

การกำจัดสัญญาณรบกวนในภาพโดยการกรองแบบเวียนเนอร์  
ในโดเมนเวฟเลต

IMAGE DENOISING BY WAVELET-DOMAIN WIENER FILTERING

วัลย์ลักษณ์ ประสงค์สุข

WALAILAK PRASONGSOOK

วิทยานิพนธ์นี้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตรปริญญาวิทยาศาสตรมหาบัณฑิต  
สาขาวิชาวิศวกรรมไฟฟ้า

บัณฑิตวิทยาลัย

สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง

พ.ศ. 2546

ISBN 974-324-818-8

สำนักหอสมุดกลาง พระจอมเกล้าลาดกระบัง

การกำจัดสัญญาณรบกวนในภาพโดยการกรองแบบเวียนเนอร์ใน  
โดเมนเวฟเล็ต

IMAGE DENOISING BY WAVELET-DOMAIN-WIENER FILTERING



วลัยลักษณ์ ประสงค์สุข

WALAILAK PRASONGSOOK

เลขหมู่.....  
เลขทะเบียน 49309  
วัน, เดือน, ปี 19 ก.พ. 2547

.b.....  
.i.....

วิทยานิพนธ์นี้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตรปริญญาวิศวกรรมศาสตรมหาบัณฑิต

สาขาวิชาวิศวกรรมไฟฟ้า

บัณฑิตวิทยาลัย

สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง

พ.ศ. 2546

ISBN 974-324-818-8

# IMAGE DENOISING BY WAVELET-DOMAIN WIENER FILTERING

---

WALAILAK PRASONGSOOK

A THESIS SUBMITTED IN PARTIAL FULLFILLMENT  
OF THE REQUIREMENTS FOR THE DEGREE OF  
MASTER OF ENGINEERING IN ELECTRICAL ENGINEERING  
SCHOOL OF GRADUATE STUDIES  
KING MONGKUT'S INSTITUTE OF TECHNOLOGY LADKRABANG

2003

ISBN 974-324-818-8

**COPYRIGHT 2003**

**SCHOOL OF GRADUATE STUDIES**

**KING MONGKUT'S INSTITUTE OF TECHNOLOGY LADKRABANG**

**บัณฑิตวิทยาลัย**  
**สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง**  
**ใบรับรองวิทยานิพนธ์**

---

**หัวข้อวิทยานิพนธ์**      การกำจัดสัญญาณรบกวนในภาพโดยการกรองแบบเวียนเนอร์ในโดเมนเวฟเล็ต  
IMAGE DENOISING BY WAVELET-DOMAIN WIENER FILTERING

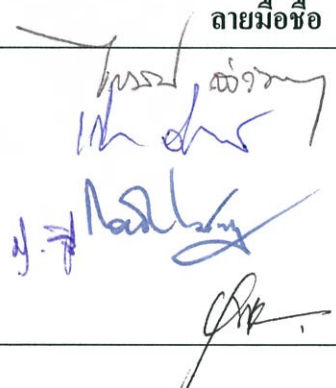
**ชื่อนักศึกษา**            นางสาวลลิตลักษณ์    ประสงค์สุข

**รหัสประจำตัว**            43061150

**ปริญญา**                    วิศวกรรมศาสตรมหาบัณฑิต

**สาขาวิชา**                วิศวกรรมไฟฟ้า

**อาจารย์ผู้ควบคุมวิทยานิพนธ์**    รศ.ดร.ยุทธพงษ์      รังสรรค์เสรี

| คณะกรรมการสอบวิทยานิพนธ์ |              | ลายมือชื่อ  |
|--------------------------|--------------|---|
| รศ.ดร. ไกรสิน            | ส่งวัฒนา     |  |
| ผศ.เกรียงไกร             | วงศ์โรจนภรณ์ |   |
| รศ.ดร.กอบชัย             | เดชหาญ       |   |
| รศ.ดร.ปัญญา              | ฐิติมัทธมา   |   |
| รศ.ดร.ยุทธพงษ์           | รังสรรค์เสรี |   |

วัน/เดือน/ปี ที่สอบ 1 ตุลาคม 2546 เวลา 10.30-12.30 น.  
สถานที่สอบ ณ อาคาร 12 ชั้น ชั้น 4 (ห้อง E12-404)

  
บัณฑิตวิทยาลัยรับรองแล้ว  
(รศ.ดร.บุญวัฒน์ อัคร)

ณ บดีบัณฑิตวิทยาลัย  
วันที่.....10.....เดือน.....พฤษภาคม.....พ.ศ.....๒๕๔๖

|                   |   |
|-------------------|---|
| หัวข้อวิทยานิพนธ์ | การกำจัดสัญญาณรบกวนในภาพโดยการกรองแบบเวียนเนอร์<br>ในโดเมนเวฟเล็ต |
| นักศึกษา          | นางสาววลัยลักษณ์ ประสงค์สุข                                       |
| รหัสประจำตัว      | 43061150  |
| ปริญญา            | วิศวกรรมศาสตรมหาบัณฑิต  |
| สาขาวิชา          | วิศวกรรมไฟฟ้า   |
| พ.ศ.              | 2546  |

อาจารย์ผู้ควบคุมวิทยานิพนธ์ รศ.ดร. ยุทธพงษ์ รังสรรค์เสรี

### บทคัดย่อ

วิทยานิพนธ์ฉบับนี้นำเสนอวิธีการกำจัดสัญญาณรบกวนในภาพด้วยการกรองแบบเวียนเนอร์ในโดเมนเวฟเล็ตโดยนำเอาสเตชันนารีเวฟเล็ตทรานสฟอร์ม (SWT) มาใช้เนื่องจากมีคุณสมบัติ shift-invariance ภาพที่มีสัญญาณรบกวนจะถูกแปลง  $N$  ระดับด้วยสเตชันนารีเวฟเล็ตทรานสฟอร์มโดยให้ผลลัพธ์เป็นสัมประสิทธิ์เวฟเล็ตจำนวน  $3N+1$  สับแบนด์ซึ่งสัมประสิทธิ์แต่ละสับแบนด์ที่ความถี่สูงทั้ง  $3N$  สับแบนด์นี้จะถูกนำมากรองแบบเวียนเนอร์ ภาพเอาท์พุทจะได้จากการทำอินเวอร์สสเตชันนารีเวฟเล็ตทรานสฟอร์มซึ่งในการทดลองจะใช้ภาพต่างๆและเลือกฟิลเตอร์วินโดว์หลายขนาดด้วยกัน ผลการทดลองนี้จะถูกเปรียบเทียบกับวิธีการกำจัดสัญญาณรบกวนในภาพโดยวิธียูนิเวอร์ซัลเวฟเล็ตซอฟต์แวร์โซลติงซึ่งจากผลที่ได้แสดงให้เห็นว่าเทคนิคที่นำเสนอนี้มีประสิทธิภาพในการทำงานที่สูงกว่าทั้งในเทอมของอัตราส่วนสัญญาณต่อสัญญาณรบกวนสูงสุด (PSNR) และคุณภาพของภาพที่มองเห็น

|                |  |
|----------------|--|
| Thesis Title   | Image Denoising By Wavelet-Domain Wiener Filtering |
| Student        | Miss Walailak Prasongsook                          |
| Student ID.    | 43061150   |
| Degree         | Master of Engineering                              |
| Programme      | Electrical Engineering                             |
| Year           | 2003   |
| Thesis Advisor | Assoc. Prof. Dr. Yuttapong Rangsanseri             |

## ABSTRACT

This thesis presents an image denoising technique by wavelet-domain Wiener filtering. The stationary wavelet transform (SWT) was used in this algorithm because it provides a shift-invariance property. The noisy image is decomposed with SWT into  $N$  levels, which results  $3N+1$  wavelet coefficient subbands. The Wiener filter is then applied to each  $3N$  high-frequency subbands. The processed image is finally obtained by inverse SWT. The experiments were carried out by simulation on several images with different size of filter window. These results were compared with the universal wavelet thresholding method. It was shown that, this technique yields higher performance in term of peak signal to noise ratio (PSNR) and visual quality.

## กิตติกรรมประกาศ

วิทยานิพนธ์ฉบับนี้สำเร็จลงได้ด้วยการแนะนำช่วยเหลือจากหลายท่านซึ่งผู้เขียนขอกราบ  
ขอบพระคุณ รศ.ดร. ยุทธพงษ์ รั้งสรรค์เสรี อาจารย์ผู้ควบคุมวิทยานิพนธ์เป็นอย่างสูงที่กรุณาให้  
โอกาสและเมตตาประสิทธิ์ประสาทวิชาความรู้จนกระทั่งวิทยานิพนธ์นี้สำเร็จลงอีกทั้งให้ความ  
กรุณาฝึกอบรมให้ผู้เขียนเกิดแนวคิดได้มุมมองพร้อมทักษะความรู้ที่เป็นประโยชน์ต่อชีวิต

ขอกราบขอบพระคุณ ศ.ดร. วิวัฒน์ กิรานนท์ และ คุณ สุรีย์ กิรานนท์ เป็นอย่างสูงที่กรุณา  
มอบโอกาสพร้อมทั้งกำลังใจแก่ผู้เขียนและให้ความเมตตาอบรมสั่งสอนวิชาความรู้และหลักในการ  
ดำเนินชีวิตและการทำงานซึ่งเป็นคุณประโยชน์ต่อผู้เขียนตลอดมา

ขอขอบพระคุณ รศ.ดร. วิภา แสงพิสิทธิ์, รศ.ดร. ปราโมทย์ วาดเขียน, รศ.ดร. ปัญญา สิริ  
มัชฌิมา, อาจารย์วิจิตรา เพชรกิจ, อาจารย์วิภาวัลย์ นาคทรัพย์ และ ดร. ชูวงศ์ พงษ์เจริญพาณิชย์  
ที่เมตตาแนะนำสั่งสอนทั้งในการเรียนรู้ตลอดจนความช่วยเหลืออื่นๆ ขอกราบขอบพระคุณพ่อกับ  
แม่และขอบคุณน้องที่อดทนและเป็นกำลังใจแก่ผู้เขียนตลอดมา ขอขอบคุณ พี่นุ้ย พี่หญิง  
พี่ตุ๊กตา นิ่ง หนิง เหน่ย กัลลวย ตู และเพื่อนๆ พี่ๆน้องๆทุกคนที่มีส่วนช่วยเหลือในด้านต่างๆและคอย  
เป็นกำลังใจจนวิทยานิพนธ์นี้สำเร็จลง

ขอขอบคุณบัณฑิตวิทยาลัยที่ให้ทุนสนับสนุนการทำวิทยานิพนธ์

วัลย์ลักษณ์ ประสงค์สุข

# สารบัญ

|  | หน้า |
|--|------|
| บทคัดย่อภาษาไทย.....   | I    |
| บทคัดย่อภาษาอังกฤษ.....  | II   |
| กิตติกรรมประกาศ.....   | III  |
| สารบัญ.....  | IV   |
| สารบัญตาราง.....   | VI   |
| สารบัญภาพ.....   | VII  |
| บทที่ 1 บทนำ.....  | 1    |
| 1.1 ความเป็นมาและความสำคัญของปัญหา.....                          | 1    |
| 1.2 วัตถุประสงค์ของการวิจัย.....                                 | 2    |
| 1.3 ทฤษฎีที่ใช้ในการวิจัย.....                                   | 2    |
| 1.4 รายละเอียดของวิทยานิพนธ์.....                                | 2    |
| บทที่ 2 ความเป็นมาและทฤษฎีของเวฟเล็ด.....                        | 4    |
| 2.1 การวิเคราะห์สัญญาณแบบหลายระดับความละเอียด.....               | 6    |
| 2.2 ลักษณะของฟังก์ชันสเกลลิงและฟังก์ชันเวฟเล็ด.....              | 8    |
| 2.3 ตัวกรองฟิลเตอร์แบงก์.....                                    | 12   |
| 2.4 การแปลงเวฟเล็ดแบบแบ่งช่วง.....                               | 14   |
| 2.4.1 การแจกแจงสัมประสิทธิ์เวฟเล็ด.....                          | 14   |
| 2.4.2 การแปลงเวฟเล็ดโดยใช้หลักการ Analysis Filter Bank.....      | 15   |
| 2.4.3 การแปลงกลับเวฟเล็ดโดยใช้หลักการ Synthesis Filter Bank..... | 16   |
| 2.4.4 หลักการเบื้องต้นของสเตชันนารีเวฟเล็ดทรานสฟอร์ม.....        | 17   |
| 2.5 สรุป.....  | 18   |
| บทที่ 3 การกรองแบบเวียนเนอร์ที่ปรับตัวเองได้.....                | 19   |
| 3.1 รูปแบบต่างๆของเวียนเนอร์ฟิลเตอร์.....                        | 19   |
| 3.2 การประมวลผลสัญญาณภาพแบบปรับตัวเองได้.....                    | 23   |
| 3.3 หลักการกรองเวียนเนอร์ที่ปรับตัวเองได้.....                   | 26   |
| 3.4 สรุป.....  | 30   |

## สารบัญ(ต่อ)

|  | หน้า |
|--|------|
| บทที่ 4 การกำจัดสัญญาณรบกวนในภาพ.....  | 31   |
| 4.1 สัญญาณรบกวนในภาพ.....  | 32   |
| 4.2 การกำจัดสัญญาณรบกวนในภาพด้วยวิธียูนิเวอร์ซัลเวฟเล็ตซอฟต์แวร์โซลดิ้ง.....         | 33   |
| 4.3 การกำจัดสัญญาณรบกวนในภาพด้วยการกรองเวียนเนอร์แบบปรับตัวเองได้ในโดเมนเวฟเล็ต..... | 36   |
| 4.4 การวัดคุณภาพของภาพ.....  | 40   |
| 4.5 สรุป.....  | 41   |
| บทที่ 5 การทดลองและผลการทดลอง.....   | 42   |
| 5.1 การทดลองเปรียบเทียบภาพผลลัพธ์เมื่อระดับการแปลงเวฟเล็ตต่างกัน.....                | 42   |
| 5.2 การทดลองเปรียบเทียบภาพผลลัพธ์เมื่อเลือกใช้เวฟเล็ตฟิลเตอร์ประเภทต่างๆ.....        | 59   |
| 5.3 สรุป.....  | 66   |
| บทที่ 6 สรุปผลการวิจัยและข้อเสนอแนะ.....   | 67   |
| เอกสารอ้างอิง.....   | 69   |
| ภาคผนวก ก. ทฤษฎีแรมคอมโพรเซสเบื้องต้น.....   | 71   |
| ภาคผนวก ข. ผลงานที่ได้รับการตีพิมพ์.....   | 84   |
| ประวัติผู้เขียน.....   | 85   |

# สารบัญตาราง

| ตารางที่   | หน้า |
|--|------|
| 5.1 การเปรียบเทียบค่า PSNR และ MSE ภาพผลลัพธ์ Lena เมื่อทำการแปลงเวฟเล็ต 3 และ 4 ระดับ.....    | 43   |
| 5.2 การเปรียบเทียบค่า PSNR และ MSE ภาพผลลัพธ์ Baboon เมื่อทำการแปลงเวฟเล็ต 3 และ 4 ระดับ.....  | 46   |
| 5.3 การเปรียบเทียบค่า PSNR และ MSE ภาพผลลัพธ์ Peppers เมื่อทำการแปลงเวฟเล็ต 3 และ 4 ระดับ..... | 49   |
| 5.4 การเปรียบเทียบค่า PSNR และ MSE ภาพผลลัพธ์ Femme เมื่อทำการแปลงเวฟเล็ต 3 และ 4 ระดับ.....   | 52   |
| 5.5 การเปรียบเทียบค่า PSNR และ MSE ภาพผลลัพธ์ Couloir เมื่อทำการแปลงเวฟเล็ต 3 และ 4 ระดับ..... | 55   |
| 5.6 ค่า PSNR ภาพผลลัพธ์ Lena โดยใช้ในการแปลงเวฟเล็ตแบบต่างๆ.....                               | 59   |
| 5.7 ค่า MSE ภาพผลลัพธ์ Lena โดยใช้ในการแปลงเวฟเล็ตแบบต่างๆ.....                                | 60   |
| 5.8 ค่า PSNR ภาพผลลัพธ์ Baboon โดยใช้ในการแปลงเวฟเล็ตแบบต่างๆ.....                             | 61   |
| 5.9 ค่า MSE ภาพผลลัพธ์ Baboon โดยใช้ในการแปลงเวฟเล็ตแบบต่างๆ.....                              | 62   |
| 5.10 ค่า PSNR ภาพผลลัพธ์ Peppers โดยใช้ในการแปลงเวฟเล็ตแบบต่างๆ.....                           | 63   |
| 5.11 ค่า MSE ภาพผลลัพธ์ Peppers โดยใช้ในการแปลงเวฟเล็ตแบบต่างๆ.....                            | 64   |

# สารบัญญรูป

| รูปที่ | หน้า  |
|--------|---|
| 2.1    | ฟังก์ชันชายน์และฟังก์ชันเวฟเล็ต.....5   |
| 2.2    | การซ้อนทับกันของปริภูมิเวกเตอร์ที่ระดับความละเอียดต่างๆ.....9   |
| 2.3    | สเกลลิงฟังก์ชันและเวฟเล็ตเวกเตอร์สเปซ.....11  |
| 2.4    | ฟิลเตอร์แบงก์แบบสองช่องสัญญาณ.....12  |
| 2.5    | Octave Band Analysis Filter Banks.....12  |
| 2.6    | ลักษณะการแยกแบนด์ความถี่ (Frequency Bands) ของ Octave Filter Banks.....13   |
| 2.7    | Octave Band Synthesis Filter Banks.....13   |
| 2.8    | บล็อกไดอะแกรมการแปลงสเตรซันนารีเวฟเล็ตสัญญาณสองมิติในหนึ่งระดับ.....17  |
| 2.9    | บล็อกไดอะแกรมการคำนวณตัวกรองในระดับถัดไป.....18   |
| 2.10   | บล็อกไดอะแกรมการแปลงกลับสเตรซันนารีเวฟเล็ตสัญญาณสองมิติในหนึ่งระดับ.....18  |
| 3.1    | นอนคอซัลเวียนเนอร์ฟิลเตอร์สำหรับ Linear Minimum Mean Square-Error Estimation<br>ของ $f(n_1, n_2)$ จากสัญญาณ $g(n_1, n_2) = f(n_1, n_2) + v(n_1, n_2)$ .....20 |
| 3.2    | (a) ตัวอย่างของ $P_f(\omega_1, \omega_2)$ ซึ่งมีขนาดลดลงขณะที่ $\omega_1$ และ $\omega_2$ เพิ่มขึ้น.....21   |
| 3.2    | (b) ตัวอย่างของ $P_v(\omega_1, \omega_2)$ ซึ่งมีค่าคงที่ไม่ขึ้นอยู่กับทั้ง $\omega_1$ และ $\omega_2$ .....21  |
| 3.2    | (c) ผลตอบสนองของความถี่ของ $H(\omega_1, \omega_2)$ ซึ่งมีคุณสมบัติเป็นตัวกรองความถี่ต่ำ.....21  |
| 3.3    | ระบบการประมวลผลภาพแบบปรับตัวได้ทั่วไป.....25  |
| 3.4    | ระบบการฟื้นฟูภาพแบบปรับตัวได้สำหรับการลดแอดดิทีฟนอยส์.....27  |
| 3.5    | ผลตอบสนองของ Space-variant Filter.....30  |
| 4.1    | Gaussian probability density.....32   |
| 4.2    | บล็อกไดอะแกรมการกำจัดสัญญาณรบกวนในภาพวิธียูนิเวอร์ซัลเวฟเล็ต<br>ซอฟต์แวร์โซลดิ้ง.....35   |
| 4.3    | โพลิวชาร์ตโปรแกรมการกำจัดสัญญาณรบกวนในภาพวิธีเวฟเล็ตซอฟต์แวร์โซลดิ้ง.....36   |
| 4.4    | บล็อกไดอะแกรมการกรองเวียนเนอร์ที่ปรับตัวเองได้ในโดเมนเวฟเล็ต.....37   |
| 4.5    | โพลิวชาร์ตหลักของโปรแกรมการกำจัดสัญญาณรบกวนด้วยการกรองเวียนเนอร์<br>ที่ปรับตัวเองได้บนเวฟเล็ตโดเมน.....38   |
| 4.6    | โพลิวชาร์ตโปรแกรมการกรองเวียนเนอร์ที่ปรับตัวเองได้.....39   |
| 5.1    | กราฟแสดงการเปรียบเทียบค่า PSNR กับขนาดของวินโดว์ภาพผลลัพธ์ Lena<br>ที่ค่า Noise Std. ต่างๆเมื่อทำการแปลงเวฟเล็ต 3 และ 4 ระดับ.....44                          |

## สารบัญรูป(ต่อ)

| รูปที่  | หน้า |
|---|------|
| 5.2 กราฟแสดงการเปรียบเทียบค่า MSE กับขนาดของวินโดว์ภาพผลลัพธ์ Lena ที่ค่า Noise Std. ต่างๆเมื่อทำการแปลงเวฟเล็ต 3 และ 4 ระดับ.....      | 44   |
| 5.3 ภาพเอาท์พุท Lena ที่ค่า Noise Std=26 เมื่อทำการแปลงเวฟเล็ต 3 และ 4 ระดับ .....  | 45   |
| 5.4 กราฟแสดงการเปรียบเทียบค่า PSNR กับขนาดของวินโดว์ภาพผลลัพธ์ Baboon ที่ค่า Noise Std. ต่างๆเมื่อทำการแปลงเวฟเล็ต 3 และ 4 ระดับ.....   | 47   |
| 5.5 กราฟแสดงการเปรียบเทียบค่า MSE กับขนาดของวินโดว์ภาพผลลัพธ์ Baboon ที่ค่า Noise Std. ต่างๆเมื่อทำการแปลงเวฟเล็ต 3 และ 4 ระดับ.....    | 47   |
| 5.6 ภาพเอาท์พุท Baboon ที่ค่า Noise Std=26 เมื่อทำการแปลงเวฟเล็ต 3 และ 4 ระดับ.....   | 48   |
| 5.7 กราฟแสดงการเปรียบเทียบค่า PSNR กับขนาดของวินโดว์ภาพผลลัพธ์ Peppers ที่ ค่า Noise Std. ต่างๆเมื่อทำการแปลงเวฟเล็ต 3 และ 4 ระดับ..... | 50   |
| 5.8 กราฟแสดงการเปรียบเทียบค่า MSE กับขนาดของวินโดว์ภาพผลลัพธ์ Peppers ที่ค่า Noise Std. ต่างๆเมื่อทำการแปลงเวฟเล็ต 3 และ 4 ระดับ.....   | 50   |
| 5.9 ภาพเอาท์พุท Peppers ที่ค่า Noise Std=26 เมื่อทำการแปลงเวฟเล็ต 3 และ 4 ระดับ.....  | 51   |
| 5.10 กราฟแสดงการเปรียบเทียบค่า PSNR กับขนาดของวินโดว์ภาพผลลัพธ์ Femme ที่ค่า Noise Std. ต่างๆเมื่อทำการแปลงเวฟเล็ต 3 และ 4 ระดับ.....   | 53   |
| 5.11 กราฟแสดงการเปรียบเทียบค่า MSE กับขนาดของวินโดว์ภาพผลลัพธ์ Femme ที่ค่า Noise Std. ต่างๆเมื่อทำการแปลงเวฟเล็ต 3 และ 4 ระดับ.....    | 53   |
| 5.12 ภาพเอาท์พุท Femme ที่ค่า Noise Std=26 เมื่อทำการแปลงเวฟเล็ต 3 และ 4 ระดับ.....   | 54   |
| 5.13 กราฟแสดงการเปรียบเทียบค่า PSNR กับขนาดของวินโดว์ภาพผลลัพธ์ Couloir ที่ค่า Noise Std. ต่างๆเมื่อทำการแปลงเวฟเล็ต 3 และ 4 ระดับ..... | 56   |
| 5.14 กราฟแสดงการเปรียบเทียบค่า MSE กับขนาดของวินโดว์ภาพผลลัพธ์ Couloir ที่ค่า Noise Std. ต่างๆเมื่อทำการแปลงเวฟเล็ต 3 และ 4 ระดับ.....  | 56   |
| 5.15 ภาพเอาท์พุท Couloir ที่ค่า Noise Std=26 เมื่อทำการแปลงเวฟเล็ต 3 และ 4 ระดับ.....   | 57   |

## สารบัญรูป(ต่อ)

| รูปที่ | หน้า   |
|--------|--|
| 5.16   | กราฟเปรียบเทียบค่า PSNR ภาพผลลัพ์ Lena เมื่อ Noise Std. =20.....60                                     |
| 5.17   | กราฟเปรียบเทียบค่า MSE ภาพผลลัพ์ Lena เมื่อ Noise Std. =20.....61                                      |
| 5.18   | กราฟเปรียบเทียบค่า PSNR ภาพผลลัพ์ Baboon เมื่อ Noise Std. =20.....62                                   |
| 5.19   | กราฟเปรียบเทียบค่า MSE ภาพผลลัพ์ Baboon เมื่อ Noise Std. =20.....63                                    |
| 5.20   | กราฟเปรียบเทียบค่า PSNR ภาพผลลัพ์ Peppers เมื่อ Noise Std. =20.....64                                  |
| 5.21   | กราฟเปรียบเทียบค่า MSE ภาพผลลัพ์ Peppers เมื่อ Noise Std. =20.....65                                   |
| A.1    | Linear Shift-Invariance System.....79  |
| A.2    | Noncausal Wiener Filter สำหรับ Linear Minimum Mean Square Error Signal Estimation.....83               |
| A.3    | Linear Minimum Mean Square Error Signal Estimation เมื่อค่ามีนสัญญาณ และสัญญาณรบกวนไม่เป็นศูนย์.....83 |

# บทที่ 1

## บทนำ

### 1.1 ความเป็นมาและความสำคัญของปัญหา

สัญญาณข้อมูลต่างๆ ทางวิทยาศาสตร์มักจะมีสัญญาณรบกวนปะปนอยู่ด้วยซึ่งสัญญาณรบกวนเหล่านี้มีที่มาจากหลายประการด้วยกันเช่น ขบวนการที่ได้มาซึ่งข้อมูลนั้นหรือสัญญาณรบกวนที่เกิดจากสภาวะแวดล้อมต่างๆ ดังนั้นขั้นตอนแรกก่อนที่จะทำการวิเคราะห์ข้อมูลนั้นๆ จึงมักจะมีการกำจัดสัญญาณรบกวนก่อนเพื่อเตรียมข้อมูลที่จะใช้ทำการวิเคราะห์ต่อไปให้อยู่ในสภาพที่สมบูรณ์ที่สุดเท่าที่จะเป็นไปได้ซึ่งการประมาณค่าสัญญาณที่เราต้องการแต่ยังไม่ทราบนี้จากสัญญาณที่มีอยู่ซึ่งมีสัญญาณรบกวนปนอยู่ด้วย (Noisy Signal) ก็เป็นวิธีการหนึ่งในการกำจัดสัญญาณรบกวน ดังนั้นขบวนการกำจัดสัญญาณรบกวนจึงเป็นขบวนการที่มีประโยชน์สำหรับประยุกต์ใช้ในงานประมวลผลภาพต่างๆ ซึ่งขบวนการประมวลผลภาพหลายขบวนการมีประสิทธิภาพมากขึ้นเมื่อเพิ่มการกำจัดสัญญาณรบกวนเข้ามา [1] อย่างไรก็ตามวิธีการในการกำจัดสัญญาณรบกวนในภาพมีอยู่หลายวิธีด้วยกัน วิธีการหนึ่งที่ได้รับ ความสนใจอย่างมากคือการทำเวฟเล็ตเทรชโวลดิ้ง (Wavelet Thresholding) ซึ่งอาศัยหลักการสำคัญคือการตัดล้นประสิทธิเวฟเล็ตของภาพที่ถูกสัญญาณรบกวนบางค่าทิ้งไปโดยการเปรียบเทียบกับค่าเทรชโวลค่าหนึ่งๆ นอกจากนี้ก็ยังมีวิธีการอื่นๆ อีกที่สามารถกำจัดสัญญาณรบกวนในภาพได้ด้วยอย่างเช่น การกรองแบบเวียนเนอร์แต่วิธีการเหล่านี้ก็ยังคงมีแนวโน้มในการทำให้เกิดการพรั่มัวของขอบภาพได้โดยทั่วไปแล้วสัญญาณรบกวนในข้อมูลภาพจะเห็นได้แตกต่างกันตามลักษณะพื้นที่ของข้อมูลภาพโดยพื้นที่ของข้อมูลภาพที่มีความราบเรียบ (Smooth Region) จะสังเกตเห็นสัญญาณรบกวนได้มากกว่าพื้นที่ส่วนที่เป็นขอบภาพ (Edge Region) หรือพื้นที่ส่วนที่เป็นเนื้อหาของภาพ (Texture Region) ดังนั้นในวิทยานิพนธ์นี้จะนำเสนอวิธีการกำจัดสัญญาณรบกวนในภาพโดยอาศัยการกรองล้นประสิทธิเวฟเล็ตของภาพที่มีสัญญาณรบกวนด้วยการกรองแบบเวียนเนอร์ที่ปรับตัวเองได้ซึ่งเป็นวิธีการกรองโดยการเลื่อนฟิลเตอร์วินโดว์ไปบนสลับแบนด์ของภาพที่ได้จากการแปลงเวฟเล็ตแล้วคำนวณค่าตัวแปรทางสถิติบางตัวขึ้นมาจากพิกเซลข้างเคียงภายในฟิลเตอร์วินโดว์และนำค่าตัวแปรที่คำนวณขึ้นนี้มาใช้คำนวณค่าพิกเซลของภาพขึ้นมาใหม่โดยที่ค่าพิกเซลที่คำนวณใหม่นี้ก็คือพิกเซลของภาพที่ผ่านการกำจัดสัญญาณรบกวนแล้ว วิธีการที่นำเสนอนี้เป็นวิธีการที่ไม่ซับซ้อนและยังสามารถลดสัญญาณรบกวนในภาพลงได้โดยไม่ทำให้เกิดการพรั่มัวของขอบภาพ

## 1.2 วัตถุประสงค์ของการวิจัย

เพื่อนำเสนอวิธีการกำจัดสัญญาณรบกวนแบบเกาส์เซียนในภาพด้วยการกรองสัมประสิทธิ์เวฟเล็ตของภาพที่ถูกสัญญาณรบกวนด้วยตัวกรองแบบเวียนเนอร์ที่สามารถปรับตัวเองได้ โดยศึกษาถึงผลของการกำจัดสัญญาณรบกวนด้วยวิธีการที่นำเสนอนี้ภายใต้เงื่อนไขของการเลือกฟิลเตอร์วินโดว์ขนาดต่างๆ และทำการศึกษาที่ค่าความเบี่ยงเบนมาตรฐานของสัญญาณรบกวนค่าต่างๆ โดยทำการทดลองเพื่อทดสอบวิธีการที่นำเสนอนี้กับภาพเกรย์สเกล โดยได้ทำการศึกษาเปรียบเทียบวิธีการที่นำเสนอกับการกำจัดสัญญาณรบกวนวิธียูนิเวอร์ซัลเวฟเล็ตเทอร์โซลดิ้งซึ่งมีวิธีการพื้นฐานการใช้เทคนิคมัลติเรโซลูชันซึ่งเป็นที่รู้จักกันแพร่หลาย และได้ทำการประมวลผลภาพที่ได้จากการกำจัดสัญญาณรบกวนโดยการวัดค่าอัตราส่วนของสัญญาณต่อสัญญาณรบกวนสูงสุดและการเปรียบเทียบผลภาพที่ได้ แต่อย่างไรก็ตามวิธีการที่นำเสนอนี้ก็ยังมีข้อจำกัดเนื่องจากการกรองแบบเวียนเนอร์เองเดิมที่ถูกออกแบบมาเพื่อใช้กำจัดสัญญาณรบกวนแบบเกาส์เซียน ดังนั้นวิธีการที่นำเสนอในวิทยานิพนธ์ฉบับนี้จึงมีข้อจำกัดต่อประเภทของสัญญาณรบกวนคือสามารถใช้ได้กับสัญญาณรบกวนแบบเกาส์เซียนเท่านั้น

## 1.3 ทฤษฎีที่ใช้ในการวิจัย

ทฤษฎีที่นำมาใช้ศึกษาและวิจัยเพื่อวิเคราะห์วิธีการกำจัดสัญญาณรบกวนในภาพในวิทยานิพนธ์นี้ประกอบด้วยทฤษฎีหลักอยู่สองทฤษฎีคือ การแปลงเวฟเล็ตและการกรองแบบเวียนเนอร์ที่ปรับตัวเองได้ โดยวิทยานิพนธ์นี้ได้ศึกษาการกำจัดสัญญาณรบกวนด้วยวิธีเวฟเล็ตเทอร์โซลดิ้งตามหลักการเดิมที่เสนอโดย D.L. Donoho [2] เปรียบเทียบกับวิธีการกรองแบบเวียนเนอร์ที่ปรับตัวเองได้บนเวฟเล็ตโดเมนซึ่งเป็นการนำเอาหลักการแปลงเวฟเล็ตมาใช้ร่วมกับการกรองเวียนเนอร์แบบปรับตัวเองได้นั่นเอง

## 1.4 รายละเอียดของวิทยานิพนธ์

เนื้อหาในวิทยานิพนธ์จะอธิบายถึงทฤษฎีต่างๆ ที่เกี่ยวข้อง, วิธีการและขั้นตอนของการกำจัดสัญญาณรบกวนรวมถึงการทดลองและผลการทดลองที่ได้ โดยมีเนื้อหาทั้งหมดแบ่งออกเป็น 6 บทดังต่อไปนี้

บทที่ 1 บทนำ

อธิบายถึงความเป็นมาและความสำคัญของปัญหา วัตถุประสงค์และทฤษฎีที่ใช้รวมทั้งรายละเอียดในการศึกษาวิจัย

## บทที่ 2 ความเป็นมาและทฤษฎีของเวฟเล็ต

กล่าวถึงทฤษฎีพื้นฐานของการแปลงเวฟเล็ตแบบดิสครีต การวิเคราะห์สัญญาณแบบหลายระดับความละเอียด การแจกแจงสัมประสิทธิ์เวฟเล็ต การแปลงเวฟเล็ตโดยอาศัยหลักการของ Analysis Filter blanks การแปลงกลับเวฟเล็ตโดยใช้หลักการของ Synthesis Filter Blanks ลักษณะเบื้องต้นของฟังก์ชันสเกลลิงรวมถึงลักษณะเบื้องต้นของฟังก์ชันเวฟเล็ตและทฤษฎีเบื้องต้นของสเตชันนารีเวฟเล็ตทรานสฟอร์ม

## บทที่ 3 การกรองแบบเวียนเนอร์ที่สามารถปรับตัวเองได้

อธิบายหลักการเบื้องต้นของนอนคอสซัลเวียนเนอร์ฟิลเตอร์, การวิเคราะห์รูปแบบต่างๆของการกรองเวียนเนอร์โดยอาศัยสมการของเวียนเนอร์ฟิลเตอร์, หลักการพื้นฐานของการประมวลผลภาพแบบปรับตัวเองได้, การกรองเวียนเนอร์แบบปรับตัวเองได้

## บทที่ 4 การกำจัดสัญญาณรบกวนในภาพ

อธิบายถึง ลักษณะของสัญญาณรบกวนแบบแอดดิทีฟเกาส์เซียนนอยส์, การคำนวณค่าทางสถิติของภาพบางค่าเช่นค่าเฉลี่ยหรือค่ามिनและค่าความแปรปรวน, หลักการของการกำจัดสัญญาณรบกวนในภาพด้วยวิธียูนิเวอร์ซัลเวฟเล็ตเทรโซลดิ้ง, วิธีการกำจัดสัญญาณรบกวนในภาพด้วยการกรองเวียนเนอร์แบบปรับตัวเองได้บนเวฟเล็ตโดเมนและหลักการวัดคุณภาพของภาพ

## บทที่ 5 การทดลองและผลการทดลอง

กล่าวถึงการเตรียมข้อมูลภาพที่ใช้ในการทดลอง ผลการทดลองและการวิเคราะห์ผลการทดลองที่ได้จากการกำจัดสัญญาณรบกวนในภาพโดยการกรองแบบเวียนเนอร์บนโดเมนเวฟเล็ตและวิธียูนิเวอร์ซัลเวฟเล็ตเทรโซลดิ้งโดยการวัดอัตราส่วนของสัญญาณต่อสัญญาณรบกวนสูงสุดและเปรียบเทียบผลของภาพที่ได้

## บทที่ 6 สรุปผลการวิจัยและข้อเสนอแนะ

เป็นการสรุปผลการวิจัยพร้อมทั้งปัญหาและข้อเสนอแนะต่างๆ

ภาคผนวก กล่าวถึงทฤษฎีเรานโดมโพเรซลเบื้องต้น เพื่อเป็นรายละเอียดเพิ่มเติมสำหรับผู้สนใจ

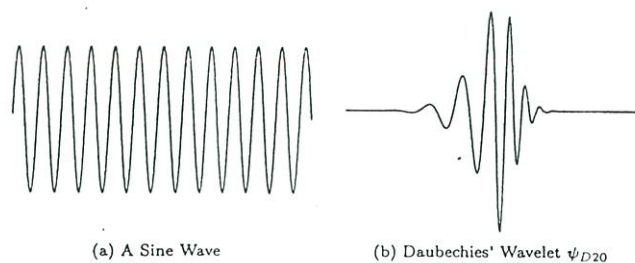
## บทที่ 2

# ความเป็นมาและทฤษฎีของเวฟเล็ต

บทนี้เป็น การอธิบายถึงหลักการพื้นฐานของเวฟเล็ตโดยกล่าวถึง การวิเคราะห์สัญญาณ แบบหลายระดับความละเอียด (MRA: Multi Resolution Analysis) การแปลงเวฟเล็ตบนขอบเขต จำกัด (Discrete Wavelet Transform) การแจกแจงสัมประสิทธิ์เวฟเล็ต ขบวนการแปลงเวฟเล็ต โดยหลักการ Analysis Filter Banks การแปลงกลับเวฟเล็ตโดยหลักการ Synthesis Filter Banks ลักษณะสมบัติของฟังก์ชันสเกลลิงและฟังก์ชันเวฟเล็ตเบื้องต้น และอธิบายถึงหลักการของ สเตชันนารีเวฟเล็ตทรานสฟอร์ม (Stationary Wavelet Transform) เบื้องต้น

วิธีการในการวิเคราะห์สัญญาณ (Signal Analysis) มีอยู่หลายวิธีด้วยกันเช่น ฟูเรียร์ ทรานสฟอร์ม (Fourier Transform), เวฟเล็ตทรานสฟอร์ม (Wavelet Transform) เป็นต้นซึ่งการที่จะเลือกนำวิธีการแบบใดมาใช้นั้นก็ขึ้นอยู่กับความเหมาะสมในการใช้งาน ฟูเรียร์ทรานสฟอร์มเป็นการทรานสฟอร์มที่สามารถทำการทรานสฟอร์มกลับได้ (Inverse Transform) นั่นคือสามารถที่จะทำการแปลงกลับไปกลับมาระหว่างสัญญาณเดิม (Original Signal) และสัญญาณที่ผ่านการทรานสฟอร์มแล้ว (Transformed Signal) ได้อย่างไรก็ตามจะไม่มีข้อมูลเกี่ยวกับเวลา (Time Information) ในสัญญาณที่ผ่านการทรานสฟอร์มมาแล้ว นั่นก็คือฟูเรียร์ทรานสฟอร์มจะบอกได้ว่ามีความถี่แต่ละค่ามากน้อยเท่าไรประกอบอยู่ในสัญญาณนั้น (Spectral Components) แต่บอกไม่ได้ว่าความถี่เหล่านี้เกิดในเวลาโดยยกตัวอย่างเช่นการทำฟูเรียร์ทรานสฟอร์มสัญญาณ Stationary Signal ซึ่งประกอบด้วยความถี่ 10, 20 และ 50 Hz ตลอดเวลาและเปรียบเทียบผลลัพธ์จากฟูเรียร์ทรานสฟอร์มของ Non-stationary signal ซึ่งประกอบด้วยความถี่ 10 Hz ที่ช่วงเวลา 0-100 ms, 20 Hz จากช่วงเวลา 100-300 ms และ 50 Hz ในช่วงเวลา 300 ms-600 ms พบว่าสเปกตรัมสัญญาณที่ได้รับจากทั้งสองกรณีมีความคล้ายคลึงกันแต่จะแตกต่างกันบ้างในรายละเอียดบางประการเช่นการกระเพื่อมของสัญญาณในบริเวณที่มีการเปลี่ยนจากความถี่ค่าหนึ่งไปยังอีกค่าหนึ่งในกรณีของ Non-stationary signal ดังนั้นจะเห็นได้ว่า การวิเคราะห์สัญญาณด้วยการแปลงฟูเรียร์มีความแม่นยำด้านความถี่และเหมาะสมในการวิเคราะห์สัญญาณที่มีลักษณะเป็นคาบเวลาที่แน่นอน (Stationary Signal) หรือเมื่อไม่ต้องการทราบข้อมูลทางเวลาจากการวิเคราะห์ข้อมูลนั้น [3] อีกทั้งการที่ข้อมูลซึ่งได้จากฟูเรียร์ทรานสฟอร์มมีตลอดย่านความถี่จาก  $+\infty$  จนถึง  $-\infty$  เมื่อเกิดการเปลี่ยนแปลงของสัญญาณอินพุตที่ขณะเวลาใดๆ ก็มีผลกระทบตลอดย่านสเปกตรัมของสัญญาณด้วยและฟูเรียร์ทรานสฟอร์มยังให้ข้อมูลที่มากเกินไปจนความจำเป็นหากต้องการวิเคราะห์สัญญาณเพียงเฉพาะในช่วงเวลาหรือช่วงความถี่ใดความถี่หนึ่งเนื่องจาก

