

การศึกษาเชิงตัวเลขของการไหลแบบปั่นป่วนผ่านแผ่นออริฟิส

A NUMERICAL STUDY OF TURBULENT FLOWS
THROUGH AN ORIFICE PLATE

สุวัจน์ชัย ศรีสถิตย์
SUWATCHAI SRISATHIT

วิทยานิพนธ์นี้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตรปริญญาวิศวกรรมศาสตรมหาบัณฑิต

สาขาวิชาวิศวกรรมเครื่องกล

บัณฑิตวิทยาลัย

สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง

พ.ศ. 2546

ISBN 974-324-546-4

สำนักหอสมุดกลาง พระจอมเกล้าลาดกระบัง

การศึกษาเชิงตัวเลขของการไหลแบบปั่นป่วนผ่านแผ่นออริฟิส

A NUMERICAL STUDY OF TURBULENT FLOWS
THROUGH AN ORIFICE PLATE



สุวัจน์ชัย ศรีสถิตย์

SUWATCHAI SRISATHIT

เลขหมู่.....
เลขทะเบียน..... 49537
วัน, เดือน, ปี 24 ก.พ. 2547

.b.....
.i.....

วิทยานิพนธ์นี้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตรปริญญาวิศวกรรมศาสตรมหาบัณฑิต

สาขาวิชาวิศวกรรมเครื่องกล

บัณฑิตวิทยาลัย

สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง

พ.ศ. 2546

ISBN 974-324-546-4

Handwritten signature or mark

**A NUMERICAL STUDY OF TURBULENT FLOWS
THROUGH AN ORIFICE PLATE**

SUWATCHAI SRISATHIT

**A THESIS SUBMITTED IN PARTIAL FULFILLMENT
OF THE REQUIREMENT FOR THE DEGREE OF
MASTER OF ENGINEERING IN MECHANICAL ENGINEERING
SCHOOL OF GRADUATE STUDIES
KING MONGKUT'S INSTITUTE OF TECHNOLOGY LADKRABANG**

2003

ISBN 974-324-546-4

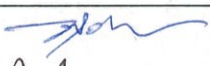



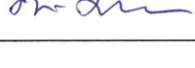
COPYRIGHT 2003

SCHOOL OF GRADUATE STUDIES

KING MONGKUT'S INSTITUTE OF TECHNOLOGY LADKRABANG

บัณฑิตวิทยาลัย
สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง
ใบรับรองวิทยานิพนธ์

หัวข้อวิทยานิพนธ์ การศึกษาเชิงตัวเลขของการไหลแบบปั่นป่วนผ่านแผ่นออริฟิส
A NUMERICAL STUDY OF TURBULENT FLOWS THROUGH
AN ORIFICE PLATE
ชื่อนักศึกษา นายสุวัจน์ชัย ศรีสถิตย์
รหัสประจำตัว 41062012
ปริญญา วิศวกรรมศาสตรมหาบัณฑิต
สาขาวิชา วิศวกรรมเครื่องกล
อาจารย์ผู้ควบคุมวิทยานิพนธ์ รศ.ดร.พงษ์เจต พรหมวงค์

คณะกรรมการสอบวิทยานิพนธ์	ลายมือชื่อ
ผศ.ดร.จารุวัตร เจริญสุข	
รศ.ดร.มงคล มงคลวงศ์โรจน์	
ผศ.ดร.ชินรัชย์ เขียรพงษ์	
ดร.จินดา เจริญพรพาณิชย์	
รศ.ดร.พงษ์เจต พรหมวงค์	

วัน/เดือน/ปี ที่สอบ 14 พฤษภาคม 2546 เวลา 10.30-12.30 น.

สถานที่สอบ ณ อาคาร 12 ชั้น ชั้น 4 (ห้อง E12-403)



วันที่.....๑๙.....เดือน.....พฤษภาคม.....พ.ศ.....๒๕๔๖.....

หัวข้อวิทยานิพนธ์	การศึกษาเชิงตัวเลขของการไหลแบบปั่นป่วนผ่านแผ่นออริฟิส
นักศึกษา	นายสุวัจน์ชัย ศรีสถิตย์
รหัสประจำตัว	41062012
ปริญญา	วิศวกรรมศาสตรมหาบัณฑิต
สาขาวิชา	วิศวกรรมเครื่องกล
พ.ศ.	2546
อาจารย์ผู้ควบคุมวิทยานิพนธ์	รศ.ดร.พงษ์เจต พรหมวงศ์

บทคัดย่อ

วิทยานิพนธ์ฉบับนี้ได้นำเสนอการศึกษาเชิงตัวเลขของการไหลแบบปั่นป่วนผ่านแผ่นออริฟิสที่มีอัตราส่วนของเส้นผ่านศูนย์กลางรูออริฟิสกับเส้นผ่านศูนย์กลางของท่อ (β) มีค่าเท่ากับ 0.50 และ 0.75 ด้วยวิธีปริมาตรสี่เหลี่ยม โดยอาศัยแบบจำลองความปั่นป่วน คือ standard $k-\epsilon$ turbulence model และ Reynolds stress model (RSM) ร่วมกับการ discretise ด้วย scheme สี่แบบ ได้แก่ first order upwind (FOU), power law, second order upwind (SOU) และ quadratic upstream interpolation for convective kinematics (QUICK) แล้วนำผลการศึกษาที่ได้ไปเปรียบเทียบกับค่าการทดลองของ Nail ที่วัดด้วย LDV ในสามมิติ การจำลองการไหลดังกล่าวนี้ได้กำหนดความเร็วที่ทางเข้าผู้โดเมนการไหลเป็นหลักเกณฑ์ ได้แก่ uniform velocity profile, fully developed velocity profile, experimental velocity profile of Nail และความเร็วทั้งสามลักษณะข้างต้นที่ได้รวมอิทธิพลของความเข้มข้นของความปั่นป่วนไว้ด้วย เมื่อการไหลที่พิจารณานั้นมีค่า Reynolds number (Re) เท่ากับ 18400, 54700 และ 91100 ตามลำดับ ผลการศึกษาที่ได้พบว่าเมื่อใช้ $k-\epsilon$ model ร่วมกับ FOU scheme แล้วจะให้ผลการทำนายที่สอดคล้องเป็นอย่างดีกับค่าการทดลองในทุก ๆ กรณี และเพื่อผลการทำนายที่แม่นยำยิ่งขึ้นควรรวมอิทธิพลของความเข้มข้นของความปั่นป่วนกับความเร็วที่ทางเข้าด้วย สำหรับกรณีใช้ RSM มาทำนายการไหลร่วมกับทุก scheme แล้ว พบว่าดีมากโดยเฉพาะอย่างยิ่ง SOU scheme อย่างไรก็ดีตาม การรวมอิทธิพลของความเข้มข้นของความปั่นป่วนไว้กับความเร็วที่ทางเข้านั้นไม่ได้ช่วยให้การทำนายดีขึ้น แต่กลับทำนายได้ค่าที่สูงกว่าค่าการทดลองเล็กน้อยสำหรับบางกรณี ดังนั้นเพื่อผลทำนายที่แม่นยำขึ้นกรณีของ $k-\epsilon$ model ควรใช้ร่วมกับ FOU scheme แต่ถ้าเป็นกรณีของ RSM ควรจะใช้ร่วมกับ SOU scheme และโดยภาพรวมแล้วการจำลองด้วย RSM จะดีกว่า $k-\epsilon$ model.

สำหรับอิทธิพลของความเร็วที่ทางเข้าพบว่า การใช้ความเร็วที่วัดได้จากการทดลองจะทำให้ผลการทำนายดีที่สุด แต่เมื่อใดก็ตามที่ไม่มีข้อมูลของการวัดความเร็วที่ทางเข้า ควรเลือกกำหนดความเร็วที่ทางเข้าเป็นแบบ fully developed velocity profile แทน

Thesis Title	A Numerical Study of Turbulent Flows through an Orifice Plate
Student	Mr. Suwatchai Srisathit
Student ID.	41062012
Degree	Master of Engineering
Programme	Mechanical Engineering
Year	2003
Thesis Advisor	Assoc.Prof.Dr. Pongjet Promvonge

ABSTRACT

This thesis presents a numerical study of turbulent flow through an orifice plate with orifice to pipe diameter ratio (β), of 0.50 and 0.75 using a Finite Volume method. Two turbulence models, the standard $k - \varepsilon$ turbulence model and Reynolds stress model (RSM) were used in the present. Four numerical differencing schemes such as first order upwind (FOU), power law, second order upwind (SOU) and quadratic upstream interpolation for convective kinematics (QUICK) were also employed to discretise convection term in governing equation. The numerical results were compared with 3D – LDV experimental results of Nail. The essential velocity at inlet boundary of the computational domain can be classified in six formats, namely, uniform velocity profile, fully developed velocity profile, experimental velocity profile of Nail and the first three velocity profiles include effect of turbulent intensity. The Reynolds number (Re) of 18400, 54700 and 91100 were considered in the computation. For the $k - \varepsilon$ model, the use of FOU scheme leads to good agreement between numerical and experimental results for all cases. To more accurate numerical results, the effect of turbulent intensity should be included in velocity profile. For the RSM, excellent agreement with the experimental results can be found for all schemes used and SOU scheme performs the best. However, introducing turbulent intensity results in no improvement and gives slight over prediction in some cases. The $k - \varepsilon$ model utilized with FOU scheme and the RSM using with SOU scheme to more accurate. The computation reveals that the prediction with RSM yields more accurate results than that with $k - \varepsilon$ model in overall.

Finally, the simulation showed that the use of experimental inlet velocity profile lead to better agreement than other profiles in comparison with measurements. In case of lack of measured inlet velocity profile, the fully developed velocity profile should be employed instead.

กิตติกรรมประกาศ

วิทยานิพนธ์ฉบับนี้สำเร็จลุล่วงได้เป็นอย่างดี โดยมีท่านรองศาสตราจารย์ ดร. พงษ์เจต พรหมวงศ์ เป็นผู้ให้คำแนะนำ คำชี้แนะประเด็นสำคัญต่าง ๆ ให้แนวทางการเริ่มวิเคราะห์ปัญหา ตลอดจนแนวทางการแก้ไขปัญหของวิทยานิพนธ์อย่างเป็นระบบ เป็นขั้น เป็นตอน ผู้เขียนรู้สึกซาบซึ้งในความเมตตา กรุณาของท่านเป็นอย่างยิ่ง และขอกราบขอบพระคุณท่านอาจารย์เป็นอย่างสูงมา ณ โอกาสนี้

ขอกราบขอบพระคุณท่านหลวงพ่อพระครูกิตติสารคุณ เจ้าอาวาสวัดลำผักชีที่ให้ความเมตตาอนุเคราะห์กำลังกาย กำลังใจ กำลังสติปัญญา และอบรมสั่งสอน เตือนให้มีสติ สัมผัสญะอยู่ทุกชั่วขณะจิต จนทำให้บังเกิดความสำเร็จในทางการเรียน – การทำงานแก่ลูกศิษย์คนนี้ และเหนือสิ่งอื่นใด ความสำเร็จมีอาจเกิดขึ้นได้ หากผู้จัดทำขาดการเลี้ยงดู พุ่มพัก อบรมสั่งสอน เกื้อหนุน กำลังใจ เกื้อกูลกำลังกาย สนับสนุนกำลังทรัพย์ จากบุพพการีชนอย่างคุณพ่อ คุณแม่ และครอบครัว ศรีสติชัย ที่มีให้ไม่เคยขาดตกบกพร่อง แสนบริสุทธิ์อย่างหาที่สุดมมิได้ ลูกชายคนนี้จึงถือโอกาสนี้กราบขอบพระคุณท่านทั้งสอง และครอบครัวศรีสติชัยเป็นอย่างสูง

ขอขอบพระคุณ ท่านผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร. จารุวัตร เจริญสุข ท่านรองศาสตราจารย์ ดร. มงคล มงคลวงศ์โรจน์ ท่านผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร. ชินรักษ์ เขียรพงษ์ และท่านอาจารย์ ดร. จินดา เจริญพรพาณิชย์ เป็นอย่างสูงที่ได้ให้เกียรติเป็นกรรมการสอบวิทยานิพนธ์ และได้กรุณาชี้แนะประเด็นที่ควรปรับปรุงในวิทยานิพนธ์ฉบับนี้

ขอขอบพระคุณคณาจารย์ประจำภาควิชาวิศวกรรมเครื่องกล มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีมหานครทุกท่านที่คอยให้กำลังใจอย่างสม่ำเสมอ

สุดท้ายขอขอบใจเพื่อน ๆ ปี 37 ทุกคน ขอขอบคุณศิษย์รุ่นพี่ ตลอดจนลูกศิษย์รุ่นน้องวัดลำผักชีทุกคนที่คอยเติมความรู้สึกดี ๆ ยามท้อแท้ และเหนื่อยหน่ายกับหลายเรื่อง หลายสิ่ง ทำให้จิตใจกลับมามีพลังดั้งเดิม และสามารถยืนหยัดอยู่ได้จนถึงวันนี้

ประโยชน์ทั้งหลายอันพึงมี พึงได้แก่บุคคลหนึ่ง บุคคลใดที่ได้จากการอ่านวิทยานิพนธ์ฉบับนี้ ผู้จัดทำขอมอบคุณความดีทั้งหมดทั้งปวงให้กับคณะบุคคลที่ได้กล่าวนามไว้เบื้องต้น

สุวัจน์ชัย ศรีสติชัย

สารบัญ

	หน้า
บทคัดย่อภาษาไทย	I
บทคัดย่อภาษาอังกฤษ	II
กิตติกรรมประกาศ	III
สารบัญ	IV
สารบัญตาราง	IX
สารบัญรูป	X
รายการสัญลักษณ์.....	XV
บทที่ 1 บทนำ	1
1.1 ความสำคัญและที่มาของวิทยานิพนธ์	1
1.2 วัตถุประสงค์ของวิทยานิพนธ์	2
1.3 สมมุติฐานของวิทยานิพนธ์	2
1.4 ทฤษฎีหรือแนวความคิดที่ใช้ในวิทยานิพนธ์	2
1.5 ขอบเขตของวิทยานิพนธ์	3
1.6 ขั้นตอนของการทำวิทยานิพนธ์	3
1.7 ประโยชน์ที่ได้รับจากวิทยานิพนธ์	3
บทที่ 2 งานวิจัยที่เกี่ยวข้อง	5
2.1 บทนำ	5
2.2 งานวิจัยเชิงการทดลองที่เกี่ยวข้องกับการไหลในท่อผ่านแผ่นออริฟิส	5
2.2.1 งานวิจัยของ Krall และ Sparrow [19] 1966	5
2.2.2 งานวิจัยของ Dyban และ Epick [12] 1970	5
2.2.3 งานวิจัยของ Teyssandier และ Wilson [45] 1973	6
2.2.4 งานวิจัยของ Teyssandier และ Husain [44] 1973	6
2.2.5 งานวิจัยของ Bates [1] 1981	6
2.2.6 งานวิจัยของ Millan et al. [25] 1989	7
2.2.7 งานวิจัยของ Shen et al. [40] 1988	8
2.2.8 งานวิจัยของ Nail [27] 1991	8
2.3 งานวิจัยเชิงตัวเลขที่เกี่ยวข้องกับการไหลในท่อผ่านแผ่นออริฟิส	9

สารบัญ (ต่อ)

	หน้า
2.3.1 งานวิจัยของ Davis และ Mattingly [9] 1977	9
2.3.2 งานวิจัยของ Mukerjee, Singhal และ Spalding [26] 1984	10
2.3.3 งานวิจัยของ Reader-Harris และ Keegans [34] 1986	10
2.3.4 งานวิจัยของ Patel et al. [31] 1986	11
2.4 บทสรุป	11
บทที่ 3 ทฤษฎี	12
3.1 บทนำ	12
3.2 ความสำคัญของ Turbulence model ต่อปัญหาทางด้าน CFD	13
3.3 สมการพื้นฐานของการไหล	14
3.3.1 กฎการอนุรักษ์มวล [13]	15
3.3.2 กฎการอนุรักษ์โมเมนตัม [13]	17
3.4 การไหลแบบปั่นป่วน	28
3.5 Turbulence models	36
3.5.1 $k-\epsilon$ model [6, 7, 39]	37
3.5.2 Reynolds Stress Model (RSM)	40
3.6 บทสรุป	45
บทที่ 4 การประยุกต์วิธี Finite volume	47
4.1 บทนำ	47
4.2 วิธี Finite volume	48
4.3 Discretisation สมการควบคุม	51
4.3.1 Convection term [6, 47]	51
4.3.1.1 First order upwind scheme (FOU) [47]	51
4.3.1.2 Power law scheme [6]	52
4.3.1.3 Second order upwind scheme (SOU) [47]	53
4.3.1.4 QUICK scheme [6, 7, 47]	53
4.3.2 Diffusion term [47]	54

สารบัญ (ต่อ)

	หน้า
4.3.3 Source term [47]	55
4.4 รูปแบบมาตรฐานของสมการที่ผ่านการ Discretised แล้ว [6, 7, 47]	55
4.5 Boundary condition	56
4.5.1 เงื่อนไขที่ทางเข้า [6]	56
4.5.2 เงื่อนไขที่ทางออก [6, 47]	58
4.5.3 เงื่อนไขที่แกนสมมาตร [6, 47]	58
4.5.4 เงื่อนไขที่ผนัง [6, 7, 39, 47, 49]	58
4.6 กระบวนการหาคำตอบ	62
4.6.1 การหาคำตอบโดยใช้วิธี TDMA	62
4.6.2 The SIMPLE Algorithm	63
4.7 บทสรุป	65
บทที่ 5 การจำลองการไหลแบบปั่นป่วนผ่านแผ่นออริฟิส	67
5.1 บทนำ	67
5.2 กรณีศึกษาในวิทยานิพนธ์	69
5.3 ผลของกรณีศึกษาต่าง ๆ ในวิทยานิพนธ์	74
5.3.1 กรณีศึกษาที่ 1: การจำลองการไหล เมื่อ β เท่ากับ 0.50 เมื่อ Re เท่ากับ 18400	76
5.3.1.1 การจำลองด้วย $k-\varepsilon$ model, $\beta = 0.50$, Re = 18400	76
5.3.1.2 การจำลองด้วย RSM, $\beta = 0.50$, Re = 18400	78
5.3.2 กรณีศึกษาที่ 2: การจำลองการไหล เมื่อ β เท่ากับ 0.50 เมื่อ Re เท่ากับ 54700	80
5.3.2.1 การจำลองด้วย $k-\varepsilon$ model, $\beta = 0.50$, Re = 54700	80
5.3.2.2 การจำลองด้วย RSM, $\beta = 0.50$, Re = 54700	82
5.3.3 กรณีศึกษาที่ 3: การจำลองการไหล เมื่อ β เท่ากับ 0.50 เมื่อ Re เท่ากับ 91100	84
5.3.3.1 การจำลองด้วย $k-\varepsilon$ model, $\beta = 0.50$, Re = 91100	84
5.3.3.2 การจำลองด้วย RSM, $\beta = 0.50$, Re = 91100	86

สารบัญ (ต่อ)

	หน้า
5.3.4 กรณีศึกษาที่ 4: การจำลองการไหล เมื่อ β เท่ากับ 0.75 เมื่อ Re เท่ากับ 18400	88
5.3.4.1 การจำลองด้วย $k-\varepsilon$ model, $\beta = 0.75$, Re = 18400	88
5.3.4.2 การจำลองด้วย RSM, $\beta = 0.75$, Re = 18400	90
5.3.5 กรณีศึกษาที่ 5: การจำลองการไหล เมื่อ β เท่ากับ 0.75 เมื่อ Re เท่ากับ 91100	92
5.3.5.1 การจำลองด้วย $k-\varepsilon$ model, $\beta = 0.75$, Re = 91100	92
5.3.5.2 การจำลองด้วย RSM, $\beta = 0.75$, Re = 91100	94
5.3.6 กรณีศึกษาที่ 6: การจำลองการไหล เมื่อ β เท่ากับ 0.75 เมื่อ Re เท่ากับ 54700	96
5.3.6.1 การจำลองด้วย $k-\varepsilon$ model, $\beta = 0.75$, Re = 54700	96
5.3.6.2 การจำลองด้วย RSM, $\beta = 0.75$, Re = 54700	99
5.3.7 เปรียบเทียบความแม่นยำของ Turbulence model	101
5.3.7.1 เปรียบเทียบการทำนาย $p_{wall,norm}$ เมื่อ $\beta = 0.50$, ที่ค่า Re ต่าง ๆ	102
5.3.7.2 เปรียบเทียบการทำนาย $u_{cl,norm}$ เมื่อ $\beta = 0.50$, ที่ค่า Re ต่าง ๆ	104
5.3.7.3 เปรียบเทียบการทำนาย $p_{wall,norm}$ เมื่อ $\beta = 0.75$, ที่ค่า Re ต่าง ๆ	106
5.3.7.4 เปรียบเทียบการทำนาย u/U_{max} เมื่อ $\beta = 0.75$, Re = 54700	107
5.3.8 เปรียบเทียบ Velocity vector และ Stream function contour ของแต่ละ Turbulence model.....	111
5.3.8.1 ตัวอย่างของ Velocity vector และ Stream function contour เมื่อ $\beta = 0.50$, Re = 18400	112
5.3.8.2 ตัวอย่างของ Velocity vector และ Stream function contour เมื่อ $\beta = 0.75$, Re = 18400	117
5.4 บทสรุป	119

สารบัญ (ต่อ)

	หน้า
บทที่ 6 สรุปผลงานวิจัยและข้อเสนอแนะ	120
6.1 สรุปข้อมูลที่ใช้ในงานวิจัย	120
6.2 สรุปผลงานวิจัย	121
6.3 ข้อเสนอแนะในการศึกษาวิจัยต่อไป	122
บรรณานุกรม	123
ภาคผนวกบทความที่ได้รับการตีพิมพ์	128
ประวัติผู้เขียน	138

สารบัญตาราง

ตารางที่	หน้า
2.1 Vena Contracta และ Reattachment Locations	9
2.2 Normalization Factors	9
3.1 พัฒนาการของงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับกลศาสตร์ของไหล	13
3.2 สรุปสมการที่สำคัญในวิทยานิพนธ์	45
3.3 สรุปค่าคงที่ที่ใช้ใน Turbulence model	46
5.1 พารามิเตอร์ที่เกี่ยวข้องกับการจำลองการไหลที่พิจารณาในวิทยานิพนธ์	67
5.2 ข้อมูลจำเพาะของโดเมนการไหล	68
5.3 คุณสมบัติของอากาศ และค่าคงที่ที่จำเป็นต่าง ๆ	69
5.4 สรุปผลการทำนายลักษณะของ Velocity vector และ Stream function contour plot ที่ทำนายโดย $k-\varepsilon$ model และ RSM เมื่อ $\beta = 0.50$	117
5.5 สรุปผลการทำนายลักษณะของ Velocity vector และ Stream function contour plot ที่ทำนายโดย $k-\varepsilon$ model และ RSM เมื่อ $\beta = 0.75$	119
6.1 ข้อมูลจำเพาะของสารทำงานและปริมาณจำเป็นต่าง ๆ	120
6.2 ข้อมูลจำเพาะของโดเมนการไหล	121

สารบัญรูป

รูปที่	หน้า
1.1	ลักษณะของออริฟิสที่พิจารณาในวิทยานิพนธ์ 2
3.1	ปริมาตรควบคุมในแต่ละระบบพิกัด 15
3.2	ไดอะแกรมของแรงแบบต่าง ๆ 17
3.3	ความเค้นบน Fluid element 19
3.4	การกระจายตัวของความเร็วของของไหลได้แผ่นที่กำลังเคลื่อนที่ 21
3.5	การเสียรูปของ Fluid element ที่เกิดขึ้นพร้อมกันใน 2 ด้าน [38] 21
3.6	คุณสมบัติของการไหลแบบแบ่งออกเป็นสองส่วน 28
3.7	กลุ่มต่าง ๆ ของ turbulence model [38, 47, 49] 36
4.1	ขั้นตอนหลักของวิธี Finite volume 48
4.2	ลักษณะการวางเซลล์ใน Staggered grid 49
4.3	แนวโน้มของ φ เมื่อ $0 \leq x \leq L$ ที่ Pe ค่าต่าง ๆ 52
4.4	Control volume ใน 1 มิติ 54
4.5	เงื่อนไขที่ทางเข้าสู่โดเมนการไหลที่พิจารณาในวิทยานิพนธ์ 57
4.6	ความสัมพันธ์ของตัวแปรไร้มิติที่ระยะห่างจากผนังระดับต่าง ๆ 59
4.7	เปรียบเทียบ Boundary layer ของการไหลแต่ละแบบ 61
4.8	แผนผังของ SIMPLE algorithm [47] 65
5.1	ลักษณะของแผ่นออริฟิสที่ใช้ 68
5.2	โดเมนการไหลที่พิจารณา 68
5.3	Profile ของความเร็วสำหรับกรณี Fully developed velocity profile เมื่อ $\beta = 0.50$ 72
5.4	Profile ของความเร็วสำหรับกรณี Fully developed velocity profile เมื่อ $\beta = 0.75$ 72
5.5	แผนผังกรณีศึกษาเมื่อ β เท่ากับ 0.50 73
5.6	แผนผังกรณีศึกษาเมื่อ β เท่ากับ 0.75 74
5.7	ความเป็นอิสระต่อกันของกริดกับผลการทำนาย $p_{wall,norm}$ และ $u_{cl,norm}$ ด้วย $k - \varepsilon$ model 75
5.8	การกระจายตัวของ $p_{wall,norm}$ ตลอดความยาวของท่อ, ทำนายด้วย $k - \varepsilon$ model เมื่อ $\beta = 0.50$ และ $Re = 18400$ 77
5.9	การกระจายตัวของ $u_{cl,norm}$ ตลอดความยาวของท่อ, ทำนายด้วย $k - \varepsilon$ model เมื่อ $\beta = 0.50$ และ $Re = 18400$ 77

สารบัญรูป

รูปที่	หน้า
5.10 การกระจายตัวของ $p_{wall,norm}$ ตลอดความยาวของท่อ, ทำนายด้วย RSM เมื่อ $\beta = 0.50$ และ $Re = 18400$	79
5.11 การกระจายตัวของ $u_{cl,norm}$ ตลอดความยาวของท่อ, ทำนายด้วย RSM เมื่อ $\beta = 0.50$ และ $Re = 18400$	79
5.12 การกระจายตัวของ $p_{wall,norm}$ ตลอดความยาวของท่อ, ทำนายด้วย $k-\varepsilon$ model เมื่อ $\beta = 0.50$ และ $Re = 54700$	81
5.13 การกระจายตัวของ $u_{cl,norm}$ ตลอดความยาวของท่อ, ทำนายด้วย $k-\varepsilon$ model เมื่อ $\beta = 0.50$ และ $Re = 54700$	81
5.14 การกระจายตัวของ $p_{wall,norm}$ ตลอดความยาวของท่อ, ทำนายด้วย RSM เมื่อ $\beta = 0.50$ และ $Re = 54700$	83
5.15 การกระจายตัวของ $u_{cl,norm}$ ตลอดความยาวของท่อ, ทำนายด้วย RSM เมื่อ $\beta = 0.50$ และ $Re = 54700$	83
5.16 การกระจายตัวของ $p_{wall,norm}$ ตลอดความยาวของท่อ, ทำนายด้วย $k-\varepsilon$ model เมื่อ $\beta = 0.50$ และ $Re = 91100$	85
5.17 การกระจายตัวของ $u_{cl,norm}$ ตลอดความยาวของท่อ, ทำนายด้วย $k-\varepsilon$ model เมื่อ $\beta = 0.50$ และ $Re = 91100$	85
5.18 การกระจายตัวของ $p_{wall,norm}$ ตลอดความยาวของท่อ, ทำนายด้วย RSM เมื่อ $\beta = 0.50$ และ $Re = 91100$	87
5.19 การกระจายตัวของ $u_{cl,norm}$ ตลอดความยาวของท่อ, ทำนายด้วย RSM เมื่อ $\beta = 0.50$ และ $Re = 91100$	87
5.20 การกระจายตัวของ $p_{wall,norm}$ ตลอดความยาวของท่อ, ทำนายด้วย $k-\varepsilon$ model เมื่อ $\beta = 0.75$ และ $Re = 18400$	89
5.21 การกระจายตัวของ $u_{cl,norm}$ ตลอดความยาวของท่อ, ทำนายด้วย $k-\varepsilon$ model เมื่อ $\beta = 0.75$ และ $Re = 18400$	89
5.22 การกระจายตัวของ $p_{wall,norm}$ ตลอดความยาวของท่อ, ทำนายด้วย RSM เมื่อ $\beta = 0.75$ และ $Re = 18400$	91
5.23 การกระจายตัวของ $u_{cl,norm}$ ตลอดความยาวของท่อ, ทำนายด้วย RSM เมื่อ $\beta = 0.75$ และ $Re = 18400$	91

สารบัญรูป (ต่อ)

รูปที่	หน้า
5.24 การกระจายตัวของ $p_{wall,norm}$ ตลอดความยาวของท่อ, ทำนายด้วย $k-\varepsilon$ model เมื่อ $\beta = 0.75$ และ $Re = 91100$	93
5.25 การกระจายตัวของ $u_{cl,norm}$ ตลอดความยาวของท่อ, ทำนายด้วย $k-\varepsilon$ model เมื่อ $\beta = 0.75$ และ $Re = 91100$	93
5.26 การกระจายตัวของ $p_{wall,norm}$ ตลอดความยาวของท่อ, ทำนายด้วย RSM เมื่อ $\beta = 0.75$ และ $Re = 91100$	95
5.27 การกระจายตัวของ $u_{cl,norm}$ ตลอดความยาวของท่อ, ทำนายด้วย RSM เมื่อ $\beta = 0.75$ และ $Re = 91100$	95
5.28 u/U_{max} ที่ตำแหน่งต่าง ๆ ทำนายโดย $k-\varepsilon$ model, เมื่อค่า $\beta = 0.75$ และ $Re = 54700$...	96
5.29 u/U_{max} ที่ตำแหน่งต่าง ๆ ทำนายโดย $k-\varepsilon$ model, เมื่อค่า $\beta = 0.75$ และ $Re = 54700$...	97
5.30 u/U_{max} ที่ตำแหน่งต่าง ๆ ทำนายโดย $k-\varepsilon$ model, เมื่อค่า $\beta = 0.75$ และ $Re = 54700$...	98
5.31 u/U_{max} ที่ตำแหน่งต่าง ๆ ทำนายโดย RSM, เมื่อค่า $\beta = 0.75$ และ $Re = 54700$	99
5.32 u/U_{max} ที่ตำแหน่งต่าง ๆ ทำนายโดย RSM, เมื่อค่า $\beta = 0.75$ และ $Re = 54700$	100
5.33 u/U_{max} ที่ตำแหน่งต่าง ๆ ทำนายโดย RSM, เมื่อค่า $\beta = 0.75$ และ $Re = 54700$	101
5.34 ผลการทำนายการกระจายตัวของ $p_{wall,norm}$ ตลอดความยาวของท่อด้วย $k-\varepsilon$ model และ RSM เมื่อ $\beta = 0.50$ และ $Re = 18400$	102
5.35 ผลการทำนายการกระจายตัวของ $p_{wall,norm}$ ตลอดความยาวของท่อด้วย $k-\varepsilon$ model และ RSM เมื่อ $\beta = 0.50$ และ $Re = 54700$	103
5.36 ผลการทำนายการกระจายตัวของ $p_{wall,norm}$ ตลอดความยาวของท่อด้วย $k-\varepsilon$ model และ RSM เมื่อ $\beta = 0.50$ และ $Re = 91100$	103
5.37 ผลการทำนายการกระจายตัวของ $u_{cl,norm}$ ตลอดความยาวของท่อด้วย $k-\varepsilon$ model และ RSM เมื่อ $\beta = 0.50$ และ $Re = 18400$	104
5.38 ผลการทำนายการกระจายตัวของ $u_{cl,norm}$ ตลอดความยาวของท่อด้วย $k-\varepsilon$ model และ RSM เมื่อ $\beta = 0.50$ และ $Re = 54700$	105
5.39 ผลการทำนายการกระจายตัวของ $u_{cl,norm}$ ตลอดความยาวของท่อด้วย $k-\varepsilon$ model และ RSM เมื่อ $\beta = 0.50$ และ $Re = 91100$	105
5.40 ผลการทำนายการกระจายตัวของ $p_{wall,norm}$ ตลอดความยาวของท่อด้วย $k-\varepsilon$ model และ RSM เมื่อ $\beta = 0.75$ และ $Re = 18400$	106

สารบัญรูป (ต่อ)

รูปที่	หน้า
5.41 ผลการทำนายการกระจายตัวของ $p_{wall,norm}$ ตลอดความยาวของท่อด้วย $k-\varepsilon$ model และ RSM เมื่อ $\beta = 0.50$ และ $Re = 91100$	107
5.42 ผลการทำนายการกระจายตัวของ u/U_{max} ตลอดความยาวของท่อด้วย $k-\varepsilon$ model และ RSM เมื่อ $\beta = 0.50$ และ $Re = 54700$ โดยกำหนดความเร็วเป็นแบบ Uniform velocity profile	108
5.43 ผลการทำนายการกระจายตัวของ u/U_{max} ตลอดความยาวของท่อด้วย $k-\varepsilon$ model และ RSM เมื่อ $\beta = 0.50$ และ $Re = 54700$ โดยกำหนดความเร็วเป็นแบบ Uniform velocity profile + Turbulent intensity	108
5.44 ผลการทำนายการกระจายตัวของ u/U_{max} ตลอดความยาวของท่อด้วย $k-\varepsilon$ model และ RSM เมื่อ $\beta = 0.50$ และ $Re = 54700$ โดยกำหนดความเร็วเป็นแบบ Fully developed velocity profile	109
5.45 ผลการทำนายการกระจายตัวของ u/U_{max} ตลอดความยาวของท่อด้วย $k-\varepsilon$ model และ RSM เมื่อ $\beta = 0.50$ และ $Re = 54700$ โดยกำหนดความเร็วเป็นแบบ Fully developed velocity profile + Turbulent intensity	110
5.46 ผลการทำนายการกระจายตัวของ u/U_{max} ตลอดความยาวของท่อด้วย $k-\varepsilon$ model และ RSM เมื่อ $\beta = 0.50$ และ $Re = 54700$ โดยกำหนดความเร็วเป็นแบบ Experimental velocity profile	110
5.47 ผลการทำนายการกระจายตัวของ u/U_{max} ตลอดความยาวของท่อด้วย $k-\varepsilon$ model และ RSM เมื่อ $\beta = 0.50$ และ $Re = 54700$ โดยกำหนดความเร็วเป็นแบบ Experimental velocity profile + Turbulent intensity	111
5.48 Velocity vector และ Stream function contour plot ที่ทำนายโดย $k-\varepsilon$ model และ RSM เมื่อ $\beta = 0.50$, $Re = 18400$ โดยกำหนดความเร็วเป็นแบบ Uniform velocity profile ...	112
5.49 Velocity vector และ Stream function contour plot ที่ทำนายโดย $k-\varepsilon$ model และ RSM เมื่อ $\beta = 0.50$, $Re = 18400$ โดยกำหนดความเร็วเป็นแบบ Uniform velocity profile + Turbulent intensity	113
5.50 Velocity vector และ Stream function contour plot ที่ทำนายโดย $k-\varepsilon$ model และ RSM เมื่อ $\beta = 0.50$, $Re = 18400$ โดยกำหนดความเร็วเป็นแบบ Fully developed velocity profile	115

สารบัญรูป (ต่อ)

รูปที่	หน้า
5.51	Velocity vector และ Stream function contour plot ที่ทำนายโดย $k-\varepsilon$ model และ RSM เมื่อ $\beta = 0.50$, $Re = 18400$ โดยกำหนดความเร็วเป็นแบบ Fully developed velocity profile + Turbulent intensity116
5.52	Velocity vector และ Stream contour plot ที่ทำนายโดย $k-\varepsilon$ model และ RSM เมื่อ $\beta = 0.75$, $Re = 18400$ โดยกำหนดความเร็วเป็นแบบ Uniform velocity profile118

รายการสัญลักษณ์

สัญลักษณ์	ชื่อ/ความหมาย
a	constant in discretisation equation
a	sound speed
A_i	constant in discretisation equation
B	constant in Π equation, = -2.5
B	orifice thickness
B_i	constant in discretisation equation
C	constant in U – plus equation, = 5.5
C_1	constant in $\phi_{ij,1}$ equation, = 1.8
C_2	constant in $\phi_{ij,2}$ equation, = 0.60
$C_{1\varepsilon}$	constant in \mathcal{E} equation, = 1.44
$C_{2\varepsilon}$	constant in \mathcal{E} equation, = 1.92
$C_{3\varepsilon}$	constant in \mathcal{E} equation
C'_1	constant in $\phi_{ij,w}$ equation, = 0.5
C'_2	constant in $\phi_{ij,w}$ equation, = 0.3
C_i	constant in discretisation equation
C_μ	constant in the turbulent viscosity equation
C_{ij}	convection
d	orifice diameter
D	pipe diameter,
D_h	hydraulic diameter
D_i	constant in discretisation equation
$D_{L,ij}$	molecular diffusion
$D_{T,ij}$	turbulent diffusion
\hat{e}_r	unit normal vector in r direction
\hat{e}_θ	unit normal vector in θ direction
E	constant in U – plus equation, = 9.793
\mathbf{F}	total force vector
\mathbf{F}_B	body force vector

รายการสัญลักษณ์ (ต่อ)

สัญลักษณ์	ชื่อ/ความหมาย
\mathbf{F}_{Bx}	body force vector in x direction
\mathbf{F}_{By}	body force vector in y direction
\mathbf{F}_{Bz}	body force vector in z direction
F_{ij}	production by system rotation
\mathbf{F}_S	surface force vector
\mathbf{F}_{Sx}	surface force vector in x direction
\mathbf{F}_{Sy}	surface force vector in y direction
\mathbf{F}_{Sz}	surface force vector in z direction
\mathbf{F}_x	total force vector in x direction
\mathbf{F}_y	total force vector in y direction
\mathbf{F}_z	total force vector in z direction
g_i	gravitational component vector
g_x	gravity acceleration in x direction
g_y	gravity acceleration in y direction
g_z	gravity acceleration in z direction
G_b	generation of turbulent kinetic energy due to buoyancy
G_k	generation of turbulent kinetic energy due to means velocity gradients
G_{ij}	buoyancy production
$\hat{\mathbf{i}}$	unit normal vector in x direction
I	turbulent intensity
$\hat{\mathbf{j}}$	unit normal vector in y direction
k	kinetic energy
$\hat{\mathbf{k}}$	unit normal vector in z direction
$\ell_{r,norm}$	normalize of radial position
ℓ_t	turbulent length scale
$\ell_{x,norm}$	normalize of axial position
L	characteristic length
L_{dn}	downstream length

รายการสัญลักษณ์ (ต่อ)

สัญลักษณ์	ชื่อ/ความหมาย
L_{up}	upstream length
m	mass
M_t	turbulent much number
p	pressures
p	wall static pressure value
p^*	initial pressure guess value
p_{in}	inlet wall static pressure value
p_{out}	outlet wall static pressure value
$p_{wall,norm}$	normalize of wall static pressure
P	linear momentum vector
Pe	Peclet number
P_{ij}	stress production
Pr	Prandtl number
Pr_t	turbulent Prandtl number
r	r direction, pipe radius
Re	Reynolds number
Re_{D_h}	Reynolds number based on hydraulic diameter
S	modulus of the mean strain rate tensor
Sc	Schmidt number
S_k	source term in k equation
S_{user}	user – defined source term
S_ε	source term in ε equation
t	time
T_0	time period
u	centerline velocity
u	velocity in x direction
u'	fluctuating parts velocity in x direction
u^+	u – plus, dimensionless velocity

รายการสัญลักษณ์ (ต่อ)

สัญลักษณ์	ชื่อ/ความหมาย
u^*	friction velocity
$u_{cl,norm}$	normalize of centerline velocity
U	mean part velocity in x direction
U_{av}	average velocity
U_{max}	maximum centerline velocity
v	velocity in y direction
v'	fluctuating parts velocity in y direction
v^*	initial velocity guess value
V	mean part velocity in y direction
\mathbf{V}	velocity vector
V_r	velocity in r direction
V_t	turbulent velocity
V_z	velocity in z direction
V_θ	velocity in θ direction
w	velocity in z direction
w'	fluctuating parts velocity in z direction
W	mean part velocity in z direction
x	x Direction
y	y Direction
y^+	y - plus, dimensionless position
Y_M	overall dissipation rate
z	z direction
Greek alphabet	
α_p	under – relaxation factor
β	beta ratio, thermal expansion coefficient
ε	turbulent kinetic energy dissipation rate
ε_{ij}	strain in j direction acts on the area that perpendicular to i axis

รายการสัญลักษณ์ (ต่อ)

สัญลักษณ์	ชื่อ/ความหมาย
ε_{ij}	dissipation
ε_p	near wall turbulent dissipation rate
η	transverse direction of longitudinal pipe line
κ	Von Kármán constant, = 0.4187
λ	second viscosity coefficient
μ	dynamic viscosity
μ_t	turbulent viscosity or the eddy – viscosity
Π	wake parameter
φ	total property
Φ	mean part property
φ'	fluctuating parts property
ρ	fluid density
σ_{ii}	normal stress in i direction
σ_k	turbulent Prandtl number for k
σ_ε	turbulent Prandtl number for ε , = 1.3
τ_{ij}	stress in j direction acts on the area that perpendicular to i axis
τ_w	wall shear stress
θ	θ Direction, Orifice beveled angle
ϕ_1	first angle of deformation
ϕ_2	second angle of deformation
ϕ_{ij}	pressure strain
$\phi_{ij,1}$	slow pressure – strain term
$\phi_{ij,2}$	rapid pressure – strain term
$\phi_{ij,w}$	wall – reflection term

ดัชนีล่าง (Subscripts)

e, n, w, s	interface control volume between face $P \& E, P \& N, P \& W$ and $P \& S$
E, N, W, S	neighbor node around central control volume, East, North, West and South

รายการสัญลักษณ์ (ต่อ)

สัญลักษณ์	ชื่อ/ความหมาย
i, j, k	cartesian indices
r, θ, z	cylindrical indices
k	for k equation
ε	for ε equation
nb	neighbor node
t, T	turbulent
max	maximum
$cl, norm$	normalize at centerline property
$wall, norm$	normalize at wall property
av	average
w	wall position
h	hydraulic
$user$	for user

ดัชนีบน (Superscripts)

'	fluctuating property
*	guess value, Current value of variable during iteration
+	normalize at the wall
-	time averaging operation

บทที่ 1

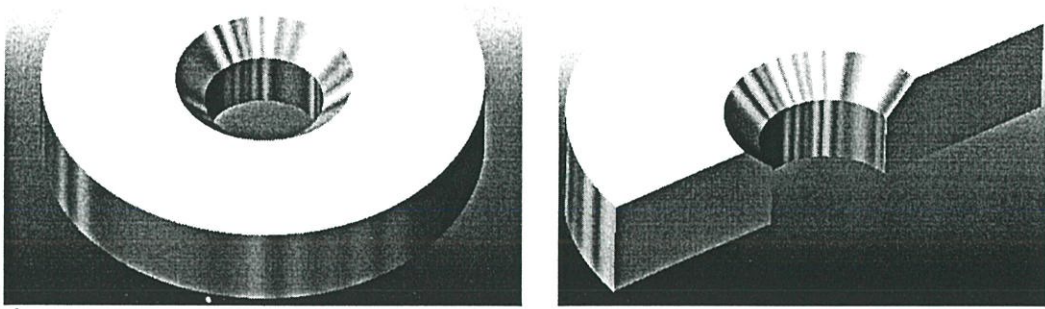
บทนำ

1.1 ความสำคัญและที่มาของวิทยานิพนธ์

มนุษย์ได้พัฒนาอุปกรณ์วัดอัตราการไหลของของไหลขึ้นมาในหลายลักษณะ ซึ่งแต่ละลักษณะก็มีรูปแบบ วิธีการใช้งาน ข้อจำกัด ข้อดี และข้อเสียแตกต่างกันไป แม้ว่ารูปแบบหรือวิธีการวัดอัตราการไหลของของไหลจะมีการพัฒนาไปอย่างมากเมื่อเทียบกับในอดีต แต่ในการวัดอัตราการไหลของของไหลในอุตสาหกรรมหลาย ๆ แขนงก็ยังใช้อุปกรณ์วัดอัตราการไหลที่เคยใช้เมื่อประมาณเกือบหนึ่งศตวรรษที่ผ่านมา อุปกรณ์ที่กล่าวถึงนี้คือ ออร์ฟิส ด้วยเหตุผลที่ว่า ออร์ฟิสเป็นอุปกรณ์วัดอัตราการไหลที่ราคาถูกกว่าเมื่อเทียบกับอุปกรณ์วัดอัตราการไหลอื่น ๆ ที่มีความแม่นยำระดับเดียวกัน ออร์ฟิสติดตั้งได้ง่าย ทนทานและไม่จำเป็นต้องปรับเทียบ (Calibration) บ่อยครั้งเช่น อุปกรณ์วัดอัตราการไหลอื่น ๆ และที่สำคัญการบำรุงรักษาในระยะยาวก็ต่ำกว่า แต่ก็มีข้อเสียอยู่บ้าง กล่าวคือ ความแม่นยำในการวัดอัตราการไหลยังไม่สูงมากนัก ความผิดพลาดในการวัดอัตราการไหลนี้เองก่อให้เกิดความเสียหายเชิงเศรษฐศาสตร์อย่างยิ่ง ยกตัวอย่างเช่น ในแต่ละปีของอุตสาหกรรมก๊าซธรรมชาติในประเทศสหรัฐอเมริกามีความสูญเสียถึง 250 ล้านดอลลาร์ คิดเป็นเงินไทยประมาณไม่ต่ำกว่า 10,000 ล้านบาทต่อปี ซึ่งถือว่าเป็นความสูญเสียที่สูงมาก [27]

มาตรฐานที่ใช้ในการปรับเทียบการวัดอัตราการไหลด้วยออร์ฟิสนั้นมีหลายมาตรฐานที่เดียว แต่ที่นิยมกันมากมีอยู่ 2 มาตรฐานหลัก ได้แก่ มาตรฐาน ISO ซึ่งใช้ในทวีปยุโรป และมาตรฐาน ANSI ซึ่งใช้ในทวีปอเมริกา แต่เงื่อนไขการไหล (Flow condition) และตัวเลขที่ใช้ในการปรับเทียบอัตราการไหล ในที่นี้คือค่า Discharge coefficient (C_d) ของทั้งสองมาตรฐานนี้ยังค่อนข้างแตกต่างกัน จากปัญหาที่ได้กล่าวถึงนี้เองทำให้เป็นประเด็นโต้แย้งในเชิงวิชาการอยู่มาก นักวิจัยจำนวนไม่น้อยจึงมุ่งให้ความสนใจที่จะหาค่า C_d เพื่อยืนยันความถูกต้องของทั้งสองมาตรฐานที่กล่าวข้างต้น

สำหรับวิทยานิพนธ์ฉบับนี้แตกต่างจากงานวิจัยส่วนมาก กล่าวคือ วิทยานิพนธ์ฉบับนี้มีได้มุ่งความสนใจไปที่การหาค่า C_d แต่ได้มุ่งความสนใจไปที่การจำลองการไหลในท่อผ่านแผ่นออร์ฟิสด้วยวิธีปริมาตรสี่เหลี่ยม (Finite volume method) เพื่อที่จะเป็นการให้รายละเอียดด้วยการศึกษาเชิงตัวเลขที่มีอยู่ไม่มากนักในปัจจุบัน ด้วยความเชื่อประการหนึ่งที่ว่า หากมีข้อมูลและรายละเอียดตลอดจนความรู้ที่มากขึ้นเกี่ยวกับการไหลของของไหลผ่านออร์ฟิสแล้ว จะเป็นแนวทางสำคัญยิ่งในการปรับปรุงหรือแก้ไขค่าปรับเทียบที่พยายามค้นหากันอยู่ในปัจจุบัน ให้ถูกต้องสมบูรณ์ได้นั่นเอง ลักษณะของแผ่นออร์ฟิสที่พิจารณาในวิทยานิพนธ์ฉบับนี้เป็นดังแสดงในรูปที่ 1.1



รูปที่ 1.1 ลักษณะของออริฟิสที่พิจารณาในวิทยานิพนธ์

1.2 วัตถุประสงค์ของวิทยานิพนธ์

1.2.1 เพื่อศึกษาพฤติกรรมการไหลแบบปั่นป่วนของอากาศในท่อที่มีการติดตั้งแผ่นออริฟิสที่มี β เท่ากับ 0.5 และ 0.75 เมื่อ β เป็นอัตราส่วนของเส้นผ่านศูนย์กลางของรูออริฟิสต่อเส้นผ่านศูนย์กลางของท่อ

1.2.2 เพื่อศึกษาความสามารถของแบบจำลองความปั่นป่วน (Turbulence model) ในการจำลองการไหลแบบปั่นป่วนในท่อที่มีการติดตั้งแผ่นออริฟิส

1.2.3 เพื่อศึกษาและเปรียบเทียบ Numerical differencing scheme ที่มีต่อความแม่นยำในการจำลองการไหล (หลังจากนี้จะเรียกสั้น ๆ ว่า Scheme)

1.3 สมมุติฐานของวิทยานิพนธ์

1.3.1 พิจารณาการไหลที่สภาวะคงตัว (Steady flow)

1.3.2 การไหลเป็นแบบอัดตัวไม่ได้ (Incompressible flow)

1.3.3 เป็นการไหลชนิดหนืด (Viscous flow)

1.3.4 เป็นการไหลในสองมิติแบบสมมาตร (2 – dimensional axisymmetric flow)

1.4 ทฤษฎีหรือแนวความคิดที่ใช้ในวิทยานิพนธ์

1.4.1 ค่าคุณสมบัติต่าง ๆ ในการไหลแบบปั่นป่วนนั้นสามารถแยกได้ออกเป็น 2 ส่วน คือ ส่วนเฉลี่ย (Mean part) และส่วนที่มีการเปลี่ยนแปลงหรือสั่น (Fluctuating parts)

1.4.2 เมื่อทำการเฉลี่ยในช่วงเวลาหนึ่ง (Time averaging) แล้วจะทำให้ Fluctuating parts มีค่าเป็นศูนย์ แต่จะทำให้มีเทอมพิเศษเกิดขึ้นมา เรียกว่า Reynolds stress term ซึ่งเทอมพิเศษเหล่านี้เองจะต้องจำลองด้วย Turbulence model ในการวิเคราะห์การไหล

1.5 ขอบเขตของวิทยานิพนธ์

1.5.1 ใช้วิธีเชิงตัวเลขที่เรียกว่าวิธี Finite volume ในการจำลองลักษณะการไหลแบบปั่นป่วนในท่อที่มีการติดตั้งแผ่นออริฟิส

1.5.2 แผ่นออริฟิสพิจารณานั้นมีค่า β เท่ากับ 0.5 และ 0.75 ติดตั้งให้ร่วมศูนย์กับท่อและแผ่นออริฟิสมีการบากทำมุม 45° กับระนาบของแผ่น

1.5.3 ใช้ Turbulence model 2 รูปแบบ คือ $k - \varepsilon$ model และ Reynolds stress model (RSM) ในการทำนายการไหล

1.5.4 ใช้ Scheme 4 แบบ คือ First order upwind (FOU), Power law, second order upwind (SOU) และ the quadratic upstream interpolation for convection kinematics (QUICK) ในการประมาณตัวแปร ϕ ในสมการเชิงอนุพันธ์ย่อย

1.5.5 นำผลการจำลองการไหลที่ได้ไปเปรียบเทียบกับผลการทดลองของ Nail, G. H. [27] เพื่อแสดงความแม่นยำในการจำลองการไหล

1.6 ขั้นตอนของการทำวิทยานิพนธ์

1.6.1 ศึกษาพฤติกรรมและลักษณะการไหลแบบปั่นป่วน รวมทั้ง Turbulence model

1.6.2 ศึกษาหลักการและขั้นตอนการประยุกต์ใช้วิธี Finite volume กับ การจำลองการไหล

1.6.3 ศึกษาและรวบรวมงานวิจัยหรือการทดลองที่มีความเกี่ยวข้อง รวมไปถึงเลือกงานวิจัยหรือการทดลองที่เหมาะสมมาใช้เป็นต้นแบบในการจำลองการไหล

1.6.4 ประยุกต์ใช้วิธี Finite volume และ Turbulence model ร่วมกับ Scheme เพื่อจำลองการไหลที่สอดคล้องกับงานวิจัยหรือการทดลองที่ได้เลือกเป็นต้นแบบ

1.6.5 เปรียบเทียบผลลัพธ์ที่ได้จากการจำลองการไหลกับผลงานการวิจัยหรือผลการทดลองต้นแบบ

1.6.6 สรุปผลการจำลองการไหลที่ได้ด้วยวิธี Finite volume ทั้งหมด

1.7 ประโยชน์ที่ได้รับจากวิทยานิพนธ์

1.7.1 ทราบถึง Turbulence model ที่เหมาะสมในการจำลองการไหลแบบปั่นป่วนในท่อผ่านแผ่นออริฟิสที่มี β เท่ากับ 0.5 และ 0.75

1.7.2 ทราบถึงความแม่นยำตลอดจนความเข้ากันได้ของ Scheme กับแบบ Turbulence model เมื่อค่า Re เป็น 18400, 54700 และ 91100

1.7.3 ช่วยให้ข้อมูลที่ได้จากการศึกษาเชิงตัวเลขด้วยวิธี Finite volume เพิ่มมากขึ้นในการสนับสนุนงานวิจัยเรื่องการจำลองการไหลผ่านแผ่นออริฟิส อันจะเป็นประโยชน์ในการปรับปรุงค่า C_d ที่จำเป็นอย่างยิ่งในการเปรียบเทียบการวัดอัตราการไหลของของไหลด้วยออริฟิสมิเตอร์ ซึ่งในปัจจุบันมีอยู่ถึง 2 มาตรฐานหลัก ได้แก่ มาตรฐาน ISO และมาตรฐาน ANSI

บทที่ 2

งานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

2.1 บทนำ

นับจากอดีตจนถึงปัจจุบันได้มีการศึกษาค้นคว้าและวิจัยเกี่ยวกับการไหลแบบปั่นป่วนผ่านแผ่นออริฟิสควบคู่กันไปทั้งในเชิงการทดลอง และการวิเคราะห์เชิงตัวเลข ซึ่งในบทที่ 2 นี้จะกล่าวอ้างถึงงานวิจัยทั้งสองลักษณะอย่างสังเขป เพื่อให้ผู้อ่านได้เห็นภาพรวม ตลอดจนการดำเนินไปของงานวิจัยข้างต้น ดังต่อไปนี้

2.2 งานวิจัยเชิงการทดลองที่เกี่ยวข้องกับการไหลในท่อผ่านแผ่นออริฟิส

2.2.1 งานวิจัยของ Krall และ Sparrow [19] 1966

Krall และ Sparrow เป็นบุคคลกลุ่มแรกที่ได้ทำการทดลองวัดคุณลักษณะการถ่ายเทความร้อน (Characteristics of heat transfer) ในบริเวณใกล้ ๆ กับแผ่นออริฟิส ทั้งนี้ตำแหน่ง Reattachment มีนิยามมาจากตำแหน่งตามแนวแกนที่ได้จากค่า Nusselt number (Nu_x) สูงสุด ในการทดลองครั้งได้ใช้ออริฟิสหลายขนาด คือ β ตั้งแต่ 0.25 ถึง 0.67 และเงื่อนไขการไหล คือ พิจารณาที่ Re ตั้งแต่ 1×10^4 ถึง 1.3×10^5 และใช้ค่า Prandtl number (Pr) เท่ากับ 3 และ 6 โดยการทดลองนี้พวกเขาสนใจว่า β, Re และ Pr มีผลอย่างไรต่อคุณลักษณะการถ่ายเทความร้อนในบริเวณใกล้แผ่นออริฟิส นอกจากนี้พวกเขายังได้พบว่าหากพล็อตกราฟการกระจายตัวของ Nu_x ตลอดความยาวของชุดทดลองแล้ว ที่ β เท่ากับ 0.67 จะให้ผลการสังเกตได้ชัดเจนที่สุด และที่ β ค่านี้เองที่ได้แสดงว่าตำแหน่ง Reattachment จะมีค่าคงที่หากการทดลองมีการเปลี่ยนแปลงค่า Re

2.2.2 งานวิจัยของ Dyban และ Epick [12] 1970

Dyban และ Epick ได้ทำวิจัยเกี่ยวกับการวัดสนามการไหลบริเวณใกล้กับแผ่นออริฟิส 2 ขนาด คือ β เท่ากับ 0.25 และ 0.67 ด้วยเส้นลวดความร้อนชนิดเดี่ยว (Single filament hot wire) ที่ตำแหน่งต่าง ๆ ตลอดความยาวเมื่อ Re เท่ากับ 30,000 จากการทดลองพบว่าที่ตำแหน่ง x/D ค่ารากที่สองของความเร็วกำลังสองเฉลี่ย (RMS. velocity) ที่ตำแหน่งต่าง ๆ เป็นดังนี้ 1. ที่ตำแหน่งแนวกลางของท่อจะมีการ Fluctuate ประมาณ 4 – 5% 2. ที่ตำแหน่งขอบของการหมุนวน (Edge of eddy) จะมีการ Fluctuate ประมาณ 27% และ 3. ที่ตำแหน่งใกล้ ๆ กับผนังจะมีการ Fluctuate ประมาณ 44% นอกจากนี้พวกเขายังได้สมมุติว่าตำแหน่ง Reattachment นั้นเป็นตำแหน่งเดียวกับตำแหน่งที่ให้พื้นที่เฉลี่ย ที่สัมพันธ์กับค่า RMS. Velocity มีค่าสูงสุด (Maximum area – averaged)

ผลลัพธ์ที่ได้คือ ตำแหน่ง Reattachment จะขึ้นอยู่กับค่า β มากกว่าที่จะขึ้นอยู่กับค่า Re ซึ่งผลการทดลองนี้ให้แนวโน้มเช่นเดียวกันกับการทดลองของ Krall และ Sparrow [19]

2.2.3 งานวิจัยของ Teyssandier และ Wilson [45] 1973

Teyssandier และ Wilson ได้เปรียบเทียบผลลัพธ์เชิงการวิเคราะห์ (Analytical) กับผลลัพธ์เชิงการทดลอง (Experimental) เมื่อ Re ของอากาศมีค่าเป็น 1×10^4 การวัดความเร็วที่ไหลผ่านแผ่นออริฟิสขนาด β เท่ากับ 0.5 จะใช้เส้นลดความร้อนชนิดเดียว ผลการทดลองที่ตำแหน่ง x/R เท่ากับ -2.5 พบว่า Velocity profile ที่วัดได้มีลักษณะที่สอดคล้องดีมากกับ Velocity profile ที่ได้จาก 1/7th Power law แต่ทางด้าน Downstream พบว่าความเร็วเฉลี่ยสูงสุดที่วัดได้และความดันต่ำสุดที่วัดได้เกิดขึ้นที่ตำแหน่ง x/R เท่ากับ 0.083 และ 0.583 ตามลำดับ ซึ่งไม่สอดคล้องกันอย่างยิ่ง ในทางทฤษฎีแล้วทั้งสองค่าดังกล่าวต้องเกิดขึ้นที่ตำแหน่งเดียวกัน นอกจากนี้พวกเขายังได้พบว่าความยาวบริเวณที่เกิดการหมุนวน (Recirculation zone) นั้นสอดคล้องกันเป็นอย่างดีกับผลลัพธ์ในเชิงวิเคราะห์ แต่กลับให้ค่าที่สูงกว่าผลการทดลองของ Dyban และ Epik [12]

2.2.4 งานวิจัยของ Teyssandier และ Husain [44] 1973

Teyssandier และ Husain ได้ทำการทดลองวัดความเร็วของอากาศผ่านแผ่นออริฟิสขอบสี่เหลี่ยม (Square – edged) หรือออริฟิสที่ไม่ได้มีการบากทำมุมกับระนาบของแผ่นนั่นเอง โดยออริฟิสที่ใช้มี 3 ขนาดได้แก่ β เท่ากับ 0.299, 0.498 และ 0.697 และทุกขนาดหนา $1/4$ นิ้ว เมื่อ Re มีค่า 2.1×10^4 ถึง 1.6×10^5 จุดที่วัดค่าความดันมีทั้งสิ้น 49 จุด ซึ่งได้แก่ ด้าน Upstream 15 จุด, ด้านหน้าแผ่นออริฟิส 1 จุด, ด้านหลังแผ่นออริฟิส 1 จุด และด้าน Downstream 32 จุด จากผลการทดลองพบว่า ตำแหน่งที่การกระจายตัวของความดันได้รับอิทธิพลจากการติดตั้งออริฟิสที่ด้าน Upstream คือ x/D เท่ากับ -0.62 ส่วนด้าน Downstream คือ x/D เท่ากับ 1.16, 0.83 และ 0.5 สำหรับ β เท่ากับ 0.299, 0.498 และ 0.697 ตามลำดับ

2.2.5 งานวิจัยของ Bates [1] 1981

Bates ได้ทำการทดลองเกี่ยวกับการไหลของน้ำผ่านแผ่นออริฟิสขอบสี่เหลี่ยมที่มี β เท่ากับ 0.5 โดยมีค่า Re ตั้งแต่ 3.38×10^4 ถึง 9.15×10^4 ปริมาณที่เขาสนใจวัดในการทดลองอันนี้คือ ความเร็วเฉลี่ย (Mean velocity) และความเข้มขุ่นของความปั่นป่วน (Turbulence intensity) ซึ่งจะวัดทั้งสิ้น 5 ตำแหน่ง คือ ที่ด้าน Upstream และ Downstream จำนวน 2 และ 3 ตำแหน่งตามลำดับ โดยการทดลองครั้งนี้เป็นการวัดด้วย Laser Doppler Velocimeter (LDV) ใน 1 มิติ

เมื่อพิจารณาการวัดความเร็ว Bates พบว่าที่ตำแหน่ง x/D เท่ากับ -0.535 ลักษณะของ Velocity profile ที่วัดได้มีลักษณะที่สอดคล้องดีมากกับ Velocity profile ที่ได้จาก 1/7th Power law

และที่ตำแหน่ง x/D เท่ากับ -0.32 จะสามารถสังเกตการเปลี่ยนแปลงของขนาดและทิศทางของความเร็วในแนวรัศมีได้ ส่วนด้าน Downstream ณ ตำแหน่งแนวเส้นผ่านศูนย์กลางของท่อนั้นจะมีขนาดของความเร็วค่อนข้างคงที่ ซึ่งยังคงเป็นเช่นนี้สำหรับการไหลที่มีค่า Re เพิ่มขึ้น เพียงแต่ขนาดของความเร็วจะลดลง นอกจากนี้เมื่อค่า Re เพิ่มขึ้นจนสูงสุดจะทำให้มีความเร็วตามย้อนกลับในทิศทางตามแกนเพิ่มขึ้นสูงสุดด้วย ซึ่งจะเกิดที่ตำแหน่ง x/D เท่ากับ 0.5 และตำแหน่ง r/R เท่ากับ 0.075 โดยขนาดความเร็วสูงสุดนี้คิดเป็น 23% ของความเร็วเฉลี่ยที่ตำแหน่งด้าน Upstream x/D เท่ากับ -0.5 นอกจากนี้ Bates ยังพบอีกว่าตำแหน่งที่ Velocity gradients อย่างมากนั้นมักจะเกิดที่ x/D ใกล้ ๆ กับ 0.5 และที่ตำแหน่งนี้เองความเร็วเฉลี่ยที่แนวเส้นผ่านศูนย์กลางที่จะค่อย ๆ ลดลงทีละน้อยเช่นเดียวกับการปรับตัวของ Velocity profile ในด้าน Downstream ของออริฟิสนั้นเอง

เมื่อพิจารณาการวัดความเข้มข้นของความปั่นป่วน Bates ได้ชี้ให้เห็นว่าที่ตำแหน่ง x/D เท่ากับ -0.535 นั้นความเข้มข้นของความปั่นป่วนจะเพิ่มขึ้น 1 ถึง 2% กว่าจะทำให้ความเร็วอยู่ในระดับ 4% ของความเร็วเฉลี่ยด้าน Upstream หรือกล่าวได้อีกอย่างหนึ่งว่า ความเข้มข้นของความปั่นป่วนจะเพิ่มขึ้น 25 ถึง 50% กว่าจะทำให้ความเร็วเท่ากับความเร็วเฉลี่ยด้าน Upstream แต่ในขณะที่ด้าน Downstream ค่อนข้างจะคงที่ (Nearly constant) จากการทดลองพบว่าค่าความเข้มข้นของความปั่นป่วนสูงสุดนั้นจะเกิดใน Shear layer ซึ่งมีค่าตั้งแต่ 40 ถึง 70% ภายในบริเวณการไหลย้อนกลับ (Negative flow zone) ค่าความเข้มข้นของความปั่นป่วนจะมีค่าลดลงจากค่าความเข้มข้นของความปั่นป่วนสูงสุด และท้ายสุด Bates ได้แบ่งบริเวณด้าน Downstream ออกเป็น 3 ส่วนด้วยกันดังนี้คือ 1. บริเวณแนวเส้นผ่านศูนย์กลาง (Central core) 2. บริเวณ Shear layer และ 3. บริเวณการไหลย้อนกลับที่ชิดกับผนัง (Negative flow adjacent to the wall)

2.2.6 งานวิจัยของ Millan et al. [25] 1989

Millan et al. ได้ทำการทดลองการไหลของอากาศ ผ่านแผ่นออริฟิสนี้มี β เท่ากับ 0.4 และ 0.6 ที่ Re เท่ากับ 5×10^4 และ 1×10^5 แต่บางการทดลองเขาได้ใช้ β เท่ากับ 0.7 ด้วย LDV 1 มิติ เขาพบว่าเมื่อ β มีค่าลดลง จะทำให้ค่าความยาวศักย์ที่แนวกลาง (Length of potential core) จะลดลง ในขณะที่บริเวณการหมุนวนจะสูงขึ้น นอกจากนี้ยังพบว่าตำแหน่งของ Reattachment นั้นไม่ค่อยเปลี่ยนแปลงไปมากนักเมื่อเปลี่ยน β จาก 0.4 ถึง 0.7 แสดงว่าตำแหน่งของ Reattachment นั้นไม่ค่อยไว (Insensitve) ต่อค่า β

