

อัลกอริทึมสำหรับอะแดปทีฟอีควอลไลเซอร์ในระบบสื่อสารดิจิทัล

AN ALGORITHM FOR ADAPTIVE EQUALIZER FOR DIGITAL
COMMUNICATIONS SYSTEM

พรพิมล ทัพชัย

PORNPIMON TUPCHAI

วิทยานิพนธ์นี้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตรปริญญาวิศวกรรมศาสตรมหาบัณฑิต

สาขาวิชาวิศวกรรมไฟฟ้า

บัณฑิตวิทยาลัย

สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง

พ.ศ. 2547

ISBN 974-9680-71-5

สำนักหอสมุดกลาง พระจอมเกล้าลาดกระบัง

อัลกอริทึมสำหรับอะแดปทีฟอีควอลไลเซอร์ในระบบสื่อสารดิจิทัล

AN ALGORITHM FOR ADAPTIVE EQUALIZER FOR DIGITAL
COMMUNICATIONS SYSTEM



พรพิมล ทัพชัย

PORNPIMON TUPCHAI

วิทยานิพนธ์นี้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตรปริญญาวิศวกรรมศาสตรมหาบัณฑิต

สาขาวิชาวิศวกรรมไฟฟ้า

บัณฑิตวิทยาลัย

สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง

พ.ศ. 2547

ISBN 974-9680-71-5

เลขหมู่.....

เลขทะเบียน.....51827.....

วัน,เดือน,ปี.....30 ก.ค. 2547.....

.b.....

.i.....

**AN ALGORITHM FOR ADAPTIVE EQUALIZER FOR DIGITAL
COMMUNICATIONS SYSTEM**

PORNPIMON TUPCHAI

**A THESIS SUBMITTED IN PARTIL FULFILLMENT
OF THE REQUIREMENT FOR THE DEGREE OF
MASTER OF ENGINEERING IN ELECTRICAL ENGINEERING
SCHOOL OF GRADUATE STUDIES
KING MONGKUT'S INSTITUTE OF TECHNOLOGY LADKRABANG**

2004

ISBN 974-9680-71-5

COPYRIGHT 2004

SCHOOL OF GRADUTE STUDIES

KING MONGKUT'S INSTITUTE OF TECHNOLOGY LADKRABANG

บัณฑิตวิทยาลัย
สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง
ใบรับรองวิทยานิพนธ์

หัวข้อวิทยานิพนธ์ อัลกอริทึมสำหรับอะแดปทีฟอีควอลไลเซอร์ในระบบสื่อสารดิจิทัล
AN ALGORITHM FOR ADAPTIVE EQUALIZER FOR DIGITAL
COMMUNICATIONS SYSTEM

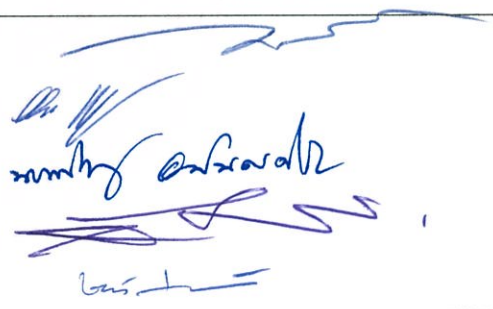
ชื่อนักศึกษา นางสาวพรพิมล ทัพชัย

รหัสประจำตัว 43061096

ปริญญา วิศวกรรมศาสตรมหาบัณฑิต

สาขาวิชา วิศวกรรมไฟฟ้า

อาจารย์ผู้ควบคุมวิทยานิพนธ์ รศ.ชวลิต เบญจางคประเสริฐ

| คณะกรรมการสอบวิทยานิพนธ์ | | ลายมือชื่อ |
|--------------------------|-----------------|---|
| รศ.ดร.กนก | เจนจิระพงศ์เวช |  |
| รศ.อรลภ | แสงอรุณ | |
| ผศ.นภพินท์ | อนันตรศิริชัย | |
| ผศ.อุทัย | ศรียะระวีโรจน์ | |
| รศ.ชวลิต | เบญจางคประเสริฐ | |

วัน/เดือน/ปี ที่สอบ 2 มีนาคม 2547 เวลา 10.30-12.30 น.

สถานที่สอบ ณ อาคาร 12 ชั้น ชั้น 4 (ห้อง E12-403)

บัณฑิตวิทยาลัยรับรองแล้ว

(ศศ.ดร.จางกูร เจริญสุข)

คณบดีบัณฑิตวิทยาลัย

วันที่.....เดือน.....พ.ศ.....

| | |
|-----------------------------|---|
| หัวข้อวิทยานิพนธ์ | อัลกอริทึมสำหรับอะแดปทีฟอีควอลไลเซอร์ในระบบสื่อสารดิจิทัล |
| นักศึกษา | นางสาวพรพิมล ทัพชัย |
| รหัสประจำตัว | 43061096 |
| ปริญญา | วิศวกรรมศาสตรมหาบัณฑิต |
| สาขาวิชา | วิศวกรรมไฟฟ้า |
| พ.ศ. | 2547 |
| อาจารย์ผู้ควบคุมวิทยานิพนธ์ | รศ. ชวลิต เบนจางคประเสริฐ |

บทคัดย่อ

วิทยานิพนธ์ฉบับนี้นำเสนออะแดปทีฟอีควอลไลเซอร์โดยใช้อัลกอริทึมแบบปรับสแต็ปไซส์ อะแดปทีฟอีควอลไลเซอร์ที่สร้างขึ้นนี้ใช้โครงสร้างฟิลเตอร์แบบ FIR (Finite Impulse Response) เน้นนำไปใช้เพื่อลดความผิดพลาดของข้อมูลเนื่องจากผลของสัญญาณรบกวนและการแทรกสอดระหว่างสัญลักษณ์ในระบบการสื่อสารดิจิทัลที่ใช้วิธีการมอดูเลตแบบ 16-QAM (16-Quadrature Amplitude Modulation) โดยอัลกอริทึมที่นำเสนอในวิทยานิพนธ์นี้พัฒนามาจากอัลกอริทึมแบบ CMA (Constant Modulus Algorithm) ทำให้ได้อัลกอริทึมใหม่ที่สามารถทำงานได้เร็ว มีค่าความผิดพลาดกำลังสองเฉลี่ยต่ำและให้สมรรถนะความผิดพลาดของสัญญาณดีกว่าอะแดปทีฟอีควอลไลเซอร์ที่ใช้อัลกอริทึมแบบ CMA จากผลการจำลองการทำงานระบบการสื่อสารดิจิทัลที่ใช้วิธีการมอดูเลตแบบ 16-QAM ส่งผ่านช่องสัญญาณที่มีการรบกวนจากสัญญาณรบกวนเกาส์เซียนแบบขาว (Additive White Gaussian Noise : AWGN) และช่องสัญญาณที่มีการจางหายแบบเรย์ลี (Rayleigh) ด้วยโปรแกรมคอมพิวเตอร์สามารถยืนยันสมรรถนะของอะแดปทีฟอีควอลไลเซอร์ที่ใช้อัลกอริทึมแบบปรับสแต็ปไซส์ได้

| | |
|-----------------------|---|
| Thesis Title | AN ALGORITHM FOR ADAPTIVE EQUALIZER FOR DIGITAL COMMUNICATIONS SYSTEM |
| Student | Miss Pornpimon Tupchai |
| Student ID. | 43061096 |
| Degree | Master of Engineering |
| Programme | Electrical Engineering |
| Year | 2004 |
| Thesis Advisor | Assoc. Prof. Chawalit Benjangkprasert |

ABSTRACT

This thesis presents a new adaptive equalizer using the variable step-size technique. The proposed adaptive equalizer is based on FIR (Finite Impulse Response) filter structure, emphasize for the 16-QAM (16-Quadrature Amplitude Modulation) digital communication system. The objective is to improved the performance or bit error of the communication due to the disturbances of noise and intersymbol interference phenomenon on the channel. The proposed algorithm is based on the CMA (Constant Modulus Algorithm) and this new algorithm provides fast convergence speed, low mean square error, and good symbol error rate than that the previous one. We considers the 16-QAM communication system transmit data through AWGN (Additive White Gaussian Noise) channel and Rayleigh fading environment. Moreover, according to the simulation result, it is found that the performance of the variable step size adaptive equalizer is confirmed.

กิตติกรรมประกาศ

การดำเนินการวิจัยและจัดทำวิทยานิพนธ์ฉบับนี้สำเร็จลุล่วงไปได้ด้วยความช่วยเหลืออย่างดียิ่งของอาจารย์ควบคุมวิทยานิพนธ์ รศ. ชวลิต เบญจางคประเสริฐ ที่กรุณาให้คำแนะนำในการวิจัยและคำปรึกษา ตลอดจนทำการตรวจสอบขั้นตอนในการทำวิทยานิพนธ์ และกรุณาช่วยเหลือด้านงานวิจัยอย่างดีมาโดยตลอด

ขอกราบขอบพระคุณ บิดา มารดา ที่ให้การสนับสนุนผู้วิจัย ที่คอยช่วยเหลือและเป็นกำลังใจเสมอมา

ขอขอบคุณเพื่อน ๆ ปริญญาโททุกท่าน ที่ให้ความช่วยเหลือและคอยให้กำลังใจในทุก ๆ ด้าน
สุดท้ายขอขอบคุณบัณฑิตวิทยาลัยที่ให้การสนับสนุนการทำวิทยานิพนธ์ครั้งนี้

พรพิมล ทัพชัย

สารบัญ

| | หน้า |
|--|------|
| บทคัดย่อภาษาไทย..... | I |
| บทคัดย่อภาษาอังกฤษ | II |
| กิตติกรรมประกาศ..... | III |
| สารบัญ | IV |
| สารบัญตาราง..... | VII |
| สารบัญรูป..... | VIII |
| บทที่ 1 บทนำ..... | 1 |
| 1.1 ความเป็นมาและความสำคัญของปัญหา..... | 1 |
| 1.2 วัตถุประสงค์ในการทำวิทยานิพนธ์..... | 1 |
| 1.3 หลักการใหม่ในวิทยานิพนธ์..... | 2 |
| 1.4 โครงประกอบของวิทยานิพนธ์..... | 2 |
| 1.5 ขอบเขตการวิจัย..... | 3 |
| 1.6 นิยามสัญลักษณ์..... | 3 |
| บทที่ 2 การสื่อสารระบบดิจิทัล..... | 4 |
| 2.1 ระบบสื่อสารข้อมูลดิจิทัลแบบ QAM..... | 4 |
| 2.2 การจัดตำแหน่งของสัญญาณ QAM..... | 8 |
| 2.3 มอดูเลเตอร์..... | 8 |
| 2.4 ดีมอดูเลเตอร์..... | 10 |
| 2.5 ความน่าจะเป็นความผิดพลาดสำหรับ QAM ในช่องสัญญาณแบบ AWGN | 12 |
| บทที่ 3 อดแปกทีฟฟิลเตอร์..... | 14 |
| 3.1 ตัวกรองความถี่หรือฟิลเตอร์..... | 14 |
| 3.1.1 ตัวกรองความถี่แบบ FIR (Finite impulse response)..... | 15 |
| 3.2 ทฤษฎีพื้นฐานของอดแปกทีฟฟิลเตอร์..... | 17 |
| 3.2.1 โครงสร้างของอดแปกทีฟฟิลเตอร์..... | 17 |
| 3.2.2 การเปรียบเทียบระหว่างฟิลเตอร์ที่เหมาะสมที่สุดกับอดแปกทีฟฟิลเตอร์.. | 19 |
| 3.2.3 เสถียรภาพและสมรรถนะเมื่ออยู่ตัวของอดแปกทีฟฟิลเตอร์..... | 25 |

สารบัญ (ต่อ)

| | หน้า |
|--|------|
| บทที่ 4 อะแดปทีฟอีควอลไลเซอร์..... | 29 |
| 4.1 อีควอลไลเซชัน (Equalization)..... | 29 |
| 4.2 โครงสร้างพื้นฐานของวงจรอีควอลไลเซอร์..... | 30 |
| 4.3 อีควอลไลเซชันในระบบการส่งสัญญาณข้อมูล..... | 33 |
| 4.3.1 หลักเกณฑ์ในคริสต์สำหรับซีโร ISI..... | 35 |
| 4.3.2 แบบจำลองช่องสัญญาณอย่างสมมูลย์ที่ไม่ต่อเนื่องทางเวลา..... | 38 |
| (Equivalent Discrete-Time Channel Model) | |
| 4.4 ชนิดของอีควอลไลเซอร์..... | 40 |
| 4.4.1 อีควอลไลเซอร์แบบเชิงเส้น (Linear Equalizer)..... | 41 |
| 4.4.2 อีควอลไลเซอร์แบบ Zero-Forcing..... | 43 |
| 4.4.3 อีควอลไลเซอร์แบบความผิดพลาดกำลังสองเฉลี่ยต่ำสุด..... | 44 |
| (Minimum MSE Equalizer) | |
| 4.5 Unsupervised Adaptive Filters – Blind Equalizer..... | 45 |
| 4.5.1 อีควอลไลเซอร์แบบบอด(Blind Equalization)..... | 46 |
| 4.5.2 Symbol Rate Blind Equalizers..... | 47 |
| 4.6 Fractionally Spaced Equalizers..... | 49 |
| 4.6.1 Blind Fractionally Spaced Equalizers | 51 |
| 4.7 อัลกอริทึมพื้นฐานที่เกี่ยวข้อง..... | 52 |
| 4.7.1 Sato อัลกอริทึม..... | 52 |
| 4.7.2 Godard อัลกอริทึม..... | 53 |
| 4.7.3 Constant Modulus อัลกอริทึม..... | 53 |
| 4.7.4 Signed-Error Constant-Modulus algorithm (SE-CMA Algorithm)..... | 55 |
| 4.8 อัลกอริทึมที่นำเสนอในวิทยานิพนธ์นี้..... | 55 |
| 4.8.1 อะแดปทีฟอัลกอริทึมแบบ SI-CMA | 56 |
| 4.8.2 อะแดปทีฟอัลกอริทึมแบบ VS-CMA..... | 57 |
| 4.9 วิธีการวัดสมรรถนะและความหมายของตัววัดสมรรถนะต่าง ๆ..... | 57 |
| 4.9.1 อัตราส่วนสัญญาณต่อสัญญาณรบกวน (Signal to noise ratio : SNR)..... | 57 |
| 4.9.2 อัตราความผิดพลาดสัญลักษณ์ (Symbol error rate : SER)..... | 58 |
| 4.9.3 อัตราความผิดพลาดบิต (Bit error rate : BER)..... | 58 |