ฟูเรียร์ทรานสฟอร์มไม่สามารถที่จะเลือกวิเคราะห์สัญญาณเฉพาะช่วงเวลาหรือช่วงความถี่ใดๆ ได้ ต่อมาจึงได้มีการพัฒนาการแปลงฟูเรียร์ในช่วงเวลาสั้นๆ ขึ้น (Short-Time Fourier Transform: STFT) ซึ่งการทรานสฟอร์มแบบนี้สามารถที่จะพิจารณาเป็นการทำฟูเรียร์ทรานสฟอร์มของ สัญญาณคูณอยู่กับวินโดว์ฟังก์ชัน (window function) โดยสามารถกำหนดตำแหน่งเวลาและช่วง ความถี่ในการวิเคราะห์ได้ ดังนั้นผลที่ได้จากการทรานสฟอร์มจึงแสดงถึงความถี่ต่างๆ ที่ประกอบ อยู่ในสัญญาณที่วิเคราะห์และยังบอกถึงช่วงเวลา (time intervals) ที่ปรากฏอยู่ของความถี่เหล่านี้ ด้วย หนึ่งจากคุณลักษณะของสัญญาณทั่วไปพบว่าสัญญาณที่มีความถี่สูงจะมีคาบเวลาที่แคบใน ขณะเดียวกันสัญญาณความถี่ต่ำก็มีคาบเวลาที่กว้าง ดังนั้นในการวิเคราะห์สัญญาณช่วงเวลาและช่วง ความถี่ที่ทำการวิเคราะห์ควรมีการเปลี่ยนแปลงที่สัมพันธ์กันคือช่วงความถี่สูงควรใช้ช่วงเวลาใน การวิเคราะห์น้อยแต่ในช่วงความถี่ต่ำควรที่จะใช้เวลาในการวิเคราะห์ยาวขึ้นแต่สำหรับการแปลงฟู เรียร์ในช่วงเวลาสั้นแล้วยังคงเป็นวิธีการวิเคราะห์ซึ่งมีช่วงเวลาและช่วงความถี่ในการวิเคราะห์ที่ คงที่ (Fixed resolution transform) ข้อมูลผลลัพธ์ที่ได้จึงอาจมากหรือน้อยไป [4-5] และหากใน การวิเคราะห์เลือกใช้วินโดว์ฟังก์ชันแคบ (Narrow window) ก็จะทำให้ผลการวิเคราะห์ทางเวลาที่ดีแต่ ผลการวิเคราะห์ทางความถี่ไม่ดี (good time resolution, poor frequency resolution) ในขณะที่ การใช้วินโดว์ฟังก์ชันขนาดกว้าง (Wide window) กลับให้ผลการวิเคราะห์ทางความถี่ที่ดีแต่ผลการ วิเคราะห์ทางเวลาที่ไม่ค่อยดีนัก (good frequency resolution, poor time resolution) เพราะฉะนั้นการเลือกวินโดว์ฟังก์ชันจึงขึ้นอยู่กับความเหมาะสมในการใช้งานต่อมาได้มีการพัฒนา เวฟเล็ตทรานสฟอร์มขึ้นซึ่งเป็นการทรานสฟอร์มรูปแบบหนึ่งที่กระทำผ่านวินโดว์ฟังก์ชันและ สามารถเลื่อนตำแหน่งและปรับเปลี่ยนช่วงเวลาและช่วงความถี่ที่จะวิเคราะห์ได้ การที่สามารถ อธิบายสัญญาณหรือฟังก์ชันใดๆ ได้ว่าเกิดจากการรวมเชิงเส้น (Linear Combination) ของฟังก์ชัน มูลฐาน (Basis Function) เป็นผลให้สามารถทำการวิเคราะห์สัญญาณต่างๆ ได้สะดวกยิ่งขึ้น โดย เป็นที่ทราบกันว่าฟังก์ชันซายน์และโคซายน์เป็นฟังก์ชันพื้นฐานสำหรับการวิเคราะห์สัญญาณแบบ ฟูเรียร์ ส่วนการวิเคราะห์แบบเวฟเล็ตนั้นก็ใช้ฟังก์ชันพื้นฐานเวฟเล็ต (Wavelet Basis Function) ซึ่งเวฟเล็ตฟังก์ชันมีลักษณะที่สำคัญๆ คือมีการเปลี่ยนแปลงอย่างต่อเนื่อง (Oscillatory) และมี ขนาดลดลงสู่ศูนย์อย่างรวดเร็วโดยมีความแตกต่างจากฟังก์ชันซายน์และโคซายน์ [6] ดังรูปที่ 2.1



รูปที่ 2.1 ฟังก์ชันซายน์และฟังก์ชันเวฟเล็ต

## 2.1 การวิเคราะห์หลายระดับความละเอียด (Multi-Resolution Analysis): MRA

ก่อนที่จะอธิบายถึงทฤษฎีการวิเคราะห์แบบหลายระดับความละเอียดจะกล่าวถึงทฤษฎีที่เกี่ยวข้องในการวิเคราะห์ก่อนซึ่งก็คือ สเปซของเวกเตอร์ (Vector Space) หรือปริภูมิของฟังก์ชัน โดยกำหนดให้สเปซหรือปริภูมิที่สำคัญสำหรับขบวนการวิเคราะห์สัญญาณคือ  $L^2(\mathbb{R})$

สเปซของเวกเตอร์ถ้าพิจารณาความหมายในด้านการวิเคราะห์สัญญาณแล้วก็หมายถึงสเปซที่เกิดจากการรวมกันของเวกเตอร์พื้นฐาน (Basis Vector) โดยเวกเตอร์พื้นฐานนี้จะ เป็นเซตของเวกเตอร์ที่เป็นอิสระต่อกันและอยู่ในเวกเตอร์สเปซดังนั้นเวกเตอร์ใดๆ ที่สามารถเขียนให้อยู่ในรูปการรวมเชิงเส้น (Linear Combination) ของเวกเตอร์พื้นฐานได้ เวกเตอร์นั้นก็จะอยู่ในสเปซของเวกเตอร์เสมอ นั่นก็คือเวกเตอร์ใดๆ สามารถที่จะเขียนเป็นการรวมเชิงเส้นของเวกเตอร์พื้นฐานที่ค่าสัมประสิทธิ์ต่างๆ ได้ ดังตัวอย่างแสดงในสมการที่ (2.1) โดยในที่นี้กำหนดให้  $V$  เป็นเวกเตอร์ใดๆ,  $b$  แสดงถึงเวกเตอร์พื้นฐานและ  $v$  แทนค่าสัมประสิทธิ์

$$v = \sum_k v^k b_k \quad (2.1)$$

ในทำนองเดียวกันถ้าทำการพิจารณาสมการที่ (2.1) ในรูปของสัญญาณโดยแทนเวกเตอร์พื้นฐานด้วยฟังก์ชันพื้นฐาน  $\varphi_k(t)$  และแทนเวกเตอร์  $V$  ใดๆ ด้วยสัญญาณ  $f(t)$  และ  $a_k$  แทนค่าสัมประสิทธิ์ ดังนั้นจะได้ว่าสัญญาณใดๆ สามารถที่จะเขียนในรูปผลรวมเชิงเส้นของฟังก์ชันพื้นฐานได้ดังแสดงในสมการที่ (2.2)

$$f(t) = \sum_k a_k \varphi_k(t) \quad ; k \in Z \quad (2.2)$$

โดยกำหนดให้  $Z$  แทนเซตของจำนวนเต็มและเมื่อให้สัญญาณ  $f(t)$  เป็นฟังก์ชันใดๆ ที่อยู่ในปริภูมิ  $L^2(\mathbb{R})$  แล้วจะได้ว่า  $\int_{\mathbb{R}} |f(t)|^2 dt < \infty$  โดยที่  $\mathbb{R}$  เป็นเซตของจำนวนจริง สำหรับการวิเคราะห์สัญญาณแบบหลายระดับความละเอียดนั้นจะมีลักษณะและข้อกำหนดที่สำคัญหลายประการด้วยกันดังจะได้กล่าวต่อไป [7]

(1). ภายในปริภูมิ  $L^2(\mathbb{R})$  จะมีการซ้อนทับกันของปริภูมีย่อยๆ ซึ่งแสดงในสมการที่ (2.3)

$$\cdots \subset V_{-2} \subset V_{-1} \subset V_0 \subset V_1 \subset V_2 \subset \cdots \subset L^2(\mathbb{R}) \quad (2.3)$$

นั่นคือ 
$$V_j \subset V_{j+1} \quad ; j \in Z \quad (2.4)$$

เมื่อกำหนดให้  $V_j$  หมายถึงสเปซของเวกเตอร์,  $j$  หมายถึงระดับความละเอียดของสัญญาณและจำนวนฟังก์ชันพื้นฐานที่ประกอบอยู่ในฟังก์ชันนั้นๆ ดังนั้นถ้า  $j$  มีค่ามากขึ้นก็จะมีจำนวนของฟังก์ชันพื้นฐานมากขึ้น สัญญาณใดๆ ก็ตามจะสามารถพิจารณาที่ระดับความละเอียดใดๆ ก็ได้ โดยที่ยังคงอยู่ภายใต้สัญญาณเดิม

(2). ฟังก์ชันทุกฟังก์ชันใน  $L^2(\mathbb{R})$  สามารถที่จะประมาณให้อยู่ในสเปซของเวกเตอร์ที่ระดับความละเอียดใดๆ ก็ได้ในลักษณะการโปรเจกชันสัญญาณใดๆ ลงใน  $V_j$  การประมาณสัญญาณไปที่ระดับความละเอียดใดความละเอียดหนึ่งจะทำให้ข่าวสารของสัญญาณนั้นๆ หายไปบางส่วนตามระดับความละเอียดนั้นแต่หากระดับความละเอียดเพิ่มขึ้นถึงอนันต์สัญญาณนั้นก็ยังคงลู่เข้าสู่สัญญาณต้นกำเนิดซึ่งสามารถที่จะแสดงได้ดังสมการที่ (2.5)

$$\text{Close } L^2\left(\bigcup_{j \in \mathbb{Z}} V_j\right) = L^2(\mathbb{R}) \quad (2.5)$$

(3). ในการโปรเจกชันสัญญาณแต่ละครั้งที่ค่าของ  $j$  ลดน้อยลงจะมีผลให้สัญญาณที่ถูกทำการประมาณนั้นมีข่าวสารสูญหายไปมากขึ้น ดังนั้นรายละเอียดของสัญญาณจะน้อยลงๆ จนลู่เข้าสู่ศูนย์ดังแสดงในสมการที่ (2.6)

$$\left(\bigcap_{j \in \mathbb{Z}} V_j\right) = \{0\} \quad (2.6)$$

(4). เมื่อทำการโปรเจกชันสัญญาณจากระดับหนึ่งไปยังระดับที่ต่ำกว่าหนึ่งระดับจะส่งผลให้ข่าวสารหรือพลังงานของสัญญาณหายไปส่วนหนึ่ง นั่นคือเกิดการสูญหายของแถบความถี่ของสัญญาณไปบางส่วนซึ่งพลังงานในแบนด์ความถี่ที่หายไปดังกล่าวนี้จะถูกรวมใน Complementary Subspace ( $W_j$ ) สามารถพิจารณาได้ดังสมการที่ (2.7)

$$V_j + W_j = V_{j+1} \quad (2.7)$$

(5). คุณสมบัติของ Two scale property ซึ่งเป็นการลดระดับความละเอียดของสัญญาณลงมาหนึ่งระดับกล่าวว่าสัญญาณที่อยู่ใน  $V_{j+1}$  จะมีความถี่เป็นสองเท่าของสัญญาณใน  $V_j$  ดังแสดงในสมการ (2.8)

$$f(t) \in V_j \Leftrightarrow f(2t) \in V_{j+1} \quad (2.8)$$

## 2.2 ลักษณะของฟังก์ชันสเกลลิงและฟังก์ชันเวฟเล็ต

จำนวนของฟังก์ชันพื้นฐานที่ประกอบขึ้นเป็นสัญญาณใดๆ ในแต่ละสเปซจะมีจำนวนแตกต่างกันโดยสัญญาณในสเปซที่ระดับความละเอียดสูงกว่าจะประกอบด้วยฟังก์ชันพื้นฐานจำนวนมากกว่า การที่สัญญาณประกอบด้วยฟังก์ชันพื้นฐานจำนวนมาก หมายถึงสัญญาณมีระดับความละเอียดสูงซึ่งถ้ากำหนดให้ช่วงเวลาที่ใช้ในการวิเคราะห์สัญญาณในสเปซที่ระดับความละเอียดต่างๆ เหล่านี้คงที่แล้ว เมื่อทำการเปรียบเทียบจำนวนฟังก์ชันพื้นฐานของสัญญาณในแต่ละสเปซพบว่าสเปซที่ระดับความละเอียดสูงมีฟังก์ชันพื้นฐานบรรจุอยู่เป็นจำนวนมากกว่าในสเปซที่ระดับความละเอียดต่ำกว่าเมื่อพิจารณาในช่วงเวลาเท่ากันซึ่งหมายความว่าฟังก์ชันพื้นฐานของสัญญาณที่ระดับความละเอียดสูงกว่าจะมีความถี่มากกว่าฟังก์ชันพื้นฐานของสัญญาณนั้นเมื่อพิจารณาที่ระดับความละเอียดต่ำกว่าตัวอย่างเช่นฟังก์ชันพื้นฐานที่อยู่ใน  $V_{j+1}$  จะมีความถี่เป็นสองเท่าของฟังก์ชันพื้นฐานที่อยู่ใน  $V_j$  โดยฟังก์ชันพื้นฐานที่ประกอบกันเป็นสัญญาณการประมาณในสเปซที่ระดับความละเอียด  $V_j$  ใดๆ นี้คือฟังก์ชันสเกลลิง (Scaling function:  $\varphi(t)$ ) ซึ่งแสดงในสมการที่ (2.9)

$$\varphi_k(t) = \varphi(t - k); \quad \varphi_k(t) \in L^2(\mathbb{R}), k \in \mathbb{Z} \quad (2.9)$$

จากสมการที่ (2.9) กำหนดให้  $k$  คือตำแหน่งที่เกิดฟังก์ชันสเกลลิง เมื่อให้ปริภูมิย่อยของ  $L^2(\mathbb{R})$  ที่มี  $\varphi_k(t)$  เป็นฟังก์ชันมูลฐานแสดงดังสมการที่ (2.10) โดย  $\varphi_k(t)$  ที่ตำแหน่งต่างๆ กันเหล่านี้จะมีคุณสมบัติตั้งฉากเชิงปกติซึ่งกันและกัน (Orthonormal Property) จากการที่ฟังก์ชันพื้นฐานในปริภูมิย่อยใดๆ มีคุณสมบัติตั้งฉากเชิงปกติกันจะเป็นผลให้ Inner product ของฟังก์ชันพื้นฐานที่ตำแหน่งเดียวกันและระดับความละเอียดเดียวกันมีค่าเป็นหนึ่งดังแสดงในสมการที่ (2.11)

$$V_0 = \text{span}\{\varphi_k(t)\} \quad (2.10)$$

$$\begin{aligned} \langle \varphi_{j,k}, \varphi_{j,l} \rangle &= \delta_{k,l} \quad j, k, l \in \mathbb{Z} \\ \delta_{k,l} &= \begin{cases} 1, & k = l \\ 0, & k \neq l \end{cases} \end{aligned} \quad (2.11)$$

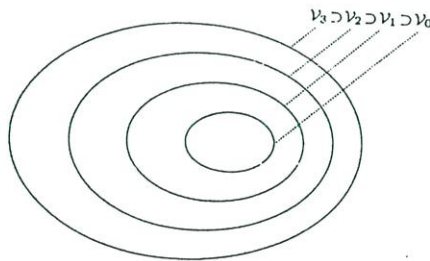
การเพิ่มขนาดปริภูมิย่อยใดๆ ทำได้โดยการเปลี่ยนขนาดของเวลาของฟังก์ชันสเกลลิง ดังนั้นจะสามารถกำหนดฟังก์ชันพื้นฐานสำหรับปริภูมิย่อยใดๆ ได้ดังสมการที่ (2.12)

$$\varphi_{j,k}(t) = 2^{j/2} \cdot \varphi(2^j t - k) \quad j, k \in Z \quad (2.12)$$

เมื่อ  $2^{j/2}$  ในสมการที่ (2.12) มีไว้เพื่อเป็นการนอร์มอลไลซ์ (Normalized) ให้พลังงานของฟังก์ชันพื้นฐานทุกฟังก์ชันในทุกปริภูมิย่อยมีค่าเท่ากับหนึ่งเสมอ จากลักษณะสมบัติของการวิเคราะห์แบบหลายระดับความละเอียดทำให้สามารถทำการประมาณสัญญาณ  $f(t)$  ซึ่งอยู่ในปริภูมิ  $L^2(\mathbb{R})$  ไปยังสเปซที่ระดับความละเอียดใดๆ  $V_j$  ได้ดังแสดงในสมการต่อไปนี้

$$f_j(t) = \sum_k c_j(k) \cdot \varphi_{j,k}(t) \quad (2.13)$$

เมื่อ  $c_j^k$  คือสัมประสิทธิ์หรือน้ำหนักที่คูณอยู่กับฟังก์ชันสเกลลิงที่ตำแหน่ง  $k$  ใดๆ ค่าสัมประสิทธิ์  $c_j^k$  จะหาได้จากสมการ  $c_j^k = \langle f(t), \varphi_{j,k}(t) \rangle$  ซึ่งเป็นการหาค่าผลคูณภายในระหว่าง  $f(t)$  กับ  $\varphi_{j,k}(t)$  แล้วประกอบเป็นสัญญาณที่ระดับความละเอียด  $V_j$  นั้น กำหนดให้ปริภูมิของเวกเตอร์มีการซ้อนทับกันดังสมการ  $\dots \subset V_{-2} \subset V_{-1} \subset V_0 \subset V_1 \subset V_2 \subset \dots \subset L^2$  หรือ  $V_j \subset V_{j+1}; j \in Z$  เมื่อ  $V_{-\infty} = \{0\}, V_{\infty} = L^2$  พบว่าปริภูมิของเวกเตอร์ที่บรรจุสัญญาณที่ระดับความละเอียดสูงก็จะบรรจุสัญญาณที่ระดับความละเอียดต่ำกว่าอยู่ด้วย นั่นคือฟังก์ชันพื้นฐานที่อยู่ในปริภูมิเวกเตอร์  $V_j$  จะเป็นการสเกลของฟังก์ชันพื้นฐานที่อยู่ในปริภูมิเวกเตอร์ที่สูงกว่าซึ่งการซ้อนทับกันของปริภูมิเวกเตอร์แสดงในรูปที่ 2.2



รูปที่ 2.2 การซ้อนทับกันของปริภูมิเวกเตอร์ที่ระดับความละเอียดต่างๆ

กำหนดให้  $\varphi(t) \in V_0$  และ  $V_0 \subset V_1$  แล้วฟังก์ชันสเกลลิงที่ระดับความละเอียด  $j=1$  คือ  $2^{1/2} \varphi(2t - n)$  ดังนั้นความสัมพันธ์ระหว่างฟังก์ชันสเกลลิงที่ระดับความละเอียด  $V_0$  และ  $V_1$  แสดงดังสมการที่ (2.14) สัมประสิทธิ์  $h(n)$  สามารถหาได้จากสมการ (2.15)

$$\varphi(t) = \sum_n h(n) \cdot 2^{1/2} \varphi(2t - n); \quad n \in Z, h(n) \in L^2(\mathbb{Z}) \quad (2.14)$$

$$h(n) = \langle \varphi(t), \varphi(2t - n) \rangle; \quad n \in Z \quad (2.15)$$

เมื่อ สัมประสิทธิ์  $h(n)$  เป็นลำดับของจำนวนจริงหรือจำนวนเชิงซ้อนซึ่งเรียกว่าสัมประสิทธิ์ของสเกลลิงฟังก์ชันหรือสเกลลิงฟิลเตอร์หรือสเกลลิงเวกเตอร์ (Scaling function coefficient or scaling filter or the scaling vector)

การวิเคราะห์สัญญาณที่ระดับความละเอียดต่ำลงมาจะมีผลให้พลังงานของสัญญาณบางส่วนหายไปอยู่ในอีกสเปซหนึ่งนั่นคือสเปซของเวกเตอร์เวฟเลต (Wavelet vector space:  $W_j$ ) ซึ่งมีฟังก์ชันพื้นฐานคือฟังก์ชันเวฟเลต (Wavelet function:  $\psi(t)$ ) การที่ปริภูมิ  $V_j$  และ  $W_j$  เป็นส่วนเติมเชิงตั้งฉากปกติซึ่งกันและกันแล้วความสัมพันธ์ระหว่างฟังก์ชันพื้นฐานสเกลลิงในปริภูมิ  $V_j$  และฟังก์ชันพื้นฐานเวฟเลตในปริภูมิ  $W_j$  จะสามารถแสดงได้ดังนี้

$$\langle \varphi_{j,k}(t), \psi_{j,l}(t) \rangle = \int \varphi_{j,k}(t) \psi_{j,l}(t) dt = 0 \quad ; j, k, l \in Z \quad (2.16)$$

ในทำนองเดียวกันกับฟังก์ชันสเกลลิงจะสามารถเขียนสมการของฟังก์ชันเวฟเลตที่ระดับความละเอียดต่างๆ ดังนี้

$$\psi_{j,k}(t) = 2^{j/2} \cdot \psi(2^j t - k) \quad ; j, k \in Z \quad (2.17)$$

โดยที่ฟังก์ชันพื้นฐานในปริภูมิย่อยเวฟเลตจะมีคุณสมบัติตั้งฉากซึ่งกันและกันดังนี้

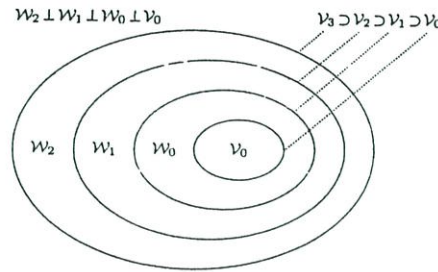
$$W_j = \text{span} \{ \psi_{j,k}(t) \} \quad ; j, k \in Z \quad (2.18)$$

$$\langle \psi_{j,k}(t), \psi_{j,l}(t) \rangle = \delta_{k,l}; j, k, l \in Z$$

$$\delta_{k,l} = \begin{cases} 1, & k = l \\ 0, & k \neq l \end{cases} \quad (2.19)$$

ความสัมพันธ์ระหว่างสเปซย่อยอธิบายได้จาก  $\dots \subset V_{-2} \subset V_{-1} \subset V_0 \subset V_1 \subset V_2 \subset \dots \subset L^2$  จะเห็นได้ว่าสามารถเริ่มอธิบายสัญญาณที่ระดับความละเอียดใดๆ  $V_j$  ก็ได้และถ้าเริ่มที่ระดับความละเอียด  $j=0$  จะได้ว่า  $V_0 \subset V_1 \subset V_2 \subset \dots \subset L^2$  อาศัยคุณสมบัติของการวิเคราะห์แบบหลายระดับความละเอียดข้อที่ (4) คือ  $V_j + W_j = V_{j+1}$  ดังนั้นจะสามารถเขียน  $V_1 = V_0 \oplus W_0$  แล้วจะ

ได้ว่า  $V_2 = V_0 \oplus W_0 \oplus W_1$  นั่นคือ  $L^2 = V_0 \oplus W_0 \oplus W_1 \oplus \dots$  เมื่อให้  $V_0$  เป็นสเปซเริ่มต้น ลักษณะความสัมพันธ์ระหว่างสเปซเวกเตอร์เวฟเล็ตสเกลลิงฟังก์ชันแสดงดังรูปที่ 2.3



รูปที่ 2.3 สเกลลิงฟังก์ชันและเวฟเล็ตเวกเตอร์สเปซ

โดยระดับความละเอียดของเวกเตอร์สเปซเวฟเล็ตจะเป็นที่ค่าใดๆ ก็ได้ซึ่งถ้าระดับความละเอียดเริ่มที่ระดับ  $j = -\infty$  แล้วจะได้  $L^2 = \dots \oplus W_{-2} \oplus W_{-1} \oplus W_0 \oplus W_1 \oplus \dots$  จะเห็นว่าประกอบด้วยเฉพาะเทอมของเวฟเล็ตเวกเตอร์สเปซทั้งนี้เนื่องมาจากความสัมพันธ์ระหว่าง  $V_0$  กับเวฟเล็ตเวกเตอร์สเปซดังนี้  $W_{-\infty} \oplus \dots \oplus W_{-1} = V_0$  และจาก  $W_0 \subset V_1$  สามารถเขียนได้เป็นผลรวมของค่าน้ำหนักของสเกลลิงฟังก์ชัน  $\varphi(2t)$  ที่ถูกสเกลไปตั้งในสมการที่ (2.20) และค่าสัมประสิทธิ์  $g(n)$  หาได้จากสมการที่ (2.21)

$$\psi(t) = \sum_n g(n) \cdot 2^{1/2} \varphi(2t-n) ; \quad n \in Z, g(n) \in L^2(Z) \quad (2.20)$$

$$g(n) = \langle \psi(t), 2^{1/2} \varphi(2t-n) \rangle ; \quad n \in Z \quad (2.21)$$

โดยเทอมของ  $h(n)$  และ  $g(n)$  จะใช้สำหรับขบวนการลดจำนวนฟังก์ชันพื้นฐานลงครึ่งหนึ่งซึ่งมีผลให้ความถี่ของฟังก์ชันพื้นฐานลดลง

สำหรับสัญญาณใดๆ  $g_j(t)$  ที่เกิดจากการรวมกันของฟังก์ชันพื้นฐานเวฟเล็ต  $\psi(t)$  ภายในสเปซของเวกเตอร์เวฟเล็ต  $W_j$  ที่ระดับความละเอียดใดๆ สามารถเขียนได้ดังสมการที่ (2.22) เมื่อ  $d_j^k$  คือค่าสัมประสิทธิ์หรือค่าน้ำหนักที่คูณกับฟังก์ชันเวฟเล็ตที่ตำแหน่งที่  $k$  นั้นๆ ซึ่งหาค่าได้จากสมการที่ (2.23)

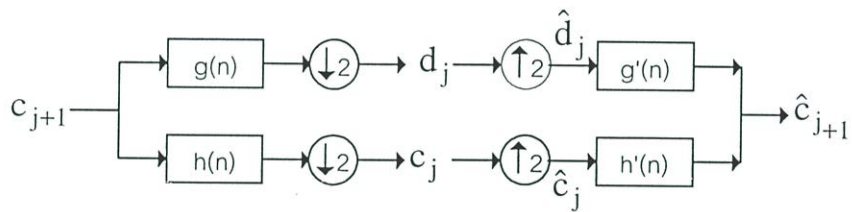
$$g_j(t) = \sum_k d_j^k \psi_{j,k}(t) \quad (2.22)$$

$$d_j^k = \langle g(t), \psi_{j,k}(t) \rangle ; \quad j, k \in Z \quad (2.23)$$

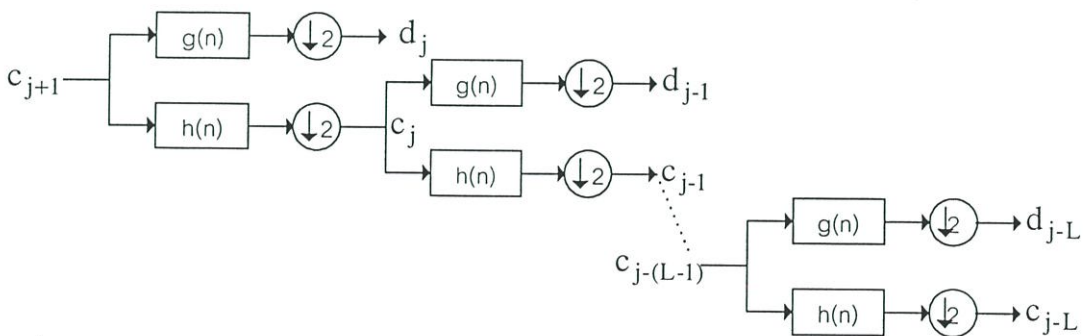
### 2.3 ตัวกรองฟิลเตอร์แบงก์ (Filter Bank)

ทฤษฎีที่สำคัญในการอธิบายการแปลงเวฟเล็ตแบบแบ่งช่วงนอกจากหลักการวิเคราะห์แบบหลายระดับความละเอียดแล้ว หลักการของฟิลเตอร์แบงก์ (Filter Bank) ก็นับว่ามีบทบาทสำคัญหลักการหนึ่ง ดังนั้นจะได้อธิบายถึงหลักการของฟิลเตอร์แบงก์ในเบื้องต้นดังนี้

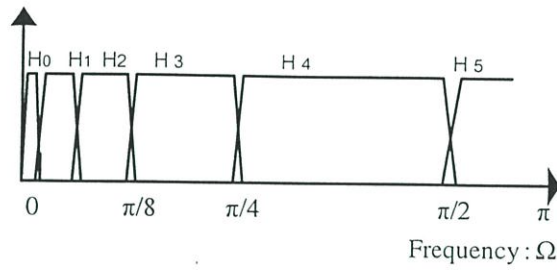
ฟิลเตอร์แบงก์แบบสองช่องสัญญาณ (Two Channel Filter Banks) [8] ดังแสดงในรูปที่ 2.4 ประกอบด้วยชุดตัวกรองในการวิเคราะห์ (Analysis Filter Banks) และชุดตัวกรองสำหรับการสังเคราะห์ (Synthesis Filter Banks) ตัวกรองในการวิเคราะห์ทำหน้าที่ในการแยกสัญญาณอินพุตเป็นสองส่วนคือส่วนความถี่สูงด้วยตัวกรองความถี่สูง  $g(n)$  และความถี่ต่ำด้วยตัวกรองความถี่ต่ำ  $h(n)$  ตามด้วย Decimators หรือ Downsampling สัญญาณ เมื่อนำฟิลเตอร์แบงก์แบบสองช่องสัญญาณมาเรียงต่อกันในลักษณะ Tree structure ก็จะได้ Octave analysis filter banks ดังภาพที่ 2.5 ฟิลเตอร์แบงก์แบบสองช่องสัญญาณชุดแรกจะแยกสัญญาณ  $C_{j+1}$  เป็นสัญญาณความถี่สูงครึ่งบน  $d_j$  และสัญญาณที่ความถี่ต่ำครึ่งล่าง  $c_j$  ออกจากกัน สัญญาณเอาต์พุต  $c_j$  เป็นส่วนที่ถูกแยกความถี่ต่อไป ดังนั้นส่วนของความถี่ต่ำที่ได้จากแต่ละขั้นตอนจะถูกทำการแยกแบนด์ต่อไปเรื่อยๆ ตามระดับที่ต้องการ



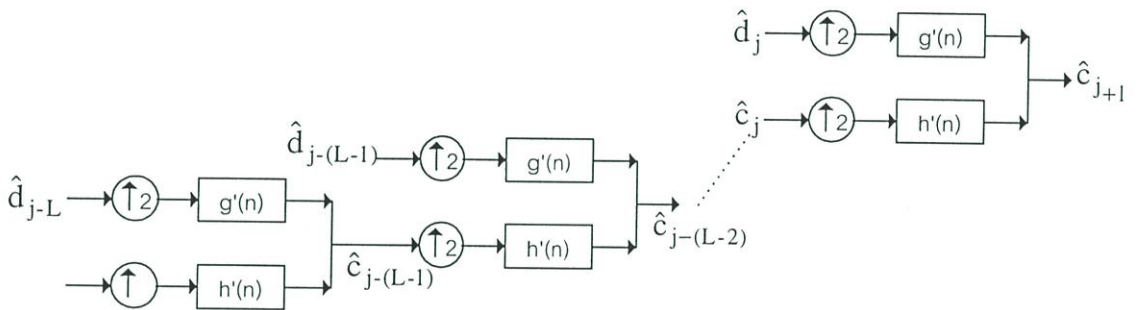
รูปที่ 2.4 ฟิลเตอร์แบงก์แบบสองช่องสัญญาณ



รูปที่ 2.5 Octave Band Analysis Filter Banks



รูปที่ 2.6 ลักษณะการแยกแบนด์ความถี่ (Frequency Bands) ของ Octave Filter Banks



รูปที่ 2.7 Octave Band Synthesis Filter Banks

ในการแยกแบนด์ความถี่ของ Octave Filter Banks แบนด์ของความถี่ต่ำจะถูกแบ่งออกไปเรื่อยๆ สัมพันธ์กับอัตราการสุ่มที่ลดลงครึ่งละสองเท่า ดังนั้นเอาท์พุทในส่วนของความถี่ต่ำจะลดลงในอัตราสองเท่าในแต่ละสเตจและความถี่คัทออฟ (cut off frequency) จะมีค่าลดลงครึ่งละสองเท่าโดยลดลงไปทางด้านความถี่ที่ต่ำลง ทรานสเฟอร์ฟังก์ชัน  $H_0(z)$  คือส่วนของความถี่ต่ำผ่านครั้งสุดท้ายในขณะที่ยังอยู่ในช่วงที่  $H_1(z), H_2(z), H_3(z), H_4(z)$  มีลักษณะเป็นแถบความถี่ผ่านและ  $H_5(z)$  เป็นส่วนของความถี่สูงผ่านแสดงดังรูปที่ 2.6 ดังนั้น Octave Filter Banks จึงสามารถแยกแบนด์ความถี่ต่างๆ ออกได้ (Band-separating Filter)

ฟิลเตอร์แบงก์ในการสังเคราะห์หรือสร้างกลับสัญญาณ (Synthesis Filter Banks) จะประกอบด้วย Expander หรือ Upsampling และตัวกรองในการสังเคราะห์ (Synthesis Filters)  $h'(n)$  กับ  $g'(n)$  ลักษณะของ Octave Band Synthesis Filter Banks แสดงในรูปที่ 2.7 การสร้างกลับสัญญาณ (Reconstruction) เป็นการหาค่าของ  $C_{j+1}$  จากค่า  $c_j$  และ  $d_j$  โดยค่า  $\hat{C}_{j+1}$  ที่ได้นี้เป็นค่าประมาณของ  $C_{j+1}$  ตัวกรองในการวิเคราะห์และตัวกรองในการสังเคราะห์มีความสัมพันธ์กันในลักษณะของวงจรถอดรูดเจอร์มิเรอร์ฟิลเตอร์ ในวิทยานิพนธ์นี้เพื่อนำผลตอบสนองอิมพัลส์ของเวฟเล็ตเชิงตั้งฉากที่ได้มีผู้วิจัยนำมาประยุกต์ใช้ในขบวนการกำจัดสัญญาณรบกวนใน

ภาพเท่านั้นส่วนรายละเอียดเกี่ยวกับการออกแบบตัวกรองที่ใช้สำหรับการแปลงเวฟเลตนั้นมีการศึกษาวิจัยไว้ใน [9] ซึ่งผู้สนใจสามารถศึกษาเพิ่มเติมได้

## 2.4 การแปลงเวฟเลตแบบแบ่งช่วง (Discrete Wavelet Transform)

### 2.4.1 การแจกแจงสัมประสิทธิ์เวฟเลต (Wavelets Series Expansion)

การที่สัญญาณ  $f(t) \in L^2(\mathbb{R})$  สามารถลดระดับความละเอียดลงได้และส่วนรายละเอียดของสัญญาณที่หายไปจะไปอยู่ในสเปซซึ่งเป็น Orthogonal Complement กับ  $V_j$  ซึ่งคือ  $W_j$  ดังกล่าวมาแล้ว โดยรายละเอียดของ  $f(t)$  จะปรากฏอยู่ในทั้งสเปซ  $V_j$  และ  $W_j$  นั่นคือในสเปซ  $W_j$  ก็จะมีสัญญาณ  $g_j(t)$  ที่เป็นส่วนประกอบของ  $f(t)$  ด้วยดังในสมการที่ (2.22) และค่าของ  $d_j^k$  ในสมการที่ (2.23) เป็นสัมประสิทธิ์ที่เกิดจากการโปรเจกชันเชิงตั้งฉาก (Orthogonal Projection) สัญญาณ  $f(t)$  ด้วย  $\psi_{j,k}(t)$  นั่นเอง จากความสัมพันธ์ของ  $V_j + W_j = V_{j+1}$  จะได้ว่า  $f_{j+1} = f_j + g_j$  ถ้าให้  $f(t) \in V_{j+1}$  แล้วจะสามารถแตกกระจายสัญญาณให้มีความละเอียดน้อยลงได้โดยที่  $V_j$  สามารถแตกต่อไปได้จนถึงระดับความละเอียด  $j=0$  แล้วจะได้  $V_{j+1} = V_0 + W_0 + W_1 + \dots + W_j$  และเนื่องจากสเปซของเวฟเลตที่ระดับความละเอียดต่างๆ มีลักษณะเชิงตั้งฉากซึ่งกันและกันดังนั้นจะสามารถเขียนเป็นความสัมพันธ์ในลักษณะการบวกเชิงตั้งฉากได้ดังนี้  $V_{j+1} = V_0 \oplus W_0 \oplus W_1 \oplus \dots \oplus W_j$

ดังนั้นจะเขียนความสัมพันธ์ของการแตกกระจายสเปซ (Decomposition Vector Space) ได้ดังสมการที่ (2.24) ซึ่งก็คือสัญญาณใดๆ  $f(t) \in L^2(\mathbb{R})$  จะสามารถแตกกระจายในลักษณะผลรวมของสัญญาณในสเปซย่อยที่ประกอบด้วยฟังก์ชันสเกลลิงกับสัญญาณในสเปซย่อยหลายๆ ชุดที่แต่ละชุดประกอบด้วยฟังก์ชันเวฟเลตที่มีการหดหรือขยายความถี่ (Dyadic Wavelet)

$$L^2(\mathbb{R}) = V_j \oplus W_j \oplus W_{j+1} \oplus \dots \oplus W_{-1} \oplus W_0 \oplus W_1 \oplus \dots \quad j \in \mathbb{Z} \quad (2.24)$$

การโปรเจกชันสัญญาณ  $f(t) \in L^2(\mathbb{R})$  ไปในสเปซย่อยๆ มีความสัมพันธ์กับการแปลงเวฟเลตซึ่งเป็นการแจกแจงหาสัมประสิทธิ์ในแต่ละสเปซ (Wavelet Series Expansion) โดยสัญญาณ  $f(t)$  สามารถแจกแจงไปอยู่ในรูปแบบของฟังก์ชันสเกลลิงและฟังก์ชันเวฟเลตได้ดังต่อไปนี้

$$\begin{aligned} f(t) &= f_j + g_j + g_{j+1} + g_{j+2} + \dots + g_\infty \\ f(t) &= \sum_k c_j(k) \psi_{j,k}(t) + \sum_{i=j}^{\infty} \sum_k d_i(k) \psi_{i,k}(t) \end{aligned} \quad (2.25)$$

จากสมการที่ (2.25) สัมประสิทธิ์  $c_j(k)$  และ  $d_j(k)$  สามารถหาได้จากสมการการโปรเจกชันดังนี้  $c_j(k) = \langle f(t), \varphi_{j,k}(t) \rangle$  และ  $d_j(k) = \langle f(t), \psi_{j,k}(t) \rangle$  โดยพลังงานของสัญญาณ  $f(t)$  ที่ถูกแตกกระจายไปอยู่ในสเปซย่อยต่างๆ ยังคงเท่ากับสัญญาณต้นกำเนิด เนื่องจากสเปซย่อย  $V_j$  และ  $W_j$  มีลักษณะตั้งฉากซึ่งกันและกันและฟังก์ชันพื้นฐานที่อยู่ภายในแต่ละสเปซนี้จะมีความสัมพันธ์เชิงตั้งฉากกันด้วยดังแสดงในสมการต่อไปนี้

$$\langle \varphi_{j,m}(t), \varphi_{j,n}(t) \rangle = \delta_{m,n} \quad (2.26)$$

$$\langle \psi_{i,m}(t), \psi_{i,n}(t) \rangle = \delta_{i,i} \delta_{m,n} \quad (2.27)$$

$$\langle \varphi_{j,m}(t), \psi_{i,n}(t) \rangle = 0 \quad (2.28)$$

ดังนั้นการคำนวณหาค่ากลุ่มย่อยของสัมประสิทธิ์  $c_j(k)$ ,  $d_j(k)$  (Coarse and Detail Expansion Coefficients) ก็คือวิธีการแปลงเวฟเล็ตแบบแบ่งช่วง (Discrete Wavelet Transform: DWT) นั่นเอง

#### 2.4.2 การแปลงเวฟเล็ตโดยใช้หลักการ Analysis Filter Banks

ถ้า  $f(t) \in V_{j+1}$  ซึ่งสามารถแสดงด้วยอนุกรมของฟังก์ชันสเกลลิงในปริภูมิย่อย  $V_{j+1}$  ได้ดังนี้

$$\begin{aligned} f(t) &= \sum_k c_j(k) \varphi_{j,k}(t) + \sum_k d_j(k) \psi_{j,k}(t) \\ &= \sum_k c_j(k) 2^{j/2} \varphi(2^j t - k) + \sum_k d_j(k) 2^{j/2} \psi(2^j t - k) \end{aligned} \quad (2.29)$$

แล้วสามารถพิจารณาสัมประสิทธิ์การสเกลที่ระดับ  $j$  ได้ว่า

$$c_j(k) = \langle f(t), \varphi_{j,k}(t) \rangle = \int f(t) 2^{j/2} \varphi(2^j t - k) dt \quad (2.30)$$

จากสมการ  $\varphi(t) = \sum_n h(n) \cdot 2^{1/2} \varphi(2t - n)$ ;  $n \in \mathbb{Z}$ ,  $h(n) \in L^2(\mathbb{Z})$  ถ้าแทน  $t$  ด้วย  $t'$  โดยกำหนดให้  $t' = 2^j t - k$  ดังนั้นจากสมการที่ (2.30) จะได้

$$c_j(k) = \int f(t) 2^{j/2} \sum_n h(n) \sqrt{2} \varphi(2^j t - 2k - n) dt$$

$$c_j(k) = \sum_m h(m - 2k) \int f(t) 2^{(j+1)/2} \varphi(2^{(j+1)} t - m) dt \quad ; m = 2k + n \quad (2.31)$$

ดังนั้นจากสมการที่ (2.30) และ (2.31) จะได้สมการสำหรับหาค่าของ  $c_j(k)$  ดังนี้

$$c_j(k) = \sum_m h(m - 2k) c_{j+1}(m) \quad (2.32)$$

ในทำนองเดียวกันสามารถคำนวณหาค่า  $d_j(k)$  ได้จาก

$$d_j(k) = \sum_m g(m - 2k) c_{j+1}(m) \quad (2.33)$$

### 2.4.3 การแปลงกลับเวฟเล็ตโดยหลักการ Synthesis Filter Bank

การสร้างกลับสัญญาณที่ระดับความละเอียดสูงเป็นการรวมกันของสเกลลิงฟังก์ชันและเวฟเล็ตฟังก์ชันที่ระดับความละเอียดต่ำ การรวมสัญญาณในสเปซ  $V_j, W_j$  กลับไปเป็นสัญญาณในสเปซ  $V_{j+1}$  เป็นการเพิ่มรายละเอียดของสัญญาณ  $f(t)$  จากระดับ  $j$  ไปยังระดับ  $j+1$  คล้ายกับขบวนการ Two channel Synthesis Filter Bank คือเป็นการรวมสัมประสิทธิ์ของฟังก์ชันสเกลลิงและฟังก์ชันเวฟเล็ตที่ระดับ  $j$  ไปเป็นสัมประสิทธิ์ฟังก์ชันสเกลลิงที่ระดับ  $j+1$  โดยพิจารณาจากสัญญาณในสเปซ  $V_{j+1}$  ให้  $f(t) \in V_{j+1}$  โดยสัญญาณ  $f(t)$  นี้สามารถเขียนในเทอมของสเกลลิงฟังก์ชันได้ดังนี้

$$f(t) = \sum_k c_{j+1}(k) 2^{(j+1)/2} \varphi(2^{j+1} t - k) \quad (2.34)$$

หรือเขียนในเทอมของสเกลลิงฟังก์ชันที่ระดับความละเอียดต่ำลงมาได้เป็น

$$f(t) = \sum_k c_j(k) 2^{j/2} \varphi(2^j t - k) + \sum_k d_j(k) 2^{j/2} \psi(2^j t - k) \quad (2.35)$$

