

การสร้างภาพตัดขวางของวัตถุโดยใช้คลื่นอัลตราโซนิกด้วยเทคนิคทางพีชคณิต

ULTRASONIC COMPUTED TOMOGRAPHY USING ALGEBRAIC
RECONSTRUCTION TECHNIQUE

อดิศักดิ์ ร่มพุดตาล

ADISAK ROMPUTTAL

วิทยาลัยเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง

สาขาวิชาวิศวกรรมอิเล็กทรอนิกส์

บัณฑิตวิทยาลัย

สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง

พ.ศ. 2547

ISBN 974-9709-64-0

การสร้างภาพตัดขวางของวัตถุโดยใช้คลื่นอัลตราโซนิกด้วยเทคนิคทางพีชคณิต

ULTRASONIC COMPUTED TOMOGRAPHY USING ALGEBRAIC
RECONSTRUCTION TECHNIQUE

อดิศักดิ์ ร่มพุดताल

ADISAK ROMPUTTAL

วิทยานิพนธ์นี้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตรปริญญาวิศวกรรมศาสตรมหาบัณฑิต

สาขาวิชาวิศวกรรมอิเล็กทรอนิกส์

บัณฑิตวิทยาลัย

สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง

พ.ศ. 2547

ISBN 974 – 9709 – 64 - 0

**ULTRASONIC COMPUTED TOMOGRAPHY USING ALGEBRAIC
RECONSTRUCTION TECHNIQUE**

ADISAK ROMPUTTAL

**A THESIS SUBMITTED IN PARTIAL FULFILMENT
OF THE REQUIREMENT FOR THE DEGREE OF
MASTER ENGINEERING IN ELECTRONICS ENGINEERING
SCHOOL OF GRADUATE STUDIES
KING MONGKUT'S INSTITUTE OF TECHNOLOGY LADKRABANG**

2004

ISBN 974 – 9709 - 64 - 0

COPYRIGHT 2004

SCHOOL OF GRADUATE STUDIES

KING MONGKUT'S INSTITUTE OF TECHNOLOGY LADKRABANG

| | |
|-----------------------------|--|
| หัวข้อวิทยานิพนธ์ | การสร้างภาพตัดขวางของวัตถุโดยใช้คลื่นอัลตราโซนิกด้วยเทคนิคทางพีชคณิต |
| นักศึกษา | นายอดิศักดิ์ ร่มพุดตาล |
| รหัสนักศึกษา | 45061125 |
| ปริญญา | วิศวกรรมศาสตรมหาบัณฑิต |
| สาขาวิชา | วิศวกรรมอิเล็กทรอนิกส์ |
| พ.ศ. | 2547 |
| อาจารย์ผู้ควบคุมวิทยานิพนธ์ | ผศ.ดร.ชูชาติ ปิณฑวิรุจน์ |

บทคัดย่อ

วิทยานิพนธ์นี้นำเสนอ รายละเอียด โครงสร้างของระบบการสร้างภาพตัดขวางของวัตถุโดยใช้คลื่นอัลตราโซนิกแบบส่งผ่านความถี่ 3.75 MHz คลื่นอัลตราโซนิกที่เดินทางผ่านวัตถุจะเกิดการเลี้ยวเบนของคลื่นที่รอยต่อของวัตถุที่มีค่าดัชนีหักเหของคลื่นที่แตกต่างกัน ทำให้ได้คลื่นอัลตราโซนิกที่เดินทางผ่านไม่เป็นเส้นตรง ด้วยเหตุนี้การสร้างภาพตัดขวางของวัตถุจากคลื่นอัลตราโซนิกมีความซับซ้อน ในงานวิจัยนี้จึงจะสมมุติให้วัตถุมีลักษณะที่ดูดคลื่นคลื่นเท่านั้น โดยไม่ทำให้เกิดการเลี้ยวเบนของคลื่น ซึ่งทำให้สามารถพิจารณาค้นอัลตราโซนิกเดินทางผ่านวัตถุเป็นเส้นตรงได้ ดังนั้นการสร้างภาพตัดขวางของวัตถุด้วยคลื่นอัลตราโซนิกจึงคล้ายกับการสร้างภาพตัดขวางของวัตถุจากการใช้รังสีเอ็กซ์เรย์ เทคนิคที่นำมาใช้ในการสร้างภาพตัดขวางของวัตถุด้วยคลื่นอัลตราโซนิกคือ เทคนิคการแปลงฟูเรียร์ เทคนิคแบคโปรเจกชัน เทคนิคฟิลเตอร์แบคโปรเจกชัน และ เทคนิคอัลกอริธึมทางพีชคณิตมาใช้ในการปรับปรุงประสิทธิภาพของภาพตัดขวาง

| | |
|-----------------------|---|
| Thesis Title | Ultrasonic Computed Tomography using Algebraic Reconstruction Technique |
| Student | Mr. Adisak Romputtal |
| Student ID. | 45061125 |
| Degree | Master of Engineering |
| Programme | Electronics Engineering |
| Year | 2004 |
| Thesis Advisor | Asst.Prof.Dr. Chuchart Pintavirooj |

ABSTRACT

This thesis represents a system of ultrasonic computed tomography which uses the transmitted pulse of ultrasonic wave at 3.75 MHz to investigate the cross section of an object. Normally, the wave propagating through the difference of refractive indices results in refracted path of the wave. As a result, the non-direct path of the wave complicates the reconstruction procedure to derive for the cross section. In this research, the object is assumed to be only attenuating but not refractive. Therefore, the path of ultrasonic wave can be approximated as be direct, and the reconstruction method can resemble to that of the X-ray computed tomography. Four methods including the direct Fourier, the backprojection, the filtered backprojection and the algebraic reconstruction technique are evaluated to reconstruct the object from ultrasonic wave.

กิตติกรรมประกาศ

วิทยานิพนธ์ฉบับนี้สำเร็จลุล่วงได้เป็นอย่างดี ด้วยความช่วยเหลือและการสนับสนุนจากบุคคลหลายๆ ท่าน ซึ่งผู้เขียนขอขอบคุณทุกๆ ท่านดังต่อไปนี้

ขอขอบพระคุณคุณพ่อและคุณแม่ ผู้ซึ่งคอยให้การอบรมสั่งสอน เลี้ยงดู สนับสนุนการศึกษา ตลอดจนให้กำลังใจเสมอมา

ขอขอบพระคุณ ผศ.ดร.ชูชาติ ปิณฑวิรุจน์ อาจารย์ที่ปรึกษา ผู้ซึ่งให้คำปรึกษา คำแนะนำต่างๆ รวมทั้งความเอื้อเฟื้อเครื่องมือเครื่องใช้ในการทำวิจัย ผู้เขียนรู้สึกซาบซึ้งในความเมตตาของท่านและขอกราบขอบพระคุณเป็นอย่างสูง

ขอขอบพระคุณ รศ.ดร.มนัส สังวรศิลป์ ผศ.ดร.สุพันธุ์ ตั้งจิตกุศลมั่น อ.พลศาสตร์ เลิศประเสริฐ และ อ.วิทวัส วิทขำนาญกุล ผู้ซึ่งให้คำปรึกษา และ คำแนะนำต่างๆ เกี่ยวกับการทำงานวิจัย

ขอขอบคุณ นายพิทยา อิงพินิจพงศ์ นายสุภชัย งามเอนกรัตน์ นายชาญฤทธิ์ ยศสันติกุล นายนพรัตน์ พันธุ์เสนา น.ส.ปาริชาติ พงษ์จารุพงศ์ และ นายศักดิ์กะพันธ์ คล้ายดอกจันทร์ ที่ช่วยให้แนวคิด แก้ปัญหา คำแนะนำและความช่วยเหลือเกี่ยวกับงานวิจัยจนสำเร็จลุล่วงไปได้

ขอขอบคุณ พ.ญ.ธิดารัตน์ ชันละ ที่คอยให้กำลังใจ คำปรึกษา และคอยช่วยเหลือในทุกๆ เรื่องที่ผู้วิจัยต้องการความช่วยเหลือ

ขอขอบคุณ เพื่อนนักศึกษาในห้องวิจัยทุกคนที่ช่วยเหลือให้คำแนะนำต่างๆ จนสำเร็จสมบูรณ์ยิ่งขึ้น

สุดท้ายขอขอบคุณ คณะสหเวชศาสตร์ มหาวิทยาลัยธรรมศาสตร์ ศูนย์รังสิต และสำนักงานพัฒนาวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยีแห่งชาติ (สวทช) ที่ได้ให้ทุนการศึกษาและทุนสนับสนุนการทำวิจัย

คุณค่าและประโยชน์อันพึงมีจากวิทยานิพนธ์ฉบับนี้ ผู้วิจัยขอมอบแด่ผู้มีพระคุณทุกท่าน

อดิศักดิ์ ร่มพุดตาล

สารบัญ

| | หน้า |
|--|------|
| บทคัดย่อภาษาไทย | I |
| บทคัดย่อภาษาอังกฤษ | II |
| กิตติกรรมประกาศ | III |
| สารบัญ..... | IV |
| สารบัญตาราง..... | VII |
| สารบัญรูป..... | VIII |
| บทที่ 1 บทนำ..... | 1 |
| 1.1 ความเป็นมาและความสำคัญของปัญหา..... | 1 |
| 1.2 วัตถุประสงค์ของงานวิจัย..... | 2 |
| 1.3 สมมติฐานของการศึกษา..... | 2 |
| 1.4 ทฤษฎีหรือแนวความคิดที่ใช้ในงานวิจัย | 2 |
| 1.5 ขอบเขตของงานวิจัย..... | 2 |
| 1.6 โครงสร้างวิทยานิพนธ์..... | 3 |
| | |
| บทที่ 2 หลักการสร้างภาพตัดขวางและพื้นฐานทางคณิตศาสตร์ | 4 |
| 2.1 บทนำ..... | 4 |
| 2.2 แนวคิดพื้นฐาน..... | 4 |
| 2.3 ตัวอย่างหลักการสร้างภาพตัดขวาง | 5 |
| 2.3.1 การสร้างภาพตัดขวางจากรังสีเอ็กซ์..... | 6 |
| 2.3.2 การสร้างภาพตัดขวางจากแมกเนติกเรโซแนนซ์..... | 9 |
| 2.4 พื้นฐานทางคณิตศาสตร์ของโทโมกราฟี..... | 10 |
| 2.4.1 กรณีที่มีค่าสัมประสิทธิ์การดูดกลืน 1 ค่า และการฉายแสงไปยัง วัตถุที่มีเนื้อเดียวกันตลอด..... | 11 |
| 2.4.2 กรณีที่มีค่าสัมประสิทธิ์การดูดกลืนหลายค่าแต่มีการฉายแสงไป ยังวัตถุเพียง 1 ครั้ง..... | 12 |
| 2.4.3 กรณีที่มีค่าสัมประสิทธิ์การดูดกลืนหลายค่า และ มีการฉายรังสี หลายทิศทาง | 13 |

สารบัญ (ต่อ)

| | หน้า |
|---|-----------|
| 2.4.4 การอินทิเกรตเชิงเส้น..... | 14 |
| 2.4.5 การแปลงเรดอน (Radon Transform)..... | 17 |
| บทที่ 3 ทฤษฎีการสร้างภาพตัดขวางด้วยคลื่นอัลตราโซนิก..... | 19 |
| 3.1 บทนำ..... | 19 |
| 3.2 หลักการพื้นฐาน..... | 19 |
| 3.3 วิธีการสร้างภาพตัดขวางด้วยคลื่นอัลตราโซนิก..... | 20 |
| บทที่ 4 ระบบการสร้างภาพตัดขวางด้วยคลื่นอัลตราโซนิก..... | 27 |
| 4.1 บทนำ..... | 27 |
| 4.2 ระบบอัลตราโซนิก..... | 27 |
| 4.2.1 อุปกรณ์ที่ใช้ในระบบอัลตราโซนิก..... | 27 |
| 4.2.2 การทำงานของระบบอัลตราโซนิก..... | 30 |
| 4.2.3 การเก็บข้อมูลโปรเจกชัน..... | 31 |
| 4.3 วิธีการสร้างภาพตัดขวางของวัตถุ..... | 32 |
| 4.3.1 วิธีการสร้างภาพตัดขวางโดยใช้การแปลงฟูเรียร์..... | 32 |
| 4.3.2 วิธีการสร้างภาพตัดขวางโดยใช้แบคโปรเจกชัน..... | 37 |
| 4.3.3 วิธีการสร้างภาพตัดขวางโดยใช้ฟิลเตอร์แบคโปรเจกชัน..... | 38 |
| บทที่ 5 การสร้างภาพตัดขวางโดยใช้อัลกอริธึมทางพีชคณิต..... | 42 |
| 5.1 บทนำ..... | 42 |
| 5.2 ทฤษฎีพื้นฐานของอัลกอริธึมทางพีชคณิต..... | 42 |
| 5.3 ชนิดของอัลกอริธึมทางพีชคณิต..... | 45 |
| 5.3.1 ART (Algebraic Reconstruction Technique)..... | 45 |
| 5.3.2 SIRT (Simultaneous Iterative Reconstruction Technique)..... | 48 |
| 5.3.3 SART (Simultaneous Algebraic Reconstruction Technique)..... | 50 |
| บทที่ 6 การทดลองและผลการทดลอง..... | 52 |
| 6.1 บทนำ..... | 52 |

สารบัญ (ต่อ)

หน้า

| | |
|---|---------|
| 6.2 การทดลองสร้างภาพตัดขวางของวัตถุจริงที่มีค่าความหนาแน่นของวัตถุค่าเดียวกัน | 52 |
| 6.2.1 วิธีการทดลองสร้างภาพตัดขวางและการหาค่าความผิดพลาดจากค่าระดับเทาของวัตถุ..... | 53 |
| 6.2.1.1 การสร้างภาพตัดขวางโดยวิธีการแปลงฟูเรียร์ | 56 |
| 6.2.1.2 การสร้างภาพตัดขวางโดยวิธีแบคโปรเจกชัน..... | 57 |
| 6.2.1.3 การสร้างภาพตัดขวางโดยวิธีฟิลเตอร์แบคโปรเจกชัน..... | 58 |
| 6.2.1.4 การสร้างภาพตัดขวางโดยอัลกอริธึมทางพีชคณิต | 59 |
| 6.2.2 วิธีการทดลองสร้างภาพตัดขวางและการหาค่าความผิดพลาดจากค่าดัชนีหักเหของวัตถุ | 76 |
| 6.2.2.1 การสร้างภาพตัดขวางโดยวิธีการแปลงฟูเรียร์ | 77 |
| 6.2.2.2 การสร้างภาพตัดขวางโดยวิธีแบคโปรเจกชัน..... | 78 |
| 6.2.2.3 การสร้างภาพตัดขวางโดยวิธีฟิลเตอร์แบคโปรเจกชัน..... | 78 |
| 6.2.2.4 การสร้างภาพตัดขวางโดยอัลกอริธึมทางพีชคณิต | 79 |
| 6.3 การทดลองสร้างภาพตัดขวางของวัตถุจริงที่มีค่าความหนาแน่นของวัตถุที่แตกต่างกัน..... | 81 |
| 6.3.1 วิธีการทดลอง..... | 81 |
| 6.3.2 การสร้างภาพตัดขวางโดยวิธีการแปลงฟูเรียร์ | 84 |
| 6.3.3 การสร้างภาพตัดขวางโดยวิธีแบคโปรเจกชัน..... | 85 |
| 6.3.4 การสร้างภาพตัดขวางโดยวิธีฟิลเตอร์แบคโปรเจกชัน..... | 86 |
| 6.3.5 การสร้างภาพตัดขวางโดยอัลกอริธึมทางพีชคณิต | 87 |
| บทที่ 7 บทสรุปและข้อเสนอแนะ | 99 |
| เอกสารอ้างอิง..... | 101 |
| ภาคผนวก ก ผลงานวิจัยที่ได้รับการตีพิมพ์ | 103 |
| ประวัติผู้เขียน | 104 |

สารบัญตาราง

| ตารางที่ | หน้า |
|--|------|
| 3.1 แสดงค่าความเร็วเสียงและค่าการลดทอนของวัตถุต่างๆ | 21 |
| 6.1 ตารางเปรียบเทียบค่าผิดพลาดของภาพตัดขวางทั้ง 4 แบบ ที่ได้จากวิธีการแปลงฟูเรียร์ที่มีจำนวนโปรเจกชัน 18 มุม | 56 |
| 6.2 ตารางเปรียบเทียบค่าผิดพลาดของภาพตัดขวางทั้ง 4 แบบ ที่ได้จากวิธีแบคโปรเจกชันที่มีจำนวนโปรเจกชัน 18 มุม | 57 |
| 6.3 ตารางเปรียบเทียบค่าผิดพลาดของภาพตัดขวางทั้ง 4 แบบ ที่ได้จากวิธีฟิลเตอร์แบคโปรเจกชันที่มีจำนวนโปรเจกชัน 18 มุม..... | 58 |
| 6.4 ตารางเปรียบเทียบค่าผิดพลาดของภาพตัดขวางแบบที่ 1 ที่ได้จากอัลกอริธึมทางพีชคณิตจากข้อมูล 18 โปรเจกชันโดยใช้จำนวนการทำซ้ำตั้งแต่ 1-12 | 71 |
| 6.5 ตารางเปรียบเทียบค่าผิดพลาดของภาพตัดขวางแบบที่ 2 ที่ได้จากอัลกอริธึมทางพีชคณิตจากข้อมูล 18 โปรเจกชันโดยใช้จำนวนการทำซ้ำตั้งแต่ 1-12 | 72 |
| 6.6 ตารางเปรียบเทียบค่าผิดพลาดของภาพตัดขวางแบบที่ 3 ที่ได้จากอัลกอริธึมทางพีชคณิตจากข้อมูล 18 โปรเจกชันโดยใช้จำนวนการทำซ้ำตั้งแต่ 1-12 | 73 |
| 6.7 ตารางเปรียบเทียบค่าผิดพลาดของภาพตัดขวางแบบที่ 4 ที่ได้จากอัลกอริธึมทางพีชคณิตจากข้อมูล 18 โปรเจกชันโดยใช้จำนวนการทำซ้ำตั้งแต่ 1-12 | 74 |
| 6.8 ตารางเปรียบเทียบระยะเวลา (วินาที) ที่ใช้ในการสร้างภาพตัดขวางด้วยวิธีต่างๆ ที่มีขนาด 70x70 พิกเซล 80x80 พิกเซล และ 100x100 พิกเซล | 75 |
| 6.9 ตารางเปรียบเทียบค่าความผิดพลาดจากค่าดัชนีหักเหของวัตถุและเวลาของการสร้างภาพตัดขวางด้วยวิธีต่างๆ ที่มีขนาด 100 x 100 พิกเซล | 80 |

สารบัญรูป

| รูปที่ | หน้า |
|--------|--|
| 2.1 | กระบวนการโทโมกราฟี..... 5 |
| 2.2 | รูปแสดงที่มาของภาพถ่ายเอ็กซ์เรย์..... 8 |
| 2.3 | เครื่องเอ็กซ์เรย์คอมพิวเตอร์..... 9 |
| 2.4 | ลำรังสีเอ็กซ์ที่ฉายไปยังวัตถุที่มีเนื้อเดียวกันตลอด 11 |
| 2.5 | การฉายรังสีไปยังวัตถุที่มีค่าสัมประสิทธิ์การดูดกลืนหลายค่า 12 |
| 2.6 | การฉายรังสีไปยังวัตถุที่มีค่าสัมประสิทธิ์การดูดกลืนหลายค่าและมีการฉายรังสีหลาย ทิศทาง..... 13 |
| 2.7 | แสดงภาพตัดขวางของร่างกายมนุษย์ 14 |
| 2.8 | แสดงวัตถุ $f(x, y)$ และโปรเจกชัน $P_\theta(t_1)$ ที่มุม θ 15 |
| 2.9 | โปรเจกชันแบบขนาน 16 |
| 2.10 | โปรเจกชันแบบพัด 17 |
| 2.11 | เรขาคณิตของการแปลงเรดอน 18 |
| 3.1 | คลื่นอัลตราโซนิกที่เดินทางผ่านวัตถุที่มีค่าความหนาแน่นของวัตถุค่าเดียวกัน..... 22 |
| 3.2 | คลื่นอัลตราโซนิกที่เดินทางผ่านน้ำโดยตรง 23 |
| 3.3 | คลื่นอัลตราโซนิกที่เดินทางผ่านวัตถุที่มีค่าความหนาแน่นของวัตถุที่แตกต่างกัน..... 24 |
| 3.4 | ความสัมพันธ์ของสัญญาณ $x(t), y(t)$ และค่าการหน่วงทางเวลา (Time delay; T_d) 25 |
| 3.5 | การสร้างภาพตัดขวางโดยใช้ค่าดัชนีหักเห (Refractive index) ของวัตถุมาสร้างภาพ ตัดขวาง 26 |
| 4.1 | เครื่องส่ง-รับอัลตราโซนิก รุ่น MODEL 500PR 27 |
| 4.2 | หัวส่งและหัวรับที่ใช้ในการทดลอง..... 28 |
| 4.3 | ภาชนะใส่น้ำที่ใช้ในการทดลอง 28 |
| 4.4 | แสดงการติดตั้งอุปกรณ์ที่ใช้สร้างภาพและการเก็บข้อมูล..... 29 |
| 4.5 | ระบบอัลตราโซนิก..... 30 |
| 4.6 | คลื่นอัลตราโซนิกที่วัดได้ 31 |
| 4.7 | แสดงความสัมพันธ์ระหว่างการแปลงฟูเรียร์ของโปรเจกชันกับการแปลงฟูเรียร์ของภาพ 32 |
| 4.8 | Block diagram แสดงวิธีการสร้างภาพตัดขวางโดยใช้การแปลงฟูเรียร์ 35 |
| 4.9 | (a) ราวเตอร์เชิงขั้ว..... 36 |
| 4.9 | (b) ราวเตอร์เชิงตั้งฉาก 36 |

สารบัญญรูป (ต่อ)

| รูปที่ | หน้า |
|---|------|
| 4.10 การประมาณค่าจุด Q | 36 |
| 4.11 แสดงโปรเจกชันของฟังก์ชัน 2 มิติ..... | 37 |
| 4.12 Block diagram แสดงวิธีการสร้างภาพตัดขวางโดยใช้วิธีฟิวเตอร์แบคโปรเจกชัน | 38 |
| 4.13 ภาพแสดงผลตอบสนองความถี่ของ Ram-Lak Filter | 41 |
| 5.1 ภาพแสดงรูปแบบการฉายแสงและการคำนวณค่าแฟกเตอร์น้ำหนักของอัลกอริธึมทางพีชคณิต | 43 |
| 5.2 ภาพแสดงการใช้ทฤษฎีของคาร์แมร์ชในการแก้ระบบสมการ 2 ตัวแปร..... | 44 |
| 5.3 Flow chart แสดงขั้นตอนการคำนวณวิธี ART | 47 |
| 5.4 Flow chart แสดงขั้นตอนการคำนวณวิธี SIRT..... | 49 |
| 5.5 Flow chart แสดงขั้นตอนการคำนวณวิธี SART | 51 |
| 6.1 แสดงวัตถุจริงที่ทำมาจากวงทั้ง 4 แบบที่มีขนาดเส้นผ่าศูนย์กลาง 5 เซนติเมตรและมีค่าความหนาแน่นของวัตถุค่าเดียวกัน..... | 53 |
| 6.2 แสดงข้อมูลโปรเจกชันของวัตถุจริงแบบที่ 1..... | 54 |
| 6.3 แสดงข้อมูลโปรเจกชันของวัตถุจริงแบบที่ 2..... | 54 |
| 6.4 แสดงข้อมูลโปรเจกชันของวัตถุจริงแบบที่ 3..... | 55 |
| 6.5 แสดงข้อมูลโปรเจกชันของวัตถุจริงแบบที่ 4..... | 55 |
| 6.6 รูปผลการทดลองสร้างภาพตัดขวางที่ได้จากวิธีการแปลงฟูเรียร์..... | 56 |
| 6.7 รูปผลการทดลองสร้างภาพตัดขวางที่ได้จากวิธีแบคโปรเจกชัน | 57 |
| 6.8 รูปผลการทดลองสร้างภาพตัดขวางที่ได้จากวิธีฟิวเตอร์แบคโปรเจกชัน | 58 |
| 6.9 รูปผลการทดลองสร้างภาพตัดขวางของแบบที่ 1 โดยวิธี ART ที่มีจำนวนโปรเจกชัน 18 มุมโดยใช้จำนวนการทำซ้ำเป็น 1,3,5,7,9 และ 12..... | 59 |
| 6.10 รูปผลการทดลองสร้างภาพตัดขวางของแบบที่ 1 โดยวิธี SIRT ที่มีจำนวนโปรเจกชัน 18 มุมโดยใช้จำนวนการทำซ้ำเป็น 1,3,5,7,9 และ 12..... | 60 |
| 6.11 รูปผลการทดลองสร้างภาพตัดขวางของแบบที่ 1 โดยวิธี SART ที่มีจำนวนโปรเจกชัน 18 มุมโดยใช้จำนวนการทำซ้ำเป็น 1,3,5,7,9 และ 12..... | 61 |
| 6.12 รูปผลการทดลองสร้างภาพตัดขวางของแบบที่ 2 โดยวิธี ART ที่มีจำนวนโปรเจกชัน 18 มุมโดยใช้จำนวนการทำซ้ำเป็น 1,3,5,7,9 และ 12..... | 62 |

สารบัญรูป (ต่อ)

| รูปที่ | หน้า |
|--|------|
| 6.13 รูปผลการทดลองสร้างภาพตัดขวางของแบบที่ 2 โดยวิธี SIRT ที่มีจำนวนโปรเจกชัน 18 มุม โดยใช้จำนวนการทำซ้ำเป็น 1,3,5,7,9 และ 12..... | 63 |
| 6.14 รูปผลการทดลองสร้างภาพตัดขวางของแบบที่ 2 โดยวิธี SART ที่มีจำนวนโปรเจกชัน 18 มุม โดยใช้จำนวนการทำซ้ำเป็น 1,3,5,7,9 และ 12..... | 64 |
| 6.15 รูปผลการทดลองสร้างภาพตัดขวางของแบบที่ 3 โดยวิธี ART ที่มีจำนวนโปรเจกชัน 18 มุม โดยใช้จำนวนการทำซ้ำเป็น 1,3,5,7,9 และ 12..... | 65 |
| 6.16 รูปผลการทดลองสร้างภาพตัดขวางของแบบที่ 3 โดยวิธี SIRT ที่มีจำนวนโปรเจกชัน 18 มุม โดยใช้จำนวนการทำซ้ำเป็น 1,3,5,7,9 และ 12..... | 66 |
| 6.17 รูปผลการทดลองสร้างภาพตัดขวางของแบบที่ 3 โดยวิธี SART ที่มีจำนวนโปรเจกชัน 18 มุม โดยใช้จำนวนการทำซ้ำเป็น 1,3,5,7,9 และ 12..... | 67 |
| 6.18 รูปผลการทดลองสร้างภาพตัดขวางของแบบที่ 4 โดยวิธี ART ที่มีจำนวนโปรเจกชัน 18 มุม โดยใช้จำนวนการทำซ้ำเป็น 1,3,5,7,9 และ 12..... | 68 |
| 6.19 รูปผลการทดลองสร้างภาพตัดขวางของแบบที่ 4 โดยวิธี SIRT ที่มีจำนวนโปรเจกชัน 18 มุม โดยใช้จำนวนการทำซ้ำเป็น 1,3,5,7,9 และ 12..... | 69 |
| 6.20 รูปผลการทดลองสร้างภาพตัดขวางของแบบที่ 4 โดยวิธี SART ที่มีจำนวนโปรเจกชัน 18 มุม โดยใช้จำนวนการทำซ้ำเป็น 1,3,5,7,9 และ 12..... | 70 |
| 6.21 กราฟแสดงค่าผิดพลาดของภาพตัดขวางแบบที่ 1 ที่ได้จากอัลกอริทึมทางพีชคณิต | 71 |
| 6.22 กราฟแสดงค่าผิดพลาดของภาพตัดขวางแบบที่ 2 ที่ได้จากอัลกอริทึมทางพีชคณิต | 72 |
| 6.23 กราฟแสดงค่าผิดพลาดของภาพตัดขวางแบบที่ 3 ที่ได้จากอัลกอริทึมทางพีชคณิต | 73 |
| 6.24 กราฟแสดงค่าผิดพลาดของภาพตัดขวางแบบที่ 4 ที่ได้จากอัลกอริทึมทางพีชคณิต | 74 |
| 6.25 กราฟแสดงเวลาที่ใช้ในการสร้างภาพตัดขวางด้วยวิธีต่างๆ..... | 75 |
| 6.26 แสดงวัตถุจริงที่ทำมาจากวุ้นขนาดเส้นผ่าศูนย์กลาง 5 เซนติเมตร และมีค่าความหนาแน่นของวัตถุค่าเดียวกัน..... | 76 |
| 6.27 แสดงข้อมูลโปรเจกชันของวัตถุจริง..... | 77 |
| 6.28 รูปผลการทดลองสร้างภาพตัดขวางและค่าดัชนีหักเหที่ได้จากวิธีการแปลงฟูเรียร์ | 77 |
| 6.29 รูปผลการทดลองสร้างภาพตัดขวางและค่าดัชนีหักเหที่ได้จากวิธีแบค โปรเจกชัน..... | 78 |
| 6.30 รูปผลการทดลองสร้างภาพตัดขวางและค่าดัชนีหักเหที่ได้จากวิธีฟิลเตอร์แบค โปรเจกชัน.... | 78 |

สารบัญรูป (ต่อ)

| รูปที่ | หน้า |
|--|------|
| 6.31 รูปผลการทดลองสร้างภาพตัดขวางและค่าดัชนีหักเหโดยวิธี ART ที่มีจำนวนโปรเจกชัน 18 มุม โดยใช้จำนวนการทำซ้ำ 5 ครั้ง..... | 79 |
| 6.32 รูปผลการทดลองสร้างภาพตัดขวางและค่าดัชนีหักเหโดยวิธี SIRT ที่มีจำนวนโปรเจกชัน 18 มุม โดยใช้จำนวนการทำซ้ำ 5 ครั้ง..... | 79 |
| 6.33 รูปผลการทดลองสร้างภาพตัดขวางและค่าดัชนีหักเหโดยวิธี SART ที่มีจำนวนโปรเจกชัน 18 มุม โดยใช้จำนวนการทำซ้ำ 5 ครั้ง..... | 80 |
| 6.34 แสดงวัตถุจริงที่ทำมาจากวุ้นทั้ง 4 แบบที่มีขนาดเส้นผ่าศูนย์กลาง 3.5, 5, 8 เซนติเมตร และมีค่าความหนาแน่นของวัตถุที่แตกต่างกัน | 81 |
| 6.35 แสดงข้อมูลโปรเจกชันของวัตถุจริงแบบที่ 1 ขนาดเส้นผ่าศูนย์กลาง 3.5 เซนติเมตร | 82 |
| 6.36 แสดงข้อมูลโปรเจกชันของวัตถุจริงแบบที่ 2 ขนาดเส้นผ่าศูนย์กลาง 5 เซนติเมตร | 82 |
| 6.37 แสดงข้อมูลโปรเจกชันของวัตถุจริงแบบที่ 3 ขนาดเส้นผ่าศูนย์กลาง 5 เซนติเมตร | 83 |
| 6.38 แสดงข้อมูลโปรเจกชันของวัตถุจริงแบบที่ 4 ขนาดเส้นผ่าศูนย์กลาง 8 เซนติเมตร | 83 |
| 6.39 รูปผลการทดลองสร้างภาพตัดขวางที่ได้จากวิธีการแปลงฟูเรียร์ | 84 |
| 6.40 รูปผลการทดลองสร้างภาพตัดขวางที่ได้จากวิธีแบคโปรเจกชัน | 85 |
| 6.41 รูปผลการทดลองสร้างภาพตัดขวางที่ได้จากวิธีฟิลเตอร์แบคโปรเจกชัน | 86 |
| 6.42 รูปผลการทดลองสร้างภาพตัดขวางของแบบที่ 1 โดยวิธี ART ที่มีจำนวน โปรเจกชัน 18 มุม โดยใช้จำนวนการทำซ้ำเป็น 1,3,5,7,9 และ 12..... | 87 |
| 6.43 รูปผลการทดลองสร้างภาพตัดขวางของแบบที่ 1 โดยวิธี SIRT ที่มีจำนวน โปรเจกชัน 18 มุม โดยใช้จำนวนการทำซ้ำเป็น 1,3,5,7,9 และ 12..... | 88 |
| 6.44 รูปผลการทดลองสร้างภาพตัดขวางของแบบที่ 1 โดยวิธี SART ที่มีจำนวน โปรเจกชัน 18 มุม โดยใช้จำนวนการทำซ้ำเป็น 1,3,5,7,9 และ 12..... | 89 |
| 6.45 รูปผลการทดลองสร้างภาพตัดขวางของแบบที่ 2 โดยวิธี ART ที่มีจำนวน โปรเจกชัน 18 มุม โดยใช้จำนวนการทำซ้ำเป็น 1,3,5,7,9 และ 12..... | 90 |
| 6.46 รูปผลการทดลองสร้างภาพตัดขวางของแบบที่ 2 โดยวิธี SIRT ที่มีจำนวน โปรเจกชัน 18 มุม โดยใช้จำนวนการทำซ้ำเป็น 1,3,5,7,9 และ 12..... | 91 |
| 6.47 รูปผลการทดลองสร้างภาพตัดขวางของแบบที่ 2 โดยวิธี SART ที่มีจำนวน โปรเจกชัน 18 มุม โดยใช้จำนวนการทำซ้ำเป็น 1,3,5,7,9 และ 12..... | 92 |

สารบัญรูป (ต่อ)

| รูปที่ | หน้า |
|--|------|
| 6.48 รูปผลการทดลองสร้างภาพตัดขวางของแบบที่ 3 โดยวิธี ART ที่มีจำนวน โปเรจชั้น 18 มุม โดยใช้จำนวนการทำซ้ำเป็น 1,3,5,7,9 และ 12..... | 93 |
| 6.49 รูปผลการทดลองสร้างภาพตัดขวางของแบบที่ 3 โดยวิธี SIRT ที่มีจำนวน โปเรจชั้น 18 มุม โดยใช้จำนวนการทำซ้ำเป็น 1,3,5,7,9 และ 12..... | 94 |
| 6.50 รูปผลการทดลองสร้างภาพตัดขวางของแบบที่ 3 โดยวิธี SART ที่มีจำนวน โปเรจชั้น 18 มุม โดยใช้จำนวนการทำซ้ำเป็น 1,3,5,7,9 และ 12..... | 95 |
| 6.51 รูปผลการทดลองสร้างภาพตัดขวางของแบบที่ 4 โดยวิธี ART ที่มีจำนวน โปเรจชั้น 18 มุม โดยใช้จำนวนการทำซ้ำเป็น 1,3,5,7,9 และ 12..... | 96 |
| 6.52 รูปผลการทดลองสร้างภาพตัดขวางของแบบที่ 4 โดยวิธี SIRT ที่มีจำนวน โปเรจชั้น 18 มุม โดยใช้จำนวนการทำซ้ำเป็น 1,3,5,7,9 และ 12..... | 97 |
| 6.53 รูปผลการทดลองสร้างภาพตัดขวางของแบบที่ 4 โดยวิธี SART ที่มีจำนวน โปเรจชั้น 18 มุม โดยใช้จำนวนการทำซ้ำเป็น 1,3,5,7,9 และ 12..... | 98 |

บทที่ 1

บทนำ

ในบทนี้จะกล่าวถึงความเป็นมาและความสำคัญของปัญหา วัตถุประสงค์ของงานวิจัย สมมติฐานของการศึกษา ทฤษฎีหรือแนวความคิดที่ใช้ในงานวิจัย ขอบเขตของงานวิจัย และ โครงสร้างวิทยานิพนธ์

1.1 ความเป็นมาและความสำคัญของปัญหา

ในการสร้างภาพตัดขวางของวัตถุสามารถทำได้หลายวิธีไม่ว่าจะใช้วิธีรังสีเอ็กซ์ หรือ แมกเนติกเรโซแนนซ์ (Magnetic Resonance Imaging; MRI) แล้วยังมีอีกวิธีหนึ่งคือ การสร้างภาพตัดขวางของวัตถุโดยใช้คลื่นอัลตราโซนิก (Ultrasonic Computed Tomography; UCT)

หลักการของการสร้างภาพตัดขวางโดยใช้คลื่นอัลตราโซนิก คลื่นอัลตราโซนิกที่ใช้ในการส่งคลื่นจากหัวส่งไปยังหัวรับจะส่งแบบการส่งผ่าน (Transmission mode) ด้วยความถี่ 3.75 MHz โดยปกติคลื่นอัลตราโซนิกที่เดินทางผ่านวัตถุหรือตัวกลางหนึ่งไปยังอีกตัวกลางหนึ่งที่มีค่าดัชนีหักเห (Refractive index) ของวัตถุที่แตกต่างกันจะทำให้เกิดการเลี้ยวเบนของคลื่นที่รอยต่อวัตถุทำให้คลื่นที่เดินทางผ่านตัวกลางแต่ละชนิดไม่เป็นเส้นตรง ดังนั้นวิธีนี้ค่อนข้างซับซ้อนในการสร้างภาพตัดขวาง ถึงอย่างไรก็ตามยังคงมีวิธีที่จะสร้างภาพตัดขวางโดยใช้คลื่นอัลตราโซนิกถ้าสมมติให้วัตถุที่นำมาสร้างภาพตัดขวางมีลักษณะที่ดูกลมกลืนเท่านั้น โดยไม่ทำให้เกิดการเลี้ยวเบนของคลื่นหรือวัตถุที่มีค่าดัชนีหักเหของวัตถุเล็กน้อยเปรียบเสมือนไม่คิดผลของการเลี้ยวเบนของคลื่น ลักษณะการสร้างภาพตัดขวางของวัตถุ โดยใช้คลื่นอัลตราโซนิกวิธีนี้จึงคล้ายกับการสร้างภาพตัดขวางของวัตถุจากรังสีเอ็กซ์

ดังนั้นในงานวิจัยนี้จึงได้ศึกษาและทดลองสร้างระบบอัลตราโซนิกเพื่อทำการเก็บและวิเคราะห์ข้อมูลที่จะนำไปใช้ในการประมวลผลสร้างภาพตัดขวางของวัตถุจริงขึ้นมา ข้อมูลที่จะนำไปใช้ในการประมวลผลสร้างภาพตัดขวางของวัตถุจริงจะใช้หลักการวัดค่าความแตกต่างของเวลาที่คลื่นอัลตราโซนิกเดินทางผ่านน้ำโดยตรงกับคลื่นอัลตราโซนิกเดินทางผ่านวัตถุ วัตถุจริงที่ใช้ในการทดลองจะแบ่งออกเป็น 2 ชนิด คือวัตถุจริงที่มีค่าความหนาแน่นของวัตถุค่าเดียวกันและค่าความหนาแน่นของวัตถุที่แตกต่างกัน โดยได้พิจารณาขนาดของวัตถุที่ใช้ในการสร้างภาพตัดขวางด้วยขนาด 3.5 เซนติเมตร 5 เซนติเมตร และ 8 เซนติเมตร ซึ่งเทคนิคที่ใช้ในการสร้างภาพตัดขวางประกอบด้วย เทคนิคการแปลงฟูเรียร์ เทคนิคแบคโปรเจกชัน เทคนิคฟิลเตอร์แบคโปรเจกชัน และได้นำเอาเทคนิคอัลกอริทึมทางพีชคณิตมาใช้ในการปรับปรุงประสิทธิภาพของภาพตัดขวาง

1.2 วัตถุประสงค์ของงานวิจัย

1. เพื่อศึกษาและหลักการของการสร้างภาพตัดขวางของวัตถุด้วยคลื่นอัลตราโซนิก
2. เพื่อปรับปรุงประสิทธิภาพของภาพตัดขวางจากคลื่นอัลตราโซนิกด้วยเทคนิคอัลกอริธึมทางพีชคณิต
3. เพื่อเปรียบเทียบเทคนิคในการสร้างภาพตัดขวางจากคลื่นอัลตราโซนิก โดยใช้เทคนิคอัลกอริธึมทางพีชคณิตกับ เทคนิคการแปลงฟูเรียร์ เทคนิคแบคโปรเจกชันและเทคนิคฟิลเตอร์แบคโปรเจกชัน

1.3 สมมติฐานของการศึกษา

การสร้างภาพตัดขวางของวัตถุโดยใช้คลื่นอัลตราโซนิก จำเป็นต้องคิดผลของการเลี้ยวเบนของคลื่นที่เกิดจากรอยต่อวัตถุที่มีค่าดัชนีหักเหของวัตถุที่แตกต่างกันทำให้การสร้างภาพตัดขวางมีความซับซ้อนมาก จึงได้มีการนำเสนอวิธีการสร้างภาพตัดขวางของวัตถุที่สมมติให้คลื่นเดินทางผ่านวัตถุเป็นเส้นตรงเหมือนกับเส้นรังสีเดินทางผ่านวัตถุเป็นเส้นตรงเหมือนกับเอ็กซ์เรย์ซึ่งภาพตัดขวางที่ได้สามารถยอมรับได้ และได้นำเสนอเทคนิคอัลกอริธึมทางพีชคณิตซึ่งจะให้ภาพตัดขวางที่มีคุณภาพดีกว่าเทคนิคการแปลงฟูเรียร์ เทคนิคแบคโปรเจกชัน และเทคนิคฟิลเตอร์แบคโปรเจกชัน

1.4 ทฤษฎีหรือแนวความคิดที่ใช้ในงานวิจัย

ในงานวิจัยนี้ได้นำเสนอการปรับปรุงคุณภาพของภาพตัดขวางจากคลื่นอัลตราโซนิก โดยใช้เทคนิคอัลกอริธึมทางพีชคณิต ซึ่งจะประกอบด้วย ART, SIRT และ SART เป็นการสร้างภาพแบบการทำซ้ำโดยจะจัดสมการความสัมพันธ์ของภาพตัดขวางกับข้อมูลโปรเจกชันให้อยู่ในรูปแบบเซตของสมการเชิงเส้นจากนั้นใช้ทฤษฎีของคาร์แมร์ซ (Kaczmarz method) ช่วยในการแก้หาผลเฉลยของเซตของสมการเชิงเส้น โดยที่เทคนิคอัลกอริธึมทางพีชคณิตนี้จะสามารถเพิ่มความถูกต้องของผลเฉลยได้โดยทำการนำผลเฉลยที่ได้นำกลับมาคำนวณซ้ำอีก

1.5 ขอบเขตของงานวิจัย

ขอบเขตของงานวิจัยนี้แบ่งออกเป็น 2 อย่าง คือ การศึกษาระบบอัลตราโซนิก และ วิธีการประมวลผลภาพ การศึกษาระบบอัลตราโซนิกที่ใช้ในการสร้างภาพตัดขวางของวัตถุประกอบด้วย หัวส่ง หัวรับ เครื่องส่งและรับอัลตราโซนิก ชุดควบคุมการเคลื่อนที่ของมอเตอร์ด้วยคอมพิวเตอร์ และการบันทึกคลื่นอัลตราโซนิกจากออสซิลโลสโคปด้วยการ์ดจีพีไอบี (GPIB) ส่วนวิธีการประมวลผลภาพประกอบด้วย การคำนวณค่าโปรเจกชันที่ได้มาจากคลื่นอัลตราโซนิก เทคนิค

การสร้างภาพตัดขวางจาก เทคนิคการแปลงฟูรีเยร์ เทคนิคแบคโปรเจกชัน เทคนิคฟิลเตอร์แบคโปรเจกชัน และปรับปรุงประสิทธิภาพของภาพตัดขวางด้วยเทคนิคอัลกอริธึมทางพีชคณิต

1.6 โครงสร้างวิทยานิพนธ์

ในวิทยานิพนธ์ฉบับนี้จะแบ่งเนื้อหาออกเป็น 7 บท ในแต่ละบทจะมีเนื้อหาดังต่อไปนี้

บทที่ 1 กล่าวถึงความเป็นมาและความสำคัญของปัญหา วัตถุประสงค์ของการศึกษา สมมติฐาน แนวความคิดของงานวิจัย และขอบเขตของงานวิจัย

บทที่ 2 กล่าวถึงแนวคิดพื้นฐานของการสร้างภาพตัดขวาง ตัวอย่างหลักการสร้างภาพตัดขวาง และ พื้นฐานทางคณิตศาสตร์ของโทโมกราฟี

บทที่ 3 กล่าวถึงวิธีการสร้างภาพตัดขวางด้วยคลื่นอัลตราโซนิค

บทที่ 4 กล่าวถึงระบบอัลตราโซนิค และวิธีการสร้างภาพตัดขวางของวัตถุ

บทที่ 5 กล่าวถึงทฤษฎีพื้นฐานของอัลกอริธึมทางพีชคณิต และ ชนิดของอัลกอริธึมทางพีชคณิต

บทที่ 6 กล่าวถึงการทดลองและผลการทดลอง

บทที่ 7 เป็นการสรุปผลการวิจัยและข้อเสนอแนะแนวทางในการทำวิจัยต่อไป

บทที่ 2

หลักการสร้างภาพตัดขวางและพื้นฐานทางคณิตศาสตร์

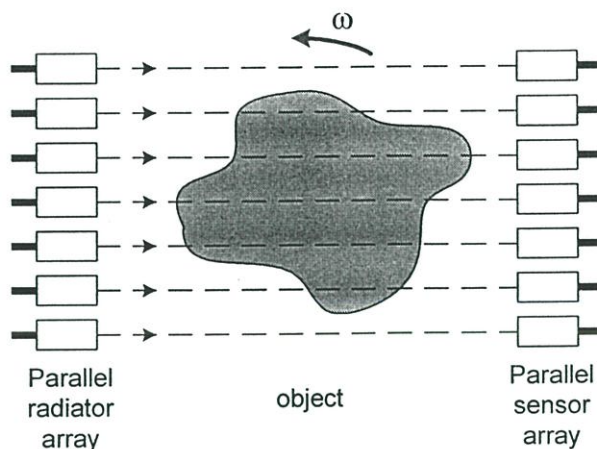
2.1 บทนำ

ในบทนี้จะกล่าวถึงแนวคิดพื้นฐานของการสร้างภาพตัดขวางของวัตถุ ความเป็นมาของการสร้างภาพตัดขวาง และหลักการสร้างภาพตัดขวางของวัตถุด้วยวิธีต่างๆ ซึ่งถูกนำไปใช้ทั้งในทางการแพทย์ เช่นเครื่องเอกซเรย์คอมพิวเตอร์ และ เครื่อง MRI รวมทั้งคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวข้องกับการสร้างภาพตัดขวางเบื้องต้น