สารบัญ (ต่อ)

| | หน้า |
|--|------|
| บทที่ 5 ผลการจำลอง..... | 59 |
| 5.1 การจำลองการทดลอง..... | 59 |
| 5.2 ผลการทดลอง..... | 62 |
| 5.3 สรุป..... | 73 |
| บทที่ 6 สรุปผลการวิจัยและข้อเสนอแนะ..... | 74 |
| 6.1 สรุปผลการวิจัย..... | 74 |
| 6.2 ข้อเสนอแนะ..... | 75 |
| เอกสารอ้างอิง..... | 76 |
| ภาคผนวก..... | 78 |
| ภาคผนวก ก. ฟังก์ชันความหนาแน่นของความน่าจะเป็นที่มีการแจกแจงแบบเรย์ลี..... | 79 |
| (Probability Density Function of Rayleigh Distribution) | |
| ภาคผนวก ข. The Q-Function..... | 82 |
| ภาคผนวก ค. บทความวิจัยที่ได้รับการตีพิมพ์..... | 83 |
| ประวัติผู้เขียน..... | 94 |

สารบัญตาราง

| ตารางที่ | หน้า |
|---|------|
| 4.1 สรุปการทำงานของ Godard หรือ CMA..... | 54 |
| 5.1 ค่าพารามิเตอร์ที่ใช้ในการทดสอบระบบ..... | 62 |

สารบัญรูป

| รูปที่ | หน้า |
|--|------|
| 2.1 ตัวอย่างการจัดตำแหน่งของสัญญาณ 16 QAM แบบต่าง ๆ | 6 |
| 2.2 บล็อกไดอะแกรมมอดูเลเตอร์ของสัญญาณ QAM..... | 9 |
| 2.3 การจัดตำแหน่งของสัญญาณ QAM แบบสี่เหลี่ยมจัตุรัสโดยใช้รหัสเกรย์ | 10 |
| 2.4 คีมอดูเลเตอร์แบบ Coherent สำหรับสัญญาณมอดูเลตแบบ QAM..... | 11 |
| 2.5 คีมอดูเลเตอร์แบบ Coherent สำหรับสัญญาณ QAM ที่ใช้คิเทกต์เตอร์แบบกำหนด..... | 11 |
| จุดเริ่มเปลี่ยนและคีมอดูเลตแบบแยกสัญญาณช่อง I และสัญญาณช่อง Q | |
| 2.6 ความน่าจะเป็นความผิดพลาดบิตของการมอดูเลตสัญญาณดิจิทัลแบบ QAM..... | 13 |
| 3.1 โครงสร้างของตัวกรองความถี่แบบ FIR..... | 16 |
| 3.2 ส่วนประกอบพื้นฐานของอะแดปทีฟฟิลเตอร์ทั่วไป..... | 18 |
| 3.3 ส่วนประกอบพื้นฐานของ supervised อะแดปทีฟฟิลเตอร์..... | 19 |
| 3.4 ความแตกต่างของสัญญาณอินพุตระหว่าง (ก) ตัวรวมสัญญาณแบบเชิงเส้นที่มีหลายอินพุต..20 (ข) FIR ฟิลเตอร์อินพุตเดี่ยว | |
| 3.5 ความแตกต่างของกระบวนการระหว่าง (ก) ฟิลเตอร์ที่เหมาะสมที่สุด | 22 |
| และ (ข) อะแดปทีฟฟิลเตอร์ | |
| 3.6 ไดอะแกรมเวลาสำหรับ priori และ posteriori อะแดปทีฟอัลกอริทึม..... | 24 |
| 4.1 โครงสร้างพื้นฐานของวงจรรีคิวไลเซอร์ในช่วงเวลาที่มีการปรับชุดสัมประสิทธิ์การคูณ..... | 31 |
| 4.2 (ก) แบบจำลองของระบบการส่งสัญญาณแบบเบสแบนด์ที่มีการมอดูเลตแบบ PAM..... | 34 |
| (ข) ลำดับสัญลักษณ์อินพุต a_n | |
| 4.3 เกณฑ์ในควิสต์สำหรับซีโร ISI ในโดเมนความถี่..... | 36 |
| 4.4 ลักษณะของพัลส์ร่วมกับสเปคตรัมของ raised cosine..... | 37 |
| 4.5 แบบจำลองของระบบส่งสัญญาณข้อมูลร่วมกับ ISI ที่ไม่ต่อเนื่องทางเวลา..... | 38 |
| 4.6 แบบจำลองของระบบการส่งสัญญาณข้อมูลที่ไม่ต่อเนื่องทางเวลาที่มีสัญญาณแทรกสอด..... | 40 |
| ระหว่างสัญลักษณ์และสัญญาณรบกวน | |
| 4.7 แบบจำลองของเครื่องรับที่ใช้รีคิวไลเซอร์..... | 42 |
| 4.8 วงจรรีคิวไลเซอร์แบบดั้งเดิมที่มีการใช้ลำดับฝึกฝนและโหมคการตัดสินบิตแบบ โดยตรง.... | 46 |
| 4.9 โครงสร้างพื้นฐานของระบบรีคิวไลเซอร์แบบบอด..... | 47 |
| 4.10 บล็อกไดอะแกรมของเครื่องรับแบบ fractionally spaced equalizer..... | 49 |
| 4.11 แบบจำลองระบบสองช่องสัญญาณที่เป็นเครื่องรับแบบ $T_b/2$ spaced equalizer..... | 51 |
| 4.12 ส่วนประกอบพื้นฐานของระบบ FS adaptive blind equalization..... | 52 |

สารบัญรูป(ต่อ)

| รูปที่ | หน้า |
|--------|---|
| 4.13 | บล็อกโคออร์ดิเนตของอิกวอไลเซอร์แบบไม่ต้องการลำดับฝึกฝน.....56 |
| 5.1 | บล็อกโคออร์ดิเนตจำลองระบบการสื่อสารข้อมูลดิจิทัล 16-QAM ที่ใช้ในการจำลอง |
| | (ก) ระบบที่ผ่านช่องสัญญาณแบบ AWGN59 |
| | (ข) ระบบที่ผ่านช่องสัญญาณแบบ Rayleigh.....60 |
| 5.2 | สัญญาณอินพุต 16-QAM ที่สร้างขึ้น.....60 |
| 5.3 | สัญญาณที่เครื่องรับรับได้หลังจากการผ่านช่องสัญญาณแบบ AWGN.....61 |
| 5.4 | สัญญาณที่เครื่องรับรับได้หลังจากการผ่านช่องสัญญาณแบบ Rayleigh.....62 |
| 5.5 | Constellation diagram 16-QAM ผ่านอิกวอไลเซอร์ที่ใช้อัลกอริทึมแบบ CMA.....63 |
| | ช่องสัญญาณแบบ AWGN |
| 5.6 | Constellation diagram 16-QAM ผ่านอิกวอไลเซอร์ที่ใช้อัลกอริทึมแบบ CMA.....63 |
| | ช่องสัญญาณแบบ Rayleigh |
| 5.7 | ค่า MSE ใช้อัลกอริทึมแบบ CMA ผ่านช่องสัญญาณแบบ AWGN.....64 |
| 5.8 | ค่า MSE ใช้อัลกอริทึมแบบ CMA ผ่านช่องสัญญาณแบบ Rayleigh.....64 |
| 5.9 | Constellation diagram 16-QAM ผ่านอิกวอไลเซอร์ที่ใช้อัลกอริทึมแบบ SE-CMA.....65 |
| | ช่องสัญญาณแบบ AWGN |
| 5.10 | Constellation diagram 16-QAM ผ่านอิกวอไลเซอร์ที่ใช้อัลกอริทึมแบบ SE-CMA.....65 |
| | ช่องสัญญาณแบบ Rayleigh |
| 5.11 | ค่า MSE ใช้อัลกอริทึมแบบ SE-CMA ผ่านช่องสัญญาณแบบ AWGN.....66 |
| 5.12 | ค่า MSE ใช้อัลกอริทึมแบบ SE-CMA ผ่านช่องสัญญาณแบบ Rayleigh.....66 |
| 5.13 | Constellation diagram 16-QAM ผ่านอิกวอไลเซอร์ที่ใช้อัลกอริทึมแบบ SI-CMA67 |
| | ช่องสัญญาณแบบ AWGN |
| 5.14 | Constellation diagram 16-QAM ผ่านอิกวอไลเซอร์ที่ใช้อัลกอริทึมแบบ SI-CMA.....67 |
| | ช่องสัญญาณแบบ Rayleigh |
| 5.15 | ค่า MSE ใช้อัลกอริทึมแบบ SI-CMA ผ่านช่องสัญญาณแบบ AWGN.....68 |
| 5.16 | ค่า MSE ใช้อัลกอริทึมแบบ SI-CMA ผ่านช่องสัญญาณแบบ Rayleigh.....68 |
| 5.17 | Constellation diagram 16-QAM ผ่านอิกวอไลเซอร์ที่ใช้อัลกอริทึมแบบ VS-CMA.....69 |
| | ช่องสัญญาณแบบ AWGN |
| 5.18 | Constellation diagram 16-QAM ผ่านอิกวอไลเซอร์ที่ใช้อัลกอริทึมแบบ VS-CMA.....69 |
| | ช่องสัญญาณแบบ Rayleigh |

สารบัญรูป(ต่อ)

| รูปที่ | หน้า |
|---|------|
| 5.19 ค่า MSE ใช้อัลกอริทึมแบบ VS-CMA ผ่านช่องสัญญาณแบบ AWGN..... | 70 |
| 5.20 ค่า MSE ใช้อัลกอริทึมแบบ VS-CMA ผ่านช่องสัญญาณแบบ Rayleigh..... | 70 |
| 5.21 เปรียบเทียบค่า MSE ของอัลกอริทึม CMA, SE-CMA, SI-CMA, VS-CMA ผ่าน ช่องสัญญาณแบบ AWGN..... | 71 |
| 5.22 เปรียบเทียบค่า MSE ของอัลกอริทึม CMA, SE-CMA, SI-CMA, VS-CMA ผ่าน ช่องสัญญาณแบบ Rayleigh..... | 71 |
| 5.23 เปรียบเทียบค่า SER ของอัลกอริทึม CMA, SE-CMA, SI-CMA, VS-CMA ผ่าน ช่องสัญญาณแบบ AWGN..... | 72 |
| 5.24 เปรียบเทียบค่า SER ของอัลกอริทึม CMA, SE-CMA, SI-CMA, VS-CMA ผ่าน ช่องสัญญาณ แบบ Rayleigh..... | 72 |
| ก. 1 การพิจารณาทางด้านเฟสเซอร์ (ซ้าย) การกระจายของฟังก์ชันความหนาแน่นของ ความน่าจะเป็นแบบเรย์ลี (ขวา)..... | 80 |

บทที่ 1

บทนำ

1.1 ความเป็นมาและความสำคัญของปัญหา

ระบบการสื่อสารข้อมูลแบบดิจิทัลได้เข้ามามีบทบาทต่อการดำเนินชีวิตของมนุษย์ซึ่งไม่สามารถหลีกเลี่ยงได้ เพื่อใช้ในการติดต่อสื่อสารข้อมูลและได้ทำการพัฒนาระบบการสื่อสารอย่างต่อเนื่องถึงปัจจุบัน ในการสื่อสารข้อมูลนั้น เราไม่สามารถควบคุมสภาพแวดล้อมต่าง ๆ ของระบบได้ทั้งหมด จึงทำให้เกิดการผิดพลาดของข้อมูลที่รับได้ เช่น ในการส่งผ่านข้อมูลอาจจะทำให้เกิดการลดทอนหรือการสูญหายของสัญญาณ ซึ่งสาเหตุหนึ่งที่ทำให้เกิดปัญหานี้ขึ้นจะเกิดจากการแทรกสอดระหว่างสัญลักษณ์ (intersymbol interference : ISI) ที่เกิดเนื่องจากช่องสัญญาณที่ส่งผ่านและสัญญาณรบกวนที่เกิดขึ้นในระบบ ซึ่งปัญหาดังกล่าว สามารถแก้ไขได้หลายวิธี วิธีหนึ่งในการแก้ไขปัญหาคือ การใช้อควอไลเซอร์ต่อเข้าที่ภาครับและอัลกอริทึมที่เหมาะสมกับสภาพของระบบ ซึ่งในวิทยานิพนธ์นี้จะเน้นการวิเคราะห์อัลกอริทึมขึ้นมาใหม่เพื่อให้เหมาะสมกับอควอไลเซอร์ที่ใช้ในระบบการสื่อสารแบบ 16-QAM (16-Quadrature Amplitude Modulation) เพื่อให้ได้ข้อมูลที่ถูกต้องและตรงกัน จะเห็นได้ว่าคุณลักษณะของวงจรอควอไลเซอร์จะมีการเปลี่ยนแปลงตามเวลาเพื่อให้เหมาะสมกับสภาพของช่องสัญญาณ ซึ่งมักจะมีการเปลี่ยนแปลงอยู่ตลอดเวลาและสามารถจัดการกับปัญหาของ ISI ได้อย่างมีประสิทธิภาพ วงจรอควอไลเซอร์ที่สามารถปรับเปลี่ยนคุณสมบัติไปตามสภาพของช่องสัญญาณที่เปลี่ยนแปลงตามเวลานั้น จำเป็นจะต้องมีการปรับแก้ค่าสัมประสิทธิ์ของวงจรฟิลเตอร์เพื่อให้เหมาะสมกับสภาพของช่องสัญญาณตลอดเวลา ซึ่งการปรับแก้ค่าสัมประสิทธิ์ของวงจรฟิลเตอร์ต้องอาศัยการตัดสินใจของอัลกอริทึม ซึ่งอัลกอริทึมที่ใช้ในการปรับแก้ค่าสัมประสิทธิ์มีอยู่หลายรูปแบบ แต่ละชนิดก็มีคุณสมบัติที่แตกต่างกันไปในแต่ละงานที่นำไปประยุกต์ใช้ ดังนั้นเราจึงต้องเลือกอัลกอริทึมที่เหมาะสมกับสถานะของระบบนั้น ๆ รวมถึงการมีคุณสมบัติที่ดีของอัลกอริทึมคือ มีค่าความคลาดเคลื่อนต่ำ การคำนวณที่ไม่ซับซ้อน มีการลู่อเข้าที่เร็ว

