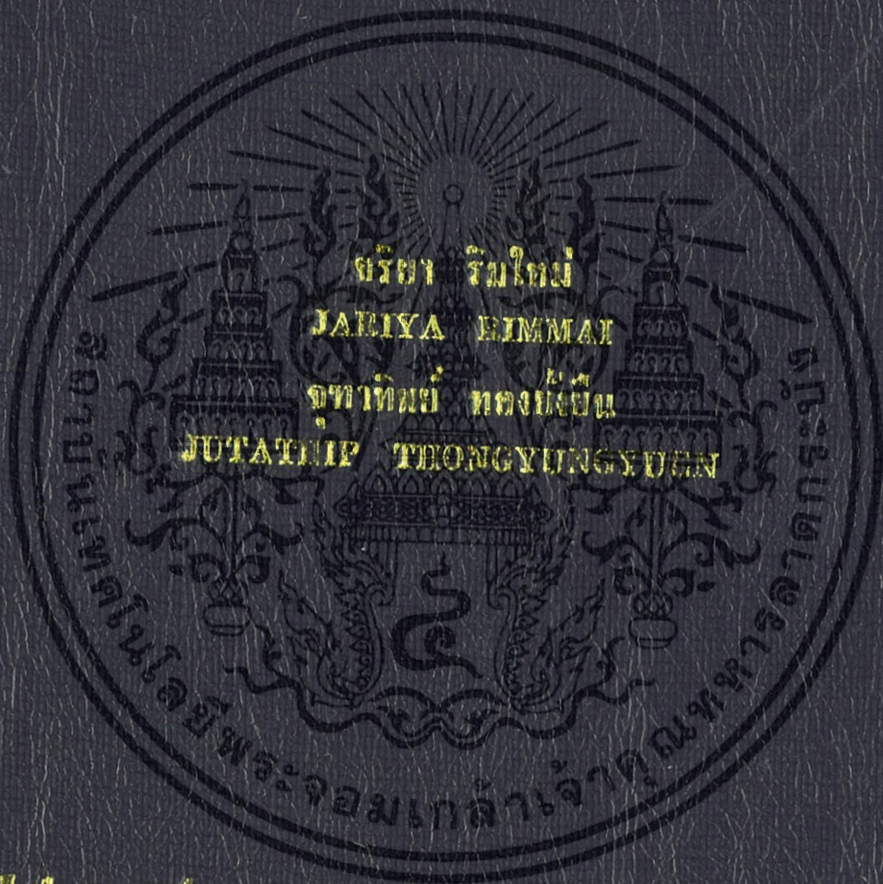


การประมาณสัญญาณเรขาคณิตด้วยฟังก์ชันพหุนาม
โบนเชอว์นบนปริภูมิฮิลเบิร์ต
APPROXIMATION OF RAISED COSINE PULSE BASED ON
HEINSTEIN POLYNOMIAL



ปริญญาโท เป็นส่วนหนึ่งของ การศึกษาระดับปริญญาตรี สาขาวิชาวิศวกรรมไฟฟ้า มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง

สาขาวิชาวิศวกรรมศาสตร์

คณะวิศวกรรมศาสตร์

สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง

พ.ศ. 2557

การประมาณสัญญาณเรสโคไซน์พัลส์บนพื้นฐาน
โพลีโนเมียลแบบเบียร์นสไตน์
APPROXIMATION OF RAISED COSINE PULSE BASED ON
BERNSTEIN POLYNOMIAL



ปริญญานิพนธ์นี้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตรปริญญาวิศวกรรมศาสตรบัณฑิต
สาขาวิชาวิศวกรรมสารสนเทศ
คณะวิศวกรรมศาสตร์
สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง
พ.ศ. 2557

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

APPROXIMATION OF RAISED COSINE PULSE BASED ON BERNSTEIN POLYNOMIAL



A PROJECT SUBMITTED IN PARTIAL FULLFILLMENT OF
THE REQUIREMENT FOR THE DEGREE OF
BACHELOR OF ENGINEERING PROGRAM IN INFORMATION ENGINEERING
FACULTY OF ENGINEERING
KING MONGKUT'S INSTITUTE OF TECHNOLOGY LADKRABANG
2014

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

คณะวิศวกรรมศาสตร์
สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง
ใบรับรองปริญญาานิพนธ์

หัวข้อปริญญาานิพนธ์ การประมาณสัญญาณเรสโคไซน์พัลส์บนพื้นฐานโพลิโนเมียลแบบเบิร์นสไตน์

Thesis Title APPROXIMATION OF RAISED COSINE PULSE BASED ON BERNSTEIN POLYNOMIAL

ชื่อนักศึกษา นางสาวจรรยา रिमใหม่
นางสาวจุฑาทิพย์ ทองยังยืน

ระดับปริญญา วิศวกรรมศาสตรบัณฑิต
สาขาวิชา วิศวกรรมสารสนเทศ

ปริญญาานิพนธ์ปีการศึกษา 2557



(*ดร. วันวิสา ช้ชวงษ์*)

ดร. วันวิสา ช้ชวงษ์
อาจารย์ที่ปรึกษาปริญญาานิพนธ์

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

Thesis Title	APPROXIMATION OF RAISED COSINE PULSE BASED ON BERSTEIN POLYNOMIAL
Student	Miss Jariya Rimmai Student ID. 54010176 Miss Jutathip Thongyungyuen Student ID. 54010228
Degree	Bachelor of Engineering
Program	Information Engineering
Academic Year	2557
Thesis Advisor	Dr. Vanvisa Chutchavong

ABSTRACT

This project paper presents an approximation of raised cosine pulse based on Bernstein polynomial. Raised cosine pulse plays an important role in data transmission and wireless communication over bandlimited channels. It has been used as pulse shaping to control intersymbol interference (ISI) and it reduce side lobe of band power by which it also reduces adjacent channel interference. Herein, Bernstein polynomial is employed for raised cosine pulse design. As it is known, Bernstein polynomial was found to be best suited for linear phase, constant delay and pulse shaping network. The approximated raised cosine pulse using Bernstein polynomial is described completely. In this paper, the stability of the approximated function can guarantee with Mihailov's criterion. Thus the proposed raised cosine pulse is stable. To conclude, the proposed transfer function can be realized a raised cosine in good performance. As the results, the proposed raised cosine pulse is correct can be reduce the paired echo phenomena.

กิตติกรรมประกาศ

ปริญญาานิพนธ์ฉบับนี้สำเร็จลงได้ด้วยคำแนะนำ คำปรึกษา อันเนื่องมาจากการดูแลสนับสนุนจากหลายๆฝ่าย ตั้งแต่เริ่มดำเนินการจนกระทั่งปริญญาานิพนธ์สำเร็จลุล่วงไปด้วยดี คณะผู้จัดทำจึงขอขอบพระคุณบุคคลที่ให้การสนับสนุนเป็นอย่างดีมาโดยตลอดดังนี้

ขอขอบพระคุณ รศ.ดร.กนก เจนจิระพงษ์เวช ผู้ให้คำแนะนำ ชี้แนะและเสนอแนะทฤษฎีใหม่ๆ ที่เป็นประโยชน์ในการนำมาใช้ในการทำปริญญาานิพนธ์ ตลอดจนช่วยแก้ไขปัญหาและข้อบกพร่องต่างๆ ที่เกิดขึ้นในการศึกษาวิจัยการทำปริญญาานิพนธ์

ขอขอบพระคุณ ดร.วันวิสา ชัชวงษ์ อาจารย์ที่ปรึกษาผู้ควบคุมดูแลการทำปริญญาานิพนธ์นี้ ผู้ให้ความรู้คำแนะนำ คำปรึกษาที่ดีมาโดยตลอดการทำปริญญาานิพนธ์ ทั้งยังเป็นผู้ชี้แนะให้ความรู้ช่วยแก้ปัญหาต่างๆ ที่เป็นประโยชน์ต่อการศึกษาวิจัย เป็นผู้อำนวยการความสะดวกในการจัดหาสถานที่ดำเนินการพร้อมทั้งอุปกรณ์ และช่วยแนะแนวในการพัฒนาเพื่อนำไปใช้ต่อในระดับการศึกษาที่สูงขึ้น

ขอขอบพระคุณคณาจารย์ภาควิชาวิศวกรรมสารสนเทศ คณะวิศวกรรมศาสตร์ สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง ทุกๆ ท่านที่ได้ประสิทธิ์ประสาทวิชาให้กับข้าพเจ้า

ขอขอบพระคุณ บิดา มารดา ที่คอยเป็นกำลังใจ และการสนับสนุนในทุกๆ ด้านมาโดยตลอด ทำให้ข้าพเจ้าสามารถทำปริญญาานิพนธ์ฉบับนี้สำเร็จลุล่วงด้วยดี

คุณค่าและประโยชน์อันพึงมาจากปริญญาานิพนธ์ฉบับนี้ ข้าพเจ้าขอบแต่ผู้มีพระคุณทุกท่านไว้ ณ โอกาสนี้

จรรยา
จุฑาทิพย์

ริมีใหม่
ทองยั้งยืน

สารบัญ

หน้า

บทคัดย่อภาษาไทย.....	I
บทคัดย่อภาษาอังกฤษ.....	II
กิตติกรรมประกาศ.....	III
สารบัญ.....	IV
สารบัญตาราง.....	VII
สารบัญรูป.....	VIII
บทที่ 1 บทนำ.....	1
1.1 ความเป็นมาและความสำคัญ.....	1
1.2 ภาพรวม หรือโครงสร้างรวมของโครงการ.....	2
1.3 วัตถุประสงค์ของโครงการ.....	2
1.4 ขั้นตอนการดำเนินงานโครงการ.....	2
1.5 แผนผัง หรือตารางเวลาการดำเนินงานโครงการ.....	4
บทที่ 2 ทฤษฎีการสะท้อนของสัญญาณ.....	6
2.1 บทนำ.....	6
2.2 ลักษณะความบิดเบือนของแอมพลิจูดและเฟส (the nature of amplitude and phase distortion).....	7
2.3 การบิดเบือนแอมพลิจูดและเฟสของการสะท้อนของสัญญาณแบบเดี่ยว (The amplitude and phase distortion corresponding to a single echo).....	9
2.4 การบิดเบือนแอมพลิจูดที่สอดคล้องกับการสะท้อนของสัญญาณคู่บวก (the amplitude distortion corresponding to a positive pair of echoes).....	12
2.5 การบิดเบือนเฟสที่สอดคล้องกับการสะท้อนของสัญญาณคู่ลบ (The phase distortion corresponding to a negative pair of echoes).....	12
2.6 การแปลความหายของการบิดเบือนแอมพลิจูดและเฟสในช่วงความถี่ที่จำกัด (the interpretation of amplitude and phase distortion in a limited frequency band).....	13
2.7 ตัวอย่างในทางปฏิบัติของการบิดเบือนเฟส ในพจน์ของการสะท้อนของสัญญาณแบบคู่ (A practical example of phase distortion interpreted in terms of paired echoes).....	17

IV

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

2.8	รูปแบบของการสะท้อนที่สอดคล้องกับรูปแบบต่างๆของการบิดเบือนแอมพลิจูด (echo patterns corresponding to various forms of amplitude distortion)	18
2.9	รูปแบบที่เหมาะสมของการเกิดการสะท้อนในประเภทต่างๆ ของการผิดเพี้ยนของเฟส (Echo patterns corresponding to various forms of phase distortion).....	21
2.10	รูปแบบที่เหมือนกันของการบิดเบือนแอมพลิจูดและเฟส (Similar forms of amplitude and phase distortion).....	25
2.11	สรุป	28
บทที่ 3	ทฤษฎีการประมาณสัญญาณเรสโคไซน์บนพื้นฐาน โพลีโนเมียลแบบเบิร์นสไตน์และการออกแบบ.....	29
3.1	สัญญาณเรสโคไซน์ (Raised Cosine Pulse)	29
3.1.1	บทนำ.....	29
3.1.2	สัญญาณเรสโคไซน์.....	29
3.1.3	เรสโคไซน์พัลส์ในโดเมนเวลา.....	32
3.1.4	สรุปสัญญาณเรสโคไซน์ (Raised Cosine Pulse).....	35
3.2	ทฤษฎีโพลีโนเมียลแบบเบิร์นสไตน์ (Bernstein Polynomial).....	36
3.2.1	บทนำ	36
3.2.2	เบิร์นสไตน์โพลีโนเมียล (Bernstein Polynomials).....	36
3.2.3	การออกแบบวงจรกรองความถี่แอนาล็อก โดยใช้เบิร์นสไตน์โพลีโนเมียล	40
3.2.3.1	การปรับเปลี่ยนค่าพารามิเตอร์ ϵ	42
3.2.3.2	การปรับเปลี่ยนค่าพารามิเตอร์ K	47
3.3	ขั้นตอนการออกแบบ.....	49
บทที่ 4	การออกแบบเรสโคไซน์ (Raised Cosine).....	50
4.1	เรสโคไซน์พัลส์	50
4.2	โพลีโนเมียลแบบไบโนเมียล.....	52
4.3	โพลีโนเมียลแบบเบิร์นสไตน์ (Bernstein Polynomials)	54
4.3.1	การประมาณค่าโพลีโนเมียลแบบเบิร์นสไตน์ลำดับที่ 2.....	55
4.3.1.1	กำหนดให้ $\alpha = \frac{1}{0.8}$	55
4.3.1.2	กำหนดให้ $\alpha = \frac{1}{0.99}$	58
4.3.1.3	กำหนดให้ $\alpha = \frac{1}{0.9999}$	60

4.3.2 การประมาณค่าโพลีโนเมียลแบบเบียร์นส์ลำดับที่ 4.....	63
4.3.2.1 กำหนดให้ $\alpha = \frac{1}{0.8}$	63
4.3.2.2 กำหนดให้ $\alpha = \frac{1}{0.99}$	65
4.3.2.3 กำหนดให้ $\alpha = \frac{1}{0.9999}$	67
4.4 การทดสอบเสถียรภาพ (Stability Test).....	70
4.4.1 การทดสอบประสิทธิภาพของโพลีโนเมียลแบบเบียร์นส์ลำดับที่ 2.....	71
4.4.1.1 กำหนดให้ $\alpha = \frac{1}{0.8}$	71
4.4.1.2 กำหนดให้ $\alpha = \frac{1}{0.99}$	72
4.4.1.3 กำหนดให้ $\alpha = \frac{1}{0.9999}$	73
4.4.2 การทดสอบประสิทธิภาพของโพลีโนเมียลแบบเบียร์นส์ลำดับที่ 4	75
4.4.2.1 กำหนดให้ $\alpha = \frac{1}{0.8}$	75
4.4.2.2 กำหนดให้ $\alpha = \frac{1}{0.99}$	76
4.4.2.3 กำหนดให้ $\alpha = \frac{1}{0.9999}$	77
4.5 การเปรียบเทียบ (Comparison).....	79
4.6 การสะท้อนของสัญญาณแบบคู่ (Paired Echoes).....	81
4.6.1 เอ้าท์พุทของการรวมสัญญาณ เมื่อทำให้มีการสะท้อนของสัญญาณ 1 คู่.....	84
4.6.2 เอ้าท์พุทของการรวมสัญญาณ เมื่อทำให้มีการสะท้อนของสัญญาณ 2 คู่.....	89
4.7 สรุป.....	95
บทที่ 5 สรุปและวิจารณ์การทดลอง.....	96
5.1 สรุปผลการทดลอง.....	96
5.2 แนวทางพัฒนาในอนาคต.....	96
เอกสารอ้างอิง	97

สารบัญตาราง

หน้า

ตารางที่ 1.1 ตารางขั้นตอนการดำเนินงาน.....4



สารบัญรูป

หน้า

รูปที่ 1.1(ก) ภาพปกติ.....	1
รูปที่ 1.1(ข) การเกิดภาพซ้อน.....	1
รูปที่ 1.2 Block Diagram ความสัมพันธ์โพลิโนเมียลแบบเบิร์นสไตน์รวมกับการสะท้อนของสัญญาณแบบคู่.....	2
รูปที่ 2.1 ตัวอย่างในทางปฏิบัติของผลกระทบการบิดเบือนเฟสบนแอร์ทพุทชั่วคราวของเครื่องขยาย.....	7
รูปที่ 2.2 แอมพลิจูดและเวลาที่มีสัมพันธ์ระหว่างสัญญาณการสะท้อน.....	8
รูปที่ 2.3 การบิดเบือนในลักษณะของความถี่ ที่เป็นการสะท้อนขนาดเล็ก.....	9
รูปที่ 2.4 เวกเตอร์แสดงความสัมพันธ์ระหว่างสัญญาณกับส่วนประกอบของการสะท้อนในแต่ละความถี่ดีเลย์ของสัญญาณและการสะท้อนขึ้นอยู่กับค่าการเปลี่ยนเฟส ที่ความถี่ใดๆ.....	10
รูปที่ 2.5 การบิดเบือนของแอมพลิจูดที่เป็นการสะท้อนของสัญญาณคู่ลบ.....	14
รูปที่ 2.6 การบิดเบือนของเฟสที่เป็นการสะท้อนของสัญญาณคู่บวก.....	16
รูปที่ 2.7 ตัวอย่างคุณสมบัติของความถี่.....	17
รูปที่ 2.8 แสดงการประยุกต์ใช้วิธีการสะท้อนแบบคู่ ประเมินผลกระทบการบิดเบือนดังรูปที่ 3.7.....	17
รูปที่ 2.9 การบิดเบือนแอมพลิจูดอันดับแรกที่สุดคล้องกับรูปแบบของการสะท้อน.....	18
รูปที่ 2.10 การบิดเบือนแอมพลิจูดอันดับแรกที่สุดคล้องกับรูปแบบของการสะท้อน.....	20
รูปที่ 2.11 ขั้นตอนของแอมพลิจูดที่สอดคล้องกับรูปแบบของการสะท้อน.....	21
รูปที่ 2.12 ลำดับที่สองและลำดับที่สี่ของการบิดเบือนเฟสที่สอดคล้องกับรูปแบบของการสะท้อน.....	22
รูปที่ 2.13 ขั้นตอนของเฟสและความสอดคล้องของรูปแบบการสะท้อน.....	23
รูปที่ 2.14 ผลรวมของการตัดและการบิดเบือนเฟส.....	24
รูปที่ 2.15 ความคล้ายกันของการบิดเบือนแอมพลิจูดและเฟสบนพื้นฐานการสะท้อนไฮเพอร์โบลิก.....	25
รูปที่ 2.16 ขั้นตอนของเฟสและความสอดคล้องของรูปแบบการสะท้อน.....	26
รูปที่ 2.17 ความคล้ายกันของการบิดเบือนแอมพลิจูดและเฟสบนพื้นฐานจำนวนที่เท่ากับการสะท้อน.....	27
รูปที่ 2.18 การประเมินผลของการบิดเบือนขนาดใหญ่โดยการใช้งานอย่างต่อเนื่องของวิธีสะท้อนของสัญญาณแบบคู่.....	28
รูปที่ 3.1 (ก) ภาพสัญญาณเรสโคไซน์.....	32
รูปที่ 3.1 (ข) ภาพสัญญาณเรสโคไซน์.....	32
รูปที่ 3.2 (ก) สัญญาณแบบสมมาตร.....	33
รูปที่ 3.2 (ข) สัญญาณแบบที่ไล่ดีเลย์.....	33
รูปที่ 3.3 การลดทอนของสัญญาณเรสโคไซน์ในโดเมนความถี่.....	34
รูปที่ 3.4 ขนาดของสัญญาณเรสโคไซน์ในโดเมนเวลา.....	35

รูปที่ 3.5	ฟังก์ชันความถี่ต่ำผ่าน.....	37
รูปที่ 3.6	การแปลงแกนความถี่จาก $\Omega \rightarrow \omega$	38
รูปที่ 3.7	ผลตอบสนองทางขนาดของวงจรกรองความถี่ต่ำผ่านแบบเบิรน์สไตน์ อันดับ 4.....	41
รูปที่ 3.8	ผลตอบสนองทางเฟสของวงจรกรองความถี่ต่ำผ่านแบบเบิรน์สไตน์ อันดับ 4.....	41
รูปที่ 3.9	ผลตอบสนองทางเวลาประวิงของวงจรกรองความถี่ต่ำผ่านแบบเบิรน์สไตน์ อันดับ 4.....	42
รูปที่ 3.10	การเปรียบเทียบผลตอบสนองทางขนาด เมื่อเปลี่ยนค่าพารามิเตอร์ ϵ	43
รูปที่ 3.11(ก)	การเปรียบเทียบผลตอบสนองทางเฟสเมื่อเปลี่ยนค่าพารามิเตอร์ ϵ แบบ สเกลเชิงเส้น.....	45
รูปที่ 3.11(ข)	การเปรียบเทียบผลตอบสนองทางเฟสเมื่อเปลี่ยนค่าพารามิเตอร์ ϵ แบบ สเกลกึ่งล็อก.....	45
รูปที่ 3.12(ก)	การเปรียบเทียบผลตอบสนองทางเวลาประวิงเมื่อเปลี่ยนค่าพารามิเตอร์ ϵ แบบสเกลเชิงเส้น.....	46
รูปที่ 3.12(ข)	การเปรียบเทียบผลตอบสนองทางเวลาประวิงเมื่อเปลี่ยนค่าพารามิเตอร์ ϵ แบบสเกลกึ่งล็อก.....	46
รูปที่ 3.13	การเปรียบเทียบผลตอบสนองทางขนาด เมื่อเปลี่ยนค่าพารามิเตอร์ K	47
รูปที่ 3.14	การเปรียบเทียบผลตอบสนองทางเฟส เมื่อเปลี่ยนค่าพารามิเตอร์ K	48
รูปที่ 3.15	การเปรียบเทียบผลตอบสนองทางเวลาประวิง เมื่อเปลี่ยนค่าพารามิเตอร์ K	48
รูปที่ 4.1	การตอบสนองความถี่สำหรับเรสโคไซน์พัลส์.....	51
รูปที่ 4.2	เรสโคไซน์ในอุดมคติ (IDEAL).....	51
รูปที่ 4.3	การตอบสนองต่อขนาดของโพลีโนเมียลแบบไบโนเมียล	53
รูปที่ 4.4	กราฟเฟสของโพลีโนเมียลไบโนเมียล	53
รูปที่ 4.5	กราฟดีเลย์ของโพลีโนเมียลไบโนเมียล	54
รูปที่ 4.6	กราฟโพลีโนเมียลแบบเบิรน์สไตน์ลำดับที่ 2 เมื่อ $\alpha = \frac{1}{0.8}$	56
รูปที่ 4.7	กราฟ \log ของโพลีโนเมียลแบบเบิรน์สไตน์ลำดับที่ 2 เมื่อ $\alpha = \frac{1}{0.8}$	56
รูปที่ 4.8	กราฟเฟสของโพลีโนเมียลแบบเบิรน์สไตน์ลำดับที่ 2 เมื่อ $\alpha = \frac{1}{0.8}$	57
รูปที่ 4.9	กราฟดีเลย์ของโพลีโนเมียลแบบเบิรน์สไตน์ลำดับที่ 2 เมื่อ $\alpha = \frac{1}{0.8}$	57
รูปที่ 4.10	กราฟโพลีโนเมียลแบบเบิรน์สไตน์ลำดับที่ 2 เมื่อ $\alpha = \frac{1}{0.99}$	58
รูปที่ 4.11	กราฟ \log ของโพลีโนเมียลแบบเบิรน์สไตน์ลำดับที่ 2 เมื่อ $\alpha = \frac{1}{0.99}$	59
รูปที่ 4.12	กราฟเฟสของโพลีโนเมียลแบบเบิรน์สไตน์ลำดับที่ 2 เมื่อ $\alpha = \frac{1}{0.99}$	59
รูปที่ 4.13	กราฟดีเลย์ของโพลีโนเมียลแบบเบิรน์สไตน์ลำดับที่ 2 เมื่อ $\alpha = \frac{1}{0.99}$	60
รูปที่ 4.14	กราฟโพลีโนเมียลแบบเบิรน์สไตน์ลำดับที่ 2 เมื่อ $\alpha = \frac{1}{0.9999}$	61
รูปที่ 4.15	กราฟ \log ของโพลีโนเมียลแบบเบิรน์สไตน์ลำดับที่ 2 เมื่อ $\alpha = \frac{1}{0.9999}$	61

รูปที่ 4.16 กราฟเฟสของโพลีโนเมียลแบบเบียร์นส์ไตน์ลำดับที่ 2 เมื่อ $\alpha = \frac{1}{0.9999}$	62
รูปที่ 4.17 กราฟดีเลย์ของโพลีโนเมียลแบบเบียร์นส์ไตน์ลำดับที่ 2 เมื่อ $\alpha = \frac{1}{0.9999}$	62
รูปที่ 4.18 กราฟโพลีโนเมียลแบบเบียร์นส์ไตน์ลำดับที่ 4 เมื่อ $\alpha = \frac{1}{0.8}$	63
รูปที่ 4.19 กราฟ log ของโพลีโนเมียลแบบเบียร์นส์ไตน์ลำดับที่ 4 เมื่อ $\alpha = \frac{1}{0.8}$	64
รูปที่ 4.20 กราฟเฟสของโพลีโนเมียลแบบเบียร์นส์ไตน์ลำดับที่ 4 เมื่อ $\alpha = \frac{1}{0.8}$	64
รูปที่ 4.21 กราฟดีเลย์ของโพลีโนเมียลแบบเบียร์นส์ไตน์ลำดับที่ 4 เมื่อ $\alpha = \frac{1}{0.8}$	65
รูปที่ 4.22 กราฟโพลีโนเมียลแบบเบียร์นส์ไตน์ลำดับที่ 4 เมื่อ $\alpha = \frac{1}{0.99}$	66
รูปที่ 4.23 กราฟ log ของโพลีโนเมียลแบบเบียร์นส์ไตน์ลำดับที่ 4 เมื่อ $\alpha = \frac{1}{0.99}$	66
รูปที่ 4.24 กราฟเฟสของโพลีโนเมียลแบบเบียร์นส์ไตน์ลำดับที่ 4 เมื่อ $\alpha = \frac{1}{0.99}$	67
รูปที่ 4.25 กราฟดีเลย์ของโพลีโนเมียลแบบเบียร์นส์ไตน์ลำดับที่ 4 เมื่อ $\alpha = \frac{1}{0.99}$	67
รูปที่ 4.26 กราฟโพลีโนเมียลแบบเบียร์นส์ไตน์ลำดับที่ 4 เมื่อ $\alpha = \frac{1}{0.9999}$	68
รูปที่ 4.27 กราฟ log ของโพลีโนเมียลแบบเบียร์นส์ไตน์ลำดับที่ 4 เมื่อ $\alpha = \frac{1}{0.9999}$	69
รูปที่ 4.28 กราฟเฟสของโพลีโนเมียลแบบเบียร์นส์ไตน์ลำดับที่ 4 เมื่อ $\alpha = \frac{1}{0.9999}$	69
รูปที่ 4.29 กราฟดีเลย์ของโพลีโนเมียลแบบเบียร์นส์ไตน์ลำดับที่ 4 เมื่อ $\alpha = \frac{1}{0.9999}$	70
รูปที่ 4.30 กราฟทดสอบประสิทธิภาพของโพลีโนเมียลแบบเบียร์นส์ไตน์ลำดับที่ 2 เมื่อ $\alpha = \frac{1}{0.8}$	72
รูปที่ 4.31 กราฟทดสอบประสิทธิภาพของโพลีโนเมียลแบบเบียร์นส์ไตน์ลำดับที่ 2 เมื่อ $\alpha = \frac{1}{0.99}$	73
รูปที่ 4.32 กราฟทดสอบประสิทธิภาพของโพลีโนเมียลแบบเบียร์นส์ไตน์ลำดับที่ 2 เมื่อ $\alpha = \frac{1}{0.9999}$	74
รูปที่ 4.33 กราฟทดสอบประสิทธิภาพของโพลีโนเมียลแบบเบียร์นส์ไตน์ลำดับที่ 4 เมื่อ $\alpha = \frac{1}{0.8}$	76
รูปที่ 4.34 กราฟทดสอบประสิทธิภาพของโพลีโนเมียลแบบเบียร์นส์ไตน์ลำดับที่ 4 เมื่อ $\alpha = \frac{1}{0.99}$	77
รูปที่ 4.35 กราฟทดสอบประสิทธิภาพของโพลีโนเมียลแบบเบียร์นส์ไตน์ลำดับที่ 2 เมื่อ $\alpha = \frac{1}{0.9999}$	78
รูปที่ 4.36 กราฟเปรียบเทียบโพลีโนเมียลแบบเบียร์นส์ไตน์ลำดับที่ 2	79

รูปที่ 4.37 กราฟเปรียบเทียบโพลีโนเมียลแบบเบียร์นส์ลำดับที่ 4	79
รูปที่ 4.38 กราฟเปรียบเทียบโพลีโนเมียลแบบเบียร์นส์ลำดับที่ 2 และลำดับที่ 4	80
รูปที่ 4.39 กราฟเปรียบเทียบสัญญาณเรสโคไซน์กับโพลีโนเมียลแบบเบียร์นส์ลำดับที่ 4	80
รูปที่ 4.40 กราฟเปรียบเทียบสัญญาณเรสโคไซน์กับโพลีโนเมียลแบบเบียร์นส์ลำดับที่ 2 และโพลีโนเมียลแบบไบโนเมียล	81
รูปที่ 4.41 กราฟการสะท้อนของสัญญาณแบบคู่ 1 คู่.....	84
รูปที่ 4.42 กราฟรวมสัญญาณเรสโคไซน์กับการสะท้อนของสัญญาณ 1 คู่.....	84
รูปที่ 4.43 กราฟรวมโพลีโนเมียลแบบไบโนเมียลกับการสะท้อนของสัญญาณ 1 คู่.....	85
รูปที่ 4.44 กราฟรวมโพลีโนเมียลแบบเบียร์นส์ลำดับที่ 2 เมื่อ $\alpha = \frac{1}{0.8}$ กับการสะท้อนของสัญญาณ 1 คู่.....	85
รูปที่ 4.45 กราฟรวมโพลีโนเมียลแบบเบียร์นส์ลำดับที่ 2 เมื่อ $\alpha = \frac{1}{0.99}$ กับการสะท้อนของสัญญาณ 1 คู่.....	86
รูปที่ 4.46 กราฟรวมโพลีโนเมียลแบบเบียร์นส์ลำดับที่ 2 เมื่อ $\alpha = \frac{1}{0.9999}$ กับการสะท้อนของสัญญาณ 1 คู่.....	86
รูปที่ 4.47 กราฟรวมโพลีโนเมียลแบบเบียร์นส์ลำดับที่ 4 เมื่อ $\alpha = \frac{1}{0.8}$ กับการสะท้อนของสัญญาณ 1 คู่.....	87
รูปที่ 4.48 กราฟรวมโพลีโนเมียลแบบเบียร์นส์ลำดับที่ 4 เมื่อ $\alpha = \frac{1}{0.99}$ กับการสะท้อนของสัญญาณ 1 คู่.....	87
รูปที่ 4.49 กราฟรวมโพลีโนเมียลแบบเบียร์นส์ลำดับที่ 4 เมื่อ $\alpha = \frac{1}{0.9999}$ กับการสะท้อนของสัญญาณ 1 คู่.....	88
รูปที่ 4.50 กราฟเปรียบเทียบเอาต์พุตของการสะท้อนสัญญาณ 1 คู่.....	88
รูปที่ 4.51 กราฟเปรียบเทียบการรวมสัญญาณเรสโคไซน์ โพลีโนเมียลแบบเบียร์นส์ลำดับที่ 4 เข้ากับการสะท้อนของสัญญาณ 1 คู่.....	89
รูปที่ 4.52 กราฟการสะท้อนของสัญญาณแบบคู่ 2 คู่.....	89
รูปที่ 4.53 กราฟรวมสัญญาณเรสโคไซน์กับการสะท้อนของสัญญาณ 2 คู่.....	90
รูปที่ 4.54 กราฟรวมโพลีโนเมียลแบบไบโนเมียลกับการสะท้อนของสัญญาณ 2 คู่.....	90
รูปที่ 4.55 กราฟรวมโพลีโนเมียลแบบเบียร์นส์ลำดับที่ 2 เมื่อ $\alpha = \frac{1}{0.8}$ กับการสะท้อนของสัญญาณ 2 คู่.....	91
รูปที่ 4.56 กราฟรวมโพลีโนเมียลแบบเบียร์นส์ลำดับที่ 2 เมื่อ $\alpha = \frac{1}{0.99}$ กับการสะท้อนของสัญญาณ 2 คู่.....	91
รูปที่ 4.57 กราฟรวมโพลีโนเมียลแบบเบียร์นส์ลำดับที่ 2 เมื่อ $\alpha = \frac{1}{0.9999}$ กับการสะท้อนของสัญญาณ 2 คู่.....	92

รูปที่ 4.58	กราฟรวมโพลีโนเมียลแบบเบียร์นสไตน์ลำดับที่ 4 เมื่อ $\alpha = \frac{1}{0.8}$	
	กับการสะท้อนของสัญญาณ 2 คู่.....	92
รูปที่ 4.59	กราฟรวมโพลีโนเมียลแบบเบียร์นสไตน์ลำดับที่ 4 เมื่อ $\alpha = \frac{1}{0.99}$	
	กับการสะท้อนของสัญญาณ 2 คู่.....	93
รูปที่ 4.60	กราฟรวมโพลีโนเมียลแบบเบียร์นสไตน์ลำดับที่ 4 เมื่อ $\alpha = \frac{1}{0.9999}$	
	กับการสะท้อนของสัญญาณ 2 คู่.....	93
รูปที่ 4.61	กราฟเปรียบเทียบเอาท์พุทของการสะท้อนสัญญาณ 2 คู่.....	94
รูปที่ 4.62	กราฟเปรียบเทียบการรวมสัญญาณเรสโคไซน์ โพลีโนเมียลแบบเบียร์นสไตน์	
	เข้ากับการสะท้อนของสัญญาณ 2 คู่.....	94



บทที่ 1

บทนำ

1.1 ความเป็นมาและความสำคัญ[1]

การเกิดภาพซ้อนบนโทรทัศน์ภาคพื้นดินในประเทศไทยส่วนใหญ่อยู่ในย่านความถี่ VHF และ UHF ซึ่งการส่งผ่านสัญญาณจะมีการเดินทางของคลื่นมีลักษณะเป็นคลื่นที่เคลื่อนที่ในแนวเส้นตรง (Line-of-sight) ดังนั้นสายอากาศจะรับสัญญาณได้ดีที่สุด เมื่อตั้งอยู่ในวิถีตรงกับเสาส่งสัญญาณ แต่เนื่องจากการแพร่กระจายของคลื่นสัญญาณเป็นลักษณะที่กระจายรอบๆ ตัวเพื่อที่จะให้ครอบคลุมพื้นที่ให้บริการอาจทำให้การแพร่ไปในวิถีอื่นจากสถานีส่งและเกิดการปะทะกับวัตถุขนาดใหญ่ เช่น เมืองใหญ่ที่มีตึกสูง หรือสถานที่ที่มี ภูมิประเทศเป็นเทือกเขา เป็นต้น ทำให้เกิดการสะท้อนของสัญญาณซึ่งอาจมีทิศทางเข้าสู่สายอากาศเครื่องรับโทรทัศน์ ด้วยเหตุนี้เองทำให้สายอากาศเครื่องรับโทรทัศน์มีทั้งคลื่นวิถีตรงและคลื่นสัญญาณวิถีอื่นซึ่งมาจากการสะท้อน จึงเรียกช่องสัญญาณแบบนี้ว่า “ช่องสัญญาณหลายวิถี (Multipath channel)” และเนื่องจากเส้นทางวิถีสะท้อนของคลื่นมีระยะมากกว่าเส้นทางวิถีตรงที่ส่งจากสถานี ด้วยเหตุนี้คลื่นวิถีสะท้อนจึงใช้เวลาเดินทางมากกว่าและมีความเข้มของสัญญาณต่ำกว่าคลื่นวิถีตรงขณะเดียวกันสัญญาณส่วนใหญ่จะถูกมอดูเลตแบบ AM จึงส่งผลให้สัญญาณบนหน้าจอโทรทัศน์เกิดเป็นภาพซ้อนขึ้น จึงนำสัญญาณเรสโคไซน์ (Raised Cosine Pulse) ที่มีบทบาทสำคัญในการส่งข้อมูล และการสื่อสารไร้สายผ่านแบนด์ลิมิต (Bandlimited Channels) และมีคุณสมบัติตามเกณฑ์ของไนควิสต์ ซึ่งทำให้ไม่เกิดสัญญาณรบกวน แต่สัญญาณเรสโคไซน์เป็นสมการทางคณิตศาสตร์จึงไม่สามารถนำมาสร้างวงจรจริงได้ดังนั้นจึงได้นำโพลีเนเมียลแบบเบิร์นสไตน์ ลำดับที่ 4 มาใช้ในการประมาณ ซึ่งมีคุณสมบัติที่ดีกว่าวงจรจริงทุกประการ เพื่อควบคุมการแทรกสอดระหว่างสัญลักษณ์ (Intersymbol Interference (ISI)) และทำให้ การสะท้อนของสัญญาณลดลง โดยที่ยังลดการแทรกสอดของช่องประชิด (Adjacent Channel Interference) วงจรจริงความถี่แบบ RC (RC filter) ต้องทำการปรับเท่า (Equalize) ของเฟสที่บิดเบือน เพื่อให้ได้สัญญาณที่เกิดการสะท้อนของสัญญาณน้อยที่สุด



รูปที่ 1.1(ก) ภาพปกติ



รูปที่ 1.1(ข) การเกิดภาพซ้อน

(อ้างอิงโดย <https://www.ic.gc.ca/eic/site/smt-gst.nsf/eng/sf01382.html>)

1.2 ภาพรวม หรือโครงสร้างรวมของโครงการงาน

โครงการงานนี้ได้อธิบายถึงการออกแบบของวงจรกรองความถี่แบบเรสโคไซน์ โดยใช้การประมาณแบบโพลีโนเมียลแบบเบียร์นส์ไตน์ลำดับที่ 4 เพื่อนำมาแก้ปัญหาการเกิดการสะท้อนของสัญญาณแบบคู่ (Paired Echoes) ของการส่งสัญญาณไร้สายผ่านช่องแบนด์ลิมิต กราฟที่พล็อตด้วยโปรแกรมแมทแล็บ (MATLAB) ออกมาได้ แสดงให้เห็นว่าเมื่อนำสัญญาณที่ประมาณโดยการใช้โพลีโนเมียลแบบเบียร์นส์ไตน์ลำดับที่ 4 บ้อนรวมกับสัญญาณการสะท้อน สัญญาณเอาท์พุท (Output) ที่ได้จะไม่เกิดการสะท้อนของสัญญาณซึ่งเป็นสาเหตุที่ทำให้เกิดภาพซ้อน ซึ่งจะเห็นได้ว่าการประมาณโพลีโนเมียลแบบเบียร์นส์ไตน์มีความเหมาะสมที่สุด และจะนำมาพิสูจน์ด้วยทฤษฎีของมิไฮลอฟ ว่าสัญญาณที่ทำการประมาณนั้นมีเสถียรภาพ โดยแสดงให้เห็นว่าทรานสเฟอร์ฟังก์ชันสามารถเป็นจริงได้



รูปที่ 1.2 บล็อกไดอะแกรม ความสัมพันธ์โพลีโนเมียลแบบเบียร์นส์ไตน์ รวมกับการสะท้อนของสัญญาณแบบคู่

1.3 วัตถุประสงค์ของโครงการงาน

- 3.1 เพื่อศึกษาการประมาณสัญญาณเรสโคไซน์พัลส์
- 3.2 เพื่อศึกษาการเกิดการสะท้อนของสัญญาณแบบคู่
- 3.3 เพื่อศึกษาโพลีโนเมียลแบบเบียร์นส์ไตน์
- 3.4 เพื่อหาฟังก์ชันถ่ายโอนของวงจรกรองถี่แบบเรสโคไซน์
- 3.5 ทำการจำลองการตอบสนองตามความถี่ของวงจรกรองความถี่แบบเรสโคไซน์ ด้วยวงจรกรองความถี่โพลีโนเมียลแบบเบียร์นส์ไตน์

1.4 ขั้นตอนการดำเนินงานโครงการงาน

1. วางขอบเขตและจุดประสงค์โครงการงาน
2. ศึกษาหาข้อมูลของโครงการงาน
3. ศึกษาทฤษฎีเรสโคไซน์
4. ศึกษาทฤษฎีการสะท้อนของสัญญาณแบบคู่
5. ศึกษาทฤษฎีโพลีโนเมียลแบบเบียร์นส์ไตน์
6. ตรวจสอบและแก้ไขสมการที่ได้จากการคำนวณ
7. นำสมการที่พิสูจน์ได้แล้วมาทดสอบ
8. จัดทำเอกสาร โครงการงานที่ 1
9. ตรวจสอบ แก้ไขผลการทดลอง และบันทึกผล
10. ทำการคิดสมการโพลีโนเมียลแบบเบียร์นส์ไตน์ในออเดอร์ทออื่น ๆ
11. นำสมการที่ได้มาพล็อตดูผลที่ออกมาแล้วเลือกค่าที่ดีที่สุด

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

12. นำสมการที่ได้มาทดสอบความมีเสถียรภาพโดยใช้ทฤษฎีของมิไฮลอฟ
13. นำสมการที่พิสูจน์ได้แล้วมาทดสอบกับสมการของการสะท้อน
14. จัดทำเอกสาร โครงการงานที่ 2



เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ตารางที่ 1.1 ขั้นตอนการดำเนินงาน (ต่อ)

ID	งานที่ดำเนินการ	ส.ค.-57		ก.ย.-57		ต.ค.-57		พ.ย.-57		ธ.ค.-57		ม.ค.-58		ก.พ.-58		มี.ค.-58		เม.ย.-58	
		1	4					1	1							2	0		9
9	ตรวจสอบ แก้ไขผลการทดลอง และบันทึกผล																		
10	ทำการคิดสมการโพลีโนเมียลแบบ เบียร์สไตน์ในออเดออร์อื่นๆ																		
11	นำสมการที่ได้มาพล็อตดูผลที่ออก มาแล้วเลือกค่าที่ดีที่สุด																		
12	นำสมการที่ได้มาทดสอบความมี เสถียรภาพโดยใช้ทฤษฎีของมิไฮลอฟ																		
13	นำสมการที่พิสูจน์ได้แล้วมาทดสอบ กับสมการของการสะท้อน																		
14	จัดทำเอกสาร โครงการงาน 2																		

บทที่ 2

ทฤษฎีการสะท้อนของสัญญาณ

2.1 บทนำ

การเลือกสัญญาณบนพื้นฐานของแต่ละช่วงความถี่จะต้องผ่านวงจรกรองสัญญาณความถี่ (Band-Pass Filters) ลักษณะเช่นนี้ทำให้เกิดการบิดเบือนของสัญญาณที่เลือก เพราะลักษณะการเลือกที่เหมาะสมสามารถประมาณได้ ในเครือข่ายแบบจำกัดหรือเครือข่ายแบบกระจาย การบิดเบือนของสัญญาณถือได้ว่าเป็นผลจากการเกิดการบิดเบือนแอมพลิจูด (Amplitude) และเฟส (Phase) ซึ่งมีความแตกต่างกัน แต่มีคุณสมบัติของการการเลือกที่สัมพันธ์กัน เนื่องจากสัญญาณใดๆ ที่มารบกวนข้อมูล และส่วนประกอบของความถี่ชั่วคราว ซึ่งประกอบไปด้วยทุกๆ ช่วงความถี่ที่จำกัดของความถี่ สเปกตรัมที่เข้ามา สิ่งที่มาคือการเลือกของกระบวนการจะมากขึ้นทำให้เกิดการบิดเบือนของสัญญาณ โดยเกิดจากการลดทอนบางส่วนของส่วนประกอบ การบิดเบือนดังกล่าวจะลดลงโดยการเลือกแถบความถี่ที่มีความกว้างพอจะสามารถรวมพลังงานทั้งหมดของส่วนประกอบความถี่ได้ อย่างไรก็ตามก็ยังมีบิดเบือนเกิดขึ้นขึ้น นั่นคือการบิดเบือนแอมพลิจูด ซึ่งเป็นสิ่งที่หลีกเลี่ยงไม่ได้ในการเกิดการลดทอนของการระบบเลือกสัญญาณ

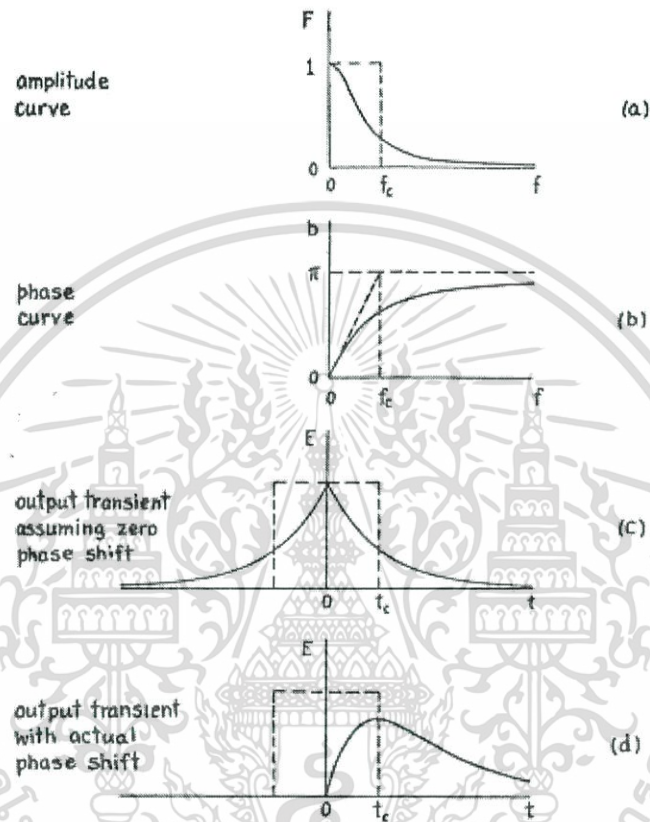
การบิดเบือนแอมพลิจูดและเฟสที่อยู่ในแถบความถี่ สัญญาณจะลดลงได้อย่างไม่จำกัด โดยการเลือกของเครือข่ายการแยกหรือเครือข่ายการแก้ไขอื่นๆ ขั้นตอนปกติก็คือการออกแบบเครือข่ายที่เลือกให้มีการลดทอนสัญญาณ และแก้ไขความบิดเบือนของเฟสโดยไม่เพิ่มแอมพลิจูดที่บิดเบือนได้

การบิดเบือนของแอมพลิจูดได้รับความสนใจมากกว่าการบิดเบือนของเฟส เพราะได้รับความสำคัญมากในด้านคุณภาพเสียง ทั้งยังวัดและศึกษาได้ง่าย ในการส่งสัญญาณอื่นๆ เช่น โทรสารและโทรศัพท์ เป็นต้น การบิดเบือนของเฟสนั้นไม่มีความสำคัญ เพราะการเกิดขึ้นเพียงชั่วคราว อาจเกิดขึ้นจากระยะเวลาที่สั้นมากๆ และมีการตรวจสอบโดยผลกระทบของทั้งแอมพลิจูดและเฟสที่บิดเบือน การเกิดการบิดเบือนทั้งสองทำให้เกิดการซ้อนทับกันของภาพซึ่งสามารถมองเห็นได้ด้วยตาเปล่า รูปแบบที่ชัดเจนที่สุดของการบิดเบือนคือรูปของภาพหลายภาพ ที่เกิดจากการสะท้อนของสัญญาณ

การแปลความหมายของการบิดเบือนเฟส สามารถอธิบายการบิดเบือนที่เกิดขึ้น โดยกำหนดลักษณะของเฟสที่สามารถต้านทานต่อการบิดเบือนของเฟสได้ การคิดค้นมาเพื่อตอบสนองความต้องการนี้ จึงง่ายในการประยุกต์ใช้ ผลของประมาณการบิดเบือนที่ละน้อยๆ ซึ่งสามารถตรวจสอบได้จากส่วนของเส้นโค้งเฟส ในการเกิดการซ้อนทับกันของภาพ วิธีพื้นฐานในการแก้ไขคือฟูรีเยอร์อินทิกรัล และในลักษณะนี้ ทุกขั้นตอนมีความสำคัญทางกายภาพอย่างชัดเจน ผลลัพธ์ที่ได้บางส่วนจะเป็นข้อมูลที่ต้องการ ซึ่งเป็นประโยชน์อย่างมากในการประมาณผลของการบิดเบือนที่เกิดขึ้นโดยไม่เกิดความยุ่งยากในการคำนวณ

วิธีการสะท้อนของสัญญาณแบบคู่สามารถเป็นได้ทั้งการบิดเบือนแอมพลิจูดและเฟส รูปแบบอย่างง่ายนี้สามารถอธิบายได้เพียงการบิดเบือนบิดเบือนที่มีปริมาณเล็กน้อย ซึ่งน้อยกว่า 1 เนเปอร์ (8.7 เดซิเบล) หรือ 1 เรเดียน (57 องศา) ของคลื่นความถี่ที่ได้กำหนดไว้สำหรับสัญญาณ ซึ่งปริมาณของการลดทอนทั้งหมดที่เกิดขึ้นในพื้นที่ใกล้เคียง

กับช่วงความถี่คutoff (Cutoff Frequency) จะเกิดขึ้นได้มากกว่า ดังนั้นวิธีดังกล่าวจะไม่มีประโยชน์สำหรับการศึกษาการบิดเบือนแอมพลิจูดที่มีลักษณะการตัดกัน ซึ่งสามารถประยุกต์ใช้ได้กับการเกิดการบิดเบือนแอมพลิจูดที่มีปริมาณเล็กน้อยได้ เช่น การเกิดในเครื่องขยายเสียงซึ่งไม่เกิดการลดทอนขนาดใหญ่ที่อยู่ใกล้ช่วงความถี่คutoff



รูปที่ 2.1 ตัวอย่างในทางปฏิบัติของผลกระทบการบิดเบือนเฟสบนเอาต์พุตชั่วคราวของเครื่องขยาย

ผลของการเกิดการบิดเบือนแอมพลิจูดต่างจากการบิดเบือนของเฟส คือ มันค่อนข้างในการตรวจสอบโดยการใช้ฟูรีเยอร์อินทิกรัล ซึ่งเป็นรูปแบบที่สมมาตรกันในรูปของโคไซน์ และจะสะดวกที่สุด ถ้าใช้การสะท้อนสัญญาณแบบคู่ในการศึกษาผลกระทบของการบิดเบือนของแอมพลิจูดและเฟสที่เพิ่มขึ้น และเป็นประโยชน์อย่างมากในการบิดเบือนเฟส เพราะวิธีการอื่น ๆ นั้น จะมีความยุ่งยากกว่า

