

การวิเคราะห์ตัวแบ่งกำลังงานโดยใช้โพรบเชื่อมต่อร่วมภายใน  
ควาวิตีตัวนำทรงกระบอก

ANALYSIS OF POWER DIVIDER USING PROBES COUPLING  
INSIDE CONDUCTING CYLINDRICAL CAVITY

ศัญญา อำนางปลูก  
SANYA AMNARTPLUK

วิทยานิพนธ์นี้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาค้นคว้าตามหลักสูตรปริญญาวิศวกรรมศาสตรมหาบัณฑิต

สาขาวิชาวิศวกรรมโทรคมนาคม

บัณฑิตวิทยาลัย

สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง

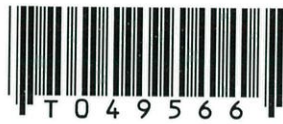
พ.ศ. 2546

ISBN 974-324-680-3

สำนักหอสมุดกลาง พระจอมเกล้าลาดกระบัง

การวิเคราะห์ตัวแบ่งกำลังงานโดยใช้โพรบเชื่อมต่อร่วมภายใน  
ภาวี่ตีตัวนำทรงกระบอก

ANALYSIS OF POWER DIVIDER USING PROBES COUPLING  
INSIDE CONDUCTING CYLINDRICAL CAVITY



สัญญา อำนางปลูก

SANYA AMNARTPLUK

วิทยานิพนธ์นี้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตรปริญญาวิศวกรรมศาสตรมหาบัณฑิต

สาขาวิชาวิศวกรรมโทรคมนาคม

บัณฑิตวิทยาลัย

สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง

พ.ศ. 2546

ISBN 974-324-880-3

เลขหมู่.....  
เลขทะเบียน 49566  
วัน, เดือน, ปี 24 ก.พ. 2547

b.....  
i.....

**ANALYSIS OF POWER DIVIDER USING PROBES COUPLING  
INSIDE CONDUCTING CYLINDRICAL CAVITY**

**SANYA AMNARTPLUK**

**A THESIS SUBMITTED IN PARTIAL FULFILLMENT  
OF THE REQUIREMENT FOR THE DEGREE OF  
MASTER OF ENGINEERING IN TELECOMMUNICATION ENGINEERING  
SCHOOL OF GRADUATE STUDIES  
KING MONGKUT'S INSTITUTE OF TECHNOLOGY LADKRABANG**

**2003**

**ISBN 974-324-880-3**



**COPYRIGHT 2003**

**SCHOOL OF GRADUATE STUDIES**

**KING MONGKUT'S INSTITUTE OF TECHNOLOGY LADKRABANG**

|                                 |  |
|---------------------------------|--|
| หัวข้อวิทยานิพนธ์               | การวิเคราะห์ตัวแบ่งกำลังงานที่ใช้โพรบเชื่อมต่อร่วมภายในควาวิตี<br>ตัวนำทรงกระบอก |
| นักศึกษา                        | นายสัญญา อำนางปลูก   |
| รหัสประจำตัว                    | 44061738   |
| ปริญญา                          | วิศวกรรมศาสตรมหาบัณฑิต   |
| สาขาวิชา                        | วิศวกรรมโทรคมนาคม  |
| พ.ศ.                            | 2546   |
| อาจารย์ผู้ควบคุมวิทยานิพนธ์     | รศ.ดร.สมผล โกศลวิตร  |
| อาจารย์ผู้ควบคุมวิทยานิพนธ์ร่วม | ดร.ชวรงค์ พงศ์เจริญพาณิชย์   |

## บทคัดย่อ

วิทยานิพนธ์นี้นำเสนอการวิเคราะห์ทางทฤษฎีและการทดสอบของตัวแบ่งกำลังงานที่ใช้โพรบไฟฟ้าเชิงเส้นเชื่อมต่อร่วมที่อยู่ภายในควาวิตีตัวนำทรงกระบอก โดยที่มีโพรบตัวแบ่งกำลังงานทั้งหมด 4 โพรบ กำหนดให้ชี้ไปตามแนวแกนรัศมีและอยู่ที่ตำแหน่งกึ่งกลางของความสูงของควาวิตีที่มีระยะห่างกันแต่ละโพรบ 90 องศา สำหรับโพรบกระตุ้นชี้ไปตามแนวแกนของทรงกระบอก โดยที่อยู่ตำแหน่งกึ่งกลางด้านล่างของควาวิตี สำหรับการประยุกต์ใช้งานของตัวแบ่งกำลังงานเพื่อป้อนกำลังงานให้กับสายอากาศแบบร่องบนเช็กเตอร์ของควาวิตีรูปทรงกระบอก เมื่อนำสายอากาศแต่ละองค์ประกอบมาประกอบรวมกันจะได้แบบรูปแพร่กระจายคลื่นออกรอบทิศทาง การวิเคราะห์ทางทฤษฎีเริ่มจากวิธีศัลย์เว็กเตอร์สำหรับหาค่าขนาดของควาวิตี และจากนั้นเป็นการวิเคราะห์สมการสนามไฟฟ้าเชิงอินทิกรัลจากการประยุกต์ใช้หลักการสนามสมมูลและเงื่อนไขขอบเขตที่โพรบไฟฟ้า การพิสูจน์ฟังก์ชันกรีนไดแอดิกสำหรับผลตอบสนองแบบช่องว่างขนาดเล็ก และวิธีโมเมนต์เพื่อแก้สมการหาค่ากระแสที่ไม่ทราบค่าจากสมการเชิงอินทิกรัลของสนามไฟฟ้าสำหรับหาผลเฉลยเชิงตัวเลขอิมพีแดนซ์ด้านเข้าของโพรบ ทำการวิเคราะห์อิมพีแดนซ์ด้านเข้า สัมประสิทธิ์การสะท้อนกลับ อัตราส่วนคลื่นนิ่ง และการเชื่อมต่อกำลังงานของโพรบ ด้วยวิธีเชิงเลขซึ่งศึกษาผลกระทบเมื่อเปลี่ยนแปลงขนาดความยาวของโพรบกระตุ้น และโพรบตัวแบ่งกำลังงานเพื่อหาค่าที่เหมาะสมในการส่งผ่านกำลังงานได้สูงสุด จากผลการคำนวณนำไปสู่การออกแบบและสร้างตัวแบ่งกำลังงานสำหรับการทดสอบเพื่อเปรียบเทียบกับผลที่ได้จากการศึกษาทางทฤษฎีสำหรับเงื่อนไขของการทดสอบ โดยที่กำหนดให้โพรบตัวแบ่งกำลังงานทั้งหมดถูกต่ออยู่กับโหลด 50 โอห์ม เป็นเงื่อนไขแรกและเงื่อนไขที่สองกำหนดให้โพรบตัวแบ่งกำลังงานถูกต่อกับโหลด 50 โอห์ม เพียงโพรบเดียวและโพรบตัวแบ่งกำลังงานอื่นจะถูกต่อกับโหลดศูนย์โอห์ม

**Thesis Title** Analysis of Power Divider Using Probes Coupling inside Conducting Cylindrical Cavity  
**Student** Mr.Sanya Amnartpluk  
**Student ID.** 44061738  
**Degree** Master of Engineering  
**Programme** Telecommunications Engineering  
**Year** 2003  
**Thesis Advisor** Assoc.Prof.Dr.Sompol Kosulvit  
**Thesis Co-advisor** Dr.Chuwong Phongcharoenpanich

## ABSTRACT

This thesis presents theoretical and experimental analysis of the power divider using probes coupling inside conducting cylindrical cavity. By using four power-dividing probes, they are aligned along the radial direction and located at the center of the height of cavity and the angle between the probe is 90 degrees apart. For the feed probe, it is aligned along longitudinal direction that is located at bottom and center of the cavity. The application of the power divider is for exciting the power to the sectoral cylindrical cavity-backed slot antenna. When combining each element to be the circular array, omnidirectional patterns are achieved. An analysis is beginning with the vector potential approach to determine the cavity size, and the integral equation of electric field intensities that can be formulated by applying Field Equivalence together with the boundary conditions at all the probes are established. The dyadic Green function that is the impulse response is derived and Method of Moments is used to solve for unknown current densities in the integral equations. The input impedance, reflection coefficient, standing wave ratio and power coupling of the probes have been computed numerically. The effects of length of feed probe, dividing probes are studied for determining the maximum power transfer condition. Subsequently, the computed characteristics is carried out for the guideline of the design and fabrication of the power divider. The experiment is done and compared with the theoretical results. For the experimental condition, the first condition is to terminate by the load of 50 ohm with all power dividing probes and the final condition is to terminate by the load of 50 ohm with one power dividing probe and the other power dividing probes are terminated by the load of 0 ohm.

## กิตติกรรมประกาศ

วิทยานิพนธ์เล่มนี้สำเร็จได้ด้วยดีเนื่องจากได้รับความช่วยเหลืออย่างต่อเนื่องจากอาจารย์ที่ปรึกษาทั้งสองท่านได้แก่ รองศาสตราจารย์ ดร.สมผล โกศลวิตร และ ดร.ชูวงศ์ พงศ์เจริญพาณิชย์ ข้าพเจ้าขอขอบพระคุณที่ชี้แนวทางของการศึกษาและเป็นแบบอย่างของการใช้ชีวิตมากกว่าที่อยู่ในตำราเรียน และขอขอบพระคุณ ศาสตราจารย์ ดร.โมไนย ไกรฤกษ์ หัวหน้าห้องปฏิบัติการการสื่อสารไร้สายที่กรุณาให้ข้าพเจ้าได้นำเสนอความก้าวหน้าของวิทยานิพนธ์ตลอดช่วงเวลาที่ศึกษาซึ่งเป็นประโยชน์อย่างมากในการวิจัยนี้ นอกจากนี้ขอขอบคุณสมาชิกของห้องปฏิบัติการการสื่อสารไร้สายทุกท่านที่ให้คำแนะนำและข้อคิดดีๆ ระหว่างการอภิปรายและความสนุกสนานในการร่วมทำกิจกรรมต่างๆ ร่วมกันตลอดช่วงเวลาที่ผ่านมา

สุดท้ายขอกราบขอบพระคุณบิดาและมารดาที่ให้ความรัก ความหวังใยด้วยดีเสมอมา ขอกราบขอบพระคุณน้ำจিতรา ฉั่น และ น้ำอินทัน สิงห์ชัย ที่สนับสนุนการศึกษาของข้าพเจ้าตลอดทุกชั้นปี ขอขอบคุณ คุณหนึ่งนุช ยาเจริญ ที่ให้เวลาที่มากพอและกำลังใจที่เปี่ยมล้น

สัญญา อำนางปลูก

# สารบัญ

|  | หน้า |
|--|------|
| บทคัดย่อภาษาไทย.....   | I    |
| บทคัดย่อภาษาอังกฤษ.....  | II   |
| กิตติกรรมประกาศ.....   | III  |
| สารบัญ.....  | IV   |
| สารบัญรูป.....   | VII  |
| บทที่ 1 บทนำ.....  | 1    |
| 1.1 ความเป็นมาและความสำคัญของวิทยานิพนธ์.....  | 1    |
| 1.2 ความมุ่งหมายและวัตถุประสงค์ของวิทยานิพนธ์.....                                   | 1    |
| 1.3 ประโยชน์ของวิทยานิพนธ์.....  | 2    |
| 1.4 ทฤษฎีที่ใช้ในการวิจัย.....   | 2    |
| 1.5 ขอบเขตการวิจัย.....  | 2    |
| 1.6 ขั้นตอนของการศึกษา.....  | 3    |
| บทที่ 2 ทฤษฎีของตัวแบ่งกำลังงาน โดยใช้โพรบเชื่อมต่อร่วมภายในควิตีตัวนำทรงกระบอก..... | 4    |
| 2.1 บทนำ.....  | 4    |
| 2.2 ทฤษฎีการวิเคราะห์ควิตีตัวนำทรงกระบอก.....  | 4    |
| 2.2.1 สมการคลื่น .....   | 4    |
| 2.2.2 ระบบพิกัดทรงกระบอก.....  | 8    |
| 2.2.3 คลื่นสนามไฟฟ้าตามขวาง.....   | 12   |
| 2.2.4 คลื่นสนามแม่เหล็กตามขวาง.....  | 15   |
| 2.2.5 ควิตีตัวนำทรงกระบอก.....   | 18   |
| 2.2.5.1 สนามไฟฟ้าตามขวางของควิตีตัวนำทรงกระบอก.....                                  | 19   |
| 2.2.5.2 สนามแม่เหล็กตามขวางของควิตีตัวนำทรงกระบอก.....                               | 20   |
| 2.3 เมตริกซ์การกระจายคลื่น.....  | 21   |
| 2.3.1 พารามิเตอร์เอส.....  | 24   |
| 2.4 สรุป.....  | 25   |
| บทที่ 3 สมการเชิงอินทิกรัลและฟังก์ชันกรีนไดเอคติก.....                               | 26   |
| 3.1 บทนำ.....  | 26   |

## สารบัญ (ต่อ)

|   | หน้า |
|---|------|
| 3.2 โครงสร้างของตัวแบ่งกำลังงาน.....  | 26   |
| 3.3 รูปแบบจำลองสมมูลของตัวแบ่งกำลังงาน.....   | 27   |
| 3.4 สมการเชิงอินทิกรัลของสนามไฟฟ้า.....   | 29   |
| 3.5 ฟังก์ชันกรีนไดโอดิก.....  | 33   |
| 3.5.1 ชนิดของฟังก์ชันกรีนไดโอดิก.....   | 33   |
| 3.5.2 ฟังก์ชันกรีนไดโอดิกบริเวณภายในของท่อนำคลื่นทรงกระบอก.....   | 34   |
| 3.5.3 ฟังก์ชันกรีนไดโอดิกบริเวณภายในควาวิตี้ตัวนำทรงกระบอก.....   | 40   |
| 3.6 สรุป.....   | 43   |
| <br>  |      |
| บทที่ 4 การวิเคราะห์การกระจายกระแส อิมพีแดนซ์ด้านเข้าด้วยวิธีโมเมนต์<br>และการเชื่อมต่อกำลังงาน.....                      | 44   |
| 4.1 บทนำ.....   | 44   |
| 4.2 วิธีโมเมนต์.....  | 44   |
| 4.3 ฟังก์ชันฐานและฟังก์ชันถ่วงน้ำหนัก.....  | 47   |
| 4.3.1 ฟังก์ชันฐานที่แบ่งเป็นขอบเขตย่อย.....   | 47   |
| 4.3.2 ฟังก์ชันฐานแบบกระจายโดยตลอด.....  | 50   |
| 4.4 การกระจายกระแส.....   | 50   |
| 4.5 ผลเฉลยของระบบสมการเชิงเส้นของตัวแบ่งกำลังงาน โดยใช้โพรบเชื่อมต่อร่วม<br>ภายในควาวิตี้ตัวนำทรงกระบอก.....              | 55   |
| 4.6 อิมพีแดนซ์ด้านเข้า.....   | 58   |
| 4.7 การเชื่อมต่อกำลังงาน.....   | 60   |
| 4.8 สรุป.....   | 62   |
| <br>  |      |
| บทที่ 5 การวิเคราะห์ผลการคำนวณ และผลการทดสอบของตัวแบ่งกำลังงาน<br>โดยใช้โพรบเชื่อมต่อร่วมภายในควาวิตี้ตัวนำทรงกระบอก..... | 63   |
| 5.1 บทนำ.....   | 63   |
| 5.2 การออกแบบจำลองของตัวแบ่งกำลังงาน โดยใช้โพรบเชื่อมต่อร่วม<br>ภายในควาวิตี้ตัวนำทรงกระบอก.....                          | 63   |
| 5.3 ผลการคำนวณอิมพีแดนซ์ด้านเข้าของตัวแบ่งกำลังงาน โดยใช้โพรบเชื่อมต่อร่วม  |      |

## สารบัญ (ต่อ)

|   | หน้า |
|---|------|
| ภายในคาวีตี้ตัวนำทรงกระบอก.....   | 65   |
| 5.4 ผลการทดสอบตัวแบ่งกำลังงานที่ใช้โพรบเชื่อมต่อร่วม                                    |      |
| ภายในคาวีตี้ตัวทรงกระบอก.....   | 70   |
| 5.4.1 ผลการทดสอบเมื่อ โพรบตัวแบ่งกำลังงานถูกต่อกับ โหลด 50 โอห์ม.....                   | 71   |
| 5.4.2 ผลการทดสอบเมื่อ โพรบตัวแบ่งกำลังงานถูกต่อกับ โหลด 50 โอห์ม<br>เพียงโพรบเดียว..... | 79   |
| 5.5 สรุป.....   | 87   |
| บทที่ 6 สรุปผลการวิจัยและข้อเสนอแนะ.....  | 89   |
| เอกสารอ้างอิง.....  | 91   |
| ภาคผนวก.....  | 93   |

# สารบัญรูป

| รูปที่  | หน้า |
|---|------|
| 2.1 ระบบพิกัดทรงกระบอกและความสัมพันธ์ของเวกเตอร์หนึ่งหน่วย.....   | 8    |
| 2.2 ท่อนำคลื่นทรงกระบอกที่มีพื้นที่หน้าตัดวงกลม.....  | 12   |
| 2.3 โครงสร้างของคิวิตีตัวนำทรงกระบอก.....   | 18   |
| 2.4 การกระตุ้นสำหรับ $TE_{mnp}$ และ $TM_{mnp}$ โหมดภายในคิวิตีตัวนำทรงกระบอก<br>(ก) $TE_{mnp}$ โหมด และ (ข) $TM_{mnp}$ โหมด.....  | 18   |
| 2.5 วงจรไมโครเวฟที่มี $N$ พอร์ต.....  | 22   |
| 2.6 พารามิเตอร์เอสกับวงจรไมโครเวฟที่มี $N$ พอร์ต.....   | 24   |
| 3.1 (ก) โครงสร้างของตัวแบ่งกำลังงานโดยใช้โพรบเชื่อมต่อร่วมภายในคิวิตีตัวนำทรงกระบอก<br>และ (ข) ภาพตัดขวางของตัวแบ่งกำลังงาน.....  | 27   |
| 3.2 (ก) แหล่งกำเนิดจริง และ(ข) รูปแบบจำลองสมมูล.....  | 27   |
| 3.3 ภาพตัดขวางคิวิตีตัวนำทรงกระบอกที่มีพื้นผิวปิด $S$ ที่ล้อมรอบบริเวณโพรบตัวนำ.....  | 29   |
| 3.4 ภาพตัดขวางของรูปแบบจำลองสมมูลของตัวแบ่งกำลังงาน.....  | 29   |
| 3.5 (ก) โครงสร้างของตัวแบ่งกำลังงานโดยใช้โพรบเชื่อมต่อร่วมภายในคิวิตีตัวนำทรงกระบอก<br>และ (ข) รูปแบบจำลองสมมูล.....  | 30   |
| 3.6 (ก) ท่อนำคลื่นตัวนำทรงกระบอกที่มีความยาวกึ่งอนันต์<br>(ข) คิวิตีตัวนำทรงกระบอกที่มีความยาวจำกัด.....  | 41   |
| 4.1 ฟังก์ชันฐานที่แบ่งส่วนเป็นขอบเขตย่อยเป็นค่าคงที่ (ก) ส่วนเดียว (ข) หลายส่วน<br>และ(ค) ผลรวมทั้งหมดของฟังก์ชัน.....  | 48   |
| 4.2 ฟังก์ชันที่แบ่งส่วนของขอบเขตย่อยเป็นค่าไซน์ (ก) ส่วนเดียว (ข) หลายส่วน<br>และ(ค) ผลรวมทั้งหมดของฟังก์ชัน.....   | 49   |
| 4.3 ฟังก์ชันที่แบ่งส่วนของขอบเขตย่อยเป็นค่าส่วนหนึ่งของโคไซน์ (ก) ส่วนเดียว<br>(ข) หลายส่วน และ(ค) แสดงผลรวมทั้งหมดของฟังก์ชัน.....   | 50   |
| 4.4 แสดงแบบการกระจายกระแสไฟฟ้าของโพรบกระตุ้นเนื่องจากฟังก์ชันฐาน $\bar{j}_g(\bar{R}')$<br>(ก) เมื่อ $g = 1$ (ข) เมื่อ $g = 2$ (ค) เมื่อ $g = 3$ (ง) ผลรวมฟังก์ชันทั้งหมด.....                   | 52   |
| 4.5 แสดงแบบการกระจายกระแสไฟฟ้าของโพรบตัวแบ่งกำลังงานเนื่องจากฟังก์ชันฐาน $\bar{j}_{q_n}(\bar{R}')$<br>(ก) เมื่อ $q_n = 1$ (ข) เมื่อ $q_n = 2$ (ค) เมื่อ $q_n = 3$ (ง) ผลรวมฟังก์ชันทั้งหมด..... | 54   |
| 4.6 โครงสร้างของตัวแบ่งกำลังงานโดยใช้โพรบเชื่อมต่อร่วมภายในคิวิตีตัวนำทรงกระบอก.....  | 55   |
| 4.7 วงจร 2 พอร์ตที่มีการเชื่อมต่อกำลังงาน.....  | 60   |
| 4.8 วงจร 2 พอร์ตที่ใช้ในการหาพารามิเตอร์เอส.....  | 61   |

## สารบัญรูป (ต่อ)

| รูปที่ | หน้า  |
|--------|---|
| 5.1    | คลื่นแม่เหล็กตามขวางของพื้นที่หน้าตัดท่อนำคลื่นทรงกระบอก.....64   |
| 5.2    | แบบรูปจำลองควาวิตี้ตัวนำทรงกระบอก.....65  |
| 5.3    | แบบรูปจำลองของตัวแบ่งกำลังงาน โดยใช้โพรบเชื่อมต่อร่วม<br>ภายในควาวิตี้ตัวนำทรงกระบอกที่ใช้สำหรับการคำนวณ.....65   |
| 5.4    | อิมพีแดนซ์ด้านเข้าของโพรบกระตุ้นเมื่อเปลี่ยนแปลงความยาวของโพรบ.....66   |
| 5.5    | สัมประสิทธิ์การสะท้อนกลับและอัตราส่วนคลื่นนิ่งของโพรบกระตุ้น<br>เมื่อเปลี่ยนแปลงความยาวของโพรบ.....66   |
| 5.6    | อิมพีแดนซ์ด้านเข้าของโพรบตัวแบ่งกำลังงานเมื่อเปลี่ยนแปลงความยาวของโพรบ.....67   |
| 5.7    | สัมประสิทธิ์การสะท้อนกลับและอัตราส่วนคลื่นนิ่ง<br>ของโพรบตัวแบ่งกำลังงานเมื่อเปลี่ยนแปลงความยาวของโพรบ.....67   |
| 5.8    | อิมพีแดนซ์ด้านเข้าของโพรบกระตุ้น เมื่อความยาวของโพรบกระตุ้นเท่ากับ $0.16\lambda_g$ และ<br>โพรบตัวแบ่งกำลังงานเท่ากับ $0.14\lambda_g$ .....68                                    |
| 5.9    | สัมประสิทธิ์การสะท้อนกลับและอัตราส่วนคลื่นนิ่งของโพรบกระตุ้น เมื่อความยาวของ<br>โพรบกระตุ้นเท่ากับ $0.16\lambda_g$ และโพรบตัวแบ่งกำลังงานเท่ากับ $0.14\lambda_g$ .....68        |
| 5.10   | อิมพีแดนซ์ด้านเข้าของโพรบตัวแบ่งกำลังงาน เมื่อความยาว<br>ของโพรบกระตุ้นเท่ากับ $0.16\lambda_g$ และโพรบตัวแบ่งกำลังงานเท่ากับ $0.14\lambda_g$ .....69                            |
| 5.11   | สัมประสิทธิ์การสะท้อนกลับและอัตราส่วนคลื่นนิ่งของโพรบตัวแบ่งกำลังงาน<br>เมื่อความยาวของโพรบกระตุ้นเท่ากับ $0.16\lambda_g$ และโพรบตัวแบ่งกำลังงานเท่ากับ $0.14\lambda_g$ .....69 |
| 5.12   | ค่าสัมประสิทธิ์การส่งผ่านของโพรบกระตุ้นไปยังโพรบตัวแบ่งกำลังงาน.....70  |
| 5.13   | ภาพถ่ายตัวแบ่งกำลังที่ใช้โพรบเชื่อมต่อร่วมภายในควาวิตี้ตัวนำทรงกระบอกต้นแบบ<br>(ก) ภาพถ่ายภายนอก (ข) ภาพถ่ายภายใน.....71  |
| 5.14   | อิมพีแดนซ์ด้านเข้าของโพรบกระตุ้น เมื่อตัวโพรบตัวแบ่งกำลังทั้งสี่ตัว<br>ถูกต้องอยู่กับ โหลด 50 โอห์ม.....71  |
| 5.15   | สัมประสิทธิ์การสะท้อนกลับและอัตราส่วนคลื่นนิ่งของโพรบกระตุ้น เมื่อโพรบตัว<br>แบ่งกำลังทั้งสี่ตัวถูกต้องอยู่กับ โหลด 50 โอห์ม.....72   |
| 5.16   | อิมพีแดนซ์ด้านเข้าของโพรบตัวแบ่งกำลังงานตัวที่หนึ่งเมื่อต่ออยู่กับโหลด 50 โอห์ม.....72  |
| 5.17   | สัมประสิทธิ์การสะท้อนกลับและอัตราส่วนคลื่นนิ่งของโพรบตัวแบ่งกำลังงานตัวที่หนึ่ง<br>เมื่อต่ออยู่กับโหลด 50 โอห์ม.....73  |

## สารบัญรูป (ต่อ)

| รูปที่   | หน้า |
|--|------|
| 5.18 สัมประสิทธิ์การส่งผ่านของโพรบกระตุ้นไปยังโพรบตัวแบ่งกำลังงานตัวที่หนึ่ง<br>เมื่อต่ออยู่กับโหลด 50 โอห์ม.....  | 73   |
| 5.19 เฟสของโพรบตัวแบ่งกำลังงานตัวที่หนึ่ง เมื่อต่ออยู่กับโหลด 50 โอห์ม.....  | 74   |
| 5.20 อิมพีแดนซ์ด้านเข้าของโพรบตัวแบ่งกำลังงานตัวที่สอง เมื่อต่ออยู่กับโหลด 50 โอห์ม.....   | 74   |
| 5.21 สัมประสิทธิ์การสะท้อนกลับและอัตราส่วนคลื่นนิ่งของโพรบตัวแบ่งกำลังงาน<br>ตัวที่สองเมื่อต่ออยู่กับโหลด 50 โอห์ม.....  | 74   |
| 5.22 สัมประสิทธิ์การส่งผ่านของโพรบกระตุ้นไปยังโพรบตัวแบ่งกำลังงานตัวที่สอง<br>เมื่อต่ออยู่กับโหลด 50 โอห์ม.....  | 75   |
| 5.23 เฟสของโพรบตัวแบ่งกำลังงานตัวที่สอง เมื่อต่ออยู่กับโหลด 50 โอห์ม.....  | 75   |
| 5.24 อิมพีแดนซ์ด้านเข้าของโพรบตัวแบ่งกำลังงานตัวที่สาม เมื่อต่ออยู่กับโหลด 50 โอห์ม.....   | 76   |
| 5.25 สัมประสิทธิ์การสะท้อนกลับและอัตราส่วนคลื่นนิ่งของโพรบตัวแบ่งกำลังงานตัวที่สาม<br>เมื่อต่ออยู่กับโหลด 50 โอห์ม.....  | 76   |
| 5.26 สัมประสิทธิ์การส่งผ่านของโพรบกระตุ้นไปยังโพรบตัวแบ่งกำลังงานตัวที่สาม เมื่อต่อ<br>อยู่กับโหลด 50 โอห์ม.....   | 76   |
| 5.27 เฟสของโพรบตัวแบ่งกำลังงานตัวที่สาม เมื่อต่ออยู่กับโหลด 50 โอห์ม.....  | 77   |
| 5.28 อิมพีแดนซ์ด้านเข้าของโพรบตัวแบ่งกำลังงานตัวที่สี่ เมื่อต่ออยู่กับโหลด 50 โอห์ม.....   | 78   |
| 5.29 สัมประสิทธิ์การสะท้อนกลับและอัตราส่วนคลื่นนิ่งของโพรบตัวแบ่งกำลังงานตัวที่สี่<br>เมื่อต่ออยู่กับโหลด 50 โอห์ม.....  | 78   |
| 5.30 สัมประสิทธิ์การส่งผ่านของโพรบกระตุ้นไปยังโพรบตัวแบ่งกำลังงานตัวที่สี่<br>เมื่อต่ออยู่กับโหลด 50 โอห์ม.....  | 78   |
| 5.31 เฟสของโพรบตัวแบ่งกำลังงานตัวที่สี่ เมื่อต่ออยู่กับโหลด 50 โอห์ม.....  | 79   |
| 5.32 อิมพีแดนซ์ด้านเข้าของโพรบกระตุ้น เมื่อโพรบตัวแบ่งกำลังงานถูกต่อกับโหลด 50 โอห์ม<br>เพียงโพรบเดียว และโพรบอื่นที่เหลือถูกต่อกับโหลดศูนย์โอห์ม.....                                 | 80   |
| 5.33 สัมประสิทธิ์การสะท้อนกลับและอัตราส่วนคลื่นนิ่งของโพรบกระตุ้น เมื่อโพรบตัวแบ่ง<br>กำลังงานถูกต่อกับโหลด 50 โอห์ม เพียงโพรบเดียวและโพรบอื่นที่เหลือ<br>ถูกต่อกับโหลดศูนย์โอห์ม..... | 80   |
| 5.34 อิมพีแดนซ์ด้านเข้าของโพรบตัวแบ่งกำลังงานตัวที่หนึ่ง เมื่อถูกต่อกับโหลด 50 โอห์ม<br>และโพรบอื่นที่เหลือถูกต่อกับโหลดศูนย์โอห์ม.....  | 81   |



# บทที่ 1

## บทนำ

### 1.1 ความเป็นมาและความสำคัญของวิทยานิพนธ์

ตัวแบ่งกำลังงานได้รับความสนใจและมีการศึกษากันมานานอย่างแพร่หลายจนถึงปัจจุบัน ที่ได้รับความนิยมนำไปประยุกต์ใช้งาน เช่น ตัวแบ่งกำลังงานที่ทำการศึกษาโดย E.J. Wilkinson [1] ที่มีโครงสร้างเป็นแบบไมโครสตริปสำหรับป้อนกำลังงานให้กับวงจรไฟฟ้า และอีกลักษณะโครงสร้างของตัวแบ่งกำลังงานที่ได้รับความสนใจและศึกษากันมาอย่างต่อเนื่องคือโครงสร้างเป็นแบบ ท่อนำคลื่นและควาวิตี้ตัวนำ ซึ่งเหมาะสำหรับการประยุกต์ใช้งานที่มีความต้องการกำลังงานสูง เช่น ลักษณะโครงสร้างท่อนำคลื่นสี่เหลี่ยม [2] ท่อนำคลื่นในแนวแกนรัศมีลักษณะครึ่งวงกลม [3] ท่อนำคลื่นในแนวแพร่กระจายคลื่นในแนวแกนรัศมี [4] และควาวิตี้ในแนวแกนรัศมี [5] ซึ่งลักษณะของโครงสร้างของปัญหาก็จะขึ้นอยู่กับการนำไปประยุกต์ใช้งาน สำหรับการป้อนกำลังงานให้กับตัวแบ่งกำลังงานนั้นก็จะมีส่วนส่งไมโครสตริป สายโคแอกเซียล ท่อนำคลื่น และโพรบตัวนำ เช่นเดียวกับตัวแบ่งกำลังงานการเชื่อมต่อร่วม ลักษณะโครงสร้างของตัวแบ่งกำลังงานที่กล่าวมาโครงสร้างของท่อนำคลื่นและควาวิตี้ตัวนำเหมาะสมสำหรับการประยุกต์ใช้งานเป็นตัวแบ่งกำลังงานที่ใช้ในงานความถี่สูงและทนกำลังงานได้สูง

### 1.2 ความมุ่งหมายและวัตถุประสงค์ของวิทยานิพนธ์

วิทยานิพนธ์เล่มนี้นำเสนอตัวแบ่งกำลังงานที่มีโครงสร้างเป็นควาวิตี้ตัวนำทรงกระบอกถูกป้อนกำลังงานด้วยโพรบไฟฟ้าเชิงเส้นหรือโพรบกระตุ้น และกำลังงานจะถูกเชื่อมต่อไปยังโพรบตัวแบ่งกำลังงานที่มีอยู่ด้วยกันสี่โพรบ สำหรับการประยุกต์ใช้งานป้อนกำลังงานให้กับสายอากาศสำหรับสถานีฐานที่ความถี่ 2.4 GHz ดังนั้นการวิเคราะห์อิมพีแดนซ์ด้านเข้า สัมประสิทธิ์การสะท้อนกลับ และอัตราส่วนคลื่นนิ่ง ของโพรบกระตุ้นและโพรบตัวแบ่งกำลังงานเพื่อการวิเคราะห์การเชื่อมต่อร่วมกำลังงานที่เหมาะสมสำหรับการส่งผ่านกำลังงานได้สูงสุด จากผลการวิเคราะห์ทางทฤษฎีและการคำนวณนำไปสู่การออกแบบสร้าง และทดสอบของตัวแบ่งกำลังงานที่ความถี่ 2.4 GHz ข้อดีของโครงสร้างตัวแบ่งกำลังงานที่นำเสนอเป็นโครงสร้างที่ง่าย ทนกำลังงานได้สูง ไม่มีการสูญเสียในตัวนำหรือไดอิเล็กตริกและมีต้นทุนที่ต่ำ ดังนั้นโครงสร้างของควาวิตี้ตัวนำทรงกระบอกจึงเหมาะสมเนื่องจากเป็นโครงสร้างที่สมมาตรและสามารถเพิ่มจำนวนโพรบตัวแบ่งกำลังงานได้

### 1.3 ประโยชน์ของวิทยานิพนธ์

ในระบบแพร่กระจายข้อมูลข่าวสารสำหรับสถานีฐานของโทรทัศน์ วิทยุ และโทรศัพท์เคลื่อนที่ไร้สายให้ครอบคลุมพื้นที่ให้บริการ ดังนั้นสายอากาศอาจจะเป็นสายอากาศที่ให้แบบรูปแพร่กำลังงานเป็นหรือแบบชี้ทิศทางเดียว ซึ่งเมื่อนำสายอากาศมาประกอบรวมกันในแนวเส้นเส้นรอบวงก็จะได้แบบรูปการแพร่กระจายพลังงานออกรอบทิศทาง หรือสายอากาศแบบร่องบนเซ็กเตอร์ของควาติรูปร่างกระบอก เมื่อนำสายอากาศแต่ละองค์ประกอบมาประกอบรวมกันจะได้สายอากาศรูปทรงกระบอกแบบเต็มใบ จากที่กล่าวมาการป้อนสัญญาณให้กับสายอากาศด้วยตัวแบ่งกำลังงานจึงน่าสนใจ ดังนั้นอิมพีแดนซ์ด้านเข้าของตัวแบ่งกำลังงานต้องมีค่าที่เหมาะสมสำหรับการส่งผ่านกำลังงานและเพื่อนำไปวิเคราะห์การเชื่อมต่อกำลังงาน ซึ่งกำลังงานและเฟสด้านเข้าของสายอากาศจะต้องเท่ากัน โครงสร้างของตัวแบ่งกำลังงานที่มีลักษณะเป็นควาติรูปร่างกระบอกจึงเหมาะสมเนื่องจากเป็นโครงสร้างที่สมมาตร การวิเคราะห์อิมพีแดนซ์ด้านเข้าของตัวแบ่งกำลังงานเพื่อหาค่าการเชื่อมกำลังงานที่เหมาะสมจึงเป็นส่วนที่สำคัญที่จะต้องทำการวิเคราะห์

### 1.4 ทฤษฎีที่ใช้ในการวิจัย

ในวิทยานิพนธ์นี้เป็นการวิเคราะห์ตัวแบ่งกำลังงานที่ใช้โพรบเชื่อมต่อกำลังงานภายในควาติรูปร่างกระบอก กำลังงานจากโพรบกระตุ้นจะถูกเชื่อมต่อไปยังโพรบตัวแบ่งกำลังงานที่มีอยู่ด้วยกัน 4 ตัว กำลังงานที่ได้จากโพรบตัวแบ่งกำลังงานจะถูกป้อนให้กับสายอากาศสำหรับสถานีฐานดังที่กล่าวไว้สำหรับการประยุกต์ใช้งาน การวิเคราะห์ทางทฤษฎีเริ่มจากการสร้างสมการสนามไฟฟ้าเชิงอินทิกรัลโดยการประยุกต์ใช้หลักการสนามสมมูลและเงื่อนไขขอบเขตที่บริเวณพื้นผิวของโพรบไฟฟ้าที่อยู่ภายในควาติรูปร่างกระบอก การพิสูจน์ฟังก์ชันกรีนชนิดไดแอดิก (dyadic Green function) สำหรับผลตอบสนองแบบช่องว่างขนาดเล็ก และวิธีโมเมนต์ (Method of Moments: MOM) ร่วมกับเทคนิคกาเลกิน (Galerkin technique) เพื่อแก้สมการหาผลเฉลยของสมการเชิงอินทิกรัลซึ่งจะได้กระแสไฟฟ้าที่กระจายอยู่ที่โพรบ นำกระแสที่ได้จากโพรบทั้งหมดไปวิเคราะห์หาคุณลักษณะอิมพีแดนซ์ด้านเข้า สัมประสิทธิ์การสะท้อนกลับ อัตราส่วนคลื่นนิ่ง และการเชื่อมต่อกำลังงานร่วม

### 1.5 ขอบเขตการวิจัย

สำหรับขอบเขตของการวิจัยในวิทยานิพนธ์นี้ต้องการหาผลเฉลยตัวเลขของอิมพีแดนซ์ด้านเข้าที่พิสูจน์มาจากสมการเชิงอินทิกรัลสนามไฟฟ้าที่ใช้ฟังก์ชันกรีนไดแอดิก พร้อมด้วยเทคนิคโมเมนต์การกำหนดฟังก์ชันของความหนาแน่นกระแสไฟฟ้าของโพรบกระตุ้นและโพรบตัวแบ่งกำลังงานสำหรับการทำนายสัมประสิทธิ์การสะท้อนกลับ อัตราส่วนคลื่นนิ่ง และการเชื่อมต่อร่วมของโพรบ

กระตุ้นไปยังโพรบตัวแบ่งกำลังงานทั้ง 4 ตัว จากค่าอิมพีแดนซ์ที่หาได้เมื่อทำการเปลี่ยนแปลงขนาดความยาวของโพรบทั้งหมดที่อยู่ภายในควาวิตี้ สำหรับขนาดความยาวและรัศมีของควาวิตี้ตัวนำทรงกระบอกสามารถหาได้จากทฤษฎีศักย์เวกเตอร์ของสนามแม่เหล็กไฟฟ้า เมื่อได้ค่าอิมพีแดนซ์ด้านเข้าที่เหมาะสมก็จะสามารถหาค่าการเชื่อมต่อกำลังงานร่วมได้ จากพารามิเตอร์ที่ได้จากการคำนวณจะนำไปสู่การสร้างและทดสอบจริง

## 1.6 ขั้นตอนของการศึกษา

ขั้นตอนของการศึกษาในวิทยานิพนธ์นี้เริ่มจากสมการคลื่นของท่อนำคลื่นทรงกระบอกที่อธิบายด้วยฟังก์ชันตรีโกณมิติ ฟังก์ชันเบสและฟังก์ชันแองเกิล สำหรับคลื่นนิ่งและคลื่นที่เดินทางภายในท่อนำคลื่นทรงกระบอก จากนั้นพิจารณาสนามแม่เหล็กไฟฟ้าตามขวางสำหรับความถี่และโหมดคัตออฟของท่อนำคลื่นซึ่งจะสามารถหาขนาดรัศมีของท่อนำคลื่นได้ และเมื่อกำหนดให้ความยาวของท่อนำคลื่นที่มีขนาดจำกัดแล้วปิดด้วยแผ่นตัวนำสมบูรณ์นั้นคือควาวิตี้ตัวนำทรงกระบอก จากความรู้เกี่ยวกับการป้อนกำลังงานให้กับควาวิตี้ตัวนำทรงกระบอกเราสามารถกำหนดโหมดและความถี่ปฏิบัติการสำหรับการประยุกต์ใช้งานที่จะเกิดขึ้นได้ภายในควาวิตี้ ทั้งหมดนี้พิจารณาได้โดยวิธีศักย์เวกเตอร์จากนั้นกำหนดการป้อนกำลังงานด้วยโพรบไฟฟ้าเชิงเส้นสำหรับโหมดที่ต้องการและพิจารณาให้มีโพรบไฟฟ้าเชิงเส้นตัวแบ่งกำลังงาน 4 ตัว สำหรับการเชื่อมต่อกำลังงานร่วม จากนั้นพิจารณาสมการเชิงอินทิกรัลสนามไฟฟ้าของโพรบทั้งหมดที่อยู่ภายในควาวิตี้ตัวนำทรงกระบอก การพิสูจน์ฟังก์ชันกรีนไดแอดิกเป็นเครื่องมือที่ใช้หาสนามไฟฟ้าซึ่งเป็นเทคนิคทางคณิตศาสตร์ที่ใช้ฟังก์ชันขับเป็นฟังก์ชันอิมพัลส์ จากนั้นกำหนดฟังก์ชันการกระจายกระแสให้กับโพรบทั้งหมดที่อยู่ภายในควาวิตี้สำหรับความหนาแน่นกระแสไฟฟ้าจากสมการความหนาแน่นกระแสไฟฟ้าซึ่งจะได้ค่าสัมประสิทธิ์ที่ไม่ทราบค่าอยู่ในสมการเชิงอินทิกรัล ดังนั้นจึงใช้เทคนิคโมเมนต์ซึ่งสามารถเขียนให้อยู่ในรูปของเมตริกซ์ จากค่าสัมประสิทธิ์ที่ไม่ทราบค่าสามารถหาได้แล้วนำกลับไปแทนในสมการความหนาแน่นกระแสไฟฟ้าซึ่งอิมพีแดนซ์ด้านเข้าจะได้รับการเฉลย สำหรับการคำนวณพิจารณาสัมประสิทธิ์การสะท้อนกลับ อัตราส่วนคลื่นนิ่ง และสัมประสิทธิ์การส่งผ่าน จากผลการคำนวณจึงนำไปสร้างและทดสอบตัวแบ่งกำลังงานที่ใช้โพรบเชื่อมต่อร่วมภายในควาวิตี้ตัวนำทรงกระบอก โดยพิจารณาอิมพีแดนซ์ด้านเข้าเมื่อเปลี่ยนแปลงขนาดความยาวของโพรบกระตุ้นและโพรบตัวแบ่งกำลังงาน โดยเงื่อนไขแรกเมื่อแบ่งกำลังงานให้กับโหลดทั้ง 4 โพรบ และเงื่อนไขที่สองเมื่อโพรบตัวแบ่งกำลังงานถูกแบ่งกำลังงานเพียงโพรบเดียว โดยทั้งหมดพิจารณาคุณลักษณะอิมพีแดนซ์ด้านเข้า สัมประสิทธิ์การสะท้อนกลับ อัตราส่วนคลื่นนิ่ง สัมประสิทธิ์การส่งผ่านหรือการเชื่อมต่อร่วมและเฟส

## บทที่ 2

# ทฤษฎีของตัวแบ่งกำลังงานโดยใช้โพรบเชื่อมต่อร่วม ภายในควิตีตัวนำทรงกระบอก

### 2.1 บทนำ

ในบทนี้จะกล่าวถึงการวิเคราะห์ทางทฤษฎีของควิตีตัวนำทรงกระบอกเริ่มต้นด้วยสมการแมกซ์เวลล์ซึ่งเป็นสมการอนุพันธ์อันดับหนึ่ง ที่มีความสัมพันธ์ระหว่างความเข้มสนามไฟฟ้ากับความเข้มสนามแม่เหล็กอยู่ในสมการเดียวกันซึ่งนำไปสู่การหาผลเฉลยของสมการคลื่นในพิกัดทรงกระบอก และเมื่อพิจารณาที่อนุภาคเคลื่อนที่ทรงกระบอกเพื่อที่จะหาค่าคลื่นสนามไฟฟ้าและแม่เหล็กตามขวางโดยพิจารณาวิธีศักร์เวกเตอร์ เช่นเดียวกับเมื่อพิจารณากรณีของควิตีทรงกระบอกเพื่อที่จะหาความถี่เรโซแนนซ์ของสนามไฟฟ้าและแม่เหล็กตามขวาง สำหรับในหัวข้อเมตริกซ์การกระจายกระจายจะกล่าวถึงนิยามและคุณสมบัติของเมตริกซ์การกระจายที่มีความสัมพันธ์กับอัตราส่วนคลื่นนิ่ง และสัมประสิทธิ์การสะท้อนกลับของวงจร ไมโครเวฟที่มีหลายพอร์ต

### 2.2 ทฤษฎีการวิเคราะห์ควิตีตัวนำทรงกระบอก

ในหัวข้อนี้โดยเริ่มพิจารณาจากสมการแมกซ์เวลล์ที่เป็นอนุพันธ์อันดับหนึ่ง ในการหาคำตอบของสนามไฟฟ้าหรือแม่เหล็กเพื่อนำไปอธิบายปรากฏการณ์ต่างๆ เกี่ยวกับคลื่นแม่เหล็กไฟฟ้าเราจำเป็นต้องแปลงสมการแมกซ์เวลล์นี้ให้เป็นสมการคลื่นซึ่งเป็นสมการอนุพันธ์อันดับสองที่มีตัวแปรไม่ทราบค่าเพียงตัวแปรเดียว [6]  $\bar{E}$  หรือ  $\bar{H}$  ปรากฏอยู่ในสมการ จากนั้นทำการพิสูจน์เพื่อหาคำตอบของสมการคลื่นซึ่งแสดงในพิกัดทรงกระบอกโดยที่พิจารณาสมการคลื่นสนามไฟฟ้าในกรณีที่ไม่มีแหล่งกำเนิดและการสูญเสีย สำหรับการวิเคราะห์ที่อนุภาคเคลื่อนที่ทรงกระบอก ดังแสดงในรูปที่ 2.2 เพื่อหาค่าคลื่นสนามไฟฟ้าและแม่เหล็กตามขวาง โดยจะหาสนามโดยใช้วิธีศักร์เวกเตอร์ จากนั้นจะทำการปิดปลายเปิดด้วยแผ่นตัวนำของท่อเคลื่อนที่ทั้งสองด้านซึ่งจะเป็นควิตีตัวนำทรงกระบอก สำหรับการวิเคราะห์เริ่มต้นเพื่อหาสนามไฟฟ้าและแม่เหล็กตามขวางจะเหมือนกับท่อเคลื่อนที่ซึ่งผลที่ได้จะต่างกันเพียงคลื่นที่เดินทางในแนวแกน  $z$  ในควิตีจะเป็นคลื่นนิ่งผลที่ได้จากคลื่นสนามไฟฟ้า และแม่เหล็กตามขวางนำไปสู่การพิสูจน์หาความถี่คัตออฟ และความถี่เรโซแนนซ์ของควิตีตัวนำทรงกระบอก สำหรับการออกแบบและสร้างซึ่งวิทยานิพนธ์นี้ได้นำไปใช้เป็นตัวแบ่งกำลังงาน