2.2 แนวคิดพื้นฐาน

ปกติการที่มนุษย์เราจะมองเห็นวัตถุจะต้องอาศัยแสงสว่างไปตกกระทบที่วัตถุนั้น แล้วสะท้อนกลับจากวัตถุเดินทางไปตกกระทบเรตินาของดวงตา ซึ่งภาพที่เรามองเห็นนี้เป็นเพียงลักษณะภายนอกของวัตถุนั้น ถ้าวัตถุนั้นมีลักษณะเป็นวัตถุโปร่งแสงหรือ โปร่งใส อีกนัยหนึ่งคือแสงสามารถส่งผ่านวัตถุได้ เราจะสามารถมองเห็นลักษณะภายในของวัตถุได้ แต่แสงไม่สามารถส่งผ่านวัตถุได้ทุกชนิด จึงเป็นการยากที่เราจะดูลักษณะโครงสร้างภายในของวัตถุทึบแสง ดังนั้นจึงมีการเปลี่ยนจากแสงซึ่งเป็นคลื่นแม่เหล็กไฟฟ้าที่มีความยาวคลื่นในช่วงที่ตามองเห็น เป็นคลื่นแม่เหล็กไฟฟ้าในช่วงความถี่สูง เช่น รังสีเอกซ์ (X-ray) ซึ่งสามารถส่งผ่านวัตถุได้หลายชนิด การส่งผ่านของคลื่นแม่เหล็กไฟฟ้าจะขึ้นกับค่าสัมประสิทธิ์การดูดกลืนของวัตถุ นำไปสู่การสร้างภาพตัดขวางหรือที่เรียกว่า โทโมกราฟี (Tomography) [1] โดยวัตถุที่มีค่าสัมประสิทธิ์การดูดกลืนที่ต่างกันจะมีการดูดซับคลื่นแม่เหล็กไฟฟ้าที่ต่างกัน ดังนั้นคลื่นแม่เหล็กไฟฟ้าที่ผ่านออกมาจึงแตกต่างกัน ในช่วงเวลาหลายปีที่ผ่านมาได้มีการพัฒนาเทคนิคกระบวนการโทโมกราฟีสำหรับใช้ในทางการแพทย์ เช่น รังสีเอกซ์ อย่างรวดเร็ว ตลอดจนถึงได้มีการพัฒนาการสร้างภาพตัดขวางด้วยเทคนิคที่ต่างออกไป ได้แก่ นิวเคลียร์แมกเนติกเรโซแนนซ์ (Nuclear Magnetic Resonance Imaging) ซึ่งเป็นเครื่องมือที่มีความซับซ้อน และราคาแพง

หลักการของโทโมกราฟี คือ ใช้หลักการวัดประสิทธิภาพการดูดกลืนของวัตถุ ซึ่งถูกวัดโดยเซ็นเซอร์ที่อยู่ภายนอกวัตถุ จากนั้นทำการหมุนชุดของเซ็นเซอร์หรือหมุนวัตถุที่ต้องการวัด เมื่อได้ข้อมูลหลายๆ ทิศทางจึงนำมาประมวลผลด้วยคณิตศาสตร์ชั้นสูง ก็สามารถสร้างเป็นภาพตัดขวางแสดงดังรูปที่ 2.1



รูปที่ 2.1 กระบวนการโทโมกราฟี

วิธีการสร้างภาพตัดขวางโดยไม่ทำลายวัตถุ แบ่งออกตามหลักการกว้างๆได้ 3 วิธี คือ การส่งผ่าน (Transmission) การแผ่ (Emission) และการสะท้อน (Reflection) ในการส่งผ่านจะใช้รังสีเอ็กซ์ ลำอเล็กตรอน ความร้อนหรือแสง หรือพลังงานใดๆก็ได้ที่มีพฤติกรรมตามกฎของการดูดซึม (Absorption law) โดยพลังงานที่ผ่านเข้าไปในวัตถุจะถูกดูดซับในส่วนต่างๆของวัตถุไม่เท่ากัน พลังงานส่วนที่ทะลุออกมา เรียกว่า โปรเจกชัน (Projection) และภาพตัดขวางที่ได้จากวิธีนี้คือ ภาพตัดขวางจากเครื่องเอ็กซ์เรย์คอมพิวเตอร์ สำหรับวิธีการแผ่จะฉีดสารที่มีกัมมันตภาพรังสีเป็นส่วนประกอบ เมื่อสารนี้ไปยังอวัยวะที่สนใจก็จะแผ่รังสีแกมมาในทิศทางที่แตกต่างกัน ความแตกต่างของเวลาที่ใช้ในการเดินทางของรังสีแกมมาที่ผ่านตำแหน่งเดียวกัน จะสามารถนำไปประมวลผลหาค่าแห่งของจุดนั้นได้ ภาพตัดขวางที่ได้จากวิธีนี้คือ ภาพตัดขวางจากเครื่องโพซิตรอนอิมิตชันโทโมกราฟี (Positron Emission Tomography หรือ P.E.T) และเครื่องซึ่งเกิดโฟตอนอิมิตชันโทโมกราฟี (Single Photon Emission Computed Tomography หรือ S.P.E.C.T) ส่วนการสะท้อนจะใช้คุณสมบัติการสะท้อนของผิวหนังของวัตถุมาตรวจสอบหาลักษณะของวัตถุได้ ตัวอย่างที่ใช้ เช่น แสง ลำอเล็กตรอน เรดาร์ หรือ อัลตราโซนิค ภาพตัดขวางที่ได้จากวิธีนี้คือ ภาพตัดขวางจากเครื่องอัลตราซาวด์ (Ultrasound)

2.3 ตัวอย่างหลักการสร้างภาพตัดขวาง

ในการสร้างภาพตัดขวางมีด้วยกันหลายวิธี ในที่นี้จะยกตัวอย่างเพียง 2 ตัวอย่าง คือ การสร้างภาพตัดขวางจากรังสีเอ็กซ์ และการสร้างภาพตัดขวางจากแมกเนติกเรโซแนนซ์ (MRI)

2.3.1 การสร้างภาพตัดขวางจากรังสีเอ็กซ์

มีการค้นพบรังสีเอ็กซ์ เมื่อวันที่ 8 พฤศจิกายน ค.ศ. 1895 โดยศาสตราจารย์วิลเฮล์ม คอนราด เรินต์เกน (Wilhelm Konrad Roentgen) นักฟิสิกส์ชาวเยอรมัน รังสีที่เรินต์เกนค้นพบนี้ถูกเรียกว่า รังสีเอ็กซ์ หรือ เอ็กซ์เรย์

เอ็กซ์เรย์ คือ รังสี หรือ แสงชนิดหนึ่งที่เราไม่สามารถมองเห็นได้ด้วยตาเปล่าเช่นเดียวกับแสงสว่างธรรมดา เอ็กซ์เรย์นี้มีลักษณะเป็นทั้งคลื่นและอนุภาคของแม่เหล็กไฟฟ้าที่มีช่วงคลื่นสั้นมาก ความยาวช่วงคลื่นตั้งแต่ 0.04 – 1000 อังสตรอม (Angstrom) หรืออยู่ระหว่างรังสีแกมมาที่รังสีอัลตราไวโอเล็ต คุณสมบัติของเอ็กซ์เรย์คล้ายคลึงกับแสงสว่างธรรมดาเป็นส่วนใหญ่ แต่คุณสมบัติพิเศษของมัน คือ มีอำนาจทะลุทะลวงผ่านวัตถุต่างๆ ได้มากบ้างน้อยบ้างขึ้นอยู่กับความหนาแน่นทึบและน้ำหนักอะตอมของวัตถุที่มันผ่าน นอกจากนั้นยังทำให้เกิดการเปลี่ยนแปลงทั้งทางเคมีชีวและอื่นๆ อีกด้วย

ในการเกิดของเอ็กซ์เรย์นี้อาศัยองค์ประกอบสำคัญ 5 ประการ คือ

1. ทำให้เกิดอนุภาคอิเล็กตรอน หรือ การแยกอิเล็กตรอนออกจากอะตอมของโลหะ

อิเล็กตรอนจะเกิดขึ้น หรือ แยกจากอะตอมของโลหะที่ทำเป็นไส้หลอดเอ็กซ์เรย์ โดยการที่เราผ่านกระแสไฟฟ้าเข้าไปในไส้หลอด (Filament) จนกระทั่งไส้หลอดร้อนขึ้น ประมาณ 2000°C หรือมากกว่านั้น จะมีผลทำให้เกิดเทอร์มิออนิกอิมิชัน (Thermionic emission) คือ อิเล็กตรอนหลุดออกจากเซลล์หรือวงโคจรของมันเมื่อถูกความร้อน อิเล็กตรอนที่หลุดออกมานี้จะมาออกันอยู่รอบๆ ผิวหน้าของโลหะจนกลายเป็นกลุ่ม (Cloud) เรียกว่า Space charge สาเหตุที่อิเล็กตรอนไม่สามารถหลุดพ้นไปจากผิวหน้าโลหะเพราะว่าแรงดึงดูดระหว่างอิเล็กตรอนและอะตอมของโลหะยังมีอยู่

2. การทำให้อนุภาคอิเล็กตรอนหลุดและเคลื่อนที่ไปด้วยความเร็วสูง

วิธีที่จะทำให้อนุภาคอิเล็กตรอนหลุดจากอะตอมไปได้ คือ ต้องหาสิ่งที่มีพลังงานหรือแรงดึงดูดมากกว่าแรงดึงดูดระหว่างอิเล็กตรอนกับอะตอมของโลหะ มาดึงดูดอิเล็กตรอนสิ่งนั้นคือไฟฟ้าแรงสูง (High voltage) ไฟฟ้าแรงสูงนี้นอกจากจะทำให้อิเล็กตรอนหลุดจากผิวหน้าของโลหะแล้วยังทำให้อิเล็กตรอนเคลื่อนที่หรือวิ่งไปด้วยความเร็วสูง กล่าวอีกอย่างหนึ่งคือ ต้องทำให้ไฟฟ้าระหว่างขั้วบวกและขั้วลบให้ต่างกัน ความต่างศักย์นี้ถ้ายังมีค่ามากขึ้นเท่าใด ก็ยิ่งทำให้อิเล็กตรอนหลุดจากผิวหน้าของไส้หลอดได้มากและวิ่งไปด้วยความเร็วสูงขึ้น

3. การทำให้เส้นทางที่อิเล็กตรอนวิ่งผ่านไม่ต้องไม่มีสิ่งกีดขวาง

การทำให้เส้นทางที่อิเล็กตรอนวิ่งผ่านไม่ต้องไม่มีสิ่งกีดขวาง ดังนั้นภายในหลอดเอ็กซ์เรย์ จึงเป็นสุญญากาศเพราะถ้ามีอากาศหรือก๊าซอยู่ภายในหลอดแม้เพียงเล็กน้อยก็ตามความเร็วของอิเล็กตรอนจะลดลงเนื่องจากเกิดไอออนไนเซชัน (Ionization)

4. การทำให้อิเล็กตรอนมีความเข้มข้น (Concentration of electron)

จะต้องมีวิธีการที่จะให้อิเล็กตรอนเคลื่อนที่ไปในแนวทิศทางเดียวกัน คือ พุ่งไปหาจุดโฟกัสของเป้าด้วยปริมาณ (ความเข้ม) ที่มากพอสมควร ซึ่งทำได้โดยการใช้เครื่องมือที่เรียกว่า “Electron focusing device” คอยควบคุมให้อิเล็กตรอนส่วนใหญ่ไปตกในบริเวณจุดโฟกัสของเป้า

5. การทำให้อิเล็กตรอนหยุดวิ่งในทันทีทันใด

การที่จะทำให้อิเล็กตรอนที่วิ่งมาด้วยความเร็วสูงนี้หยุดวิ่งในทันทีทันใด ทำได้โดยหาวัตถุมารับหรือขวางอิเล็กตรอน วัตถุนั้นก็คือ เป้า (Target) ผลที่เกิดขึ้น คือ เกิดการชน หรือ กระทบกันระหว่างอิเล็กตรอนกับเป้าอย่างแรง อิเล็กตรอนดังกล่าวจะไปชนอิเล็กตรอนที่อยู่ในวงโคจรของอะตอมของเป้านั้นให้หลุดกระเด็นออกนอกวงโคจร และจะมีอิเล็กตรอนจากวงโคจรอื่นๆ ที่อยู่ถัดไปวิ่งเข้ามาแทนแต่เนื่องจากพลังงานของอิเล็กตรอนในแต่ละวงโคจรจะไม่เท่ากัน ดังนั้นจึงมีการคายพลังงานส่วนเกินออกมาในรูปของเอ็กซ์เรย์และความร้อน (ส่วนใหญ่จะเป็นความร้อนมากกว่า) กล่าวคือ จากพลังงานของอิเล็กตรอนทั้งหมดที่วิ่งไปสู่เป้านั้น 99.8% จะเปลี่ยนเป็นความร้อน และ 0.2% เป็นเอ็กซ์เรย์

ลักษณะและคุณสมบัติของรังสีเอ็กซ์

1. เป็นรังสีคลื่นแม่เหล็กไฟฟ้าที่มีช่วงคลื่นสั้นมากคืออยู่ในช่วงตั้งแต่ 0.04 – 1000 อังสตรอม หรือ อยู่ในช่วงระหว่างรังสีแกมมา กับ รังสี อัลตราไวโอเลต

2. มีคุณสมบัติเหมือนแสงสว่างธรรมดา เช่น เดินทางเป็นเส้นตรง ถ้าเดินทางในสุญญากาศแล้วเดินทางด้วยความเร็วเท่ากับแสงคือ 186,000 ไมล์ต่อวินาที นอกจากนั้นแล้วยังมีการสะท้อนกลับหักเห และ เบี่ยงเบนได้เช่นเดียวกับแสงสว่างธรรมดา

3. ไม่หักเหโดยสนามแม่เหล็กหรือสนามไฟฟ้า

4. ไม่สามารถมองเห็นได้ด้วยตาเปล่า

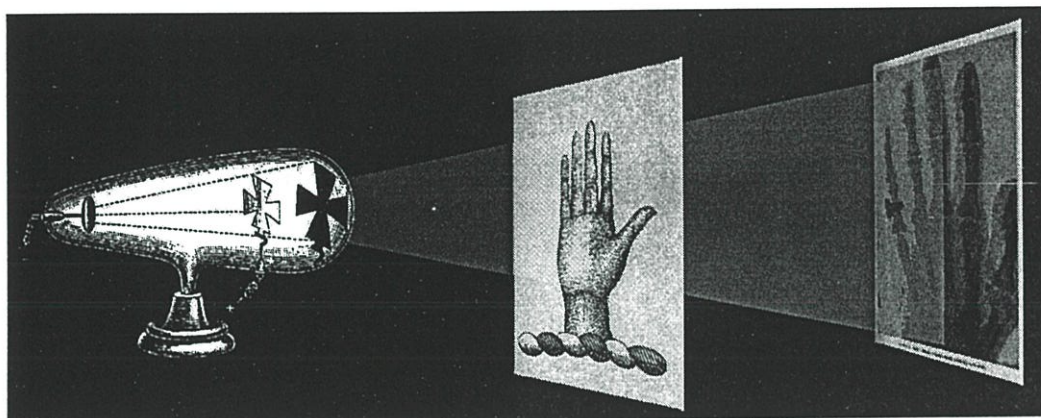
5. มีอำนาจในการทะลุทะลวงสูง สามารถฉายให้ผ่านทะลุวัตถุทึบแสง เช่น เนื้อหนังของมนุษย์และสัตว์ได้ แต่ไม่สามารถทะลุผ่านแผ่นตะกั่วหรือคอนกรีตหนาๆ ได้

6. เมื่อผ่านเข้าไปในวัตถุหรือสสาร รังสีจะถูกดูดกลืนไปโดยสสารนั้นๆ มากหรือน้อยแล้วแต่ความหนาแน่นของสสารนั้น ถ้าสสารมีความหนาแน่นมาก เช่น กระจก ก็จะดูดกลืนรังสีเอ็กซ์ไว้มาก ทำให้รังสีผ่านไปได้้น้อย ถ้าสสารมีความหนาแน่นน้อย เช่น อากาศ ก็ดูดกลืนรังสีไว้ได้น้อยทำให้รังสีผ่านไปได้มาก

7. ทำให้เกิดปฏิกิริยาต่อฟิล์มถ่ายรูป หรือกระดาษอัดรูปได้ เช่นเดียวกับแสงสว่างธรรมดา

8. ทำให้เกิดการเรืองแสงเมื่อฉายกระทบวัตถุบางอย่าง เช่น แบเรียมแพลตินิกไซไนด์ (Barium platinocyanide) เพราะพลังงานจากรังสีเอ็กซ์จะเปลี่ยนรูปไปเป็นแสงสว่างธรรมดาที่มองเห็นได้ด้วยตาเปล่า

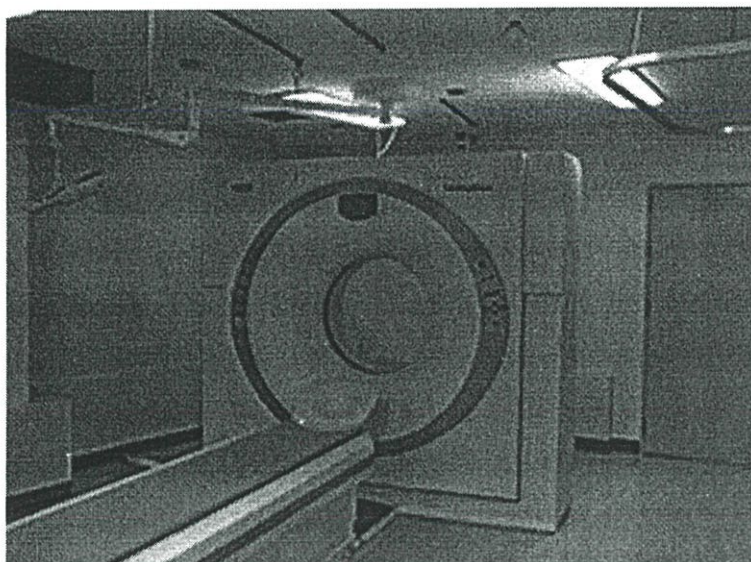
การนำรังสีเอ็กซ์มาใช้ประโยชน์ทางการแพทย์ โดยได้ทดลองให้รังสีเอ็กซ์ผ่านมือคน รังสีทั้งหมดที่ผ่านมือออกมาจะมีความเข้มต่อพื้นที่ไม่เท่ากันขึ้นอยู่กับว่ารังสีผ่านเนื้อ เอ็น หรือว่ากระดูก ทำให้เกิดเป็นรูปแบบของความเข้มของรังสีเป็นมือขึ้น เมื่อเอารังสีที่มีรูปแบบแล้วนี้ไปกระทบกับวัสดุที่ไวต่อแสง (Photographic material) เช่น ฟิล์มถ่ายรูปหรือกระดาษอัดรูป แล้วนำไปล้างด้วยน้ำยาล้างรูป ก็จะเกิดภาพของมือที่มีกระดูกซ่อนอยู่ในเนื้อ แพทย์จึงสามารถบอกได้ว่ากระดูกข้างในมือนั้นผิดปกติหรือไม่ โดยไม่จำเป็นต้องผ่าเอาเนื้อที่หุ้มกระดูกออกมามดู นั่นคือเป็นที่มาของภาพถ่ายรังสีเอ็กซ์ ดังแสดงในรูปที่ 2.2



รูปที่ 2.2 รูปแสดงที่มาของภาพถ่ายรังสีเอ็กซ์

ปัญหาสำคัญของการวินิจฉัยโรคด้วยภาพถ่ายเอ็กซ์เรย์นี้คือ การซ้อนทับกันของเงาของอวัยวะใน 3 มิติบนฟิล์ม 2 มิติ, ไม่สามารถแยกความแตกต่างของซอฟต์แวร์ที่ซอ (Soft tissue) ได้ และไม่สามารถบอกความหนาแน่นที่แตกต่างกันของสารองค์ประกอบของโครงสร้างภายในร่างกายได้ ต่อมาในปี ค.ศ. 1922 นายแพทย์ชาวฝรั่งเศสชื่อ โบกาจ (Bocage) ได้เสนอเทคนิคการถ่ายภาพที่เรียกว่า โทโมกราฟี ซึ่งเป็นเทคนิคที่ช่วยแก้ปัญหาเกี่ยวกับการซ้อนทับกันของเงาของอวัยวะในแบบ 3 มิติบนฟิล์ม 2 มิติได้แต่ไม่สมบูรณ์นัก หลายสิบปีต่อมาได้มีการตั้งข้อสังเกตว่าถ้ายังรังสีเอ็กซ์ลำเล็กๆ ผ่านผู้ป่วยเลยไปยังหัววัดแล้วกวาดทั้งระบบไปในระนาบหนึ่งของผู้ป่วยที่ต้องการตรวจและทำซ้ำกันโดยบิดมุมของระบบไป ข้อมูลความเข้มของรังสีเอ็กซ์ที่บันทึกได้โดยหัววัดน่าจะสามารถนำไปใช้ศึกษาการจำแนกของสัมประสิทธิ์การลดลงภายในระนาบนั้นได้ นั่นหมายความว่า จะสามารถสร้างภาพของระนาบที่สนใจได้ เพราะความหนาแน่นของเนื้อเยื่อมีความสัมพันธ์กับสัมประสิทธิ์การลดลงและการคำนวณก็จะต้องอาศัยเครื่องคอมพิวเตอร์ด้วย ซึ่งต่อมาข้อสังเกตดังกล่าวก็ได้กลายเป็นจริง และถูกเรียกว่า เครื่องเอ็กซ์เรย์คอมพิวเตอร์ (X-ray Computed Tomography ; X-ray CT) [2] ซึ่งถูกสร้างขึ้นจริงในปี ค.ศ. 1972 โดยดอกเตอร์กอดเฟรย์ นิว โบลด์

เฮนส์ฟิลด์ (Dr. Godfrey Newbold Hounsfield) วิศวกรไฟฟ้าชาวอังกฤษ ปัจจุบันการใช้เครื่องเอ็กซ์เรย์คอมพิวเตอร์ ดังแสดงในรูปที่ 2.3 ทำให้แพทย์วินิจฉัยโรคได้ดีถ้วนรวดเร็ว ปลอดภัย และไร้ความเจ็บปวด นับได้ว่าเป็นความก้าวหน้าที่สำคัญยิ่งในทางการแพทย์



รูปที่ 2.3 เครื่องเอ็กซ์เรย์คอมพิวเตอร์

2.3.2 การสร้างภาพตัดขวางจากแมกเนติกเรโซแนนซ์

ช่วงเวลาหลายสิบปีที่ผ่านมา รังสีเอ็กซ์นับว่าเป็นสิ่งที่มีความสำคัญอย่างมากต่องานด้านรังสีวินิจฉัยโดยช่วยตรวจความผิดปกติของอวัยวะภายในร่างกายของผู้ป่วยจากภาพถ่ายรังสีเอ็กซ์แบบธรรมดาตลอด กระทั่งปี ค.ศ. 1972 เฮนส์ฟิลด์ได้พัฒนา CT ขึ้น ในช่วงเวลาเดียวกันกับที่ CT กำลังพัฒนาได้มีการค้นพบเทคนิคการเกิดภาพแบบใหม่โดยไม่ใช้รังสีเอ็กซ์ซึ่งมีชื่อเรียกภายหลังว่า MRI (Magnetic Resonance Imaging) ซึ่งความจริงคำเต็มควรจะเป็น NMRI (Nuclear Magnetic Resonance Imaging) แต่ไม่นิยมที่จะนำคำว่านิวเคลียร์ (Nuclear) เข้ามารวมอยู่ด้วยเพราะไม่ต้องการให้คนทั่วไปเข้าใจผิดและตื่นกลัวหากมีคำนี้รวมอยู่

MRI เป็นเทคนิคการเกิดภาพหรือการสร้างภาพภายในวัตถุโดยอาศัยคุณสมบัติเฉพาะของนิวเคลียสของอะตอมที่เรียกว่า Nuclear Magnetic Resonance ; NMR ซึ่งถูกค้นพบในปี ค.ศ. 1946 โดยนักฟิสิกส์ 2 กลุ่ม คือ เพอร์เซล (Purcell) และคณะกับ บล็อกซ์ (Bloch) และคณะ ต่อมาในปี ค.ศ. 1973 เลสเตอร์เบอร์ (Lauterbur) เป็นบุคคลแรกที่สร้างภาพชิ้นบางๆ ของแฟนทอม (Phantom) ที่ทำเป็นหลอดบรรจุน้ำขนาดเล็กโดยอาศัย NMR จนสำเร็จ หลังจากนั้น ค.ศ. 1976 แมนส์ฟิลด์ (Mansfield) และ โมดส์เลย์ (Maudsley) ใช้ NMR เพื่อสร้างภาพมนุษย์ที่มีชีวิตได้เป็นครั้งแรกและพัฒนาจนกระทั่งสามารถสร้างภาพได้ตลอดทั้งตัว

การสร้างภาพตัดขวางจากแมกเนติกเรโซแนนซ์ ใช้หลักการสร้างสนามแม่เหล็กเกรเดียนต์ (Gradient magnetic field) ซึ่งมีกำลังลดหลั่นตามแนวยาวของร่างกายจากศีรษะไปปลายเท้า (แนวแกน Z) โดยมีกำลังสูงสุดทางด้านศีรษะ ซึ่งโปรตอน (นิวเคลียสของไฮโดรเจน) ภายใต้สนามแม่เหล็กที่มีกำลังค่าหนึ่งก็จะมีค่าแม่เหล็กเรโซแนนซ์ค่าหนึ่ง และความถี่เรโซแนนซ์จะสูงขึ้นเมื่อกำลังของสนามแม่เหล็กสูงขึ้น ดังนั้นเราจึงสามารถเลือกแถบของเนื้อเยื่อที่ต้องการกระตุ้นโดยการ ใช้คลื่นวิทยุความถี่ที่ตรงกับค่าแม่เหล็กเรโซแนนซ์ของแถบเนื้อเยื่อที่ต้องการได้ ซึ่งจะมีผลให้เกิดการหมุนควงของนิวเคลียสของเนื้อเยื่อในแถบนั้น เช่น ความถี่ 42.6 MHz เป็นความถี่เรโซแนนซ์หรือความถี่ลามอร์ของนิวเคลียสของไฮโดรเจนที่อยู่ภายใต้สนามแม่เหล็กกำลัง 1 เทสลา และการเลือกกลุ่มเนื้อเยื่อที่ต้องการกระตุ้นนั้นอาจทำได้อีกวิธีหนึ่งคือ โดยเลื่อนสนามแม่เหล็กเกรเดียนต์

หลังจากการกระตุ้นด้วยคลื่นวิทยุแล้ว จะทำการปิดสนามแม่เหล็กเกรเดียนต์ในแนวแกน Z และคลื่นวิทยุ ซึ่งเนื้อเยื่อในแถบที่ถูกกระตุ้นจะเริ่มปล่อยสัญญาณออก พร้อมกันนั้นจะสร้างสนามแม่เหล็กเกรเดียนต์สนามที่สองขึ้นในแนวขวาง (ระนาบ XY) ซึ่งนิวเคลียสของเนื้อเยื่อในบริเวณที่เคี่ยูกกระตุ้นและหมุนควงด้วยความถี่เรโซแนนซ์ค่าเดียวกันจะปรับตัวตามสนามแม่เหล็กเกรเดียนต์ใหม่ พร้อมทั้งปล่อยสัญญาณคลื่นวิทยุออกมาซึ่งประกอบด้วยหลายความถี่ แต่ละความถี่หมายถึงค่าเรโซแนนซ์ของโปรตอนในสนามแม่เหล็กเกรเดียนต์ใหม่ และกำลังของคลื่นวิทยุในแต่ละความถี่ก็จะหมายถึงปริมาณของไฮโดรเจนในเนื้อเยื่อแต่ละแถบภายใต้สนามแม่เหล็กเกรเดียนต์ใหม่นั้น

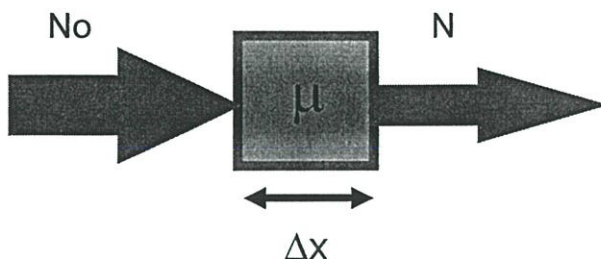
เมื่อทำซ้ำใหม่ตั้งแต่การปล่อยสนามแม่เหล็กในแนวยาว ปล่อยคลื่นวิทยุ และเปลี่ยนทิศของสนามแม่เหล็กเกรเดียนต์ในแนวขวาง แล้ววัดค่าของคลื่นวิทยุความถี่ต่างๆ ก็จะได้ข้อมูลอีกแนวหนึ่ง ซึ่งถ้าทำไปเรื่อยๆ ก็จะได้ข้อมูลในแนวต่างๆ จำนวนหลายร้อยชุด เมื่อนำข้อมูลทั้งหมดมาประมวลผลก็จะสามารถสร้างเป็นภาพตัดขวางแสดงการกระจายของไฮโดรเจนในเนื้อเยื่อได้ ซึ่งวิธีการประมวลผลนั้นก็คล้ายกับ X-ray CT มาก [2]

2.4 พื้นฐานทางคณิตศาสตร์ของรังสีเอ็กซ์

จุดมุ่งหมายของ X-ray CT คือ การแปรค่าสัมประสิทธิ์การดูดกลืนของการฉายรังสีเอ็กซ์ไปยังวัตถุ ซึ่งเราจะฉายรังสีเอ็กซ์ไปยังวัตถุ และตรวจจับรังสีเอ็กซ์ที่ถูกดูดกลืน ซึ่งค่าของรังสีเอ็กซ์ที่ถูกดูดกลืน จะเรียกว่า ข้อมูลโปรเจกชัน (Projection data) ซึ่งการหาค่าสัมประสิทธิ์การดูดกลืนแบ่งออกเป็น 3 กรณี คือ

2.4.1 กรณีที่มีค่าสัมประสิทธิ์การดูดกลืน 1 ค่าและการฉายแสงไปยังวัตถุที่มีเนื้อเดียวกัน

ตลอด



รูปที่ 2.4 ลำรังสีเอกซ์ที่ฉายไปยังวัตถุที่มีเนื้อเดียวกันตลอด

พิจารณารูปที่ 2.4 ถ้าเราทำการฉายรังสีเอกซ์ไปยังวัตถุจะได้รับความสัมพันธ์ระหว่าง $N, \Delta N, \Delta x$ และ μ ดังสมการที่ 2.1

$$\frac{\Delta N}{N} \cdot \frac{1}{\Delta x} = -\mu \quad (2.1)$$

จากนั้นจึงหาลิมิตโดยให้ Δx มีค่าเข้าใกล้ 0 จะได้ดังสมการที่ 2.2

$$\frac{1}{N} dN = -\mu dx \quad (2.2)$$

อินทิเกรตทั้ง 2 ข้างของสมการจะได้

$$\int_{N_0}^N \frac{dN}{N} = -\mu \int_0^x dx \quad (2.3)$$

จากสมการที่ 2.3 จัดสมการใหม่จะได้

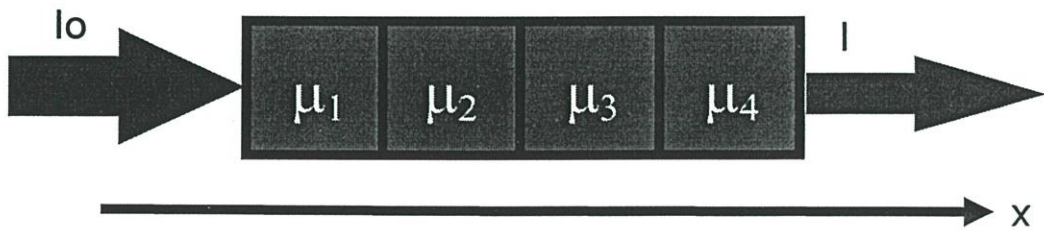
$$\ln N - \ln N_0 = -\mu x \quad (2.4)$$

จัดสมการใหม่ จะได้รับความสัมพันธ์ระหว่างโฟตอนที่ฉายไปยังวัตถุกับโฟตอนที่ออกจากวัตถุ ดังสมการที่ 2.5

$$N = N_0 e^{-\mu x} \quad (2.5)$$

โดยที่ N คือ จำนวนโฟตอนที่ออกจากวัตถุ
 N_0 คือ จำนวนโฟตอนที่ฉายเข้าไปในวัตถุ
 μ คือ ค่าสัมประสิทธิ์การดูดกลืน
 x คือ ความหนาของวัตถุ

2.4.2 กรณีที่มีค่าสัมประสิทธิ์การดูดกลืนหลายค่า แต่มีการฉายแสงไปยังวัตถุเพียง 1 ครั้ง



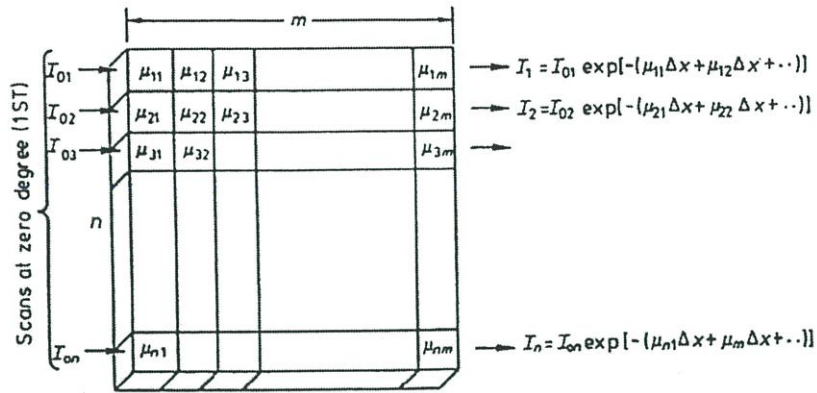
รูปที่ 2.5 การฉายรังสีไปยังวัตถุที่มีค่าสัมประสิทธิ์การดูดกลืนหลายค่า

พิจารณารูปที่ 2.5 เป็นการฉายรังสีเอ็กซ์ผ่านค่าสัมประสิทธิ์การดูดกลืน 4 ค่า μ_1 , μ_2 , μ_3 และ μ_4 จะได้ความสัมพันธ์ระหว่าง I กับ I_0 ดังสมการที่ 2.6

$$I = I_0 \exp[-(\mu_1 + \mu_2 + \mu_3 + \mu_4)x] \quad (2.6)$$

โดยที่ I คือ จำนวนโฟตอนที่ออกจากวัตถุ
 I_0 คือ จำนวนโฟตอนที่ฉายเข้าไปในวัตถุ
 μ คือ ค่าสัมประสิทธิ์การดูดกลืน
 x คือ ระยะทางของลำอิเล็กตรอน

2.4.3 กรณีที่มีค่าสัมประสิทธิ์การดูดกลืนหลายค่าและมีการฉายรังสีหลายทิศทาง



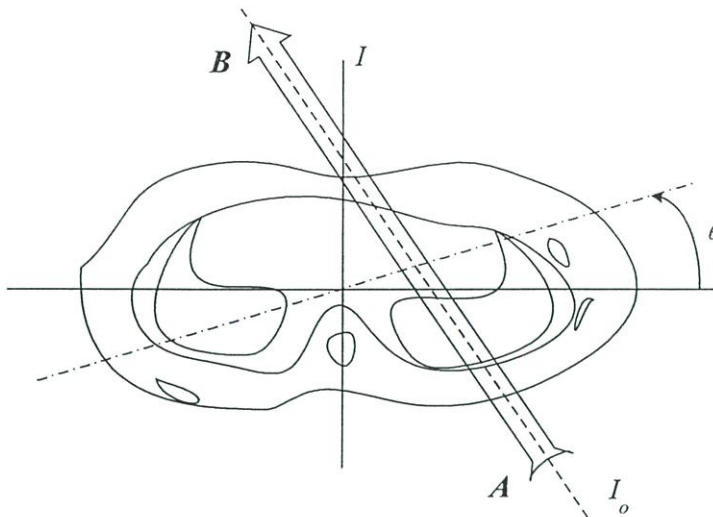
รูปที่ 2.6 การฉายรังสีไปยังวัตถุที่มีค่าสัมประสิทธิ์การดูดกลืนหลายค่าและมีการฉายรังสีหลายทิศทาง

พิจารณารูปที่ 2.6 จะได้ความสัมพันธ์ระหว่างโฟตอนที่ฉายไปยังวัตถุและโฟตอนที่ออกจากวัตถุ ดังสมการที่ 2.7

$$\begin{aligned}
 I_1 &= I_{01} \exp[-(\mu_{11}\Delta x + \mu_{12}\Delta x + \mu_{13}\Delta x + \dots + \mu_{1m}\Delta x)] \\
 I_2 &= I_{02} \exp[-(\mu_{21}\Delta x + \mu_{22}\Delta x + \mu_{23}\Delta x + \dots + \mu_{2m}\Delta x)] \\
 &\vdots \\
 I_n &= I_{0n} \exp[-(\mu_{n1}\Delta x + \mu_{n2}\Delta x + \mu_{n3}\Delta x + \dots + \mu_{nm}\Delta x)]
 \end{aligned}
 \tag{2.7}$$

ต่อมาพิจารณารูปที่ 2.7 เป็นภาพตัดขวางของร่างกายมนุษย์ ซึ่งจะถือว่าเป็นวัตถุที่มีสารหลายชนิดประกอบกัน จะได้ความสัมพันธ์ระหว่าง I_0 กับ I ดังสมการที่ 2.8

$$I = I_0 \exp\left[-\int_{ray} f(x,y) du\right]
 \tag{2.8}$$



รูปที่ 2.7 แสดงภาพตัดขวางของร่างกายมนุษย์

จากนั้น จึงจัดรูปสมการใหม่ จะได้ดังสมการที่ 2.9

$$\int_{ray} f(x, y) du = \ln \frac{I_0}{I} \tag{2.9}$$

- โดยที่ I_0 คือ จำนวนโฟตอนที่ฉายเข้าไปในวัตถุจากด้าน A
- I คือ จำนวนโฟตอนที่ออกจากวัตถุทางด้าน B
- du คือ ระยะทางตลอดความยาว AB
- $f(x, y)$ คือ ค่าสัมประสิทธิ์การดูดกลืน

อย่างไรก็ตาม ในเอ็กซ์เรย์คอมพิวเตอร์นั้น การส่งค่าสัมประสิทธิ์การดูดกลืน $f(x, y)$ นั้นเราจะต้องทำการฉายรังสีไปยังวัตถุมากกว่า 1 มุม จากการทำมุมแหล่งกำเนิดรังสีเอ็กซ์และตัวตรวจจับนั้น จะได้ข้อมูลโปรเจกชันที่มุมแตกต่างกัน ซึ่งข้อมูลโปรเจกชันนี้เราจะนำไปใช้ในการสร้างภาพตัดขวางของวัตถุ

2.4.4 การอินทิเกรตเชิงเส้น

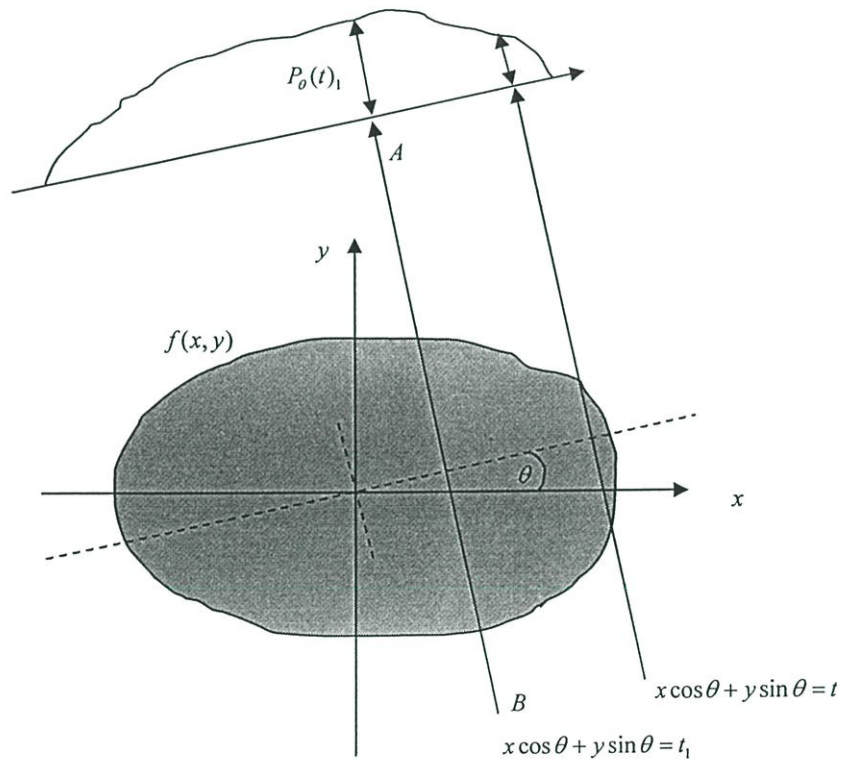
การอินทิเกรตเชิงเส้น หมายถึง การอินทิเกรตของพารามิเตอร์บางตัวของวัตถุไปตามเส้นทางใดๆ เส้นหนึ่ง โดยในที่นี้ยังไม่คำนึงถึงปรากฏการณ์ทางฟิสิกส์ที่นำมาซึ่งการอินทิเกรตมากนัก ตัวอย่างที่พบ โดยทั่วไปเช่น การลดทอนรังสีเอ็กซ์ เมื่อรังสีเดินทางผ่านเนื้อเยื่อทางชีวภาพของสิ่งมีชีวิต ในกรณีนี้วัตถุจะถูกแทนด้วย ฟังก์ชัน $f(x, y)$ ซึ่งเป็นฟังก์ชันการแจกแจงของค่า

สัมประสิทธิ์การลดทอนของแผ่นทอมในสองมิติ และการอินทิเกรตเชิงเส้นแสดงการลดทอนสุทธิของคลื่นที่เดินทางผ่านวัตถุเป็นเส้นตรงใดๆ โดยมีระบบ โคออร์ดิเนต ดังรูปที่ 2.8 เพื่ออธิบายการอินทิเกรตเชิงเส้นและการโปรเจกชัน ในตัวอย่างนี้วัตถุถูกแทนด้วยฟังก์ชัน $f(x, y)$ และแต่ละเส้นของการอินทิเกรตแทนโดยพารามิเตอร์ (θ, t) ดังนั้นสมการของเส้นตรง AB คือ

$$x \cos \theta + y \sin \theta = t \quad (2.10)$$

และจากความสัมพันธ์ของสมการที่ 2.10 นิยามการอินทิเกรตเชิงเส้น $P_\theta(t)$ เป็น

$$P_\theta(t) = \int_{(\theta, t) \text{ line}} f(x, y) ds \quad (2.11)$$

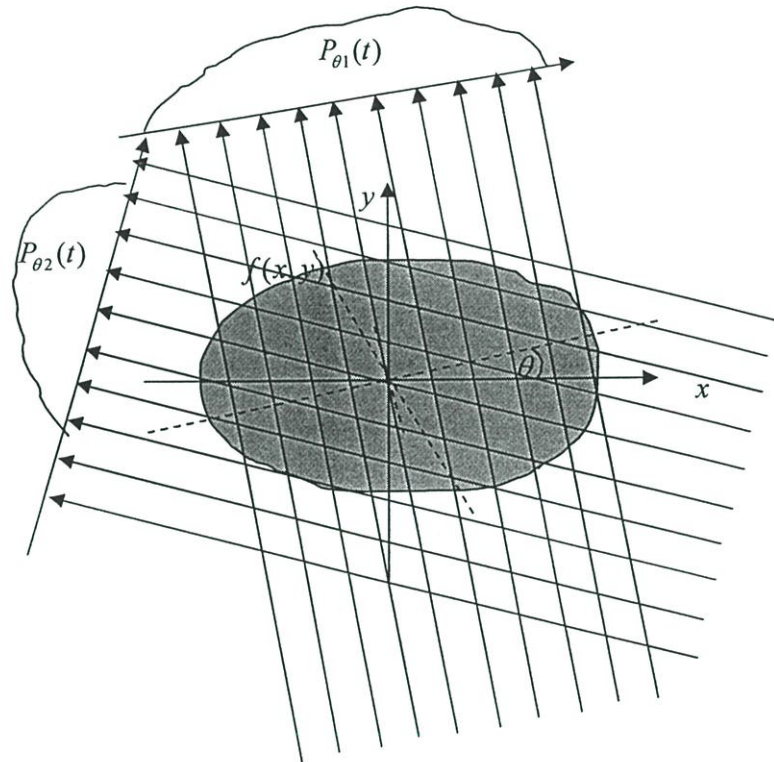


รูปที่ 2.8 แสดงวัตถุ $f(x, y)$ และโปรเจกชัน $P_\theta(t_1)$ ที่มุม θ

สามารถเขียนใหม่โดยใช้นิยามของฟังก์ชันเดลตา (delta function) ได้เป็น

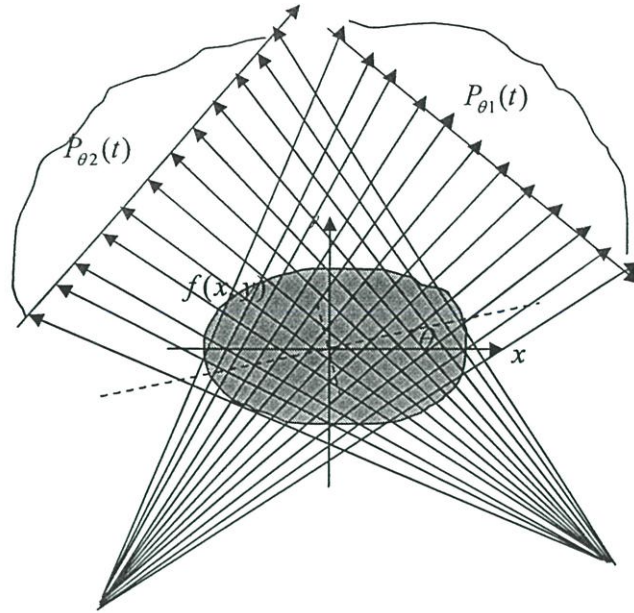
$$P_\theta(t) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} f(x, y) \delta(x \cos \theta + y \sin \theta - t) dx dy \quad (2.12)$$