2.2 ลักษณะความบิดเบือนของแอมพลิจูดและเฟส (the nature of amplitude and phase distortion)

การแนะนำเพิ่มเติมเกี่ยวกับลักษณะความสัมพันธ์ของการบิดเบือนแอมพลิจูดและเฟสจะชี้ให้เห็นโดยมีการอ้างอิงถึงตัวอย่างในการปฏิบัติ วงจรอาจคิดเป็นการขยายความต้านทานควบคู่ที่มีความจุในแต่ละขั้นตอนที่ทำให้การลดทอนเพิ่มขึ้นกับความถี่ ลักษณะของแอมพลิจูด $f(f)$ จะแสดง ในรูปที่ 2.1 (a)

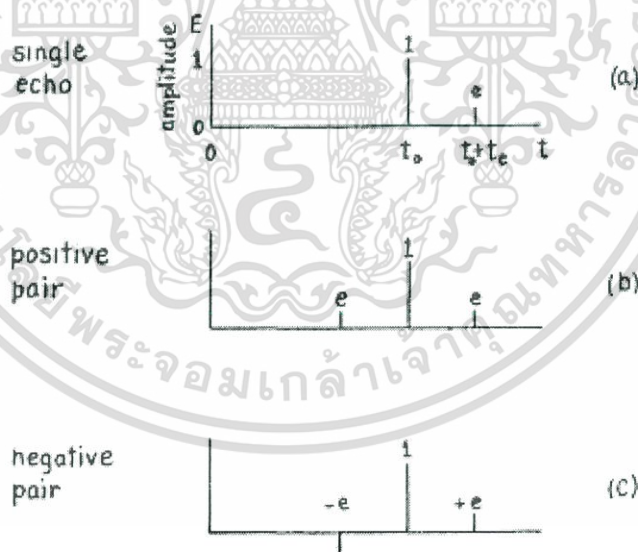
เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

และลักษณะของเฟส $b(f)$ แสดงในรูปที่ 2.1(b) สัญญานนี้ถือว่าเป็นการกระตุ้นอิมพัลส์ ในการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์นั้น อันดับแรกจะไม่สนใจการเปลี่ยนเฟส ซึ่งลักษณะแอมพลิจูดในฟูรีเยร์อินทิกรัลเป็นผลของสัญญาณเอ้าท์พุทชั่วคราว $E(t)$ ของรูปที่ 2.1(c) ในกรณีตัวอย่างนี้ เอ้าท์พุทชั่วคราวที่เกิดขึ้นโดยการอินทิกรัลได้แสดงไว้ในรูปที่ 2.1 (d) ความแตกต่างกันที่ผ่านมาจะมีผลกระทบต่อลักษณะของเฟส

ความถี่คัทออฟที่เล็กน้อย f_c ในรูปที่ 2.1 (a) ความกว้างของสี่เหลี่ยมประมามีพื้นที่เท่ากับเส้นโค้งของแอมพลิจูด และความสูงที่ความถี่เท่ากับ 0 กำหนดให้ เวลาคัทออฟ $t_c = 4/1f_c$ ซึ่งจะสัมพันธ์กับแต่ละครึ่งของสัญญาณเอ้าท์พุทชั่วคราวของรูปที่ 2.1 (c) ความกว้างที่เล็กน้อยของการสมมาตรชั่วคราวนี้ คือ $2t_c = 2/1f_c$

ตัวอย่างนี้เป็นการแสดงผลกระทบแรกของตัวกรองความถี่ต่ำผ่าน ในการขยายของสัญญาณอิมพัลส์ในรูปที่ 2.1 (c) ซึ่งเกิดขึ้นโดยการลดทอนที่นอกเหนือจากการเปลี่ยนเฟส ผลกระทบนี้สามารถประมาณโดยการแก้ไขที่แสดงโดยส่วนประกอบทั้งหมดของความถี่ และความสมมาตรชั่วคราวจะเป็นเพียงดีเลย์ของเวลา ผลของลักษณะเฟสจะเป็นเชิงเส้นที่ผ่านจุดกำเนิด แทนที่จะเป็นเส้นโค้งที่แสดงในรูป 2.1(b) และจะมีความลาดชันสูง

การเปลี่ยนเฟสที่เกิดขึ้นนี้แสดงในรูปที่ 2.1(b) คือผลลัพธ์ระหว่างความสมมาตรชั่วคราวของรูปที่ 2.1(c) กับเอ้าท์พุทชั่วคราวที่เกิดขึ้นจริงของรูปที่ 1.2 (b) ซึ่งดีเลย์เกิดโดยความชันเฟส และความกว้างเกิดโดยการบิดเบือนเฟส กล่าวคือการเคลื่อนที่ของเส้นโค้งของเฟสจะเคลื่อนที่จากเส้นตรงของความชัน



รูปที่ 2.2 แอมพลิจูดและเวลาที่มีสัมพันธ์ระหว่างสัญญาณการสะท้อน

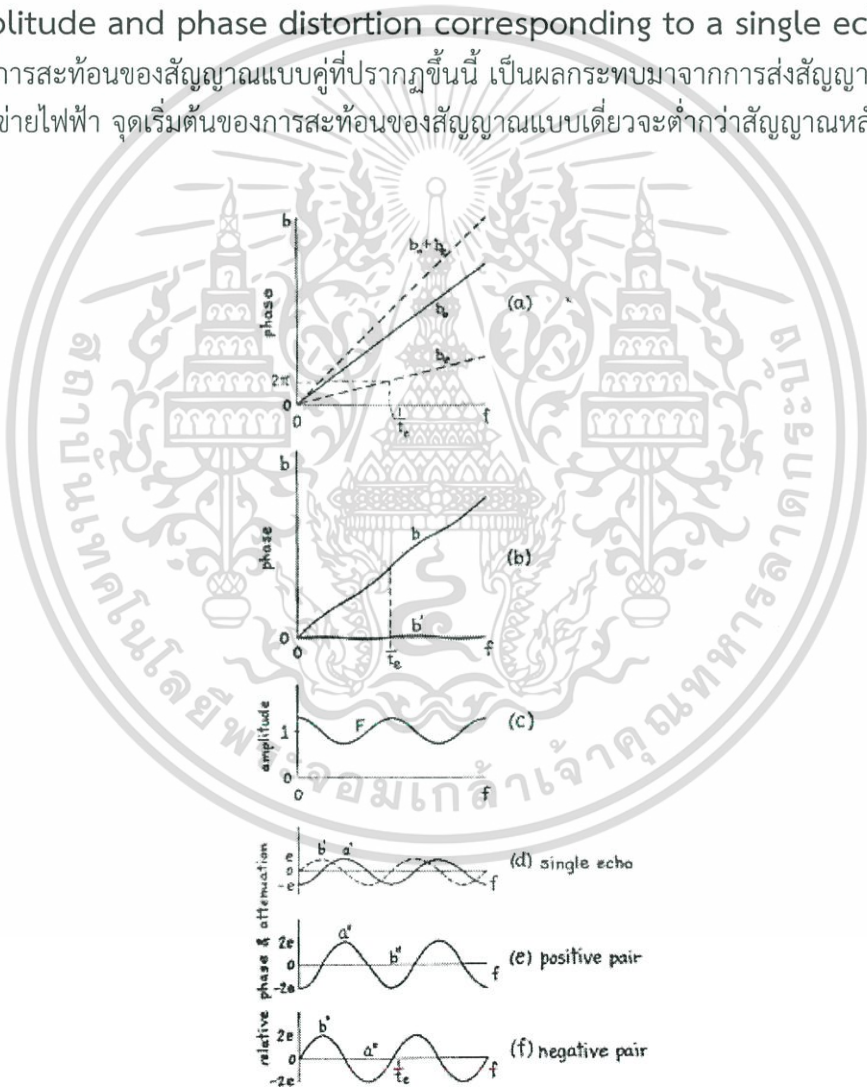
จุดสูงสุดของสัญญาณชั่วคราวคือการดีเลย์ของเวลา แสดงโดย t_c และจุดศูนย์กลางของแรงโน้มถ่วง ดีเลย์มีค่าเท่ากับ $2t_c$ ความล่าช้านี้ขึ้นอยู่กับความชันของเฟสที่ความถี่เท่ากับเส้นโค้ง 0 ที่แสดงใน

รูปที่ 2.1 (c) และ (d) จะมีพื้นที่เท่ากัน ดังนั้นความราบเรียบและความกว้างของดีเลย์จะเป็นผลของการบิดเบือนเฟส

รูปแบบของการดีเลย์ของสัญญาณชั่วคราว ความชันของเฟสจะไม่ถือว่าเป็นการบิดเบือน ความกว้างของสัญญาณชั่วคราวเกิดการสมมาตรโดยความถี่ที่เลือก ซึ่งลักษณะของแอมพลิจูดของตัวกรองเป็นสิ่งจำเป็นกับบางรูปแบบ โดยการบิดเบือนของเฟสทำให้เกิดการขยายและโดยเฉพาะอย่างยิ่งทำให้เกิดการไม่เป็นสัดส่วนของสัญญาณเอาท์พุทชั่วคราวการแยกกันของการสมมาตรเป็นสิ่งที่เห็นชัดที่สุดในการเกิดการบิดเบือนเฟส

2.3 การบิดเบือนแอมพลิจูดและเฟสของการสะท้อนของสัญญาณแบบเดี่ยว (The amplitude and phase distortion corresponding to a single echo)

วิธีการสะท้อนของสัญญาณแบบคู่ที่ปรากฏขึ้นนี้ เป็นผลกระทบมาจากการส่งสัญญาณที่เกิดขึ้นในทฤษฎีเครือข่ายไฟฟ้า จุดเริ่มต้นของการสะท้อนของสัญญาณแบบเดี่ยวจะต่ำกว่าสัญญาณหลัก



รูปที่ 2.3 การบิดเบือนในลักษณะของความถี่ ที่เป็นการสะท้อนขนาดเล็ก

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

รูปที่ 2.2(a) แสดงความสัมพันธ์ของแอมพลิจูดและเวลาระหว่างสัญญาณที่เกิดการตีเลยโดยมีระยะเวลาที่แน่นอน และการสะท้อนจะเล็กลงเรื่อยๆ สัญญาณแอมพลิจูดเป็นการรวมกัน และการสะท้อนของ แอมพลิจูดคือ e ซึ่งมีค่าน้อยกว่าสัญญาณแอมพลิจูดที่รวมกันอยู่มาก สัญญาณตีเลยคือ t_0 และสัญญาณตีเลยที่สะท้อนคือ t_e โดยสัญญาณตีเลยทั้งคู่จะไม่มี การลดทอนเกิดขึ้น ลักษณะของสัญญาณจะไม่มีข้อจำกัด แต่อาจมองว่าเป็นอิมพัลส์ที่เกิดขึ้นทันทีที่เวลาเป็นศูนย์ และเกิดการตีเลยเรื่อยๆ ซึ่งจะรวมถึงอิมพัลส์ของส่วนประกอบความถี่ทั้งหมดใน แอมพลิจูดที่เท่ากัน ในกรณีนี้แต่ละส่วนประกอบความถี่ถือได้ว่าจะมีลักษณะเฉพาะในสภาวะคงที่



รูปที่ 2.4 เวกเตอร์แสดงความสัมพันธ์ระหว่างสัญญาณกับส่วนประกอบของการสะท้อนในแต่ละความถี่ตีเลยของสัญญาณและการสะท้อนขึ้นอยู่กับค่าการเปลี่ยนเฟส ที่ความถี่ใดๆ

$$b_0 = 2\pi ft_0; b_e = 2\pi ft_e \quad (2.1)$$

แสดงการพล็อตดังรูปที่ 2.3 (a) และมีความเป็นเชิงเส้นผ่านจุดกำเนิดซึ่ง b_e คือ การเปลี่ยนเฟสของการสะท้อนเทียบกับสัญญาณ โดยจะขึ้นอยู่กับตีเลย t_e มุมเฟสคือ 2π ที่ความถี่เท่ากับ $1/t_e$ ตามที่ระบุไว้ในเส้นประ สัญญาณและส่วนประกอบของการสะท้อนที่ความถี่ใดๆ จะมีเวกเตอร์แสดงความสัมพันธ์ดังรูปที่ 2.4 ไดอะแกรมทั้งหมดจะหมุนรอบความถี่ f ที่มีระยะเชิงมุมเท่ากับ $2\pi ft$ โดยความสัมพันธ์ในภาพจะขึ้นอยู่กับความถี่แต่ไม่ขึ้นกับการเปลี่ยนเวลา ซึ่งแกนทางแนวนอนเป็นสัญญาณอินพุต (Input) ของ แอมพลิจูดและแกนทางแนวตั้งเป็นสัญญาณหลักที่มีตีเลยเป็น b_0 และเวกเตอร์ที่เป็นมุมป้าน e กับเฟสที่เพิ่มขึ้น b_e คือเอาต์พุตของการสะท้อน ปัจจัยที่ส่งผลต่อสัญญาณและการสะท้อนคือ F ที่มีเฟสและแอมพลิจูดเป็น

$$F = 1 + e \cos b_e; b = b_0 + e \sin b_e \quad (2.2)$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

บนพื้นฐานแรกของการประมาณสำหรับ $e \ll 1$ ให้ถูกต้อง คือการสะท้อนน้อยกว่าสัญญาณหลัก ให้ a' และ b' แทนค่าเล็กๆของความสัมพันธ์ของการลดทอน (เนเปียร์) และความสัมพันธ์ของความล่าช้าเฟส (เรเดียน) ซึ่งแสดงความสัมพันธ์ได้ดังนี้

$$F = \exp(-a'' = 1 - a'; b - b_0 + b') \quad (2.3)$$

ซึ่งใน

$$a' = -e \cos b_e = -e \cos 2\pi f t_e \quad (2.4)$$

$$b' = e \sin b_e = e \sin 2\pi f t_e \quad (2.5)$$

การแสดงการบิดเบือนแอมพลิจูดและเฟสที่สอดคล้องกับการสะท้อนที่ซ้อนทับกันของสัญญาณเข้าที่พหุหลักนี้ ผลรวมของการบิดเบือนขึ้นอยู่กับความสัมพันธ์ของแอมพลิจูดของการสะท้อนเท่านั้น ถ้าผลรวมกำลังสองของส่วนประกอบของการบิดเบือนแอมพลิจูดและเฟส ที่กำหนดไว้เป็นดังนี้

$$d = \sqrt{a'^2 + b'^2} = e \quad (2.6)$$

การแสดงการบิดเบือนทั้งสองชนิดนี้เป็นการเปรียบเทียบและการเพิ่มเข้าไป ดังนั้นความต้านทานของการบิดเบือนควรจะเป็นพจน์ของผลรวมกำลังสองของทั้งสองชนิด

ในเวกเตอร์ไดอะแกรมรูปที่ 2.4 เส้นวงกลมของ F คือ ความต้านทานของวงกลมที่แทนความต้านทานอินพุท ของสายส่งที่มีความต้านทานเพียงเล็กน้อยของปลายด้านหนึ่ง สายดังกล่าวเป็นตัวอย่างที่ดี สมบูรณ์แบบของระบบที่เกิดการสะท้อนเพียงเล็กน้อยตามที่ได้อธิบายไว้ในข้างต้น โดยบางส่วนของ การสะท้อนจะเห็นถึงที่ปลายสุดของสัญญาณ

นอกจากนี้แผนภาพนี้ยังคล้ายกับสิ่งที่แสดงให้เห็นถึงสัญญาณคลื่นพาห์และสัญญาณด้านข้างของการมอดูเลชัน ในกรณีนี้เป็นความสัมพันธ์ระหว่างเวกเตอร์ที่แปรผันตามเวลาที่ความถี่ของการมอดูเลชัน ส่วนความสัมพันธ์ของตำแหน่งจะไม่แปรผันตามเวลา แต่จะแปรผันตามความถี่เท่านั้น

ในรูปที่ 2.3(b) ผลลัพธ์ของเส้นโค้งเฟสที่เกิดคือ b แสดงให้เห็นว่าเป็นลักษณะของรูปแบบซายน์ จากเฟสเชิงเส้น b_0 ของสัญญาณหลักในรูปที่ 2.3 (a) ซึ่งความสัมพันธ์ของเส้นโค้งเฟส b' คือการบิดเบือนของเฟสที่สอดคล้องกับการเกิดการสะท้อนเพียงเล็กน้อย จะสังเกตได้ว่าการเปลี่ยนแปลงความกว้างของเส้นโค้งตามแกนความถี่เท่ากับ $1/t_e$ นั่นคือความถี่ที่สอดคล้องกับ 2π ที่สัมพันธ์กับมุมเฟสของส่วนประกอบการสะท้อน ความสอดคล้องของเส้นโค้งแอมพลิจูดคือ F แสดงในรูปที่ 2.3 (c) ความสัมพันธ์ของการบิดเบือนเฟสและแอมพลิจูดแสดงในรูปที่ 2.3 (d) ในพจน์ของการลดทอน a' (เน

เปอร์) และเฟส b' (เรเดียน) แสดงการสั่นระหว่าง $+e$ และ $-e$ โดยผลรวมกำลังสองมีค่าคงที่เท่ากับ e ซึ่งเป็นความสัมพันธ์ของการสะท้อนแอมพลิจูด

การสะท้อนของสัญญาณแบบเดี่ยวจะเกิดได้ทั้งการบิดเบือนเฟสและแอมพลิจูด โดยสามารถตีความในการบิดเบือนแบบอื่นๆได้ ซึ่งสามารถทำได้โดยวิธีการของการสะท้อนของสัญญาณแบบคู่

2.4 การบิดเบือนแอมพลิจูดที่สอดคล้องกับการสะท้อนของสัญญาณคู่บวก (the amplitude distortion corresponding to a positive pair of echoes)

รูปที่ 2.2 (b) แสดงการสะท้อนของสัญญาณแบบคู่ที่มีแอมพลิจูดเท่ากับทั้งก่อนและหลังสัญญาณเข้าที่พหุการสะท้อนนี้เรียกว่าการสะท้อนของสัญญาณคู่บวก ลักษณะที่สำคัญของการสะท้อนคู่บวกคือการสมมาตรกันของสัญญาณหลักซึ่งผลที่เกิดขึ้นของการสะท้อนของแอมพลิจูดคือค่าบวกฉะนั้นจึงเป็นของคู่บวก ระบบต่างๆทางกายภาพจะมีความสามารถที่หลากหลายเช่น รูปแบบของสัญญาณและการสะท้อนซึ่งมีนัยสำคัญทางกายภาพเช่นเดียวกับสมมติฐานแต่จะอยู่นอกขอบเขตของการแสดงนี้

ขั้นตอนต่อไปของการสะท้อนของสัญญาณแบบเดี่ยวขึ้นอยู่กับ การสะท้อนของสัญญาณคู่บวกที่สอดคล้องกับการบิดเบือนแอมพลิจูดเท่านั้นโดยไม่มีการบิดเบือนทางเฟส เป็นที่คาดว่าจะได้รับจากความรู้เรื่องรูปแบบการสมมาตรของฟูรีเยร์อินทิกรัลของการแสดงความสัมพันธ์ของรูปแบบการสะท้อน ความสัมพันธ์ของการลดทอนสอดคล้องกับการสะท้อนของสัญญาณคู่บวก ซึ่งแสดงที่ a'' ในรูปที่ 2.3 (e) เป็นความสัมพันธ์เชิงมุมของเฟส b'' ที่มีค่าเป็น 0 แผนภาพเวกเตอร์ของรูปที่ 4 เป็นรูปแบบเดียวกับรูปแบบของแอมพลิจูดมอดูเลชันของคลื่นพาห้ซึ่งสอดคล้องกับการสมมาตรของคู่การสะท้อนในช่วงด้านข้างแม้ว่าพิกัดเชิงมุมจะไม่เหมือนกัน การบิดเบือนเฟส b'' เป็น 0 เพราะไม่เอาพจน์ของซายน์ที่เป็นบวกและพจน์ที่ติดลบของ b_e และ t_e

$$\begin{aligned} a'' &= -e \cos -b_e - e \cos + b_e = -2e \cos b_e \\ &= -2e \cos 2\pi f t_e \end{aligned} \quad (2.7)$$

ถ้าการบิดเบือนของแอมพลิจูดเหมือนกับรูปที่ 2.3 (e) ที่ไม่มีคู่บวกของการสะท้อน ในการจำลองของสัญญาณชั่วคราวอาจจะเกิดขึ้นในส่วนหนึ่งของระบบที่มีการบิดเบือนและผลกระทบจะสะสมที่สัญญาณสุดท้ายของเข้าที่พหุชั่วคราว

2.5 การบิดเบือนเฟสที่สอดคล้องกับการสะท้อนของสัญญาณคู่ลบ (The phase distortion corresponding to a negative pair of echoes)

รูปที่ 2.2 (c) แสดง การสะท้อนของสัญญาณแบบคู่ที่ตรงข้ามกับแอมพลิจูด เรียกว่าการสะท้อนคู่ลบ เพราะทำให้เกิดแอมพลิจูดที่มีค่าเป็นลบ ลักษณะสำคัญของการสะท้อนคู่ลบ คือ มีความสมมาตรแบบเอียงกับสัญญาณหลัก การสะท้อนคู่ลบสอดคล้องในการบิดเบือนเฟสเท่านั้น ไม่เกิดในการบิดเบือนแอมพลิจูด ซึ่งเฟสที่บิดเบือนจะแสดงที่ b'' ในรูปที่ 2.3 (f) การลดทอนของสัญญาณ a'' จะมีค่าเป็น 0 แผนภาพเวกเตอร์ของรูปที่ 2.4 จะเหมือนกับการมอดูเลชันของสัญญาณ จะสอดคล้องกับความสมมาตรแบบเอียง

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ของสัญญาณคู่ด้านข้าง แม้ว่าพิกัดเชิงมุมจะแตกต่างกัน การสะท้อนคู่ลบ ที่สอดคล้องกับการบิดเบือนเฟส แสดงสมการดังนี้

$$\begin{aligned} b'' &= -e\sin - b_e + e\sin + b_e = -2e\sin b_e \\ &= 2e\sin 2\pi ft_e \end{aligned} \quad (2.8)$$

การบิดเบือนแอมพลิจูด a' เป็น 0 เพราะไม่มีเทอมของโคไซน์ที่มีสัมประสิทธิ์เป็นค่าลบและค่าบวกที่มีค่าเท่ากัน

ถ้าการบิดเบือนเฟส เหมือนกับรูปที่ 2.3 (f) จะแสดงการสะท้อนคู่ลบ ที่มีอยู่ในการถ่ายทอดของสัญญาณชั่วคราว ถ้าทั้งการบิดเบือนของแอมพลิจูดและเฟส มีความสอดคล้องกับการสะท้อนคู่บวกและคู่ลบของการสะท้อนที่มีการซ้อนทับกันอยู่ สัญญาณที่อยู่ด้านใดด้านหนึ่งอาจจะแยกออกไป ในขณะที่สัญญาณด้านอื่นๆเพิ่มขึ้น ตัวอย่างที่ง่ายที่สุดของการสะท้อนแบบเดียวกับความสอดคล้องของการบิดเบือนแอมพลิจูดและเฟส ดังแสดงในรูปที่ 2.3 (d)

2.6 การแปลความของการบิดเบือนแอมพลิจูดและเฟสในช่วงความถี่ที่จำกัด (the interpretation of amplitude and phase distortion in a limited frequency band)

ที่มาของการบิดเบือนสอดคล้องกับรูปแบบต่างๆของการสะท้อน การลดทอนหรือการบิดเบือนเส้นโค้งเฟส มีรูปแบบเดียวกับคลื่นขายนีในช่วงความถี่ทั้งหมด ไม่เพียงแต่ช่วงความถี่ที่จำกัด ในระบบการส่งสัญญาณ องค์ประกอบความถี่ทั้งหมดที่ได้รับของสัญญาณชั่วคราวจะได้รับการจัดสรรคลื่นความถี่ภายใน การบิดเบือนที่เกิดขึ้นนอกจากช่วงดังกล่าว จะไม่ถือว่าเป็นสิ่งที่สำคัญ

หากมีการบิดเบือนเกิดขึ้นภายในช่วงนี้ รูปแบบที่ได้อธิบายไว้จะเพียงพอในการระบุความสอดคล้องของรูปแบบการสะท้อน เช่นเดียวกับรูปแบบของการบิดเบือนที่ต่อเนื่องในช่วงความถี่ทั้งหมด

รูปแบบใดๆของเส้นโค้งที่บิดเบือนที่เกิดขึ้นในแถบความถี่ที่จำกัดที่ครอบคลุมโดยสัญญาณสามารถนำมาวิเคราะห์เป็นอนุกรมฟูรีเยร์ของเส้นโค้งที่บิดเบือน ที่สอดคล้องกับแต่ละคู่ของการสะท้อน รูปแบบอย่างง่ายของเส้นโค้งที่บิดเบือนสามารถประมาณค่าได้อย่างใกล้เคียงด้วยหนึ่งหรือสองพจน์ ในลักษณะนี้จำนวนคลื่นเพียงเล็กน้อยของการบิดเบือนแอมพลิจูดหรือเฟสสามารถตีความได้อย่างง่ายดาย ในพจน์ของรูปแบบการสะท้อนของสัญญาณแบบคู่ โดยปกติการสะท้อนในลักษณะนี้จะเห็นได้น้อยมาก ดังนั้นผลกระทบของการบิดเบือนสามารถประเมินได้โดยการตรวจสอบเส้นโค้งเฟส

รูปที่ 2.5 แสดงสมาชิกของเส้นโค้งการลดทอนและมีการสอดคล้องกับการสะท้อนคู่บวก รูปที่ 2.6 แสดงสมาชิกที่คล้ายกันของเส้นโค้งเฟสและการสะท้อนคู่ลบ

รูปที่ 2.5 และ 2.6 ความถี่คือ f_c กำหนดให้มีความกว้างเพียงพอที่จะรวมทุกองค์ประกอบความถี่ของสัญญาณชั่วคราวได้ ขอบเขตของ f_c คือพจน์ของความถี่คัทออฟ การลดทอนใดๆหรือเส้นโค้งเฟสในช่วงความถี่นี้จะได้รับการแก้ไขในส่วนประกอบของสัญญาณ

ขั้นตอนแรกกำหนดการลดทอนหรือการบิดเบือนเฟสที่สัมพันธ์กับเส้นอ้างอิง การบิดเบือนที่ถูกลดทอน คือ a'' เป็นการวัดความสัมพันธ์ของเส้นระดับไปยังความโค้งที่แท้จริง การบิดเบือนเฟส คือ b'' เป็นการวัดความสัมพันธ์ของเส้นตรงไปยังเส้นโค้งเฟสและจุดกำเนิด เส้นอ้างอิงเดิมถูกกำหนดให้แอมพลิจูดของสัญญาณที่ไม่เกิดการบิดเบือนมีความสัมพันธ์กับการบิดเบือนที่ต้องการจะวัดค่า เส้นอ้างอิง (b_0) กำหนดให้เป็นดีเลย์ของเวลา (t_0) ของสัญญาณที่ไม่เกิดการบิดเบือน ซึ่งมีความสัมพันธ์กับการบิดเบือนที่ต้องการจะวัดค่า ตัวเลือกของเส้นอ้างอิงเป็นความไม่แน่นอนแต่การลดทอนหรือระยะของเฟสจากเส้นอ้างอิงจะต้องน้อยกว่า 1 เรเดียน

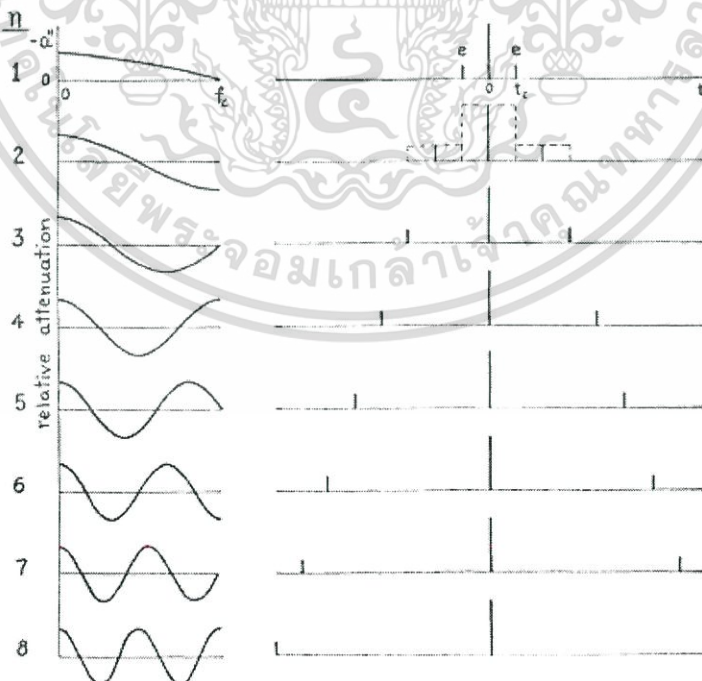
ตัวแปร n ของแต่ละแถวคือ $1/4$ ของคลื่น ในความโค้งของการบิดเบือน (a'' หรือ b'') ในช่วงความถี่ ดังนี้

$$-a''_n = 2e_n \cos \frac{n\pi f}{2f_c} = 2e_n \cos 2\pi f t_{en} \tag{2.9}$$

$$b''_n = 2e_n \sin \frac{n\pi f}{2f_c} = 2e_n \sin 2\pi f t_{en} \tag{2.10}$$

เมื่อแทนเวลาการสะท้อนของสัญญาณเข้าที่พหุคูณแต่ละด้านแล้วจะได้

$$t_{en} = \frac{n}{4f_c} = nt; t_c = \frac{1}{4f_c} \tag{2.11}$$



รูปที่ 2.5 การบิดเบือนของแอมพลิจูดที่เป็นการสะท้อนของสัญญาณคู่กลับ

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

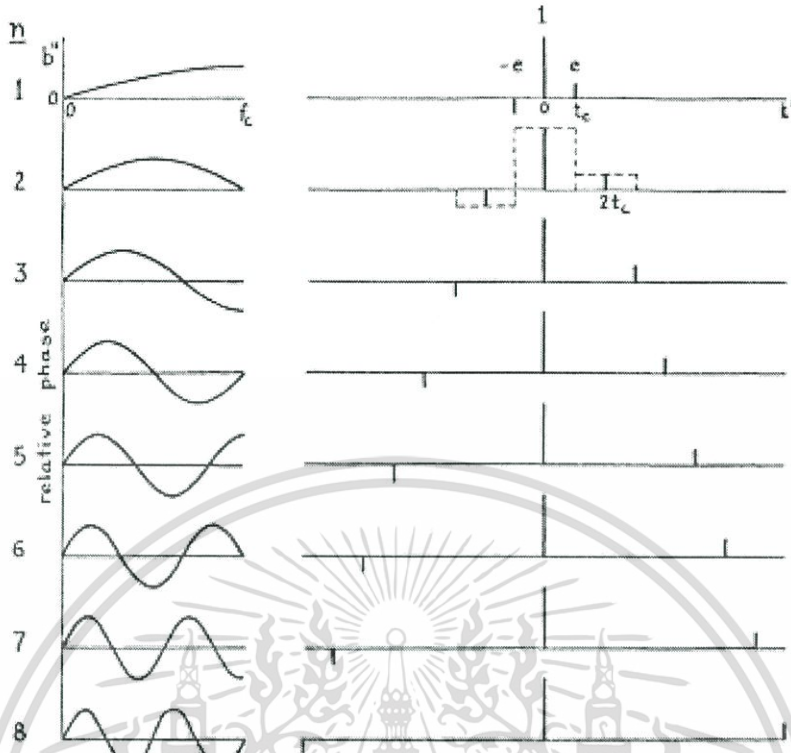
ซึ่งจะเรียก t_c ว่าเวลาตัดออฟ และมีความสัมพันธ์กับความกว้างของสัญญาณเอ้าท์พุทชั่วคราว สองเท่าของเวลาตัดออฟ ($2t_c$) คือ ความกว้างที่มีค่าน้อย (บนพื้นฐานของความสูงและพื้นที่) สัญญาณชั่วที่แคบที่สุดจะสามารถผ่านตัวกรองที่ช่วงความถี่คutoffน้อยๆได้ ความกว้างนี้แสดงโดยรูปสี่เหลี่ยมประในบรรทัดที่ 2 ของรูปที่ 2.5 และ 2.6

ความโค้งการบิดเบือนใดๆ ของการลดทอนหรือเฟส ที่ได้แก้ไขเป็นอนุกรมฟูรีเยร์ ที่ได้แสดงในคอลัมน์ซ้ายมือของรูปที่ 2.5 และ 2.6 แต่ละพจน์ของอนุกรมมีความสอดคล้องกับการสะท้อนของสัญญาณแบบคู่ซึ่งเกี่ยวข้องกับแอมพลิจูด e_n คือ ครึ่งหนึ่งของค่าสูงสุด ของสมการที่ 2.9 หรือ 2.10 และแทนเวลาด้วย t_{en} ดังสมการที่ 2.11 การสะท้อนทั้งหมดจะถูกพล็อตให้อยู่ในแผนภูมิเดียวกัน

การแสดงการบิดเบือนที่เกิดขึ้นของสัญญาณเอ้าท์พุทชั่วคราว จะต้องมีการกำหนดรูปแบบแรกๆของสัญญาณชั่วคราว ถ้าไม่เกิดการบิดเบือนใดๆ ค่านี้ขึ้นอยู่กับรูปแบบของสัญญาณอินพุทชั่วคราวและรูปแบบของการลดทอนสัญญาณที่ต้องการ ถ้าสัญญาณอินพุทชั่วคราวมีลักษณะสมมาตรเอ้าท์พุทก็ว่าจะไม่เกิดการบิดเบือนด้วย ได้กำหนดรูปแบบของสัญญาณเอ้าท์พุทชั่วคราวในกรณีของสัญญาณเอ้าท์พุทที่ไม่ต้องการ ผลกระทบของการบิดเบือนนี้จะแสดงโดยการวาดการสะท้อนทั้งหมดในรูปแบบเดียวกันและการเพิ่มพิคัดเข้าไป

เมื่อการบิดเบือนแอมพลิจูดเกิดขึ้นพร้อมกันจะสามารถคำนวณได้โดยอินทิกรัลฟูรีเยร์ การสมมาตรกันในกรณีที่ไม่เกิดการบิดเบือนเฟส วิธีของการสะท้อนของสัญญาณแบบคู่จะอธิบายความหมายของการบิดเบือนเฟสได้ดีที่สุด เส้นอ้างอิง (b_0) วาดได้หลายแบบเช่น ความชันที่ระยะของเฟส (b_0) ซึ่งเป็นการประมาณโดยหนึ่งในองค์ประกอบของฟูรีเยร์ ซึ่งมีค่าใกล้เคียงกับค่าที่เป็นไปได้มากที่สุดหรือน้อยก็สามารถแก้ไขในส่วนขององค์ประกอบของแอมพลิจูดได้ ความถี่คutoff f_c ควรเลือกให้ต่ำที่สุด ซึ่งเป็นการรวมทั้งหมดขององค์ประกอบความถี่ของสัญญาณเอ้าท์พุทชั่วคราว เส้นอ้างอิง (b_0) ควรตัดกับความโค้งเฟส (b) ที่ความถี่คutoff ดังนั้น พจน์ฟังก์ชันคี่ของอนุกรมฟูรีเยร์จะหายไป เหลือเพียงค่าที่เป็นฟังก์ชันคู่ของ n ในบางกรณี ความถี่คutoff f_c อาจจะมีค่าน้อยในช่วงความถี่ด้านในสัญญาณ สำหรับจุดตัดที่มีความต่อเนื่องของความโค้งเฟสเกินกว่า f_c จะสามารถประมาณได้โดยองค์ประกอบของฟูรีเยร์ การประมาณนี้ไม่ต้องให้มีค่าที่ใกล้เคียงมากถ้าส่วนประกอบของความถี่สูงและแอมพลิจูดมีขนาดเล็ก

บางครั้งกฎทั่วไปอาจจะกล่าวถึงผลกระทบของการบิดเบือนที่คาดหวังไว้จากความสัมพันธ์ของความโค้งของการลดทอนหรือเฟส การสะท้อนของแอมพลิจูดเป็นส่วนสัดกับปริมาณของการบิดเบือนและการกระจัดเวลาจากสัญญาณเอ้าท์พุทหลักเป็นส่วนสัดของจำนวนค่าสูงสุดและคลื่นในเส้นโค้งหรือความชันที่มากที่สุด ศูนย์กลางของสัญญาณเอ้าท์พุทชั่วคราวเป็นการเปลี่ยนแปลงเวลาด้วยจำนวนของดีเลย์ที่แสดงโดยความชันแรกของเฟสที่จุดกำเนิด



รูปที่ 2.6 การบิดเบือนของเฟสที่เป็นการสะท้อนของสัญญาณคู่บวก

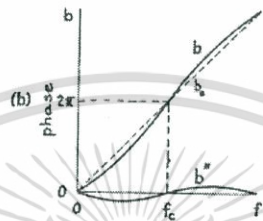
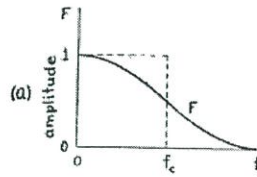
2.7 ตัวอย่างในทางปฏิบัติของการบิดเบือนเฟส ในพจน์ของการสะท้อนของสัญญาณแบบคู่ (A practical example of phase distortion interpreted in terms of paired echoes)

รูปที่ 2.7 (a) แสดงเส้นโค้งแอมพลิจูด และรูปที่ 2.7 (b) เส้นโค้งเฟสของตัวกรองที่มีคุณสมบัติเป็นส่วนประกอบของวงจรถูก เส้นโค้งเดิมจะค่อยๆตัดที่ความถี่คutoff f_c และมีความชันสูงสุดที่ความถี่ที่เดียวกัน ปริมาณที่แสดงถึงการกรองสัญญาณความถี่ต่ำผ่าน (Low Pass Filter: LPF) มีประมาณ 4 ส่วน และมีการกระจาย เพื่อรักษาความปลอดภัยในแต่ละส่วนที่ตัด

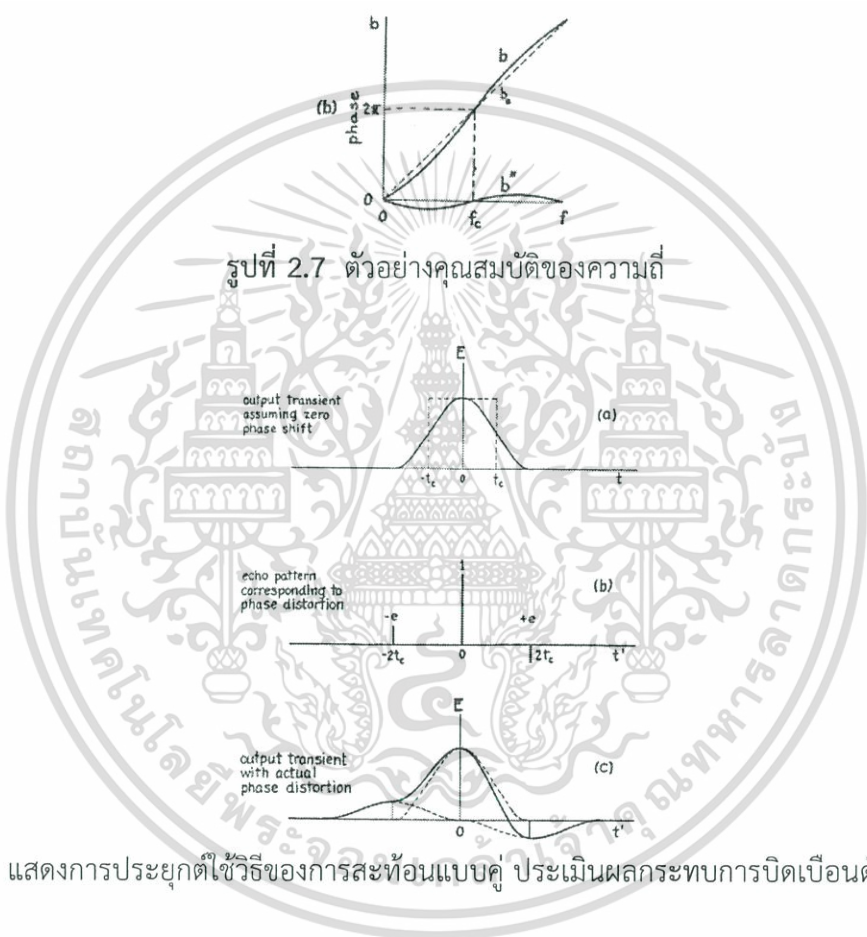
รูปที่ 2.8 (a) แสดงความสมมาตรของสัญญาณเข้าที่พหุชั่วคราวของตัวกรอง ในการตอบสนองอิมพัลส์ทันที แทนให้การเปลี่ยนเฟสเป็นศูนย์ รูปที่ 2.7 (a) มีความไม่แน่นอนเพราะทั้งคู่มีขนาดที่เล็กแต่แอมพลิจูดภายนอกที่จำกัดเล็กน้อยอยู่นอกช่วงความถี่ที่แสดง

เส้นอ้างอิงของเฟสที่บิดเบือน b_0 ในรูปที่ 2.7 (b) เลือกระยะที่ตัดกับเส้นโค้งเฟส b ที่ความถี่คutoff f_c ความสัมพันธ์ของเฟสจะแสดงเป็น b' มีค่าสูงสุดคือ $1/2$ เรเดียน ซึ่งจะตรงกับแถวที่ 2 ของรูปที่ 2.6 ที่ $n=2$ และ $e=-1/4$ ดังนั้นการสะท้อนของสัญญาณคู่ลบจะแสดงในรูปที่ 2.8 (b) แต่ละอันจะมีแอมพลิจูดมีค่าเป็นหนึ่งในสี่ของสัญญาณเข้าที่พหุหลัก และรูปแบบสุดท้ายของเข้าที่พหุชั่วคราวที่ได้รับจะเป็นการวาดส่วนของการสะท้อน แต่ละอันจะมีรูปร่างเดียวกับสัญญาณเข้าที่พหุหลัก และข้อสรุป

ของระบบพิกัดแสดงไว้ในรูปที่ 2.8 (c) ที่พล็อตกับ t' เวลาที่มีความสัมพันธ์กับดีเลย์ t_0 แสดงโดย ความชันเฟสของเส้นอ้างอิง b_0 ในรูปที่ 2.7 (b)



รูปที่ 2.7 ตัวอย่างคุณสมบัติของความถี่



รูปที่ 2.8 แสดงการประยุกต์ใช้วิธีของการสะท้อนแบบคู่ ประเมินผลกระทบการบิดเบือนดังรูปที่ 2.7

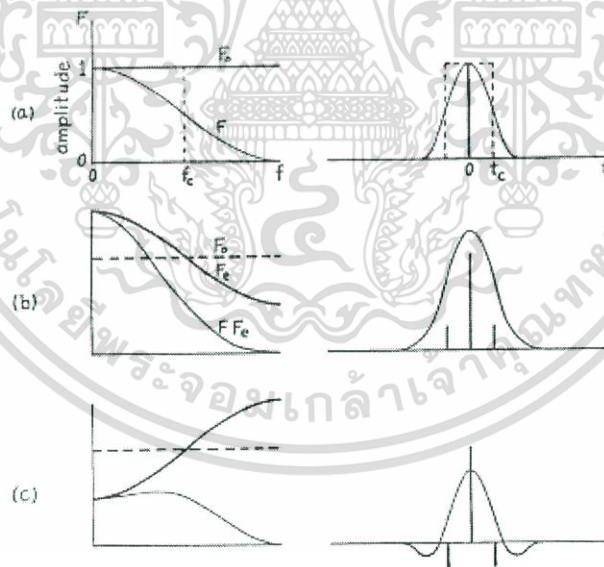
ตัวอย่างนี้แสดงให้เห็นผลของผลกระทบของการบิดเบือนเฟสอย่างชัดเจน ในการรบกวนความสมมาตรของเอาต์พุตชั่วคราวและการเพิ่มระยะเวลา วิธีของการสะท้อนของสัญญาณแบบคู่กำหนดความสัมพันธ์ระหว่างเส้นโค้งเฟสและการบิดเบือน ลักษณะทั่วไปของการบิดเบือนจะเห็นได้จากการตรวจสอบเส้นโค้ง

2.8 รูปแบบของการสะท้อนที่สอดคล้องกับรูปแบบต่างๆของการบิดเบือนแอมพลิจูด (echo patterns corresponding to various forms of amplitude distortion)

เป็นการดีที่จะทำให้มีความคล้ายคลึงกันกับรูปแบบต่างๆของการบิดเบือนแอมพลิจูดและเฟส และวิธีที่ส่งผลกระทบต่อรูปร่างของสัญญาณเอาท์พุทชั่วคราวจะขึ้นอยู่กับจุดหมายของตัวอย่างซึ่งจะอธิบายไว้ในส่วนต่อไปนี้อย่างเลือกด้วยมุมมองที่แสดงให้เห็นถึงความหลากหลายของการประยุกต์ใช้วิธีการสะท้อนของสัญญาณแบบคู่และข้อจำกัดของมัน

รูปที่ 2.9 ถึง รูปที่ 2.11 แสดงจำนวนเส้นโค้งแอมพลิจูดที่มีรูปแบบทั้งสอดคล้องกับรูปแบบการสะท้อน การสะท้อนที่เกี่ยวข้องเฉพาะกับจำนวนการลดทอนของแอมพลิจูดเพียงเล็กน้อย รูปร่างของเอาท์พุทชั่วคราวจะขึ้นอยู่กับ รูปร่างของสัญญาณเอาท์พุทที่ไม่เกิดการบิดเบือน นั่นคือรูปร่างของสัญญาณเอาท์พุทที่ควรจะมี ถ้าความโค้งแอมพลิจูดและอินพุทชั่วคราวมีรูปแบบที่ต้องการ มันไม่สำคัญว่าลักษณะของแอมพลิจูดระหว่างสเปกตรัมความถี่ของอินพุทชั่วคราวและลักษณะความถี่ของระบบที่มีการแทรกซ้อนจะมีการแบ่งอย่างไร

ตัวอย่างที่จะอธิบายนี้ไม่เพียงแต่แสดงรูปแบบของการสะท้อนแต่จะแสดงรูปร่างของเอาท์พุทชั่วคราวด้วยด้วย สมมติฐานของผลลัพธ์เส้นโค้งแอมพลิจูดของอินพุทชั่วคราวและระบบที่มีการแทรกซ้อนแสดงในรูปที่ 2.9 (a) ซึ่งจะนำมาใช้เป็นมาตรฐานในการอ้างอิง เส้นโค้งแสง F คือสเปกตรัมแอมพลิจูดของสมมติฐาน “ที่ไม่เกิดการบิดเบือน” ของเอาท์พุทชั่วคราว



รูปที่ 2.9 การบิดเบือนแอมพลิจูดอันดับแรกที่สอดคล้องกับรูปแบบของการสะท้อน

ซึ่งแสดงถึงการตัดที่เล็กน้อยของส่วนประกอบที่มีความถี่สูง รูปร่างของความโค้งนี้ อาจจะขึ้นอยู่กับรูปร่างทั้งหมดของอินพุทชั่วคราวกับรูปแบบการถ่ายโอนของส่วนประกอบทั้งหมดผ่านระบบ ตามระดับของเส้นที่ f_0 ในรูปที่ 2.9 (a) การลดทอนใดๆ ของเส้น f_0 จะเป็นแสดงการเคลื่อนที่จากรูปแบบการถ่ายโอนผ่านระบบ อินพุทชั่วคราวของรูปร่างโคไซน์กำลังสองจะมีการลดทอนของ

ส่วนประกอบความถี่สูงที่เป็นผลการประมาณรูปร่างโคไซน์กำลังสองของความโค้ง F ในทางตรงกันข้ามรูปร่างของความโค้งนี้อาจจะเป็นเพียงการตัดที่เพียงเล็กน้อยในระบบ อินพุทชั่วคราวจะต้องมีอิมพัลส์ที่ชัดเจน ซึ่งมีส่วนประกอบของรูปแบบแอมพลิจูดมากกว่าความถี่ของช่วงที่ผ่านมา

รูปทั่วไปของความโค้ง F ในรูปที่ 2.9 (a) แสดงการลดทอนร่วมกันของส่วนประกอบความถี่สูงในอินพุทชั่วคราวและระบบที่มีการแทรกซ้อน สมมติฐานเพื่อวัตถุประสงค์ของการกำหนดรูปร่าง “ที่ไม่เกิดการบิดเบือน” ของแอมพลิจูดชั่วคราว ความโค้งและแอมพลิจูดชั่วคราวนี้ได้ประมาณรูปร่างโคไซน์กำลังสองตามที่แสดง ความถี่คutoffที่มีค่าน้อยๆ (f_c) มีค่าเท่ากับความกว้างของสี่เหลี่ยมที่มีความสูงเท่ากันและมีพื้นที่เป็นความโค้ง F แอมพลิจูดชั่วคราว “ที่ไม่เกิดการบิดเบือน” มีความกว้างเป็น $2t_c$ ซึ่งความกว้างของสี่เหลี่ยมที่เป็นเส้นประจะมีความสูงเดียวกันและมีพื้นที่เป็นความโค้งชั่วคราว ความโค้งนี้คือศูนย์กลางที่เวลา t_0 รูปแบบดีเลย์ของระบบในกรณีที่ไม่มีการลดทอนสามารถวัดค่าได้จากการพล็อตเวลา t' กับ t_0

เส้นระดับ F_0 ในรูปที่ 2.9 (a) แสดงให้เห็นว่าการลดทอนมีค่าเป็นศูนย์เมื่อเปรียบเทียบกับมาตรฐานของการอ้างอิงซึ่งเป็นเส้นโค้ง F ในตัวอย่างต่อไปรูปที่ 2.9 (b) เส้นโค้ง F_c แสดงความสัมพันธ์ F_0 ที่เป็นการลดทอนแอมพลิจูดจำนวนเล็กน้อย การลดทอนนี้มีผลกระทบซึ่งแสดงด้วยรูปแบบของการสะท้อนในแต่ละกรณีการปรับเส้นโค้ง F แสดงให้เห็นเป็น F_c ข้อตกลงของการบิดเบือนนี้มีความเกี่ยวข้องกับ F_c การปรับเปลี่ยนเส้นโค้งนี้มีค่ามากกว่าความโค้งแอมพลิจูดของอินพุทชั่วคราวและระบบ จะเกิดการแทรกซ้อน ดังนั้นสเปกตรัม แอมพลิจูดของแอมพลิจูดชั่วคราวจะสามารถวัดได้ดังตัวอย่างข้างต้น