เมื่อแทนสมการที่ (2.20) และ (2.22) ลงในสมการที่ (2.35) จะได้

$$f(t) = \sum_j c_j(k) \sum_n h(n) 2^{(j+1)/2} \varphi(2^{j+1} t - 2k - n)$$

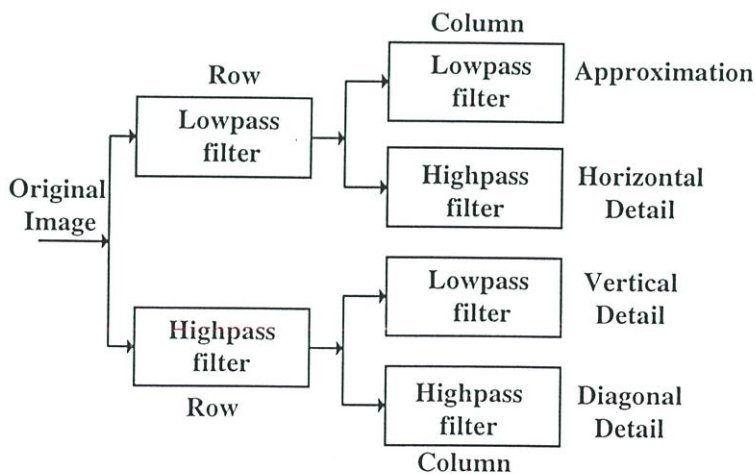
$$+ \sum_k d_j(k) \sum_n g(n) 2^{(j+1)/2} \varphi(2^{(j+1)} t - 2k - n) \quad (2.36)$$

เนื่องจากทุกฟังก์ชันในที่นี่มีคุณสมบัติเชิงตั้งฉากเมื่อทำการคูณสมการที่ (2.34) และสมการที่ (2.36) ด้วยสมการ  $\varphi(2^{j+1}t - k')$  แล้วทำการอินทิเกรตจะสามารถหาค่าของ  $c_{j+1}$  ได้ดังนี้

$$c_{j+1}(k) = \sum_m c_j(m)h(k - 2m) + \sum_m d_j(m)h(k - 2m) \quad (2.37)$$

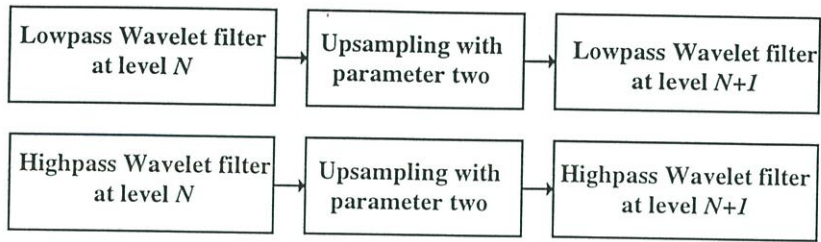
#### 2.4.4 สเตชันนารีเวฟเล็ตทรานสฟอร์ม (Stationary Wavelet Transform)

เดิมการวิเคราะห์สัญญาณแบบหลายระดับความละเอียดนำมาใช้ด้วยจุดประสงค์ในการบีบอัดสัญญาณ (Signal compression) สัมประสิทธิ์เวฟเล็ตจะถูกแซมเปิลลง (Down sample) เป็นผลให้จำนวนข้อมูลไม่มากเกินไปและจำนวนของแซมเปิลทั้งหมดในทุกแบนด์รวมกันเท่ากับจำนวนพิกเซลของภาพอินพุท ในการประมาณสัญญาณ (Estimation) และการตรวจวัดสัญญาณ (Detection) แล้ววิธีการวิเคราะห์แบบปิรามิดอลมัลติเรโซลูชัน (Pyramidal Multiresolution Analysis) นี้ไม่ค่อยเหมาะสมนักเนื่องจากไม่สามารถรักษาไว้ซึ่งคุณสมบัติที่จำเป็นในการประมวลผลสัญญาณภาพซึ่งก็คือคุณสมบัติ Translation-invariance ไว้ได้เพื่อดำรงคุณสมบัตินี้ไว้สามารถทำได้โดยการละเว้นขั้นตอน Downsampling และ Upsampling เป็นผลให้ภาพเอาท์พุทมีขนาดเท่าภาพอินพุทเรียกวิธีการนี้ว่า สเตชันนารีเวฟเล็ตทรานสฟอร์ม SWT ในทางปฏิบัติโครงสร้างของฟิลเตอร์แบงก์ที่ใช้ใน SWT ก็คล้ายกับในวิธี DWT แตกต่างกันเพียงตัดขั้นตอน Downsampling และ Upsampling ออกไป เพื่อให้ในแต่ละระดับการแปลงยังคงมีการลดแบนด์ความถี่ลงมาครึ่งหนึ่ง (Haft Band Filtering) ดังนั้นในแต่ละระดับการแปลงต้องทำการเติมศูนย์ลง ในระหว่างสัมประสิทธิ์ของตัวกรองความถี่ต่ำและตัวกรองความถี่สูง การแปลงสเตชันนารีเวฟเล็ตทรานสฟอร์มของสัญญาณสองมิติแสดงดังรูปที่ 2.8

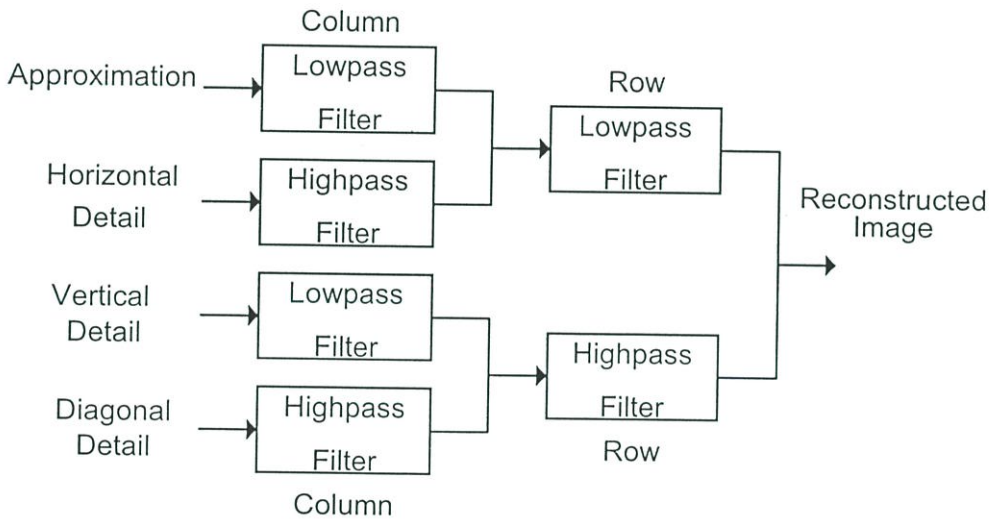


รูปที่ 2.8 บล็อกไดอะแกรมการแปลงสเตชันนารีเวฟเล็ตสัญญาณสองมิติในหนึ่งระดับ

การคำนวณตัวกรองและการทำอินเวอร์สสเตชันนารีเวฟเล็ตทรานสฟอร์มแสดงในรูปที่ 2.9 และรูปที่ 2.10 ตามลำดับ



รูปที่ 2.9 บล็อกไดอะแกรมการคำนวณตัวกรองในระดับถัดไป



รูปที่ 2.10 บล็อกไดอะแกรมการแปลงกลับสเตชันนารีเวฟเล็ตสัญญาณสองมิติในหนึ่งระดับ

## 2.5 สรุป

ทฤษฎีการวิเคราะห์สัญญาณแบบหลายระดับความละเอียดชี้ให้เห็นว่าสัญญาณใดๆ สามารถทำการวิเคราะห์ที่ระดับความละเอียดใดๆ ก็ได้โดยยังคงอยู่ภายใต้สัญญาณเดิม และอาศัยหลักการของ Octave Filter Bank ที่แยกสัญญาณอินพุทออกเป็นแบนด์ความถี่สูงและแบนด์ความถี่ต่ำและนำสัญญาณในส่วนแบนด์ความถี่ต่ำไปแยกต่อไปเรื่อยๆ จึงทำให้สามารถแยกแบนด์ความถี่ต่างๆ ออกได้ (Band separating filter) การแปลงเวฟเล็ตเป็นวิธีการคำนวณหาค่ากลุ่มย่อยของสัมประสิทธิ์  $c_j(k)$ ,  $d_j(k)$  (Coarse and Detail Expansion Coefficients) โดยอาศัยหลักการของการวิเคราะห์สัญญาณแบบหลายระดับความละเอียดและการวิเคราะห์สัญญาณด้วยฟิลเตอร์แบงก์

### บทที่ 3

## การกรองแบบเวียนเนอร์ที่สามารถปรับตัวเองได้

ทฤษฎีเวียนเนอร์กำหนดโดย Norbert Wiener ถือเป็นรากฐานของทฤษฎี Linear Least Square Error Filter เวียนเนอร์ฟิลเตอร์ (Wiener Filters) ถูกนำมาประยุกต์ใช้งานอย่างกว้างขวาง เช่น Linear Prediction, Echo Cancellation, Signal Restoration, Channel Equalisation, System Identification สัมประสิทธิ์ของเวียนเนอร์ฟิลเตอร์คำนวณขึ้นเพื่อให้ได้ค่าเฉลี่ยน้อยที่สุดของ ผลต่างกำลังสองระหว่างเอาต์พุตของเวียนเนอร์ฟิลเตอร์และสัญญาณที่ต้องการ (Desired Signal) ในรูปทั่วไปแล้วทฤษฎีของเวียนเนอร์จะสมมุติให้สัญญาณต่างๆ เป็น Stationary Process อย่างไรก็ตามถ้าสัมประสิทธิ์ของฟิลเตอร์เป็นการคำนวณสำหรับบล็อกของทุก N แซมเปิลของสัญญาณแล้วจะได้ว่าฟิลเตอร์จะทำการปรับตัวเองสำหรับการหาค่าเฉลี่ยของคุณลักษณะของสัญญาณในบล็อกและจะเป็นบล็อกอะแดปทีฟ (block-adaptive) บล็อกอะแดปทีฟฟิลเตอร์สามารถใช้กับสัญญาณเช่น สัญญาณเสียง สัญญาณภาพ ซึ่งจะพิจารณาเป็นสัญญาณแบบ Stationary ผ่านทางบล็อกของแซมเปิลของสัญญาณ ในบทนี้เราจะกล่าวถึงทฤษฎีทั่วไปของเวียนเนอร์ฟิลเตอร์ และการประมวลผลภาพแบบปรับตัวเองได้ และเวียนเนอร์ฟิลเตอร์ที่สามารถปรับตัวเองได้ การที่จะอธิบายถึงทฤษฎีของเวียนเนอร์จำเป็นต้องอ้างอิงถึงทฤษฎี Random Process มากพอสมควร ดังนั้นในภาคผนวกจึงได้เพิ่มเนื้อหาของทฤษฎี Random Process เบื้องต้นเอาไว้ด้วย

### 3.1 รูปแบบต่างๆ ของเวียนเนอร์ฟิลเตอร์ (Variation of Wiener Filtering)

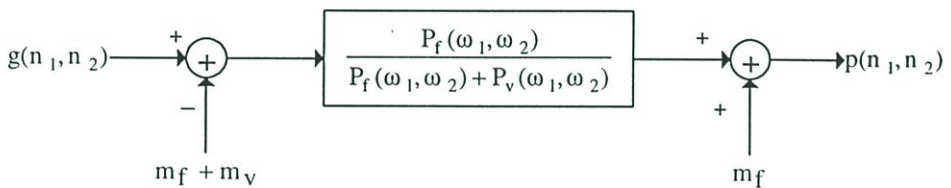
วิธีการหนึ่งในจำนวนวิธีการแรกๆ ที่พัฒนาขึ้นเพื่อกำจัดสัญญาณรบกวนแบบแอดดิทีฟ แรนดอมนอยส์ (Additive random noise) ในภาพอาศัยรากฐานของการกรองแบบเวียนเนอร์ถ้า กำหนดให้โมเดล (Model) ของภาพที่ถูกรบกวนด้วยสัญญาณรบกวน (Degraded image):  $g(n_1, n_2)$  เขียนได้เป็น [10]

$$g(n_1, n_2) = f(n_1, n_2) + v(n_1, n_2) \quad (3.1)$$

เมื่อ  $f(n_1, n_2), v(n_1, n_2)$  เป็นซีโร-มีนสเตชันนารีแรนดอมโพรเซส ซึ่งเป็นอิสระต่อกันและกันและทราบค่าเพาเวอร์สเปกตรัม  $P_f(\omega_1, \omega_2)$  และ  $P_v(\omega_1, \omega_2)$  แล้วค่าประมาณของ  $f(n_1, n_2)$  ที่ให้ออฟติมัมลิเนียร์มีนัมมีนสแควร์เออร์เรอร์จะหาได้จากการกรอง  $g(n_1, n_2)$  ด้วยเวียนเนอร์ฟิลเตอร์ซึ่งมีผลตอบสนองความถี่ดังสมการที่ (3.2)

$$H(\omega_1, \omega_2) = \frac{P_f(\omega_1, \omega_2)}{P_f(\omega_1, \omega_2) + P_v(\omega_1, \omega_2)} \quad (3.2)$$

และถ้าเพิ่มข้อบังคับบางอย่างเข้ามาเช่น กำหนดให้  $f(n_1, n_2), v(n_1, n_2)$  เป็นแชนเนลของเกาส์เซียนแรนดอมโพรเซส (Gaussian random processes) แล้วเวียนเนอร์ฟิลเตอร์ที่ได้นี้ก็จะเป็นตัวประมาณค่าที่ให้ค่าออฟติมัมมินิมัมมีนสแควร์เออร์เรอร์ของสัญญาณ การกรองแบบเวียนเนอร์เริ่มถูกนำมาใช้ในการแก้ปัญหาการฟื้นฟูภาพในต้นปี 1960 เวียนเนอร์ฟิลเตอร์ในสมการที่ (3.2) ถูกพิสูจน์โดยการสมมุติให้  $f(n_1, n_2)$  และ  $v(n_1, n_2)$  เป็นแชนเนลของซีโรมีนโพรเซสโดยมีค่ามีนเป็น  $m_f$  และ  $m_v$  ตามลำดับ ในขั้นแรก  $m_f$  และ  $m_v$  จะถูกลบออกจากภาพที่มีสัญญาณรบกวน  $g(n_1, n_2)$  แล้วผลลัพธ์ที่ได้คือ  $g(n_1, n_2) - (m_f + m_v)$  นี้จะถูกกรองโดยเวียนเนอร์ฟิลเตอร์ แล้วค่าเฉลี่ยของสัญญาณ ( $m_f$ ) ก็จะถูกบวกเข้ากับสัญญาณที่ผ่านการกรอง ซึ่งขบวนการนี้แสดงในรูปที่ 3.1



รูปที่ 3.1 นอนคอสต์เวียนเนอร์ฟิลเตอร์สำหรับ Linear Minimum Mean Square Error

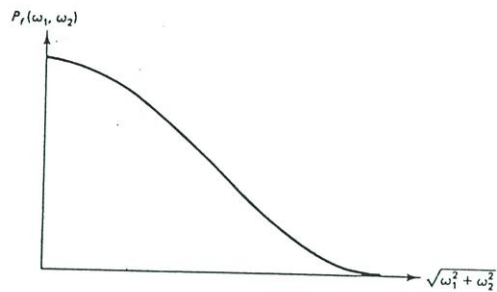
Estimation ของ  $f(n_1, n_2)$  จากสัญญาณ  $g(n_1, n_2) = f(n_1, n_2) + v(n_1, n_2)$

วิธีการที่ใช้กับนอนซีโรมีนโพรเซสดังแสดงในรูปที่ 3.1 เป็นการมิโนมิซค่ามีนสแควร์เออร์เรอร์ระหว่าง  $f(n_1, n_2)$  และ  $p(n_1, n_2)$  เมื่อ  $p(n_1, n_2) = \hat{f}(n_1, n_2)$  สำหรับ Gaussian Random Process ถ้า  $m_v$  มีค่าเป็นศูนย์แล้วจะได้ว่า  $m_f$  ก็จะเท่ากับค่ามีนของ  $g(n_1, n_2)$  ในกรณีนี้  $m_f$  ก็สามารถประมาณค่าได้จาก  $g(n_1, n_2)$  ด้วย

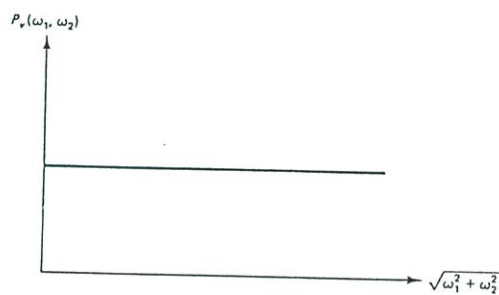
เวียนเนอร์ฟิลเตอร์ในสมการที่ (3.2) เป็นซีโรเฟสฟิลเตอร์เนื่องจาก  $P_f(\omega_1, \omega_2)$  และ  $P_v(\omega_1, \omega_2)$  เป็นจำนวนจริงและมีค่าไม่เป็นลบ แล้ว  $H(\omega_1, \omega_2)$  จึงเป็นจำนวนจริงและมีค่าไม่เป็นลบด้วย ดังนั้นเวียนเนอร์ฟิลเตอร์จึงมีผลต่อแมกนิจูดสเปกตรัมแต่ไม่มีผลกับเฟส เวียนเนอร์ฟิลเตอร์จะรักษาองค์ประกอบความถี่ที่มีค่า SNR สูงในขณะที่ลดทอนองค์ประกอบของความถี่ที่มีค่า SNR ต่ำ ถ้ากำหนดให้ค่า  $P_v(\omega_1, \omega_2)$  มีค่าเข้าใกล้ศูนย์แล้ว  $H(\omega_1, \omega_2)$  ก็จะมีค่าเป็นหนึ่งซึ่งเป็นการชี้ให้เห็นว่าฟิลเตอร์ทำหน้าที่ในการรักษาองค์ประกอบของความถี่ที่มีค่า SNR สูง และถ้า

กำหนดให้  $P_v(\omega_1, \omega_2)$  มีค่าเข้าใกล้อนันต์แล้ว  $H(\omega_1, \omega_2)$  ก็จะมีค่าเป็นศูนย์เป็นการชี้ให้เห็นว่าฟิลเตอร์มีแนวโน้มที่จะลดทอนสัญญาณที่องค์ประกอบของความถี่ที่มีค่า SNR ต่ำนั่นเอง

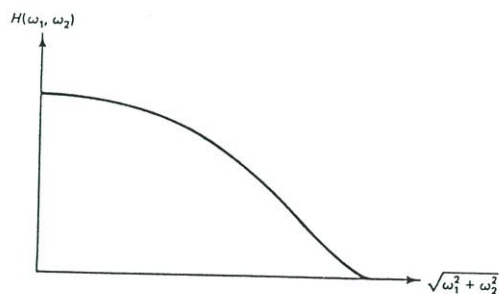
โดยปกติเวียนเนอร์ฟิลเตอร์ถือเป็นตัวกรองความถี่ต่ำผ่าน กำลังงานโดยทั่วไปของภาพจะอยู่ที่บริเวณของความถี่ต่ำ, สัญญาณรบกวนแบบแรนดอมจะกระจายทั่วๆ ไปดังแสดงในรูปที่ 3.2



รูปที่ 3.2 (a) ตัวอย่างของ  $P_v(\omega_1, \omega_2)$  ซึ่งมีขนาดลดลงขณะที่  $\omega_1$  และ  $\omega_2$  มีค่าเพิ่มขึ้น



รูปที่ 3.2 (b) ตัวอย่างของ  $P_v(\omega_1, \omega_2)$  ซึ่งมีค่าคงที่ไม่ขึ้นอยู่กับทั้ง  $\omega_1$  และ  $\omega_2$



รูปที่ 3.2 (c) ผลตอบสนองของความถี่ของ  $H(\omega_1, \omega_2)$  ซึ่งมีคุณสมบัติเป็นตัวกรองความถี่ต่ำ

เวียนเนอร์ฟิลเตอร์ดังกล่าวข้างต้นมีที่มาจากการทำให้ค่ามีนสแควร์เฮอร์เรอระหว่างสัญญาณต้นแบบ (Original signal) และสัญญาณที่ผ่านขบวนการแล้ว (Processed signal) มีค่า

ต่ำที่สุด อย่างไรก็ตามสำหรับระบบการมองเห็นของมนุษย์ในการพิจารณาความใกล้เคียงของภาพที่ผ่านขบวนการกับภาพต้นแบบแล้ว การใช้ค่ามีนสแควร์เออร์เรอเป็นเกณฑ์ในการวัดยังไม่เพียงพอเนื่องจากระดับมาตรฐานที่ใช้ในการคาดคะเนเกี่ยวกับการมองเห็นของมนุษย์ไม่สามารถบอกได้แน่นอนจึงได้มีการเสนอวิธีการต่างๆ ขึ้นมามากมายเพื่อให้ได้ค่าความผิดเพี้ยนต่ำที่สุดซึ่งรูปแบบหนึ่งก็คือ Power spectrum filtering ที่มีผลตอบสนองความถี่กำหนดโดย

$$H(\omega_1, \omega_2) = \left( \frac{P_f(\omega_1, \omega_2)}{P_f(\omega_1, \omega_2) + P_v(\omega_1, \omega_2)} \right)^{1/2} \quad (3.3)$$

ฟังก์ชัน  $H(\omega_1, \omega_2)$  ในสมการที่ (3.3) เป็นค่ารากที่สองของผลตอบสนองความถี่ของเวียนเนอร์ฟิลเตอร์ ถ้า  $f(n_1, n_2)$ ,  $v(n_1, n_2)$  เป็นแซมเปิลของ Stationary random processes และมีความเป็นอิสระเชิงเส้นต่อกันแล้วเอาท์พุทของฟิลเตอร์จะมีค่าเพาเวอร์สเปคตรัมค่าเดียวกับเพาเวอร์สเปคตรัมของสัญญาณต้นแบบ  $P_f(\omega_1, \omega_2)$  ซึ่งวิธีการนี้คือ Power Spectrum Filtering ดังแสดงต่อไปนี้

$$\begin{aligned} P_p(\omega_1, \omega_2) &= |H(\omega_1, \omega_2)|^2 P_g(\omega_1, \omega_2) \\ &= |H(\omega_1, \omega_2)|^2 (P_f(\omega_1, \omega_2) + P_v(\omega_1, \omega_2)) \end{aligned} \quad (3.4)$$

แทนค่าสมการที่ (3.3) ลงในสมการที่ (3.4) จะได้

$$P_p(\omega_1, \omega_2) = P_f(\omega_1, \omega_2) \quad (3.5)$$

อย่างไรก็ตามรูปแบบต่างๆ ของการกรองแบบเวียนเนอร์ที่ได้มีการนำเสนอเพื่อการฟื้นฟูภาพสามารถอธิบายได้ด้วยสมการ  $H(\omega_1, \omega_2)$  ของเวียนเนอร์ฟิลเตอร์ดังต่อไปนี้

$$H(\omega_1, \omega_2) = \left( \frac{P_f(\omega_1, \omega_2)}{P_f(\omega_1, \omega_2) + \alpha P_v(\omega_1, \omega_2)} \right)^\beta \quad (3.6)$$

เมื่อ  $\alpha, \beta$  เป็นค่าคงที่ และถ้า  $\alpha=1, \beta=1$  แล้ว  $H(\omega_1, \omega_2)$  ในสมการที่ (3.6) จะเท่ากับ  $H(\omega_1, \omega_2)$  ในสมการที่ (3.2) และเมื่อ  $\alpha=1, \beta=1/2$  แล้ว  $H(\omega_1, \omega_2)$  ก็จะทำกับผลตอบสนองความถี่ของ Power Spectrum Filtering ในสมการที่ (3.4) และในกรณีนี้  $\alpha$  เป็นค่าพารามิเตอร์ส่วน

$\beta = 1$  ก็เรียกว่า Parametric Wiener Filter โดยอาจจะมองได้ว่าสมการที่ (3.6) คือรูปแบบง่าย ๆ ของเวียนเนอร์ฟิลเตอร์ หลักการต่างๆ ที่อธิบายมาแล้วสามารถใช้กับฟิลเตอร์ชนิดนี้ได้เช่นกัน โดยเฉพาะอย่างยิ่งความเป็นซีโรเฟสฟิลเตอร์และแนวโน้มในการรักษาองค์ประกอบความถี่ของสัญญาณที่มีค่า SNR สูง ฟิลเตอร์รูปแบบต่างๆ นี้โดยทั่วไปจะอิมพลีเมนต์ (Implement) โดยการใช้ DFT และ IDFT นอกจากนี้ยังจัดเป็นตัวกรองความถี่ต่ำผ่านซึ่งจะลดสัญญาณรบกวนแต่มีผลทำให้เกิดการเบลอของลักษณะที่สำคัญๆ ในภาพ เพื่อแก้ปัญหาการเบลอของภาพที่เกิดจากฟิลเตอร์เหล่านี้จึงได้มีการพัฒนามาเป็นเวียนเนอร์ฟิลเตอร์ที่สามารถปรับตัวเองได้ ก่อนที่จะอธิบายถึงหลักการของเวียนเนอร์ฟิลเตอร์ที่ปรับตัวเองได้จะกล่าวถึงทฤษฎีของการประมวลผลภาพที่ปรับตัวเองได้ก่อนดังนี้

### 3.2 การประมวลผลภาพแบบปรับตัวเองได้ (Adaptive Image Processing)

เหตุผลหนึ่งที่เวียนเนอร์ฟิลเตอร์ทั่วไปทำให้ภาพเบลอคือการที่ตัวกรองแบบฟิกซ์ (Fixed Filter) ถูกใช้ตลอดทั้งภาพ เวียนเนอร์ฟิลเตอร์ธรรมดาถูกพัฒนาขึ้นภายใต้ข้อสมมุติให้คุณลักษณะของสัญญาณและสัญญาณรบกวนไม่มีการเปลี่ยนแปลงตลอดทั่วทั้งพื้นที่ต่างๆ ของภาพซึ่งเป็นผลให้ได้ฟิลเตอร์ที่ไม่มีการปรับตามสเปซ (space-invariant filter) ในภาพทั่วไปคุณลักษณะของภาพจะมีความแตกต่างกันเมื่อพิจารณาพื้นที่ต่อพื้นที่ตัวอย่างเช่น ภาพของผนังและภาพท้องฟ้าได้รับการประมาณให้มีแบ็คกราวด์อินเทนซิตี (Background intensity) แบบยูนิฟอร์ม ในขณะที่ภาพตึกและต้นไม้จะมีรูปแบบรายละเอียดต่างๆ ของความเข้มแสงมากกว่า การรบกวน (Degradation) อาจมีการเปลี่ยนไปในบริเวณต่างๆ ของภาพจึงเป็นการเหมาะสมที่ต้องทำการปรับขบวนการเมื่อคุณลักษณะของภาพและการรบกวนเปลี่ยนแปลงไป แนวคิดในการปรับขบวนการตามคุณลักษณะเฉพาะของภาพในพื้นที่นั้นๆ เป็นสิ่งที่มีประโยชน์ไม่เพียงเฉพาะในขบวนการฟื้นฟูภาพแต่มีผลกับการประมวลผลภาพในงานอื่นๆ ด้วยเช่น การปรับปรุงภาพ (Image Enhancement) เป็นต้น

วิธีการในการปรับขบวนการประมวลผลภาพสองวิธีการได้ถูกเสนอขึ้น วิธีการแรกคือการประมวลผลแบบ pixel-by-pixel ซึ่งขบวนการจะถูกปรับที่แต่ละพิกเซล โดยที่แต่ละพิกเซลวิธีการของขบวนการจะถูกตรวจสอบโดยอาศัยคุณลักษณะของภาพในบริเวณนั้นๆ การรบกวนและข้อมูลอื่นๆ ที่มีความเกี่ยวพันกันจากพิกเซลข้างเคียงโดยพิจารณาให้พิกเซลนั้นเป็นศูนย์กลาง ดังนั้นแต่ละพิกเซลจะถูกประเมินด้วยขบวนการที่ต่างกันวิธีการนี้มีการปรับตัวอย่างมากและไม่ได้รับผลกระทบจากการไม่ต่อเนื่องของความเข้มแสงที่เกิดขึ้นในภาพที่ผ่านขบวนการ อย่างไรก็ตามวิธีการนี้ก็มีการคำนวณค่อนข้างมากและโดยทั่วไปแล้วมักจะมีการใช้งานเฉพาะในสเปซโดเมน

วิธีการที่สองใช้การประมวลผลแบบ subimage-by-subimage หรือ block-by-block ซึ่งภาพจะถูกแบ่งออกเป็นภาพย่อยๆ (subimage) และภาพย่อยแต่ละภาพนี้จะถูกประมวลผลแยกกัน ขนาดของภาพย่อยจะอยู่ระหว่าง  $8 \times 8$  และ  $32 \times 32$  พิกเซล ในแต่ละภาพย่อยเหล่านี้การทำ space-invariant ที่เหมาะสมสำหรับแต่ละภาพย่อยจะถูกเลือกโดยมีพื้นฐานจากคุณลักษณะของภาพในพื้นที่นั้นๆ การรบกวนและข้อมูลอื่นๆ ที่มีความเกี่ยวข้องกันในภาพย่อยนั้นๆ เนื่องจากการประมวลผลที่กระทำกับภาพย่อยเป็นขบวนการที่เป็นสเปซอินแวเรียนซ์ซึ่งมีความยืดหยุ่นในการใช้งานมากกว่าที่ปรากฏในขบวนการ pixel-by-pixel ตัวอย่างเช่นตัวกรองความถี่ต่ำซึ่งอาจนำมาใช้ทั้งในสเปซโดเมนและโดเมนความถี่ นอกจากนี้ขบวนการ subimage-by-subimage จะมีการคำนวณไม่มากเท่ากับขบวนการ pixel-by-pixel เนื่องมาจากมีการประมวลผลเพียงหนึ่งครั้งเท่านั้นต่อภาพย่อยหนึ่งภาพ การประมวลผลประเภทนี้มีการเปลี่ยนไปทันใดขณะเมื่อย้ายจากภาพย่อยหนึ่งไปภาพย่อยถัดไป การไม่ต่อเนื่องของความเข้มแสงที่เกิดขึ้นอาจจะปรากฏขึ้นที่บริเวณขอบของภาพย่อยที่ติดกันในภาพที่ผ่านการประมวลผลแล้วซึ่งก็คือบล็อกกิ้งเอฟเฟค (Blocking Effect) ในการประยุกต์ใช้งานบางอย่างเช่นโคสิทเรททรานสฟอร์มโคดีดิง (Low bit-rate transform coding) บล็อกกิ้งเอฟเฟคสามารถเห็นได้ชัดและบางครั้งก็เป็นลักษณะที่ไม่พึงประสงค์อย่างมากในภาพที่ผ่านการประมวลผลแล้ว

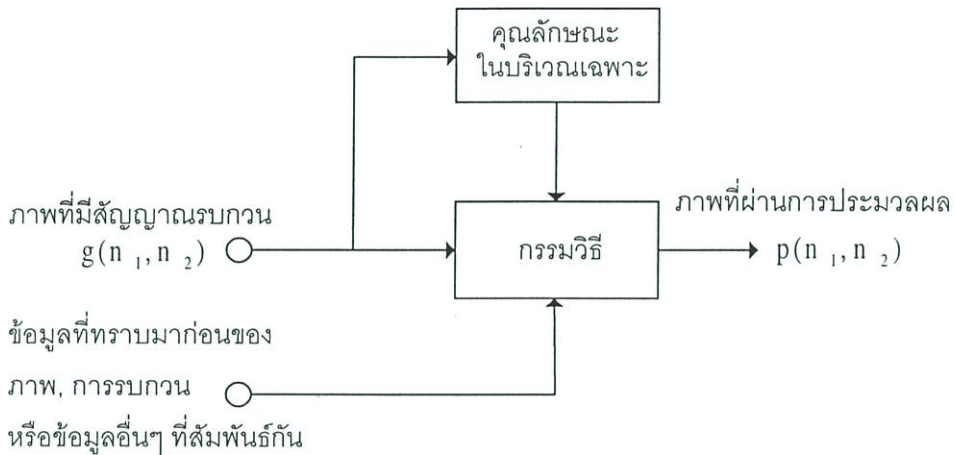
บล็อกกิ้งเอฟเฟคสามารถที่จะลดลงได้โดยการกรองความถี่ต่ำภาพที่ผ่านการประมวลผลแล้วเฉพาะในพื้นที่ที่เป็นขอบของภาพย่อย วิธีการอื่นๆ ที่จะลดบล็อกกิ้งเอฟเฟคก็คือการวางภาพย่อยให้เหลื่อมล้ำกันในวิธีการนี้เพื่อให้ได้ภาพย่อยแล้ว วินโดว์  $W_{ij}(n_1, n_2)$  จะถูกนำมาใช้กับภาพที่เราต้องการประมวลผล  $g(n_1, n_2)$  ซึ่งการเลือกวินโดว์มีเงื่อนไขอยู่สองประการเงื่อนไขแรกสามารถอธิบายดังสมการต่อไปนี้

$$\sum_i \sum_j W_{ij}(n_1, n_2) = 1 \quad \text{for all } (n_1, n_2) \quad (3.7)$$

เงื่อนไขนี้เป็นการประกันว่าการบวกกันของภาพย่อยที่ยังไม่ได้ผ่านการประมวลผลจะยังคงให้ผลเป็นภาพต้นแบบ ส่วนเงื่อนไขที่สองก็คือต้องให้  $W_{ij}(n_1, n_2)$  เป็นสมูทฟังก์ชัน (Smooth function) ที่มีค่าลดลงเข้าใกล้ศูนย์ที่บริเวณใกล้ขอบของวินโดว์ ซึ่งวินโดว์ประเภทนี้มีแนวโน้มที่จะลดความไม่ต่อเนื่องที่อาจเกิดขึ้นหรือการรบกวนที่อาจเกิดขึ้นที่ขอบของภาพย่อยในภาพที่ผ่านการประมวลผล หนึ่งในหลายๆ วิธีที่จะได้ฟังก์ชันของสมูทวินโดว์ในสองมิติที่เป็นไปตามเงื่อนไขทั้งสองประการคือการจัดรูปของซีพาราเบล 2-D วินโดว์ (Separable 2-D window) จำนวนหนึ่งชุดจาก 1-D วินโดว์สองชุดซึ่งจะได้

$$W_{ij}(n_1, n_2) = W_i(n_1)W_j(n_2) \quad (3.8)$$

ตัวอย่างหนึ่งของ 1-D วินโดว์ฟังก์ชันก็เช่น แฮมมิงวินโดว์ (Hamming window) เป็นต้น [11] ดังนั้นในการประมวลผลภาพย่อย วินโดว์ที่ใช้เพื่อให้ได้ภาพย่อยนั้นจะต้องนำมาอธิบายด้วย



รูปที่ 3.3 ระบบการประมวลผลภาพแบบปรับตัวได้ทั่วไป

อย่างไรก็ตามการประมวลผลแบบ pixel-by-pixel และ subimage-by-subimage มีหลายวิธีการด้วยกันตัวอย่างเช่น ฟิลเตอร์อาจถูกออกแบบเพียงหนึ่งครั้งทุกๆ ขนาด  $8 \times 8$  ถึง  $32 \times 32$  พิกเซลแต่นำมาใช้งานในรูปแบบของการประมวลผล pixel-by-pixel

การประมวลผลภาพแบบปรับตัวเองได้วิธีหนึ่งแสดงดังรูปที่ 3.3 ขบวนการประมวลผลจะกระทำที่แต่ละพิกเซลหรือภาพย่อยโดยถูกปรับตามคุณลักษณะเฉพาะ (Local characteristics) ของภาพ, การรบกวนและข้อมูลอื่นๆ ที่สัมพันธ์กัน คุณลักษณะเหล่านี้มีที่มาจากสองแหล่งด้วยกัน หนึ่งก็คือความรู้ที่เรามีเกี่ยวกับปัญหานั้นอย่างเช่นประเภทของภาพที่จะนำมาใช้งานหรืออาจจะสามารถพิจารณาลักษณะการรบกวนจากความรู้เกี่ยวกับแหล่งกำเนิดของการรบกวน แหล่งข้อมูลอื่นจะได้จากภาพที่นำมาทำการประมวลผลโดยการวัดลักษณะที่สำคัญเช่นค่าความแปรปรวนเฉพาะ (Local variance) ซึ่งบางทีก็เป็นไปได้ที่จะหารายละเอียดความถี่สูงที่สำคัญในภาพ ส่วนการเลือกประเภทของการประมวลผลขึ้นอยู่กับปัจจัยหลายอย่างด้วยกันเช่นความรู้ที่เรามีเกี่ยวกับภาพ ความรู้เหล่านี้นำมาใช้ประโยชน์ในการประมาณค่าพารามิเตอร์ของวิธีการประมวลผลอย่างไร ยังมีข้อมูลความรู้ที่เป็นประโยชน์มากเท่าใดก็จะทำให้ได้ประสิทธิภาพในการประมวลผลที่สูงขึ้นแต่ถ้าข้อมูลที่เป็นประโยชน์เหล่านี้ไม่ถูกต้องแล้วประสิทธิภาพของระบบการประมวลผลก็จะลดลง

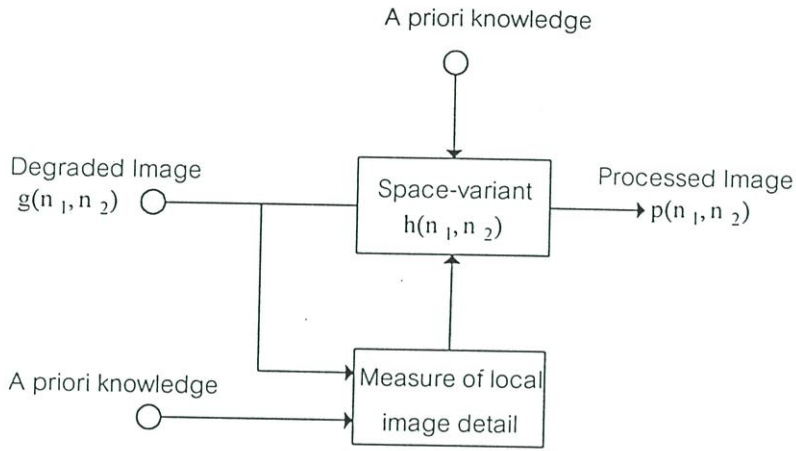
เมื่อการประมวลผลแบบปรับตัวเองได้ถูกนำมาใช้กับการแก้ปัญหาคำรบกวนที่เพิ่มเข้ามาซึ่งถูกรบกวนโดยแอดดิทีฟแรนดอมนอยส์ (Additive random noise) จึงมีความเป็นไปได้ที่จะลดแบล็คกราวด์นอยส์โดยไม่ทำให้ลักษณะที่สำคัญๆ ของภาพเกิดการเบลอหรือพร่ามัว

### 3.3 หลักการกรองแบบเวียนเนอร์ที่ปรับตัวเองได้ (The Adaptive Wiener Filter)

อัลกอริทึมการฟื้นฟูภาพที่ปรับตัวเองได้สำหรับลดแอดดิทีฟแรนดอมนอยส์ในภาพส่วนมากแล้วแสดงดังระบบในรูปที่ 3.4 จากภาพที่ถูกสัญญาณรบกวนและข้อมูลที่รู้ค่า, ค่ารายละเอียดเฉพาะ (local detail) ของภาพต้นแบบหรือภาพที่ปราศจากสัญญาณรบกวน (noise-free signal) จะถูกตรวจหา โดยหนึ่งในค่าที่ทำการวัดคือค่าความแปรปรวนเฉพาะ สเปซ-แวงเวียนซ์ฟิลเตอร์  $h(n_1, n_2)$  ซึ่งเป็นฟังก์ชันของค่ารายละเอียดเฉพาะของภาพและข้อมูลอื่นๆ จะถูกหาค่า สเปซ-แวงเวียนซ์ฟิลเตอร์ถูกนำมาใช้กับภาพที่มีสัญญาณรบกวนในบริเวณเฉพาะของภาพ (Local region) ซึ่งสเปซ-แวงเวียนซ์ได้รับการออกแบบ เมื่อสัญญาณรบกวนมีคุณสมบัติแบนด์กว้าง (wide band) ส่วนสเปซ-แวงเวียนซ์ฟิลเตอร์จะมีคุณลักษณะเป็นตัวกรองความถี่ต่ำผ่าน ในบริเวณพื้นที่ของภาพที่มีรายละเอียดน้อย (low detail region) เช่น บริเวณที่มีค่าอินเทนซิตีคิงที่ (uniform intensity region) ซึ่งเป็นบริเวณที่สามารถมองเห็นสัญญาณรบกวนได้มากกว่าในบริเวณที่มีรายละเอียดของภาพสูง ตัวกรองความถี่ต่ำผ่านจำนวนมาก(ที่มีความถี่คัทออฟต่ำ)ถูกจัดขึ้นเพื่อให้สามารถลดสัญญาณรบกวนให้มากที่สุดเท่าที่จะลดได้ เนื่องจากสัญญาณที่มีรูปแบบน้อยๆ จะแทนพื้นที่ของภาพซึ่งมีรายละเอียดต่ำแม้การกรองความถี่ต่ำผ่านก็จะมีผลกับองค์ประกอบของสัญญาณ ในพื้นที่ของภาพบริเวณที่มีรายละเอียดสูง (high detail region) เช่น ขอบภาพ (edge) ซึ่งแทนสัญญาณขนาดใหญ่มีการกรองความถี่ต่ำแต่ก็ไม่ทำให้เกิดการเบลอ (blur) หรือการลดทอนของสัญญาณ โดยจะลดสัญญาณรบกวนได้ไม่มากแต่สัญญาณรบกวนที่ระดับเดียวกันจะมองไม่เห็นนักในพื้นที่ของภาพที่มีรายละเอียดสูงเมื่อเทียบกับพื้นที่ของภาพที่มีรายละเอียดต่ำกว่า

อัลกอริทึมจำนวนหนึ่งสามารถพัฒนาโดยขึ้นอยู่กับที่จะวัดค่าใดเพื่อใช้แทนรายละเอียดในบริเวณเฉพาะของภาพ, จะหาค่าสเปซ-แวงเวียนซ์ฟิลเตอร์  $h(n_1, n_2)$  โดยเป็นฟังก์ชันของรายละเอียดในบริเวณเฉพาะของภาพได้อย่างไรและมีข้อมูลที่เป็นประโยชน์ซึ่งทราบค่าก่อนแล้วอะไรบางอย่างหนึ่งในหลายวิธีก็คือทำการปรับการออกแบบและนำเวียนเนอร์ฟิลเตอร์มาใช้ดังแสดงในรูป 3.1, เวียนเนอร์ฟิลเตอร์ต้องการข้อมูลเช่น ค่ามีนของสัญญาณ  $m_f$  และค่ามีนของสัญญาณรบกวน  $m_v$ , ค่าเพาเวอร์สเปคตรัมของสัญญาณ  $P_f(\omega_1, \omega_2)$  และค่านอยส์เพาเวอร์สเปคตรัม  $P_v(\omega_1, \omega_2)$  ถ้าแทนที่จะให้ค่าของ  $m_f$ ,  $m_v$ ,  $P_f(\omega_1, \omega_2)$ ,  $P_v(\omega_1, \omega_2)$  มีค่าคงที่สำหรับภาพนั้นแต่สามารถทำการประมาณค่าต่างๆ นี้สำหรับในบริเวณเฉพาะใดๆ ได้ซึ่งกรรมวิธีดังกล่าวจะ

ให้ผลเป็นสเปซ-เวเรียนซ์เวียนเนอร์ฟิลเตอร์ (Space-variant Wiener Filter) โดยสามารถทำได้หลายรูปแบบด้วยกันขึ้นอยู่กับวิธีที่ใช้ในการประมาณค่า  $m_f$ ,  $m_v$ ,  $P_f(\omega_1, \omega_2)$ ,  $P_v(\omega_1, \omega_2)$  จากพื้นที่เฉพาะและกรรมวิธีในการนำผลลัพธ์จากสเปซ-เวเรียนซ์ฟิลเตอร์ไปประยุกต์ใช้