ฟังก์ชัน $P_\theta(t)$ รู้จักกันในชื่อของ การแปลงเรดอน (Radon Transform) ของฟังก์ชัน $f(x, y)$ ที่เรียกว่า “โปรเจกชัน” ซึ่งได้มาจากการรวมเขตของค่าการอินทิเกรตเชิงเส้นที่ค่า t ต่างๆ เข้าด้วยกัน โปรเจกชันที่ง่ายที่สุดคือ กลุ่มของรังสีขนานที่อินทิเกรตไปตามเส้นที่ให้ $P_\theta(t)$ สำหรับค่าคงที่ θ หนึ่งๆ ซึ่งเรียกว่า “การโปรเจกชันแบบขนาน” ซึ่งแสดงไว้ในรูปที่ 2.9



รูปที่ 2.9 โปรเจกชันแบบขนาน

โปรเจกชันในลักษณะอื่นๆ ก็สามารถทำได้ เช่น ถ้ามีการวางแหล่งกำเนิดเดี่ยว (single source) ไว้คงที่สัมพันธ์กับแนวเส้นของตัวตรวจจับซึ่งแสดงดังรูปที่ 2.10 เราเรียกโปรเจกชันแบบนี้ว่า “การโปรเจกชันแบบพัด (fan beam projection)” เพราะว่าการอินทิเกรตเชิงเส้นถูกวัดไปตามแกนพัด



รูปที่ 2.10 โปรเจกชันแบบพัด

2.4.5 การแปลงเรดอน (Radon Transform)

ในส่วนนี้เราจะกล่าวถึงการแปลงเรดอน ซึ่งเป็นทฤษฎีทางคณิตศาสตร์สำหรับการสร้างภาพโทโมกราฟฟีจากข้อมูลที่ได้จากการโปรเจกชัน [3]

การแปลงเรดอนของฟังก์ชัน $f(x, y)$ เขียนแทนด้วย $g(s, \theta)$ ซึ่งนิยามคือการอินทิเกรตเชิงเส้นตลอดเส้นที่มุม θ และระยะ s จากจุดกำเนิด ดังแสดงในรูปที่ 2.11 สามารถเขียนเป็นสมการทางคณิตศาสตร์ คือ

$$g(s, \theta) = Rf = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} f(x, y) \delta(x \cos \theta + y \sin \theta - s) dx dy, \quad (2.13)$$

$$-\infty < s < \infty, 0 \leq \theta < \pi$$

สัญลักษณ์ R คือ ตัวกระทำการแปลงเรดอน (Radon transform operator) การแปลงเรดอนของฟังก์ชัน $f(x, y)$ หรือ $g(s, \theta)$ สามารถเขียนสมการใหม่ให้อยู่ในระบบพิกัดการหมุน (s, u) (Rotating coordinate system) ซึ่ง

$$\begin{aligned} s &= x \cos \theta + y \sin \theta \\ u &= -x \sin \theta + y \cos \theta \end{aligned} \quad (2.14)$$

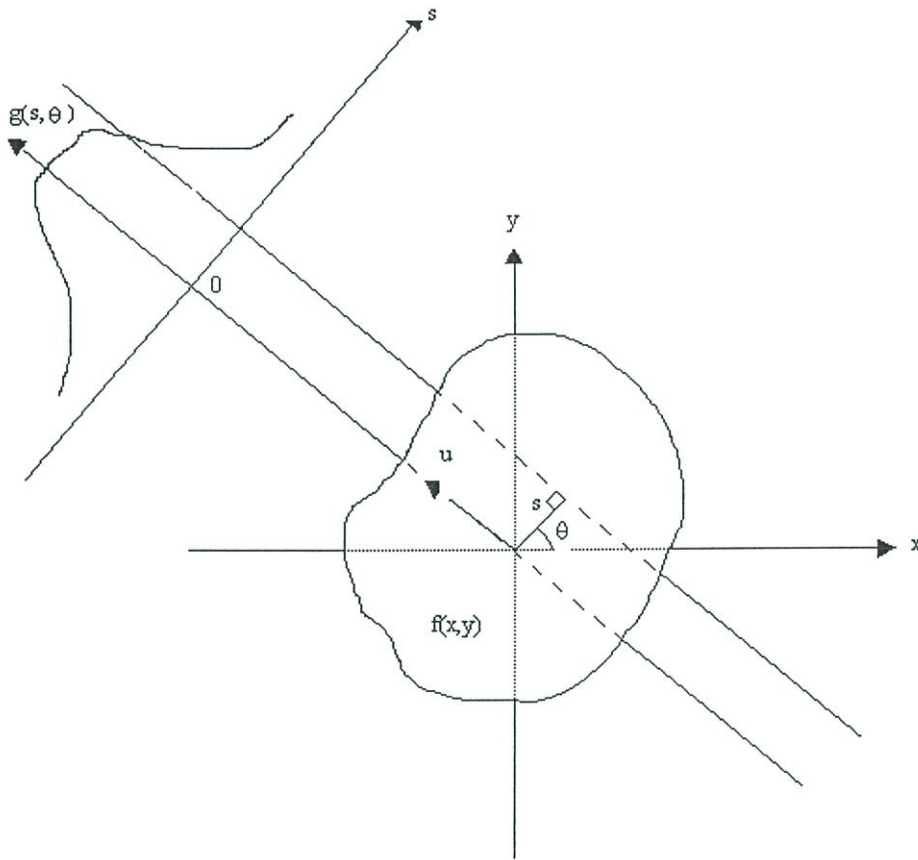
หรือ

$$\begin{aligned}x &= s \cos \theta - u \sin \theta \\y &= s \sin \theta + u \cos \theta\end{aligned}$$

จากสมการที่ (2.13) สามารถเขียนใหม่ได้เป็น

$$g(s, \theta) = \int_{-\infty}^{\infty} f(s \cos \theta - u \sin \theta, s \sin \theta + u \cos \theta) du \quad (2.15)$$

$$-\infty < s < \infty, 0 \leq \theta < \pi$$



รูปที่ 2.11 เรขาคณิตของการแปลงเรดอน

บทที่ 3

ทฤษฎีการสร้างภาพตัดขวางด้วยคลื่นอัลตราโซนิก

3.1 บทนำ

ในบทนี้จะกล่าวถึงทฤษฎีการสร้างภาพตัดขวางด้วยคลื่นอัลตราโซนิก แนวคิดพื้นฐาน และวิธีการสร้างภาพตัดขวางด้วยคลื่นอัลตราโซนิก รวมทั้งคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวข้องกับการสร้างภาพตัดขวาง

3.2 แนวคิดพื้นฐาน

อัลตราโซนิก คือ คลื่นเสียงความถี่สูงที่เกินกว่าหูมนุษย์จะรับได้ คลื่นเสียงความถี่สูงนี้สามารถเกิดขึ้นได้ในธรรมชาติ ได้แก่ เสียงจากค้ำคาว แผลง ซึ่งจะมีความถี่ประมาณ 120 KHz และเกิดขึ้นจากมนุษย์สร้างขึ้นมาโดยอาศัยหลักการ Piezoelectric effect ที่เกิดขึ้นในผลึก และให้ออกมาเป็นอัลตราโซนิก ซึ่งสามารถนำมาประยุกต์ใช้ในทางการแพทย์ ผลึกที่พบในธรรมชาติ ได้แก่ Quartz ส่วนผลึกสังเคราะห์ได้แก่ Barium titanate และ Lead irconate titanate ผลึกเหล่านี้จะบรรจุอยู่ในหัวตรวจ (Transducer or Probe) คุณสมบัติของ Piezoelectric effect ของผลึก คือ เมื่อให้การเปลี่ยนแปลงประจุไฟฟ้าผ่านเข้าสู่ผลึก ทำให้โมเลกุลผ่านในผลึกเกิดการสั่นสะเทือน (Mechanical vibration) แล้วปล่อยคลื่นเสียงความถี่สูงออกมาสู่ภายนอก และในทางกลับกันเมื่อคลื่นเสียงกระทบผลึกนี้ ทำให้โมเลกุลภายในเกิดการสั่นสะเทือนแล้วเปลี่ยนออกมาเป็นการเปลี่ยนของประจุไฟฟ้าได้

หลักการของอัลตราโซนิก คือ เมื่อให้ประจุไฟฟ้าเป็นระยะติดๆกัน ไปยังผลึกที่มีคุณสมบัติ Piezoelectric effect จะทำให้ได้อัลตราโซนิกออกมาเป็นช่วงๆ (Ultrasonic pulse) ไปยังตัวกลาง เมื่อพบรอยต่อของตัวกลาง (Interface) 2 ชนิด ทำให้เกิดการสะท้อน (Reflection) และการหักเห (Refraction) ตลอดแนวทางที่เสียงเดินทางในตัวกลางต่างชนิดกัน การเกิดการสะท้อนและการหักเหนี้สามารถถูกแปรเปลี่ยนเป็นภาพตัดขวางที่แยกแยะความแตกต่างของตัวกลางได้

3.3 วิธีการสร้างภาพตัดขวางด้วยคลื่นอัลตราโซนิก

ในการสร้างภาพตัดขวางของวัตถุโดยใช้คลื่นอัลตราโซนิกที่เรียกว่า Ultrasonic Computed Tomography หรือ UCT ความถี่ที่ใช้ในการส่งคลื่นจากหัวส่ง (Transmitting Transducer) ไปยังหัวรับ (Receiving Transducer) แบบส่งผ่าน (Transmission mode) ความถี่ 3.75 MHz คลื่นอัลตราโซนิกที่เดินทางผ่านวัตถุหรือตัวกลางหนึ่งไปยังอีกตัวกลางหนึ่งที่มีค่าดัชนีหักเห (Refractive index) ต่างกัน จะทำให้เกิดการเลี้ยวเบนของคลื่นที่รอยต่อวัตถุทำให้คลื่นที่เดินทางผ่านไม่เป็นเส้นตรง ดังนั้นวิธีการอินทิเกรตเชิงเส้นเช่นเดียวกับเอ็กซ์เรย์จึงไม่สามารถใช้กับคลื่นอัลตราโซนิกได้ วิธีการแก้ปัญหาที่ค่อนข้างซับซ้อนคือต้องทราบทฤษฎี Fourier Diffraction [4-5], Filtered Backpropagation Algorithm [6-7] และการสร้างภาพตัดขวางด้วยเทคนิคทางพีชคณิตแบบ Diffraction [8] ถึงอย่างไรก็ตามยังคงมีวิธีที่สามารถใช้การอินทิเกรตเชิงเส้นได้ ถ้าสมมุติให้วัตถุมีลักษณะที่ดูกลมกลืนเท่านั้นโดยไม่ทำให้เกิดการเลี้ยวเบนของคลื่น หรือ วัตถุมีค่าดัชนีหักเหเล็กน้อยเปรียบเสมือนไม่คิดผลของการเลี้ยวเบนของคลื่น การสร้างภาพตัดขวางของวัตถุโดยใช้คลื่นอัลตราโซนิกจึงคล้ายกับการสร้างภาพตัดขวางของวัตถุจากรังสีเอ็กซ์เรย์ [9-16]

จากที่กล่าวไปแล้วว่าการสร้างภาพตัดขวางของวัตถุโดยใช้คลื่นอัลตราโซนิกจะมีลักษณะคล้ายกับการสร้างภาพตัดขวางของวัตถุจากรังสีเอ็กซ์ โดยหัวส่งและหัวรับอัลตราโซนิกจะอยู่ด้านตรงข้ามกันเหมือนกับ Source และ Detector ในเอ็กซ์เรย์ ส่วนวัตถุจะอยู่ระหว่างหัวส่งและหัวรับอัลตราโซนิกหรืออยู่ระหว่าง Source และ Detector ในเอ็กซ์เรย์นั่นเอง แต่อัลตราโซนิกจะแตกต่างจากเอ็กซ์เรย์คือ หัวส่ง หัวรับ และวัตถุ จะต้องถูกแช่อยู่ในน้ำ เพราะคลื่นอัลตราโซนิกช่วงความถี่ 1-10 MHz คลื่นอัลตราโซนิกจะถูกลดทอนอย่างสูงเมื่อผ่านอากาศ และคลื่นอัลตราโซนิกสามารถเดินทางผ่านตัวกลางหรือวัตถุที่มีความหนาแน่นมากกว่าได้ดี ดังแสดงในตารางที่ 3.1

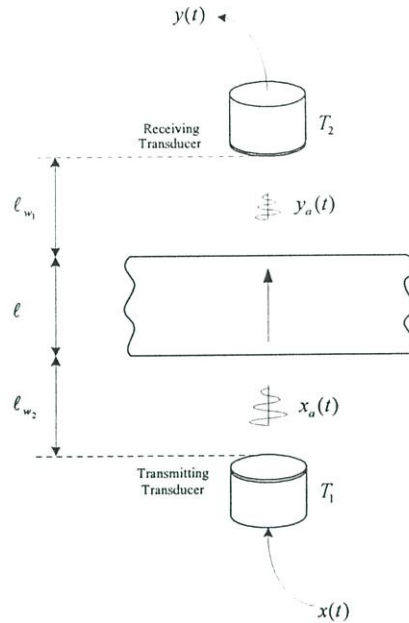
ตารางที่ 3.1 แสดงค่าความเร็วเสียงและค่าการลดทอนของวัตถุต่างๆ

| Medium | Velocity (m/sec) | Attenuation Coefficient |
|-------------|---------------------|-------------------------|
| Air | 343 | 1.38 |
| Water | 1484 | 0.00025 |
| Blood* | 1550 | 0.02 |
| Myocardium* | 1550 | 0.35 |
| Fat* | 1450 | 0.06 |
| Liver* | 1570 | 0.11 |
| Kidney* | 1560 | 0.09 |
| Skull bone | 3360 | 1.30 |

*Soft tissues

ในการพิจารณาทางคณิตศาสตร์ของอัลตราโซนิก ในที่นี้เราจะพิจารณาคลื่นอัลตราโซนิก ที่มี การรับส่งกันระหว่างหัวส่งและหัวรับเป็นเส้นตรงเหมือนกับเส้นรังสีในเอ็กซ์เรย์ ซึ่งอธิบายได้ดังนี้ ถ้าสัญญาณไฟฟ้า $x(t)$ ที่ถูกจ่ายให้กับหัวส่ง ดังแสดงในรูปที่ 3.1 แล้วเปลี่ยนเป็นคลื่นอัลตราโซนิกเดินทางไปยังหัวรับแล้วเปลี่ยนเป็นสัญญาณไฟฟ้าที่รับได้ $y(t)$ โดยการพิจารณา สัญญาณไฟฟ้าที่รับได้ในที่นี้จะพิจารณาอยู่ในโดเมนความถี่ ดังนั้นฟูเรียร์ทรานฟอร์มของสัญญาณ ที่รับได้ $Y(f)$ จะมีความสัมพันธ์กับแฟกเตอร์ต่างๆ ดังต่อไปนี้

- $X(f)$ คือ ฟูเรียร์ทรานฟอร์มของสัญญาณไฟฟ้า $x(t)$
- $H_1(f)$ คือ ฟังก์ชันถ่ายโอนของหัวส่ง
- $e^{-\alpha_w(f)\ell_{w1}}$ คือ การลดทอนของน้ำด้านหัวใกล้หัวรับ
- $e^{-j\beta_w(f)\ell_{w1}}$ คือ การเปลี่ยนแปลงทางเฟสของน้ำด้านใกล้หัวรับ
- τ_1 คือ การส่งผ่าน (Transmittance) ด้านหน้าของวัตถุ
- $e^{-\alpha(f)\ell}$ คือ การลดทอนที่ชั้นของวัตถุ
- $e^{-j\beta(f)\ell}$ คือ การเปลี่ยนแปลงทางเฟสที่ชั้นของวัตถุ
- τ_2 คือ การส่งผ่าน (Transmittance) ด้านหลังของวัตถุ
- $e^{\alpha_w(f)\ell_{w2}}$ คือ การลดทอนของน้ำด้านใกล้หัวส่ง
- $e^{-j\beta_w(f)\ell_{w2}}$ คือ การเปลี่ยนแปลงทางเฟสของน้ำด้านใกล้หัวส่ง
- $H_2(f)$ คือ ฟังก์ชันถ่ายโอนของหัวรับ



รูปที่ 3.1 คลื่นอัลตราโซนิกที่เดินทางผ่านวัสดุที่มีค่าความหนาแน่นของวัสดุค่าเดียวกัน

จากความสัมพันธ์ระหว่าง $Y(f)$ กับแฟกเตอร์ต่างๆ ที่กล่าวไปแล้วสามารถเขียนเป็นสมการได้ดังสมการที่ (3.1)

$$Y(f) = X(f)H_1(f)H_2(f)A_r \cdot \exp[-[\alpha(f) + j\beta(f)l]\exp[-[\alpha_w(f) + j\beta_w(f)]l_w]] \quad (3.1)$$

โดยที่

$$l_w = l_{w1} + l_{w2} \quad (3.2)$$

ซึ่ง l_{w1} และ l_{w2} คือ ช่วงความยาวของน้ำจากหัวรับไปยังวัตถุ และ ช่วงความยาวของน้ำจากหัวส่งไปยังวัตถุ ตามลำดับ และ l คือความยาวของวัตถุ

$$A_r = \tau_1 \tau_2 \quad (3.3)$$

จากสมการที่ (3.1) เป็นการอธิบายถึงความสัมพันธ์ระหว่างสัญญาณที่รับได้กับแฟกเตอร์ต่างๆ ขณะที่วัตถุมีรอยต่อเดียว แต่ในการสร้างภาพตัดขวางด้วยอัลตราโซนิกจะต้องพิจารณาถึงสัญญาณ

ที่รับได้ขณะไม่มีวัตถุ $y_w(t)$ ด้วย ดังแสดงในรูปที่ 3.2 โดยแฟกเตอร์ที่สัมพันธ์กับสัญญาณที่รับได้ขณะไม่มีวัตถุสามารถแสดงได้ดังสมการที่ (3.4)

$$Y_w(f) = X(f)H_1(f)H_2(f) \exp[-[\alpha_w(f) + j\beta_w(f)](\ell + \ell_w)] \quad (3.4)$$

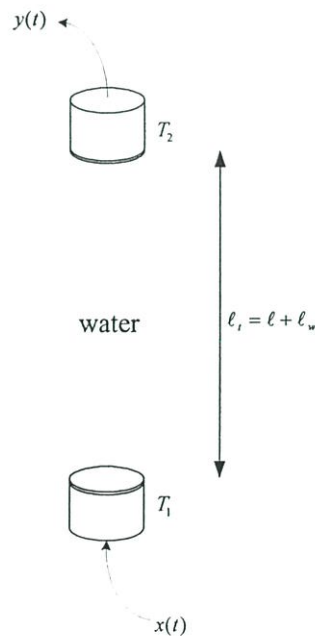
โดยที่ $Y_w(f)$ คือ ฟังก์ชันทรานส์ฟอร์มของสัญญาณที่รับได้ขณะไม่มีวัตถุ $y_w(t)$

ดังนั้นจากสมการที่ (3.1) และ (3.4) สามารถเขียนสมการใหม่ได้ดังสมการที่ (3.5)

$$Y(f) = Y_w(f)A_r \exp[-[(\alpha(f) - \alpha_w(f))\ell + j(\beta(f) - \beta_w(f))\ell]] \quad (3.5)$$

โดยทั่วไป ประสิทธิภาพการลดทอนของน้ำจะต่ำกว่าวัตถุมากจึงสามารถที่จะตัดทิ้งได้ดังสมการที่ (3.6)

$$Y(f) = Y_w(f)A_r \exp[-[(\alpha(f) + j(\beta(f) - \beta_w(f))\ell]] \quad (3.6)$$



รูปที่ 3.2 กลิ่นอัลตราโซนิกที่เดินทางผ่านน้ำโดยตรง

จากการพิสูจน์ที่ผ่านมาแล้วเป็นเพียงการพิจารณากรณีวัตถุมีรอยต่อเดียว แต่ในความเป็นจริง วัตถุที่นำมาใช้ในการสร้างภาพตัดขวางจะต้องมีหลายรอยต่อคั่งแสดงในรูปที่ 3.3 ซึ่งสามารถเขียนเป็นสมการได้ดังสมการที่ (3.7)

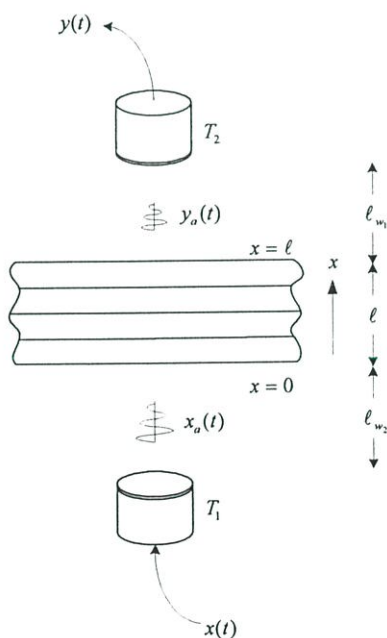
$$Y(f) = X(f)H_1(f)H_2(f)A_r \exp\left[-\int [\alpha(x, f) + j\beta(x, f)]dx\right] \cdot \exp[-j\beta_w(f)l_w] \quad (3.7)$$

โดยที่ $A_r = \tau_1\tau_2\tau_3 \dots \tau_N$ (τ_i เป็นค่าการส่งผ่านที่รอยต่อที่ i^{th}) และ $\alpha(f)$ และ $\beta(f)$ จะถูกแทนเป็น $\alpha(x, f)$ และ $\beta(x, f)$

จากสมการที่ (3.7) สามารถจัดรูปสมการใหม่ได้ดังสมการที่ (3.8)

$$Y(f) = A_r Y_w(f) \exp\left[-\int \alpha(x, f)dx\right] \cdot \exp\left[-j2\pi f \int (1/V(x) - 1/V_w)dx\right] \quad (3.8)$$

โดยที่ $\beta(x, f)$ และ $\beta_w(f)$ จะถูกแทนเป็น $2\pi f/V(x)$ และ $2\pi f/V_w$ ตามลำดับ
 $V(x)$ และ V_w คือ ความเร็วเสียงของวัตถุในรอยต่อ x และความเร็วเสียงของน้ำ



รูปที่ 3.3 คลื่นอัลตราโซนิกที่เดินทางผ่านวัตถุที่มีค่าความหนาแน่นของวัตถุที่แตกต่างกัน

จากสมการที่ (3.8) สังเกตเห็นว่ามิแฟคเตอร์อยู่ 2 แฟคเตอร์คือ การลดทอน (Attenuation) และการเลื่อนทางเฟส (Phase shift) จากคุณสมบัติฟูเรียร์ทรานฟอร์ม การเลื่อนทางเฟสใน โดเมนความถี่ จะมีค่าเท่ากับการหน่วงทางเวลา (Time delay) ในโดเมนเวลา ดังนั้นการหน่วงทางเวลา T_d สามารถแสดงได้ดังสมการที่ (3.9)

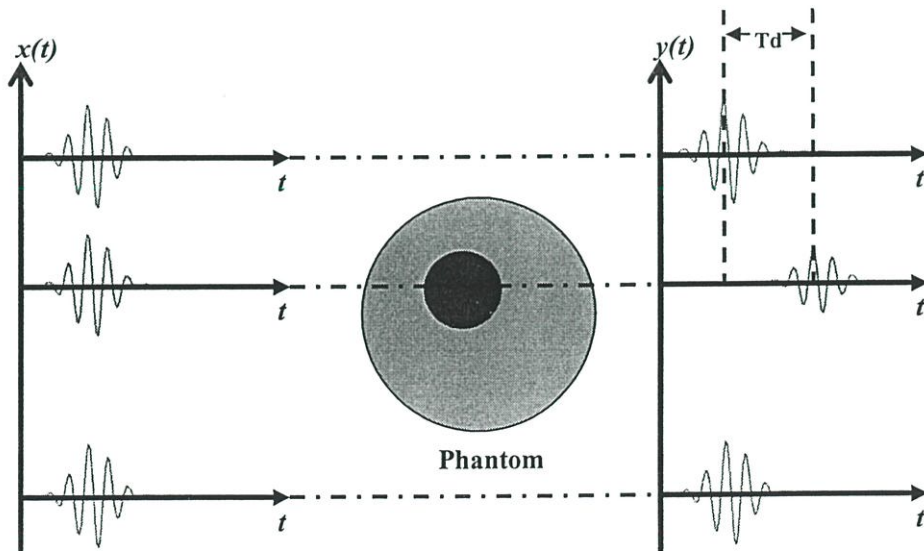
$$T_d = \int_b^e \left(\frac{1}{V(x)} - \frac{1}{V_w} \right) dx \quad (3.9)$$

จากคุณสมบัติของดัชนีหักเห (Refractive index) ในสมการที่ (3.10) สามารถเขียนสมการการหน่วงทางเวลาได้ใหม่ดังสมการที่ (3.11)

$$n(x) = \frac{V_w}{V(x)} \quad (3.10)$$

$$T_d = \frac{1}{V_w} \int_b^e (1 - n(x)) dx \quad (3.11)$$

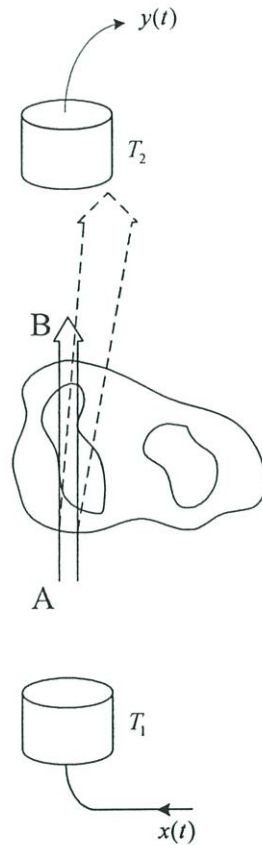
ในสมการที่ (3.11) ค่าการหน่วงทางเวลา (Time delay) คือข้อมูลโปรเจกชัน (Projection data) ที่ใช้สำหรับการสร้างภาพตัดขวางโดยใช้คลื่นอัลตราโซนิกนั่นเอง จากความสัมพันธ์ $x(t), y(t)$ และ T_d สามารถแสดงดังรูปที่ (3.4)



รูปที่ 3.4 ความสัมพันธ์ของสัญญาณ $x(t), y(t)$ และค่าการหน่วงทางเวลา (Time delay; T_d)

จะเห็นว่าสมการที่ (3.11) สามารถจัดรูปสมการใหม่ได้ดังสมการที่ (3.12) โดยสมการที่ (3.12) ก็คือสมการการสร้างภาพตัดขวางโดยใช้ค่าดัชนีหักเห (Refractive index) ของวัตถุมาสร้างภาพตัดขวาง ดังแสดงในรูปที่ 3.5

$$\int_A^B [1 - n(x, y)] ds = -V_w T_d \quad (3.12)$$



รูปที่ 3.5 การสร้างภาพตัดขวางโดยใช้ค่าดัชนีหักเห (Refractive index) ของวัตถุมาสร้างภาพตัดขวาง

บทที่ 4

ระบบการสร้างภาพตัดขวางด้วยคลื่นอัลตราโซนิก

4.1 บทนำ

ในบทนี้จะกล่าวถึงระบบการสร้างภาพตัดขวางด้วยคลื่นอัลตราโซนิก ซึ่งจะแบ่งออกเป็น 2 หัวข้อ หัวข้อแรกเป็นระบบอัลตราโซนิกที่จะประกอบด้วยอุปกรณ์ที่ใช้ในระบบอัลตราโซนิก และการทำงานของระบบอัลตราโซนิก ส่วนหัวข้อที่สองเป็นวิธีการสร้างภาพตัดขวางของวัตถุที่ประกอบด้วย วิธีการแปลงฟูรีเยร์ วิธีแบคโปรเจกชัน และวิธีฟิลเตอร์แบคโปรเจกชัน

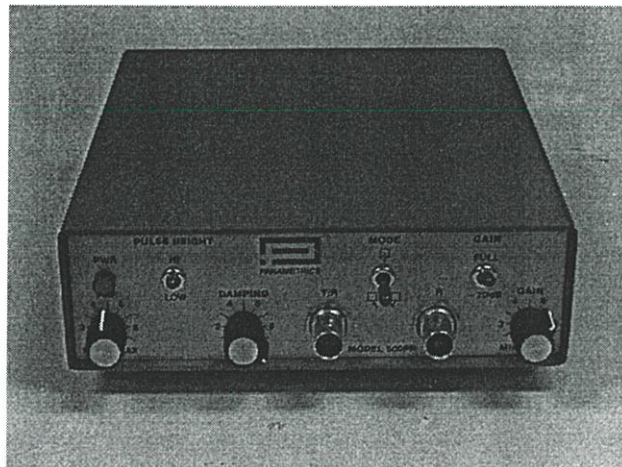
4.2 ระบบอัลตราโซนิก

ในงานวิจัยนี้ได้มีการออกแบบและสร้างระบบการทำงานของอัลตราโซนิกเพื่อทำการเก็บและวิเคราะห์ข้อมูลที่จะนำไปใช้ในการประมวลผลสร้างภาพตัดขวางของวัตถุขึ้นมา โดยระบบอัลตราโซนิกที่ใช้สร้างภาพจะประกอบด้วย อุปกรณ์ที่ใช้ในระบบอัลตราโซนิก การทำงานของระบบอัลตราโซนิก และการเก็บข้อมูลโปรเจกชัน ซึ่งจะกล่าวในรายละเอียดดังต่อไปนี้

4.2.1 อุปกรณ์ที่ใช้ในระบบอัลตราโซนิก

4.2.1.1 เครื่องส่ง – รับอัลตราโซนิก รุ่น MODEL 500PR

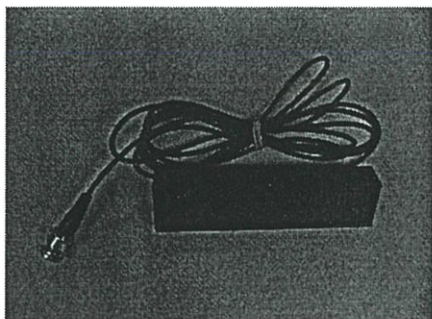
เครื่องส่ง - รับอัลตราโซนิก ทำหน้าที่ ส่งคลื่นอัลตราโซนิกไปยังหัวส่งและรับคลื่นอัลตราโซนิกจากหัวรับในเครื่องเดียวกัน รุ่น MODEL 500PR บริษัท Panametrics ดังแสดงในรูปที่ 4.1



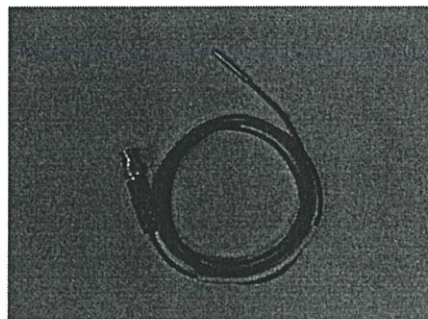
รูปที่ 4.1 เครื่องส่ง – รับอัลตราโซนิก รุ่น MODEL 500PR

4.2.1.2 หัวส่ง และ หัวรับ

หัวส่ง ทำหน้าที่ ส่งคลื่นอัลตราโซนิกด้วยความถี่ 3.75 MHz รุ่น ULPP1 บริษัท Eastek ส่วนหัวรับ ทำหน้าที่ รับคลื่นอัลตราโซนิกที่ตอบสนองความถี่ที่ 3.75 MHz รุ่น MI-45-3.51.6-SCB1.5 บริษัท Eastek



หัวส่ง

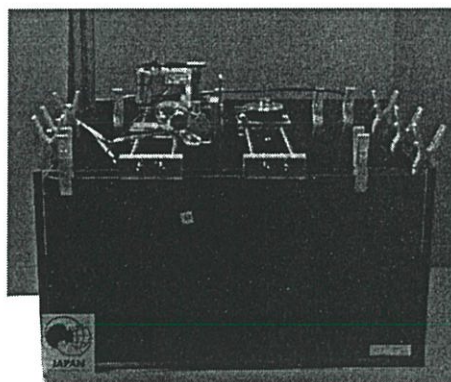
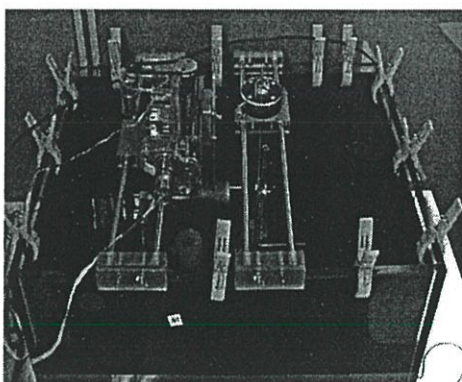


หัวรับ

รูปที่ 4.2 หัวส่งและหัวรับที่ใช้ในการทดลอง

4.2.1.3 ภาชนะใส่น้ำ

ภาชนะใส่น้ำที่ใช้ในการทดลองมีขนาด กว้าง 23 นิ้ว ยาว 30.5 นิ้ว และ สูง 16 นิ้ว



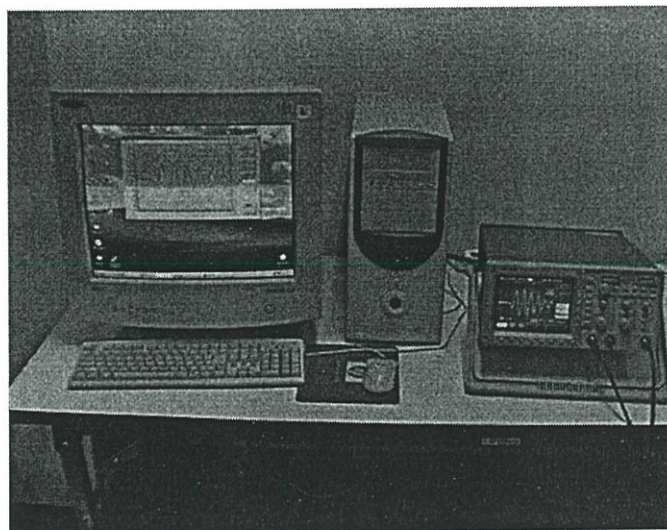
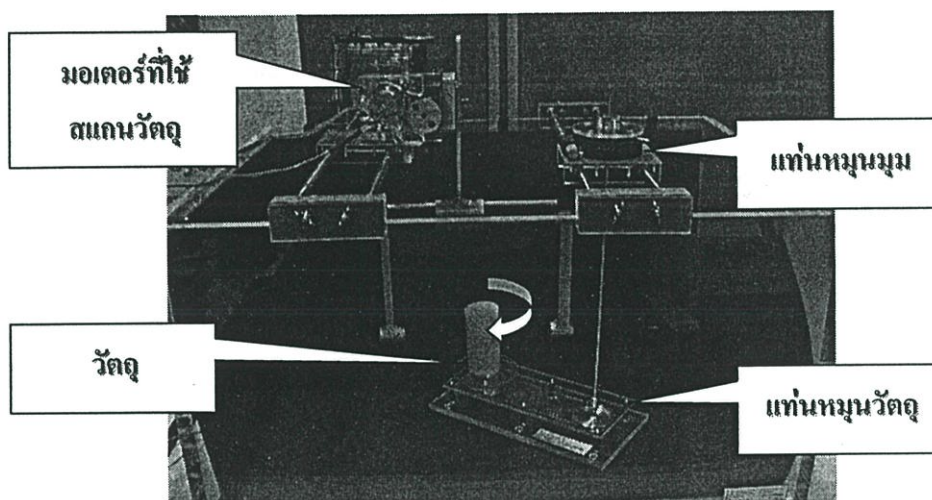
รูปที่ 4.3 ภาชนะใส่น้ำที่ใช้ในการทดลอง

4.2.1.4 ชุดแท่นหมุนวัตถุที่ใช้สร้างภาพ

ชุดแท่นหมุนวัตถุที่ใช้สร้างภาพ ทำหน้าที่ หมุนวัตถุที่มุมต่างๆกัน ซึ่งจะประกอบด้วย แท่นหมุนมุมที่มีเส้นผ่าศูนย์กลาง 3.5 นิ้วสามารถหมุนได้ 360° และ แท่นหมุนวัตถุที่มีเส้นผ่าศูนย์กลาง 4 นิ้วสามารถหมุนได้ 360°

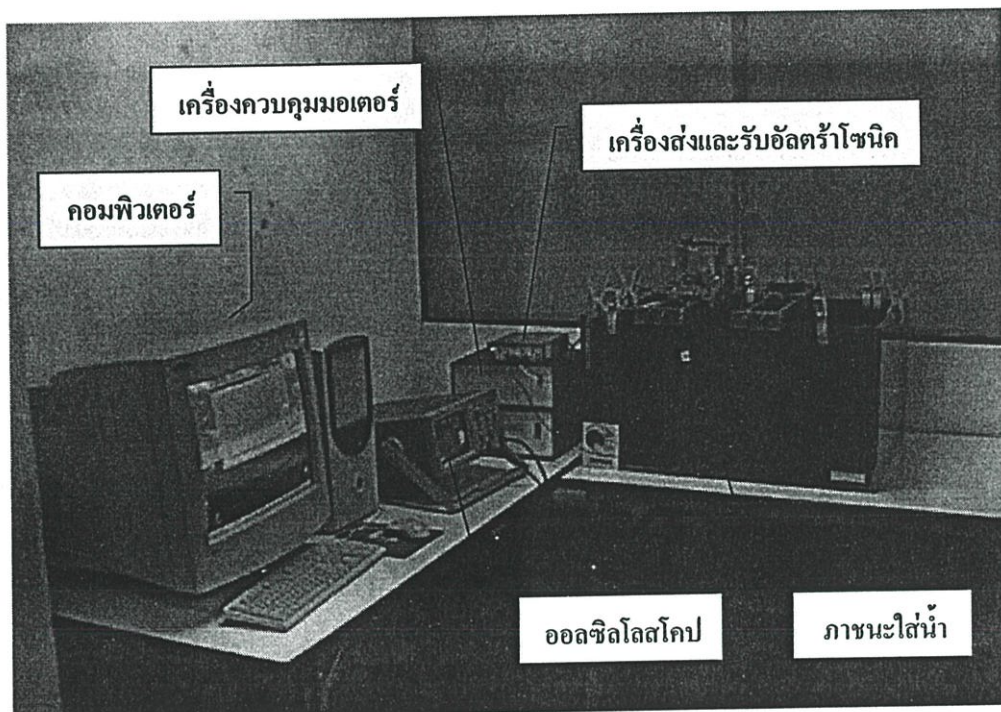
4.2.1.5 ชุดควบคุมมอเตอร์และเก็บข้อมูล

ชุดควบคุมมอเตอร์และเก็บข้อมูล ทำหน้าที่ ควบคุมมอเตอร์ในการสแกนวัตถุและบันทึกคลื่นอัลตราโซนิก หลักการทำงานอธิบายได้คือ คอมพิวเตอร์จะส่งสัญญาณตามเงื่อนไขที่กำหนดผ่านทางพอร์ตอนุกรมที่ใช้ RS-232 ไปยังไมโครคอนโทรลเลอร์ ไมโครคอนโทรลเลอร์จะควบคุมมอเตอร์ให้ทำการเลื่อนตำแหน่งหรือสแกนวัตถุ ภายหลังจากสแกนตามเงื่อนไขที่คอมพิวเตอร์กำหนดแล้ว คอมพิวเตอร์จะทำการบันทึกคลื่นอัลตราโซนิกที่วัดได้แต่ละจุดที่สแกนวัตถุผ่านทางคาร์ดอนาล็อกแปลงเป็นดิจิทัล (GPIB) โดยใช้คำสั่งภาษา Delphi ดังแสดงในรูปที่ 4.4



รูปที่ 4.4 แสดงการติดตั้งอุปกรณ์ที่ใช้สร้างภาพและการเก็บข้อมูล

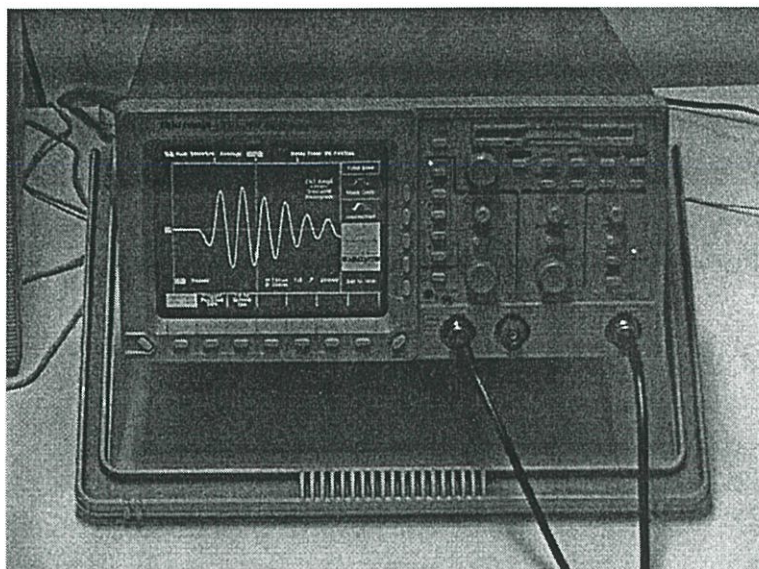
4.2.2 การทำงานของระบบอัลตราโซนิก



รูปที่ 4.5 ระบบอัลตราโซนิก

ระบบอัลตราโซนิกดังแสดงในรูปที่ 4.5 มีหลักการทำงานคือ เครื่องส่งอัลตราโซนิกที่ส่งคลื่นอัลตราโซนิกไปยังหัวส่ง หัวส่งจะทำหน้าที่ส่งคลื่นอัลตราโซนิกด้วยความถี่ 3.75 MHz เดินทางผ่านตัวกลาง เช่น น้ำ หรือ วัตถุ ไปยังหัวรับและเข้าสู่เครื่องรับอัลตราโซนิก โดยเครื่องรับอัลตราโซนิกจะส่งคลื่นไปแสดงยังออสซิลโลสโคปดังแสดงในรูปที่ 4.6 หลังจากนั้นให้คอมพิวเตอร์ทำการกำหนดเงื่อนไขในการสแกนวัตถุและบันทึกคลื่นอัลตราโซนิก ยกตัวอย่างเช่น สแกนวัตถุที่มีความยาว 50 มิลลิเมตร ทำการสแกนวัตถุด้วยความยาว 80 มิลลิเมตร ระยะการสแกนวัตถุต่อการบันทึกคลื่นอัลตราโซนิก 1 ครั้งคือ 1 มิลลิเมตร หรือ สแกนวัตถุระยะ 1 มิลลิเมตรต่อการบันทึกคลื่นอัลตราโซนิก 1 ครั้งนั่นเอง เมื่อทำการกำหนดเงื่อนไขในการสแกนวัตถุและ บันทึกคลื่นอัลตราโซนิกเรียบร้อยแล้ว คอมพิวเตอร์จะส่งสัญญาณตามเงื่อนไขที่กำหนดผ่านทางพอร์ตอนุกรมที่ใช้ RS-232 ไปยังไมโครคอนโทรลเลอร์ ไมโครคอนโทรลเลอร์จะควบคุมมอเตอร์ให้ทำการเลื่อนตำแหน่งหรือสแกนวัตถุตามเงื่อนไขที่คอมพิวเตอร์กำหนดแล้ว คอมพิวเตอร์จะทำการบันทึกคลื่นอัลตราโซนิกที่วัดได้แต่ละจุดที่สแกนวัตถุผ่านทางคาร์ดอานาลอกแปลงเป็นดิจิตอล หลังจากสแกนวัตถุและบันทึกคลื่นอัลตราโซนิกเสร็จก็ทำการหมุนวัตถุ โดยในงานวิจัยนี้จะทำการหมุนวัตถุด้วย

มุมละ 10 องศาจนครบ 180 องศา เมื่อทำการหมุนวัตถุแล้วก็ทำการสแกนวัตถุและ บันทึกคลื่นอัลตราโซนิกใหม่ ทำซ้ำจนครบทุกมุมที่กำหนดไว้