1.2 วัตถุประสงค์ในการทำวิทยานิพนธ์

จากหลักการที่ได้กล่าวไว้ข้างต้น วิทยานิพนธ์ฉบับนี้ได้นำเสนออะแดปทีฟอัลกอริทึมแบบใหม่เพื่อใช้กับอควอไลเซอร์ที่ใช้ในระบบสื่อสารแบบ 16-QAM เพื่อใช้ในการตัดสินใจสำหรับแก้ไขสัญญาณหรือข้อมูลที่ส่งมาเกิดการสูญหายให้ถูกต้อง อัลกอริทึมใหม่ที่ได้มีความเหมาะสมสำหรับ

ใช้ในระบบสื่อสารแบบ 16-QAM ซึ่งมีคุณสมบัติคือ มีการลู่อเข้าที่เร็ว มีการคำนวณที่ไม่ซับซ้อนและสามารถแก้ไขปัญหาที่เกิดขึ้นในระบบสื่อสารแบบ 16-QAM ได้ดี

1.3 หลักการใหม่ในวิทยานิพนธ์

หลักการใหม่ที่น่าเสนอนี้อยู่บนพื้นฐานของอัลกอริทึมแบบ Constant Modulus Algorithm (CMA) ซึ่งได้มีการนำเอาคุณสมบัติของฟังก์ชันเครื่องหมาย (Function sign) และการหาค่าสแต็ปไซส์ (step size) ที่เหมาะสม เพื่อให้ได้อัลกอริทึมที่เหมาะสมสำหรับการสื่อสารดิจิทัลแบบ 16-QAM ซึ่งการนำหลักการดังกล่าวมาพัฒนาทำให้ได้อัลกอริทึมที่มีการลู่อเข้าที่เร็วขึ้นและสามารถแก้ไขปัญหาที่เกิดขึ้นให้ข้อมูลที่ถูกต้องมากขึ้น

1.4 โครงประกอบของวิทยานิพนธ์

สำหรับรายละเอียดของวิทยานิพนธ์ฉบับนี้ได้แบ่งเนื้อหาออกเป็น 6 บทด้วยกัน โดยในบทแรกนั้นเป็นการกล่าวถึง ความเป็นมาของปัญหาที่เกิดขึ้นและผลกระทบในระบบการสื่อสารดิจิทัลแบบ 16-QAM วัตถุประสงค์ในการทำวิทยานิพนธ์ รวมถึงหลักการใหม่ที่น่าเสนอ ส่วนรายละเอียดของบทต่าง ๆ อีก 5 บทนั้นสามารถกล่าวโดยสรุปได้ดังนี้

บทที่ 2 ได้กล่าวถึงหลักการพื้นฐานของระบบการสื่อสารดิจิทัลแบบ 16-QAM ซึ่งเป็นการแนะนำถึงความรู้เบื้องต้นเกี่ยวกับระบบ 16-QAM หลักการมอดูเลต และดีมอดูเลตที่ใช้ในปัจจุบัน

บทที่ 3 กล่าวถึง โครงสร้างและหลักการของอะแดปทีฟฟิลเตอร์ ซึ่งเนื้อหาภายในแสดงถึงประเภทของฟิลเตอร์และหลักการเลือกใช้ฟิลเตอร์ที่เหมาะสมกับงาน

บทที่ 4 เนื้อหาจะกล่าวถึงประเภทของอิกวอไลเซอร์ รวมถึงหลักการทำงาน และอัลกอริทึมที่เกี่ยวข้อง หลักการพื้นฐานของอัลกอริทึมแบบ CMA ที่ใช้ในการวิเคราะห์ รวมถึงเทคนิคที่นำมาใช้ร่วมกับอัลกอริทึมแบบ CMA เพื่อพัฒนาให้ได้อัลกอริทึมที่มีคุณสมบัติที่เหมาะสมกับอิกวอไลเซอร์ที่ใช้ในระบบการสื่อสารดิจิทัลแบบ 16-QAM

บทที่ 5 จะกล่าวถึงผลที่ได้จากการทดลองด้วยโปรแกรมคอมพิวเตอร์ โดยการทดสอบอัลกอริทึมแบบต่าง ๆ ดังที่ได้กล่าวไว้ในบทที่ 4 ในรูปแบบของค่าความคลาดเคลื่อนต่ำ (Mean Square Error : MSE) อัตราความผิดพลาดสัญลักษณ์ (Symbol error rate : SER) ค่าอัตราส่วนสัญญาณต่อสัญญาณรบกวนที่เกิดขึ้น และหัวข้อสุดท้ายเป็นการสรุปผลการจำลองและวิเคราะห์ในบทนี้

บทที่ 6 จะกล่าวถึงบทสรุป พร้อมทั้งได้เสนอแนะแนวทางในการศึกษาและพัฒนา ให้แก่ผู้ที่สนใจจะศึกษาและทำวิจัยในขั้นต่อไป

1.5 ขอบเขตการวิจัย

สำหรับขอบเขตของวิทยานิพนธ์นี้ คือ การนำเสนออัลกอริทึมในวิทยานิพนธ์นี้ไปแก้ปัญหาที่เกิดขึ้นในระบบสื่อสารดิจิทัลแบบ 16-QAM ซึ่งอัลกอริทึมใหม่นี้จะอาศัยเทคนิคพื้นฐานของอัลกอริทึมแบบ CMA และนำมาใช้ร่วมกับอะแดปทีฟอีควอลไลเซอร์ ที่มีโครงสร้างแบบ Finite Impulse Response (FIR) โดยใช้โปรแกรมคอมพิวเตอร์ในการจำลองระบบ 16-QAM และการทำงานของอะแดปทีฟอัลกอริทึมแบบต่าง ๆ ที่นำเสนอในวิทยานิพนธ์นี้ร่วมกับอีควอลไลเซอร์แบบ FSE

1.6 นิยามสัญลักษณ์

สัญลักษณ์ตัวพิมพ์เล็ก หมายถึง สัญลักษณ์เวลาแต่ละจุด หรือแทนสมาชิกแต่ละตัวของเมตริกซ์ หรือเวกเตอร์

สัญลักษณ์ตัวพิมพ์เล็กแบบหนา หมายถึง เวกเตอร์ หรือ แทนแถวของเมตริกซ์

สัญลักษณ์ตัวพิมพ์ใหญ่แบบหนา หมายถึง เมตริกซ์

บทที่ 2

การสื่อสารระบบดิจิทัล

การสื่อสารข้อมูลแบบดิจิทัลที่ได้ถูกนำมาใช้ในปัจจุบันมีวิธีการมอดูเลตสัญญาณดิจิทัลอยู่หลายแบบ ตัวอย่างเช่น การมอดูเลตทางขนาด (Amplitude Shift Keying : ASK) การมอดูเลตทางความถี่ (Frequency Shift Keying : FSK) และการมอดูเลตทางเฟส (Phase Shift Keying : PSK) ในส่วนของวิทยานิพนธ์นี้จะกล่าวถึงการสื่อสารข้อมูลดิจิทัลแบบ QAM (Quadrature Amplitude Modulation : QAM) ซึ่งนิยมใช้ในการสื่อสารข้อมูลในปัจจุบัน ในส่วนนี้จะกล่าวถึงการมอดูเลต การดีมอดูเลตและการหาค่าความน่าจะเป็นความผิดพลาดที่เกิดขึ้น

2.1 ระบบสื่อสารข้อมูลดิจิทัลแบบ QAM

สัญญาณ QAM เป็นการมอดูเลตที่พิจารณาทั้งขนาดและเฟสของสัญญาณ ซึ่งเขียนสมการได้ดังนี้

$$S_i(t) = A_i \cos(2\pi f_c t + \theta_i), \quad i = 1, 2, \dots, M \quad (2-1)$$

A_i คือขนาด และ θ_i คือเฟส ของสัญญาณ i -th ในกลุ่มของสัญญาณที่มีขนาดและเฟสต่างกัน การจัดรูปสัญญาณพัลส์โดยปกติแล้วจะใช้เพื่อปรับปรุงหรือแก้ไขรูปสเปกตรัมและควบคุมสัญญาณแทรกสอดสัญญาณ ในสัญญาณ QAM ที่มีการจัดรูปแบบของสัญญาณพัลส์สามารถแสดงได้ดังสมการ

$$S_i(t) = A_i p(t) \cos(2\pi f_c t + \theta_i), \quad i = 1, 2, \dots, M \quad (2-2)$$

โดยที่ $p(t)$ คือ พัลส์เรียบที่อยู่ในช่วง $[0, T]$ จากสมการที่ (2-2) จะสามารถเขียนใหม่ได้ดังสมการ

$$S_i(t) = A_{i1} p(t) \cos 2\pi f_c t - A_{i2} p(t) \sin 2\pi f_c t \quad (2-3)$$

โดยที่

$$A_{i1} = A_i \cos \theta_i \quad (2-4)$$

$$A_{i2} = A_i \sin \theta_i \quad (2-5)$$

และ

$$A_i = \sqrt{A_{i1}^2 + A_{i2}^2} \quad (2-6)$$

สัญญาณ QAM สามารถแสดงในรูปแบบของสัญญาณ 2 สัญญาณที่ตั้งฉากกัน จากสมการที่ (2-3) สามารถเขียนใหม่ได้สมการดังนี้

$$S_i(t) = S_{i1}\phi_1(t) + S_{i2}\phi_2(t) \quad (2-7)$$

โดยที่

$$\phi_1(t) = \sqrt{\frac{2}{E_p}} p(t) \cos 2\pi f_c t, \quad 0 \leq t \leq T \quad (2-8)$$

$$\phi_2(t) = \sqrt{\frac{2}{E_p}} p(t) \sin 2\pi f_c t, \quad 0 \leq t \leq T \quad (2-9)$$

และ

$$S_{i1}(t) = \sqrt{\frac{E_p}{2}} A_{i1} = \sqrt{\frac{E_p}{2}} A_i \cos \theta_i \quad (2-10)$$

$$S_{i2}(t) = \sqrt{\frac{E_p}{2}} A_{i2} = \sqrt{\frac{E_p}{2}} A_i \sin \theta_i \quad (2-11)$$

โดยที่ E_p คือ กำลังงานของ $p(t)$ ในช่วง $[0, T]$ และ $E_p = \int_0^T p^2(t) dt$ ค่าแฟคเตอร์ $\sqrt{2/E_p}$ เป็นการนอร์มัลไลซ์ฟังก์ชันพื้นฐาน $\phi_1(t)$ และ $\phi_2(t)$ กำลังงานของสัญญาณ i -th คือ

$$E_i = \int_0^T s_i^2(t) dt \cong \frac{1}{2} A_i^2 E_p \quad (2-12)$$

และพลังงานเฉลี่ยของสัญญาณคือ

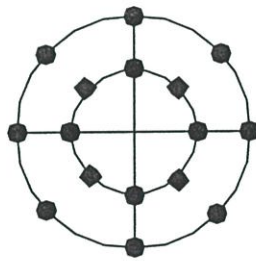
$$E_{avg} = \frac{1}{2} E_p \cdot E\{A_i^2\} \quad (2-13)$$

ค่ากำลังงานเฉลี่ยคือ

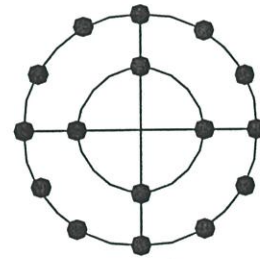
$$P_{avg} = \frac{E_{avg}}{T} \quad (2-14)$$

ค่าขนาดเฉลี่ยคือ

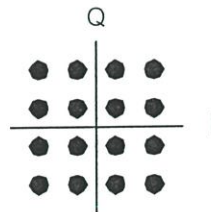
$$A_{avg} = \sqrt{2P_{avg}} \quad (2-15)$$