### 2.2.1 สมการคลื่น ( Wave Equation)

สมการสนามแม่เหล็กไฟฟ้าสามารถหาผลเฉลยและการอธิบายปรากฏการณ์ต่างๆ ของสนามแม่เหล็กไฟฟ้าได้รับการเฉลยจากสมการแมกซ์เวลล์ ที่เป็นสมการเชิงอนุพันธ์อันดับหนึ่งซึ่งอย่างไรก็ดีสมการแมกซ์เวลล์ มีความเกี่ยวข้องกับสมการเชิงอนุพันธ์ซึ่งลักษณะดังกล่าวสมการจะมีสนามที่ไม่ทราบค่ามากกว่าหนึ่งค่า ดังนั้นสมการดังกล่าวจำเป็นต้องมีอันดับที่สูงขึ้น สำหรับแต่ละสนามของ  $\bar{E}$  และ  $\bar{H}$  ทำได้โดยการใช้สมการเชิงอนุพันธ์อันดับสองก่อนจากนั้นนำเข้าสู่สมการคลื่น ดังนั้น สนามไฟฟ้า และสนามแม่เหล็กสำหรับการกำหนดค่าขอบเขตของปัญหาสามารถใช้การเฉลยจากสมการแมกซ์เวลล์หรือสมการคลื่น ในการเลือกใช้สมการแล้วแต่ความสัมพันธ์ของแต่ละปัญหา จากสมการแมกซ์เวลล์

$$\nabla \times \bar{E} = -\bar{M}_i - \frac{\partial \bar{B}}{\partial t} \quad (2.1 ก)$$

$$\nabla \times \bar{H} = \bar{J}_i + \bar{J}_c + \frac{\partial \bar{D}}{\partial t} \quad (2.1 ข)$$

$$\bar{J}_d = \frac{\partial \bar{D}}{\partial t} \quad (2.1 ค)$$

$$\nabla \cdot \bar{D} = q_{ev} \quad (2.1 ง)$$

$$\nabla \cdot \bar{B} = q_{mv} \quad (2.1 จ)$$

โดยที่

$\bar{E}$  = ความเข้มสนามไฟฟ้า (โวลต์/เมตร)

$\bar{H}$  = ความเข้มสนามแม่เหล็ก (แอมแปร์/เมตร)

$\bar{D}$  = ความหนาแน่นเส้นแรงไฟฟ้า (คูลอมบ์/ตารางเมตร)

$\bar{B}$  = ความหนาแน่นเส้นแรงแม่เหล็ก (เวเบอร์/ตารางเมตร)

$\bar{J}_i$  = ความหนาแน่นกระแสไฟฟ้า (แอมแปร์/ตารางเมตร)

$\bar{J}_c$  = ความหนาแน่นกระแสไฟฟ้าความนำ (แอมแปร์/ตารางเมตร)

$\bar{J}_d$  = ความหนาแน่นกระแสไฟฟ้ากระจัด (แอมแปร์/ตารางเมตร)

$\bar{M}_i$  = ความหนาแน่นกระแสแม่เหล็ก (โวลต์ /ตารางเมตร)

$q_{ev}$  = ความหนาแน่นประจุไฟฟ้า (คูลอมบ์/ลูกบาศก์เมตร)

$q_{mv}$  = ความหนาแน่นประจุแม่เหล็ก (เวเบอร์/ ลูกบาศก์เมตร)

จากสองสมการแรกของแมกเวลล์ จะพบได้ว่าทั้งสองสมการจะมีตัวแปรไม่ทราบค่าของสนาม  $\bar{E}$  และ  $\bar{H}$  ในแต่ละสมการ และเป็นสมการเชิงอนุพันธ์อันดับหนึ่ง ดังนั้นเราจึงทำสมการทั้งสองให้เป็นสมการเชิงอนุพันธ์อันดับสอง ดังนั้นเกิร์ลทั้งสองสมการ (2.1 ก) และ (2.1 ข) กำหนดให้เป็นตัวกลางเนื้อเดียวสามารถเขียนได้เป็น

$$\nabla \times \nabla \times \bar{E} = -\nabla \times \bar{M}_i - \mu \frac{\partial(\nabla \times \bar{H})}{\partial t} \quad (2.2)$$

$$\nabla \times \nabla \times \bar{H} = \nabla \times \bar{J}_i + \sigma \nabla \times \bar{E} + \varepsilon \frac{\partial(\nabla \times \bar{E})}{\partial t} \quad (2.3)$$

นำสมการ (2.1 ก) และ (2.1 ข) แทนในสมการ (2.2) และ (2.3) ตามลำดับ โดยใช้สัมพัทธ์

$$\nabla \times \nabla \times \bar{A} = \nabla(\nabla \cdot \bar{A}) - \nabla^2 \bar{A}$$

ดังนั้นสมการ (2.2) สามารถเขียนได้ว่า

$$\nabla(\nabla \cdot \bar{E}) - \nabla^2 \bar{E} = -\nabla \times \bar{M}_i - \mu \frac{\partial}{\partial t} \left( \bar{J}_i + \sigma \bar{E} + \varepsilon \frac{\partial \bar{E}}{\partial t} \right)$$

จะได้

$$\nabla(\nabla \cdot \bar{E}) - \nabla^2 \bar{E} = -\nabla \times \bar{M}_i - \mu \frac{\partial \bar{J}_i}{\partial t} - \mu \sigma \frac{\partial \bar{E}}{\partial t} - \mu \varepsilon \frac{\partial^2 \bar{E}}{\partial t^2} \quad (2.4)$$

เนื่องจาก

$$\nabla \cdot \bar{D} = \varepsilon \nabla \cdot \bar{E} = q_{ev}$$

$$\nabla \cdot \bar{E} = \frac{q_{ev}}{\varepsilon} \quad (2.5)$$

แทนสมการ (2.5) ลงในสมการ (2.4)

$$\nabla^2 \bar{E} = \nabla \times \bar{M}_i + \frac{1}{\varepsilon} \nabla q_{ev} + \mu \frac{\partial \bar{J}_i}{\partial t} + \mu \sigma \frac{\partial \bar{E}}{\partial t} + \mu \varepsilon \frac{\partial^2 \bar{E}}{\partial t^2} \quad (2.6)$$

ซึ่งจะได้เป็นสมการเชิงอนุพันธ์อันดับสองสำหรับ  $\bar{E}$  และสำหรับสมการ (2.3) สามารถเขียนได้เป็น

$$\nabla(\nabla \cdot \bar{H}) - \nabla^2 \bar{H} = \nabla \times \bar{J}_i + \sigma \left( -\bar{M}_i - \mu \frac{\partial \bar{H}}{\partial t} \right) + \varepsilon \frac{\partial}{\partial t} \left( -\bar{M}_i - \mu \frac{\partial \bar{H}}{\partial t} \right)$$

ซึ่งจะได้

$$\nabla(\nabla \cdot \bar{H}) - \nabla^2 \bar{H} = \nabla \times \bar{J}_i - \sigma \bar{M}_i - \mu \sigma \frac{\partial \bar{H}}{\partial t} - \varepsilon \frac{\partial \bar{M}_i}{\partial t} - \mu \varepsilon \frac{\partial^2 \bar{H}}{\partial t^2} \quad (2.7)$$

เนื่องจาก

$$\nabla \cdot \bar{B} = \mu \nabla \cdot \bar{H} = q_{mv}$$

ดังนั้น

$$\nabla \cdot \bar{H} = \frac{q_{mv}}{\mu} \quad (2.8)$$

แทน (2.8) ลงใน (2.7) จะได้

$$\nabla^2 \bar{H} = -\nabla \times \bar{J}_i + \sigma \bar{M}_i + \frac{1}{\mu} \nabla q_{mv} + \mu \sigma \frac{\partial \bar{H}}{\partial t} + \varepsilon \frac{\partial \bar{M}_i}{\partial t} + \mu \varepsilon \frac{\partial^2 \bar{H}}{\partial t^2} \quad (2.9)$$

ซึ่งจะเป็นสมการเชิงอนุพันธ์อันดับสอง สำหรับ  $\bar{H}$  จากสมการ (2.6) และ (2.9) บอกถึงสมการคลื่นเวกเตอร์ สำหรับ  $\bar{E}$  และ  $\bar{H}$

จากสมการคลื่น (2.6) และ (2.9) พิจารณากรณีที่ปราศจากแหล่งจ่าย  $\bar{J}_i = q_{ev} = 0$  และ  $\bar{M}_i = q_{mv} = 0$  ดังนั้นเขียนได้เป็น

$$\nabla^2 \bar{E} = \mu \sigma \frac{\partial \bar{E}}{\partial t} + \mu \varepsilon \frac{\partial^2 \bar{E}}{\partial t^2} \quad (2.10)$$

$$\nabla^2 \bar{H} = \mu \sigma \frac{\partial \bar{H}}{\partial t} + \mu \varepsilon \frac{\partial^2 \bar{H}}{\partial t^2} \quad (2.11)$$

และสมการคลื่น (2.10) และ (2.11) พิจารณากรณีที่ไมเกิดการสูญเสียอันเนื่องมาจากตัวกลาง  $\sigma = 0$  จึงได้เป็น

$$\nabla^2 \bar{E} = \mu \varepsilon \frac{\partial^2 \bar{E}}{\partial t^2} \quad (2.12)$$

และ

$$\nabla^2 \bar{H} = \mu \varepsilon \frac{\partial^2 \bar{H}}{\partial t^2} \quad (2.13)$$

จากสมการ (2.10) และ (2.11) เมื่อพิจารณาสนามที่เปลี่ยนแปลงตามเวลา (Time-Harmonic Fields) สมการคลื่น (2.10) และ (2.11) สามารถเขียนได้

$$\nabla^2 \bar{E} = j\omega\mu\sigma\bar{E} - \omega^2\mu\varepsilon\bar{E} = \gamma^2\bar{E} \quad (2.14)$$

และ

$$\nabla^2 \bar{H} = j\omega\mu\sigma\bar{H} - \omega^2\mu\varepsilon\bar{H} = \gamma^2\bar{H} \quad (2.15)$$

ซึ่งจะได้ว่า

$$\gamma^2 = j\omega\mu\sigma - \omega^2\mu\varepsilon = j\omega\mu(\sigma + j\omega\varepsilon) \quad (2.16ก)$$

$$\gamma = \alpha + j\beta = \text{ค่าคงตัวแพร่กระจายคลื่น ( Propagation Constant) (Np/m)} \quad (2.16ข)$$

$$\alpha = \text{ค่าคงตัวลดทอน ( Attenuation constant) (dB/m)} \quad (2.16ค)$$

$$\beta = \text{ค่าคงตัวเฟส ( Phase constant) (rad/m)} \quad (2.16ง)$$

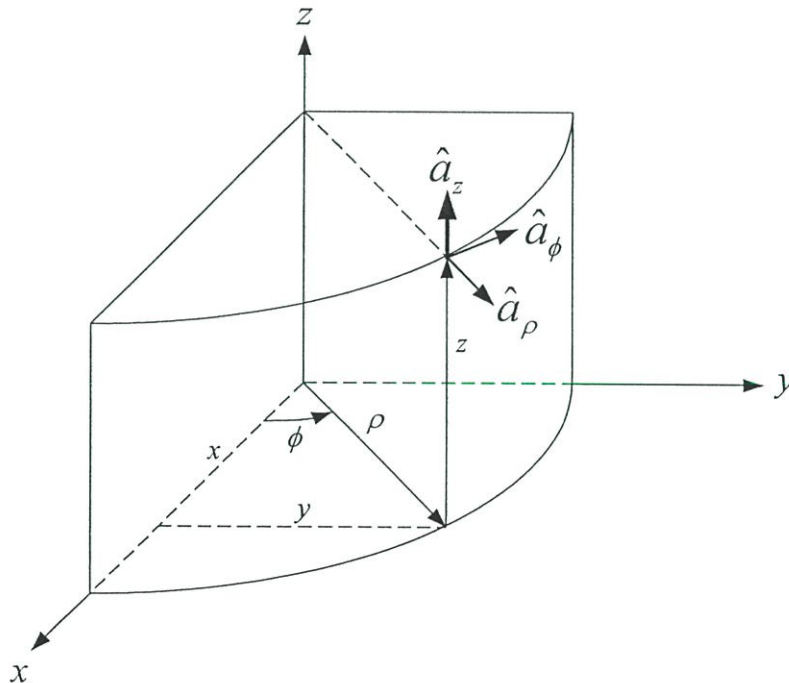
เช่นเดียวกันกับ (2.12) และ (2.13) เมื่อพิจารณาสนามที่เปลี่ยนแปลงตามเวลา จะได้

$$\nabla^2 \bar{E} = -\omega^2 \mu \varepsilon \bar{E} = -\beta^2 \bar{E} \quad (2.17)$$

และ

$$\nabla^2 \bar{H} = -\omega^2 \mu \varepsilon \bar{H} = -\beta^2 \bar{H} \quad (2.18)$$

### 2.2.2 ระบบพิกัดทรงกระบอก (Cylindrical Coordinate System)



รูปที่ 2.1 ระบบพิกัดทรงกระบอกและความสัมพันธ์ของเวกเตอร์หนึ่งหน่วย

เนื่องจากรูปทรงของควาวิตีในวิทยานี้เป็นแบบทรงกระบอก และการจะอธิบายถึงปัญหาค่าขอบเขตสำหรับสนาม  $\bar{E}$  และ  $\bar{H}$  จึงจำเป็นที่จะเลือกใช้พิกัดทรงกระบอก เช่นเดียวกับ

สมการคลื่น โดยกำหนดให้ในการพิจารณาสำหรับสนาม  $\bar{E}$  และ  $\bar{H}$  ในเงื่อนไขที่ปราศจากแหล่งจ่าย และการไม่สูญเสียอันเนื่องมาจากตัวกลาง สนาม  $\bar{E}$  ในระบบพิกัดทรงกระบอกกำหนดให้เป็น

$$\bar{E}(\rho, \phi, z) = E_\rho(\rho, \phi, z)\hat{a}_\rho + E_\phi(\rho, \phi, z)\hat{a}_\phi + E_z(\rho, \phi, z)\hat{a}_z \quad (2.19)$$

ซึ่ง  $\rho, \phi$  และ  $z$  ถูกกำหนดให้เป็นพิกัดทรงกระบอกดังในรูปที่ 2.1 แทนสมการ (2.19) ลงในสมการ (2.17) เขียนได้เป็น

$$\nabla^2(E_\rho\hat{a}_\rho + E_\phi\hat{a}_\phi + E_z\hat{a}_z) = -\beta^2(E_\rho\hat{a}_\rho + E_\phi\hat{a}_\phi + E_z\hat{a}_z) \quad (2.20)$$

จากสมการ (2.20)  $\nabla^2\bar{E}$  ในพิกัดทรงกระบอกโดยใช้ความสัมพันธ์ดังต่อไปนี้

$$\begin{aligned} \nabla^2\bar{A} &= \left( \frac{\partial^2 A_\rho}{\partial \rho^2} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial A_\rho}{\partial \rho} - \frac{A_\rho}{\rho^2} + \frac{1}{\rho^2} \frac{\partial^2 A_\rho}{\partial \phi^2} - \frac{2}{\rho^2} \frac{\partial A_\rho}{\partial \phi} + \frac{\partial^2 A_\rho}{\partial z^2} \right) \hat{a}_\rho \\ &+ \left( \frac{\partial^2 A_\phi}{\partial \rho^2} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial A_\phi}{\partial \rho} - \frac{A_\phi}{\rho^2} + \frac{1}{\rho^2} \frac{\partial^2 A_\phi}{\partial \phi^2} + \frac{2}{\rho^2} \frac{\partial A_\phi}{\partial \phi} + \frac{\partial^2 A_\phi}{\partial z^2} \right) \hat{a}_\phi \\ &+ \left( \frac{\partial^2 A_z}{\partial \rho^2} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial A_z}{\partial \rho} + \frac{1}{\rho^2} \frac{\partial^2 A_z}{\partial \phi^2} + \frac{\partial^2 A_z}{\partial z^2} \right) \hat{a}_z \end{aligned}$$

แทนค่าสนามไฟฟ้าในแต่ละพิกัดของทรงกระบอก ในทิศ  $\hat{a}_\rho$ ,  $\hat{a}_\phi$  และ  $\hat{a}_z$  เขียนได้ดังนี้

$$\left( \frac{\partial^2 E_\rho}{\partial \rho^2} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial E_\rho}{\partial \rho} - \frac{E_\rho}{\rho^2} + \frac{1}{\rho^2} \frac{\partial^2 E_\rho}{\partial \phi^2} - \frac{2}{\rho^2} \frac{\partial E_\rho}{\partial \phi} + \frac{\partial^2 E_\rho}{\partial z^2} \right) = -\beta^2 E_\rho \quad (2.21)$$

$$\left( \frac{\partial^2 E_\phi}{\partial \rho^2} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial E_\phi}{\partial \rho} - \frac{E_\phi}{\rho^2} + \frac{1}{\rho^2} \frac{\partial^2 E_\phi}{\partial \phi^2} + \frac{2}{\rho^2} \frac{\partial E_\phi}{\partial \phi} + \frac{\partial^2 E_\phi}{\partial z^2} \right) = -\beta^2 E_\phi \quad (2.22)$$

$$\left( \frac{\partial^2 E_z}{\partial \rho^2} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial E_z}{\partial \rho} + \frac{1}{\rho^2} \frac{\partial^2 E_z}{\partial \phi^2} + \frac{\partial^2 E_z}{\partial z^2} \right) = -\beta^2 E_z \quad (2.23)$$

เนื่องจากในแต่ละสมการของ (2.21) ถึง (2.23)  $\nabla^2\psi(\rho, \phi, z)$  เป็น ลاپลาเซียนของสเกลาร์ในพิกัดทรงกระบอกเขียนได้

$$\nabla^2\psi = \frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial \rho} \left( \rho \frac{\partial \psi}{\partial \rho} \right) + \frac{1}{\rho^2} \frac{\partial^2 \psi}{\partial \phi^2} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial z^2}$$

ดังนั้นในสมการ (2.21) ถึง (2.23) จึงเขียนได้เป็น

$$\nabla^2 E_\rho + \left( -\frac{E_\rho}{\rho^2} - \frac{2}{\rho^2} \frac{\partial E_\phi}{\partial \phi} \right) = -\beta^2 E_\rho \quad (2.24ก)$$

$$\nabla^2 E_\phi + \left( -\frac{E_\phi}{\rho^2} + \frac{2}{\rho^2} \frac{\partial E_\rho}{\partial \phi} \right) = -\beta^2 E_\phi \quad (2.24ข)$$

$$\nabla^2 E_z = -\beta^2 E_z \quad (2.24 ค)$$

จะพบว่าในสมการ (2.24ก) (2.24ข) เป็นสมการเชิงอนุพันธ์อันดับสอง ที่มีสนามที่ไม่ทราบค่ามีอยู่มากกว่าหนึ่งองค์ประกอบจึงเป็นเรื่องยากที่จะหาคำตอบ ดังนั้นในสมการ (2.24ค) เป็นสมการเชิงอนุพันธ์อันดับสองเช่นกัน ที่มีสนามที่ไม่ทราบเพียงค่าเดียวดังนั้นจึงเหมาะสำหรับการหาคำตอบปัญหาค่าขอบเขตในโครงสร้างของ  $TE^z$  และ  $TM^z$  โหมดคั่งนั้นใน (2.24ค) เขียนได้เป็น

$$\frac{\partial^2 \psi}{\partial \rho^2} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial \psi}{\partial \rho} + \frac{1}{\rho^2} \frac{\partial^2 \psi}{\partial \phi^2} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial z^2} = -\beta^2 \psi \quad (2.25)$$

ซึ่ง  $\psi(\rho, \phi, z)$  เป็นฟังก์ชันสเกลาร์ จึงสามารถแสดงเป็นสนามได้ ดังนั้นจึงกำหนดให้แยกการแก้ไขปัญหาสำหรับ  $\psi(\rho, \phi, z)$  โดยให้อยู่ในรูปดังนี้

$$\psi(\rho, \phi, z) = f(\rho)g(\phi)h(z) \quad (2.26)$$

แทน (2.26) ลง (2.25) สามารถเขียนได้

$$gh \frac{\partial^2 f}{\partial \rho^2} + gh \frac{1}{\rho} \frac{\partial f}{\partial \rho} + fh \frac{1}{\rho^2} \frac{\partial^2 g}{\partial \phi^2} + fg \frac{\partial^2 h}{\partial z^2} = -\beta^2 fgh \quad (2.27)$$

จาก (2.27) หารด้วย  $fgh$  และแทนอนุพันธ์บางส่วนด้วยอนุพันธ์สามัญ

$$\frac{1}{f} \frac{d^2 f}{d\rho^2} + \frac{1}{f} \frac{1}{\rho} \frac{df}{d\rho} + \frac{1}{g} \frac{1}{\rho^2} \frac{d^2 g}{d\phi^2} + \frac{1}{h} \frac{d^2 h}{dz^2} = -\beta^2 \quad (2.28)$$

ให้พจน์สุดท้ายด้านซ้ายของ (2.28) เป็นฟังก์ชันของ  $z$  เท่านั้น ดังนั้นจึงเขียนได้เป็น

$$\begin{aligned} \frac{1}{h} \frac{d^2 h}{dz^2} &= -\beta_z^2 \\ \frac{d^2 h}{dz^2} &= -\beta_z^2 h \end{aligned} \quad (2.29)$$

ซึ่ง  $\beta_z$  เป็นค่าคงที่และแทน (2.29) ลงใน (2.28) นำ  $\rho^2$  คูณตลอดสมการจะได้

$$\frac{\rho^2}{f} \frac{d^2 f}{d\rho^2} + \frac{\rho}{f} \frac{df}{d\rho} + \frac{1}{g} \frac{d^2 g}{d\phi^2} + (\beta^2 - \beta_z^2) \rho^2 = 0 \quad (2.30)$$

กำหนดให้พจน์ที่สามด้านซ้ายของ (2.30) เป็นฟังก์ชันของ  $\phi$  และเท่ากับค่าคงที่  $-m^2$  จึงเขียนได้เป็น

$$\begin{aligned} \frac{1}{g} \frac{d^2 g}{d\phi^2} &= -m^2 \\ \frac{d^2 g}{d\phi^2} &= -m^2 g \end{aligned} \quad (2.31)$$

และในสมการ (2.30) กำหนดให้

$$\beta^2 - \beta_z^2 = \beta_\rho^2 \quad (2.32)$$

จึงได้

$$\beta^2 = \beta_\rho^2 + \beta_z^2 \quad (2.33)$$

นำสมการ (2.31) และ (2.32) แทนลงในสมการ (2.30) และคูณด้วย  $f$  ตลอดสมการ สามารถเขียนได้

$$\frac{\rho^2}{f} \frac{d^2 f}{d\rho^2} + \frac{\rho}{f} \frac{df}{d\rho} + \left[ (\beta_\rho \rho)^2 - m^2 \right] f = 0 \quad (2.34)$$

ในสมการ (2.33) เป็นการบอกถึงเงื่อนไขบังคับสมการสำหรับการแก้ปัญหาสมการคลื่นในพิกัดทรงกระบอก และสมการ (2.34) จำแนกได้เป็นสมการเชิงอนุพันธ์เบสเซล เราจะสามารถอธิบายสมการ (2.34) (2.31) และ (2.29) ได้ด้วยสมการดังต่อไปนี้ ตามลำดับ

$$f_1(\rho) = A_1 J_m(\beta_\rho \rho) + B_1 Y_m(\beta_\rho \rho) \quad (2.35 ก)$$

หรือ

$$f_2(\rho) = C_1 H_m^{(1)}(\beta_\rho \rho) + D_1 H_m^{(2)}(\beta_\rho \rho) \quad (2.35 ข)$$

และ

$$g_1(\phi) = A_2 e^{-jm\phi} + B_2 e^{+jm\phi} \quad (2.36 ก)$$

หรือ

$$g_2(\phi) = C_2 \cos(m\phi) + D_2 \sin(m\phi) \quad (2.36 ข)$$

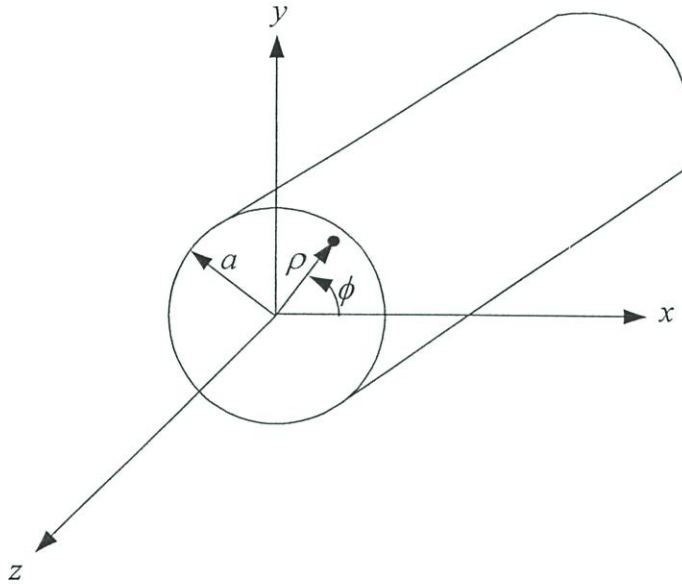
และ

$$h_1(z) = A_3 e^{-j\beta_z z} + B_3 e^{+j\beta_z z} \quad (2.37 ก)$$

หรือ

$$h_2(z) = C_3 \cos(\beta_2 z) + D_3 \sin(\beta_2 z) \quad (2.37 \text{ ข})$$

ใน (2.35 ก)  $J_m(\beta_\rho \rho)$  และ  $Y_m(\beta_\rho \rho)$  หมายถึงฟังก์ชันเบสเซลชนิดที่หนึ่งและสองตามลำดับ เช่นเดียวกับ (2.35 ข)  $H_m^{(1)}(\beta_\rho \rho)$  และ  $H_m^{(2)}(\beta_\rho \rho)$  หมายถึงฟังก์ชันแองเกลชนิดที่หนึ่งและสองตามลำดับ



รูปที่ 2.2 ท่อนำคลื่นทรงกระบอกที่มีพื้นที่หน้าตัดวงกลม

สำหรับท่อนำคลื่นทรงกระบอกที่แสดงในรูปที่ 2.2 ใช้ อธิบาย  $f(\rho)$   $g(\phi)$  และ  $h(z)$  โดยกำหนดจาก (2.35 ก) (2.36 ข) และ (2.37 ก) ตามลำดับ สามารถเขียนได้ดังนี้

$$\begin{aligned} \psi(\rho, \phi, z) &= f(\rho)g(\phi)h(z) \\ &= [A_1 J_m(\beta_\rho \rho) + B_1 Y_m(\beta_\rho \rho)] \\ &\quad \times [C_2 \cos(m\phi) + D_2 \sin(m\phi)] [A_3 e^{-j\beta_2 z} + B_3 e^{+j\beta_2 z}] \quad (2.38) \end{aligned}$$

ฟังก์ชันเบสเซล ของ (2.35 ก) ใช้อธิบายถึงคลื่นนิ่ง ซึ่งฟังก์ชันแองเกลในสมการ (2.35 ข) ใช้อธิบายถึงคลื่นที่เดินทางสำหรับฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียลของสมการ (2.36 ก) และฟังก์ชันตรีโกณมิติในสมการ (2.36 ข) และ (2.37 ข) แสดงเป็นคลื่นที่เดินทาง และคลื่นนิ่งตามลำดับ

### 2.2.3 คลื่นสนามไฟฟ้าตามขวาง

จากรูปที่ 2.2 สามารถหาคลื่นสนามไฟฟ้าตามขวางได้โดยจากสมการศักย์เวกเตอร์ (ผ.35) และ (ผ.36)  $\bar{A}$  และ  $\bar{F}$  เมื่อกำหนดให้เป็น

$$\bar{A} = 0 \quad (2.39)$$

$$\bar{F} = \hat{a}_z F_z(\rho, \phi, z) \quad (2.40)$$

โดยที่  $F_z(\rho, \phi, z)$  เป็นองค์ประกอบในทิศทาง  $z$  ของศักย์เวกเตอร์  $\bar{F}$  ที่เป็นไปตามสมการคลื่น (2.20)

$$\nabla^2 F_z(\rho, \phi, z) + \beta^2 F_z(\rho, \phi, z) = 0 \quad (2.41)$$

ซึ่งสามารถกระจายได้ในพิกัดทรงกระบอกดังต่อไปนี้

$$\frac{\partial^2 F_z}{\partial \rho^2} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial F_z}{\partial \rho} + \frac{1}{\rho^2} \frac{\partial^2 F_z}{\partial \phi^2} + \frac{\partial^2 F_z}{\partial z^2} + \beta^2 F_z = 0 \quad (2.42)$$

จากสมการ (2.38) เมื่อพิจารณาคลื่นที่เดินทางในแกน  $+z$  จึงสามารถเขียนได้

$$F_z^+(\rho, \phi, z) = A_{mn} J_m(\beta_\rho \rho) [C_2 \cos(m\phi) + D_2 \sin(m\phi)] e^{-j\beta_z z} \quad (2.43)$$

สนามไฟฟ้าในองค์ประกอบ  $E_\phi^+$  สามารถเขียนได้เป็น

$$E_\phi^+ = \frac{1}{\epsilon} \frac{\partial F_z^+}{\partial \rho} = \beta_\rho \frac{A_{mn}}{\epsilon} J'_m(\beta_\rho \rho) [C_2 \cos(m\phi) + D_2 \sin(m\phi)] e^{-j\beta_z z} \quad (2.44)$$

เมื่อพิจารณาสนามไฟฟ้า  $E_\phi^+$  และเงื่อนไขขอบเขต

$$E_\phi^+(\rho = a, \phi, z) = \beta_\rho \frac{A_{mn}}{\epsilon} J'_m(\beta_\rho a) [C_2 \cos(m\phi) + D_2 \sin(m\phi)] e^{-j\beta_z z} = 0 \quad (2.45)$$

ซึ่งจะสอดคล้องได้ก็ต่อเมื่อ

$$J'_m(\beta_\rho a) = 0$$

ซึ่งจะพบว่า

$$\beta_\rho a = \chi'_{mn} \quad (2.46)$$

หรือ

$$\beta_\rho = \frac{\chi'_{mn}}{a} \quad (2.47)$$

โดยใช้สมการ (2.33) และ (2.47) ซึ่งจะได้  $\beta_z$  ของโหมด  $mn$  สามารถเขียนได้เมื่อเลขคลื่นตัดออฟกำหนด  $(\beta_z)_{mn} = 0$

$$\beta_c = \omega_c \sqrt{\mu\varepsilon} = \beta_\rho = \frac{\chi'_{mn}}{a} \quad (2.48)$$

ดังนั้น

$$(f_c)_{mn} = \frac{\chi'_{mn}}{2\pi a \sqrt{\mu\varepsilon}} \quad (2.48ก)$$

โดยใช้สมการ (2.48) และ (2.48ก) สามารถเขียนได้เป็น

$$(\beta_z)_{mn} = \begin{cases} \sqrt{\beta^2 - \beta_\rho^2} = \beta \sqrt{1 - \left(\frac{\beta_\rho}{\beta}\right)^2} = \beta \sqrt{1 - \left(\frac{\beta_c}{\beta}\right)^2} \\ = \beta \sqrt{1 - \left(\frac{\chi'_{mn}}{\beta a}\right)^2} = \beta \sqrt{1 - \left(\frac{f_c}{f}\right)^2} & \text{เมื่อ } f > f_c = (f_c)_{mn} \quad (2.49ก) \\ 0 & \text{เมื่อ } f = f_c = (f_c)_{mn} \quad (2.49ข) \\ -j\sqrt{\beta_\rho^2 - \beta^2} = -j\beta \sqrt{\left(\frac{\beta_\rho}{\beta}\right)^2 - 1} = -j\beta \sqrt{\left(\frac{\beta_c}{\beta}\right)^2 - 1} \\ = -j\beta \sqrt{\left(\frac{\chi'_{mn}}{\beta a}\right)^2 - 1} = -j\beta \sqrt{\left(\frac{f_c}{f}\right)^2 - 1} & \text{เมื่อ } f < f_c = (f_c)_{mn} \quad (2.49ค) \end{cases}$$

ดังนั้น ความยาวคลื่นในท่อนำคลื่นกำหนดได้เป็น

$$(\lambda_g)_{mn} = \frac{2\pi}{(\beta_z)_{mn}} \quad (2.50)$$

สำหรับองค์ประกอบของสนามไฟฟ้าและสนามแม่เหล็กภายในท่อนำคลื่นจากสมการ (ผ.37) ถึง (ผ.42) สามารถเขียนได้เป็น

$$E_\rho^+ = -\frac{1}{\varepsilon\rho} \frac{\partial F_z^+}{\partial \phi} = -A_{mn} \frac{m}{\varepsilon\rho} J_m(\beta_\rho \rho) [-C_2 \sin(m\phi) + D_2 \cos(m\phi)] e^{-j\beta_z z} \quad (2.51ก)$$

$$E_\phi^+ = \frac{1}{\varepsilon} \frac{\partial F_z^+}{\partial \rho} = A_{mn} \frac{\beta_\rho}{\varepsilon} J'_m(\beta_\rho \rho) [C_2 \cos(m\phi) + D_2 \sin(m\phi)] e^{-j\beta_z z} \quad (2.51ข)$$

$$E_z^+ = 0 \quad (2.50ค)$$

$$H_\rho^+ = -j \frac{1}{\omega\mu\epsilon} \frac{\partial^2 F_z^+}{\partial\rho\partial z} = -A_{mn} \frac{\beta_\rho\beta_z}{\omega\mu\epsilon} J'_m(\beta_\rho\rho) [C_2 \cos(m\phi) + D_2 \sin(m\phi)] e^{-j\beta_z z} \quad (2.51\text{ง})$$

$$H_\phi^+ = -j \frac{1}{\omega\mu\epsilon} \frac{1}{\rho} \frac{\partial^2 F_z^+}{\partial\phi\partial z} = -A_{mn} \frac{m\beta_z}{\omega\mu\epsilon} \frac{1}{\rho} J_m(\beta_\rho\rho) [-C_2 \sin(m\phi) + D_2 \cos(m\phi)] e^{-j\beta_z z} \quad (2.51\text{จ})$$

และ

$$H_z^+ = -j \frac{1}{\omega\mu\epsilon} \left( \frac{\partial^2}{\partial z^2} + \beta^2 \right) F_z^+ = -A_{mn} \frac{\beta_\rho^2}{\omega\mu\epsilon} J_m(\beta_\rho\rho) [C_2 \cos(m\phi) + D_2 \sin(m\phi)] e^{-j\beta_z z} \quad (2.51\text{ฉ})$$

#### 2.2.4 คลื่นสนามแม่เหล็กตามขวาง

ในการหาสนามในโหมด  $TM^z$  จะใช้วิธีเดียวกับที่แสดงในการหาสนามของ  $TE^z$  โดยใช้พารามิเตอร์ต่างๆ ดังที่แสดงในรูปที่ 2.2 ในกรณีของโหมด  $TM^z$  จะทำให้เกิดเงื่อนไขค่าศักย์แวกเตอร์  $\bar{A}$  และ  $\bar{F}$  จากสมการ (ผ.43) และ (ผ.44) สามารถเขียนได้เป็น

$$\bar{A} = \hat{a}_z(\rho, \phi, z) \quad (2.52\text{ก})$$

$$\bar{F} = 0 \quad (2.52\text{ข})$$

ศักย์แวกเตอร์  $\bar{A}$  จะต้องสอดคล้องกับสมการคลื่นใน (2.20) ซึ่งสามารถเขียนได้ดังนี้

$$\nabla^2 A_z(\rho, \phi, z) + \beta^2 A_z(\rho, \phi, z) = 0 \quad (2.53)$$

และจากสมการ (2.53) โดยใช้วิธีแยกตัวแปรเช่นเดียวกับการหาสนามในโหมด  $TE^z$  และจะได้คำตอบของสมการดังนี้

$$A_z(\rho, \phi, z) = [A_1 J_m(\beta_\rho\rho) + B_1 Y_m(\beta_\rho\rho)] \times [C_2 \cos(m\phi) + D_2 \sin(m\phi)] [A_3 e^{-j\beta_z z} + B_3 e^{+j\beta_z z}] \quad (2.54)$$

เมื่อพิจารณาคลื่นที่เดินทางในทิศ  $+z$  ของท่อนำคลื่น และเงื่อนไขขอบเขตของท่อนำคลื่นจะทำให้สมการ (2.54) ลดรูปลงเหลือ

$$A_z^+(\rho, \phi, z) = A_{mn} J_m(\beta_\rho\rho) [C_2 \cos(m\phi) + D_2 \sin(m\phi)] e^{-j\beta_z z} \quad (2.55)$$

จากองค์ประกอบของสนามไฟฟ้า  $E_z^+$  และศักย์แวกเตอร์ในสมการ(2.55) จึงเขียนได้เป็น

$$\begin{aligned}
E_z^+ &= -j \frac{1}{\omega \mu \varepsilon} \left( \frac{\partial^2}{\partial z^2} + \beta^2 \right) A_z^+ \\
&= -j B_{mn} \frac{\beta_\rho^2}{\varepsilon} J_m(\beta_\rho \rho) [C_2 \cos(m\phi) + D_2 \sin(m\phi)] e^{-j\beta_z z}
\end{aligned} \tag{2.56}$$

และจากการประยุกต์ใช้เงื่อนไขขอบเขตที่ผนังท่อด้านในกำหนดได้

$$E_z^+(\rho = a, \phi, z) = -j B_{mn} \frac{\beta_\rho^2}{\varepsilon} J_m(\beta_\rho a) [C_2 \cos(m\phi) + D_2 \sin(m\phi)] e^{-j\beta_z z} = 0 \tag{2.57}$$

ซึ่งจะต้องสอดคล้องกับ

$$J_m(\beta_\rho a) = 0 \tag{2.58ก}$$

$$\beta_\rho a = \chi_{mn} \tag{2.58ข}$$

และ

$$\beta_\rho = \frac{\chi_{mn}}{a} \tag{2.58ค}$$

โดยใช้สมการ (2.33) และ (2.58ค) ที่เลขคลื่นคัตออฟ  $\beta_z = 0$  สามารถเขียนได้เป็น

$$\beta_c = \omega_c \sqrt{\mu \varepsilon} = \beta_\rho = \frac{\chi_{mn}}{a} \tag{2.59}$$

สำหรับขั้นตอนการหาความถี่คัตออฟ  $(f_c)_{mn}$  ค่าคงตัวเฟส  $(\beta_z)_{mn}$  และความยาวคลื่นภายในท่อ  
 ท่อนำคลื่น  $(\lambda_g)_{mn}$  พิจารณาเช่นเดียวกับกรณีของ  $TE^z$  โหมด

$$(f_c)_{mn} = \frac{\chi_{mn}}{2\pi a \sqrt{\mu \varepsilon}} \tag{2.60}$$

$$(\beta_z)_{mn} = \begin{cases} \sqrt{\beta^2 - \beta_\rho^2} = \beta \sqrt{1 - \left(\frac{\beta_\rho}{\beta}\right)^2} = \beta \sqrt{1 - \left(\frac{\beta_c}{\beta}\right)^2} \\ \qquad \qquad \qquad = \beta \sqrt{1 - \left(\frac{\chi_{mn}}{\beta a}\right)^2} = \beta \sqrt{1 - \left(\frac{f_c}{f}\right)^2} & \text{เมื่อ } f > f_c = (f_c)_{mn} \quad (2.61ก) \\ 0 & \text{เมื่อ } f = f_c = (f_c)_{mn} \quad (2.61ข) \\ -j\sqrt{\beta_\rho^2 - \beta^2} = -j\beta \sqrt{\left(\frac{\beta_\rho}{\beta}\right)^2 - 1} = -j\beta \sqrt{\left(\frac{\beta_c}{\beta}\right)^2 - 1} \\ \qquad \qquad \qquad = -j\beta \sqrt{\left(\frac{\chi_{mn}}{\beta a}\right)^2 - 1} = -j\beta \sqrt{\left(\frac{f_c}{f}\right)^2 - 1} & \text{เมื่อ } f < f_c = (f_c)_{mn} \quad (2.61ค) \end{cases}$$

และ

$$(\lambda_g)_{mn} = \frac{2\pi}{(\beta_z)_{mn}} \quad (2.62)$$

สำหรับองค์ประกอบสนามไฟฟ้าและสนามแม่เหล็กจากสมการ (ผ.45) ถึง (ผ.50) สามารถกำหนดได้โดยใช้ศักร์เวกเตอร์ของ (2.55)

$$\begin{aligned} E_\rho^+ &= -j \frac{1}{\omega \mu \epsilon} \frac{\partial^2 A_z^+}{\partial \rho \partial z} e^{-j\beta_z z} \\ &= -B_{mn} \frac{\beta_\rho \beta_z}{\omega \mu \epsilon} J'_m(\beta_\rho \rho) [C_2 \cos(m\phi) + D_2 \sin(m\phi)] \end{aligned} \quad (2.63ก)$$

$$\begin{aligned} E_\phi^+ &= -j \frac{1}{\omega \mu \epsilon} \frac{1}{\rho} \frac{\partial^2 A_z^+}{\partial \phi \partial z} \\ &= -B_{mn} \frac{m \beta_z}{\omega \mu \epsilon \rho} J_m(\beta_\rho \rho) [-C_2 \sin(m\phi) + D_2 \cos(m\phi)] e^{-j\beta_z z} \end{aligned} \quad (2.63ข)$$

$$\begin{aligned} E_z^+ &= -j \frac{1}{\omega \mu \epsilon} \left( \frac{\partial^2 A_z^+}{\partial z^2} + \beta^2 \right) A_z^+ \\ &= -j B_{mn} \frac{\beta_\rho^2}{\omega \mu \epsilon} J_m(\beta_\rho \rho) [C_2 \cos(m\phi) + D_2 \sin(m\phi)] e^{-j\beta_z z} \end{aligned} \quad (2.63ค)$$

$$\begin{aligned} H_\rho^+ &= \frac{1}{\mu} \frac{1}{\rho} \frac{\partial A_z^+}{\partial \phi} \\ &= B_{mn} \frac{m}{\mu} \frac{1}{\rho} J_m(\beta_\rho \rho) [-C_2 \sin(m\phi) + D_2 \cos(m\phi)] e^{-j\beta_z z} \end{aligned} \quad (2.63ง)$$

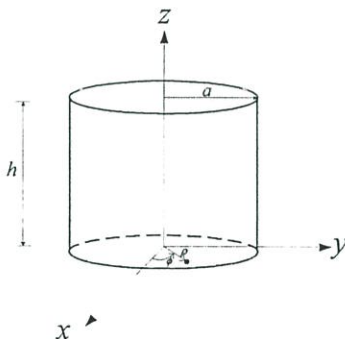
$$\begin{aligned}
 H_\phi^+ &= -\frac{1}{\mu} \frac{\partial A_z^+}{\partial \phi} \\
 &= -B_{mn} \frac{\beta_\rho}{\mu} J'_m(\beta_\rho \rho) [C_2 \sin(m\phi) + D_2 \cos(m\phi)] e^{-\beta_z z}
 \end{aligned} \tag{2.63จ}$$

และ

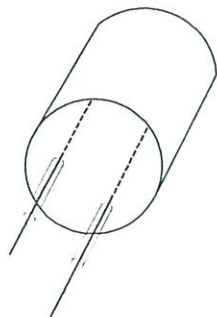
$$H_z^+ = 0 \tag{2.63ข}$$

### 2.2.5 คิววิตีตัวนำทรงกระบอก

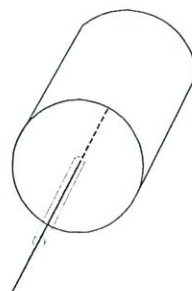
คิววิตีตัวนำทรงกระบอกจะมีโครงสร้างที่เหมือนกับท่อนำคลื่นทรงกระบอกเพียงแต่จะถูกปิดด้วยแผ่นตัวนำตรงปลายท่อนำคลื่นทั้งสองด้าน ดังแสดงรูปที่ 2.3 การเชื่อมต่อกำลังงานจากภายใน และภายนอกของคิววิตีตัวนำสามารถทำได้โดยใช้บ่วงตัวนำหรือโพรบตัวนำ ดังแสดงในรูปที่ 2.4 เนื่องจากเงื่อนไขขอบเขตในแนวเส้นรอบวงที่ผิวด้านในของท่อนำคลื่นซึ่งจะเหมือนกับกรณีของคิววิตีตัวนำทรงกระบอก ดังนั้นจึงสามารถทำการวิเคราะห์เริ่มต้นได้เช่นเดียวกับท่อนำคลื่นขวงเว้นเพียงแต่คลื่นที่เดินทางในแนวแกน  $z$  จะเกิดขึ้นในท่อนำคลื่นในส่วนของคิววิตีจะเป็นคลื่นนิ่งสำหรับในส่วนของแนวแกนรัศมี  $\rho$  และแนวเส้นรอบวง  $\phi$  จะเหมือนกรณีของท่อนำคลื่น



รูปที่ 2.3 โครงสร้างของคิววิตีตัวนำทรงกระบอก



(ก)



(ข)

รูปที่ 2.4 การกระตุ้นสำหรับ  $TE_{mnp}$  และ  $TM_{mnp}$  โหมดภายในคิววิตีตัวนำทรงกระบอก(ก)  $TE_{mnp}$  โหมด และ (ข)  $TM_{mnp}$  โหมด

### 2.2.5.1 สนามไฟฟ้าตามขวางของควิตีตัวนำทรงกระบอก

เราสามารถที่จะทำการวิเคราะห์  $TE^z$  โหมดโดยใช้ศักย์เวกเตอร์  $F_z$  ของสมการ (2.43) โดยที่เปลี่ยนคลื่นที่เดินทางในแกน  $z$  ให้เป็นคลื่นนิ่งดังนั้น (2.43) จึงสามารถเขียนได้เป็น

$$F_z(\rho, \phi, z) = A_{mn} J_m(\beta_\rho \rho) [C_2 \cos(m\phi) + D_2 \sin(m\phi)] [C_3 \cos(\beta_z z) + D_3 \sin(\beta_z z)] \quad (2.64)$$

ซึ่ง

$$\beta_\rho = \frac{\chi'_{mn}}{a} \quad (2.64ก)$$

สำหรับการหาค่าของ  $\beta_z$  เราจะต้องใช้เงื่อนไขขอบเขตตรงบริเวณแผ่นตัวนำปิดด้านปลายทั้งสองด้านของควิตี โดยที่เงื่อนไขขอบเขตแสดงได้

$$E_\rho(0 \leq \rho \leq a, 0 \leq \phi \leq 2\pi, z = 0) = E_\rho(0 \leq \rho \leq a, 0 \leq \phi \leq 2\pi, z = h) = 0 \quad (2.65ก)$$

$$E_\phi(0 \leq \rho \leq a, 0 \leq \phi \leq 2\pi, z = 0) = E_\phi(0 \leq \rho \leq a, 0 \leq \phi \leq 2\pi, z = h) = 0 \quad (2.65ข)$$

เนื่องจากสนามทั้งสองไม่เป็นอิสระต่อเงื่อนไขขอบเขต ดังนั้นจึงให้ได้ค่าผลลัพธ์ที่เหมือนกันสามารถเขียนองค์ประกอบสนาม  $E_\phi$  ได้ดังนี้

$$\begin{aligned} E_\phi &= \frac{1}{\epsilon} \frac{\partial F_z}{\partial \rho} \\ &= A_{mn} \frac{\beta_\rho}{\epsilon} J'_m(\beta_\rho \rho) [C_2 \cos(m\phi) + D_2 \sin(m\phi)] [C_3 \cos(\beta_z z) + D_3 \sin(\beta_z z)] \end{aligned} \quad (2.66)$$

จาก (2.65ข) สามารถเขียนได้

$$\begin{aligned} E_\phi(0 \leq \rho \leq a, 0 \leq \phi \leq 2\pi, z = 0) \\ = A_{mn} \frac{\beta_\rho}{\epsilon} J'_m(\beta_\rho \rho) [C_2 \cos(m\phi) + D_2 \sin(m\phi)] [C_3(1) + D_3(0)] = 0 \end{aligned}$$

ดังนั้น

$$C_3 = 0 \quad (2.67ก)$$

และ

$$E_\phi(0 \leq \rho \leq a, 0 \leq \phi \leq 2\pi, z = h)$$

$$= A_{mn} \frac{\beta_\rho}{\epsilon} J'_m(\beta_\rho \rho) [C_2 \cos(m\phi) + D_2 \sin(m\phi)] [D_3 \sin(\beta_z h)] = 0$$

$$\sin(\beta_z \rho) = 0$$

$$\beta_z h = \sin^{-1}(0) = p\pi$$

จึงได้

$$\beta_z = \frac{p\pi}{h} \quad (2.67\text{ข})$$

ดังนั้นความถี่เรโซแนนซ์สำหรับ  $TE^z$  จึงสามารถเขียนได้เป็น

$$\beta_z^2 + \beta_z^2 = \left(\frac{\chi'_{mn}}{a}\right)^2 + \left(\frac{p\pi}{h}\right)^2 = \beta_r^2 = \omega_r^2 \mu \epsilon \quad (2.68\text{ก})$$

