การสร้างแบบจำลอง 3 มิติจากข้อมูลโปรเจคชันที่ได้จากการวาง กล้องไว้ที่ตำแหน่งอิสระ

3D MODELING FROM MULTIPLE PROJECTIONS WITH ARBITARILY LOCATED CAMERA

สสิพงศ์ กิมจำปา

SASIPONG GIMJUMPA

วิทยานิพนธ์นี้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตรปริญญาวิศวกรรมศาสตรมหาบัณฑิต

สาขาวิชาวิศวกรรมอิเล็กทรอนิกส์

บัณฑิตวิทยาลัย

สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง

พ.ศ. 2550

สำนักหอสมุดกลาง พระจอมเกล้าลาดกระบัง

การสร้างแบบจำลอง 3 มิติจากข้อมูลโปรเจคชันที่ได้จากการวาง กล้องไว้ที่ตำแหน่งอิสระ

3D MODELING FROM MULTIPLE PROJECTIONS WITH ARBITARILY LOCATED CAMERA

T074470

สสิพงศ์ กิมจำปา

SASIPONG GIMJUMPA

เลขหมู่..
เลขทะเบียน 74470
วัน,เดือน,ปี - 1 ต.ค. 2550

.b. 11824803
.i.............................

วิทยานิพนธ์นี้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตรปริญญาวิศวกรรมศาสตรมหาบัณฑิต

สาขาวิชาวิศวกรรมอิเล็กทรอนิกส์

บัณฑิตวิทยาลัย

สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง

พ.ศ. 2550

3D MODELING FROM MULTIPLE PROJECTIONS
WITH ARBITARILY LOCATED CAMERA

SASIPONG GIMJUMPA

A THESIS SUBMITTED IN PARTIAL FULFILMENT
OF THE REQUIREMENT FOR THE DEGREE OF
MASTER ENGINEERING IN ELECTRONICS ENGINEERING
SCHOOL OF GRADUATE STUDIES
KING MONGKUT'S INSTITUTE OF TECHNOLOGY LADKRABANG
2007

COPYRIGHT 2007

SCHOOL OF GRADUATE STUDIES

KING MONGKUT'S INSTITUTE OF TECHNOLOGY LADKRABANG

บัณฑิตวิทยาลัย

สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง

ใบรับรองวิทยานิพนธ์

หัวข้อวิทยานิพนธ์	การสร้างแบบจำลอง 3 มิติจากข้อมูลโปรเจคชันที่ได้จากการวางกล้องไว้ที่ตำแหน่งอิสระ 3D Modeling from Multiple Projections with Arbitarily Located Camera
นักศึกษา	นายสสิพงศ์ กิมจำปา
รหัสประจำตัว	48060414
ปริญญา	วิศวกรรมศาสตรมหาบัณฑิต
สาขาวิชา	วิศวกรรมอิเล็กทรอนิกส์

อาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์ รศ.ดร.มนัส สังวรศิลป์

อาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์ร่วม รศ.ดร.ชูชาติ ปีณฑวิรุจน์

คณะกรรมการสอบวิทยานิพนธ์	**ลายมือชื่อ**
รศ.ดร.สุรพันธุ์ เอื้อไพบูลย์	
ดร.กิติพล ชิตสกุล	
ดร.ณัฐชา เดชดำรง	
รศ.ดร.ชูชาติ ปีณฑวิรุจน์	
รศ.ดร.มนัส สังวรศิลป์	

วัน / เดือน/ ปี ที่สอบ 20 เมษายน 2550 เวลา 14.00-16.00 น.

สถานที่สอบ ณ อาคาร 12 ชั้น ชั้น 4 (ห้อง E12-401)

บัณฑิตวิทยาลัยรับรองแล้ว

(รศ.ดร.จารุวัตร เจริญสุข)

คณบดีบัณฑิตวิทยาลัย

วันที่.......18.......**เดือน**.....พฤษภาคม.....**พ.ศ**.....๒๕๕๐.....

หัวข้อวิทยานิพนธ์	การสร้างแบบจำลอง 3 มิติจากข้อมูลโปรเจคชันที่ได้จากการวางกล้องไว้ที่ตำแหน่งอิสระ
นักศึกษา	นายสสิพงศ์ กิมจำปา
รหัสนักศึกษา	48060414
ปริญญา	วิศวกรรมศาสตรมหาบัณฑิต
สาขาวิชา	วิศวกรรมอิเล็กทรอนิกส์
พ.ศ.	2550
อาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์	รศ.ดร มนัส สังวรศิลป์
อาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์ร่วม	รศ.ดร ชูชาติ ปิณฑวิรุจน์

บทคัดย่อ

การสร้างภาพโดยเทคนิคโทโมกราฟีกนั้นเป็นกระบวนการสร้างภาพของวัตถุ จากภาพตัดขวางโดยไม่ทำให้เกิดความเสียหาย ในงานวิจัยนี้จะทำการถ่ายภาพต่อเนื่องรอบวัตถุ โดยให้แสงสว่างแก่ทุกส่วนของวัตถุเพื่อนำภาพในแต่ละมุมที่ได้มาใช้เป็นภาพโปรเจคชันต่อไป กระบวนการสร้างภาพโดยเทคนิคโทโมกราฟฟี่ทั่วไปจะทำการสร้างภาพ 3 มิติโดยนำภาพตัดขวางของวัตถุมาทำการเรียงซ้อนกันตามลำดับ โดยภาพที่ได้จากกระบวนการสร้างภาพแบบโทโมกราฟฟี่นี้แม้จะไม่ได้แสดงรายละเอียดของส่วนภายในของวัตถุ แต่จะแสดงรายละเอียดของส่วนขอบและพื้นผิวได้ในงานวิจัยฉบับนี้ได้ทำการพัฒนาหลักการของการสร้างภาพแบบ 3 มิติจากกล้องโดยทำการปรับปรุงกระบวนการส่วนของการวางตำแหน่งการวางกล้องให้สามารถทำการวางตำแหน่งกล้องได้อย่างอิสระมีพื้นฐานมาจากเทคนิคการสร้างภาพจากกล้องที่ใช้ทั่วไป ข้อมูลพิกัดทางเรขาคณิตจากภาพต้นแบบซึ่งได้จากการถ่ายวัตถุที่มุมต่างกัน จะถูกนำมาผ่านกระบวนการคำนวณเพื่อทำการแยกข้อมูลที่ต้องการออกมาก่อนจะนำข้อมูลที่ได้ มาสร้างเป็นภาพ 3มิติออกมา โดยการจำลองผลโดยใช้กระบวนการสร้างภาพที่กล่าวข้างต้นได้ผลเป็นที่น่าพอใจ

Thesis Title	3D MODELING FROM MULTIPLE PROJECTIONS WITH ARBITARILY LOCATED CAMERA
Student	Mr. SASIPONG GIMJUMPA
Student ID.	48060414
Degree	Master of Engineering
Program	Electronics Engineering
Year	2007
Thesis Advisor	Assc. Prof. Dr. Manas Sangworasil
Thesis Advisor -Co	Assc. Prof. Dr. Chuchart Pinthaviruj

ABSTRACT

Tomographic imaging is a technique for exploration of a cross-section of an inspected object without destruction. In this research, the series of photographs taken around the opaque object under the ambient light is completely served as the projections- the so-called photo-graphic tomography. From the process of tomography, the outcome is the stack of pseudo cross-sectional image. Not the internal of cross section is authentic, but the edge or contour is valid. In this paper, the concept for 3D modeling using photographic tomography was extended to the case where the camera pose can be varied arbitrary. In such case, camera pose is determined using general camera modeling technique. The extracted geometric transform matrix is used to reorient reconstructed data before implementing the tomographic process. The simulation result is very promising.

กิตติกรรมประกาศ

วิทยานิพนธ์ฉบับนี้ลุล่วงได้อย่างดี ด้วยความช่วยเหลือและการสนับสนุนจากบุคคลหลายๆ ท่าน ซึ่งผู้เขียนขอขอบพระคุณทุกๆ ท่านต่อไปนี้

ขอขอบพระคุณ คุณพ่อ คุณแม่ ที่ให้ความสนับสนุนด้านทุนการศึกษาตลอดจนคำแนะนำ และกำลังใจในการทำวิทยานิพนธ์ฉบับนี้ด้วยดีเสมอมา

ขอขอบพระคุณ รศ.ดร.มนัส สังวรศิลป์ อาจารย์ที่ปรึกษาผู้ซึ่งคอยให้คำปรึกษา และให้ความสนับสนุนทางด้านความรู้และแนวทางในการทำวิทยานิพนธ์ ตลอดระยะเวลาการศึกษา รวมถึงเอื้อเฟื้อสนับสนุนเครื่องมือที่ใช้ในการทำงานวิจัย ซึ่งผู้เขียนรู้สึกซาบซึ้งในความเมตตาของท่านเป็นอย่างสูง

ขอขอบพระคุณ รศ.ดร.ชูชาติ ปัณฑวิรุจน์ อาจารย์ที่ปรึกษาร่วม ผู้ซึ่งให้คำปรึกษา และคำแนะนำต่างๆเกี่ยวกับงานวิจัย

และสุดท้าย ขอขอบพระคุณ เพื่อนๆ พี่ๆ น้องๆ ในห้องวิจัยที่ได้แบ่งปันความรู้หลายๆอย่าง ตลอดจนช่วยเหลือในการจัดทำวิทยานิพนธ์ฉบับนี้

คุณค่าและประโยชน์อันพึงมีจากวิทยานิพนธ์ฉบับนี้ ผู้วิจัยขอมอบแด่ผู้มีพระคุณทุกท่าน

สสิพงศ์ กิมจำปา

สารบัญ

หน้า

บทคัดย่อภาษาไทย I

บทคัดย่อภาษาอังกฤษ II

กิตติกรรมประกาศ III

สารบัญ IV

สารบัญตาราง VII

สารบัญรูป VIII

บทที่ 1 บทนำ 1

1.1 ความเป็นมาและความสำคัญของปัญหา...1

1.2 ความมุ่งหมายและวัตถุประสงค์ของการศึกษา.......................................2

1.3 สมมติฐานของการศึกษา 2

1.4 ทฤษฎีหรือแนวความคิดที่ใช้ในงานวิจัย 2

1.5 ขอบเขตของงานวิจัย 3

บทที่ 2 ภาพตัดขวางของวัตถุและคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวข้อง............ 4

2.1 บทนำ 4

2.2 วิธีการสร้างภาพตัดขวาง 4

2.3 พื้นฐานของการสร้างแบบจำลอง 3มิติ...5

2.3.1 แบบจำลองเชิงวัตถุพื้นผิว...5

2.3.2 การสร้างภาพเชิงปริมาตร..7

2.4 ขั้นตอนพื้นฐานในการสร้างแบบจำลอง 3มิติ..10

บทที่ 3 อัลกอริธึมของการสร้างภาพตัดขวาง 11

3.1 บทนำ...11

3.2 การสร้างภาพตัดขวางแบบพัด...11

3.21 มุมระหว่าเส้นแสงเท่ากัน...11

3.2.2 ระยะระหว่าเส้นแสงเท่ากัน...12

3.3 การสร้างภาพตัดขวางแบบกรวย...18

3.4 โปรเจคชันของวัตถุ 3 มิติ..19

สารบัญ(ต่อ)

หน้า

3.5 ฟิลเตอร์แบ็คโปรเจคชันแบบ 3 มิติ......22

3.6 ART และ SART แบบ 3 มิติ......24

บทที่ 4 การแปลงเชิงเรขาคณิต......29

4.1 บทนำ......29

4.2 การแปลงเชิงเรขาคณิตแบบเชิงเส้น......29

4.2.1 การเลื่อนพิกัด (Translation)......30

4.22 การสเกล (Scaling)......31

4.2.3 การหมุนวัตถุ (Rotation)......32

4.24 การสะท้อน (Reflection)......33

4.2.5 การเฉือน (Shearing)......35

4.2.6 การฉายภาพ (Projection)......36

4.2.6.1 การฉายภาพแบบตั้งฉาก (Orthographic Projections)......36

4.2.6.2 การฉายภาพแบบเพอร์สเปกทีฟ (Perspective Projections)......37

4.2.7 การแปลงแบบผสม (Multiple Transformations)......40

บทที่ 5 การปรับเทียบกล้อง......41

5.1 บทนำ......41

5.2 เรขาคณิตสำหรับการเห็นใน 3 มิติ......41

5.2.1 การเกิดภาพในกรณีที่พิกัดโลกซ้อนทับพิกัดกล้อง......41

5.22 การแปลงจากหน่วยความยาวเป็นพิกเซล......42

5.2.3 กรณีที่พิกัดของโลกไม่ซ้อนทับกับพิกัดของกล้อง......43

5.3 การปรับเทียบกล้อง......44

บทที่ 6 การทดลองและผลการทดลอง......47

6.1 บทนำ......47

6.2 การทดลองโดยการจำลองวัตถุจากคอมพิวเตอร์......47

6.3 การทดลองสร้างแบบจำลอง 3มิติจากวัตถุจริง......52

สารบัญ(ต่อ)

หน้า

บทที่ 7 สรุปผลและวิจารณ์ผลการทดลอง....................65

7.1 สรุปและวิจารณ์ผลการทดลอง....................65

7.2 ข้อเสนอแนะ....................66

เอกสารอ้างอิง....................67

ประวัติผู้เขียน....................68

สารบัญตาราง

ตารางที่ หน้า

3.1 พารามิเตอร์รูปทรงเรขาคณิตสำหรับสร้าง Shepp-Logan head phantom 3 มิติ 20

6.1 แสดงความสัมพันธ์ของค่าความผิดพลาดและเวลากับจำนวนโปรเจคชันที่เปลี่ยนแปลง.........48

6.2 แสดงข้อมูลโปรเจคชันของวิธี Cone beam กับวิธีของ Camera Calibration.............................50

6.3 แสดงค่าความผิดพลาดของ Camera Calibration เปรียบเทียบกับวิธีของ Cone beam................51

6.4 แสดงค่าความผิดพลาดของ Camera Calibration Cone beam และ Spiral Cone beam ที่จำนวน
โปรเจคชัน 40โปรเจคชัน..52

6.5 แสดงความผิดพลาดปริมาตรของวัตถุจริงกับแบบจำลอง 3มิติที่เราสร้างขึ้น...........................54

สารบัญรูป

รูปที่ หน้า

2.1 หลักการสร้างภาพตัดขวางโดยวิธีการส่งผ่าน การแผ่ และการสะท้อน.....4

2.2 (ก) แสดงระบบของ Stereoscopy (ข) ตัวอย่างผลของ Stereoscopy.....6

2.3 แสดงตัวอย่างผลของ Laser Range Scanner.....6

2.4 (ก) แสดงระบบของ Structured Light (ข) ตัวอย่างผลของ Structured Light.....7

2.5 (ก) แสดงภาพต้นแบบ (ข) ตัวอย่างผลของ Shape from shading.....7

2.6 (ก) แนวคิดของ ray Casting (ข) ตัวอย่างผลของการเรนเดอร์ริงจากวิธีของ ray Casting.....8

2.7 การเรนเดอร์ริงด้วยวิธี shear Warp.....9

2.8 พื้นผิวมาตรฐาน (ก) แบบ 2มิติ (ข) แบบ 3มิติ.....9

2.9 แสดงพื้นฐานการสร้างแบบจำลอง 3มิติ.....10

3.1 เส้นทางเดินแสง.....11

3.2 ข้อมูลโปรเจคชันเมื่อพิจารณาทางเดินแสงแบบพัดที่มีระยะห่างระหว่างหัวรับเท่ากัน.....12

3.3 ข้อมูลโปรเจคชันเมื่อพิจารณาทางเดินแสงแบบพัดที่มีระยะห่างระหว่างหัวรับเท่ากัน.....13

3.4 ข้อมูลโปรเจคชันเมื่อพิจารณาทางเดินแสงแบบพัดที่มีระยะห่างระหว่างหัวรับเท่ากัน.....16

3.5 เรขาคณิตของทางเดินแสงแบบพัดที่พิจารณาระยะห่างระหว่างหัวรับเท่ากัน.....16

3.6 การสร้างภาพตัดขวางจากวัตถุ 3 มิติ.....18

3.7 การพิจารณาทางเดินแสงแบบกรวยในรูปแบบทางเดินแสงแบบพัด.....18

3.8 ความสัมพันธ์ของการหมุนของระบบโคออร์ดิเนต.....19

3.9 Shepp and Logan head phantom แบบ 3 มิติสำหรับทดสอบกระบวนการสร้างภาพแบบกรวย.....21

3.10 ภาพแสดงระบบพิกัด (t ,s).....23

3.11 บล็อกไดอะแกรมของอัลกอริธึมเชิงพีชคณิต.....24

3.12 ภาพแสดงเส้นทางเดินแสงแบบต่าง ๆ ในข้อมูลเชิงปริมาตร.....26

3.13 โปรแกรมการทำงาน ART แบบเดิม.....26

3.14 โปรแกรมการทำงานของ SART แบบเดิม.....27

3.15 ภาพแสดงข้อมูลเชิงปริมาตรบนเส้นทางเดินแสง.....27

4.1 ส่วนประกอบของระบบพิกัดโฮโมจีเนียส.....30

4.2 การเลื่อนจุดกึ่งกลางของปริมาตรต้นฉบับมายังจุดกำเนิด.....31

4.3 การสเกลวัตถุ.....32

สารบัญรูป(ต่อ)

รูปที่ หน้า

4.4 การแปลงแบบหมุนรอบแกนทั้งสาม....33

4.5 การสะท้อนวัตถุกับระนาบ XY....34

4.6 การเฉือนโดยสัมพันธ์กับค่า z เมื่อ $Sh_{zx} = 0$ และ $Sh_{zy} = 1$....35

4.7 แสดงการฉายภาพลงบนระนาบ $x = 0$, $y = 0$ และ $z = 0$....36

4.8 การฉายภาพแบบเพอร์สเปกทีฟ....37

5.1 แบบจำลองของระบบสร้างภาพ....41

5.2 พิกัดของภาพ....42

5.3 แบบจำลองการเกิดภาพ....43

5.4 ภาพของตารางหมากรุกที่นำมาใช้ในการปรับเทียบกล้อง....45

6. 1 (ก) แสดงภาพตัดขวางของแบบจำลองที่เราใช้ในการทดสอบ....48

(ข) แสดงแบบจำลอง 3มิติ....48

6.2 กราฟแสดงความสัมพันธ์ระหว่างจำนวนโปรเจคชันที่เปลี่ยนแปลงกับค่าความผิดพลาด....49

6.3 กราฟแสดงคามสัมพันธ์ระหว่างจำนวนโปรเจคชันที่เปลี่ยนแปลงกับเวลา....49

6.4 กราฟแสดงค่าความผิดพลาดของ Camera Calibration เปรียบเทียบกับวิธีของ Cone beam....51

6.5 กล่องอ้างอิง....52

6.6 แสดงข้อมูลโปรเจคชันวัตถุรูปเหยือกน้ำ....55

6.7 ก , ข) แสดงรูปของวัตถุจริง (ค) แสดงภาพตัดขวางของวัตถุสไลด์ที่110 (ง) แสดงภาพตัดขวางของวัตถุสไลด์ที่ 150 (จ) แสดงแบบจำลอง 3มิติหลังผ่านกระบวนการเรนเดอร์ริ่ง(Az -80 , El 179 , Tw 0) และ (Az -4 , El 181 , Tw 0)....56

6.8 แสดงข้อมูลโปรเจคชันวัตถุรูปกาน้ำ....57

6.9 (ก , ข) แสดงรูปของวัตถุจริง (ค) แสดงภาพตัดขวางของวัตถุสไลด์ที่110 (ง) แสดงภาพตัดขวางของวัตถุสไลด์ที่ 150 (จ) แสดงแบบจำลอง 3มิติหลังผ่านกระบวนการเรนเดอร์ริ่ง(Az -83 , El 178 , Tw 0) และ (Az 6 , El 177 , Tw 0)....58

6.10 แสดงข้อมูลโปรเจคชันวัตถุรูปสุนัข....59

6.11 (ก , ข) แสดงรูปของวัตถุจริง (ค) แสดงภาพตัดขวางของวัตถุสไลด์ที่ 113 (ง) แสดงภาพตัดขวางของวัตถุสไลด์ที่ 186 (จ) แสดงแบบจำลอง 3มิติหลังผ่านกระบวนการเรนเดอร์ริ่ง (Az -84 ,El 181 ,Tw 0) และ(Az 8 , El 179 , Tw 0)....60

6.12 แสดงข้อมูลโปรเจคชันวัตถุรูปหมู....61

สารบัญรูป(ต่อ)

รูปที่ หน้า

6.13 (ก , ข) แสดงรูปของวัตถุจริง (ค)แสดงภาพตัดขวางของวัตถุสไลด์ที่105 (ง)แสดงภาพตัดขวางของวัตถุสไลด์ที่ 186 (จ) แสดงแบบจำลอง 3มิติหลังผ่านกระบวนการเรนเดอร์ริง(Az -28 , El 179 , Tw 0) และ (Az 97 , El 181 , Tw 0)……………………………………………62

6.14 แสดงข้อมูลโปรเจคชันวัตถุรูปแก้วน้ำ……………………………………………………63

6.15 (ก , ข)แสดงรูปของวัตถุจริง (ค) แสดงภาพตัดขวางของวัตถุสไลด์ที่160 (ง)แสดงภาพตัดขวางของวัตถุสไลด์ที่ 200 (จ) แสดงแบบจำลอง 3มิติหลังผ่านกระบวนการเรนเดอร์ริง(-Az -274 , El 181 , Tw 0) และ (-Az -74 , El 181 , Tw 0) ……………………………………………64

บทที่ 1
บทนำ

1.1 ความเป็นมาและความสำคัญของปัญหา

ในปัจจุบันเทคนิคการสร้างภาพ 3 มิติ เป็นหัวข้อวิจัยที่ได้รับความสนใจในช่วงทศวรรษที่ผ่านมาภาพ 3 มิติที่สร้างได้นั้นได้ถูกนำไปประยุกต์ใช้งานในหลายๆด้านด้วยกัน เช่น การควบคุมหุ่นยนต์ การวัดระยะทางและปริมาตรเป็นต้น ได้มีการนำเสนอเทคนิคการสร้างภาพ 3 มิติอยู่หลายเทคนิคเช่น การใช้กล้องสเตริโอ [1-2] การใช้เลเซอร์ในการสแกน [3] การฉายวัตถุด้วยแสงที่มีรูปแบบต่างๆ (Structured Light) [4-7] เป็นต้น เทคนิคการใช้กล้องสเตริโอนั้นจะต้องมีการหาจุดสอดคล้องระหว่างภาพซ้ายและภาพขวา ซึ่งเป็นปัญหาที่ยุ่งยาก และซับซ้อน รวมทั้งยังต้องการข้อมูลต่างๆที่เกี่ยวข้องกับการถ่ายเช่น ตำแหน่งของกล้องและวัตถุ การทำมุมของกล้อง เป็นต้น เทคนิคการฉายวัตถุด้วยแสงที่มีรูปแบบต่างๆสามารถแก้ไขปัญหาที่เกี่ยวกับการหาจุดสอดคล้องได้ ในวิธีนี้วัตถุจะถูกฉายด้วยแสงที่มีรูปแบบต่างๆ เช่น เป็นจุด หรือเส้นกริด เป็นต้น จากนั้นก็จะใช้กล้องจับภาพวัตถุเพื่อทำการวิเคราะห์ต่อไป ปัญหาเกี่ยวกับการหาจุดสอดคล้องในเทคนิคการฉายวัตถุด้วยแสงนั้นเป็นหัวข้อที่ได้รับการสนใจและนำเสนออย่างกว้างขวางเช่น เทคนิค time modulation [8] เทคนิค spatial encoding [9] และเทคนิค color coding [10] เป็นต้น เทคนิคการใช้แสงเลเซอร์ในการสแกนนั้น ได้ข้อมูลเกี่ยวกับระยะทางของจุด/เส้นสแกน ได้จากการวัดเวลาที่แสงเลเซอร์เดินทาง (Time of Flight) หรือใช้เทคนิคการเทียบรูปสามเหลี่ยม (Triangulation) เทคนิคการใช้แสงเลเซอร์ในการสแกน จะให้ความแม่นยำสูง อย่างไรก็ตามเทคนิคนี้จะต้องใช้เครื่องสแกนที่มีความซับซ้อนและมีราคาแพงมาก

งานวิจัยฉบับนี้ได้นำเสนอวิธีใหม่ในการสร้างภาพ 3 มิติ โดยเราได้ประยุกต์มาจากเทคนิคการสร้างภาพ 3 มิติจากภาพตัดขวางทางการแพทย์ (ภาพ CT, MRI, etc.) โดยในวิธีใหม่นี้เราจะถ่ายรูปรอบๆวัตถุที่จะทำสร้างรูป 3 มิติหลายๆ มุม ด้วยกล้องดิจิตอลที่รอบวัตถุอย่างอิสระหลายๆ มุม จากนั้นนำข้อมูลภาพมาเป็นข้อมูลโปรเจคชัน ข้อมูลโปรเจคชัน นี้สามารถนำเอาไปสร้างเป็นภาพตัดขวางแบบ Cone-beam Tomography เทคนิคการสร้างภาพตัดขวางจากข้อมูลโปรเจคชันเราจะใช้เทคนิคการสร้างภาพกลับจากวิธีการปรับเทียบกล้อง(Camera Calibration) มาใช้ในการสร้างภาพตัดขวาง เมื่อสร้างภาพตัดขวางทุกๆแถวแล้ว เราก็นำเอาภาพตัดขวางนั้นมาเรียงซ้อนกันเพื่อสร้างเป็นข้อมูลเชิงปริมาตร (Volumetric Data) จากนั้นก็ใช้เทคนิคการให้แสงและเงากับพื้นผิวของวัตถุด้วยเทคนิคการให้แสงเงาที่มีใช้กันอย่างกว้างขวาง ข้อดีของเทคนิคที่นำเสนอนี้คือ ไม่

จำเป็นต้องแก้ไขปัญหาที่เกี่ยวกับการหาจุดสอดคล้อง ไม่ต้องการเครื่องมือที่ซับซ้อนยุ่งยากและราคาแพง

1.2 ความมุ่งหมายและวัตถุประสงค์ของการศึกษา

1. เพื่อพัฒนาให้ระบบการสร้างภาพ3มิติที่ใช้เครื่องมือที่ซับซ้อนยุ่งยาก มีความซับซ้อนของเครื่องมือที่ใช้ในการสร้างภาพตัดขวางลดลง
2 เพื่อที่จะสามารถนำหลักการที่นำเสนอที่ใช้ในการสร้างภาพ 3มิติไปประยุกต์ใช้งานในด้านต่าง ๆ ได้

1.3 สมมติฐานของการศึกษา

การสร้างภาพ 3มิติโดยทั่วไปไม่ว่าจะเป็นการสร้างภาพ 3มิติโดยการใช้กล้องสเตริโอการใช้เลเซอร์ในการสแกนหรือการฉายวัตถุด้วยแสงที่มีรูปแบบต่างๆ นั้นระบบในการสร้างภาพ 3มิติมีความซับซ้อนและยุ่งยากมากอีกทั้งอุปกรณ์ที่นำมาใช้นั้นมีราคาแพง โดยเฉพาะเทคนิคการใช้กล้องสเตริโอนั้นจะต้องมีการหาจุดสอดคล้องระหว่างภาพซ้ายและภาพขวา ซึ่งเป็นปัญหาที่ยุ่งยาก และซับซ้อน รวมทั้งยังต้องการข้อมูลต่างๆที่เกี่ยวข้องกับการถ่ายเช่น ตำแหน่งของกล้องและวัตถุ การทำมุมของกล้องที่ต้องมีการกำหนดตำแหน่งที่แน่นอน ดังนั้นวิธีการที่จะลดความยุ่งยากของอุปกรณ์และการกำหนดตำแหน่งที่แน่นอนของกล้องได้โดยใช้วิธีการของการปรับเทียบกล้อง (Camera Calibration) มาใช้ในการสร้างภาพ 3มิติ ซึ่งวิธีการของการปรับเทียบกล้อง (Camera Calibration) เป็นการหาค่าประมาณเมทริกซ์ M จากจุดในฉาก 3 มิติที่รู้ตำแหน่งและภาพที่เกิดขึ้นของจุดนั้นเอง

1.4 ทฤษฎีหรือแนวความคิดที่ใช้ในการวิจัย

การปรับเทียบกล้อง(Camera Calibration) เป็นการหาประมาณเมทริกซ์ M จากจุดในฉาก 3 มิติที่รู้ตำแหน่งและภาพที่เกิดขึ้นของจุด ซึ่งจากการปรับเทียบกล้องนั้นเราสามารถได้ความสัมพันธ์ของจุดที่เกิดขึ้นในพิกัดภาพและพิกัดโลกได้ ไม่ว่าตำแหน่งของกล้องจะอยู่ที่ตำแน่งใดๆเราก็สามารถหาความสัมพันธ์ของจุดที่เกิดขึ้นในพิกัดภาพและพิกัดโลกได้ ซึ่งในงานวิจัยเราได้นำความสัมพันธ์ของจุดที่เกิดขึ้นในพิกัดภาพและพิกัดโลก มาใช้ในการสร้างภาพตัดขวางเพื่อนำไปสร้างภาพ 3มิติ

1.5 ขอบเขตการวิจัย

วิทยานิพนธ์ฉบับนี้ได้ทำการศึกษาเพื่อทำการสร้างภาพ 3มิติ จากข้อมูลโปรเจคชันที่ได้จากการวางตำแหน่งกล้องอิสระซึ่งเราจะใช้วิธีการสร้างภาพกลับโดยวิธีการปรับเทียบกล้อง(Camera Calibration) ซึ่งเป็นเทคนิคใหม่ในการสร้างภาพตัดขวาง โดยรายละเอียดต่างๆภายในวิทยานิพนธ์ฉบับนี้ได้จัดแบ่งเนื้อหาออกเป็น 6 บทซึ่งแต่ละบทมีหัวข้อและเนื้อหาดังต่อไปนี้