Millan et al. ได้หาตำแหน่งของ Vena contracta ด้วยวิธีการ 3 วิธีดังนี้ 1. กำหนดหา Stream function จากนั้นหาดำแหน่งที่จุดสัมผัสที่มีค่าเป็นศูนย์บนเส้น $\psi = 1$ ด้าน Downstream วิธีการนี้จะให้ตำแหน่ง Vena contracta ที่ x/D เท่ากับ 0.29 และ 0.30 เมื่อใช้ออริฟิสนี้ขนาดที่มี β เท่ากับ 0.6 และ 0.7 ตามลำดับที่ Re เท่ากับ 5×10^4 แต่ที่ค่า Re เท่ากับ 1×10^5 จะให้ตำแหน่ง Vena

contracta ที่ x/D เท่ากับ 0.40 และ 0.70 เมื่อใช้ออร์ฟิซขนาด β เท่ากับ 0.7 และ 0.4 ตามลำดับ วิธีที่ 2. หาค่าแห่งที่ให้ความเร็วตามแนวแกนสูงสุดบนแนวเส้นผ่านศูนย์กลาง การใช้วิธีการนี้จะให้ตำแหน่ง Vena contracta ที่ x/D เท่ากับ 0.56 และ 0.82 สำหรับ β เท่ากับ 0.7 และ 0.6 ตามลำดับเมื่อ Re เท่ากับ 5×10^4 และที่ x/D เท่ากับ 0.59 และ 0.80 สำหรับ β เท่ากับ 0.7 และ 0.4 ตามลำดับเมื่อ Re เท่ากับ 1×10^5 คณะวิจัยได้กล่าวว่าค่าแห่งที่ให้ความเร็วตามแนวแกนสูงสุดจะเป็นตำแหน่งเดียวกันกับ Vena contracta และสุดท้ายวิธีที่ 3. หาค่าแห่งบนแนวเส้นผ่านศูนย์กลางที่ทำให้ Radial velocity profile มีการเปลี่ยนเครื่องหมาย วิธีการนี้จะให้ตำแหน่ง Vena contracta ที่ x/D เท่ากับ 0.46 เมื่อ β เท่ากับ 0.7 ถ้า Re เท่ากับ 5×10^4

2.2.7 งานวิจัยของ Shen et al. [40] 1988

Shen et al. ได้ใช้เทคนิคการวัดความเร็วด้วย LDV ใน 2 มิติมาใช้ในการทดลองที่มีการกำหนดค่า Re ของน้ำที่ 1.4×10^5 ให้ไหลผ่านแผ่นออริฟิซแบบเดี่ยว และแบบคู่ที่มีค่า β เท่ากับ 0.75 และปากทำมุม 30° เทียบกับระนาบของแผ่น คณะผู้ทำวิจัยได้ชี้ไว้ว่าหากใช้ออร์ฟิซที่มีการปากทำมุมน้อย ๆ แล้วจะทำให้ยากต่อการวัด และมีค่าความผิดพลาดมาก การทดลองครั้งนี้ได้มีการวัดปริมาณความปั่นป่วน (Turbulence quantities) หลายปริมาณด้วยกัน ซึ่งรวมไปถึง Reynolds stress $\overline{u'v'}$ ด้วย ทั้งนี้ทุกปริมาณที่วัดนั้นได้ผ่านการทำ Time averaged จากการทดลองพบว่าการหมุนวนไม่เกิดที่ด้าน Upstream ส่วนด้าน Downstream พบว่าตำแหน่ง Vena contracta และตำแหน่งที่ความเร็วเป็นศูนย์ในบริเวณการหมุนวนเกิดที่ x/D เท่ากับ 0.25 และ 0.68 ตามลำดับ

2.2.8 งานวิจัยของ Nail [27] 1991

Nail ได้ทำวิทยานิพนธ์เรื่อง การศึกษาการไหลใน 3 มิติผ่านแผ่นออริฟิซ ในงานชิ้นนี้เขาได้ใช้ LDV ใน 3 มิติเป็นอุปกรณ์หลักในการวัดและเก็บข้อมูลการไหลของอากาศผ่านออริฟิซที่มี β เท่ากับ 0.50 และ 0.75 ตามลำดับ แผ่นออริฟิซที่ใช้มีขนาด 3.175 mm และปากทำมุม 45° กับระนาบแผ่นติดตั้งให้มีศูนย์กลางร่วมกับท่อขนาด 50.8 mm โดยค่า Re ที่พิจารณาอยู่ที่ 18400, 54700 และ 91100 ตำแหน่งที่เขาวัดนั้นมีประมาณ 700 ตำแหน่งตลอดความยาวของชุดทดลอง ซึ่งแต่ละตำแหน่งนั้นจะเก็บบันทึก Non – orthogonal velocity component ในทั้ง 3 แนวแกนรวมทั้งสิ้น 4096 ชุดข้อมูล จากนั้นชุดข้อมูลดังกล่าวจะถูกนำไปทำ Time averaged แล้วจะได้ปริมาณพื้นฐาน (Basic quantities) ซึ่งได้แก่ Time averaged orthogonal mean velocities, variances และ Covariance หรือ (Reynolds stress tensor) ซึ่งปริมาณเหล่านี้จะนำไปคำนวณหาปริมาณอีกลักษณะหนึ่ง เรียกว่า Derived quantities

การทดลองของ Nail ที่ทำไว้ยังได้นำไปเปรียบเทียบกับผลลัพธ์ที่ได้จากการโปรแกรม FLUENT เวอร์ชัน 2.99 ซึ่งมีพื้นฐานบนวิธี Finite volume โดยอาศัย Turbulence model คือ $k - \epsilon$

model ของ Launder และ Spalding [23] ร่วมกับ SIMPLE อัลกอริทึม Patankar [30] ทั้งนี้จะอาศัย velocity profile ที่ได้จาก LDV มาใช้เป็นเงื่อนไขขอบเขตของความเร็วที่ทางเข้าของ FLUENT ส่วนผลลัพธ์ที่ได้จากวิทยานิพนธ์ของ Nail มีแสดงดังในตารางที่ 2.1 และ 2.2

ตารางที่ 2.1 Vena Contracta และ Reattachment Locations

Case		Vena Contracta x/R		Reattachment x/h	
β	Re	LDV	FLUENT	LDV	FLUENT
0.50	18400	1.5	0.50	8.56	5.99
	54700	1.0	0.76	9.57	7.93
	91100	0.75	0.93	10.6	8.47
0.75	18400	1.0	0.70	10.0	8.15
	54700	1.0	0.70	10.1	8.15
	91100	1.0	0.70	9.84	8.49

ตารางที่ 2.2 Normalization Factors

Factor	Units	$\beta = 0.50$			$\beta = 0.75$		
		Re			Re		
		18400	54700	91100	18400	54700	91100
U_{\max}	m/s	27.2	81.9	144.0	11.2	33.4	55.6
U_{\max}/R	$1/s$	1070	3220	5670	441	1310	2190
$U_{\max}^2/100$	m^2/s^2	7.40	67.1	207	1.25	11.2	30.9
U_{\max}^2/R	m/s^2	29100	264000	816000	4940	43900	122000
$U_{\max}^2/100R$	m^2/s^2	7920	216000	1180000	553	14700	67700

2.3 งานวิจัยเชิงตัวเลขที่เกี่ยวข้องกับการไหลในท่อผ่านแผ่นออริฟิส

2.3.1 งานวิจัยของ Davis และ Mattingly [9] 1977

Davis และ Mattingly ได้ศึกษาเรื่องการไหลแบบปั่นป่วนผ่านแผ่นออริฟิสด้วยวิธีผลต่างสี่เหลี่ยม (Finite difference) จากโปรแกรม TEACT - T ร่วมกับ SIMPLE อัลกอริทึม ที่ Re ตั้งแต่ 1×10^4 ถึง 1×10^6 ออริฟิสที่ใช้มีค่า β ตั้งแต่ 0.40 ถึง 0.70 โดย Turbulence model ที่ใช้คือ $k - \epsilon$ model ส่วนความเร็วด้าน upstream ที่เป็นทางเข้านั้นพวกเขาใช้ลักษณะของ Profile ตาม Profile ที่

ได้จาก 1/9th Power law และ Uniform velocity profile ขนาดของกริด (Grid) ที่ใช้คือ 68×13 จากผลการศึกษาพบว่าค่า C_d นั้นแตกต่างกับค่า C_d ที่ได้จากมาตรฐาน ASME และ ISO ประมาณ 4% นอกจากนี้พวกเขาได้กล่าวไว้ว่าการหาตำแหน่งของ Vena contracta นั้นได้ใช้จากการพิจารณาจากตำแหน่งที่ให้ค่าความดันที่ผนังต่ำที่สุด (Minimum wall static pressure) แต่ก็ให้จุดที่แตกต่างกับผลการทดลอง ซึ่งบทสรุปอันนี้ Teyssandier และ Wilson [45] ได้เคยค้นพบแล้ว

2.3.2 งานวิจัยของ Mukerjee, Singhal และ Spalding [26] 1984

งานวิจัยชิ้นนี้ได้ใช้โปรแกรม PHOENICS ที่พัฒนาโดย Spalding ในการจำลองการไหลผ่านแผ่นออริฟิสขอบสี่เหลี่ยมที่มีค่า Re เท่ากับ 287000 โดยความเร็วขาเข้านั้นแบ่งออกเป็น 2 แบบ คือ มีการหมุน (Swirl) และไร้การหมุนขนาดของกริดที่ใช้คือ 30×11 (กริดแนวแกน \times กริดแนวรัศมี) ผลลัพธ์ที่ได้ คือ เมื่อ β เท่ากับ 0.5 ค่า C_d เท่ากับ 0.6774 ซึ่งสูงกว่ากรณีที่มีการไหลมีการหมุน (300 RPM) 1.39%

อีกการจำลองหนึ่ง คือ เป็นการไหลผ่านออริฟิสที่โค้งตัว (Bending) และความเร็วขาเข้าเป็นลักษณะเอียง (Skewing of the inlet velocity profile) เมื่อเทียบผลของค่า C_d กรณีที่ไม่มีการหมุนจะให้ค่าต่ำกว่าถึง 74.2 และ 86.7% สำหรับออริฟิสที่โค้งตัวและออริฟิสที่ความเร็วขาเข้าเป็นลักษณะเอียงตามลำดับ การจำลองการไหลที่กล่าวมาทั้งหมดยังไม่มีการทดลองเปรียบเทียบ

2.3.3 งานวิจัยของ Reader-Harris และ Keegans [34] 1986

Reader-Harris และ Keegans ได้แบ่งงานวิจัยของพวกเขาออกเป็น 2 ส่วน คือ 1. งานวิจัยที่สนใจความขรุขระของท่อที่ผลต่อค่า C_d 2. งานวิจัยที่หาค่าของ Effectiveness ในอุตสาหกรรมหนักของบริษัท Mitsubishi (Mitsubishi Heavy Industrials, MHI) ที่ใช้แผ่นที่เจาะรู (Perforated plate) ในการกำจัดการหมุน (Removing swirl) ของการไหล ซึ่งทั้ง 2 งานวิจัยนี้ได้นำมาเป็นจุดเริ่มต้นของการเรียนรู้การไหลใกล้ ๆ กับ MHI plate

การศึกษาเชิงตัวเลขของงานวิจัยชิ้นแรกได้ใช้ขนาดกริดไม่สม่ำเสมอ (Non – uniform grid) คือ 40×25 กริด (กริดแนวแกน \times กริดแนวรัศมี) เมื่อ β เท่ากับ 0.50 ถึง 0.80 และ Re มีค่าตั้งแต่ 10^5 ถึง 10^7 ผลการคำนวณเชิงตัวเลขพบว่าค่า C_d มีค่าแตกต่างจากค่า C_d ที่หาได้จากมาตรฐาน ISO ไม่เกิน 1.4% เมื่อ Re เท่ากับ 4×10^5 ยกเว้นเมื่อ β เท่ากับ 0.80 ที่เป็นเช่นนี้คณะวิจัยให้เหตุผลว่าทุก ๆ ค่าของ β มีการตั้งแท็บที่วัดความดันที่ $1D$ และ $0.5D$ สำหรับด้าน Upstream และ Downstream ตามลำดับ แต่เมื่อ β เท่ากับ 0.80 นั้นการตั้งแท็บวัดความดันนั้นไม่มีกำหนดในมาตรฐาน ISO จึงจำเป็นต้องมีการประมาณค่าออกช่วง (Extrapolation) ทำให้เกิดความผิดพลาดมาก หลังจากเสร็จสิ้นการจำลองทุกกรณีแล้ว ได้มีการพล็อตกราฟเปรียบเทียบค่าอัตราการเปลี่ยน

แปลง C_d กับการเปลี่ยนแปลงของค่า Friction factor $\Delta\lambda$ พบว่าอัตราการเปลี่ยนแปลง C_d ต่อการเปลี่ยนแปลงของค่า friction factor $\Delta\lambda$ เป็นฟังก์ชันของโพลีโนเมียลยกกำลัง -4 หรือ $P\beta^{-4}$

ส่วนอีกการทดลองที่เกี่ยวกับ MHI plate นั้นพบว่าการวัดการไหลด้วย LDV ประกอบกับผลการจำลองด้วยวิธีการเชิงตัวเลขนั้นให้ผลสอดคล้องกันเป็นอย่างดี และการทดลองได้แสดงให้เห็นว่า MHI plate นั้นสามารถกำจัดการหมุนของของไหลได้จริง

2.3.4 งานวิจัยของ Patel et al. [31] 1986

Patel et al. ได้ใช้วิธีผลต่างสลับเนื่องที่มีในโปรแกรม FLUENT โดยใช้ Turbulence model คือ $k-\epsilon$ model ควบคู่กับ SIMPLE อัลกอริทึมในการจำลองการไหลผ่านแผ่นออริฟิสที่บากทำมุม 45° กับระนาบแผ่นและมี β เท่ากับ 0.4 เมื่อ Re เท่ากับ 10^6 การสร้างกริดจะให้ความหนาแน่นบริเวณใกล้ ๆ กับแผ่นออริฟิส และได้ผ่านการทดสอบว่าความเป็นอิสระของกริด (Grid independent) นั้นอยู่ที่ 80×60 (กริดแนวแกน \times กริดแนวรัศมี) จากการจำลองการไหลพบว่าหาค่า C_d ได้มีค่าไม่เกิน 1.5% ของค่ามาตรฐาน นอกจากนี้ได้มีการเพิ่มค่า Re ขึ้นเพื่อสังเกตว่าเกี่ยวข้องกับค่า C_d อย่างไร ซึ่งพบว่าเมื่อค่า Re สูงขึ้นแล้วจะทำให้ค่า C_d ลดลง

2.4 บทสรุป

บทที่ 2 นี้ได้กล่าวถึงงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการศึกษาค้นคว้าและวิจัยเกี่ยวกับการไหลแบบปั่นป่วนผ่านแผ่นออริฟิสของนักวิจัยในอดีตมาพอสังเขป ซึ่งวิทยานิพนธ์ฉบับนี้ได้เลือกงานวิจัยของ Nail [27] ไว้เป็นข้อมูลในการศึกษาเปรียบเทียบความถูกต้องแม่นยำของศึกษาเชิงตัวเลขที่จะจัดทำในวิทยานิพนธ์ฉบับนี้

เหตุผลสำคัญที่ผู้เขียนได้เลือกงานวิจัยของ Nail มาเป็นข้อมูลศึกษาเปรียบเทียบคือ

1. ออริฟิสขนาด β เท่ากับ 0.5 และ 0.75 นั้นเป็นขนาดมาตรฐาน
2. งานวิจัยชิ้นนี้มีการศึกษาการไหลที่หลายระดับความปั่นป่วน กล่าวคือ มี Re เท่ากับ 18400, 54700 และ 91100
3. งานวิจัยชิ้นนี้เป็นการทดลองที่ใช้ LDV ใน 3 มิติมาวัดอัตราการไหลของอากาศในท่อผ่านแผ่นออริฟิส ซึ่งไม่เคยมีใครทำมาก่อนในอดีต และในปัจจุบันถือว่า LDV เป็นอุปกรณ์วัดอัตราการไหลที่น่าเชื่อถือ
4. ผลการทดลองของ Nail แม้ว่าจะให้ข้อมูลการวัดไม่ครบทุกกรณี แต่ก็ถือว่าค่อนข้างละเอียดพอสมควร

บทที่ 3

ทฤษฎีของการไหลแบบปั่นป่วน

3.1 บทนำ

เนื้อหาในบทที่ 3 นี้จะกล่าวถึงทฤษฎีและสมการที่จำเป็นต้องใช้ในวิทยานิพนธ์ ซึ่งแบ่งออกเป็นดังนี้

- ◆ ความสำคัญของแบบจำลองความปั่นป่วน (Turbulence model) ต่อปัญหาทางด้านการคำนวณทางพลศาสตร์ของไหล (Computational Fluid Dynamics, CFD): เป็นการกล่าวทำให้ผู้อ่านมีความเข้าใจเบื้องต้นเกี่ยวกับปัญหาการไหลแบบปั่นป่วน ตลอดจนพัฒนาการของงานวิจัยด้านนี้ รวมไปถึงการเล็งเห็นความสำคัญ, ความแตกต่าง, ข้อดี และเหตุผลของการนำ Turbulence model มาช่วยในการคำนวณทางพลศาสตร์ของไหล

- ◆ สมการพื้นฐานของการไหล: เป็นการกล่าวถึงที่มาของ และรายละเอียดพอสังเขปของกฎพื้นฐานที่จำเป็นต่างๆ อันได้แก่ กฎการอนุรักษ์มวล (Conservation of mass), กฎการอนุรักษ์โมเมนตัม (Conservation of momentum) ซึ่งจะละเว้นกฎการอนุรักษ์พลังงาน (Conservation of energy) เนื่องจากไม่ได้ใช้ในวิทยานิพนธ์ฉบับนี้

- ◆ Reynolds – averaged Navier – Stokes equation (RANS)
- ◆ แบบจำลองความปั่นป่วน (Turbulence model)
- ◆ บทสรุป

3.2 ความสำคัญของ Turbulence model ต่อปัญหาทางด้าน CFD

นับเป็นเวลากว่าเกือบหนึ่งศตวรรษแล้วที่มีผู้ได้ศึกษาและทำการวิจัยเกี่ยวกับปัญหาการไหลแบบปั่นป่วน ซึ่งถือว่าการไหลที่เกิดขึ้นจริงในชีวิตประจำวันมากกว่าการไหลแบบราบเรียบ (Laminar flow) จึงทำให้ปัจจุบันความรู้และความเข้าใจในปัญหาการไหลแบบปั่นป่วนมีมากขึ้นเรื่อย ๆ แต่ก็เชื่อว่าจะครอบคลุมทั้งหมด การอธิบายเกี่ยวกับปัญหาในด้านนี้แบ่งออกเป็น 2 แนวทางได้แก่ 1. วิธีปรากฏการณ์ และ 2. วิธีทางสถิติ สำหรับแนวทางที่ 1 . จะเน้นเกี่ยวกับการทดลองเป็นหลัก ซึ่งจะก่อให้เกิดความเชื่อมั่นอย่างมากกับผลการทดลองที่ได้ว่าเป็นตัวแทนของลักษณะทางกายภาพของการไหลที่กำลังศึกษาอยู่จริง ทั้งนี้การอธิบายด้วยวิธีการปรากฏการณ์นี้จะอาศัยการสร้างความสัมพันธ์ของความเค้นเฉือนในเทอมของสัมประสิทธิ์ (ค่าคงที่) ที่ได้จากการทดลอง แต่สำหรับแนวทางที่ 2. จะเน้นเกี่ยวกับการศึกษาด้วยวิธีการเชิงตัวเลข โดยผ่านทางแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ซึ่งมีผู้ได้ศึกษาและวิจัยในลักษณะนี้ไม่น้อยปัจจุบัน อย่างไรก็ตามทั้งสองแนวทางข้าง

ต้นล้วนมีความสำคัญยิ่งต่อวิศวกรในการแก้ปัญหา หรือสร้างอุปกรณ์และเครื่องมือที่เกี่ยวข้องกับการไหลแบบปั่นป่วนให้ดีขึ้น และเหมาะสมขึ้นในอนาคต ตารางที่ 3.1 เป็นการแสดงถึงพัฒนาการของงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับกลศาสตร์ของไหลพอสังเขป

ตารางที่ 3.1 พัฒนาการของงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับกลศาสตร์ของไหล

ผู้วิจัย/ผู้ค้นพบ	ค.ศ.	ผลการวิจัย/สิ่งที่ค้นพบ
Sir Isaac Newton	1687	ตีพิมพ์บทความเรื่อง “Principia Mathematica” ซึ่งกล่าวถึงความสัมพันธ์อย่างเป็นเชิงเส้นของ viscous stress กับ rate of strain.
Navier , C. L. M. H. [28]	1823	สมการโมเมนต์ที่มี Frictional resistance.
Hagen, G. [17]	1839	ปรากฏการณ์ที่เกี่ยวข้องกับการไหลในท่อ แต่ยังไม่สามารถอธิบายได้ 2 ข้อ คือ: $\Delta p \propto Q$ และอย่างหยาบ (Roughly) $\Delta p \propto Q^2$.
Stokes, G. G. [43]	1845	สัมประสิทธิ์ของความหนืด (Coefficient of viscosity, μ) และการวิเคราะห์เชิงคณิตศาสตร์ของ the Navier – Stokes equations.
Boussinesq, J. [3]	1877	Eddy-viscosity concept: $-\overline{\rho uv} = \mu_t \frac{\partial U}{\partial y}$
Reynolds, O. [35,36]	1883	ปรากฏการณ์ที่เกี่ยวข้องกับการไหลในท่อ 2 แบบ ได้แก่ การไหลแบบราบเรียบ และการไหลแบบปั่นป่วนโดยตัวเลขเรย์โนลด์ (Reynolds number, $Re = \frac{\rho UD}{\mu}$)
	1895	สมการในรูปแบบ Reynolds-averaged
Prandtl L.	1904	Boundary-layer concept.
Blasius, H. [2]	1908	ผลเฉลยของ Laminar boundary layer สำหรับ flat-plate.
Von Kármán, T. [48]	1921	ทฤษฎีโมเมนต์ในรูปแบบอินทิกรัล (Momentum integral theory) สำหรับ Flat-plate boundary layer.
Prandtl L. [32]	1925	Mixing length concept: $\mu_t = \rho \ell_m^2 \left \frac{\partial U}{\partial y} \right $
Tollmien, W. [46]	1929	นำเสนอทฤษฎี Critical Reynolds number สำหรับการขาดเสถียรภาพ (Instability) ของ the zero-pressure-gradient flat-plate boundary layer.
Nikuradse, J. [29]	1933	Friction factor ของ Artificially – roughened pipes.

ตารางที่ 3.1 (ต่อ)

ผู้วิจัย/ผู้ค้นพบ	ค.ศ.	ผลการวิจัย/สิ่งที่ค้นพบ
Colebrook, C. F. [4]	1939	Transition formula สำหรับ commercial pipe friction.
Clauser, F. H.	1954	Turbulent boundary layers กับ pressure gradient.
Klebanoff, P. S. [18]	1955	รายละเอียดเชิงการทดลองของ Flat-plate boundary layer.
Coles, D. E. [5]	1956	“Law of the wake” ใน the outer layer.
	1968	Stanford Conference: “Computing the turbulent boundary layer”.
Spalart, P. R. [41]	1988	การจำลองเชิงตัวเลขด้วยวิธีที่เรียกว่า Direct numerical simulation (DNS) ของ turbulent flat-plate boundary layer เมื่อ Reynolds number Re_ρ มีค่าถึง 1400.

ในปี ค.ศ. 1895 Reynolds ได้ศึกษาการไหลแบบปั่นป่วน โดยอาศัยการเคลื่อนที่ของอนุภาค และได้ทำการเฉลี่ยปริมาณทางกายภาพต่าง ๆ ในสมการนาเวียร์ – สโตคส์ (Navier – Stokes equations) ในช่วงเวลาหนึ่งซึ่งเรียกว่า Reynolds averaged พบว่า ได้มีเทอมพิเศษเกิดขึ้นเรียกว่า Reynolds stress term (ซึ่งจะได้กล่าวถึงรายละเอียดภายหลัง) ความยุ่งยากในการแก้ปัญหการไหลแบบปั่นป่วนจึงเพิ่มขึ้นเนื่องจากมีจำนวนตัวแปรมากกว่าจำนวนสมการ อีกทั้งเมื่อพิจารณาองค์ประกอบของปรากฏการณ์ความปั่นป่วน (The constituents of the turbulence phenomenon) จะพบว่าขนาดของสเกลการเคลื่อนที่ (Scales of motion) นั้นเล็กมากๆ เมื่อเทียบกับโดเมนการไหล (Flow domain) ซึ่งอยู่ในระดับมากกว่าเมตร หรืออาจถึงกิโลเมตร หากต้องการจำลองการไหลแบบปั่นป่วนให้สอดคล้องกับโดเมนการไหลที่มีสเกลการเคลื่อนที่ระดับนี้แล้ว จำเป็นต้องมีคอมพิวเตอร์ที่มีหน่วยความจำอย่างมหาศาลในการเก็บค่าของตัวแปรให้ครบทั่วทั้งโดเมนการไหล ซึ่งในปัจจุบันยังไม่มีคอมพิวเตอร์ส่วนบุคคล (Personal Computer, PC) ที่สามารถทำงานในลักษณะเช่นที่กล่าวไว้นี้ได้ จะมีก็แต่อาศัย Super computer เท่านั้น หลักการที่กล่าวถึงนี้เป็นวิธีการที่เรียกว่า Direct numerical simulation (DNS) [10,15]

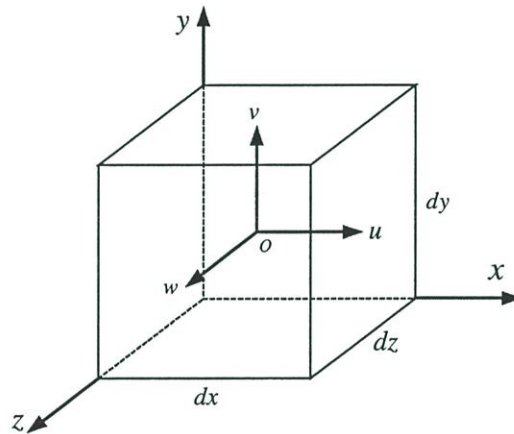
ในช่วงหลังได้มีการสร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ขึ้นมาหลายรูปแบบด้วยกัน เพื่อจำลองการไหลแบบปั่นป่วน ข้อดีของแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ (ซึ่งในที่นี้หมายถึง Turbulence model) คือ ไม่จำเป็นต้องอาศัยหน่วยความจำใน PC มากเท่ากับวิธี DNS แต่ก็มีข้อเสีย คือ คำตอบที่ได้เป็นเพียงคำตอบเชิงตัวเลข ซึ่งถือว่าเป็นคำตอบโดยประมาณเท่านั้น แต่ในปัจจุบันได้มีการพัฒนาขีดความสามารถของ PC ให้สูงขึ้นมากกว่าในเมื่อประมาณสองทศวรรษที่ผ่านมา ทำให้การจำลองการไหลแบบปั่นป่วนโดยอาศัยแบบจำลองความปั่นป่วนได้รับความนิยมน้อย่างกว้างขวาง ซึ่ง

คาดว่าในอนาคตอันใกล้นี้คงมีการพัฒนาเทคโนโลยีในการผลิต PC ที่มีความเร็วสูงให้เหล่านักวิจัยทาง CFD ได้ใช้งานอย่างแน่นอน

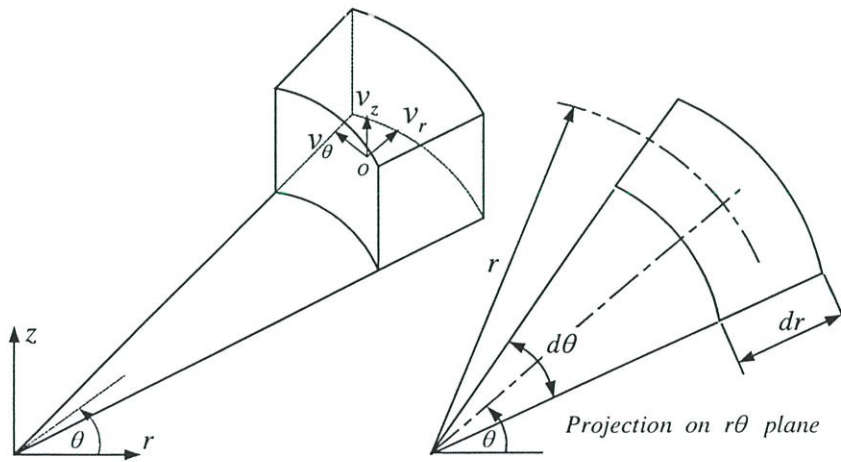
3.3 สมการพื้นฐานของการไหล

3.3.1 กฎการอนุรักษ์มวล [13]

กฎการอนุรักษ์มวลสำหรับฟิสิกส์ยุคดั้งเดิมกล่าวไว้ว่า “มวลจะไม่มีสูญหายหรือเกิดขึ้นใหม่ได้” ดังนั้นเมื่อสมมูลมวลเข้าและขาออกจากปริมาตรควบคุมในรูปที่ 3.1(a) จะได้ความสัมพันธ์ตามสมการ (3.1a)



(a) ระบบพิกัดฉาก



(b) ระบบพิกัดทรงกระบอก

รูปที่ 3.1 ปริมาตรควบคุมในแต่ละระบบพิกัด

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} dx dy dz + \left(\frac{\partial \rho u}{\partial x} + \frac{\partial \rho v}{\partial y} + \frac{\partial \rho w}{\partial z} \right) dx dy dz = 0$$

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial \rho u}{\partial x} + \frac{\partial \rho v}{\partial y} + \frac{\partial \rho w}{\partial z} = 0 \quad (3.1a)$$

หรือเขียนใหม่เป็น

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot \rho \mathbf{V} = 0 \quad (3.1b)$$

เมื่อ

$$\mathbf{V} = u\hat{i} + v\hat{j} + w\hat{k} \quad (3.2)$$

สมการการอนุรักษ์มวลสำหรับระบบพิกัดทรงกระบอกตามรูปที่ 3.1b สามารถเขียนได้
ดังสมการ (3.3)

$$r \frac{\partial \rho}{\partial t} dr d\theta dz + \left(\rho v_r + r \frac{\partial(\rho v_r)}{\partial r} + \frac{\partial(\rho v_\theta)}{\partial \theta} + r \frac{\partial(\rho v_z)}{\partial z} \right) dr d\theta dz = 0$$

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \left(\frac{1}{r} \left(\rho v_r + r \frac{\partial(\rho v_r)}{\partial r} \right) + \frac{1}{r} \frac{\partial(\rho v_\theta)}{\partial \theta} + \frac{\partial(\rho v_z)}{\partial z} \right) = 0$$

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \left(\frac{1}{r} \left(\rho v_r \frac{\partial(r)}{\partial r} + r \frac{\partial(\rho v_r)}{\partial r} \right) + \frac{1}{r} \frac{\partial(\rho v_\theta)}{\partial \theta} + \frac{\partial(\rho v_z)}{\partial z} \right) = 0$$

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{1}{r} \frac{\partial(r \rho v_r)}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial(\rho v_\theta)}{\partial \theta} + \frac{\partial(\rho v_z)}{\partial z} = 0 \quad (3.3a)$$

หรือเขียนใหม่เป็น

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot \rho \mathbf{V} = 0 \quad (3.3b)$$

เมื่อ

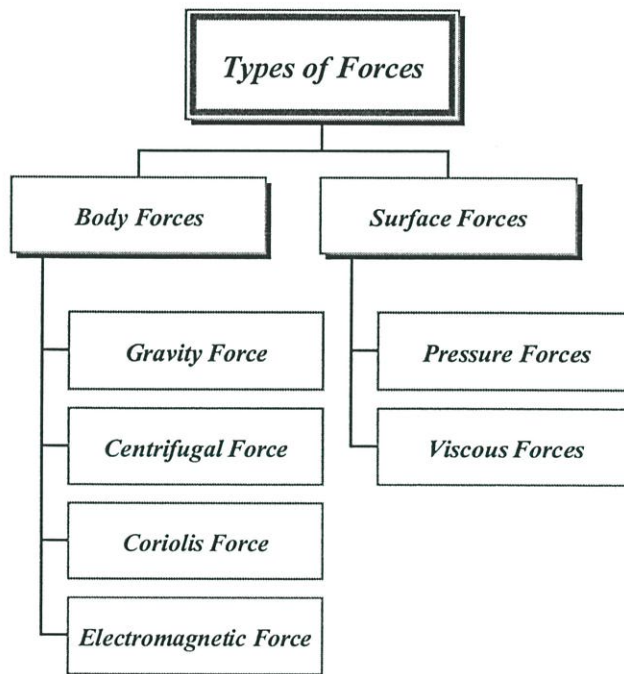
$$\mathbf{V} = v_r \hat{e}_r + v_\theta \hat{e}_\theta + v_z \hat{k} \quad (3.4)$$

3.3.2 กฎการอนุรักษ์โมเมนตัม [13]

เมื่อจะพิจารณาการอนุรักษ์โมเมนตัม สิ่งหนึ่งที่ต้องทราบ คือ เรื่องของแรง ในหัวข้อนี้จะได้กล่าวถึงแรง และสมการที่เกี่ยวข้องกับโมเมนตัม ดังนี้

◆ แรงที่กระทำต่ออนุภาคของของไหล

แรงที่กระทำต่ออนุภาคของของไหลแบ่งออกเป็นสองแบบได้แก่ แรงภายในหรือแรงวัตถุ (Body forces) และแรงภายนอกหรือกระทำที่ผิว (Surface forces) ซึ่งตัวอย่างของแรงทั้งสองแบบนี้จะเป็นดังรูปที่ 3.2



รูปที่ 3.2 ไคอะแกรมของแรงแบบต่าง ๆ

◆ นิยามของแรง

จากกฎข้อที่สองของนิวตันที่กล่าวว่า “แรงลัพธ์ คือ อัตราการเปลี่ยนแปลงโมเมนตัมของระบบ” ซึ่งเขียนเป็นสมการได้ว่า

$$F = \frac{dP}{dt} \Big|_{system} \tag{3.5a}$$

เมื่อพิจารณาแรงที่กระทำต่ออิลิเมนต์ของของไหล (Fluid element) เล็ก ๆ จะเขียนแรงได้เป็น

$$dF = dm \frac{dV}{dt} \Big|_{system}$$

$$\begin{aligned}
 d\mathbf{F} &= dm \frac{D\mathbf{V}}{Dt} \\
 &= dm \left(\underbrace{\frac{\partial \mathbf{V}}{\partial t}}_{\text{Local acceleration}} + \underbrace{u \frac{\partial \mathbf{V}}{\partial x} + v \frac{\partial \mathbf{V}}{\partial y} + w \frac{\partial \mathbf{V}}{\partial z}}_{\text{Convective acceleration}} \right) \\
 d\mathbf{F} &= (\rho dx dy dz) \left(\frac{\partial \mathbf{V}}{\partial t} + u \frac{\partial \mathbf{V}}{\partial x} + v \frac{\partial \mathbf{V}}{\partial y} + w \frac{\partial \mathbf{V}}{\partial z} \right) \quad (3.5b)
 \end{aligned}$$

เขียนสมการ (3.5b) ให้อยู่ในรูปแบบเมตริกซ์ดังนี้

$$d\mathbf{F} = \begin{Bmatrix} dF_x \\ dF_y \\ dF_z \end{Bmatrix} = \rho \begin{Bmatrix} \left(\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} + w \frac{\partial u}{\partial z} \right) \hat{\mathbf{i}} \\ \left(\frac{\partial v}{\partial t} + u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} + w \frac{\partial v}{\partial z} \right) \hat{\mathbf{j}} \\ \left(\frac{\partial w}{\partial t} + u \frac{\partial w}{\partial x} + v \frac{\partial w}{\partial y} + w \frac{\partial w}{\partial z} \right) \hat{\mathbf{k}} \end{Bmatrix} dx dy dz \quad (3.5c)$$

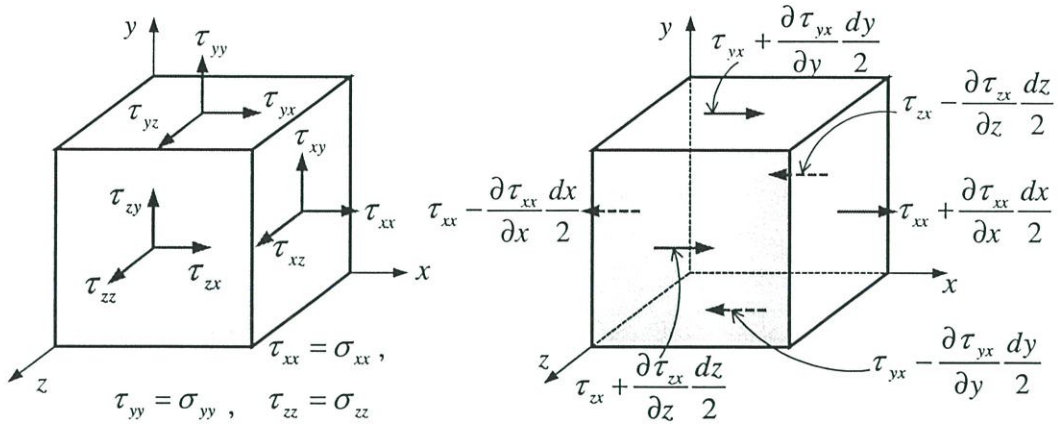
◆ Body forces

ในที่นี้จะเขียน Body forces อยู่ในรูปของเมตริกซ์ดังนี้

$$d\mathbf{F}_B = \begin{Bmatrix} dF_{Bx} \\ dF_{By} \\ dF_{Bz} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \rho g_x \hat{\mathbf{i}} \\ \rho g_y \hat{\mathbf{j}} \\ \rho g_z \hat{\mathbf{k}} \end{Bmatrix} dx dy dz \quad (3.6)$$

◆ Surface forces

Surface forces แบ่งออกเป็นสองส่วนดังรูปที่ 3.2 แต่ในที่นี้จะแยกพิจารณาตามลักษณะการกระทำกับ Fluid element โดยพิจารณาคล้ายกับวิชากลศาสตร์ของแข็ง กล่าวคือ แบ่งเป็นลักษณะของแรงที่ทำให้เกิดความเค้นตั้งฉาก (Normal stresses) กับความเค้นเฉือน (Shear stresses) ดังรูปที่ 3.3 เมื่อพิจารณาความเค้นที่เกิดขึ้นในแนวแกน x เพียงอย่างเดียวจะได้ดังรูปที่ 3.3b และเปลี่ยนความเค้นในแนวแกน x ไปเป็นแรงโดยการคูณด้วยพื้นที่ที่ความเค้นนั้น ๆ กระทำอยู่ จากนั้นรวมแรงเป็นแรงลัพธ์ Surface forces ในแกน x จะได้



(a) ความเค้นในแต่ละแกนบน Fluid element

(b) ความเค้นในแนวแกน x

รูปที่ 3.3 ความเค้นบน Fluid element

$$dF_{S_x} = \left(\frac{\partial \tau_{xx}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yx}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{zx}}{\partial z} \right) (dxdydz) \hat{i} \tag{3.7}$$

ในทำนองเดียวกันกับวิธีการข้างต้นในแนวแกน y และ z จากนั้นเขียนเป็นแรงในรูปแบบเมตริกซ์ดังสมการต่อไปนี้

$$d\mathbf{F}_S = \begin{Bmatrix} dF_{S_x} \\ dF_{S_y} \\ dF_{S_z} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \left(\frac{\partial \tau_{xx}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yx}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{zx}}{\partial z} \right) (dxdydz) \hat{i} \\ \left(\frac{\partial \tau_{xy}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yy}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{zy}}{\partial z} \right) (dxdydz) \hat{j} \\ \left(\frac{\partial \tau_{xz}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yz}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{zz}}{\partial z} \right) (dxdydz) \hat{k} \end{Bmatrix} \tag{3.8}$$

ความเค้นในแนวเส้นทแยงมุมของสมการ (3.8) อันได้แก่ τ_{xx}, τ_{yy} และ τ_{zz} จะเป็น Normal stresses และส่วนประกอบอื่นๆ นอกแนวเส้นทแยงมุมจะเป็น Shear stresses และดัชนีล่าง (Subscript) ของสมการ (3.8) มีความหมายเช่นเดียวกับในวิชากลศาสตร์ของแข็ง ตัวอย่างเช่น τ_{xy} หมายถึงความเค้นที่กระทำต่อพื้นที่ (ระนาบ) ที่ตั้งฉากกับแกน x ในทิศทาง y เป็นต้น เมื่อทำการสมดุลโมเมนต์ของแรงที่กระทำกับ Fluid element จะได้ความสัมพันธ์คือ

$$\begin{Bmatrix} \tau_{xy} \\ \tau_{xz} \\ \tau_{yz} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \tau_{yx} \\ \tau_{zx} \\ \tau_{zy} \end{Bmatrix} \tag{3.9}$$

ดั่งนั้นแรงที่กระทำกับ Fluid element (dF) ในสมการ (3.5c) จะเป็นผลรวมของ Body forces (dF_B) และ Surface forces (dF_S) ดังสมการ (3.10) หรือกระจายออกมา พร้อมกับดั่งตัวร่วมได้ดั่งนี้

$$dF = dF_B + dF_S \quad (3.10a)$$

$$\rho \left\{ \begin{array}{l} \left(\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} + w \frac{\partial u}{\partial z} \right) \hat{\mathbf{i}} \\ \left(\frac{\partial v}{\partial t} + u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} + w \frac{\partial v}{\partial z} \right) \hat{\mathbf{j}} \\ \left(\frac{\partial w}{\partial t} + u \frac{\partial w}{\partial x} + v \frac{\partial w}{\partial y} + w \frac{\partial w}{\partial z} \right) \hat{\mathbf{k}} \end{array} \right\} dx dy dz = \left\{ \begin{array}{l} \left(\rho g_x + \frac{\partial \tau_{xx}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yx}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{zx}}{\partial z} \right) \hat{\mathbf{i}} \\ \left(\rho g_y + \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yy}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{zy}}{\partial z} \right) \hat{\mathbf{j}} \\ \left(\rho g_z + \frac{\partial \tau_{xz}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yz}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{zz}}{\partial z} \right) \hat{\mathbf{k}} \end{array} \right\} dx dy dz \quad (3.10b)$$

หารด้วย $dx dy dz$ ตลอดทั้งสมการ แล้วจัดรูปใหม่จะได้

$$\left\{ \begin{array}{l} \rho \left(\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} + w \frac{\partial u}{\partial z} \right) \hat{\mathbf{i}} \\ \rho \left(\frac{\partial v}{\partial t} + u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} + w \frac{\partial v}{\partial z} \right) \hat{\mathbf{j}} \\ \rho \left(\frac{\partial w}{\partial t} + u \frac{\partial w}{\partial x} + v \frac{\partial w}{\partial y} + w \frac{\partial w}{\partial z} \right) \hat{\mathbf{k}} \end{array} \right\} = \left\{ \begin{array}{l} \left(\rho g_x + \frac{\partial \tau_{xx}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yx}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{zx}}{\partial z} \right) \hat{\mathbf{i}} \\ \left(\rho g_y + \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yy}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{zy}}{\partial z} \right) \hat{\mathbf{j}} \\ \left(\rho g_z + \frac{\partial \tau_{xz}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yz}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{zz}}{\partial z} \right) \hat{\mathbf{k}} \end{array} \right\} \quad (3.10c)$$

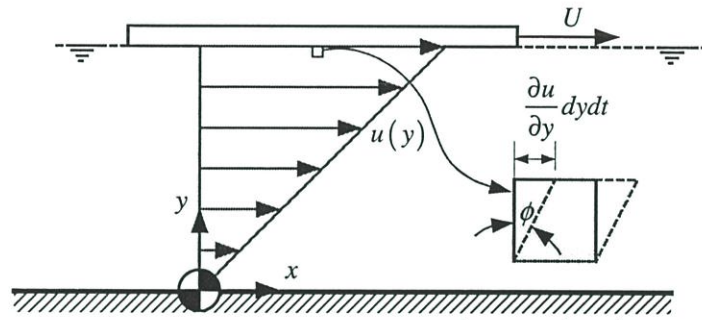
สมการ (3.10c) ยังต้องมีการกระจายเทอมของ Normal stresses และ Shear stresses อีกซึ่งจะได้กล่าวต่อไป

จากความรู้เรื่องของไหลที่มีพฤติกรรมสอดคล้องกับกฎของนิวตัน (Newtonian fluid) ที่ได้กล่าวไว้อย่างชัดเจนว่า ความเค้นเฉือนจะเป็นสัดส่วนโดยตรงกับอัตราการเปลี่ยนแปลงความเครียดเฉือน (Shear strain rate) ดังสมการต่อไปนี้

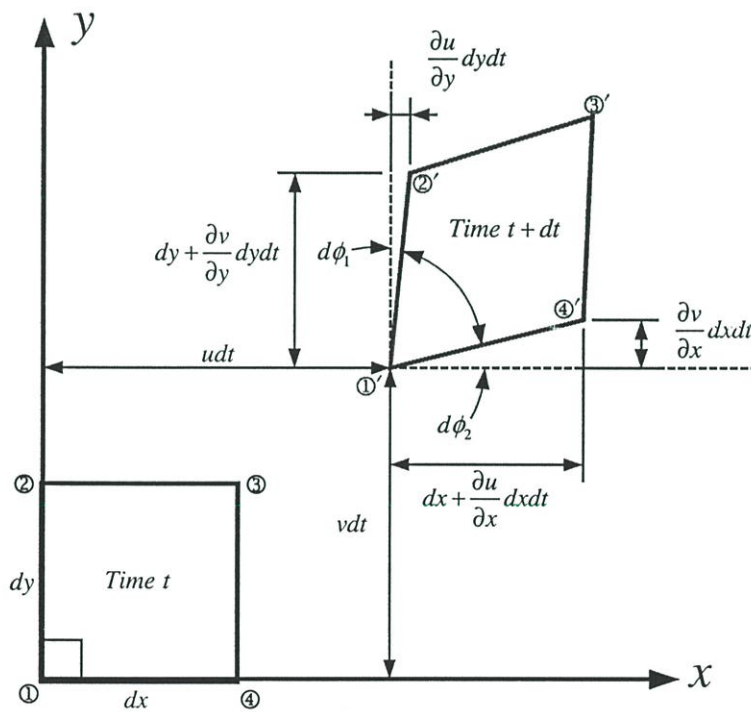
$$\tau = \mu \frac{\partial u}{\partial y} \quad (3.11a)$$

$$\tau = \mu (2\varepsilon) \quad (3.11b)$$

ซึ่ง $\partial u/\partial y$ จะมีค่าเป็นสองเท่าของ Shear strain rate [38] เมื่อ Fluid element ถูกแรงเฉือนเพียงด้านเดียวดังรูปที่ 3.4 แต่เมื่อพิจารณารูปที่ 3.5 จะพบว่า การเสีรูปร่าง (Deformed) ไปของ Fluid element จะเกิดขึ้นพร้อมกันสองด้าน ดังนั้นการนิยามความเค้นเฉือนจึงจำเป็นต้องรวมเอาผลของ Shear strain rate ในแต่ละด้านไว้ หากพิจารณาระนาบที่ตั้งฉากกับแกน x จะได้ว่า



รูปที่ 3.4 การกระจายตัวของความเร็วของของไหลได้แผ่นที่กำลังเคลื่อนที่



รูปที่ 3.5 การเสีรูปร่างของ Fluid element ที่เกิดขึ้นพร้อมกัน 2 ด้าน [38]

$$\begin{aligned}\varepsilon_{xy} &= \frac{1}{2} \left(\frac{d\phi_1}{dt} + \frac{d\phi_2}{dt} \right) \\ &= \frac{1}{2} \left(\frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial y} \right) \\ \varepsilon_{xy} &= \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right)\end{aligned}\tag{3.12a}$$

ใช้หลักการพิจารณาในทำนองเดียวกันนี้กับระนาบที่ตั้งฉากกับแกน y และ z จะได้ดังนี้

$$\begin{Bmatrix} \varepsilon_{yz} \\ \varepsilon_{zx} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \frac{1}{2} \left(\frac{\partial v}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial y} \right) \\ \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial x} \right) \end{Bmatrix} \quad (3.12b)$$

ดังนั้นความเค้นเฉือนจึงเขียนใหม่ได้โดยอาศัยความสัมพันธ์ต้นแบบตามสมการ (3.11b) ควบคู่กับสมการ (3.12a) – (3.12b) เป็นดังนี้

$$\begin{Bmatrix} \tau_{xy} \\ \tau_{yz} \\ \tau_{zx} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \tau_{yx} \\ \tau_{zy} \\ \tau_{xz} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \mu \left(\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right) \\ \mu \left(\frac{\partial v}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial y} \right) \\ \mu \left(\frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial x} \right) \end{Bmatrix} \quad (3.13)$$

สมการ (3.13) นี้สำหรับใช้ Newtonian fluid ซึ่งมีสมมุติฐานอย่างหนึ่ง คือ คุณสมบัติต่างๆ ไม่ขึ้นกับทิศทาง (Isotropic) สำหรับ Normal stresses ที่เกิดขึ้นในทั้งสามทิศทางบน Fluid element จะเป็นไปตามสมการ (3.14)

$$\begin{Bmatrix} \sigma_{xx} \\ \sigma_{yy} \\ \sigma_{zz} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \tau_{xx} \\ \tau_{yy} \\ \tau_{zz} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} -p + 2\mu \frac{\partial u}{\partial x} + \lambda \left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} \right) \\ -p + 2\mu \frac{\partial v}{\partial y} + \lambda \left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} \right) \\ -p + 2\mu \frac{\partial w}{\partial z} + \lambda \left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} \right) \end{Bmatrix} \quad (3.14)$$

เครื่องหมายของความดัน p จะเป็นลบเนื่องจากความดันจะมีทิศทางพุ่งเข้าหา Fluid element เสมอ [38] ส่วน λ เรียก the second viscosity coefficient ซึ่งมีความจำเป็นสำหรับการพิจารณาของไหลที่อัดตัวได้ (Compressible fluid) แต่หากพิจารณาของไหลที่อัดตัวไม่ได้แล้ว การกำหนด λ ในสมการของ Normal stresses จะไม่มีผลกระทบใดๆ ต่อการสร้างสมการควบคุม (Governing equation) เนื่องจากเทอมที่คูณอยู่กับ λ นี้เป็นศูนย์ตามสมการความต่อเนื่อง (Continuity equation)

โดยปกติแล้วค่าเฉลี่ยของ Normal stresses ในทั้งสามแกนจะต้องมีค่าเท่ากับจำนวนลบของความดัน [38] ดังนี้

$$\begin{aligned}
 -p &= \frac{\tau_{xx} + \tau_{yy} + \tau_{zz}}{3} \\
 &= \frac{-3p + 2\mu \left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} \right) + 3\lambda \left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} \right)}{3} \\
 -p &= -p + \frac{2\mu + 3\lambda}{3} \left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} \right) \tag{3.15}
 \end{aligned}$$

ในสมการ (3.15) จะเป็นจริงได้แสดงว่าเทอมที่สองทางด้านขวามือของสมการต้องเป็นศูนย์ นั่นแสดงว่า $\frac{2\mu + 3\lambda}{3} = 0$ หรือเขียนใหม่ตามสมการ (3.16)

$$\lambda = -\frac{2}{3}\mu \tag{3.16}$$

สมการ (3.16) นี้เองเป็นสมมติฐานของสโตคส์ (Stokes's hypothesis) ซึ่งจะใช้ได้อย่างถูกต้องที่สุดเมื่อของไหลที่พิจารณาเป็นก๊าซอะตอมเดี่ยว (Monatomic gases) แต่อย่างไรก็ตามสมการ (3.16) นี้ก็ยังไม่สมบูรณ์พอในการสร้างแบบจำลองความเค้น (Stresses model) [38]

เพื่อให้ง่ายต่อการพิจารณาสมการโมเมนตัมสามารถทำได้โดยแทนค่า λ ลงในสมการ (3.14) จากนั้นหาค่าต่อไปนี้ $\frac{\partial \tau_{xx}}{\partial x}, \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial y}, \frac{\partial \tau_{xz}}{\partial z}, \frac{\partial \tau_{yx}}{\partial x}, \frac{\partial \tau_{yy}}{\partial y}, \frac{\partial \tau_{yz}}{\partial z}, \frac{\partial \tau_{zx}}{\partial x}, \frac{\partial \tau_{zy}}{\partial y}$ และ $\frac{\partial \tau_{zz}}{\partial z}$

$$\begin{aligned}
 \begin{pmatrix} \frac{\partial \tau_{xx}}{\partial x} \\ \frac{\partial \tau_{yy}}{\partial y} \\ \frac{\partial \tau_{zz}}{\partial z} \end{pmatrix} &= \begin{pmatrix} -\frac{\partial p}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial x} \left(2\mu \frac{\partial u}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial x} \left(-\frac{2}{3}\mu \left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} \right) \right) \\ -\frac{\partial p}{\partial y} + \frac{\partial}{\partial y} \left(2\mu \frac{\partial v}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(-\frac{2}{3}\mu \left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} \right) \right) \\ -\frac{\partial p}{\partial z} + \frac{\partial}{\partial z} \left(2\mu \frac{\partial w}{\partial z} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(-\frac{2}{3}\mu \left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} \right) \right) \end{pmatrix} \tag{3.17a}
 \end{aligned}$$

ถ้าค่าความหนืดของของไหล μ เป็นค่าคงที่แล้ว สมการ (3.17a) จะเขียนได้เป็น

$$\begin{aligned}
\begin{pmatrix} \frac{\partial \tau_{xx}}{\partial x} \\ \frac{\partial \tau_{yy}}{\partial y} \\ \frac{\partial \tau_{zz}}{\partial z} \end{pmatrix} &= \begin{pmatrix} -\frac{\partial p}{\partial x} + 2\mu \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} - \frac{2}{3}\mu \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} \right) \\ -\frac{\partial p}{\partial y} + 2\mu \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} - \frac{2}{3}\mu \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} \right) \\ -\frac{\partial p}{\partial z} + 2\mu \frac{\partial^2 w}{\partial z^2} - \frac{2}{3}\mu \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} \right) \end{pmatrix} \\
&= \begin{pmatrix} -\frac{\partial p}{\partial x} + \mu \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \left(\mu \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} - \frac{2}{3}\mu \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} \right) - \frac{2}{3}\mu \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} \right) \\ -\frac{\partial p}{\partial y} + \mu \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} + \left(\mu \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} - \frac{2}{3}\mu \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} \right) - \frac{2}{3}\mu \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial w}{\partial z} \right) \\ -\frac{\partial p}{\partial z} + \mu \frac{\partial^2 w}{\partial z^2} + \left(\mu \frac{\partial^2 w}{\partial z^2} - \frac{2}{3}\mu \frac{\partial^2 w}{\partial z^2} \right) - \frac{2}{3}\mu \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} \right) \end{pmatrix} \\
\begin{pmatrix} \frac{\partial \tau_{xx}}{\partial x} \\ \frac{\partial \tau_{yy}}{\partial y} \\ \frac{\partial \tau_{zz}}{\partial z} \end{pmatrix} &= \begin{pmatrix} -\frac{\partial p}{\partial x} + \mu \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\mu}{3} \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\partial u}{\partial x} - 2\frac{\partial v}{\partial y} - 2\frac{\partial w}{\partial z} \right) \\ -\frac{\partial p}{\partial y} + \mu \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} + \frac{\mu}{3} \frac{\partial}{\partial y} \left(-2\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} - 2\frac{\partial w}{\partial z} \right) \\ -\frac{\partial p}{\partial z} + \mu \frac{\partial^2 w}{\partial z^2} + \frac{\mu}{3} \frac{\partial}{\partial z} \left(-2\frac{\partial u}{\partial x} - 2\frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} \right) \end{pmatrix} \tag{3.17b}
\end{aligned}$$

พิจารณา Shear stress partial differentiation

$$\begin{pmatrix} \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial x} \\ \frac{\partial \tau_{xz}}{\partial x} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{\partial}{\partial x} \mu \left(\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right) \\ \frac{\partial}{\partial x} \mu \left(\frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial x} \right) \end{pmatrix} \tag{3.18a}$$

$$\begin{pmatrix} \frac{\partial \tau_{yx}}{\partial y} \\ \frac{\partial \tau_{yz}}{\partial y} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{\partial}{\partial y} \mu \left(\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right) \\ \frac{\partial}{\partial y} \mu \left(\frac{\partial v}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial y} \right) \end{pmatrix} \tag{3.18b}$$

$$\begin{pmatrix} \frac{\partial \tau_{zx}}{\partial z} \\ \frac{\partial \tau_{zy}}{\partial z} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{\partial}{\partial z} \mu \left(\frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial x} \right) \\ \frac{\partial}{\partial z} \mu \left(\frac{\partial v}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial y} \right) \end{pmatrix} \tag{3.18c}$$

ถ้าค่าความหนืดของของไหล μ เป็นค่าคงที่แล้ว สมการ (3.18a), (3.18b) และ (3.18c) จะเขียนใหม่ได้เป็น

$$\begin{pmatrix} \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial x} \\ \frac{\partial \tau_{xz}}{\partial x} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \mu \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right) \\ \mu \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial x} \right) \end{pmatrix} \quad (3.19a)$$

$$\begin{pmatrix} \frac{\partial \tau_{yx}}{\partial y} \\ \frac{\partial \tau_{yz}}{\partial y} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \mu \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right) \\ \mu \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{\partial v}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial y} \right) \end{pmatrix} \quad (3.19b)$$

$$\begin{pmatrix} \frac{\partial \tau_{zx}}{\partial z} \\ \frac{\partial \tau_{zy}}{\partial z} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \mu \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial x} \right) \\ \mu \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{\partial v}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial y} \right) \end{pmatrix} \quad (3.19c)$$

แทนสมการ (3.17b), (3.19a), (3.19b) และ (3.19c) ลงในสมการ (3.10c)

พิจารณาส่วนประกอบของด้านขวามือสมการ (3.10c) ในทิศทาง x ;

$$\begin{aligned} \left(\rho g_x + \frac{\partial \tau_{xx}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yx}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{zx}}{\partial z} \right) \hat{\mathbf{i}} &= \left[\rho g_x - \frac{\partial p}{\partial x} + \mu \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\mu}{3} \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\partial u}{\partial x} - 2 \frac{\partial v}{\partial y} - 2 \frac{\partial w}{\partial z} \right) \right. \\ &\quad \left. + \mu \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right) + \mu \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial x} \right) \right] \hat{\mathbf{i}} \\ &= \left[\rho g_x - \frac{\partial p}{\partial x} + \mu \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} \right) \right. \\ &\quad \left. + \frac{\mu}{3} \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\partial u}{\partial x} \right) + \mu \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\partial v}{\partial y} - \frac{2}{3} \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} - \frac{2}{3} \frac{\partial w}{\partial z} \right) \right] \hat{\mathbf{i}} \\ &= \left[\rho g_x - \frac{\partial p}{\partial x} + \mu \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} \right) \right. \\ &\quad \left. + \frac{\mu}{3} \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} \right) \right] \hat{\mathbf{i}} \\ \left(\rho g_x + \frac{\partial \tau_{xx}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yx}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{zx}}{\partial z} \right) \hat{\mathbf{i}} &= \left(\rho g_x - \frac{\partial p}{\partial x} + \mu \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} \right) + \frac{\mu}{3} \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} \right) \right) \hat{\mathbf{i}} \end{aligned} \quad (3.20)$$

พิจารณาส่วนประกอบของด้านขวามือสมการ (3.10c) ในทิศทาง y ;

$$\begin{aligned}
 \left(\rho g_y + \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yy}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{zy}}{\partial z} \right) \hat{\mathbf{j}} &= \left[\rho g_y - \frac{\partial p}{\partial y} + \mu \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} + \frac{\mu}{3} \frac{\partial}{\partial y} \left(-2 \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} - 2 \frac{\partial w}{\partial z} \right) \right. \\
 &\quad \left. + \mu \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right) + \mu \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{\partial v}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial y} \right) \right] \hat{\mathbf{j}} \\
 &= \left[\rho g_y - \frac{\partial p}{\partial x} + \mu \left(\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial z^2} \right) \right. \\
 &\quad \left. + \frac{\mu}{3} \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{\partial v}{\partial y} \right) + \mu \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{\partial u}{\partial y} - \frac{2}{3} \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} - \frac{2}{3} \frac{\partial w}{\partial z} \right) \right] \hat{\mathbf{j}} \\
 &= \left[\rho g_y - \frac{\partial p}{\partial x} + \mu \left(\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial z^2} \right) \right. \\
 &\quad \left. + \frac{\mu}{3} \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} \right) \right] \hat{\mathbf{j}} \\
 \left(\rho g_y + \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yy}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{zy}}{\partial z} \right) \hat{\mathbf{j}} &= \left(\rho g_y - \frac{\partial p}{\partial y} + \mu \left(\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial z^2} \right) + \frac{\mu}{3} \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} \right) \right) \hat{\mathbf{j}}
 \end{aligned} \tag{3.21}$$

พิจารณาส่วนประกอบของด้านขวามือสมการ (3.10c) ในทิศทาง z ;

$$\begin{aligned}
 \left(\rho g_z + \frac{\partial \tau_{xz}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yz}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{zz}}{\partial z} \right) \hat{\mathbf{k}} &= \left[\rho g_z - \frac{\partial p}{\partial z} + \mu \frac{\partial^2 w}{\partial z^2} + \frac{\mu}{3} \frac{\partial}{\partial z} \left(-2 \frac{\partial u}{\partial x} - 2 \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} \right) \right. \\
 &\quad \left. + \mu \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial x} \right) + \mu \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{\partial v}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial y} \right) \right] \hat{\mathbf{k}} \\
 &= \left[\rho g_z - \frac{\partial p}{\partial x} + \mu \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial z^2} \right) \right. \\
 &\quad \left. + \frac{\mu}{3} \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{\partial w}{\partial z} \right) + \mu \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{\partial u}{\partial x} - \frac{2}{3} \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} - \frac{2}{3} \frac{\partial v}{\partial y} \right) \right] \hat{\mathbf{k}} \\
 &= \left[\rho g_z - \frac{\partial p}{\partial x} + \mu \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial z^2} \right) \right. \\
 &\quad \left. + \frac{\mu}{3} \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} \right) \right] \hat{\mathbf{k}} \\
 \left(\rho g_z + \frac{\partial \tau_{xz}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yz}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{zz}}{\partial z} \right) \hat{\mathbf{k}} &= \left(\rho g_z - \frac{\partial p}{\partial z} + \mu \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial z^2} \right) + \frac{\mu}{3} \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} \right) \right) \hat{\mathbf{k}}
 \end{aligned} \tag{3.22}$$

แทนสมการ (3.20) ถึง (3.22) ในสมการ (3.10c) จะได้สมการโมเมนตัมเมื่อค่าความหนืดคงที่ตามสมการ (3.23) ซึ่งเรียกว่าสมการ Navier – Stokes

$$\left\{ \begin{array}{l} \rho \left(\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} + w \frac{\partial u}{\partial z} \right) \hat{i} \\ \rho \left(\frac{\partial v}{\partial t} + u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} + w \frac{\partial v}{\partial z} \right) \hat{j} \\ \rho \left(\frac{\partial w}{\partial t} + u \frac{\partial w}{\partial x} + v \frac{\partial w}{\partial y} + w \frac{\partial w}{\partial z} \right) \hat{k} \end{array} \right\} = \left\{ \begin{array}{l} \left(\rho g_x - \frac{\partial p}{\partial x} + \mu \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} \right) + \frac{\mu}{3} \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} \right) \right) \hat{i} \\ \left(\rho g_y - \frac{\partial p}{\partial y} + \mu \left(\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial z^2} \right) + \frac{\mu}{3} \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} \right) \right) \hat{j} \\ \left(\rho g_z - \frac{\partial p}{\partial z} + \mu \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial z^2} \right) + \frac{\mu}{3} \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} \right) \right) \hat{k} \end{array} \right\} \quad (3.23)$$

เขียนสมการการอนุรักษ์มวล (3.1a) ใหม่อีกครั้งหนึ่ง

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial \rho u}{\partial x} + \frac{\partial \rho v}{\partial y} + \frac{\partial \rho w}{\partial z} = 0 \quad (3.24)$$

หากตั้งสมมุติฐานของการไหลเป็นดังนี้

1. Steady flow; $\partial(*)/\partial t = 0$
2. Incompressible flow; $\rho = \text{const.}$ หรือ $\partial\rho/\partial t = 0$

สมการ (3.24) จะสามารถลดรูปลงเหลือเป็นดังสมการ (3.25) ซึ่งเรียกว่าสมการความต่อเนื่อง (Continuity equation)

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} = 0 \quad (3.25)$$

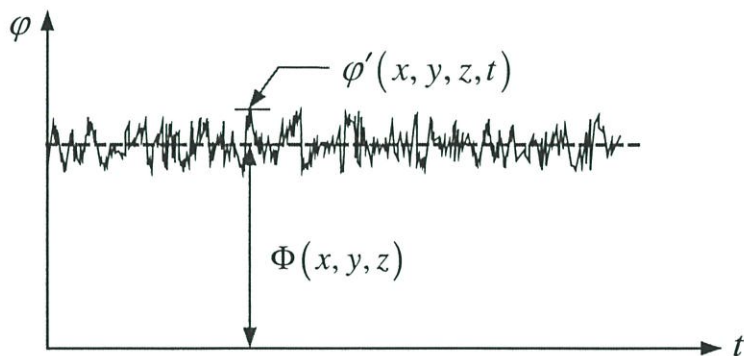
แทนสมการ (3.25) ลงในสมการ (3.23) พร้อมกับเพิ่มสมมุติฐานอีกว่าละทิ้ง Body forces และตัดเวกเตอร์หนึ่งหน่วย (Unit vectors) ออกไปจะทำให้สมการ (3.23) ลดรูปลงเหลือเป็น

$$\left\{ \begin{array}{l} \rho \left(u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} + w \frac{\partial u}{\partial z} \right) \\ \rho \left(u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} + w \frac{\partial v}{\partial z} \right) \\ \rho \left(u \frac{\partial w}{\partial x} + v \frac{\partial w}{\partial y} + w \frac{\partial w}{\partial z} \right) \end{array} \right\} = \left\{ \begin{array}{l} -\frac{\partial p}{\partial x} + \mu \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} \right) \\ -\frac{\partial p}{\partial y} + \mu \left(\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial z^2} \right) \\ -\frac{\partial p}{\partial z} + \mu \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial z^2} \right) \end{array} \right\} \quad (3.26)$$