ก. แบบที่ 1



ข. แบบที่ 2



ค. แบบที่ 3

รูปที่ 2.1 ตัวอย่างการจัดตำแหน่งของสัญญาณ 16 QAM แบบต่าง ๆ

จากรูปที่ 2.1 แสดงตัวอย่างการจัดตำแหน่งของสัญญาณ 16-QAM โดยกำหนดให้แกนทางแนวนอนเป็น $\phi_1(t)$ และแกนทางแนวตั้งเป็น $\phi_2(t)$ สัญญาณ QAM จะแสดงด้วยจุดที่อยู่บนพิกัด (s_{i1}, s_{i2}) ในทำนองเดียวกันแกนทางแนวนอนและแกนทางแนวตั้งสามารถเปลี่ยนเป็น $p(t) \cos 2\pi f_c t$ และ $p(t) \sin 2\pi f_c t$ ตามลำดับ ดังนั้นพิกัดของสัญญาณคือ (A_{i1}, A_{i2}) นอกจากนั้นแกนทางแนวนอนและแกนทางแนวตั้งยังนิยามกำหนดเป็นแกน I และแกน Q ดังแสดงในรูปที่ 2.1 (ค)

พิจารณาคูณสมบัติของการจัดตำแหน่งของสัญญาณ QAM สมมติให้แกนทางแนวนอนคือ $\phi_1(t)$ และแกนทางแนวตั้งคือ $\phi_2(t)$ สัญญาณแต่ละตำแหน่งจะถูกแสดงโดยเฟสเซอร์ดังนี้

$$s_i = (s_{i1}, s_{i2}) \quad (2-16)$$

ขนาดของเฟสเซอร์คือ

$$\|s_i\| = \sqrt{s_{i1}^2 + s_{i2}^2} = \sqrt{E_i} \quad (2-17)$$

ซึ่งสัมพันธ์กับขนาดของสัญญาณ (จากสมการที่ 2-12 และ 2-17) จะได้ว่า

$$A_i = \sqrt{\frac{2}{E_p}} \|s_i\| \quad (2-18)$$

พลังงานเฉลี่ยคือ

$$E_{avg} = E\{E_i\} = E\{\|s_i\|^2\} \quad (2-19)$$

โดยเฟส θ_i ของสัญญาณหาได้จากสมการ

$$\theta_i = \tan^{-1} \frac{s_{i2}}{s_{i1}} \quad (2-20)$$

ระยะห่างของสัญญาณระหว่างเฟสเซอร์คือ

$$\begin{aligned} d_{ij} &= \sqrt{|s_i - s_j|^2} \\ &= \sqrt{(s_{i1} - s_{j1})^2 + (s_{i2} - s_{j2})^2}, \quad i, j = 1, 2, \dots, M \end{aligned} \quad (2-21)$$

การจัดตำแหน่งของสัญญาณ QAM ขึ้นอยู่กับค่าของ (s_{i1}, s_{i2}) หรือ (A_i, θ_i)

2.2 การจัดตำแหน่งของสัญญาณ QAM

การมอดูเลตสัญญาณดิจิทัลแบบ QAM ครั้งแรกถูกเสนอโดย C. R. Cahn ในปี 1960 [1] ซึ่งวิธีการมอดูเลตแบบนี้พัฒนามาจากการมอดูเลตทางเฟสเป็นการมอดูเลตทางเฟสแบบหลายๆระดับ นั่นคือจะมีระดับหรือขนาดและเฟสของสัญญาณมากกว่า 1 ค่า ในรูปแบบของตำแหน่งของสัญญาณดังแสดงในรูปที่ 2.1 ก.(แบบที่ 1) ตำแหน่งของสัญญาณที่อยู่บนเส้นรอบวงจะมีจำนวนคงที่โดยเว้นระยะห่างเท่ากัน ซึ่งในการจัดสัญญาณจะสังเกตเห็นได้ว่าจุดของสัญญาณที่อยู่บนวงกลมวงในจะมีระยะห่างที่ใกล้กันมาก ซึ่งอาจจะทำให้เกิดข้อผิดพลาดได้ง่าย เพื่อแก้ไขปัญหาดังกล่าวจึงมีผู้เสนอการจัดตำแหน่งของสัญญาณ QAM ใหม่ ดังรูปที่ 2.1 ข.(แบบที่ 2) ที่นำเสนอโดย Hancock และ Lucky [2] ซึ่งลักษณะคือจุดของสัญญาณจะยังอยู่บนวงกลม แต่วงกลมในจะมีจำนวนของสัญญาณที่น้อยกว่าวงกลมนอก ซึ่งระยะห่างในแต่ละตำแหน่งทั้งวงกลมนอกและวงกลมในจะเท่ากัน ส่วนแสดงในรูปที่ 2.1 ค.(แบบที่ 3) จะเป็นแบบที่นิยมใช้กันในปัจจุบันและจะใช้ในวิทยานิพนธ์ฉบับนี้ การจัดตำแหน่งของสัญญาณ QAM แบบที่สามนี้จะเป็นแบบสี่เหลี่ยมจัตุรัสซึ่งถูกนำเสนอโดย Campopiano และ Glazer [3] จากสมการ (2-3) และ (2-7) จะได้สมการสำหรับแสดงตำแหน่งของสัญญาณ QAM ที่มีการจัดตำแหน่งแบบสี่เหลี่ยมจัตุรัสดังนี้

$$\begin{aligned} s_i(t) &= I_i \sqrt{\frac{E_o}{E_p}} p(t) \cos 2\pi f_c t - Q_i \sqrt{\frac{E_o}{E_p}} p(t) \sin 2\pi f_c t \\ &= I_i \sqrt{\frac{E_o}{2}} \phi_1(t) + Q_i \sqrt{\frac{E_o}{2}} \phi_2(t) \end{aligned} \quad (2-22)$$

โดยที่ E_o คือ พลังงานของสัญญาณที่มีขนาดต่ำสุด และ I_i, Q_i เป็นคู่ของสัญญาณที่กำหนดตำแหน่งหรือจุดของสัญญาณในการจัดตำแหน่งของสัญญาณ QAM จากสมการ (2-22) สามารถเขียนในลักษณะของเฟสเซอร์ได้ดังสมการ

$$s_i = \left(I_i \sqrt{\frac{E_o}{2}}, Q_i \sqrt{\frac{E_o}{2}} \right) \quad i = 1, 2, \dots, M \quad (2-23)$$

2.3 มอดูเลเตอร์

การมอดูเลตของสัญญาณ QAM จะอาศัยสัญญาณ 2 สัญญาณที่ตั้งฉากกันและสามารถเขียนในรูปสมการได้ดังนี้

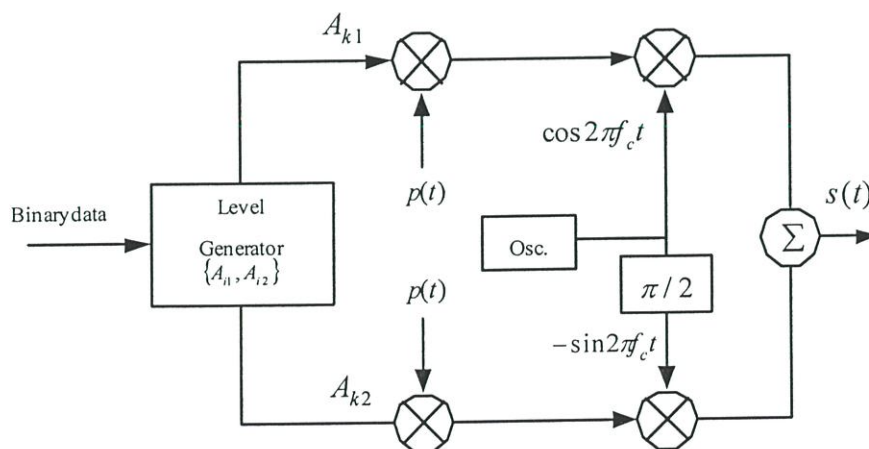
$$s(t) = s_1(t) \cos 2\pi f_c t - s_2(t) \sin 2\pi f_c t, \quad -\infty < t < \infty \quad (2-24)$$

โดยที่

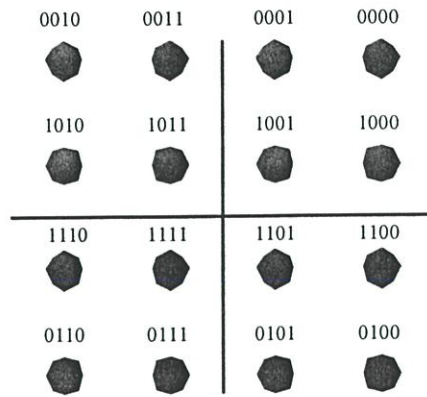
$$s_1(t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} A_{k1} p(t - kT)$$

$$s_2(t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} A_{k2} p(t - kT)$$

มอดูเลเตอร์สร้างได้โดยตรงจากสมการ (2-24) ดังแสดงในรูปที่ 2.2 ถ้าไม่มีการจัดรูปแบบของพัลส์ บล็อกของ $p(t)$ จะตัดออกไป บิตของข้อมูลที่ส่งแบบอนุกรมจะถูกเปลี่ยนเป็นแบบขนานจำนวน n บิต ตัวอย่างเช่น 2 บิตจะมีลอจิก 4 ค่า $M = 2^n$ เขียนในรูปเลขฐานสองคือ 00, 01, 10, 11 หรือ 4 บิตมีลอจิก 16 ค่า คือ 0000~1111 เป็นต้น ซึ่งค่าของเลขฐานสองนี้จะเป็นตัวควบคุมให้ตัวกำเนิดระดับของสัญญาณมากหรือน้อยต่างกันไป ตัวกำเนิดระดับสัญญาณจะแยกเป็นสัญญาณช่อง I และสัญญาณช่อง Q ซึ่งตรวจสอบทั้งขนาดและเครื่องหมายของสัญญาณทางแนวนอนและทางแนวตั้ง จะได้พิกัดของสัญญาณ (A_{k1}, A_{k2}) ตามลำดับ การเรียงตำแหน่งของสัญญาณตามมาตรฐานจะเรียงเลขฐานสองแบบรหัสเกรย์ ซึ่งจะทำให้ระบบที่ได้มีความผิดพลาดบิตต่ำสุด รูปที่ 2.3 แสดงการจัดตำแหน่งของสัญญาณมอดูเลตแบบ 16-QAM ที่มีการจัดเรียงแบบรหัสเกรย์



รูปที่ 2.2 บล็อกไดอะแกรมมอดูเลเตอร์ของสัญญาณ QAM



รูปที่ 2.3 การจัดตำแหน่งของสัญญาณ QAM แบบสี่เหลี่ยมจัตุรัสโดยใช้รหัสเกรย์

2.4 ดิมอดูเลเตอร์

การดิมอดูเลตสัญญาณ QAM แบบ coherent กำหนดให้สัญญาณที่เครื่องรับรับได้เป็นไปตามสมการดังนี้คือ

$$r(t) = s_i(t) + n(t) \quad (2-24)$$

สำหรับการดีเทกต์สัญญาณ QAM จะใช้สมการต่อไปนี้

$$L_i = (r_1 - s_{i1})^2 + (r_2 - s_{i2})^2 \quad (2-25)$$

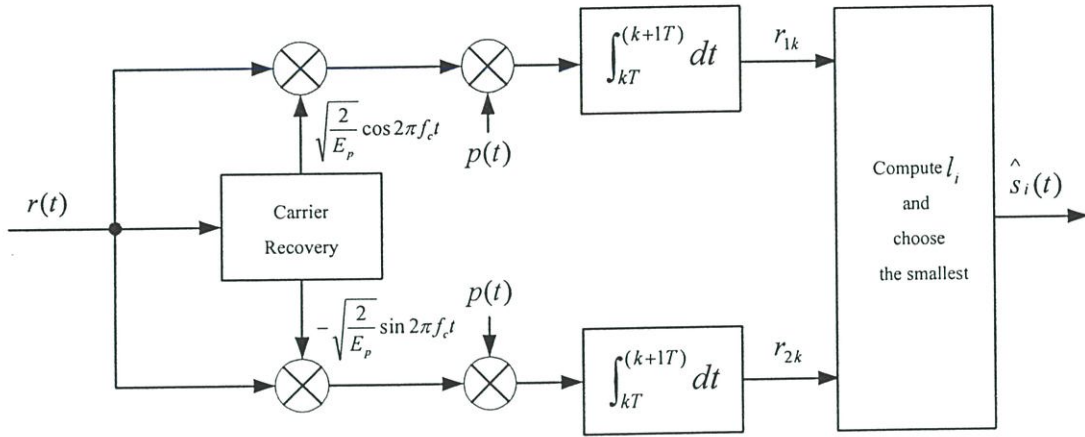
โดยที่

$$r_1 \cong \int_0^T r(t)\phi_1(t)dt = s_{i1} + n_1$$

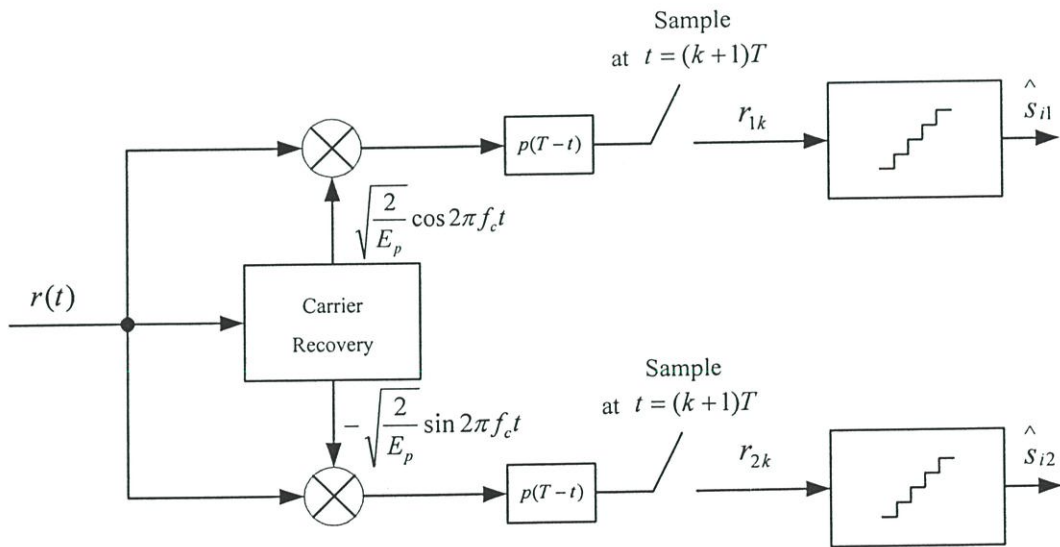
$$r_2 \cong \int_0^T r(t)\phi_2(t)dt = s_{i2} + n_2$$