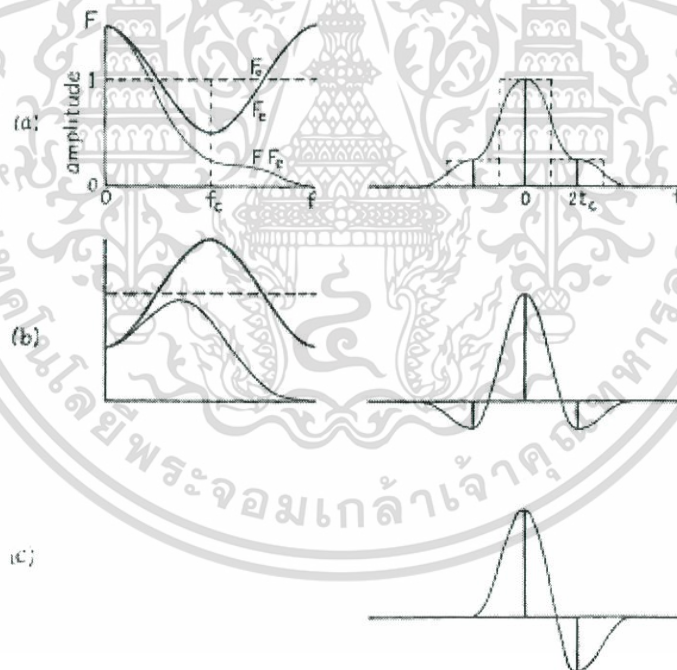
รูปที่ 2.9 (b) และ (c) แสดงรูปแบบการสะท้อนสำหรับกรณีที่ยากๆของการบิดเบือนแอมพลิจูดที่มีค่า $n = 1$ ในรูปที่ 2.5 การบิดเบือนสูงสุดคือ $\pm 1/2$ เรเดียน (โดยการประมาณขนาด) ดังนั้นความสัมพันธ์แอมพลิจูดของแต่ละการสะท้อนคือ $1/4$ การสะท้อนของสัญญาณคู่บวกมีช่วงที่เป็นบวกในรูปที่ 2.9 (b) และมีช่วงลบในรูปที่ 2.9 (c) การสอดคล้องเดิมความถี่คutoffจะค่อยๆตัดกันที่ความถี่ต่ำที่เส้นโค้ง F ดังนั้นแอมพลิจูดชั่วคราวจะกว้างขึ้นหลังจากแอมพลิจูดชั่วคราวจะกว้างขึ้นหลังจากที่ตัดกันอย่างชัดเจนที่ความถี่สูง ซึ่งแอมพลิจูดชั่วคราวจะแคบและด้านข้างจะมีความชัน

ตัวอย่างในรูปที่ 2.9 ส่วนใหญ่จะแสดงให้เห็นรูปแบบการของบิดเบือนแอมพลิจูด ซึ่งการสะท้อนของสัญญาณแบบคู่ของฟังก์ชันคี่ ($n = 1, 3, \dots$) จะไม่เป็นที่ต้องการในการศึกษาการบิดเบือนนี้ โดยเป็นช่วงความถี่ระหว่าง 0 และความถี่คutoffที่มีค่าน้อยๆ ในการพิจารณาส่วนประกอบที่ความถี่สูงฟังก์ชันคู่จะมีความต้องการในความถี่คutoffที่มีค่าสูง ตัวอย่างนี้ส่วนประกอบของความถี่สูงจะมีค่าน้อยดังนั้นจะเป็นการบิดเบือนของความสัมพันธ์ที่รองมา แต่ในทางทฤษฎีเส้นโค้ง F_c จะมีการแทนที่ด้วยการบิดเบือนที่เกิดขึ้นจริง $2f_c$

รูปที่ 2.10 แสดงรูปแบบการสะท้อนสำหรับกรณีที่ยากๆที่มีประโยชน์มากที่สุดในการบิดเบือน แอมพลิจูด กรณีของ $n=2$ ในรูปที่ 2.5 เส้นโค้งแอมพลิจูดจะมีความชันที่ลดลง (a) และความชันที่เพิ่มขึ้น (b) เมื่อเปรียบเทียบกับลักษณะที่ต้องการผลที่ได้ คือ มีความคล้ายคลึงกับรูปที่ 2.1 (b) และ (c) ตามลำดับ ในรูปที่ 2.10 (c) จะยังคงอธิบายในส่วนต่อไป

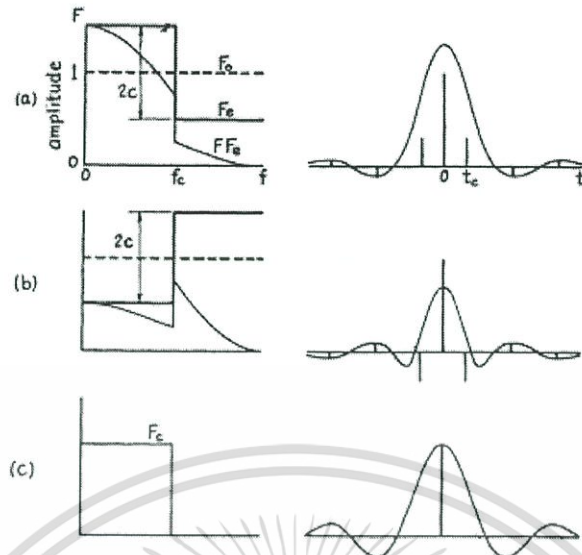
เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ตัวอย่างของรูปที่ 2.10 แสดงประโยชน์ของการในงานเฉพาะการสะท้อนของสัญญาณในฟังก์ชันคู่ ซึ่งการสะท้อนนี้จะถูกแยกออกไปโดยการสอดคล้องกันชั่วคราวจะมีการซ้อนทับกันน้อยกว่าสี่เหลี่ยม ประของรูปที่ 2.10 (a) โดยแสดงความกว้างที่น้อยๆของ $2t_c = 1/2 f_c$ การแยกของการสะท้อนที่เท่ากันจะมีความกว้างเล็กน้อยในกรณีของโคไซน์กำลังสองและจะค่อยๆตัดกัน โดยสมมติฐานเป็นมาตรฐานการอ้างอิงของการซ้อนทับกันซึ่งเป็นพื้นที่แคบๆ ระหว่างค่าสูงสุดในรูปแบบการสะท้อน ดังนั้นเส้นโค้งของผลลัพธ์ของเข้าที่พหุชั่วคราวจะผ่านที่จุดสูงสุดของการสะท้อน ความสัมพันธ์นี้ทำให้รูปแบบการสะท้อนมีค่าเฉพาะซึ่งเป็นตัวช่วยในการแสดงการบิดเบือนของสัญญาณเข้าที่พหุชั่วคราว รูปแบบการสะท้อนรูปที่ 2.10 (b) จะแสดงให้เห็นการวาดเส้นโค้งที่เพิ่มขึ้น 1 เนเปอร์ที่จะสอดคล้องกับการรวมกันของหลายๆองค์ประกอบการสะท้อน รูปที่ 2.11 แสดงให้เห็นตัวอย่างขั้นตอนของ $\pm 2c$ ที่ความถี่คutoffมีค่าน้อย เส้นโค้งการบิดเบือนนี้ได้แก่โดยอนุกรมฟูรีเยร์แล้วของฟังก์ชันคิโนพจน์ของโคไซน์ ซึ่งแต่ละพจน์มีการสอดคล้องกับการสะท้อนของสัญญาณแบบคู่ โดยผลลัพธ์ของรูปแบบการสะท้อนจะเกิดขึ้นโดยมีการสั้นชั่วคราวในแต่ละด้านที่เกินกว่าความจริง เป็นการสลายตัวของการสะท้อนแอมพลิจูดในอัตราส่วนที่ผกผันกันของการแยกจากจุดศูนย์กลาง การสะท้อนแรกในแต่ละข้างมีแอมพลิจูด $2c/\pi$ ซึ่งแผนภาพนี้จะวาดที่ $c = \pm 1/2$ เรเดียน



รูปที่ 2.10 การบิดเบือนแอมพลิจูดอันดับแรกที่สอดคล้องกับรูปแบบของการสะท้อน

ตัวอย่างนี้เป็นรูปร่างสมบูรณ์โดยตัดที่ f_c ซึ่งจะอยู่นอกเหนือวิธีการสะท้อนของสัญญาณแบบคู่และแสดงในรูปที่ 2.11 (c) นอกจากนี้ยังมีการหน่วงของการแกว่งที่มากกว่าในแอมพลิจูดแต่คล้ายคลึงกับรูปที่ 2.11 (a) และแสดงการผกผันในรูป (b)



รูปที่ 2.11 ขั้นตอนของแอมพลิจูดที่สอดคล้องกับรูปแบบของการสะท้อน

2.9 รูปแบบที่เหมาะสมของการเกิดการสะท้อนในประเภทต่างๆ ของการบิดเบือนของเฟส (Echo patterns corresponding to various forms of phase distortion)

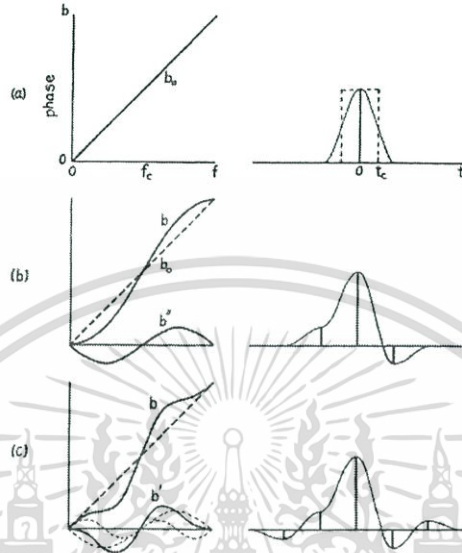
มาตรฐานในการอ้างอิงการศึกษาการบิดเบือนเฟสที่สมเหตุสมผล วิธีการสะท้อนของสัญญาณแบบคู่เป็นประโยชน์อย่างมากในการนำมาใช้กับการบิดเบือนเฟสมากกว่าการบิดเบือนแอมพลิจูด เหตุผลหลักคือมีความยากมากกว่าถ้าใช้วิธีการอื่น ๆ กับการบิดเบือนเฟส

เส้นตรงที่ผ่านจุดกำเนิดคือเส้นมาตรฐานของการอ้างอิงแสดงดีเลย์ของสัญญาณทั้งหมดนั้นคือเฟสที่จำกัดความถี่ซึ่งจะกำหนดระดับความชันไม่ซ้ำกัน การเลือกความชันต้องให้เส้นตรงมีจุดรวมกันเป็นจุดเดียวกับเส้นโค้งเฟสซึ่งอาจจะมีหลายจุดที่เป็นไปได้ รูปแบบของการสะท้อนขึ้นอยู่กับ การเลือก ความชันในลักษณะสมการที่เหมือนกันในพิกัดแกน ดังนั้นความชันที่เลือกจะมีจุดมุ่งหมายเพื่อรักษารูปแบบอย่างง่ายของการสะท้อน

โดยทั่วไปแล้วจะดีกว่าที่เลือกความชันให้เป็นเส้นตรงที่ตัดกับเส้นโค้งเฟสที่ช่วงความถี่คัทออฟ หรืออีกวิธีหนึ่งคือการวาดเส้นตรงก่อนแล้วระบุจุดตัดที่ช่วงความถี่คัทออฟ ประโยชน์ของความสัมพันธ์นี้คือสามารถหลีกเลี่ยงลำดับคี่ของการสะท้อนของสัญญาณแบบคู่ได้ นอกจากนี้ยังมีแนวโน้มที่ลดลงของจำนวนการสะท้อนที่นำมาทำการประมาณค่าการบิดเบือนอีกด้วย

เส้นอ้างอิง b_0 ในรูปที่ 2.12 มีความชันที่สอดคล้องกับรูปแบบการดีเลย์ t_0 ซึ่งสัมพันธ์กับดีเลย์ของการบิดเบือนที่กำหนด ดังนั้นจึงพล็อตกราฟในรูปแบบของความสัมพันธ์ทางเวลาที่ t' ที่ความชันของเส้นตรงและการเลือกช่วงความถี่คัทออฟน้อยๆ จะกำหนดให้รูปแบบการสะท้อนคือเส้นโค้งของเฟส เพื่อแสดงคลื่นของสัญญาณเข้าที่พหุขั้วคราว ผลของการไม่บิดเบือนของเข้าที่พหุแสดงในรูปที่ 2.12 (a) และ ความกว้างเพียงเล็กน้อย $2c$ ที่แสดงโดยสี่เหลี่ยมผืนผ้าที่เป็นเส้นประ

ที่ 2.12 (b) แสดงตัวอย่างในกรณีที่ $n=2$ ในรูปที่ 2.6 โดยยกตัวอย่างในรูปที่ 2.7 และ 2.8 เส้นโค้งของเฟสที่เกิดขึ้นจริงคือ b และความสัมพันธ์ของการบิดเบือนเฟสคือ b'' ซึ่งกำหนดคู่การสะท้อน ถ้าการบิดเบือนสูงสุดคือ $\pm 1/2$ เรเดียน แอมพลิจูดของการสะท้อนคือ $1/4$ ดังที่แสดงไว้



รูปที่ 2.12 ลำดับที่สองและลำดับที่สี่ของการบิดเบือนเฟสที่สอดคล้องกับรูปแบบของการสะท้อน

คุณสมบัติทั่วไปของตัวกรองที่มีค่าความชันของเฟสสูงสุดในช่วงความถี่คัทออฟ แนวโน้มของการบิดเบือนเฟสแสดงในรูปที่ 2.1 และ 2.9 (b) จะตรงข้ามกัน ในรูปที่ 2.1 (d) สัญญาณเอ้าท์พุทชั่วคราวที่มีค่าความชันสูงสุดที่เข้าหาขอบ ขณะที่รูปที่ 2.12 (b) มีความชันสูงสุดที่ออกจากขอบ ตัวอย่างในรูปที่ 2.1 อาจมีการบิดเบือนเฟสที่วิเคราะห์ในแง่ของรูปแบบของการสะท้อนของสัญญาณแบบคู่แต่ในการสะท้อนย่อยๆ จะต้องแสดงการประเมินส่วนประกอบความถี่ที่ความถี่สูงสุดทำให้เกิดการเพิ่มขึ้นอย่างรวดเร็วของการเข้าสู่ขอบ เส้นโค้งที่เกิดจากสัญญาณเอ้าท์พุทชั่วคราวจะมีค่าที่ไม่ราบเรียบเพราะแต่ละส่วนประกอบมีรูปร่างเป็นปลายแหลมชี้ขึ้นไปดังรูปที่ 2.1 (c) เห็นได้ว่าการสะท้อนแบบคู่เป็นประโยชน์มากในส่วนประกอบความถี่ที่มีขนาดเล็กเกินกว่าที่จะระบุช่วงความถี่คัทออฟได้และในระยະที่น้อยกว่า $2f$

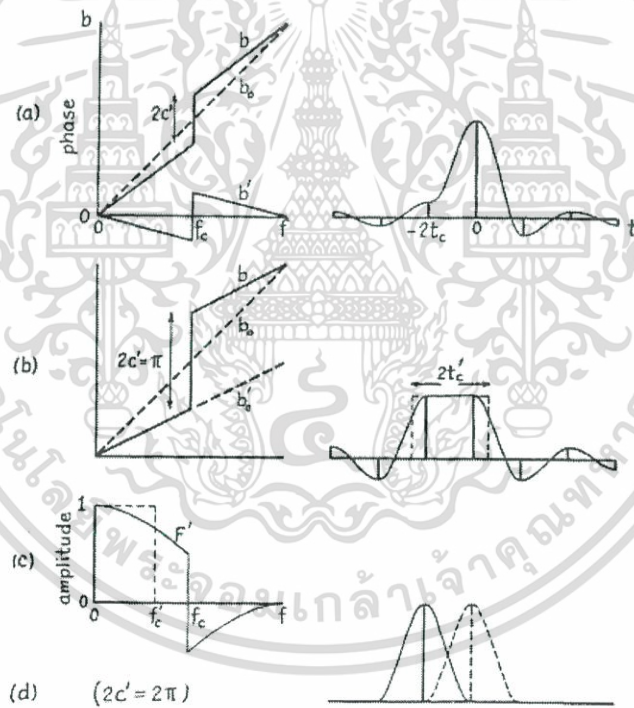
รูปที่ 2.12 (c) แสดงตัวอย่างของคู่การสะท้อนกับค่าความชันของเฟสสูงสุดในช่วงความถี่คัทออฟและสูงสุดน้อยกว่า 0 ในการสะท้อนของสัญญาณแบบคู่ที่ $n=2$ และ $n=4$ ในรูปที่ 2.6 ค่าสูงสุดของส่วนประกอบของการบิดเบือนเฟสคือ b'' เท่ากับ $1/2$ และ $1/4$ เรเดียนตามลำดับ ดังนั้นแอมพลิจูดของการสะท้อนคือ $1/4$ และ $1/8$ ตามลำดับ

ในรูปที่ 2.12 (c) เส้นโค้งเฟสที่เกิดขึ้นจะอยู่ในระดับที่ความถี่สูง และค่าที่สูงขึ้นจะเป็น $2t_c$ นั้นไม่มีความสำคัญเนื่องจากมันเกิดขึ้นเฉพาะในความถี่สูงในส่วนประกอบสัญญาณที่น้อยมากๆ ในการวิเคราะห์จะต้องใช้การสะท้อนที่มีลำดับคี่น้อยมากๆ เพื่อจะนำมาพิจารณาความแตกต่าง

เนื่องจากแนวโน้มที่มีผลต่อค่าความชันสูงสุดของเส้นโค้งเฟสนั้นเกิดขึ้นในช่วงความถี่คัทออฟขั้นตอนของเส้นโค้งเฟสแสดงในรูปที่ 2.13 (a) แม้จะเป็นกรณียากที่ต้องการตีความของการสะท้อนแบบที่

ไม่มีที่สิ้นสุด ซึ่งจะไปสู่การบิดเบือนของสัญญาณชั่วคราวโดยเปรียบเทียบกับรูปที่ 2.12 (c) การสะท้อนแบบแอมพลิจูดผกผันกันกับการแยกจากแกนกลาง ถ้าขั้นตอนของการโค้งเฟสมีความสูงเป็น $2c'$ ค่าสูงสุดของการบิดเบือนเฟสคือ $\pm c'$ และแต่ละการสะท้อนของคู่แรก ($n=20$) มีแอมพลิจูดเป็น c'/π เส้นโค้งที่วาดขึ้นสำหรับการค่าการบิดเบือนสูงสุดที่ $\pm 1/2$ เรเดียนและการสะท้อนแบบแอมพลิจูดเป็น $1/2\pi$ ในการสะท้อนคู่แรก

ในขั้นตอนการโค้งเฟสค่าที่ผิดปกติในการเปรียบเทียบผลของการบิดเบือนที่มีขนาดเล็ก การสะท้อนของสัญญาณแบบคู่ที่มีการบิดเบือนเยอะจะแก้ไขได้โดยวิธีการอินทิเกรตฟูรีเยร์ ในรูปที่ 2.13 (b) ความโค้งของเฟส b มีค่าเป็น π เรเดียน ซึ่งจะดีกว่าและสามารถแก้ไขการใช้งานการสะท้อนของสัญญาณแบบคู่ได้ อย่างไรก็ตามมันอาจจะไม่ถือว่าเป็นความบิดเบือนเฟสแต่เป็นความผกผันของแอมพลิจูดที่ส่วนบนของเส้นโค้งเฟสจะลดลงจนถือว่าเป็นเส้นอ้างอิงใหม่การบิดเบือนเฟสจะหายไป ขั้นตอนที่เราเอามาใช้ในเส้นโค้งเฟสจะถูกแทนด้วยการผกผันของเส้นโค้งแอมพลิจูดการใช้ความโค้งแอมพลิจูดแสดงในรูปที่ 2.13 (c)

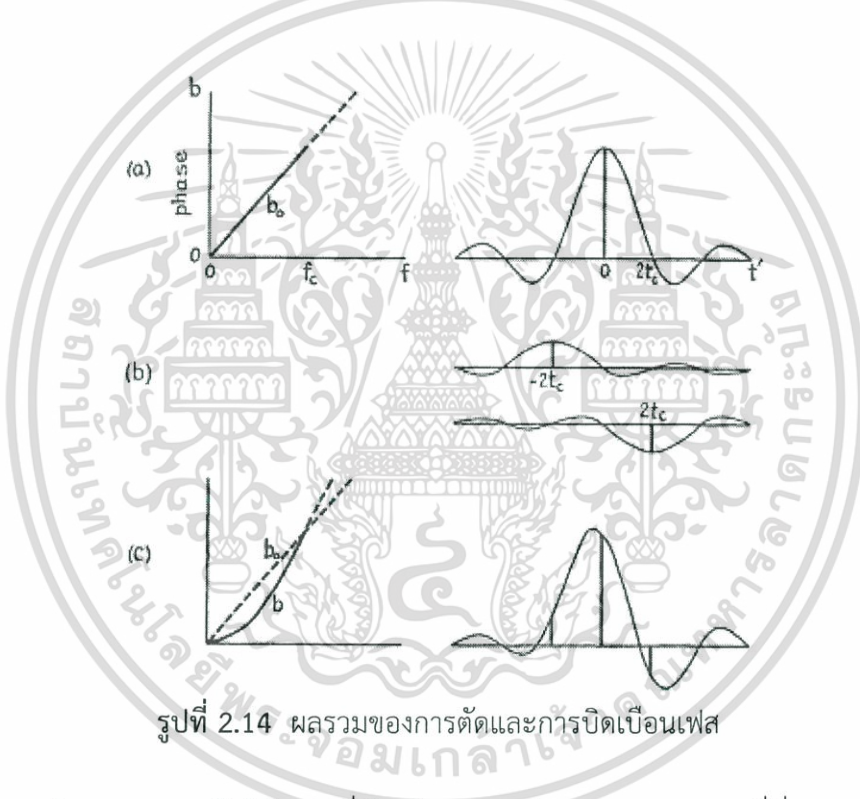


รูปที่ 2.13 ขั้นตอนของเฟสและความสอดคล้องของรูปแบบการสะท้อน

สำหรับเส้นโค้งใหม่ f จะมีพื้นที่น้อยกว่าเดิมที่ช่วงความถี่คutoffซึ่งจะถูกลดลงเป็น $f'_c = (2/\pi)f_c$ และการขยายสัญญาณเข้าที่พัทชั่วคราวให้กว้างขึ้นคือ $2t'_c = (2/\pi)2t_c = \pi t_c$ ดังนั้นในกรณีนี้ที่ผลลัพธ์ของขั้นตอนของเส้นโค้งเฟสคือการขยายสัญญาณเข้าที่พัทชั่วคราว โดยการบิดเบือนทั้งหมดสามารถแสดงในรูปที่ 2.13 (c) และสัญญาณเข้าที่พัทชั่วคราวจะต้องเกิดการสมมาตร อย่างไรก็ตามฟิลส์ของการสมมาตรจะมีดีเลย์ซึ่งน้อยกว่าเส้นโค้งอ้างอิง

รูปแบบของสัญญาณเอ้าท์พุทชั่วคราวได้มาจากเส้นโค้งแอมพลิจูด \mathcal{R} ในรูปที่ 2.13 (c) สามารถแก้ไขได้โดยการฟูรีเยร์อินทิกรัล ได้กำหนดคลื่นความถี่ของการสะท้อนเนื่องจากตำแหน่งของการสะท้อนจะอยู่บนพื้นฐานเดียวกับรูปที่ 2.13 (a) แต่เพิ่มปริมาณของการบิดเบือน โดยตำแหน่งของการสะท้อนจะไม่เปลี่ยนแปลงแม้ว่าจะทำให้ไม่เกิดความสมมาตร แกนกลางของสัญญาณเอ้าท์พุทจะลดลงและสะท้อนผ่านไปกลายเป็นค่าเท่ากัน ความกว้างนี้คือ $2/\pi$ เมื่อเทียบกับความกว้างของส่วนประกอบที่แกนกลางดังรูปที่ 2.13 (a)

ขั้นตอนเดียวกันจะสามารถเลือกใช้ค่า π ได้หลายค่าในความโค้งเฟสรูปที่ 2.13 (d) แสดงให้เห็นถึงขั้นที่ 2π ไม่เกิดการบิดเบือนเลย สัญญาณเอ้าท์พุทชั่วคราวมีการกระจัดเป็น 2 เท่าจากแกนกลางเป็น $2t_c$ โดยส่วนประกอบที่แกนกลางหายไปขณะที่ทุกส่วนประกอบของการสะท้อนยังเหลืออยู่ ส่วนประกอบของแกนกลางจะแสดงเป็นเส้นประถ้าการบิดเบือนของเฟสไม่เกิดขึ้นแล้ว

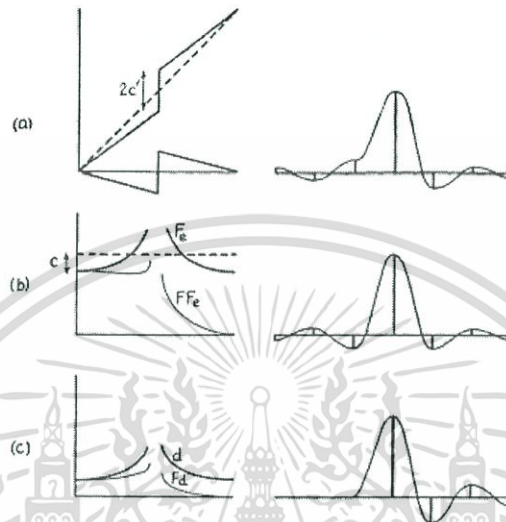


รูปที่ 2.14 ผลรวมของการตัดและการบิดเบือนเฟส

ขั้นตอนในการแสดงเส้นโค้งเฟสที่บิดเบือน ของส่วนประกอบความถี่ที่นอกเหนือจากช่วงความถี่ที่ออฟ f_c ที่เกิดขึ้น ถ้าส่วนประกอบดังกล่าวไม่เกิดขึ้นความชันเฟสอ้างอิงจะถูกเลือกให้ตรงกับเส้นโค้งเฟสช่วงความถี่ผ่านและการบิดเบือนจะไม่สามารถตรวจพบได้ โดยจะแสดงให้เห็นอย่างชัดเจนในรูปที่ 2.13 การกลับด้านของแอมพลิจูดจะไม่มีผลในกรณีที่ส่วนประกอบของความถี่สูง

โดยทั่วไปสัญญาณเอ้าท์พุทชั่วคราวอาจจะมีรูปแบบต่างๆ ที่สมมาตรหรือไม่สมมาตรก็ได้ โดยจะต้องคำนึงถึงการพิจารณาการบิดเบือนเฟสก่อน รูปที่ 2.14 แสดงให้เห็นถึงวิธีการสะท้อนของสัญญาณแบบคู่ที่นำไปใช้ในการขยายสัญญาณชั่วคราวที่เกิดการสั้นทั้งสองข้าง เส้นโค้งแอมพลิจูดคือรูปแบบการสมมติที่มีค่าต่ำกว่าความถี่ที่ออฟและมากกว่าศูนย์ โดยการส่งสัญญาณชั่วคราวที่ไม่มีการบิดเบือนแสดงดังรูปที่ 2.11 (c) การบิดเบือนอย่างง่ายและสอดคล้องกับรูปแบบของการสะท้อนแสดงใน

รูปที่ 2.14 (c) ซึ่งจะเหมือนกับรูปที่ 2.12 (b) เส้นโค้งของแอมพลิจูดชั่วคราว (c) คือการเพิ่มสัญญาณที่ไม่บิดเบือน (a) เส้นโค้งของการสะท้อน (b) ในรูปแบบเดียวกัน ทั้งรูปแบบที่ซับซ้อนของสัญญาณชั่วคราวที่ไม่เกิดการบิดเบือนและการสะท้อนของสัญญาณ ผลลัพธ์ของเส้นโค้งที่เกิดขึ้นจะผ่านทุกจุดของส่วนประกอบของรูปแบบการสะท้อน



รูปที่ 2.15 ความคล้ายกันของการบิดเบือนแอมพลิจูดและเฟสบนพื้นฐานการสะท้อนไฮเพอร์โบลิก

2.10 รูปแบบที่เหมือนกันของการบิดเบือนแอมพลิจูดและเฟส (Similar forms of amplitude and phase distortion)

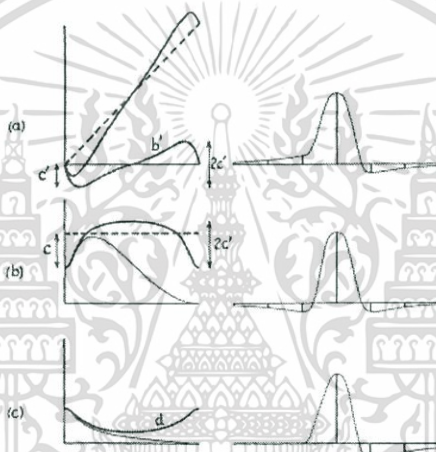
มีบางรูปแบบที่เกี่ยวข้องกับการบิดเบือนแอมพลิจูดและเฟส ซึ่งหากทั้งคู่มีปริมาณการบิดเบือนที่เท่ากันให้นำเอาท์พุทชั่วคราวที่ด้านหนึ่งออก และเพิ่มเข้าไปอีกด้านอื่นๆแทน ในทางปฏิบัติเป็นเรื่องปกติสำหรับสัญญาณเอาท์พุทชั่วคราวที่ทำให้น้อยลงหลังจากพัลส์หลัก มากกว่าก่อนหน้าพัลส์หลัก นี่คือความจริงของตัวกรองที่ไม่มีการแก้ไขเฟส ดังนั้นรูปแบบของการบิดเบือนจะนำไปสู่ผลลัพธ์ที่มีความน่าสนใจ เพราะมีแนวโน้มที่จะเกิดขึ้นในทางปฏิบัติ

ตัวอย่างของรูปแบบที่เหมือนกันของการบิดเบือนแอมพลิจูดและเฟสแสดงในรูปที่ 2.10 (b) และ 2.12 (b) ซึ่งแต่ละคู่มีการสะท้อนของสัญญาณแบบเดี่ยว ถ้าการบิดเบือนแต่ละชนิดมีขนาดเล็กการสะท้อนก็จะมีอยู่เพียงเล็กน้อยเท่านั้น โดยการสะท้อนทั้งสองอาจจะซ้อนทับกันโดยการรวมกันอย่างง่าย ผลลัพธ์จะแสดงในรูปที่ 2.10 (c) ที่การสะท้อนก่อนหน้าอาจจะถูกยกเลิกไปและจะมีการเพิ่มในการสะท้อนต่อมา ความเสียหายนี้นำไปสู่การแทนที่ของการสะท้อนของสัญญาณแบบคู่

เช่นเดียวกับในกรณีของการสะท้อนของสัญญาณแบบเดี่ยว มีทฤษฎีที่ปรากฏว่ารูปแบบการสะท้อนที่เกิดขึ้นที่ด้านข้างเป็นผลของการรวมกันของแอมพลิจูดและเฟสที่บิดเบือนในจำนวนที่เท่ากัน โดยทั่วไปแล้วในการสะท้อนจะต่ำกว่าสัญญาณหลัก รูปแบบที่คล้ายกันของแอมพลิจูดและเฟสที่บิดเบือนที่อธิบายนั้นเป็นเพียงแค่จำนวนที่เล็กๆ ที่รวมกัน ซึ่งนำไปสู่รูปแบบของการสะท้อนที่ด้านใดด้านหนึ่ง

แทนที่จะเป็นการเกิดการสะท้อนของสัญญาณแบบคู่ทั้งสองด้าน ตัวอย่างในการเลือกจะส่งผลต่อการสะท้อนต่อไปเรื่อยๆ ในด้านข้างเท่านั้น

ตัวอย่างต่อไปที่คล้ายกับการบิดเบือนแอมพลิจูดและเฟส บนพื้นฐานขั้นตอนของเส้นโค้งเฟส ซึ่งอธิบายในรูปที่ 2.13 (a) และแสดงการเปรียบเทียบในรูปที่ 2.15 (a) ขั้นตอนที่ทำให้เกิดการสั่นทั้งก่อนและหลังสัญญาณที่จะส่ง เป็นการบิดเบือนทำให้เกิดกาสมมาตรแบบเอียง ซึ่งได้มีการพัฒนารูปแบบของการบิดเบือนแอมพลิจูดที่นำไปสู่การสั่นที่มีความหน่วงไฮเพอร์โบลิก แทนที่จะเป็นการสมมาตรแบบเอียง โดยจะมีขนาดแคบ ความคมชัดสูงที่ความถี่คutoff ซึ่งรูปแบบของการบิดเบือนแอมพลิจูดและรูปแบบการสะท้อนแสดงในรูปที่ 2.15 (b) การรวมกันของการบิดเบือนแอมพลิจูดในขั้นตอนของเส้นโค้งเฟสนี้ทำให้การสั่นก่อนหน้าหายไป จะเหลือเพียงการสั่นที่ด้านปลายที่มีแอมพลิจูดสองค่า แสดงในรูปที่ 2.15 (c) การบิดเบือนทั้งหมด d ยังแสดงให้เห็นผลรวมกำลังสองของแอมพลิจูดและเฟสที่บิดเบือน



รูปที่ 2.16 ขั้นตอนของเฟสและความสอดคล้องของรูปแบบการสะท้อน

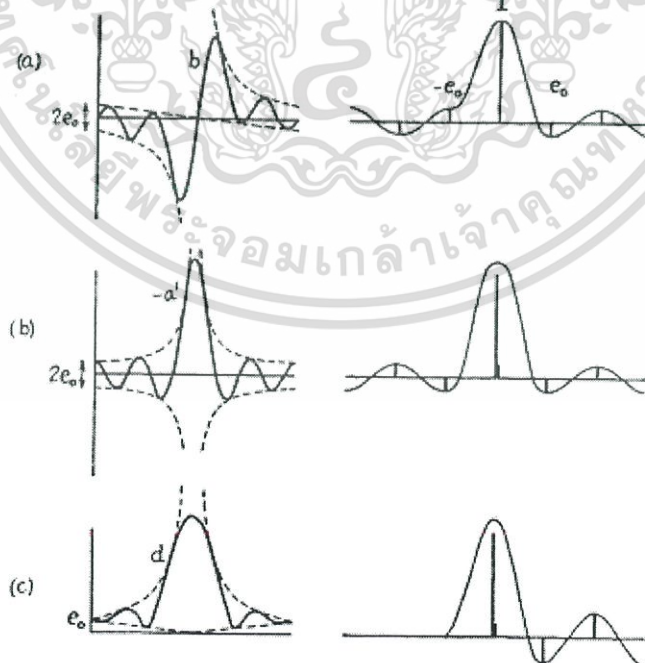
ในรูปที่ 2.16 เป็นพื้นฐานของการหน่วงเอ็กซ์โพเนนเชียลแต่ละข้างของการสะท้อน มีความปลอดภัยโดยเสียงสะท้อนที่สูงหรือคลื่นในเส้นโค้งแอมพลิจูดที่แต่ละช่วงความถี่คutoffหรือศูนย์ คลื่นที่ความถี่ศูนย์จะแสดงในรูปที่ 2.16 (b) เส้นโค้งเฟสและรูปแบบการสะท้อนแสดงในรูปที่ 2.16 (a) และแอมพลิจูดแสดงในรูป (b) รูปแบบการสะท้อนด้านเดียวแสดงในรูป (c) ซึ่งเป็นผลการรวมกันของ (a) และ (b) นี่คือประเภทของการบิดเบือนที่เกิดจากการลดทอนที่ความถี่ต่ำมากๆ ที่ถูกทำให้มีความสัมพันธ์คอนเดนเซอร์ของความต้านทานในเครื่องขยาย ถ้าคลื่นของเส้นโค้งแอมพลิจูดต่ำกว่าเส้นอ้างอิงและอัตราส่วนของความหน่วงจากคลื่นการสะท้อนหนึ่งไปอีกคลื่นหนึ่ง เป็น $1/2$ จะมีความสอดคล้องกับค่าสูงสุดของแอมพลิจูดที่บิดเบือนคือ $c = 1/2$ และเฟสที่บิดเบือนคือ $c' = 1/3$ การสะท้อนคู่แรกจะมีแอมพลิจูดเป็น $1/8$ ซึ่งการสะท้อนครั้งแรกแสดงในรูปที่ 2.16 (c) มีแอมพลิจูดเป็น $1/4$

ในกรณีที่น่าสนใจอย่างยิ่งคือรูปที่ 2.17 ซึ่งมีอยู่ในจำนวนของการสะท้อนแอมพลิจูดที่เท่ากัน แสดงรูปที่ 2.17 (a) และ (b) แสดงกรณีของการสะท้อน 4 ครั้งในแต่ละข้างของขั้วที่สลับกัน เส้นโค้งแอมพลิจูดแสดงในพจน์ความสัมพันธ์ของการลดทอน $-d'$ หรือการแยกออกจากแอมพลิจูดที่รวมกัน ซึ่ง

จำนวนทั้งหมดของค่าสูงสุดและและคลื่นในช่วงความถี่ผ่าน (f_c เป็น 0) จะเท่ากับจำนวนของการสะท้อนในแต่ละด้าน ผลตอบสนองของแอมพลิจูดที่บิดเบือนยังมีการสะท้อนในลำดับที่ 0 ดังที่แสดงไว้ ผลกระทบโดยรวมของแอมพลิจูดและเฟสที่บิดเบือนคือรูปแบบการสะท้อนข้างหนึ่งดังแสดงในรูปที่ 2.17 (c) ซึ่งได้แสดงเส้นโค้งของการบิดเบือนทั้งหมด d เป็นผลรวมกำลังสองของแอมพลิจูดและเฟสที่บิดเบือน แสดงดังเส้นประด้านซ้ายมือซึ่งล้อมรอบเส้นโค้งที่บิดเบือนสำหรับค่าใดๆของการสะท้อน ถ้าเส้นโค้งที่ล้อมรอบมีค่าน้อยสุดเท่ากับ $1/4$ การสะท้อนของสัญญาณแต่ละคู่จะมีแอมพลิจูดเป็น $1/8$ ในขณะที่การสะท้อนของสัญญาณแบบเดี่ยวจะมีแอมพลิจูดเป็น $1/4$

ตัวอย่างทั้งสามที่แสดงในรูปที่ 2.15, 2.16 และ 2.17 แสดงรูปแบบการหน่วงของการสะท้อนของสัญญาณ ซึ่งสิ่งแรกที่จำเป็นในความไม่ต่อเนื่องของเส้นโค้งที่บิดเบือนซึ่งอาจจะประมาณได้คร่าวๆในทางปฏิบัติ แต่ในส่วนใหญ่จะเป็นที่สนใจในทางทฤษฎี สิ่งที่สองคือค่าสูงสุดหรือรูปร่างคลื่นเรโซแนนซ์ซึ่งจะพบได้ในทางปฏิบัติ สิ่งที่เป็นที่สามคือคลื่นที่สลับกันอาจจะพบในวงจรของหลายๆ องค์ประกอบ บางทีอาจจะรวมถึงเครือข่ายที่ขดเคี้ยวการบิดเบือนที่มีปริมาณมากๆ

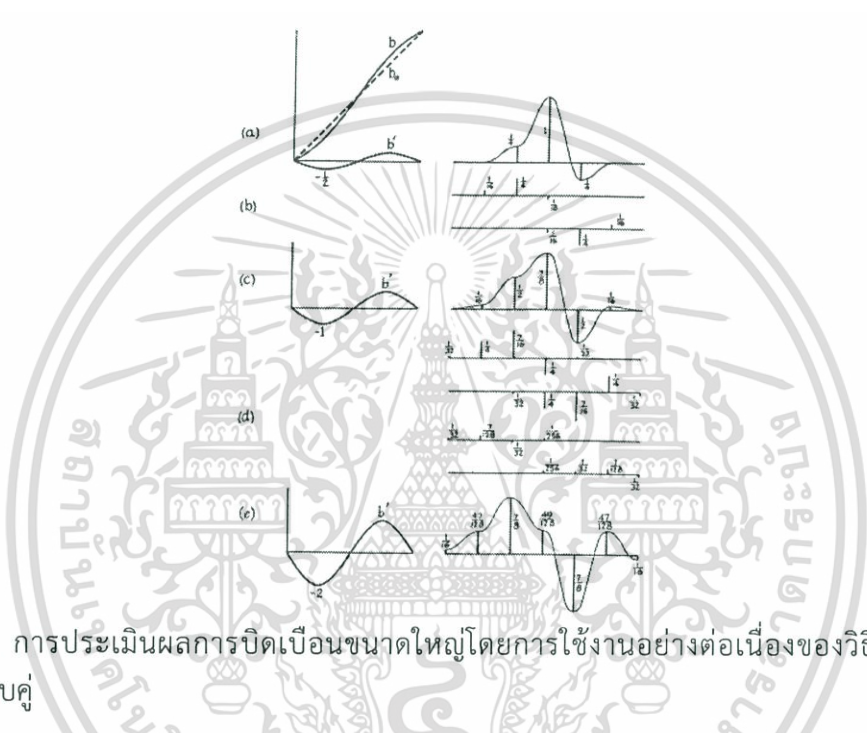
สี่รูปแบบของแต่ละตัวอย่างอาจจะระบุการอ้างอิงของเส้นโค้งแอมพลิจูด ซึ่งการบิดเบือนอาจจะปรากฏที่ค่าสูงสุดซึ่งอาจจะที่ความถี่ 0 หรือที่ความถี่คutoffน้อยๆ ซึ่งถ้าค่าสูงสุดคือการสะท้อนครั้งที่สองหลังจากสัญญาณหลัก ($n=4$) เป็นแอมพลิจูดที่มีค่าบวก ที่ความถี่เท่ากับ 0 แสดงว่าการสะท้อนในแต่ละข้างเป็นขั้นเดียวกันดัง รูปที่ 2.16 แต่ถ้าความถี่คutoffจะมีการสลับขั้วดังรูปที่ 2.15 และ รูปที่ 2.17 ในทางปฏิบัติค่าสูงสุดหรือคลื่นที่ความถี่เท่ากับ 0 หรือค่าสูงสุดของความถี่คutoffจะอยู่รวมกัน แต่คลื่นที่ความถี่คutoffจะมีความผิดปกติ



รูปที่ 2.17 ความคล้ายกันของการบิดเบือนแอมพลิจูดและเฟสบนพื้นฐานจำนวนที่เท่ากับการสะท้อน

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

การบิดเบือนเฟสอยู่ในพจน์ของขนาดเชิงมุมมากกว่าในพจน์ของความชันหรือดีเลย์ของเวลา ความชันของความสัมพันธ์ของเส้นโค้งเฟสเป็นการแยกกันของความชันเฟสจากค่าอ้างอิงนั่นก็คือความชันของเส้นโค้งที่อ้างอิง ซึ่งความชันของเฟสที่จุดกำเนิดกำหนดให้เป็นดีเลย์ของ “ศูนย์กลางแรงโน้มถ่วง” ของเอ้าท์พุทชั่วคราว เพราะมุมเฟสของส่วนประกอบความถี่ต่ำจะขึ้นอยู่กับศูนย์กลางของแรงโน้มถ่วง ซึ่งถ้าหากมีความแตกต่างจากค่าเฉลี่ยความชันมากนัก เอ้าท์พุทชั่วคราวจะเกิดการบิดเบือนอย่างมากที่ไม่สมมาตร



รูปที่ 2.18 การประเมินผลการบิดเบือนขนาดใหญ่โดยการใช้งานอย่างต่อเนื่องของวิธีสะท้อนของสัญญาณแบบคู่

2.11 สรุป

เกิดการกระจายและความไม่ต่อเนื่องในสายส่งสัญญาณพัลส์ในโดเมนเวลา จะกลายเป็นสัญญาณที่เกิดความบิดเบือนระหว่างการส่งสัญญาณ จะทำให้การแยกสัญญาณยากขึ้น นำไปสู่การเกิดการสะท้อนของสัญญาณแบบคู่ (Paired echoes) ซึ่งผลกระทบของแอมพลิจูดและเฟสของสัญญาณ จะเกิดการเบี่ยงเบนไปจากสัญญาณในอุดมคติ ซึ่งการสะท้อนมี 2 ลักษณะคือ 1. แสดงการสะท้อนเพียงข้างเดียว 2. การสะท้อนของสัญญาณแบบคู่ซึ่งแบ่งย่อยได้อีก 2 ลักษณะคือ

- 2.1 แสดงให้เห็นว่าการสะท้อนเป็นคู่ของแอมพลิจูดที่เท่ากัน 2 ข้าง คือ “การสะท้อนคู่บวก”
- 2.2 แสดงให้เห็นว่าการสะท้อนเป็นคู่ของแอมพลิจูดที่ทั้ง 2 ข้างไม่เท่ากัน คือ “การสะท้อนคู่ลบ”

และมีผลตอบสนอง 2 ลักษณะคือการตอบสนองของแอมพลิจูด (Even Function) และ เฟส (Odd function) โดยในโครงงานนี้จะเลือกพิจารณาที่การตอบสนองของแอมพลิจูดเพียงคู่เดียวโดยกำหนดให้ค่า $i = 1$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

บทที่ 3

ทฤษฎีการประมาณสัญญาณเรสโคไซน์บนพื้นฐาน โพลีโนเมียลแบบเบียร์นส์ไตน์และการออกแบบ

3.1 สัญญาณเรสโคไซน์ (Raised Cosine Pulse)

3.1.1 บทนำ

ในปัจจุบันการสื่อสารทางด้านดิจิทัลได้มีการนำมาใช้มากขึ้น การรับและส่งสัญญาณดิจิทัลจำเป็นต้องมีช่องสัญญาณในการรับและส่ง ซึ่งในปัจจุบันมีจำนวนของช่องสัญญาณที่เพิ่มขึ้นเป็นจำนวนมาก เพื่อให้เพียงพอกับความต้องการในปัจจุบัน โดยกระบวนการส่งสัญญาณอยู่ในรูปแบบของสัญญาณพัลส์ คือ อยู่ในรูปของบิต นั่นก็คือ 0 กับ 1 โดยการมัลติเพล็กซ์หลายๆช่องสัญญาณเข้าด้วยกัน ในการสื่อสารระบบดิจิทัล ข้อมูลถูกส่งผ่านโดยใช้สัญญาณซึ่งตัวข้อมูลไม่ได้อาศัยลักษณะของสัญญาณในการส่งผ่าน แต่อาศัยขนาดของสัญญาณในการส่งผ่าน ในทางปฏิบัติพัลส์จะถูกส่งผ่านช่องสัญญาณที่มีแบนด์วิดท์จำกัด ดังนั้นส่วนประกอบของของพัลส์ที่มีความถี่สูง จึงอาจไม่สามารถผ่านช่องสัญญาณไปยังเครื่องรับได้อย่างสมบูรณ์ เป็นเหตุทำให้เกิดการกระจายความถี่ (Dispersion) ของพัลส์ คือสัญญาณจะถูกบีบให้มีฐานกว้างขึ้น และความคมของสัญญาณจะหายไปและเกิดการแทรกสอดระหว่างสัญลักษณ์ก่อให้เกิดการผิดพลาดในการแปลข้อมูล การแทรกสอดระหว่างสัญลักษณ์ (Intersymbol Interference) นี้เรียกว่า ไอเอสไอ (ISI) อย่างไรก็ตามสามารถเลือกชนิดของสัญญาณได้ โดยใช้เกณฑ์ของไนควิสต์ และก็พบว่าสัญญาณเรสโคไซน์อยู่ในเกณฑ์นั้น

3.1.2 สัญญาณเรสโคไซน์

สัญญาณเรสโคไซน์เป็นสมการทางคณิตศาสตร์ ดังนั้นจึงไม่สามารถที่จะนำไปใช้งานในวงจรจริงได้ จึงมีความจำเป็นต้องออกแบบสัญญาณเรสโคไซน์พัลส์ให้มีคุณภาพใกล้เคียงกับพัลส์แม่แบบมากที่สุด เพื่อที่จะนำไปสร้างสัญญาณเรสโคไซน์พัลส์จริงที่ใช้ในการติดต่อสื่อสารแบบดิจิทัล เป็นที่รู้จักกันดีว่าถ้ารูปร่างของสัญญาณหรือพัลส์มีอยู่ในช่วงเวลาที่ยาวนานกว่าแบนด์วิดท์ของพัลส์หรือสัญญาณนั้นก็จะมีความกว้างอย่างไม่มีสิ้นสุด และในทางกลับกันรู้ว่า ถ้าสัญญาณใดมีแบนด์วิดท์ที่จำกัดแล้วสัญญาณนั้นจะต้องมีขึ้นในช่วงเวลาที่ยาวนานไม่มีสิ้นสุดคล้ายกัน อย่างไรก็ตามถ้าสามารถเลือกรูปพัลส์ที่มีพีแอสดี อยู่ในช่วงความถี่จำกัด (แบนด์วิดท์จำกัด) และสามารถเลือกการทำแซมปลิงค่าตัวอย่างสัญญาณนั้นที่ขณะเวลาที่ทำให้ไอเอสไอ มีค่าเป็นศูนย์หรือมีค่าต่ำมากๆ ได้ ก็จะมีผลให้สามารถที่จะสื่อสารกันได้ด้วยระบบดิจิทัลเป็นอย่างดีด้วยสาเหตุที่ว่า การเลือกสัญญาณในระบบดิจิทัลนั้นจะถูกหรือผิดก็ขึ้นอยู่กับค่าของตัวอย่างสัญญาณที่ถูกแซมปลิงออกมาใช้ในการตัดสินใจตัดสินเท่านั้นยกตัวอย่างเช่น เมื่อเลือกพัลส์เป็น

$$g(t) = Sa\left(\frac{\pi t}{T_0}\right) \quad (3.1)$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ซึ่งมีลักษณะดังรูปที่ 3.1(ก) ดังนั้นถ้าเลือกทำการส่งพัลส์ดังกล่าวที่ทุกช่วงเวลาห่างกัน T_0 แล้วก็จะไม่ทำให้เกิดโอเอสไอ ที่เวลา $\pm nT_0$ เลย (n คือ เลขจำนวนเต็มใดๆ) ซึ่งจะเห็นได้ชัดในรูปที่ 3.1(ข) และเมื่อพิจารณาสมบัติของการแปลงฟูเรียร์ จะพบว่าแบนด์วิดท์ของการส่งพัลส์ดังกล่าวจะใช้แบนด์วิดท์เพียง $\frac{1}{2T_0}$ หรือ $\frac{f_0}{2}$ เท่านั้น ($f_0 = \frac{1}{T_0}$) ทั้งนี้เพราะ

$$Sa\left(\frac{\pi}{T_0}\right) \longleftrightarrow T_0 P\left(\frac{T_0\omega}{2\pi}\right) \quad (3.2)$$