สมการ (3.26) นี้เป็นสมการ Navier – Stokes ที่ใช้ได้กับ Incompressible fluid

3.4 การไหลแบบปั่นป่วน

3.4.1 กฎการทำ Time averaging [38, 47, 49]



รูปที่ 3.6 คุณสมบัติของการไหลแบ่งออกเป็นสองส่วน

โดยปกติแล้วการพิจารณาการไหลแบบปั่นป่วนนั้นมักจะให้ความสนใจเกี่ยวกับคุณสมบัติต่างๆ ของการไหลในส่วนที่สามารถทำนายได้เท่านั้น เนื่องจากไม่สามารถทำนายได้ทุกๆ สเกลของการไหล โดยมีการตั้งสมมุติฐานเบื้องต้นว่า “คุณสมบัติการไหลแบ่งออกเป็นสองส่วน คือ ส่วนเฉลี่ย (Mean part) และส่วนที่มีการเปลี่ยนแปลงหรือสั่น (Fluctuating parts) ดังรูปที่ 3.6 ซึ่งเขียนเป็นสมการได้ดังนี้

$$\varphi(x, y, z, t) = \Phi(x, y, z) + \varphi'(x, y, z, t) \quad (3.27)$$

ด้านซ้ายของสมการ (3.27) เป็นค่าของคุณสมบัติการไหลที่เวลาใด ๆ ส่วนเทอมแรกทางด้านขวามือของสมการ (3.27) นี้จะแทนด้วย Mean part properties ซึ่งจะใช้ตัวอักษรตัวใหญ่ และเทอมที่สองจะแทนด้วย Fluctuating parts properties ซึ่งจะใช้ตัวอักษรตัวเล็กกำกับด้วยค้ำขึ้นบน (Super script) (\prime)

นักวิจัยได้ทำการเก็บข้อมูลการไหลแล้วนำมาวิเคราะห์เชิงสถิติโดยการอาศัยการทำ การเฉลี่ยข้อมูลที่เก็บมานั้นในช่วงเวลาหนึ่ง ซึ่งนานกว่าเวลาที่มีการเปลี่ยนแปลงช้าที่สุด (Slowest variations) ของค่าคุณสมบัติการไหลในโดเมนการไหล เพื่อที่จะเชื่อได้ว่าคุณสมบัติของการไหลทั่วทั้งโดเมนการไหลนั้นไม่ขึ้นอยู่กับเวลา (Time independent) [47] การทำการเฉลี่ยในลักษณะนี้เรียกว่า Time averaging และคุณสมบัติที่ได้จากการทำ Time averaging นั้นเรียกว่า Time – averaged properties หรือบางครั้งเรียกว่า Ensemble – averaged properties จากผลการวิเคราะห์โดยการทำ Time averaging นั้นทำให้ทราบว่า Mean part time – averaged properties นั้นไม่เปลี่ยนแปลง ในขณะที่ Fluctuating parts time – averaged properties มีค่าเป็นศูนย์ ด้วยปรากฏการณ์นี้เองที่เป็นประโยชน์อย่างมากกับการวิเคราะห์การไหลแบบปั่นป่วน ด้วยการสร้าง Mathematical models

◆ กฎการการทำ Time averaging

$$\varphi(x, y, z, t) = \Phi(x, y, z) + \varphi'(x, y, z, t) \quad (3.28)$$

$$\Phi(x, y, z) = \Phi \equiv \frac{1}{T_0} \int_0^{T_0} \varphi(x, y, z, t) dt = \bar{\varphi} \quad (3.29a)$$

$$\begin{aligned} \overline{\varphi(x, y, z, t)} = \bar{\varphi} &\equiv \frac{1}{T_0} \int_0^{T_0} \varphi(x, y, z, t) dt \\ &\equiv \frac{1}{T_0} \int_0^{T_0} (\Phi(x, y, z) + \varphi'(x, y, z, t)) dt \\ &\equiv \frac{1}{T_0} \int_0^{T_0} \Phi(x, y, z) dt + \frac{1}{T_0} \int_0^{T_0} \varphi'(x, y, z, t) dt \\ &\equiv \overline{\Phi(x, y, z)} + \overline{\varphi'(x, y, z, t)} \\ &\equiv \Phi(x, y, z) + 0 \end{aligned} \quad (3.29b)$$

$$\bar{\varphi} \equiv \Phi(x, y, z) = \Phi = \bar{\Phi} \quad (3.29c)$$

$$f(x, y, z, t) = F(x, y) + f'(x, y, z, t) \quad (3.30)$$

$$g(x, y, z, t) = G(x, y) + g'(x, y, z, t) \quad (3.31)$$

$$\bar{F} \equiv F \quad (3.32)$$

$$\bar{f}' \equiv 0 \quad (3.33)$$

$$\overline{f \pm g} = \overline{g \pm f} = F \pm G \quad (3.34)$$

$$\overline{f' \cdot G} = 0 \quad (3.35)$$

$$\overline{f \cdot g} = \overline{g \cdot f} = F \cdot G + \overline{f'g'} \quad (3.36)$$

$$\overline{F \cdot g} = \overline{g \cdot F} = F \cdot G \quad (3.37)$$

$$\frac{\partial \bar{f}}{\partial s} = \frac{\partial F}{\partial s} \quad (3.38)$$

$$\int \bar{f} ds = \int F ds \quad (3.39)$$

ประยุกต์กฎการทำ Time averaging กับสมการความต่อเนื่อง (3.25) [38] จะได้

$$\begin{aligned} \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} &= 0 \\ \overline{\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z}} &= \bar{0} \\ \frac{\partial \bar{u}}{\partial x} + \frac{\partial \bar{v}}{\partial y} + \frac{\partial \bar{w}}{\partial z} &= 0 \end{aligned} \quad (3.40)$$

$$\begin{aligned}
\overline{\frac{\partial(U+u')}{\partial x} + \frac{\partial(V+v')}{\partial y} + \frac{\partial(W+w')}{\partial z}} &= 0 \\
\frac{\partial U}{\partial x} + \frac{\partial u'}{\partial x} + \frac{\partial V}{\partial y} + \frac{\partial v'}{\partial y} + \frac{\partial W}{\partial z} + \frac{\partial w'}{\partial z} &= 0 \\
\left(\frac{\partial U}{\partial x} + \frac{\partial V}{\partial y} + \frac{\partial W}{\partial z} \right) + \left(\frac{\partial u'}{\partial x} + \frac{\partial v'}{\partial y} + \frac{\partial w'}{\partial z} \right) &= 0 \\
\left(\frac{\partial U}{\partial x} + \frac{\partial V}{\partial y} + \frac{\partial W}{\partial z} \right) + \left(\frac{\partial u'}{\partial x} + \frac{\partial v'}{\partial y} + \frac{\partial w'}{\partial z} \right) &= 0 \\
\overline{\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} + \frac{\partial u'}{\partial x} + \frac{\partial v'}{\partial y} + \frac{\partial w'}{\partial z}} &= 0
\end{aligned} \tag{3.41}$$

แทนสมการ (3.40) ในสมการ (3.41)

$$\begin{aligned}
0 + \overline{\frac{\partial u'}{\partial x} + \frac{\partial v'}{\partial y} + \frac{\partial w'}{\partial z}} &= 0 \\
\therefore \overline{\frac{\partial u'}{\partial x} + \frac{\partial v'}{\partial y} + \frac{\partial w'}{\partial z}} &= 0
\end{aligned} \tag{3.42}$$

ประยุกต์กฎการทำ Time averaging กับสมการ Navier – Stokes (3.26) ซึ่งในที่นี้จะพิจารณาส่วนประกอบในแนวแกน x ก่อน [6] ดังนี้

$$\underbrace{\rho \left(u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} + w \frac{\partial u}{\partial z} \right)}_{\text{I}} = \underbrace{-\frac{\partial p}{\partial x}}_{\text{II}} + \underbrace{\mu \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} \right)}_{\text{III}} \tag{3.43}$$

พิจารณาเทอม (I) ของสมการ (3.43);

$$\begin{aligned}
\rho \left(u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} + w \frac{\partial u}{\partial z} \right) &= \rho \left[\left(u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} + w \frac{\partial u}{\partial z} \right) + 0 \right] \\
&= \rho \left[\left(u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} + w \frac{\partial u}{\partial z} \right) + u \left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} \right) \right] \\
&= \rho \left[u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} + w \frac{\partial u}{\partial z} + u \frac{\partial u}{\partial x} + u \frac{\partial v}{\partial y} + u \frac{\partial w}{\partial z} \right] \\
&= \rho \left[\left(u \frac{\partial u}{\partial x} + u \frac{\partial u}{\partial x} \right) + \left(u \frac{\partial v}{\partial y} + v \frac{\partial u}{\partial y} \right) + \left(u \frac{\partial w}{\partial z} + w \frac{\partial u}{\partial z} \right) \right]
\end{aligned}$$

$$\rho \left(u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} + w \frac{\partial u}{\partial z} \right) = \rho \left(\frac{\partial u^2}{\partial x} + \frac{\partial uv}{\partial y} + \frac{\partial uw}{\partial z} \right)$$

ประยุกต์กฎการทำ Time averaging กับเทอม (I);

$$\begin{aligned} \overline{\rho \left(u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} + w \frac{\partial u}{\partial z} \right)} &= \overline{\rho \left(\frac{\partial u^2}{\partial x} + \frac{\partial uv}{\partial y} + \frac{\partial uw}{\partial z} \right)} \\ &= \overline{\rho \left(\frac{\partial (U+u')^2}{\partial x} + \frac{\partial (U+u')(V+v')}{\partial y} + \frac{\partial (U+u')(W+w')}{\partial z} \right)} \\ &= \overline{\rho \frac{\partial (U+u')^2}{\partial x}} + \overline{\rho \frac{\partial (U+u')(V+v')}{\partial y}} \\ &\quad + \overline{\rho \frac{\partial (U+u')(W+w')}{\partial z}} \\ \overline{\rho \left(u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} + w \frac{\partial u}{\partial z} \right)} &= \overline{\rho \frac{\partial (U^2 + 2Uu' + u'^2)}{\partial x}} + \overline{\rho \frac{\partial (UV + Uv' + Vu' + u'v')}{\partial y}} \\ &\quad + \overline{\rho \frac{\partial (UW + Uw' + Wu' + u'w')}{\partial z}} \\ &= \overline{\rho \frac{\partial (U^2 + 0 + u'^2)}{\partial x}} + \overline{\rho \frac{\partial (UV + 0 + 0 + u'v')}{\partial y}} \\ &\quad + \overline{\rho \frac{\partial (UW + 0 + 0 + u'w')}{\partial z}} \\ &= \rho \left(\frac{\partial (U^2)}{\partial x} + \frac{\partial (u'^2)}{\partial x} \right) + \rho \left(\frac{\partial (UV)}{\partial y} + \frac{\partial (u'v')}{\partial y} \right) \\ &\quad + \rho \left(\frac{\partial (UW)}{\partial z} + \frac{\partial (u'w')}{\partial z} \right) \\ \overline{\rho \left(u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} + w \frac{\partial u}{\partial z} \right)} &= \rho \left(\frac{\partial (UU)}{\partial x} + \frac{\partial (UV)}{\partial y} + \frac{\partial (UW)}{\partial z} \right) \\ &\quad + \rho \left(\frac{\partial (u'^2)}{\partial x} + \frac{\partial (u'v')}{\partial y} + \frac{\partial (u'w')}{\partial z} \right) \tag{3.44} \\ \rho \left(\frac{\partial (UU)}{\partial x} + \frac{\partial (UV)}{\partial y} + \frac{\partial (UW)}{\partial z} \right) &= \rho \left(U \frac{\partial U}{\partial x} + U \frac{\partial U}{\partial x} + U \frac{\partial V}{\partial y} + V \frac{\partial U}{\partial y} + U \frac{\partial W}{\partial z} + W \frac{\partial U}{\partial z} \right) \\ &= \rho \left(\left(U \frac{\partial U}{\partial x} + V \frac{\partial U}{\partial y} + W \frac{\partial U}{\partial z} \right) + \left(U \frac{\partial U}{\partial x} + U \frac{\partial V}{\partial y} + U \frac{\partial W}{\partial z} \right) \right) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\rho \left(\frac{\partial(UU)}{\partial x} + \frac{\partial(UV)}{\partial y} + \frac{\partial(UW)}{\partial z} \right) &= \rho \left(\left(U \frac{\partial U}{\partial x} + V \frac{\partial U}{\partial y} + W \frac{\partial U}{\partial z} \right) + U \left(\frac{\partial U}{\partial x} + \frac{\partial V}{\partial y} + \frac{\partial W}{\partial z} \right) \right) \\ \rho \left(\frac{\partial(UU)}{\partial x} + \frac{\partial(UV)}{\partial y} + \frac{\partial(UW)}{\partial z} \right) &= \rho \left(\left(U \frac{\partial U}{\partial x} + V \frac{\partial U}{\partial y} + W \frac{\partial U}{\partial z} \right) + 0 \right)\end{aligned}\quad (3.45)$$

แทนสมการ (3.45) ลงใน (3.44)

$$\overline{\rho \left(u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} + w \frac{\partial u}{\partial z} \right)} = \rho \left[\left(U \frac{\partial U}{\partial x} + V \frac{\partial U}{\partial y} + W \frac{\partial U}{\partial z} \right) + \left(\frac{\partial(\overline{u'^2})}{\partial x} + \frac{\partial(\overline{u'v'})}{\partial y} + \frac{\partial(\overline{u'w'})}{\partial z} \right) \right]\quad (3.46)$$

พิจารณาเทอม (II) ของสมการ (3.43);

$$-\frac{\partial p}{\partial x} = \frac{\partial(P + p')}{\partial x}$$

ประยุกต์กฎการทำ Time averaging กับเทอม (II);

$$\begin{aligned}\overline{-\frac{\partial p}{\partial x}} &= \overline{-\frac{\partial(P + p')}{\partial x}} \\ &= \overline{-\frac{\partial(P + p')}{\partial x}} \\ \overline{-\frac{\partial p}{\partial x}} &= -\frac{\partial P}{\partial x}\end{aligned}\quad (3.47)$$

พิจารณาเทอม (III) ของสมการ (3.43);

$$\mu \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} \right) = \mu \left(\frac{\partial^2(U + u')}{\partial x^2} + \frac{\partial^2(U + u')}{\partial y^2} + \frac{\partial^2(U + u')}{\partial z^2} \right)$$

ประยุกต์กฎการทำ Time averaging กับเทอม (III);

$$\overline{\mu \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} \right)} = \overline{\mu \left(\frac{\partial^2(U + u')}{\partial x^2} + \frac{\partial^2(U + u')}{\partial y^2} + \frac{\partial^2(U + u')}{\partial z^2} \right)}$$

$$\begin{aligned}
\overline{\mu \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} \right)} &= \overline{\mu \left(\frac{\partial^2 U}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u'}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 U}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 u'}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 U}{\partial z^2} + \frac{\partial^2 u'}{\partial z^2} \right)} \\
&= \overline{\mu \left(\frac{\partial^2 U}{\partial x^2} + 0 + \frac{\partial^2 U}{\partial y^2} + 0 + \frac{\partial^2 U}{\partial z^2} + 0 \right)} \\
\overline{\mu \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} \right)} &= \overline{\mu \left(\frac{\partial^2 U}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 U}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 U}{\partial z^2} \right)}
\end{aligned} \tag{3.48}$$

ดังนั้นเมื่อรวมสมการ (3.46) ถึง (3.48) เข้าด้วยกัน แล้วจัดรูปใหม่จะได้

$$\begin{aligned}
\rho \left(U \frac{\partial U}{\partial x} + V \frac{\partial U}{\partial y} + W \frac{\partial U}{\partial z} \right) &= -\frac{\partial P}{\partial x} + \mu \left(\frac{\partial^2 U}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 U}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 U}{\partial z^2} \right) \\
&\quad - \frac{\overline{\partial \rho (u'^2)}}{\partial x} - \frac{\overline{\partial \rho (u'v')}}{\partial y} - \frac{\overline{\partial \rho (u'w')}}{\partial z}
\end{aligned} \tag{3.49}$$

ใช้หลักการตั้งแต่สมการ (3.43) ถึง (3.48) ไปประยุกต์กับส่วนประกอบของสมการ Navier – Stokes ในแกน y และแกน z แล้วสรุปเป็นสมการ (3.50)

$$\begin{aligned}
&\left\{ \begin{array}{l} \rho \left(U \frac{\partial U}{\partial x} + V \frac{\partial U}{\partial y} + W \frac{\partial U}{\partial z} \right) \\ \rho \left(U \frac{\partial V}{\partial x} + V \frac{\partial V}{\partial y} + W \frac{\partial V}{\partial z} \right) \\ \rho \left(U \frac{\partial W}{\partial x} + V \frac{\partial W}{\partial y} + W \frac{\partial W}{\partial z} \right) \end{array} \right\} \\
&= \left\{ \begin{array}{l} -\frac{\partial P}{\partial x} + \mu \left(\frac{\partial^2 U}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 U}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 U}{\partial z^2} \right) + \left(-\frac{\overline{\rho \partial (u'^2)}}{\partial x} - \frac{\overline{\rho \partial (u'v')}}{\partial y} - \frac{\overline{\rho \partial (u'w')}}{\partial z} \right) \\ -\frac{\partial P}{\partial y} + \mu \left(\frac{\partial^2 V}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial z^2} \right) + \left(-\frac{\overline{\rho \partial (u'v')}}{\partial x} - \frac{\overline{\rho \partial (v'^2)}}{\partial y} - \frac{\overline{\rho \partial (v'w')}}{\partial z} \right) \\ -\frac{\partial P}{\partial z} + \mu \left(\frac{\partial^2 W}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 W}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 W}{\partial z^2} \right) + \underbrace{\left(-\frac{\overline{\rho \partial (u'w')}}{\partial x} - \frac{\overline{\rho \partial (v'w')}}{\partial y} - \frac{\overline{\rho \partial (w'^2)}}{\partial z} \right)}_{\text{Turbulent stress terms}} \end{array} \right\}
\end{aligned} \tag{3.50}$$

จัดรูปสมการ (3.50) ใหม่เมื่อ $\nu = \mu/\rho$ และย้าย ρ เข้าไปในเทอม Partial differential

$$\begin{aligned}
& \left\{ \begin{array}{l} U \frac{\partial U}{\partial x} + V \frac{\partial U}{\partial y} + W \frac{\partial U}{\partial z} \\ U \frac{\partial V}{\partial x} + V \frac{\partial V}{\partial y} + W \frac{\partial V}{\partial z} \\ U \frac{\partial W}{\partial x} + V \frac{\partial W}{\partial y} + W \frac{\partial W}{\partial z} \end{array} \right\} \\
& = \left\{ \begin{array}{l} -\frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial x} + \nu \left(\frac{\partial^2 U}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 U}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 U}{\partial z^2} \right) + \frac{1}{\rho} \left(\frac{\overline{\partial \rho (u'^2)}}{\partial x} - \frac{\overline{\partial \rho (u'v')}}{\partial y} - \frac{\overline{\partial (\rho u'w')}}{\partial z} \right) \\ -\frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial y} + \nu \left(\frac{\partial^2 V}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial z^2} \right) + \frac{1}{\rho} \left(-\frac{\overline{\partial \rho (u'v')}}{\partial x} - \frac{\overline{\partial \rho (v'^2)}}{\partial y} - \frac{\overline{\partial \rho (v'w')}}{\partial z} \right) \\ -\frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial z} + \nu \left(\frac{\partial^2 W}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 W}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 W}{\partial z^2} \right) + \frac{1}{\rho} \left(\frac{\overline{\partial \rho (u'w')}}{\partial x} - \frac{\overline{\partial \rho (v'w')}}{\partial y} - \frac{\overline{\partial \rho (w'^2)}}{\partial z} \right) \end{array} \right\} \quad (3.51)
\end{aligned}$$

Turbulent stress terms

สำหรับ Turbulent stress terms นั้นแบ่งออกเป็นสองส่วนคือ Turbulent normal stresses ได้แก่ $-\overline{\partial \rho (u'^2)}/\partial x$, $-\overline{\partial \rho (v'^2)}/\partial y$ และ $-\overline{\partial \rho (w'^2)}/\partial z$ อีกส่วนหนึ่งคือ Turbulent shear stresses ได้แก่ เทอมที่เหลื่อ หรือเทอมที่อยู่นอกแนวทแยงมุมของ Turbulent stress terms ซึ่งเทอมเหล่านี้แต่ก่อนเรียกว่า Reynolds stress terms เพื่อเป็นการให้เกียรติแก่ Osborne Reynolds ซึ่งเป็นผู้นำเสนอเป็นคนแรก นอกจากนี้สมการ (3.50) หรือ (3.51) ยังสามารถเรียกอีกชื่อหนึ่งว่า Reynolds – averaged Navier – Stokes equation (RANS)

$$\begin{aligned}
& \left\{ \begin{array}{l} U \frac{\partial U}{\partial x} + V \frac{\partial U}{\partial y} + W \frac{\partial U}{\partial z} \\ U \frac{\partial V}{\partial x} + V \frac{\partial V}{\partial y} + W \frac{\partial V}{\partial z} \\ U \frac{\partial W}{\partial x} + V \frac{\partial W}{\partial y} + W \frac{\partial W}{\partial z} \end{array} \right\} \\
& = \left\{ \begin{array}{l} -\frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial x} + \nu \left(\frac{\partial^2 U}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 U}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 U}{\partial z^2} \right) + \frac{1}{\rho} \left(\overline{\tau'_{xx}} + \overline{\tau'_{yx}} + \overline{\tau'_{zx}} \right) \\ -\frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial y} + \nu \left(\frac{\partial^2 V}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial z^2} \right) + \frac{1}{\rho} \left(\overline{\tau'_{xy}} + \overline{\tau'_{yy}} + \overline{\tau'_{zy}} \right) \\ -\frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial z} + \nu \left(\frac{\partial^2 W}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 W}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 W}{\partial z^2} \right) + \frac{1}{\rho} \left(\overline{\tau'_{xz}} + \overline{\tau'_{yz}} + \overline{\tau'_{zz}} \right) \end{array} \right\} \quad (3.52)
\end{aligned}$$

Turbulent stress terms

เมื่อเขียนสมการ Continuity, สมการ RANS บนพิกัดทรงกระบอกได้ดังนี้ (ละเว้นการพิสูจน์)

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{1}{r} \frac{\partial (r \rho v_r)}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial (\rho v_\theta)}{\partial \theta} + \frac{\partial (\rho v_z)}{\partial z} = 0 \quad (3.53)$$

เมื่อเป็น Steady flow;

$$\frac{1}{r} \frac{\partial (r \rho v_r)}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial (\rho v_\theta)}{\partial \theta} + \frac{\partial (\rho v_z)}{\partial z} = 0 \quad (3.54)$$

และถ้าความหนาแน่นคงที่ หรือเป็น Incompressible flow;

$$\frac{1}{r} \frac{\partial (r v_r)}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial (v_\theta)}{\partial \theta} + \frac{\partial (v_z)}{\partial z} = 0 \quad (3.55)$$

สำหรับสมการ Navier – Stokes บนพิกัดทรงกระบอกเมื่อความหนาแน่น และความหนืดคงที่ จะเขียนได้เป็น

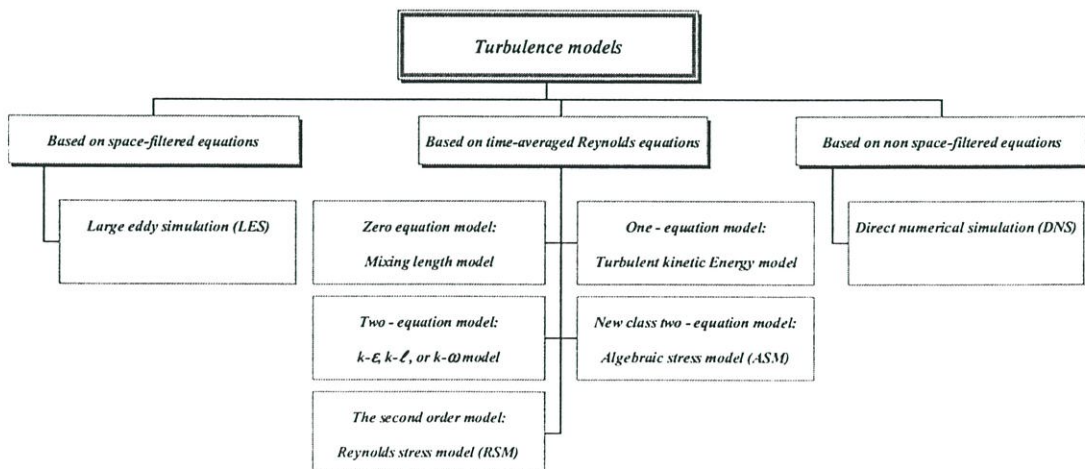
$$\left\{ \begin{array}{l} \rho \left(\frac{\partial v_r}{\partial t} + v_r \frac{\partial v_r}{\partial r} + \frac{v_\theta}{r} \frac{\partial v_r}{\partial \theta} - \frac{v_\theta^2}{r} + v_z \frac{\partial v_r}{\partial z} \right) \\ \rho \left(\frac{\partial v_\theta}{\partial t} + v_r \frac{\partial v_\theta}{\partial r} + \frac{v_\theta}{r} \frac{\partial v_\theta}{\partial \theta} + \frac{v_r v_\theta}{r} + v_z \frac{\partial v_\theta}{\partial z} \right) \\ \rho \left(\frac{\partial v_z}{\partial t} + v_r \frac{\partial v_z}{\partial r} + \frac{v_\theta}{r} \frac{\partial v_z}{\partial \theta} + v_z \frac{\partial v_z}{\partial z} \right) \end{array} \right\} = \left\{ \begin{array}{l} \rho g_r - \frac{\partial p}{\partial r} + \mu \left(\frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{1}{r} \frac{\partial r v_r}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 v_r}{\partial \theta^2} - \frac{2}{r^2} \frac{\partial v_\theta}{\partial \theta} + \frac{\partial^2 v_r}{\partial z^2} \right) \\ \rho g_\theta - \frac{1}{r} \frac{\partial p}{\partial \theta} + \mu \left(\frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{1}{r} \frac{\partial r v_\theta}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 v_\theta}{\partial \theta^2} + \frac{2}{r^2} \frac{\partial v_r}{\partial \theta} + \frac{\partial^2 v_\theta}{\partial z^2} \right) \\ \rho g_z - \frac{\partial p}{\partial z} + \mu \left(\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial v_z}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 v_z}{\partial \theta^2} + \frac{\partial^2 v_z}{\partial z^2} \right) \end{array} \right\} \quad (3.56)$$

เมื่อเป็น Steady flow และละทิ้ง Body force;

$$\begin{aligned}
 & \left\{ \begin{array}{l} \rho \left(v_r \frac{\partial v_r}{\partial r} + \frac{v_\theta}{r} \frac{\partial v_r}{\partial \theta} - \frac{v_\theta^2}{r} + v_z \frac{\partial v_r}{\partial z} \right) \\ \rho \left(v_r \frac{\partial v_\theta}{\partial r} + \frac{v_\theta}{r} \frac{\partial v_\theta}{\partial \theta} + \frac{v_r v_\theta}{r} + v_z \frac{\partial v_\theta}{\partial z} \right) \\ \rho \left(v_r \frac{\partial v_z}{\partial r} + \frac{v_\theta}{r} \frac{\partial v_z}{\partial \theta} + v_z \frac{\partial v_z}{\partial z} \right) \end{array} \right\} \\
 & = \left\{ \begin{array}{l} -\frac{\partial p}{\partial r} + \mu \left(\frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{1}{r} \frac{\partial r v_r}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 v_r}{\partial \theta^2} - \frac{2}{r^2} \frac{\partial v_\theta}{\partial \theta} + \frac{\partial^2 v_r}{\partial z^2} \right) \\ -\frac{1}{r} \frac{\partial p}{\partial \theta} + \mu \left(\frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{1}{r} \frac{\partial r v_\theta}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 v_\theta}{\partial \theta^2} + \frac{2}{r^2} \frac{\partial v_r}{\partial \theta} + \frac{\partial^2 v_\theta}{\partial z^2} \right) \\ -\frac{\partial p}{\partial z} + \mu \left(\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial v_z}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 v_z}{\partial \theta^2} + \frac{\partial^2 v_z}{\partial z^2} \right) \end{array} \right\} \quad (3.57)
 \end{aligned}$$

3.5 Turbulence models

ในหัวข้อก่อนหน้านี้ได้แสดงรายละเอียดของ RANS ซึ่งจะพบว่า Reynolds stress terms นั้นจะทำให้ไม่สามารถวิเคราะห์การไหลได้เนื่องจากจำนวนสมการมากกว่าจำนวนตัวแปรของระบบ การแก้ปัญหานี้มีนัยคือการสร้าง Turbulence models ขึ้นเพื่อให้จำนวนสมการเท่ากับจำนวนตัวแปรของระบบ ทำให้ปัญหานี้สามารถแก้ได้หรือเรียกว่า Closure problem [38] จากอดีตจนถึงปัจจุบันนักวิจัยด้าน CFD ได้สร้าง Turbulence models เกิดขึ้นมากมายซึ่งแบ่งออกเป็นสามกลุ่มใหญ่ ๆ ดังรูปที่



รูปที่ 3.7 กลุ่มต่าง ๆ ของ Turbulence models [38, 47, 49]

วิทยานิพนธ์ฉบับนี้ใช้ Turbulence models สองแบบได้แก่ $k - \varepsilon$ model และ Reynolds stress model (RSM) ซึ่งมีรายละเอียดดังต่อไปนี้

3.5.1 $k - \varepsilon$ model [6, 7, 39]

Turbulence models เมื่อเป็น two – equation model ในวิทยานิพนธ์ฉบับนี้เป็น Standard $k - \varepsilon$ model ซึ่งพัฒนาโดย Launder และ Spalding ดังนี้

◆ สมการ Transport สำหรับ k และ ε

การพิสูจน์สมการ Transport สำหรับ Turbulent kinetic energy (k) นั้นมีหลายวิธี แต่วิธีที่ง่ายที่สุดคือ ประยุกต์การทำ Time averaging กับ k ซึ่งเป็นผลรวมของการคูณกันระหว่างโมเมนตัมขณะใด ๆ (Instantaneous momentum) กับความองค์ประกอบของความเร็วบนแกนที่พิจารณาอยู่ จากนั้นกำจัดส่วนที่เป็น Mean turbulent kinetic energy (K) ออกไป จะทำให้เหลือ Fluctuating turbulent kinetic energy (k') แล้วอาศัยหลักการที่ว่าเทอมที่เกิดขึ้นใหม่ (Production terms) กับเทอมที่หายไป (Dissipation terms) จะต้องเท่ากัน และประการสำคัญคือมีสมมุติฐานที่การไหลเป็นแบบ Fully turbulent และละทิ้งผลกระทบของ Molecular viscosity [7]

การประยุกต์การทำ Time averaging กับ k และ ε นั้นจะเกิดเทอมซึ่งไม่สามารถหาค่าได้หลายเทอม ซึ่งเทอมเหล่านี้จำเป็นต้องมีการสร้าง Model ขึ้นมาเพื่อให้เป็น Closure problem ผลลัพธ์การประยุกต์การทำ Time averaging กับ k และ ε เป็นดังสมการ (3.58) และ (3.59)

$$\frac{\partial(\rho k)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho k u_i)}{\partial x_i} = \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\left(\mu + \frac{\mu_t}{\sigma_k} \right) \frac{\partial k}{\partial x_j} \right) + G_k + G_b - \rho \varepsilon - Y_M + S_k \quad (3.58)$$

$$\frac{\partial(\rho \varepsilon)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho \varepsilon u_i)}{\partial x_i} = \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\left(\mu + \frac{\mu_t}{\sigma_\varepsilon} \right) \frac{\partial \varepsilon}{\partial x_j} \right) + C_{1\varepsilon} \frac{\varepsilon}{k} (G_k + C_{3\varepsilon} G_b) - C_{2\varepsilon} \rho \frac{\varepsilon^2}{k} + S_\varepsilon \quad (3.59)$$

เมื่อ

$k \equiv$ The turbulent kinetic energy

$\mu \equiv$ The dynamic viscosity ของของไหล

$\mu_t \equiv$ The turbulent viscosity หรือ The eddy – viscosity

$\sigma_k \equiv$ The turbulent Prandtl number สำหรับ k ซึ่งเท่ากับ 1.0

$G_k \equiv$ The generation ของ turbulent kinetic energy เนื่องจาก Mean velocity gradients

$G_b \equiv$ The generation ของ turbulent kinetic energy เนื่องจาก Buoyancy

$Y_M \equiv$ Overall dissipation rate (รวมไปถึง Compressible flow)

S_k \equiv Source term ในสมการ k (จะมีหรือไม่นั้นขึ้นอยู่กับลักษณะปัญหา)

ε \equiv The turbulent kinetic energy dissipation rate

σ_ε \equiv The turbulent Prandtl number สำหรับ ε ซึ่งเท่ากับ 1.3

$C_{1\varepsilon}$ \equiv ค่าคงที่ในสมการ ε ซึ่งเท่ากับ 1.44

$C_{2\varepsilon}$ \equiv ค่าคงที่ในสมการ ε ซึ่งเท่ากับ 1.92

$C_{3\varepsilon}$ \equiv ค่าคงที่ในสมการ ε

S_ε \equiv Source term ในสมการ ε (จะมีหรือไม่นั้นขึ้นอยู่กับลักษณะปัญหา)

◆ รายละเอียดของเทอมต่าง ๆ ในสมการ Transport สำหรับ k และ ε

Launder และ Spalding ได้พัฒนา Standard $k - \varepsilon$ model ซึ่งได้อาศัย Turbulent velocity (V_t) กับ Length scale (ℓ_t) ที่ Prandtl และ Kolmogorov ได้เสนอ [7] ไว้

$$k = \frac{1}{2}(\overline{u'^2} + \overline{v'^2} + \overline{w'^2}) = \frac{1}{2}\overline{u'_i u'_i} \quad (3.60)$$

$$\mu_t = \rho C_\mu \ell_t V_t \quad (3.61)$$

$$V_t = \sqrt{k} = \sqrt{\frac{\overline{u'_i u'_i}}{2}} \quad (3.62)$$

$$\varepsilon = \frac{k^{3/2}}{\ell_t} \quad (3.63)$$

$$\mu_t = \rho C_\mu \left(\frac{k^{3/2}}{\varepsilon} \right) (k^{1/2}) \quad (3.64)$$

$$\mu_t = \rho C_\mu \left(\frac{k^2}{\varepsilon} \right) \quad (3.64)$$

$$G_k = -\rho \overline{u'_i u'_j} \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \quad (3.65)$$

เมื่อใช้สมมุติฐานของบอสสิเนสส์ (Boussinesq hypothesis) ตามสมการ (3.66)

$$S \equiv \sqrt{2S_{ij}S_{ij}} \quad (3.66)$$

ดังนั้น

$$G_k = \mu_t S^2 \quad (3.67)$$

ในกรณีที่ไม่มีการละทิ้ง Body forces ต้องมีการสร้าง Model เทอม G_b ดังนี้

$$G_b = \beta g_i \frac{\mu_i}{Pr_i} \frac{\partial T}{\partial x_i} \quad (3.68)$$

สำหรับก๊าซอุดมคติ (Ideal gas)

$$\beta = -\frac{1}{\rho} \left(\frac{\partial \rho}{\partial T} \right)_p \quad (3.69)$$

แทนสมการ (3.69) ในสมการ (3.68) จะได้

$$G_b = \left(-\frac{1}{\rho} \left(\frac{\partial \rho}{\partial T} \right)_p \right) \left(g_i \frac{\mu_i}{Pr_i} \frac{\partial T}{\partial x_i} \right)$$

$$G_b = -g_i \frac{\mu_i}{\rho Pr_i} \frac{\partial \rho}{\partial x_i} \quad (3.70)$$

$$Y_M = 2\rho\varepsilon M_i^2 \quad (3.71)$$

$$M_i = \sqrt{\frac{k}{a^2}}$$

$$M_i = \sqrt{\frac{k}{\gamma RT}} \quad (3.72)$$

แทนสมการ (3.72) ในสมการ (3.71) จะได้

$$Y_M = 2\rho\varepsilon \frac{k}{\gamma RT} \quad (3.73)$$

$$C_{3\varepsilon} = \tanh \left| \frac{v}{u} \right| \quad (3.74)$$

$$C_{3\varepsilon} = \begin{cases} 1 & \text{if buoyant shaer layer parallel to } g_i \\ 0 & \text{if buoyant shaer layer perpendicular to } g_i \end{cases} \quad (3.75)$$

เมื่อ

$C_\mu \equiv$ ค่าคงที่ในสมการ (3.64) ซึ่งเท่ากับ 0.09

$S \equiv$ The modulus ของ the mean strain rate tensor

$g_i \equiv$ The gravitational component vector

$Pr_i \equiv$ The Turbulent Prandtl number สำหรับพลังงาน (ซึ่งจะใช้ในสมการ การอนุรักษ์พลังงาน) และ $Pr_i = 0.85$

$\beta \equiv$ The thermal expansion coefficient

$M_t \equiv$ The turbulent much number

$a \equiv$ ความเร็วเสียง

3.5.2 Reynolds stress model (RSM)

จากหัวข้อที่ผ่านมาจะพบว่าหลักการของ $k-\varepsilon$ model คือ เป็นการสร้าง Model ทาง อ้อม (ผลรวมของการคูณกันระหว่าง Instantaneous momentum กับความมอค์ประกอบของความเร็ว บนแกนที่พิจารณาอยู่) ขึ้นมาเพื่อจะอธิบาย Reynolds stress terms ($-\rho \overline{u'_i u'_j}$) หรือทำให้เป็น Closure problem และ Model ทางอ้อม ของ k และ ε ที่สร้างขึ้นมานั้นบางครั้งเป็นการนำเอาผลการทดลองมาเป็นต้นแบบในการสร้าง Model และบางครั้งเป็นการพยายามสร้าง Model ทางคณิตศาสตร์มาอธิบายปรากฏการณ์ทางฟิสิกส์ ซึ่งพบว่าก็ยังสามารถใช้งานได้ดีในระดับหนึ่งจากอดีตถึงปัจจุบัน

RSM เป็น Turbulence model ที่สูงกว่า $k-\varepsilon$ model ในบางครั้งจึงเรียก RSM ว่า The second – order closure model หรือ The second – moment closure model โดยมีหลักการสร้าง Turbulence model ของสมการ Navier – Stokes แบบทางตรงแทนที่จะเป็นแบบทางอ้อมเช่นกรณีของ $k-\varepsilon$ model ด้วยเหตุผลที่ว่าเพื่อกำจัดความไม่แน่นอนของ Model ทางอ้อมนั่นเอง อย่างไรก็ตาม RSM ก็ยังไม่สามารถหลีกเลี่ยงการสร้าง Model ได้อย่างแท้จริง กล่าวคือ ต้องมีการสร้าง Model ขึ้นมาเช่นกัน (กับบางเทอม)

◆ สมการ Transport ของ RSM [6,7]

$$\underbrace{\frac{\partial(\rho \overline{u'_i u'_j})}{\partial t}}_{\text{Local time derivative (I)}} + \underbrace{C_{ij}}_{\text{(II)}} = \underbrace{D_{T,ij}}_{\text{(III)}} + \underbrace{D_{L,ij}}_{\text{(IV)}} + \underbrace{P_{ij}}_{\text{(V)}} + \underbrace{G_{ij}}_{\text{(VI)}} + \underbrace{\phi_{ij}}_{\text{(VII)}} - \underbrace{\varepsilon_{ij}}_{\text{(VIII)}} + \underbrace{F_{ij}}_{\text{(IX)}} + \underbrace{S_{user}}_{\text{(X)}} \quad (3.76)$$

เมื่อ

$C_{ij} \equiv$ Convection

$D_{T,ij} \equiv$ Turbulent diffusion

$D_{L,ij} \equiv$ Molecular diffusion

$P_{ij} \equiv$ Stress production

$G_{ij} \equiv$ Buoyancy production

$\phi_{ij} \equiv$ Pressure strain

$\varepsilon_{ij} \equiv$ Dissipation

$F_{ij} \equiv$ Production by system rotation

$S_{user} \equiv$ User – defined source term

สำหรับสมการ (3.76) นี้ประกอบด้วยทั้งสิ้น 10 เทอม โดยเทอมที่ II, IV, V และ IX สามารถหาค่าได้ไม่จำเป็นต้องสร้าง Model แต่เทอมที่ III, VI, VII และ VIII นั้นไม่สามารถหาค่าได้ ดังนั้นจำเป็นต้องสร้าง Model ให้กับเทอมเหล่านี้

◆ รายละเอียดของเทอม II, IV, V และ IX ในสมการ Transport ของ RSM

$$C_{ij} = \frac{\partial(\rho u_k \overline{u'_i u'_j})}{\partial x_k} \quad (3.77)$$

$$D_{L,ij} = \frac{\partial}{\partial x_k} \left(\mu \frac{\partial(\overline{u'_i u'_j})}{\partial x_k} \right) \quad (3.78)$$

$$P_{ij} = -\rho \left(\overline{u'_i u'_k} \frac{\partial u_j}{\partial x_k} + \overline{u'_j u'_k} \frac{\partial u_i}{\partial x_k} \right) \quad (3.79)$$

$$F_{ij} = -2\rho\Omega_k \left(\overline{u'_j u'_m} \varepsilon_{ikm} + \overline{u'_i u'_m} \varepsilon_{jkm} \right) \quad (3.80)$$

◆ รายละเอียดของเทอม III, VI, VII และ VIII ในสมการ Transport ของ RSM

$$D_{T,ij} = -\frac{\partial}{\partial x_k} \left(\rho \overline{u'_i u'_j u'_k} + p(\delta_{kj} u'_i + \delta_{ik} u'_j) \right) \quad (3.81a)$$

สำหรับ $D_{T,ij}$ จะใช้ Model ของ Daly และ Harlow [8] ดังนี้

$$D_{T,ij} = C_s \frac{\partial}{\partial x_k} \left(\frac{\rho k \overline{u'_k u'_k}}{\varepsilon} \frac{\partial \overline{u'_i u'_j}}{\partial x_i} \right) \quad (3.81b)$$

สมการ (3.81b) นี้อาจก่อให้เกิดการขาดเสถียรภาพได้จึงต้องปรับปรุงใหม่ตาม [24] เป็น

$$D_{T,ij} = \frac{\partial}{\partial x_k} \left(\frac{\mu_t}{\sigma_k} \frac{\partial \overline{u'_i u'_j}}{\partial x_k} \right) \quad (3.81c)$$

โดย $\sigma_k = 0.82$ และ $\mu_t = \rho C_\mu k^2 / \varepsilon$ และ $C_\mu = 0.09$ เช่นเดียวกับ $k - \varepsilon$ model

$$G_{ij} = -\rho\beta\left(g_i\overline{u'_j\theta} + g_j\overline{u'_i\theta}\right) \quad (3.82a)$$

เขียนใหม่เป็น

$$G_{ij} = \beta\frac{\mu_t}{Pr_t}\left(g_i\frac{\partial T}{\partial x_j} + g_j\frac{\partial T}{\partial x_i}\right) \quad (3.82b)$$

สำหรับก๊าซอุดมคติ (Ideal gas) ตามสมการ (3.69) $\beta = -\frac{1}{\rho}\left(\frac{\partial\rho}{\partial T}\right)_p$ เมื่อแทนสมการ (3.69) ในสมการ (3.82b) จะได้

$$\begin{aligned} G_{ij} &= \left(-\frac{1}{\rho}\left(\frac{\partial\rho}{\partial T}\right)_p\right)\left(\frac{\mu_t}{Pr_t}\right)\left(g_i\frac{\partial T}{\partial x_j} + g_j\frac{\partial T}{\partial x_i}\right) \\ G_{ij} &= -\frac{1}{\rho}\frac{\mu_t}{Pr_t}\left(g_i\frac{\partial\rho}{\partial x_j} + g_j\frac{\partial\rho}{\partial x_i}\right) \end{aligned} \quad (3.82c)$$

$$\phi_{ij} = p\overline{\left(\frac{\partial u'_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u'_j}{\partial x_i}\right)} \quad (3.83)$$

สำหรับ ϕ_{ij} จะใช้ Model ของ Gibson และ Launder [16], Fu et al. และ Launder [20, 21] ดังนี้

$$\phi_{ij} = \phi_{ij,1} + \phi_{ij,2} + \phi_{ij,w} \quad (3.84)$$

โดย $\phi_{ij,1} \equiv$ The slow pressure – strain term

$\phi_{ij,2} \equiv$ The rapid pressure – strain term

$\phi_{ij,w} \equiv$ The wall – reflection term

และ
$$\phi_{ij,1} \equiv -C_1\rho\frac{\varepsilon}{k}\left(\overline{u'_i u'_j} - \frac{2}{3}\delta_{ij}k\right) \quad (3.85a)$$

เมื่อ $C_1 = 1.8$

$$\phi_{ij,2} \equiv -C_2\left(\left(P_{ij} + G_{ij} + F_{ij} - C_{ij}\right) - \frac{2}{3}\delta_{ij}(P + G - C)\right) \quad (3.85b)$$

เมื่อ $C_2 = 0.60, C_{ij}, P_{ij}, G_{ij}$ และ F_{ij} ตามสมการ (3.77) ถึง (3.80) ส่วน P, G และ C มีนิยามดังนี้

$$\begin{Bmatrix} P \\ G \\ C \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} P_{kk}/2 \\ G_{kk}/2 \\ C_{kk}/2 \end{Bmatrix} \quad (3.85c)$$

$$\begin{aligned} \phi_{ij,w} \equiv & C_1' \frac{\varepsilon}{k} \left(\overline{u'_k u'_m n_k n_m} \delta_{ij} - \frac{3}{2} \overline{u'_i u'_k n_j n_k} - \frac{3}{2} \overline{u'_j u'_k n_i n_k} \right) \frac{k^{3/2}}{C_t \varepsilon d} \\ & + C_2' \left(\phi_{km,2} n_k n_m \delta_{ij} - \frac{3}{2} \phi_{ik,2} n_j n_k - \frac{3}{2} \phi_{jk,2} n_i n_k \right) \frac{k^{3/2}}{C_t \varepsilon d} \end{aligned} \quad (3.85d)$$

เมื่อ $C_1' = 0.5, C_2' = 0.3, n_k$ คือ องค์ประกอบที่ x_k ของเวกเตอร์หนึ่งหน่วยในทิศทางพุ่งเข้าสู่ผนัง, d คือ ระยะทางที่ตั้งฉากกับผนัง และ

$$C_t = \frac{C_\mu^{3/4}}{k} \quad (3.85e)$$

เมื่อ $C_\mu = 0.09$ และ k คือ Von Kármán constant $k = 0.4187$

แทนสมการ (3.85a) ถึง (3.85e) ในสมการ (3.84) จะได้

$$\begin{aligned} \phi_{ij} = & -C_1 \rho \frac{\varepsilon}{k} \left(\overline{u'_i u'_j} - \frac{2}{3} \delta_{ij} k \right) \\ & - C_2 \left((P_{ij} + G_{ij} + F_{ij} - C_{ij}) - \frac{2}{3} \delta_{ij} (P + G - C) \right) \\ & + C_1' \frac{\varepsilon}{k} \left(\overline{u'_k u'_m n_k n_m} \delta_{ij} - \frac{3}{2} \overline{u'_i u'_k n_j n_k} - \frac{3}{2} \overline{u'_j u'_k n_i n_k} \right) \frac{k^{3/2}}{C_t \varepsilon d} \\ & + C_2' \left(\phi_{km,2} n_k n_m \delta_{ij} - \frac{3}{2} \phi_{ik,2} n_j n_k - \frac{3}{2} \phi_{jk,2} n_i n_k \right) \frac{k^{3/2}}{C_t \varepsilon d} \end{aligned} \quad (3.86)$$

หมายเหตุ $\phi_{ij,w}$ ได้เกิดขึ้นในครั้งแรกของการหาสมการ Transport ของ RSM แล้ว และได้นำมารวมไว้ในเทอมของ ϕ_{ij} และ $\phi_{ij,w}$ ยังได้มีการแบ่งเป็นกลุ่มย่อยอีกสองกลุ่มได้แก่ Low - Re Modifications to the Linear Pressure - Strain Model โดย Launder และ Shima [22] และ The Quadratic Pressure - Strain Model โดย Speziale, Sarkar และ Gatski [42] ซึ่งทั้งสองกลุ่มย่อยจะไม่นำเสนอในที่นี้

$$k = \frac{1}{2} \overline{u'_i u'_j} \quad (3.87)$$

$$\frac{\partial(\rho k)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho k u_i)}{\partial x_i} = \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\left(\mu + \frac{\mu_t}{\sigma_k} \right) \frac{\partial k}{\partial x_j} \right) + \frac{1}{2} (P_{ii} + G_{ii}) - \rho \varepsilon (1 + 2M_t^2) + S_k \quad (3.88)$$

เมื่อ $\sigma_k = 0.82$ ส่วน S_k แทน User – defined source term สมการ (3.88) นี้เป็นสมการควบคุมที่ใช้ในการแก้สมการ RANS แต่ทั้งนี้ก็ยังต้องกำหนดเงื่อนไขขอบเขตเพื่อหาค่าของ k แต่ในบางกรณีอาจหาค่าของ k ได้จากสมการ (3.87) ได้โดยตรง ซึ่งตามหลักการแล้วไม่ว่าจะใช้สมการใดในทั้งสองสมการนี้ก็ควรที่จะให้คำตอบที่สอดคล้องกัน นอกจากนี้ยังต้องมีการสร้าง Model สำหรับ ε_{ij} อีกตามสมการ (3.89)

$$\varepsilon_{ij} = \frac{2}{3} \delta_{ij} (\rho \varepsilon + Y_M) \quad (3.89)$$

$$\delta_{ij} = \begin{cases} 1 & \text{if } i = j \\ 0 & \text{if } i \neq j \end{cases} \quad (3.90)$$

เมื่อ $Y_M = 2\rho \varepsilon M_t^2$ ซึ่งเป็นเทอมที่เพิ่มขึ้นมาตาม Model ของ Sarkar [37] เรียกเทอมนี้ว่า Dilatation dissipation และ Turbulent Mach number (M_t) มีนิยามเป็น $M_t = \sqrt{k/a^2}$ โดย $a = \sqrt{\gamma RT}$ ซึ่งเป็นความเร็วของเสียง

$$\frac{\partial(\rho \varepsilon)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho \varepsilon u_i)}{\partial x_i} = \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\left(\mu + \frac{\mu_t}{\sigma_\varepsilon} \right) \frac{\partial \varepsilon}{\partial x_j} \right) + \frac{C_{\varepsilon 1}}{2} (P_{ii} + C_{\varepsilon 3} G_{ii}) \frac{\varepsilon}{k} - C_{\varepsilon 2} \rho \frac{\varepsilon^2}{k} + S_\varepsilon \quad (3.91)$$

เมื่อ $\sigma_\varepsilon = 1.0$, $C_{\varepsilon 1} = 1.44$, $C_{\varepsilon 2} = 1.92$, $C_{\varepsilon 3}$ จะเป็นฟังก์ชันของทิศทางการไหลเทียบกับเวกเตอร์ของความเร่งเนื่องจากความโน้มถ่วงมีนิยามตามสมการ (3.75) โดย $C_{3\varepsilon} = C_{\varepsilon 3}$ และ S_ε แทน User – defined source term ส่วนความหนืด μ เขียนได้ว่า

$$\mu = \rho C_\mu \frac{k^2}{\varepsilon} \quad (3.92)$$

เมื่อ $C_\mu = 0.09$

3.6 บทสรุป

บทที่ 3 นี้ได้นำเสนอทฤษฎีและสมการที่จำเป็นต้องใช้ในวิชานี้ อันได้แก่ สมการพื้นฐานของการไหล และ Turbulence model สองแบบ คือ $k-\varepsilon$ model และ RSM ซึ่งมีสมการที่อธิบายปรากฏการณ์ต่างๆ มากพอสมควร ซึ่งเพื่อให้ง่ายต่อการทำความเข้าใจ และนำไปใช้จึงได้ทำตารางสรุปสมการสำคัญต่างๆ ในรูป Tensor ไว้ในหัวข้อนี้ดังนี้

ตารางที่ 3.2 สรุปสมการที่สำคัญในวิชานี้

Equation	Definition/Relation	Ref. Eq.
Continuity equation	$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} = \frac{\partial U_i}{\partial x_i} = 0$	(3.40)
Reynolds averaged Navier – Stokes equation	$U_j \frac{\partial (U_i)}{\partial x_j} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial x_i} + \nu \left(\frac{\partial^2 U_i}{\partial x_j^2} \right) + \frac{1}{\rho} \left(\frac{\partial \rho (u'_i u'_j)}{\partial x_j} \right)$	(3.51)
	$= -\frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial x_i} + \nu \left(\frac{\partial^2 U_i}{\partial x_j^2} \right) + \frac{1}{\rho} \left(\frac{\partial \tau'_{ij}}{\partial x_j} \right)$	(3.52)
Turbulent kinetic energy transport equation for $k-\varepsilon$ model	$\frac{\partial (\rho k)}{\partial t} + \frac{\partial (\rho k u_i)}{\partial x_i} = \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\left(\mu + \frac{\mu_t}{\sigma_k} \right) \frac{\partial k}{\partial x_j} \right) + G_k + G_b - \rho \varepsilon - Y_M + S_k$	(3.58)
Turbulent kinetic energy dissipation rate transport equation for $k-\varepsilon$ model	$\frac{\partial (\rho \varepsilon)}{\partial t} + \frac{\partial (\rho \varepsilon u_i)}{\partial x_i} = \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\left(\mu + \frac{\mu_t}{\sigma_\varepsilon} \right) \frac{\partial \varepsilon}{\partial x_j} \right) + C_{1\varepsilon} \frac{\varepsilon}{k} (G_k + C_{3\varepsilon} G_b) - C_{2\varepsilon} \rho \frac{\varepsilon^2}{k} + S_\varepsilon$	(3.59)
RSM transport Equation	$\underbrace{\frac{\partial (\rho u'_i u'_j)}{\partial t}}_{\text{Local time derivative (I)}} + \underbrace{C_{ij}}_{\text{(ii)}} = \underbrace{D_{r,ij}}_{\text{(iii)}} + \underbrace{D_{L,ij}}_{\text{(iv)}} + \underbrace{P_{ij}}_{\text{(v)}} + \underbrace{G_{ij}}_{\text{(vi)}} + \underbrace{\phi_{ij}}_{\text{(vii)}} - \underbrace{\varepsilon_{ij}}_{\text{(viii)}} + \underbrace{F_{ij}}_{\text{(ix)}} + \underbrace{S_{user}}_{\text{(x)}}$	(3.76)
Turbulent kinetic energy transport equation for RSM	$\frac{\partial (\rho k)}{\partial t} + \frac{\partial (\rho k u_i)}{\partial x_i} = \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\left(\mu + \frac{\mu_t}{\sigma_k} \right) \frac{\partial k}{\partial x_j} \right) + \frac{1}{2} (P_{ii} + G_{ii}) - \rho \varepsilon (1 + 2M_t^2) + S_k$	(3.88)
Turbulent kinetic energy dissipation rate transport equation for RSM	$\frac{\partial (\rho \varepsilon)}{\partial t} + \frac{\partial (\rho \varepsilon u_i)}{\partial x_i} = \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\left(\mu + \frac{\mu_t}{\sigma_\varepsilon} \right) \frac{\partial \varepsilon}{\partial x_j} \right) + \frac{C_{\varepsilon 1}}{2} (P_{ii} + C_{\varepsilon 3} G_{ii}) \frac{\varepsilon}{k} - C_{\varepsilon 2} \rho \frac{\varepsilon^2}{k} + S_\varepsilon$	(3.91)

ตารางที่ 3.3 สรุปค่าคงที่ที่ใช้ใน Turbulence model

<i>k</i> - ε model		
Symbol	Value	Ref. Eq.
σ_k	1.0	(3.58)
σ_ε	1.3	(3.59)
$C_{1\varepsilon}$	1.44	(3.59)
$C_{2\varepsilon}$	1.92	(3.59)
$C_{3\varepsilon}$	$\begin{cases} 1 & \text{if buoyant shaer layer parallel to } g_i \\ 0 & \text{if buoyant shaer layer perpendicular to } g_i \end{cases}$	(3.75)
C_μ	0.09	(3.64)
Pr_t	0.85	(3.70)
RSM		
Symbol	Value	Ref. Eq.
C_1	1.8	(3.85a)
C_2	0.60	(3.85b)
C'_1	0.5	(3.85d)
C'_2	0.3	(3.85d)
C_μ	0.09	(3.85e)
k	0.4187	(3.85e)
δ_{ij}	$\begin{cases} 1 & \text{if } i = j \\ 0 & \text{if } i \neq j \end{cases}$	(3.90)
σ_ε	1.0	(3.91)
$C_{\varepsilon 1}$	1.44	(3.91)
$C_{\varepsilon 2}$	1.92	(3.91)
$C_{\varepsilon 3} = C_{3\varepsilon}$	$\begin{cases} 1 & \text{if buoyant shaer layer parallel to } g_i \\ 0 & \text{if buoyant shaer layer perpendicular to } g_i \end{cases}$	(3.75)

บทที่ 4

การประยุกต์วิธี Finite volume

4.1 บทนำ

ศาสตร์ทางวิศวกรรมศาสตร์เป็นหนึ่งในหลาย ๆ ศาสตร์ที่มีคำตอบเกี่ยวข้องกับตัวเลข และตัวแปร วิธีการที่จะให้ได้มาซึ่งคำตอบนั้นแบ่งเป็นสองวิธีใหญ่ ๆ คือ วิธีการเชิงวิเคราะห์ (Analytical method) ซึ่งคำตอบที่ได้จะอยู่ในรูปของตัวเลขหรือตัวแปรก็ได้ คำตอบจากวิธีการเชิงวิเคราะห์นี้เรียกว่า คำตอบจริง (Analytical solution, Exact solution) และอีกวิธีหนึ่งคือ วิธีการเชิงตัวเลข (Numerical method) ซึ่งจะให้คำตอบโดยประมาณอยู่ในรูปของตัวเลขเรียกว่าคำตอบเชิงตัวเลข (Numerical solution) ถ้าความผิดพลาดของคำตอบเป็นศูนย์ จะทำให้คำตอบเชิงตัวเลขเท่ากับคำตอบจริง แต่ปัญหาที่สนใจอยู่นั้นมีความซับซ้อน (Complicate) มากขึ้นแล้วความผิดพลาดของคำตอบมักจะ “ไม่เป็นศูนย์”

เทคนิคของวิธีการวิเคราะห์เชิงตัวเลขแบ่งออกเป็นสามเทคนิคใหญ่ ๆ [47] ดังนี้

- ◆ Finite difference method (FDM): เป็นการประมาณตัวไม่ทราบค่า (ϕ) ที่ตั้งอยู่ที่จุดต่อ (Node) ใด ๆ จากค่าที่อยู่ใน Node แวดล้อม โดยอาศัยฟังก์ชันการประมาณค่าจาก Taylor series expansions

- ◆ Finite element method (FEM): เป็นการแบ่งแบบจำลองของปัญหาใหญ่ที่อยู่ในระบบแกนที่เรียกว่า Global coordinate ออกเป็นส่วนเล็ก ๆ ที่นับได้เรียกว่า Finite element ในระบบแกนที่เรียกว่า Local coordinate จากนั้นจะเป็นการรวมการจำลองของส่วนที่ได้แบ่งไว้แล้วทุกส่วนเข้าด้วยกัน (Assembly) เป็นแบบจำลองของปัญหาใหญ่ และทั้งนี้คำตอบที่ได้จะต้องสอดคล้องกับสมการควบคุม (Governing equation) ของแบบจำลองของปัญหาใหญ่

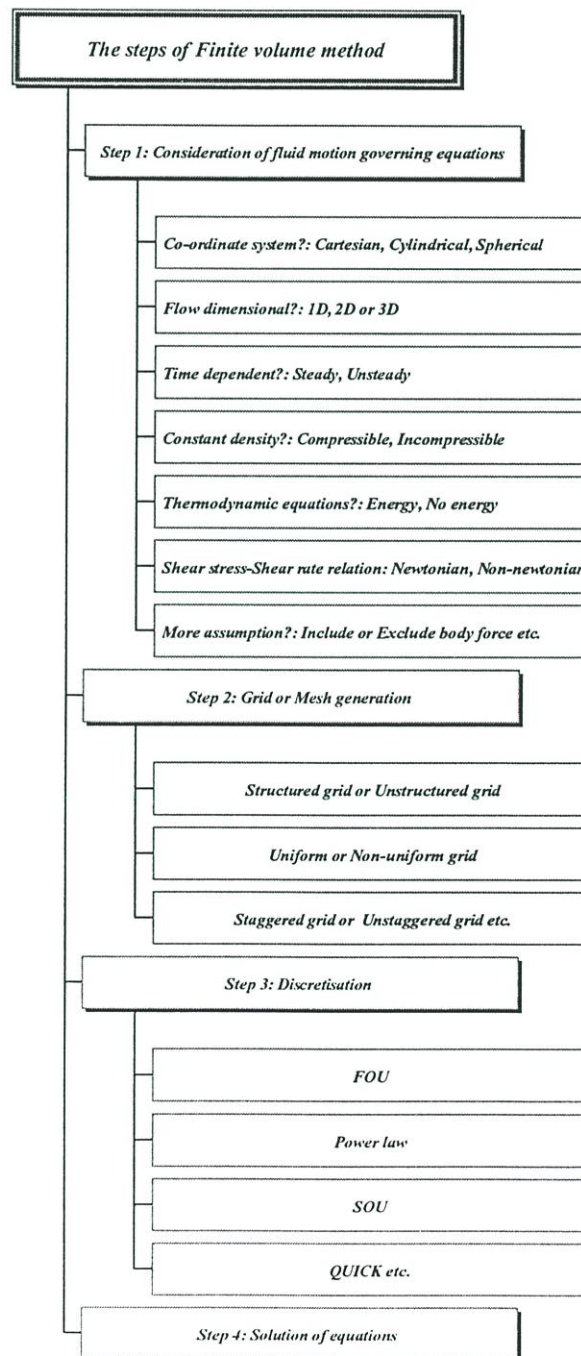
- ◆ Spectral Methods: เป็นการประมาณตัวไม่ทราบค่า (ϕ) โดยอาศัยฟังก์ชันการประมาณค่าจาก Fourier series เทคนิคนี้จะต่างกับ FDM และ FEM กล่าวคือ จะพิจารณาขอบเขตของปัญหาที่ต้องการหาคำตอบทั้งหมด (Entire computational domain) พร้อมกัน

วิธีการเชิงตัวเลขที่เป็นที่นิยมอีกวิธีหนึ่งคือวิธี Finite volume ซึ่งเป็นวิธีการพิเศษที่พัฒนามาจาก FDM โดยมีหลักการ คือ กำหนดสมการควบคุมของระบบที่กำลังพิจารณาขึ้นมา จากนั้นแบ่งระบบนั้นออกเป็นชิ้นส่วนที่นับได้ในลักษณะของปริมาตรควบคุม (Control volume) และที่สำคัญและขาดไม่ได้คือ ต้องกำหนดเงื่อนไขขอบเขต (Boundary condition) ให้กับ Control volume ของระบบด้วย จากนั้นอินทิเกรตตัวแปรในสมการควบคุมทั่วทั้ง Control volume ก็จะได้ระบบสมการ Discretised หลังจากแก้ระบบสมการก็จะได้คำตอบของระบบ วิธี Finite volume นี้ปัจจุบันนิยมนำมาประยุกต์กับปัญหาทางด้าน CFD และการปัญหาเกี่ยวกับถ่ายเทความร้อน

บทที่ 4 นี้จะนำเสนอการประยุกต์เทคนิคของการวิเคราะห์เชิงตัวเลขด้วยวิธี Finite volume ในการแก้ปัญหาคาร์ไหลแบบปั่นป่วนที่ได้กล่าวไว้ในบทที่ 3 ซึ่งเป็นปัญหาดังนี้

4.2 วิธี Finite volume

ก่อนที่จะทราบถึงรายละเอียดของวิธี Finite volume และเพื่อให้ง่ายต่อการทำความเข้าใจ ควรจะทราบถึงขั้นตอนหลักของวิธีการนี้ก่อนดังแสดงในรูปที่ 4.1

