.0118$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

หาค่า a จาก $y_s = \dfrac{k}{a}$

$$8\times10^6 = \frac{0.0118}{a}$$

จะได้ $a = 1.5\times10^{-9}$

หาค่า c จาก $x_s = \dfrac{c}{ba}$

$$7.704\times10^9 = \frac{c}{((0.1)(1.5\times10^{-9}))}$$

จะได้ $c = 1.1556$

$$f(x_i, y_i) = x_i(k - ay_i)$$
$$= 0.0118x_i - (1.5\times10^{-9})x_iy_i \qquad ; i = 0,1,2,3,...,199$$
$$g(x_i, y_i) = -cy_i + bax_iy_i$$
$$= -1.1556y_i + 0.1(1.5\times10^{-9})x_iy_i \qquad ; i = 0,1,2,3,...,199$$

$i = 0 \quad , \quad h = 1$

$$k_1 = h[0.0118x_0 - (1.5\times10^{-9})x_0y_0]$$
$$= 1\left[0.0118(6150\times10^6) - (1.5\times10^{-9})(6150\times10^6)(5\times10^6)\right]$$
$$= 72.57\times10^6 - 46.125\times10^6$$
$$= 26.445\times10^6$$
$$l_1 = h[-1.1556y_0 + 0.1(1.5\times10^{-9})x_0y_0]$$
$$= 1\left[-1.1556(5\times10^6) + 0.1(1.5\times10^{-9})(6150\times10^6)(5\times10^6)\right]$$
$$= -5.778\times10^6 + 4.6125\times10^6$$
$$= -1.1655\times10^6$$
$$k_2 = h[0.0118(x_0 + \frac{k_1}{2}) - (1.5\times10^{-9})(x_0 + \frac{k_1}{2})(y_0 + \frac{l_1}{2})]$$
$$= 1[0.0118(6150\times10^6 + (\frac{26.445\times10^6}{2}))$$
$$-(1.5\times10^{-9})(6150\times10^6 + (\frac{26.445\times10^6}{2}))(5\times10^6 + (\frac{-1.1655\times10^6}{2}))]$$
$$= 72.726\times10^6 - 40.8367\times10^6$$
$$= 31.8893\times10^6$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$l_2 = h[-1.1556(y_0+\frac{l_1}{2})+0.1(1.5\times10^{-9})(x_0+\frac{k_1}{2})(y_0+\frac{l_1}{2})]$$

$$= 1[-1.1556(5\times10^6+(\frac{-1.1655\times10^6}{2}))+0.1(1.5\times10^{-9})$$

$$\times(6150\times10^6+(\frac{26.445\times10^6}{2}))(5\times10^6+\frac{-1.1655\times10^6}{2}]$$

$$= -5.1046\times10^6+4.0837\times10^6$$

$$= -1.0209\times10^6$$

$$k_3 = h[0.0118(x_0+\frac{k_2}{2})-(1.5\times10^{-9})(x_0+\frac{k_2}{2})(y_0+\frac{l_2}{2})]$$

$$= 1[0.0118(6150\times10^6+(\frac{31.8893\times10^6}{2}))$$

$$-(1.5\times10^{-9})(6150\times10^6+(\frac{31.8893\times10^6}{2}))(5\times10^6+(\frac{-1.0209\times10^6}{2}))]$$

$$= 72.7581\times10^6-41.5239\times10^6$$

$$= 31.2342\times10^6$$

$$l_3 = h[-1.1556(y_0+\frac{l_2}{2})+0.1(1.5\times10^{-9})(x_0+\frac{k_2}{2})(y_0+\frac{l_2}{2})]$$

$$= 1[-1.1556(5\times10^6+(\frac{-1.0209\times10^6}{2}))+0.1(1.5\times10^{-9})$$

$$\times(6150\times10^6+(\frac{31.8893\times10^6}{2}))(5\times10^6+(\frac{-1.0209\times10^6}{2}))]$$

$$= -5.1882\times10^6+4.1524\times10^6$$

$$= -1.0358\times10^6$$

$$k_4 = h[0.0118(x_0+k_3)-\left(1.5\times10^{-9}\right)(x_0+k_3)(y_0+l_3)]$$

$$= 1[0.0118(6150\times10^6+31.2342\times10^6)$$

$$-(1.5\times10^{-9})(6150\times10^6+31.2342\times10^6)\left(5\times10^6+\left(-1.0358\times10^6\right)\right)]$$

$$= 72.9386\times10^6-36.7555\times10^6$$

$$= 36.1831\times10^6$$

$$l_4 = h[-1.1556(y_0+l_3)+0.1\left(1.5\times10^{-9}\right)(x_0+k_3)(y_0+l_3)]$$

$$= 1[-1.1556\left(5\times10^6+\left(-1.0358\times10^6\right)\right)$$

$$+0.1\left(1.5\times10^{-9}\right)\left(6150\times10^6+31.2342\times10^6\right)\left(5\times10^6+\left(-1.0358\times10^6\right)\right)]$$

$$= -4.581\times10^6+3.6756\times10^6$$

$$= -0.5474\times10^6$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

จะได้

$$x_1 = x_0 + \frac{1}{6}\left[k_1 + 2k_2 + 2k_3 + k_4\right]$$

$$= 6150\times10^6 + \frac{1}{6}\left[26.445\times10^6 + 2\left(31.8893\times10^6\right) + 2\left(31.2342\times10^6\right) + 36.1831\times10^6\right]$$

$$= 6150\times10^6 + \frac{1}{6}\left(188.8751\times10^6\right)$$

$$= 6150\times10^6 + 31.4792\times10^6$$

$$= 6181.4792 \times 10^6$$

$$y_1 = y_0 + \frac{1}{6}[l_1 + 2l_2 + 2l_3 + l_4]$$

$$= 5\times10^6 + \frac{1}{6}[-1.1655\times10^6 + 2\left(-1.0209\times10^6\right) + 2\left(-1.0358\times10^6\right) + \left(-0.5474\times10^6\right)]$$

$$= 5\times10^6 + \frac{1}{6}\left(-6.1844\times10^6\right)$$

$$= 5\times10^6 + \left(-1.0307\times10^6\right)$$

$$= 3.9693\times10^6$$

$i = 1$, $h = 1$

$$k_1 = h[0.0118x_1 - \left(1.5\times10^{-9}\right)x_1y_1]$$

$$= 10.0118\left(6181.4792\times10^6\right) - \left(1.5\times10^{-9}\right)\left(6181.4792\times10^6\right)\left(3.9693\times10^6\right)$$

$$= 72.9415\times10^6 - 36.8042\times10^6$$

$$= 36.1373\times10^6$$

$$l_1 = h[-1.1556\,y_1 + 0.1\left(1.5\times10^{-9}\right)x_1y_1]$$

$$= 1\left[-1.1556\left(3.9693\times10^6\right) + 0.1\left(1.5\times10^{-9}\right)\left(6181.4792\times10^6\right)\left(3.9693\times10^6\right)\right]$$

$$= -4.5869\times10^6 + 3.6804\times10^6$$

$$= -0.9065\times10^6$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$k_2 = h[0.0118(x_1 + \frac{k_1}{2}) - \left(1.5\times10^{-9}\right)(x_1 + \frac{k_1}{2})(y_1 + \frac{l_1}{2})]$$

$$= 1[0.0118(6181.4792\times10^6 + (\frac{36.1373\times10^6}{2}))$$

$$-(1.5\times10^{-9})(6181.4792\times10^6 + (\frac{36.1373\times10^6}{2}))(3.9693\times10^6 + (\frac{-0.9065\times10^6}{2}))]$$

$$= 73.1547\times10^6 - 36.6973\times10^6$$

$$= 40.4574\times10^6$$

$$l_2 = h[-1.1556(y_1 + \frac{l_1}{2}) + 0.1\left(1.5\times10^{-9}\right)(x_1 + \frac{k_1}{2})(y_1 + \frac{l_1}{2})]$$

$$= 1[-1.1556(3.9693\times10^6 + (\frac{-0.9065\times10^6}{2})) + 0.1(1.5\times10^{-9})(6181.4792\times10^6)$$

$$+(\frac{36.1373\times10^6}{2}))(3.9693\times10^6 + (\frac{-0.9065\times10^6}{2}))]$$

$$= -4.0632\times10^6 + 3.2697\times10^6$$

$$= -0.7935\times10^6$$

$$k_3 = h[0.0118(x_1 + \frac{k_2}{2}) - (1.5\times10^{-9})(x_1 + \frac{k_2}{2})(y_1 + \frac{l_2}{2})]$$

$$= 1[0.0118(6181.4792\times10^6 + (\frac{40.4574\times10^6}{2}))$$

$$-(1.5\times10^{-9})(6181.4792\times10^6 + (\frac{40.4574\times10^6}{2}))(3.9693\times10^6 + (\frac{-1.0209\times10^6}{2}))]$$

$$= 7.1802\times10^6 - 33.2339\times10^6$$

$$= 39.9463\times10^6$$

$$l_3 = h[-1.1556(y_1 + \frac{l_2}{2}) + 0.1(1.5\times10^{-9})(x_1 + \frac{k_2}{2})(y_1 + \frac{l_2}{2})]$$

$$= 1[-1.1556(3.9693\times10^6 + (\frac{-1.0209\times10^6}{2}))$$

$$+0.1(1.5\times10^{-9})(6181.4792\times10^6 + (\frac{40.4574\times10^6}{2}))(3.9693\times10^6 + (\frac{-1.0209\times10^6}{2}))]$$

$$= -4.1285\times10^6 + 3.3234\times10^6$$

$$= -0.8051\times10^6$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$k_4 = h[0.0118(x_1+k_3) - \left(1.5\times10^{-9}\right)(x_1+k_3)(y_1+l_3)$$
$$= 1[0.0118\left(6181.4792\times10^6+39.9463\times10^6\right)$$
$$-\left(1.5\times10^{-9}\right)\left(6181.4792\times10^6+39.9463\times10^6\right)\left(3.9693x10^6+\left(-0.8051x10^6\right)\right)]$$
$$= 73.4128\times10^6 - 29.5288\times10^6$$
$$= 43.884\times10^6$$

$$l_4 = h[-1.1556(y_1+l_3) + 0.1\left(1.5\times10^{-9}\right)(x_1+k_3)(y_1+l_3)$$
$$= 1[-1.1556\left(3.9693\times10^6+\left(-0.8051\times10^6\right)\right)$$
$$+0.1\left(1.5\times10^{-9}\right)\left(6181.4792\times10^6+39.9463\times10^6\right)\left(3.9693\times10^6+\left(-0.8051\times10^6\right)\right)]$$
$$= -3.6565\times10^6+2.9529\times10^6$$
$$= -0.7036\times10^6$$

