

การออกแบบออร์ธอกอนอลพัลส์ในระบบอัลตราไวด์แบนด์
บนพื้นฐานโพลีโนเมียลแบบเบิร์นสไตน์

DESIGN OF ORTHOGONAL PULSES IN UWB SYSTEM
BASED ON BERNSTEIN POLYNOMIALS

จิตรกร	พุ่มศักดิ์
JITTRIKORN	PUMPAKDEE
มารีสา	ธีรโรจนวงศ์
MAREESA	TEERARODJANAWONG
ลลิตา	คันระ
LALITA	KANTHA

ปริญญาานิพนธ์นี้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตรปริญญาวิศวกรรมศาสตรบัณฑิต
สาขาวิชาวิศวกรรมสารสนเทศ
คณะวิศวกรรมศาสตร์
สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง
ปีการศึกษา 2557

การออกแบบออร์ธอกอนอลพัลส์ในระบบอัลตราไวด์แบนด์
บนพื้นฐานโพลิโนเมียลแบบเบียร์นส์ไตน์

DESIGN OF ORTHOGONAL PULSES IN UWB SYSTEM
BASED ON BERNSTEIN POLYNOMIALS

จิตรกร	พุ่มภักดี
JITTRIKORN	PUMPAKDEE
มารีสา	ธีร์โรจนวงศ์
MAREESA	TEERARODJANAWONG
ลลิตา	คันธะ
LALITA	KANTHA

ปริญญาานิพนธ์นี้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตรปริญญาวิศวกรรมศาสตรบัณฑิต
สาขาวิชาวิศวกรรมสารสนเทศ
คณะวิศวกรรมศาสตร์
สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง
ปีการศึกษา 2557

DESIGN OF ORTHOGONAL PULSES IN UWB SYSTEM
BASED ON BERNSTEIN POLYNOMIALS

JITTRIKORN PUMPAKDEE
MAREESA TEERARODJANAWONG
LALITA KANTHA

THIS THESIS IS SUBMITTED IN PARTIAL FULFILLMENT
OF THE REQUIREMENT FOR THE DEGREE OF
BACHELOR OF ENGINEERING IN INFORMATION ENGINEERING
FACULTY OF ENGINEERING
KING MONGKUT'S INSTITUTE OF TECHNOLOGY LADKRABANG
ACADEMIC YEAR 2014

คณะวิศวกรรมศาสตร์
สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง
ใบรับรองปริญญาานิพนธ์

หัวข้อปริญญาานิพนธ์	การออกแบบออร์ธอกอนอลพัลส์ในระบบอัลตราไวด์ แบนด์บนพื้นฐานโพลิโนเมียลแบบเบิร์นสไตน์
Thesis Title	Design of Orthogonal Pulses in UWB System based on Bernstein Polynomials
ชื่อนักศึกษา	1. นางสาวจิตติกร พุ่มภักดี รหัสนักศึกษา 54010195 2. นางสาวมารีสา อีร์โรจนวงศ์ รหัสนักศึกษา 54011031 3. นางสาวลลิตา คันธะ รหัสนักศึกษา 54011095
ระดับปริญญา	วิศวกรรมศาสตรบัณฑิต
สาขาวิชา	วิศวกรรมสารสนเทศ
ปริญญาานิพนธ์ปีการศึกษา	2557

()

ดร.วันวิสา ชัยวงษ์

อาจารย์ที่ปรึกษาปริญญาานิพนธ์

หัวข้อปริญญานิพนธ์	การออกแบบออร์ธอกอนอลพัลส์ในระบบอัลตราไวด์แบนด์บนพื้นฐานโพลีโนเมียลแบบเบิร์นสไตน์		
ชื่อนักศึกษา	นางสาวจิตริกร พุ่มภักดี	รหัสนักศึกษา	54010195
	นางสาวมารีสา อีร์โรจนวงศ์	รหัสนักศึกษา	54011031
	นางสาวลลิตา คันธะ	รหัสนักศึกษา	54011095
ระดับปริญญา	วิศวกรรมศาสตรบัณฑิต		
สาขาวิชา	วิศวกรรมสารสนเทศ		
ปีการศึกษา	2557		
อาจารย์ที่ปรึกษาปริญญานิพนธ์	ดร.วันวิสา ชัชวงษ์		

บทคัดย่อ

ปริญญานิพนธ์ฉบับนี้ นำเสนอการออกแบบออร์ธอกอนอลพัลส์ในระบบอัลตราไวด์แบนด์ โดยการศึกษาวิธีการมอดูเลตแบบต่างๆ (Modulation Techniques) ในระบบอัลตราไวด์แบนด์ (Ultra-wind Band) ซึ่งจากการศึกษาพัลส์ที่ใช้ในการมอดูเลตโดยใช้รูปพัลส์ (PSM) พบว่า หากกลุ่มของพัลส์ที่นำมาใช้ในการมอดูเลตมีคุณสมบัติออร์ธอกอนอล (Orthogonal Pulses) คือพัลส์ที่ตั้งฉากต่อกันทั้งหมด จะทำให้ประสิทธิภาพในการมอดูเลตสัญญาณเพิ่มมากขึ้น เพราะสามารถลดสัญญาณรบกวนที่เกิดสัญญาณระหว่างสัญลักษณ์ (Inter-Symbol Interference: ISI) ได้เป็นอย่างดี โดยคณะผู้จัดทำ ได้ทำการออกแบบพัลส์ที่มีคุณสมบัติออร์ธอกอนอลโดยการนำฟังก์ชันโคไซน์ยกกำลังที่ m กับ อนุพันธ์อันดับที่ n ของฟังก์ชันโคไซน์ยกกำลังที่ m มาออกแบบกลุ่มของออร์ธอกอนอลพัลส์ที่ใช้ในระบบอัลตราไวด์แบนด์บนพื้นฐานพหุนามเบิร์นสไตน์

Thesis Title	Design of Orthogonal Pulses in UWB System based on Bernstein Polynomials	
Student	Ms.Jittrikorn Pumpakdee	Student ID. 54010195
	Ms.Mareesa Teerarodjanawong	Student ID. 54011031
	Ms.Lalita Kantha	Student ID. 54011095
Degree	Bachelor of Engineering	
Program	Information Engineering	
Academic Year	2557	
Thesis Advisor	Dr.Vanvisa Chutchavong	

ABSTRACT

This thesis proposes a novel method to obtain orthogonal pulses for UWB systems. Modulation techniques are studied and investigated, with performance compared to each other. Pulse Shape Modulation (PSM) is one of our interests because of its high performance in user data rate and multiple access. Moreover, PSM is tolerant to Inter-Symbol Interference. In this thesis, researchers use raised-cosine functions and their derivatives to design a set of orthogonal pulses in UWB systems based on Bernstein Polynomials.

กิตติกรรมประกาศ

ปริญญาโทฉบับนี้สำเร็จลุล่วงไปด้วยดี ด้วยความช่วยเหลือของอาจารย์วันวิสา ชัชวงษ์ อาจารย์ที่ปรึกษาปริญญาโท ซึ่งท่านได้ให้คำแนะนำและข้อคิดเห็นต่างๆ อันเป็นประโยชน์อย่างยิ่ง ในการทำวิจัย อีกทั้งยังช่วยแก้ปัญหาต่างๆ ที่เกิดขึ้นระหว่างการดำเนินงานอีกด้วย ขอขอบคุณ คุณสิปกร แซ่เอี้ยว สำหรับคำแนะนำและความช่วยเหลือในทุกๆ ด้านในการทำวิจัย นอกจากนี้ ขอขอบคุณเพื่อนๆ ทุกคนที่เป็นกำลังใจ และให้ความช่วยเหลือในการทำปริญญาโทเรื่องนี้

สุดท้ายนี้ คณะผู้จัดทำขอขอบพระคุณบิดามารดา และครอบครัว ซึ่งเปิดโอกาสให้ได้รับการศึกษาเล่าเรียน ตลอดจนคอยช่วยเหลือและให้กำลังใจคณะผู้จัดทำเสมอมาจนสำเร็จการศึกษา

จิตรกร	พุ่มภักดี
มารีสา	ธีรโรจนวงศ์
ลลิตา	คันธะ

สารบัญ

	หน้า
บทคัดย่อภาษาไทย.....	I
บทคัดย่อภาษาอังกฤษ.....	II
กิตติกรรมประกาศ	III
สารบัญ	IV
สารบัญตาราง.....	VII
สารบัญรูป	VIII
บทที่ 1 บทนำ	1
1.1 บทนำ	1
1.2 ที่มาและความสำคัญของโครงการ	1
1.3 วัตถุประสงค์ของโครงการ.....	2
1.4 ขอบเขตของโครงการ.....	2
1.5 ผลที่คาดว่าจะได้รับ	2
บทที่ 2 ระบบอัลตราไวด์แบนด์และทฤษฎีที่เกี่ยวข้อง	3
2.1 บทนำ	3
2.2 ประวัติความเป็นมา	3
2.3 หลักการพื้นฐาน.....	5
2.4 ข้อกำหนดการทำงานของระบบอัลตราไวด์แบนด์	6
2.4.1 ข้อกำหนดในสหรัฐอเมริกา.....	6
2.4.2 ข้อกำหนดของระบบแถบกว้างยิ่งในยุโรป	7
2.5 การประยุกต์ใช้เทคโนโลยีอัลตราไวด์แบนด์	9
2.6 ฟังก์ชันเกาส์เซียนและสมการความหนาแน่นสเปกตรัม	9
2.6.1 ฟังก์ชันเกาส์เซียน	10
2.6.2 พัลส์วงรอบเดี่ยวแบบเกาส์เซียน.....	10
2.6.3 พัลส์แบบสี่เหลี่ยมดับเลต	11
2.6.4 พัลส์แบบเกาส์เซียนดับเลต	12
2.7 คุณสมบัติต่างๆของพัลส์	13
2.7.1 ความหนาแน่นสเปกตรัมของรูปคลื่น.....	13
2.7.2 แอมพลิจูดของรูปคลื่น	14
2.7.3 แบนด์วิดธ์ของรูปคลื่น.....	14
2.7.4 กำลังเฉลี่ยของรูปคลื่น.....	14

สารบัญ(ต่อ)

	หน้า
2.8 การวิเคราะห์พัลส์	15
2.8.1 ประสิทธิภาพของสเปกตรัม.....	15
2.8.2 การปล่อยพลังงานของพัลส์เกินขีดจำกัด	15
2.8.3 ผลคุณระหว่างเวลาและแบนด์วิดท์.....	16
2.9 วิธีการมอดูเลตพัลส์ในระบบอัลตราไวด์แบนด์	17
2.9.1 รูปแบบ PAM.....	17
2.9.2 รูปแบบ PPM.....	18
2.9.3 รูปแบบ PSM.....	19
2.10 ฟังก์ชันออร์ธอกอนอล	20
2.11 บทสรุป.....	21
บทที่ 3 การออกแบบ	22
3.1 บทนำ	22
3.2 ฟังก์ชันโคไซน์ยกกำลัง	22
3.2.1 สมการพัลส์โคไซน์ยกกำลัง.....	23
3.3 พหุนามเซอร์มิต.....	24
3.3.1 ฟังก์ชันเซอร์มิต.....	25
3.3.2 เซอร์มิตพัลส์	26
3.4 พหุนามเบิร์นสไตน์.....	27
3.4.1 พหุนามเบิร์นสไตน์.....	27
3.4.2 นิยามการวนซ้ำของพหุนามเบิร์นสไตน์	27
3.4.3 การแปลงจากเบิร์นสไตน์เบสิสไปยังเลขยกกำลังพื้นฐาน	28
3.4.4 การหาอนุพันธ์	29
3.5 การออกแบบออร์ธอกอนอลพัลส์วิธีที่ 1.....	30
3.6 การออกแบบออร์ธอกอนอลพัลส์วิธีที่ 2.....	30
3.7 สรุป.....	35
บทที่ 4 ผลการดำเนินงาน	36
4.1 บทนำ	36
4.2 ผลการออกแบบออร์ธอกอนอลพัลส์วิธีที่ 1	36
4.3 ผลการออกแบบออร์ธอกอนอลพัลส์วิธีที่ 2.....	48

สารบัญ(ต่อ)

	หน้า
บทที่ 5 ผลการดำเนินงาน	54
5.1 สรุปผลจากการดำเนินงาน.....	54
4.2 ประโยชน์ที่ได้รับ.....	54
4.3 ปัญหาที่พบระหว่างดำเนินงาน	54
4.4 แนวทางการพัฒนาต่อ	54
บรรณานุกรม.....	55

สารบัญตาราง

ตารางที่	หน้า
2.1 ข้อจำกัดในการแพร่กระจายแถบกำลังงานโดยFCC.....	7
2.2 ข้อจำกัดในการแพร่กระจายแถบกำลังงานโดยETSI	8
4.1 การหาอรรถกอนอระหว่างโคไซน์กำลังที่ 3 กับอนุพันธ์อันดับที่ n ของโคไซน์กำลัง ที่ 3	41
4.2 การหาอรรถกอนอระหว่างโคไซน์กำลังที่ 4 กับอนุพันธ์อันดับที่ n ของโคไซน์กำลัง ที่ 4	43
4.3 การหาอรรถกอนอระหว่างโคไซน์กำลังที่ 5 กับอนุพันธ์อันดับที่ n ของโคไซน์กำลัง ที่ 5	45

สารบัญรูป

รูปที่	หน้า
2.1 การเปรียบเทียบสเปกตรัมระหว่างอัลตราไวด์แบนด์และแถบความถี่อื่นๆ.....	3
2.2 เปรียบเทียบอัตราข้อมูลต่อบิตและระยะทางระหว่างแถบกว้างยิ่งและแถบความถี่อื่นๆ	5
2.3 ข้อกำหนดสเปกตรัมของเทคโนโลยีอัลตราไวด์แบนด์ภายในอาคารระหว่างFCCและETSI	8
2.4 ข้อกำหนดสเปกตรัมของเทคโนโลยีอัลตราไวด์แบนด์ภายนอกอาคารระหว่างFCCและETSI.....	9
2.5 ฟังก์ชันเกาส์เซียนที่ σ ค่าต่างๆ.....	10
2.6 พัลส์วงรอบเดี่ยวแบบเกาส์เซียน	11
2.7 พัลส์แบบสี่เหลี่ยมดับเลต	12
2.8 พัลส์แบบเกาส์เซียนดับเลต	13
2.9 ตัวอย่างของรูปคลื่นที่ใช้ในแบบแผนPAM.....	17
2.10 ตัวอย่างของรูปคลื่นที่ใช้ในแบบแผนPPM.....	19
2.11 ตัวอย่างของรูปคลื่นที่ใช้ในแบบแผนPSM.....	20
3.1 วงกลมหนึ่งหน่วย.....	22
3.2 ฟังก์ชันโคไซน์ซึ่งเป็นฟังก์ชันคู่.....	22
3.3 สามพจน์แรกของพหุนามเฮอร์มิต.....	25
4.1 รูปกราฟของสมการที่ (4.2) และ (4.3).....	37
4.2 รูปกราฟของสมการที่ (4.5) และ (4.6).....	38
4.3 รูปกราฟของสมการที่ (4.8) และ (4.9).....	39
4.4 รูปกราฟของสมการที่ (4.11) และ (4.12)	40
4.5 รูปพัลส์ที่มีคุณสมบัติออร์ธอกอนอลกัน.....	52

บทที่ 1

บทนำ

1.1 บทนำ

เทคโนโลยีการสื่อสารอัลตราไวด์แบนด์ (Ultra-wide Band) เป็นเทคโนโลยีที่อาศัยสัญญาณพัลส์วิทยุ (Impulse Radio) ที่มีช่วงความกว้างของพัลส์แคบมาก ทำให้พลังงานของสัญญาณถูกกระจายอยู่ในช่วงแถบความถี่ที่กว้างมาก จึงถูกเรียกว่า อัลตราไวด์แบนด์ โดยปกติพัลส์ที่นิยมนำมาใช้กับการรับ-ส่งสัญญาณในระบบอัลตราไวด์แบนด์คือ เกาส์เซียนพัลส์ (Gaussian Pulse) ซึ่งอาศัยวิธีการมอดูเลต (Modulation) รูปแบบต่างๆ เช่น การมอดูเลตโดยใช้ตำแหน่งพัลส์ (Pulse Position Modulation: PPM), การมอดูเลตโดยใช้แอมพลิจูด (Pulse Amplitude Modulation: PAM) และการมอดูเลตโดยใช้รูปพัลส์ (Pulse Shape Modulation: PSM) ซึ่งการมอดูเลตโดยใช้รูปพัลส์นี้ สามารถนำมาใช้ประโยชน์ในระบบการสื่อสารที่มีผู้ใช้งานมากกว่าหนึ่ง และการร่วมกันใช้ช่องสัญญาณ (Multiple Access) ซึ่งจากการศึกษาพัลส์ที่ใช้ในการมอดูเลตโดยใช้รูปพัลส์ พบว่า หากกลุ่มของพัลส์ที่นำมาใช้ในการมอดูเลตมีคุณสมบัติออร์ธอกอนอล (Orthogonal Pulses) คือ พัลส์ที่ตั้งฉากต่อกันทั้งหมด จะทำให้ประสิทธิภาพในการมอดูเลตสัญญาณเพิ่มมากขึ้น เพราะสามารถลดสัญญาณรบกวนที่เกิดสัญญาณระหว่างสัญลักษณ์ (Inter-Symbol Interference: ISI) ได้เป็นอย่างดี ถึงแม้การออกแบบกลุ่มของพัลส์ที่มีคุณสมบัติออร์ธอกอนอลจะมีความซับซ้อน แต่การมอดูเลตโดยใช้รูปพัลส์ที่ทุกพัลส์ในกลุ่มมีคุณสมบัติออร์ธอกอนอลทั้งหมด ทำให้มีอัตราการรับ-ส่งข้อมูลเพิ่มขึ้นเป็นเท่าตัว และเรียกวิธีการมอดูเลตดังกล่าวว่า การมอดูเลตโดยใช้ออร์ธอกอนอลพัลส์ (Orthogonal Pulse Modulation: OPM) ดังนั้น ปรวิญญานิพนธ์ฉบับนี้จึงศึกษาและออกแบบพัลส์ที่มีคุณลักษณะเชิงตั้งฉาก สำหรับใช้ในระบบอัลตราไวด์แบนด์

1.2 ที่มาและความสำคัญของโครงการ

เนื่องจากพัลส์คือหัวใจสำคัญของระบบอัลตราไวด์แบนด์ เพราะนอกจากความกว้างของพัลส์แสดงถึงขนาดของแบนด์วิดท์ (Bandwidth) แล้วรูปร่างของพัลส์ยังเป็นตัวกำหนดให้สเปกตรัม (Spectrum) ที่พัลส์ดังกล่าวครอบคลุมอยู่ ดังนั้น การพัฒนารูปแบบของพัลส์จึงเป็นพื้นฐานสำคัญในการพัฒนาระบบอัลตราไวด์แบนด์

ปัจจุบันได้มีรูปแบบการมอดูเลตแบบใช้รูปพัลส์ซึ่งกำลังได้รับความนิยมเพราะสามารถนำมาใช้ในการออกแบบให้ระบบมีอัตราข้อมูลเพิ่มสูงขึ้นได้ หรือยังสามารถนำมาออกแบบให้ระบบรองรับการร่วมใช้ช่องสัญญาณได้อีกด้วย ประเด็นสำคัญประการหนึ่งในการใช้การมอดูเลตโดยใช้รูปพัลส์คือ การเกิดการรบกวนกันระหว่างสัญลักษณ์ซึ่งลดทอนประสิทธิภาพของการสื่อสาร ดังนั้นการออกแบบพัลส์เพื่อให้สามารถทนทานต่อการเกิดสัญญาณรบกวนแบบดังกล่าวได้ต้องอาศัย การใช้เซตของออร์ธอกอนอลพัลส์ ดังนั้นในปรวิญญานิพนธ์ฉบับนี้จึงนำเสนอกระบวนการในการออกแบบออร์ธอกอนอลพัลส์สำหรับระบบอัลตราไวด์แบนด์บนพื้นฐานโพลิโนเมียลแบบเบิร์นสไตน์ (Bernstein Polynomials)

พร้อมกับได้แสดงประสิทธิภาพของเซตของพัลส์ที่ออกแบบในปฏิญญาพันธฉบับนี้เปรียบเทียบกับเซตของออร์ธอกอนอลพัลส์ในอดีตไว้อีกด้วย

1.3 วัตถุประสงค์ของโครงการ

1. เพื่อศึกษาคุณสมบัติของระบบอัลตราไวด์แบนด์
2. เพื่อศึกษารูปแบบของเกาส์เซียนพัลส์และพัลส์แบบต่างๆที่ใช้ในระบบอัลตราไวด์แบนด์ เพื่อสามารถนำมาออกแบบพัลส์ชนิดใหม่
3. เพื่อศึกษาการประยุกต์ใช้งานโปรแกรม MATLAB ในการประมวลผลของสัญญาณดิจิทัล (Digital Signal)
4. เพื่อศึกษาวิธีการมอดูเลตพัลส์ในระบบอัลตราไวด์แบนด์
5. เพื่อศึกษาคุณสมบัติออร์ธอกอนอลของพัลส์ และสามารถออกแบบออร์ธอกอนอลพัลส์ในระบบอัลตราไวด์แบนด์ได้