หรือ

$$(f_r)_{mnp}^{TE^z} = \frac{1}{2\pi\sqrt{\mu\epsilon}} \sqrt{\left(\frac{\chi'_{mn}}{a}\right)^2 + \left(\frac{p\pi}{h}\right)^2}, \quad \begin{array}{l} m = 0, 1, 2, 3, \dots \\ n = 1, 2, 3, \dots \\ p = 1, 2, 3, \dots \end{array} \quad (2.68\text{ข})$$

### 2.2.5.2 สนามแม่เหล็กตามขวางของควาวิตี้ตัวนำทรงกระบอก

การวิเคราะห์สำหรับ  $TM^z$  โหมดในควาวิตี้ทรงกระบอกมีขั้นตอนเหมือนกับ  $TE^z$  โหมดโดยใช้สมการศักย์เวกเตอร์  $\vec{A}$  สามารถเขียนได้เป็น

$$A_z(\rho, \phi, z) = B_{mn} J_m(\beta_\rho \rho) [C_2 \cos(m\phi) + D_2 \sin(m\phi)] [C_3 \cos(\beta_z z) + D_3 \sin(\beta_z z)] \quad (2.69)$$

ซึ่ง

$$\beta_\rho = \frac{\chi_{mn}}{a} \quad (2.69\text{ก})$$

ดังนั้นเราสามารถเขียนองค์ประกอบของสนามไฟฟ้า  $E_\phi$  ได้โดยใช้ (2.69)

$$\begin{aligned} E_\phi(\rho, \phi, z) &= -j \frac{1}{\omega\mu\epsilon} \frac{1}{\rho} \frac{\partial^2 A_z}{\partial\phi\partial z} \\ &= -j B_{mn} \frac{m\beta_z}{\omega\mu\epsilon} \frac{1}{\rho} J_m(\beta_\rho \rho) [-C_2 \sin(m\phi) + D_2 \cos(m\phi)] [-C_3 \sin(\beta_z z) + D_3 \cos(\beta_z z)] \end{aligned} \quad (2.70)$$

โดยใช้เงื่อนไขขอบเขตของ (2.65ข) เขียนได้เป็น

$$\begin{aligned}
& E_\phi (0 \leq \rho \leq a, 0 \leq \phi \leq 2\pi, z = 0) \\
& = -jB_{mn} \frac{m\beta_z}{\omega\mu\epsilon} \frac{1}{\rho} J_m(\beta_\rho\rho) [-C_2 \sin(m\phi) + D_2 \cos(m\phi)] [-C_3(0) + D_3(1)] = 0
\end{aligned}$$

ดังนั้น

$$D_3 = 0 \quad (2.71\text{ก})$$

$$\begin{aligned}
& E_\phi (0 \leq \rho \leq a, 0 \leq \phi \leq 2\pi, z = h) \\
& = jB_{mn} \frac{m\beta_z}{\omega\mu\epsilon} \frac{1}{\rho} J_m(\beta_\rho\rho) [-C_2 \sin(m\phi) + D_2 \cos(m\phi)] [C_3 \sin(\beta_z h)] = 0
\end{aligned}$$

ซึ่งจะได้

$$\begin{aligned}
& \sin(\beta_z h) = 0 \\
& \beta_z h = \sin^{-1}(0) = p\pi \\
& \beta_z = \frac{p\pi}{h} \quad (2.71\text{ข})
\end{aligned}$$

ดังนั้นความถี่เรโซแนนซ์สำหรับ  $TM^z$  โหมดจึงสามารถเขียนได้เป็น

$$\beta_\rho^2 + \beta_z^2 = \left(\frac{\chi_{mn}}{a}\right)^2 + \left(\frac{p\pi}{h}\right)^2 = \beta_r^2 = \omega_r^2 \mu\epsilon \quad (2.72\text{ก})$$

หรือ

$$(f_r)_{mnp}^{TM^z} = \frac{1}{2\pi\sqrt{\mu\epsilon}} \sqrt{\left(\frac{\chi_{mn}}{a}\right)^2 + \left(\frac{p\pi}{h}\right)^2}, \quad \begin{array}{l} m = 0, 1, 2, 3, \dots \\ n = 1, 2, 3, \dots \\ p = 1, 2, 3, \dots \end{array} \quad (2.72\text{ข})$$

### 2.3 เมตริกซ์การกระจัดกระจายคลื่น

ในหัวข้อนี้จะกล่าวถึงนิยาม และคุณสมบัติของเมตริกซ์การกระจัดกระจาย ซึ่งเป็นเมตริกซ์ที่นิยมใช้กันมากในวงจรไมโครเวฟ และความถี่สูง เนื่องจากเป็นเพราะพารามิเตอร์ต่างๆ ในเมตริกซ์การกระจัดกระจายจะสัมพันธ์กับค่าที่ได้จากการทดสอบ คือค่า อิมพีแดนซ์ด้านเข้าซึ่งจะให้ค่าข้อมูลของ อัตราส่วนคลื่นนิ่ง (SWR) และสัมประสิทธิ์การสะท้อนกลับ (Reflection Coefficient) ในการทดสอบค่าสัมประสิทธิ์การส่งผ่าน (Transmission Coefficient) ซึ่งก็จะสามารถทำได้โดยป้อนกำลังงานเข้าที่พอร์ตใดพอร์ตหนึ่ง แล้วทดสอบกำลังงานคลื่นที่ออกไปพอร์ตที่เหลือที่มีทั้งขนาดและเฟสของคลื่นเมื่อเทียบกับคลื่นที่ส่งผ่านเข้ามา ดังนั้นถ้าเรานิยามพารามิเตอร์ที่มีความสัมพันธ์กันระหว่างคลื่นที่ส่งผ่านเข้ามา ( $V_n^+$ ) กับคลื่นที่สะท้อน และคลื่นที่ส่งผ่านออกไปทาง

พอร์ตต่างๆ ( $V_n^-$ ) หรืออาจเรียกรวมๆ กันว่าคลื่นที่กระจัดกระจาย (Scatter) ออกไป พารามิเตอร์ดังกล่าวนี้ก็จะมีความสัมพันธ์กับค่าที่ทดสอบได้ และพารามิเตอร์นี้ก็คือเมตริกซ์การกระจัดกระจาย

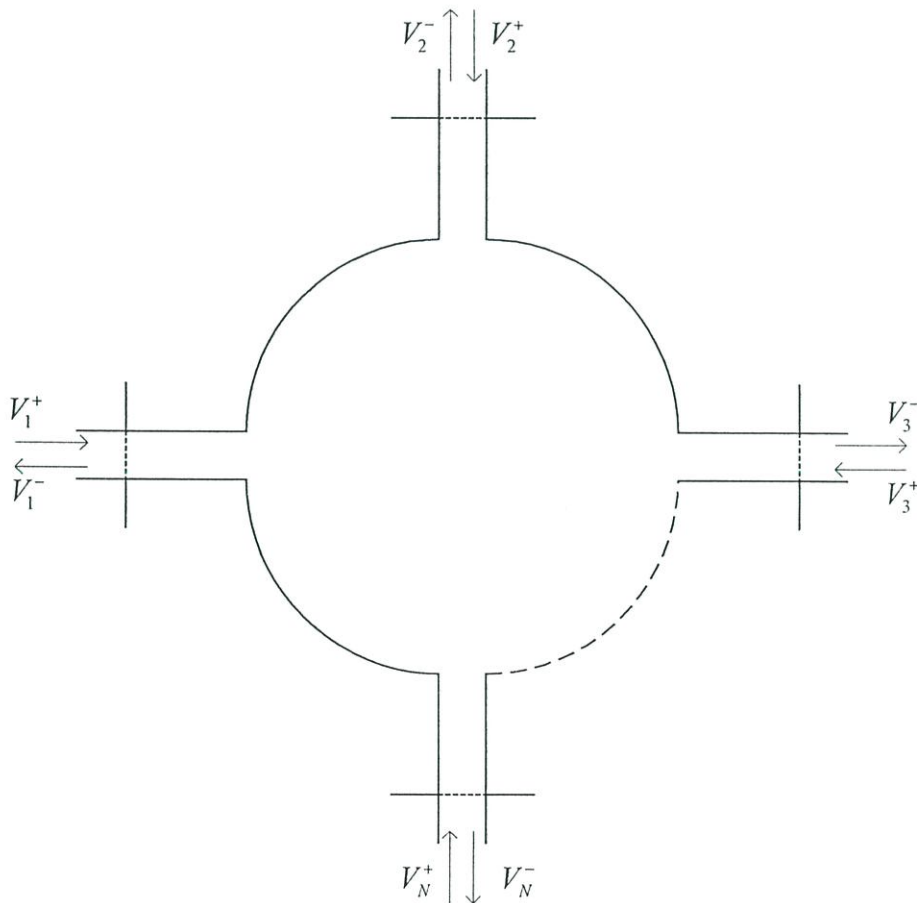
เมื่อพิจารณาวงจรของไมโครเวฟที่มี  $N$  พอร์ต ดังแสดงในรูปที่ 2.5 ถ้ามีคลื่นส่งเข้ามาจากพอร์ตใดพอร์ตหนึ่ง เช่นพอร์ตที่ 1 ก็จะเกิดคลื่นสะท้อนกลับเป็น

$$V_1^- = S_{11}V_1^+ \quad (2.73)$$

และถ้ามีคลื่นส่งเข้ามาจากพอร์ตที่ 1 คลื่นที่ออกไปจากพอร์ตอื่นๆ เป็น

$$V_n^- = S_{n1}V_1^+ \quad (2.74)$$

จากคุณสมบัติที่เป็นเชิงเส้นของสมการแมกเวลล์ เมื่อมีคลื่นส่งผ่านเข้ามาจากทุกๆ พอร์ต ดังนั้นคลื่นที่ส่งผ่านออกไปจากพอร์ตต่างๆ ก็จะเป็นผลรวมเชิงเส้นของคลื่นการกระจัดกระจายที่เกิดจากการส่งผ่านคลื่นเข้าที่แต่ละพอร์ต



รูปที่ 2.5 วงจรไมโครเวฟที่มี  $N$  พอร์ต

ผลที่ได้จึงสามารถเขียนในรูปของเมตริกซ์ได้ดังนี้

$$\begin{bmatrix} V_1^- \\ V_2^- \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ V_N^- \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} S_{11} & S_{12} & \cdot & \cdot & \cdot & S_{1N} \\ S_{21} & S_{22} & \cdot & \cdot & \cdot & S_{2N} \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ S_{N1} & S_{N2} & \cdot & \cdot & \cdot & S_{NN} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_1^+ \\ V_2^+ \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ V_N^+ \end{bmatrix} \quad (2.75ก)$$

หรือ

$$[V^-] = [S][V^+] \quad (2.75ข)$$

ในการหาค่าพารามิเตอร์เอสหรือเมตริกซ์การกระจายโดยทั่วไปจะใช้ค่า  $V_n^+$  และ  $V_n^-$  ที่นอร์มัลไลซ์ไว้ด้วยคุณลักษณะอิมพีแดนซ์ด้านเข้าเพื่อให้กำลังด้านเข้า และด้านออกเขียนได้ในรูป  $|V_n^+|^2$  และ  $|V_n^-|^2$  ตามลำดับโดยกำหนดให้ค่าที่ถูกลำดับแล้วเป็น  $a_n$  ของพอร์ตด้านเข้า และ  $b_n$  ของพอร์ตด้านออก เมื่อให้คุณลักษณะอิมพีแดนซ์ของพอร์ต  $n$  เป็น  $Z_n$  ความสัมพันธ์ระหว่าง  $a_n, b_n$  กับ  $V_n^+, V_n^-$  สามารถเขียนได้เป็น

$$a_n = V_n^+ / \sqrt{Z_n} = I_n^+ \sqrt{Z_n} \quad (2.76ก)$$

$$b_n = V_n^- / \sqrt{Z_n} = I_n^- \sqrt{Z_n} \quad (2.76ข)$$

ดังนั้นกำลังงานด้านเข้า และด้านออกที่พอร์ต  $n$  สามารถเขียนได้ดังนี้

$$|a_n|^2 = |V_n^+|^2 / Z_n = |I_n^+|^2 Z_n \quad (2.77ก)$$

$$|b_n|^2 = |V_n^-|^2 / Z_n = |I_n^-|^2 Z_n \quad (2.77ข)$$

ดังนั้นค่าเมตริกซ์การกระจาย (2.75ก) ที่มีความสัมพันธ์ระหว่างค่า  $a_n$  และ  $b_n$  จึงสามารถเขียนได้ใหม่ดังนี้

$$\begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ b_N \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} S_{11} & S_{12} & \cdot & \cdot & \cdot & S_{1N} \\ S_{21} & S_{22} & \cdot & \cdot & \cdot & S_{2N} \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ S_{N1} & S_{N2} & \cdot & \cdot & \cdot & S_{NN} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_1 \\ a_2 \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ a_N \end{bmatrix} \tag{2.78ก}$$

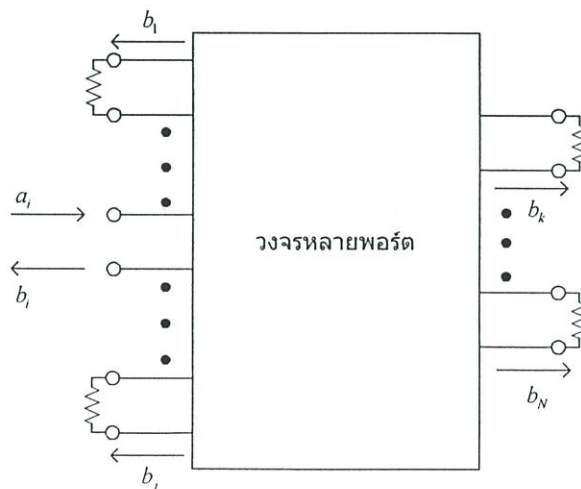
หรือ

$$[b] = [S][a] \tag{2.78ข}$$

สำหรับเหตุผลที่ใช้  $a_n$  และ  $b_n$  ที่นอร์แมลไลซ์ก็เพื่อต้องการใช้เมตริกซ์การกระจายที่เกิดขึ้นมีคุณสมบัติสมมาตร ในกรณีที่วงจรท่อนำคลื่นนั้นเป็นไปตามทฤษฎีภาวะย้อนกลับ (Reciprocity Theorem)

### 2.3.1 พารามิเตอร์เอส

ดังที่กล่าวไว้ในหัวข้อที่ผ่านมาเมตริกซ์การกระจาย หรือพารามิเตอร์เอสจะมีความสัมพันธ์กับค่าที่ได้จากการทดสอบ การทดสอบค่าพารามิเตอร์เอสนี้จะทำได้โดยการต่อแอมตซึ่งโหนดเข้าที่ปลายสายพอร์ตต่างๆ ซึ่งจะง่ายในทางปฏิบัติ ดังแสดงในรูปที่ 2.6 ในกรณีของ Z พารามิเตอร์หรือ Y พารามิเตอร์นั้นจะต้องทำการเปิดวงจรปลายพอร์ตเพื่อให้  $I_n=0$  หรือทำการปิดวงจรปลายพอร์ตเพื่อให้  $V_n=0$  ซึ่งจะยากในทางปฏิบัติ เช่นการเปิดวงจรปลายพอร์ตที่เป็นท่อนำคลื่นนั้นจะไม่ให้คุณสมบัติของการเปิดวงจรในเชิงไฟฟ้า เพราะจะมีคลื่นบางส่วนแพร่กระจายออกไปจากปลายเปิดของท่อเวฟไกด์ ซึ่งก็หมายถึงกำลังงานจะสะท้อนกลับมาไม่หมด ผลที่ได้ก็คือไม่มีคุณสมบัติของการเปิดวงรดังกล่าว ดังนั้นในวงจรย่านความถี่สูงโดยเฉพาะในย่านไมโครเวฟขึ้นไปมักจะใช้ S พารามิเตอร์มากกว่า Z พารามิเตอร์ หรือ Y พารามิเตอร์



รูปที่ 2.6 พารามิเตอร์เอสกับวงจรไมโครเวฟที่มี N พอร์ต

จากรูปที่ 2.6 พิจารณาเมื่อป้อนกำลังงานเข้าทางพอร์ต  $i$  แล้วทำการต่อปลายสายของพอร์ตที่เหลือด้วยแมตซ์ชิง โทลคในกรณีเช่นนี้  $a_n$  จะเป็นศูนย์หมดยกเว้น  $a_i$  และจาก (2.78ข) จะได้ว่า

$$b_i = S_{ii} a_i \quad (2.79ก)$$

หรือ

$$S_{ii} = \frac{b_i}{a_i} = \frac{V_i^-}{V_i^+} = \Gamma_i \quad (2.79ข)$$

ผลที่ได้จาก (2.79ข) แสดงได้ว่าภายใต้เงื่อนไขของวงจรดังกล่าว จะสามารถหาค่า  $S_{ii}$  ได้จากคลื่นที่สะท้อนกลับมาในพอร์ต  $i$  และ  $S_{ii}$  ก็คือค่าสัมประสิทธิ์การสะท้อนกลับ และเช่นเดียวกันนี้  $b_j$  ก็สามารถเขียนได้เป็น

$$b_j = S_{ji} a_i \quad (2.80ก)$$

$$S_{ji} = \frac{b_j}{a_i} \quad (2.80ข)$$

จาก(2.80ข) นี้แสดงได้ว่า  $S_{ji}$  จะเป็นสัมประสิทธิ์การส่งผ่านจากพอร์ต  $i$  ไปพอร์ตที่  $j$

## 2.4 สรุป

ในบทนี้ได้กล่าวถึงการวิเคราะห์ควาวิตัตัวนำทรงกระบอก สำหรับนำไปใช้เป็นตัวแบ่งกำลังงาน โดยเริ่มจากสมการแมกซ์เวลล์นำไปสู่การหาผลเฉลยสมการคลื่นในพิกัดทรงกระบอก จากนั้นได้วิเคราะห์ที่หน้าคลื่นทรงกระบอกเพื่อหาคลื่นสนามไฟฟ้า และแม่เหล็กตามขวางด้วยวิธีศักย์เวกเตอร์ ซึ่งได้อธิบายปรากฏการณ์ของคลื่นนิ่ง และคลื่นเดินทางที่อยู่ภายในที่หน้าคลื่น เช่นเดียวกับการวิเคราะห์ควาวิตัตัวนำทรงกระบอกเพื่อต้องการหาผลเฉลยของความถี่คัตออฟและความถี่เรโซแนนซ์ สำหรับใช้เป็นตัวแบ่งกำลังงานที่มีโครงสร้างเป็นควาวิตัทรงกระบอกแบบหลายพอร์ต และได้วิเคราะห์เมตริกซ์การกระจายของวงจรไมโครเวฟแบบหลายพอร์ตที่มีความสัมพันธ์กับการทดสอบ การนิยามพารามิเตอร์เอสที่มีคุณสมบัติสมมาตรที่เป็นไปตามทฤษฎีสภาวะย้อนกลับ

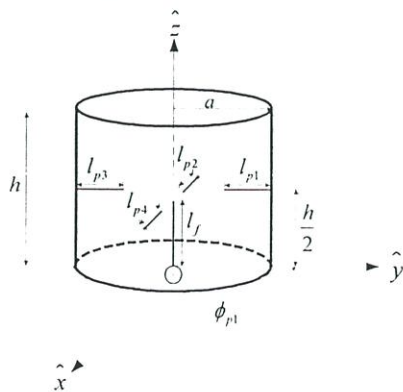
## สมการเชิงอินทิกรัลและฟังก์ชันกรีนไดแอติก

### 3.1 บทนำ

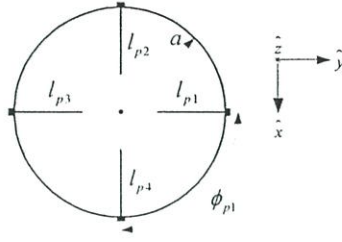
ในบทนี้จะกล่าวถึง โครงสร้างของตัวแบ่งกำลังงานที่มีลักษณะโครงสร้างเป็นควาวิตี้ตัวนำทรงกระบอกโดยใช้โพรบเชื่อมต่อรวมภายในควาวิตี้ จากนั้นจะกล่าวถึงหลักการสนามสมมูลที่อธิบายถึงการแทนที่แหล่งกำเนิดจริง ในวิทยานิพนธ์นี้จะกล่าวถึงกระแสสมมูลของโพรบทั้งหมดที่อยู่ภายในควาวิตี้ตัวนำทรงกระบอก สำหรับการประยุกต์ใช้ในสมการความเข้มสนามไฟฟ้าเชิงอินทิกรัลโดยอาศัยกระแสเหนี่ยวนำที่สมมติขึ้น ซึ่งสมการสนามไฟฟ้าที่สร้างขึ้นจะต้องสอดคล้องกับเงื่อนไขขอบเขตโดยพิจารณาฟังก์ชันกรีนไดแอติกแบบไฟฟ้า เราสามารถหาสนามไฟฟ้าเนื่องจากการเหนี่ยวนำโดยกระแสไฟฟ้าที่กระจายในรูปแบบใดๆ ได้โดยการอินทิเกรตปริมาตรของความหนาแน่นกระแสไฟฟ้าคู่กับฟังก์ชันกรีนไดแอติก ฟังก์ชันกรีนไดแอติกสำหรับควาวิตี้ตัวนำทรงกระบอกถูกพิสูจน์ขึ้นมาซึ่งเป็นเทคนิคทางคณิตศาสตร์ที่ใช้ฟังก์ชันซิมป์เป็นฟังก์ชันไดแรคเคลตา

### 3.2 โครงสร้างของตัวแบ่งกำลังงาน

ตัวแบ่งกำลังงานที่นำเสนอในวิทยานิพนธ์นี้ มีลักษณะโครงสร้างเป็นควาวิตี้ตัวนำทรงกระบอก ดังแสดงในรูปที่ 3.1ก) ถูกป้อนกำลังงานด้วยโพรบกระตุ้นที่อยู่ภายในควาวิตี้ตัวนำที่ตำแหน่งจุดกำเนิดในพิกัดทรงกระบอกที่ชี้ไปตามแนวแกน  $z$  กำหนดให้ความยาวของโพรบกระตุ้นเท่ากับ  $l_f$  สำหรับโพรบตัวแบ่งกำลังที่อยู่ภายในควาวิตี้ทั้ง 4 ตัว ชี้ไปตามแนวแกนรัศมีที่ตำแหน่งความสูงของควาวิตี้เท่ากับ  $h/2$  โดยที่มุมห่างระหว่างโพรบตัวแบ่งกำลังงานแต่ละตัวเท่ากับ  $90$  องศา และขนาดความยาวของโพรบตัวแบ่งกำลังงานเท่ากับ  $l_{p1}$   $l_{p2}$   $l_{p3}$  และ  $l_{p4}$  ตามลำดับ สำหรับรูปที่ 3.1ข) แสดงพื้นที่ตัดขวางของควาวิตี้ที่มีขนาดรัศมีเท่ากับ  $a$



(ก)

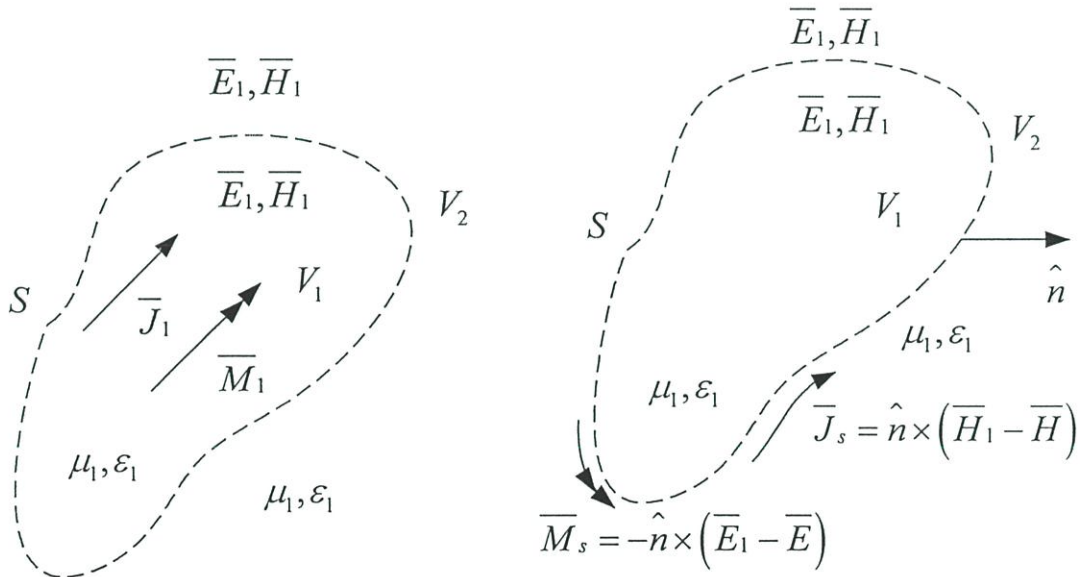


(ข)

รูปที่ 3.1 (ก) โครงสร้างของตัวแบ่งกำลังงานโดยใช้โพรบเชื่อมต่อรวมภายในควาวิตู้ดวนำทรง  
กระบอก และ (ข) ภาพตัดขวางของตัวแบ่งกำลังงาน

### 3.3 รูปแบบจำลองสมมูลของตัวแบ่งกำลังงาน

หลักการสมมูลพื้นผิว (Surface Equivalent Principle) [6],[7] เป็นหลักการที่อธิบายถึงการแทนที่แหล่งกำเนิดจริง (Actual Source) เราเรียกแหล่งกำเนิดที่สร้างขึ้นมาแทนที่เป็นแหล่งกำเนิดสมมูล เนื่องจากแหล่งกำเนิดนี้จะสร้างสนามที่เหมือนกันกับแหล่งกำเนิดจริงในบริเวณที่กำหนด



(ก)

(ข)

รูปที่ 3.2 (ก) แหล่งกำเนิดจริง และ(ข) รูปแบบจำลองสมมูล

พิจารณารูปที่ 3.2 ก) จะพบว่าแหล่งกำเนิดจริง  $\bar{J}_1$  และ  $\bar{M}_1$  ซึ่งเป็นกระแสไฟฟ้าและกระแสแม่เหล็กตามลำดับ จะแพร่กระจายสนามไฟฟ้า  $\bar{E}_1$  และสนามแม่เหล็ก  $\bar{H}_1$  จากหลักการของทฤษฎีสมมูลพื้นผิว หากเราเลือกพื้นผิวปิด  $S$  ล้อมรอบแหล่งกำเนิดกระแส  $\bar{J}_1$  และ  $\bar{M}_1$  ซึ่งแสดงเป็นเส้นประดังรูปที่ 3.2 ก) ปริมาตรภายในพื้นผิวปิด  $S$  แทนด้วย  $V_1$  และปริมาตรภายนอกพื้นผิวปิด  $S$  แทน

ด้วย  $V_2$  เราสามารถแสดงสนามที่สมมูลกับปัญหาเดิมในรูปที่ 3.2ก) ได้เป็นดังรูปที่ 3.2ข) แหล่งกำเนิดเดิม  $\bar{J}_1$  และ  $\bar{M}_1$  ถูกกำจัดออกไปและกำหนดให้สนามภายในพื้นผิวปิด  $S$  แทนด้วย  $\bar{E}, \bar{H}$  และสนามภายนอกพื้นผิวปิดแทนด้วย  $\bar{E}_1, \bar{H}_1$  ซึ่งจะต้องสอดคล้องกับเงื่อนไขขอบเขตของสนามแม่เหล็กไฟฟ้าในแนวสัมผัส ดังนั้นจะได้ว่าที่บริเวณพื้นผิวปิด  $S$  จะเกิดแหล่งกำเนิดสมมูลซึ่งแสดงได้ดังนี้

$$\bar{M}_s = -\hat{n} \times (\bar{E}_1 - \bar{E}) \quad (3.1)$$

$$\bar{J}_s = \hat{n} \times (\bar{H}_1 - \bar{H}) \quad (3.2)$$

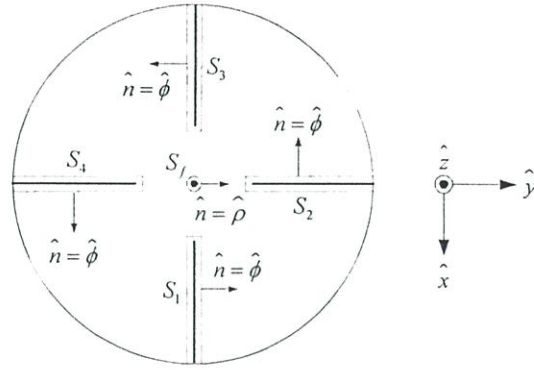
ซึ่ง  $\bar{J}_s$  และ  $\bar{M}_s$  จะเป็นแหล่งกำเนิดของสนาม  $\bar{E}_1$  และ  $\bar{H}_1$  ในบริเวณ  $V_2$  และสนาม  $\bar{E}$  และ  $\bar{H}$  ภายในพื้นผิวปิด  $S$  อาจมีค่าเป็นค่าใดๆ ก็ได้เพื่อความสะดวกจึงเลือกให้เป็นศูนย์ และเมื่อ  $S$  ด้วยตัวนำไฟฟ้าสมบูรณ์ (Perfect electric conductor) ในกรณีนี้กระแส  $\bar{J}_s$  จะลัดวงจรทั่วบริเวณผิวปิด และจะไม่แพร่กระจายคลื่นดังนั้นจะหาสนาม  $\bar{E}_1$  และ  $\bar{H}_1$  ใน  $V_2$  ได้จากกระแสแม่เหล็กสามารถเขียนได้เป็น

$$\bar{M}_s = -\hat{n} \times \bar{E}_1 = \bar{E}_1 \times \hat{n} \quad (3.3)$$

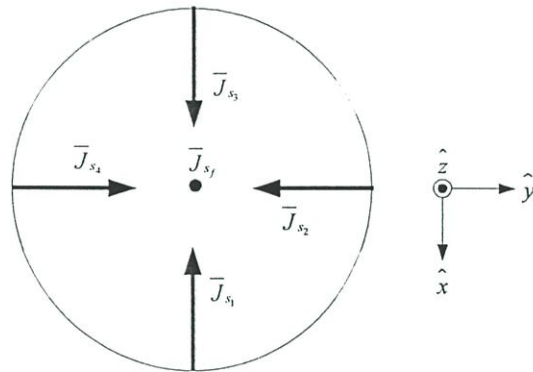
กระแสแม่เหล็กสมมูล  $\bar{M}_s$  จะมีค่าเฉพาะบริเวณบนผิวตัวนำแม่เหล็กสมบูรณ์เท่านั้น กรณีที่เมื่อแทน  $S$  ด้วยตัวนำแม่เหล็กสมบูรณ์ (Perfect magnetic conductor) ซึ่งสามารถหาสนาม  $\bar{E}_1$  และ  $\bar{H}_1$  ใน  $V_2$  ได้จากกระแสไฟฟ้าสมมูลเขียนได้ดังสมการ

$$\bar{J}_s = \hat{n} \times \bar{H}_1 \quad (3.4)$$

กระแสไฟฟ้าสมมูล  $\bar{J}_s$  จะมีค่าเฉพาะบริเวณผิวตัวนำไฟฟ้าสมบูรณ์  $S$  ที่ถูกปิดล้อมเท่านั้น จากหลักการสมมูลที่กล่าวมาที่จะเป็นการนำไปประยุกต์ใช้กับ โครงสร้างของตัวแบ่งกำลังงานโดยใช้โพรบเชื่อมต่อร่วมภายในควาวิตี้ตัวนำทรงกระบอก เมื่อพิจารณาใช้หลักการสมมูลกับโพรบที่อยู่ภายในควาวิตี้ตัวนำทรงกระบอก ดังแสดงในรูปที่ 3.3 เราจะเลือกพื้นผิวปิด  $S$  ซึ่งแสดงตามเส้นประล้อมรอบโพรบกระตุ้น และโพรบตัวแบ่งกำลังงานสมมติให้พื้นผิวปิดเป็นตัวนำไฟฟ้าสมบูรณ์ซึ่งจะทำให้เราได้กระแสไฟฟ้าสมมูล  $\bar{J}_s$  แทนแหล่งกำเนิดกระแสไฟฟ้าจริงดังนั้นจะได้รูปแบบจำลองสมมูลของตัวแบ่งกำลังงานแสดงได้รูปที่ 3.4 โดยที่สมมติให้ผนังของควาวิตี้ตัวนำทรงกระบอกและโพรบเป็นตัวนำไฟฟ้าสมบูรณ์และมีขนาดที่บาง ซึ่งจะนำไปสู่การวิเคราะห์ความเข้มสนามไฟฟ้า และความหนาแน่นกระแสไฟฟ้าได้ในหัวข้อและบทถัดไป



รูปที่ 3.3 ภาพตัดขวางควาวิตต์วนำทรงกระบอกที่มีพื้นผิวปิด  $S$  ที่ล้อมรอบบริเวณโพรบตัวนำ



รูปที่ 3.4 ภาพตัดขวางของรูปแบบจำลองสมมูลของตัวแบ่งกำลังงาน

โดยที่  $\bar{J}_{s_f}$  คือ ความหนาแน่นกระแสไฟฟ้าสมมูลของโพรบกระตุน

$\bar{J}_{s_1}$  คือ ความหนาแน่นกระแสไฟฟ้าสมมูลของโพรบตัวแบ่งกำลังงานตัวที่ 1

$\bar{J}_{s_2}$  คือ ความหนาแน่นกระแสไฟฟ้าสมมูลของโพรบตัวแบ่งกำลังงานตัวที่ 2

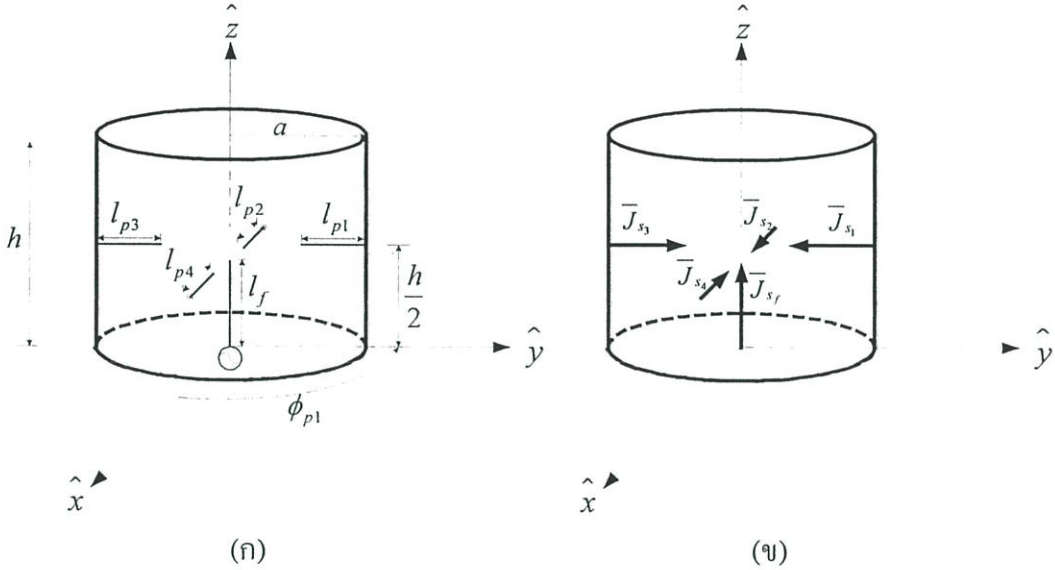
$\bar{J}_{s_3}$  คือ ความหนาแน่นกระแสไฟฟ้าสมมูลของโพรบตัวแบ่งกำลังงานตัวที่ 3

$\bar{J}_{s_4}$  คือ ความหนาแน่นกระแสไฟฟ้าสมมูลของโพรบตัวแบ่งกำลังงานตัวที่ 4

### 3.4 สมการเชิงอินทิกรัลของสนามไฟฟ้า

สมการเชิงอินทิกรัล (Integral equation: IE) คือเทคนิคหนึ่งที่ใช้หาผลเฉลยของความหนาแน่นกระแสซึ่งถูกเหนี่ยวนำที่ไม่ทราบค่า จะมีรูปของสมการเป็นสมการเชิงอินทิกรัลโดยกระแสเหนี่ยวนำที่ไม่ทราบค่าจะเป็นส่วนหนึ่งของฟังก์ชันที่อยู่ในเครื่องหมายอินทิเกรต เราจะแก้สมการเชิงอินทิกรัลเพื่อหาความหนาแน่นกระแสไม่ทราบค่านี้ได้โดยใช้เทคนิคเชิงตัวเลข (Numerical technique) สำหรับในวิทยานิพนธ์นี้นำเสนอวิธีโมเมนต์ (Method of Moment: MoM) ซึ่งจะกล่าวรายละเอียดในบทที่ 4

สำหรับโครงสร้างปัญหาที่นำเสนอในวิทยานิพนธ์นี้ซึ่งแสดงในรูป 3.5ก) จะพบว่าเกิดความไม่ต่อเนื่องของโครงสร้างในบริเวณโพรบที่อยู่ภายใต้ตัวนำทรงกระบอก หลังจากที่ใช้หลักการสนามสมมูลจะได้รูปแบบจำลองสมมูลของตัวแบ่งกำลังงานซึ่งแสดงในรูปที่ 3.5ข) ทำให้สามารถพิจารณาได้ว่าความไม่ต่อเนื่องดังกล่าวได้ถูกกำจัดไป ซึ่งจะต้องสอดคล้องกับเงื่อนไขขอบเขตที่ว่าสนามไฟฟ้ารวมในแนวสัมผัสพื้นผิวโพรบ  $\bar{E}_t$  จะเท่ากับศูนย์



รูปที่ 3.5 (ก) โครงสร้างของตัวแบ่งกำลังงานโดยใช้โพรบเชื่อมต่อรวมภายในควาวิตีตัวนำทรงกระบอก และ (ข) รูปแบบจำลองสมมูล

ดังนั้นสนามไฟฟ้ารวมในแนวเส้นสัมผัสผิวของโพรบกระตุ้น  $l_f$  สามารถเขียนได้เป็น

$$\bar{E}_{l_f} = \bar{E}_s + (E_f \hat{z} + E_{p_1} \hat{\rho} + E_{p_2} \hat{\rho} + E_{p_3} \hat{\rho} + E_{p_4} \hat{\rho}) = 0 \quad (3.5ก)$$

เมื่อสนามแพร่กระจายหรือสนามไฟฟ้าซึ่งถูกกระตุ้นด้วยแหล่งกำเนิดแบบช่องว่างขนาดเล็กเตลตาที่จุดปลายของโพรบกระตุ้น

$$\bar{E}_s = \delta (\bar{R} - \bar{R}') \hat{z} \quad (3.5ข)$$

สำหรับสนามไฟฟ้ารวมในแนวสัมผัสผิวของโพรบตัวแบ่งกำลังงานตัวที่ 1 ถึง 4 สามารถเขียนได้ตามลำดับดังนี้

$$\bar{E}_{t_{p_1}} = E_f \hat{z} + E_{p_1} \hat{\rho} + E_{p_2} \hat{\rho} + E_{p_3} \hat{\rho} + E_{p_4} \hat{\rho} = 0 \quad (3.6)$$

$$\bar{E}_{t_{p_2}} = E_f \hat{z} + E_{p_1} \hat{\rho} + E_{p_2} \hat{\rho} + E_{p_3} \hat{\rho} + E_{p_4} \hat{\rho} = 0 \quad (3.7)$$

$$\bar{E}_{I_{p_3}} = E_f \hat{z} + E_{p_1} \hat{\rho} + E_{p_2} \hat{\rho} + E_{p_3} \hat{\rho} + E_{p_4} \hat{\rho} = 0 \quad (3.8)$$

และ

$$\bar{E}_{I_{p_4}} = E_f \hat{z} + E_{p_1} \hat{\rho} + E_{p_2} \hat{\rho} + E_{p_3} \hat{\rho} + E_{p_4} \hat{\rho} = 0 \quad (3.9)$$

โดยที่

$\bar{E}_f$  คือสนามไฟฟ้าที่แพร่กระจายภายในควิตีตัวนำทรงกระบอกที่ถูกเหนี่ยวนำโดยกระแสไฟฟ้าที่โพรบกระตุ้น

$\bar{E}_{p_1}$  คือสนามไฟฟ้าที่แพร่กระจายภายในควิตีตัวนำทรงกระบอกที่ถูกเหนี่ยวนำโดยกระแสไฟฟ้าที่โพรบตัวแบ่งกำลังงานตัวที่ 1

$\bar{E}_{p_2}$  คือสนามไฟฟ้าที่แพร่กระจายภายในควิตีตัวนำทรงกระบอกที่ถูกเหนี่ยวนำโดยกระแสไฟฟ้าที่โพรบตัวแบ่งกำลังงานตัวที่ 2

$\bar{E}_{p_3}$  คือสนามไฟฟ้าที่แพร่กระจายภายในควิตีตัวนำทรงกระบอกที่ถูกเหนี่ยวนำโดยกระแสไฟฟ้าที่โพรบตัวแบ่งกำลังงานตัวที่ 3

$\bar{E}_{p_4}$  คือสนามไฟฟ้าที่แพร่กระจายภายในควิตีตัวนำทรงกระบอกที่ถูกเหนี่ยวนำโดยกระแสไฟฟ้าที่โพรบตัวแบ่งกำลังงานตัวที่ 4

ดังนั้นเราจะได้สมการเชิงอินทิกรัลของสนามไฟฟ้าที่ถูกเหนี่ยวนำอันเนื่องมาจากความหนาแน่นกระแสไฟฟ้าที่โพรบกระตุ้น และโพรบตัวแบ่งกำลังงานซึ่งแสดงได้ดังสมการ (3.10) ถึง (3.13) เมื่อพิจารณาฟังก์ชันกรีนไดโอดิก ซึ่งจะกล่าวโดยละเอียดในหัวข้อ 3.4

$$\bar{E}_f = -j\omega\mu_0 \int_{I_f} \bar{G}_{EJ,I_f}(\bar{R}, \bar{R}') \cdot \bar{J}_f(\bar{R}') dl' \quad (3.10)$$

$$\bar{E}_{p_1} = -j\omega\mu_0 \int_{I_{p_1}} \bar{G}_{EJ,I_{p_1}}(\bar{R}, \bar{R}') \cdot \bar{J}_{I_{p_1}}(\bar{R}') dl' \quad (3.11)$$

$$\bar{E}_{p_2} = -j\omega\mu_0 \int_{I_{p_2}} \bar{G}_{EJ,I_{p_2}}(\bar{R}, \bar{R}') \cdot \bar{J}_{I_{p_2}}(\bar{R}') dl' \quad (3.12)$$

$$\bar{E}_{p_3} = -j\omega\mu_0 \int_{I_{p_3}} \bar{G}_{EJ,I_{p_3}}(\bar{R}, \bar{R}') \cdot \bar{J}_{I_{p_3}}(\bar{R}') dl' \quad (3.13)$$

และ

$$\bar{E}_{p_4} = -j\omega\mu_0 \int_{I_{p_4}} \bar{G}_{EJ,I_{p_4}}(\bar{R}, \bar{R}') \cdot \bar{J}_{I_{p_4}}(\bar{R}') dl' \quad (3.14)$$

โดยที่กำหนดให้

$\bar{J}_f(\bar{R}')$  คือ ความหนาแน่นกระแสไฟฟ้าตลอดความยาวของโพรบกระตุ้น

- $\bar{J}_{p_1}(\bar{R}')$  คือ ความหนาแน่นกระแสไฟฟ้าตลอดความยาวของโพรบตัวแบ่งกำลังงานที่ 1  
 $\bar{J}_{p_2}(\bar{R}')$  คือ ความหนาแน่นกระแสไฟฟ้าตลอดความยาวของโพรบตัวแบ่งกำลังงานที่ 2  
 $\bar{J}_{p_3}(\bar{R}')$  คือ ความหนาแน่นกระแสไฟฟ้าตลอดความยาวของโพรบตัวแบ่งกำลังงานที่ 3  
 $\bar{J}_{p_4}(\bar{R}')$  คือ ความหนาแน่นกระแสไฟฟ้าตลอดความยาวของโพรบตัวแบ่งกำลังงานที่ 4

เมื่อแทนสมการสนามไฟฟ้าที่ได้จากสมการ (3.10) ถึง (3.14) ลงในสมการ (3.5ก) และสมการ (3.6) ถึง (3.9) สามารถเขียนได้เป็น

$$-j\omega\mu_0 \left[ \int_{l_f} \bar{G}_{EJ}^{\bar{z}\bar{z}}(\bar{R}, \bar{R}') \cdot \bar{J}_f(\bar{R}') dl' + \int_{l_{p_1}} \bar{G}_{EJ}^{\bar{z}\bar{\rho}}(\bar{R}, \bar{R}') \cdot \bar{J}_{p_1}(\bar{R}') dl' + \int_{l_{p_3}} \bar{G}_{EJ}^{\bar{z}\bar{\rho}}(\bar{R}, \bar{R}') \cdot \bar{J}_{p_3}(\bar{R}') dl' + \int_{l_{p_3}} \bar{G}_{EJ}^{\bar{z}\bar{\rho}}(\bar{R}, \bar{R}') \cdot \bar{J}_{p_3}(\bar{R}') dl' + \int_{l_{p_4}} \bar{G}_{EJ}^{\bar{z}\bar{\rho}}(\bar{R}, \bar{R}') \cdot \bar{J}_{p_4}(\bar{R}') dl' \right] = -\delta(\bar{R}') \quad (3.15)$$

$$-j\omega\mu_0 \left[ \int_{l_f} \bar{G}_{EJ}^{\bar{\rho}\bar{z}}(\bar{R}, \bar{R}') \cdot \bar{J}_f(\bar{R}') dl' + \int_{l_{p_1}} \bar{G}_{EJ}^{\bar{\rho}\bar{\rho}}(\bar{R}, \bar{R}') \cdot \bar{J}_{p_1}(\bar{R}') dl' + \int_{l_{p_2}} \bar{G}_{EJ}^{\bar{\rho}\bar{\rho}}(\bar{R}, \bar{R}') \cdot \bar{J}_{p_2}(\bar{R}') dl' + \int_{l_{p_3}} \bar{G}_{EJ}^{\bar{\rho}\bar{\rho}}(\bar{R}, \bar{R}') \cdot \bar{J}_{p_3}(\bar{R}') dl' + \int_{l_{p_4}} \bar{G}_{EJ}^{\bar{\rho}\bar{\rho}}(\bar{R}, \bar{R}') \cdot \bar{J}_{p_4}(\bar{R}') dl' \right] = 0 \quad (3.16)$$

$$-j\omega\mu_0 \left[ \int_{l_f} \bar{G}_{EJ}^{\bar{\rho}\bar{z}}(\bar{R}, \bar{R}') \cdot \bar{J}_f(\bar{R}') dl' + \int_{l_{p_1}} \bar{G}_{EJ}^{\bar{\rho}\bar{\rho}}(\bar{R}, \bar{R}') \cdot \bar{J}_{p_1}(\bar{R}') dl' + \int_{l_{p_2}} \bar{G}_{EJ}^{\bar{\rho}\bar{\rho}}(\bar{R}, \bar{R}') \cdot \bar{J}_{p_2}(\bar{R}') dl' + \int_{l_{p_3}} \bar{G}_{EJ}^{\bar{\rho}\bar{\rho}}(\bar{R}, \bar{R}') \cdot \bar{J}_{p_3}(\bar{R}') dl' + \int_{l_{p_4}} \bar{G}_{EJ}^{\bar{\rho}\bar{\rho}}(\bar{R}, \bar{R}') \cdot \bar{J}_{p_4}(\bar{R}') dl' \right] = 0 \quad (3.17)$$

$$-j\omega\mu_0 \left[ \int_{l_f} \bar{G}_{EJ}^{\bar{\rho}\bar{z}}(\bar{R}, \bar{R}') \cdot \bar{J}_f(\bar{R}') dl' + \int_{l_{p_1}} \bar{G}_{EJ}^{\bar{\rho}\bar{\rho}}(\bar{R}, \bar{R}') \cdot \bar{J}_{p_1}(\bar{R}') dl' + \int_{l_{p_2}} \bar{G}_{EJ}^{\bar{\rho}\bar{\rho}}(\bar{R}, \bar{R}') \cdot \bar{J}_{p_2}(\bar{R}') dl' + \int_{l_{p_3}} \bar{G}_{EJ}^{\bar{\rho}\bar{\rho}}(\bar{R}, \bar{R}') \cdot \bar{J}_{p_3}(\bar{R}') dl' + \int_{l_{p_4}} \bar{G}_{EJ}^{\bar{\rho}\bar{\rho}}(\bar{R}, \bar{R}') \cdot \bar{J}_{p_4}(\bar{R}') dl' \right] = 0 \quad (3.18)$$