รูปที่ 4.6 คลื่นอัลตราโซนิกที่วัดได้

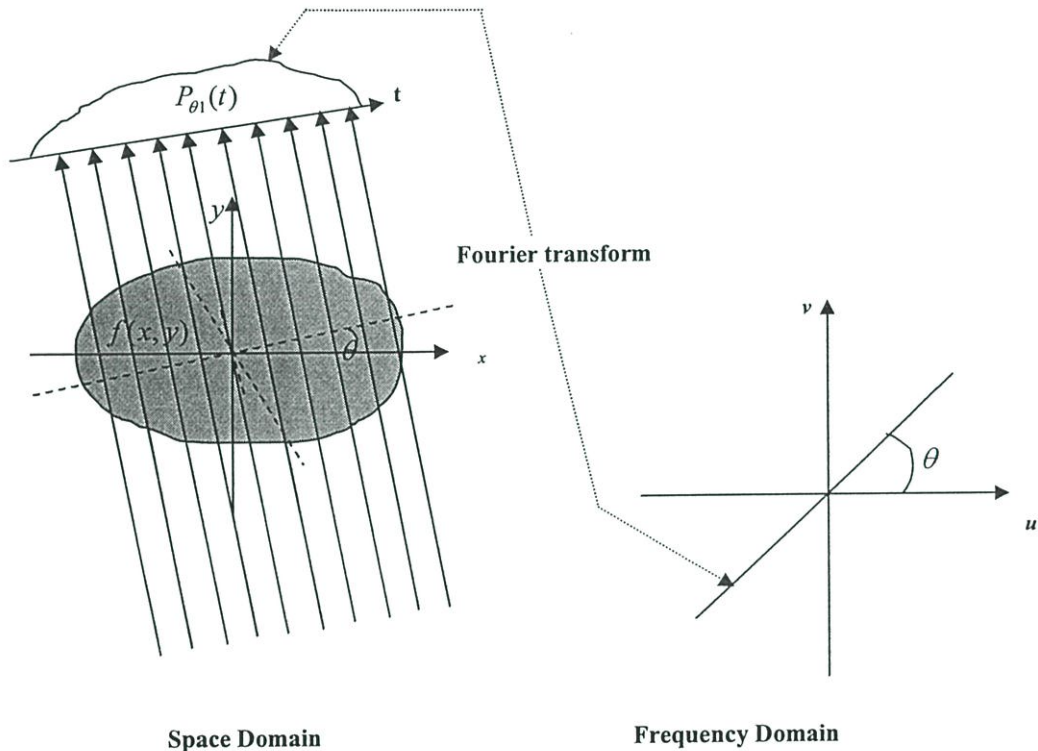
4.2.3 การเก็บข้อมูลโปรเจกชัน

ภายหลังจากทำการเก็บข้อมูลในแต่ละมุมจนครบแล้วก็นำคลื่นอัลตราโซนิกที่เก็บไว้ในแต่ละมุมมาทำโปรเจกชันแต่ละมุม การทำโปรเจกชันใช้หลักการวัดค่าความแตกต่างของเวลาที่คลื่นอัลตราโซนิกเดินทางผ่านน้ำโดยตรงกับคลื่นอัลตราโซนิกเดินทางผ่านวัตถุ วิธีทำโปรเจกชันที่มุมๆ หนึ่งก็คือทำการเก็บคลื่นอัลตราโซนิกขณะไม่มีวัตถุหรือทำการเก็บคลื่นอัลตราโซนิกที่เดินทางผ่านน้ำโดยตรงโดยใช้เวลาที่มิแอมพลิจูดสูงสุดเป็นค่าอ้างอิงแล้วก็นำไปหาค่าความแตกต่างของเวลาที่มิแอมพลิจูดสูงสุดที่คลื่นอัลตราโซนิกเดินทางผ่านที่ตำแหน่งต่างๆจนครบระยะที่สแกนก็จะได้ข้อมูลโปรเจกชันที่มุมๆหนึ่ง ค่าความแตกต่างของเวลานี้เรียกว่า ค่าการหน่วงทางเวลา (Time delay) หลังจากทำการหาค่าโปรเจกชันในแต่ละมุมจนครบแล้ว จึงนำข้อมูลโปรเจกชันทุกมุมมาสร้างภาพตัดขวางด้วยวิธีต่างๆ เช่น วิธีการสร้างภาพตัดขวางโดยใช้การแปลงฟูเรียร์ วิธีการสร้างภาพตัดขวางโดยใช้แบคโปรเจกชัน วิธีการสร้างภาพตัดขวางโดยใช้ฟิลเตอร์แบคโปรเจกชัน และวิธีการสร้างภาพตัดขวางโดยใช้อัลกอริทึมทางพีชคณิต เป็นต้น

4.3 วิธีการสร้างภาพตัดขวางของวัตถุ

4.3.1 วิธีการสร้างภาพตัดขวางโดยใช้การแปลงฟูรีเยร์

วิธีการสร้างภาพตัดขวางโดยใช้การแปลงฟูรีเยร์เป็นวิธีการสร้างภาพตัดขวางโดยใช้นิยามจากทฤษฎีบทของฟูรีเยร์สไลด์ (The Fourier Slice Theorem) ซึ่งระบุไว้ว่า เมื่อทำการหาโปรเจกชันของภาพ $f(x, y)$ ที่มุมต่างๆ $\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_k$ แล้วทำการแปลงฟูรีเยร์โปรเจกชันเหล่านั้น จะมีค่าเท่ากับ การแปลงฟูรีเยร์สองมิติของภาพตามแนวเส้นที่ทำมุม $\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_k$ เช่นกัน ดังรูปที่ 4.7



รูปที่ 4.7 แสดงความสัมพันธ์ระหว่างการแปลงฟูรีเยร์ของโปรเจกชันกับการแปลงฟูรีเยร์ของภาพ

เราจะทำการพิสูจน์ทฤษฎีบทของฟูรีเยร์สไลด์ได้โดยเริ่มต้นจากการนิยามของการแปลงฟูรีเยร์ 2 มิติของภาพ $f(x, y)$ จะได้ว่า

$$F(u, v) = \int_{-\alpha}^{\alpha} \int_{-\alpha}^{\alpha} f(x, y) e^{-j2\pi(ux+vy)} dx dy \quad (4.1)$$

และให้ $S_{\theta}(w)$ คือ การแปลงฟูรีเยร์ของข้อมูลโปรเจกชันที่มุม θ (P_{θ})

$$S_\theta(w) = \int_{-\alpha}^{\alpha} P_\theta(t) e^{-j2\pi w t} dt \quad (4.2)$$

พิจารณาการแปลงฟูเรียร์ของวัตถุตลอดเส้นในโดเมนความถี่ โดยให้ $v = 0$ จะได้

$$F(u, 0) = \int_{-\alpha}^{\alpha} \int_{-\alpha}^{\alpha} f(x, y) e^{-j2\pi u x} dx dy \quad (4.3)$$

แต่เนื่องจากตัวประกอบเฟส (Phase factor) จะไม่ขึ้นอยู่กับ y เราสามารถแบ่งการอินทิเกรตออกเป็น 2 ส่วนคือ

$$F(u, 0) = \int_{-\alpha}^{\alpha} \left[\int_{-\alpha}^{\alpha} f(x, y) dy \right] e^{-j2\pi u x} dx \quad (4.4)$$

จะเห็นว่าเทอมที่อยู่ในวงเล็บเหมือนกับสมการของโปรเจกชันตลอดแนวนอนที่ค่า x คงที่ซึ่งก็คือการโปรเจกชันภาพ $f(x, y)$ ที่มุม $\theta = 0$

$$P_{\theta=0}(x) = \int_{-\infty}^{\infty} f(x, y) dy \quad (4.5)$$

นำสมการที่ (4.5) แทนลงในสมการที่ (4.4) จะได้

$$F(u, 0) = \int_{-\infty}^{\infty} P_{\theta=0}(x) e^{-j2\pi u x} dx \quad (4.6)$$

จากสมการที่ (4.6) ทางขวามือ แสดงถึงการแปลงฟูเรียร์ 1 มิติของโปรเจกชัน $P_{\theta=0}$ ดังนั้นเราจะได้ความสัมพันธ์ระหว่างโปรเจกชันในแนวตั้งกับการแปลง 2 มิติ ของฟังก์ชันวัตถุ คือ

$$F(u, 0) = S_{\theta=0}(u) \quad (4.7)$$

จะเห็นว่าเป็นรูปแบบอย่างง่ายของทฤษฎีบทของฟูเรียร์สไลด์ ผลที่ได้นี้จะไม่ขึ้นอยู่กับมุมระหว่างวัตถุกับระบบพิกัด เราสามารถพิสูจน์ทฤษฎีบทของฟูเรียร์สไลด์ที่มุมอื่นได้โดยให้ $f(t, s)$

คือฟังก์ชัน $f(x, y)$ ในระบบพิกัดหมุน (Rotated Coordinate System) ดังในรูปที่ 4.7 พิกัด (t, s) สัมพันธ์กับพิกัด (x, y) โดยความสัมพันธ์

$$\begin{bmatrix} t \\ s \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \theta & \sin \theta \\ -\sin \theta & \cos \theta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} \quad (4.8)$$

ซึ่งในระบบพิกัด (t, s) เราจะสามารถเขียนโปรเจกชันตลอดแนวเส้นของค่าคงที่ t ได้เป็น

$$P_\theta(t) = \int_{-\infty}^{\infty} f(t, s) ds \quad (4.9)$$

นำสมการที่ (4.9) แทนลงในสมการที่ (4.2) จะได้

$$S_\theta(w) = \int_{-\infty}^{\infty} [f(t, s) ds] e^{-j2\pi w t} dt \quad (4.10)$$

จากนั้นนำผลที่ได้มาแปลงให้อยู่ในระบบพิกัด (x, y) โดยใช้ความสัมพันธ์ในสมการ (4.8) จะได้

$$S_\theta(w) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} f(x, y) e^{-j2\pi w(x \cos \theta + y \sin \theta)} dx dy \quad (4.11)$$

ทางด้านขวาของสมการ คือการแปลงฟูเรียร์ 2 มิติ ที่ความถี่ของ $u = w \cos \theta, v = w \sin \theta$

$$S_\theta(w) = F(w, \theta) = F(w \cos \theta, w \sin \theta) \quad (4.12)$$

จากทั้งหมดที่ผ่านมาแสดงให้เห็นถึงโปรเจกชันของฟังก์ชันวัตถุที่มุม $\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_k$ และการแปลงฟูเรียร์ของแต่ละโปรเจกชันนั้น เราสามารถหาค่าของ $F(u, v)$ ได้ถ้าจำนวนโปรเจกชันมีค่าเป็นอนันต์ ดังนั้นควรจะรู้ค่า $F(u, v)$ ในทุกๆจุดในระนาบ uv จากนั้นจึงทำการแปลงกลับฟูเรียร์เพื่อที่จะหาค่าฟังก์ชันวัตถุ $f(x, y)$

$$f(x, y) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} F(u, v) e^{j2\pi(ux+vy)} du dv \quad (4.13)$$

ถ้าฟังก์ชัน $f(x, y)$ มีขอบเขต คือ $-\frac{A}{2} < x < \frac{A}{2}$ และ $-\frac{A}{2} < y < \frac{A}{2}$ ดังนั้นสามารถเขียนสมการที่ (4.13) ใหม่ได้เป็น

$$f(x, y) = \frac{1}{A^2} \sum_m \sum_n F\left(\frac{m}{A}, \frac{n}{A}\right) e^{j2\pi((m/A)x + (n/A)y)}, \quad (4.14)$$

$$-\frac{A}{2} < x < \frac{A}{2}, -\frac{A}{2} < y < \frac{A}{2}$$

ในทางปฏิบัติ เราจะรู้ว่าส่วนประกอบของฟูเรียร์มีจำนวนจำกัด สามารถเขียนใหม่ได้เป็น

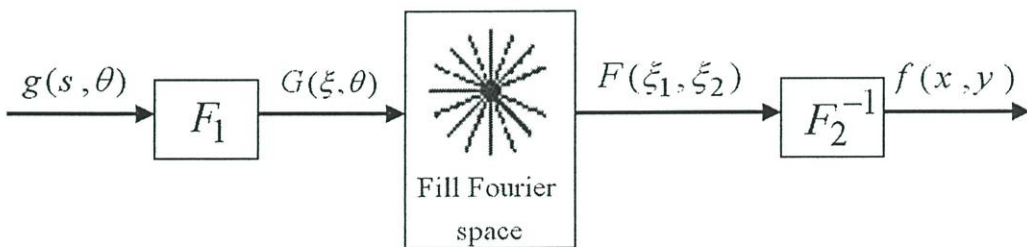
$$f(x, y) = \frac{1}{A^2} \sum_{m=-N/2}^{N/2} \sum_{n=-N/2}^{N/2} F\left(\frac{m}{A}, \frac{n}{A}\right) e^{j2\pi((m/A)x + (n/A)y)}, \quad (4.15)$$

$$-\frac{A}{2} < x < \frac{A}{2}, -\frac{A}{2} < y < \frac{A}{2}$$

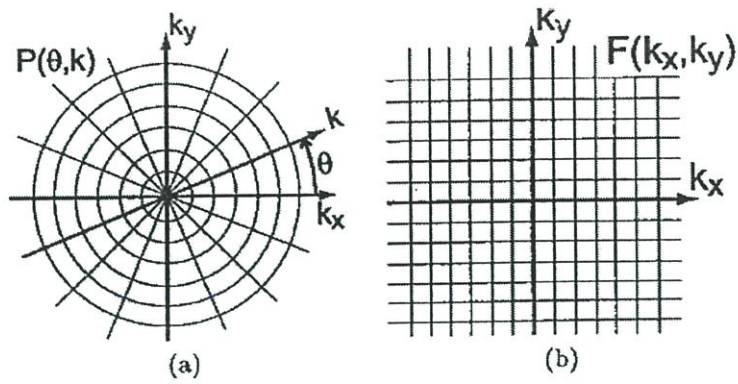
โดยสมมติว่า N เป็นจำนวนเต็มคู่ เราจะเห็นว่ารายละเอียด (Resolution) ของภาพที่สร้างได้จะถูกกำหนดโดย N สมการ (4.15) สามารถถูกคำนวณได้แบบเร็วโดยใช้อัลกอริทึมการแปลงฟูเรียร์เร็ว (FFT) ถ้าเรารู้สัมประสิทธิ์ฟูเรียร์จำนวน N^2 ของ $F(m/A, n/A)$

จากทฤษฎีข้างต้นนี้เราสามารถแบ่งขั้นตอนวิธีการสร้างภาพกลับด้วยวิธีการแปลงฟูเรียร์ดังรูปที่ 4.8 ออกเป็น 3 ขั้นตอน คือ

- 1) นำข้อมูลโปรเจกชันไปแปลงฟูเรียร์ 1 มิติ จะได้ $F_1\{p_\theta(r)\} = P_\theta(k)$
- 2) วาง $P_\theta(k)$ ในราสเตอร์เชิงขั้ว (polar raster) จะได้ $P(k, \theta)$ จากนั้นจึงประมาณค่าให้อยู่ในราสเตอร์เชิงตั้งฉาก (rectangular raster) ดังรูปที่ 4.9
- 3) ทำการแปลงกลับฟูเรียร์ 2 มิติของ $F(k_x, k_y)$ จะได้ $f(x, y)$

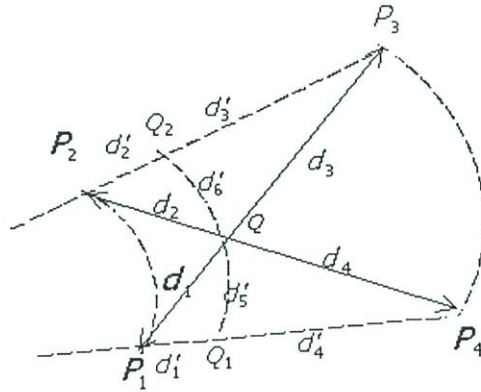


รูปที่ 4.8 Block diagram แสดงวิธีการสร้างภาพตัดขวางโดยใช้การแปลงฟูเรียร์



รูปที่ 4.9 (a) รัสเตอร์เชิงขั้ว (b) รัสเตอร์เชิงตั้งฉาก

การประมาณค่าในช่วงจากรัสเตอร์เชิงขั้วไปยังรัสเตอร์เชิงตั้งฉาก สามารถทำได้หลายวิธี จากรูปที่ 4.10 จะทำการหาจุด Q จาก P_1, P_2, P_3, P_4 ด้วยวิธีดังต่อไปนี้



รูปที่ 4.10 การประมาณค่าจุด Q

1) การหาจุดที่ใกล้ที่สุด

$$F(Q) = F(P_k) \quad k : \min\{d_i\} = d_k \quad (4.16)$$

2) การประมาณค่าในช่วงเชิงเส้น

$$F(Q) = \frac{\sum_{k=1}^4 F(P_k) / d_k}{\sum_{k=1}^4 \frac{1}{d_k}} \quad (4.17)$$

3) การประมาณค่าในช่วงแบบไม่เชิงเส้น

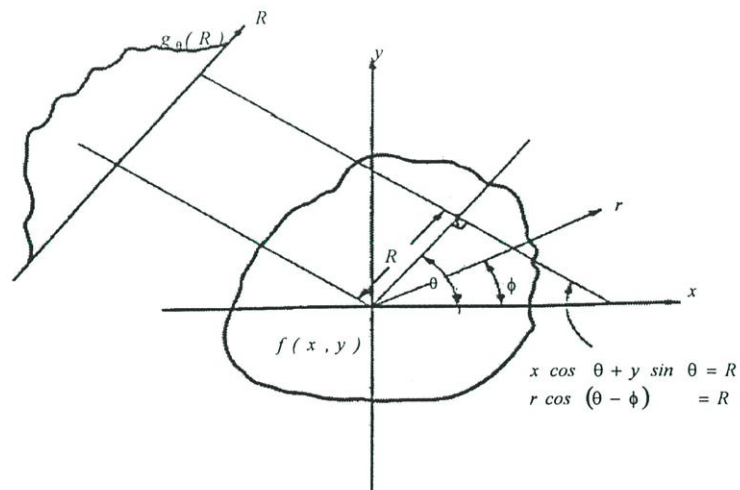
$$\begin{aligned} F(Q) &= \frac{F(Q_1)/d'_5 + F(Q_2)/d'_6}{(1/d'_5) + (1/d'_6)} \\ &= \frac{F(Q_1)/d'_6 + F(Q_2)/d'_5}{d'_5 + d'_6} \end{aligned} \quad (4.18)$$

โดยที่

$$F(Q_1) = \frac{F(P_1)/d'_4 + F(P_4)/d'_1}{d'_1 + d'_4}, \quad F(Q_2) = \frac{F(P_2)/d'_3 + F(P_3)/d'_2}{d'_2 + d'_3} \quad (4.19)$$

4.3.2 วิธีการสร้างภาพตัดขวางโดยใช้แบคโปรเจกชัน

การสร้างภาพตัดขวางโดยใช้แบคโปรเจกชัน จะเป็นวิธีการที่ง่ายที่สุด และมีความยุ่งยากทางคณิตศาสตร์น้อย โดยจะทำการนำค่าโปรเจกชันที่มุมต่างๆ มาบวกรวมกันบนระนาบ 2 มิติ



รูปที่ 4.11 แสดงโปรเจกชันของฟังก์ชัน 2 มิติ

จากรูปที่ 4.11 และนิยามของโปรเจกชันที่กล่าวมาแล้วในบทที่ 2 จะได้นิยามของแบคโปรเจกชันของโปรเจกชันที่มุม θ คือ

$$b_\theta(x, y) = \int_0^\pi g_\theta(R) \delta(x \cos \theta + y \sin \theta - R) dR \quad (4.20)$$

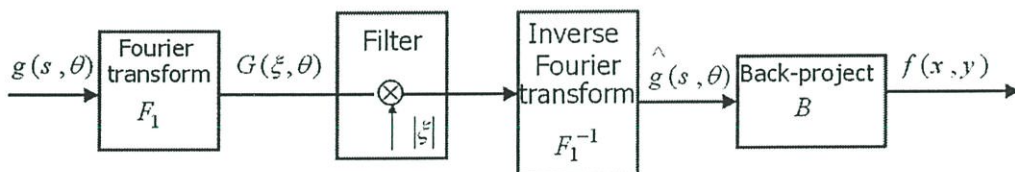
โดยที่ $b_\theta(x, y)$ คือ ตัวกระทำแบคโปรเจกชัน (Backprojection operator) ของโปรเจกชัน $g_\theta(R)$ ที่มุม θ

ดังนั้น การสร้างภาพกลับ (Image Reconstruction) จากวิธีแบคโปรเจกชัน คือ ผลรวมของแบคโปรเจกชันในทุกๆมุม จะได้

$$\begin{aligned} f(x, y) &= \int_0^\pi b_\theta(x, y) d\theta \\ &= \int_0^\pi \int_{-\alpha}^\alpha g_\theta(R) \delta(x \cos \theta + y \sin \theta - R) dR d\theta \\ &= \int_0^\pi d\theta \int_{-\alpha}^\alpha g_\theta(R) \delta(x \cos \theta + y \sin \theta - R) dR \end{aligned} \quad (4.21)$$

4.3.3 วิธีการสร้างภาพตัดขวางโดยใช้วิธีฟิลเตอร์แบคโปรเจกชัน

วิธีฟิลเตอร์แบคโปรเจกชันนี้เป็นวิธีที่เป็นที่นิยมใช้กันอย่างแพร่หลายในการสร้างภาพตัดขวาง ทั้งนี้เนื่องจากเป็นวิธีที่ได้รับการปรับปรุงจากวิธีแบคโปรเจกชัน ซึ่งวิธีนี้จะใช้ความรู้เกี่ยวกับทฤษฎีบทของฟูเรียร์สไลด์ช่วยในการพิสูจน์



รูปที่ 4.12 Block diagram แสดงวิธีการสร้างภาพตัดขวางโดยใช้วิธีฟิลเตอร์แบคโปรเจกชัน

จากทฤษฎีบทของฟูเรียร์สไลด์ ภาพ $f(x, y)$ จะสามารถหามาได้จากการแปลงฟูเรียร์ย้อนกลับ

$$f(x, y) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} F(u, v) e^{j2\pi(ux+vy)} dudv \quad (4.22)$$

ถ้าให้ (w, θ) เป็นระบบพิกัดแบบโพลาร์ (Polar Coordinate) ในระนาบ w เราสามารถเขียนสมการ (4.22) ใหม่ได้เป็น

$$\begin{aligned} f(x, y) &= \int_0^{2\pi} \int_0^{\infty} F(w, \theta) e^{j2\pi w(x \cos \theta + y \sin \theta)} w dw d\theta \\ f(x, y) &= \int_0^{\pi} \int_0^{\infty} F(w, \theta) e^{j2\pi w(x \cos \theta + y \sin \theta)} w dw d\theta \\ &\quad + \int_0^{\pi} \int_0^{\infty} F(w, \theta + \pi) e^{j2\pi w(x \cos(\theta + \pi) + y \sin(\theta + \pi))} w dw d\theta \end{aligned} \quad (4.23)$$

จากนั้นใช้คุณสมบัติ

$$F(w, \theta + \pi) = F(-w, \theta) \quad (4.24)$$

สมการ (4.23) สามารถเขียนใหม่ได้เป็น

$$\begin{aligned} f(x, y) &= \int_0^{\pi} \left[\int_{-\infty}^{\infty} F(w, \theta) |w| e^{j2\pi w t} dw \right] d\theta \\ &= \int_0^{\pi} \left[\int_{-\infty}^{\infty} S_{\theta}(w) |w| e^{j2\pi w t} dw \right] d\theta \end{aligned} \quad (4.25)$$

โดยที่

$$t = x \cos \theta + y \sin \theta \quad (4.26)$$

และเราสามารถเขียนสมการ (4.25) ใหม่ได้เป็น

$$f(x, y) = \int_0^{\pi} Q_{\theta}(x \cos \theta + y \sin \theta) d\theta \quad (4.27)$$

โดยที่

$$Q_\theta(t) = \int_{-\infty}^{\infty} S_\theta(w) |w| e^{j2\pi w t} dw \quad (4.28)$$

จากสมการข้างบนจะเห็นว่า ในการสร้างภาพตัดขวางเราสามารถทำได้โดยการนำข้อมูลแต่ละโปรเจกชัน $P_\theta(t)$ มาทำการฟิลเตอร์ ที่มีผลตอบสนองทางความถี่ (Frequency Response) เท่ากับ $|w|$ ดังสมการที่ (4.28) จากนั้นจึงนำค่าที่ได้มาทำการแบคโปรเจกชันดังสมการที่ (4.27) โดยที่ฟิลเตอร์ในสมการที่ (4.28) เรียกว่า Ram-Lak Filter

พารามิเตอร์ w เป็นตัวแปรความถี่ โดยหลักการแล้วอินทิกรัลในสมการที่ (4.28) ต้องทำตลอดทุกย่านความถี่ ในทางปฏิบัติพลังงานที่อยู่ในส่วนประกอบ (Components) การแปลงฟูเรียร์เหนือความถี่ค่าหนึ่งจะมีค่าน้อย ดังนั้นการ โปรเจกชันจึงถูกทำในแถบความถี่ที่จำกัด (Bandlimited) โดยให้ W แทนค่าความถี่ซึ่งถ้าเกินจากนี้พลังงานสำหรับการ โปรเจกชันจะมีค่าน้อยมาก

เราสมมติว่าข้อมูลโปรเจกชันถูกสุ่มด้วยช่วงของการสุ่มเท่ากับ τ ชม. เราสมมติว่าไม่มีปัญหาเรื่อง Aliasing ซึ่งกล่าวเป็นนัยว่าในโดเมนของการแปลง (Transform Domain) โปรเจกชันไม่มีพลังงานนอกย่านความถี่ $(-W, W)$ โดยที่

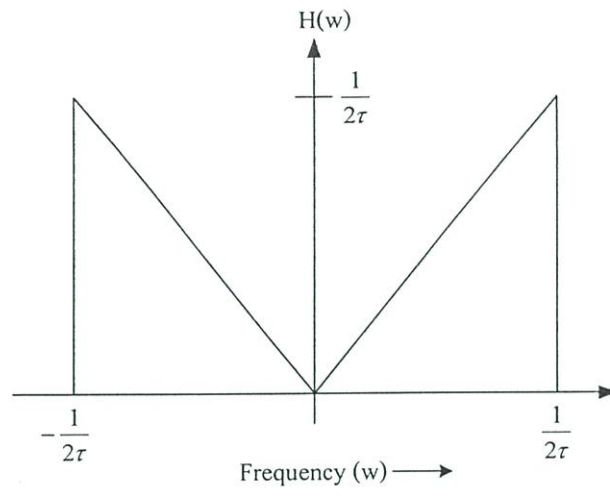
$$W = \frac{1}{2\tau} \quad \text{ไซเคิลต่อชม.} \quad (4.29)$$

เราจะสามารถเขียนสมการ Ram-Lak Filter ได้เป็น

$$H(w) = |w| b_w(w) \quad (4.30)$$

โดยที่

$$\begin{aligned} b_w(w) &= 1 \quad |w| \leq \frac{1}{2\tau} \\ &= 0, \quad \text{Otherwise} \end{aligned} \quad (4.31)$$



รูปที่ 4.13 ภาพแสดงผลตอบสนองทางความถี่ของ Ram-Lak Filter

บทที่ 5

การสร้างภาพตัดขวางโดยใช้อัลกอริธึมทางพีชคณิต

5.1 บทนำ

ในการสร้างภาพตัดขวางโดยใช้อัลกอริธึมทางพีชคณิตถูกนำไปใช้ในการสร้างภาพตัดขวางด้วยเอ็กซ์เรย์ ดังนั้นเราจึงสามารถนำวิธีการอื่นๆของอัลกอริธึมทางพีชคณิตมาประยุกต์ใช้กับการสร้างภาพตัดขวางโดยใช้คลื่นอัลตราโซนิกได้ โดยในบทนี้จะกล่าวถึงทฤษฎีพื้นฐานของอัลกอริธึมทางพีชคณิต วิธีของคาร์แมร์ซ (Kaczmarz Method) และชนิดของอัลกอริธึมทางพีชคณิต

5.2 ทฤษฎีพื้นฐานของอัลกอริธึมทางพีชคณิต

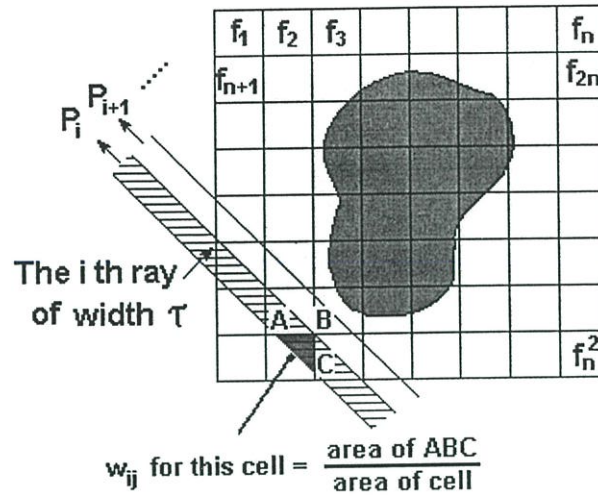
ในการสร้างภาพตัดขวางโดยใช้อัลกอริธึมทางพีชคณิตนั้นจะสมมุติให้วัตถุที่ต้องการสร้างกลับ (ภาพตัดขวางใน 2 มิติ หรือ ปริมาตรใน 3 มิติ) เป็นเมตริกซ์ของตัวแปรที่ไม่ทราบค่า และจากนั้นทำการแก้สมการทางพีชคณิตเพื่อหาค่าตัวแปรที่ไม่ทราบค่าจากค่าโปรเจกชันที่วัดได้

ในที่นี้จะพิจารณาการสร้างภาพกลับของวัตถุเฉพาะใน 2 มิติ แสดงดังรูปที่ 5.1 โดยที่จะสมมุติให้ภาพประกอบด้วยเซตของเซลล์ $f(x, y)$ โดยที่ในแต่ละเซลล์ ฟังก์ชัน $f(x, y)$ เป็นค่าคงที่ กำหนดให้ f_j เป็นค่าคงที่ที่เซลล์ที่ j^{th} และให้ N เป็นจำนวนทั้งหมดของเซลล์ ให้ p_i แทนค่าโปรเจกชันของรังสีเส้นที่ i^{th} ที่วัดได้ ดังนั้นความสัมพันธ์ระหว่าง f_j และ p_i คือ

$$\sum_{j=1}^N w_{ij} f_j = p_i, \quad i = 1, 2, \dots, M \quad (5.1)$$

โดยที่ M คือ จำนวนรังสีทั้งหมด (ในทุกโปรเจกชัน) และ w_{ij} คือ ค่าแฟกเตอร์น้ำหนัก (weighting factor) ที่แทนผลของเซลล์ที่ j^{th} ที่มีต่อรังสีเส้นที่ i^{th} โดยแฟกเตอร์ w_{ij} มีค่าเท่ากับสัดส่วนของพื้นที่ของเซลล์ที่ j^{th} ที่ตัดกับรังสี i^{th}

ถ้า M และ N มีค่าน้อย เราสามารถใช้ทฤษฎีเมตริกซ์ต่างๆไปในการแปลงกลับ (Invert) ระบบสมการที่ (5.1) เพื่อหาผลเฉลยได้ อย่างไรก็ตามในทางปฏิบัติ N อาจจะมีค่ามาก เช่น เท่ากับ 65536 สำหรับกรณีของภาพขนาด 256 x 256 พิกเซล และโดยกรณีส่วนใหญ่จำนวนทั้งหมดของ M จะมีขนาดเท่ากับ N ดังนั้นขนาดของเมตริกซ์ $[w_{ij}]$ ในสมการที่ (5.1) จะเท่ากับ 65536 x 65536 ซึ่งไม่สามารถใช้การแปลงกลับเมตริกซ์ได้เลย



รูปที่ 5.1 ภาพแสดงรูปแบบการฉายแสง และการคำนวณค่าแฟกเตอร์น้ำหนักของอัลกอริทึมทางพีชคณิต

สำหรับ M และ N ที่มีค่ามาก มีเทคนิคการทำซ้ำที่น่าสนใจที่ใช้ในการแก้สมการที่ (5.1) เทคนิคนี้เสนอโดยคาร์เมอร์ซ (Kaczmarz) [17] ขั้นตอนการคำนวณของวิธีนี้อธิบายได้ดังนี้ จากสมการที่ (5.1) สามารถเขียนใหม่ให้อยู่ในรูปแบบการกระจายสมการออกได้ดังนี้

$$\begin{aligned} w_{11}f_1 + w_{12}f_2 + \dots + w_{1N}f_N &= P_1 \\ w_{21}f_1 + w_{22}f_2 + \dots + w_{2N}f_N &= P_2 \\ &\vdots \\ w_{M1}f_1 + w_{M2}f_2 + \dots + w_{MN}f_N &= P_M \end{aligned} \quad (5.2)$$

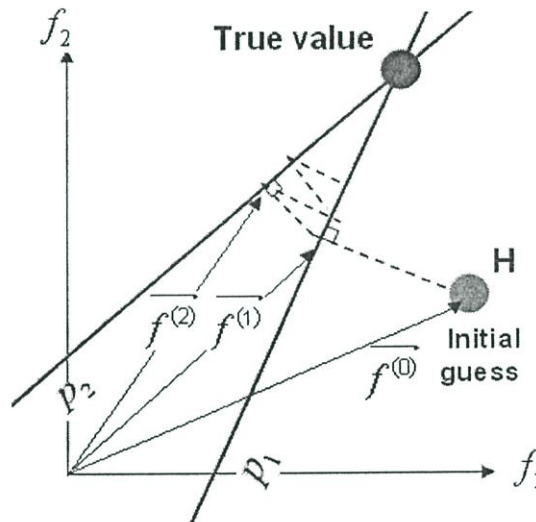
ภาพที่ถูกแทนด้วย (f_1, f_2, \dots, f_N) จะถูกพิจารณาว่าเป็นจุดในสเปซ (Space) N มิติ ในสเปซดังกล่าว แต่ละสมการจะแทน Hyperplane เมื่อระบบสมการสามารถหาผลเฉลยที่เป็นหนึ่งเดียว (Unique Solution) ได้ จุดตัดของ Hyperplane ทั้งหมดจะเป็นจุดๆเดียวและเป็นค่าผลเฉลยของสมการ

วิธีของคาร์เมอร์ซคือ ต้องทำการเดาค่าเริ่มต้น โดยกำหนดให้ค่าเริ่มต้นเป็น $f_1^{(0)}, f_2^{(0)}, \dots, f_N^{(0)}$ และสามารถเขียนแทนแบบเวกเตอร์ได้เป็น $\vec{f}^{(0)}$ ในสเปซ N มิติ และในกรณีส่วนใหญ่เพื่อความง่ายจะกำหนดให้ค่าเริ่มต้นมีค่าเป็นศูนย์ทั้งหมด ค่าเริ่มต้นนี้จะถูกโปรเจกไปบน Hyperplane ซึ่งก็คือสมการแรกใน (5.2) จะได้เป็น $\vec{f}^{(1)}$ จากนั้น $\vec{f}^{(1)}$ จะถูกโปรเจกไปบน Hyperplane ที่แทนด้วย

สมการที่สองใน (5.2) และจะได้เป็น $\vec{f}^{(2)}$ จากนั้นทำต่อไปเรื่อยๆ โดยที่ $\vec{f}^{(i-1)}$ จะถูกโปรเจกไปบน Hyperplane ที่แทนด้วยสมการที่ i^{th} ใน (5.2) จะได้เป็น $\vec{f}^{(i)}$ ดังแสดงในรูปที่ 5.2 ซึ่งกระบวนการนี้เราสามารถเขียนแทนในรูปของสมการคณิตศาสตร์ได้คือ

$$\vec{f}^{(i)} = \vec{f}^{(i-1)} - \frac{(\vec{f}^{(i-1)} \cdot \vec{w}_i - p_i)}{\vec{w}_i \cdot \vec{w}_i} \vec{w}_i \quad (5.3)$$

โดยที่ $\vec{w}_i = (w_{i1}, w_{i2}, \dots, w_{iN})$ และ $\vec{w}_i \cdot \vec{w}_i$ เป็นผลคูณเวกเตอร์ (Dot product) ของ \vec{w}_i



รูปที่ 5.2 ภาพแสดงการใช้ทฤษฎีของคาร์แมร์ซในการแก้ระบบสมการ 2 ตัวแปร

ในการประยุกต์ใช้สำหรับงานที่จำเป็นต้องมีจำนวนของโปรเจกชันจำนวนมาก และภาพที่ต้องการสร้างกลับมีขนาดใหญ่ จะทำให้เกิดความยุ่งยากในการใช้สมการที่ (5.3) เนื่องจากปัญหาเรื่องของการคำนวณ เนื้อที่หน่วยความจำ และการเรียกใช้อย่างรวดเร็วของสัมประสิทธิ์น้ำหนัก w_{ij} โดยพิจารณากรณีของการสร้างภาพขนาด 100×100 พิกเซลด้วยข้อมูล 150 โปรเจกชัน และแต่ละโปรเจกชันมีจำนวนรังสีเท่ากับ 150 รังสี ดังนั้นจำนวนของสัมประสิทธิ์น้ำหนัก w_{ij} ทั้งหมดที่ต้องใช้จะอยู่ในระดับของ 10^8 ซึ่งจะเห็นได้ว่าเป็นจำนวนที่มหาศาล

เพื่อที่จะแก้ปัญหาความยุ่งยากนั้น วิธีทางพีชคณิตอื่นๆ ได้ถูกนำเสนอ ซึ่งส่วนใหญ่จะเป็นการประมาณของสมการ (5.3) เพื่อที่จะวิเคราะห์การประมาณที่สามารถคำนวณได้ง่าย สมการที่ (5.3) จะถูกจัดใหม่ในรูปแบบที่ต่างไป คือ

$$f_j^{(i)} = f_j^{(i-1)} + \frac{p_i - q_i}{\sum_{n=1}^N w_{in}^2} w_{ij} \quad (5.4)$$

โดยที่

$$q_i = \vec{f}^{(i-1)} \cdot \vec{w}_i = \sum_{n=1}^N f_n^{(i-1)} w_{in} \quad (5.5)$$

สมการเหล่านี้กล่าววว่า เมื่อโปรเจกผลเฉลยที่ $(i-1)^{th}$ ไปบน Hyperplane ที่ i^{th} แล้ว ค่าระดับเทา (gray level) ของเซลที่ j^{th} จะเท่ากับการเปลี่ยนแปลงของ $\Delta f_j^{(i)}$ นั่นคือ

$$\Delta f_j^{(i)} = f_j^{(i)} - f_j^{(i-1)} = \frac{p_i - q_i}{\sum_{n=1}^N w_{in}^2} w_{ij} \quad (5.6)$$

โดยที่ p_i คือ ผลบวกที่วัดได้ตามแนวรังสีที่ i^{th} , q_i คือ ผลบวกที่คำนวณได้ตามแนวรังสีเดียวกันที่ใช้ผลเฉลยที่ $(i-1)^{th}$ ของภาพ ค่าแก้ไข Δf_j (Correction) สำหรับเซลที่ j^{th} สามารถได้จากการคำนวณผลต่างระหว่างผลบวกที่วัดได้และผลบวกที่คำนวณได้ ค่าความแตกต่างจะถูกนอร์มอลไลซ์ด้วย $\sum_{n=1}^N w_{in}^2$ และถูกกำหนดให้กับเซลทุกเซลตามแนวรังสี i^{th} ค่าที่กำหนดให้แต่ละเซลจะถูกถ่วงน้ำหนักด้วยค่า w_{ij} ที่สอดคล้องกัน

5.3 ชนิดของอัลกอริธึมทางพีชคณิต

อัลกอริธึมทางพีชคณิตสามารถแบ่งออกได้เป็น 3 วิธีด้วยกันคือ วิธี ART (Algebraic Reconstruction Technique), วิธี SIRT (Simultaneous Iterative Reconstruction Technique) และวิธี SART (Simultaneous Algebraic Reconstruction Technique)

5.3.1 ART (Algebraic Reconstruction Technique)

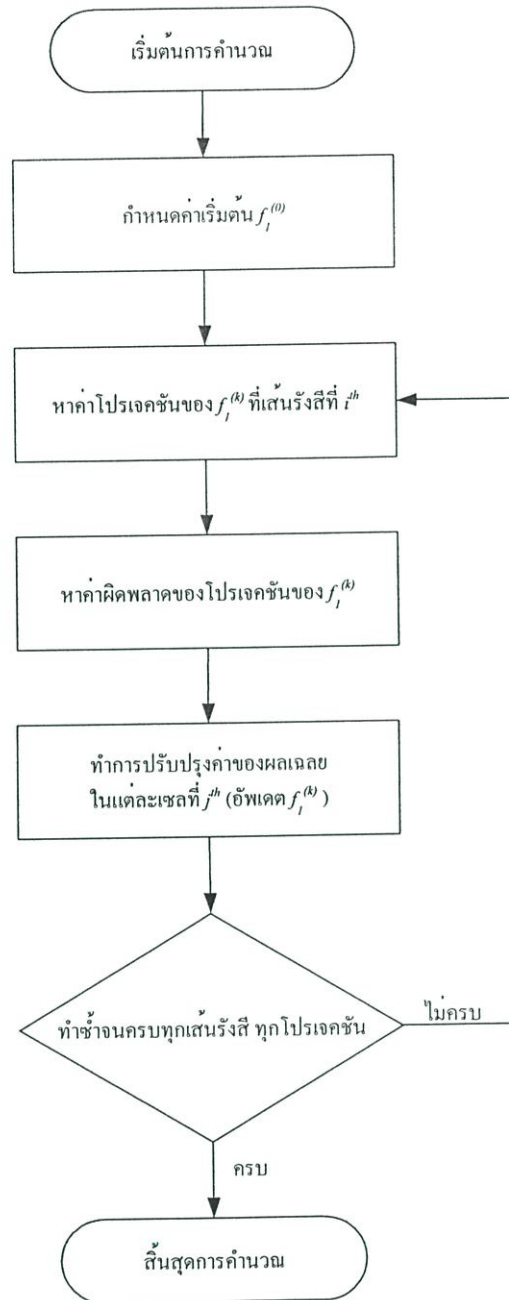
วิธี ART นี้ ได้ถูกนำเสนอสำหรับงานทางด้านเอ็กซ์เรย์คอมพิวเตอร์ [18] และได้ถูกนำมาประยุกต์ใช้กับการสร้างภาพตัดขวางของวัตถุ โดยใช้คลื่นอัลตราโซนิก ในวิธีนี้จะปรับปรุงค่าของผลเฉลยในแต่ละเซลที่ j^{th} รังสีที่ i^{th} ผ่านก่อนที่จะปรับปรุงค่าของผลเฉลยในแต่ละเซลที่ j^{th} ในรังสีถัดไป ดังนั้นเราสามารถเขียนสมการค่าโปรเจกชันของผลเฉลยได้เป็น

$$f_j^{(k+1)} = f_j^{(k)} + \frac{p_i - \sum_{l=1}^N f_l^{(k)} w_{il}}{\sum_{l=1}^N w_{il}^2} w_{ij} \quad (5.7)$$

ขั้นตอนของการคำนวณอธิบายได้ดังนี้

1. กำหนดค่าเริ่มต้นของ $f_j^0 = 0$
2. หาค่าโปรเจกชันของ f_j^k ที่เส้นรังสีที่ i^{th}
3. หาค่าผิดพลาดของโปรเจกชันของ f_j^k
4. ทำการปรับปรุงค่าของผลเฉลยในแต่ละเซลล์ที่ j^{th}
5. ทำซ้ำตั้งแต่ข้อที่ 2-4 จนครบทุกๆรังสี เป็นการเสร็จการคำนวณการทำซ้ำที่ k^{th}

จากขั้นตอนของการคำนวณที่อธิบายไปแล้วสามารถเขียนเป็น Flow chart ได้ ดังแสดงในรูปที่ 5.3 ในการประยุกต์ใช้กับอัลตราโซนิกทำได้โดย ในสมการที่ (5.7) แทนค่า p_i คือข้อมูลโปรเจกชันที่ได้มาจากค่าความแตกต่างระหว่างคลื่นที่เดินทางผ่านน้ำกับคลื่นที่เดินทางผ่านวัตถุ จะเปรียบเสมือนกับค่าการลดทอนของรังสีของ X-ray ที่วัดได้ ตัวแปร i และ j ของ X-ray จะหมายถึงคลื่นที่เดินทางผ่านตัวกลางกับจำนวนข้อมูลที่ทำกรเก็บคลื่น และแทนค่า w_{ij} ซึ่งเป็นอัตราส่วนของพื้นที่ของเซลล์ที่ j ที่เส้นรังสีที่ i ผ่านเช่นเดียวกับ X-ray



รูปที่ 5.3 Flow chart แสดงขั้นตอนการคำนวณวิธี ART

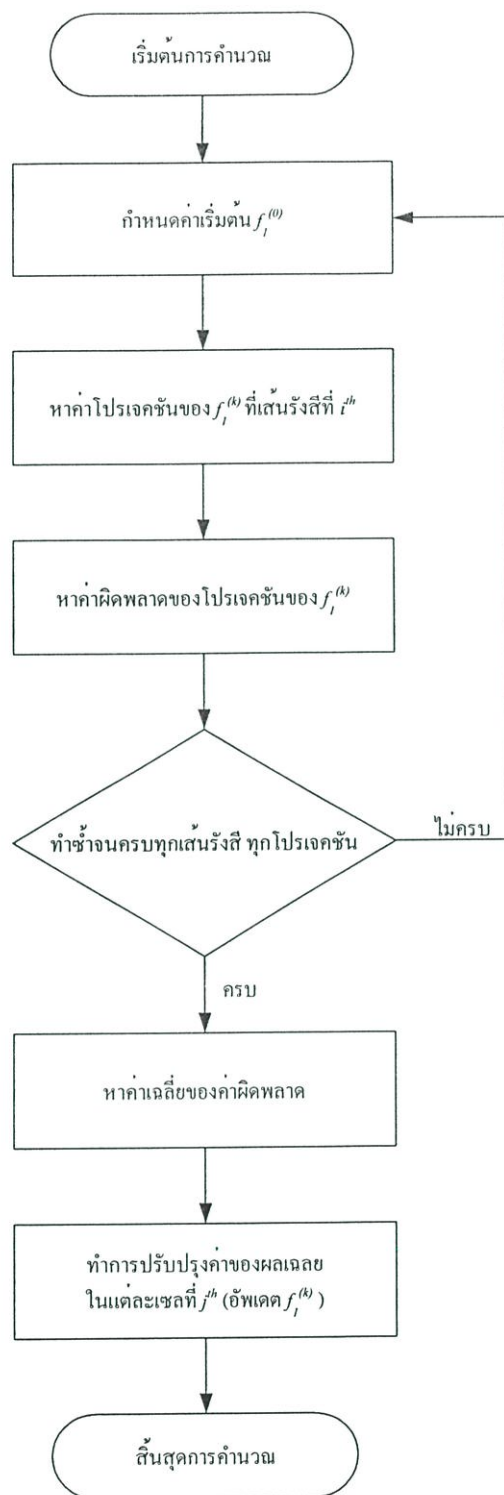
5.3.2 SIRT (Simultaneous Iterative Reconstruction Technique)

วิธี SIRT [19] ได้ถูกนำมาประยุกต์ใช้กับการสร้างภาพตัดขวางของวัตถุโดยใช้คลื่นอัลตราโซนิค เช่นเดียวกัน ในวิธีนี้จะปรับปรุงค่าของผลเฉลยในแต่ละเซลล์ที่ j^{th} ภายหลังจากการทำซ้ำจนครบทุกเส้นรังสีทุกโปรเจกชัน ดังนั้นเราสามารถเขียนสมการค่าโปรเจกชันของผลเฉลยได้เป็น

$$f_j^{(k+1)} = f_j^{(k)} + \frac{\sum_i \left[w_{ij} \frac{p_i - \sum_{l=1}^N w_{il} f_l^{(k)}}{\sum_{l=1}^N w_{il}} \right]}{\sum_i w_{ij}} \quad (5.8)$$