จะได้

$$x_3 = x_2+\frac{1}{6}[k_1+2k_2+2k_3+k_4]$$
$$= x_1+\frac{1}{6}\left[36.1373\times10^6+2\left(40.4574\times10^6\right)+2\left(39.9463\times10^6\right)+43.884\times10^6\right]$$
$$= 6181.4792\times10^6+\frac{1}{6}\left(240.8287\times10^6\right)$$
$$= 6181.4792\times10^6+40.1381\times10^6$$
$$= 6221.6173\times10^6$$

$$y_2 = y_1+\frac{1}{6}[l_1+2l_2+2l_3+l_4]$$
$$= y_0+\frac{1}{6}\left[-0.9065\times10^6+2\left(-0.7935\times10^6\right)+2\left(-0.8051\times10^6\right)+\left(-0.7036\times10^6\right)\right]$$
$$= 3.9693\times10^6+\frac{1}{6}\left(-4.8073\times10^6\right)$$
$$= 3.9693\times10^6+\left(-0.8012\times10^6\right)$$
$$= 3.1681\times10^6$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$i = 2 \quad , \quad h = 1;$

$$
\begin{aligned}
k_1 &= h\left[0.0118x_2 - \left(1.5\times10^{-9}\right)x_2y_2\right] \\
&= 1\left[0.0118\left(6221.6173\times10^{6}\right) - \left(1.5\times10^{-9}\right)\left(6221.6173\times10^{6}\right)\left(3.1681\times10^{6}\right)\right] \\
&= 73.4151\times10^{6} - 29.5661\times10^{6} \\
&= 43.849\times10^{6} \\
l_1 &= h\left[-1.1556y_2 + 0.1\left(1.5\times10^{-9}\right)x_2y_2\right] \\
&= 1\left[-1.1556\left(3.1681\times10^{6}\right) + 0.1\left(1.5\times10^{-9}\right)\left(6221.6173\times10^{6}\right)\left(3.1681\times10^{6}\right)\right] \\
&= -3.6611\times10^{6} + 2.9566\times10^{6} \\
&= -0.7045\times10^{6} \\
k_2 &= h[0.0118(x_2 + \frac{k_1}{2}) - (1.5\times10^{-9})(x_2 + \frac{k_1}{2})(y_2 + \frac{l_1}{2})] \\
&= 1[0.0118(6221.6173\times10^{6} + (\frac{43.849\times10^{6}}{2})) \\
&\quad -(1.5\times10^{-9})(6221.6173\times10^{6} + (\frac{43.849\times10^{6}}{2}))(3.1681\times10^{6} + (\frac{-0.7045\times10^{6}}{2}))] \\
&= 73.6738\times10^{6} - 26.3713\times10^{6} \\
&= 47.3025\times10^{6} \\
l_2 &= h[-1.1556(y_2 + \frac{l_1}{2}) + 0.1(1.5\times10^{-9})(x_2 + \frac{k_1}{2})(y_2 + \frac{l_1}{2})] \\
&= 1[-1.1556(3.1681\times10^{6} + (\frac{-0.7045\times10^{6}}{2})) + 0.1(1.5\times10^{-9}) \\
&\quad \times(6221.6173\times10^{6} + (\frac{43.849\times10^{6}}{2}))(3.1681\times10^{6} + (\frac{-0.7045\times10^{6}}{2}))] \\
&= -3.2541\times10^{6} + 2.6371\times10^{6} \\
&= -0.617\times10^{6}
\end{aligned}
$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$k_3 = h[0.0118(x_2+\frac{k_2}{2})-(1.5\times10^{-9})(x_2+\frac{k_2}{2})(y_2+\frac{l_2}{2})]$$

$$= 1[0.0118(6221.6173\times10^6+(\frac{47.3025\times10^6}{2}))$$

$$-(1.5\times10^{-9})(6221.6173\times10^6+(\frac{47.3025\times10^6}{2}))(3.1681\times10^6+(\frac{-0.617\times10^6}{2}))]$$

$$= 73.6942\times10^6-26.7885\times10^6$$

$$= 46.9057\times10^6$$

$$l_3 = h[-1.1556(y_2+\frac{l_2}{2})+0.1(1.5\times10^{-9})(x_2+\frac{k_2}{2})(y_2+\frac{l_2}{2})]$$

$$= 1[-1.1556(3.1681\times10^6+(\frac{-0.617\times10^6}{2}))$$

$$+0.1(1.5\times10^{-9})(6221.6173\times10^6+(\frac{47.3025\times10^6}{2})(3.1681\times10^6+(\frac{-0.617\times10^6}{2}))]$$

$$= -3.3046\times10^6+2.6789\times10^6$$

$$= -0.6258\times10^6$$

$$k_4 = h[0.0118\left(x_2+k_3\right)-\left(1.5\times10^{-9}\right)\left(x_2+k_3\right)\left(y_2+l_3\right)$$

$$= 1[0.0118\left(6221.6173\times10^6+46.9057\times10^6\right)$$

$$-\left(1.5\times10^{-9}\right)\left(6221.6173\times10^6+46.9057\times10^6\right)\left(3.1681\times10^6+\left(-0.6258\times10^6\right)\right)]$$

$$= 73.9686\times10^6-23.9047\times10^6$$

$$= 50.0639\times10^6$$

$$l_4 = h[-1.1556\left(y_2+l_3\right)+0.1\left(1.5\times10^{-9}\right)\left(x_2+k_3\right)\left(y_2+l_3\right)]$$

$$= 1[-1.1556\left(3.1681\times10^6+\left(-0.6258\times10^6\right)\right)$$

$$+0.1\left(1.5\times10^{-9}\right)\left(6221.6173\times10^6+46.9057\times10^6\right)\left(3.1681\times10^6+\left(-0.6258\times10^6\right)\right)]$$

$$= -2.9379\times10^6+2.3905\times10^6$$

$$= -0.5474\times10^6$$

จะได้

$$x_3 = x_2+\frac{1}{6}[k_1+2k_2+2k_3+k_4]$$

$$= x_2+\frac{1}{6}\left[43.849\times10^6+2\left(47.3025\times10^6\right)+2\left(46.9057\times10^6\right)+50.0639\times10^6\right]$$

$$= 6221.6173\times10^6+\frac{1}{6}\left(282.3293\times10^6\right)$$

$$= 6221.6173\times10^6+47.0549\times10^6$$

$$= 6268.6722\times10^6$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$y_3 = y_2 + \frac{1}{6}[l_1 + 2l_2 + 2l_3 + l_4]$$
$$= y_2 + \frac{1}{6}\Big[-0.7045 \times 10^6 + 2\left(-0.617 \times 10^6\right) + 2\left(-0.6258 \times 10^6\right) + \left(-0.5474 \times 10^6\right)\Big]$$
$$= 3.1681 \times 10^6 + \frac{1}{6}\left(-3.7375 \times 10^6\right)$$
$$= 3.1681 \times 10^6 + \left(-0.6229 \times 10^6\right)$$
$$= 2.5452 \times 10^6$$

$i = 3 \quad , \quad h = 1$

$$k_1 = h\left[0.0118x_3 - \left(1.5\times10^{-9}\right)x_3 y_3\right]$$
$$= 1\left[0.0118\left(6268.6722 \times 10^6\right) - \left(1.5\times10^{-9}\right)\left(6268.6722 \times 10^6\right)\left(2.5452 \times 10^6\right)\right]$$
$$= 73.9703 \times 10^6 - 23.9324 \times 10^6$$
$$= 50.0379 \times 10^6$$
$$l_1 = h\left[-1.1556y_3 + 0.1\left(1.5\times10^{-9}\right)x_3 y_3\right]$$
$$= 1\left[-1.1556\left(2.5452 \times 10^6\right) + 0.1\left(1.5\times10^{-9}\right)\left(6268.6722 \times 10^6\right)\left(2.5452 \times 10^6\right)\right]$$
$$= -2.9412 \times 10^6 + 2.3932 \times 10^6$$
$$= -0.548 \times 10^6$$
$$k_2 = h[0.0118(x_3 + \frac{k_1}{2}) - (1.5\times10^{-9})(x_3 + \frac{k_1}{2})(y_3 + \frac{l_1}{2})]$$
$$= 1[0.0118(6268.6722\times10^6 + (\frac{50.0379\times10^6}{2})$$
$$-(1.5\times10^{-9})(6268.6722\times10^6 + (\frac{50.0379\times10^6}{2})(2.5452\times10^6 + \frac{-0.548\times10^6}{2})]$$
$$= 74.2656\times10^6 - 21.4413\times10^6$$
$$= 52.8243\times10^6$$
$$l_2 = h[-1.1556(y_3 + \frac{l_1}{2}) + 0.1(1.5\times10^{-9})(x_3 + \frac{k_1}{2})(y_3 + \frac{l_1}{2})]$$
$$= 1[-1.1556(2.5452\times10^6 + (\frac{-0.548\times10^6}{2})$$
$$+0.1(1.5\times10^{-9})(6268.6722\times10^6 + \frac{50.0379\times10^6}{2})(2.5452\times10^6 + (\frac{-0.548\times10^6}{2})]$$
$$= -2.6246\times10^6 + 2.1441\times10^6$$
$$= -0.4805\times10^6$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$k_3 = h[0.0118(x_3+\frac{k_2}{2})-(1.5\times10^{-9})(x_3+\frac{k_2}{2})(y_3+\frac{l_2}{2})]$$

$$= 1[0.0118(6268.6722\times10^6+(\frac{52.8243\times10^6}{2}))$$

$$-(1.5\times10^{-9})(6268.6722\times10^6+(\frac{52.8243\times10^6}{2}))(2.5452\times10^6+(\frac{-0.4805\times10^6}{2}))]$$

$$= 74.282\times10^6-21.7648\times10^6$$

$$= 52.5172\times10^6$$

$$l_3 = h[-1.1556(y_3+\frac{l_2}{2})+0.1(1.5\times10^{-9})(x_3+\frac{k_2}{2})(y_3+\frac{l_2}{2})]$$

$$= 1[-1.1556(2.5452\times10^6+(\frac{-0.4805\times10^6}{2}))$$

$$+0.1(1.5\times10^{-9})(6268.6722\times10^6+(\frac{52.8243\times10^6}{2}))(2.5452\times10^6+(\frac{-0.4805\times10^6}{2}))]$$

$$= -2.6637\times10^6+2.1765\times10^6$$

$$= -0.4872\times10^6$$

$$k_4 = h\left[0.0118(x_3+k_3) - (1.5\times10^{-9})(x_3+k_3)(y_3+l_3)\right]$$

$$= 1[0.0118\left(6268.6722\times10^6+52.5172\times10^6\right)$$

$$-\left(1.5\times10^{-9}\right)\left(6268.6722\times10^6+52.5172\times10^6\right)\left(2.5452\times10^6+\left(-0.4872\times10^6\right)\right)]$$

$$= 74.59\times10^6 - 19.5135\times10^6$$

$$= 55.0765\times10^6$$

$$l_4 = h\left[-1.1556(y_2+l_3) + 0.1\left(1.5\times10^{-9}\right)(x_2+k_3)(y_2+l_3)\right]$$

$$= 1[-1.1556\left(2.5452\times10^6+\left(-0.4872\times10^6\right)\right)$$

$$+0.1\left(1.5\times10^{-9}\right)\left(6268.6722\times10^6+52.5172\times10^6\right)(2.5452\times10^6+\left(-0.4872\times10^6\right)]$$

$$= -2.3782\times10^6 - 1.9514\times10^6$$

$$= -0.4269\times10^6$$

จะได้

$$x_4 = x_3+\frac{1}{6}[k_1+2k_2+2k_3+k_4]$$

$$= x_3+\frac{1}{6}\left[50.0379\times10^6+2\left(52.8243\times10^6\right)+2\left(52.5172\times10^6\right)+55.0765\times10^6\right]$$

$$= 6268.6722\times10^6+\frac{1}{6}\left(315.7974\right)$$

$$= 6268.6722\times10^6+52.6329\times10^6$$

$$= 6321.3051\times10^6$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$y_4 = y_3 + \frac{1}{6}\,[l_1 + 2l_2 + 2l_3 + l_4]$$

$$= y_3 + \frac{1}{6}\left[-0.548 \times 10^6 + 2\left(-0.4805 \times 10^6\right) + 2\left(-0.4872 \times 10^6\right) + \left(-0.4269 \times 10^6\right)\right]$$