รูปที่ 3.4 ระบบการฟื้นฟูภาพแบบปรับตัวได้สำหรับการลดแอดดิทีฟนอยส์

วิทยานิพนธ์นี้ได้นำอัลกอริทึมที่มีผู้พัฒนาขึ้นมาประยุกต์ใช้โดยในวิธีการดังกล่าวจะทำการประมาณค่า  $m_f$ ,  $m_v$ ,  $P_f(\omega_1, \omega_2)$ ,  $P_v(\omega_1, \omega_2)$  ในแต่ละพื้นที่เฉพาะของภาพดังรายละเอียดต่อไปนี้ ในขั้นแรกจะสมมติให้แอดดิทีฟแรนดอมนอยส์  $v(n_1, n_2)$  เป็น Zero-mean and White ที่มีค่าความแปรปรวน  $\sigma_v^2$  และค่าเพาเวอร์สเปกตรัม  $P_v(\omega_1, \omega_2)$  กำหนดโดย

$$P_v(\omega_1, \omega_2) = \sigma_v^2 \quad (3.9)$$

พิจารณาพื้นที่เฉพาะใดๆ ของภาพซึ่งสมมติให้สัญญาณ  $f(n_1, n_2)$  เป็นสเตชันนารีและกำหนดโดย

$$f(n_1, n_2) = m_f + \sigma_f w(n_1, n_2) \quad (3.10)$$

เมื่อ  $m_f$  เป็นค่าโลคัลมีน (local mean),  $\sigma_f$  เป็นค่าเบี่ยงเบนมาตรฐาน (standard deviation) ของ  $f(n_1, n_2)$  และ  $w(n_1, n_2)$  เป็นซีโรมีนไวท์นอยส์ (zero-mean white noise) ซึ่งมีค่าความแปรปรวนเท่ากับหนึ่ง จากสมการที่ (3.10) จะพบว่า  $f(n_1, n_2)$  ถูกจัดรูปโดยสเปซ-เวเรียนซ์โลคัลมีน  $m_f$  (Space-variant local mean) และไวท์นอยส์กับสเปซเวเรียนซ์โลคัลเวเรียนซ์ (Space-

variant local varinace)  $\sigma_f^2$  ภายในพื้นที่เฉพาะ (local region) เมื่อเวียนเนอร์ฟิลด์เตอร์  $H(\omega_1, \omega_2)$  กำหนดโดย

$$H(\omega_1, \omega_2) = \frac{P_f(\omega_1, \omega_2)}{P_f(\omega_1, \omega_2) + P_v(\omega_1, \omega_2)} = \frac{\sigma_f^2}{\sigma_f^2 + \sigma_v^2} \quad (3.11)$$

จากสมการที่ (3.11)  $h(n_1, n_2)$  เป็นสเกลอิมพัลส์เรสพอนส์ (Scaled Impulse Response) ที่กำหนดโดย

$$h(n_1, n_2) = \frac{\sigma_f^2}{\sigma_f^2 + \sigma_v^2} \delta(n_1, n_2) \quad (3.12)$$

จากสมการที่ (3.12) และอ้างอิงถึงรูป A.3 ในภาคผนวก ภาพที่ผ่านการประมวลผล  $p(n_1, n_2)$  ภายในพื้นที่เฉพาะสามารถอธิบายได้เป็น

$$\begin{aligned} p(n_1, n_2) &= m_f + (g(n_1, n_2) - m_f) * \frac{\sigma_f^2}{\sigma_f^2 + \sigma_v^2} \delta(n_1, n_2) \\ &= m_f + \frac{\sigma_f^2}{\sigma_f^2 + \sigma_v^2} (g(n_1, n_2) - m_f) \end{aligned} \quad (3.13)$$

ถ้าสมมติให้  $m_f$  และ  $\sigma_f^2$  ถูกเปลี่ยนไปที่แต่ละพิกเซลแล้วจะได้

$$p(n_1, n_2) = m_f(n_1, n_2) + \frac{\sigma_f^2(n_1, n_2)}{\sigma_f^2(n_1, n_2) + \sigma_v^2} (g(n_1, n_2) - m_f(n_1, n_2)) \quad (3.14)$$

สมการที่ (3.14) ก็คือสาระสำคัญของอัลกอริทึมที่พัฒนาขึ้นโดย Lee ในปี 1980 [12] อัลกอริทึมที่มีพื้นฐานจากสมการที่ (3.14) สามารถมองเป็นกรณีพิเศษของขบวนการ Two-channel process ก็ได้โดยใน Two-channel process ภาพที่จะทำการประมวลผลจะถูกแบ่งเป็นสองส่วนประกอบได้แก่ส่วนของค่าโลคัล-มีน  $m_f(n_1, n_2)$  และส่วนของโลคัล-คอนทราสต์ (local contrast):  $g(n_1, n_2) - m_f(n_1, n_2)$  ค่าโลคัล-มีนและค่าโลคัล-คอนทราสต์นี้จะถูกทำการโมดิไฟดแยกกันแล้วนำผลที่ได้ในแต่ละส่วนมารวมกัน แต่ในกรณีของสมการที่ (3.14) ค่าโลคัล-มีนจะไม่ถูกโมดิไฟดในขณะที่ค่าโลคัล-คอนทราสต์จะถูกทำการสเกลตามค่าขนาดซึ่งสัมพันธ์กันของ  $\sigma_f^2$  และ  $\sigma_v^2$  ถ้า  $\sigma_f^2$  มีค่ามากกว่า  $\sigma_v^2$  มากๆ แล้วโลคัล-คอนทราสต์ของ  $g(n_1, n_2)$  ก็จะสมมุติ

สมมุติให้เกิดขึ้นด้วย  $f(n_1, n_2)$  เดิมและโลคัล-คอนทราสของ  $g(n_1, n_2)$  ก็จะไม่ถูกลดทอนในกรณี  
เช่นนี้  $p(n_1, n_2)$  ก็จะประมาณค่าได้เท่ากับ  $g(n_1, n_2)$  มีการประมวลผลนิดหน่อยในแถบนั้น ถ้า  
 $\sigma_f^2$  มีค่าน้อยกว่า  $\sigma_v^2$  มากๆ แล้วโลคัล-คอนทราสของ  $g(n_1, n_2)$  ก็จะประมาณให้ขึ้นอยู่กับ  
 $v(n_1, n_2)$  และโลคัล-คอนทราสของ  $g(n_1, n_2)$  ก็จะถูกลดทอนลงมากในกรณีนี้  $p(n_1, n_2)$  ก็จะ  
ประมาณ  $m_f$  ส่วน  $g(n_1, n_2)$  ก็จะถูกทำให้เรียบอย่างมาก นอกจากนี้  $m_f$  จะเท่ากับ  $m_v$  เมื่อ  
 $m_v$  เป็นศูนย์เราสามารถประมาณค่า  $m_f(n_1, n_2)$  ในสมการที่ (3.14) จาก  $g(n_1, n_2)$  โดย

$$\hat{m}_f(n_1, n_2) = \frac{1}{(2M+1)^2} \sum_{k_1=n_1-M}^{n_1+M} \sum_{k_2=n_2-M}^{n_2+M} g(k_1, k_2) \quad (3.15)$$

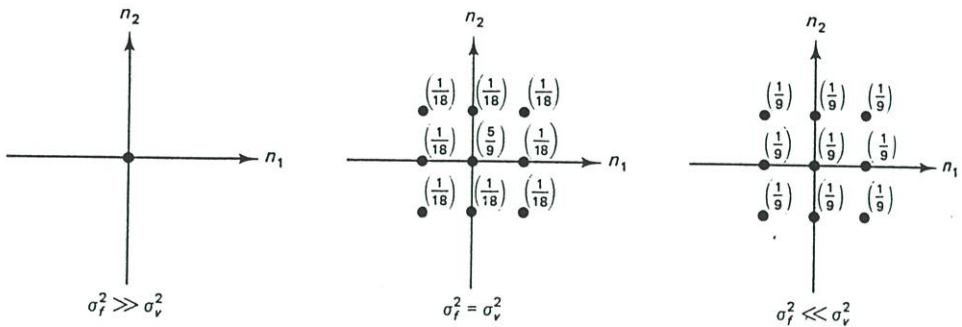
เมื่อ  $(2M+1)^2$  เป็นจำนวนพิกเซลที่อยู่ในพื้นที่เฉพาะ (Local region) ที่ใช้ในการประมาณค่า  
ภายในพื้นที่เฉพาะที่  $\sigma_f^2(n_1, n_2)$  สามารถสมมุติให้เป็นสเปซ-อินแวเรียนซ์, ทำการแทนค่า  
 $\hat{m}_f(n_1, n_2)$  ในสมการที่ (3.15) ลงในสมการที่ (3.14) จะได้

$$p(n_1, n_2) = g(n_1, n_2) * h(n_1, n_2) \quad (3.16)$$

เมื่อ  $h(n_1, n_2)$  กำหนดโดย

$$h(n_1, n_2) = \begin{cases} \frac{\sigma_f^2 + \frac{\sigma_v^2}{(2M+1)^2}}{\sigma_f^2 + \sigma_v^2}; n_1 = n_2 = 0 \\ \frac{\sigma_v^2}{(2M+1)^2} & ; -M \leq n_1 \leq M, -M \leq n_2 \leq M \text{ except } n_1 = n_2 = 0 \\ 0 & ; \text{otherwise} \end{cases} \quad (3.17)$$

จากสมการที่ (3.17) สามารถแสดงลักษณะฟิลเตอร์  $h(n_1, n_2)$  ในกรณีที่  $\sigma_f^2 \gg \sigma_v^2$ ,  $\sigma_f^2 = \sigma_v^2$   
และ  $\sigma_f^2 \ll \sigma_v^2$ ,  $M=1$  ดังรูปที่ 3.5



รูปที่ 3.5 ผลตอบสนองของ Space-variant Filter

วิธีการหนึ่งที่ใช้ในการออกแบบสเปซ-แวกเรียนท์  $h(n_1, n_2)$  โดยสมการที่ (3.17) ซึ่งจะทำให้ได้ฟิลเตอร์ที่มีขนาดเป็น  $3 \times 3$ ,  $5 \times 5$ ,  $7 \times 7$  เป็นต้น กำหนดให้  $\sigma_g^2 = \sigma_f^2 + \sigma_v^2$  ดังนั้นสามารถประมาณค่า  $\sigma_f^2$  ได้จาก  $g(n_1, n_2)$  ดังนี้

$$\hat{\sigma}_f^2(n_1, n_2) = \begin{cases} \sigma_g^2(n_1, n_2) - \sigma_v^2 & ; \sigma_g^2(n_1, n_2) > \sigma_v^2 \\ 0 & ; \text{otherwise} \end{cases} \quad (3.18)$$

โดยที่

$$\hat{\sigma}_g^2(n_1, n_2) = \frac{1}{(2M+1)^2} \sum_{k_1=n_1-M}^{n_1+M} \sum_{k_2=n_2-M}^{n_2+M} \{g(k_1, k_2) - \hat{m}_f(n_1, n_2)\}^2 \quad (3.19)$$

เมื่อค่าประมาณของโลคัล-มีน  $\hat{m}_f(n_1, n_2)$  หาได้จากสมการที่ (3.15) และสมมติว่าทราบค่าของนอยส์เพาเวอร์สเปคตรัม  $\sigma_v^2$

### 3.4 บทสรุป

เวียนเนอร์ฟิลเตอร์ที่ปรับตัวเองตามคุณลักษณะเฉพาะของภาพที่ถูกรบกวนโดยแอดดิทีฟแรนดอมนอยส์เช่น ค่าโลคัล-มีนของภาพต้นแบบ ค่าเพาเวอร์สเปคตรัมของสัญญาณ เป็นต้นได้รับการออกแบบขึ้นเพื่อใช้ในการแก้ปัญหาการฟื้นฟูภาพเนื่องจากไม่มีผลทำให้เกิดการเบลอของภาพและการเกิดบล็อกกิ้งเอฟเฟ็คในภาพที่ผ่านการประมวลผลแล้ว

## บทที่ 4

# การกำจัดสัญญาณรบกวนในภาพ

การกำจัดสัญญาณรบกวนเป็นขบวนการที่มีประโยชน์สำหรับการประยุกต์ใช้งานการประมวลผลภาพต่างๆ ตัวอย่างเช่น การตรวจหาขอบ (Edge Detection) การทำอิมเมจเช็กเมนต์ชัน (Image Segmentation) การเข้ารหัสภาพ (Image Coding) การจดจำรูปแบบ (Image Recognition) และการบีบอัดสัญญาณภาพ (Image Compression) ซึ่งสัญญาณรบกวนจะมีผลต่อประสิทธิภาพการทำงานอย่างมาก ดังนั้นขบวนการกำจัดสัญญาณรบกวนจึงถือเป็นขบวนการพื้นฐานที่สำคัญของการประมวลผลภาพ การกำจัดสัญญาณรบกวนเช่นการกรองในฟูเรียร์โดเมนจะเกี่ยวข้องกับอัตราส่วนของสัญญาณต่อสัญญาณรบกวนและเรโซลูชันของภาพที่ผ่านขบวนการแล้ว, ตัวกรองความถี่ต่ำสามารถที่จะทำการกรองสัญญาณรบกวนได้แต่ก็ทำให้เกิดการพร่ามัวของขอบภาพ (blurring edges) , ตัวกรองความถี่สูงให้ภาพผลลัพธ์ที่มีความคมชัดของขอบภาพสูงกว่าแต่ก็ขยายนอยส์แบคกราวด์ (noise background) [13] เป็นที่ทราบกันว่าได้มีผู้ศึกษาเกี่ยวกับสไปเชียลฟิลเตอร์ (spatial filter) โดยมีพื้นฐานบนเวฟเล็ตทรานส์ฟอร์มเป็นจำนวนมากซึ่งการทรานส์ฟอร์มแบบนี้เป็นการแสดงภาพแบบมัลติเรโซลูชันซึ่งจะทำการกระจายภาพเป็นสัมประสิทธิ์หลายสเกล [14], [15] และ [16]

การกำจัดสัญญาณรบกวนบนเวฟเล็ตโดเมนมีหลายวิธีด้วยกันหนึ่งในวิธีการเหล่านั้นก็คือ Wavelet shrinkage [2] แต่ก็ยังมีวิธีการอื่นๆ อีกที่สามารถกำจัดสัญญาณรบกวนในภาพได้ ตัวอย่างเช่น การกรองแบบเวียนเนอร์ อย่างไรก็ตามเวอร์ชันที่แพร่หลายของวิธีการทั้งสองดังกล่าวก็ยังคงมีแนวโน้มในการทำให้เกิดการพร่ามัวของขอบภาพ

เนื่องจากเวฟเล็ตทรานส์ฟอร์มให้ประโยชน์จากความเป็นโลคัลทั้งในโดเมนเวลาและสเปซ ความถี่ดังนั้นจากความเป็นโลคัลนี้เทคนิคการกำจัดสัญญาณรบกวนในภาพที่มีพื้นฐานบนเวฟเล็ตจึงสามารถที่จะรักษาลักษณะสำคัญๆ ในภาพดีกว่าวิธีการอื่นๆ [17] วิทยานิพนธ์นี้จึงได้รวมเอาวิธีการทั้งสองดังกล่าวเข้าด้วยกันคือทำการกรองด้วยตัวกรองเวียนเนอร์แบบอะแด็ปทีฟกับสัมประสิทธิ์ที่ได้จากการแปลงเวฟเล็ตเพื่อปรับปรุงประสิทธิภาพการทำงานให้ดีขึ้น

ก่อนที่จะอธิบายถึงอัลกอริทึมของการกำจัดสัญญาณรบกวนในภาพวิธียูนิเวอร์ซัลเวฟเล็ตซอฟท์เทรซอลดิงและวิธีการกรองเวียนเนอร์แบบอะแด็ปทีฟในโดเมนเวฟเล็ต จะกล่าวถึงประเภทที่มาของสัญญาณรบกวนและลักษณะการรบกวนในภาพก่อนดังนี้

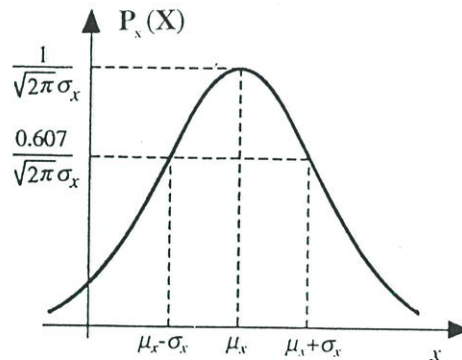
#### 4.1 สัญญาณรบกวนในภาพ

เนื่องจากวิทยานิพนธ์นี้นำเสนอการกำจัดสัญญาณรบกวนแบบเกาส์เซียนในภาพ ดังนั้น จะอธิบายลักษณะสำคัญของ Gaussian probability density function ดังนี้ Gaussian process เป็น Probability models ประเภทหนึ่งที่ยอมรับนำมาประยุกต์ใช้จัดรูปแบบ (Modelling) สัญญาณ และสัญญาณรบกวน ซึ่งสเกลาร์เกาส์เซียนวารีเอเบิล (Scalar Gaussian variable) สามารถอธิบายด้วย Probability density function ดังนี้ [18]

$$p_x(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_x} \exp\left[-\frac{(x-\mu_x)^2}{2\sigma_x^2}\right] \quad (4.1)$$

เมื่อ  $\mu_x$  แทนค่า mean และ  $\sigma_x^2$  แทนค่าความแปรปรวน (variance) ของตัวแปรแรนดอมและ Gaussian pdf จะมีค่าสูงสุดเกิดขึ้นที่  $\mu_x$  ซึ่งกำหนดโดยสมการที่ (4.2)

$$p_x(\mu_x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_x} \quad (4.2)$$



รูปที่ 4.1 Gaussian probability density

จากสมการที่ (4.1) และรูปที่ 4.1 จะเห็นว่า Gaussian pdf ของ X จะมีการลดลงอย่างเอ็กโพเนนเชียลเมื่อ X มีค่าเพิ่มขึ้นจากค่า  $\mu_x$

ลักษณะการรบกวนของเกาส์เซียนนอยส์ (Gaussian Noise) เป็นการรบกวนแบบบวกที่เรียกว่า Additive noise โดยขนาดของสัญญาณรบกวนจะบวกเข้ากับขนาดของสัญญาณข้อมูล เป็นผลให้ขนาดของสัญญาณข้อมูลนั้นๆ มีการเปลี่ยนแปลงไปตามขนาดของสัญญาณรบกวนซึ่งการรบกวนจะเกิดขึ้นได้ในทุกๆ จุดของสัญญาณ ส่วน Zero-mean White Noise Process นั้นมี

ลักษณะสำคัญคือค่า Autocorrelation function จะเป็นฟังก์ชันของ Delta function และมีค่าเพาเวอร์สเปกตรัมคงที่ในทุกๆ ความถี่ โดยทฤษฎีทางการสื่อสาร (Communication Theory) มักสมมติให้สัญญาณรบกวนเป็น Stationary Additive White Gaussian (AWGN) process ซึ่งทำให้สะดวกในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ โดยที่แอดดิทีฟแรนดอมนอยส์จะไม่ขึ้นกับสัญญาณแต่อย่างใด (Signal-Independent Additive Random Noise) ตัวอย่างของการรบกวนแบบแอดดิทีฟแรนดอมนอยส์ได้แก่สัญญาณรบกวนจากวงจรอิเล็กทรอนิกส์ (Electronic circuit noise) และสัญญาณรบกวนที่เกิดจากการควอนไทซ์ทางขนาด (Amplitude quantization noise) เป็นต้น

ในการประมวลผลภาพบางขบวนการจะกระทำโดยอาศัยการคำนวณค่าคุณลักษณะทางสถิติของภาพแทนการคำนวณจากค่าพิกเซลของภาพโดยตรงซึ่งเป็นการประมวลผลที่พิกเซลนั้น โดยนำค่าจากพิกเซลอื่นๆ ในบริเวณข้างเคียงมาพิจารณาด้วย ในที่นี้จะแสดงการคำนวณค่าทางสถิติของภาพเพียงสองชนิดเท่านั้นคือค่าโลคัลมีน (Local Image mean) ดังสมการที่ (4.3) และค่าความแปรปรวนเฉพาะ (Local Variance) ดังแสดงในสมการที่ (4.4) เมื่อ  $(2m+1)^2$  เป็นจำนวนจุดภาพในพื้นที่รอบๆ จุด  $(i, j)$  (Local Neighborhood Pixel) โดยที่  $m = 1, 2, 3, \dots$

$$\mu(k, l) = \frac{1}{(2m+1)^2} \sum_{i=k-m}^{k+m} \sum_{j=l-m}^{l+m} X(i, j) \quad (4.3)$$

$$\sigma^2(k, l) = \frac{1}{(2m+1)^2} \sum_{i=k-m}^{k+m} \sum_{j=l-m}^{l+m} (X(i, j) - \mu(k, l))^2 \quad (4.4)$$

## 4.2 การกำจัดสัญญาณรบกวนในภาพด้วยวิธียูนิเวอร์ซัลเวฟเล็ตซอฟเทรชโลดิง (Universal Wavelet Soft-thresholding)

เวฟเล็ตซอฟเทรชโลดิงเป็นวิธีการกำจัดสัญญาณรบกวนในภาพที่น่าสนใจวิธีหนึ่งเนื่องจากเป็นวิธีการที่ง่ายและมีประสิทธิภาพ ลักษณะสำคัญของเวฟเล็ตซอฟเทรชโลดิงคือ การที่สามารถกำจัดสัญญาณรบกวนในข้อมูลภาพและยังคงรักษาลักษณะที่สำคัญของข้อมูลภาพต้นแบบไว้ได้ โดยเริ่มแรกเวฟเล็ตซอฟเทรชโลดิงถูกนำมาประยุกต์ใช้เพื่อกำจัดสัญญาณรบกวนแบบเกาส์เซียนซึ่ง Donoho ได้แสดงให้เห็นว่าถ้าสัญญาณรบกวนมีขอบเขตที่แน่นอนแล้วการทำเวฟเล็ตซอฟเทรชโลดิงด้วยซอฟท์เทรชโลดิงจะเป็นวิธีที่เหมาะสมที่สุด [2] โดยปกติสัญญาณรบกวนมีการกระจายอย่างสม่ำเสมอ (Uniform distribution) ที่ทุกระดับของการแปลงเวฟเล็ต (Level) และเห็นได้อย่าง

ชัดเจนที่แบนด์ย่อยของความถี่สูง (High-frequency subbands) ดังนั้นขั้นตอนการทำเทรซอลดิ้งจะกระทำในทุกแบนด์ย่อยยกเว้นที่แบนด์ย่อยของความถี่ต่ำ (Low-frequency subbands)

ถ้าให้  $g$  เป็นภาพที่ถูกรบกวนด้วยสัญญาณรบกวน (Degraded Image or Noisy Image),  $W$  แทนการแปลงเวฟเล็ตแบบออร์โธโกนัล (Orthogonal Wavelet Transform) ซึ่งวิทยานิพนธ์นี้ใช้การแปลงเวฟเล็ตเป็นแบบสเตรชันนารีเวฟเล็ตทรานสฟอร์มเนื่องจากมีคุณสมบัติ Shift-invariance ที่ให้ประสิทธิภาพสูงในการกำจัดสัญญาณรบกวนในภาพ [19] และกำหนดให้  $W^{-1}$  แทนอินเวอร์สเวฟเล็ตทรานสฟอร์ม โดยให้อักษรตัวพิมพ์ใหญ่หมายถึงตัวแปรในโดเมนของการแปลงข้อมูลซึ่งกำหนดให้  $G=Wg$ ,  $G_{th}$  เป็นผลลัพธ์ที่ได้จากการทำเทรซอลดิ้งสัมประสิทธิ์เวฟเล็ต  $G$  และ Output แทนข้อมูลที่ได้จากการทำอินเวอร์สเวฟเล็ตทรานสฟอร์มของข้อมูล  $G_{th}$  แสดงดังสมการที่ (4.5) เมื่อ  $T$  แทนการทำเทรซอลดิ้งและ  $thr$  เป็นค่าเทรซอล (threshold value)

$$\text{Output} = W^{-1}G_{th} = W^{-1}T_{thr}(Wg) \quad (4.5)$$

การทำเทรซอลดิ้งมีหลายรูปแบบด้วยกันซึ่งจะอธิบายเฉพาะประเภทที่สำคัญ [20] ดังต่อไปนี้

1. ฮาร์ดเทรซอลดิ้ง (Hard thresholding) เป็นการเก็บค่าหรือตัดค่าสัมประสิทธิ์เวฟเล็ตทิ้งไป (keep or kill) โดยที่ค่าสัมบูรณ์ของสัมประสิทธิ์เวฟเล็ตทุกค่าจะถูกนำมาเปรียบเทียบกับค่าเทรซอล  $thr$  ที่กำหนด ถ้าขนาดของสัมประสิทธิ์ค่านั้นๆ มีค่าน้อยกว่าค่าเทรซอลสัมประสิทธิ์นั้นก็จะถูกแทนที่ด้วยค่าศูนย์แสดงดังสมการ

$$\hat{X} = \begin{cases} X & ; \text{if } |X| > thr \\ 0 & ; \text{if } |X| \leq thr \end{cases} \quad (4.6)$$

ฮาร์ดเทรซอลดิ้งจะถูกใช้ในการเข้ารหัสด้วยการแปลงเวฟเล็ตเพื่อให้ได้ความยาวของข้อมูลสั้นที่สุดและลำดับของข้อมูลที่เป็นศูนย์จะทำให้การเข้ารหัสมีประสิทธิภาพมากยิ่งขึ้น

2. ซอฟเทรซอลดิ้ง (Soft thresholding) วิธีการนี้จะทำการเปรียบเทียบค่าสัมประสิทธิ์กับค่าเทรซอลที่กำหนดถ้าหากค่าสัมประสิทธิ์ที่กำลังพิจารณานั้นมีค่าต่ำกว่าค่าเทรซอลก็จะถูกเซตให้เป็นศูนย์ ส่วนในกรณีอื่นก็จะคงค่านั้นไว้หรือไม่ก็ทำการเปลี่ยนค่าไปซึ่งมีสมการดังนี้

$$\hat{X} = \begin{cases} X - thr & ; \text{if } X \geq thr \\ X + thr & ; \text{if } X \leq -thr \\ 0 & ; |X| \leq thr \end{cases} \quad (4.7)$$

3. ยูนิเวอร์ซัลเทรโชลดิ้ง (Universal thresholding) เมื่อค่าเทรโชลด์สำหรับสัญญาณสองมิติ (Two Dimension Signal) กำหนดโดย

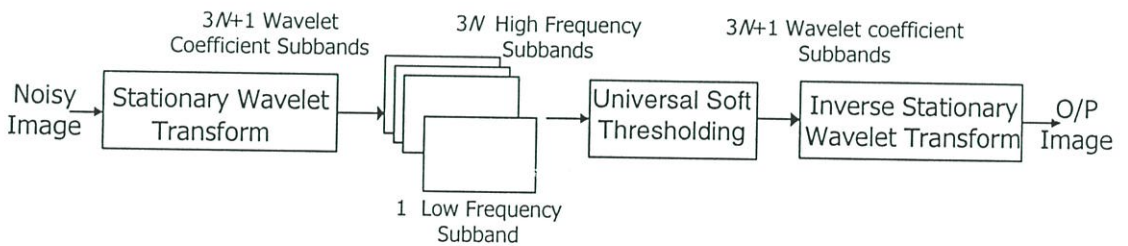
$$\text{thr} = \sigma\sqrt{2\log_e NM} \quad ; N, M : \text{size of image} \quad (4.8)$$

โดยที่  $\sigma$  แทนค่าเบี่ยงเบนมาตรฐานของสัญญาณรบกวนโดยยูนิเวอร์ซัลเทรโชลดิ้งนี้สามารถเป็นได้ทั้งฮาร์ดเทรโชลดิ้งและซอฟท์เทรโชลดิ้ง

การประมาณค่าความแปรปรวนของสัญญาณรบกวน (Noise Variance)  $\sigma^2$  ได้จากการคำนวณค่ามัธยฐาน (Median) ของสัมประสิทธิ์เวฟเลตภาพที่มีสัญญาณรบกวนจากสเกลที่ละเอียดที่สุด (finest scale) นั่นคือถ้าให้  $M$  เป็นค่ามัธยฐานของ  $|P|$  ซึ่งเป็น Gaussian random variable อิสระใดๆ ซึ่งมีค่าซีโรมีนและค่าความแปรปรวนเป็น  $\sigma_0^2$  แล้วสามารถแสดงได้ว่า  $E[M] \approx 0.6745\sigma_0$  ดังนั้นค่าเบี่ยงเบนมาตรฐานของสัญญาณรบกวนที่ได้จากการคำนวณค่ามัธยฐานของสัญญาณใดๆ  $M_x$  จะหาได้จากสมการที่ (4.9) [21]

$$\sigma \approx \frac{\text{Med}(|X|)}{0.6745} \approx \frac{M_x}{0.6745} \quad ; \text{Med} : \text{median value} \quad (4.9)$$

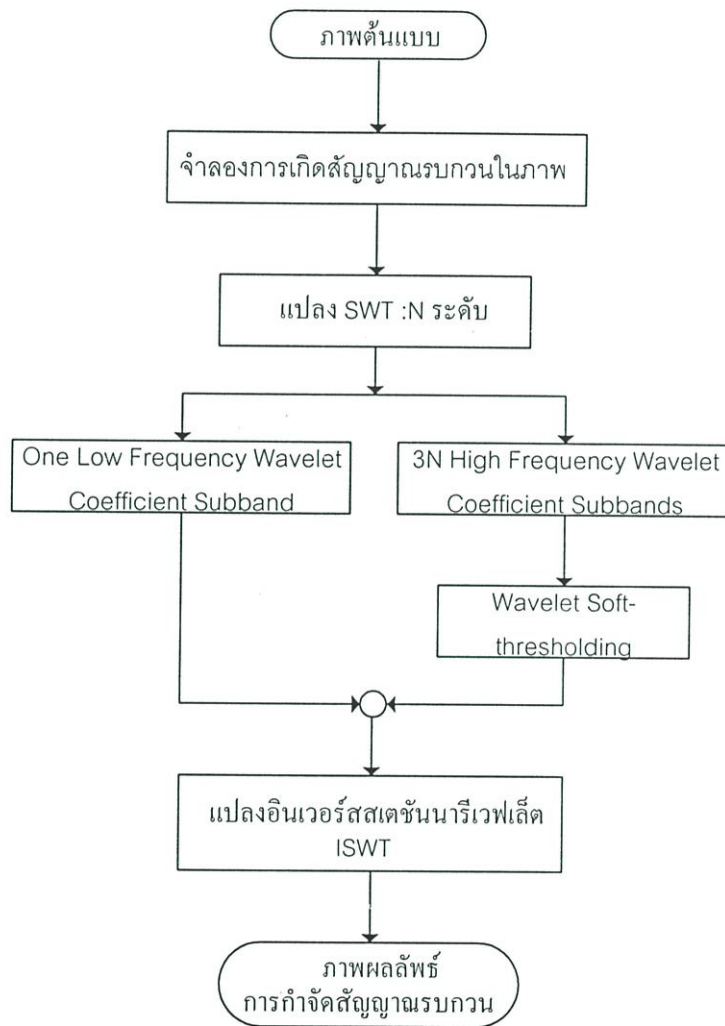
วิธีการกำจัดสัญญาณรบกวนด้วยการทำเวฟเลตซอฟท์เทรโชลดิ้งสามารถเขียนบล็อกไดอะแกรมได้ดังรูปที่ 4.2



รูปที่ 4.2 บล็อกไดอะแกรมการกำจัดสัญญาณรบกวนในภาพวิธียูนิเวอร์ซัลเวฟเลตซอฟท์เทรโชลดิ้ง

วิทยานิพนธ์นี้ใช้ฟิลเตอร์ของเวฟเลตในตระกูล Orthogonal ดังนี้ Daubechies, Symlet และ Coiflet [9] ซึ่งฟิลเตอร์ของเวฟเลตในแต่ละตระกูลจะมีความยาวฟิลเตอร์ (Filter length) ที่ต่างกัน และได้เลือกค่าความยาวของฟิลเตอร์ค่าต่างๆ เพื่อเปรียบเทียบประสิทธิภาพในการกำจัด

สัญญาณรบกวนระหว่างวิธียูนิเวอร์ซัลเวฟเล็ตซอฟต์แวร์โซลดิ้งและวิธีการกรองเวียนเนอร์แบบปรับตัวเองได้ในโดเมนเวฟเล็ตต่อไป โดยทำการทดลองกับข้อมูลภาพหลายระดับเทาขนาด  $512 \times 512$  พิกเซล และวัดประสิทธิภาพของภาพผลลัพธ์ที่ได้จากค่า PSNR และคุณภาพในการมองเห็นของภาพ ขั้นตอนของโปรแกรมกำจัดสัญญาณรบกวนในภาพด้วยวิธียูนิเวอร์ซัลเวฟเล็ตซอฟต์แวร์โซลดิ้งแสดงดังรูปที่ 4.3

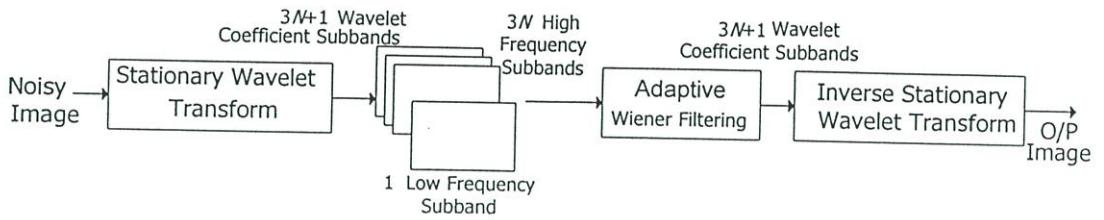


รูปที่ 4.3 ฟLOWชาร์ตโปรแกรมการกำจัดสัญญาณรบกวนในภาพวิธีเวฟเล็ตซอฟต์แวร์โซลดิ้ง

#### 4.3 การกำจัดสัญญาณรบกวนในภาพด้วยการกรองเวียนเนอร์แบบปรับตัวเองได้ในโดเมนเวฟเล็ต

การกำจัดสัญญาณรบกวนวิธีนี้กระทำโดยอาศัยหลักการแปลงสแตชันนารีเวฟเล็ตและการกรองเวียนเนอร์แบบปรับตัวเองได้ซึ่งเป็นการกำจัดสัญญาณรบกวนแบบเกาส์เซียนในภาพที่

พัฒนาขึ้น เพื่อลดปัญหาการเบลอของภาพผลลัพธ์ซึ่งพบในวิธียูนิเวอร์ซัลเวฟเล็ตเทอร์โซลติงโดยสามารถเขียนบล็อกไดอะแกรมได้ดังนี้



รูปที่ 4.4 บล็อกไดอะแกรมการกรองเวียนเนอร์ที่ปรับตัวเองได้ในโดเมนเวฟเล็ต

ขั้นตอนการกำจัดสัญญาณรบกวนในภาพด้วยการกรองเวียนเนอร์ที่ปรับตัวเองได้ในโดเมนเวฟเล็ตสามารถอธิบายได้ดังต่อไปนี้

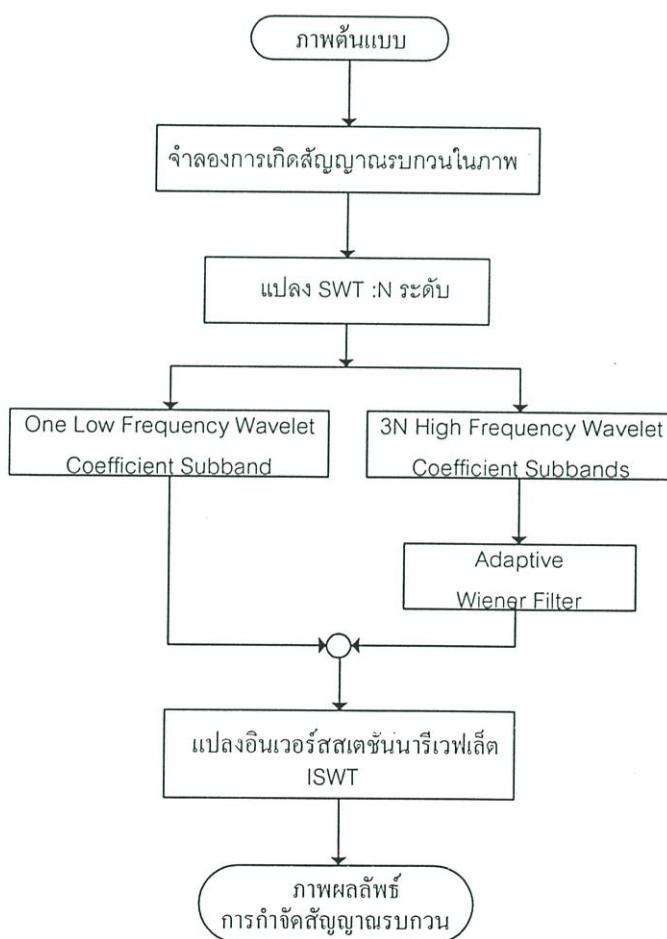
1. ทำสแตกซ์นารีเวฟเล็ตทรานสฟอร์ม  $N$  ระดับภาพที่มีสัญญาณรบกวนจะได้สัมประสิทธิ์เวฟเล็ตจำนวน  $3N + 1$  สับแบนด์ซึ่งประกอบด้วย
  - สัมประสิทธิ์ที่ความถี่สูงจำนวน  $3N$  สับแบนด์
  - สัมประสิทธิ์ที่ความถี่ต่ำอีกหนึ่งสับแบนด์
2. กำจัดสัญญาณรบกวนด้วยการกรองเวียนเนอร์ที่ปรับตัวเองได้
  - เลื่อนวินโดว์ (Moving window, Sliding window, Filter window) ขนาด  $M \times N$  ไปบนสับแบนด์ที่ความถี่สูงแต่ละสับแบนด์โดยให้พิกเซลในสับแบนด์นั้นเป็นตำแหน่งเซ็นเตอร์ (Center) ของวินโดว์จนครบทุกพิกเซล
  - คำนวณค่าเฉลี่ยเฉพาะ (Local mean) สำหรับพิกเซลนั้นจากสัมประสิทธิ์ข้างเคียง (Neighborhood coefficient) ในวินโดว์
  - คำนวณค่าความแปรปรวนเฉพาะ (Local variance) สำหรับพิกเซลนั้นจากสัมประสิทธิ์ข้างเคียง (Neighborhood coefficient) ในวินโดว์
  - คำนวณค่าสัมประสิทธิ์สำหรับพิกเซลนั้นใหม่ตามหลักการของการกรองเวียนเนอร์ที่ปรับตัวเองได้โดยใช้ค่าเฉลี่ยเฉพาะและค่าความแปรปรวนเฉพาะซึ่งค่าสัมประสิทธิ์ที่ได้นี้จะเป็ค่าพิกเซลที่ผ่านการกำจัดสัญญาณรบกวนแล้ว
  - ทำการคงค่าสัมประสิทธิ์ที่สับแบนด์ความถี่ต่ำ

3. ทำอินเวอร์สสเตชันนารีเวฟเล็ตทรานสฟอร์มได้ภาพผลลัพธ์ (Output Image) ที่ ถูกลดสัญญาณรบกวน

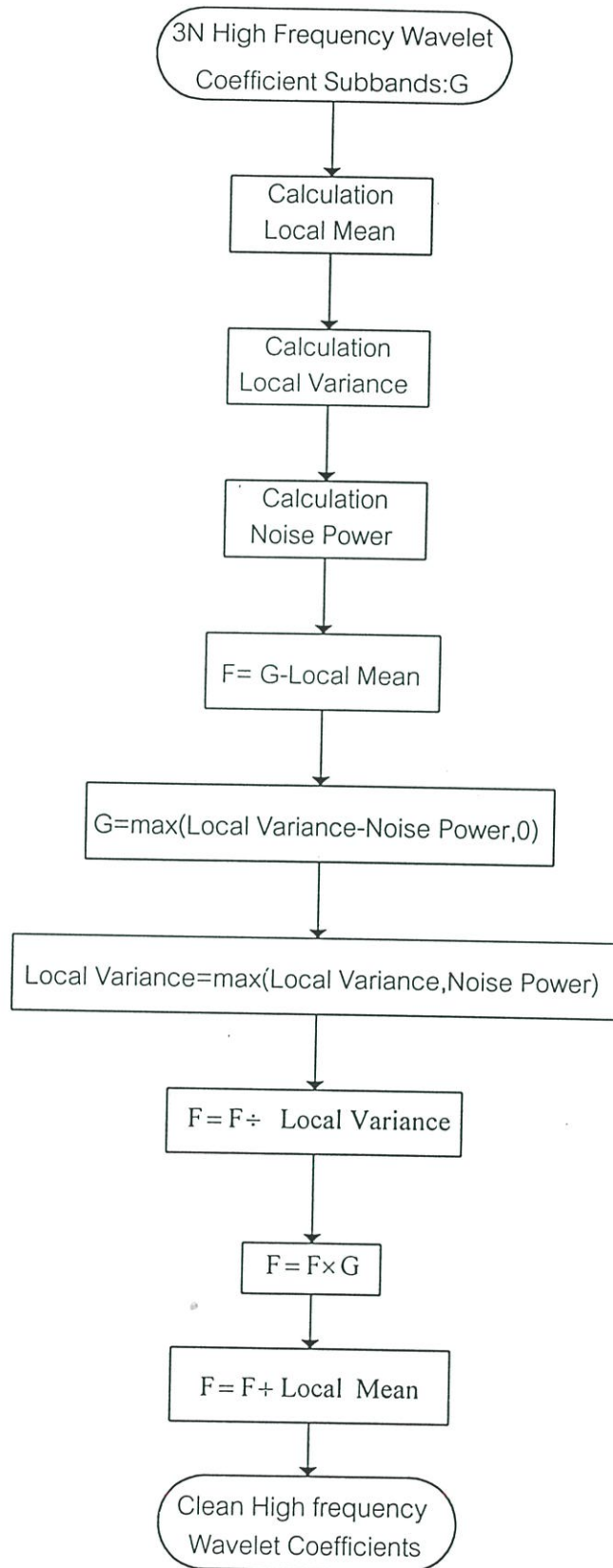
ซึ่งสามารถเขียนพลวชาร์ตการกำจัดสัญญาณรบกวนในภาพด้วยการกรองแบบเวียนเนอร์ที่ ปรับตัวเองได้บนเวฟเล็ตโดเมนได้รูปที่ 4.5 และวิธีการกรองเวียนเนอร์แบบปรับตัวเองได้สามารถ เขียนพลวชาร์ตได้ดังรูปที่ 4.6 โดยที่ค่าประมาณของกำลังงานของสัญญาณรบกวนจะคิดจาก ค่าเฉลี่ยของค่าความแปรปรวนเฉพาะดังสมการที่ 4.10

$$\text{Noise Power: } \sigma_v^2 = \text{mean (Local Variance)} \quad (4.10)$$

วิทยานิพนธ์นี้ได้นำฟังก์ชันที่มีอยู่แล้วมาประยุกต์ใช้ เพื่อวิเคราะห์ประสิทธิภาพในการ กำจัดสัญญาณรบกวนในภาพโดยกระทำบนโดเมนเวฟเล็ตเปรียบเทียบกับวิธียูนิเวอร์ซัลเวฟเล็ต เทอร์โซลดิ้ง