บทที่ 1 บทนำ

อธิบายถึงความเป็นมาและความสำคัญของปัญหาตลอดจนวัตถุประสงค์และขอบเขตของวิทยานิพนธ์

บทที่ 2 แบบจำลอง 3มิติ

กล่าวถึงการสร้างภาพตัดขวางภาพ พื้นฐานในการสร้างแบบจำลอง 3มิติที่วิธีต่างๆและขั้นตอนในการสร้างแบบจำลอง 3มิติ

บทที่ 3 การสร้างภาพตัดขวางที่มีทางเดินแสงแบบกรวย

กล่าวถึงการสร้างภาพตัดขวางรวมทั้งอัลกอริธึมในการสร้างภาพตัดขวางโดยวิธีต่างๆ ได้แก่ วิธีการแปลงฟูเรียร์ วิธีแบ็คโปรเจคชัน วิธีฟิวเตอร์แบ็คโปรเจคชัน และวิธีเชิงพีชคณิต สำหรับทางเดินแสงแบบกรวย

บทที่ 5 การแปลงเชิงเรขาคณิต

กล่าวถึงคณิตศาสตร์ที่ว่าด้วยการแปลงพิกัดภาพหรือวัตถุหนึ่งไปยังพิกัดใหม่โดยใช้พารามิเตอร์ของการแปลง

บทที่ 5 การปรับเทียบกล้อง

กล่าวถึงคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวข้องกับการปรับเทียบกล้อง และหลักการในการปรับเทียบกล้อง

บทที่ 6 การทดลองและผลการทดลอง

ในการทดลองได้กล่าวถึงวิธีการวัดความผิดพลาดของวัตถุที่หลังจากการผ่านกระบวนการสร้างภาพ 3มิติ

บทที่ 7 สรุปผลและแนวทางการพัฒนา

กล่าวถึงบทสรุปของวิทยานิพนธ์

บทที่ 2

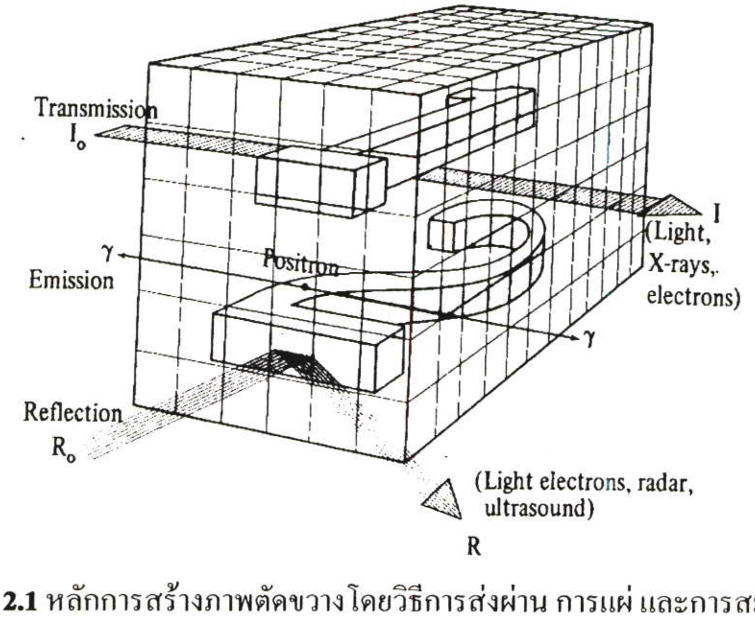
แบบจำลอง 3มิติ

2.1 บทนำ

หลักการของโทโมกราฟฟี่เป็นเทคนิคที่นิยมใช้สำหรับการวิเคราะห์วัตถุ เพราะว่าเทคนิคนี้จะไม่ทำลายวัตถุ ผลที่ได้จากหลักการโทโมกราฟฟี่คือภาพตัดขวางของวัตถุ โดยแบบจำลอง3มิติก็เป็นส่วนหนึ่งในการนำเอาหลักการของโทรโมกราฟฟี่มาใช้ในบทนี้ จะกล่าวถึงวิธีการสร้างภาพตัดขวางและการประยุกต์ใช้งานและในส่วนถัดไปจะบรรยายถึงพื้นฐานของของการสร้างแบบจำลอง 3มิติและเทคนิคที่ถูกนำไปใช้ กับการสร้างแบบจำลอง 3มิติได้อย่างไร

2.2 วิธีการสร้างภาพตัดขวาง

ปัญหาที่สำคัญในการประมวลผลเชิงภาพ (Image Processing) คือ การสร้างภาพตัดขวางของวัตถุโดยไม่ต้องทำลายวัตถุนั้น จากรูปที่ 2.1 พิจารณารูปสี่เหลี่ยมทรงลูกบาศก์ตัน ภายในประกอบด้วยเลขหนึ่งและสอง วิธีการที่ง่ายที่สุดเพื่อที่จะรู้ว่าภายในสี่เหลี่ยมตันนี้ประกอบด้วยอะไรบ้าง คือ การผ่าวัตถุตามแนวขวางให้ผ่านส่วนที่ต้องการดู อย่างไรก็ตาม ในทางปฏิบัติในกรณีต่างๆ เช่น การวินิจฉัยโรคทางการแพทย์ (Medical diagnosis) การสังเกตดูดวงดาว (Astronomical observation) การทดสอบในทางอุตสาหกรรมโดยไม่ต้องทำลาย (Industrial nondestructive testing) เป็นต้น จะไม่สามารถใช้วิธีการนี้ได้



รูปที่ 2.1 หลักการสร้างภาพตัดขวางโดยวิธีการส่งผ่าน การแผ่ และการสะท้อน

วิธีการสร้างภาพตัดขวางโดยไม่ต้องทำลายวัตถุ แบ่งออกเป็นหลักใหญ่ๆ 3 วิธี คือ การส่งผ่าน(Transmission), การแผ่ (Emission), และการสะท้อน (Reflection) ในการส่งผ่านเราจะใช้รังสีเอ็กซ์, ลำอิเล็กตรอน, ความร้อนหรือแสง หรือพลังงานใดๆก็ได้ที่ประพฤติตนตามกฎของการดูดซึม (Absorption law) โดยพลังงานที่ผ่านเข้าไปในวัตถุถูกดูดซึมในส่วนต่างๆของวัตถุไม่เท่ากัน พลังงานส่วนที่ทะลุออกมา เรียกว่า โปรเจคชัน และภาพตัดขวางที่ได้จากวิธีการนี้ คือ ภาพตัดขวางจากเครื่องเอ็กซ์เรย์คอมพิวเตอร์ ในวิธีการแผ่เราจะฉีดสารที่มีกัมมันตภาพรังสีเป็นส่วนประกอบ เมื่อสารนี้ไปยังอวัยวะที่สนใจก็จะแผ่รังสีแกมมาในทิศทางที่แตกต่างกัน ความแตกต่างของเวลาที่ใช้ในการเดินทางของรังสีแกมมาที่ผ่านตำแหน่งเดียวกัน จะสามารถนำไปประมวลผลหาตำแหน่งของจุดนั้นได้ ภาพตัดขวางที่ได้จากวิธีนี้คือ ภาพตัดขวางจากเครื่องโพซิตรอนอิมิสชันโทโมกราฟฟี (Positron Emission Tomography หรือ P.E.T) และ เครื่องซิงเกิลโฟตอนอิมิสชันโทโมกราฟฟี (Single Photon Emission Computed Tomography หรือ S.P.E.C.T) ส่วนการสะท้อนจะใช้คุณสมบัติการสะท้อนของผิวหน้าของวัตถุมาตรวจสอบหาลักษณะของวัตถุได้ แหล่งพลังงานที่ใช้ เช่น แสง, ลำอิเล็กตรอน, เรดาร์, หรือ อุลต้าโซนิค ภาพตัดขวางที่ได้จากวิธีนี้ คือ ภาพตัดขวางจากเครื่องอัลตร้าซาวนด์ (Ultarsound)

2.3 พื้นฐานของการสร้างแบบจำลอง 3มิติ

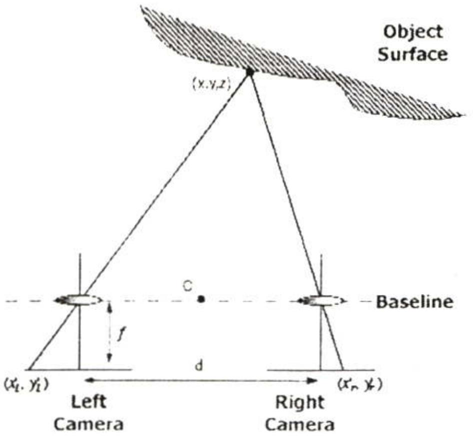
โดยปกติแล้วแบบจำลอง 3มิติถูกประยุกต์ใช้ในหลายๆด้านเพราะว่าสามารถนำมาช่วยในการวิเคราะห์วัตถุ โดยแบบจำลอง 3มิติสามารถแบ่งได้เป็น 2 ประเภทได้แก่ แบบจำลองวัตถุเชิงพื้นผิว และแบบจำลองวัตถุเชิงปริมาตร โดยที่ ส่วนของแบบจำลองเชิงพื้นผิวถูกแสดงในส่วนรูปร่างเพียงอย่างเดียวขณะที่แบบจำลองวัตถุเชิงปริมาตรสามารถมองเห็นรายละเอียดที่อยู่ภายในได้

23.1 แบบจำลองวัตถุเชิงพื้นผิว

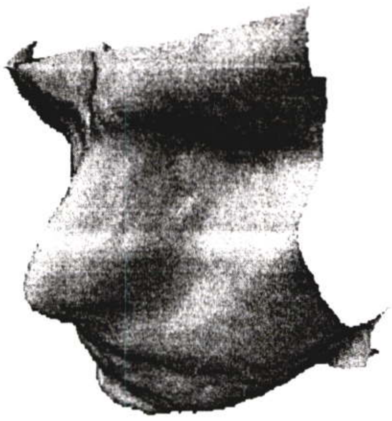
นี่คือวิธีการที่ใช้สำหรับแสดงรูปร่างของวัตถุ วิธีการแบบจำลองเชิงพื้นผิวสามารถพบได้ในการประยุกต์ใช้งานหลายประเภท เช่น CAD(computer aided design) สำหรับงานด้านภาพและสถาปัตยกรรม นอกจากนี้ยังมีงานเคลื่อนไหว 3 มิติ

Stereoscopic System

เทคนิคนี้ใช้ ภาพ 2 ภาพจากมุมที่แตกต่างกันสำหรับการสร้างความลึกของภาพและภาพ2 มิติอื่นๆ เทคนิคนี้ถูกประดิษฐ์ขึ้นครั้งแรกโดย Sir Charles Wheastone ปี 1838 และถูกใช้ในงาน 3มิติอีกมากมาย



(ก)



(ข)

รูปที่ 2.2 (ก) แสดงระบบของ Stereoscopy (ข) ตัวอย่างผลของ Stereoscopy

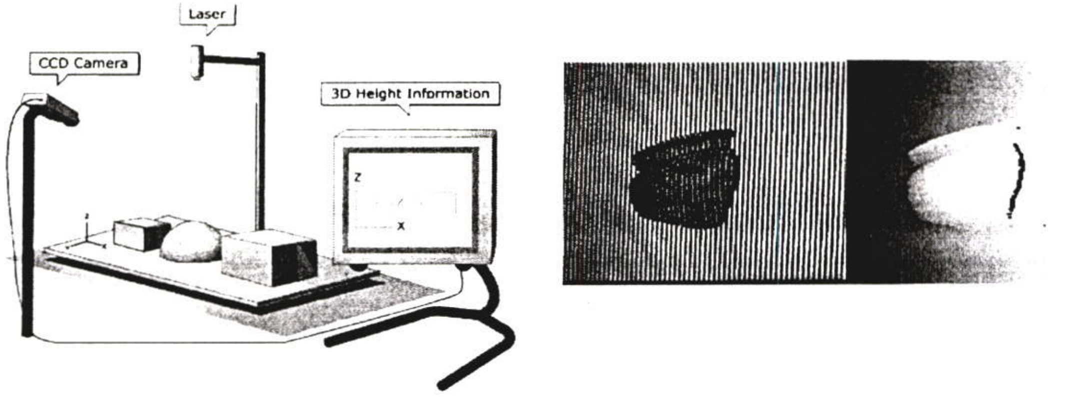
Laser Range Scanner

วิธีการนี้จะทำการสแกนวัตถุด้วยแสงเลเซอร์เพื่อหาพิกัดของจุดต่างๆบนวัตถุที่ต้องการเพื่อนำมาใช้ในการสร้างแบบจำลองพื้นผิว 3มิติต่อไป โดยตัว Laser Scanner จะทำการวัดเวลาในการเดินทางของพัลส์เลเซอร์ที่ส่งออกไปเพื่อนำมาใช้ในการหาระยะห่างระหว่างตัวสแกนเนอร์และพื้นผิวของวัตถุที่ทำการสแกน

รูปที่ 2.3 แสดงตัวอย่างผลของ Laser Range Scanner

Structured Light

กระบวนการนี้จะทำการฉายแสงในรูปแบบต่างๆเช่น ฉายแสงแบบระนาบ, เป็นกริด หรือในรูปแบบอื่นๆ ลงบนวัตถุแล้วทำการหาค่าการลดทอนของแสงในส่วนต่างๆของวัตถุมาใช้ในการคำนวณความสูงของวัตถุ แล้วจึงนำข้อมูลที่ได้มาทำการสร้างแบบจำลอง 3มิติต่อไป

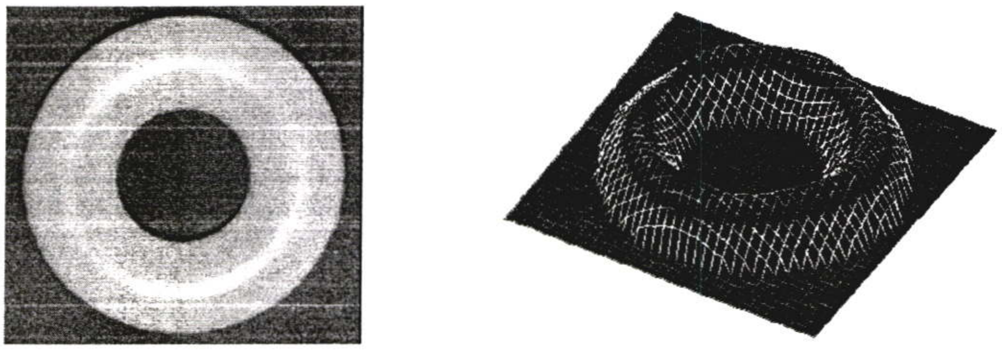


(ก) (ข)

รูปที่ 2.4 (ก) แสดงระบบของ Structured Light (ข) ตัวอย่างผลของ Structured Light

Shape from shading

Shape from shading คือการสร้างรูปทรงของวัตถุที่ต้องการ โดยการใช้ข้อมูลจากเงาบนวัตถุ ซึ่งค่าของเงาในวัตถุแต่ละชนิดนั้นจะมีค่าต่างกันขึ้นอยู่กับคุณสมบัติการสะท้อนแสงของวัตถุแต่ละชนิด



(ก) (ข)

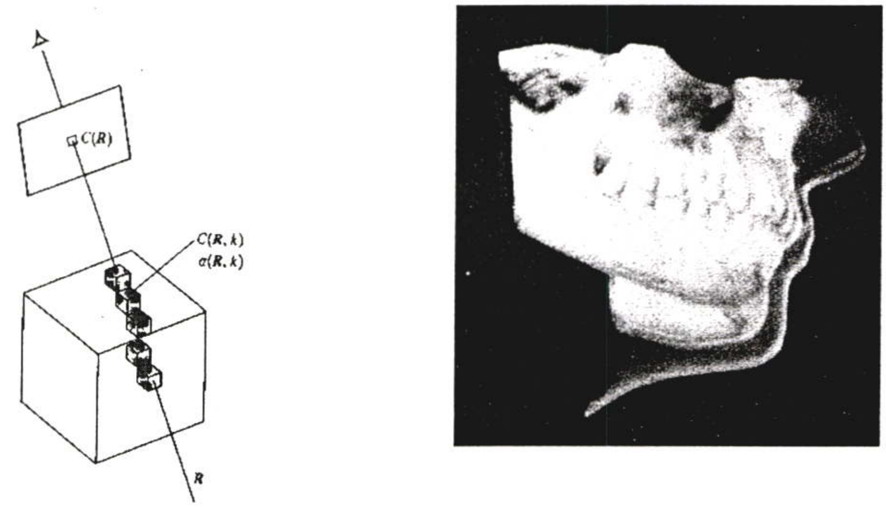
รูปที่ 2.5 (ก) แสดงภาพต้นแบบ (ข) ตัวอย่างผลของ Shape from shading

2.3.2 การสร้างภาพเชิงปริมาตร (Volume Rendering)

การแปลงข้อมูลเชิงปริมาตรไปเป็นภาพ 2 มิติ เรียกว่าการสร้างภาพเชิงปริมาตร โดยปกติแล้วข้อมูลเชิงปริมาตรเป็นภาพตัดขวางของวัตถุและส่วนปริมาตรแต่ละส่วนถูกเรียกว่าวอกเซลบางครั้งข้อมูลเชิงปริมาตรสามารถถูกมองในฐานะรูปแบบพื้นผิวและมาร์ชิงคิว(marching cubes)เป็นเทคนิคโดยทั่วไปที่ใช้สำหรับสร้างเป็นรูปร่าง โดยปกติแล้วเทคนิคเรนเดอร์ริงนี้จะประกอบไปด้วย

การสร้างภาพโดยวิธีการฉายแสง(Ray Casting)

การสร้างภาพเชิงปริมาตรโดยวิธีการฉายแสงนี้เป็นอีกวิธีการหนึ่งที่ ต้องการแสดงข้อมูลเชิงปริมาตรให้อยู่ในรูปของข้อมูลภาพ 2มิติ ในมุมมองต่างๆ ทีกระทำกับปริมาตรโดยที่จะทำการฉายแสงเข้าไปในปริมาตรแล้วทำการคำนวณค่าสีและแสงเงาของข้อมูลแต่ละจุด แล้วทำการรวมค่าเหล่านั้นเป็นจุดภาพผลลัพธ์หนึ่งจุดหลังจากนั้นจึงทำตามตลอดทั้งภาพผลลัพธ์



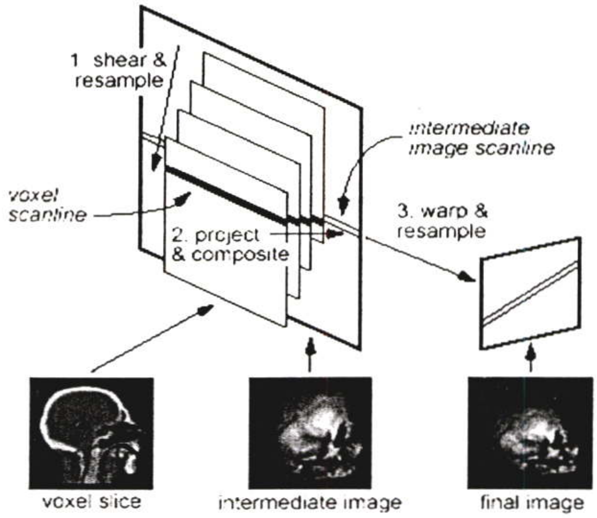
(ก) (ข)

รูปที่ 2.6 (ก) แนวคิดของ ray Casting (ข) ตัวอย่างผลของการเรนเดอร์ริงจากวิธีของ ray Casting

การสร้างภาพเชิงปริมาตรโดยวิธีการแปลงเฉือนและบิด(Shear Warp)

การสร้างภาพเชิงปริมาตรโดยวิธีการแปลงเฉือนและบิดนี้เป็นการแสดงข้อมูลเชิงปริมาตรให้อยู่ในรูปของข้อมูลภาพ 2มิติ ในมุมมองต่างๆ ทีกระทำกับปริมาตรจะมีขั้นตอนหลักๆดังนี้

1. ทำการแปลงข้อมูลปริมาตรไปยังพิกัดวัตถุเฉือนโดยการเลื่อนแต่ละสไลด์ออกไป มีทิศทางในการเลื่อนที่เป็นไปได้ 3 ทาง ให้เลือกเลื่อนสไลด์ในแนวที่ตั้งฉากกับทิศทางมุมมองมากที่สุดซึ่งในการเลื่อนนั้นอาจเลื่อนไปเป็นระยะทางที่ไม่ใช่จำนวนเต็ม ทำให้บางวอกเซลต้องมีการคำนวณค่าเพื่อชดเชยข้อมูลที่หายไปหรือรีแซมปลิง
2. ทำการประกอบแต่ละสไลด์ที่ถูกแซมปลิงเข้าด้วยกัน ทำการประกอบแบบหน้าไปหลังด้วยตัวกระทำ “โอเวอร์” (Over Operator) ขั้นตอนนี้เป็นการฉายแสงปริมาตรในพิกัดวัตถุเฉือนไปเป็นภาพ 2มิติที่บิดเบี้ยวหรือภาพระหว่างกลางนั่นเอง
3. แปลงภาพที่บิดเบี้ยวไปยังพิกัดภาพ โดยใช้การแปลงบิด ขั้นตอนนี้เป็นการรีแซมปลิงครั้งที่สองเพื่อสร้างภาพที่ถูกต้อง



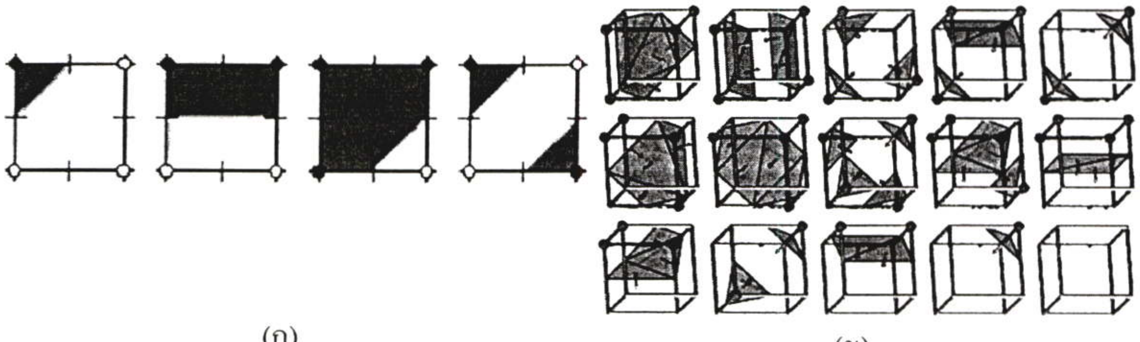
รูปที่ 2.7 การเรนเดอร์ริงด้วยวิธี shear Warp

Texture Mapping

เทคนิคนี้ใช้ความสามารถของกราฟฟิคการ์ดเพื่อทำสไลด์ของปริมาตร 3 มิติ โดยปกติสามารถแบ่งออกได้เป็น 2 ชนิดก็คือการทำปริมาตร 2มิติ และ 3 มิติ ความแตกต่างระหว่างเทคนิคของการเทคเจอร์ 3มิติ และ 2มิติก็คือตำแหน่ง ของสไลด์นั่นคือในเทคนิค 3 มิติสไลด์จะถูกวางตั้งฉากกับแนวสายตาแต่เทคนิค 2มิติไม่สามารถวางในทิศทางการมองได้หมด โดยแต่ละกลุ่มของการเทคเจอร์2 มิติถูกวางตั้งฉากกับหนึ่งแกนของหลายๆแกนหลักของข้อมูลเชิงปริมาตร

Marching Cubes

มันคือกระบวนการสำหรับดึงรูปร่างของข้อมูลเชิงปริมาตรโดยการใช้พื้นผิวมาตรฐาน ที่ถูกสร้างขึ้นจากการพิจารณาขอบของลูกบาศก์หรือวอกเซลในระบบ 2มิติเราสามารถแยกพื้นผิวมาตรฐานเป็น 4 รูปแบบและ 15รูปแบบสำรับระบบ 3 มิติ รูปแบบเหล่านี้สามารถถูกแสดงในรูป 2.8 ดังนั้น รูปร่างสามารถถูกคำนวณจากการสแกนและการแทนที่โดยรูปแบบที่เหมาะสมในแต่ละพิคเซลหรือวอกเซลเหล่านี้ดังที่แสดงในรูป 2.8

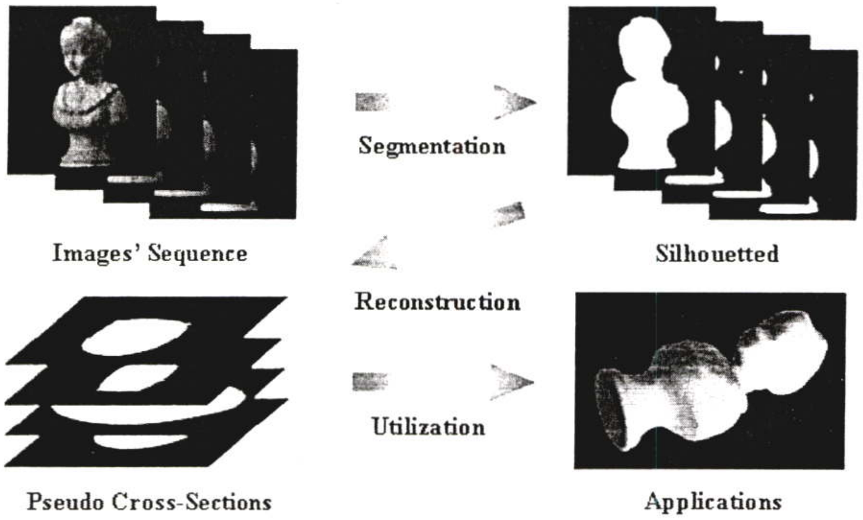


(ก) (ข)

รูปที่ 2.8 พื้นผิวมาตรฐาน (ก) แบบ 2มิติ (ข) แบบ 3มิติ

2.4 ขั้นตอนพื้นฐานในการสร้างแบบจำลอง 3มิติ

ในการสร้างแบบจำลอง 3มิตินั้นเราจะทำการถ่ายภาพรอบวัตถุที่ต้องการจะนำมาสร้างเป็นแบบจะลอง 3มิติเพื่อนำภาพที่ได้ทำเป็นข้อมูลภาพโปรเจคชันเมื่อเราได้ภาพโปรเจคชันแล้วเราจะนำภาพโปรเจคชันที่ได้มาทำการแปลงภาพที่ได้ให้เป็นภาพในระบบไบนารี่แล้วจะนำภาพโปรเจคชันที่ไปผ่านกระบวนการของการสร้างภาพกลับเมื่อภาพโปรเจคชันผ่านกระบวนการของสร้างภาพกลับเราจะข้อมูลที่เป็นภาพตัดขวางของวัตถุออกมาและเมื่อเราได้ภาพตัดขวางของวัตถุเรานำภาพตัดขวางที่ได้ไปผ่านกระบวนการของการเรนเดอร์ริงเราก็จะได้แบบจำลอง 3มิติออกมาโดยกระบวนการทั้งหมดจะเป็นไปตามรูปที่ 2.9



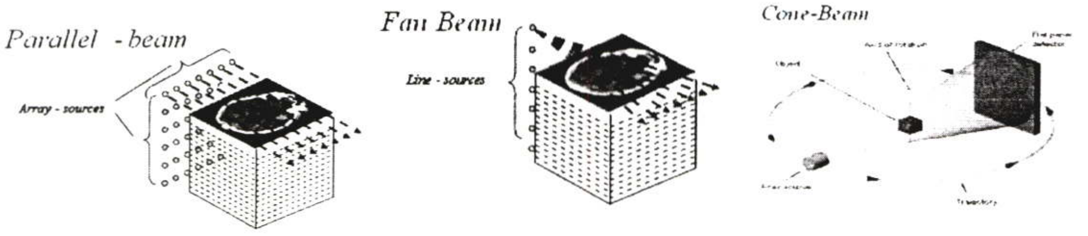
รูปที่ 2.9 แสดงพื้นฐานการสร้างแบบจำลอง 3มิติ

บทที่ 3

อัลกอริธึมของการสร้างภาพตัดขวางแบบกรวย

3.1 บทนำ

อัลกอริธึมที่ใช้ในการสร้างภาพตัดขวางสำหรับทางเดินแสงแบบกรวยในบทความนี้จะกล่าวถึงเฉพาะวิธีเฟลแคม(Feldkemp Cone-beam) ซึ่งพิจารณาทางเดินแสงแบบกรวย ซึ่งจากที่ได้กล่าวมาแล้วเป็นกระบวนการสร้างภาพตัดขวางแบบ 2 มิติที่สามารถสร้างภาพตัดขวางของวัตถุได้ครั้งละระนาบ ถ้าวัตถุมีข้อมูลเป็นแบบปริมาตรก็สามารถทำได้โดยการแบ่งวัตถุออกเป็นหลายๆ ระนาบแล้วสร้างภาพตัดขวางทีละระนาบ แต่การสร้างภาพตัดขวางแบบขนานนี้ยังไม่สามารถนำไปใช้ได้กับข้อมูลจริงได้ ดังนั้นจึงมีการพิจารณาทางเดินของแสงใหม่ให้ใกล้เคียงกับความเป็นจริงคือคือทางดินแสงแบบพัดและทางเดินแสงแบบกรวยดังรูปที่ 3.1



(a) แบบขนาน (parallel-beam) (b) แบบพัด (fan-beam) (c) แบบกรวย (cone-beam)

รูปที่ 3.1 เส้นทางเดินแสง

3.2 การสร้างภาพตัดขวางแบบพัด(Fan-beam reconstruction)

กระบวนการสร้างภาพตัดขวาง โดยใช้อัลกอริธึมแบบ 3 มิติ(cone-beam reconstruction) พิจารณาทางเดินแสงเป็นแบบกรวย ซึ่งมีลักษณะเหมือนพัดที่ยกขึ้น- ลงรอบจุดหมุนที่ตำแหน่งแหล่งกำเนิดแสง (point source) เพื่อให้เกิดความเข้าใจจึงต้องกล่าวถึงวิธีการสร้างภาพแบบพัดเสียก่อนซึ่งถูกแบ่งออกเป็น 2 แบบคือ