1.4 ขอบเขตของโครงการ

ปฏิญญาพันธฉบับนี้ทำการศึกษาของกลุ่มพัลส์เชิงตั้งฉากในอดีต รวมถึงเทคนิคและวิธีการในการออกแบบพัลส์เชิงตั้งฉากเหล่านั้น จากนั้นจึงทำการออกแบบกลุ่มของพัลส์ชนิดใหม่ที่มีคุณสมบัติเชิงตั้งฉากโดยอาศัยคุณสมบัติต่างๆของเบร์นส์ไตน์โพลีโนเมียล ที่ผ่านการปรับปรุงเพื่อให้สอดคล้องกับเงื่อนไขของพัลส์เชิงตั้งฉาก นอกจากนี้ยังได้นำเสนอการเปรียบเทียบประสิทธิภาพของกลุ่มพัลส์ที่ออกแบบกับกลุ่มของพัลส์เชิงตั้งฉากในอดีต

1.5 ผลที่คาดว่าจะได้รับ

1. มีความรู้ความเข้าใจเกี่ยวกับคุณสมบัติและข้อกำหนดต่างๆในระบบอัลตราไวด์แบนด์
2. มีความรู้ความเข้าใจเกี่ยวกับเกาส์เซียนพัลส์และพัลส์อื่นๆที่ใช้ในระบบอัลตราไวด์แบนด์
3. มีความรู้ความเข้าใจเกี่ยวกับวิธีการมอดูเลตพัลส์ในระบบอัลตราไวด์แบนด์
4. มีความรู้ความเข้าใจเกี่ยวกับออร์ธอกอนอลพัลส์ และสามารถสร้างพัลส์ชนิดใหม่ที่มีคุณสมบัติออร์ธอกอนอลในระบบอัลตราไวด์แบนด์ได้
5. มีความรู้ความเข้าใจเกี่ยวกับทฤษฎีทางคณิตศาสตร์ของโพลีโนเมียลแบบเบร์นส์ไตน์และสามารถนำไปประยุกต์ใช้งานในการออกแบบพัลส์ในระบบอัลตราไวด์แบนด์ได้
6. สามารถออกแบบและจำลองการสร้างออร์ธอกอนอลพัลส์ในระบบอัลตราไวด์แบนด์โดยใช้โปรแกรม MATLAB ได้

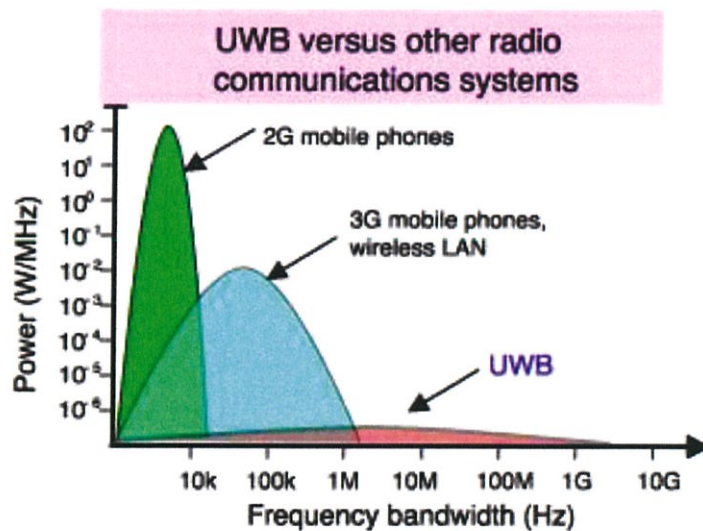
บทที่ 2

ระบบอัลตราไวด์แบนด์และทฤษฎีที่เกี่ยวข้อง

2.1 บทนำ

เทคโนโลยีการสื่อสารแบบไร้สายได้มีการพัฒนาขึ้นอย่างรวดเร็ว และเป็นปัจจัยหนึ่งที่มีบทบาทอย่างมากในการพัฒนาประเทศ และชีวิตความเป็นอยู่ในปัจจุบัน เช่น การติดต่อสื่อสารทางไกลทั้งในประเทศและระหว่างประเทศ การประชุมผ่านทางไกล การเรียนการสอนผ่านทางไกลการติดต่อสื่อสารส่วนบุคคล การติดต่อสื่อสารระยะสั้นๆยกตัวอย่างเช่น ระบบโครงข่ายท้องถิ่นแบบไร้สาย (Wireless LAN: WLAN) เป็นต้น เทคโนโลยีการสื่อสารไร้สายเหล่านี้ล้วนต้องการอัตราเร็วในการรับ-ส่งข้อมูลที่สูงมาก ดังนั้นการพัฒนาเทคโนโลยีไร้สายในปัจจุบัน จึงมุ่งเน้นเรื่องอัตราการรับ-ส่งข้อมูลเป็นสำคัญ

เพื่อให้ได้ตามความต้องการของเทคโนโลยีการสื่อสารไร้สาย ความกว้างของแถบความถี่และความจุของช่องสัญญาณ จึงเป็นประเด็นการพัฒนาเข้าไปสู่เทคโนโลยี 3G, 4G, 5G WiMedia และ WiMAX เพื่อตอบสนองความต้องการของผู้ใช้ได้อย่างสมบูรณ์ และมีประสิทธิภาพสูงสุด ซึ่งเทคโนโลยีอัลตราไวด์แบนด์ เป็นหนึ่งในเทคโนโลยีที่ได้รับความสนใจเพราะมีแถบความถี่กว้างมาก ทำให้มีแบนด์วิดท์ (Bandwidth) กว้างถึง 7.5 GHz ในช่วงความถี่ระหว่าง 3.1 GHz ถึง 10.6 GHz และใช้กำลังงานต่ำมาตรฐาน IEEE802.15.3a หรือ WPAN ดังแสดงในรูปที่ 2.1



รูปที่ 2.1 การเปรียบเทียบสเปกตรัมระหว่างอัลตราไวด์แบนด์และแถบความถี่อื่น ๆ

2.2 ประวัติความเป็นมา

เทคโนโลยีอัลตราไวด์แบนด์มีประวัติความเป็นมาที่ยาวนานตั้งแต่สมัยที่ Marconi ได้สาธิตการทดลองโดยใช้ Spark gap ในการรับ-ส่งสัญญาณส่งสัญญาณวิทยุอิมพัลส์ (Impulse Radio) ข้าม

มหาสมุทรแอตแลนติกในปี ค.ศ. 1901 ต่อมาในปี ค.ศ. 1962 ได้ประดิษฐ์เครื่องส่งวิทยุแถบกว้างยิ่ง โดยให้หลักการส่งผ่านคลื่นแม่เหล็กไฟฟ้าในโดเมนทางเวลา และได้ถูกนำไปใช้ในการส่งสัญญาณในโครงข่ายไมโครเวฟในปี ค.ศ. 1963 ถึงปี ค.ศ. 1966 ซึ่งมีแนวทางในการพัฒนาว่าต้องมีรูปแบบที่ง่ายและไม่ซับซ้อน โดยใช้คุณลักษณะของการตอบสนองของความถี่ เช่น ขนาดของสัญญาณและเฟส ซึ่งสามารถวิเคราะห์ความแตกต่างของผลตอบสนองของสัญญาณจากฟังก์ชันในการส่งผ่านสัญญาณของช่องสัญญาณได้

อย่างไรก็ตามในการวิเคราะห์สัญญาณโดยใช้เครื่องออสซิลโลสโคป (Oscilloscope) ในการสุ่มค่าของสัญญาณ เพื่อนำมาวิเคราะห์และพัฒนาโครงข่ายในระบบไมโครเวฟ และรูปแบบของสัญญาณที่ใช้ในการส่งผ่าน โดยการวิเคราะห์และวัดสัญญาณ

โดยแรกเริ่ม เทคนิคในการวัดสัญญาณนั้นถูกนำมาประยุกต์ใช้กับอัลตราไวด์แบนด์ในปี ค.ศ. 1968 ซึ่งทำให้เกิดการพัฒนาสัญญาณที่มีขนาดแคบได้อย่างรวดเร็ว และได้ถูกนำไปใช้ในการส่งสัญญาณติดต่อสื่อสารแบบเรดาร์ ในปี ค.ศ. 1972 และในปีต่อมาเครื่องออสซิลโลสโคปที่ใช้วิเคราะห์ความถี่ที่สูงขึ้นก็ได้ถูกสร้างขึ้น จึงทำให้มีการกำหนดอัลตราไวด์แบนด์ในปี ค.ศ. 1973 ต่อมาในปี ค.ศ. 1980 ได้มีการกำหนดว่า เทคโนโลยีอัลตราไวด์แบนด์ไม่จำเป็นต้องใช้คลื่นพาห้ในการส่งสัญญาณอีกต่อไป และเป็นจุดที่แตกต่างจากการส่งคลื่นวิทยุแบบอื่นที่มีมาก่อนหน้านี้ และได้ถูกพัฒนาในประเทศสหรัฐอเมริกาต่อในปี ค.ศ. 1989

ในช่วงเวลาเกือบ 30 ปี ทฤษฎีของอัลตราไวด์แบนด์ได้ถูกพัฒนาทั้งทางด้านเทคนิคและอุปกรณ์ ตัวอย่างเช่น ในปี ค.ศ. 1989 ได้มีการจดสิทธิบัตรมากกว่า 50 ชิ้น ที่เกี่ยวข้องกับการสร้างและรับ-ส่งสัญญาณในระบบอัลตราไวด์แบนด์ ซึ่งเทคโนโลยีอัลตราไวด์แบนด์ได้ถูกนำไปประยุกต์ใช้งานหลากหลายรูปแบบ เช่น ในการติดต่อสื่อสารในระบบเรดาร์เพื่อป้องกันการชนกันของคลื่นมีอธือ, ระบบบอกพิกัดและตรวจวัดระดับของเหลว โดยใช้คุณลักษณะของอัลตราไวด์แบนด์

โดยตั้งแต่ปี ค.ศ. 1994 เทคโนโลยีอัลตราไวด์แบนด์ได้ถูกพัฒนาเพื่อใช้ในระบบการติดต่อสื่อสารอย่างรวดเร็วโดยรัฐบาลสหรัฐอเมริกา จนปี ค.ศ. 1998 ได้มีการเริ่มพิจารณามาตรฐานและข้อกำหนด

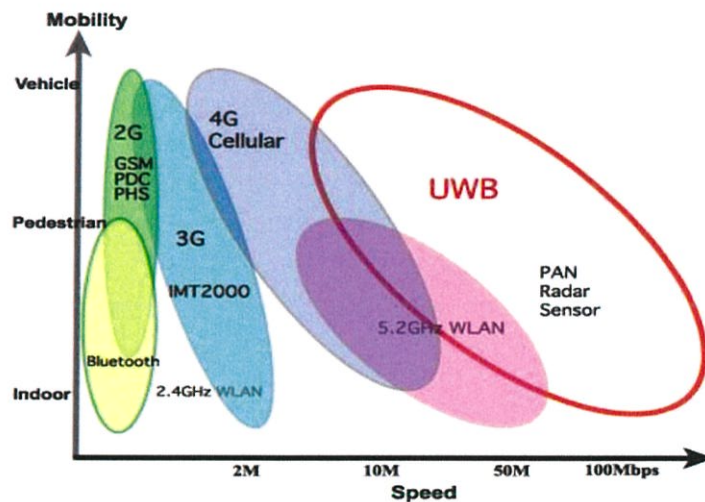
และในปี ค.ศ. 2002 คณะกรรมการกลางกำกับดูแลกิจการสื่อสารของประเทศสหรัฐอเมริกา (Federal Communications Commission: FCC) หรือเรียกกันว่า เอฟซีซี ได้ออกข้อกำหนดการใช้สัญญาณชนิดหนึ่งที่มีชื่อว่า “อัลตราไวด์แบนด์” เนื่องจากคุณสมบัติของสัญญาณอัลตราไวด์แบนด์มีคุณลักษณะที่โดดเด่น คือ เป็นสัญญาณไร้สายที่มีรูปคลื่นพัลส์ซึ่งปรากฏเพียงชั่วขณะ หรือเป็นพัลส์ที่มีความกว้างของสัญญาณในเวลาที่แคบมากที่สุดซึ่งอยู่ในระดับนาโนวินาที (ns: nanosecond, 10^{-9}) หรือที่ระดับพิโควินาที (ps: picosecond, 10^{-12}) เนื่องด้วยความกว้างของพัลส์ทางเวลาที่อยู่ในระดับนี้เมื่อทำการวิเคราะห์แถบความถี่ หรือสเปกตรัม (Spectrum) พบว่าเกิดการแผ่สเปกตรัมที่กว้างที่สุดในการส่งสัญญาณและเป็นที่มาของชื่อที่ว่าอัลตราไวด์แบนด์

หลังจากที่ปี ค.ศ. 2002 จนถึงปัจจุบัน อัลตราไวด์แบนด์ได้ถูกพัฒนามาอย่างต่อเนื่องและถูกนำไปประยุกต์ใช้งานในด้านต่าง ๆ อย่างหลากหลายเช่น การทหาร, การแพทย์, การสื่อสาร, และการเกษตร แต่ในงานวิจัยนี้จะชี้ให้เห็นถึงประโยชน์ของเทคโนโลยีดังกล่าวว่ามีความเป็นไปได้ที่จะ

พัฒนาเพื่อก่อให้เกิดประโยชน์ต่อประเทศชาติและการนำไปประยุกต์ใช้งานในสาขาต่างๆ ดังที่ได้กล่าวมา ปัจจุบันเทคโนโลยีการสื่อสารได้พัฒนาไปอย่างรวดเร็วทั้งนี้เพื่อตอบสนองต่อความต้องการของผู้บริโภคที่มีแนวโน้มเพิ่มมากขึ้น

2.3 หลักการพื้นฐาน

เทคโนโลยีอัลตราไวด์แบนด์เป็นเทคโนโลยีที่ถูกพัฒนามาจากระบบเรดาร์ที่ใช้ในทางการทหาร และได้เล็งเห็นถึงประโยชน์ที่สามารถนำมาใช้ในระบบไร้สายที่ต้องการความเร็วในการรับ-ส่งข้อมูลสูงสำหรับประชาชนทั่วไป เพื่อตอบสนองความต้องการในการติดต่อสื่อสารที่เพิ่มสูงขึ้น และนอกจากขยายความจุของช่องสัญญาณแล้ว ระบบอัลตราไวด์แบนด์นี้ยังสามารถแก้ปัญหาต่างๆในระบบการสื่อสารไร้สายแบบเดิมได้เป็นอย่างดี โดยมีการรับ-ส่งข้อมูลด้วยสัญญาณพัลส์ที่แคบมาก (หน่วยเป็นนาโนวินาที) ซึ่งพัลส์ที่มีช่วงเวลาแคบๆ มีสเปกตรัมที่กว้างมาก และเนื่องจากอุปกรณ์มีขนาดเล็กทำให้ใช้กำลังงานต่ำเมื่อเปรียบเทียบกับเทคโนโลยีการสื่อสารแบบแถบแคบที่ใช้กันอยู่ ดังแสดงในรูปที่ 2.2



รูปที่ 2.2 การเปรียบเทียบอัตราข้อมูลต่อบิตและระยะทางระหว่างแถบกว้างยิ่งและแถบความถี่อื่นๆ

อีกประการหนึ่งสัญญาณแบบอัลตราไวด์แบนด์มีส่วนของแบนด์วิดท์ที่ใช้ในการรับ-ส่งข้อมูลมากกว่าหรือเท่ากับ 20 % ของแถบความถี่กลาง หรือมีการใช้แถบความถี่มากกว่าหรือเท่ากับ 500 MHz ซึ่งเห็นได้ว่ามีส่วนมากกว่าแถบความถี่ของระบบการสื่อสารไร้สายที่ใช้กันอยู่ในปัจจุบันมาก และอยู่บนสัดส่วนแบนด์วิดท์ B_f ของสัญญาณ โดยสามารถกำหนดได้ดังสมการที่ (2.1)

$$B_f = \frac{BW}{f_c} = 2 \frac{f_H - f_L}{f_H + f_L} > 0.2 \quad (2.1)$$

โดย f_H คือความถี่สูงสุด และ f_L คือความถี่ต่ำสุดของแถบความถี่ที่ใช้งานในระบบอัลตรา-ไวด์แบนด์จากคุณสมบัติต่างๆของเทคโนโลยีอัลตราไวด์แบนด์ที่ได้กล่าวข้างต้น เห็นได้ว่าเป็นความเหมาะสมสำหรับนำมาประยุกต์ใช้งานในลักษณะของโครงข่ายพื้นที่ส่วนบุคคลแบบไร้สาย (Wireless Personal Area Networks; WPANs) การติดต่อสื่อสารระหว่างอุปกรณ์ต่างๆในการรับ-ส่งข้อมูลมัลติมีเดียที่มีขนาดของข้อมูลใหญ่ ซึ่งต้องการความเร็วในการรับ-ส่งข้อมูลสูง เช่นการติดต่อสื่อสารระหว่างเครื่องคอมพิวเตอร์, เครื่องพิมพ์, กล้องวีดีโอ, กล้องถ่ายรูป เป็นต้น เทคโนโลยีอัลตราไวด์แบนด์มีความสามารถรองรับความต้องการดังกล่าวได้ มีความเร็วในการรับ-ส่งข้อมูลสูง สำหรับระยะทางในการสื่อสารโดยใช้ระบบ อัลตราไวด์แบนด์กำหนดให้ที่ระยะทาง 10 เมตร มีความเร็ว 110 Mb/s และมีอัตราการรับ-ส่งข้อมูลที่สูงขึ้นในระยะทางที่สั้นลง โดยที่ระยะทาง 2 เมตร มีความเร็วสูงถึง 480 Mb/s นอกจากนี้ที่กล่าวไปแล้ว ยังมีอีกสมการหนึ่งที่สำคัญคือ ความจุของช่องสัญญาณหรืออัตราข้อมูลต่อบิตสูง ซึ่งขนาดความจุที่มากของเทคโนโลยีอัลตราไวด์แบนด์สามารถพิจารณาได้จากทฤษฎีของ Hartley-Shannon ดังสมการที่ (2.2)

$$C_c = BW \log_2(1 + SNR) \quad (2.2)$$

เมื่อ C_c คือ ค่าความจุช่องสัญญาณสูงสุด

BW คือ แบนด์วิดท์

SNR คือ อัตราส่วนสัญญาณกำลังงานต่อสัญญาณรบกวนกำลังงาน

2.4 ข้อกำหนดการทำงานของระบบอัลตราไวด์แบนด์

สิ่งสำคัญอย่างหนึ่งที่ถูกกำหนดขึ้นในการสื่อสารแบบอัลตราไวด์แบนด์ คือการจัดสรรความถี่ในการใช้งาน ซึ่งมีหน่วยงานในสหรัฐอเมริกาได้พยายามทำการถอดถอนข้อกำหนดในการจำกัดการใช้งานช่วงความถี่ของเทคโนโลยีอัลตราไวด์แบนด์ จากกฎข้อบังคับเดิมของคณะกรรมการการสื่อสารแห่งสหรัฐอเมริกา ซึ่งหน่วยงานนี้ได้ก่อตั้งขึ้นอย่างเป็นทางการ โดยใช้ชื่อว่า Ultra-Wide Band Working Group (UWBWG) เพื่อทำการเจรจาหาข้อตกลงร่วมกับคณะกรรมการกิจการโทรคมนาคมแห่งสหรัฐอเมริกา เช่นเดียวกันกับในยุโรป ก็ได้มีการหาข้อตกลงการจัดสรรคลื่นความถี่และการแทรกสอดของความถี่วิทยุ ซึ่งในขณะนั้นยังไม่มีกำหนดแถบความถี่สำหรับการใช้งานในระบบอัลตราไวด์แบนด์ ในสถาบันกำหนดมาตรฐานทางโทรคมนาคมแห่งสหภาพยุโรป (European Telecommunications Standards Institute: ETSI) หรือ สหพันธ์โทรคมนาคมระหว่างประเทศ (International Telecommunication Union: ITU)

2.4.1 ข้อกำหนดในสหรัฐอเมริกา

ในปี ค.ศ. 1998 คณะกรรมการกิจการโทรคมนาคมแห่งสหรัฐอเมริกา ได้ออกประกาศเกี่ยวกับการตรวจสอบหรือ Notice of Inquiry (NOI) ถึงแม้ว่าการคาดการณ์ถึงระดับกำลังงานที่ใช้ในการส่งผ่านสัญญาณที่มีระดับต่ำมากๆแล้วก็ตาม แต่ก็ยังมีกลุ่มผู้ที่สนับสนุนในระบบเดิมที่มีใช้งานกันอยู่ได้ทำการ

ต่อต้าน นำระบบอัลตราไวด์แบนด์มาใช้งานสำหรับการสื่อสารของประชาชนทั่วไป ซึ่งข้อเรียกร้องโดยมากจะเกี่ยวข้องกับมาตรการการเพิ่มขั้นของระดับการแทรกสอดในแถบความถี่ที่มีอยู่อย่างจำกัด อาทิ เช่น แถบความถี่ในการกระจายสัญญาณโทรทัศน์ แถบความถี่ที่สำรองไว้สำหรับคลื่นวิทยุทางดาราศาสตร์ และระบบ GPS โดยที่องค์กรบริหารการบินแห่งสหรัฐอเมริกาหรือ Federal Aviation Administration (FAA) ได้แสดงความเป็นห่วงต่อการแทรกสอดของสัญญาณที่มีต่อระบบความปลอดภัยในกิจการการบิน และทิศทางในการค้นคว้าเกี่ยวกับเครื่องส่งในระบบอัลตราไวด์แบนด์ด้วยเช่นกัน