สัญญาณที่รับได้ r_1 และ r_2 ซึ่งถูกรบกวนด้วยสัญญาณรบกวนแบบเกาส์เซียนโดยมีค่าเฉลี่ยเป็น s_{i1} และ s_{i2} ตามลำดับ มีค่าเฉลี่ยเท่ากับ $N_0/2$ คู่ของสัญญาณ (r_1, r_2) เป็นการกำหนดจุดของสัญญาณในตำแหน่งของสัญญาณ QAM เครื่องรับจะทำการเปรียบเทียบระยะห่างของสัญญาณ (r_1, r_2) กับคู่ทั้งหมดของสัญญาณ (s_{i1}, s_{i2}) และเลือกคู่สัญญาณที่มีค่าใกล้เคียงที่สุด ในรูปที่ 2.5

แสดงคีมอดูเลเตอร์ที่อยู่บนพื้นฐานการตัดสินใจจากที่กล่าวมาโดยที่ตัวห้อย k แสดงถึงลำดับของสัญญาณ k th ข้อสังเกตขนาดของสัญญาณอ้างอิงสามารถเป็นค่าใด ๆ ก็ได้ที่แสดงในรูปคือ $\sqrt{2}E_p$ และในทำนองเดียวกันค่าของสัญญาณ (s_{i1}, s_{i2}) ก็จะเปลี่ยนแปลงด้วย



รูปที่ 2.4 คีมอดูเลเตอร์แบบ Coherent สำหรับสัญญาณมอดูเลตแบบ QAM



รูปที่ 2.5 คีมอดูเลเตอร์แบบ Coherent สำหรับสัญญาณ QAM ที่ใช้คีมอดูเลเตอร์แบบกำหนดจุดเริ่มเปลี่ยนและคีมอดูเลตแบบแยกสัญญาณช่อง I และสัญญาณช่อง Q

2.5 ความน่าจะเป็นความผิดพลาดสำหรับสัญญาณแบบ QAM ในช่องสัญญาณแบบ AWGN

พิจารณาจากสมรรถนะของการมอดูเลตระบบ QAM ที่จัดตำแหน่งของสัญญาณแบบสี่เหลี่ยมจัตุรัส $M = 2^k$ เมื่อ k คือเลขจำนวนคู่ การจัดตำแหน่งของสัญญาณ QAM จะเหมือนกับ การจัดสัญญาณการมอดูเลตทางขนาดของ M-ary 2 สัญญาณที่ตั้งฉากกันและจะมีจุดของสัญญาณเท่ากับ $L = \sqrt{M}$ สัญญาณ QAM จะถูกตีเทกต์ได้ถูกต้องก็ต่อเมื่อสัญญาณการมอดูเลตทางขนาดของ M-ary ทั้งสองถูกตีเทกต์ได้อย่างถูกต้อง ดังนั้นความน่าจะเป็นการตีเทกต์อย่างถูกต้องของ สัญญาณของสัญญาณ QAM คือ

$$P_c = (1 - P_{\sqrt{M}})^2 \quad (2-26)$$

โดยที่ $P_{\sqrt{M}}$ คือความน่าจะเป็นความผิดพลาดสัญญาณของ \sqrt{M} -ary AM ที่มีกำลังงานเฉลี่ยครึ่งหนึ่งของสัญญาณ QAM และ $P_{\sqrt{M}}$ สามารถกำหนดได้ดังสมการ

$$P_{\sqrt{M}} = \frac{2(\sqrt{M}-1)}{\sqrt{M}} Q\left(\sqrt{\frac{3E_{avg}}{(M-1)N_o}}\right) \quad (2-27)$$

โดยที่ E_{avg}/N_o เป็นค่าเฉลี่ยของ SNR ต่อสัญญาณ ความน่าจะเป็นของค่าผิดพลาดสัญญาณของ QAM แบบสี่เหลี่ยมจัตุรัสคือ

$$P_s = 1 - (1 - P_{\sqrt{M}})^2 = 2P_{\sqrt{M}} - P_{\sqrt{M}}^2 \quad (2-28)$$

ที่ค่า SNR สูงๆ

$$P_s \cong 2P_{\sqrt{M}} = \frac{4(\sqrt{M}-1)}{\sqrt{M}} Q\left(\sqrt{\frac{3E_{avg}}{(M-1)N_o}}\right) \quad (2-29)$$

จากสมการที่ (2-28) เป็นสมการสำหรับสัญญาณ QAM แบบสี่เหลี่ยมที่มีค่า $M = 2^k$ เมื่อ k คือเลขจำนวนคู่ สำหรับ k เป็นเลขจำนวนคี่นั้นไม่สามารถใช้ระบบ \sqrt{M} -ary AM ได้ แต่อย่างไรก็ตามสามารถใช้สูตรใหม่ในการหาความน่าจะเป็นของความผิดพลาดได้ดังสมการ [4]

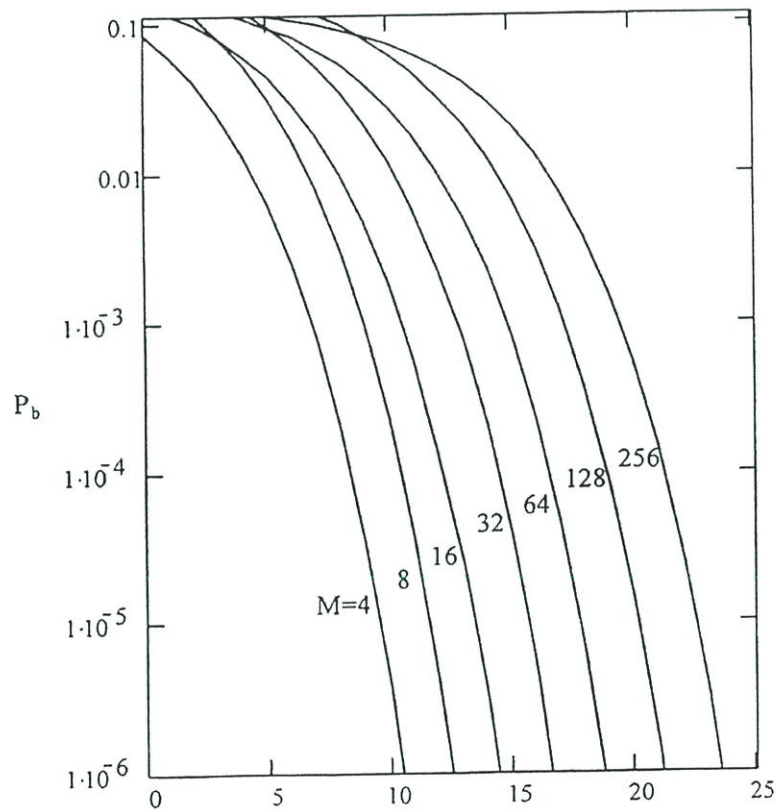
$$P_s \leq 1 - \left[1 - 2Q\left(\sqrt{\frac{3E_{avg}}{(M-1)N_o}}\right)\right]^2 \quad (2-30)$$

สำหรับ $k \geq 1$

การคำนวณหาความน่าจะเป็นความผิดพลาดบิตจากความน่าจะเป็นความผิดพลาดสัญลักษณ์นั้น มีสาเหตุคือการมอดูเลตสัญญาณแบบ QAM จะใช้หลักการเรียงสัญญาณแบบรหัสเกรย์ ดังนั้นจะมีโอกาสผิดพลาดสูงสุดเพียงหนึ่งบิตเท่านั้นในรหัสสัญญาณที่ติดกันเพราะฉะนั้นจะสรุปได้ว่าในระบบที่มีค่า SNR สูงๆ ความผิดพลาดในแต่ละสัญลักษณ์ก็คือมีความผิดพลาดหนึ่งบิตนั่นเอง

$$P_b \cong \frac{P_s}{\log_2 M} \quad (2-31)$$

รูปที่ 2.6 แสดงค่าความน่าจะเป็นความผิดพลาด (P_b) ที่ค่า M ต่างๆ กัน



รูปที่ 2.6 ความน่าจะเป็นความผิดพลาดบิตของการมอดูเลตสัญญาณดิจิทัลแบบ QAM

บทที่ 3

อะแดปทีฟฟิลเตอร์

ในส่วนนี้จะกล่าวถึงทฤษฎีเกี่ยวกับฟิลเตอร์ที่นำมาประยุกต์ใช้กับการประมวลผลสัญญาณดิจิทัลและการควบคุม ซึ่งในวิทยานิพนธ์ฉบับนี้จะนำเอากระบวนการอะแดปทีฟร่วมกับฟิลเตอร์เพื่อนำมาประยุกต์ใช้เป็นอิกวอลไลเซอร์ที่ทำหน้าที่ปรับปรุงแก้ไขสัญญาณทางการสื่อสารข้อมูลดิจิทัลแบบ QAM

3.1 ตัวกรองความถี่หรือฟิลเตอร์

การกรองความถี่จะมีวงจรกรองความถี่ที่สำคัญคือ วงจรกรองแบบผ่านต่ำ (Low-pass) วงจรกรองแบบผ่านสูง (High-pass) วงจรกรองผ่านแถบ (Band-pass) วงจรกรองแบบแถบหยุด (Band-stop) และ วงจรกรองแบบผ่านทุกความถี่ ซึ่งตัวกรองความถี่แบบดิจิทัลสามารถแบ่งได้สองแบบ [5] คือ ตัวกรองความถี่แบบ Finite Impulse Response (FIR filter or Non-recursive digital filter) และตัวกรองความถี่แบบ Infinite Impulse Response (IIR filter or Recursive digital filter) ตัวกรองความถี่แบบ FIR นั้นจะมีฟังก์ชันถ่ายโอนหรือทรานส์เฟอร์ฟังก์ชัน (Transfer function) ที่ประกอบด้วยซีโร่ (Zero) ไม่มีโพล (Pole) ทำให้ระบบมีความเสถียรภาพอย่างแน่นอนและมีผลตอบสนองทางเฟสเป็นเชิงเส้น (Linear phase) แต่มีข้อเสียคือต้องมีจำนวนอันดับ (Order) สูงจึงจะทำให้ตัวกรองทำงานได้ดี ตัวกรองความถี่แบบ IIR นั้นฟังก์ชันถ่ายโอนจะประกอบไปด้วยทั้งซีโร่และโพล ซึ่งจะทำให้เกิดปัญหาทางด้านความเสถียรภาพ แต่ถ้ามีการออกแบบที่ดีจะทำให้ปัญหาดังกล่าวลดลงหรือไม่เกิดขึ้นเลย ข้อดีของตัวกรองความถี่แบบ IIR เมื่อเทียบกับตัวกรองความถี่แบบ FIR คือที่สมรรถนะของการทำงาน (Performance) เท่ากัน ตัวกรองความถี่แบบ IIR จะใช้จำนวนอันดับที่น้อยกว่า ซึ่งทำให้การคำนวณน้อยกว่าด้วย ซึ่งความซับซ้อนในการคำนวณนี้มีความสำคัญมากเมื่อนำตัวกรองความถี่ไปใช้งานที่เวลาจริง (Real time) ด้วยไมโครโปรเซสเซอร์ซึ่งมีข้อจำกัดทางด้านจำนวนบิต และความเร็วในการทำงาน ตัวกรองความถี่ที่มีจำนวนการคำนวณน้อยกว่าจะทำให้ไมโครโปรเซสเซอร์ทำงานน้อยลง และทำงานได้เร็วกว่า ในวิทยานิพนธ์ฉบับนี้ได้นำเอาตัวกรองความถี่แบบ FIR มาใช้ในการขจัดสัญญาณแทรกสอดในช่องสัญญาณ

หลักการเลือกใช้ระหว่าง FIR และ IIR สามารถสรุปได้ [6] ดังต่อไปนี้คือ

1. การประยุกต์ใช้งานทางการสื่อสารข้อมูล (data transmission) ทางการแพทย์ และการประมวลผลสัญญาณภาพ จำเป็นต้องใช้ตัวกรองความถี่ที่ให้ผลตอบสนองทางเฟสเป็นเชิงเส้น ซึ่งตัวกรองความถี่แบบ FIR จะเหมาะสมกว่าตัวกรองความถี่แบบ IIR
2. สำหรับการใช้งานที่เวลาจริง ซึ่งต้องมีการจำกัดจำนวนบิตนั้น การคำนวณสัมประสิทธิ์ของตัวกรองจะทำการปัดเศษ (Round - Off) ซึ่งจะทำให้เกิด Round - Off Noise ขึ้น ซึ่ง Round - Off Noise นี้ จะเกิดขึ้นในตัวกรองความถี่แบบ FIR น้อยกว่าที่เกิดขึ้นในตัวกรองความถี่แบบ IIR
3. ในกรณีที่มีความต้องการความชันในช่วงแถบหยุด (Cutoff) สูงนั้น ตัวกรองความถี่แบบ FIR จะต้องใช้จำนวนสัมประสิทธิ์มากกว่าตัวกรองความถี่แบบ IIR
4. ตัวกรองความถี่แบบ IIR สามารถออกแบบได้โดยตรงจากตัวกรองต้นแบบในตัวกรองความถี่แบบอนาลอกแต่ตัวกรองความถี่แบบ FIR ทำไม่ได้
5. ตัวกรองความถี่แบบ FIR จะสังเคราะห์ได้ค่อนข้างยากถ้าหากไม่ใช้คอมพิวเตอร์ (CAD) ช่วยในการออกแบบ