$$= 2.5452 \times 10^6 + \frac{1}{6}\left(-2.9103 \times 10^6\right)$$

$$= 2.5452 \times 10^6 + 0.4851 \times 10^6$$

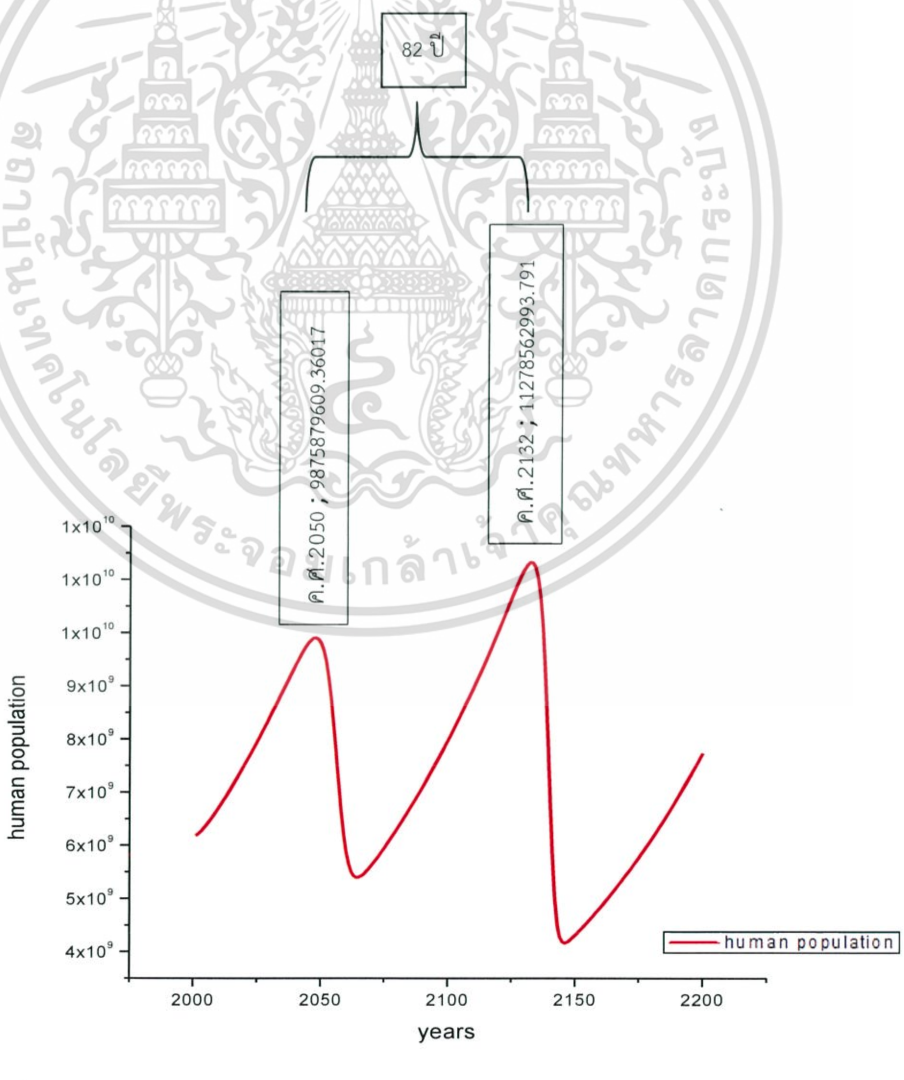
$$= 2.0602 \times 10^6$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

บทที่ 4
ผลการวิจัยและการอภิปรายผล

จากการศึกษาแผนภาพ The Harris-Meyer-Kostova Model โดยใช้ระเบียบวิธีเชิงตัวเลขในการแก้ไขปัญหาคือระเบียบวิธีของรุงเงคุตตาอันดับที่ 1 ถึงอันดับที่ 4 ซึ่งเป็นระบบสมการเชิงอนุพันธ์อันดับที่หนึ่งดังในบทที่ 3 ในการคำนวณนั้นจะใช้โปรแกรมทางคณิตศาสตร์ในการหาผลเฉลย คือ โปรแกรม MATLAB โดยได้นำค่าจำนวนประชากรมนุษย์และจำนวนประชากรแวมไพร์ ตั้งแต่ ปี ค.ศ. 2001 - ค.ศ. 2201 เป็นระยะเวลา 200 ปี โดยประชากรมนุษย์เริ่มต้นในปี ค.ศ. 2001 คือ $6,150\times10^{6}$ คน และจำนวนประชากรแวมไพร์เริ่มต้น 5×10^{6} ตน ในงานวิจัยผู้วิจัยจะพัฒนาฟังก์ชันเพื่อคำนวณค่าที่ได้จากช่วงกว้าง ดังนี้

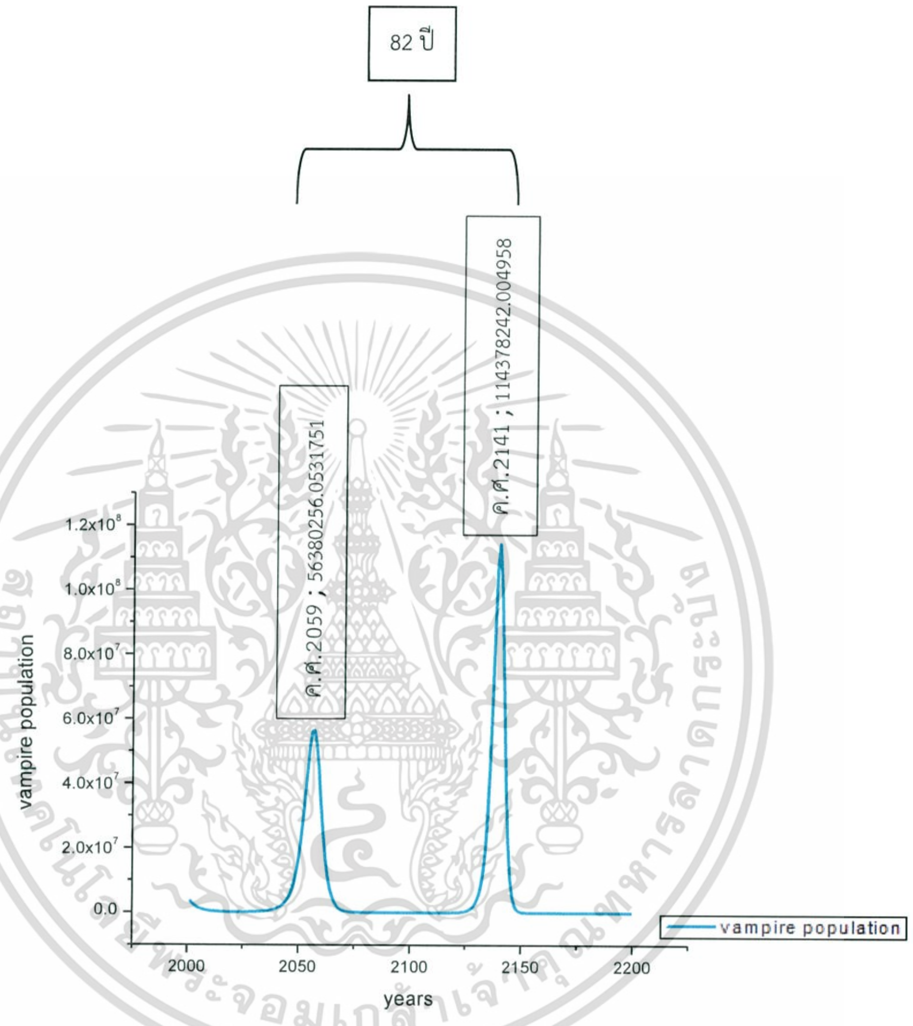
ผลที่ได้จากการคำนวณโดยใช้รุงเงคุตตาอันดับที่ 1



รูปที่ 4.1 กราฟแสดงการความสัมพันธ์ระหว่างจำนวนประชากรมนุษย์กับจำนวนปี

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

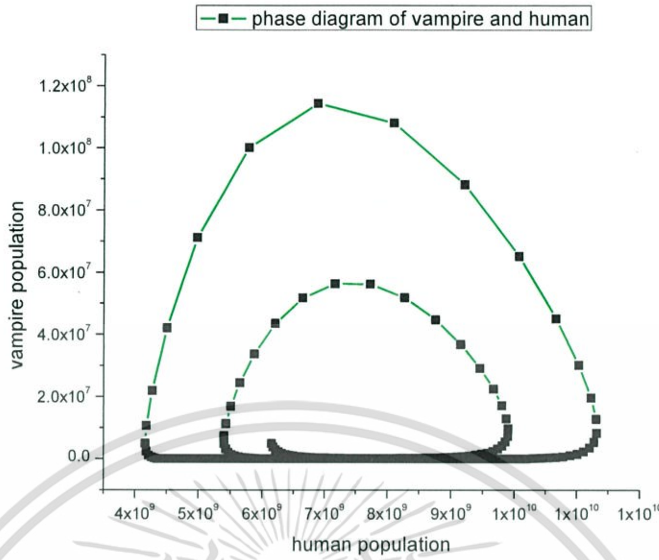
จากการที่ได้นำค่าระหว่างจำนวนประชากรมนุษย์กับจำนวนปี มาวาดกราฟโดยที่แกน y แทนจำนวนประชากรมนุษย์และแกน x แทนจำนวนปี จะเห็นได้ว่าจำนวนมนุษย์จะสูงสุดในปี ค.ศ. 2132 ซึ่งมีจำนวนประชากรมนุษย์ประมาณ $11,320\times10^6$ คนและจะต่ำสุดในปี ค.ศ. 2146 ซึ่งมีจำนวนประชากรประมาณ $4,165\times10^6$ คน



รูปที่ 4.2 กราฟแสดงความสัมพันธ์ระหว่างจำนวนประชากรแวมไพร์กับจำนวนปี

ในทำนองเดียวกัน ถ้าวาดกราฟโดยที่แกน y แทนประชากรแวมไพร์ และแกน x แทนจำนวนปี จะเห็นว่าจำนวนประชากรแวมไพร์จะสูงสุดในปี ค.ศ. 2140 ซึ่งมีจำนวนประชากรแวมไพร์ประมาณ 114×10^6 ตนและจำนวนประชากรแวมไพร์จะค่อยๆลดลงเรื่อยๆจนเกือบสูญพันธุ์