ขั้นตอนของการคำนวณอธิบายได้ดังนี้

1. กำหนดค่าเริ่มต้นของ $f_j^0 = 0$
2. หาค่าโปรเจกชันของ f_j^k ที่เส้นรังสีที่ i^{th}
3. หาค่าผิดพลาดของโปรเจกชันของ f_j^k
4. ทำการทำซ้ำในข้อที่ 2 และ 3 จนครบทุกเส้นรังสีและทุกโปรเจกชัน
5. หาค่าเฉลี่ยของค่าผิดพลาด
6. ทำการปรับปรุงค่าของผลเฉลยในแต่ละเซลล์ที่ j^{th}



รูปที่ 5.4 Flow chart แสดงขั้นตอนการคำนวณวิธี SIRT

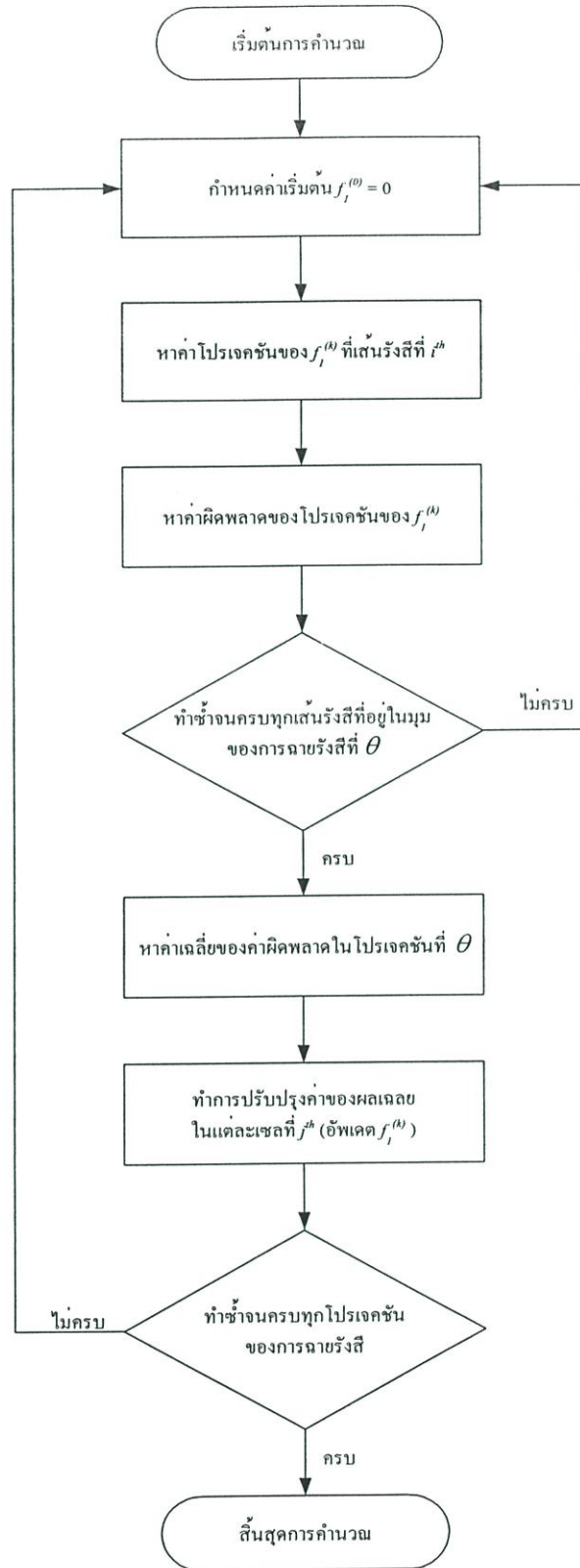
5.3.2 SART (Simultaneous Algebraic Reconstruction Technique)

วิธี SART [19-20] ได้ถูกนำมาประยุกต์ใช้กับการสร้างภาพตัดขวางของวัตถุโดยใช้คลื่นอัลตราโซนิก ได้เช่นเดียวกัน ในวิธีนี้จะปรับปรุงค่าของผลเฉลยในแต่ละเซลล์ที่ j^{th} ภายหลังจากการทำจนครบทุกทุกโปรเจกชัน ดังนั้นเราสามารถเขียนสมการค่าโปรเจกชันของผลเฉลยได้เป็น

$$f_j^{(k+1)} = f_j^{(k)} + \frac{\sum_i \left[w_{i\theta} \frac{p_{i\theta} - \sum_{l=1}^N w_{l\theta} f_l^{(k)}}{\sum_{l=1}^N w_{l\theta}} \right]}{\sum_i w_{ij\theta}} \quad (5.9)$$

ขั้นตอนของการคำนวณอธิบายได้ดังนี้

1. กำหนดค่าเริ่มต้นของ $f_j^0 = 0$
2. หาค่าโปรเจกชันของ f_j^k สำหรับรังสีที่ i^{th}
3. หาค่าผิดพลาดของโปรเจกชันของ f_j^k
4. ทำการซ้ำในข้อที่ 2 และ 3 จนครบทุกเส้นรังสีที่อยู่ในมุมของการฉายรังสีที่ θ
5. หาค่าเฉลี่ยของค่าผิดพลาดในโปรเจกชันที่ θ
6. ทำการปรับปรุงค่าของผลเฉลยในแต่ละเซลล์ที่ j^{th}
7. ทำซ้ำในขั้นตอนข้างต้นจนครบทุกโปรเจกชันของการฉายรังสี เป็นการเสร็จการคำนวณการทำซ้ำที่ k^{th}



รูปที่ 5.5 Flow chart แสดงขั้นตอนการคำนวณวิธี SART

บทที่ 6

การทดลองและผลการทดลอง

6.1 บทนำ

จากทั้งหมดที่ผ่านมาได้ทราบถึงวิธีการสร้างภาพตัดขวางซึ่งประกอบด้วยวิธีการแปลงฟูเรียร์ วิธีแบคโปรเจกชัน วิธีฟิลเตอร์แบคโปรเจกชัน และวิธีอัลกอริทึมทางพีชคณิต ในบทนี้จะกล่าวถึงการทดลองและผลการทดลองซึ่งจะแบ่งการทดลองออกเป็น 2 ส่วน คือ การทดลองสร้างภาพตัดขวางของวัตถุจริงที่มีค่าความหนาแน่นของวัตถุค่าเดียวกัน และการทดลองสร้างภาพตัดขวางของวัตถุจริงที่มีค่าความหนาแน่นของวัตถุที่แตกต่างกัน โดยการทดลองนี้กระทำการบนเครื่องคอมพิวเตอร์ Intel® Pentium4 1.9 GHz หน่วยความจำขนาด 256 MB ชนิด RDRAM และใช้โปรแกรมภาษา C++

6.2 การทดลองสร้างภาพตัดขวางของวัตถุจริงที่มีค่าความหนาแน่นของวัตถุค่าเดียวกัน

การทดลองนี้ได้เลือกทำการทดลองสร้างภาพตัดขวางกับวัตถุที่มีรูปแบบทรงเรขาคณิตต่างๆ และมีค่าความหนาแน่นของวัตถุค่าเดียวกัน โดยจะทำการทดลองสร้างภาพตัดขวางจากคลื่นอัลตราโซนิกที่ใช้หลักการสมมติทางเดินของคลื่นเป็นเส้นตรงเหมือนกับทางเดินแสงของเอ็กซ์เรย์ด้วยวิธีการแปลงฟูเรียร์ วิธีแบคโปรเจกชัน วิธีฟิลเตอร์แบคโปรเจกชัน และวิธีอัลกอริทึมทางพีชคณิต จากนั้นทำการหาค่าความผิดพลาดที่เกิดขึ้นจากวิธีการสร้างภาพตัดขวางแบบต่างๆ ซึ่งในการทดลองนี้จะทำการหาค่าความผิดพลาดจากค่าระดับเทาของวัตถุและค่าดัชนีหักเหของวัตถุ โดยในการหาค่าความผิดพลาดจะใช้วิธี Mean Square Error (MSE) โดยมีสมการดังนี้

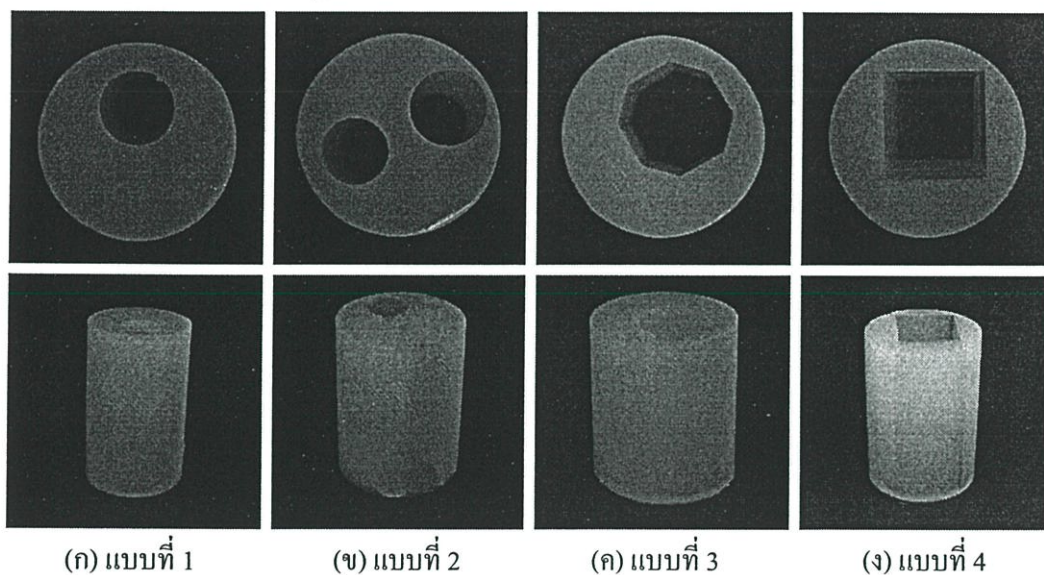
$$MSE(\%) = \frac{\iint [o(\vec{r}) - o'(\vec{r})]^2 d\vec{r}}{\iint [o(\vec{r})]^2 d\vec{r}} \times 100 \quad (6.1)$$

โดยที่ $o(\vec{r})$ เป็นภาพต้นฉบับ $o'(\vec{r})$ เป็นภาพตัดขวางที่ถูกสร้างกลับ และ r เป็นขอบเขตที่สนใจ

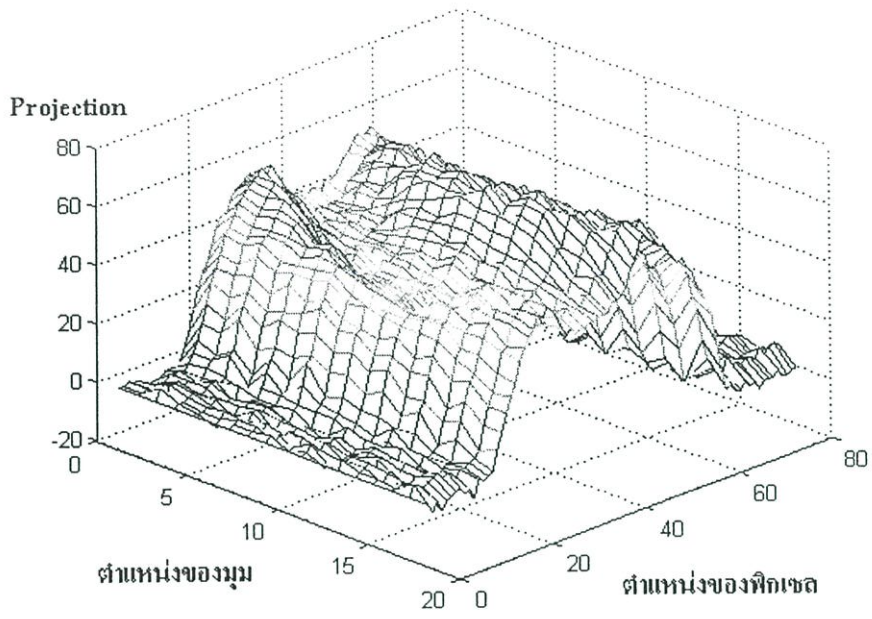
วิธีการสร้างภาพกลับที่ดีจะต้องมีค่าความผิดพลาดที่ต่ำ ซึ่งแสดงถึงภาพที่ถูกสร้างกลับมีลักษณะใกล้เคียงกับภาพทดสอบมากที่สุด และสำหรับวิธีการสร้างภาพกลับที่ใช้อัลกอริทึมทางพีชคณิตที่ดี จำเป็นต้องใช้จำนวนของการทำซ้ำน้อยที่สุดที่ยอมรับค่าความผิดพลาดนั้นได้

6.2.1 วิธีการทดลองสร้างภาพตัดขวางและการหาค่าความผิดพลาดจากค่าระดับเทาของวัตถุ

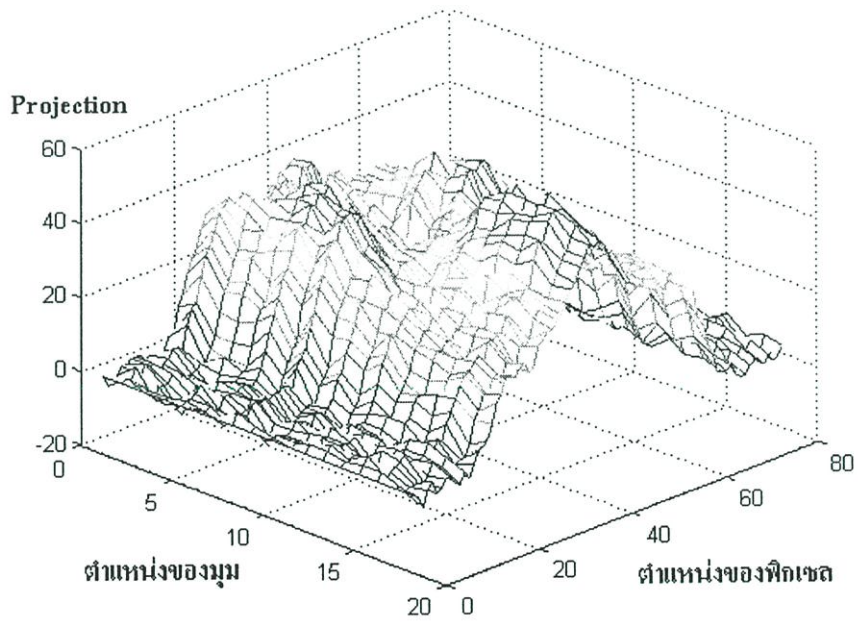
การทดลองสร้างภาพตัดขวางจากวัตถุจริงที่ทำมาจากวุ้นทั้ง 4 แบบที่มีขนาดเส้นผ่าศูนย์กลาง 5 เซนติเมตร ดังแสดงในรูปที่ 6.1 จะทำโดยนำวุ้นวางลงบนชุดแท่นหมุนมุมแล้วใช้มอเตอร์สแกนวัตถุตามแนวแกน x เพื่อทำการเก็บคลื่นอัลตราโซนิก โดยจะทำการสแกนเก็บคลื่นอัลตราโซนิกทีละ 1 มิลลิเมตร จนกระทั่งครบ 80 มิลลิเมตร ซึ่งจะใช้เวลา 15 นาที หลังจากนั้นทำการเปลี่ยนมุมแล้วทำการสแกนเก็บคลื่นอัลตราโซนิกซ้ำแบบเดิมจนครบ 18 มุม โดยเวลาทั้งหมดที่ใช้ 4 ชั่วโมง 50 นาที เมื่อทำการเก็บคลื่นอัลตราโซนิกจนครบทุกมุมแล้วก็นำเอาคลื่นอัลตราโซนิกแต่ละตำแหน่งที่ทำการสแกนมาหาค่าโปรเจกชันในแต่ละมุม การทำโปรเจกชันใช้หลักการวัดค่าความแตกต่างของเวลาที่คลื่นอัลตราโซนิกเดินทางผ่านน้ำโดยตรงกับคลื่นอัลตราโซนิกเดินทางผ่านวัตถุ วิธีทำโปรเจกชันที่มุมๆ หนึ่งก็คือทำการเก็บคลื่นอัลตราโซนิกขณะไม่มีวัตถุหรือทำการเก็บคลื่นอัลตราโซนิกที่เดินทางผ่านน้ำโดยตรง โดยใช้เวลาที่มิแอมพลิจูดสูงสุดเป็นค่าอ้างอิงแล้วก็นำไปหาค่าความแตกต่างของเวลาที่มิแอมพลิจูดสูงสุดที่คลื่นอัลตราโซนิกเดินทางผ่านที่ตำแหน่งต่างๆจนครบระยะที่สแกนก็จะได้ข้อมูลโปรเจกชันที่มุมๆ หนึ่ง แล้วทำจนครบทุกมุมซึ่งข้อมูลโปรเจกชันของวัตถุจริงทั้ง 4 แบบถูกแสดงทั้งหมดในรูปที่ 6.2-6.5 หลังจากได้โปรเจกชันในแต่ละมุมจนครบแล้วก็นำมาสร้างภาพตัดขวางด้วยวิธีการแปลงฟูเรียร์ วิธีแบคโปรเจกชัน วิธีฟิลเตอร์แบคโปรเจกชัน และวิธีอัลกอริธึมทางพีชคณิตที่มีขนาด 80 x 80 พิกเซล โดยขนาดของพิกเซล หมายถึง ระยะการสแกนเก็บคลื่นอัลตราโซนิกทั้งหมด ซึ่งคิดระยะการสแกนแต่ละตำแหน่งที่ทำการเก็บคลื่นคือ 1 พิกเซล เท่ากับ 1 มิลลิเมตร



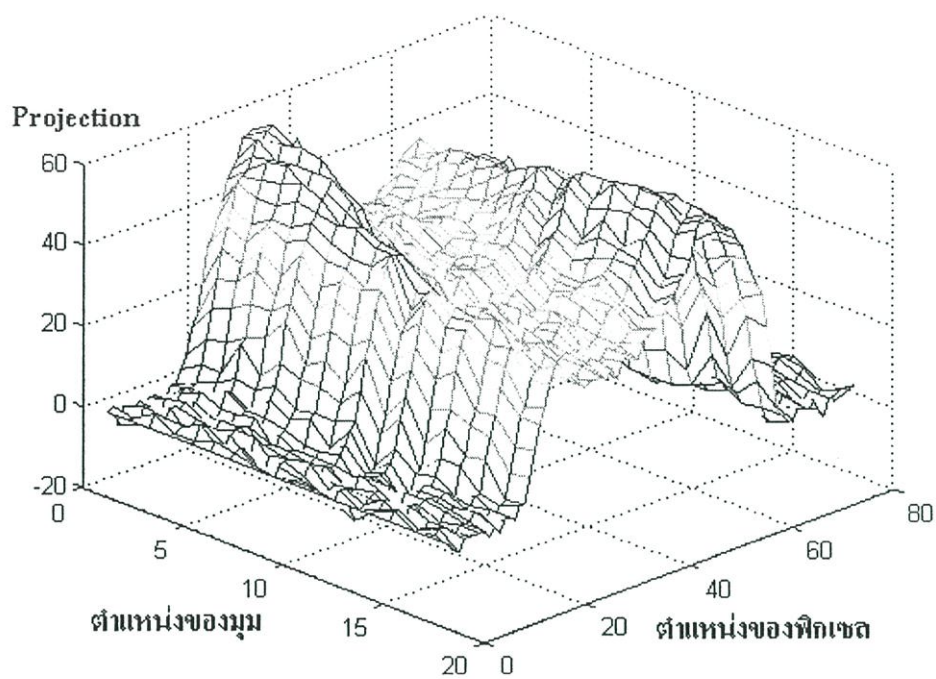
รูปที่ 6.1 แสดงวัตถุจริงที่ทำมาจากวุ้นทั้ง 4 แบบที่มีขนาดเส้นผ่าศูนย์กลาง 5 เซนติเมตรและมีค่าความหนาแน่นของวัตถุค่าเดียวกัน



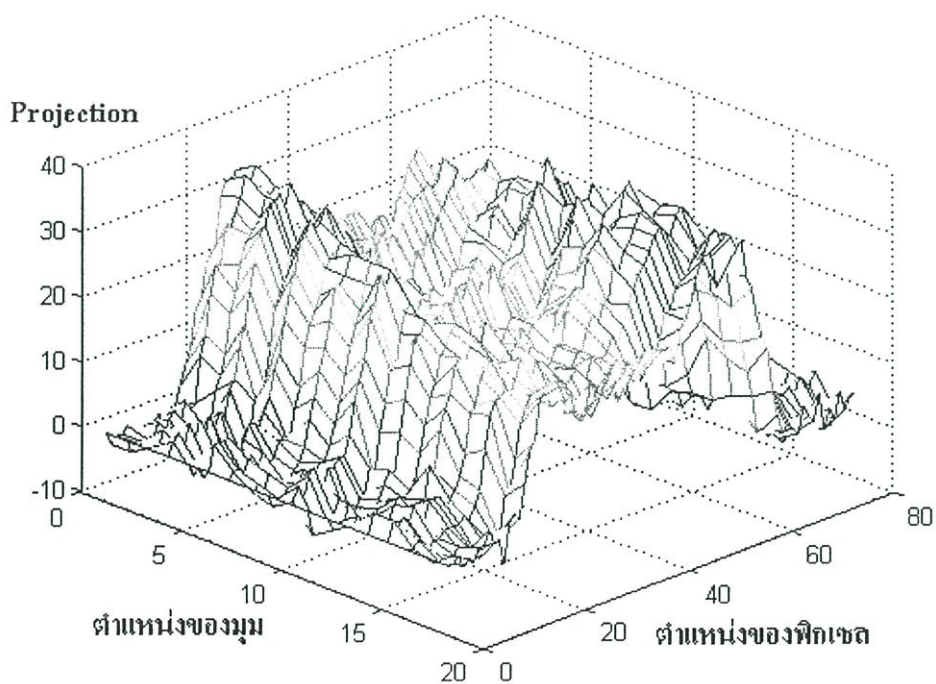
รูปที่ 6.2 แสดงข้อมูลโปรเจกชันของวัตถุจริงแบบที่ 1



รูปที่ 6.3 แสดงข้อมูลโปรเจกชันของวัตถุจริงแบบที่ 2



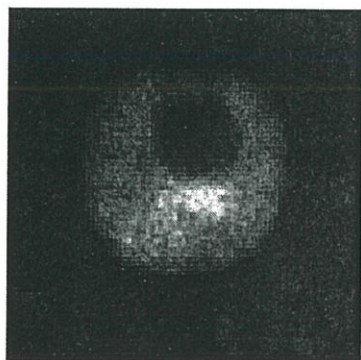
รูปที่ 6.4 แสดงข้อมูลโปรเจกชันของวัตถุจริงแบบที่ 3



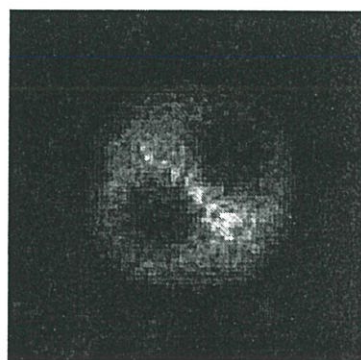
รูปที่ 6.5 แสดงข้อมูลโปรเจกชันของวัตถุจริงแบบที่ 4

6.2.1.1 การสร้างภาพตัดขวางโดยวิธีการแปลงฟูเรียร์

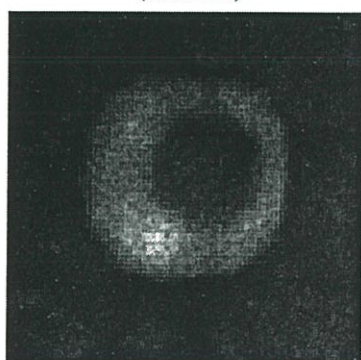
ผลการทดลองสร้างภาพตัดขวางจากวัตถุจริงทั้ง 4 แบบ โดยใช้วิธีการแปลงฟูเรียร์ที่มีจำนวนโปรเจกชัน 18 มุม ภาพตัดขวางที่ได้มีขนาด 80x80 พิกเซล และทำการหาค่าความผิดพลาดจากค่าระดับเทาของวัตถุ



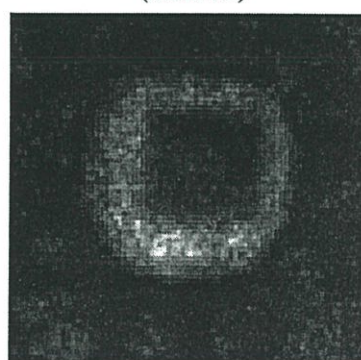
(แบบที่ 1)



(แบบที่ 2)



(แบบที่ 3)



(แบบที่ 4)

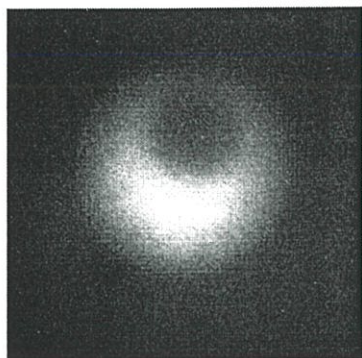
รูปที่ 6.6 รูปผลการทดลองสร้างภาพตัดขวางที่ได้จากวิธีการแปลงฟูเรียร์

ตารางที่ 6.1 ตารางเปรียบเทียบค่าผิดพลาดของภาพตัดขวางทั้ง 4 แบบที่ได้จากวิธีการแปลงฟูเรียร์ที่มีจำนวนโปรเจกชัน 18 มุม

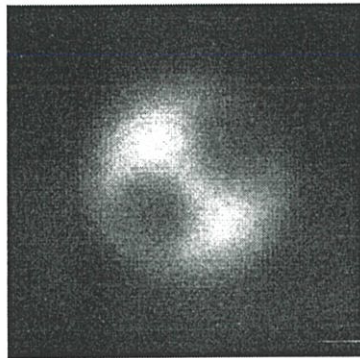
| ภาพตัดขวางแบบ | 1 | 2 | 3 | 4 |
|----------------|-------|-------|-------|-------|
| ค่าผิดพลาด (%) | 56.44 | 58.12 | 52.41 | 57.48 |

6.2.1.2 การสร้างภาพตัดขวางโดยวิธีแบคโปรเจกชัน

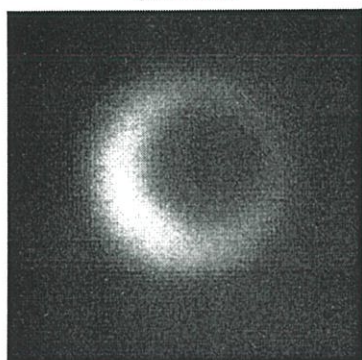
ผลการทดลองสร้างภาพตัดขวางจากวัตถุจริงทั้ง 4 แบบ โดยใช้วิธีแบคโปรเจกชันที่มีจำนวนโปรเจกชัน 18 มุม ภาพตัดขวางที่ได้มีขนาด 80x80 พิกเซล และทำการหาค่าความผิดพลาดจากค่าระดับเทาของวัตถุ



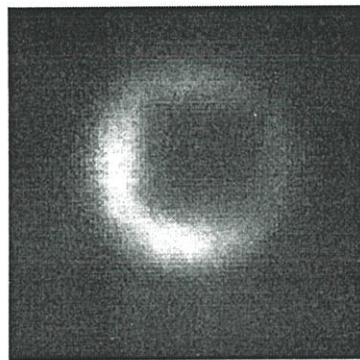
(แบบที่ 1)



(แบบที่ 2)



(แบบที่ 3)



(แบบที่ 4)

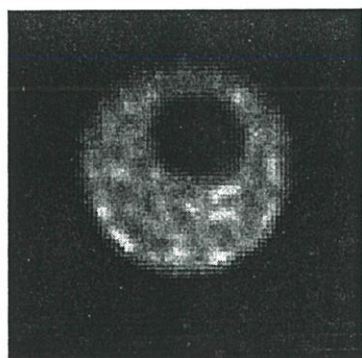
รูปที่ 6.7 รูปผลการทดลองสร้างภาพตัดขวางที่ได้จากวิธีแบคโปรเจกชัน

ตารางที่ 6.2 ตารางเปรียบเทียบค่าผิดพลาดของภาพตัดขวางทั้ง 4 แบบที่ได้จากวิธีแบคโปรเจกชัน ที่มีจำนวนโปรเจกชัน 18 มุม

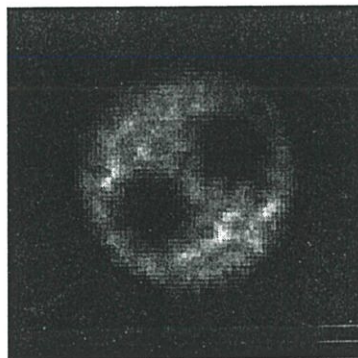
| ภาพตัดขวางแบบ | 1 | 2 | 3 | 4 |
|----------------|-------|-------|-------|-------|
| ค่าผิดพลาด (%) | 65.38 | 77.75 | 72.11 | 70.61 |

6.2.1.3 การสร้างภาพตัดขวางโดยวิธีฟิลเตอร์แบคโปรเจกชัน

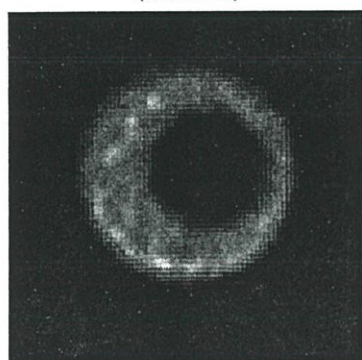
ผลการทดลองสร้างภาพตัดขวางจากวัตถุจริงทั้ง 4 แบบ โดยใช้วิธีฟิลเตอร์แบคโปรเจกชันที่มีจำนวนโปรเจกชัน 18 มุม ภาพตัดขวางที่ได้มีขนาด 80x80 พิกเซล และทำการหาค่าความผิดพลาดจากค่าระดับเทาของวัตถุ



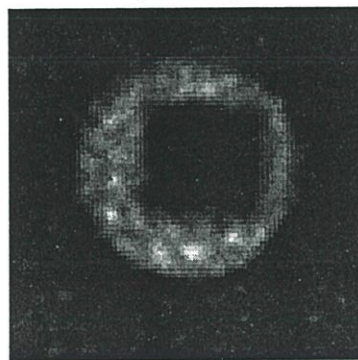
(แบบที่ 1)



(แบบที่ 2)



(แบบที่ 3)



(แบบที่ 4)

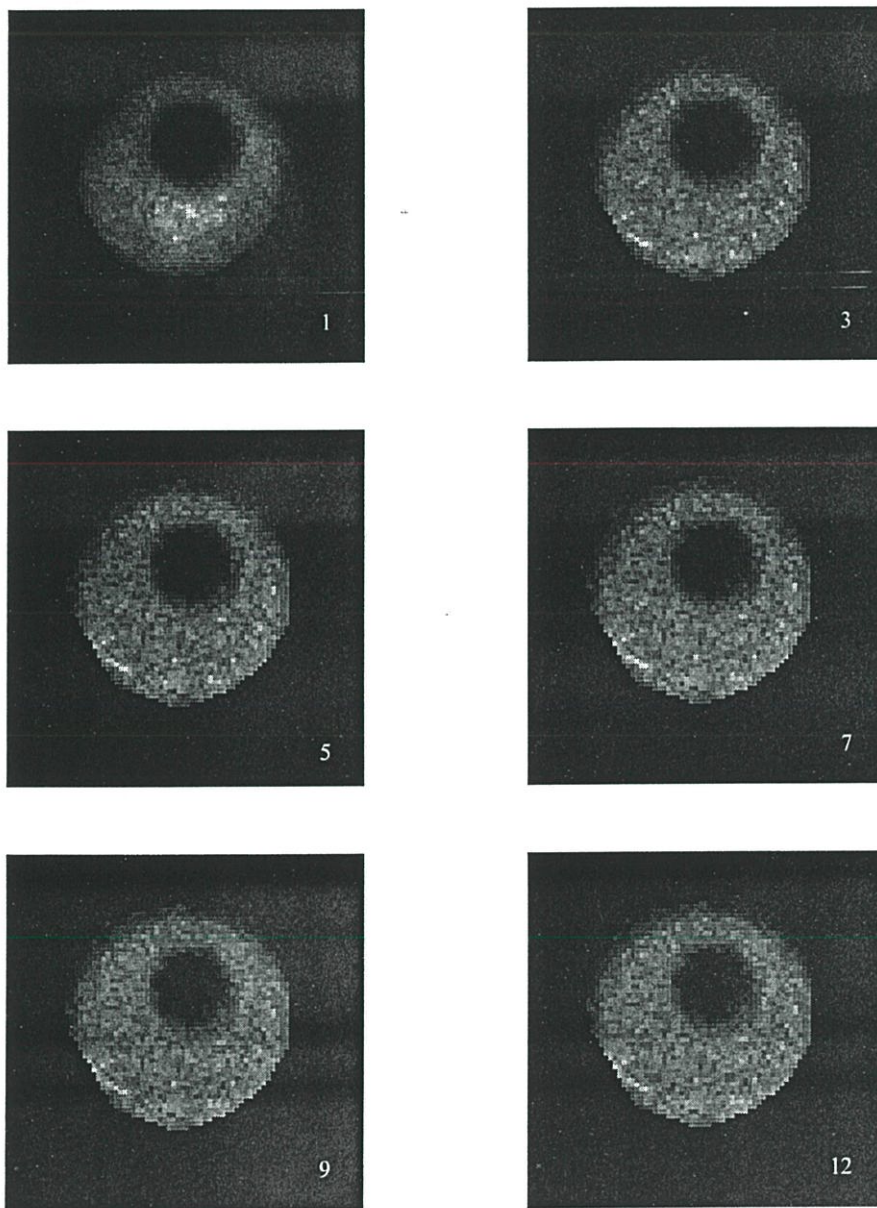
รูปที่ 6.8 รูปผลการทดลองสร้างภาพตัดขวางที่ได้จากวิธีฟิลเตอร์แบคโปรเจกชัน

ตารางที่ 6.3 ตารางเปรียบเทียบค่าผิดพลาดของภาพตัดขวางทั้ง 4 แบบที่ได้จากวิธีฟิลเตอร์แบคโปรเจกชัน ที่มีจำนวนโปรเจกชัน 18 มุม

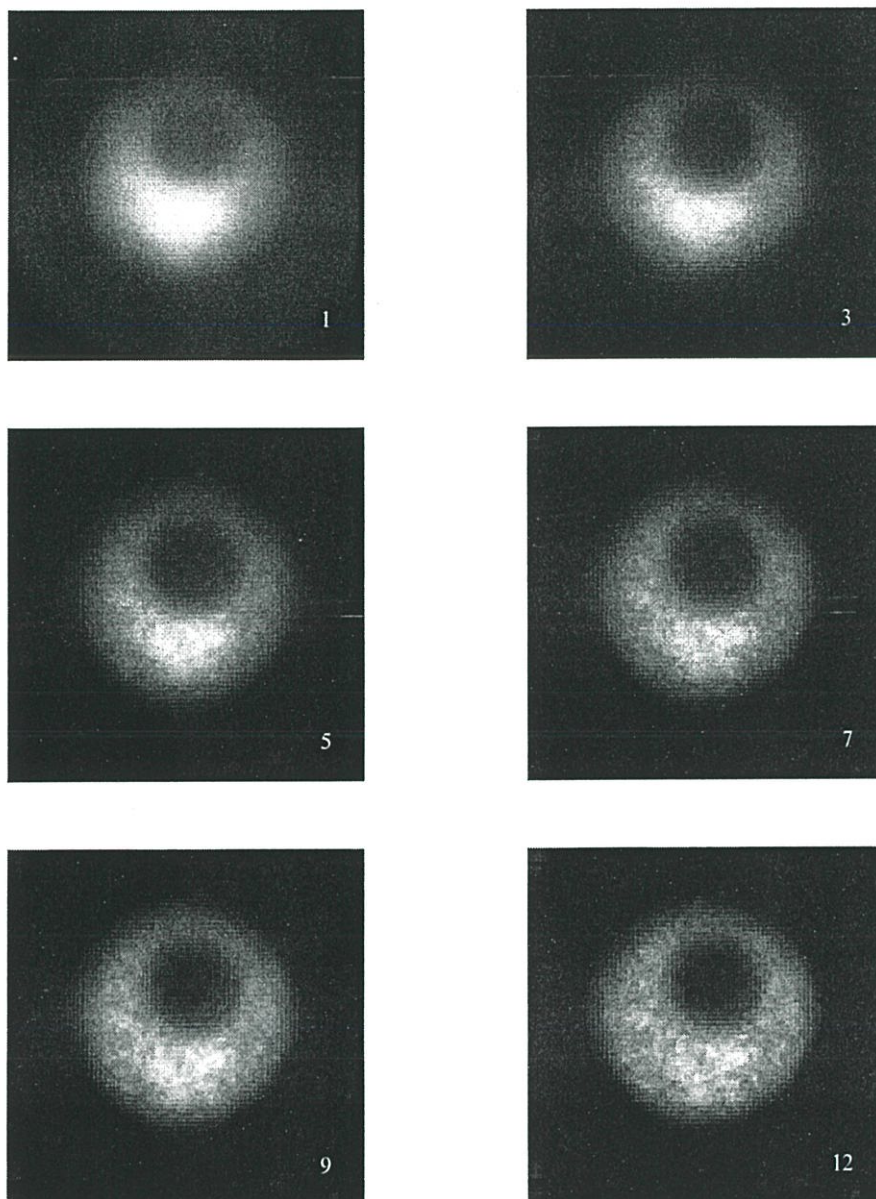
| ภาพตัดขวางแบบ | 1 | 2 | 3 | 4 |
|----------------|-------|-------|-------|-------|
| ค่าผิดพลาด (%) | 40.16 | 45.16 | 41.11 | 44.65 |

6.2.1.4 การสร้างภาพตัดขวางโดยอัลกอริธึมทางพีชคณิต

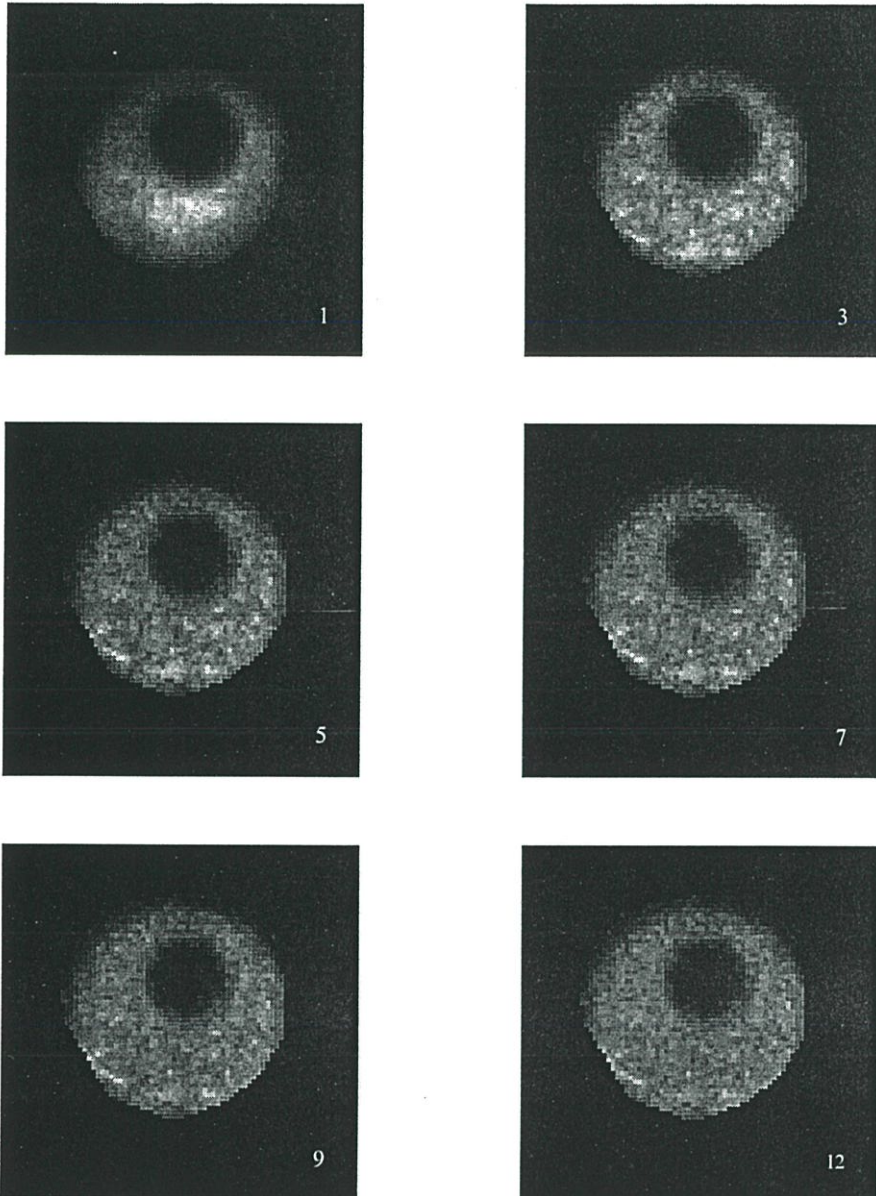
ผลการทดลองสร้างภาพตัดขวางจากวัตถุจริงของแบบที่ 1 ถึง 4 โดยวิธี ART, SIRT และ SART ที่มีจำนวนโปรเจกชัน 18 มุม ที่ใช้จำนวนการทำซ้ำเป็น 1, 3, 5, 7, 9 และ 12 ภาพตัดขวางที่ได้มีขนาด 80x80 พิกเซลและทำการหาค่าความผิดพลาดจากค่าระดับเทาของวัตถุ



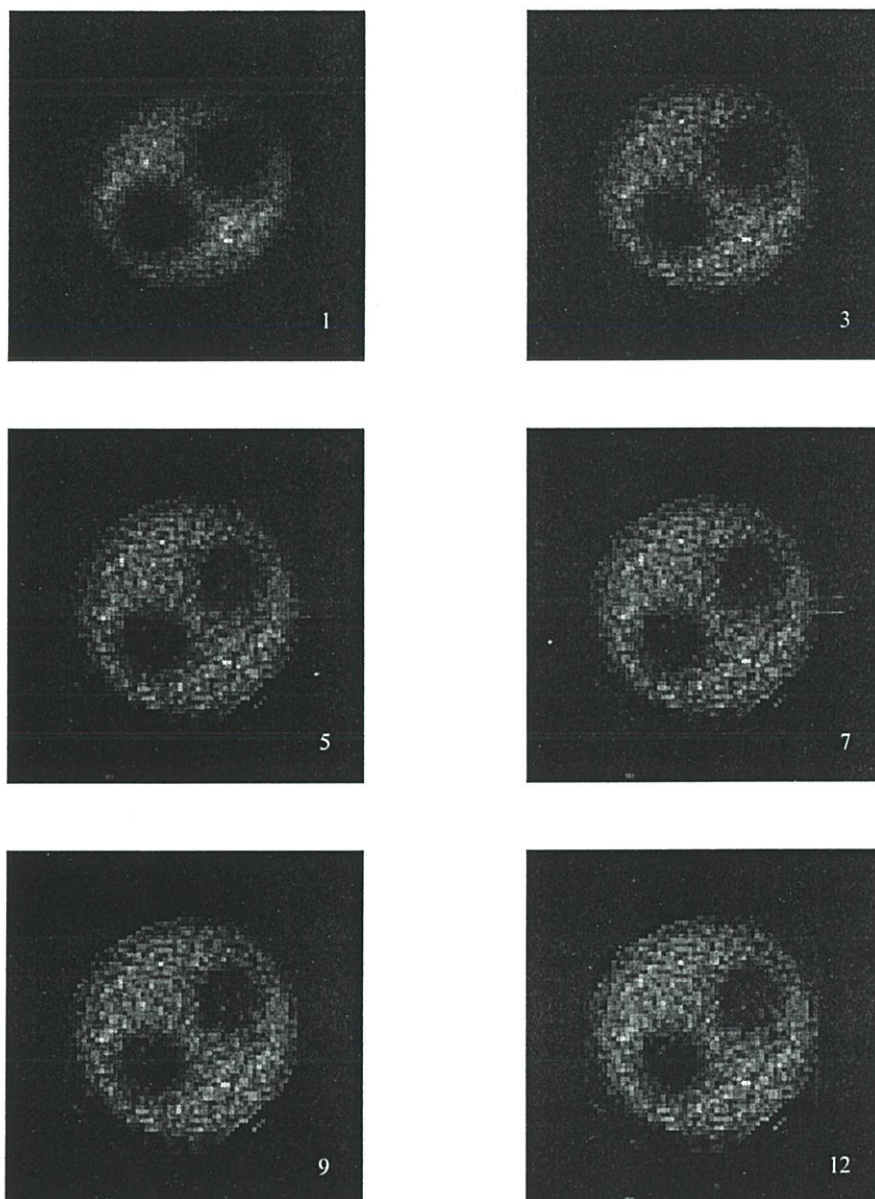
รูปที่ 6.9 รูปผลการทดลองสร้างภาพตัดขวางของแบบที่ 1 โดยวิธี ART ที่มีจำนวน โปรเจกชัน 18 มุม โดยใช้จำนวนการทำซ้ำเป็น 1, 3, 5, 7, 9 และ 12