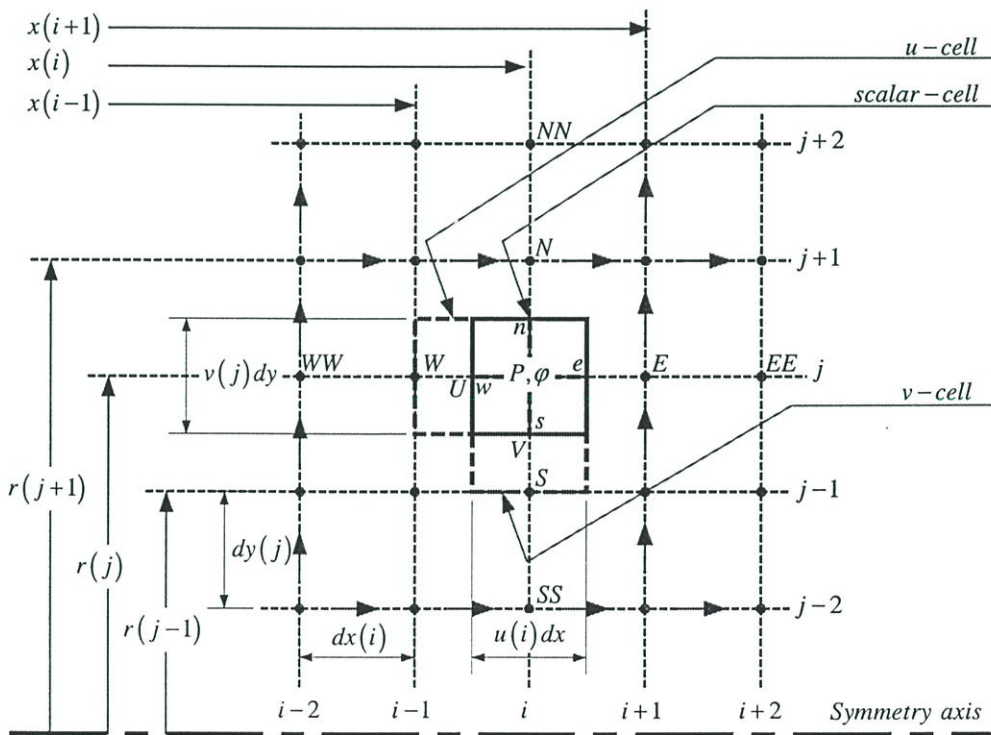


รูปที่ 4.1 ขั้นตอนหลักของวิธี Finite volume

รูปที่ 4.2 เป็นการแสดงการวางเซลล์ (Cell) ในโดเมนการไหลโดยมีตำแหน่งที่เป็นการตัดกันของเส้นกริดเรียกว่า Node และใช้ตัวอักษรกำกับกับ Node สองลักษณะ คือ อักษรตัวเล็กแทน Node ของเซลล์ของความดันหรือเซลล์ของคุณสมบัติอื่น ๆ และอักษรตัวใหญ่แทนเซลล์ของความเร็ ถ้ามีอักษรกำกับสองตัว แสดงว่าเป็นการอ้างอิงตำแหน่งของ Node ที่ระยะห่างจาก Node ปัจจุบันของเซลล์อ้างอิงอยู่สองช่วงเซลล์นั่นเอง

ตัวอักษรกำกับกับ Node ที่นิยมเขียนกันได้แก่ N, S, E, W, T และ B ซึ่งจะแทนตำแหน่ง Node ที่ต้องการอ้างอิงเทียบกับ Node ปัจจุบันไปในทิศเหนือ, ใต้, ตะวันออก, ตะวันตก, บน และล่างตามลำดับ

การวางเซลล์ในรูปที่ 4.2 นั้นจะเป็นลักษณะการเหลื่อมกันของเซลล์ของความดัน P หรือเซลล์ของคุณสมบัติอื่น ๆ ϕ กับเซลล์ของความเร็ว U, V หรือ W กล่าวคือ เซลล์ของความดัน หรือคุณสมบัติอื่นๆ จะวาง ณ เซลล์ศูนย์กลาง (Cell - center) ส่วนเซลล์ของความเร็ จะวาง ณ เซลล์ที่ขอบ (Cell - boundary) เส้นกริดของการวางเซลล์ในรูปแบบนี้เรียกว่า Staggered grid [27,47]



รูปที่ 4.2 ลักษณะการวางเซลล์ใน Staggered grid

เซลล์ที่วางเหลื่อมกันนี้มีเหตุผลเพื่อ ต้องการให้ได้ Source term ที่มาจาก Pressure gradient ของเซลล์ศูนย์กลางสำหรับทั้งสองแนวแกนในสมการ Navier - Stokes (หรือสมการการอนุรักษ์โมเมนตัม) มีค่าเป็น “ศูนย์” ในทุก ๆ Node มิเช่นนั้นแล้วจะไม่สามารถอธิบายในเชิงกาย

ภาพสำหรับ Pressure gradient ที่ “ไม่เป็นศูนย์” ได้ แต่เมื่อพิจารณาเซลล์ที่ขอบจะพบว่า Pressure gradient มีค่า “ไม่เป็นศูนย์” ซึ่งจะสอดคล้องกับพฤติกรรมของการ Discretise สมการการอนุรักษ์โมเมนตัม นอกจากนี้ข้อดีของ Staggered grid ยังทำให้สามารถหาค่าคุณสมบัติอื่น ๆ เช่น อุณหภูมิ จากเซลล์ศูนย์กลางได้โดยตรง โดยที่ไม่จำเป็นต้องมีการประมาณค่าในเซลล์ที่ขอบ

กล่าวโดยสรุป คือ ความดันและคุณสมบัติอื่น ๆ จะวางไว้ที่เซลล์ศูนย์กลางในขณะที่ความเร็วจะวางไว้ที่เซลล์ที่ขอบ เพื่อให้สามารถทำการ Discretise สมการการอนุรักษ์โมเมนตัมได้ และทำให้สามารถหาค่าได้โดยค่าที่หาได้นั้นต้องมีความหมายทางกายภาพด้วยนั่นเอง [47]

การตรวจสอบความถูกต้องของ Pressure gradient จะใช้ลักษณะการกระจายตัวของความดันแบบสลับขึ้นลงในแนวนอนและแนวตั้ง (เปลี่ยนค่าจาก P เป็น $2P$ ในตำแหน่งของเซลล์ศูนย์กลางที่อยู่ติดกันทั้งในแนวนอนและแนวตั้ง) ซึ่งเรียกว่า Checker – board เพื่อสังเกตความต่อเนื่องของค่าความดันที่หาได้จากสมการการอนุรักษ์โมเมนตัม Checker – board นี้เองเกิดขึ้นโดย Harlow และ Welch ในปี 1956 [47]

รูปทั่วไปของสมการควบคุมเชิงอนุพันธ์ย่อยในบทที่ 3 สามารถเขียนได้ตามสมการ (4.1)

$$\underbrace{\frac{\partial(\rho\bar{\varphi})}{\partial t}}_{\text{Unsteady term}} + \underbrace{\frac{\partial(\rho\bar{u}_i\bar{\varphi})}{\partial x_i}}_{\text{Convection term}} = \underbrace{\frac{\partial}{\partial x_i}\left(\Gamma_\varphi \frac{\partial\bar{\varphi}}{\partial x_i}\right)}_{\text{Diffusion term}} + \underbrace{S_\varphi}_{\text{Source term}} \quad (4.1a)$$

$$\frac{\partial(\rho\bar{\Phi})}{\partial t} + \frac{\partial(\rho\bar{U}_i\bar{\Phi})}{\partial x_i} = \frac{\partial}{\partial x_i}\left(\Gamma_\varphi \frac{\partial\bar{\varphi}}{\partial x_i}\right) + S_\varphi \quad (4.1b)$$

$$\frac{\partial(\rho\Phi)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho U_i\Phi)}{\partial x_i} = \frac{\partial}{\partial x_i}\left(\Gamma_\varphi \frac{\partial\Phi}{\partial x_i}\right) + S_\varphi \quad (4.1c)$$

โดยที่ Γ_φ เป็น Diffusion coefficient ของคุณสมบัติ φ ใด ๆ เมื่อเป็น Steady flow แล้วจะได้

$$\frac{\partial(\rho U_i\Phi)}{\partial x_i} = \frac{\partial}{\partial x_i}\left(\Gamma_\varphi \frac{\partial\Phi}{\partial x_i}\right) + S_\varphi \quad (4.1d)$$

อินทิเกรตสมการ (4.1d) ทั่วทั้ง Control volume

$$\int_{cv}\left(\frac{\partial(\rho U_i\Phi)}{\partial x_i}\right)dV = \int_{cv}\left(\frac{\partial}{\partial x_i}\left(\Gamma_\varphi \frac{\partial\Phi}{\partial x_i}\right)\right)dV + \int_{cv}S_\varphi dV \quad (4.1e)$$

ดังนั้นจะได้สมการ Governing discretised ที่ Node P ใด ๆ

4.3 Discretisation สมการควบคุม

สมการเชิงอนุพันธ์ย่อยทั่วไป (4.1d) นั้นประกอบด้วย Convection term, Diffusion term, และ Source term ซึ่งแต่ละเทอมสามารถทำ Discretisation ได้ดังนี้

4.3.1 Convection term [6,47]

Discretisation ของ Convection term ทำได้โดยการอินทิเกรต φ ตลอดทั้ง Control volume จะได้

$$\int_{CV} \left(\frac{\partial(\rho U_i \Phi)}{\partial x_i} \right) dV = C = C_e \varphi_e - C_w \varphi_w + C_n \varphi_n - C_s \varphi_s \quad (4.2)$$

โดยที่ Convection flux คือ

$$C_e = \rho_e u_e A_e$$

$$C_w = \rho_w u_w A_w$$

$$C_n = \rho_n v_n A_n$$

$$C_s = \rho_s v_s A_s$$

เมื่อ $\varphi_e, \varphi_w, \varphi_n$ และ φ_s เป็นค่าของ φ ที่บริเวณขอบของเซลล์หรือ Control volume ซึ่งหาได้โดยการประมาณที่เหมาะสม

แม้ว่าในความจริงแล้วจะมี Scheme ที่ใช้เพื่อการประมาณค่าของ φ ที่บริเวณขอบของ Control volume หลายแบบก็ตาม แต่วิทยานิพนธ์นี้นำเสนอการประมาณค่า φ ด้วย Scheme สี่แบบ ได้แก่ first order upwind (FOU), Power law, second order upwind (SOU) และ the quadratic upstream interpolation for convection kinematics (QUICK) ซึ่งจะกล่าวถึง Scheme แต่ละแบบพอสังเขปเท่านั้นดังต่อไปนี้

4.3.1.1 First order upwind scheme (FOU) [47]

FOU scheme เป็นการการประมาณค่าของตัวแปร φ ที่ขอบของ Control volume ใด ๆ โดยใช้ค่าที่ตำแหน่ง Upstream ที่อยู่ข้างเคียง โดยยกตัวอย่างเฉพาะที่ตำแหน่ง e เท่านั้น (รูปที่ 4.2) คือ

$$\varphi_e = \begin{cases} \varphi_P & \text{if } C_e > 0 \\ \varphi_E & \text{if } C_e < 0 \end{cases} \quad (4.3)$$

ที่ตำแหน่งอื่นๆ ก็ทำในทำนองเดียวกัน

4.3.1.2 Power law scheme [6]

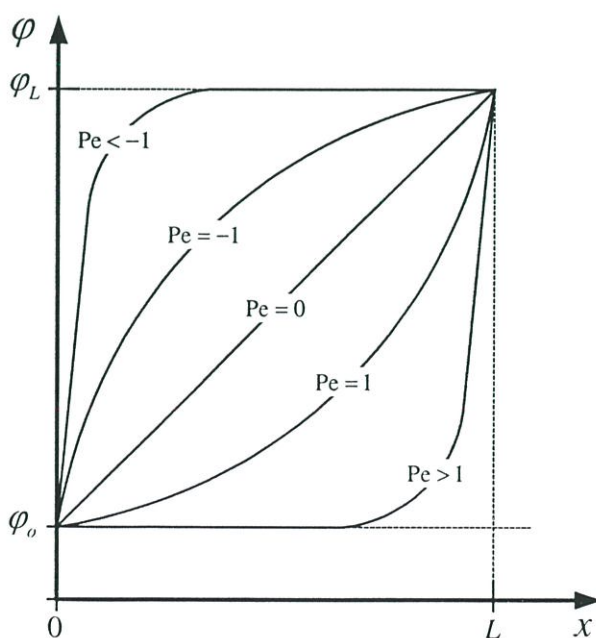
Power law scheme นี้พัฒนาโดย Patankar [30] เป็นการประมาณค่าอย่างเป็นเชิงเส้นของตัวแปร φ ที่ขอบของ Control volume ใด ๆ โดยใช้คำตอบของสมการ Convection – Diffusion ใน 1 มิติ (หรือสมการ 4.4) เป็นฟังก์ชันการประมาณค่า

$$\frac{\partial(\rho u \varphi)}{\partial x} = \frac{\partial}{\partial x} \Gamma \frac{\partial(\varphi)}{\partial x} \quad (4.4)$$

เมื่อ Γ และ ρu เป็นค่าคงที่ในช่วง ∂x ดังนั้นคำตอบของสมการ (4.4) คือ

$$\frac{\varphi(x) - \varphi_0}{\varphi_L - \varphi_0} = \frac{\exp\left(\frac{Pe \cdot x}{L}\right) - 1}{\exp(Pe) - 1} \quad (4.5)$$

โดยที่ φ_0 และ φ_L เป็นไปตามรูปที่ 4.3 ส่วน Pe คือ Peclet number



รูปที่ 4.3 แนวโน้มของ φ เมื่อ $0 \leq x \leq L$ ที่ Pe ค่าต่างๆ

$$\begin{aligned}
\varphi_0 &= \varphi|_{x=0} \\
\varphi_L &= \varphi|_{x=L} \\
\text{Pe} \equiv \text{Re} \cdot \text{Sc} \equiv \text{Re} \cdot \text{Pr} &= \frac{\rho u L}{\Gamma}
\end{aligned} \tag{4.6}$$

หมายเหตุ Re เป็น Reynolds number ส่วน Sc เป็น Schmidt number ในสมการ (4.6) และมีนิยามว่าเป็นอัตราส่วนของ Momentum diffusivity กับ Mass diffusivity ซึ่งมีผลทำให้ความหมายทางกายภาพของ Pe เป็นสองลักษณะคือ ถ้า $\text{Pe} = 0$ หมายถึง ของไหลอยู่นิ่งในลักษณะนี้เรียกว่า Pure diffusion แต่ถ้า $\text{Pe} > 10$ หมายถึง การไหลเป็นแบบ Dominant convection หรืออาจเรียกว่า Pure convection ก็ได้ [6,47]

ดังนั้นจากรูปที่ 4.3 หากเป็นกรณีที่ $\text{Pe} = 0$ นั้นจะหาค่าของ φ โดยการ Interpolate ค่าของ φ ที่ตำแหน่ง $x=0$ กับ $x=L$ แต่เมื่อเป็นกรณีที่ $\text{Pe} > 10$ ค่าของ φ ที่ตำแหน่ง $x=L/2$ จะประมาณได้ว่าเท่ากับค่า φ ทางด้าน Upstream หากเป็นกรณีที่ $0 \leq \text{Pe} \leq 10$ จะหาค่าของ φ ตามสมการ (4.5) [6,47]

4.3.1.3 Second order upwind scheme (SOU) [47]

SOU scheme เป็นการประมาณค่าอย่างเป็นเชิงเส้นของตัวแปร φ ที่ขอบของ Control volume ใด ๆ โดยใช้ค่าที่ตำแหน่ง Upstream ที่อยู่ข้างเคียง 2 จุด ทั้งนี้จะขึ้นอยู่กับค่า C_e , หากพิจารณาเพียงเฉพาะ φ_e จะได้ว่า

$$\varphi_e = \begin{cases} \varphi_P + \frac{(\varphi_P - \varphi_W)}{dx_{P-W}} \delta x_{e-P} & \text{if } C_e > 0 \\ \varphi_E + \frac{(\varphi_E - \varphi_{EE})}{dx_{EE-E}} \delta x_{E-e} & \text{if } C_e < 0 \end{cases} \tag{4.7}$$

โดยที่ δx_{e-P} เป็นระยะจาก Node e ถึง Node P และ δx_{P-W} เป็นระยะจาก Node P ถึง Node W และที่ตำแหน่งอื่นๆ ก็ทำในทำนองเดียวกัน

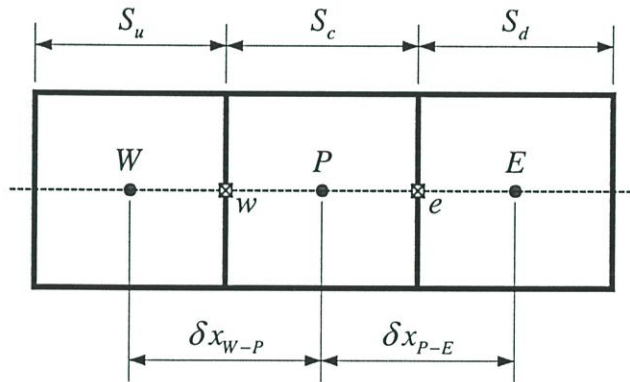
4.3.1.4 QUICK scheme [6,7,47]

QUICK scheme หลักการในการประมาณจะใช้ Node ทางด้าน Upstream 2 จุด และ Downstream 1 จุดในการประมาณค่า φ ที่ตำแหน่งขอบของ Control volume โดยในการประมาณค่า φ ขึ้นอยู่กับเครื่องหมายของ C_e ว่าเป็นลบหรือบวก ยกตัวอย่างเช่น φ_e ประมาณได้เป็น

$$\varphi_e = \begin{cases} \varphi_P + \frac{1}{4} \left(\frac{2x_1 + x_2}{x_1 + x_2} \varphi_E - \frac{2x_1 - x_2}{x_1} \varphi_P - \frac{x_2 x_2}{x_1 (x_1 + x_2)} \varphi_W \right) & \text{if } C_e > 0 \\ \varphi_E + \frac{1}{4} \left(\frac{2x_3 + x_2}{x_3 + x_2} \varphi_P - \frac{2x_3 - x_2}{x_3} \varphi_E - \frac{x_2 x_2}{x_3 (x_3 + x_2)} \varphi_{EE} \right) & \text{if } C_e < 0 \end{cases} \quad (4.8)$$

ซึ่ง $x_1 = \delta x_{P-W}$, $x_2 = \delta x_{P-E}$ และ $x_3 = \delta x_{EE-E}$ เป็นระยะระหว่าง Node ของ Control volume ที่อยู่ติดกันในบางครั้งจะถือว่า QUICK scheme เป็น Higher order scheme เนื่องจากสมการที่เป็นตัวกำหนด Scheme นี้สามารถเปลี่ยนแปลง Order ได้โดยการเปลี่ยนค่าของ θ โดยสมการ (4.8) สามารถเขียนใหม่ให้อยู่ในรูปที่ใช้งานง่ายขึ้นเป็น

$$\varphi_e = \theta \left(\frac{S_d}{S_c + S_d} \varphi_P + \frac{S_c}{S_c + S_d} \varphi_E \right) + (1 - \theta) \left(\frac{S_u + 2S_c}{S_u + S_c} \varphi_P - \frac{S_c}{S_u + S_c} \varphi_W \right) \quad (4.9)$$



รูปที่ 4.4 Control volume ใน 1 มิติ

ถ้า $\theta = 0$ จะเป็นการใช้ SOU scheme, ถ้า $\theta = 1$ จะเป็นการประยุกต์ใช้ SOU scheme กับ Central differencing scheme, ถ้า $\theta = \frac{1}{8}$ จะเป็นการใช้ QUICK scheme เมื่อ S_u, S_c และ S_d เป็นระยะระหว่าง Node ดังรูปที่ 4.4

4.3.2 Diffusion term [47]

Discretisation ของ Diffusion term ทำโดยอินทิเกรตตัวแปร φ ทั่วทั้ง Control volume ดังนั้นจะได้ว่า

$$\int_{CV} \left(\frac{\partial}{\partial x_i} \left(\Gamma_\varphi \frac{\partial \Phi}{\partial x_i} \right) \right) dV = D \quad (4.10a)$$

$$D = -D_e(\varphi_E - \varphi_P) + D_w(\varphi_P - \varphi_W) - D_n(\varphi_N - \varphi_P) + D_s(\varphi_P - \varphi_S) \quad (4.10b)$$

$$D_e = \left(\frac{\Gamma_P + \Gamma_E}{2} \right) \frac{A_e}{\delta x_{P-E}}$$

$$D_w = \left(\frac{\Gamma_P + \Gamma_W}{2} \right) \frac{A_w}{\delta x_{P-W}}$$

$$D_n = \left(\frac{\Gamma_P + \Gamma_N}{2} \right) \frac{A_n}{\delta y_{P-N}}$$

$$D_s = \left(\frac{\Gamma_P + \Gamma_S}{2} \right) \frac{A_s}{\delta y_{P-S}}$$

และ $\delta x, \delta y$ เป็นระยะระหว่าง Node บนแกน x และ y ตามลำดับ

4.3.3 Source term [47]

Discretisation ของ Source term ทำโดยอินทิเกรตตัวแปร φ ทั่วทั้ง Control volume

$$\int_{CV} S_\varphi dV = S = \bar{S} \Delta V \quad (4.11)$$

เมื่อ dV เป็นปริมาตรของ Control volume และ S_φ สามารถแยกเป็น 2 ส่วนได้เป็น

$$S_\varphi = S_C + S_P \varphi_P \quad (4.12)$$

ที่ซึ่ง $S_C \equiv$ Source term ที่สามารถผลิตขึ้นได้ใน Control volume ของ Cell center และ S_P เป็น Source term ที่เกิดจากการ Discretise เทอมต่าง ๆ ในสมการ (4.1d)

4.4 รูปแบบมาตรฐานของสมการที่ผ่านการ Discretised แล้ว [6,7,47]

เมื่อทำ Discretised ทุก ๆ เทอมของสมการ (4.1d) แล้วจัดรูปให้อยู่ในรูปแบบมาตรฐาน จะได้เป็น

$$a_P \varphi_P = a_E \varphi_E + a_W \varphi_W + a_N \varphi_N + a_S \varphi_S + S_C \quad (4.13)$$

โดยที่

$$a_P = a_E + a_W + a_N + a_S - S_P \quad (4.14)$$

เมื่อ a เป็นสัมประสิทธิ์ที่ได้จากการรวมผล Convection และ Diffusion fluxes ที่ขอบของ Control volume และได้แยก a ออกเป็นกรณีต่าง ๆ ดังนี้

สำหรับ FOU scheme สัมประสิทธิ์ a มีค่าเป็น

$$a_E = \max(-C_e, 0) + D_e \quad (4.15a)$$

$$a_W = \max(C_w, 0) + D_w \quad (4.15b)$$

$$a_N = \max(-C_n, 0) + D_n \quad (4.15c)$$

$$a_S = \max(C_s, 0) + D_s \quad (4.15d)$$

สำหรับ Power law scheme สัมประสิทธิ์ a มีค่าเป็น

$$a_E = \max \left[\left(1 - 0.1 |Pe_e|\right)^5, 0 \right] D_e + \max[-F_e, 0] \quad (4.16a)$$

$$a_W = \max \left[\left(1 - 0.1 |Pe_w|\right)^5, 0 \right] D_w + \max[F_w, 0] \quad (4.16b)$$

$$a_N = \max \left[\left(1 - 0.1 |Pe_n|\right)^5, 0 \right] D_n + \max[-F_n, 0] \quad (4.16c)$$

$$a_S = \max \left[\left(1 - 0.1 |Pe_s|\right)^5, 0 \right] D_s + \max[F_s, 0] \quad (4.16d)$$

สำหรับ SOU และ QUICK scheme ค่าของสัมประสิทธิ์ a นั้นใช้การพิจารณาเช่นเดียวกับ FOU scheme และเทอมที่นอกเหนือจากสมการ (4.13) จะรวมรวมไว้ใน Source term (S_C)

4.5 Boundary condition

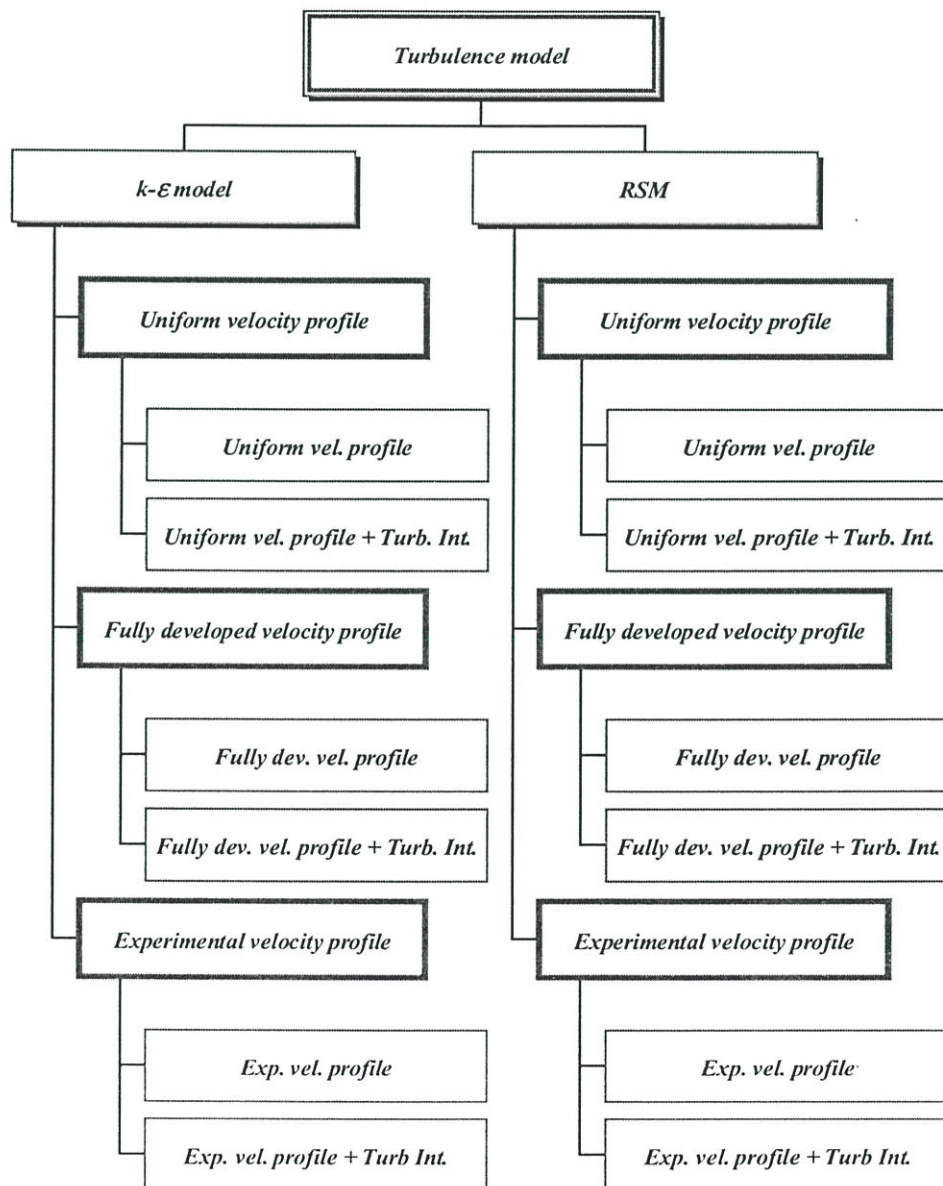
Boundary condition ที่พิจารณาในวิทยานิพนธ์ฉบับนี้มีหลายลักษณะดังนี้

4.5.1 เงื่อนไขที่ทางเข้า [6]

ณ ทางเข้าของโดเมนการไหล โดยส่วนมากแล้วมักจะนิยามกำหนดเป็นเส้นโครงร่างของความเร็วขาเข้า (Inlet velocity profile) หรือกำหนดเป็นอัตราการไหลเชิงมวลขาเข้า (Inlet mass flow rate) ฯลฯ

สำหรับวิทยานิพนธ์นี้จะกำหนดเงื่อนไขที่ทางเข้าของโดเมนการไหลในลักษณะของ Inlet velocity profile ซึ่งเป็นไปได้สามลักษณะ คือ Uniform velocity profile, fully developed velocity profile และ experimental velocity profile และแต่ละลักษณะของ Profile ของความเร็วยังมี

การกำหนดค่า Turbulent intensity เข้าไว้ด้วย ทั้งนี้เพื่อให้ Turbulence model ที่เลือกใช้ในวิทยานิพนธ์ฉบับนี้สามารถทำนายพฤติกรรมการไหลได้สอดคล้องกับความเป็นจริงมากขึ้น กล่าวคือ Turbulence model เป็นดัชนีบ่งบอกถึงระดับความปั่นป่วนของการไหลซึ่งจะเพิ่มขึ้นเมื่อ Re เพิ่มขึ้น และ Turbulence model ที่พิจารณา คือ $k-\varepsilon$ model กับ RSM ซึ่งจะมีความสามารถในการทำนายพฤติกรรมการไหลได้ต่างกันเมื่อระดับความปั่นป่วนต่างกัน และการกำหนด Turbulent intensity ควบคู่กับการกำหนด Inlet velocity profile ทั้งสามแบบข้างต้นจะเป็นการช่วยปรับปรุงขนาดของ Length scale ของ Turbulence model ทำให้ความสามารถในการทำนายพฤติกรรมการไหลของทั้งสอง Turbulence model ได้แตกต่างจากเดิม (อาจดีขึ้นหรือเลวลงก็ได้ขึ้นอยู่กับลักษณะของโดเมนการไหล และเงื่อนไขการไหลอื่น ๆ) จากที่กล่าวมาทั้งหมดได้แสดงในรูปที่ 4.5



รูปที่ 4.5 เงื่อนไขที่ทางเข้าสู่โดเมนการไหลที่พิจารณาในวิทยานิพนธ์

4.5.2 เงื่อนไขที่ทางออก [6,47]

สำหรับเงื่อนไขที่ทางออกนั้นโดยปกติแล้วจะไม่ทราบค่า และมักจะกำหนดให้ Gradient ที่ทางออกมีค่าเป็น “ศูนย์” ซึ่งจะใช้ได้กับคุณสมบัติการไหล (φ) ใด ๆ แต่สำหรับความเร็วแล้วจะไม่นิยมที่จะกำหนดให้ Gradient ที่ทางออกเป็น “ศูนย์” เนื่องจากอาจทำให้การแก้สมการเป็นไปได้ อย่างยากลำบาก หรืออาจจะไม่ลู่เข้าสู่คำตอบ (Converge) เลยก็เป็นได้ อันเป็นผลมาจากมวลของระบบไม่สมดุลนั่นเอง

ดังนั้นคุณสมบัติการไหล (φ) ใด ๆ ยกเว้นความเร็ว จะมีการกำหนดเงื่อนไขที่ทางออกเป็นไปตามสมการ (4.17)

$$\left. \frac{\partial \varphi}{\partial x} \right|_{exit} = 0 \quad (4.17)$$

4.5.3 เงื่อนไขที่แกนสมมาตร [6,47]

กรณีทีพิจารณาบนแกนสมมาตรแล้วจะกำหนดให้ Gradient ของทุกคุณสมบัติการไหล (φ) ใด ๆ มีค่าเป็น “ศูนย์”

$$\frac{\partial \varphi}{\partial \eta} = 0 \quad (4.18)$$

เมื่อ η เป็นแกนที่ตั้งฉากกับแกนสมมาตร

4.5.4 เงื่อนไขที่ผนัง [6,7,39,47,49]

จากอดีตถึงปัจจุบันได้มีการศึกษาเกี่ยวกับการไหลแบบปั่นป่วนของของไหลมาพอสมควรทำให้ทราบว่าความเร็วของของไหลที่ติดกับที่ผนังที่อยู่นิ่งจะเป็น “ศูนย์” หรือที่เรียกว่า No-slip condition พฤติกรรมการไหล ณ บริเวณใกล้ ๆ กับผนังนั้นค่อนข้างจะแตกต่างจากบริเวณที่ห่างจากผนัง พิจารณารูปที่ 4.6 จะเห็นว่าการแบ่งบริเวณใกล้ ๆ กับผนังนั้นมีอยู่สี่บริเวณด้วยกัน ได้แก่ Zone A, Zone B, Zone C, และ Zone D โดยระยะตั้งแต่ Zone A ถึง Zone C ผนังสี่บางเล่มเรียกว่า Inner layer

ก่อนที่จะทราบถึงรายละเอียดของแต่ละบริเวณนั้น ควรต้องทราบปริมาณไร้มิติที่จะเป็นตัวแปรในการอธิบายพฤติกรรมการไหลแต่ละบริเวณดังนี้

$$u^* \equiv \sqrt{\frac{\tau_w}{\rho}} \quad (4.19)$$

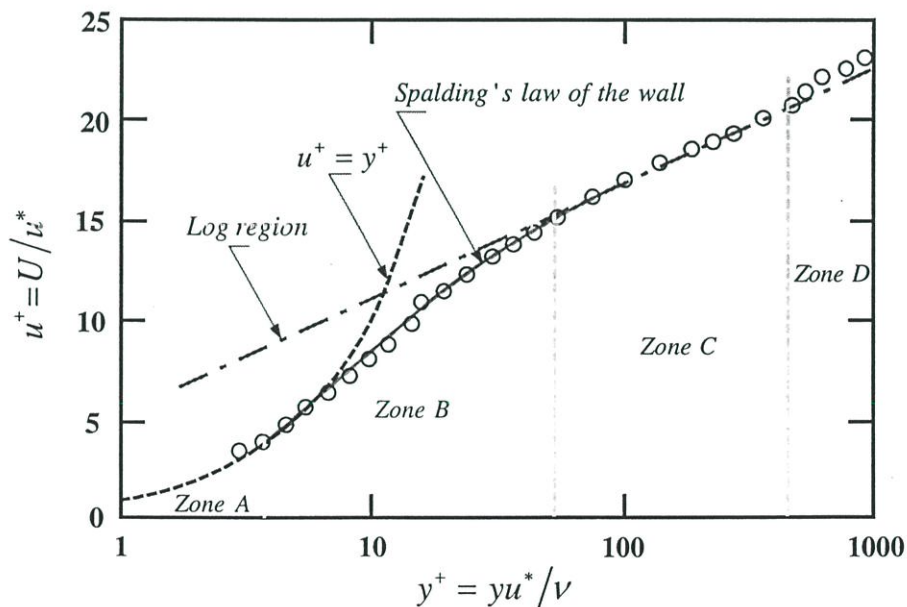
สมการ (4.19) นี้เป็นสมการที่อธิบายความสัมพันธ์ของความเร็วกับ Wall shear stress (τ_w) และเรียก u^* ว่า Friction velocity ต่อมาได้มีการนิยามความเร็วไร้มิติขึ้นมาอีก ซึ่งเป็นอัตราส่วนของความเร็วเฉลี่ย (Mean velocity) ต่อ Friction velocity เรียกว่าตัวแปรนี้ว่า u^+ ดังสมการต่อไปนี้

$$u^+ = \frac{U}{u^*} \quad (4.20)$$

สมการ (4.20) เป็นความเร็วไร้มิติที่ใช้บ่งบอกถึงระดับความเร็วของของไหล

$$y^+ = \frac{\rho u^* y}{\mu} \quad (4.21)$$

โดย y เป็นระยะที่วัดจากผนัง และความยาวไร้มิติ y^+ เป็นตัวแปรที่มีนัยในการสื่อถึงตำแหน่งที่ห่างจากผนัง



รูปที่ 4.6 ความสัมพันธ์ของตัวแปรไร้มิติที่ระยะห่างจากผนังระดับต่าง ๆ

Zone A เรียกว่า Viscous sublayer หนึ่งสี่องเล็บเรียกว่า Laminar sublayer เนื่องจากบริเวณนี้จะมีพฤติกรรมการไหลคล้ายคลึงกันกับการไหลแบบ Laminar มาก บริเวณนี้มีระยะความยาวไร้มิติ คือ $y^+ < 5$ ซึ่งจากการศึกษาพบว่า Viscous stresses (τ) จะมีอิทธิพลเหนือกว่า Turbulent stresses (τ_T) นอกจากนี้ยังพบอีกว่า Viscous stresses หรือ Shear stresses จะเป็นฟังก์ชัน

ของระยะห่างจากผนัง (y) เท่านั้น ดังนั้นจึงสามารถประมาณได้ว่า $\tau = \tau(y) \approx \tau_w$ ความสัมพันธ์เชิงเส้นของตัวแปรไร้มิติทั้งสอง ณ บริเวณนี้เรียกว่า The law of the wall ดังสมการ (4.22)

$$u^+ = y^+ \quad (4.22)$$

Zone B เรียกว่า Buffer layer หรือ Blending region บริเวณนี้จะมีพฤติกรรมการไหลที่ได้รับอิทธิพลจากทั้ง τ และ τ_T จึงมีผู้พยายามสร้าง Model ขึ้นหลายคน เช่น Model ของ Van Driest หรือในรูปที่ 4.6 เป็น Model ของ Spalding ณ ตำแหน่งขอบบนของบริเวณนี้จะถือว่าเป็นจุดสุดท้ายที่พฤติกรรมการไหลจะได้รับอิทธิพลจาก Viscous stresses ที่ผนัง [38] ความยาวไร้มิติสำหรับบริเวณนี้ คือ $5 \leq y^+ \leq 30$

Zone C เรียกว่า Fully turbulent region หรือ Log – law region บริเวณนี้จะมีพฤติกรรมการไหลที่ได้รับอิทธิพลจาก τ_T และสมการที่ใช้อธิบายพฤติกรรมการไหลบริเวณนี้เรียกว่า Log – law equation เนื่องจากความสัมพันธ์ของตัวแปรไร้มิติทั้งสองเป็นแบบ Logarithmic function ตามสมการ (4.23) ความยาวไร้มิติสำหรับบริเวณนี้ คือ $30 < y^+ < 300$ หนังสือบางเล่มอาจขยายไปถึง 500

$$u^+ = \frac{1}{\kappa} \ln \left(\frac{\rho u^* y}{\mu} \right) + C \quad (4.23a)$$

$$u^+ = \frac{1}{\kappa} \ln(y^+) + C \quad (4.23b)$$

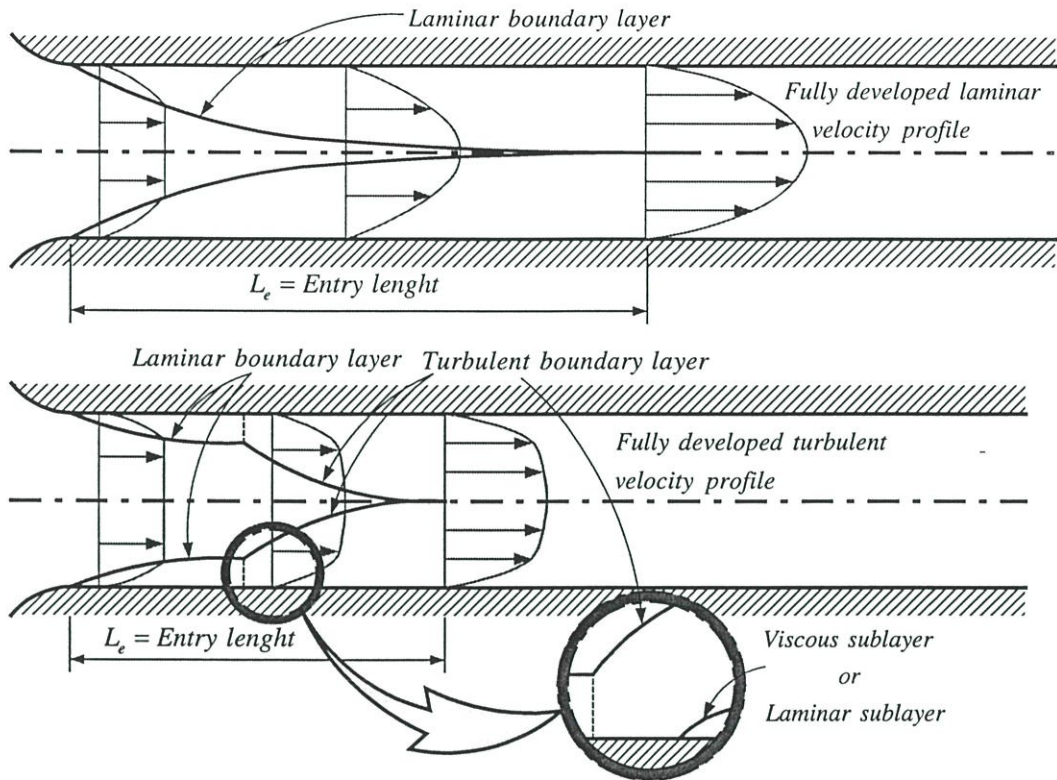
$$u^+ = \frac{1}{\kappa} \ln(Ey^+) \quad (4.23c)$$

เมื่อ κ เป็น Von Kármán constant = 0.4187, $C = 5.5$, $E = 9.793$

Zone D เรียกว่า Outer layer หรือ Superlayer บริเวณนี้จะมีพฤติกรรมการไหลที่ได้รับอิทธิพลจาก Inertia เป็นหลัก และความสัมพันธ์เชิงเส้นของตัวแปรไร้มิติทั้งสอง ณ บริเวณนี้เรียกว่า The law of the wake [38,5] โดยการเสนอของ Coles ในปี 1956 ดังสมการ (4.24)

$$u^+ = \frac{1}{\kappa} \ln \left(\frac{\rho u^* y}{\mu} \right) + C + \frac{\Pi}{\kappa} W \left(\frac{y}{\delta} \right) \quad (4.23a)$$

เมื่อ Π เป็น Wake parameter = $-\kappa B/2$, $B = -2.5$ และ $\Pi = 0.51$, Coles แนะนำว่าควรใช้ $\Pi = 0.55$ ความยาวไร้มิติสำหรับบริเวณนี้ คือ $0.02 < y/\delta < 0.2$



รูปที่ 4.7 เปรียบเทียบ Boundary layer ของการไหลแต่ละแบบ

การพฤติกรรมของการไหลที่แตกต่างกันของทั้งสี่ Zone ดังได้กล่าวแล้วยังใช้ได้กับการไหลในท่อดังรูปที่ 4.7 หรือกับการไหลในโดเมนอื่น ๆ อีกด้วย ด้วยเหตุนี้เองทำให้เป็นจุดกำเนิดของการศึกษาเชิงตัวเลขเกี่ยวกับเรื่องนี้ โดยมีประเด็นที่น่าสนใจอยู่สองประการคือ [7]

- ◆ ทำอย่างไรจึงจะสามารถรวมเอาอิทธิพลของความหนืด ณ ตำแหน่งใกล้กับผนังเข้าไปรวมไว้ใน Turbulence model ได้
- ◆ ทำอย่างไรจึงจะสามารถหาค่าคุณสมบัติของการไหลที่มีการเปลี่ยนแปลงอย่างรวดเร็วภายใน Boundary layer region ได้

การแก้ปัญหาของนักวิจัยด้าน CFD เกี่ยวกับทั้งสองประเด็นข้างต้น คือ การสร้างแบบจำลองการไหล (Flow model) ขึ้นสองแบบ ได้แก่ The Wall – Function method และ The Low – Reynolds – Number method

สำหรับสมการ Turbulent kinetic energy จากเนื้อหาที่กล่าวในข้างต้น สามารถแสดงในรูปของ Source term ได้เป็น

$$S_k = \left(\tau_w - C_\mu \rho^2 \frac{k^2}{\tau_w} \right) \frac{\partial u}{\partial y} \quad (4.24)$$

Turbulent Dissipation Rate ที่บริเวณใกล้ผนังมีค่าเท่ากับ

$$\varepsilon_p = C_\mu^{3/4} \frac{k^{3/2}}{\kappa y} \quad (4.25)$$

4.6 กระบวนการหาคำตอบ

สมการ (4.13) เป็นสมการพีชคณิต จะสามารถแก้ได้โดยวิธี TDMA (Tri – diagonal matrix algorithm) ซึ่งมีรายละเอียดดังนี้

4.6.1 การหาคำตอบโดยใช้วิธี TDMA

เมื่อแบ่งโดเมนการไหลออกเป็น Control volume จะพบว่า Node นั้นมีการเรียงตัวอย่างเป็นระบบ กล่าวคือ เรียงกันเป็นแถวและเป็นคอลัมน์ เมื่อทราบค่าของตัวแปรใน Node ใกล้เคียงจะสามารถหาค่าของตัวแปรใน Node อื่น ๆ ในแถวหรือคอลัมน์เดียวกันได้ด้วยวิธี TDMA โดยการทำซ้ำตามระเบียบวิธีเชิงตัวเลขที่คงตัว ทีละแถวให้ครบทั่วทั้งโดเมนการไหลจนคำตอบลู่เข้า (Converge) ลักษณะเช่นนี้เรียกว่า Line by line โดยทั่วไปแล้วมักนิยมจะตั้งค่าเริ่มต้นของตัวแปรในแต่ละ Node ให้เป็นศูนย์

จากสมการพีชคณิต (4.13) ซึ่งเป็นจุดหนึ่งบนแถวตัวอย่าง สามารถจัดรูปใหม่ได้เป็น

$$a_p \varphi_p = a_E \varphi_E + a_W \varphi_W + (a_N \varphi_N + a_S \varphi_S + S_C) \quad (4.26)$$

จะสมมุติว่าเทอมที่อยู่ในวงเล็บเป็นค่าคงที่ จากสมการข้างต้นสามารถแสดงได้เป็น

$$D_i \varphi_i = A_i \varphi_{i+1} + B_i \varphi_{i-1} + C_i \quad (4.27)$$

เมื่อ i เป็นตำแหน่งของ Node ในแนวแกน x หรือ r ยกตัวอย่างในแนวแกน x

$$A_i = a_E \quad (4.28)$$

$$B_i = a_W \quad (4.29)$$

$$C_i = a_N \varphi_N + a_S \varphi_S + S_C \quad (4.30)$$

$$D_i = \sum a_{nb} - S_p \quad (4.31)$$

เมื่อ $nb =$ Node ที่อยู่ข้างเคียง

จากกระบวนการทำซ้ำโดยแทนไปข้างหน้าแล้วจตุรูปจะได้

$$\varphi_i = A'_i \varphi_{i+1} + C'_i \quad (4.32)$$

เมื่อเริ่มกระบวนการทำซ้ำโดยแทนไปข้างหน้าแล้วจตุรูปจะได้ค่าของ A'_i และ C'_i ตามสมการ (4.33) และ (4.34)

$$A'_i = \frac{A_i}{D_i - B_i A'_{i-1}} \quad (4.33)$$

$$C'_i = \frac{C_i + C'_{i-1} B_i}{D_i - B_i A'_{i-1}} \quad (4.34)$$

ถ้าค่า $A'_i = 0$, $C'_i = \varphi_i$ ซึ่งจะสอดคล้องกับ (4.32) ที่จุดเริ่มต้นของแถวตัวอย่าง เมื่อค่า A'_i และ C'_i สามารถหาได้ทุก ๆ ตำแหน่งที่ i และค่า φ_i ก็จะสามารถหาได้จากสมการ (4.32)

4.6.2 The SIMPLE Algorithm

SIMPLE algorithm เป็นวิธีการที่เข้ามาช่วยในการแก้ระบบสมการที่มีการ Couple กันของความดันและความเร็วในสมการการอนุรักษ์โมเมนตัม โดยจะสร้างความสัมพันธ์กันของทั้งสองคุณสมบัติข้างต้น และจัดลำดับในการแก้ระบบสมการ วิธีการนี้นำเสนอโดย Patankar และ Spalding ในปี 1972 ขั้นตอนพื้นฐาน คือ เริ่มจากการสมมุติค่า p^* , u^* และ v^* แล้วแทนค่าในสมการการอนุรักษ์โมเมนตัม และสมการความต่อเนื่อง แล้วนำคำตอบที่เกิดขึ้นในกระบวนการมาใช้ในการปรับค่าสมมุติอันใหม่ เพื่อป้อนให้กับขั้นตอนการแทนค่าในสมการทั้งสองข้างต้น ทำเช่นนี้เรื่อย ๆ จนกว่าคำตอบจะลู่เข้า

จากขั้นตอนการ Discretise สมการโมเมนตัมในแนวแกน x ของ Control volume ดังแสดงในรูปที่ 4.2 สามารถเขียนได้เป็น

$$a_w u_w = \sum a_{nb} u_{nb} + A_{ew} (p_w - p_p) + b_{u,w} \quad (4.35)$$

ค่า u^* นี้อยู่บนพื้นฐานของค่า p^* และควรจะต้องสอดคล้องกับสมการการอนุรักษ์โมเมนตัม ดังนี้

$$a_w u_w^* = \sum a_{nb} u_{nb}^* + A_{ew} (p_w^* - p_p^*) + b_{u,w} \quad (4.36)$$

สมการ (4.35) – สมการ (4.36) แล้วให้ตัดเทอม $\sum a_{nb} (u_{nb} - u_{nb}^*)$ จะได้สมการ Velocity – correction เป็น

$$u_w = u_w^* + d_w (p'_w - p'_p) \quad (4.37)$$

ที่ซึ่ง $d_w = A_w/a_w$ และ $p' = p - p^*$

ในทำนองเดียวกันนี้กับขอบอื่น ๆ ของ Control volume ซึ่งจะสรุปได้เป็น

$$\begin{Bmatrix} u_e \\ u_n \\ u_s \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} u_e^* + d_e (p'_p - p'_E) \\ u_n^* + d_n (p'_p - p'_N) \\ u_s^* + d_s (p'_p - p'_S) \end{Bmatrix} \quad (4.38)$$

เมื่อ $d_e = A_e/a_e$ $d_n = A_n/a_n$ $d_s = A_s/a_s$

สำหรับสมการโมเมนตัมในแนวแกน y นั้นสามารถหาได้เช่นเดียวกับในแนวแกน x

สมการ Pressure – correction นั้นหาได้จากสมการความต่อเนื่อง โดยการแทนสมการ Velocity – correction ลงไป แล้วจัดรูปใหม่ได้เป็น

$$a_p p'_p = a_e p'_E + a_w p'_w + a_n p'_n + a_s p'_s + b_m \quad (4.39)$$

โดยที่

$$\begin{Bmatrix} a_e \\ a_w \\ a_n \\ a_s \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \rho_e d_e A_e \\ \rho_w d_w A_w \\ \rho_n d_n A_n \\ \rho_s d_s A_s \end{Bmatrix} \quad (4.40)$$

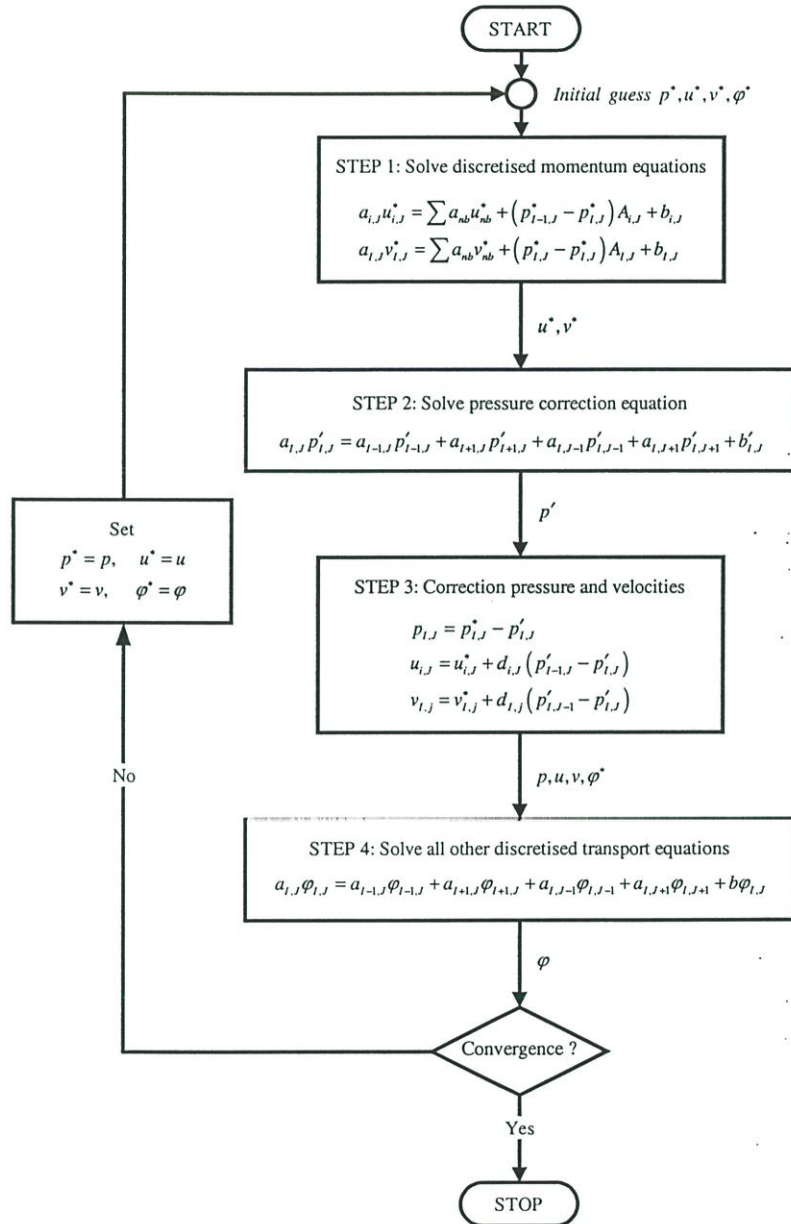
$$a_p = a_e + a_w + a_n + a_s - S_p \quad (4.41)$$

$$b_m = \rho_w u_w^* A_w - \rho_e u_e^* A_e + \rho_s v_s^* A_s - \rho_n v_n^* A_n + S_C \quad (4.42)$$

การปรับค่าของความดันนั้น ในบางครั้งมีการใช้ Under – relaxation factor α_p ซึ่งได้เป็น

$$p = p^* + \alpha_p p' \quad (4.43)$$

สรุปขั้นตอนของ SIMPLE algorithm ได้ดังรูปที่ 4.8



รูปที่ 4.8 แผนผังของ SIMPLE algorithm [47]

4.7 บทสรุป

ในบทนี้ได้นำเสนอขั้นตอนของวิธี Finite volume อันประกอบด้วย การพิจารณาสมการควบคุมอันประกอบด้วย Convection term, Diffusion term และ Source term, การแบ่งโดเมนการไหลออกเป็นส่วนเล็ก ๆ เรียกว่า Control volume ด้วยขั้นตอนของ Grid generation, การ Discretise

สมการควบคุม, เงื่อนไขขอบเขต, และการแก้ระบบสมการด้วยวิธี TDMA รวมทั้งแสดงขั้นตอนของ SIMPLE algorithm เพื่อแก้ปัญหาของการ Couple ของความดันกับความเร็วในสมการการอนุรักษ์โมเมนตัม ซึ่งทั้งหมดที่กล่าวมานี้เป็นเพียงรายละเอียดพอสังเขปเท่านั้น ด้วยเหตุผลที่ว่า “ต้องการให้ผู้อ่านเกิดความเข้าใจพื้นฐานเกี่ยวกับการประยุกต์วิธี Finite volume กับการวิเคราะห์การไหลแบบปั่นป่วน อันจะเป็นการชักนำไปสู่ความเข้าใจอย่างลึกซึ้งขึ้นเมื่อได้ศึกษาเรื่องนี้เพิ่มเติมในอนาคต”

บทที่ 5

การจำลองการไหลแบบปั่นป่วนผ่านแผ่นออริฟิส

5.1 บทนำ

เนื้อหาในบทที่ 5 นี้เป็นการจำลองการไหลแบบปั่นป่วนของอากาศผ่านแผ่นออริฟิส ซึ่งผู้เขียนได้แบ่งเป็นกรณีศึกษาต่าง ๆ ดังจะกล่าวถึงต่อไป การจำลองการไหลทุกกรณีศึกษานั้นจะใช้ SIMPLE อัลกอริทึมในการสร้างความสัมพันธ์ของความเร็วกับความดันในโดเมนการไหล ส่วนพารามิเตอร์อื่น ๆ ที่พิจารณาในวิทยานิพนธ์ฉบับนี้ได้แสดงในตารางที่ 5.1

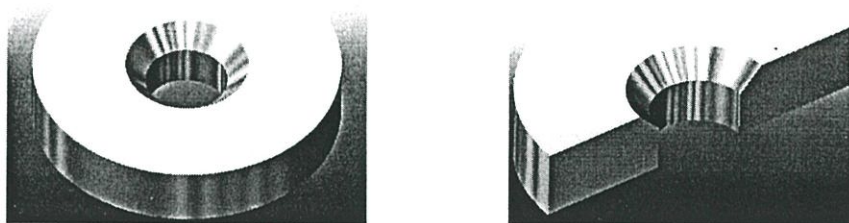
หมายเหตุ เพื่อให้คำกล่าวในบทที่ 5 นี้มีความสะดวกและกระชับยิ่งขึ้น หลังจากนั้นจะกล่าวคำว่า “การจำลองการไหลแบบปั่นป่วนผ่านแผ่นออริฟิส” เป็น “การจำลองการไหล” แทน

ตารางที่ 5.1 พารามิเตอร์ที่เกี่ยวข้องกับการจำลองการไหลที่พิจารณาในวิทยานิพนธ์

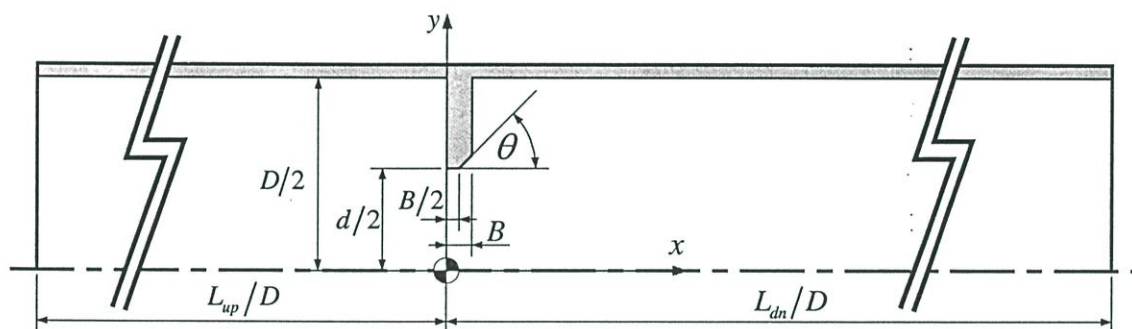
Parameter	Detail
β	0.50
	0.75
Re	18400
	54700
	91100
Inlet velocity profile	Uniform profile/with turbulent intensity
	Fully develop profile/with turbulent intensity
	Experimental profile/with turbulent intensity*
Scheme	FOU
	Power law
	SOU
	QUICK
Turbulence model	$k - \varepsilon$
	RSM

* สำหรับกรณีที่ $\beta = 0.75$, $Re = 54700$ เท่านั้น

ผู้เขียนจะกล่าวถึง ลักษณะของแผ่นออริฟิสที่ใช้ และโดเมนการไหลที่พิจารณาในวิทยานิพนธ์ฉบับนี้ก่อน ซึ่งจะแสดงรายละเอียดดังรูปที่ 5.1 และรูปที่ 5.2 ตามลำดับ ส่วนตารางที่ 5.2 เป็นรายละเอียดของโดเมนการไหล



รูปที่ 5.1 ลักษณะของแผ่นออริฟิสที่ใช้



รูปที่ 5.2 โดเมนการไหลที่พิจารณา

ตารางที่ 5.2 ข้อมูลจำเพาะของโดเมนการไหล

Parameter	Value, Comment	Units
Pipe diameter, D	0.0508	m
Pipe radius, $R = D/2$	0.0254	m
Orifice diameter, d	0.0254, $\beta = 0.50$	m
	0.0381, $\beta = 0.75$	m
Orifice thickness, B	0.0032	m
Orifice Beveled angle, θ	45	°
L_{up}/D	1.5	–
L_{up}/R	3.0	–
L_{dn}/D	8.0	–
L_{dn}/R	16.0	–

5.2 กรณีศึกษาในวิทยานิพนธ์

เนื่องจากการจำลองการไหลจำเป็นต้องป้อนค่าคุณสมบัติของอากาศ และค่าคงที่อื่นที่จำเป็นด้วย ดังแสดงในตารางที่ 5.3

ตารางที่ 5.3 คุณสมบัติของอากาศ และค่าคงที่ที่จำเป็นต่าง ๆ

Parameter	Value	Units, Comment
Air density, ρ	1.177	kg/m^3 , All case
Air dynamic viscosity, μ	1.845×10^{-5}	$\text{Pa} \cdot \text{s}$, All case
Uniform velocity, U_{av}	5.677721	(m/s), Re = 18400
	16.87888	(m/s), Re = 54700
	28.11089	(m/s), Re = 91100
Turbulent intensity, I	4.688326	(%), Re = 18400
	4.091397	(%), Re = 54700
	3.838665	(%), Re = 91100

สำหรับตัวอย่างการคำนวณค่าคงที่ในตารางที่ 5.3 เป็นดังต่อไปนี้

จาก $\text{Re} = \frac{\rho U_{av} L}{\mu}$ เมื่อ L เป็น Characteristic length ในที่นี้ $L = D$ เมื่อย้ายข้างของสมการแล้ว

จะได้ $U_{av} = (\mu / \rho D) \text{Re}$

ดังนั้น

$$\begin{aligned} U_{av} &= \left(\frac{\mu}{\rho D} \right) \text{Re} \\ &= \left(\frac{1.845 \times 10^{-5}}{1.177 \times 50.8 \times 10^{-3}} \right) 18400 \\ &= 5.677721 \end{aligned}$$

และจากนิยามของ Turbulent intensity $I = \frac{u'}{U_{av}} \approx 0.16 (\text{Re}_{D_h})^{-1/8}$ โดย D_h คือ Hydraulic diameter ในที่นี้ $D_h = D$ (เนื่องจากการไหลเต็มท่อกลม) เมื่อสมการข้างต้นนี้ได้พัฒนาขึ้นมา จากค่าการทดลองของเหล่านักวิจัยต่าง ๆ จนเป็นสูตรที่ยอมรับกันเรียกว่า Empirical formula ข้อสังเกตคือ ค่า I จะแปรผกผันกับ Re_{D_h} ซึ่งจากการทดลองพบว่า Re_{D_h} เพิ่มขึ้นแล้วจะทำให้อัตราการเพิ่มขึ้นของ u' นั้นน้อยกว่าอัตราการเพิ่มขึ้นของ U_{av} มาก ดังนั้นเมื่อเข้าอัตราส่วนตามนิยามของ I แล้วจึงทำให้ I มีค่าน้อยลงเมื่อ Re_{D_h} มีค่ามากขึ้นนั่นเอง

ดังนั้น

$$\begin{aligned}
 I &= \frac{u'}{U_{av}} \approx 0.16(\text{Re}_{D_h})^{-1/8} \\
 &= 0.16(18400)^{-1/8} \\
 &= 4.688326 \%
 \end{aligned}$$

กรณีศึกษาในวิทยานิพนธ์มีดังรายการต่อไปนี้

1. กรณีศึกษาที่ 1: การจำลองการไหลเมื่อ β เท่ากับ 0.50 และ Re เท่ากับ 18400
 - ◆ การจำลองด้วย $k-\varepsilon$ model, $\beta = 0.50$, Re = 18400
 - ◆ การจำลองด้วย RSM, $\beta = 0.50$, Re = 18400
2. กรณีศึกษาที่ 2: การจำลองการไหลเมื่อ β เท่ากับ 0.50 และ Re เท่ากับ 54700
 - ◆ การจำลองด้วย $k-\varepsilon$ model, $\beta = 0.50$, Re = 54700
 - ◆ การจำลองด้วย RSM, $\beta = 0.50$, Re = 54700
3. กรณีศึกษาที่ 3: การจำลองการไหลเมื่อ β เท่ากับ 0.50 และ Re เท่ากับ 91100
 - ◆ การจำลองด้วย $k-\varepsilon$ model, $\beta = 0.50$, Re = 91100
 - ◆ การจำลองด้วย RSM, $\beta = 0.50$, Re = 91100
4. กรณีศึกษาที่ 4: การจำลองการไหลเมื่อ β เท่ากับ 0.75 และ Re เท่ากับ 18400
 - ◆ การจำลองด้วย $k-\varepsilon$ model, $\beta = 0.75$, Re = 18400
 - ◆ การจำลองด้วย RSM, $\beta = 0.75$, Re = 18400
5. กรณีศึกษาที่ 5: การจำลองการไหลเมื่อ β เท่ากับ 0.75 และ Re เท่ากับ 91100
 - ◆ การจำลองด้วย $k-\varepsilon$ model, $\beta = 0.75$, Re = 91100
 - ◆ การจำลองด้วย RSM $\beta = 0.75$, Re = 91100
6. กรณีศึกษาที่ 6: การจำลองการไหลเมื่อ β เท่ากับ 0.75 และ Re เท่ากับ 54700
 - ◆ การจำลองด้วย $k-\varepsilon$ model, $\beta = 0.75$, Re = 54700
 - ◆ การจำลองด้วย RSM, $\beta = 0.75$, Re = 54700

กรณีศึกษาที่ 1 – 5 จะมีการกำหนดขนาดของความเร็วขาเข้าโดเมนการไหลเป็น 4 ลักษณะ คือ

- ◆ Uniform velocity profile
- ◆ Uniform velocity profile และกำหนดค่า Turbulent intensity
- ◆ Fully developed velocity profile
- ◆ Fully developed velocity profile และกำหนดค่า Turbulent intensity

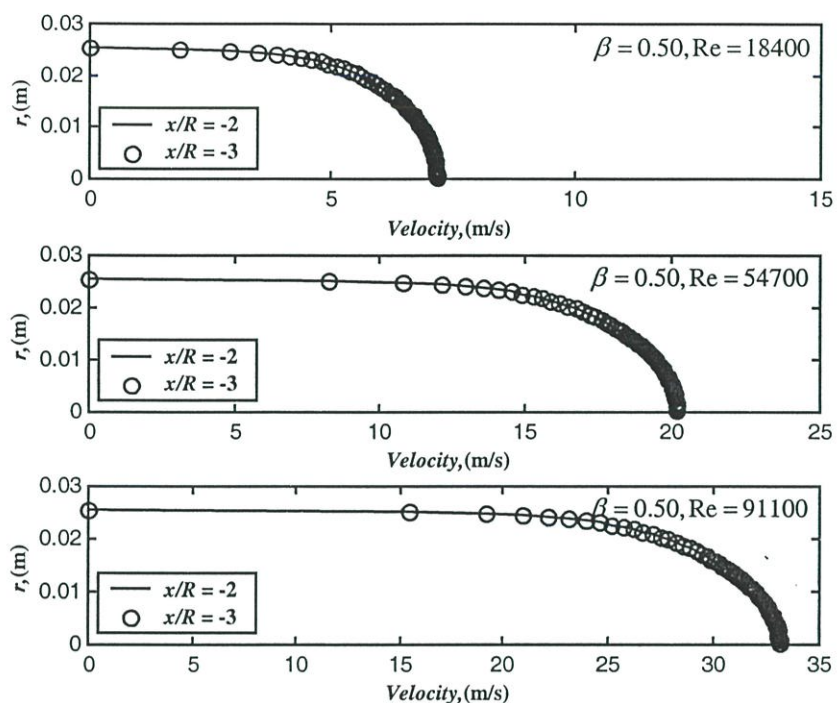
ส่วนกรณีศึกษาที่ 6 จะมีการกำหนดขนาดของความเร็วจาเข้าโดเมนการไหลเช่นเดียวกับ 5 กรณีแรกและยังได้กรณีศึกษาอีก 2 กรณีคือ