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

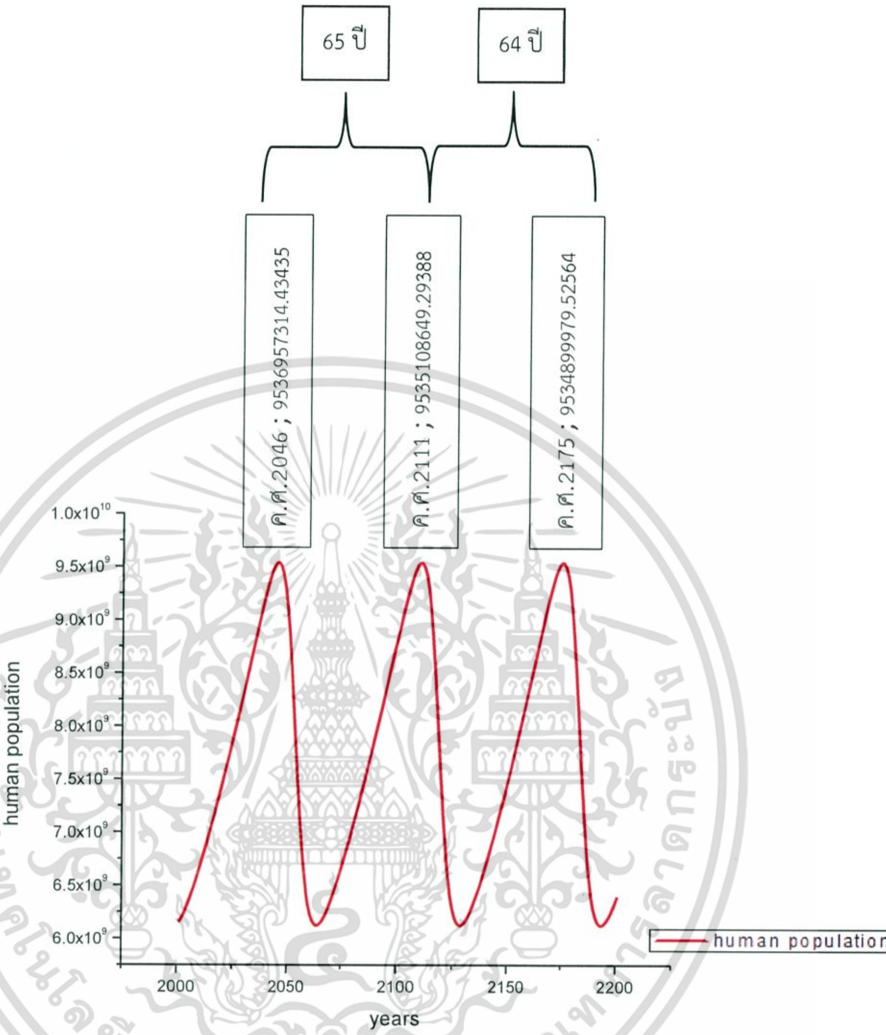


รูปที่ 4.3 กราฟแสดงความสัมพันธ์ระหว่างจำนวนประชากรแวมไพร์กับจำนวนประชากรมนุษย์

จากกราฟ ที่เวลาเริ่มต้นจำนวนประชากรมนุษย์ (x) มีจำนวน $6,150\times10^6$ คนและมีจำนวนประชากรแวมไพร์แกน y มีจำนวน 5×10^6 ตน เมื่อเวลาผ่านไปจำนวนประชากรมนุษย์ (x) จะเพิ่มขึ้น แต่จำนวนประชากรแวมไพร์ (y) จะลดลง โดยจำนวนประชากรแวมไพร์ (y) จะเริ่มเพิ่มขึ้น ส่วนจำนวนประชากรมนุษย์ (x) จะเริ่มลดลง จนกระทั่งจำนวนประชากรแวมไพร์ (y) และ จำนวนประชากรมนุษย์ (x) ลดลง และเริ่มเข้าสู่รูปแบบเดิมคือจำนวนประชากรมนุษย์ (x) จะเพิ่มขึ้นแต่จำนวนประชากรแวมไพร์ (y) จะลดลงไปจนกระทั่งถึงจุดๆหนึ่ง จำนวนประชากรแวมไพร์ (y) จะเริ่มเพิ่มขึ้น ส่วนจำนวนประชากรมนุษย์ (x) จะเริ่มลดลง จนกระทั่งจำนวนประชากรแวมไพร์ (y) และจำนวนประชากรมนุษย์ (x) ลดลง

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

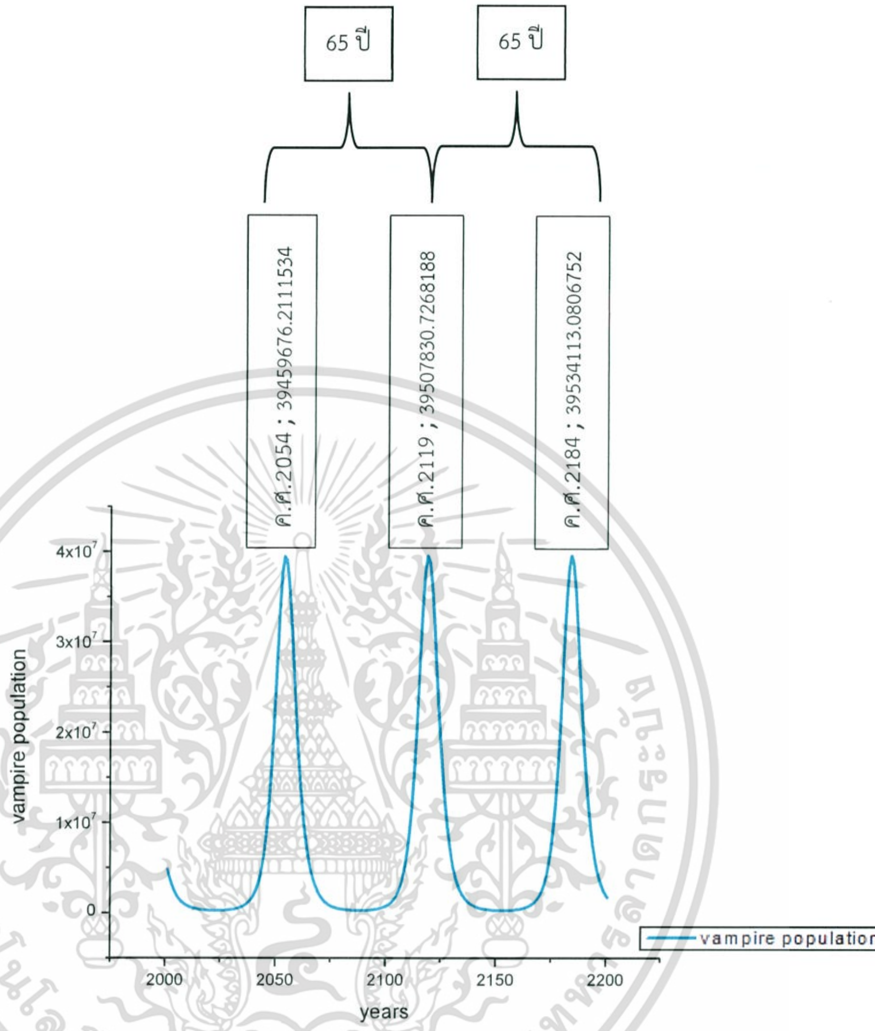
ผลที่ได้จากการคำนวณโดยใช้รุงเงคุตตาอันดับที่ 2



รูปที่ 4.4 กราฟแสดงการความสัมพันธ์ระหว่างจำนวนประชากรมนุษย์กับจำนวนปี

จากการที่ได้นำค่าระหว่างจำนวนประชากรมนุษย์กับจำนวนปี มาวาดกราฟโดยที่แกน y แทนจำนวนประชากรมนุษย์และแกน x แทนจำนวนปี จะเห็นได้ว่าจำนวนมนุษย์จะค่อยๆเพิ่มสูงสุดในปี ค.ศ. 2046 ซึ่งมีจำนวนประชากรมนุษย์ประมาณ $9,536\times10^6$ คนและจะค่อยๆลดลงเรื่อยๆแล้วเพิ่มขึ้นในปี ค.ศ. 2111 ซึ่งมีจำนวนประชากรมนุษย์ประมาณ $9,535\times10^6$ คนและจะค่อยๆลดลงเรื่อยๆเช่นเดิม และเพิ่มขึ้นสูงสุดอีกครั้ง ในปี ค.ศ. 2175 ซึ่งมีจำนวนประชากรมนุษย์ประมาณ $9,534\times10^6$ คน

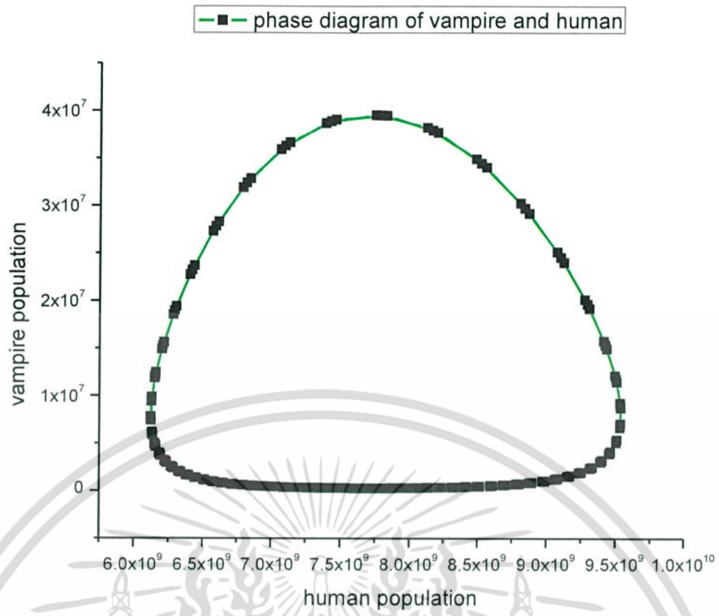
เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



รูปที่ 4.5 กราฟแสดงความสัมพันธ์ระหว่างจำนวนประชากรแวมไพร์กับจำนวนปี

ในทำนองเดียวกัน ถ้าวาดกราฟโดยที่แกน y แทนประชากรแวมไพร์ และแกน x แทนจำนวนปี จะเห็นว่าจำนวนแวมไพร์จะค่อยๆเพิ่มสูงสุดในปี ค.ศ. 2054 ซึ่งมีจำนวนประชากรแวมไพร์ประมาณ 39×10^6 ตนและจะค่อยๆลดลงเรื่อยๆแล้วเพิ่มขึ้นในปี ค.ศ. 2119 ซึ่งมีจำนวนประชากรแวมไพร์ประมาณ 39×10^6 ตนและจะค่อยๆลดลงเรื่อยๆเช่นเดิม และเพิ่มขึ้นสูงสุดอีกครั้งในปี ค.ศ. 2184 ซึ่งมีจำนวนประชากรแวมไพร์ประมาณ 39×10^6 ตนดังนั้นจำนวนประชากรแวมไพร์จะค่อยๆเพิ่มขึ้นจนถึงจุดสูงสุดและค่อยๆลดลงจนถึงจุดต่ำสุดเป็นเช่นนี้ไปเรื่อยๆ

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

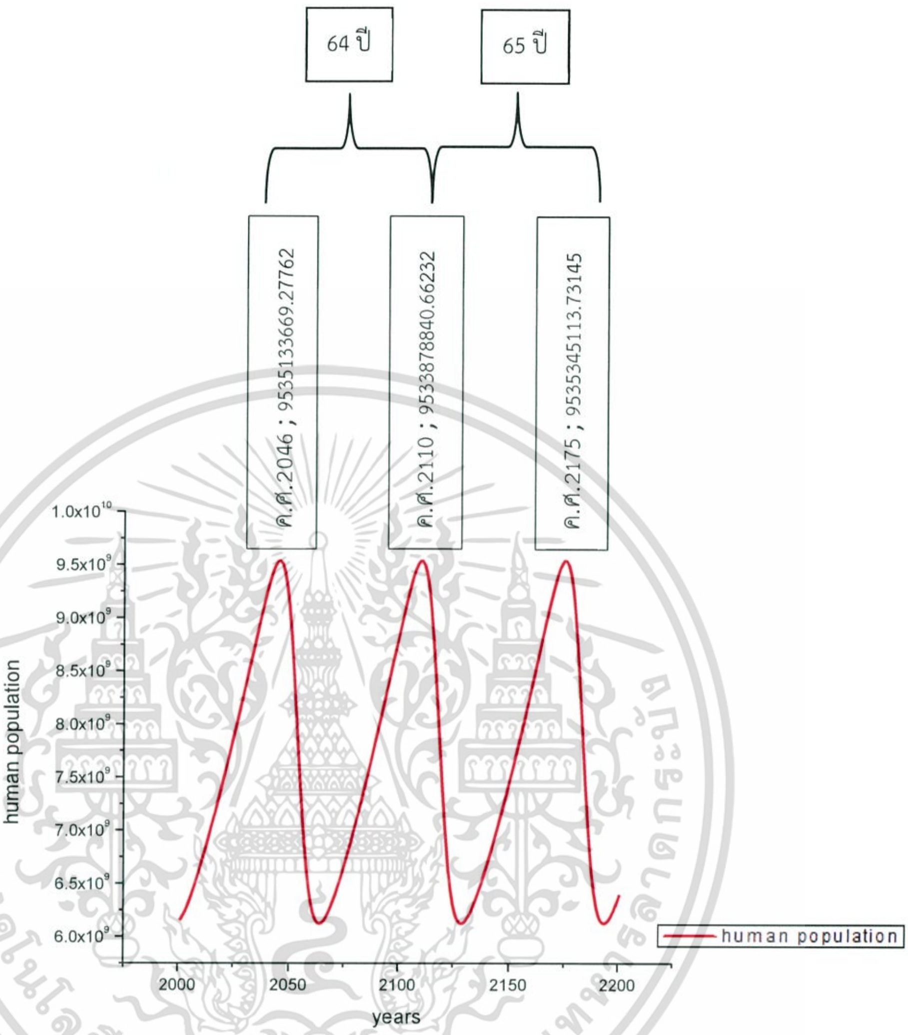


รูปที่ 4.6 กราฟแสดงความสัมพันธ์ระหว่างจำนวนประชากรแวมไพร์กับจำนวนประชากรมนุษย์

จากกราฟ ที่เวลาเริ่มต้นจำนวนประชากรมนุษย์ (x) มีจำนวน $6,150\times10^6$ คน และมีจำนวนประชากรแวมไพร์ (y) 5×10^6 ตนเมื่อเวลาผ่านไป จำนวนประชากรมนุษย์ (x) จะเพิ่มขึ้นแต่จำนวนประชากรแวมไพร์ (y) จะลดลงจนกระทั่งถึงจุดๆหนึ่ง จำนวนประชากรแวมไพร์ (y) จะเริ่มเพิ่มขึ้น ส่วนจำนวนประชากรมนุษย์ (x) ยังเพิ่มขึ้นเหมือนเดิม หลังจากนั้นไม่นานจำนวนประชากรมนุษย์ (x) ก็จะเริ่มลดลงในขณะที่จำนวนประชากรแวมไพร์ (y) เพิ่มขึ้นอย่างมาก จนกระทั่งถึงจุดสูงสุดของกราฟ จำนวนประชากรมนุษย์ (x) และจำนวนประชากรแวมไพร์ (y) จะลดลงและกระทำในรูปแบบเดิมต่อไปเรื่อยๆ