ตามสมการที่ 3.2 แสดงว่าพัลส์ $g(t) = Sa\left(\frac{\pi}{T_0}\right)$ นั้น คือผลตอบสนองอิมพัลส์หนึ่งหน่วยของวงจรกรองความถี่ที่มี $H(\omega) = T_0 P\left(\frac{T_0\omega}{2\pi}\right)$ ซึ่งคือวงจรกรองความถี่ต่ำผ่านอุดมคติที่มีอัตราขยาย T_0 และมีความถี่จุดตัดที่ $\omega_0 = \left(\frac{\pi}{T_0}\right)$ หรือ $f_0 = \left(\frac{1}{2T_0}\right)$ นั่นเอง ดังนั้นจึงรู้ได้ว่าถ้าทำการส่งพัลส์ $g(t) = Sa\left(\frac{\pi}{T_0}\right)$ ผ่านวงจรกรองความถี่ต่ำผ่านที่มีแบนด์วิดท์ตามอุดมคติกว้างกว่า f_0 เฮิร์ตซ์ แล้วก็ย่อมจะไม่มีผลทำให้เกิดการกระจายความถี่ขึ้นกับพัลส์ $g(t)$ นั้นอย่างแน่นอน

อัตราในการส่งพัลส์ $g(t)$ ที่มีลักษณะตามสมการที่ (3.1) จำนวน f_0 พัลส์ต่อวินาที ผ่านช่องการสื่อสารที่มีแบนด์วิดท์ $\frac{0}{2}$ เฮิร์ตซ์ นี้อธิบายว่าเป็นอัตราส่ง อัตราในควิสต์ แต่อย่างไรก็ตามในทางปฏิบัตินั้นไม่สามารถที่จะสร้างวงจรกรองความถี่ต่ำผ่านในอุดมคติขึ้นได้ ประกอบกับทั้งการแชนเปลิ่งค่าตัวอย่างออกจากพัลส์ $g(t)$ ที่เวลา nT_0 ให้ถูกต้องนั้นมีความวิฤตมาก เพราะฐานของพัลส์ $g(t)$ ที่มีการสลับขึ้นลงตามเวลานั้นมีขนาดที่ลดลงช้ามาก จึงทำให้เกิดโอเอสไอได้ง่าย ในเวลาที่ใกล้กับเวลา nT_0

เพื่อขยายผลให้ใช้ในทางปฏิบัติได้เกี่ยวกับเรื่องนี้ ไนควิสต์ได้ให้ข้อเสนอแนะไว้ว่า วงจรกรองความถี่ต่ำผ่านที่มีค่าฟังก์ชันถ่ายโอน แบบสมมาตรชนิดคี่ (Odd Symmetry) กับแกนตั้งที่ความถี่จุดตัดของวงจรกรองความถี่ตามอุดมคติ (รูปที่ 3.1(ก) เส้นประ) นั้นจะมีค่าผลตอบสนองอิมพัลส์ที่มีค่าเป็นศูนย์ที่ทุกขณะเวลาที่ห่างกัน T_0 วินาที รูปพัลส์ในลักษณะของผลตอบสนองอิมพัลส์ดังกล่าว นิยมเรียกกันว่า รูปพัลส์แบบไนควิสต์ (Nyquist Pulse Shape) รูปพัลส์ที่ได้มาจากผลตอบสนองอิมพัลส์ของระบบที่มีฟังก์ชันถ่ายโอนนี้เมื่ออยู่ในกลุ่มที่มีแกนสมมาตรเดียวกัน ก็จะถือว่าเป็นรูปพัลส์ที่มีความเท่าเทียมกัน เพราะค่าฟังก์ชันของพัลส์ในลักษณะดังกล่าว จะต้องมีลำดับในการแชนเปลิ่งค่าตัวอย่างสัญญาณที่เวลาห่างกัน T_0 วินาทีเท่ากัน แม้ว่าฟังก์ชันการถ่ายโอนเหล่านี้จะมีแบนด์วิดท์สมบูรณ์ที่ต่างกันอยู่คือ $\frac{f_0}{2}$ ถึง f_0 แต่เพราะมีผลตอบสนองอิมพัลส์ที่เท่าเทียมกัน ดังนั้นเพื่อง่ายกับการอ้างอิงถึง จึงได้มีการกำหนดเรียกชื่อแบนด์วิดท์ $\frac{f_0}{2}$ เฮิร์ตซ์ นี้ว่า แบนด์วิดท์ไนควิสต์ (Nyquist Bandwidth)

ปกติฟังก์ชันถ่ายโอนของวงจรกรองความถี่ต่ำผ่านที่สามารถสร้างขึ้นทางปฏิบัติ จะเป็นเพียงค่าประมาณที่ใกล้เคียงกับค่าทางอุดมคติโดยมีคุณสมบัติที่สำคัญ คือการที่จะให้ผลที่ตอบสนองอิมพัลส์มีค่าเป็นศูนย์ที่ทุกขณะเวลาตัวอย่างหนึ่งของฟังก์ชันถ่ายโอนดังกล่าว คือ

$$G(\omega) = \begin{cases} 1, & |\omega| < \frac{\omega_0}{2} - \omega_x \\ \frac{1}{2} \left[1 - \sin \left[\frac{\pi \left(\omega - \frac{\omega_0}{2} \right)}{2\omega_x} \right] \right], & \left| \omega - \frac{\omega_0}{2} \right| < \omega_x \\ 0, & |\omega| > \frac{\omega_0}{2} + \omega_x \end{cases} \quad (3.3)$$

โดยในที่นี้เมื่อ $\omega_x = \frac{\beta\omega_0}{2}$ เมื่อ $0 \leq \beta \leq 1$ และพารามิเตอร์ β นี้มีชื่อว่าตัวประกอบโรลล์ออฟแฟกเตอร์ (Roll-Off Factor) ของฟังก์ชันถ่ายโอน $G(\omega)$

จากสมการที่ (3.3) จะพบว่าแบนด์วิดท์ของ $G(\omega)$ คือ $\frac{(1-\beta)f_0}{2}$ เฮิรตซ์ ดังนั้นจะเห็นได้ว่าเมื่อ $\beta=0$ จะทำให้ $G(\omega)$ กลายเป็นฟังก์ชันถ่ายโอนของวงจรกรองความถี่ต่ำผ่านในอุดมคตินั่นเองที่ $G(\omega)$ เมื่อ $\beta=0, 0.5$ และ 1 แสดงไว้ที่สมการที่ (3.3) เขียนในรูปสมการใหม่ได้เป็น

$$G(\omega) = \frac{1}{2} \left(1 + \cos \left(\frac{\omega}{2f_0} \right) \right) p \left(\frac{\omega}{4\pi f_0} \right) \quad (3.4ก)$$

หรือ

$$G(\omega) = \cos^2 \left(\frac{\omega}{4f_0} \right) p \left(\frac{\omega}{4\pi f_0} \right) \quad (3.4ข)$$

คุณสมบัติตามสมการที่ (3.4ก) และสมการที่ (3.4ข) นี้รู้จักกันในชื่อที่เรียกว่าคุณสมบัติเรสโคไซน์ (Raised Cosine characteristic) หรือคุณสมบัติฟูลโคไซน์โรลออฟ (Full Cosine Roll off Characteristic) ซึ่งมีค่าตอบสนองอิมพัลส์หรือค่าการแปลงฟูเรียร์ผกผันของ $G(\omega)$ เป็น

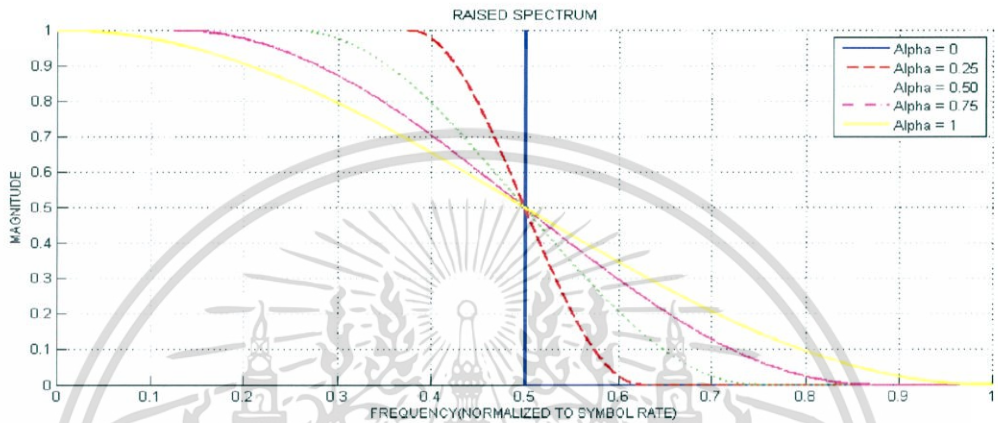
$$g(t) = f \left[Sa(\omega_0 t) + \frac{1}{2} Sa(\omega_0 t - \pi) + \frac{1}{2} Sa(\omega_0 t + \pi) \right] \quad (3.5)$$

โดยใช้สูตร $Sa(x) = \frac{\sin x}{x}$ แทนค่าลงไปในสมการที่ (3.5) และกระจายเทอมจะได้

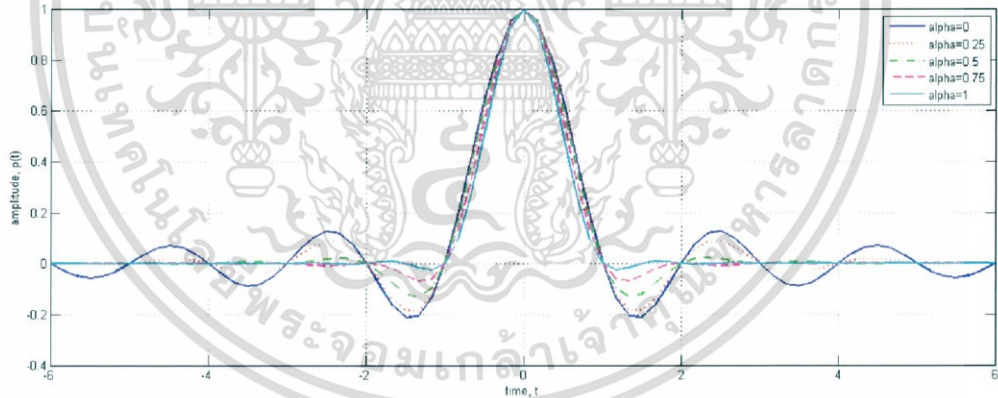
$$g(t) = \frac{f_0}{1 - 4f_0^2 t^2} Sa(\omega_0 t) = f_0 \frac{\cos(\pi f_0 t)}{(1 - (2f_0 t)^2)} Sa \left(\frac{\omega_0 t}{2} \right) \quad (3.6)$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ข้อควรพิจารณาสำหรับ พัลส์เรสโคไซน์ตามสมการที่ (3.6) ก็คือแบนด์วิดท์ของพัลส์มีค่าเท่ากับ f_0 เอิร์ตซ์ ยอดของพัลส์ที่เวลา $t=0$ มีขนาดเท่ากับ f_0 และการออสซิลเลตของขอบฐานของพัลส์ลดลงอย่างรวดเร็ว ในอัตรา $\frac{1}{t^3}$ จึงทำให้เกิดโอเอสไอต่อพัลส์ข้างเคียงมากในทางปฏิบัติ จึงเป็นเหตุให้พัลส์เรสโคไซน์สร้างความดึงดูดใจในการใช้เป็นรูปพัลส์แม่แบบที่จะทำให้เกิดโอเอสไอต่ำ ในระบบการส่งสัญญาณดิจิทัลทั่วไป



รูปที่ 3.1(ก) ภาพสัญญาณเรสโคไซน์



รูปที่ 3.1(ข) ภาพสัญญาณเรสโคไซน์

3.1.3 เรสโคไซน์พัลส์ในโดเมนเวลา

ผลลัพธ์ของวงจรกรอง $H(j\omega)$ ซึ่งตัวส่ง ส่งสัญญาณอินพุต $h(t)$ เข้าสู่ช่องสัญญาณ สมมติว่าเป็น สัญญาณลิเนียร์ ดังนั้นสัญญาณอินพุต $h(t)$ รูปร่างจะไม่เปลี่ยนแปลง ยกเว้นสัญญาณรบกวน (additive noise) จะยังคงปรากฏที่อินพุตของวงจรกรองที่ตัวรับ

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

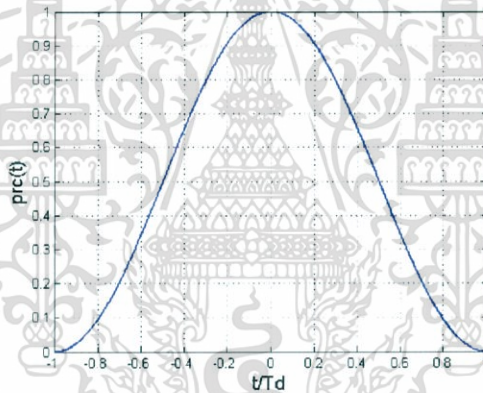
วงจรกรองที่ตัวรับจะทำการจับคู่สัญญาณ ซึ่งตัวสัญญาณจะมีรูปร่างเดียวกันคือ $h(t)$ แต่จะกลับกันในทางเวลา และเลื่อนโดย $2t_d$ ซึ่งที่ t_d คือเวลาที่ที่เลี้ยวระหว่างพัลส์ที่รับเข้ามาและเอาต์พุตที่จุดยอด นั่นคือเวลาที่จุดยอด ดังนั้นผลตอบสนองอิมพัลส์ของวงจรกรองตัวรับ คือ $h(-t + 2t_d)$

ในรูปที่ 3.2(ก) เป็นสัญญาณเรสโคไซน์แบบสมมาตร และในรูปที่ 3.2(ข) คือสัญญาณเรสโคไซน์แบบสมมาตรที่เริ่มที่ 0

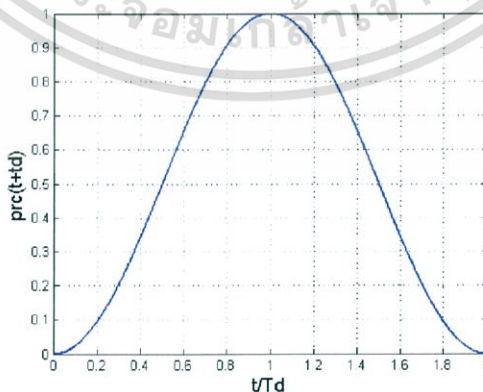
ผลตอบสนองความถี่ของตัวกรองที่คู่กันเป็นสังยุคเชิงซ้อน ของการส่งผ่านสเปกตรัม (spectrum) แบบมัลติพลี (multiplied) โดยตัวประกอบเฟส (phase factor) ถูกแสดงเป็นตัวอย่างที่เลี้ยวของ $2t_d$ ดังนี้

$$H(j\omega)e^{j\omega t_d} = H(j\omega)e^{-j\omega t_d} = (H(j\omega)e^{j\omega t_d}) \quad (3.7)$$

ดังนั้นจำนวน $H(j\omega)e^{j\omega t_d}$ คือจำนวนจริง และสามารถเขียนอย่างง่ายได้เป็น $H(j\omega)e^{j\omega t_d} = |H(j\omega)|e^{-j\omega t_d}$ ซึ่งเหมือนกับ $H(j\omega)e^{j\omega t_d} = |H(j\omega)|$



รูปที่ 3.2(ก) สัญญาณแบบสมมาตร



รูปที่ 3.2(ข) สัญญาณแบบที่ใส่ดีเลย์

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ฟังก์ชันการส่งผ่าน $H(j\omega)$ กับผลตอบสนองอิมพัลส์จริง $h(t)$ ซึ่งสมมาตรเกี่ยวกับ t_d สามารถอธิบายได้เป็น $H(j\omega) = |H(j\omega)| e^{j\phi(j\omega)}$ ยกกำลัง $(j\phi(j\omega))$ ซึ่งที่ $|H(j\omega)|$ คือค่าจริงของการสมมาตรคู่และ $\phi(j\omega)$ คือค่าจริงของการสมมาตรคี่ซึ่ง $\phi(j\omega) = -\omega t_d$

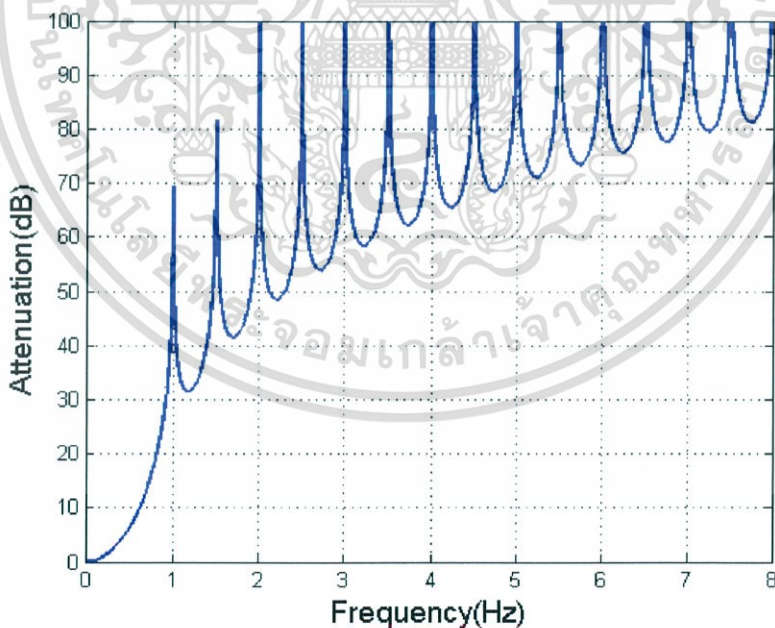
สมมติว่า $h(t)$ คือการสมมาตรที่ t_d และ $h(t) = 0$ เมื่อ $t < 0$ และ $t \geq 2t_d$

$$h(t) = h(-t + 2t_d) \quad (3.8)$$

และจากสมการที่ 3.8 คือเงื่อนไขสำหรับจับคู่ให้เข้ากับวงจรรองในกรณีนี้

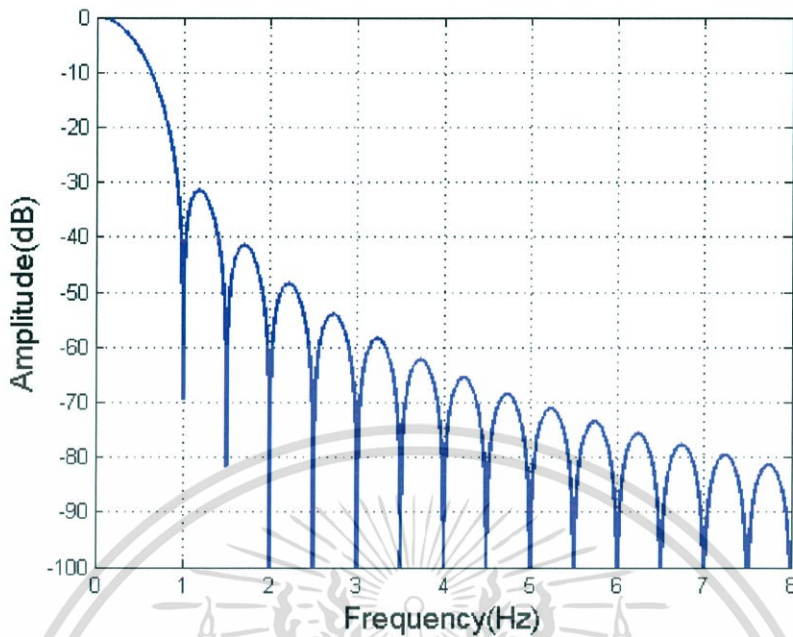
ดังนั้น $H(j\omega)$ คือคู่ของ $H(j\omega)$ และถูกใช้ในตัวกรองสร้างพัลส์ (pulse shaping filter) $H_{Tx}(j\omega) = H(j\omega)$ ที่ตัวส่งสัญญาณ กำหนดให้วงจรรองส่วนรับ เป็น $H_{Rx}(j\omega) = H(j\omega)$ จะเห็นได้ว่า $h(t)$ คืออินพุตพัลส์ของวงจรรองส่วนรับ ซึ่งจะระบุเพื่อที่จะส่งผ่านวงจรรองที่เป็นดีเลย์ทั้งหมดของตัวส่งและตัวรับรวมกันเป็น $2t_d$

ผลตอบสนองแบบอิมพัลส์จริงคือ $h(t)$ สมมาตรถ้าเฟส $\angle H(j\omega)$ เป็นลิเนียร์ในรูปที่ 3.3 และในรูปที่ 3.4 นำไปสู่การออกแบบวงจรรองความถี่ที่เหมาะสม และเป็นการเท่ากันของผลตอบสนองเฟสแบบลิเนียร์



รูปที่ 3.3 การลดทอนของสัญญาณเรสโคไซน์ในโดเมนความถี่

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



รูปที่ 3.4 ขนาดของสัญญาณเรสโคไซน์ในโดเมนเวลา

3.1.4 สรุปสัญญาณเรสโคไซน์ (Raised Cosine Pulse)

ในบทนี้กล่าวถึง ทฤษฎีสัญญาณเรสโคไซน์ซึ่งอยู่ในเกณฑ์ของไนควิสต์ จากลักษณะของเส้นขอบของ $F(s)$ ที่เกิดจากเส้นขอบของไนควิสต์

สัญญาณเรสโคไซน์ ถ้าสัญญาณหรือพัลส์มีอยู่ในช่วงเวลาที่ยาวนานไม่สิ้นสุดคล้ายกัน พัลส์หรือสัญญาณนั้นก็มีความกว้างอย่างไม่มีสิ้นสุด และในทางกลับกันรู้ถ้าสัญญาณใดมีแบนด์วิดท์ที่จำกัดแล้ว สัญญาณนั้นจะต้องมีขึ้นในช่วงเวลาที่ยาวนานไม่สิ้นสุดคล้ายกัน

วงจรรองความถี่ต่ำผ่านที่มีค่าฟังก์ชันถ่ายโอน แบบสมมาตรชนิดที่กับแกนตั้งที่ความถี่จุดตัดของวงจรรองความถี่ตามอุดมคติ นั้นจะมีค่าตอบสนองของอิมพัลส์ดังกล่าว นิยมเรียกกันว่ารูปพัลส์แบบไนควิสต์ ฟังก์ชันถ่ายโอนเหล่านี้จะมีแบนด์วิดท์สมมาตรที่ต่างกันอยู่คือจาก $\frac{f_0}{2}$ ถึง f_0 แต่เพราะมีผลตอบสนองอิมพัลส์ที่เหมือนกัน ดังนั้นเพื่อง่ายกับการอ้างอิงถึง จึงได้มีการกำหนดเรียกชื่อ แบนด์วิดท์ $\frac{f_0}{2}$ เฮิรตซ์ นี้ว่า แบนด์วิดท์ไนควิสต์

วงจรรองที่ตัวรับจะทำการจับคู่สัญญาณ ซึ่งสัญญาณจะมีรูปร่างเดียวกัน แต่จะกลับกันในทางเวลา เวลาที่ตีเลเยร์ระหว่างพัลส์ที่รับเข้ามาและเอาต์พุตที่จุดยอด นั่นคือเวลาที่จุดยอด ดังนั้นจึงเป็นผลตอบสนองอิมพัลส์ของวงจรรอตัวรับ สัญญาณแบบสมมาตรกลายเป็นสัญญาณแบบสมมาตรที่ใส่ตีเลเยร์ สัญญาณแบบสมมาตรที่ผ่านการใส่ตีเลเยร์ ยังเป็นไปตามการเท่ากันด้วย ดังนั้นผลตอบสนองอิมพัลส์จึงนำไปสู่การออกแบบวงจรรองที่เหมาะสมและเป็นการเท่ากันของผลตอบสนองเฟสแบบเชิงเส้น

3.2 ทฤษฎีโพลีโนเมียลแบบเบิร์นสไตน์ (Bernstein Polynomial)

3.2.1 บทนำ

ในบทนี้จะกล่าวถึงขั้นตอนการออกแบบโดยการประยุกต์ใช้พัลส์ทดสอบ ไชนัยกกำลังสองพัลส์ วิเคราะห์ผลของสัญญาณทดสอบต่อระบบสายส่งก่อนดังนี้

$$V_{0(s,x)} = V_{0(s,0)} e^{\frac{-kx}{\sqrt{\pi}} \sqrt{s}} \quad (3.9)$$

$$V_{0(t)} = \frac{kx}{2\pi} \int_0^t \frac{1}{\tau} \left(\frac{3}{2}\right) e^{\frac{-k^2 x^2}{4\pi\tau}} \sin^2 \frac{\pi(t-\tau)}{2T} d\tau \quad (3.10)$$

จากสมการ (3.10) ทำให้เราสามารถพล็อตหาผลลัพธ์ตามคุณสมบัติของโคแอกเซียล เช่น ค่า K และ ระยะความยาวของสาย (X) เป็นต้น โดยการออกแบบวงจรจะต้องตระหนักถึงอย่างมากคือเฟสเชิงเส้น (Linear Phase) โดยปกติจะแก้ปัญหาเฟสไม่เป็นเชิงเส้นโดยการเลือกทฤษฎีการประมาณค่าที่นำมาออกแบบวงจร แต่ในบทนี้จะนำเสนอทฤษฎีการประมาณค่าแบบเบิร์นสไตน์ หรือ เบิร์นสไตน์โพลีโนเมียล เพื่อใช้ในการออกแบบวงจร ซึ่งมีลักษณะเด่นในการออกแบบคือได้วงจรรอนความถี่ที่มีความราบเรียบที่สุด (Maximally Flat) ประกอบกับข้อได้เปรียบอื่น ๆ เช่น สามารถควบคุมคุณลักษณะทางขนาด และ เฟส ความเป็นเชิงเส้นของเฟส ความยืดหยุ่นในการเปลี่ยนแปลงเฟส โดยใช้พารามิเตอร์ 3 ตัวในการควบคุม คือ n k และ ε ดังนั้นในบทนี้จะกล่าวถึงทฤษฎีเบิร์นสไตน์ การประยุกต์ใช้โพลีโนเมียลแบบเบิร์นสไตน์ออกแบบวงจร และผลจากการปรับเปลี่ยนพารามิเตอร์ที่ใช้ควบคุม

3.2.2 โพลีโนเมียลแบบเบิร์นสไตน์ (Bernstein Polynomials)

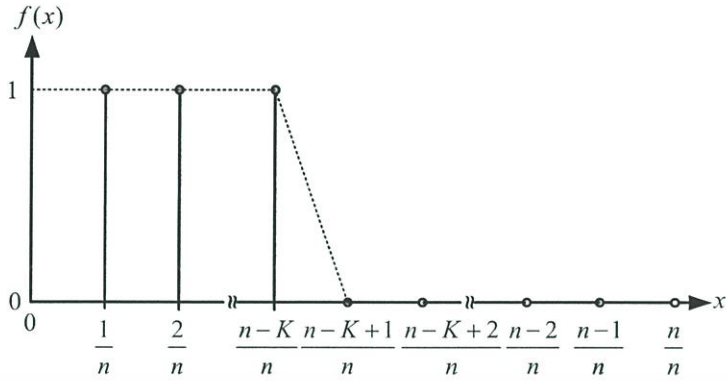
โพลีโนเมียลแบบเบิร์นสไตน์ (Bernstein Polynomials) เกิดขึ้นจากทฤษฎีการประมาณที่มีรูปแบบฟังก์ชันแบบต่อเนื่อง ($f(x)$) ในช่วงปิดที่ $[0, 1]$ โพลีโนเมียลแบบเบิร์นสไตน์ อันดับที่ n^{th} ($n \geq 1$)

$$B_n(f; x) = \sum_{i=0}^n f\left(\frac{i}{n}\right) \binom{n}{i} x^i (1-x)^{n-i} \quad (3.11)$$

เมื่อ $i = 0, 1, \dots, n$ และ $\binom{n}{i} = \frac{n!}{(n-i)!i!}$

พิจารณาฟังก์ชัน $f(x)$ ในที่นี้ทำการประมาณฟังก์ชันให้เป็นแบบความถี่ต่ำผ่าน (Low-pass Function) มีขอบเขตอยู่ที่ $[0, 1]$ เพราะฉะนั้นฟังก์ชัน $f\left(\frac{i}{n}\right)$ i จึงมีค่าไม่เกิน n แสดงดังรูปที่ 3.13

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



รูปที่ 3.5 ฟังก์ชันความถี่ต่ำผ่าน

เมื่อ K คือจำนวนจุดที่ไม่ต่อเนื่องทางเวลาที่ทำให้ฟังก์ชันการประมาณมีค่าเป็นศูนย์ ดังนั้นเขียนฟังก์ชันการประมาณความถี่ต่ำผ่านได้เป็น

$$f\left(\frac{i}{n}\right) = \begin{cases} 1, & 0 \leq i \leq n-K \\ 0, & n-K+1 \leq i \leq n \end{cases} \quad (3.12)$$

แทนสมการที่ (3.12) ลงในสมการที่ (3.11) จะได้

$$B_{n,K}(f;x) = \sum_{i=0}^{n-K} \binom{n}{i} x^i (1-x)^{n-i} \quad (3.13)$$

จากสมการที่ (3.13) สามารถจัดรูปสมการใหม่โดยใช้พหุนามเมียลแบบ Herrmann

$$\begin{aligned} B_{n,K}(f;x) &= (1-x)^K \sum_{i=0}^{n-K} \binom{n}{i} x^i (1-x)^{n-i} (1-x)^{-K} \\ &= (1-x)^K \sum_{i=0}^{n-K} \binom{n}{i} x^i (1-x)^{n-i-K} \end{aligned} \quad (3.14)$$

จัดรูปให้เข้าใจง่ายขึ้นเพื่อการนำไปใช้ในการแก้สมการทางคณิตศาสตร์

$$B_{n,K}(f;x) = (1-x)^K \sum_{i=0}^{n-K} \binom{K+i-1}{i} x^i \quad (3.15)$$

ทำการแปลง (Transformation) x จากช่วง $[0, 1]$ ให้เป็น Ω ที่มีช่วงหรือขอบเขตอยู่ที่ $[0, \infty]$

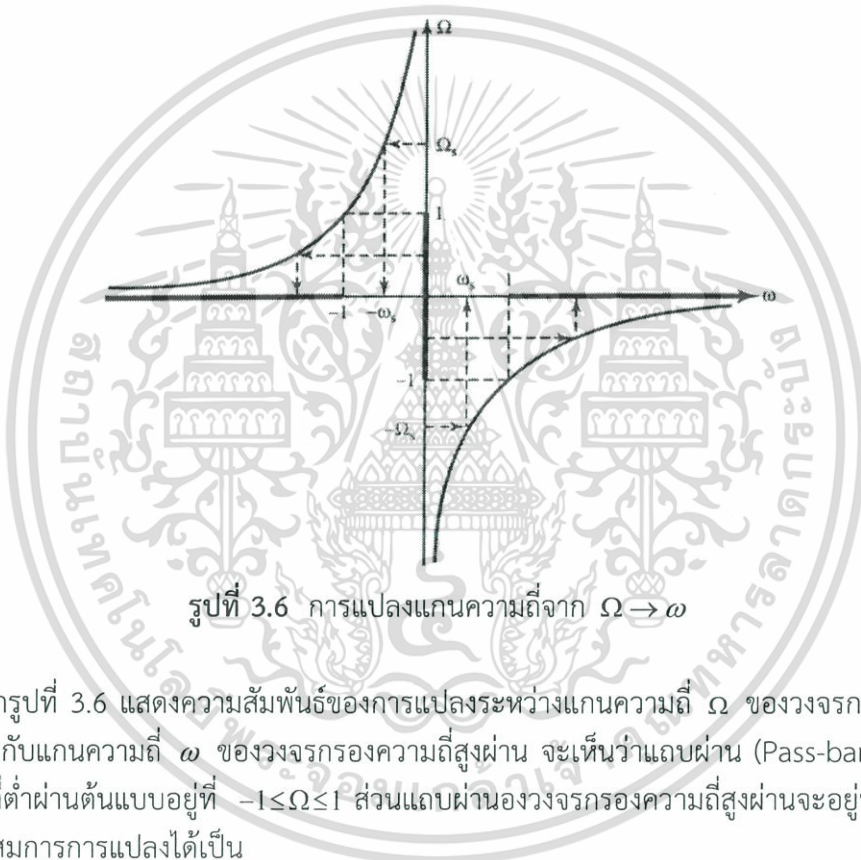
$$x = \frac{\Omega^2}{1+\Omega^2} \quad (3.16)$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

นำสมการที่ (3.16) แทนลงในสมการที่ (3.15) ได้เป็น

$$B_{n,K}(f; \Omega) = \frac{\sum_{i=0}^{n-K} \binom{n}{i} \Omega^{2i}}{(1 + \Omega^2)^n} \quad (3.17)$$

จากสมการที่ (3.17) Ω เป็นแกนความถี่ (Ω -axis) ของวงจรกรองความถี่ต่ำผ่านต้นแบบ (Low-pass Prototype Filter) ซึ่งสามารถแปลงเข้าสู่วงจรกรองความถี่สูงผ่าน (Low-pass to High-pass Transformation) แสดงดังรูปที่ 3.6



รูปที่ 3.6 การแปลงแกนความถี่จาก $\Omega \rightarrow \omega$

จากรูปที่ 3.6 แสดงความสัมพันธ์ของการแปลงระหว่างแกนความถี่ Ω ของวงจรกรองความถี่ต่ำผ่านต้นแบบกับแกนความถี่ ω ของวงจรกรองความถี่สูงผ่าน จะเห็นว่าแถบผ่าน (Pass-band) ของวงจรกรองความถี่ต่ำผ่านต้นแบบอยู่ที่ $-1 \leq \Omega \leq 1$ ส่วนแถบผ่านของวงจรกรองความถี่สูงผ่านจะอยู่ที่ $1 \leq \omega \leq -1$ ดังนั้นเขียนสมการการแปลงได้เป็น

$$\Omega = -\frac{1}{\omega} \quad (3.18)$$

นำสมการที่ (3.18) แทนลงในสมการที่ (3.17) จะได้

$$B_{n,K}(\omega) = \frac{\sum_{i=0}^{n-K} \binom{n}{i} \left(\frac{1}{\omega}\right)^{2i}}{\left(1 + \frac{1}{\omega^2}\right)^n} \quad (3.19)$$

ฟังก์ชันถ่ายโอน (Transfer Function) แทนด้วย $N(s)$ สามารถหาได้จากคุณลักษณะทางขนาดยกกำลังสอง (Magnitude-squared Characteristics) แทนด้วย $|N(s)|^2$ แสดงดังสมการ

$$|N(s)|^2 = N(s) \cdot N(-s) \quad (3.20)$$

เพราะฉะนั้นในที่นี้จะเริ่มหาฟังก์ชันถ่ายโอนจากคุณลักษณะทางขนาดยกกำลังสองของวงจรรองความถี่ต่ำผ่าน (Low-pass Magnitude-squared Characteristics) ด้วยเหตุเพราะสามารถทำการแปลงเป็นวงจรรองความถี่ชนิดต่าง ๆ ได้ด้วยวิธีการแปลงความถี่ (Frequency Transformation) แสดงดังสมการ

$$|N(j\omega)|^2 = \frac{H_0^2}{1 + \varepsilon^2 B^2(\omega)} \quad (3.21)$$

โดยที่ $B(\omega)$ คือเบิร์นสไตน์โพลีโนเมียลในสมการที่ (3.11) นำไปแทนลงในสมการที่ (3.13) จะได้

$$|N(j\omega)|^2 = \frac{H_0^2}{1 + \varepsilon^2 \left[\frac{\sum_{i=0}^{n-K} \binom{n}{i} \left(\frac{1}{\omega}\right)^{2i}}{\left(1 + \frac{1}{\omega^2}\right)^n} \right]^2} \quad (3.22)$$

จัดรูปสมการใหม่ได้เป็น

$$|N(j\omega)|^2 = \frac{H_0^2 \cdot (1 + \omega^2)^{2n}}{(1 + \omega^2)^{2n} + \varepsilon^2 \omega^{4n} \left(\sum_{i=0}^{n-K} \binom{n}{i} \left(\frac{1}{\omega}\right)^{2i} \right)^2} \quad (3.23)$$

สมการที่ (3.23) เรียกว่าฟังก์ชันถ่ายโอนทางขนาดยกกำลังสองของวงจรรองความถี่ต่ำผ่านที่ได้จากเบิร์นสไตน์โพลีโนเมียล จากนั้นนำสมการที่ได้มาหาค่าโพล (Poles) และซีโร (Zeros) โดยการแทนค่า $\omega = s/j$ แล้วแก้สมการเลือกค่าโพลและซีโรเป็นที่ทราบกันดีว่าถ้าต้องการให้ระบบมีความเสถียรภาพ

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

(Stable System) และมีเฟสต่ำสุด (Minimum Phase) จะต้องเลือกค่าโพลและ ซีโรทางซ้ายของระนาบ s (s -plane) ดังนั้นจะได้ฟังก์ชันถ่ายโอนที่มีรูปแบบเป็นฟังก์ชันเศษส่วน (Rational Function)

$$N(s) = \frac{a_0 + a_1s + a_2s^2 + \dots + a_{m-1}s^{m-1} + a_ms^m}{b_0 + b_1s + b_2s^2 + \dots + b_{m-1}s^{m-1} + b_ms^m} \quad (3.24)$$

เมื่อ $m = 2n$ เป็นอันดับของฟังก์ชันถ่ายโอน

จากสมการที่ (3.23) จะได้เศษเป็น $(s+1)^{2n}$ เพราะฉะนั้นเลือกค่าซีโร $s = -1$ นั้นเอง สำหรับค่าโพลสามารถเลือกได้จากการกำหนดค่าพารามิเตอร์ 3 ตัว คือ n k และ ε ของตัวส่วน สรุปได้ว่าการปรับเปลี่ยนหรือเลือกค่าพารามิเตอร์ n k และ ε นั้น สามารถปรับคุณลักษณะทางขนาดและเฟสที่ต้องการได้ โดยจะขอกกล่าวถึงรายละเอียดของการปรับพารามิเตอร์ควบคุมทั้งสามในหัวข้อถัดไป

3.2.3 การออกแบบวงจรรองความถี่แอนาล็อก โดยใช้เบรินสไตน์โพลีโนเมียล

การออกแบบวงจรรองความถี่แอนาล็อกความถี่ต่ำผ่านอันดับ 4 โดยใช้โพลีโนเมียลแบบเบรินสไตน์ ในเบื้องต้นได้กำหนดพารามิเตอร์ต่าง ๆ ไว้ดังนี้ คือ $n=2$ $k=1$ และ $\varepsilon=10$ นำไปแทนลงในสมการที่ (3.23) จะได้ฟังก์ชันถ่ายโอนทางขนาดยกกำลังสองของวงจรรองความถี่ต่ำผ่านคือ

$$|N(s)|^2 = \frac{H_0^2 \cdot (1-s^2)^4}{(1+\varepsilon^2)s^8 + (-4-4\varepsilon^2)s^6 + (6+4\varepsilon^2)s^4 - 4s^2 + 1} \quad (3.25)$$

ในที่นี้เลือกค่า $\varepsilon = 10$ จะได้

$$|N(s)|^2 = \frac{H_0^2 \cdot (1-s^2)^4}{101s^8 - 404s^6 + 406s^4 - 4s^2 + 1} \quad (3.26)$$

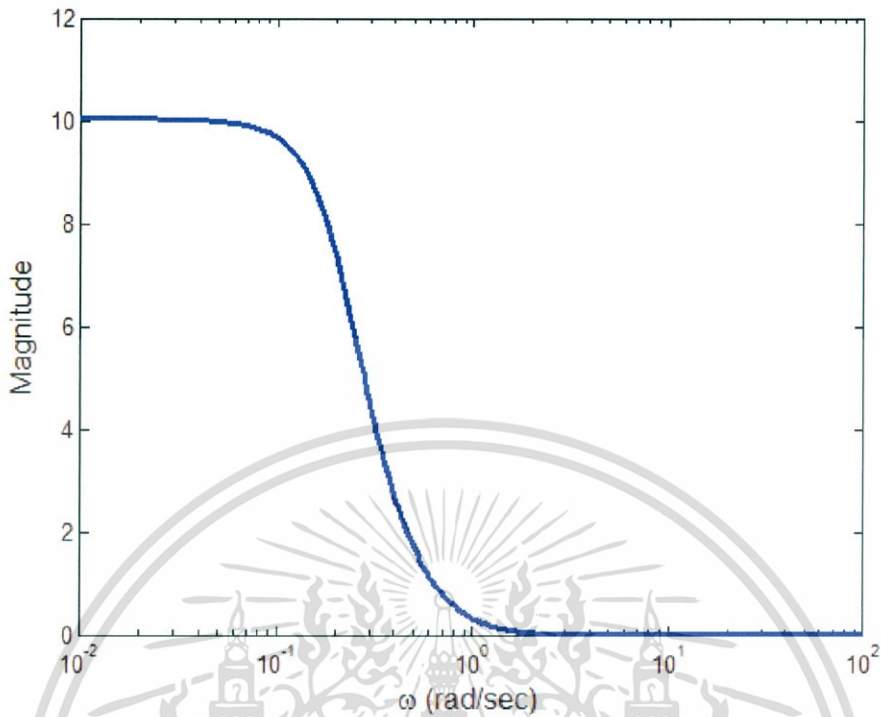
ทำการเลือกค่าโพลและซีโรทางซ้ายของระนาบ s จะได้ฟังก์ชันถ่ายโอนของวงจรรองความถี่ต่ำผ่านแบบเบรินสไตน์ อันดับ 4 ดังนี้

$$N(s) = \frac{H_0 \cdot (1+s)^4}{s^4 + 3.1532s^3 + 2.9714s^2 + 0.7941s + 0.0995} \quad (3.27)$$

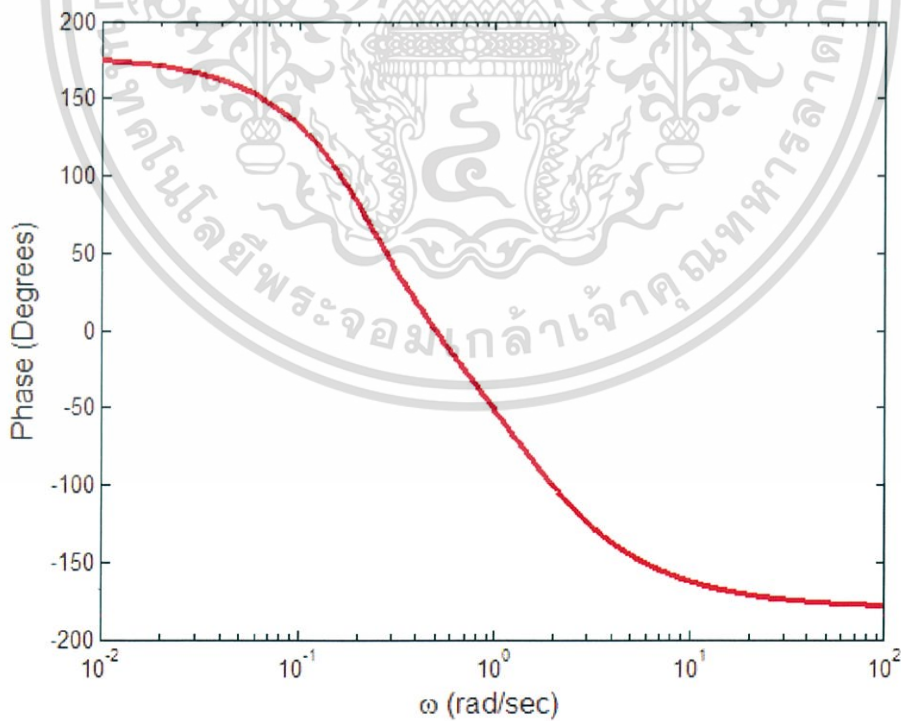
เมื่อ H_0 คือค่าคงที่ที่ใช้กำหนดขนาด

นำสมการที่ (3.27) ทำการพล็อตกราฟผลตอบสนองทางความถี่ โดยสมมติให้ $H_0 = 1$ แสดงดัง รูปที่ 3.7 รูปที่ 3.8 และ รูปที่ 3.9 ตามลำดับ

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

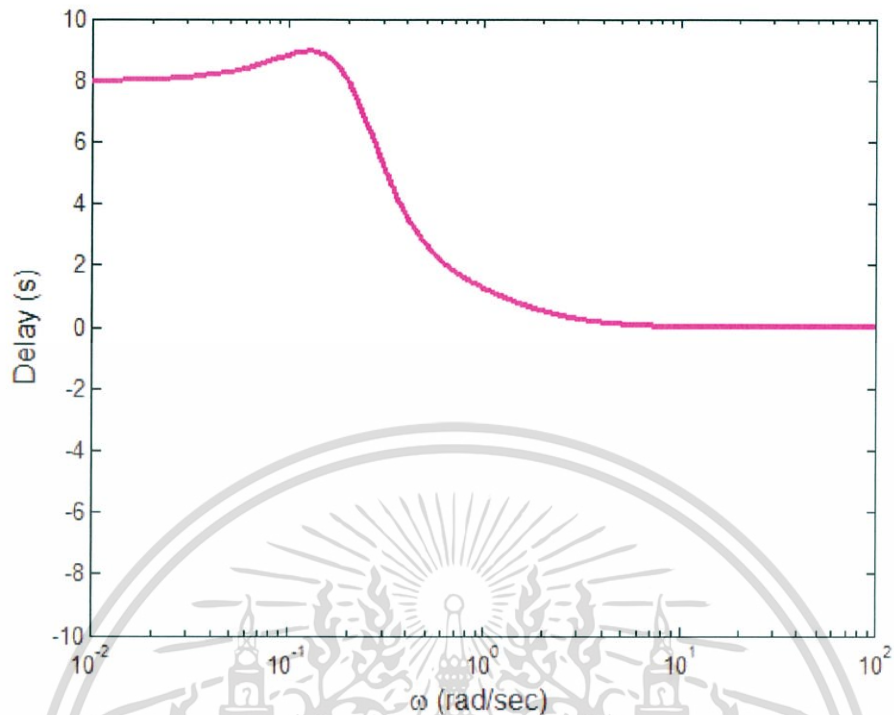


รูปที่ 3.7 ผลตอบสนองทางขนาดของวงจรกรองความถี่ต่ำผ่านแบบเบิร์ตน์สไตน์ อันดับ 4



รูปที่ 3.8 ผลตอบสนองทางเฟสของวงจรกรองความถี่ต่ำผ่านแบบเบิร์ตน์สไตน์ อันดับ 4

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



รูปที่ 3.9 ผลตอบสนองทางเวลาประวิงของวงจรรองความถี่ต่ำผ่านแบบเบียร์นส์ไตร์น อันดับ 4

รูปที่ 3.7 แสดงผลตอบสนองทางขนาดของวงจรรองความถี่ต่ำผ่านแบบเบียร์นส์ไตร์น อันดับ 4 จะเห็นว่ากราฟมีความราบเรียบที่สุดทางขนาด (Maximally Flat Magnitude) ทั้งในย่านความถี่แถบผ่าน (Pass-band) และความถี่แถบหยุด (Stop-band) ดังนั้นสามารถนำไปประยุกต์ใช้ในการควบคุมระบบได้ดี เช่น วงจรชดเชยสัญญาณ (Compensating Circuits) รูปที่ 3.8 แสดงผลตอบสนองทางเฟสของวงจรรองความถี่ต่ำผ่านแบบเบียร์นส์ไตร์น อันดับ 4 จะเห็นว่ากราฟมีเฟสเชิงเส้น (Linear Phase) และ รูปที่ 3.9 แสดงผลตอบสนองทางเวลาประวิงของวงจรรองความถี่ต่ำผ่านแบบเบียร์นส์ไตร์น อันดับ 4 จะเห็นว่ากราฟมีความราบเรียบทางเวลาประวิง (Maximally Flat Delay) และยังมีคุณลักษณะใกล้เคียงค่าคงที่ (Constant Delay Characteristics) เป็นผลต่อเนื่องจากการมีเฟสเชิงเส้นนั่นเอง ซึ่งเป็นคุณสมบัติที่สำคัญของการใช้งานวงจรรองความถี่แบบแอนาล็อก เพราะฉะนั้นสามารถนำไปใช้ประโยชน์ในด้านการประมวลผลสัญญาณ (Signal Processing) และการประมวลผลภาพ (Image Processing) นอกจากนี้คุณลักษณะเด่นหลัก ๆ ทางขนาด เฟส และเวลาประวิงของวงจรรองความถี่แบบเบียร์นส์ไตร์นแล้ว ยังมีข้อได้เปรียบอีกหลายประการเมื่อเทียบกับวงจรรองความถี่แบบอื่น ซึ่งจะกล่าวต่อไป

3.2.3.1 การปรับเปลี่ยนค่าพารามิเตอร์ ε

การเปรียบเทียบผลตอบสนองทางความถี่ของวงจรรองความถี่ต่ำผ่านแบบเบียร์นส์ไตร์น อันดับ 4 โดยกำหนดให้ $n=2$ และ $k=1$ แล้วทำการปรับเปลี่ยนค่าพารามิเตอร์ ε จะได้ผลแสดงดังรูปที่ 3.10 รูปที่ 3.11 และ รูปที่ 3.12 ตามลำดับ

การเปรียบเทียบผลตอบสนองทางขนาดของวงจรรองความถี่ต่ำผ่านแบบเบิร์ตสไตน์ เมื่อปรับเปลี่ยนค่าพารามิเตอร์ ε เป็นดังนี้ $\varepsilon=0.1$ $\varepsilon=1$ $\varepsilon=10$ และ $\varepsilon=100$ ส่วนค่าคงที่ H_0 จะกำหนดค่าให้มีขนาดสูงสุดเป็น 7.5 เท่ากันทุกเงื่อนไข ฟังก์ชันถ่ายโอนแสดงได้ดังสมการที่ (3.28) สมการที่ (3.29) สมการที่ (3.30) และสมการที่ (3.31) ตามลำดับ