3.2.1 มุมระหว่างเส้นแสงเท่ากัน(Equiangular ray)

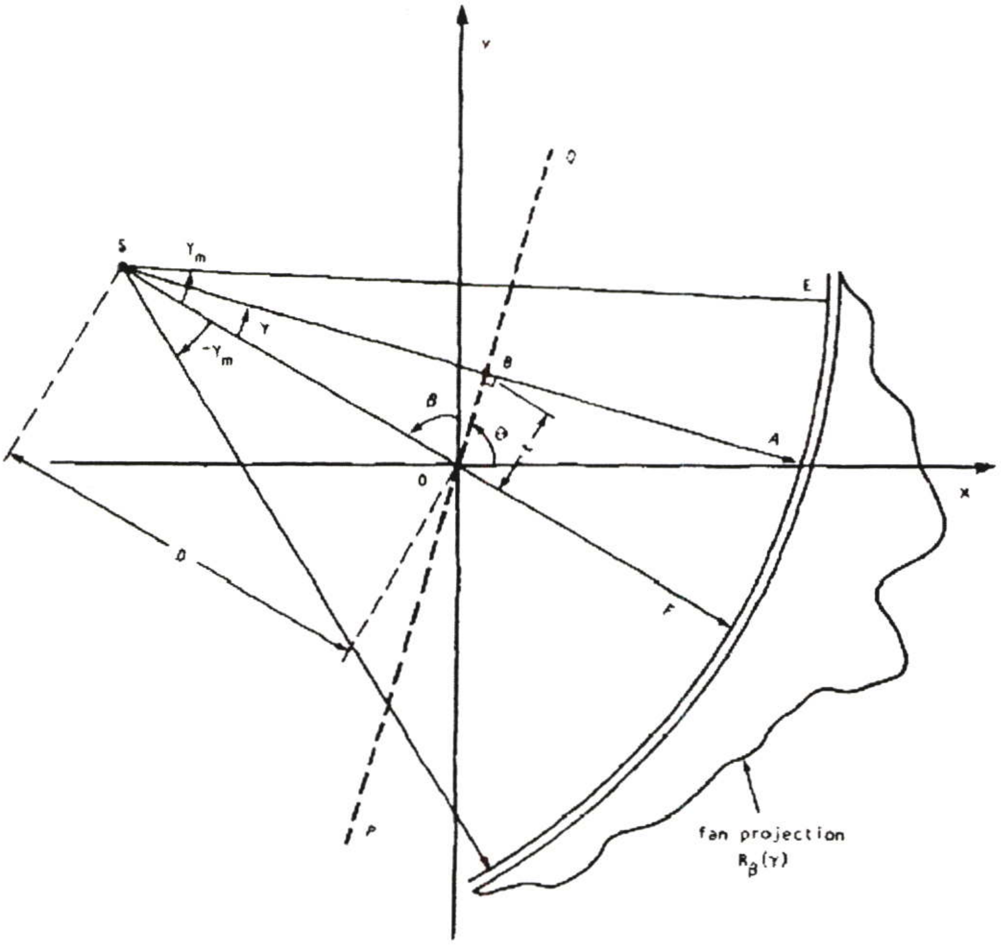
กำหนดให้ $R_\beta(s)$ เป็นข้อมูลโปรเจคชันที่มีทางเดินแสงเป็นแบบพัดดังรูปที่ 3.2 ซึ่ง β เป็นมุมที่ทำกับแกน y พิจารณาเส้นแสง $\overline{SA}$ ถ้าโปรเจคชันถูกสร้างโดยพิจารณาทางเดินแสงเป็นแบบขนานนั่นคือ $\overline{SA}$ เป็นเส้นแสงเส้นหนึ่งของโปรเจคชัน $p_\theta(t)$ มีมุมเท่ากับ θ ตำแหน่ง t

$$\theta = \beta + \gamma$$

$$t = D\sin\gamma \tag{3.1}$$

โดย D คือระยะห่างระหว่างแหล่งกำเนิดแสง S ถึงจุดกำเนิด O ความสัมพันธ์ในสมการที่ (3.1) ถูกนำมาใช้ในการพิจารณาให้อยู่ในรูปแบบเดียวกันกับทางเดินแสงแบบขนาน

$$f(x,y) = \int_0^{\pi}\int_{-t_m}^{t_m} p_\theta(t)\cdot h(s\cos\theta + y\sin\theta)dtd\theta \tag{3.2}$$



รูปที่ 3.2 ข้อมูลโปรเจคชันเมื่อพิจารณาทางเดินแสงแบบพัดที่มีระยะห่างระหว่างหัวรับเท่ากัน (Equally space collinear detectors)

โดยที่ t_m คือขอบเขตบนแกนดีเทคเตอร์ สมการ (3.2) นี้เป็นสมการการสร้างภาพตัดขวางวิธีฟิลเตอร์แบ็คโปรเจคชันโดยพิจารณาทางเดินแสงแบบขนาน ดังนั้นช่วงมุมโปรเจคชันจึงอยู่ระหว่าง 0 ถึง 180 องศา อย่างไรก็ตามการสร้างภาพตัดขวางจากโปรเจคชันที่เป็นแบบพัดนั้นจำเป็นต้องใช้ช่วงมุมที่มากกว่าคือระหว่าง 0 ถึง 360 องศา ดังนันเขียนสมการ (3.2) ได้ใหม่คือ

$$f(x,y) = \frac{1}{2}\int_0^{\pi}\int_{-t_m}^{t_m} p_\theta(t)\cdot h(s\cos\theta + y\sin\theta)dtd\theta \tag{3.3}$$

จากรูปที่ (3.3) ที่พิกัด (x, y) หรือจุด C สามารถเขียนให้อยู่ในระบบพิกัดเชิงขั้ว (r, ϕ) ได้คือ

$$x = r\cos\phi$$

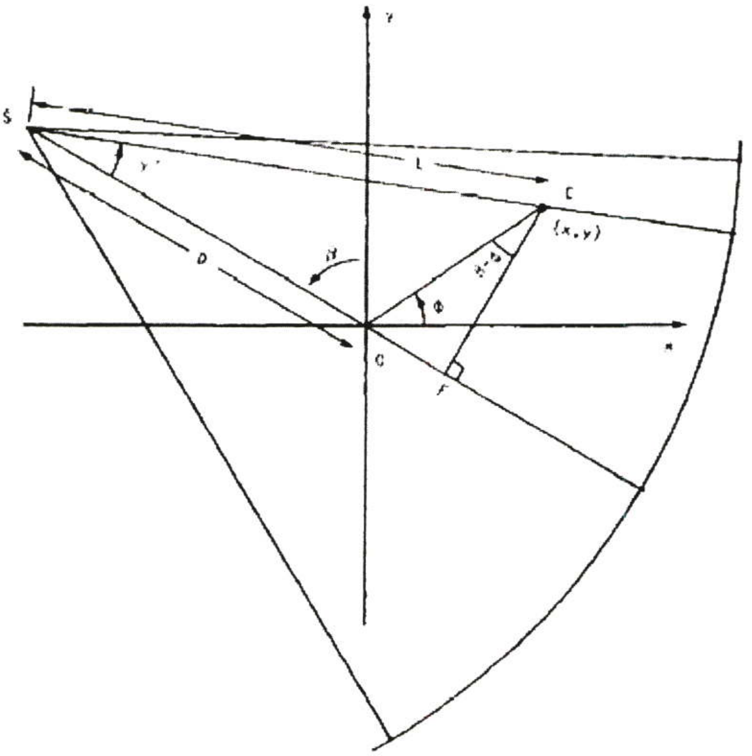
$$y = r\sin\phi \tag{3.4}$$

สมการที่ (3.3) เขียนให้อยู่ในระบบพิกัดเชิงขั้วได้เป็น

$$f(r,\phi) = \frac{1}{2}\int_{0}^{2\pi}\int_{-t_m}^{t_m} p_\theta(t)\cdot h(r\cos(\theta-\phi)-t)\,dt\,d\theta \tag{3.5}$$

จากความสัมพันธ์ในสมการที่ (3.1) จะได้

$$f(r,\phi) = \frac{1}{2}\int_{\gamma}^{2\pi-\gamma}\int_{-t_m/D}^{t_m/D} p_{\beta+\gamma}(D\sin\gamma)\cdot h(r\cos(\beta+\gamma-\phi)-D\sin\gamma)D\cos\gamma\,d\gamma\,d\beta \tag{3.6}$$



รูปที่ 3.3 ข้อมูลโปรเจคชันเมื่อพิจารณาทางเดินแสงแบบพัดที่มีระยะห่างระหว่างหัวรับเท่ากัน (Equally space collinear detectors)

โดยที่ $dtd\theta = D\cos\gamma d\gamma d\beta$ ช่วง $-\gamma$ ถึง $2\pi-\gamma$ จะครอบคลุมมุมการโปรเจคชัน 360 องศา และ β เป็นฟังก์ชันที่เป็นคาบอาจแทนได้ด้วย 0 ถึง 2π ส่วน $\sin^{-1}(t_m / D)$ เป็นขอบเขตของเส้นแสงที่ครอบคลุมวัตถุดังรูปที่ 3.2 คือ $\overline{SE}$ ดังนั้นอาจเขียนขอบเขตได้ใหม่ด้วย γ_m และ $-\gamma_m$ ตามลำดับ สำหรับการอธิบายฟังก์ชัน $p_{\beta+\gamma}(D\sin\gamma)$ ให้พิจารณาเส้นแสง $\overline{SA}$ ในเทอมการโปรเจคชันแบบขนาน $p_\theta(t)$ ดังนั้นโปรเจคชันแบบพัด $R_\beta(\gamma)$ เขียนสมการที่ (3.6) ใหม่ได้คือ

$$f(r,\phi)=\frac{1}{2}\int_{\gamma}^{2\pi-\gamma}\int_{-\gamma_m}^{\gamma_m}R_\beta(\gamma)h(r\cos(\beta+\gamma-\phi)-D\sin\gamma)D\cos\gamma d\gamma d\beta \tag{3.7}$$

พารามิเตอร์ในฟังก์ชัน h เขียนได้เป็น

$$r\cos(\beta+\gamma-\phi)-D\sin\gamma=r\cos(\beta-\phi)\cos\gamma-(r\sin(\beta-\phi)+D)\sin\gamma \tag{3.8}$$

L คือระยะห่างระหว่างแหล่งกำเนิดแสง S ถึงพิกัด (x,y) หรือ (r,ϕ) ในระบบพิกัดทรงกลมเช่น จุด C ในรูป 3.3 ซึ่ง L เป็นฟังก์ชันของ 3 ตัวแปรคือ r,ϕ,β และ γ' เป็นมุมของเส้นแสงที่ผ่านพิกัด (r,ϕ) ซึ่งเขียนความสัมพันธ์ได้คือ

$$L\cos\gamma'=D+r\sin(\beta-\phi)$$

$$L\sin\gamma'=r\cos(\beta-\phi) \tag{3.9}$$

$$L(r,\phi,\beta)=\sqrt{[D+r\sin(\beta-\phi)]^2+[r\cos(\beta-\phi)]^2} \tag{3.10}$$

และ

$$r'=\tan^{-1}\left[\frac{r\cos(\beta-\phi)}{D+r\sin(\beta-\phi)}\right] \tag{3.11}$$

นำสมการ (3.9) แทนใน (3.8) ได้

$$r\cos(\beta+\gamma-\phi)-D\sin\gamma=L\sin(\gamma'-\gamma) \tag{3.12}$$

และนำไปแทนใน (3.7) จะได้

$$f(r,\phi)=\frac{1}{2}\int_{0}^{2\pi}\int_{-\gamma_m}^{\gamma_m}R_\beta(\gamma)h(L\sin(\gamma'-\gamma))D\cos\gamma d\gamma d\beta \tag{3.13}$$

สำหรับฟังก์ชัน h เป็นเทอมของการฟิลเตอร์ ซึ่ง $h(t)$ เป็นการแปลงกลับฟูเรียร์ของ $|\omega|$ ในโดเมนของความถี่

$$h(t)=\int_{-\infty}^{\infty}|\omega|e^{j2\pi}d\omega \tag{3.14}$$

เพราะฉะนั้น

$$h(L\sin\gamma)=\int_{-\infty}^{\infty}|\omega|e^{j2\pi L\sin\gamma}d\omega \tag{3.15}$$

กำหนด ω' ให้เป็น

$$\omega'=\frac{\omega L\sin\gamma}{\gamma} \tag{3.16}$$

สามารถเขียนได้เป็น

$$h(L\sin\gamma)=\left(\frac{\gamma}{L\sin\gamma}\right)^2\int_{-\infty}^{\infty}|\omega'|e^{j2\pi\omega'\gamma}d\omega$$

$$=\left(\frac{\gamma}{L\sin\gamma}\right)^2 h(\gamma) \tag{3.17}$$

สมการที่ (3.13) เขียนได้เป็น

$$f(r,\phi)=\int_{0}^{2\pi}\frac{1}{L^2}\int_{-\gamma}^{\gamma_m}R_\beta(\gamma)g(\gamma'-\gamma)D\cos\gamma d\gamma d\beta \quad (3.18)$$

โดย

$$g(\gamma)=\frac{1}{2}\left(\frac{\gamma}{\sin\gamma}\right)^2 h(\gamma) \quad (3.19)$$

ดังนั้นสมการการสร้างภาพตัดขวางวิธีฟิลเตอร์แบ็คโปรเจคชันทางเดินแสงแบบคัดโดยพิจารณามุมระหว่างเส้นแสงเท่ากัน เขียนสมการที่ (3.18) ได้เป็น

$$f(r,\phi)=\int_{0}^{2\pi}\frac{1}{L^2}Q_\beta(\gamma')d\beta \quad (3.18)$$

โดยที่

$$Q_\beta(\gamma)=R'_\beta(\gamma')*g(\gamma) \quad (3.19)$$

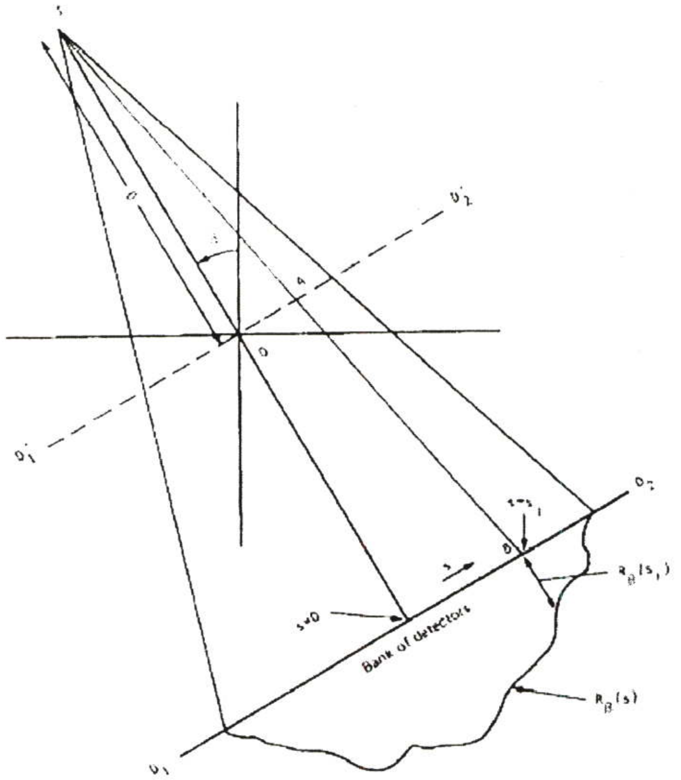
$$R'_\beta(\gamma')=R_\beta(\gamma)\cdot D\cdot\cos\gamma \quad (3.20)$$

3.2.2 ระยะระหว่างเส้นแสงเท่ากัน (Equally space collinear detectors)

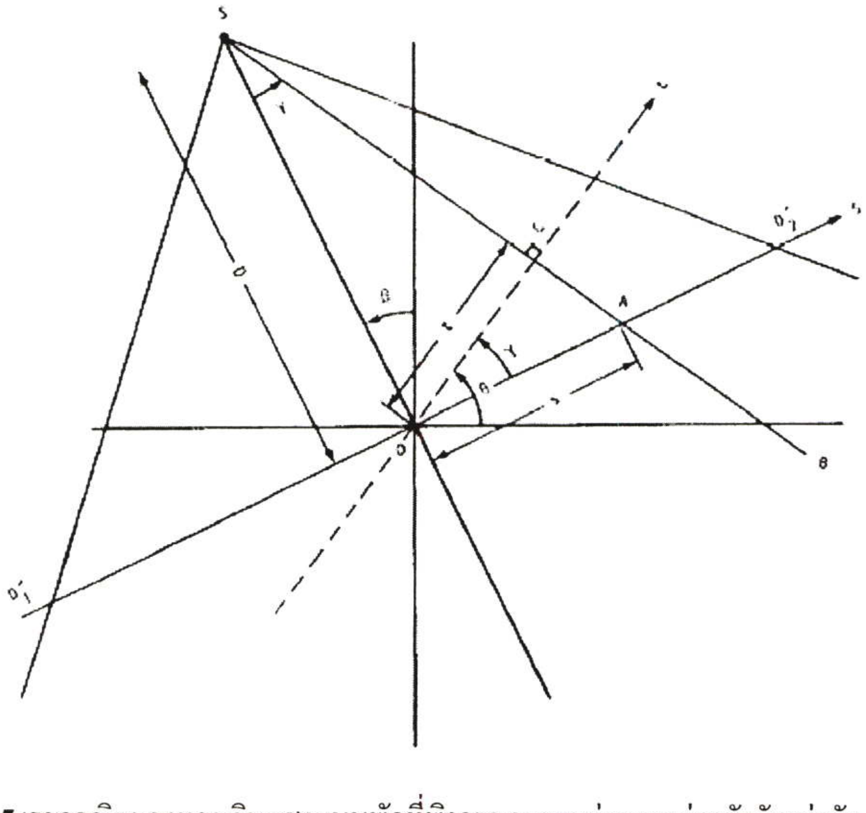
กำหนดให้ $R_\beta(s)$ เป็นโปรเจคชันแบบพัด (fan-beam projection) โดยที่มุมภายในระหว่างเส้นแสงห่างเท่าๆกัน จากรูปที่ 3.4 ให้ $\overline{D_1'D_2'}$ เป็นแกนดีเทคเตอร์เสมือนตัดผ่านจุดหมุนหรือจุดกำเนิด ถ้าพิจารณาเส้นแสงจากแหล่งกำเนิดแสงไปยังฉากรับ $\overline{SB}$ ซึ่งผ่านจุด A บนแกน $\overline{D_1'D_2'}$ เช่นเดียวกับจุด B บน $\overline{D_1 D_2}$ จากรูปที่ 3.3 แกนดีเทคเตอร์สมมติ $\overline{D_1'D_2'}$ พิจารณาเส้นแสง $\overline{SA}$ พบว่าค่า s มีระยะเท่ากับ $\overline{OA}$ และถ้าสมมติการสร้างข้อมูลโปรเจคชันพิจารณาทางเดินแสงเป็นแบบขนานเส้นแสง $\overline{SA}$ ก็คือเส้นแสงตำแหน่งที่ t ทำมุม θ หรือ $p_\theta(t)$ ดังนั้นเขียนสมการความสัมพันธ์ระหว่าง β กับ t สำหรับการพิจารณาทางเดินแสงแบบขนาน (parallel-beam projection) ดังสมการที่ (3.21)

$$t=s\cos\gamma \qquad \theta=\beta+\gamma$$

$$t=\frac{sD}{\sqrt{D^2+s^2}} \qquad \theta=\beta+\tan^{-1}\frac{s}{D} \quad (3.21)$$



รูปที่ 3.4 ข้อมูลโปรเจคชันเมื่อพิจารณาทางเดินแสงแบบพัดที่มีระยะห่างระหว่างหัวรับเท่ากัน
(Equally space collinear detectors)



รูปที่ 3.5 เรขาคณิตของทางเดินแสงแบบพัดที่พิจารณาระยะห่างระหว่างหัวรับเท่ากัน

สำนักหอสมุดกลาง พระจอมเกล้าลาดกระบัง

โดยที่มุม AOC เท่ากันกับมุม OSC และ D คือระยะห่างระหว่างแหล่งกำเนิดแสงที่จุด S ถึงจุดกำเนิด O จากสมการโปรเจคชันแบบขนานเขียนสมการการสร้างภาพตัดขวางแบบฟิลเตอร์แบ็คโปรเจคชันได้คือ

$$f(r,\phi)=\frac{1}{2}\int_{0}^{2\pi}\int_{-t_m}^{t_m}p_\theta(t)h(r\cos(\theta-\phi)-t)dtd\theta \tag{3.22}$$

เมื่อ $f(r,\phi)$ คือภาพที่สร้างได้ในระบบพิกัดทรงกลม (Polar coordinates) ให้แทนความสัมพันธ์สมการ (3.21) ในสมการ (3.22) จะได้

$$f(r,\phi)=\frac{1}{2}\int_{-\tan(s_m/D)}^{2\pi-\tan(s_m/D)}\int_{-s_m}^{s_m}p_{\beta+\gamma}\left(\frac{sD}{\sqrt{D^2+s^2}}\right)$$

$$\cdot h\left(r\cos\left(\beta+\tan^{-1}\left(\frac{s}{D}\right)-\phi\right)-\frac{sD}{\sqrt{D^2+s^2}}\right)\frac{D^3}{(D^2+s^2)^{3/2}}dsd\beta \tag{3.23}$$

โดยที่

$$dtd\theta=\frac{D^3}{(D^2+s^2)^{3/2}}dsd\beta \tag{3.24}$$

จากสมาการที่ (3.23) s_m คือค่าที่มากที่สุดของ s ของแต่ละโปรเจคชันและเท่ากับ t_m ของโปรเจคชันแบบขนาน $-\tan(s_m/D)$ และ $2\pi-\tan^{-1}(s_m/D)$ เป็นมุมอยู่ในช่วง 0 ถึง 360 องศา เขียนความสัมพันธ์ระหว่างข้อมูลโปรเจคชันแบบพัดกับแบบขนานได้เป็น

$$R_\beta(s)=p_{\beta+\gamma}\left(\frac{sD}{\sqrt{D^2+s^2}}\right) \tag{3.25}$$

แทน $R_\beta(s)$ โปรเจคชันแบบพัดในสมการ (3.23) เขียนสมการได้เป็น

$$f(r,\phi)=\frac{1}{2}\int_{-\tan(s_m/D)}^{2\pi-\tan(s_m/D)}\int_{-s_m}^{s_m}R_\beta(s)$$

$$\cdot h\left(r\cos\left(\beta+\tan^{-1}\left(\frac{s}{D}\right)-\phi\right)-\frac{sD}{\sqrt{D^2+s^2}}\right)\frac{D^3}{(D^2+s^2)^{3/2}}dsd\beta \tag{3.26}$$

เทอมของฟิลเตอร์ h เขียนใหม่ได้เป็น

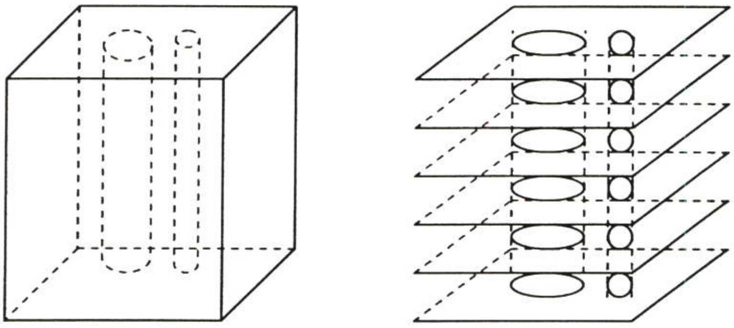
$$r\cos\left(\beta+\tan^{-1}\left(\frac{s}{D}\right)-\phi\right)-\frac{sD}{\sqrt{D^2+s^2}}$$

$$=r\cos(\beta-\phi)\frac{D}{\sqrt{D^2+s^2}}-(D+r\sin(\beta-\phi))\frac{s}{\sqrt{D^2+s^2}} \tag{3.27}$$

74470

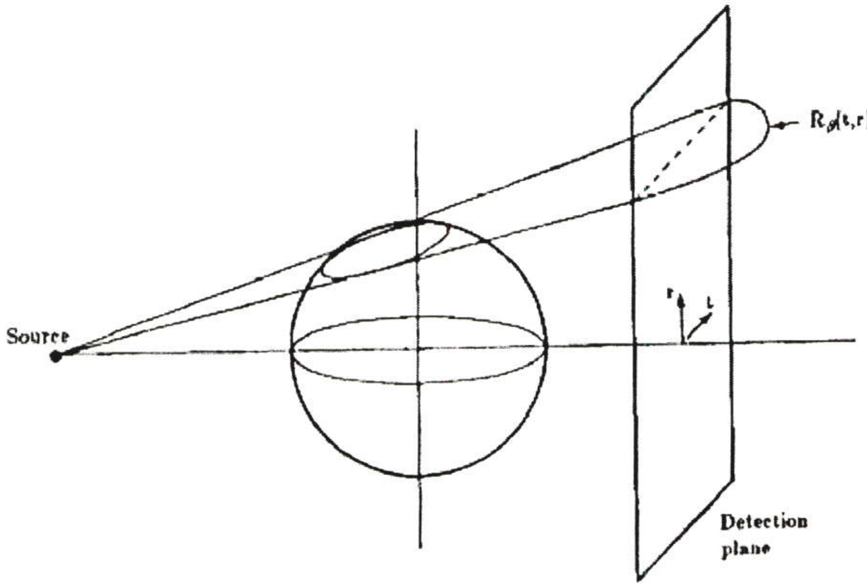
3.3 การสร้างภาพตัดขวางแบบกรวย (Cone-beam reconstruction)

การสร้างภาพจากวัตถุที่เป็น 3 มิติจากวิธีการสร้างภาพตัดขวางโดยพิจารณาทางเดินแสงแบบขนานและแบบพัดนั้นสามารถทำได้โดยการสร้างภาพตัดขวางของวัตถุแบบ 3 มิติทีละสไลด์หรือทีละ 2 มิติ แล้วค่อยนำภาพตัดขวางแต่ละสไลด์มารวมกันดังรูปที่ 3.6



รูปที่ 3.6 การสร้างภาพตัดขวางจากวัตถุ 3 มิติ

ในการสร้างภาพตัดขวางที่พิจารณาทางเดินแสงแบบกรวย ใช้การพิจารณาเช่นเดียวกันกับทางเดินแสงแบบพัด คือแทนทางเดินแสงแบบพัดที่ทำมุมเอียงกับระนาบ (x,y) ของภาพแต่ละสไลด์มีจุดหมุนอยู่ที่ตำแหน่งแหล่งกำเนิดแสงดังรูป 3.7



รูปที่ 3.7 การพิจารณาทางเดินแสงแบบกรวยในรูปแบบทางเดินแสงแบบพัด

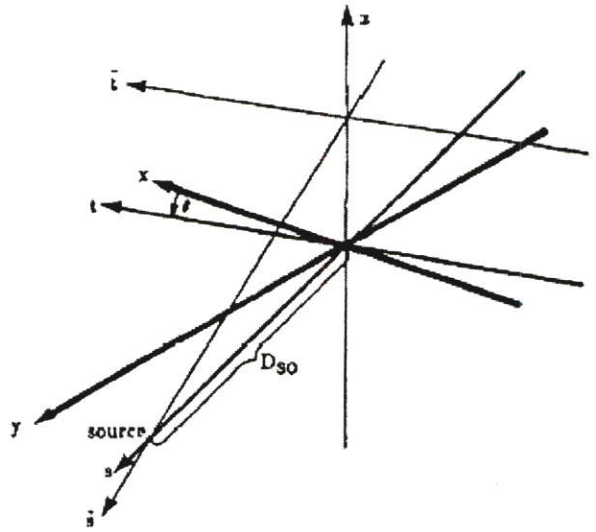
ข้อดีของการฉายแสงแบบกรวยคือลดเวลาในการทำงานให้น้อยลงซึ่งมีผลให้ผู้ป่วยได้รับปริมาณรับรังสีเอ็กซ์น้อยลงด้วย เนื่องจากในแต่ละมุมจะฉายรังสีเอ็กซ์เพียงครั้งเดียวโดยใช้ตัว

กำเนิดแสงเพียงอันเดียว จากรูปที่ 3.7 $R_\beta(p,\varsigma)$ เป็นโปรเจคชันที่ได้จากหัววัดรังสีเอ็กซ์ถูกวางเรียงเป็นระนาบ 2 มิติ ซึ่งโปรเจคชัน $R_\beta(p,\varsigma)$ นี้เป็นฟังก์ชันของมุม β และตำแหน่งบนระนาบ 2 มิติ (p,ς)

3.4 โปรเจคชันของวัตถุ 3 มิติ(Three-Dimension Projection)

โปรเจคชันของวัตถุ 3 มิติประกอบด้วย 2 ส่วนคือ โคออร์ดิเนตของทางเดินแสง (t,s,r) และโคออร์ดิเนตของวัตถุ (x,y,z) มีความสัมพันธ์กันจากการหมุนดังรูปที่ 3.8 (coordinate-rotation) ที่มี 2 การหมุนคือรอบแกน z ของลำดับมุมการฉายแสงเท่ากับ θ และที่จุดกำเนิดแสงรอบแกน t เป็นมุมเท่ากับ γ ซึ่งเขียนสมการความสัมพันธ์ในฟังก์ชันของเมตริก [3,14] คือ

$$\begin{bmatrix} t \\ s \\ r \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos\gamma & \sin\gamma \\ 0 & -\sin\gamma & \cos\gamma \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos\theta & \sin\theta & 0 \\ -\sin\theta & \cos\theta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} \tag{3.28}$$