รูปที่ 4.5 พลวชาร์ตหลักของโปรแกรมการกำจัดสัญญาณรบกวนด้วยการกรองเวียนเนอร์ที่ ปรับตัวเองได้บนเวฟเล็ตโดเมน



รูปที่ 4.6 ฟิวลวชาร์ตโปรแกรมการกรองเวียนเนอร์ที่ปรับตัวเองได้

#### 4.4 การวัดคุณภาพของภาพ

ภาพผลลัพธ์จากขบวนการประมวลผลภาพจะมีข้อมูลเปลี่ยนแปลงไปจากภาพอ้างอิงหรือภาพต้นแบบ การวัดคุณภาพของภาพเป็นการเปรียบเทียบภาพผลลัพธ์กับภาพอ้างอิงเพื่อหาค่าที่ใช้อธิบายถึงคุณภาพของภาพที่ผ่านการประมวลผล ซึ่งจะชี้ให้เห็นถึงประสิทธิภาพของขบวนการประมวลผล วิธีการวัดคุณภาพของภาพมีอยู่ สองวิธีหลักด้วยกัน วิธีแรกคือ การมองเปรียบเทียบด้วยสายตาตามมนุษย์เป็นวิธีที่ง่ายวัดผลได้ทันทีแต่ไม่สามารถวัดผลได้ละเอียด, ขาดความเที่ยงตรง, ความแน่นอนและความแม่นยำเนื่องจากใช้ความรู้สึกของผู้วัดในการพิจารณา วิธีที่สองเป็นการคำนวณเพื่อหาค่าดัชนีในการวัดคุณภาพซึ่งให้ผลเป็นตัวเลขเป็นวิธีการที่มีความละเอียด, เที่ยงตรงและเปรียบเทียบผลได้ชัดเจนจึงเป็นวิธีที่ได้รับการยอมรับ เนื่องจากมีกฎเกณฑ์แน่นอนเมื่อเทียบกับ การมองด้วยสายตาตามมนุษย์ ค่าดัชนีที่ใช้วัดคุณภาพของภาพมีหลายค่าด้วยกันเช่น ค่าผิดพลาดกำลังสองเฉลี่ย (Mean Square Error: MSE) และค่าอัตราส่วนสัญญาณต่อสัญญาณรบกวนสูงสุด (Peak Signal to Noise Ratio: PSNR) เป็นต้น

##### ค่าผิดพลาดกำลังสองเฉลี่ย MSE

ใช้วัดความแตกต่างของภาพต้นแบบกับภาพที่ผ่านการประมวลผล ซึ่งมีความแตกต่างกันเล็กน้อยได้ดีเพราะการวัดด้วย MSE จะขยายผลต่างให้เห็นชัดเจนขึ้นด้วยการยกกำลังสองของผลต่าง ดังนั้นถ้าค่า MSE มีค่าน้อยก็แสดงว่าภาพที่ผ่านการประมวลผลมีความผิดเพี้ยนจากภาพต้นแบบน้อย ค่าผิดพลาดกำลังสองเฉลี่ยระหว่างภาพขนาด  $M \times N$  สามารถคำนวณจาก

$$MSE = \frac{1}{M \times N} \sum_{i=1}^M \sum_{j=1}^N (x(i, j) - p(i, j))^2 \quad (4.11)$$

โดย  $M$  คือจำนวนพิกเซลของภาพตามแนวนอน,  $N$  แทนจำนวนพิกเซลของภาพตามแนวตั้ง,  $x(i, j)$  แทนค่าอินเทนซิตีที่จุด  $(i, j)$  ของภาพต้นแบบและ  $p(i, j)$  เป็นค่าอินเทนซิตีที่จุด  $(i, j)$  ของภาพที่ผ่านการประมวลผลแล้ว

##### ค่าอัตราส่วนของสัญญาณต่อสัญญาณรบกวนสูงสุด PSNR

ค่าสูงสุดของอัตราส่วนระหว่างพลังงานของภาพต้นแบบกับพลังงานของภาพที่มีสัญญาณรบกวนมีหน่วยเป็นเดซิเบล (dB) ค่าดังกล่าวนี้ยิ่งมีค่ามากยิ่งดีเพราะแสดงให้เห็นว่าพลังงานของภาพต้นแบบมีสูงกว่าพลังงานของภาพที่มีสัญญาณรบกวน ในการใช้งานบางอย่างเช่นการกำจัดสัญญาณรบกวนในภาพจะหาค่า PSNR จากสมการต่อไปนี้ [22]

$$\begin{aligned} \text{PSNR} &= 10\log \frac{\text{Peak}^2}{\text{MSE}} && (\text{dB}) \\ &= 10\log \frac{(2^n - 1)^2}{\text{MSE}} && (\text{dB}) \end{aligned} \quad (4.12)$$

โดย Peak แทนด้วยค่าสูงสุดเท่ากับ  $2^n - 1$  นั่นเอง

#### 4.5 สรุป

สัญญาณรบกวนในภาพแบบแอดดิทีฟเกาส์เซียนนอยส์มีลักษณะการรบกวนแบบบวก (Additive noise) ขนาดของสัญญาณรบกวนจะบวกเข้ากับขนาดของสัญญาณข้อมูลทำให้ขนาดของสัญญาณข้อมูลเปลี่ยนแปลงตามขนาดของสัญญาณรบกวนและเกิดขึ้นในทุกจุดของสัญญาณ การกำจัดสัญญาณรบกวนโดยสไปเชียลฟิลเตอร์บนโดเมนเวฟเลตอาศัยคุณลักษณะของการแปลงเวฟเลตซึ่งเก็บค่าพลังงานในส่วนที่สำคัญของภาพไว้ด้วยค่าสัมประสิทธิ์ (Magnitude) ที่มีขนาดใหญ่และค่าพลังงานของความผิดพลาดต่าง ๆ เช่นค่าพลังงานความผิดพลาดของการเข้ารหัสจะมีค่าสัมประสิทธิ์ขนาดเล็กและกระจายอยู่ทั่วไป ดังนั้นในโดเมนเวฟเลตจึงสามารถแยกลักษณะที่สำคัญของภาพและความผิดพลาดออกจากกันได้นั้นคือสัมประสิทธิ์ที่มีค่ามากแสดงถึงข้อมูลภาพต้นแบบส่วนสัมประสิทธิ์ที่มีค่าน้อยจะแสดงถึงความผิดพลาด เมื่อทำการเก็บค่าสัมประสิทธิ์ที่มีขนาดใหญ่และตัดค่าสัมประสิทธิ์ที่มีขนาดเล็กทิ้งไป(กำหนดให้เป็นค่าศูนย์)ซึ่งก็คือการทำเทรโชลดิ้งจึงสามารถลดค่าพลังงานของความผิดพลาดได้

## บทที่ 5

### การทดลองและผลการทดลอง

เนื้อหาในบทนี้เป็นการทดลองเปรียบเทียบประสิทธิภาพของอัลกอริธึมการกำจัดสัญญาณรบกวนแบบเกาส์เซียนในภาพทั้งวิธียูนิเวอร์ซัลเวฟเล็ตซอฟต์แวร์โซลดิ้งและวิธีการกรองเวียนเนอร์แบบปรับตัวเองได้บนเวฟเล็ตโดเมนภายใต้เงื่อนไข การเลือกขนาดความยาวของฟิลเตอร์เวฟเล็ต, ระดับการแปลงเวฟเล็ต, ปริมาณการลดทอนด้วยเกาส์เซียนนอยส์ที่ค่าความเบี่ยงเบนมาตรฐานต่างๆ และทำการทดลองกับวินโดว์หลายขนาด การทดลองแบ่งออกเป็นสองส่วนคือ ส่วนแรกเป็นการเปรียบเทียบภาพผลลัพธ์ที่ระดับการแปลงเวฟเล็ตเท่ากับ 3 กับระดับการแปลงเท่ากับ 4 เนื่องจากการแปลงเวฟเล็ตที่ระดับสูงขึ้นไปก็ไม่มีผลต่อประสิทธิภาพการกำจัดสัญญาณรบกวนมากนัก ส่วนที่สองเป็นการทดลองเปรียบเทียบผลการกำจัดสัญญาณรบกวนเมื่อเลือกใช้ออร์ธอกอนอลเวฟเล็ตฟิลเตอร์แต่ละประเภท

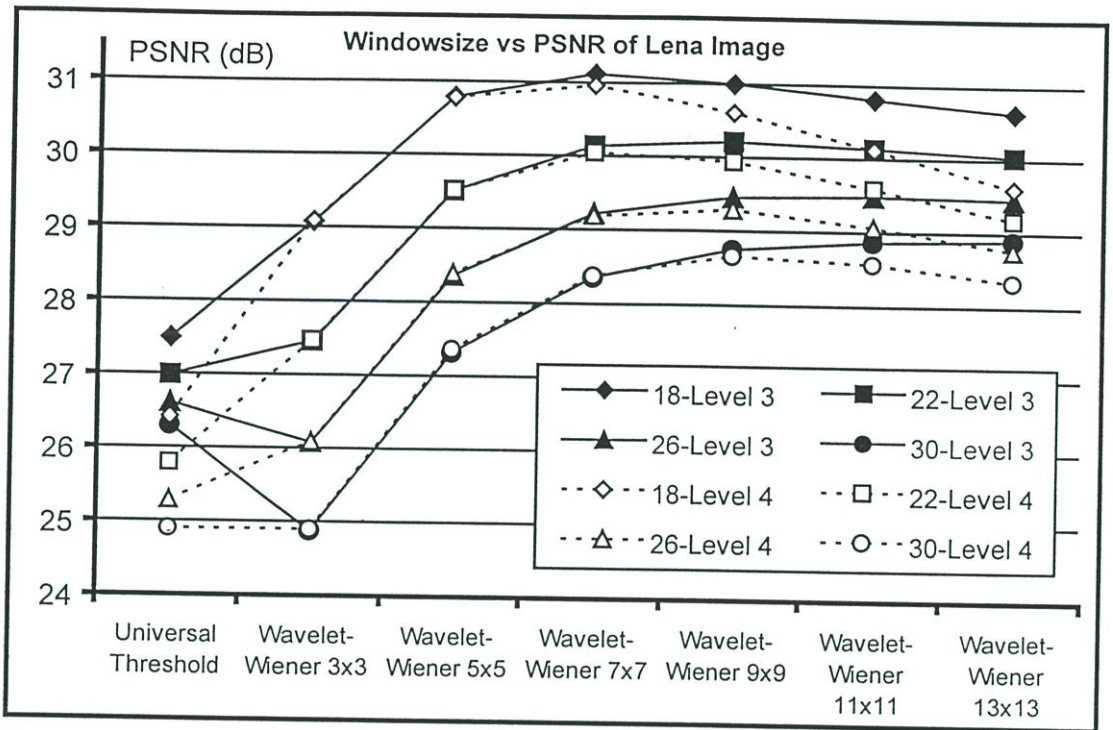
#### 5.1 การทดลองเปรียบเทียบภาพผลลัพธ์เมื่อระดับการแปลงเวฟเล็ตต่างกัน

ข้อมูลภาพที่ใช้ในการทดลองเป็นภาพระดับเทา 0-255 ระดับซึ่งมักพบทั่วไปในงานวิจัยด้านการประมวลผลภาพโดยมีขนาดภาพเป็น 512 X 512 เช่นภาพ Lena, Baboon และภาพ Peppers และภาพขนาด 256 X 256 ได้แก่ภาพ Femme และ Couloir โดยจำลองการเกิดสัญญาณรบกวนแบบเกาส์เซียนในภาพตามสมการที่ 3.1 และทดสอบการทำงานของอัลกอริธึมการกำจัดสัญญาณรบกวนในภาพด้วยการเขียนโปรแกรมที่ทำงานบน MATLAB V 6.1 ซึ่งทำการประมวลผลบนเครื่อง PC Pentium II 400 MHz

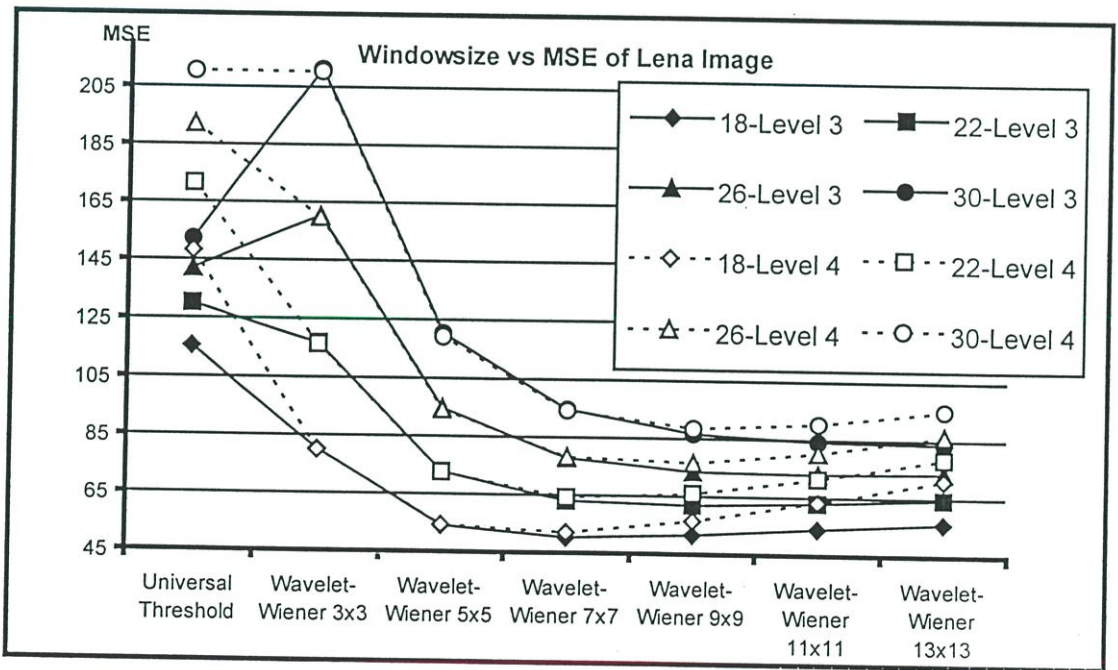
จำลองการกำจัดสัญญาณรบกวนในภาพทั้งวิธียูนิเวอร์ซัลเวฟเล็ตซอฟต์แวร์โซลดิ้งและวิธีการกรองแบบเวียนเนอร์ที่ปรับตัวได้บนเวฟเล็ตโดเมนโดยเลือกทำการแปลงเวฟเล็ตที่ระดับ 3 และ 4 โดยใช้ฟิลเตอร์เวฟเล็ตเป็น ดาบีซี-8 และวัดผลการทดลองในรูปของค่า PSNR, MSE และคุณภาพของภาพผลลัพธ์ที่มองเห็น ผลการทดลองจะแสดงในรูปของตารางข้อมูลเปรียบเทียบผลการกำจัดสัญญาณรบกวนระหว่างการจำลองการทำงานที่ระดับการแปลงเวฟเล็ตเท่ากับ 3 และ 4 ในทั้งสองวิธีการและนอกจากนี้ยังได้นำข้อมูลนี้มาแสดงในรูปกราฟด้วย และเปรียบเทียบภาพผลลัพธ์โดยภาพผลลัพธ์จากวิธีการกรองแบบเวียนเนอร์ที่ปรับตัวเองได้บนเวฟเล็ตโดเมนนั้นจะเป็นภาพที่ได้จากขนาดวินโดว์ที่ให้ผลการทดลองที่ดีที่สุดในแต่ละระดับ

ตารางที่ 5.1 การเปรียบเทียบค่า PSNR และ MSE ภาพผลลัพธ์ Lena เมื่อทำการแปลงเวฟเล็ต 3 และ 4 ระดับ

| Lena Image<br>Size: 512x512 | Noise Std. | Wavelet Transform |        |          |        |
|-----------------------------|------------|-------------------|--------|----------|--------|
|                             |            | Level:3           |        | Level :4 |        |
|                             |            | PSNR              | MSE    | PSNR     | MSE    |
| Universal Threshold         | 18         | 27.50             | 115.66 | 26.42    | 148.17 |
| Wavelet-Wiener 3x3          |            | 29.08             | 80.30  | 29.09    | 80.13  |
| Wavelet-Wiener 5x5          |            | 30.79             | 54.17  | 30.78    | 54.39  |
| Wavelet-Wiener 7x7          |            | 31.12             | 50.30  | 30.96    | 52.11  |
| Wavelet-Wiener 9x9          |            | 31.00             | 51.65  | 30.61    | 56.49  |
| Wavelet-Wiener 11x11        |            | 30.81             | 54.00  | 30.12    | 63.31  |
| Wavelet-Wiener 13x13        |            | 30.64             | 56.16  | 29.61    | 71.11  |
| Universal Threshold         | 20         | 27.23             | 123.19 | 26.08    | 160.26 |
| Wavelet-Wiener 3x3          |            | 28.24             | 97.62  | 28.25    | 97.38  |
| Wavelet-Wiener 5x5          |            | 30.14             | 63.03  | 30.13    | 63.08  |
| Wavelet-Wiener 7x7          |            | 30.62             | 56.40  | 30.50    | 57.92  |
| Wavelet-Wiener 9x9          |            | 30.60             | 56.59  | 30.27    | 61.06  |
| Wavelet-Wiener 11x11        |            | 30.47             | 58.38  | 29.85    | 67.26  |
| Wavelet-Wiener 13x13        |            | 30.33             | 60.21  | 29.40    | 74.72  |
| Universal Threshold         | 22         | 26.99             | 130.04 | 25.79    | 171.58 |
| Wavelet-Wiener 3x3          |            | 27.46             | 116.75 | 27.47    | 116.43 |
| Wavelet-Wiener 5x5          |            | 29.51             | 72.77  | 29.52    | 72.62  |
| Wavelet-Wiener 7x7          |            | 30.14             | 63.02  | 30.05    | 64.22  |
| Wavelet-Wiener 9x9          |            | 30.21             | 61.89  | 29.94    | 65.94  |
| Wavelet-Wiener 11x11        |            | 30.14             | 63.03  | 29.59    | 71.44  |
| Wavelet-Wiener 13x13        |            | 30.04             | 64.48  | 29.18    | 78.49  |
| Universal Threshold         | 24         | 26.79             | 136.28 | 25.53    | 182.18 |
| Wavelet-Wiener 3x3          |            | 26.74             | 137.68 | 26.76    | 137.26 |
| Wavelet-Wiener 5x5          |            | 28.92             | 83.39  | 28.94    | 83.01  |
| Wavelet-Wiener 7x7          |            | 29.67             | 70.17  | 29.62    | 71.01  |
| Wavelet-Wiener 9x9          |            | 29.83             | 67.54  | 29.61    | 71.13  |
| Wavelet-Wiener 11x11        |            | 29.81             | 67.96  | 29.33    | 75.84  |
| Wavelet-Wiener 13x13        |            | 29.74             | 68.96  | 28.97    | 82.42  |
| Universal Threshold         | 26         | 26.61             | 142.06 | 25.29    | 192.23 |
| Wavelet-Wiener 3x3          |            | 26.08             | 160.40 | 26.09    | 159.89 |
| Wavelet-Wiener 5x5          |            | 28.36             | 94.87  | 28.39    | 94.25  |
| Wavelet-Wiener 7x7          |            | 29.22             | 77.84  | 29.19    | 78.29  |
| Wavelet-Wiener 9x9          |            | 29.46             | 73.55  | 29.29    | 76.64  |
| Wavelet-Wiener 11x11        |            | 29.49             | 73.15  | 29.07    | 80.47  |
| Wavelet-Wiener 13x13        |            | 29.46             | 73.66  | 28.76    | 86.53  |
| Universal Threshold         | 28         | 26.45             | 147.40 | 25.08    | 201.69 |
| Wavelet-Wiener 3x3          |            | 25.46             | 184.92 | 25.48    | 184.30 |
| Wavelet-Wiener 5x5          |            | 27.83             | 107.22 | 27.86    | 106.34 |
| Wavelet-Wiener 7x7          |            | 28.78             | 86.04  | 28.78    | 86.07  |
| Wavelet-Wiener 9x9          |            | 29.10             | 79.93  | 28.97    | 82.47  |
| Wavelet-Wiener 11x11        |            | 29.17             | 78.63  | 28.82    | 85.32  |
| Wavelet-Wiener 13x13        |            | 29.18             | 78.58  | 28.55    | 90.80  |
| Universal Threshold         | 30         | 26.30             | 152.36 | 24.90    | 210.61 |
| Wavelet-Wiener 3x3          |            | 24.88             | 211.23 | 24.90    | 210.50 |
| Wavelet-Wiener 5x5          |            | 27.32             | 120.44 | 27.37    | 119.27 |
| Wavelet-Wiener 7x7          |            | 28.36             | 94.77  | 28.38    | 94.36  |
| Wavelet-Wiener 9x9          |            | 28.75             | 86.67  | 28.66    | 88.63  |
| Wavelet-Wiener 11x11        |            | 28.87             | 84.39  | 28.57    | 90.41  |
| Wavelet-Wiener 13x13        |            | 28.90             | 83.73  | 28.34    | 95.24  |
| Universal Threshold         | 32         | 26.17             | 157.01 | 24.73    | 219.03 |
| Wavelet-Wiener 3x3          |            | 24.34             | 239.33 | 24.36    | 238.48 |
| Wavelet-Wiener 5x5          |            | 26.84             | 134.52 | 26.89    | 133.05 |
| Wavelet-Wiener 7x7          |            | 27.96             | 104.04 | 28.00    | 103.14 |
| Wavelet-Wiener 9x9          |            | 28.41             | 93.78  | 28.35    | 95.11  |
| Wavelet-Wiener 11x11        |            | 28.57             | 90.43  | 28.32    | 95.74  |
| Wavelet-Wiener 13x13        |            | 28.63             | 89.10  | 28.14    | 99.85  |



รูปที่ 5.1 กราฟแสดงการเปรียบเทียบค่า PSNR กับขนาดของวินโดว์ภาพผลลัพธ์ Lena ที่ค่า Noise Std. ต่างๆ เมื่อทำการแปลงเวฟเล็ต 3 และ 4 ระดับ



รูปที่ 5.2 กราฟแสดงการเปรียบเทียบค่า MSE กับขนาดของวินโดว์ภาพผลลัพธ์ Lena ที่ค่า Noise Std. ต่างๆ เมื่อทำการแปลงเวฟเล็ต 3 และ 4 ระดับ



(a)



(b)



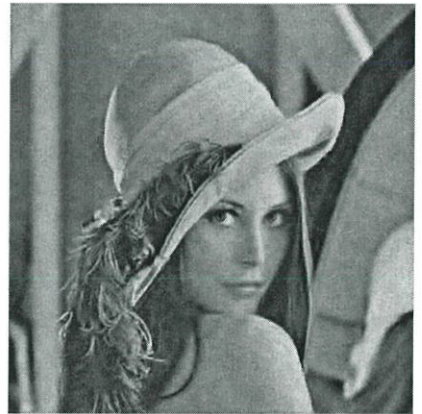
(c)



(d)



(e)

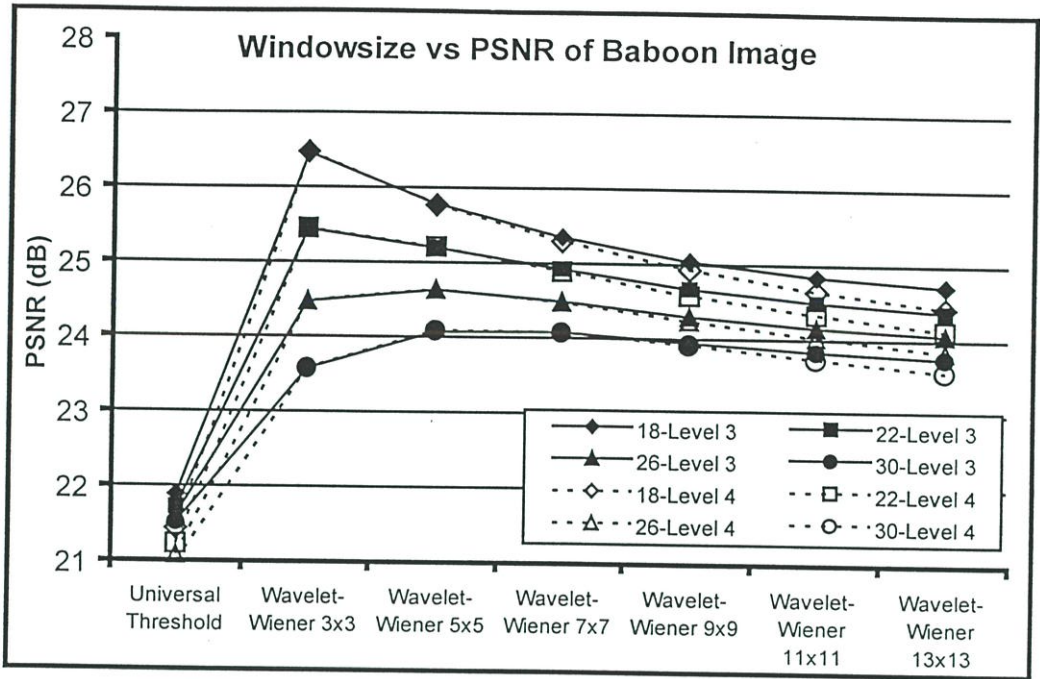


(f)

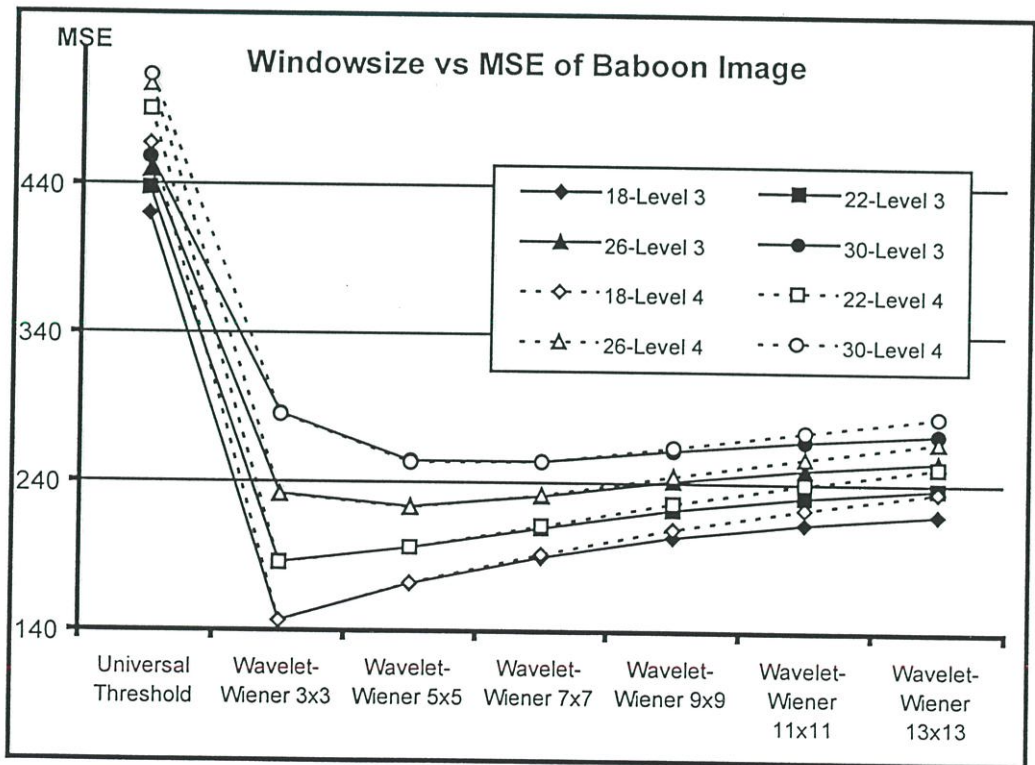
รูปที่ 5.3 ภาพเอาร์ทพุท Lena เมื่อลดทอนด้วย Noise Std. =26 รูป 5.3 (a) ภาพต้นแบบ  
 รูป 5.3 (b) ภาพที่ถูกลดทอน รูป 5.3 (c) ภาพเอาร์ทพุทวิธียูนิเวอร์ซัลเวฟเล็ตซอฟเทร  
 ซอลดิงเมื่อแปลงเวฟเล็ตที่ระดับ 3 และรูป 5.3 (d) ภาพเอาร์ทพุทจากวิธีการกรองเวียน  
 เนอร์ที่ปรับตัวเองได้ที่การแปลงเวฟเล็ตระดับ 3 เมื่อวินโดรมีขนาด 11x11 รูป 5.3 (e)  
 ภาพเอาร์ทพุทจากวิธียูนิเวอร์ซัลเวฟเล็ตซอฟเทรซอลดิงเมื่อการแปลงเวฟเล็ตที่ระดับ 4  
 และรูป 5.3 (f) ภาพเอาร์ทพุทจากวิธีการกรองเวียนเนอร์ที่ปรับตัวเองได้ที่การแปลงเวฟ  
 เล็ตระดับ 4 เมื่อวินโดรมีขนาด 9x9 ตามลำดับ

ตารางที่ 5.2 การเปรียบเทียบค่า PSNR และ MSE ภาพผลลัพธ์ Baboon เมื่อทำการแปลงเวฟเล็ต 3 และ 4 ระดับ

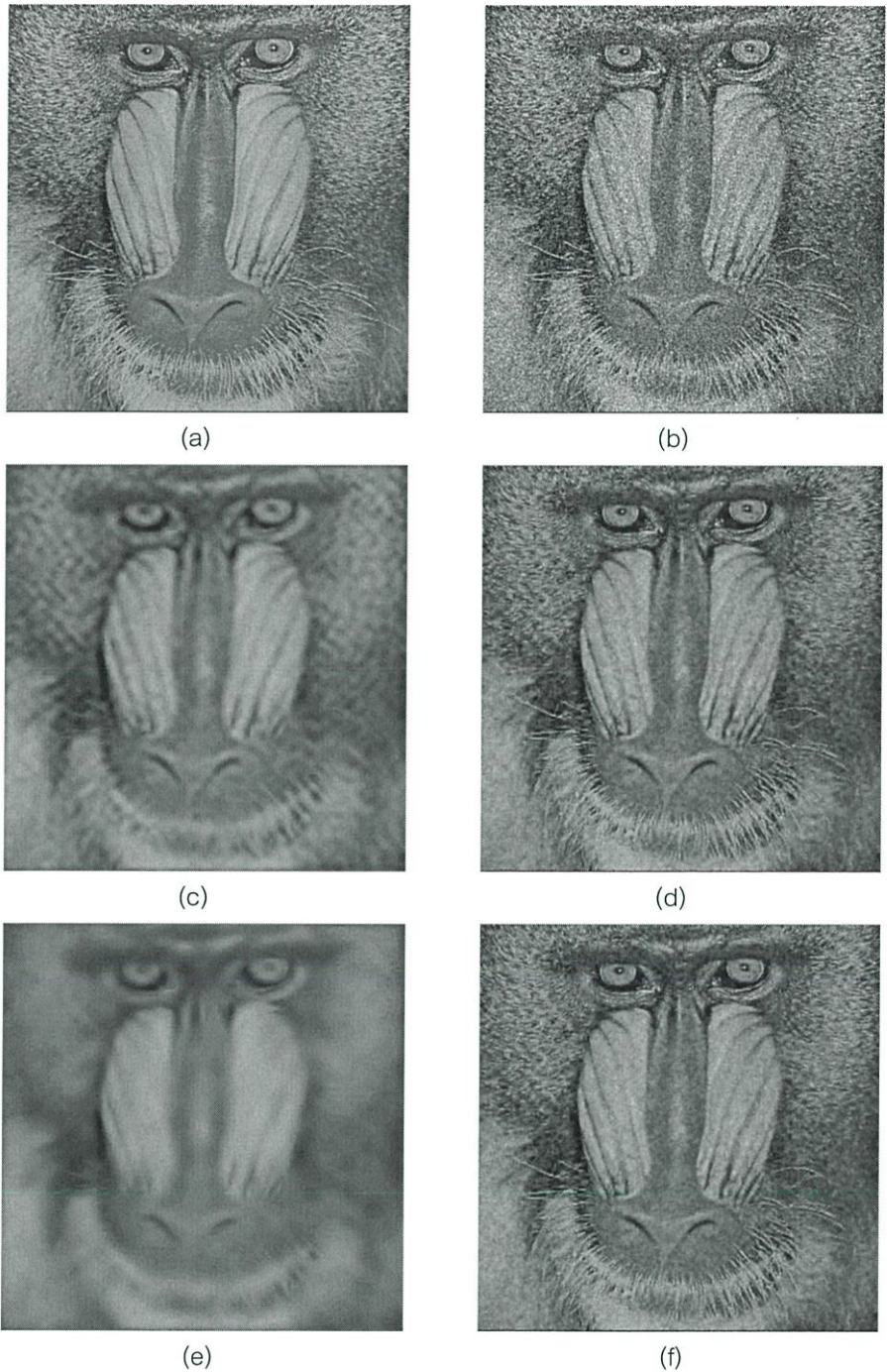
| Baboon Image<br>Size: 512x512 | Noise Std. | Wavelet Transform |        |          |        |
|-------------------------------|------------|-------------------|--------|----------|--------|
|                               |            | Level:3           |        | Level :4 |        |
|                               |            | PSNR              | MSE    | PSNR     | MSE    |
| Universal Threshold           | 18         | 21.89             | 420.49 | 21.44    | 467.12 |
| Wavelet-Wiener 3x3            |            | 26.46             | 146.85 | 26.47    | 146.70 |
| Wavelet-Wiener 5x5            |            | 25.78             | 171.91 | 25.77    | 172.22 |
| Wavelet-Wiener 7x7            |            | 25.35             | 189.85 | 25.30    | 191.86 |
| Wavelet-Wiener 9x9            |            | 25.04             | 203.83 | 24.93    | 209.02 |
| Wavelet-Wiener 11x11          |            | 24.84             | 213.11 | 24.65    | 222.84 |
| Wavelet-Wiener 13x13          |            | 24.72             | 219.39 | 24.43    | 234.66 |
| Universal Threshold           | 20         | 21.80             | 429.69 | 21.32    | 479.55 |
| Wavelet-Wiener 3x3            |            | 25.95             | 165.40 | 25.95    | 165.18 |
| Wavelet-Wiener 5x5            |            | 25.49             | 183.65 | 25.49    | 183.78 |
| Wavelet-Wiener 7x7            |            | 25.13             | 199.48 | 25.09    | 201.20 |
| Wavelet-Wiener 9x9            |            | 24.85             | 212.81 | 24.75    | 217.61 |
| Wavelet-Wiener 11x11          |            | 24.67             | 221.86 | 24.49    | 231.14 |
| Wavelet-Wiener 13x13          |            | 24.55             | 228.06 | 24.28    | 242.85 |
| Universal Threshold           | 22         | 21.72             | 437.35 | 21.23    | 490.11 |
| Wavelet-Wiener 3x3            |            | 25.44             | 185.80 | 25.45    | 185.49 |
| Wavelet-Wiener 5x5            |            | 25.20             | 196.20 | 25.21    | 196.13 |
| Wavelet-Wiener 7x7            |            | 24.92             | 209.58 | 24.89    | 210.97 |
| Wavelet-Wiener 9x9            |            | 24.67             | 222.08 | 24.58    | 226.45 |
| Wavelet-Wiener 11x11          |            | 24.50             | 230.85 | 24.34    | 239.63 |
| Wavelet-Wiener 13x13          |            | 24.38             | 236.92 | 24.13    | 251.18 |
| Universal Threshold           | 24         | 21.66             | 443.85 | 21.15    | 499.25 |
| Wavelet-Wiener 3x3            |            | 24.95             | 208.02 | 24.96    | 207.62 |
| Wavelet-Wiener 5x5            |            | 24.92             | 209.57 | 24.92    | 209.28 |
| Wavelet-Wiener 7x7            |            | 24.70             | 220.11 | 24.68    | 221.14 |
| Wavelet-Wiener 9x9            |            | 24.48             | 231.61 | 24.41    | 235.51 |
| Wavelet-Wiener 11x11          |            | 24.33             | 240.03 | 24.18    | 248.26 |
| Wavelet-Wiener 13x13          |            | 24.22             | 245.91 | 23.99    | 259.58 |
| Universal Threshold           | 26         | 21.61             | 449.30 | 21.08    | 506.96 |
| Wavelet-Wiener 3x3            |            | 24.47             | 232.05 | 24.48    | 231.56 |
| Wavelet-Wiener 5x5            |            | 24.63             | 223.74 | 24.64    | 223.20 |
| Wavelet-Wiener 7x7            |            | 24.49             | 231.07 | 24.48    | 231.71 |
| Wavelet-Wiener 9x9            |            | 24.30             | 241.38 | 24.24    | 244.71 |
| Wavelet-Wiener 11x11          |            | 24.16             | 249.36 | 24.03    | 256.99 |
| Wavelet-Wiener 13x13          |            | 24.07             | 254.99 | 23.85    | 268.03 |
| Universal Threshold           | 28         | 21.56             | 454.00 | 21.02    | 513.61 |
| Wavelet-Wiener 3x3            |            | 24.02             | 257.90 | 24.03    | 257.31 |
| Wavelet-Wiener 5x5            |            | 24.35             | 238.70 | 24.37    | 237.90 |
| Wavelet-Wiener 7x7            |            | 24.28             | 242.44 | 24.28    | 242.65 |
| Wavelet-Wiener 9x9            |            | 24.13             | 251.38 | 24.08    | 254.21 |
| Wavelet-Wiener 11x11          |            | 24.00             | 258.81 | 23.89    | 265.80 |
| Wavelet-Wiener 13x13          |            | 23.91             | 264.15 | 23.71    | 276.50 |
| Universal Threshold           | 30         | 21.52             | 458.09 | 20.98    | 513.35 |
| Wavelet-Wiener 3x3            |            | 23.57             | 285.54 | 23.58    | 284.83 |
| Wavelet-Wiener 5x5            |            | 24.07             | 254.45 | 24.09    | 253.36 |
| Wavelet-Wiener 7x7            |            | 24.08             | 254.21 | 24.08    | 253.97 |
| Wavelet-Wiener 9x9            |            | 23.95             | 261.58 | 23.92    | 263.81 |
| Wavelet-Wiener 11x11          |            | 23.84             | 268.37 | 23.74    | 274.67 |
| Wavelet-Wiener 13x13          |            | 23.76             | 273.35 | 23.58    | 284.95 |
| Universal Threshold           | 32         | 21.49             | 461.70 | 20.93    | 524.30 |
| Wavelet-Wiener 3x3            |            | 23.15             | 314.91 | 23.16    | 314.09 |
| Wavelet-Wiener 5x5            |            | 23.80             | 270.96 | 23.82    | 269.58 |
| Wavelet-Wiener 7x7            |            | 23.88             | 266.39 | 23.89    | 265.67 |
| Wavelet-Wiener 9x9            |            | 23.79             | 271.99 | 23.76    | 273.58 |
| Wavelet-Wiener 11x11          |            | 23.69             | 278.04 | 23.60    | 283.59 |
| Wavelet-Wiener 13x13          |            | 23.62             | 282.58 | 23.46    | 293.39 |



รูปที่ 5.4 กราฟแสดงการเปรียบเทียบค่า PSNR กับขนาดของวินโดว์ภาพผลลัพธ์ Baboon ที่ค่า Noise Std. ต่างๆ เมื่อทำการแปลงเวฟเล็ต 3 และ 4 ระดับ



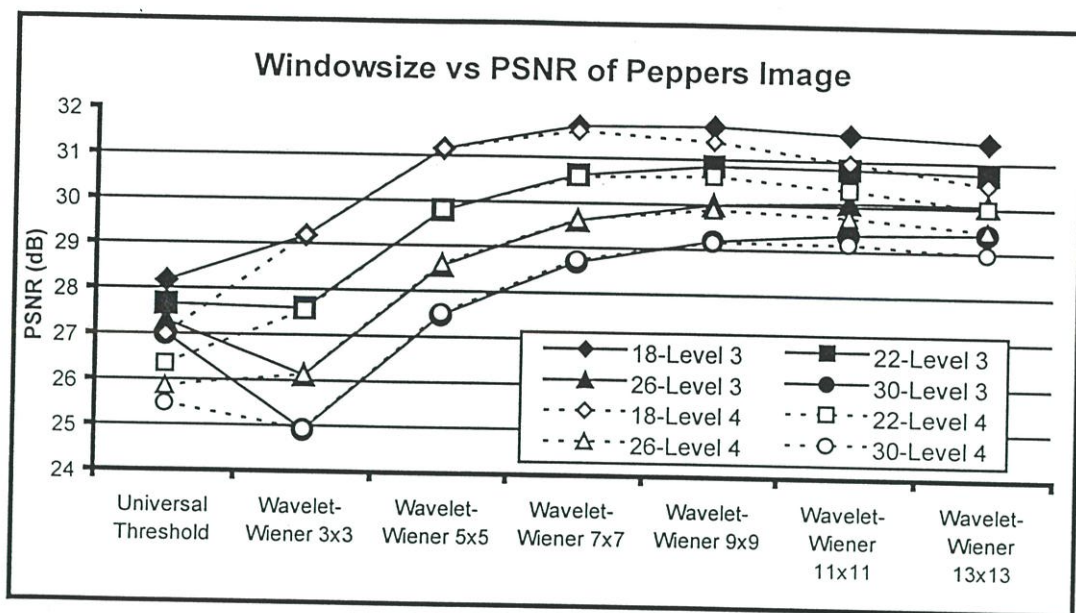
รูปที่ 5.5 กราฟแสดงการเปรียบเทียบค่า MSE กับขนาดของวินโดว์ภาพผลลัพธ์ Baboon ที่ค่า Noise Std. ต่างๆ เมื่อทำการแปลงเวฟเล็ต 3 และ 4 ระดับ