- ◆ Experimental velocity profile
- ◆ Experimental velocity profile และกำหนดค่า Turbulent intensity

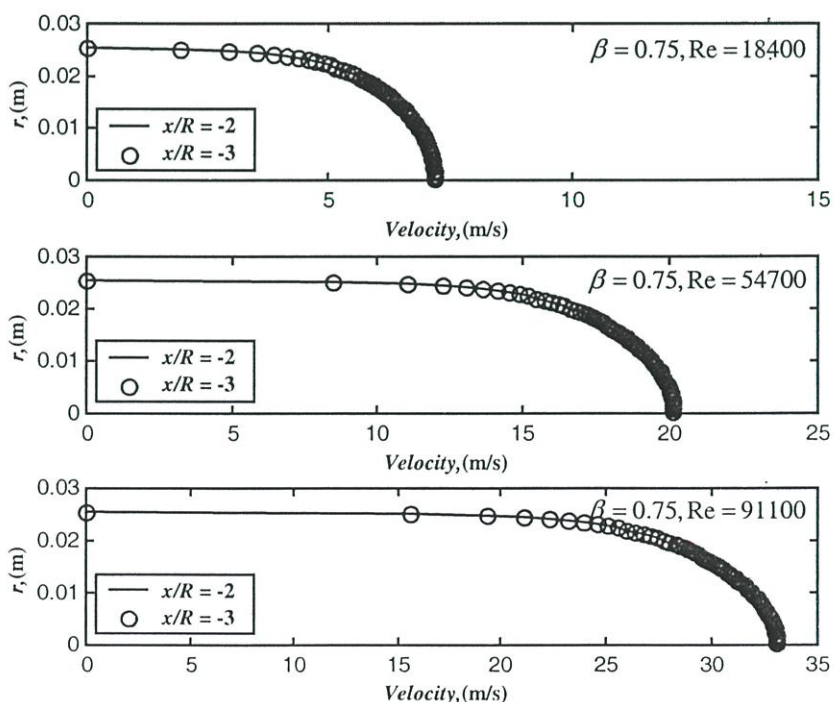
หมายเหตุ การกำหนดลักษณะของความเร็วจาเข้าสู่โดเมนการไหลนั้นจะมีการเปรียบเทียบที่อัตราการไหลเชิงมวลค่าเดียวกัน โดยมีหลักการในการกำหนดขนาดของความเร็วดังนี้

- ◆ สำหรับ Uniform velocity profile ขนาดของความเร็วจาจะใช้ค่าตามตารางที่ 5.3
- ◆ สำหรับ Fully developed velocity profile จะใช้การสร้างโดเมนการไหลที่ตำแหน่ง Upstream $x/R = -90$ ซึ่งถือว่าไกลมาก (ค่าที่ยอมรับได้โดยทั่วไปเพียงแค่ $x/R = -80$ เท่านั้น) เพื่อให้แน่ใจได้ว่า Profile ของความเร็วจาเข้าสู่ Fully developed อย่างแท้จริง ทั้งนี้จะเริ่มต้นที่กำหนดความเร็วจาเข้าสู่โดเมนการไหลเป็นแบบ Uniform velocity profile เพื่อให้อัตราการไหลเชิงมวลของระบบสำหรับกรณีนี้เท่ากันกับกรณีที่มีความเร็วเป็นแบบ Uniform velocity profile จากนั้นเริ่ม Run program จนได้คำตอบที่ลู่เข้า แล้วตรวจสอบ Profile ของความเร็วที่ตำแหน่ง Upstream ใกล้เคียงกับออริฟิส์ว่าตำแหน่งใดมีการปรับตัวของ Profile เข้าสู่ Fully developed แล้ว พบว่าที่ตำแหน่ง $x/R = -3$ นั้นได้ Profile ของความเร็วที่ทับกันอย่างสนิทกับตำแหน่ง $x/R = -2$ ดังนั้น แสดงว่าถ้าสร้างโดเมนการไหลที่ตำแหน่ง $x/R = -3$ แล้วจะถือว่า Profile ของความเร็วมีการปรับตัวเข้าสู่ Fully developed แล้ว ขั้นตอนสุดท้าย คือนำเอา Profile ของความเร็วที่ได้จากตำแหน่ง $x/R = -3$ ในเป็นการกำหนดความเร็วจาเข้าสู่โดเมนการไหลแบบ Fully developed velocity profile โดยไม่จำเป็นต้องสร้างโดเมนการไหลไกล ๆ เช่นเดิมอีก หากแต่สร้างโดเมนการไหลมีความยาวด้าน Upstream (L_{up}) เท่ากับ $3R$ ก็เพียงพอแล้ว เหตุผลที่ต้องทำเช่นนี้เพื่อเป็นการประหยัดหน่วยความจำและเวลาในการคำนวณ เนื่องจากมีกรณีศึกษาทั้งสิ้น 6 กรณี หากแบ่งเป็นกรณีย่อยที่แตกต่างกันแล้วมีมากถึง 208 กรณี
- ◆ สำหรับ Experimental velocity profile จะใช้การกำหนด Profile ตามค่าการทดลองของ Nail [27]
- ◆ สำหรับ Profile ของความเร็วทั้งสามแบบดังกล่าวนี้ที่มีการกำหนดค่า Turbulent intensity (I) ด้วยนั้นจะใช้ค่า I ตามตารางที่ 5.3 เพื่อเป็นการปรับค่าของ Length scale ของ Turbulence model ให้สามารถตรวจจับความปั่นป่วนของการไหลได้ดีขึ้น

เพื่อเป็นการยืนยันว่า Profile ของความเร็วสำหรับกรณี Fully developed velocity profile นั้นสามารถใช้งานได้จริง ให้สังเกตว่าขนาดของความเร็วที่ตำแหน่ง $x/R = -2$ และ $x/R = -3$ นั้นทับกันสนิทดังรูปที่ 5.3 และรูปที่ 5.4



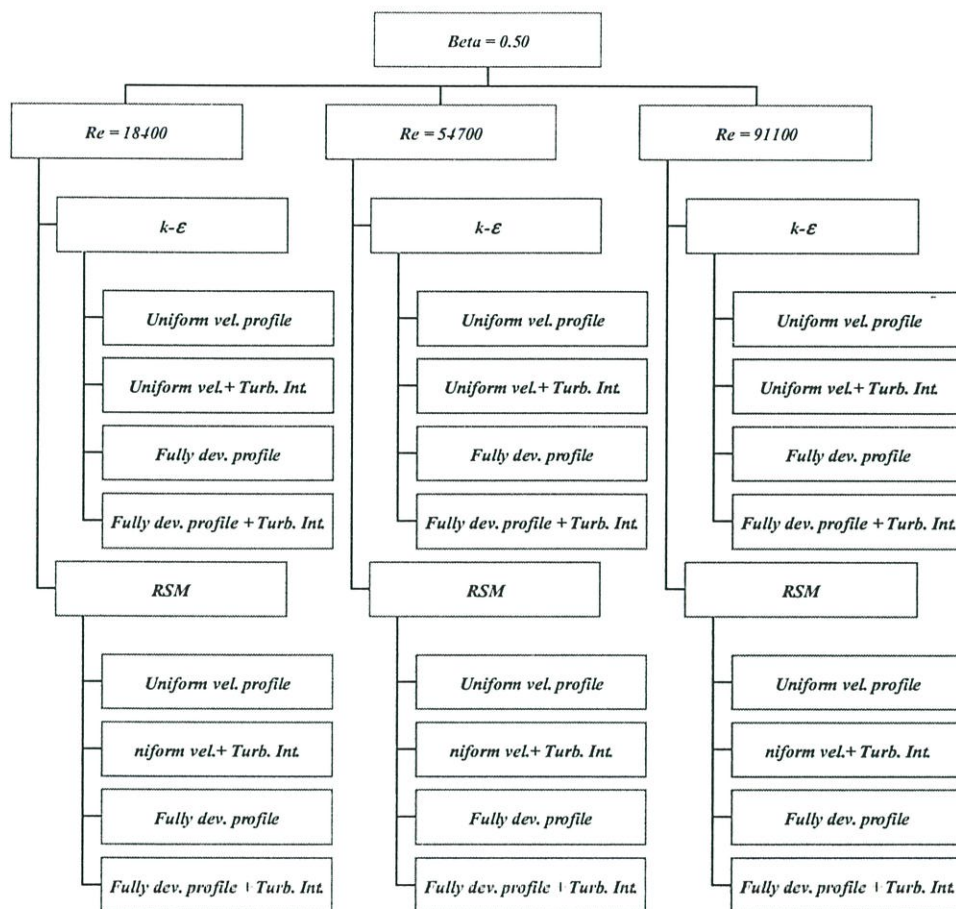
รูปที่ 5.3 Profile ของความเร็วสำหรับกรณี Fully developed velocity profile เมื่อ $\beta = 0.50$



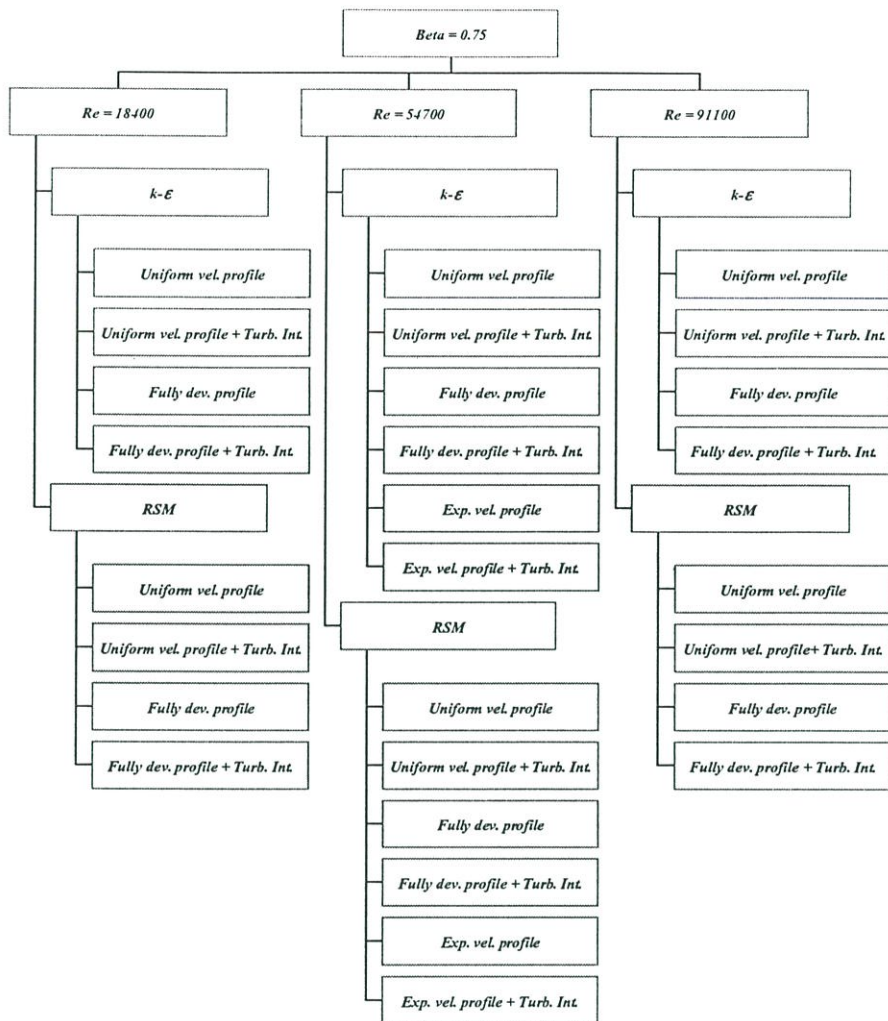
รูปที่ 5.4 Profile ของความเร็วสำหรับกรณี Fully developed velocity profile เมื่อ $\beta = 0.75$

เพื่อให้รายละเอียดดังกล่าวข้างต้นชัดเจนขึ้นได้แสดงเป็นแผนผังกรณีศึกษาดังรูปที่ 5.5

และ 5.6



รูปที่ 5.5 แผนผังกรณีศึกษาเมื่อ β เท่ากับ 0.50



รูปที่ 5.6 แผนผังกรณีศึกษาเมื่อ β เท่ากับ 0.75

5.3 ผลของกรณีศึกษาต่างๆ ในวิทยานิพนธ์

จากผลการทดลองของ Nail [27] ได้มีการทำ Normalized ตัวแปรในการทดลอง 4 ตัวแปร คือ ความดันที่ผนังท่อ เรียกว่า Normalized Mean Wall Static Pressure, ความเร็วในแนวเส้นผ่านศูนย์กลางท่อ เรียกว่า Normalized Centerline Mean Axial Velocity (หรือ Normalized Centerline Mean Velocity), ระยะตามความยาวท่อ และระยะในแนวรัศมีท่อ ตามสมการ (5.1) ถึง (5.4) ตามลำดับ

$$P_{wall, norm} = \frac{P - P_{out}}{P_{in} - P_{out}} \tag{5.1}$$

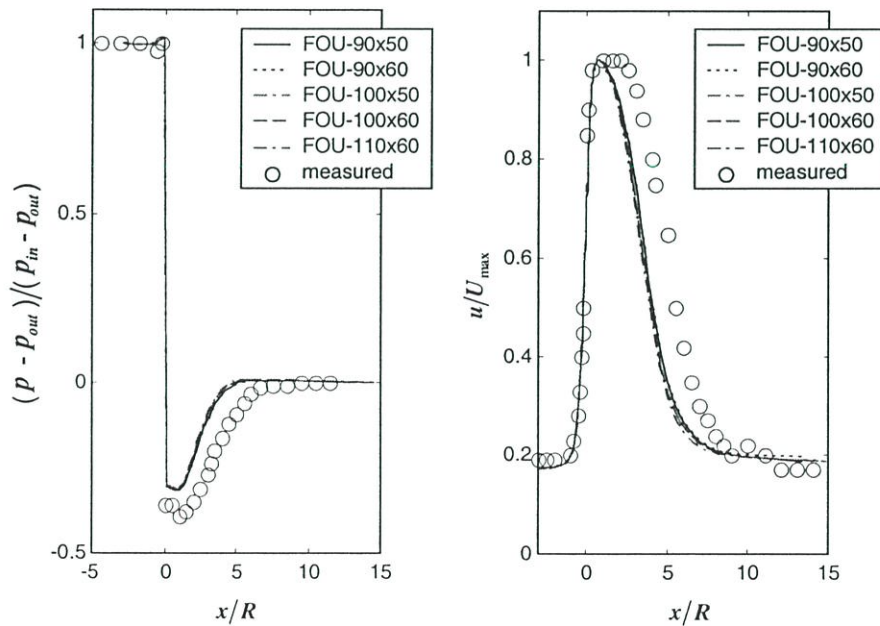
$$u_{cl, norm} = \frac{u}{U_{max}} \tag{5.2}$$

$$l_{x, norm} = \frac{x}{R} \tag{5.3}$$

$$\ell_{r,norm} = \frac{r}{R} \quad (5.4)$$

หมายเหตุ ผลการวัดความเร็วใน 3 มิติของ Nail [27] ด้วย LDV นั้นได้แก่ ความเร็วในแนวแกน x, r และ θ ซึ่งเมื่อนำมาคำนวณโมเมนตัมในแต่ละแนวแกนแล้วพบว่า โมเมนตัมในแนว θ ในมีค่าน้อยมากเมื่อเทียบกับโมเมนตัมในแนวแกน x และ r กล่าวคือ โมเมนตัมในแนว θ นั้นอยู่ในระดับ $1/20$ ของโมเมนตัมในแนวแกน x ดังนั้นจึงมีเหตุผลเพียงพอที่จะนำเอาข้อมูลที่มีการวัดความเร็วใน 3 มิติด้วย LDV ของ Nail มาเปรียบเทียบกับผลการจำลองการไหลของวิทยานิพนธ์ฉบับนี้ใน 2 มิติอันได้แก่แกน x และ r ตามลำดับ

โดยปกติแล้วก่อนที่จะศึกษาถึงรายละเอียดต่างของแต่ละกรณีศึกษานั้นจำเป็นต้องศึกษาถึงความเป็นอิสระต่อกันของกริดและผลการทำนาย (Grid independent) เพื่อให้มั่นใจได้ว่าคำตอบที่ได้ในแต่ละกรณีศึกษานั้นไม่ได้ถูกรบกวนจากการเลือกขนาดของกริดในการแบ่งโดเมนการไหล ซึ่งในขณะนี้ได้ใช้ขนาดกริดแนวแกน x กริดแนวรัศมีเป็น $90 \times 50, 90 \times 60, 100 \times 50, 100 \times 60$ และ 110×60 ตามลำดับ ศึกษาดังกล่าวได้แสดงไว้ในรูปที่ 5.7 ซึ่งเป็นการพล็อต $p_{wall,norm}$, $u_{cl,norm}$ เทียบกับ x/R เมื่อใช้ $k-\epsilon$ model ร่วมกับ FOU ผลที่ได้คือ ทุก ๆ กริดข้างต้นสามารถใช้ในการศึกษาแต่ละกรณีได้โดยที่ไม่มีอิทธิพลต่อความแม่นยำในการทำนาย เนื่องจากเมื่อเปลี่ยนขนาดของกริดแล้วได้ขนาดของ $p_{wall,norm}$ และ $u_{cl,norm}$ ตลอดความยาวของท่อค่อนข้างคงที่นั่นเอง



รูปที่ 5.7 ความเป็นอิสระต่อกันของกริดกับผลการทำนาย $p_{wall,norm}$ และ $u_{cl,norm}$ ด้วย $k-\epsilon$ model

5.3.1 กรณีศึกษาที่ 1: การจำลองการไหล เมื่อ β เท่ากับ 0.50 เมื่อ Re เท่ากับ 18400

5.3.1.1 การจำลองด้วย $k-\varepsilon$ model, $\beta = 0.50$, Re = 18400

ผลการจำลองการไหลกรณีศึกษาที่ 1 โดย $k-\varepsilon$ model ร่วมกับ Scheme ทั้ง 4 แบบได้แก่ FOU, Power law, SOU และ QUICK แล้วได้ทำ Normalized ความดันและความเร็วให้อยู่ในรูปแบบตามสมการ (5.1) และ (5.2) ตามลำดับดังที่ได้กล่าวไว้แล้วข้างต้น ซึ่งได้ผลการจำลองการไหลผ่านออริฟิสที่มี β เท่ากับ 0.50 และที่ Re เท่ากับ 18400 เป็นดังนี้

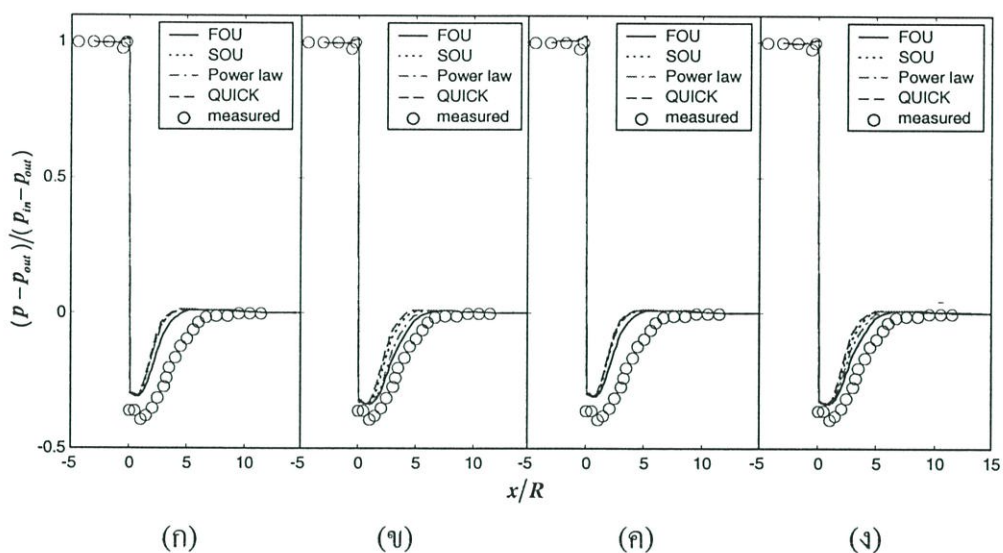
รูปที่ 5.8 (ก) และ (ข) เป็นการกำหนดความเร็วขาเข้าโดเมนการไหลให้เป็น Uniform velocity profile และ Uniform velocity profile ที่ได้รวม Turbulent intensity ไว้ด้วยตามลำดับ จากกราฟ $p_{wall,norm}$ เทียบกับ x/R พบว่าทุก Scheme ให้ผลการทำนายด้าน Upstream ดีเท่า ๆ กัน ส่วนด้าน Downstream ทำนายดีเมื่อ x/R มีค่าตั้งแต่ 7 นั้นพอสรุปได้ว่า Turbulent intensity ไม่มีอิทธิพลต่อการไหลด้าน Upstream แต่มีผลต่อการไหลด้าน Downstream สังเกตได้ชัดเจนจากรูปที่ 5.8 (ข) นั้นพบว่าบริเวณด้าน Downstream มีผลทำให้เส้นกราฟทุก Scheme มีแนวโน้มเข้าใกล้กับผลการทดลองมากกว่ารูปที่ 5.8 (ก) ซึ่งไม่มีการกำหนด Turbulent intensity ข้อสังเกตประการหนึ่งคือ การกำหนด Turbulent intensity จะมีผลต่อการเปลี่ยนแปลงของ first order scheme (ในที่นี้ได้แก่ FOU และ Power law) มากกว่า second order scheme (ซึ่งได้แก่ SOU และ QUICK) ผลสรุปที่ได้ คือ การกำหนดความเร็วขาเข้าโดเมนแบบ Uniform ซึ่งจำลองด้วย $k-\varepsilon$ model เมื่อ β เท่ากับ 0.50 และ Re เท่ากับ 18400 แล้ว FOU จะให้ผลการทำนายดีที่สุด

รูปที่ 5.8 (ค) และ 5.8 (ง) การกำหนดความเร็วขาเข้าโดเมนการไหลให้เป็น Fully developed velocity profile และ Fully developed velocity profile ที่ได้รวม Turbulent intensity ไว้ด้วยตามลำดับ ผลการทำนายคล้ายคลึงกับรูปที่ 5.8 (ก) และ 5.8 (ข) จากการจำลองการไหลด้วย $k-\varepsilon$ model พบว่าร่วมกับ FOU จะให้ผลการทำนายดีที่สุดเมื่อเทียบกับ Scheme ที่เหลือ และการกำหนด Turbulent intensity ก็ยังให้ผลการทำนายที่ดีขึ้นเมื่อเทียบกับกรณีที่ไม่ได้กำหนด Turbulent intensity ไว้

รูปที่ 5.9 (ก) – (ง) เป็นการพล็อตกราฟของ $u_{cl,norm}$ เทียบกับ x/R เมื่อใช้ $k-\varepsilon$ model ทำนายร่วมกับ Scheme ทั้ง 4 พบว่า FOU ให้ผลการทำนายดีที่สุด และทุก ๆ Scheme จะให้ผลการทำนายที่แทบไม่แตกต่างกัน ณ ตำแหน่งตั้งแต่ x/R ประมาณ 11 และเมื่อพิจารณาผลการทบของ Turbulent intensity แล้วจะให้ผลเช่นเดียวกับเมื่อครั้งที่พิจารณาความดัน กล่าวคือ เมื่อเป็น first order scheme จะได้รับผลกระทบจาก Turbulent intensity มากกว่า second order scheme

สรุปว่าเมื่อจำลองการไหลผ่านแผ่นออริฟิสที่ค่า β เท่ากับ 0.50 และ Re เท่ากับ 18400 ด้วย $k-\varepsilon$ model แล้วควรที่จะกำหนด Turbulent intensity ณ ทางเข้าด้วยทั้งกรณีที่มีการกำหนดให้ความเร็วขาเข้าโดเมนการไหลเป็น Uniform หรือ Fully developed velocity profile เพื่อให้ผลการทำนายที่แม่นยำขึ้นของทุก ๆ Scheme อย่างไรก็ตาม FOU ก็ยังให้ผลการทำนายที่ดีที่สุดแม้ว่าจะ

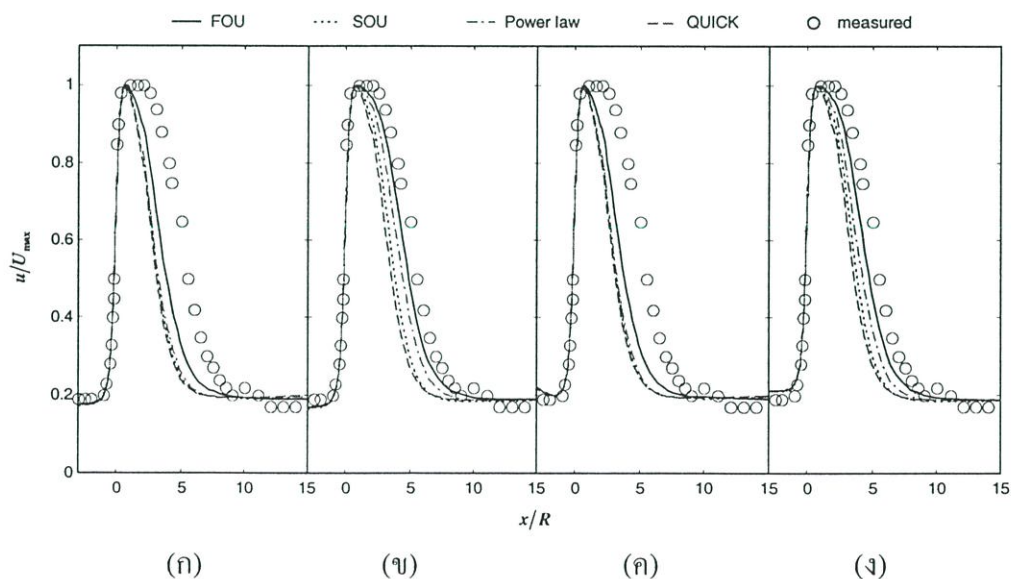
เป็นเพียง first order scheme ไม่ว่าจะพิจารณาความดันในเทอมของ $p_{wall,norm}$ หรือความเร็วในเทอมของ $u_{cl,norm}$ ก็ตาม



รูปที่ 5.8 การกระจายตัวของ $p_{wall,norm}$ ตลอดความยาวของท่อ, ทำนายด้วย $k-\varepsilon$ model เมื่อ $\beta = 0.50$ และ $Re = 18400$

(ก) Uniform velocity profile, (ข) Uniform velocity profile + Turbulent intensity

(ค) Fully developed profile และ (ง) Fully developed + Turbulent intensity



รูปที่ 5.9 การกระจายตัวของ $u_{cl,norm}$ ตลอดความยาวของท่อ, ทำนายด้วย $k-\varepsilon$ model เมื่อ $\beta = 0.50$ และ $Re = 18400$

(ก) Uniform velocity profile, (ข) Uniform velocity profile + Turbulent intensity

(ค) Fully developed profile และ (ง) Fully developed + Turbulent intensity

5.3.1.2 การจำลองด้วย RSM, $\beta = 0.50$, $Re = 18400$

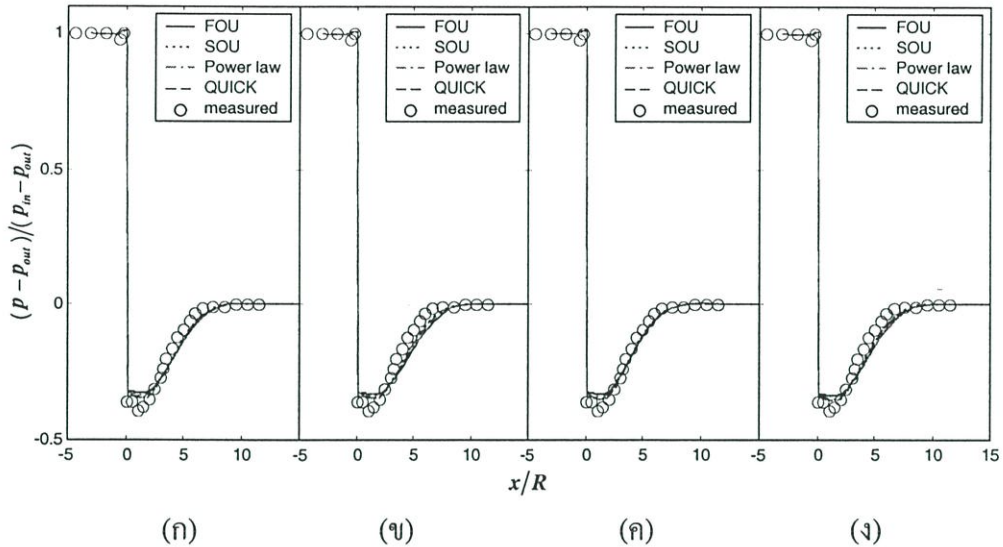
ผลการจำลองการไหลกรณีศึกษาที่ 1 โดย RSM ร่วมกับ Scheme ทั้ง 4 แบบ ได้แก่ FOU, Power law, SOU และ QUICK พร้อมกับพล็อตกราฟของ $p_{wall,norm}$ และ $u_{cl,norm}$ เทียบกับ x/R เมื่อใช้แผ่นออริฟิสที่มี β เท่ากับ 0.50 และที่ Re เท่ากับ 18400 เป็นดังนี้

รูปที่ 5.10 (ก) และ (ข) เป็นการกำหนดความเร็วขาเข้าโดเมนการไหลให้เป็น Uniform velocity profile และ Uniform velocity profile ที่ได้รวม Turbulent intensity ไว้ด้วยตามลำดับ ข้อสังเกตที่ได้ คือ การทำนายด้าน Upstream ของทุก ๆ Scheme ให้ผลดีพอ ๆ กันและตรงกับข้อมูลการทดลอง ส่วนด้าน Downstream นั้นพบว่า การกำหนดความเร็วขาเข้าโดเมนการไหลเป็นแบบ Uniform velocity profile จะให้ผลการทำนายดีกว่ากรณีที่ได้รวมผลของ Turbulent intensity แต่เมื่อพิจารณาเรื่องความสามารถในการทำนายพบว่า ที่ตำแหน่ง $0 \leq x/R \leq 9$ และทำนายด้วย RSM ร่วมกับ SOU จะให้ผลทำนายดีที่สุดทั้งสองกรณี แต่ถ้าพิจารณาค่าตำแหน่ง x/R ตั้งแต่ 9 เป็นต้นไปทุก Scheme จะให้ผลการทำนายสอดคล้องเป็นอย่างดีกับค่าการทดลอง

รูปที่ 5.10 (ค) และ (ง) เป็นการกำหนดความเร็วขาเข้าโดเมนการไหลให้เป็น Fully developed velocity profile และ Fully developed velocity profile ที่ได้รวม Turbulent intensity ไว้ด้วยตามลำดับ ผลการทำนายด้าน Downstream กรณีที่ไม่ได้กำหนด Turbulent intensity ไว้ พบว่าเส้นกราฟของ $p_{wall,norm}$ ก่อนข้างจะทับกันและผลการทำนายที่ดีกว่ากรณีที่ไม่ได้รวมผลของ Turbulent intensity ไว้ด้วยในทุก ๆ Scheme และเมื่อ x/R ตั้งแต่ 9 เป็นต้นไปทุก Scheme จะให้ผลการทำนายสอดคล้องกับค่าการทดลอง เช่นเดียวกับกรณีความเร็วเป็นแบบ Uniform velocity profile

รูปที่ 5.11 (ก) – (ง) ได้แสดงกราฟของ $u_{cl,norm}$ เทียบกับ x/R เมื่อใช้ RSM ในการจำลองการไหลพบว่าด้าน Upstream จะให้ผลการทำนายที่ต่ำกว่าค่าการทดลอง (under prediction) เล็กน้อยเท่านั้น แต่ยังคงแนวโน้มแบบเดียวกัน เมื่อกำหนดความเร็วขาเข้าโดเมนการไหลเป็นแบบ Uniform velocity profile แต่ถ้ากำหนดความเร็วเป็น Fully developed velocity profile แล้วจะให้ผลการทำนายด้าน Upstream ดีกว่า ส่วนผลการทำนายด้าน Downstream พบว่าเมื่อกำหนดให้รวมผลของ Turbulent intensity ไว้จะให้ผลการทำนายที่ตำแหน่ง $2.5 \leq x/R \leq 12$ ที่สูงกว่าค่าการทดลอง (Over prediction) ในขณะที่กรณีที่ไม่ได้กำหนด Turbulent intensity ไว้จะให้ผลที่เป็น Over prediction น้อยกว่า สำหรับกรณีที่กำหนดความเร็วแบบ Fully developed velocity profile จะให้ผลการทำนายที่ดีกว่า Uniform velocity profile เมื่อเป็น SOU และ QUICK โดยทั้งคู่ต้องไม่รวมผลของ Turbulent intensity ที่ x/R ตั้งแต่ 12 เป็นต้นไปทุก Scheme จะให้ผลการทำนายใกล้เคียงกับค่าการทดลองสรุปว่าเมื่อจำลองการไหลออริฟิสที่มี β เท่ากับ 0.50 และที่ Re เท่ากับ 18400 ด้วย RSM ควรจะกำหนดความเร็วขาเข้าสู่โดเมนการไหลเป็นแบบ Fully developed velocity profile แทนการกำหนดความเร็วแบบ Uniform velocity profile โดยไม่ต้องรวมผลของ Turbulent intensity

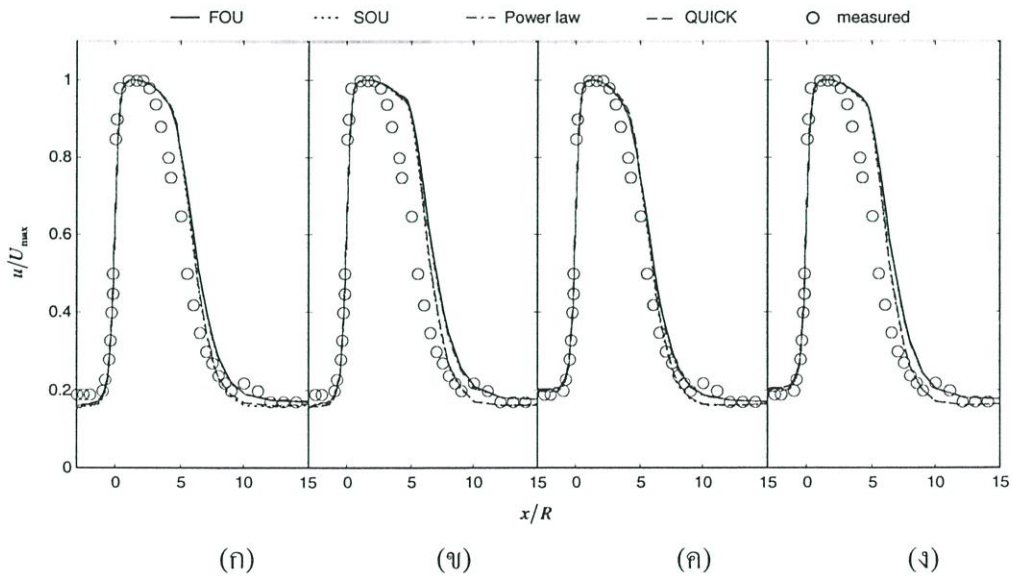
ไว้ด้วยเพื่อผลการทำนายที่ดีขึ้น หากพิจารณา $p_{wall, norm}$ แล้วทุก Scheme จะแทบไม่ต่างกัน แต่เมื่อพิจารณา $u_{cl, norm}$ ควรใช้ SOU หรือ QUICK แทน FOU หรือ Power law เพื่อลดความผิดพลาด



รูปที่ 5.10 การกระจายตัวของ $p_{wall, norm}$ ตลอดความยาวของท่อ, ทำนายด้วย RSM เมื่อ $\beta = 0.50$ และ $Re = 18400$

(ก) Uniform velocity profile, (ข) Uniform velocity profile + Turbulent intensity

(ค) Fully developed profile และ (ง) Fully developed + Turbulent intensity



รูปที่ 5.11 การกระจายตัวของ $u_{cl, norm}$ ตลอดความยาวของท่อ, ทำนายด้วย RSM เมื่อ $\beta = 0.50$ และ $Re = 18400$

(ก) Uniform velocity profile, (ข) Uniform velocity profile + Turbulent intensity

(ค) Fully developed profile และ (ง) Fully developed + Turbulent intensity

5.3.2 กรณีศึกษาที่ 2: การจำลองการไหลเมื่อ β เท่ากับ 0.50 เมื่อ Re เท่ากับ 54700

5.3.2.1 การจำลองด้วย $k-\varepsilon$ model, $\beta = 0.50$, Re = 54700

ผลการจำลองการไหลกรณีศึกษาที่ 2 โดย $k-\varepsilon$ model ร่วมกับ Scheme ทั้ง 4 แบบได้แก่ FOU, Power law, SOU และ QUICK แล้วพล็อตกราฟของ $p_{wall,norm}$ และ $u_{cl,norm}$ เทียบกับ x/R เมื่อใช้แผ่นออริฟิสที่มี β เท่ากับ 0.50 และที่ Re เท่ากับ 54700 เป็นดังนี้

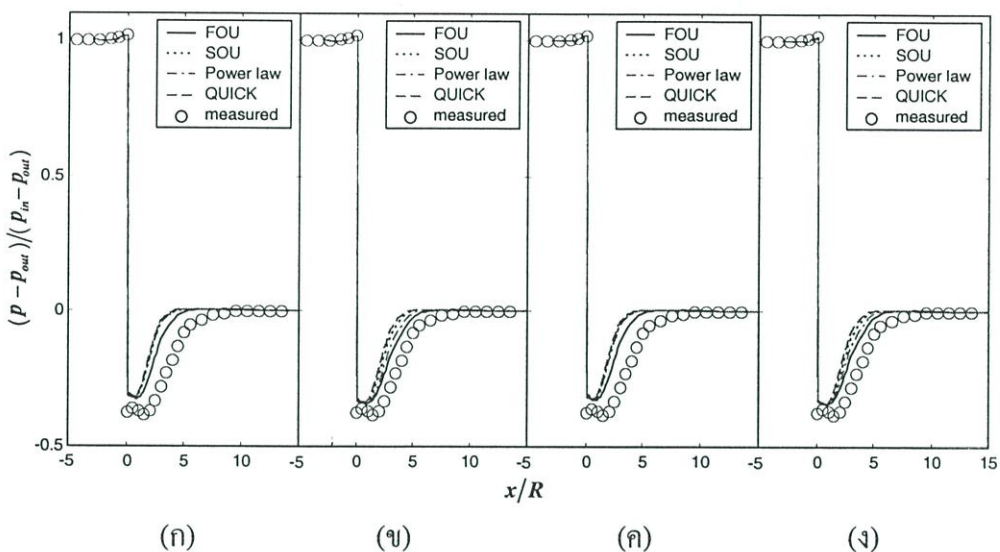
รูปที่ 5.12 (ก) และ (ข) เป็นการกำหนดความเร็วขาเข้าโดเมนการไหลให้เป็น Uniform velocity profile และ Uniform velocity profile ที่ได้รวม Turbulent intensity ไว้ด้วยตามลำดับ จากกราฟ $p_{wall,norm}$ เทียบกับ x/R พบว่าผลการทำนายด้าน Upstream ของทุก ๆ Scheme นั้นสอดคล้องกันเป็นอย่างดีกับค่าการทดลอง ส่วนด้าน Downstream ทุก ๆ Scheme ทำนายดีเมื่อ x/R มีค่าตั้งแต่ 7.5 ขึ้นไป แต่ถ้า $0 \leq x/R \leq 7.5$ นั้นผลการทำนายของการกำหนดความเร็วเป็นแบบ Uniform velocity profile ซึ่งรวม Turbulent intensity ไว้ด้วยจะสามารถทำนายที่ดีกว่ากรณีที่มีความเร็วไม่ได้รวมผลของ Turbulent intensity ไว้ สังเกตได้ชัดเจนจากรูปที่ 5.12 (ข) เมื่อ $0 \leq x/R \leq 7.5$ ว่าผลการทำนายทุก ๆ Scheme จะดีขึ้นเมื่อเทียบที่ตำแหน่งเดียวกันของรูปที่ 5.12 (ก) และการทำนายด้วย $k-\varepsilon$ model ร่วมกับ FOU จะให้ผลดีที่สุดของทั้งสองกรณี

รูปที่ 5.12 (ค) และ (ง) เป็นการกำหนดความเร็วขาเข้าโดเมนการไหลให้เป็น Fully developed velocity profile และ Fully developed velocity profile ที่ได้รวม Turbulent intensity ไว้ด้วยตามลำดับ ผลการทำนายคล้ายคลึงกับรูปที่ 5.12 (ก) และ (ข) จากการจำลองการไหลด้วย $k-\varepsilon$ model พบว่าร่วมกับ FOU จะให้ผลการทำนายดีที่สุดเมื่อเทียบกับ Scheme ที่เหลือ และการรวม Turbulent intensity ก็ยังให้ผลการทำนายที่ดีขึ้นเมื่อเทียบกับกรณีที่ไม่รวม Turbulent intensity ไว้

รูปที่ 5.13 (ก) – (ง) เป็นการพล็อตกราฟของ $u_{cl,norm}$ เทียบกับ x/R เมื่อใช้ $k-\varepsilon$ model ทำนายร่วมกับ Scheme ทั้ง 4 พบว่า FOU ให้ผลการทำนายดีที่สุด และทุก ๆ Scheme จะให้ผลการทำนายที่แทบไม่แตกต่างกัน ณ ตำแหน่งตั้งแต่ x/R ประมาณ 11 เช่นเดียวกับเมื่อ Re เท่ากับ 18400 และเมื่อเป็น first order scheme จะได้รับผลกระทบจาก Turbulent intensity มากกว่า second order scheme ข้อสังเกตอีกประการหนึ่งคือ รูปที่ 5.13 (ค) เป็นการกำหนดความเร็วให้เป็น Fully developed velocity profile แต่ไม่ได้รวม Turbulent intensity ไว้ จะทำให้ผลการทำนายด้าน Upstream มี over prediction มากกว่ากรณีที่ความเร็วเป็น Fully developed velocity profile แต่รวม Turbulent intensity ไว้ สำหรับ FOU ถ้ากำหนด Turbulent intensity ไว้ด้วยจะทำให้การลดค่าของ $u_{cl,norm}$ ช้ากว่ากรณีที่ไม่ได้กำหนด Turbulent intensity ไว้ ก่อนที่ค่า $u_{cl,norm}$ จะคงที่ที่ $x/R \approx 11$

สรุปว่าเมื่อจำลองการไหลผ่านแผ่นออริฟิสที่ค่า β เท่ากับ 0.50 และ Re เท่ากับ 54700 ด้วย $k-\varepsilon$ model แล้วควรที่จะกำหนด Turbulent intensity ณ ทางเข้าด้วยทั้งกรณีที่กำหนดความเร็วขาเข้าโดเมนการไหลเป็น Uniform velocity profile และ Fully developed velocity profile เพื่อให้ผลการทำนายแม่นยำขึ้นทั้งด้าน Upstream และ Downstream สำหรับทุก ๆ Scheme อย่างไรก็ตาม

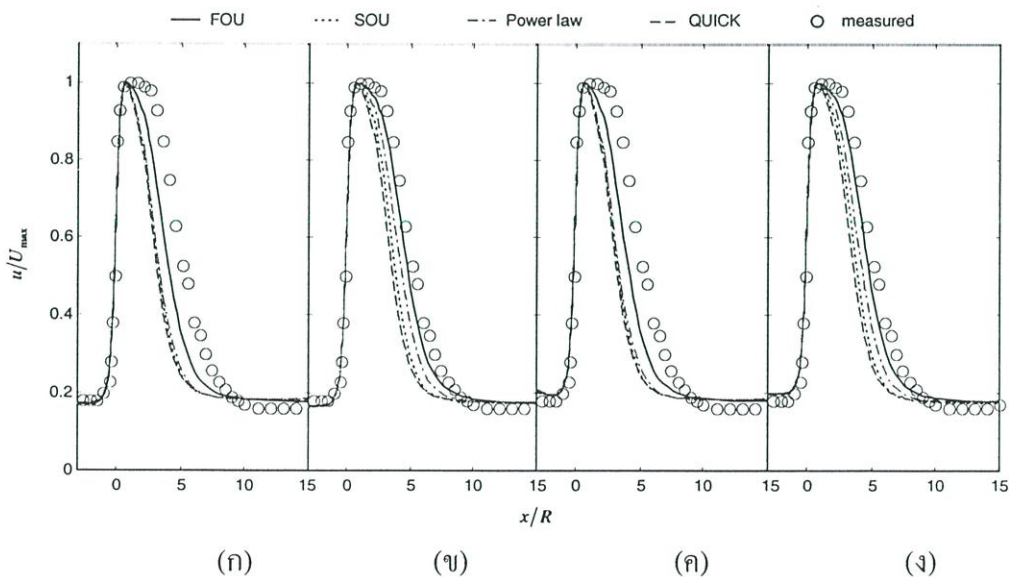
FOU ก็ยังให้ผลการทำนายที่ดีที่สุดไม่ว่าจะพิจารณาความดันในเทอมของ $p_{wall,norm}$ หรือความเร็วในเทอมของ $u_{cl,norm}$ ก็ตาม



รูปที่ 5.12 การกระจายตัวของ $p_{wall,norm}$ ตลอดความยาวของท่อ, ทำนายด้วย $k-\epsilon$ model เมื่อ $\beta = 0.50$ และ $Re = 54700$

(ก) Uniform velocity profile, (ข) Uniform velocity profile + Turbulent intensity

(ค) Fully developed profile และ (ง) Fully developed + Turbulent intensity



รูปที่ 5.13 การกระจายตัวของ $u_{cl,norm}$ ตลอดความยาวของท่อ, ทำนายด้วย $k-\epsilon$ model เมื่อ $\beta = 0.50$ และ $Re = 54700$

(ก) Uniform velocity profile, (ข) Uniform velocity profile + Turbulent intensity

(ค) Fully developed profile และ (ง) Fully developed + Turbulent intensity

5.3.2.2 การจำลองด้วย RSM, $\beta = 0.50$, $Re = 54700$

ผลการจำลองการไหลกรณีศึกษาที่ 2 โดย RSM ร่วมกับ Scheme ทั้ง 4 แบบ ได้แก่ FOU, Power law, SOU และ QUICK พร้อมกับพล็อตกราฟของ $p_{wall,norm}$ และ $u_{cl,norm}$ เทียบกับ x/R เมื่อใช้แผ่นออริฟิสที่มี β เท่ากับ 0.50 และที่ Re เท่ากับ 54700 เป็นดังนี้

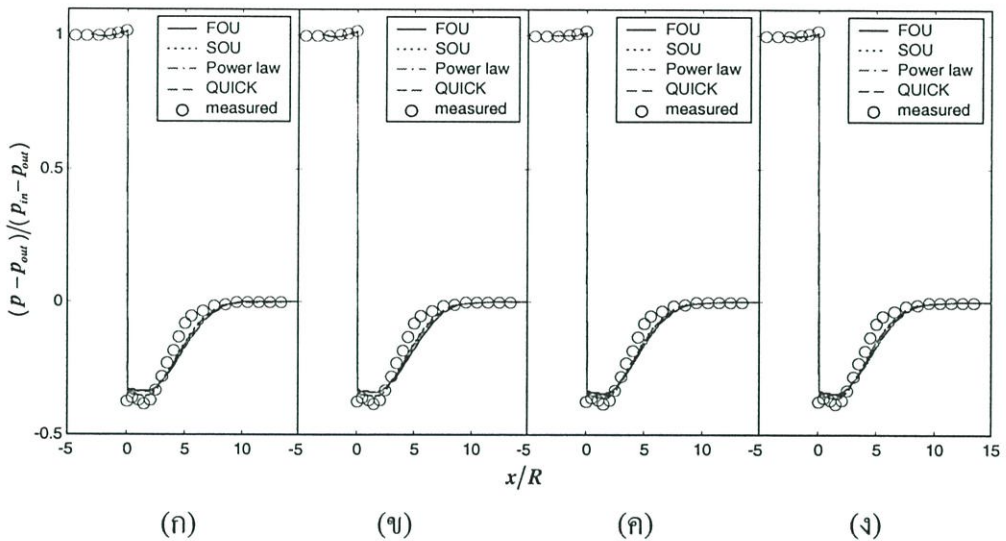
รูปที่ 5.14 (ก) และ (ข) เป็นการกำหนดความเร็วขาเข้าโดเมนการไหลให้เป็น Uniform velocity profile และ Uniform velocity profile ที่ได้รวม Turbulent intensity ไว้ด้วยตามลำดับ จากผลการจำลองด้วย RSM พบว่าการทำนายด้าน Upstream ของทุก ๆ Scheme ให้ผลดีพอ ๆ กันและสอดคล้องกับข้อมูลการทดลอง ส่วนด้าน Downstream นั้นพบว่าที่ตำแหน่ง $0 \leq x/R \leq 2.5$ ทั้งสองกรณีให้ผลใกล้เคียงกันมาก แต่ผลการทำนายของ RSM ร่วมกับ SOU และ QUICK ซึ่งเป็น second order scheme จะดีกว่า first order scheme ซึ่งได้แก่ FOU และ Power law และที่ตำแหน่ง x/R ตั้งแต่ 9 เป็นต้นไปทุก Scheme จะให้ผลการทำนายสอดคล้องเป็นอย่างดีกับค่าการทดลอง

รูปที่ 5.14 (ค) และ (ง) เป็นการกำหนดความเร็วขาเข้าโดเมนการไหลให้เป็น Fully developed velocity profile และ Fully developed velocity profile ที่ได้รวม Turbulent intensity ไว้ด้วยตามลำดับ ผลการทำนายในทั้งสองกรณีสำหรับทั้งด้าน Upstream และ ด้าน Downstream สำหรับทุก Scheme ก่อนข้างคล้ายคลึงกับกรณีที่กำหนดความเร็วเป็นแบบ และ Uniform velocity profile และการทำนายด้วย SOU และ QUICK จะดีกว่า FOU และ Power law

รูปที่ 5.15 (ก) – (ง) ได้แสดงกราฟของ $u_{cl,norm}$ เทียบกับ x/R เมื่อใช้ RSM ในการจำลองการไหลพบว่าทุก ๆ Scheme เมื่อกำหนดความเร็วขาเข้าโดเมนการไหลเป็นแบบ Uniform velocity profile แล้วด้าน Upstream จะให้ผลการทำนายที่ต่ำกว่าค่าการทดลอง (under prediction) เล็กน้อยเท่านั้น แต่ถ้ากำหนดความเร็วเป็น Fully developed velocity profile แล้วจะให้ผลการทำนายด้าน Upstream ดีกว่า ส่วนผลการทำนายด้าน Downstream พบว่าที่ตำแหน่ง $2.5 \leq x/R \leq 9$ ทุก Scheme ทำนายได้ค่อนข้างห่างจากค่าการทดลอง แต่จะให้ผลการทำนายที่สอดคล้องเป็นอย่างดีกับค่าการทดลองเมื่อ $x/R \geq 9$ ไม่ว่าความเร็วจะเป็นแบบ Uniform velocity profile หรือ Fully developed velocity profile ก็ตาม ข้อสังเกตอีกประการหนึ่งคือ ในช่วง $2.5 \leq x/R \leq 9$ นั้นการกำหนดความเร็วแบบ Fully developed velocity profile จะทำให้ผลการทำนายดีกว่า แบบ Uniform velocity profile เล็กน้อย ในขณะที่ด้าน down stream นั้นการกำหนด Turbulent intensity จะมีผลต่อการทำนายของทุก ๆ Scheme เพียงเล็กน้อยเท่านั้น การทำนายด้วย SOU หรือ QUICK จะดีกว่าผลทำนายจากของ FOU หรือ Power law เมื่อกำหนดความเร็วเป็นทั้งสองรูปแบบ

สรุปว่าเมื่อจำลองการไหลออริฟิสที่มี β เท่ากับ 0.50 และที่ Re เท่ากับ 54700 ด้วย RSM ควรจะใช้ร่วมกับ SOU หรือ QUICK แทน FOU หรือ Power law และกำหนดความเร็วขาเข้าสู่โดเมนการไหลเป็นแบบ Fully developed velocity profile แทนการกำหนดความเร็วแบบ Uniform

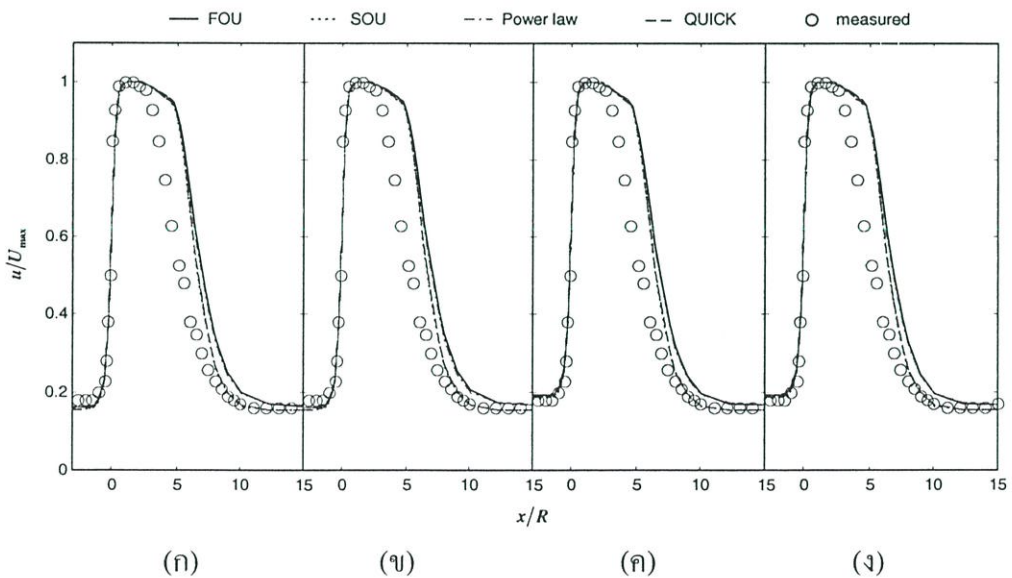
velocity profile โดยอาจไม่ต้องรวมผลของ Turbulent intensity ไว้ด้วย (เนื่องจากไม่ค่อยมีผลกระทบมากนัก) เพื่อผลการทำนายที่ดีขึ้นทั้งกรณีของ $p_{wall,norm}$ และ $u_{cl,norm}$



รูปที่ 5.14 การกระจายตัวของ $p_{wall,norm}$ ตลอดความยาวของท่อ, ทำนายด้วย RSM เมื่อ $\beta = 0.50$ และ $Re = 54700$

(ก) Uniform velocity profile, (ข) Uniform velocity profile + Turbulent intensity

(ค) Fully developed profile และ (ง) Fully developed + Turbulent intensity



รูปที่ 5.15 การกระจายตัวของ $u_{cl,norm}$ ตลอดความยาวของท่อ, ทำนายด้วย RSM เมื่อ $\beta = 0.50$ และ $Re = 54700$

(ก) Uniform velocity profile, (ข) Uniform velocity profile + Turbulent intensity

(ค) Fully developed profile และ (ง) Fully developed + Turbulent intensity

5.3.3 กรณีศึกษาที่ 3: การจำลองการไหล เมื่อ β เท่ากับ 0.50 เมื่อ Re เท่ากับ 91100

5.3.3.1 การจำลองด้วย $k-\varepsilon$ model, $\beta = 0.50$, Re = 91100

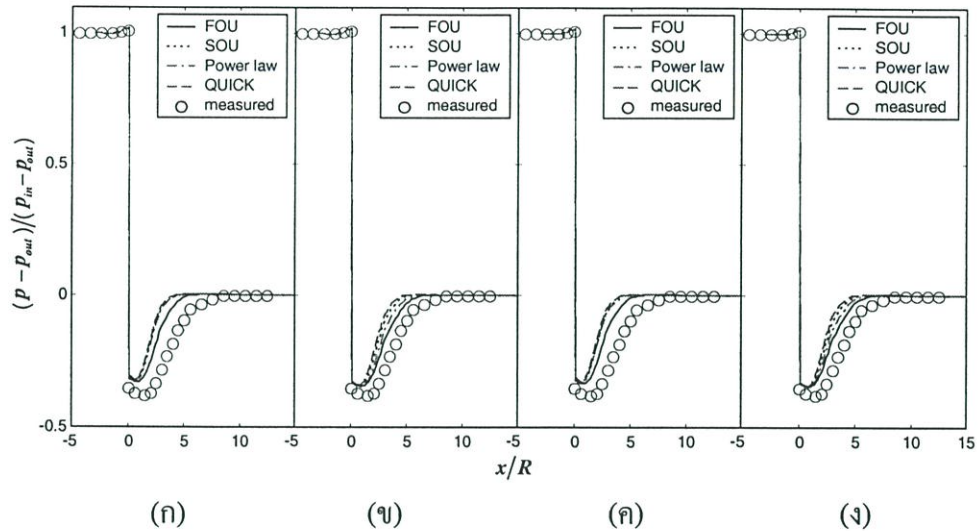
ผลการจำลองการไหลกรณีศึกษาที่ 3 โดย $k-\varepsilon$ model ร่วมกับ Scheme ทั้ง 4 แบบ ได้แก่ FOU, Power law, SOU และ QUICK แล้วพล็อตกราฟของ $p_{wall,norm}$ และ $u_{cl,norm}$ เทียบกับ x/R เมื่อใช้แผ่นออริฟิสที่มี β เท่ากับ 0.50 และที่ Re เท่ากับ 91100 เป็นดังนี้

รูปที่ 5.16 (ก) และ (ข) เป็นการกำหนดความเร็วขาเข้าโดเมนการไหลให้เป็น Uniform velocity profile และ Uniform velocity profile ที่ได้รวม Turbulent intensity ไว้ด้วยตามลำดับ จากกราฟ $p_{wall,norm}$ เทียบกับ x/R พบว่าผลการทำนายด้าน Upstream ของทุก ๆ Scheme นั้นสอดคล้องกันเป็นอย่างดีกับค่าการทดลอง ส่วนด้าน Downstream ทุก ๆ Scheme ทำนายดีเมื่อ x/R มีค่าตั้งแต่ 7 ขึ้นไป แต่ถ้า $0 \leq x/R \leq 7$ นั้นผลการทำนายของการกำหนดความเร็วเป็นแบบ Uniform velocity profile ซึ่งรวม Turbulent intensity ไว้ด้วยจะสามารถทำนายที่ดีกว่ากรณีที่มีความเร็วไม่ได้รวมผลของ Turbulent intensity ไว้ โดยเฉพาะการทำนายด้วย $k-\varepsilon$ model ร่วมกับ FOU จะให้ผลดีที่สุด ซึ่งสังเกตได้ชัดเจนจากรูปที่ 5.16 (ข) เทียบกับรูปที่ 5.16 (ก) เมื่อ $0 \leq x/R \leq 7$ จะให้ผลการทำนายทุก ๆ Scheme จะดีขึ้น ส่วนรูปที่ 5.16 (ค) และ (ง) เป็นการกำหนดความเร็วขาเข้าโดเมนการไหลให้เป็น Fully developed velocity profile และ Fully developed velocity profile ที่ได้รวม Turbulent intensity ไว้ด้วยตามลำดับ ผลการทำนายคล้ายคลึงกับรูปที่ 5.12 (ก) และ (ข) กล่าวคือ เมื่อมีการกำหนด Turbulent intensity จะให้ผลการทำนายที่ดีขึ้นเมื่อเทียบกับกรณีที่ไม่ได้กำหนด Turbulent intensity ไว้ และจากการจำลองการไหลด้วย $k-\varepsilon$ model ร่วมกับ FOU จะให้ผลการทำนายดีที่สุดที่สุดใน Scheme ทั้งสี่แบบ

รูปที่ 5.17 (ก) – (ง) เป็นการพล็อตกราฟของ $u_{cl,norm}$ เทียบกับ x/R เมื่อใช้ $k-\varepsilon$ model ทำนายร่วมกับ Scheme ทั้งสี่ พบว่า FOU ให้ผลการทำนายดีที่สุด เมื่อพิจารณาที่ด้าน Upstream พบว่าทุก ๆ Scheme สามารถทำนายได้ใกล้เคียงกับค่าการทดลอง แต่มีข้อสังเกตสำหรับด้าน Upstream คือ ถ้าความเร็วเป็นแบบ Uniform profile แล้วการทำนายจะเป็น under prediction เล็กน้อย แต่ถ้าความเร็วเป็นแบบ Fully developed profile แล้วการทำนายจะเป็น over prediction เล็กน้อย ส่วนทางด้าน Downstream ณ ตำแหน่งตั้งแต่ x/R ประมาณ 11 ทุก ๆ Scheme จะให้ผลการทำนายแทบไม่แตกต่างกัน และเช่นเดียวกับกรณีศึกษาก่อนหน้านี้ คือ เมื่อเป็น first order scheme จะได้รับผลกระทบจาก Turbulent intensity มากกว่า second order scheme รูปที่ 5.17 (ง) เป็นการกำหนดความเร็วให้เป็น Fully developed velocity profile และรวม Turbulent intensity ไว้ ผลการทำนายจะดีกว่ารูปที่ 5.17 (ค) ซึ่งเป็นกรณีความเร็วเป็น Fully developed velocity profile แต่ไม่ได้รวม Turbulent intensity ไว้

สรุปว่าเมื่อจำลองการไหลผ่านแผ่นออริฟิสที่ค่า β เท่ากับ 0.50 และ Re เท่ากับ 91100 ด้วย $k-\varepsilon$ model แล้วควรที่จะกำหนด Turbulent intensity ณ ทางเข้าด้วยทั้งกรณีที่กำหนดความเร็ว

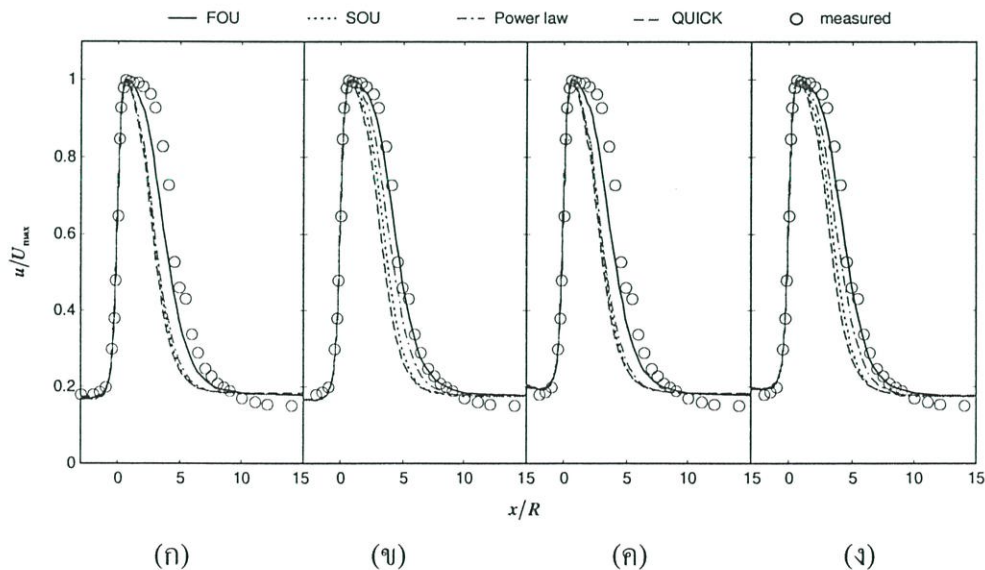
เป็น Uniform velocity profile และ Fully developed velocity profile เพื่อให้ผลการทำนายแม่นยำขึ้นทั้งด้าน Upstream และ Downstream สำหรับทุก ๆ Scheme ผลการทำนายทั้งหมดพบว่า FOU สามารถทำนายได้ดีที่สุดเมื่อพิจารณาทั้งเทอมของ $p_{wall,norm}$ และในเทอมของ $u_{cl,norm}$



รูปที่ 5.16 การกระจายตัวของ $p_{wall,norm}$ ตลอดความยาวของท่อ, ทำนายด้วย $k-\varepsilon$ model เมื่อ $\beta = 0.50$ และ $Re = 91100$

(ก) Uniform velocity profile, (ข) Uniform velocity profile + Turbulent intensity

(ค) Fully developed profile และ (ง) Fully developed + Turbulent intensity



รูปที่ 5.17 การกระจายตัวของ $u_{cl,norm}$ ตลอดความยาวของท่อ, ทำนายด้วย $k-\varepsilon$ model เมื่อ $\beta = 0.50$ และ $Re = 91100$

(ก) Uniform velocity profile, (ข) Uniform velocity profile + Turbulent intensity

(ค) Fully developed profile และ (ง) Fully developed + Turbulent intensity

5.3.3.2 การจำลองด้วย RSM, $\beta = 0.50$, $Re = 91100$

ผลการจำลองการไหลกรณีศึกษาที่ 3 โดย RSM ร่วมกับ Scheme ทั้ง 4 แบบได้แก่ FOU, Power law, SOU และ QUICK พร้อมกับพล็อตกราฟของ $p_{wall,norm}$ และ $u_{cl,norm}$ เทียบกับ x/R เมื่อใช้แผ่นออริฟิสที่มี β เท่ากับ 0.50 และที่ Re เท่ากับ 91100 เป็นดังนี้