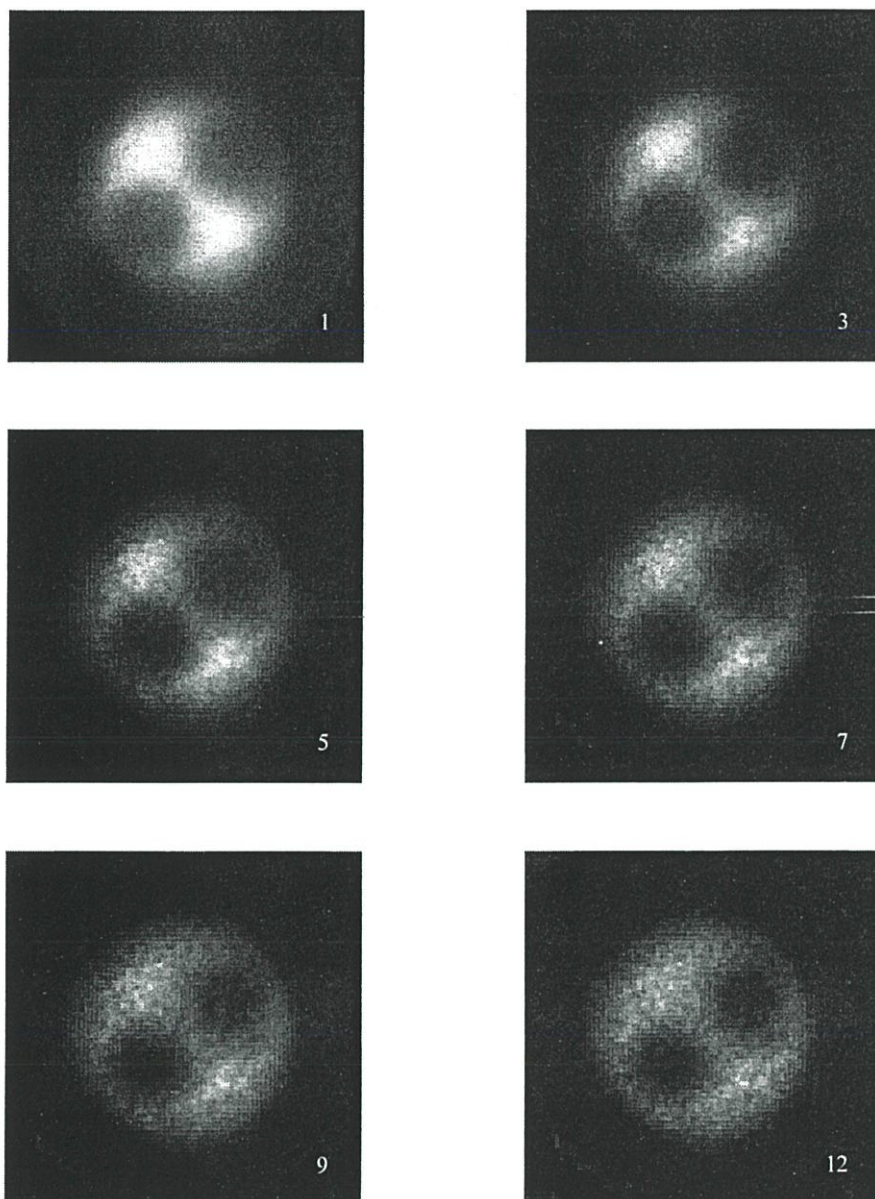
รูปที่ 6.10 รูปผลการทดลองสร้างภาพตัดขวางของแบบที่ 1 โดยวิธี SIRT ที่มีจำนวนโปรเจกชัน 18 มุม โดยใช้จำนวนการทำซ้ำเป็น 1, 3, 5, 7, 9 และ 12



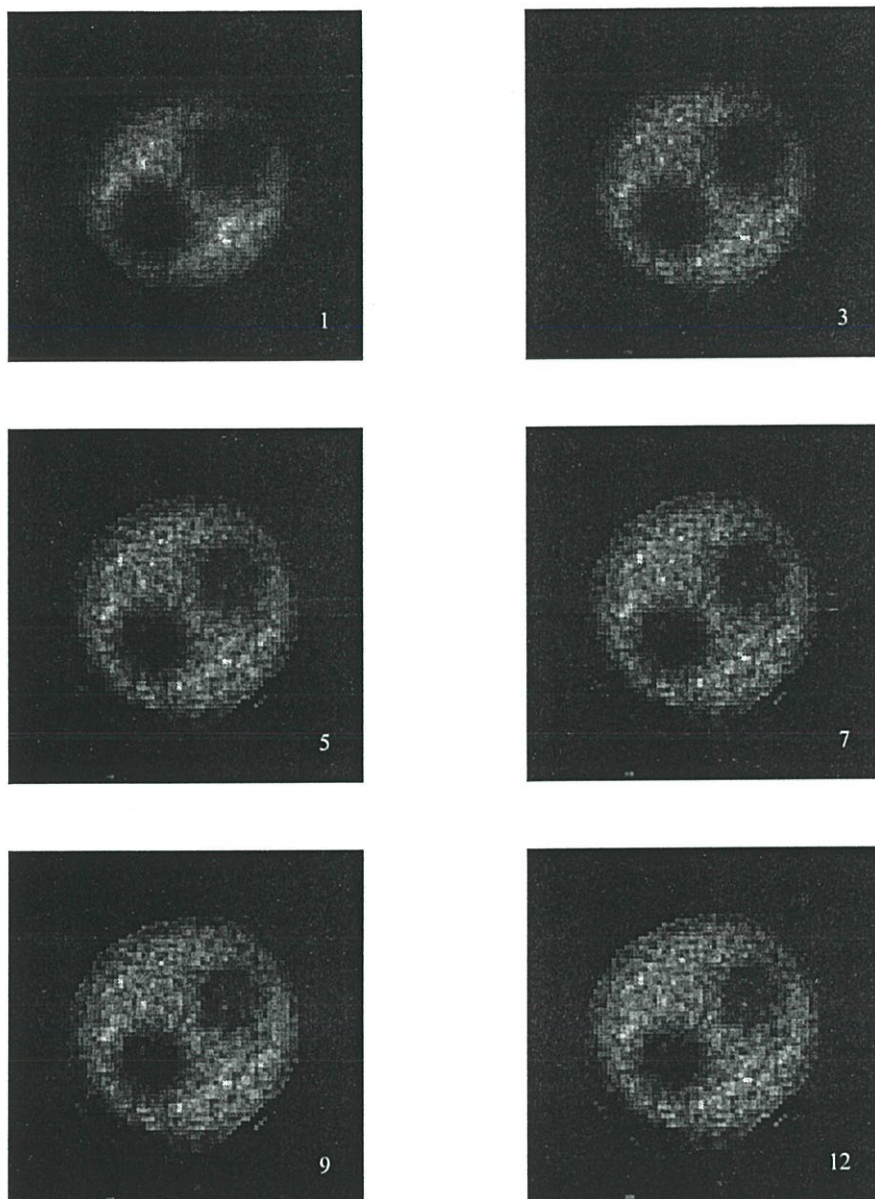
รูปที่ 6.11 รูปผลการทดลองสร้างภาพตัดขวางของแบบที่ 1 โดยวิธี SART ที่มีจำนวน โปรเจกชัน 18 มุม โดยใช้จำนวนการทำซ้ำเป็น 1, 3, 5, 7, 9 และ 12



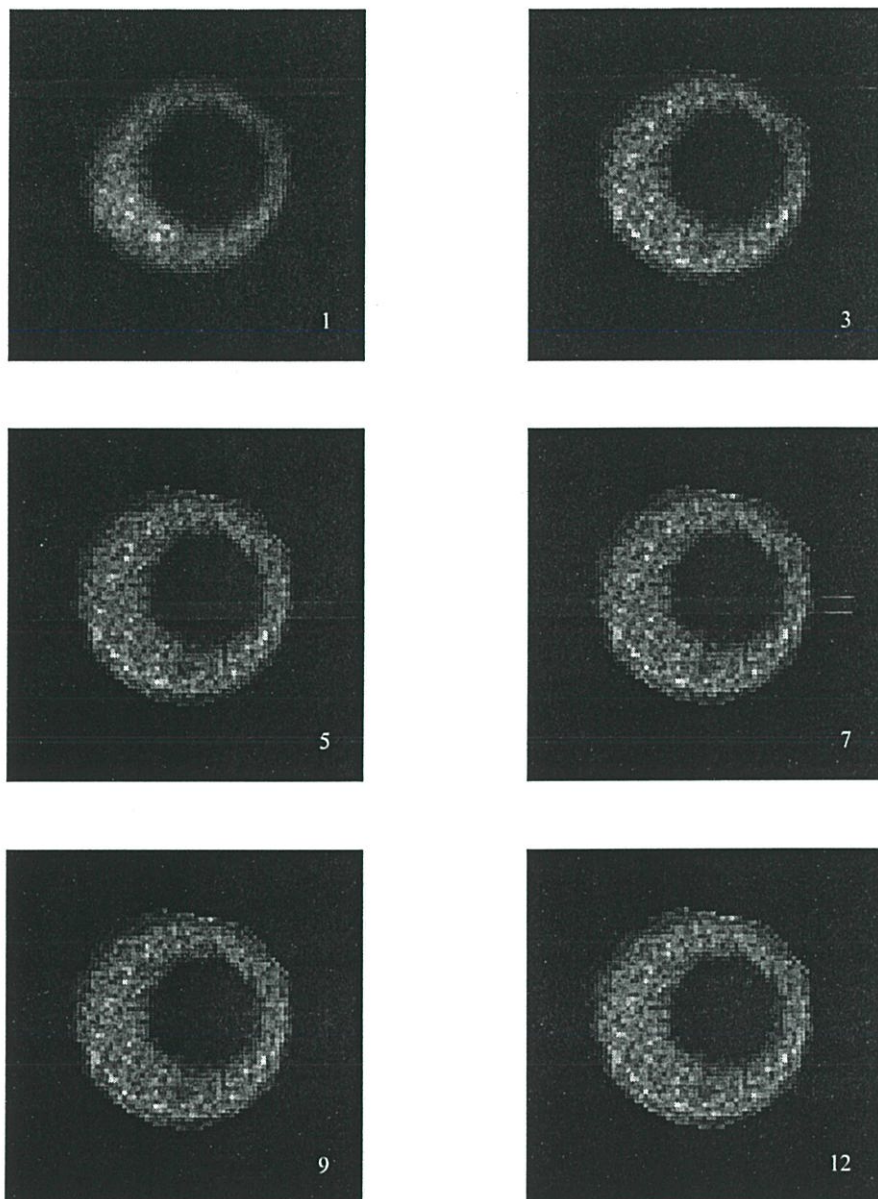
รูปที่ 6.12 รูปผลการทดลองสร้างภาพตัดขวางของแบบที่ 2 โดยวิธี ART ที่มีจำนวนโปรเจกชัน 18 มุม โดยใช้จำนวนการทำซ้ำเป็น 1, 3, 5, 7, 9 และ 12



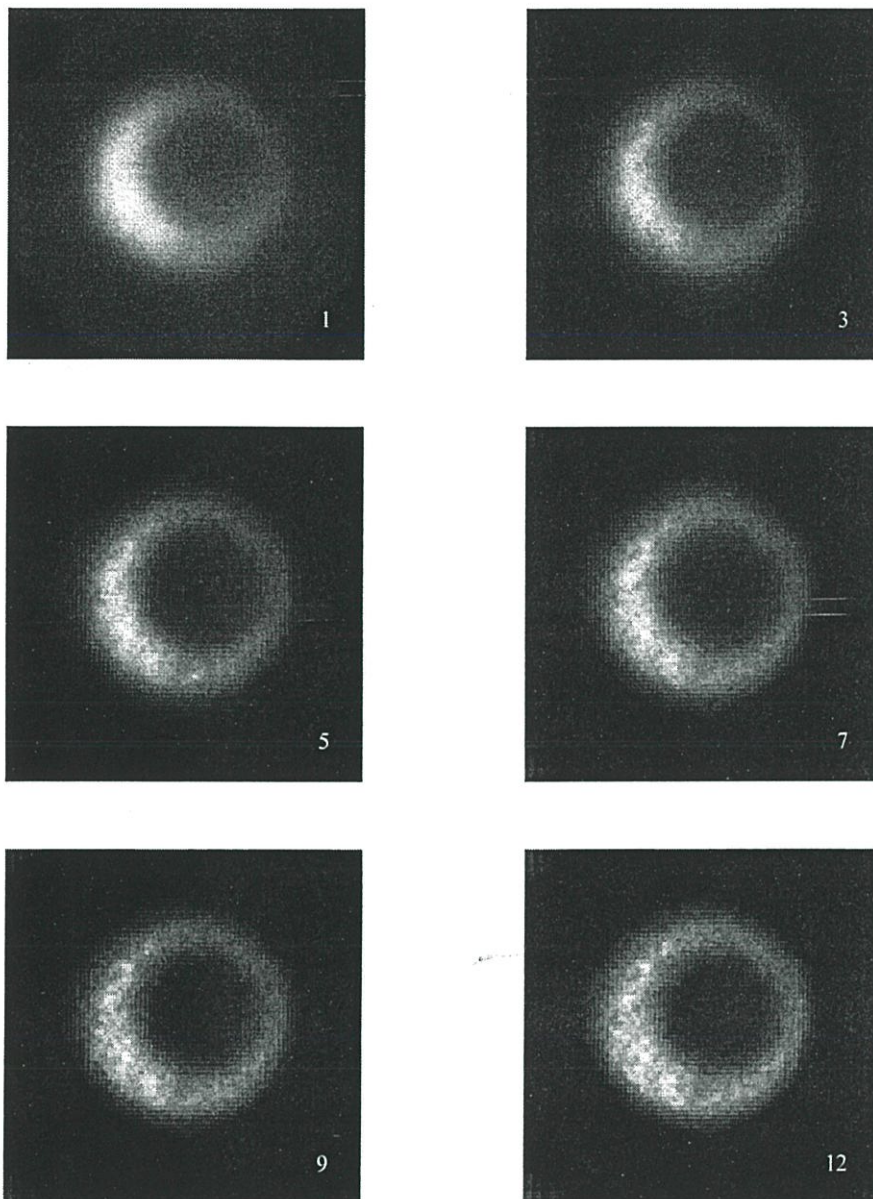
รูปที่ 6.13 รูปผลการทดลองสร้างภาพตัดขวางของแบบที่ 2 โดยวิธี SIRT ที่มีจำนวนโปรเจกชัน 18 มุม โดยใช้จำนวนการทำซ้ำเป็น 1, 3, 5, 7, 9 และ 12



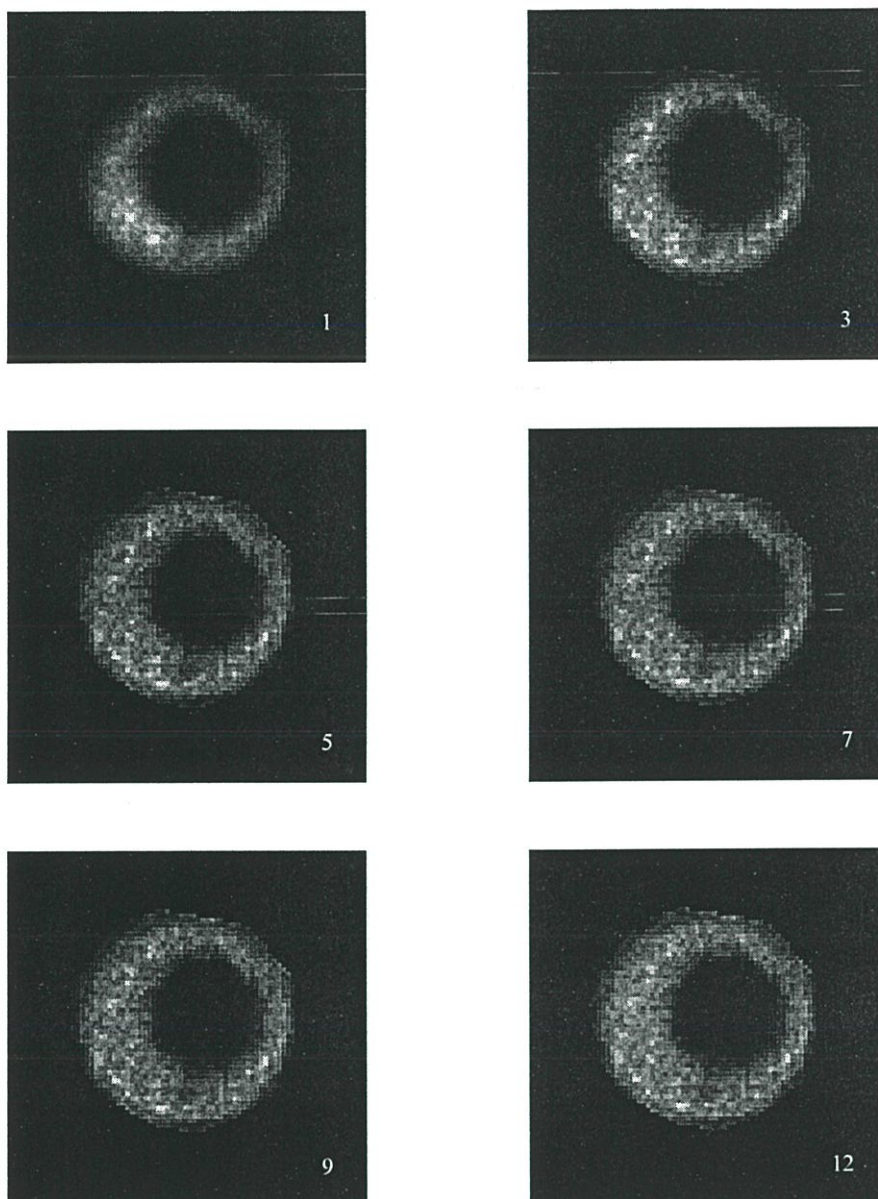
รูปที่ 6.14 รูปผลการทดลองสร้างภาพตัดขวางของแบบที่ 2 โดยวิธี SART ที่มีจำนวนโปรเจกชัน 18 มุม โดยใช้จำนวนการทำซ้ำเป็น 1, 3, 5, 7, 9 และ 12



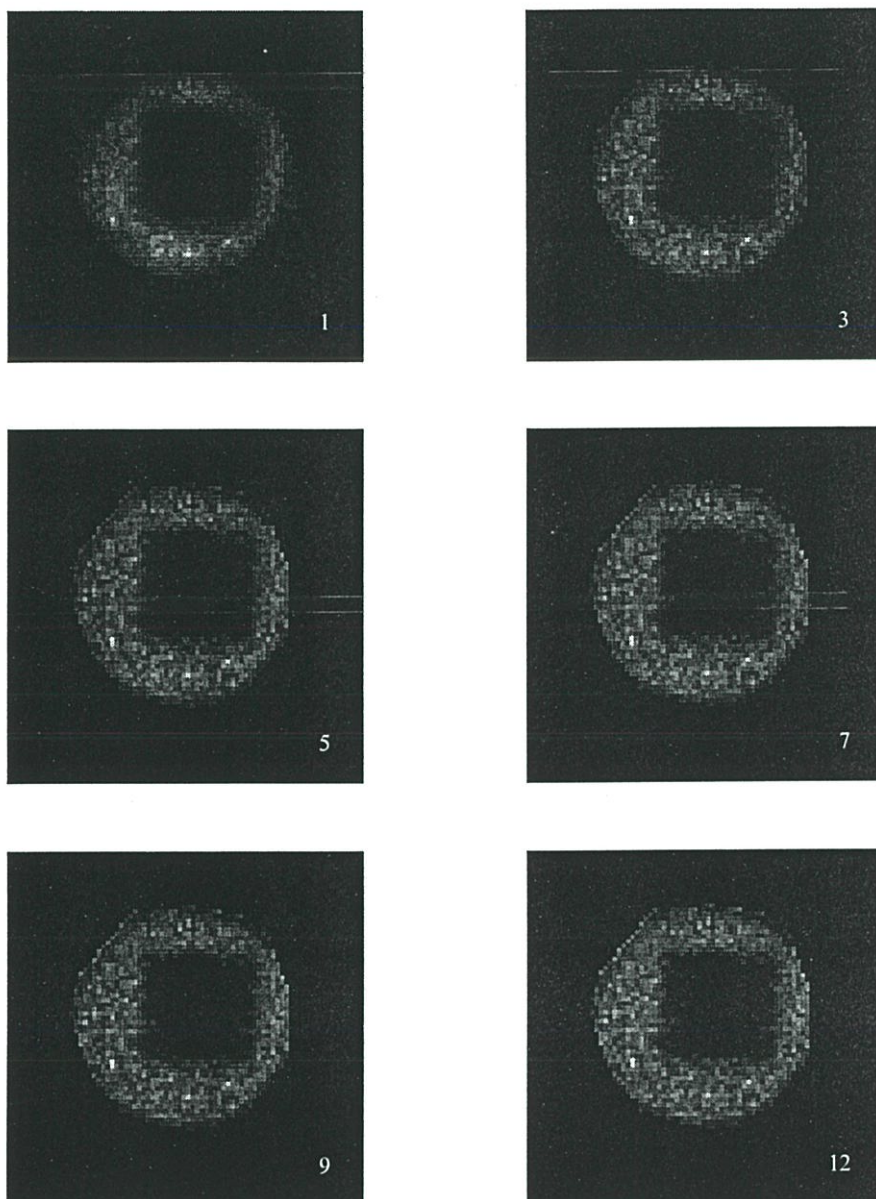
รูปที่ 6.15 รูปผลการทดลองสร้างภาพตัดขวางของแบบที่ 3 โดยวิธี ART ที่มีจำนวนโปรเจกชัน 18 มุม โดยใช้จำนวนการทำซ้ำเป็น 1, 3, 5, 7, 9 และ 12



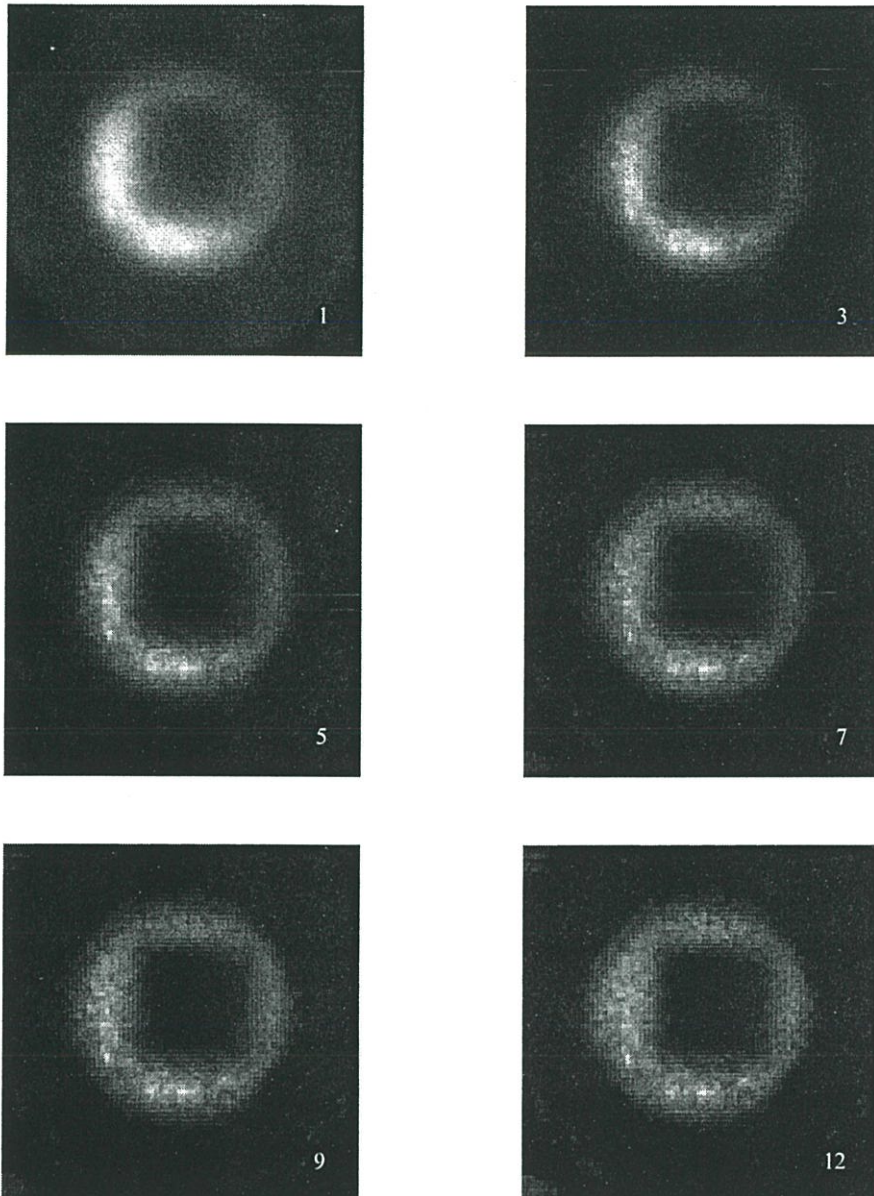
รูปที่ 6.16 รูปผลการทดลองสร้างภาพตัดขวางของแบบที่ 3 โดยวิธี SIRT ที่มีจำนวนโปรเจกชัน 18 มุม โดยใช้จำนวนการทำซ้ำเป็น 1, 3, 5, 7, 9 และ 12



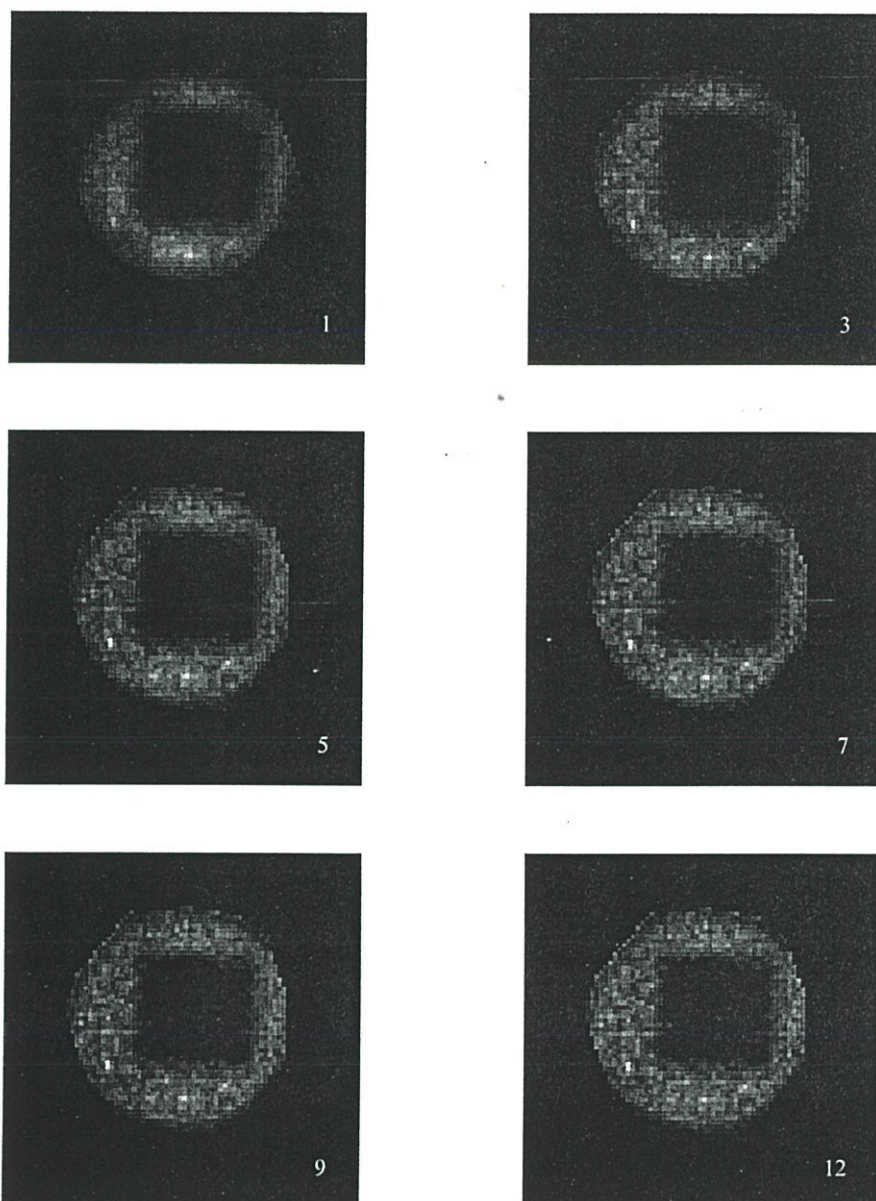
รูปที่ 6.17 รูปผลการทดลองสร้างภาพตัดขวางของแบบที่ 3 โดยวิธี SART ที่มีจำนวนโปรเจกชัน 18 มุม โดยใช้จำนวนการทำซ้ำเป็น 1, 3, 5, 7, 9 และ 12



รูปที่ 6.18 รูปผลการทดลองสร้างภาพตัดขวางของแบบที่ 4 โดยวิธี ART ที่มีจำนวนโปรเจกชัน 18 มุม โดยใช้จำนวนการทำซ้ำเป็น 1, 3, 5, 7, 9 และ 12



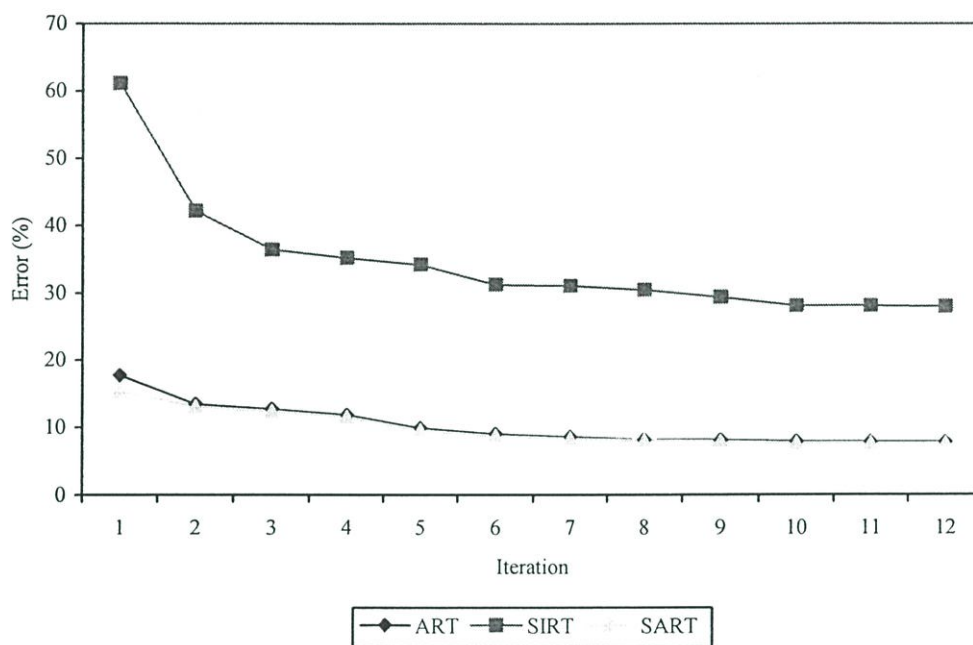
รูปที่ 6.19 รูปผลการทดลองสร้างภาพตัดขวางของแบบที่ 4 โดยวิธี SIRT ที่มีจำนวนโปรเจกชัน 18 มุม โดยใช้จำนวนการทำซ้ำเป็น 1, 3, 5, 7, 9 และ 12



รูปที่ 6.20 รูปผลการทดลองสร้างภาพตัดขวางของแบบที่ 4 โดยวิธี SART ที่มีจำนวน โปรเจกชัน 18 มุม โดยใช้จำนวนการทำซ้ำเป็น 1, 3, 5, 7, 9 และ 12

ตารางที่ 6.4 ตารางเปรียบเทียบค่าผิดพลาดของภาพตัดขวางแบบที่ 1 ที่ได้จากอัลกอริธึมทางพีชคณิต จากข้อมูล 18 โปรเจกชัน โดยใช้จำนวนการทำซ้ำตั้งแต่ 1-12

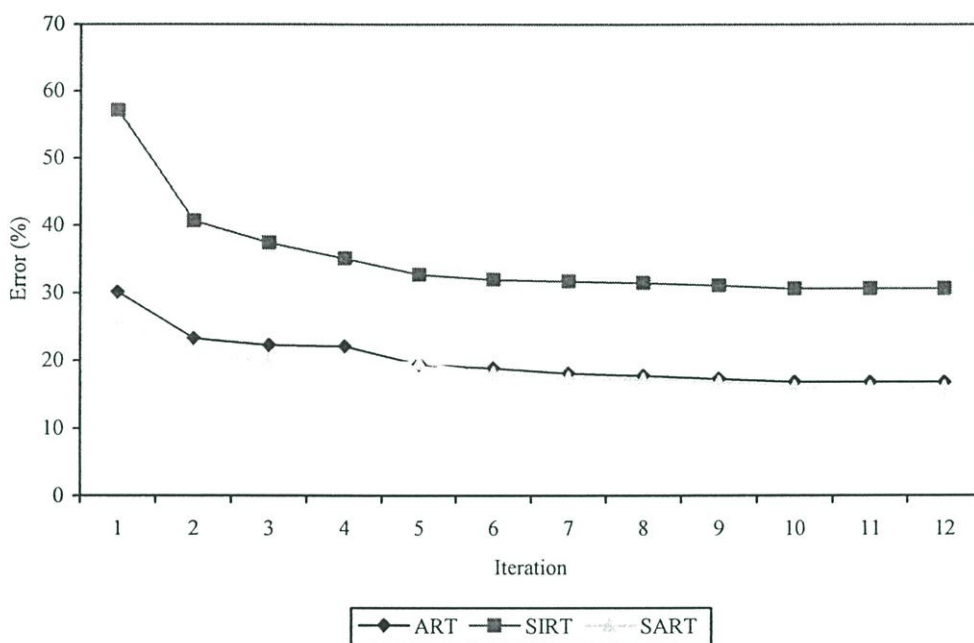
| Iteration | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 |
|-----------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|------|
| ART | 17.73 | 13.48 | 12.72 | 11.83 | 9.91 | 9.02 | 8.56 | 8.14 | 8.09 | 7.89 | 7.82 | 7.78 |
| SIRT | 61.15 | 42.16 | 36.43 | 35.25 | 34.28 | 31.28 | 31.11 | 30.49 | 29.44 | 28.12 | 28.12 | 28.0 |
| SART | 15.38 | 13.12 | 12.46 | 11.59 | 9.59 | 8.75 | 8.42 | 8.14 | 8.02 | 7.75 | 7.72 | 7.71 |



รูปที่ 6.21 กราฟแสดงค่าผิดพลาดของภาพตัดขวางแบบที่ 1 ที่ได้จากอัลกอริธึมทางพีชคณิต

ตารางที่ 6.5 ตารางเปรียบเทียบค่าผิดพลาดของภาพตัดขวางแบบที่ 2 ที่ได้จากอัลกอริธึมทางพีชคณิต จากข้อมูล 18 โปรเจกชัน โดยใช้จำนวนการทำซ้ำตั้งแต่ 1-12

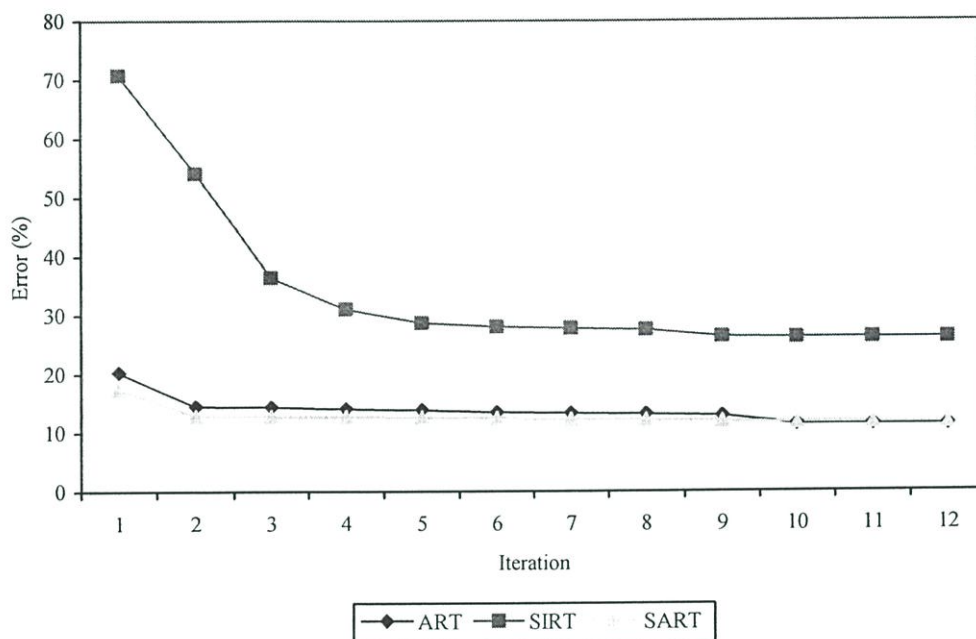
| Iteration | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 |
|-----------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| ART | 30.13 | 23.27 | 22.27 | 22.11 | 19.84 | 18.87 | 18.13 | 17.76 | 17.34 | 16.87 | 16.86 | 16.85 |
| SIRT | 57.15 | 40.66 | 37.44 | 35.11 | 32.72 | 32.01 | 31.74 | 31.52 | 31.11 | 30.68 | 30.67 | 30.65 |
| SART | 26.15 | 20.82 | 19.90 | 19.78 | 19.48 | 18.13 | 17.44 | 17.15 | 16.82 | 16.12 | 16.11 | 16.10 |



รูปที่ 6.22 กราฟแสดงค่าผิดพลาดของภาพตัดขวางแบบที่ 2 ที่ได้จากอัลกอริธึมทางพีชคณิต

ตารางที่ 6.6 ตารางเปรียบเทียบค่าผิดพลาดของภาพตัดขวางแบบที่ 3 ที่ได้จากอัลกอริธึมทางพีชคณิต จากข้อมูล 18 โปรเจกชัน โดยใช้จำนวนการทำซ้ำตั้งแต่ 1-12

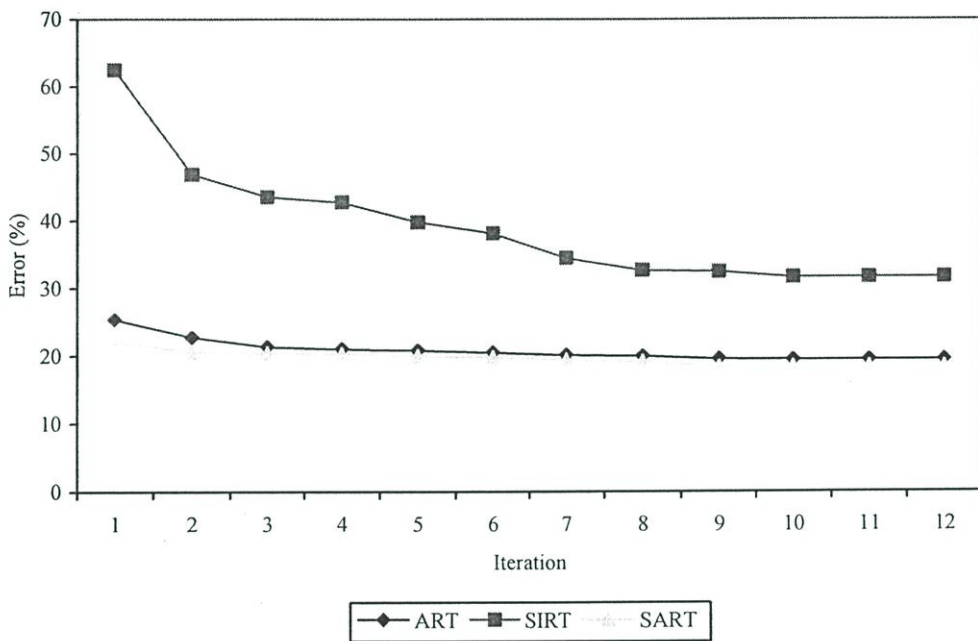
| Iteration | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 |
|-----------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| ART | 20.32 | 14.55 | 14.43 | 14.12 | 13.9 | 13.52 | 13.35 | 13.21 | 12.88 | 11.47 | 11.46 | 11.44 |
| SIRT | 70.75 | 54.11 | 36.44 | 31.11 | 28.77 | 28.11 | 27.81 | 27.56 | 26.41 | 26.27 | 26.25 | 26.23 |
| SART | 17.54 | 12.84 | 12.79 | 12.73 | 12.59 | 12.51 | 12.30 | 12.17 | 11.79 | 11.78 | 11.75 | 11.73 |



รูปที่ 6.23 กราฟแสดงค่าผิดพลาดของภาพตัดขวางแบบที่ 3 ที่ได้จากอัลกอริธึมทางพีชคณิต

ตารางที่ 6.7 ตารางเปรียบเทียบค่าผิดพลาดของภาพตัดขวางแบบที่ 4 ที่ได้จากอัลกอริธึมทางพีชคณิต จากข้อมูล 18 โปรเจกชัน โดยใช้จำนวนการทำซ้ำตั้งแต่ 1-12

| Iteration | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 |
|-----------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| ART | 25.38 | 22.74 | 21.34 | 21.01 | 20.80 | 20.51 | 20.13 | 19.97 | 19.55 | 19.44 | 19.42 | 19.40 |
| SIRT | 62.44 | 46.88 | 43.51 | 42.74 | 39.79 | 38.12 | 34.46 | 32.66 | 32.44 | 31.62 | 31.61 | 31.60 |
| SART | 22.22 | 20.52 | 20.39 | 20.26 | 19.96 | 19.78 | 19.37 | 19.13 | 18.86 | 18.40 | 18.41 | 18.40 |

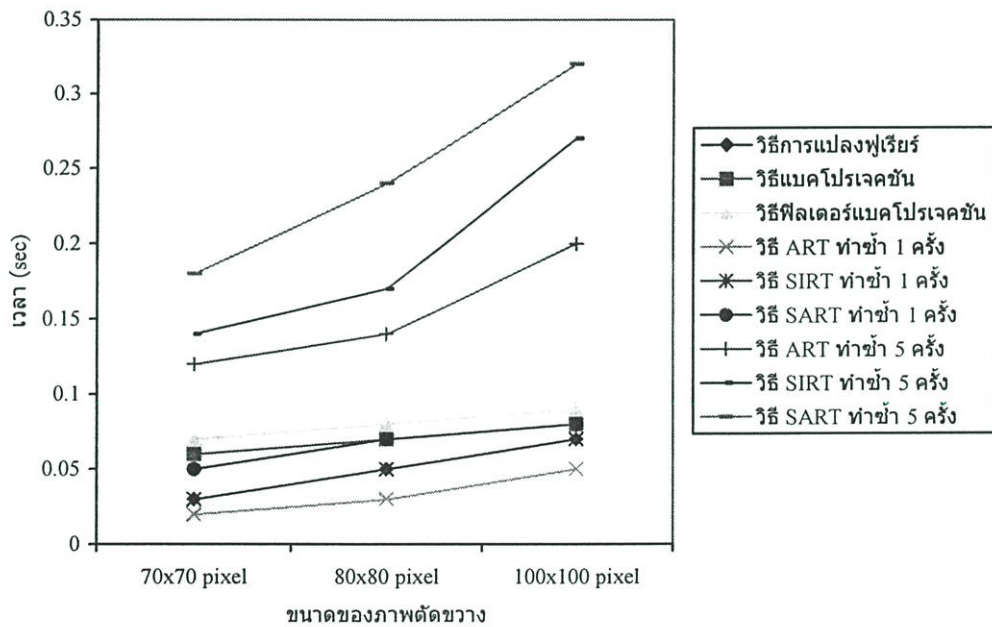


รูปที่ 6.24 กราฟแสดงค่าผิดพลาดของภาพตัดขวางแบบที่ 4 ที่ได้จากอัลกอริธึมทางพีชคณิต

ตารางที่ 6.8 ตารางเปรียบเทียบระยะเวลา (วินาที) ที่ใช้ในการสร้างภาพตัดขวางด้วยวิธีต่างๆ ที่มีขนาด 70x70 พิกเซล 80x80 พิกเซล และ 100x100 พิกเซล

| วิธีการสร้างภาพตัดขวาง | ขนาดภาพตัดขวาง | | |
|--------------------------|----------------|--------------|----------------|
| | 70x70 พิกเซล | 80x80 พิกเซล | 100x100 พิกเซล |
| วิธีการแปลงฟูเรียร์ | 0.03 | 0.05 | 0.07 |
| วิธีแบคโปรเจกชัน | 0.06 | 0.07 | 0.08 |
| วิธีฟิลเตอร์แบคโปรเจกชัน | 0.07 | 0.08 | 0.09 |
| วิธี ART ทำซ้ำ 1 ครั้ง | 0.02 | 0.03 | 0.05 |
| วิธี SIRT ทำซ้ำ 1 ครั้ง | 0.03 | 0.05 | 0.07 |
| วิธี SART ทำซ้ำ 1 ครั้ง | 0.05 | 0.07 | 0.08 |
| วิธี ART ทำซ้ำ 5 ครั้ง | 0.12 | 0.14 | 0.20 |
| วิธี SIRT ทำซ้ำ 5 ครั้ง | 0.14 | 0.17 | 0.27 |
| วิธี SART ทำซ้ำ 5 ครั้ง | 0.18 | 0.24 | 0.32 |

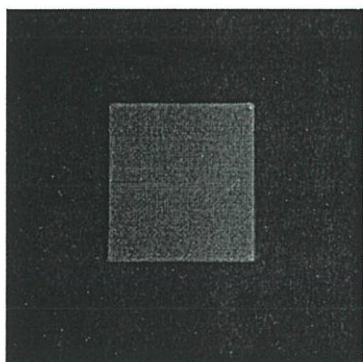
* ในวิธี ART, SIRT และ SART ไม่รวมเวลาที่ใช้ในการคำนวณ Weighting factor



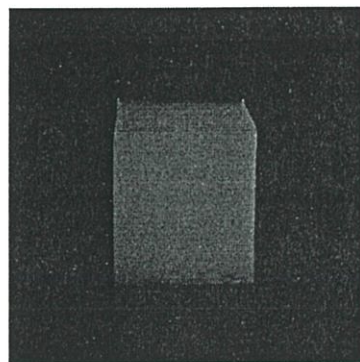
รูปที่ 6.25 กราฟแสดงเวลาที่ใช้ในการสร้างภาพตัดขวางด้วยวิธีต่างๆ