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

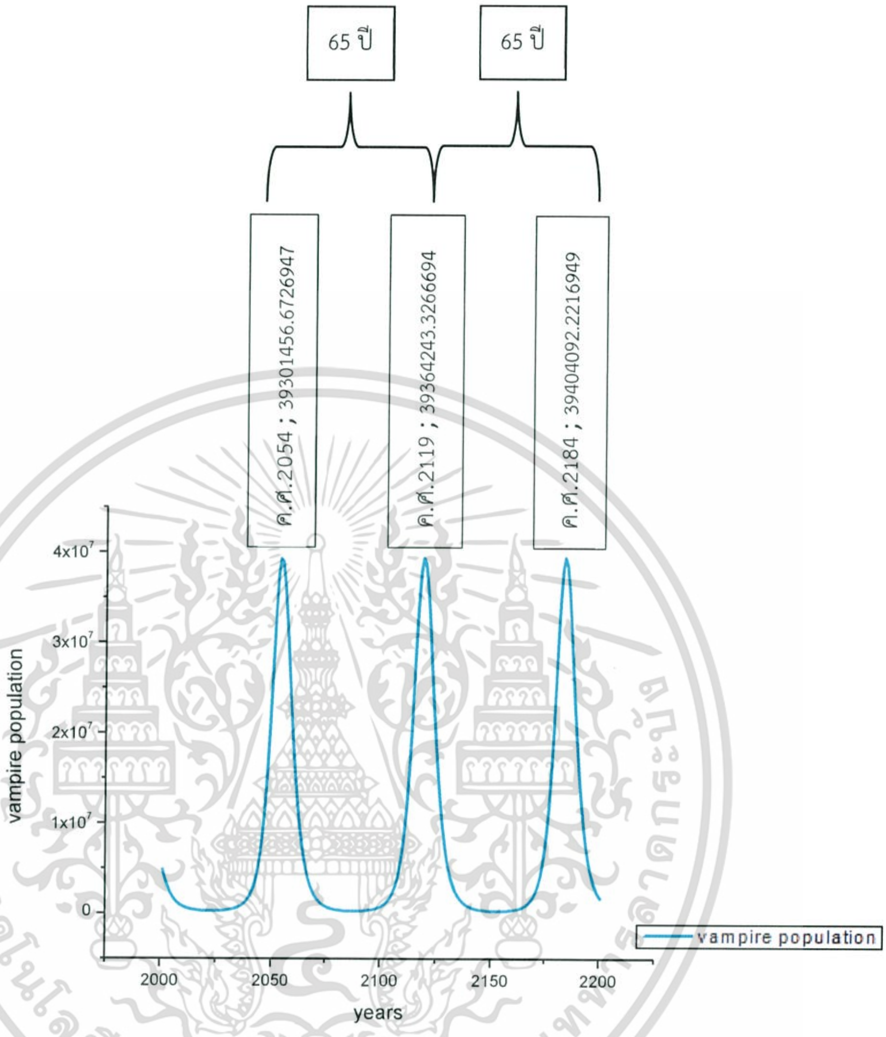
ผลที่ได้จากการคำนวณโดยใช้รุงเงคุตตาอันดับที่ 3



รูปที่ 4.7 กราฟแสดงการความสัมพันธ์ระหว่างจำนวนประชากรมนุษย์กับจำนวนปี

จากการที่ได้นำค่าระหว่างจำนวนประชากรมนุษย์กับจำนวนปี มาวาดกราฟโดยที่แกน y แทนจำนวนประชากรมนุษย์และแกน x แทนจำนวนปี จะเห็นได้ว่าจำนวนมนุษย์จะค่อยๆเพิ่มสูงสุดในปี ค.ศ. 2046 ซึ่งมีจำนวนประชากรมนุษย์ประมาณ $9,535\times10^6$ คนและจะค่อยๆลดลงเรื่อยๆแล้วเพิ่มขึ้นในปี ค.ศ. 2110 ซึ่งมีจำนวนประชากรมนุษย์ประมาณ $9,533\times10^6$ คนและจะค่อยๆลดลงเรื่อยๆเช่นเดิม และเพิ่มขึ้นสูงสุดอีกครั้งในปี ค.ศ. 2175 ซึ่งมีจำนวนประชากรมนุษย์ประมาณ $9,535\times10^6$ คน

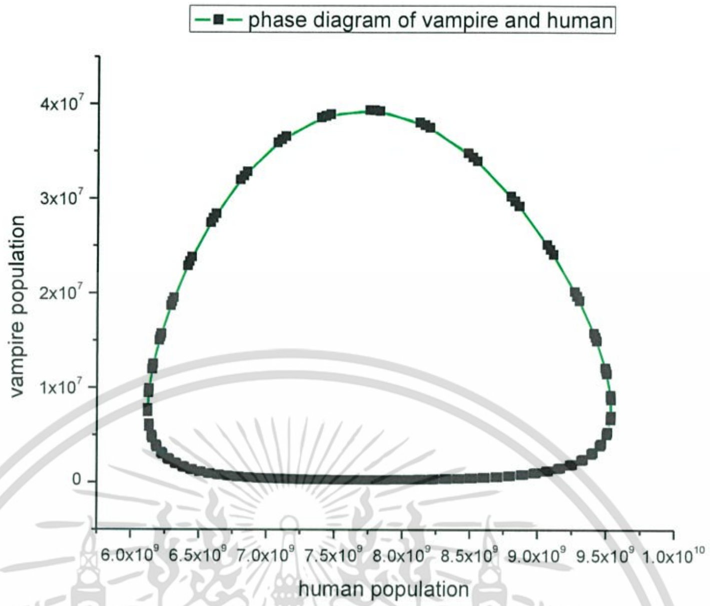
เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



รูปที่ 4.8 กราฟแสดงความสัมพันธ์ระหว่างจำนวนประชากรแวมไพร์กับจำนวนปี

ในทำนองเดียวกัน ถ้าวาดกราฟโดยที่แกน y แทนประชากรแวมไพร์และแกน x แทนจำนวนปี จะเห็นว่าจำนวนแวมไพร์จะค่อยๆเพิ่มสูงสุดในปี ค.ศ. 2054 ซึ่งมีจำนวนปะชากรแวมไพร์ประมาณ 39×10^6 ตนและจะค่อยๆลดลงเรื่อยๆแล้วเพิ่มขึ้นในปี ค.ศ. 2119 ซึ่งมีจำนวนประชากรแวมไพร์ประมาณ 39×10^6 ตน และจะค่อยๆลดลงเรื่อยๆเช่นเดิมและเพิ่มขึ้นสูงสุดอีกครั้งในปี ค.ศ. 2184 ซึ่งมีจำนวนประชากรแวมไพร์ประมาณ 39×10^6 ตน ดังนั้นจำนวนประชากรแวมไพร์จะค่อยๆเพิ่มขึ้นจนถึงจุดสูงสุดและค่อยๆลดลงจนถึงจุดต่ำสุดเป็นเช่นนี้ไปเรื่อยๆ

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

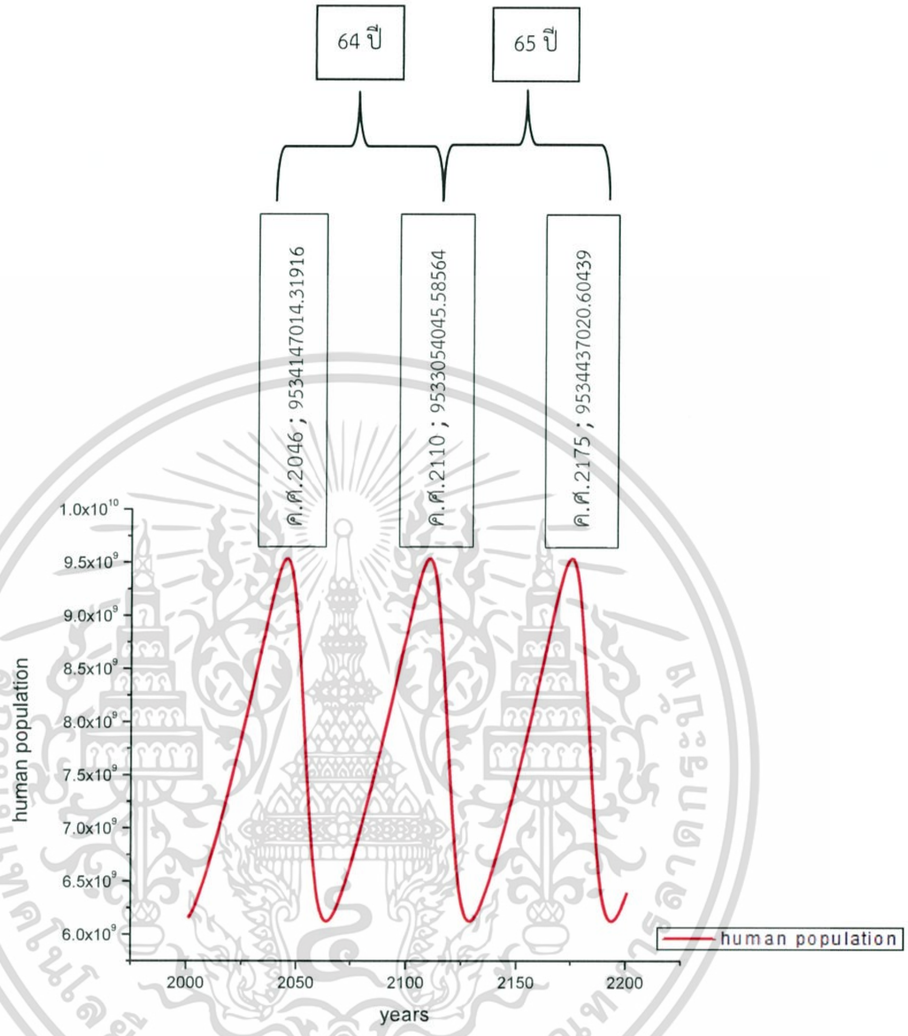


รูปที่ 4.9 กราฟแสดงความสัมพันธ์ระหว่างจำนวนประชากรแวมไพร์กับจำนวนประชากรมนุษย์

จากกราฟ ที่เวลาเริ่มต้นจำนวนประชากรมนุษย์ (x) มีจำนวน $6,150\times10^6$ คนและมีจำนวนประชากรแวมไพร์ (y) 5×10^6 ตนเมื่อเวลาผ่านไป จำนวนประชากรมนุษย์ (x) จะเพิ่มขึ้นแต่จำนวนประชากรแวมไพร์ (y) จะลดลงจนกระทั่งถึงจุดๆหนึ่ง จำนวนประชากรแวมไพร์ (y) จะเริ่มเพิ่มขึ้น ส่วนจำนวนประชากรมนุษย์ (x) ยังเพิ่มขึ้นเหมือนเดิม หลังจากนั้นไม่นานจำนวนประชากรมนุษย์ (x) ก็จะเริ่มลดลงในขณะที่จำนวนประชากรแวมไพร์ (y) เพิ่มขึ้นอย่างมาก จนกระทั่งถึงจุดสูงสุดของกราฟ จำนวนประชากรมนุษย์ (x) และจำนวนประชากรแวมไพร์ (y) จะลดลงและกระทำในรูปแบบเดิมต่อไปเรื่อยๆ