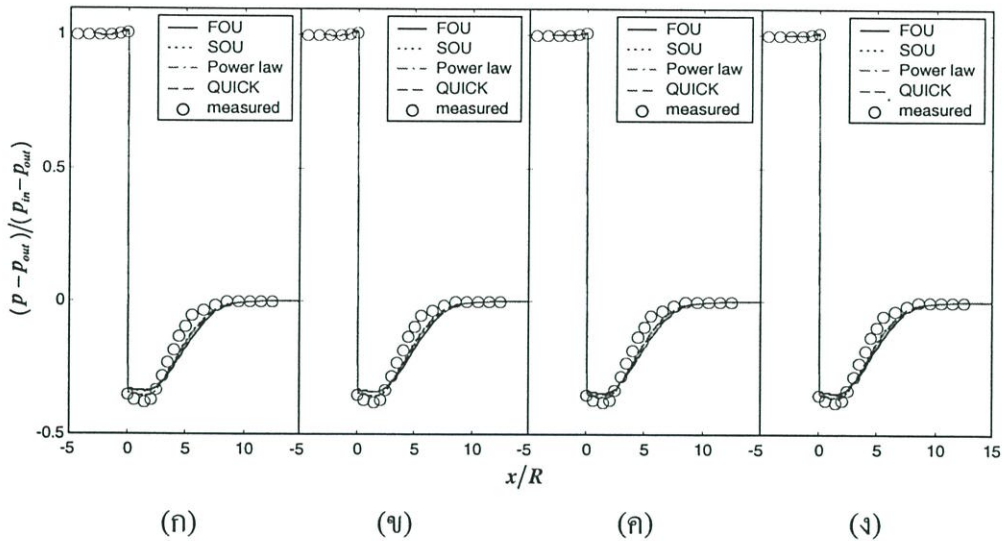
รูปที่ 5.18 (ก) และ (ข) เป็นการกำหนดความเร็วขาเข้าโดเมนการไหลให้เป็น Uniform velocity profile และ Uniform velocity profile ที่ได้รวม Turbulent intensity ไว้ด้วยตามลำดับ จากผลการจำลองด้วย RSM พบว่าการทำนายด้าน Upstream ของทุก ๆ Scheme ให้ผลดีพอ ๆ กันและสอดคล้องกับข้อมูลการทดลอง ส่วนด้าน Downstream นั้นพบว่าที่ตำแหน่ง $0 \leq x/R \leq 2.5$ ทั้งสองกรณีให้ผลใกล้เคียงกันมาก แต่ผลการทำนายของ RSM ร่วมกับ SOU และ QUICK ซึ่งเป็น second order scheme จะดีกว่า first order scheme ซึ่งได้แก่ FOU และ Power law ส่วนที่ตำแหน่ง x/R ตั้งแต่ 9 เป็นต้นไปทุก Scheme จะให้ผลการทำนายสอดคล้องเป็นอย่างดีกับค่าการทดลอง

รูปที่ 5.18 (ค) และ (ง) เป็นการกำหนดความเร็วขาเข้าโดเมนการไหลให้เป็น Fully developed velocity profile และ Fully developed velocity profile ที่ได้รวม Turbulent intensity ไว้ด้วยตามลำดับ ผลการทำนายในทั้งสองกรณีสำหรับทั้งด้าน Upstream และ ด้าน Downstream สำหรับทุก Scheme ก่อนข้างคล้ายคลึงกับกรณีที่กำหนดความเร็วเป็นแบบ และ Uniform velocity profile และการทำนายด้วย SOU และ QUICK จะดีกว่า FOU และ Power law

รูปที่ 5.19 (ก) – (ง) ได้แสดงกราฟของ $u_{cl,norm}$ เทียบกับ x/R เมื่อใช้ RSM ในการจำลองการไหลพบว่าทุก ๆ Scheme เมื่อกำหนดความเร็วขาเข้าโดเมนการไหลเป็นแบบ Uniform velocity profile แล้วด้าน Upstream จะให้ผลการทำนายที่เป็น under prediction เล็กน้อยเท่านั้น แต่ถ้ากำหนดความเร็วเป็น Fully developed velocity profile แล้วจะให้ผลการทำนายด้าน Upstream ดีกว่า สำหรับการทำนายด้าน Downstream พบว่าที่ตำแหน่ง $2.5 \leq x/R \leq 9$ ทุก Scheme ทำนายได้ค่อนข้างห่างจากค่าการทดลอง แต่จะให้ผลการทำนายที่ดีขึ้นเมื่อ $x/R \geq 9$ ไม่ว่าความเร็วจะเป็นแบบ Uniform velocity profile หรือ Fully developed velocity profile ก็ตาม โดยการทำนายด้วย SOU หรือ QUICK จะดีกว่าผลทำนายจากของ FOU หรือ Power law เมื่อกำหนดความเร็วเป็นทั้งสองรูปแบบ ข้อสังเกตอีกประการหนึ่งคือ ในช่วง $2.5 \leq x/R \leq 9$ นั้นการกำหนดความเร็วแบบ Fully developed velocity profile จะทำให้ผลการทำนายดีกว่า แบบ Uniform velocity profile เล็กน้อย ในขณะที่ด้าน down stream นั้นการกำหนด Turbulent intensity จะมีผลต่อการทำนายของทุก ๆ Scheme เพียงเล็กน้อยเท่านั้น

สรุปว่าเมื่อจำลองการไหลออริฟิสที่มี β เท่ากับ 0.50 และที่ Re เท่ากับ 91100 ด้วย RSM ควรจะใช้ร่วมกับ SOU หรือ QUICK แทน FOU หรือ Power law เพื่อผลการทำนายที่ดีขึ้นทั้งกรณีของ $p_{wall,norm}$ และ $u_{cl,norm}$ นอกจากนี้ควรกำหนดความเร็วขาเข้าสู่โดเมนการไหลเป็นแบบ

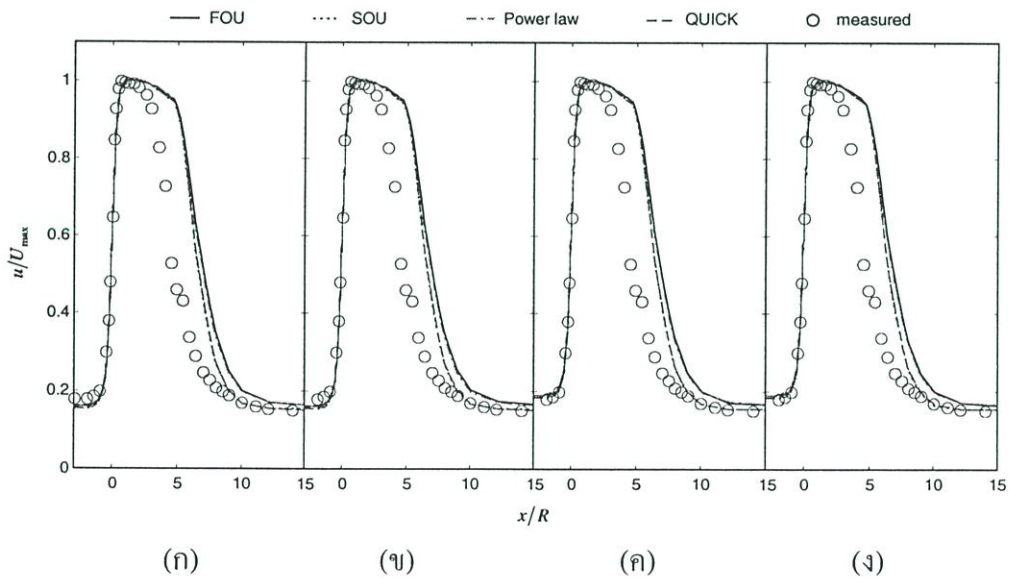
Fully developed velocity profile แทนการกำหนดความเร็วแบบ Uniform velocity profile โดยอาจไม่ต้องรวมผลของ Turbulent intensity ไว้ด้วย (ไม่ค่อยมีผลกระทบมากนัก)



รูปที่ 5.18 การกระจายตัวของ $p_{wall,norm}$ ตลอดความยาวของท่อ, ทำนายด้วย RSM เมื่อ $\beta = 0.50$ และ $Re = 91100$

(ก) Uniform velocity profile, (ข) Uniform velocity profile + Turbulent intensity

(ค) Fully developed profile และ (ง) Fully developed + Turbulent intensity



รูปที่ 5.19 การกระจายตัวของ $u_{cl,norm}$ ตลอดความยาวของท่อ, ทำนายด้วย RSM เมื่อ $\beta = 0.50$ และ $Re = 91100$

(ก) Uniform velocity profile, (ข) Uniform velocity profile + Turbulent intensity

(ค) Fully developed profile และ (ง) Fully developed + Turbulent intensity

5.3.4 กรณีศึกษาที่ 4: การจำลองการไหล เมื่อ β เท่ากับ 0.75 เมื่อ Re เท่ากับ 18400

5.3.4.1 การจำลองด้วย $k-\varepsilon$ model, $\beta = 0.75$, $Re = 18400$

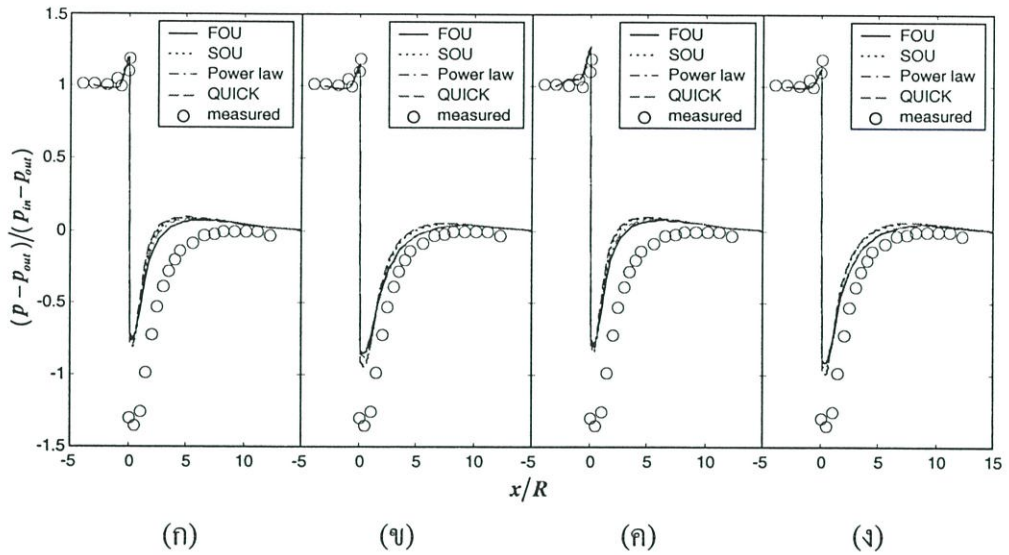
ผลการจำลองการไหลกรณีศึกษาที่ 4 โดย $k-\varepsilon$ model ร่วมกับ Scheme ทั้ง 4 แบบ ได้แก่ FOU, Power law, SOU และ QUICK แล้วพล็อตกราฟของ $p_{wall,norm}$ เทียบกับ x/R ส่วนกราฟ $u_{cl,norm}$ ไม่ได้แสดงไว้ในที่นี้เนื่องจากไม่มีข้อมูลผลการทดลองของ Nail มาเปรียบเทียบกับ ออร์ฟิสที่พิจารณาในกรณีศึกษานี้มี β เท่ากับ 0.75 และจำลองที่ Re เท่ากับ 18400 ซึ่งได้ผลการจำลองดังนี้

รูปที่ 5.20 (ก) และ (ข) เป็นการกำหนดความเร็วขาเข้าโดเมนการไหลให้เป็น Uniform velocity profile และ Uniform velocity profile ที่ได้รวม Turbulent intensity ไว้ด้วยตามลำดับ จากกราฟ $p_{wall,norm}$ เทียบกับ x/R พบว่าด้าน Upstream ทุก ๆ Scheme นั้นสามารถทำนายได้ใกล้เคียงกับค่าการทดลอง แต่มีข้อสังเกต คือ สำหรับ FOU จะให้ค่า $p_{wall,norm}$ ที่ตำแหน่ง $x/R \approx 0$ สูงกว่า Scheme อื่น ๆ เล็กน้อย ส่วนทางด้าน Downstream สามารถแบ่งออกเป็น 3 ส่วน คือ $0 \leq x/R \leq 1.25$, $1.25 \leq x/R \leq 10$ และ $x/R \geq 10$ จะขอพิจารณาเป็นส่วน ๆ ดังนี้ เมื่อ $0 \leq x/R \leq 1.25$ การทำนายด้วย SOU และ QUICK จะแม่นยำกว่า FOU และ Power law โดยเฉพาะกรณีที่เราเอา Turbulent intensity ไว้มันจะทำให้ค่า $p_{wall,norm}$ ลดต่ำเกือบถึง -1 แต่เมื่อ $1.25 \leq x/R \leq 10$ การทำนายด้วย FOU จะดีกว่า Power law, SOU และ QUICK เมื่อรวมผล Turbulent intensity ไว้จะทำให้การทำนายที่ดีขึ้น และเมื่อ $x/R \geq 10$ ทุก ๆ Scheme จะให้ผลการทำนายไม่ต่างกันและมีแนวโน้มเดียวกันกับค่าการทดลอง กล่าวโดยสรุปสำหรับกรณีนี้ คือ เมื่อจำลองการไหลด้วย $k-\varepsilon$ model ควรกำหนดความเร็วขาเข้าให้รวมผลของ Turbulent intensity ไว้ด้วยแล้วจะให้ผลการทำนายที่ดีขึ้น ซึ่งยากที่จะบอกได้ว่า Scheme ใดมีความแม่นยำมากกว่ากัน เนื่องจากขึ้นอยู่กับตำแหน่งที่พิจารณาดังได้กล่าวแล้วข้างต้น ข้อสังเกตสำหรับกรณีนี้ คือ Turbulent intensity จะมีผลกระทบต่อการทำนายด้าน Downstream ทั้ง first order scheme และ second order scheme โดยจะแยกกลุ่มอย่างชัดเจน

รูปที่ 5.20 (ค) และ (ง) เป็นการกำหนดความเร็วขาเข้าโดเมนการไหลให้เป็น Fully developed velocity profile และ Fully developed velocity profile ที่ได้รวม Turbulent intensity ไว้ด้วยตามลำดับ ผลการทำนายคล้ายคลึงกับรูปที่ 5.20 (ก) และ (ข) กล่าวคือ เมื่อมีการกำหนด Turbulent intensity จะให้ผลการทำนายที่ดีขึ้นเมื่อเทียบกับกรณีที่ไม่ได้กำหนด Turbulent intensity ไว้ เมื่อ $x/R \geq 10$ ทุก ๆ Scheme จะให้ผลการทำนายไม่ต่างกันและมีแนวโน้มเดียวกันกับค่าการทดลอง

รูปที่ 5.21 เป็นการจำลองการกระจายตัวของ $u_{cl,norm}$ ตลอดความยาวท่อ จากรูปพบว่าเมื่อกำหนดความเร็วเป็นแบบ Uniform velocity profile แล้วจะทำให้ทางด้าน Upstream มีการทำนาย $u_{cl,norm}$ ได้ต่ำกว่าการกำหนดความเร็วแบบ Fully developed velocity profile ส่วน Turbulent intensity จะทำให้การทำนายด้วย First order scheme แตกต่างกับ Second order scheme ทางด้าน

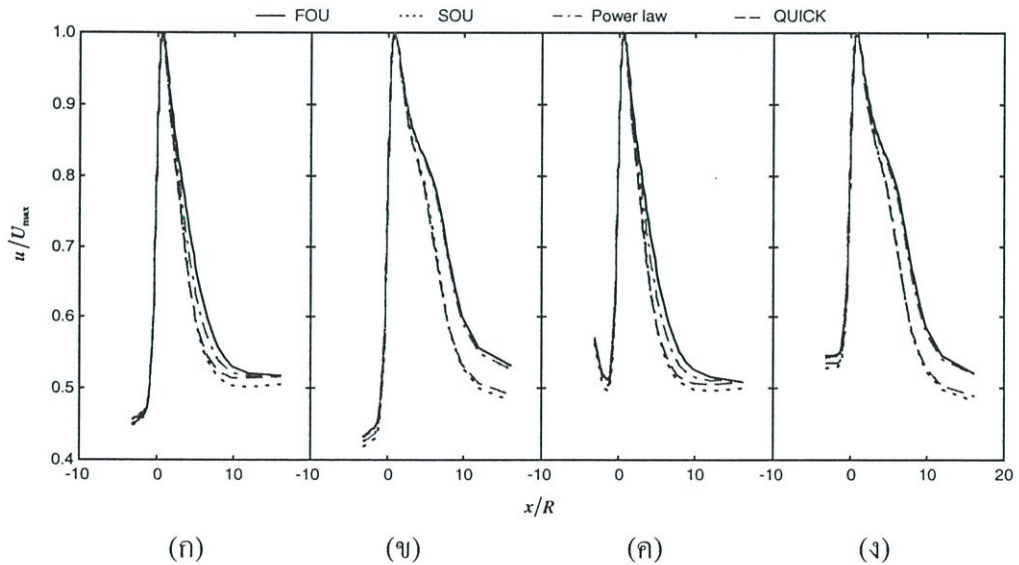
Downstream ก่อนข้างชัดเจน แต่ $u_{cl, norm}$ ในไม่มีข้อมูลการทดลองของ Nail มาเปรียบเทียบจึงไม่สามารถบอกได้ว่า Scheme ใดให้การทำนายได้แม่นยำกว่ากัน



รูปที่ 5.20 การกระจายตัวของ $p_{wall, norm}$ ตลอดความยาวของท่อ, ทำนายด้วย $k-\epsilon$ model เมื่อ $\beta = 0.75$ และ $Re = 18400$

(ก) Uniform velocity profile, (ข) Uniform velocity profile + Turbulent intensity

(ค) Fully developed profile และ (ง) Fully developed + Turbulent intensity



รูปที่ 5.21 การกระจายตัวของ $u_{cl, norm}$ ตลอดความยาวของท่อ, ทำนายด้วย $k-\epsilon$ model เมื่อ $\beta = 0.75$ และ $Re = 18400$

(ก) Uniform velocity profile, (ข) Uniform velocity profile + Turbulent intensity

(ค) Fully developed profile และ (ง) Fully developed + Turbulent intensity

สรุปว่าเมื่อจำลองการไหลผ่านแผ่นออริฟิสที่ค่า β เท่ากับ 0.75 และ Re เท่ากับ 18400 ด้วย $k-\epsilon$ model แล้วควรจะกำหนด Turbulent intensity ณ ทางเข้าด้วยทั้งกรณีที่กำหนดความเร็วเป็น Uniform velocity profile และ Fully developed velocity profile เพื่อให้ผลการทำนายแม่นยำขึ้นทั้งด้าน Upstream และ Downstream สำหรับทุก ๆ Scheme ผลการทำนายแยกเป็นส่วน ๆ ดังนี้ $0 \leq x/R \leq 1.25$ การทำนายด้วย SOU และ QUICK จะแม่นยำ, $1.25 \leq x/R \leq 10$ การทำนายด้วย FOU จะดีกว่า Power law, SOU และ QUICK แต่เมื่อ $x/R \geq 10$ ทุก ๆ Scheme จะให้ผลการทำนายไม่ต่างกันและมีแนวโน้มเดียวกันกับค่าการทดลอง

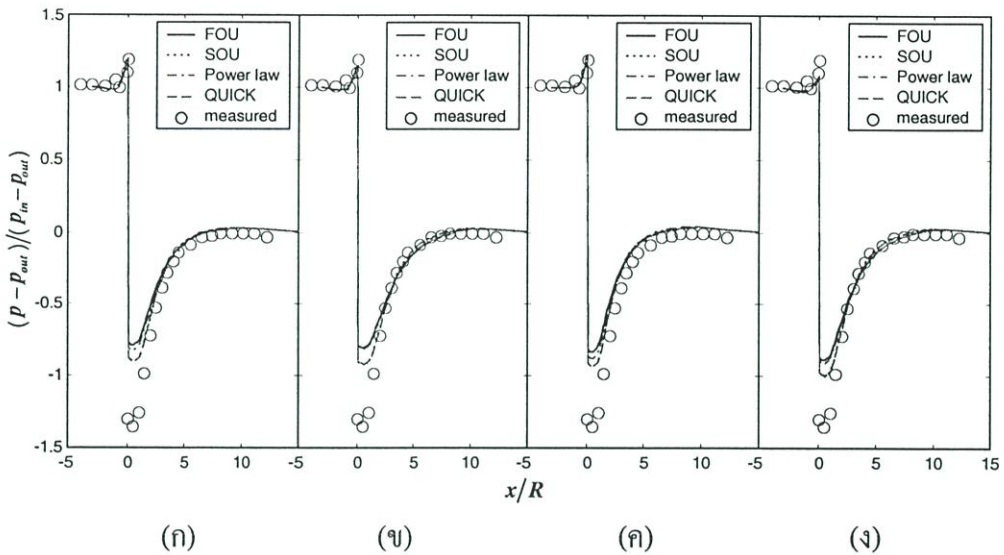
5.3.4.2 การจำลองด้วย RSM, $\beta = 0.75$, Re = 18400

ผลการจำลองการไหลกรณีศึกษาที่ 4 โดย RSM ร่วมกับ Scheme ทั้ง 4 แบบได้แก่ FOU, Power law, SOU และ QUICK แล้วพล็อตกราฟของ $p_{wall,norm}$ เทียบกับ x/R ส่วนกราฟ $u_{cl,norm}$ ไม่ได้แสดงไว้ในที่นี้เนื่องจากไม่มีข้อมูลผลการทดลองของ Nail มาเปรียบเทียบ ออริฟิสที่พิจารณาในกรณีศึกษานี้มี β เท่ากับ 0.75 และจำลองที่ Re เท่ากับ 18400 ซึ่งได้ผลการจำลองดังนี้

รูปที่ 5.22 (ก) และ (ข) เป็นการกำหนดความเร็วขาเข้าโดเมนการไหลให้เป็น Uniform velocity profile และ Uniform velocity profile ที่ได้รวม Turbulent intensity ไว้ด้วยตามลำดับ จากกราฟ $p_{wall,norm}$ เทียบกับ x/R พบว่าด้าน Upstream ทุก ๆ Scheme นั้นสามารถทำนายได้ใกล้เคียงกับค่าการทดลอง แต่มีข้อสังเกต คือ สำหรับ FOU จะให้ค่า $p_{wall,norm}$ ที่ตำแหน่ง $x/R \approx 0$ สูงกว่า Scheme อื่น ๆ เล็กน้อย ส่วนทางด้าน Downstream สามารถแบ่งออกเป็น 2 ส่วน คือ $0 \leq x/R \leq 3$, และ $x/R \geq 3$ จะขอพิจารณาเป็นส่วน ๆ ดังนี้ เมื่อ $0 \leq x/R \leq 3$ การทำนายด้วย SOU และ QUICK จะแม่นยำกว่า FOU และ Power law โดยเฉพาะกรณีที่รวมเอา Turbulent intensity ไว้ นั้นจะทำให้ค่า $p_{wall,norm}$ ลดต่ำเกือบถึง -1 แต่เมื่อ $x/R \geq 3$ การทำนายด้วย FOU และ Power law จะดีขึ้นมาก ในขณะที่ SOU และ QUICK นั้นทำนายได้อย่างสอดคล้องกับการทดลอง ข้อสังเกตอีกอย่างหนึ่ง คือ เมื่อรวมผล Turbulent intensity ไว้ จะให้การทำนายที่ดีขึ้นกว่ากรณีที่ไม่ได้รวม Turbulent intensity ไว้ ไม่ว่าจะเป็น first order scheme หรือ second order scheme ก็ตาม นอกจากนี้ การแยกกันของทั้งสองกลุ่ม Scheme ข้างต้นก็ยังคงสามารถสังเกตเห็นได้อย่างชัดเจนเช่นเดียวกับกรณีที่ทำนายด้วย $k-\epsilon$ model

รูปที่ 5.22 (ค) และ (ง) เป็นการกำหนดความเร็วขาเข้าโดเมนการไหลให้เป็น Fully developed velocity profile และ Fully developed velocity profile ที่ได้รวม Turbulent intensity ไว้ด้วยตามลำดับ ผลการทำนายคล้ายคลึงกับรูปที่ 5.20 (ก) และ (ข) กล่าวคือ การทำนายจะดีขึ้นสำหรับทุก Scheme เมื่อได้กำหนด Turbulent intensity ไว้ด้วย แต่ก็มีข้อเสียบ้าง ณ ตำแหน่ง $x/R \approx 0$ จะได้ค่า $p_{wall,norm}$ ต่ำกว่าค่าการทดลองเล็กน้อย แต่ด้าน Downstream ผลการทำนายจะสอดคล้องกันเป็นอย่างดีกับค่าการทดลอง ทั้งนี้ SOU และ QUICK จะทำนายได้ดีกว่ากรณีที่

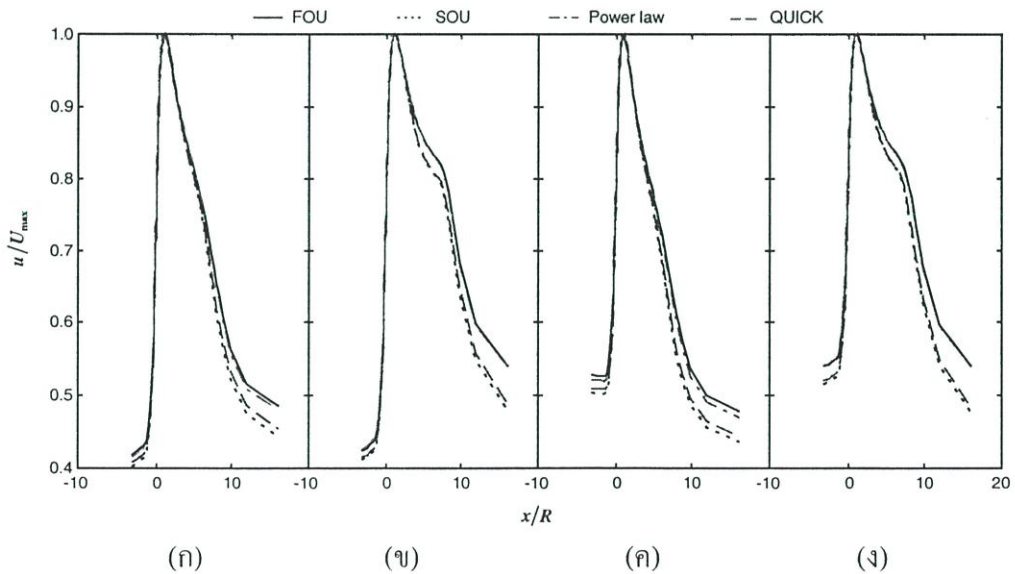
ความเร็วเป็นแบบ Uniform profile เสียอีก โดยค่าของ $p_{wall,norm}$ ลดลงต่ำไปถึง -1 ในขณะที่ไม่พบเหตุการณ์ลักษณะเช่นนี้เลยกับกรณีที่ความเร็วเป็นแบบ Uniform profile



รูปที่ 5.22 การกระจายตัวของ $p_{wall,norm}$ ตลอดความยาวของท่อ, ทำนายด้วย RSM เมื่อ $\beta = 0.75$ และ $Re = 18400$

(ก) Uniform velocity profile, (ข) Uniform velocity profile + Turbulent intensity

(ค) Fully developed profile และ (ง) Fully developed + Turbulent intensity



รูปที่ 5.23 การกระจายตัวของ $u_{cl,norm}$ ตลอดความยาวของท่อ, ทำนายด้วย RSM เมื่อ $\beta = 0.75$ และ $Re = 18400$

(ก) Uniform velocity profile, (ข) Uniform velocity profile + Turbulent intensity

(ค) Fully developed profile และ (ง) Fully developed + Turbulent intensity

รูปที่ 5.23 คล้ายกันกับรูปที่ 5.21 $u_{cl,norm}$ ในไม่มีข้อมูลการทดลองของ Nail มาเปรียบเทียบจึงไม่สามารถบอกได้ว่า Scheme ใดให้การทำนายได้แม่นยำกว่ากัน

สรุปว่าเมื่อจำลองการไหลผ่านแผ่นออริฟิสที่ค่า β เท่ากับ 0.75 และ Re เท่ากับ 18400 ด้วย RSM แล้วควรจะกำหนด Turbulent intensity ณ ทางเข้าด้วยทั้งกรณีที่กำหนดความเร็วเป็น Uniform velocity profile และ Fully developed velocity profile เพื่อให้ผลการทำนายแม่นยำขึ้นทั้งด้าน Upstream และ Downstream สำหรับทุก ๆ Scheme ผลการทำนายพบว่า second order scheme อันได้แก่ SOU และ QUICK จะสามารถทำนายได้แม่นยำกว่า first order scheme อันได้แก่ FOU และ Power law

5.3.5 กรณีศึกษาที่ 5: การจำลองการไหล เมื่อ β เท่ากับ 0.75 เมื่อ Re เท่ากับ 91100

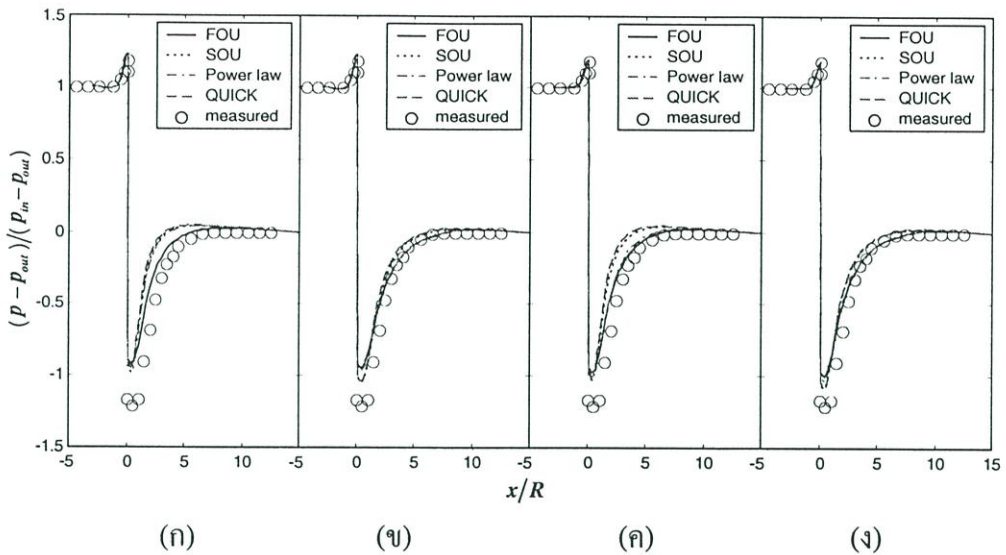
5.3.5.1 การจำลองด้วย $k-\varepsilon$ model, $\beta = 0.75$, Re = 91100

ผลการจำลองการไหลกรณีศึกษาที่ 5 โดย $k-\varepsilon$ model ร่วมกับ Scheme ทั้ง 4 แบบ ได้แก่ FOU, Power law, SOU และ QUICK แล้วพล็อตกราฟของ $p_{wall,norm}$ เทียบกับ x/R ส่วนกราฟ $u_{cl,norm}$ ไม่ได้แสดงไว้ในที่นี้เนื่องจากไม่มีข้อมูลผลการทดลองของ Nail มาเปรียบเทียบ ออริฟิสที่พิจารณาในกรณีศึกษานี้มี β เท่ากับ 0.75 และจำลองที่ Re เท่ากับ 91100 ซึ่งได้ผลการจำลองดังนี้

รูปที่ 5.24 (ก) และ (ข) เป็นการกำหนดความเร็วขาเข้าโดเมนการไหลให้เป็น Uniform velocity profile และ Uniform velocity profile ที่ได้รวม Turbulent intensity ไว้ด้วยตามลำดับ จากกราฟ $p_{wall,norm}$ เทียบกับ x/R พบว่าด้าน Upstream ทุก ๆ Scheme นั้นสามารถทำนายได้สอดคล้องกับค่าการทดลอง ส่วนทางด้าน Downstream $k-\varepsilon$ model ร่วมกับ FOU สามารถทำนายไม่ใกล้เคียงอย่างเห็นได้ชัดสำหรับกรณีที่ความเร็วไม่ได้รวมเอา Turbulent intensity ไว้ด้วย แต่ถ้ากำหนดให้ความเร็วรวมเอา Turbulent intensity ไว้แล้วจะทำให้ทุก Scheme ทำนายได้ดีขึ้นโดยเฉพาะ FOU และ Power law การทำนายทุก ๆ Scheme จะไม่แตกต่างกันเมื่อ x/R เพิ่มขึ้นไปถึง 10 ข้อสังเกตอีกอย่างหนึ่ง คือ SOU และ QUICK จะให้ค่าของ

รูปที่ 5.24 (ค) และ (ง) เป็นการกำหนดความเร็วขาเข้าโดเมนการไหลให้เป็น Fully developed velocity profile และ Fully developed velocity profile ที่ได้รวม Turbulent intensity ไว้ด้วยตามลำดับ ผลการทำนายคล้ายคลึงกับรูปที่ 5.24 (ก) และ (ข) กล่าวคือ เมื่อมีการกำหนด Turbulent intensity จะให้ผลการทำนายที่ดีขึ้นเมื่อเทียบกับกรณีที่ไม่ได้กำหนด Turbulent intensity ไว้ โดยเฉพาะ FOU และ Power law ข้อสังเกตสำหรับการทำนายของ second order scheme คือ ทำให้ค่า $p_{wall,norm}$ ลดต่ำลงถึง -1.1 ในขณะที่ค่าการทดลองอยู่ที่ประมาณ -1.25 และทุก ๆ Scheme จะให้ผลการทำนายไม่ต่างกันและมีแนวโน้มเดียวกันกับค่าการทดลองเมื่อ $x/R \geq 10$

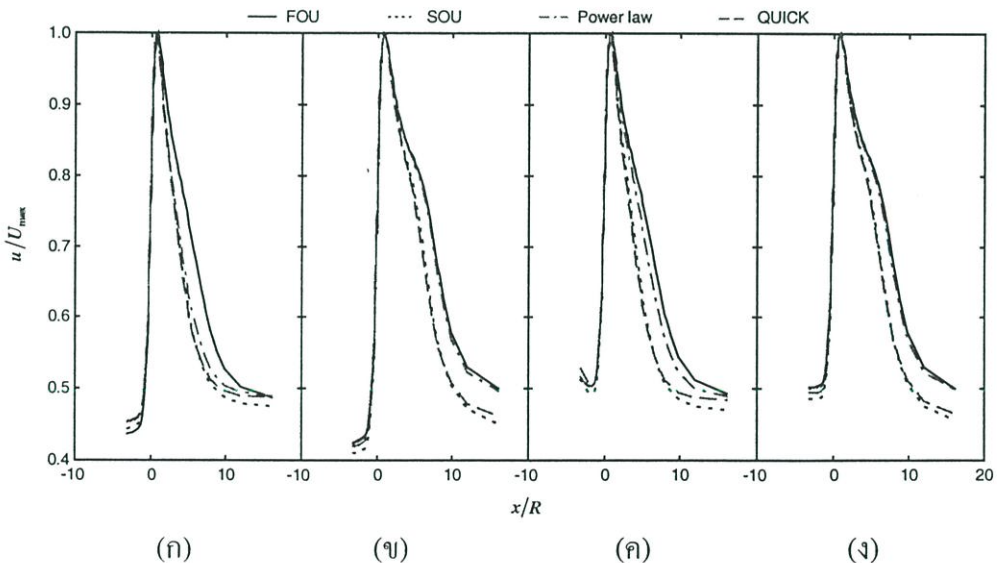
รูปที่ 5.25 คล้ายกันกับรูปที่ 5.21 $u_{cl,norm}$ ในไม่มีข้อมูลการทดลองของ Nail มาเปรียบเทียบจึงไม่สามารถบอกได้ว่า Scheme ใดให้การทำนายได้แม่นยำกว่ากัน



รูปที่ 5.24 การกระจายตัวของ $p_{wall,norm}$ ตลอดความยาวของท่อ, ทำนายด้วย $k-\varepsilon$ model เมื่อ $\beta = 0.75$ และ $Re = 91100$

(ก) Uniform velocity profile, (ข) Uniform velocity profile + Turbulent intensity

(ค) Fully developed profile และ (ง) Fully developed + Turbulent intensity



รูปที่ 5.25 การกระจายตัวของ $u_{cl,norm}$ ตลอดความยาวของท่อ, ทำนายด้วย $k-\varepsilon$ model เมื่อ $\beta = 0.75$ และ $Re = 91100$

(ก) Uniform velocity profile, (ข) Uniform velocity profile + Turbulent intensity

(ค) Fully developed profile และ (ง) Fully developed + Turbulent intensity

สรุปว่าเมื่อจำลองการไหลผ่านแผ่นออริฟิสที่ค่า β เท่ากับ 0.75 และ Re เท่ากับ 91100 ด้วย $k-\varepsilon$ model แล้วควรจะกำหนด Turbulent intensity ณ ทางเข้าด้วยฟังก์ชันที่กำหนดความเร็ว

เป็น Uniform velocity profile และ Fully developed velocity profile เพื่อให้ผลการทำนายแม่นยำขึ้นทั้งด้าน Upstream และ Downstream การทำนายจะค่อนข้างดีเมื่อใช้ $k-\varepsilon$ model ร่วมกับ FOU แทนที่จะร่วมกับ Power law, SOU หรือ QUICK และควรกำหนดความเร็วขาเข้าโดเมนการไหลเป็นแบบ Fully developed velocity profile โดยรวมเอา Turbulent intensity ไว้ด้วยจะให้ผลการทำนายที่ดีกว่าการกำหนดความเร็วเป็นแบบ Uniform velocity profile โดยเฉพาะการลดลงของ $p_{wall,norm}$ มาที่ -1.1

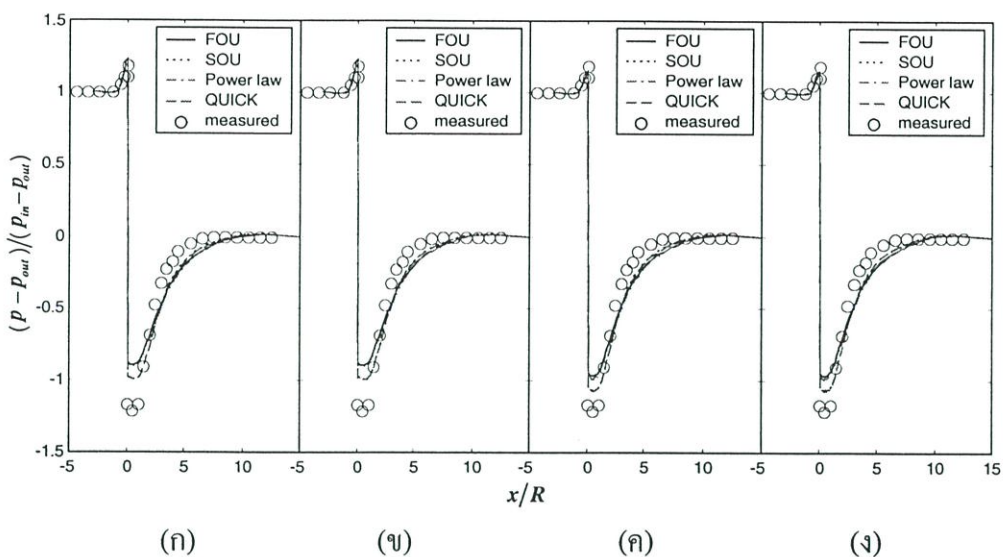
5.3.5.2 การจำลองด้วย RSM, $\beta = 0.75$, $Re = 91100$

ผลการจำลองการไหลกรณีศึกษาที่ 5 โดย RSM ร่วมกับ Scheme ทั้ง 4 แบบได้แก่ FOU, Power law, SOU และ QUICK แล้วพล็อตกราฟของ $p_{wall,norm}$ เทียบกับ x/R ส่วนกราฟ $u_{cl,norm}$ ไม่ได้แสดงไว้ในที่นี้เนื่องจากไม่มีข้อมูลผลการทดลองของ Nail มาเปรียบเทียบ ออร์ฟิสที่พิจารณาในกรณีศึกษานี้มี β เท่ากับ 0.75 และจำลองที่ Re เท่ากับ 91100 ซึ่งได้ผลการจำลองดังนี้

รูปที่ 5.26 (ก) และ (ข) เป็นการกำหนดความเร็วขาเข้าโดเมนการไหลให้เป็น Uniform velocity profile และ Uniform velocity profile ที่ได้รวม Turbulent intensity ไว้ด้วยตามลำดับ จากกราฟ $p_{wall,norm}$ เทียบกับ x/R พบว่าด้าน Upstream ทุก ๆ Scheme นั้นสามารถทำนายได้ใกล้เคียงกับค่าการทดลอง ส่วนทางด้าน Downstream สามารถแบ่งออกเป็น 2 ส่วน คือ $x/R \leq 10$, และ $x/R \geq 10$ จะขอพิจารณาเป็นส่วน ๆ ดังนี้ เมื่อ $x/R \leq 10$ การทำนายด้วย SOU และ QUICK จะแม่นยำกว่า FOU และ Power law ไม่ว่าจะรวมเอา Turbulent intensity ไว้หรือไม่ก็ตาม เนื่องจากแทบไม่สามารถสังเกตเห็นความเปลี่ยนแปลงได้ แต่เมื่อ $x/R \geq 10$ นั้นทุก Scheme ทำนายได้อย่างสอดคล้องกับค่าการทดลอง

รูปที่ 5.26 (ค) และ (ง) เป็นการกำหนดความเร็วขาเข้าโดเมนการไหลให้เป็น Fully developed velocity profile และ Fully developed velocity profile ที่ได้รวม Turbulent intensity ไว้ด้วยตามลำดับ ผลการทำนายคล้ายคลึงกับรูปที่ 5.26 (ก) และ (ข) กล่าวคือ ผลกระทบของความเร็วที่รวม Turbulent intensity ไว้ นั้นแทบไม่ทำให้การทำนายการไหลของ Scheme ทั้งสี่เปลี่ยนแปลงเลย การทำนายด้วย FOU และ QUICK ก็ยังแม่นยำกว่า FOU และ Power law

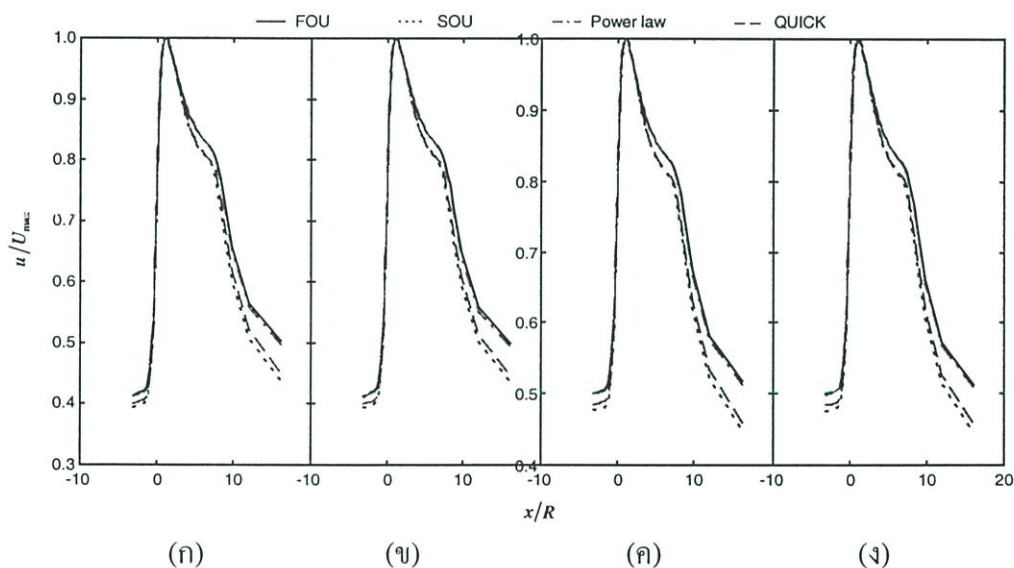
สรุปว่าเมื่อจำลองการไหลผ่านแผ่นออร์ฟิสที่ค่า β เท่ากับ 0.75 และ Re เท่ากับ 91100 ด้วย RSM แล้วจะกำหนด Turbulent intensity ไว้ด้วยหรือไม่ก็ได้ (มีผลต่อการทำนายน้อยมาก) โดยที่ทางเข้าสามารถกำหนดเป็นได้ทั้ง Uniform velocity profile หรือ Fully developed velocity profile โดยไม่ได้ทำให้การทำนายผิดไปจากเดิมมากในระดับที่สามารถสังเกตได้ และควรเลือก SOU หรือ QUICK มาร่วมกับ RSM ในการทำนายการไหล เนื่องจากให้ผลที่แม่นยำกว่า FOU หรือ Power law



รูปที่ 5.26 การกระจายตัวของ $p_{wall, norm}$ ตลอดความยาวของท่อ, ทำนายด้วย RSM เมื่อ $\beta = 0.75$ และ $Re = 91100$

(ก) Uniform velocity profile, (ข) Uniform velocity profile + Turbulent intensity

(ค) Fully developed profile และ (ง) Fully developed + Turbulent intensity



รูปที่ 5.27 การกระจายตัวของ $u_{cl, norm}$ ตลอดความยาวของท่อ, ทำนายด้วย RSM เมื่อ $\beta = 0.75$ และ $Re = 91100$

(ก) Uniform velocity profile, (ข) Uniform velocity profile + Turbulent intensity

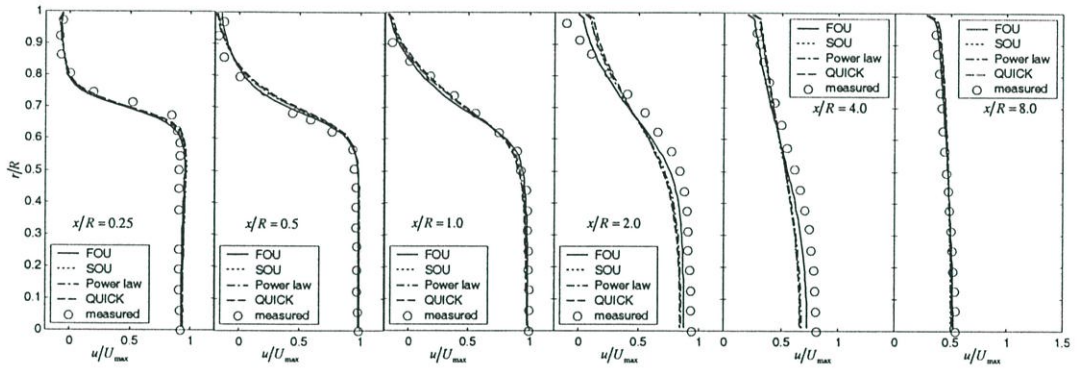
(ค) Fully developed profile และ (ง) Fully developed + Turbulent intensity

รูปที่ 5.27 คล้ายกันกับรูปที่ 5.21 $u_{cl, norm}$ ในไม่มีข้อมูลการทดลองของ Nail มาเปรียบเทียบจึงไม่สามารถบอกได้ว่า Scheme ใดให้การทำนายได้แม่นยำกว่ากัน

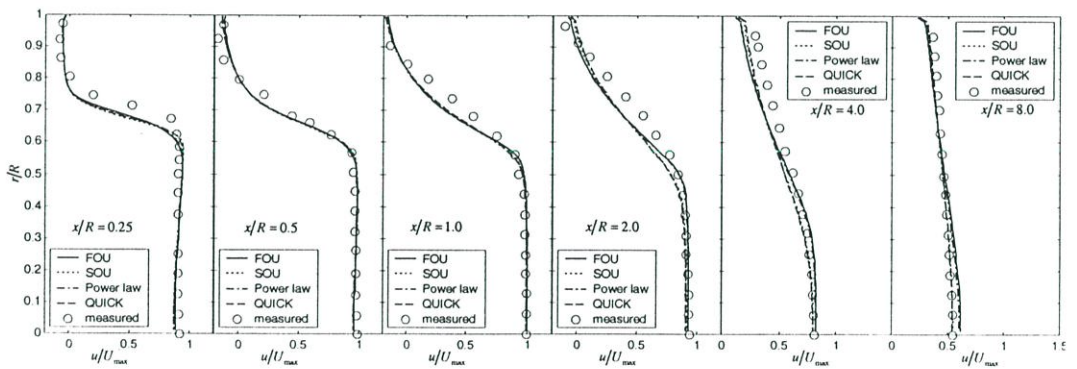
5.3.6 กรณีศึกษาที่ 6: การจำลองการไหล เมื่อ β เท่ากับ 0.75 เมื่อ Re เท่ากับ 54700

5.3.6.1 การจำลองด้วย $k-\epsilon$ model, $\beta = 0.75$, $Re = 54700$

ผลการจำลองการไหลกรณีศึกษาที่ 6 โดย $k-\epsilon$ model ร่วมกับ Scheme ทั้ง 4 แบบได้แก่ FOU, Power law, SOU และ QUICK แล้วพล็อตกราฟของ r/R เทียบกับ u/U_{max} เมื่อ r เป็นตำแหน่งใด ๆ ในแนวรัศมีของท่อ และ U_{max} เป็นค่าความเร็วสูงสุดในแนวเส้นผ่านศูนย์กลางท่อที่ได้จากการทดลองของ Nail สำหรับกรณีนี้ คือ $U_{max} = 33.4 m/s$ กรณีศึกษานี้จะพิจารณา r/R บนแนวระนาบ ณ ตำแหน่งที่วัดตามความยาวท่อด้าน Downstream ทั้งสิ้น 6 ตำแหน่งได้แก่ x/R เท่ากับ 0.25, 0.50, 1.0, 2.0, 4.0 และ 8.0 จากนั้นนำผลการจำลองที่ได้มาเปรียบเทียบกับค่าการทดลองของ Nail เมื่อกรณีศึกษานี้มี β เท่ากับ 0.75 และจำลองที่ Re เท่ากับ 54700 ซึ่งได้ผลการจำลองดังนี้



(ก)



(จ)

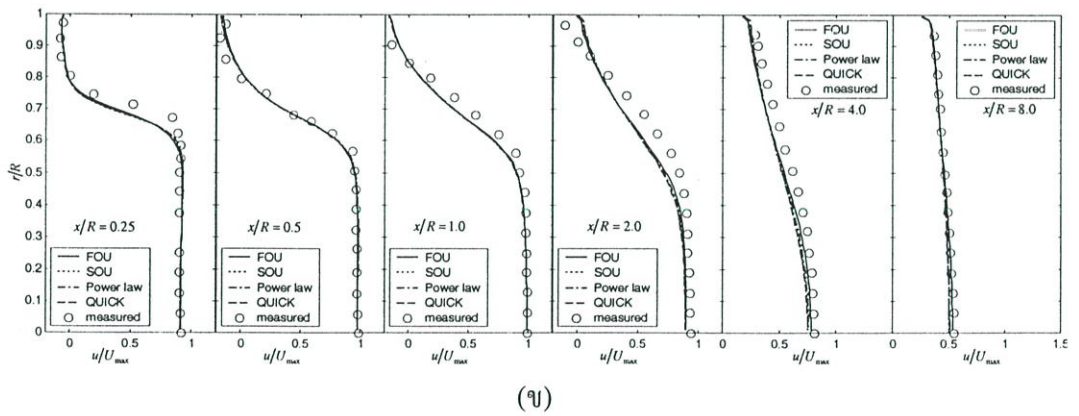
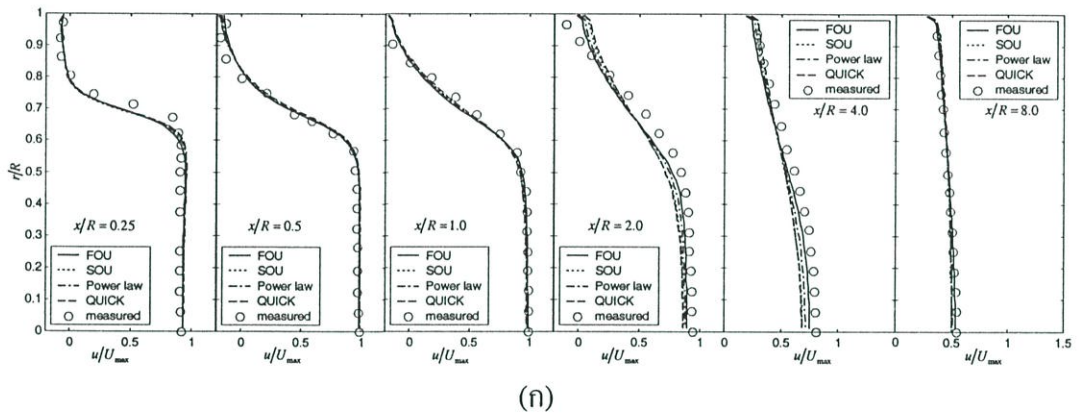
รูปที่ 5.28 u/U_{max} ที่ตำแหน่งต่าง ๆ ทำนายโดย $k-\epsilon$ model, เมื่อค่า $\beta = 0.75$ และ $Re = 54700$

(ก) Uniform velocity profile และ (จ) Uniform velocity profile + Turbulent intensity

รูปที่ 5.28 เป็นการกำหนดความเร็วขาเข้าโดเมนการไหลให้เป็น Uniform velocity profile และ Uniform velocity profile ที่ได้รวม Turbulent intensity ไว้ด้วยตามลำดับ พบว่าทุก Scheme ให้ผลการทำนายใกล้เคียงกันและสอดคล้องเป็นอย่างดีกับค่าการทดลอง ผลกระทบของ

การกำหนด Turbulent intensity ทำให้เกิดการเปลี่ยนแปลง 2 บริเวณคือ ทำให้การทำนายการไหลที่บริเวณ $r/R > 0.5$ แย่ลงในขณะที่ ณ บริเวณ $r/R < 0.5$ มีการทำนายที่ซับซ้อนเกินที่ตำแหน่ง x/R เท่ากับ 8.0 ซึ่งทำนายด้วย FOU และ SOU แย่ลงเล็กน้อย

รูปที่ 5.29 เป็นการกำหนดความเร็วขาเข้าโดเมนการไหลให้เป็น Fully developed velocity profile และ Fully developed velocity profile ที่ได้รวม Turbulent intensity ไว้ด้วยตามลำดับ พบว่าทุก Scheme ให้ผลการทำนายใกล้เคียงกันมากกว่ากรณีที่มีความเร็วเป็นแบบ Uniform velocity profile (เส้นเกาะกลุ่มกันมากกว่า) ในขณะที่ผลกระทบของ Turbulent intensity มีไม่มากเท่า การทำนายเมื่อมีการกำหนดความเร็วเป็นแบบ Fully developed velocity profile นี้สำหรับทุก ๆ Scheme ในทุก ๆ ค่า x/R ถือว่าดีมากกว่ากรณีแรก

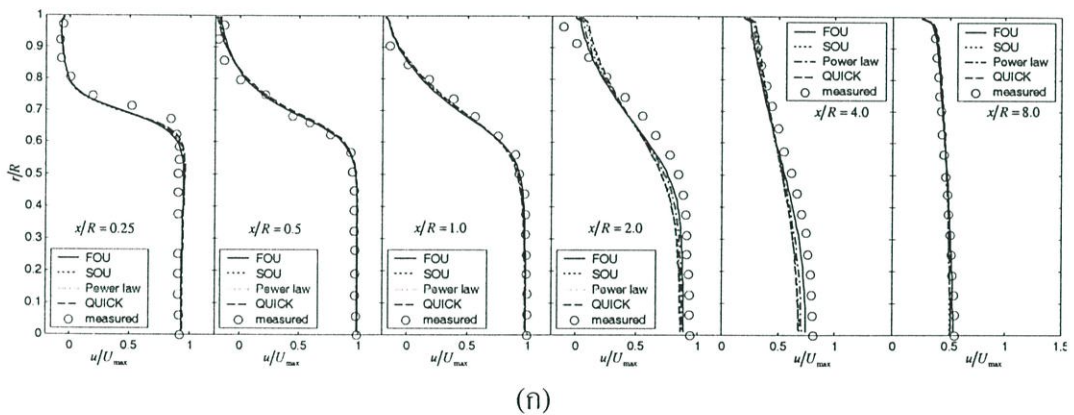


รูปที่ 5.29 u/U_{max} ที่ตำแหน่งต่างๆ ทำนายโดย $k-\epsilon$ model, เมื่อค่า $\beta = 0.75$ และ $Re = 54700$
 (ก) Fully developed velocity profile และ (ข) Fully developed velocity profile + Turbulent intensity

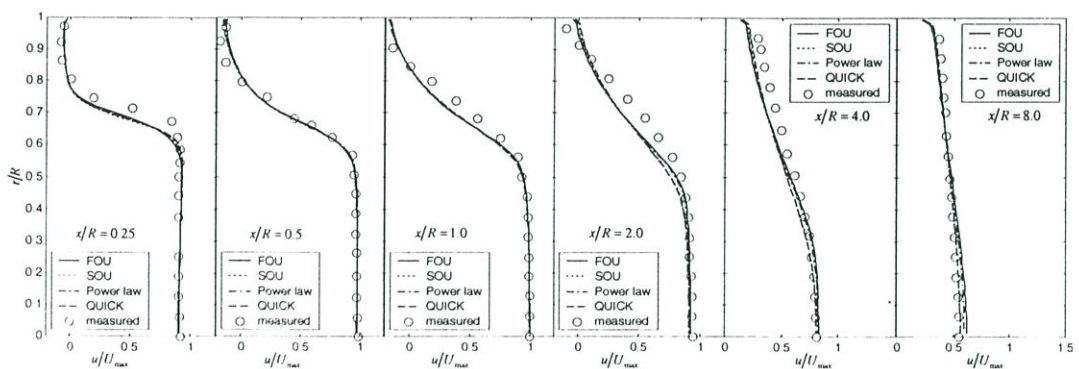
รูปที่ 5.30 เป็นการกำหนดความเร็วขาเข้าโดเมนการไหลให้เป็น Experimental velocity profile และ Experimental velocity profile ที่ได้รวม Turbulent intensity ไว้ด้วยตามลำดับ พบว่าทุก

Scheme ให้ผลการทำนายใกล้เคียงกันเช่นเดียวกับกรณีที่มีความเร็วเป็นแบบ Fully developed velocity profile แต่มีข้อสังเกตคือ ที่ตำแหน่ง x/R เท่ากับ 4.0 การทำนายจะดีกว่าเล็กน้อย

สรุปว่าการจำลองการไหลที่มี β เท่ากับ 0.75 และที่ Re เท่ากับ 54700 ด้วย $k-\epsilon$ model นั้นควรจะกำหนดความเร็วขาเข้าโดเมนการไหลเป็นแบบ Fully developed velocity profile หรือ Experimental velocity profile เพื่อการทำนายการไหลที่แม่นยำขึ้น โดยอาจจะกำหนดให้รวมผลของ Turbulent intensity ไว้ด้วยหรือไม่ก็ได้ เนื่องจากไม่ค่อยมีผลกระทบต่อการทำนายในทุก Scheme มากนัก ข้อสังเกตที่เห็นได้ชัดเจนคือตำแหน่งที่ x/R เท่ากับ 4.0 ทุกๆ Scheme จะทำนายได้ผิดพลาดจากการทดลองมากกว่าที่ตำแหน่ง x/R ค่าอื่นๆ และถ้าสังเกตขนาดของ u/U_{max} ที่ตำแหน่ง Downstream บริเวณใกล้ ๆ กับแผ่นออริฟิสนั้นมีค่าไม่เกิน 1 และค่อยๆ เพิ่มค่าขึ้นเรื่อยๆ จนถึงตำแหน่งที่ x/R เท่ากับ 1.0 แล้วค่าของ u/U_{max} ณ ตำแหน่งนี้จะเท่ากับ 1 เช่นกัน เมื่อเลยจุดนี้ไปความเร็วจะค่อยๆ ลดลงอีกและค่าที่สุกที่สุดที่ตำแหน่ง x/R เท่ากับ 8.0 ซึ่ง u/U_{max} ณ ตำแหน่งนี้ประมาณ 0.5



(ก)



(ข)

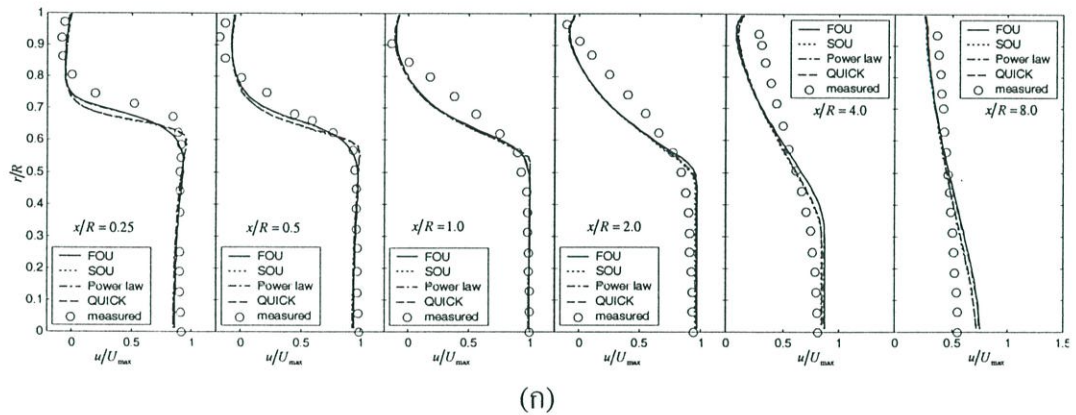
รูปที่ 5.30 u/U_{max} ที่ตำแหน่งต่างๆ ทำนายโดย $k-\epsilon$ model, เมื่อค่า $\beta = 0.75$ และ $Re = 54700$

(ก) Experimental velocity profile และ (ข) Experimental velocity profile + Turbulent intensity

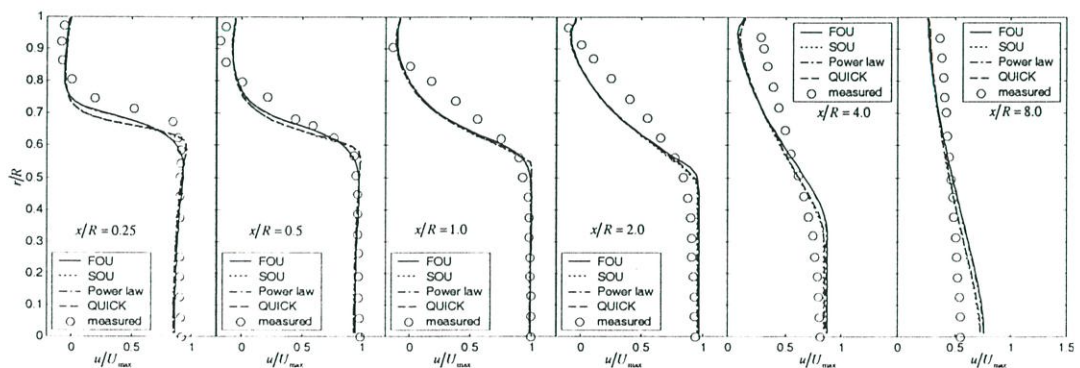
5.3.6.2 การจำลองด้วย RSM, $\beta = 0.75$, $Re = 54700$

ผลการจำลองการไหลกรณีศึกษาที่ 6 โดย RSM ร่วมกับ Scheme ทั้ง 4 แบบ ได้แก่ FOU, Power law, SOU และ QUICK แล้วพล็อตกราฟของ r/R เทียบกับ u/U_{max} ณ ตำแหน่งที่วัดตามความยาวท่อด้าน Downstream ทั้งสิ้น 6 ตำแหน่ง ได้แก่ x/R เท่ากับ 0.25, 0.50, 1.0, 2.0, 4.0 และ 8.0 สำหรับกรณี $U_{max} = 33.4 m/s$ ผลการจำลองที่ได้เป็นดังนี้

รูปที่ 5.31 เป็นการกำหนดความเร็วขาเข้าโดเมนการไหลให้เป็น Uniform velocity profile และ Uniform velocity profile ที่ได้รวม Turbulent intensity ไว้ด้วยตามลำดับ พบว่าที่ตำแหน่ง Downstream x/R ไม่เกิน 4.0 และ r/R ประมาณ 0.5 ให้ผลการทำนายใกล้เคียงกับค่าการทดลอง แต่ถ้าพิจารณาบริเวณ $r/R > 0.5$ ซึ่งเป็นตำแหน่งที่มีการหมุนวนสูงนั้นการทำนายไม่ دقيق และเมื่อ x/R มากกว่า 4.0 แล้วจะเป็นแบบ over prediction และมีการ decay ของความเร็วจากแนวเส้นผ่านศูนย์กลางท่อไปยังผนังท่อช้ากว่าค่าการทดลอง และช้ากว่ากรณีที่ทำนายด้วย $k - \epsilon$ model



(ก)

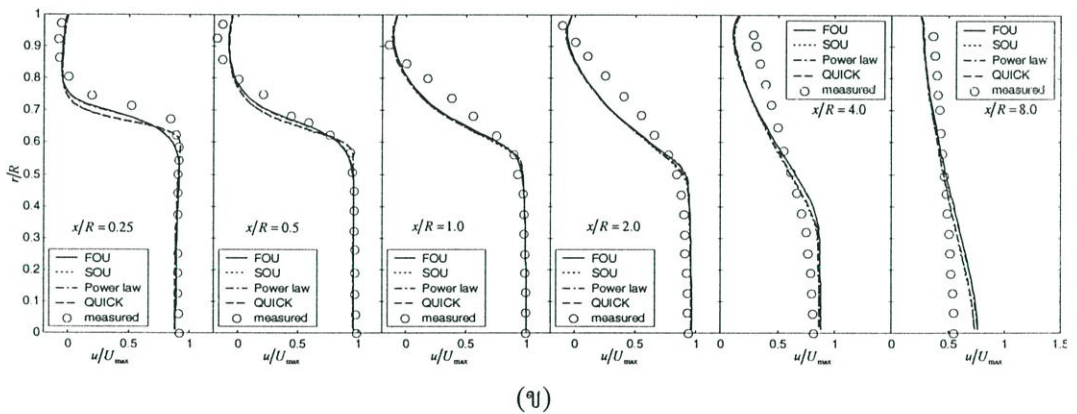
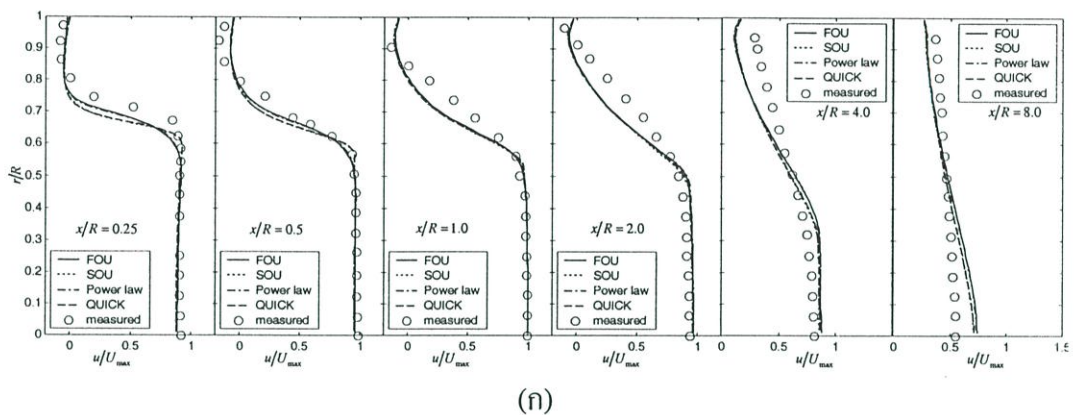