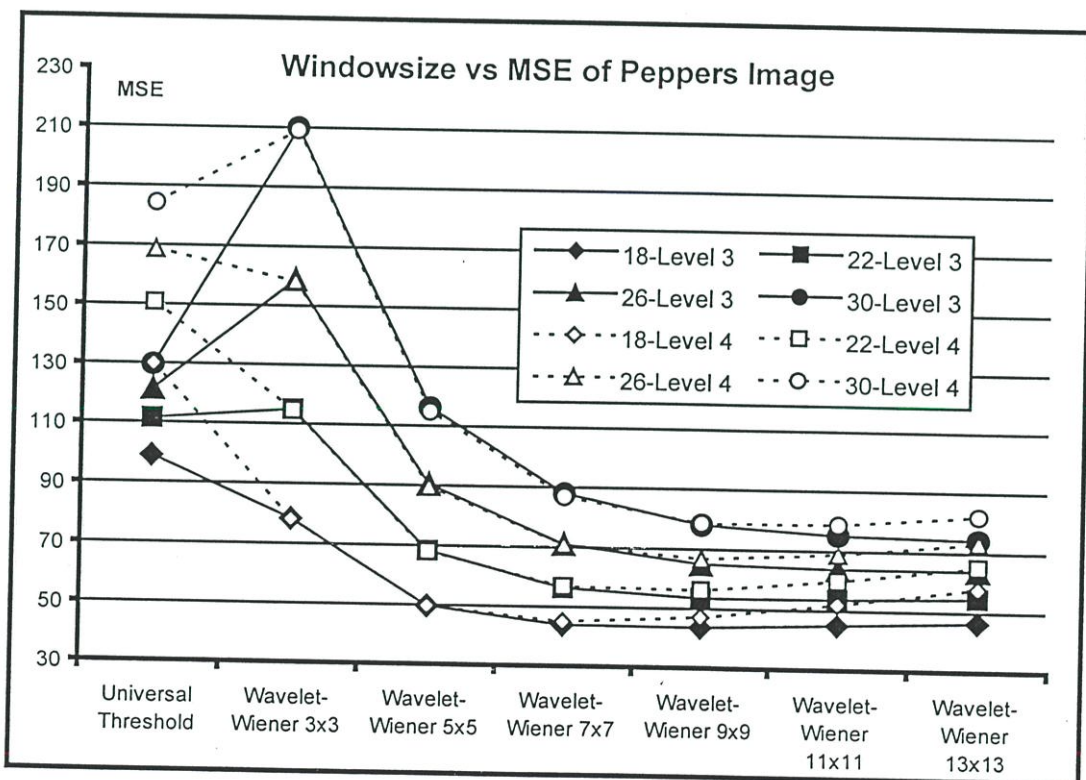
รูปที่ 5.6 ภาพเอาร์ทพุท Baboon เมื่อลดทอนด้วย Noise Std. =26 รูป 5.6 (a) ภาพต้นแบบ รูป 5.6 (b) ภาพที่ถูกลดทอน รูป 5.6 (c) ภาพเอาร์ทพุทวิธียูนิเวอร์ซัลเวฟเล็ตซอฟต์แวร์โซลดิ้งเมื่อแปลงเวฟเล็ตที่ระดับ 3 และรูป 5.6 (d) ภาพเอาร์ทพุทจากวิธีการกรองเวียนเนอร์ที่ปรับตัวเองได้ที่การแปลงเวฟเล็ตระดับ 3 เมื่อวินโดว์มีขนาด 5x5 รูป 5.6 (e) ภาพเอาร์ทพุทจากวิธียูนิเวอร์ซัลเวฟเล็ตซอฟต์แวร์โซลดิ้งเมื่อการแปลงเวฟเล็ตระดับ 4 และรูป 5.6 (f) ภาพเอาร์ทพุทจากวิธีการกรองเวียนเนอร์ที่ปรับตัวเองได้ที่การแปลงเวฟเล็ตระดับ 4 เมื่อวินโดว์มีขนาด 5x5 ตามลำดับ

ตารางที่ 5.3 การเปรียบเทียบค่า PSNR และ MSE ภาพผลลัพธ์ Peppers เมื่อทำการแปลงเวฟ  
เล็ต 3 และ 4 ระดับ

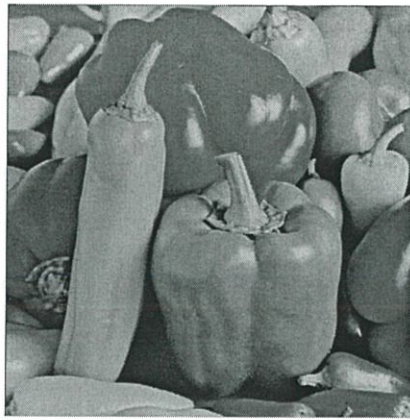
| Peppers Image<br>Size: 512x512 | Noise Std. | Wavelet Transform |        |          |        |
|--------------------------------|------------|-------------------|--------|----------|--------|
|                                |            | Level:3           |        | Level :4 |        |
|                                |            | PSNR              | MSE    | PSNR     | MSE    |
| Universal Threshold            | 18         | 28.17             | 99.02  | 26.99    | 130.01 |
| Wavelet-Wiener 3x3             |            | 29.19             | 78.36  | 29.20    | 78.15  |
| Wavelet-Wiener 5x5             |            | 31.16             | 49.78  | 31.16    | 49.77  |
| Wavelet-Wiener 7x7             |            | 31.70             | 43.93  | 31.59    | 45.08  |
| Wavelet-Wiener 9x9             |            | 31.73             | 43.68  | 31.39    | 47.18  |
| Wavelet-Wiener 11x11           |            | 31.59             | 45.08  | 30.97    | 52.04  |
| Wavelet-Wiener 13x13           |            | 31.45             | 46.54  | 30.51    | 57.85  |
| Universal Threshold            | 20         | 27.90             | 105.54 | 26.65    | 140.73 |
| Wavelet-Wiener 3x3             |            | 28.32             | 95.72  | 28.33    | 95.44  |
| Wavelet-Wiener 5x5             |            | 30.45             | 58.56  | 30.47    | 58.36  |
| Wavelet-Wiener 7x7             |            | 31.16             | 49.83  | 31.08    | 50.69  |
| Wavelet-Wiener 9x9             |            | 31.28             | 48.38  | 31.01    | 51.51  |
| Wavelet-Wiener 11x11           |            | 31.20             | 49.27  | 30.66    | 55.81  |
| Wavelet-Wiener 13x13           |            | 31.10             | 50.46  | 30.25    | 61.34  |
| Universal Threshold            | 22         | 27.66             | 111.38 | 26.35    | 150.71 |
| Wavelet-Wiener 3x3             |            | 27.59             | 114.92 | 27.54    | 114.55 |
| Wavelet-Wiener 5x5             |            | 29.79             | 68.27  | 29.81    | 67.87  |
| Wavelet-Wiener 7x7             |            | 30.62             | 56.32  | 30.58    | 56.86  |
| Wavelet-Wiener 9x9             |            | 30.85             | 53.51  | 30.63    | 56.22  |
| Wavelet-Wiener 11x11           |            | 30.82             | 53.80  | 30.36    | 59.87  |
| Wavelet-Wiener 13x13           |            | 30.75             | 54.67  | 30.00    | 65.06  |
| Universal Threshold            | 24         | 27.46             | 116.62 | 26.09    | 160.01 |
| Wavelet-Wiener 3x3             |            | 26.80             | 135.96 | 26.81    | 135.50 |
| Wavelet-Wiener 5x5             |            | 29.16             | 78.90  | 29.19    | 78.27  |
| Wavelet-Wiener 7x7             |            | 30.11             | 63.38  | 30.10    | 63.56  |
| Wavelet-Wiener 9x9             |            | 30.42             | 59.04  | 30.26    | 61.30  |
| Wavelet-Wiener 11x11           |            | 30.45             | 58.66  | 30.05    | 64.22  |
| Wavelet-Wiener 13x13           |            | 30.41             | 59.16  | 29.74    | 69.01  |
| Universal Threshold            | 26         | 27.29             | 121.35 | 25.86    | 168.68 |
| Wavelet-Wiener 3x3             |            | 26.12             | 158.82 | 26.14    | 158.26 |
| Wavelet-Wiener 5x5             |            | 28.57             | 90.43  | 28.61    | 89.56  |
| Wavelet-Wiener 7x7             |            | 29.62             | 71.01  | 29.63    | 70.80  |
| Wavelet-Wiener 9x9             |            | 30.00             | 64.99  | 29.89    | 66.75  |
| Wavelet-Wiener 11x11           |            | 30.08             | 63.86  | 29.75    | 68.85  |
| Wavelet-Wiener 13x13           |            | 30.07             | 63.91  | 29.49    | 73.19  |
| Universal Threshold            | 28         | 27.14             | 125.68 | 25.66    | 176.83 |
| Wavelet-Wiener 3x3             |            | 25.49             | 183.49 | 25.51    | 182.82 |
| Wavelet-Wiener 5x5             |            | 28.01             | 102.86 | 28.06    | 101.72 |
| Wavelet-Wiener 7x7             |            | 29.14             | 79.21  | 29.18    | 78.58  |
| Wavelet-Wiener 9x9             |            | 29.60             | 71.35  | 29.52    | 72.56  |
| Wavelet-Wiener 11x11           |            | 29.72             | 69.38  | 29.45    | 73.76  |
| Wavelet-Wiener 13x13           |            | 29.75             | 68.95  | 29.23    | 77.59  |
| Universal Threshold            | 30         | 27.00             | 129.67 | 25.47    | 184.46 |
| Wavelet-Wiener 3x3             |            | 24.91             | 209.97 | 24.93    | 209.19 |
| Wavelet-Wiener 5x5             |            | 27.48             | 116.17 | 27.53    | 114.75 |
| Wavelet-Wiener 7x7             |            | 28.69             | 87.98  | 28.74    | 86.89  |
| Wavelet-Wiener 9x9             |            | 29.20             | 78.12  | 29.17    | 78.75  |
| Wavelet-Wiener 11x11           |            | 29.37             | 75.23  | 29.16    | 78.95  |
| Wavelet-Wiener 13x13           |            | 29.42             | 74.25  | 28.98    | 82.21  |
| Universal Threshold            | 32         | 26.88             | 133.36 | 25.31    | 191.59 |
| Wavelet-Wiener 3x3             |            | 24.36             | 238.24 | 24.38    | 237.34 |
| Wavelet-Wiener 5x5             |            | 26.98             | 130.37 | 27.04    | 128.64 |
| Wavelet-Wiener 7x7             |            | 28.25             | 97.32  | 28.32    | 95.74  |
| Wavelet-Wiener 9x9             |            | 28.82             | 85.29  | 28.82    | 85.29  |
| Wavelet-Wiener 11x11           |            | 29.02             | 81.39  | 28.87    | 84.41  |
| Wavelet-Wiener 13x13           |            | 29.11             | 79.82  | 28.73    | 87.04  |



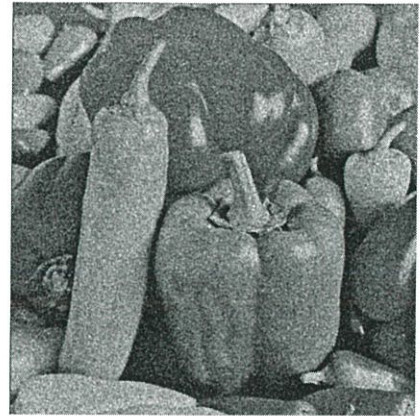
รูปที่ 5.7 กราฟแสดงการเปรียบเทียบค่า PSNR กับขนาดของวินโดว์ภาพผลลัพธ์ Peppers ที่ค่า Noise Std. ต่างๆ เมื่อทำการแปลงเวฟเล็ต 3 และ 4 ระดับ



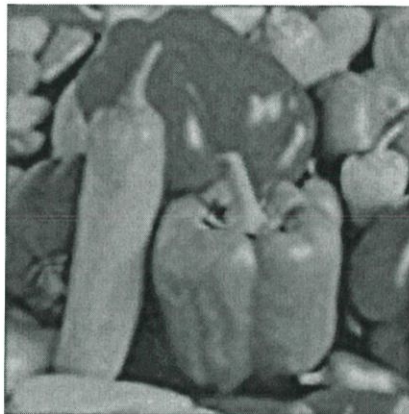
รูปที่ 5.8 กราฟแสดงการเปรียบเทียบค่า MSE กับขนาดของวินโดว์ภาพผลลัพธ์ Peppers ที่ค่า Noise Std. ต่างๆ เมื่อทำการแปลงเวฟเล็ต 3 และ 4 ระดับ



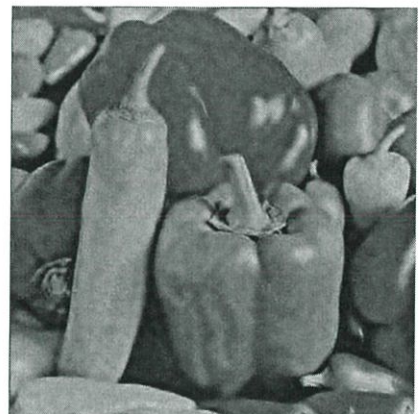
(a)



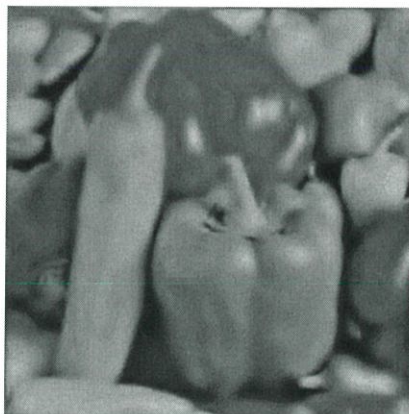
(b)



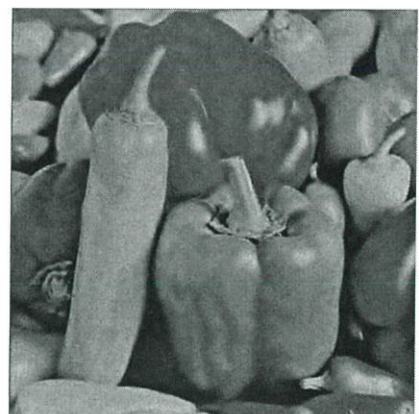
(c)



(d)



(e)

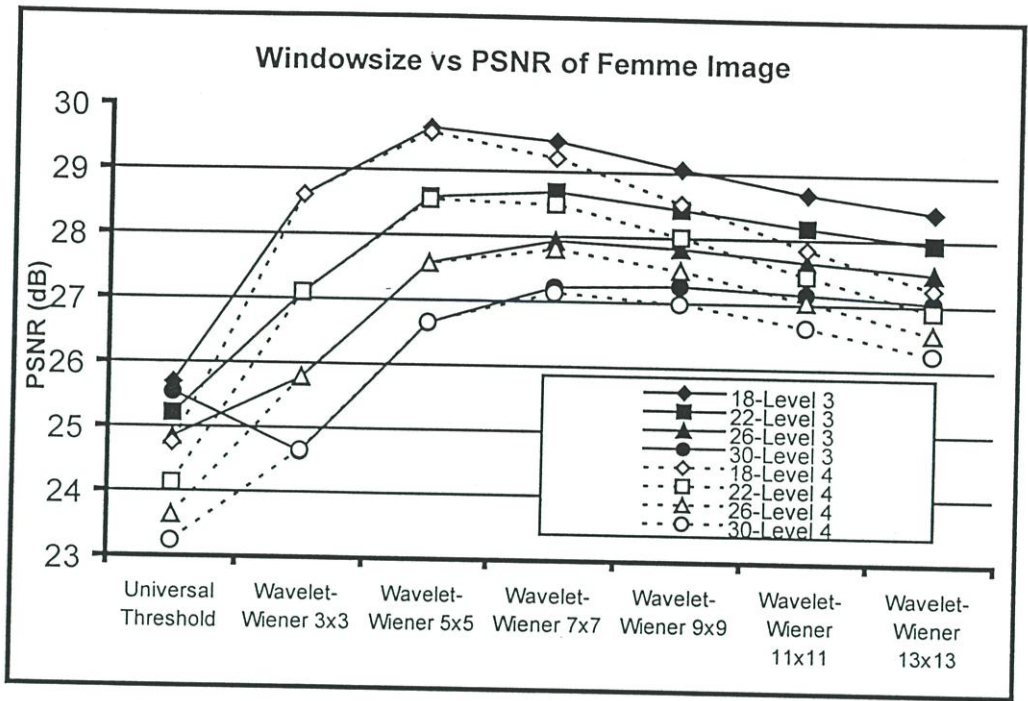


(f)

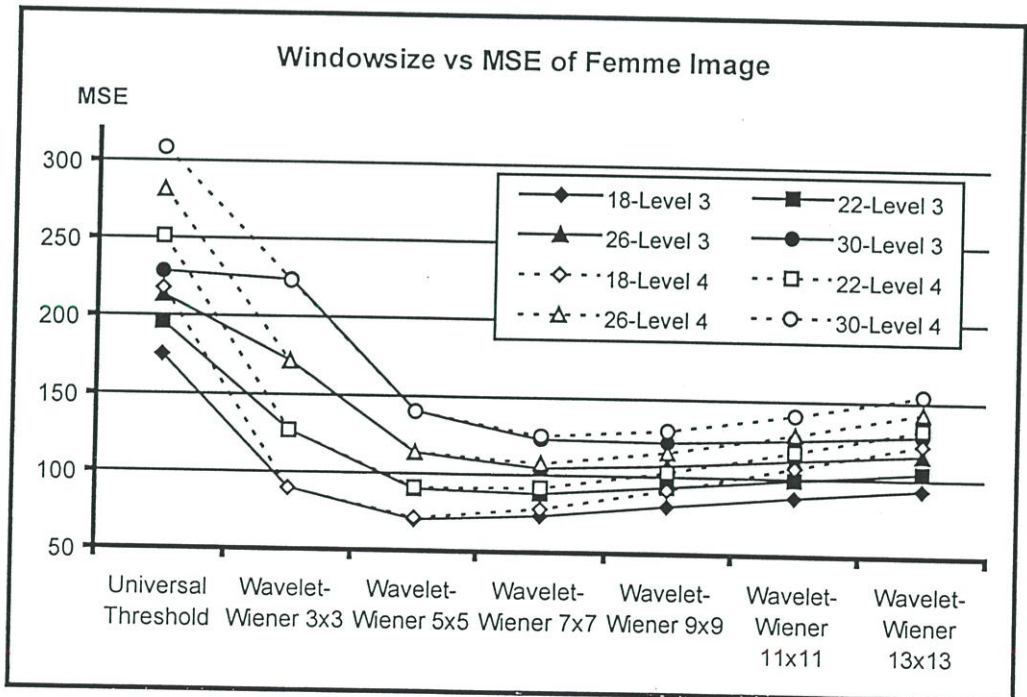
รูปที่ 5.9 ภาพเอาต์พุต Peppers เมื่อลดทอนด้วย Noise Std. =26 รูป 5.9 (a) ภาพต้นแบบ รูป 5.9 (b) ภาพที่ถูกลดทอน รูป 5.9 (c) ภาพเอาต์พุตวิธียูนิเวอร์ซัลเวฟเล็ตซอฟเทรโซลดิ้งเมื่อแปลงเวฟเล็ตที่ระดับ 3 และรูป 5.9 (d) ภาพเอาต์พุตจากวิธีการกรองเวียนเนอร์ที่ปรับตัวเองได้ที่การแปลงเวฟเล็ตระดับ 3 เมื่อวินโดว์มีขนาด 11x11 รูป 5.9 (e) ภาพเอาต์พุตจากวิธียูนิเวอร์ซัลเวฟเล็ตซอฟเทรโซลดิ้งเมื่อการแปลงเวฟเล็ตที่ระดับ 4 และรูป 5.9 (f) ภาพเอาต์พุตจากวิธีการกรองเวียนเนอร์ที่ปรับตัวเองได้ที่การแปลงเวฟเล็ตระดับ 4 เมื่อวินโดว์มีขนาด 9x9 ตามลำดับ

ตารางที่ 5.4 การเปรียบเทียบค่า PSNR และ MSE ภาพผลลัพธ์ Femme เมื่อทำการแปลงเวฟเล็ต 3 และ 4 ระดับ

| Femme Image<br>Size: 256x256 | Noise Std. | Wavelet Transform |        |          |        |
|------------------------------|------------|-------------------|--------|----------|--------|
|                              |            | Level:3           |        | Level :4 |        |
|                              |            | PSNR              | MSE    | PSNR     | MSE    |
| Universal Threshold          | 18         | 25.69             | 175.31 | 24.75    | 217.89 |
| Wavelet-Wiener 3x3           |            | 28.60             | 89.78  | 28.60    | 89.73  |
| Wavelet-Wiener 5x5           |            | 29.66             | 70.32  | 29.59    | 71.42  |
| Wavelet-Wiener 7x7           |            | 29.47             | 73.55  | 29.21    | 78.04  |
| Wavelet-Wiener 9x9           |            | 29.06             | 80.75  | 28.53    | 91.31  |
| Wavelet-Wiener 11x11         |            | 28.70             | 87.64  | 27.85    | 106.69 |
| Wavelet-Wiener 13x13         |            | 28.43             | 93.32  | 27.25    | 122.55 |
| Universal Threshold          | 20         | 25.43             | 186.03 | 24.42    | 234.86 |
| Wavelet-Wiener 3x3           |            | 27.82             | 107.51 | 27.82    | 107.38 |
| Wavelet-Wiener 5x5           |            | 29.12             | 79.72  | 29.07    | 80.63  |
| Wavelet-Wiener 7x7           |            | 29.08             | 80.45  | 28.85    | 84.65  |
| Wavelet-Wiener 9x9           |            | 28.75             | 86.71  | 28.27    | 96.89  |
| Wavelet-Wiener 11x11         |            | 28.44             | 93.17  | 27.65    | 111.79 |
| Wavelet-Wiener 13x13         |            | 28.19             | 98.65  | 27.08    | 127.44 |
| Universal Threshold          | 22         | 25.21             | 195.91 | 24.13    | 251.07 |
| Wavelet-Wiener 3x3           |            | 27.09             | 127.12 | 27.10    | 126.91 |
| Wavelet-Wiener 5x5           |            | 28.59             | 90.07  | 28.55    | 90.78  |
| Wavelet-Wiener 7x7           |            | 28.69             | 87.92  | 28.50    | 91.80  |
| Wavelet-Wiener 9x9           |            | 28.44             | 93.06  | 28.01    | 102.82 |
| Wavelet-Wiener 11x11         |            | 28.18             | 98.99  | 27.44    | 117.14 |
| Wavelet-Wiener 13x13         |            | 27.95             | 104.21 | 26.91    | 132.51 |
| Universal Threshold          | 24         | 25.01             | 205.19 | 23.87    | 266.76 |
| Wavelet-Wiener 3x3           |            | 26.41             | 148.57 | 26.42    | 148.26 |
| Wavelet-Wiener 5x5           |            | 28.07             | 101.35 | 28.05    | 101.84 |
| Wavelet-Wiener 7x7           |            | 28.31             | 95.95  | 28.15    | 99.48  |
| Wavelet-Wiener 9x9           |            | 28.14             | 99.79  | 27.75    | 109.10 |
| Wavelet-Wiener 11x11         |            | 27.92             | 105.08 | 27.24    | 122.72 |
| Wavelet-Wiener 13x13         |            | 27.72             | 109.98 | 26.74    | 137.74 |
| Universal Threshold          | 26         | 24.84             | 213.54 | 23.64    | 281.38 |
| Wavelet-Wiener 3x3           |            | 25.78             | 171.83 | 25.79    | 171.43 |
| Wavelet-Wiener 5x5           |            | 27.58             | 113.53 | 27.57    | 113.77 |
| Wavelet-Wiener 7x7           |            | 27.94             | 104.53 | 27.81    | 107.68 |
| Wavelet-Wiener 9x9           |            | 27.84             | 106.90 | 27.50    | 115.72 |
| Wavelet-Wiener 11x11         |            | 27.66             | 111.43 | 27.04    | 128.52 |
| Wavelet-Wiener 13x13         |            | 27.49             | 115.93 | 26.57    | 143.12 |
| Universal Threshold          | 28         | 24.68             | 221.20 | 23.43    | 295.24 |
| Wavelet-Wiener 3x3           |            | 25.19             | 196.89 | 25.20    | 196.38 |
| Wavelet-Wiener 5x5           |            | 27.11             | 126.57 | 27.11    | 126.54 |
| Wavelet-Wiener 7x7           |            | 27.58             | 113.65 | 27.47    | 116.38 |
| Wavelet-Wiener 9x9           |            | 27.55             | 114.38 | 27.24    | 122.67 |
| Wavelet-Wiener 11x11         |            | 27.41             | 118.05 | 26.84    | 134.54 |
| Wavelet-Wiener 13x13         |            | 27.26             | 122.07 | 26.41    | 148.63 |
| Universal Threshold          | 30         | 25.54             | 228.37 | 23.24    | 308.45 |
| Wavelet-Wiener 3x3           |            | 24.63             | 223.75 | 24.65    | 223.12 |
| Wavelet-Wiener 5x5           |            | 26.65             | 140.47 | 26.66    | 140.16 |
| Wavelet-Wiener 7x7           |            | 27.22             | 123.30 | 27.14    | 125.58 |
| Wavelet-Wiener 9x9           |            | 27.26             | 122.20 | 26.99    | 129.92 |
| Wavelet-Wiener 11x11         |            | 27.16             | 124.92 | 26.65    | 140.76 |
| Wavelet-Wiener 13x13         |            | 27.05             | 128.40 | 26.25    | 154.28 |
| Universal Threshold          | 32         | 24.42             | 235.15 | 23.05    | 321.15 |
| Wavelet-Wiener 3x3           |            | 24.11             | 252.40 | 24.12    | 251.65 |
| Wavelet-Wiener 5x5           |            | 26.22             | 155.26 | 26.24    | 154.64 |
| Wavelet-Wiener 7x7           |            | 26.88             | 133.48 | 26.82    | 135.28 |
| Wavelet-Wiener 9x9           |            | 26.98             | 130.36 | 26.75    | 137.48 |
| Wavelet-Wiener 11x11         |            | 26.92             | 132.04 | 26.45    | 147.19 |
| Wavelet-Wiener 13x13         |            | 26.83             | 134.90 | 26.09    | 160.06 |



รูปที่ 5.10 กราฟแสดงการเปรียบเทียบค่า PSNR กับขนาดของวินโดว์ภาพผลลัพธ์ Femme ที่ค่า Noise Std. ต่างๆ เมื่อทำการแปลงเวฟเล็ต 3 และ 4 ระดับ



รูปที่ 5.11 กราฟแสดงการเปรียบเทียบค่า MSE กับขนาดของวินโดว์ภาพผลลัพธ์ Femme ที่ค่า Noise Std. ต่างๆ เมื่อทำการแปลงเวฟเล็ต 3 และ 4 ระดับ



(a)



(b)



(c)



(d)



(e)

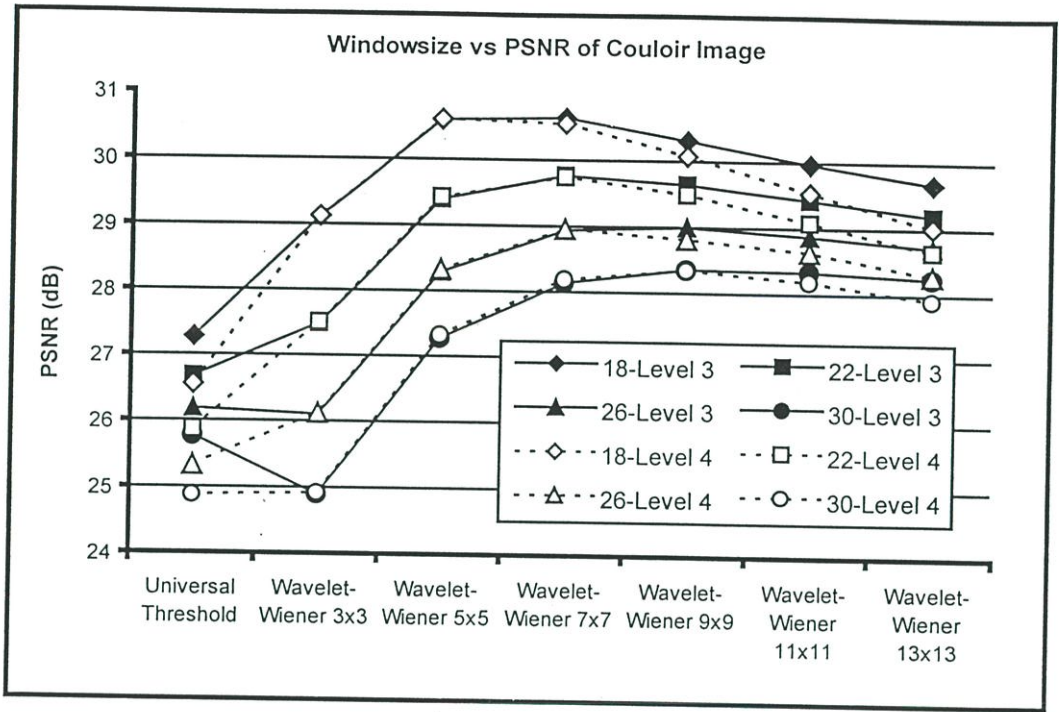


(f)

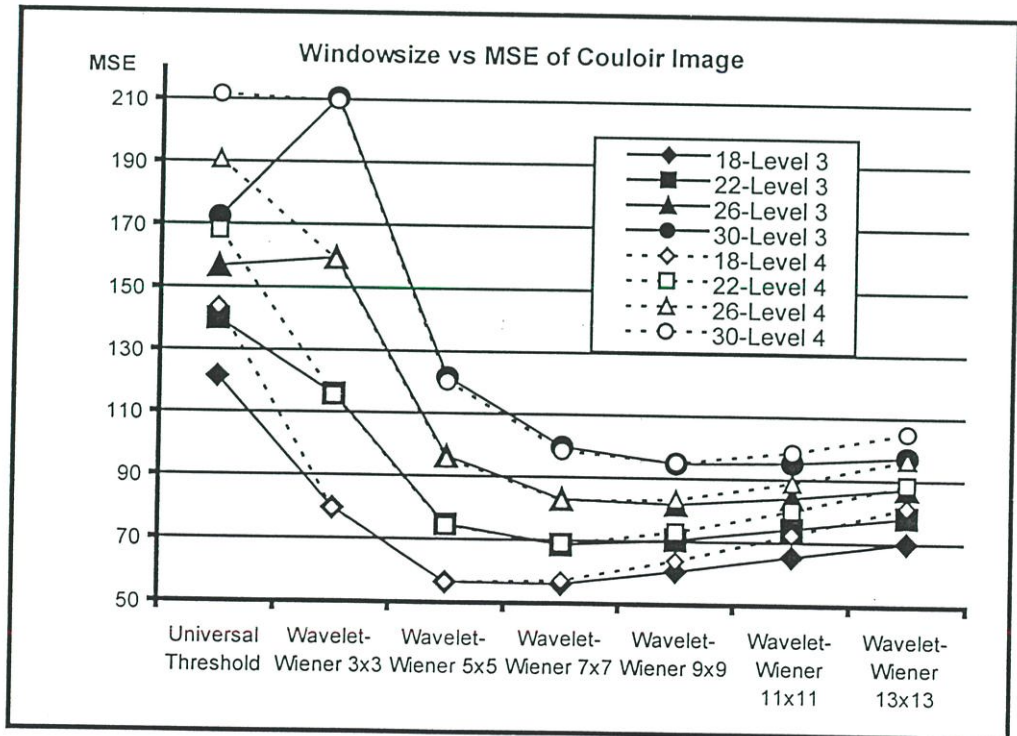
รูปที่ 5.12 ภาพเอาร์ทพุท Femme เมื่อลดทอนด้วย Noise Std. = 26 รูป 5.12 (a) ภาพต้นแบบรูป 5.12 (b) ภาพที่ถูกลดทอน รูป 5.12 (c) ภาพเอาร์ทพุทวิธียูนิเวอร์ซัลเวฟเล็ตซอฟเทรโซลดิ้งเมื่อแปลงเวฟเล็ตที่ระดับ 3 และรูป 5.12 (d) ภาพเอาร์ทพุทจากวิธีการกรองเวียนเนอร์ที่ปรับตัวเองได้ที่การแปลงเวฟเล็ตระดับ 3 เมื่อวินโดรมีขนาด 7x7 รูป 5.12 (e) ภาพเอาร์ทพุทจากวิธียูนิเวอร์ซัลเวฟเล็ตซอฟเทรโซลดิ้งเมื่อการแปลงเวฟเล็ตระดับ Level 4 และรูป 5.12 (f) ภาพเอาร์ทพุทจากวิธีการกรองเวียนเนอร์ที่ปรับตัวเองได้ที่การแปลงเวฟเล็ตระดับ 4 เมื่อวินโดรมีขนาด 7x7 ตามลำดับ

ตารางที่ 5.5 การเปรียบเทียบค่า PSNR และ MSE ภาพผลลัพธ์ Couloir เมื่อทำการแปลงเวฟเล็ต 3 และ 4 ระดับ

| Couloir Image<br>Size: 256x256 | Noise Std. | Wavelet Transform |        |          |        |
|--------------------------------|------------|-------------------|--------|----------|--------|
|                                |            | Level:3           |        | Level :4 |        |
|                                |            | PSNR              | MSE    | PSNR     | MSE    |
| Universal Threshold            | 18         | 27.28             | 121.50 | 26.55    | 143.91 |
| Wavelet-Wiener 3x3             |            | 29.12             | 79.68  | 29.13    | 79.45  |
| Wavelet-Wiener 5x5             |            | 30.60             | 56.58  | 30.61    | 56.53  |
| Wavelet-Wiener 7x7             |            | 30.64             | 56.16  | 30.55    | 57.23  |
| Wavelet-Wiener 9x9             |            | 30.31             | 60.52  | 30.08    | 63.90  |
| Wavelet-Wiener 11x11           |            | 29.97             | 65.46  | 29.54    | 72.36  |
| Wavelet-Wiener 13x13           |            | 29.68             | 70.04  | 29.02    | 81.47  |
| Universal Threshold            | 20         | 26.96             | 130.99 | 26.19    | 156.34 |
| Wavelet-Wiener 3x3             |            | 28.27             | 96.82  | 28.29    | 96.50  |
| Wavelet-Wiener 5x5             |            | 29.99             | 65.18  | 30.01    | 64.93  |
| Wavelet-Wiener 7x7             |            | 30.20             | 62.07  | 30.15    | 62.83  |
| Wavelet-Wiener 9x9             |            | 29.98             | 65.29  | 29.79    | 68.26  |
| Wavelet-Wiener 11x11           |            | 29.70             | 69.69  | 29.32    | 76.12  |
| Wavelet-Wiener 13x13           |            | 29.44             | 74.01  | 28.84    | 84.95  |
| Universal Threshold            | 22         | 26.67             | 139.89 | 25.87    | 168.12 |
| Wavelet-Wiener 3x3             |            | 27.49             | 115.85 | 27.51    | 115.44 |
| Wavelet-Wiener 5x5             |            | 29.40             | 74.69  | 29.43    | 74.23  |
| Wavelet-Wiener 7x7             |            | 29.77             | 68.53  | 29.75    | 68.94  |
| Wavelet-Wiener 9x9             |            | 29.65             | 70.45  | 29.50    | 72.97  |
| Wavelet-Wiener 11x11           |            | 29.43             | 74.22  | 29.09    | 80.13  |
| Wavelet-Wiener 13x13           |            | 29.20             | 78.21  | 28.66    | 88.60  |
| Universal Threshold            | 24         | 26.41             | 148.51 | 25.59    | 179.63 |
| Wavelet-Wiener 3x3             |            | 26.77             | 136.75 | 26.79    | 136.24 |
| Wavelet-Wiener 5x5             |            | 28.83             | 85.10  | 28.87    | 84.39  |
| Wavelet-Wiener 7x7             |            | 29.35             | 75.53  | 29.35    | 75.55  |
| Wavelet-Wiener 9x9             |            | 29.32             | 75.98  | 29.21    | 78.01  |
| Wavelet-Wiener 11x11           |            | 29.15             | 79.06  | 28.87    | 84.40  |
| Wavelet-Wiener 13x13           |            | 28.96             | 82.66  | 28.47    | 92.44  |
| Universal Threshold            | 26         | 26.18             | 156.75 | 25.33    | 190.65 |
| Wavelet-Wiener 3x3             |            | 26.10             | 159.51 | 26.12    | 158.90 |
| Wavelet-Wiener 5x5             |            | 28.29             | 96.41  | 28.33    | 95.43  |
| Wavelet-Wiener 7x7             |            | 28.94             | 83.06  | 28.96    | 82.66  |
| Wavelet-Wiener 9x9             |            | 29.00             | 81.88  | 28.82    | 83.36  |
| Wavelet-Wiener 11x11           |            | 28.88             | 84.19  | 28.64    | 88.91  |
| Wavelet-Wiener 13x13           |            | 28.72             | 87.33  | 28.29    | 96.46  |
| Universal Threshold            | 28         | 25.97             | 164.65 | 25.09    | 201.24 |
| Wavelet-Wiener 3x3             |            | 25.48             | 184.10 | 25.50    | 183.38 |
| Wavelet-Wiener 5x5             |            | 27.77             | 108.60 | 27.82    | 107.34 |
| Wavelet-Wiener 7x7             |            | 28.54             | 91.11  | 28.58    | 90.27  |
| Wavelet-Wiener 9x9             |            | 28.68             | 88.16  | 28.63    | 89.05  |
| Wavelet-Wiener 11x11           |            | 28.61             | 89.59  | 28.42    | 93.64  |
| Wavelet-Wiener 13x13           |            | 28.48             | 92.22  | 28.10    | 100.64 |
| Universal Threshold            | 30         | 25.77             | 172.39 | 24.88    | 211.58 |
| Wavelet-Wiener 3x3             |            | 24.90             | 210.51 | 24.92    | 209.67 |
| Wavelet-Wiener 5x5             |            | 27.28             | 121.67 | 27.33    | 120.11 |
| Wavelet-Wiener 7x7             |            | 28.14             | 99.69  | 28.20    | 98.36  |
| Wavelet-Wiener 9x9             |            | 28.36             | 94.80  | 28.35    | 95.06  |
| Wavelet-Wiener 11x11           |            | 28.34             | 95.27  | 28.19    | 98.60  |
| Wavelet-Wiener 13x13           |            | 28.25             | 97.35  | 27.92    | 105.00 |
| Universal Threshold            | 32         | 25.58             | 179.87 | 24.68    | 221.51 |
| Wavelet-Wiener 3x3             |            | 24.35             | 238.74 | 24.37    | 237.76 |
| Wavelet-Wiener 5x5             |            | 26.81             | 135.65 | 26.87    | 133.76 |
| Wavelet-Wiener 7x7             |            | 27.76             | 108.80 | 27.84    | 106.95 |
| Wavelet-Wiener 9x9             |            | 28.05             | 101.79 | 28.07    | 101.38 |
| Wavelet-Wiener 11x11           |            | 28.08             | 101.23 | 27.97    | 103.78 |
| Wavelet-Wiener 13x13           |            | 28.02             | 102.69 | 27.74    | 109.52 |



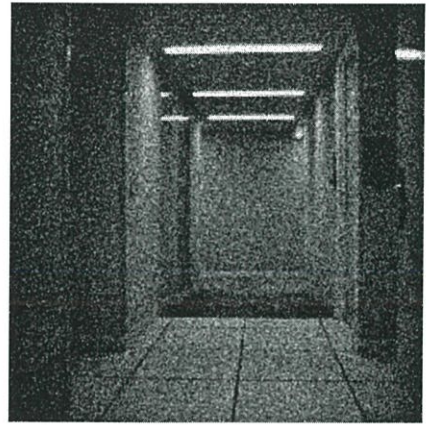
รูปที่ 5.13 กราฟแสดงการเปรียบเทียบค่า PSNR กับขนาดของวินโดว์ภาพผลลัพธ์ Couloir ที่ค่า Noise Std. ต่างๆ เมื่อทำการแปลงเวฟเล็ต 3 และ 4 ระดับ



รูปที่ 5.14 กราฟแสดงการเปรียบเทียบค่า MSE กับขนาดของวินโดว์ภาพผลลัพธ์ Couloir ที่ค่า Noise Std. ต่างๆ เมื่อทำการแปลงเวฟเล็ต 3 และ 4 ระดับ



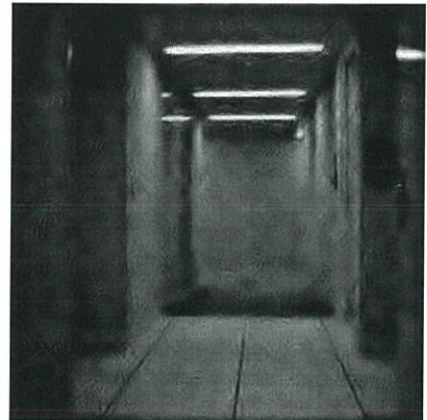
(a)



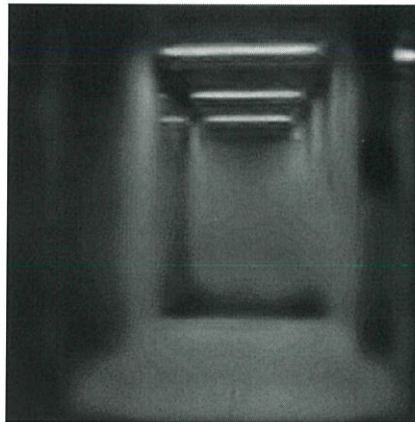
(b)



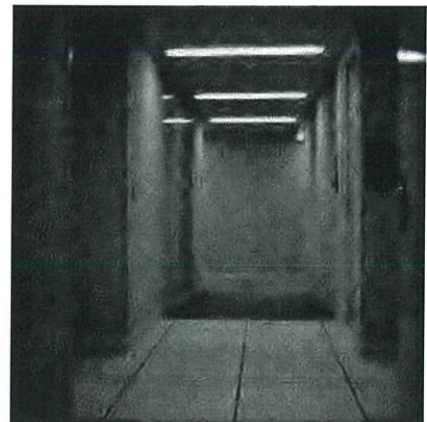
(c)



(d)



(e)



(f)

รูปที่ 5.15 ภาพเอาร์ทพุท Couloir เมื่อลดทอนด้วย Noise Std. =26 รูป 5.15 (a) ภาพต้นแบบรูป 5.15 (b) ภาพที่ถูกลดทอน รูป 5.15 (c) ภาพเอาร์ทพุทวิธียูนิเวอร์ซัลเวฟเล็ตซอฟต์แวร์โซลดิ้งเมื่อแปลงเวฟเล็ตระดับ 3 และรูป 5.15 (d) ภาพเอาร์ทพุทจากวิธีการกรองเวียนเนอร์ที่ปรับตัวเองได้ที่การแปลงเวฟเล็ตระดับ 3 เมื่ออินโวลุ่มมีขนาด 9x9 รูป 5.15 (e) ภาพเอาร์ทพุทจากวิธียูนิเวอร์ซัลเวฟเล็ตซอฟต์แวร์โซลดิ้งเมื่อการแปลงเวฟเล็ตระดับ 4 และรูป 5.15 (f) ภาพเอาร์ทพุทจากวิธีการกรองเวียนเนอร์ที่ปรับตัวเองได้ที่การแปลงเวฟเล็ตระดับ 4 เมื่ออินโวลุ่มมีขนาด 7x7 ตามลำดับ

ภาพ Lena จากผลการทดลองที่ระดับการแปลงเวฟเล็ตเท่ากับ 3 ค่า PSNR และ MSE จากวิธีการกรองเวียนเนอร์ที่ปรับตัวได้บนเวฟเล็ตโดเมนจะดีกว่าวิธียูนิเวอร์ซัลเวฟเล็ตซอฟต์แวร์โซลดิ้ง โดยขนาดของวินโดว์บางค่าเช่น  $[3 \times 3]$  จะให้ค่าที่ต่ำกว่าวิธียูนิเวอร์ซัลเวฟเล็ตซอฟต์แวร์โซลดิ้ง แต่เมื่อขนาดของวินโดว์ใหญ่ขึ้นก็จะให้ค่าที่สูงขึ้นซึ่งขนาดวินโดว์ที่ให้ค่า PSNR และ MSE ดีที่สุดในแต่ละระดับของสัญญาณรบกวนจะไม่เท่ากัน ส่วนที่ระดับการแปลงเวฟเล็ตเป็น 4 พบว่าจะให้ค่า PSNR ต่ำกว่าและ MSE สูงกว่าระดับการแปลงเท่ากับ 3 เล็กน้อยโดยขนาดของวินโดว์ที่ให้ผลค่า PSNR และ MSE ที่ดีจะอยู่ที่  $[7 \times 7]$  และ  $[9 \times 9]$  ทั้งนี้ขึ้นอยู่กับระดับของสัญญาณรบกวน