จากทั้งหมดที่กล่าวมาพอจะสรุปเป็นแนวทางสำหรับการนำไปใช้งานได้ดังต่อไปนี้

- จะใช้ตัวกรองความถี่แบบ IIR ก็ต่อเมื่อในงานที่มีความต้องการความชันในช่วงแถบหยุดสูง ซึ่งตัวกรองความถี่แบบ IIR จะใช้จำนวนสัมประสิทธิ์น้อยกว่า
- จะใช้ตัวกรองความถี่แบบ FIR ถ้าจำนวนสัมประสิทธิ์ไม่มากจนเกินไป โดยเฉพาะสำหรับงานที่ต้องการความผิดเพี้ยนทางเฟสน้อยจะเหมาะสมอย่างยิ่ง

3.1.1 ตัวกรองความถี่แบบ FIR (Finite impulse response)

ตัวกรองความถี่แบบ FIR จะเป็นตัวกรองความถี่ที่มีการรวมเอาเฉพาะค่าของอินพุตที่เวลาปัจจุบันและอดีตมาประมวลผลเพื่อให้ได้เอาต์พุตตามต้องการ ซึ่งเราจะสามารถเขียนสมการของตัวกรองความถี่แบบ FIR ได้ดังต่อไปนี้

$$y(n) = \sum_{k=0}^N h(k) \cdot x(n-k) \quad (3-1)$$

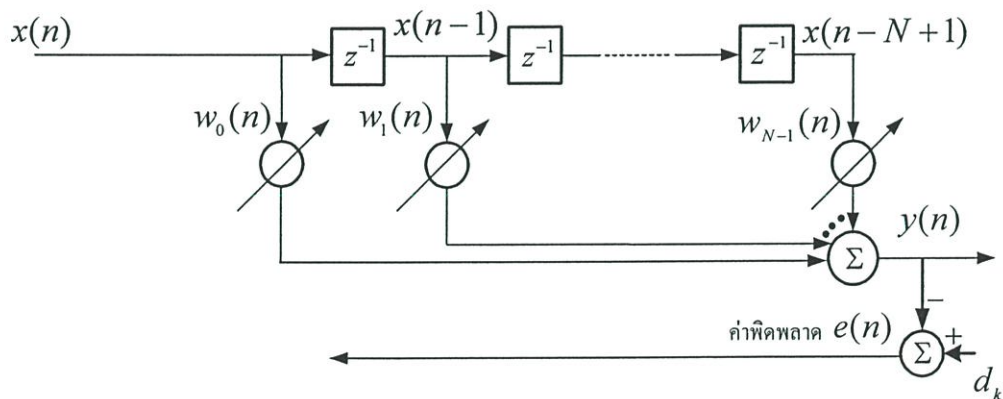
ฟังก์ชันถ่ายโอนของตัวกรองความถี่แบบ FIR คือ

$$H(z) = \sum_{k=0}^{N-1} h(k) \cdot z^{-k} \quad (3-2)$$

โดยที่ $h(k)$, $k = 0, 1, 2, \dots, N-1$ คือ ค่าสัมประสิทธิ์ผลตอบสนองต่ออิมพัลส์ของตัวกรองความถี่ N คือ จำนวนข้อมูล

ตัวกรองความถี่แบบ FIR เป็นฟิลเตอร์ที่ให้คุณสมบัติที่สำคัญคือความคงที่ของสัญญาณเอาต์พุต เนื่องจากมันจะให้เฉพาะซีโรเท่านั้นและให้ความเป็นคุณลักษณะของเฟสเป็นเชิงเส้น จะป้องกันการบิดเบี้ยวของสัญญาณเอาต์พุต จำนวนของสัมประสิทธิ์ของสมการ (3-1) เป็นสมการเชิงอนุพันธ์ของ FIR ในโดเมนเวลา โดยจะพิจารณาในรูปของ Non-Recursive Form ซึ่งจะทำการสุ่มตัวอย่างเอาต์พุต $y(n)$ โดยพิจารณาเพียงค่าของอินพุต $x(n)$ ในค่าอดีตและปัจจุบันเท่านั้น ฟังก์ชันถ่ายโอนของฟิลเตอร์จะใช้ในการวิเคราะห์และหาค่าผลตอบสนองความถี่ของฟิลเตอร์

โดยทั่วไปการออกแบบของตัวกรองความถี่แบบ FIR จะพยายามลดจำนวนของค่าสัมประสิทธิ์ให้มีจำนวนน้อยที่สุดในขณะที่ยังคงรักษาคุณสมบัติที่ต้องการไว้อยู่ในทางปฏิบัติจะมีการใช้จำนวนของค่าสัมประสิทธิ์ประมาณ 11-150 ตัว คุณสมบัติที่สำคัญคือ ความคงที่ของสัญญาณเอาต์พุตเนื่องจากตัวกรองความถี่แบบ FIR จะให้เฉพาะค่าทางซีโรเท่านั้น ส่วนที่สำคัญอีกส่วนหนึ่งก็คือความเป็นคุณลักษณะเฟสเป็นเชิงเส้น ซึ่งคุณสมบัติอันนี้จะป้องกันการบิดเบี้ยวของสัญญาณเอาต์พุตของตัวกรองความถี่แบบ FIR ซึ่งยากที่จะพบในตัวกรองความถี่แบบ IIR การที่ตัวกรองความถี่แบบ FIR ให้คุณลักษณะของเฟสเชิงเส้นนั้นจะมีผลให้สัญญาณที่ผ่านช่วงความถี่ที่ต้องการในแต่ละแบบของตัวกรองความถี่ไม่เปลี่ยนแปลงรูปร่างไปจากเดิม



รูปที่ 3.1 โครงสร้างของตัวกรองความถี่แบบ FIR

3.2 ทฤษฎีพื้นฐานของอะแดปทีฟฟิลเตอร์

ในหัวข้อนี้จะกล่าวถึงโครงสร้างทางคณิตศาสตร์สำหรับใช้ในการวิเคราะห์และหาค่าสมรรถนะของอะแดปทีฟอัลกอริทึม จุดมุ่งหมายก็คือ เพื่อเป็นจุดเริ่มต้นในการพัฒนาการออกแบบโดยประยุกต์ใช้อะแดปทีฟอัลกอริทึมเพื่อนำไปแก้ปัญหาในทางปฏิบัติ

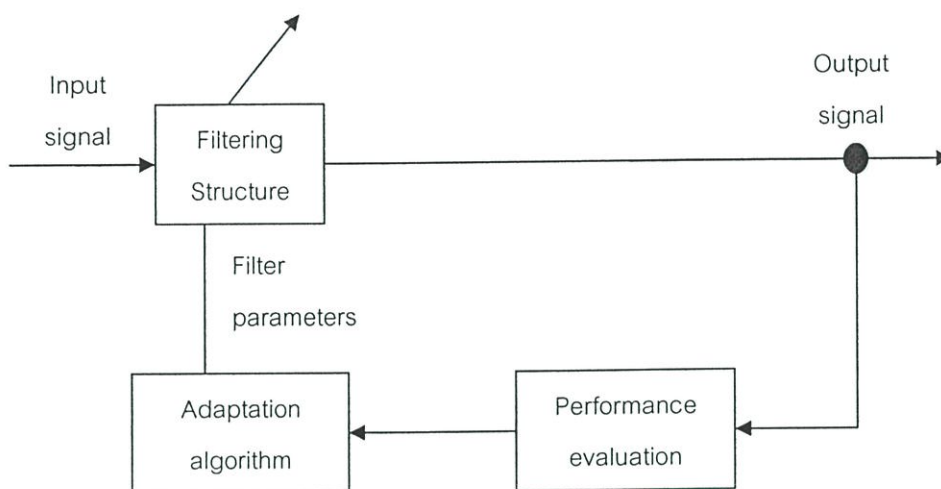
3.2.1 โครงสร้างของอะแดปทีฟฟิลเตอร์

อะแดปทีฟฟิลเตอร์นั้นจะมีการเปลี่ยนแปลงค่าของพารามิเตอร์ให้เหมาะสมกับผลตอบสนองที่ต้องการในเวลาที่เหมาะสม ในการประยุกต์ใช้อะแดปทีฟฟิลเตอร์ โดยทั่วไปอาจจะมีความถี่สัญญาณหนึ่งอินพุตหรือมากกว่า และผลตอบสนองของสัญญาณที่ต้องการ ซึ่งอาจผ่านหรือไม่ผ่านตัวอะแดปทีฟฟิลเตอร์ก็ได้ อะแดปทีฟฟิลเตอร์โดยทั่วไปจะประกอบไปด้วย 3 ส่วนหลัก ๆ ดังรูปที่ 3.2 ดังนี้

- โครงสร้างของฟิลเตอร์ โดยส่วนของฟิลเตอร์นี้จะใช้วัดสัญญาณอินพุตหนึ่งสัญญาณหรือมากกว่านั้น โครงสร้างของฟิลเตอร์จะเป็นแบบเชิงเส้น ค่าที่สัญญาณเอาต์พุตมีลักษณะการรวมกันอย่างเป็นเชิงเส้นของสัญญาณอินพุตที่วัดได้ ในทางกลับกันโครงสร้างของฟิลเตอร์จะเป็นแบบไม่เชิงเส้น ยกตัวอย่างเช่น ตัวฟิลเตอร์สามารถปรับผลตอบสนองของดิจิทัลฟิลเตอร์แบบ FIR ที่สร้างด้วยโครงสร้างแบบตรง หรือแลตทิส หรือ โครงสร้างแบบคาสเคด โครงสร้างต่าง ๆ เหล่านี้จะไม่สามารถเปลี่ยนได้แต่พารามิเตอร์จะถูกปรับเปลี่ยนไปโดยอะแดปทีฟอัลกอริทึม
- เกณฑ์การหาสมรรถนะ สัญญาณเอาต์พุตของอะแดปทีฟฟิลเตอร์และผลตอบสนองที่ต้องการนั้นจะผ่านกระบวนการของเกณฑ์การหาสมรรถนะ เพื่อให้ได้คุณภาพตามต้องการหรือขึ้นอยู่กับความต้องการของการประยุกต์ใช้งานเฉพาะด้าน ส่วนมากแล้วอะแดปทีฟฟิลเตอร์ จะพิจารณาที่ค่าเฉลี่ยกำลังสองเพราะเป็นคณิตศาสตร์ที่ไม่ยากนักและสามารถนำไปใช้กับระบบที่ออกแบบไว้ใช้ในทางปฏิบัติได้
- อะแดปทีฟอัลกอริทึมนั้นจะใช้ค่าของเกณฑ์การหาสมรรถนะ หรือบางฟังก์ชันของเกณฑ์การหาสมรรถนะ และทำการวัดค่าอินพุตและผลตอบสนองที่ต้องการ เพื่อนำไปทำการตัดสินใจว่าจะทำการปรับค่าพารามิเตอร์ของฟิลเตอร์อย่างไร เพื่อนำไปสู่สมรรถนะที่ดีขึ้น ความซับซ้อนและคุณลักษณะของอะแดปทีฟอัลกอริทึมขึ้นอยู่กับฟังก์ชันของโครงสร้างของฟิลเตอร์และเกณฑ์การหาสมรรถนะ

ในการออกแบบอะแดปทีฟฟิลเตอร์บางชนิดนั้นมีความจำเป็นต้องทราบข้อมูลเบื้องต้นและลักษณะเฉพาะเจาะจงของการประยุกต์ใช้งานนั้นๆ ซึ่งข้อมูลดังกล่าวนี้จำเป็นมากสำหรับการ

ออกแบบเพื่อใช้เป็นเกณฑ์ในการกำหนดสมรรถนะ และเลือกโครงสร้างของฟิลเตอร์ ขั้นตอนการออกแบบอะแดปทีฟอัลกอริทึมเป็นขั้นตอนที่ยากที่สุดในการออกแบบและประยุกต์ใช้อะแดปทีฟฟิลเตอร์