ในเดือนกุมภาพันธ์ ปี ค.ศ. 2002 ทาง FCC ได้ออกกฎสำหรับระบบอัลตราไวด์แบนด์ซึ่งเป็นการกำหนดขอบเขตของการแพร่กระจายกำลังงานฉบับที่หนึ่งสำหรับระบบอัลตราไวด์แบนด์ และยังอนุญาตให้เป็นเทคโนโลยีที่ใช้ในลักษณะทางการค้าอีกด้วย โดยรายงานล่าสุดของคำประกาศและระเบียบการฉบับที่หนึ่งได้เผยแพร่ต่อสาธารณชน เมื่อเดือนกุมภาพันธ์ ปี ค.ศ. 2002 ซึ่งในเอกสารได้กล่าวถึงการอนุญาตใช้งานในระบบแถบกว้างยิ่งทั้ง 4 ประเภทและการกำหนดขอบเขตการแพร่กระจายพลังงานสำหรับการใช้ในประเภทต่างๆจากนิยามข้างต้น ส่วนข้อจำกัดการแพร่กระจายกำลังงานโดย FCC ได้แสดงให้เห็นในตารางที่ 2.1

ตารางที่ 2.1 ข้อจำกัดในการแพร่กระจายแถบกำลังงานโดย FCC สำหรับการใช้งานในการสื่อสารทั้งภายในและภายนอกอาคาร

ความถี่ [MHz]	ภายในอาคาร	ภายนอกอาคาร
	EIRP in dBm	EIRP in dBm
960 – 1610	-75.3	-75.3
1610 – 1990	-53.3	-63.3
1990 – 3100	-51.3	-61.3
3100 – 10600	-41.3	-41.3
สูงกว่า 10600	-51.3	-61.3

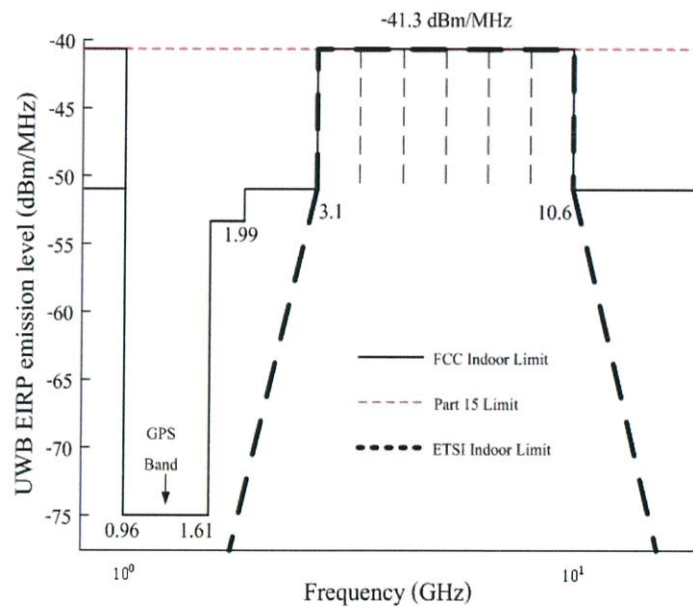
2.4.2 ข้อกำหนดของระบบแถบกว้างยิ่งในยุโรป

ปัจจุบันโครงสร้างของข้อกำหนดระบบ UWB ในทวีปยุโรปอยู่ในช่วงรอข้อมูลทางเทคนิคที่เกี่ยวกับผลกระทบของระบบแถบกว้างยิ่งบนระบบเดิมที่มีใช้กันอยู่โดยบางส่วนข้อกำหนดของทางยุโรปมีความรัดกุมกว่าของทางสหรัฐอเมริกา เพราะทางยุโรปนั้น ในส่วนของเทคโนโลยีใหม่ ต้องแสดงให้เห็นว่าส่งผลกระทบต่อหรือไม่ส่งผลเสียหายต่อระบบเดิมที่มีอยู่ โดยข้อจำกัดการแพร่กระจายกำลังงานสำหรับการใช้งานทั้งภายในและภายนอกอาคารที่กำหนดโดย ITU หรือ ETSI แสดงให้เห็นในตารางที่ 2.2

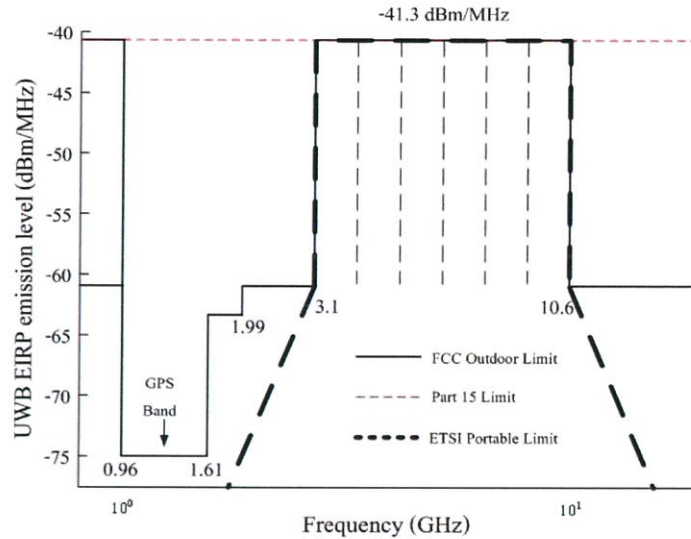
ตารางที่ 2.2 ข้อกำหนดในการแพร่กระจายแถบกำลังงานโดย ETSI สำหรับการใช้งานในการสื่อสารทั้งภายในและภายนอกอาคาร

	ช่วงความถี่ [GHz]		
	$f < 3.1$	$3.1 < f < 10.6$	$f > 10.6$
ภายในอาคาร	$-51.3 + 87\log(f / 3.1)$	-41.3	$-51.3 + 87\log(10.6 / f)$
ภายนอกอาคาร	$-61.3 + 87\log(f / 3.1)$	-41.3	$-61.3 + 87\log(10.6 / f)$

ในรูปที่ 2.3 และ 2.4 แสดงการเปรียบเทียบข้อกำหนดการจำกัดสเปกตรัมความถี่ของแถบกว้างยิ่งระหว่าง FCC และ ETSI ภายในและภายนอกอาคารตามลำดับ



รูปที่ 2.3 ข้อกำหนดสเปกตรัมของเทคโนโลยีอัลตราไวด์แบนด์ภายในอาคารระหว่าง FCC และ ETSI



รูปที่ 2.4 ข้อกำหนดสเปกตรัมของเทคโนโลยีอัลตราไวด์แบนด์ภายนอกอาคารระหว่าง FCC และ ETSI

2.5 การประยุกต์ใช้เทคโนโลยีอัลตราไวด์แบนด์

เทคโนโลยีอัลตราไวด์แบนด์ถูกนำมาใช้ในระบบการสื่อสารระยะสั้นระหว่างคอมพิวเตอร์ อุปกรณ์ที่อยู่ในอาคารสำนักงานและโครงข่ายภายในบ้านพักอาศัยที่มีความต้องการความเร็วสูง ซึ่งสัญญาณที่ถูกส่งออกมาจากสายอากาศนั้นอาจถูกลดทอนกำลังงาน (Power Attenuation) โดยปัจจัยต่างๆ เช่น ถูกลดทอนโดยผนังหรือกำแพงของอาคาร จากวัสดุอุปกรณ์เครื่องใช้ต่างๆที่อยู่ในบริเวณใกล้เคียง ทั้งหมดที่ได้กล่าวมานี้ล้วนแล้วแต่ส่งผลกระทบต่อคุณภาพของสัญญาณทางด้านเครื่องรับ เทคโนโลยีแถบกว้างยิ่งนั้นสามารถนำไปประยุกต์ใช้งานได้หลายรูปแบบยกตัวอย่างเช่น

- การประยุกต์ใช้งานโครงข่ายภายในอาคารสำนักงาน (Offices Network)
- การประยุกต์ใช้งานโครงข่ายภายในบ้านพักอาศัย (Ohm Network)
- การประยุกต์ใช้งานโครงข่ายบนร่างกายมนุษย์ (Body Area Network)
- การประยุกต์ใช้งานการหาตำแหน่ง (UWB Localization)
- การประยุกต์ใช้งานโครงข่ายไร้สายทางการแพทย์ (Wireless Medical Network)

2.6 ฟังก์ชันเกาส์เซียน

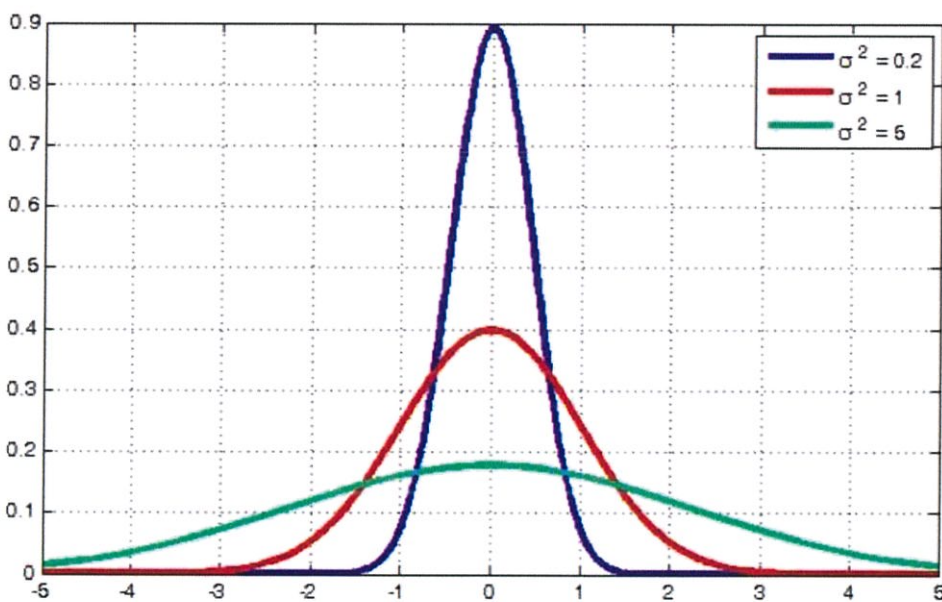
ในระบบอัลตราไวด์แบนด์การสื่อสารเกิดขึ้นโดยอาศัยการส่งข้อมูลเบสแบนด์ (Base Band) ออกไปในรูปแบบของพัลส์ ฟังก์ชันที่นิยมนำมาใช้ในการออกแบบพัลส์ในระบบอัลตราไวด์แบนด์คือ ฟังก์ชันเกาส์เซียน โดยในหัวข้อนี้ กล่าวถึงรายละเอียดและทั้งรูปแบบพัลส์อื่นๆที่ได้มาจากฟังก์ชันเกาส์เซียน

2.6.1 ฟังก์ชันเกาส์เซียน (Gaussian Function)

เพื่อให้เกิดความเข้าใจเกี่ยวกับพัลส์แบบเกาส์เซียน และสามารถทำการออกแบบพัลส์รูปแบบใหม่มาเพื่อใช้แทนพัลส์แบบเกาส์เซียน ควรศึกษาและทำความเข้าใจรายละเอียดของฟังก์ชันเกาส์เซียน ดังสมการที่ (2.3)

$$g(t) = \frac{A}{\sqrt{2\pi}\sigma} e^{-\frac{t^2}{2\sigma^2}} \quad (2.3)$$

และมีผลตอบสนองทางเวลาดังรูปที่ 2.5 โดย σ คือค่าของสเกลทางเวลา พบว่า เมื่อเปลี่ยนค่าของ σ รูปกราฟมีการเปลี่ยนแปลงตาม σ ค่าต่างๆ



รูปที่ 2.5 ฟังก์ชันเกาส์เซียนที่ σ ค่าต่างๆ

นอกจากนั้น ยังสามารถแสดงฟังก์ชันเกาส์เซียนในโดเมนความถี่ ได้ดังสมการที่ (2.4)

$$G(f) = A(j2\pi f)e^{-\frac{(2\pi f\sigma)^2}{2}} \quad (2.4)$$

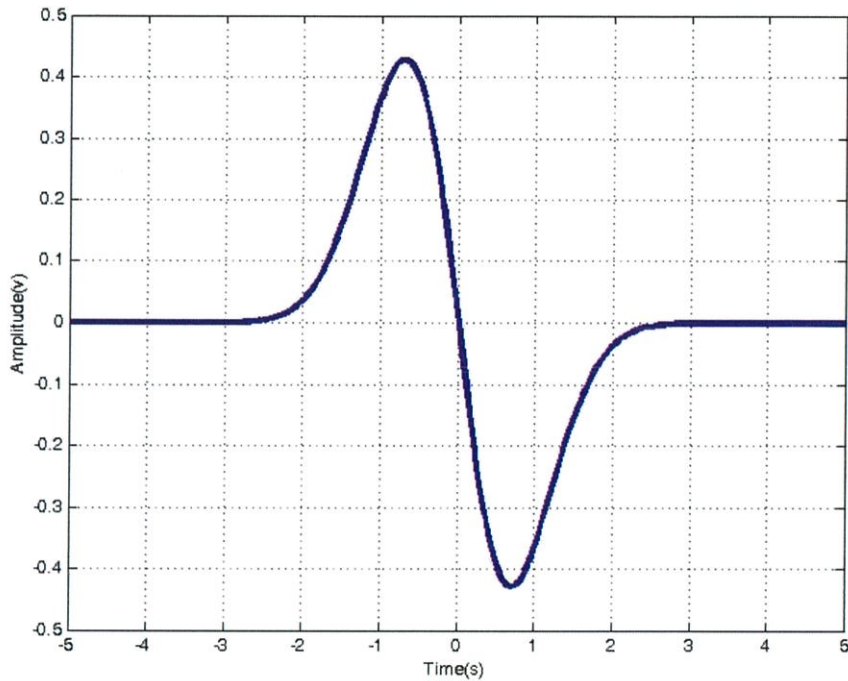
2.6.2 พัลส์วงรอบเดี่ยวแบบเกาส์เซียน

เป็นพัลส์ที่พัฒนามาจากพัลส์แบบเกาส์เซียน ซึ่งได้มาจากการนำฟังก์ชันเกาส์เซียนไปหาอนุพันธ์ ได้สมการโดเมนเวลาของพัลส์แบบวงรอบเดี่ยวแบบเกาส์เซียน แสดงดังสมการ (2.5)

$$f(t) = Ae^{-\left(\frac{t}{d}\right)^2} \quad (2.5)$$

โดยอาศัยการแปลงฟูเรียร์ ได้สมการความหนาแน่นสเปกตรัมของเกาส์ ดังสมการที่ (2.6) และรูปที่ 2.6

$$F(f) = Ad\sqrt{\pi}e^{-\pi^2d^2f^2} \quad (2.6)$$



รูปที่ 2.6 พัลส์วงรอบเดียวแบบเกาส์เซียน

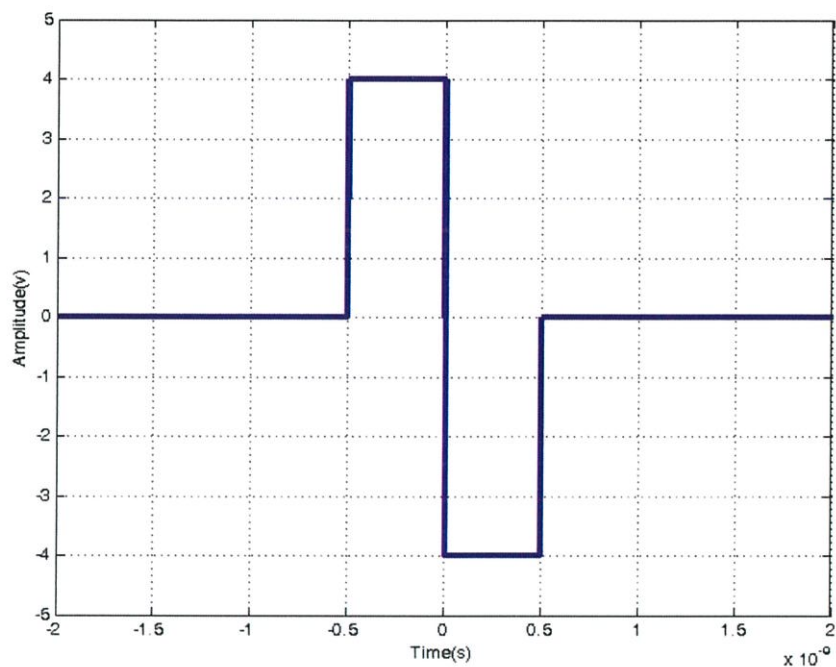
2.6.3 พัลส์แบบสี่เหลี่ยมดับเลต

นิยามโดย สมการโดเมนเวลาของรูปคลื่นสี่เหลี่ยม ดังสมการ (2.7)

$$f(t) = \begin{cases} A; & |t| \leq \frac{t_b}{2} \\ 0; & |t| > \frac{t_b}{2} \end{cases} \quad (2.7)$$

สมการความหนาแน่นสเปกตรัมของรูปคลื่นสี่เหลี่ยม ดังสมการ (2.8) และรูปที่ 2.7

$$F(f) = At_b(t_b f) \quad (2.8)$$



รูปที่ 2.7 พัลส์แบบสี่เหลี่ยมดับเลต

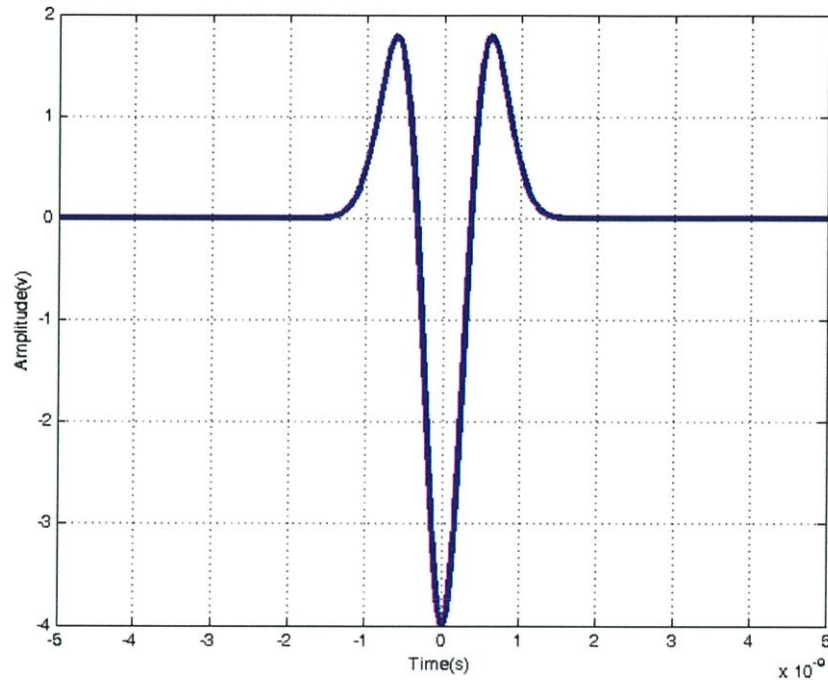
2.6.4 พัลส์แบบเกาส์เซียนดับเลต

นิยามโดยสมการโดเมนเวลาของรูปคลื่นเกาส์ดับเลต ดังสมการ (2.9)

$$f(t) = Ae^{-\left(\frac{t}{d}\right)^2} \quad (2.9)$$

สมการความหนาแน่นของรูปคลื่นเกาส์ดับเลต ดังสมการ (2.10) และรูปที่ 2.8

$$F(f) = Ad\sqrt{\pi}e^{-\pi^2d^2f^2} \quad (2.10)$$



รูปที่ 2.8 พัลส์แบบเกาส์เซียนดับเลต

2.7 คุณสมบัติต่างๆของพัลส์

คุณสมบัติต่างๆที่เป็นประโยชน์ในการออกแบบพัลส์ประกอบด้วย การคำนวณหาความหนาแน่นสเปกตรัม, การหาแอมพลิจูดของพัลส์, การหาแบนด์วิดธ์ของพัลส์ และการหาค่ากำลังเฉลี่ยของพัลส์

2.7.1 ความหนาแน่นสเปกตรัมของรูปคลื่น (Power Spectrum Density)