(ข)

รูปที่ 5.31 u/U_{max} ที่ตำแหน่งต่าง ๆ ทำนายโดย RSM, เมื่อกำหนดค่า $\beta = 0.75$ และ $Re = 54700$

(ก) Uniform velocity profile และ (ข) Uniform velocity profile + Turbulent intensity

รูปที่ 5.32 เป็นการกำหนดความเร็วเข้าโดเมนการไหลให้เป็น Fully developed velocity profile และ Fully developed velocity profile ที่ได้รวม Turbulent intensity ไว้ด้วยตามลำดับ พบว่ากรณีนี้ให้ผลการทำนายที่ตำแหน่ง x/R เท่ากับ 4.0 ได้ดีกว่ากรณีที่ความเร็วเป็นแบบ Uniform velocity profile และที่ตำแหน่งอื่นๆ เมื่อพิจารณาทุก Scheme จะพบว่าให้การทำนายแทบไม่ต่างกันเลย แนวโน้มของผลการจำลองที่ได้นั้นถือว่าสอดคล้องกับค่าการทดลอง การกำหนดความเร็วแบบเป็น Fully developed velocity profile นี้ไม่ค่อยได้รับอิทธิพลจาก Turbulent intensity เท่าใดนัก เนื่องจากลักษณะตลอดจนขนาดของ u/U_{max} ณ ตำแหน่ง x/R และ r/R เดียวกันนั้น ผลไม่ต่างกันนัก

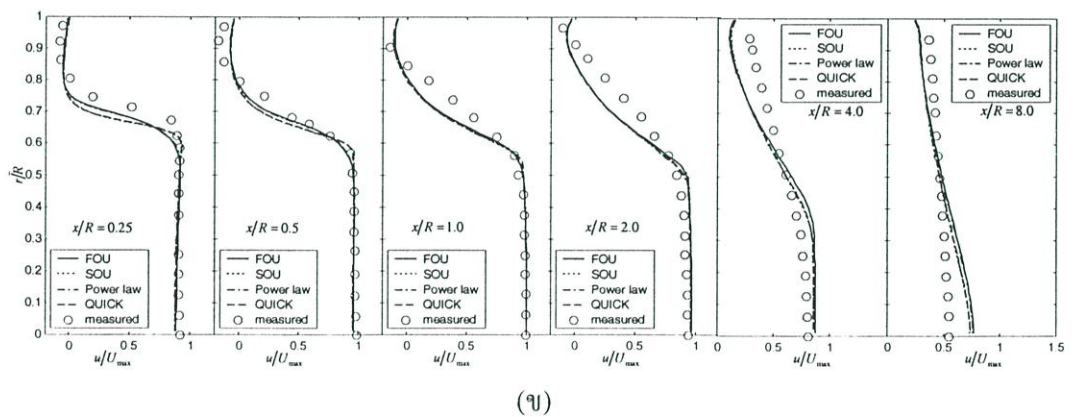
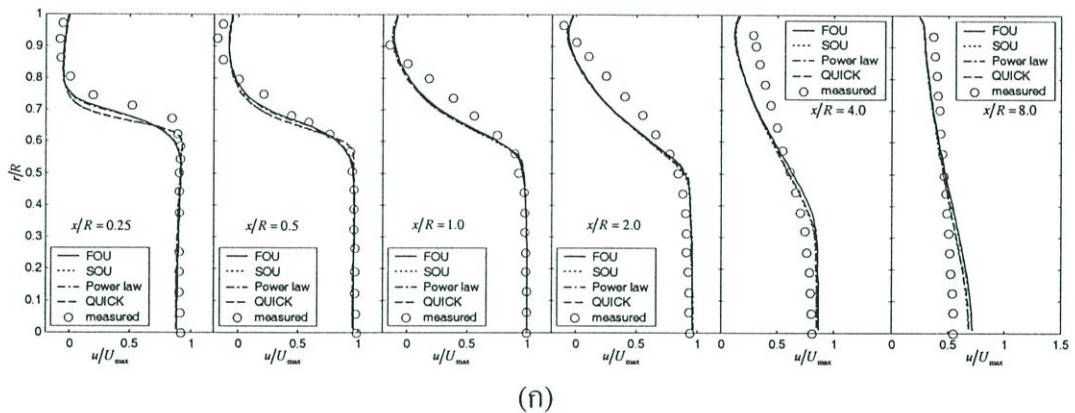


รูปที่ 5.32 u/U_{max} ที่ตำแหน่งต่างๆ ทำนายโดย RSM, เมื่อค่า $\beta = 0.75$ และ $Re = 54700$

(ก) Fully developed velocity profile และ (ข) Fully developed velocity profile + Turbulent intensity

รูปที่ 5.33 เป็นการกำหนดความเร็วแบบ Experimental velocity profile และ Experimental velocity profile ที่ได้รวมเอา Turbulent intensity ไว้ด้วย จากการทำนายด้วย RSM นี้พบว่าแนวโน้มสอดคล้องกับการทดลอง และได้ผลที่ใกล้เคียงกับกรณีที่กำหนดความเร็วแบบ Fully developed velocity profile

สรุปว่าการจำลองการไหลที่มี β เท่ากับ 0.75 และที่ Re เท่ากับ 54700 ด้วย RSM นั้น ควรจะกำหนดความเร็วขาเข้าโดเมนการไหลเป็นแบบ Fully developed velocity profile หรือ Experimental velocity profile เพื่อการทำนายการไหลที่แม่นยำขึ้น โดยอาจจะกำหนดให้รวมผลของ Turbulent intensity ไว้ด้วยหรือไม่ก็ได้ เนื่องจากไม่ค่อยมีผลกระทบต่อการทำนายในทุก Scheme มากนัก เช่นเดียวกันการทำนายด้วย $k-\varepsilon$ model การทำนายด้วย RSM นี้จะผิดพลาดพอสมควรที่ตำแหน่ง x/R เท่ากับ 8.0 เมื่อ r/R ใกล้เคียงกับแนวเส้นผ่านศูนย์กลางของท่อ ถ้าสังเกตขนาดของ u/U_{\max} ที่ตำแหน่ง Downstream บริเวณใกล้ ๆ กับแผ่นออริฟิสนั้นมีค่าใกล้ ๆ 1 และค่อยๆ เพิ่มค่าขึ้นเรื่อย ๆ จนถึงตำแหน่งที่ x/R เท่ากับ 1.0 แล้วค่าของ u/U_{\max} ณ ตำแหน่งนี้จะเท่ากับ 1 เช่นกัน เมื่อเลขจุดนี้ไปความเร็วจะค่อยๆ ลดลงอีกและต่ำที่สุดที่ตำแหน่ง x/R เท่ากับ 8.0 ซึ่ง u/U_{\max} ณ ตำแหน่งนี้ประมาณ 0.75



รูปที่ 5.33 u/U_{\max} ที่ตำแหน่งต่าง ๆ ทำนายโดย RSM, เมื่อค่า $\beta = 0.75$ และ $Re = 54700$

(ก) Experimental velocity profile และ (ข) Experimental velocity profile + Turbulent intensity

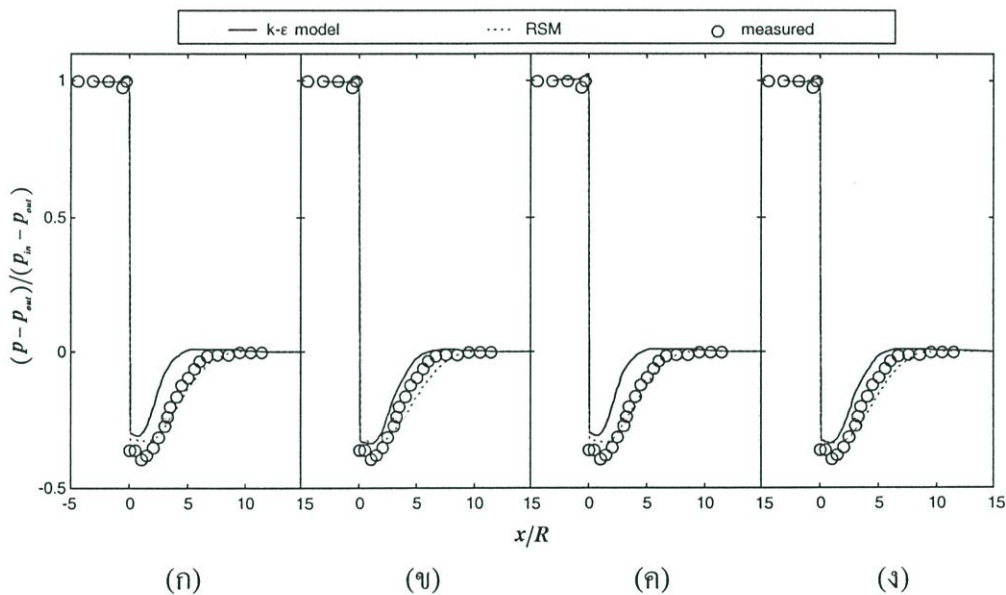
5.3.7 เปรียบเทียบความแม่นยำของ Turbulence model

ในหัวข้อที่ผ่านมาเป็นการศึกษาผลของ Scheme ซึ่งใช้ในการ Discretise สมการ RANS ที่มีต่อความแม่นยำของการจำลองการไหล ส่วนหัวข้อนี้จะศึกษาผลของ Turbulence model ที่มีต่อ

ความแม่นยำของการจำลองการไหล ทั้งนี้จะแสดงผลการทำนายควบคู่กับ Scheme เพียงอันเดียวเท่านั้น ในที่นี้คือ FOU Scheme การเปรียบเทียบจะแบ่งออกเป็นหัวข้อต่าง ๆ ดังนี้

5.3.7.1 เปรียบเทียบการทำนาย $p_{wall, norm}$ เมื่อ $\beta = 0.50$, ที่ค่า Re ต่าง ๆ

รูปที่ 5.34 เป็นการเปรียบเทียบ $p_{wall, norm}$ เมื่อ $\beta = 0.50$ และ $Re = 18400$ โดยการใช้ $k-\varepsilon$ model และ RSM ในการทำนาย ซึ่งพบว่าความเร็วทั้งแบบ Uniform velocity profile และ Fully developed profile หากมีการกำหนด Turbulent intensity ไว้ด้วยแล้ว จะทำให้ $k-\varepsilon$ model สามารถทำนายได้ดีขึ้น ในขณะที่ RSM ทำนายได้แย่งเล็กน้อย นอกจากนี้การกำหนดความเร็วแบบ Fully developed profile จะทำให้ผลการทำนายดีกว่าการกำหนดความเร็วแบบ Uniform velocity profile สำหรับทั้งสอง Turbulent model

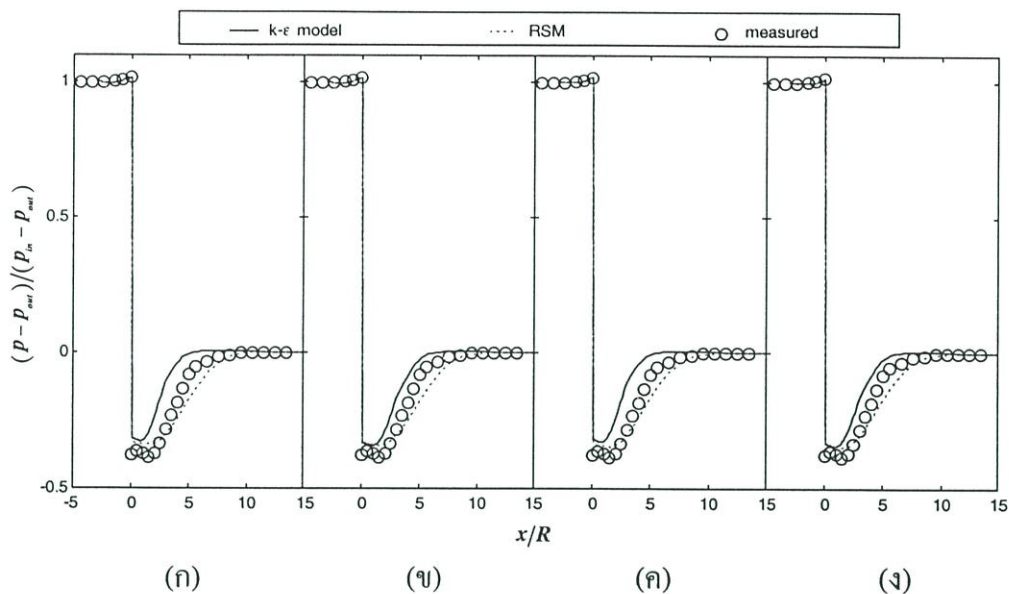


รูปที่ 5.34 ผลการทำนายการกระจายตัวของ $p_{wall, norm}$ ตลอดความยาวของท่อด้วย $k-\varepsilon$ model และ RSM เมื่อ $\beta = 0.50$ และ $Re = 18400$

(ก) Uniform velocity profile, (ข) Uniform velocity profile + Turbulent intensity

(ค) Fully developed profile และ (ง) Fully developed + Turbulent intensity

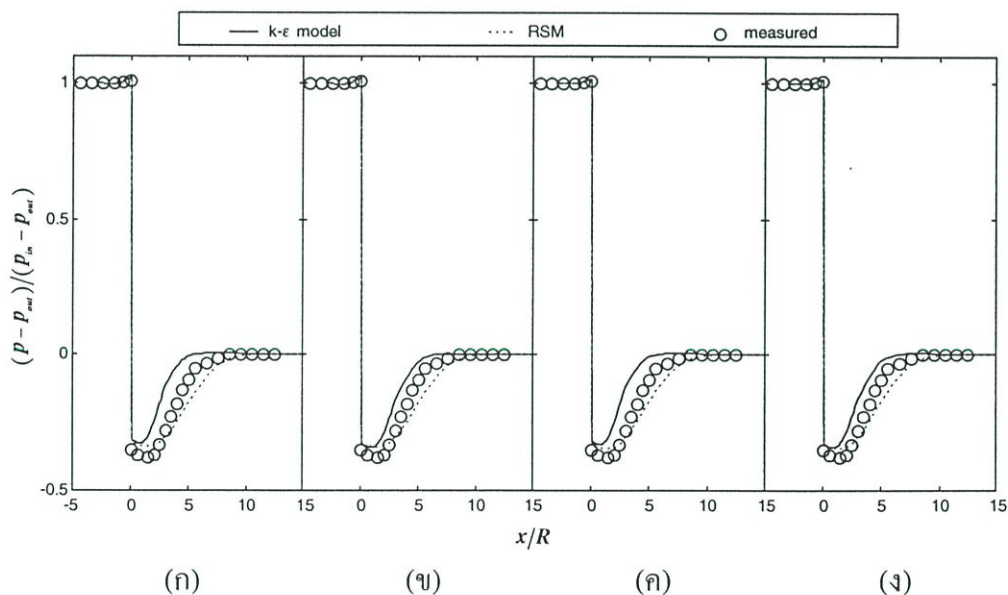
รูปที่ 5.35 และ 5.36 เป็นการเปรียบเทียบการทำนาย $p_{wall, norm}$ เมื่อ $\beta = 0.50$ และ $Re = 54700$ และ 91100 ตามลำดับ เมื่อใช้ $k-\varepsilon$ model และ RSM ทำนายพบว่าความเร็วทั้งแบบ Uniform velocity profile และ Fully developed profile หากมีการกำหนด Turbulent intensity ไว้ด้วยแล้ว จะทำให้ $k-\varepsilon$ model สามารถทำนายได้ดีขึ้น ในขณะที่ RSM ทำนายได้แย่งเล็กน้อย คล้ายคลึงกับกรณีของ $Re = 18400$



รูปที่ 5.35 ผลการทำนายการกระจายตัวของ $p_{wall, norm}$ ตลอดความยาวของท่อด้วย $k-\varepsilon$ model และ RSM เมื่อ $\beta = 0.50$ และ $Re = 54700$

(ก) Uniform velocity profile, (ข) Uniform velocity profile + Turbulent intensity

(ค) Fully developed profile และ (ง) Fully developed + Turbulent intensity



รูปที่ 5.36 ผลการทำนายการกระจายตัวของ $p_{wall, norm}$ ตลอดความยาวของท่อด้วย $k-\varepsilon$ model และ RSM เมื่อ $\beta = 0.50$ และ $Re = 91100$

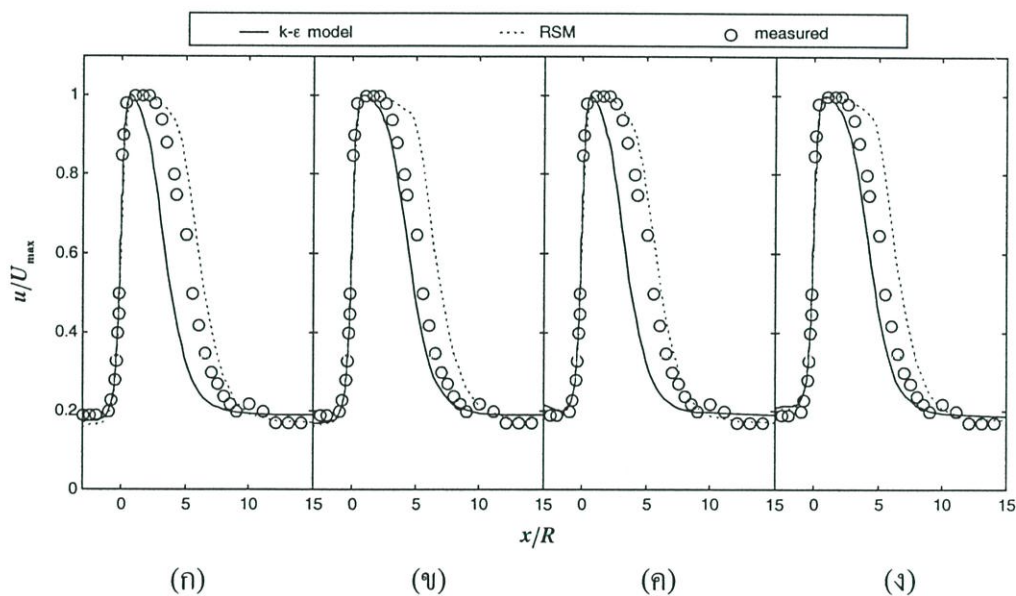
(ก) Uniform velocity profile, (ข) Uniform velocity profile + Turbulent intensity

(ค) Fully developed profile และ (ง) Fully developed + Turbulent intensity

สรุปว่าการทำนายการไหลผ่านออริฟิสที่มี $\beta = 0.50$ ด้วย $k-\varepsilon$ model นั้นควรมีการกำหนด Turbulent intensity ไว้ให้กับความเร็วด้วยทั้งแบบ Uniform velocity profile และ Fully developed profile สำหรับทุกค่าของ Re แต่ RSM ไม่จำเป็นต้องกำหนด Turbulent intensity ไว้

5.3.7.2 เปรียบเทียบการทำนาย $u_{cl,norm}$ เมื่อ $\beta = 0.50$, ที่ค่า Re ต่าง ๆ

รูปที่ 5.37 เป็นการเปรียบเทียบ $u_{cl,norm}$ เมื่อ $\beta = 0.50$ และ $Re = 18400$ โดยการใช้ $k-\varepsilon$ model และ RSM ในการทำนาย ซึ่งพบการทำนายด้วย $k-\varepsilon$ model จะดีก็ต่อเมื่อมีการ Turbulent intensity ไว้ให้กับความเร็วทั้งแบบ Uniform velocity profile และ Fully developed profile แต่สำหรับ RSM แล้วจะพบว่า Turbulent intensity จะมีผลให้การทำนายแยกลงเป็นอย่างมาก นอกจากนี้หากความเร็วเป็นแบบ Fully developed profile แล้วจะทำให้ RSM ทำนายได้ดีขึ้นกว่าความเร็วแบบ Uniform velocity profile



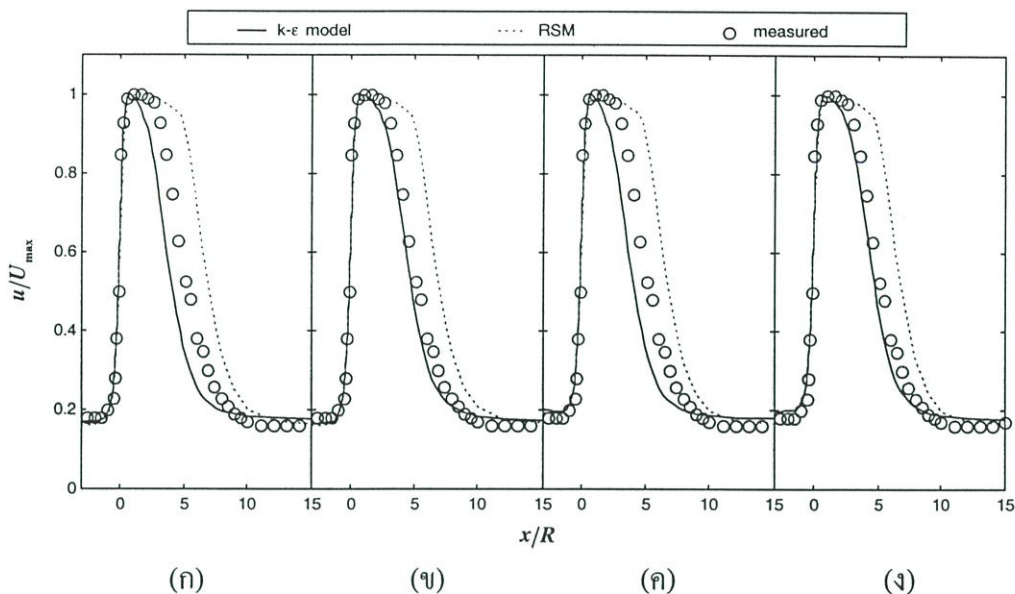
รูปที่ 5.37 ผลการทำนายการกระจายตัวของ $u_{cl,norm}$ ตลอดความยาวของท่อด้วย $k-\varepsilon$ model และ RSM เมื่อ $\beta = 0.50$ และ $Re = 18400$

(ก) Uniform velocity profile, (ข) Uniform velocity profile + Turbulent intensity

(ค) Fully developed profile และ (ง) Fully developed + Turbulent intensity

รูปที่ 5.38 และ 5.39 เป็นการเปรียบเทียบการทำนาย $u_{cl,norm}$ เมื่อ $\beta = 0.50$ และ $Re = 54700$ และ 91100 ตามลำดับ เมื่อใช้ $k-\varepsilon$ model ควรมีการกำหนด Turbulent intensity ไว้ให้กับความเร็วทั้งแบบ Uniform velocity profile และ Fully developed profile แต่ในกรณีของ

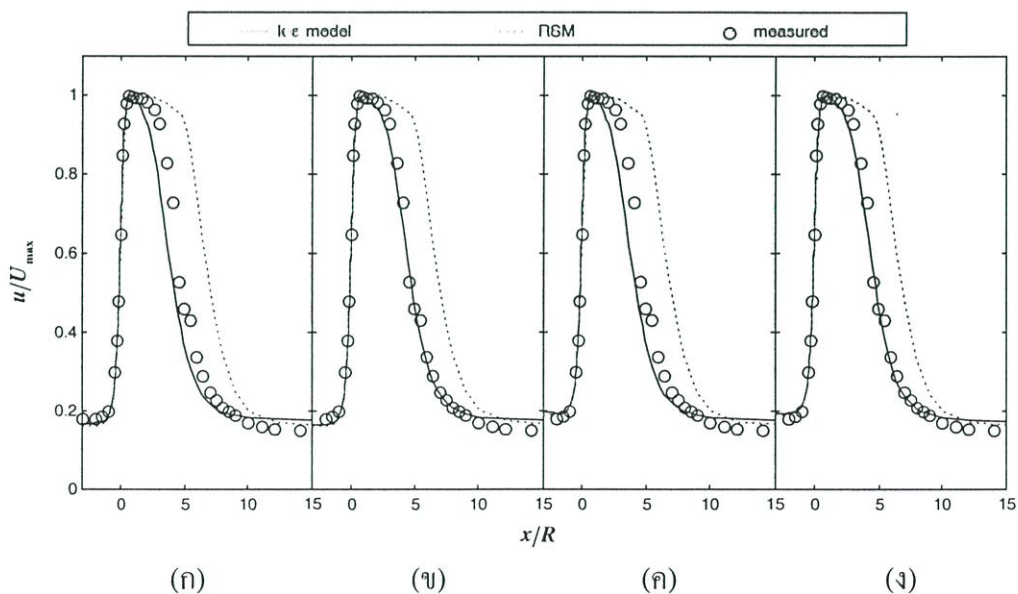
RSM จะทำนาย $u_{cl, norm}$ ไม่ดีนักแม้ว่าจะมีแนวโน้มนสอดคล้องกับค่าการทดลองก็ตามคล้ายคลึงกับกรณีของ $Re = 18400$



รูปที่ 5.38 ผลการทำนายการกระจายตัวของ $u_{cl, norm}$ ตลอดความยาวของท่อด้วย $k-\varepsilon$ model และ RSM เมื่อ $\beta = 0.50$ และ $Re = 54700$

(ก) Uniform velocity profile, (ข) Uniform velocity profile + Turbulent intensity

(ค) Fully developed profile และ (ง) Fully developed + Turbulent intensity



รูปที่ 5.39 ผลการทำนายการกระจายตัวของ $u_{cl, norm}$ ตลอดความยาวของท่อด้วย $k-\varepsilon$ model และ RSM เมื่อ $\beta = 0.50$ และ $Re = 91100$

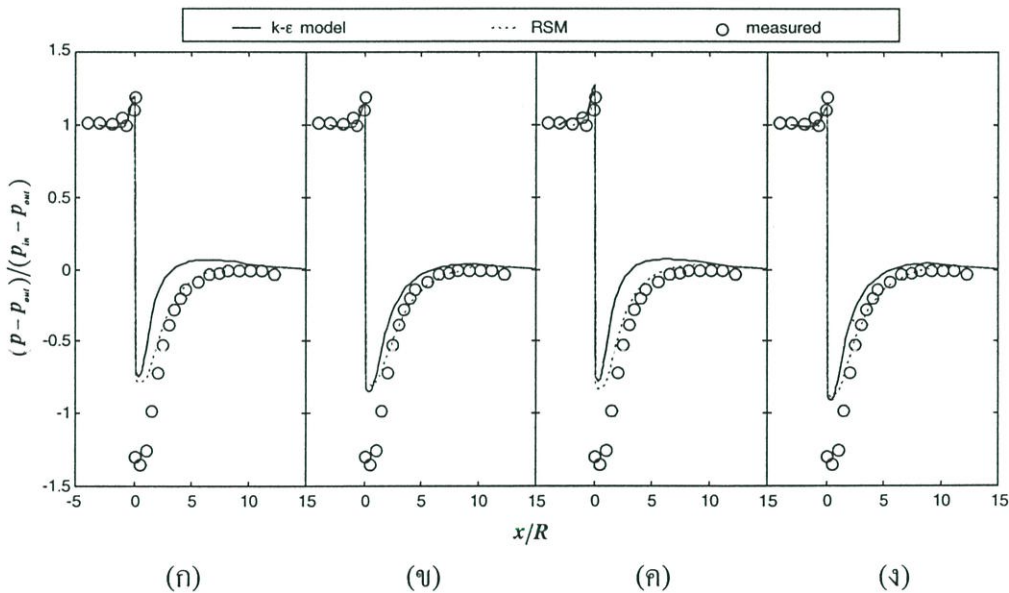
(ก) Uniform velocity profile, (ข) Uniform velocity profile + Turbulent intensity

(ค) Fully developed profile และ (ง) Fully developed + Turbulent intensity

สรุปว่าการทำนายการไหลผ่านออริฟิสที่มี $\beta = 0.50$ ด้วย $k-\varepsilon$ model นั้นควรมีการกำหนด Turbulent intensity ไว้ให้กับความเร็วด้วยทั้งแบบ Uniform velocity profile และ Fully developed profile สำหรับทุกค่าของ Re แต่ RSM ไม่จำเป็นต้องกำหนด Turbulent intensity ไว้

5.3.7.3 เปรียบเทียบการทำนาย $p_{wall, norm}$ เมื่อ $\beta = 0.75$, ที่ค่า Re ต่าง ๆ

รูปที่ 5.40 เป็นการเปรียบเทียบ $p_{wall, norm}$ เมื่อ $\beta = 0.75$, และ $Re = 18400$ โดยการใช้ $k-\varepsilon$ model และ RSM ในการทำนาย ซึ่งพบการทำนายด้วย $k-\varepsilon$ model จะดีก็ต่อเมื่อมีการกำหนด Turbulent intensity ไว้ให้กับความเร็วทั้งแบบ Uniform velocity profile และ Fully developed profile แต่สำหรับ RSM แล้วจะพบว่า Turbulent intensity จะมีผลให้การทำนายเปลี่ยนแปลงไปเล็กน้อยแต่ยังสอดคล้องกับค่าการทดลอง ทั้งสอง Turbulence model จะทำนายค่าของ $p_{wall, norm}$ ต่ำสุดได้ใกล้เคียงกัน แต่ยังไม่ห่างจากค่าการทดลองพอสมควร



รูปที่ 5.40 ผลการทำนายการกระจายตัวของ $p_{wall, norm}$ ตลอดความยาวของท่อด้วย $k-\varepsilon$ model และ RSM เมื่อ $\beta = 0.75$ และ $Re = 18400$

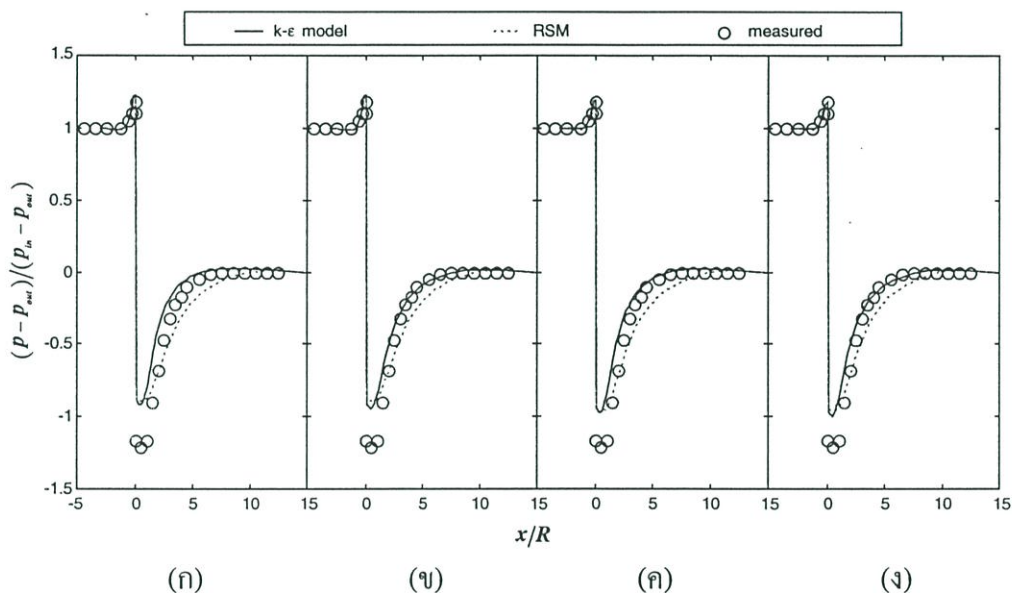
(ก) Uniform velocity profile, (ข) Uniform velocity profile + Turbulent intensity

(ค) Fully developed profile และ (ง) Fully developed + Turbulent intensity

รูปที่ 5.41 เป็นการเปรียบเทียบ $p_{wall, norm}$ เมื่อ $\beta = 0.75$ และ $Re = 91100$ โดยการใช้ $k-\varepsilon$ model และ RSM ในการทำนาย ซึ่งพบการทำนายด้วย $k-\varepsilon$ model ดีขึ้นกว่ากรณีของ $Re = 18400$ แต่ Turbulent intensity ก็ยังมีอิทธิพลต่อการความแม่นยำในการทำนายเช่นเดียวกับกรณีของ $Re = 18400$ สำหรับ RSM แล้วจะพบว่า Turbulent intensity จะมีผลให้การทำนาย

เปลี่ยนแปลงไปเล็กน้อยแต่ยังสอดคล้องกับค่าการทดลอง และทั้งสอง Turbulence model จะทำนายค่าของ $p_{wall, norm}$ ต่ำสุดได้ใกล้เคียงกัน แต่ยังห่างจากค่าการทดลองพอสมควร

สรุปว่าการทำนายการไหลผ่านออริฟิสที่มี $\beta = 0.75$ ด้วย $k-\varepsilon$ model นั้นจะแม่นยำขึ้นเมื่อ Re สูงขึ้นและจะแม่นยำขึ้นอีกถ้ามีการกำหนด Turbulent intensity ไว้ให้กับความเร็วด้วยทั้งแบบ Uniform velocity profile และ Fully developed profile แต่ RSM ไม่จำเป็นต้องกำหนด Turbulent intensity ไว้เนื่องจากสามารถทำนายได้อย่างสอดคล้องกับค่าการทดลอง



รูปที่ 5.41 ผลการทำนายการกระจายตัวของ $p_{wall, norm}$ ตลอดความยาวของท่อด้วย $k-\varepsilon$ model และ RSM เมื่อ $\beta = 0.50$ และ $Re = 91100$

(ก) Uniform velocity profile, (ข) Uniform velocity profile + Turbulent intensity

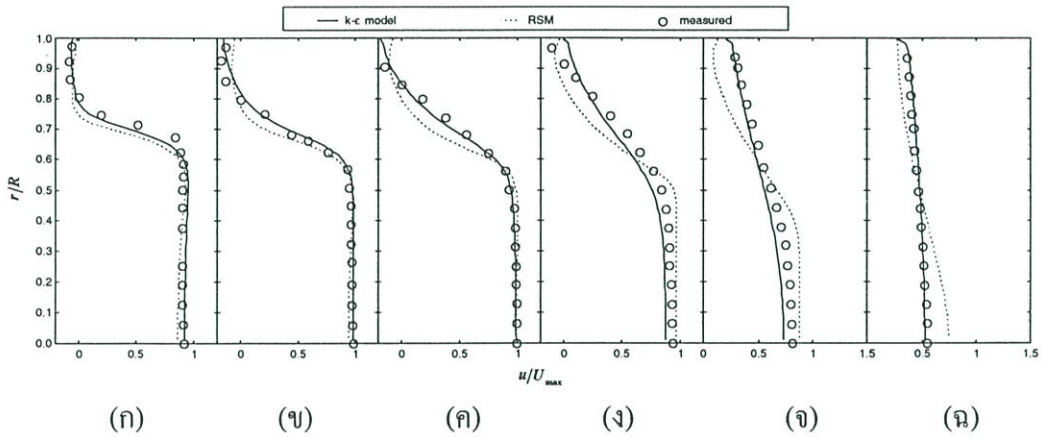
(ค) Fully developed profile และ (ง) Fully developed + Turbulent intensity

5.3.7.4 เปรียบเทียบการทำนาย u/U_{max} เมื่อ $\beta = 0.75$, $Re = 54700$

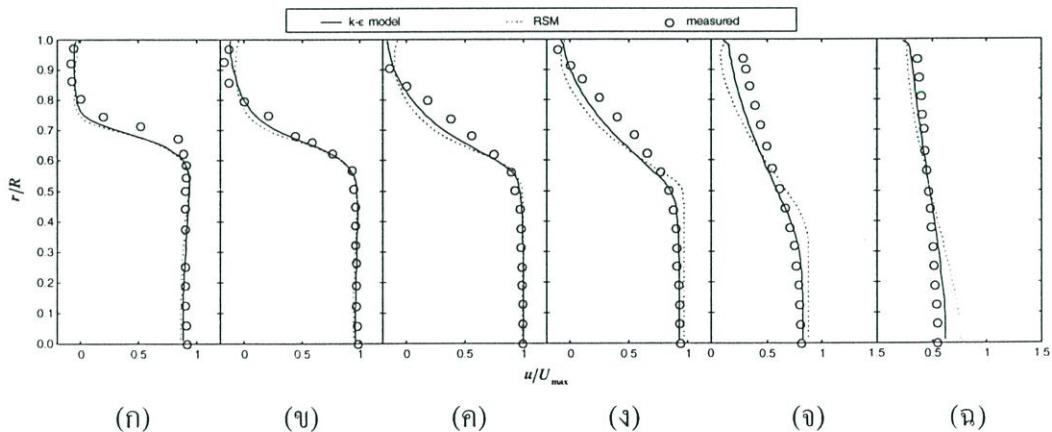
รูปที่ 5.42 ถึง 5.46 เป็นการเปรียบเทียบการทำนาย u/U_{max} ของแผ่นออริฟิสที่มี $\beta = 0.75$, $Re = 54700$ ณ ทางด้าน Downstream ทั้งสิ้น 6 ตำแหน่ง คือ $x/R = 0.25, 0.5, 1.0, 2.0, 4.0$ และ 8.0 โดยที่มีการกำหนดความเร็วเป็นแบบ Uniform velocity profile, Uniform velocity profile + Turbulent intensity, Fully developed profile, Fully developed + Turbulent intensity, Experimental velocity profile และ Experimental velocity profile + Turbulent intensity ตามลำดับ แล้วเปรียบเทียบกับค่าการทดลองของ Nail [27] ผลการเปรียบเทียบเป็นดังนี้

รูปที่ 5.42 พบว่าการทำนายด้วย $k-\varepsilon$ model ทั้ง 6 ตำแหน่งจะมีความผิดพลาดน้อยกว่า RSM นอกจากนี้ในทั้ง 6 ตำแหน่งดังกล่าวข้างต้น $k-\varepsilon$ model จะทำนายได้ค่าแตกต่างจากค่าการ

ทดลองมากที่ $x/R=2.0$ และ 4.0 ซึ่ง x/R ในช่วงดังกล่าวจะมีการหมุนวนค่อนข้างสูงนั่นเอง สำหรับการทำนายของ RSM จะเริ่มผิดพลาดมากตั้งแต่ $x/R=1.0$ ถึง 8.0 โดยเฉพาะตำแหน่งที่ $r/R > 0.5$ ส่วนรูปที่ 5.43 แสดงถึงอิทธิพลของ Turbulent intensity อย่างชัดเจนว่าทำให้การทำนายของ $k-\varepsilon$ model ในตำแหน่ง $x/R=2.0$ และ 4.0 ดีขึ้นมาก ในขณะที่ Turbulent intensity ไม่ค่อยมีอิทธิพลต่อการทำนายของ RSM มากนัก แนวโน้มของการทำนายจากทั้งสอง Turbulence model สอดคล้องกับค่าการทดลองเป็นอย่างดีเช่นเดียวกับรูปที่ 5.42

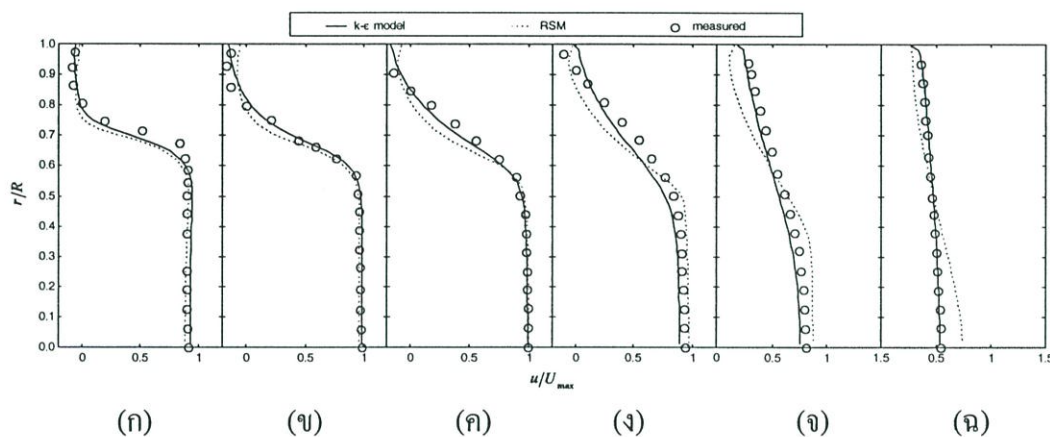


รูปที่ 5.42 ผลการทำนายการกระจายตัวของ u/U_{\max} ตลอดความยาวของท่อด้วย $k-\varepsilon$ model และ RSM เมื่อ $\beta = 0.50$ และ $Re = 54700$ โดยกำหนดความเร็วเป็นแบบ Uniform velocity profile
 (ก) $x/R=0.25$, (ข) $x/R=0.5$, (ค) $x/R=1.0$, (ง) $x/R=2.0$,
 (จ) $x/R=4.0$ และ (ฉ) $x/R=8.0$



รูปที่ 5.43 ผลการทำนายการกระจายตัวของ u/U_{\max} ตลอดความยาวของท่อด้วย $k-\varepsilon$ model และ RSM เมื่อ $\beta = 0.50$ และ $Re = 54700$ โดยกำหนดความเร็วเป็นแบบ Uniform velocity profile + Turbulent intensity
 (ก) $x/R=0.25$, (ข) $x/R=0.5$, (ค) $x/R=1.0$, (ง) $x/R=2.0$,
 (จ) $x/R=4.0$ และ (ฉ) $x/R=8.0$

รูปที่ 5.44 พบว่าการทำนายด้วย $k-\varepsilon$ model ทั้ง 6 ตำแหน่งจะมีความผิดพลาดน้อยกว่า RSM นอกจากนี้ในทั้ง 6 ตำแหน่งดังกล่าวข้างต้น $k-\varepsilon$ model จะทำนายได้ค่าแตกต่างจากค่าการทดลองที่ $x/R=2.0$ และ 4.0 ซึ่ง x/R ในช่วงดังกล่าวจะมีการหมุนวนค่อนข้างสูงนั่นเอง สำหรับการทำนายของ RSM จะเริ่มผิดพลาดมากตั้งแต่ $x/R=2.0$ ถึง 8.0 โดยเฉพาะตำแหน่งที่ $r/R > 0.5$ จะมีความผิดพลาดค่อนข้างชัดเจน และที่ $x/R=8.0$ RSM จะทำนาย u/U_{\max} บริเวณกลางท่อผิดพลาดพอสมควร

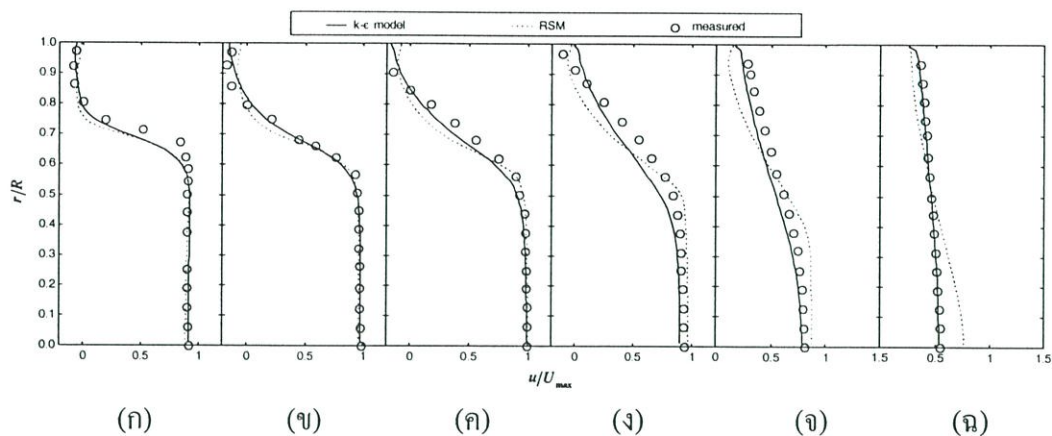


รูปที่ 5.44 ผลการทำนายการกระจายตัวของ u/U_{\max} ตลอดความยาวของท่อด้วย $k-\varepsilon$ model และ RSM เมื่อ $\beta = 0.50$ และ $Re = 54700$ โดยกำหนดความเร็วเป็นแบบ Fully developed velocity profile

(ก) $x/R = 0.25$, (ข) $x/R = 0.5$, (ค) $x/R = 1.0$, (ง) $x/R = 2.0$,
 (จ) $x/R = 4.0$ และ (ฉ) $x/R = 8.0$

ส่วนรูปที่ 5.45 แสดงถึงอิทธิพลของ Turbulent intensity ทำให้การทำนายของ $k-\varepsilon$ model ในตำแหน่ง $x/R=2.0$ และ 4.0 ผิดพลาดมากกว่ารูปที่ 5.44 เล็กน้อย แต่ Turbulent intensity ไม่ค่อยมีอิทธิพลต่อการทำนายของ RSM มากนัก แนวโน้มของการทำนายจากทั้งสอง Turbulence model สอดคล้องกับค่าการทดลองเป็นอย่างดีเช่นเดียวกันกับรูปที่ 5.44

สรุปว่าการทำนายการไหลผ่านออร์ฟิสที่มี $\beta = 0.75$ เมื่อ $Re = 54700$ ด้วย $k-\varepsilon$ model นั้นจะแม่นยำกว่า RSM ทั้งการกำหนดความเร็วแบบ Uniform velocity profile และ Fully developed profile และการกำหนด Turbulent intensity ไว้ด้วยไม่มีอิทธิพลต่อการทำนาย u/U_{\max} ของ RSM มากนัก แต่จะมีอิทธิพลในทางที่ซับซ้อนและเลวลงเล็กน้อยสำหรับการทำนาย u/U_{\max} ของ $k-\varepsilon$ model เมื่อการกำหนดความเร็วเป็นแบบ Uniform velocity profile และแบบ Fully developed velocity profile ตามลำดับ การทำนายของทั้งสอง Turbulence model จะผิดพลาดมากเมื่อ $x/R = 2.0$ ถึง 4.0 และ RSM จะทำนายผิดพลาดอย่างมากเมื่อ $x/R = 8.0$

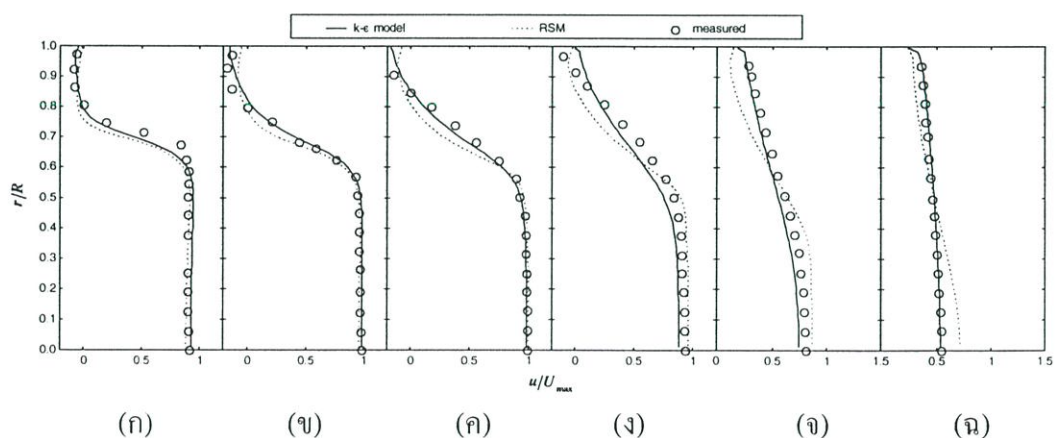


รูปที่ 5.45 ผลการทำนายการกระจายตัวของ u/U_{\max} ตลอดความยาวของท่อด้วย $k-\varepsilon$ model และ RSM เมื่อ $\beta = 0.50$ และ $Re = 54700$ โดยกำหนดความเร็วเป็นแบบ Fully developed velocity profile + Turbulent intensity

(ก) $x/R = 0.25$, (ข) $x/R = 0.5$, (ค) $x/R = 1.0$, (ง) $x/R = 2.0$,

(จ) $x/R = 4.0$ และ (ฉ) $x/R = 8.0$

รูปที่ 5.46 เป็นการกำหนดความเร็วแบบ Experimental velocity profile ผลการทำนายพบว่า $k-\varepsilon$ model ก็ยังสามารถทำนายได้ดีกว่า RSM ในทุก ๆ ค่าของ x/R ข้อดีสำหรับการกำหนดความเร็วแบบ Experimental velocity profile นี้ ทำให้การทำนายที่ดีขึ้นของทั้งสอง Turbulence model อย่างเห็นได้ชัดที่ตำแหน่ง x/R เท่ากับ 2.0 และ 4.0 แม้ว่าการทำนายของ $k-\varepsilon$ model จะมีการเบี่ยงเบนไปจากรูปที่ 5.42 ถึง 5.45 บ้างที่ตำแหน่ง x/R ก่อนหน้าแต่ถือว่าน้อยมาก



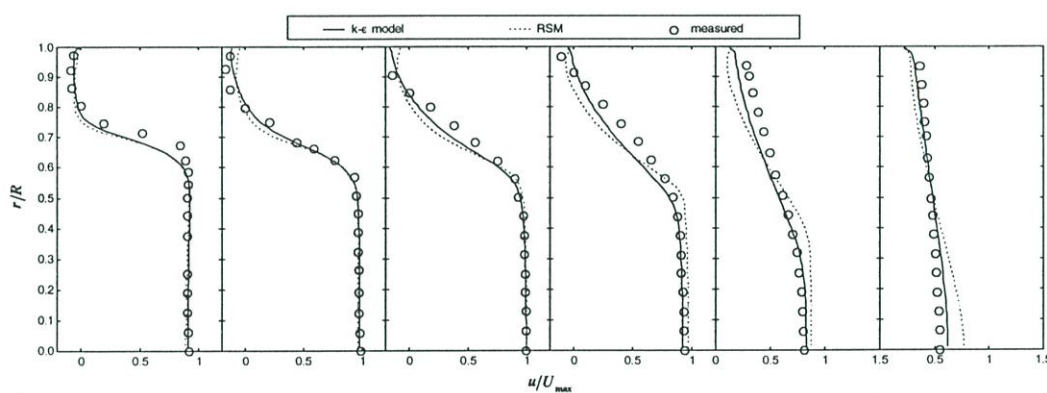
รูปที่ 5.46 ผลการทำนายการกระจายตัวของ u/U_{\max} ตลอดความยาวของท่อด้วย $k-\varepsilon$ model และ RSM เมื่อ $\beta = 0.50$ และ $Re = 54700$ โดยกำหนดความเร็วเป็นแบบ Experimental velocity profile

(ก) $x/R = 0.25$, (ข) $x/R = 0.5$, (ค) $x/R = 1.0$, (ง) $x/R = 2.0$,

(จ) $x/R = 4.0$ และ (ฉ) $x/R = 8.0$

รูปที่ 5.47 เป็นการกำหนดความเร็วแบบ Experimental velocity profile + Turbulent intensity ผลการทำนายพบว่า $k-\varepsilon$ model ก็ยังสามารถทำนายได้ดีกว่า RSM ในทุก ๆ ค่าของ x/R เช่นเดียวกับรูปที่ 5.46 ผลของ Turbulent intensity คือ ช่วยให้การทำนาย u/U_{\max} ดีขึ้น และสามารถสังเกตเห็นได้ชัดเจนว่าที่ตำแหน่ง r/R มากกว่า 0.5 การทำนายของ RSM จะดีกว่าทุก ๆ กรณีที่ได้นำเสนอมาข้างต้น

สรุปว่าการกำหนดความเร็วเป็นแบบ Experimental velocity profile จะช่วยให้ผลการทำนายของทั้งสอง Turbulence model ในตำแหน่งที่มีการหมุนวนสูงดีขึ้น และการกำหนด Turbulent intensity เข้าไว้ด้วยยิ่งทำให้การทำนายได้อย่างถูกต้องสอดคล้องกับค่าการทดลองมากขึ้น ดังนั้นจากภาพรวมแล้วการกำหนดความเร็วแบบ Experimental velocity profile ควรจะเลือกมาเป็นอันดับหนึ่ง แต่เมื่อใดก็ตามถ้าไม่มี Experimental velocity profile ควรมีการกำหนดความเร็วเป็นแบบ Uniform velocity profile + Turbulent intensity หรือ Fully developed velocity profile โดยไม่ต้องกำหนด Turbulent intensity



รูปที่ 5.47 ผลการทำนายการกระจายตัวของ u/U_{\max} ตลอดความยาวของท่อด้วย $k-\varepsilon$ model และ RSM เมื่อ $\beta = 0.50$ และ $Re = 54700$ โดยกำหนดความเร็วเป็นแบบ Experimental velocity profile + Turbulent intensity

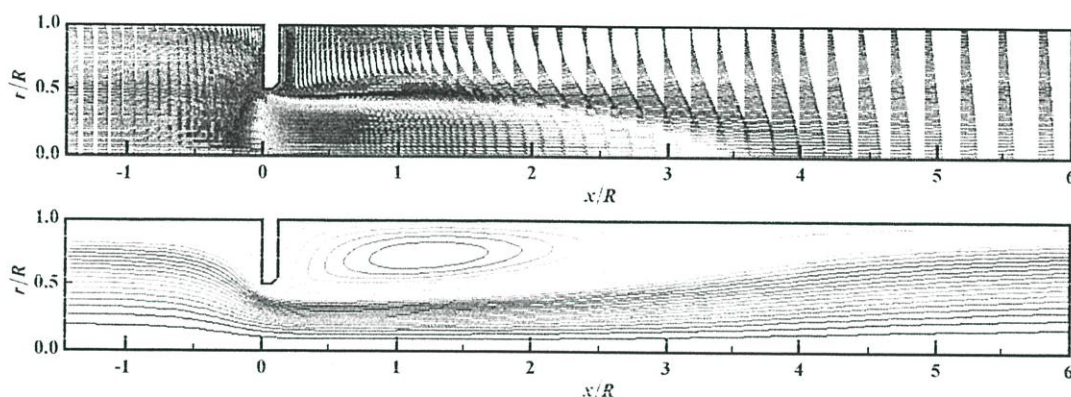
- (ก) $x/R = 0.25$, (ข) $x/R = 0.5$, (ค) $x/R = 1.0$, (ง) $x/R = 2.0$,
 (จ) $x/R = 4.0$ และ (ฉ) $x/R = 8.0$

5.3.8 เปรียบเทียบ Velocity vector และ Stream function contour ของแต่ละ Turbulence model

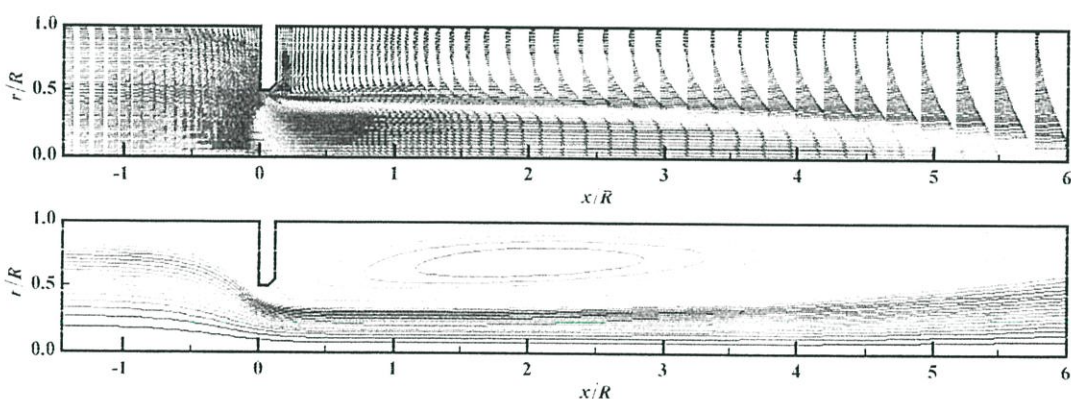
ในหัวข้อนี้จะแสดงถึงการพล็อต Velocity vector และ Stream function contour เพื่อเปรียบเทียบผลการทำนายที่ได้จาก ด้วย $k-\varepsilon$ model และ RSM โดยจะแสดงเพียงบางกรณีเท่านั้น เนื่องจากกรณีที่ละทิ้งไว้นั้นให้ผลการทำนายที่คล้ายคลึงกัน และสำหรับส่วนที่แตกต่างกันจะแสดงไว้ในตารางที่ 5.4 แทนดังนี้

5.3.8.1 ตัวอย่างของ Velocity vector และ Stream function contour เมื่อ $\beta = 0.50$, $Re = 18400$

รูปที่ 5.48 เป็นการพล็อต Velocity vector และ Stream function contour เปรียบเทียบกันระหว่าง $k-\varepsilon$ model และ RSM เมื่อทำการไหลผ่านออริฟิสที่มี $\beta = 0.50$, $Re = 18400$ โดยกำหนดความเร็วเป็นแบบ Uniform velocity profile ผลการสังเกตจะเป็นดังนี้



(ก) Velocity vector plot และ Stream function contour plot ทำนายโดย $k-\varepsilon$ model



(ข) Velocity vector plot และ Stream function contour plot ทำนายโดย RSM

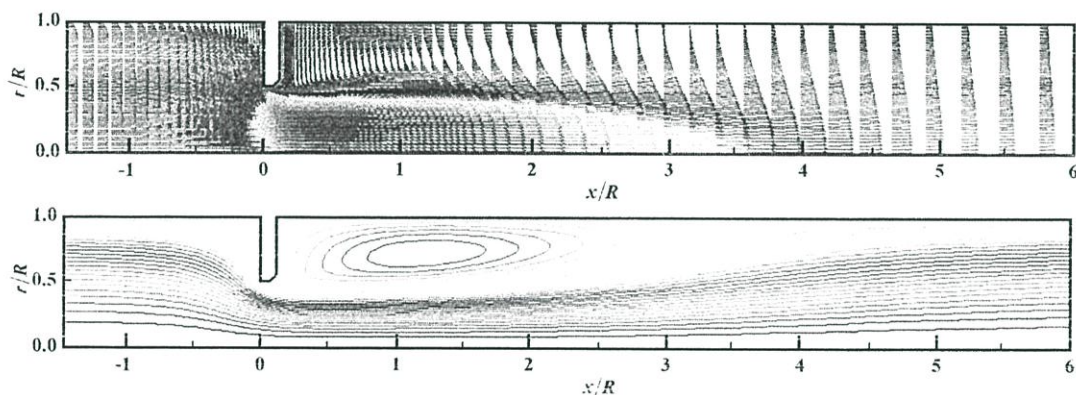
รูปที่ 5.48 Velocity vector และ Stream function contour plot ที่ทำนายโดย $k-\varepsilon$ model และ RSM เมื่อ $\beta = 0.50$, $Re = 18400$ โดยกำหนดความเร็วเป็นแบบ Uniform velocity profile

สำหรับ Velocity vector plot (รูปที่ 5.48) นั้นพบว่าถ้าทำนายโดย $k-\varepsilon$ model ขนาดของความเร็วบริเวณใกล้ ๆ กับแนวเส้นผ่านศูนย์กลางของท่อจะน้อยกว่าการทำนายด้วย RSM ทั้งสอง Turbulence model สามารถทำนายการหมุนวนของความเร็วได้แบบเดียวกัน โดยจะพบการหมุนวนด้าน Downstream เมื่อ x/R มากกว่า 0.5 ตำแหน่งของ Reattachment จะเกิดที่ $x/R \approx 3.75$ และ 5.5 สำหรับการทำนายด้วย $k-\varepsilon$ model และ RSM ตามลำดับ ข้อสังเกตอีก

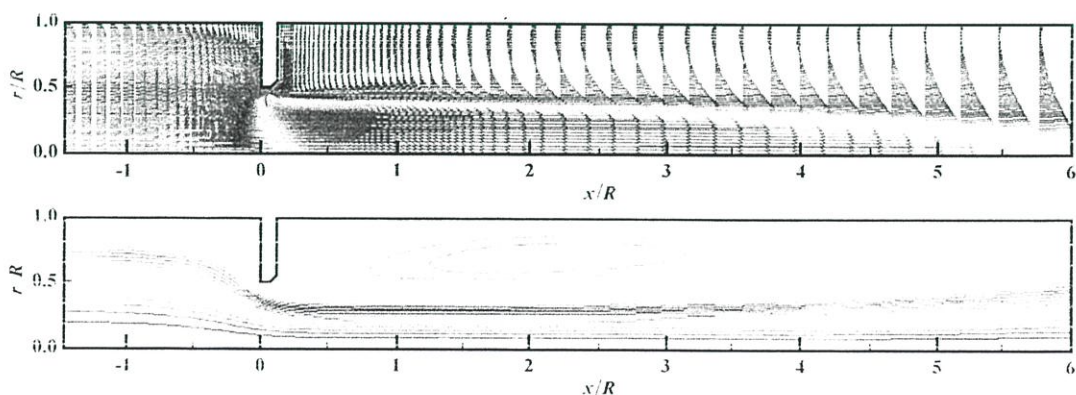
อย่างหนึ่งเมื่อมีการทำนายด้วย RSM คือ ณ บริเวณใกล้ ๆ กับผนังท่อจะสังเกตเห็นอิทธิพลของความหนืดใน Viscous sublayer ได้ชัดเจนจากขนาดของ Velocity vector จะลดลง แต่ไม่เห็นปรากฏการณ์นี้สำหรับการทำนายด้วย $k-\varepsilon$ model

สำหรับ Stream function contour plot (รูปที่ 5.48) จะพบบริเวณการหมุนวนที่กว้างกว่าเมื่อทำนายโดย RSM จุดศูนย์กลางของการหมุนวนอยู่ที่พิกัด $(x/R, r/R) \approx (1.2, 0.7)$ และ $(2.0, 0.7)$ เมื่อทำนายด้วย $k-\varepsilon$ model และ RSM ตามลำดับ และการปรับตัวของความเร็วเข้าสู่สภาวะ Downstream fully developed ของกรณีที่ทำนายด้วย $k-\varepsilon$ model จะเร็วกว่ากรณีที่ทำนายด้วย RSM

รูปที่ 5.49 เป็นการพล็อต Velocity vector และ Stream contour เปรียบเทียบกันระหว่าง $k-\varepsilon$ model และ RSM เมื่อทำนายการไหลผ่านออริฟิสที่มี $\beta = 0.50$, $Re = 18400$ โดยกำหนดความเร็วเป็นแบบ Uniform velocity profile + Turbulent intensity ผลการสังเกตจะเป็นดังนี้



(ก) Velocity vector plot และ Stream function contour plot ทำนายโดย $k-\varepsilon$ model



(ข) Velocity vector plot และ Stream function contour plot ทำนายโดย RSM

รูปที่ 5.49 Velocity vector และ Stream function contour plot ที่ทำนายโดย $k-\varepsilon$ model และ RSM เมื่อ $\beta = 0.50$, $Re = 18400$ โดยกำหนดความเร็วเป็นแบบ Uniform velocity profile + Turbulent intensity

สำหรับ Velocity vector plot (รูปที่ 5.49) นั้นพบว่าการทำนายคล้ายคลึงกับกรณีรูปที่ 5.48 ดังนั้นจะขอกกล่าวถึงส่วนต่างกัน คือ ตำแหน่งของ Reattachment จะเกิดที่ $x/R \approx 3.9$ และ 6 สำหรับการทำนายด้วย $k-\varepsilon$ model และ RSM ตามลำดับ และสามารถสังเกตเห็นอิทธิพลของความหนืดใน Viscous sublayer ได้ชัดเจนจากขนาดของ Velocity vector จะลดลงเมื่อทำนายด้วย RSM แต่ไม่เห็นปรากฏการณ์นี้สำหรับการทำนายด้วย $k-\varepsilon$ model

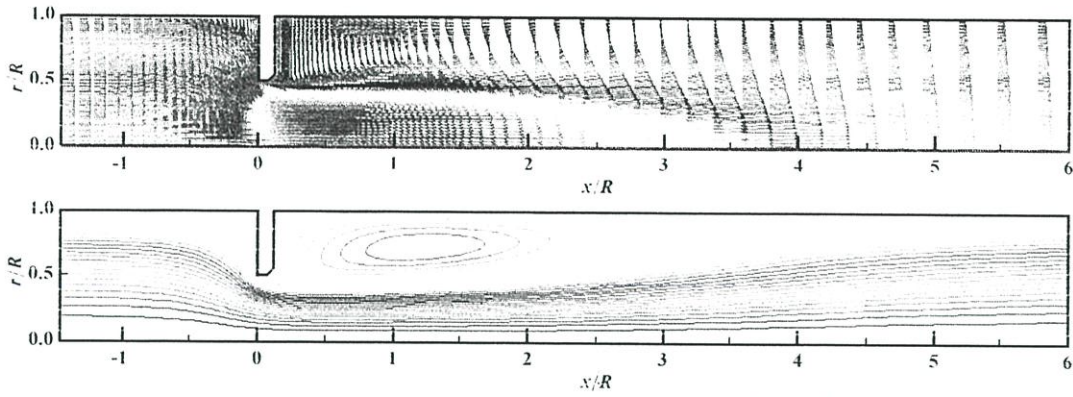
สำหรับ Stream function contour plot (รูปที่ 5.49) จะพบบริเวณการหมุนวนที่กว้างกว่าเมื่อทำนายโดย RSM จุดศูนย์กลางของการหมุนวนอยู่ที่พิกัด $(x/R, r/R) \approx (1.25, 0.75)$ และ $(2.3, 0.75)$ เมื่อทำนายด้วย $k-\varepsilon$ model และ RSM ตามลำดับ และการปรับตัวของความเร็วเข้าสู่สภาวะ Downstream fully developed ของกรณีที่ทำนายด้วย $k-\varepsilon$ model จะเร็วกว่ากรณีที่ทำนายด้วย RSM เช่นเดียวกับรูปที่ 5.48 แต่มีส่วนต่างกัน คือ เมื่อทำนายด้วย RSM จะเห็นการหมุนวนด้าน Upstream ณ บริเวณมุมระหว่างแผ่นออริฟิสกับผนังท่อ