และ

$$-j\omega\mu_0 \left[ \int_{l_f} \bar{G}_{EJ}^{\bar{\rho}\bar{z}}(\bar{R}, \bar{R}') \cdot \bar{J}_f(\bar{R}') dl' + \int_{l_{p_1}} \bar{G}_{EJ}^{\bar{\rho}\bar{\rho}}(\bar{R}, \bar{R}') \cdot \bar{J}_{p_1}(\bar{R}') dl' + \int_{l_{p_2}} \bar{G}_{EJ}^{\bar{\rho}\bar{\rho}}(\bar{R}, \bar{R}') \cdot \bar{J}_{p_2}(\bar{R}') dl' \right]$$

$$\left. + \int_{l_{p_3}} \overline{\overline{G}}_{EJ}^{\hat{\rho}\hat{\rho}}(\overline{R}, \overline{R}') \cdot \overline{J}_{p_3}(\overline{R}') dl' + \int_{l_{p_4}} \overline{\overline{G}}_{EJ}^{\hat{\rho}\hat{\rho}}(\overline{R}, \overline{R}') \cdot \overline{J}_{p_4}(\overline{R}') dl' \right] = 0 \quad (3.19)$$

โดยที่  $\overline{\overline{G}}_{EJ}(\overline{R}, \overline{R}')$  คือ ฟังก์ชันกรีนไดแอดิกไฟฟ้าที่เกิดจากความหนาแน่นกระแสไฟฟ้าตลอดความยาวของโพรบที่มีอยู่ด้วยกัน 4 พิกัดในระบบทรงกระบอกได้แก่  $\hat{z}\hat{z}$   $\hat{\rho}\hat{z}$   $\hat{\rho}\hat{\rho}$  และ  $\hat{z}\hat{\rho}$  พิกัดตำแหน่ง  $\overline{R}$  และ  $\overline{R}'$  คือตำแหน่งสนามไฟฟ้าและแหล่งกำเนิดที่เป็นกระแสไฟฟ้า ตามลำดับ ซึ่งจะพบว่าจากสมการ (3.16) ถึง (3.19) เป็นระบบสมการเชิงอินทิกรัลของโครงสร้างตัวแบ่งกำลังงาน โดยใช้โพรบเชื่อมต่อร่วมภายในคาวิตีตัวทรงกระบอก

### 3.5 ฟังก์ชันกรีนไดแอดิก

ฟังก์ชันกรีนไดแอดิก (Dyadic Green function) เป็นเทคนิคทางคณิตศาสตร์ที่ใช้ฟังก์ชันขับเป็นฟังก์ชันอิมพัลส์ (Impulse function) หรือไดเรคเดลตา (Dirac delta function) เพื่อหาคำตอบของสมการเชิงอนุพันธ์ย่อย กล่าวได้ว่าฟังก์ชันกรีนไดแอดิกเป็นฟังก์ชันตอบสนองอิมพัลส์ (Impulse response function) หรือฟังก์ชันถ่ายโอน (transfer function) ที่แหล่งกำเนิดเป็นฟังก์ชันอิมพัลส์ ฟังก์ชันกรีนไดแอดิกเป็นเครื่องมือที่ใช้หาสนามแม่เหล็กไฟฟ้าในปัญหาที่แตกต่างกันก็จะมีเงื่อนไขขอบเขตที่ต่างกันทำให้ได้ฟังก์ชันกรีนไดแอดิกที่แตกต่างกันตามขอบเขตเงื่อนไขนั้นๆ เราสามารถที่จะหาสนามแม่เหล็กไฟฟ้า อันเนื่องจากการกระจายรูปแบบใดๆ ได้โดยการอินทิเกรตปริมาตรของแหล่งกำเนิดของผลคูณระหว่างฟังก์ชันกรีนไดแอดิก และการกระจายความหนาแน่นกระแสที่แหล่งกำเนิดนั้นๆ ซึ่งแสดงได้ในหัวข้อ 3.3 ที่ผ่านมา

#### 3.5.1 ชนิดของฟังก์ชันกรีนไดแอดิก

เราสามารถจำแนกฟังก์ชันกรีนไดแอดิกไฟฟ้าซึ่งแบ่งตามเงื่อนไขขอบเขตที่สอดคล้องกับฟังก์ชันได้สองชนิดคือฟังก์ชันกรีนไดแอดิกแบบไฟฟ้าชนิดที่หนึ่ง  $\overline{\overline{G}}_{e1}$  ซึ่งจะสอดคล้องกับเงื่อนไขขอบเขตดิริคเลต์ (Dirichlet boundary condition) นั่นคือ

$$\hat{n} \times \overline{\overline{G}}_{e1}(\overline{R}, \overline{R}') = 0 \quad (3.20)$$

และฟังก์ชันกรีนไดแอดิกแบบไฟฟ้าชนิดที่สอง  $\overline{\overline{G}}_{e2}$  จะต้องรองรับเงื่อนไขขอบเขตนอยมานน์ (Neumann boundary condition) นั่นคือ

$$\hat{n} \times \nabla \times \overline{\overline{G}}_{e2}(\overline{R}, \overline{R}') = 0 \quad (3.21)$$

โดยที่  $\overline{R}$  คือตำแหน่งเวกเตอร์ของจุดสังเกต และ  $\overline{R}'$  คือตำแหน่งเวกเตอร์ของจุดกำเนิดจาก (3.20) จะพบว่าส่วนประกอบของฟังก์ชันกรีนไดแอดิกที่หนึ่งในแนวสัมผัสกับผิวของปัญหามีค่าเป็นศูนย์

และจาก (3.21) ส่วนประกอบของฟังก์ชันกรีนไดโอดิกชนิดที่สองในแนวตั้งฉากกับผิวของปัญหา มีค่าเป็นศูนย์

สำหรับฟังก์ชันกรีนไดโอดิกแบบแม่เหล็กใช้เงื่อนไขขอบเขตดิริคท์และเงื่อนไขขอบเขต นอยมานน์แบ่งฟังก์ชันเป็นสองชนิดเช่นกันกับฟังก์ชันกรีนไดโอดิกแบบไฟฟ้า จะได้

$$\hat{n} \times \bar{\bar{G}}_{m1}(\bar{R}, \bar{R}') = 0 \quad (3.22)$$

และ

$$\hat{n} \times \nabla \times \bar{\bar{G}}_{m2}(\bar{R}, \bar{R}') = 0 \quad (3.23)$$

ตามลำดับ พิจารณาความสัมพันธ์ระหว่าง  $\bar{\bar{G}}_e$  และ  $\bar{\bar{G}}_m$  จากสมการ (ผ.51) ถึง (ผ.54) ซึ่งเป็นความสัมพันธ์กันระหว่างสมการแมกซ์เวลล์ และฟังก์ชันกรีนไดโอดิก สามารถเขียนได้เป็น

$$\nabla \times \bar{\bar{G}}_{e2}(\bar{R}, \bar{R}') = \bar{\bar{G}}_{m1}(\bar{R}, \bar{R}') \quad (3.24)$$

และ

$$\nabla \times \bar{\bar{G}}_{m2}(\bar{R}, \bar{R}') = \bar{I} \delta(\bar{R} - \bar{R}') + k^2 \bar{\bar{G}}_{e1}(\bar{R}, \bar{R}') \quad (3.25)$$

สมการ (3.24) และ (3.25) ถือว่าเป็นความสัมพันธ์ที่สำคัญที่ใช้หา  $\bar{\bar{G}}_{m1}$  เมื่อทราบ  $\bar{\bar{G}}_{e2}$  และ  $\bar{\bar{G}}_{e1}$  เมื่อทราบ  $\bar{\bar{G}}_{m2}$

### 3.5.2 ฟังก์ชันกรีนไดโอดิกบริเวณภายในของท่อนำคลื่นทรงกระบอก

ฟังก์ชันคลื่นเวกเตอร์ที่กล่าวในบทที่ 2 ซึ่งสอดคล้องกับฟังก์ชันเจาะจง (eigen function) หรือฟังก์ชันสเกลาร์ในสมการ (2.38) เมื่อพิจารณาให้คลื่นเดินทางในท่อนำคลื่นในทิศแกน +z เพื่อความสะดวกสามารถจัดรูปของสมการให้อยู่ในรูปที่ง่ายเขียนได้เป็น

$$\psi_{e_{oh}}(\beta_z) = J_m(\beta_h \rho) \begin{cases} \cos(m\phi) \\ \sin(m\phi) \end{cases} e^{-j\beta_z z}; \text{ โหมด TE} \quad (3.26ก)$$

$$\psi_{e_{oe}}(\beta_z) = J_m(\beta_e \rho) \begin{cases} \cos(m\phi) \\ \sin(m\phi) \end{cases} e^{-j\beta_z z}; \text{ โหมด TM} \quad (3.26ข)$$

โดยที่

$$\beta_\rho = \begin{cases} \beta_h & ; \text{ TE} \\ \beta_e & ; \text{ TM} \end{cases}$$

และ

$$\xi = \begin{cases} h & ; \text{TE} \\ e & ; \text{TM} \end{cases}$$

เมื่อกำหนดให้  $\bar{M}_{o\ m\xi}^e$  และ  $\bar{N}_{o\ m\xi}^e$  เป็นฟังก์ชันคลื่นเวกเตอร์นั้นคือ

$$\bar{M}_{o\ mh}^e(\beta_z) = \nabla \times [\psi_{o\ mh}^e(\beta_z)\hat{z}] \quad (3.27ก)$$

$$\bar{N}_{o\ me}^e(\beta_z) = \frac{1}{\beta_{ge}} \nabla \times \nabla \times [\psi_{o\ me}^e(\beta_z)\hat{z}] \quad (3.27ข)$$

ซึ่ง

$$\beta_{ge}^2 = \beta_e^2 + \beta_z^2$$

และ

$$\beta_e = \frac{\chi_{mn}}{a}$$

โดยที่  $\chi_{mn}$  คือรากของฟังก์ชันเบสเซล สมการ (3.27) จะสอดคล้องกับเงื่อนไขขอบเขตดิริคท์ ที่  $\rho = a$  ซึ่งฟังก์ชัน  $\bar{M}_{o\ mh}^e$  จะแสดงถึงสนามไฟฟ้าของคลื่นโหมด TE<sub>mn</sub> ในท่อนำคลื่นทรงกระบอก

และฟังก์ชัน  $\bar{N}_{o\ me}^e$  จะแสดงถึงสนามไฟฟ้าของคลื่นโหมด TM<sub>mn</sub>

และ

$$\bar{M}_{o\ me}^e(\beta_z) = \nabla \times [\psi_{o\ me}^e(\beta_z)\hat{z}] \quad (3.28ก)$$

$$\bar{N}_{o\ mh}^e(\beta_z) = \frac{1}{\beta_{gh}} \nabla \times \nabla \times [\psi_{o\ mh}^e(\beta_z)\hat{z}] \quad (3.28ข)$$

ซึ่ง

$$\beta_{gh}^2 = \beta_h^2 + \beta_z^2$$

และ

$$\beta_h = \frac{\chi'_{mn}}{a}$$

โดยที่  $\chi'_{mn}$  คือรากของอนุพันธ์ของฟังก์ชันเบสเซลสมการ (3.28) จะสอดคล้องกับเงื่อนไขขอบเขต นอยมานน์ ที่  $\rho = a$  ซึ่งฟังก์ชัน  $\bar{M}_{e_{o_{me}}}$  จะแสดงถึงสนามแม่เหล็กของคลื่นโหมด TM<sub>mn</sub> ในท่อนำคลื่นทรงกระบอก และฟังก์ชัน  $\bar{N}_{e_{o_{mh}}}$  จะแสดงถึงสนามแม่เหล็กของคลื่นโหมด TE<sub>mn</sub>

ดังนั้นสามารถเขียนฟังก์ชันคลื่นเวกเตอร์ในสมการ (3.27) และ (3.28) ในรูปทั่วไปได้ดังนี้

$$\bar{M}_{e_{o_{m\xi}}}(\beta_z) = \nabla \times [\psi_{e_{o_{m\xi}}}(\beta_z) \hat{z}] \quad (3.29ก)$$

$$\bar{N}_{e_{o_{m\xi}}}(\beta_z) = \frac{1}{\beta_{g\xi}} \nabla \times \nabla \times [\psi_{e_{o_{m\xi}}}(\beta_z) \hat{z}] \quad (3.29ข)$$

ก่อนอื่นเราจะหา  $\bar{G}_{m2}(\bar{R}, \bar{R}')$  เนื่องจากเป็นฟังก์ชันไดโอดิกโซลินอยด์ (solenoidal dyadic function) นั่นคือ

$$\nabla \cdot \bar{G}_{m2}(\bar{R}, \bar{R}') = 0$$

จากนั้นใช้ความสัมพันธ์ระหว่างฟังก์ชันกรีนไดโอดิกเพื่อหาฟังก์ชันที่เหลือ นั่นคือ  $\bar{G}_{e1}$ ,  $\bar{G}_{e2}$  และ  $\bar{G}_{m1}$  เราจะประยุกต์ใช้วิธีการ Ohm-Rayleigh [พ.52] เพื่อหาฟังก์ชันกรีนไดโอดิกแบบแม่เหล็กชนิดที่สอง สำหรับท่อนำคลื่นทรงกระบอกซึ่งจะสอดคล้องกับสมการ

$$\nabla \times \nabla \times \bar{G}_{m2}(\bar{R}, \bar{R}') - \beta^2 \bar{G}_{m2}(\bar{R}, \bar{R}') = \nabla \times [\bar{I} \delta(\bar{R} - \bar{R}')] \quad (3.30)$$

โดยที่  $0 \leq \rho \leq a$ ;  $0 \leq \phi \leq 2\pi$ ;  $-\infty \leq z \leq \infty$  และเงื่อนไขขอบเขตนอยมานน์

$$\hat{n} \times \nabla \times \bar{G}_{m2}(\bar{R}, \bar{R}') = 0 \quad (3.31)$$

ที่ตำแหน่ง  $\rho = 0, a$  และ  $\phi = 0, 2\pi$  ซึ่ง  $\beta = \omega \sqrt{\mu \epsilon}$

จากวิธีการของ Ohm-Rayleigh ก่อนอื่นเราจะต้องหาฟังก์ชันเงาเงาสำหรับแหล่งกำเนิด  $\nabla \times [\bar{I} \delta(\bar{R} - \bar{R}')] โดยฟังก์ชันคลื่นเวกเตอร์โซลินอยด์ (solenoidal vector wave function) ที่กล่าวถึงในก่อนหน้านี้นี้ ฟังก์ชันที่เหมาะสมคือ  $\bar{M}_{e_{o_{me}}}(\beta_z)$  และ  $\bar{N}_{e_{o_{mh}}}(\beta_z)$  เนื่องจากเป็นไปตามเงื่อนไขขอบเขตในสมการ (3.31) ดังนั้นเราจะได้$

$$\nabla \times [\bar{I} \delta(\bar{R} - \bar{R}')] = \int_{-\infty}^{\infty} d\beta_z \sum_{m=0}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} [\bar{N}_{e_{o_{mh}}}(\beta_z) \bar{A}_{e_{o_{mh}}}(\beta_z) + \bar{M}_{e_{o_{me}}}(\beta_z) \bar{B}_{e_{o_{me}}}(\beta_z)] \quad (3.32)$$

โดยที่  $n$  เป็นจำนวนเต็มบวกซึ่งจะมีค่าตาม  $TE_{mn}$  สำหรับ  $\beta_h$  และ  $TM_{mn}$  สำหรับ  $\beta_e$  ส่วน  $\bar{A}_{e_{oh}}(\beta_z)$  และ  $\bar{B}_{e_{ome}}(\beta_z)$  เป็นสัมประสิทธิ์เวกเตอร์ (vector coefficient) ที่ต้องหาค่าซึ่งทำได้โดยการอินทิเกรตตลอดปริมาตรในสมการ (3.32) จากนั้นคูณเชิงสเกลาร์ข้างหน้าของสมการด้วย  $\bar{N}_{emh}(-\beta'_z)$  และ  $\bar{N}_{omh}(-\beta'_z)$ ,  $\bar{M}_{eme}(-\beta'_z)$  และ  $\bar{M}_{ome}(-\beta'_z)$  และอาศัยความสัมพันธ์ตั้งฉาก (orthogonal relation) ของ ฟังก์ชันคลื่นเวกเตอร์สำหรับท่อนำคลื่นทรงกระบอก ดังนั้นสามารถเขียนได้เป็น

$$\begin{aligned}\bar{A}_{e_{oh}}(\beta_z) &= \frac{2-\delta_0}{4\pi^2\beta_h^2 I_h} \nabla' \times \bar{N}'_{e_{oh}}(-\beta_z) \\ &= \frac{(2-\delta_0)\beta_{gh}}{4\pi^2\beta_h^2 I_h} \bar{M}'_{e_{oh}}(-\beta_z)\end{aligned}\quad (3.33)$$

และ

$$\begin{aligned}\bar{B}_{e_{ome}}(\beta_z) &= \frac{2-\delta_0}{4\pi^2\beta_e^2 I_e} \nabla' \times \bar{M}'_{e_{ome}}(-\beta_z) \\ &= \frac{(2-\delta_0)\beta_{ge}}{4\pi^2\beta_e^2 I_e} \bar{N}'_{e_{ome}}(-\beta_z)\end{aligned}\quad (3.34)$$

เครื่องหมายไพรม์ ( ' ) ในสมการ (3.33) และ (3.34) จะแสดงถึงฟังก์ชันของแหล่งกำเนิด  $\bar{R}'$  และตัวประกอบบอร์เนลไลซ์  $I_h$  และ  $I_e$  เท่ากับ

$$I_h = \frac{1}{2\beta_h^2} (\beta_h^2 \rho^2 - m^2) [J_m(\beta_h \rho)]^2 \quad (3.35)$$

$$I_e = \frac{1}{2\beta_e^2} \left[ \frac{\rho \partial J_m(\beta_e \rho)}{\partial \rho} \right]^2 \quad (3.36)$$

ดังนั้นเราจะสามารถแสดงการกระจายฟังก์ชันเงา  $\nabla \times [\bar{I} \delta(\bar{R} - \bar{R}')]$  ได้ดังนี้

$$\begin{aligned}\nabla \times [\bar{I} \delta(\bar{R} - \bar{R}')] &= \int_{-\infty}^{\infty} d\beta_z \sum_{m=0}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(2-\delta_0)}{4\pi^2} \left[ \frac{\beta_{gh}}{\beta_h^2 I_h} \bar{N}'_{e_{oh}}(\beta_z) \bar{M}'_{e_{oh}}(-\beta_z) \right. \\ &\quad \left. + \frac{\beta_{ge}}{\beta_e^2 I_e} \bar{M}'_{e_{ome}}(\beta_z) \bar{N}'_{e_{ome}}(-\beta_z) \right] \quad (3.37)\end{aligned}$$

เพื่อที่จะหา  $\bar{G}_{m_2}(\bar{R}, \bar{R}')$  เราจะให้

$$\begin{aligned} \bar{G}_{m_2}(\bar{R}, \bar{R}') = \int_{-\infty}^{\infty} d\beta_z \sum_{m=0}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(2-\delta_0)}{4\pi^2} \left[ a(\beta_z) \frac{\beta_{gh}}{\beta_h^2 I_h} \bar{N}_{o_{mh}}(\beta_z) \bar{M}'_{o_{mh}}(-\beta_z) \right. \\ \left. + b(\beta_z) \frac{\beta_{ge}}{\beta_e^2 I_e} \bar{M}_{o_{me}}(\beta_z) \bar{N}'_{o_{me}}(-\beta_z) \right] \end{aligned} \quad (3.38)$$

เราสามารถหาสัมประสิทธิ์  $a(\beta_z)$  และ  $b(\beta_z)$  ได้โดยแทนสมการ (3.37) และ (3.38) ลงใน สมการ (3.30) จะได้

$$a(\beta_z) = \frac{1}{\beta_{gh}^2 - \beta^2} \quad (3.39)$$

$$b(\beta_z) = \frac{1}{\beta_{ge}^2 - \beta^2} \quad (3.40)$$

ดังนั้นเราจะได้ฟังก์ชันเงาของ  $\bar{G}_{m_2}(\bar{R}, \bar{R}')$  คือ

$$\begin{aligned} \bar{G}_{m_2}(\bar{R}, \bar{R}') = \int_{-\infty}^{\infty} d\beta_z \sum_{m=0}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(2-\delta_0)}{4\pi^2} \left[ \frac{\beta_{gh}}{\beta_h^2 I_h (\beta_{gh}^2 - \beta^2)} \bar{N}_{o_{mh}}(\beta_z) \bar{M}'_{o_{mh}}(-\beta_z) \right. \\ \left. + \frac{\beta_{ge}}{\beta_e^2 I_e (\beta_{ge}^2 - \beta^2)} \bar{M}_{o_{me}}(\beta_z) \bar{N}'_{o_{me}}(-\beta_z) \right] \end{aligned} \quad (3.41)$$

การอินทิเกรตฟูรีเยร์ (Fourier integration) ในสมการ (3.41) ใช้วิธีการอินทิเกรตแบบคอนทัวร์ (contour integration) โดยที่โพลของตัวอินทิเกรตคือ

$$\beta_g = \pm \sqrt{\beta^2 - \beta_h^2} = \pm \beta_{gh} \quad \text{สำหรับโหมด TE} \quad (3.42ก)$$

และ

$$\beta_g = \pm \sqrt{\beta^2 - \beta_e^2} = \pm \beta_{ge} \quad \text{สำหรับโหมด TM} \quad (3.42ข)$$

ซึ่ง  $\beta_{gh}$  และ  $\beta_{ge}$  คือเลขคลื่น (Wave number) ของโหมด TE และ TM ตามลำดับ สุดท้ายเราจะได้ฟังก์ชันกรีนไดโอดิกแบบแม่เหล็กชนิดที่สองสำหรับท่อคลื่นทรงกระบอก ดังสมการ

$$\bar{G}_{m_2}^{\pm}(\bar{R}, \bar{R}') = \sum_{m=0}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} \left[ C_h \bar{N}_{o_{mh}}(\pm \beta_{gh}) \bar{M}'_{o_{mh}}(\mp \beta_{gh}) + C_e \bar{M}_{o_{me}}(\pm \beta_{ge}) \bar{N}'_{o_{me}}(\mp \beta_{ge}) \right]; \quad z \begin{matrix} > \\ < \end{matrix} z' \quad (3.43)$$

ซึ่ง

$$C_h = \frac{-j(2 - \delta_0)}{4\pi\beta_h^2 I_h \beta_{yh}} \quad (3.44ก)$$

และ

$$C_c = \frac{-j(2 - \delta_0)}{4\pi\beta_c^2 I_c \beta_{gc}} \quad (3.44ข)$$

พจน์แรกของสมการ (3.43) สำหรับ  $z > z'$  และพจน์หลังสำหรับ  $z < z'$  เนื่องจากสมการ (3.43) จะไม่มีความต่อเนื่อง สำหรับฟังก์ชันกรีนไดโอดิกแบบแม่เหล็กจาก

$$\hat{n} \times (\bar{\bar{G}}_m^+ - \bar{\bar{G}}_m^-) = \bar{\bar{I}}_s \delta(\bar{R} - \bar{R}') \quad (3.45)$$

เมื่อ  $\bar{\bar{I}}_s$  คือตัวประกอบไอเดมสองมิติซึ่งนิยามโดย

$$\bar{\bar{I}}_s = \bar{\bar{I}} - \hat{n}\hat{n} \quad ; \hat{n} = \hat{z}$$

เราจะได้ว่า

$$\hat{z} \times (\bar{\bar{G}}_{m_2}^+ - \bar{\bar{G}}_{m_2}^-) = \frac{1}{\rho} (\bar{\bar{I}} - \hat{z}\hat{z}) \delta(\rho - \rho') \delta(\phi - \phi') \quad (3.46)$$

โดยที่  $\bar{\bar{G}}_{m_2}^+$  สำหรับ  $z > z'$  และ  $\bar{\bar{G}}_{m_2}^-$  สำหรับ  $z < z'$  เราจะหา  $\bar{\bar{G}}_{e_1}(\bar{R}, \bar{R}')$  ได้จากความสัมพันธ์

$$\nabla \times \bar{\bar{G}}_{m_2}(\bar{R}, \bar{R}') = \bar{\bar{I}} \delta(\bar{R} - \bar{R}') + \beta^2 \bar{\bar{G}}_{e_1}(\bar{R}, \bar{R}') \quad (3.47)$$

เนื่องจาก  $\bar{\bar{G}}_{m_2}(\bar{R}, \bar{R}')$  มีความไม่ต่อเนื่องที่  $z = z'$  เราจะเขียนได้เป็น

$$\bar{\bar{G}}_{m_2}(\bar{R}, \bar{R}') = \bar{\bar{G}}_{m_2}^+(\bar{R}, \bar{R}') U(z - z') + \bar{\bar{G}}_{m_2}^-(\bar{R}, \bar{R}') U(z' - z) \quad (3.48)$$

ซึ่งเราจะนิยามฟังก์ชันขั้นหนึ่งหน่วย (Unit step function) ดังนี้

$$U(z - z') = \begin{cases} 1 & ; z > z' \\ 0 & ; z < z' \end{cases} \quad (3.49ก)$$

$$U(z' - z) = \begin{cases} 1 & ; z < z' \\ 0 & ; z > z' \end{cases} \quad (3.49ข)$$

เราจะได้ว่า

$$\begin{aligned} \nabla \times \bar{\bar{G}}_{m_2}(\bar{R}, \bar{R}') &= \left[ \nabla \times \bar{\bar{G}}_{m_2}^+(\bar{R}, \bar{R}') \right] U(z - z') + \nabla U(z - z') \times \bar{\bar{G}}_{m_2}^+(\bar{R}, \bar{R}') \\ &+ \left[ \nabla \times \bar{\bar{G}}_{m_2}^-(\bar{R}, \bar{R}') \right] U(z' - z) + \nabla U(z' - z) \times \bar{\bar{G}}_{m_2}^-(\bar{R}, \bar{R}') \end{aligned} \quad (3.50)$$

โดยอาศัย  $\nabla \times (\bar{B}a) = [(\nabla \times \bar{B})a] + [(\nabla a) \times \bar{B}]$  และจาก

$$\nabla U(z - z') = \hat{z}\delta(z - z') \quad (3.51ก)$$

$$\nabla U(z' - z) = -\hat{z}\delta(z - z') \quad (3.51ข)$$

ดังนั้น

$$\nabla \times \bar{G}_{m_2} = \left[ \nabla \times \bar{G}_{m_2}^+ \right] U(z - z') + \left[ \nabla \times \bar{G}_{m_2}^- \right] U(z' - z) + \hat{z}\delta(z - z') \times \left[ \bar{G}_{m_2}^+ - \bar{G}_{m_2}^- \right] \quad (3.52)$$

พิจารณาสมการ (3.46) เราสามารถเขียน สมการใหม่ได้ ดังนี้

$$\begin{aligned} \nabla \times \bar{G}_{m_2} &= \left[ \nabla \times \bar{G}_{m_2}^+ \right] U(z - z') + \left[ \nabla \times \bar{G}_{m_2}^- \right] U(z' - z) \\ &\quad + \frac{1}{\rho} (\bar{I} - \hat{z}\hat{z}) \delta(\rho - \rho') \delta(\phi - \phi') \delta(z - z') \end{aligned} \quad (3.53)$$

เนื่องจาก  $\frac{1}{\rho} \delta(\rho - \rho') \delta(\phi - \phi') \delta(z - z') = \delta(\bar{R} - \bar{R}')$  ในระบบพิกัดทรงกระบอก และอาศัย ความสัมพันธ์

$$\nabla \times \bar{N}_{e_{mh}} (\pm \beta_z) = \beta \bar{M}_{e_{mh}} (\pm \beta_z) \quad (3.54)$$

$$\nabla \times \bar{M}_{e_{me}} (\pm \beta_z) = \beta \bar{N}_{e_{me}} (\pm \beta_z) \quad (3.55)$$

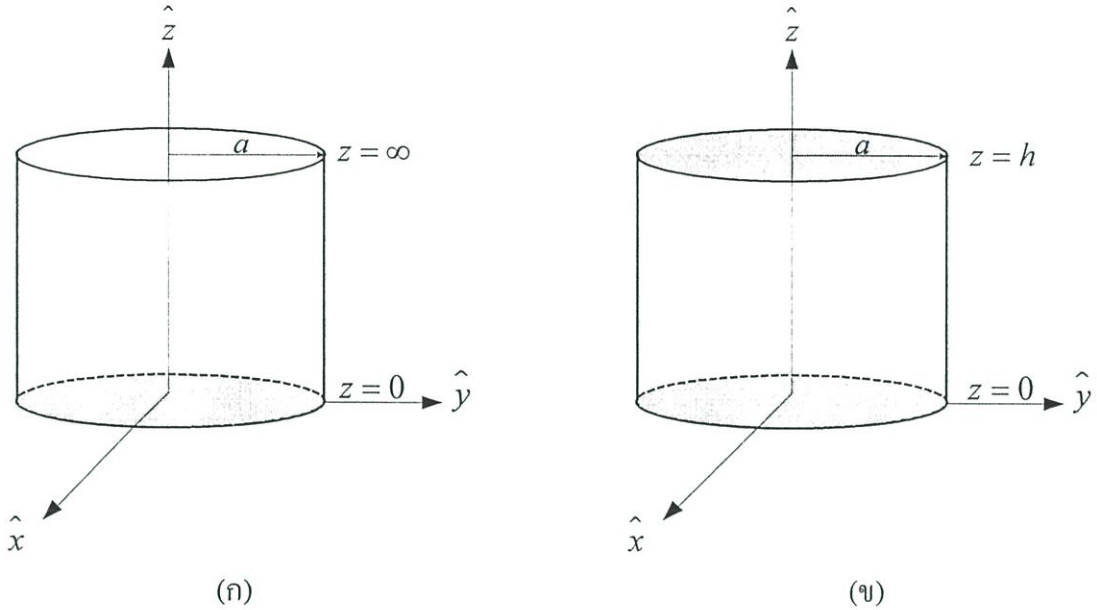
สุดท้ายเราจะได้ฟังก์ชันกรีนไดโอดิกแบบไฟฟ้าชนิดที่หนึ่งสำหรับท่อนำคลื่นทรงกระบอก ดังนี้

$$\begin{aligned} \bar{G}_{e_1}(\bar{R}, \bar{R}') &= \frac{-1}{\beta^2} \hat{z}\hat{z} \delta(\bar{R} - \bar{R}') \\ &\quad + \sum_{m=0}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} \left[ C_h \bar{M}_{e_{mh}} (\pm \beta_{gh}) \bar{M}'_{e_{mh}} (\mp \beta_{gh}) + C_e \bar{N}_{e_{me}} (\pm \beta_{ge}) \bar{N}'_{e_{me}} (\mp \beta_{ge}) \right]; z > z' \\ &\quad \left[ C_h \bar{M}_{e_{mh}} (\pm \beta_{gh}) \bar{M}'_{e_{mh}} (\mp \beta_{gh}) + C_e \bar{N}_{e_{me}} (\pm \beta_{ge}) \bar{N}'_{e_{me}} (\mp \beta_{ge}) \right]; z < z' \end{aligned} \quad (3.56)$$

### 3.5.3 ฟังก์ชันกรีนไดโอดิกบริเวณภายในควาวิตีตัวนำทรงกระบอก

ฟังก์ชันของกรีนไดโอดิกสำหรับควาวิตีตัวนำทรงกระบอก สามารถพิสูจน์ได้จากฟังก์ชันกรีนไดโอดิกสำหรับท่อนำคลื่นทรงกระบอกที่มีหน้าตัดเหมือนกัน และจากนั้นประยุกต์ใช้หลักการทับซ้อนกระจัดกระจาย (Superposition) ในขั้นตอนแรกกำหนดให้ความยาวของท่อนำคลื่นเท่ากับกึ่งอนันต์ (semi-infinite waveguide)  $0 \leq z \leq \infty$  โดยท่อนำคลื่นถูกปิดด้วยแผ่นตัวนำสมบูรณ์ที่

$z=0$  ดังแสดงในรูปที่ 3.6ก) จากฟังก์ชันกรีนไดโอดิกแบบไฟฟ้าชนิดที่หนึ่ง  $\bar{G}_{e1}$  จะได้ฟังก์ชันสำหรับโครงสร้างท่อนำคลื่นกึ่งอนันต์ดังสมการ (3.57)



รูปที่ 3.6 (ก) ท่อนำคลื่นตัวนำทรงกระบอกที่มีความยาวกึ่งอนันต์ (ข) คลาวิตีตัวนำทรงกระบอกที่มีความยาวจำกัด

$$\bar{G}_{E1}(\bar{R}, \bar{R}') = \frac{-1}{\beta^2} \hat{z} \hat{z} \delta(\bar{R} - \bar{R}') + \sum_{m=0}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} (2j) \begin{cases} C_h \bar{M}_h(\beta_{gh}) \bar{M}'_{ho}(z') - jC_e \bar{N}_e(\beta_{ge}) \bar{N}'_{ee}(z') & ; z > z' \\ C_h \bar{M}_{ho}(z) \bar{M}'_h(\beta_{gh}) - jC_e \bar{N}_{ee}(z) \bar{N}'_e(\beta_{ge}) & ; z < z' \end{cases} \quad (3.57)$$

โดยที่

$$\bar{M}_h(\beta_{gh}) = \bar{M}_{\epsilon_{mh}}(\beta_{gh}) \quad (3.58ก)$$

$$\bar{N}_e(\beta_{ge}) = \bar{N}_{\epsilon_{me}}(\beta_{ge}) \quad (3.58ข)$$

และ

$$\bar{M}_{ho}(z) = \bar{M}_{\epsilon_{mho}}(z) = \nabla \times \left[ J_m(\beta_h \rho) \begin{Bmatrix} \cos \\ \sin \end{Bmatrix} (m\phi) \right] \sin(\beta_{gh} z) \hat{z} \quad (3.59ก)$$

$$\bar{N}_{ee}(z) = \bar{N}_{\epsilon_{mee}}(z) = \frac{1}{\beta} \nabla \times \nabla \times \left[ J_m(\beta_e \rho) \begin{Bmatrix} \cos \\ \sin \end{Bmatrix} (m\phi) \right] \cos(\beta_{ge} z) \hat{z} \quad (3.59ข)$$

จากฟังก์ชันของกรีนไดโอดิกสำหรับท่อนำคลื่นที่ยาวเท่ากับกึ่งอนันต์ซึ่งแสดงในสมการ (3.57) ขั้นตอนต่อไปโดยจะใช้วิธีการทับซ้อนการจัดกระจายประยุกต์ใช้อีกครั้ง สำหรับคลาวิตีตัวนำทรง

กระบอกที่มีความยาวเท่ากับ  $h$  ซึ่งจะถูกปิดด้วยแผ่นตัวนำสมบูรณ์ที่ตำแหน่ง  $z = h$  ดังแสดงในรูปที่ 3.5) เราจะได้ฟังก์ชันกรีนไดโอดิกแบบไฟฟ้าชนิดที่หนึ่งสำหรับควาวิตัตัวนำทรงกระบอก ดังนี้

$$\begin{aligned} \bar{G}_{EJ}(\bar{R}, \bar{R}') &= \frac{-1}{\beta^2} \hat{z}\hat{z}\delta(\bar{R} - \bar{R}') \\ &+ \sum_{m=0}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} \begin{cases} \frac{C_h}{\sin(\beta_{gh}h)} [\bar{M}_{ho}(h-z)\bar{M}'_{ho}(z')] - \frac{C_e}{\sin(\beta_{ge}c)} [\bar{N}_{ee}(h-z)\bar{N}'_{ee}(z')] & ; z > z' \\ \frac{C_h}{\sin(\beta_{gh}h)} [\bar{M}_{ho}(z)\bar{M}'_{ho}(h-z')] - \frac{C_e}{\sin(\beta_{ge}h)} [\bar{N}_{ee}(z)\bar{N}'_{ee}(h-z')] & ; z < z' \end{cases} \end{aligned} \quad (3.60)$$

โดยที่

$$\bar{M}_{ho}(h-z) = \nabla \times \left[ J_m(\beta_h \rho) \begin{Bmatrix} \cos \\ \sin \end{Bmatrix} (m\phi) \right] \sin \beta_{gh}(h-z) \hat{z} \quad (3.61ก)$$

$$\bar{N}_{ee}(h-z) = \frac{1}{\beta} \nabla \times \nabla \times \left[ J_m(\beta_e \rho) \begin{Bmatrix} \cos \\ \sin \end{Bmatrix} (m\phi) \right] \cos \beta_{ge}(h-z) \hat{z} \quad (3.61ข)$$

สมการฟังก์ชันกรีนไดโอดิกของควาวิตัดังแสดงในสมการ (3.60) เมื่อพิจารณาฟังก์ชันคลื่นเวกเตอร์ที่มีเครื่องหมายไพร์มจะเป็นฟังก์ชันกระตุ้น (Excitation function) และฟังก์ชันคลื่นเวกเตอร์ที่ไม่มีเครื่องหมายไพร์มจะแสดงเป็นฟังก์ชันสนาม (Field function) ซึ่งจะได้ว่าฟังก์ชันคลื่นเวกเตอร์  $\bar{M}_{ho}$  และ  $\bar{N}_{ee}$  ใช้อธิบายสนามไฟฟ้าในโหมด  $TE$  และ  $TM$  ตามลำดับ สำหรับสนามแม่เหล็กจะใช้  $\bar{N}_{ho}$  และ  $\bar{M}_{ee}$  ใช้อธิบายโหมด  $TE$  และ  $TM$  ตามลำดับ

จากสมการสนามไฟฟ้าเชิงอินทิกรัล (3.15) ถึง (3.19) ซึ่งได้แสดงถึงฟังก์ชันกรีนไดโอดิกชนิดไฟฟ้า  $\bar{G}_{EJ}(\bar{R}, \bar{R}')$  มีด้วยกัน 4 องค์ประกอบ  $\hat{z}\hat{z}$ ,  $\hat{\rho}\hat{z}$ ,  $\hat{\rho}\hat{\rho}$  และ  $\hat{z}\hat{\rho}$  ตามพิภคทรงกระบอกซึ่งสามารถพิสูจน์ได้จากสมการ (3.60) ได้ตามลำดับดังนี้

$$\begin{aligned} \bar{G}_{EJ}^{\hat{z}\hat{z}}(\bar{R}, \bar{R}') &= -\frac{1}{\beta^2} \hat{z}\hat{z}\delta(\bar{R} - \bar{R}') - \sum_{m,n} (2j) \frac{c_h \beta_h^4}{\sin(\beta_{gh}c)} J_n(k_h r) J_m(\beta_h \rho') \cos m(\phi - \phi') \\ &\begin{cases} \cos \beta_{gh}(h-z) \cos(\beta_{gh}z') \hat{z}\hat{z}, z > z' \\ \cos(\beta_{gh}z) \cos \beta_{gh}(h-z') \hat{z}\hat{z}, z < z' \end{cases} \end{aligned} \quad (3.62)$$

$$\bar{G}_{EJ}^{\hat{\rho}\hat{z}}(\bar{R}, \bar{R}') = \sum_{m=0}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} (-2j) \frac{c_h \beta_h^2 \beta_{gh}}{\beta \sin(\beta_{gh}c)} \frac{\partial}{\partial \rho} J_m(\beta_h \rho) J_m(\beta_h \rho') \cos m(\phi - \phi')$$

$$\begin{cases} \sin \beta_{gh} (h-z) \cos(\beta_{gh} z') \hat{\rho} \hat{z}, z > z' \\ \sin(\beta_{gh} z) \cos \beta_{gh} (h-z') \hat{\rho} \hat{z}, z < z' \end{cases} \quad (3.63)$$

$$\overline{G}_{EJ}^{\hat{\rho}\hat{z}}(\bar{R}, \bar{R}') = \sum_{m=0}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} (2j) \frac{m^2 c_e}{\rho \rho' \sin(\beta_{ge} h)} J_m(\beta_e \rho) J_m(\beta_e \rho') \cos m(\phi - \phi')$$

$$\begin{cases} \sin \beta_{ge} (h-z) \sin(\beta_{ge} z') \hat{\rho} \hat{\rho}, z > z' \\ \sin(\beta_{ge} z) \sin \beta_{ge} (h-z') \hat{\rho} \hat{\rho}, z < z' \end{cases}$$

$$+ \sum_{m=0}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} (2j) \frac{c_h \beta_{gh}^2}{\beta^2 \sin(\beta_{gh} h)} \frac{\partial}{\partial \rho} J_m(\beta_h \rho) \frac{\partial}{\partial \rho'} J_m(\beta_h \rho') \cos m(\phi - \phi')$$

$$\begin{cases} \sin \beta_{gh} (h-z) \sin(\beta_{gh} z') \hat{\rho} \hat{\rho}, z > z' \\ \sin(\beta_{gh} z) \sin \beta_{gh} (h-z') \hat{\rho} \hat{\rho}, z < z' \end{cases} \quad (3.64)$$

$$\overline{G}_{EJ}^{\hat{z}\hat{\rho}}(\bar{R}, \bar{R}') = \sum_{m=0}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} (-2j) \frac{c_h \beta_h^2 \beta_{gh}}{\beta^2 \sin(\beta_{gh} h)} J_m(\beta_h \rho) \frac{\partial}{\partial \rho'} J_m(\beta_h \rho') \cos m(\phi - \phi')$$

$$\begin{cases} -\cos \beta_{gh} (h-z) \cos(\beta_{gh} z') \hat{z} \hat{\rho}, z > z' \\ \cos(\beta_{gh} z) \cos \beta_{gh} (h-z') \hat{z} \hat{\rho}, z < z' \end{cases} \quad (3.65)$$

### 3.6 สรุป

ในบทนี้ได้แสดงลักษณะทางกายภาพของโครงสร้างตัวแบ่งกำลังงาน จากนั้นประยุกต์ใช้หลักการสนามสมมูลเพื่อให้ได้รูปแบบจำลองสมมูลของตัวแบ่งกำลังงาน ซึ่งจะใช้ในการสร้างสมการสนามไฟฟ้าเชิงอินทิกรัล และเงื่อนไขขอบเขตสนามไฟฟ้ารวมในแนวสัมผัสพื้นผิวโพรบทั้งหมดที่อยู่ภายในควิตีตัวนำทรงกระบอกเท่ากับศูนย์ เราสามารถหาผลเฉลยความเข้มสนามไฟฟ้าได้โดยการอินทิเกรตปริมาตรผลคูณของความหนาแน่นกระแสไฟฟ้าที่สมมติขึ้นกระจายตลอดความยาวของโพรบกับฟังก์ชันกรีนไดเอดิก

สำหรับการพิสูจน์ฟังก์ชันกรีนไดเอดิกแบบไฟฟ้าของควิตีตัวนำทรงกระบอก เริ่มจากการคลี่สเกลาร์หรือที่เรียกว่าฟังก์ชันกำเนิดของโครงสร้างท่อนำคลื่นทรงกระบอก การพิสูจน์หาฟังก์ชันกรีนไดเอดิกแบบแม่เหล็กชนิดที่สองเพื่อนำไปสู่การพิสูจน์หาฟังก์ชันไดเอดิกแบบไฟฟ้าชนิดที่หนึ่งสำหรับท่อนำคลื่นทรงกระบอกโดยใช้ความสัมพันธ์ระหว่างฟังก์ชันกรีนไดเอดิก จากนั้นประยุกต์ใช้หลักการทับซ้อนกระจายซึ่งจะได้ฟังก์ชันกรีนไดเอดิกแบบไฟฟ้าชนิดที่หนึ่งสำหรับควิตีตัวนำทรงกระบอก สำหรับองค์ประกอบของฟังก์ชันกรีนไดเอดิกตามพิกัดทรงกระบอกจะเป็นความสัมพันธ์ของแหล่งกำเนิดและสนามไฟฟ้าที่เกิดขึ้นภายในควิตีตัวนำทรงกระบอก

## การวิเคราะห์การกระจายกระแส อิมพีแดนซ์ด้านเข้า ด้วยวิธีโมเมนต์ และการเชื่อมต่อกำลังงาน

### 4.1 บทนำ

ในบทนี้ได้กล่าวถึงการแก้ปัญหาสมการเชิงเส้นของสมการสนามไฟฟ้าเชิงอินทิกรัลของ โครงสร้างตัวแบ่งกำลังงาน โดยใช้โพรบเชื่อมต่อร่วมภายในคาวิตีตัวนำทรงกระบอก เพื่อหาค่าสัมประสิทธิ์ที่ไม่ทราบค่าด้วยวิธีโมเมนต์โดยพิจารณาฟังก์ชันฐานและฟังก์ชันถ่วงน้ำหนักที่เป็นชนิดแบบแบ่งเป็นขอบเขตย่อย และแบบกระจายโดยตลอดครอบคลุมบริเวณที่พิจารณา สำหรับการกระจายความหนาแน่นกระแสไฟฟ้าของโครงสร้างปัญหา จากวิธีโมเมนต์เมื่อหาค่าสัมประสิทธิ์ของกระแสจึงนำไปสู่การหาอิมพีแดนซ์ด้านเข้าของโพรบกระตุ้นและโพรบตัวแบ่งกำลังงานของตัวแบ่งกำลังงาน สำหรับการทำนายการเชื่อมต่อกำลังงานร่วมหรือสัมประสิทธิ์การส่งผ่าน โดยพิจารณาเมตริกซ์เอสสำหรับวงจร 2 พอร์ตที่สามารถหาผลเฉลยของการเชื่อมต่อกำลังงานร่วมด้วยค่าอิมพีแดนซ์ด้านเข้า

### 4.2 วิธีโมเมนต์

ในหัวข้อนี้จะกล่าวถึงกระบวนการสำหรับการแก้ปัญหาสมการที่เป็นเชิงเส้น ซึ่งนำมาประยุกต์ใช้หาค่าสัมประสิทธิ์ที่ไม่ทราบค่าในสมการสนามไฟฟ้าเชิงอินทิกรัลที่กล่าวไว้ในบทที่ 3 เราเรียกกระบวนการนี้ว่าวิธีเมตริกซ์ (Matrix Method) เนื่องจากวิธีการนี้จะลดรูปของสมการเดิมให้อยู่ในรูปของระบบสมการเมตริกซ์ และเราเรียกวิธีทางคณิตศาสตร์เพื่อให้ได้มาซึ่งระบบสมการเมตริกซ์นี้ว่า วิธีโมเมนต์ (Method of Moments: MOM) [10] สำหรับการวิเคราะห์ปัญหาเพื่อแก้สมการเชิงเส้นโดยใช้วิธีโมเมนต์พิจารณาสมการดังต่อไปนี้

$$L(f) = g \quad (4.1)$$

เมื่อ

$L$  คือ ตัวดำเนินการเชิงเส้น (linear operator)

$g$  คือ ฟังก์ชันกระตุ้นหรือแหล่งกำเนิด (excitation function or source) ซึ่งเป็นฟังก์ชันที่ทราบค่า

$f$  คือ ผลตอบสนอง (response) หรือสนาม (field) ซึ่งเป็นฟังก์ชันไม่ทราบค่าที่ต้องการหา

ให้  $f$  ซึ่งแสดงด้วยอนุกรมของฟังก์ชัน  $f_1, f_2, f_3, \dots, f_n$  ในโดเมนของ  $L$  นั่นคือ

$$f = \sum_{n=1}^N \alpha_n f_n \quad ; n = 1, 2, 3, \dots, N \quad (4.2)$$

โดยที่กำหนดให้

$\alpha_n$  คือ ค่าสัมประสิทธิ์คงที่ที่ไม่ทราบค่า (unknown coefficient)

$f_n$  คือ ฟังก์ชันการกระจาย (expansion function) หรือ ฟังก์ชันฐาน (basis function)