6.2.2 วิธีการทดลองสร้างภาพตัดขวางและการหาค่าความผิดพลาดจากค่าดัชนีหักเหของวัตถุ

การทดลองสร้างภาพตัดขวางจากวัตถุจริงที่ทำมาจากวุ้นที่มีขนาดเส้นผ่าศูนย์กลาง 5 เซนติเมตร ดังแสดงในรูปที่ 6.26 โดยวัตถุจริงที่ทำมาจากวุ้นมีขนาดเส้นผ่าศูนย์กลาง 5 เซนติเมตรจะใช้เวลา 20 นาทีในการสแกนเก็บคลื่นอัลตราโซนิกต่อ 1 โปรเจกชันเวลาทั้งหมดที่ใช้ในการเก็บโปรเจกชัน 18 มุม ก็คือ 6 ชั่วโมง โดยวิธีการทำโปรเจกชันจะทำเช่นเดียวกันกับการทดลองที่ผ่านมา ซึ่งข้อมูลโปรเจกชันของวัตถุจริงถูกแสดงในรูปที่ 6.27 หลังจากได้โปรเจกชันในแต่ละมุมจนครบแล้วก็นำมาสร้างภาพตัดขวางด้วยวิธีการแปลงฟูเรียร์ วิธีแบคโปรเจกชัน วิธีฟิลเตอร์แบคโปรเจกชัน และวิธีอัลกอริธึมทางพีชคณิต ที่มีขนาด 100×100 พิกเซล โดยขนาดของพิกเซล หมายถึง ระยะการสแกนเก็บคลื่นอัลตราโซนิกทั้งหมด ซึ่งคิดระยะการสแกนแต่ละตำแหน่งที่ทำการเก็บคลื่นคือ 1 พิกเซล เท่ากับ 1 มิลลิเมตร โดยในการทดลองนี้ต่างจากการทดลองที่ผ่านมาตรงที่การหาค่าความผิดพลาดจากการทดลองที่ผ่านมาเป็นการหาค่าความผิดพลาดจากค่าระดับเทาของวัตถุ ส่วนการทดลองนี้เป็นการหาค่าความผิดพลาดจากค่าดัชนีหักเหของวัตถุที่เกิดจากการวัดจริงกับค่าดัชนีหักเหของวัตถุจากการคำนวณ ซึ่งค่าดัชนีหักเหของวัตถุจริงที่เกิดจากการวัดจริงมีค่าเท่ากับ 0.9286

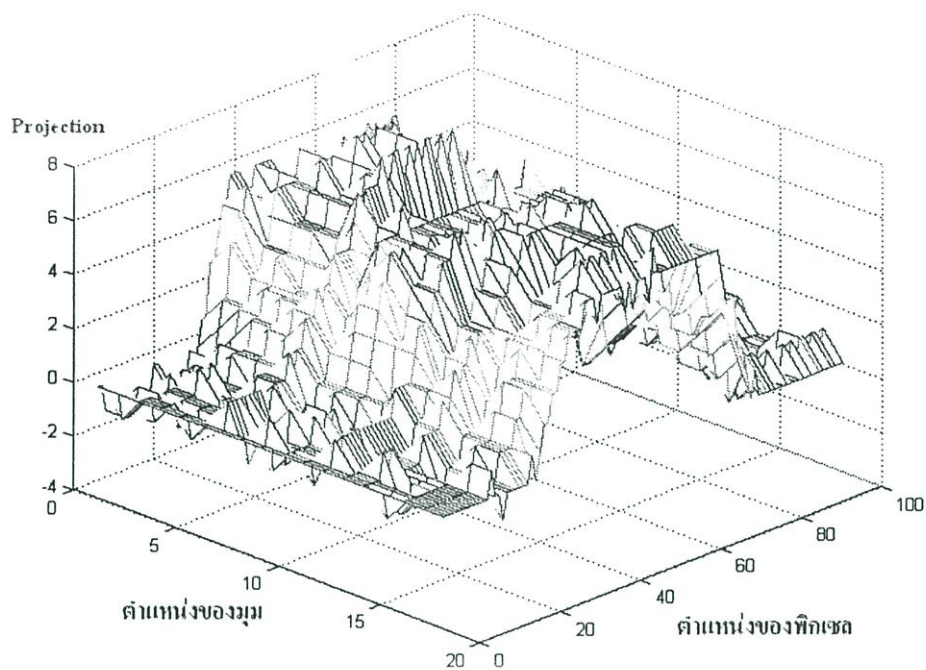


(ก)



(ข)

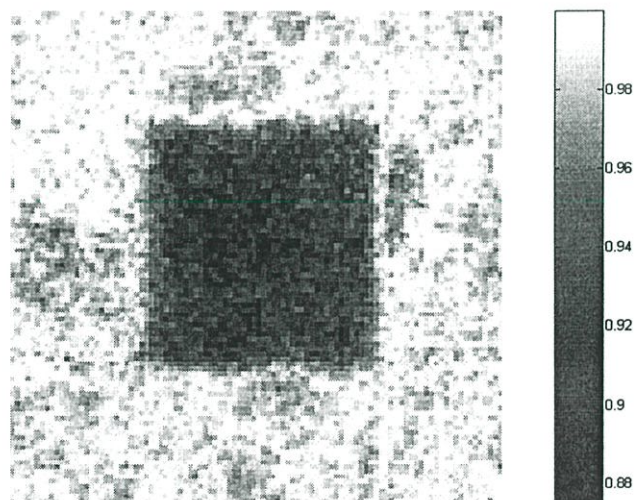
รูปที่ 6.26 แสดงวัตถุจริงที่ทำมาจากวุ้นขนาดเส้นผ่าศูนย์กลาง 5 เซนติเมตร และมีค่าความหนาแน่นของวัตถุค่าเดียวกัน



รูปที่ 6.27 แสดงข้อมูลโปรเจกชันของวัตถุจริง

6.2.2.1 การสร้างภาพตัดขวางโดยวิธีการแปลงฟูเรียร์

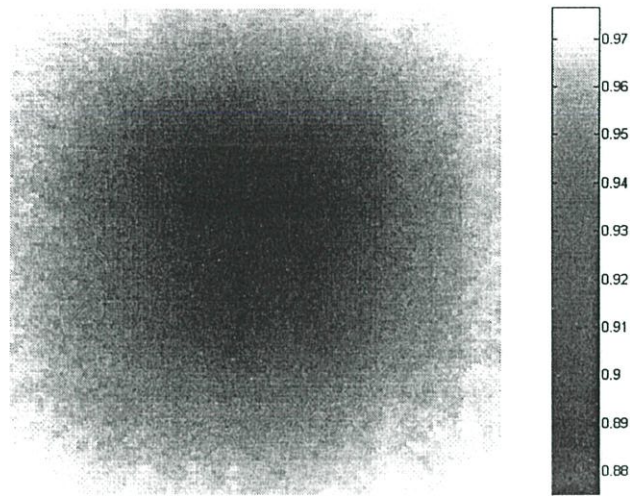
ผลการทดลองสร้างภาพตัดขวางจากวัตถุจริง โดยใช้วิธีการแปลงฟูเรียร์ที่มีจำนวนโปรเจกชัน 18 มุม ภาพตัดขวางที่ได้มีขนาด 100x100 พิกเซล



รูปที่ 6.28 รูปผลการทดลองสร้างภาพตัดขวางและค่าดัชนีหักเหที่ได้จากวิธีการแปลงฟูเรียร์

6.2.2.2 การสร้างภาพตัดขวางโดยวิธีแบคโปรเจกชัน

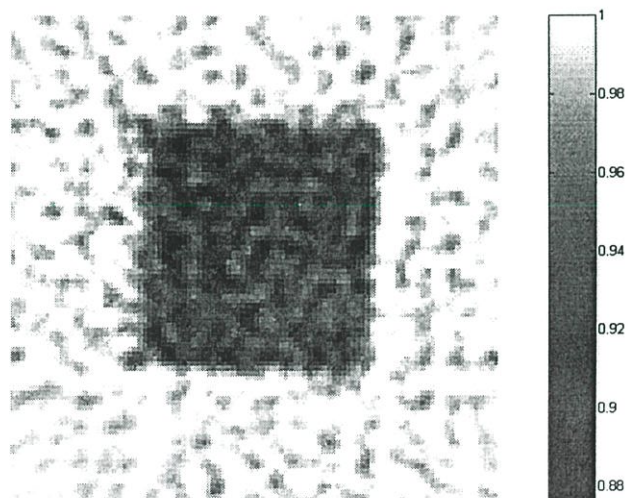
ผลการทดลองสร้างภาพตัดขวางจากวัตถุจริง โดยใช้วิธีแบคโปรเจกชันที่มีจำนวนโปรเจกชัน 18 มุม ภาพตัดขวางที่ได้มีขนาด 100x100 พิกเซล



รูปที่ 6.29 รูปผลการทดลองสร้างภาพตัดขวางและค่าดัชนีหักเหที่ได้จากวิธีแบคโปรเจกชัน

6.2.2.3 การสร้างภาพตัดขวางโดยวิธีฟิลเตอร์แบคโปรเจกชัน

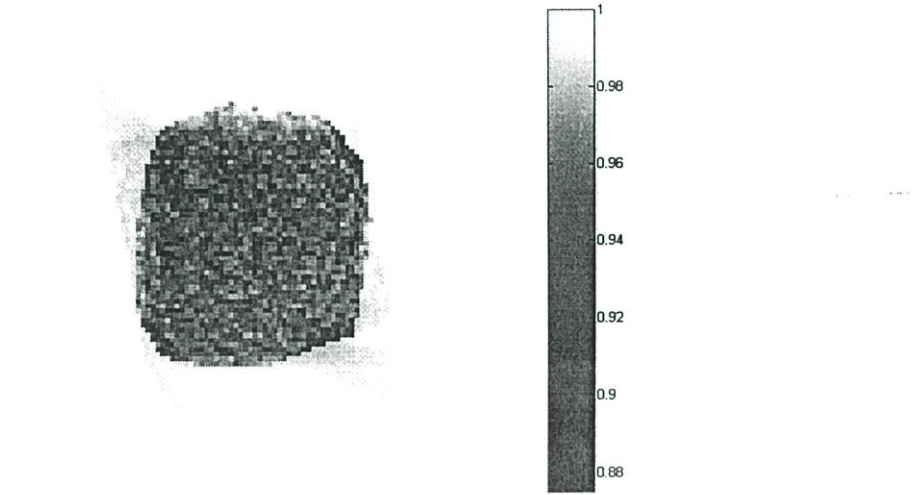
ผลการทดลองสร้างภาพตัดขวางจากวัตถุจริง โดยใช้วิธีฟิลเตอร์แบคโปรเจกชันที่มีจำนวนโปรเจกชัน 18 มุม ภาพตัดขวางที่ได้มีขนาด 100x100 พิกเซล



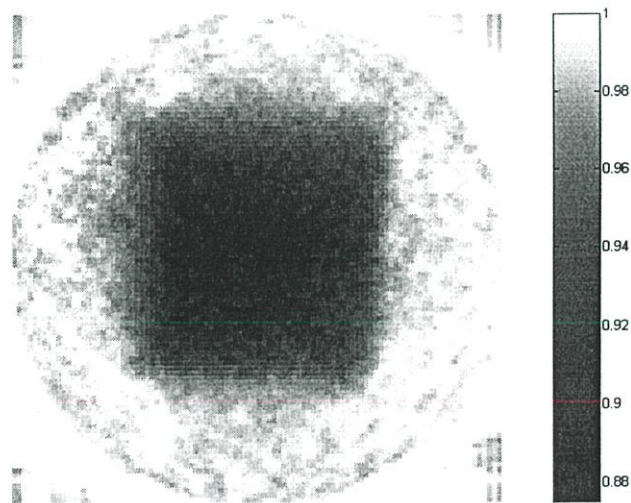
รูปที่ 6.30 รูปผลการทดลองสร้างภาพตัดขวางและค่าดัชนีหักเหที่ได้จากวิธีฟิลเตอร์แบคโปรเจกชัน

6.2.2.4 การสร้างภาพตัดขวางโดยอัลกอริธึมทางพีชคณิต

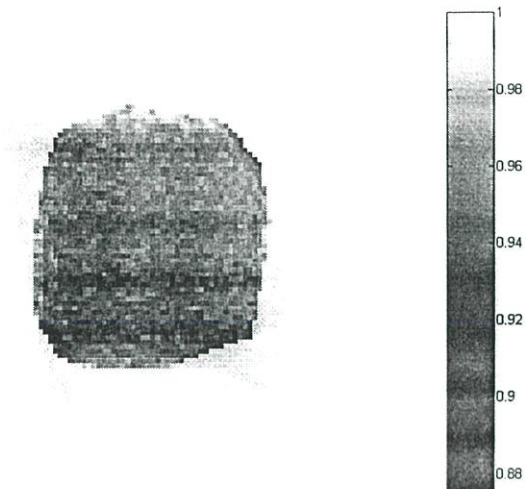
ผลการทดลองสร้างภาพตัดขวางจากวัตถุจริง โดยวิธี ART, SIRT และ SART ที่มีจำนวนโปรเจกชัน 18 มุม ที่ใช้จำนวนการทำซ้ำ 5 ครั้ง ภาพตัดขวางที่ได้มีขนาด 100x100 พิกเซล



รูปที่ 6.31 รูปผลการทดลองสร้างภาพตัดขวางและค่าดัชนีหักเหโดยวิธี ART ที่มีจำนวนโปรเจกชัน 18 มุม โดยใช้จำนวนการทำซ้ำ 5 ครั้ง



รูปที่ 6.32 รูปผลการทดลองสร้างภาพตัดขวางและค่าดัชนีหักเหโดยวิธี SIRT ที่มีจำนวนโปรเจกชัน 18 มุม โดยใช้จำนวนการทำซ้ำ 5 ครั้ง



รูปที่ 6.33 รูปผลการทดลองสร้างภาพตัดขวางและค่าดัชนีหักเห โดยวิธี SART ที่มีจำนวนโปรเจกชัน 18 มุม โดยใช้จำนวนการทำซ้ำ 5 ครั้ง

ตารางที่ 6.9 ตารางเปรียบเทียบค่าความผิดพลาดจากค่าดัชนีหักเหของวัตถุและเวลาของการสร้างภาพตัดขวางด้วยวิธีต่างๆ ที่มีขนาด 100 x 100 พิกเซล

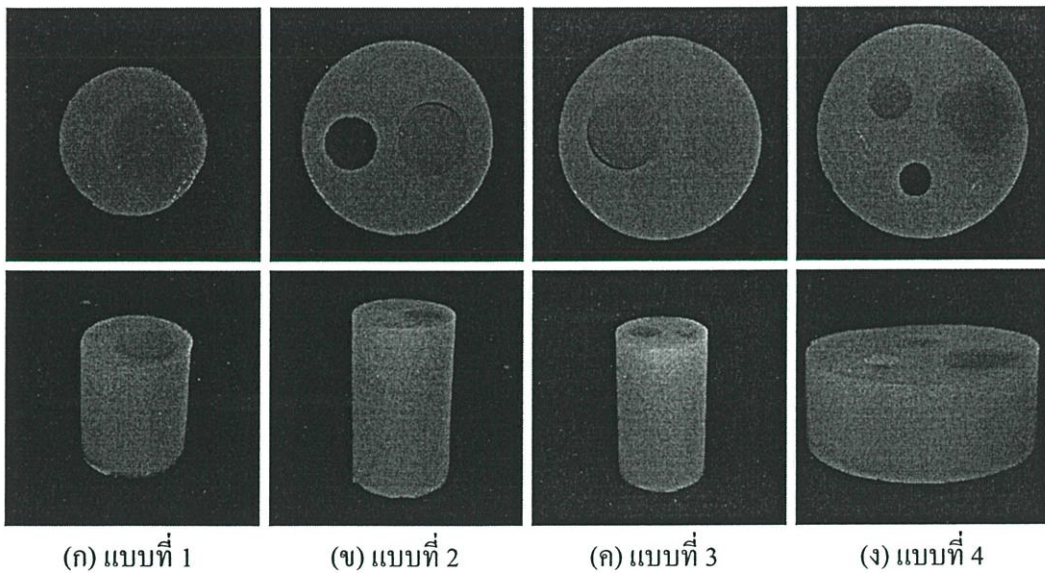
| วิธีการสร้างภาพตัดขวาง | เวลา (วินาที) | ค่าความผิดพลาด (%) |
|--------------------------|---------------|--------------------|
| วิธีการแปลงฟูเรียร์ | 0.07 | 0.033 |
| วิธีแบคโปรเจกชัน | 0.08 | 0.184 |
| วิธีฟิลเตอร์แบคโปรเจกชัน | 0.09 | 0.024 |
| วิธี ART ทำซ้ำ 1 ครั้ง | 0.05 | 0.025 |
| วิธี SIRT ทำซ้ำ 1 ครั้ง | 0.07 | 0.167 |
| วิธี SART ทำซ้ำ 1 ครั้ง | 0.08 | 0.024 |
| วิธี ART ทำซ้ำ 5 ครั้ง | 0.20 | 0.023 |
| วิธี SIRT ทำซ้ำ 5 ครั้ง | 0.27 | 0.035 |
| วิธี SART ทำซ้ำ 5 ครั้ง | 0.32 | 0.019 |

6.3 การทดลองสร้างภาพตัดขวางของวัตถุจริงที่มีค่าความหนาแน่นของวัตถุที่แตกต่างกัน

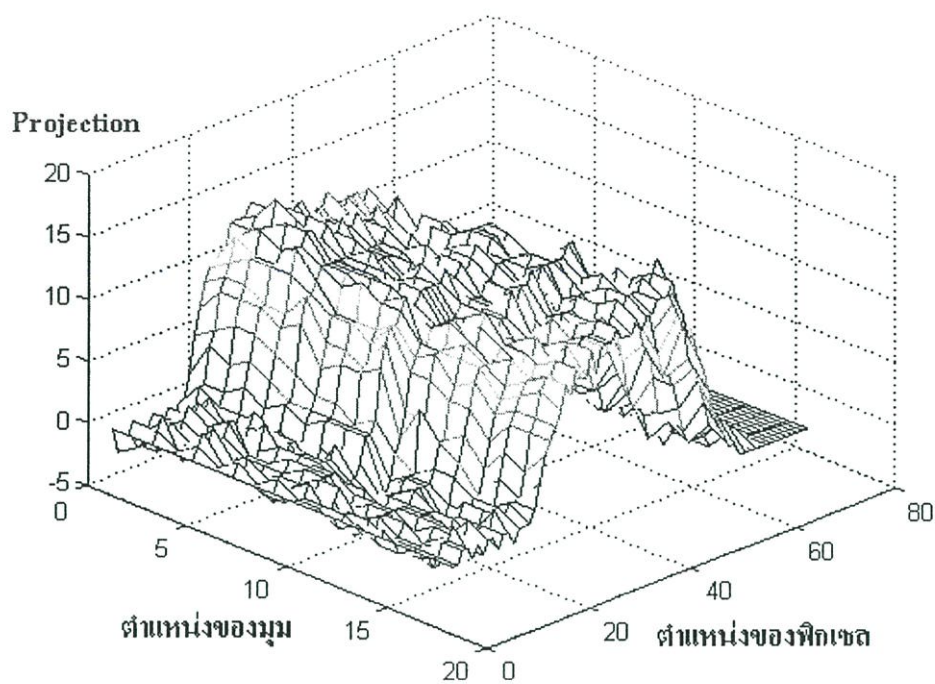
ในการทดลองนี้ได้เลือกทำการทดลองสร้างภาพตัดขวางกับวัตถุที่มีขนาดต่างๆและมีค่าความหนาแน่นของวัตถุที่แตกต่างกัน

6.3.1 วิธีการทดลอง

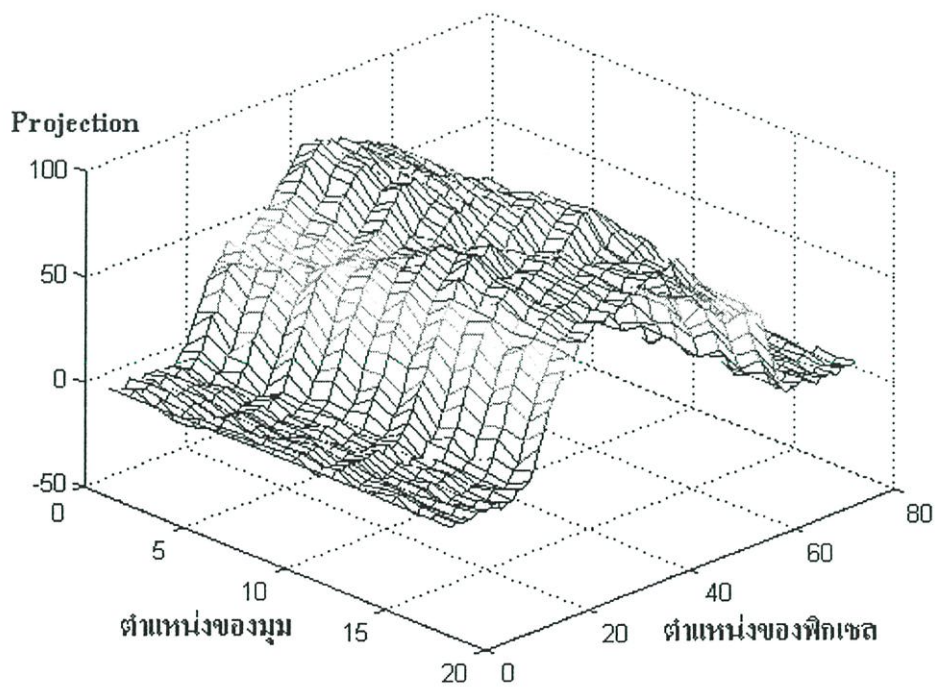
การทดลองสร้างภาพตัดขวางจากวัตถุจริงที่ทำมาจากวุ้นทั้ง 4 แบบที่มีขนาดเส้นผ่าศูนย์กลาง 3.5, 5 และ 8 เซนติเมตร ดังแสดงในรูปที่ 6.34 โดยวัตถุจริงที่ทำมาจากวุ้นที่มีขนาดเส้นผ่าศูนย์กลาง 3.5 เซนติเมตรจะใช้เวลา 12 นาทีในการสแกนเก็บคลื่นอัลตราโซนิคต่อ 1 โปรเจกชันเวลาทั้งหมดที่ใช้ในการเก็บโปรเจกชัน 18 มุมก็คือ 4 ชั่วโมง ส่วนวัตถุที่มีขนาดเส้นผ่าศูนย์กลาง 5 เซนติเมตรจะใช้เวลา 15 นาทีในการสแกนเก็บคลื่นอัลตราโซนิคต่อ 1 โปรเจกชันเวลาทั้งหมดที่ใช้ในการเก็บโปรเจกชัน 18 มุมก็คือ 4 ชั่วโมง 50 นาทีและวัตถุที่มีขนาดเส้นผ่าศูนย์กลาง 8 เซนติเมตรจะใช้เวลา 20 นาทีในการสแกนเก็บคลื่นอัลตราโซนิคต่อ 1 โปรเจกชันเวลาทั้งหมดที่ใช้ในการเก็บโปรเจกชัน 18 มุมคือ 6 ชั่วโมงโดยวิธีการทำโปรเจกชันจะทำเช่นเดียวกันกับการสร้างภาพตัดขวางของวัตถุจริงที่มีค่าความหนาแน่นของวัตถุค่าเดียวกันซึ่งข้อมูลโปรเจกชันของวัตถุจริงทั้ง 4 แบบถูกแสดงทั้งหมดในรูปที่ 6.35-6.38 หลังจากได้โปรเจกชันในแต่ละมุมจนครบแล้วก็นำมาสร้างภาพตัดขวางด้วยวิธีการแปลงฟูเรียร์ วิธีแบคโปรเจกชัน วิธีฟิลเตอร์แบคโปรเจกชัน และวิธีอัลกอริธึมทางพีชคณิต ที่มีขนาด 70 x 70 พิกเซล, 80 x 80 พิกเซล, 100 x 100 พิกเซล โดยขนาดของพิกเซล หมายถึง ระยะเวลาสแกนเก็บคลื่นอัลตราโซนิคทั้งหมด ซึ่งคิดระยะเวลาสแกนแต่ละตำแหน่งที่ทำการเก็บคลื่นคือ 1 พิกเซลเท่ากับ 1 มิลลิเมตร



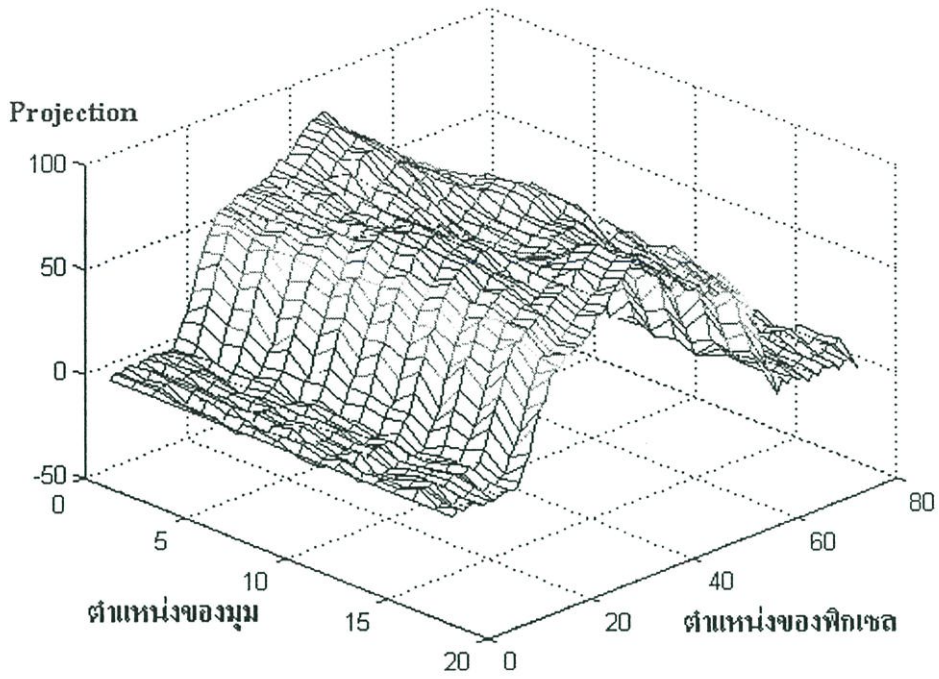
รูปที่ 6.34 แสดงวัตถุจริงที่ทำมาจากวุ้นทั้ง 4 แบบที่มีขนาดเส้นผ่าศูนย์กลาง 3.5, 5, 8 เซนติเมตรและค่าความหนาแน่นของวัตถุที่แตกต่างกัน



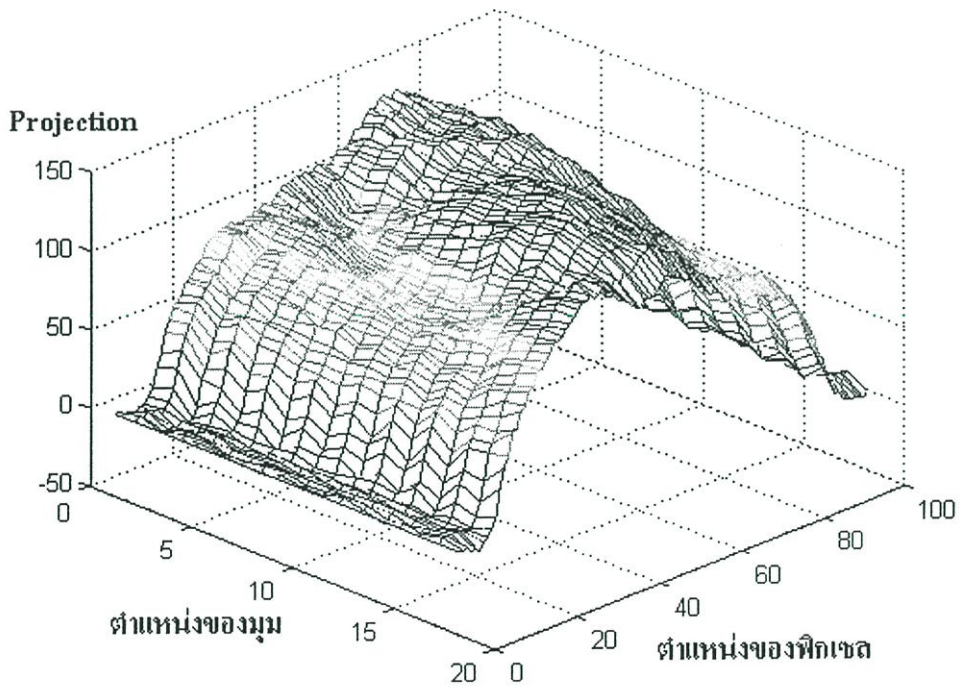
รูปที่ 6.35 แสดงข้อมูล โปรเจกชันของวัตถุจริงแบบที่ 1 ขนาดเส้นผ่าศูนย์กลาง 3.5 เซนติเมตร



รูปที่ 6.36 แสดงข้อมูล โปรเจกชันของวัตถุจริงแบบที่ 2 ขนาดเส้นผ่าศูนย์กลาง 5 เซนติเมตร



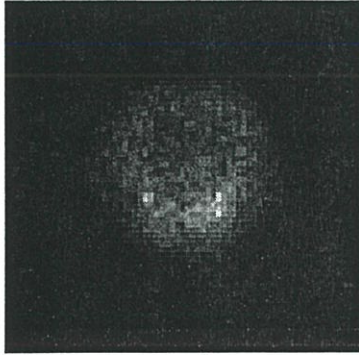
รูปที่ 6.37 แสดงข้อมูล โปรเจกชันของวัตถุจริงแบบที่ 3 ขนาดเส้นผ่าศูนย์กลาง 5 เซนติเมตร



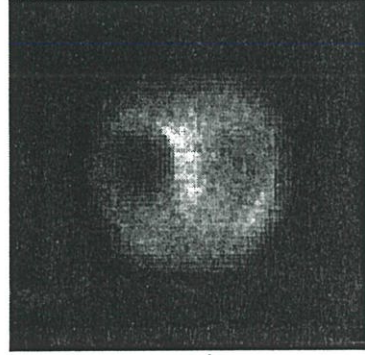
รูปที่ 6.38 แสดงข้อมูล โปรเจกชันของวัตถุจริงแบบที่ 4 ขนาดเส้นผ่าศูนย์กลาง 8 เซนติเมตร

6.3.2 การสร้างภาพตัดขวางโดยวิธีการแปลงฟูเรียร์

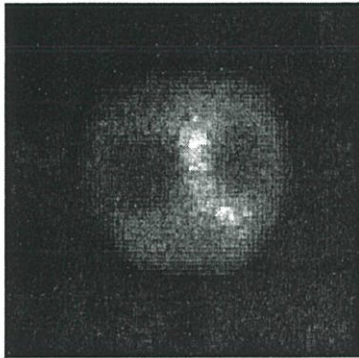
ผลการทดลองสร้างภาพตัดขวางจากวัตถุจริงทั้ง 4 แบบ โดยใช้วิธีการแปลงฟูเรียร์ที่มีจำนวนโปรเจกชัน 18 มุม ภาพตัดขวางแบบที่ 1 มีขนาด 70x70 พิกเซล, ภาพตัดขวางแบบที่ 2 และ 3 มีขนาด 80x80 พิกเซล และ ภาพตัดขวางแบบที่ 4 มีขนาด 100x100 พิกเซล



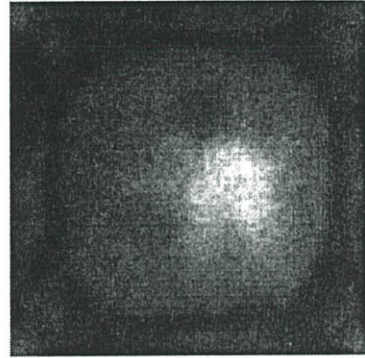
(แบบที่ 1)



(แบบที่ 2)



(แบบที่ 3)

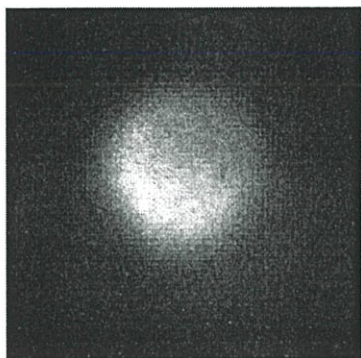


(แบบที่ 4)

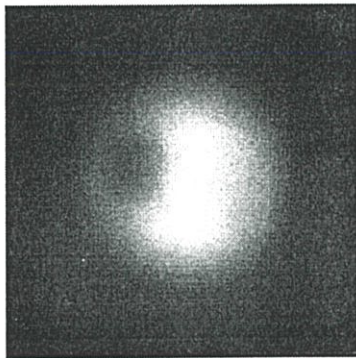
รูปที่ 6.39 รูปผลการทดลองสร้างภาพตัดขวางที่ได้จากวิธีการแปลงฟูเรียร์

6.3.3 การสร้างภาพตัดขวางโดยวิธีแบคโปรเจกชัน

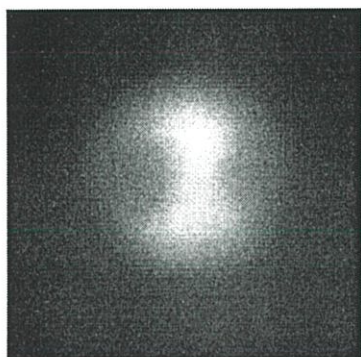
ผลการทดลองสร้างภาพตัดขวางจากวัตถุจริงทั้ง 4 แบบ โดยใช้วิธีแบคโปรเจกชันที่มีจำนวนโปรเจกชัน 18 มุม ภาพตัดขวางแบบที่ 1 มีขนาด 70x70 พิกเซล, ภาพตัดขวางแบบที่ 2 และ 3 มีขนาด 80x80 พิกเซล และ ภาพตัดขวางแบบที่ 4 มีขนาด 100x100 พิกเซล



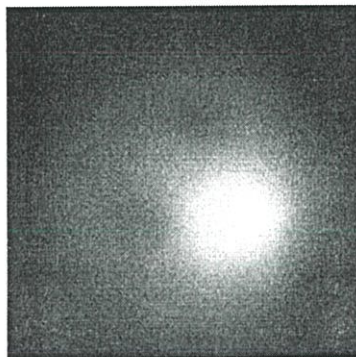
(แบบที่ 1)



(แบบที่ 2)



(แบบที่ 3)

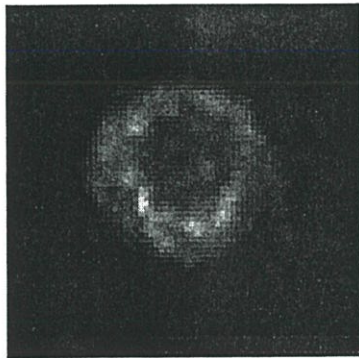


(แบบที่ 4)

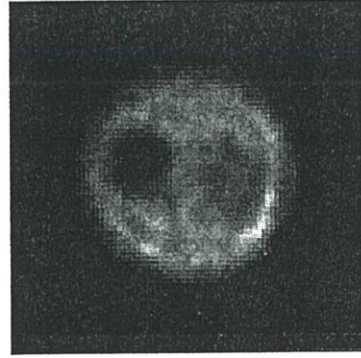
รูปที่ 6.40 รูปผลการทดลองสร้างภาพตัดขวางที่ได้จากวิธีแบคโปรเจกชัน

6.3.4 การสร้างภาพตัดขวางโดยวิธีฟิลเตอร์แบคโปรเจกชัน

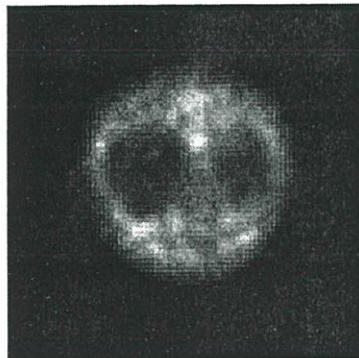
ผลการทดลองสร้างภาพตัดขวางจากวัตถุจริงทั้ง 4 แบบ โดยใช้วิธีฟิลเตอร์แบคโปรเจกชันที่มีจำนวนโปรเจกชัน 18 มุม ภาพตัดขวางแบบที่ 1 มีขนาด 70x70 พิกเซล, ภาพตัดขวางแบบที่ 2 และ 3 มีขนาด 80x80 พิกเซล และ ภาพตัดขวางแบบที่ 4 มีขนาด 100x100 พิกเซล



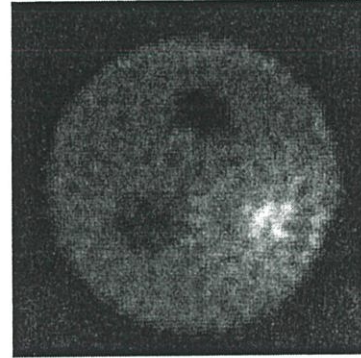
(แบบที่ 1)



(แบบที่ 2)



(แบบที่ 3)

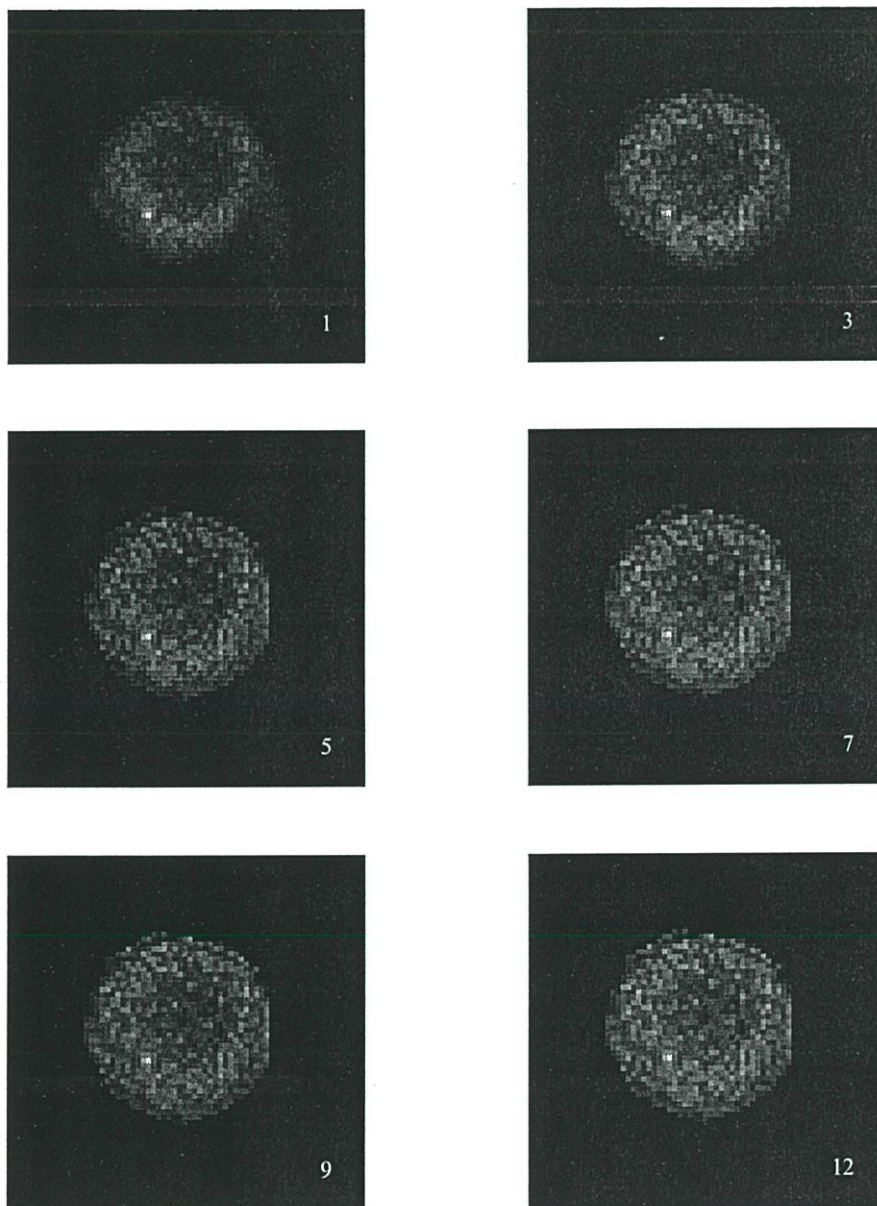


(แบบที่ 4)

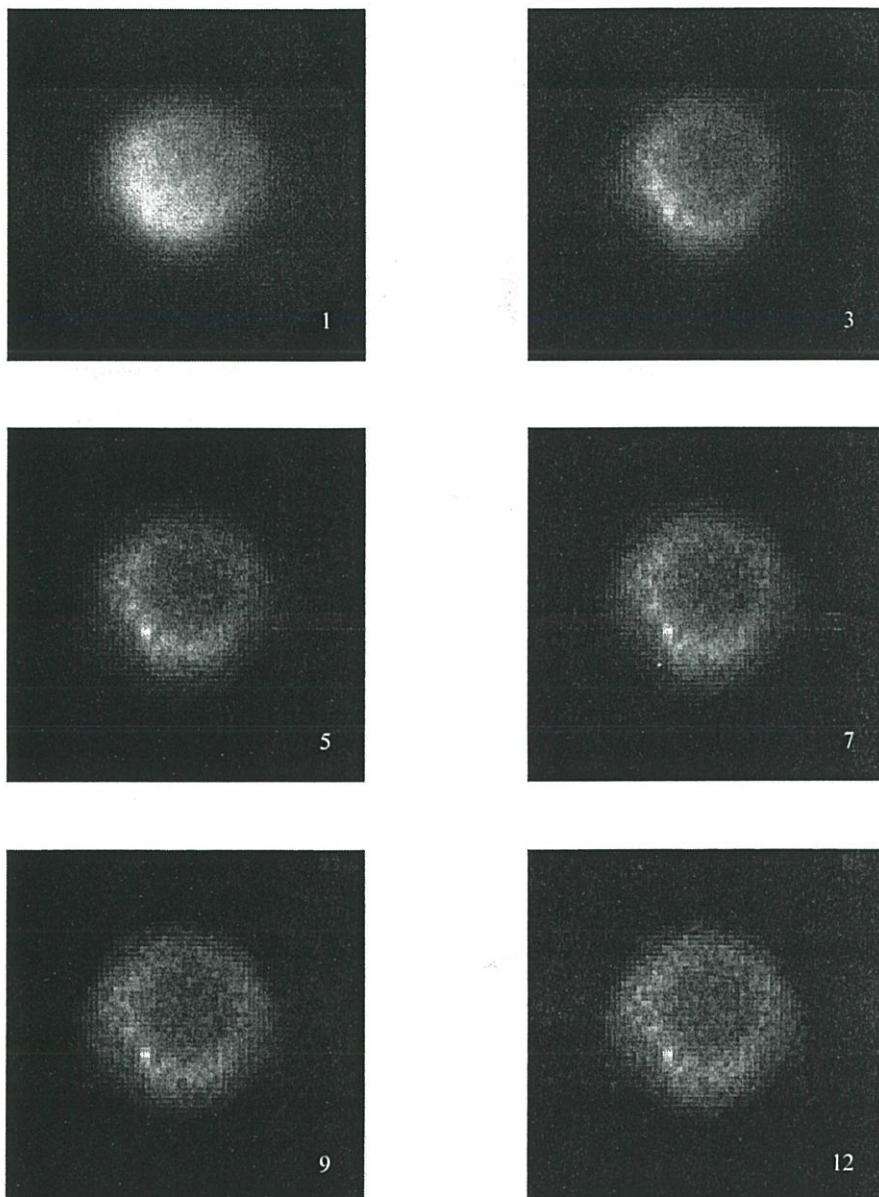
รูปที่ 6.41 รูปผลการทดลองสร้างภาพตัดขวางที่ได้จากวิธีฟิลเตอร์แบคโปรเจกชัน

6.3.5 การสร้างภาพตัดขวางโดยอัลกอริธึมทางพีชคณิต

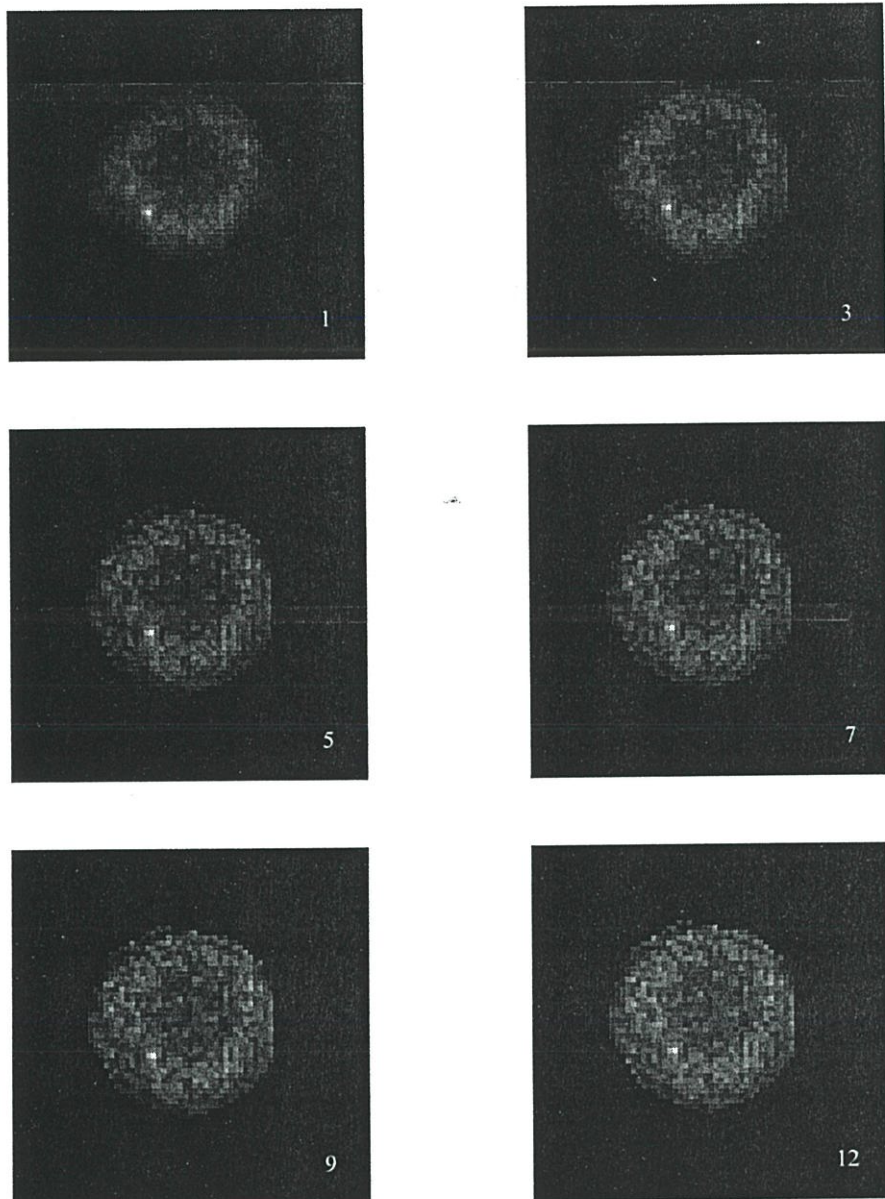
ผลการทดลองสร้างภาพตัดขวางจากวัตถุจริงของแบบที่ 1 ถึง 4 โดยวิธี ART, SIRT และ SART ที่มีจำนวนโปรเจกชัน 18 มุม ที่ใช้จำนวนการทำซ้ำเป็น 1, 3, 5, 7, 9 และ 12 ภาพตัดขวางแบบที่ 1 มีขนาด 70x70 พิกเซล, ภาพตัดขวางแบบที่ 2 และ 3 มีขนาด 80x80 พิกเซล และ ภาพตัดขวางแบบที่ 4 มีขนาด 100x100 พิกเซล