รูปที่ 3.8 ความสัมพันธ์ของการหมุนของระบบโคออร์ดิเนต

โปรเจคชันแบบขนานของวัตถุ 3 มิติ f มีสมการคือ

$$P_{\theta,\gamma}(t,r) = \int_{-S_m}^{S_m} f(t,s,r)\,ds \tag{3.29}$$

จากสมการที่ (3.29) โปรเจคชันเป็นฟังก์ชัน 4 ตัวแปรคือ (t,θ) เป็นตัวแปรสำหรับระบุขนาดและทิศทางของระบบพิกัด (x,y) และ (r,γ) สำหรับระบบพิกัด (s,z) แต่ในระบบทางดินแสงแบบกรวย (cone-beam system) แหล่งกำเนิดแสงจะถูกหมุนด้วยมุมเท่ากับ β และผลรวมของแสงที่วัดได้แทนด้วย $R_\beta(p',\varsigma')$ โดยที่

$$p = \frac{p' D_{SO}}{D_{SO} + D_{DE}} \qquad \varsigma = \frac{\varsigma' D_{SO}}{D_{SO} + D_{DE}} \tag{3.30}$$

เมื่อ D_{SO} คือระยะห่างระหว่างจุดหมุน (Center of rotation) ถึงแหล่งกำเนิดแสง และ D_{DE} คือระยะห่างระหว่างจุดหมุนถึงฉากรับซึ่งเขียนความสัมพันธ์ของตัวแปรในระบบทางเดินแสงทั้งสองได้คือ

$$t = p\frac{D_{SO}}{\sqrt{D_{SO}^2 + \varsigma^2}} \tag{3.31}$$

$$\theta = \beta + \tan^{-1}\left[\frac{p}{D_{SO}}\right] \tag{3.32}$$

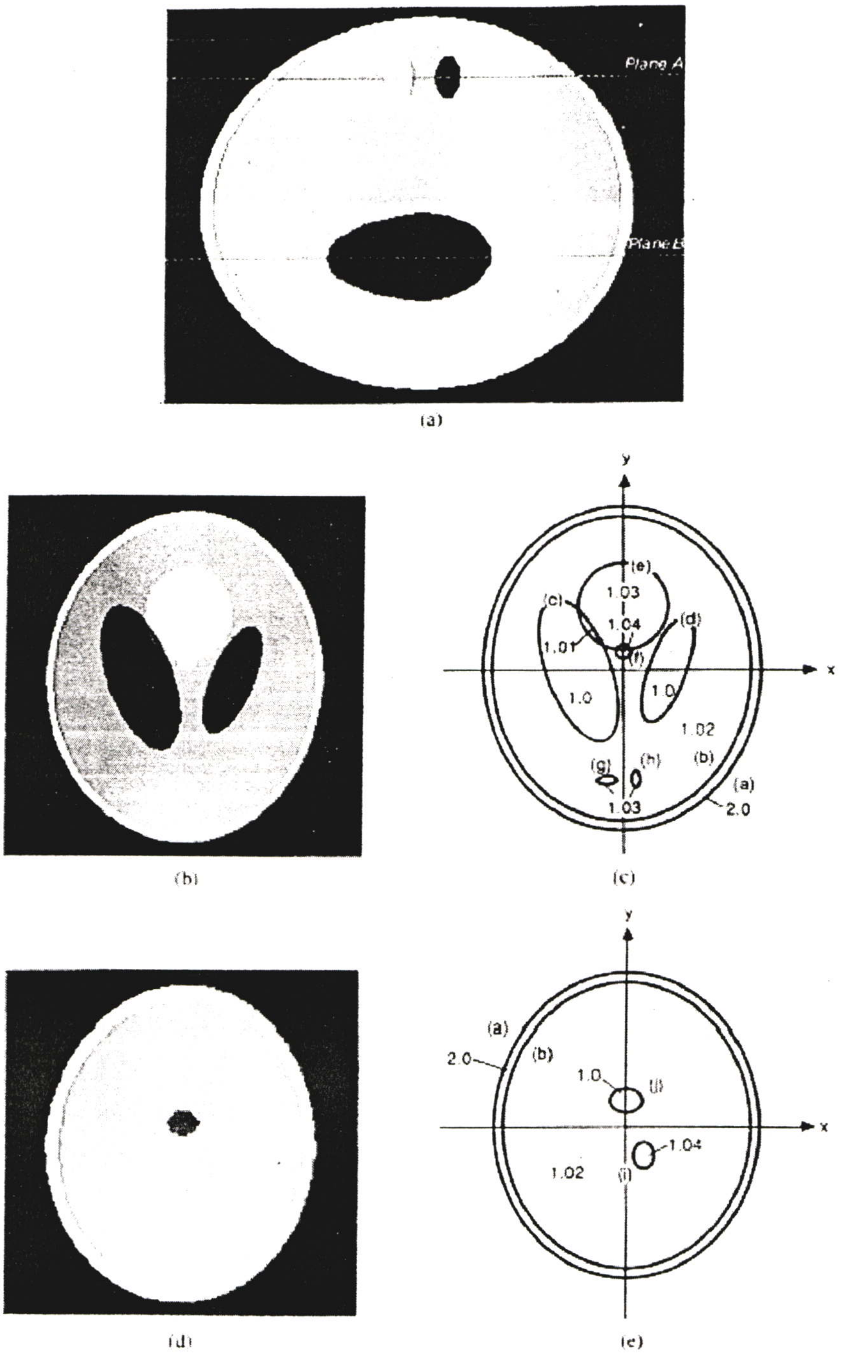
$$r = \varsigma\frac{D_{SO}}{\sqrt{D_{SO}^2 + \varsigma^2}} \tag{3.33}$$

โดยที่ r และ ς ทำหน้าที่ระบุตำแหน่งของระนาบแสงแบบพัด(Tilted fan) ที่ผ่านวัตถุ

ในการทดสอบกระบวนการสร้างภาพตัดขวางแบบกรวยนี้จะใช้แบบจำลอง Shepp and Logan head phantom แบบ 3 มิติที่ประกอบกันจากวัตถุรูปทรงรี ตารางที่3.1แสดงขนาดและตำแหน่งของรูปทรงรีต่างๆดังรูปที่ 3.9

ตารางที่ 3.1 พารามิเตอร์รูปทรงเรขาคณิตสำหรับสร้าง Shepp-Logan head phantom แบบ 3 มิติ

Ellipsoid	Coordinate of The Center(x, y, z)	Axis Lengths (A, B, C)	Rotation Angle β (deg)	Gray Level ρ
a	(0, 0, 0)	(0.69,0.92,0.9)	0	2.0
b	(0, 0, 0)	(0.6624,0.874,0.88)	0	-0.98
c	(-0.22, 0, -0.25)	(0.41,0.16,0.21)	108	-0.02
d	(0.22, 0, -0.25)	(0.31,0.11,0.22)	72	-0.02
e	(0, 0.1, -0.25)	(0.046,0.046,0.046)	0	0.02
f	(0, 0.1,-0.25)	(0.046,0.046,0.046)	0	0.02
g	(-0.8,-0.65,-0.25)	(0.046,0.023,0.023)	0	0.01
h	(0.06,-0.065,-0.25)	(0.046,0.023,0.023)	90	0.01
i	(0.06,-0.105,0.625)	(0.56,0.04,0.1)	90	0.02
j	(0,0.1,-0.625)	(0.056,0.056,0.1)	0	-0.02



รูปที่ 3.9 Shepp and Logan head phantom แบบ 3 มิติสำหรับการทดสอบกระบวนการสร้างภาพแบบกรวย

(a) Shepp and Logan head phantom แบบ 3 มิติ

(b) ภาพตัดขวาง A สไลด์ที่ 98

(c) รูปเรขาคณิตในภาพตัดขวาง A สไลด์ที่ 98

(d) ภาพตัดขวาง B สไลด์ที่ 208

(e) รูปเรขาคณิตในภาพตัดขวาง B สไลด์ที่ 208

3.5 FeldKamp หรือ ฟิลเตอร์แบ็คโปรเจคชันแบบ 3 มิติ (3D Filtered Bacdprojection)

การสร้างภาพกลับวิธีฟิลเตอร์แบ็คโปรเจคชันแบบ 3 มิติ นั้นมีวิธีการเช่นเดียวกันกับวิธีฟิลเตอร์แบ็คโปรเจคชันแบบขนาน แต่ต่างกันที่เส้นทางเดินของแสง ซึ่งสามารถพิจารณาทางเดินแสงให้เป็นรูปพัด(Fan-beam) ในระนาบ 2 มิติ แล้วนำระนาบดังกล่าวหมุนรอบแกน p โดยจุดหมุนอยู่ที่แหล่งกำเนิดแสง

เริ่มแรกให้พิจารณาสมการการสร้างภาพกลับแบบพัด(Fan-beam reconstruction) ในระบบพิกัด (r,ϕ) คือ

$$g(r,\phi)=\frac{1}{2}\int_{0}^{2\pi}\frac{1}{U^2}\int_{-\infty}^{\infty}R_\beta(p)h(p'-p)\frac{D_{SO}}{\sqrt{D_{SO}^2+p^2}}dpd\beta \tag{3.34}$$

$$p'=\frac{D_{SO}r\cos(\beta-\phi)}{D_{SO}+r\sin(\beta-\phi)} \qquad h(p)=\int_{-W}^{W}|\omega|\cdot e^{j\omega p}d\omega \tag{3.35}$$

$$U(r,\phi,\beta)=\frac{D_{SO}+r\sin(\beta-\phi)}{D_{SO}} \tag{3.36}$$

เขียนสมการความสัมพันธ์ (r,ϕ) ให้อยู่ในระบบโคออร์ดิเนตการหมุน (t,s) ได้คือ

$$t=x\cos\beta+y\sin\beta \qquad s=y\cos\beta-x\sin\beta \tag{3.37}$$

$$x=r\cos\phi \qquad y=r\sin\phi \tag{3.38}$$

$$p'=\frac{D_{SO}}{D_{SO}-s} \qquad U(x,y,z)=\frac{D_{SO}-s}{D_{SO}} \tag{3.39}$$

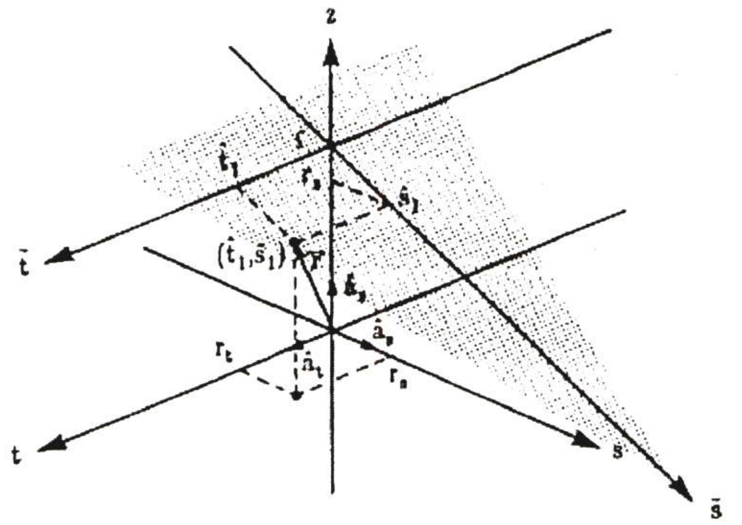
สมการสร้างภาพแบบพัดในระบบโคออร์ดิเนต (t,s) เขียนได้เป็น

$$g(t,s)=\frac{1}{2}\int_{0}^{2\pi}\frac{D_{SO}^2}{(D_{SO}-s)^2}\int_{-\infty}^{\infty}R_\beta(p,\varsigma)h\left(\frac{D_{SO}\cdot t}{D_{SO}-s}-p\right)\frac{D_{SO}}{\sqrt{D_{SO}^2+p^2}}dpd\beta \tag{3.40}$$

เมื่อแสงเปลี่ยนระนาบไปดังรูปที่ 3.10 ทำให้ไม่สามารถใช้สมการที่ (3.40) ได้เนื่องจากระยะทางของแสงเปลี่ยนไป เขียนสมการสร้างภาพแบบพัดสำหรับ (t',s') คือ

$$g(t',s')=\frac{1}{2}\int_{0}^{2\pi}\frac{D'^2_{SO}}{(D'_{SO}-s')^2}\int_{-\infty}^{\infty}R_{\beta'}(p,\varsigma)h\left(\frac{D'_{SO}\cdot t'}{D'_{SO}-s'}-p\right)\frac{D'_{SO}}{\sqrt{D'^2_{SO}+p^2}}dpd\beta' \tag{3.41}$$

โดยที่ ς คือความสูงของแสงแบบพัดบนแกนหมุนและ $d\beta'$ หาได้จาก



รูปที่ 3.10 ภาพแสดงระบบพิกัด (t,s)

$$D_{SO}d\beta = D'_{SO}\,d\beta' \qquad d\beta' = \frac{D_{SO}d\beta}{D'_{SO}} \tag{3.42}$$

$$t = t' \qquad s' = D'_{SO}\frac{s}{D_{SO}} \qquad \varsigma = D_{SO}\frac{z}{D_{SO}-s} \tag{3.43}$$

$$D'_{SO} = \sqrt{D_{SO}^2 + \varsigma^2} \tag{3.44}$$

แทนค่า D'_{SO} ด้วย D_{SO} และ β' ด้วย β เขียนสมการ(3.41) สำหรับทุกระนาบแสงได้เป็น

$$g(t,s) = \frac{1}{2}\int_0^{2\pi}\frac{D_{SO}^2}{\left(D_{SO}-s\right)^2}\int_{-\infty}^{\infty}R_{\beta'}(p,\varsigma)h\left(\frac{D_{SO}\cdot t}{D_{SO}-s}-p\right)\frac{D_{SO}}{\sqrt{D_{SO}^2+\varsigma^2+p^2}}dpd\beta \tag{3.45}$$

โดยขั้นตอนของฟิลเตอร์แบ็คโปรเจคชันแบบ 3 มิติดังต่อไปนี้

1. นำโปรเจคชัน $R_\beta(p,\varsigma)$ คูณด้วยฟังก์ชัน $\frac{D_{SO}}{\sqrt{D_{SO}^2+\varsigma^2+p^2}}$ เพื่อหาค่า คือ

$$R'(p,\zeta,\beta) = R(p,\zeta,\beta)\frac{D_{SO}}{\sqrt{D_{SO}^2+\varsigma^2+p^2}} \tag{3.46}$$

2. คอนโวลูชันโปรเจคชัน $R'_\beta(p,\varsigma)$ กับ $\frac{1}{2}h(p)$ได้ค่า $Q_\beta(p,\varsigma)$ คือ

$$Q(p,\zeta,\beta) = R'(p,\zeta,\beta) * \frac{1}{2}h(p) \tag{3.47}$$

3. แบ็คโปรเจคชันด้วยค่าแฟกเตอร์น้ำหนักตามระยะทางของเส้นแสงสำหรับระบบโคออร์ดิเนต แบบ 3 มิติ

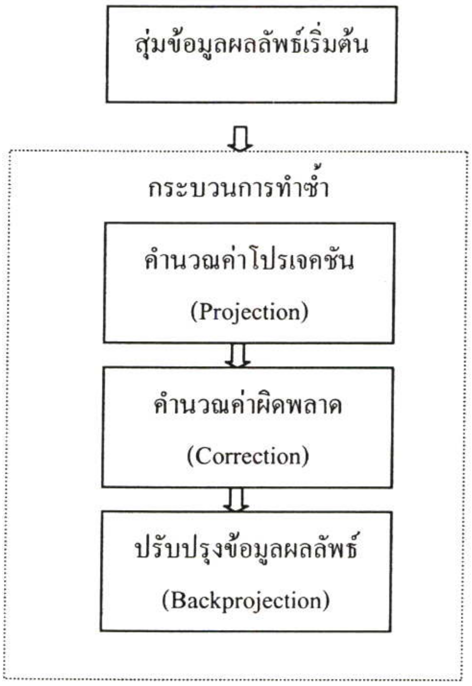
$$g(x, y, z) = \int_{0}^{2\pi} \frac{D_{SO}^{2}}{(D_{SO}-s)^{2}} Q_{\beta'}\left(p, \varsigma, \beta\right) d\beta \qquad (3.48)$$

หรือ

$$f(x,y,z) = \frac{1}{2}\int_{0}^{2\pi} \frac{D_{SO}^{2}}{(D_{SO}-s)^{2}} \int_{-\infty}^{\infty} R(p,\zeta,\beta) h\left(\frac{D_{SO}\cdot t}{D_{SO}-s} - p\right) \frac{D_{SO}}{\sqrt{D_{SO}^{2}+\varsigma^{2}+p^{2}}} \, dp \, d\beta \qquad (3.48)$$

3.6 ART และ SART แบบ 3 มิติ (3D Algebraic Reconstruction Algorithm)

อัลกอริธึมการสร้างภาพแบบ 3 มิติสามารถพิจารณาได้เช่นเดียวกับฟิลเตอร์แบ็คโปรเจคชันแบบ 3 มิติ คือพิจารณาทางเดินแสงแบบพัดที่ถูกยกขึ้น-ลง(Tilted fan-beam) โดยที่กระบวนการยังเหมือนเดิมกับแบบขนานดังที่กล่าวไปแล้วในบทที่ 2 นั่นคืออัลกอริธึมเชิงพีชคณิตมีขั้นตอนคือ



รูปที่ 3.11 บล็อกไดอะแกรมของอัลกอริธึมเชิงพีชคณิต

หลักการทำงานของอัลกอริธึมเชิงพีชคณิต แบบ 3 มิติจะเหมือนกับแบบ 2 มิติ แต่ต่างกันที่เราจะพิจารณาข้อมูลภาพเป็นปริมาตรหรือภาพหลายๆสไลด์แทน โดยสมการได้คือ

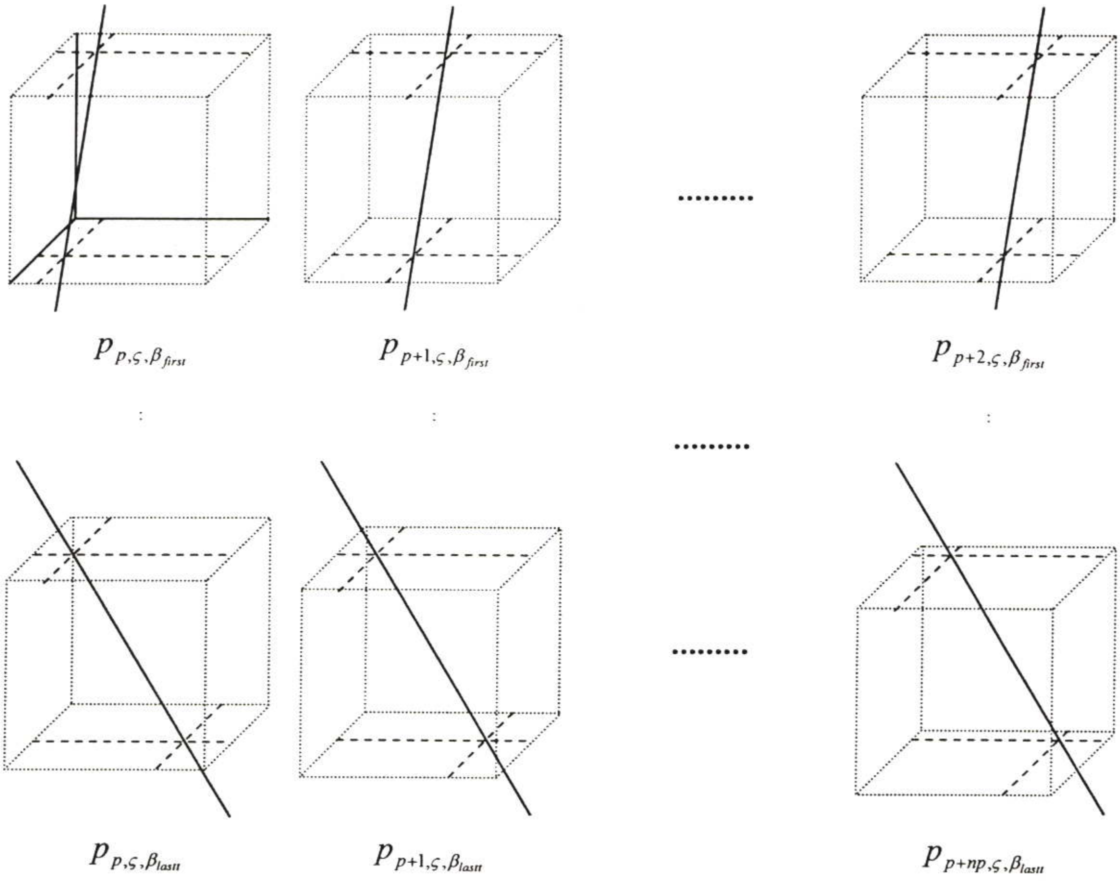
$$v_j^{(k)} = v_j^{(k-1)} + \frac{\left(p_i - \sum_{h=1}^{N} v_n^{(k-1)} w_{in}\right)}{\sum_{n=1}^{N} w_{in}^2} w_{ij} \tag{3.49}$$

หรือเขียนให้อยู่ในระบบพิกัด (x, y, z) และ (p, ς, β) คือ

$$v_{x,y,z}^{(k)} = v_{x,y,z}^{(k-1)} + \lambda \frac{\left(p_{p,\varsigma,\beta} - \sum_{c=1}^{nz}\sum_{b=1}^{ny}\sum_{a=1}^{nx} v_{a,b,c}^{k-1} w_{p,\varsigma,\beta,a,b,c}\right)}{\sum_{c=1}^{nz}\sum_{b=1}^{ny}\sum_{a=1}^{nx} w_{p,\varsigma,\beta,a,b,c}^2} w_{p,\varsigma,\beta,x,y,z} \tag{3.50}$$

$$v_{x,y,z}^{(k)} = v_{x,y,z}^{(k-1)} + \lambda \frac{\sum_{p_{p,\varsigma,\beta} \in P_\varphi} \left(\frac{p_{p,\varsigma,\beta} - \sum_{c=1}^{nz}\sum_{b=1}^{ny}\sum_{a=1}^{nx} v_{a,b,c}^{k-1} w_{p,\varsigma,\beta,a,b,c}}{\sum_{c=1}^{nz}\sum_{b=1}^{ny}\sum_{a=1}^{nx} w_{p,\varsigma,\beta,a,b,c}} \right) w_{p,\varsigma,\beta,x,y,z}}{\sum_{p_{p,\varsigma,\beta} \in P_\varphi} w_{p,\varsigma,\beta,x,y,z}} \tag{3.51}$$

จากสมการที่ (3.50) และ (3.51) เป็นสมการการสร้างภาพกลับด้วยวิธีเชิงพีชคณิตแบบ 3 มิติที่อธิบายด้วยระบบโคออร์ดิเนต $(p, \varsigma, \beta, x, y, z)$ พบว่าฟังก์ชัน $w_{p,\varsigma,\beta,x,y,z}$ มีขนาดใหญ่มาก ตัวอย่างเช่น ถ้าต้องการสร้างภาพขนาด 64x64 พิกเซล จำนวน 64 สไลด์หรือ 64x64x64 วอกเซล จากข้อมูลโปรเจคชันขนาด 64x64 จำนวน 24 มุม ดังนั้นขนาดของ $w_{p,\varsigma,\beta,x,y,z}$ คือ ค่าน้ำหนักแสงของวอกเซลต่าง ๆ 64x64x64x64x64x24 = 25,769,803,776 หรือประมาณ 25.769 G-byte เนื่องจากต้องเก็บค่าแฟกเตอร์น้ำหนักของแต่ละเส้นแสงเป็นปริมาตรดังรูปที่ 3.12 และขั้นตอนการคำนวณแฟกเตอร์น้ำหนักจะยิ่งเพิ่มขึ้นเป็นเท่าตัวเมื่อใช้การคำนวณแบบแบ่งเซลล์ย่อยดังที่กล่าวไปในบทที่ 2 หัวข้อที่ 2.7.3 เช่นถ้าแบ่งเซลย่อยเป็น 100 เซลย่อย ดังนั้นขั้นตอนการคำนวณจะเท่ากับ 25,769,803,776x100 ดังนั้นนำไปใช้งานจริงสำหรับข้อมูลที่มีขนาดใหญ่



รูปที่ 3.12 ภาพแสดงเส้นทางเดินแสงแบบต่าง ๆ ในข้อมูลเชิงปริมาตร

```
For β to nβ
  For ς to nς
    For p to np
      Projection calculation of ray
      For c to nz
            For b to ny
               For a to nx
                     Sum of voxel
                  Sum of weight
      Correction projection of ray
      Updatind voxel in ray
      For z to nz
            For y to ny
               For x to nx
                     Distribution Correction to voxel
```

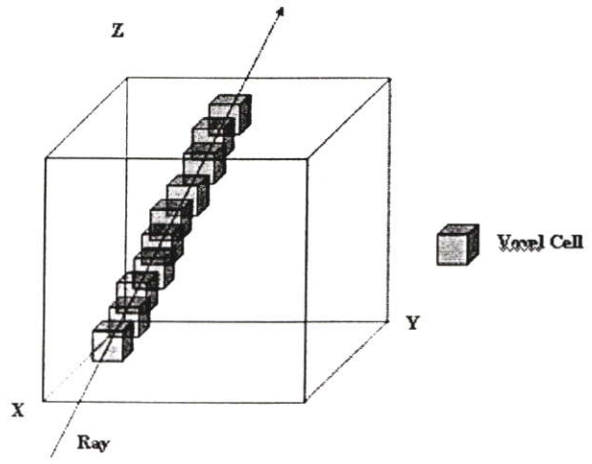
รูปที่ 3.13 โปรแกรมการทำงานของ ART แบบเดิม

```
For β to nβ
    For ς to nς
        For p to np
            Projection calculation of ray
            For c to nz
                For b to ny
                    For a to nx
                        Sum of voxel
                    Sum of weight
            Correction projection of ray
                Projection subtraction
            Updatind voxel in ray
            For z to nz
                For y to ny
                    For x to nx
                        Distribution Correction to voxel
```

รูปที่ 3.14 โปรแกรมการทำงานของ SART แบบเดิม

จากรูปที่ 3.13 และรูปที่ 3.14 แสดงลำดับการทำงานทั้งหมดของ ART และ SART แบบ 3 มิติ ซึ่งมีความยุ่งยากและซับซ้อนเป็นอย่างมาก จำนวนการทำงานทั้งหมดเขียนได้เป็น

$$\begin{aligned} O(ART_{org}) = {} & O(nx \cdot ny \cdot nz \cdot np \cdot n\varsigma \cdot n\beta)_{\Pr ojection} \\ & + O(np \cdot n\varsigma \cdot n\beta)_{Correction} \\ & + O(nx \cdot ny \cdot nz \cdot np \cdot n\varsigma \cdot n\beta)_{Back\Pr ojection} \end{aligned} \tag{3.52}$$



$P_{p,\varsigma,\beta}$

รูปที่ 3.15 ภาพแสดงข้อมูลเชิงปริมาตรบนเส้นทางเดินแสง

พิจารณาทางเดินแสงดังรูปที่ 3.15 จะเห็นบริเวณที่แสงผ่านในข้อมูลปริมาตรนั้นมีอยู่เพียงส่วนหนึ่งเท่านั้น ดังนันการเก็บข้อมูลค่าแฟกเตอร์น้ำหนักจึงไม่จำเป็นต้องเก็บทุกตำแหน่ง ซึ่งอาจจะพิจารณาในรูปของพิกัดแทนได้เพื่อลดจำนวนการทำงานและพื้นที่ข้อมูลที่ไม่จำเป็นให้น้อยลง

$$\begin{aligned} O(ART_{org}) &= O(R \cdot np \cdot n\varsigma \cdot n\beta)_{\Pr ojection} \\ &+ O(np \cdot n\varsigma \cdot n\beta)_{Correction} \\ &+ O(nR \cdot np \cdot n\varsigma \cdot n\beta)_{Back \Pr ojection} \end{aligned} \tag{3.52}$$

โดยที่ m คือค่าดัชนีตำแหน่งของค่าแฟกเตอร์น้ำหนักขั้นตอนคำนาณค่าโปรเจคชันช่วง $0 < m < nm$ เมื่อ nm เป็นจำนวนค่าดัชนีของเส้นแสง $p_{p,\varsigma,\beta}$ และ nm<<nx.xy.xz

r คือค่าดัชนีตำแหน่งของค่าแฟกเตอร์น้ำหนักขั้นตอนแบ็คโปรเจ็คชันช่วง $0 < r < nr$ เมื่อ nr เป็นจำนวนค่าดัชนีของเส้นแสง $p_{p,\varsigma,\beta}$ และ nr << nx.ny.nz

$$v^{(k)}_{x(r),y(r),z(r)} = v^{(k-1)}_{x(r),y(r),z(r)} + \lambda \frac{\left(p_{p,\varsigma,\beta} - \sum_{m=1}^{nm} v^{(k-1)}_{a(m),b(m),c(m)} w_{p,\varsigma,\beta,m} \right)}{\sum_{m=1}^{nm} w^2_{p,\varsigma,\beta,m}} w_{p,\varsigma,\beta,r} \tag{3.53}$$

$$v^{(k)}_{x(r),y(r),z(r)} = v^{(k-1)}_{x(r),y(r),z(r)} + \lambda \frac{\sum_{p_{p,\varsigma,\beta} \in P\varphi} \left(\frac{\left(p_{p,\varsigma,\beta} - \sum_{m=1}^{nm} v^{(k-1)}_{a(m),b(m),c(m)} w_{p,\varsigma,\beta,m} \right)}{\sum_{m=1}^{nm} w_{p,\varsigma,\beta,m}} \right)}{\sum_{p_{p,\varsigma,\beta} \in P\varphi} w_{p,\varsigma,\beta,r}} w_{p,\varsigma,\beta,r} \tag{3.54}$$

บทที่ 4

การแปลงเชิงเรขาคณิต

4.1 บทนำ

การแปลงเชิงเรขาคณิตเป็นทฤษฎีพื้นฐานทางคอมพิวเตอร์กราฟิกว่าด้วยการแปลงพิกัดภาพหรือวัตถุหนึ่งไปยังพิกัดใหม่โดยใช้พารามิเตอร์ของการแปลงจำนวนหนึ่ง