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

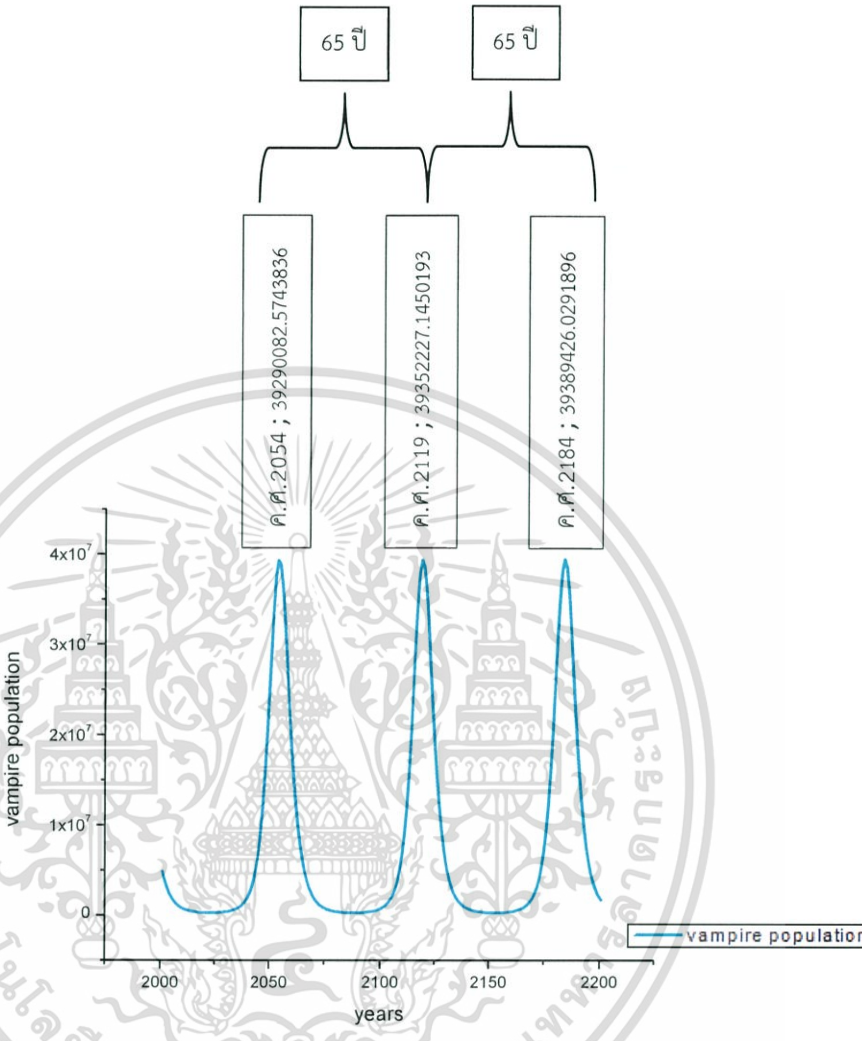
ผลที่ได้จากการคำนวณโดยใช้รุงเงคุตตาอันดับที่ 4



รูปที่ 4.10 กราฟแสดงการความสัมพันธ์ระหว่างจำนวนประชากรมนุษย์กับจำนวนปี

จากการที่ได้นำค่าระหว่างจำนวนประชากรมนุษย์กับจำนวนปี มาวาดกราฟโดยที่แกน y แทนจำนวนประชากรมนุษย์และแกน x แทนจำนวนปี จะเห็นได้ว่าจำนวนมนุษย์จะค่อยๆเพิ่มสูงสุดในปี ค.ศ. 2046 ซึ่งมีจำนวนปะชากรมนุษย์ประมาณ $9,534\times10^{6}$ คนและจะค่อยๆลดลงเรื่อยๆแล้วเพิ่มขึ้นในปี ค.ศ. 2110 ซึ่งมีจำนวนประชากรมนุษย์ประมาณ $9,533\times10^{6}$ คนและจะค่อยๆลดลงเรื่อยๆเช่นเดิม และเพิ่มขึ้นสูงสุดอีกครั้ง ในปี ค.ศ. 2175 ซึ่งมีจำนวนประชากรมนุษย์ประมาณ $9,534\times10^{6}$ คน

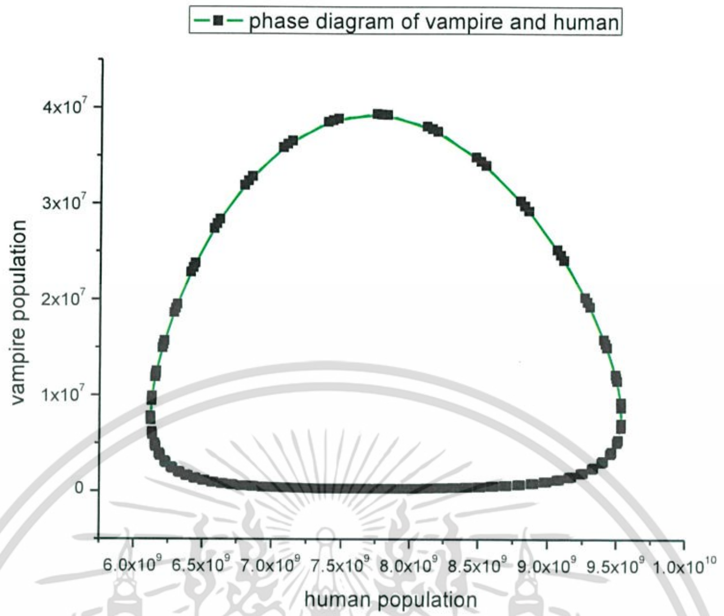
เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



รูปที่ 4.11 กราฟแสดงความสัมพันธ์ระหว่างจำนวนประชากรแวมไพร์กับจำนวนปี

ในทำนองเดียวกัน ถ้าวาดกราฟโดยที่แกน (y) แทนประชากรแวมไพร์และแกน (x) แทนจำนวนปี จะเห็นว่าจำนวนแวมไพร์จะค่อยๆเพิ่มสูงสุดในปี ค.ศ. 2054 ซึ่งมีจำนวนปะชากรแวมไพร์ประมาณ 39×10^{6} ตนและจะค่อยๆลดลงเรื่อยๆแล้วเพิ่มขึ้นในปี ค.ศ. 2119 ซึ่งมีจำนวนประชากรแวมไพร์ประมาณ 39×10^{6} ตนและจะค่อยๆลดลงเรื่อยๆเช่นเดิม และเพิ่มขึ้นสูงสุดอีกครั้งในปี ค.ศ. 2184 ซึ่งมีจำนวนประชากรแวมไพร์ประมาณ 39×10^{6} ตนดังนั้นจำนวนประชากรแวมไพร์จะค่อยๆเพิ่มขึ้นจนถึงจุดสูงสุดและค่อยๆลดลงจนถึงจุดต่ำสุดเป็นเช่นนี้ไปเรื่อยๆ

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



รูปที่ 4.12 กราฟแสดงความสัมพันธ์ระหว่างจำนวนประชากรแวมไพร์กับจำนวนประชากรมนุษย์

จากกราฟ ที่เวลาเริ่มต้นจำนวนประชากรมนุษย์ (x) มีจำนวน $6,150\times10^6$ คนและมีจำนวนประชากรแวมไพร์ (y) 5×10^6 ตนเมื่อเวลาผ่านไป จำนวนประชากรมนุษย์ (x) จะเพิ่มขึ้นแต่จำนวนประชากรแวมไพร์ (y) จะลดลงจนกระทั่งถึงจุดๆหนึ่งจำนวนประชากรแวมไพร์ (y) จะเริ่มเพิ่มขึ้น ส่วนจำนวนประชากรมนุษย์ (x) ยังเพิ่มขึ้นเหมือนเดิม หลังจากนั้นไม่นานจำนวนประชากรมนุษย์ (x) ก็จะเริ่มลดลงในขณะที่จำนวนประชากรแวมไพร์ (y) เพิ่มขึ้นอย่างมาก จนกระทั่งถึงจุดสูงสุดของกราฟ จำนวนประชากรมนุษย์ (x) และ จำนวนประชากรแวมไพร์ (y) จะลดลงและกระทำในรูปแบบเดิมต่อไปเรื่อยๆ

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

บทที่ 5

สรุปผลการวิจัยและข้อเสนอแนะ

5.1 สรุปผลวิจัย

จากการศึกษาระเบียบวิธีเชิงตัวเลขของรุงเงคุตตาในบทที่ 3 และระบบสมการผู้ล่า–เหยื่อ ผู้วิจัยได้หาผลเฉลยเชิงตัวเลขจากโปรแกรม MATLAB ที่เขียนขึ้นเองจะเห็นได้ว่ากราฟแสดงความสัมพันธ์ระหว่างจำนวนประชากรแวมไพร์กับจำนวนประชากรมนุษย์จากตารางที่ 5.1

วิธีรุงเงคุตตาอันดับหนึ่ง จำนวนมนุษย์และแวมไพร์เริ่มที่ $6,150\times10^6$ คนและ 5×10^6 ตน ตามลำดับ เมื่อเวลาผ่านไปมนุษย์ค่อยๆเพิ่มแวมไพร์ค่อยๆ ลดจนกระทั่งในปีค.ศ. 2024 แวมไพร์ลดลงต่ำสุดในช่วงการลดลงครั้งแรกเหลือ $117,699$ ตนจากนั้นค่อยๆเพิ่มขึ้นเรื่อยๆและในปี ค.ศ. 2134 มนุษย์เพิ่มขึ้นมีจำนวนมากที่สุดที่ $11,313\times10^6$ คนหลังจากนั้นแวมไพร์จะเพิ่มขึ้นและมนุษย์จะลดลงจนกระทั่งในปีค.ศ. 2141 แวมไพร์มีจำนวน 114×10^6 ตนและในปีค.ศ. 2147 มนุษย์จะเหลือจำนวนอยู่ที่ $4,165\times10^6$ คนโดยจากรูปกราฟจะสังเกตได้ว่าจำนวนมนุษย์และแวมไพร์จะสลับกันเพิ่มและลดไปเรื่อยๆ แต่จำนวนแวมไพร์สามารถลดลงมากจนถึงศูนย์

วิธีรุงเงคุตตาอันดับสอง จำนวนมนุษย์และแวมไพร์เริ่มที่ $6,150\times10^6$ คนและ 5×10^6 ตน ตามลำดับ เมื่อเวลาผ่านไปมนุษย์ค่อยๆเพิ่มแวมไพร์ค่อยๆ ลดจนกระทั่งในปี ค.ศ. 2023 แวมไพร์ลดลงต่ำสุดเหลือ $277,371$ ตนจากนั้นค่อยๆเพิ่มขึ้นเรื่อยๆและในปีค.ศ. 2046 มนุษย์เพิ่มขึ้นมีจำนวนมากที่สุดที่ $9,536\times10^6$ คนหลังจากนั้นแวมไพร์จะเพิ่มขึ้นและมนุษย์จะลดลงจนกระทั่งในปี ค.ศ. 2054 แวมไพร์มีจำนวน 39×10^6 ตนและในปีค.ศ. 2064 มนุษย์จะเหลือจำนวนอยู่ที่ $6,121\times10^6$ คนโดยจากรูปกราฟจะสังเกตได้ว่าจำนวนมนุษย์และแวมไพร์จะสลับกันเพิ่มและลดไปเรื่อยๆ