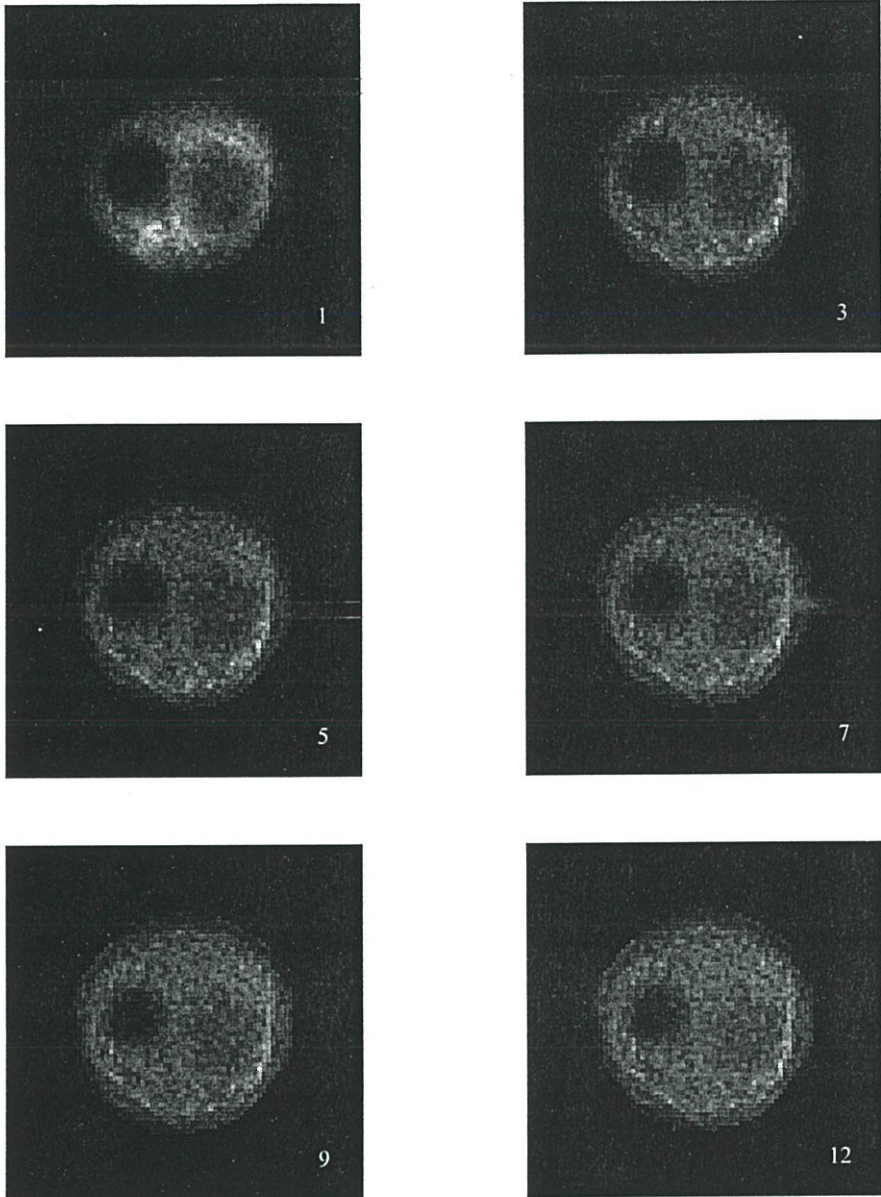
รูปที่ 6.42 รูปผลการทดลองสร้างภาพตัดขวางของแบบที่ 1 โดยวิธี ART ที่มีจำนวนโปรเจกชัน 18 มุม โดยใช้จำนวนการทำซ้ำเป็น 1, 3, 5, 7, 9 และ 12



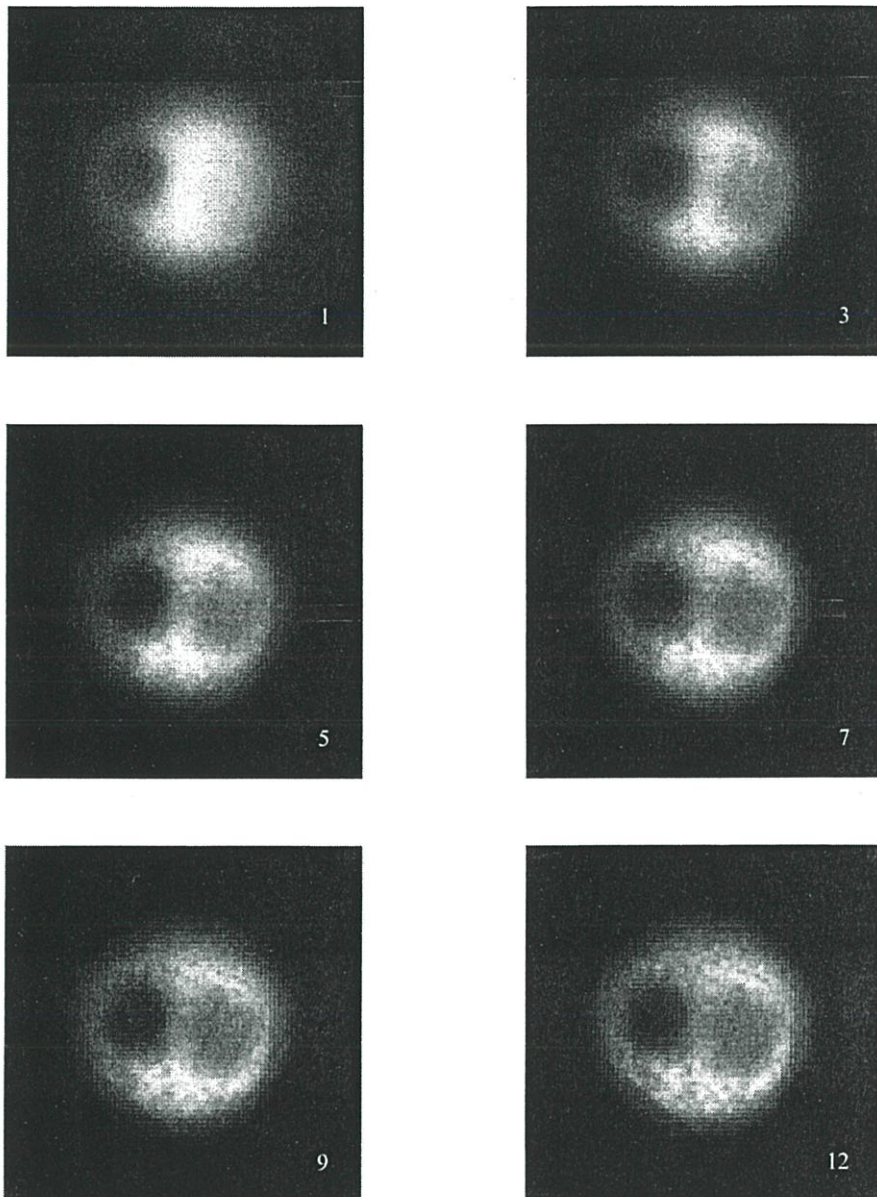
รูปที่ 6.43 รูปผลการทดลองสร้างภาพตัดขวางของแบบที่ 1 โดยวิธี SIRT ที่มีจำนวนโปรเจกชัน 18 มุม โดยใช้จำนวนการทำซ้ำเป็น 1, 3, 5, 7, 9 และ 12



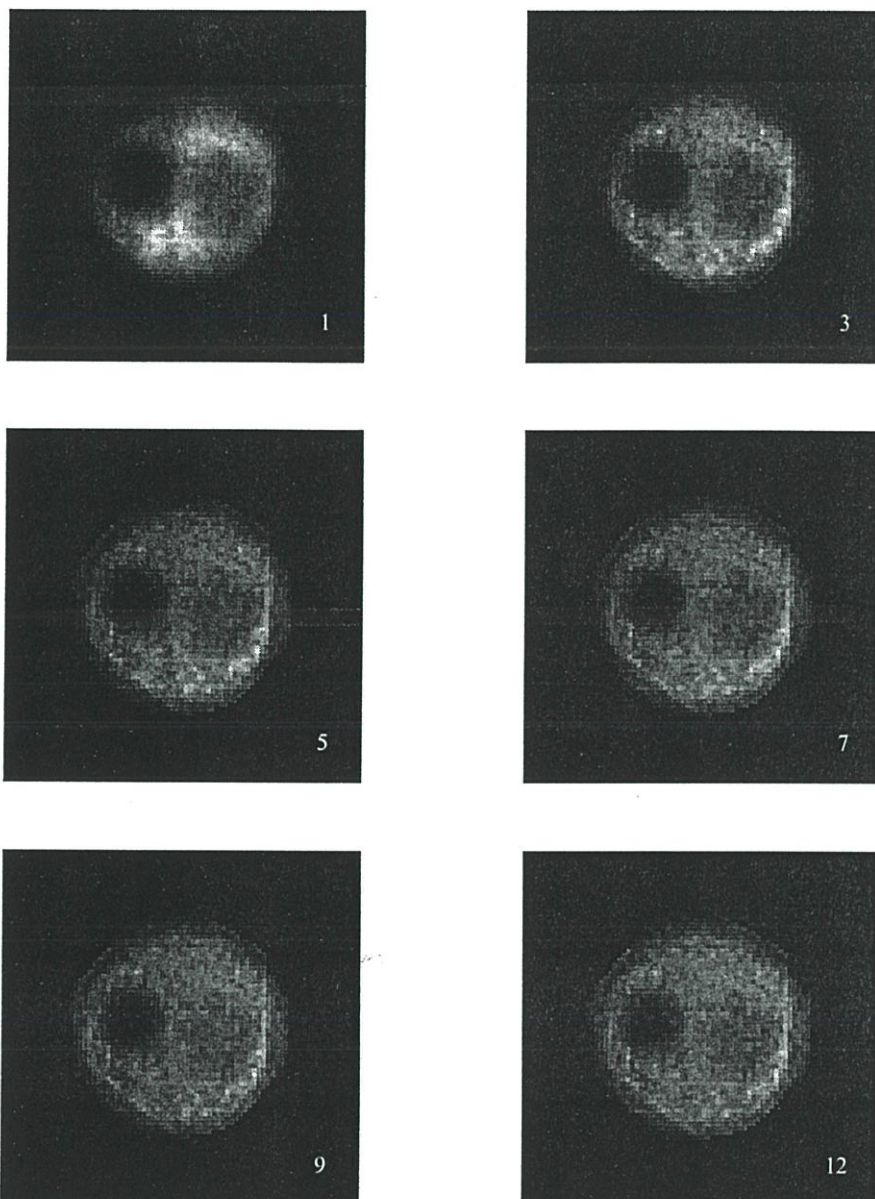
รูปที่ 6.44 รูปผลการทดลองสร้างภาพตัดขวางของแบบที่ 1 โดยวิธี SART ที่มีจำนวนโปรเจกชัน 18 มุม โดยใช้จำนวนการทำซ้ำเป็น 1, 3, 5, 7, 9 และ 12



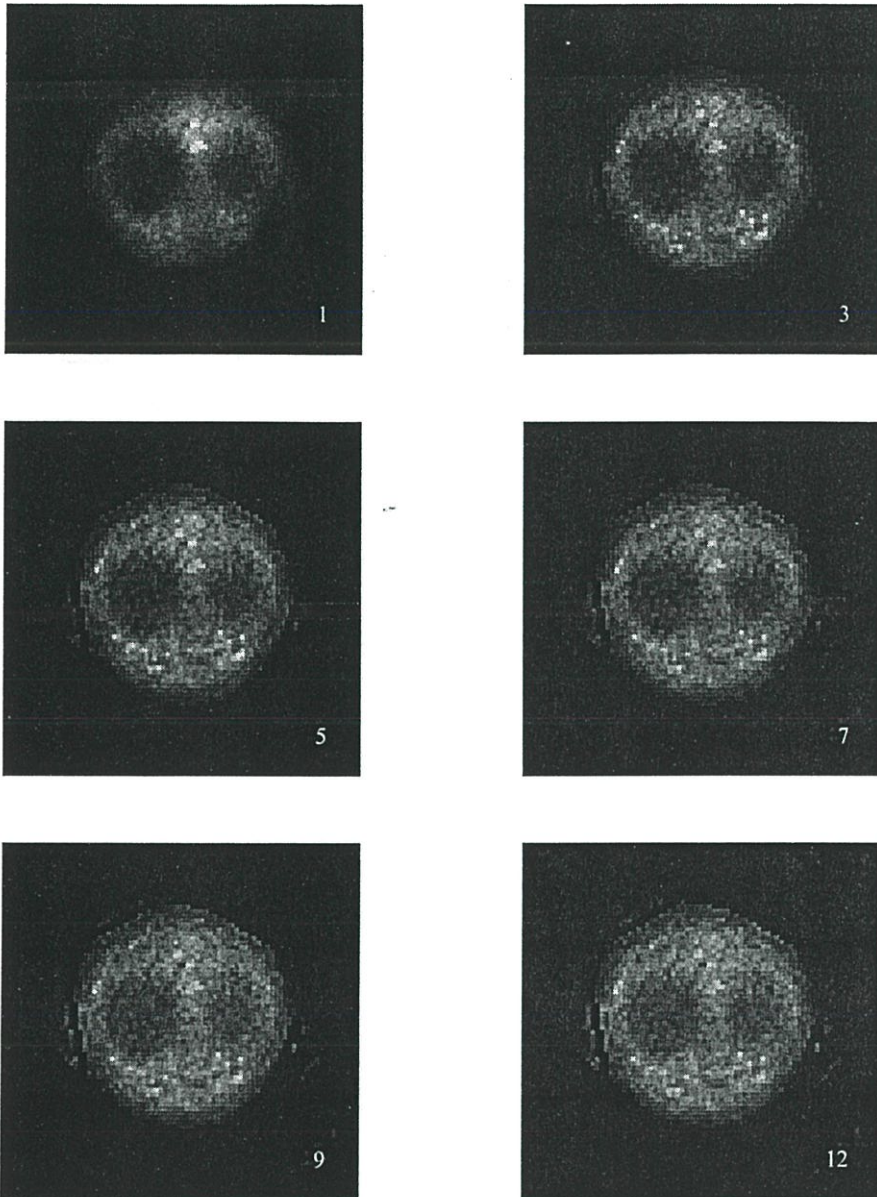
รูปที่ 6.45 รูปผลการทดลองสร้างภาพตัดขวางของแบบที่ 2 โดยวิธี ART ที่มีจำนวนโปรเจกชัน 18 มุม โดยใช้จำนวนการทำซ้ำเป็น 1, 3, 5, 7, 9 และ 12



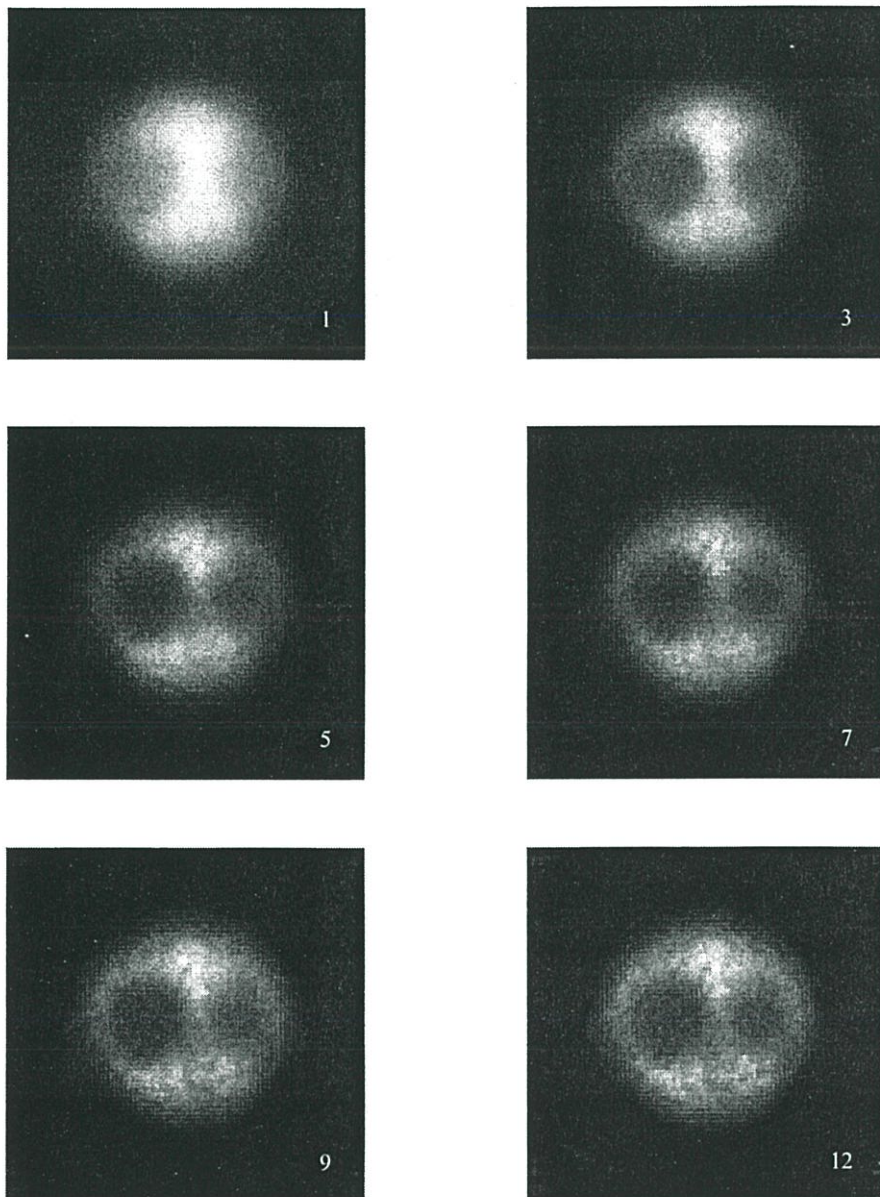
รูปที่ 6.46 รูปผลการทดลองสร้างภาพตัดขวางของแบบที่ 2 โดยวิธี SIRT ที่มีจำนวนโปรเจกชัน 18 มุม โดยใช้จำนวนการทำซ้ำเป็น 1, 3, 5, 7, 9 และ 12



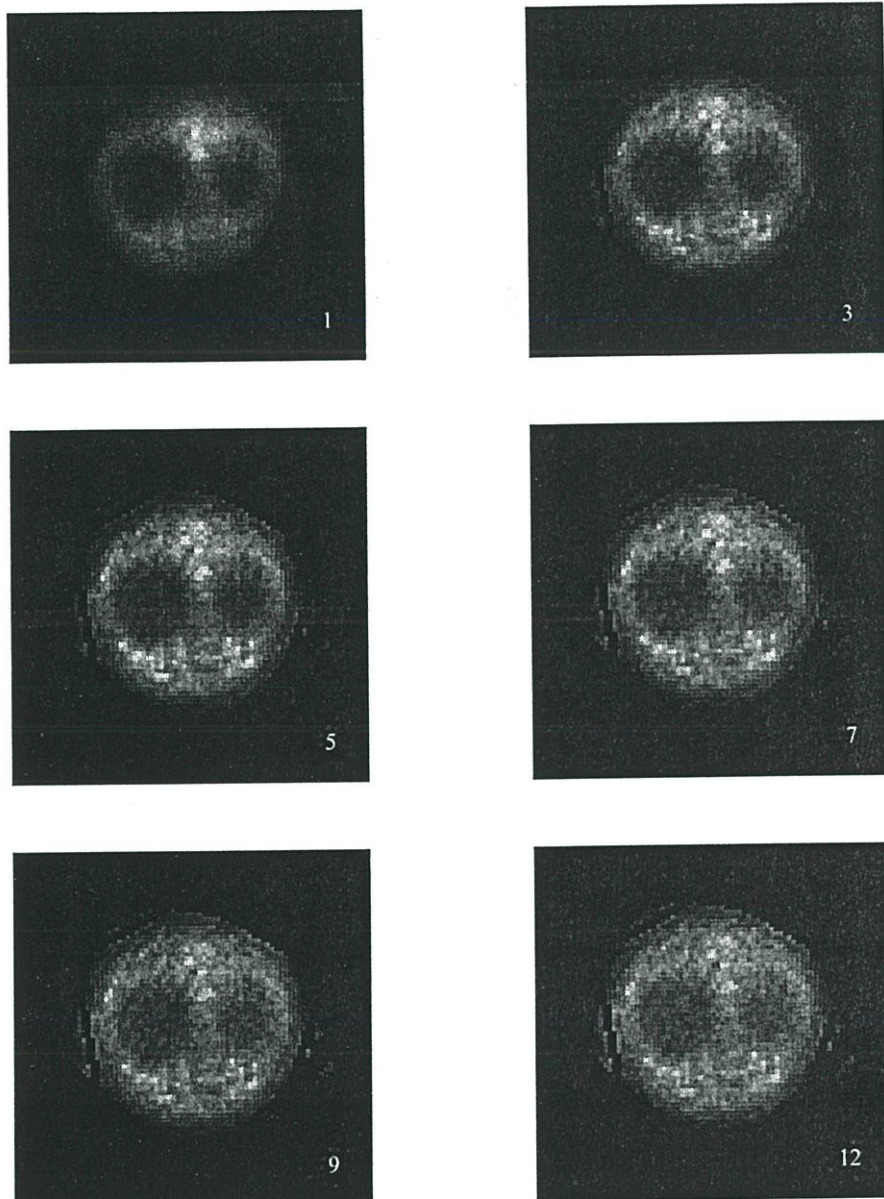
รูปที่ 6.47 รูปผลการทดลองสร้างภาพตัดขวางของแบบที่ 2 โดยวิธี SART ที่มีจำนวนโปรเจกชัน 18 มุม โดยใช้จำนวนการทำซ้ำเป็น 1, 3, 5, 7, 9 และ 12



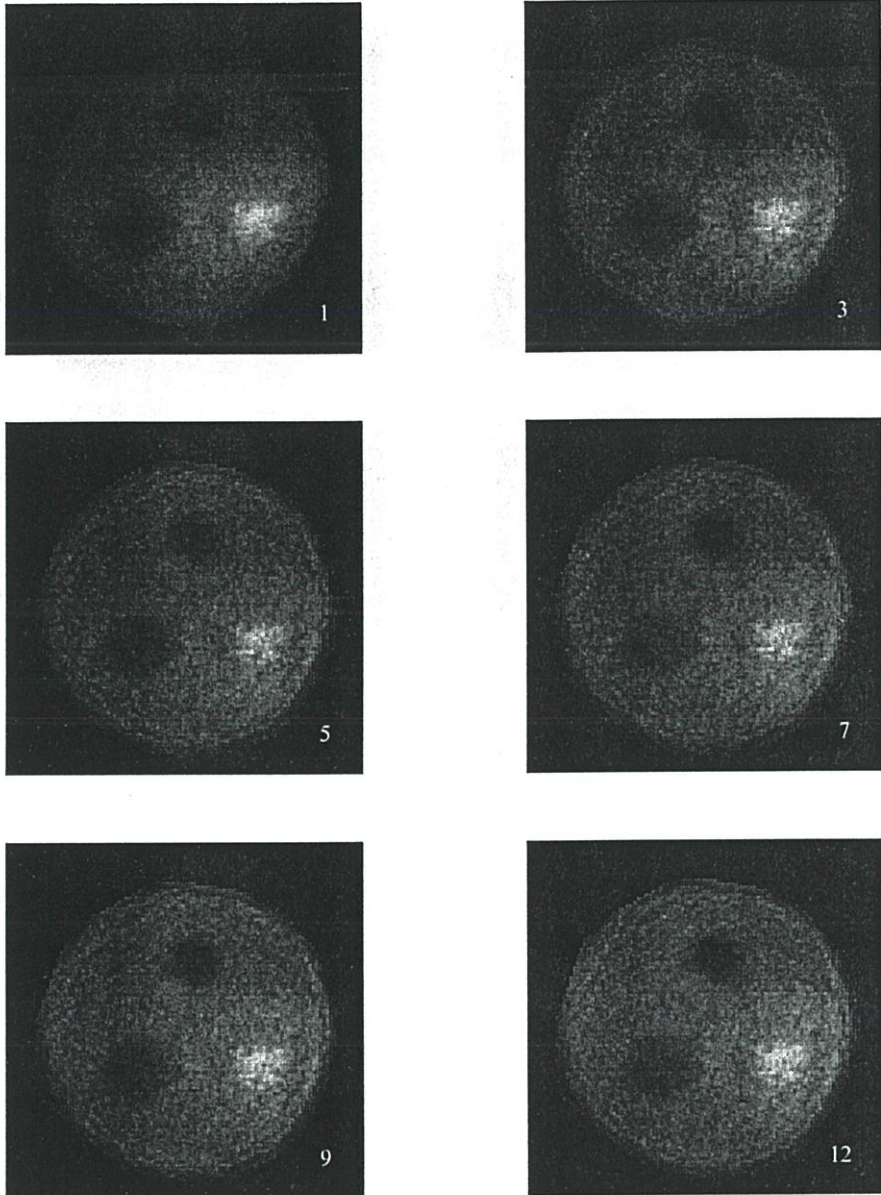
รูปที่ 6.48 รูปผลการทดลองสร้างภาพตัดขวางของแบบที่ 3 โดยวิธี ART ที่มีจำนวนโปรเจคชัน 18 มุม โดยใช้จำนวนการทำซ้ำเป็น 1, 3, 5, 7, 9 และ 12



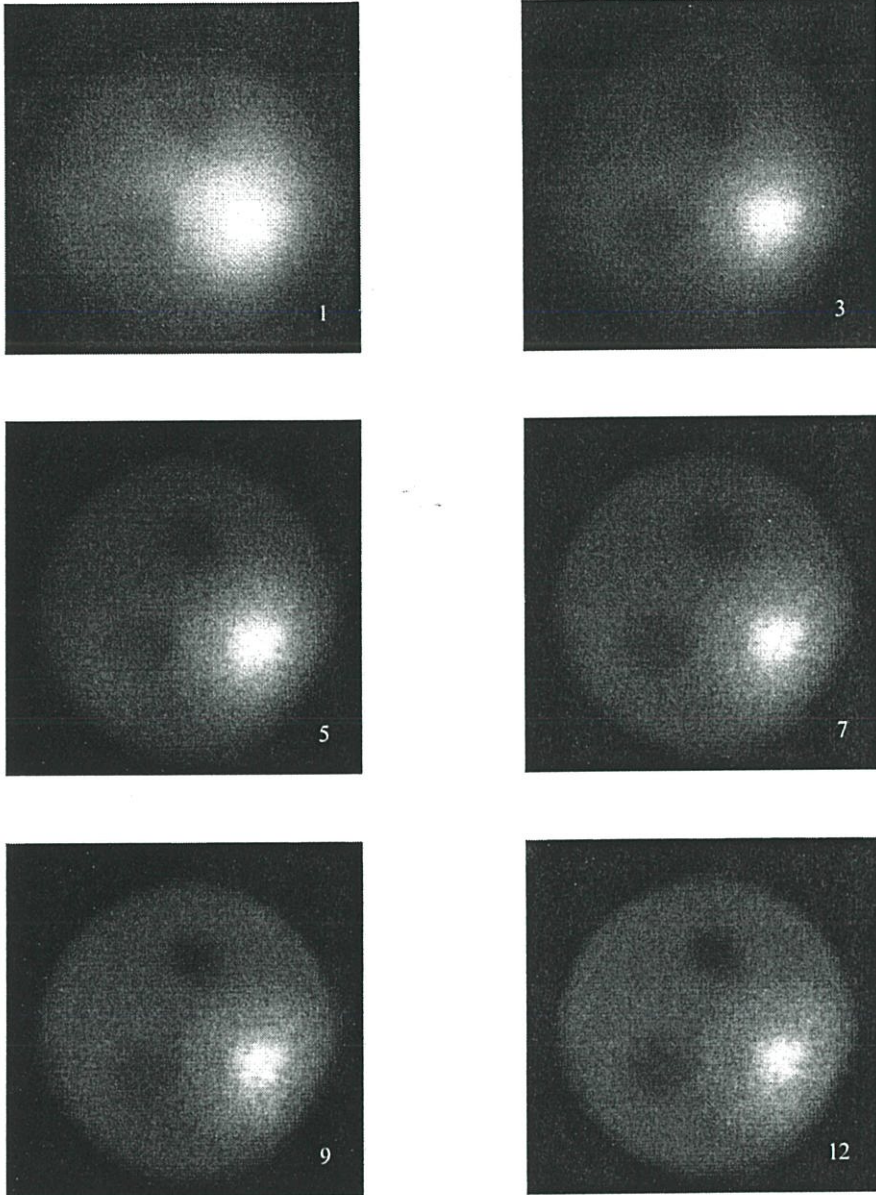
รูปที่ 6.49 รูปผลการทดลองสร้างภาพตัดขวางของแบบที่ 3 โดยวิธี SIRT ที่มีจำนวนโปรเจกชัน 18 มุม โดยใช้จำนวนการทำซ้ำเป็น 1, 3, 5, 7, 9 และ 12



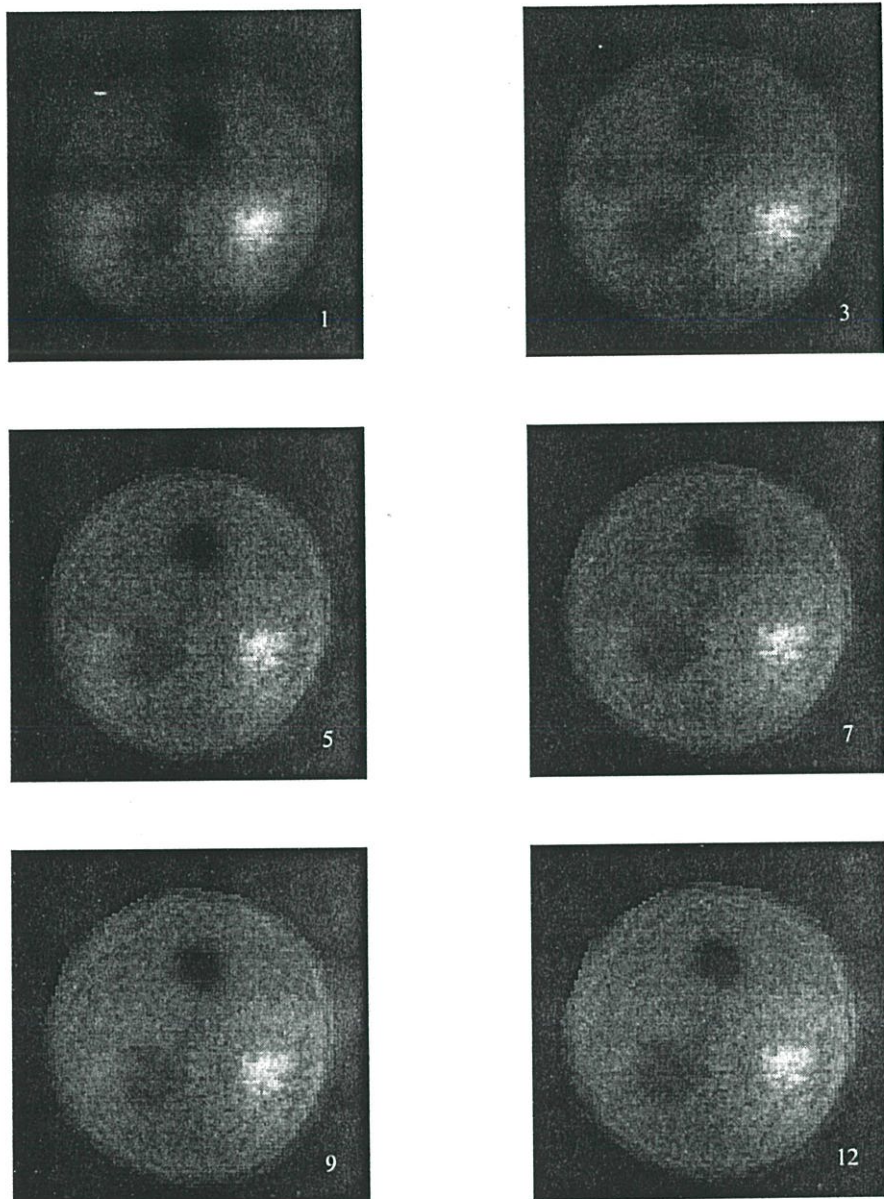
รูปที่ 6.50 รูปผลการทดลองสร้างภาพตัดขวางของแบบที่ 3 โดยวิธี SART ที่มีจำนวนโปรเจกชัน 18 มุม โดยใช้จำนวนการทำซ้ำเป็น 1, 3, 5, 7, 9 และ 12



รูปที่ 6.51 รูปผลการทดลองสร้างภาพตัดขวางของแบบที่ 4 โดยวิธี ART ที่มีจำนวนโปรเจกชัน 18 มุม โดยใช้จำนวนการทำซ้ำเป็น 1, 3, 5, 7, 9 และ 12



รูปที่ 6.52 รูปผลการทดลองสร้างภาพตัดขวางของแบบที่ 4 โดยวิธี SIRT ที่มีจำนวนโปรเจกชัน 18 มุม โดยใช้จำนวนการทำซ้ำเป็น 1, 3, 5, 7, 9 และ 12



รูปที่ 6.53 รูปผลการทดลองสร้างภาพตัดขวางของแบบที่ 4 โดยวิธี SART ที่มีจำนวนโปรเจกชัน 18 มุม โดยใช้จำนวนการทำซ้ำเป็น 1, 3, 5, 7, 9 และ 12

บทที่ 7

บทสรุปและข้อเสนอแนะ

ภาพตัดขวางของวัตถุด้วยคลื่นอัลตราโซนิกแบบส่งผ่านความถี่ 3.75 MHz สามารถสร้างได้โดยสมมติให้วัตถุมีลักษณะที่ดูกลมกลืนเท่านั้นโดยไม่ทำให้เกิดการเลี้ยวเบนของคลื่น ทำให้สามารถพิจารณาคลื่นอัลตราโซนิกเดินทางผ่านวัตถุเป็นเส้นตรงได้ เช่นเดียวกับรังสีเอ็กซ์ ข้อดีของวิธีนี้คือ การสร้างภาพตัดขวางไม่ซับซ้อน เพราะไม่คิดผลของการเลี้ยวเบนของคลื่น ซึ่งคลื่นอัลตราโซนิกที่เดินทางผ่านรอยต่อของวัตถุจะทำให้เกิดการเลี้ยวเบนของคลื่นทำให้คลื่นอัลตราโซนิกที่เดินทางผ่านวัตถุไม่เป็นเส้นตรง ส่วนข้อจำกัดวิธีนี้คือ การสร้างภาพตัดขวางของวัตถุไม่สามารถทดลองผ่านตัวกลางที่เป็นอากาศได้เนื่องจากอากาศมีสัมประสิทธิ์การดูดกลืนคลื่นสูงมาก

วัตถุประสงค์ของงานวิจัยนี้เพื่อศึกษาการสร้างภาพตัดขวางจากวัตถุจริงที่มีค่าความหนาแน่นของวัตถุค่าเดียวกัน และ ค่าความหนาแน่นของวัตถุที่แตกต่างกัน โดยได้พิจารณาขนาดของวัตถุที่ใช้ในการสร้างภาพตัดขวางด้วยขนาด 3.5 เซนติเมตร 5 เซนติเมตร และ 8 เซนติเมตร ด้วยคลื่นอัลตราโซนิกแบบส่งผ่านความถี่ 3.75 MHz ซึ่งเทคนิคที่ใช้ในการสร้างภาพตัดขวางในงานวิจัยนี้ประกอบด้วย เทคนิคการแปลงฟูเรียร์ เทคนิคแบคโปรเจกชัน เทคนิคฟิลเตอร์แบคโปรเจกชัน และเทคนิคอัลกอริทึมทางพีชคณิต

เนื่องจากงานวิจัยนี้เน้นในการศึกษาเทคนิค และ อัลกอริทึมของการสร้างภาพตัดขวางจากคลื่นอัลตราโซนิก ที่สามารถสร้างภาพตัดขวางจากวัตถุจริงได้ โดยสมมติให้วัตถุที่ต้องการสร้างภาพตัดขวางมีลักษณะที่ดูกลมกลืนเท่านั้น

การคำนวณหาค่าโปรเจกชันที่ใช้สำหรับสร้างภาพตัดขวางทำได้โดยใช้หลักการวัดค่าความแตกต่างของเวลาที่คลื่นอัลตราโซนิกเดินทางผ่านน้ำโดยตรงกับคลื่นอัลตราโซนิกเดินทางผ่านวัตถุ ค่าความแตกต่างของเวลานี้เรียกว่า ค่าการหน่วงทางเวลา (Time delay) โดยในการทดลองจะเก็บค่าเวลาที่จุดสูงสุดของคลื่นอัลตราโซนิกขณะไม่มีวัตถุ หรือ เดินทางผ่านน้ำโดยตรงเป็นค่าเวลาอ้างอิง ค่าเวลาอ้างอิงนี้จะนำไปหาความแตกต่างของเวลาที่จุดสูงสุดของคลื่นอัลตราโซนิกในแต่ละจุด ก็จะได้เป็นข้อมูลโปรเจกชันที่มูนันๆ แล้วทำจนครบทุกมุม โดยในงานวิจัยนี้จะใช้ 18 มุมๆละ 10 องศา หลังจากนั้นจึงนำค่าโปรเจกชันของทุกมุมที่ได้มาจากการวัดไปสร้างภาพตัดขวางด้วยเทคนิคต่างๆ ที่กล่าวไปแล้ว โดยภาพที่ได้จากการสร้างภาพตัดขวางจะมีขนาด 70x70 พิกเซล, 80x80 พิกเซล และ 100x100 พิกเซล

ในส่วนของผลการทดลองได้เปรียบเทียบผลของการสร้างภาพตัดขวางด้วยวิธีการแปลงฟูเรียร์ วิธีแบคโปรเจกชัน วิธีฟิลเตอร์แบคโปรเจกชัน และวิธีอัลกอริทึมทางพีชคณิตที่ประกอบด้วยวิธี ART, SIRT และ SART พบว่าค่าความผิดพลาดที่น้อยที่สุดคือ วิธี SART รองลงมาด้วยวิธีฟิลเตอร์

แบบโปรเจกชัน วิธีการแปลงฟูเรียร์ และวิธีแบคโปรเจกชัน ถึงแม้ว่าอัลกอริธึมทางพีชคณิตด้วยวิธี SART จะให้ค่าความผิดพลาดที่น้อยที่สุดแต่ยังมีข้อเสียด้านเวลาที่ใช้ในการคำนวณซึ่งจะใช้เวลา นานกว่าวิธี การแปลงฟูเรียร์ วิธีแบคโปรเจกชัน และ วิธีฟิลเตอร์แบคโปรเจกชัน

สิ่งที่ควรศึกษาต่อไปก็คือ การสร้างภาพตัดขวางของวัตถุที่พิจารณาผลของการเลี้ยวเบนของคลื่นอัลตราโซนิกที่ได้มาจากการวัดจริง

เอกสารอ้างอิง

- [1] R. A. Williams, M. S. Beck, Ed., **Process Tomography Principles, Techniques and Application**. Oxford : Butterworth-Heinemann, Ltd., 1995.
- [2] มานัส มงคลสุข. **พื้นฐานทางฟิสิกส์ของ CT และ MRI**. กรุงเทพฯ ฯ : ไทศาสตร์การพิมพ์. 2532.
- [3] A. C. Kak and M. Slaney, **Principles of Computerized Tomographic Imaging**. New York: IEEE Press, 1988.
- [4] A. Slaney, and A. C. Kak, "Diffraction Tomography", Proc. S.P.I.E., vol. 413, Apr. 1983, pp. 2-19.
- [5] Molyneux, J. E. and Witten, A, "Diffraction Tomographic Imaging in a Monostatic Measurement Environment," IEEE. Trans. Geosci. Remote Sensing, vol. 31, no. 2, pp. 507-511, 1993
- [6] A. J. Devaney, "A Filtered Backpropagation Algorithm for Diffraction Tomography", Ultrason. Imaging, vol 4, 1982, pp. 336-350.
- [7] S. X. Pan and A. C. Kak, "A computational study of reconstruction algorithms for diffraction tomography: Interpolation vs. filtered-backpropagation," IEEE Trans. Acoust. Speech Signal Processing, vol. ASSP-31, pp. 1262-1275, Oct. 1983.
- [8] K.T. Ladas, A. J. Devaney, "Generalized ART Algorithm for Diffraction Tomography" Inv. Prob., 7, p 109, 1991.
- [9] K. Hamamoto, B. Andreas, T. Shiina, and M. Ito, "Basic Investigation on Reflection Mode Ultrasonic Attenuation Tomography", Jpn. J. Appl. Phys., Japan, vol 34 (May 1995), pp. 2812-2816.
- [10] K. A. Dines, and A. C. Kak, "Ultrasonic Attenuation Tomography of Soft Biological Tissues", Ultrason. Imaging, vol. 1, 1979, pp. 16-33.
- [11] J. Ophir, and P. Jaeger, "Spectral Shifts of Ultrasonic Propagation Through Media with Nonlinear Dispersive Attenuation", Ultrason. Imaging, vol 4, 1982, pp.282-289.
- [12] A. C. Kak, and K. A. Dines, "Signal Processing of Broadband Pulsed Ultrasound: Measurement of Attenuation of Soft Biological Tissues", IEEE Transaction on Biomedical Engineering, IEEE Press, July 1978, pp. 321-344.

- [13] M. Fatemi, and A. C. Kak, "Ultrasonic B-Scan Imaging: Theory of Image Formation and a Technique for Restoration", *Ultrason. Imaging*, vol. 2, 1980, pp. 1-47.
- [14] W. Withayachumnankul, A. Romputtal, C.Pintavirooj, and S. Taertulakarn, "An Investigation on Ultrasonic Attenuation Tomography Using the Integrated Power Spectrum Ratio Method," *Proc. International Congress on Biological and Medical Engineering*, Singapore, December 2002.
- [15] Faux, S. W., Pele, N. J., Glover, G. H., Gutmann, F.D., and McLachlan, M., "Spectral Characteristics and Attenuation Measurements in Ultrasound," *Ultrason. Imaging*, vol. 5, pp. 95-116, 1983.
- [16] Kuc, R., "Estimating Acoustic Attenuation from Reflected Ultrasound Signals: Comparison of Spectral-Shift and Spectral-Difference Approaches," *IEEE Trans. Acoust. Speech Signal Processing*, vol. ASSP-32, pp. 1-7, 1994.
- [17] S. Kaczmarz, "Angenaherte auflosung von systemen linearer gleichungen," *Bull. Acad. Pol. Sci. Lett. A*, vol. 6-8A, pp. 355-357, 1937.
- [18] R. Gordon, R. Bender, and G. T. Herman, "Algebraic Reconstruction Techniques (ART) for three dimensional electron microscopy and X-ray photography," *J. Theor. Biol.*, vol. 29, pp. 471-481, 1970.
- [19] Phittaya Ungpinitpong, Supachai Ngamanekrat, Kasemsuk Sepsirisuk, Chuchart Pintavirooj, Manas Sangworasil "3D Visualization form X-Ray Radiograph Using Algebraic Reconstruction Technique." *Proceeding of International Congress on Biological and Medical Engineering*, Singapore, pp.84, December 2002.
- [20] K. Mueller. Fast and accurate three-dimensional reconstruction of algebraic methods for 3D reconstruction from cone-beam data. *IEEE Transactions on Medical Imaging*, Sept 1999

ภาคผนวก ก.

ผลงานวิจัยที่ได้รับการตีพิมพ์

1. W. Withayachumnankul, A. Romputtal, C. Pintavirooj, and S. Taertulakarn, "An Investigation on Ultrasonic Attenuation Tomography Using the Integrated Power Spectrum Ratio Method," Proc. International Congress on Biological and Medical Engineering, Singapore, December 2002.
2. S. Taertulakarn, A. Romputtal, C. Pintavirooj, and S. Aeirpaiboon, "Algebraic Reconstruction Technique for Ultrasonic Computed Tomography," World Congress on Medical Physics and Biomedical Engineering (WC2003), Sydney Australia, August 2003.
3. A. Romputtal, C. Pintavirooj, P. Lertprasert, and W. Withayachumnankul, "Ultrasonic Computed Tomography Using Algebraic Reconstruction Algorithms," Proc. International Symposium on Communications and Information Technologies (ISCIT2003), Thailand, September 2003.
4. C. Pintavirooj, A. Romputtal, A. Ngamlamiad, and W. Withayachumnankul, "Ultrasonic Refractive Index Tomography," The 12th International Conference in Central Europe on Computer Graphics, Visualization and Computer Vision'2004 (WSCG 2004), Czech Republic, February 2004.

ประวัติผู้เขียน

นายอดิศักดิ์ ร่มพุดตาล เกิดเมื่อวันที่ 25 พฤศจิกายน 2522 ที่จังหวัดลพบุรี สำเร็จการศึกษาปริญญาวิศวกรรมศาสตรบัณฑิต สาขาวิศวกรรมอิเล็กทรอนิกส์ จากสถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง ปีการศึกษา 2544 และประกาศนียบัตรวิชาชีพชั้นสูง สาขาอิเล็กทรอนิกส์ จากวิทยาลัยเทคนิคท่าหลวงจันทบุรีไทยอนุสรณ์ ปีการศึกษา 2541