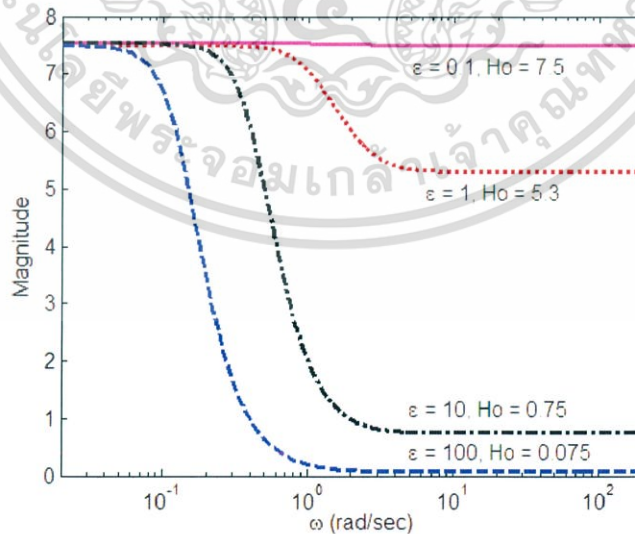
$$N(s) = \frac{(7.5) \cdot (1+s)^4}{s^4 + 3.9966s^3 + 5.9864s^2 + 3.9842s + 0.995} \quad (3.28)$$

$$N(s) = \frac{(5.3) \cdot (1+s)^4}{s^4 + 3.7856s^3 + 5.1654s^2 + 3.0504s + 0.7071} \quad (3.29)$$

$$N(s) = \frac{(0.75) \cdot (1+s)^4}{s^4 + 3.1532s^3 + 2.9714s^2 + 0.7941s + 0.0995} \quad (3.30)$$

$$N(s) = \frac{(0.075) \cdot (1+s)^4}{s^4 + 2.9288s^3 + 2.2889s^2 + 0.2149s + 0.01} \quad (3.31)$$

นำสมการที่ได้มาพล็อตเปรียบเทียบผลตอบสนองทางขนาดได้ดัง รูปที่ 3.10 จากรูปจะเห็นว่ามีความราบเรียบที่สุดทางขนาดในย่านความถี่แถบผ่านและแถบหยุด นอกจากนั้นการสตทอนในย่านความถี่แถบหยุดยังสามารถปรับเปลี่ยนได้โดยขึ้นอยู่กับค่าพารามิเตอร์ ε นั้นเอง



รูปที่ 3.10 การเปรียบเทียบผลตอบสนองทางขนาด เมื่อเปลี่ยนค่าพารามิเตอร์ ε

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

รูปที่ 3.11 แสดงการเปรียบเทียบผลตอบสนองทางเฟสของวงจรรองความถี่ต่ำผ่านแบบเบิร์ต สไตน์ เมื่อปรับเปลี่ยนค่าพารามิเตอร์ ε เป็นดังนี้ $\varepsilon=0.5$ $\varepsilon=1.5$ $\varepsilon=2.5$ $\varepsilon=3.5$ $\varepsilon=10$ และ $\varepsilon=15$ ส่วนค่าคงที่ $H_0=1$ ฟังก์ชันถ่ายโอนแสดงได้ดังสมการที่ (3.32) สมการที่ (3.33) สมการที่ (3.34) สมการที่ (3.35) สมการที่ (3.36) และสมการที่ (3.37) ตามลำดับ

$$N(s) = \frac{(1+s)^4}{s^4 + 3.9259s^3 + 5.7063s^2 + 3.6617s + 0.8944} \quad (3.32)$$

$$N(s) = \frac{(1+s)^4}{s^4 + 3.6607s^3 + 4.7004s^2 + 2.5388s + 0.5547} \quad (3.33)$$

$$N(s) = \frac{(1+s)^4}{s^4 + 3.4915s^3 + 4.0952s^2 + 1.8957s + 0.3714} \quad (3.34)$$

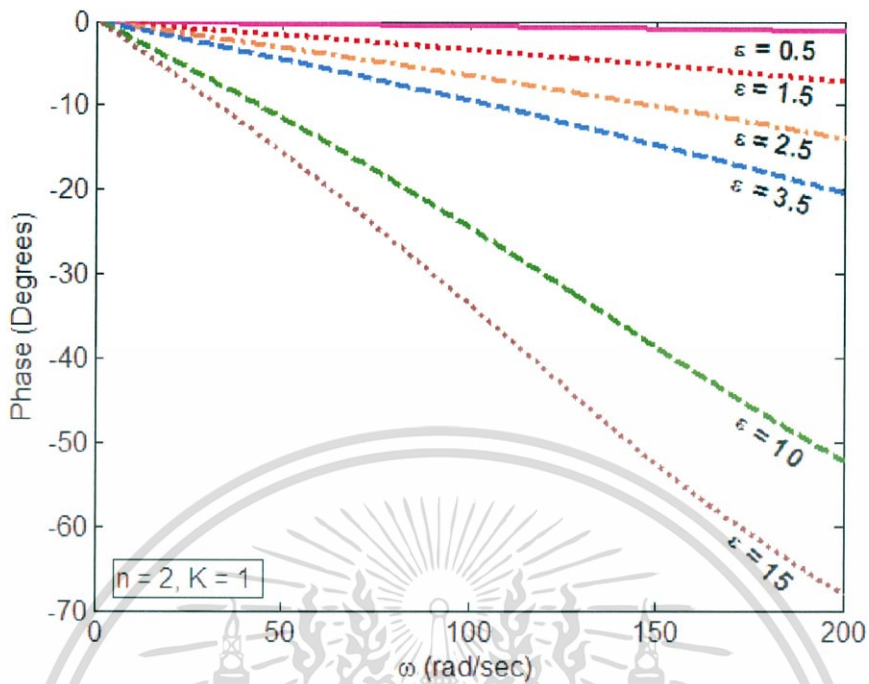
$$N(s) = \frac{(1+s)^4}{s^4 + 3.3891s^3 + 3.7432s^2 + 1.5358s + 0.2747} \quad (3.35)$$

$$N(s) = \frac{(1+s)^4}{s^4 + 3.1533s^3 + 2.9716s^2 + 0.7943s + 0.0995} \quad (3.36)$$

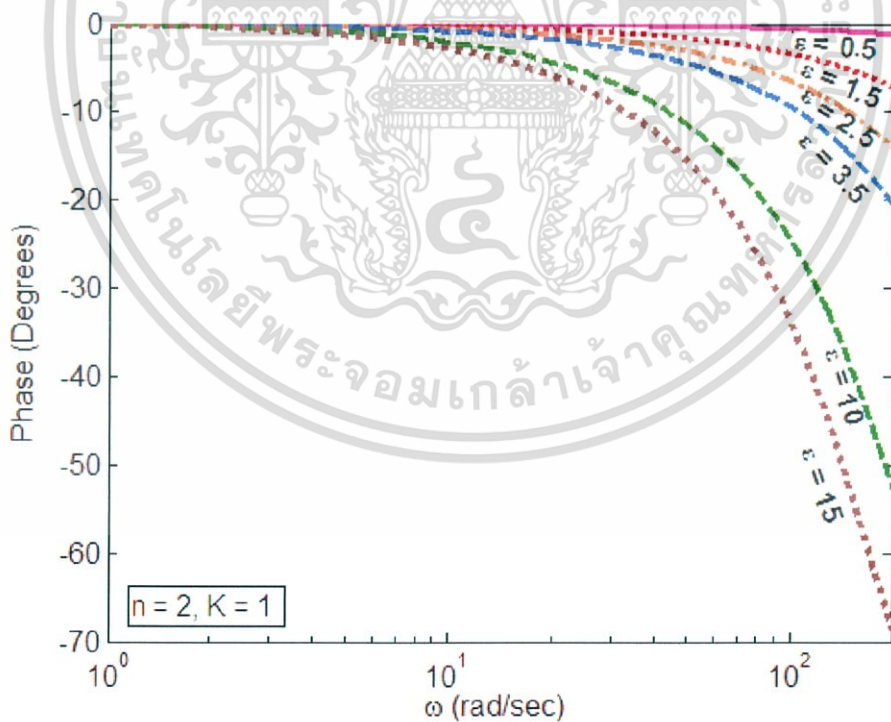
$$N(s) = \frac{(1+s)^4}{s^4 + 3.0917s^3 + 2.7793s^2 + 0.6225s + 0.0665} \quad (3.37)$$

นำสมการที่ได้มาพล็อตเปรียบเทียบผลตอบสนองทางเฟสได้ดัง รูปที่ 3.11 (ก) แสดงในสเกลเชิงเส้น (Linear Scale) และ รูปที่ 3.11 (ข) แสดงในสเกลกึ่งล็อก (Semi-log Scale) จะเห็นได้ว่ามีเฟสเชิงเส้นทุกเงื่อนไข นอกจากนี้สโลปของเฟสยังสามารถปรับเปลี่ยนได้โดยขึ้นอยู่กับค่าพารามิเตอร์ ε

รูปที่ 3.12 แสดงการเปรียบเทียบผลตอบสนองทางเวลาประวิงของวงจรรองความถี่ต่ำผ่านแบบเบิร์ต สไตน์ เมื่อปรับเปลี่ยนค่าพารามิเตอร์ ε เป็นดังนี้ $\varepsilon=0.5$ $\varepsilon=1.5$ $\varepsilon=2.5$ $\varepsilon=3.5$ $\varepsilon=10$ และ $\varepsilon=15$ ส่วนค่าคงที่ $H_0=1$ โดยฟังก์ชันถ่ายโอนจะเหมือนกับในกรณีพิจารณาเฟสใน รูปที่ 3.11 นั้นเอง โดย รูปที่ 3.12(ก) แสดงในสเกลเชิงเส้น และ รูปที่ 3.12(ข) แสดงในสเกลกึ่งล็อก จะเห็นได้ว่ามีความราบเรียบที่สุดทางเวลาประวิง และยังมีคุณสมบัติเป็นค่าคงที่ทุกเงื่อนไข

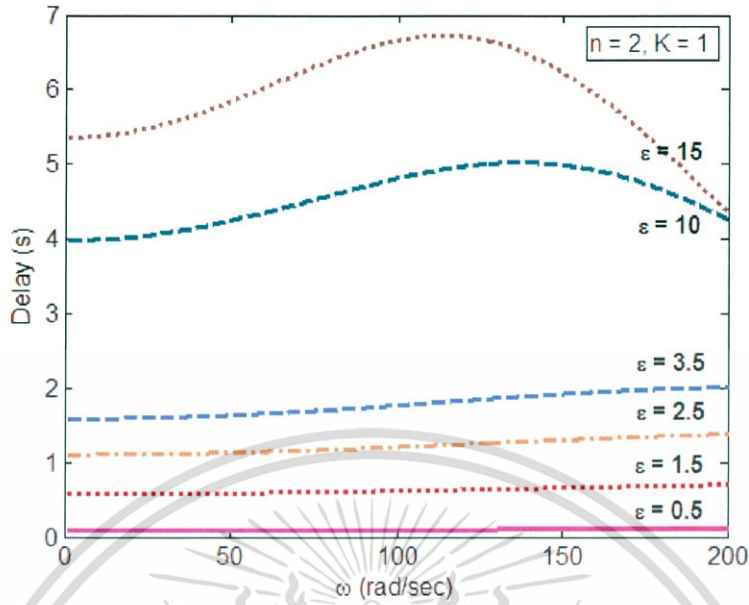


รูปที่ 3.11(ก) การเปรียบเทียบผลตอบสนองทางเฟสเมื่อเปลี่ยนค่าพารามิเตอร์ ε แบบสเกลเชิงเส้น

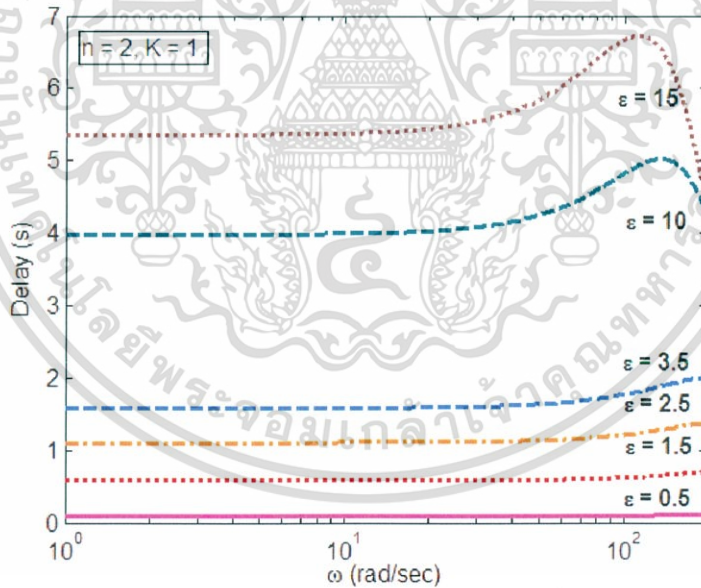


รูปที่ 3.11(ข) การเปรียบเทียบผลตอบสนองทางเฟสเมื่อเปลี่ยนค่าพารามิเตอร์ ε แบบสเกลกึ่งล็อก

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



รูปที่ 3.12(ก) การเปรียบเทียบผลตอบสนองทางเวลาประวิงเมื่อเปลี่ยนค่าพารามิเตอร์ ε แบบสเกลเชิงเส้น



รูปที่ 3.12 (ข) การเปรียบเทียบผลตอบสนองทางเวลาประวิงเมื่อเปลี่ยนค่าพารามิเตอร์ ε แบบสเกลกึ่งล็อก

สรุป ข้อดีของวงจรรองความถี่แบบเบรินสไตน์ คือ สามารถปรับเปลี่ยนการลดทอนในช่วงความถี่แถบหยุด ปรับเปลี่ยนสโลปของเฟส และปรับความราบเรียบทางเวลาประวิงให้มากขึ้นตามต้องการ โดยการปรับเปลี่ยนค่าพารามิเตอร์ ε

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

3.2.3.2 การปรับเปลี่ยนค่าพารามิเตอร์ K

การเปรียบเทียบผลตอบสนองทางความถี่ของวงจรรองความถี่ต่ำผ่านแบบเบียร์นส์ไตร์น อันดับ 4 เมื่อปรับเปลี่ยนค่าพารามิเตอร์ให้ $K=1$ และ $K=2$ โดยกำหนดให้ $n=2$ และ $\varepsilon=5$ เพราะฉะนั้นฟังก์ชันถ่ายโอนแสดงได้ดังสมการที่ (3.38) และสมการ (3.39) ตามลำดับ

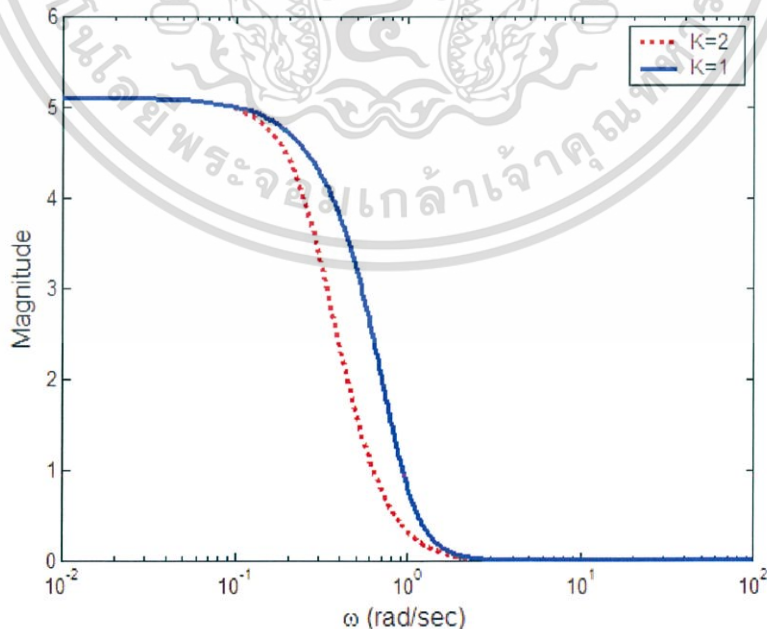
$$N(s) = \frac{(1+s)^4}{s^4 + 3.2948s^3 + 3.4280s^2 + 1.2241s + 0.1961} \quad (3.38)$$

$$N(s) = \frac{(1+s)^4}{s^4 + 1.9883s^3 + 1.8997s^2 + 0.9481s + 0.1961} \quad (3.39)$$

รูปที่ 3.13 แสดงการเปรียบเทียบผลตอบสนองทางขนาดของวงจรรองความถี่ต่ำผ่านแบบเบียร์นส์ไตร์น เมื่อปรับเปลี่ยนค่าพารามิเตอร์ $K=1$ และ $K=2$ จะเห็นว่ามีควมราบเรียบที่สุดทางขนาดในย่านความถี่แถบผ่านและแถบหยุด แต่จะแตกต่างกันในช่วงความถี่เปลี่ยน (Transition Band)

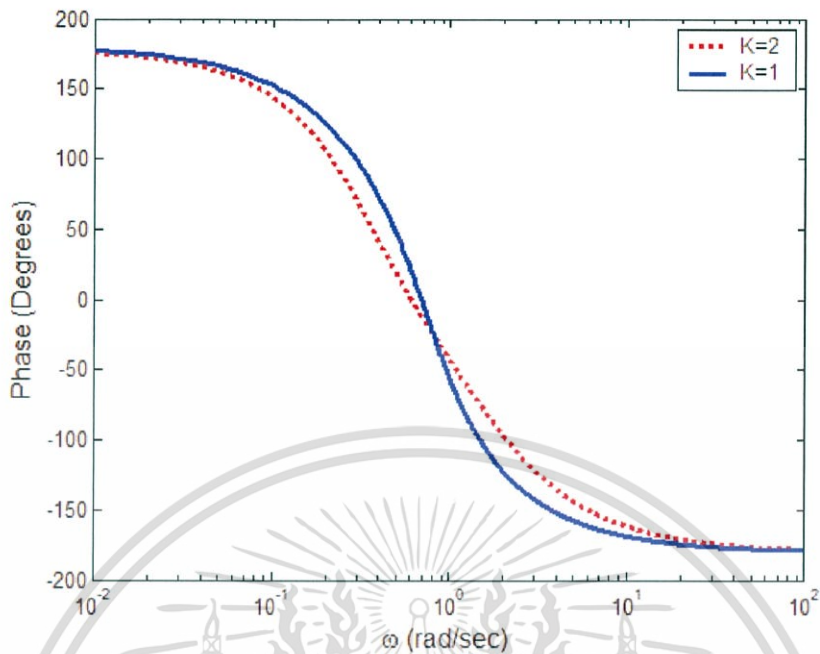
รูปที่ 3.14 แสดงการเปรียบเทียบผลตอบสนองทางเฟสของวงจรรองความถี่ต่ำผ่านแบบเบียร์นส์ไตร์น เมื่อปรับเปลี่ยนค่าพารามิเตอร์ $K=1$ และ $K=2$ จะเห็นว่ามีเฟสเชิงเส้น แต่จะมีสโลปของเฟสแตกต่างกันเล็กน้อย

รูปที่ 3.15 แสดงการเปรียบเทียบผลตอบสนองทางเวลาประวิงของวงจรรองความถี่ต่ำผ่านแบบเบียร์นส์ไตร์น เมื่อปรับเปลี่ยนค่าพารามิเตอร์ $K=1$ และ $K=2$ จะเห็นว่าการปรับเปลี่ยนค่าพารามิเตอร์ K ทำให้เกิดความราบเรียบทางเวลาประวิงมากขึ้น

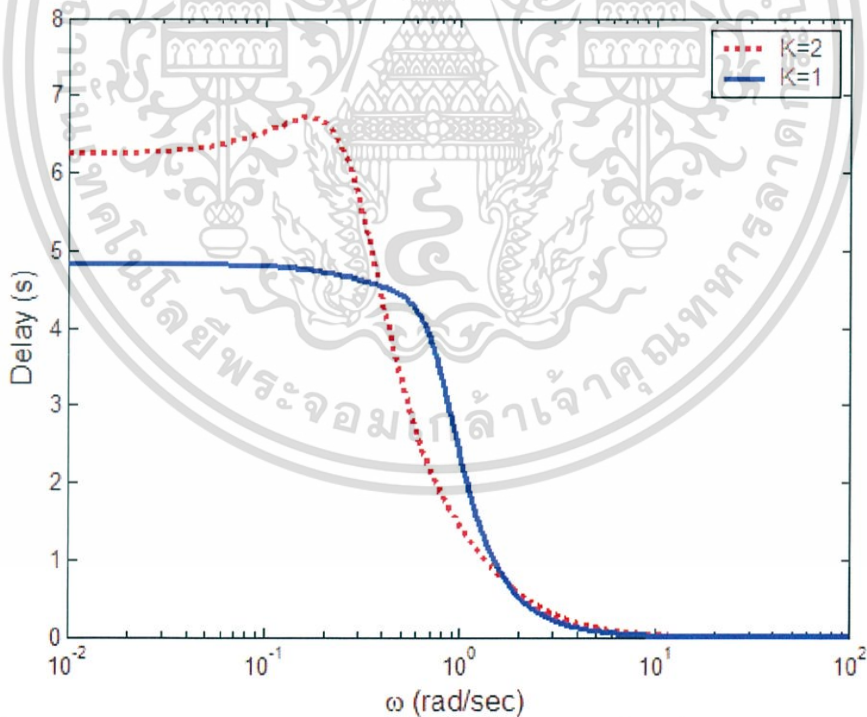


รูปที่ 3.13 การเปรียบเทียบผลตอบสนองทางขนาด เมื่อเปลี่ยนค่าพารามิเตอร์ K

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



รูปที่ 3.14 การเปรียบเทียบผลตอบสนองทางเฟส เมื่อเปลี่ยนค่าพารามิเตอร์ K



รูปที่ 3.15 การเปรียบเทียบผลตอบสนองทางเวลาประวิง เมื่อเปลี่ยนค่าพารามิเตอร์ K

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

สรุป ข้อดีของวงจรรองความถี่แบบเบิร์นสไตน์ คือสามารถปรับเปลี่ยนสโลปหรือความชันของขนาด และเฟสได้ตามการใช้งาน และสามารถปรับความราบเรียบทางเวลาประวิงให้มากขึ้นได้ โดยการปรับเปลี่ยนค่าพารามิเตอร์ K

3.3 ขั้นตอนการออกแบบ

การออกแบบวงจรรองความถี่ จากการประมาณสัญญาณเรสโคไซน์โดยวิธีของ โพลีโนเมียลแบบเบิร์นสไตน์ ดังรูปที่ 1.2 บล็อกไดอะแกรม ความสัมพันธ์โพลีโนเมียลแบบเบิร์นสไตน์รวมกับการสะท้อนของสัญญาณแบบคู่



จากบล็อกไดอะแกรมดังกล่าวเมื่อนำอินพุตคือสัญญาณที่ได้การประมาณสัญญาณเรสโคไซน์โดยวิธีของ โพลีโนเมียลแบบเบิร์นสไตน์และการสะท้อนของสัญญาณแบบคูมารวมกันสัญญาณเอาต์พุตที่ได้ต้องไม่เกิดการสะท้อนของสัญญาณ

บทที่ 4

การออกแบบเรสโคไซน์ (Raised Cosine)

4.1 เรสโคไซน์พัลส์ [2]

ทรานสเฟอร์ฟังก์ชันของเรสโคไซน์หาได้จาก

$$H(\omega) = \begin{cases} A & 0 \leq \omega \leq c \\ A \cos^2 \left[\frac{\tau(\omega - c)}{4\alpha} \right] & c \leq \omega \leq d \\ 0 & \omega > c \end{cases} \quad (4.1)$$

เมื่อ τ คือ ช่วงเวลาของพัลส์
 α คือสัมประสิทธิ์ม้วนออก(roll off factor)
 c เท่ากับ $\frac{\pi(1-\alpha)}{\tau}$
 d เท่ากับ $\frac{\pi(1+\alpha)}{\tau}$

การตอบสนองความถี่สำหรับเรสโคไซน์พัลส์แสดงในรูปที่ 4.1

เพื่อให้ง่ายต่อการเข้าใจ กำหนดค่าสัมประสิทธิ์ม้วนออก $\alpha=1$, $A=1$ และ $\tau=1$ ดังนั้น สมการที่ 4.1 จึงกลายเป็น

$$\tilde{H}(\omega) = \cos^2 \left(\frac{\omega\tau}{4} \right) \quad (4.2)$$

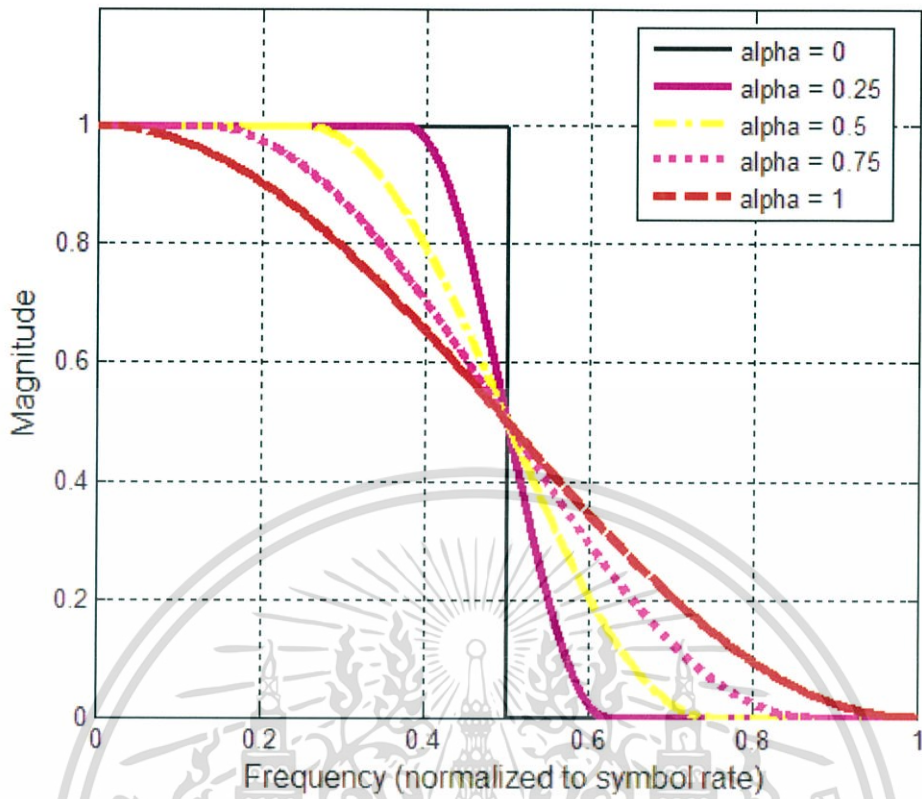
การตอบสนองอิมพัลส์สำหรับเรสโคไซน์พัลส์จากสมการที่ 4.1 และ 4.2 จะได้ผลลัพธ์ตามสมการดังต่อไปนี้

$$h(t) = \frac{\sin \left(\frac{\pi t}{\tau} \right)}{\left(\frac{\pi t}{\tau} \right)} \left[\frac{\cos \left(\frac{\pi \alpha t}{\tau} \right)}{1 - \left(\frac{2\alpha t}{\tau} \right)^2} \right] \quad (4.3)$$

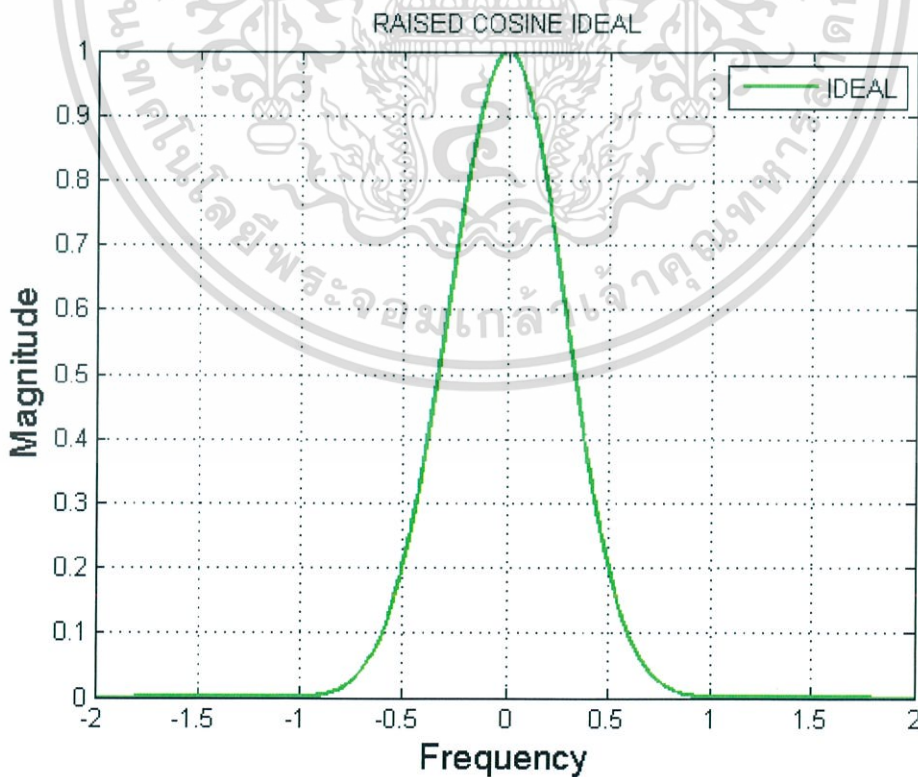
และ

$$\tilde{h}(t) = \frac{\sin(\pi t)}{(\pi t)} \left[\frac{\cos(\pi t)}{1 - (2t)^2} \right] \quad (4.4)$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



รูปที่ 4.1 การตอบสนองความถี่สำหรับเรสโคไซน์พัลส์



รูปที่ 4.2 เรสโคไซน์ในอุดมคติ (IDEAL)

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

4.2 โพลีโนเมียลแบบไบโนเมียล

พิจารณาฟังก์ชันเรสโคไซน์ได้จากการขยายตัวไบโนเมียลของ $\cos^{2k}(\theta)$ เป็น

$$|F_n(y)|^2 = \frac{1}{D_n(y^2)} = \left\{ 1 - \left(\frac{y}{\alpha} \right)^2 \right\}^k \quad (4.5)$$

ที่ $0 \leq \frac{y}{\alpha} < 1$

โดยกำหนดให้ $y = \alpha \sin \theta$ และ

$$1 - \left(\frac{y}{\alpha} \right)^2 = \cos^2(\theta) \quad (4.6)$$

ดังนั้น,

$$\left\{ 1 - \left(\frac{y}{\alpha} \right)^2 \right\}^{-k} = 1 + k \left(\frac{y}{\alpha} \right)^2 + \frac{k(k+1)\dots(k+n-1)}{n!} \left(\frac{y}{\alpha} \right)^{2n} + \dots \quad (4.7)$$

สำหรับ $k=1$,

$$\left\{ 1 - \left(\frac{y}{\alpha} \right)^2 \right\}^{-1} = 1 + \left(\frac{y}{\alpha} \right)^2 + \left(\frac{y}{\alpha} \right)^4 + \dots + \left(\frac{y}{\alpha} \right)^{2n} \quad (4.8)$$

แทนสมการ 4.7 ลงในสมการที่ 4.5 จะได้

$$|F_n(y)|^2 = \frac{1}{\sum_{i=0}^n \frac{\Gamma(k+i)}{i! \Gamma(k)} \left(\frac{y}{\alpha} \right)^{2i}} \quad (4.9)$$

เพื่อความเข้าใจสำหรับเรสโคไซน์พัลส์ จะแปลงช่วงเวลาได้ดังต่อไปนี้

$$y^2 = \frac{\Omega^2}{1 + \Omega^2} \quad (4.10)$$

โดยกำหนดค่าให้ $n=3$, $k=1$ และแทนสมการ 4.10 ลงในสมการที่ 4.9 จะได้

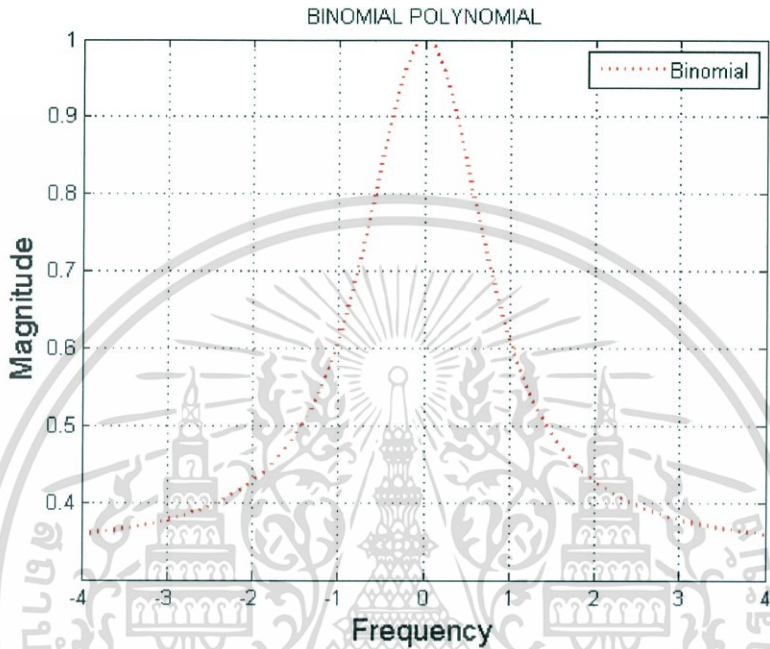
$$|F_3(\Omega)|^2 = \frac{1}{1 + \frac{1}{\alpha^2} \left(\frac{\Omega^2}{1 + \Omega^2} \right) + \frac{1}{\alpha^4} \left(\frac{\Omega^2}{1 + \Omega^2} \right)^2 + \frac{1}{\alpha^6} \left(\frac{\Omega^2}{1 + \Omega^2} \right)^3} \quad (4.11)$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

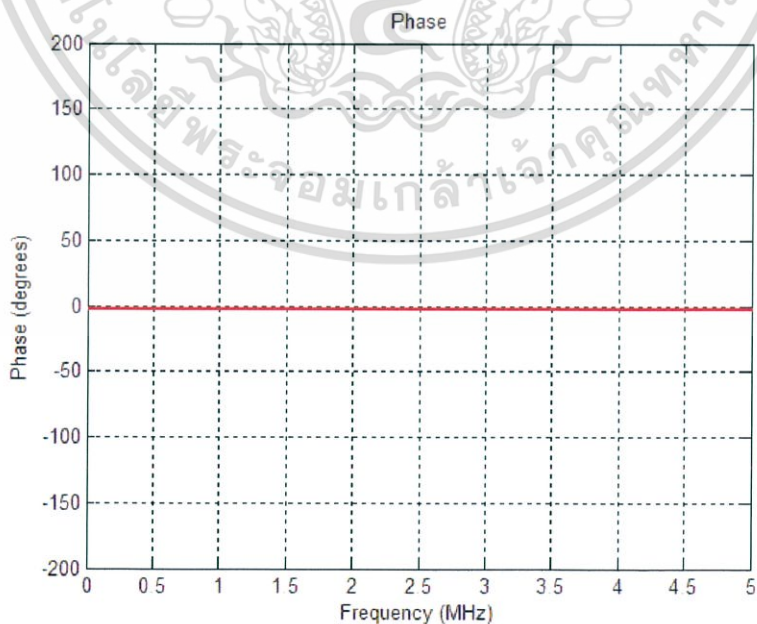
สำหรับ $\alpha=0.9$ แทนใน 4.11 จะได้เป็น

$$|F_3(\Omega)|^2 = \frac{(1 + \Omega^2)^3}{1 + 3.81\Omega^2 + 5.276\Omega^4 + 2.996\Omega^6} \quad (4.12)$$

การตอบสนองต่อขนาด 4.12 พล็อตกราฟได้ดังรูป 4.3

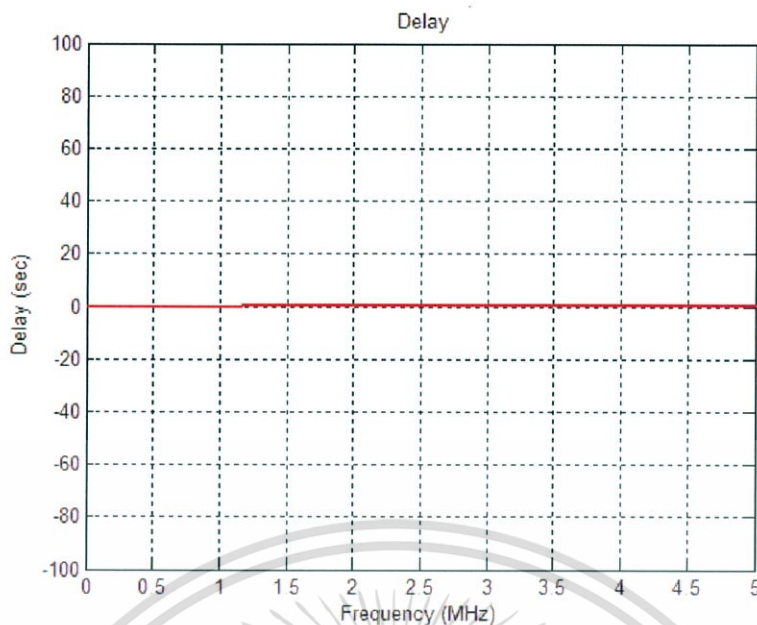


รูปที่ 4.3 การตอบสนองต่อขนาดของโพลีโนเมียลแบบไบโนเมียล



รูปที่ 4.4 กราฟเฟสของโพลีโนเมียลไบโนเมียล

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



รูปที่ 4.5 กราฟดีเลย์ของโพลีโนเมียลไบโนเมียล

4.3 โพลีโนเมียลแบบเบียร์นสไตน์ (Bernstein Polynomials) [6]

การประมาณเรสโคไซน์พัลส์ใช้โพลีโนเมียลแบบเบียร์นสไตน์ลำดับที่ n ดังต่อไปนี้

$$B_n(f; x) = \sum_{i=0}^n f\left(\frac{i}{n}\right) \binom{n}{i} x^i (1-x)^{n-i} \quad (4.13)$$

เมื่อ $f(x)$ คือ ฟังก์ชันกำหนดไว้ในช่วงเวลา $(0,1)$ การประมาณฟังก์ชันของเรสโคไซน์พัลส์ แสดงดังรูปที่ 1 และฟังก์ชันจะแสดงดังนี้

$$f(x) = \cos^2(x) \quad (4.14)$$

สมการที่(4.14) จะได้สมการดังนี้

$$T_n(f; x) = \frac{1}{B_n(f; x)} = \cos^2(x) \quad (4.15)$$

จากสมการ(4.14) กำหนด คือ

$$y = \alpha \sin(x) \quad (4.16)$$

$$\left(\frac{y}{\alpha}\right)^2 = \sin^2(x) \quad (4.17)$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$\left\{1 - \left(\frac{y}{\alpha}\right)^2\right\} = \cos^2(x) \quad (4.18)$$

แทนสมการที่ 4.18 ลงในสมการที่ 4.15 จะได้

$$B_n(f; y^2) = \sum_{i=0}^n \left\{1 - \left(\frac{i}{\alpha n}\right)^2\right\}^{-1} \binom{n}{i} y^{2i} (1-y^2)^{n-i} \quad (4.19)$$

4.3.1 การประมาณค่าโพลีโนเมียลแบบเบียร์นสไตน์ลำดับที่ 2

4.3.1.1 กำหนดให้ $\alpha = \frac{1}{0.8}$

เมื่อทรานสเฟอร์ฟังก์ชันเป็นลำดับที่ 2 ดังนั้น สมการที่ 4.19 จะได้

$$B_n(f; y^2) = 1 + 0.3810y^2 + 0.3968y^4 \quad (4.20)$$

แทนสมการที่ 4.20 ลงในสมการที่ 4.15 จะได้

$$T(f; y^2) = \frac{1}{1 + 0.3810y^2 + 0.3968y^4} \quad (4.21)$$

ทรานสเฟอร์ฟังก์ชันของเรโซแนนซ์ฟิลส์สามารถหาได้โดยการเปลี่ยนแปลงช่วงเวลา

$$y^2 = (\alpha^2) \frac{\Omega^2}{1 + \Omega^2} \quad (4.22)$$

นำสมการที่ 4.22 แทนลงในสมการที่ 4.21 จะได้ดังนี้

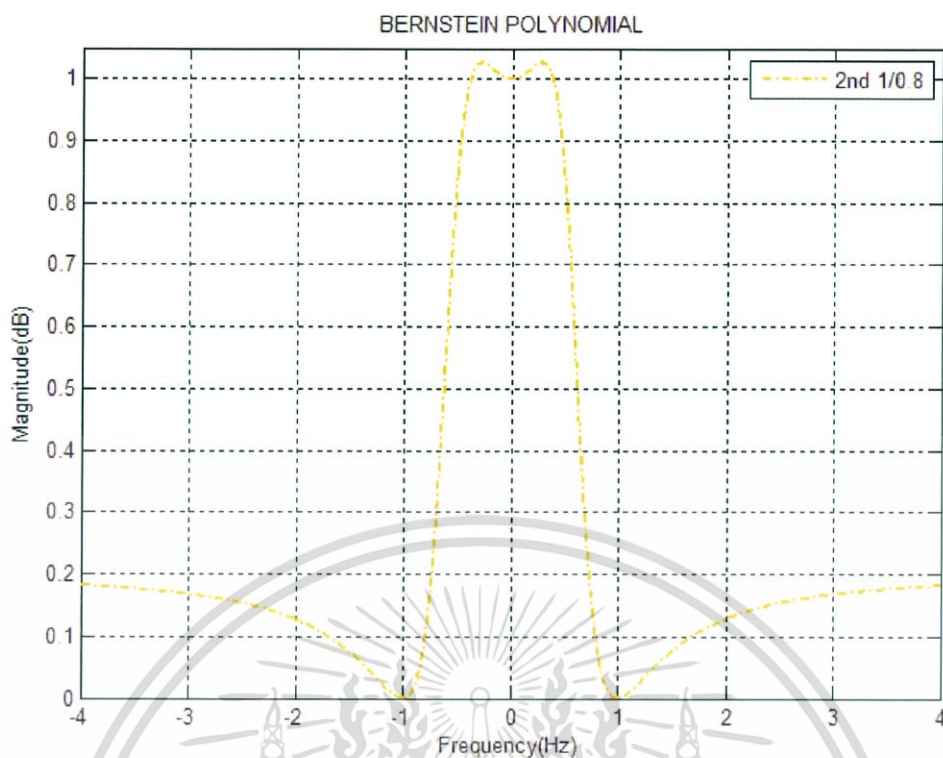
$$|F_2(\Omega)|^2 = \frac{1 + 2\Omega^2 + \Omega^4}{1 + 2.5953\Omega^2 + 5.0055\Omega^4} \quad (4.23)$$

โดยให้ $s^2 = -\Omega^2$ ทรานสเฟอร์ฟังก์ชันสามารถหาได้ดังนี้

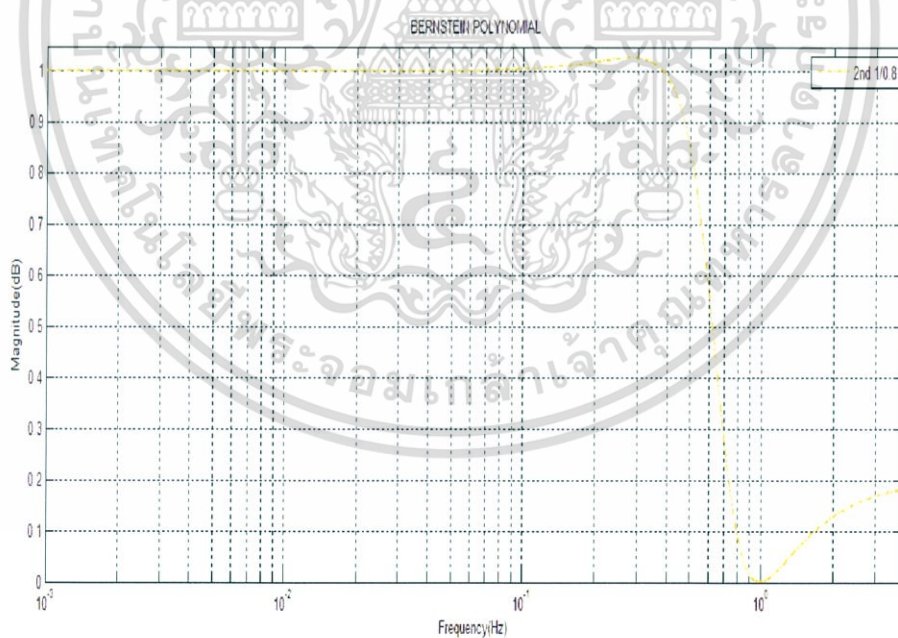
$$T(f; s^2) = \frac{1 + 2s^2 + s^4}{1 + 2.5953s^2 + 5.0055s^4} \quad (4.24)$$

เมื่อนำมาพล็อตกราฟจะได้ดังนี้

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

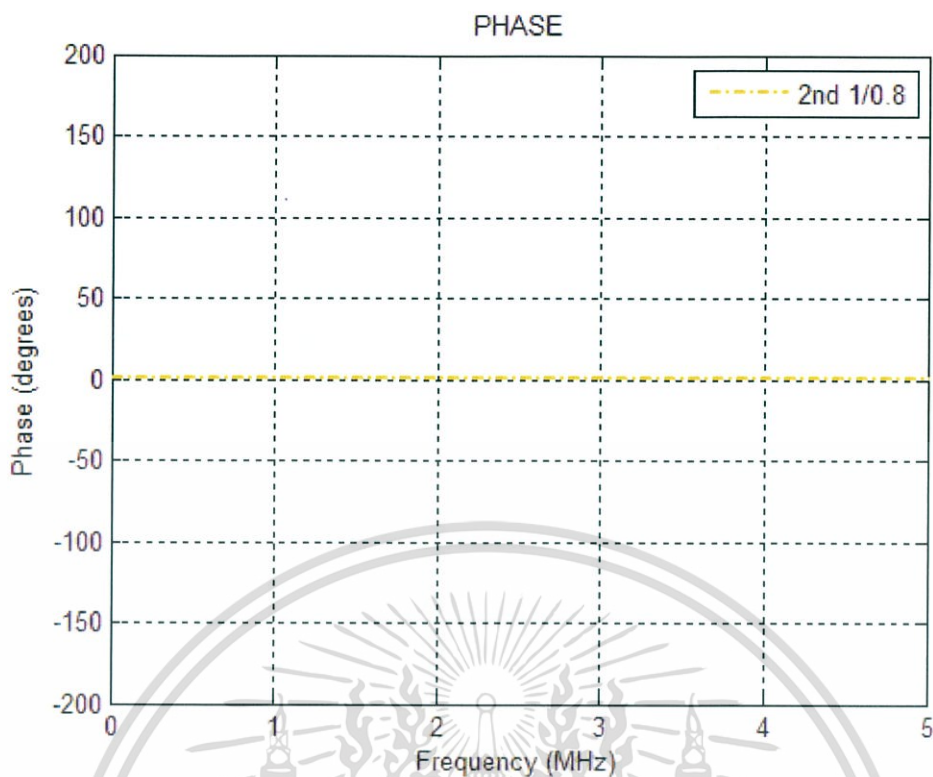


รูปที่ 4.6 กราฟโพลีโนเมียลแบบเบิร์นสไตน์ลำดับที่ 2 เมื่อ $\alpha = \frac{1}{0.8}$

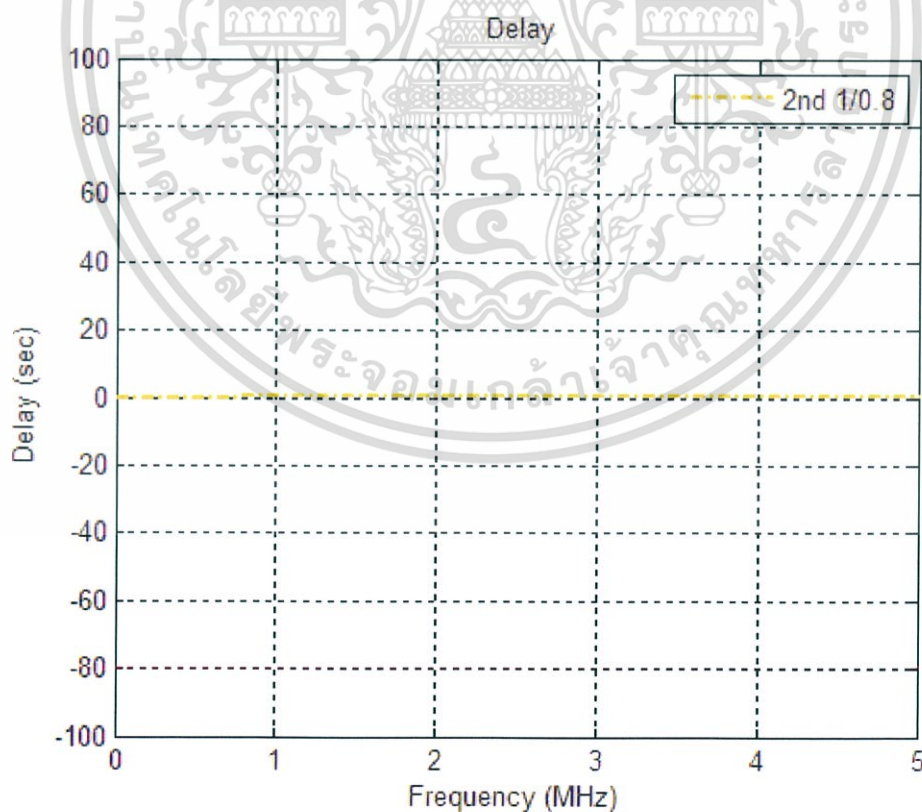


รูปที่ 4.7 กราฟ log ของโพลีโนเมียลแบบเบิร์นสไตน์ลำดับที่ 2 เมื่อ $\alpha = \frac{1}{0.8}$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



รูปที่ 4.8 กราฟเฟสของโพลีโนเมียลแบบเบียร์นสไตน์ลำดับที่ 2 เมื่อ $\alpha = \frac{1}{0.8}$



รูปที่ 4.9 กราฟดีเลย์ของโพลีโนเมียลแบบเบียร์นสไตน์ลำดับที่ 2 เมื่อ $\alpha = \frac{1}{0.8}$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$4.3.1.2 \text{ กำหนดให้ } \alpha = \frac{1}{0.99}$$