4.2 การแปลงเชิงเรขาคณิตแบบเชิงเส้น

ในงานทางด้านคอมพิวเตอร์กราฟิกนั้น บางครั้งจำเป็นต้องมีการเคลื่อนย้ายภาพไปยังตำแหน่งใหม่ ย่อ-ขยายภาพ หรือมีการหมุนภาพให้อยู่ในมุมมองที่เหมาะสม ซึ่งสามารถทำได้โดยใช้การแปลงเชิงเรขาคณิต(Geometric transformation)

ในการพิจารณาการแปลงนั้นจะพิจารณาได้ว่าเป็นการแปลงจุดในปริภูมิสามมิติ และเพื่อความเข้าใจง่ายจึงมักจะเขียนอยู่ในรูปของเมทริกซ์ โดยกำหนดให้จุดที่ต้องการแปลงเป็นจุด P มีพิกัดเป็น (x, y, z) ใดๆ เมื่อต้องการย้ายตำแหน่งของจุด P ไปยังพิกัดใหม่คือ P' ซึ่งมีพิกัด (x', y', z') ก็ทำได้โดยการนำพิกัดของจุด P ไปบวกกับเมทริกซ์การแปลงซึ่งก็คือ T สามารถแสดงเมทริกซ์ของการแปลงได้ดังนี้

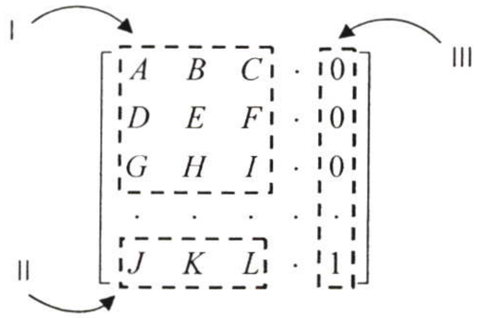
$$P' = P + T = \begin{bmatrix} x & y & z \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} T_x & T_y & T_z \end{bmatrix} \tag{4.1}$$

นอกจากนี้เมื่อนำพิกัดของจุด P มาคูณกับเมทริกซ์การแปลง T ให้ได้พิกัดใหม่คือ P' นั้นจะเป็นการสเกล การหมุน การสะท้อน หรืออื่นๆ ขึ้นอยู่กับค่าพารามิเตอร์ภายในเมทริกซ์การแปลงนั้นและสามารถเขียนในรูปของเมทริกซ์ได้ดังนี้

$$P' = P \cdot T = \begin{bmatrix} x & y & z \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} a & b & c \\ d & e & f \\ g & h & i \end{bmatrix} \tag{4.2}$$

สำหรับการแปลงเชิงเรขาคณิตในทางคอมพิวเตอร์กราฟิกโดยทั่วไปแล้วจะประกอบด้วยการแปลงหลายๆชนิดประกอบกัน และเนื่องจากเป็นการคำนวณในรูปของเมทริกซ์จึงทำให้ยากในการคำนวณเมทริกซ์ที่มีรูปแบบแตกต่างกัน จึงได้มีการนำระบบพิกัดโฮโมจีเนียส (Homogeneous Coordinate System) เข้ามาใช้เพื่อแก้ปัญหานี้

ในระบบพิกัดโฮโมจีเนียส จุดในระบบสามมิติ (x, y, z) จะถูกแทนด้วยระบบสี่มิตินั่นคือ (x, y, z, H) โดยจะมี H เป็นค่าแฟกเตอร์ที่มีหน้าที่สเกลซึ่งจะมีค่าไม่เท่ากับศูนย์ จุด (x, y, z, H) จะถูกนอร์มอลไลซ์ (Normalize) เป็น $(x/H, y/H, z/H, 1)$ โดยทั่วไปแล้วค่า H จะมีค่าเท่ากับ 1 ดังนั้นจุด (x, y, z) ใดๆจะมีค่าในระบบพิกัดโฮโมจีเนียสเป็น $(x, y, z, 1)$



รูปที่ 4.1 ส่วนประกอบของระบบพิกัดโฮโมจีเนียส

จากรูปที่ 3.1 เมทริกซ์ย่อย I เป็นส่วนที่กำหนดว่าเป็นการแปลงแบบใด เช่น การหมุน การสเกล การสะท้อน เป็นต้น ส่วนเมทริกซ์ย่อย II เป็นส่วนของการย้ายตำแหน่งแบบเชิงเส้น และในส่วนสุดท้ายเมทริกซ์ย่อย III ใช้ในการรวมระหว่างการเคลื่อนย้ายพิกัดและการแปลงที่อยู่ในรูปการคูณ โดยมีรายละเอียดของการแปลงแบบต่างๆดังนี้

4.2.1 การเลื่อนพิกัด (Translation)

เมทริกซ์การแปลง (T_T) ที่ใช้สำหรับการแปลงที่ต้องการเลื่อนพิกัดมีลักษณะดังนี้

$$T_T = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ T_x & T_y & T_z & 1 \end{bmatrix} \tag{4.3}$$

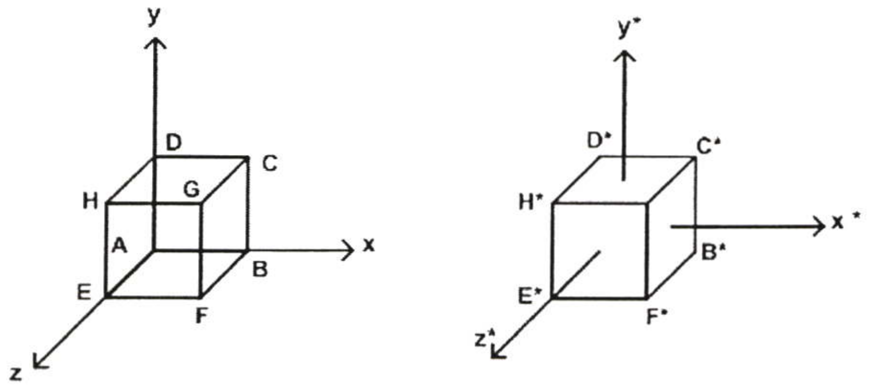
โดยที่ค่า T_x, T_y และ T_z แสดงระยะทางที่ต้องการเคลื่อนย้ายตำแหน่งไปในแนวแกน X, Y และ Z ตามลำดับ และพิกัดของจุดในระบบโฮโมจีเนียส (x', y', z', h) เป็น

$$\begin{bmatrix} x' & y' & z' & h \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x & y & z & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ T_x & T_y & T_z & 1 \end{bmatrix} \tag{4.4}$$

หรือ

$$\begin{bmatrix} x' & y' & z' & h \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x+T_x & y+T_y & z+T_z & 1 \end{bmatrix} \tag{4.5}$$

การเลื่อนเมทริกซ์เป็นการแปลงที่มีประโยชน์มากในทางคอมพิวเตอร์กราฟิก เนื่องจากข้อมูลภาพต้นฉบับที่นำมาใช้จะมีตำแหน่งอยู่ในด้านบวกเท่านั้น จึงจำเป็นต้องการอาศัยการแปลงแบบนี้เพื่อเลื่อนพิกัดกึ่งกลางของข้อมูลต้นฉบับให้มาอยู่ที่จุดกำเนิด $(0,0,0)$ เสียก่อน แสดงในรูปที่ 4.2 จึงถือได้ว่าการแปลงแบบเลื่อนพิกัดเป็นพื้นฐานที่สำคัญของการสร้างภาพทางคอมพิวเตอร์กราฟิก



รูปที่ 4.2 การเลื่อนจุดกึ่งกลางของปริมาตรต้นฉบับมายังจุดกำเนิด

4.2.2 การสเกล (Scaling)

การสเกลเป็นการแปลงเพื่อปรับเปลี่ยนขนาดของวัตถุที่ต้องการ มีเมทริกซ์การแปลง (S) ดังนี้

$$S = \begin{bmatrix} S_x & 0 & 0 & 0 \\ 0 & S_y & 0 & 0 \\ 0 & 0 & S_z & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \tag{4.6}$$

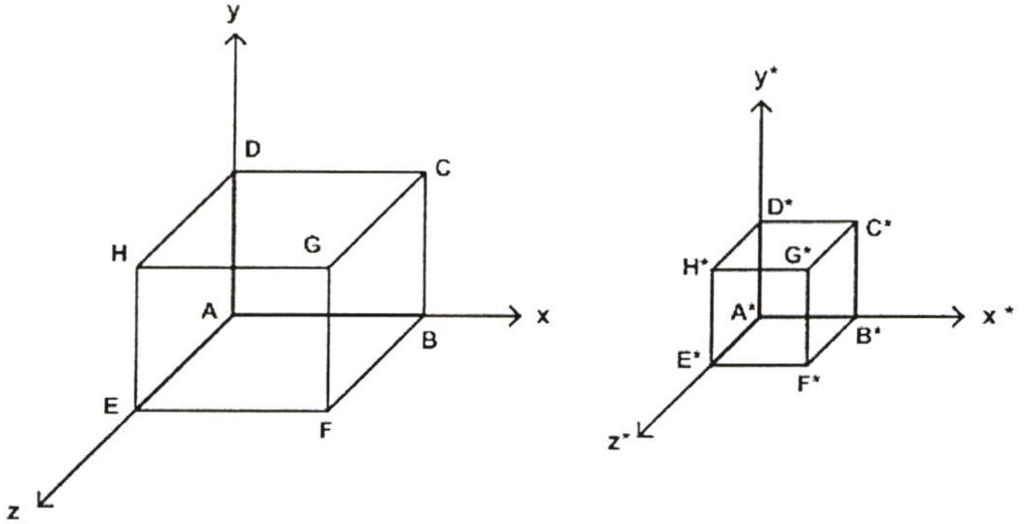
โดยที่ S_x, S_y และ S_z เป็นสัมประสิทธิ์การสเกลสำหรับพิกัด X, Y และ Z ตามลำดับ และพิกัดของจุดในระบบโฮโมจีเนียส (x', y', z', h) เป็น

$$\begin{bmatrix} x' & y' & z' & h \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x & y & z & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} S_x & 0 & 0 & 0 \\ 0 & S_y & 0 & 0 \\ 0 & 0 & S_z & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (4.7)$$

หรือ

$$\begin{bmatrix} x' & y' & z' & h \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} xS_x & yS_y & zS_z & 1 \end{bmatrix} \quad (4.8)$$

ค่า S_x, S_y และ S_z จะเป็นตัวกำหนดว่าเป็นการย่อหรือขยายรูป กล่าวคือ ถ้า S มีค่ามากกว่า 1 จะเป็นการขยายภาพและถ้า S มีค่าน้อยกว่า 1 จะเป็นการย่อขนาดภาพ



รูปที่ 4.3 การสเกลวัตถุ

4.2.3 การหมุนวัตถุ (Rotation)

การหมุนวัตถุเป็นการหมุนวัตถุรอบแกนต่างๆทั้งสามแกน ซึ่งได้แก่ แกน X, Y หรือ Z โดยการอ้างอิงการมองในลักษณะมองออกจากจุดกำเนิดไปตามแนวแกน เมทริกซ์การแปลงของการหมุนรอบแกนต่างๆในทิศทางตามเข็มนาฬิกา มีดังนี้

เมทริกซ์การแปลงของการหมุนรอบแกน X ไปเป็นมุม θ คือ

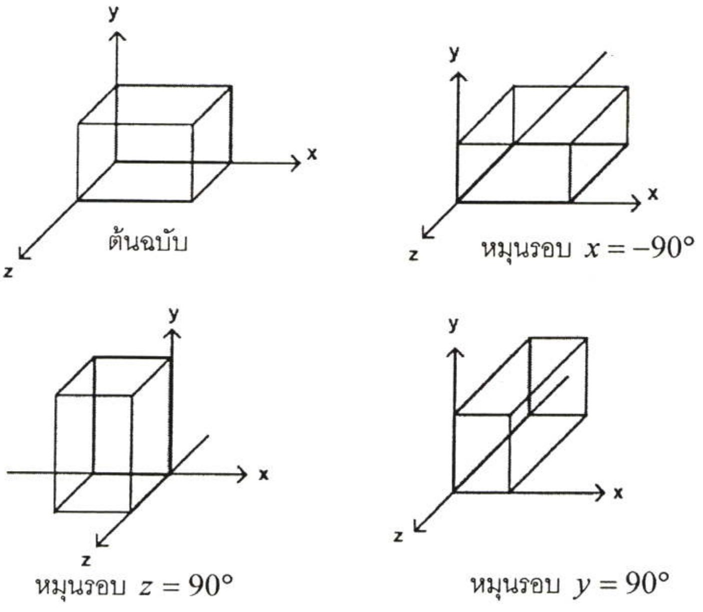
$$R_X = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cos\theta & \sin\theta & 0 \\ 0 & -\sin\theta & \cos\theta & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (4.9)$$

เมทริกซ์การแปลงของการหมุนรอบแกน Y ไปเป็นมุม ϕ คือ

$$R_Y = \begin{bmatrix} \cos\phi & 0 & -\sin\phi & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ \sin\phi & 0 & \cos\phi & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (4.10)$$

เมทริกซ์การแปลงของการหมุนรอบแกน Z ไปเป็นมุม φ คือ

$$R_Z = \begin{bmatrix} \cos\varphi & \sin\varphi & 0 & 0 \\ -\sin\varphi & \cos\varphi & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (4.11)$$



รูปที่ 4.4 การแปลงแบบหมุนรอบแกนทั้งสาม

4.2.4 การสะท้อน (Reflection)

การสะท้อนวัตถุเป็นการสะท้อนพิกัดของวัตถุไปยังพิกัดที่อยู่อีกด้านหนึ่งของระนาบการสะท้อน XY, YZ หรือ XZ เมทริกซ์ของการสะท้อนมีดังต่อไปนี้

เมทริกซ์ของการสะท้อนกับระนาบ XY คือ

$$Rf_{XY} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (4.12)$$

จะเปลี่ยนเฉพาะพิกัด z โดย $z' = -z$

เมทริกซ์ของการสะท้อนกับระนาบ YZ คือ

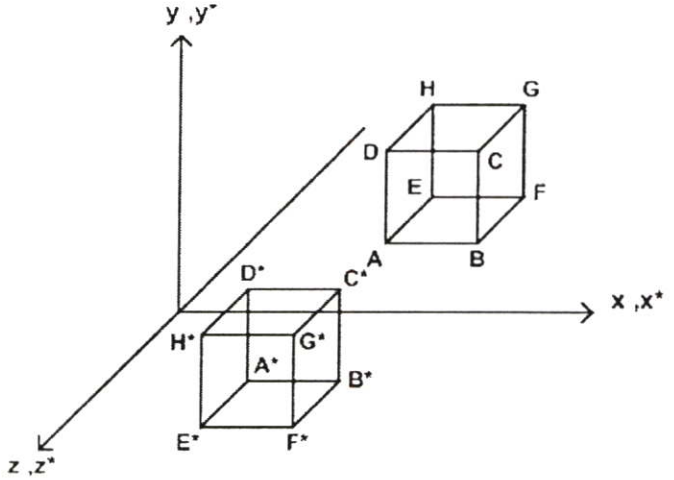
$$Rf_{YZ} = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \tag{4.13}$$

จะเปลี่ยนเฉพาะพิกัด x โดย $x' = -x$

เมทริกซ์ของการสะท้อนกับระนาบ XZ คือ

$$Rf_{XZ} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \tag{4.14}$$

จะเปลี่ยนเฉพาะพิกัด y โดย $y' = -y$



รูปที่ 4.5 การสะท้อนวัตถุกับระนาบ XY

4.2.5 การเฉือน (Shearing)

การเฉือนในปริภูมิสามมิติเป็นการแปลงพิกัดตามแกนของสองแกนใดๆ (สมมติว่าเป็น xและ y) โดยสัมพันธ์กับค่าของพิกัดตามแนวแกนที่สาม (z) เป็นผลให้ค่าพิกัดตามแนวแกนของสองแกนแรกเปลี่ยนไป ในขณะที่ค่าพิกัดตามแนวแกนที่สามนั้นมีค่าคงเดิม

เมทริกซ์ของการเฉือนโดยสัมพันธ์กับแกน X

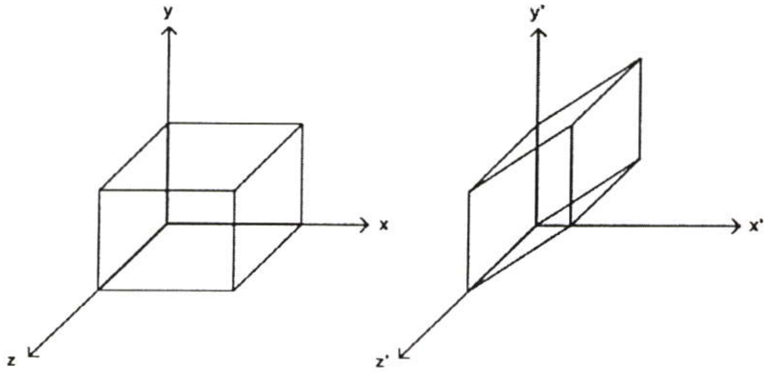
$$Sh_x = \begin{bmatrix} 1 & Sh_{xy} & Sh_{xz} & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \qquad (4.15)$$

เมทริกซ์ของการเฉือนโดยสัมพันธ์กับแกน Y

$$Sh_y = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ Sh_{yx} & 1 & Sh_{yz} & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \qquad (4.16)$$

เมทริกซ์ของการเฉือนโดยสัมพันธ์กับแกน Z

$$Sh_z = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ Sh_{zx} & Sh_{zy} & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \qquad (4.17)$$



รูปที่ 4.6 การเฉือนโดยสัมพันธ์กับค่า z เมื่อ $Sh_{zx} = 0$ และ $Sh_{zy} = 1$

4.2.6 การฉายภาพ (Projection)

การฉายภาพเป็นการแปลงจาก n มิติไปเป็น $n-1$ มิติ การฉายภาพมี 2 ประเภทคือแบบเชิงเส้นและไม่เป็นเชิงเส้น ในวิทยานิพนธ์ฉบับนี้สนใจเฉพาะการฉายภาพแบบเชิงเส้นเท่านั้น สำหรับการฉายภาพแบบเชิงเส้นยังสามารถแบ่งได้เป็น 2 ประเภทคือ

4.2.6.1 การฉายภาพแบบตั้งฉาก (Orthographic Projections)

การฉายภาพแบบตั้งฉากเป็นวิธีฉายภาพแบบขนานอย่างหนึ่งที่มีรูปแบบอย่างง่ายและถูกใช้ในการวาดภาพทางวิศวกรรม โดยจะแสดงขนาดจริงของวัตถุในแต่ละด้าน เมทริกซ์ของการฉายภาพลงบนระนาบต่างๆเป็นดังนี้

เมทริกซ์ของการฉายภาพลงบนระนาบ $x=0$

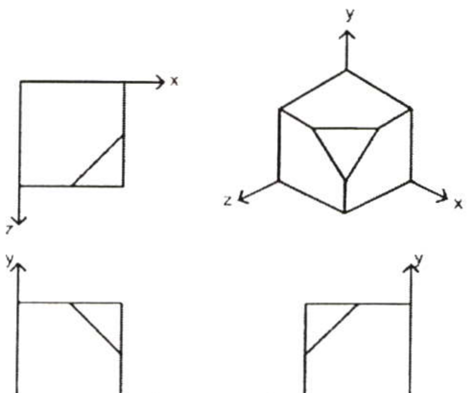
$$P_x = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \tag{4.18}$$

เมทริกซ์ของการฉายภาพลงบนระนาบ $y=0$

$$P_y = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \tag{4.19}$$

เมทริกซ์ของการฉายภาพลงบนระนาบ $z=0$

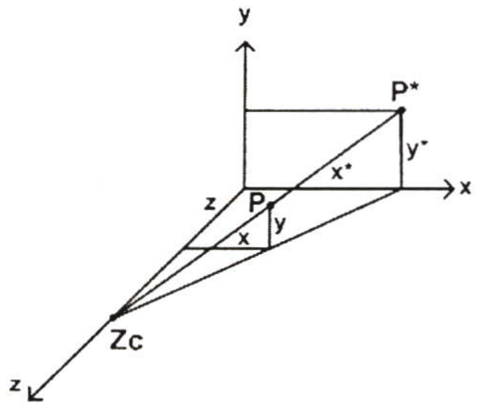
$$P_z = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \tag{4.20}$$



รูปที่ 4.7 แสดงการฉายภาพลงบนระนาบ x = 0, y = 0 และ z = 0

4.2.6.2 การฉายภาพแบบเพอร์สเปกทีฟ (Perspective Projections)

เป็นรูปแบบการแปลงเชิงเรขาคณิตอย่างหนึ่งซึ่งแตกต่างจากการแปลงแบบอื่นๆที่ได้กล่าวมาแล้ว คือการแปลงแบบเลื่อนพิกัด การสเกล การหมุน การสะท้อน และการเฉือนนั้นเป็นการแปลงซึ่งคงคุณสมบัติความขนานกันของเส้น แต่การแปลงแบบเพอร์สเปกทีฟนี้แตกต่างออกไป และการแปลงแบบนี้ยังมีผลให้ขนาดของวัตถุเปลี่ยนแปลงไปโดยมีความสัมพันธ์แบบผกผันกับระยะห่างระหว่างวัตถุกับจุดศูนย์กลางของการฉายภาพ



รูปที่ 4.8 การฉายภาพแบบเพอร์สเปกทีฟ

พิจารณารูปที่ 3.8 เป็นการแปลงแบบเพอร์สเปกทีฟและทำการฉายภาพจากจุด P ไปยังจุด P^* บนระนาบ $z = 0$ โดยมี z_C เป็นจุดศูนย์กลางของการฉายภาพ (Center of projection)

จากคุณสมบัติของสามเหลี่ยมคล้าย ได้ว่า

$$\frac{x^*}{z_C} = \frac{x}{z_c - z}$$

หรือ
$$x^* = \frac{x}{1 - \frac{z}{z_c}}$$

และ
$$\frac{y^*}{\sqrt{(x^*)^2 + z_c^2}} = \frac{y}{\sqrt{x^2 + (z_c - z)^2}}$$

หรือ
$$y^* = \frac{y}{1 - \frac{z}{z_c}}$$

จะได้ x^*, y^* เป็นพิกัดของ P^*

กำหนดให้ $r = \frac{-1}{z_c}$ จะได้ $x^* = \frac{x}{rz+1}$ และ $y^* = \frac{y}{rz+1}$ (4.21)

หรือเขียนในรูปของเมทริกซ์ได้ดังนี้

$$[x \quad y \quad z \quad 1] \cdot \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & r \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = [x \quad y \quad 0 \quad rz+1] \tag{4.22}$$

เนื่องจาก $h = rz+1 \neq 1$ ดังนั้นจึงคูณสมการที่ 3.22 ด้วย $\frac{1}{rz+1}$

จะได้ $$[x^* \quad y^* \quad z^* \quad 1] = \left[\frac{x}{rz+1} \quad \frac{y}{rz+1} \quad 0 \quad 1 \right] \tag{4.23}$$

จะเห็นว่าสมการที่ (4.21) มีค่าเท่ากันกับสมการที่ (4.23)

จะได้เมทริกซ์ของการแปลงแบบเพอร์สเปกทีฟเมื่อจุดศูนย์กลางของการฉายภาพอยู่บนแกน X, Y และ Z ดังนี้

กรณีที่มีจุดศูนย์กลางของการฉายภาพอยู่บนแกน X หรือที่พิกัด $[-1/p \quad 0 \quad 0 \quad 1]$

$$[x \quad y \quad z \quad 1] \cdot \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & p \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = [x \quad y \quad z \quad px+1] \tag{4.24}$$

และ

$$[x^* \quad y^* \quad z^* \quad 1] = \left[\frac{x}{px+1} \quad \frac{y}{px+1} \quad \frac{z}{px+1} \quad 1 \right] \tag{4.25}$$

กรณีที่มีจุดศูนย์กลางของการฉายภาพอยู่บนแกน Y หรือที่พิกัด $[0 \quad -1/q \quad 0 \quad 1]$

$$[x \quad y \quad z \quad 1]\cdot\begin{bmatrix}1 & 0 & 0 & 0\\ 0 & 1 & 0 & q\\ 0 & 0 & 1 & 0\\ 0 & 0 & 0 & 1\end{bmatrix} = [x \quad y \quad z \quad qy+1] \tag{4.26}$$

และ

$$[x^* \quad y^* \quad z^* \quad 1] = \left[\frac{x}{qy+1} \quad \frac{y}{qy+1} \quad \frac{z}{qy+1} \quad 1\right] \tag{4.27}$$

กรณีที่มีจุดศูนย์กลางของการฉายภาพอยู่บนแกน Z หรือที่พิกัด $[0 \quad 0 \quad -1/r \quad 1]$

$$[x \quad y \quad z \quad 1]\cdot\begin{bmatrix}1 & 0 & 0 & 0\\ 0 & 1 & 0 & 0\\ 0 & 0 & 1 & r\\ 0 & 0 & 0 & 1\end{bmatrix} = [x \quad y \quad z \quad rz+1] \tag{4.28}$$

และ

$$[x^* \quad y^* \quad z^* \quad 1] = \left[\frac{x}{rz+1} \quad \frac{y}{rz+1} \quad \frac{z}{rz+1} \quad 1\right] \tag{4.29}$$

4.2.7 การแปลงแบบผสม (Multiple Transformations)

โดยทั่วไปในการใช้งานทางด้านคอมพิวเตอร์กราฟิกจำเป็นต้องใช้การแปลงหลายแบบร่วมกัน เช่นในการหมุนวัตถุรอบเส้นตรงใดๆ ซึ่งขนานกับแกน Z จำเป็นต้องทำการเลื่อนให้จุดศูนย์กลางของวัตถุไปยังจุดกำเนิดก่อน จึงจะทำการหมุนวัตถุรอบแกน Z จากนั้นจึงทำการเลื่อนวัตถุกลับไปยังตำแหน่งเดิม

ตัวอย่าง หมุนวัตถุเป็นมุม φ รอบเส้นตรงที่ขนานกับแกน Z ซึ่งผ่านจุด $(-T_x,-T_y,-T_z)$ กำหนดให้เมทริกซ์ M เป็นเมทริกซ์การแปลงแบบผสม จะได้

$$M = T_T \cdot R_Z \cdot T_T^{-1} \tag{4.30}$$

เมื่อ

$$T_T = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ T_x & T_y & T_z & 1 \end{bmatrix} \qquad T_T^{-1} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ -T_x & -T_y & -T_z & 1 \end{bmatrix}$$

$$R_Z = \begin{bmatrix} \cos\varphi & \sin\varphi & 0 & 0 \\ -\sin\varphi & \cos\varphi & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

เนื่องจากเมทริกซ์ไม่มีคุณสมบัติการสลับที่ ดังนั้นลำดับของเมทริกซ์ของการแปลงจึงมีความสำคัญอย่างยิ่ง

บทที่ 5

การปรับเทียบกล้อง(Camera Calibration)

5.1 บทนำ

บทนี้เรากล่าวถึงการเห็นใน 3 มิติซึ่งเป็นการดึงข้อมูล 3 มิติออกจากภาพ 2 มิติ คณิตศาสตร์ที่เกี่ยวข้องกับการมองเห็นใน 3มิติและ คณิตศาสตร์ที่เกี่ยวข้องกับการปรับเทียบกล้อง (Camera Calibration) ซึ่งจะแบ่งออกเป็น การประมาณค่าเมทริกซ์ M การแก้สมการเพื่อหาค่าเมทริกซ์ M

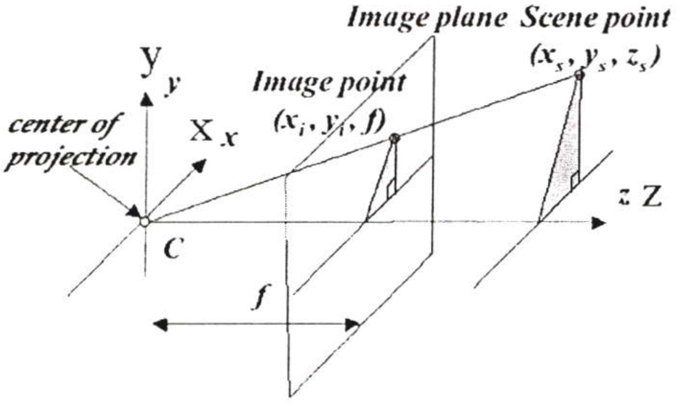
5.2 เรขาคณิตสำหรับการเห็นใน 3 มิติ (Geometry for 3D Vision)

5.2.1 การเกิดภาพในกรณีที่พิกัดโลกซ้อนทับพิกัดกล้อง

ในระบบภาพ 2 มิติส่วนใหญ่ได้มาจากการมองวัตถุ 3 มิติผ่านเลนส์ของตาหรือเลนส์ของกล้องขบวนการเกิดภาพสามารถถูกจำลองได้โดยการใช้ Perspective Transformation รูปที่ 5.1 แสดงแบบจำลองง่ายๆของระบบสร้างภาพ เราแทนแกนระบบพิกัดโลก (World Coordinate System) ด้วยอักษรตัวใหญ่ (X,Y,Z) และแทนแกนของระบบพิกัดของกล้องด้วยอักษรตัวเล็ก(x,y,z) เราสมมติว่าพิกัดของโลกซ้อนทับกับระบบพิกัดของกล้อง แสงจากวัตถุใน 3 มิติส่องผ่านศูนย์ของการโปรเจคชันแล้วโปรเจคลงบนภาพ ให้จุด (x_s, y_s, z_s) แทนจุดพิกัดของวัตถุ 3มิติให้ (x_i, y_i) แทนจุดพิกัดของวัตถุในระนาบของภาพ เราสมมติว่าระนาบของภาพอยู่ f ห่างไปทางขวาของจุดกำเนิดของพิกัดกล้องโดยที่ f ความยาวโฟกัสของเลนส์ โดยการใช้สามเหลี่ยมคล้ายได้ว่า

$$x_i = f\frac{x_s}{z_s} \tag{5.1}$$

$$y_i = f\frac{y_s}{z_s} \tag{5.2}$$



รูปที่ 5.1 แบบจำลองของระบบสร้างภาพ

จากแบบจำลองการสร้างภาพเราสามารถหาความสัมพันธ์ระหว่างระบบพิกัดโลก (World Coordinate System) กับระบบพิกัดของกล้องด้วยสมการที่ (5.3)

$$\begin{bmatrix} u \\ v \\ w \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} f & 0 & 0 & 0 \\ 0 & f & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_s \\ y_s \\ z_s \\ 1 \end{bmatrix} \tag{5.3}$$