ในสมการ (4.2) สำหรับผลเฉลยที่ตรง (exact solution) จะได้จากผลรวมของอนุกรมจำนวนพจน์เป็นอนันต์ โดยทั่วไปจำนวนพจน์ของอนุกรมจะเป็นจำนวนจำกัดค่าหนึ่งเท่านั้นและผลรวมที่ได้เราจะเรียกว่าผลเฉลยประมาณ (approximate solution) โดยการแทนสมการ (4.2) ลงในสมการ (4.1) และใช้ความเป็นเชิงเส้นของ  $L$  จะได้ว่า

$$\sum_n \alpha_n L(f_n) = g \quad (4.3)$$

โดยที่การคูณภายใน (inner product) ที่เหมาะสมกับเงื่อนไขของปัญหา  $\langle f, g \rangle$  มีค่าจริง [n] เรา นิยามฟังก์ชันถ่วงน้ำหนัก (weighting function) หรือ ฟังก์ชันทดสอบ (testing function)  $w_1, w_2, w_3, \dots, w_M$  ซึ่งอยู่ในช่วงของ  $L$  และคูณภายในของสมการ (4.3) ด้วยแต่ละ  $w_m$  แสดงได้ดังนี้

$$\sum_n \alpha_n \langle w_m, Lf_n \rangle = \langle w_m, g \rangle \quad (4.4)$$

ซึ่ง  $m = 1, 2, 3, \dots, M$  และชุดของสมการเหล่านี้สามารถเขียนให้อยู่ในรูปของเมตริกซ์ได้เป็น

$$[l_{mn}][\alpha_n] = [g_m] \quad (4.5)$$

โดยที่

$$[l_{mn}] = \begin{bmatrix} \langle w_1, Lf_1 \rangle & \langle w_1, Lf_2 \rangle & \cdots & \langle w_1, Lf_N \rangle \\ \langle w_2, Lf_1 \rangle & \langle w_2, Lf_2 \rangle & \cdots & \langle w_2, Lf_N \rangle \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \langle w_M, Lf_1 \rangle & \langle w_M, Lf_2 \rangle & \cdots & \langle w_M, Lf_N \rangle \end{bmatrix} \quad (4.6)$$

$$[\alpha_n] = \begin{bmatrix} \alpha_1 \\ \alpha_2 \\ \vdots \\ \alpha_N \end{bmatrix} \quad \text{และ} \quad [g_m] = \begin{bmatrix} \langle w_1, g \rangle \\ \langle w_2, g \rangle \\ \vdots \\ \langle w_M, g \rangle \end{bmatrix} \quad (4.7)$$

ถ้าเมตริกซ์  $[l_{mn}]$  ไม่เป็นเมตริกซ์เอกฐาน จะได้เมตริกซ์ผกผัน  $[l_{mn}]^{-1}$  ดังนี้

$$[\alpha_n] = [l_{mn}]^{-1} [g_m] \quad (4.8)$$

และผลเฉลยสำหรับ  $f$  จะมีค่าตามสมการ (4.2) ซึ่งสามารถแสดงให้อยู่ในรูปแบบที่กะทัดรัด เข้าใจง่ายโดยจะนิยามเมตริกซ์ของฟังก์ชัน  $f$  ได้ดังนี้

$$[f'_n] = [f_1 \quad f_2 \quad f_3 \quad \cdots \quad f_N] \quad (4.9)$$

และจะได้ว่า

$$f = [f'_n][\alpha_n] = [f'_n][l_{mn}]^{-1} [g_m] \quad (4.10)$$

วิธีการลดรูปสมการเชิงเส้นที่ซับซ้อนมาเป็นสมการเมตริกซ์และการทำเมตริกซ์ผกผันเพื่อหาผลเฉลยจะเหมาะสมอย่างยิ่งกับการคำนวณโดยใช้คอมพิวเตอร์เป็นเครื่องมือ และยิ่งกว่านั้นเมตริกซ์ผกผันนี้ยังสามารถใช้เป็นตัวแทนของระบบได้อีกด้วย นั่นคือเราสามารถหาทุกๆ ผลตอบสนองที่เกิดจากการกระตุ้นแบบใดๆ ได้โดยใช้เมตริกซ์ผกผันเดิมซึ่งทำหน้าที่เป็นตัวแทนของระบบนั้น

ถ้าเมตริกซ์  $[l]$  มีขนาดคอนันต์ ดังนั้นเมตริกซ์ผกผัน  $[l]^{-1}$  จะมีค่าได้ในบางกรณีเท่านั้น เช่น เมตริกซ์นั้นเป็นเมตริกซ์ทแยง (diagonal matrix) ในกรณีทั่วไปที่จุดของ  $f'_n$  และ  $w_m$  มีค่าจำกัดทำให้เมตริกซ์  $[l]$  มีขนาดจำกัดด้วย ดังนั้นสามารถหาเมตริกซ์ผกผัน  $[l]^{-1}$  ได้ด้วยรูปแบบเชิงตัวเลขต่างๆ ไปได้ ผลลัพธ์ที่ได้ี้จะมีความถูกต้องแม่นยำอย่างไรนั้น ปัจจัยหนึ่งขึ้นอยู่กับทางเลือก  $f'_n$  และ  $w_m$  ให้เหมาะสม

### 4.3 ฟังก์ชันฐานและฟังก์ชันถ่วงน้ำหนัก

ในวิทยานิพนธ์นี้ได้พิจารณาให้ฟังก์ชันฐานและฟังก์ชันถ่วงน้ำหนักให้เป็นฟังก์ชันชนิดเดียวกันสำหรับแก้ไขปัญหาระบบเชิงเส้นด้วยวิธีโมเมนต์ซึ่งตามแบบวิธีของกาเลอกิน (Galerkin's Method) [10]และ[11] ขั้นตอนสำคัญของวิธีโมเมนต์นั้นก็คือการเลือก  $f_n$  และ  $w_m$  ให้เหมาะสมกับปัญหา ซึ่ง  $f_n$  ควรจะเป็นอิสระเชิงเส้น (linearly independent) และจำนวนเทอมที่ใช้ในการประมาณสมการ (4.2) ควรเป็นไปอย่างสมเหตุสมผล ส่วน  $w_m$  ก็ควรเป็นฟังก์ชันอิสระเชิงเส้นด้วยเช่นกัน และการคูณภายใน  $\langle w_m, g \rangle$  ต้องสัมพันธ์อย่างอิสระกับฟังก์ชัน  $g$  นอกจากนี้ยังมีบางปัจจัยที่ส่งผลต่อการเลือก  $f_n$  และ  $w_m$  ได้แก่

- ก) ระดับความแม่นยำของผลเฉลยที่ต้องการ
- ข) ความง่ายของการประเมินค่า (evaluation) ขององค์ประกอบในเมตริกซ์
- ค) ขนาดของเมตริกซ์ที่สามารถหาเมตริกซ์ผกผัน
- ง) การพิจารณาเงื่อนไขที่เหมาะสม (well-condition) ของเมตริกซ์ [1]

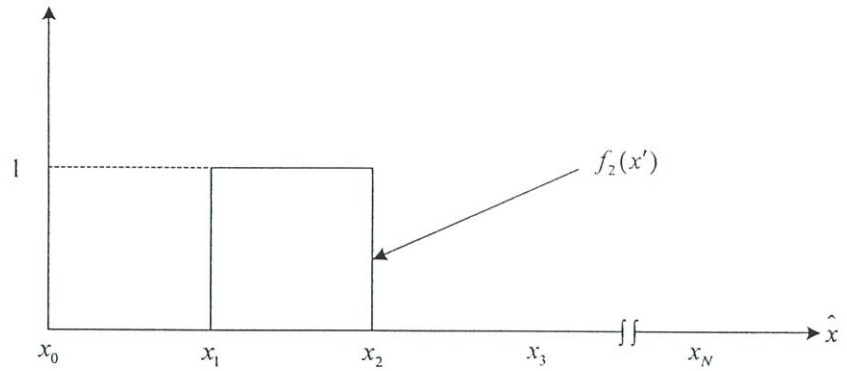
ในการเลือกฟังก์ชันฐานโดยทั่วไปแล้วจะต้องคำนึงว่าฟังก์ชันฐานนั้นจะต้องสามารถใช้เป็นตัวแทนของฟังก์ชันคาดหวังที่เรายังไม่ทราบค่า และให้ความแม่นยำและความง่ายในการคำนวณที่อยู่ในเกณฑ์ที่ต้องการซึ่งมีความสัมพันธ์กับจำนวนเทอมของฟังก์ชันฐานที่ใช้ในสมการ (4.2)

ฟังก์ชันฐานที่เป็นจำนวนจำกัดเท่านั้นที่จะสามารถเป็นจริงได้ในทางปฏิบัติ โดยทั่วไปแบ่งออกเป็นสองแบบ คือแบบแรกจะประกอบด้วยฟังก์ชันที่แบ่งเป็นขอบเขตย่อย (subdomain functions) และกระจายตลอดทั้งหมดของบริเวณที่พิจารณา (entiredomain functions) สำหรับรายละเอียดของรูปแบบของฟังก์ชันฐานทั้งสองสามารถศึกษาได้ใน [6],[7] และ [8]

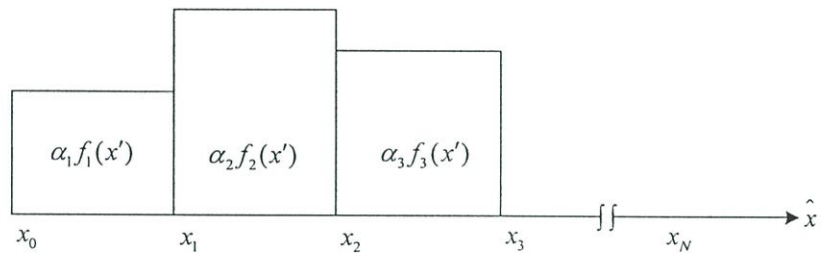
#### 4.3.1 ฟังก์ชันฐานที่แบ่งเป็นขอบเขตย่อย

ฟังก์ชันชนิดนี้ซึ่งจะมีค่าเฉพาะบริเวณของส่วนย่อยนั้นๆ ที่พิจารณาด้วยวิธีนี้ไม่จำเป็นต้องรู้ค่าฟังก์ชันคาดหวังก่อนที่จะแทนฟังก์ชันฐานลงไป ขอบเขตย่อยเกิดจากการแบ่งบริเวณที่พิจารณาเป็นส่วนย่อยๆ ไม่ทับกันดังในรูปที่ 4.1ก) จะแสดงตัวอย่างของฟังก์ชันฐานเป็นฟังก์ชันพัลส์ (pulse) หรือเป็นค่าคงที่ ค่าสัมประสิทธิ์จะเป็นตัวกำหนดฟังก์ชันให้มีลักษณะเป็นขั้นบันไดแสดงรูปที่ 4.1ข) และผลรวมของฟังก์ชันแสดงในรูปที่ 4.1ค)

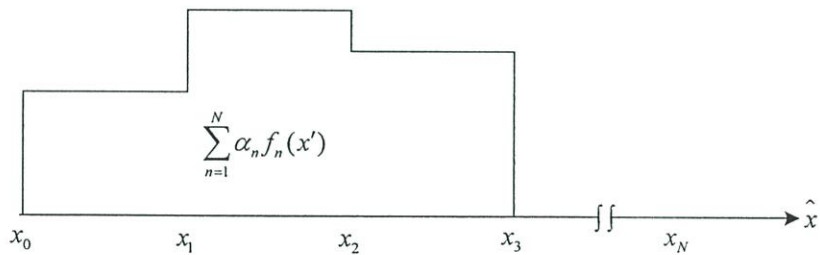
$$f_n(x') = \begin{cases} 1 & x'_{n-1} \leq x' \leq x'_n \\ 0 & \text{ที่อื่น} \end{cases} \quad (4.11)$$



(ก)



(ข)

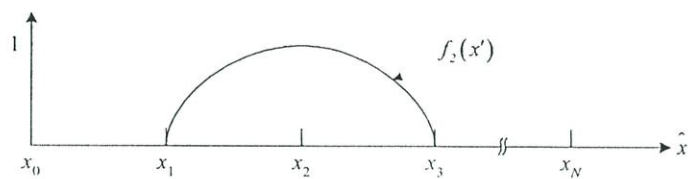


(ค)

รูปที่ 4.1 ฟังก์ชันฐานที่แบ่งส่วนเป็นขอบเขตย่อยเป็นค่าคงที่ (ก) ส่วนเดียว (ข) หลายส่วน และ (ค) ผลรวมทั้งหมดของฟังก์ชัน

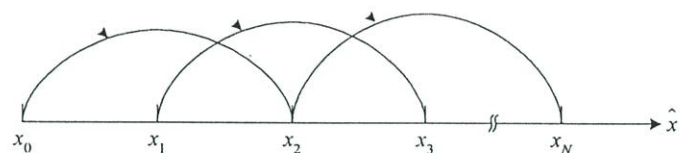
สำหรับไซน์และโคไซน์ดังแสดงในรูปที่ 4.2 และ 4.3 ได้ตามลำดับสามารถลดความผิดพลาดในการคำนวณได้ดีกว่าแบบฟังก์ชันพัลส์ ซึ่งฟังก์ชันขับของไซน์เขียนได้ดังสมการนี้

$$f_n(x') = \begin{cases} \frac{\sin[\beta(x' - x'_{n-1})]}{\sin[\beta(x' - x'_{n-1})]} & , x'_{n-1} \leq x' \leq x'_n \\ \frac{\sin[\beta(x'_{n+1} - x')]}{\sin[\beta(x'_{n+1} - x')]} & , x'_n \leq x' \leq x'_{n+1} \\ 0 & \text{ที่อื่น} \end{cases} \quad (3.12)$$



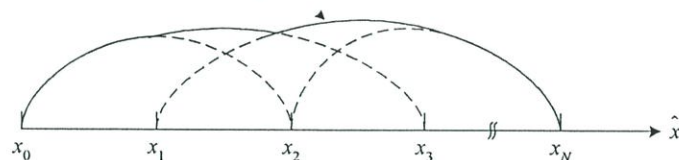
(ก)

$$\alpha_1 f_1(x') \quad \alpha_2 f_2(x') \quad \alpha_3 f_3(x')$$



(ข)

$$\sum_n \alpha_n f_n(x')$$

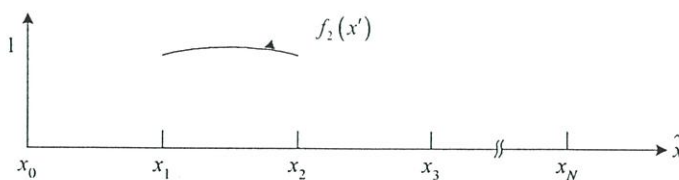


(ค)

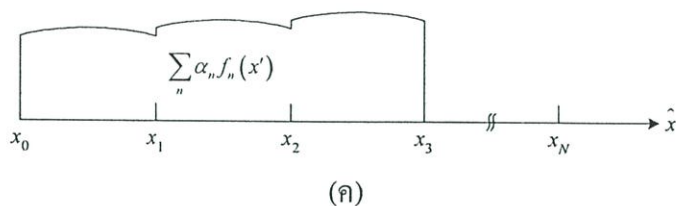
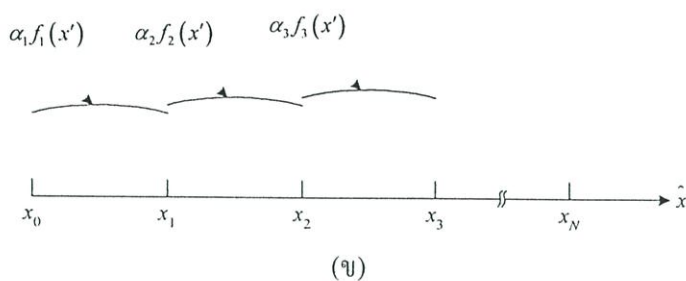
รูปที่ 4.2 ฟังก์ชันที่แบ่งส่วนของขอบเขตย่อยเป็นค่าไซน์ (ก) ส่วนเดียว (ข) หลายส่วน และ (ค) ผลรวมทั้งหมดของฟังก์ชัน

และฟังก์ชันของโคไซน์สามารถเขียนได้ดังนี้

$$f_n(x') = \begin{cases} \cos \left[ \beta \left( x' - \frac{x'_n - x'_{n-1}}{2} \right) \right] & , x'_{n-1} \leq x' \leq x'_n \\ 0 & \text{ที่อื่น} \end{cases} \quad (4.13)$$



(ง)



รูปที่ 4.3 ฟังก์ชันที่แบ่งส่วนของขอบเขตย่อยเป็นค่าส่วนหนึ่งของโคไซน์ (ก) ส่วนเดียว (ข) หลายส่วน และ(ค) แสดงผลรวมทั้งหมดของฟังก์ชัน

#### 4.3.2 ฟังก์ชันฐานแบบกระจายโดยตลอด

ฟังก์ชันฐานแบบนี้จะไม่แบ่งเป็นส่วนย่อยๆ แต่จะกระจายโดยตลอดครอบคลุมบริเวณที่พิจารณาทั้งหมด บริเวณนอกเขตที่พิจารณาจะมีค่าเท่ากับศูนย์ตัวอย่างฟังก์ชันฐานแบบกระจายโดยตลอดใช้เป็นแบบฟังก์ชันโคไซน์สำหรับการจำลองค่าของกระแสที่กระจายบนลวดไดโพล

$$f_n(x') = \cos\left[\frac{(2n-a)\pi x'}{l}\right], \quad -\frac{l}{2} \leq x' \leq \frac{l}{2} \quad (4.14)$$

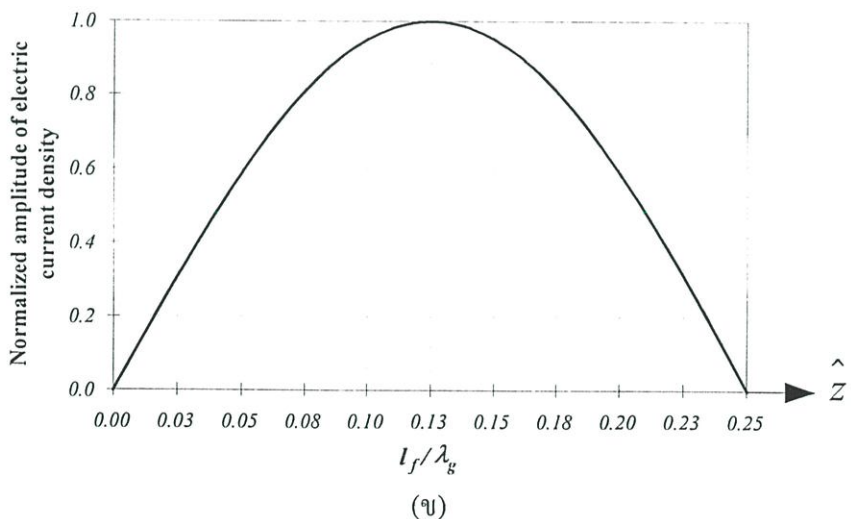
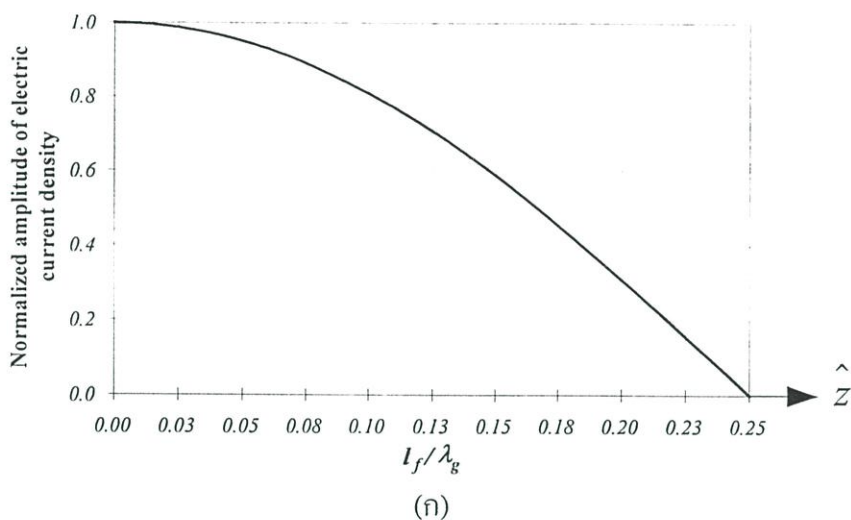
สำหรับการจำลองค่าของกระแสที่กระจายบนลวดไดโพลซึ่งเราทราบอยู่แล้วว่าเป็นการกระจายแบบไซน์ ข้อดีของฟังก์ชันฐานแบบนี้คือใช้กับปัญหาที่สมมติเป็นรูปแบบที่สันนิษฐานไว้ ดังนั้นอาจจะแทนด้วยพจน์ซึ่งสามารถแทนด้วยฟังก์ชันไซน์และหรือโคไซน์คล้ายกับการกระจายอนุกรมฟูรีเยร์ (fourier series expansion)

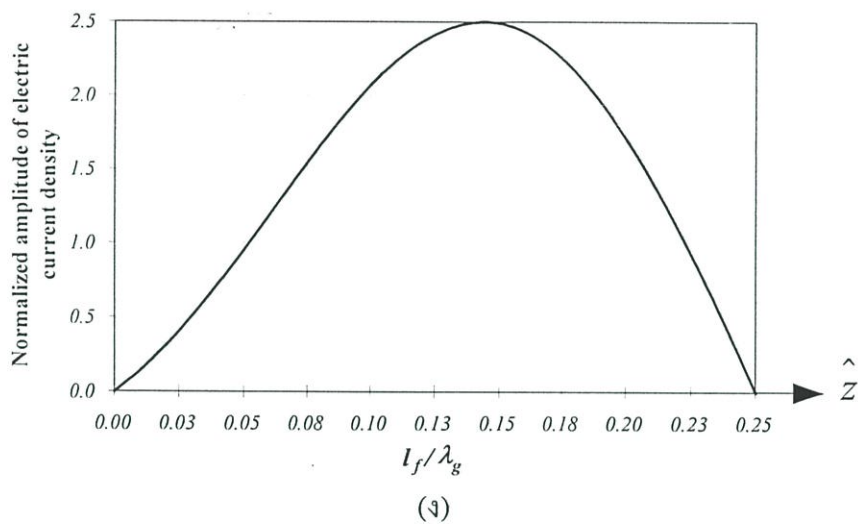
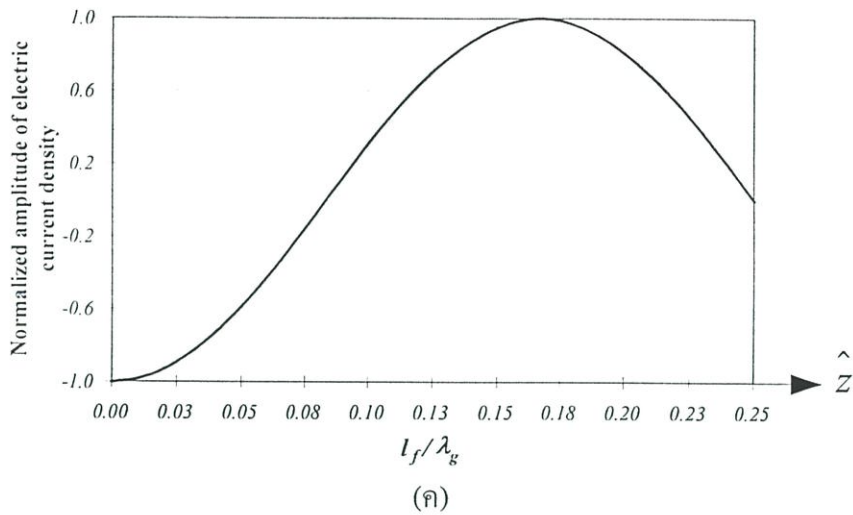
#### 4.4 การกระจายกระแส

สำหรับความหนาแน่นกระแสของตัวแบ่งกำลังงานในวิทยานิพนธ์นี้ได้แบ่งความหนาแน่นกระแสออกเป็นสองส่วนนั่นคือความหนาแน่นกระแสไฟฟ้าของโพรบกระตุ้น  $(\bar{J}_I(\bar{R}'))$  และความหนาแน่นกระแสไฟฟ้าของโพรบตัวแบ่งกำลังงานทั้ง 4 ตัว  $(\bar{J}_{p_n}(\bar{R}'))$  เมื่อ  $n=1,2,3$  และ 4 ซึ่งลักษณะการกระจายกระแสไฟฟ้าตลอดความยาวของโพรบ โดยจะใช้ฟังก์ชันฐานชนิดกระจาย

ตลอดทั้งหมดยของบริเวณที่พิจารณา โดยที่กำหนดให้ฟังก์ชันฐานที่ตำแหน่งจุดกระตุ้นสัญญาณ ฟังก์ชันจะมีค่าสูงสุด และจะมีค่าลดลงในลักษณะไซน์ซอซต์ตามความยาวของโพรบจนถึงจุดปลายสุดของโพรบฟังก์ชันจะมีค่าเป็นศูนย์ ดังนั้นเราจะเลือกรูปแบบของฟังก์ชันฐานสำหรับโพรบกระตุ้นได้ดังนี้

$$\bar{j}_g(\bar{R}') = \sin \frac{g\pi}{2l_f}(l_f - z')\hat{z} \tag{4.14}$$

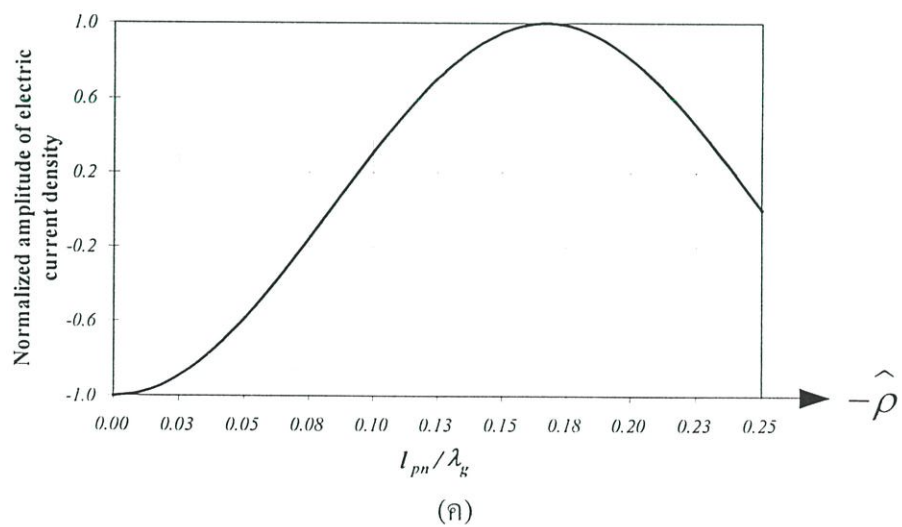
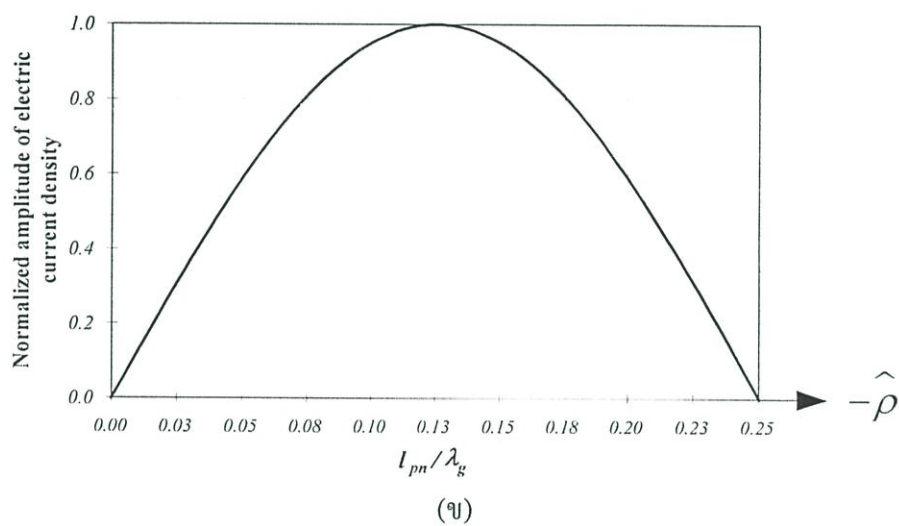
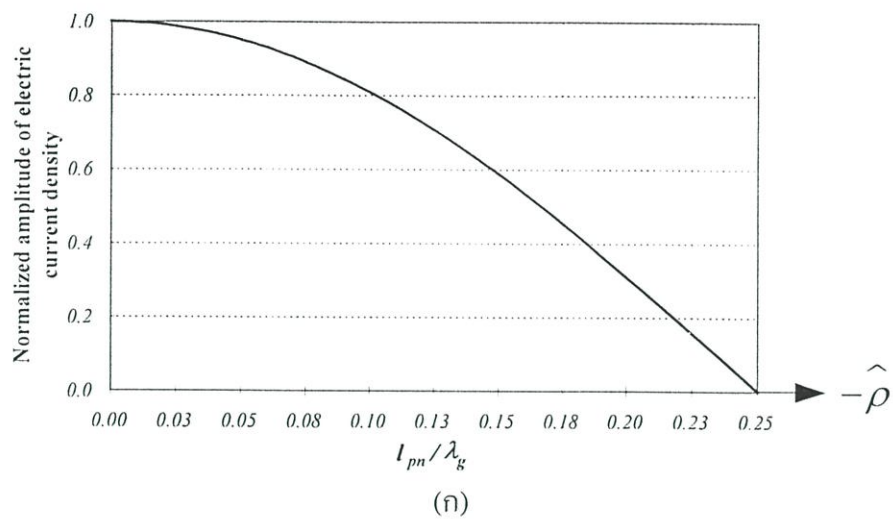


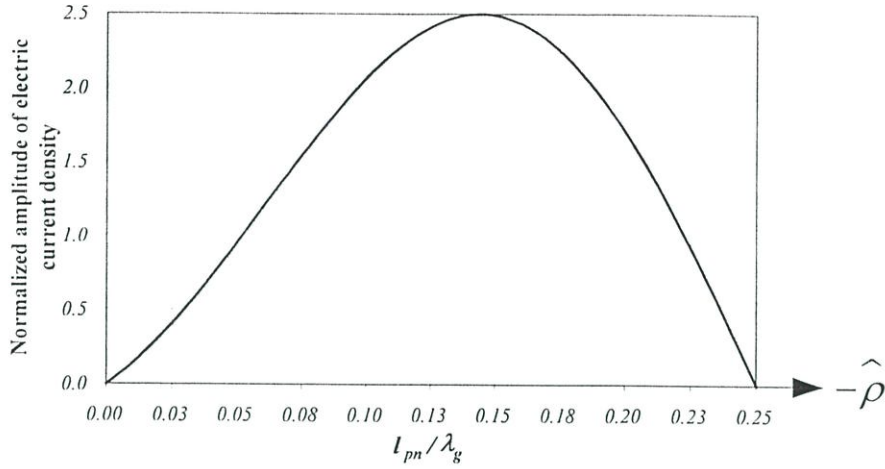


รูปที่ 4.4 แสดงแบบการกระจายกระแสไฟฟ้าของโพรบกระตุ้นเนื่องจากฟังก์ชันฐาน  $\bar{j}_g(\bar{R}')$   
 (ก) เมื่อ  $g = 1$  (ข) เมื่อ  $g = 2$  (ค) เมื่อ  $g = 3$  (ง) ผลรวมฟังก์ชันทั้งหมด

เมื่อพิจารณาฟังก์ชันฐานสำหรับกระแสไฟฟ้าของโพรบตัวแบ่งกำลังงานซึ่งใช้ฟังก์ชันไซน์ชนิดกระจายตลอดทั้งหมดของบริเวณที่พิจารณาเช่นเดียวกับกรณีของโพรบกระตุ้น ซึ่งจะพบว่าฟังก์ชันที่เรากำหนดจะมีพจน์ที่น้อยสามารถให้ผลที่ใกล้เคียงกับลักษณะการกระจายกระแสที่เราต้องการพิจารณาได้ดังสมการและรูปดังต่อไปนี้

$$\bar{j}_{qn} = \sin \frac{q_n \pi}{2l_{pn}} (l_{pn} - \rho + \rho') \hat{\rho} \quad (4.15)$$





(ง)

รูปที่ 4.5 แสดงแบบการกระจายกระแสไฟฟ้าของโพรบตัวแบ่งกำลังงานเนื่องจากฟังก์ชันฐาน  $\bar{j}_{qn}(\bar{R}')$  (ก) เมื่อ  $q_n = 1$  (ข) เมื่อ  $q_n = 2$  (ค) เมื่อ  $q_n = 3$  (ง) ผลรวมฟังก์ชันทั้งหมด

ดังนั้นจากสมการ (4.8), (4.14) และ (4.15) เราสามารถสร้างสมการกระแสไฟฟ้าของโพรบกระตุ้น และโพรบตัวแบ่งกำลังงานได้ตามลำดับดังนี้คือ

$$\begin{aligned}\bar{J}_f(\bar{R}') &= \sum_{g=1}^{N_g} A_g \bar{j}_g(\bar{R}') \\ &= \sum_{g=1}^{N_g} A_g \sin \frac{g\pi}{2l_f} (l_f - z') \hat{z}\end{aligned}\quad (4.16)$$

และ

$$\begin{aligned}\bar{J}_{pn}(\bar{R}') &= \sum_{q=1}^{N_{qn}} B_{qn} \bar{j}_{qn}(\bar{R}') \\ &= \sum_{q=1}^{N_{qn}} B_{qn} \sin \frac{q_n\pi}{2l_{pn}} (l_{pn} - \rho + \rho') \hat{\rho}\end{aligned}\quad (4.17)$$

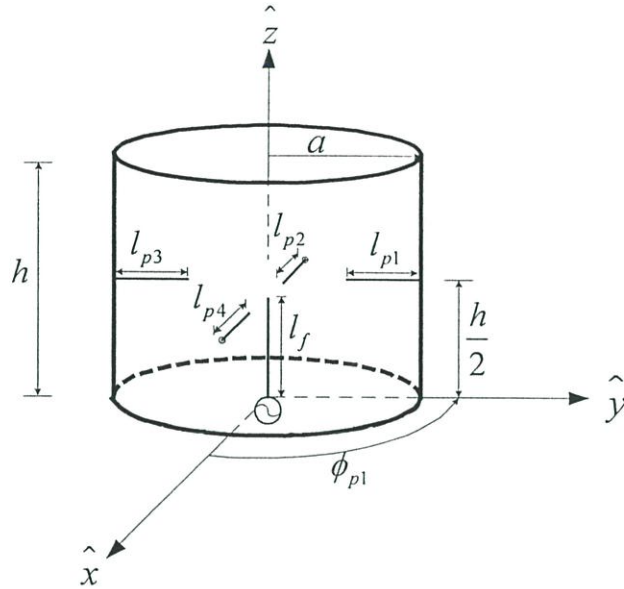
เมื่อพิจารณาวิธีของกาเลอกินที่ให้ฟังก์ชันถ่วงน้ำหนักเท่ากับฟังก์ชันฐานดังนั้น (4.14) และ (4.15) เราจะได้ฟังก์ชันถ่วงน้ำหนักสำหรับโพรบกระตุ้นเป็น

$$\bar{j}_{gi}(\bar{R}') = \sin \frac{g_i\pi}{2l_f} (l_f - z') \hat{z}\quad (4.18)$$

และสำหรับโพรบแบ่งกำลังงานทั้ง 4 ตัว

$$\bar{j}_{qm} = \sin \frac{q_m\pi}{2l_{pm}} (l_{pm} - \rho + \rho') \hat{\rho}\quad (4.19)$$

#### 4.5 ผลเฉลยของระบบสมการเชิงเส้นของตัวแบ่งกำลังงานโดยใช้โพรบเชื่อมต่อร่วมภายในควิตีตัวนำทรงกระบอก



รูปที่ 4.6 โครงสร้างของตัวแบ่งกำลังงาน โดยใช้โพรบเชื่อมต่อร่วมภายในควิตีตัวนำทรงกระบอก

จากสมการ (4.16) และ (4.17) จะพบว่า  $A_g$  และ  $B_{qn}$  คือสัมประสิทธิ์ของกระแสที่ไม่ทราบค่าที่ต้องทำการหา ดังนั้นจากวิธีโมเมนต์ที่กล่าวไว้ในหัวข้อที่ผ่านมาทำให้เราสามารถแก้สมการหาผลเฉลยตัวเลขของกระแสไฟฟ้าที่ยังไม่ทราบค่าที่อยู่ในชุดสมการเชิงอินทิกรัลของตัวแบ่งกำลังงานโดยใช้โพรบเชื่อมต่อร่วมภายในควิตีตัวนำทรงกระบอกดังแสดงในรูปที่ 4.6 โดยที่เราแทนสมการกระแสไฟฟ้าของโพรบกระตุ้นและโพรบตัวแบ่งกำลังงานทั้ง 4 ตัว (4.16) และ (4.17) ได้ตามลำดับลงในสมการเชิงอินทิกรัลของสนามไฟฟ้า (3.15) และ (3.16) ถึง (3.19) ของบทที่ 3 จากนั้นคูณภายในสมการเชิงอินทิกรัลด้วยฟังก์ชันถ่วงน้ำหนักสำหรับสมการเชิงอินทิกรัลของโพรบกระตุ้นคูณด้วยสมการ (4.18) และสมการเชิงอินทิกรัลของโพรบตัวแบ่งกำลังงานทั้ง 4 ตัวคูณด้วยสมการ (4.19) ดังนั้นสามารถเขียนได้ตามลำดับดังนี้

$$\begin{aligned}
 & -j\omega\mu_0 \left[ \sum_{g=1}^{N_g} A_g \bar{j}_{g_i}(\bar{R}') \cdot \int_{l_f} \bar{G}_{EJ}^{\bar{z}\bar{z}}(\bar{R}, \bar{R}') \cdot \bar{j}_g(\bar{R}') dl' \right. \\
 & \quad \left. + \sum_{g=1}^{N_{qm}} B_{qm} \left( \bar{j}_{g_i}(\bar{R}') \cdot \int_{l_{p1}} \bar{G}_{EJ}^{\bar{z}\bar{p}}(\bar{R}, \bar{R}') \cdot \bar{j}_{q1}(\bar{R}') dl' + \bar{j}_{g_i}(\bar{R}') \cdot \int_{l_{p2}} \bar{G}_{EJ}^{\bar{z}\bar{p}}(\bar{R}, \bar{R}') \cdot \bar{j}_{q2}(\bar{R}') dl' \right. \right.
 \end{aligned}$$

$$\left. \left. + \bar{j}_{g_3}(\bar{R}') \cdot \int_{l_{p_3}} \bar{G}_{EJ}^{\hat{z}\hat{\rho}}(\bar{R}, \bar{R}') \cdot \bar{j}_{q_3}(\bar{R}') dl' + \bar{j}_{g_4}(\bar{R}') \cdot \int_{l_{p_4}} \bar{G}_{EJ}^{\hat{z}\hat{\rho}}(\bar{R}, \bar{R}') \cdot \bar{j}_{q_4}(\bar{R}') dl' \right) \right] = -1 \quad (4.20)$$

$$\begin{aligned} & -j\omega\mu_0 \left[ \sum_{g=1}^{N_g} A_g \bar{j}_{q_1}(\bar{R}') \cdot \int_{l_f} \bar{G}_{EJ}^{\hat{\rho}\hat{z}}(\bar{R}, \bar{R}') \cdot \bar{j}_g(\bar{R}') dl' \right. \\ & \quad + \sum_{q=1}^{N_{qn}} B_{qn} \left( \int_{l_{p_1}} \bar{j}_{q_1}(\bar{R}') \cdot \int_{l_{p_1}} \bar{G}_{EJ}^{\hat{\rho}\hat{\rho}}(\bar{R}, \bar{R}') \cdot \bar{j}_{q_1}(\bar{R}') dl' + \int_{l_{p_3}} \bar{G}_{EJ}^{\hat{\rho}\hat{\rho}}(\bar{R}, \bar{R}') \cdot \bar{j}_{p_3}(\bar{R}') dl' \right. \\ & \quad \left. \left. + \bar{j}_{q_1}(\bar{R}') \int_{l_{p_3}} \bar{G}_{EJ}^{\hat{\rho}\hat{\rho}}(\bar{R}, \bar{R}') \cdot \bar{j}_{q_3}(\bar{R}') dl' + \bar{j}_{q_1}(\bar{R}') \cdot \int_{l_{p_4}} \bar{G}_{EJ}^{\hat{\rho}\hat{\rho}}(\bar{R}, \bar{R}') \cdot \bar{j}_{q_4}(\bar{R}') dl' \right) \right] = 0 \quad (4.21) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & -j\omega\mu_0 \left[ \sum_{g=1}^{N_g} A_g \bar{j}_{q_1}(\bar{R}') \cdot \int_{l_f} \bar{G}_{EJ}^{\hat{\rho}\hat{z}}(\bar{R}, \bar{R}') \cdot \bar{j}_g(\bar{R}') dl' \right. \\ & \quad + \sum_{q=1}^{N_{qn}} B_{qn} \left( \int_{l_{p_1}} \bar{j}_{q_2}(\bar{R}') \cdot \int_{l_{p_1}} \bar{G}_{EJ}^{\hat{\rho}\hat{\rho}}(\bar{R}, \bar{R}') \cdot \bar{j}_{q_1}(\bar{R}') dl' + \bar{j}_{q_2}(\bar{R}') \cdot \int_{l_{p_2}} \bar{G}_{EJ}^{\hat{\rho}\hat{\rho}}(\bar{R}, \bar{R}') \cdot \bar{j}_{p_2}(\bar{R}') dl' \right. \\ & \quad \left. \left. + \bar{j}_{q_2}(\bar{R}') \cdot \int_{l_{p_3}} \bar{G}_{EJ}^{\hat{\rho}\hat{\rho}}(\bar{R}, \bar{R}') \cdot \bar{j}_{q_3}(\bar{R}') dl' + \bar{j}_{q_2}(\bar{R}') \cdot \int_{l_{p_4}} \bar{G}_{EJ}^{\hat{\rho}\hat{\rho}}(\bar{R}, \bar{R}') \cdot \bar{j}_{q_4}(\bar{R}') dl' \right) \right] = 0 \quad (4.22) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & -j\omega\mu_0 \left[ \sum_{g=1}^{N_g} A_g \bar{j}_{q_3}(\bar{R}') \cdot \int_{l_f} \bar{G}_{EJ}^{\hat{\rho}\hat{z}}(\bar{R}, \bar{R}') \cdot \bar{j}_g(\bar{R}') dl' \right. \\ & \quad + \sum_{q=1}^{N_{qn}} B_{qn} \left( \int_{l_{p_1}} \bar{j}_{q_3}(\bar{R}') \cdot \int_{l_{p_1}} \bar{G}_{EJ}^{\hat{\rho}\hat{\rho}}(\bar{R}, \bar{R}') \cdot \bar{j}_{q_1}(\bar{R}') dl' + \bar{j}_{q_3}(\bar{R}') \cdot \int_{l_{p_2}} \bar{G}_{EJ}^{\hat{\rho}\hat{\rho}}(\bar{R}, \bar{R}') \cdot \bar{j}_{q_2}(\bar{R}') dl' \right. \\ & \quad \left. \left. + \bar{j}_{q_3}(\bar{R}') \cdot \int_{l_{p_3}} \bar{G}_{EJ}^{\hat{\rho}\hat{\rho}}(\bar{R}, \bar{R}') \cdot \bar{j}_{q_3}(\bar{R}') dl' + \bar{j}_{q_3}(\bar{R}') \cdot \int_{l_{p_4}} \bar{G}_{EJ}^{\hat{\rho}\hat{\rho}}(\bar{R}, \bar{R}') \cdot \bar{j}_{q_4}(\bar{R}') dl' \right) \right] = 0 \quad (4.23) \end{aligned}$$

!!!

$$\begin{aligned} & -j\omega\mu_0 \left[ \sum_{g=1}^{N_g} A_g \bar{j}_{q_4}(\bar{R}') \cdot \int_{l_f} \bar{G}_{EJ}^{\hat{\rho}\hat{z}}(\bar{R}, \bar{R}') \cdot \bar{j}_g(\bar{R}') dl' \right. \\ & \quad + \sum_{q=1}^{N_{qn}} B_{qn} \left( \int_{l_{p_1}} \bar{j}_{q_4}(\bar{R}') \cdot \int_{l_{p_1}} \bar{G}_{EJ}^{\hat{\rho}\hat{\rho}}(\bar{R}, \bar{R}') \cdot \bar{j}_{q_1}(\bar{R}') dl' + \bar{j}_{q_4}(\bar{R}') \cdot \int_{l_{p_2}} \bar{G}_{EJ}^{\hat{\rho}\hat{\rho}}(\bar{R}, \bar{R}') \cdot \bar{j}_{p_2}(\bar{R}') dl' \right. \end{aligned}$$

$$\left. + \bar{j}_{q_4}(\bar{R}') \cdot \int_{l_{p_3}} \bar{G}_{EJ}^{\rho\rho}(\bar{R}, \bar{R}') \cdot \bar{j}_{p_3}(\bar{R}') dl' + \bar{j}_{q_4}(\bar{R}') \cdot \int_{l_{p_4}} \bar{G}_{EJ}^{\rho\rho}(\bar{R}, \bar{R}') \cdot \bar{j}_{p_4}(\bar{R}') dl' \right] = 0 \quad (4.24)$$

จากสมการเชิงอินทิกรัล (4.20) ถึง (4.24) สามารถเขียนให้อยู่ในระบบสมการเมตริกซ์โดยทางด้านซ้ายมือของสมการเชิงอินทิกรัลจะประกอบด้วยสองเมตริกซ์ ได้แก่ เมตริกซ์ปฏิกิริยา (reaction matrix) และเมตริกซ์สัมประสิทธิ์ที่ไม่ทราบค่าต้องการหาของกระแสไฟฟ้า (unknown coefficient matrix) ส่วนทางด้านขวามือสมการเชิงอินทิกรัลเป็นเมตริกซ์กระตุ้น (excitation matrix) ซึ่งสามารถแสดงรายละเอียดได้ดังต่อไปนี้

$$\begin{bmatrix} \langle \bar{j}_{g_1}, L\bar{j}_g \rangle & \langle \bar{j}_{g_1}, L\bar{j}_{q_1} \rangle & \langle \bar{j}_{g_1}, L\bar{j}_{q_2} \rangle & \langle \bar{j}_{g_1}, L\bar{j}_{q_3} \rangle & \langle \bar{j}_{g_1}, L\bar{j}_{q_4} \rangle \\ \langle \bar{j}_{q_1}, L\bar{j}_g \rangle & \langle \bar{j}_{q_1}, L\bar{j}_{q_1} \rangle & \langle \bar{j}_{q_1}, L\bar{j}_{q_2} \rangle & \langle \bar{j}_{q_1}, L\bar{j}_{q_3} \rangle & \langle \bar{j}_{q_1}, L\bar{j}_{q_4} \rangle \\ \langle \bar{j}_{q_2}, L\bar{j}_g \rangle & \langle \bar{j}_{q_2}, L\bar{j}_{q_1} \rangle & \langle \bar{j}_{q_2}, L\bar{j}_{q_2} \rangle & \langle \bar{j}_{q_2}, L\bar{j}_{q_3} \rangle & \langle \bar{j}_{q_2}, L\bar{j}_{q_4} \rangle \\ \langle \bar{j}_{q_3}, L\bar{j}_g \rangle & \langle \bar{j}_{q_3}, L\bar{j}_{q_1} \rangle & \langle \bar{j}_{q_3}, L\bar{j}_{q_2} \rangle & \langle \bar{j}_{q_3}, L\bar{j}_{q_3} \rangle & \langle \bar{j}_{q_3}, L\bar{j}_{q_4} \rangle \\ \langle \bar{j}_{q_4}, L\bar{j}_g \rangle & \langle \bar{j}_{q_4}, L\bar{j}_{q_1} \rangle & \langle \bar{j}_{q_4}, L\bar{j}_{q_2} \rangle & \langle \bar{j}_{q_4}, L\bar{j}_{q_3} \rangle & \langle \bar{j}_{q_4}, L\bar{j}_{q_4} \rangle \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A_g \\ B_{q_1} \\ B_{q_2} \\ B_{q_3} \\ B_{q_4} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (4.25)$$