วิธีรุงเงคุตตาอันดับสาม จำนวนมนุษย์และแวมไพร์เริ่มที่ $6,150\times10^6$ คนและ 5×10^6 ตน ตามลำดับ เมื่อเวลาผ่านไปมนุษย์ค่อยๆเพิ่มแวมไพร์ค่อยๆ ลดจนกระทั่งในปี ค.ศ. 2023 แวมไพร์ลดลงต่ำสุดเหลือ $272,395$ ตนจากนั้นค่อยๆเพิ่มขึ้นเรื่อยๆและในปีค.ศ. 2046 มนุษย์เพิ่มขึ้นมีจำนวนมากที่สุดที่ $9,535\times10^6$ คนหลังจากนั้นแวมไพร์จะเพิ่มขึ้นและมนุษย์จะลดลงจนกระทั่งในปี ค.ศ. 2054 แวมไพร์มีจำนวน 39×10^6 ตนและในปีค.ศ. 2064 มนุษย์จะเหลือจำนวนอยู่ที่ $6,122\times10^6$ คนโดยจากรูปกราฟจะสังเกตได้ว่าจำนวนมนุษย์และแวมไพร์จะสลับกันเพิ่มและลดไปเรื่อยๆ

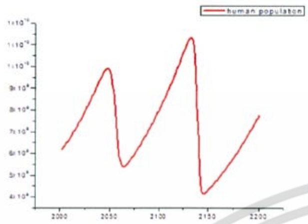
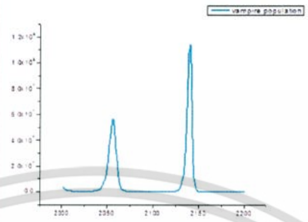
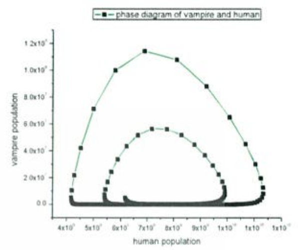
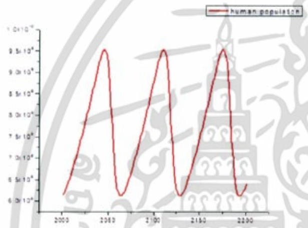
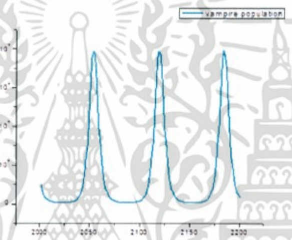
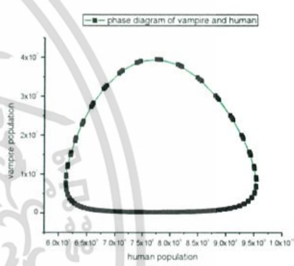
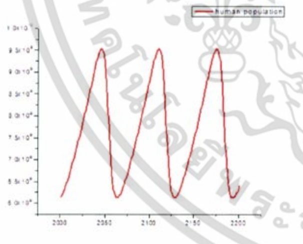
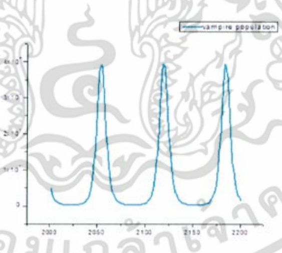
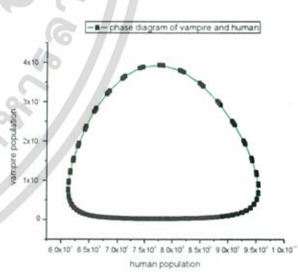
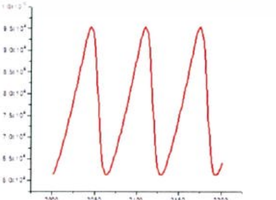
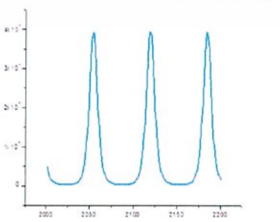
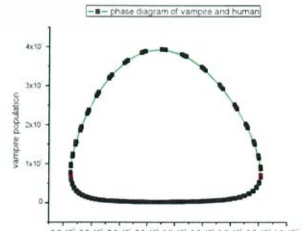
วิธีรุงเงคุตตาอันดับสี่ จำนวนมนุษย์และแวมไพร์เริ่มที่ $6,150\times10^6$ คนและ 5×10^6 ตน ตามลำดับ เมื่อเวลาผ่านไปมนุษย์ค่อยๆเพิ่มแวมไพร์ค่อยๆ ลดจนกระทั่งในปี ค.ศ. 2023 แวมไพร์ลดลงต่ำสุดเหลือ $272,662$ ตนจากนั้นค่อยๆเพิ่มขึ้นเรื่อยๆและในปีค.ศ. 2046 มนุษย์เพิ่มขึ้นมีจำนวนมากที่สุดที่ $9,534\times10^6$ คนหลังจากนั้นแวมไพร์จะเพิ่มขึ้นและมนุษย์จะลดลงจนกระทั่งในปี ค.ศ. 2054 แวมไพร์มีจำนวน 39×10^6 ตนและในปีค.ศ. 2064 มนุษย์จะเหลือจำนวนอยู่ที่ $6,122\times10^6$ คน

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

โดยจากรูปกราฟจะสังเกตได้ว่าจำนวนมนุษย์และแวมไพร์จะสลับกันเพิ่มและลดไปเรื่อยๆ ซึ่งจากจากผลการวิเคราะห์ที่ได้ จะเห็นว่าระเบียบวิธีรุงเงคุตตาอันดับสี่มีความแม่นยำมากที่สุดและเที่ยงตรงสูง

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ตารางที่ **5.1** สรุปผลการวิจัยของจำนวนประชากรมนุษย์กับเวลา จำนวนประชากรแวมไพร์กับเวลา และจำนวนประชากรแวมไพร์กับจำนวนประชากรมนุษย์

<table>
<tr><th></th><th>กราฟแสดงความสัมพันธ์
ระหว่างจำนวนประชากร
มนุษย์กับจำนวนปี</th><th>กราฟแสดงความสัมพันธ์
ระหว่างจำนวนประชากร
แวมไพร์กับจำนวนปี</th><th>กราฟแสดงความสัมพันธ์
ระหว่างจำนวนประชากร
แวมไพร์กับจำนวนประชากรมนุษย์</th></tr>
<tr><td>ผลจาก
RK 1</td><td>
</td><td>
</td><td>
</td></tr>
<tr><td>ผลจาก
RK 2</td><td>
</td><td>
</td><td>
</td></tr>
<tr><td>ผลจาก
RK 3</td><td>
</td><td>
</td><td>
</td></tr>
<tr><td>ผลจาก
RK 4</td><td>
</td><td>
</td><td>
</td></tr>
</table>

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

5.2 ข้อเสนอแนะ

5.2.1. ควรหาผลเฉลยเชิงตัวเลขโดยใช้ค่าช่วงกว้างที่มีความละเอียดมากขึ้น
5.2.2. ควรหาผลเฉลยเชิงตัวเลขโดยคำนวณระยะเวลา(รอบปี)ที่มากขึ้น
5.2.3. ควรใช้วิธีอื่นทำการคำนวณเพื่อเปรียบเทียบ

สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

เอกสารอ้างอิง

[1] กาญจนา คำนึงนิจ. 2552. ***การวิเคราะห์เชิงตัวเลข***. กรุงเทพฯ : แผนกผลิตตำราและสื่อการสอน คณะวิทยาศาสตร์ สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง.

[2] กรวรรณ สิบพันทา, กัลยารัตน์ เชี่ยวชาญ, ธัญญารัตน์ เจริญกัลป์. 2554. ***การคำนวณเชิงตัวเลขของทางเดินดาวเทียม***. ปัญหาพิเศษของการศึกษาตามหลักสูตรวิทยาศาสตรบัณฑิต. คณะวิทยาศาสตร์ สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง

[3] จิรัชญา กาแสน. 2555. ***การวิเคราะห์เสถียรภาพของแบบจำลองประชากรผู้ล่า – เหยื่อกับเวลาหน่วง และอัตรา ค่าคงที่ของการถูกล่าเป็นอาหาร***. งานค้นคว้าอิสระของการศึกษาตามหลักสูตรปริญญาวิทยาศาสตร์บัณฑิต. คณะวิทยาศาสตร์ มหาวิทยาลัยเชียงใหม่

[4] พัชรินทร์ เหมโชติ. 2555. ***สมการเชิงอนุพันธ์สามัญ***. พิมพ์ครั้งที่ 3. กรุงเทพฯ : สาขาวิชาคณิตศาสตร์ คณะวิทยาศาสตร์ สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง.

[5] Wadim Strielkowski, Evgeny Lisin and Emily Welkins. ***Mathematical Models of Interactions between Species: Peaceful Co-existence of Vampires and Humans Based on the Models Derived from Fiction Literature and Films***. Applied Mathematical Sciences. Vol. 7. 2013. No. 10. 453 - 470

[6] GeoHive. **Population of the entire world.** [Online]. Available : http://www.geohive.com/earth/his_history3.aspx

[7] **Vampire.** [Online]. Available : http://th.wikipedia.org/wiki/แวมไพร์

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ภาคผนวก

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ภาคผนวก ก

โปรแกรมคำนวณค่าของจำนวนประชากรมนุษย์และจำนวนประชากรแวมไพร์ ที่ผู้วิจัยได้เขียนขึ้นเองโดยใช้โปรแกรม MATLAB ซึ่งใช้ระเบียบวิธีรุงเงคุตตาอันดับที่ 1 ถึง วิธีรุงเงคุตตาอันดับที่ 4 ได้ดังนี้

โปรแกรมระเบียบวิธีรุงเงคุตตาอันดับที่ 1

```
clc;
clear all
format long g
x = input('\nEnter value of start x: ');
y = input(  'Enter value of start y: ');
t = input(  'Enter value of start t: ');
h = input(  'Enter value of h: ');
n = 200;
st=1;
fprintf('\nSOLUTION WITH STEP SIZE = %2.2f IS:',h);
for i=1:st:n;
    akx = h*f1(x,y);
    aky = h*f2(x,y);

    x     = x+akx;
    y     = y+aky;

    fprintf('\n x(i)=%2.7f',x,i);
    fprintf('\n y(i)=%2.7f',y,i);
    t     = t+h;
    X(i) = x;
    Y(i) = y;
    T(i) = t;
End

plot(T,X,'g')
subplot(2,2,1),xlabel('X'),ylabel('T')
plot(T,Y,'r')
subplot(2,2,2),xlabel('Y'),ylabel('T')
plot(X,Y,'b')subplot(2,2,3),xlabel('Y'),ylabel('X')
```

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

โปรแกรมระเบียบวิธีรุงเงคุตตาอันดับที่ 2

```
clc;
clear all
format long g
x = input('\nEnter value of start x: ');
y = input(  'Enter value of start y: ');
t = input(  'Enter value of start t: ');
h = input(  'Enter value of h: ');
n = 200;
st=1;
fprintf('\nSOLUTION WITH STEP SIZE = %2.2f IS:',h);

for i=1:st:n;
    ak1x = h*f1(x,y);
    ak1y = h*f2(x,y);
    xx   = x+ak1x;
    yy   = y+ak1y;
    ak2x = h*f1(xx,yy);
    ak2y = h*f2(xx,yy);

    x    = x+(ak1x+ak2x)*1/2;
    y    = y+(ak1y+ak2y)*1/2;

    fprintf('\n x(i)=%2.7f',x,i);
    fprintf('\n y(i)=%2.7f',y,i);
    t    = t+h;
    X(i) = x;
    Y(i) = y;
    T(i) = t;

end
plot(T,X,'g')
subplot(2,2,1),xlabel('X'),ylabel('T')
plot(T,Y,'r')
subplot(2,2,2),xlabel('Y'),ylabel('T')
plot(X,Y,'b')
subplot(2,2,3),xlabel('Y'),ylabel('X')
```