โดยที่

$$x_i = \frac{u}{w} \tag{5.4}$$

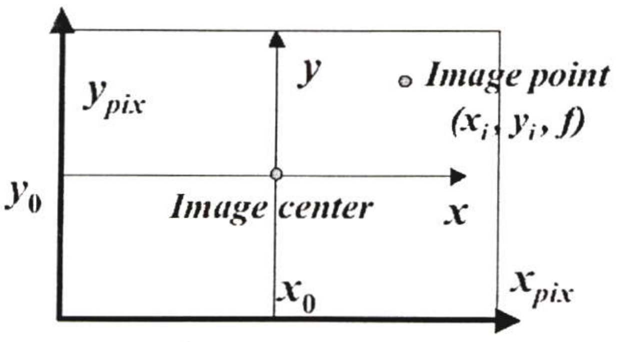
$$y_i = \frac{v}{w} \tag{5.5}$$

5.22 การแปลงจากหน่วยความยาวเป็นพิกเซล

การแปลงหน่วยความยาวไปเป็นพิกเซลเราจะเริ่มจากกำหนดให้พิกัดของภาพมีจุดกำเนิดอยู่ที่มุมล่างซ้ายของภาพดังแสดงในรูป 5.2 การแปลงจากความยาวเป็นพิกเซลเราจำเป็นต้องรู้ค่าการปรับสเกล (Aspect Ratio) ของแต่ละแกนของระบบพิกัดภาพค่าการปรับสเกลเป็นค่าที่ระบุจำนวนพิกเซลต่อหนึ่งหน่วยความยาว ในระบบภาพบางระบบพิกเซลในแถวถัดไปอาจมีการเยื้องกันจำเป็นต้องรู้ค่าที่เรียกว่าพารามิเตอร์ของการเฉือน (Skew parameter) นอกจากนี้ยังจำเป็นต้องรู้จุดหลัก(Principal Point) $U_0 = (x_0, y_0)$ หรือบางครั้งถูกเรียกว่าจุดกึ่งกลางของภาพของขบวนการปรับ โดยที่ k_x คือค่าการปรับสเกลในทิศทาง x, k_y คือค่าการปรับสเกลในทิศทาง y และ s แทนพารามิเตอร์ของการเฉือน เราเขียนในรูปเทียบกล้อง (Camera Calibration Procedure) เป็นจุดตัดระหว่างแกนอ็อบติคกับระนาบภาพพิกัดของจุด (x_i, y_i, f) หาได้จากความสัมพันธ์

$$x_{pix} = k_x x_i + s y_i + x_0 = k_x f \frac{x_s}{z_s} + sf \frac{y_s}{z_s} + x_0 \tag{5.6}$$

$$y_{pix} = k_y y_i + y_0 = k_y f \frac{y_s}{z_s} + y_0 \tag{5.7}$$



รูปที่ 5.2 พิกัดของภาพ

เราสามารถอยู่ในรูปของของเมทริกซ์ได้เป็น

$$\begin{bmatrix} u' \\ v' \\ w' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \alpha_x & s & u_0 & 0 \\ 0 & \alpha_y & v_0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_s \\ y_s \\ z_z \\ 1 \end{bmatrix} \tag{5.7}$$

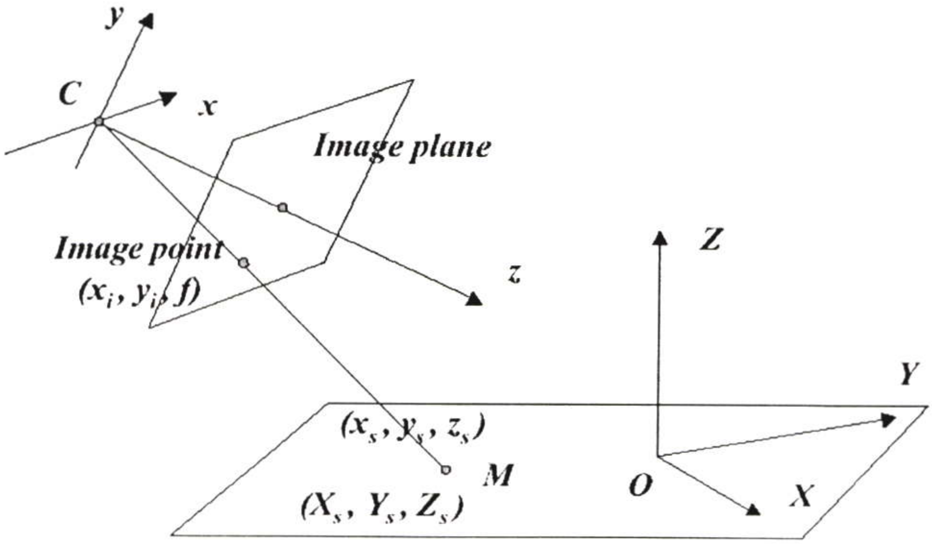
โดยที่ $\alpha_x = k_x x_s$ ซึ่งเป็นค่าความยาวโฟกัสในทิศ x ในหน่วยของพิกเซลและ $\alpha_x = k_x x_s$ ซึ่งเป็นค่าความยาวโฟกัสในทิศ y ในหน่วยของพิกเซล เราสามารถเขียน

$$\begin{bmatrix} \alpha_x & s & u_0 & 0 \\ 0 & \alpha_y & v_0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \alpha_x & s & 0 \\ 0 & \alpha_y & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} = \mathbf{K}[\mathbf{I}_3 \mid \mathbf{O}_3] \tag{5.8}$$

เมทริกซ์ **K** มีลักษณะเป็นสามเหลี่ยมข้างบน (Upper Triangle) ขนาด 3x3 มีชื่อว่า Calibration Matrix เป็นเมทริกซ์ที่ประกอบพารามิเตอร์ภายใน (Intrinsic Parameter)ที่สำคัญของกล้อง

5.2.3 กรณีที่พิกัดของโลกไม่ซ้อนทับกับพิกัดของกล้อง

ในกรณีที่พิกัดโลกไม่ซ้อนทับกับพิกัดกล้องนั้นเราจะพิจารณาจากรูปที่ 5.3 โดยจะเห็นว่าจุดกึ่งกลางของการโปรเจคชันของกล้องถูกวางไว้ที่ตำแหน่งอื่นที่ไม่ใช่ตำแหน่งเดียวกันกับตำแหน่งพิกัดโลกทำให้จุดกึ่งกลางของกล้องมีการส่ายและเอียงทำมุมกับแกนอ้างอิง



รูปที่ 5.3 แบบจำลองการเกิดภาพ

ในกรณีนี้เราสามารถหาความสัมพันธ์ของการเกิดภาพจากกล้องสามารถหาได้ง่ายโดยการเปลี่ยนแปลง (Modify) สมการ (5.7) โดยการ ด้วยการคูณด้วยเมทริกซ์การเคลื่อนย้าย (Translation) และ การหมุน (Rotation) ใน 3 มิติ เข้าไปยังสมการที่ (5.7) ซึ่งเราจะได้สมการความสัมพันธ์ของพิกัดโลกกับพิกัดกล้องในกรณีที่พิกัดของโลกไม่ซ้อนทับกับพิกัดของกล้องเป็นไปตามสมการที่ (5.9)

$$\begin{bmatrix} u' \\ v' \\ w' \end{bmatrix} = \mathbf{K}[\mathbf{I}_3 \mid \mathbf{O}_3] \begin{bmatrix} \mathbf{R} & \mathbf{-T} \\ \mathbf{O}_3^T & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_s \\ y_s \\ z_z \\ 1 \end{bmatrix} \tag{5.9}$$

โดยที่ **R** แทนเมทริกซ์ที่เป็นผลรวมของการหมุนระบบพิกัด และ **T** แทนเวคเตอร์ที่เป็นผลรวมของการย้ายระบบพิกัด เรากล่าวว่าเมทริกซ์

$$\begin{bmatrix} \mathbf{R} & \mathbf{-T} \\ \mathbf{O}_3^T & 1 \end{bmatrix} \tag{5.10}$$

เราสามารถเขียนสมการ (5.9) ในรูปแบบที่ง่ายได้เป็นดังสมการที่ (5.11) และ **M** คือเมทริกซ์ของ Perspective Transformation

$$\mathbf{x} = \mathbf{M}\,\mathbf{X} \tag{5.11}$$

5.3 การปรับเทียบกล้อง (Camera Calibration)

การปรับเทียบกล้องเป็นการหาประมาณเมทริกซ์ M จากจุดในฉาก 3 มิติที่รู้ตำแหน่งและภาพที่เกิดขึ้นของจุด จากนั้นทำการหาพารามิเตอร์ภายในและพารามิเตอร์ภายนอก พิจารณาการปรับเทียบโดยใช้กล้องตัวเดียว

ในการหาเมทริกซ์ M เราทำการหาจุดในฉากที่เราทราบพิกัด $\mathbf{X} = [x, y, z]^T$ และจุดในภาพ 2 มิติที่สอดคล้องกัน $[u, v]^T$ ซึ่งจะได้สมการที่อยู่ในรูปสมการ (5.11) ดังนี้

$$\begin{bmatrix} \alpha u \\ \alpha v \\ \alpha \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} m_{11} & m_{12} & m_{13} & m_{14} \\ m_{21} & m_{22} & m_{23} & m_{24} \\ m_{31} & m_{32} & m_{33} & m_{34} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \\ 1 \end{bmatrix} \tag{5.12}$$

$$\begin{bmatrix} \alpha u \\ \alpha v \\ \alpha \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} m_{11}x + & m_{12}y + & m_{13}z + & m_{14} \\ m_{21}x + & m_{22}y + & m_{23}z + & m_{24} \\ m_{31}x + & m_{32}y + & m_{33}z + & m_{34} \end{bmatrix} \tag{5.13}$$

ทำการนอร์มอลไลซ์ให้สมาชิกที่ 3 เป็น 1 เราจะได้สมการ

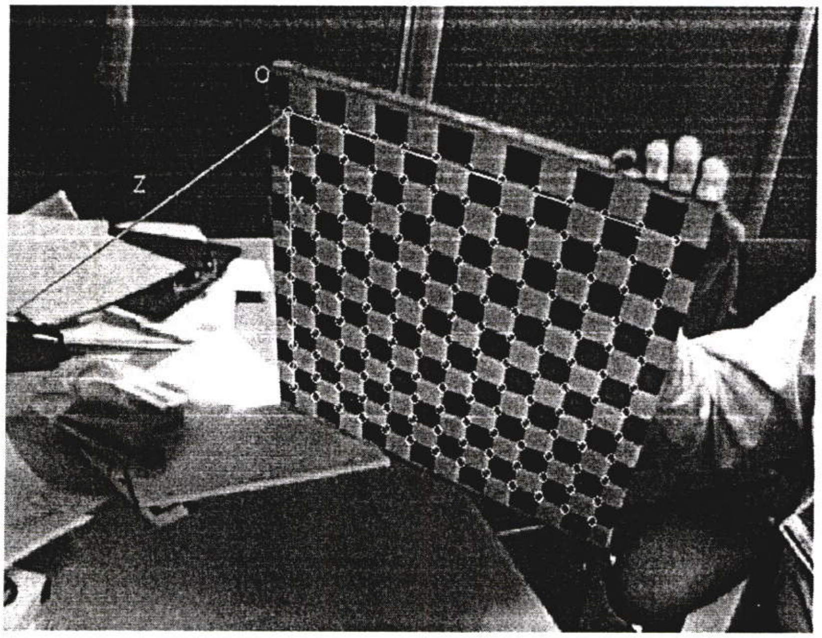
$$u(m_{31}x + m_{32}y + m_{33}z + m_{34}) = m_{11}x + m_{12}y + m_{13}z + m_{14} \tag{5.14}$$

$$v(m_{31}x + m_{32}y + m_{33}z + m_{34}) = m_{11}x + m_{12}y + m_{13}z + m_{14} \tag{5.15}$$

ดังนั้นเราจะได้สมการเชิงเส้น 2 สมการสำหรับจุดในฉาก 3 มิติหนึ่งจุดและจุดในภาพ 2 มิติที่สอดคล้องกัน ทำการเขียนสมการ (5.15) ใหม่ในรูปของเมทริกซ์ได้เป็น

$$\begin{bmatrix} x & y & z & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & -ux & -uy & -uz & -u \\ 0 & 0 & 0 & 0 & x & y & z & 1 & -vx & -vy & -vz & -v \\ & & & & & & \vdots & & & & & \end{bmatrix} \begin{bmatrix} m_{11} \\ m_{12} \\ \vdots \\ m_{34} \end{bmatrix} = 0 \tag{5.16}$$

A M =0



รูปที่ 5.4 ภาพของตารางหมากรุกที่นำมาใช้ในการปรับเทียบกล้อง

จะเห็นว่าเรามีตัวแปรที่ไม่ทราบค่า 11 ตัวแปร แทนที่จะเป็น 12 ตัวแปรเนื่องจากแฟคเตอร์การย่อ/ขยายที่ไม่สามารถทราบค่าได้ ในการแก้สมการโฮโมจีเนียสเราต้องใช้อย่างน้อย 6 จุด ถ้ามีมากกว่า 6 จุดเราจะได้สมการ Over-determined ซึ่งสามารถแก้ได้โดยใช้วิธี Least Square หรือใช้การหา Singular Value Decomposition (SVD) ของ A เมทริกซ์ M คือแถวสุดท้ายของ V เมื่อได้เมทริกซ์ M แล้วขั้นตอนต่อไปทำการแยกพารามิเตอร์ภายใน (Intrinsic Parameter) เนื่องจาก

$$\mathbf{M} = [\mathbf{KR} \mid -\mathbf{KRT}] = [\mathbf{A} \mid \mathbf{B}] \tag{5.17}$$

ดังนั้นเมทริกซ์ย่อย 3x3 แทนด้วย **A** เวคเตอร์คอลัมน์ขวามือสุดแทนด้วย b เวคเตอร์ที่มีพารามิเตอร์ระยะเคลื่อนที่สามารถแยกออกมาได้ง่ายโดย $\mathbf{t} = -\mathbf{A}^{-1}\mathbf{b}$ เวคเตอร์ **t** ให้ข้อมูลที่บอกถึงตำแหน่งกึ่งกลางของ Image Plane

จากนั้นพิจารณา $\mathbf{A} = \mathbf{KR}$ โดยที่ **K** เป็นเมทริกซ์สามเหลี่ยมบน(Upper Triangle) และเมทริกซ์ R เป็นเมทริกซ์ออโธกอนอล การแยกเมทริกซ์ **K** และ **R** สามารถทำได้โดยใช้เทคนิค QR Decomposition สำหรับเมทริกซ์ **A**

บทที่ 6

การทดลองและผลการทดลอง

6.1 บทนำ

ในบทนี้จะกล่าวถึงขั้นการทดลองและผลการทดลองของสร้างภาพ 3มิติด้วยวิธีการปรับเทียบกล้องโดยจะแบ่งการทดลองออกเป็น 2 ส่วนหลักก็คือการทดลองสร้างภาพ 3 มิติด้วยการจำลองข้อมูลโปรเจคชันจากแบบจำลองในคอมพิวเตอร์ และทดลองสร้างภาพ 3มิติจากการเก็บข้อมูลโปรเจคชันจากวัตถุจริง

6.2 การทดลองโดยการจำลองวัตถุจากคอมพิวเตอร์

ในการทดลองนี้ได้เลือกทำการทดลองกับแบบจำลองวัตถุทรงสี่เหลี่ยมซึ่งมีขนาด 100X100X100 วอกเซล ซึ่งในการทดลองเราจะทำการหาค่าความผิดพลาดและเวลาที่ใช้ในการสร้างของแบบจำลอง 3มิติที่ได้หลังจากผ่านกระบวนการของการสร้างภาพตัดขวางด้วยวิธีการปรับเทียบกล้องกับแบบจำลอง 3มิติที่เป็นต้นแบบว่ามีค่าความผิดพลาดเท่าไรและใช้เวลาไปเท่าไรเมื่อจำนวนโปรเจคชันมีค่าเปลี่ยนแปลง และสุดท้ายเราจะทำการเปรียบเทียบผลของแบบจำลอง 3 มิติที่ได้จากวิธีของการปรับเทียบกล้องกับวิธีของ Cone beam

โดยวิธีในการค่าความผิดพลาดนั้นเราจะใช้สมการของ Mean-Square-Error (MSE) ในการหาค่าความผิดจะเป็นการหาค่าความผิดพลาดตำแหน่งของวัตถุ โดยสมการของ Mean-Square-Error (MSE) จะถูกแสดงดังสมการที่ (6.1)

$$MSE(\%) = \frac{\iiint [f(x,y,z) - f'(x,y,z)]^2 \, dxdydz}{\iiint [f(x,y,z)]^2 \, dxdydz} \times 100 \qquad (6.1)$$

โดยที่

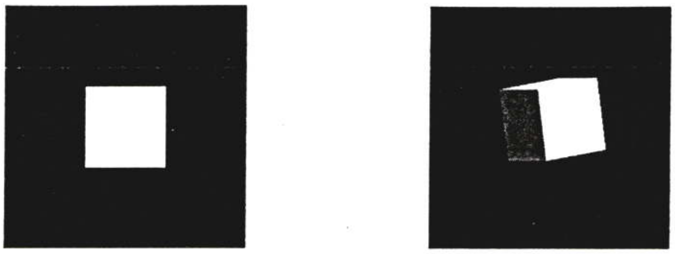
$f(x,y,z)$ คือภาพต้นฉบับ

$f'(x,y,z)$ คือภาพตัดขวางที่ต้องการหาค่าความผิดพลาด

x คือขอบเขตที่สนใจในแกน x

y คือขอบเขตที่สนใจในแกน y

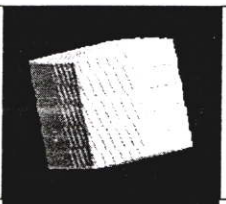
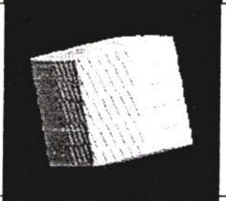
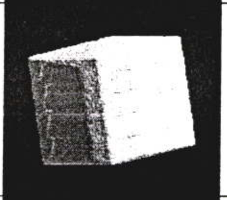
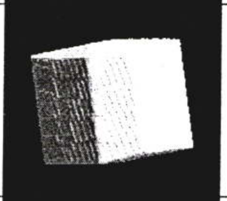
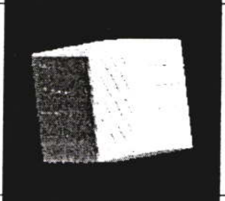
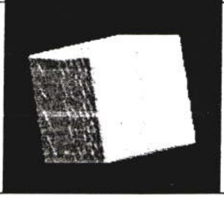
z คือขอบเขตที่สนใจในแกน z

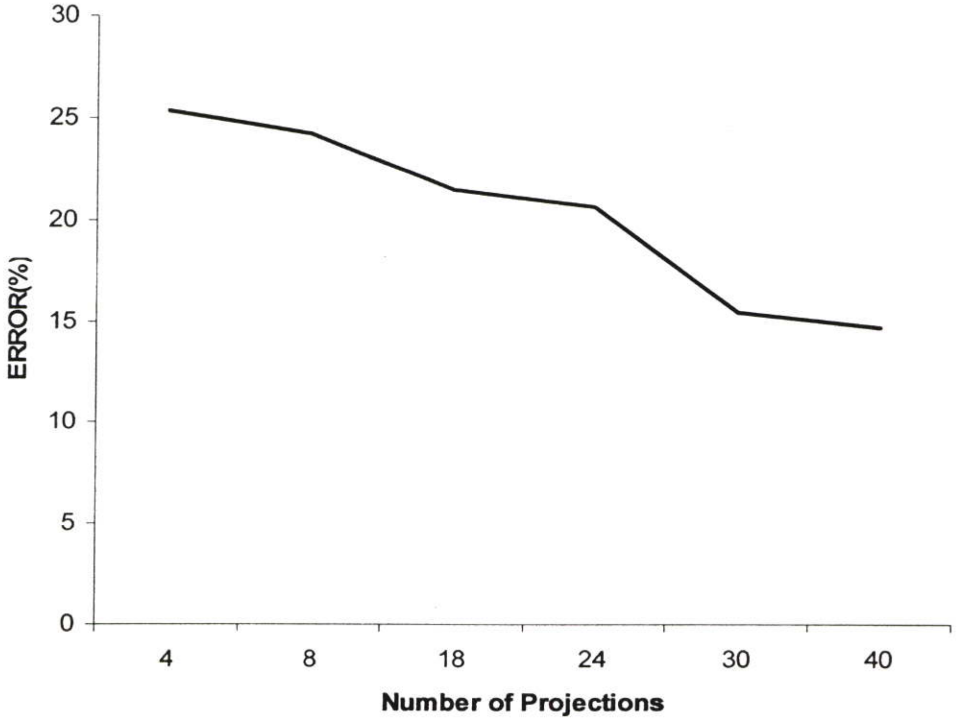


(ก) (ข)

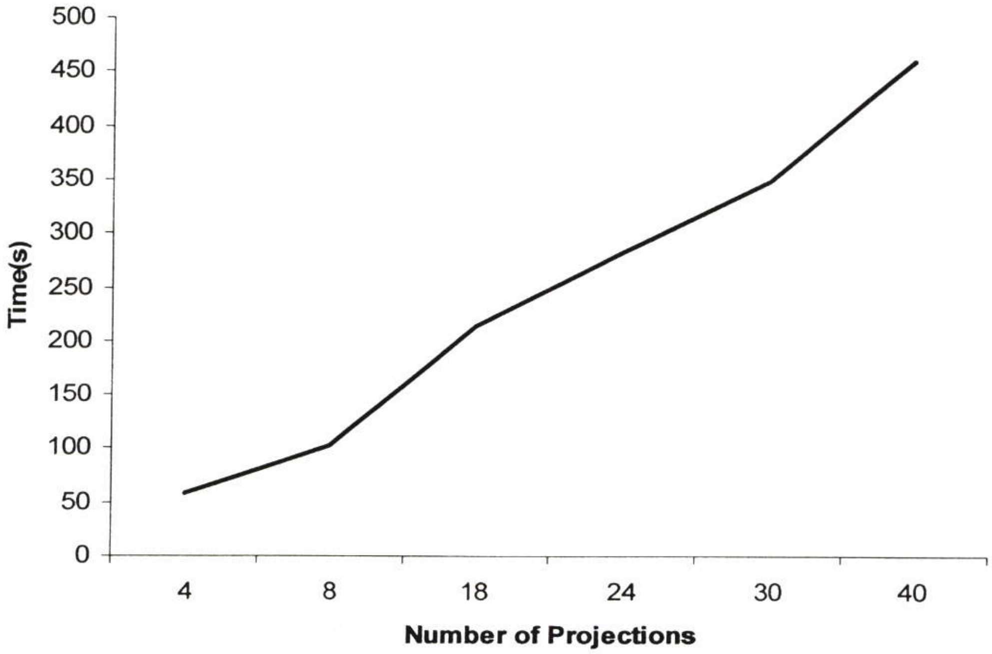
รูปที่ 6. 1 (ก) แสดงภาพตัดขวางของแบบจำลองที่เราใช้ในการทดสอบ (ข) แสดงแบบจำลอง 3มิติ หลังผ่านกระบวนการเรนเดอร์ริงของแบบจำลองที่เราใช้ทดสอบ

ตารางที่ 6.1 สดงความสัมพันธ์ของค่าความผิดพลาดและเวลากับจำนวนโปรเจคชันที่เปลี่ยนแปลง

จำนวนโปรเจคชัน	แบบจำลอง 3มิติ	ค่าความผิดพลาด (%)	เวลา (s)
4		25.4	58.7
8		24.25	103.2
18		21.48	214.5
24		20.61	281.9
30		15.44	348.1
40		14.7	460

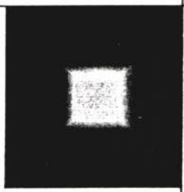
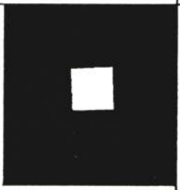
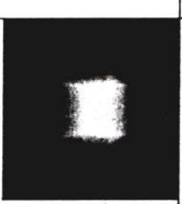
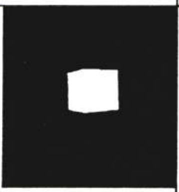
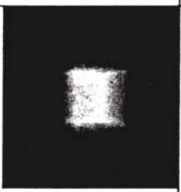
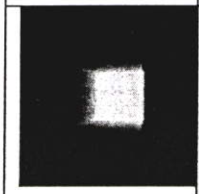
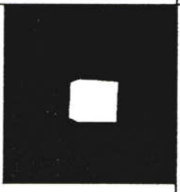
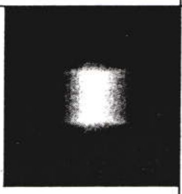
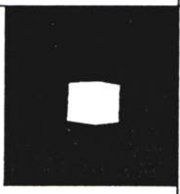
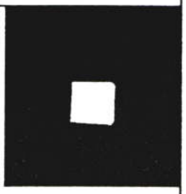
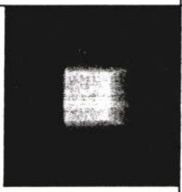
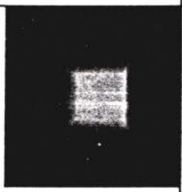
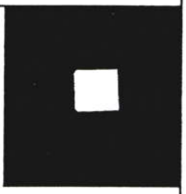
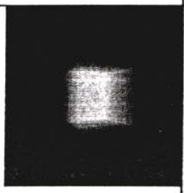
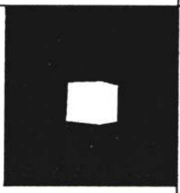
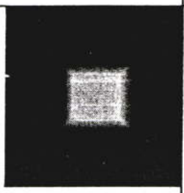
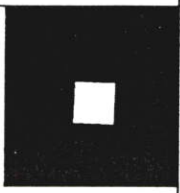
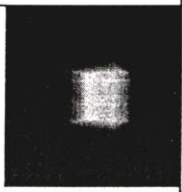
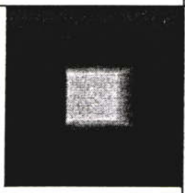
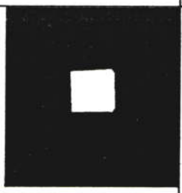
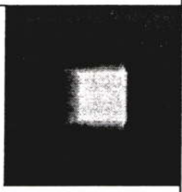
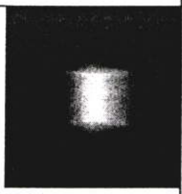
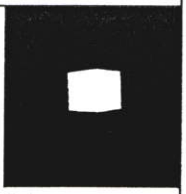
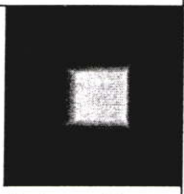
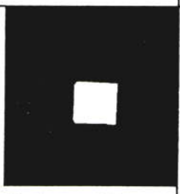
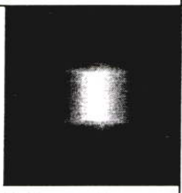
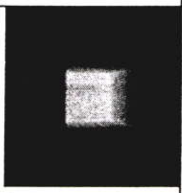


รูปที่ 6.2 กราฟแสดงความสัมพันธ์ระหว่างจำนวนโปรเจคชันที่เปลี่ยนแปลงกับค่าความผิดพลาด

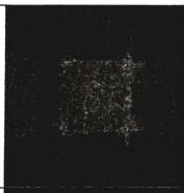
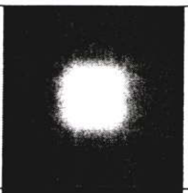
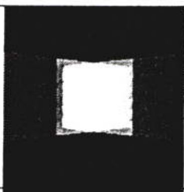
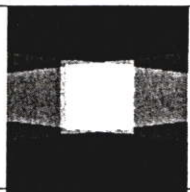
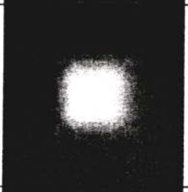
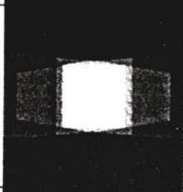
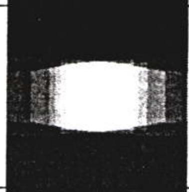
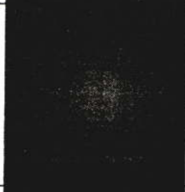
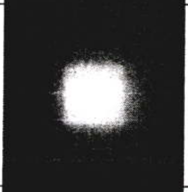
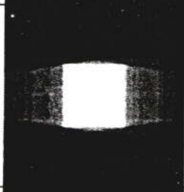
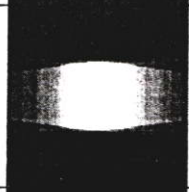
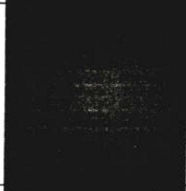
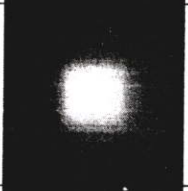
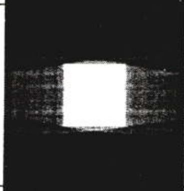
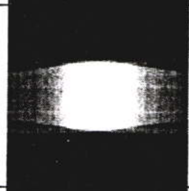
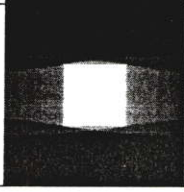
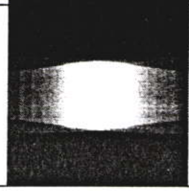