ในการหาความหนาแน่นสเปกตรัม ใช้สมการฟังก์ชันความหนาแน่นสเปกตรัมดังสมการที่ (2.11)

$$F(f) = -4Ad\pi^2\sqrt{\pi}f^2e^{-\pi^2d^2f^2} \quad (2.11)$$

โดยจะมีการนอร์มอลไลซ์ (Normalize) ให้พารามิเตอร์แอมพลิจูดมีค่าไม่เกินตามมาตรฐานของ FCC ทั้งภายในอาคารและภายนอกอาคาร และทำการเปลี่ยนหน่วยจาก W/Hz ให้อยู่ในหน่วย dBm/MHz โดยมีวิธีดังสมการที่ (2.12) ถึง (2.14)

$$F(f)[dB/Hz] = 20\log(F(f))[W/Hz] \quad (2.12)$$

$$F(f)[dB/Hz] = 20\log|F(f)|[W/Hz] + 30 \quad (2.13)$$

$$F(f)[dB/Hz] = 20 \log(|F(f)|[W/Hz]) + 30 + 120 \quad (2.14)$$

2.7.2 แอมพลิจูดของรูปคลื่น

ในการหาแอมพลิจูดของรูปคลื่น นำค่าความหนาแน่นสเปกตรัมของรูปคลื่นไปลบกับหน้ากาสเปกตรัม (FCC Spectrum Mask) ที่ต้องการ (ภายในอาคารหรือภายนอกอาคาร) ทำการหาค่าที่มากที่สุดและเปลี่ยนหน่วยคืน โดยใช้สมการ (2.15)

$$A = 10^{\frac{d_{\max}}{20}} \quad (2.15)$$

แล้วนำค่าที่ได้จากสมการ (2.15) ไปนอมอลไลซ์เพื่อให้ได้พารามิเตอร์แอมพลิจูดที่ไม่เกินกว่าหน้ากาสเปกตรัมจากนั้นสามารถหาค่าแอมพลิจูดที่มากที่สุดได้จากค่าสัมบูรณ์มากที่สุดทางโดเมนเวลา

2.7.3 แบนด์วิดธ์ของรูปคลื่น

ในการหาแบนด์วิดธ์ของรูปคลื่นนั้น ในขั้นตอนแรกจะทำการหาความถี่ที่ต่ำที่สุด แล้วความถี่สูงที่สุดจากค่าของความหนาแน่นสเปกตรัมของรูปคลื่นที่ลดระดับลงมา 10 dB จากนั้นทำการหาแบนด์วิดธ์และแบนด์วิดธ์เชิงเศษส่วน (Fractional Bandwidth) ดังสมการที่ (2.16) และ (2.17)

$$\text{Bandwidth} = f_H - f_L \quad (2.16)$$

$$\text{Fractional Bandwidth} = \frac{2(f_H - f_L)}{f_H + f_L} \quad (2.17)$$

2.7.4 กำลังเฉลี่ยของรูปคลื่น

ในการหากำลังเฉลี่ยของรูปคลื่น สามารถพิจารณาได้จากช่วงความถี่ที่ FCC ได้กำหนดสำหรับการสื่อสารในระบบ UWB คือ 3.1 GHz ถึง 10.6 GHz แล้วนำมาหาค่าจากสมการที่ (2.18)

$$P_{av}[W] = \int_{f_{\min}}^{f_{\max}} |F(f)|^2 df \quad (2.18)$$

และทำการเปลี่ยนกำลังเฉลี่ยเป็นหน่วย dBm โดยใช้สมการที่ (2.19)

$$P_{av}[dBm] = 10 \log P[W] + 30 \quad (2.19)$$

2.8 การวิเคราะห์พัลส์

ในการวิเคราะห์พัลส์ ได้อาศัยพัลส์เมทริกซ์ (Pulse Matrix) ในการระบุคุณภาพของพัลส์ พัลส์เมทริกซ์ใช้อธิบายการทำงานของอัตราความผิดพลาดบิต (Bit Error Rate) โดยวิเคราะห์จากช่วงของพัลส์และเทคนิคการมอดูเลต สามารถอธิบายประสิทธิภาพของเครื่องรับสัญญาณแบบเส้นได้จากอัตราสัญญาณรบกวน ดังนั้นประสิทธิภาพของสเปกตรัม Out-of-band Emission และผลคูณระหว่างเวลาและแบนด์วิดท์ เป็นปัจจัยสำคัญในการหาจำนวนพัลส์

2.8.1 ประสิทธิภาพของสเปกตรัม

พัลส์ต่างๆสามารถเป็นตัวบ่งชี้การใช้ประโยชน์ของแบนด์วิดท์ โดยการใช้ประสิทธิภาพสเปกตรัมของพัลส์ ประสิทธิภาพของระบบในแง่ของอัตราความผิดพลาดบิตขึ้นอยู่กับพลังงานที่พัลส์ได้รับ และไม่ขึ้นอยู่กับรูปร่างที่แน่นอนของพัลส์ ดังนั้นจึงต้องจำกัดกำลังงานเฉลี่ย และจำกัดช่องสัญญาณที่ได้รับเพียง -10 dBm เท่านั้น ประสิทธิภาพสเปกตรัมของพัลส์ คำนวณได้จากสมการที่ (2.20)

$$\eta_{ch} = \frac{E_{ch}}{P_{EIRP} BW_{-10dB}} \quad (2.20)$$

เมื่อ E_{ch} คือ พลังงานของพัลส์ภายในช่องสัญญาณแบนด์วิดท์เท่ากับ -10 dB , P_{EIRP} คือ ค่าเฉลี่ยสูงสุดของความหนาแน่นของกำลังงาน $[W/Hz]$ และ BW_{-10dB} คือ แบนด์วิดท์ที่ -10 dB (MHz)

2.8.2 การปล่อยพลังงานของพัลส์เกินขีดจำกัด

การปล่อยพลังงานของพัลส์เกินขีดจำกัด คือ อัตราส่วนของพลังงานที่มีค่าความหนาแน่นของกำลังงานเกิน -10 dB ซึ่งค่านี้ใช้สำหรับวิเคราะห์การแทรกสอดของช่องสัญญาณ โดยสามารถคำนวณได้จากสมการ (2.21)

$$\eta = \frac{E_{tot} - E_{ch}}{E_{ch}} \quad (2.21)$$

ในกรณีที่ E_{ch} เป็นพลังงานทั้งหมดตามสมการที่ (2.22)

$$E_{tot} = \int_{-\infty}^{\infty} p(t)^2 (dt) \quad (2.22)$$

2.8.3 ผลคูณระหว่างเวลาและแบนด์วิดธ์

เป็นตัวเลขแสดงประสิทธิภาพของพัลส์ทั้งในโดเมนเวลาและโดเมนความถี่ ถ้าตัวเลขนี้มีค่าต่ำ แสดงว่าพัลส์นั้นมีประสิทธิภาพมากทั้งในโดเมนเวลาและโดเมนความถี่ โดยคำนวณได้จากสมการที่ (2.23) ถึง (2.25)

เมื่อ
$$B_{f\omega} = D \cdot d \quad (2.23)$$

และ
$$D^2 = \frac{1}{2\pi E} \int_{-\infty}^{\infty} \omega^2 |F(\omega)|^2 d\omega \quad (2.24)$$

$$d^2 = \frac{1}{E} \int_{-\infty}^{\infty} t^2 |f(t)|^2 dt \quad (2.25)$$

โดย $F(\omega)$ คือ การแปลงฟูเรียร์ (Fourier Transform) ของพัลส์, $f(t)$ คือ พัลส์ในโดเมนเวลา และ E คือ พลังงานของพัลส์ สามารถคำนวณได้จากสมการที่ (2.26) ถึง (2.28)

$$E = \int_{-\infty}^{\infty} |f(t)|^2 dt = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} |F(\omega)|^2 d\omega \quad (2.26)$$

นิยามการแปลงฟูเรียร์ คือ

$$F(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} f(t) e^{-j\omega t} dt \quad (2.27)$$

และ

$$f(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} F(\omega) e^{j\omega t} d\omega \quad (2.28)$$

2.9 วิธีการมอดูเลตพัลส์ในระบบอัลตราไวด์แบนด์

วิธีการมอดูเลตหลายชนิดที่ได้พัฒนาขึ้นมาใช้สำหรับการสื่อสารอัลตราไวด์แบนด์ ในปริภูมิตฤษฎีการสื่อสารวิทยุได้ศึกษาวิธีการมอดูเลตแบบ PAM, PPM และ PSM

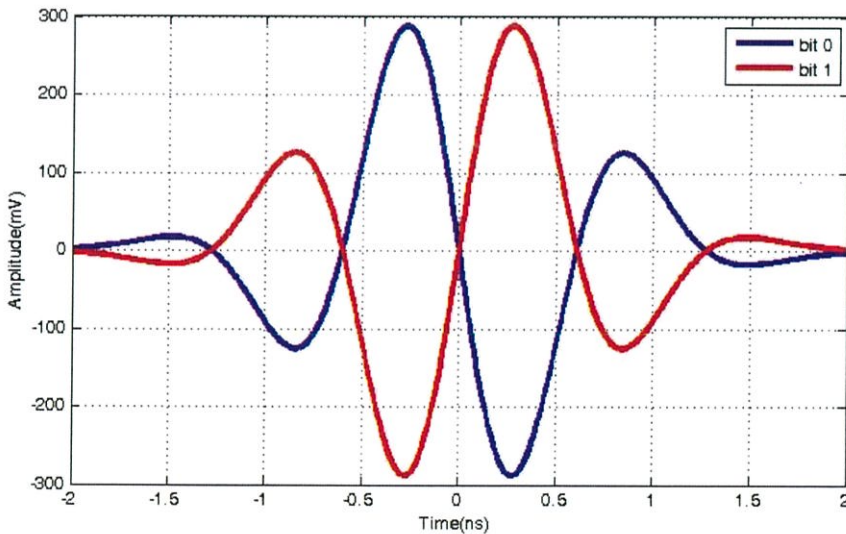
2.9.1 รูปแบบ PAM

รูปแบบการมอดูเลตทางแอมพลิจูดพัลส์ (Pulse Amplitude Modulation) เป็นวิธีพื้นฐานที่สุด โดยใช้คลื่นที่แตกต่างกันสองรูปคลื่นสำหรับแสดงบิต '0' และ '1' โดยที่รูปคลื่นทั้งสองนี้มีขนาดของ แอมพลิจูดเท่ากัน แต่มีเครื่องหมายแอมพลิจูดตรงข้ามกัน โดยรูปคลื่นทั้งสองต้องเป็นไปตามเงื่อนไขดังสมการที่ (2.29) และ (2.30) และดังรูปที่ 2.9

$$w_1(t) = -w_0(t) \tag{2.29}$$

ซึ่งจะทำให้มีคุณสมบัติคือ

$$\int_{-T_s/2}^{T_s/2} w_i(t)w_j(t)dt = \begin{cases} E_b & i = j \\ -E_b & i \neq j \end{cases} \tag{2.30}$$



รูปที่ 2.9 ตัวอย่างของรูปคลื่นที่ใช้ในแบบแผน PAM ที่ใช้แทนบิต '0' และบิต '1' ซึ่งเป็นรูปคลื่นแบบเกาส์เซียนที่ถูกมอดูเลต

ซึ่งมาจากการหาอนุพันธ์ของฟังก์ชันเกาส์เซียน การหาอนุพันธ์อันดับที่หนึ่งของฟังก์ชันเกาส์เซียนสามารถนำมาใช้ในสมการที่ (2.31)

$$w_R(t, \sigma) = (t/\sigma^2) \exp\left(\frac{-t^2}{2\sigma^2}\right) \quad (2.31)$$

เมื่อ σ คือ ปัจจัยอัตราส่วนของเวลา

จากการหาอนุพันธ์อันดับที่สองของฟังก์ชันเกาส์เซียนสามารถนำมาใช้ในสมการที่ (2.32)

$$w_G(t, \sigma) = \frac{1 - (t/\sigma)^2}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} \exp\left(\frac{-t^2}{2\sigma^2}\right) \quad (2.32)$$

กระทำโดยใช้ Single Correlator โดยใช้เป็นแม่แบบสัญญาณพัลส์ของพลังงานปกติ $w(t)$ ซึ่งค่าความสัมพันธ์เท่ากับ 1 หรือ -1 ประสิทธิภาพทางทฤษฎีมากกว่าช่องสัญญาณของ Additive white Gaussian (AWG) คือประสิทธิภาพมาตรฐานสำหรับสัญญาณ Antipodal ดังสมการที่ (2.33)

$$P_{b\text{antipodal}} = Q\left(\sqrt{2\frac{\mathcal{E}_b}{N_0}}\right) \quad (2.33)$$

ซึ่ง $Q(\cdot)$ คือ ฟังก์ชันผิดพลาดที่สมบูรณ์

การมอดูเลชัน M-ary คือ การใช้แอมพลิจูดที่แตกต่างกัน M ระดับ สำหรับ A_j ในกรณีนี้รูปแบบคลื่นที่ไม่ตรงข้ามกันอีกต่อไป และข้อผิดพลาดบิตอาจขึ้นอยู่กับค่าความสัมพันธ์ตรงข้ามระหว่างแต่ละคู่ของคลื่นสัญญาณ

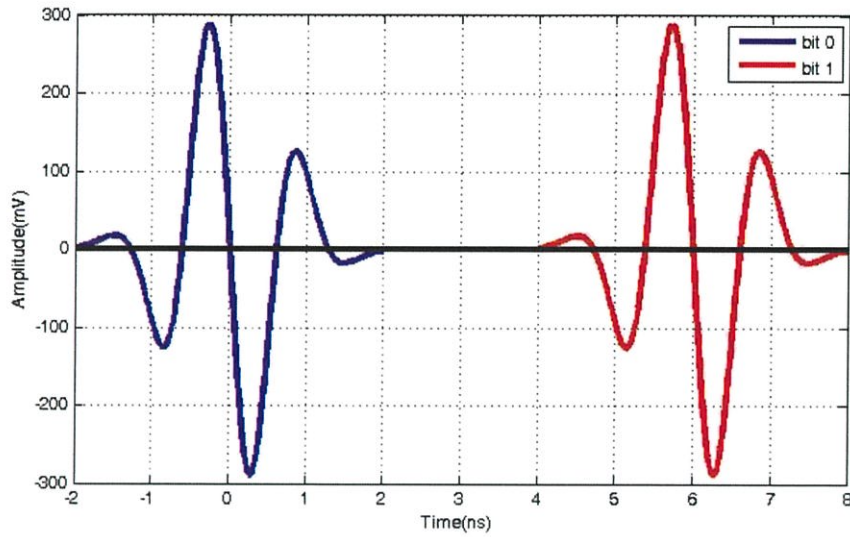
2.9.2 รูปแบบ PPM

รูปแบบการมอดูเลตทางตำแหน่งพัลส์ (Pulse Position Modulation) ใช้รูปคลื่นที่มีตำแหน่งแตกต่างกันสำหรับแสดงบิต '0' และ '1' โดยที่รูปคลื่นที่ใช้แทนบิต '1' มีการหน่วงเวลาเลื่อนไปจากรูปคลื่นที่ใช้แทนบิต '0' โดยรูปคลื่นทั้งสองต้องเป็นไปตามเงื่อนไข ดังสมการที่ (2.34)

$$w_1(t) = w_0(t - \delta) \quad (2.34)$$

เมื่อ δ เป็นดัชนีการมอดูเลต ซึ่งเป็นช่วงเวลาที่รูปคลื่นที่ใช้แทนบิต '1' เลื่อนออกไปจากรูปคลื่นที่ใช้แทนบิต '0' โดยที่ δ ควรมีค่ามากพอที่ทำให้รูปคลื่นทั้งสองไม่ทับซ้อนกัน ซึ่งทำให้มีคุณสมบัติ ดังสมการที่ (2.35) ดังรูปที่ 2.10

$$\int_{-T_s/2}^{T_s/2} w_i(t) w_j(t) dt = \begin{cases} E_b & i = j \\ 0 & i \neq j \end{cases} \quad (2.35)$$



รูปที่ 2.10 ตัวอย่างของรูปคลื่นที่ใช้ในแบบแผน PPM ที่ใช้แทนบิต '0' และบิต '1' ซึ่งเป็นรูปคลื่นแบบเกาส์เซียนที่ถูกมอดูเลต

ประสิทธิภาพทางทฤษฎีของสัญญาณที่ไม่เออร์ธอกอนอลกับค่าความสัมพันธ์ตรงข้าม r ในการมีอยู่ของ White Gaussian noise ดังสมการที่ (2.36)

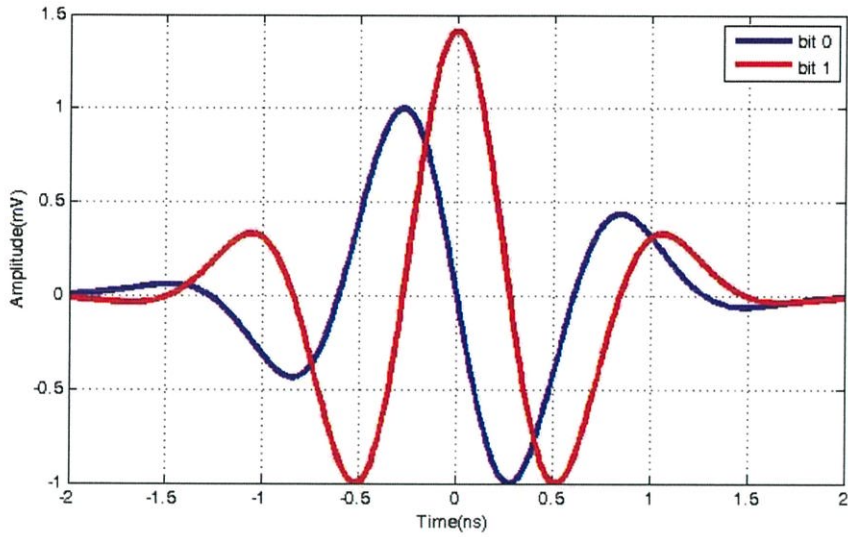
$$P_b = Q\left(\sqrt{(1-r)\frac{E_b}{N_0}}\right) \quad (2.36)$$

2.9.3 รูปแบบ PSM

แบบแผนการมอดูเลตทางรูปร่างของพัลส์ (Pulse Shape Modulation) ได้ใช้รูปคลื่นที่แตกต่างกันสองรูปคลื่นสำหรับแสดงบิต '0' และ '1' ถ้าหากที่รูปคลื่นทั้งสองนี้มีคุณสมบัติตั้งฉากกัน คุณสมบัติตั้งฉากระหว่างรูปคลื่นทั้งสองนี้ต้องเป็นไปตามเงื่อนไข ดังสมการที่ (2.37)

$$\int_{-T_s/2}^{T_s/2} w_i(t)w_j(t)dt = \begin{cases} E_b & i = j \\ 0 & i \neq j \end{cases} \quad (2.37)$$

เมื่อ w_0 เป็นรูปคลื่นที่ใช้แทนบิต '0' w_1 เป็นรูปคลื่นที่ใช้แทนบิต '1' T_s เป็นช่วงเวลาในหนึ่งบิต E_b เป็นพลังงานในหนึ่งบิต i และ j มีค่าเป็น 0 หรือ 1 ดังรูปที่ 2.11



รูปที่ 2.11 ตัวอย่างของคู่ตั้งฉากที่ใช้ในแบบแผน PSM ที่ใช้แทนบิต ‘0’และบิต ‘1’ ซึ่งเป็นคู่ตั้งฉากของรูปคลื่นแบบเกาส์เซียนที่ถูกมอดูเลต

แนวคิดเดิมของ PSM ประกอบด้วยการมอดูเลชันแบบออร์ธอกอนอล โดยที่คลื่นสองคลื่นที่ตั้งฉากกันถูกใช้แทนบิตข้อมูลบนพื้นฐานความสัมพันธ์ของสัญญาณ ข้อดีทางเวลาระหว่างคลื่นที่ใช้ทดสอบ ประสิทธิภาพทางทฤษฎีของ Binary orthogonal ของ PSM สำหรับสัญญาณที่ออร์ธอกอนอลใดๆในช่องสัญญาณ AWG ดังสมการที่ (2.38)

$$P_{borthogont} = Q\left(\sqrt{\frac{\epsilon_b}{N_0}}\right) \tag{2.38}$$

2.10 ฟังก์ชันออร์ธอกอนอล

ฟังก์ชันออร์ธอกอนอล (Orthogonal Function) หรือฟังก์ชันเชิงตั้งฉากเป็นจุดเริ่มต้นที่ดีในการวิเคราะห์สัญญาณ โดยหาก $f_1(t)$ และ $f_2(t)$ ซึ่งต่างก็ไม่มีค่าเป็นศูนย์ในช่วง $t_0 < t < t_1$ ทั้ง $f_1(t)$ และ $f_2(t)$ จะเป็นฟังก์ชันเชิงตั้งฉากกัน ดังสมการที่ (2.39)

$$\int_{t_0}^{t_1} f_1(t) f_2^*(t) dt = 0 \tag{2.39}$$

โดยที่ $f_2^*(t)$ จะเป็นฟังก์ชันสังยุค (Conjugate Function) ของ $f_2(t)$ และหากเป็นกลุ่มของฟังก์ชันแล้ว เช่น $f_1(t), f_2(t), f_3(t), \dots, f_n(t)$ ฟังก์ชันเหล่านั้นเป็นฟังก์ชันเชิงตั้งฉากกัน ดังสมการที่ (2.40)

$$\int_{t_0}^{t_1} f_i(t) f_j^*(t) dt = \begin{cases} 0 & ; i \neq j \\ S_i & ; i = j \end{cases} \quad (2.40)$$