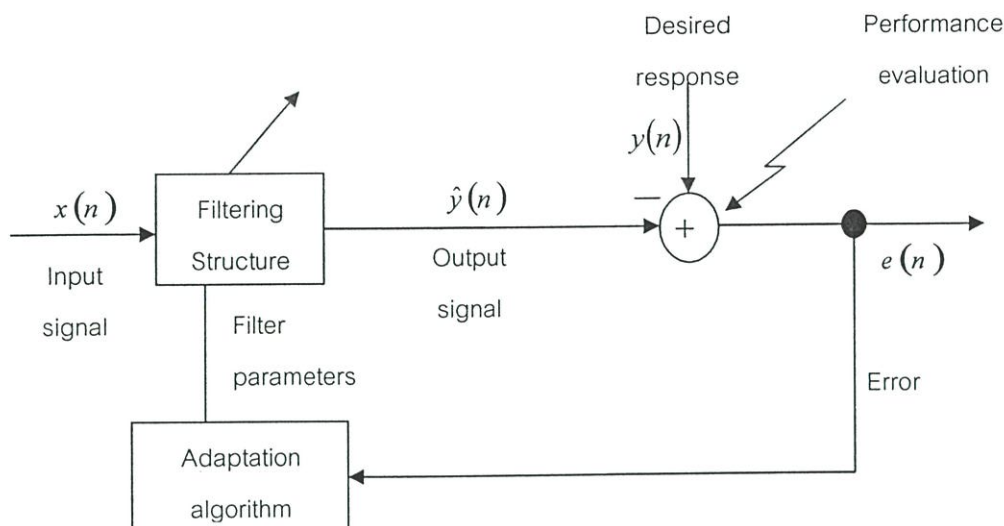


รูปที่ 3.2 ส่วนประกอบพื้นฐานของอะแดปทีฟฟิลเตอร์ทั่วไป

จุดมุ่งหมายของอะแดปทีฟฟิลเตอร์คือ หาค่าพารามิเตอร์ที่ทำให้เกิดค่าสมรรถนะที่ดีที่สุด และจึงหยุดทำการปรับค่าพารามิเตอร์ คาบเวลาตั้งแต่เริ่มต้นกระบวนการฟิลเตอร์จนถึงกระทั่งเวลาที่ทำให้สมรรถนะเข้าใกล้ค่าที่ดีที่สุดเราเรียกว่า โหมดการลู่เข้า และถ้าหากสภาพของสัญญาณเปลี่ยนแปลงตามเวลา จะต้องกำหนดค่าเริ่มต้นให้อะแดปทีฟฟิลเตอร์ทำงานอย่างต่อเนื่องค่าพารามิเตอร์เปลี่ยนแปลงไปจนกระทั่งได้ค่าสมรรถนะที่ดีที่สุด จะเรียกว่าโหมดการติดตาม

ปัจจัยที่มีผลกระทบมากในการออกแบบอะแดปทีฟฟิลเตอร์คือ ผลตอบสนองของสัญญาณที่ต้องการเท่าที่จะหาได้ บางครั้งผลตอบสนองที่ต้องการนี้ไม่สามารถหาค่าได้จากการใช้อะแดปทีฟฟิลเตอร์ ดังนั้นการปรับตัวจะต้องอาศัยวิธีการใดวิธีการหนึ่ง ดังนี้

Supervised adaptation ที่ช่วงระยะเวลาใดๆ อะแดปทีฟฟิลเตอร์จะทราบถึงผลตอบสนองที่ต้องการ คำนวณค่าผิดพลาด (ความแตกต่างระหว่างผลตอบสนองที่ต้องการและผลตอบสนองจริง) หาค่าเกณฑ์ของสมรรถนะและนำค่าที่ได้เหล่านี้ไปปรับค่าสัมประสิทธิ์ของฟิลเตอร์ ซึ่ง โครงสร้างของ supervised อะแดปทีฟฟิลเตอร์ แสดงในรูปที่ 3.3



รูปที่ 3.3 ส่วนประกอบพื้นฐานของ supervised อะแดปทีฟฟิลเตอร์

Unsupervised adaptation เมื่อไม่สามารถหาค่าผลตอบสนองที่ต้องการได้ อะแดปทีฟฟิลเตอร์ก็ไม่สามารถมีรูปแบบที่ชัดเจนและจะนำค่าผิดพลาดที่ได้ไปควบคุมสมรรถนะให้ดีขึ้น ในการประยุกต์ใช้งานบางอย่างสัญญาณอินพุตมีคุณสมบัติบางอย่างที่สามารถวัดได้ เช่น ขนาดของสัญญาณคงที่ทำให้เสียเวลาไปก่อนที่จะเข้าสู่อะแดปทีฟฟิลเตอร์ อะแดปทีฟฟิลเตอร์จะทำการปรับพารามิเตอร์ ในทางที่กึ่งคุณสมบัติที่สูญเสียไปของสัญญาณอินพุต

3.2.2 การเปรียบเทียบระหว่างฟิลเตอร์ที่เหมาะสมที่สุดกับอะแดปทีฟฟิลเตอร์

ฟิลเตอร์ที่เหมาะสมที่สุด (optimal filter) เป็นเสมือนเครื่องมือทางคณิตศาสตร์และไม่สามารถนำมาประยุกต์ใช้ได้จริงในทางปฏิบัติ เพราะเราไม่ทราบข้อมูลทางสถิติที่เกิดขึ้นจริงเช่น ค่าโมเมนต์อันดับสอง (second-order moments) ซึ่งค่านี้ต้องการใช้ในการออกแบบฟิลเตอร์ โดยอะแดปทีฟฟิลเตอร์นี้สามารถกล่าวได้ว่าในทางปฏิบัติแล้วมีความคล้ายคลึงกันมากกับฟิลเตอร์ที่เหมาะสมที่สุด ดังนั้นจึงพยายามที่จะหาค่าสมรรถนะของฟิลเตอร์ที่เหมาะสมที่สุดโดยอาศัยกระบวนการในการวัดของสัญญาณต่าง ๆ ในเวลาจริง ซึ่งต้องสร้างส่วนของข้อมูลทางสถิติที่ขาดหายไปนั้นขึ้นมาเอง

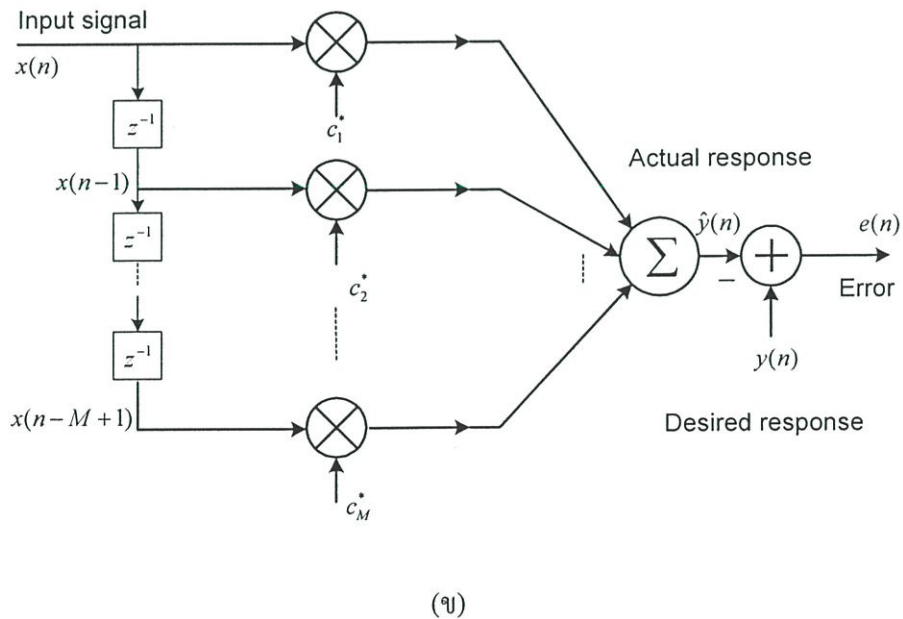
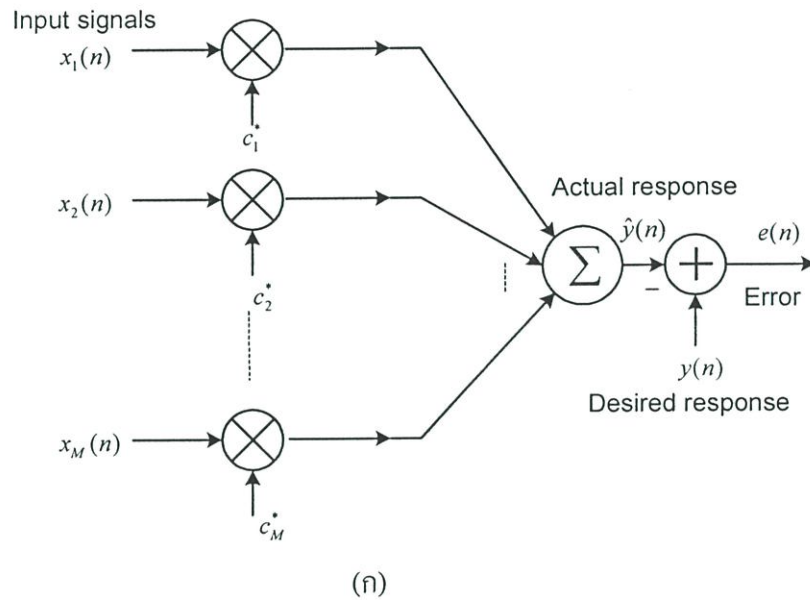
สำหรับการวิเคราะห์แล้ว โดยทั่วไปของตัวรวมสัญญาณแบบเชิงเส้น (linear combiner) จะรวมถึงการฟิลเตอร์และการทำนายด้วย อย่างไรก็ตามเพื่อความสะดวกในการคำนวณจะใช้เทอมของฟิลเตอร์ ซึ่งความแตกต่างระหว่างตัวรวมสัญญาณแบบเชิงเส้นและ FIR ฟิลเตอร์หรือตัวทำนายคือ สัญญาณหรือข้อมูลทางอินพุตจะถูกเลื่อนเวลาไปดังแสดงในรูปที่ 3.4 ซึ่งมีความสำคัญในขั้นตอนของการสร้างอะแดปทีฟฟิลเตอร์ สัญญาณอินพุตมี M สัญญาณกำหนดให้เป็น $x_k(n, \zeta)$

และผลตอบสนองของสัญญาณที่ต้องการคือ $y(n, \zeta)$ สัญญาณเหล่านี้สามารถสร้างได้ง่ายโดยใช้ลำดับแบบสุ่ม (random sequence) ค่าประมาณของ $y(n, \zeta)$ สามารถหาได้โดยการใช้ตัวรวมสัญญาณแบบเชิงเส้น ดังสมการ

$$\hat{y}(n, \zeta) = \sum_{k=1}^M c_k^*(n) x_k(n, \zeta) \equiv \mathbf{c}^H(n) \mathbf{x}(n, \zeta) \quad (3-3)$$

โดยที่สัมประสิทธิ์ $c(n)$ หาได้จากสมการ

$$\mathbf{c}(n) = [c_1(n) c_2(n) \cdots c_M(n)]^T \quad (3-4)$$



รูปที่ 3.4 ความแตกต่างของสัญญาณอินพุตระหว่าง (ก) ตัวรวมสัญญาณแบบเชิงเส้นที่มีหลายอินพุต (ข) FIR ฟิลเตอร์อินพุตเดี่ยว

และเวกเตอร์ของสัญญาณอินพุตคือ

$$\mathbf{x}(n, \zeta) = [x_1(n, \zeta) \ x_2(n, \zeta) \cdots x_M(n, \zeta)]^T \quad (3-5)$$

สำหรับการประยุกต์ใช้กับตัวตรวจจับอินพุตเดี่ยว เวกเตอร์ของข้อมูลอินพุตจะถูกเลื่อนเวลาไป จากสมการ (3-5) สามารถเขียนใหม่ได้เป็น

$$\mathbf{x}(n) = [x(n, \zeta) \ x(n-1, \zeta) \cdots x(n-M+1, \zeta)]^T \quad (3-6)$$

และตัวรวมสัญญาณแบบเชิงเส้นเขียนในรูปแบบของ FIR ฟิลเตอร์จะได้

$$\hat{y}(n, \zeta) = \sum_{k=0}^{M-1} h(n, k)x(n-k, \zeta) \equiv \mathbf{c}^H(n)\mathbf{x}(n, \zeta) \quad (3-7)$$

โดยที่ $c_k(n) = h^*(n, k)$ คือค่าของผลตอบสนองของอิมพัลส์ที่เวลา n

-ฟิเตอร์ที่เหมาะสมที่สุด

ในกรณีที่ทราบค่าโมเมนต์อันดับที่สองของสัญญาณ เราจะสามารถออกแบบฟิเตอร์ที่เหมาะสมที่สุด โดยพิจารณา $\mathbf{c}_o(n)$ จากสมการต่อไปนี้

$$\mathbf{R}(n)\mathbf{c}_o(n) = \mathbf{d}(n) \quad (3-8)$$

โดยที่
$$\mathbf{R}(n) = E\{\mathbf{x}(n, \zeta)\mathbf{x}^H(n, \zeta)\} \quad (3-9)$$

เมื่อ $\mathbf{R}(n)$ คือเมตริกซ์สหสัมพันธ์ของสัญญาณอินพุต และ

$$\mathbf{d}(n) = E\{\mathbf{x}(n, \zeta)y^*(n, \zeta)\} \quad (3-10)$$

$\mathbf{d}(n)$ คือค่าสหสัมพันธ์ข้ามระหว่างสัญญาณอินพุตและผลตอบสนองของสัญญาณที่ต้องการตามลำดับ ในระหว่างกระบวนการปกติฟิเตอร์ที่เหมาะสมที่สุดจะทำการสร้างสัญญาณขึ้น นั่นคือ