เราสามารถหาค่าเมตริกซ์สัมประสิทธิ์ได้คือ

$$\begin{bmatrix} A_g \\ B_{q_1} \\ B_{q_2} \\ B_{q_3} \\ B_{q_4} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \langle \bar{j}_{g_1}, L\bar{j}_g \rangle & \langle \bar{j}_{g_1}, L\bar{j}_{q_1} \rangle & \langle \bar{j}_{g_1}, L\bar{j}_{q_2} \rangle & \langle \bar{j}_{g_1}, L\bar{j}_{q_3} \rangle & \langle \bar{j}_{g_1}, L\bar{j}_{q_4} \rangle \\ \langle \bar{j}_{q_1}, L\bar{j}_g \rangle & \langle \bar{j}_{q_1}, L\bar{j}_{q_1} \rangle & \langle \bar{j}_{q_1}, L\bar{j}_{q_2} \rangle & \langle \bar{j}_{q_1}, L\bar{j}_{q_3} \rangle & \langle \bar{j}_{q_1}, L\bar{j}_{q_4} \rangle \\ \langle \bar{j}_{q_2}, L\bar{j}_g \rangle & \langle \bar{j}_{q_2}, L\bar{j}_{q_1} \rangle & \langle \bar{j}_{q_2}, L\bar{j}_{q_2} \rangle & \langle \bar{j}_{q_2}, L\bar{j}_{q_3} \rangle & \langle \bar{j}_{q_2}, L\bar{j}_{q_4} \rangle \\ \langle \bar{j}_{q_3}, L\bar{j}_g \rangle & \langle \bar{j}_{q_3}, L\bar{j}_{q_1} \rangle & \langle \bar{j}_{q_3}, L\bar{j}_{q_2} \rangle & \langle \bar{j}_{q_3}, L\bar{j}_{q_3} \rangle & \langle \bar{j}_{q_3}, L\bar{j}_{q_4} \rangle \\ \langle \bar{j}_{q_4}, L\bar{j}_g \rangle & \langle \bar{j}_{q_4}, L\bar{j}_{q_1} \rangle & \langle \bar{j}_{q_4}, L\bar{j}_{q_2} \rangle & \langle \bar{j}_{q_4}, L\bar{j}_{q_3} \rangle & \langle \bar{j}_{q_4}, L\bar{j}_{q_4} \rangle \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} -1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (4.26)$$

เราสามารถหาค่าสัมประสิทธิ์กระแสไฟฟ้าของโพรบกระตุ้นและโพรบตัวแบ่งกำลังงานทั้ง 4 ตัวได้จากสมการ (4.26) เมื่อแทนค่าสัมประสิทธิ์เหล่านี้ลงในสมการไฟฟ้าของโพรบกระตุ้น (4.16) และกระแสไฟฟ้าของโพรบตัวแบ่งกำลังงาน (4.17) ดังนั้นเราจะได้ผลเฉลยฟังก์ชันกระแสไฟฟ้าตลอดความยาวของโพรบกระตุ้นและโพรบตัวแบ่งกำลังงาน สำหรับโครงสร้างของตัวแบ่งกำลังงานโดยใช้โพรบเชื่อมต่อกันภายในควาวิตั่วนำทรงกระบอกเพื่อทำการวิเคราะห์หาค่าอิมพีแดนซ์ด้านเข้าที่จะกล่าวในหัวข้อถัดไป

#### 4.6 อิมพีแดนซ์ด้านเข้า

อิมพีแดนซ์ด้านเข้าถือว่าเป็นอีกหนึ่งพารามิเตอร์ที่สำคัญสำหรับการส่งผ่านกำลังงานของตัวแบ่งกำลังงานที่ใช้โพรบเชื่อมต่อรวมภายในควาวิตี้ตัวนำทรงกระบอก ในวิทยานิพนธ์นี้ได้แบ่งอิมพีแดนซ์ด้านเข้าออกเป็นสองส่วน คืออิมพีแดนซ์ด้านเข้าของโพรบกระตุ้นและอิมพีแดนซ์ด้านเข้าของโพรบตัวแบ่งกำลังงานทั้ง 4 ตัว ซึ่งนิยามของอิมพีแดนซ์ด้านเข้าคืออัตราส่วนระหว่างแรงดันไฟฟ้าต่อกระแสไฟฟ้าที่ตำแหน่งป้อนกำลังงานสำหรับอิมพีแดนซ์ด้านเข้าของโพรบกระตุ้นสามารถเขียนได้เป็น

$$Z_{m,f} = \frac{V_{m,f}}{I_{m,f}} \quad (4.27)$$

โดยที่  $V_{in,f}$  และ  $I_{in,f}$  คือแรงไฟฟ้าและกระแสไฟฟ้าด้านเข้าของโพรบกระตุ้น ในส่วนของอิมพีแดนซ์ด้านเข้าของโพรบตัวแบ่งกำลังงานกำหนดได้ดังนี้

$$Z_{m,pn} = \frac{V_{m,pn}}{I_{m,pn}}, \quad n = 1, 2, 3 \text{ และ } 4 \quad (4.28)$$

ซึ่ง  $V_{in,pn}$  และ  $I_{in,pn}$  คือแรงดันไฟฟ้าและกระแสไฟฟ้าด้านเข้าของโพรบตัวแบ่งกำลังงาน จากที่เราสร้างสมการเชิงอินทิกรัลของสนามไฟฟ้าโดยกำหนดให้แหล่งกำเนิดแรงดันไฟฟ้าที่ตำแหน่งป้อนสัญญาณเป็นช่องว่างเคลตา ดังนั้นขนาดของแรงดันไฟฟ้าด้านเข้าจะมีค่าเท่ากับหนึ่งนั่นคือ

$$V_{in,f} = 1 \quad (4.29)$$

$$V_{in,pn} = 1 \quad (4.30)$$

จากสมการฟังก์ชันการกระจายกระแสไฟฟ้าของโพรบกระตุ้น และโพรบตัวแบ่งกำลังงานเขียนได้ตามลำดับดังนี้

$$\begin{aligned} \bar{J}_f(\bar{R}') &= \sum_{g=1}^{N_g} A_g \bar{j}_g(\bar{R}') \\ &= \sum_{g=1}^{N_g} A_g \sin \frac{g\pi}{2l_f} (l_f - z') \hat{z} \end{aligned} \quad (4.31)$$

และ

$$\bar{J}_{pn}(\bar{R}') = \sum_{q=1}^{N_{qn}} B_{qn} \bar{j}_{qn}(\bar{R}')$$

$$= \sum_{q=1}^{N_{qn}} B_{qn} \sin \frac{q_n \pi}{2l_{pn}} (l_{pn} - \rho + \rho') \hat{\rho} \quad (4.32)$$

เมื่อพิจารณาดำแหน่งที่ป้อนกำลังงานของโพรบกระตุ้น ( $z' = 0$ ) เราสามารถเขียนฟังก์ชันการกระจายกระแสไฟฟ้าใหม่ได้เป็นหรือจะเท่ากับกระแสไฟฟ้าด้านเข้าของโพรบกระตุ้นได้ดังนี้

$$I_{m,f} = J_f = \sum_{g=1}^{N_g} A_g \sin \frac{g\pi}{2} \quad (4.33)$$

และสำหรับโพรบตัวแบ่งกำลังงานเมื่อพิจารณาที่จุดป้อนสัญญาณ ( $\rho' = \rho$ ) เราสามารถเขียนกระแสไฟฟ้าด้านเข้าของโพรบตัวแบ่งกำลังงานได้ดังนี้

$$I_{in,pn} = J_{pn} = \sum_{q=1}^{N_{qn}} B_{qn} \sin \frac{q_n \pi}{2} \quad (4.34)$$

ดังนั้นจากสมการ (4.27) และ (4.28) เราจะแสดงอิมพีแดนซ์ด้านเข้าของโพรบกระตุ้นและโพรบตัวแบ่งกำลังงานได้ตามลำดับดังนี้

$$\begin{aligned} Z_{in,f} &= \frac{1}{I_{m,f}} \\ &= \frac{1}{\sum_{g=1}^{N_g} A_g \sin \frac{g\pi}{2}} \end{aligned} \quad (4.35)$$

และ

$$\begin{aligned} Z_{in,pn} &= \frac{1}{I_{in,pn}} \\ &= \frac{1}{\sum_{q=1}^{N_{qn}} B_{qn} \sin \frac{q_n \pi}{2}} \end{aligned} \quad (4.36)$$

นอกจากอิมพีแดนซ์ด้านเข้าแล้วยังมีพารามิเตอร์ที่สำคัญทางด้านอินพุตอีก เช่น สัมประสิทธิ์การสะท้อนกลับ ( $\Gamma$ ) และอัตราส่วนคลื่นนิ่ง ( $SWR$ ) ซึ่งเป็นพารามิเตอร์ที่จะบอกให้ถึงคุณสมบัติทางด้านอินพุตของตัวแบ่งกำลังงานสำหรับนำไปใช้ในระบบที่ต้องการ ดังนั้นเราสามารถหาได้จาก

$$\Gamma = \frac{Z_o - Z_{in}}{Z_o + Z_{in}} \quad (4.37)$$

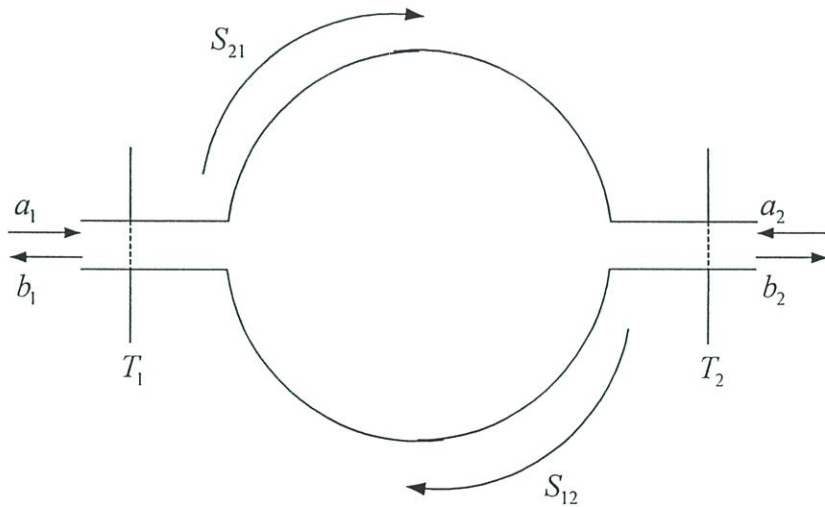
และ

$$SWR = \frac{1+|\Gamma|}{1-|\Gamma|} \quad (4.38)$$

โดยที่  $Z_o$  คืออิมพีแดนซ์ของคลื่นคุณลักษณะ

#### 4.7 การเชื่อมต่อกำลังงาน

จากที่กล่าวมาในบทที่ 2 หัวข้อพารามิเตอร์เอส สำหรับการพิจารณาสัมประสิทธิ์การส่งผ่านหรือการเชื่อมต่อกำลังงานรวมในวิทยานิพนธ์นี้ เราจะพิจารณาโดยการป้อนกำลังงานจากโพรบกระตุ้นสำหรับการเชื่อมต่อกำลังงานไปยังโพรบตัวแบ่งกำลังงานใดๆ ที่ต่ออยู่กับแมตซิงโหลด และทำการต่อโหลดที่ค่าเท่ากับศูนย์โอห์มหรือชอร์ตวงจรของโพรบตัวแบ่งกำลังงานที่เหลือ ดังนั้นเราจึงพิจารณาวงจร 2 พอร์ตซึ่งเป็นวงจรพื้นฐานที่สุดในนิยามของพารามิเตอร์เอส และซึ่งจะสอดคล้องกับการทดสอบด้วยเครื่องมือวัดที่เป็น 2 พอร์ตเน็ตเวิร์ก สำหรับวงจร 2 พอร์ตแสดงได้ดังรูปที่ 4.7 และตามนิยามของเมตริกซ์การกระจัดกระจายเราสามารถเขียนความสัมพันธ์ได้ดังสมการ (4.40)



รูปที่ 4.7 วงจร 2 พอร์ตที่มีการเชื่อมต่อกำลังงาน

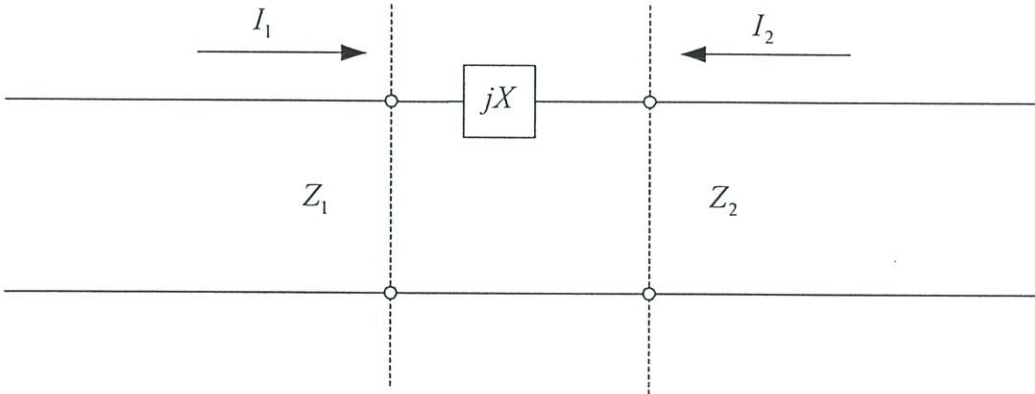
$$b_1 = S_{11}a_1 + S_{12}a_2 \quad (4.39ก)$$

$$b_2 = S_{21}a_1 + S_{22}a_2 \quad (4.39ข)$$

โดยที่ความหมายของพารามิเตอร์เอส  $S_{11}$  และ  $S_{22}$  จะเป็นสัมประสิทธิ์การสะท้อนกลับที่พอร์ตที่ 1 และพอร์ตที่ 2 ตามลำดับ ในขณะที่อีกพอร์ตหนึ่งถูกต่อไว้ด้วยแมตซิงโหลด สำหรับ  $S_{12}$  และ  $S_{21}$  ก็จะเป็นสัมประสิทธิ์การส่งผ่านจากพอร์ตที่ 2 มาพอร์ตที่ 1 และจากพอร์ตที่ 1 ไปพอร์ตที่ 2 ตาม

ลำดับที่มีการต่ออีกพอร์ตหนึ่งไว้ด้วยแมตซิง โหลดเช่นเดียวกัน และ S12 จะเท่ากับ S21 ในกรณีนี้ วงจร 2 พอร์ตมีคุณสมบัติตามทฤษฎีสภาวะย้อนกลับ

จากรูปที่ 4.7 ซึ่งจะนำไปสู่การหาค่าพารามิเตอร์เอสของวงจร 2 พอร์ตซึ่งสามารถแสดงได้ ดังรูปที่ 4.8 ที่มีคาร์รีแอกแดนซ์ต่อคั่นกลางในลักษณะอนุกรมของพอร์ตทั้งสอง แสดงได้ดังต่อไปนี้



รูปที่ 4.8 วงจร 2 พอร์ตที่ใช้ในการหาพารามิเตอร์เอส

จากรูปที่ 4.8 เมื่อกำหนดให้  $V_1^+, V_1^-, V_2^+$  และ  $V_2^-$  เป็นแรงดันไฟฟ้าสมมูลที่ไม่ได้แอมพลิไฟด์ไว้ เราจะหา  $S_{11}$  ได้โดยการต่อพอร์ตที่ 2 ด้วยแมตซิง โหลดคือ  $Z_2$  ซึ่งจะได้ผลดังนี้

$$S_{11} = \frac{b_1}{a_1} = \frac{V_1^-}{V_1^+} = \frac{Z_m - Z_1}{Z_m + Z_1} = \frac{Z_2 - Z_1 + jX}{Z_2 + Z_1 + jX} \quad (4.41)$$

ในลักษณะเดียวกันจะสามารถหาค่า  $S_{22}$  ได้ดังนี้

$$S_{22} = \frac{b_2}{a_2} = \frac{V_2^-}{V_2^+} = \frac{Z_1 - Z_2 + jX}{Z_1 + Z_2 + jX} \quad (4.42)$$

การหา  $S_{21}$  นั้นเราจะทำได้โดยการต่อแมตซิง โหลดไว้ที่พอร์ต 2 แล้วหาค่า  $b_2/a_1$  ซึ่งในขั้นแรกจะติดอยู่ในรูปของ  $V_2^-$  และ  $V_2^+$  แสดงได้ดังนี้

$$S_{12} = S_{21} = \frac{b_2}{a_1} = \sqrt{\frac{Z_1}{Z_2}} \frac{V_2^-}{V_1^+} \quad (4.43)$$

การหาค่า  $V_2^-$  ในรูปของ  $V_1^+$  นั้นจะทำได้โดยคำนึงถึงแรงดันไฟฟ้าและกระแสไฟฟ้าที่ไหลในวงจรดังนี้คือ ก่อนอื่นที่พอร์ตที่ 1 จะมีแรงดันไฟฟ้ารวมเขียนได้ดังนี้

$$V_1 = V_1^+ + V_1^- = V_1^+ (1 + S_{11}) \quad (4.44)$$

และกระแสไฟฟ้าที่ไหลเข้าที่พอร์ตที่ 1 จะเขียนได้ดังนี้

$$I_1 = \frac{1}{Z_1}(V_1^+ - V_1^-) = \frac{V_1^+}{Z_1}(1 - S_{11}) \quad (4.45)$$

เนื่องจากกระแสไฟฟ้าที่ไหลผ่านวงจรอนุกรมจะมีขนาดเท่ากัน เมื่อให้  $I_2^-$  เป็นกระแสที่ไหลออกจากพอร์ตที่ 2 จะได้เป็น

$$I_1 = -I_2 = I_2^- = \frac{V_2^-}{Z_1} \quad (4.46)$$

จากสมการ (4.45) และสมการ (4.46) จะสามารถหาความสัมพันธ์ระหว่าง  $V_2^-$  กับ  $V_1^+$  ได้ดังนี้

$$\frac{V_2^-}{V_1^+} = \frac{Z_2}{Z_1}(1 - S_{11}) \quad (4.47)$$

เมื่อแทนค่าสมการ (4.47) และ (4.41) ลงในสมการ (4.43) ซึ่งสามารถหาค่าของ  $S_{12}$  และ  $S_{21}$  เขียนได้ดังต่อไปนี้

$$S_{12} = S_{21} = \sqrt{\frac{Z_2}{Z_1}} \frac{2Z_1}{Z_1 + Z_2 + jX} = \frac{2\sqrt{Z_1 Z_2}}{Z_1 + Z_2 + jX} \quad (4.48)$$

## 4.8 สรุป

โดยวิธีโมเมนต์และเทคนิคของกาเลอกินเราสามารถทำการแปลงสมการเชิงเส้นของสมการสนามไฟฟ้าเชิงอินทิกรัลของโครงสร้างตัวแบ่งกำลังงาน โดยใช้โพรบเชื่อมต่อร่วมภายในควาตีตี้ตัวนำทรงกระบอกเป็นระบบเมตริกซ์ เพื่อแก้สมการเชิงอินทิกรัลหาผลเฉลยของกระแสที่ไม่ทราบค่าโดยพิจารณาฟังก์ชันฐานซึ่งในวิทยานิพนธ์นี้ได้เลือกแบบกระจายโดยตลอดครอบคลุมบริเวณที่พิจารณาทั้งหมดซึ่งเป็นชนิดเดียวกับฟังก์ชันถ่วงน้ำหนัก จากผลเฉลยของกระแสที่ไม่ทราบค่านำไปสู่การหาอิมพีแดนซ์ด้านเข้าของโพรบกระตุ้นและโพรบตัวแบ่งกำลังงานของตัวแบ่งกำลังงานจากความสัมพันธ์ของอิมพีแดนซ์ด้านเข้าสามารถหาสัมประสิทธิ์การสะท้อนกลับและอัตราส่วนคลื่นนิ่งซึ่งจะเป็นพารามิเตอร์ที่จะบอกถึงคุณสมบัติทางด้านอินพุต สำหรับสัมประสิทธิ์การส่งผ่านหรือการเชื่อมต่อร่วมในวิทยานิพนธ์นี้ได้พิจารณาพารามิเตอร์เอสแบบวงจร 2 พอร์ตที่หาได้จากอิมพีแดนซ์ด้านเข้า โดยเงื่อนไขต่อแมตชิงโหลดกับพอร์ตที่ 2 และป้อนกำลังงานให้เข้าทางพอร์ตที่ 1 ที่มีคุณสมบัติตามทฤษฎีสภาวะย้อนกลับ ส่วนพอร์ตอื่นๆ จะถูกต่อด้วยโหลดที่มีค่าเท่ากับศูนย์โอห์มหรือชอร์ตวงจรซึ่งจะสอดคล้องกับเงื่อนไขในทางปฏิบัติที่ใช้เครื่องวิเคราะห์โครงข่ายแบบ 2 พอร์ต

## บทที่ 5

# การวิเคราะห์ผลการคำนวณ และผลการทดสอบของตัวแบ่งกำลังงาน โดยใช้โพรบเชื่อมต่อร่วมภายในควาวิตี้ตัวนำทรงกระบอก

### 5.1 บทนำ

ในบทนี้ได้กล่าวถึงการวิเคราะห์ผลการคำนวณและผลการทดสอบของตัวแบ่งกำลังงานที่ใช้โพรบเชื่อมต่อร่วมที่อยู่ภายในควาวิตี้ตัวนำทรงกระบอก สำหรับการออกแบบรูปแบบจำลองโดยพิจารณาเลือกโหมดที่เกิดขึ้นภายในควาวิตี้ตัวนำทรงกระบอก และความถี่ปฏิบัติการสำหรับการประยุกต์ใช้งานเมื่อได้แบบรูปจำลองของควาวิตี้นำไปสู่การกำหนดพารามิเตอร์ของการคำนวณอิมพีแดนซ์ด้านเข้า สัมประสิทธิ์การสะท้อนกลับ และอัตราส่วนคลื่นนิ่ง ของโพรบกระตุ้นและโพรบตัวแบ่งกำลังงานเมื่อได้อิมพีแดนซ์ด้านเข้านำไปสู่การหาค่าการเชื่อมต่อร่วมหรือสัมประสิทธิ์การส่งผ่าน จากรูปแบบจำลองนำไปสู่การออกแบบสร้างและทดสอบ โดยที่เงื่อนไขแรกเมื่อตัวแบ่งกำลังงานถูกต้องกับโหลด 50 โอห์ม ทั้งสี่ตัวโดยพิจารณาอิมพีแดนซ์ด้านเข้า สัมประสิทธิ์การสะท้อนกลับ อัตราส่วนคลื่นนิ่ง สัมประสิทธิ์การส่งผ่านและเฟส เมื่อพิจารณาเงื่อนไขที่สองตัวแบ่งกำลังงานถูกต้องเข้ากับโหลด 50 โอห์ม เพียงโพรบเดียวและโพรบตัวแบ่งกำลังงานตัวที่เหลือจะถูกต่อด้วยโหลดศูนย์โอห์มหรือชอร์ตวงจรสำหรับโพรบตัวแบ่งกำลังงาน

### 5.2 การออกแบบจำลองของตัวแบ่งกำลังงานโดยใช้โพรบเชื่อมต่อร่วมภายในควาวิตี้ตัวนำทรงกระบอก

ในหัวข้อนี้จะกล่าวถึงการหาค่าพารามิเตอร์ของตัวแบ่งกำลังงาน คือ ขนาดรัศมี ( $a$ ) และความยาวของควาวิตี้ ( $h$ ) เพื่อการคำนวณ การออกแบบสร้างและการทดสอบ โดยอันดับแรกพิจารณาความถี่ปฏิบัติการสำหรับการประยุกต์ใช้งานในวิทยานิพนธ์นี้เลือกความถี่ปฏิบัติการ 2.4 GHz และโหมดที่จะเกิดขึ้นภายในควาวิตี้ตัวนำทรงกระบอก เริ่มจากสูตรการวิเคราะห์สนามแม่เหล็กไฟฟ้าตามขวางของท่อนำคลื่นตัวนำทรงกระบอกในบทที่ 2 จากสมการ (2.48g) และ (2.60) เป็นสมการความถี่คัตออฟของท่อนำคลื่น  $TE_{mn}$  และ  $TM_{mn}$  โหมดตามลำดับสามารถเขียนได้ดังนี้

$$(f_c)_{mn}^{TE} = \frac{\chi'_{mn}}{2\pi a \sqrt{\mu\epsilon}} \quad (5.1)$$

$$(f_c)_{mn}^{TM} = \frac{\chi_{mn}}{2\pi a \sqrt{\mu\epsilon}} \quad (5.2)$$

เมื่อกำหนดให้โหมด  $TM_{01}$  เป็นโหมดที่เกิดขึ้นในท่อนำคลื่นเนื่องจากเป็นโหมดพื้นฐานของโหมด  $TM$  และลักษณะการกระจายสนามไฟฟ้าเป็นรูปแบบที่ดูการสามารถแสดงได้ดังรูปที่ 5.1 และสำหรับโหมดที่ต้องการให้คัตออฟอันดับสูงเป็น  $TE_{21}$  โดยกำหนดให้พารามิเตอร์ได้ดังต่อไปนี้

$$\text{ความถี่คัตออฟ } (f_c)_{01}^{TM} = 2. \text{GHz}$$

$$\text{คุณสมบัติตัวกลาง } (\mu_r, \epsilon_r) = 1$$

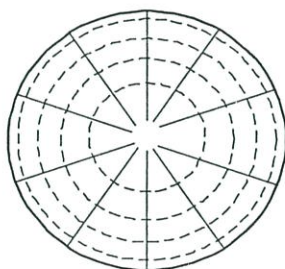
$$\text{รากของฟังก์ชันเบสเซล } (\chi_{01}) = 2.4049$$

$$\text{รากของอนุพันธ์ฟังก์ชันเบสเซล } (\chi'_{21}) = 3.0542$$

จากสมการ (5.1) และ (5.2) สามารถหาความถี่คัตออฟด้านบนและรัศมีของท่อนำคลื่นตามลำดับได้ดังนี้

$$(f_c)_{21}^{TE} = 2.54 \text{ GHz}$$

$$a = 5.74 \text{ cm.} = 0.45\lambda$$



$TM_{01}$

$E$  ———

$H$  - - - - -

รูปที่ 5.1 คลื่นแม่เหล็กตามขวางของพื้นที่หน้าตัดท่อนำคลื่นทรงกระบอก

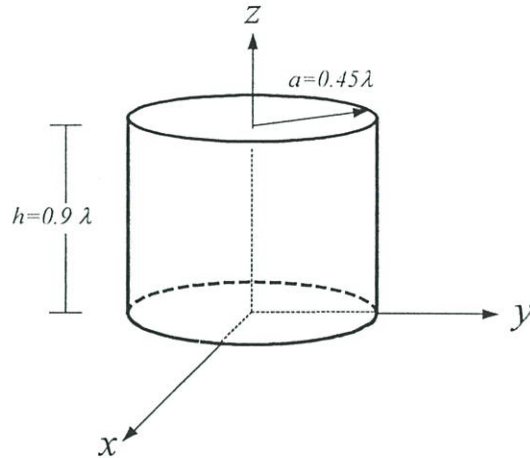
สำหรับความยาว ( $h$ ) ของควาวิตี้ตัวนำทรงกระบอกสามารถหาได้จาก (2.60) สามารถเขียนได้ดังนี้

$$(f_r)_{mnp}^{TM} = \frac{1}{2\pi\sqrt{\mu\epsilon}} \sqrt{\left(\frac{\chi_{mn}}{a}\right)^2 + \left(\frac{p\pi}{h}\right)^2}, \quad \begin{array}{l} m = 0, 1, 2, 3, \dots \\ n = 1, 2, 3, \dots \\ p = 1, 2, 3, \dots \end{array} \quad (5.3)$$

โดยกำหนดให้  $p = 1$  สำหรับความยาวครึ่งหนึ่ง (half wavelength) ของความยาวคลื่นภายในควาวิตี้ตัวนำทรงกระบอกที่ชี้ไปตามแนวแกน  $z$  ดังนั้นจากมาการ (5.3) สามารถหาค่าความยาวของควาวิตี้ได้ดังนี้

$$h = 11.312 \text{ cm.} = 0.9\lambda$$

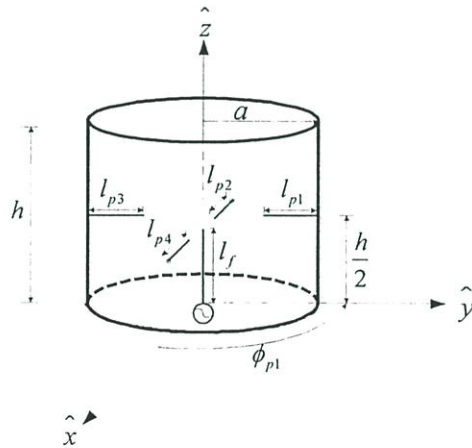
จากพารามิเตอร์ที่หาได้สามารถแสดงแบบจำลองได้ดังรูปที่ 5.2



รูปที่ 5.2 แบบรูปจำลองควาวิต์ตัวนำทรงกระบอก

### 5.3 ผลการคำนวณอิมพีแดนซ์ด้านเข้าของตัวแบ่งกำลังงานโดยใช้โพรบเชื่อมต่อร่วมภายในควาวิต์ตัวนำทรงกระบอก

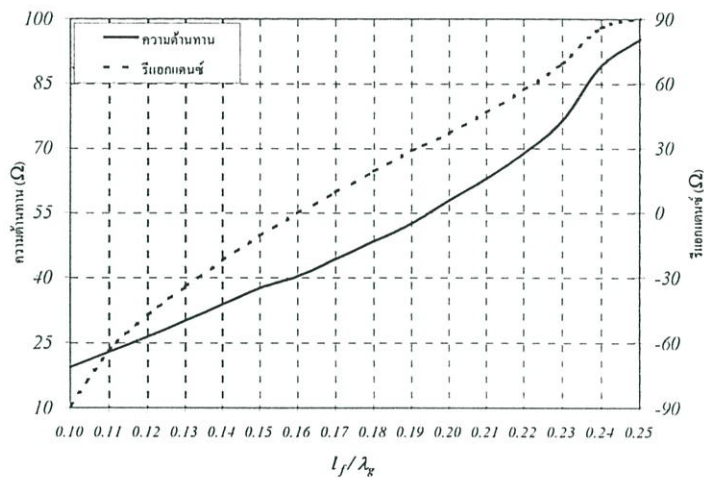
จากแบบรูปจำลองของควาวิต์ตัวนำทรงกระบอกที่ได้นำไปสู่การกำหนดพารามิเตอร์สำหรับการคำนวณ พิจารณาได้ดังรูปที่ 5.3 โดยกำหนดให้ตำแหน่งของโพรบกระตุ้นอยู่ตรงกลางด้านล่างของควาวิต์ชี้ไปตามแนวแกน  $z$  และโพรบตัวแบ่งกำลังงานอยู่กึ่งกลางความยาวของควาวิต์ชี้ไปตามแนวแกนรัศมี ( $\rho$ ) ที่มี 4 โพรบซึ่งแต่ละโพรบมีระยะห่างกัน 90 องศา



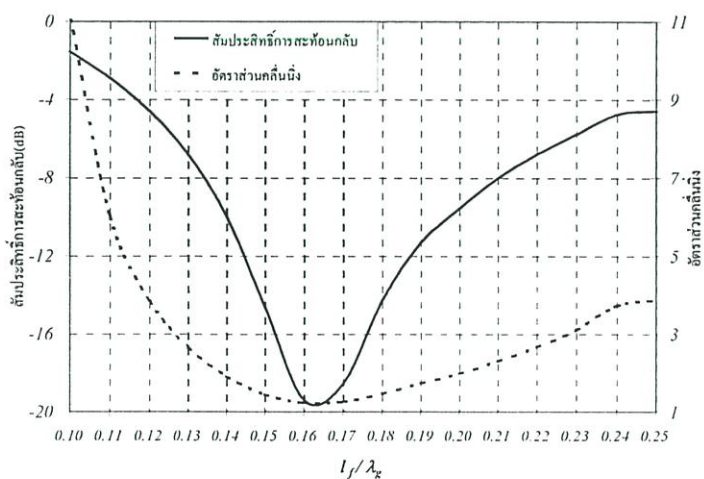
รูปที่ 5.3 แบบรูปจำลองของตัวแบ่งกำลังงานโดยใช้โพรบเชื่อมต่อร่วมภายในควาวิต์ตัวนำทรงกระบอกที่ใช้สำหรับการคำนวณ

สำหรับเงื่อนไขของการคำนวณอิมพีแดนซ์ด้านเข้าของโพรบกระตุ้นและโพรบตัวแบ่งกำลังงาน โดยที่จะพิจารณาผลรวมอนุกรมของฟังก์ชันกรีนไดโอดิกในสมการ (3.62) ถึง (3.65) ในทางอุดมคติผลรวมอนุกรมจะประกอบด้วยจำนวนอนันต์พจน์ในการคำนวณจะต้องคำนึงถึงประสิทธิภาพของคอมพิวเตอร์และระยะเวลา จำนวนพจน์ของผลรวมอนุกรมยิ่งมากจะทำให้ผลการคำนวณยิ่งเข้า

ใกล้จุดมคคสำหรับในวิทยานิพนธ์นี้ได้ทำการจำกัดพจน์ในการคำนวณเท่ากับ 5 พจน์ของผลรวมอนุกรม จากโครงสร้างของควิตีตัวนำทรงกระบอกเป็นโครงสร้างที่สมมาตรจากผลการคำนวณอิมพีแดนซ์ด้านเข้าของโพรบตัวแบ่งกำลังงานจะพบว่ามามีค่าที่เท่ากันทั้ง 4 ตัว สำหรับความยาวของโพรบกระตุ้นและโพรบตัวแบ่งกำลังงานกำหนดให้ความยาวเริ่มต้นที่  $0.25\lambda_g$  และทำการเปลี่ยนแปลงความยาวของโพรบกระตุ้นจนกระทั่งถึง  $0.1\lambda_g$  โดยที่กำหนดความยาวของโพรบกระตุ้นคงที่ จากผลการคำนวณอิมพีแดนซ์ด้านเข้าของโพรบกระตุ้นซึ่งแสดงได้ดังรูปที่ 5.4 เมื่อความยาวของโพรบสั้นจะพบว่าค่าอิมพีแดนซ์จะน้อย และจะมีค่าอิมพีแดนซ์เพิ่มมากขึ้นเมื่อความยาวของโพรบที่เพิ่มขึ้น สำหรับค่าความยาวของโพรบกระตุ้นที่เหมาะสมประมาณ  $0.16\lambda_g$  ซึ่งจะให้ได้ค่าอิมพีแดนซ์เท่ากับ  $40.3-j0.28$  โอห์ม และจะทำให้ได้ค่าสัมประสิทธิ์การสะท้อนกลับ  $-19\text{dB}$  และค่าอัตราส่วนคลื่นนิ่งเท่ากับ 1.23:1 ซึ่งแสดงได้ดังรูปที่ 5.5

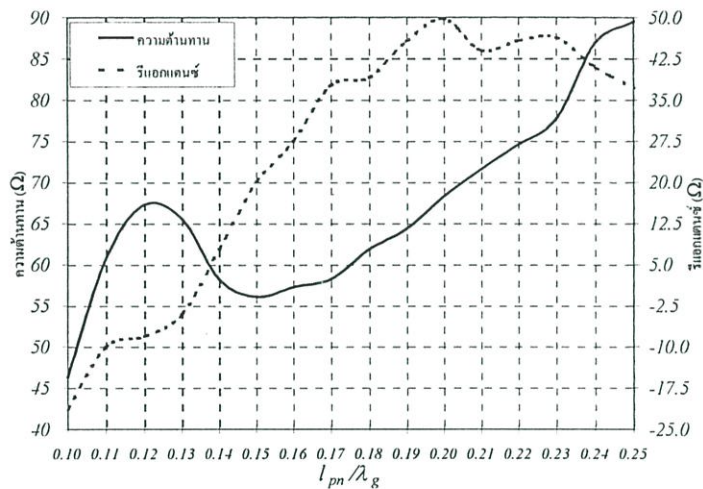


รูปที่ 5.4 อิมพีแดนซ์ด้านเข้าของโพรบกระตุ้นเมื่อเปลี่ยนแปลงความยาวของโพรบ

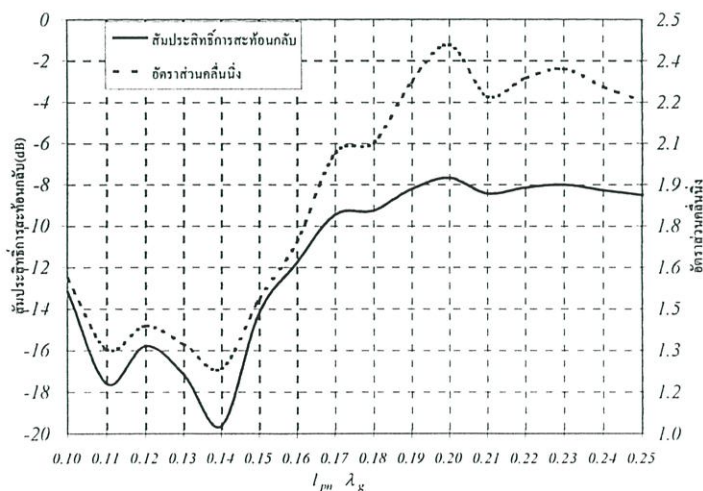


รูปที่ 5.5 สัมประสิทธิ์การสะท้อนกลับและอัตราส่วนคลื่นนิ่งของโพรบกระตุ้นเมื่อเปลี่ยนแปลงความยาวของโพรบ

เช่นเดียวกับการพิจารณาอิมพีแดนซ์ด้านเข้าของโพรบตัวแบ่งกำลังงาน โดยกำหนดให้ความยาวของโพรบกระตุ้นคงที่เท่ากับ  $0.16\lambda_g$  แล้วทำการเปลี่ยนแปลงความยาวของโพรบตัวแบ่งกำลังงานตั้งแต่  $0.1\lambda_g$  ถึง  $0.25\lambda_g$  ซึ่งค่าอิมพีแดนซ์ด้านเข้าของโพรบตัวแบ่งกำลังงานแสดงได้ดังรูปที่ 5.6 จะพบว่าที่ความยาวของโพรบเท่ากับ  $0.1\lambda_g$  ค่าอิมพีแดนซ์ที่ได้จะเท่ากับ  $46.4-j21.3$  โอห์ม เมื่อความยาวของโพรบเพิ่มขึ้นค่าอิมพีแดนซ์ก็จะเพิ่มขึ้นจนกระทั่งถึงความยาวเท่ากับ  $0.12\lambda_g$  ค่าความต้านทานจะเริ่มลดลงสำหรับค่าของรีแอ็กแตนซ์ยังเพิ่มสูงขึ้น ค่าความต้านทานจะเพิ่มขึ้นอีกเมื่อความยาวของโพรบเท่ากับ  $0.15\lambda_g$  ส่วนค่ารีแอ็กแตนซ์จะเริ่มลดลงเมื่อความยาวของโพรบเท่ากับ  $0.2\lambda_g$  สำหรับค่าอิมพีแดนซ์ที่เหมาะสมของโพรบตัวแบ่งกำลังงานจะเท่ากับ  $58.2+j7.84$  โอห์ม ที่ความยาวของโพรบเท่ากับ  $0.14\lambda_g$  ซึ่งจะสอดคล้องกับค่าสัมประสิทธิ์การสะท้อนกลับและอัตราส่วนคลื่นนิ่งดังแสดงรูปที่ 5.7 ที่ความยาวของโพรบตัวแบ่งกำลังงานเท่ากับ  $0.14\lambda_g$  ค่าระดับของสัมประสิทธิ์การสะท้อนกลับเท่ากับ  $-19$  dB และค่าอัตราส่วนคลื่นนิ่งจะเท่ากับ  $1.23:1$

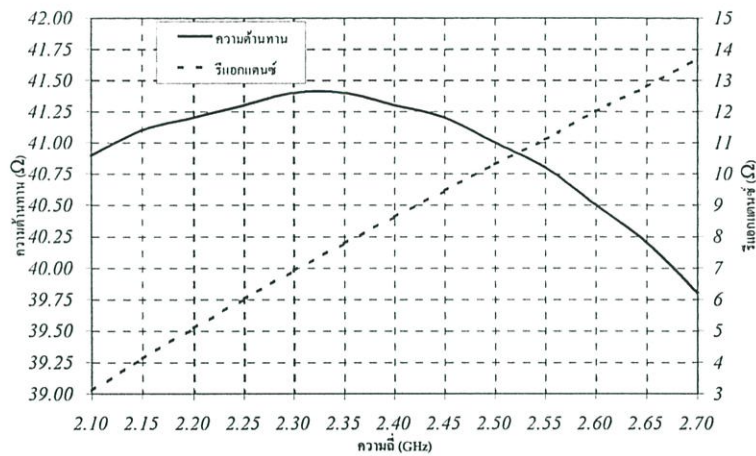


รูปที่ 5.6 อิมพีแดนซ์ด้านเข้าของโพรบตัวแบ่งกำลังงานเมื่อเปลี่ยนแปลงความยาวของโพรบ

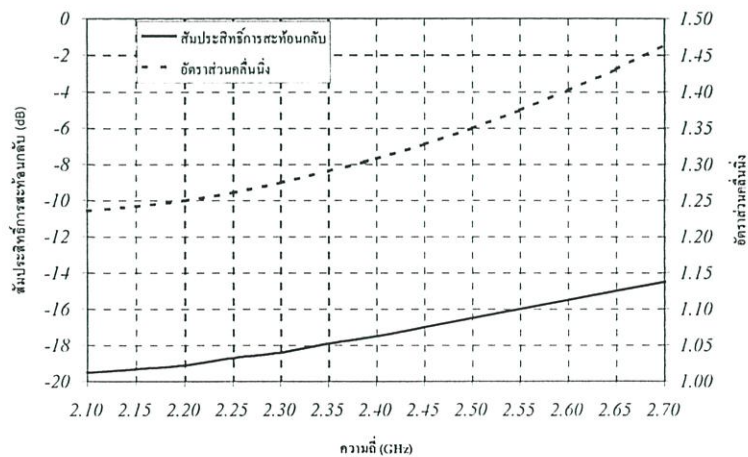


รูปที่ 5.7 สัมประสิทธิ์การสะท้อนกลับและอัตราส่วนคลื่นนิ่งของโพรบตัวแบ่งกำลังงานเมื่อเปลี่ยนแปลงความยาวของโพรบ

จากผลการคำนวณโดยการเปลี่ยนแปลงขนาดความยาวของโพรบกระตุ้นและโพรบตัวแบ่งกำลังงานเมื่อได้ความยาวที่เหมาะสม จึงพิจารณาช่วงความถี่เรโซแนนซ์ตั้งแต่ 2.1 GHz ถึง 2.7 GHz สำหรับความถี่กลาง 2.4 GHz เป็นความถี่ที่ใช้ในการออกแบบตัวแบ่งกำลังงาน สำหรับค่าอิมพีแดนซ์ด้านเข้าของโพรบกระตุ้นแสดงได้ดังรูปที่ 5.8 จะพบว่าที่ความถี่ 2.1 GHz ความต้านทานที่ได้จะเท่ากับ 40.9 โอห์ม และจะเพิ่มค่าขึ้นเมื่อความถี่สูงขึ้นจนกระทั่งถึงที่ความถี่ 2.35 GHz จะเริ่มลดค่าลงจนถึงที่ความถี่ 2.7 GHz ค่าความต้านทานจะเท่ากับ 39.8 โอห์ม สำหรับค่ารีเอกแตนซ์ที่ความถี่ 2.1 GHz จะเท่ากับ 3.12 โอห์ม และจะเพิ่มค่ามากขึ้นเมื่อความถี่สูงขึ้นจนถึงที่ความถี่ 2.7 GHz จะเท่ากับ 13.7 โอห์ม สำหรับที่ความถี่ 2.4 GHz จะได้อิมพีแดนซ์ด้านเข้า  $41.3+j8.63$  โอห์ม จากรูปที่ 5.9 แสดงสัมประสิทธิ์การสะท้อนกลับและอัตราส่วนคลื่นนิ่งของโพรบกระตุ้นที่ความถี่ 2.4 GHz ซึ่งจะได้ค่าสัมประสิทธิ์การสะท้อนกลับ  $-17.5$  dB และอัตราส่วนคลื่นนิ่งเท่ากับ 1.3:1

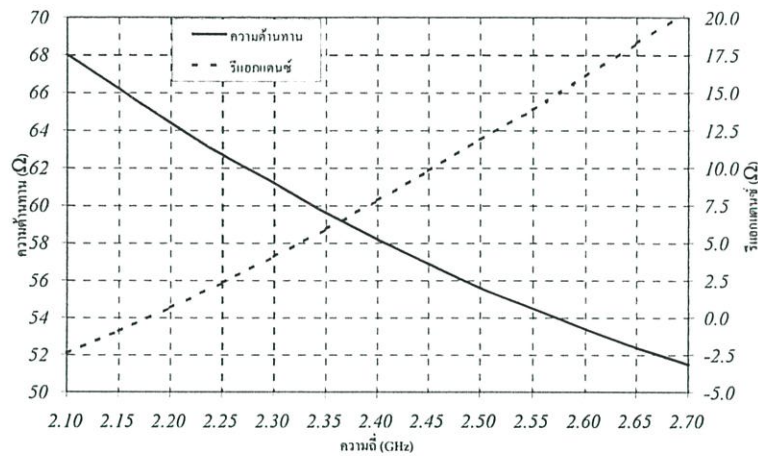


รูปที่ 5.8 อิมพีแดนซ์ด้านเข้าของโพรบกระตุ้น เมื่อความยาวของโพรบกระตุ้นเท่ากับ  $0.16\lambda_g$  และโพรบตัวแบ่งกำลังงานเท่ากับ  $0.14\lambda_g$

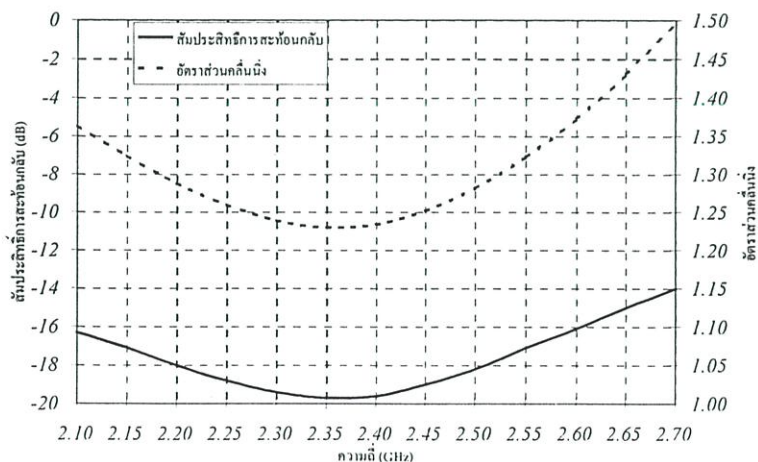


รูปที่ 5.9 สัมประสิทธิ์การสะท้อนกลับและอัตราส่วนคลื่นนิ่งของโพรบกระตุ้น เมื่อความยาวของโพรบกระตุ้นเท่ากับ  $0.16\lambda_g$  และโพรบตัวแบ่งกำลังงานเท่ากับ  $0.14\lambda_g$

เมื่อพิจารณาช่วงความถี่เรโซแนนซ์ของโพรบตัวแบ่งกำลังงานตั้งแต่ 2.1 GHz ถึง 2.7 GHz ดังแสดงในรูปที่ 5.10 เป็นกราฟคุณลักษณะของอิมพีแดนซ์ด้านเข้าจะพบว่าที่ความถี่ 2.1 GHz ค่าความต้านทานที่ได้จะเท่ากับ 68 โอห์ม เมื่อความถี่เพิ่มสูงขึ้นค่าความต้านทานจะลดลงจนกระทั่งถึงความถี่ 2.7 GHz จะมีค่าความต้านทานเท่ากับ 51.5 โอห์ม และสำหรับค่ารีแอกแตนซ์ที่ความถี่ 2.1 GHz จะได้เท่ากับ -2.36 โอห์ม เมื่อความถี่เพิ่มสูงขึ้นก็จะได้ค่ารีแอกแตนซ์ที่เพิ่มขึ้นจนกระทั่งถึงความถี่ 2.7 GHz จะเท่ากับ 21.5 โอห์ม สำหรับความถี่ปฏิบัติการ 2.4 GHz จะได้ค่าอิมพีแดนซ์เท่ากับ  $58.2 + j7.84$  โอห์ม ซึ่งจะสอดคล้องกับค่าสัมประสิทธิ์การสะท้อนกลับและอัตราส่วนคลื่นนิ่งที่ได้จะเท่ากับ  $-19.6$  dB และ 1.23:1 ตามลำดับดังแสดงในรูปที่ 5.11



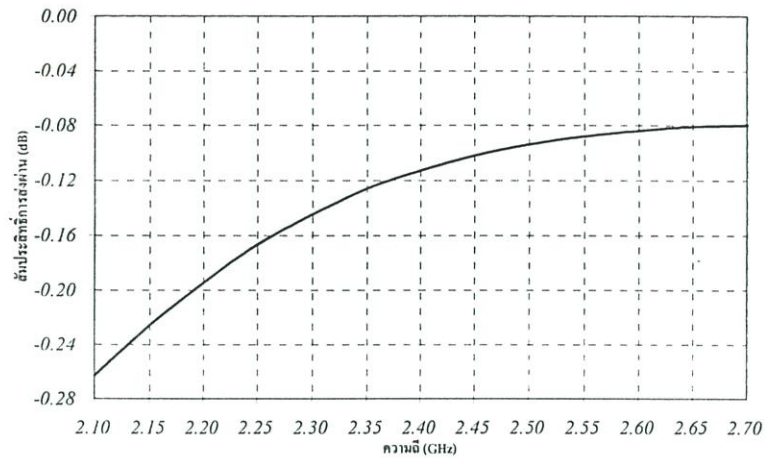
รูปที่ 5.10 อิมพีแดนซ์ด้านเข้าของโพรบตัวแบ่งกำลังงาน เมื่อความยาวของโพรบกระตุ่นเท่ากับ  $0.16\lambda_g$  และ โพรบตัวแบ่งกำลังงานเท่ากับ  $0.14\lambda_g$



รูปที่ 5.11 สัมประสิทธิ์การสะท้อนกลับและอัตราส่วนคลื่นนิ่งของโพรบตัวแบ่งกำลังงาน เมื่อความยาวของโพรบกระตุ่นเท่ากับ  $0.16\lambda_g$  และ โพรบตัวแบ่งกำลังงานเท่ากับ  $0.14\lambda_g$

จากค่าอิมพีแดนซ์ด้านเข้าของโพรบกระตุ่นและโพรบตัวแบ่งกำลังงานที่คำนวณได้ ซึ่งสามารถหาค่าสัมประสิทธิ์การส่งผ่านได้ดังแสดงในรูปที่ 5.12 ที่ความถี่ 2.1 GHz จะได้ค่าสัมประสิทธิ์การส่ง

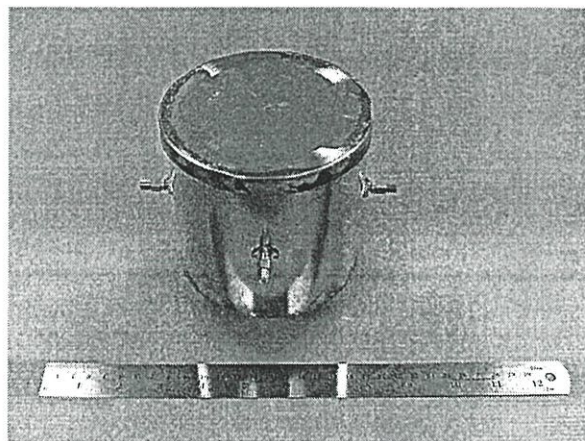
ผ่านเท่ากับ  $-0.26$  dB และจะมีค่าเพิ่มขึ้นเมื่อความถี่สูงขึ้นที่ความถี่  $2.7$  GHz จะได้เท่ากับ  $-0.08$  dB สำหรับที่ความถี่  $2.4$  GHz จะเท่ากับ  $-0.11$  dB จากกราฟที่แสดงค่าสัมประสิทธิ์การส่งผ่านจะพบว่า ตลอดช่วงความถี่  $2.1$  GHz ถึง  $2.7$  GHz จะมีระดับการเปลี่ยนแปลงค่าสัมประสิทธิ์การส่งผ่านในระดับที่แคบๆ



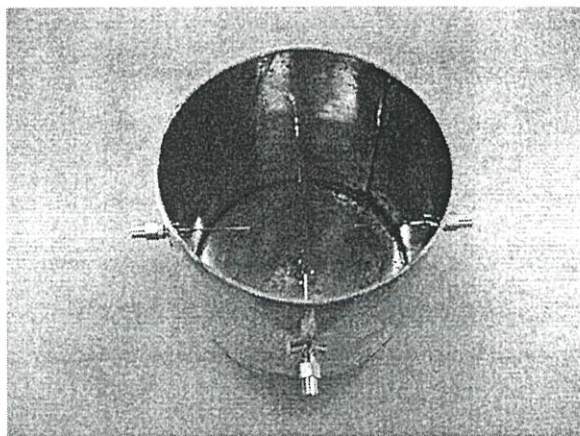
รูปที่ 5.12 ค่าสัมประสิทธิ์การส่งผ่านของโพรบกระตุ้น ไปยังโพรบตัวแบ่งกำลังงาน

#### 5.4 ผลการทดสอบตัวแบ่งกำลังงานที่ใช้โพรบเชื่อมต่อร่วมภายในควาวิตี้ตัวทรงกระบอก

ในหัวข้อนี้จะเป็นการวิเคราะห์ผลการทดสอบจากหัวข้อที่ผ่านมาจะเป็นการวิเคราะห์ผลการคำนวณของอิมพีแดนซ์ด้านเข้า สัมประสิทธิ์การสะท้อนกลับ อัตราส่วนคลื่นนิ่ง และสัมประสิทธิ์การส่งผ่านของโพรบที่อยู่ภายในควาวิตี้ตัวนำทรงกระบอกเมื่อเปลี่ยนแปลงขนาดความยาวของโพรบ เพื่อยืนยันกับการวิเคราะห์ทางทฤษฎีและผลจากการคำนวณ จึงได้ทำการออกแบบสร้างตัวแบ่งกำลังงานที่ใช้โพรบเชื่อมต่อร่วมภายในควาวิตี้ตัวนำทรงกระบอกจากรูปแบบจำลองรูปที่ 5.2 และกำหนดให้ความยาวเริ่มต้นของโพรบทั้งหมดเท่ากับ  $0.25\lambda_g$  สำหรับการปรับแมตชิงอิมพีแดนซ์ของตัวแบ่งกำลังงานต้นแบบแสดงได้ดังรูปที่ 5.13



(ก)



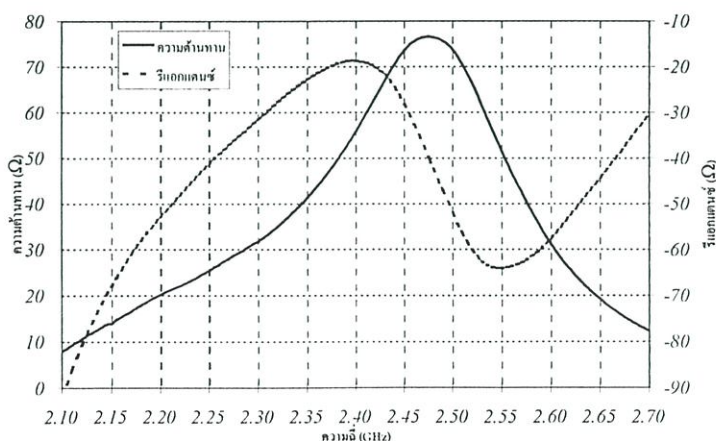
(ข)

รูปที่ 5.13 ภาพถ่ายตัวแบ่งกำลังที่ใช้โพรบเชื่อมต่อรวมภายในควาวิดีตัวนำทรงกระบอกคั่นแบบ

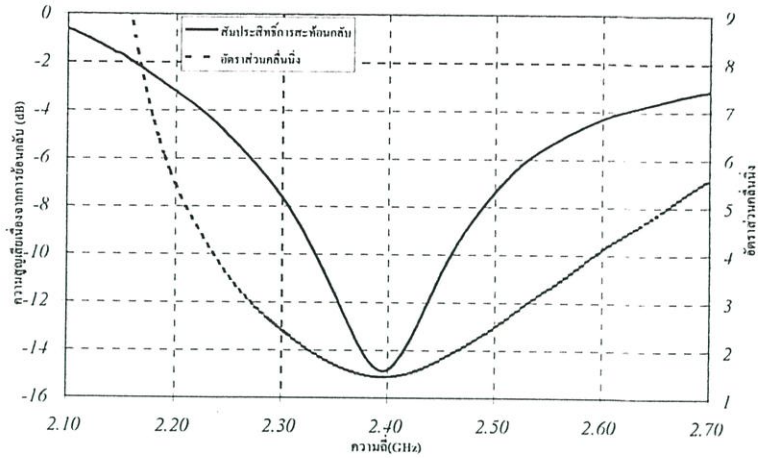
(ก) ภาพถ่ายภายนอก (ข) ภาพถ่ายภายใน

#### 5.4.1 ผลการทดสอบเมื่อโพรบตัวแบ่งกำลังงานถูกต้องกับโหลด 50 โอห์ม

สำหรับเงื่อนไขของการทดสอบอันดับแรกเมื่อกำหนดให้โพรบตัวแบ่งกำลังงานถูกต้องอยู่กับโหลดทั้ง 4 ตัว พิจารณาอิมพีแดนซ์ด้านเข้าของโพรบกระตุ้นและโพรบตัวแบ่งกำลังงาน โดยที่โพรบตัวแบ่งกำลังงานถูกต้องอยู่กับโหลด 50 โอห์ม และทำการปรับแมตซ์อิมพีแดนซ์จากการเปลี่ยนแปลงขนาดความยาวของโพรบกระตุ้นและโพรบตัวแบ่งกำลังงาน จะได้ความยาวที่เหมาะสมสำหรับโพรบกระตุ้นเท่ากับ  $0.15\lambda_g$  และโพรบตัวแบ่งกำลังงานเท่ากับ  $0.145\lambda_g$  แสดงอิมพีแดนซ์ด้านเข้าของโพรบกระตุ้นได้ดังรูปที่ 5.14 ซึ่งแสดงช่วงความถี่ตั้งแต่ 2.1 GHz ถึง 2.7 GHz และที่ความถี่ปฏิบัติการ 2.4 GHz จะพบว่ามีค่าอิมพีแดนซ์เท่ากับ  $55.71-j18.67$  โอห์ม และจากรูปที่ 5.15 แสดงค่าสัมประสิทธิ์การสะท้อนกลับและอัตราส่วนคลื่นนิ่งค่าที่ได้สำหรับความถี่ปฏิบัติการ 2.4 GHz จะเท่ากับ  $-14.8$  dB และ  $1.45:1$  ได้ตามลำดับ โดยที่ช่วงความถี่ที่เหมาะสมสำหรับการใช้งานจะอยู่ที่ช่วงความถี่ 2.33 GHz ถึง 2.46 GHz

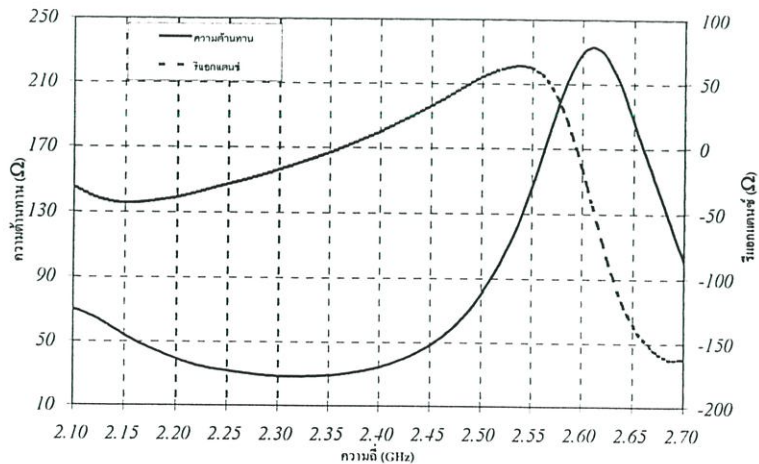


รูปที่ 5.14 อิมพีแดนซ์ด้านเข้าของโพรบกระตุ้น เมื่อตัวโพรบตัวแบ่งกำลังทั้งสี่ตัวถูกต้องอยู่กับโหลด 50 โอห์ม

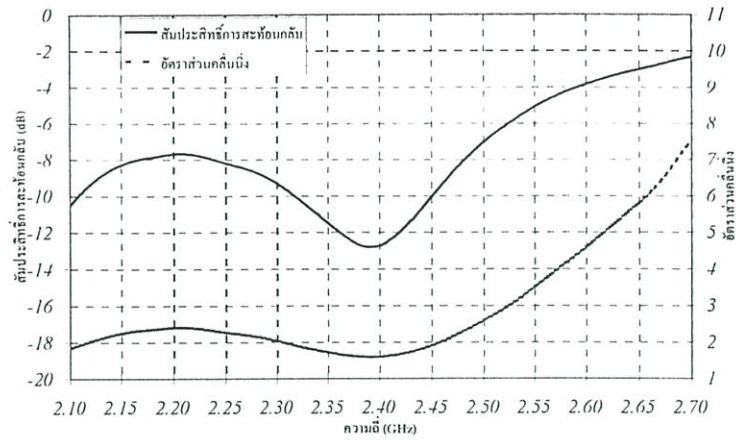


รูปที่ 5.15 สัมประสิทธิ์การสะท้อนกลับและอัตราส่วนคลื่นนิ่งของโพรบกระตุ้น เมื่อโพรบตัวแบ่งกำลังทั้งสองตัวถูกต่ออยู่กับโหลด 50 โอห์ม

เมื่อพิจารณาอิมพีแดนซ์ด้านเข้าของตัวแบ่งกำลังงาน โดยกำหนดให้โพรบถูกต่ออยู่กับด้วยโหลด 50 โอห์ม และเมื่อได้ค่าอิมพีแดนซ์ที่เหมาะสมจากนั้นจะทำการป้อนกำลังงานเข้าที่โพรบกระตุ้น สำหรับการทดสอบสัมประสิทธิ์การส่งผ่านหรือการเชื่อมต่อกำลังงานร่วม และค่าของเฟส จากรูปที่ 5.16 เป็นอิมพีแดนซ์ด้านเข้าของโพรบตัวแบ่งกำลังงานตัวที่หนึ่งซึ่งที่ความถี่ปฏิบัติการ 2.4 GHz จะได้ค่าอิมพีแดนซ์เท่ากับ  $34.50 + j12.24$  โอห์ม ซึ่งจะได้ค่าสัมประสิทธิ์การสะท้อนกลับ  $-12$  dB และอัตราส่วนคลื่นนิ่งเท่ากับ 1.6:1 แสดงได้ดังรูปที่ 5.17 จากรูปจะพบว่าช่วงแถบความถี่ที่เหมาะสมสำหรับการประยุกต์ใช้งานตั้งแต่ 2.32 GHz ถึง 2.45 GHz ซึ่งจะมีค่าสัมประสิทธิ์การสะท้อนกลับที่น้อยกว่า  $-10$  dB

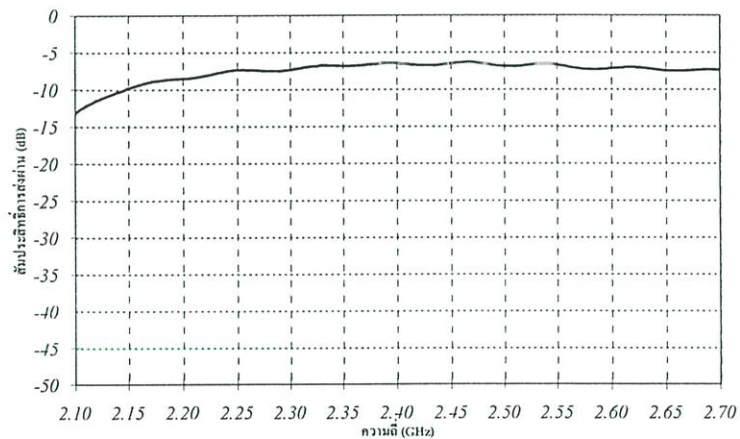


รูปที่ 5.16 อิมพีแดนซ์ด้านเข้าของโพรบตัวแบ่งกำลังงานตัวที่หนึ่งเมื่อต่ออยู่กับโหลด 50 โอห์ม

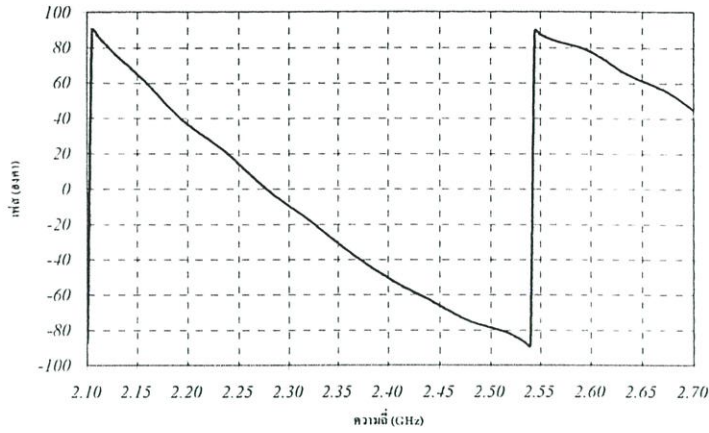


รูปที่ 5.17 สัมประสิทธิ์การสะท้อนกลับและอัตราส่วนคลื่นนิ่งของโพรบตัวแบ่งกำลังงานตัวที่หนึ่ง เมื่อต่ออยู่กับโหลด 50 โอห์ม

สำหรับสัมประสิทธิ์การส่งผ่านจากโพรบกระตุ้นไปยังโพรบตัวแบ่งกำลังงานตัวที่หนึ่งแสดงได้ดังรูปที่ 5.18 จากช่วงความถี่ 2.32 GHz ถึง 2.45 GHz จะได้ค่าสัมประสิทธิ์การส่งผ่าน  $-6.92$  dB และ  $-6.53$  dB ตามลำดับ สำหรับค่าเฟสของโพรบตัวแบ่งกำลังงานตัวที่หนึ่งจะเท่ากับ  $-50.51$  องศา ที่ความถี่ 2.4 GHz แสดงได้ดังรูปที่ 5.19

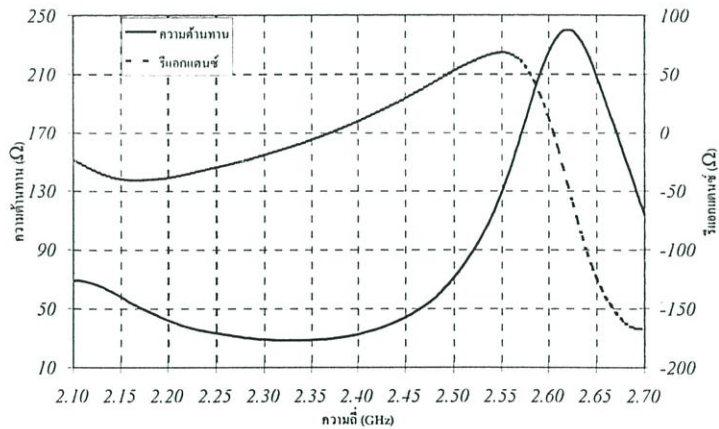


รูปที่ 5.18 สัมประสิทธิ์การส่งผ่านของโพรบกระตุ้นไปยังโพรบตัวแบ่งกำลังงานตัวที่หนึ่ง เมื่อต่ออยู่กับโหลด 50 โอห์ม

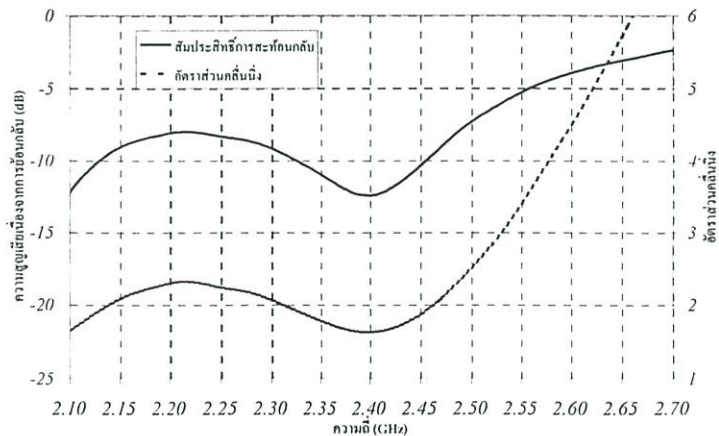


รูปที่ 5.19 เฟสของ โพรบตัวแบ่งกำลังงานตัวที่หนึ่ง เมื่อต่ออยู่กับ โหลด 50 โอห์ม

สำหรับการทดสอบอิมพีแดนซ์ด้านเข้าของ โพรบตัวแบ่งกำลังงานตัวที่สองที่ความถี่ 2.4 GHz จะได้ค่าอิมพีแดนซ์เท่ากับ  $32.56 + j9.6$  โอห์ม แสดงได้ดังรูปที่ 5.20 ซึ่งค่าสัมประสิทธิ์การสะท้อนกลับและอัตราส่วนคลื่นนิ่งจะเท่ากับ  $-12.4$  dB และ  $1.63:1$  ตามลำดับแสดงได้ดังรูปที่ 5.21 และมีช่วงแถบความถี่ที่เหมาะสมสำหรับการประยุกต์ใช้งานตั้งแต่ 2.32 GHz ถึง 2.45 GHz

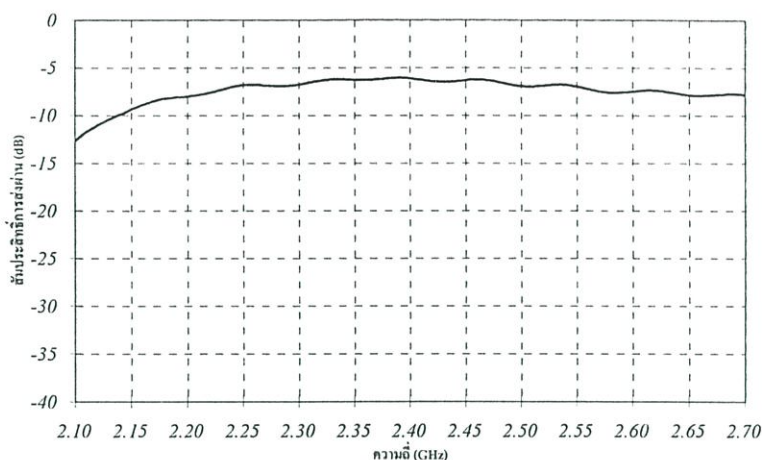


รูปที่ 5.20 อิมพีแดนซ์ด้านเข้าของ โพรบตัวแบ่งกำลังงานตัวที่สอง เมื่อต่ออยู่กับ โหลด 50 โอห์ม

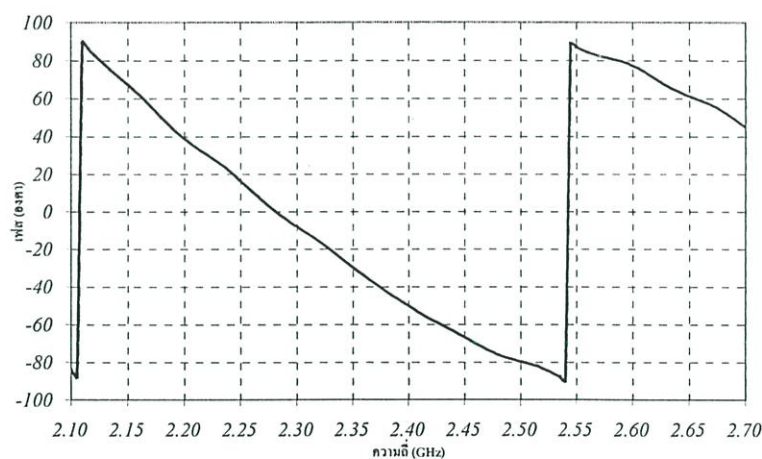


รูปที่ 5.21 สัมประสิทธิ์การสะท้อนกลับและอัตราส่วนคลื่นนิ่งของ โพรบตัวแบ่งกำลังงานตัวที่สอง เมื่อต่ออยู่กับ โหลด 50 โอห์ม

และสำหรับสัมประสิทธิ์การส่งผ่านจากโพรบกระตุ้นไปยังโพรบตัวแบ่งกำลังงานตัวที่สองแสดงได้ดังรูปที่ 5.22 ในช่วงความถี่ 2.32 GHz ถึง 2.45 GHz ซึ่งจะได้เท่ากับ  $-6.37$  dB และ  $-6.34$  dB สำหรับความถี่ปฏิบัติการ 2.4 GHz จะได้สัมประสิทธิ์การส่งผ่านเท่ากับ  $-6.15$  dB รูปที่ 5.23 แสดงเฟสของโพรบตัวแบ่งกำลังงานตัวที่สองจะได้เท่ากับ  $-50.20$  องศา ที่ความถี่ 2.4 GHz

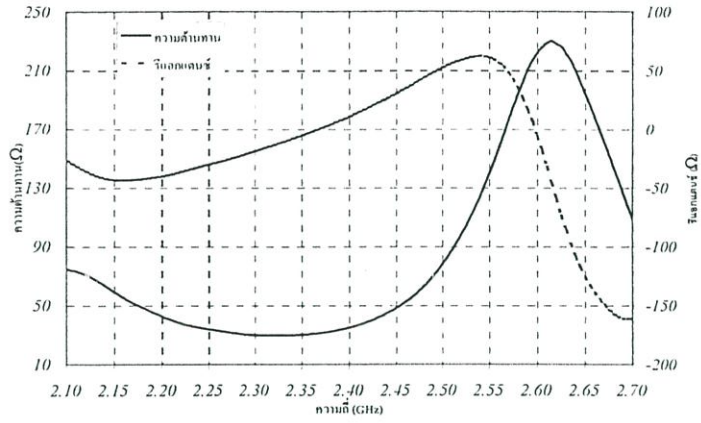


รูปที่ 5.22 สัมประสิทธิ์การส่งผ่านของโพรบกระตุ้นไปยังโพรบตัวแบ่งกำลังงานตัวที่สอง เมื่อต่ออยู่กับโหลด 50 โอห์ม

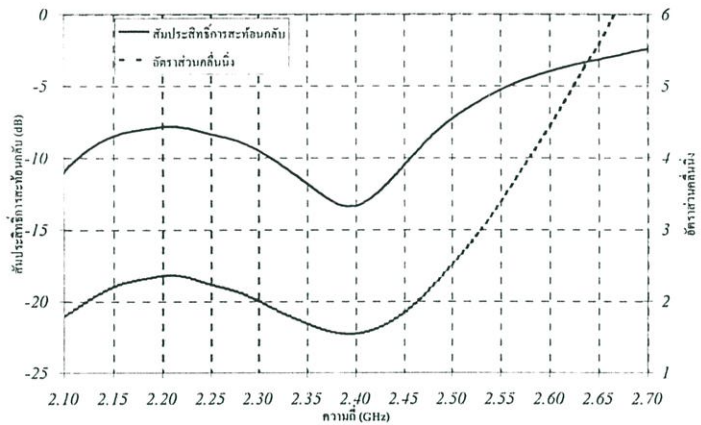


รูปที่ 5.23 เฟสของโพรบตัวแบ่งกำลังงานตัวที่สอง เมื่อต่ออยู่กับโหลด 50 โอห์ม

เมื่อพิจารณาผลการทดสอบอิมพีแดนซ์ด้านเข้าของโพรบตัวแบ่งกำลังงานตัวที่สามแสดงได้ดังรูปที่ 5.24 ที่ความถี่ปฏิบัติการ 2.4 GHz จะได้ค่าอิมพีแดนซ์เท่ากับ  $35+j10.71$  โอห์ม สำหรับค่าสัมประสิทธิ์การสะท้อนกลับและอัตราส่วนคลื่นนิ่งแสดงได้ดังรูปที่ 5.25 ซึ่งช่วงความถี่ที่เหมาะสมสำหรับการประยุกต์ใช้งานตั้งแต่ 2.31GHz ถึง 2.45 GHz และที่ความถี่ปฏิบัติการ 2.4 GHz จะได้ค่าสัมประสิทธิ์การสะท้อนกลับ  $-13.3$  dB และอัตราส่วนคลื่นนิ่งเท่ากับ 1.55:1

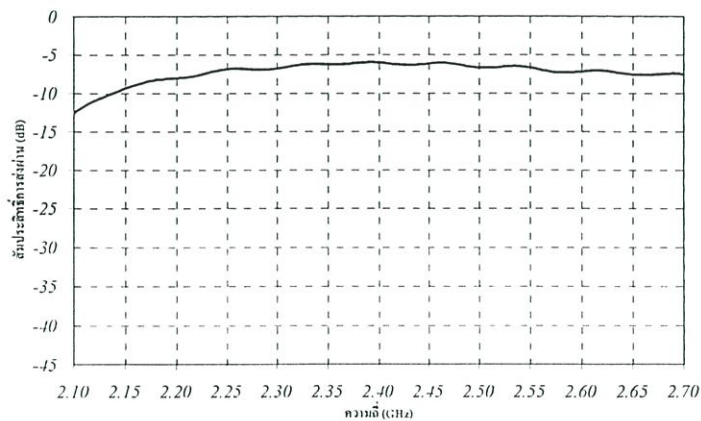


รูปที่ 5.24 อิมพีแดนซ์ด้านเข้าของโพรบตัวแบ่งกำลังงานตัวที่สาม เมื่อต่ออยู่กับโหลด 50 โอห์ม

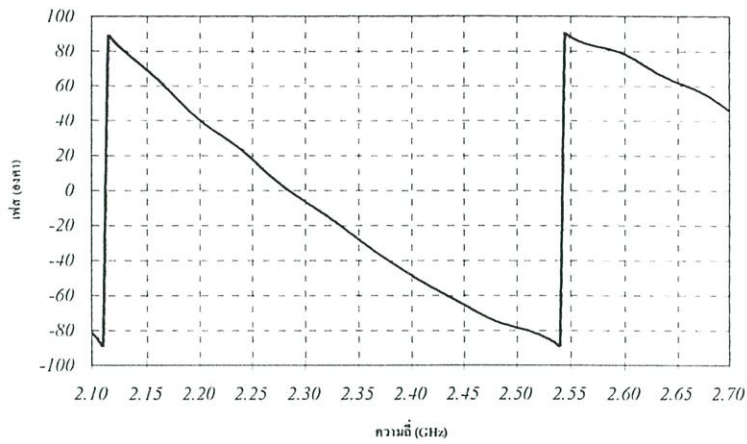


รูปที่ 5.25 สัมประสิทธิ์การสะท้อนกลับและอัตราส่วนคลื่นนิ่งของโพรบตัวแบ่งกำลังงานตัวที่สาม เมื่อต่ออยู่กับโหลด 50 โอห์ม

สำหรับสัมประสิทธิ์การส่งผ่านจากโพรบกระตุ้นไปยังโพรบตัวแบ่งกำลังงานตัวที่สามแสดงได้ดังรูปที่ 5.26 ในช่วงแถบความถี่ 2.13 GHz ถึง 2.45 GHz จะได้ค่าสัมประสิทธิ์การส่งผ่านเท่ากับ  $-6.05$  dB ถึง  $-6.04$  dB และที่ความถี่ปฏิบัติการจะได้เท่ากับ  $-6.02$  dB และรูปที่ 5.27 แสดงค่าเฟสของโพรบตัวแบ่งกำลังงานตัวที่สามที่ความถี่ปฏิบัติการ 2.4 GHz จะได้ค่าเฟสเท่ากับ  $-49.39$  องศา

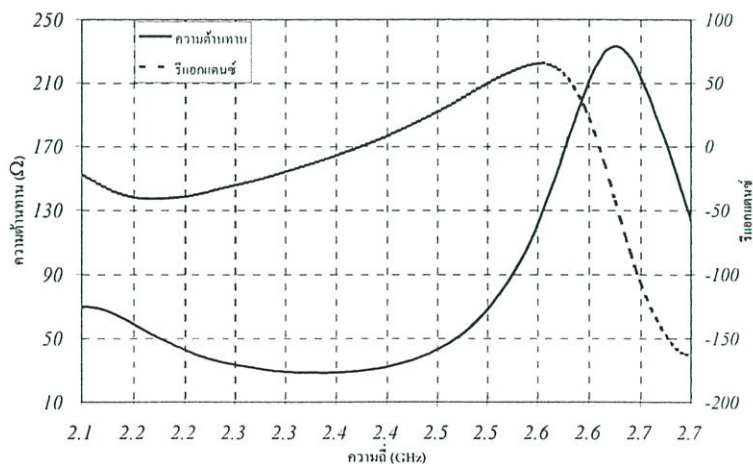


รูปที่ 5.26 สัมประสิทธิ์การส่งผ่านของโพรบกระตุ้นไปยังโพรบตัวแบ่งกำลังงานตัวที่สาม เมื่อต่ออยู่กับโหลด 50 โอห์ม

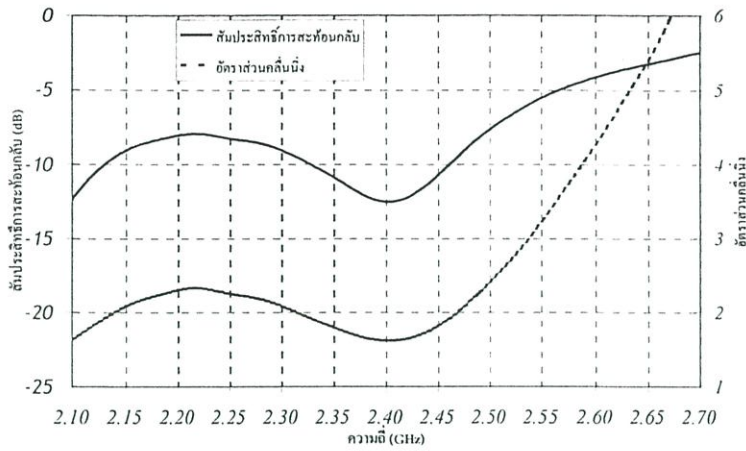


รูปที่ 5.27 เฟสของโพรบตัวแบ่งกำลังงานตัวที่สาม เมื่อต่ออยู่กับโหลด 50 โอห์ม

สำหรับผลการทดสอบของโพรบตัวแบ่งกำลังงานตัวที่สี่ คุณลักษณะอิมพีแดนซ์ด้านเข้าแสดงได้ดังรูปที่ 5.28 ที่ความถี่ปฏิบัติการ 2.4 GHz จะได้อิมพีแดนซ์เท่ากับ  $32.24+j8.19$  โอห์ม และค่าสัมประสิทธิ์การสะท้อนกลับและอัตราส่วนคลื่นนิ่งแสดงได้ดังรูปที่ 5.29 ซึ่งช่วงความถี่ที่เหมาะสมสำหรับการประยุกต์ใช้งานตั้งแต่ 2.33 GHz ถึง 2.46 GHz มีค่าสัมประสิทธิ์การสะท้อนกลับน้อยกว่า  $-10$  dB และที่ความถี่ปฏิบัติการ 2.4 GHz ค่าสัมประสิทธิ์การสะท้อนกลับ  $-12.5$  dB และอัตราส่วนคลื่นนิ่งเท่ากับ 1.62:1

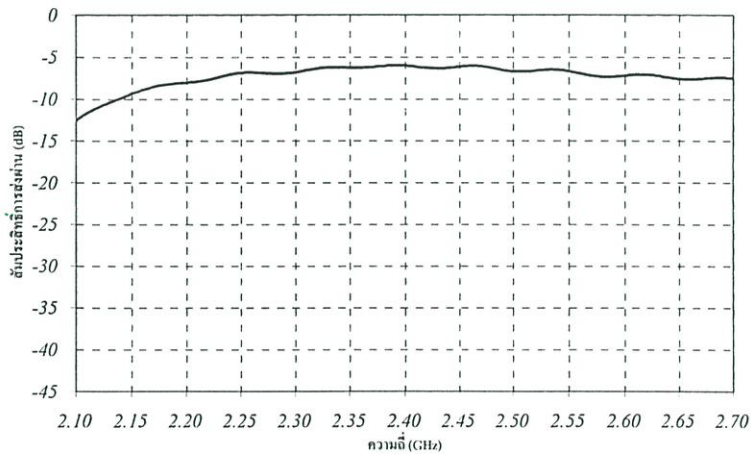


รูปที่ 5.28 อิมพีแดนซ์ด้านเข้าของโพรบตัวแบ่งกำลังงานตัวที่สี่ เมื่อต่ออยู่กับโหลด 50 โอห์ม

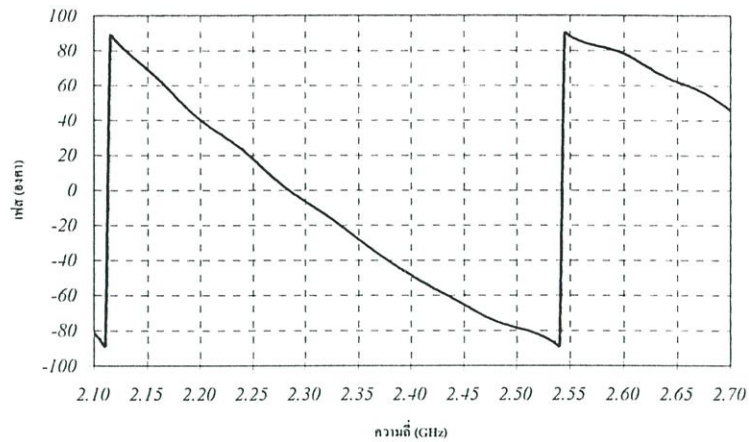


รูปที่ 5.29 สัมประสิทธิ์การสะท้อนกลับและอัตราส่วนคลื่นนิ่งของโพรบตัวแบ่งกำลังงานตัวที่สี่ เมื่อต่ออยู่กับโหลด 50 โอห์ม

จากผลการทดสอบค่าสัมประสิทธิ์การส่งผ่านจากโพรบกระตุ้นไปยังโพรบตัวแบ่งกำลังงานตัวที่สี่ แสดงได้ดังรูปที่ 5.30 จะพบว่าช่วงแถบความถี่ 2.33 GHz ถึง 24.6 GHz ค่าสัมประสิทธิ์การส่งผ่าน จะเท่ากับ  $-6.33$  dB และ  $-6.33$  dB ตามลำดับ สำหรับความถี่ปฏิบัติการ 2.4 GHz จะได้ค่าสัมประสิทธิ์การส่งผ่านเท่ากับ  $-6.03$  dB จากรูปที่ 5.31 แสดงค่าเฟสของโพรบตัวแบ่งกำลังงานตัวที่สี่ ซึ่งจะได้ค่าเฟสเท่ากับ  $-48.61$  องศา ที่ความถี่ปฏิบัติการ 2.4 GHz



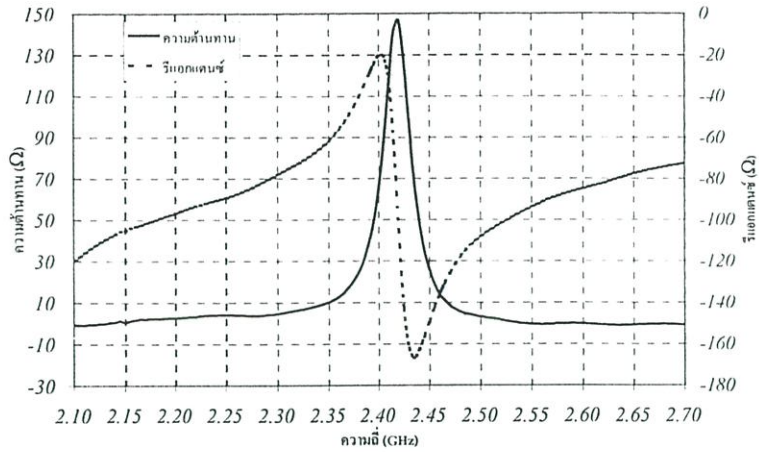
รูปที่ 5.30 สัมประสิทธิ์การส่งผ่านของโพรบกระตุ้นไปยังโพรบตัวแบ่งกำลังงานตัวที่สี่ เมื่อต่ออยู่กับโหลด 50 โอห์ม



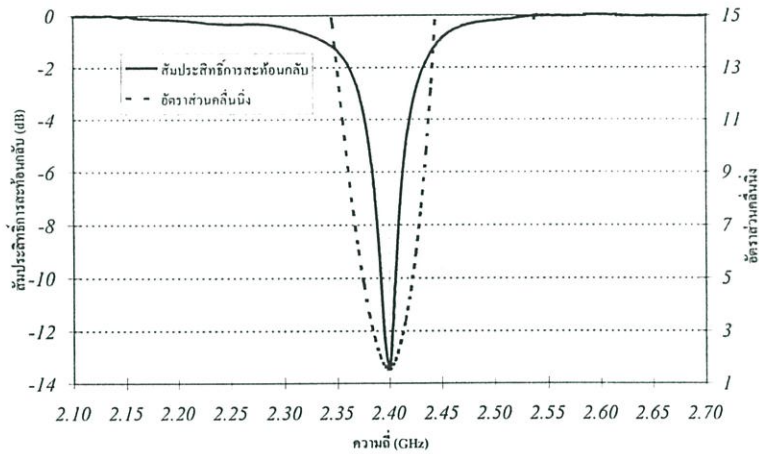
รูปที่ 5.31 เฟสของโพรบตัวแบ่งกำลังงานตัวที่สี่ เมื่อต่ออยู่กับโหลด 50 โอห์ม

#### 5.4.2 ผลการทดสอบเมื่อโพรบตัวแบ่งกำลังงานถูกต่อกับโหลด 50 โอห์ม เพียงโพรบเดียว

สำหรับหัวข้อนี้เป็นเงื่อนไขการทดสอบของตัวแบ่งกำลังงานที่ใช้โพรบเชื่อมต่อรวมภายในควาวิตีตัวนำทรงกระบอก เมื่อทำการทดสอบโพรบตัวแบ่งกำลังงานใดๆ กำหนดให้ถูกต่ออยู่กับโหลด 50 โอห์ม และให้โพรบตัวแบ่งกำลังงานตัวอื่นที่เหลือถูกต่อกับโหลดศูนย์โอห์มหรือชอร์ตวงจร จากหัวข้อที่ผ่านมาได้ทำการปรับแมตซ์อิมพีแดนซ์ที่เหมาะสมสำหรับตัวแบ่งกำลังงานที่ป้อนกำลังงานให้กับโหลด 4 ตัว ในหัวข้อนี้ได้พิจารณาโดยใช้ความยาวของโพรบกระตุ้นและโพรบตัวแบ่งกำลังงานความยาวเดียวกันซึ่งสามารถแสดงคุณลักษณะได้ดังต่อไปนี้ สำหรับการวิเคราะห์คุณลักษณะผลการทดสอบของโพรบกระตุ้นโดยที่โพรบตัวแบ่งกำลังงานถูกต่ออยู่กับโหลด 50 โอห์ม เพียงแค่ตัวเดียวและโพรบตัวแบ่งกำลังงานตัวอื่นๆ จะถูกต่ออยู่กับโหลดศูนย์โอห์ม ซึ่งสามารถแสดงได้ดังรูปที่ 5.32 เป็นอิมพีแดนซ์ด้านเข้าของโพรบกระตุ้นที่ความถี่ปฏิบัติการ 2.4 GHz จะได้ค่าอิมพีแดนซ์เท่ากับ  $64.25-j20.47$  โอห์ม สำหรับค่าสัมประสิทธิ์การสะท้อนกลับและอัตราส่วนคลื่นนิ่งแสดงได้ดังรูปที่ 5.33 จะพบว่าจะให้ความถี่ที่เหมาะสมในช่วงแถบแคบๆ หรืออาจจะเรียกได้ว่าเรโซแนนซ์ที่เพียงความถี่เดียวที่ 2.4 GHz จะให้ค่าสัมประสิทธิ์การสะท้อนกลับ  $-13.4$  dB และอัตราส่วนคลื่นนิ่งเท่ากับ 1.55:1

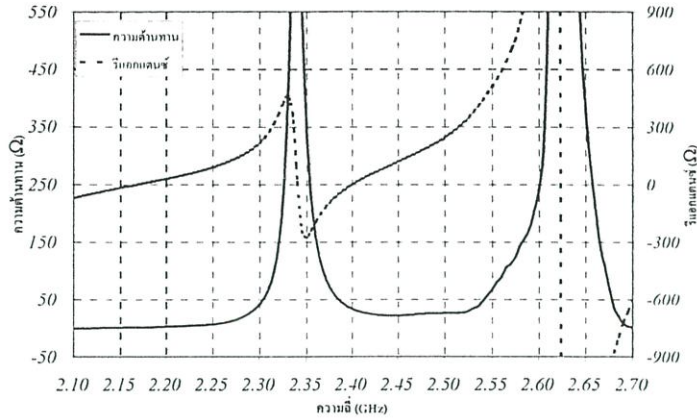


รูปที่ 5.32 อิมพีแดนซ์ด้านเข้าของ โพรบกระตุ้น เมื่อโพรบตัวแบ่งกำลังงานถูกต่อกับ โหลด 50 โอห์ม เพียง โพรบเดียว และ โพรบอื่นที่เหลือถูกต่อกับ โหลดศูนย์โอห์ม

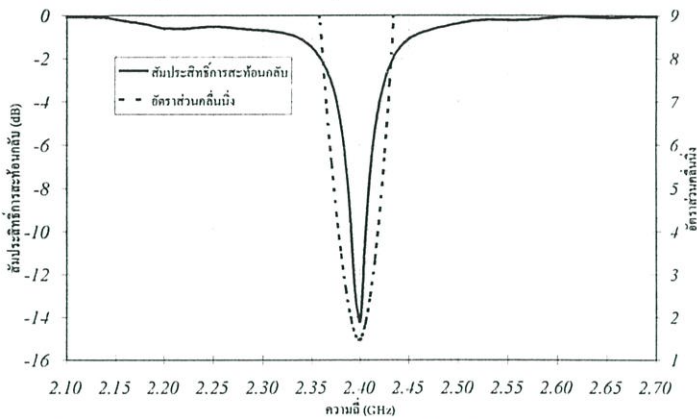


รูปที่ 5.33 สัมประสิทธิ์การสะท้อนกลับและอัตราส่วนคลื่นนิ่งของ โพรบกระตุ้น เมื่อโพรบตัวแบ่ง กำลังงานถูกต่อกับ โหลด 50 โอห์ม เพียง โพรบเดียวและ โพรบอื่นที่เหลือถูกต่อกับ โหลด ศูนย์โอห์ม

สำหรับผลการทดสอบคุณลักษณะของโพรบตัวแบ่งกำลังงานตัวที่หนึ่งเมื่อถูกต่ออยู่กับ โหลด 50 โอห์ม และโพรบตัวแบ่งกำลังงานตัวอื่นจะถูกต่ออยู่ โหลดศูนย์โอห์ม โดยที่ป้อนกำลังงานให้กับ โพรบกระตุ้นซึ่งสามารถแสดงได้ดังรูปที่ 5.34 เป็นค่าอิมพีแดนซ์ด้านเข้าจะพบว่าที่ความถี่ปฏิบัติการ 2.4 GHz จะให้ค่ารีเอกแตนซ์เข้าใกล้ศูนย์มากที่สุดและค่าอิมพีแดนซ์เท่ากับ  $33.61-j0.305$  โอห์ม ซึ่งสอดคล้องกับสัมประสิทธิ์การสะท้อนกลับและอัตราส่วนคลื่นนิ่งเท่ากับ  $-14.1$  dB และ  $1.49:1$  ได้ตามลำดับแสดงได้ดังรูปที่ 5.35