ในที่นี้ i และ j เป็นเลขจำนวนเต็มใดๆ และ S เป็นค่าใดๆ ดังนั้นหากว่ามีสัญญาณหลายสัญญาณที่ออร์ธอกอนอลกัน การรวมกันของสัญญาณทำให้ได้สัญญาณใหม่ที่อธิบายได้อย่างกระชับ เพราะไม่มีสัญญาณใดเลยที่จะเป็นจำนวนเท่าของสัญญาณในกลุ่มนั้นอีก และเมื่อจำนวนสัญญาณเหล่านี้มีจำนวนมาก ทำให้ผลรวมใกล้เคียงกับสมการทางคณิตศาสตร์มากขึ้น จึงเขียนได้ดังสมการที่ (2.41)

$$x(t) = \sum_{i=1}^{\infty} c_i x_i(t) \quad ; t_0 < t < t_1 \quad (2.41)$$

เมื่อ c_i หาได้จากสมการที่ (2.42)

$$c_i = \frac{\int_{t_0}^{t_1} x(t) x_i^*(t) dt}{\int_{t_0}^{t_1} |x(t)|^2 dt} \quad ; i = 0, 1, 2, \dots \quad (2.42)$$

และ $x_i(t)$ คือฟังก์ชันออร์ธอกอนอล

2.11 บทสรุป

ในบทความนี้ได้กล่าวถึงการพัฒนาเทคโนโลยีการสื่อสารไร้สาย และลักษณะเด่นของอัลตรา-ไวด์แบนด์ เพื่อการพัฒนาเข้าสู่ยุคการสื่อสารไร้สาย 3G, 4G, 5G, WiMedia และ WiMAX ประวัติความเป็นมาตั้งแต่อดีตถึงปัจจุบัน การเปรียบเทียบข้อกำหนดเทคโนโลยี UWB ระหว่างสหรัฐอเมริกาและในยุโรปการนำเอาเทคโนโลยี UWB ไปประยุกต์ใช้งาน รวมทั้งรูปแบบการมอดูเลตในระบบ UWB และพัลส์แบบออร์ธอกอนอล ในบทต่อไปกล่าวถึงการออกแบบพัลส์ที่ใช้ในการทำงานของระบบ UWB

บทที่ 3

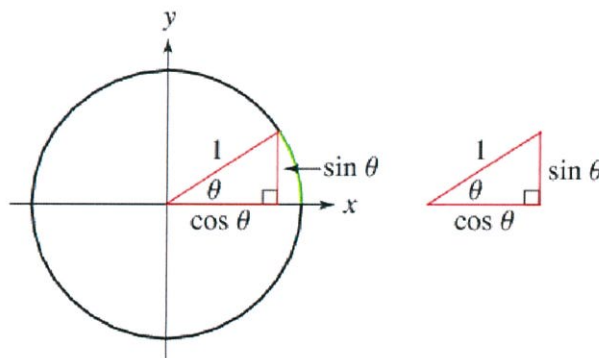
การออกแบบ

3.1 บทนำ

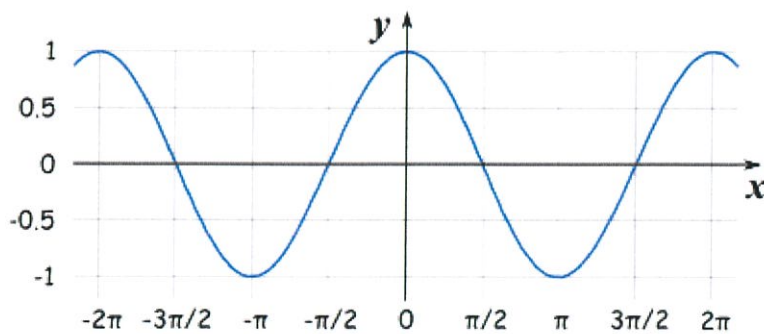
ในบทนี้จะกล่าวถึงการศึกษาวิธีการออกแบบพัลส์ต่างๆในระบบอัลตราไวด์แบนด์ (Ultra-wide Band) เช่น พัลส์ของโคไซน์ยกกำลัง (Raised Cosine) และเฮอริมีทพัลส์ (Hermite Pulse) เพื่อเป็นแนวทางในการออกแบบออร์โธกอนอลพัลส์ (Orthogonal Pulse) ชนิดใหม่ โดยอาศัยเบียร์น-สไตน์โพลิโนเมียล (Bernstein Polynomials)

3.2 ฟังก์ชันโคไซน์ยกกำลัง

ฟังก์ชันโคไซน์ (Cosine Function) เป็นฟังก์ชันตรีโกณมิติอีกฟังก์ชันหนึ่ง ที่นิยามโดยค่าในแนวแกนนอน (x) ของวงกลมหนึ่งหน่วย (Unit Circle) ดังรูปที่ 3.1 และ 3.2



รูปที่ 3.1 วงกลมหนึ่งหน่วย



รูปที่ 3.2 ฟังก์ชันโคไซน์ซึ่งเป็นฟังก์ชันคู่

เนื่องจากฟังก์ชันโคไซน์และฟังก์ชันตรีโกณมิติอื่นๆ มีความสัมพันธ์กันผ่านเอกลักษณ์ตรีโกณมิติซึ่งเป็นประโยชน์ในการสร้างเป็นแบบจำลองทางคณิตศาสตร์

ดังที่ได้กล่าวในบทที่ 2 ระบบ UWB รูปแบบของพัลส์ (Pulse) ที่ได้รับความนิยมนำมาใช้ในการออกแบบคือพัลส์แบบเกาส์เซียน (Gaussian Pulse) อย่างไรก็ตามพัลส์แบบเกาส์เซียนนั้นมีความยุ่งยากในการนำมาสร้างจริง เพราะเป็นพัลส์ที่นิยามโดยองค์ประกอบที่เป็นฟังก์ชันเอ็กซ์โพเนนเชียล (Exponential Function) นอกจากนั้นการนำเกาส์เซียนมาใช้ในการสร้างวงจรกำเนิดพัลส์ทำให้วงจรมีความซับซ้อน ดังนั้นจึงมีงานวิจัยและการศึกษาเพื่อสร้างวงจรที่สามารถใช้สัญญาณรูปแบบอื่นเพื่อนำมาทดแทนสัญญาณพัลส์แบบเกาส์เซียนมีการนำอัลกอริทึม Trial And Error มาใช้ในการรวมอนุพันธ์อันดับต่างๆที่เหมาะสมของเกาส์เซียนพัลส์ เพื่อให้สอดคล้องกับข้อกำหนดของ FCC ที่ได้นำเสนอวิธีการเชิงเลข (Numerical Methods) มาใช้ในการออกแบบพัลส์ นอกจากนั้นยังมีการศึกษาที่แสดงการปรับค่าพารามิเตอร์ และกระบวนการมอดูเลชัน เพื่อให้พัลส์ที่ได้สอดคล้องกับข้อกำหนดของ FCC และได้แสดงการออกแบบโดยการนำฟังก์ชันไฮเพอร์โบลิกซีแคนต์ (Hyperbolic Secant) มาใช้ในการประมาณค่าของเกาส์เซียนฟังก์ชัน โดยกำหนดให้สัญญาณอินพุต (Input) ของระบบ คือสัญญาณของทรานซิสเตอร์แบบไบโพลาร์ (Bipolar Transistor) ที่มีคุณลักษณะคล้ายกับฟังก์ชันไฮโบลิกแทนเจนต์ (Hyperbolic Tangent) และอาศัยคุณสมบัติของฟังก์ชันทั้งสอง ดังสมการที่ (3.1)

$$\operatorname{sech}^2(t) = 1 - \tanh^2(t) \quad (3.1)$$

และวงจรทรานส์ลิเนียร์ยกกำลังสอง (Trans Linear Squar) ในการสร้าง $\operatorname{sech}^2(t)$

อย่างไรก็ตามจากการค้นคว้าพบว่า ที่ดีกรีของโคไซน์ยกกำลังมีค่าสูงทำให้โคไซน์ยกกำลังมีค่าใกล้เคียงค่าของเกาส์เซียนฟังก์ชัน นอกจากยังไม่มีรายงานการศึกษาการใช้พัลส์ที่กำหนดโดยฟังก์ชันโคไซน์ ยกกำลังปรากฏในปัจจุบันประกอบด้วยฟังก์ชันโคไซน์เป็นฟังก์ชันของสัญญาณที่ปรากฏอยู่ทั่วไปในทางวิศวกรรมไฟฟ้า

3.2.1 สมการพัลส์โคไซน์ยกกำลัง

พัลส์โคไซน์ยกกำลังที่ใช้ในการสร้างฟังก์ชันถ่ายโอนสามารถอธิบายได้ดังสมการที่ (3.2)

$$\hat{y} = \alpha \sin(t) \quad (3.2)$$

เพื่อหาค่าของ $\cos^m(t)$ นำสมการที่ (3.2) ยกกำลังสองทั้งสองข้างของสมการได้ดังสมการที่ (3.3)

$$\hat{y}^2 = \alpha^2 \sin^2(t) \quad (3.3)$$

สามารถจัดรูปสมการที่ (3.3) ใหม่ ได้ดังสมการที่ (3.4) และ (3.5)

$$\left(\frac{\hat{y}}{\alpha}\right)^2 = \sin^2(t) \quad (3.4)$$

$$1 - \left(\frac{\hat{y}}{\alpha}\right)^2 = 1 - \sin^2(t) = \cos^2(t) \quad (3.5)$$

จากสมการที่ (3.5) สามารถหา $\cos^{10}(t)$ โดยการยกกำลัง 5 ตลอดทั้งสมการได้ดังสมการที่ (3.6)

$$f(\hat{y}^2) = \left(1 - \left(\frac{\hat{y}}{\alpha}\right)^2\right)^5 = \cos^{10}(t) \quad (3.6)$$

3.3 พหุนามเฮอร์มีท

สมการพหุนามเฮอร์มีท (Hermite Polynomials) สามารถเขียนได้ดังสมการที่ (3.7)

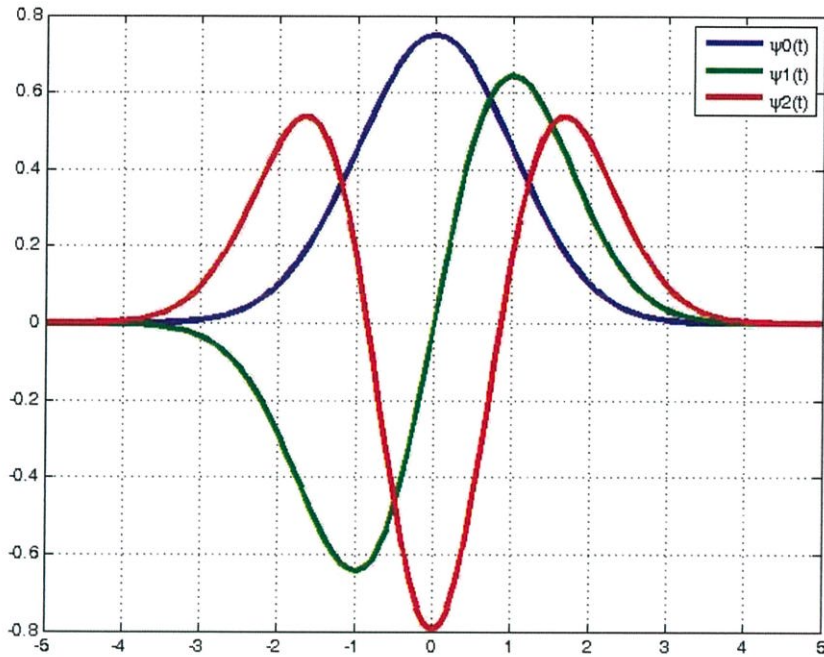
$$H_{n+1}(t) = 2tH_n(t) - 2nH_{n-1}(t) \quad (n \geq 1) \quad (3.7)$$

เมื่อ $n = 0, 1, 2$ และ $-\infty << \infty$ ตัวอย่างของพหุนามนี้ สามารถเขียนได้ดังสมการที่ (3.8) ถึง (3.10) และรูปที่ 3.3

$$H_0(t) = 1 \quad (3.8)$$

$$H_1(t) = 2t \quad (3.9)$$

$$H_2(t) = 4t^2 - 2 \quad (3.10)$$



รูปที่ 3.3 สามพจน์แรกของพหุนามเฮอรัลไมท์

การแปลงฟูเรียร์ของฟังก์ชันเฮอรัลไมท์ มีการวนซ้ำดังสมการที่ (3.10) ถึง (3.12)

$$\Psi_0(\omega) = \frac{1}{\sqrt[4]{\pi}} e^{-\omega^2/2} \quad (3.10)$$

$$\Psi_1(\omega) = \frac{\sqrt{2}j\omega}{\sqrt[4]{\pi}} e^{-\omega^2/2} \quad (3.11)$$

$$\Psi_{n+1}(\omega) = \frac{\sqrt{2}j\omega\Psi_n(\omega) + \sqrt{n}\Psi_{n-1}(\omega)}{\sqrt{n+1}} \quad (3.12)$$

3.3.1 ฟังก์ชันเฮอรัลไมท์

กลุ่มของฟังก์ชันออร์ธอกอนอลส่วนใหญ่เกิดจากอนุพันธ์ของสมการ โดยเฉพาะสมการ Sturm-Liouville เช่น Legendre, Bessel และฟังก์ชันเฮอรัลไมท์ ซึ่งเป็นกลุ่มของจำนวนใดๆของฟังก์ชันที่ตั้งฉากซึ่งกันและกัน ดังเช่นในอนุกรมฟูเรียร์ โดยฟังก์ชันเหล่านี้สามารถนำมาใช้เพื่อเพิ่มฟังก์ชันต่างๆ ในส่วนของออร์ธอกอนอลพื้นฐานได้ สำหรับฟังก์ชันข้างต้นเป็นปริพันธ์ฟังก์ชันกำลังสองสมบูรณ์ วิธีการนี้สามารถกล่าวได้ว่าเป็นรูปแบบพื้นฐานของฟังก์ชันปริภูมิจำกัดเขตโดยการอ้างถึงปริภูมิ L_2 ซึ่งเป็นกรณีเฉพาะของปริภูมิฮิลเบิร์ตเชิงเส้น

จากการสังเกตพัลส์ที่เกิดจากสมการเกาส์เซียน ทำให้ทราบว่ามัลักษณะเป็นเส้นโค้งที่เกิดจากการคูณกันของพหุนาม ซึ่งพหุนามเฮอร์มีทมีลักษณะเดียวกัน ทำให้พหุนามเฮอร์มีทเป็นที่น่าสนใจในการนำมาสร้างพัลส์ที่ใช้ในระบบอัลตราไวด์แบนด์ เราสามารถเขียนสมการฟังก์ชันเฮอร์มีทได้ดังสมการที่ (3.13)

$$\psi_n(t) = \frac{H_n(t)e^{-t^2/2}}{\sqrt{2^n n! \sqrt{\pi}}} \quad (3.13)$$

3.3.2 เฮอร์มีทพัลส์

เฮอร์มีทพัลส์ของอันดับที่ N ถูกกำหนดให้เป็นสัญญาณใดๆในรูปแบบของปริภูมิเฮอร์มีทใน N มิติ พัลส์เหล่านี้จึงสามารถแสดงได้ดังสมการที่ (3.14)

$$w_{H_N}(t) = q_{N-1}(t) \exp\left(\frac{-t^2}{2}\right) \quad (3.14)$$

ซึ่ง $q_{N-1}(t)$ คือ พหุนามกำลังที่ $(N-1)$

อีกทางหนึ่ง เฮอร์มีทพัลส์สามารถแสดงดังสมการที่ (3.15) ถึง (3.17)

$$w_{H_N}(t) = \bar{\psi}_N(t) W_{H_N} \quad (3.15)$$

ซึ่ง

$$\bar{\psi}_N(t) = [\psi_0(t) \quad \psi_1(t) \quad \cdots \quad \psi_{N-1}(t)] \quad (3.16)$$

$$W_{H_N} = [h_0 \quad h_1 \quad \cdots \quad h_{N-1}]^T \quad (3.17)$$

นั่นคือ $\bar{\psi}_N(t)$ เป็นเวกเตอร์ประกอบของพจน์แรกของฟังก์ชันเฮอร์มีท N พจน์ และ W_{H_N} เป็นโปรเจกชันเวกเตอร์ หลักของเวกเตอร์มีความสัมพันธ์กับพัลส์อันดับแรกของพัลส์เฮอร์มีทที่ถูกพิจารณา วิธีการนี้แต่ละสัญญาณของปริภูมิเฮอร์มีท H_N แสดงผ่านออร์ธอกอนอลพื้นฐานจากสมการที่ (3.14) เห็นว่าพัลส์ Gaussian และ Rayleigh เป็นกรณีเฉพาะของพัลส์เฮอร์มีท โดยใช้สมการที่ (3.15) และกำหนดให้ $\sigma = 1$ โดยมีโปรเจกชันเวกเตอร์ดังสมการที่ (3.18)

$$W_{RH_3} = \frac{2}{\sqrt{2\sqrt{\pi}}} \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad W_{GH_3} = \frac{1}{2\sqrt{2\sqrt{\pi}}} \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ -\sqrt{2} \end{bmatrix} \quad (3.18)$$

การตั้งฉากกันระหว่างพัลส์เห็นได้จากการตั้งฉากกันของโปรเจกชันเวกเตอร์ ซึ่งมีความสัมพันธ์กับรูปแบบคลื่นของสมการ เมื่อ $\sigma = 1$ สำหรับสามพจน์แรกของฟังก์ชันเฮอร์มิตโดยเขียนได้ดังสมการที่ (3.19) และ (3.20)

$$w_R(t) = \bar{\psi}_3(t) W_{R_{H_3}} \quad (3.19)$$

$$w_G(t) = \bar{\psi}_3(t) W_{G_{H_3}} \quad (3.20)$$

3.4 พหุนามเบียร์นสไตน์

3.4.1 พหุนามเบียร์นสไตน์

พหุนามเบียร์นสไตน์ของกำลัง n สามารถเขียนได้ดังสมการที่ (3.21)

$$B_{k,n}(t) = \binom{n}{k} t^k (1-t)^{n-k} \quad (3.21)$$

เมื่อ $k = 0, 1, 2, \dots, n$ โดยสอดคล้องกับสมการที่ (3.22)

$$\binom{n}{k} = \frac{n!}{k!(n-k)!} \quad (3.22)$$

พหุนามเบียร์นสไตน์มี $n+1$ กำลังที่ n เพื่อความสะดวกทางคณิตศาสตร์ จึงกำหนดให้ $B_{k,n} = 0$ ถ้า $k < 0$ หรือ $k > n$

3.4.2 นิยามการวนซ้ำของพหุนามเบียร์นสไตน์ (Recursive Definition of Bernstein Polynomials)

กำลังที่ n ของพหุนามเบียร์นสไตน์สามารถถูกกำหนดโดยการผสมสมการกำลังที่ $n-1$ ของสองพหุนามเบียร์นสไตน์ นั่นคือ กำลังที่ k กำลังที่ n ของพหุนามเบียร์นสไตน์สามารถเขียนได้ดังสมการที่ (3.23)

$$B_{k,n}(t) = (1-t)B_{k,n-1}(t) + tB_{k-1,n-1}(t) \quad (3.23)$$

ซึ่งสามารถใช้นิยามของพหุนามเบียร์นสไตน์และบางพีชคณิตอย่างง่าย ได้ดังสมการที่ (3.24)

$$\begin{aligned}
(1-t)B_{k,n-1}(t) + tB_{k-1,n-1}(t) &= (1-t)\binom{n-1}{k}t^k(1-t)^{n-1-k} + t\binom{n-1}{k-1}t^{k-1}(1-t)^{n-1-(k-1)} \quad (3.24) \\
&= \binom{n-1}{k}t^k(1-t)^{n-k} + \binom{n-1}{k-1}t^k(1-t)^{n-k} \\
&= \left[\binom{n-1}{k} + \binom{n-1}{k-1} \right] t^k(1-t)^{n-k} \\
&= \binom{n}{k}t^k(1-t)^{n-k} \\
&= B_{k,n}(t)
\end{aligned}$$

3.4.3 การแปลงจากเบียร์นสไตน์เบสิสไปยังเลขยกกำลังพื้นฐาน (Converting from the Bernstein Basis to the Power Basis)

เนื่องจากเลขยกกำลังพื้นฐาน $\{1, t, t^2, \dots, t^n\}$ รูปแบบพื้นฐานสำหรับระยะห่างของกำลังของพหุนามน้อยกว่าหรือเท่ากับ n บางกำลัง n ของพหุนามเบียร์นสไตน์สามารถเขียนในรูปของเลขยกกำลังพื้นฐาน สามารถคำนวณได้โดยตรง โดยใช้นิยามของพหุนามเบียร์นสไตน์และทฤษฎีบททวินาม ดังสมการที่ (3.25)

$$\begin{aligned}
B_{k,n} &= \binom{n}{k}t^k(1-t)^{n-k} \quad (3.25) \\
&= \binom{n}{k}t^k \sum_{i=0}^{n-k} (-1)^i \binom{n-k}{i} t^i \\
&= \sum_{i=0}^{n-k} (-1)^i \binom{n}{k} \binom{n-k}{i} t^{i+k} \\
&= \sum_{i=0}^n (-1)^{i-k} \binom{n}{k} \binom{n-k}{i-k} t^i
\end{aligned}$$

$$= \sum_{i=0}^n (-1)^{i-k} \binom{n}{i} \binom{i}{k} t^i$$

ในโครงการงานนี้จะใช้ทฤษฎีบททวินามในการขยายความ $(1-t)^{n-k}$

3.4.4 การหาอนุพันธ์

การหาอนุพันธ์ของพหุนามเบร์นสไตน์กำลังที่ n เป็นพหุนามของกำลัง $n-1$ การใช้นิยามของพหุนามเบร์นสไตน์ สามารถแสดงให้เห็นได้ว่าการอนุพันธ์นี้สามารถเขียนดังการรวมกันแบบเชิงเส้นของพหุนามเบร์นสไตน์ ดังสมการที่ (3.26)

$$\frac{d}{dt} B_{k,n}(t) = n(B_{k-1,n-1}(t) - B_{k,n-1}(t)) \quad (3.26)$$

เมื่อ $0 \leq k \leq n$ ซึ่งสมการที่ (3.26) สามารถแสดงได้โดยการดิฟเฟอเรนเชียลโดยตรง ดังสมการที่ (3.27)