เมื่อทรานสเฟอร์ฟังก์ชันเป็นลำดับที่ 2 ดังนั้น สมการที่ 4.19 จะได้

$$B_n(f; y^2) = 1 + 0.6490y^2 + 47.6023y^4 \quad (4.25)$$

แทนสมการที่ 4.25 ลงในสมการที่ 4.15 จะได้

$$T(f; y^2) = \frac{1}{1 + 0.6490y^2 + 47.6023y^4} \quad (4.26)$$

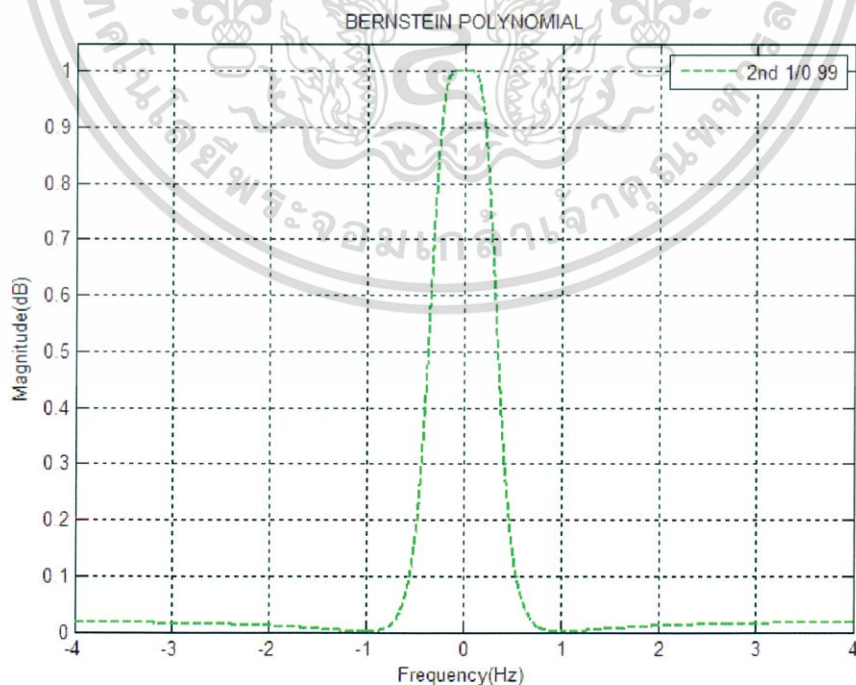
ทรานสเฟอร์ฟังก์ชันของเรสโคไซน์พัลส์สามารถหาได้โดยการเปลี่ยนแปลงช่วงเวลา ดังสมการที่ 4.22 นำสมการที่ 4.22 แทนลงในสมการที่ 4.26 จะได้ดังนี้

$$|F_2(\Omega)|^2 = \frac{1 + 2\Omega^2 + \Omega^4}{1 + 2.6622\Omega^2 + 51.2172\Omega^4} \quad (4.27)$$

โดยให้ $s^2 = -\Omega^2$ ทรานสเฟอร์ฟังก์ชันสามารถหาได้ดังนี้

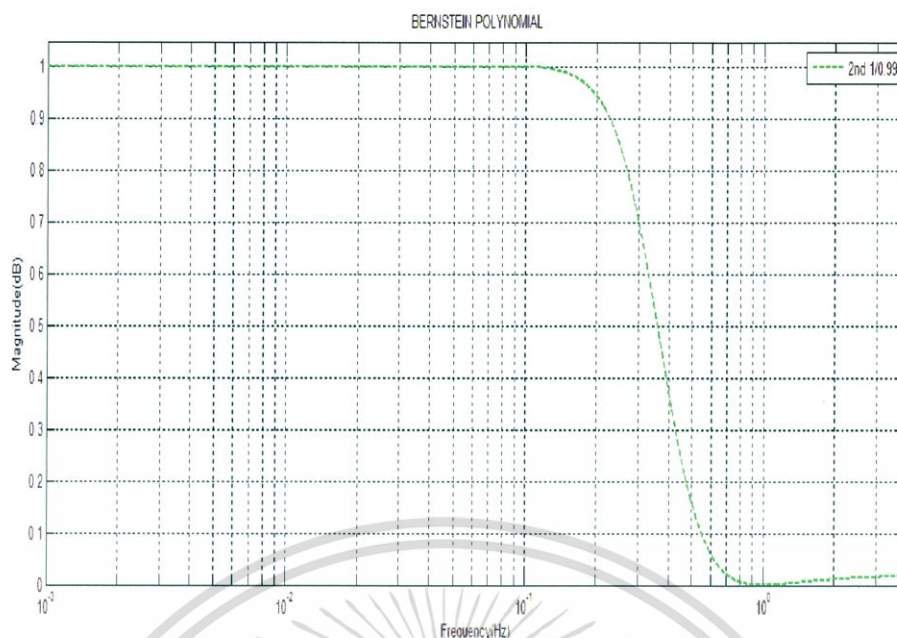
$$T(f; s^2) = \frac{1 + 2s^2 + s^4}{1 + 2.6622s^2 + 51.2172s^4} \quad (4.28)$$

เมื่อนำมาพล็อตกราฟจะได้ดังนี้

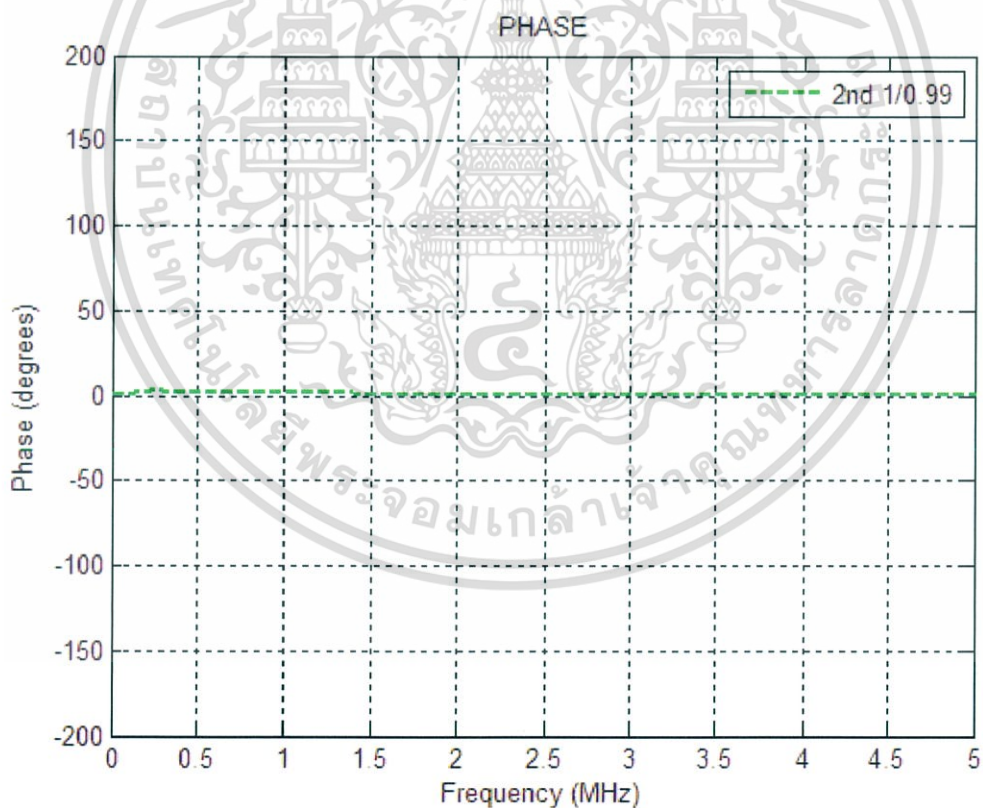


รูปที่ 4.10 กราฟโพลีโนเมียลแบบเบิร์นสไตน์ลำดับที่ 2 เมื่อ $\alpha = \frac{1}{0.99}$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

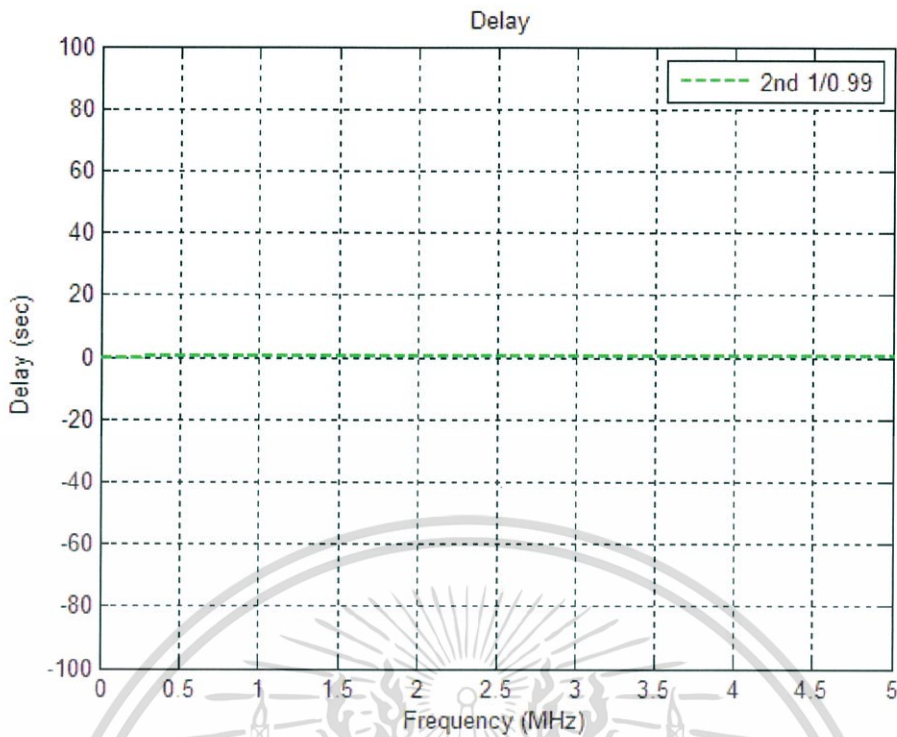


รูปที่ 4.11 กราฟ log ของโพลีโนเมียลแบบเบิร์นสไตน์ลำดับที่ 2 เมื่อ $\alpha = \frac{1}{0.99}$



รูปที่ 4.12 กราฟเฟสของโพลีโนเมียลแบบเบิร์นสไตน์ลำดับที่ 2 เมื่อ $\alpha = \frac{1}{0.99}$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



รูปที่ 4.13 กราฟดีเลย์ของโพลีโนเมียลแบบเบียร์สไตน์ลำดับที่ 2 เมื่อ $\alpha = \frac{1}{0.99}$

4.3.1.3 กำหนดให้ $\alpha = \frac{1}{0.9999}$

เมื่อทรานสเฟอร์ฟังก์ชันเป็นลำดับที่ 2 ดังนั้น สมการที่ 4.19 จะได้

$$B_n(f; y^2) = 1 + 0.6665y^2 + 4998.5835y^4 \quad (4.29)$$

แทนสมการที่ 4.29 ลงในสมการที่ 4.15 จะได้

$$T(f; y^2) = \frac{1}{1 + 0.6665y^2 + 4998.5835y^4} \quad (4.30)$$

ทรานสเฟอร์ฟังก์ชันของเรสโคไซน์พัลส์สามารถหาได้โดยการเปลี่ยนแปลงช่วงเวลา ดังสมการที่ 4.22 นำสมการที่ 4.22 แทนลงในสมการที่ 4.30 จะได้ดังนี้

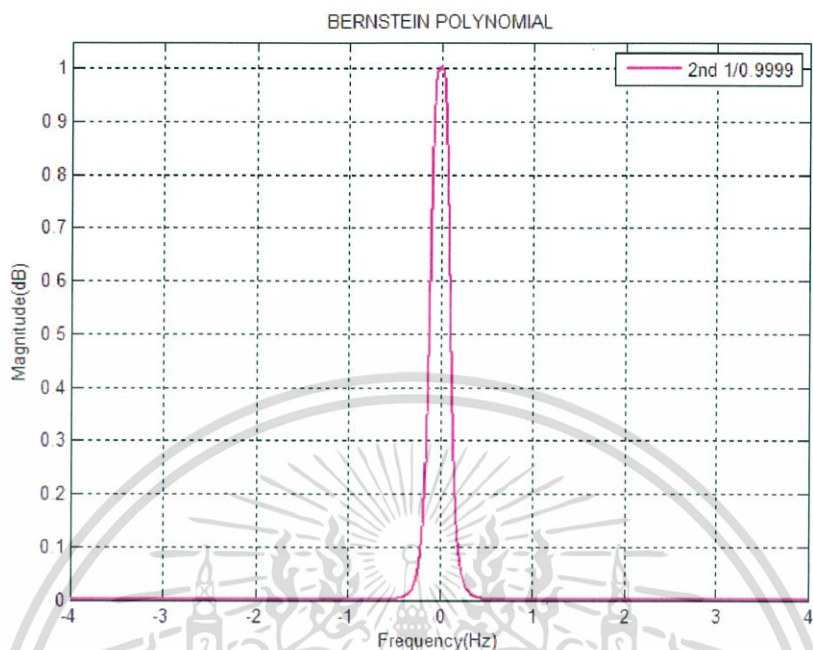
$$|F_2(\Omega)|^2 = \frac{1 + 2\Omega^2 + \Omega^4}{1 + 2.6665\Omega^2 + 5002.2500\Omega^4} \quad (4.31)$$

โดยให้ $s^2 = -\Omega^2$ ทรานสเฟอร์ฟังก์ชันสามารถหาได้ดังนี้

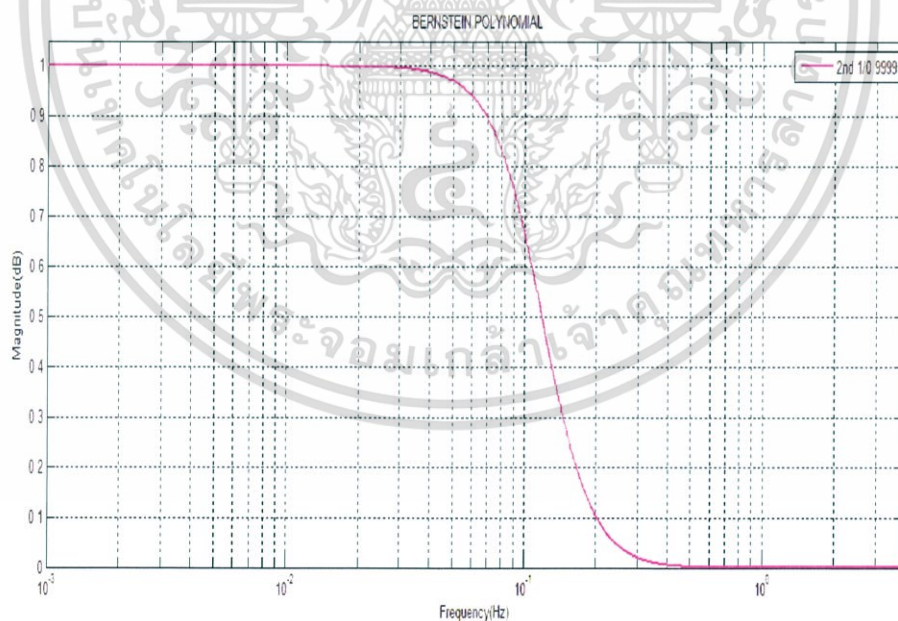
$$T(f; s^2) = \frac{1 + 2s^2 + s^4}{1 + 2.6665s^2 + 5002.2500s^4} \quad (4.32)$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

นำมาพล็อตกราฟจะได้ดังนี้

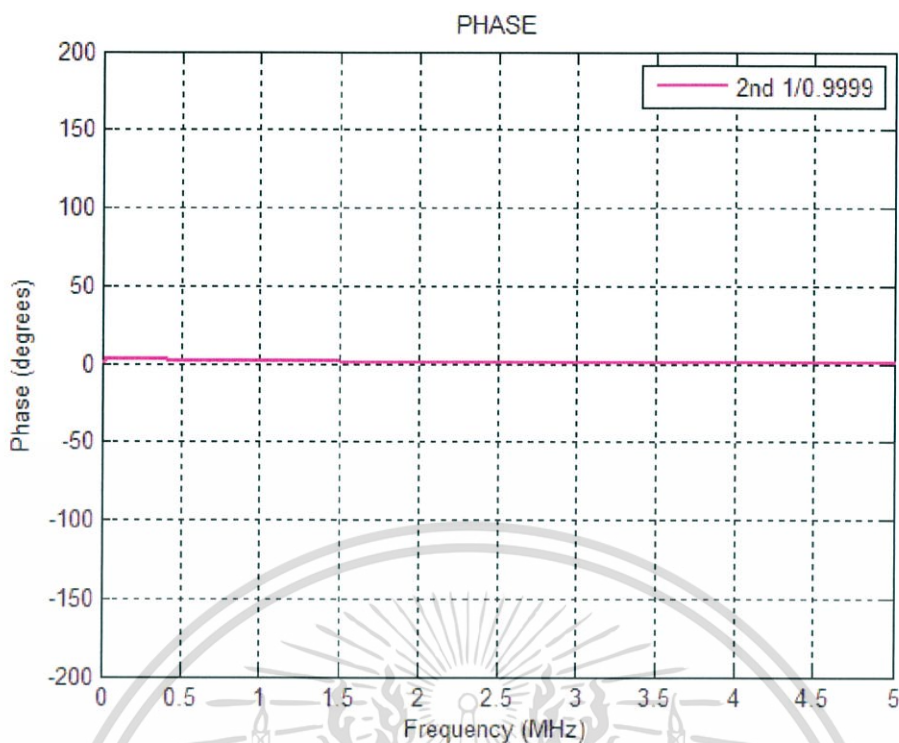


รูปที่ 4.14 กราฟโพลีโนเมียลแบบเบิร์นสไตน์ลำดับที่ 2 เมื่อ $\alpha = \frac{1}{0.9999}$

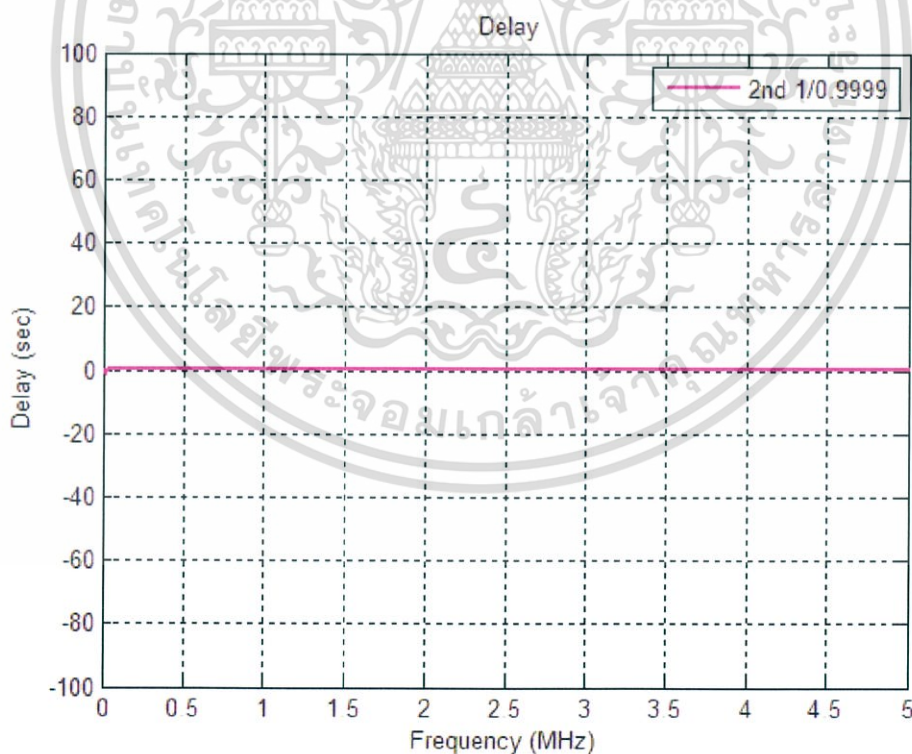


รูปที่ 4.15 กราฟโพลีโนเมียลแบบเบิร์นสไตน์ลำดับที่ 2 เมื่อ $\alpha = \frac{1}{0.9999}$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



รูปที่ 4.16 กราฟเฟสของโพลีโนเมียลแบบเบียร์นสไตน์ลำดับที่ 2 เมื่อ $\alpha = \frac{1}{0.9999}$



รูปที่ 4.17 กราฟดีเลย์ของโพลีโนเมียลแบบเบียร์นสไตน์ลำดับที่ 2 เมื่อ $\alpha = \frac{1}{0.9999}$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

4.3.2 การประมาณค่าโพลีโนเมียลแบบเบียร์นสไตน์ลำดับที่ 4

4.3.2.1 กำหนดให้ $\alpha = \frac{1}{0.8}$

เมื่อทรานสเฟอร์ฟังก์ชันเป็นลำดับที่ 4 ดังนั้น สมการที่ 4.19 จะได้

$$B_n(f; y^2) = 1 + 0.1675y^2 + 0.6412y^4 + 0.4664y^6 + 0.5031y^8 \quad (4.33)$$

แทนสมการที่ 4.33 ลงในสมการที่ 4.15 จะได้

$$T(f; y^2) = \frac{1}{1 + 0.1675y^2 + 0.6412y^4 + 0.4664y^6 + 0.5031y^8} \quad (4.34)$$

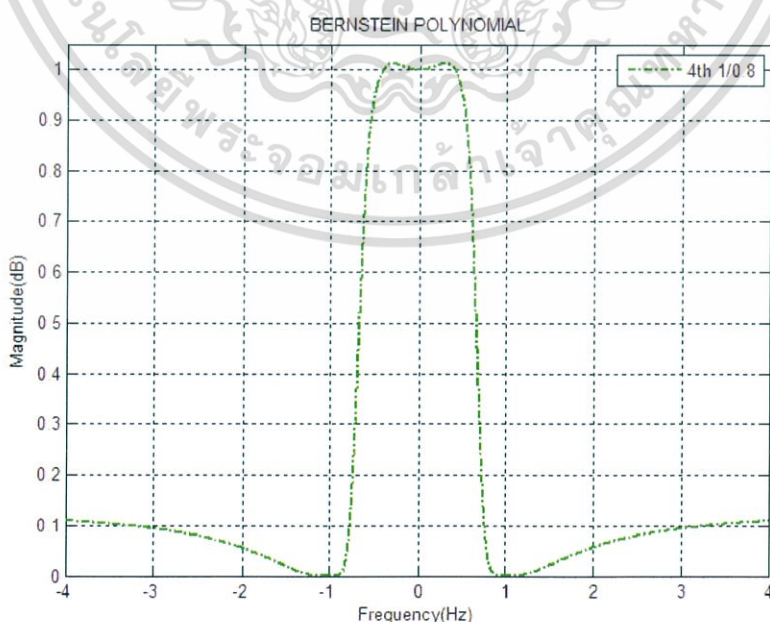
ทรานสเฟอร์ฟังก์ชันของเรโซโคไซน์พัลส์สามารถหาได้โดยการเปลี่ยนแปลงช่วงเวลา ดังสมการที่ 4.22 นำสมการที่ 4.22 แทนลงในสมการที่ 4.34 จะได้ดังนี้

$$|F_4(\Omega)|^2 = \frac{1 + 4\Omega^2 + 6\Omega^4 + 4\Omega^6 + \Omega^8}{1 + 4.2612\Omega^2 + 8.3485\Omega^4 + 9.6902\Omega^6 + 7.6014\Omega^8} \quad (4.35)$$

โดยให้ $s^2 = -\Omega^2$ ทรานสเฟอร์ฟังก์ชันสามารถหาได้ดังนี้

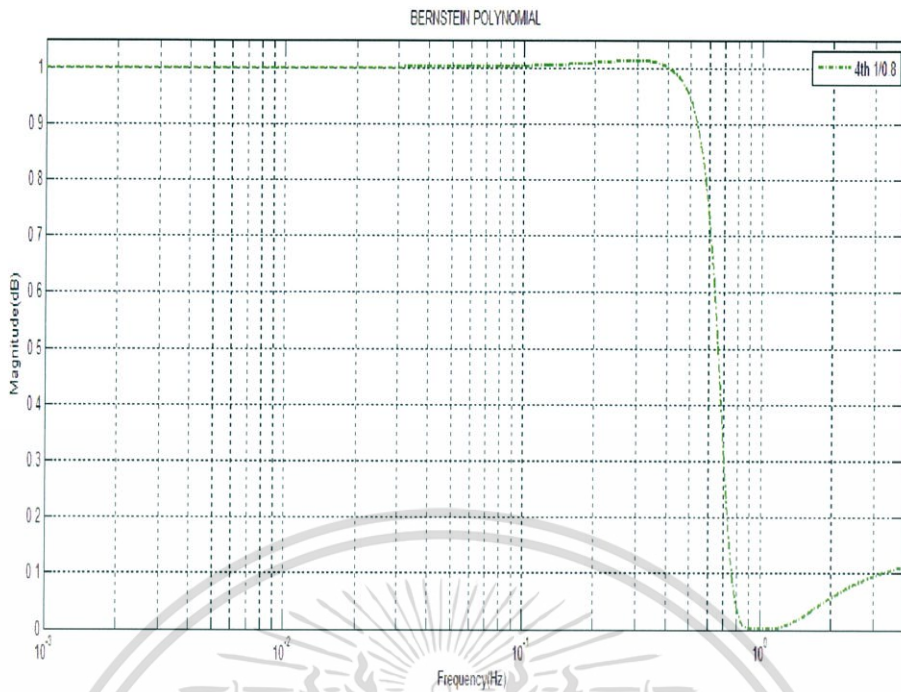
$$T(f; s^2) = \frac{1 + 4s^2 + 6s^4 + 4s^6 + s^8}{1 + 4.2612s^2 + 8.3485s^4 + 9.6902s^6 + 7.6014s^8} \quad (4.36)$$

นำมาพล็อตกราฟจะได้ดังนี้

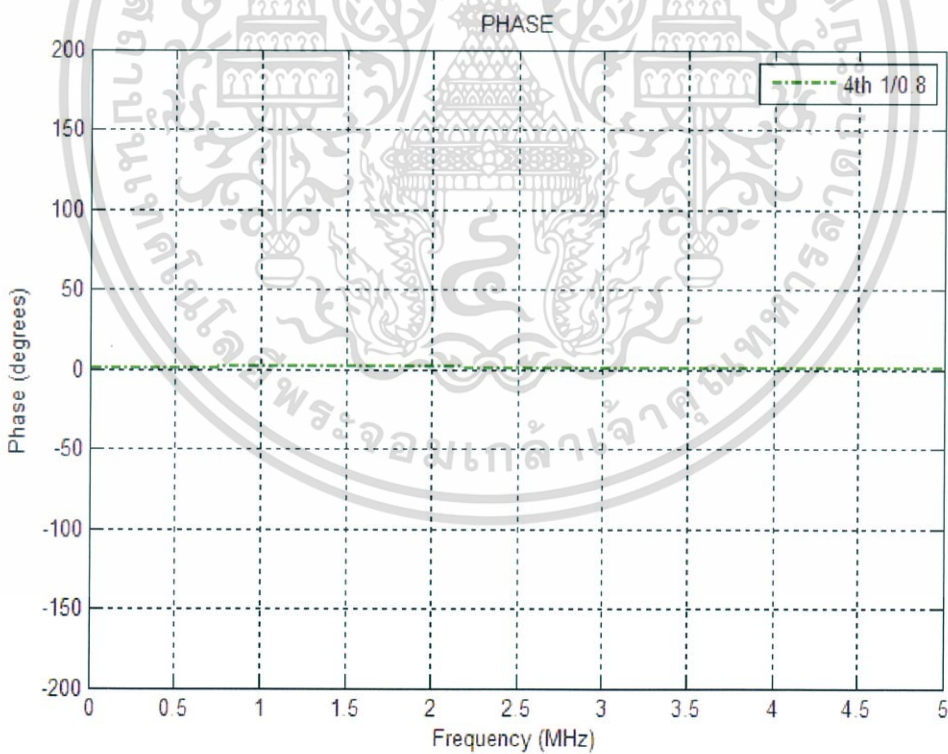


รูปที่ 4.18 กราฟโพลีโนเมียลแบบเบียร์นสไตน์ลำดับที่ 4 เมื่อ $\alpha = \frac{1}{0.8}$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

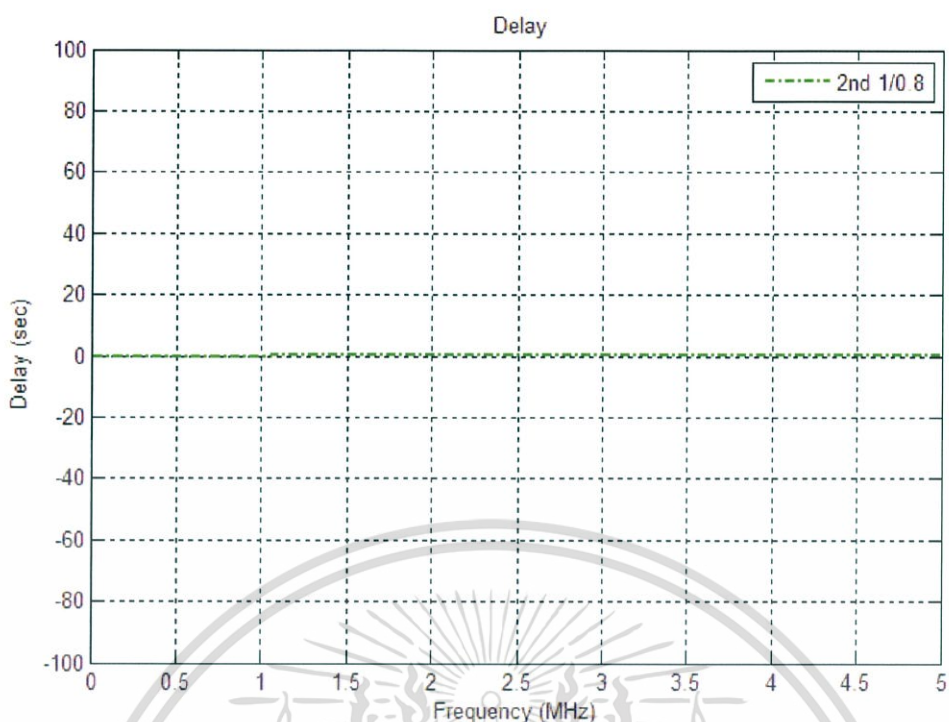


รูปที่ 4.19 กราฟ log ของโพลีโนเมียลแบบเบิร์นสไตน์ลำดับที่ 4 เมื่อ $\alpha = \frac{1}{0.8}$



รูปที่ 4.20 กราฟเฟสของโพลีโนเมียลแบบเบิร์นสไตน์ลำดับที่ 4 เมื่อ $\alpha = \frac{1}{0.8}$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



รูปที่ 4.21 กราฟดีเลย์ของโพลีโนเมียลแบบเบิร์นสไตน์ลำดับที่ 4 เมื่อ $\alpha = \frac{1}{0.8}$

4.3.2.2 กำหนดให้ $\alpha = \frac{1}{0.99}$

เมื่อทรานสเฟอร์ฟังก์ชันเป็นลำดับที่ 4 ดังนั้น สมการที่ 4.19 จะได้

$$B_n(f; y^2) = 1 + 0.0636y^2 + 0.2094y^4 + 0.0448y^6 + 0.0155y^8 \quad (4.37)$$

แทนสมการที่ (4.37) ลงในสมการที่ (4.15) จะได้

$$T(f; y^2) = \frac{1}{1 + 0.2612y^2 + 1.1634y^4 + 1.8044y^6 + 46.0222y^8} \quad (4.38)$$

ทรานสเฟอร์ฟังก์ชันของเรสโคไซน์พัลส์สามารถหาได้โดยการเปลี่ยนแปลงช่วงเวลา ดังสมการที่ 4.22 นำสมการที่ 4.22 แทนลงในสมการที่ 4.38 จะได้ดังนี้

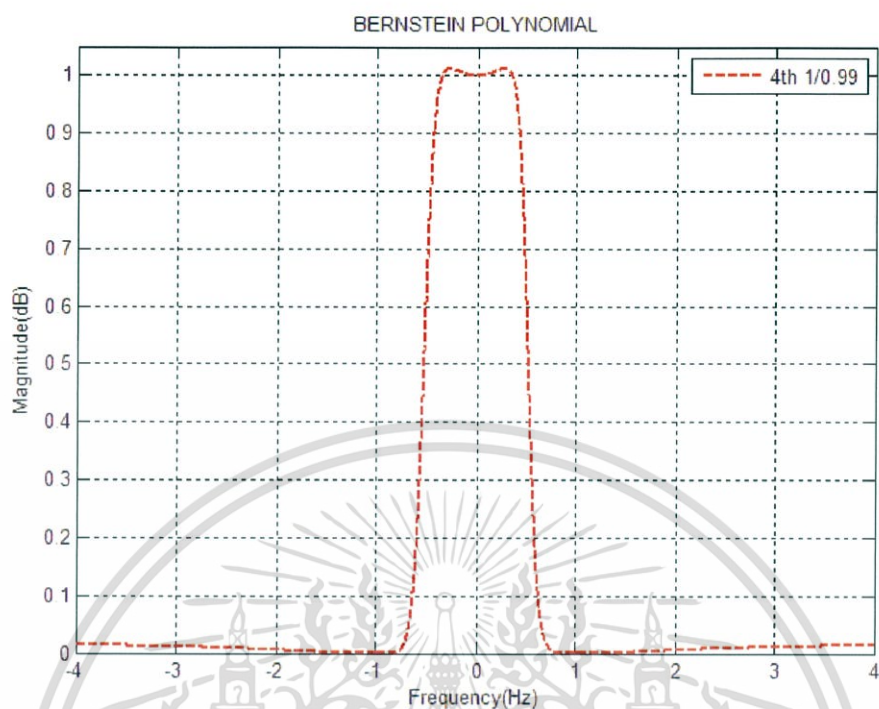
$$|F_4(\Omega)|^2 = \frac{1 + 4\Omega^2 + 6\Omega^4 + 4\Omega^6 + \Omega^8}{1 + 4.2665\Omega^2 + 8.0106\Omega^4 + 9.1382\Omega^6 + 54.2695\Omega^8} \quad (4.39)$$

โดยให้ $s^2 = -\Omega^2$ ทรานสเฟอร์ฟังก์ชันสามารถหาได้ดังนี้

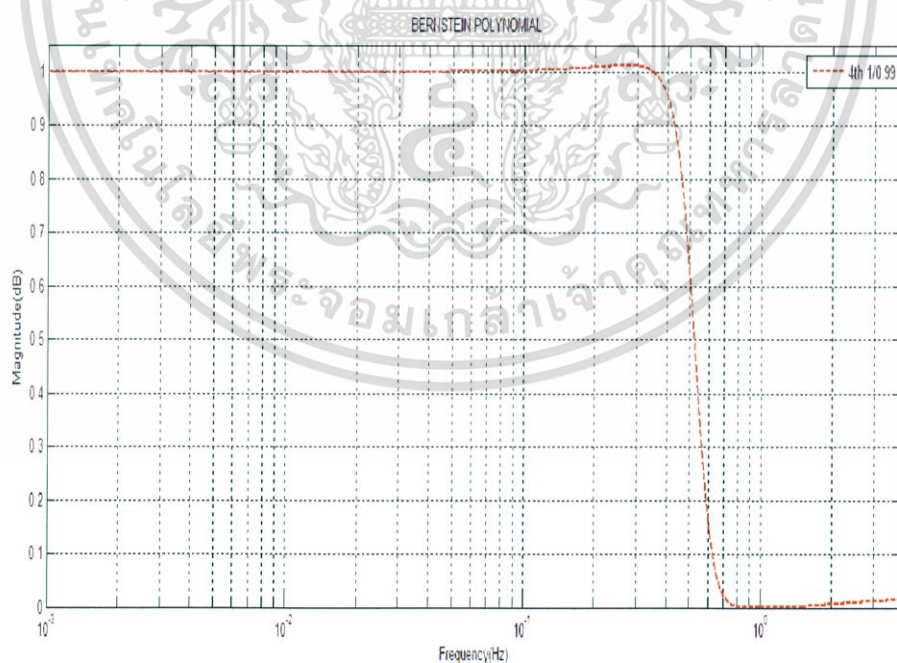
$$T(f; s^2) = \frac{1 - 4s^2 + 6s^4 - 4s^6 + s^8}{1 - 4.2665s^2 + 8.0106s^4 - 9.1382s^6 + 54.2695s^8} \quad (4.40)$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

นำมาพล็อตกราฟจะได้ดังนี้

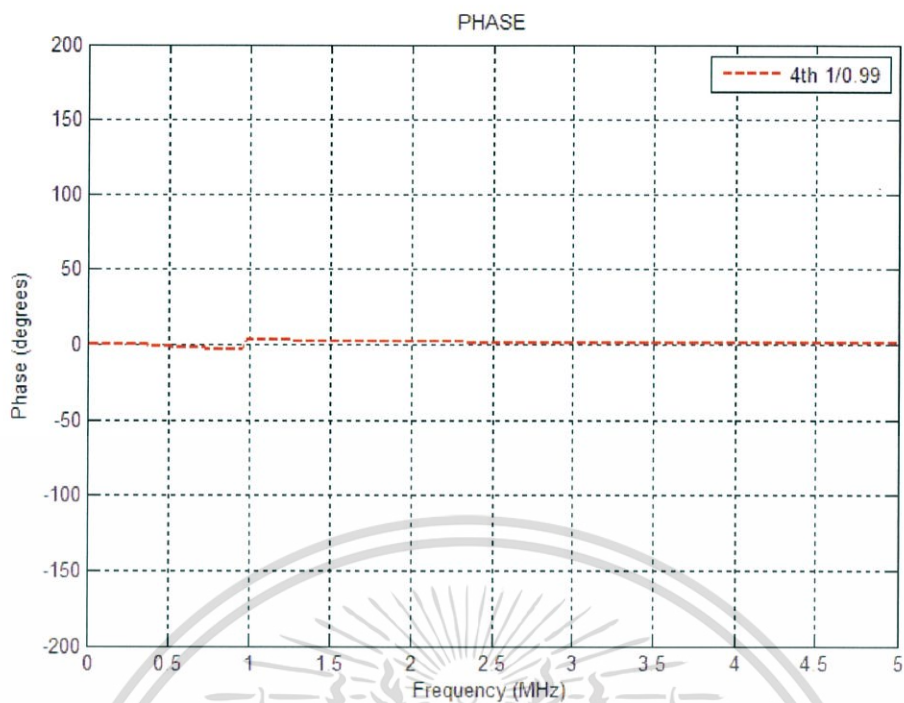


รูปที่ 4.22 กราฟโพลีโนเมียลแบบเบิร์นสไตน์ลำดับที่ 4 เมื่อ $\alpha = \frac{1}{0.99}$

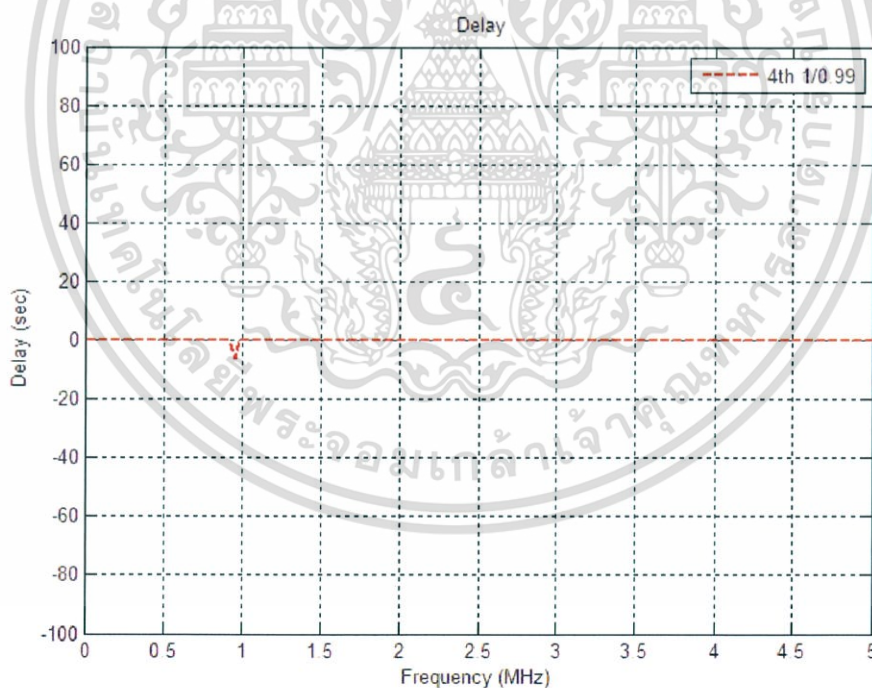


รูปที่ 4.23 กราฟ log ของโพลีโนเมียลแบบเบิร์นสไตน์ลำดับที่ 4 เมื่อ $\alpha = \frac{1}{0.99}$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



รูปที่ 4.24 กราฟเฟสของโพลีโนเมียลแบบเบิร์ตวสไตน์ลำดับที่ 4 เมื่อ $\alpha = \frac{1}{0.99}$



รูปที่ 4.25 กราฟเฟสของโพลีโนเมียลแบบเบิร์ตวสไตน์ลำดับที่ 4 เมื่อ $\alpha = \frac{1}{0.99}$

4.3.2.3 กำหนดให้ $\alpha = \frac{1}{0.9999}$

เมื่อทรานสเฟอร์ฟังก์ชันเป็นลำดับที่ 4 ดังนั้นสมการที่ 4.19 จะได้

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$B_n(f; y^2) = 1 + 0.2667y^2 + 1.1993y^4 + 1.9416y^6 + 4995.8422y^8 \quad (4.41)$$

แทนสมการที่ (4.41) ลงในสมการที่(4.15) จะได้

$$T(f; y^2) = \frac{1}{1 + 0.2667y^2 + 1.1993y^4 + 1.9416y^6 + 4995.8422y^8} \quad (4.42)$$

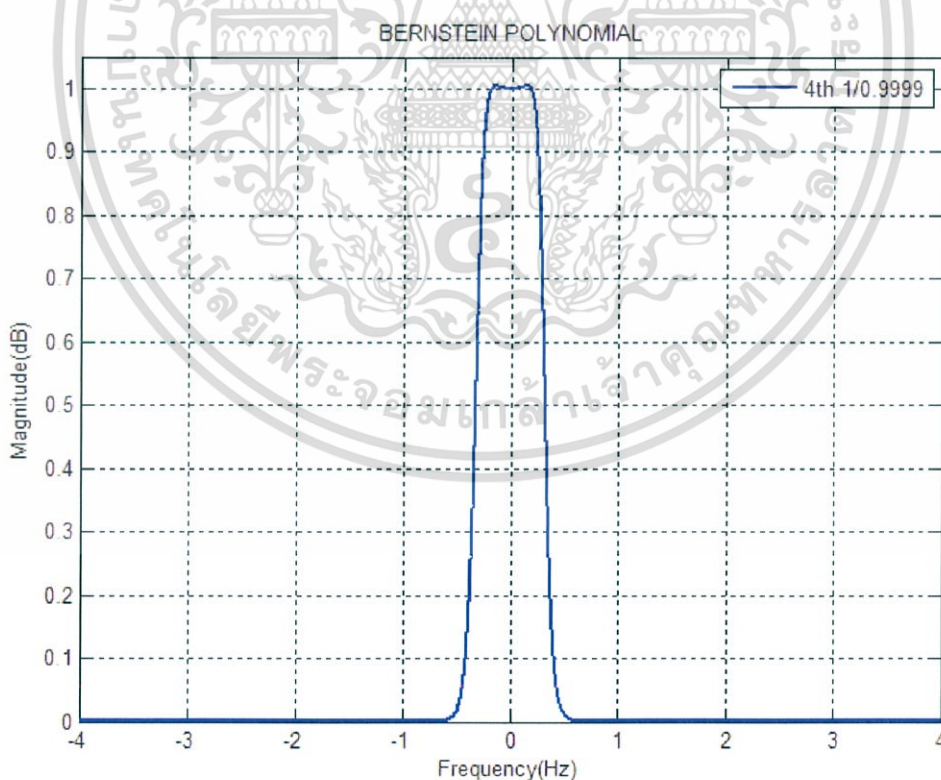
ทรานสเฟอ์ฟังก์ชันของเรโซโคไซน์พัลส์สามารถหาได้โดยการเปลี่ยนแปลงช่วงเวลา ดังสมการที่ 4.22 นำสมการที่ 4.22 แทนลงในสมการที่ 4.42 จะได้ดังนี้

$$|F_4(\Omega)|^2 = \frac{1 + 4\Omega^2 + 6\Omega^4 + 4\Omega^6 + \Omega^8}{1 + 4.2668\Omega^2 + 8.0002\Omega^4 + 9.1432\Omega^6 + 5008.2485\Omega^8} \quad (4.43)$$

โดยให้ $s^2 = -\Omega^2$ ทรานสเฟอ์ฟังก์ชันสามารถหาได้ดังนี้

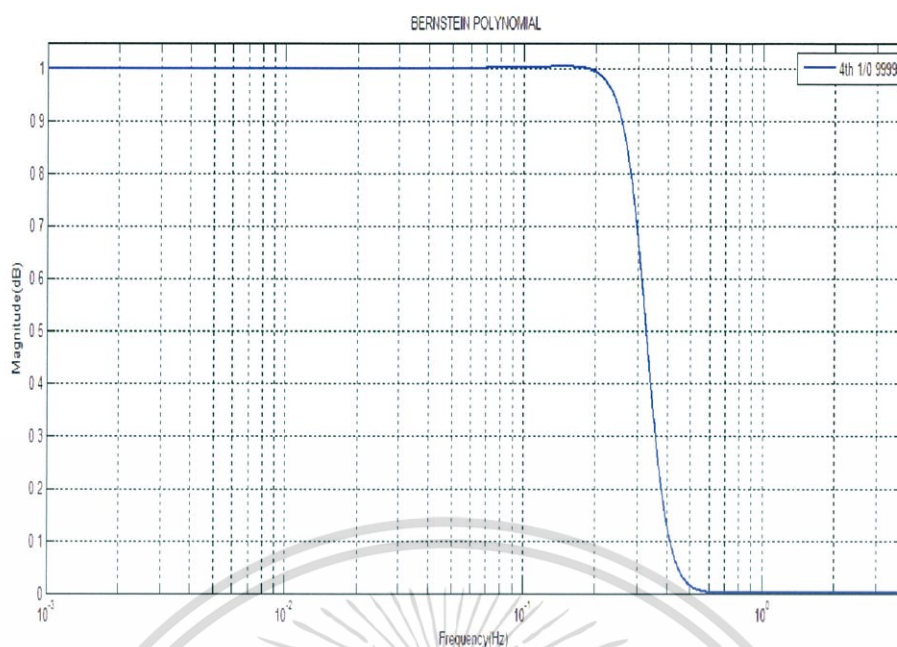
$$T(f; s^2) = \frac{1 - 4s^2 + 6s^4 - 4s^6 + s^8}{1 - 4.2668s^2 + 8.0002s^4 - 9.1432s^6 + 5008.2485s^8} \quad (4.44)$$

นำมาพล็อตกราฟจะได้ดังนี้

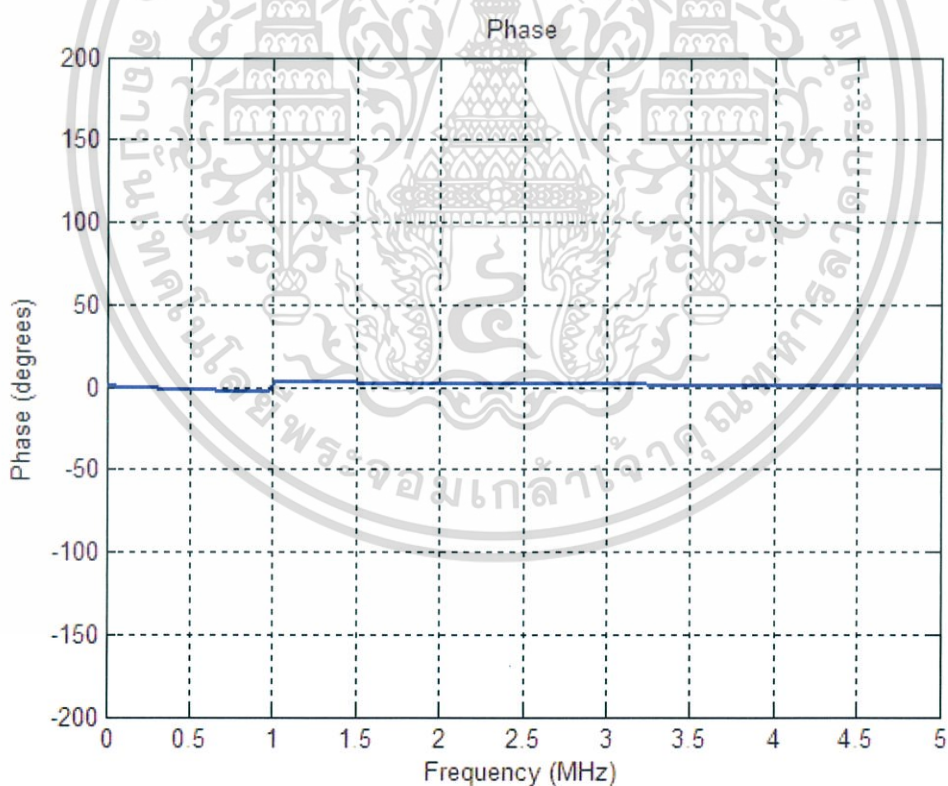


รูปที่ 4.26 กราฟโพลีโนเมียลแบบเบิร์นสไตน์ลำดับที่ 4 เมื่อ $\alpha = \frac{1}{0.9999}$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

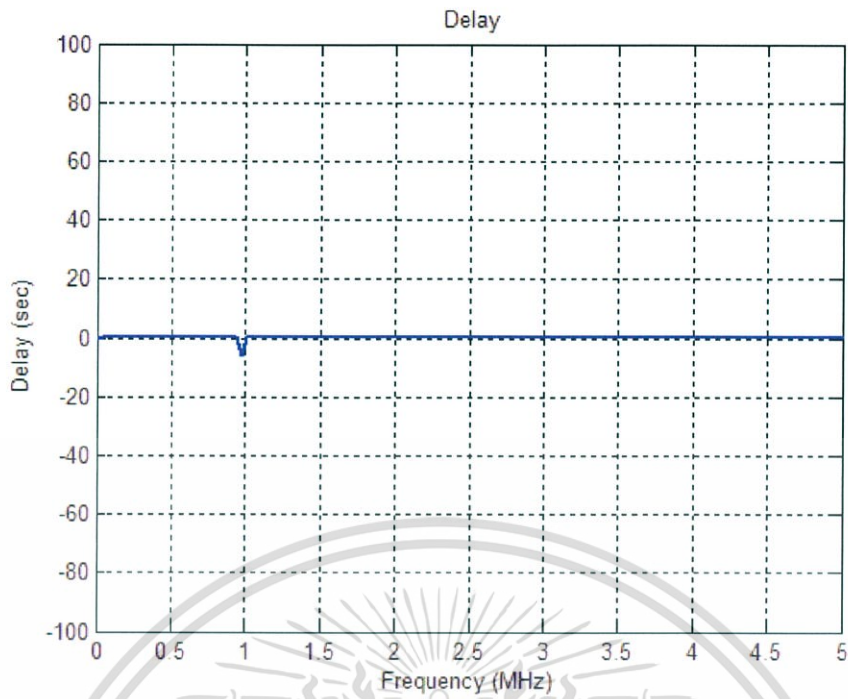


รูปที่ 4.27 กราฟ log ของโพลีโนเมียลแบบเบิร์ตสไตน์ลำดับที่ 4 เมื่อ $\alpha = \frac{1}{0.9999}$