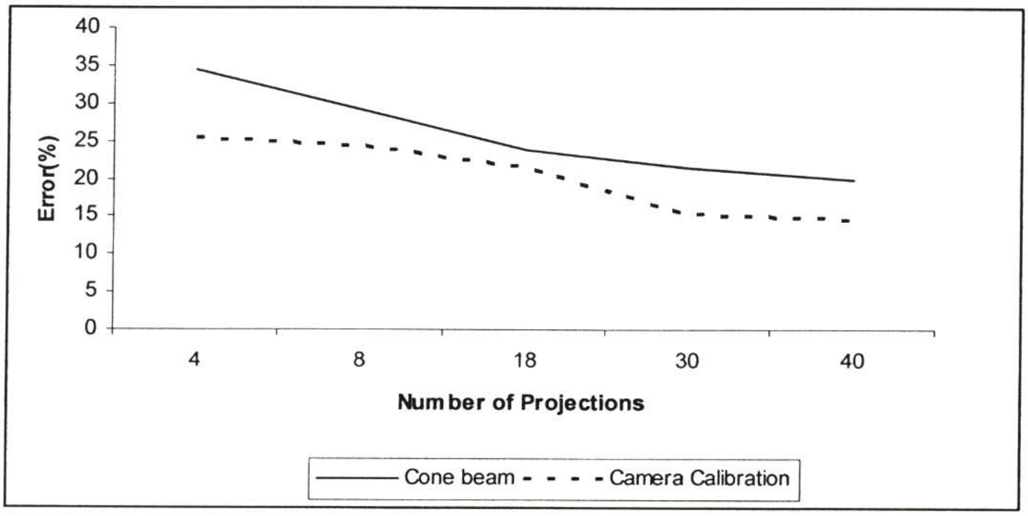
รูปที่ 6.3 กราฟแสดงคามสัมพันธ์ระหว่างจำนวนโปรเจคชันที่เปลี่ยนแปลงกับเวลา

ตารางที่ 6.2 แสดงข้อมูลโปรเจคชันของวิธี Cone beam กับวิธีของ Camera Calibration

Cone beam	Camera Calibration	Cone beam	Camera Calibration	Cone beam	Camera Calibration
					
โปรเจคชัน 1	โปรเจคชัน 1	โปรเจคชัน 7	โปรเจคชัน 7	โปรเจคชัน 13	โปรเจคชัน 13
					
โปรเจคชัน 2	โปรเจคชัน 2	โปรเจคชัน 8	โปรเจคชัน 8	โปรเจคชัน 14	โปรเจคชัน 14
					
โปรเจคชัน 3	โปรเจคชัน 3	โปรเจคชัน 9	โปรเจคชัน 9	โปรเจคชัน 15	โปรเจคชัน 15
					
โปรเจคชัน 4	โปรเจคชัน 4	โปรเจคชัน 10	โปรเจคชัน 10	โปรเจคชัน 16	โปรเจคชัน 16
					
โปรเจคชัน 5	โปรเจคชัน 5	โปรเจคชัน 11	โปรเจคชัน 11	โปรเจคชัน 17	โปรเจคชัน 17
					
โปรเจคชัน 6	โปรเจคชัน 6	โปรเจคชัน 12	โปรเจคชัน 12	โปรเจคชัน 18	โปรเจคชัน 18

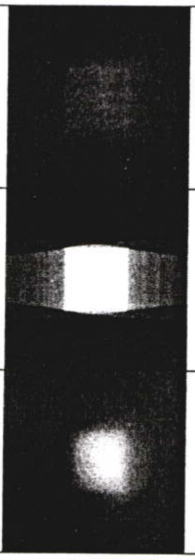
ตารางที่ 6.3 แสดงค่าความผิดพลาดของ Camera Calibration เปรียบเทียบกับวิธีของ Cone beam

จำนวนโปรเจคชัน	Cone beam		Camera Calibration		ค่าความผิดพลาด (%)	
	ชั้นที่ 100	ชั้นที่ 180	ชั้นที่ 100	ชั้นที่ 180	Cone beam	Camera Calibration
4					34.56	25.4
8					29.03	24.25
18					23.94	21.48
30					21.42	15.44
40					19.9	14.7



รูปที่ 6.4 กราฟแสดงค่าความผิดพลาดของ Camera Calibration เปรียบเทียบกับวิธีของ Cone beam

ตารางที่ 6.4 แสดงค่าความผิดพลาดของ Camera Calibration,Cone beam และ Spiral Cone beam ที่จำนวนโปรเจคชัน 40 โปรเจคชัน

	ชั้นที่ 100	ชั้นที่180	ค่าความผิดพลาด (%)
Cone beam			19.9
Camera Calibration			14.7
Spiral Cone beam			14

6.3 การทดลองสร้างแบบจำลอง 3มิติจากวัตถุจริง

การทดลองสร้างแบบจำลอง 3มิตินี้จะทำการทดลองกับข้อมูลโปรเจคชันที่ได้จากการถ่ายภาพด้วยกล้องดิจิตอลรอบๆ วัตถุซึ่งในการทดลองนี้เราจะทำการหาค่าความผิดพลาดของวัตถุจริงกับแบบจำลอง 3มิติที่สร้างขึ้นมาโดยค่าความผิดพลาดจะเป็นค่าความผิดพลาดของปริมาตรของวัตถุจริงกับแบบจำลอง 3มิติ โดยเราจะใช้สมการที่(6.2)

$$Error(\%) = \frac{|True - Estimated|}{True} \times 100 \tag{6.2}$$

โดยที่

True คือค่าปริมาตรของวัตถุจริง

Estimated คือค่าปริมาตรของแบบจำลอง 3มิติที่สร้างขึ้นด้วยวิธีการปรับเทียบกล้อง

ในการวัดค่าความผิดพลาดจะทำการหาค่าปริมาตรของแบบจำลอง 3มิติที่เราสร้างขึ้นมานั้นเราจะใช้สมการที่ (6.3) ในการหาค่าปริมาตรและในการหาปริมาตรของวัตถุจริงเราใช้วิธีการโดยนำวัตถุที่ต้องการจะทราบค่าปริมาตรแช่ลงในน้ำแล้วนำปริมาณน้ำที่ล้นออกมาหาค่าปริมาตร

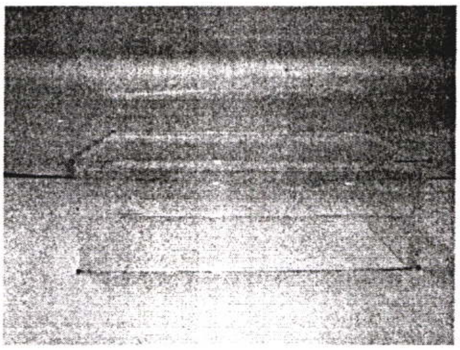
$$Volume = N \times ScaleFactor \tag{6.3}$$

โดยที่

N คือจำนวนวอกเซลที่มีค่ามากกว่าค่าระดับเทรชโฮล์ด

Scale Factor คือค่าอัตราส่วนปริมาณทางกายภาพของวอกเซล

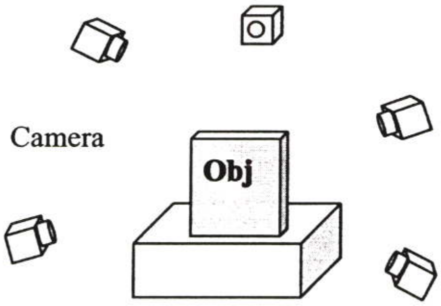
โดยอุปกรณ์ที่ใช้เก็บข้อมูลโปรเจคชันจะประกอบด้วยกล่องอ้างอิงขนาดกว้าง 18 เซนติเมตร ยาว30 เซนติเมตร สูง10 เซนติเมตร ซึ่งลักษณะของกล่องจะเป็นกล่องพลาสติกใสเป็นรูปทรงสี่เหลี่ยมดัง แสดงในรูป 6.5 กล้องดิจิตอลจะเป็นกล้องดิจิตอลแบบทั่วๆไป



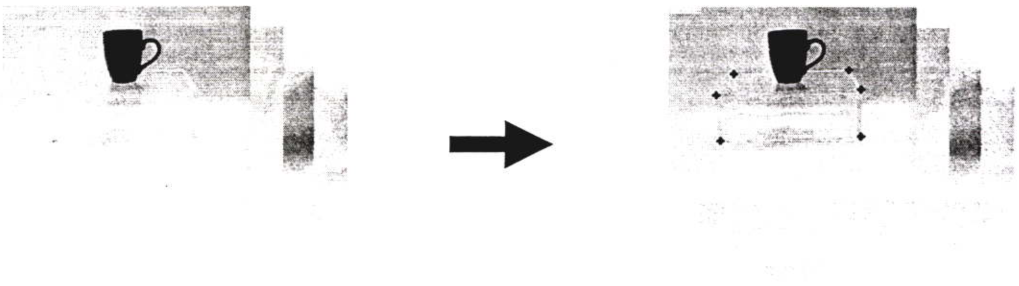
รูปที่ 6.5 กล่องอ้างอิง

ขั้นตอนในการทดลอง

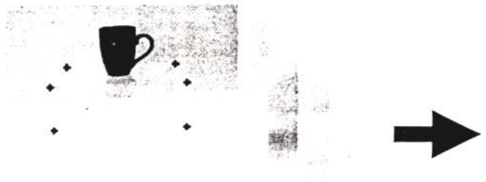
1. เก็บภาพรอบวัตถุโดยใช้กล้องถ่ายรอบวัตถุ



2. นำข้อมูลโปรเจคชันที่ได้มาทำการกำหนดจุดอ้างอิงจากกล่องอ้างอิง

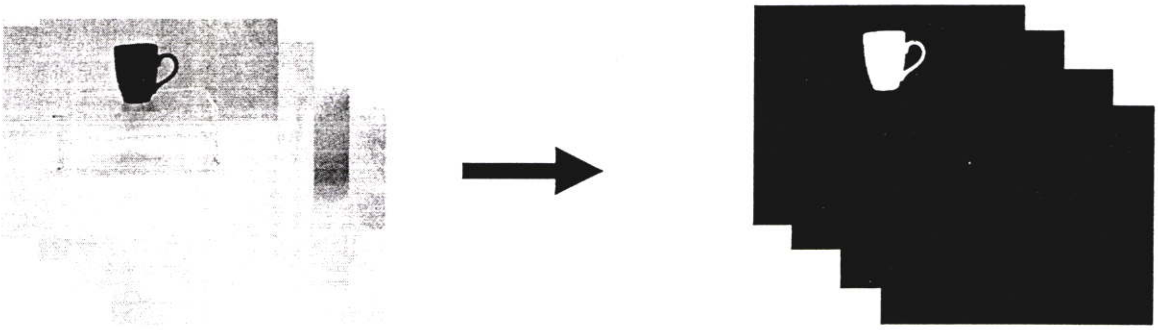


3. ทำการหาค่าเมทริกซ์ M จากข้อมูลในแต่ละโปรเจคชัน



$$\begin{bmatrix} x & y & z & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & -ux & -uy & -uz & -u \\ 0 & 0 & 0 & 0 & x & y & z & 1 & -vx & -vy & -vz & -v \\ & & & & & & \vdots & & & & & \end{bmatrix}\begin{bmatrix} m_{11} \\ m_{12} \\ \vdots \\ m_{34} \end{bmatrix} = 0$$

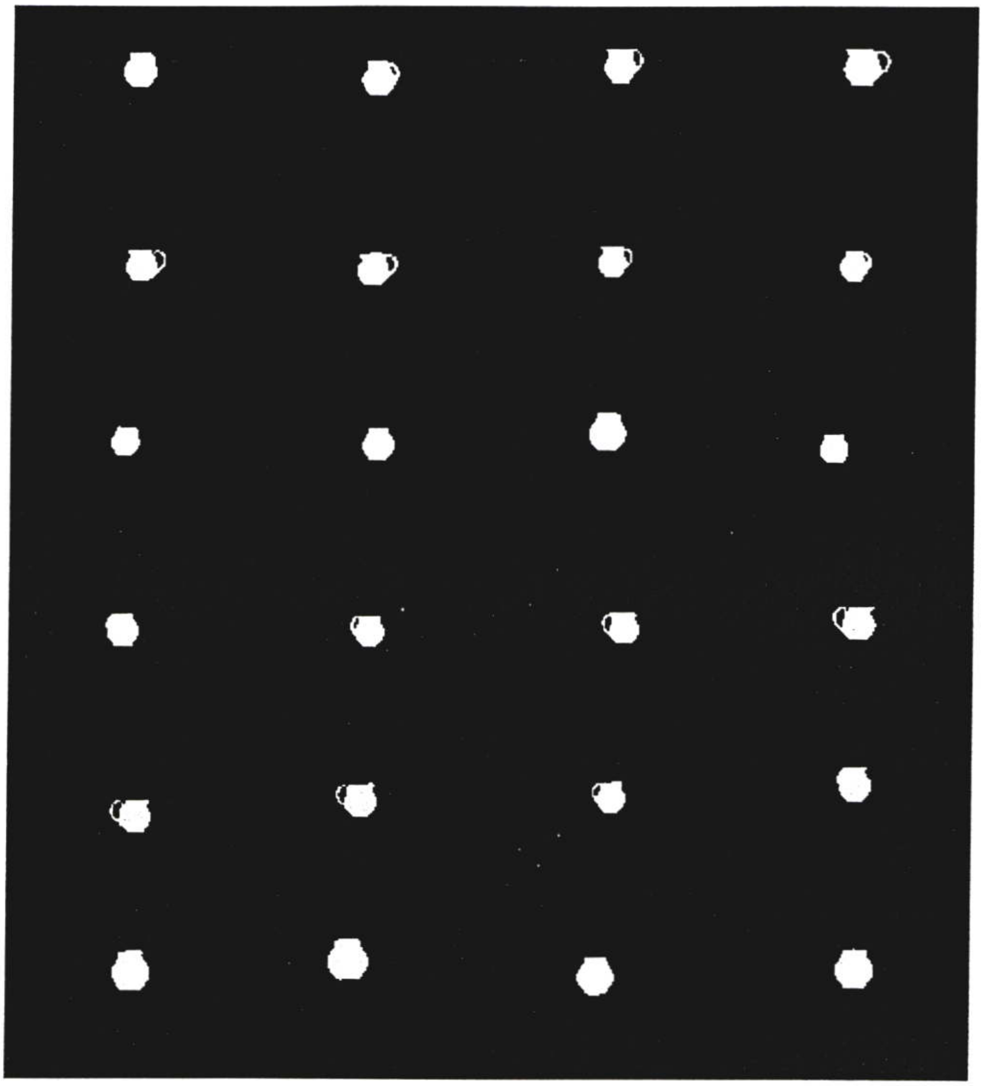
4. นำข้อมูลโปรเจ็คชันที่ได้มาเปลี่ยนให้เป็นระบบไบนารี่



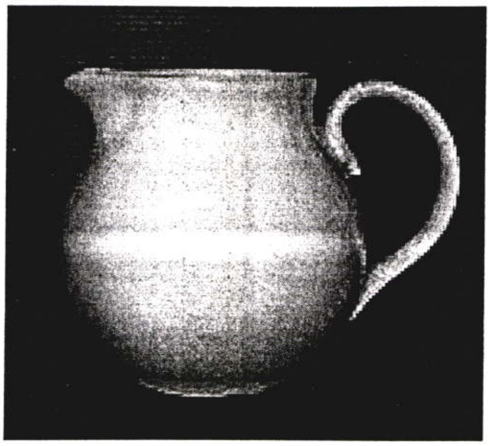
5. ทำการสร้างแบบจำลอง 3 มิติจากข้อมูลโปรเจคชันและค่าเมทริกซ์ M ที่หาได้โดยใช้สมการในการปรับเทียบกล้อง (5.12) มาใช้ในการสร้างแบบจำลอง 3มิติ

ตารางที่ 6.5 แสดงความผิดพลาดปริมาตรของวัตถุจริงกับแบบจำลอง 3มิติที่เราสร้างขึ้น

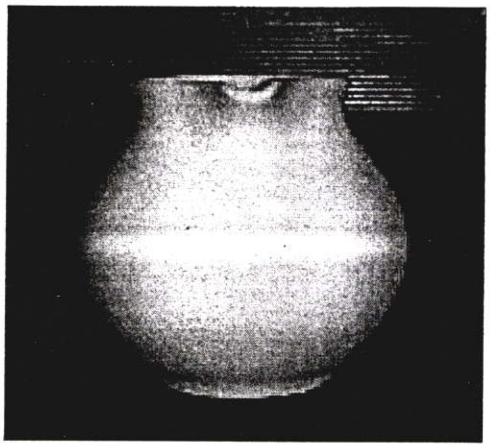
แบบจำลอง	จำนวนโปรเจคชัน	อัตราส่วนปริมาณทางกายภาพ (cm^3/voxel)	ปริมาตรของวัตถุจริง (cm^3)	ปริมาตรของแบบจำลอง 3 มิติ (cm^3)	ค่าความผิดพลาด (%)
เหยือกน้ำ	24	1×10^{-3}	415	453	9.2
กาน้ำ	24	1×10^{-3}	710	827.252	16.5
สุนัข	24	1×10^{-3}	400	483.248	20.1
หมู	24	1×10^{-3}	924	1017.643	10.1
แก้ว	40	1×10^{-3}	510	483	5.3



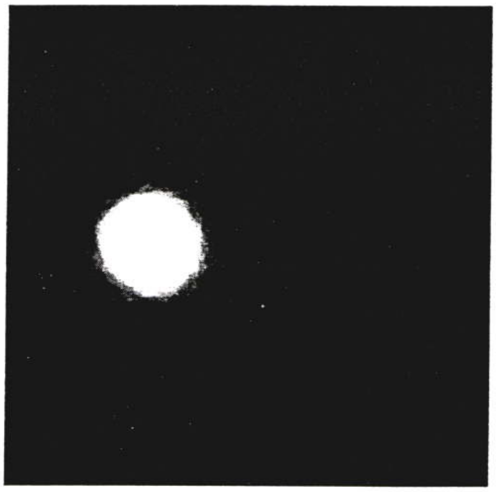
รูปที่ 6.6 แสดงข้อมูลโปรเจคชันวัตถุรูปเหยือกน้ำ



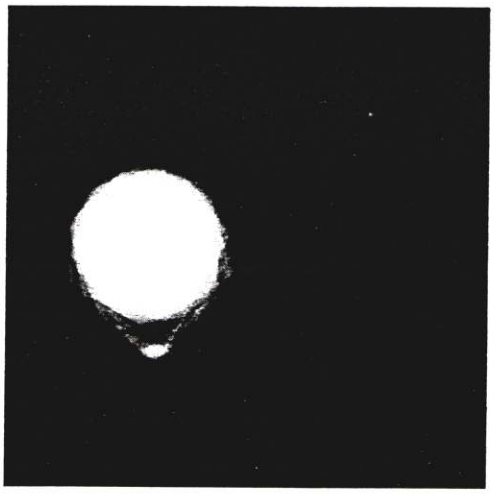
(ก)



(ข)

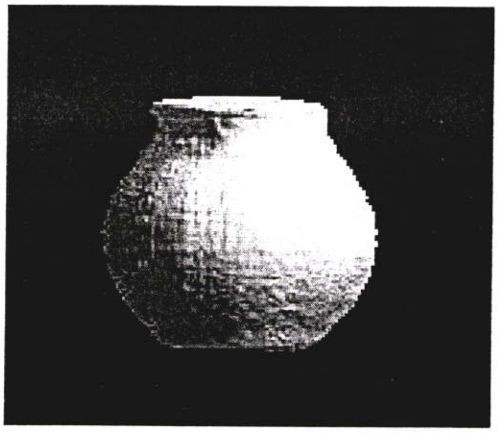


(ค)



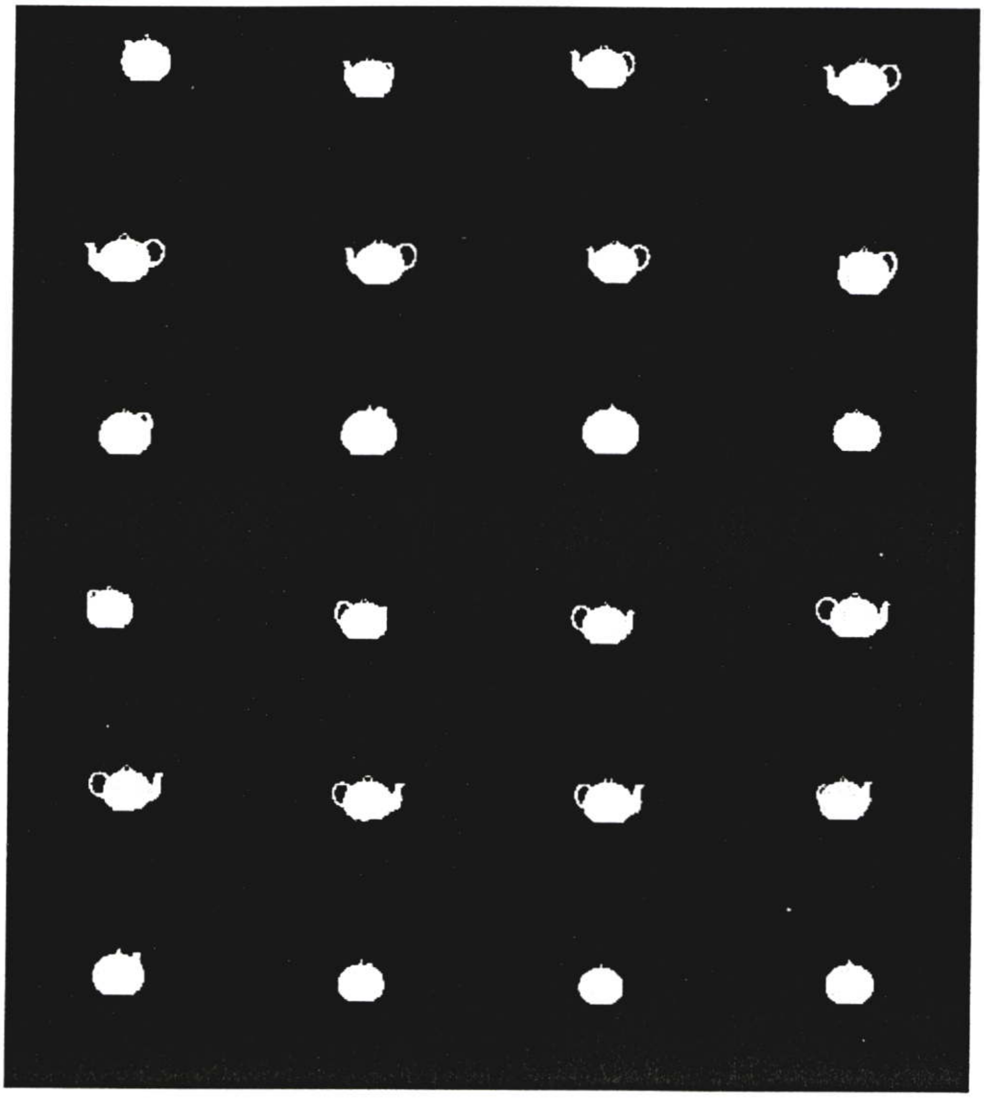
(ง)

(จ)

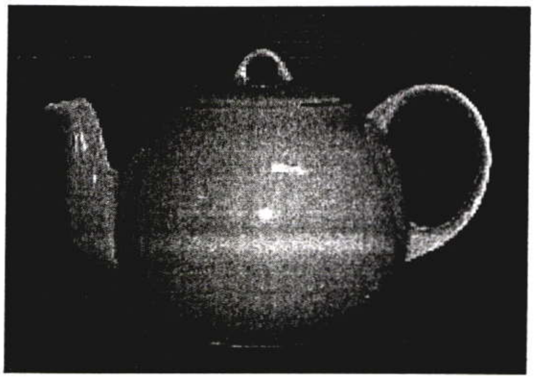


(ฉ)

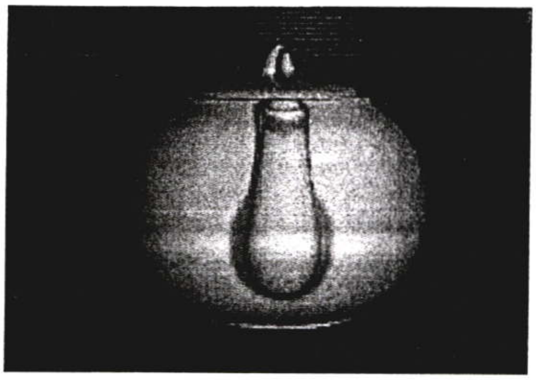
รูปที่ 6.7 (ก , ข) แสดงรูปของวัตถุจริง (ค) แสดงภาพตัดขวางของวัตถุสไลด์ที่ 110 (ง) แสดงภาพตัดขวางของวัตถุสไลด์ที่ 150 (จ) แสดงแบบจำลอง 3มิติหลังผ่านกระบวนการเรนเดอร์ริง(Az -80 , El 179 , Tw 0) และ (Az -4 , El 181 , Tw 0)



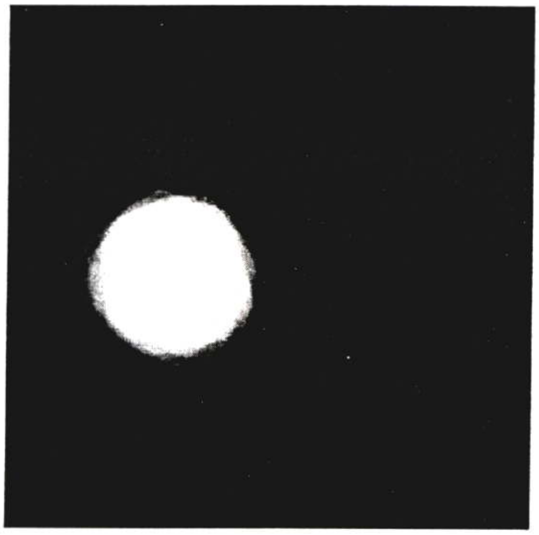
รูปที่ 6.8 แสดงข้อมูลโปรเจคชันวัตถุรูปกาน้ำ



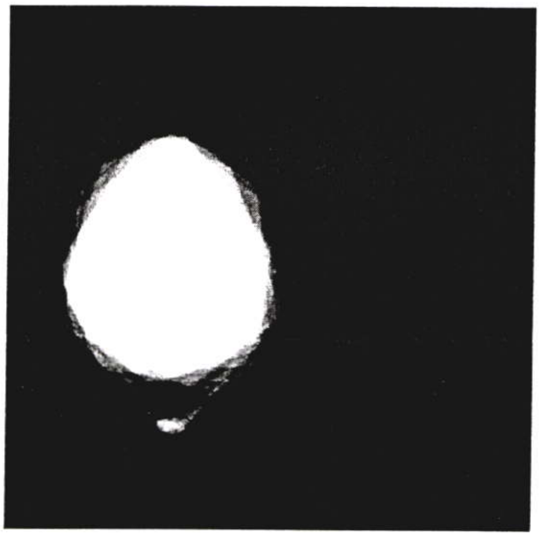
(ก)



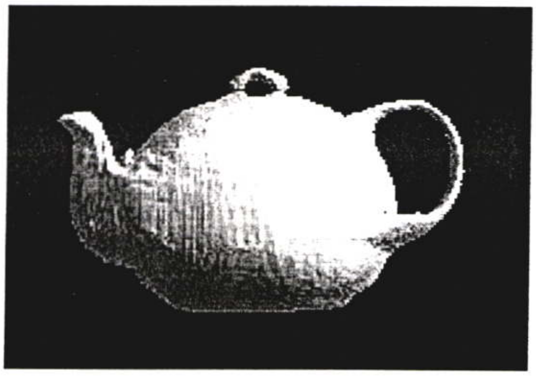
(ข)



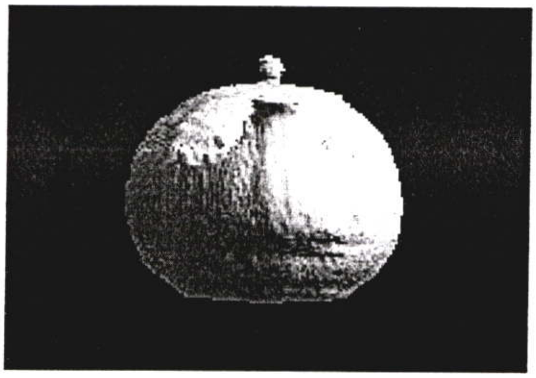
(ค)



(ง)

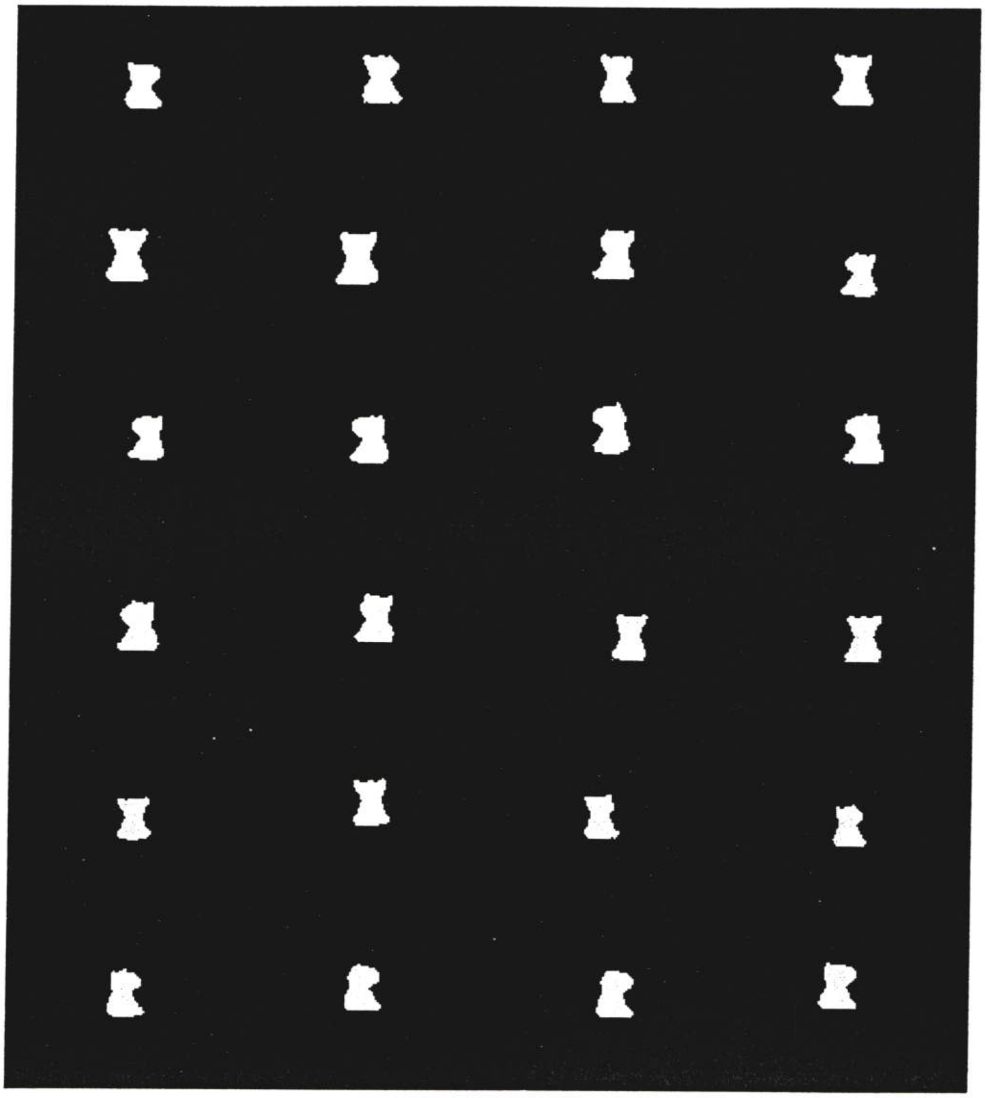


(จ)