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} B_{k,n}(t) &= \frac{d}{dt} \binom{n}{k} t^k (1-t)^{n-k} & (3.27) \\ &= \frac{kn!}{k!(n-k)!} t^{k-1} (1-t)^{n-k} + \frac{(n-k)n!}{k!(n-k)!} t^k (1-t)^{n-k-1} \\ &= \frac{n(n-1)!}{(k-1)!(n-k)!} t^{k-1} (1-t)^{n-k} + \frac{n(n-1)!}{k!(n-k-1)!} t^k (1-t)^{n-k-1} \\ &= n \left(\frac{(n-1)!}{(k-1)!(n-k)!} t^{k-1} (1-t)^{n-k} + \frac{(n-1)!}{k!(n-k-1)!} t^k (1-t)^{n-k-1} \right) \\ &= n(B_{k-1,n-1}(t) - B_{k,n-1}(t)) \end{aligned}$$

นั่นคือ การหาอนุพันธ์ของพหุนามเบร์นสไตน์ที่สามารถแสดงดังกำลังของพหุนาม คูณกันโดยการดิฟเฟอเรนซ์ของกำลัง $n-1$ ของสองพหุนามเบร์นสไตน์

การหาอนุพันธ์อันดับที่ q ของพหุนามเบร์นสไตน์ โดยการกำหนดให้ $f(t)$ คือ ฟังก์ชันการหาอนุพันธ์ของกำลังที่ n กำหนดในช่วง $[0,1]$ ดังสมการที่ (3.28)

$$f(t) = \sum_{k=0}^n a_{k,n} B_{k,n}(t) \quad (3.28)$$

นอกจากนี้ กำหนดให้ $a_{k,n}^{(q)}$ หมายถึงค่าสัมประสิทธิ์เบียร์นไฮสตันของอนุพันธ์อันดับที่ q ของ $f(t)$ ดังสมการที่ (3.29)

$$f^{(q)}(t) = \frac{d^q f(t)}{dt^q} = \sum_{k=0}^n a_{k,n}^{(q)} B_{k,n}(t) \quad (3.29)$$

โดยสอดคล้องกับสมการที่ (3.30) ถึง (3.32)

$$a_{k,n}^{(0)} = a_{k,n} \quad (3.30)$$

$$a_{k,n}^{(q)} = \sum_{i=-q}^q C_i(k,n,q) a_{k-i,n} \quad (3.31)$$

เมื่อ

$$C_i(k,n,q) = q! \sum_{m=0}^q (-1)^{m+q} \binom{q}{m} \binom{k}{m+i} \binom{n-k}{q-m-i} \quad (3.32)$$

3.5 การออกแบบออร์ธอกอนอลพัลส์วิธีที่ 1

ในปริภูมิตวินพจน์ฉบับนี้ทำการออกแบบพัลส์ชนิดใหม่ที่มีคุณสมบัติออร์ธอกอนอล จากการศึกษาฟังก์ชันออร์ธอกอนอล ในบทที่ 2 หัวข้อ 2.10 โดยทั่วไปแล้วสัญญาณโคไซน์ เช่น $x_i(t) = \cos(i\pi t)$ เป็นสัญญาณออร์ธอกอนอลที่เป็นประโยชน์เสมอ จึงเลือกฟังก์ชันโคไซน์ยกกำลังมาใช้ในการออกแบบพัลส์ชนิดใหม่ที่มีคุณสมบัติออร์ธอกอนอล เพื่อใช้ในระบบอัลตราไวด์แบนด์

จากการออกแบบโดยเลือกใช้ฟังก์ชันโคไซน์ยกกำลังที่ m ต่างๆ นำมาเลือกจับคู่เพื่อหาฟังก์ชันที่มีคุณสมบัติออร์ธอกอนอลกัน ตามสมการที่ (2.39) โดยหาก $f_1(t)$ และ $f_2(t)$ ซึ่งต่างก็ไม่มีค่าเป็นศูนย์ในช่วง $t_0 < t < t_1$ ทั้ง $f_1(t)$ และ $f_2(t)$ เป็นฟังก์ชันเชิงตั้งฉากกันในเวลา $t_0 < t < t_1$ ดังสมการที่ (3.33)

$$\int_{t_0}^{t_1} f_1(t) f_2^*(t) dt = 0 \quad (3.33)$$

3.6 การออกแบบออร์ธอกอนอลพัลส์วิธีที่ 2

การหากลุ่มของพัลส์ที่ M อันดับที่ N เมื่อ $M \leq N$ โดยสามารถเขียนเมทริกซ์ขนาด $N \times M$ ของพัลส์ได้ดังสมการที่ (3.34)

$$A = [W_{H_N,1} \quad W_{H_N,2} \quad \cdots \quad W_{H_N,M}] \quad (3.34)$$

อย่างไรก็ตามสมการที่ (3.34) มีข้อจำกัดเชิงเส้นขององค์ประกอบเวกเตอร์ W_{H_N} ดังนั้นขอบเขตของเมทริกซ์ A เป็นดังสมการที่ (3.35)

$$M \leq N-1 \quad (3.35)$$

3.6.1 การกำหนดกลุ่มของออร์ธอกอนอลพัลส์

สามารถศึกษาได้ตามขั้นตอนต่อไปนี้

1. สามารถหาค่า N จากการกำหนดค่า M ได้ดังสมการที่ (3.35)

$$N = M + 1 \quad (3.35)$$

2. กำหนดรูปแบบทั่วไปของโปรเจกชันเวกเตอร์และสร้างสมการของพัลส์จากฟังก์ชันพื้นฐาน ดังสมการที่ (3.36) ถึง (3.39)

$$w_{H_N}(t) = \bar{\psi}_N(t) \cdot W_{H_N} \quad (3.36)$$

โดยที่

$$\bar{\psi}_5 = [\psi_0 \quad \psi_1 \quad \psi_2 \quad \psi_3 \quad \psi_4] \quad (3.37)$$

และ

$$W_{H_5} = [h_0 \quad h_1 \quad h_2 \quad h_3 \quad h_4]^T \quad (3.38)$$

จะได้

$$w_{H_N}(t) = h_0\psi_0(t) + h_1\psi_1(t) + \cdots + h_{N-1}\psi_{N-1}(t) \quad (3.39)$$

3. จาก zero-DC restriction ดังสมการที่ (3.40)

$$\int_{-\infty}^{\infty} w_{H_N}(t) dt = 0 \quad (3.40)$$

4. สามารถหาค่า Combination Matrix ได้ดังสมการที่ (3.41)

$$C = \begin{bmatrix} h_{1,1} & h_{1,2} & \cdots & h_{1,M} \\ h_{2,1} & h_{2,2} & \cdots & h_{2,M} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ h_{M,1} & h_{M,2} & \cdots & h_{M,M} \end{bmatrix} \quad (3.41)$$

และสามารถหาค่า C_2 ได้จากสมการที่ (3.42)

$$C_2 = C^T C \quad (3.42)$$

4. สามารถหาค่า Eigenvalues (V) และ Eigenvectors (Λ) จากค่า C_2

5. สามารถหาค่า \tilde{A} จาก Givens rotations ($G(i, j, \vartheta)$) ได้ดังสมการที่ (3.43)

$$G(i, j, \vartheta) = \begin{bmatrix} 1 & \cdots & 0 & \cdots & 0 & \cdots & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots & & \vdots & & \vdots \\ 0 & \cdots & c & & s & \cdots & 0 \\ \vdots & & \vdots & \ddots & \vdots & & \vdots \\ 0 & \cdots & -s & & c & \cdots & 0 \\ \vdots & & \vdots & & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \cdots & 0 & \cdots & 0 & \cdots & 1 \end{bmatrix} \begin{array}{l} \leftarrow i \\ \leftarrow j \end{array} \quad (3.43)$$

$$\begin{array}{c} \uparrow \quad \uparrow \\ i \quad j \end{array}$$

โดยกำหนดให้ $c = \cos(\vartheta)$ และ $s = \sin(\vartheta)$

กำหนดให้ G_1, G_2, G_3 คือ Upper Hessenberg ดังสมการที่ (3.41) ถึง (3.43)

$$G_1(1,2,\vartheta_1) = \begin{bmatrix} c & s & 0 & 0 \\ -s & c & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (3.41)$$

$$G_2(2,3,\vartheta_2) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & c & s & 0 \\ 0 & -s & c & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (3.42)$$

$$G_3(3,4,\vartheta_3) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & c & s \\ 0 & 0 & -s & c \end{bmatrix} \quad (3.43)$$

กำหนดให้ G_4, G_5, G_6 คือ Lower Hessenberg ดังสมการที่ (3.44) ถึง (3.46)

$$G_4(4,3, \mathcal{G}_4) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ c & s & 1 & 0 \\ -s & c & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (3.44)$$

$$G_5(3,2, \mathcal{G}_5) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & c & s & 0 \\ 0 & -s & c & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (3.45)$$

$$G_6(2,1, \mathcal{G}_6) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & c & s \\ 0 & 1 & -s & c \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (3.46)$$

จะได้ค่า \tilde{A} ดังสมการที่ (3.43)

$$\tilde{A} = (G_1 * G_2 * G_3) * (G_4 * G_5 * G_6) \quad (3.47)$$

6. สามารถหาค่า A_R ได้จากสมการที่ (3.48) และ (3.49)

$$A_R = V^{-1}(\Lambda^{1/2})^{-1} \tilde{A} \quad (3.48)$$

โดยที่

$$V^{-1} = V^T \quad (3.49)$$

ซึ่ง A และ A_R มีความสัมพันธ์ตามสมการที่ (3.50)

$$A = CA_R \quad (3.50)$$

และจากสมการที่ (3.51) ถึง (3.53)

$$A = [W_{H_N,1} \quad W_{H_N,2} \quad \cdots \quad W_{H_N,M}] \quad (3.51)$$

$$w_{H_N}(t) = \vec{\psi}_N(t) W_{H_N} \quad (3.52)$$

$$A = \begin{bmatrix} h_{1,1} & h_{1,2} & \cdots & h_{1,M} \\ h_{2,1} & h_{2,2} & \cdots & h_{2,M} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ h_{M,1} & h_{M,2} & \cdots & h_{M,M} \end{bmatrix} \quad (3.53)$$

นำมาหาค่า ω_0 และ σ_ω^2 ได้จากสมการที่ (3.54) และ (3.55)

$$\omega_0 = \frac{4}{\sqrt{\pi}} \left[\frac{h_1^2}{2} + h_2^2 + \frac{3h_3^2}{4} + 7h_4^2 - \frac{h_1 h_3}{\sqrt{6}} + \frac{\sqrt{3} h_2 h_4}{2} \right] \quad (3.54)$$

$$\sigma_\omega^2 = \frac{3}{2} h_1^2 + \frac{15}{4} h_2^2 + \frac{7}{2} h_3^2 + \frac{75}{8} h_4^2 - \sqrt{6} h_1 h_3 - \frac{5\sqrt{3}}{4} h_2 h_4 - \omega_0^2 \quad (3.55)$$

และสมการที่ (3.56) ถึง (3.58)

$$\omega_1 = \omega_0 - 1.3\sigma_\omega \quad (3.56)$$

$$\omega_2 = \omega_0 + 1.3\sigma_\omega \quad (3.57)$$

$$\begin{aligned} G = & (\omega_{1,1} - \omega_{1,2})^2 + (\omega_{1,1} - \omega_{1,3})^2 + (\omega_{1,1} - \omega_{1,4})^2 + (\omega_{1,2} - \omega_{1,3})^2 \\ & + (\omega_{1,2} - \omega_{1,4})^2 + (\omega_{1,3} - \omega_{1,4})^2 + (\omega_{2,1} - \omega_{2,2})^2 + (\omega_{2,1} - \omega_{2,3})^2 \\ & + (\omega_{2,1} - \omega_{2,4})^2 + (\omega_{2,2} - \omega_{2,3})^2 + (\omega_{2,2} - \omega_{2,4})^2 + (\omega_{2,3} - \omega_{2,4})^2 \end{aligned} \quad (3.58)$$

3.7 สรุป

ในบทความนี้ได้กล่าวถึงการออกแบบออร์ธอกอนอล โดยศึกษาพัลส์ของโคไซน์ยกกำลัง และ เฮอร์มิทพัลส์ เพื่อเป็นแนวทางในการออกแบบออร์ธอกอนอลพัลส์ชนิดใหม่ โดยอาศัยเบรินส์ไตน์โพลิโนเมียล ซึ่งออกแบบโดยเลือกใช้ฟังก์ชันโคไซน์ยกกำลังที่ m ต่างๆ นำมาเลือกจับคู่เพื่อหาฟังก์ชัน ที่มีคุณสมบัติออร์ธอกอนอลกัน และการหากลุ่มของออร์ธอกอนอลพัลส์ที่ M อันดับที่ N

บทที่ 4

ผลการดำเนินงาน

4.1 บทนำ

ในบทนี้กล่าวถึงผลการออกแบบออร์ธอกอนอลพัลส์ (Orthogonal Pulse) ชนิดใหม่ ในระบบอัลตราไวด์แบนด์ โดยอาศัยเบียร์นสไตน์โพลิโนเมียล (Bernstein Polynomials) โดยในปริญญา นิพนธ์ฉบับนี้ได้เลือกใช้ฟังก์ชันโคไซน์ยกกำลังมาใช้ในการออกแบบออร์ธอกอนอลพัลส์

4.2 ผลการออกแบบออร์ธอกอนอลพัลส์วิธีที่ 1

จากการออกแบบออร์ธอกอนอลโดยเลือกใช้ฟังก์ชันโคไซน์ (Cosine Function) ยกกำลังที่ 3, 4 และ 5 นำมาจับคู่เพื่อหาฟังก์ชันที่มีคุณสมบัติออร์ธอกอนอลกัน ตามสมการที่ (4.1)

$$\int_{t_0}^{t_1} f_1(t) f_2^*(t) dt = 0 \quad (4.1)$$

จะได้ฟังก์ชันโคไซน์ยกกำลังที่ 3 , 4 และ 5 ที่มีคุณสมบัติออร์ธอกอนอลกัน คือมีผลลัพธ์เท่ากับ 0 ดังตัวอย่างฟังก์ชันที่สามารถเป็นออร์ธอกอนอลพัลส์ได้ เช่น

ตัวอย่างที่ 1

$$f_1(t) = \frac{d^3}{dx^3} (\cos^4(x)) \quad (4.2)$$

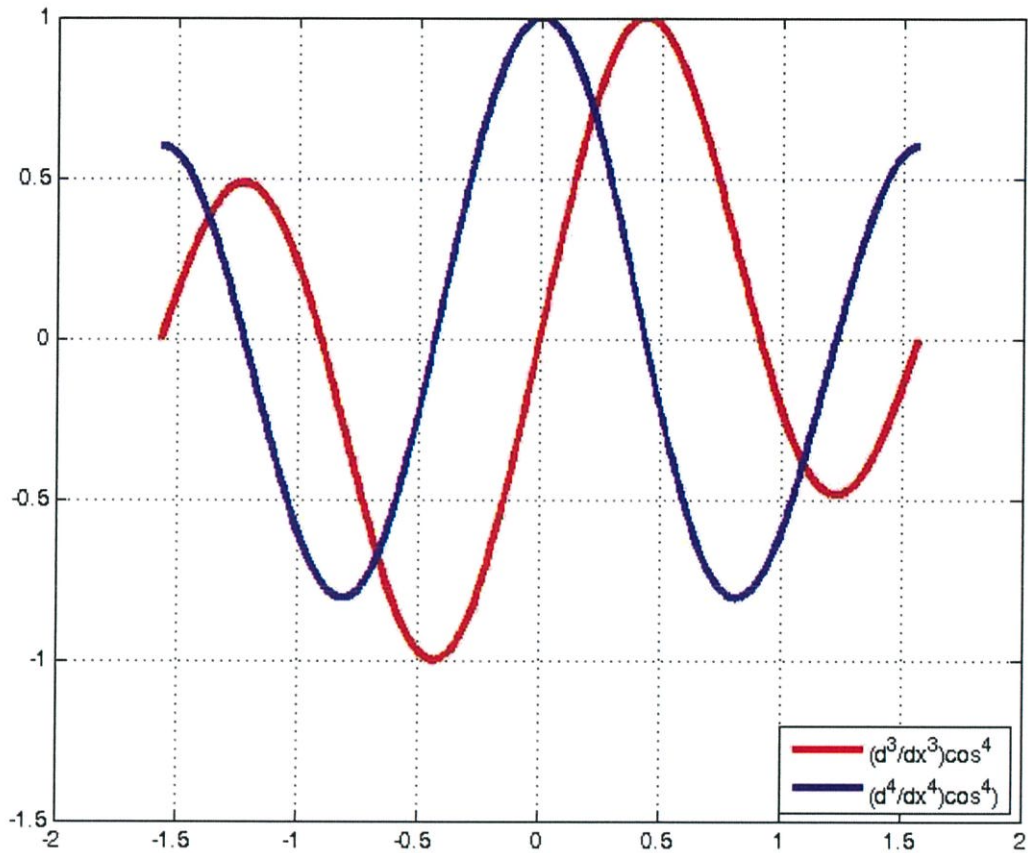
และ

$$f_2(t) = \frac{d^4}{dx^4} (\cos^4(x)) \quad (4.3)$$

จะได้

$$\int_{-\pi}^{\pi} \left(\frac{d^3}{dx^3} (\cos^4(x)) \right) \left(\frac{d^4}{dt^4} (\cos^4(x)) \right)^* dx = 0 \quad (4.4)$$

สามารถวาดกราฟของสมการที่ (4.2) และ (4.3) ดังรูปที่ 4.1



รูปที่ 4.1 รูปกราฟของสมการที่ (4.2) และ (4.3)

ตัวอย่างที่ 2

$$f_1(t) = \frac{d^2}{dx^2}(\cos^4(x)) \quad (4.5)$$

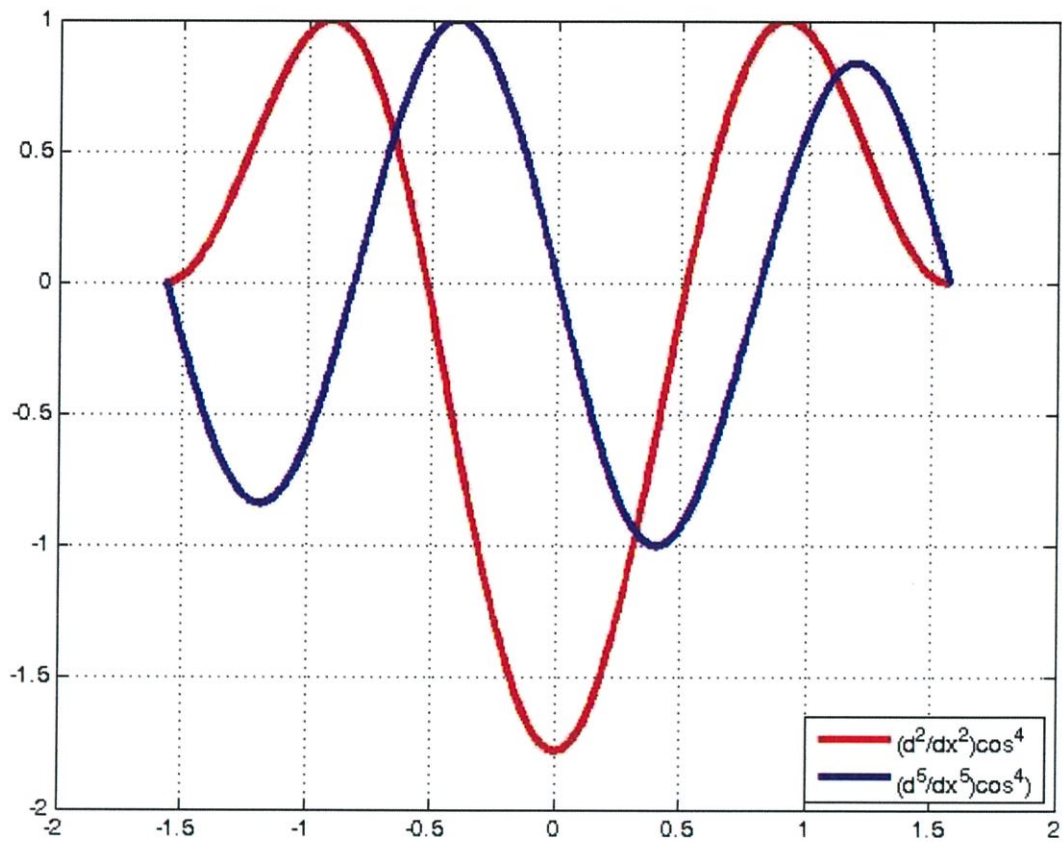
และ

$$f_2(t) = \frac{d^5}{dx^5}(\cos^4(x)) \quad (4.6)$$

จะได้

$$\int_{-\pi}^{\pi} \left(\frac{d^2}{dx^2}(\cos^4(x)) \right) \left(\frac{d^5}{dx^5}(\cos^4(x)) \right) dx = 0 \quad (4.7)$$