รูปที่ 4.28 กราฟเฟสของโพลีโนเมียลแบบเบิร์ตสไตน์ลำดับที่ 4 เมื่อ $\alpha = \frac{1}{0.9999}$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



รูปที่ 4.29 กราฟดีเลย์ของโพลีโนเมียลแบบเบิร์นสไตน์ลำดับที่ 4 เมื่อ $\alpha = \frac{1}{0.9999}$

4.4 การทดสอบเสถียรภาพ (Stability Test)

เสถียรภาพนั้นได้มาจากทรานสเฟอร์ฟังก์ชัน สามารถอธิบายได้โดยหลักการของมิไฮลอฟ (Mihailov's Criterion) ซึ่งหลักการของมิไฮลอฟจะระบุลำดับออคเตอร์ของโพลีโนเมียลโดยกำหนดให้

$$D(j\omega) = u(\omega) + jv(\omega) \quad (4.45)$$

ที่ $u(\omega) = a_0 - a_2\omega^2 + \dots a_{2n}\omega^{2n}$ และ $v(\omega) = a_1\omega - a_3\omega^3 + \dots a_{2n-1}\omega^{2n-1}$

เส้นโค้งที่ได้จะมีรูปแบบ พิกัดจุด และ ระยะจากแกน x ที่วัดขนานกับแกน y แตกต่างกัน โดยทิศทางจากจุดกำเนิดของเส้นจะมีทิศทางทวนเข็มนาฬิกา ซึ่งมีการพิสูจน์แล้วว่ามิไฮลอฟเสถียรภาพ ซึ่งวิธีการนี้ได้ถูกนำมาใช้กันอย่างแพร่หลายในระบบการควบคุมแบบอนาล็อก โดยจากสมการจะเลือกด้านโพลีไวท์ทางฝั่งซ้ายมือ ของ s-plane จะได้

$$T(s) = \frac{(1+S)^n}{\{(S+\delta_1)^2 + \omega_1^2\} \{(s+\delta_2)^2 + \omega_2^2\}} \quad (4.46)$$

เมื่อนำมาหารากของสมการโพลีโนเมียลจะได้ดังนี้

$$s_1 = -\delta_1 + j\omega_1$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$\begin{aligned}
 s_2 &= -\delta_1 - j\omega_1 \\
 &\vdots \\
 &\vdots \\
 s_n &= -\delta_{21} + j\omega_2 \\
 s_n &= -\delta_2 - j\omega_2
 \end{aligned}
 \tag{4.47}$$

4.4.1 การทดสอบประสิทธิภาพพอลิโนเมียลแบบเบิร์นสไตน์ลำดับที่ 2

4.4.1.1 กำหนดให้ $\alpha = \frac{1}{0.8}$

จาก สมการ 4.24 เมื่อนำค่าโพล และซีโรมาหารากของสมการ จะได้

$$\begin{aligned}
 s_1 &= -0.5942 + j0.3064 \\
 s_2 &= -0.5942 - j0.3064
 \end{aligned}
 \tag{4.48}$$

สมการทรานสเฟอร์ฟังก์ชันหาได้ดังนี้

$$T(s) = \frac{(s+1)^2}{s^2 + 1.1884s + 0.4470}
 \tag{4.49}$$

ดังนั้น นำค่าโพลมาใช้ในการทดสอบประสิทธิภาพ จะได้ดังนี้

$$D_2(s) = s^2 + 1.1884s + 0.4470
 \tag{4.50}$$

นำค่าโพลมายกกำลังสอง จะได้

$$D_2^2(s) = (s^2 + 1.1884s + 0.4470)^2
 \tag{4.51}$$

$$D_2^2(s) = s^4 + 2.3768s^3 + 2.3063s^2 + 1.0624s + 0.1988
 \tag{4.52}$$

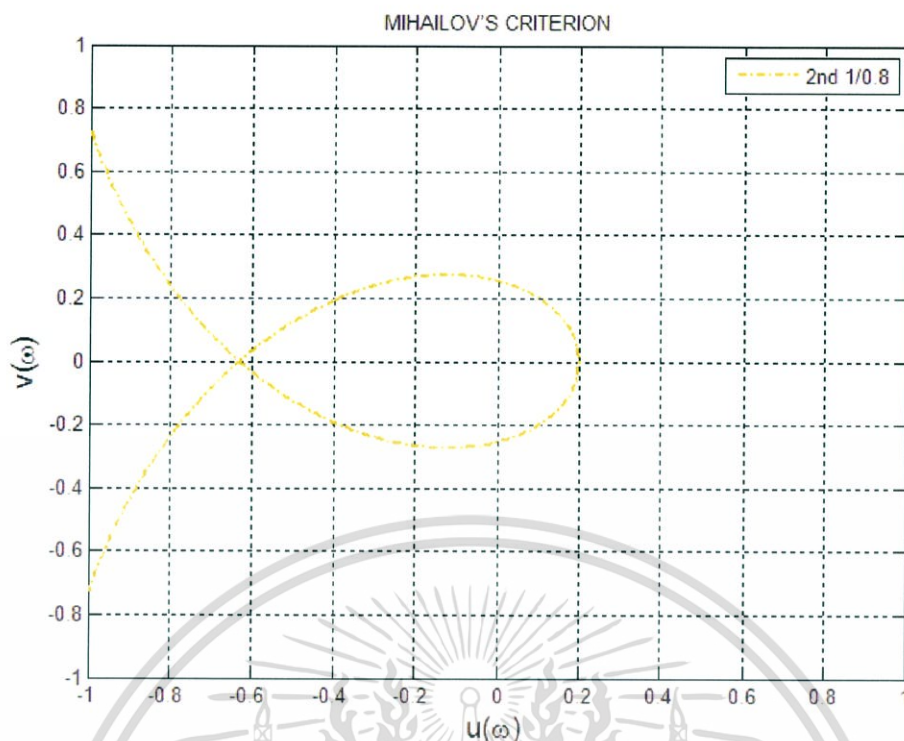
จากสมการที่ 4.45 สามารถหาจำนวนจริงและจำนวนจินตภาพได้ดังนี้

$$u(\omega) = 0.1988 - 2.3063\omega^2 + \omega^4
 \tag{4.53}$$

$$v(\omega) = 1.0624\omega - 2.3768\omega^3
 \tag{4.54}$$

นำ สมการที่ 4.53 และ 4.54 มาพล็อตกราฟ จะได้

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



รูปที่ 4.30 กราฟทดสอบประสิทธิภาพของโพลีเนเมียลแบบเบิร์นสไตน์ลำดับที่ 2 เมื่อ $\alpha = \frac{1}{0.8}$

4.4.1.2 กำหนดให้ $\alpha = \frac{1}{0.99}$

จาก สมการ 4.28 เมื่อนำค่าโพล และซีโรมาหารากของสมการ จะได้

$$\begin{aligned} s_1 &= -0.2385 + j0.2879 \\ s_2 &= -0.2385 - j0.2879 \end{aligned} \quad (4.55)$$

สมการทรานสเฟอร์ฟังก์ชันหาได้ดังนี้

$$T(s) = \frac{(s+1)^2}{s^2 + 0.4770s + 0.1398} \quad (4.56)$$

ดังนั้น นำค่าโพลมาใช้ในการทดสอบประสิทธิภาพ จะได้ดังนี้

$$D_2(s) = s^2 + 0.4770s + 0.1398 \quad (4.57)$$

นำค่าโพลมายกกำลังสอง จะได้

$$D_2^2(s) = (s^2 + 0.4770s + 0.1398)^2 \quad (4.58)$$

$$D_2^2(s) = s^4 + 2.3768s^3 + 2.3063s^2 + 1.0624s + 0.1988 \quad (4.59)$$

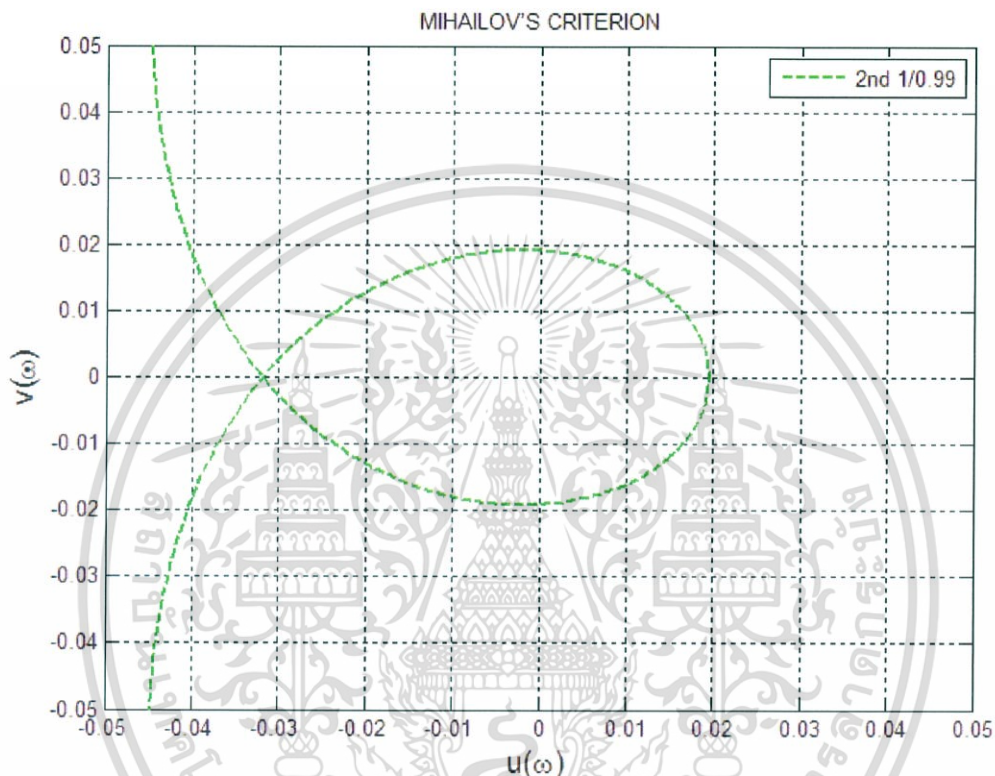
เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

จากสมการที่ 4.45 สามารถหาจำนวนจริงและจำนวนจินตภาพได้ดังนี้

$$u(\omega) = 0.0195 - 0.5071\omega^2 + \omega^4 \quad (4.60)$$

$$v(\omega) = 0.1334\omega - 0.9540\omega^3 \quad (4.61)$$

นำ สมการที่ 4.60 และ 4.61 มาพล็อตกราฟ จะได้



รูปที่ 4.31 กราฟทดสอบประสิทธิภาพของโพลีโนเมียลแบบเบิร์นสไตน์ลำดับที่ 2 เมื่อ $\alpha = \frac{1}{0.99}$

4.4.1.3 กำหนดให้ $\alpha = \frac{1}{0.9999}$

จาก สมการ 4.32 เมื่อนำค่าโพล และซีโรมาหารากของสมการ จะได้

$$\begin{aligned} s_1 &= -0.0846 + j0.0836 \\ s_2 &= -0.0846 - j0.0836 \end{aligned} \quad (4.62)$$

สมการทรานสเฟอร์ฟังก์ชันหาได้ดังนี้

$$T(s) = \frac{(s+1)^2}{s^2 + 0.1692s + 0.0141} \quad (4.63)$$

ดังนั้น นำค่าโพลมาใช้ในการทดสอบประสิทธิภาพ จะได้ดังนี้

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$D_2(s) = s^2 + 0.1692s + 0.0141 \quad (4.64)$$

นำค่าโพลมายกกำลังสอง จะได้

$$D_2^2(s) = (s^2 + 0.1692s + 0.0141)^2 \quad (4.65)$$

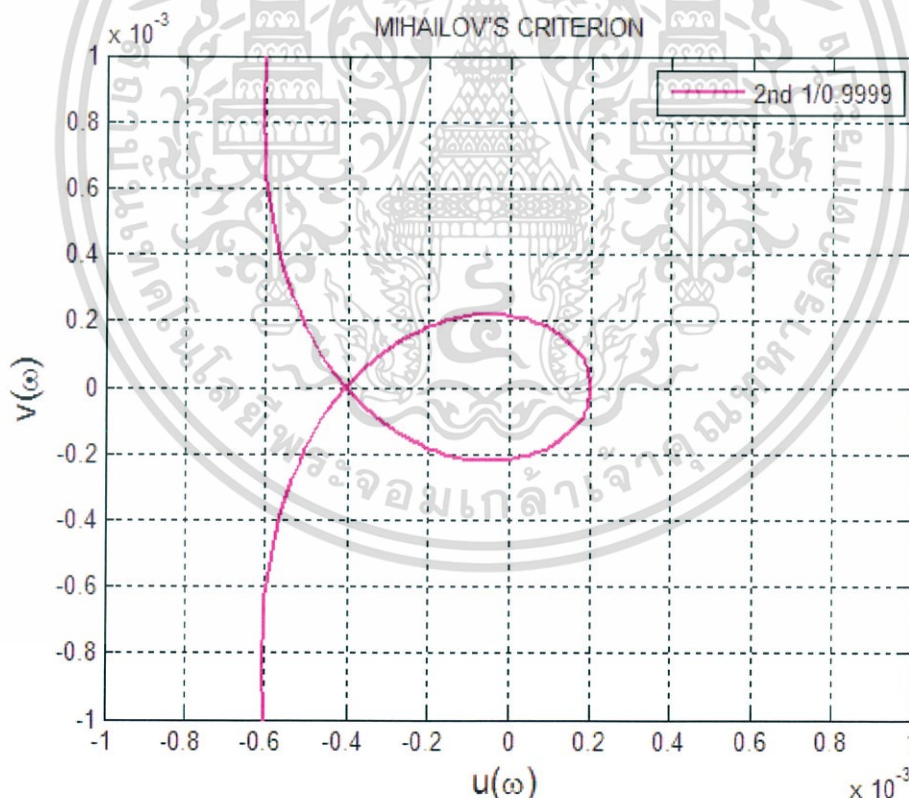
$$D_2^2(s) = s^4 + 0.3384s^3 + 0.0568s^2 + 0.0048s + 0.0002 \quad (4.66)$$

จากสมการที่ 4.45 สามารถหาจำนวนจริงและจำนวนจินตภาพได้ดังนี้

$$u(\omega) = 0.0002 - 0.0568\omega^2 + \omega^4 \quad (4.67)$$

$$v(\omega) = 0.0048\omega - 0.3384\omega^3 \quad (4.68)$$

นำ สมการที่ 4.67 และ 4.68 มาพล็อตกราฟ จะได้



รูปที่ 4.32 กราฟทดสอบประสิทธิภาพของโพลีโนเมียลแบบเบิร์นสไตน์ลำดับที่ 2 เมื่อ $\alpha = \frac{1}{0.9999}$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

4.4.2 การทดสอบประสิทธิภาพของโพลีโนเมียลแบบเบิร์นสไตน์ลำดับที่ 4 เมื่อ

4.4.2.1 กำหนดให้ $\alpha = \frac{1}{0.8}$

จาก สมการ 4.36 เมื่อนำค่าโพล และซีโรมาหารากของสมการ จะได้

$$\begin{aligned} s_1 &= -0.6691 + j0.5179 \\ s_2 &= -0.6691 - j0.5179 \\ s_3 &= -0.6944 + j0.1578 \\ s_4 &= -0.6944 - j0.1578 \end{aligned} \quad (4.69)$$

สมการทรานสเฟอร์ฟังก์ชันหาได้ดังนี้

$$T(s) = \frac{(s+1)^4}{s^4 + 2.7270s^3 + 3.0809s^2 + 1.6720s + 0.3627} \quad (4.70)$$

ดังนั้น นำค่าโพลมาใช้ในการทดสอบประสิทธิภาพ จะได้ดังนี้

$$D_2(s) = s^4 + 2.7270s^3 + 3.0809s^2 + 1.6720s + 0.3627 \quad (4.71)$$

นำค่าโพลมายกกำลังสอง จะได้

$$D_2^2(s) = (s^4 + 2.7270s^3 + 3.0809s^2 + 1.6720s + 0.3627)^2 \quad (4.72)$$

$$\begin{aligned} D_2^2(s) &= s^8 + 5.4540s^7 + 13.5983s^6 + 20.1472s^5 + 19.3364s^4 + 12.2807s^3 \\ &\quad + 5.0305s^2 + 1.2129s + 0.1316 \end{aligned} \quad (4.73)$$

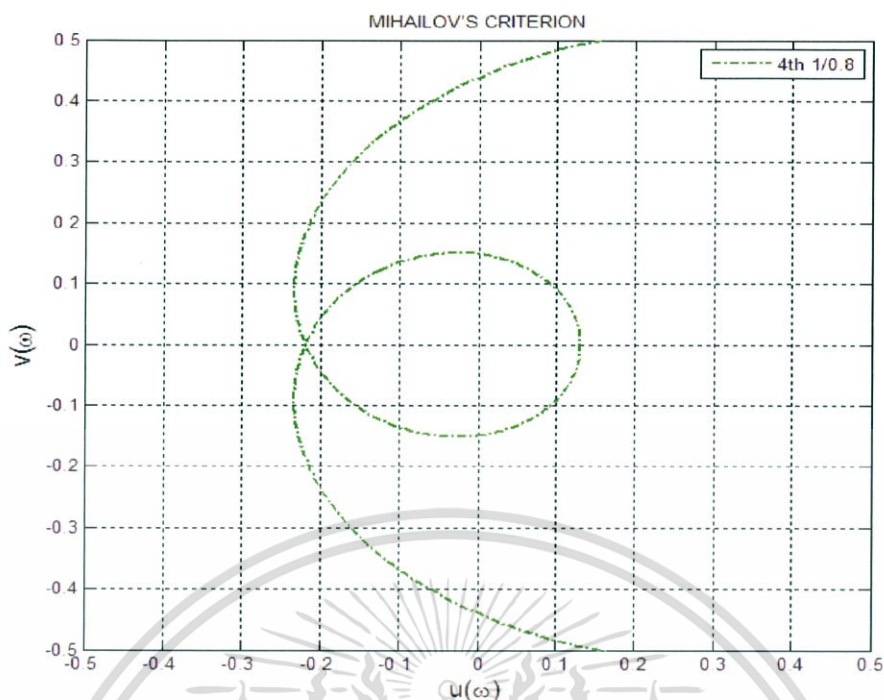
จากสมการที่ 4.45 สามารถหาจำนวนจริงและจำนวนจินตภาพได้ดังนี้

$$u(\omega) = 0.1316 - 5.0305\omega^2 + 19.3364\omega^4 - 13.5983\omega^6 + \omega^8 \quad (4.74)$$

$$v(\omega) = 1.2129\omega - 12.2807\omega^3 + 20.1472\omega^5 - 5.4540\omega^7 \quad (4.75)$$

นำ สมการที่ 4.74 และ 4.75 มาพล็อตกราฟ จะได้

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



รูปที่ 4.33 กราฟทดสอบประสิทธิภาพของโพลีเนเมียลแบบเบิร์นสไตน์ลำดับที่ 4 เมื่อ $\alpha = \frac{1}{0.8}$

4.4.2.2 กำหนดให้ $\alpha = \frac{1}{0.99}$

จาก สมการ 4.40 เมื่อนำค่าโพล และซีโรมาหารากของสมการ จะได้

$$\begin{aligned} s_1 &= -0.3919 + j0.5590 \\ s_2 &= -0.3919 - j0.5590 \\ s_3 &= -0.5169 + j0.1553 \\ s_4 &= -0.5169 - j0.1553 \end{aligned} \quad (4.76)$$

สมการทรานสเฟอร์ฟังก์ชันหาได้ดังนี้

$$T(s) = \frac{(s+1)^4}{s^4 + 1.8176s^3 + 1.5677s^2 + 0.7101s + 0.1358} \quad (4.77)$$

ดังนั้น นำค่าโพลมาใช้ในการทดสอบประสิทธิภาพ จะได้ดังนี้

$$D_2(s) = s^4 + 1.1876s^3 + 1.5677s^2 + 0.7101s + 0.1358 \quad (4.78)$$

นำค่าโพลมายกกำลังสอง จะได้

$$D_2^2(s) = (s^4 + 1.1876s^3 + 1.5677s^2 + 0.7101s + 0.1358)^2 \quad (4.79)$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

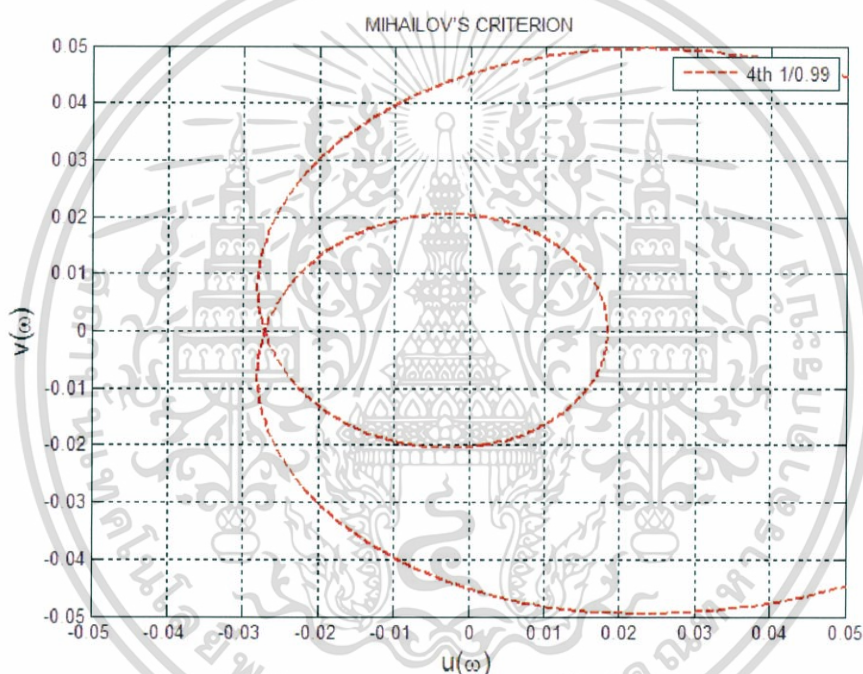
$$D_2^2(s) = s^8 + 3.6352s^7 + 6.4391s^6 + 7.1191s^5 + 5.3106s^4 + 2.7201s^3 + 0.9300s^2 + 0.1929s + 0.0184 \quad (4.80)$$

จากสมการที่ 4.45 สามารถหาจำนวนจริงและจำนวนจินตภาพได้ดังนี้

$$u(\omega) = 0.0184 - 0.9300\omega^2 + 5.3106\omega^4 - 6.4391\omega^6 + \omega^8 \quad (4.81)$$

$$v(\omega) = 0.1929\omega - 2.7201\omega^3 + 7.1191\omega^5 - 3.6352\omega^7 \quad (4.82)$$

นำ สมการที่ 4.81 และ 4.82 มาพล็อตกราฟ จะได้



รูปที่ 4.34 กราฟทดสอบประสิทธิภาพของโพลีโนเมียลแบบเบิร์นสไตน์ลำดับที่ 4 เมื่อ $\alpha = \frac{1}{0.99}$

$$4.4.2.3 \text{ กำหนดให้ } \alpha = \frac{1}{0.9999}$$

จาก สมการ 4.44 เมื่อนำค่าโพล และซีโรมาหารากของสมการ จะได้

$$\begin{aligned} s_1 &= -0.3095 + j0.1141 \\ s_2 &= -0.3095 - j0.1141 \\ s_3 &= -0.1549 + j0.3254 \\ s_4 &= -0.1549 - j0.3254 \end{aligned} \quad (4.83)$$

สมการทรานสเฟอร์ฟังก์ชันหาได้ดังนี้

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$T(s) = \frac{(s+1)^4}{s^4 + 0.9288s^3 + 0.4305s^2 + 0.1141s + 0.0141} \quad (4.84)$$

ดังนั้น นำค่าโพลมาใช้ในการทดสอบประสิทธิภาพ จะได้ดังนี้

$$D_2(s) = s^4 + 0.9288s^3 + 0.4305s^2 + 0.1141s + 0.0141 \quad (4.85)$$

นำค่าโพลมายกกำลังสอง จะได้

$$D_2^2(s) = (s^4 + 0.9288s^3 + 0.4305s^2 + 0.1141s + 0.0141)^2 \quad (4.86)$$

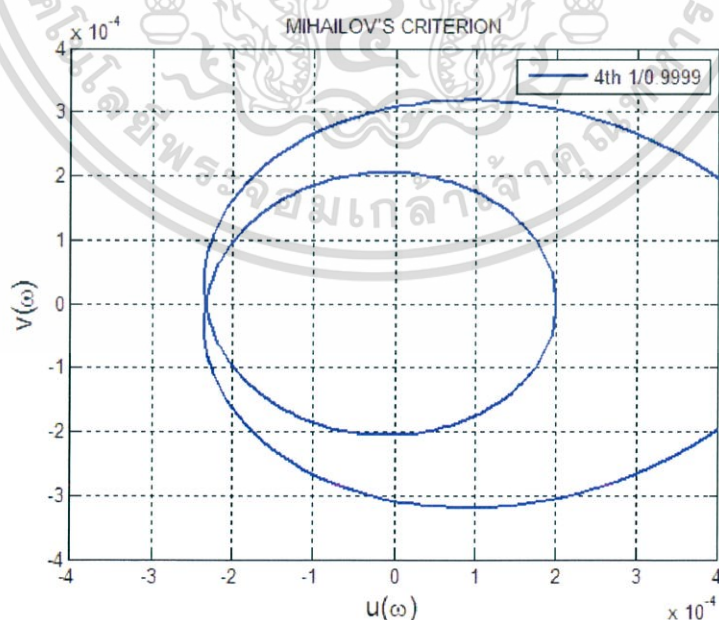
$$D_2^2(s) = s^8 + 1.8576s^7 + 1.7237s^6 + 1.0279s^5 + 0.4255s^4 + 0.1244s^3 + 0.0252s^2 + 0.0032s + 0.0002 \quad (4.87)$$

จากสมการที่ 4.45 สามารถหาจำนวนจริงและจำนวนจินตภาพได้ดังนี้

$$u(\omega) = 0.0002 - 0.0252\omega^2 + 0.4255\omega^4 - 1.7237\omega^6 + \omega^8 \quad (4.88)$$

$$v(\omega) = 0.0032\omega - 0.1244\omega^3 + 1.0279\omega^5 - 1.8576\omega^7 \quad (4.89)$$

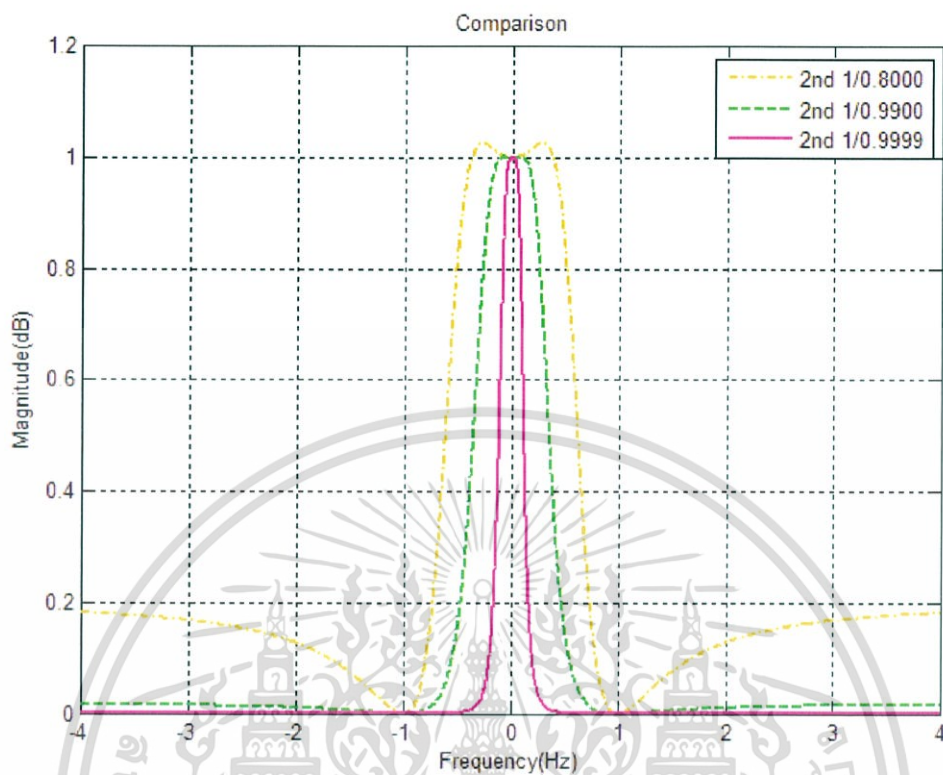
นำ สมการที่ 4.88 และ 4.89 มาพล็อตกราฟ จะได้



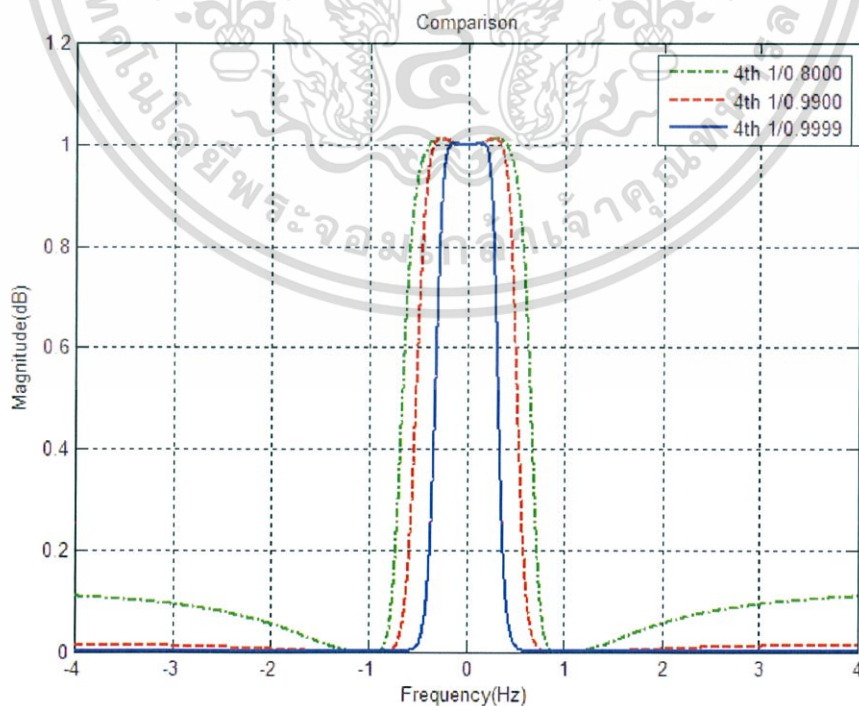
รูปที่ 4.35 กราฟทดสอบประสิทธิภาพของโพลีโนเมียลแบบเบิร์นสไตน์ลำดับที่ 4 เมื่อ $\alpha = \frac{1}{0.9999}$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

4.5 การเปรียบเทียบ (Comparison)

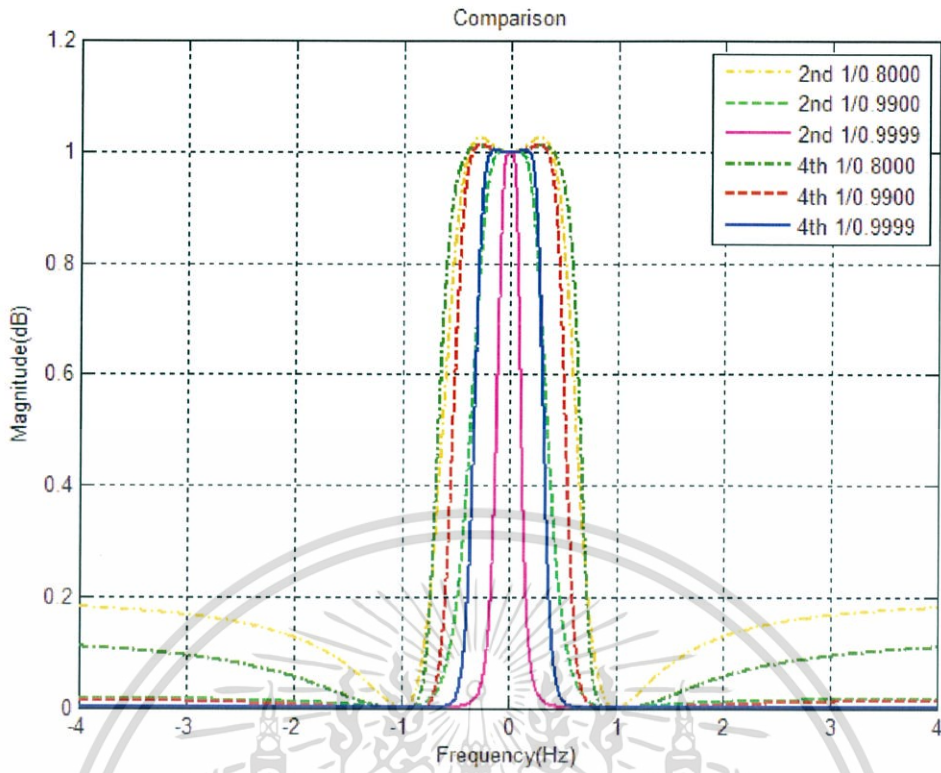


รูปที่ 4.36 กราฟเปรียบเทียบโพลีโนเมียลแบบเบิร์ตสไตน์ลำดับที่ 2

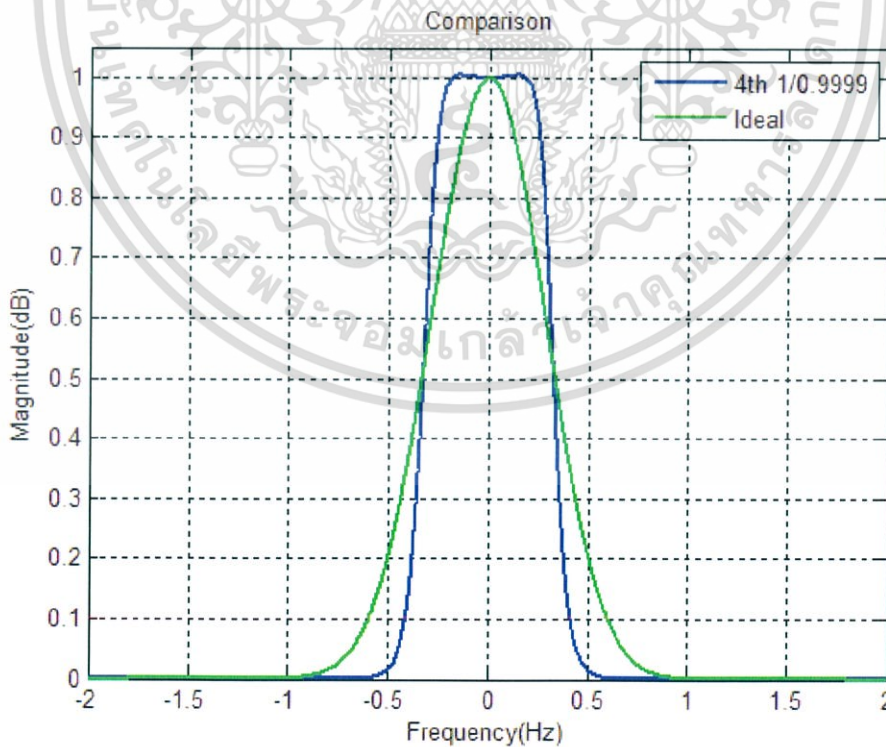


รูปที่ 4.37 กราฟเปรียบเทียบโพลีโนเมียลแบบเบิร์ตสไตน์ลำดับที่ 4

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

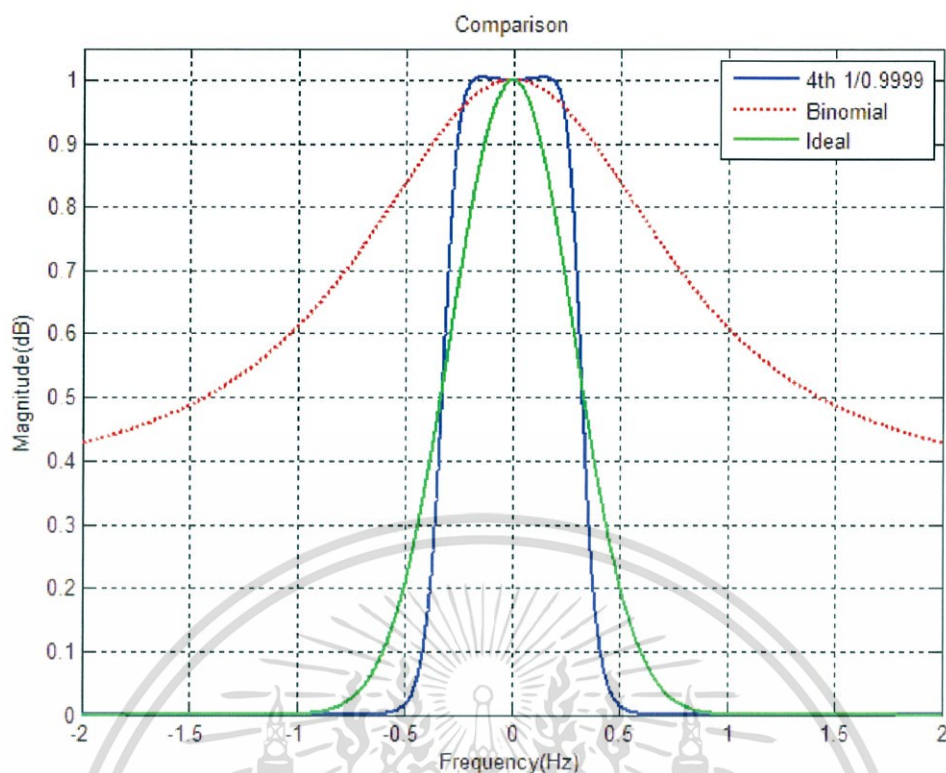


รูปที่ 4.38 กราฟเปรียบเทียบโพลีโนเมียลแบบเบิร์ตสไตน์ลำดับที่ 2 และลำดับที่ 4



รูปที่ 4.39 กราฟเปรียบเทียบสัญญาณเรสโคไซน์กับโพลีโนเมียลแบบเบิร์ตสไตน์

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



รูปที่ 4.40 กราฟเปรียบเทียบสัญญาณเรซโคไซน์กับโพลีโนเมียลแบบเบียร์นสไตน์และโพลีโนเมียลแบบไบโนเมียล

4.6 การสะท้อนของสัญญาณแบบคู่ (Paired Echoes) [3]

ประสิทธิภาพการทำของอัลตราไวด์แบนด์ (wideband radar system) อาจลดลงโดยการบิดเบือนของสัญญาณใน ช่องทางการส่งสัญญาณของระบบ ถ้าผลตอบสนองแอมพลิจูด ไม่ราบเรียบ หรือดีเลย์ของสัญญาณไม่คงที่ ในการส่งใน สัญญาณช่วงกว้าง ก็จะทำให้เกิดการบิดเบือนของสัญญาณขึ้น ซึ่งก็จะทำให้ค่าอัตราส่วนของสัญญาณระหว่างสัญญาณที่ต้องการกับสัญญาณรบกวน (Signal-to-Noise Ratio : SNR) และความละเอียด ลดลง ทฤษฎีที่มีอยู่แสดงให้เห็นการเปลี่ยนแปลงของคลื่นไซน์ แบบเล็กๆ ในความถี่แอมพลิจูดและความถี่เฟส ผลตอบสนองของระบบเชิงเส้นจะทำให้เกิดการบิดเบือนของสัญญาณและจะเกิดปรากฏการณ์การสะท้อนของสัญญาณแบบคู่ ในสัญญาณเข้าที่พู่ของ โดเมนเวลา (time domain) การกระจายในสายส่งที่ไม่ต่อเนื่องจะนำไปสู่การเกิดการสะท้อนของสัญญาณแบบคู่จะกล่าวถึงโดยวิธีและการวิเคราะห์ทางวิธีของผลต่างสืบเนื่องจำกัดโดเมนเวลา (finite difference time domain : FDTD) ผลที่ได้แสดงให้เห็นว่าเทคนิคของการเกิดการสะท้อนของสัญญาณแบบคู่ นั้นสามารถที่จะ นำมาวิเคราะห์การมีผลในสายส่งที่ไม่มีความต่อเนื่อง บนสัญญาณพัลส์ ในโดเมนและในวิธีการของ อนุกรมเทย์เลอร์ (Taylor series) ถูกเลือกมาใช้เพราะเป็นวิธีที่มีความเหมาะสมกว่า ในขณะที่เดียวกันแบบจำลองนี้ยังแสดง ว่าการส่งสัญญาณพัลส์ที่มีการกระจายในสายส่งและมีความไม่สม่ำเสมอ รวมทั้งส่วนประกอบอื่นๆ เช่น การกรอง จะไม่ทำให้การเกิดการสะท้อนของสัญญาณแบบคู่

เนื่องจากเกิดการกระจายและความไม่ต่อเนื่องในสายส่ง สัญญาณพัลส์ในโดเมน จะกลายเป็นสัญญาณที่เกิดความบิดเบือนระหว่างการส่งของสัญญาณ สัญญาณที่เกิดการบิดเบือน จะทำให้การเอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

แยกสัญญาณยกขึ้นการ วิเคราะห์แบบจำลองเพื่อการแพร่ของสัญญาณพัลส์ ส่งผลให้เกิดการกระจายสัญญาณในสายส่งและมีความไม่ต่อเนื่องยิ่งไปกว่านั้น ไม่ว่าจะเป็นการกระจายหรือความไม่ต่อเนื่องในสายส่งก็จะนำไปสู่การเกิดการสะท้อนของสัญญาณผลกระทบของแอมพลิจูดและเฟสของสัญญาณที่เกิดการเบี่ยงเบนไปจากสัญญาณในอุดมคติ มักจะมีการศึกษาโดยการใช้ เทคนิคของการสะท้อนของสัญญาณแบบคู่ ในเทคนิคนี้มันแสดงว่าการเปลี่ยนแปลงของคลื่นไซน์ขนาดเล็กๆ ของเฟสหรือแอมพลิจูดกับความถี่ในระบบเชิงเส้นจะทำให้เกิดการสะท้อนของสัญญาณในรูปแบบสัญญาณเอ้าท์พุท โดยสาเหตุมาจากการกระตุ้นสัญญาณและสาเหตุหลักอื่นๆ สัญญาณที่บิดเบือนที่เกิดขึ้นในแอมพลิจูดและเฟสที่รวมเข้ากับสัญญาณทรานสเฟอร์ ผลรวมของทรานสเฟอร์ฟังก์ชันเกิดจากการรวมกันของ สัญญาณทรานเฟอร์หลายๆตัวในเส้นทางการส่งสัญญาณรวมทั้งในการส่งสัญญาณ สายส่ง เสื่ออากาศ การแผ่ในสื่อ สวนประกอบของตัวรับสัญญาณและในคลื่นของสัญญาณ สำหรับในสัญญาณที่ไม่เป็นอุดมคติแต่เป็นเชิงระบบ

ที่โดเมนเวลาของสัญญาณพัลส์ที่ป้อนเข้ามาถ้าแอมพลิจูดและเฟสของทรานสเฟอร์ฟังก์ชันในระบบ สามารถอธิบายได้ว่าเป็นการขยายตัวของอนุกรมฟูริเยร์ในช่วงความถี่ที่สนใจ จะทำให้เกิดการสะท้อนของสัญญาณแบบคู่ โดยได้นำเทคนิคนี้ไปใช้เพื่อวิเคราะห์ความบิดเบือนของการขึ้นลงของแอมพลิจูดและเฟสใน ทรานสเฟอร์ฟังก์ชันและยังวิเคราะห์แบบจำลองที่ไม่ใช่อุดมคติอื่นๆอีกด้วย เมื่อป้อนสัญญาณเป็นสัญญาณเชิงเส้นแบบเอ็ฟเอ็ม (linear FM signal) จะแสดงลักษณะความบิดเบือน ส่งผลให้เกิดการสะท้อนของสัญญาณของผลตอบสนองอิมพัลส์ ลักษณะการส่งและลักษณะการกระจายของคลื่นในสื่อกลาง การกระจายและความไม่ต่อเนื่องของคลื่นในสายส่ง เนื้อหาประกอบด้วย 2 ส่วน คือ 1. การกระจายตัวในสายส่งจะทำให้เกิดการสะท้อนของสัญญาณแบบคู่ 2. ความไม่ต่อเนื่องในการส่ง ซึ่งจะเกิดขึ้นได้ตลอดในสายส่ง การเปลี่ยนแปลงเฟสที่ไม่เป็นเชิงเส้นด้วยความถี่ที่เกิดขึ้น โดยการเปลี่ยนแปลงของเฟสสามารถแสดงได้เป็นระลอกคลื่นระลอกคลื่นของเฟสจะทำให้เกิด ปรากฏการณ์การสะท้อนของสัญญาณแบบคู่ โดยแบบจำลองส่วนประกอบทั่วไป เช่นตัวกรอง

เทคนิคของการเกิดการสะท้อนของสัญญาณแบบคู่และตัวแปรในการวิเคราะห์ ระบบเชิงเส้นสามารถอธิบายได้โดย ทรานสเฟอร์ฟังก์ชัน $H(\omega)$ หรือ ผลตอบสนองอิมพัลส์ $h(t)$ ดังต่อไปนี้

$$s_o(t) = h(t) * s_i(t) \quad (4.90)$$

$$S_o(\omega) = H(\omega) * S_i(\omega) \quad (4.91)$$

$s_i(t)$ เป็นสัญญาณอินพุท , $s_o(t)$ เป็นสัญญาณเอ้าท์พุท

$S_i(\omega)$ แสดงให้เห็นถึงสเปกตรัม ของ สัญญาณอินพุท

$S_o(\omega)$ แสดงให้เห็นถึงสเปกตรัมของเอ้าท์พุท เครื่องหมาย " * " แสดงถึงการบิดเบือน

ω คือ ความถี่เชิงมุม ซึ่งก็คือ

$$S_i(\omega) = \int_{-\infty}^{+\infty} s_i(t) e^{-j\omega t} dt, \int_{-\infty}^{+\infty} s_o(t) e^{-j\omega t} dt \quad (4.92)$$

ทรานสเฟอร์ฟังก์ชันที่ต่อเนื่องของเครือข่ายเชิงเส้นจะแสดงในรูปแบบที่ซับซ้อน

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$H(\omega) = A(\omega)e^{j\phi(\omega)} \quad (4.92)$$

$A(\omega), \phi(\omega)$ แสดงถึง การตอบสนองของแอมพลิจูดและเฟส ของระบบสำหรับระบบเชิงเส้นที่ไม่บิดเบือน จะเป็น

$$A(\omega) = a_0 \quad (4.93)$$

$$\phi(\omega) = b_0(\omega) \quad (4.94)$$

สมการ 4.93 แสดงถึง การตอบสนองของแอมพลิจูด $A(\omega)$ เฟสมีความอิสระอย่างต่อเนื่องของความถี่ สมการ 4.94 แสดงว่าผลตอบสนองของเฟส $\phi(\omega)$ และแอมพลิจูดเพิ่มขึ้นเป็นเส้นตรงกับความถี่และทำให้เกิดการดีเลย์ ของสัญญาณเข้าที่พหุ ในโดเมนเวลาเป็นที่รู้กันว่าสัญญาณพัลส์ที่ไม่บิดเบือน เมื่อมันส่งผ่านสัญญาณในอุดมคติในระบบเชิงเส้น และจะก่อให้เกิดความดีเลย์ อย่างไรก็ตาม ในระบบที่เกิดขึ้นจริงสัญญาณบิดเบือนทั้งในเฟส และแอมพลิจูดเป็นสิ่งที่หนีไม่พ้นเพราะมีอยู่ในความผันผวนของเฟสและแอมพลิจูด แมคโคลลีได้นำภาพของการไม่อุดมคติเชิงเส้น โดยการรบกวนคลื่นความถี่แอมพลิจูดและความถี่เฟสของสัญญาณในอุดมคติ และยกมาไว้ในเทคนิคการสะท้อนของสัญญาณแบบคู่จะอธิบายดังต่อไปนี้ สมมติฟังก์ชันการถ่ายโอนของระบบ

$$A(\omega) = a_0 + \sum_{i=1}^{\infty} a_i \cos(ic\omega) \quad (4.95)$$

$$\phi(\omega) = b_0\omega + \sum_{i=1}^{\infty} b_i \sin(ic\omega) \quad (4.96)$$