ภาพ Baboon เมื่อขนาดของ Noise Std. ต่ำๆ ขนาดของวินโดว์ที่ให้ผลค่า PSNR และ MSE ที่ดีที่สุดจะเป็น  $[3 \times 3]$  โดยที่ระดับการแปลงเวฟเล็ตเท่ากับ 4 จะให้ค่าที่สูงกว่าระดับการแปลงเวฟเล็ตเท่ากับ 3 ซึ่งค่าจะใกล้เคียงกันมาก และที่ระดับ Noise Std. เดียวกันพบว่าเมื่อขนาดของวินโดว์ใหญ่ขึ้นเช่น  $[9 \times 9]$ ,  $[11 \times 11]$  และ  $[13 \times 13]$  ระดับการแปลงเป็น 3 จะให้ค่า PSNR และ MSE ที่สูงกว่าที่ระดับการแปลงเป็น 4

ภาพ Peppers เมื่อระดับการแปลงเวฟเล็ตเท่ากับ 4 ขนาดของวินโดว์ที่ให้ค่า PSNR และ MSE ที่ดีอยู่ที่ขนาด  $[7 \times 7]$  และ  $[9 \times 9]$  โดยขนาดวินโดว์เล็กๆ ระดับการแปลงเป็น 3 จะให้ค่า PSNR ที่ต่ำกว่าระดับการแปลงเป็น 4 แต่ในระดับการแปลงเวฟเล็ตเท่ากับ 3 พบว่าเมื่อขนาดของวินโดว์ใหญ่ขึ้นค่าของ PSNR และ MSE ที่ได้จะดีขึ้นและเมื่อพิจารณาค่า PSNR และ MSE ที่ดีที่สุดก็พบว่ามีความสูงกว่าค่าที่ดีที่สุดที่ได้จากระดับการแปลงเท่ากับ 4 และดีกว่าค่าที่ได้จากวิธียูนิเวอร์ซัลเวฟเล็ตซอฟต์แวร์โซลดิ้ง

ภาพ Femme พบว่าระดับการแปลงเวฟเล็ตเท่ากับ 3 ให้ค่า PSNR และ MSE ดีกว่าทั้งในวิธียูนิเวอร์ซัลเวฟเล็ตซอฟต์แวร์โซลดิ้งและวิธีการกรองเวียนเนอร์แบบปรับตัวเองได้ในเวฟเล็ตโดเมน โดยขนาดของวินโดว์ที่ให้ค่า PSNR และ MSE ดีที่สุดของระดับการแปลงเท่ากับ 4 จะอยู่ที่  $[5 \times 5]$  และ  $[7 \times 7]$  ขึ้นอยู่กับระดับสัญญาณรบกวน ส่วนระดับการแปลงเท่ากับ 3 ขนาดของวินโดว์ที่ให้ค่า PSNR และ MSE ดีที่สุดก็ขึ้นอยู่กับระดับสัญญาณรบกวนเช่นกัน

ภาพ Couloir เมื่อระดับการแปลงเวฟเล็ตเท่ากับ 3 ที่ค่า Noise Std. สูงๆ เช่น 26 พบว่าค่า PSNR และ MSE ที่จากวิธียูนิเวอร์ซัลเวฟเล็ตซอฟต์แวร์โซลดิ้งจะดีกว่าวิธีการกรองแบบเวียนเนอร์ที่ปรับตัวเองได้เมื่อเลือกใช้ขนาดวินโดว์ขนาดเล็กๆ เช่น  $[3 \times 3]$  แต่เมื่อขนาดวินโดว์ใหญ่ขึ้นทั้งค่า PSNR และ MSE ที่ได้ก็จะดีกว่าวิธียูนิเวอร์ซัลเวฟเล็ตซอฟต์แวร์โซลดิ้งดีกว่าระดับการแปลงเวฟเล็ตเป็น 4 โดยขนาดของวินโดว์ที่ให้ค่า PSNR และ MSE ดีที่สุดโดยเฉลี่ยแล้วจะเป็นขนาด  $[7 \times 7]$

## 5.2 การทดลองเปรียบเทียบผลลัพธ์เมื่อเลือกใช้เวฟเล็ตฟิลเตอร์ประเภทต่างๆ

การทดลองกับรูปภาพที่แตกต่างกันแต่มีขนาดเดียวกันมาผ่านการแปลงเวฟเล็ตโดยใช้ฟิลเตอร์เวฟเล็ตเป็น ดาบีซี-8, ดาบีซี-20, คอฟเล็ต4, คอฟเล็ต5, ซิมเล็ต4 และซิมเล็ต5 เมื่อทำการแปลงเวฟเล็ตที่ระดับการแปลงเท่ากับสาม เนื่องจากเป็นระดับการแปลงที่มีประสิทธิภาพสูงที่สุดในการกำจัดสัญญาณรบกวนในภาพทั้งในวิธียูนิเวอร์ซัลเวฟเล็ตซอฟต์แวร์โซลดิ้งและวิธีการกรวงเวียนเนอร์ที่ปรับตัวเองได้บนเวฟเล็ตโดเมนดังผลการทดลองในส่วนแรก โดยภาพที่ใช้ในการทดลองมีดังนี้คือภาพ Lena, Baboon และ Peppers ซึ่งมีระดับความเทา 0-255 และขนาดภาพเป็น 512x512 จุดภาพ

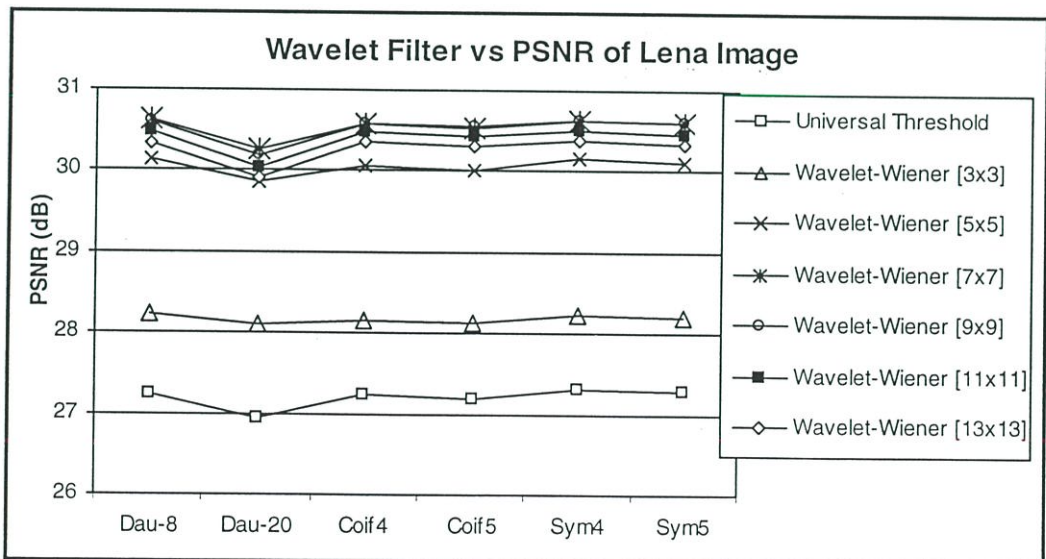
### ผลการทดลอง

ตารางที่ 5.6 ค่า PSNR ภาพผลลัพธ์ Lena โดยการใช้การแปลงเวฟเล็ตแบบต่างๆ

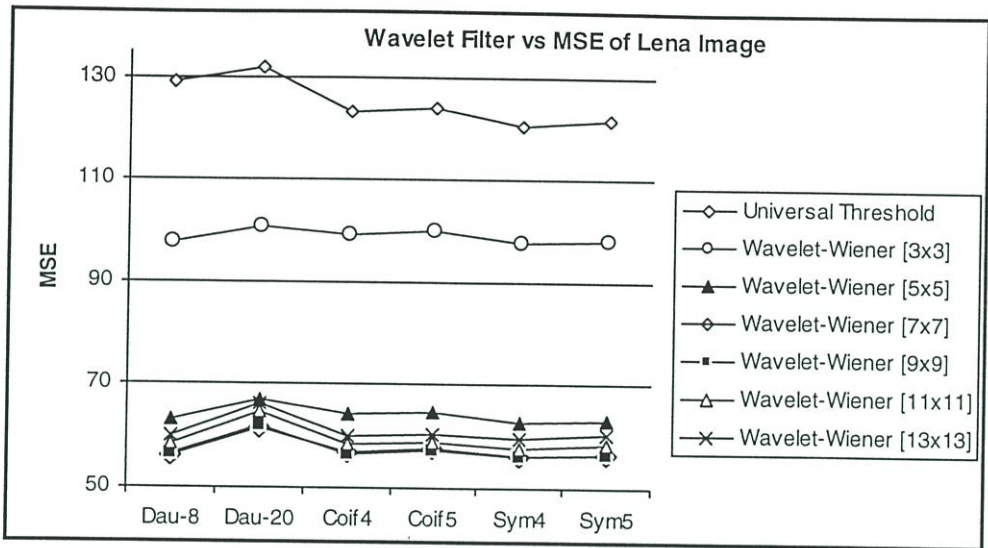
| Lena Image: PSNR       | Noise Std. | Daubechies-8 | Daubechies-20 | Coiflet4 | Coiflet5 | Symlet4 | Symlet5 |
|------------------------|------------|--------------|---------------|----------|----------|---------|---------|
| Universal Threshold    | 20         | 27.23        | 26.93         | 27.23    | 27.19    | 27.31   | 27.28   |
| Wavelet-Wiener [3x3]   |            | 28.24        | 28.10         | 28.15    | 28.13    | 28.24   | 28.21   |
| Wavelet-Wiener [5x5]   |            | 30.14        | 29.86         | 30.06    | 30.02    | 30.15   | 30.12   |
| Wavelet-Wiener [7x7]   |            | 30.62        | 30.25         | 30.57    | 30.52    | 30.64   | 30.61   |
| Wavelet-Wiener [9x9]   |            | 30.60        | 30.19         | 30.59    | 30.55    | 30.64   | 30.60   |
| Wavelet-Wiener [11x11] |            | 30.47        | 30.03         | 30.47    | 30.42    | 30.50   | 30.46   |
| Wavelet-Wiener [13x13] |            | 30.33        | 29.91         | 30.35    | 30.31    | 30.37   | 30.33   |
| Universal Threshold    | 24         | 26.79        | 26.52         | 26.77    | 26.73    | 26.86   | 26.83   |
| Wavelet-Wiener [3x3]   |            | 26.74        | 26.62         | 26.66    | 26.64    | 26.74   | 26.72   |
| Wavelet-Wiener [5x5]   |            | 28.92        | 28.67         | 28.82    | 28.79    | 28.93   | 28.90   |
| Wavelet-Wiener [7x7]   |            | 29.67        | 29.31         | 29.59    | 29.54    | 29.68   | 29.65   |
| Wavelet-Wiener [9x9]   |            | 29.83        | 29.45         | 29.80    | 29.75    | 29.86   | 29.82   |
| Wavelet-Wiener [11x11] |            | 29.81        | 29.39         | 29.79    | 29.74    | 29.84   | 29.79   |
| Wavelet-Wiener [13x13] |            | 29.74        | 29.34         | 29.74    | 29.70    | 29.78   | 29.73   |
| Universal Threshold    | 28         | 26.45        | 26.20         | 26.41    | 26.38    | 26.51   | 26.47   |
| Wavelet-Wiener [3x3]   |            | 25.46        | 25.35         | 25.38    | 25.36    | 25.46   | 25.43   |
| Wavelet-Wiener [5x5]   |            | 27.83        | 27.59         | 27.72    | 27.69    | 27.84   | 27.80   |
| Wavelet-Wiener [7x7]   |            | 28.78        | 28.44         | 28.68    | 28.63    | 28.80   | 28.75   |
| Wavelet-Wiener [9x9]   |            | 29.10        | 28.73         | 29.04    | 28.99    | 29.12   | 29.08   |
| Wavelet-Wiener [11x11] |            | 29.17        | 28.77         | 29.13    | 29.08    | 29.20   | 29.15   |
| Wavelet-Wiener [13x13] |            | 29.18        | 28.79         | 29.15    | 29.11    | 29.21   | 29.16   |

ตารางที่ 5.7 ค่า MSE ภาพผลลัพธ์ Lena โดยใช้การแปลงเวฟเล็ตแบบต่างๆ

| Lena Image: MSE        | Noise Std. | Daubechies-8 | Daubechies-20 | Coiflet4 | Coiflet5 | Symlet4 | Symlet5 |
|------------------------|------------|--------------|---------------|----------|----------|---------|---------|
| Universal Threshold    | 20         | 129.19       | 131.89        | 123.18   | 124.20   | 120.78  | 121.74  |
| Wavelet-Wiener [3x3]   |            | 97.62        | 100.77        | 99.43    | 99.93    | 97.58   | 98.21   |
| Wavelet-Wiener [5x5]   |            | 63.03        | 67.10         | 64.20    | 64.67    | 62.79   | 63.29   |
| Wavelet-Wiener [7x7]   |            | 56.40        | 61.46         | 57.05    | 57.64    | 56.13   | 56.53   |
| Wavelet-Wiener [9x9]   |            | 56.59        | 62.19         | 56.76    | 57.37    | 56.17   | 56.60   |
| Wavelet-Wiener [11x11] |            | 58.38        | 64.59         | 58.36    | 58.99    | 57.93   | 58.47   |
| Wavelet-Wiener [13x13] |            | 60.21        | 66.46         | 59.97    | 60.60    | 59.70   | 60.29   |
| Universal Threshold    | 24         | 136.28       | 144.93        | 136.79   | 137.92   | 133.99  | 135.02  |
| Wavelet-Wiener [3x3]   |            | 137.68       | 141.70        | 140.35   | 140.95   | 137.60  | 138.51  |
| Wavelet-Wiener [5x5]   |            | 83.39        | 88.34         | 85.24    | 85.86    | 83.16   | 83.53   |
| Wavelet-Wiener [7x7]   |            | 70.17        | 76.16         | 71.47    | 72.23    | 69.93   | 70.53   |
| Wavelet-Wiener [9x9]   |            | 67.54        | 73.86         | 68.14    | 68.85    | 67.15   | 67.72   |
| Wavelet-Wiener [11x11] |            | 67.96        | 74.81         | 68.31    | 69.04    | 67.54   | 68.20   |
| Wavelet-Wiener [13x13] |            | 68.96        | 75.73         | 69.01    | 69.73    | 68.47   | 69.16   |
| Universal Threshold    | 28         | 147.40       | 155.92        | 148.46   | 149.70   | 145.29  | 146.47  |
| Wavelet-Wiener [3x3]   |            | 184.92       | 189.91        | 188.52   | 189.31   | 184.77  | 186.04  |
| Wavelet-Wiener [5x5]   |            | 107.22       | 113.17        | 109.90   | 110.70   | 106.99  | 107.96  |
| Wavelet-Wiener [7x7]   |            | 86.04        | 93.13         | 88.18    | 89.16    | 85.81   | 86.69   |
| Wavelet-Wiener [9x9]   |            | 79.93        | 87.10         | 81.13    | 81.99    | 79.55   | 80.34   |
| Wavelet-Wiener [11x11] |            | 78.63        | 86.28         | 79.52    | 80.39    | 78.22   | 79.10   |
| Wavelet-Wiener [13x13] |            | 78.58        | 85.99         | 79.06    | 79.88    | 78.06   | 78.97   |



รูปที่ 5.16 กราฟเปรียบเทียบค่า PSNR ภาพผลลัพธ์ Lena เมื่อ Noise Std. = 20



รูปที่ 5.17 กราฟเปรียบเทียบค่า MSE ภาพผลลัพธ์ Lena เมื่อ Noise Std. =20

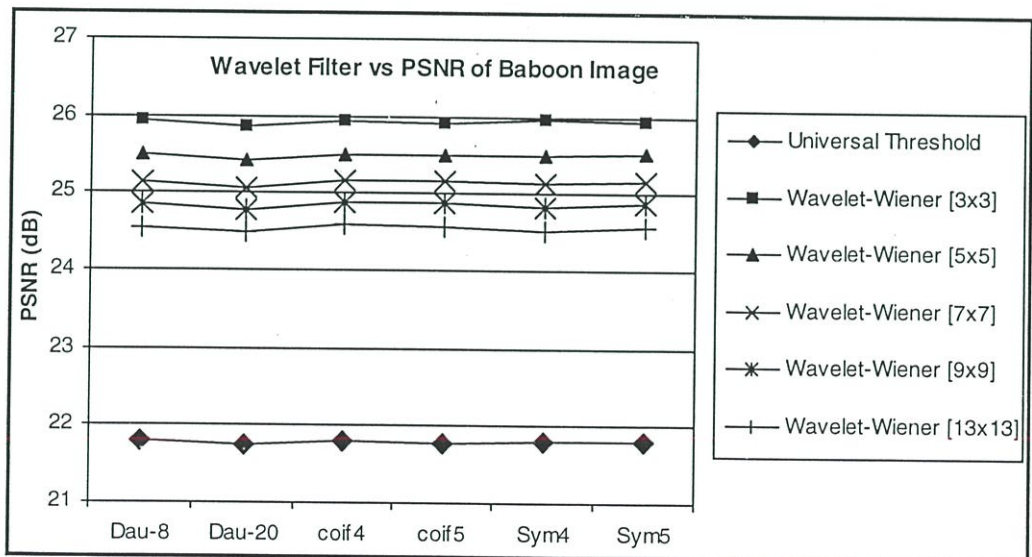
#### ผลการทดลองภาพ Baboon

ตารางที่ 5.8 ค่า PSNR ภาพผลลัพธ์ Baboon โดยการใช้การแปลงเวฟเล็ตแบบต่างๆ

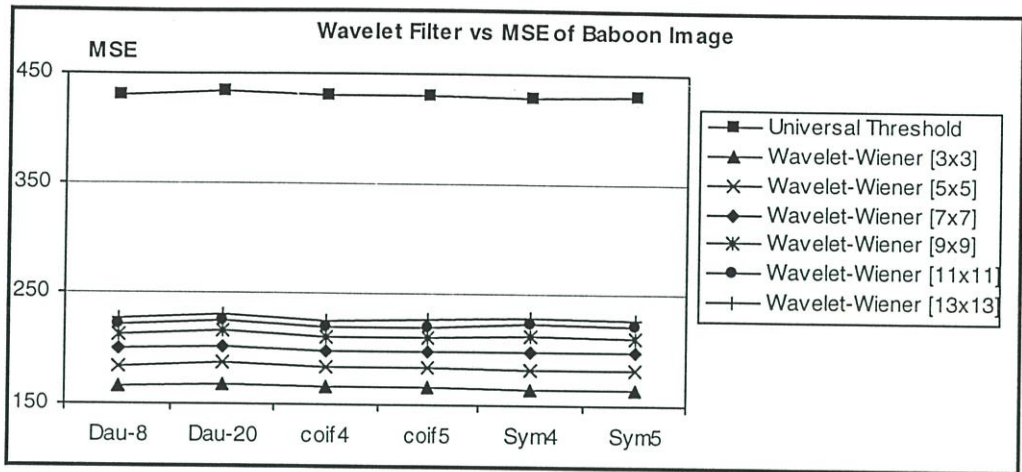
| Baboon Image: PSNR     | Noise Std. | Daubechies-8 | Daubechies-20 | Coiflet4 | Coiflet5 | Symlet4 | Symlet5 |
|------------------------|------------|--------------|---------------|----------|----------|---------|---------|
| Universal Threshold    | 20         | 21.80        | 21.75         | 21.79    | 21.78    | 21.81   | 21.80   |
| Wavelet-Wiener [3x3]   |            | 25.95        | 25.87         | 25.93    | 25.92    | 25.96   | 25.95   |
| Wavelet-Wiener [5x5]   |            | 25.49        | 25.41         | 25.50    | 25.49    | 25.51   | 25.52   |
| Wavelet-Wiener [7x7]   |            | 25.13        | 25.07         | 25.17    | 25.17    | 25.14   | 25.17   |
| Wavelet-Wiener [9x9]   |            | 24.85        | 24.78         | 24.88    | 24.88    | 24.84   | 24.88   |
| Wavelet-Wiener [11x11] |            | 24.67        | 24.60         | 24.70    | 24.70    | 24.65   | 24.68   |
| Wavelet-Wiener [13x13] |            | 24.55        | 24.49         | 24.59    | 24.58    | 24.52   | 24.56   |
| Universal Threshold    | 24         | 21.66        | 21.61         | 21.64    | 21.63    | 21.66   | 21.65   |
| Wavelet-Wiener [3x3]   |            | 24.95        | 24.88         | 24.92    | 24.91    | 24.96   | 24.95   |
| Wavelet-Wiener [5x5]   |            | 24.92        | 24.83         | 24.91    | 24.90    | 24.93   | 24.94   |
| Wavelet-Wiener [7x7]   |            | 24.70        | 24.64         | 24.74    | 24.73    | 24.70   | 24.73   |
| Wavelet-Wiener [9x9]   |            | 24.48        | 24.42         | 24.51    | 24.51    | 24.47   | 24.50   |
| Wavelet-Wiener [11x11] |            | 24.33        | 24.27         | 24.36    | 24.35    | 24.30   | 24.34   |
| Wavelet-Wiener [13x13] |            | 24.22        | 24.17         | 24.26    | 24.25    | 24.19   | 24.23   |
| Universal Threshold    | 28         | 21.56        | 21.52         | 21.53    | 21.52    | 21.56   | 21.55   |
| Wavelet-Wiener [3x3]   |            | 24.02        | 23.94         | 23.98    | 23.97    | 24.02   | 24.01   |
| Wavelet-Wiener [5x5]   |            | 24.35        | 24.27         | 24.34    | 24.33    | 24.36   | 24.36   |
| Wavelet-Wiener [7x7]   |            | 24.28        | 24.22         | 24.30    | 24.30    | 24.28   | 24.30   |
| Wavelet-Wiener [9x9]   |            | 24.13        | 24.07         | 24.15    | 24.14    | 24.11   | 24.14   |
| Wavelet-Wiener [11x11] |            | 24.00        | 23.94         | 24.03    | 24.02    | 23.97   | 24.00   |
| Wavelet-Wiener [13x13] |            | 23.91        | 23.86         | 23.94    | 23.94    | 23.87   | 23.91   |

ตารางที่ 5.9 ค่า MSE ภาพผลลัพธ์ Baboon โดยการใช้การแปลงเวฟเล็ตแบบต่างๆ

| Baboon Image: MSE      | Noise Std. | Daubechies-8 | Daubechies-20 | Coiflet4 | Coiflet5 | Symlet4 | Symlet5 |
|------------------------|------------|--------------|---------------|----------|----------|---------|---------|
| Universal Threshold    | 20         | 429.69       | 434.13        | 430.46   | 431.13   | 428.84  | 429.36  |
| Wavelet-Wiener [3x3]   |            | 165.40       | 168.14        | 166.03   | 166.37   | 164.68  | 165.26  |
| Wavelet-Wiener [5x5]   |            | 183.65       | 187.13        | 183.37   | 183.70   | 182.79  | 182.41  |
| Wavelet-Wiener [7x7]   |            | 199.48       | 202.34        | 197.62   | 197.76   | 199.06  | 197.83  |
| Wavelet-Wiener [9x9]   |            | 212.81       | 216.11        | 211.29   | 211.53   | 213.10  | 211.57  |
| Wavelet-Wiener [11x11] |            | 221.86       | 225.23        | 220.19   | 220.43   | 222.95  | 221.17  |
| Wavelet-Wiener [13x13] |            | 228.06       | 231.13        | 226.23   | 226.39   | 229.67  | 227.52  |
| Universal Threshold    | 24         | 443.85       | 448.39        | 445.83   | 446.67   | 443.31  | 444.34  |
| Wavelet-Wiener [3x3]   |            | 208.02       | 211.55        | 209.43   | 209.92   | 207.53  | 208.21  |
| Wavelet-Wiener [5x5]   |            | 209.57       | 213.62        | 209.76   | 210.18   | 209.07  | 208.63  |
| Wavelet-Wiener [7x7]   |            | 220.11       | 223.31        | 218.55   | 218.77   | 220.15  | 218.73  |
| Wavelet-Wiener [9x9]   |            | 231.61       | 235.01        | 230.17   | 230.44   | 232.38  | 230.63  |
| Wavelet-Wiener [11x11] |            | 240.03       | 243.37        | 238.36   | 238.60   | 241.62  | 239.57  |
| Wavelet-Wiener [13x13] |            | 245.91       | 248.88        | 244.03   | 244.15   | 247.96  | 245.55  |
| Universal Threshold    | 28         | 454.00       | 458.70        | 456.86   | 457.91   | 453.87  | 454.91  |
| Wavelet-Wiener [3x3]   |            | 257.90       | 262.43        | 260.25   | 260.92   | 257.61  | 258.46  |
| Wavelet-Wiener [5x5]   |            | 238.70       | 243.52        | 239.59   | 240.14   | 238.54  | 238.16  |
| Wavelet-Wiener [7x7]   |            | 242.44       | 246.18        | 241.39   | 241.74   | 242.96  | 241.44  |
| Wavelet-Wiener [9x9]   |            | 251.38       | 255.01        | 250.19   | 250.52   | 252.64  | 250.74  |
| Wavelet-Wiener [11x11] |            | 258.81       | 262.24        | 257.26   | 257.52   | 260.80  | 258.63  |
| Wavelet-Wiener [13x13] |            | 264.15       | 267.10        | 262.36   | 262.46   | 266.56  | 264.04  |



รูปที่ 5.18 กราฟเปรียบเทียบค่า PSNR ภาพผลลัพธ์ Baboon เมื่อ Noise Std. =20



รูปที่ 5.19 กราฟเปรียบเทียบค่า MSE ภาพผลลัพธ์ Baboon เมื่อ Noise Std. =20

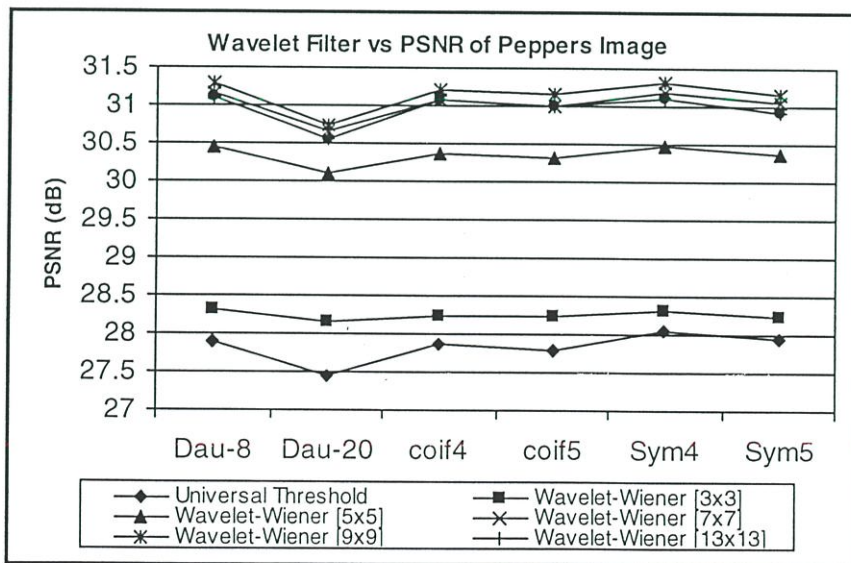
### ผลการทดลองภาพ Peppers

ตารางที่ 5.10 ค่า PSNR ภาพผลลัพธ์ Peppers โดยการใช้การแปลงเวฟเล็ตแบบต่างๆ

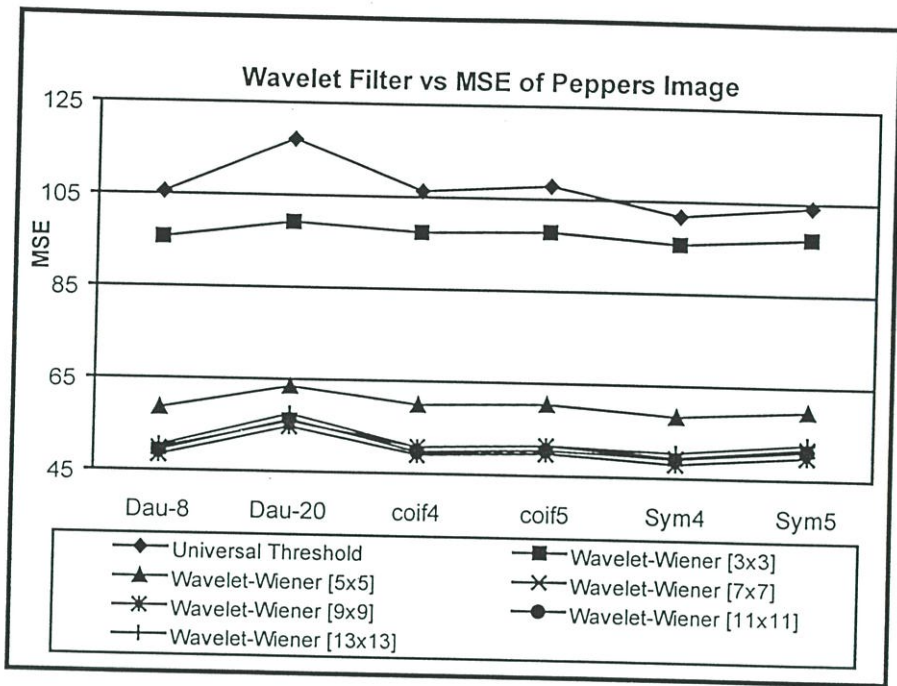
| Peppers Image: PSNR    | Noise Std. | Daubechies-8 | Daubechies-20 | Coiflet4 | Coiflet5 | Symlet4 | Symlet5 |
|------------------------|------------|--------------|---------------|----------|----------|---------|---------|
| Universal Threshold    | 20         | 27.90        | 27.44         | 27.86    | 27.80    | 28.05   | 27.96   |
| Wavelet-Wiener [3x3]   |            | 28.32        | 28.16         | 28.25    | 28.23    | 28.32   | 28.25   |
| Wavelet-Wiener [5x5]   |            | 30.45        | 30.10         | 30.36    | 30.32    | 30.47   | 30.36   |
| Wavelet-Wiener [7x7]   |            | 31.16        | 30.67         | 31.07    | 31.01    | 31.19   | 31.04   |
| Wavelet-Wiener [9x9]   |            | 31.28        | 30.75         | 31.22    | 31.16    | 31.31   | 31.15   |
| Wavelet-Wiener [11x11] |            | 31.20        | 30.63         | 31.16    | 31.10    | 31.23   | 31.04   |
| Wavelet-Wiener [13x13] |            | 31.10        | 30.54         | 31.08    | 31.01    | 31.11   | 30.92   |
| Universal Threshold    | 24         | 27.46        | 27.09         | 27.42    | 27.36    | 27.59   | 27.51   |
| Wavelet-Wiener [3x3]   |            | 26.80        | 26.66         | 26.72    | 26.70    | 26.80   | 26.73   |
| Wavelet-Wiener [5x5]   |            | 29.16        | 28.84         | 29.05    | 29.01    | 29.17   | 29.06   |
| Wavelet-Wiener [7x7]   |            | 30.11        | 29.65         | 30.00    | 29.94    | 30.13   | 29.96   |
| Wavelet-Wiener [9x9]   |            | 30.42        | 29.92         | 30.33    | 30.27    | 30.42   | 30.24   |
| Wavelet-Wiener [11x11] |            | 30.45        | 29.91         | 30.38    | 30.32    | 30.44   | 30.25   |
| Wavelet-Wiener [13x13] |            | 30.41        | 29.89         | 30.37    | 30.31    | 30.39   | 30.19   |
| Universal Threshold    | 28         | 27.14        | 26.82         | 27.08    | 27.03    | 27.23   | 27.18   |
| Wavelet-Wiener [3x3]   |            | 25.49        | 25.37         | 25.42    | 25.40    | 25.50   | 25.44   |
| Wavelet-Wiener [5x5]   |            | 28.01        | 27.72         | 27.89    | 27.85    | 28.01   | 27.90   |
| Wavelet-Wiener [7x7]   |            | 29.14        | 28.70         | 29.00    | 28.94    | 29.15   | 28.98   |
| Wavelet-Wiener [9x9]   |            | 29.60        | 29.12         | 29.49    | 29.43    | 29.59   | 29.40   |
| Wavelet-Wiener [11x11] |            | 29.72        | 29.21         | 29.63    | 29.57    | 29.70   | 29.50   |
| Wavelet-Wiener [13x13] |            | 29.75        | 29.26         | 29.68    | 29.62    | 29.71   | 29.51   |

ตารางที่ 5.11 ค่า MSE ภาพผลลัพธ์ Peppers โดยใช้การแปลงเวฟเล็ตแบบต่างๆ

| Peppers Image: MSE     | Noise Std. | Daubechies-8 | Daubechies-20 | Coiflet4 | Coiflet5 | Symlet4 | Symlet5 |
|------------------------|------------|--------------|---------------|----------|----------|---------|---------|
| Universal Threshold    | 20         | 105.54       | 117.16        | 106.36   | 107.85   | 101.88  | 104.10  |
| Wavelet-Wiener [3x3]   |            | 95.72        | 99.23         | 97.36    | 97.82    | 95.69   | 97.22   |
| Wavelet-Wiener [5x5]   |            | 58.56        | 63.49         | 59.85    | 60.41    | 58.29   | 59.78   |
| Wavelet-Wiener [7x7]   |            | 49.83        | 55.79         | 50.79    | 51.50    | 49.39   | 51.78   |
| Wavelet-Wiener [9x9]   |            | 48.38        | 54.74         | 49.07    | 49.74    | 48.05   | 49.91   |
| Wavelet-Wiener [11x11] |            | 49.27        | 56.25         | 49.77    | 50.50    | 49.04   | 51.13   |
| Wavelet-Wiener [13x13] |            | 50.46        | 57.44         | 50.74    | 51.48    | 50.41   | 52.62   |
| Universal Threshold    | 24         | 116.62       | 127.07        | 117.83   | 119.29   | 113.35  | 115.26  |
| Wavelet-Wiener [3x3]   |            | 135.96       | 140.40        | 138.37   | 139.00   | 135.89  | 137.92  |
| Wavelet-Wiener [5x5]   |            | 78.90        | 84.88         | 80.94    | 81.67    | 78.76   | 80.79   |
| Wavelet-Wiener [7x7]   |            | 63.38        | 70.50         | 65.07    | 65.99    | 63.12   | 65.55   |
| Wavelet-Wiener [9x9]   |            | 59.04        | 66.30         | 60.23    | 61.06    | 58.98   | 61.46   |
| Wavelet-Wiener [11x11] |            | 58.66        | 66.41         | 59.59    | 60.45    | 58.72   | 61.45   |
| Wavelet-Wiener [13x13] |            | 59.16        | 66.67         | 59.75    | 60.58    | 59.39   | 62.23   |
| Universal Threshold    | 28         | 125.68       | 135.11        | 127.37   | 128.83   | 122.91  | 124.60  |
| Wavelet-Wiener [3x3]   |            | 183.49       | 188.95        | 186.82   | 187.63   | 183.36  | 185.92  |
| Wavelet-Wiener [5x5]   |            | 102.86       | 110.00        | 105.82   | 106.74   | 102.85  | 105.46  |
| Wavelet-Wiener [7x7]   |            | 79.21        | 87.64         | 81.82    | 82.97    | 79.16   | 82.27   |
| Wavelet-Wiener [9x9]   |            | 71.35        | 79.61         | 73.18    | 74.17    | 71.54   | 74.64   |
| Wavelet-Wiener [11x11] |            | 69.38        | 77.97         | 70.87    | 71.85    | 69.70   | 73.04   |
| Wavelet-Wiener [13x13] |            | 68.95        | 77.05         | 69.98    | 70.90    | 69.44   | 72.84   |



รูปที่ 5.20 กราฟเปรียบเทียบค่า PSNR ภาพผลลัพธ์ Peppers เมื่อ Noise Std. = 20



รูปที่ 5.21 กราฟเปรียบเทียบค่า MSE ภาพผลลัพธ์ Peppers เมื่อ Noise Std. =20

จากการทดลองโดยใช้ภาพที่มีลักษณะแตกต่างกันได้แก่ภาพ Lena ซึ่งมีองค์ประกอบของภาพที่มีโทนสีใกล้เคียงกัน, ภาพ Baboon ที่มีรายละเอียดของภาพมากและภาพ Peppers ที่ประกอบด้วยหลายโทนสีก็ว่าเมื่อเทียบกับภาพ Lena และยังมีขอบภาพที่ชัดเจน ผลการทดลองกำจัดสัญญาณรบกวนเมื่อทำการแปลงเวฟเล็ตด้วยฟิลเตอร์เวฟเล็ตแบบต่างๆ แสดงในรูปของตารางข้อมูลเปรียบเทียบค่า PSNR และตารางเปรียบเทียบค่า MSE ระหว่างวิธียูนิเวอร์ซัลเวฟเล็ตซอฟต์แวร์โซลดิ้งและวิธีการกรองแบบเวียนเนอร์ที่ปรับตัวเองได้บนเวฟเล็ตโดเมนที่ค่านอยส์แสดงนคาร์ดเดวีเอชันค่าต่างๆ และการใช้วินโดว์หลายขนาดด้วยกัน โดยนำผลการทดลองที่ค่า Noise Std.=20 มาพลอตกราฟเพื่อเปรียบเทียบค่า PSNR และเปรียบเทียบค่า MSE ที่ได้ระหว่างวิธีการกำจัดสัญญาณรบกวนทั้งสองวิธีดังนี้

-ภาพ Lena พบว่าการกำจัดสัญญาณรบกวนด้วยวิธีการกรองแบบเวียนเนอร์ที่ปรับตัวเองได้บนเวฟเล็ตโดเมนให้ผลการทดลองที่มีค่า PSNR สูงกว่าวิธียูนิเวอร์ซัลเวฟเล็ตซอฟต์แวร์โซลดิ้งซึ่งค่า PSNR ที่ได้จากการเลือกใช้เวฟเล็ตฟิลเตอร์ทั้ง 6 ชนิดจะใกล้เคียงกันมากโดย Symlet4 เป็นเวฟเล็ตฟิลเตอร์ที่ให้ผลการทดลองที่ดีที่สุด และเมื่อพิจารณากรณีนี้ที่ค่า Noise Std. =20 พบว่าขนาดของวินโดว์ที่ให้ค่า PSNR ดีที่สุดเป็นขนาด [7x7] ส่วนค่า MSE ที่ได้พบว่าค่า MSE จากวิธีการกรองแบบเวียนเนอร์ที่ปรับตัวเองได้บนเวฟเล็ตโดเมนโดยใช้ฟิลเตอร์เวฟเล็ตแบบต่างๆ ให้ผลที่ใกล้เคียงกันแต่ก็ยังให้ค่า MSE ที่ต่ำกว่าวิธียูนิเวอร์ซัลเวฟเล็ตซอฟต์แวร์โซลดิ้ง จากกราฟแสดงผลการทดลองพบว่าเมื่อใช้ฟิลเตอร์เวฟเล็ตเป็นดาบีซี-20 แล้วผลของค่า MSE ที่ได้จะมีค่าสูง

-ภาพ Baboon พบว่าจากการเลือกใช้เวฟเล็ตฟิลเตอร์ทั้ง 6 แบบผลการทดลองให้ค่า PSNR, MSE ใกล้เคียงกันและ Symlet4 จะให้ผลการทดลองที่ดีกว่าเวฟเล็ตฟิลเตอร์อื่นๆ ส่วนขนาดของวินโดว์ที่ให้ค่า PSNR สูงที่สุดและค่า MSE ต่ำสุดคือขนาด  $[3 \times 3]$  ซึ่งผลการทดลองโดยวิธีการกรองแบบเวียนเนอร์ที่ปรับตัวได้บนเวฟเล็ตโดเมนก็ยังคงให้ค่าที่น่าพึงพอใจกว่าวิธียูนิเวอร์ซัลเวฟเล็ตซอฟต์แวร์โซลติง

-ภาพ Peppers ผลการทดลองโดยเลือกใช้เวฟเล็ตฟิลเตอร์ทั้ง 6 ชนิดจะให้ผลการทดลองที่ใกล้เคียงกันมาก ขนาดของวินโดว์ที่ให้ผลการทดลองที่ดีที่สุดสำหรับ Noise Std. =20 เป็น  $[9 \times 9]$  ซึ่งจากการทดลองนี้พบว่า Daubechie-20 จะให้ผลค่า PSNR ต่ำสุดและให้ค่า MSE สูงที่สุดทั้งในวิธียูนิเวอร์ซัลเวฟเล็ตซอฟต์แวร์โซลติงและวิธีการกรองแบบเวียนเนอร์ที่ปรับตัวเองได้บนเวฟเล็ตโดเมน

จากผลการทดลองดังกล่าวยังพบว่าจากภาพทั้งสามลักษณะที่เลือกมาใช้ในการทดลอง จะเห็นว่าภาพ Peppers ให้ผลการทดลองที่ดีกว่าทั้งในเทอมของค่า PSNR และค่า MSE รองลงมาคือภาพ Lena ส่วนภาพ Baboon เป็นภาพที่ให้ค่า PSNR ต่ำและค่า MSE ที่สูงมากเมื่อเปรียบเทียบกับผลการทดลองและพบว่าเวฟเล็ตฟิลเตอร์ทั้ง 6 ชนิดที่เลือกมาทำการทดลองนั้น Daubechie-20 ให้ผลค่า PSNR ต่ำและให้ค่า MSE สูงในทุกภาพ

### 5.3 สรุป

จากผลการทดลองที่ได้ทั้งในเทอมของค่า PSNR และ ค่า MSE และภาพเอาท์พุทแสดงให้เห็นว่าวิธีการกำจัดสัญญาณรบกวนในภาพโดยการกรองเวียนเนอร์ที่ปรับตัวเองได้บนเวฟเล็ตโดเมนนี้มีความเหมาะสมกับภาพที่มีรายละเอียดในภาพไม่สูงนักเช่นภาพ Lena, Peppers เป็นต้นแต่สำหรับภาพที่มีรายละเอียดในภาพสูงเช่นภาพ Baboon ก็จะให้ค่า PSNR, MSE และคุณภาพของภาพผลลัพธ์ที่มองเห็นไม่ค่อยดีนักเมื่อเทียบกับภาพอื่นๆ แต่ก็ยังให้ผลการทดลองที่น่าพอใจกว่าวิธียูนิเวอร์ซัลเวฟเล็ตซอฟต์แวร์โซลติง