สามารถวาดกราฟของสมการที่ (4.5) และ (4.6) ดังรูปที่ 4.2



รูปที่ 4.2 รูปกราฟของสมการที่ (4.5) และ (4.6)

ตัวอย่างที่ 3

$$f_1(t) = \frac{d^3}{dx^3}(\cos^5(x)) \quad (4.8)$$

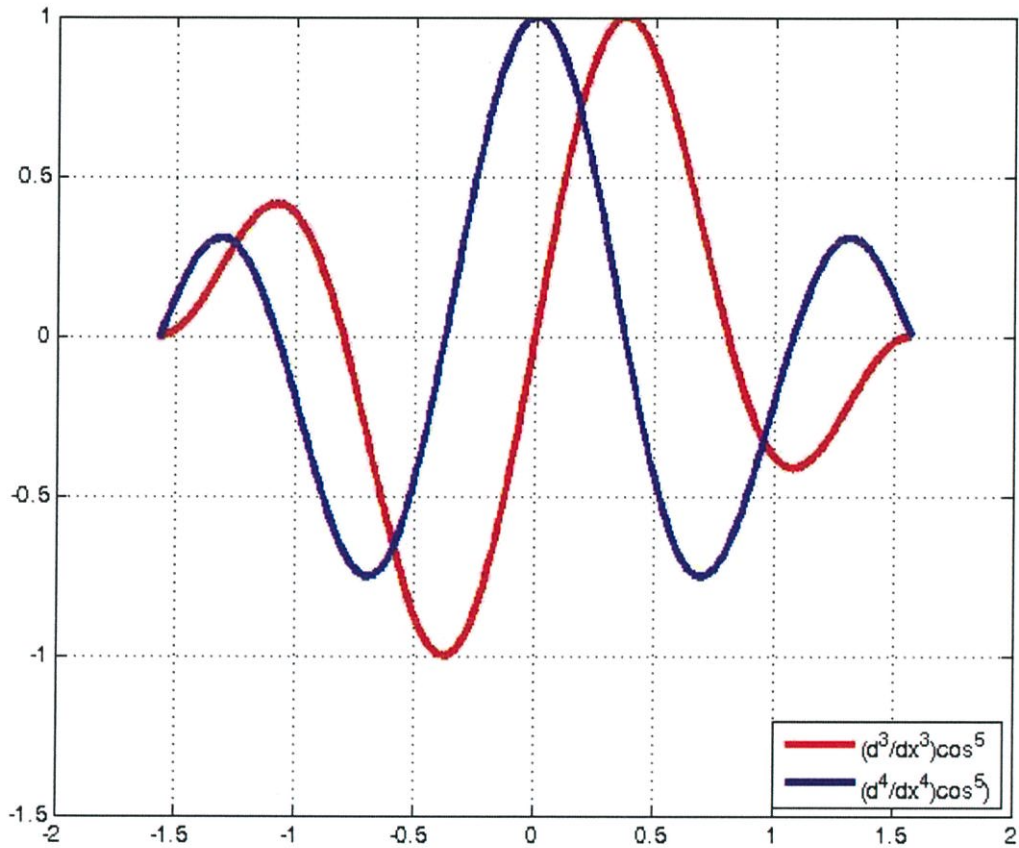
และ

$$f_2(t) = \frac{d^4}{dx^4}(\cos^5(x)) \quad (4.9)$$

จะได้

$$\int_{-\pi}^{\pi} \left(\frac{d^3}{dx^3}(\cos^5(x)) \right) \left(\frac{d^4}{dx^4}(\cos^5(x)) \right) dx = 0 \quad (4.10)$$

สามารถวาดกราฟของสมการที่ (4.8) และ (4.9) ดังรูปที่ 4.3



รูปที่ 4.3 รูปกราฟของสมการที่ (4.8) และ (4.9)

ตัวอย่างที่ 4

$$f_1(t) = \frac{d}{dx}(\cos^3(x)) \quad (4.11)$$

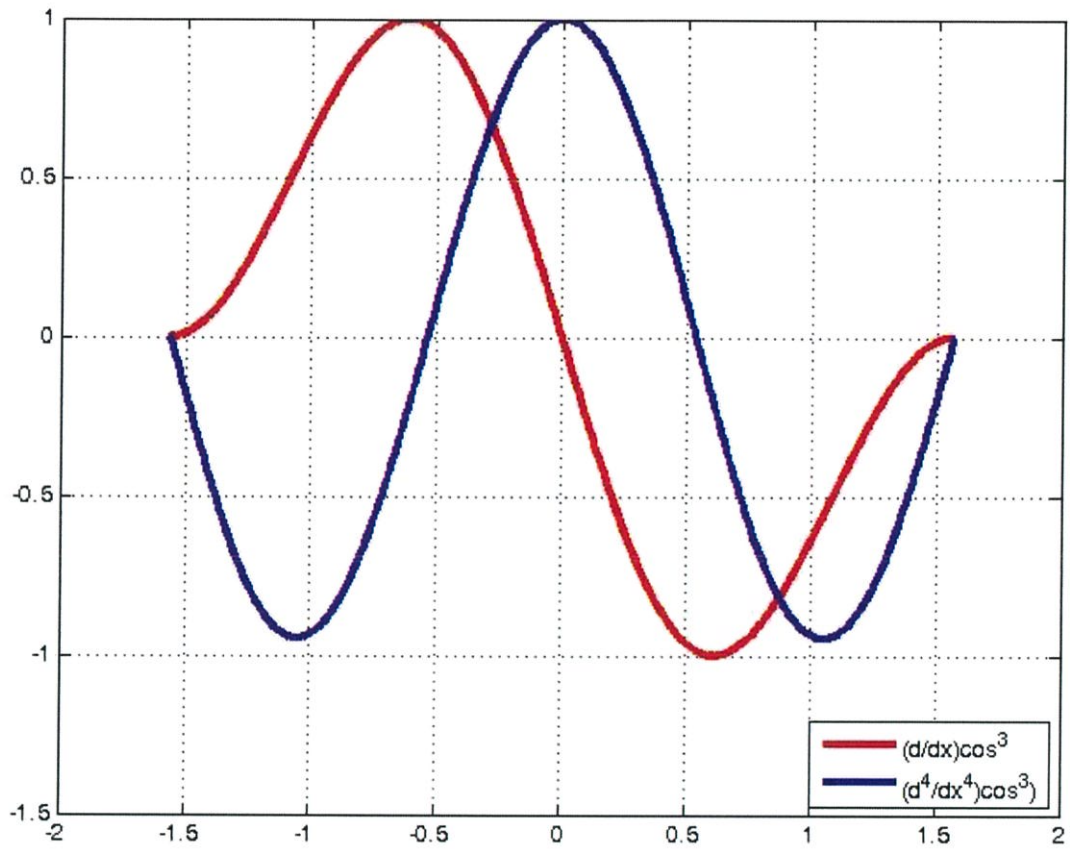
และ

$$f_2(t) = \frac{d^4}{dx^4}(\cos^3(x)) \quad (4.12)$$

จะได้

$$\int_{-\pi}^{\pi} \left(\frac{d}{dx}(\cos^3(x)) \right) \left(\frac{d^4}{dx^4}(\cos^3(x)) \right) dx = 0 \quad (4.13)$$

สามารถวาดกราฟของสมการที่ (4.11) และ (4.12) ดังรูปที่ 4.4



รูปที่ 4.4 รูปกราฟของสมการที่ (4.11) และ (4.12)

และเราสามารถหาตัวอย่างฟังก์ชันที่สามารถเป็นออร์ธอกอนอลพัลส์ได้อีกมากมาย ดังตารางที่ 4.1 ถึง 4.3

ตารางที่ 4.1 การหาออร์ธอกอนอลระหว่างโคไซน์กำลังที่ 3 กับอนุพันธ์อันดับที่ n ของโคไซน์กำลังที่ 3

$\int_{-\pi}^{\pi} \cos^3(x) \left(\frac{d^5}{dx^5} (\cos^3(x)) \right) dx = 0$	$\int_{-\pi}^{\pi} \left(\frac{d^2}{dx^2} (\cos^3(x)) \right) \left(\frac{d^9}{dx^9} (\cos^3(x)) \right) dx = 0$
$\int_{-\pi}^{\pi} \cos^3(x) \left(\frac{d^7}{dx^7} (\cos^3(x)) \right) dx = 0$	$\int_{-\pi}^{\pi} \left(\frac{d^2}{dx^2} (\cos^3(x)) \right) \left(\frac{d^{11}}{dx^{11}} (\cos^3(x)) \right) dx = 0$
$\int_{-\pi}^{\pi} \cos^3(x) \left(\frac{d^9}{dx^9} (\cos^3(x)) \right) dx = 0$	$\int_{-\pi}^{\pi} \left(\frac{d^2}{dx^2} (\cos^3(x)) \right) \left(\frac{d^{13}}{dx^{13}} (\cos^3(x)) \right) dx = 0$
$\int_{-\pi}^{\pi} \cos^3(x) \left(\frac{d^{11}}{dx^{11}} (\cos^3(x)) \right) dx = 0$	$\int_{-\pi}^{\pi} \left(\frac{d^3}{dx^3} (\cos^3(x)) \right) \left(\frac{d^4}{dx^4} (\cos^3(x)) \right) dx = 0$
$\int_{-\pi}^{\pi} \cos^3(x) \left(\frac{d^{13}}{dx^{13}} (\cos^3(x)) \right) dx = 0$	$\int_{-\pi}^{\pi} \left(\frac{d^3}{dx^3} (\cos^3(x)) \right) \left(\frac{d^8}{dx^8} (\cos^3(x)) \right) dx = 0$
$\int_{-\pi}^{\pi} \cos^3(x) \left(\frac{d^{15}}{dx^{15}} (\cos^3(x)) \right) dx = 0$	$\int_{-\pi}^{\pi} \left(\frac{d^3}{dx^3} (\cos^3(x)) \right) \left(\frac{d^{10}}{dx^{10}} (\cos^3(x)) \right) dx = 0$
$\int_{-\pi}^{\pi} \left(\frac{d}{dx} (\cos^3(x)) \right) \left(\frac{d^4}{dx^4} (\cos^3(x)) \right) dx = 0$	$\int_{-\pi}^{\pi} \left(\frac{d^3}{dx^3} (\cos^3(x)) \right) \left(\frac{d^{12}}{dx^{12}} (\cos^3(x)) \right) dx = 0$

ตารางที่ 4.1 การหาออร์ธอกอนอลระหว่างโคไซน์กำลังที่ 3 กับอนุพันธ์อันดับที่ n ของโคไซน์กำลังที่ 3 (ต่อ)

$\int_{-\pi}^{\pi} \left(\frac{d}{dx} (\cos^3(x)) \right) \left(\frac{d^8}{dx^8} (\cos^3(x)) \right) dx = 0$	$\int_{-\pi}^{\pi} \left(\frac{d^4}{dx^4} (\cos^3(x)) \right) \left(\frac{d^{11}}{dx^{11}} (\cos^3(x)) \right) dx = 0$
$\int_{-\pi}^{\pi} \left(\frac{d}{dx} (\cos^3(x)) \right) \left(\frac{d^{10}}{dx^{10}} (\cos^3(x)) \right) dx = 0$	$\int_{-\pi}^{\pi} \left(\frac{d^5}{dx^5} (\cos^3(x)) \right) \left(\frac{d^8}{dx^8} (\cos^3(x)) \right) dx = 0$
$\int_{-\pi}^{\pi} \left(\frac{d}{dx} (\cos^3(x)) \right) \left(\frac{d^{12}}{dx^{12}} (\cos^3(x)) \right) dx = 0$	$\int_{-\pi}^{\pi} \left(\frac{d^5}{dx^5} (\cos^3(x)) \right) \left(\frac{d^{10}}{dx^{10}} (\cos^3(x)) \right) dx = 0$
$\int_{-\pi}^{\pi} \left(\frac{d}{dx} (\cos^3(x)) \right) \left(\frac{d^{14}}{dx^{14}} (\cos^3(x)) \right) dx = 0$	$\int_{-\pi}^{\pi} \left(\frac{d^6}{dx^6} (\cos^3(x)) \right) \left(\frac{d^9}{dx^9} (\cos^3(x)) \right) dx = 0$
$\int_{-\pi}^{\pi} \left(\frac{d^2}{dx^2} (\cos^3(x)) \right) \left(\frac{d^5}{dx^5} (\cos^3(x)) \right) dx = 0$	$\int_{-\pi}^{\pi} \left(\frac{d^7}{dx^7} (\cos^3(x)) \right) \left(\frac{d^8}{dx^8} (\cos^3(x)) \right) dx = 0$

ตารางที่ 4.2 การหาออร์ธอกอนอลระหว่างโคไซน์กำลังที่ 4 กับอนุพันธ์อันดับที่ n ของโคไซน์กำลังที่ 4

$\int_{-\pi}^{\pi} \cos^4(x) \left(\frac{d^5}{dx^5} (\cos^4(x)) \right) dx = 0$	$\int_{-\pi}^{\pi} \left(\frac{d^2}{dx^2} (\cos^4(x)) \right) \left(\frac{d^9}{dx^9} (\cos^4(x)) \right) dx = 0$
$\int_{-\pi}^{\pi} \cos^4(x) \left(\frac{d^7}{dx^7} (\cos^4(x)) \right) dx = 0$	$\int_{-\pi}^{\pi} \left(\frac{d^2}{dx^2} (\cos^4(x)) \right) \left(\frac{d^{11}}{dx^{11}} (\cos^4(x)) \right) dx = 0$
$\int_{-\pi}^{\pi} \cos^4(x) \left(\frac{d^9}{dx^9} (\cos^4(x)) \right) dx = 0$	$\int_{-\pi}^{\pi} \left(\frac{d^2}{dx^2} (\cos^4(x)) \right) \left(\frac{d^{13}}{dx^{13}} (\cos^4(x)) \right) dx = 0$
$\int_{-\pi}^{\pi} \cos^4(x) \left(\frac{d^{11}}{dx^{11}} (\cos^4(x)) \right) dx = 0$	$\int_{-\pi}^{\pi} \left(\frac{d^3}{dx^3} (\cos^4(x)) \right) \left(\frac{d^4}{dt^4} (\cos^4(x)) \right) dx = 0$
$\int_{-\pi}^{\pi} \cos^4(x) \left(\frac{d^{13}}{dx^{13}} (\cos^4(x)) \right) dx = 0$	$\int_{-\pi}^{\pi} \left(\frac{d^3}{dx^3} (\cos^4(x)) \right) \left(\frac{d^8}{dx^8} (\cos^4(x)) \right) dx = 0$
$\int_{-\pi}^{\pi} \cos^4(x) \left(\frac{d^{15}}{dx^{15}} (\cos^4(x)) \right) dx = 0$	$\int_{-\pi}^{\pi} \left(\frac{d^3}{dx^3} (\cos^4(x)) \right) \left(\frac{d^{10}}{dx^{10}} (\cos^4(x)) \right) dx = 0$
$\int_{-\pi}^{\pi} \left(\frac{d}{dx} (\cos^4(x)) \right) \left(\frac{d^4}{dx^4} (\cos^4(x)) \right) dx = 0$	$\int_{-\pi}^{\pi} \left(\frac{d^3}{dx^3} (\cos^4(x)) \right) \left(\frac{d^{12}}{dx^{12}} (\cos^4(x)) \right) dx = 0$

ตารางที่ 4.2 การหาออร์ธอกอนอลระหว่างโคไซน์กำลังที่ 4 กับอนุพันธ์อันดับที่ n ของโคไซน์กำลังที่ 4 (ต่อ)

$\int_{-\pi}^{\pi} \left(\frac{d}{dx} (\cos^4(x)) \right) \left(\frac{d^6}{dx^6} (\cos^4(x)) \right) dx = 0$	$\int_{-\pi}^{\pi} \left(\frac{d^4}{dx^4} (\cos^4(x)) \right) \left(\frac{d^9}{dx^9} (\cos^4(x)) \right) dx = 0$
$\int_{-\pi}^{\pi} \left(\frac{d}{dx} (\cos^4(x)) \right) \left(\frac{d^8}{dx^8} (\cos^4(x)) \right) dx = 0$	$\int_{-\pi}^{\pi} \left(\frac{d^4}{dx^4} (\cos^4(x)) \right) \left(\frac{d^{11}}{dx^{11}} (\cos^4(x)) \right) dx = 0$
$\int_{-\pi}^{\pi} \left(\frac{d}{dx} (\cos^4(x)) \right) \left(\frac{d^{10}}{dx^{10}} (\cos^4(x)) \right) dx = 0$	$\int_{-\pi}^{\pi} \left(\frac{d^5}{dx^5} (\cos^4(x)) \right) \left(\frac{d^8}{dx^8} (\cos^4(x)) \right) dx = 0$
$\int_{-\pi}^{\pi} \left(\frac{d}{dx} (\cos^4(x)) \right) \left(\frac{d^{12}}{dx^{12}} (\cos^4(x)) \right) dx = 0$	$\int_{-\pi}^{\pi} \left(\frac{d^5}{dx^5} (\cos^4(x)) \right) \left(\frac{d^{10}}{dx^{10}} (\cos^4(x)) \right) dx = 0$
$\int_{-\pi}^{\pi} \left(\frac{d}{dx} (\cos^4(x)) \right) \left(\frac{d^{14}}{dx^{14}} (\cos^4(x)) \right) dx = 0$	$\int_{-\pi}^{\pi} \left(\frac{d^6}{dx^6} (\cos^4(x)) \right) \left(\frac{d^9}{dx^9} (\cos^4(x)) \right) dx = 0$
$\int_{-\pi}^{\pi} \left(\frac{d^2}{dx^2} (\cos^4(x)) \right) \left(\frac{d^5}{dx^5} (\cos^4(x)) \right) dx = 0$	$\int_{-\pi}^{\pi} \left(\frac{d^7}{dx^7} (\cos^4(x)) \right) \left(\frac{d^8}{dx^8} (\cos^4(x)) \right) dx = 0$

ตารางที่ 4.3 การหาออร์ธอกอนอลระหว่างโคไซน์กำลังที่ 5 กับอนุพันธ์อันดับที่ n ของโคไซน์กำลังที่ 5

$\int_{-\pi}^{\pi} \cos^5(x) \left(\frac{d^5}{dx^5} (\cos^5(x)) \right) dx = 0$	$\int_{-\pi}^{\pi} \left(\frac{d^2}{dx^2} (\cos^5(x)) \right) \left(\frac{d^9}{dx^9} (\cos^5(x)) \right) dx = 0$
$\int_{-\pi}^{\pi} \cos^5(x) \left(\frac{d^7}{dx^7} (\cos^5(x)) \right) dx = 0$	$\int_{-\pi}^{\pi} \left(\frac{d^2}{dx^2} (\cos^5(x)) \right) \left(\frac{d^{11}}{dx^{11}} (\cos^5(x)) \right) dx = 0$
$\int_{-\pi}^{\pi} \cos^5(x) \left(\frac{d^9}{dx^9} (\cos^5(x)) \right) dx = 0$	$\int_{-\pi}^{\pi} \left(\frac{d^2}{dx^2} (\cos^5(x)) \right) \left(\frac{d^{13}}{dx^{13}} (\cos^5(x)) \right) dx = 0$
$\int_{-\pi}^{\pi} \cos^5(x) \left(\frac{d^{11}}{dx^{11}} (\cos^5(x)) \right) dx = 0$	$\int_{-\pi}^{\pi} \left(\frac{d^3}{dx^3} (\cos^5(x)) \right) \left(\frac{d^4}{dt^4} (\cos^5(x)) \right) dx = 0$
$\int_{-\pi}^{\pi} \cos^5(x) \left(\frac{d^{13}}{dx^{13}} (\cos^5(x)) \right) dx = 0$	$\int_{-\pi}^{\pi} \left(\frac{d^3}{dx^3} (\cos^5(x)) \right) \left(\frac{d^8}{dx^8} (\cos^5(x)) \right) dx = 0$
$\int_{-\pi}^{\pi} \cos^5(x) \left(\frac{d^{15}}{dx^{15}} (\cos^5(x)) \right) dx = 0$	$\int_{-\pi}^{\pi} \left(\frac{d^3}{dx^3} (\cos^5(x)) \right) \left(\frac{d^{10}}{dx^{10}} (\cos^5(x)) \right) dx = 0$
$\int_{-\pi}^{\pi} \left(\frac{d}{dx} (\cos^5(x)) \right) \left(\frac{d^4}{dx^4} (\cos^5(x)) \right) dx = 0$	$\int_{-\pi}^{\pi} \left(\frac{d^3}{dx^3} (\cos^5(x)) \right) \left(\frac{d^{12}}{dx^{12}} (\cos^5(x)) \right) dx = 0$