กล่าวโดยสรุป คือ รูปที่ 5.48 และ 5.49 ซึ่งให้เห็นว่าการทำนายด้วย RSM จะสังเกตเห็นบริเวณการหมุนวนด้าน Downstream ได้กว้างกว่าเมื่อเทียบกับการทำนายด้วย $k-\varepsilon$ model ส่วนตำแหน่งของ Reattachment และจุดศูนย์กลางของการหมุนวนจะแตกต่างกันบ้างเล็กน้อย ผลการทำนายด้วย $k-\varepsilon$ model จะพบว่าการไหลมีการปรับตัวของความเร็วเข้าสู่ Downstream fully developed ได้รวดเร็วกว่ากรณี RSM และที่สำคัญ คือ Turbulent intensity จะช่วยให้สังเกตการหมุนวนด้าน Upstream เมื่อทำนายด้วย RSM

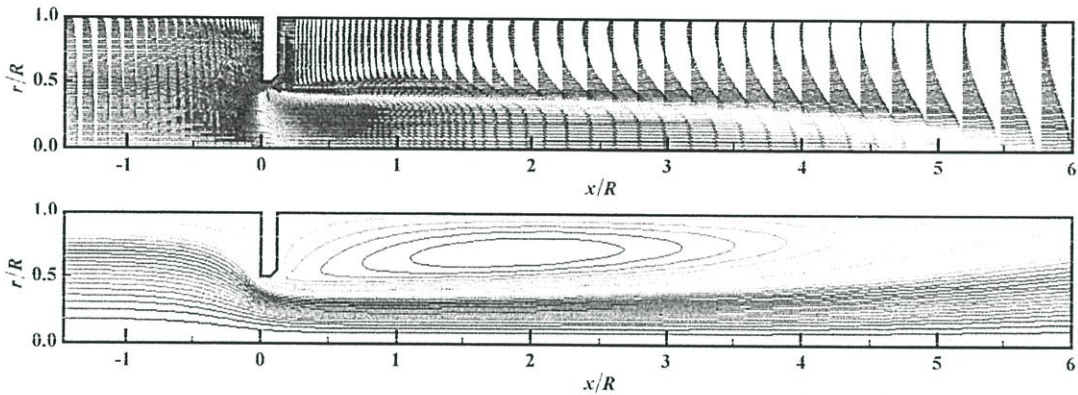
รูปที่ 5.50 เป็นการพล็อต Velocity vector และ Stream contour เปรียบเทียบกันระหว่าง $k-\varepsilon$ model และ RSM เมื่อทำนายการไหลผ่านออริฟิสที่มี $\beta = 0.50$, $Re = 18400$ โดยกำหนดความเร็วเป็นแบบ Fully developed velocity profile ผลการสังเกตจะเป็นดังนี้

สำหรับ Velocity vector plot (รูปที่ 5.50) นั้นพบว่าการทำนายคล้ายคลึงกับกรณีรูปที่ 5.48 ดังนั้นจะขอกกล่าวถึงส่วนต่างกัน คือ ตำแหน่งของ Reattachment จะเกิดที่ $x/R \approx 3.8$ และ 5 สำหรับการทำนายด้วย $k-\varepsilon$ model และ RSM ตามลำดับ และสามารถสังเกตเห็นอิทธิพลของความหนืดใน Viscous sublayer ได้ชัดเจนจากขนาดของ Velocity vector จะลดลงเมื่อทำนายด้วย RSM แต่ไม่เห็นปรากฏการณ์นี้สำหรับการทำนายด้วย $k-\varepsilon$ model

เมื่อพิจารณา Stream function contour plot (รูปที่ 5.50) จะพบบริเวณการหมุนวนที่กว้างกว่าเมื่อทำนายโดย RSM จุดศูนย์กลางของการหมุนวนอยู่ที่พิกัด $(x/R, r/R) \approx (1.25, 0.75)$ และ $(1.8, 0.75)$ เมื่อทำนายด้วย $k-\varepsilon$ model และ RSM ตามลำดับ และการปรับตัวของความเร็วเข้าสู่สภาวะ Downstream fully developed ของกรณีที่ทำนายด้วย $k-\varepsilon$ model จะเร็วกว่ากรณีที่ทำนายด้วย RSM เช่นเดียวกับรูปที่ 5.48



(ก) Velocity vector plot และ Stream function contour plot ทำนายโดย $k-\varepsilon$ model



(ข) Velocity vector plot และ Stream function contour plot ทำนายโดย RSM

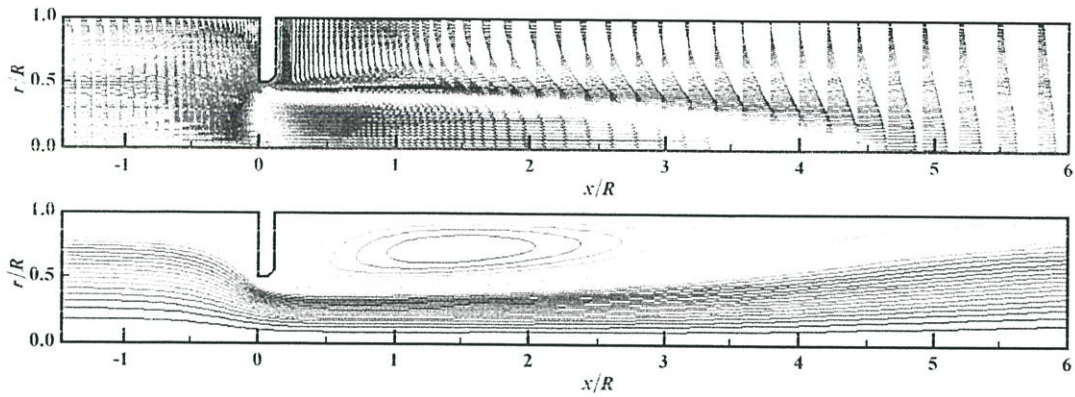
รูปที่ 5.50 Velocity vector และ Stream function contour plot ที่ทำนายโดย $k-\varepsilon$ model และ RSM เมื่อ $\beta = 0.50$, $Re = 18400$ โดยกำหนดความเร็วเป็นแบบ Fully developed velocity profile

รูปที่ 5.51 เป็นการพล็อต Velocity vector และ Stream contour เปรียบเทียบกันระหว่าง $k-\varepsilon$ model และ RSM เมื่อทำนายการไหลผ่านออริฟิสที่มี $\beta = 0.50$, $Re = 18400$ โดยกำหนดความเร็วเป็นแบบ Fully developed velocity profile + Turbulent intensity ผลการสังเกตจะเป็นดังนี้

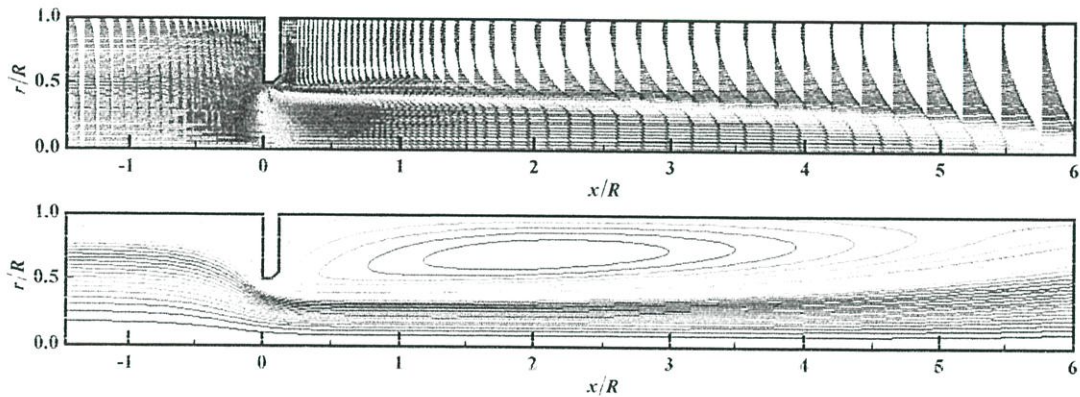
สำหรับ Velocity vector plot (รูปที่ 5.51) นั้นพบว่าการทำนายคล้ายคลึงกับกรณีรูปที่ 5.48 ดังนั้นจะขอล่าวถึงส่วนต่างกัน คือ ตำแหน่งของ Reattachment จะเกิดที่ $x/R \approx 4.8$ และ 6 สำหรับการทำนายด้วย $k-\varepsilon$ model และ RSM ตามลำดับ อิทธิพลของความหนืดใน Viscous sublayer จะสังเกตได้จากการทำนายด้วย RSM แต่ไม่เห็นปรากฏการณ์นี้สำหรับการทำนายด้วย $k-\varepsilon$ model

สำหรับ Stream function contour plot (รูปที่ 5.51) พบการหมุนวนที่กว้างกว่าเมื่อทำนายโดย RSM โดยมีจุดศูนย์กลางของการหมุนวนอยู่ที่พิกัด $(x/R, r/R) \approx (1.5, 0.75)$ และ $(2.1, 0.75)$ เมื่อทำนายด้วย $k-\varepsilon$ model และ RSM ตามลำดับ $k-\varepsilon$ model ทำนายการปรับตัวของความเร็วเข้าสู่สภาวะ Downstream fully developed ว่าเร็วกว่ากรณีที่ทำนายด้วย RSM เช่นเดียว

กับรูปที่ 5.48 และเห็นการหมุนวนด้าน Upstream ณ บริเวณมุมระหว่างแผ่นออริฟิสกับผนังท่อ เมื่อทำนายด้วย RSM แต่ขนาดเล็กลงเล็กน้อยเมื่อเทียบกับรูปที่ 5.49



(ก) Velocity vector plot และ Stream function contour plot ทำนายโดย $k - \varepsilon$ model



(ข) Velocity vector plot และ Stream function contour plot ทำนายโดย RSM

รูปที่ 5.51 Velocity vector และ Stream function contour plot ที่ทำนายโดย $k - \varepsilon$ model และ RSM เมื่อ $\beta = 0.50$, $Re = 18400$ โดยกำหนดความเร็วเป็นแบบ Fully developed velocity profile + Turbulent intensity

กล่าวโดยสรุปของรูปที่ 5.50 และ 5.51 คือ การทำนายด้วย RSM จะสังเกตเห็นบริเวณการหมุนวนด้าน Downstream ได้กว้างกว่า, สามารถสังเกตการหมุนวนด้าน Upstream เมื่อกำหนด Turbulent intensity ให้ความเร็วด้วย, การปรับตัวของความเร็วเข้าสู่ Downstream fully developed ได้ช้ากว่า เมื่อเทียบกับการทำนายด้วย $k - \varepsilon$ model ส่วนตำแหน่งของ Reattachment และจุดศูนย์กลางของการหมุนวนจะแตกต่างกันบ้างเล็กน้อย

ตารางที่ 5.4 สรุปผลการทำนายลักษณะของ Velocity vector และ Stream function contour plot ที่ทำนายโดย $k-\varepsilon$ model และ RSM เมื่อ $\beta = 0.50$

Re	Velocity profile	Reattachment point x/R (Appx.)		Center of Recirculation zone $(x/R, r/R)$ (Appx.)		Detection of Upstream circulation	
		$k-\varepsilon$ model	RSM	$k-\varepsilon$ model	RSM	$k-\varepsilon$ model	RSM
18400	Uniform	3.75	5.5	(1.2,0.70)	(2.0,0.70)	☒	☒
	Uniform + Turb. Int.	3.9	6.0	(1.25,0.75)	(2.3,0.75)	☒	☑
	Fully developed	3.8	5.0	(1.25,0.75)	(1.8,0.75)	☒	☒
	Fully dev. + Turb. Int.	4.8	6.0	(1.5,0.75)	(2.1,0.75)	☒	☑
54700	Uniform	4.0	5.7	(1.3,0.75)	(2.2,0.75)	☒	☑
	Uniform + Turb. Int.	4.8	6.0	(1.5,0.70)	(2.2,0.70)	☒	☑
	Fully developed	4.3	5.75	(1.3,0.75)	(2.1,0.73)	☒	☑
	Fully dev. + Turb. Int.	5.0	6.0	(1.5,0.75)	(2.2,0.73)	☒	☑
91100	Uniform	4.25	6.0	(1.4,0.75)	(2.25,0.75)	☒	☑
	Uniform + Turb. Int.	4.8	6.0	(1.5,0.75)	(2.25,0.73)	☒	☑
	Fully developed	4.4	5.8	(1.4,0.75)	(2.2,0.73)	☒	☑
	Fully dev. + Turb. Int.	4.8	6.0	(1.5,0.75)	(2.2,0.73)	☒	☑

5.3.8.2 ตัวอย่างของ Velocity vector และ Stream function contour เมื่อ

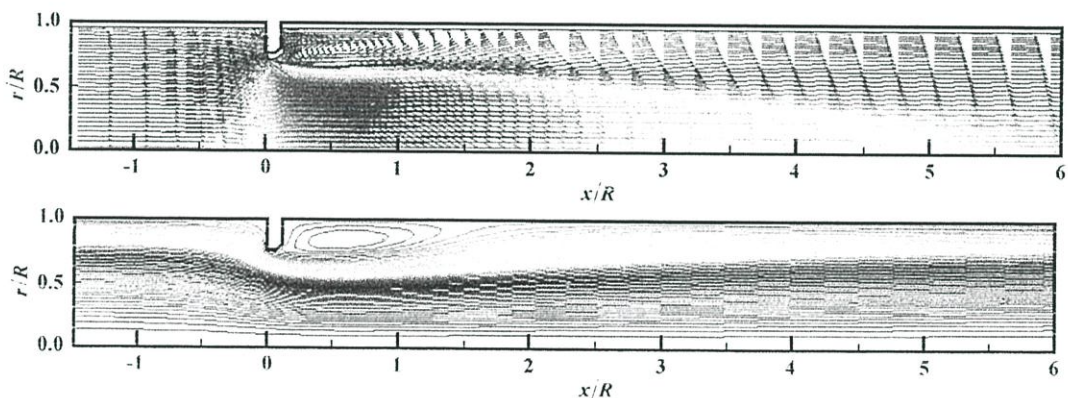
$\beta = 0.75$, $Re = 18400$

เนื่องจากลักษณะของ Velocity vector และ Stream function contour ของออริฟิสที่มี $\beta = 0.75$ จะค่อนข้างคล้ายคลึงกันกับกรณีที่มี $\beta = 0.50$ ดังนั้นในที่นี้จะแสดง Velocity vector และ Stream function contour เพียงเฉพาะกรณี $Re = 18400$ เมื่อกำหนดความเร็วเป็นแบบ Uniform velocity profile เท่านั้นส่วนกรณีอื่น ๆ จะแสดงรายละเอียดส่วนเหมือนและส่วนแตกต่างกันในตารางที่ 5.5

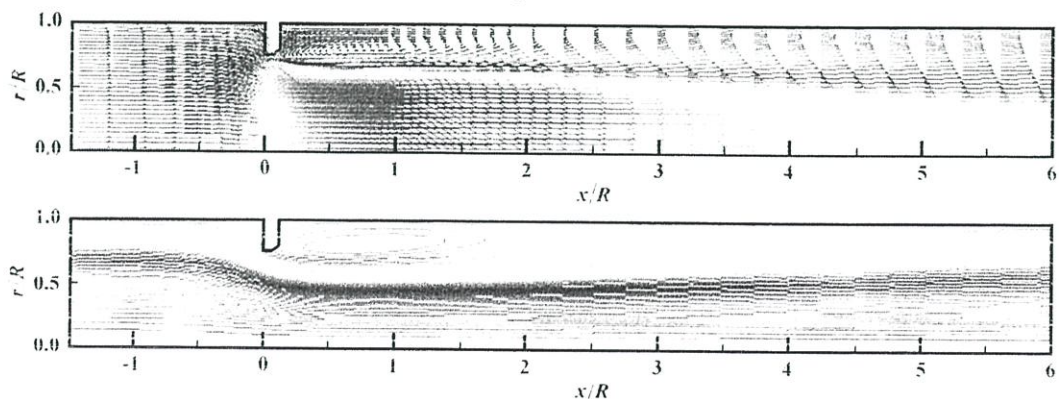
รูปที่ 5.52 เป็นการพล็อต Velocity vector และ Stream function contour เปรียบเทียบกันระหว่าง $k-\varepsilon$ model และ RSM เมื่อทำนายการไหลผ่านออริฟิสที่มี $\beta = 0.75$, $Re = 18400$ โดยกำหนดความเร็วเป็นแบบ Uniform velocity profile ผลการสังเกตจะเป็นดังนี้

สำหรับ Velocity vector plot (รูปที่ 5.52) นั้นพบว่าถ้าทำนายโดย $k-\varepsilon$ model ขนาดของความเร็วบริเวณใกล้ ๆ กับแนวเส้นผ่านศูนย์กลางของท่อจะน้อยกว่าการทำนายด้วย RSM ทั้งสอง Turbulence model สามารถทำนายการหมุนวนของความเร็วได้แบบเดียวกัน โดยจะพบการหมุนวนด้าน Downstream เมื่อ x/R มากกว่า 0.75 ตำแหน่งของ Reattachment จะเกิดที่ $x/R \approx 2.0$ และ 2.8 สำหรับการทำนายด้วย $k-\varepsilon$ model และ RSM ตามลำดับ ข้อสังเกตอีกอย่างหนึ่งเมื่อมีการทำนายด้วย RSM คือ ณ บริเวณใกล้ ๆ กับผนังท่อจะสังเกตเห็นอิทธิพลของความหนืดใน Viscous sublayer ได้ชัดเจนจากขนาดของ Velocity vector จะลดลง แต่ไม่เห็นปรากฏการณ์นี้สำหรับการทำนายด้วย $k-\varepsilon$ model

สำหรับ Stream function contour plot (รูปที่ 5.52) จะพบบริเวณการหมุนวนที่กว้างกว่าเมื่อทำนายโดย RSM จุดศูนย์กลางของการหมุนวนอยู่ที่พิกัด $(x/R, r/R) \approx (0.6, 0.8)$ และ $(0.8, 0.8)$ เมื่อทำนายด้วย $k-\varepsilon$ model และ RSM ตามลำดับ และการปรับตัวของความเร็วเข้าสู่สภาวะ Downstream fully developed ของกรณีที่ทำนายด้วย $k-\varepsilon$ model จะเร็วกว่ากรณีที่ทำนายด้วย RSM ส่วนการทำนายจากทั้งสอง Turbulence model นั้นไม่พบการหมุนวนด้าน Upstream



(ก) Velocity vector plot และ Stream contour plot ทำนายโดย $k-\varepsilon$ model



(ข) Velocity vector plot และ Stream contour plot ทำนายโดย RSM

รูปที่ 5.52 Velocity vector และ Stream contour plot ที่ทำนายโดย $k-\varepsilon$ model และ RSM เมื่อ $\beta = 0.75$, $Re = 18400$ โดยกำหนดความเร็วเป็นแบบ Uniform velocity profile

ตารางที่ 5.5 สรุปผลการทำนายลักษณะของ Velocity vector และ Stream function contour plot ที่ทำนายโดย $k-\varepsilon$ model และ RSM เมื่อ $\beta = 0.75$

Re	Velocity profile	Reattachment point x/R (Appx.)		Center of Recirculation zone $(x/R, r/R)$ (Appx.)		Detection of Upstream circulation	
		$k-\varepsilon$ model	RSM	$k-\varepsilon$ model	RSM	$k-\varepsilon$ model	RSM
18400	Uniform	2.0	2.8	(0.6,0.8)	(0.8,0.8)	☒	☒
	Uniform + Turb. Int.	2.5	3.4	(0.7,0.8)	(0.9,0.8)	☒	☒
	Fully developed	2.2	2.5	(0.6,0.8)	(0.75,0.8)	☒	☒
	Fully dev. + Turb. Int.	2.5	2.75	(0.75,0.8)	(0.8,0.8)	☒	☒
91100	Uniform	2.25	2.9	(0.75,0.8)	(0.9,0.8)	☒	☒
	Uniform + Turb. Int.	2.8	3.0	(0.75,0.8)	(0.9,0.8)	☒	☒
	Fully developed	2.5	3.0	(0.8,0.85)	(0.8,0.8)	☒	☒
	Fully dev. + Turb. Int.	2.8	3.1	(0.75,0.85)	(0.8,0.85)	☒	☑
54700	Uniform	2.4	3.0	(0.75,0.8)	(0.8,0.8)	☒	☒
	Uniform + Turb. Int.	3.0	3.2	(0.8,0.8)	(0.8,0.8)	☒	☒
	Fully developed	2.5	3.0	(0.75,0.85)	(0.8,0.8)	☒	☑
	Fully dev. + Turb. Int.	2.5	3.2	(0.75,0.8)	(0.8,0.8)	☒	☑
	Experimental	2.2	2.8	(0.75,0.8)	(0.8,0.8)	☒	☒
	Exp. + Turb. Int.	2.8	3.0	(0.75,0.8)	(0.8,0.8)	☒	☑

5.4 บทสรุป

เนื้อหาในบทที่ 5 นี้ได้แสดงผลการจำลองอย่างละเอียดของการไหลแบบปั่นป่วนผ่านแผ่นออรัฟิสที่มี β เท่ากับ 0.50 และ 0.75 เมื่อ Re เท่ากับ 18400, 54700 และ 91100 ซึ่งมีการกำหนดลักษณะของ Velocity profile เป็น Uniform velocity profile, Fully developed profile และ Experimental velocity profile และการรวมอิทธิพลของ Turbulent intensity ให้กับความทั้งสามลักษณะข้างต้นด้วย การจำลองจะใช้ Turbulence model คือ $k-\varepsilon$ model และ RSM ร่วมกับ Scheme สีแบบได้แก่ FOU, SOU, Power law และ QUICK scheme แล้วนำมาเปรียบเทียบกับผลการทดลองที่วัดด้วย LDV ในสามมิติของ Nail [27] พบว่าผลการจำลองสอดคล้องกันเป็นอย่างดี

บทที่ 6

สรุปผลงานวิจัยและข้อเสนอแนะ

6.1 สรุปข้อมูลที่ใช้ในงานวิจัย

งานวิจัยที่ได้จัดทำในวิทยานิพนธ์ฉบับนี้ คือ การศึกษาเชิงตัวเลขของไหลแบบปั่นป่วนผ่านแผ่นออริฟิสที่มีค่า β เท่ากับ 0.5 และ 0.75 ด้วยวิธีปริมาตรสี่เหลี่ยม โดยอาศัยแบบจำลองความปั่นป่วน คือ $k-\varepsilon$ model และ RSM ร่วมกับ Numerical differencing schemes 4 แบบได้แก่ FOU, power law, SOU และ QUICK ตามลำดับ และทุกกรณีศึกษาจะใช้ SIMPLE อัลกอริทึมในการสร้างความสัมพันธ์กันระหว่างความเร็วและความดันในโดเมนการไหล สำหรับข้อมูลจำเพาะเกี่ยวกับคุณสมบัติของสารทำงาน และโดเมนการไหลมีแสดงรายละเอียดในตารางที่ 6.1 และ 6.2

ตารางที่ 6.1 ข้อมูลจำเพาะของสารทำงานและปริมาณจำเป็นอย่างต่าง ๆ

Parameter	Details/Value	Units
Inlet fluid properties	Air	–
Temperature, T	300	K
Air density, ρ	1.177	kg/m ³
Air dynamic viscosity, μ	1.845×10^{-5}	Pa · s
Reynolds number, Re_D	18400	–
	54700	–
	91100	–
Mass flow rate, \dot{m}	0.0135446	kg/s
	0.0402658	kg/s
	0.0670607	kg/s
Turbulent intensity	4.688326	%
	4.091397	%
	3.838665	%
Inlet velocity profile	Uniform velocity profile	–
	Fully developed velocity profile	–
	Experimental velocity profile	–

ตารางที่ 6.2 ข้อมูลจำเพาะของโดเมนการไหล

Parameter	Details/Value	Units
Pipe diameter, D	0.0508	m
Orifice diameter, d	0.0254	m
	0.0381	m
Orifice thickness, B	0.0032	m
Orifice beveled angle, θ	45	°

6.2 สรุปผลงานวิจัย

จากข้อมูลที่ได้กล่าวไว้ข้างต้น สามารถสรุปผลงานวิจัยได้ดังนี้

6.2.1 เมื่อจำลองการไหลผ่านแผ่นออริฟิสที่ค่า β เท่ากับ 0.50 หรือ 0.75 ที่ทุก ๆ ค่าของ Re ด้วย $k-\epsilon$ model แล้วควรที่จะกำหนด Turbulent intensity ณ ทางเข้าด้วยทั้งกรณีที่มีการกำหนดให้ความเร็วขาเข้าโดเมนการไหลเป็น Uniform หรือ Fully developed velocity profile เพื่อให้ผลการทำนายที่แม่นยำขึ้นของทุก ๆ Scheme อย่างไรก็ดีตาม FOU ก็ยังให้ผลการทำนายที่ดีที่สุดแม้ว่าจะเป็นเพียง First order scheme ไม่ว่าจะพิจารณาความดันในเทอมของ $p_{wall,norm}$ หรือความเร็วในเทอมของ $u_{cl,norm}$ ก็ตาม

6.2.2 เมื่อจำลองการไหลออริฟิสที่มี β เท่ากับ 0.50 หรือ 0.75 ที่ทุก ๆ ค่าของ Re ด้วย RSM ควรที่จะกำหนดความเร็วขาเข้าสู่โดเมนการไหลเป็นแบบ Fully developed velocity profile แทนการกำหนดความเร็วแบบ Uniform velocity profile โดยไม่ต้องรวมผลของ Turbulent intensity ไว้ด้วยเพื่อผลการทำนายที่ดีขึ้น หากพิจารณา $p_{wall,norm}$ แล้วทุก Scheme จะผลแทบไม่ต่างกัน แต่เมื่อพิจารณา $u_{cl,norm}$ ควรใช้ SOU หรือ QUICK แทน FOU หรือ power law เพื่อลดความผิดพลาด

6.2.3 การกำหนดความเร็วเป็นแบบ Experimental velocity profile จะช่วยให้ผลการทำนายของทั้งสอง Turbulence model ในตำแหน่งที่มีการหมุนวนสูงดีขึ้น และการกำหนด Turbulent intensity เข้าไว้ด้วยยิ่งทำให้การทำนายได้อย่างถูกต้องสอดคล้องกับค่าการทดลองมากขึ้น ดังนั้นจากภาพรวมแล้วการกำหนดความเร็วแบบ Experimental velocity profile ควรจะเลือกมาเป็นอันดับหนึ่ง แต่เมื่อใดก็ตามถ้าไม่มี Experimental velocity profile ควรมีการกำหนดความเร็วเป็นแบบ Uniform velocity profile + Turbulent intensity หรือ Fully developed velocity profile โดยไม่ต้องกำหนด Turbulent intensity

6.2.4 สำหรับการกำหนดความเร็วทุกแบบซึ่งซึ่งทำนายด้วย RSM จะสังเกตเห็นบริเวณการหมุนวนด้าน Downstream ได้กว้างกว่า, สามารถสังเกตการหมุนวนด้าน Upstream เมื่อ

กำหนด Turbulent intensity ให้กับความเร็วด้วย, การปรับตัวของความเร็วเข้าสู่ Downstream fully developed ได้ช้ากว่า เมื่อเทียบกับการทำนายด้วย $k-\varepsilon$ model ส่วนตำแหน่งของ Reattachment และจุดศูนย์กลางของการหมุนวนจะแตกต่างกันบ้างเล็กน้อย

6.3 ข้อเสนอแนะในการศึกษาวิจัยต่อไป

นอกเหนือจากผลงานการวิจัยที่ได้ทำไว้ในวิทยานิพนธ์ฉบับนี้แล้ว ผู้ทำวิจัยได้มีแนวทางการศึกษาวิจัยที่คาดว่าจะทำในอนาคตดังนี้

6.3.1 ทำงานวิจัยคล้ายคลึงกับที่ทำในวิทยานิพนธ์ฉบับนี้ แต่เปลี่ยนจาก SIMPLE อัลกอริทึมมาเป็น SIMPLEC อัลกอริทึม

6.3.2 ทำงานวิจัยคล้ายคลึงกับที่ทำในวิทยานิพนธ์ฉบับนี้ แต่เปลี่ยนตำแหน่งการกำหนด Velocity profile จากที่ $x/R = -3$ ให้ไกลไปจากเดิม เช่น $x/R = -10, 20$, และ -40 เป็นต้นเพื่อศึกษาว่าแบบจำลองความปั่นป่วนทั้งสองอันได้แก่ $k-\varepsilon$ model และ RSM ยังให้การทำนายที่แม่นยำเช่นเดียวกับที่ตำแหน่ง $x/R = -3$ หรือไม่

6.3.3 ทำงานวิจัยคล้ายคลึงกับที่ทำในวิทยานิพนธ์ฉบับนี้ โดยเพิ่มแบบจำลองความปั่นป่วนให้เป็น Algebraic stress model (ASM) หรือ Large eddy simulation (LES)

6.3.4 เพิ่มผลกระทบเนื่องจากอุณหภูมิ ซึ่งสามารถนำไปประยุกต์กับการปรับเทียบค่า C_d สำหรับกรณีที่น่าออร์ฟิสไปวัดอัตราการไหลของของไหลที่อุณหภูมิสูงเป็นต้น

6.3.5 เปลี่ยนรูปแบบการติดตั้งออร์ฟิสให้เยื้องศูนย์กลางกับแนวศูนย์กลางของท่อ แต่ทั้งนี้ต้องมีผลการทดลองในลักษณะนี้มาเพื่อเป็นสิ่งเปรียบเทียบ หรือยืนยันคำตอบที่ได้จากการศึกษาเชิงตัวเลขด้วย

บรรณานุกรม

- [1] Bates, C. J., "Laser Doppler Anemometry Measurements of the Flow through an Orifice Plate," Proc. Second Symp. On Flow: Its Measurement and Control in Science and Industry, St. Louis, March 23-26, 1981.
- [2] Blasius, H., 1908, Grenzschichten in Flüssigkeiten mit kleiner Reibung, *Z. Angew. Math. Phys.*, 56, 1-37 (English translation in NACA Technical memo. 1256).
- [3] Boussinesq, J., "Théorie de l'écoulement tourbillant," [Theory of Turbulent Flow] [Memories presents par diverse savants à l'academie des sciences de l'institut de France] Vol. 23, p. 46 (1877).
- [4] Colebrook, C. F., 1939, Turbulent flow in pipes, with particular reference to the transitionregion between the smooth and rough pipe laws, *J. Instn Civ. Engrs*, 11, 133-156 + tables.
- [5] Coles, D. E., 1956, The law of the wake in the turbulent boundary layer, *J. Fluid Mech.*, 1, 191-226.
- [6] Creare Incorporated, *FLUENT MANUAL*, Creare Incorporated, Hanover, New Hampshire, TN-369 Rev. 3, Feb. 1987.
- [7] AEA Technology Engineering Software Limited Waterloo, Ontario, Canada N2L 5Z4, *CFX-TASCflow Theory Documentation Version 2.11*, 2001.
- [8] Daly, B. J. and Harlow, F. H., Transport Equations in Turbulence. *Phys. Fluids*, 13: 2634-2649, 1970.
- [9] Davis, R. W., and Mattingly, G. E., "Numerical Modeling of Turbulent Flow Through Thin Orifice Plate," Proceeding of the Symposium on Flow in Open Channels and Closed Conduits (National Bureau of Standards Publication 484), NBS, Gaithersburg, Maryland, Feb. 23-25, 1977, vol. 2, pp. 491-522.
- [10] Domanus, H. M., Cha, Y. S., Chien T. H., Schmitt, R. C., and Sha, W. T., COMMIX-UM 0.0 Technical manual "A Thermal Hydraulic Finite volume Code for the Analysis of Single-phase Three-dimensional system," Prepare for the U.S. Nuclear Regulatory Commission, 1976-1996.
- [11] Douglas, J. F., Gasiorek, J. M., and Swaffield J. A., "Fluid mechanics," 4th ed., Prentice-Hall, Inc. London, 2001.

- [12] Dyban, Ye. P. and Epik, E. Ya., "Effects of Turbulence on Calculating Heat Transfer Downstream of an Orifice in a Tube," *Heat Transfer*, Soviet Research, vol. 2, no. 1, Jan. 1970, pp. 11-16.
- [13] Fox, R. W. and McDonald, A. T., "Introduction to Fluid Mechanics," 5th ed., John Wiley & Sons, Inc., New York, USA, 1998.
- [14] Fu, S., Launder, B. E., and Leschziner, M. A., Modeling Strongly Swirling Recirculating Jet Flow with Reynolds-Stress Transport Closures. In *Sixth Symposium on Turbulent Shear Flows*, Toulouse, France, 1987.
- [15] Gavrilas, B., and Salay, M., COMMIX-UM 0.0 Technical manual "A Thermal Hydraulic Finite volume Code for the Analysis of Single-phase Three-dimensional system," Prepare for the U.S. Nuclear Regulatory Commission, 1996-1997.
- [16] Gibson, M. M. and Launder, B. E., Ground Effects on Pressure Fluctuations in the Atmospheric Boundary Layer. *J. Fluid Mech.*, 86:491-511, 1978.
- [17] Hagen, G., 1939, Über die Bewegung des Wassers in engen zylinderschen Rohren, *Poggendorff's Ann. Phys. Chem.*, 46, 423-442.
- [18] Klebanoff, P.S., 1955, Characteristics of turbulence in a boundary layer with zero pressure gradient, NACA Rept. 1247.
- [19] Krall, K. M. and Sparrow, E. M., "Turbulent Heat Transfer in the Separated Reattached, and Redevelopment Regions of a Circular Tube," *ASME Journal of Heat Transfer*, vol. 88, Feb. 1996, pp. 131-136.
- [20] Launder, B. E., Second-Moment Closure and Its Use in Modeling Turbulent Industrial Flows. *International Journal for Numerical Methods in Fluids*, 9:963-985, 1989.
- [21] Launder, B. E., Second-Moment Closure: Present... and Future? *Inter. J. Heat Fluid Flow*, 10(4): 282-300, 1989.
- [22] Launder, B. E. and Shima, N., Second-Moment Closure for the Near-Wall Sublayer: Development and Application. *AIAA Journal*, 27(10): 1319-1325, 1989.
- [23] Launder, B. E. and Spalding, D. B., *Lectures in Mathematical Models of Turbulence*. Academic Press, London, England, 1972.
- [24] Lien, F. S. and Leschziner, M. A., Assessment of Turbulent Transport Models Including Non-Linear RNG Eddy-Viscosity Formulation and Second-Moment Closure. *Computers and Fluids*, 23(8):983-1004, 1994.

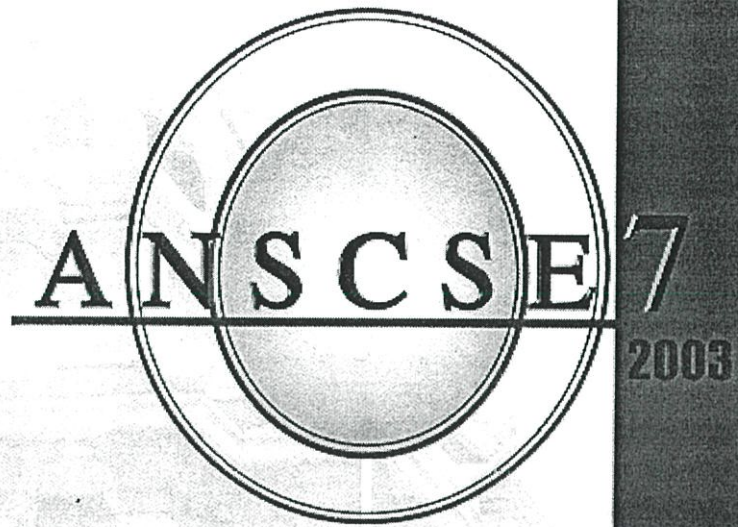
- [25] Millan, P., Gajan, P., Giovannini, A., Alisber, A. and Hebrad, P., "Basic study of Flow Metering of Fluids in Pipes Containing an Orifice Plate," Annual Report (May 1988-April 1989), Rept. No: 8/2314/MES, Gas Research Institute, September 1989.
- [26] Mukerjee, M., Singhal, A. K. and Spalding, D. B., "Applicability of Numerical Flow Models to Orifice Metering Problems," Proc. Conf. On The Metering of Natural Gas and Liquefied Hydrocarbon Gases, Conf. Transcript, London, U.K., Feb. 1-2, 1984, Section 3, pp. 193-210.
- [27] Nail, G. H., "A Study of 3 – Dimensional Flow Through Orifice Meters," Ph.D. Thesis, Texas A&M University, May, 1991.
- [28] Navier, C.L.M.H., 1823, Mémoire sur les lois du mouvement des fluides, *Mem. Acad. R. Sci. Paris*, 6, 389-416.
- [29] Nikuradse, J., 1933, Strömungsgesetze in rauhen Röhren, *Forsch. Arb. Ing.-Wes.*, no. 361. Poiseuille, J.L.M., 1840, Recherches expérimentelles sur le mouvement des liquids dans les tubes de très petits diamètres, *Comptes Rendus*, 11, 961-967, 1041-1048.
- [30] Patankar, S.V., *Numerical Heat Transfer and Fluid Flow*, Hemisphere, New York, 1980.
- [31] Patel, B. R., Sheikholeslami, Z. and Kothari, K., "Numerical Modeling of Turbulent Flow Through Orifice Meters," International Symposium on Fluid Flow Measurement, Washington, D.C., Nov. 1986.
- [32] Prandtl, L., "Über die ausgebildete Turbulenz," [On Fully Developed Turbulence], *ZAMM.*, Vol. 5, pp. 136-139 (1925).
- [33] Rayleigh, Lord, 1880, *Scientific Papers*, vol. 1, 474-487, Dover, New York, 1964.
- [34] Reader-Harris, M. J. and Keegans, W., "Comparison of Computation and LDV Measurement of Flow through Orifice and Perforated Plates, and Computation of the Effect of Rough Pipework on Orifice Plates," International Symposium on Fluid Flow Measurement, Proceedings, Arlington, Virginia, Nov. 16-19, 1986, Session 12, Paper 1, 14pp..
- [35] Reynolds, O., 1883, On the experimental investigation of the circumstances which determine whether the motion of water shall be direct or sinuous, and the law of resistance in parallel channels, *Phil. Trans. Roy. Soc. London Ser. A*, 174, 935-982.

- [36] Reynolds, O., 1895, On the dynamical theory of incompressible viscous fluids and the determination of the criterion, *Phil. Trans. Roy. Soc. London Ser. A*, 186, 123-164.
- [37] Sarkar, S. and Balakrishnan, L., Application of a Reynolds-Stress Turbulence Model to the Compressible Shear Layer. ICASE Report 90-18, NASA CR 182002, 1990.
- [38] Schetz, J. A. "Boundary Layer Analysis," Prentice-Hall, Inc. A Simon & Schuster Company, Englewood Cliffs, New Jersey, USA, 1993.
- [39] Schlichting, H., "Boundary – layer theory," 7th ed. McGraw – Hill, New York, USA, 1979.
- [40] Shen, X., Yan, Y., Gao, J. and Ding, Z., "Turbulent Velocity Measurements in Orifice Pipe Flow with an Improved On-Axis 2-D LDV System," Fourth International Symposium on Application of Laser Anemometry to Fluid Mechanics, Lisbon, Portugal, July 11-14, 1988.
- [41] Spalart, P.R., 1988, Direct simulation of a turbulent boundary layer up to $Re_\tau = 1400$, *J. Fluid Mech.*, 187, 61-98.
- [42] Speziale, C. G., Sarkar, S., and Gatski, T. B., Modelling the Pressure-Strain Correlation of Turbulence: An Invariant Dynamical Systems Approach. *J. Fluid Mech.*, 227:245-272, 1991.
- [43] Stokes, G. G., "On the Theories of Internal Friction of Fluid in Motion," *Trans. Camb. Philos. Soc.*, Vol. 8, pp. 287 – 305 (1845).
- [44] Teysandier, R. G. and Husain, Z. D., "Experimental Investigation of an Orifice Meter Pressure Gradient," Transactions of the ASME *Journal of Fluids Engineering*, vol. 109, June 1987, pp. 144-148.
- [45] Teysandier, R. G. and Wilson, M. P. Jr., "The Paradox of Vena Contracta," *Transactions of the ASME*, Paper 73-WA/FM-9, Dec. 1973, pp. 1-5.
- [46] Tollmien, W., 1929, Über die Entstehung der Turbulenz, *Nachr. Ges. Wiss. Göttingen Math.-Phys. Kl. II*, 21-44, (English translation in NACA Technical Memo. 609).
- [47] Versteeg, H. K. and Malalasekera, W., "An introduction to computational fluid dynamics The finite volume method," 1st ed., Longman Scientific & Technical, Malaysia, 1995.
- [48] Von Kármán, T., (1921) Über laminare und turbulente Reibung, *Z. Angew. Math. Mech.*, 1, 233-252, (English translation in NACA Technical Memo. 1092).
- [49] White, F. M., "Viscous fluid flow," 2nd ed., McGraw – Hill, Singapore, 1991.

- [50] Wilcox, D. C., *Turbulence Modeling for CFD*. DCW Industries, Inc., La Canada, California, 1998.

ภาคผนวก
บทความที่ได้รับการตีพิมพ์

**The Seventh Annual National Symposium
on Computational Science
and Engineering**



March 24 – 26, 2003

Faculty of Science, Chulalongkorn University, Bangkok, Thailand

PARALLEL SESSION II

March 24th, 2003 15:00-16:30

Computational Physics and Fluid Dynamics Program II

- Simulation of flow field in a vortex combustor 30
S. Sripattanapipat, P. Promvonge
- Numerical Simulation of Turbulent Flow of a
Confined Impinging Jet 31
Pongjet Promvonge, Muangkaew Yutan and Somchai
Sripattamapipat
- Numerical Study of Turbulent Flow through a
Circular Orifice 32
Pongjet Promvonge and Suwatchai Srisathit
- Efficient Numerical Technique for Determination
the Patterns of Oscillation Marks on the Steel
Casting Surface 34
Tanagorn Saidchoduk and Benchawan Wiwatanapataphee
- Bubnov-Galerkin Finite Element Pattern in CABG 35
Duangkamol Poltem, Benchawan Wiwatanapataphee, Mahosut,
Punpocha Yongwimon Lenbury

Computational Chemistry and Biology Program II

- Structural and dynamical properties of the hydration
shells of Fe(II) and Fe(III) ions: ab initio QM/MM molecular
dynamics simulations 36
Tawun Remsungnen, Bernd. M. Rode
- Coordination of $[\text{Cu}(\text{H}_2\text{O})_6]^{2+}$: Is it a hexacoordinate? 37
Kanjarat Sukrat, Vudhichai Parasuk
- Structures and Stabilities of $[\text{Cu}(\text{H}_2\text{O})_n]^{2+}$ and $[\text{Cu}(\text{H}_2\text{O})_n]^+$
Complexes for $n=1-6$ 38
engunya Unjit, Vudhichai Parasuk
- Ab initio Study of Thermodynamic properties of Magnesium
complexes modeled from its binding site in HIV-1 Reverse
Transcriptase Active Site 39
Chutharat Chai-ngam and Supa Hannongbua
- The H- π and N- π complexes in drug system: Model Calculation for
Benzene and Pyridine interaction 40
Mayuso Kuno and Supa Hannongbua

Numerical Study of Turbulent Flow through a Circular Orifice

Pongjet Promvonge and Suwatchai Srisathit

*Department of Mechanical Engineering, Faculty of Engineering,
King Mongkut's Institute of Technology Ladkrabang, Bangkok 10520,
Thailand. Email: kppongje@kmitl.ac.th*

The orifice meter is a device commonly used for measuring fluid flow in industrial processes such as metering flow in the natural gas industry. Although more accurate metering methods are available, the orifice plate continues to be preferred. The popularity of the orifice meter can be attributed primarily to its simplicity, relatively low cost and little maintenance requirements in comparison with other fluid meters. The orifice plate becomes the essential part of a fluid flow meter when installed in a pipe such that the fluid stream must negotiate the constriction. Most of the work thus far on orifice meters has focused almost entirely on the determination of discharge coefficients. There have been a handful of attempts to study in detail the flow field in the vicinity of the orifice plate. It is believed that knowledge concerning details of the orifice flow field will lead the way to improvements in metering accuracy. These improvements could come via improved determination and prediction of discharge coefficients.

This paper deals with a numerical simulation of a steady turbulent airflow in a circular duct containing an orifice plate. A Finite Volume approach with a non-uniform and staggered grid system is employed in the present simulation. To account for the turbulence nature of the flow, the standard $k-\epsilon$ turbulence model or a Reynolds stress model is incorporated in the time-averaged governing equations. Effects of numerical diffusion on the calculated results are also investigated by comparing between a second-order-differencing scheme for the convection transport and the first-order upwind scheme. The calculated solutions are in close agreement with 3D LDA measurements. The computations of the flow reveal that the use of a second-order scheme leads to more accurate results than that of a first-order scheme.

Numerical Study of Turbulent Flow through a Circular Orifice

S. Srisathit¹, S. Sripattanapipat², and P. Promvonge¹

¹Dept. of Mechanical Engineering, Faculty of Engineering,
King Mongkut's Institute of Technology Ladkrabang, Bangkok 10520, Thailand.
Email: kppongje@kmitl.ac.th

²Dept of Mechanical Engineering, Faculty of Engineering,
Mahanakorn University of Technology, Bangkok 10530, Thailand.

Abstract

The paper presents a numerical simulation of a steady turbulent airflow in a circular duct containing an orifice plate. A Finite Volume approach with a non-uniform grid system is employed in the present simulation. To account for the turbulence nature of the flow, the standard k- ϵ turbulence model and a Reynolds stress model (RSM) are incorporated in the time-averaged governing equations. Effects of numerical diffusion on the calculated results are also investigated by comparing between a second-order-differencing scheme for the convection transport and the first-order upwind scheme. The calculated solutions with the RSM are in close agreement with measurements. The computations of the flow reveal that the use of the RSM with a second-order scheme leads to more accurate results than that of the standard k- ϵ turbulence model.

Keywords: orifice, turbulent flow, Reynolds stress model.

1. Introduction

The orifice meter is a device commonly used for measuring fluid flow in industrial processes such as metering flow in the natural gas industry. Although more accurate metering methods are available, the orifice plate continues to be preferred. The popularity of the orifice meter can be attributed primarily to its simplicity, relatively low cost and little maintenance requirements in comparison with other fluid meters. The orifice plate becomes the essential part of a fluid flow meter when installed in a pipe such that the fluid stream must negotiate the constriction.

By far the most common orifice plate installation is that of the concentric round orifice plate. In this type of arrangement the orifice is round and the plate is mounted between pipe flanges. The plate is positioned perpendicular to a fully developed pipe flow while at the same time the circular orifice is concentric with respect to the (circular) pipe interior. Other types of orifice plate exist, such as square orifices, series and non-concentric. Also, the inner edge of the orifice is machined in one of several different ways. Some orifice plates are square edged while others are rounded and beveled. This study is concerned with the concentric, round, beveled orifice plate.

Most of the work thus far on orifice meters has focused almost entirely on the determination of discharge coefficients. There have been a handful of attempts to study in detail the flow field in the vicinity of the orifice plate. It is believed that knowledge concerning details of the orifice flow field will lead the way to improvements in metering accuracy. These improvements could come via improved determination and prediction of discharge coefficients.

This paper deals with the simulation of turbulent flow through an orifice plate with a view to increasing the knowledge of orifice meter flow. The mathematical model including the

turbulence models, numerical solution and other computational details is described. Comparisons of the calculated gas axial velocity with 3D LDV measured data [4] are made to evaluate the turbulence models and the numerical schemes used.

2. Mathematical Formulation

2.1 Governing Equations

For constant density, isothermal turbulent flows, the time-averaged incompressible Navier-Stokes equations in the Cartesian tensor notation can be written in the following form:

$$\frac{\partial}{\partial x_i}(\rho u_i) = 0 \quad (1)$$

$$\frac{\partial(\rho u_i u_j)}{\partial x_j} = -\frac{\partial p}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j}(\bar{t}_{ij} + \tau_{ij}) \quad (2)$$

where ρ , u_i , p and x_i are the density, mean velocity tensor, mean pressure and coordinate tensor respectively. The mean viscous stress tensor, \bar{t}_{ij} , is approximated as:

$$\bar{t}_{ij} = \mu \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) \quad (3)$$

where μ is laminar viscosity. The time-averaged Reynolds stress tensor, $\tau_{ij} = -\overline{\rho u_i u_j}$, in the above equation is not known and thus, models are needed to express it in terms of the solution variables. In the present study, two turbulence models are used, namely the k - ε model and a Reynolds stress model (RSM) [1, 2, 3, 10]. The k - ε model has been reviewed in references [1, 10] and it will be described briefly. The standard k - ε model version relates the turbulent eddy viscosity to the turbulence kinetic energy k and the dissipation rate ε through Boussinesq's approximation as:

$$\tau_{ij} = -\frac{2}{3} \delta_{ij}(\rho k) + \mu_t \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) \quad (4)$$

where $\mu_t = \rho C_\mu k^2 / \varepsilon$ is the turbulent eddy viscosity and ε is the dissipation rate of turbulence kinetic energy (TKE). The modelled equation of the TKE, k is given by:

$$\frac{\partial}{\partial x_j}(\rho u_j k) = \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\frac{\mu_e}{\sigma_k} \frac{\partial k}{\partial x_j} \right) + G - \rho \varepsilon \quad (5)$$

in which $\mu_e = \mu_t + \mu$ is effective viscosity. Similarly the dissipation rate of TKE is given by the following equation:

$$\frac{\partial}{\partial x_j}(\rho u_j \varepsilon) = \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\frac{\mu_e}{\sigma_\varepsilon} \frac{\partial \varepsilon}{\partial x_j} \right) + \frac{\varepsilon}{k} (C_{\varepsilon 1} G - C_{\varepsilon 2} \rho \varepsilon) \quad (6)$$

where G is the rate of generation of the TKE while $\rho \varepsilon$ is its destruction rate. G is given by:

$$G = \mu_e \left[\left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) \frac{\partial u_i}{\partial x_j} \right] \quad (7)$$

The boundary values for the turbulent quantities near the wall are specified with the wall function method [6]. $C_\mu = 0.09$, $C_{\varepsilon 1} = 1.44$, $C_{\varepsilon 2} = 1.92$, $\sigma_k = 1.0$, and $\sigma_\varepsilon = 1.3$ are empirical constants [8, 10] in the turbulence equations.

2.2 Reynolds Stress Model (ASM)

Reynolds-averaged transport equations can be solved for τ_{ij} , [1, 10] the modelled equations for which are:

$$\frac{\partial \tau_{ij}}{\partial t} + \frac{\partial (u_k \tau_{ij})}{\partial x_k} = -G_{ij} - \Phi_{ij} + D_{ij} + \varepsilon_{ij} \quad (8)$$

where

$$\begin{aligned} G_{ij} &= \text{local production} = \rho P_{ij} = - \left(\overline{\rho u_i u_k} \frac{\partial u_j}{\partial x_k} + \overline{\rho u_j u_k} \frac{\partial u_i}{\partial x_k} \right) \\ \Phi_{ij} &= \text{local pressure strain} = -C_1 \frac{\rho \varepsilon}{k} \left(\overline{u_i u_j} - \frac{2}{3} k \delta_{ij} \right) - C_2 \left(G_{ij} - \frac{2}{3} G \delta_{ij} \right) \\ D_{ij} &= \text{net diffusive transport} = - \frac{\partial}{\partial x_k} \left(\frac{\mu_e}{\sigma_T} \frac{\partial \overline{u_i u_j}}{\partial x_k} \right) \\ \varepsilon_{ij} &= \text{local dissipation tensor} = \frac{2}{3} \rho \varepsilon \delta_{ij} \end{aligned}$$

in which $C_1 = 2.5$, and $C_2 = 0.55$ are model constants [8].

2.3 Common Form for the Equations

All the governing equations can be re-organised and expressed in a standard form that includes the convection, diffusion, and source terms for 2-D axisymmetric flows as follows:

$$\frac{\partial}{\partial x} (\rho u \phi) + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (\rho v r \phi) - \frac{\partial}{\partial x} \left(\Gamma_{\phi x} \frac{\partial \phi}{\partial x} \right) - \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \Gamma_{\phi r} \frac{\partial \phi}{\partial r} \right) = S_\phi \quad (9)$$

where ϕ may stand for any variable including the velocity components, $\Gamma_{\phi x}$ and $\Gamma_{\phi r}$ are the exchange coefficients for ϕ , and S_ϕ is the source term.

2.4 Solution Procedure

In the present computation, the time-averaged Navier-Stokes equations, the TKE equation, and the TKE dissipation rate equation are solved numerically by a control-volume finite-difference method [5, 9] together with the turbulence model equations, equation (4) for the $k-\varepsilon$ model or equation (8) for the RSM. All equations are in a generalised form of equation (9). The SIMPLE algorithm is utilised for pressure-velocity de-coupling and iteration [5, 8]. The first-order upwind (FOU), the quadratic upstream interpolation for convective kinematics (QUICK) [8] and the second-order upwind (SOU) [7] schemes were used for discretising convection and diffusion transports on a staggered grid cell. The under-relaxation iterative TDMA line-by-line sweeping technique is used for solving the resultant finite-difference equations. The computation was carried out using a personal computer (Pentium IV-2.0 GHz). About 10,000 iterations were needed to achieve satisfactory convergence for each calculation case, which requires about 0.5 hr of computer time.

3. Flow through an Orifice of Nail [4]

A flow in pipe with a circular orifice of Nail [4] was employed in the present simulation. A schematic configuration of the duct orifice is shown in Fig. 1 below. The pipe with a length of $36D$ has a diameter of 50.8 mm and the 3.2-mm thick orifice diameter is 25.4 mm. Profile measurements of centerline axial velocities, wall-static pressure, Reynolds stresses, and wall shear stresses were measured by using Laser Doppler anemometer (LDA). The flow had the

Reynolds number (Re) of 1.84×10^4 and rate of mass flow of 1.356×10^{-2} kg/s with temperature at 300K (see Table 2 below for specifications).

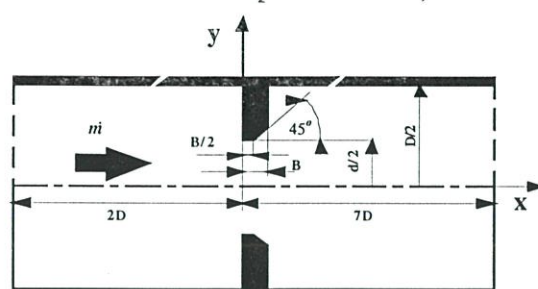


Fig. 1 Geometry of pipe with the orifice

Table 2 Data for flow through an orifice plate [4].

Parameter	Magnitude
Test section characteristics	
Pipe diameter (D), m	0.0508
Orifice diameter (d), m	0.0254
pipe length (L), m	1.8
Inlet fluid properties (air)	
Mean axial velocity, m/s	5.6
Temperature, K	300
Reynolds number	1.84×10^4

4. Results and Discussion

The comparisons between the predicted results by the $k-\epsilon$ turbulence model or the RSM with different numerical schemes and the measured data of the flow are presented in Figs. 2 through 5. The predicted gas pressure and centerline axial velocities are compared with the measurements, where solid or dash curves are represented for the calculated results while open circles for the measured data. In order to reduce uncertainties in the inlet profiles of the mean flow field, the inlet boundary conditions were specified at $x/D = -15.0$ for which measured data was available (or using the one-seventh power law), apart from the radial velocity, v which is set to zero.

4.1 Effects of Numerical Schemes

The distributions of centerline axial velocity predicted with the FOU, SOU and QUICK schemes are compared with the measured data in Fig. 2a. A closer examination reveals that predictions with all three schemes are in good agreement with the measurements only in the upstream of the orifice and in the downstream from $x/D = 5$. However, for prediction with the three schemes, under-predicted results are seen in the downstream orifice region in comparison with experimental data. The use of the SOU and QUICK leads to slight improvement for this flow as can be seen from $x/D = 0$ to $x/D = 5$ in Fig. 2a.

Figure 2b compares the profiles of static pressure along the wall using the FOU, SOU and QUICK schemes with the measurements. It is found that there is a high-pressure drop across the orifice. Predictions with three numerical schemes show favourable agreement in upstream region of the orifice. However, immediately after the orifice plate, the calculated wall pressure rises faster than the experiment shows. At downstream regions from the orifice, the

FOU, SOU and QUICK results are over-predicted. Again, the use of the SOU and the QUICK results in slight improvement for this flow as can be viewed in Fig.2b. Therefore, only the SOU is used in the next evaluation of the turbulence models.

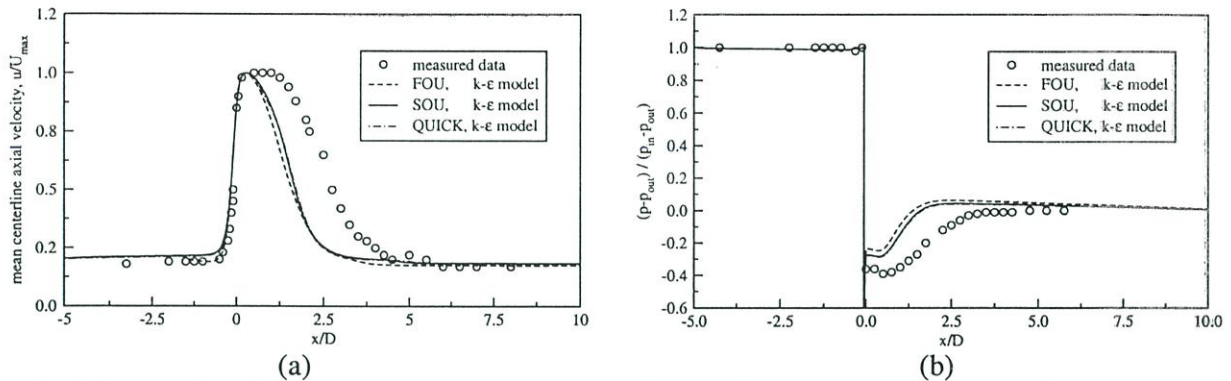


Fig. 2 Comparison between measurements and predicted profiles with different numerical schemes: (a) centerline axial velocity and (b) wall-static pressure.

4.2 Effect of The Turbulence Models

The distributions of centerline axial velocity and wall-static pressure predicted by both turbulence models are compared with the measured data in Fig. 3a and 3b, respectively. It is worth noting that predictions with the RSM are generally in good agreement with the measurements. At downstream regions from the orifice, the RSM results mimic experimental data very well while under-predicted centerline axial velocity and over-predicted wall-static pressure profiles are seen for using the $k-\epsilon$ model. The major difference between calculations with the two turbulence models is most clear in the downstream orifice region. The use of the RSM leads to substantial improvement for this flow as can be seen in Fig. 3.

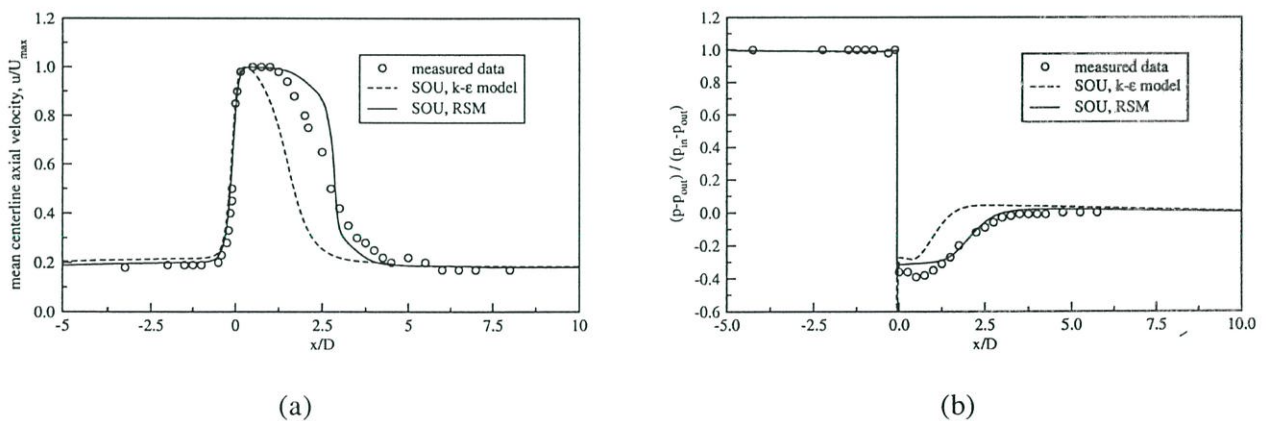


Fig. 3 Comparison of measurements with profiles predicted by different turbulence models of: (a) centerline axial velocity and (b) wall-static pressure.

Streamlines predicted with the $k-\epsilon$ model and the RSM are shown in Fig. 4 and Fig. 5 respectively. A recirculation zone is found at the downstream of the orifice. The size of the recirculation zone calculated by the RSM is larger than that by the $k-\epsilon$ model. The center of recirculation predicted by the RSM is at about $x/D = 1.25$ and $r/D = 0.35$ while at about $x/D = 0.6$ and $r/D = 0.35$ is seen for the $k-\epsilon$ model. The reattachment length, an important measure

of the quality of numerical results, is well predicted ($x_{r,exp} = 2.14D$, $x_{r,calc} = 2.12D$ for the RSM, and $x_{r,calc} = 1.5D$ for the $k-\epsilon$ model).

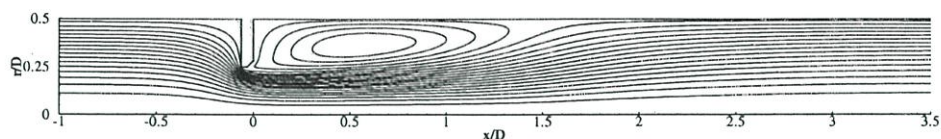


Fig. 4 Streamlines predicted by the $k-\epsilon$ model

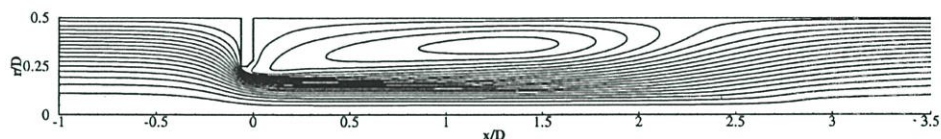


Fig. 5 Streamlines predicted by the RSM

5. Concluding Remarks

Simulations of turbulent flow through a circular orifice plate have been carried out by utilizing the $k-\epsilon$ model and the RSM with three different numerical schemes. The predicted results of mean flow properties are compared with measurements. The conclusions from the investigation can be drawn as follows: Since the RSM represents better the anisotropy of the turbulence, the RSM results with the SOU scheme is in closer agreement with measurements than those with the $k-\epsilon$ model which predicts a fast decay of velocity downstream of the orifice. The computations of the flow showed that the RSM shows a significant improvement over the $k-\epsilon$ model in capturing the mean flow behaviour, superiority rooted in the response of the RSM to turbulence interaction.

6. References

1. Gatski, T.B. (1996), Turbulent Flows: Model Equations and Solution Methodology, in Handbook of Computational Fluid Mechanics, Edited by Roger Peyret, Academic Press Ltd, London.
2. Hogg, S. and Leschziner, M.A.(1989a), Computation of Highly Swirling Confined Flow with a Reynolds Stress Turbulence Model, AIAA J., Vol.27, pp.57-63.
3. Jones, W.P. and Pascau, A. (1989), Calculation of Confined Swirling Flows with a Second Moment Closure, Trans. ASME J. of Fluid Engineering, Vol.111, Sept, pp.248-255.
4. Nail, G.H. (1991), A Study of 3-dimensional flow through orifice meters, Ph.D. Dissertation, Texas A&M University.
5. Patankar, S.V. (1980), Numerical Heat Transfer and Fluid Flow, Hemisphere, Washington, D.C.
6. Patankar, S.V. and Spalding, D.B. (1970), Heat and Mass Transfer in Boundary Layers, Intertext Books, London.
7. Shyy, W., Thakur, S.,and Wright, J. (1992), Second Order Upwind and Central Difference Schemes for Recirculating Flow Computation, AIAA J., Vol.30, No.4, pp.931-932.
8. Sloan, D.G., Smith, P.J., and Smoot, L.D. (1986), Modeling of Swirl in Turbulent Flow System, Progr. Energy Combust. Sci., vol. 12, pp. 163-250.
9. Versteeg, H.K. and Malalasekera, W. (1995), An Introduction to Computational Fluid Dynamics: The Finite Volume Method, Longman Scientific & Technical, Longman Group Limited, England.
10. Wilcox, C.D. (1993), Turbulent Modelling for CFD, DCW Industries, Inc., California.

ประวัติผู้เขียน

นายสุวัจน์ชัย ศรีสถิตย์ เกิดเมื่อวันที่ 16 พฤษภาคม 2518 ที่จังหวัดขอนแก่น สำเร็จการศึกษาระดับปริญญาตรีหลักสูตรวิศวกรรมศาสตรบัณฑิต สาขาวิศวกรรมเครื่องกล จากมหาวิทยาลัยเทคโนโลยีมหานคร เมื่อปีการศึกษา 2540 จากนั้นได้เข้าศึกษาต่อในหลักสูตรวิศวกรรมศาสตรมหาบัณฑิต ภาควิชาวิศวกรรมเครื่องกล คณะวิศวกรรมศาสตร์ สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง เมื่อปีการศึกษา 2541 ปัจจุบันทำงานในตำแหน่งอาจารย์ประจำภาควิชาวิศวกรรมเครื่องกล คณะวิศวกรรมศาสตร์ มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีมหานคร งานที่สนใจได้แก่ Stress analysis in weld line, Stress concentration, Structural design, Machine element shape optimization, และ Application design by CAE programs เช่น ANSYS, CATIA, NASTRAN, COSMOS เป็นต้น