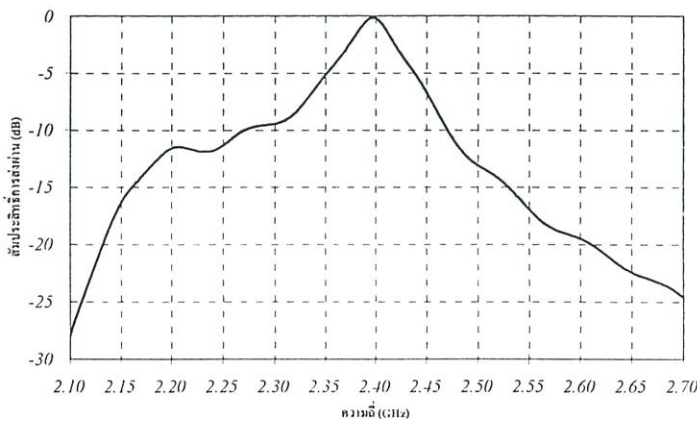
รูปที่ 5.34 อิมพีแดนซ์ด้านเข้าของโพรบตัวแบ่งกำลังงานตัวที่หนึ่ง เมื่อถูกต่อกับ โหลด 50 โอห์ม และโพรบอื่นที่เหลือถูกต่อกับ โหลดศูนย์โอห์ม



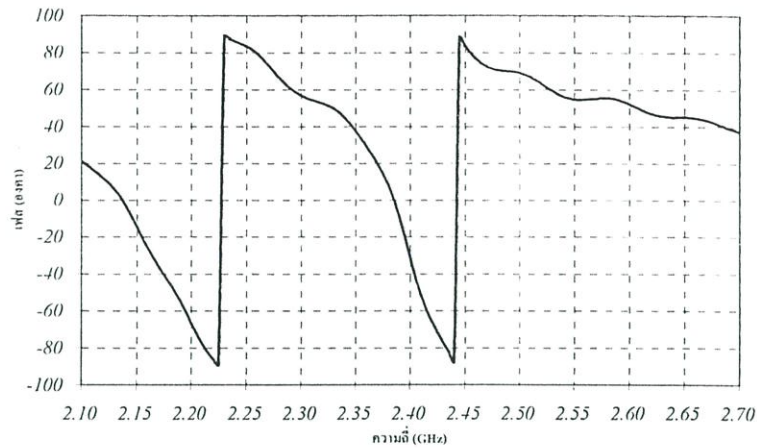
รูปที่ 5.35 สัมประสิทธิ์การสะท้อนกลับและอัตราส่วนคลื่นนิ่งของโพรบตัวแบ่งกำลังงานตัวที่หนึ่ง เมื่อถูกต่อกับ โหลด 50 โอห์มและโพรบอื่นที่เหลือถูกต่อกับ โหลดศูนย์โอห์ม

สำหรับสัมประสิทธิ์การส่งผ่านของโพรบกระตุ้นไปยังโพรบตัวแบ่งกำลังงานตัวที่หนึ่งแสดงได้ดัง

รูปที่ 5.36 ที่ความถี่ 2.4 GHz จะได้ค่าสัมประสิทธิ์การส่งผ่านเท่ากับ  $-0.201$  dB และค่าเฟสของโพรบตัวแบ่งกำลังงานตัวที่หนึ่งจะเท่ากับ  $-30.82$  องศา ที่ความถี่ 2.4 GHz แสดงได้ดังรูปที่ 5.37

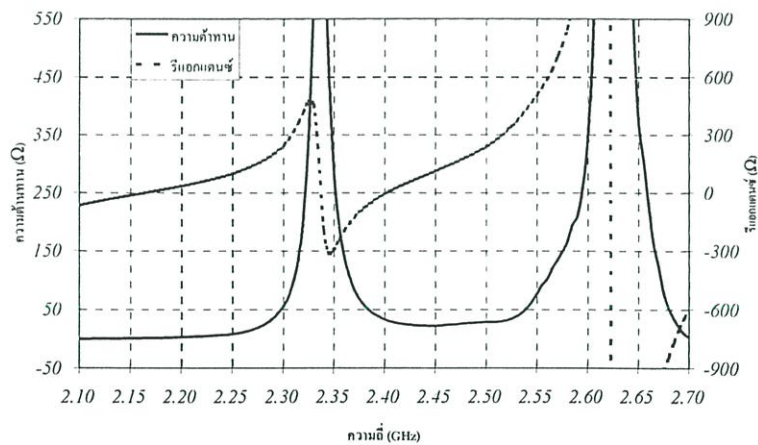


รูปที่ 5.36 สัมประสิทธิ์การส่งผ่านของโพรบกระตุ้นไปยังโพรบตัวแบ่งกำลังงานตัวที่หนึ่ง เมื่อถูกต่อกับ โหลด 50 โอห์มและโพรบอื่นที่เหลือถูกต่อกับ โหลดศูนย์โอห์ม

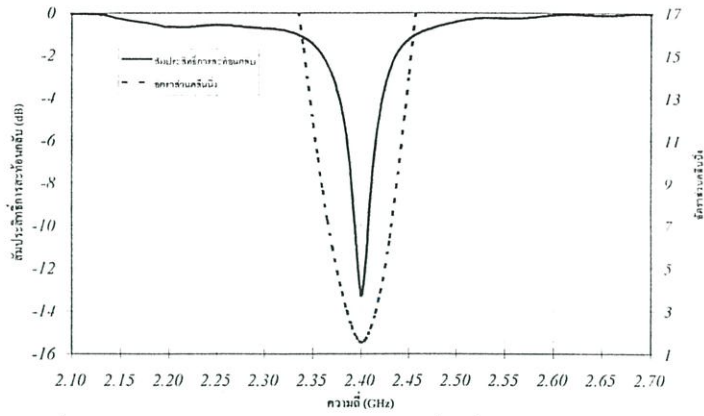


รูปที่ 5.37 เฟสของโพรบตัวแบ่งกำลังงานตัวที่หนึ่ง เมื่อถูกต่อกับโหลด 50 โอห์ม และโพรบอื่นที่เหลือถูกต่อกับโหลดศูนย์โอห์ม

สำหรับผลการทดสอบของโพรบตัวแบ่งตัวที่สองแสดงได้ดังรูปที่ 5.38 เป็นอิมพีแดนซ์ด้านเข้าซึ่งจะให้คุณลักษณะที่เหมือนกับตัวแบ่งกำลังงานตัวที่หนึ่งที่ความถี่ 2.4 GHz จะให้ค่าอิมพีแดนซ์เท่ากับ  $33.34-j7.207$  โอห์ม และค่าสัมประสิทธิ์การสะท้อนกลับและอัตราส่วนคลื่นนิ่งจะเท่ากับ  $-13.3$  dB และ  $1.55:1$  ได้ตามลำดับที่ความถี่ 2.4 GHz แสดงได้ดังรูปที่ 5.39

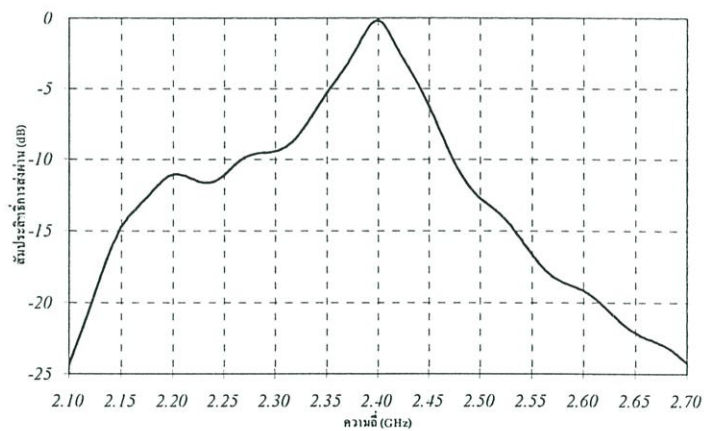


รูปที่ 5.38 อิมพีแดนซ์ด้านเข้าของโพรบตัวแบ่งกำลังงานตัวที่สอง เมื่อถูกต่อกับโหลด 50 โอห์ม และโพรบอื่นที่เหลือถูกต่อกับโหลดศูนย์โอห์ม

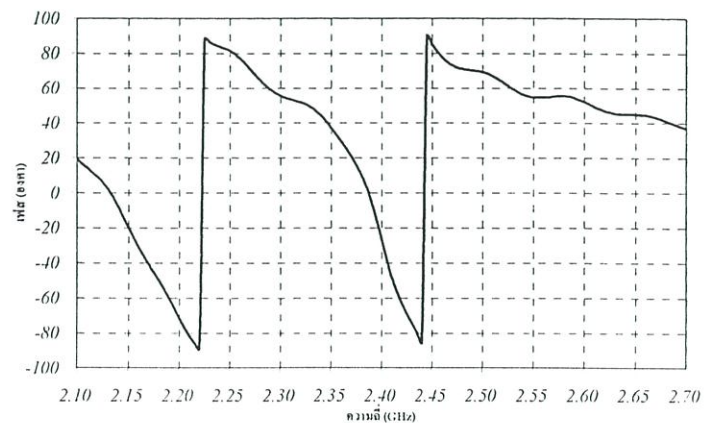


รูปที่ 5.39 สัมประสิทธิ์การสะท้อนกลับและอัตราส่วนคลื่นนิ่งของ โพรบตัวแบ่งกำลังงานตัวที่สอง เมื่อถูกต่อกับ โหลด 50 โอห์มและโพรบอื่นที่เหลือถูกต่อกับ โหลดศูนย์โอห์ม

สำหรับสัมประสิทธิ์การส่งผ่านจากโพรบกระตุ้นไปยังโพรบตัวแบ่งกำลังงานตัวที่สองแสดงได้ดังรูปที่ 5.40 จะได้ค่าสัมประสิทธิ์การส่งผ่านเท่ากับ  $-0.185$  dB ที่ความถี่ 2.4 GHz และสำหรับค่าเฟสของโพรบตัวแบ่งกำลังงานตัวที่สองจะเท่ากับ  $-26.51$  องศา ที่ความถี่ 2.4 GHz แสดงได้ดังรูป 5.41

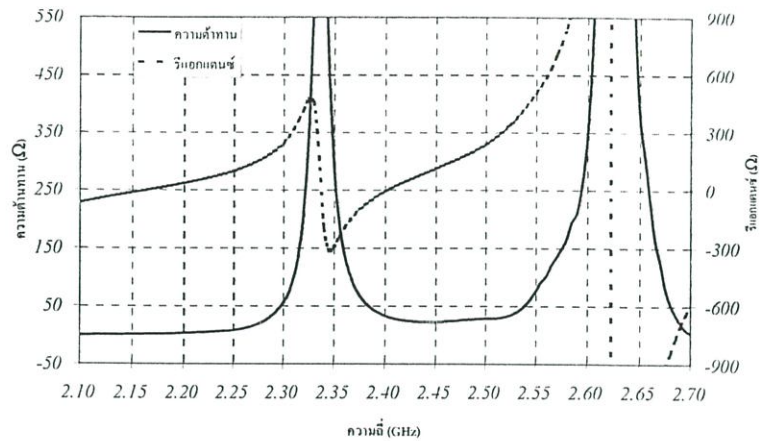


รูปที่ 5.40 สัมประสิทธิ์การส่งผ่านของโพรบกระตุ้น ไปยังโพรบตัวแบ่งกำลังงานตัวที่สอง เมื่อถูกต่อกับ โหลด 50 โอห์มและโพรบอื่นที่เหลือถูกต่อกับ โหลดศูนย์โอห์ม

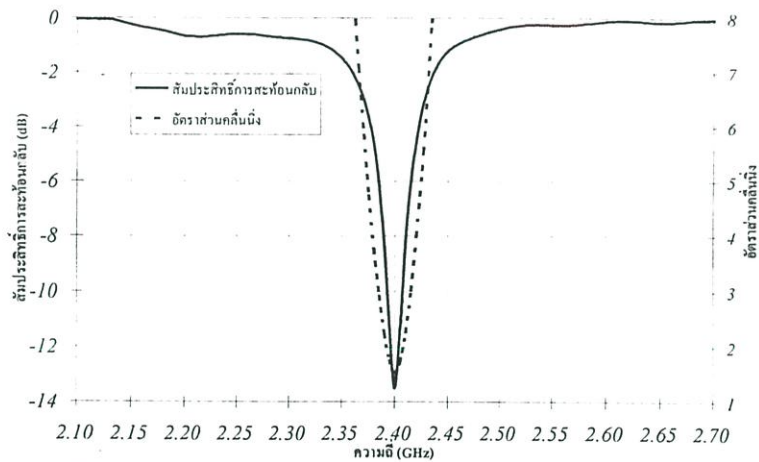


รูปที่ 5.41 เฟสของโพรบตัวแบ่งกำลังงานตัวที่สอง เมื่อถูกต่อกับ โหลด 50 โอห์มและโพรบอื่นที่เหลือถูกต่อกับ โหลดศูนย์โอห์ม

ผลการทดสอบของโพรบตัวแบ่งกำลังงานตัวที่สามสำหรับอิมพีแดนซ์ด้านเข้า แสดงได้ดังรูปที่ 5.42 ที่ความถี่ปฏิบัติการ 2.4 GHz จะได้ค่าอิมพีแดนซ์เท่ากับ  $33.24-j5.55$  โอห์ม และรูปที่ 5.43 แสดงคุณลักษณะของสัมประสิทธิ์การสะท้อนกลับและอัตราส่วนคลื่นนิ่งจะเท่ากับ  $-13.5$  dB และ 1.54:1 ได้ตามลำดับของความถี่ 2.4 GHz แสดงได้ดังรูปที่ 5.43

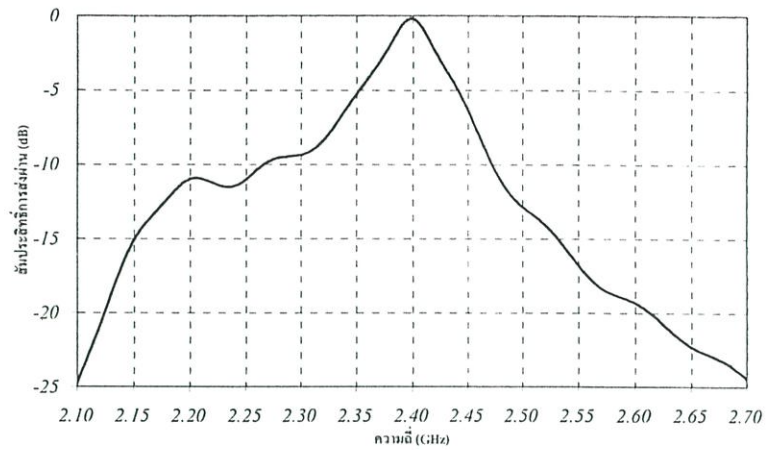


รูปที่ 5.42 อิมพีแดนซ์ด้านเข้าของโพรบตัวแบ่งกำลังงานตัวที่สาม เมื่อถูกต่อกับโหลด 50 โอห์ม และโพรบอื่นที่เหลือถูกต่อกับโหลดศูนย์โอห์ม

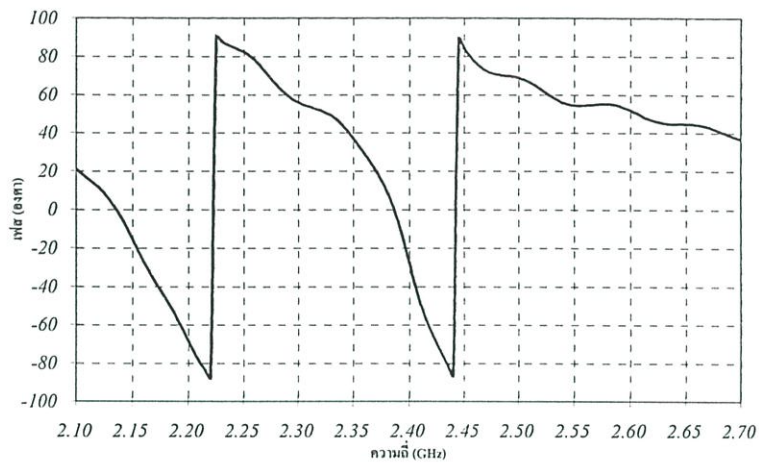


รูปที่ 5.43 สัมประสิทธิ์การสะท้อนกลับและอัตราส่วนคลื่นนิ่งของโพรบตัวแบ่งกำลังงานตัวที่สาม

และสำหรับคุณลักษณะของสัมประสิทธิ์การส่งผ่านจากโพรบกระตุ้นไปยังโพรบตัวแบ่งกำลังงานตัวสามแสดงได้ดังรูปที่ 5.44 จะได้ค่าสัมประสิทธิ์การส่งผ่านเท่ากับ  $-0.199$  dB ที่ความถี่ 2.4 GHz และสำหรับค่าเฟสของโพรบตัวแบ่งกำลังงานตัวที่สามจะเท่ากับ  $-27.67$  องศา ที่ความถี่ 2.4 GHz แสดงได้ดังรูปที่ 5.45

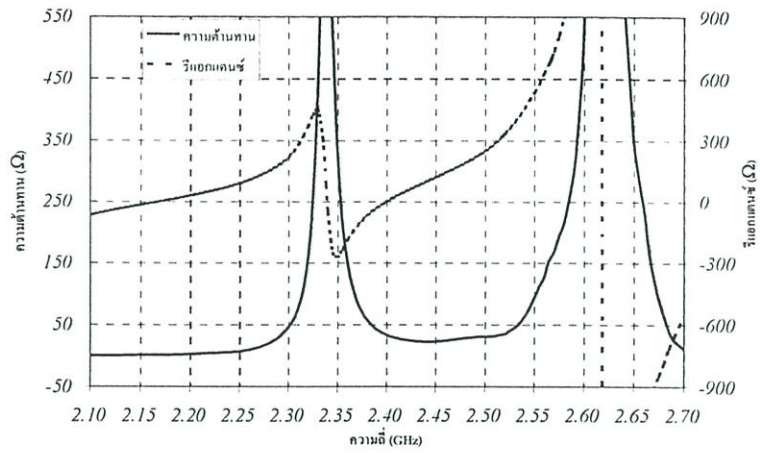


รูปที่ 5.44 สัมประสิทธิ์การส่งผ่านของโพรบกระตุ้นไปยังโพรบตัวแบ่งกำลังงานตัวที่สาม เมื่อถูกต่อกับโหลด 50 โอห์มและโพรบอื่นที่เหลือถูกต่อกับโหลดศูนย์โอห์ม

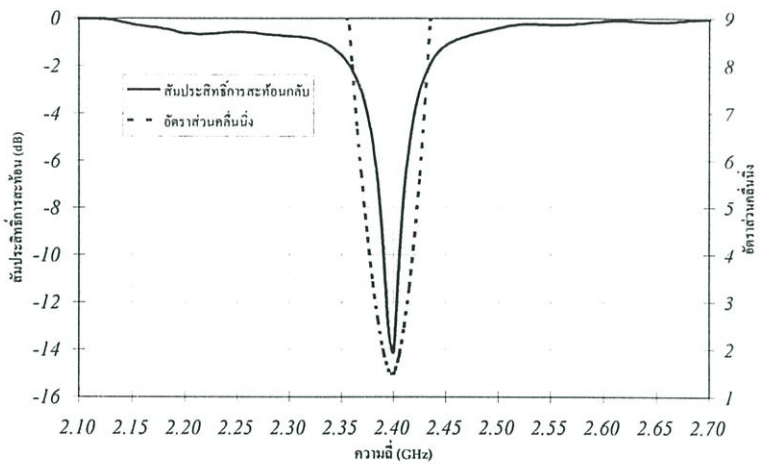


รูปที่ 5.45 เฟสของโพรบตัวแบ่งกำลังงานตัวที่สาม เมื่อถูกต่อกับโหลด 50 โอห์ม และโพรบอื่นที่เหลือถูกต่อกับโหลดศูนย์โอห์ม

และสำหรับคุณลักษณะของโพรบตัวแบ่งกำลังงานตัวที่สี่จะได้คุณลักษณะที่เหมือนกับโพรบตัวแบ่งกำลังงานตัวอื่นๆ ซึ่งสามารถแสดงได้ดังรูปที่ 5.46 เป็นอิมพีแดนซ์ด้านเข้าจะได้ค่าอิมพีแดนซ์ที่ความถี่ 2.4 GHz จะเท่ากับ  $33.47-j0.032$  โอห์ม และรูปที่ 5.47 แสดงคุณลักษณะของสัมประสิทธิ์การสะท้อนกลับและอัตราส่วนคลื่นนิ่งของโพรบตัวแบ่งกำลังงานตัวที่สี่ที่ความถี่ 2.4 GHz จะได้เท่ากับ  $-14.1$  dB และ  $1.49:1$  ได้ตามลำดับ

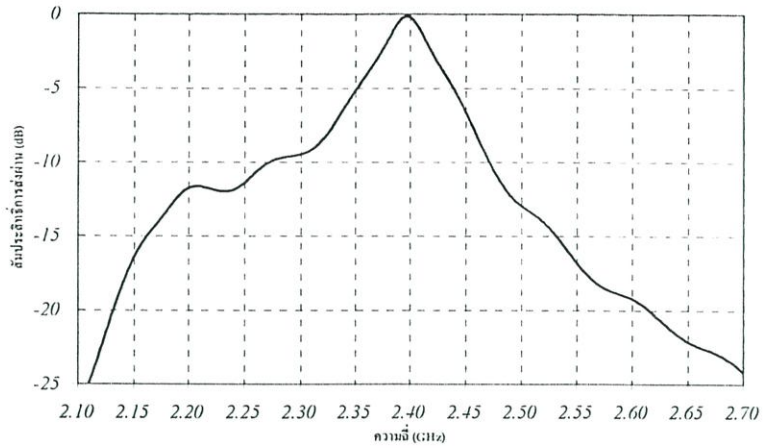


รูปที่ 5.46 อิมพีแดนซ์ด้านเข้าของโพรบตัวแบ่งกำลังงานตัวที่สี่ เมื่อถูกต่อกับโหลด 50 โอห์ม และโพรบอื่นที่เหลือถูกต่อกับโหลดศูนย์โอห์ม

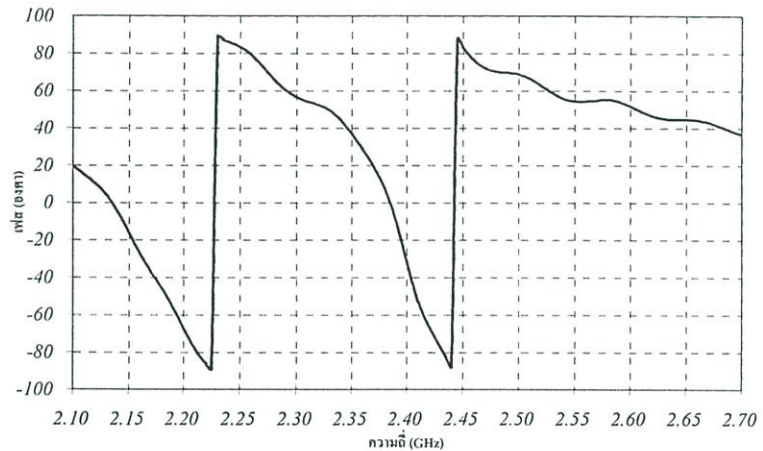


รูปที่ 5.47 สัมประสิทธิ์การสะท้อนกลับและอัตราส่วนคลื่นนิ่งของโพรบตัวแบ่งกำลังงานตัวที่สี่ เมื่อถูกต่อกับโหลด 50 โอห์ม และโพรบอื่นที่เหลือถูกต่อกับโหลดศูนย์โอห์ม

สำหรับค่าสัมประสิทธิ์การส่งผ่านของโพรบกระตุ้นไปยังโพรบตัวแบ่งกำลังงานตัวที่สี่ จะได้คุณลักษณะที่เหมือนกับสัมประสิทธิ์การส่งผ่านของโพรบตัวแบ่งกำลังงานตัวอื่นๆ ซึ่งแสดงได้ดังรูปที่ 5.48 ที่ความถี่ 2.4 GHz จะได้เท่ากับ  $-0.202$  dB และค่าเฟสของโพรบตัวแบ่งกำลังงานตัวที่สี่ที่ความถี่ 2.4 GHz จะเท่ากับ  $-31.25$  องศา แสดงได้ดังรูปที่ 5.49



รูปที่ 5.48 สัมประสิทธิ์การส่งผ่านของโพรบกระตุ้น ไปยังโพรบตัวแบ่งกำลังงานตัวที่สี่ เมื่อถูกต่อ กับ โหลด 50 โอห์มและ โพรบอื่นที่เหลือถูกต่อกับ โหลดศูนย์โอห์ม



รูปที่ 5.49 เฟสของ โพรบตัวแบ่งกำลังงานตัวที่สี่ เมื่อถูกต่อกับ โหลด 50 โอห์ม และ โพรบอื่นที่เหลือ ถูกต่อกับ โหลดศูนย์โอห์ม

### 5.5 สรุป

จากการออกแบบรูปแบบจำลองของตัวแบ่งกำลังงาน โดยใช้โพรบเชื่อมรวมภายในควาวิตี้ตัวนำทรง กระจบอก เมื่อได้ค่าพารามิเตอร์ของขนาดรัศมีและความยาวของควาวิตี้ นำไปสู่การคำนวณเพื่อหา อิมพีแดนซ์ด้านเข้าของโพรบกระตุ้นและโพรบตัวแบ่งกำลังงานทั้งสี่ตัว จากกราฟแสดงคุณลักษณะ จะให้ค่าอิมพีแดนซ์ สัมประสิทธิ์การสะท้อนกลับ อัตราส่วนคลื่นนิ่ง และสัมประสิทธิ์การส่งผ่านที่ เหมือนกันทั้งสี่โพรบตัวแบ่งกำลังงาน สำหรับความถี่ที่เหมาะสมสำหรับการประยุกต์ใช้งานช่วง แถบความถี่ตั้งแต่ 2.1 GHz ถึง 2.7 GHz ที่ความยาวของโพรบกระตุ้นและโพรบตัวแบ่งกำลังงานเท่า กับ  $0.16\lambda_g$  และ  $0.14\lambda_g$  ได้ตามลำดับ สำหรับการทดสอบโดยใช้สองเงื่อนไขเมื่อต่อ โหลด 50 โอห์ม ให้กับโพรบตัวแบ่งกำลังงานทั้งสี่โพรบจากคุณลักษณะอิมพีแดนซ์ด้านเข้า สัมประสิทธิ์การ สะท้อนกลับ อัตราส่วนคลื่นนิ่ง สัมประสิทธิ์การส่งผ่านหรือการเชื่อมต่อยุบรวมและเฟส จะมี

คุณลักษณะที่เหมือนกันทั้ง 4 โพรบตัวแบ่งกำลังงานอาจจะมีค่าผิดพลาดเพียงเล็กน้อยและมีความถี่ที่เหมาะสมสำหรับการประยุกต์ใช้งานช่วงความถี่ตั้งแต่ 2.25 GHz ถึง 2.5 GHz โดยพิจารณาจากสัมประสิทธิ์การส่งผ่านที่มากกว่า  $-7$  dB และสำหรับการทดสอบด้วยเงื่อนไขที่สองโดยพิจารณาให้โพรบตัวแบ่งกำลังงานถูกต่ออยู่กับโหลด 50 โอห์ม เพียงโพรบเดียวและโพรบตัวแบ่งกำลังงานอื่นๆ จะถูกชอร์ตวงจรหรือถูกต่อเข้ากับโหลดศูนย์โอห์ม จากคุณลักษณะของผลการทดสอบจะให้คุณลักษณะที่เหมือนกันทั้งสี่โพรบตัวแบ่งกำลังงานแต่ละเรโซแนนซ์ หรือจะมีค่ารีแอกแตนซ์ที่เข้าใกล้ศูนย์ที่เพียงแค่วงแถบความถี่แคบๆ ที่ 2.4 GHz เท่านั้นและค่าสัมประสิทธิ์การส่งผ่านโดยประมาณเท่ากับ  $-0.2$  dB ทั้งหมดนี้ที่ความยาวของโพรบกระตุ้นและโพรบตัวแบ่งกำลังงานเท่ากับ  $0.14\lambda_g$  และ  $0.145\lambda_g$

## สรุปผลวิจัยและข้อเสนอแนะ

วิทยานิพนธ์นี้เป็นการนำเสนอตัวแบ่งกำลังงานโดยใช้โพรบเชื่อมต่อภายในควิตีตัวนำทรงกระบอก ตัวแบ่งกำลังงานที่นำเสนอมีโครงสร้างมีโครงสร้างที่ง่าย ไม่ซับซ้อน มีความแข็งแรงทนกำลังงานและมีต้นทุนต่ำ สำหรับการประยุกต์ใช้งานเพื่อป้องกันกำลังงานให้กับสายอากาศสำหรับสถานีฐาน โครงสร้างสายอากาศอาจจะมีคุณลักษณะแบบรูปแพร่กระจายพลังงานเป็นแบบชี้ทิศทางเดียว เมื่อนำมาประกอบรวมกันในแนวเส้นรอบวงก็จะได้แบบรูปการแพร่พลังงานรอบทิศทาง โครงสร้างโดยละเอียดจะเป็นควิตีตัวนำทรงกระบอกถูกป้องกันกำลังงานด้วยโพรบไฟฟ้าเชิงเส้น และกำลังงานจะถูกเชื่อมต่อไปยังโพรบไฟฟ้าเชิงเส้นตัวแบ่งกำลังงานที่มีอยู่ด้วยกัน 4 โพรบ ตามแนวแกนเส้นรอบวงจากโครงสร้างที่เป็นควิตีตัวนำทรงกระบอกเป็นโครงสร้างที่สมมาตรสามารถที่จะเพิ่มหรือลดจำนวนโพรบตัวแบ่งกำลังงานได้โดยที่กำลังงานจะถูกแบ่งให้เท่ากัน

สำหรับการวิเคราะห์ทางทฤษฎีของตัวแบ่งกำลังงานมีเป้าหมายไปที่อิมพีแดนซ์ด้านเข้าของโพรบกระตุ้นและโพรบตัวแบ่งกำลังงาน เมื่อทราบค่าอิมพีแดนซ์ด้านเข้าเราสามารถหาค่าการเชื่อมต่อร่วมหรือสัมประสิทธิ์การส่งผ่านได้ ซึ่งการวิเคราะห์ทางทฤษฎีเริ่มจากวิธีศักดิ์เวกเตอร์สำหรับหาค่าขนาดของควิตีตัวนำทรงกระบอกจากนั้นพิจารณาสมการสนามไฟฟ้าเชิงอินทิกรัลของโพรบทั้งหมดที่อยู่ภายในควิตีตัวนำทรงกระบอก โดยใช้หลักการสนามสมมูลและเงื่อนไขที่โพรบไฟฟ้า กำหนดความหนาแน่นกระแสไฟฟ้าซึ่งจะประกอบด้วยสัมประสิทธิ์ที่ไม่ทราบค่าและฟังก์ชันการกระจายกระแสบนโพรบไฟฟ้าทั้งหมด ดังนั้นสมการเชิงอินทิกรัลจะมีตัวแปรที่ไม่ทราบอยู่ในสมการซึ่งเป็นส่วนสำคัญที่จะต้องทำการหาสำหรับการวิเคราะห์คุณลักษณะของตัวแบ่งกำลังงาน โดยอาศัยฟังก์ชันกรีนไดโอดิกที่เป็นผลตอบสนองอิมพัลส์สำหรับโครงสร้างของตัวแบ่งกำลังงานและวิธีโมเมนต์ร่วมกับเทคนิคการลือกิน ซึ่งเป็นวิธีการวิเคราะห์ที่จะแปลงระบบสมการเชิงเส้นให้เป็นระบบเมตริกซ์เพื่อแก้หาผลเฉลยของสัมประสิทธิ์กระแสที่ไม่ทราบค่าในสมการเชิงอินทิกรัล จากนั้นจะนำกระแสไฟฟ้าไปวิเคราะห์หาค่าอิมพีแดนซ์ด้านเข้า สัมประสิทธิ์การสะท้อนกลับ อัตราส่วนคลื่นนิ่งและสัมประสิทธิ์การส่งผ่าน โดยที่พิจารณาเมื่อเปลี่ยนแปลงขนาดความยาวของโพรบกระตุ้นและโพรบตัวแบ่งกำลังงาน ซึ่งการเชื่อมต่อร่วมได้พิจารณาเมตริกซ์การกระจายแบบ 2 พอร์ตสำหรับการคำนวณ จากรูปแบบจำลองที่หาได้ของตัวแบ่งกำลังงานนำไปสู่การออกแบบสร้างและทดสอบ

จากผลการทดสอบในบทที่ 5 ได้ทดสอบเงื่อนไขแรกเมื่อโพรบตัวแบ่งกำลังงานถูกต่ออยู่กับโหลด 50 โอห์ม ทุกตัวได้แสดงอิมพีแดนซ์ด้านเข้า สัมประสิทธิ์การสะท้อนกลับ อัตราส่วนคลื่นนิ่ง สัมประสิทธิ์การส่งผ่านและเฟส ของโพรบกระตุ้นและโพรบตัวแบ่งกำลังงาน สำหรับเงื่อนไขที่สองเมื่อตัวแบ่งกำลังงานถูกต่ออยู่กับโหลด 50 โอห์ม เพียงโพรบเดียวและโพรบอื่นที่เหลือจะถูกต่ออยู่กับโหลดศูนย์โอห์มซึ่งการทดสอบทั้งสองเงื่อนไขทำครบทั้ง 4 โพรบโดยที่ความยาวของโพรบเท่ากันทั้งสองเงื่อนไข และจากผลการคำนวณจะพบว่าค่าอิมพีแดนซ์ด้านเข้าที่ความถี่ปฏิบัติการ 2.4 GHz ของโพรบกระตุ้นจะเท่ากับ  $41.3+j8.63$  โอห์ม ซึ่งจะได้ค่าสัมประสิทธิ์การสะท้อนกลับและอัตราส่วนคลื่นนิ่งจะเท่ากับ  $-17.5$  dB และ  $1.3:1$  ตามลำดับ สำหรับโพรบตัวแบ่งกำลังงานทั้ง 4 ตัวจะได้ค่าอิมพีแดนซ์ด้านเข้าที่ความถี่ปฏิบัติการเท่ากับ  $58.2+j7.84$  โอห์ม ซึ่งจะสอดคล้องกับค่าสัมประสิทธิ์การสะท้อนกลับและอัตราส่วนคลื่นนิ่งที่ได้จะเท่ากับ  $-19.6$  dB สำหรับการทดสอบที่เงื่อนไขแรกจะให้ค่าอิมพีแดนซ์ที่เหมาะสมในช่วงแถบความถี่ 2.35 GHz ถึง 2.45 GHz และ 2.31 GHz ถึง 2.45 GHz สำหรับโพรบกระตุ้นและโพรบตัวแบ่งกำลังงานได้ตามลำดับ และสัมประสิทธิ์การส่งผ่านจะเหมาะสมในช่วงความถี่ 2.25 GHz ถึง 2.5 GHz เนื่องจากจะมีค่าสัมประสิทธิ์การส่งผ่านมากกว่า  $-7$  dB และมีค่าเฟสที่ใกล้เคียงกันประมาณ  $-48$  องศา เมื่อพิจารณาเงื่อนไขที่สองจะให้ค่าอิมพีแดนซ์ที่เหมาะสมเพียงช่วงความถี่แคบๆ หรือจะเรียกว่าเรโซแนนซ์เพียงความถี่เดียวที่ 2.4 GHz เท่านั้นทั้งโพรบกระตุ้นและโพรบตัวแบ่งกำลังงาน สำหรับค่าอิมพีแดนซ์ด้านเข้าของโพรบกระตุ้นจะเท่ากับ  $64.25-j20.47$  โอห์ม ซึ่งจะได้ค่าสัมประสิทธิ์การสะท้อนกลับและอัตราส่วนคลื่นนิ่งเท่ากับ  $-13.4$  dB และ  $1.55:1$  ตามลำดับ และสำหรับอิมพีแดนซ์ด้านเข้าของโพรบตัวแบ่งกำลังงานทั้ง 4 ตัว จะให้ค่าอิมพีแดนซ์ด้านเข้าประมาณ  $33.61-j0.305$  โอห์ม ซึ่งจะได้ค่าสัมประสิทธิ์การสะท้อนกลับและอัตราส่วนคลื่นนิ่งประมาณ  $-14.1$  dB และ  $1.49:1$  ได้ตามลำดับ สำหรับค่าสัมประสิทธิ์การส่งผ่านประมาณ  $-0.2$  dB และมีค่าเฟสที่ใกล้เคียงกันทั้ง 4 โพรบ ประมาณ  $-30$  องศา

## เอกสารอ้างอิง

- [1] Wilkison E.J., "An N-Way Hybrid Power Divider." IRE Trans. Microwave Theory and Technique, no.3, Jun. 1959. pp. 116-118.
- [2] Sikakibara K., "Alternating phase Fed waveguide slot arrays with a single-array multiple-way power divider", IEE Trans. Antennas Propag., Vol.144, No. 6, Dec 1997.
- [3] Allen P.J. and Ness J.B. , " A Hemisphere radial power waveguide divider/combiner for high power amplifiers." IREE Covention Proc., Sydney, pp.102-104, 1987.
- [4] Bialkowski M.E. and Waris V.P. , "Asystematic approach to the design of Radial-Waveguide dividers/combiners," 1992 Asia-Pacific Microwave Conference, Adelaide, pp. 881-884,1992.
- [5] Bialkowski M.E. , "Analysis of an N-Port Consisting of a Radial Cavity and E-Plane Coupled Rectangular Waveguides," IEEE Trans. Microwave Theory and Technique, Vol.40, no. 9 , Sep. 1992, pp.116-118.
- [6] Balanis C. A. **Advanced Engineering Electromagnetics.** USA : John Wiley and Sons. 1989.
- [7] โมไนย ไกรฤกษ์ **วิศวกรรมคลื่นแม่เหล็กไฟฟ้า** กรุงเทพฯ : พิมพ์สวย. 2544.
- [8] Lertwiriayaprapa T. "Analysis of Radiation and Impedance Characteristics of Antenna Using the Slot on Rectangular Cavity." Master Thesis, King Mongkut's Institute of Technology Ladkrabang. 2000.
- [9] Collin R. E. **Field Theory of Guided Wave.** 2<sup>nd</sup> ed., Piscataway, New Jersey, IEEE Press,1991.
- [10] Harrington R. F. **Field Computation by Moment Methods.** Newyork , IEEE Press. 1993.
- [11] Harrington R. F., "Matrix Methods for Field Problems." Proc. IEEE, vol.55, Feb. 1967, pp.136-149.
- [12] Balanis C. A. **Antenna Theory : Analysis and Design.** USA : John Wiley and Sons. 1982
- [13] Tai C. T. **Generalized Vector and Dyadic Analysis : Applied Mathematics in Field Theory.** Newyork : IEEE Press. 1992.
- [14] Tai C. T. **Dyadic Green Functions in Electromagnetic Theory.** 2<sup>nd</sup> ed. Newyork : IEEE Press. 1994.

- [15] Rozenfeld P. "The Electromagnetic Theory of Three-Dimensional Inhomogeneous Lenses and the Dyadic Green's Functions for Cavities." Doctor Thesis, The University of Michigan.1974.
- [16] Habshy T. M., Ali S. M. and Kong J. A. "Input Impedance and Radiation Pattern of Cylindrical-Rectangular and Wraparound Microstrip Antennas." IEEE Trans. Antennas Propagat., vol.AP-38, no. 5, May 1990. pp.722-731.
- [17] Wongsan R., Phongcharoenpanich C. and Krairiksh M. "Electromagnetic Dyadic Green's Functions of a Sectoral Cylindrical Cavity." Proc. International Forum cum Conference on Information Technology and Communication at the Dawn of the New Millennium, Bangkok, Thailand, vol.2, Aug. 2000. pp.467-475.
- [18] Pasri N., Phongcharoenpanich C. and Krairiksh M. "Analysis of a Circumferential Slot Antenna on a Sectoral Cylindrical Excited by a Probe using Method of Moments." Proc. The 2002 IEEE International Symposium on Antennas and Propagation and USNC/URSI National Radio Science Meeting, San Antonio, Texas, vol.1, June 2002. pp. 558-561.
- [19] Amnartpluk S., Phongcharoenpanich C., Kusuvit S. and Krairiksh M. "Power Divider using Linear Probes Coupling inside Conducting Cylindrical Cavity," Proc. 2003 IEEE International Symposium on Circuits and Systems , Bangkok ,Thailand, Vol.3,May 2003. pp.419-522
- [20] Jones D. S. "A Critique of the Variational Method in Scattering Antennas." IRE Trans. Antennas Propagat., vol. AP-4, July. 1956. pp.297-301.
- [21] Kantorovich L. and Krylov V. **Approximate Methods of Higher Analysis.** Newyork :Wiley. 1964. ch.4.
- [22] บัณฑิตโรจน์อารยานนท์ วิศวกรรมไมโครเวฟ พิมพ์ครั้งที่ 2 สำนักพิมพ์จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย 2539.

## ภาคผนวก

### ความสัมพันธ์ของฟังก์ชันตรีโกณมิติ

$$\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cos \beta + \cos \alpha \sin \beta \quad (\text{ผ.1})$$

$$\sin(\alpha - \beta) = \sin \alpha \cos \beta - \cos \alpha \sin \beta \quad (\text{ผ.2})$$

$$\cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \cos \beta - \sin \alpha \sin \beta \quad (\text{ผ.3})$$

$$\cos(\alpha - \beta) = \cos \alpha \cos \beta + \sin \alpha \sin \beta \quad (\text{ผ.4})$$

$$\tan(\alpha + \beta) = \frac{\tan \alpha + \tan \beta}{1 - \tan \alpha \tan \beta} \quad (\text{ผ.5})$$

$$\tan(\alpha - \beta) = \frac{\tan \alpha - \tan \beta}{1 + \tan \alpha \tan \beta} \quad (\text{ผ.6})$$

$$\sin\left(\frac{\pi}{2} + \alpha\right) = \cos \alpha \quad (\text{ผ.7})$$

$$\sin\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) = \cos \alpha \quad (\text{ผ.8})$$

$$\cos\left(\frac{\pi}{2} + \alpha\right) = -\sin \alpha \quad (\text{ผ.9})$$

$$\cos\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) = \sin \alpha \quad (\text{ผ.10})$$

$$\sin \alpha + \sin \beta = 2 \sin \frac{1}{2}(\alpha + \beta) \cos \frac{1}{2}(\alpha - \beta) \quad (\text{ผ.11})$$

$$\sin \alpha - \sin \beta = 2 \cos \frac{1}{2}(\alpha + \beta) \sin \frac{1}{2}(\alpha - \beta) \quad (\text{ผ.12})$$

$$\cos \alpha + \cos \beta = 2 \cos \frac{1}{2}(\alpha + \beta) \cos \frac{1}{2}(\alpha - \beta) \quad (\text{ผ.13})$$

$$\cos \alpha - \cos \beta = -2 \sin \frac{1}{2}(\alpha + \beta) \sin \frac{1}{2}(\alpha - \beta) \quad (\text{ผ.14})$$

$$\sin \alpha \cos \beta = \frac{1}{2}[\sin(\alpha + \beta) + \sin(\alpha - \beta)] \quad (\text{ผ.15})$$

$$\sin \alpha \sin \beta = \frac{1}{2} [\sin(\alpha + \beta) - \sin(\alpha - \beta)] \quad (\text{พ.16})$$

$$\cos \alpha \cos \beta = \frac{1}{2} [\sin(\alpha + \beta) + \sin(\alpha - \beta)] \quad (\text{พ.17})$$

$$\sin \alpha \sin \beta = \frac{1}{2} [\sin(\alpha + \beta) - \cos(\alpha - \beta)] \quad (\text{พ.18})$$

$$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1 \quad (\text{พ.19})$$

$$\sin \alpha = 2 \sin \frac{\alpha}{2} \cos \frac{\alpha}{2} \quad (\text{พ.20})$$

$$\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cos \alpha \quad (\text{พ.21})$$

$$\cos \alpha = 2 \cos^2 \frac{\alpha}{2} - 1 = 1 - 2 \sin^2 \frac{\alpha}{2} \quad (\text{พ.22})$$

$$\cos 2\alpha = 2 \cos^2 \alpha - 1 = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha = 1 - 2 \sin^2 \frac{\alpha}{2} \quad (\text{พ.23})$$

$$\cos 3\alpha = 4 \cos^3 \alpha - 3 \cos \alpha \quad (\text{พ.24})$$

$$\cos 4\alpha = 8 \cos^4 \alpha - 8 \cos^2 \alpha + 1 \quad (\text{พ.25})$$

### ความสัมพันธ์ของฟังก์ชันเอ็กซ์โพเนนเชียล

$$e^{j\alpha} = \cos \alpha + j \sin \alpha \quad (\text{พ.26})$$

$$e^{-j\alpha} = \cos \alpha - j \sin \alpha \quad (\text{พ.27})$$

$$\sin \alpha = \frac{e^{-j\alpha} - e^{j\alpha}}{2j} \quad (\text{พ.28})$$

$$\cos \alpha = \frac{e^{j\alpha} + e^{-j\alpha}}{2j} \quad (\text{พ.29})$$

$$\tan \alpha = \frac{e^{j\alpha} - e^{-j\alpha}}{j(e^{j\alpha} + e^{-j\alpha})} \quad (\text{พ.30})$$

$$\sinh(\alpha) = \frac{e^\alpha - e^{-\alpha}}{2} \quad (\text{พ.31})$$

$$\cosh(\alpha) = \frac{e^\alpha + e^{-\alpha}}{2} \quad (\text{พ.32})$$

$$\sinh(j\alpha) = \frac{e^{j\alpha} - e^{-j\alpha}}{2} \quad (\text{พ.33})$$

$$\cosh(j\alpha) = \cos\alpha = \frac{e^{j\alpha} + e^{-j\alpha}}{2} \quad (\text{พ.34})$$

คลื่นสนามไฟฟ้าตามขวางในระบบพิกัดทรงกระบอก

$$\bar{A} = 0 \quad (\text{พ.35})$$

$$\bar{F} = \hat{a}_z F_z(\rho, \phi, z) \quad (\text{พ.36})$$

$$E_\rho = -\frac{1}{\epsilon\rho} \frac{\partial F_z}{\partial \phi} \quad (\text{พ.37})$$

$$E_\phi = \frac{1}{\epsilon} \frac{\partial F_z}{\partial \rho} \quad (\text{พ.38})$$

$$E_z = 0 \quad (\text{พ.39})$$

$$H_\rho = -j \frac{1}{\omega\mu\epsilon} \frac{\partial^2 F_z}{\partial \rho \partial z} \quad (\text{พ.40})$$

$$H_\phi = -j \frac{1}{\omega\mu\epsilon} \frac{1}{\rho} \frac{\partial^2 F_z}{\partial \phi \partial z} \quad (\text{พ.41})$$

$$H_z = -j \frac{1}{\omega\mu\epsilon} \left( \frac{\partial^2}{\partial z^2} + \beta^2 \right) F_z \quad (\text{พ.42})$$

คลื่นสนามแม่เหล็กตามขวางในระบบพิกัดทรงกระบอก

$$\bar{A} = \bar{a}_z(\rho, \phi, z) \quad (\text{พ.43})$$

$$\bar{F} = 0 \quad (\text{พ.44})$$

$$E_\rho = -j \frac{1}{\omega\mu\epsilon} \frac{\partial^2 A_z}{\partial \rho \partial z} \quad (\text{พ.45})$$

$$E_\phi = -j \frac{1}{\omega\mu\epsilon} \frac{1}{\rho} \frac{\partial^2 A_z}{\partial \phi \partial z} \quad (\text{พ.46})$$

$$E_z = -j \frac{1}{\omega \mu \epsilon} \left( \frac{\partial^2}{\partial z^2} + \beta^2 \right) A_z \quad (\text{พ.47})$$

$$H_\rho = \frac{1}{\mu} \frac{1}{\rho} \frac{\partial A_z}{\partial \phi} \quad (\text{พ.48})$$

$$H_\phi = -\frac{1}{\mu} \frac{\partial A_z}{\partial \phi} \quad (\text{พ.49})$$

$$H_z = 0 \quad (\text{พ.50})$$

ก. ความสัมพันธ์ของฟังก์ชันกรีนไดโอดิก

$$\nabla \times \bar{\bar{G}}_e = \bar{\bar{G}}_m \quad (\text{พ.51})$$

$$\nabla \times \bar{\bar{G}}_m = \bar{I} \delta(\bar{R} - \bar{R}') + k^2 \bar{\bar{G}}_e \quad (\text{พ.52})$$

$$\nabla \cdot \bar{\bar{G}}_e = -\frac{1}{k^2} \nabla \delta(\bar{R} - \bar{R}') \quad (\text{พ.53})$$

$$\nabla \cdot \bar{\bar{G}}_m = 0 \quad (\text{พ.54})$$