ตารางที่ 4.3 การหาออร์ธอกอนอลระหว่างโคไซน์กำลังที่ 5 กับอนุพันธ์อันดับที่ n ของโคไซน์กำลังที่ 5 (ต่อ)

$\int_{-\pi}^{\pi} \left(\frac{d}{dx} (\cos^5(x)) \right) \left(\frac{d^6}{dx^6} (\cos^5(x)) \right) dx = 0$	$\int_{-\pi}^{\pi} \left(\frac{d^4}{dx^4} (\cos^5(x)) \right) \left(\frac{d^9}{dx^9} (\cos^5(x)) \right) dx = 0$
$\int_{-\pi}^{\pi} \left(\frac{d}{dx} (\cos^5(x)) \right) \left(\frac{d^8}{dx^8} (\cos^5(x)) \right) dx = 0$	$\int_{-\pi}^{\pi} \left(\frac{d^4}{dx^4} (\cos^5(x)) \right) \left(\frac{d^{11}}{dx^{11}} (\cos^5(x)) \right) dx = 0$
$\int_{-\pi}^{\pi} \left(\frac{d}{dx} (\cos^5(x)) \right) \left(\frac{d^{10}}{dx^{10}} (\cos^5(x)) \right) dx = 0$	$\int_{-\pi}^{\pi} \left(\frac{d^5}{dx^5} (\cos^5(x)) \right) \left(\frac{d^8}{dx^8} (\cos^5(x)) \right) dx = 0$
$\int_{-\pi}^{\pi} \left(\frac{d}{dx} (\cos^5(x)) \right) \left(\frac{d^{12}}{dx^{12}} (\cos^5(x)) \right) dx = 0$	$\int_{-\pi}^{\pi} \left(\frac{d^5}{dx^5} (\cos^5(x)) \right) \left(\frac{d^{10}}{dx^{10}} (\cos^5(x)) \right) dx = 0$
$\int_{-\pi}^{\pi} \left(\frac{d}{dx} (\cos^5(x)) \right) \left(\frac{d^{14}}{dx^{14}} (\cos^5(x)) \right) dx = 0$	$\int_{-\pi}^{\pi} \left(\frac{d^6}{dx^6} (\cos^5(x)) \right) \left(\frac{d^9}{dx^9} (\cos^5(x)) \right) dx = 0$
$\int_{-\pi}^{\pi} \left(\frac{d^2}{dx^2} (\cos^5(x)) \right) \left(\frac{d^5}{dx^5} (\cos^5(x)) \right) dx = 0$	$\int_{-\pi}^{\pi} \left(\frac{d^7}{dx^7} (\cos^5(x)) \right) \left(\frac{d^8}{dx^8} (\cos^5(x)) \right) dx = 0$

เมื่อนำตัวอย่างที่ 1 และ 2 มาสลับคู่กัน

$$\begin{array}{ccc}
 f_1(t) = \frac{d^3}{dx^3}(\cos^4(x)) & \begin{array}{c} \nwarrow \\ \nearrow \end{array} & f_1(t) = \frac{d^2}{dx^2}(\cos^4(x)) \\
 f_2(t) = \frac{d^4}{dx^4}(\cos^4(x)) & \begin{array}{c} \swarrow \\ \searrow \end{array} & f_2(t) = \frac{d^5}{dx^5}(\cos^4(x))
 \end{array}$$

จะได้ดังสมการที่ (4.14) และ (4.15)

$$\int_{-\pi}^{\pi} \left(\frac{d^3}{dx^3}(\cos^4(x)) \right) \left(\frac{d^5}{dx^5}(\cos^4(x)) \right) dx \neq 0 \quad (4.14)$$

$$\int_{-\pi}^{\pi} \left(\frac{d^4}{dx^4}(\cos^4(x)) \right) \left(\frac{d^2}{dx^2}(\cos^4(x)) \right) dx \neq 0 \quad (4.15)$$

และนำตัวอย่างที่ 3 และ 4 มาสลับคู่กัน

$$\begin{array}{ccc}
 f_1(t) = \frac{d^3}{dx^3}(\cos^5(x)) & \begin{array}{c} \nwarrow \\ \nearrow \end{array} & f_1(t) = \frac{d}{dx}(\cos^3(x)) \\
 f_2(t) = \frac{d^4}{dx^4}(\cos^5(x)) & \begin{array}{c} \swarrow \\ \searrow \end{array} & f_2(t) = \frac{d^4}{dx^4}(\cos^3(x))
 \end{array}$$

จะได้ดังสมการที่ (4.16) และ (4.17)

$$\int_{-\pi}^{\pi} \left(\frac{d^3}{dx^3}(\cos^5(x)) \right) \left(\frac{d^4}{dx^4}(\cos^3(x)) \right) dx = 0 \quad (4.16)$$

$$\int_{-\pi}^{\pi} \left(\frac{d^4}{dx^4}(\cos^5(x)) \right) \left(\frac{d}{dx}(\cos^3(x)) \right) dx = 0 \quad (4.17)$$

จากสมการที่ (4.14) ถึง (4.17) พบว่า เมื่อนำตัวอย่างมาสลับคู่กัน มีบางคู่ที่ไม่มีคุณสมบัติ ออร์ธอกอนอล แต่จากการศึกษาวิธีการออกแบบออร์ธอกอนอลพัลส์ในอดีต สมาชิกภายในเซตที่เรา จับคู่ฟังก์ชันนั้นต้องออร์ธอกอนอลกันทุกตัว จึงสามารถนำเอาออร์ธอกอนอลพัลส์นั้นมาใช้ในระบบ อัลตราไวด์แบนด์ได้

4.3 ผลการออกแบบออร์ธอกอนอลพัลส์วิธีที่ 2

ทางคณะผู้จัดทำจึงศึกษาการหากลุ่มของออร์ธอกอนอลตามหัวหัวที่ 3.6 ซึ่งมีผลการ ดำเนินงานดังนี้

1. สามารถหาค่า N จากการกำหนดค่า M เท่ากับ 4 จากสมการที่ (3.31) จะได้ค่าตามสมการ ที่ (4.18)

$$N = 5 \quad (4.18)$$

2. กำหนดรูปทั่วไปของโปรเจกชันเวกเตอร์ ดังสมการที่ (4.19) ถึง (4.22)

$$w_{H_N}(t) = \bar{\psi}_N(t) \cdot W_{H_N} \quad (4.19)$$

โดยที่

$$\bar{\psi}_5 = [\psi_0 \quad \psi_1 \quad \psi_2 \quad \psi_3 \quad \psi_4] \quad (4.20)$$

และ

$$W_{H_5} = [h_0 \quad h_1 \quad h_2 \quad h_3 \quad h_4]^T \quad (4.21)$$

จะได้

$$w_{H_5}(t) = h_0\psi_0(t) + h_1\psi_1(t) + h_2\psi_2(t) + h_3\psi_3(t) + h_4\psi_4(t) \quad (4.22)$$

3. สามารถหาค่า ψ_N ได้จากกำหนดให้ค่า ψ_0 เป็นดังสมการที่ (4.23)

$$\psi_0 = \cos^{10}\left(\frac{t}{4}\right) \quad (4.23)$$

สามารถหาค่า ψ_1 ถึง ψ_4 ได้จากสมการที่ (4.24) ถึง (4.27)

$$\psi_1 = \frac{d}{dt} \cos^{10}\left(\frac{t}{4}\right) \quad (4.24)$$

$$\psi_2 = \frac{d^2}{dt^2} \cos^{10}\left(\frac{t}{4}\right) \quad (4.25)$$

$$\psi_3 = \frac{d^3}{dt^3} \cos^{10}\left(\frac{t}{4}\right) \quad (4.26)$$

$$\psi_4 = \frac{d^4}{dt^4} \cos^{10}\left(\frac{t}{4}\right) \quad (4.27)$$

4. จาก zero-DC restriction จะได้สมการที่ (4.28)

$$\int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} w_{H_s}(t) dt = 0 \quad (4.28)$$

จะได้สมการที่ (4.29) และ (4.30)

$$0 = 1.5463h_0 + 0h_1 + (-0.4178)h_2 + 0h_3 + 0.4936h_4 \quad (4.29)$$

$$h_0 = 0.2702h_2 - 0.3192h_4 \quad (4.30)$$

5. สามารถหาค่า Combination Matrix ได้ดังสมการที่ (4.31)

$$C = \begin{bmatrix} 0 & 0.2702 & 0 & -0.3192 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (4.31)$$

และจะได้สมการที่ (4.32)

$$C^T = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0.2702 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ -0.3192 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (4.32)$$

จากสมการที่ (4.33)

$$C_2 = C^T C \quad (4.33)$$

จะได้สมการที่ (4.34)

$$C_2 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1.0730 & 0 & -0.0862 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & -0.0862 & 0 & 1.1019 \end{bmatrix} \quad (4.34)$$

6. สามารถหาค่า Eigenvalues (V) และ Eigenvectors (Λ) จากค่า C_2 ได้ดังสมการที่ (4.35) และ (4.36)

$$V = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -0.7633 & -0.6461 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -0.6461 & 0.7633 \end{bmatrix} \quad (4.35)$$

$$\Lambda = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1.1749 \end{bmatrix} \quad (4.36)$$

7. สามารถหาค่า \tilde{A} จากสมการที่ (3.47) ได้ดังสมการที่ (4.37)

$$\tilde{A} = \begin{bmatrix} -0.0763 & -0.3855 & -0.8873 & -0.2415 \\ -0.8761 & -0.4143 & 0.2377 & 0.0647 \\ 0.4419 & -0.7655 & 0.1768 & 0.4330 \\ 0.1768 & -0.3062 & 0.3536 & -0.8660 \end{bmatrix} \quad (4.37)$$

8. สามารถหาค่า A_R จากสมการที่ (3.48) ได้ดังสมการที่ (4.38)

$$A_R = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & -0.7633 & 0 & -0.7003 \\ 0 & -0.6461 & 0 & 0.8273 \end{bmatrix} \tilde{A} \quad (4.38)$$

และจากสมการที่ (4.37) จะได้สมการที่ (4.39)

$$A_R = \begin{bmatrix} -0.0763 & -0.3855 & -0.8873 & -0.2415 \\ 0.4419 & -0.7655 & 0.1768 & 0.4330 \\ 0.5449 & 0.5307 & -0.4291 & 0.5571 \\ 0.7123 & 0.0144 & 0.1389 & -0.7583 \end{bmatrix} \quad (4.39)$$

9. สามารถหาค่า A จากสมการที่ (3.50) ได้ดังสมการที่ (4.40)

$$A = \begin{bmatrix} -0.1080 & -0.2114 & 0.0034 & 0.3590 \\ -0.0763 & -0.3855 & -0.8873 & -0.2415 \\ 0.4419 & -0.7655 & 0.1768 & 0.4330 \\ 0.5449 & 0.5307 & -0.4291 & 0.5571 \\ 0.7123 & 0.0144 & 0.1389 & -0.7583 \end{bmatrix} \quad (4.40)$$

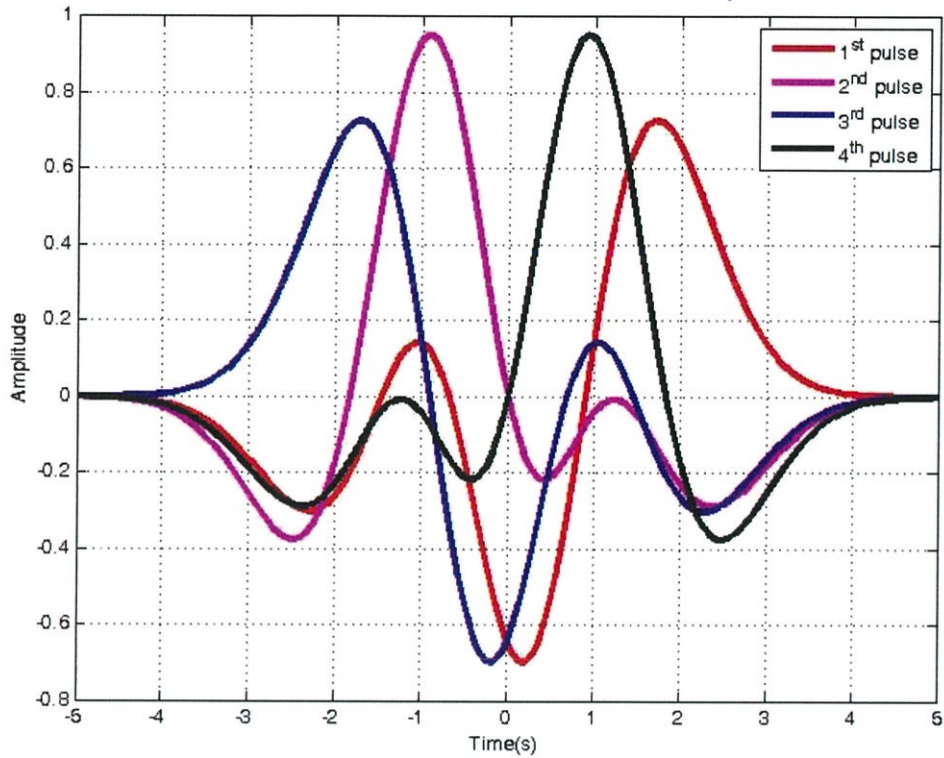
10. สามารถหาค่า ω_0 และ σ_ω^2 จากสมการที่ (3.54) ถึง (3.58) ได้ดังสมการที่ (4.41) ถึง (4.43)

$$\omega_0 = 5.0912 \quad (4.41)$$

$$\sigma_\omega^2 = -22.0320 \quad (4.42)$$

$$G = 0.8266 \quad (4.43)$$

11. จากสมการที่ (3.36) เมื่อนำมาแปลงเป็นสมการที่ (3.39) สามารถสร้างพัลส์ที่มีคุณสมบัติออร์ธอกอนอลกันได้ ดังรูปที่ 4.5



รูปที่ 4.5 รูปพัลส์ที่มีคุณสมบัติออร์ธอกอนอลกัน

12. สามารถหา Transfer function จากสมการที่ (4.44)

$$B_n(f; \hat{y}^2) = \sum_{i=0}^n \left[1 - \left(\frac{i}{\alpha n} \right)^2 \right]^{-1} \binom{n}{i} \hat{y}^{2i} (1 - \hat{y}^2)^{n-i} \quad (4.44)$$

เมื่อ $n = 4$ และ $\alpha = 0.9$ จะได้ดังสมการที่ (4.45)

$$9.6786\hat{y}^{16} - 4.4221\hat{y}^{12} - 25.6204\hat{y}^8 + 13.0909\hat{y}^6 - 1.3246\hat{y}^4 + 0.3344\hat{y}^2 - 1 \quad (4.45)$$

ทำการแปลงช่วงของ \hat{y}^2 ให้อยู่ในขอบเขต $[0, \infty)$ ดังสมการที่ (4.46)

$$\hat{y}^2 = \frac{\Omega^2}{1 + \Omega^2} \quad (4.46)$$

ทำการแปลงโดเมนจาก โดเมน Ω ไปเป็นโดเมน s ดังสมการที่ (4.47)

$$\Omega = -js \quad (4.47)$$

จะได้ฟังก์ชันถ่ายโอน ดังสมการที่ (4.48)

$$TF = \frac{4.1755s^{16} - 44.9747s^{14} + 65.3387s^{12} - 31.3251s^{11} - 1.4232s^{10} - 15.8952s^9 - 117.2954s^8 + 37.2663s^7 + 179.0187s^6 + 4.0128s^5 + 31.1428s^4 - 2.0064s^3 + 19.7533s^2 + 5.0909}{(4s^8 - 16s^6 + 24s^4 - 16s^2 + 4)} \quad (4.48)$$

บทวิจารณ์และสรุปผล

5.1 สรุปผลจากการดำเนินงาน

จากการศึกษาพัลส์ที่ใช้ในการมอดูเลตโดยใช้รูปพัลส์ พบว่า หากกลุ่มของพัลส์ที่นำมาใช้ในการมอดูเลตมีคุณสมบัติออร์ธอกอนอล คือพัลส์ที่ตั้งฉากต่อกันทั้งหมด จะทำให้ประสิทธิภาพในการมอดูเลตสัญญาณเพิ่มมากขึ้น เพราะสามารถส่งสัญญาณรบกวนที่เกิดระหว่างสัญลักษณ์ได้เป็นอย่างดี

จากการจำลองกราฟโดยใช้โปรแกรม Matlab ได้ผลลัพธ์เป็นที่น่าพึงพอใจตามทฤษฎี และสามารถสร้างกลุ่มของพัลส์ที่มีคุณสมบัติออร์ธอกอนอลกันได้

5.2 ประโยชน์ที่ได้รับ

1. มีความรู้ความเข้าใจเกี่ยวกับคุณสมบัติและข้อกำหนดต่างๆในระบบอัลตราไวด์แบนด์
2. มีความรู้ความเข้าใจเกี่ยวกับเกาส์เซียนพัลส์และพัลส์อื่นๆที่ใช้ในระบบอัลตราไวด์แบนด์
3. มีความรู้ความเข้าใจเกี่ยวกับวิธีการมอดูเลตพัลส์ในระบบอัลตราไวด์แบนด์
4. มีความรู้ความเข้าใจเกี่ยวกับออร์ธอกอนอลพัลส์ และสามารถสร้างพัลส์ชนิดใหม่ที่มีคุณสมบัติออร์ธอกอนอลในระบบอัลตราไวด์แบนด์ได้
5. มีความรู้ความเข้าใจเกี่ยวกับทฤษฎีทางคณิตศาสตร์ของโพลีโนเมียลแบบเบิร์นสไตน์และสามารถนำไปประยุกต์ใช้งานในการออกแบบพัลส์ในระบบอัลตราไวด์แบนด์ได้
6. สามารถออกแบบและจำลองการสร้างออร์ธอกอนอลพัลส์ในระบบอัลตราไวด์แบนด์โดยใช้โปรแกรม MATLAB ได้

5.3 ปัญหาที่พบระหว่างการดำเนินงาน

เนื่องจากผู้จัดทำขาดความเชี่ยวชาญด้านการเขียนโปรแกรม ทำให้การแก้ไขปัญหาทำได้ล่าช้าและไม่สมบูรณ์ ทางผู้จัดทำจึงต้องศึกษาเพิ่มเติม และเนื่องจากผู้จัดทำขาดความเชี่ยวชาญด้านภาษาอังกฤษ ทำให้การอ่านบทความวิจัยของต่างประเทศมีความล่าช้า

5.4 แนวทางการพัฒนาต่อ

เนื่องจากปริยญาณิพนธ์ฉบับนี้เกี่ยวกับการออกแบบออร์ธอกอนอลพัลส์ ซึ่งจะช่วยเพิ่มประสิทธิภาพในการรับ-ส่งสัญญาณ และลดการรบกวนของสัญญาณอื่นๆ ทำให้ในอนาคต ถ้ามีผู้สนใจเรื่องการรับ-ส่งสัญญาณในระบบอัลตราไวด์แบนด์บนพื้นฐานเบิร์นสไตน์โพลีโนเมียล จะสามารถนำออร์ธอกอนอลพัลส์นี้ไปใช้งานได้ง่ายขึ้น

บรรณานุกรม

- Giuseppe Thadeu Freitas de Abreu, Craig John Mitchell, and Ryuji Kohno. "On the Design of Orthogonal Pulse – Shape Modulation for UWB Systems Using Hermite Pulses." *J. Commun. Netw. – Special Issue Ultra – Wideband (UWB) Commun.*, vol.5, no.4, Dec. 2003.
- H. G. Schantz. "Introduction to ultra-wideband antennas," in *Proc. IEEE UWBST Conf.*, 2003.
- João A, Ney da Silva, and Marcello L. R. de Campos. "Spectrally Efficient UWB Pulse Shaping With Application in Orthogonal PSM." *IEEE Trans. Commun.* vol.55, no.2, Feb. 2007.
- Joy. Kenneth I. "BERNSTEIN POLYNOMIALS." Davis : Department of Computer Science. University of California.
- L. B. Michael, M. Ghavami, and R. Kohno. "Multiple pulse generator for ultra-wideband communications using hermite polynomial based orthogonal pulses." in *Proc. IEEE Conf. Ultra Wideband Sys. Technol., Baltimore, U.S.A.*, May 2002.
- M. Ghavami, L. B. Michael, and R. Kohno. "Hermite function based orthogonal pulses for UWB communications." in *Proc. WPMC, Aalborg, Denmark, 2001.*
- Michael A. Bellucci. "On the explicit representation of orthonormal Bernstein Polynomials" U.S.A. : Department of Chemical Engineering. Massachusetts Institute of Technology, Cambridge, Massachusetts. 2014
- Ninorn Sukutamantanti. "Performance analysis of UWB." Bangkok : Bachelor of Engineering. KMITL.
- Peter Arbenz. 2012. *The QR Algorithm*. [Online].
Available : people.inf.ethz.ch/arbenz/ewp/Lnotes/chapter3.pdf.
- Pichya Supanakoon, Kritsana Wansiang, Sathaporn Promwong, and Jun-ichi Takada. "Simple Waveform for UWB Communication." Bangkok : Bachelor of Engineering. KMITL.