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

<u>โปรแกรมระเบียบวิธีรุงเงคุตตาอันดับที่ 3</u>

```
clc;
clear all
format long g
x = input('\nEnter value of start x: ');
y = input(  'Enter value of start y: ');
t = input(  'Enter value of start t: ');
h = input(  'Enter value of h: ');
n = 200;
st=1;
fprintf('\nSOLUTION WITH STEP SIZE = %2.2f IS:',h);

for i=1:st:n;
   ak1x = h*f1(x,y);
   ak1y = h*f2(x,y);
   xx   = x+ak1x/2;
   yy   = y+ak1y/2;
   ak2x = h*f1(xx,yy);
   ak2y = h*f2(xx,yy);
   xx   = x+3*(ak2x)/4;
   yy   = y+3*(ak2y)/4;
   ak3x = h*f1(xx,yy);
   ak3y = h*f2(xx,yy);
   x    = x+(2*ak1x+3*ak2x+4*ak3x)*1/9;
   y    = y+(2*ak1y+3*ak2y+4*ak3y)*1/9;
   fprintf('\n x(i)=%2.7f',x,i);
   fprintf('\n y(i)=%2.7f',y,i);
   t    = t+h;
   X(i) = x;
   Y(i) = y;
   T(i) = t;
end
plot(T,X,'g')
subplot(2,2,1),xlabel('X'),ylabel('T')
plot(T,Y,'r')
subplot(2,2,2),xlabel('Y'),ylabel('T')
plot(X,Y,'b')
subplot(2,2,3),xlabel('Y'),ylabel('X')
```

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

<u>โปรแกรมระเบียบวิธีรุงเงคุตตาอันดับที่ 4</u>

```
clc;
clear all
format long g
x = input('\nEnter value of start x: ');
y = input(  'Enter value of start y: ');
t = input(  'Enter value of start t: ');
h = input(  'Enter value of h: ');
n = 200;
st=1;
fprintf('\nSOLUTION WITH STEP SIZE = %2.2f IS:',h);

for i=1:st:n;
    ak1x = h*f1(x,y);
    ak1y = h*f2(x,y);
    xx   = x+ak1x/2;
    yy   = y+ak1y/2;
    ak2x = h*f1(xx,yy);
    ak2y = h*f2(xx,yy);
    xx   = x+ak2x/2;
    yy   = y+ak2y/2;
    ak3x = h*f1(xx,yy);
    ak3y = h*f2(xx,yy);
    xx   = x+ak3x;
    yy   = y+ak3y;
    ak4x = h*f1(xx,yy);
    ak4y = h*f2(xx,yy);

    x    =x+(ak1x+2*ak2x+2*ak3x+ak4x)*1/6;
    y    =y+(ak1y+2*ak2y+2*ak3y+ak4y)*1/6;

    fprintf('\n x(i)=%2.7f',x,i);
    fprintf('\n y(i)=%2.7f',y,i);

    t    = t+h;
    X(i) = x;
    Y(i) = y;
    T(i) = t;
```

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

```
end
plot(T,X,'g')
subplot(2,2,1),xlabel('X'),ylabel('T')
plot(T,Y,'r')
subplot(2,2,2),xlabel('Y'),ylabel('T')
plot(X,Y,'b')
subplot(2,2,3),xlabel('Y'),ylabel('X')
```

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ภาคผนวก ข

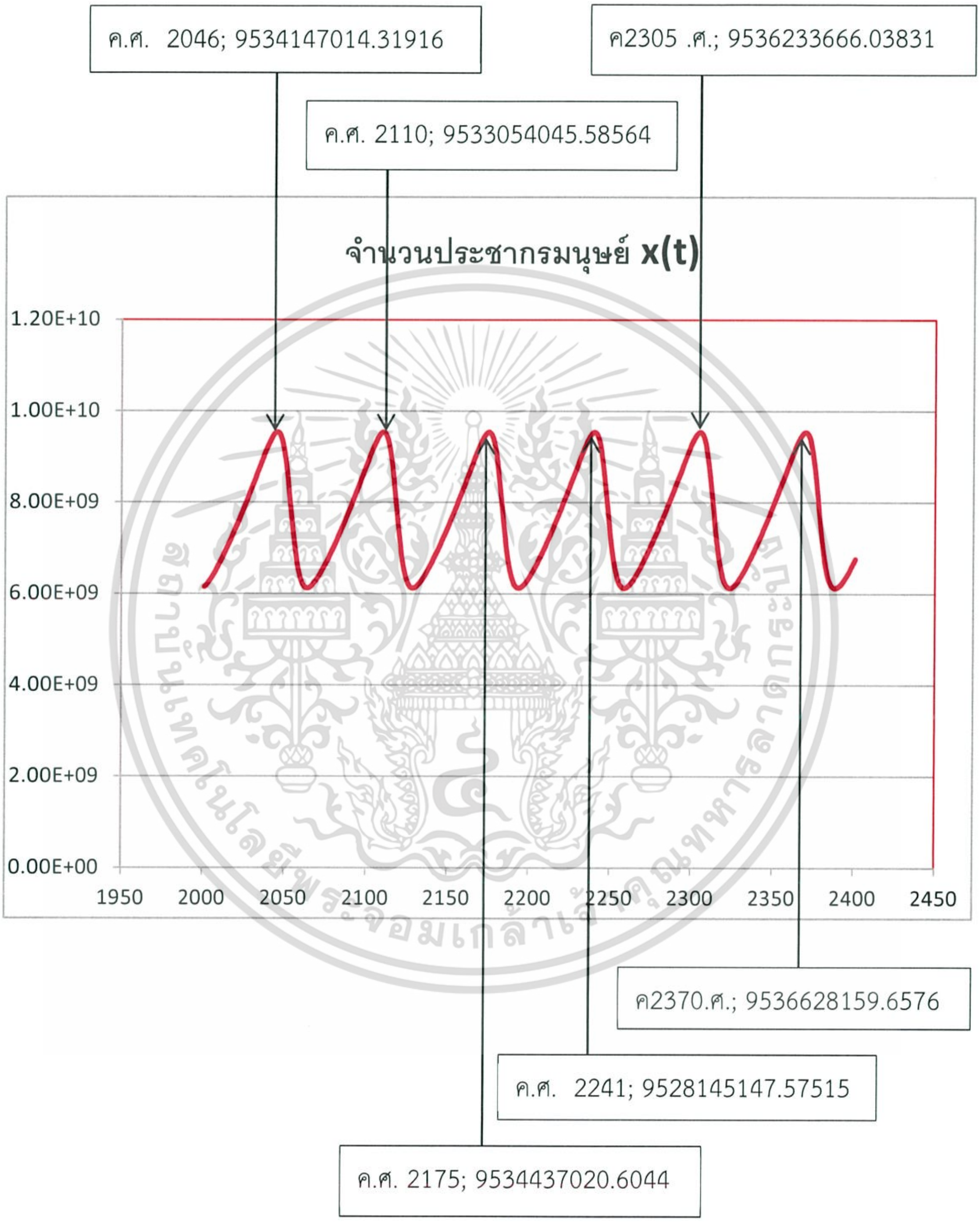
ตารางแสดงจำนวนประชากรโลกในปี ค.ศ. 2001 - 2012

year	population (midyear)	average annual growth rate (%)	average annual population change
2001	6,204,147,026	1.24%	76,706,791
2002	6,280,853,817	1.23%	77,137,932
2003	6,357,991,749	1.22%	77,713,846
2004	6,435,705,595	1.22%	78,389,010
2005	6,514,094,605	1.21%	79,133,372
2006	6,593,227,977	1.21%	79,877,960
2007	6,673,105,937	1.21%	80,543,291
2008	6,753,649,228	1.20%	81,072,705
2009	6,834,721,933	1.19%	81,461,549
2010	6,916,183,482	1.18%	81,815,278
2011	6,997,998,760	1.17%	82,073,657
2012	7,080,072,417	1.16%	82,047,017

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

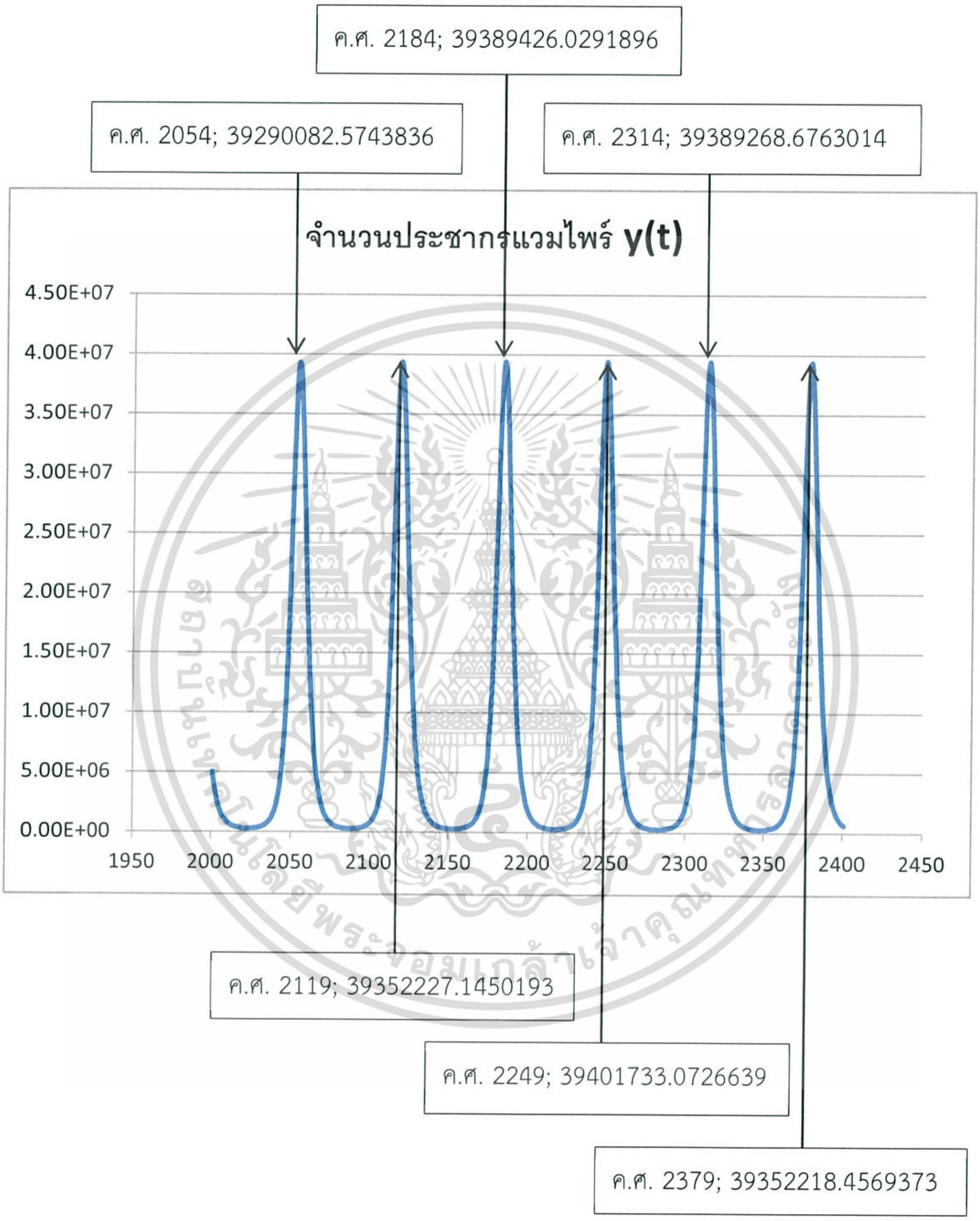
ภาคผนวก ค

ระเบียบวิธีรุงเงคุตตาอันดับที่ 4 โดยใช้ h= 1 ระยะเวลาคำนวณ (n) 400 ปี



กราฟแสดงความสัมพันธ์ระหว่างจำนวนประชากรมนุษย์กับจำนวนปี

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



กราฟแสดงความสัมพันธ์ระหว่างจำนวนประชากรแวมไพร์กับจำนวนปี

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้