สมการ 4.95 แสดงการบิดเบือนของของโครไซน์ของแอมพลิจูด สมการ 4.96 แสดงการผิดพลาดของไซน์ของเฟส a_i และ b_i เป็นค่าคงที่ C คือ ตัวแปรทั่วไป ของทั้งแอมพลิจูดและเฟสถ้าพิจารณาคนเดียวโดยอนุกรมฟูรีเยร์ สมการ 4.95 และ 4.96 จะพิจารณาสมการ 4.95 และ 4.96

$$A(\omega) = a_0 + a_1 \cos(c\omega) \quad (4.97)$$

$$\phi(\omega) = b_0\omega + b_1 \sin(c\omega) \quad (4.98)$$

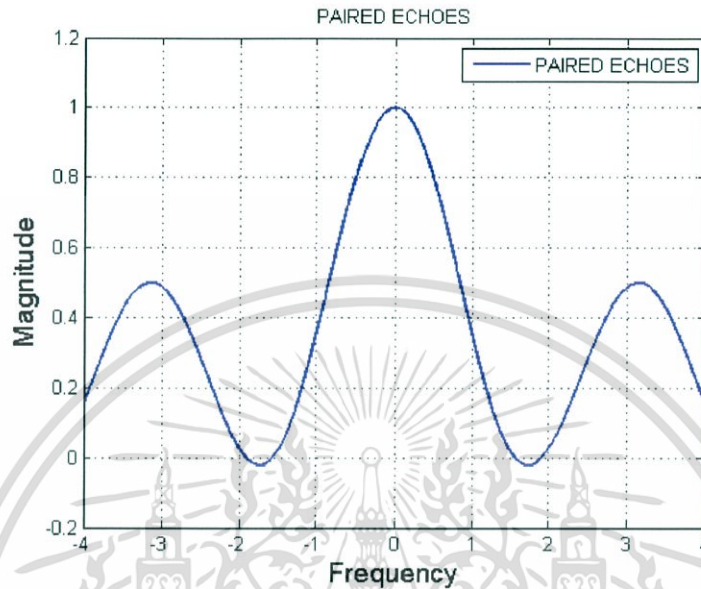
เพื่อที่จะได้ $s_o(t)$ จาก $si(t)$ เราสามารถหาค่า $S_o(\omega)$ โดยสมการที่ 2 และ หา $s_o(t)$ โดย อินเวิร์สอนุกรมฟูรีเยร์ (Fourier inverse transfer) กับ $S_o(\omega)$ ดังนี้

$$\begin{aligned} S_o(\omega) &= H(\omega) \cdot S_i(\omega) = (a_0 + a_1 \cos c\omega) e^{j(b_0\omega + b_1 \sin c\omega)} S_i(\omega) \\ &= \left(a_0 + a_1 \frac{e^{jc\omega} + e^{-jc\omega}}{2} \right) e^{j b_0 \omega} S_i(\omega) e^{j b_1 \sin c\omega} \end{aligned} \quad (4.99)$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

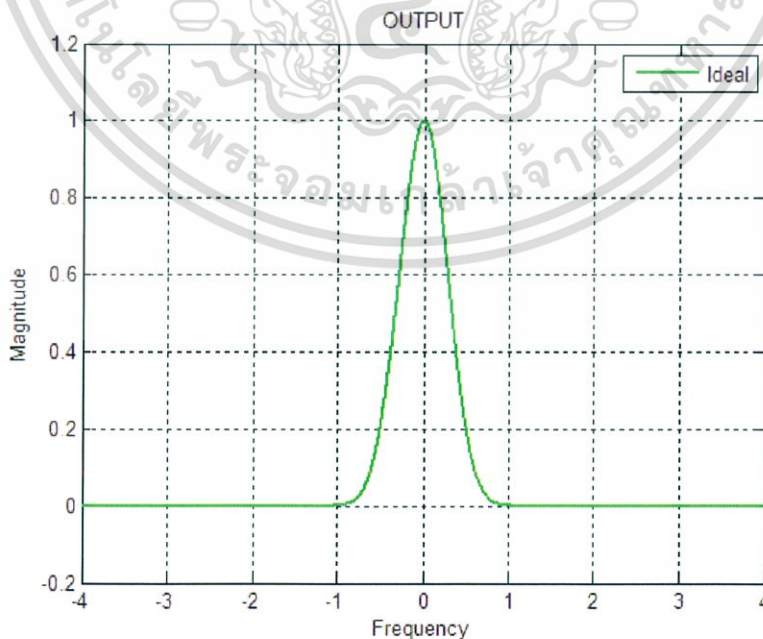
4.6.1 เอ้าท์พุทการรวมสัญญาณ เมื่อกำหนดให้มีการสะท้อนของสัญญาณ 1 คู่

รูปที่ 4.41 แสดงการสะท้อนของสัญญาณแบบ 1 คู่ ดังทฤษฎีข้างต้น ขั้นตอนต่อไป จะนำสมการที่ได้จากการประมาณค่าตามทฤษฎีต่างๆที่ได้ทำการออกแบบมารวมกับสัญญาณการสะท้อนเพื่อตรวจสอบหาเอ้าท์พุทที่ดีที่สุด



รูปที่ 4.41 กราฟการสะท้อนของสัญญาณแบบคู่ 1 คู่

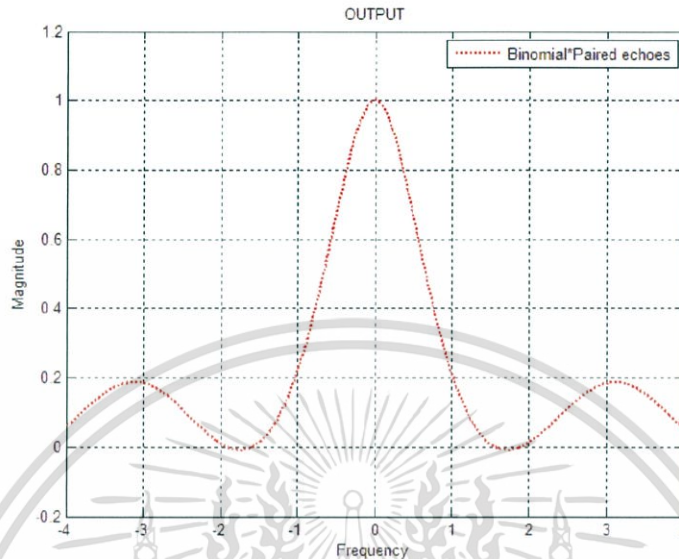
รูปที่ 4.42 แสดงการรวมสัญญาณการประมาณเรสโคไซน์กับการสะท้อนของสัญญาณ 1 คู่ เอ้าท์พุทที่ได้สามารถกำจัดการเกิดการสะท้อนของสัญญาณได้อย่างมีประสิทธิภาพ



รูปที่ 4.42 กราฟรวมสัญญาณเรสโคไซน์กับการสะท้อนของสัญญาณ 1 คู่

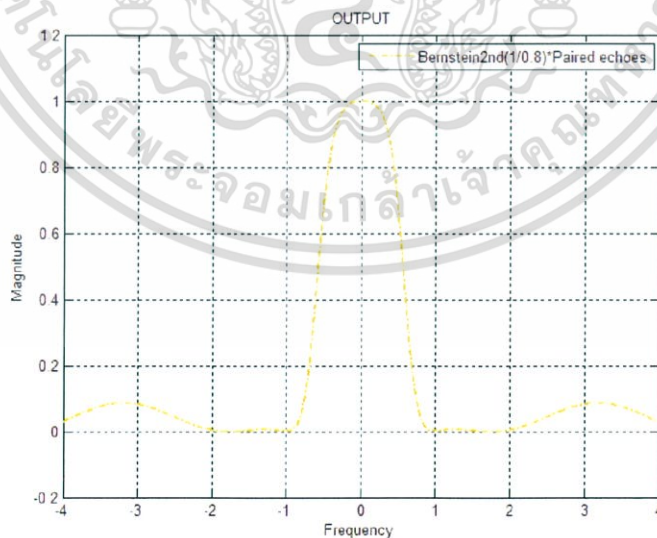
เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

รูปที่ 4.43 แสดงการรวมสัญญาณการประมาณโพลีโนเมียลแบบไบโนเมียลกับการสะท้อนของสัญญาณ 1 คู่ เอ้าท์พุทที่ได้ไม่สามารถกำจัดการเกิดการสะท้อนของสัญญาณได้ เนื่องจากยังแสดงให้เห็นคลื่นที่มีการสะท้อนของสัญญาณอยู่



รูปที่ 4.43 กราฟรวมโพลีโนเมียลแบบไบโนเมียลกับการสะท้อนของสัญญาณ 1 คู่

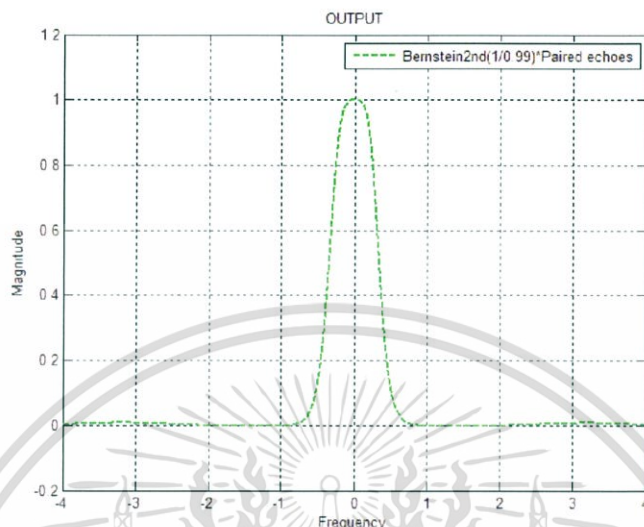
รูปที่ 4.44 แสดงการรวมสัญญาณการประมาณโพลีโนเมียลแบบเบิร์นสไตน์ลำดับที่ 2 เมื่อ $\alpha = \frac{1}{0.8}$ กับการสะท้อนของสัญญาณ 1 คู่ เอ้าท์พุทที่ได้ไม่สามารถกำจัดการเกิดการสะท้อนของสัญญาณได้ เนื่องจากยังแสดงให้เห็นคลื่นที่มีการสะท้อนของสัญญาณอยู่



รูปที่ 4.44 กราฟรวมโพลีโนเมียลแบบเบิร์นสไตน์ลำดับที่ 2 เมื่อ $\alpha = \frac{1}{0.8}$ กับการสะท้อนของสัญญาณ 1 คู่

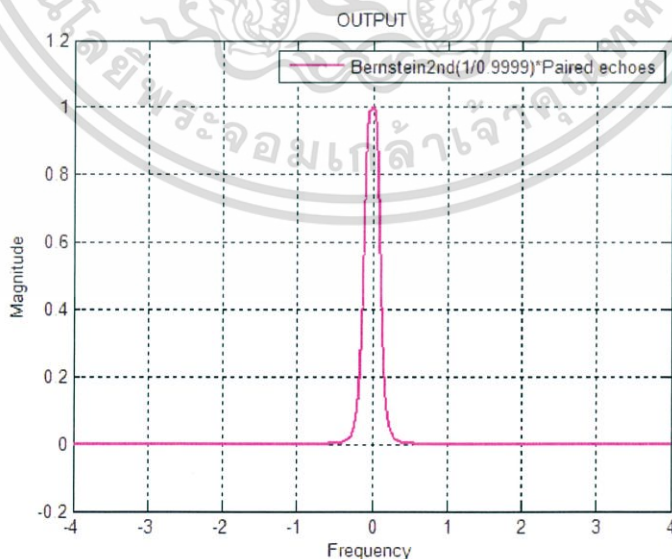
เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

รูปที่ 4.45 แสดงการรวมสัญญาณการประมาณโพลีโนเมียลแบบเบิร์นสไตน์ลำดับที่ 2 เมื่อ $\alpha = \frac{1}{0.99}$ กับการสะท้อนของสัญญาณ 1 คู่ เอ้าท์พุทที่ได้ไม่สามารถกำจัดการเกิดการสะท้อนของสัญญาณได้ เนื่องจากยังแสดงให้เห็นคลื่นที่มีการสะท้อนของสัญญาณอยู่เล็กน้อย



รูปที่ 4.45 กราฟรวมโพลีโนเมียลแบบเบิร์นสไตน์ลำดับที่ 2 เมื่อ $\alpha = \frac{1}{0.99}$ กับการสะท้อนของสัญญาณ 1 คู่

รูปที่ 4.46 แสดงการรวมสัญญาณการประมาณโพลีโนเมียลแบบเบิร์นสไตน์ลำดับที่ 2 เมื่อ $\alpha = \frac{1}{0.9999}$ กับการสะท้อนของสัญญาณ 1 คู่ เอ้าท์พุทที่ได้สามารถกำจัดการเกิดการสะท้อนของสัญญาณได้ แต่ยังไม่ีประสิทธิภาพเพียงพอ

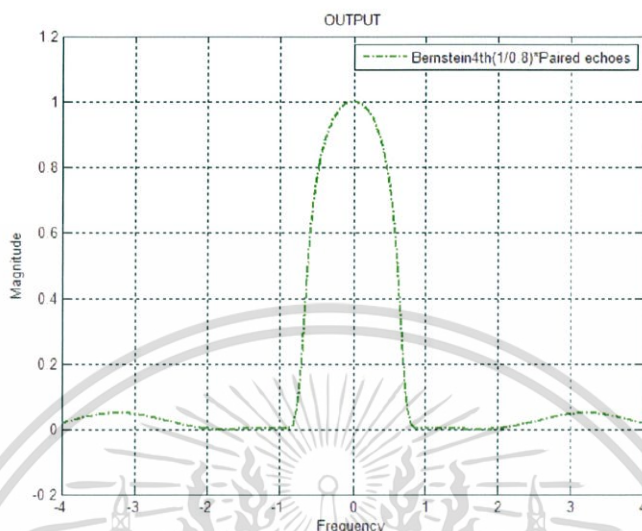


รูปที่ 4.46 กราฟรวมโพลีโนเมียลแบบเบิร์นสไตน์ลำดับที่ 2 เมื่อ $\alpha = \frac{1}{0.9999}$ กับการสะท้อนของ

สัญญาณ 1 คู่

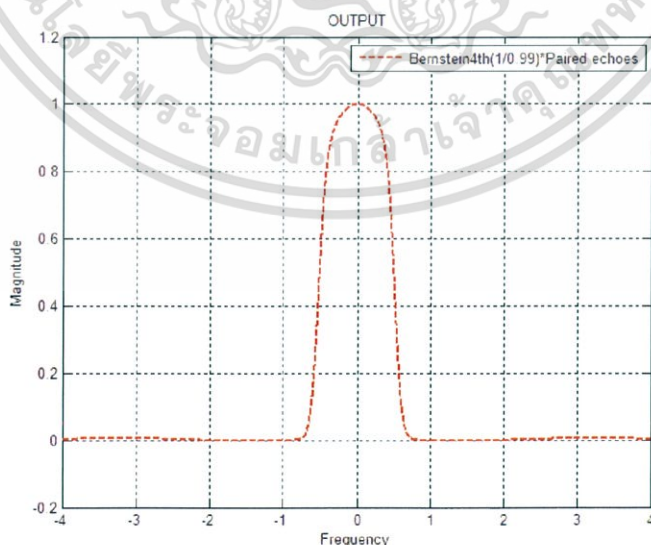
เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

รูปที่ 4.47 แสดงการรวมสัญญาณการประมาณโพลีโนเมียลแบบเบิร์นสไตน์ลำดับที่ 4 เมื่อ $\alpha = \frac{1}{0.8}$ กับการสะท้อนของสัญญาณ 1 คู่ เอ้าท์พุทที่ได้ไม่สามารถกำจัดการเกิดการสะท้อนของสัญญาณได้ เนื่องจากยังแสดงให้เห็นคลื่นที่มีการสะท้อนของสัญญาณอยู่



รูปที่ 4.47 กราฟรวมโพลีโนเมียลแบบเบิร์นสไตน์ลำดับที่ 4 เมื่อ $\alpha = \frac{1}{0.8}$ กับการสะท้อนของสัญญาณ 1 คู่

รูปที่ 4.48 แสดงการรวมสัญญาณการประมาณโพลีโนเมียลแบบเบิร์นสไตน์ลำดับที่ 4 เมื่อ $\alpha = \frac{1}{0.99}$ กับการสะท้อนของสัญญาณ 1 คู่ เอ้าท์พุทที่ได้ไม่สามารถกำจัดการเกิดการสะท้อนของสัญญาณได้ เนื่องจากยังแสดงให้เห็นคลื่นที่มีการสะท้อนของสัญญาณอยู่เล็กน้อย

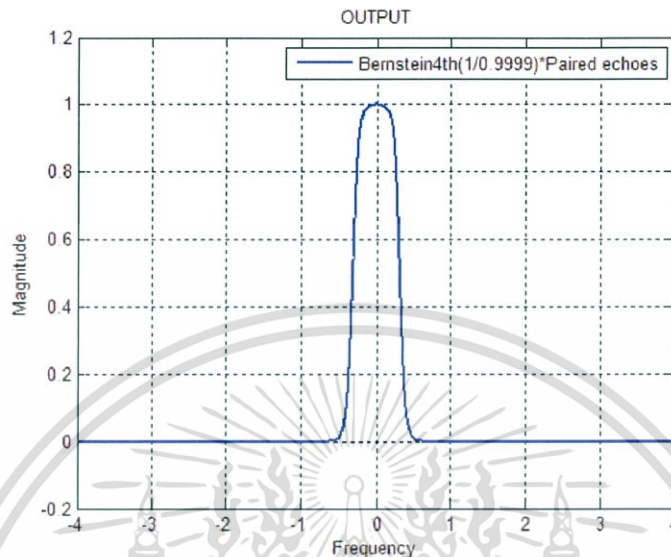


รูปที่ 4.48 กราฟรวมโพลีโนเมียลแบบเบิร์นสไตน์ลำดับที่ 4 เมื่อ $\alpha = \frac{1}{0.99}$ กับการสะท้อนของ

สัญญาณ 1 คู่

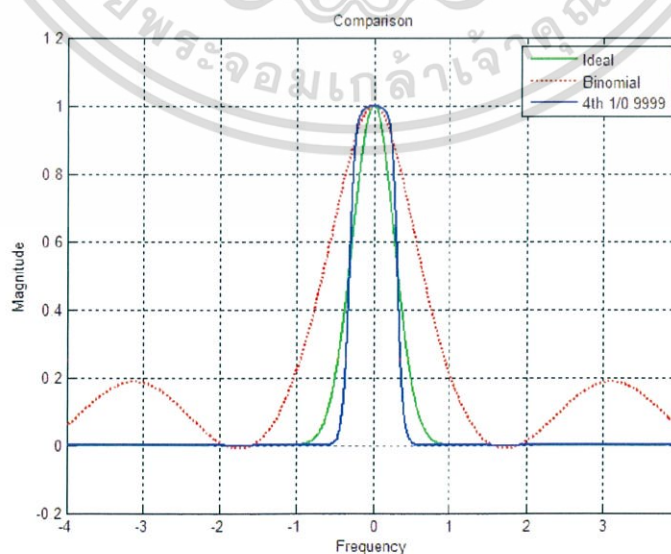
เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

รูปที่ 4.49 แสดงการรวมสัญญาณการประมาณโพลีโนเมียลแบบเบิร์นสไตน์ลำดับที่ 4 เมื่อ $\alpha = \frac{1}{0.9999}$ กับการสะท้อนของสัญญาณ 1 คู่ เอ้าท์พุทที่ได้สามารถกำจัดเกิดการสะท้อนของสัญญาณได้อย่างมีประสิทธิภาพดีที่สุดในเมื่อเปรียบเทียบกับ การสะท้อนของสัญญาณเรสโคไซน์



รูปที่ 4.49 กราฟรวมโพลีโนเมียลแบบเบิร์นสไตน์ลำดับที่ 4 เมื่อ $\alpha = \frac{1}{0.9999}$ กับการสะท้อนของสัญญาณ 1 คู่

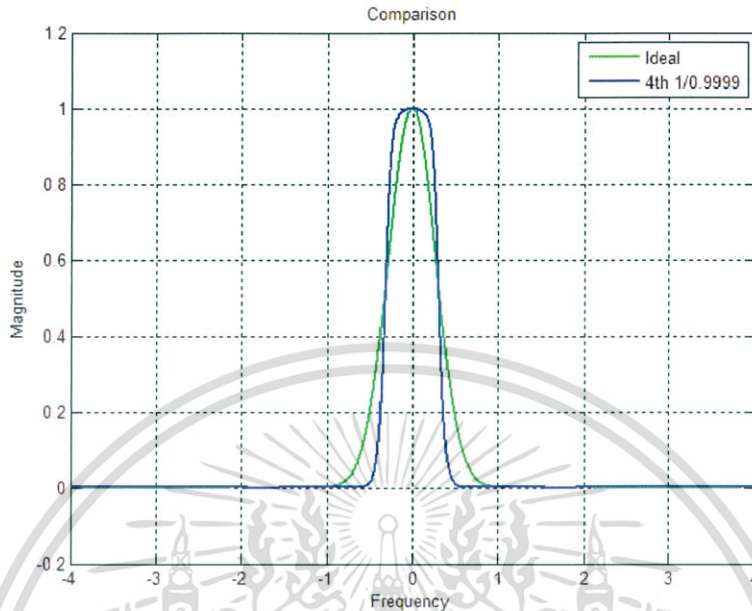
รูปที่ 4.50 แสดงการเปรียบเทียบสัญญาณที่ได้จากการประมาณด้วยทฤษฎีต่างๆที่สามารถกำจัดการสะท้อนของสัญญาณ 1 คู่ได้ ซึ่งต้องประมาณให้มีค่าใกล้เคียงกับสัญญาณเรสโคไซน์มากที่สุด จะเห็นว่า สัญญาณของโพลีโนเมียลแบบเบิร์นสไตน์ ลำดับที่ 4 เมื่อ $\alpha = \frac{1}{0.9999}$ มีค่าใกล้เคียงมากที่สุด เพราะมี H.A.D เท่ากัน



รูปที่ 4.50 กราฟเปรียบเทียบเอ้าท์พุทของการสะท้อนสัญญาณ 1 คู่

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปเผยแพร่โดยไม่ได้รับอนุญาต
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

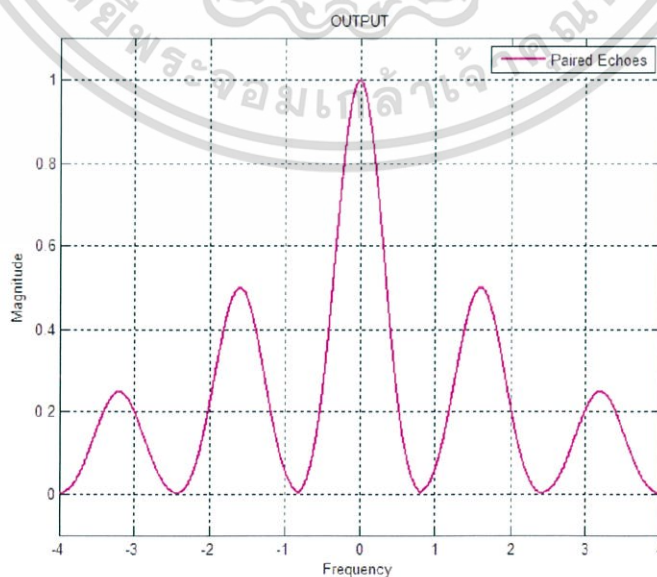
รูปที่ 4.51 แสดงการเปรียบเทียบสัญญาณที่ได้จากการประมาณสัญญาณเรสโคไซน์ และโพลีโนเมียลแบบเบียร์นสไตน์ ลำดับที่ 4 เมื่อ $\alpha = \frac{1}{0.9999}$ ที่สามารถกำจัดการสะท้อนของสัญญาณ 1 คู่ได้



รูปที่ 4.51 กราฟเปรียบเทียบการรวมสัญญาณเรสโคไซน์ โพลีโนเมียลแบบเบียร์นสไตน์ เข้ากับการสะท้อนของสัญญาณ 1 คู่

4.6.2 เอ้าท์พุทของการรวมสัญญาณ เมื่อกำหนดให้มีการสะท้อนของสัญญาณ 2 คู่

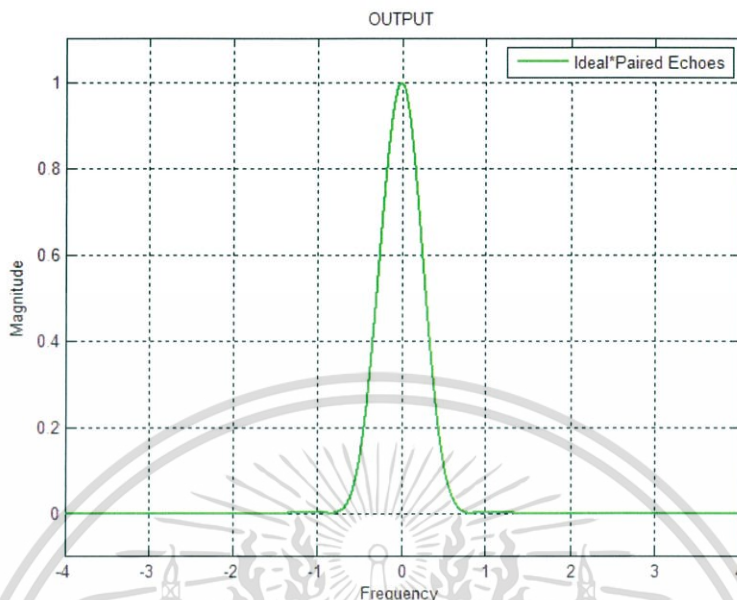
รูปที่ 4.52 แสดงการสะท้อนของสัญญาณแบบ 2 คู่ ดังทฤษฎีข้างต้น ขั้นตอนต่อไป จะนำเสนอการที่ได้จากการประมาณค่าตามทฤษฎีต่างๆ ที่ได้ทำการออกแบบมารวมกับสัญญาณการสะท้อนเพื่อตรวจสอบหาเอ้าท์พุทที่ดีที่สุด



รูปที่ 4.52 กราฟการสะท้อนของสัญญาณแบบคู่ 2 คู่

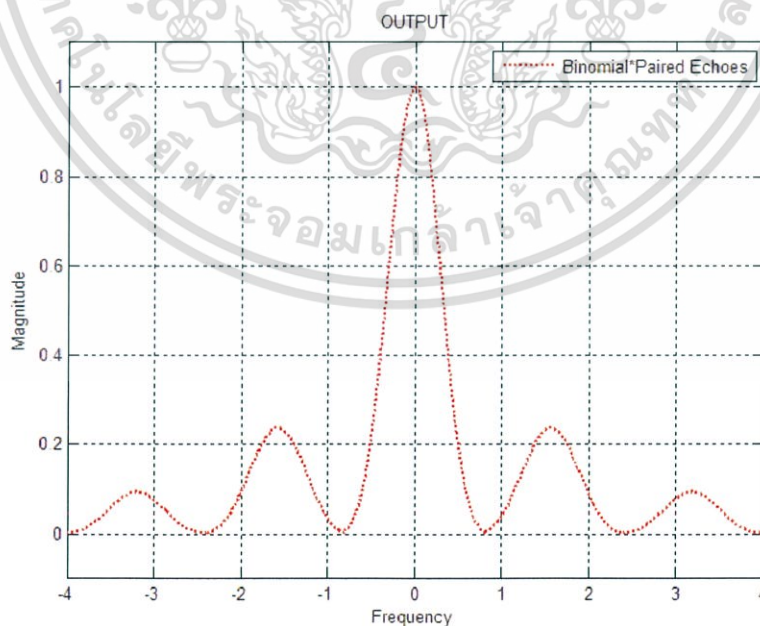
เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

รูปที่ 4.53 แสดงการรวมสัญญาณการประมาณเรสโคไซน์กับการสะท้อนของสัญญาณ 2 คู่
 เอ้าท์พุทที่ได้สามารถกำจัดการเกิดการสะท้อนของสัญญาณได้อย่างมีประสิทธิภาพ



รูปที่ 4.53 กราฟรวมสัญญาณเรสโคไซน์กับการสะท้อนของสัญญาณ 2 คู่

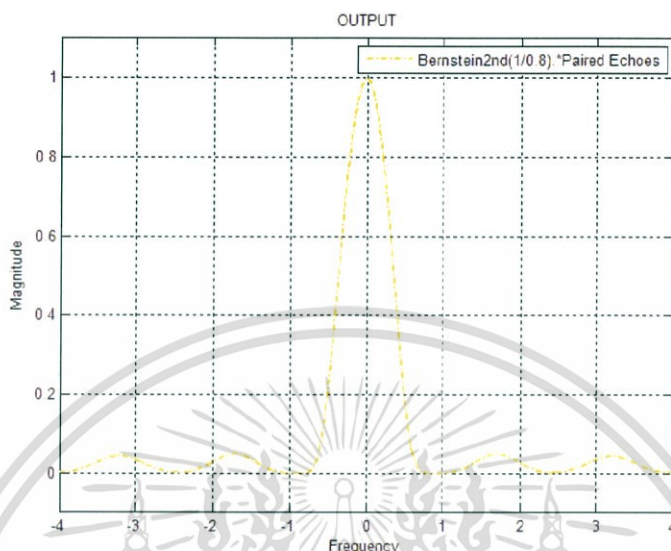
รูปที่ 4.54 แสดงการรวมสัญญาณการประมาณโพลีโนเมียลแบบไบโนเมียลกับการสะท้อน
 ของสัญญาณ 2 คู่ เอ้าท์พุทที่ได้ไม่สามารถกำจัดการเกิดการสะท้อนของสัญญาณได้ เนื่องจากยังแสดง
 ให้เห็นคลื่นที่มีการสะท้อนของสัญญาณอยู่



รูปที่ 4.54 กราฟรวมโพลีโนเมียลแบบไบโนเมียลกับการสะท้อนของสัญญาณ 2 คู่

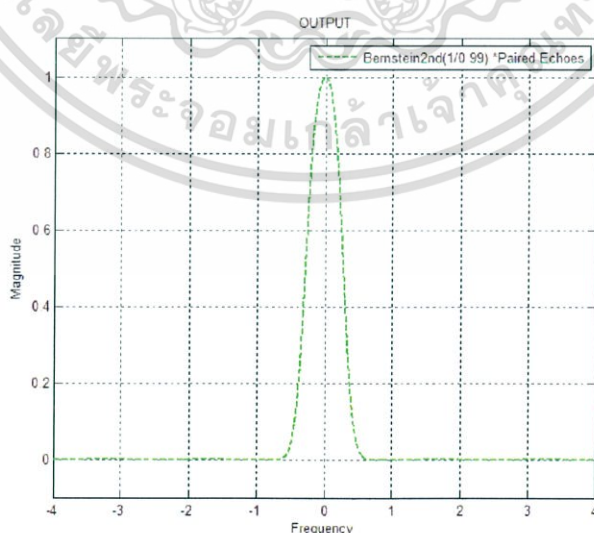
เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
 ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

รูปที่ 4.55 แสดงการรวมสัญญาณการประมาณโพลีโนเมียลแบบเบียร์นสไตน์ลำดับที่ 2 เมื่อ $\alpha = \frac{1}{0.8}$ กับการสะท้อนของสัญญาณ 2 คู่ เอ้าท์พุทที่ได้ไม่สามารถกำจัดการเกิดการสะท้อนของสัญญาณได้ เนื่องจากยังแสดงให้เห็นคลื่นที่มีการสะท้อนของสัญญาณอยู่



รูปที่ 4.55 กราฟรวมโพลีโนเมียลแบบเบียร์นสไตน์ลำดับที่ 2 เมื่อ $\alpha = \frac{1}{0.8}$ กับการสะท้อนของสัญญาณ 2 คู่

รูปที่ 4.56 แสดงการรวมสัญญาณการประมาณโพลีโนเมียลแบบเบียร์นสไตน์ลำดับที่ 2 เมื่อ $\alpha = \frac{1}{0.99}$ กับการสะท้อนของสัญญาณ 2 คู่ เอ้าท์พุทที่ได้ไม่สามารถกำจัดการเกิดการสะท้อนของสัญญาณได้ เนื่องจากยังแสดงให้เห็นคลื่นที่มีการสะท้อนของสัญญาณอยู่เล็กน้อย

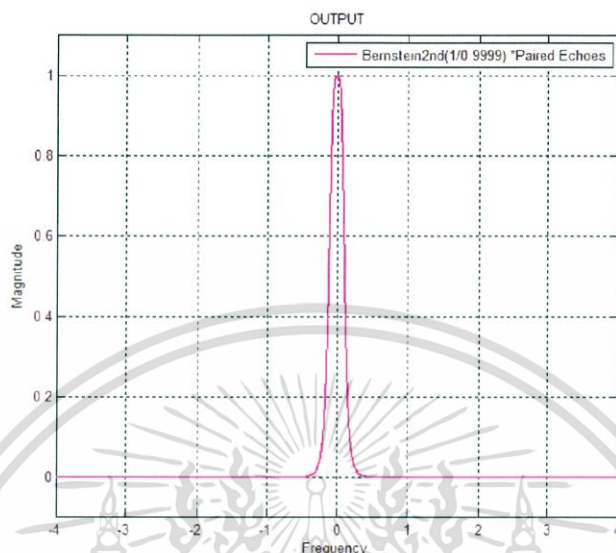


รูปที่ 4.56 กราฟรวมโพลีโนเมียลแบบเบียร์นสไตน์ลำดับที่ 2 เมื่อ $\alpha = \frac{1}{0.99}$ กับการสะท้อนของ

สัญญาณ 2 คู่

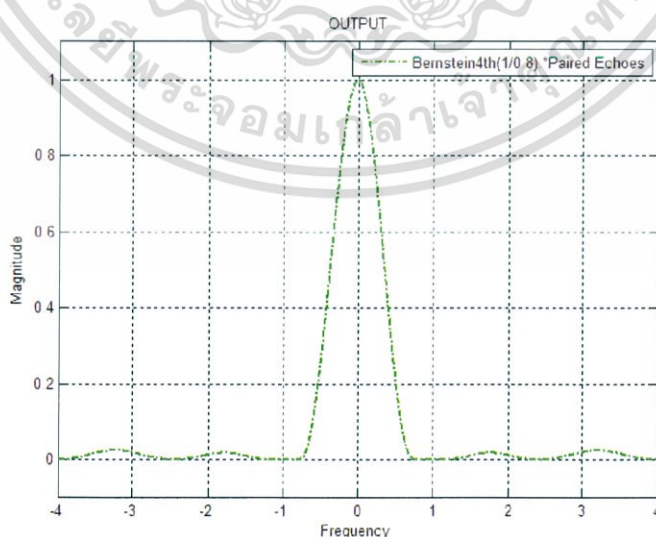
เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

รูปที่ 4.57 แสดงการรวมสัญญาณการประมาณโพลีโนเมียลแบบเบียร์นสไตน์ลำดับที่ 2 เมื่อ $\alpha = \frac{1}{0.9999}$ กับการสะท้อนของสัญญาณ 2 คู่ เอ้าท์พุทที่ได้สามารถกำจัดการเกิดการสะท้อนของสัญญาณได้ แต่ยังไม่ดีประสิทธิภาพเพียงพอ



รูปที่ 4.57 กราฟรวมโพลีโนเมียลแบบเบียร์นสไตน์ลำดับที่ 2 เมื่อ $\alpha = \frac{1}{0.9999}$ กับการสะท้อนของสัญญาณ 2 คู่

รูปที่ 4.58 แสดงการรวมสัญญาณการประมาณโพลีโนเมียลแบบเบียร์นสไตน์ลำดับที่ 4 เมื่อ $\alpha = \frac{1}{0.8}$ กับการสะท้อนของสัญญาณ 2 คู่ เอ้าท์พุทที่ได้ไม่สามารถกำจัดการเกิดการสะท้อนของสัญญาณได้ เนื่องจากยังแสดงให้เห็นคลื่นที่มีการสะท้อนของสัญญาณอยู่

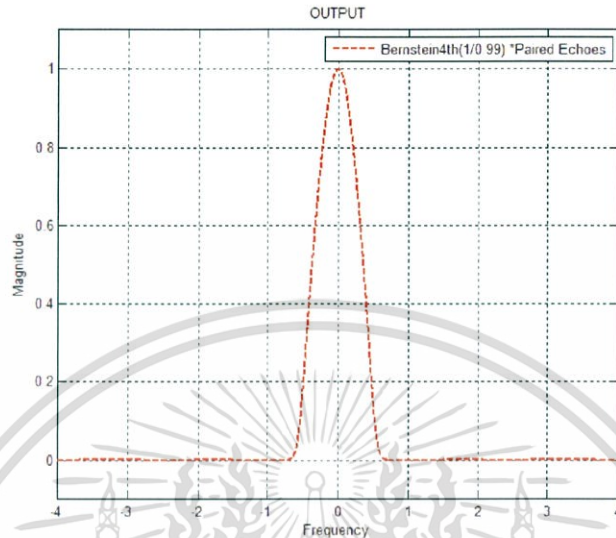


รูปที่ 4.58 กราฟรวมโพลีโนเมียลแบบเบียร์นสไตน์ลำดับที่ 4 เมื่อ $\alpha = \frac{1}{0.8}$ กับการสะท้อนของ

สัญญาณ 2 คู่

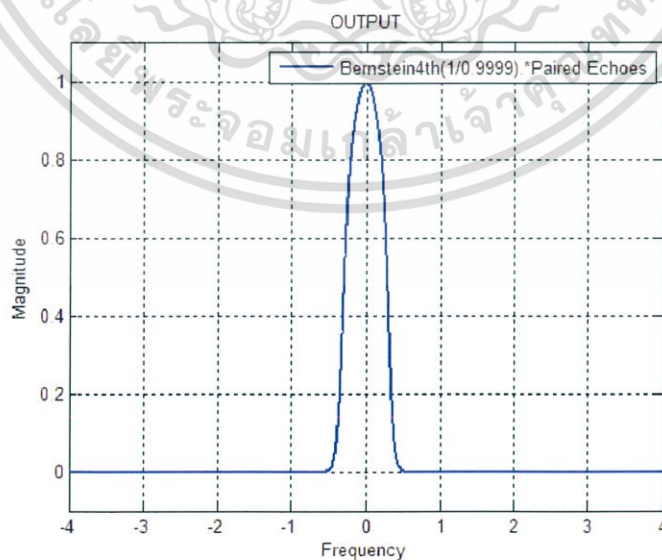
เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

รูปที่ 4.59 แสดงการรวมสัญญาณการประมาณโพลีโนเมียลแบบเบิร์นสไตน์ลำดับที่ 4 เมื่อ $\alpha = \frac{1}{0.99}$ กับการสะท้อนของสัญญาณ 2 คู่ เอ้าท์พุทที่ได้ไม่สามารถกำจัดการเกิดการสะท้อนของสัญญาณได้ เนื่องจากยังแสดงให้เห็นคลื่นที่มีการสะท้อนของสัญญาณอยู่เล็กน้อย



รูปที่ 4.59 กราฟรวมโพลีโนเมียลแบบเบิร์นสไตน์ลำดับที่ 4 เมื่อ $\alpha = \frac{1}{0.99}$ กับการสะท้อนของสัญญาณ 2 คู่

รูปที่ 4.60 แสดงการรวมสัญญาณการประมาณโพลีโนเมียลแบบเบิร์นสไตน์ลำดับที่ 4 เมื่อ $\alpha = \frac{1}{0.9999}$ กับการสะท้อนของสัญญาณ 2 คู่ เอ้าท์พุทที่ได้สามารถกำจัดการเกิดการสะท้อนของสัญญาณได้อย่างมีประสิทธิภาพดีที่สุด เมื่อเปรียบเทียบกับ การสะท้อนของสัญญาณเรโซแนนซ์

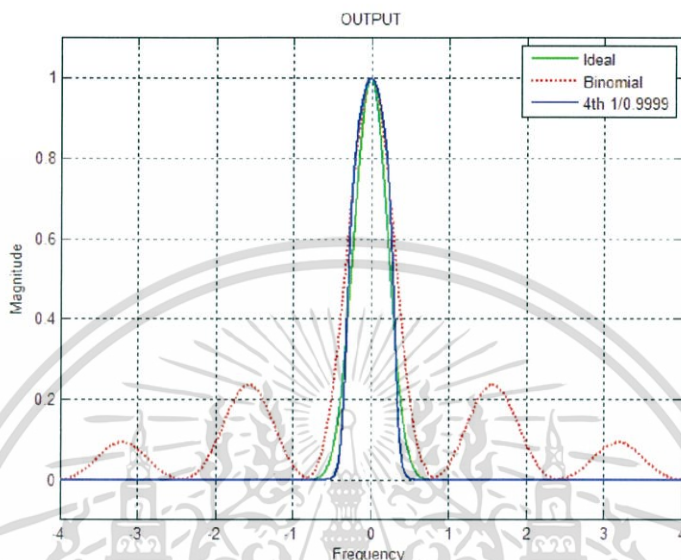


รูปที่ 4.60 กราฟรวมโพลีโนเมียลแบบเบิร์นสไตน์ลำดับที่ 4 เมื่อ $\alpha = \frac{1}{0.9999}$ กับการสะท้อนของ

สัญญาณ 2 คู่

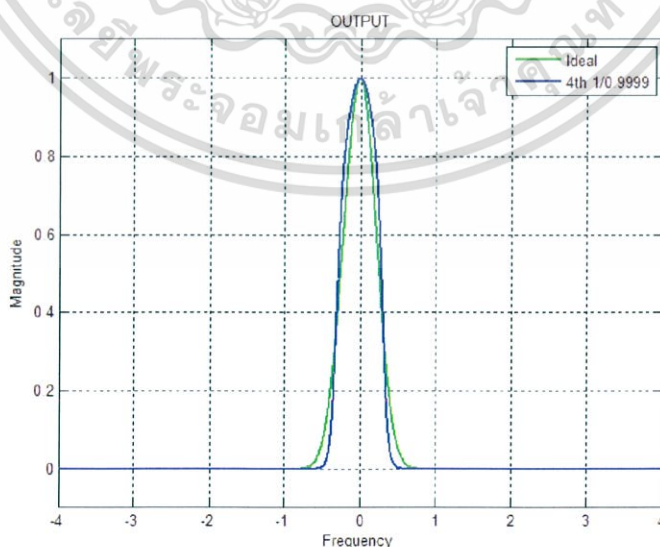
เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

รูปที่ 4.61 แสดงการเปรียบเทียบสัญญาณที่ได้จากการประมาณด้วยทฤษฎีของเรสโคไซน์ โพลีโนเมียลแบบไบโนเมียล และโพลีโนเมียลแบบเบียร์นสไตน์ ลำดับที่ 4 เมื่อ $\alpha = \frac{1}{0.9999}$ จะเห็นว่าสัญญาณของโพลีโนเมียลแบบเบียร์นสไตน์ ลำดับที่ 4 เมื่อ $\alpha = \frac{1}{0.9999}$ มีค่าใกล้เคียงกับสัญญาณเรสโคไซน์มากที่สุด และสามารถกำจัดการสะท้อนของสัญญาณ 2 คู่ได้



รูปที่ 4.61 กราฟเปรียบเทียบเอาต์พุตของการสะท้อนสัญญาณ 2 คู่

รูปที่ 4.62 แสดงการเปรียบเทียบสัญญาณที่ได้จากการประมาณด้วยทฤษฎีของเรสโคไซน์ และโพลีโนเมียลแบบเบียร์นสไตน์ ลำดับที่ 4 เมื่อ $\alpha = \frac{1}{0.9999}$ ที่สามารถกำจัดการสะท้อนของสัญญาณ 2 คู่ได้



รูปที่ 4.62 กราฟเปรียบเทียบการรวมสัญญาณเรสโคไซน์ โพลีโนเมียลแบบเบียร์นสไตน์ เข้ากับการสะท้อนของสัญญาณ 2 คู่

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

4.7 สรุป

จากการประมาณค่าด้วยวิธีของโพลีโนเมียลแบบไบโนเมียล และแบบเบียร์นสไตน์ โดยประมาณให้มีค่าใกล้เคียงกับสัญญาณเรสโคไซน์ให้มากที่สุดจากการคำนวณและนำไปพล็อตด้วยโปรแกรมแมทแล็บ สามารถสรุปได้ว่า แบบเบียร์นสไตน์มีค่าที่ใกล้เคียงมากกว่า ซึ่งการทดลองครั้งนี้เริ่มด้วยอันดับที่น้อยๆ คือ $n=2$, และ $n=4$ กำหนดค่าโรลออฟแฟกเตอร์เป็น $\alpha = \frac{1}{0.8}$ $\alpha = \frac{1}{0.99}$ และ $\alpha = \frac{1}{0.9999}$ ได้ผลว่าลำดับที่ 4 ของ $\alpha = \frac{1}{0.9999}$ เป็นค่าที่ดีที่สุด โดยกราฟมีเฟสและดีเลย์เข้าใกล้ค่า 0 และได้นำไปทดสอบความมีประสิทธิภาพโดยใช้เกณฑ์ของมิไฮลอฟ ในการทดสอบคือกราฟจะมีลักษณะเป็นวงกลมล้อมรอบจุด (0,0) ที่ทิศทางจากจุดกำเนิดของเส้นจะมีทิศทางทวนเข็มนาฬิกา



เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

บทที่ 5

สรุปและวิจารณ์การทดลอง

5.1 สรุปผลการทดลอง

โครงการการประมาณสัญญาณเรสโคไซน์บนพื้นฐานโพลีโนเมียลแบบเบียร์นสไตน์ โดยทั่วไปแล้วมีวิธีการมากมายในการประมาณสัญญาณเรสโคไซน์ ซึ่งมีบทบาทสำคัญในการส่งข้อมูล และการสื่อสารไร้สายผ่านแบนด์ลิมิต (bandlimited Channels) โดยแต่ละวิธีการต่างกันไปเป็นผลให้บางวิธีการได้ผลตอบสนองที่ยังไม่ดีเท่าที่ควร จากการศึกษาพบว่าทฤษฎีโพลีโนเมียลแบบเบียร์นสไตน์สามารถนำมาประมาณสัญญาณเพื่อนำไปแก้ไขการเกิดการสะท้อนได้อย่างมีประสิทธิภาพ โดยการสะท้อนนี้จะส่งผลให้เกิดภาพซ้อนที่ปรากฏในโทรทัศน์ จึงได้ทำการทดลองโดยจำลองการออกแบบโดยใช้โปรแกรมแมทแล็บ (MATLAB) โดยได้เริ่มการทดลองจากอันดับ (Order) ที่ยังไม่สูงมากซึ่งได้เริ่มต้นใช้ที่ $n=2$ และเพิ่มเป็น $n=4$ และเปลี่ยนค่าตัวแปร $\alpha = \frac{1}{0.8}$ $\alpha = \frac{1}{0.99}$ และ $\alpha = \frac{1}{0.9999}$ ผลที่ได้เมื่อนำไปพล็อตกราฟแล้วมาเปรียบเทียบกันพบว่าในลำดับที่ 4 และ $\alpha = \frac{1}{0.9999}$ เป็นค่าที่ดีที่สุด โดยกราฟมีเฟสและดีเลย์ที่ราบเรียบเข้าหาค่าศูนย์ และได้นำไปทดสอบความมีประสิทธิภาพโดยใช้เกณฑ์ของมิไฮลอฟ ในการทดสอบคือกราฟจะมีลักษณะเป็นวงกลมล้อมรอบจุด (0,0) ที่ทิศทางจากจุดกำเนิดของเส้นจะมีทิศทางทวนเข็มนาฬิกา และเมื่อนำมาทดสอบแก้ไขการเกิดการสะท้อนของสัญญาณปรากฏว่าผลที่ได้คือสามารถลดการสะท้อนของสัญญาณด้านข้างได้และข้อมูลเสียหายน้อยที่สุด

5.2 แนวทางพัฒนาในอนาคต

ในการทดลองนี้เราเลือกมาทดสอบแค่การสะท้อนเพียงคู่เดียว ซึ่งถ้าเราต้องการที่จะแก้การสะท้อนที่มากกว่านี้ อาจจะต้องทำการเพิ่มอันดับ (Order) ให้สูงขึ้นและอาจทำการทำการนำสมการนี้ไปดำเนินการจริงโดยนำไปลงบอร์ด Audino เพื่อจะมาเป็นวงจรที่สามารถแก้ไขการเกิดภาพซ้อนได้ที่ใช้งานได้จริง

เอกสารอ้างอิง

- [1] เบ็ญจวรรณ รังสิกลม, ปวีณรัตน์ อินโรสง, ปัทมาวดี หอเนตรวิจิตร และปาริฉัตร เลิศและ. 2552. วงจรปรับเท่าแบบปรับตัวได้โดยใช้อัลกอริทึม VSLMS สำหรับการแก้สัญญาณภาพซ้อน. กรุงเทพฯ: ปรินญาณิพนธ์ สาขาวิศวกรรมสารสนเทศ สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง
- [2] รัฐพล กตัญญู, ศรินทิพย์ จินยัม และอานนท์ อังคนะวงศ์. 2551. การประมาณฟังก์ชันของสัญญาณเรสโคไซน์พัลส์. กรุงเทพฯ: ปรินญาณิพนธ์ สาขาวิศวกรรมสารสนเทศ สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง
- [3] Y.F.Gui and W.B.Dou, Phenomena of Paired Echoes and Transmission Characteristics of the Pulse Signal in Dispersive Transmission Lines with Discontinuities, Progress In Electromagnetics Research B, Vol. 5, pp.240-225, .2008
- [4] HAROLD A. WHEELER. The Interpretation of Amplitude and Phase Distortion in Terms of Paired Echoes, Proc. IRE, Vol. 27, 359-384
- [5] ประมวล ศิริพันธ์แก้ว. ภาพซ้อนบนจอโทรทัศน์เกิดขึ้นได้อย่างไร. [ออนไลน์]. เข้าถึงได้จาก <http://www.rmutphysics.com/charud/scibook/physcis-for-everyday/physcis-for-everydayuse-content/101-128/indexcontent114.htm>. (วันที่ค้นข้อมูล : ตุลาคม 2557).
- [6] ทศวรรษ ชิวะธนาเลิศกุล, ทปกร เหมือนเดย และธนิน วิรัชกุล. 2556. การออกแบบวงจรครอสโอเวอร์เน็ตเวิร์คแบบสามทางด้วยระเบียบวิธีการใหม่. กรุงเทพฯ: ปรินญาณิพนธ์ สาขาวิศวกรรมสารสนเทศ สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง
- [7] Nader Sheikholeslami Alagha and Peter Kabal, Generalized Raised – Cosine Filters, IEEE Transaction on Communications, vol. 47 no. 7, July 1999.
- [8] V. Chutchavong, O.Sangaroon, C. Benjangkaprasent, and K. Janchitrapongvej, Luminance – Chrominance Gain Equalizer Based on Bernstein Polynomial, IEEJ Trans.on ELS Japan., vol. 130, August 2010.
- [9] A.S Kang, and Vishol Sharma, Pulse Shape Filtering in wireless Communication – A critical Analysis, International Journal of Advanced Computer Science and Applications, vol. 2 no. 3, March 2011
- [10] G.G. Lorenz, Bernstein Polynomials, University of Toronto Press 1953.
- [11] V.L. Pekar, and Prokop, Stabiligation of Delay System by a Proportioned Controller, International Journal of Mathematical Models and Methods in Applied Sciences, vol. 4, 2010.
- [12] S. Karni and N.Ahmed, An Approximation to a Specified Magnitude using Non-Minimum Phase Networks, Proc.IEEE CAS, 1978.

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

- [13] Y.F.Gui and W.B.Dou, "Phenomena of Paired Echoes and Transmission Characteristics of the Pulse Signal in Dispersive Transmission Lines with Discontinuities", Progress in Electromagnetics Research B, Vol. 5, pp.225-240, 2008.



เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้