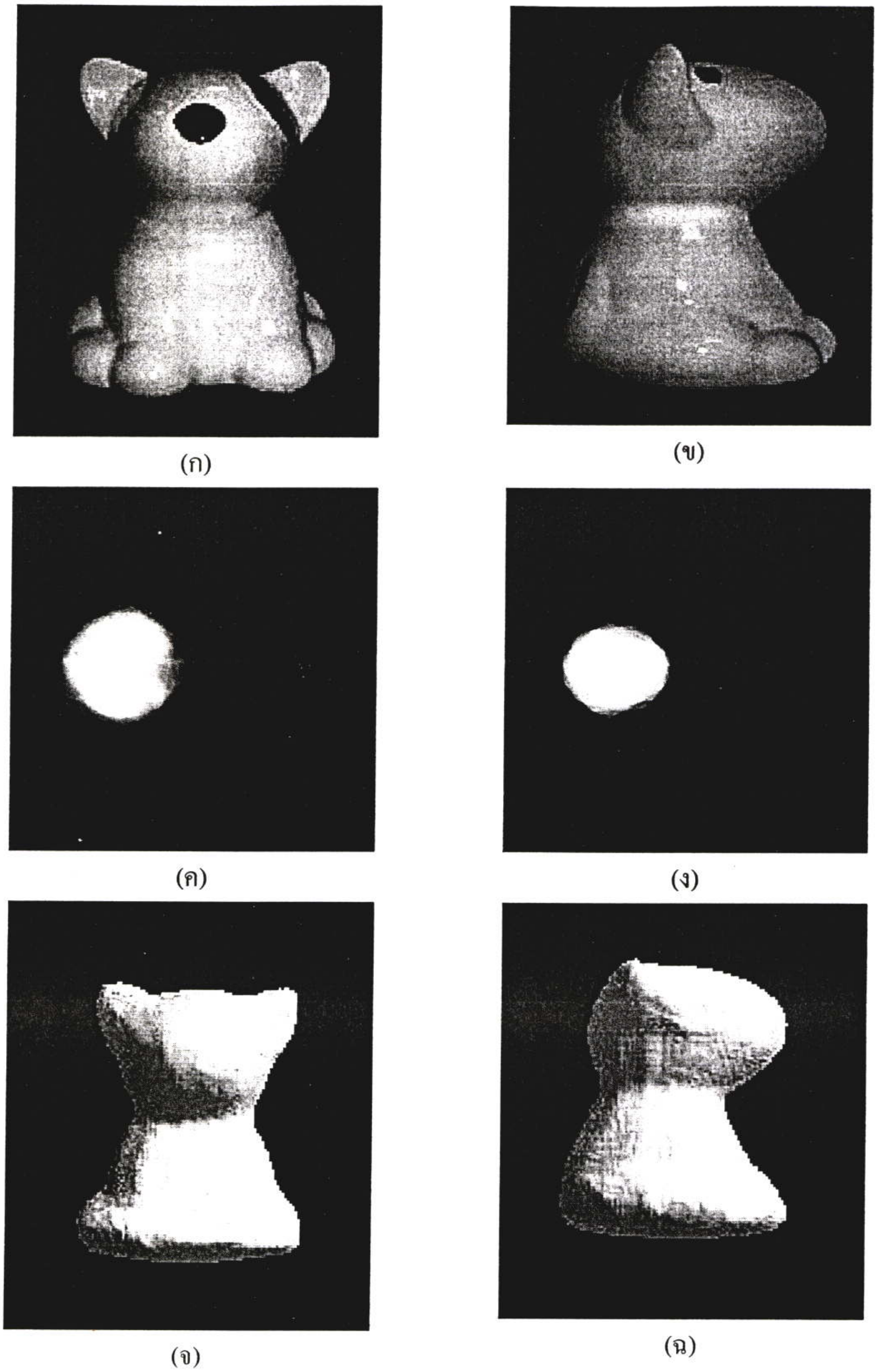


(ฉ)

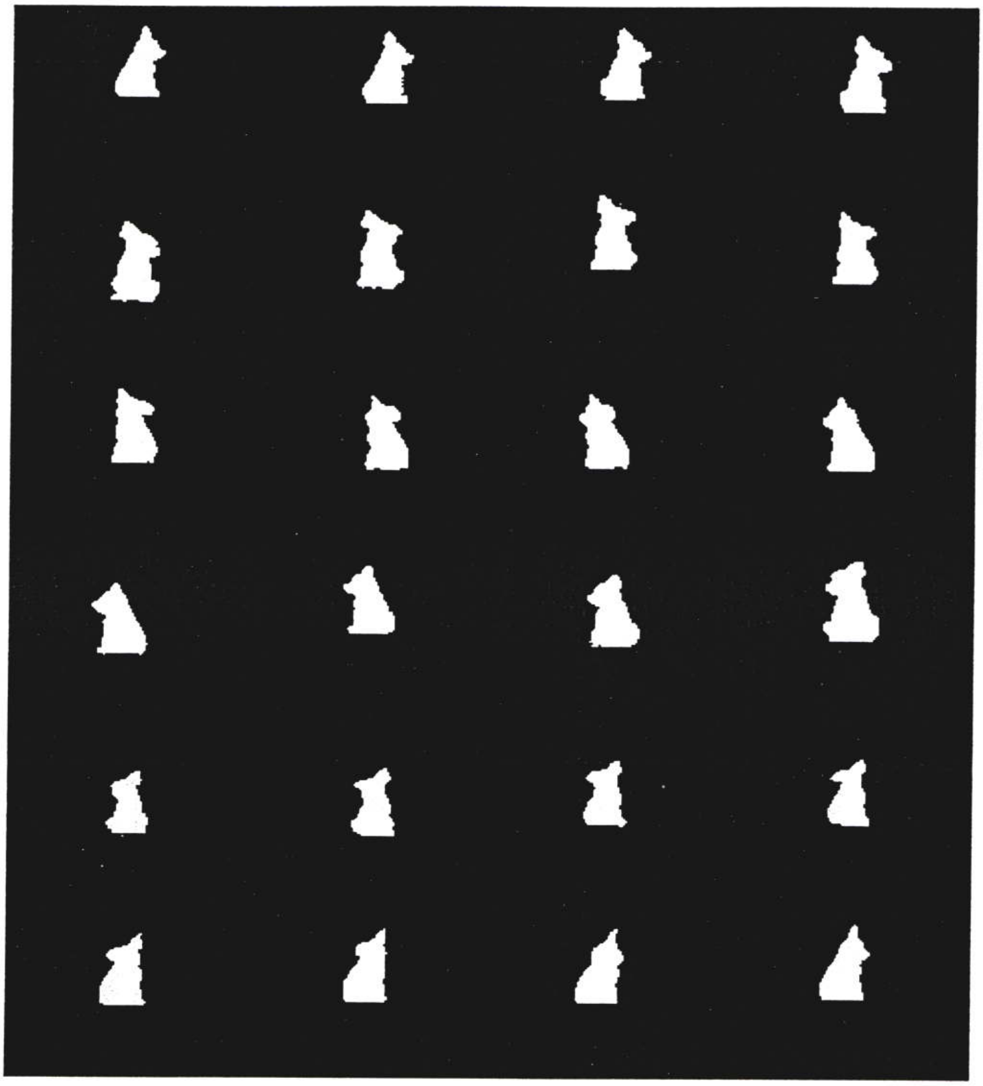
รูปที่ 6.9 (ก , ข) แสดงรูปของวัตถุจริง (ค) แสดงภาพตัดขวางของวัตถุสไลด์ที่ 110 (ง) แสดงภาพตัดขวางของวัตถุสไลด์ที่ 150 (จ) แสดงแบบจำลอง 3มิติหลังผ่านกระบวนการเรนเดอร์ริง(Az -83 , El 178 , Tw 0) และ (Az 6 , El 177 , Tw 0)



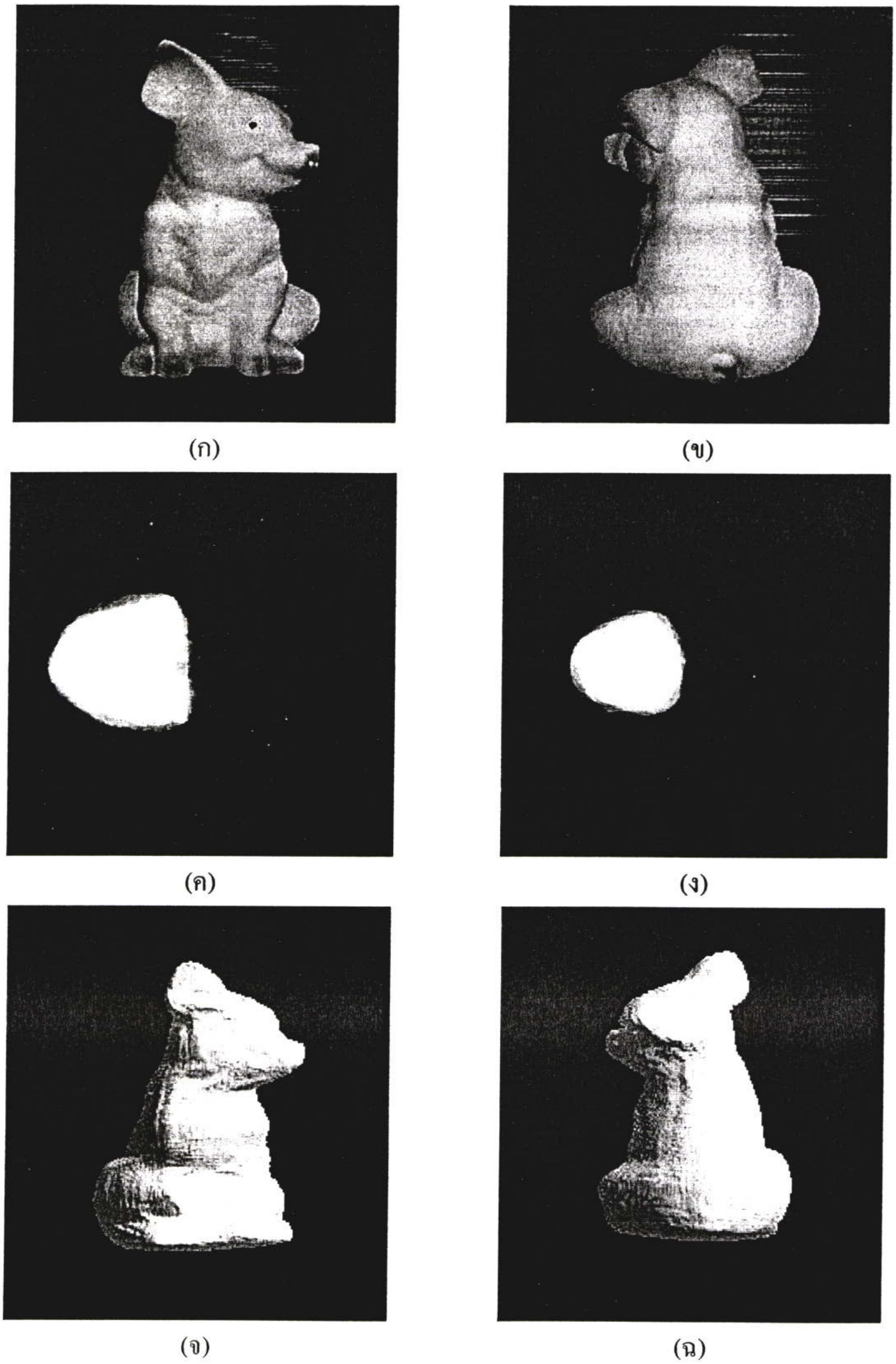
รูปที่ 6.10 แสดงข้อมูลโปรเจคชันวัตถุรูปสุนัข



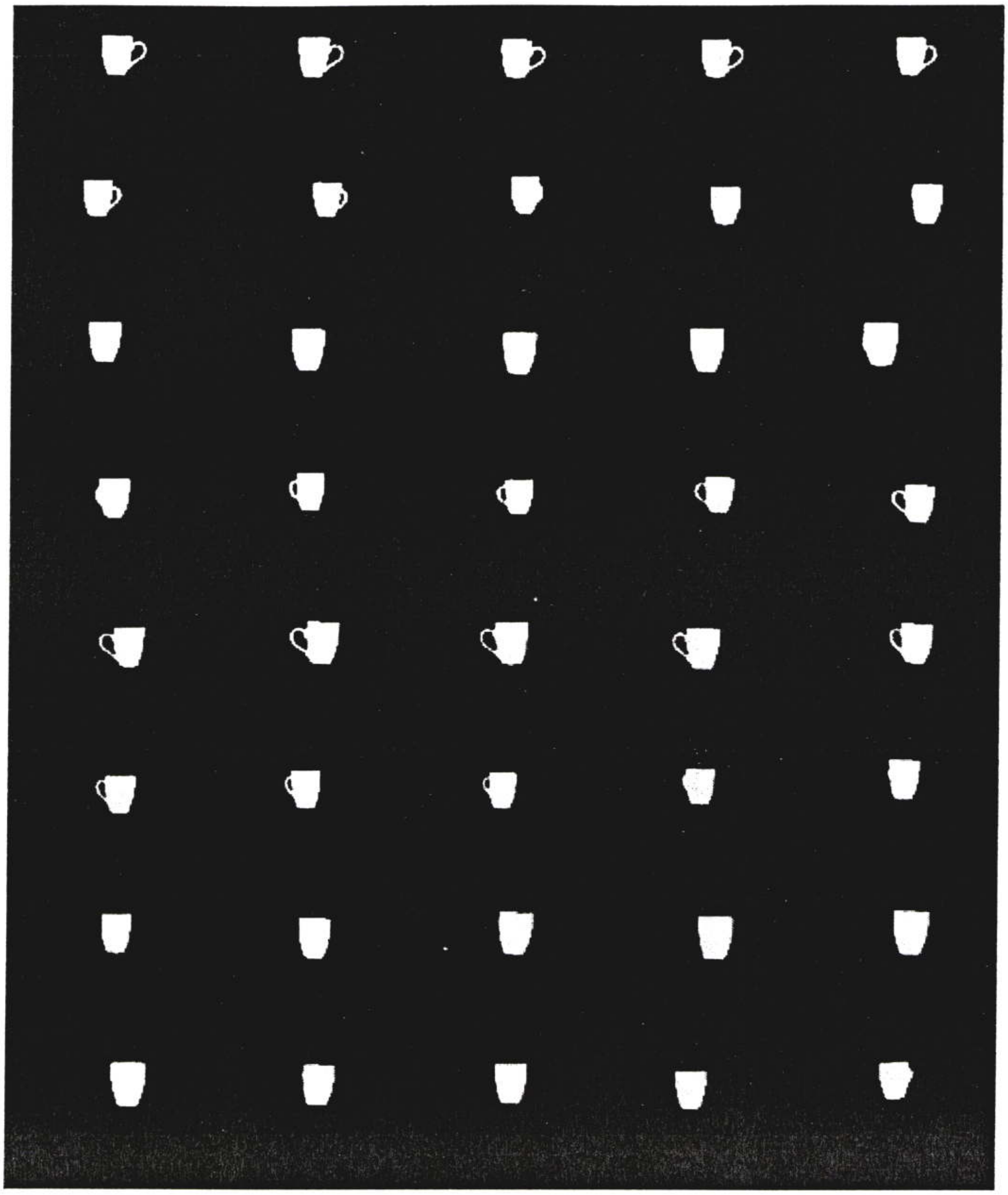
รูปที่ 6.11 (ก , ข) แสดงรูปของวัตถุจริง (ค) แสดงภาพตัดขวางของวัตถุสไลด์ที่ 113 (ง) แสดงภาพตัดขวางของวัตถุสไลด์ที่ 186 (จ) แสดงแบบจำลอง 3มิติหลังผ่านกระบวนการเรนเดอร์ริง(Az -84 , El 181 , Tw 0) และ (Az 8 , El 179 , Tw 0)



รูปที่ 6.12 แสดงข้อมูลโปรเจคชันวัตถุรูปหมู



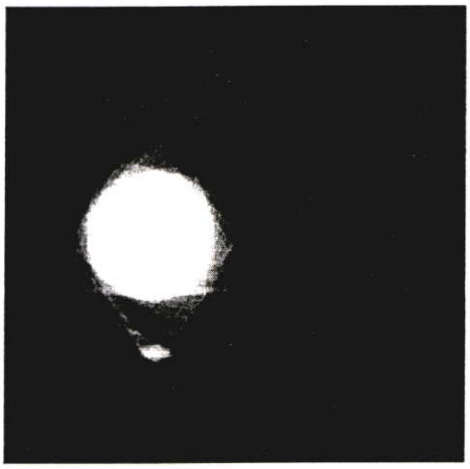
รูปที่ 6.13 (ก , ข) แสดงรูปของวัตถุจริง (ค) แสดงภาพตัดขวางของวัตถุสไลด์ที่105 (ง) แสดงภาพตัดขวางของวัตถุสไลด์ที่ 186 (จ) แสดงแบบจำลอง 3มิติหลังผ่านกระบวนการเรนเดอร์ริง(Az -28 , El 179 , Tw 0) และ (Az 97 , El 181 , Tw 0)



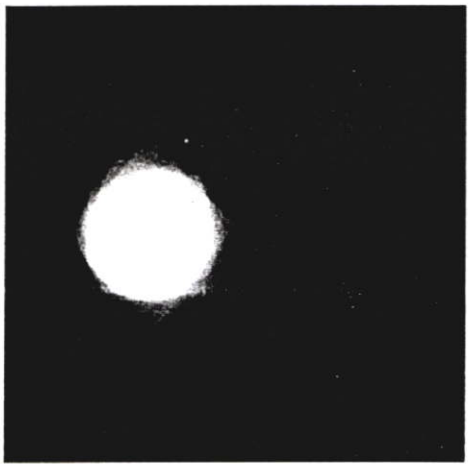
รูปที่ 6.14 แสดงข้อมูลโปรเจคชันวัตถุรูปแก้วน้ำ

(ก)

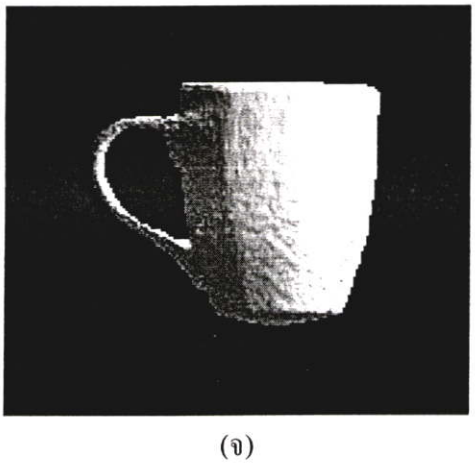
(ข)



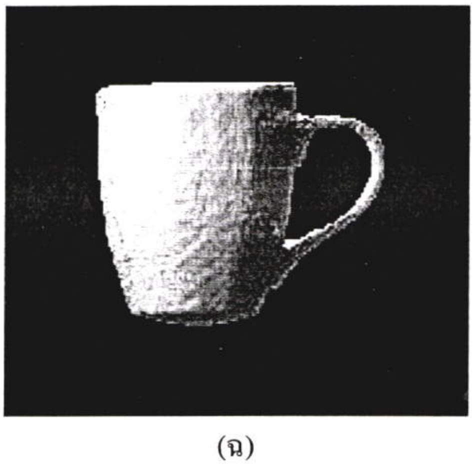
(ค)



(ง)



(จ)



(ฉ)

รูปที่ 6.15 (ก , ข) แสดงรูปของวัตถุจริง (ค) แสดงภาพตัดขวางของวัตถุสไลด์ที่ 160 (ง) แสดงภาพตัดขวางของวัตถุสไลด์ที่ 200 (จ) แสดงแบบจำลอง 3มิติหลังผ่านกระบวนการเรนเดอร์ริง(-Az -274 , El 181 , Tw 0) และ (-Az -74 , El 181 , Tw 0)

บทที่ 7
สรุปและวิจารณ์ผลการทดลอง

7.1 สรุปและวิจารณ์ผลการทดลอง

งานวิจัยในวิทยานิพนธ์ฉบับนี้เสนอการสร้างแบบจำลอง 3มิติโดยการวางตำแหน่งกล้องอิสระโดยใช้อัลกอริธึมของการปรับเทียบกล้องมาใช้ในการสร้างภาพตัดขวางของวัตถุ โดยที่เราจะเปรียบเทียบกับการสร้างภาพตัดขวางแบบ cone beam ซึ่งการสร้างภาพตัดขวางแบบ cone beam นี้ในการเก็บข้อมูลโปรเจคชันเพื่อที่จะนำมาสร้างภาพตัดขวางของวัตถุนั้นระบบที่ใช้ในการเก็บข้อมูลโปรเจคชันนั้นต้องกำหนดตำแน่งของกล้องที่จะเก็บผลที่มีตำแหน่งที่แน่นอนโดยไม่สามารถเคลื่อนย้ายได้จนกว่าจะเก็บผลเสร็จ ซึ่งจะต่างกับหลักการของงานวิจัยที่ได้นำเสนอคือ ในงานวิจัยนี้เราได้นำหลักการของการปรับเทียบมาใช้ในการสร้างภาพตัดขวางของวัตถุจากข้อมูลโปรเจคชันที่ได้จากการวางตำแน่งกล้องอิสระได้ ซึ่งจากหลักการของการปรับเทียบกล้องนี้ยังมีข้อดีอีกคือระบบที่เราใช้ในการเก็บข้อมูลโปรเจคชันใช้อุปกรณ์ที่ไม่ซับซ้อนและมีราคาไม่แพงถ้าเปรียบเทียบกับวิธีการสร้างแบบจำลอง 3มิติแบบอื่นๆ ในงานวิจัยฉบับนี้ได้แบ่งการทดลองออกเป็น 2 ส่วนคือ

ส่วนแรกเป็นการทดลองโดยการจำลองวัตถุขึ้นมาจากคอมพิวเตอร์และทำการจำลองข้อมูลโปรเจคชันจากวัตถุที่เราจำลองขึ้นมาเพื่อนำข้อมูลโปรเจคชันที่ได้มาทำการสร้างภาพตัดขวางของวัตถุ โดยวิธีการปรับเทียบกล้องเพื่อทำการหาค่าความผิพลาดและค่าเวลาในการสร้างภาพตัดขวางเมื่อจำนวนโปรเจคชันมีการเปลี่ยนแปลงไปโดยค่าความผิดพลาดที่เราหาคือค่าความผิดพลาดของตำแหน่งของวัตถุ ซึ่งจากผลการทดลองจะพบว่าเมื่อจำนวนโปรเจคชันเพิ่มขึ้นค่าความผิดพลาดจะมีค่าลดลงและเวลาที่ใช้ในการสร้างภาพตัดขวางจะมีค่าเพิ่มขึ้นซึ่งอาจจะกล่าวได้ว่าค่าความผิดพลาดจะแปลผกผันกับจำนวนโปรเจคชันที่เพิ่มขึ้นและเวลาจะแปลผันตามจำนวนโปรเจคชันที่เพิ่มขึ้นในการทดลองถัดไปจะเป็นการทดลองสร้างภาพตัดขวางโดยวิธีการปรับเทียบกล้องเทียบกับวิธีการของ cone beam ซึ่งจากการทดลองพบว่าค่าความผิดพลาดของวิธีการปรับเทียบกล้องได้ผลที่ดีกว่าวิธีการของ cone beam เล็กน้อย

ในการทดลองสุดท้ายจะเป็นการทดลองสร้างแบบจำลอง 3มิติจากวัตถุจริงโดยใช้วิธีการปรับเทียบกล้อง จากการทดลองจะทำการเก็บภาพโปรเจคชันรอบวัตถุที่ต้องการทำการสร้างเป็นแบบจำลอง 3มิติแล้วนำข้อมูลโปรเจคชันที่ได้มาผ่านกระบวนการสร้างภาพตัดขวางโดยวิธีการปรับเทียบกล้องซึ่งจากการทดลองนี้จะพบว่าวิธีการปรับเทียบสามารถสร้างแบบจำลอง 3มิติที่ได้จากข้อมูลโปรเจคชันที่ได้จากวางตำแหน่งกล้องอิสระได้ซึ่งค่าความผิดพลาดที่ได้จากการทดลองนี้จะอยู่ที่ประมาณ 20% จากการทดลองนี้เรายังสามารถนำแบบจำลอง 3 มิติที่สร้างขึ้นมาทำการหาค่า

ปริมาตรของวัตถุได้ซึ่งเป็นการนำเอาการสร้างแบบจำลอง 3มิติมาประยุกต์ใช้ในการหาปริมาตรของวัตถุนอกเหนือจากการนำแบบจำลอง 3 มิติมาแสดงผลยังคอมพิวเตอร์

7.2 ข้อเสนอแนะ

1. การถ่ายภาพเก็บข้อมูลโปรเจคชันจำเป็นต้องถ่ายภาพโปรเจคชันให้เห็นจุดอ้างอิงที่กำหนดขึ้นอย่างน้อย 6 จุด
2 การถ่ายภาพเก็บข้อมูลโปรเจคชันมุมก้มที่เหมาะสมควนไม่เกิน 40 องศาเทียบกับแนวดิ่งเพื่อให้ผลที่ได้ดีที่สุด

เอกสารอ้างอิง

[1] Barnard, S. T. and Fischler, M. A., " Computational Stereo", ACM Computing Surveys,vol. 14, no. 4, pp. 553-572, 1982.

[2] Dhond, U. R. and Aggarwal, J., " Structure from Stereo- A Review," IEEE Trans. On Syst. Man. and Cybern., vol. 19, no. 6, pp. 1489-1510, 1989.

[3] Bosch, T., Servagent, N., Chellali, R. and Lescure, M., "Three-Dimensional Object Construction Using a Self-mixing Type Scanning Laser Range Finder, IEEE trans. Instrum. and Meas., vol. 45, no. 5, pp. 1326-1329, 1998

[4] Sasoni, G., Carocci, M. and Rodella, R., " Calibration and Performance Evaluation of 3-D Imaging Sensor Based on the Projection of Structured Light," IEEE Trans. on Instrum. Meas., vol. 49, no. 3, pp. 628-636, 2000.

[5] Krattenthaker, W., Mayer, K. J. and Duwe, H. P., " 3D-Surface Measurement with Coded Light Approach", Proc. Öesterr. Arbeitsgem. MusterKennung, vol. 12, pp. 103-1114, 1993.

[6] Sansoni, G., Carocci, M. and Rodella, R., "3D Vision based on the Combination of Gray Code and Phase Shift Light Projection: Analysis and Compensation of the Systematic Errors," Appl. Opt., vol. 36, pp. 6565-6573, 1999.

[7] Hu. G. and Stockman, G., " 3-D Surface Solution using Structured Light and Constraint Propagation", IEEE. Trans. Pattern Anal. Machine Intell., vol. 11, no.4, pp. 390-402, 1989.

[8] Alitschuler, M. D., " The Numerical Stereo Camera", Proc. Soc. Photo-Opt. Eng. Conf. *2-D Math. Perception*, SPIE, WA, vol. 283. 1981.

[9] Sato, K. and Inokuchu, S., " Three Dimensional Surface Measurement by Space Coding ranfeimaging", Journal of Robotic Systems, vol.2 no. 1, pp. 27-39, 1985.

[10] Boyer, K. L. and Kak, A. C., " Color-coded Structured Light gor Rapid active ranging, IEEE. Trans. Pattern Anal. Machine Intell., vol. 9, no.1, pp. 14-28, 1987.

[11] รศ.ดร.ชูชาติ ปิณฑวิรุจน์ "เอกสารประกอบการสอนวิชา Digital Image Processing"

ประวัติผู้เขียน

ชื่อ-นามสกุล	นายสสิพงศ์ กิมจำปา
วัน เดือน ปีเกิด	19 พฤษภาคม 2525
ที่อยู่	99/7 หมู่ 4 ต.โคกสำโรง อ.โคกสำโรง จ.ลพบุรี 15120
ประวัติการศึกษา	2547 วิศวกรรมศาสตรบัณฑิต สาขาวิชาอิเล็กทรอนิกส์ สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง

ผลงานวิจัยที่ได้รับการตีพิมพ์

Sasipong Gimjumpa,Walita Narkbuakaew,Manas Sangworasil,Chuchart Pintavirooj, "3D Modeling from Multiple Projections with Arbitrary-Posed Camera" Proceeding of The 2006 ICIEA International Conference , Vol 1, May 24-26,2006. pp.1653-1657.