## บทที่ 6

### สรุปผลการวิจัยและข้อเสนอแนะ

การกำจัดสัญญาณรบกวนแบบเกาส์เซียนในภาพวิธีการหนึ่งคือการทำเวฟเล็ตเทรซอลดิ้งที่นำเสนอโดย Donoho [2] ซึ่งจะทำการแปลงเวฟเล็ตภาพที่ถูกสัญญาณรบกวนออกเป็นสับแบนด์ย่อยและนำเฉพาะสัมประสิทธิ์ที่สับแบนด์ความถี่สูงเท่านั้นมาทำการเปรียบเทียบกับค่าเทรซอลดิ้งที่ค่าหนึ่งซึ่งหลักการของเทรซอลดิ้งที่นิยมแพร่หลายคือซอฟต์แวร์ซอลดิ้งแล้วนำสับแบนด์ที่ผ่านการทำเทรซอลดิ้งพร้อมกับสับแบนด์ที่ความถี่ต่ำมาทำการแปลงกลับเวฟเล็ตซึ่งจะให้ผลเป็นภาพที่ผ่านการกำจัดสัญญาณรบกวนแล้ว แต่วิธีการดังกล่าวนี้พบว่ามีผลข้างเคียงทำให้ภาพผลลัพธ์ที่ได้เกิดการเบลอ การกรองแบบเวียนเนอร์เป็นวิธีการหนึ่งในการกำจัดสัญญาณรบกวนโดยอาศัยค่าทางสถิติของสัญญาณที่ต้องการและสัญญาณรบกวนมาออกแบบตัวกรองซึ่งมีอินพุทเป็นสัญญาณที่มีสัญญาณรบกวนรวมอยู่ด้วยเพื่อให้ได้เอาท์พุทที่มีสัญญาณรบกวนเหลือน้อยที่สุดซึ่งการออกแบบเวียนเนอร์ฟิลเตอร์จะเหมาะสมที่สุดเมื่อค่าทางสถิติของสัญญาณอินพุทตรงกับข้อมูลที่ทราบมาก่อน ตัวกรองที่ปรับตัวเองได้หรือ Adaptive Filter นั้นเป็นตัวกรองที่มีพารามิเตอร์ที่ปรับค่าได้และค่านี้จะปรับด้วยตัวของมันเองโดยอาศัยคุณลักษณะทางสถิติที่ถูกประมาณขึ้นของสัญญาณที่เกี่ยวข้องซึ่งในวิทยานิพนธ์ฉบับนี้ได้้นำการกรองเวียนเนอร์ที่ปรับตัวเองได้ [10] มาใช้สำหรับกรองสัมประสิทธิ์เวฟเล็ตในสับแบนด์ความถี่สูงของภาพที่มีสัญญาณรบกวนแบบเกาส์เซียนเพื่อลดการเบลอในภาพผลลัพธ์ ในการทดลองจะใช้ภาพต่างๆ และเลือกวินโดว์หลายขนาดด้วยกันโดยเปรียบเทียบผลการกำจัดสัญญาณรบกวนในภาพโดยวิธีการกรองเวียนเนอร์ที่ปรับตัวเองได้บนเวฟเล็ตโดเมนกับวิธียูนิเวอร์ซัลเวฟเล็ตซอฟต์แวร์ซอลดิ้ง

จากผลการทดลองในบทที่ 5 สามารถสรุปได้ว่าการกำจัดสัญญาณรบกวนในภาพด้วยการกรองเวียนเนอร์ที่ปรับตัวเองได้บนเวฟเล็ตโดเมนจะให้คุณภาพของภาพเอาท์พุททั้งในเทอมของอัตราส่วนสัญญาณต่อสัญญาณรบกวนสูงสุด (PSNR) ค่า MSE และคุณภาพของภาพที่มองเห็นดีกว่าวิธียูนิเวอร์ซัลเวฟเล็ตซอฟต์แวร์ซอลดิ้ง

โดยเมื่อเปรียบเทียบผลการกำจัดสัญญาณรบกวนที่ระดับการแปลงเวฟเล็ตเป็น 3 และ 4 จะพบว่าที่ระดับการแปลงเท่ากับ 3 จะให้ผลการทดลองที่น่าพอใจกว่าระดับการแปลงเวฟเล็ตเท่ากับ 4 ทั้งในสองวิธี และจากผลการเปรียบเทียบประสิทธิภาพภายหลังการกำจัดสัญญาณรบกวนเมื่อเลือกใช้ฟิลเตอร์เวฟเล็ตประเภทต่างๆ พบว่าให้ผลการทดลองที่ใกล้เคียงกันแต่เวฟเล็ตฟิลเตอร์ที่มีแนวโน้มที่ให้ผลการทดลองที่ดีกับทุกภาพที่นำมาใช้ในการทดลองคือ Symlet4 ส่วนเวฟเล็ตที่นำมาทดลองแล้วให้ผลไม่เป็นที่พึงพอใจในบางภาพคือ Daubechies20 ส่วนขนาดของวินโดว์ที่มีประสิทธิภาพในการกำจัดสัญญาณรบกวนนั้นโดยเฉลี่ยแล้วจะอยู่ที่ขนาด [7x7]

ปัญหาที่พบในการทดลองคือการแสดงภาพที่มีค่าพิกเซลของภาพเป็นลบยังไม่สามารถแสดงได้โดยตรงจำเป็นต้องทำการสเกลภาพก่อนการแสดงผล การทดลองในวิทยานิพนธ์ฉบับนี้ได้ นำเฉพาะเวฟเล็ตตระกูลออธอร์โคโนลมาใช้เท่านั้นควรมีการทดลองกับเวฟเล็ตตระกูลอื่นๆ ด้วย เพื่อเปรียบเทียบประสิทธิภาพในการกำจัดสัญญาณรบกวน

## เอกสารอ้างอิง

- [1] จีรวุฑ สิ้นธุวนิชเศรษฐ์. "ระบบไม่เชิงเส้นแบบปรับตัวเองได้สำหรับการกำจัดสัญญาณรบกวนในภาพ." วิทยานิพนธ์วิศวกรรมศาสตรมหาบัณฑิต สาขาวิศวกรรมไฟฟ้าบัณฑิตวิทยาลัย, สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง. 2540.
- [2] D.L. Donoho, "Denoising by Wavelet Thresholding," IEEE Trans. Inform. Theory, vol. 41, no. 3, May 1995. pp. 613-627.
- [3] <http://engineering.rowan.edu/~polikar/WAVELETS/Wttutorial.html>
- [4] R. Oliver and V. Martin, "Wavelets and Signal Processing," IEEE SP magazine, Oct. 1991. pp. 14-80.
- [5] R.L. Motard and B. Joseph. Wavelet Applications Chemical Engineering. Boston : Kluwer Academic Publisher. 1994.
- [6] C.K. Chui. An Introduction to Wavelets. Boston : Academic Press. 1992.
- [7] ชัยชาญ มัคคูน. "การแก้ไขลักษณะของลายเส้นโดยใช้เวฟเล็ตทรานสฟอร์ม." วิทยานิพนธ์วิศวกรรมศาสตรมหาบัณฑิต สาขาวิชาวิศวกรรมไฟฟ้า บัณฑิตวิทยาลัย, สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง. 2539.
- [8] N.J. Fliege. Multirate Digital Signal Processing. Singapore : John Wiley & Sons Ltd. 1994.
- [9] C.S. Burrus, R.A. Gopinath, and H. Guo. Introduction to Wavelets and Wavelet Transform. Prentice Hall International, Inc. 1998.
- [10] J.S. Lim. Two-Dimensional Signal and Image Processing. Prentice Hall International, Inc. 1990.
- [11] R. Crane. A Simplified Approach to Image Processing Classical and Modern Techniques in C. Hewlett-Packard Company. Prentice Hall PTR, Prentice-Hall, Inc. 1997.
- [12] J.S. Lee. "Digital Image Enhancement and Noise Filtering by use of Local Statistics." IEEE Trans. Patt. Ana. Int., vol. PAMI-2, March 1980. pp. 165-168.
- [13] E.R. McVeigh., R.M. Henkelman, and M.J. Bronskill. "Noise and Filtration in Magnetic Resonance Imaging." Med. Phys., vol. 12, no. 5, 1985. pp. 586-591.

- [14] I. Daubechies. "Orthonormal Bases of Compactly Supported Wavelets." Commun. Pure Appl. Math., vol. 41, Nov. 1988. pp. 909-996.
- [15] S.G. Mallat. "A Theory for Multiresolution Signal Decomposition: The Wavelet Representation." IEEE Trans. Patt. Anal. Machine Intell., vol. 11, no. 7, July 1989. pp. 674-693.
- [16] S.G. Mallat and S. Zhong. "Complete Signal Representation with Multiscale Edges." NYU Tech. Rep. No. 483. Dec. 1989.
- [17] K. Kuzume and K. Nijima. "Noise Reduction Using Time-Varing Lifting Wavelet Filters." IEEE Proceeding International Symposium on Intelligent Signal Processing and Communication Systems, Phuket, Thailand, December 1999.
- [18] S.V. Vaseghi. "Advanced Digital Signal Processing and Noise Reduction." 2nd ed. John Wiley & Sons. 2000.
- [19] M. Lang, et.al. "Noise Reduction Using an Undecimated Discrete Wavelet Transform." IEEE Signal Processing Letters, vol.3, no. 1, 1995. pp. 10-12.
- [20] ศิริพร เดชะศิลาวัณษ์. "การลดขอบบลิ๊อกในภาพ JPEG ด้วยวิธีเวฟเล็ตเรโซลชันที่ตั้งที่ปรับตัวเองได้." วิทยานิพนธ์วิศวกรรมศาสตรมหาบัณฑิต สาขาวิชาวิศวกรรมไฟฟ้า บัณฑิตวิทยาลัย, สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง. 2543.
- [21] S. Mallat. A Wavelet Tour of Signal Processing. 2<sup>nd</sup>. Academic Press. 1998.
- [22] S.K. Mitra, G.L. Sicuranza. Nonlinear Image Processing. Academic Press. 2001.

## ภาคผนวก ก

### ทฤษฎีแรนดอมโพรเซสเบื้องต้น [10]

#### I. Random Variable

กำหนดให้  $X$  เป็น Real random variable แล้ว probability density function:  $p_x(x_0)$  ของ  $X$  ที่อยู่ระหว่างค่า  $a$  และ  $b$ :  $p_x(x_0)$  หาได้จาก

$$\text{Prob}[a \leq x \leq b] = \int_{x_0=a}^b p_x(x_0) dx_0 \quad (\text{A.1})$$

เมื่อเหตุการณ์ (Event) ที่เกิดขึ้นถูกสมมุติให้มีค่าความน่าจะเป็นเท่ากับ 1

$$\text{Prob}[-\infty \leq x \leq \infty] = \int_{x_0=-\infty}^{\infty} p_x(x_0) dx_0 = 1 \quad (\text{A.2})$$

และค่า Expectation ของฟังก์ชันของ  $X$ ,  $E[f(x)]$  กำหนดโดย

$$E[f(x)] = \int_{x_0=-\infty}^{\infty} f(x_0) p_x(x_0) dx_0 \quad (\text{A.3})$$

ค่า Expectation ที่กำหนดข้างต้นมีความเป็นลิเนียร์ (linear) ดังนั้นจะได้

$$E[f(x) + g(x)] = E[f(x)] + E[g(x)] \quad (\text{A.4})$$

และนอกจากนี้ค่าของ  $E[cf(x)] = cE[f(x)]$  อีกด้วย เมื่อ  $c$  แทน scalar constant ค่า  $n^{\text{th}}$  moment ของ  $X$ ,  $E[x^n]$  กำหนดโดย

$$E[x^n] = \int_{x_0=-\infty}^{\infty} x_0^n p_x(x_0) dx_0 \quad (\text{A.5})$$

โดยที่ค่า first moment ของ  $X$  เรียกว่าค่ามีนหรือค่าเฉลี่ย (mean or average) หาได้จาก

$$E[x] = \int_{x_0=-\infty}^{\infty} x_0 p_x(x_0) dx_0 \quad (\text{A.6})$$

และค่าความแปรปรวน(Variance) ของ X กำหนดโดย

$$\begin{aligned} \text{Var}[x] &= E[(x - E[x])^2] = E[(x - \mu_x)^2] \\ &= E[x^2] + E[-2x\mu_x] + E[\mu_x^2] \\ &= E[x^2] - 2\mu_x E[x] + \mu_x^2 \\ &= E[x^2] - 2\mu_x^2 + \mu_x^2 \\ &= E[x^2] - \mu_x^2 \\ &= E[x^2] - E^2[x] \end{aligned} \quad (\text{A.7})$$

โดยที่  $E[x] = \mu_x$  แทนค่า Expected value ส่วน  $E[x^2]$  แทนค่า Mean square value และ  $\sigma_x^2 = E[(x - \mu_x)^2]$  เป็นค่า Variance โดยที่  $E[x^2] = \sigma_x^2 + \mu_x^2$  ค่าความเบี่ยงเบนมาตรฐาน (Standard deviation) ของ X, s.d. [X] กำหนดโดย

$$\text{s.d.}[x] = \text{Var}[x]^{\frac{1}{2}} \quad (\text{A.8})$$

กำหนดให้  $x, y$  เป็น random variable แล้วค่าของ joint probability density function,  $p_{x,y}(x_0, y_0)$  จะมีคุณสมบัติ statistically independent เมื่อ

$$p_{x,y}(x_0, y_0) = p_x(x_0) p_y(y_0) \quad \text{for all } (x_0, y_0) \quad (\text{A.9})$$

โดยที่ ค่า Expectation ของ  $f(x, y)$  กำหนดโดย

$$E[f(x, y)] = \int_{x_0=-\infty}^{\infty} \int_{y_0=-\infty}^{\infty} f(x_0, y_0) p_{x,y}(x_0, y_0) dx_0 dy_0 \quad (\text{A.10})$$

และจะมีคุณสมบัติ Linearly independent ถ้า

$$E[xy] = E[x]E[y] \quad (\text{A.11})$$

เมื่อค่า Probability density function ของ random variable  $x$  ซึ่งมีเงื่อนไขขึ้นอยู่กับ random variable อื่นๆ เช่น  $y$  กำหนดโดย

$$p_{x/y}(x_0/y_0) = p_{x,y}(x_0, y_0)/p_y(y_0) \quad (\text{A.12})$$

และถ้า  $x, y$  มีคุณสมบัติ statistically independent แล้ว  $p_{x/y}(x_0/y_0)$  จะลดรูปเป็น  $p_x(x_0)$  ค่า Expectation ของฟังก์ชันของ  $x$  ซึ่งมีเงื่อนไขขึ้นอยู่กับ  $y$  กำหนดโดย

$$E[f(x)/y] = \int_{x_0=-\infty}^{\infty} f(x_0)p_{x/y}(x_0/y_0)dx_0 \quad (\text{A.13})$$

ถ้ากำหนดให้  $w$  แทน complex random variable ซึ่งดังสมการ

$$w = x + jy \quad (\text{A.14})$$

เมื่อ  $x, y$  เป็น random variable แล้วค่า Expectation ของฟังก์ชันของ  $w$  หาได้จากสมการ(A.15) และค่า mean ของ  $w$  กำหนดดังสมการ(A.16)

$$\begin{aligned} E[f(w)] &= E[f(x + jy)] \\ &= \int_{x_0=-\infty}^{\infty} \int_{y_0=-\infty}^{\infty} f(x_0 + jy_0)p_{x,y}(x_0, y_0)dx_0dy_0 \end{aligned} \quad (\text{A.15})$$

$$E[w] = E[x + jy] = E[x] + jE[y] \quad (\text{A.16})$$

ส่วนค่าความแปรปรวนของ  $w$  หาได้จาก

$$\begin{aligned} \text{Var}[w] &= E[(w - E[w]) (w - E[w])^*] \\ &= E[ww^* - wE^*[w] - E[w]w^* + E[w]E^*[w]] \\ &= E[(x^2 + y^2)] - 2(E^2[x] + E^2[y]) + (E^2[x] + E^2[y]) \\ &= E[ww^*] - E[w]E^*[w] \\ &= E[(x^2 + y^2)] - (E^2[x] + E^2[y]) \\ &= (E[x^2] - E^2[x]) + (E[y^2] - E^2[y]) \\ &= \text{Var}[x] + \text{Var}[y] \end{aligned} \quad (\text{A.17})$$

สังเกตว่าค่า variance ของ  $w$  จะเป็นจำนวนจริงและมีค่าไม่เป็นลบ แม้ว่า  $w$  จะเป็นจำนวนเชิงซ้อนก็ตาม

## II. Random Process

Random process: a collection of an infinite number of random variables ถ้า random variables นั้นๆ เป็นจำนวนจริงก็จะเป็น real random process และเมื่อ random variables นั้นๆ เป็นจำนวนเชิงซ้อนก็จะเรียกว่า complex random process ถ้ากำหนดให้  $x(n_1, n_2)$ : an infinite number of complex random variables โดยให้  $x(n_1, n_2)$  สำหรับจุด  $(n_1, n_2)$  เป็น a complex random variable แล้ว random process  $x(n_1, n_2)$  จะถูกอธิบายลักษณะโดย joint probability density function ของทุก random variables โดยถ้าหากมีหนึ่งแซมเปิลหรือ realization ของ random process  $x(n_1, n_2)$  จะได้เป็นลำดับในสองมิติ (2-D sequence) ซึ่งเราจะอ้างอิงลำดับในสองมิตินี้เป็น random signal และยังใช้สัญลักษณ์เป็น  $x(n_1, n_2)$  ด้วยโดยที่ ensemble of random process: the collection of all realizations และค่า auto-correlation function ของ random process  $x(n_1, n_2)$  กำหนดโดย

$$R_x(n_1, n_2; k_1, k_2) = E[x(n_1, n_2)x^*(k_1, k_2)] \quad (\text{A.18})$$

ซึ่งค่า correlation จะเป็นค่า expectation ของผลคูณของ random variables ที่เป็นจำนวนเชิงซ้อนสองจำนวนนั้นคือ  $x(n_1, n_2)$ ,  $x^*(k_1, k_2)$  ส่วนค่า auto-covariance function หรือ covariance function ของ  $x(n_1, n_2)$  จะกำหนดโดย

$$\begin{aligned} \gamma_x(n_1, n_2; k_1, k_2) &= E[(x(n_1, n_2) - E[x(n_1, n_2)]) (x(k_1, k_2) - E[x(k_1, k_2)])^*] \\ &= E[x(n_1, n_2)x^*(k_1, k_2)] - E[x(k_1, k_2)] E^*[x(k_1, k_2)] \\ &= R_x(n_1, n_2; k_1, k_2) - E[x(n_1, n_2)] E^*[x(k_1, k_2)] \end{aligned} \quad (\text{A.19})$$

$x(n_1, n_2)$  จะเป็น Zero-mean process เมื่อ  $E[x(n_1, n_2)] = 0$  ; for all  $(n_1, n_2)$  ดังนั้นจะได้ว่า

$$R_x(n_1, n_2; k_1, k_2) = \gamma_x(n_1, n_2; k_1, k_2) \quad (\text{A.20})$$

Nonzero-mean random process  $x(n_1, n_2)$  สามารถที่จะแปลงเป็น zero-mean random process ได้โดยทำการลบ  $E[x(n_1, n_2)]$  ออกจาก  $x(n_1, n_2)$  Random process  $x(n_1, n_2)$  จะ

เป็น strict sense stationary process ถ้าค่า joint probability density function ไม่ขึ้นอยู่กับค่าอินเด็กซ์เริ่มต้น  $(n_1, n_2)$

$$P_{x(n'_1, n'_2), x(n''_1, n''_2), \dots}(x_1, x_2, \dots) = P_{x(n'_1+k_1, n'_2+k_2), x(n''_1+k_1, n''_2+k_2), \dots}(x_1, x_2, \dots) \quad (\text{A.21})$$

เมื่อ  $k_1, k_2$  ที่ค่าแน่นอนใดๆ สำหรับ Stationary random process:  $x(n_1, n_2)$ ,  $E[x(n_1, n_2)]$  ก็จะเป็นค่าคงที่ไม่ขึ้นกับ  $n_1, n_2$  และ  $R_x(n_1, n_2; k_1, k_2)$  ก็จะเป็นเพียงฟังก์ชันของ  $n_1 - k_1$  และ  $n_2 - k_2$ :

$$E[x(n_1, n_2)] = \mu_x \quad \text{for all } (n_1, n_2) \quad (\text{A.22})$$

$$\begin{aligned} R_x(n_1 - k_1, n_2 - k_2) &= R_x(n_1 - k_1, n_2 - k_2; 0, 0) \\ &= E[x(n_1 - k_1, n_2 - k_2)x^*(0, 0)] \end{aligned} \quad (\text{A.23})$$

จากสมการที่(A.23)เขียนใหม่จะได้

$$R_x(n_1, n_2) = E[x(k_1, k_2)x^*(k_1 - n_1, k_2 - n_2)] \quad \text{for all } (k_1, k_2) \quad (\text{A.24})$$

เมื่อ  $n_1$  และ  $n_2$  ในสมการ (A.24) มีค่าเป็น  $n_1 = k_1 - (k_1 - n_1)$  และ  $n_2 = k_2 - (k_2 - n_2)$  Random process ใดๆ ที่มีคุณสมบัติตามสมการ (A.22), (A.24) แต่ไม่จำเป็นต้องมีคุณสมบัติตามสมการ (A.23) นั้นถือว่าเป็น Wide sense stationary process จากสมการ (A.24) จะได้

$$R_x(n_1, n_2) = R_x^*(-n_1, -n_2) \quad (\text{A.25})$$

จากสมการ (A.25) แสดงให้เห็นว่า correlation sequence มีคุณสมบัติ complex conjugate symmetry และ Stationary Random process จัดเป็น ergodic random process เมื่อ

$$\begin{aligned} \text{statistical average}[X(m, s)] &= \text{statistical average}[X(m, s)] \\ \text{along time } m &\qquad \qquad \text{along spaces } s \end{aligned} \quad (\text{A.26})$$

เมื่อฟังก์ชัน Statistical average [...] หมายถึงการกระทำทางสถิติใดๆ อย่างเช่น mean, variance, power spectrum เป็นต้น ถ้าหาก random process เป็น Ergodic แล้วค่า  $\mu_x$  สามารถคำนวณได้จาก

$$\mu_x = E[x(n_1, n_2)] = \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{(2N+1)^2} \sum_{n_1=-N}^N \sum_{n_2=-N}^N x(n_1, n_2) \quad (\text{A.27})$$

และคล้ายคลึงกันสำหรับ Ergodic process แล้วจะได้

$$\begin{aligned} R_x(n_1, n_2) &= E[x(k_1, k_2)x^*(k_1 - n_1, k_2 - n_2)] \\ &= \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{(2N+1)^2} \sum_{k_1=-N}^N \sum_{k_2=-N}^N x(k_1, k_2)x^*(k_1 - n_1, k_2 - n_2) \end{aligned} \quad (\text{A.28})$$

Power spectrum ของ Stationary random process  $x(n_1, n_2)$  กำหนดโดย

$$P_x(\omega_1, \omega_2) = F[R_x(n_1, n_2)] = \sum_{n_1=-\infty}^{\infty} \sum_{n_2=-\infty}^{\infty} R_x(n_1, n_2) e^{-j\omega_1 n_1} e^{-j\omega_2 n_2} \quad (\text{A.29})$$

จากสมการ (A.25), (A.29) จะได้ว่า

$$P_x(\omega_1, \omega_2) = P_x^*(\omega_1, \omega_2) \quad (\text{A.30})$$

จากสมการ (A.30) จะได้ว่า  $P_x(\omega_1, \omega_2)$  เป็นจำนวนจริงเสมอและไม่เป็นลบ นั่นคือ

$$P_x(\omega_1, \omega_2) \geq 0 \quad \text{for all } (\omega_1, \omega_2) \quad (\text{A.31})$$

จากสมการ (A.24) และ (A.29) จะได้

$$\begin{aligned} R_x(0,0) &= \sigma_x^2 = E[x(n_1, n_2)x^*(n_1, n_2)] \\ &= \frac{1}{(2\pi)^2} \int_{\omega_1=-\pi}^{\pi} \int_{\omega_2=-\pi}^{\pi} P_x(\omega_1, \omega_2) d\omega_1 d\omega_2 \end{aligned} \quad (\text{A.32})$$

และสามารถแสดงได้ว่า

$$R_x(0,0) \geq |R_x(n_1, n_2)| \quad \text{for all } (n_1, n_2) \quad (\text{A.33})$$

ค่า  $\sigma_x^2$  เรียกว่า Average power ของ Random process  $X(n_1, n_2)$  โดยที่ Random process ใดๆ จะเรียกว่า White noise process ถ้า

$$R_x(n_1, n_2; k_1, k_2) = E[x(n_1, n_2)x^*(k_1, k_2)] \\ = \begin{cases} \sigma_x^2 & ; n_1 = k_1, n_2 = k_2 \\ 0 & ; \text{otherwise} \end{cases} \quad (\text{A.34})$$

สำหรับ stationary white noise process แล้วจะได้

$$R_x(n_1, n_2) = E[x(k_1, k_2)x^*(k_1 - n_1, k_2 - n_2)] \\ = \sigma_x^2 \delta(n_1, n_2) \quad (\text{A.35})$$

จากสมการ (A.29), (A.35) power spectrum ของ stationary white noise process กำหนดโดยสมการ (A.36) จะเห็นได้ว่า power spectrum จะมีค่าคงที่สำหรับทุกความถี่

$$P_x(\omega_1, \omega_2) = \sigma_x^2 \quad \text{for all } (\omega_1, \omega_2) \quad (\text{A.36})$$

สำหรับ Real random process  $x(n_1, n_2)$  แล้วสมการ (A.18), (A.24), (A.25) และ (A.28) จะลดรูปเป็น

$$R_x(n_1, n_2; k_1, k_2) = E[x(n_1, n_2)x(k_1, k_2)] \quad (\text{A.37})$$

$$R_x(n_1, n_2) = E[x(k_1, k_2)x(k_1 - n_1, k_2 - n_2)] \\ \text{for all } (k_1, k_2) : \text{stationary process} \quad (\text{A.38})$$

$$R_x(n_1, n_2) = R_x(-n_1, -n_2) \quad (\text{A.39})$$

$$R_x(n_1, n_2) = \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{(2N+1)^2} \sum_{k_1=-N}^N \sum_{k_2=-N}^N x(k_1, k_2)x(k_1 - n_1, k_2 - n_2) \\ ; \text{for ergodic process} \quad (\text{A.40})$$

จากสมการ(A.39)จะได้

$$P_x(\omega_1, \omega_2) = P_x(-\omega_1, -\omega_2) \quad (A.41)$$

เมื่อ  $P_x(\omega_1, \omega_2)$  มีความเป็น Periodic ด้วยคาบเวลาเท่ากับ  $2\pi$  สำหรับทั้ง  $\omega_1, \omega_2$  จากสมการ (A.41)  $P_x(\omega_1, \omega_2)$  สำหรับ real random process แล้ว  $P_x(\omega_1, \omega_2)$  จะระบุโดย  $-\pi \leq \omega_1 \leq \pi, \quad 0 \leq \omega_2 \leq \pi$

Complex random process  $x(n_1, n_2)$  และ  $y(n_1, n_2)$  อธิบายลักษณะได้จาก joint probability density function ของ random variable ใน  $x(n_1, n_2)$  และ  $y(n_1, n_2)$  ค่า cross-correlation function ของ  $x(n_1, n_2)$  และ  $y(n_1, n_2)$  กำหนดโดย

$$R_{xy}(n_1, n_2; k_1, k_2) = E[x(n_1, n_2)y^*(k_1, k_2)] \quad (A.42)$$

ค่า Cross-covariance function ของ  $x(n_1, n_2)$  และ  $y(n_1, n_2)$  หาได้จาก

$$\gamma_{xy}(n_1, n_2; k_1, k_2) = E[(x(n_1, n_2) - E[x(n_1, n_2)])(y^*(k_1, k_2) - E^*[y(k_1, k_2)])] \quad (A.43)$$

จากสมการ (A.42) และ (A.43) สำหรับ zero-mean process  $x(n_1, n_2)$  และ  $y(n_1, n_2)$  แล้วจะได้

$$R_{xy}(n_1, n_2; k_1, k_2) = \gamma_{xy}(n_1, n_2; k_1, k_2) \quad (A.44)$$

สำหรับ Stationary process  $x(n_1, n_2)$  และ  $y(n_1, n_2)$  แล้ว

$$R_{xy}(n_1, n_2) = E[x(k_1, k_2)y^*(k_1 - n_1, k_2 - n_2)] \\ ; \text{independent of } (k_1, k_2) \quad (A.45)$$

ถ้า  $x(n_1, n_2)$  และ  $y(n_1, n_2)$  เป็น Ergodic process แล้วจะได้

$$R_{xy}(n_1, n_2) = E[x(k_1, k_2)y^*(k_1 - n_1, k_2 - n_2)] \\ = \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{(2N+1)^2} \sum_{k_1=-N}^N \sum_{k_2=-N}^N x(k_1, k_2)y^*(k_1 - n_1, k_2 - n_2) \quad (A.46)$$

ค่า Cross-power spectrum ของ  $x(n_1, n_2)$  และ  $y(n_1, n_2)$  กำหนดโดย

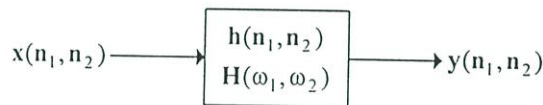
$$P_{xy}(\omega_1, \omega_2) = F[R_{xy}(n_1, n_2)] = \sum_{n_1=-\infty}^{\infty} \sum_{n_2=-\infty}^{\infty} R_{xy}(n_1, n_2) e^{-j\omega_1 n_1} e^{-j\omega_2 n_2} \quad (\text{A.47})$$

### III. Random Signals as Input to Linear Systems

พิจารณา Stationary complex random process:  $x(n_1, n_2)$  ซึ่งมีค่ามีน  $\mu_x$  และ correlation  $R_x(n_1, n_2)$  ถ้าให้  $y(n_1, n_2)$  ได้จากการป้อน  $x(n_1, n_2)$  ผ่านระบบ LSI ซึ่งมีอิมพัลส์เรซพอนส์  $h(n_1, n_2)$  ดังแสดงในรูป A.1 จะได้ว่า  $y(n_1, n_2)$  สัมพันธ์กับ  $x(n_1, n_2)$  ดังสมการต่อไปนี้

$$\begin{aligned} y(n_1, n_2) &= h(n_1, n_2) * x(n_1, n_2) \\ &= \sum_{k_1=-\infty}^{\infty} \sum_{k_2=-\infty}^{\infty} h(k_1, k_2) * x(n_1 - k_1, n_2 - k_2) \end{aligned} \quad (\text{A.48})$$

ซึ่ง  $h(n_1, n_2)$  เป็น Deterministic signal ซึ่งใช้ได้ทั้งในกรณีจำนวนจริงและจำนวนเชิงซ้อน



รูป A.1 Deterministic Linear Shift-Invariance System

ต้องการทราบค่า  $E[y(n_1, n_2)]$ ,  $R_y(n_1, n_2; k_1, k_2)$ ,  $R_{xy}(n_1, n_2; k_1, k_2)$  และค่า  $R_{yx}(n_1, n_2; k_1, k_2)$  แล้วจะได้

$$\begin{aligned} E[y(n_1, n_2)] &= \sum_{k_1=-\infty}^{\infty} \sum_{k_2=-\infty}^{\infty} E[x(k_1, k_2) * h(n_1 - k_1, n_2 - k_2)] \\ &= \mu_x H(0, 0) \quad \text{for all } (n_1, n_2) \\ &= \mu_y \end{aligned} \quad (\text{A.49})$$

สำหรับ Zero-mean  $x(n_1, n_2)$  แล้วจะได้ว่า  $y(n_1, n_2)$  ก็มีค่า Zero-mean ด้วยและจากสมการ (A.48) จะได้ว่า

$$\begin{aligned}
R_y(n_1, n_2; k_1, k_2) &= E[y(n_1, n_2)y^*(k_1, k_2)] \quad (A.50) \\
&= \sum_{l_1=-\infty}^{\infty} \sum_{l_2=-\infty}^{\infty} \sum_{m_1=-\infty}^{\infty} \sum_{m_2=-\infty}^{\infty} h(l_1, l_2)h^*(m_1, m_2).E[x(n_1 - l_1, n_2 - l_2)x^*(k_1 - m_1, k_2 - m_2)] \\
&= \sum_{l_1=-\infty}^{\infty} \sum_{l_2=-\infty}^{\infty} \sum_{m_1=-\infty}^{\infty} \sum_{m_2=-\infty}^{\infty} h(l_1, l_2)h^*(m_1, m_2).R_x(n_1 - k_1 - l_1 + m_1, n_2 - k_2 - l_2 + m_2)
\end{aligned}$$

จากสมการ(A.50)  $R_y(n_1, n_2; k_1, k_2)$  เป็นฟังก์ชันของ  $n_1 - k_1$  และ  $n_2 - k_2$  แล้วถ้าให้  $R_y(n_1, n_2; 0, 0)$  แทนโดย  $R_y(n_1, n_2)$  จะสามารถเขียนสมการ (A.50) ได้เป็น

$$\begin{aligned}
R_y(n_1, n_2) &= \sum_{l_1=-\infty}^{\infty} \sum_{l_2=-\infty}^{\infty} \sum_{m_1=-\infty}^{\infty} \sum_{m_2=-\infty}^{\infty} h(l_1, l_2)h^*(m_1, m_2).R_x(n_1 - l_1 + m_1, n_2 - l_2 + m_2) \\
&= R_x(n_1, n_2) * h(n_1, n_2) * h^*(-n_1, -n_2) \quad (A.51)
\end{aligned}$$

ในทำนองเดียวกันจะได้

$$R_{xy}(n_1, n_2) = R_x(n_1, n_2) * h^*(-n_1, -n_2) \quad (A.52)$$

$$R_{yx}(n_1, n_2) = R_x(n_1, n_2) * h(n_1, n_2) \quad (A.53)$$

จากสมการ (A.51), (A.52) และ (A.53) จะได้สมการของ Power spectrum หรือ Power spectrum density ดังนี้

$$P_y(\omega_1, \omega_2) = P_x(\omega_1, \omega_2)|H(\omega_1, \omega_2)|^2 \quad (A.54)$$

$$P_{xy}(\omega_1, \omega_2) = P_x(\omega_1, \omega_2)H^*(\omega_1, \omega_2) \quad (A.55)$$

$$P_{yx}(\omega_1, \omega_2) = P_x(\omega_1, \omega_2)H(\omega_1, \omega_2) \quad (A.56)$$

สมการ (A.54) เป็นสมการที่มีความสำคัญและถูกนำมาประยุกต์ใช้ในด้านต่างๆ อย่างแพร่หลาย

#### IV หลักการเบื้องต้นของนอนคอสัลเวียนเนอร์ฟิลเตอร์

(The Noncausal Wiener Filter)

กำหนดให้  $g(n_1, n_2)$ : (Noisy Signal) เป็นสัญญาณที่ประกอบด้วยสัญญาณต้นแบบ  $f(n_1, n_2)$ : (Original Signal) และสัญญาณรบกวน  $v(n_1, n_2)$ : (Noise Signal) ซึ่งเป็นแซมเปิลของซีโร-มีน สเตชันนารีแรนดอมโพรเซส (zero-mean stationary random process) แสดงดังสมการ  $g(n_1, n_2) = f(n_1, n_2) + v(n_1, n_2)$  ต้องการหาค่าของสัญญาณ  $f(n_1, n_2)$  จากสัญญาณ  $g(n_1, n_2)$  โดยใช้การประมาณค่าแบบลิเนียร์ (Linear Estimator) ซึ่งค่าประมาณของ  $f(n_1, n_2)$  ในที่นี้จะแทนด้วยสัญลักษณ์  $\hat{f}(n_1, n_2)$  และ กำหนดโดย

$$\hat{f}(n_1, n_2) = g(n_1, n_2) * h(n_1, n_2) \quad (\text{A.57})$$

การประมาณค่าแบบเชิงเส้นนั้นมีคุณสมบัติเป็นระบบ LSI (Linear Shift-Invariant System) ซึ่งในที่นี้จะใช้เวียนเนอร์ฟิลเตอร์เป็นตัวประมาณค่าและค่าความผิดพลาดที่ใช้เป็นเกณฑ์วัด (Error criterion) คือค่าความผิดพลาดกำลังสองเฉลี่ย (Mean Square Error) ซึ่งแสดงดังสมการที่ (A.58) เมื่อ  $e(n_1, n_2)$  กำหนดดังสมการที่ (A.59)

$$\text{MSE} = E[|e(n_1, n_2)|^2] \quad (\text{A.58})$$

$$e(n_1, n_2) = f(n_1, n_2) - \hat{f}(n_1, n_2) \quad (\text{A.59})$$

วิธีการประมาณค่าแบบนี้ก็คือวิธี Linear Minimum Mean Square Error Estimation คือเป็นการประมาณค่าแบบเชิงเส้นและทำการลดค่าความผิดพลาดเพียงระหว่าง  $f(n_1, n_2)$  และ  $\hat{f}(n_1, n_2)$  ให้มีค่าน้อยที่สุด (Minimizing Mean Square Error) นั่นเอง การประมาณค่าสัญญาณสามารถทำได้โดยใช้คุณสมบัติ Orthogonality principle จากคุณสมบัตินี้ค่า MSE ในสมการที่ (A.58) และ (A.59) จะมีค่าต่ำสุดเมื่อ สัญญาณความผิดพลาด (Error signal)  $e(n_1, n_2)$  มีความเป็นอันคอรีเลท (Uncorrelate) กับทุกๆ ตัวแปรแบบแรนดอม (random variable) ใน  $g^*(n_1, n_2)$  ซึ่งเป็นคอมเพล็กซ์คอนจูเกต (complex conjugate) ของ  $g(n_1, n_2)$  ดังนั้นจากคุณสมบัติ Orthogonality principle จะได้

$$E[e(n_1, n_2)g^*(m_1, m_2)] = 0 \quad \text{For all } (n_1, n_2) \text{ and } (m_1, m_2) \quad (\text{A.60})$$

จากสมการที่ (A.57), (A.58) และ (A.59) จะได้ว่า

$$\begin{aligned} E[f(n_1, n_2)g^*(m_1, m_2)] &= E[\hat{f}(n_1, n_2)g^*(m_1, m_2)] \\ &= E[(h(n_1, n_2) * g(m_1, m_2))g^*(m_1, m_2)] \\ &= \sum_{k_1=-\infty}^{\infty} \sum_{k_2=-\infty}^{\infty} h(k_1, k_2) E[g(n_1 - k_1, n_2 - k_2)g^*(m_1, m_2)] \end{aligned} \quad (A.61)$$

จากสมการที่ (A.61) สามารถเขียนใหม่ได้เป็น

$$R_{fg}(n_1 - m_1, n_2 - m_2) = \sum_{k_1=-\infty}^{\infty} \sum_{k_2=-\infty}^{\infty} h(k_1, k_2) R_g(n_1 - k_1 - m_1, n_2 - k_2 - m_2) \quad (A.62)$$

จากสมการที่ (A.62) จะได้ว่า

$$R_{fg}(n_1, n_2) = h(n_1, n_2) * R_g(n_1, n_2) \quad (A.63)$$

ดังนั้น

$$H(\omega_1, \omega_2) = \frac{P_{fg}(\omega_1, \omega_2)}{P_g(\omega_1, \omega_2)} \quad (A.64)$$

ซึ่งฟิลเตอร์  $H(\omega_1, \omega_2)$  ในสมการที่ (A.64) นี้เรียกว่า Noncausal Wiener Filter สมมติให้  $f(n_1, n_2)$  มีความเป็น uncorrelated กับ  $v(n_1, n_2)$  แล้วจะได้

$$E[f(n_1, n_2)v^*(n_1, n_2)] = E[f(n_1, n_2)]E[v^*(n_1, n_2)] \quad (A.65)$$

จากสมการ (A.65) เมื่อกำหนดให้  $f(n_1, n_2)$  และ  $v(n_1, n_2)$  เป็น Zero-mean processes แล้วจะได้

$$R_{fg}(n_1, n_2) = R_f(n_1, n_2) \quad (A.66)$$

$$R_g(n_1, n_2) = R_f(n_1, n_2) + R_v(n_1, n_2) \quad (A.67)$$

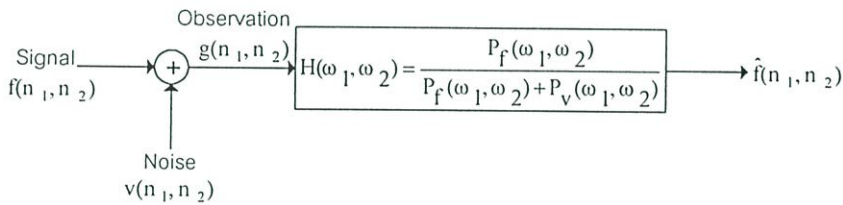
จากสมการที่ (A.66), (A.67) จะได้

$$P_{fg}(n_1, n_2) = P_f(n_1, n_2) \tag{A.68}$$

$$P_g(n_1, n_2) = P_f(n_1, n_2) + P_v(n_1, n_2) \tag{A.69}$$

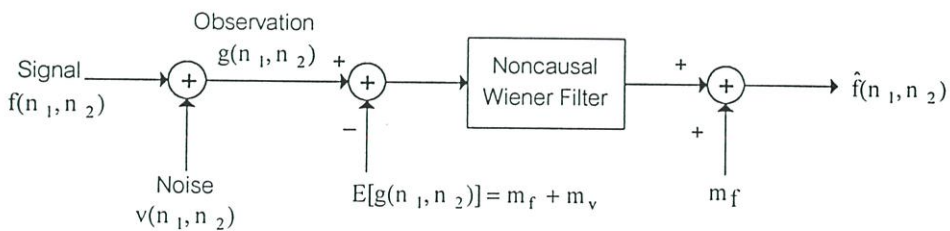
จากสมการที่ (A.64), (A.68) และ (A.69) แล้วสมการของ Noncausal Wiener Filter สามารถเขียนได้ดังสมการ (A.70) มีการนำ Noncausal Wiener Filter ไปประยุกต์ใช้งานในด้านต่างๆเป็นจำนวนมากเช่น Speech Enhancement และการฟื้นฟูภาพเป็นต้น ซึ่งการประยุกต์ใช้ในการประมาณสัญญาณ (Signal Estimation) แสดงดังรูปที่ A.2

$$\text{Noncausal Wiener Filter: } H(\omega_1, \omega_2) = \frac{P_f(\omega_1, \omega_2)}{P_f(\omega_1, \omega_2) + P_v(\omega_1, \omega_2)} \tag{A.70}$$



รูปที่ A.2 Noncausal Wiener Filter สำหรับ Linear Minimum Mean Square Error Signal Estimation

และสามารถนำมาใช้ในการแก้ปัญหา Linear Minimum Mean Square Error Estimation เมื่อค่ามีนของสัญญาณ  $m_f$  และค่ามีนของสัญญาณรบกวน  $m_v$  มีค่าไม่เป็นศูนย์ได้โดยทำการลบ  $E[g(n_1, n_2)] = m_f + m_v$  ออกจาก  $g(n_1, n_2)$  แล้วนำมาผ่าน นอนคอคซิลเวียนเนอร์ฟิลเตอร์ที่พัฒนาขึ้นสำหรับ ซีโร-มีน โพรเซส แล้วนำมาบวกรวมกับ  $m_f$  เพื่อให้ได้  $\hat{f}(n_1, n_2)$  ดังรูปที่ A.3



รูปที่ A.3 Linear Minimum Mean Square Error Signal Estimation เมื่อค่ามีนสัญญาณและสัญญาณรบกวนไม่เป็นศูนย์

ภาคผนวก ข  
ผลงานที่ได้รับการตีพิมพ์

- [1] Walailak Prasongsook, Yuttapong Rangsanseri, "Image Denoising by Wavelet-Domain Wiener Filtering." ICT, vol. 1 pp. 326-329, Beijing, China, June 2002.

## ประวัติผู้เขียน

นางสาว วลัยลักษณ์ ประสงค์สุข เกิดที่จังหวัดมหาสารคาม สำเร็จการศึกษาวิศวกรรมศาสตรบัณฑิต สาขาวิศวกรรมโทรคมนาคม จากสถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง