

การประเมินค่าสมรรถนะของการประมาณค่าแบบเจคมิวติคสำหรับ
สภาพแวดล้อมภายในอาคาร

PERFORMANCE EVALUATION OF JADE-MUSIC ESTIMATION FOR
INDOOR ENVIRONMENT

เพ็ญเดือน สัตยารักษ์
PEANGDUEN SATAYARAK

วิทยานิพนธ์นี้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาคณะหลักสูตรปริญญาวิศวกรรมศาสตรมหาบัณฑิต

สาขาวิชาวิศวกรรมไฟฟ้า

บัณฑิตวิทยาลัย

สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง

พ.ศ. 2546

ISBN 974-324-026-5

สำนักหอสมุดกลาง พระจอมเกล้าลาดกระบัง

การประเมินค่าสมรรถนะของการประมาณค่าแบบเจดมิวสิกสำหรับ
สภาพแวดล้อมภายในอาคาร

PERFORMANCE EVALUATION OF JADE-MUSIC ESTIMATION FOR
INDOOR ENVIRONMENT



เพียงเดือน สัตยารักษ์

PEANGDUEN SATAYARAK

เลขหมู่.....
เลขทะเบียน 49565
จัน, เดือน, ปี 24 ก.พ. 2547

.b.....
.i.....

วิทยานิพนธ์นี้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตรปริญญาวิศวกรรมศาสตรมหาบัณฑิต

สาขาวิชาวิศวกรรมไฟฟ้า

บัณฑิตวิทยาลัย

สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง

พ.ศ. 2546

ISBN 974-324-926-5

**PERFORMANCE EVALUATION OF JADE-MUSIC ESTIMATION FOR
INDOOR ENVIRONMENT**

PEANGDUEN SATAYARAK

**A THESIS SUBMITTED IN PARTIAL FULFILMENT
OF THE REQUIRMENTS FOR THE DEGREE OF
MASTER OF ENGINEERING IN ELECTRICAL ENGINEERING
SCHOOL OF GRADUATE
KING MONGKUT'S INSTITUTE OF TECHNOLOGY LADKRABANG**

2003

ISBN 974-324-926-5

COPY RIGHT 2003

SCHOOL OF GRADUATE STUDIES

KING MONGKUT'S INSTITUTE OF TECHNOLOGY LADKRABANG

หัวข้อวิทยานิพนธ์	การประเมินค่าสมรรถนะของการประมาณค่าแบบเจดมิวสิก สำหรับสภาพแวดล้อมภายในอาคาร
นักศึกษา	นางสาว เพียงเดือน สัตยารักษ์
รหัสประจำตัว	43061094
ปริญญา	วิศวกรรมศาสตรมหาบัณฑิต
สาขาวิชา	วิศวกรรมไฟฟ้า
พ.ศ.	2546
อาจารย์ผู้ควบคุมวิทยานิพนธ์	รศ. ประกิจ ดังคีสานนท์
อาจารย์ผู้ควบคุมวิทยานิพนธ์ร่วม	อ. มนต์ชัย แซ่มซ้อย

บทคัดย่อ

วิทยานิพนธ์นี้นำเสนอการประเมินค่าสมรรถนะของการประมาณค่าโดยวิธีเจดมิวสิก สำหรับสภาพแวดล้อมภายในอาคาร เนื่องจากการประมาณเพื่อหาค่ามุมที่เข้าถึงของสัญญาณและค่าประวิงเวลาของสัญญาณที่เดินทางมาตกระทบสายอากาศแถวลำดับนั้นมีความจำเป็นอย่างมาก ในการประยุกต์ใช้งานสำหรับระบบการสื่อสารไร้สายในปัจจุบัน โดยเฉพาะการหาตำแหน่งของแหล่งกำเนิดคลื่นเพื่องานบริการในภาวะฉุกเฉิน และการแฮนด์โอเวอร์ (handover) ที่มีประสิทธิภาพ การประมาณแบบเจดมิวสิกสามารถหาค่ามุมที่เข้าถึงและการประวิงเวลาของสัญญาณได้พร้อมกัน ซึ่งวิธีเจดมิวสิกนี้จะเริ่มจากการหาค่าผลตอบสนองอิมพัลส์ของช่องสัญญาณ จากข้อมูลชดด้วอย่างที่ได้รับได้ จากนั้นค่าผลตอบสนองอิมพัลส์ที่ได้นี้จะถูกนำไปใช้ในการประมาณหาค่ามุมการเข้าถึงและการประวิงเวลาของแต่ละสัญญาณ นอกจากนี้วิธีเจดมิวสิกสามารถนำมาใช้งานได้ในกรณีที่จำนวนวิถีของสัญญาณมากกว่าจำนวนองค์ประกอบของสายอากาศ ซึ่งกรณีเช่นนี้วิธีการประมาณแบบอื่นไม่สามารถใช้ได้ ดังนั้นในวิทยานิพนธ์นี้จึงได้ทำการประเมินค่าสมรรถนะของการประมาณแบบเจดมิวสิก โดยอาศัยแบบจำลองช่องสัญญาณที่ได้จากการวิเคราะห์และแบบจำลองช่องสัญญาณที่ได้จากการทดลองภายในอาคาร ผลที่ได้จากการประเมินค่าสมรรถนะดังกล่าวนี้จะนำถูกเสนอในรูปของการเปรียบเทียบผลที่ได้อันเนื่องมาจากแบบจำลองของช่องสัญญาณที่ต่างกัน

Thesis Title	Performance Evaluation of JADE-MUSIC Estimation for Indoor Environment
Student	Miss Peangduen Satayarak
Student ID.	43061094
Degree	Master of Engineering
Programme	Electrical Engineering
Year	2003
Thesis Advisor	Assoc. Prof. Prakrit Tangtisanon
Thesis Co-Advisor	Mr. Monchai Chamchoy

ABSTRACT

This thesis presents performance evaluation of the JADE-MUSIC estimation based on the indoor channel model. Estimating direction of arrival (DOA) and propagation delay of each path is necessary for many applications in wireless communications, especially, mobile localization for emergency services and advance hand-over scheme. By means of the JADE-MUSIC method, DOA and time delay can be obtained simultaneously. In the JADE-MUSIC method, the channel impulse response is estimated first from the received samples and then this impulse response is employed to estimate DOAs and time delays of the multipaths. Moreover, the JADE-MUSIC can work in cases when the number of paths is more than the number of antennas, unlike the traditional parametric subspace-based method. Therefore, this thesis proposes performance evaluation of the JADE-MUSIC estimation via the indoor channel model. The estimated results are demonstrated in terms of the result comparison between the simulated channel model and the experimental channel model.

กิตติกรรมประกาศ

วิทยานิพนธ์ฉบับนี้สำเร็จลุล่วงด้วยดี ขอกราบขอบพระคุณ รศ.ดร.ประกิจ ตั้งศิษานนท์ อ.ที่ปรึกษา อาจารย์มนต์ชัย แซ่มซ้อย อาจารย์ที่ปรึกษาร่วม รวมทั้งอาจารย์สถาพร พรหมวงศ์ เป็นอย่างสูงที่ให้คำปรึกษาชี้แนะแนวทางในการศึกษา การแก้ปัญหา และเป็นกำลังใจให้ผู้เขียนมีความสามารถในการทำงานวิจัยจนสำเร็จลุล่วงไปได้ ตลอดจนได้ตรวจทานต้นฉบับของวิทยานิพนธ์นี้จนเสร็จสมบูรณ์

ขอขอบพระคุณอาจารย์พนารัตน์ ระวีวรรณ และอาจารย์พิชญ์ สุพรรณกุล ที่ให้คำปรึกษาแนะนำเกี่ยวกับหลักการและทฤษฎีสำคัญที่เกี่ยวข้องในงานวิจัย ซึ่งล้วนแต่เป็นประโยชน์อย่างยิ่งต่อวิทยานิพนธ์ฉบับนี้ และช่วยทำให้ผู้เขียนสามารถทำงานวิจัยจนสำเร็จลุล่วงได้ในที่สุด พร้อมกับช่วยตรวจทานวิทยานิพนธ์ฉบับนี้จนเสร็จสมบูรณ์

ขอขอบพระคุณ Assoc. Prof. Dr. Jun-ichi TAKADA ที่ให้แนวคิด และคำแนะนำในการแก้ไขปัญหที่เกิดขึ้น

ขอขอบพระคุณ บิดา-มารดา และญาติทุกคนที่ช่วยเหลือให้ความอนุเคราะห์ด้านกำลังใจ ทรัพย์และให้กำลังใจในด้านการศึกษากับผู้เขียนมาโดยตลอด

ขอขอบคุณอาจารย์ ผู้ร่วมงานในภาควิชาวิศวกรรมสารสนเทศ และเพื่อนทุกคนที่ให้คำแนะนำ ช่วยกระตุ้นและให้กำลังใจ งานวิทยานิพนธ์นี้สำเร็จไปด้วยดี

คุณค่าและประโยชน์อันพึงมีจากวิทยานิพนธ์ฉบับนี้ ผู้วิจัยขอมอบแด่ผู้มีพระคุณทุกท่าน

เพียงเดือน สัตยารักษ์

สารบัญ

บทคัดย่อภาษาไทย	I
บทคัดย่อภาษาอังกฤษ	II
กิตติกรรมประกาศ.....	III
สารบัญ	IV
สารบัญรูป	VII
สารบัญตาราง	XI
บทที่ 1 บทนำ	1
1.1 ความเป็นมาและความสำคัญของปัญหา.....	1
1.2 ความมุ่งหมาย และวัตถุประสงค์ของการศึกษา.....	2
1.3 สมมติฐานของการศึกษา.....	2
1.4 ทฤษฎี หรือแนวความคิดที่ใช้ในงานวิจัย	2
1.5 ขอบเขตการศึกษา.....	3
1.6 ขั้นตอนการศึกษา.....	3
บทที่ 2 การจำลองสัญญาณ.....	4
2.1 กล่าวนำ.....	4
2.1.1 แบบจำลองการแพร่กระจายของคลื่นวิทยุ.....	4
2.2 การจำลองสัญญาณสำหรับการประมาณค่ามุมด้วยวิธีการประมาณแบบต่างๆ.....	5
2.3 การจำลองสัญญาณสำหรับการประมาณค่ามุมและค่าประวิงเวลาร่วมกัน	11
2.3.1 แบบจำลองทางคณิตศาสตร์.....	11
2.3.2 แบบจำลองช่องสัญญาณแบบพื้นที่-เวลาไม่ต่อเนื่อง (Discrete Space-Time Channel Model).....	15
2.3.3 แบบจำลองสัญญาณแบบพื้นที่-เวลาไม่ต่อเนื่อง (Discrete Space-Time Signal Model).....	17
2.3.4 การประมาณค่าช่องสัญญาณ	20
2.4 สรุป.....	21

สารบัญ(ต่อ)

บทที่ 3	เทคนิคการประมาณ	22
3.1	กล่าวนำ	22
3.2	แมนนิโฟลด์ (manifold)	22
3.2.1	แมนนิโฟลด์แบบแถวลำดับ (Array manifold)	22
3.2.2	แมนนิโฟลด์แบบเวลา (time manifold)	25
3.2.3	แมนนิโฟลด์แบบพื้นที่-เวลา	26
3.3	เทคนิคตามแบบธรรมดา (conventional techniques)	27
3.3.1	วิธีประวิงเวลาแล้วรวม	27
3.3.2	วิธีการเปลี่ยนแปลงน้อยที่สุดของคาบอง	29
3.4	เทคนิคที่อยู่บนพื้นฐานของพื้นที่ย่อย (subspace based techniques)	31
3.4.1	วิธีแยกสัญญาณหลายสัญญาณ (Multiple Signal Classification algorithm)	34
3.4.2	วิธีการประมาณค่าพารามิเตอร์ของสัญญาณผ่านเทคนิคไม่เปลี่ยนแปลงตามการหมุนรอบ (Estimation of Signal Parameters via Rotational Invariance Techniques)	36
3.5	JADE Algorithm	42
3.6	JADE-MUSIC Algorithm	44
3.7	เทคนิคทำให้เรียบในเชิงระยะ (Spatial Smoothing Techniques)	45
3.8	สรุป	47
บทที่ 4	การสร้างแบบจำลองและขั้นตอนการทดลอง	48
4.1	กล่าวนำ	48
4.2	พารามิเตอร์ที่ใช้ในการทดลอง	48
4.3	ขั้นตอนการทดลอง	50
4.3.1	ระบบในการวัดช่องสัญญาณ	50
4.3.2	การจำลองสัญญาณ	51
4.3.3	การสร้างสัญญาณจากค่าที่วัดได้จากห้องทดลอง	53
4.3.4	การประมาณค่าพารามิเตอร์ของสัญญาณ	55
4.4	สรุป	58

สารบัญ(ต่อ)

บทที่ 5	ผลการทดลองหรือการวิเคราะห์ข้อมูล.....	59
5.1	กล่าวนำ.....	59
5.2	ผลการประมาณค่ามุมที่เข้าถึงโดยใช้เทคนิคต่างๆ.....	59
5.3	ผลการทดลองในการประมาณค่ามุมที่เข้าถึงและค่าประวิงเวลาของสัญญาณ โดยวิธี JADE-MUSIC.....	67
5.3.1	ผลการประมาณค่ามุมที่เข้าถึงและค่าประวิงเวลาของสัญญาณเมื่อใช้สัญญาณที่สร้าง มาจากแบบจำลองช่องสัญญาณที่จำลองขึ้น.....	67
5.3.2	ผลการประมาณค่ามุมที่เข้าถึงและค่าประวิงเวลาของสัญญาณเมื่อใช้สัญญาณที่สร้าง มาจากแบบจำลองช่องสัญญาณจากค่าที่วัดได้.....	70
บทที่ 6	สรุปผลการวิจัยและข้อเสนอแนะ.....	77
	การจำลองสัญญาณ.....	77
	เทคนิคการประมาณ.....	77
	การสร้างแบบจำลองและขั้นตอนการทดลอง.....	78
	ผลการจำลองแบบและผลการทดลอง.....	78
	ข้อเสนอแนะแล้วแนวทางการพัฒนา.....	79
	เอกสารอ้างอิง.....	80
	ภาคผนวก ก ผลคูณ Kronnecker และตัวดำเนินการเวกเตอร์.....	82
	ภาคผนวก ข เมตริก Centro-Hermitian และการนำไปใช้ใน Unitary ESPRIT.....	85
	ภาคผนวก ค ผลงานที่ได้รับการตีพิมพ์.....	88
	ประวัติผู้เขียน.....	96

สารบัญรูป

รูปที่	หน้า
2.1 เรขาคณิตสองมิติแสดงตำแหน่งและค่ามุมของสายอากาศและเครื่องส่ง	8
2.2 เรขาคณิตของสายอากาศแถวลำดับเชิงเส้นแบบสม่ำเสมอ (ULA)	10
3.1 แมนนิโฟลด์แบบพื้นที่ (เฉพาะมุมทิส) สำหรับสนามคลื่นสเกลาร์และเวกเตอร์	23
3.2 สัญญาณมากระทบกับสายอากาศแถวลำดับเชิงเส้นแบบสม่ำเสมอ	25
3.3 พัลส์รูป RAISE COSINE สำหรับความกว้างแถบส่วนเกิน (ก) โดเมนเวลา (ข) โดเมนความถี่	26
3.4 แมนนิโฟลด์แบบเวลา	26
3.5 โครงสร้างแบบเปลี่ยนรูปคลื่นแบบดั้งเดิม	28
3.6 ผลเปรียบเทียบระหว่างวิธีการประวิงเวลาและรวมสัญญาณกับวิธีการเปลี่ยนแปลงน้อย ที่สุดของคาบอง	31
3.7 เรขาคณิตของแถวลำดับแบบ ESPRIT	37
3.8 ผลที่ได้จากการประมาณค่าด้วยวิธี MUSIC เปรียบเทียบระหว่างวิธี MUSIC แบบธรรมดา กับวิธี MUSIC ที่นำเอาเทคนิคทำให้เรียบในเชิงระยะมาช่วยในการประมาณค่า	47
4.1 โครงสร้างของห้องที่ใช้ในการทดลอง	49
4.2 สายอากาศแบบแถวลำดับแบบไมโครสตริปเชิงเส้นแบบสม่ำเสมอขนาด 8 องค์ประกอบ	49
4.3 สายอากาศส่งไดโพลแบบมีปลอก	50
4.4 ระบบในการวัดสัญญาณ	51
4.5 บล็อกไดอะแกรมของการจำลองสัญญาณ	52
4.6 พัลส์รูป RAISE COSINE สำหรับความกว้างแถบส่วนเกิน (ก) โดเมนเวลา (ข) โดเมนความถี่	53
4.7 บล็อกไดอะแกรมของการสร้างสัญญาณจากค่าที่วัดได้	53
4.8 บล็อกไดอะแกรมของการประมาณค่าสัญญาณ	55
5.1 สเปกตรัมเชิงระยะเปรียบเทียบระหว่างวิธีเปลี่ยนรูปลำดับคลื่นแบบดั้งเดิม (เทคนิคประวิง และรวม) วิธีเปลี่ยนรูปลำดับคลื่นของคาบอง และวิธี MUSIC เมื่อมีสัญญาณเข้ามากระทบ ที่มุม - 10 องศา และ 10 องศา ตามลำดับ	60
5.2 สเปกตรัมเชิงระยะเปรียบเทียบระหว่างวิธี MUSIC แบบดั้งเดิมกับวิธี MUSIC ที่ใช้ เทคนิคค่าเฉลี่ยของด้านหน้ากับด้านหลังในสถานะที่สัญญาณมีลักษณะร่วมนัยกัน โดยมี 2 สัญญาณเข้ามากระทบสายอากาศที่มุม -40 องศา และ 20 องศาตามลำดับ	61

สารบัญรูป(ต่อ)

รูปที่	หน้า
5.3	สเปกตรัมของวิธี MUSIC เปรียบเทียบกันระหว่างผลตามทฤษฎีกับผลที่ได้มาจากการทดลอง โดยมีสัญญาณเข้ามา 1 สัญญาณที่มีกำลังส่งสัญญาณต่อสัญญาณรบกวนเท่ากันที่ 10 เดซิเบลเข้ามากระทบที่สายอากาศขนาด 8 องค์ประกอบที่มุม -30 องศา.....62
5.4	สเปกตรัมของ MUSIC ที่ใช้เทคนิคทำให้เรียบในเชิงระยะเปรียบเทียบระหว่างผลตามทฤษฎีกับผลที่ได้จากการทดลอง สัญญาณร่วมนัย 3 สัญญาณกระทบกับสายอากาศแนวลำดับเชิงเส้นแบบสมมาตรขนาด 8 องค์ประกอบที่มุม -15 องศา 0 องศา และ 15 องศา ตามลำดับ63
5.5	ผลการจำลองของการประมาณค่ามุมที่เข้าถึงโดยใช้วิธี ESPRIT โดยมีสัญญาณ 2 สัญญาณ มากระทบกับสายอากาศขนาด 8 องค์ประกอบที่มุม -20 องศา และ 10 องศา ตามลำดับ64
5.6	ผลการจำลองของการประมาณค่ามุมที่เข้าถึงโดยใช้วิธีการ MUSIC เปรียบเทียบกับวิธี ESPRIT โดยเปรียบเทียบตั้งแต่มุม -90 องศาจนถึง 90 องศา.....64
5.7	การประมาณค่ามุมที่เข้าถึงโดยใช้เทคนิค ESPRIT แบบมาตรฐานกับ UNITARY ESPRIT ในสภาวะที่มีสัญญาณ 2 สัญญาณแบบไม่สหสัมพันธ์กันเข้ามากระทบกับสายอากาศแบบแนวลำดับเชิงเส้นแบบสมมาตรขนาด 8 องค์ประกอบที่มุม 20 องศา และ 30 องศา ตามลำดับ65
5.8	การประมาณค่ามุมที่เข้าถึงโดยใช้เทคนิค ESPRIT แบบมาตรฐานกับ UNITARY ESPRIT ในสภาวะที่สัญญาณที่เข้ามาแบบร่วมนัยกันเข้ามากระทบกับสายอากาศแบบแนวลำดับเชิงเส้นแบบสมมาตรขนาด 8 องค์ประกอบที่มุม 20 องศา และ 30 องศา ตามลำดับ66
5.9	ผลการประมาณค่าแบบ MUSIC เมื่อมีสัญญาณแบบร่วมนัย 3 สัญญาณเข้ามากระทบกับสายอากาศแบบแนวลำดับเชิงเส้นแบบสมมาตรขนาด 4 องค์ประกอบที่มุม -40 องศา 40 องศา และ 40 องศา ตามลำดับ โดยมีค่าประวิงเวลาของสัญญาณเป็น 2.25 คาบสัญญาณ 2.25 คาบสัญญาณ และ 5 คาบสัญญาณ ตามลำดับ67

สารบัญรูป(ต่อ)

รูปที่	หน้า
5.10 ผลการประมาณค่าแบบ JADE-MUSIC เมื่อมีสัญญาณแบบร่วมนัย 3 สัญญาณเข้ามา กระทบกับสายอากาศแบบแถวลำดับเชิงเส้นแบบสมมาตรขนาด 3 องค์ประกอบที่มุม -40 องศา 40 องศา และ 40 องศา ตามลำดับ โดยมีค่าประวิงเวลาของสัญญาณเป็น 2.25 คาบสัญญาณ 2.25 คาบสัญญาณ และ 5 คาบสัญญาณ ตามลำดับ68	68
5.11 ผลการประมาณค่าแบบ JADE-MUSIC เมื่อมีสัญญาณเข้ามากระทบกับสายอากาศแบบ แถวลำดับเชิงเส้นแบบสมมาตรขนาด 8 องค์ประกอบที่มุม 0 องศา และมีค่าประวิงเวลา ของสัญญาณเป็น 1 คาบสัญญาณ.....68	68
5.12 ผลการประมาณค่าแบบ JADE-MUSIC เมื่อมีสัญญาณเข้ามากระทบกับสายอากาศแบบ แถวลำดับเชิงเส้นแบบสมมาตรขนาด 8 องค์ประกอบที่มุม 45 องศา และมีค่าประวิงเวลา ของสัญญาณเป็น 1 คาบสัญญาณ.....69	69
5.13 ผลการประมาณค่าแบบ JADE-MUSIC เมื่อมีสัญญาณเข้ามากระทบกับสายอากาศแบบ แถวลำดับเชิงเส้นแบบสมมาตรขนาด 8 องค์ประกอบที่มุม 60 องศา และมีค่าประวิงเวลา ของสัญญาณเป็น 1 คาบสัญญาณ.....69	69
5.14 ผลการประมาณค่าแบบ JADE-MUSIC เมื่อมีสัญญาณแบบร่วมนัย 3 สัญญาณเข้ามา กระทบกับสายอากาศแบบแถวลำดับเชิงเส้นแบบสมมาตรขนาด 3 องค์ประกอบที่มุม 0 องศา 45 องศา และ 60 องศา ตามลำดับ โดยมีค่าประวิงเวลาของสัญญาณเป็น 1 คาบสัญญาณ 2 คาบสัญญาณ และ 1 คาบสัญญาณ ตามลำดับ70	70
5.15 ผลการประมาณค่าแบบ JADE-MUSIC เมื่อมีสัญญาณที่ส่งมาจากสายอากาศชนิด ไมโครสตริปตั้งทำมุมประมาณ 0 องศา เมื่อเทียบกับแนวสายอากาศรับชนิด ไมโครสตริป แบบแถวลำดับเชิงเส้นแบบสมมาตรขนาด 8 องค์ประกอบ.....71	71
5.16 ผลการประมาณค่าแบบ JADE-MUSIC เมื่อมีสัญญาณที่ส่งมาจากสายอากาศชนิด ไมโครสตริปตั้งทำมุมประมาณ 45 องศา เมื่อเทียบกับแนวสายอากาศรับชนิด ไมโครสตริปแบบแถวลำดับเชิงเส้นแบบสมมาตรขนาด 8 องค์ประกอบ.....72	72
5.17 ผลการประมาณค่าแบบ JADE-MUSIC เมื่อมีสัญญาณที่ส่งมาจากสายอากาศชนิด ไมโครสตริปตั้งทำมุมประมาณ 60 องศา เมื่อเทียบกับแนวสายอากาศรับชนิด ไมโครสตริปแบบแถวลำดับเชิงเส้นแบบสมมาตรขนาด 8 องค์ประกอบ.....72	72

สารบัญรูป(ต่อ)

รูปที่	หน้า
5.18 ผลการประมาณค่าแบบ JADE-MUSIC เมื่อนำช่องสัญญาณที่วัดได้มาทำเป็นสัญญาณแบบร่วมนัย 3 สัญญาณ โดยตั้งสายชนิดไมโครสตริปส่งสัญญาณทำมุมประมาณ 0 องศา ทำมุมประมาณ 45 องศา และทำมุมประมาณ 60 องศา เมื่อเทียบกับแนวสายอากาศรับเป็นชนิดไมโครสตริปแบบแถวลำดับเชิงเส้นแบบสมมาตรขนาด 8 องค์ประกอบ โดยที่มุม 45 องศา นั้น ได้ประวิงเวลาของสัญญาณ ไป 1 คาบสัญญาณเมื่อเทียบกับมุม 0 องศา และมุม 60 องศา.....	73
5.19 ผลการประมาณค่าแบบ JADE-MUSIC เมื่อมีสัญญาณที่ส่งมาจากสายอากาศชนิดไดโพลแบบมีปลอกตั้งทำมุมประมาณ 0 องศา เมื่อเทียบกับแนวสายอากาศรับชนิดไมโครสตริปแบบแถวลำดับเชิงเส้นแบบสมมาตรขนาด 8 องค์ประกอบ	74
5.20 ผลการประมาณค่าแบบ JADE-MUSIC เมื่อมีสัญญาณที่ส่งมาจากสายอากาศชนิดไดโพลแบบมีปลอกตั้งทำมุมประมาณ 45 องศา เมื่อเทียบกับแนวสายอากาศรับชนิดไมโครสตริปแบบแถวลำดับเชิงเส้นแบบสมมาตรขนาด 8 องค์ประกอบ	74
5.21 ผลการประมาณค่าแบบ JADE-MUSIC เมื่อมีสัญญาณที่ส่งมาจากสายอากาศชนิดไดโพลแบบมีปลอกตั้งทำมุมประมาณ 60 องศา เมื่อเทียบกับแนวสายอากาศรับชนิดไมโครสตริปแบบแถวลำดับเชิงเส้นแบบสมมาตรขนาด 8 องค์ประกอบ	75
5.22 ผลการประมาณค่าแบบ JADE-MUSIC เมื่อนำช่องสัญญาณที่วัดได้มาทำเป็นสัญญาณแบบร่วมนัย 3 สัญญาณ โดยตั้งสายชนิดไดโพลแบบมีปลอกส่งสัญญาณทำมุมประมาณ 0 องศา ทำมุมประมาณ 45 องศา และทำมุมประมาณ 60 องศา เมื่อเทียบกับแนวสายอากาศรับเป็นชนิดไมโครสตริปแบบแถวลำดับเชิงเส้นแบบสมมาตรขนาด 8 องค์ประกอบ โดยที่มุม 45 องศา นั้น ได้ประวิงเวลาของสัญญาณ ไป 1 คาบสัญญาณเมื่อเทียบกับมุม 0 องศา และมุม 60 องศา.....	76

สารบัญตาราง

ตารางที่	หน้า
4.1 ค่าเฉพาะที่ใช้ในระบบการวัด	50

บทที่ 1

บทนำ

1.1 ความเป็นมา และความสำคัญของปัญหา

การประมาณค่ามุมที่เข้าถึง (DOA) และค่าประวิงเวลา (Delay Time) ของสัญญาณเป็นข้อมูลที่สามารถนำไปประยุกต์ใช้กับงานต่างๆ ได้ เช่น ใช้ในการบอกที่มาของสัญญาณเพื่อปรับคุณลักษณะของสายอากาศให้รับสัญญาณที่ต้องการได้ดีขึ้น ในอดีตมีงานวิจัยเกี่ยวกับการหาค่าเหล่านี้ด้วยวิธีการต่างๆ มากมาย [1] แต่เนื่องจากวิธีการเดิมนั้นมีข้อจำกัดหลายอย่าง อาทิเช่น สามารถประมาณค่าพารามิเตอร์ใดๆ ได้เพียงค่าเดียว และในเรื่องที่จำนวนสัญญาณต้องมีน้อยกว่าจำนวนองค์ประกอบของสายอากาศ ซึ่งทำให้การนำไปประยุกต์ใช้งานนั้นเป็นไปได้ไม่เต็มที่เท่าที่ควร สำหรับในงานวิจัยนี้ได้เน้นถึงการประมาณค่ามุมที่เข้าถึงและค่าประวิงเวลา เมื่อทำการส่งและรับสัญญาณวิทยุภายในอาคารที่สัญญาณเป็นแบบหลายวิถี (Multipath) ซึ่งมีสัญญาณเข้ามาตกกระทบที่สายอากาศจำนวนมากดังนั้นจึงได้นำวิธีการประมาณค่าร่วมระหว่างค่ามุมที่เข้าถึงและค่าประวิงเวลาหรือ JADE [2] (Joint Angle and Delay Estimation) ที่สามารถแยกสัญญาณได้แม้ในกรณีที่มีจำนวนสัญญาณมากกว่าจำนวนสายอากาศได้ อีกทั้งยังสามารถประมาณค่ามุมที่เข้าถึงและค่าประวิงเวลาของสัญญาณได้ในเวลาเดียวกัน สำหรับวิธีการประมาณค่าแบบ JADE นั้นจะใช้วิธีประมาณค่าช่องสัญญาณก่อน แล้วจึงประมาณค่ามุมที่เข้าถึงและค่าประวิงเวลาจากช่องสัญญาณที่ประมาณได้ โดยในการประมาณค่าทั้งสองนั้นใช้อัลกอริทึมสำหรับการประมาณพารามิเตอร์ หรือวิธีการประมาณแบบทั่วไป เช่นวิธีประวิงเวลาแล้วรวม [3] (delay-and-sum method) วิธีการเปลี่ยนแปลงน้อยที่สุดของคาปอง [4] (Capon's minimum variance method) วิธีแยกสัญญาณหลายสัญญาณหรือ MUSIC [5] (MUltiple SIgnal Classification) วิธีการประมาณค่าพารามิเตอร์ของสัญญาณผ่านเทคนิคไม่เปลี่ยนแปลงตามการหมุนรอบหรือ ESPRIT [6] (Estimation of Signal Parameters via Rotational Invariance techniques) มาประยุกต์ใช้ สำหรับในวิทยานิพนธ์นี้ได้ใช้การประมาณค่าด้วยวิธี MUSIC เนื่องจากเป็นวิธีที่ประมาณค่าได้ผลที่น่าพอใจ อีกทั้งยังมีอัลกอริทึมที่ไม่ซับซ้อน และเพื่อพิจารณาถึงความถูกต้องที่ได้จากสัญญาณที่ได้จากการวัดจริง จึงทำการทดลองเพื่อทดสอบถึงสมรรถภาพของการประมาณค่าแบบ JADE-MUSIC ด้วย

1.2 ความมุ่งหมาย และวัตถุประสงค์ของการศึกษา

ในงานวิจัยนี้ได้ศึกษาถึงผลที่ได้จากการประมาณค่าด้วยวิธี JADE-MUSIC ในการประมาณค่ามุมที่เข้าถึงและค่าประวิงเวลาของสัญญาณสำหรับการใช้งานจริงภายในอาคาร เพื่อนำไปประยุกต์ใช้กับการปรับปรุงประสิทธิภาพสำหรับระบบการสื่อสารภายในอาคาร เช่น ระบบเครือข่ายไร้สาย (Wireless LAN) โดยเปรียบเทียบผลระหว่างค่ามุมที่เข้าถึงและค่าประวิงเวลาที่ประมาณได้เมื่อใช้ช่องสัญญาณที่ได้จากการจำลอง และช่องสัญญาณที่ได้จากการทดลอง เพื่อพิจารณาว่าวิธีการนี้เหมาะสมกับการนำมาใช้งานจริงกับการสื่อสารภายในอาคารเพียงใด

1.3 สมมติฐานของการศึกษา

ในงานวิจัยนี้ได้พิจารณาถึงค่าพารามิเตอร์ของสัญญาณที่ถูกส่งและรับภายในอาคารเท่านั้น โดยความสนใจหลักอยู่ที่ฟังก์ชันความถี่แถบแคบ (narrowband) ถึงแม้ว่าความสนใจในฟังก์ชันความถี่แถบแคบไม่ถือว่าเป็นสิ่งที่จำเป็นนักเนื่องจากว่าสัญญาณใดๆ ก็ตามสามารถเขียนให้เป็นผลรวมเชิงเส้นขององค์ประกอบแบบความถี่แถบแคบได้ และเนื่องจากว่ารัศมีของการแพร่กระจายนั้นยาวมากเมื่อเทียบกับขนาดทางกายภาพของแถวลำดับ ดังนั้นคลื่นสัญญาณที่มีเฟสเท่ากันจึงถูกพิจารณาว่าเป็นคลื่นสัญญาณแบบระนาบแบน สำหรับเทคนิคที่ใช้ในการส่งนั้นเป็นการส่งแบบแบ่งตามช่วงเวลา (time slot) และในระบบสื่อสารไร้สายที่ให้บริการส่วนใหญ่ใช้นั้นใช้บิตเทรนนิ่ง (training bit) ที่ตกลงกันไว้ระหว่างด้านเครื่องส่งกับด้านเครื่องรับ และข้อมูลที่ใช้เพื่อการประมาณค่าพารามิเตอร์ของสัญญาณนั้นได้นำมาจากสัญญาณในส่วนของบิตเทรนนิ่งนี้ ดังนั้นจึงสมมุติให้ด้านเครื่องรับรู้บิตข้อมูลของสัญญาณที่จะนำมาประมาณค่ามุมที่เข้าถึงและค่าประวิงเวลาของสัญญาณ

1.4 ทฤษฎี หรือแนวความคิดที่ใช้ในงานวิจัย

ทฤษฎีที่ใช้ในงานวิจัยนี้ประกอบไปด้วยการจำลองช่องสัญญาณทั้งในแบบที่ใช้สำหรับการประมาณค่ามุมที่เข้าถึงของสัญญาณด้วยเทคนิคทั่วไป และสำหรับการประมาณค่ามุมที่เข้าถึงและค่าประวิงเวลาของสัญญาณด้วยวิธี JADE เทคนิคการประมาณแบบต่างๆ ได้แก่เทคนิคตามแบบธรรมดา (conventional techniques) เช่นวิธีประวิงเวลาแล้วรวม วิธีการเปลี่ยนแปลงน้อยที่สุดของคาบอง เทคนิคที่อยู่บนพื้นฐานของพื้นที่ย่อย (subspace based techniques) เช่นวิธี MUSIC วิธี ESPRIT เทคนิคที่อาศัยวิธีการต่างๆ ร่วมกัน (integrated techniques) เช่นวิธี JADE นอกจากนี้ยังมีทฤษฎีเกี่ยวกับการทดลอง ได้แก่วิธีการวัดค่าช่องสัญญาณภายในอาคาร การสร้างสัญญาณจากค่าที่วัดได้ และการนำสัญญาณที่สร้างไปประมาณค่าพารามิเตอร์ของช่องสัญญาณนั้น

1.5 ขอบเขตการศึกษา

วิทยานิพนธ์นี้จะทำการศึกษาค่าพารามิเตอร์ที่วัดได้จากสัญญาณที่อยู่ภายในอาคาร สำหรับการประมาณค่ามุมที่เข้าถึงของสัญญาณและค่าประวิงเวลาของสัญญาณนั้น โดยพิจารณาจากแบบจำลอง 2 แบบ แบบแรกคือการประมาณค่าพารามิเตอร์ทั้งสองโดยใช้แบบจำลองช่องสัญญาณที่ได้จากการจำลอง (simulated channel model) และแบบที่สองคือการประมาณค่าพารามิเตอร์ทั้งสองโดยใช้แบบจำลองช่องสัญญาณที่วัดได้จากการทดลอง (measured channel model) โดยใช้วิธีในการประมาณค่าด้วยวิธี JADE-MUSIC ที่สามารถประมาณค่ามุมที่เข้าถึงของสัญญาณและค่าประวิงเวลาของสัญญาณได้พร้อมกัน นอกจากนี้ยังสามารถแยกสัญญาณได้แม้ในกรณีที่มีจำนวนสัญญาณมากกว่าจำนวนองค์ประกอบของสายอากาศ ผลลัพธ์ที่ได้จะถูกนำมาเปรียบเทียบกับระหว่างผลการประมาณค่ามุมที่เข้าถึงและค่าประวิงเวลาของสัญญาณที่ได้เมื่อใช้ช่องสัญญาณจากการจำลอง และผลการประมาณที่ได้จากช่องสัญญาณที่ได้จากการทดลอง เพื่อพิจารณาว่าวิธีการนี้เหมาะสมกับการนำมาใช้งานจริงกับการสื่อสารภายในอาคารเพียงใด

1.6 ขั้นตอนการศึกษา

จากแนวคิดและหลักการที่ได้กล่าวมาข้างต้น สามารถสรุปขั้นตอนการศึกษาสำหรับวิทยานิพนธ์ฉบับนี้ โดยเริ่มจากศึกษาแบบจำลองช่องสัญญาณสำหรับการประมาณค่าตามแบบวิธีการทั่วไปและแบบจำลองช่องสัญญาณสำหรับการประมาณค่าตามวิธีแบบ JADE จากนั้นศึกษาเทคนิคการประมาณค่าพารามิเตอร์ของสัญญาณแบบต่างๆ ได้แก่เทคนิคแบบธรรมดา เช่น วิธีประวิงเวลาแล้วรวม และวิธีการเปลี่ยนแปลงน้อยที่สุดของคาบอง เทคนิคที่อยู่บนพื้นฐานของพื้นที่ย่อย (subspace based techniques) เช่น วิธี MUSIC และวิธี ESPRIT และเทคนิคของ JADE ต่อมาจึงทำการจำลองการทำงานของเทคนิคการประมาณในแบบต่างๆ จากนั้นทำการทดลองและจัดเก็บข้อมูลที่ได้จากการทดลอง และนำข้อมูลที่ได้ไปแปลงให้อยู่ในรูปที่สามารถนำไปประมาณค่าได้สุดท้ายจึงนำข้อมูลที่ได้จากการทดลองทั้งหมด ไปวิเคราะห์ความถูกต้องของผลลัพธ์ และนำไปเปรียบเทียบกับผลลัพธ์ที่ได้จากการจำลอง

บทที่ 2

การจำลองสัญญาณ

2.1 กล่าวนำ

ในบทนี้จะกล่าวถึงการจำลองสัญญาณที่ใช้ในการสื่อสาร แบบจำลองที่ได้นั้นจะถูกนำไปใช้ในการประมาณค่ามอดูเลชันที่เข้าถึง และค่าประวิงเวลาของสัญญาณด้วยวิธีการที่จะได้กล่าวถึงในบทที่ 3 โดยแบบจำลองสัญญาณที่ใช้มีสองแบบ คือแบบที่ใช้กับวิธีการประมาณค่าเพื่อหาโมดูลที่เข้าถึงของสัญญาณ กับแบบที่ใช้กับการประมาณค่าเพื่อประมาณหาค่ามอดูเลชันที่เข้าถึงและค่าประวิงเวลาของสัญญาณพร้อมกันได้

ในการจำลองสัญญาณจะเริ่มจากสมการตามหลักการพื้นฐานทางฟิสิกส์เกี่ยวกับสนามแม่เหล็กไฟฟ้าที่สัมพันธ์กับการส่งสัญญาณไปในอากาศ และพิจารณาเกี่ยวกับคุณสมบัติทางกายภาพของแบบจำลองและการเก็บข้อมูล

การแพร่กระจายคลื่นในย่านความถี่วิทยุเป็นสิ่งสำคัญที่ต้องเข้าใจเพื่อการพัฒนาแบบจำลองที่ดีสำหรับการประมวลผลในช่องสัญญาณแบบไร้สาย การแพร่กระจายของคลื่นวิทยุซับซ้อนและไม่สามารถอธิบายได้โดยแบบจำลองเดี่ยว ในหัวข้อนี้จะกล่าวถึงประเด็นต่างๆ ของคลื่นวิทยุเพื่อนำไปสู่การจำลองช่องสัญญาณและสัญญาณ

2.1.1 แบบจำลองการแพร่กระจายของคลื่นวิทยุ

แบบจำลองการแพร่กระจายของคลื่นวิทยุในหัวข้อนี้ได้มาจากการสังเกตลักษณะของสัญญาณ โดยการวัดค่าและตั้งสมมติฐานเบื้องต้น เนื่องจากคลื่นได้แพร่กระจายผ่านสภาพแวดล้อมต่างๆ สัญญาณที่ได้จึงมีคุณสมบัติดังนี้

- มีระดับพลังงานลดลง (เนื่องจากการสูญเสียจากระยะทางและการจางหาย)
- มีการกระจายไปในค่ามอดูเลชัน เวลา หรือ ความถี่ที่ต่างกัน (เนื่องจากการสะท้อนหลายวิถี)

โดยในที่นี้จะกล่าวถึงลักษณะการแพร่กระจายของคลื่นอันเนื่องมาจากประเด็นทั้งสองนี้

2.1.1.1 การสูญเสียจากระยะทาง (Path Loss) และการจางหาย (Fading)

สิ่งหนึ่งที่สำคัญในระบบการสื่อสารแบบเคลื่อนที่คือการสูญเสียจากระยะทาง ซึ่งแสดงถึงอัตราระหว่างพลังงานที่ได้รับกับพลังงานที่ส่งมา ระดับสัญญาณที่ได้รับโดยเฉลี่ยนั้นแปรตามระยะทาง d ได้เป็น d^{-n} เมื่อ n เป็นค่าที่อยู่ระหว่าง 2-5 ขึ้นอยู่กับลักษณะของสภาพแวดล้อม ถ้ามีตึกหรือสิ่งกีดขวางมาก ค่า n จะสูง การกำหนดค่าให้ $n = 2$ นั้นจะใช้เฉพาะเมื่อการแพร่กระจาย

คลื่นอยู่ในสภาวะเป็นพื้นที่ว่าง [2] การสูญเสียจากระยะทางไม่เพียงแต่เพิ่มตามระยะทางระหว่างเครื่องส่งกับเครื่องรับเท่านั้น แต่ยังแปรตามความถี่ที่ใช้ด้วย

นอกจากการสูญเสียจากระยะทางแล้ว คลื่นยังเปลี่ยนพลังงานเนื่องมาจากสิ่งอื่นที่ไม่เกี่ยวกับระยะทางที่เรียกว่าการจางหายด้วย โดยการจางหายนั้นสามารถแบ่งได้เป็นสองประเภทได้แก่

- การจางหายอย่างช้า (slow fading) หรือการจางหายในช่วงยาว (long-term fading) หรือการจางหายจากการถูกบัง (shadowing fading) ซึ่งเกิดจากการที่สัญญาณที่ส่งมานั้นถูกบังโดยสิ่งกีดขวางต่างๆ เช่น ภูเขาหรืออาคาร
- การจางหายอย่างรวดเร็ว (fast fading) หรือการจางหายในช่วงสั้น (short-term fading) เกิดจากการที่คลื่นหลายๆ ตัวที่แพร่กระจายและตกกระทบกับสิ่งต่างๆ แล้ว เมื่อมารวมกันที่เครื่องรับทำให้พลังงานของสัญญาณที่ได้เปลี่ยนแปลงไป

2.1.1.2 ปรางุการณ์หลายวิถี (Multipath)

ปรางุการณ์หลายวิถีเกิดจากการที่มีสิ่งกีดขวางในเส้นทางการแพร่กระจายของคลื่นวิทยุ ซึ่งจะทำให้คลื่นที่ส่งไปนั้นเกิดการสะท้อน เบี่ยงเบน และกระจัดกระจายอันเนื่องมาจากสิ่งกีดขวางเหล่านั้น โดย

- การสะท้อน (reflection) เกิดเมื่อคลื่นที่แพร่กระจายไปนั้น ไปกระทบกับสิ่งกีดขวางที่ใหญ่มากๆ เมื่อเทียบกับขนาดความยาวคลื่น
- การเบี่ยงเบน (diffraction) เกิดเมื่อเส้นทางของคลื่นวิทยุระหว่างเครื่องส่งกับเครื่องรับมีสิ่งกีดขวางที่คลื่นไม่สามารถทะลุผ่านไปได้ทั้งหมดทำให้คลื่นเปลี่ยนมุมการเดินทางไป ปรางุการณ์นี้ยังสามารถอธิบายถึงการที่คลื่นยังสามารถส่งผ่านได้แม้ว่าเส้นทางในการเดินทางของสัญญาณไม่ได้เป็นเส้นตรงจากเครื่องส่งไปยังเครื่องรับ
- การกระจาย (scattering) เกิดจากการที่คลื่นวิทยุไปกระทบกับวัตถุที่มีขนาดเท่ากับความยาวคลื่น หรือเล็กกว่าความยาวคลื่น

จากปรางุการณ์ต่างๆ เหล่านี้ทำให้การเดินทางของคลื่นระหว่างเครื่องส่งไปยังเครื่องรับนั้นอาจจะมีได้มากกว่าหนึ่งเส้นทาง และเนื่องจากการที่คลื่นแพร่กระจายมาคนละเส้นทางจึงส่งผลให้คลื่นที่เดินทางมาถึงเครื่องรับนั้นมีขนาดและเวลาที่ต่างกันที่เรียกว่าหลายวิธินั้นเอง

2.2 การจำลองสัญญาณสำหรับการประมาณค่ามุดด้วยวิธีการประมาณแบบต่างๆ

การแพร่กระจายของคลื่นผ่านตัวกลางต่างๆ ถือเป็นปรางุการณ์ทางฟิสิกส์ การแพร่กระจายคลื่นนั้นเกิดขึ้นในหลายรูปแบบขึ้นอยู่กับชนิดของคลื่นและตัวกลาง ตัวอย่างเช่น คลื่นแม่เหล็กไฟฟ้าในอากาศหรือคลื่นเสียงในท่อ แต่ลักษณะโดยทั่วไปแล้วเป็นไปตามผลเฉลยเอกพันธ์ของสมการคลื่น

เมื่อให้แบบจำลองของการแพร่กระจายแบบต่างๆ เหมือนกันแล้วสามารถโยงเข้ากับผลของสมการของแมกซ์เวลล์ที่ใช้กับคลื่นแม่เหล็กไฟฟ้าในที่ว่าง (ไม่มีกระแสหรือแรงดัน) ซึ่งแสดงได้ดังต่อไปนี้

$$\nabla \cdot \mathbf{E} = 0 \quad (2.1)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{B} = 0 \quad (2.2)$$

$$\nabla \times \mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} \quad (2.3)$$

$$\nabla \times \mathbf{B} = \varepsilon_0 \mu_0 \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} \quad (2.4)$$

เมื่อ (\cdot) และ (\times) แทนตัวปฏิบัติการไดเวอร์เจนท์ และเคิร์ลตามลำดับ ส่วน \mathbf{B} และ \mathbf{E} นั้นเป็นความเหนี่ยวนำแม่เหล็กและสนามไฟฟ้าตามลำดับ โดยที่ μ_0 และ ε_0 เป็นค่าคงที่ของสนามแม่เหล็กและค่าคงที่สนามไฟฟ้าตามลำดับ

จากสมการที่ (2.1) และจากคุณสมบัติของเคิร์ลจะได้ว่า

$$\nabla \times (\nabla \times \mathbf{E}) = \nabla (\nabla \cdot \mathbf{E}) - \nabla^2 \mathbf{E} = -\nabla^2 \mathbf{E} \quad (2.5)$$

จากสมการที่ (2.3) และ (2.4) จะได้ว่า

$$\nabla \times (\nabla \times \mathbf{E}) = -\frac{\partial}{\partial t} (\nabla \times \mathbf{B}) = -\varepsilon_0 \mu_0 \frac{\partial^2 \mathbf{E}}{\partial t^2} \quad (2.6)$$

และเมื่อรวมสมการที่ (2.6) กับสมการที่ (2.5) ผลที่ได้คือสมการพื้นฐานของคลื่น

$$\nabla^2 \mathbf{E} - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \mathbf{E}}{\partial t^2} = 0 \quad (2.7)$$

ค่าคงที่ c นั้นโดยทั่วไปแล้วจะหมายถึงความเร็วของการแพร่กระจายและสำหรับคลื่นแม่เหล็กไฟฟ้าความเร็วของการแพร่กระจายผ่านที่ว่างคือ

$$c = 1/\sqrt{\varepsilon_0 \mu_0} = 3 \times 10^8 \text{ m/s} \quad (2.8)$$

สมการคลื่นแบบเอกพันธ์ (ไม่มีฟังก์ชันของแรง) ประกอบด้วยปัจจัยทางกายภาพสำหรับแบบจำลองที่จะถูกสมมุติขึ้นมา ในที่นี้จะไม่มีการพิจารณาถึงชนิดของคลื่นและตัวกลาง แต่สำหรับ

ในงานประยุกต์บางอย่างไม่ได้ถือว่าเป็นประเด็นทางฟิสิกส์ หากแต่ถูกนับเป็น โครงสร้างทางเรขาคณิตของแบบจำลองมากกว่า

ตามสมการที่ (2.7) เป็นสมการแบบเวกเตอร์ เมื่อพิจารณาเพียงหนึ่งองค์ประกอบของสมการโดยเรียกว่า $E(\mathbf{r}, t)$ เมื่อ \mathbf{r} แทนเวกเตอร์ของรัศมี อาจจะสมมุติภายหลังว่าผลที่เซ็นเซอร์วัดได้นั้นสอดคล้องกับ $E(\mathbf{r}, t)$ จากการสังเกตได้ตามสมการที่ (2.7) แล้วจะพบว่า เมื่อให้ $1/|\alpha| = c$ แล้วในแต่ละแถวจะอยู่ในรูป

$$E(\mathbf{r}, t) = f(t - \mathbf{r}^T \alpha) \quad (2.9)$$

เมื่อ $(\cdot)^T$ แทนการสลับเปลี่ยนของเมตริก (matrix transposition) ซึ่งจะเห็นได้ว่าค่าของฟังก์ชันขึ้นอยู่กับ $t - \mathbf{r}^T \alpha$ เท่านั้น ผลลัพธ์ที่ได้สามารถแปลงให้เป็นเสมือนคลื่นที่เดินทางมาจากมุม α ด้วยความเร็วของการแพร่กระจายเป็น $1/|\alpha| = c$ และด้วยสาเหตุดังกล่าว α จึงถือว่าเป็นเวกเตอร์แบบซ้ำ ดังนั้นความสนใจหลักจึงอยู่ที่ฟังก์ชันความถี่แถบแคบ (narrowband) อย่างไรก็ตาม ความสนใจในฟังก์ชันความถี่แถบแคบไม่ถือว่าเป็นสิ่งที่จำเป็นนักเนื่องจากว่าสัญญาณใดๆ สามารถเขียนให้เป็นผลรวมเชิงเส้นขององค์ประกอบแบบความถี่แถบแคบได้ ในการแทนค่าเชิงซ้อน โดยให้จุดกำเนิดเป็นจุดอ้างอิงรูปคลื่นที่ส่งในแถบแคบสามารถเขียนได้เป็น

$$E(0, t) = s(t) e^{j\omega t} \quad (2.10)$$

เมื่อ $s(t)$ แปรเปลี่ยนตามเวลาอย่างช้าๆ เมื่อเทียบกับคลื่นพาหะ $e^{j\omega t}$ สำหรับกรณีนี้ $|\mathbf{r}| \ll c/B$ เมื่อ B คือความกว้างแถบ (bandwidth) ของ $s(t)$ ดังนั้นสมการของสนามไฟฟ้าสามารถเขียนใหม่ได้เป็น

$$E(\mathbf{r}, t) = s(t - \mathbf{r}^T \alpha) e^{j\omega(t - \mathbf{r}^T \alpha)} \cong s(t) e^{j(\omega t - \mathbf{r}^T \mathbf{k})} \quad (2.11)$$

โดยที่ \mathbf{k} แทนเวกเตอร์ของคลื่น (wave vector) ที่มีขนาดเป็น

$$|\mathbf{k}| = k = \omega/c \quad (2.12)$$

และ k เป็นเลขคลื่น (wave number) ซึ่งสามารถเขียนอีกอย่างได้เป็น

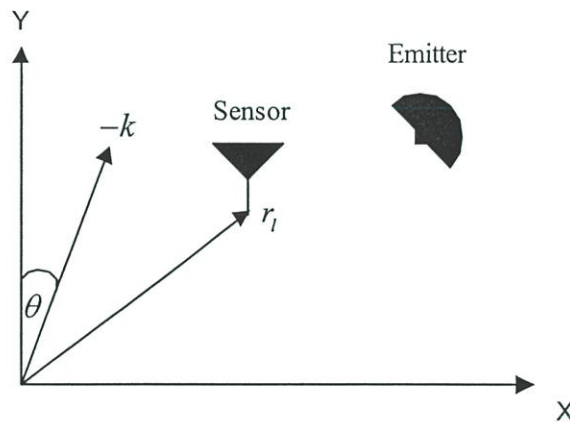
$$k = 2\pi/\lambda \quad (2.13)$$

เมื่อ λ แทนความยาวคลื่น และ \mathbf{k} ยังเป็นค่ามุมของการแพร่กระจายอีกด้วย ตัวอย่างเช่น ในระนาบ xy จะได้ว่า

$$\mathbf{k} = k(\cos \theta \quad \sin \theta)^T \quad (2.14)$$

เมื่อ θ แทนมุมของการแพร่กระจายในทิศทวนเข็มนาฬิกาเมื่อเทียบกับแกน x ดังรูปที่ 2.1

ในสมการที่ (2.11) นั้นถือว่าอยู่ในสภาวะระยะสนามไกล (far-field) และเนื่องจากเครื่องส่งเป็นแบบไอโซทรอปิก (ไอโซทรอปิกหมายถึงมีการแพร่กระจายหรือส่งคลื่นไปในทุกค่ามุมเท่าๆ กัน) จึงทำให้คลื่นเดินทางแบบทรงกลม โดยขนาดของคลื่นแปรผกผันกับระยะทางที่คลื่นแพร่กระจายออกไป ทุกๆ ตำแหน่งที่อยู่บนพื้นผิวของคลื่นที่แพร่กระจายในลักษณะทรงกลมรัศมี R ในเฟสเดียวกันถูกเรียกว่าหน้าคลื่น (wavefront) ในสภาวะการรับแบบระยะสนามไกลแสดงว่ารัศมีของการแพร่กระจายนั้นยาวมาก (เมื่อเทียบกับขนาดทางกายภาพของแอมพลิจูด) ดังนั้นหน้าคลื่นที่มีเฟสเท่ากันจึงถูกมองว่ามาในแนวระนาบแบนเดียวกัน และสมการที่ (2.11) นั้นแสดงให้เห็นถึงระนาบคลื่น



รูปที่ 2.1 เรขาคณิตสองมิติแสดงตำแหน่งและค่ามุมของสายอากาศและเครื่องส่ง

เนื่องจากสมการของคลื่นที่ผ่านตัวกลางเป็นแบบเชิงเส้นแสดงให้เห็นว่าสามารถใช้หลักการทับซ้อน (superposition principle) กับผลที่ได้จากคลื่นแต่ละองค์ประกอบได้ จึงเป็นผลที่เกิดจากคลื่นที่เดินทางมากกว่าหนึ่งองค์ประกอบได้ สมการที่ (2.11) ประกอบด้วยข้อมูลในส่วน of ระยะทางและเวลาเป็นแบบจำลองที่เพียงพอสำหรับการแยกสัญญาณด้วยค่าทางระยะทางและเวลาที่ต่างกัน สิ่งนี้อาจจะได้มาในหลายรูปแบบ เช่น ค่ามุมที่เข้าถึงของสัญญาณ (DOA) ทั้งมุมทิศ (azimuth angle) และมุมยก (elevation angle) ขั้วของสัญญาณ (ถ้ามีองค์ประกอบของคลื่นมากกว่าหนึ่งองค์ประกอบเข้ามา) รูปคลื่นที่ถูกส่งมา หรือค่าประวิงเวลา เป็นต้น

การประมวลผลสัญญาณแบบใหม่นั้นอยู่บนพื้นฐานของแบบจำลองเป็นส่วนใหญ่ ซึ่งมักจะพิจารณาโดยอาศัยสมมุติฐานที่แน่นอนที่กระทำกับข้อมูลที่ได้มาจากการสังเกต แต่ในหัวข้อนี้จะกล่าวถึงเพียงแบบจำลองที่จะนำไปใช้ในหัวข้อต่อไป เมื่อเซ็นเซอร์วางอยู่บนระนาบ xy ตามรูปที่ 2.1 แล้วจะพบว่า

$$\mathbf{r}_l = (x_l \quad y_l)^T$$

โดยใช้สมการที่ (2.11) และ (2.14) ค่าที่วัดได้จากเซ็นเซอร์ l เนื่องจากแหล่งกำเนิดที่มาจากมุม θ คือ

$$E(\mathbf{r}, t) = s(t) e^{[j\omega t - k(x_l \cos \theta + y_l \sin \theta)]} \quad (2.15)$$

ถ้าผลตอบแทนความถี่แบบแบนราบ $g_l(\theta)$ เกิดขึ้น ณ เซ็นเซอร์ l เหนือความกว้างแถบของสัญญาณ ผลที่วัดได้จะสอดคล้องกับสนามที่ \mathbf{r}_l เพื่อความสะดวกจึงตัดค่าคลื่นพาหะ $e^{j\omega t}$ ออก (ในทางปฏิบัติแล้วสัญญาณมักจะถูกแปลงกลับไปที่มีความถี่แถบฐานของการซัดตัวอย่าง) ผลลัพธ์ที่ได้จะถูกลดขนาดโดย

$$x_l(t) = g_l(\theta) e^{-jk(x_l \cos \theta + y_l \sin \theta)} s(t) = a_l s(t) \quad (2.16)$$

จากสมการที่ (2.11) จะเห็นว่าสมการที่ (2.16) ต้องการให้ช่องว่างภายในแถวลำดับ (เช่นขนาดทางกายภาพถูกวัดในรูปความยาวคลื่น) นั้นต้องน้อยกว่าส่วนกลับของความกว้างแถบ (f/B) ซึ่งเป็นสมมุติฐานของความถี่แถบแคบจากการกล่าวไว้ในบทความเกี่ยวกับการประมวลผลสัญญาณ สำหรับสายอากาศแบบแถวลำดับขนาด M องค์ประกอบ เวกเตอร์ผลลัพธ์แบบแถวลำดับจะได้เป็น

$$\mathbf{x}(t) = \mathbf{a}(\theta) s(t) \quad (2.17)$$

เมื่อ $\mathbf{a}(\theta) = [a_1(\theta), \dots, a_M(\theta)]^T$ คือเวกเตอร์ค้ำเนินวิถี (steering vector) นอกจากนี้ยังมีชื่ออื่นๆ ที่นิยมใช้ในการเรียกเมตริก $\mathbf{a}(\theta)$ อีกเช่นเวกเตอร์กระทำ (action vector) เวกเตอร์การแพร่กระจายของแถวลำดับ (array propagation vector) และเวกเตอร์สำเนา (replica vector) เป็นต้น เมื่อมีสัญญาณที่เข้ามาสัญญาณเดียวที่มีค่ามุมที่เข้าถึงของสัญญาณเป็น θ แล้วจะทำให้เกิดเป็นผลคูณแบบสเกลาร์ของเวกเตอร์ค้ำเนินวิถีได้เป็นผลลัพธ์แบบแถวลำดับ สำหรับแถวลำดับเชิงเส้นแบบสม่ำเสมอ (uniform linear array:ULA) นั้นจะวางสายอากาศตามรูปที่ 2.2 และจะได้ว่า

$$\mathbf{r}_m = ((m-1)\Delta x \quad 0)^T$$

เมื่อ Δx แทนระยะห่างของสายอากาศแต่ละองค์ประกอบ

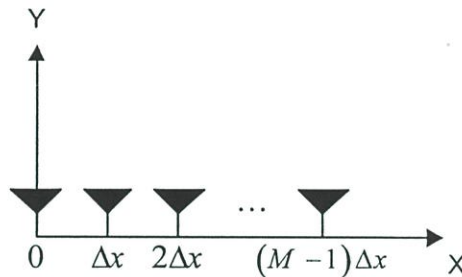
ถ้าสมมติว่าที่ทุกๆ องค์ประกอบของสายอากาศมีสัญญาณเข้ามาที่ค่ามุมเดียว (เนื่องจากพิจารณาว่าสัญญาณมาเป็นระนาบ) นั่นคือ

$$g_1(\theta) = \dots = g_M(\theta) = g(\theta)$$

เวกเตอร์ดำเนินวิถีของสายอากาศแบบแถวลำดับเชิงเส้นแบบสม่ำเสมอจึงเป็น

$$\mathbf{a}_{\text{ULA}}(\theta) = g(\theta) \begin{bmatrix} 1 & e^{-jk\Delta x \sin \theta} & \dots & e^{-j(M-1)k\Delta x \sin \theta} \end{bmatrix} \quad (2.18)$$

เมื่อ θ คือค่าสเกลาร์ของจำนวนจริงที่ถูกพิจารณาเป็นค่ามุมที่เข้าถึงของสัญญาณ



รูปที่ 2.2 เรขาคณิตของสายอากาศแถวลำดับเชิงเส้นแบบสม่ำเสมอ (ULA)

ดังที่ได้กล่าวไว้แล้วในตอนต้น กฎการทับซ้อนได้สมมติให้ใช้ได้กับระบบการรับแบบเชิงเส้น ถ้าสัญญาณจำนวน D สัญญาณเข้ามากระทบที่สายอากาศแบบแถวลำดับ M องค์ประกอบในค่ามุมที่เข้าถึง DOAs ที่ $\theta_1, \dots, \theta_D$ แล้ว เวกเตอร์ผลลัพธ์จะอยู่ในรูปของ

$$\mathbf{x}(t) = \sum_{d=1}^D \mathbf{a}(\theta_d) s_d(t) \quad (2.19)$$

เมื่อ $s_d(t)$ แทนรูปคลื่นของสัญญาณความถี่แถบฐานโดยที่ $d = 1, \dots, D$ สมการผลลัพธ์สามารถจัดให้อยู่ในรูปที่ซับซ้อนขึ้น โดยกำหนดให้เมตริกดำเนินวิถีและเวกเตอร์ของรูปคลื่นของสัญญาณเป็น

$$\mathbf{A}(\theta) = [\mathbf{a}(\theta_1), \dots, \mathbf{a}(\theta_D)]_{M \times D} \quad (2.20)$$

$$\mathbf{s}(t) = [s_1(t), \dots, s_D(t)]^T \quad (2.21)$$

โดยในที่นี้จะแสดงถึงสัญญาณรบกวนที่เพิ่มเข้ามา (additive noise) หรือ $\mathbf{n}(t)$ ด้วยผลที่ได้คือแบบจำลองของสัญญาณที่มักจะใช้ในการประมวลสัญญาณได้แก่

$$\mathbf{x}(t) = \mathbf{A}(\theta)\mathbf{s}(t) + \mathbf{n}(t) \quad (2.22)$$

วิธีการที่ใช้แบบจำลองนี้ทั้งหมดต้องการให้สัญญาณที่เข้ามามีจำนวนน้อยกว่าองค์ประกอบของสายอากาศ เป็นที่น่าสนใจว่าสำหรับในกรณีที่ไม่มีสัญญาณรบกวนแล้วผลลัพธ์ที่ได้ของแอมพลิจูดที่กวาดไปตามเวกเตอร์ดำเนินวิถีจะอยู่ในขอบเขตของพื้นที่ย่อยที่มีขนาดเท่ากับจำนวนสัญญาณบนพื้นที่เชิงซ้อนที่มีขนาดเท่ากับจำนวนองค์ประกอบของสายอากาศ สิ่งนี้หมายถึงพื้นที่ย่อยของสัญญาณและการสังเกตนี้เป็นรูปแบบพื้นฐานของวิธีการที่อยู่บนพื้นฐานของพื้นที่ย่อย (subspace-based method)

ผลลัพธ์ที่ได้จากเซ็นเซอร์จะผ่านกระบวนการก่อนนำไปประมวลผลและจัดเก็บตัวอย่างที่เวลาซึ่งจะเห็นได้ว่าผลการประมวล $x(t)$ ถูกพิจารณาเป็นเสมือนผลการประมวลผลแบบสุ่มที่มีหลายช่องสัญญาณที่สามารถหาคุณลักษณะจากผลทางสถิติลำดับที่หนึ่งและลำดับที่สองซึ่งได้มาจากสัญญาณและสัญญาณรบกวน กระบวนการที่ทำก่อนประมวลผลของสัญญาณมักกระทำในแนวทางที่สัญญาณรบกวนใน $x(t)$ เป็นสัญญาณรบกวนขาว (white noise)

2.3 การจำลองสัญญาณสำหรับการประมาณค่ามุมและค่าประวิงเวลาร่วมกัน

2.3.1 แบบจำลองทางคณิตศาสตร์

เพื่อให้ได้รูปแบบทางคณิตศาสตร์ที่สามารถจำลองการแพร่กระจายของคลื่นได้นั้นต้องมีการสมมุติบางประการ อันดับแรกคือคลื่นที่ได้รับนั้นประกอบไปด้วยเส้นทางหลักๆ ที่แยกกันอยู่ข้างเห็นได้ชัดซึ่งมารวมกันที่เครื่องรับสัญญาณ โดยขั้นแรกจะเริ่มแสดงจากสัญญาณหลักที่ได้รับสัญญาณหนึ่ง โดยเมื่อให้สัญญาณที่ส่งมาเป็น

$$x(t) = s(t)e^{j2\pi f_c t} \quad (2.23)$$

(โดยสัญญาณที่แพร่กระจายออกมาจริงๆ นั้นคือ $\text{real}\{x(t)\}$) เมื่อ $s(t)$ คือสัญญาณแถบฐานเชิงซ้อน (baseband complex signal) และ f_c เป็นความถี่ของคลื่นพาหะ สมมุติว่าสภาวะนั้นประกอบด้วยคลื่นที่กระจายอยู่อย่างมากมาย และสัญญาณที่รับได้เมื่อไม่มีสัญญาณรบกวน (noiseless) คือผลรวมของสัญญาณส่งที่มาในแต่ละเส้นทางโดยมีขนาดและเวลาเข้าถึงที่ต่างกัน ซึ่งขนาดแทนด้วย R_n แล้วผลรวมจากคลื่น n เส้นทางที่มีการเลื่อนของเวลาเป็น τ_n คือ

$$r(t) = A \sum_n R_n s(t - \tau_n) e^{j2\pi f_c (t - \tau_n)} \quad (2.24)$$

เมื่อ A แทนรูปแบบของผลตอบสนอง (response) อัตราขยาย (gain) และเฟส (phase) ของสายอากาศ R_n เป็นส่วนของพลังงานที่เข้ามาจากคลื่นลำดับที่ n ถ้าให้ d_n แทนระยะทางที่แพร่กระจายของเส้นทางที่ n แล้วจะได้ว่า

$$\tau_n = d_n / c \quad (2.25)$$

เมื่อ c แทนความเร็วแสง โดยที่โครงร่างที่หนาแน่นแบบหลายวิถี (multipath intensive profile) หรือโครงร่างการประวิงพลังงาน (power delay profile) ซึ่งหาได้จากค่าพลังงานของสัญญาณเฉลี่ย (mean signal power) ที่ได้รับพร้อมกับค่าประวิงในส่วนที่เกิน (fractional excess delay) นั้นอาจจะคล้ายคลึงกันที่ต่อเนื่องกันเพราะเป็นฟังก์ชันของเวลาแต่ใช้การจำลองง่ายๆ ให้เป็นเหมือนกับชุดของพัลส์แบบแคบที่ไม่ต่อเนื่อง (discrete narrow pulse) แทน

ถ้าสายอากาศส่ง (หรือรับ) กำลังเคลื่อนที่อยู่ด้วยความเร็ว v แล้วสัญญาณที่รับได้จะเปลี่ยนความถี่ไปด้วย ปรากฏการณ์นี้ถูกเรียกว่าปรากฏการณ์ดอปเพลอร์ (Doppler effect) และการเลื่อนของความถี่สามารถแสดงได้เป็น

$$f_{D,n} = v \cos \psi_n / c$$

เมื่อ ψ_n แทนมุมของคลื่นตัวที่ n เทียบกับเวกเตอร์ของความเร็ว v ดังนั้นแบบจำลองของสัญญาณจึงเขียนได้ใหม่เป็น

$$r(t) = A \sum_n R_n s(t - \tau_n) e^{j2\pi[(f_c + f_{D,n})t - f_c \tau_n]} \quad (2.26)$$

ค่าของ A, R_n, τ_n , และ $f_{D,n}$ นั้นแปรไปตามเวลาเนื่องจากแหล่งกำเนิด และ/หรือ สิ่งกีดขวางอื่นๆ ที่อยู่ในสถานะเคลื่อนที่อยู่ การแปรผันของค่าเหล่านี้จะถือว่าเป็นการเปลี่ยนแปลงเพียงเล็กน้อยหรือไม่มีการเปลี่ยนแปลงเมื่อพิจารณาในช่วงเวลานั้นๆ

เพื่อให้ได้ผลตามปรากฏการณ์การสูญเสียจากระยะทางและการถูกบัง ในแต่ละเส้นทางจึงต้องคูณค่าคงที่ p_n เข้าไป ค่าเหล่านี้สามารถสมมุติให้เหมือนกันในแต่ละเส้นทางได้ ถ้าการกระจายของระยะทางการแพร่กระจาย (Δd) ซึ่งมีค่าตามสมการที่ (2.27) นั้นน้อยกว่าระยะทางการแพร่กระจาย d_n ใดๆ ในกรณีให้เป็นระยะทางเดียวกันสำหรับแต่ละคลื่น เพื่อให้ง่ายจึงให้ p_n ทั้งหมดเท่ากันและเป็นเอกลักษณ์

$$\Delta d := \max_{n,m} (d_n - d_m) \quad (2.27)$$

สมมติฐานอีกอย่างหนึ่งเพื่อให้ง่ายต่อการพิจารณาคือการกำหนดให้สัญญาณเหล่านี้เป็นแถบแคบ (narrow band) ตามชนิดของช่องสัญญาณ ดังนั้นส่วนกลับของความกว้างแถบ (bandwidth) $1/B$ หรือความกว้างพัลส์ (pulsewidth) นั้นต้องมากกว่าค่าการกระจายของการประวิงเวลา (time delay spread) นั่นคือ $1/B \gg \Delta\tau$ โดยที่ค่าการกระจายของการประวิงเวลาคือ

$$\Delta\tau := \max_{n,m} (\tau_n - \tau_m)$$

จากสมการนี้แสดงว่า $s(t - \tau_n) \approx s(t - \bar{\tau})$ เมื่อค่า $\bar{\tau} \in [\min_n \tau_n, \max_n \tau_n]$ ดังนั้นจึงสามารถเขียนสมการของสัญญาณที่รับได้ใหม่เป็น

$$r(t) = As(t - \bar{\tau}) \left(\sum_n R_n e^{j\theta_n(t)} \right) e^{j2\pi f_c t} \quad (2.28)$$

โดยที่ $\phi_n(t) := 2\pi(f_{D,n}t - f_c\tau_n)$ กำหนดให้ $\beta(t) := \sum_n R_n e^{j\phi_n(t)}$ และแทน $\bar{\tau}$ ด้วย τ (เมื่อแทนความหมายเหมือนเดิม) ดังนั้นสัญญาณที่รับได้ที่ไร้สัญญาณรบกวนแบบความถี่ต่ำผ่านจึงเทียบเท่ากับ

$$r(t) = A\beta s(t - \tau) \quad (2.29)$$

จากสมการ (2.29) นั้นแสดงถึงช่องสัญญาณเส้นทางเดียวที่ตอบสนองต่อสัญญาณ $s(t)$ จะได้ว่าผลตอบสนองของอิมพัลส์แบบความถี่ต่ำผ่านแบบเชิงซ้อน (complex low-pass impulse response) ของช่องสัญญาณเป็น

$$c(t) = A\beta\delta(t - \tau) \quad (2.30)$$

เมื่อ $\delta(\cdot)$ แทนฟังก์ชัน Dirac delta

ต่อมาเมื่อพิจารณาการตอบสนองของสายอากาศที่แทนด้วย A สายอากาศนั้นมีค่าตามคุณสมบัติเฉพาะ (อัตราขยาย เฟส และการแยกขั้ว (polarization)) ที่ขึ้นอยู่กับค่ามุมที่เข้าถึงของสัญญาณ และความถี่ของคลื่นที่ตกกระทบ ผลลัพธ์ของสายอากาศรับ (เช่นแรงดันไฟฟ้าที่วัดได้) จะเป็นปฏิภาคกับอัตราขยายซึ่งตรงกับความถี่ และการแยกขั้วของแหล่งกำเนิดสามารถแทนได้เป็น $G(\theta)$ โดยที่ค่ามุมที่เข้าถึง θ อาจจะรวมทั้งมุมทิศและมุมยก

ถ้ากำหนดให้มีสายอากาศรับจำนวน M องค์ประกอบ และถ้าสมมุติด้วยว่าแหล่งกำเนิดกับตัวรับวางอยู่ในระนาบเดียวกัน และแหล่งกำเนิดอยู่ในตำแหน่งสนามระยะไกลเมื่อเทียบกับตัวรับ

(ทำให้คลื่นที่มากระทบเป็นคลื่นระนาบแทนที่จะเป็นคลื่นทรงกลม) แล้วจะมีเพียงค่ามุมที่เข้าถึง θ แสดงคุณลักษณะตำแหน่งของแหล่งกำเนิด โดยผลตอบสนองของสายอากาศที่ m เป็นสัดส่วนกับ

$$A_m(\theta) = G_m(\theta) e^{-j2\pi f_c \tau_m(\theta)} \quad (2.31)$$

เมื่อ $G_m(\theta)$ เป็นขนาดเชิงซ้อน หรืออัตราขยายของตัวรับลำดับที่ m ที่มีต่อมุม θ (สำหรับตัวรับแบบไอโซทรอปิก แล้ว $G(\cdot) = 1$) และ $\tau_m(\theta)$ เป็นความล่าช้าในการแพร่กระจายระหว่างจุดอ้างอิงกับตัวรับลำดับที่ m สำหรับคลื่นที่กระทบจากมุม θ ถ้าให้ตำแหน่งของตัวรับตัวหนึ่ง (อาจระบุให้เป็นตัวรับตัวแรก) ถ้าตัวรับตัวแรกถูกกำหนดให้เป็นจุดอ้างอิงแล้วจะเขียนผลตอบสนองของสายอากาศแถวลำดับเป็น

$$\mathbf{a}(\theta) = \begin{bmatrix} G_1(\theta) \\ G_2(\theta) e^{-j2\pi f_c \tau_2(\theta)} \\ \vdots \\ G_M(\theta) e^{-j2\pi f_c \tau_M(\theta)} \end{bmatrix} \quad (2.32)$$

ในสภาวะตามความเป็นจริงแล้ว แหล่งกำเนิดนั้นไม่จำเป็นต้องเป็นจุดใดจุดหนึ่งเนื่องจากการกระจายท้องถิ่น (local scattering) โดยนัยของเชิงอวกาศ (spatial) แล้ว คลื่นที่เข้ามาจากค่ามุมหลักนั้นมีมุมของการกระจายเล็กๆ อยู่แล้ว ปรากฏการณ์นี้ถูกเรียกว่าปรากฏการณ์หลายวิถีแบบแพร่กระจาย (diffuse multipath) จึงมีการตั้งสมมุติฐานเพื่อให้ง่ายขึ้นว่า DOA นั้นต้องไม่ต่อเนื่อง จึงเท่ากับสมมุติว่าการกระจายของมุมในแต่ละเส้นทางหลักนั้นถือว่าไม่มี

เมื่อดูเพียงเส้นทางหลักๆ ทางเดียว เนื่องจากการแพร่กระจายผ่านตัวกลางนั้นเป็นเส้นตรง ดังนั้นการทับซ้อนจึงอธิบายได้ว่า ผลตอบสนองของระบบที่มีต่อผลรวมเชิงเส้นของค่าเข้ามาเป็นผลรวมเชิงเส้นของผลตอบสนองที่เหมาะสมของค่าที่เข้ามา ช่องสัญญาณเป็นผลรวมของแต่ละเส้นทาง สมมุติว่ามีคลื่น Q ที่แต่ละคลื่นต่างมี DOA θ_i , TOA τ_i , และการลดทอนจากเส้นทาง (path attenuation) β_i ของมัน ให้มีตัวรับ M ตัวแล้ว เวกเตอร์ของผลตอบสนองอิมพัลส์ของช่องสัญญาณเป็น

$$\mathbf{c}(t) = \sum_{i=1}^Q \mathbf{a}(\theta_i) \beta_i \delta(t - \tau_i) \quad (2.33)$$

ช่องสัญญาณยังถูกจำลองให้เป็นตัวกรองเชิงเส้นไม่ขึ้นกับเวลาด้วย สำหรับรอบเวลาที่ยาวกว่านี้ ช่องสัญญาณจะไม่อยู่กับที่ และจะได้แบบจำลองที่เป็นตัวกรองเชิงเส้นที่ขึ้นกับเวลาดังสมการที่

(2.34)

$$\mathbf{c}(t_0, t) = \sum_{i=1}^Q \mathbf{a}(\theta_i(t)) \beta_i(t) \delta(t_0 - \tau_i(t)) \quad (2.34)$$

ซึ่งสมการที่ (2.34) นี้แสดงถึงผลตอบสนองของช่องสัญญาณที่เวลา t ต่ออิมพัลส์ที่มา ณ เวลา $t - t_0$

2.3.2 แบบจำลองช่องสัญญาณแบบพื้นที่-เวลาไม่ต่อเนื่อง (Discrete Space-Time Channel Model)

ในหัวข้อนี้กล่าวต่อจากหัวข้อที่แล้วเพื่อให้ได้แบบจำลองช่องสัญญาณแบบไม่ต่อเนื่องแบบจำลองช่องสัญญาณแบบไม่ต่อเนื่องสามารถหาได้เมื่อสัญญาณที่ได้รับถูกชักตัวอย่างตามพื้นที่และตามเวลา หัวข้อนี้ไม่คำนึงถึงรายละเอียดของการแพร่กระจายคลื่นวิทยุแต่พิจารณาเป็นกระบวนการทางสัญญาณแบบพื้นที่-เวลาแทน

ขั้นแรกพิจารณาในกรณีที่มีผู้ใช้คนเดียวส่งสัญญาณที่มอดูเลทแบบดิจิทัลในสถานะแบบหลายวิถี การมอดูเลทแบบดิจิทัลดำเนินการ โดยให้สัญญาณแถบฐานแบบดิจิทัลถูกแปลงเป็นสัญญาณวิทยุสำหรับการส่ง ลำดับดิจิทัล $\{s_k\}$ ถูกมอดูเลทโดยฟังก์ชันที่จัดรูปเป็นพัลส์ (pulse shaping function) $g(t)$ และเพื่อให้ง่ายจึงสมมติให้เป็นเชิงเส้น สัญญาณที่ส่งในแถบฐานคือคอนโวลูชัน (convolution) ของสัญญาณดิจิทัลกับรูปคลื่นที่มอดูเลท

$$s(t) = \sum_l s_l g(t - lT) \quad (2.35)$$

เมื่อ T คือคาบเวลาหนึ่งสัญลักษณ์ (symbol period) และสัญญาณดิจิทัลถูกอธิบายโดยใช้ลำดับของพัลส์ไคแรก (Dirac pulse)

$$\sum s_l \delta(t - lT) \quad (2.36)$$

จุดข้อมูล s_k มาจากแผนผังสัญญาณ (signal constellation) หรือชุดของเวกเตอร์จุด- k ตัวอย่างเช่น ในรูปแบบการมอดูเลทแบบ BPSK (Binary phase shift keying) [7] นั้นมีสัญลักษณ์ข้อมูลที่เป็นไปได้อยู่สองแบบคือ $\{\pm 1\}$ รูปคลื่นที่มอดูเลทเป็นฟังก์ชันที่จัดรูปเป็นพัลส์ตัวอย่างเช่นในระบบ GSM นั้นใช้สัญญาณไบนารีที่มอดูเลทด้วย GMSK (Gaussian Minimum Shift Keying) [8] เมื่อให้สัญญาณซึ่งรับได้ที่แถวลำดับสายอากาศที่จัดอยู่ในรูปของเวกเตอร์ $\mathbf{x}(t)$ ขนาด $M \times 1$ แล้วสัญญาณที่ได้รับแบบเวลาต่อเนื่องสามารถจำลองได้เป็น

$$\mathbf{x}(t) = \sum_{d=1}^D \mathbf{a}(\theta_d) \beta_d s(t - \tau_d) + \mathbf{n}(t) \quad (2.37)$$

โดยที่ $\mathbf{n}(t)$ คือสัญญาณรบกวนที่เข้ามา (เช่นจากการวัด หรืออุณหภูมิ) ในที่นี้พิจารณาแบบจำลองเป็นชนิดกึ่งหยุดนิ่ง (quasi-stationary model) ค่า $\{\theta_i, \beta_i, \tau_i\}$ จึงควรจะแปรไปตามเวลา ถ้าช่องสัญญาณ $\mathbf{c}(t)$ ดังที่กำหนดไว้ในสมการ(2.33) เป็นแบบไม่แปรตามเวลา (สำหรับช่วงเวลาสั้นๆ) แล้วผลลัพธ์ของแวลลำดับสายอากาศเป็นการคอนโวลูชัน

$$\mathbf{x}(t) = s(t) * \mathbf{c}(t) + \mathbf{n}(t) \quad (2.38)$$

หรือ

$$\mathbf{x}(t) = \sum_l s_l \mathbf{h}(t - lT) + \mathbf{n}(t) \quad (2.39)$$

โดยกำหนดผลตอบสนองต่อพัลส์ของช่องสัญญาณ (channel pulse response) เช่น ผลตอบสนองช่องสัญญาณต่อพัลส์ $g(t)$ เป็น

$$h(t) = \sum_{d=1}^D \mathbf{a}(\theta_d) \beta_d g(t - \tau_d) \quad (2.40)$$

สมมุติว่าฟังก์ชันที่จัดรูปเป็นพัลส์ $g(t)$ นั้นมีที่สิ้นสุดนั้นคือจะไม่เป็นศูนย์ต่อเมื่อ $t \in [0, L_g T)$ เท่านั้น [9] ดังนั้นตามสมการ (2.40) จะหมายความว่าความยาวช่องสัญญาณ (เป็นจำนวนเต็ม) มีค่าเป็น L โดยที่

$$LT := L_g T + \Delta \tau \text{ วินาที} \quad (2.41)$$

จึงสรุปได้ว่า $\mathbf{h}(t)$ จะไม่มีค่าเป็นศูนย์เฉพาะในช่วง $t \in [0, LT)$ เท่านั้น

ข้อมูลจะถูกเก็บในช่วงคาบเวลา N สัญลักษ์ณ์ โดยให้ตัวประกอบการชักตัวอย่างเป็น P นั่นคือในแต่ละคาบเวลาหนึ่งสัญญาณจะชักตัวอย่างของ $\mathbf{x}(t)$ มา P ค่า สมมุติว่าการชักตัวอย่างนั้นเข้าจังหวะกันกับเครื่องส่งอย่างสมบูรณ์แบบโดยไม่มีการสูญเสียใดๆ และทำการชักตัวอย่างที่เวลา $t = kT$ (หรืออาจมากกว่านั้นเช่น $t = t_0 + kT$ และจากสมการ (2.39) จะได้ว่า

$$\mathbf{x}(kT) = \sum_l s_l \mathbf{h}((k-l)T) + \mathbf{n}(kT), \quad k = 0, \frac{1}{P}, \dots, N - \frac{1}{P} \quad (2.42)$$

หรือกำหนดให้ช่องสัญญาณเป็นแบบ FIR

$$\mathbf{x}(kT) = \sum_{l=[k-L+1]}^{[k]} s_l \mathbf{h}((k-l)T) + \mathbf{n}(kT), \quad k = 0, \frac{1}{P}, \dots, N - \frac{1}{P} \quad (2.43)$$

ถ้าเราจัดเก็บเวกเตอร์ของช่องสัญญาณเป็นแบบเมตริกขนาด $M \times PL$

$$\mathbf{H} = \left[\mathbf{h}(0) \quad \mathbf{h}\left(\frac{T}{P}\right) \quad \cdots \quad \mathbf{h}\left(\left(L - \frac{1}{P}\right)T\right) \right] \quad (2.44)$$

และด้วยพื้นฐานจากแบบจำลองช่องสัญญาณจะได้ว่า

$$\mathbf{H} = [\mathbf{a}(\theta_1) \quad \cdots \quad \mathbf{a}(\theta_D)] \begin{bmatrix} \beta_1 & & 0 \\ & \ddots & \\ 0 & & \beta_D \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{g}^T(\tau_1) \\ \vdots \\ \mathbf{g}^T(\tau_D) \end{bmatrix} := \mathbf{A}(\theta) \mathbf{D} \mathbf{G}^T(\tau) \quad (2.45)$$

เมื่อ $\mathbf{g}(\tau_i) = [g(kT - \tau_i)]_{k=0,1/P,\dots,L-1/P}$ เป็นเวกเตอร์ขนาด LP คอลัมน์ที่บรรจุตัวอย่างของ

$$g(t - \tau_i),$$

$$\boldsymbol{\theta} = [\theta_1 \dots \theta_D],$$

$$\boldsymbol{\tau} = [\tau_1 \dots \tau_D],$$

$$\mathbf{D} := \text{diag}[\boldsymbol{\beta}]$$

และ $\boldsymbol{\beta}^T = [\beta_1 \dots \beta_D]$

โดยที่ $\boldsymbol{\theta}, \boldsymbol{\tau}$ และ $\boldsymbol{\beta}$ นั้นแปรไปตามเวลา

2.3.3 แบบจำลองสัญญาณแบบพื้นที่-เวลาไม่ต่อเนื่อง (Discrete Space-Time Signal Model)

หัวข้อนี้อธิบายถึงแบบจำลองข้อมูลสำหรับกระบวนการพื้นที่-เวลา สมมุติว่ามีแถวลำดับของสายอากาศขนาด M องค์ประกอบ การซัดตัวอย่างตามพื้นที่ (Space sampling) หมายถึงการวัดค่าแรงดันที่ออกมาจากแต่ละองค์ประกอบของสายอากาศ และการซัดตัวอย่างตามเวลา (Time sampling) หมายถึงการวัดค่าแรงดันตามคาบของเวลา การซัดตัวอย่างเกินหมายถึงเวลาของการซัดตัวอย่างที่เร็วกว่าอัตราของสัญญาณ

เนื่องจากสัญญาณแถบฐานที่รับมาจากสายอากาศเดี่ยว $x(t)$ คือคอนโวลูชันของลำดับที่ส่ง $\{s_i\}$ กับช่องสัญญาณ $h(t)$ ดังนั้นจะได้ว่า

$$x(t) = \sum_i s_i h(t - iT) + n(t) \quad (2.46)$$

การพัฒนาแบบจำลองสัญญาณแบบเวลาไม่ต่อเนื่องบางแบบ จะเริ่มจากแบบจำลองอินพุตเดี่ยวและเอาต์พุตเดี่ยว (Single-Input Single-Output:SISO) ไปจนถึงแบบจำลองหลายอินพุตและหลายเอาต์พุต (Multi-Input Multi-Output:MIMO)

2.3.3.1 แบบจำลองที่มีหนึ่งอินพุตและหนึ่งเอาต์พุตที่ไม่มีการชักตัวอย่าง (Single Input Single Output: SISO)

ทำการชักตัวอย่างที่อัตราสัญลักษณ์ (symbol rate) โดยใช้สายอากาศหนึ่งตัว และสมมุติว่าช่องสัญญาณนั้นเป็นตัวกรองแบบผลตอบสนองอิมพัลส์ที่สิ้นสุด (finite impulse response :FIR filter) ได้ ค่าเอาต์พุตของสัญญาณที่ชักตัวอย่างได้เป็น

$$x(kT) = \sum_{l=k-L+1}^k s_l h((k-l)T) + n(kT), \quad k = 0, 1, \dots, N \quad (2.47)$$

เมื่อเก็บตัวอย่าง N ค่าในช่วงหนึ่งคาบสัญลักษณ์ ช่องสัญญาณไม่สามารถแยกออกมาจาก $x(kT)$ ได้เมื่อปราศจากความรู้เกี่ยวกับข้อมูล $\{s_l\}$ นี่เป็นเหตุผลหนึ่งที่ทำให้ต้องมีการชักตัวอย่างเกิน

2.3.3.2 แบบจำลองที่มีหนึ่งอินพุตและมีหลายเอาต์พุตที่ไม่มีการชักตัวอย่าง (Single Input Multiple Output: SIMO)

ถ้าชักตัวอย่างที่อัตราสัญลักษณ์จะได้

$$\mathbf{x}(kT) = \begin{bmatrix} x_1(kT) \\ \vdots \\ x_M(kT) \end{bmatrix} = \sum_{l=k-L+1}^k s_l \mathbf{h}((k-l)T) + \mathbf{n}(kT), \quad k = 0, 1, \dots, N \quad (2.48)$$

แบบจำลองช่องสัญญาณสามารถเขียนเป็นเมตริกได้

$$\mathbf{X} = \mathbf{H}\mathbf{S} + \mathbf{N} \quad (2.49)$$

โดยที่

$$\mathbf{X} = [\mathbf{x}(0) \quad \mathbf{x}(1T) \quad \dots \quad \mathbf{x}((N-1)T)]_{M \times N}$$

$$\mathbf{H} = [\mathbf{h}(0) \quad \mathbf{h}(1T) \quad \dots \quad \mathbf{h}((N-1)T)]_{M \times N}$$

$$\mathbf{S} = \begin{bmatrix} s_0 & s_1 & \dots & s_{N-1} \\ s_{-1} & s_0 & \dots & s_{N-2} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ s_{-L+1} & s_{-L+2} & \dots & s_{N-L} \end{bmatrix}_{L \times N}$$

ส่วนเมตริก \mathbf{N} นั้นแจ่มแจ้งแบบเดียวกับเมตริก \mathbf{X} ถ้าเมตริก \mathbf{H} ไม่มีขนาดยาวเพียงพอและค่าลำดับชั้นไม่เต็ม (not full rank) แล้วจะไม่สามารถแยกหาเมตริก \mathbf{H} ออกมาจากเมตริก \mathbf{X} ที่มีได้ โดยการใช้การประมาณแบบสถิติลำดับที่สองแบบ Blind (สำหรับอัลกอริทึมแบบ Non-blind นั้นขนาดของเมตริก \mathbf{H} ไม่จำเป็นต้องยาวก็ได้) วิธีการหนึ่งที่จะทำให้เมตริก \mathbf{H} มีขนาดยาวได้ก็คือทำการชักตัวอย่างให้มากกว่าความถี่ของบิตสัญญาณ ดังที่จะกล่าวถึงต่อไป

2.3.3.3 แบบจำลองที่มีหนึ่งอินพุตและมีหลายเอาต์พุตที่มีการชักตัวอย่าง (Single Input Multiple Output: SIMO)

เมื่อชักตัวอย่างสัญญาณที่ได้รับ $\mathbf{x}(t)$ ด้วยอัตรา P ต่อหนึ่งอัตราสัญลักษณ์ เช่นสำหรับในแต่ละคาบสัญลักษณ์ที่ทุกๆ เวลา $k = 0, \frac{T}{P}, \dots, (N - \frac{1}{P})T$ ดังนั้นจึงเก็บได้ NP ตัวอย่าง จะได้แบบจำลองตามสมการ (2.49) โดยที่

$$\mathbf{X} = \begin{bmatrix} \mathbf{x}(0) & \mathbf{x}(1T) & \cdots & \mathbf{x}((N-1)T) \\ \mathbf{x}(\frac{T}{P}) & \mathbf{x}((1+\frac{1}{P})T) & \cdots & \mathbf{x}((N-1+\frac{1}{P})T) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \mathbf{x}((1-\frac{1}{P})T) & \mathbf{x}((2-\frac{1}{P})T) & \cdots & \mathbf{x}((N-\frac{1}{P})T) \end{bmatrix}_{MP \times N}$$

$$\mathbf{H} = \begin{bmatrix} \mathbf{h}(0) & \mathbf{h}(1T) & \cdots & \mathbf{h}((L-1)T) \\ \mathbf{h}(\frac{T}{P}) & \mathbf{h}((1+\frac{1}{P})T) & \cdots & \mathbf{h}((L-1+\frac{1}{P})T) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \mathbf{h}((1-\frac{1}{P})T) & \mathbf{h}((2-\frac{1}{P})T) & \cdots & \mathbf{h}((L-\frac{1}{P})T) \end{bmatrix}_{MP \times L}$$

ในขณะ \mathbf{S} มีค่าเหมือนกับในหัวข้อที่แล้ว

2.3.3.4 แบบจำลองที่มีหลายอินพุต และมีหลายเอาต์พุตที่มีการชักตัวอย่าง (Multiple Input Multiple Output: MIMO)

ในกรณีที่มีหลายผู้ใช้ (อินพุต) เมตริกสัญญาณรับ \mathbf{X} ยังมีรูปแบบและขนาดเหมือนเดิม ซึ่งเขียนใหม่ได้เป็น

$$\mathbf{X} = \sum_{i=1}^D \mathbf{H}_i \mathbf{S}_i + \mathbf{N} \quad (2.50)$$

โดยที่ \mathbf{H}_i และ \mathbf{S}_i แทนเมตริกช่องสัญญาณ และเมตริกข้อมูลตามลำดับของผู้ใช้รายที่ i และเป็นรูปแบบเดียวกันกับในกรณีของ SIMO ข้างต้น

อีกวิธีหนึ่งที่สามารถเขียนแบบจำลองสัญญาณแบบไม่ต่อเนื่องของหลายผู้ใช้ในรูปแบบเดียวกันกับสมการที่ (2.49) ได้แต่เมตริก \mathbf{H} และเมตริก \mathbf{S} จะเป็น

$$\mathbf{H} = \begin{bmatrix} \mathbf{h}(0) & \mathbf{h}(1T) & \cdots & \mathbf{h}((L-1)T) \\ \mathbf{h}(\frac{T}{p}) & \mathbf{h}((1+\frac{1}{p})T) & \cdots & \mathbf{h}((L-1+\frac{1}{p})T) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \mathbf{h}((1-\frac{1}{p})T) & \mathbf{h}((2-\frac{1}{p})T) & \cdots & \mathbf{h}((L-\frac{1}{p})T) \end{bmatrix}_{MP \times DL}$$

$$\mathbf{S} := \begin{bmatrix} \mathbf{s}_0 & \mathbf{s}_1 & \cdots & \mathbf{s}_{N-1} \\ \mathbf{s}_{-1} & \mathbf{s}_0 & \cdots & \mathbf{s}_{N-2} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \mathbf{s}_{-L+1} & \mathbf{s}_{-L+2} & \cdots & \mathbf{s}_{N-L} \end{bmatrix}_{DL \times N}$$

โดยที่ \mathbf{X} เป็นรูปแบบเดิม โดยในที่นี้

$$\mathbf{H}(kT) = [\mathbf{h}_1(kT) \quad \mathbf{h}_2(kT) \quad \cdots \quad \mathbf{h}_D(kT)]$$

เมื่อ $\mathbf{h}_d(\cdot)$ คือช่องสัญญาณขนาด $M \times 1$ ของผู้ใช้ d และ

$$\mathbf{s}_k = [\mathbf{s}_{1,k} \quad \mathbf{s}_{2,k} \quad \cdots \quad \mathbf{s}_{D,k}]^T$$

โดยที่ $\mathbf{s}_{d,k}$ คือสัญลักษณ์ข้อมูลของผู้ใช้รายที่ d ณ เวลา kT

2.3.4 การประมาณค่าช่องสัญญาณ

ในหัวข้อนี้จะกล่าวถึงค่าประมาณของช่องสัญญาณเชื่อมโยงขาขึ้น (uplink) อย่างย่อ ซึ่งจะต้องกระทำที่สถานีฐาน (base station) การประมาณช่องสัญญาณเป็นสิ่งจำเป็นสำหรับการประมาณพารามิเตอร์แบบหลายวิถี สิ่งที่ทำให้การประมาณค่าช่องสัญญาณเปลี่ยนแปลงคือ การปรับเท่าของช่องสัญญาณ (channel equalization) การรวมไคเวอร์ซิตี (diversity combining) และการแทรกสอดจากช่องสัญญาณร่วม (co-channel interference) เทคนิคการประมาณค่าช่องสัญญาณนั้นสามารถแบ่งได้เป็นสองวิธีหลัก ได้แก่แบบ Blind กับแบบ Non-blind ในวิธีแบบ Blind นั้นสามารถทำได้โดยการใช้ลำดับของสัญญาณที่รู้ได้ที่มาพร้อมกับข้อมูลที่ส่งมา ระบบเซลลูลาร์ไร้สายที่ให้บริการส่วนใหญ่ใช้นั้นใช้บิตเทรนนิ่ง (training bit) สำหรับกรณีที่ไม่มีบิตเทรนนิ่ง (เช่นในการใช้งานทางทหาร) จะใช้เทคนิคแบบ Blind สำหรับการประมาณค่าช่องสัญญาณ สิ่งนี้สามารถทำได้โดยใช้ข้อมูลอื่นๆ ที่อยู่ในสัญญาณที่รับมาเช่น โครงสร้างของข้อมูลที่ส่งมาที่รู้ว่าเป็นอย่างไ

2.3.4.1 การประมาณค่าแบบ Non-blind

ถ้ารู้ค่า $\{s_l\}$ ในช่วง $l = -L+1, \dots, N-1$ ที่ $N \geq L$ แล้วค่าประมาณกำลังสองน้อยที่สุดของ \mathbf{H} คือ

$$\mathbf{H}_{\text{est}} = \mathbf{H}\mathbf{S}^\dagger \quad (2.51)$$

เมื่อ $[\cdot]^\dagger$ แทนการแปลงผกผันเทียม (pseudo inverse) โดยทั่วไปถ้า N_b เป็นจำนวนบิตเทรนนึ่งในชุดข้อมูลแล้วต้องเก็บตัวอย่างของ $x(\cdot)$ อย่างน้อย

$$N = N_b - L + 1 \quad (2.52)$$

สิ่งที่ต้องคำนึงถึงเสมอคือค่าของ $\mathbf{X} = \mathbf{H}\mathbf{S}$ นั้นไม่ต้องการเมตริกที่ประกอบด้วยค่าลำดับน้อย (low rank) ให้เพียงแค่ $\text{row}(\mathbf{X}) \subseteq \text{row}(\mathbf{S})$ ดังนั้น \mathbf{H} จึงจำเป็นต้องเป็นเมตริกที่มีขนาดกว้าง

ในระบบ GSM มีบิตเทรนนึ่งอยู่ 26 บิตในข้อมูลหนึ่งชุด ส่วนใน IS-54 มีอยู่ 28 บิต ใน GSM นั้นช่องสัญญาณถูกประมาณจากสัญญาณเทรนนึ่งโดยใช้เครื่องสหสัมพันธ์แบบง่าย (simple correlator) โดยสัญญาณเทรนนึ่งที่ได้รับจะผ่านตัวกรองที่ตรงกับลำดับเทรนนึ่งแบบ GMSK

2.3.4.2 การประมาณค่าแบบ Blind

เพื่อให้สามารถประมาณช่องสัญญาณได้ สภาวะบางอย่างจึงจำเป็นต้องมีอยู่อย่างเพียงพอ นั่นคือตัวประกอบของ $\mathbf{X} = \mathbf{H}\mathbf{S}$ จะต้องมีลำดับค่าที่น้อย คือทำให้ \mathbf{H} เป็นเมตริกที่มีขนาดยาว และมีลำดับค่าของคอลัมน์เต็ม ขณะเดียวกันเมตริก \mathbf{S} ต้องมีขนาดกว้างและมีลำดับค่าของแถวเต็ม สภาวะบนเมตริกสัญญาณนั้นง่ายที่จะกำหนดถ้าเก็บตัวอย่างไว้เพียงพอ (ค่า N ต้องมากพอ) ส่วน \mathbf{H} นั้นจะทำให้มีขนาดยาวขึ้น นั่นคือต้องให้ $MP > DL$ [10]

2.4 สรุป

ในหัวข้อนี้ได้กล่าวถึงแบบจำลองที่จะนำไปใช้ในการประมวลผลเพื่อหาค่ามุมที่เข้าถึงของสัญญาณและค่าประวิงในบทต่อไป ซึ่งในบทนี้ได้กล่าวถึงทั้งแบบจำลองสำหรับกรณีที่ใช้กับวิธีการประมาณค่ามุมที่เข้าถึงเพียงอย่างเดียว และแบบจำลองที่ปรับปรุงทำให้สามารถประมาณค่ามุมที่เข้าถึงและค่าประวิงเวลาได้พร้อมกัน ซึ่งวิธีการประมาณดังกล่าวเรียกว่าวิธี JADE โดยที่จะพิจารณาว่าแต่ละสัญญาณที่เข้ามามีมุมและค่าประวิงเวลาที่ต่างกัน ดังนั้นจึงเห็นได้ว่าแบบจำลองที่ได้จึงต่างกันทั้งๆ ที่เป็นสัญญาณที่ส่งมาจากแหล่งกำเนิดเดียวกัน ทั้งนี้เพื่อให้เหมาะสมสำหรับการประมาณค่าในแต่ละแบบนั่นเอง ดังจะกล่าวถึงในรายละเอียดในบทต่อไป

บทที่ 3

เทคนิคการประมาณ

3.1 กล่าวนำ

ในหัวข้อนี้จะกล่าวถึงภาพโดยรวมของวิธีต่างๆ ที่ใช้สำหรับการประมาณค่ามุมที่เข้าถึงของสัญญาณ โดยใช้สายอากาศแบบแถวลำดับ โดยเทคนิคการประมาณนั้นสามารถพิจารณาได้เป็น 4 ชนิดหลัก ได้แก่

1. เทคนิคตามแบบธรรมดา (conventional techniques)
2. เทคนิคที่อยู่บนพื้นฐานของพื้นที่ย่อย (subspace based techniques)
3. เทคนิคการประมาณค่าแบบความน่าจะเป็นสูงสุด (maximum likelihood techniques)
4. เทคนิคซึ่งอาศัยเทคนิคต่างๆ ร่วมกัน (integrated techniques)

โดยในหัวข้อที่ 3.2 จะกล่าวถึงส่วนสำคัญที่นำมาใช้ในการประมวลสัญญาณนั้นคือ แมนนิโฟลด์ (manifold) ในหัวข้อที่ 3.3 จะกล่าวถึงเทคนิคการประมาณตามแบบธรรมดาที่ใช้เทคนิคเปลี่ยนรูปลำดับ จากนั้นจะกล่าวถึงพื้นฐานของวิธีการที่อยู่บนพื้นฐานของพื้นที่ย่อย (subspace-based method) ด้วยวิธีการแยกสัญญาณหลายสัญญาณหรือ MUSIC (Multiple Signal Classification) ในหัวข้อที่ 3.4 หลังจากนั้นจะกล่าวถึงหลักการของวิธีประมาณค่ามุมที่เข้าถึงและประวิงเวลาร่วมกันหรือวิธี JADE ในหัวข้อที่ 3.5 แล้วนำเอาวิธี MUSIC มาประยุกต์ใช้กับวิธี JADE ในหัวข้อที่ 3.6 ส่วนในหัวข้อที่ 3.7 นั้นกล่าวถึงเทคนิคการทำให้เรียบในเชิงระยะ (Spatial Smoothing Techniques) ที่สามารถนำมาใช้ร่วมกับการประมาณในแบบต่างๆ เพื่อให้สามารถแยกสัญญาณได้ดีขึ้น และสุดท้ายหัวข้อที่ 3.8 จะสรุปถึงเทคนิคทั้งหมดที่ได้กล่าวถึง

3.2 แมนนิโฟลด์ (manifold)

ในการประมาณแบบจำลองที่ได้มานั้นส่วนหนึ่งที่ถือว่าเป็นส่วนสำคัญที่จะนำมาใช้ในการประมวลสัญญาณคือแมนนิโฟลด์ โดยแมนนิโฟลด์ที่สำคัญสำหรับการประมาณค่าแบบ JADE-MUSIC คือแมนนิโฟลด์แบบพื้นที่-เวลา (space-time manifold) และเพื่อที่จะนำเข้าสู่หลักการของแมนนิโฟลด์แบบพื้นที่-เวลาจึงพิจารณาแมนนิโฟลด์แบบแถวลำดับก่อน แล้วจึงเพิ่มแมนนิโฟลด์แบบเวลาเข้าไป [2]

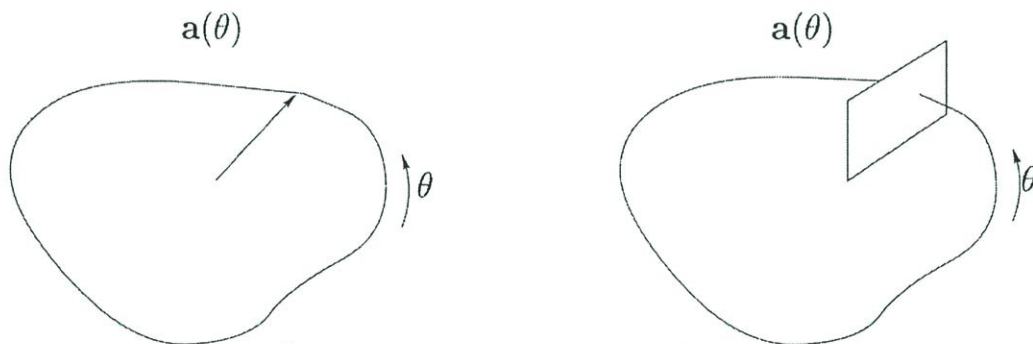
3.2.1 แมนนิโฟลด์แบบแถวลำดับ (Array manifold)

สมมุติว่ามีองค์ประกอบของสายอากาศจำนวน M ตัว แมนนิโฟลด์แบบแถวลำดับ (หรือแบบพื้นที่) ถูกนำไปใช้เพื่อหาลักษณะของคุณสมบัติทางค่ามุมของสายอากาศแบบแถวลำดับ แมน

นิโพลด์แบบแถวลำดับเป็นฟังก์ชันต่อเนื่องของมุม (DOA) θ ที่แทนด้วย $a(\theta)$ โดยที่อาจจะ เป็นได้ทั้งทางมุมทิศ และมุมยก ถ้าประมาณค่าทั้งมุมทิศและมุมยกแล้วแถวลำดับสายอากาศต้องมี สอง (หรือสาม) มิติ

นอกจากนี้แมนนิโพลด์แบบแถวลำดับยังเป็นฟังก์ชันของความถี่กับการแยกตัวของ แหล่งกำเนิด เมื่อสนามคลื่น (wavefield) แบบสเกลาร์ (scalar) กระทบไปบนองค์ประกอบของ สายอากาศ เช่น สนามคลื่น โซนาร์ หรือสนามคลื่นเสียงที่เป็นฟังก์ชันแบบสเกลาร์ของพื้นที่และ เวลา แล้วแมนนิโพลด์แบบแถวลำดับเป็นความต่อเนื่องแบบเวกเตอร์ เช่น แมนนิโพลด์สองมิติ (ไม่เชิงเส้น) ดังรูปที่ 3.1 เมื่อสนามคลื่นแบบเวกเตอร์ไปกระทบบนองค์ประกอบของสายอากาศ เช่น สนามคลื่นวิทยุหรือสนามคลื่นแม่เหล็กไฟฟ้าที่เป็นฟังก์ชันแบบเวกเตอร์ของพื้นที่และเวลา แล้ว แมนนิโพลด์แบบแถวลำดับเป็นความต่อเนื่องแบบเวกเตอร์คู่ (พื้นที่ย่อยแบบสองมิติ) โดย “ความ ต่อเนื่อง” นั้นหมายถึงเส้น (สำหรับเฉพาะมุมทิศ) หรือแผ่น (สำหรับมุมทิศและมุมยก) ที่เวียนผ่าน พื้นที่ที่เป็นฟังก์ชันของ θ เมื่อวนกลับมาถึงจุดเริ่มต้นแล้ว θ จะกลับมาเป็นค่าเริ่มต้นใหม่อีกครั้ง

แมนนิโพลด์แบบแถวลำดับนั้นสามารถจำแนกได้เมื่อชุดข้อมูลของ $Q \leq M$ เวกเตอร์ที่ เก็บจากแมนนิโพลด์นั้นไม่ขึ้นต่อกันแบบเชิงเส้น แมนนิโพลด์แบบแถวลำดับต้องจำแนกได้เพื่อให้ พารามิเตอร์แบบค่ามมมีลักษณะเฉพาะต่อกัน



รูปที่ 3.1 แมนนิโพลด์แบบพื้นที่ (เฉพาะมุมทิศ) สำหรับสนามคลื่นสเกลาร์และเวกเตอร์

ในการทดลองนั้นสามารถหา $a(\theta)$ ได้จากการทดลองที่เรียกว่าการปรับเทียบแถวลำดับ (array calibration) โดยเครื่องส่งจะถูกวางไว้ในสนามระยะไกลของแถวลำดับที่ทำให้มุมทิศและมุม ยกเป็นศูนย์แล้วเก็บค่า M เวกเตอร์ของแรงดันที่ได้รับ $a(0,0)$ โดยการทดลองนั้นจะทำซ้ำด้วย การย้ายเครื่องส่งไปตามแนวของมุมทิศและมุมยก ดังนั้นแมนนิโพลด์แบบแถวลำดับจะถูกเก็บไว้ เป็นชุดของแรงดันแบบเวกเตอร์ของจำนวนจริง (สำหรับคลื่นเสียง) หรือชุดของแรงดันแบบ เวกเตอร์ของจำนวนเชิงซ้อน (สำหรับคลื่นแม่เหล็กไฟฟ้า) ถ้ารู้โครงสร้างแถวลำดับ เช่น ให้ทุก องค์ประกอบของสายอากาศมีเอกลักษณ์ (เช่นความยาวคลื่นครึ่งหนึ่งแบบไดโพล) อยู่บนระนาบ เดียวกัน (coplanar) และระยะห่างภายในเท่ากัน (equidistant) แล้วจะสามารถคำนวณหาแมนนิ

โพลด์แบบแถวลำดับได้ ที่ผลตอบสนองความถี่ของทุกองค์ประกอบแตกต่างกันนั้นไม่เพียงแต่เฉพาะความแตกต่างในเวลาที่มาของคลื่นแต่ยังรวมไปถึงตำแหน่งขององค์ประกอบที่สัมพันธ์กับองค์ประกอบอื่น

โดยสรุปแล้วแมนนิโพลด์แบบแถวลำดับเก็บผลกระทบจากตำแหน่งของแถวลำดับรูปแบบการแพร่กระจายคลื่นขององค์ประกอบของสายอากาศ การเชื่อมต่อองค์ประกอบภายในความถี่และการแยกตัวของแหล่งกำเนิด และการกระจายในบริเวณใกล้กับแถวลำดับ

เพื่อให้ง่ายจึงสมมุติว่าแหล่งกำเนิดอยู่ในตำแหน่งสนามไกลเมื่อเทียบกับแถวลำดับ ดังนั้นองค์ประกอบของสายอากาศจึงรับสัญญาณเป็นระนาบแทนที่จะเป็นวงคลื่น (spherical wave) นอกจากนี้ยังสมมุติว่าสัญญาณที่รับได้นั้นเป็นแถบแคบที่ตรงกับอะเพอร์เจอร์ของแถวลำดับ ดังนั้นแมนนิโพลด์แบบเดี่ยวจึงถูกประยุกต์ใช้ผ่านแถวลำดับ อีกอย่างหนึ่งคือส่วนกลับของความกว้างแถบของสัญญาณที่ได้รับ $s(t)$ นั้นต้องมากกว่าขนาดของแถวลำดับ x (ดังนั้นขนาดทางกายภาพของแถวลำดับต้องวัดในรูปความยาวคลื่น) นั่นคือ $f_c/B \gg x/\lambda$ แบบจำลองนี้สมมุติด้วยว่ากรอบของสัญญาณ $|s(t)|$ ไม่เปลี่ยนแปลงมากนัก ณ เวลาที่แพร่กระจายผ่านแถวลำดับ

ต่อมาพิจารณากรณีของแถวลำดับเชิงเส้นแบบสม่ำเสมอ (uniform linear array:ULA) ที่มีระยะห่างภายในเป็น Δx และระนาบคลื่นกระทบจากทางมุมทิศ θ เทียบกับแถวลำดับดังรูปที่ 3.2 ในกรณีนี้เวลาการแพร่กระจาย $\tau_m(\theta)$ ระหว่างองค์ประกอบของสายอากาศแรกกับองค์ประกอบของสายอากาศตัวที่ m คือ

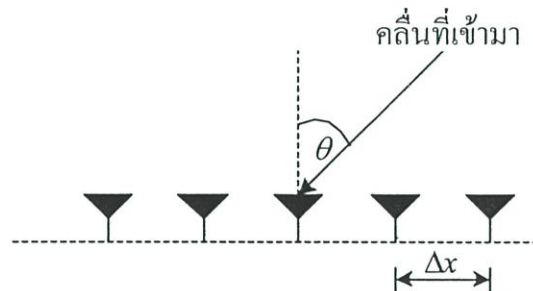
$$\tau_m(\theta) = (m-1) \frac{\Delta x \sin \theta}{c}, \quad m = 1, \dots, M \quad (3.1)$$

และจากสมการ (2.32) เวกเตอร์ตอบสนองแถวลำดับ (ที่รู้จักกันในนามเวกเตอร์ดำเนินวิถี (steering vector) คือ

$$\mathbf{a}(\theta) \approx G(\theta) \begin{bmatrix} 1 \\ e^{-j2\pi\Delta x \sin \theta/\lambda} \\ e^{-j2\pi 2\Delta x \sin \theta/\lambda} \\ \vdots \\ e^{-j2\pi(M-1)\Delta x \sin \theta/\lambda} \end{bmatrix} \quad (3.2)$$

จากสมการที่ (3.2) ที่แสดงเป็นค่าประมาณเพราะว่าในความเป็นจริงนั้นอัตราขยาย $G(\theta)$ ไม่ได้เท่ากันในทุกองค์ประกอบของสายอากาศดังที่กล่าวมาแล้ว โดยทั่วไปจึงมักจะทำให้เวกเตอร์ตอบสนองแถวลำดับเป็นบรรทัดฐานโดย $G(\theta)$ แมนนิโพลด์แบบแถวลำดับที่สอดคล้องกับ

แถวลำดับเชิงเส้นแบบสม่ำเสมอที่แสดงให้เห็นได้โดยง่าย เมื่อ $\theta \in [0, \pi]$ เมื่อ $x < \lambda/2$ และถ้าองค์ประกอบของสายอากาศมีระยะห่างมากกว่านี้แล้วจะมีคู่ของมุม θ_1 กับ θ_2 ที่ทำให้ $\mathbf{a}(\theta_1) = \mathbf{a}(\theta_2)$ ด้วยเหตุนี้แถวลำดับตอบสนองต่อสัญญาณจาก θ_1 และแถวลำดับที่ตอบสนองต่อสัญญาณจาก θ_2 ทำให้ค่าพารามิเตอร์แบบพื้นที่ที่ได้มาไม่สามารถแยกเอกลักษณ์ได้



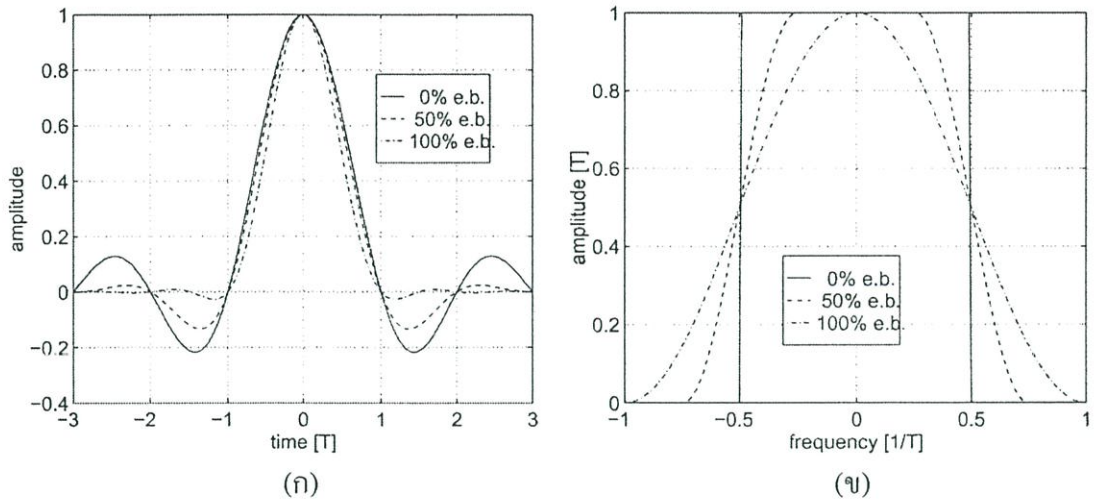
รูปที่ 3.2 สัญญาณมากระทบกับสายอากาศแถวลำดับเชิงเส้นแบบสม่ำเสมอ

3.2.2 แมนนิโฟลด์แบบเวลา (time manifold)

ในทำนองเดียวกับแมนนิโฟลด์แบบแถวลำดับซึ่งเก็บข้อมูลสนามคลื่นทางพื้นที่ แมนนิโฟลด์แบบเวลา (หรือแบบค่าประวิงเวลา) จะเก็บข้อมูลฟังก์ชันรูปพัลส์ทางเวลา ฟังก์ชันนี้แปลงค่าจากช่วงของค่าประวิงเวลา τ (จำนวนจริงบวก) ที่วัดในหน่วยวินาที ไปเป็นชุดย่อยของเวกเตอร์จำนวนจริง R^{LP} เมื่อ L แทนความยาวช่องสัญญาณ (ความยาวของฟังก์ชันรูปพัลส์ $g(\cdot)$ บวกกับการกระจายของการประวิงเวลา $\Delta\tau$) และ P เป็นตัวประกอบค่าซัดตัวอย่างเกิน รูปคลื่นของการมอดูเลตมักจะถูกจำกัดแถบ ดังนั้นจึงมีค่าไม่สิ้นสุดในโดเมนเวลา แต่เนื่องจากค่าของมันจะลดลงเรื่อยๆ จึงถูกตัดทอนให้มีความยาวสิ้นสุดที่แน่นอน โดยไม่มีผลต่อความถูกต้องมากนัก โดยทั่วไปแล้วจะใช้ฟังก์ชันรูปพัลส์ที่เป็นลักษณะของพัลส์ raised cosine ที่หาได้จากสมการ

$$g(t) = \left(\frac{\sin(\pi t/T)}{\pi t/T} \right) \left(\frac{\cos(\alpha\pi t/T)}{1 - (2\alpha t/T)^2} \right) \quad (3.3)$$

เมื่อ α คือความกว้างแถบส่วนเกิน (excess bandwidth) โดยที่ต้องการความกว้างแถบต่ำสุด π/T เพื่อให้การส่งไม่มีการแทรกสอดระหว่างสัญลักษณ์ (inter-symbol-interference :ISI) จากรูปที่ 3.3 พัลส์เหล่านี้แสดงถึงวิกฤตการณ์ Nyquist เมื่อไม่มีการแทรกสอดระหว่างสัญลักษณ์นั้นคือมีค่าเป็นศูนย์ ณ การซัดตัวอย่างที่ kT เมื่อ k เป็นจำนวนเต็มที่ไม่ใช่ศูนย์ ความกว้างแถบส่วนเกินนั้นจำกัดแถบอยู่ในช่วง $|\omega| \leq (1 + \alpha)\pi/T$ แต่ในโดเมนเวลาแถบมักจะตัดทอนค่าความกว้างแถบส่วนเกินสำหรับในตัวอย่างนั้นให้ความยาว $L_g = 6$

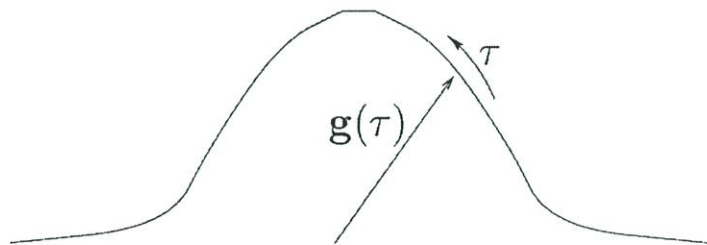


รูปที่ 3.3 พัลส์ raise cosine สำหรับความกว้างแถบส่วนเกิน (ก) โดเมนเวลา (ข) โดเมนความถี่

แมนนิโฟลด์แบบเวลานั้นเป็นชุดของตัวอย่างและค่าประวิงเวลาในรูปของฟังก์ชันรูปพัลส์

$$\mathbf{g}(\tau) := \left\{ \mathbf{g} \in \mathbb{R}^{LP} \text{ with elements } g(kT - \tau) \Big|_{k=0, \frac{1}{p}, \dots, \frac{L-1}{p}} \right\} \quad (3.4)$$

ซึ่งไม่ได้เป็นค่าต่อเนื่อง เช่นเดียวกับแมนนิโฟลด์แบบแวลลำดับ พิจารณารูปที่ 3.4 ประกอบ



รูปที่ 3.4 แมนนิโฟลด์แบบเวลา

3.2.3 แมนนิโฟลด์แบบพื้นที่-เวลา

เช่นเดียวกับเวกเตอร์ของผลตอบสนองแวลลำดับ $\mathbf{a}(\theta)$ ดังนั้นจึงสามารถอธิบายเวกเตอร์ของผลตอบสนองแบบพื้นที่-เวลาเป็น

$$\mathbf{u}(\theta, \tau) = \mathbf{g}(\tau) \circ \mathbf{a}(\theta) \quad (3.5)$$

เมื่อ \circ แทนผลคูณ Khatri-Rao ซึ่งก็คือ column-wise ของผลคูณ Kronecker โดยที่ $\mathbf{A} \circ \mathbf{B} = [\mathbf{a}_1 \otimes \mathbf{b}_1, \mathbf{a}_2 \otimes \mathbf{b}_2, \dots]$ โดยที่ \otimes แทนตัวดำเนินการคูณ Kronecker [ภาคผนวก ก.]

เวกเตอร์ขนาด MPL นี้เป็นผลตอบสนองทางพื้นที่-เวลาของแถวลำดับองค์ประกอบของสายอากาศต่อวิถีหนึ่งที่มีค่ามุม θ และค่าประวิงเวลา τ ด้วย θ และ τ นั้นแปรตามพื้นที่ของค่ามุมที่เข้าถึงและค่าประวิงเวลา ดังนั้นเวกเตอร์ $MPL \times 1$ ของ $\mathbf{u}(\theta, \tau)$ นั้นวิ่งไปตามแมนนิโฟลด์แบบพื้นที่-เวลาที่มีหลายมิติ เมตริกของผลตอบสนองแบบพื้นที่-เวลาสำหรับ Q วิถีคือ

$$\mathbf{U}(\theta, \tau) = [\mathbf{G}(\tau) \circ \mathbf{A}(\theta)] = [\mathbf{u}(\theta_1, \tau_1), \dots, \mathbf{u}(\theta_Q, \tau_Q)] \quad (3.6)$$

เนื่องจากแมนนิโฟลด์แบบแถวลำดับและแบบเวลา $\mathbf{a}(\theta)$ และ $\mathbf{g}(\tau)$ เป็นฟังก์ชันที่รู้จักอยู่แล้ว สิ่งนี้จึงสามารถขยายไปสู่พารามิเตอร์ที่ต้องการ θ และ τ ด้วยข้อมูลที่ได้จากการกวาดคอลัมน์ของ $\mathbf{U}(\theta, \tau)$

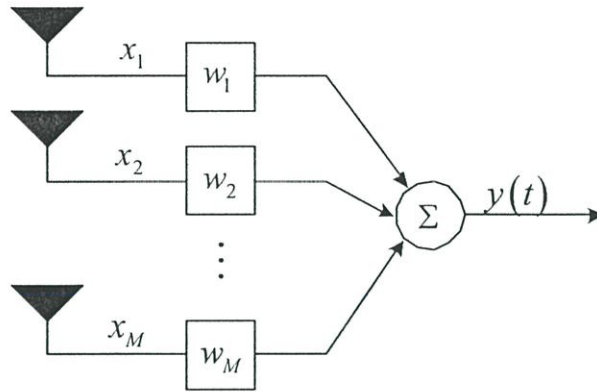
3.3 เทคนิคตามแบบธรรมดา (conventional techniques)

วิธีตามแบบธรรมดาสำหรับการประมาณค่ามุมที่เข้าถึงนั้นมีพื้นฐานอยู่บนหลักการของการเปลี่ยนรูปลำดับคลื่น และการดำเนินวิถีเป็นศูนย์ (null-steering) โดยไม่ใช่ลักษณะทางธรรมชาติของแบบจำลองเวกเตอร์ของสัญญาณที่รับ $x(t)$ หรือแบบจำลองทางสถิติของสัญญาณและสัญญาณรบกวนเลย เทคนิคการประมาณค่ามุมที่เข้าถึงตามแบบธรรมดาคือจะดำเนินวิถีทางไฟฟ้ากับลำดับคลื่นในทุกค่ามุมที่เป็นไปได้ และพิจารณาจุดสูงสุดของกำลังที่ออกมา วิธีการตามแบบธรรมดาที่กล่าวถึงในที่นี้คือวิธีประวิงเวลาแล้วรวม (delay-and-sum method) หรือวิธีเปลี่ยนรูปลำดับคลื่นแบบดั้งเดิม (classical beamformer) และวิธีการเปลี่ยนแปลงน้อยที่สุดของคาปอง (Capon's minimum variance method)

3.3.1 วิธีประวิงเวลาแล้วรวม

วิธีประวิงเวลาแล้วรวมหรือที่เรียกอีกอย่างว่าวิธีเปลี่ยนรูปลำดับคลื่นแบบดั้งเดิมหรือวิธีฟูริเยร์ (Fourier method) เป็นเทคนิคที่ง่ายที่สุดสำหรับการประมาณค่ามุมที่เข้าถึงรูปที่ 3.5 แสดงโครงสร้างวิธีเปลี่ยนรูปลำดับคลื่นแบบแถบแคบดั้งเดิม โดยที่สัญญาณออก $y(t)$ นั้นได้จากผลรวมที่ให้นำหนักแล้วแบบเชิงเส้นของสัญญาณที่วัดได้จากเซ็นเซอร์นั้นคือ

$$y(t) = \mathbf{w}^H x(t) \quad (3.7)$$



รูปที่ 3.5 โครงสร้างแบบเปลี่ยนรูปคลื่นแบบดั้งเดิม

เมื่อ $[\cdot]^H$ เป็นการสลับเปลี่ยนแบบสังยุค (conjugate transpose) หรือเรียกอีกอย่างว่า Hermitian กำลังงานที่ออกมาทั้งหมดจากเครื่องเปลี่ยนรูปลำคลื่นแบบดั้งเดิมสามารถเขียนเป็น

$$\begin{aligned}
 P_{CBF} &= E[|y(t)|^2] \\
 &= E[|\mathbf{w}^H \mathbf{x}(t)|^2] \\
 &= \mathbf{w}^H E[\mathbf{x}(t) \mathbf{x}^H(t)] \mathbf{w} \\
 &= \mathbf{w}^H \mathbf{R}_{xx} \mathbf{w}
 \end{aligned} \tag{3.8}$$

เมื่อ $E[\cdot]$ แทนค่าคาดคะเนทางสถิติ (statistical expectation) และ \mathbf{R}_{xx} เป็นเมตริกสหสัมพันธ์อัตโนมัติ (autocorrelation matrix) ของสัญญาณที่เข้ามา สมการที่ (3.8) ถือว่าเป็นกฎกลางของอัลกอริทึมการประมาณค่ามุมที่เข้าถึงตามแบบธรรมดา เมตริกสหสัมพันธ์อัตโนมัติ \mathbf{R}_{xx} นั้นบรรจุด้วยข้อมูลเกี่ยวกับแอมพลิจูดของแอมพลิจูดและตัวสัญญาณเอง

เมื่อพิจารณาสัญญาณ $s(t)$ ที่ไปกระทบบนแอมพลิจูดที่มุม θ แล้ว กำลังงานที่ออกมาจากเครื่องเปลี่ยนรูปลำคลื่นสามารถแสดงได้เป็น

$$\begin{aligned}
 P_{CBF}(\theta) &= E[|\mathbf{w}^H \mathbf{x}(t)|^2] \\
 &= E[|\mathbf{w}^H (\mathbf{a}(\theta) s(t) + \mathbf{n}(t))|^2] \\
 &= (|\mathbf{w}^H \mathbf{a}(\theta)|^2 (\sigma_s^2 + \sigma_n^2))
 \end{aligned} \tag{3.9}$$

เมื่อ $\mathbf{a}(\theta)$ คือเวกเตอร์ดำเนินวิถีที่สัมพันธ์กับค่ามุมที่เข้าถึง (θ)

$\mathbf{n}(t)$ คือเวกเตอร์ของสัญญาณรบกวนที่สายอากาศแบบแถวลำดับ

$\sigma_s = E[s(t)^2]$ แทนกำลังงานของสัญญาณ

และ $\sigma_n = E[n(t)^2]$ แทนกำลังงานของสัญญาณรบกวน

จากสมการที่ (3.9) จะเห็นได้ว่ากำลังงานของสัญญาณที่ออกมา นั้นจะมีค่าสูงสุดเมื่อ $\mathbf{w} = \mathbf{a}(\theta)$ นั่นคือสายอากาศรับมีอัตราขยายสูงสุดในค่ามุม θ เมื่อ $\mathbf{w} = \mathbf{a}(\theta)$ จากเวกเตอร์น้ำหนักที่เป็นไปได้ทั้งหมด สิ่งนี้เป็นเพราะว่า เมื่อ $\mathbf{w} = \mathbf{a}(\theta)$ แล้ว เฟสจะตรงกับเฟสขององค์ประกอบของสัญญาณที่เข้ามาจากค่ามุม θ ฉะนั้น เซอร์ เป็นผลให้มีอัตราขยายสูงสุด

ในการประมาณแบบเปลี่ยนรูปค่าคลื่นแบบดั้งเดิมนั้นค่าคลื่นจะถูกกวาดไปบนบริเวณมุมต่างๆ ที่สนใจในแบบไม่ต่อเนื่องโดยใช้น้ำหนักเปลี่ยนรูป $\mathbf{w} = \mathbf{a}(\theta)$ สำหรับ θ ที่ต่างกัน และกำลังงานที่ออกมาจะถูกวัด โดยใช้สมการที่ (3.9) กำลังงานที่ออกมาที่เครื่องเปลี่ยนรูปค่าคลื่นแบบตามธรรมชาติเป็นคั้งฟังก์ชันของค่ามุมที่เข้ามา ซึ่งจะได้เป็น

$$\begin{aligned} P_{CBF}(\theta) &= \mathbf{w}^H \mathbf{R}_{xx} \mathbf{w} \\ &= \mathbf{a}^H(\theta) \mathbf{R}_{xx} \mathbf{a}(\theta) \end{aligned} \quad (3.10)$$

ดังนั้นเมื่อมีค่าประมาณของเมตริกสหสัมพันธ์อัตโนมัติของสัญญาณที่เข้ามา และรู้เวกเตอร์ดำเนินวิถี $\mathbf{a}(\theta)$ สำหรับทุกค่ามุม θ ที่สนใจแล้วเป็นไปได้ที่การประมาณค่ากำลังงานของสัญญาณที่ออกมาเป็นฟังก์ชันของค่ามุมที่เข้ามา ค่ากำลังงานของสัญญาณที่ออกมามักอยู่ในรูปของสเปกตรัมเชิงระยะ (spatial spectrum)

วิธีประวิงเวลาแล้วรวมสัญญาณนั้นมีข้อเสียมาก กล่าวคือความกว้างของค่าคลื่นและความสูงของพูข้าง (sidelobe) นั้นจำกัดผลที่จะได้เมื่อสัญญาณเข้ามาจากหลายๆ ค่ามุมหรือหลายๆ แหล่งกำเนิด สิ่งนี้เป็นเพราะสัญญาณกระจายไปบนบริเวณมุมกว้าง เพื่อที่จะวัดกำลังงานเฉลี่ยในแต่ละค่ามุมที่สัญญาณเข้ามา ดังนั้นเทคนิคนี้จึงได้ผลลัพธ์ที่ไม่ดี อย่างไรก็ตามยังสามารถเพิ่มคุณภาพผลลัพธ์โดยเพิ่มองค์ประกอบของเซ็นเซอร์ ซึ่งการเพิ่มจำนวนเซ็นเซอร์เป็นการเพิ่มจำนวนเครื่องรับและเป็นผลดีสำหรับการปรับเทียบข้อมูล เช่น $\mathbf{a}(\theta)$

3.3.2 วิธีการเปลี่ยนแปลงน้อยที่สุดของคาปอง

วิธีการประวิงเวลาและรวมสัญญาณทำงานบนหลักการที่ชี้ให้เห็นว่าค่าคลื่นที่แรงที่สุดในค่ามุมเฉพาะให้ผลการประมาณที่ดีที่สุดสำหรับกำลังงานที่เข้ามาในค่ามุมนั้น ซึ่งกล่าวอีกอย่างได้ว่าระดับขั้นความเสรี (the degrees of freedom) ทั้งหมดของแถวลำดับถูกนำไปใช้ในการเปลี่ยนรูปค่าคลื่นในค่ามุมที่ต้องการพิจารณา ซึ่งสิ่งนี้สามารถนำไปใช้หาค่ามุมได้เมื่อมีสัญญาณเข้ามาสัญญาณ

เดียวเท่านั้น แต่เมื่อมีมากกว่าหนึ่งสัญญาณเข้ามาแล้ว กำลังงานของแอมพลิจูดต้องกระจายจากสัญญาณที่ต้องการผ่านสัญญาณที่ไม่ต้องการไปยังอีกสัญญาณหนึ่ง

เทคนิคตัวแปรน้อยที่สุดของคาบองพยายามแก้ปัญหาผลลัพธ์ที่ไม่ดีของวิธีการประวิงเวลาและรวมสัญญาณ เทคนิคนี้ใช้บางระดับขั้นความเร็ว (ไม่ได้ใช้ทั้งหมด) เพื่อเปลี่ยนรูปลำคลื่นไปในค่ามุมที่ต้องการขณะที่ใช้ระดับขั้นความเร็วที่เหลือเพื่อเปลี่ยนรูปเป็นศูนย์ในค่ามุมที่สัญญาณรบกวนเข้ามา เทคนิคนี้ลดการกระจายของสัญญาณรบกวนที่ไม่ต้องการ โดยลดกำลังงานที่ออกมาในขณะที่ยังคงรักษาอัตราขยายในค่ามุมที่ต้องการที่กลายเป็นค่าคงที่ที่มักจะเป็นเอกภาพ นั่นคือ

$$\min_{\mathbf{w}} E[|y(t)|^2] = \min_{\mathbf{w}} \mathbf{w}^H \mathbf{R}_{xx} \mathbf{w} \quad \text{ทำให้} \quad \mathbf{w}^H \mathbf{a}(\theta) = 1 \quad (3.11)$$

เวกเตอร์น้ำหนักที่ได้มาจากสมการที่ (3.11) ถูกเรียกว่าน้ำหนักเครื่องเปลี่ยนรูปลำคลื่นแบบผลตอบสนองไม่มีการเพี้ยนและแปรเปลี่ยนน้อยที่สุด (minimum variance distortionless response: MVDR) เนื่องจากค่ามุมที่สังเกต โดยเฉพาะมีการลดการเปลี่ยนแปลง (กำลังงานเฉลี่ย) ของสัญญาณที่ออกมาขณะที่ส่งผ่านสัญญาณที่ได้รับมาในค่ามุมที่สังเกตโดยปราศจากการเพี้ยน (อัตราขยายเป็นเอกภาพและการเลื่อนเฟสเป็นศูนย์) สมการที่ (3.11) แสดงปัญหาการทำให้เหมาะที่สุดที่มีข้อจำกัดที่ถูกแก้โดยใช้วิธีตัวคูณของ Lagrange เวกเตอร์น้ำหนักที่ได้แก้ไขสมการที่ (3.11) นั้นแสดงได้ดังสมการ

$$\mathbf{w} = \frac{\mathbf{R}_{xx}^{-1} \mathbf{a}(\theta)}{\mathbf{a}^H(\theta) \mathbf{R}_{xx}^{-1} \mathbf{a}(\theta)} \quad (3.12)$$

โดยใช้วิธีการเปลี่ยนรูปลำคลื่นของคาบอง กำลังงานที่ออกมาของแอมพลิจูดคือฟังก์ชันของค่ามุมที่เข้ามาของสัญญาณที่หาได้จากสเปกตรัมเชิงระยะของคาบอง

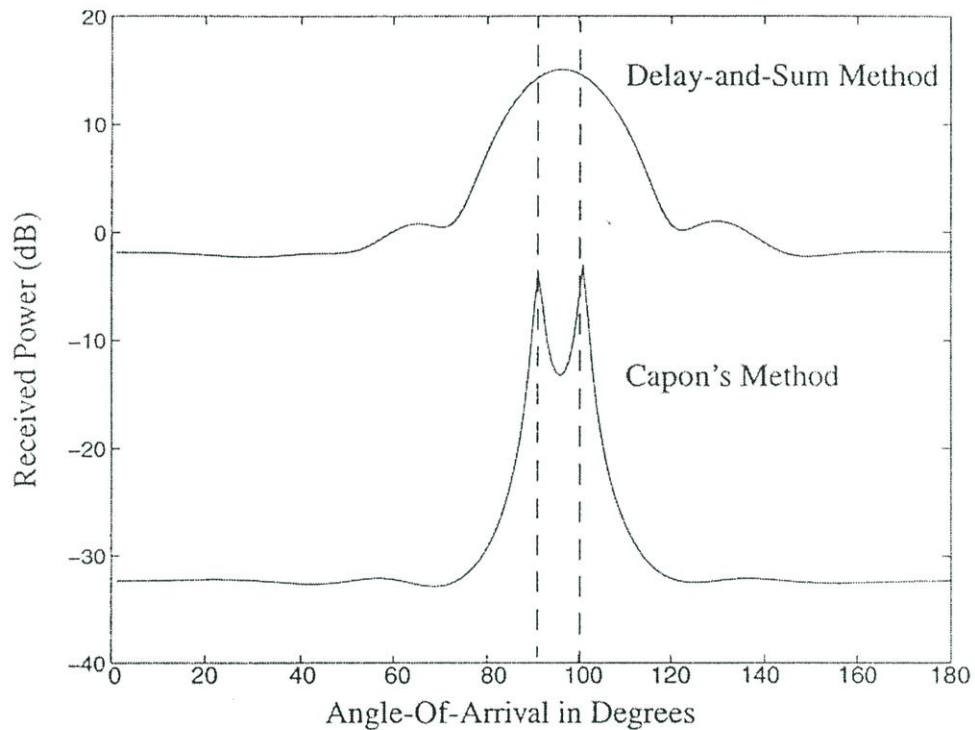
$$P_{Capon}(\theta) = \frac{1}{\mathbf{a}^H(\theta) \mathbf{R}_{xx}^{-1} \mathbf{a}(\theta)} \quad (3.13)$$

โดยการคำนวณและวาดสเปกตรัมในทุกช่วงของ θ สามารถประมาณค่ามุมที่เข้าถึงได้โดยดูที่จุดสูงสุดของสเปกตรัม

ถึงแม้ว่าเทคนิคนี้จะไม่ใช้การประมาณแบบเทคนิคเป็นไปได้อย่างมากที่สุด (ML) แต่วิธีของคาบองนั้นบางครั้งถูกอ้างเป็นตัวประมาณแบบ ML เนื่องจากว่าในแต่ละ θ นั้นค่า $P_{Capon}(\theta)$ เป็นค่าประมาณที่เป็นไปได้อย่างมากที่สุดของกำลังงานของสัญญาณที่เข้ามาจากค่ามุม θ

รูปที่ 3.6 แสดงผลเปรียบเทียบระหว่างวิธีการประวิงเวลาและรวมสัญญาณกับวิธีการเปลี่ยนแปลงน้อยที่สุดของคาบอง โดยกำหนดให้มีสัญญาณ 2 สัญญาณที่มีกำลังส่ง 20 เดซิเบล

เท่ากันเดินทางเข้ามากระทบกับสายอากาศแบบแถวลำดับเชิงเส้นแบบสม่ำเสมอชนิด 6 องค์ประกอบด้วยระยะห่างระหว่างองค์ประกอบเท่ากับครึ่งหนึ่งของความยาวคลื่นที่มุม 90 องศา และ 100 องศาตามลำดับ จะเห็นว่าด้วยวิธีของคาปองนั้นจะสามารถแยกสัญญาณ 2 สัญญาณที่เข้ามาในมุมที่ต่างกันเพียงเล็กน้อยซึ่งในที่นี้คือ 10 องศาได้ดีกว่าวิธีประวิงเวลาแล้วรวม



รูปที่ 3.6 ผลเปรียบเทียบระหว่างวิธีการประวิงเวลาและรวมสัญญาณกับวิธีการเปลี่ยนแปลงน้อยที่สุดของคาปอง

แม้ว่าเทคนิคของคาปองนี้จะให้ผลลัพธ์ที่ดีกว่าเมื่อเทียบกับเทคนิคประวิงเวลาและรวมสัญญาณ แต่วิธีของคาปองยังคงมีข้อเสียอีกมาก กล่าวคือวิธีของคาปองนั้นจะผิดพลาดถ้ามีสัญญาณอื่นมาสหสัมพันธ์กับสัญญาณที่สนใจเพราะจะทำให้กำลังงานที่ออกมาจากการประมวลผลลดลง โดยปราศจากการทำให้เป็นศูนย์เชิงระยะ (spatially nulling) ของมัน หรืออาจกล่าวได้ว่า องค์ประกอบที่ถูกสหสัมพันธ์อาจถูกรวมไปในกระบวนการลดกำลังงานสัญญาณที่ออกมา นอกจากนี้วิธีของคาปองยังต้องการคำนวณเมตริกผกผัน (matrix inverse) ที่ใช้เวลาในการประมวลผลมากสำหรับแถวลำดับขนาดใหญ่

3.4 เทคนิคที่อยู่บนพื้นฐานของพื้นที่ย่อย (subspace based techniques)

เทคนิคที่อยู่บนพื้นฐานของพื้นที่ย่อยเป็นเทคนิคหนึ่งในการหาผลลัพธ์ที่อยู่บนพื้นฐานในเชิงสเปกตรัม โดยผลลัพธ์ที่ต้องการนั้นหาได้จากตำแหน่งที่จุดสูงสุดหรือจุดยอดของฟังก์ชันของ

สเปกตรัมที่แสดงอยู่ มีวิธีการสเปกตรัมหลายวิธีที่แสดงในงานวิจัยที่ผ่านมาในอดีต ชื่อที่เรียกนั้นขึ้นอยู่กับวิธีการแยกย่อยเชิงสเปกตรัมของโควาเรียนซ์เมตริกที่จะนำไปใช้วิเคราะห์ เมื่อโครงสร้างเจาะจง (Eigen Structure) ของเมตริกโควาเรียนซ์ชัดเจนจะทำให้ง่ายต่อการคำนวณมากขึ้น คุณสมบัติแท้จริงของเมตริกโควาเรียนซ์ก็คือนำมาใช้เพื่อจัดหาผลลัพธ์ของปัญหาการประมาณที่อยู่บนพื้นฐานของการประมวลผลที่สังเกตมาโดยตรง

เนื่องจากสัญญาณที่เราพิจารณานั้นเป็นแบบเชิงสเปกตรัม ดังนั้นจึงต้องการข้อมูลแบบครอสโควาเรียนซ์ (cross-covariance information) จากเซ็นเซอร์ทั้งหลาย เช่น ในที่นี้ใช้เมตริกโควาเรียนซ์เกี่ยวกับระยะ (spatial covariance) ที่ให้โดย

$$\begin{aligned}
 \mathbf{R}_{xx} &= E[\mathbf{x}(t)\mathbf{x}^H(t)] \\
 &= E\left[(\mathbf{A}(\theta)\mathbf{s}(t)+\mathbf{n}(t))(\mathbf{A}(\theta)\mathbf{s}(t)+\mathbf{n}(t))^H\right] \\
 &= E\left[(\mathbf{A}(\theta)\mathbf{s}(t)\mathbf{s}^H(t)\mathbf{A}^H(\theta))+(\mathbf{A}(\theta)\mathbf{s}(t)\mathbf{n}^H(t))\right. \\
 &\quad \left.+(\mathbf{n}(t)\mathbf{s}^H(t)\mathbf{A}^H(\theta))+(\mathbf{n}(t)\mathbf{n}^H(t))\right] \\
 &= E[\mathbf{A}(\theta)\mathbf{s}(t)\mathbf{s}^H(t)\mathbf{A}^H(\theta)]+E[\mathbf{A}(\theta)\mathbf{s}(t)\mathbf{n}^H(t)] \\
 &\quad +E[\mathbf{n}(t)\mathbf{s}^H(t)\mathbf{A}^H(\theta)]+E[\mathbf{n}(t)\mathbf{n}^H(t)] \tag{3.14}
 \end{aligned}$$

เมื่อ $E[\cdot]$ แทนค่าการคาดคะเนทางสถิติ เนื่องจาก $\mathbf{x}(t)$ เป็นฟังก์ชันเกี่ยวกับเวลาดังนั้น $\mathbf{A}(\theta)$ จึงถือเป็นค่าคงที่ และเนื่องจาก $\mathbf{s}(t)$ กับ $\mathbf{n}(t)$ ไม่ใช่สัญญาณตัวเดียวกันจึงถือว่าเมตริก $\mathbf{s}(t)$ กับ $\mathbf{n}(t)$ นั้นตั้งฉากกัน (orthogonal) นั่นคือ $\mathbf{s}(t)\mathbf{n}^H(t) \cong 0$ ดังนั้นจึงได้ว่า

$$\mathbf{R}_{xx} = \mathbf{A}(\theta)E[\mathbf{s}(t)\mathbf{s}^H(t)]\mathbf{A}^H(\theta)+(\mathbf{n}(t)\mathbf{n}^H(t)) \tag{3.15}$$

เมื่อ

$$\mathbf{R}_{ss} = E[\mathbf{s}(t)\mathbf{s}^H(t)] \tag{3.16}$$

เป็นเมตริกโควาเรียนซ์ของแหล่งกำเนิด และ

$$\sigma^2\mathbf{I} = E[\mathbf{n}(t)\mathbf{n}^H(t)] \tag{3.17}$$

เป็นเมตริกโควาเรียนซ์ของสัญญาณรบกวน

โครงสร้างโควาเรียนซ์เป็นผลสะท้อนของสัญญาณรบกวนที่มีค่าความแปรปรวนเฉลี่ยเป็น σ^2 ที่ทุกเซ็นเซอร์และไม่สหสัมพันธ์กันในแต่ละเซ็นเซอร์ แต่ละสัญญาณรบกวนมักอยู่ในรูปของสัญญาณ spatially white และเป็นแบบจำลองที่เหมาะสม ตัวอย่างของแบบจำลองเช่นสัญญาณรบกวนของเครื่องรับ อย่างไรก็ตามแหล่งกำเนิดสัญญาณรบกวนอื่นๆ จากมนุษย์นั้นไม่มีผลในส่วนของ spatial whiteness ในกรณีนี้สัญญาณรบกวนต้องทำกระบวนการอื่นก่อน ยิ่งกว่านั้นถ้าเมตริกโควาเรียนซ์ของสัญญาณรบกวนเป็น \mathbf{Q} แล้วผลลัพธ์จากเซ็นเซอร์จะถูกคูณด้วย $\mathbf{Q}^{-1/2}$ ซึ่ง $\mathbf{Q}^{-1/2}$ หมายถึงค่าถอดรอกแบบเฮอริมิเทียนของ \mathbf{Q}^{-1} ก่อนที่จะทำการประมวลผลต่อไป เมตริกโควาเรียนซ์ของแหล่งกำเนิด \mathbf{R}_{ss} มักถูกสมมุติให้เป็นเมตริกไม่เอกฐาน (nonsingular matrix) หรือเกือบจะเป็นเมตริกไม่เอกฐานสำหรับสัญญาณที่สหสัมพันธ์กันสูง สำหรับกรณีที่ \mathbf{R}_{ss} มีค่าลำดับชั้นไม่เพียงพอ (rank-deficient) เช่นในกรณีที่มีสัญญาณรบกวนร่วมกันซึ่งจะกล่าวถึงที่หลัง

หลังจากนั้นสิ่งที่สำคัญคือการแยกเชิงระยะของ \mathbf{R}_{xx} และค่าที่เป็นบวกของมันจะทำให้เขียนสมการใหม่ได้ดังนี้

$$\mathbf{R}_{xx} = \mathbf{A}\mathbf{R}_{ss}\mathbf{A}^H + \sigma^2\mathbf{I} = \mathbf{U}\mathbf{\Lambda}\mathbf{U}^H \quad (3.18)$$

เมื่อ $\mathbf{U} = [\mathbf{u}_1 \ \dots \ \mathbf{u}_M]$ เป็นเมตริก unitary ซึ่ง $\mathbf{U}^H = \mathbf{U}^{-1}$

และ $\mathbf{\Lambda} = \text{diag}[\lambda_1, \dots, \lambda_M]$ เป็นเมตริกแนวทแยงของค่าเฉพาะ (eigen value) ที่เรียงลำดับตาม $\lambda_1 \geq \dots \geq \lambda_M \geq 0$ จากมากไปน้อย

เป็นที่น่าสังเกตว่าเวกเตอร์ใดๆ ที่ตั้งฉากกับ \mathbf{A} จะเป็นเวกเตอร์เฉพาะ (eigen vector) ของ \mathbf{R}_{xx} ที่มีค่าเฉพาะเป็น σ^2 โดยจะมีจำนวนเวกเตอร์ $M - D$ เวกเตอร์ที่ไม่ขึ้นต่อกันอย่างเชิงเส้น เนื่องจากค่าเฉพาะที่เหลือนั้นจะมีค่ามากกว่า σ^2 ดังนั้นจึงสามารถแยกส่วนคู่ของค่าเฉพาะกับเวกเตอร์เฉพาะที่สอดคล้องกันเป็นเวกเตอร์เฉพาะของสัญญาณรบกวน

$$\mathbf{U}_n = [\mathbf{u}_{D+1} \ \dots \ \mathbf{u}_M] \text{ ที่สอดคล้องกับค่าเฉพาะ } \lambda_{D+1} = \dots = \lambda_M = \sigma^2$$

และเป็นเวกเตอร์เฉพาะของสัญญาณ

$$\mathbf{U}_s = [\mathbf{u}_1 \ \dots \ \mathbf{u}_D] \text{ ที่สอดคล้องกับค่าเฉพาะ } \lambda_1 \geq \dots \geq \lambda_D > \sigma^2$$

ดังนั้นจึงเขียนสมการแยกได้เป็น

$$\mathbf{R}_{xx} = \mathbf{U}_s\mathbf{\Lambda}_s\mathbf{U}_s^H + \mathbf{U}_n\mathbf{\Lambda}_n\mathbf{U}_n^H \quad (3.19)$$

โดยที่ $\mathbf{\Lambda}_n = \sigma^2\mathbf{I}$

เนื่องจากทุกเวกเตอร์เงาของสัญญาณรบกวนนั้นตั้งฉากกับ \mathbf{A} ดังนั้นคอลัมน์ของ \mathbf{U}_s จึงกระจายออกไปตามระยะช่องว่างของ \mathbf{A} ในขณะที่ \mathbf{U}_n กระจายตามส่วนที่ตั้งฉากกับ \mathbf{A} ที่เป็นนัลพื้นที่ (nullspace) ของ \mathbf{A}^H นั่นเอง การดำเนินการฉายพื้นที่ย่อยของสัญญาณรบกวนและสัญญาณเหล่านี้ถูกกำหนดให้เป็น

$$\mathbf{\Pi} = \mathbf{U}_s \mathbf{U}_s^H = \mathbf{A} (\mathbf{A}^H \mathbf{A})^{-1} \mathbf{A}^H \quad (3.20)$$

$$\mathbf{\Pi}^\perp = \mathbf{U}_n \mathbf{U}_n^H = \mathbf{I} - \mathbf{A} (\mathbf{A}^H \mathbf{A})^{-1} \mathbf{A}^H \quad (3.21)$$

ถ้ารวมสมการแล้วจะได้ว่า

$$\mathbf{I} = \mathbf{\Pi} + \mathbf{\Pi}^\perp \quad (3.22)$$

วิธีการประมาณค่าที่ใช้เทคนิคที่อยู่บนพื้นฐานของพื้นที่ย่อยที่เป็นที่นิยมนั้นมีอยู่สองวิธีคือ วิธีแยกสัญญาณหลายสัญญาณ (Multiple Signal Classification algorithm) หรือวิธี MUSIC และ วิธีการประมาณค่าพารามิเตอร์ของสัญญาณผ่านเทคนิคไม่เปลี่ยนแปลงตามการหมุนรอบ (the Estimation of Signal Parameters via Rotational Invariance Techniques) หรือ ESPRIT ซึ่งจะนำเสนอในหัวข้อที่ 3.4.1 และหัวข้อที่ 3.4.2 ตามลำดับ

3.4.1 วิธีแยกสัญญาณหลายสัญญาณ (Multiple Signal Classification algorithm)

วิธีแยกสัญญาณหลายสัญญาณเรียกได้อีกอย่างว่าวิธี MUSIC จากที่ได้กล่าวไว้ก่อนหน้านี้ว่าโครงสร้างของเมตริกโควาเรียนซ์ที่แพร์พร้อมด้วยสมมุติฐานของสัญญาณรบกวนขาวเชิงระยะนั้น การแยกเชิงระยะของมันสามารถแสดงได้เป็น

$$\mathbf{R}_{xx} = \mathbf{A} \mathbf{R}_{ss} \mathbf{A}^H + \sigma^2 \mathbf{I} = \mathbf{U}_s \mathbf{\Lambda}_s \mathbf{U}_s^H + \sigma^2 \mathbf{U}_n \mathbf{U}_n^H \quad (3.23)$$

โดยเมตริกแนวทแยง $\mathbf{\Lambda}_s$ ประกอบด้วยค่าเงาเงาที่มากที่สุด M ตัว และเมตริกแนวทแยง $\mathbf{\Lambda}_n$ ประกอบด้วยค่าเงาเงาที่น้อยที่สุด $L - M$ ตัว และจากคุณสมบัติของค่าเงาเงากับเวกเตอร์เงาเงาที่ตรงกันเราจะได้ว่า

$$\mathbf{R}_{xx} \mathbf{U}_n = \mathbf{\Lambda}_n \mathbf{U}_n = \sigma^2 \mathbf{U}_n \quad (3.24)$$

แต่เนื่องจาก

$$\mathbf{R}_{xx} \mathbf{U}_n = (\mathbf{A} \mathbf{R}_{ss} \mathbf{A}^H + \sigma^2 \mathbf{I}) \mathbf{U}_n \quad (3.25)$$

นำสมการทั้งสองมาพิจารณาร่วมกันจะได้ว่า

$$\begin{aligned} \mathbf{AR}_{ss}\mathbf{A}^H\mathbf{U}_n + \sigma^2\mathbf{U}_n &= \sigma^2\mathbf{U}_n \\ \mathbf{AR}_{ss}\mathbf{A}^H\mathbf{U}_n &= \mathbf{0} \end{aligned} \quad (3.26)$$

กรณีที่ \mathbf{R}_{ss} นั้นมีค่าลำดับเต็ม (full rank) และ \mathbf{A} ไม่ใช่เมตริกเอกฐานดังนั้น $\mathbf{AR}_{ss} \neq \mathbf{0}$ ดังนั้น

$$\mathbf{A}^H\mathbf{U}_n = \mathbf{0}$$

ซึ่งแสดงให้เห็นว่าเวกเตอร์เจาะจงใน \mathbf{U}_n (เวกเตอร์เจาะจงของสัญญาณรบกวน) นั้นตั้งฉากกับ \mathbf{A} นั่นเอง และจากสิ่งนี้เราจะได้ว่า

$$\mathbf{U}_n^H \mathbf{a}(\theta) = \mathbf{0}, \quad \theta \in \{\theta_1, \dots, \theta_M\} \quad (3.27)$$

แถวลำดับมักจะถูกสมมุติให้แจกแจงได้เพื่อให้เหมาะสำหรับการประมาณค่ามุมที่เข้าถึง โดยชุดของค่าของเวกเตอร์ดำเนินวิถีจะสอดคล้องกับค่ามุมที่เข้าถึง η_k อย่างชัดเจนในรูปเซตที่ไม่ขึ้นต่อกันแบบเชิงเส้น $\{a(\eta_1), \dots, a(\eta_D)\}$ (โดยที่ $D < M$) ถ้า $\mathbf{a}(\cdot)$ ตรงตามข้อจำกัดนี้และ \mathbf{R}_{ss} มีค่าลำดับเต็มแล้ว $\mathbf{AR}_{ss}\mathbf{A}^H$ จะมีค่าลำดับเต็มด้วย ผลที่ตามมาคือ $\theta_1, \dots, \theta_D$ เป็นผลลัพธ์ที่เป็นไปได้เท่านั้นที่สัมพันธ์กับสมการ (3.27) ซึ่งสามารถแสดงตำแหน่งค่ามุมที่เข้าถึงที่ถูกต้องได้

ในทางปฏิบัตินั้นจะได้ค่าประมาณ $\hat{\mathbf{R}}$ ของเมตริกโควาเรียนท์และเวกเตอร์เจาะจงของมัน ซึ่งถูกแยกเป็นเวกเตอร์เจาะจงของสัญญาณและเวกเตอร์เจาะจงของสัญญาณรบกวนดังที่แสดงไว้ในสมการที่ (3.19) ที่ฉายไปยังพื้นที่ย่อยของสัญญาณรบกวนถูกประมาณเป็น

$$\hat{\Gamma}^\perp = \hat{\mathbf{U}}_n \hat{\mathbf{U}}_n^H \quad (3.28)$$

แล้วมุมที่เข้ามาของสัญญาณสามารถประมาณได้โดยหาดำแหน่งจุดยอดของสเปกตรัมเชิงระยะของ MUSIC ที่ถูกกำหนดเป็น

$$\mathbf{P}_M(\theta) = \frac{\mathbf{a}^H(\theta)\mathbf{a}(\theta)}{\mathbf{a}^H(\theta)\hat{\Gamma}^\perp\mathbf{a}(\theta)} \quad (3.29)$$

หรือ

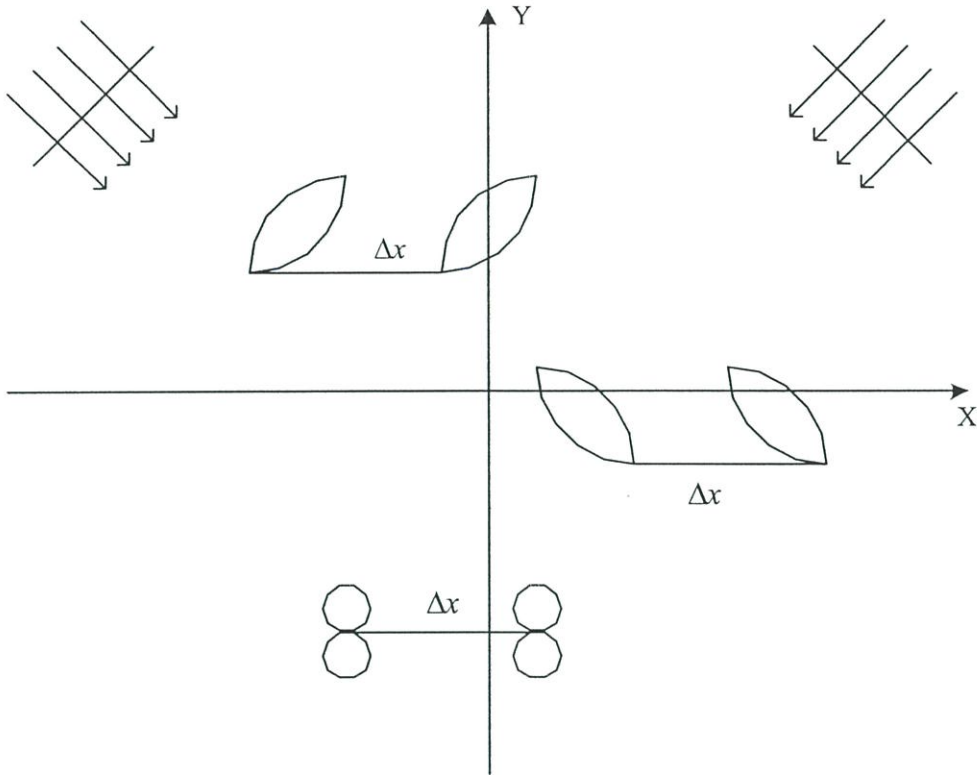
$$\mathbf{P}_M(\theta) = \frac{1}{|\mathbf{a}^H(\theta)\mathbf{U}_n|^2} \quad (3.30)$$

ในความเป็นจริงถึงแม้ว่า $P_M(\theta)$ ไม่ได้เป็นสเปกตรัมจริง ซึ่งเป็นเพียงระยะห่างระหว่างพื้นที่ย่อยสองพื้นที่เท่านั้น แต่สามารถแสดงจุดสูงสุดที่ใกล้กับค่ามุมที่เข้าถึงจริงได้จากสมการ (3.27)

3.4.2 วิธีการประมาณค่าพารามิเตอร์ของสัญญาณผ่านเทคนิคไม่เปลี่ยนแปลงตามการหมุนรอบ (Estimation of Signal Parameters via Rotational Invariance Techniques)

วิธีนี้เรียกอีกอย่างว่า ESPRIT เป็นอีกวิธีหนึ่งที่ใช้เทคนิคที่อยู่บนพื้นฐานของพื้นที่ย่อย ด้วยวิธีนี้สามารถลดเวลาในการคำนวณและพื้นที่เก็บข้อมูลที่ใช้มากในวิธี MUSIC อีกทั้งยังไม่ต้องค้นหาอย่างละเอียดผ่านทุกแวกเตอร์ดำเนินวิถีที่เป็นไปได้เพื่อที่จะประมาณค่ามุมการเข้าถึงของสัญญาณ ดังที่กระทำใน MUSIC ESPRIT นั้นไม่ต้องรู้แมนนิโฟลด์แบบแถวลำดับอย่างถูกต้อง ดังนั้นจึงไม่ต้องเคร่งครัดกับการปรับเทียบแต่ละองค์ประกอบของสายอากาศแบบแถวลำดับ ESPRIT นั้นต้องการเพียงแค่คู่ของแถวลำดับ โดยมีโครงสร้างที่สามารถแยกเป็นแถวลำดับย่อยสองแถวลำดับที่มีขนาดเท่ากัน ซึ่งมีองค์ประกอบที่ตรงกันของสองแถวลำดับย่อยแทนที่กันและกัน โดยใช้ระยะทางที่เปลี่ยนแปลง (ที่ไม่ใช่การหมุน) ในแต่ละองค์ประกอบเท่ากันเท่านั้น นั่นคือแถวลำดับจะควบคุมการเข้าแทนที่ (การเปลี่ยนที่) แบบไม่เปลี่ยนแปลง และองค์ประกอบของสายอากาศในคู่ที่ตรงกันจับคู่การเข้าแทนที่ที่เหมือนกัน มีหลายสถานการณ์ที่เป็นไปตามสภาวะนี้ เช่นในกรณีของแถวลำดับแบบเชิงเส้นแบบสมมาตรเป็นต้น

เมื่อพิจารณาแถวลำดับในระนาบของคู่เซ็นเซอร์ $m = M/2$ คู่หรือสายอากาศชนิดคู่คั้งที่แสดงในรูปที่ 3.7 (แม้ว่าแถวลำดับจะถูกสมมุติให้ประกอบด้วย $M/2$ องค์ประกอบในตัวอย่างนี้ แต่เป็นไปได้ที่จะมีแถวลำดับ M องค์ประกอบที่แต่ละแถวลำดับแบบเชิงเส้นที่มีระยะห่างเท่ากันจะถูกจัดองค์ประกอบให้เป็น $M-1$ องค์ประกอบของคู่สายอากาศ) เพื่อที่จะอธิบายเชิงคณิตศาสตร์ถึงผลของการไม่เปลี่ยนแปลงตามการเปลี่ยนที่ของแถวลำดับองค์ประกอบ จึงสะดวกกว่าที่จะอธิบายแถวลำดับที่ประกอบจากแถวลำดับย่อยสองแถว \mathbf{X}_0 และ \mathbf{X}_1 ที่แยกออกจากกันเข้าแทนที่กันทางกายภาพ (ที่ไม่ใช่การหมุน) โดยมีระยะเป็น Δx สัญญาณที่รับได้ที่คู่สายอากาศตัวที่ i สามารถแสดงได้เป็นดังสมการที่ (3.31) และสมการที่ (3.32)



รูปที่ 3.7 เรขาคณิตของแถวลำดับแบบ ESPRIT

$$x_{0,i}(t) = \sum_{d=0}^{D-1} s_d(t) a_i(\theta_d) + n_{0,i}(t) \quad (3.31)$$

$$x_{1,i}(t) = \sum_{d=0}^{D-1} s_d(t) \exp[j\beta\Delta x \sin(\theta)] a_i(\theta_d) + n_{1,i}(t) \quad (3.32)$$

เมื่อ θ_d คือค่ามุมที่เข้าถึงของสัญญาณตัวที่ d วัดจากค่ามุมของระยะห่าง Δx

D คือจำนวนสัญญาณที่เข้ามากระทบกับสายอากาศแบบแถวลำดับ

เวกเตอร์สัญญาณที่รับได้ที่สองแถวลำดับย่อยจะเขียนเป็นดังสมการที่ (3.33) และสมการที่ (3.34) โดยการใช้เมตริกและเวกเตอร์แทน

$$\mathbf{x}_0(t) = \mathbf{A}s(t) + \mathbf{n}_0(t) \quad (3.33)$$

$$\mathbf{x}_1(t) = \mathbf{A}\Phi s(t) + \mathbf{n}_1(t) \quad (3.34)$$

เมื่อ Φ คือเมตริก Unitary แนวทแยงขนาด $M \times M$ โดยที่องค์ประกอบตามแนวทแยงของเมตริก แสดงถึงค่าประวิงเฟสระหว่างองค์ประกอบคู่สายอากาศ เมตริก Φ สัมพันธ์กับค่าที่วัดจากแถวลำดับย่อย \mathbf{x}_0 ไปยังแถวลำดับย่อย \mathbf{x}_1 โดยมีค่าเป็น

$$\Phi = \text{diag}\{e^{j\gamma_0}, e^{j\gamma_1}, \dots, e^{j\gamma_{D-1}}\} \text{ เมื่อให้ } \gamma_k = \beta \Delta x \sin(\theta) \quad (3.35)$$

แม้ว่าในสนามเชิงซ้อนนั้นเมตริก Φ เป็นตัวดำเนินการนับอย่างง่ายซึ่งคล้ายกับตัวดำเนินการแบบหมุนสองค่ามุมแบบจำนวนจริง เวกเตอร์ของสัญญาณที่ออกจากแถวลำดับทั้งหมดสามารถเขียนได้เป็นดังสมการที่ (3.36)

$$\mathbf{x}(t) = \begin{bmatrix} \mathbf{x}_0(t) \\ \mathbf{x}_1(t) \end{bmatrix} = \bar{\mathbf{A}}\mathbf{s}(t) + \mathbf{n}(t) \quad (3.36)$$

โดยที่

$$\bar{\mathbf{A}} = \begin{bmatrix} \mathbf{A} \\ \mathbf{A}\Phi \end{bmatrix} \text{ และ } \mathbf{n}(t) = \begin{bmatrix} n_0(t) \\ n_1(t) \end{bmatrix} \quad (3.37)$$

ความคิดพื้นฐานของ ESPRIT คือใช้ประโยชน์จากการไม่เปลี่ยนแปลงไปตามการหมุนรอบของพื้นที่ย่อยที่สังเกตอยู่ที่ก่อให้เกิดการไม่เปลี่ยนแปลงตามการเปลี่ยนที่ของแถวลำดับ พื้นที่ย่อยของสัญญาณที่สัมพันธ์กันเป็นสิ่งที่เก็บผลที่ออกมาจากสองแถวลำดับย่อย \mathbf{x}_0 และ \mathbf{x}_1 ที่กวาดไปตามพื้นที่ย่อยของสัญญาณเดียวกัน

พื้นที่ย่อยของสัญญาณสามารถหาได้จากสิ่งที่รู้ของเมตริกโควาเรียนท์ของสัญญาณที่เข้ามาตามสมการ

$$\mathbf{R}_{xx} = \bar{\mathbf{A}}\mathbf{R}_{ss}\bar{\mathbf{A}} + \sigma_n^2\mathbf{I} \quad (3.38)$$

ถ้า $D \leq M$ แล้วค่าเจาะงที่น้อยที่สุด $M - D$ ค่าของ \mathbf{R}_{xx} จะมีค่าเท่ากับ σ_n^2 เวกเตอร์เจาะง \mathbf{U}_s จำนวน D เวกเตอร์ที่ตรงกับค่าเจาะงที่มากที่สุด M ค่ามีความสัมพันธ์เป็น

$$\text{Range}\{\mathbf{U}_s\} = \text{Range}\{\bar{\mathbf{A}}\} \quad (3.39)$$

และเนื่องจากความสัมพันธ์นี้ทำให้มีเมตริกที่ไม่เอกฐาน \mathbf{T} ที่ทำให้สมการที่ (3.40) เป็นจริง

$$\mathbf{U}_s = \bar{\mathbf{A}}\mathbf{T} \quad (3.40)$$

นอกจากนั้น โครงสร้างที่ไม่เปลี่ยนแปลงของแถวลำดับยอมให้แยกองค์ประกอบของ \mathbf{U}_s เป็น $\mathbf{U}_0 \in C^{M \times D}$ และ $\mathbf{U}_1 \in C^{M \times D}$ โดยที่ $\mathbf{U}_0 = \mathbf{A}\mathbf{T}$ และ $\mathbf{U}_1 = \mathbf{A}\Phi\mathbf{T}$ สิ่งนี้แสดงว่า

$$\text{Range}\{\mathbf{U}_0\} = \text{Range}\{\mathbf{U}_1\} = \text{Range}\{\mathbf{A}\} \quad (3.41)$$

เนื่องจาก \mathbf{U}_0 และ \mathbf{U}_1 แบ่งพื้นที่ทางคอลัมน์แบบทั่วไปแสดงว่าค่าลำดับชั้นของ $\mathbf{U}_{01} = [\mathbf{U}_0 | \mathbf{U}_1]$ คือ D ซึ่งหมายความว่าเมตริก $\mathbf{F} \in C^{2D \times D}$ ที่มีค่าลำดับชั้นเป็น D โดยที่

$$\begin{aligned} 0 &= [\mathbf{U}_0 | \mathbf{U}_1] \mathbf{F} \\ &= \mathbf{U}_0 \mathbf{F} + \mathbf{U}_1 \mathbf{F} \\ &= \mathbf{A} \mathbf{T} \mathbf{F}_0 + \mathbf{A} \Phi \mathbf{T} \mathbf{F}_1 \end{aligned} \quad (3.42)$$

\mathbf{F} กวาดพื้นที่ศูนย์ (null space) ของ \mathbf{U}_{01} เมื่อกำหนดให้ $\Psi = -\mathbf{F}_0 \mathbf{F}_1^{-1}$ แล้วสามารถจัดรูปสมการที่ (3.42) ได้เป็น

$$\mathbf{A} \mathbf{T} \Psi = \mathbf{A} \Phi \mathbf{T} \quad (3.43)$$

หรือเขียนอีกอย่างได้เป็น

$$\mathbf{A} \mathbf{T} \Psi \mathbf{T}^{-1} = \mathbf{A} \Phi \quad (3.44)$$

ในที่นี้สมมุติว่า \mathbf{A} มีค่าลำดับชั้นเต็มซึ่งจะเป็นจริงเมื่อค่ามุมที่เข้ามาของแต่ละสัญญาณชัดเจน จากสมการที่ (3.44) แสดงว่า

$$\mathbf{T} \Psi = \Phi \mathbf{T} \quad (3.45)$$

สมการที่ (3.45) แสดงอย่างชัดเจนว่าค่าเจาะจงของ Ψ นั้นต้องเท่ากับองค์ประกอบในแนวทแยงของ Φ และคอลัมน์ของ \mathbf{T} เป็นเวกเตอร์เจาะจงของ Ψ สิ่งนี้คือความสัมพันธ์ที่สำคัญในการพัฒนาของ ESPRIT พารามิเตอร์ของสัญญาณนั้นได้จากฟังก์ชันแบบไม่เชิงเส้นของค่าเจาะจงของ Ψ ที่วัด (หมุน) ชุดของเวกเตอร์ \mathbf{U}_0 ที่กวาดพื้นที่ย่อยของสัญญาณขนาด m ไปสู่อีกชุดของเวกเตอร์ \mathbf{U}_1

ในความเป็นจริงแล้วเพียงแค่มองการวัดที่ผิดเพี้ยนสถานะในสมการที่ (3.39) แล้วสมการที่ (3.41) จะไม่เป็นจริง ดังนั้นการหา Ψ ที่ทำให้ $\hat{\mathbf{U}}_0 \Psi = \hat{\mathbf{U}}_1$ นั้นจึงเป็นไปได้ ดังนั้นต้องใช้วิธีผลลัพธ์กำลังสองน้อยที่สุด (least square estimation) ที่ลดความผิดพลาดที่เหลืออยู่ เมื่อสมมุติว่าชุดของสมการนั้นถูกต้องแล้ว ผลลัพธ์กำลังสองน้อยที่สุดสามารถหาได้โดย

$$\Psi = (\hat{\mathbf{U}}_0^H \hat{\mathbf{U}}_0)^{-1} \hat{\mathbf{U}}_0^H \hat{\mathbf{U}}_1 \quad (3.46)$$

เมื่อได้ Ψ แล้วจะสามารถคำนวณค่าเจาะจงที่สอดคล้องกับองค์ประกอบแนวทแยงของ Φ ได้ เนื่องจากองค์ประกอบในแนวทแยงของ Φ นั้นสัมพันธ์กับค่ามุมที่เข้ามาของสัญญาณดังสมการที่ (3.35) ดังนั้นจึงสามารถคำนวณหาค่าของค่ามุมที่เข้ามาได้

เนื่องจากทั้ง \hat{U}_0 และ \hat{U}_1 มีสัญญาณรบกวนที่เท่ากันปัญหานี้จึงสามารถแก้ได้ดีกว่าโดยใช้วิธีกำลังสองน้อยที่สุดรวมทั้งหมด (Total Least Squares criterion: TLS) โดยการแทนที่เมตริกศูนย์ในสมการที่ (3.42) ด้วยเมตริกของความผิดพลาดซึ่งได้แก่ Frobenius norm (ตัวอย่างเช่นความผิดพลาดกำลังสองน้อยที่สุด) เพื่อลดสัญญาณรบกวน อัลกอริทึมของ ESPRIT แบบ TLS นั้นสามารถสรุปขั้นตอนได้ดังนี้

1. ประมาณค่า \hat{R}_{xx} ของ R_{xx} จากสัญญาณ x ที่วัดมา
2. แยกองค์ประกอบเจาะจงของ \hat{R}_{xx} โดยใช้

$$\hat{R}_{xx} = \mathbf{U}\mathbf{\Lambda}\mathbf{U}^H \quad (3.47)$$

โดยที่ $\mathbf{\Lambda} = \text{diag}\{\lambda_0, \dots, \lambda_{M-1}\}$ เป็นค่าเจาะจง

$\mathbf{U} = [\mathbf{u}_0 \ \dots \ \mathbf{u}_{M-1}]$ เป็นเวกเตอร์เจาะจง

3. โดยใช้ความหลากหลาย K ของค่าเจาะจงที่น้อยที่สุด λ_{\min} ประมาณจำนวนสัญญาณที่เข้ามา \hat{M} เป็น $\hat{M} = L - K$
4. ประมาณค่าพื้นที่ย่อยของสัญญาณ $\hat{U}_s = [\hat{U}_0, \dots, \hat{U}_{\hat{D}-1}]$ แล้วแยกองค์ประกอบเป็นเมตริกแบบแถวลำดับย่อย

$$\hat{U}_s = \begin{bmatrix} \hat{U}_0 \\ \hat{U}_1 \end{bmatrix} \quad (3.48)$$

5. คำนวณแยกองค์ประกอบเจาะจง ($\lambda_1 > \dots > \lambda_{2\hat{D}}$)

$$\hat{U}_{01}^H \hat{U}_{01} = \begin{bmatrix} \hat{U}_0^H \\ \hat{U}_1^H \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{U}_0 & \hat{U}_1 \end{bmatrix} = \mathbf{U}\mathbf{\Lambda}\mathbf{U}^H \quad (3.49)$$

แล้วแบ่งส่วน \mathbf{U} เป็นเมตริกย่อยขนาด $\hat{D} \times \hat{D}$

$$\mathbf{U} = \begin{bmatrix} \mathbf{U}_{11} & \mathbf{U}_{12} \\ \mathbf{U}_{21} & \mathbf{U}_{22} \end{bmatrix} \quad (3.50)$$

6. ค่าแนวค่าเจาะจงของ $\Psi = -\mathbf{U}_{12}\mathbf{U}_{22}^{-1}$ นั่นคือ

$$\hat{\Phi}_k \text{ เป็นค่าเจาะจงของ } (-\mathbf{U}_{12}\mathbf{U}_{22}^{-1}) \text{ เมื่อ } \forall k = 0, \dots, \hat{D}-1 \quad (3.51)$$

7. ประมาณค่ามุมที่เข้าถึงของสัญญาณจาก

$$\hat{\theta}_k = \sin^{-1} \left[c \frac{\left(\arg(\hat{\Phi}_k) \right)}{\beta \Delta x} \right] \quad (3.52)$$

จะเห็นได้ว่า ESPRIT ได้ขจัดขั้นตอนการค้นหาที่มีอยู่เดิมในวิธีการประมาณค่ามุมที่เข้าถึงส่วนใหญ่ ESPRIT ได้สร้างค่าประมาณค่ามุมที่เข้าถึงโดยตรงในรูปของค่าเจาะจง

3.4.2.1 อัลกอริทึม Unitary ESPRIT

เนื่องจากตามมาตรฐานของอัลกอริทึม ESPRIT นั้นดำเนินการบนข้อมูลแถบฐานที่เป็นลักษณะเชิงซ้อนดังนั้นต้องทำการคำนวณแบบเชิงซ้อนตลอดทั้งอัลกอริทึม เพื่อที่จะลดความซับซ้อนในการคำนวณจึงได้พัฒนาเทคนิค Unitary ESPRIT ขึ้น นอกจากนี้อัลกอริทึมนี้ยังดำเนินการในลักษณะแบบการหาค่าเฉลี่ยไปข้างหน้า-ย้อนกลับ (forward-backward averaging) ที่ช่วยในการแยกสัญญาณที่มีลักษณะเป็นสหสัมพันธ์กันทำให้การประมาณค่าด้วยอัลกอริทึมนี้ให้ผลที่ดีแบบ ESPRIT ธรรมดา โดยอัลกอริทึมนี้จะทำการแปลงเมตริกเชิงซ้อนของข้อมูลที่ได้รับจากสายอากาศเป็นเมตริกจำนวนจริง แล้วจึงคำนวณข้อมูลทั้งหมดในรูปของจำนวนจริง

ตัวแปลง $\Gamma(\cdot)$ นั้นประยุกต์มาจากองค์ประกอบแถวลำดับของสายอากาศที่สมดุล เมื่อ \mathbf{X} เป็นเมตริกแบบ centro-hermitian แล้วจะสามารถแปลง \mathbf{X} เป็นเมตริกจำนวนจริง \mathbf{Z} ที่เทียบเท่ากันได้ โดย

$$\Gamma(\mathbf{X}) = \mathbf{Z} = \mathbf{Q}_M^H \left[\mathbf{X} \quad \mathbf{\Pi}_M \bar{\mathbf{X}} \mathbf{\Pi}_N \right] \mathbf{Q}_{2N} \in \mathbb{R}^{M \times 2N} \quad (3.53)$$

โดยเมตริก $\mathbf{\Pi}$ และเมตริก \mathbf{Q} กำหนดตามข้อกำหนดในภาคผนวก ข

เช่นเดียวกับวิธี ESPRIT แบบธรรมดาที่เมตริกโควาเรียนท์ที่ได้จะถูกนำไปแยกค่าเจาะจงและเวกเตอร์เจาะจง จากเมตริกโควาเรียนท์

$$\Gamma(\mathbf{X})\Gamma(\mathbf{X})^H \in \mathbb{R}^{M \times M} \quad (3.54)$$

และวิธีการเช่นเดียวกับในวิธี ESPRIT แบบธรรมดาก็จะพบความสัมพันธ์

$$\mathbf{K}_1 \mathbf{E}_s \mathbf{Y} \approx \mathbf{K}_2 \mathbf{E}_s \in \mathbb{R}^{M \times D} \quad (3.55)$$

เมื่อ $\mathbf{E}_s \in \mathbb{R}^{M \times D}$ แทนเมตริกของเวกเตอร์เจาะจงหลัก D เวกเตอร์ของเมตริกโควาเรียนท์ในสมการ (3.54) และด้วยเทคนิคกำลังสองน้อยที่สุดสามารถหา \mathbf{K}_1 และ \mathbf{K}_2 ได้จาก

$$\mathbf{K}_1 = \mathbf{Q}_m^H (\mathbf{J}_1 + \mathbf{\Pi}_m \mathbf{J}_1 \mathbf{\Pi}_M) \mathbf{Q}_M \quad (3.56)$$

$$\mathbf{K}_2 = \mathbf{Q}_m^H j(\mathbf{J}_1 - \mathbf{\Pi}_m \mathbf{J}_1 \mathbf{\Pi}_M) \mathbf{Q}_M \quad (3.57)$$

เมื่อ \mathbf{J}_1 คือเมตริกขนาด $m \times M$ ที่นำไปเลือก m แถวแรกจากเมตริกขนาด M แยกองค์ประกอบเจาะจงของเมตริก \mathbf{Y} โดย

$$\mathbf{Y} = \mathbf{T} \mathbf{\Omega} \mathbf{T}^{-1} \in \mathbb{R}^{q \times q} \quad (3.58)$$

โดยเมตริก $\mathbf{\Omega}$ เป็นเมตริกแนวทแยงขนาด $D \times D$ ของค่าเจาะจง

$$\mathbf{\Omega} = \text{diag} \left\{ \hat{\Phi}_k \right\}_{k=1}^D \quad (3.59)$$

และจะหามุมที่รับได้ของสัญญาณจาก

$$\hat{\theta} = 2 \arctan \hat{\Phi}_k, \quad k=1, 2, \dots, D \quad (3.60)$$

3.5 JADE Algorithm

ในหัวข้อนี้จะกล่าวถึงวิธีการประมาณค่ามุมที่เข้าถึงและค่าประวิงเวลาของสัญญาณร่วมกัน โดยค่าประมาณของมุมและค่าประวิงเวลาที่เข้าถึงแบบหลายวิธีสามารถหาได้พร้อมกัน การหา นั้นใช้ชุดข้อมูลของค่าประมาณของผลตอบสนองพัลส์ของช่องสัญญาณ ดังนั้นจึงต้องมีสมมุติฐานเพิ่มเข้ามานั้นคือช่องสัญญาณเป็นแบบช่องเวลา (time slot) จึงจะเก็บค่าประมาณช่องสัญญาณหลายช่องได้ และเครื่องรับควรอยู่กับที่

เป้าหมายที่ต้องการคือ เมื่อให้ค่าประมาณของผลตอบสนองพัลส์ของช่องสัญญาณ จะสามารถประมาณหาค่ามุมที่เข้าถึงและค่าประวิงเวลาที่เข้ามาของเส้นทางที่กระทบ จากแบบจำลองช่องสัญญาณที่อยู่ในสมการที่ (2.45) $\mathbf{H} = \mathbf{A}(\theta) \text{diag}[\beta] \mathbf{G}(\tau)^T$ และด้วยความสัมพันธ์ของเมตริกที่ว่า

$$\text{vec}[\mathbf{A} \text{diag}(\mathbf{b}) \mathbf{C}] = (\mathbf{C}^T \circ \mathbf{A} \mathbf{b}) \quad (3.61)$$

จะได้ว่า

$$\text{vec}[\mathbf{H}] = [\mathbf{G}(\tau) \circ \mathbf{A}(\theta)] \beta = \mathbf{U}(\theta, \tau) \beta \quad (3.62)$$

ข้อสังเกตที่สำคัญ ณ จุดนี้คือเมตริกของเวลา-พื้นที่ (space-time matrix) $\mathbf{U}(\theta, \tau)$ ถูกตั้งสมมุติฐานว่าไม่ขึ้นกับเวลาตลอดในช่วงที่สังเกตการณ์ (ในช่วงเวลา S ช่องเวลา) เนื่องจากค่ามุมและค่าประวิงเวลานั้นคงที่ ดังนั้นจึงได้ว่าที่แต่ละช่องเวลา n

$$\text{vec}[\mathbf{H}^{(n)}] = \mathbf{U}(\theta, \tau) \beta^{(n)}, \quad n = 1, \dots, S \quad (3.63)$$

ขั้นแรกของวิธีการนี้คือการประมาณค่าช่องสัญญาณ ซึ่งจะได้อ่าประมาณช่องสัญญาณที่ต่างกันในแต่ละช่องเวลา (time slot) การประมาณช่องสัญญาณสามารถทำได้ทั้งในแบบ blind และแบบ non-blind โดยใช้ลำดับเทรนนิ่ง (training sequence) สำหรับในวิทยานิพนธ์นี้จะประมาณช่องสัญญาณโดยทำในแบบ non-blind โดยในที่นี้ช่องสัญญาณวิทยุที่เกิดจากแหล่งกำเนิดส่งไปยังสายอากาศแบบอาร์เรย์นั้นอยู่ในรูปแบบช่องเวลา ช่องสัญญาณ \mathbf{H} จากแหล่งกำเนิดไปยังสายอากาศแบบแถวลำดับนั้นสามารถสมมุติให้คงที่ในแต่ละช่องเวลา จากลำดับเทรนนิ่งของสัญญาณ และจากแบบจำลองในบทที่ 2 ดังนั้นเราจะหาค่าประมาณยกกำลังสองน้อยที่สุดของ $\mathbf{H}^{(n)}$ ได้จาก $\mathbf{H}_{est}^{(n)} = \mathbf{X}^{(n)} \mathbf{S}^{(n)\dagger}$ เมื่อ $(\cdot)^\dagger$ แทนตัวดำเนินการผกผันเทียม (pseudo-inverse) ดังนั้นค่าประมาณของช่องสัญญาณที่มีสัญญาณรบกวนเข้ามาจึงเป็น

$$\mathbf{H}_{est}^{(n)} = \mathbf{H}^{(n)} + \mathbf{V}_{est}^{(n)}, \quad n = 1, \dots, S \quad (3.64)$$

โดยที่ $\mathbf{V}_{est}^{(n)}$ คือเมตริกของสัญญาณรบกวนจากการประมาณ ณ ช่องเวลา n

เมื่อใช้ตัวดำเนินการ vec และจากสมการที่ (3.6) และสมการที่ (3.63) จะได้ว่า

$$\mathbf{y}^{(n)} = \mathbf{U}(\theta, \tau) \beta^{(n)} + \mathbf{v}^{(n)}, \quad n = 1, \dots, S \quad (3.65)$$

เมื่อให้ $\mathbf{y}^{(n)} = \text{vec}[\mathbf{H}_{est}^{(n)}]$

และ $\mathbf{v}^{(n)} = \text{vec}[\mathbf{V}_{est}^{(n)}]$

เมื่อจัดสมการที่ (3.65) ให้อยู่ในรูปแบบของเมตริกจะได้ว่า [11]-[12]

$$\mathbf{Y} = [\mathbf{y}^{(1)}, \dots, \mathbf{y}^{(S)}] = \mathbf{U}(\theta, \tau) \mathbf{B} + \mathbf{V}, \quad n = 1, \dots, S \quad (3.66)$$

โดยที่ $\mathbf{B} := [\beta^{(1)} \quad \dots \quad \beta^{(S)}]$

$$\text{และ } \mathbf{V} := [\mathbf{v}^{(1)} \quad \dots \quad \mathbf{v}^{(S)}]$$

ปัญหาของการประมาณค่ามุมและค่าประวิงเวลาร่วมกัน (JADE) คือจากช่องสัญญาณที่ประมาณได้ $\{\mathbf{y}^{(1)}, \dots, \mathbf{y}^{(S)}\}$ นำมาหาค่ามุมที่เข้าถึงและค่าประวิงเวลาของสัญญาณ โดยใช้รูปแบบตามสมการ (3.66) ในอีกด้านหนึ่งจะเห็นว่าสมการแบบจำลองของ JADE นั้นคล้ายคลึงกับสมการแบบจำลองในการหาค่ามุมที่เข้าถึงของสัญญาณตามสมการที่ (2.22) $\mathbf{X} = \mathbf{A}(\theta)\mathbf{S} + \mathbf{N}$ โดยที่ \mathbf{X} เป็นค่าสัญญาณรับที่วัดได้ \mathbf{S} คือเมตริกของสัญญาณส่ง และ \mathbf{N} คือค่าสัญญาณรบกวนที่เข้ามาในระบบ สิ่งที่แตกต่างกันระหว่างสมการที่ (3.66) กับสมการที่ (2.22) คือสมการที่ (3.66) นั้นเป็นค่าประมาณของช่องสัญญาณไม่ใช่ค่าสัญญาณรับ อีกอย่างคือเมตริกแมนนิโฟลด์นั้นเป็นค่าที่เกิดจากทั้งค่ามุมและค่าประวิงเวลา และการจางหายถือเป็นปรากฏการณ์ที่สำคัญที่มีผลต่อสัญญาณ

ขั้นตอนสุดท้ายของวิธีการคือใช้ค่าช่องสัญญาณที่ประมาณมาได้ตั้งสมการที่ (3.66) ร่วมกับวิธีการ MUSIC ที่ได้ถูกพัฒนาสำหรับการหามุมตามสมการที่ (2.22) เพื่อจะประมาณค่าที่ต้องการตั้งจะกล่าวถึงในหัวข้อถัดไป

3.6 JADE-MUSIC Algorithm

พิจารณาจากช่องสัญญาณที่ประมาณได้ใน (3.66) สามารถหาเมตริกโควาเรียนของช่องสัญญาณได้เป็น

$$\mathbf{R}_{yy} = E[\mathbf{Y}\mathbf{Y}^H] \quad (3.67)$$

สมมุติว่าค่าสัญญาณรบกวนจากการประมาณเป็นสัญญาณรบกวนแบบ addition white Gaussian และสัญญาณรบกวนที่ได้นั้นตั้งฉากกับช่องสัญญาณ \mathbf{H} ดังนั้นจึงได้ว่า

$$\mathbf{R}_{yy} = \mathbf{U}(\theta, \tau)\mathbf{R}_{bb}\mathbf{U}^H(\theta, \tau) + \zeta^2\mathbf{I} \quad (3.68)$$

เมื่อ \mathbf{R}_{bb} แทนเมตริกโควาเรียนซ์ของการจางหายแบบเชิงซ้อนของเส้นทาง และ $\zeta^2\mathbf{I}$ แทนเมตริกโควาเรียนซ์ของความผิดพลาดจากการประมาณ

เมื่อแยกองค์ประกอบเจาะจงของเมตริกโควาเรียนซ์ของช่องสัญญาณ และแยกส่วนคู่ของค่าเจาะจงกับเวกเตอร์เจาะจงที่สอดคล้องกันเป็นเวกเตอร์เจาะจงของสัญญาณรบกวนจากการประมาณ กับแยกส่วนคู่ของค่าเจาะจงกับเวกเตอร์เจาะจงที่สอดคล้องกันเป็นเวกเตอร์เจาะจงของการจางหายของเส้นทางจะได้เป็น

$$\mathbf{R}_{yy} = \mathbf{E}\mathbf{A}\mathbf{E}^H = \mathbf{E}_\beta\mathbf{\Lambda}_\beta\mathbf{E}_\beta^H + \mathbf{E}_v\mathbf{\Lambda}_v\mathbf{E}_v^H \quad (3.69)$$

และจากคุณสมบัติของค่าเฉพาะกับเวกเตอร์เฉพาะที่ตรงกันเราจะได้ว่า

$$\mathbf{R}_{yy}\mathbf{E}_v = \Lambda_v\mathbf{E}_v = \sigma^2\mathbf{E}_v \quad (3.70)$$

นำสมการที่ (3.68) กับสมการที่ (3.70) มาพิจารณาร่วมกันจะได้ว่า

$$\mathbf{U}\mathbf{R}_{yy}\mathbf{U}^H\mathbf{E}_v = \mathbf{0} \quad (3.71)$$

กรณีที่ \mathbf{R}_{yy} นั้นมีค่าลำดับเต็ม และ \mathbf{U} ไม่ใช่เมตริกเอกฐานดังนั้น $\mathbf{R}_{yy}\mathbf{U} \neq \mathbf{0}$ ดังนั้น

$$\mathbf{U}^H\mathbf{E}_v = \mathbf{0}$$

หรือพิจารณาอีกอย่างหนึ่งได้ว่า

$$\mathbf{E}_n^H\mathbf{U}(\theta, \tau) = \mathbf{0} \quad (3.72)$$

เมื่อ θ และ τ คือมุมที่เข้าถึงและค่าประวิงเวลาของสัญญาณตามลำดับ ส่วนค่า \mathbf{E}_n นั้นจะหาได้จากเมตริกโควาเรียนท์ที่สอดคล้องกับค่าเฉพาะที่มีค่าน้อยที่สุด $MP-L$ ตัว ดังนั้นจุดยอดของสเปกตรัมจากวิธี JADE - MUSIC สามารถแสดงได้ดังสมการ

$$\mathbf{P}_{JM}(\theta, \tau) = \frac{\mathbf{U}^H(\theta, \tau)\mathbf{U}(\theta, \tau)}{\mathbf{U}^H(\theta, \tau)\mathbf{E}_v\mathbf{E}_v^H\mathbf{U}(\theta, \tau)} \quad (3.73)$$

หรือ

$$\mathbf{P}_{JM}(\theta, \tau) = \frac{1}{|\mathbf{U}^H(\theta, \tau)\mathbf{E}_v|^2} \quad (3.74)$$

ซึ่งเป็นจุดที่แสดงค่ามุมที่เข้าถึงและค่าประวิงเวลาของสัญญาณที่เข้ามานั่นเอง

3.7 เทคนิคทำให้เรียบในเชิงระยะ (Spatial Smoothing Techniques)

เป็นเทคนิคที่ใช้ร่วมกับการประมาณแบบต่างๆ เพื่อแยกสัญญาณในกรณีที่สัญญาณที่เข้ามาจำนวนหลายสัญญาณเกิดการสหสัมพันธ์กัน แนวคิดของเทคนิคนี้คือให้แถวลำดับแบบสม่ำเสมอเชิงเส้นที่มีองค์ประกอบ M องค์ประกอบถูกแบ่งเป็นแถวลำดับย่อยที่มีจำนวนองค์ประกอบ p ในลักษณะที่ทับซ้อนกัน เช่น แถวลำดับย่อยกลุ่มที่หนึ่งเกิดจากองค์ประกอบที่ 1 ถึงองค์ประกอบที่

p ของแถวลำดับหลัก ส่วนแถวลำดับย่อยกลุ่มที่สองเกิดจากองค์ประกอบที่ 2 ถึงองค์ประกอบที่ $p+1$ ของแถวลำดับหลักเป็นต้น

กำหนดให้ $\mathbf{u}_k(t)$ แทนเวกเตอร์ของสัญญาณที่ได้รับ ณ แถวลำดับย่อยกลุ่มที่ k จะสามารถจำลองสัญญาณที่ได้รับที่แถวลำดับย่อยได้เป็น

$$\mathbf{u}_k^f(t) = \mathbf{A}\mathbf{F}^{(k-1)}s(t) + \mathbf{n}_k(t) \quad (3.75)$$

เมื่อ $\mathbf{F}^{(k)}$ แทนเมตริกแนวทแยงของกำลังงานที่ k

$$\mathbf{F} = \text{diag}\{e^{-j\beta\sin\theta_0}, \dots, e^{-j\beta\sin\theta_{D-1}}\} \quad (3.76)$$

ดังนั้นสามารถหาเมตริกโควาเรียนซ์ของแถวลำดับย่อยกลุ่มที่ k ได้จาก

$$\mathbf{R}_k^f = \mathbf{A}\mathbf{F}^{(k-1)}\mathbf{R}_{ss}\mathbf{F}^{H(k-1)}\mathbf{A}^H + \sigma_n^2\mathbf{I} \quad (3.77)$$

เมื่อ \mathbf{R}_{ss} คือเมตริกโควาเรียนซ์ของแหล่งกำเนิด

จากข้างต้นจะเห็นว่าเมตริกโควาเรียนซ์ที่ถูกทำให้เรียบในเชิงระยะที่เฉลี่ยค่าแล้ว \mathbf{R}^f ถูกกำหนดโดยค่าเฉลี่ยของตัวอย่างของเมตริกโควาเรียนซ์ของแถวลำดับย่อยนั้นคือ

$$\mathbf{R}^f = \frac{1}{L} \sum_{k=0}^{L-1} \mathbf{R}_k^f \quad (3.78)$$

เมื่อ $L = M - p + 1$ เป็นจำนวนของแถวลำดับย่อย เมื่อแทนสมการ (3.77) ลงในสมการที่ (3.78) จะได้ว่า

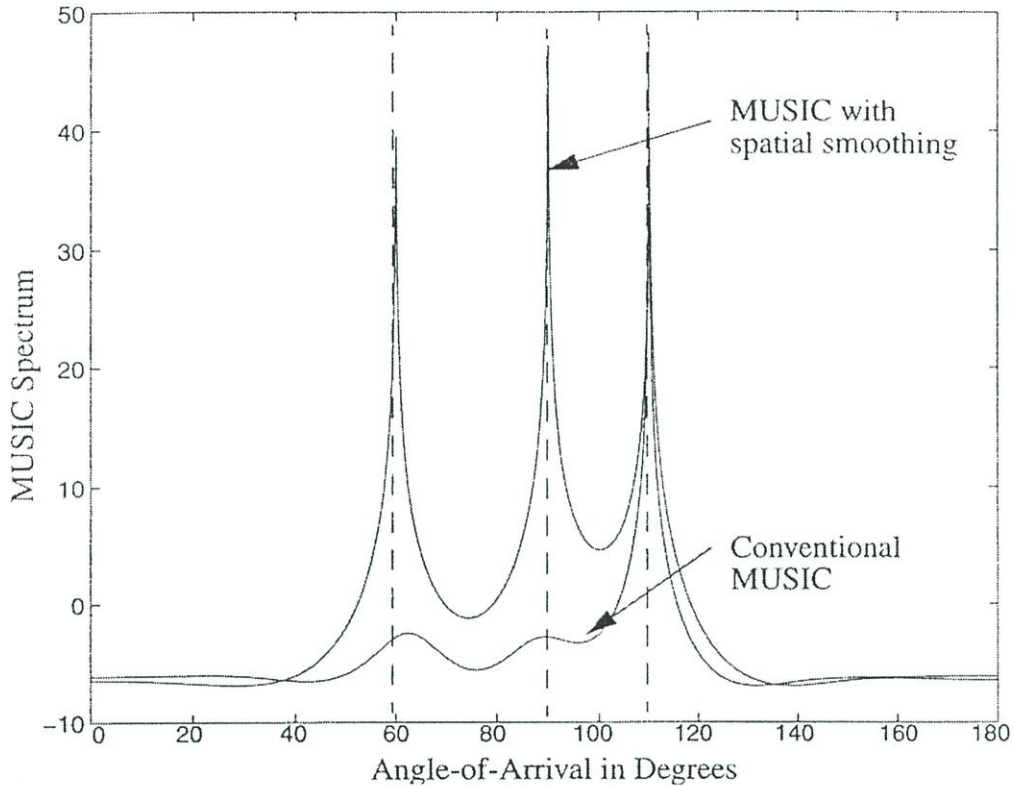
$$\mathbf{R}^f = \mathbf{A} \left(\frac{1}{L} \sum_{k=0}^{L-1} \mathbf{F}^{(k-1)} \mathbf{R}_{ss} \left(\mathbf{F}^{(k-1)} \right)^H \right) \mathbf{A}^H + \sigma_n^2 \mathbf{I} \quad (3.79)$$

เมื่อ \mathbf{R}_{ss}^f เป็นเมตริกโควาเรียนซ์ที่ดัดแปลงแล้วของสัญญาณโดยหาได้จาก

$$\mathbf{R}_{ss}^f = \frac{1}{L} \sum_{k=0}^{L-1} \mathbf{F}^{(k-1)} \mathbf{R}_{ss} \left(\mathbf{F}^{(k-1)} \right)^H \quad (3.80)$$

เมื่อ $L \geq D$ นั่นคือจำนวนแถวลำดับย่อยมากกว่าหรือเท่ากับจำนวนสัญญาณที่เข้ามาตกกระทบแล้ว เมตริกโควาเรียนซ์ที่ดัดแปลงแล้ว \mathbf{R}_{ss}^f จะเป็นเมตริกที่ไม่เอกฐานเพราะไม่มีการสหสัมพันธ์กันระหว่างสัญญาณ รูปที่ 3.8 แสดงผลการประมาณที่เห็นได้ชัดเจนขึ้นเมื่อนำเอาเทคนิคนี้มาประยุกต์ใช้

ปัญหาที่สำคัญในการใช้เทคนิคนี้คือเมื่อแบ่งแวลลำดับของสายอากาศเป็นแวลลำดับย่อยแล้ว จำนวนสัญญาณที่สามารถแยกได้จะน้อยลง เนื่องจากองค์ประกอบของสายอากาศในแต่ละแวลลำดับย่อยมีจำนวนน้อยลง



รูปที่ 3.8 ผลที่ได้จากการประมาณค่าด้วยวิธี MUSIC เปรียบเทียบระหว่างวิธี MUSIC แบบธรรมดา กับวิธี MUSIC ที่นำเอาเทคนิคทำให้เรียบในเชิงระยะมาช่วยในการประมาณค่า

3.8 สรุป

ในบทนี้ได้กล่าวถึงหลักของแมนนิโฟลด์แบบพื้นที่-เวลา จากนั้นจึงกล่าวถึงเทคนิคการประมาณค่าในแบบต่างๆ ได้แก่ เทคนิคการประมาณตามแบบธรรมดาที่ใช้เทคนิคเปลี่ยนรูปค่าคลื่นซึ่งได้แก่วิธีประวิงเวลาแล้วรวมสัญญาณ และวิธีตัวเปลี่ยนแปลงน้อยที่สุดของคาปอง เทคนิคพื้นฐานของวิธีการที่อยู่บนพื้นฐานของพื้นที่ย่อยซึ่งได้แก่วิธีแยกสัญญาณหลายสัญญาณหรือ MUSIC และวิธีการประมาณค่าพารามิเตอร์ของสัญญาณผ่านเทคนิคไม่เปลี่ยนแปลงตามการหมุนรอบหรือ ESPRIT ในหัวข้อถัดมาได้กล่าวถึงวิธีการประมาณค่าแบบที่จะใช้ในการทดลองนั้นคือวิธีที่ประมาณค่ามุมที่เข้าถึงของสัญญาณและค่าประวิงเวลาร่วมกันหรือ JADE และนำวิธี MUSIC มาใช้ช่วย JADE ในการประมาณค่ามุมที่เข้าถึงของสัญญาณและค่าประวิงเวลาของสัญญาณ

บทที่ 4

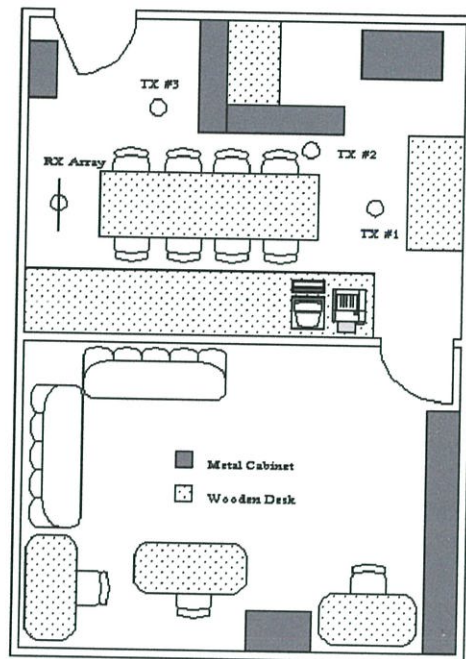
การสร้างแบบจำลองและขั้นตอนการทดลอง

4.1 กล่าวนำ

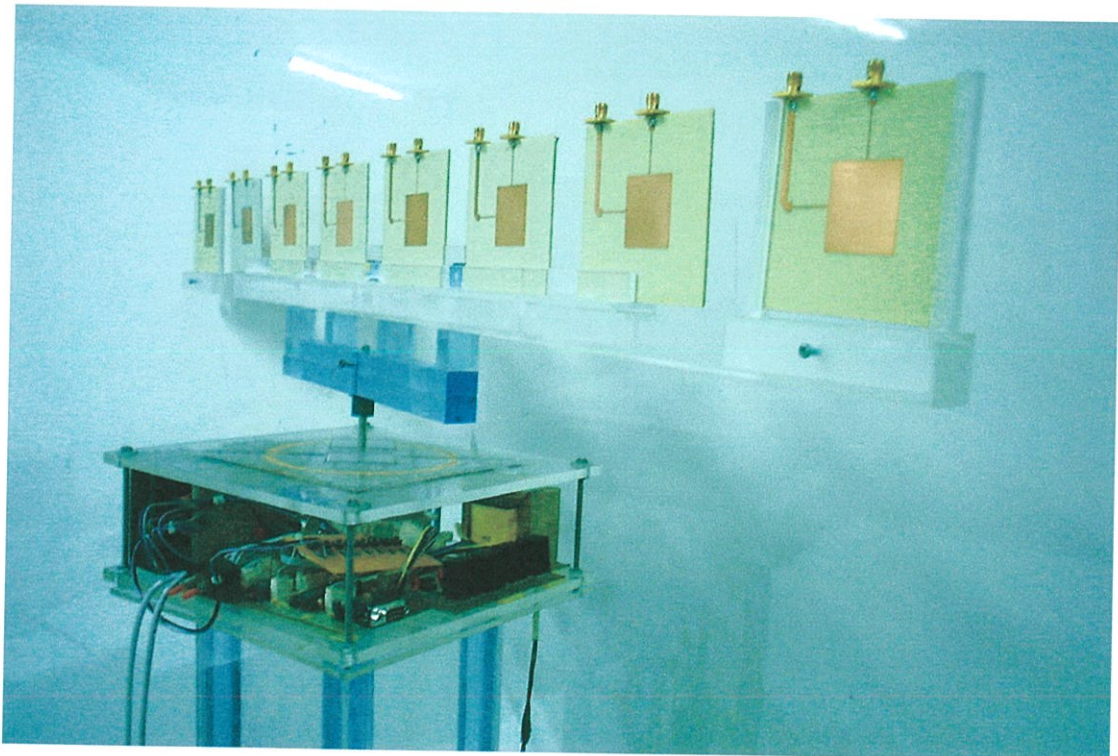
การประมาณค่ามุมที่เข้าถึงของสัญญาณและค่าประวิงเวลานั้น ได้พิจารณาจากแบบจำลองช่องสัญญาณ 2 แบบ แบบแรกคือการประมาณค่าโดยใช้แบบจำลองช่องสัญญาณที่ได้จากการจำลองและแบบที่สองคือการประมาณค่าโดยใช้แบบจำลองช่องสัญญาณที่วัดได้จากห้องทดลอง สำหรับบทนี้จะกล่าวถึงพารามิเตอร์ต่างๆ ที่ใช้ในการประมาณค่ามุมที่เข้าถึงและค่าประวิงเวลาของสัญญาณ ซึ่งใช้แบบจำลองช่องสัญญาณทั้ง 2 แบบ รวมถึงรายละเอียดและขั้นตอนต่างๆ ของการทดลองในการประมาณค่ามุมที่เข้าถึงของสัญญาณและค่าประวิงเวลาของสัญญาณ โดยใช้แบบจำลองทั้ง 2 แบบที่กล่าวมา

4.2 พารามิเตอร์ที่ใช้ในการทดลอง

การวัดค่าแบบจำลองช่องสัญญาณนั้น ได้จัดทำขึ้นภายในห้องทดลองที่มีโครงสร้างดังรูปที่ 4.1 โดยมีสายอากาศแถวลำดับแบบไมโครสตริป (microstrip array antenna) ขนาด 8 องค์ประกอบ ได้ถูกวางในลักษณะแถวลำดับเชิงเส้นแบบสมมาตรดังรูปที่ 4.2 ซึ่งทำหน้าที่เป็นตัวรับ สำหรับสายอากาศส่งนั้นได้พิจารณาสายอากาศ 2 ชนิดได้แก่สายอากาศแบบไมโครสตริปและสายอากาศไดโพลแบบมีปลอก (sleeve dipole antenna) ดังรูปที่ 4.3 ฟังก์ชันแปลงความถี่ (frequency transfer function) ระหว่างสายอากาศส่งกับสายอากาศรับสามารถวัดได้โดยอาศัยเครื่องวิเคราะห์โครงข่ายแบบเวกเตอร์ (Vector Network Analyzer: VNA) โดยที่ผลตอบสนองอิมพัลส์ของช่องสัญญาณนั้น จะหาได้จากกระบวนการที่ทำหลังการวัดค่าฟังก์ชันแปลงตามความถี่แล้ว และผลตอบสนองอิมพัลส์ของช่องสัญญาณที่ได้จะถูกนำไปประมาณหาค่ามุมที่เข้าถึงของสัญญาณและค่าประวิงเวลา ด้วยวิธีการ JADE-MUSIC สำหรับค่าเฉพาะที่ใช้ในระบบการวัดแสดงในตารางที่ 4.1 [13]



รูปที่ 4.1 โครงสร้างของห้องที่ใช้ในการทดลอง



รูปที่ 4.2 สายอากาศแบบแถวลำดับแบบไมโครสตริปเชิงเส้นแบบสมมาตรขนาด 8 องค์ประกอบ



รูปที่ 4.3 สายอากาศส่งไดโพลแบบมีปลอก

ตารางที่ 4.1 ค่าเฉพาะที่ใช้ในระบบการวัด

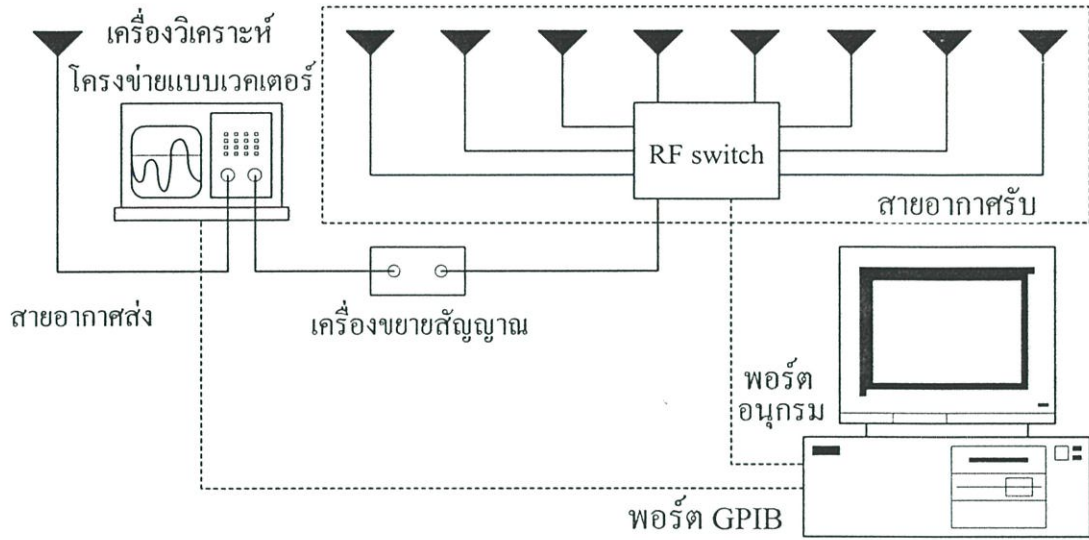
ความถี่พาหะ	2.45 GHz
ประเภทของการมอดูเลท	BPSK
อัตราการซักรหัส	25 ตัวอย่างต่อหนึ่งคาบสัญญาณ
ชนิดของสายอากาศส่ง	สายอากาศไมโครสตริป สายอากาศไดโพลแบบมีปลอก
ชนิดของสายอากาศรับ	สายอากาศไมโครสตริปแบบแถวลำดับ
จำนวนขององค์ประกอบของแถวลำดับ	8 องค์ประกอบ
ระยะห่างระหว่างองค์ประกอบ	ครึ่งหนึ่งของความยาวคลื่น
ความสูงของสายอากาศส่ง	2 เมตร
ความสูงของสายอากาศรับ	2 เมตร
ระยะระหว่างสายอากาศส่งกับสายอากาศรับ	~ 1.5 เมตร ~ 2.5 เมตร และ ~ 3 เมตร

4.3 ขั้นตอนการทดลอง

4.3.1 ระบบในการวัดช่องสัญญาณ

ระบบการวัดข้อมูลของช่องสัญญาณแสดงดังรูปที่ 4.4 เครื่องคอมพิวเตอร์ทำหน้าที่เป็นควบคุมการทำงานของเครื่องวิเคราะห์โครงข่ายแบบเวคเตอร์ผ่านพอร์ต GPIB และสวิตช์ผ่านพอร์ตอนุกรมให้ทำงานตามที่ต้องการ พร้อมทั้งเก็บข้อมูลจากการวัดด้วยเครื่องวิเคราะห์โครงข่ายแบบเวคเตอร์ด้วย

ในการประมาณค่าพารามิเตอร์ต่างๆ ของสัญญาณนั้นขั้นแรกต้องมีสัญญาณที่จะนำมาหาค่าประมาณต่างๆ จากนั้นจึงนำสัญญาณที่ได้มาประมาณค่าพารามิเตอร์ต่างๆ ในการสร้างสัญญาณซึ่งสามารถทำได้สองวิธี กล่าวคือวิธีแรกได้แก่จำลองสัญญาณเพื่อให้ได้สัญญาณที่มีพารามิเตอร์ที่ต้องการ ส่วนวิธีที่สองคือสร้างสัญญาณจากแบบจำลองช่องสัญญาณที่วัดได้จากห้องทดลองซึ่งอาจจะกำหนดค่าพารามิเตอร์ได้ไม่เที่ยงตรงนัก แต่สถานะที่ได้จะคล้ายกับสิ่งที่เกิดขึ้นจริงมากกว่า



รูปที่ 4.4 ระบบในการวัดสัญญาณ

4.3.2 การจำลองสัญญาณ

เมื่อพิจารณาถึงกรณีที่มีผู้ใช้คนเดียวส่งสัญญาณที่มอดูเลทแบบดิจิทัลในสภาวะแบบหลายวิธี ลำดับดิจิทัล $\{s_k\}$ จะถูกมอดูเลทโดยฟังก์ชันที่จัดรูปเป็นพัลส์ $g(t)$ และสัญญาณที่ส่งในแถบฐานคือคอนโวลูชันของสัญญาณดิจิทัลกับรูปคลื่นที่มอดูเลท

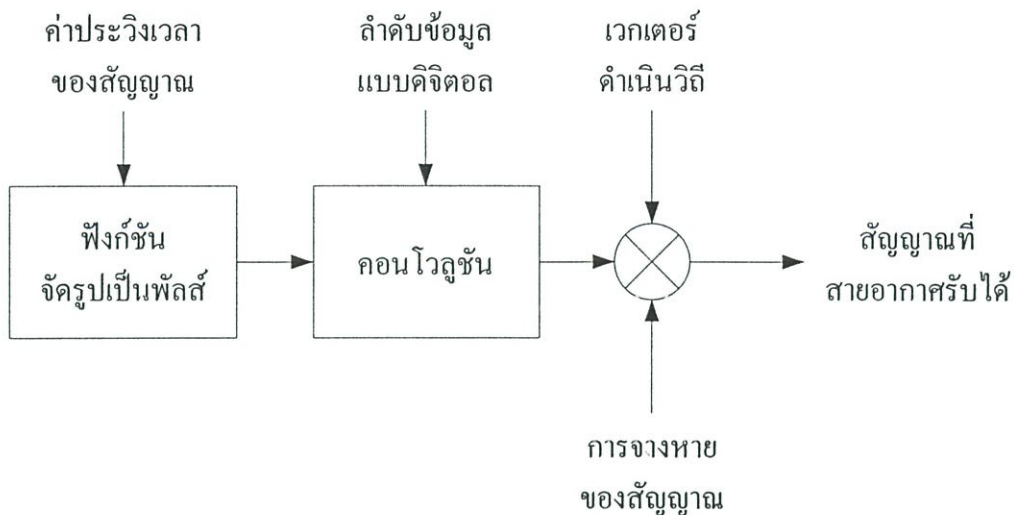
$$s(t) = \sum_l s_l g(t-lT) \quad (4.1)$$

เมื่อ T คือคาบเวลาหนึ่งสัญลักษณ์ และสัญญาณดิจิทัลถูกอธิบายโดยใช้ลำดับของพัลส์ใดแรก $\sum s_l \delta(t-lT)$ ข้อมูล s_k มาจากแผนผังสัญญาณ รูปคลื่นที่มอดูเลทเป็นฟังก์ชันที่จัดรูปเป็นพัลส์

เมื่อกำหนดให้สัญญาณซึ่งรับได้ที่สายอากาศแบบแถวลำดับที่จัดอยู่ในรูปของเวกเตอร์ $\mathbf{x}(t)$ ขนาด $M \times 1$ แล้วสัญญาณที่ได้รับแบบเวลาต่อเนื่องสามารถจำลองได้เป็น

$$\mathbf{x}(t) = \sum_{i=1}^Q \mathbf{a}(\theta_i) \beta_i s(t-\tau_i) + \mathbf{n}(t) \quad (4.2)$$

โดยที่ $\mathbf{n}(t)$ คือสัญญาณรบกวนที่เข้ามา (เช่นจากการวัด หรืออุณหภูมิ) ในที่นี้พิจารณาแบบจำลองเป็นชนิดกึ่งหยุดนิ่งค่า $\{\theta_i, \beta_i, \tau_i\}$ จึงควรจะแปรไปตามช่วงเวลา การจำลองสัญญาณนั้นมีขั้นตอนการทำงานตามรูปที่ 4.5



รูปที่ 4.5 บล็อกไดอะแกรมของการจำลองสัญญาณ

ฟังก์ชันจัดรูปเป็นพัลส์

โดยทั่วไปแล้วจะใช้ฟังก์ชันจัดรูปเป็นพัลส์ที่เหมือนกับลักษณะของพัลส์ raised cosine ที่หาได้จากสมการ

$$g(t) = \left(\frac{\sin(\pi t/T)}{\pi t/T} \right) \left(\frac{\cos(\alpha \pi t/T)}{1 - (2\alpha t/T)^2} \right) \quad (4.3)$$

เมื่อ α คือความกว้างแถบส่วนเกิน (excess bandwidth) โดยที่ต้องการความกว้างแถบต่ำสุด π/T เพื่อให้การส่งไม่มีการแทรกสอดระหว่างสัญลักษณ์ (inter-symbol-interference :ISI) พิจารณารูปที่ 4.6 พัลส์เหล่านี้แสดงถึงวิกฤตการณ์ Nyquist เมื่อไม่มีการแทรกสอดระหว่างสัญลักษณ์นั้นคือมีค่าเป็นศูนย์ ณ การชักตัวอย่าง kT เมื่อ k เป็นจำนวนเต็มที่ไม่ใช่ศูนย์ ความกว้างแถบส่วนเกินนั้นจำกัดแถบอยู่ในช่วง $|\omega| \leq (1 + \alpha)\pi/T$ แต่ในโดเมนเวลาแถบมักจะตัดทอนค่าความกว้างแถบส่วนเกิน สำหรับในตัวอย่างนั้นให้ความยาว $L_g = 6$ บิตสัญลักษณ์

การใส่ค่าพารามิเตอร์ของสัญญาณ

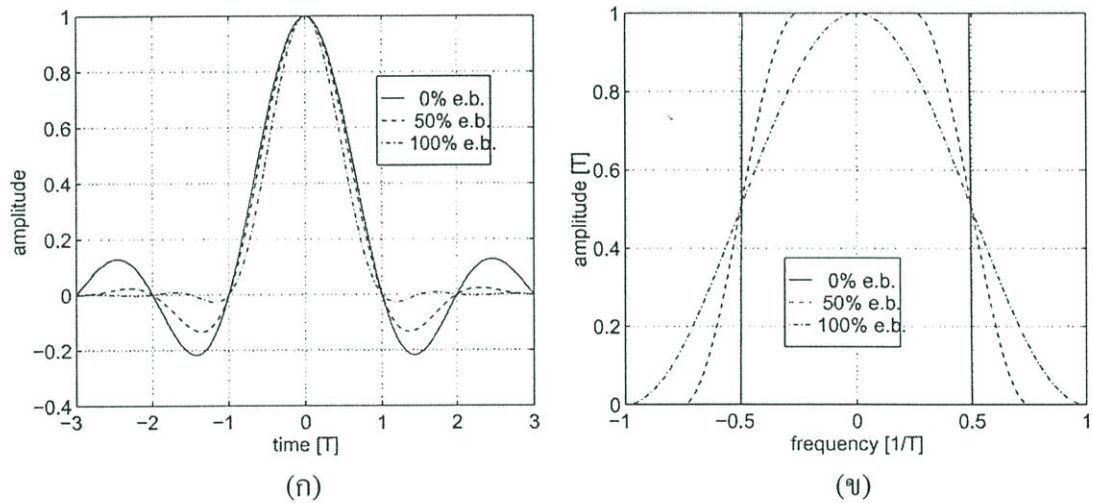
การเปลี่ยนค่าประวิงเวลาของสัญญาณทำได้โดยการเลื่อนเวลาของฟังก์ชันจัดรูปพัลส์ ส่วนมุมที่เข้าถึงของสัญญาณนั้นใส่ค่าโดยนำเวกเตอร์ดำเนินวิถีมาคูณกับสัญญาณ สำหรับการจางหายที่คูณเข้าไปในสัญญาณนั้นเป็นค่าคงที่ที่ได้จากการสุ่มค่าเทียม โดยมีค่าเปลี่ยนไปตามช่วงเวลาของสัญญาณ

การคอนโวลูชัน

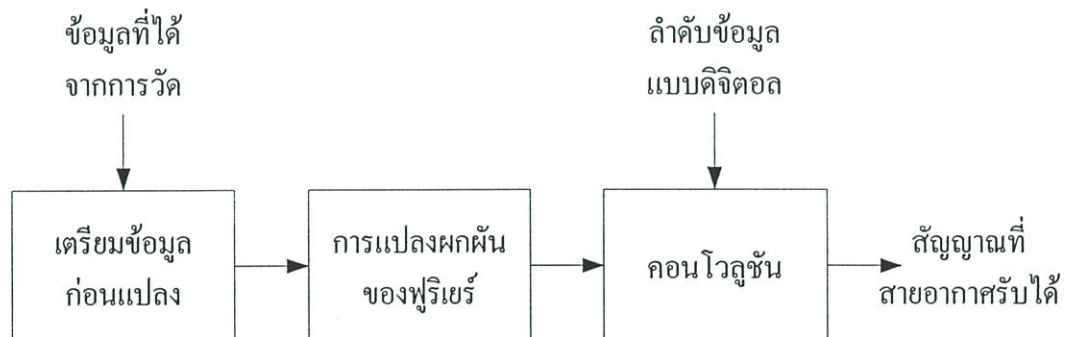
เมื่อต้องการคอนโวลูชันกันระหว่างสัญญาณ 2 สัญญาณสามารถหาได้จากสมการ

$$w(k) = \sum_j u(j)v(k+1-j) \quad (4.4)$$

ตามทฤษฎีแล้วการคอนโวลูชันระหว่างสองสัญญาณนั้นก็เท่ากับการคูณกันของฟังก์ชันแปลงรูปของฟูรีเยร์ (Fourier transform)



รูปที่ 4.6 พัลส์รูป raise cosine สำหรับความกว้างแถบส่วนเกิน (ก) โดเมนเวลา (ข) โดเมนความถี่



รูปที่ 4.7 บล็อกไดอะแกรมของการสร้างสัญญาณจากค่าที่วัดได้

4.3.3 การสร้างสัญญาณจากค่าที่วัดได้จากห้องทดลอง

การสร้างสัญญาณจากค่าที่วัดได้นั้นมีขั้นตอนการทำตามรูปที่ 4.7 เนื่องจากข้อมูลที่วัดได้อยู่ในโดเมนความถี่ดังนั้นจึงต้องมีการแปลงผกผันของฟูรีเยร์ (inverse Fourier's transform) เพื่อแปลงข้อมูลให้อยู่ในโดเมนเวลา แต่เนื่องจากค่าที่วัดมาได้นั้นมีอยู่เพียงช่วงความถี่เดียวเท่านั้น ดังนั้นจึงต้องมีการเตรียมข้อมูลก่อนที่จะนำไปทำการแปลงผกผันของฟูรีเยร์ ค่าที่ได้จากการแปลงผกผันของฟูรีเยร์นั้นถือเป็นช่องสัญญาณที่ต้องการหาค่า และเมื่อนำช่องสัญญาณที่ได้นี้มาคอน

โวลูชันกับบิตข้อมูลที่ต้องการส่ง สิ่งที่ได้คือสัญญาณที่เปรียบเสมือนสัญญาณที่ตกกระทบสายอากาศแบบแวนด้าคัม

การเตรียมข้อมูลก่อนแปลง

เนื่องจากค่าที่วัดได้นั้นมีอยู่เพียงช่วงความถี่เดียวเท่านั้น ดังนั้นจึงต้องมีการเตรียมข้อมูลก่อนที่จะนำไปทำการแปลงผกผันของฟูรีเยร์ สำหรับขั้นตอนในการเตรียมข้อมูลมีดังนี้

- สร้างข้อมูลในช่วงความถี่ตั้งแต่ 0 เฮิรตซ์ถึงความถี่ที่มีข้อมูลอยู่ โดยกำหนดค่าให้เป็นศูนย์ ถ้าต้องการให้ข้อมูลที่ได้อาจมีความละเอียดมากขึ้นให้สร้างข้อมูลเพิ่มในช่วงความถี่ที่มากกว่าความถี่ของข้อมูลที่มีอยู่ โดยกำหนดค่าให้เป็นศูนย์เช่นกัน สำหรับการทดลองนี้ข้อมูลที่วัดอยู่ในช่วงความถี่ 2.4 – 2.5 GHz จึงได้ทำการสร้างข้อมูลเพิ่มในช่วง 0-2.4 GHz และช่วง 2.5-3 GHz โดยข้อมูลที่สร้างเพิ่มนั้นต้องมีความถี่ในการชักตัวอย่าง (sampling) เท่ากับข้อมูลที่วัดได้ในตอนแรก
- เพื่อลดการรบกวนจากพวยข้าง (sidelobe) ให้คุณสัญญาณด้วยตัวกรองผลตอบสนองอิมพัลส์แบบมีจุดสิ้นสุด (finite impulse response filter) ซึ่งมีหลายแบบ [14] สำหรับในที่นี้ใช้ตัวกรองแบบหน้าต่างแฮมมิง (Hamming window) ซึ่งแสดงได้ดังสมการที่ (4.5)

$$w_H(n) = \begin{cases} 0.54 + 0.46 \cos(2\pi n / (N-1)) & \text{for } -(N-1)/2 \leq n \leq (N-1)/2 \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases} \quad (4.5)$$

- กรองความถี่ที่ไม่ต้องการออก ซึ่งในการทดลองนี้ใช้ตัวกรองแบบ Butterworth ที่มีค่าสัมประสิทธิ์ของตัวกรอง b และ a ซึ่งมีนิยามเป็น

$$H(z) = \frac{B(z)}{A(z)} = \frac{b(1) + b(2)z^{-1} + \dots + b(n+1)z^{-n}}{1 + a(2)z^{-1} + \dots + a(n+1)z^{-n}} \quad (4.6)$$

การแปลงรูปผกผันของฟูรีเยร์ (Inverse Fourier Transform)

การแปลงรูปผกผันของฟูรีเยร์เป็นฟังก์ชันที่แปลงค่าในโดเมนความถี่กลับมาเป็นโดเมนเวลา สำหรับสมการของการแปลงรูปฟูรีเยร์ (Fourier transform) ที่เป็นฟังก์ชันที่แปลงจากโดเมนเวลาเป็นโดเมนความถี่ และการแปลงรูปผกผันฟูรีเยร์นั้นสามารถแสดงได้ดังสมการที่ (4.7) และสมการที่ (4.8) ตามลำดับ

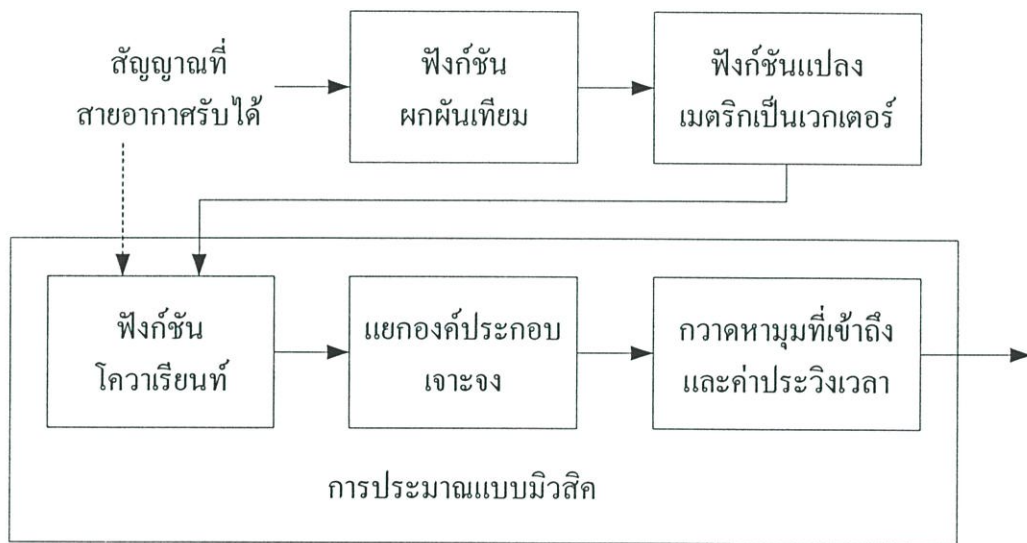
$$X(k) = \sum_{j=1}^N x(j) \omega_N^{(j-1)(k-1)} \quad (4.7)$$

$$x(j) = (1/N) \sum_{k=1}^N X(k) \omega_N^{-(j-1)(k-1)} \quad (4.8)$$

เมื่อ $\omega_N = e^{(-2\pi i)/N}$ เป็นรากตัวที่ N

4.3.4 การประมาณค่าพารามิเตอร์ของสัญญาณ

การประมาณค่ามุมที่เข้าถึงและค่าประวิงเวลาจากสัญญาณที่ได้รับมานั้นมีขั้นตอนดังรูปที่ 4.8 จะเห็นได้ว่าเทคนิคประมาณค่าของวิธี JADE จะนำเอาวิธีอื่นๆ เข้ามาช่วยในการประมาณค่า ส่วนหลักของเทคนิคนี้คือส่วนที่ทำการแปลงฟังก์ชันให้อยู่ในรูปที่เหมาะสม จากบล็อกโคอะแกรม ส่วนที่เป็นการประมาณแบบ MUSIC นั้นสามารถนำไปใช้ในการประมาณค่าของสัญญาณได้ทันที โดยการนำสัญญาณที่ได้จากสายอากาศ $x(t)$ ใส่ออกไปในบล็อกของการประมาณแบบ MUSIC โดยตรงตามเส้นประ แต่ถ้าหากใช้แต่การประมาณแบบ MUSIC แล้วจะสามารถประมาณได้เพียงค่ามุมที่เข้าถึงของสัญญาณเท่านั้น



รูปที่ 4.8 บล็อกโคอะแกรมของการประมาณค่าสัญญาณ

ฟังก์ชันผกผันเทียม (pseudo inverse)

เนื่องจากข้อมูลที่เข้ามานั้นเป็นสัญญาณที่รับได้จากสายอากาศแต่ในการประมาณค่าแบบวิธี JADE นั้นจะเอาข้อมูลของช่องสัญญาณไปประมาณค่าแทน ดังนั้นจึงทำการคูณสัญญาณด้วยค่าผกผันเทียมของค่าบิตข้อมูลที่รับเข้ามาซึ่งเป็นบิตเทรนนิ่ง (training bit) ซึ่งเป็นสัญญาณที่ด้านรับทราบค่า การคูณกันระหว่างสัญญาณที่รับได้กับค่าผกผันเทียมของบิตข้อมูลนั้นสามารถแสดงได้ดังสมการที่ (4.9)

$$\mathbf{H}_{est} = \mathbf{X}\mathbf{S}'(\mathbf{S}\mathbf{S}')^{-1} \quad (4.9)$$

ฟังก์ชันแปลงเมตริกเป็นเวกเตอร์
จากความสัมพันธ์

$$\text{vec}[\text{Adiag}(\mathbf{b})\mathbf{C}] = (\mathbf{C}^T \circ \mathbf{A}\mathbf{b})$$

ดังนั้นเพื่อให้ได้

$$\text{vec}[\mathbf{H}] =: [\mathbf{G}(\tau) \circ \mathbf{A}(\theta)]\boldsymbol{\beta} = \mathbf{U}(\theta, \tau)\boldsymbol{\beta}$$

จึงต้องนำเมตริกของสัญญาณที่ประมาณได้จากการผกผันเทียมนำมาทำเป็นเวกเตอร์ จากนั้นจึงนำเวกเตอร์ที่ได้ของแต่ละช่องเวลามาจัดเรียงเป็นเมตริก ซึ่งมีค่าตามสมการที่ (4.10)

$$\mathbf{Y} = [\mathbf{y}^{(1)}, \dots, \mathbf{y}^{(S)}] = \mathbf{U}(\theta, \tau)\mathbf{B} + \mathbf{V}, \quad n = 1, \dots, S \quad (4.10)$$

โดยที่ $\mathbf{B} := [\boldsymbol{\beta}^{(1)} \quad \dots \quad \boldsymbol{\beta}^{(S)}]$ เป็นเมตริกของการจางหายของสัญญาณในแต่ละช่วงเวลา และ $\mathbf{V} := [\mathbf{v}^{(1)} \quad \dots \quad \mathbf{v}^{(S)}]$ เป็นเมตริกของสัญญาณรบกวนจากการทำการผกผันเทียมนำที่เกิดขึ้นในสัญญาณแต่ละช่วงเวลา

ฟังก์ชันโควาเรียนท์

เนื่องจากสัญญาณที่เราพิจารณานั้นเป็นแบบเชิงสเปกตรัมดังนั้นจึงต้องการข้อมูลแบบครอสโควาเรียนท์ (cross-covariance information) จากองค์ประกอบของสายอากาศ การทำเมตริกโควาเรียนท์ของสัญญาณ \mathbf{u} ทำได้โดยใช้สมการ

$$E[\mathbf{u}\mathbf{u}^H] = \frac{\mathbf{u}\mathbf{u}^H}{N} \quad (4.11)$$

เมื่อ $E[\cdot]$ แทนค่าคาดคะเนทางสถิติ (statistical expectation) ส่วน $[\cdot]^H$ เป็นการสลับเปลี่ยนแบบสังยุค (conjugate transpose) หรือเรียกอีกอย่างว่าเฮอร์มิเทียน (Hermitian)

การแยกองค์ประกอบเจาะจง

เมื่อได้ค่าโควาเรียนท์ของเมตริกที่ต้องการประมาณค่าพารามิเตอร์ ขั้นตอนต่อมาคือนำโควาเรียนท์เมตริกที่ได้มาแยกองค์ประกอบ โดยใช้การแยกองค์ประกอบแบบเจาะจง

$$\mathbf{X} = \mathbf{U}\mathbf{A}\mathbf{U}^H \quad (4.12)$$

โดยที่ $\mathbf{XU} = \mathbf{\Lambda U}$ เมื่อได้เมตริกของค่าเจาะจงและเวกเตอร์เจาะจงแล้วแยกส่วนคู่ของค่าเจาะจงกับเวกเตอร์เจาะจงที่สอดคล้องกัน เมื่อ $\mathbf{U}_n = [\mathbf{u}_{M+1} \dots \mathbf{u}_L]$ คือเวกเตอร์เจาะจงของสัญญาณรบกวน แล้วค่าเจาะจงที่สอดคล้องกับเวกเตอร์ \mathbf{U}_n คือ $\lambda_{M+1} = \dots = \lambda_L = \sigma^2$ และเมื่อเวกเตอร์เจาะจงของสัญญาณคือ $\mathbf{U}_s = [\mathbf{u}_1 \dots \mathbf{u}_M]$ แล้วค่าเจาะจงที่สอดคล้องกับเวกเตอร์ \mathbf{U}_s คือ $\lambda_1 \geq \dots \geq \lambda_M > \sigma^2$ ดังนั้นจึงเขียนสมการแยกได้เป็น

$$\mathbf{X} = \mathbf{U}_s \mathbf{\Lambda}_s \mathbf{U}_s^H + \mathbf{U}_n \mathbf{\Lambda}_n \mathbf{U}_n^H \quad (4.13)$$

การกวาดหาค่ามุมที่เข้าถึงของสัญญาณและค่าประวิงเวลาของสัญญาณ

สำหรับในวิธี MUSIC ธรรมดา นั้นจะหาแต่เฉพาะค่ามุมที่เข้าถึงของสัญญาณ การกวาดนั้นกระทำโดยแทนค่ามุม θ ที่ต้องการสำรวจลงในสมการ

$$\mathbf{P}_M(\theta) = \frac{\mathbf{a}^H(\theta) \mathbf{a}(\theta)}{\mathbf{a}^H(\theta) \mathbf{U}_n \mathbf{U}_n^H \mathbf{a}(\theta)} \quad (4.14)$$

โดยส่วนที่สูงที่สุดของฟังก์ชันแทนค่ามุมที่เข้าถึงของสัญญาณที่ได้มาจากการประมาณค่าด้วยวิธี MUSIC

แต่สำหรับการประมาณค่าโดยวิธี JADE-MUSIC นั้นต้องประมาณค่าพารามิเตอร์ทั้งค่ามุมที่เข้าถึงและค่าประวิงเวลาของสัญญาณ ในการกวาดนั้นขั้นแรกต้องนำฟังก์ชันที่กวาดตามแนวของค่ามุมที่เข้าถึง และฟังก์ชันที่กวาดตามแนวของค่าประวิงเวลามากระทำการหาผลคูณ Khatri-Rao ของฟังก์ชันโดยกระทำตามสมการที่ (4.15)

$$\mathbf{u}(\theta, \tau) = \mathbf{g}(\tau) \circ \mathbf{a}(\theta) \quad (4.15)$$

เมื่อ \circ แทนผลคูณ Khatri-Rao [ภาคผนวก ก]

จากนั้นแทนค่าลงในสมการที่ (4.16) เพื่อหาจุดสูงสุดของสเปกตรัมซึ่งแทนคำตอบที่ต้องการอันได้แก่ค่ามุมที่เข้าถึงและค่าประวิงเวลาของสัญญาณซึ่งแสดงได้ในเทอมของความหนาแน่นสเปกตรัมของกำลัง (power spectrum density) กล่าวคือ

$$\mathbf{P}_{JM}(\theta, \tau) = \frac{\mathbf{U}^H(\theta, \tau) \mathbf{U}(\theta, \tau)}{\mathbf{U}^H(\theta, \tau) \mathbf{E}_v \mathbf{E}_v^H \mathbf{U}(\theta, \tau)} \quad (4.16)$$

4.4 สรุป

ในบทนี้ได้แสดงถึงวิธีการทดลองและทฤษฎีที่เกี่ยวข้องโดยละเอียด โดยเริ่มตั้งแต่การวัดค่าในห้องทดลอง การจำลองสัญญาณ การสร้างสัญญาณจากแบบจำลองช่องสัญญาณที่วัดได้จากการทดลอง และการประมาณค่ามุมที่เข้าถึงและค่าประวิงเวลาของสัญญาณ เมื่อพิจารณาจากแบบจำลองช่องสัญญาณ 2 แบบ กล่าวคือแบบจำลองช่องสัญญาณที่ได้จากการจำลอง และแบบจำลองช่องสัญญาณที่วัดได้จากการทดลอง

บทที่ 5

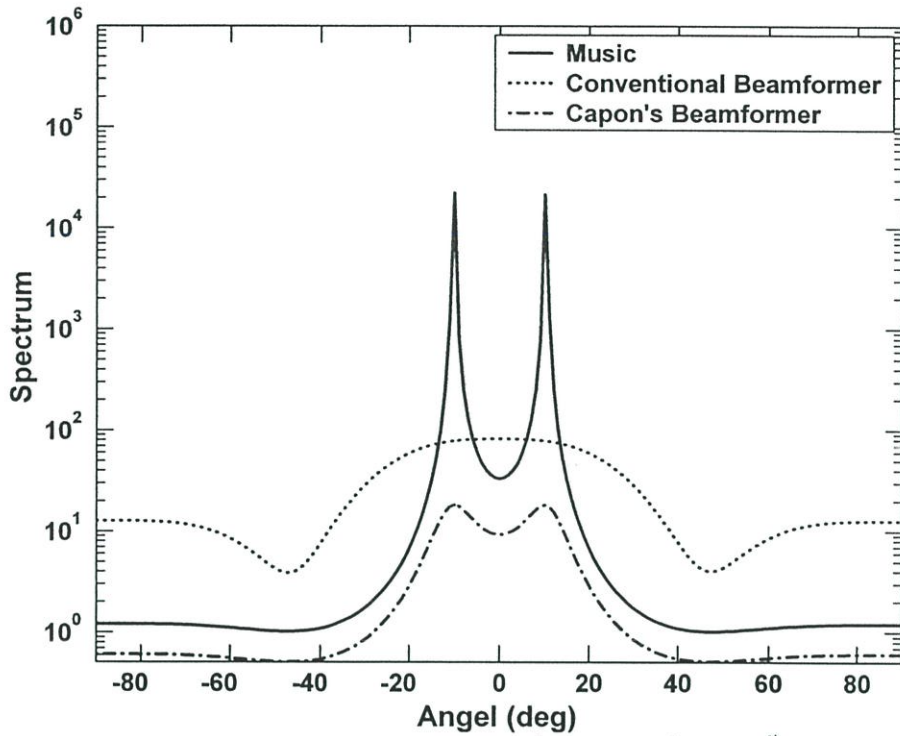
ผลการทดลองหรือการวิเคราะห์ข้อมูล

5.1 กล่าวนำ

หลังจากที่ได้ศึกษาถึงทฤษฎีการจำลองช่องสัญญาณและการประมาณค่าในแบบต่างๆ ในบทที่ 2 และบทที่ 3 และได้เตรียมการทดลองพร้อมทั้งสร้างแบบจำลองสัญญาณทั้งแบบที่สร้างมาจากแบบจำลองช่องสัญญาณที่จำลองขึ้นและจากแบบจำลองช่องสัญญาณจากค่าที่วัดได้ในบทที่ 4 แล้ว ในบทนี้จะนำเสนอผลการประมาณค่ามุมที่เข้าถึง โดยใช้เทคนิคต่างๆ ไม่ว่าจะเป็นเทคนิคการประมาณตามแบบธรรมดาที่ใช้เทคนิคเปลี่ยนรูปค่าคลื่นซึ่งได้แก่วิธีประวิงเวลาแล้วรวมสัญญาณและวิธีตัวเปลี่ยนแปลงน้อยที่สุดของคาบอง เทคนิคพื้นฐานของวิธีการที่อยู่บนพื้นฐานของพื้นที่ย่อยซึ่งได้แก่วิธีแยกสัญญาณหลายสัญญาณหรือ MUSIC และวิธีการประมาณค่าพารามิเตอร์ของสัญญาณผ่านเทคนิคไม่เปลี่ยนแปลงตามการหมุนรอบหรือ ESPRIT และนำเสนอผลที่ได้จากการประมาณค่ามุมที่เข้าถึงและค่าประวิงเวลาของสัญญาณ โดยใช้เทคนิคการประมาณค่าแบบประมาณค่ามุมที่เข้าถึงของสัญญาณและค่าประวิงเวลาร่วมกันหรือ JADE ที่นำเอาวิธี MUSIC มาใช้ช่วยในการประมาณ โดยนำสัญญาณแบบที่สร้างมาจากแบบจำลองช่องสัญญาณที่จำลองขึ้น และสัญญาณที่ได้จากแบบจำลองช่องสัญญาณจากค่าที่วัด และวิเคราะห์เปรียบเทียบในการประมาณค่าในแต่ละแบบ

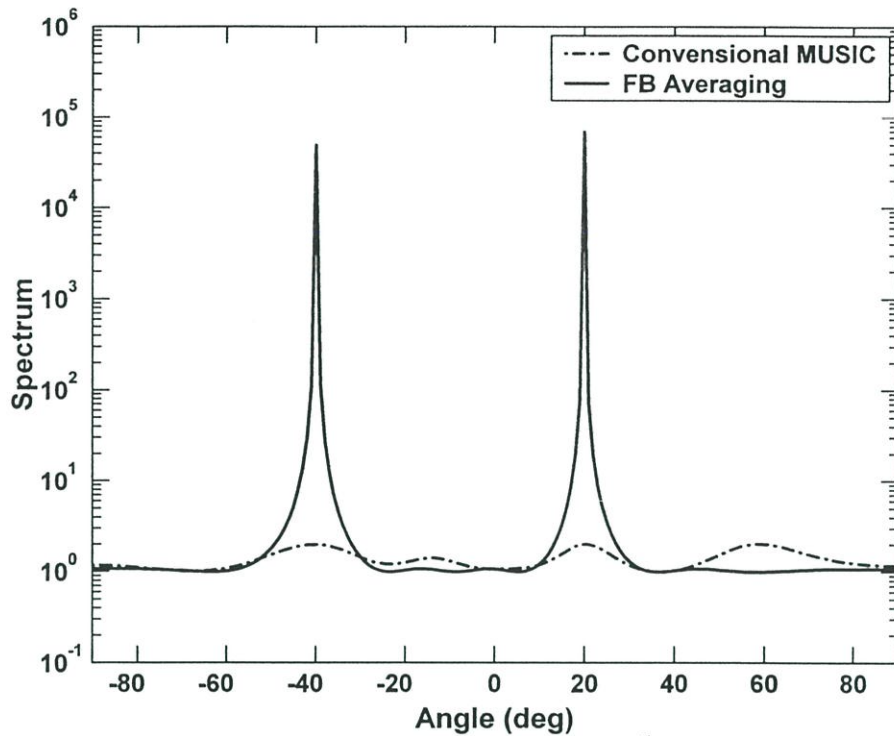
5.2 ผลการประมาณค่ามุมที่เข้าถึงโดยใช้เทคนิคต่างๆ

ในหัวข้อนี้จะกล่าวถึงผลการประมาณโดยใช้เทคนิคต่างๆ เปรียบเทียบกัน [15]-[18] รูปที่ 5.1 แสดงการเปรียบเทียบระหว่างวิธีเปลี่ยนรูปค่าคลื่นแบบดั้งเดิม (เทคนิคประวิงและรวม) วิธีเปลี่ยนรูปค่าคลื่นของคาบอง และวิธี MUSIC การจำลองทำโดยมีสัญญาณที่ไม่สหสัมพันธ์กัน 2 สัญญาณที่มีกำลังส่งสัญญาณต่อสัญญาณรบกวน (Signal to Noise Ratio) เท่ากันที่ 10 เดซิเบลเข้ามากระทบสายอากาศแถวลำดับแบบเชิงเส้นแบบสม่ำเสมอ (uniform linear array) ขนาด 8 องค์ประกอบที่มุม -10 องศา และ 10 องศา จากผลการจำลองพิจารณาได้ว่าวิธี MUSIC นั้นสามารถแยกจุดสูงสุดของแต่ละสัญญาณที่เข้ามาได้ดีกว่าวิธีเปลี่ยนรูปค่าคลื่นของคาบอง ส่วนวิธีเปลี่ยนรูปค่าคลื่นแบบดั้งเดิมนั้นไม่สามารถแยกให้เห็นถึงมุมที่เข้าถึงของสัญญาณทั้งสองได้



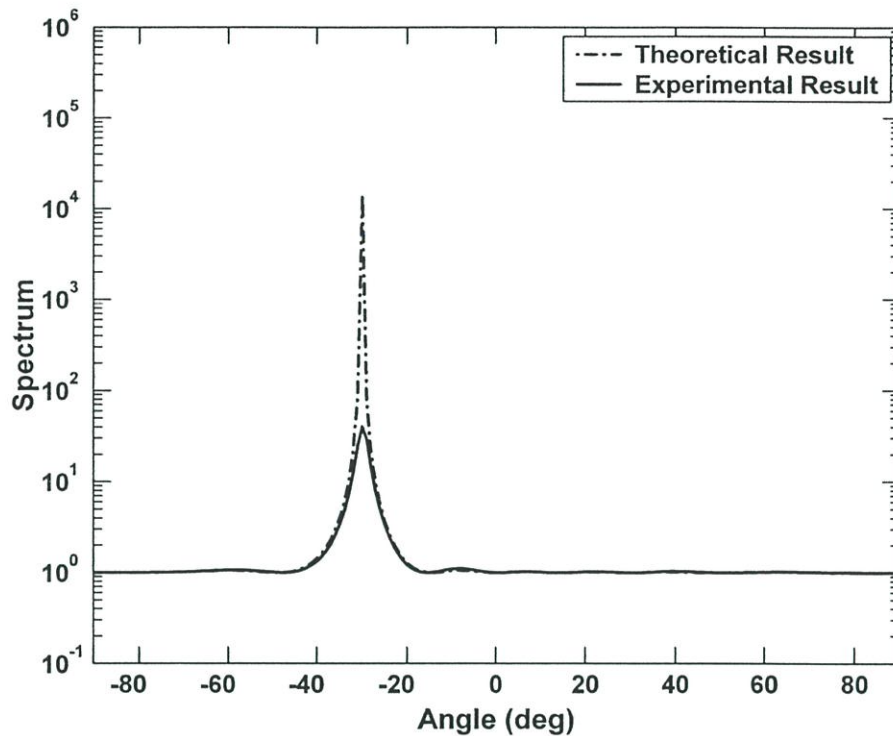
รูปที่ 5.1 สเปกตรัมเชิงระยะเปรียบเทียบระหว่างวิธีเปลี่ยนรูปลักษณ์แบบดั้งเดิม (เทคนิคประวิงและรวม) วิธีเปลี่ยนรูปลักษณ์ของคาปอง และวิธี MUSIC เมื่อมีสัญญาณเข้ามากระทบที่มุม -10 องศา และ 10 องศา ตามลำดับ

รูปที่ 5.2 แสดงการเปรียบเทียบระหว่างวิธี MUSIC แบบดั้งเดิมกับวิธี MUSIC ที่ใช้เทคนิคค่าเฉลี่ยของด้านหน้ากับด้านหลัง (forward-backward averaging) ในสถานะที่สัญญาณแบบหลายวิถีที่เข้ามาสองสัญญาณร่วมนัยกัน การจำลองทำโดยมีสัญญาณ 2 สัญญาณที่ร่วมนัยกันมีกำลังส่งสัญญาณต่อสัญญาณรบกวนเท่ากับที่ 10 เดซิเบลเข้ามากระทบสายอากาศแถวลำดับแบบเชิงเส้นสม่ำเสมอขนาด 8 องค์ประกอบที่มุม -40 องศา และ 20 องศา จากผลการจำลองจะพิจารณาได้ว่าวิธีแบบ MUSIC แบบดั้งเดิมนั้นไม่สามารถแยกสัญญาณที่ร่วมนัยกันได้แม้ว่ามุมที่เข้าถึงของสัญญาณทั้งสองจะห่างกันก็ตาม แต่เมื่อนำเอาเทคนิคค่าเฉลี่ยของด้านหน้ากับด้านหลังมาใช้ร่วม จะสามารถแยกสัญญาณที่เข้ามาทั้งสองได้อย่างชัดเจน



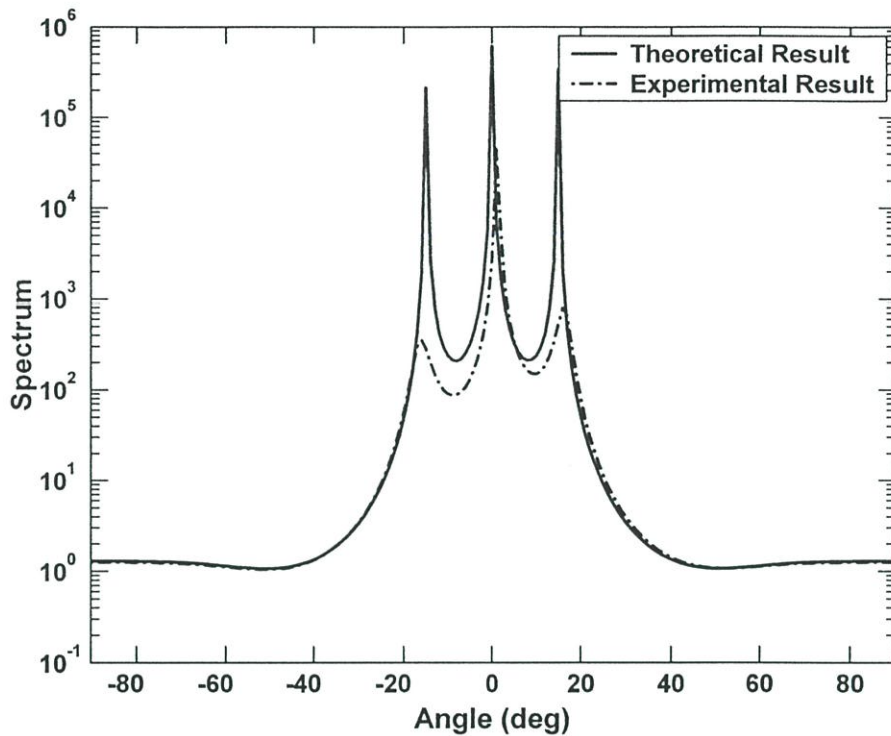
รูปที่ 5.2 สเปกตรัมเชิงระยะเปรียบเทียบระหว่างวิธี MUSIC แบบดั้งเดิมกับวิธี MUSIC ที่ใช้เทคนิค ค่าเฉลี่ยของด้านหน้ากับด้านหลังในสถานะที่สัญญาณมีลักษณะร่วมนัยกัน โดยมี 2 สัญญาณเข้ามากระทบสายอากาศที่มุม -40 องศา และ 20 องศาตามลำดับ

รูปที่ 5.3 แสดงสเปกตรัมของวิธี MUSIC เปรียบเทียบกันระหว่างผลตามทฤษฎีกับผลที่ได้มาจากการทดลอง โดยมีสัญญาณเข้ามา 1 สัญญาณที่มีกำลังส่งสัญญาณต่อสัญญาณรบกวนเท่ากับ 10 เดซิเบลเข้ามากระทบสายอากาศแถวลำดับแบบเชิงเส้นแบบสม่ำเสมอขนาด 8 องค์ประกอบที่มุม -30 องศา การทดลองนั้นได้กระทำในห้องที่ไม่มี การสะท้อน (anechoic chamber) ในสถานะส่งโดยตรง (line-of-sight) จากเครื่องส่งไปยังเครื่องรับ โดยให้เครื่องส่งอยู่กับที่ ในขณะที่เครื่องรับเป็นสายอากาศแบบแถวลำดับที่หมุนได้ สายอากาศแถวลำดับเป็นแบบไมโครสตริป ขนาด 8 องค์ประกอบ โดยมีระยะห่างระหว่างองค์ประกอบเป็นครึ่งหนึ่งของความยาวคลื่นที่มีความถี่ 2.335 GHz โดยเครื่องส่งห่างจากเครื่องรับ 10 เมตร



รูปที่ 5.3 สเปกตรัมของวิธี MUSIC เปรียบเทียบกันระหว่างผลตามทฤษฎีกับผลที่ได้มาจากการทดลอง โดยมีสัญญาณเข้ามา 1 สัญญาณที่มีกำลังส่งสัญญาณต่อสัญญาณรบกวนเท่ากับที่ 10 เดซิเบลเข้ามากระทบที่สายอากาศขนาด 8 องค์ประกอบที่มุม -30 องศา

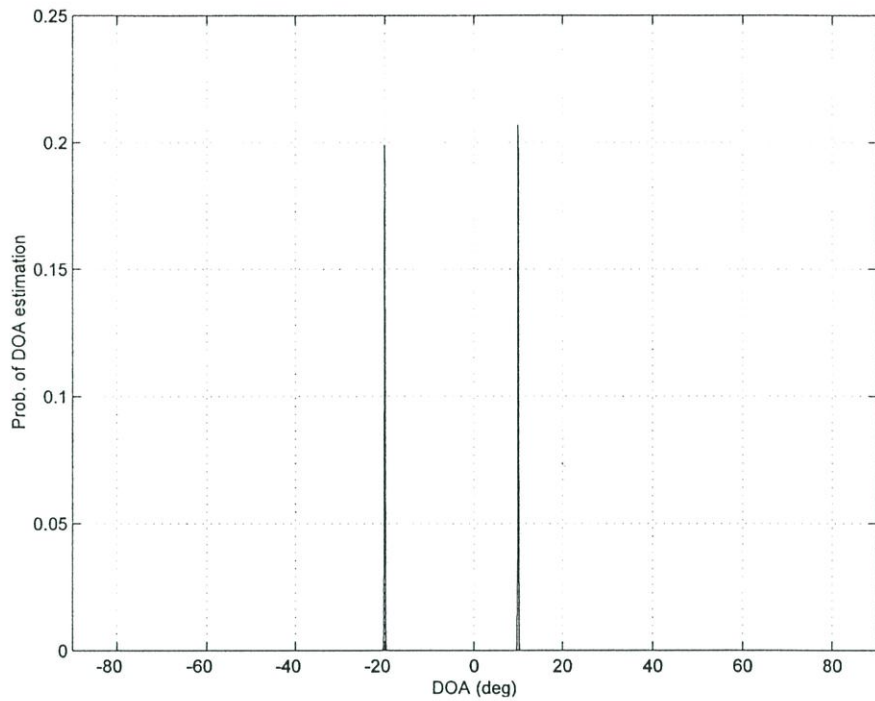
รูปที่ 5.4 แสดงสเปกตรัมของ MUSIC ที่ใช้เทคนิคทำให้เรียบในเชิงระยะ (spatial smoothing technique) โดยเปรียบเทียบระหว่างผลตามทฤษฎีกับผลที่ได้จากการทดลอง ในกรณีนี้เครื่องส่ง 3 เครื่องได้ต่อกับเครื่องกำเนิดสัญญาณตัวเดียวกัน สัญญาณที่ถูกสร้างจะถูกแบ่งและต่อเข้ากับเครื่องจำลองช่องสัญญาณที่สามารถควบคุมค่าประวิงเวลาได้ สัญญาณจากสายอากาศส่งตัวที่ 2 และสายอากาศส่งตัวที่ 3 จะมีค่าประวิงเวลาเป็น 1 สัญลักษ์ณ์เมื่อเทียบกับสัญญาณที่ส่งจากสายอากาศตัวที่ 1 (เครื่องส่งตัวกลาง) การจำลองกระทำขึ้นภายใต้สภาวะที่สายอากาศแบบแถวลำดับมี 8 องค์ประกอบ โดยมีแถวลำดับย่อย 5 แถว และมีค่าสัญญาณต่อสัญญาณรบกวนเท่ากับที่ 10 เดซิเบล สัญญาณร่วมนัย 3 สัญญาณได้ถูกส่งมาจากมุมที่ต่างกันของแต่ละเครื่องส่ง และกระทบกับสายอากาศแถวลำดับแบบเชิงเส้นแบบสมมาตรที่มุม -15 องศา 0 องศา และ 15 องศา ตามลำดับจากรูปที่ 5.3 และรูปที่ 5.4 พิจารณาได้ถึงความต้องการของผลการประมาณค่ามุมที่เข้าถึงที่ได้เมื่อใช้วิธีการ MUSIC



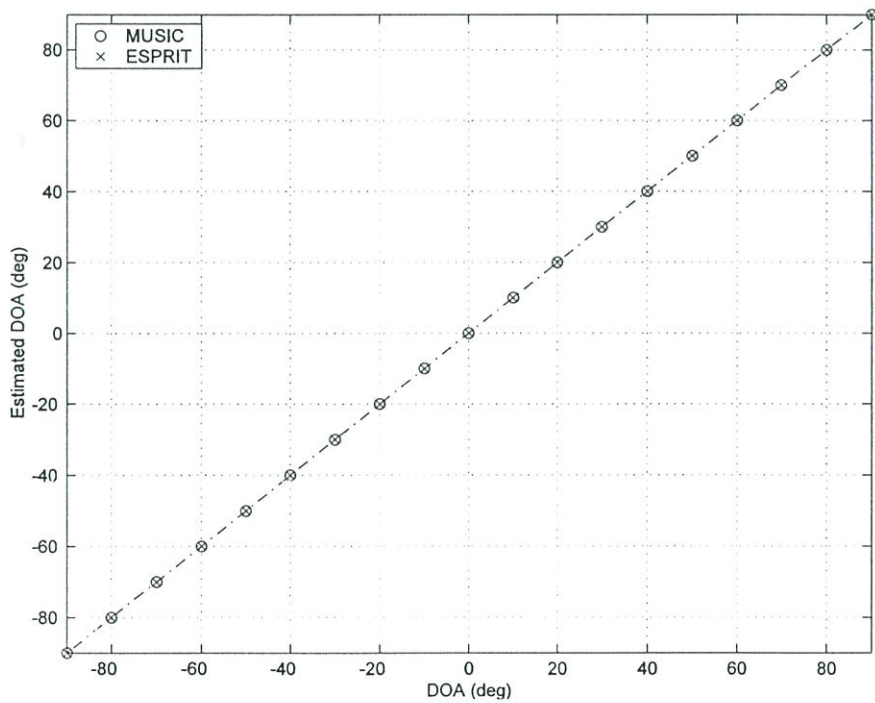
รูปที่ 5.4 สเปกตรัมของ MUSIC ที่ใช้เทคนิคทำให้เรียบในเชิงระยะเปรียบเทียบระหว่างผลตามทฤษฎีกับผลที่ได้จากการทดลอง สัญญาณรบกวน 3 สัญญาณกระทบกับสายอากาศแถวลำดับแบบเชิงเส้นแบบสมมาตรขนาด 8 องค์ประกอบที่มุม -15 องศา 0 องศา และ 15 องศา ตามลำดับ

รูปที่ 5.5 แสดงผลความถูกต้องของการประมาณด้วยวิธี ESPRIT เมื่อมีสองสัญญาณที่มีกำลังส่งสัญญาณต่อสัญญาณรบกวนเท่ากันที่ 10 เดซิเบลเข้ามากระทบสายอากาศแถวลำดับแบบเชิงเส้นสมมาตรขนาด 8 องค์ประกอบที่มุม -20 องศา และ 10 องศา ตามลำดับ

ส่วนรูปที่ 5.6 แสดงการเปรียบเทียบถึงความถูกต้องที่ได้รับจากการประมาณสัญญาณในสถานะที่สัญญาณไม่สหสัมพันธ์กันโดยประมาณค่าโดยใช้วิธี MUSIC และ ESPRIT โดยพิจารณาทุกๆ 10 องศาเมื่อมีสัญญาณเข้ามากระทบกับสายอากาศที่มุมต่างๆ ตั้งแต่ -90 องศาถึง 90 องศา ผลที่ได้จากวิธีการประมาณค่าทั้งสองนั้นมีความถูกต้องเหมือนกันในสถานะที่เหมือนกัน แต่ว่าวิธี ESPRIT นั้นใช้เวลาและเนื้อที่สำหรับการคำนวณน้อยกว่า

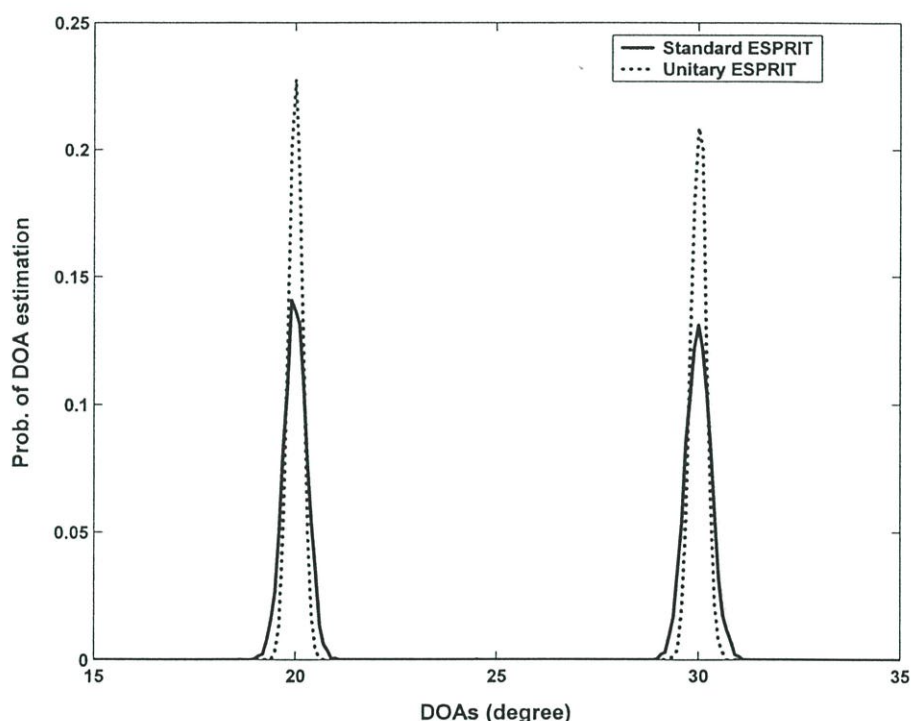


รูปที่ 5.5 ผลการจำลองของการประมาณค่ามุมที่เข้าถึงโดยใช้วิธี ESPRIT โดยมีสัญญาณ 2 สัญญาณ มากระทบกับสายอากาศขนาด 8 องค์ประกอบที่มุม -20 องศา และ 10 องศา ตามลำดับ



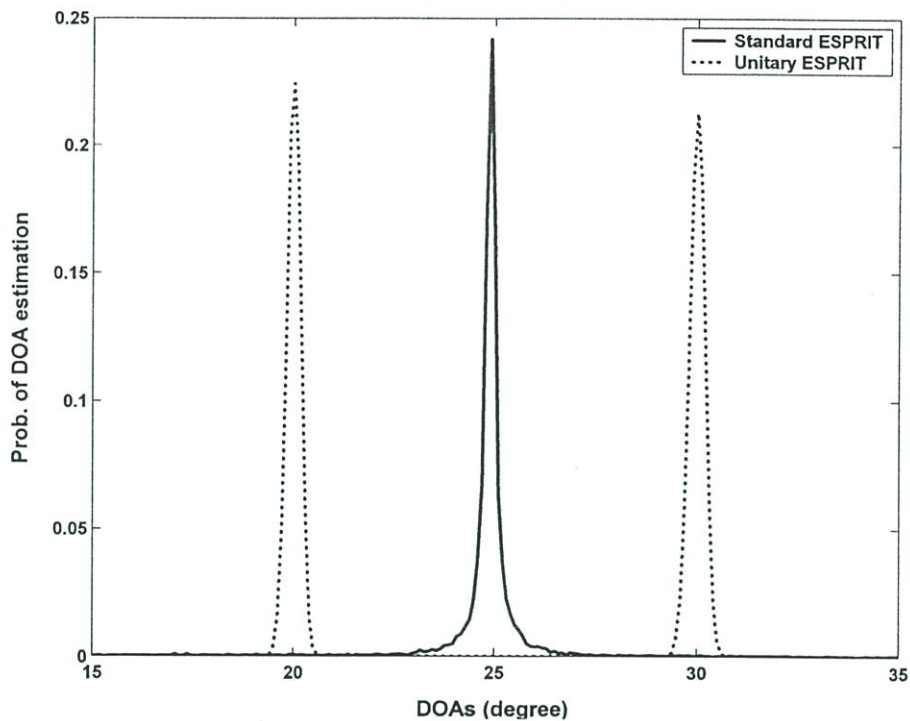
รูปที่ 5.6 ผลการจำลองของการประมาณค่ามุมที่เข้าถึงโดยใช้วิธีการ MUSIC เปรียบเทียบกับวิธี ESPRIT โดยเปรียบเทียบตั้งแต่มุม -90 องศาจนถึง 90 องศา

รูปที่ 5.7 แสดงผลการประมาณค่ามุมที่เข้าถึงเปรียบเทียบกันระหว่างวิธี ESPRIT แบบมาตรฐาน (standard ESPRIT) กับ Unitary ESPRIT เมื่อมีสัญญาณ 2 สัญญาณที่ไม่สหสัมพันธ์กัน และมีกำลังส่งด้วยค่าสัญญาณต่อสัญญาณรบกวนเท่ากันที่ 10 เดซิเบลเข้ามากระทบกับสายอากาศแถวลำดับแบบเชิงเส้นแบบสมมาตรขนาด 8 องค์ประกอบที่มุม 20 องศา และ 30 องศา ตามลำดับ แม้ว่าทั้งสองเทคนิคต่างก็หามุมที่เข้าถึงของสัญญาณได้ แต่จะเห็นว่าในกรณีที่ใช้เทคนิค Unitary ESPRIT นั้นสามารถให้ค่ามุมที่เข้าถึงของสัญญาณได้ใกล้เคียงและถูกต้องมากกว่าเมื่อเทียบกับวิธี ESPRIT แบบมาตรฐาน



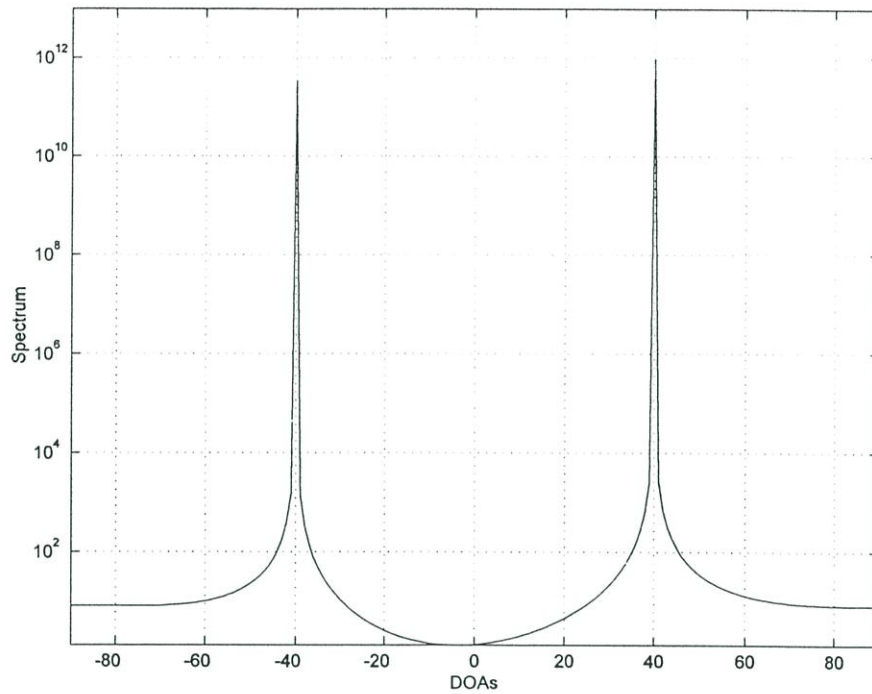
รูปที่ 5.7 การประมาณค่ามุมที่เข้าถึงโดยใช้เทคนิค ESPRIT แบบมาตรฐานกับ Unitary ESPRIT ในสถานะที่มีสัญญาณ 2 สัญญาณแบบไม่สหสัมพันธ์กันเข้ามากระทบกับสายอากาศแบบแถวลำดับเชิงเส้นแบบสมมาตรขนาด 8 องค์ประกอบที่มุม 20 องศา และ 30 องศา ตามลำดับ

รูปที่ 5.8 แสดงผลการประมาณค่ามุมที่เข้าถึงเปรียบเทียบระหว่างใช้เทคนิค ESPRIT แบบมาตรฐานกับ Unitary ESPRIT ในสถานะที่สัญญาณที่เข้ามาแบบร่วมนัยกันเข้ามากระทบกับสายอากาศแบบแถวลำดับเชิงเส้นแบบสมมาตรขนาด 8 องค์ประกอบที่มุม 20 องศา และ 30 องศา ตามลำดับ จากรูปจะพบว่าในกรณีที่สัญญาณที่เข้ามากระทบกับสายอากาศนั้นเป็นแบบร่วมนัย การประมาณค่ามุมที่เข้าถึงโดยใช้วิธี Unitary ESPRIT มีความเหมาะสมมากกว่า เนื่องจากวิธีการนี้สามารถแยกมุมของสัญญาณที่เข้ามาแบบร่วมนัยได้ ในขณะที่วิธี ESPRIT แบบมาตรฐานนั้นไม่สามารถแยกสัญญาณทั้งสองออกจากกันได้เมื่อมุมของสัญญาณทั้งสองเข้าใกล้กันเกินไป



รูปที่ 5.8 การประมาณค่ามุมที่เข้าถึงโดยใช้เทคนิค ESPRIT แบบมาตรฐานกับ Unitary ESPRIT ในสถานะที่สัญญาณที่เข้ามาแบบร่วมนัยกันเข้ามากระทบกับสายอากาศแบบแถวลำดับเชิงเส้นแบบสมมาตรขนาด 8 องค์ประกอบที่มุม 20 องศา และ 30 องศา ตามลำดับ

รูปที่ 5.9 และรูปที่ 5.10 แสดงถึงการแยกสัญญาณที่ดีกว่าของการประมาณด้วยวิธี JADE-MUSIC เมื่อเปรียบเทียบกับวิธี MUSIC แบบธรรมดา เมื่อสัญญาณที่เข้ามา 3 สัญญาณแบบร่วมนัยเข้ามากระทบที่มุม -40 องศา 40 องศา และ 40 องศา ตามลำดับ โดยมีค่าประวิงเวลาของสัญญาณเป็น 2.25 คาบสัญญาณ 2.25 คาบสัญญาณ และ 5 คาบสัญญาณ ตามลำดับ สำหรับวิธี MUSIC นั้นใช้สายอากาศแถวลำดับเชิงเส้นแบบสมมาตรแบบ 4 องค์ประกอบ ในขณะที่ในวิธี JADE-MUSIC ใช้สายอากาศที่มีเพียง 3 องค์ประกอบเท่านั้น จากผลที่ได้จะเห็นว่าวิธีการ MUSIC นั้นเมื่อสัญญาณเข้ามาในมุมใกล้กันหรือมุมเดียวกันแล้ว จะไม่สามารถแยกสัญญาณทั้งสองออกจากกันได้ แม้ว่าจะเข้ามาในเวลาที่แตกต่างกันก็ตาม ในขณะที่วิธี JADE-MUSIC นั้นสามารถแยกสัญญาณออกมาแม้ว่าสัญญาณนั้นเป็นแบบร่วมนัยที่เข้ามาในมุมเดียวกันก็ตาม โดยแสดงออกมาในพารามิเตอร์ค่าประวิงเวลาที่ต่างกัน นอกจากนี้แล้วจำนวนขององค์ประกอบของสายอากาศแสดงถึงความสามารถของเทคนิคแบบ JADE ได้ว่าไม่จำเป็นต้องใช้สายอากาศที่มีองค์ประกอบมากนักเมื่อเปรียบเทียบกับจำนวนสัญญาณที่เข้ามาตกกระทบในการแยกประมาณค่าสัญญาณที่เข้ามา

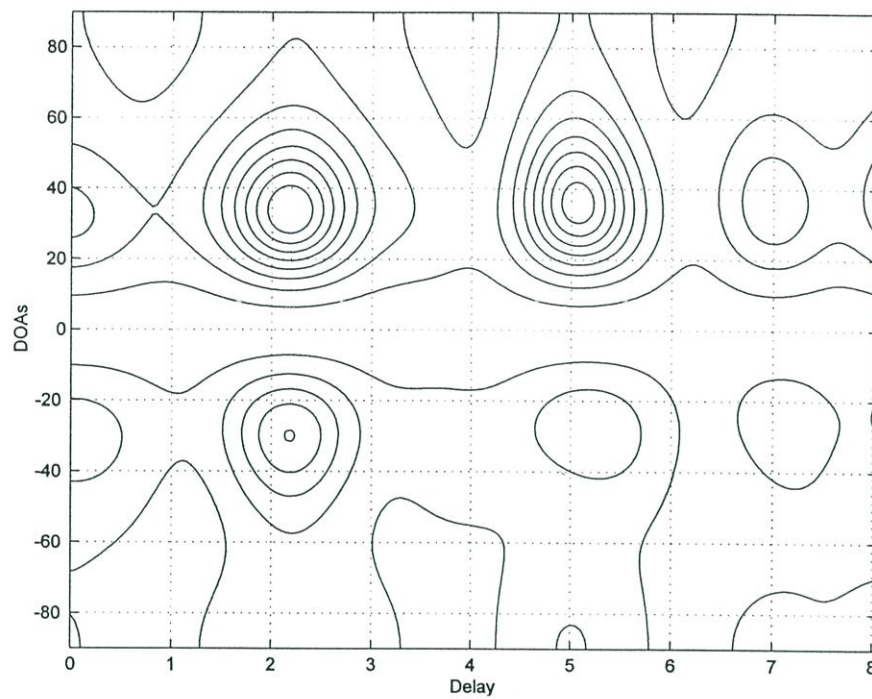


รูปที่ 5.9 ผลการประมาณค่าแบบ MUSIC เมื่อมีสัญญาณแบบร่วมนัย 3 สัญญาณเข้ามากระทบกับสายอากาศแบบแถวลำดับเชิงเส้นแบบสม่ำเสมอขนาด 4 องค์ประกอบที่มุม -40 องศา 40 องศา และ 40 องศา ตามลำดับ โดยมีค่าประวิงเวลาของสัญญาณเป็น 2.25 คาบ สัญลักษณ์ 2.25 คาบ สัญลักษณ์ และ 5 คาบ สัญลักษณ์ ตามลำดับ

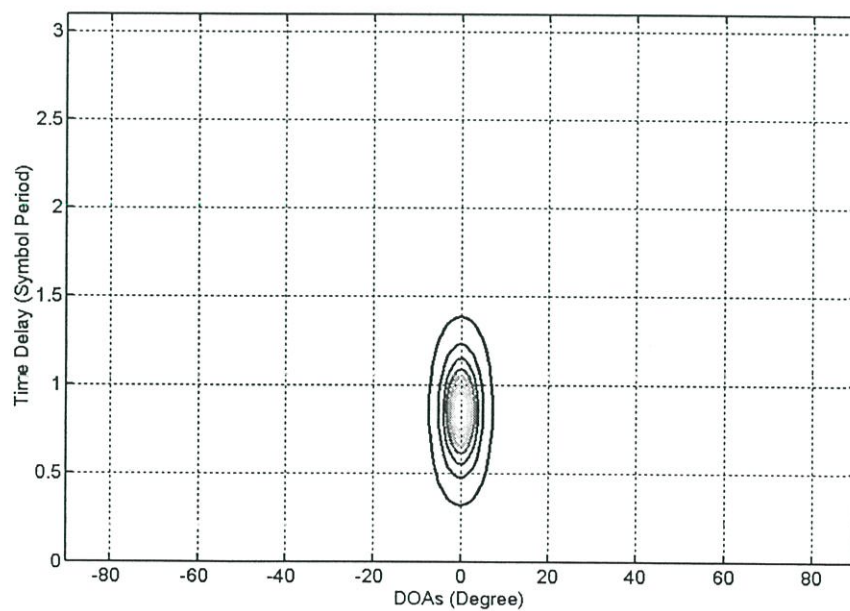
5.3 ผลการทดลองในการประมาณค่ามุมที่เข้าถึงและค่าประวิงเวลาของสัญญาณโดยวิธี JADE-MUSIC

5.3.1 ผลการประมาณค่ามุมที่เข้าถึงและค่าประวิงเวลาของสัญญาณเมื่อใช้สัญญาณที่สร้างมาจากแบบจำลองช่องสัญญาณที่จำลองขึ้น

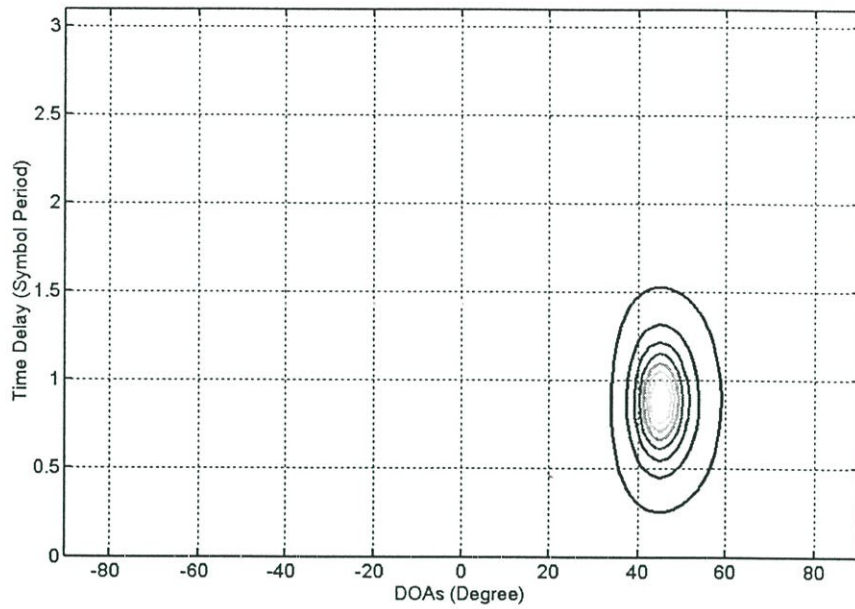
รูปที่ 5.11 ถึงรูปที่ 5.13 แสดงถึงผลการประมาณค่าแบบ JADE-MUSIC เมื่อมีสัญญาณจากแบบจำลองช่องสัญญาณที่จำลองขึ้นเข้ามากระทบกับสายอากาศแบบแถวลำดับเชิงเส้นแบบสม่ำเสมอขนาด 8 องค์ประกอบที่มุม 0 องศาในรูปที่ 5.11 มุม 45 องศาในรูปที่ 5.12 และมุม 60 องศาในรูปที่ 5.13 โดยมีค่าประวิงเวลาของสัญญาณเท่ากันที่ 1 คาบ สัญลักษณ์



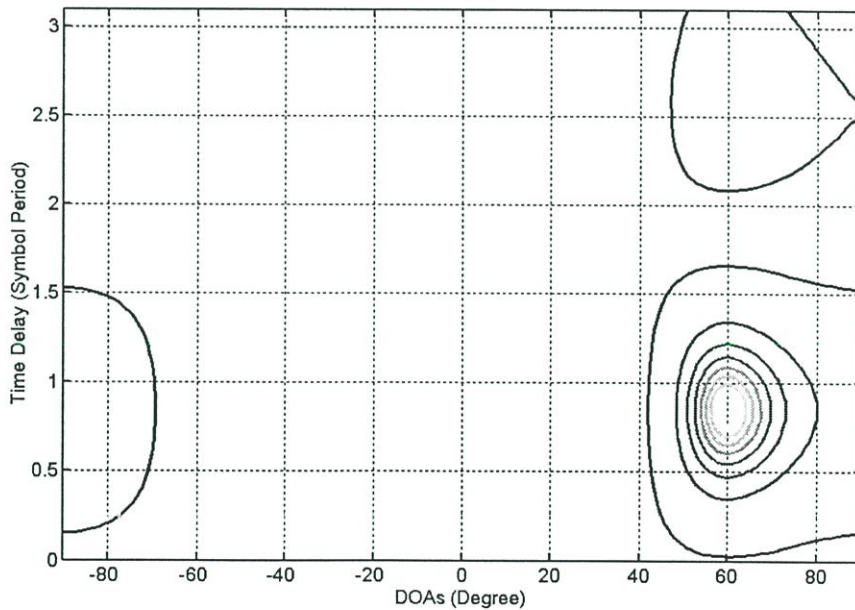
รูปที่ 5.10 ผลการประมาณค่าแบบ JADE-MUSIC เมื่อมีสัญญาณแบบร่วมนัย 3 สัญญาณเข้ามากระทบกับสายอากาศแบบแถวลำดับเชิงเส้นแบบสม่ำเสมอขนาด 3 องค์ประกอบที่มุม -40 องศา 40 องศา และ 40 องศา ตามลำดับ โดยมีค่าประวิงเวลาของสัญญาณเป็น 2.25 คาบสัญลักษณ์ 2.25 คาบสัญลักษณ์ และ 5 คาบสัญลักษณ์ ตามลำดับ



รูปที่ 5.11 ผลการประมาณค่าแบบ JADE-MUSIC เมื่อมีสัญญาณเข้ามากระทบกับสายอากาศแบบแถวลำดับเชิงเส้นแบบสม่ำเสมอขนาด 8 องค์ประกอบที่มุม 0 องศา และมีค่าประวิงเวลาของสัญญาณเป็น 1 คาบสัญลักษณ์



รูปที่ 5.12 ผลการประมาณค่าแบบ JADE-MUSIC เมื่อมีสัญญาณเข้ามากระทบกับสายอากาศแบบ แกลวลำดับเชิงเส้นแบบสม่ำเสมอขนาด 8 องค์ประกอบที่มุม 45 องศา และมีค่าประวิงเวลาของสัญญาณเป็น 1 คาบสัญญาณ

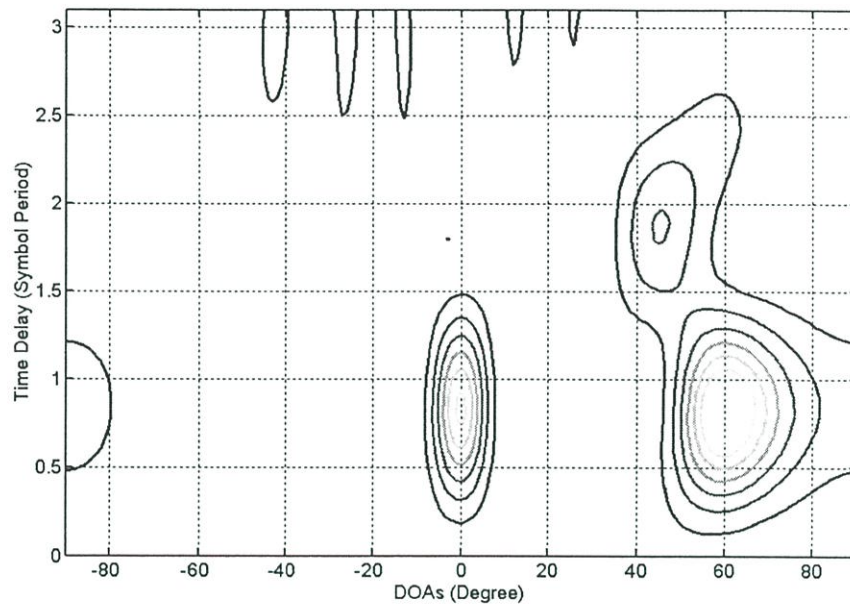


รูปที่ 5.13 ผลการประมาณค่าแบบ JADE-MUSIC เมื่อมีสัญญาณเข้ามากระทบกับสายอากาศแบบ แกลวลำดับเชิงเส้นแบบสม่ำเสมอขนาด 8 องค์ประกอบที่มุม 60 องศา และมีค่าประวิงเวลาของสัญญาณเป็น 1 คาบสัญญาณ

รูปที่ 5.14 แสดงผลการประมาณค่าแบบ JADE-MUSIC เมื่อมีสัญญาณแบบร่วมนัย 3 สัญญาณจากแบบจำลองช่องสัญญาณที่จำลองขึ้นเข้ามากระทบกับสายอากาศแบบแกลวลำดับเชิงเส้น

แบบสมมาตรขนาด 3 องค์ประกอบที่มุม 0 องศา 45 องศา และ 60 องศา ตามลำดับ โดยมีค่าประวิงเวลาของสัญญาณเป็น 1 คาบสัญญาณ 2 คาบสัญญาณ และ 1 คาบสัญญาณ ตามลำดับ

จากผลที่ได้จะเห็นว่าในการประมาณค่าด้วยวิธี JADE-MUSIC นั้นสามารถให้ผลลัพธ์ได้ถูกต้องเพียงใด อีกทั้งยังสามารถแยกสัญญาณมากกว่า 1 สัญญาณที่รบกวนกันได้ดี แม้ว่ามุมที่เข้าถึงของสัญญาณเหล่านั้นจะต่างกันเพียงเล็กน้อยก็ตาม



รูปที่ 5.14 ผลการประมาณค่าแบบ JADE-MUSIC เมื่อมีสัญญาณแบบร่วมนัย 3 สัญญาณเข้ามากระทบกับสายอากาศแบบแถวลำดับเชิงเส้นแบบสมมาตรขนาด 3 องค์ประกอบที่มุม 0 องศา 45 องศา และ 60 องศา ตามลำดับ โดยมีค่าประวิงเวลาของสัญญาณเป็น 1 คาบสัญญาณ 2 คาบสัญญาณ และ 1 คาบสัญญาณ ตามลำดับ

5.3.2 ผลการประมาณค่ามุมที่เข้าถึงและค่าประวิงเวลาของสัญญาณเมื่อใช้สัญญาณที่สร้างมาจากแบบจำลองช่องสัญญาณจากค่าที่วัดได้

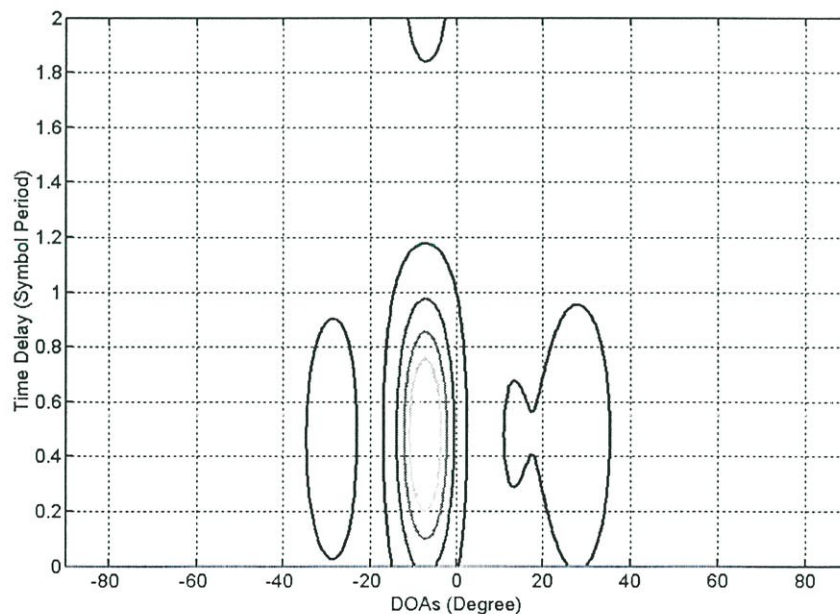
5.3.2.1 สายอากาศส่งเป็นไมโครสตริป

รูปที่ 5.15 ถึงรูปที่ 5.17 แสดงถึงผลการประมาณค่าแบบ JADE-MUSIC ที่ได้จากสัญญาณที่วัดในห้องทดลอง โดยตั้งสายส่งสัญญาณชนิดไมโครสตริปที่ทำมุมประมาณ 0 องศาในรูปที่ 5.15 ทำมุมประมาณ 45 องศาในรูปที่ 5.16 และทำมุมประมาณ 60 องศาในรูปที่ 5.17 เมื่อเทียบกับแนวสายอากาศรับเป็นชนิดไมโครสตริปแบบแถวลำดับเชิงเส้นแบบสมมาตรขนาด 8 องค์ประกอบ

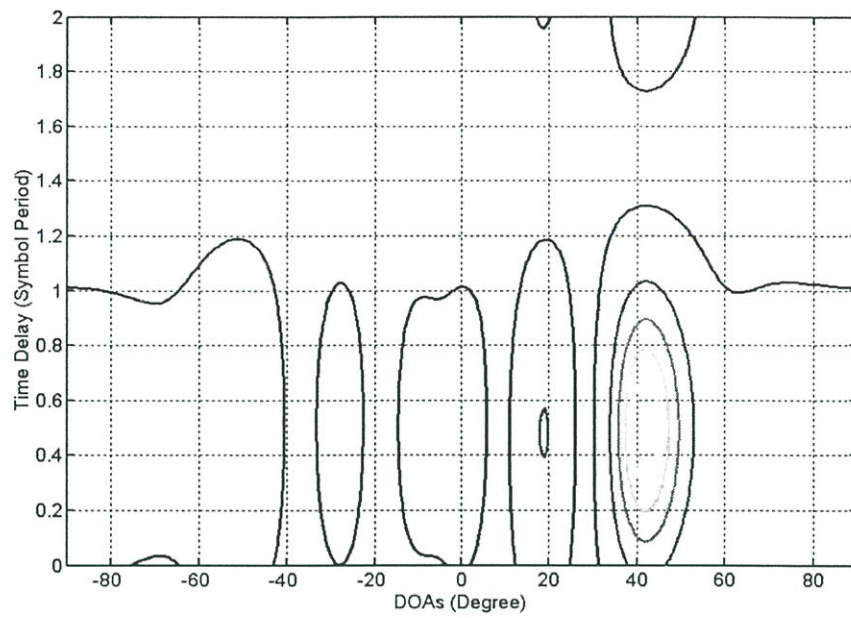
ในรูปที่ 5.15 จะเห็นว่า มีสัญญาณแทรกสอดเข้ามาที่มุม -30 องศา และมุม 30 องศา สำหรับในรูปที่ 5.16 มีสัญญาณแทรกสอดเข้ามาที่มุม -30 องศา 0 องศา และ 20 องศาตามลำดับ ส่วนรูปที่ 5.17 นั้น สัญญาณแทรกสอดเข้ามาที่มุม -35 องศา

รูปที่ 5.18 แสดงผลการประมาณค่าแบบ JADE-MUSIC เมื่อนำช่องสัญญาณที่วัดได้ในรูปที่ 5.15 ถึงรูปที่ 5.17 มาทำเป็นสัญญาณแบบร่วมนัย 3 สัญญาณ โดยตั้งสายส่งสัญญาณชนิดไมโครสตริปที่ทำมุมประมาณ 0 องศา ทำมุมประมาณ 45 องศา และทำมุมประมาณ 60 เมื่อเทียบกับแนวสายอากาศรับเป็นชนิดไมโครสตริปแบบแถวลำดับเชิงเส้นแบบสมมาตรขนาด 8 องค์ประกอบ โดยที่มุม 45 องศา นั้น ได้ประวิงเวลาของสัญญาณไป 1 คาบสัญญาณเมื่อเทียบกับมุม 0 องศา และมุม 60 องศา

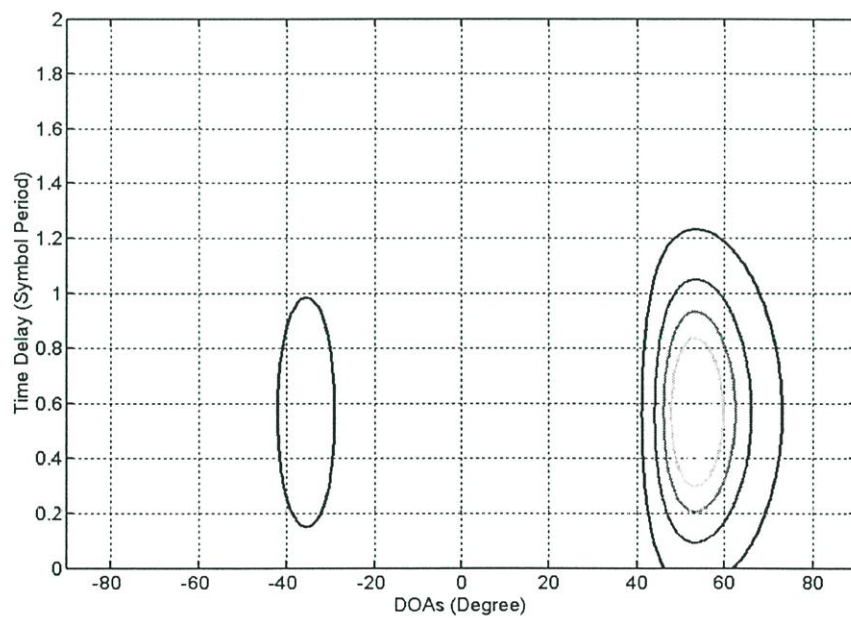
จากรูปที่ 5.18 จะเห็นได้ว่า มีสัญญาณแทรกสอดเข้ามาที่มุมต่างๆ มากมาย แต่ว่ามุมที่ส่งมาโดยตรงนั้นยังมีจุดยอดที่สูงกว่ามุมอื่นๆ จากรูปสามารถพิจารณาได้ว่าเมื่อมีสัญญาณเข้ามากระทบกับสายอากาศมากกว่าจำนวนสายอากาศดังเช่นในรูปที่ 5.18 วิธีการประมาณค่าแบบ JADE-MUSIC ยังคงสามารถแยกสัญญาณเหล่านี้ออกจากกันได้ แม้ว่าอาจจะไม่ชัดเจนในบางมุมก็ตาม อันเป็นผลเนื่องมาจากสัญญาณที่มาแบบหลายวิธีนั้น เมื่อไปกระทบกับสิ่งกีดขวางแล้วกำลังของสัญญาณจะอ่อนลงเมื่อเทียบกับสัญญาณที่ส่งผ่านสายอากาศส่งไปยังสายอากาศรับโดยตรง ทำให้มุมที่เข้าถึงของสัญญาณเหล่านั้นไม่สามารถแยกได้อย่างชัดเจน



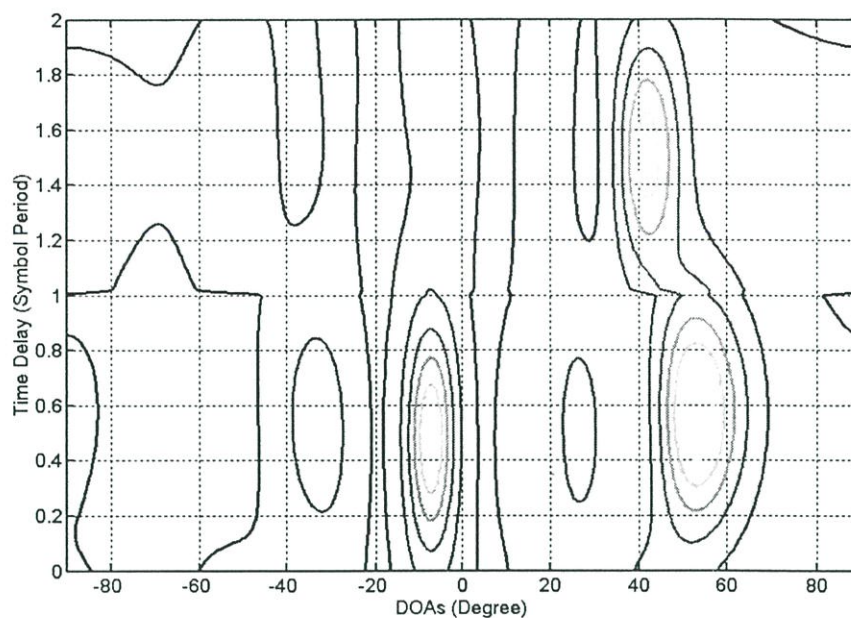
รูปที่ 5.15 ผลการประมาณค่าแบบ JADE-MUSIC เมื่อมีสัญญาณที่ส่งมาจากสายอากาศชนิดไมโครสตริปตั้งทำมุมประมาณ 0 องศา เมื่อเทียบกับแนวสายอากาศรับชนิดไมโครสตริปแบบแถวลำดับเชิงเส้นแบบสมมาตรขนาด 8 องค์ประกอบ



รูปที่ 5.16 ผลการประมาณค่าแบบ JADE-MUSIC เมื่อมีสัญญาณที่ส่งมาจากสายอากาศชนิดไมโครสตริปตั้งทำมุมประมาณ 45 องศา เมื่อเทียบกับแนวสายอากาศรับชนิดไมโครสตริปแบบแถวลำดับเชิงเส้นแบบสมมาตรขนาด 8 องค์ประกอบ



รูปที่ 5.17 ผลการประมาณค่าแบบ JADE-MUSIC เมื่อมีสัญญาณที่ส่งมาจากสายอากาศชนิดไมโครสตริปตั้งทำมุมประมาณ 60 องศา เมื่อเทียบกับแนวสายอากาศรับชนิดไมโครสตริปแบบแถวลำดับเชิงเส้นแบบสมมาตรขนาด 8 องค์ประกอบ

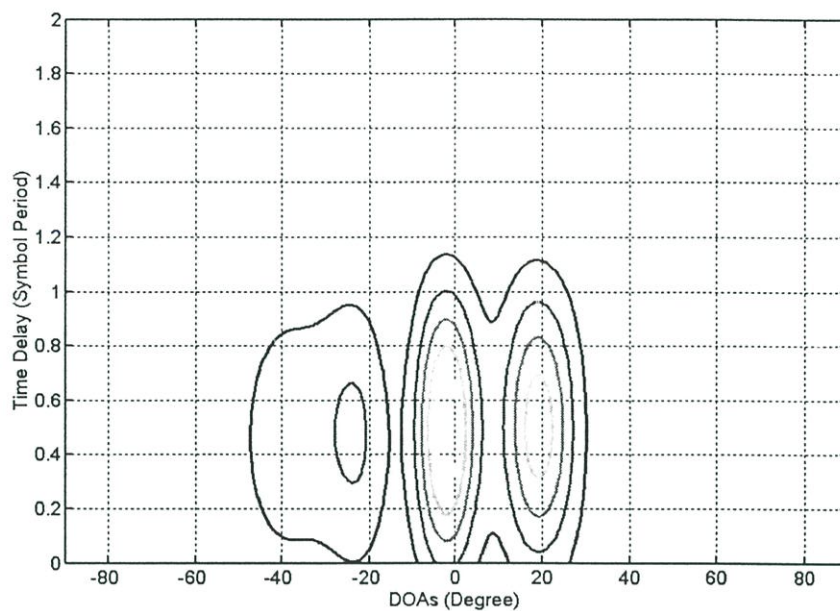


รูปที่ 5.18 ผลการประมาณค่าแบบ JADE-MUSIC เมื่อนำช่องสัญญาณที่วัดได้มาทำเป็นสัญญาณแบบ ร่วมนัย 3 สัญญาณ โดยตั้งสายชนิดไมโครสตริปส่งสัญญาณทำมุมประมาณ 0 องศา ทำมุมประมาณ 45 องศา และทำมุมประมาณ 60 องศา เมื่อเทียบกับแนวสายอากาศรับเป็นชนิดไมโครสตริปแบบแถวลำดับเชิงเส้นแบบสม่ำเสมอขนาด 8 องค์ประกอบ โดยที่มุม 45 องศา นั้นได้ประวิงเวลาของสัญญาณไป 1 คาบสัญลักษณ์เมื่อเทียบกับมุม 0 องศา และมุม 60 องศา

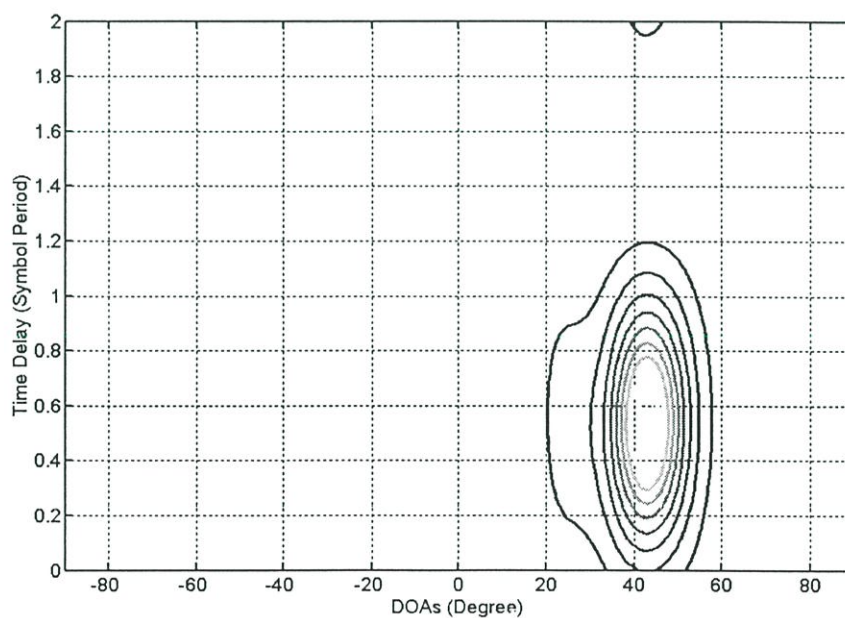
5.3.2.2 สายอากาศส่งเป็นไดโพลแบบมีปลอก

รูปที่ 5.19 ถึงรูปที่ 5.21 แสดงถึงผลการประมาณค่าแบบ JADE-MUSIC ที่ได้จากสัญญาณที่วัดในห้องทดลอง โดยวางสายส่งสัญญาณชนิดไดโพลแบบมีปลอก ณ ตำแหน่งที่ทำมุมประมาณ 0 องศาในรูปที่ 5.19 ทำมุมประมาณ 45 องศาในรูปที่ 5.20 และทำมุมประมาณ 60 องศาในรูปที่ 5.21 เมื่อเทียบกับแนวสายอากาศรับเป็นชนิดไมโครสตริปแบบแถวลำดับเชิงเส้นแบบสม่ำเสมอขนาด 8 องค์ประกอบ

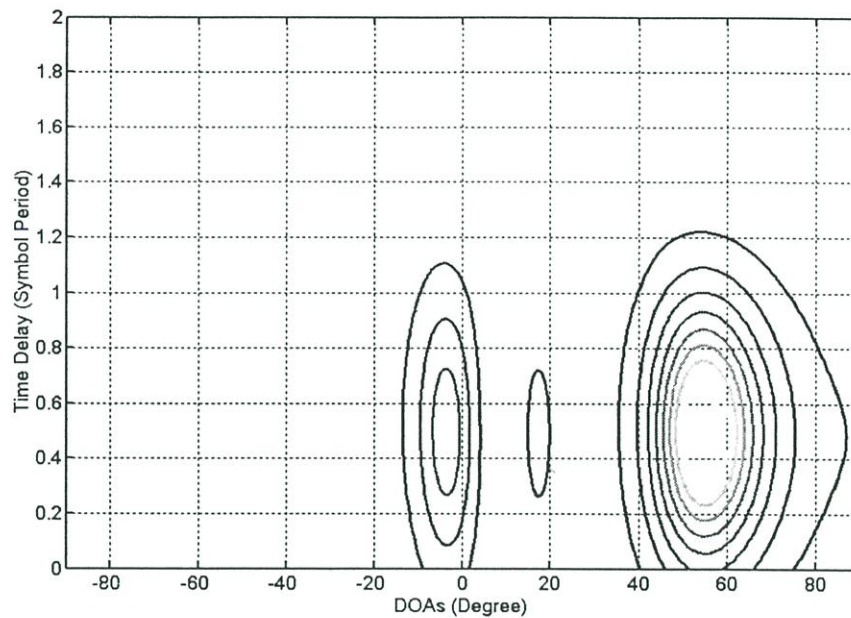
จากรูปที่ 5.19 จะเห็นว่าสัญญาณแทรกสอดเข้ามาที่มุม -25 องศา และมุม 20 องศา แต่สำหรับในรูปที่ 5.20 นั้นไม่พบสัญญาณแทรกสอดปรากฏอยู่ และในรูปที่ 5.21 นั้นสัญญาณแทรกสอดเข้ามาที่มุม -5 องศา



รูปที่ 5.19 ผลการประมาณค่าแบบ JADE-MUSIC เมื่อมีสัญญาณที่ส่งมาจากสายอากาศชนิดไดโพลแบบมีปลอกตั้งทำมุมประมาณ 0 องศา เมื่อเทียบกับแนวสายอากาศรับชนิดไมโครสตริปแบบแถวลำดับเชิงเส้นแบบสมมาตรขนาด 8 องค์ประกอบ

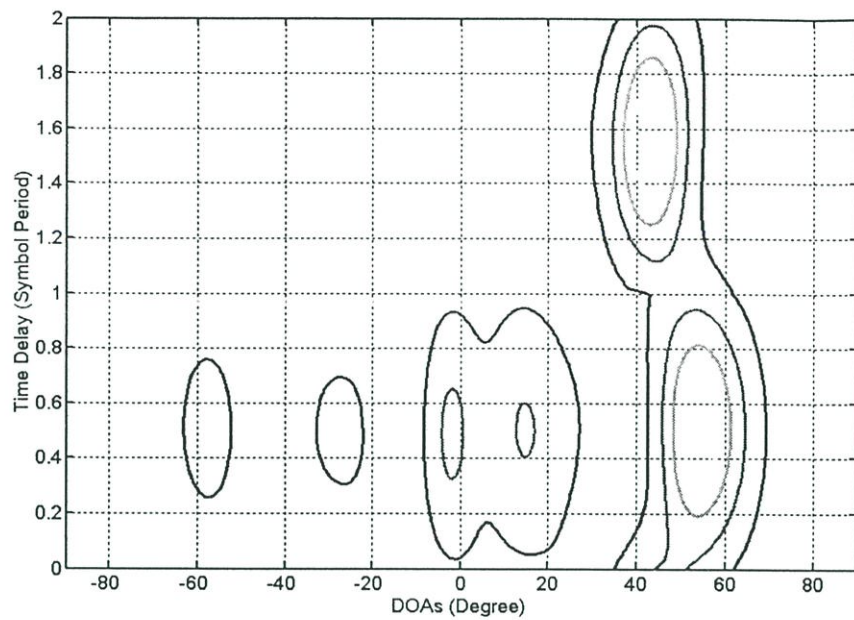


รูปที่ 5.20 ผลการประมาณค่าแบบ JADE-MUSIC เมื่อมีสัญญาณที่ส่งมาจากสายอากาศชนิดไดโพลแบบมีปลอกตั้งทำมุมประมาณ 45 องศา เมื่อเทียบกับแนวสายอากาศรับชนิดไมโครสตริปแบบแถวลำดับเชิงเส้นแบบสมมาตรขนาด 8 องค์ประกอบ



รูปที่ 5.21 ผลการประมาณค่าแบบ JADE-MUSIC เมื่อมีสัญญาณที่ส่งมาจากสายอากาศชนิด ไดโพลแบบมีปลอกตั้งทำมุมประมาณ 60 องศา เมื่อเทียบกับแนวสายอากาศรับชนิด ไมโครสตริปแบบแถวลำดับเชิงเส้นแบบสมมาตรขนาด 8 องค์ประกอบ

รูปที่ 5.22 แสดงผลการประมาณค่าแบบ JADE-MUSIC เมื่อนำช่องสัญญาณที่วัดได้ในรูป ที่ 5.19 ถึงรูปที่ 5.21 มาทำเป็นสัญญาณแบบร่วมนัย 3 สัญญาณ โดยวางสายส่งสัญญาณชนิดไมโครสตริป ณ ตำแหน่งที่ทำมุมประมาณ 0 องศา 45 องศา และ 60 องศาเมื่อเทียบกับแนวสายอากาศรับ เป็นชนิดไมโครสตริปแบบแถวลำดับเชิงเส้นแบบสมมาตรขนาด 8 องค์ประกอบ โดยที่มุม 45 องศา นั้นได้ประวิงเวลาของสัญญาณไป 1 คาบสัญญาณเมื่อเทียบกับมุม 0 องศา และมุม 60 องศา เช่นเดียวกับรูปที่ 5.18 ในรูปที่ 5.22 จะเห็นได้ว่ามีสัญญาณแทรกสอดเข้ามาที่มุมต่างๆ มากมาย และด้วยวิธีการประมาณค่าแบบ JADE-MUSIC จึงสามารถแยกสัญญาณเหล่านี้ออกจากกันได้



รูปที่ 5.22 ผลการประมาณค่าแบบ JADE-MUSIC เมื่อนำช่องสัญญาณที่วัดได้มาทำเป็นสัญญาณแบบร่วมนัย 3 สัญญาณ โดยตั้งสายชนิดไดโพลแบบมีปลอกส่งสัญญาณทำมุมประมาณ 0 องศา ทำมุมประมาณ 45 องศา และทำมุมประมาณ 60 องศา เมื่อเทียบกับแนวสายอากาศรับเป็นชนิดไมโครสตริปแบบแถวลำดับเชิงเส้นแบบสมมาตรขนาด 8 องค์ประกอบ โดยที่มุม 45 องศา นั้นได้ประวิงเวลาของสัญญาณไป 1 คาบสัญลักษณ์ เมื่อเทียบกับมุม 0 องศา และมุม 60 องศา

บทที่ 6

สรุปผลการวิจัยและข้อเสนอแนะ

เนื่องจากภายในอาคารนั้นมีสิ่งกีดขวางที่ทำให้สัญญาณส่งกลายเป็นสัญญาณแบบหลายวิถี ทำให้มีสัญญาณเข้าไปกระทบกับสายอากาศมากมาย ดังนั้นสัญญาณที่ได้รับจึงเกิดการแทรกสอด ขึ้นอันมีผลทำให้ข้อมูลที่รับผิดพลาดได้ เพื่อที่จะลดสัญญาณที่เข้ามาแทรกสอดทางหนึ่งที่จะทำได้ก็คือหาตำแหน่งที่ทำให้เกิดสัญญาณที่เข้ามาแทรกสอดนั้นด้วยค่ามุมที่เข้าถึงและค่าประวิงเวลาของสัญญาณที่ประมาณได้จึงสามารถหาแหล่งกำเนิดของสัญญาณที่หาได้ จากนั้นจึงเอาวัสดุที่สามารถดูดกลืนสัญญาณมาวางกันไว้เพื่อลดสัญญาณที่เข้ามาแทรกสอดเหล่านี้ ในสภาวะแวดล้อมเช่นนี้วิธีการประมาณค่าที่เหมาะสมคือวิธีการประมาณค่าแบบ JADE ที่สามารถแยกสัญญาณที่เข้ามาถึงได้แม้ว่าจะมีจำนวนสัญญาณมากกว่าจำนวนสายอากาศก็ตาม อีกทั้งยังสามารถประมาณค่ามุมที่เข้าถึงและค่าประวิงเวลาได้พร้อมกันด้วย ทำให้ลดเวลาที่ใช้ในการประมาณค่ารวมทั้งยังไม่ต้องใช้สายอากาศที่มีองค์ประกอบมากกว่าจำนวนสัญญาณ แต่อย่างไรก็ตามการประมาณค่าแบบ JADE มาใช้นั้นยังไม่ได้มีการทดลองใช้จริงกับระบบสื่อสารภายในอาคาร ดังนั้นในวิทยานิพนธ์ฉบับนี้ได้นำเสนอถึงการประเมินค่าสมรรถนะของการประมาณค่ามุมที่เข้าถึงและค่าประวิงเวลาของสัญญาณสำหรับสภาพแวดล้อมภายในอาคารด้วยวิธี JADE-MUSIC

การจำลองสัญญาณ

ในวิทยานิพนธ์นี้ได้ทำการจำลองสัญญาณใน 2 รูปแบบ นั่นคือการจำลองสัญญาณที่ใช้สำหรับการประมาณค่ามุมที่เข้าถึงของสัญญาณเพียงอย่างเดียวที่ใช้กับเทคนิคการประมาณค่าแบบเก่า และการจำลองสัญญาณเพื่อการประมาณหาทั้งค่ามุมที่เข้าถึงและค่าประวิงเวลาของสัญญาณที่จะนำไปใช้สำหรับการประมาณแบบ JADE โดยในการจำลองสัญญาณนั้นจะพิจารณาค่าพารามิเตอร์ที่ต้องการเพื่อประมาณค่าพารามิเตอร์นั้นมีผลอย่างไรกับสัญญาณ เช่นค่าประวิงเวลามีผลต่อเวลาที่สัญญาณมาตกกระทบกับสายอากาศ หรือค่ามุมที่เข้าถึงของสัญญาณมีผลให้สัญญาณไปถึงแต่ละองค์ประกอบของสายอากาศไม่พร้อมกัน นอกจากนี้จำนวนของสัญญาณที่เข้ามากระทบ จำนวนสายอากาศที่รับ และจำนวนการชักตัวอย่างต่อหนึ่งคาบสัญญาณล้วนมีผลต่อวิธีการจำลองสัญญาณทั้งสิ้น

เทคนิคการประมาณ

โดยทั่วไปแล้วเทคนิคการประมาณสามารถแบ่งตามลักษณะการประมาณได้ 4 วิธีได้แก่ เทคนิคแบบธรรมดา เทคนิคที่อยู่บนพื้นฐานของพื้นที่ย่อย เทคนิคการประมาณค่าแบบความน่าจะเป็น

เป็นสูงสุด และเทคนิคซึ่งอาศัยเทคนิคต่างๆ ร่วมกัน สำหรับเทคนิคที่นำเสนออันนี้มีเทคนิคเปลี่ยนรูป ลาคัลที่ เป็นหลักการของเทคนิคแบบธรรมดา โดยนำเสนอวิธีการประวิงเวลาและรวมสัญญาณ กับวิธีเปลี่ยนรูปลาคัลของคาบอง และเทคนิคที่อยู่บนพื้นฐานของพื้นที่ย่อย ได้แก่วิธี MUSIC กับ วิธี ESPRIT แต่เนื่องจากเทคนิคเหล่านี้จะประมาณพารามิเตอร์ตัวใดตัวหนึ่งเท่านั้น อีกทั้งยัง ต้องการให้มีจำนวนองค์ประกอบของสายอากาศมากกว่าจำนวนสัญญาณ ดังนั้นจึงใช้เทคนิคการ ประมาณค่าแบบ JADE ที่สามารถแก้ปัญหาของเทคนิคเดิมได้

การสร้างแบบจำลองและขั้นตอนการทดลอง

เนื่องจากวิทยานิพนธ์นี้ต้องการประมาณค่ามุมที่เข้าถึงในสถานะที่อยู่ภายในอาคาร ดังนั้น จึงใช้ความถี่ในการส่งสัญญาณที่ 2.45 GHz ซึ่งเป็นช่วงความถี่สำหรับระบบเครือข่ายไร้สาย (wireless LAN) ที่เป็นระบบที่เน้นการใช้งานภายในอาคาร โดยการวัดค่าผ่านเครื่องวิเคราะห์ โครงข่ายแบบเวกเตอร์ สำหรับสายอากาศที่ใช้ในที่ด้านรับใช้สายอากาศไมโครสตริปแบบแถว ลำดับที่มีระยะห่างระหว่างองค์ประกอบเท่ากับครึ่งหนึ่งของความยาวคลื่น ส่วนสายอากาศส่งนั้นใช้ สายอากาศ 2 แบบเปรียบเทียบกันได้แก่สายอากาศแบบไมโครสตริป และสายอากาศไดโพลแบบมี ปลอก

ในการทดลองนั้นสามารถแบ่งได้เป็น 2 ส่วน ได้แก่ส่วนสร้างสัญญาณ และส่วนการนำ สัญญาณไปประมาณค่า โดยในส่วนของสร้างสัญญาณสามารถแบ่งได้เป็น 2 วิธีคือ วิธีจำลอง สัญญาณทั้งหมดเอง และวิธีสร้างสัญญาณจากค่าช่องสัญญาณที่วัดได้ แต่สัญญาณจากทั้ง 2 วิธีจะ ถูกนำไปประมาณค่าด้วยวิธี JADE-MUSIC เช่นเดียวกัน

ผลการจำลองแบบและผลการทดลอง

จากรูปต่างๆ ในบทที่ 5 ได้แสดงถึงผลที่ได้จากการจำลองแบบและการทดลอง โดยเมื่อ พิจารณาในส่วนของวิธีการเดิมต่างๆ ที่ใช้ในการประมาณ จะเห็นได้ว่าวิธีการที่ง่ายที่สุดในการ ประมาณคือวิธีประวิงและรวมสัญญาณ แต่วิธีนี้ไม่สามารถแยกสัญญาณที่เข้ามามากกว่า 1 มุมได้ จึงต้องนำวิธีเปลี่ยนรูปลาคัลของคาบองที่ใช้หลักการลดลาคัลในมุมที่ไม่ต้องการมาใช้แทน จึง สามารถจะแยกสัญญาณที่เข้ามามากกว่า 1 สัญญาณ ได้ แต่ในกรณีที่สัญญาณที่เข้ามามีมุมที่เข้าถึงที่ ใกล้เคียงกันแล้ว ด้วยวิธีการเปลี่ยนรูปลาคัลของคาบองนั้นจะไม่สามารถแยกสัญญาณทั้ง 2 ออก จากกันได้ ในกรณีเช่นนี้แล้ววิธี MUSIC ที่อยู่บนพื้นฐานของพื้นที่ย่อยจะสามารถแยกสัญญาณที่อยู่ ใกล้กันได้ดีกว่า แต่ถ้าสัญญาณที่เข้ามาเป็นแบบร่วมนัยกันซึ่งเกิดได้ในกรณีที่สัญญาณเป็นแบบ หลายวิถีแล้ว ต้องนำเอาเทคนิคค่าเฉลี่ยของด้านหน้ากับด้านหลัง (forward-backward averaging) มา ช่วยในการแยกสัญญาณ 2 สัญญาณที่เป็นแบบร่วมนัยกัน อย่างไรก็ตามถ้ามีสัญญาณแบบร่วมนัย เข้ามามากกว่า 2 สัญญาณ เทคนิคทำให้เรียบในเชิงระยะ (spatial smoothing technique) นั้นก็เป็น

สิ่งจำเป็น ดังจะพิจารณาได้จากผลทางทฤษฎี และผลการทดลองต่างๆ ในหัวข้อที่ 5.2 นอกจากนี้แล้ว ในหัวข้อที่ 5.2 ยังแสดงถึงผลของการประมาณค่าด้วยวิธี ESPRIT ที่สามารถให้ผลลัพธ์ที่น่าพอใจแต่ใช้ทรัพยากรในการคำนวณน้อยกว่าวิธี MUSIC อีกทั้งยังสามารถเพิ่มความถูกต้องให้กับผลลัพธ์โดยการใช้เทคนิค Unitary ESPRIT ประกอบกัน จากผลต่างๆ ที่ได้รับในหัวข้อที่ 5.2 นั้นจะเห็นว่าวิธี ESPRIT ให้ผลการทดลองที่ดีที่สุด แต่เนื่องจากวิธีการ ESPRIT นั้นซับซ้อนกว่าวิธีการ MUSIC มาก ดังนั้นในการเลือกวิธีที่จะนำไปประยุกต์ใช้ร่วมกับวิธีแบบ JADE นั้นจึงเลือกวิธี MUSIC ที่สามารถประมาณค่าพารามิเตอร์ของสัญญาณได้เป็นที่น่าพอใจ และวิธีการก็ไม่ซับซ้อนมาก

ในหัวข้อที่ 5.3 นั้นได้แสดงถึงผลที่ได้จากการประมาณค่าด้วยวิธี JADE-MUSIC ทั้งผลที่ได้จากสัญญาณที่จำลองมา และผลที่ได้จากสัญญาณที่สร้างมาจากข้อมูลที่วัดได้ โดยผลที่ได้จากสัญญาณที่จำลองมานั้นแสดงถึงความถูกต้องในการประมาณค่ามุมที่เข้าถึงและค่าประวิงเวลาของสัญญาณด้วยวิธี JADE-MUSIC นี้ ไม่ว่าจะเป็นในกรณีที่มีสัญญาณเข้ามากระทบสายอากาศแบบแถวลำดับเพียงสัญญาณเดียว หรือมีมากกว่าหนึ่งสัญญาณก็ตาม โดยทุกสัญญาณที่เข้ามากระทบกับสายอากาศในกรณีที่มีสัญญาณมากกว่าหนึ่งสัญญาณเป็นสัญญาณที่มีลักษณะร่วมแนบกัน และสำหรับผลการประมาณค่าจากสัญญาณที่สร้างมาจากข้อมูลที่วัดได้ก็แสดงถึงสัญญาณที่ส่งตรงจากสายอากาศส่งไปยังสายอากาศรับในมุมที่ตรงกับตำแหน่งที่วางสายอากาศส่งไว้ และมีสัญญาณแทรกสอดเข้ามาจากมุมอื่น โดยสัญญาณที่แทรกสอดเข้ามานั้นจะเข้ามาถึงในเวลาที่ยากว่าและกำลังส่งน้อยกว่า ดังจะสังเกตได้จากผลการทดลองต่างๆ ในหัวข้อที่ 5.2 นอกจากนี้ผลที่ได้ในหัวข้อที่ 5.2 ยังแสดงถึงความสามารถในการแยกสัญญาณที่เข้ามาตกกระทบจำนวนมากของวิธี JADE-MUSIC

ข้อเสนอแนะแล้วแนวทางการพัฒนา

จากผลการทดลองจะเห็นว่าวิธีการ JADE-MUSIC นั้นสามารถประมาณค่าสัญญาณที่เข้ามาได้ในระดับที่น่าพอใจ สามารถแสดงถึงมุมที่เข้าถึงของสัญญาณได้อย่างชัดเจน แต่เนื่องจากวิธีการนี้ต้องกวาดหาค่ามุมที่เข้าถึงและค่าประวิงเวลาของสัญญาณจากทุกๆ ค่ามุมที่เข้าถึงและค่าประวิงเวลาในช่วงที่เป็นไปได้ทั้งหมด ทำให้การประมาณค่าของสัญญาณเป็นไปอย่างล่าช้า ซึ่งเป็นอุปสรรคในการนำไปใช้งานจริง เพื่อที่จะลดเวลาในการประมวลผลควรนำวิธีแบบ ESPRIT มาประยุกต์ใช้กับการประมาณแบบ JADE แทน แต่เนื่องจากวิธีการ ESPRIT นี้มีขั้นตอนการหาที่ค่อนข้างซับซ้อน จึงเป็นเรื่องที่ควรทำการศึกษาและพัฒนาต่อไป

เอกสารอ้างอิง

- [1] H. Krim and M. Viberg, "Two decades of array signal processing research," *IEEE Signal processing mag.*, pp.67-94, July 1996.
- [2] M. C. Vanderveen. "Estimation of parametric channel models in wireless communication networks." Ph.D. Thesis, Stanford University, December 1997.
- [3] L. C. Godara, "Application of antenna arrays to mobile communications, part II: Beam-forming and direction-of-arrival considerations," *Proceeding of the IEEE*, vol.85, no. 8, pp. 1195-1245, Aug. 1997.
- [4] J. C. Liberti, T. S. Rappaport, **Smart Antennas for Wireless Communications: IS-95 and Third Generation CDMA Applications**, Prentice-Hall, Inc. 1999.
- [5] R. O. Schmidt, "Multiple emitter location and signal parameter estimation," *IEEE Trans. on antenna and Propagation*, vol. 34, no. 3, pp. 276-280, Mar. 1986.
- [6] R. Roy and T. Kailath, "ESPRIT-estimation of signal parameter via rotational invariance techniques," *IEEE Trans. Acoust., Speech, Signal Processing*, vol. 37, no. 7, pp. 984-995, July 1989.
- [7] The Connexions Project. "Binary Phase Shift Keying." Version 2.1, [Online]. Available: <http://creativecommons.org/licenses/by/1.0>, 2001
- [8] R. Steele, **Mobile Radio Communications**, McGraw-Hill, New York, 1988
- [9] M.C. Vanderveen, A.J. van der Veen, and A. Paulraj, "Estimation of multipath parameters in wireless communications," *IEEE Trans. Signal Processing*, pp.682-690, Mar. 1998.
- [10] H. Liu, G. Xu. "Closed-form blind symbol estimation in digital communications." *IEEE Trans. Signal Processing*, 43(11).2714-2723, Nov. 1995
- [11] M. C. Vanderveen, C. B. Papadias, and A. Paulraj, "Joint angle and delay estimation (JADE) for multipath signals arriving at an antenna array," *IEEE Communication letters*, vol. 1, no. 1, pp. 12-14, Jan. 1997.
- [12] M.C. Vanderveen, B.C. Ng, C.B. Papadias, and A. Paulraj, "Joint angle and delay estimation (JADE) for signals in multipath environments," In *Proc. 30th Asilomar Conf. Circuits, Systems and Computers*, pp. 1250-1254, Nov. 1996.

- [13] P. Satayarak, P. Rawiwan, M. Chamchoy, P. Supanakoon, and P. Tangtisanon, "Performance evaluation of JADE-MUSIC estimation for indoor environment", 2003 International Conference on Control, Automation and Systems, pp. 1654-1659, Oct. 2003.
- [14] R. Kuc, Introduction to Digital Signal Processing, McGraw-Hill, pp. 318-340, 1982.
- [15] P. Rawiwan, P. Satayarak, P. Supanakoon, and P.Tangtisanon, "Direction-of-arrival estimation using spectral-base methods," International Symposium on Communications and Information Technologies, pp.485-488, Dec. 2001.
- [16] P. Rawiwan, P. Satayarak, P. Supanakoon, M. Chamchoy, S.Promwong, and P.Tangtisanon. "Direction-of-arrival estimating using MUSIC and ESPRIT algorithm." The 24th Electrical Engineering Conference, pp.682-686, Nov. 2000.
- [17] P. Rawiwan, P. Satayarak, P. Supanakoon, M. Chamchoy, S.Promwong, and P.Tangtisanon. "The achievable performance of Unitary-ESPRIT algorithm for DOA estimation." The 2002 International Technical Conference on Circuit/Systems, Computers and Communications, pp. 1578-1581, July 2002.
- [18] P. Satayarak, P. Rawiwan, M. Chamchoy, P. Supanakoon, and P.Tangtisanon, "Study on joint angle and delay estimation based on MUSIC for multipath fading signals," The 2002 International Symposium on Communications and Information Technologies, pp. 317-320, Oct. 2002.

ภาคผนวก ก

ผลคูณ Kronecker และตัวดำเนินการเวกเตอร์

ข้อกำหนดที่ 1 ให้ \mathbf{A} แทนเมตริกขนาด $n \times p$ และ \mathbf{B} แทนเมตริกขนาด $m \times q$ ผลคูณไครนเนคเกอร์ของเมตริกทั้งสองจะได้เป็น

$$\mathbf{A} \otimes \mathbf{B} = \begin{bmatrix} a_{1,1}\mathbf{B} & a_{1,2}\mathbf{B} & \cdots & a_{1,p}\mathbf{B} \\ a_{2,1}\mathbf{B} & a_{2,2}\mathbf{B} & \cdots & a_{2,p}\mathbf{B} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{n,1}\mathbf{B} & a_{n,2}\mathbf{B} & \cdots & a_{n,p}\mathbf{B} \end{bmatrix} \quad (\text{a.1})$$

หรืออาจเรียกเมตริกข้างต้นได้ว่าผลคูณโดยตรง (direct product) หรือผลคูณ Tensor คุณสมบัติของผลคูณไครนเนคเกอร์

1. คุณสมบัติในการเปลี่ยนกลุ่ม $\mathbf{A} \otimes (\mathbf{B} \otimes \mathbf{C}) = (\mathbf{A} \otimes \mathbf{B}) \otimes \mathbf{C}$
2. คุณสมบัติในการกระจาย $\mathbf{A} \otimes (\mathbf{B} + \mathbf{C}) = (\mathbf{A} \otimes \mathbf{B}) + (\mathbf{A} \otimes \mathbf{C})$ และ $(\mathbf{A} + \mathbf{B}) \otimes \mathbf{C} = (\mathbf{A} \otimes \mathbf{C}) + (\mathbf{B} \otimes \mathbf{C})$
3. เมื่อ a เป็นจำนวนสเกลาร์ แล้ว $a \otimes \mathbf{A} = \mathbf{A} \otimes a = a\mathbf{A}$
4. เมื่อ a และ b เป็นจำนวนสเกลาร์ แล้ว $a\mathbf{A} \otimes b\mathbf{B} = ab\mathbf{A} \otimes \mathbf{B}$
5. $(\mathbf{A} \otimes \mathbf{B})(\mathbf{C} \otimes \mathbf{D}) = \mathbf{AC} \otimes \mathbf{BD}$
6. $(\mathbf{A} \otimes \mathbf{B})^T = \mathbf{A}^T \otimes \mathbf{B}^T$ และ $(\mathbf{A} \otimes \mathbf{B})^H = \mathbf{A}^H \otimes \mathbf{B}^H$
7. เมื่อ \mathbf{a} และ \mathbf{b} เป็นเวกเตอร์แล้ว $\mathbf{a}^T \oplus \mathbf{b} = \mathbf{ba}^T = \mathbf{b} \otimes \mathbf{a}^T$ และ $\mathbf{aa}^T = \mathbf{a} \otimes \mathbf{a}^T$
8. สำหรับการแบ่งส่วนของเมตริก $[\mathbf{A}_1, \mathbf{A}_2] \otimes \mathbf{B} = [\mathbf{A}_1 \otimes \mathbf{B}, \mathbf{A}_2 \otimes \mathbf{B}]$ แต่ $\mathbf{A} \otimes [\mathbf{B}_1, \mathbf{B}_2] \neq [\mathbf{A} \otimes \mathbf{B}_1, \mathbf{A} \otimes \mathbf{B}_2]$
9. สำหรับเมตริกที่ไม่เอกฐานแบบที่ความกว้างเท่าความยาว (เมตริกสี่เหลี่ยมจัตุรัส) \mathbf{A} และ \mathbf{B} จะได้ว่า $(\mathbf{A} \otimes \mathbf{B})^{-1} = \mathbf{A}^{-1} \otimes \mathbf{B}^{-1}$
10. สำหรับเมตริก \mathbf{A} ขนาด $m \times m$ และเมตริก \mathbf{B} ขนาด $n \times n$ แล้ว $|\mathbf{A} \otimes \mathbf{B}| = |\mathbf{A}|^n |\mathbf{B}|^m$
11. $\text{tr}(\mathbf{A} \otimes \mathbf{B}) = \text{tr}(\mathbf{A})\text{tr}(\mathbf{B})$
12. $\text{rank}(\mathbf{A} \otimes \mathbf{B}) = \text{rank}(\mathbf{A})\text{rank}(\mathbf{B})$

ข้อกำหนดที่ 2 ตัวดำเนินการ vec สร้างเวกเตอร์คอลัมน์จากเมตริก \mathbf{A} โดยการวางแต่ละเวกเตอร์คอลัมน์ของเมตริก $\mathbf{A} = [\mathbf{a}_1 \quad \mathbf{a}_2 \quad \cdots \quad \mathbf{a}_n]$ ต่อลงมาจากเวกเตอร์คอลัมน์ก่อนหน้านี้

$$\text{vec}(\mathbf{A}) = \begin{bmatrix} \mathbf{a}_1 \\ \mathbf{a}_2 \\ \vdots \\ \mathbf{a}_n \end{bmatrix} \quad (\text{a.2})$$

ทฤษฎีที่ 1

$$\text{vec}(\mathbf{AXB}) = (\mathbf{B}^T \otimes \mathbf{A}) \text{vec}(\mathbf{X}) \quad (\text{a.3})$$

บทพิสูจน์ ให้ $\mathbf{B} = [\mathbf{b}_1 \ \mathbf{b}_2 \ \cdots \ \mathbf{b}_n]_{m \times n}$ และให้ $\mathbf{X} = [\mathbf{x}_1 \ \mathbf{x}_2 \ \cdots \ \mathbf{x}_m]$ แล้วคอลัมน์ที่ k ของ \mathbf{AXB} มีค่าเป็น

$$\begin{aligned} (\mathbf{AXB})_{:,k} &= \mathbf{AXb}_k = \mathbf{A} \sum_{i=1}^m \mathbf{x}_i b_{i,k} \\ &= \begin{bmatrix} b_{1,k} \mathbf{A} & b_{2,k} \mathbf{A} & \cdots & b_{m,k} \mathbf{A} \end{bmatrix} \underbrace{\begin{bmatrix} \mathbf{x}_1 \\ \mathbf{x}_2 \\ \vdots \\ \mathbf{x}_m \end{bmatrix}}_{\text{vec}(\mathbf{X})} \\ &= \left(\underbrace{\begin{bmatrix} b_{1,k} & b_{2,k} & \cdots & b_{m,k} \end{bmatrix}}_{\mathbf{b}_k^T} \otimes \mathbf{A} \right) \text{vec}(\mathbf{X}) \end{aligned}$$

วางแต่ละคอลัมน์ลงมาจะได้ว่า

$$\begin{aligned} \text{vec}(\mathbf{AXB}) &= \begin{bmatrix} (\mathbf{AXB})_{:,1} \\ (\mathbf{AXB})_{:,2} \\ \vdots \\ (\mathbf{AXB})_{:,n} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{b}_1^T \otimes \mathbf{A} \\ \mathbf{b}_2^T \otimes \mathbf{A} \\ \vdots \\ \mathbf{b}_n^T \otimes \mathbf{A} \end{bmatrix} \text{vec}(\mathbf{X}) \\ &= (\mathbf{B}^T \otimes \mathbf{A}) \text{vec}(\mathbf{X}) \end{aligned}$$

คุณสมบัติบางประการของตัวดำเนินการ vec

1. $\text{vec}(\mathbf{AB}) = (\mathbf{I} \otimes \mathbf{A}) \text{vec} \mathbf{B} = (\mathbf{B}^T \otimes \mathbf{I}) \text{vec} \mathbf{A}$
2. $\text{tr}(\mathbf{ABC}) = \text{vec}(\mathbf{A}^T)^T (\mathbf{I} \otimes \mathbf{B}) \text{vec}(\mathbf{C})$

3. $\text{tr}(\mathbf{AB}) = \text{vec}(\mathbf{A}^T)^T \text{vec}(\mathbf{B})$
4. $\text{vec}(\mathbf{aa}^T) = \mathbf{a} \otimes \mathbf{a}$
5. $\text{tr}(\mathbf{A}^T \mathbf{BCD}^T) = \text{vec}(\mathbf{A})^T (\mathbf{D} \otimes \mathbf{B}) \text{vec}(\mathbf{C})$

ภาคผนวก ข

เมตริก Centro-Hermitian และการนำไปใช้ใน Unitary ESPRIT

กำหนดให้ $\mathbf{\Pi}_p$ แทนเมตริกปรับเปลี่ยนที่มีขนาด $p \times p$ โดยมีค่าในแนวทแยงกลับเป็นหนึ่ง ส่วนที่เหลือมีค่าเป็นศูนย์

$$\mathbf{\Pi}_p = \begin{bmatrix} 0 & \cdots & 0 & 1 \\ 0 & \cdots & 1 & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ 1 & \cdots & 0 & 0 \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^{p \times p} \quad (\text{b.1})$$

เมตริก $\mathbf{\Pi}_p$ ถือเป็นเมตริกที่ปรับเปลี่ยนให้สมมาตรกันคล้ายกับการพลิกเมตริกนั้นคือ $\mathbf{\Pi}_p^2 = \mathbf{I}_p$
ข้อกำหนดที่ 1 เมตริกเชิงซ้อน $\mathbf{M} \in \mathbb{C}^{p \times q}$ เป็นเมตริกเซนทรอเฮอริมีเทียน ถ้า

$$\mathbf{\Pi}_p \bar{\mathbf{M}} \mathbf{\Pi}_q = \mathbf{M} \quad (\text{b.2})$$

เมื่อขีดบนตัวอักษรแทนการสังยุคเชิงซ้อน (complex conjugation) โดยไม่ทำการสลับเปลี่ยน (transposition)

ข้อกำหนดที่ 2 เมตริก $\mathbf{Q} \in \mathbb{C}^{p \times q}$ ที่

$$\mathbf{\Pi}_p \bar{\mathbf{Q}} = \mathbf{Q} \quad (\text{b.3})$$

เป็นเมตริกแบบจำนวนจริงของ $\mathbf{\Pi}$ ทางซ้าย (left $\mathbf{\Pi}$ -real)

การสร้างเมตริกแบบจำนวนจริงของ $\mathbf{\Pi}$ ทางซ้ายที่เป็นเมตริก Unitary

$$\mathbf{Q}_{2n} = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} \mathbf{I}_n & j\mathbf{I}_n \\ \mathbf{\Pi}_n & -j\mathbf{\Pi}_n \end{bmatrix} \quad (\text{b.4})$$

$$\mathbf{Q}_{2n+1} = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} \mathbf{I}_n & 0 & j\mathbf{I}_n \\ 0 & \sqrt{2} & 0 \\ \mathbf{\Pi}_n & 0 & -j\mathbf{\Pi}_n \end{bmatrix} \quad (\text{b.5})$$

ทฤษฎีที่ 1 ให้ \mathbf{T}_p และ \mathbf{U}_q แทนเมตริกแบบจำนวนจริงของ $\mathbf{\Pi}$ ทางซ้ายที่ไม่เป็นเอกฐานโดยมีขนาดเป็น $p \times p$ และ $q \times q$ ตามลำดับ แล้วการแปลงแบบ bijective mapping จะหาได้จาก

$$\varphi : \mathbf{M} \mapsto \mathbf{T}_p^{-1} \mathbf{M} \mathbf{U}_q \quad (\text{b.6})$$

ซึ่งเป็นการแปลงจากเมตริก Centro-Hermitian ไปเป็นเมตริกจำนวนจริงที่มีขนาดเท่ากัน

ด้วยทฤษฎีนี้สามารถนำมาช่วยในการคำนวณต่างๆ เช่นการคำนวณแยกค่าเอกฐาน (singular value decomposition) ของเมตริกเชิงซ้อน Centro-Hermitian \mathbf{M} ได้

บทเทียบที่ 1 ให้ \mathbf{M} เป็นเมตริก Centro-Hermitian และสมมติว่า $\varphi_Q(\mathbf{M}) = \mathbf{Q}_p^H \mathbf{M} \mathbf{Q}_q$ สามารถแยกค่าเอกฐานได้เป็น $\varphi_Q(\mathbf{M}) = \mathbf{U}_\varphi \mathbf{\Lambda}_\varphi \mathbf{U}_\varphi^H$ โดยที่เมตริก \mathbf{Q}_p และ \mathbf{Q}_q เป็นเมตริก Unitary แบบจำนวนจริงของ $\mathbf{\Pi}$ ทางซ้าย จะหาค่าเอกฐานได้จาก

$$\mathbf{M} = (\mathbf{Q}_p \mathbf{U}_\varphi) \mathbf{\Lambda}_\varphi (\mathbf{U}_\varphi^H \mathbf{Q}_q^H) \quad (\text{b.7})$$

โดยที่เวกเตอร์เอกฐานทั้งทางซ้าย และขวาของ \mathbf{M} เป็นแบบจำนวนจริงของ $\mathbf{\Pi}$ ทางซ้าย

บทพิสูจน์ เนื่องจากในส่วนของเวกเตอร์นั้นเป็นเมตริก \mathbf{Q}_p และ \mathbf{Q}_q ซึ่งโดยธรรมชาติของเมตริก Unitary จะเป็นเมตริกแบบจำนวนจริงของ $\mathbf{\Pi}$ ทางซ้ายอยู่แล้ว และส่วนที่เป็นเวกเตอร์เอกฐานเป็นจำนวนจริงอยู่แล้ว ดังนั้นผลคูณที่ได้จึงเป็นเวกเตอร์แบบจำนวนจริงของ $\mathbf{\Pi}$ ทางซ้าย

เพื่อที่จะนำไปใช้ในการประมาณค่าแบบ Unitary ESPRIT จึงพิจารณาถึงการคำนวณของตัวแปลงส่วน $\Gamma(\cdot)$ โดยตัวแปลงส่วนจะทำการแปลงจากเมตริกเชิงซ้อนขนาด $p \times q$ เป็นเมตริกจำนวนจริงขนาด $p \times 2q$ โดยกำหนดให้

$$\Gamma(\mathbf{X}) = \varphi_Q(\mathbf{X}) \quad (\text{b.8})$$

ดังนั้นสำหรับทุกๆ เมตริก \mathbf{G} แล้วเมตริก

$$[\mathbf{G} \quad \mathbf{\Pi}_p \bar{\mathbf{G}} \mathbf{\Pi}_q] \in \mathbb{C}^{p \times 2q} \quad (\text{b.9})$$

เป็นเมตริก Centro-Hermitian ดังนั้นเมตริก

$$\begin{aligned} \Gamma(\mathbf{G}) &= \varphi_Q([\mathbf{G} \quad \mathbf{\Pi}_p \bar{\mathbf{G}} \mathbf{\Pi}_q]) \\ &= \mathbf{Q}_p^H [\mathbf{G} \quad \mathbf{\Pi}_p \bar{\mathbf{G}} \mathbf{\Pi}_q] \mathbf{Q}_{2q} \end{aligned} \quad (\text{b.10})$$

จึงเป็นจำนวนจริงเสมอตามทฤษฎีที่ 1 โดยเมตริกแบบจำนวนจริงของ $\mathbf{\Pi}$ ทางซ้าย \mathbf{Q}_p และ \mathbf{Q}_{2q} นั้นสามารถหาได้จากข้างต้น หรืออาจใช้วิธีแบ่งเมตริก \mathbf{G} เป็น

$$\mathbf{G} = \begin{bmatrix} \mathbf{G}_1 \\ \mathbf{g}^T \\ \mathbf{G}_2 \end{bmatrix} \quad (\text{b.11})$$

โดยที่ขนาดของ \mathbf{G}_1 และ \mathbf{G}_2 ต้องเท่ากัน และต้องเอาเวกเตอร์แถว \mathbf{g}^T ออกในกรณีที่มีเมตริก \mathbf{G} มีขนาดแถวเป็นคู่ เมื่อคำนวณในแต่ละส่วนโดยตรงแล้วจะได้ผลจากการแปลงส่วนเป็น

$$\Gamma(\mathbf{G}) = \begin{bmatrix} \text{Re}\{\mathbf{G}_1 + \Pi\bar{\mathbf{G}}_2\} & -\text{Im}\{\mathbf{G}_1 - \Pi\bar{\mathbf{G}}_2\} \\ \sqrt{2} \text{Re}\{\mathbf{g}^T\} & -\sqrt{2} \text{Im}\{\mathbf{g}^T\} \\ \text{Im}\{\mathbf{G}_1 + \Pi\bar{\mathbf{G}}_2\} & \text{Re}\{\mathbf{G}_1 - \Pi\bar{\mathbf{G}}_2\} \end{bmatrix} \quad (\text{b.12})$$

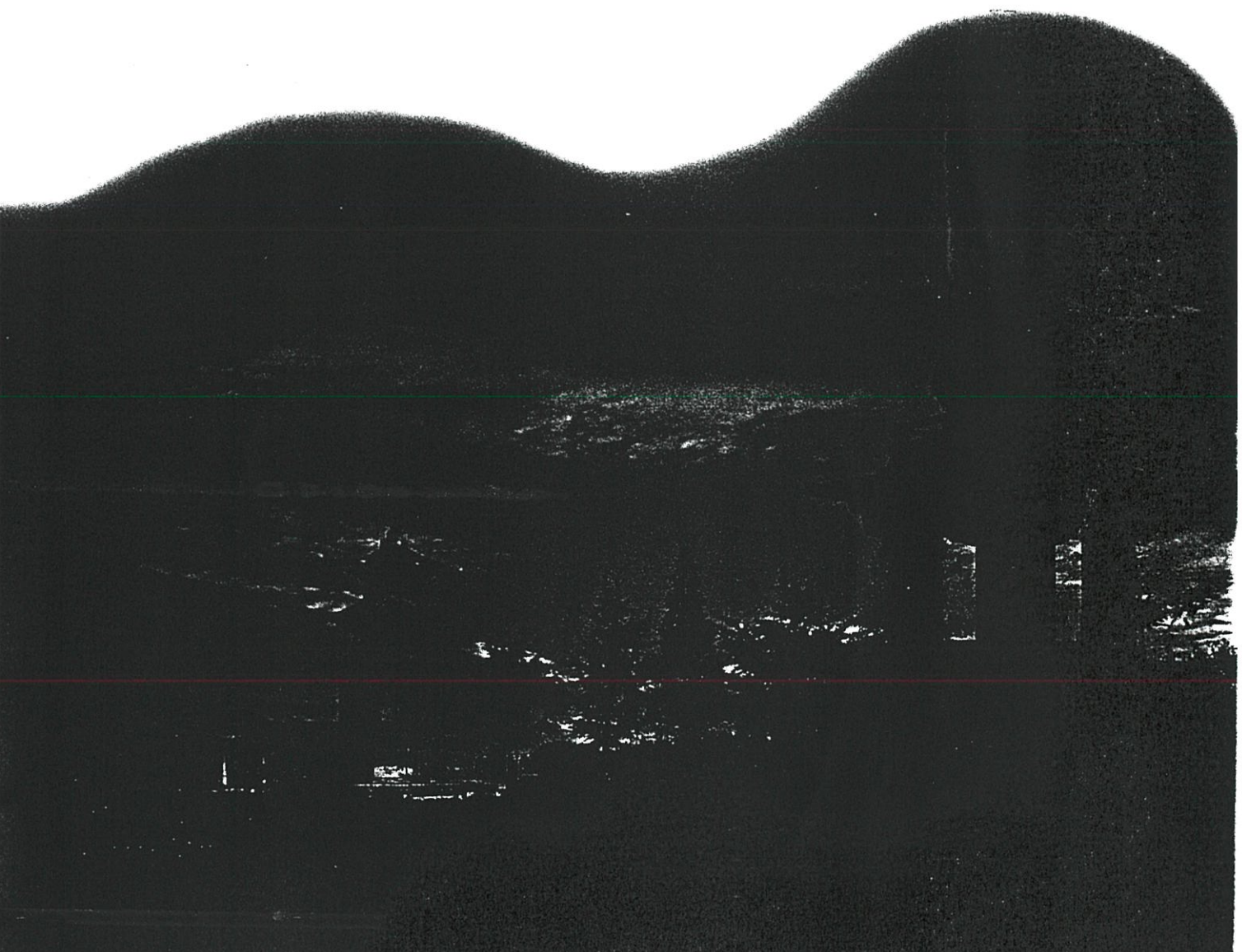
เมื่อ $\text{Re}\{\cdot\}$ และ $\text{Im}\{\cdot\}$ แทนส่วนจริงและส่วนจินตภาพของจำนวนเชิงซ้อนตามลำดับ และแถวกลางต้องเอาออกในกรณีที่มีเมตริก \mathbf{G} มีขนาดแถวเป็นคู่เช่นกัน

ภาคผนวก ค
ผลงานที่ได้รับการตีพิมพ์

- [1] **P. Satayarak**, P. Rawiwan, M. Chamchoy, P. Supanakoon, and P. Tangtisanon, "Study on Joint Angle and Delay Estimation Based on MUSIC for Multipath Fading Signals," The 2002 International Symposium on Communications and Information Technologies, pp. 317-320, Oct. 2002.
- [2] **P. Satayarak**, P. Rawiwan, M. Chamchoy, P. Supanakoon, and P. Tangtisanon, "Performance Evaluation of JADE-MUSIC Estimation for Indoor Environment", 2003 International Conference on Control, Automation and Systems, pp. 1654-1659, Oct. 2003.

ICCAS 2003 International Conference on Control, Automation and Systems

October, 22 ~ 25, 2003
Gyeongju TEMF Hotel, Gyeongju, Korea



Performance Evaluation of JADE-MUSIC Estimation for Indoor Environment

Peangduen Satayarak, Panarat Rawiwan, Monchai Chamchoy,

Pichaya Supanakoon, and Prakrit Tangtisanon

Department of Information Engineering, Faculty of Engineering,
King Mongkut's Institute of Technology Ladkrabang, Bangkok 10520, Thailand
(Tel : +66-2-739-2433; Fax : +66-2-739-2206; E-mail: s3061094@kmitl.ac.th)

Abstract: In this paper, the performance evaluation of the JADE-MUSIC estimation based on the indoor channel is presented. By means of the JADE-MUSIC algorithm, DOA and time delay can be obtained simultaneously. In the JADE-MUSIC method, the channel impulse response is first estimated from the received samples and then this impulse response is employed to estimate DOAs and time delays of multipath waves. Moreover, according to the JADE-MUSIC characteristics, it can work in cases when the number of impinging waves is more than the number of antenna elements, unlike the traditional parametric subspace-based method, such a case is not true. Therefore, we employ the JADE-MUSIC algorithm applying for the real indoor environment where is rich of the multipath propagation waves and can imply that the number of waves is very possibly higher than that of the array element. The experiment is carried out in our laboratory considered to be the real indoor environment. The performance of the JADE-MUSIC algorithm is evaluated in terms of the comparison between the simulation and experiment results by using the simulated channel model and the real indoor channel model, respectively. It is clear that the joint angle and delay estimation using the simulated channel model are in good agreement with the estimation using the real indoor channel model. Therefore, we can say that the JADE-MUSIC algorithm accomplishes the high performance to jointly estimate the angle and delay of the arriving signal for the indoor environment.

Keywords: JADE, MUSIC, DOA, Time delay, Indoor environment

1. INTRODUCTION

Recently, the source localization is one of the most interested issues among the researchers in signal processing. It generally involves the joint estimation of Doppler shifts, frequencies, direction-of-arrival and time/time-difference of arrival (TOA/TDOA), thereby it is the major issue in many radar and sonar applications. In addition, it can be applied for other applications such as emergency services and advance hand-over schemes in wireless communication systems as well as the source positioning or tracking for mobile robots. In the environment of multipath propagation, the source localization involves the estimation of the direction-of-arrival (DOA) and the time delay and their estimation is expected to be more effective and closely related to the physics of the propagating wave. To estimate the DOAs and delays of the signals arriving at the antenna array that is always in the receiving part, various approaches have been proposed in the literature [1]-[3].

This paper focuses on the joint estimation of angles and coincident delays of the multipath propagation signals spreaded from a single source and received by the antenna array by means of JADE (Joint Angle and Delay Estimation)

algorithm [4]-[5]. Compared with the classical MUSIC (Multiple Signal Classification) technique [1], which can estimate the angle only, the estimation with JADE has an advantage in cases when multiple signals have almost same angles. Moreover, the estimation of DOAs with JADE can be solved when the number of waves exceeds the number of antennas [6]. Therefore, we employ the JADE-MUSIC algorithm applying for the real indoor environment where is rich of the multipath propagation waves. The experiment is carried out in our laboratory considered to be the real indoor environment. The eight-element array antenna is set as a receiving antenna and the microstrip-patch antenna is a transmitting antenna. The frequency transfer function between transmitting and receiving antenna is measured via Vector Network Analyzer (VNA). Then, the channel impulse response is post-processed from the measured transfer function and subsequently used to estimate the DOAs and corresponding time delays by means of the JADE-MUSIC algorithm. The performance of the JADE-MUSIC algorithm is evaluated in terms of the comparison between the simulation and experiment results by using the simulated channel model and the real indoor channel model, respectively.

2. DATA MODEL

In wireless communication systems, the radio channel is often characterized by a multipath propagation model. Assume that a digital sequence $\{s_k\}$ is transmitted over a channel. The received data at i^{th} element of an M -element antenna array is given by [4]-[5]

$$x_i(t) = \sum_{q=1}^Q a_i(\theta_q) \beta_q(t) r(t - \tau_q) + n_i(t), \quad (1)$$

where Q is the number of multipath waves,

$a_i(\theta_q)$ is the response of the i^{th} receiving antenna to the q^{th} path arriving from angle θ_q ,

β_q is the time-varying amplitude of the RF signal passing through the q^{th} path,

τ_q is the time delay of q^{th} path,

n_i is the additive noise, and

$r(\cdot)$ is the transmitted signal which can be expressed as

$$r(t) = \sum_{i=1}^N s(i) g(t - iT), \quad (2)$$

where $\{s_k\}$ is the sequence bit data,

$g(t)$ is the modulation pulse shape and

T is the symbol period

After sampling by the rate of T/P (P samples), the received signal during the n^{th} time burst can be written as

$$\mathbf{X}^{(n)}(t) = \sum_l s_l^{(n)} \mathbf{h}^{(n)}(t - lT) + \mathbf{n}^{(n)}(t), \quad (3)$$

where \mathbf{h} is the channel,

$$\mathbf{h}^{(n)}(t) = \sum_{q=1}^Q \mathbf{a}(\theta_q) \beta_q(n) g(t - \tau_q). \quad (4)$$

It is reasonable to assume that $g(t)$ has finite support on $t \in [0, L_g T]$. With maximum delay τ_{\max} from all paths, the channel length is $LT = L_g T + \tau_{\max}$ so $h^{(n)}(t)$ is nonzero from $t \in [0, LT]$. If we stack each set of P samples of $x^{(n)}(\cdot)$ and collect the samples in Eq. (3), this leads to

$$\bar{\mathbf{X}}^{(n)} = \bar{\mathbf{H}}^{(n)} \bar{\mathbf{S}}^{(n)} + \bar{\mathbf{N}}^{(n)}, \quad (5)$$

where $n = 1, \dots, S$ slots,

$\bar{\mathbf{H}}^{(n)}$ is an $MP \times L$ matrix of samples of $h(\cdot)$ and

$\bar{\mathbf{S}}^{(n)}$ is an $L \times N$ Toeplitz matrix of the sequence bit data.

3. ESTIMATION ALGORITHMS

3.1 Joint Angle and Delay Estimation

In this paper, the radio channel from the mobile to the antenna array is time-slot modeled after the TDMA standard. Therefore, the channel \mathbf{H} from the mobile to the antenna array can be assumed to be constant over each time slot from training sequence. Then a least-square estimate of $\bar{\mathbf{H}}^{(n)}$ can be obtained as $\bar{\mathbf{H}}_{est}^{(n)} = \bar{\mathbf{X}}^{(n)} \bar{\mathbf{S}}^{(n)\dagger}$, where $(\cdot)^\dagger$ is the pseudo-inverse operation. Thus, the noisy channel estimation is [7]

$$\bar{\mathbf{H}}_{est}^{(n)} = \bar{\mathbf{H}}^{(n)} + \bar{\mathbf{V}}_{est}^{(n)}, \quad (6)$$

where $\bar{\mathbf{V}}_{est}^{(n)}$ is the estimated noise.

At this point, it will be convenient to rearrange the noisy channel estimation into $M \times PL$ matrix,

$$\mathbf{H}_{est}^{(n)} = \left[\mathbf{h}^{(n)}(0), \mathbf{h}^{(n)}\left(\frac{T}{P}\right), \dots, \mathbf{h}^{(n)}\left(\left(L - \frac{T}{P}\right)T\right) \right]. \quad (7)$$

From Eq. (3), the channel \mathbf{H} can rewrite into

$$\mathbf{H}^{(n)} =: \mathbf{A}(\theta) \text{diag}[\beta(n)] \mathbf{G}^T(\tau), \quad (8)$$

where $\mathbf{A}(\theta) = [\mathbf{a}(\theta_1), \dots, \mathbf{a}(\theta_q)]$,

$\beta(n) = [\beta_1(n), \dots, \beta_q(n)]$ and

$\mathbf{G}(\tau) = [g(\tau_1), \dots, g(\tau_q)]$.

With relation $\text{vec}[\mathbf{A} \text{diag}(b) \mathbf{C}] = (\mathbf{C}^T \circ \mathbf{A})b$ where \circ is the Khatri-Rao product, which is a column-wise Kronecker product: $\mathbf{A} \circ \mathbf{B} = [\mathbf{a}_1 \otimes \mathbf{b}_1, \mathbf{a}_2 \otimes \mathbf{b}_2, \dots]$ where \otimes denotes the Kronecker product, we get

$$\text{vec}[\mathbf{H}^{(n)}] = [\mathbf{G}(\tau) \circ \mathbf{A}(\theta)] \beta(n) = \mathbf{U}(\theta, \tau) \beta(n), \quad (9)$$

where $\mathbf{U}(\theta, \tau)$ is called the space-time manifold matrix and is parameterized by the DOAs and the path delays.

Let $\mathbf{y}(n) = \text{vec}[\bar{\mathbf{H}}_{est}^{(n)}]$ and $\mathbf{v}(n) = \text{vec}[\bar{\mathbf{V}}_{est}^{(n)}]$ with Eq. (6), we get

$$\mathbf{y}(n) = \mathbf{U}(\theta, \tau) \beta(n) + \mathbf{v}(n), \quad (10)$$

and let $\mathbf{Y} = [\mathbf{y}(1), \dots, \mathbf{y}(S)]$, thus

$$\mathbf{Y} = \mathbf{U}(\theta, \tau) \mathbf{B} + \mathbf{V}. \quad (11)$$

For given channel estimates \mathbf{Y} , the joint angle and delay estimation (JADE) problem is to find the angles θ and delays

τ using the model in Eq. (11). As an aside, not the resemblance of the JADE model to the familiar DOA model, which can be written as

$$\mathbf{X} = \mathbf{A}(\theta)\mathbf{S} + \mathbf{N}, \quad (12)$$

where \mathbf{X} is the array output measurements,

\mathbf{S} is the matrix of signal,

\mathbf{N} is the additive noise.

The difference with Eq. (11) is that the data are the channel estimates and not the array outputs, the manifold matrix is parameterized by both angles and delays, and the path fadings play the part of the signals.

Therefore, the next and last steps of the method consist of jointly estimating parameters that satisfy the model Eq. (8). The well-known method MUSIC has been developed for the DOA, and model Eq. (12) are applicable to the JADE algorithm.

3.2 MUSIC

In terms of the signal model in Eq. (11), the $Q \times Q$ array output covariance matrix can be written as [8]-[9]

$$\mathbf{R} = E[\mathbf{x}(t)\mathbf{x}^H(t)] = \mathbf{A}\mathbf{P}\mathbf{A}^H + \sigma^2\mathbf{I}, \quad (13)$$

where \mathbf{A} is the steering matrix,

\mathbf{P} is the source covariance matrix,

$(\cdot)^H$ is the complex conjugate, and

$\sigma^2\mathbf{I}$ is the noise covariance matrix that reflects the noise being uncorrelated among all sensors and having a common variance σ^2 at all sensors.

The structure of the covariance matrix with the spatial white noise assumption implies that its spectral decomposition can be expressed as

$$\mathbf{R} = \mathbf{U}_s\mathbf{\Lambda}_s\mathbf{U}_s^H + \mathbf{U}_n\mathbf{\Lambda}_n\mathbf{U}_n^H, \quad (14)$$

where \mathbf{U}_s is the matrix containing the signal eigenvectors and

\mathbf{U}_n is the matrix containing the noise eigenvectors.

Since the steering vectors corresponding to signal components are orthogonal to the noise subspace eigenvectors, namely,

$$\mathbf{U}_s^H \mathbf{a}(\theta) = 0, \quad (15)$$

where θ corresponds to the DOA of the multiple incident signals, then the DOA can be estimated by locating the peaks of the MUSIC spatial spectrum given by

$$\mathbf{P}_{MUSIC}(\theta) = \frac{1}{|\mathbf{a}^H(\theta)\mathbf{U}_n|^2}. \quad (16)$$

If there are Q signals impinging on the M -element array ($Q < M$) from individual DOAs $\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_q$, the Q largest peaks in the MUSIC spectrum corresponding to the directions of arrival of the signals impinging on the M -element array.

3.3 JADE-MUSIC Algorithm

From the channel estimation, we can find the covariance matrix according to Eq. (11), which is

$$\mathbf{R} = E[\mathbf{Y}\mathbf{Y}^H]. \quad (17)$$

Assume that the noise estimate is the Additive White Gaussian Noise (AWGN) and orthogonal with the channel \mathbf{H} , hence

$$\mathbf{R} = \mathbf{U}(\theta, \tau)\mathbf{Z}\mathbf{U}^H(\theta, \tau) + \zeta^2\mathbf{I}, \quad (18)$$

where \mathbf{Z} is the complex fading covariance matrix and $\zeta^2\mathbf{I}$ is the estimated noise covariance matrix. Like the conventional MUSIC, the steering vectors corresponding to signal components are orthogonal to the noise subspace eigenvectors, therefore

$$\mathbf{E}_n^H \mathbf{U}(\theta, \tau) = 0, \quad (19)$$

where θ corresponds to the DOA of the multiple arriving signal, we retrieve the noise subspace \mathbf{E}_n from covariance matrix whose corresponding $MP - L$ smallest eigenvalues. We thus look for peaks in the two-dimension MUSIC spectrums from the JADE-MUSIC spatial spectrum given by

$$\mathbf{P}_{JADE-MUSIC}(\theta, \tau) = \frac{1}{|\mathbf{U}^H(\theta, \tau)\mathbf{E}_n|^2}. \quad (20)$$

4. EXPERIMENT SETUP

The experiment is carried out in our laboratory considered to be the real indoor environment, which can be shown in Fig. 1. The eight-element array antenna is set as the receiving antenna. For the transmitting antenna, we use two types of antenna, e.g. the microstrip-patch antenna and the sleeve dipole antenna. The frequency transfer function between transmitting and receiving antenna is measured via Vector Network Analyzer (VNA). Then, the channel impulse response is post-processed from the measured transfer function and subsequently used to estimate the DOAs and corresponding time delays by means of the JADE-MUSIC algorithm. The specification of the measurement system is demonstrated in Table 1.

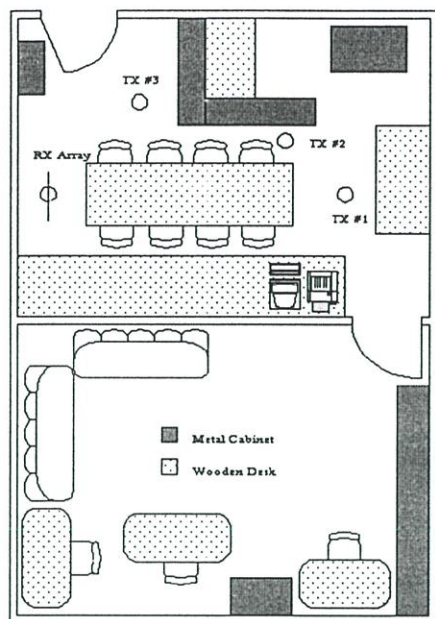


Fig. 1 Layout of a room indoor environment

Table 1. The specifications of the measurement system

Carrier frequency	2.45 GHz
Modulation type	BPSK
Number of samples	1,000
Sampling rate	25 samples/symbol
Type of the Rx antenna	The microstrip-array antenna
Number of the array element	8
Inter-element distance	$\lambda / 2$
Type of the Tx antenna	The microstrip-array antenna And the sleeve dipole antenna
Height of the Rx antenna	2 m
Height of the Tx antenna	2 m
Distance between Rx and Tx#1	~ 3 m
Distance between Rx and Tx#2	~ 2.5 m
Distance between Rx and Tx#3	~ 1.5 m

5. RESULTS

The computer simulation result shown in Fig. 3 demonstrates the achievable performance of the JADE-MUSIC algorithm for the simultaneous estimation of DOAs and time delays of different arriving signals. Herein, we assume that the three different signals from three transmitting antennas impinging on the eight-element array antenna at the angles of 0, 45 and 60 degrees with their corresponding time delays of 1, 2 and 1 symbol periods, respectively. Compared to the traditional MUSIC algorithm, we can estimate only

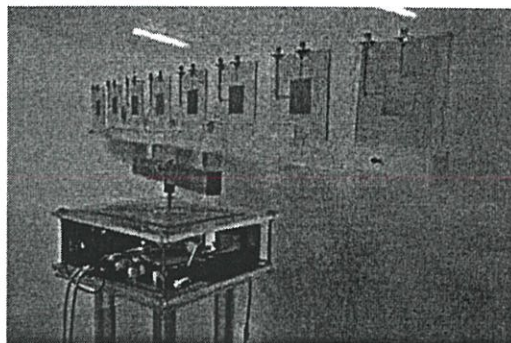


Fig. 2 The eight-element array antenna.

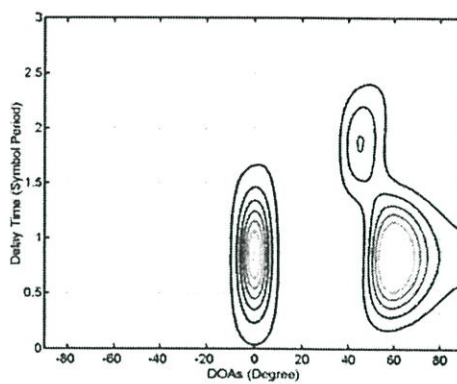


Fig. 3 The simulation result using JADE-MUSIC algorithm. Three signals arrive at the 8-element uniform linear array at angles of 0, 45 and 60 degrees corresponding to their time delays of 1, 2 and 1 symbol periods, respectively.

DOAs but cannot estimate the time delays simultaneously. Therefore, we cannot distinguish the different signals simultaneous arriving at the receiving antenna when their time delays are different by the traditional MUSIC algorithm while we can achieve this matter by using the JADE-MUSIC algorithm.

According to the experiment, the eight-element array antenna is set as the receiving antenna, as shown in Fig. 2, and the microstrip-patch antenna is the transmitting antenna. We employ the Vector Network Analyzer (VNA) to measure the transfer function between transmitting and receiving antenna. Then, the channel impulse response can be calculated from the measured transfer function and the real indoor channel model can be obtained. Therefore, we can simultaneously estimate the DOAs and time delays of the signals propagating through this real indoor channel model to the receiving antenna by applying the JADE-MUSIC algorithm. From Fig. 4, it is found that three signals arriving at the angle

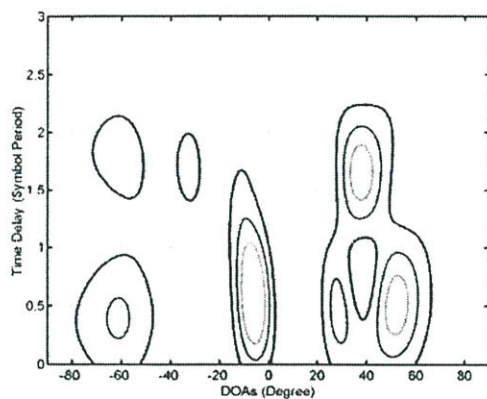


Fig. 4 The estimation result according to the real indoor channel model using JADE-MUSIC algorithm. Three signals arrive at the 8-element uniform linear array at angles of around 0, 45 and 60 degrees corresponding to their time delays of 1, 2 and 1 symbol periods, respectively.

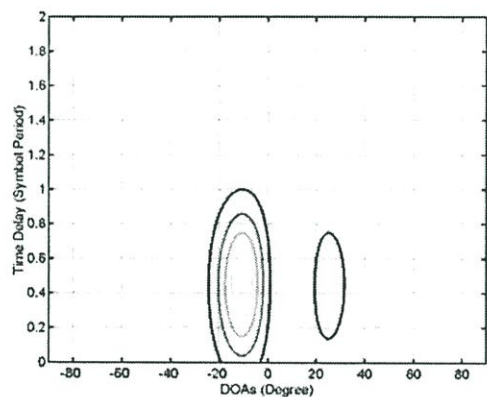


Fig. 5 One signal transmitted from the microstrip-patch antenna arrives at the 8-element array antenna at the angle of around -10 degree with its time delay of 0.5 symbol period.

approximately of 0, 45 and 60 degrees with corresponding to their time delays of around 1, 2 and 1 symbol periods can be distinguished. Nevertheless, a small amount of interference appears of the angles of around -60 and 30 degrees with their close time delays of around 0.5 symbol period. Compared to the simulation result in Fig. 3, it is clear that the joint angle and delay estimation using the simulated channel model are in good agreement with the estimation using the real indoor channel model.

Moreover, we employ two different types of transmitting antennas, namely, the sleeve dipole antenna and the microstrip-patch antenna to find the effect of the estimation result by using these different transmitting antennas. For the experiment, each of which is placed at the 0 degree associated

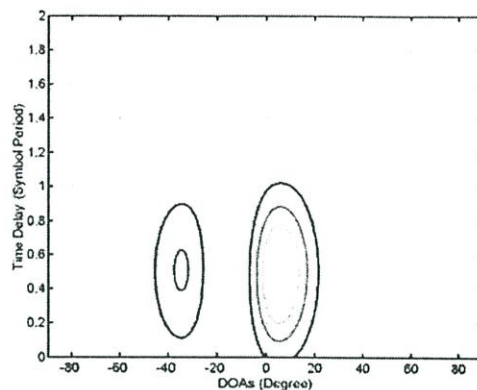


Fig. 6 One signal transmitted from the sleeve dipole antenna arrives at the 8-element array antenna at the angle approximately of 10 degree with its time delay of 0.5 symbol period and interference happens at the angle of around -30 degree.

with the receiving antenna. The estimation results corresponding to the microstrip-patch antenna and the sleeve dipole antenna are illustrated in Fig. 5 and Fig. 6, respectively. The expected angle-of-arrival is 0 degree; however, the signal arrives at the array antenna at the angle of around -10 degree when transmitted by the microstrip-patch antenna, shown in Fig. 5 and at the angle of around 5 degree when transmitted by the sleeve dipole antenna, shown in Fig. 6. Nonetheless, the DOAs of signals transmitted by both antennas are close to the expected angle, 0 degree. Therefore, we might use either the microstrip-patch antenna or the sleeve dipole antenna to transmit the signal.

6. CONCLUSIONS

In this paper, the performance evaluation of the JADE-MUSIC estimation based on the indoor channel is presented. By means of the JADE-MUSIC algorithm, DOA and time delay can be obtained simultaneously. The experiment is carried out in our laboratory considered to be the real indoor environment. From the results, it is clear that the joint angle and delay estimation using the simulated channel model are in good agreement with the estimation by the real indoor channel model. Therefore, we can say that the JADE-MUSIC algorithm accomplishes the high performance to jointly estimate the angle and delay of the arriving signal for the indoor environment. Additionally, it is found that either using the microstrip-patch antenna or the sleeve dipole antenna to transmit the signal, the estimation results of these antennas are consistent.

REFERENCES

- [1] R. O. Schmidt, "Multiple emitter location and signal parameter estimation," *IEEE Trans. on antenna and Propagation*, vol. 34, no. 3, pp. 276-280, Mar. 1986.
- [2] R. Roy and T. Kailath, "ESPRIT-Estimation of signal parameter via rotational invariance techniques," *IEEE Trans. Acoust., Speech, Signal Processing*, vol. 37, no. 7, pp. 984-995, July 1989.
- [3] L. C. Godara, "Application of antenna arrays to mobile communications, part II: Beam-forming and direction-of-arrival considerations," *Proceeding of the IEEE*, vol. 85, no. 8, pp. 1195-1245, Aug. 1997.
- [4] M. C. Vanderveen, C. B. Papadias, and A. Paulraj, "Joint Angle and Delay Estimation (JADE) for Multipath Signals Arriving at an Antenna Array," *IEEE Communication letters*, vol. 1, no. 1, pp. 12-14, Jan. 1997.
- [5] M.C. Vanderveen, B.C. Ng, C.B. Papadias, and A. Paulraj, "Joint angle and delay estimation (JADE) for signals in multipath environments," In *Proc. 30th Asilomar Conf. Circuits, Systems and Computers*, pp. 1250-1254, Nov. 1996.
- [6] P. Satayarak, P. Rawiwan, M. Chamchoy, P. Supanakoon, and P. Tangtisanon, "Study on Joint Angle and Delay Estimation Based on MUSIC for Multipath Fading Signals," *Proceedings 2002 International Symposium on Communication and Information Technology (ISCIT) 2002*, pp. 317-320, Oct. 2002.
- [7] M.C. Vanderveen, A.J. van der Veen, and A. Paulraj, "Estimation of multipath parameters in wireless communications," *IEEE Trans. Signal Processing*, pp. 682-690, Mar. 1998.
- [8] H. Krim and M. Viberg, "Two decades of array signal processing research," *IEEE Signal processing mag.*, pp. 67-94, July 1996.
- [9] P. Rawiwan, P. Satayarak, P. Supanakoon, and P. Tangtisanon, "Direction-of-arrival estimation using spectral-base methods," *ISCIT2001 Conference*, pp. 485-488, Dec. 2001.

ประวัติผู้เขียน

นางสาวเพียงเดือน สัตยารักษ์ เกิดเมื่อวันที่ 13 กรกฎาคม พ.ศ. 2519 ที่จังหวัด กรุงเทพมหานคร สำเร็จการศึกษาวิศวกรรมศาสตรบัณฑิต (วิศวกรรมคอมพิวเตอร์) จากสถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบังในปี 2541 สำเร็จการศึกษาระดับมัธยมศึกษา (วิทย์-คณิต) จากโรงเรียนเตรียมอุดมศึกษาพัฒนาการในปีการศึกษา 2536