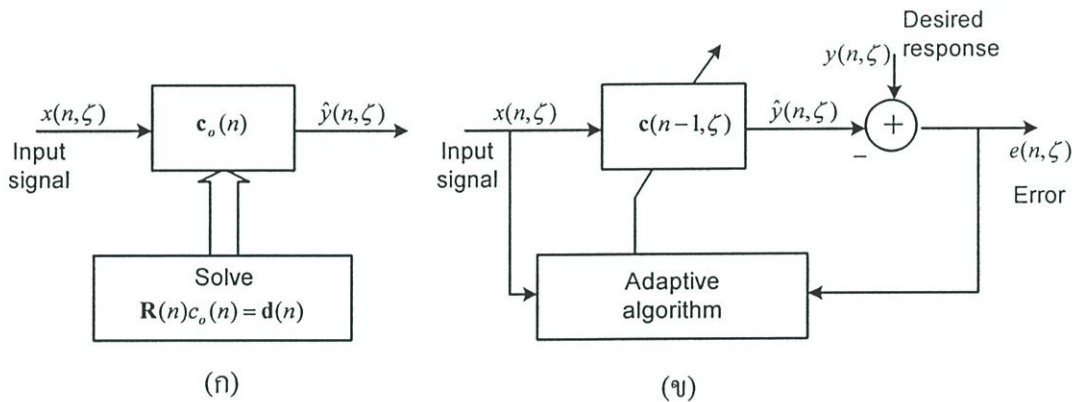
$$\hat{y}_o(n, \zeta) = \mathbf{c}_o^H(n)\mathbf{x}(n, \zeta) \quad (3-11)$$

$$\varepsilon_o(n, \zeta) = y(n, \zeta) - \hat{y}_o(n, \zeta) \quad (3-12)$$

เมื่อค่า $\hat{y}_o(n, \zeta)$ คือค่าประมาณที่เหมาะสมที่สุด และค่า $\varepsilon_o(n, \zeta)$ คือค่าผิดพลาดชั่วขณะที่เหมาะสมที่สุด ให้พิจารณารูปที่ 3.5 (ก) อย่างไรก็ตามฟิลเตอร์จะหาค่าที่เหมาะสมที่สุด โดยพิจารณาจากสัญญาณต่างๆ และค่า MMSE

$$P_o(n) = E\{|\varepsilon_o(n, \zeta)|^2\} = P_y(n) - \mathbf{d}^H(n)\mathbf{c}_o(n) \quad (3-13)$$

จากสมการ (3-13) แสดงให้เห็นว่าฟิลเตอร์จะคำนวณหาค่าเฉลี่ย ดังนั้นจะได้ว่าสัมประสิทธิ์ที่ต่ำสุดของฟิลเตอร์นั้นเป็นค่าที่ไม่ต้องสุ่ม และผลตอบสนองที่ต้องการนั้นไม่ได้เป็นส่วนประกอบที่จำเป็นในกระบวนการของฟิลเตอร์ที่เหมาะสมที่สุด (พิจารณาที่สมการ (3-11))



รูปที่ 3.5 ความแตกต่างของกระบวนการระหว่าง (ก) ฟิลเตอร์ที่เหมาะสมที่สุด และ (ข) อะแดปทีฟฟิลเตอร์

ถ้าหากสัญญาณ ไม่แปรตามเวลา ฟิลเตอร์ที่เหมาะสมที่สุดจะคำนวณสัมประสิทธิ์เพียงครั้งเดียวและใช้ในการสร้างสัญญาณ $\{x(n, \zeta), y(n, \zeta)\}$ สำหรับสภาวะที่สัญญาณแปรตามเวลา การออกแบบฟิลเตอร์ที่เหมาะสมที่สุดจะถูกกระทำซ้ำที่ทุกๆ ค่าเวลาครั้งที่ n เพราะว่าฟิลเตอร์ที่เหมาะสมที่สุดเป็นระบบที่แปรตามเวลา

- อะแดปทีฟฟิลเตอร์

ในทางปฏิบัติโดยส่วนใหญ่ค่าโมเมนต์อันดับที่สองของ $\mathbf{R}(n)$ และค่า $\mathbf{d}(n)$ เป็นตัวแปรที่ไม่ทราบค่า การใช้อะแดปทีฟฟิลเตอร์จะเป็นคำตอบที่ดีที่สุด ถ้าสัญญาณเป็นลักษณะรายคาบจะได้

$$\mathbf{R} = \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{2N+1} \sum_{n=-N}^N \mathbf{x}(n, \zeta) \mathbf{x}^H(n, \zeta) \quad (3-14)$$

$$\mathbf{d} = \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{2N+1} \sum_{n=-N}^N \mathbf{x}(n, \zeta) x^*(n, \zeta) \quad (3-15)$$

เพราะว่าค่าเฉลี่ยของจำนวนครั้งการคำนวณจะมีค่าเท่ากับค่าเฉลี่ยของเวลา ถ้าจำนวนของข้อมูล $\{\mathbf{x}(n, \zeta), y(n, \zeta)\}_0^{N-1}$ มีค่าเพียงพอ จะได้ค่าประมาณที่ยอมรับได้ของฟิลเตอร์ที่เหมาะสมที่สุดโดยการคำนวณค่าประมาณได้ดังนี้

$$\hat{\mathbf{R}}_N(\zeta) = \frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-1} \mathbf{x}(n, \zeta) \mathbf{x}^H(n, \zeta) \quad (3-16)$$

$$\hat{\mathbf{d}}_N(\zeta) = \frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-1} \mathbf{x}(n, \zeta) y^*(n, \zeta) \quad (3-17)$$

โดยการเฉลี่ยเวลาและทำการแก้ระบบเชิงเส้น จะได้

$$\hat{\mathbf{R}}_{N(\zeta)} \mathbf{c}_{N(\zeta)} = \hat{\mathbf{d}}_{N(\zeta)} \quad (3-18)$$

ข้อมูลที่ได้ที่อะแดปทีฟฟิลเตอร์ ณ เวลาที่ n คือ เวกเตอร์ข้อมูลอินพุต $\mathbf{x}(n, \zeta)$ ผลตอบสนองที่ต้องการ $y(n, \zeta)$ และค่าเวกเตอร์สัมประสิทธิ์ที่ล่าสุด $\mathbf{c}(n-1, \zeta)$

อะแดปเตอร์ที่แต่ละเวลาของ n จะมีขั้นตอนการคำนวณดังนี้

1. การฟิลเตอร์

$$\hat{y}(n, \zeta) = \mathbf{c}^H(n-1, \zeta) \mathbf{x}(n, \zeta) \quad (3-19)$$

2. ค่าผิดพลาด

$$e(n, \zeta) = y(n, \zeta) - \hat{y}(n, \zeta) \quad (3-20)$$

3. อะแดปทีฟอัลกอริทึม

$$\mathbf{c}(n, \zeta) = \mathbf{c}(n-1, \zeta) + \Delta \mathbf{c} \{ \mathbf{x}(n, \zeta), e(n, \zeta) \} \quad (3-21)$$

การเปลี่ยนแปลงเพิ่มค่าในพจน์ $\Delta \mathbf{c}(n, \zeta)$ ทำได้โดยการเลือกค่า $\mathbf{c}(n, \zeta)$ ให้มีค่าเข้าใกล้ c_0 เมื่อ $c(n, \zeta) \approx c_0$ จะได้การประมาณค่าที่ดี ข้อสังเกต ค่าประมาณ $\hat{y}(n, \zeta)$ ของผลตอบสนองที่ต้องการ $y(n, \zeta)$ เป็นค่าที่คำนวณจากอินพุตปัจจุบัน $\mathbf{x}(n, \zeta)$ และสัมประสิทธิ์ของฟิลเตอร์ในอดีต $\mathbf{c}(n-1, \zeta)$ ค่าประมาณ $\hat{y}(n, \zeta)$ และค่าผิดพลาด $e(n, \zeta)$ เป็นค่าที่ประมาณได้เทียบกับ

ค่าประมาณที่เกิดขึ้นจริง โดยใช้ค่าสัมประสิทธิ์ปัจจุบัน $\mathbf{c}(n, \zeta)$ วิธีการหาค่าสัมประสิทธิ์ของฟิลเตอร์ที่ใช้ค่าผิดพลาด $e(n, \zeta)$ จะถูกเรียกว่า priori type อะแดปทีฟอัลกอริทึม

ถ้าเราใช้การประมาณค่าจริงที่ได้จากการใช้ค่าสัมประสิทธิ์ปัจจุบัน $\mathbf{c}(n, \zeta)$ ของอะแดปทีฟฟิลเตอร์ จะได้

1. การฟิลเตอร์

$$\hat{y}_a(n, \zeta) = \mathbf{c}^H(n, \zeta) \mathbf{x}(n, \zeta) \quad (3-22)$$

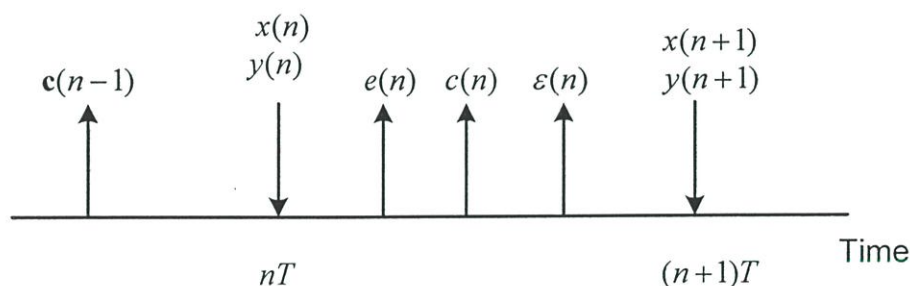
2. ค่าผิดพลาด

$$e(n, \zeta) = y(n, \zeta) - \hat{y}_a(n, \zeta) \quad (3-23)$$

3. อะแดปทีฟอัลกอริทึม

$$\mathbf{c}(n, \zeta) = \mathbf{c}(n-1, \zeta) + \Delta \mathbf{c}\{\mathbf{x}(n, \zeta), e(n, \zeta)\} \quad (3-24)$$

ซึ่งถูกเรียกว่า posteriori type อะแดปทีฟอัลกอริทึม โดยเทอม priori และ posteriori นั้นได้ถูกกล่าวไว้ใน Carayannis et al [7] ไคอะแกรมเวลาสำหรับทั้งสองอัลกอริทึมดังกล่าวนี้แสดงในรูปแบบที่ 3.6



รูปที่ 3.6 ไคอะแกรมเวลาสำหรับ priori และ posteriori อะแดปทีฟอัลกอริทึม

กล่าวโดยสรุปคือ วัตถุประสงค์ของอะแดปทีฟฟิลเตอร์ที่ใช้เพื่อหาค่าข้อมูลที่เวลา n เช่น $\{\mathbf{x}(n, \zeta), y(n, \zeta), \mathbf{c}(n-1, \zeta)\}$ เป็นการอัปเดตค่าเวกเตอร์สัมประสิทธิ์ตัวเก่า $\mathbf{c}(n-1, \zeta)$ เป็นค่าสัมประสิทธิ์โดยประมาณตัวใหม่ $\mathbf{c}(n, \zeta)$ ดังนั้นค่า $\mathbf{c}(n, \zeta)$ จะเป็นค่าที่เข้าใกล้ฟิลเตอร์ที่เหมาะสมที่สุด $\mathbf{c}_o(n)$ และค่าเอาต์พุต $\hat{y}(n)$ คือค่าประมาณที่ดีที่สุดของผลตอบสนองที่ต้องการ $y(n)$ ดังนั้นการทำงานของอะแดปทีฟอัลกอริทึมโดยมากจะใช้รูปแบบดังนี้

$$\begin{bmatrix} \text{New} \\ \text{coefficient} \\ \text{vector} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \text{old} \\ \text{coefficient} \\ \text{vector} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \text{adaptation} \\ \text{gain} \\ \text{vector} \end{bmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \text{error} \\ \text{signal} \end{pmatrix} \quad (3-25)$$

เมื่อสัญญาณที่ผิดพลาด (error signal) คือ ความแตกต่างระหว่างผลตอบสนองที่ต้องการและค่าเอาต์พุตจริงของอะแดปทีฟฟิลเตอร์

3.2.3 เสถียรภาพและสมรรถนะเมื่ออยู่ตัวของอะแดปทีฟฟิลเตอร์

เป้าหมายของอะแดปทีฟฟิลเตอร์นั้นคือเริ่มแรกจะต้องกำหนดค่า $\mathbf{c}(n, \zeta)$ และหลังจากนั้น จะทำการปรับเปลี่ยนค่าเพื่อเข้าสู่ฟิลเตอร์ที่เหมาะสมที่สุด $\mathbf{c}_o(n)$ อย่างรวดเร็วและเที่ยงตรงเท่าที่จะเป็นไปได้ ซึ่งสามารถหาค่าสมรรถนะได้โดยการคำนวณหาค่าของการเบี่ยงเบนของ $\mathbf{c}_o(n)$ ดังสมการ

$$\tilde{\mathbf{c}}(n, \zeta) \equiv \mathbf{c}(n, \zeta) - \mathbf{c}_o(n) \quad (3-26)$$

อะแดปทีฟฟิลเตอร์ที่ยอมรับได้นั้นควรที่จะมีความเสถียรในกรณี bounded input bounded input (BIBO) และค่าของมันควรจะมีค่าเข้าใกล้ฟิลเตอร์ที่เหมาะสมที่สุด การวิเคราะห์ด้านเสถียรภาพของ BIBO นั้นทำได้ค่อนข้างยากเนื่องจากอะแดปทีฟฟิลเตอร์นั้นมีความเป็นไม่เชิงเส้น เป็นระบบที่ทำงานแปรตามเวลา โดยที่ค่าสมรรถนะของอะแดปทีฟฟิลเตอร์หลักๆ แล้วสามารถวัดได้จากค่า MSE ที่เป็นฟังก์ชันของเวลา ดังนั้นปัญหาดังกล่าวที่ถูกนำมาพิจารณาในข้อแรกเราควรพิจารณาว่าอะแดปทีฟฟิลเตอร์ทำงานในภาวะที่สัญญาณไม่แปรผันตามเวลา และข้อที่สองพิจารณาในภาวะสัญญาณแปรผันตามเวลา

เสถียรภาพ (stability)

อะแดปทีฟฟิลเตอร์จะเริ่มต้นทำงานที่เวลา $n = 0$ และประมวลผลค่า $\{x(n, \zeta), y(n, \zeta)\}_0^\infty$ ที่ได้ลำดับของเวกเตอร์ $\{c(n, \zeta)\}_0^\infty$ โดยใช้อะแดปทีฟอัลกอริทึม โครงสร้างฟิลเตอร์แบบ FIR นั้นมีความเสถียรเสมอ ค่าเอาต์พุตหรือค่าความผิดพลาดของอะแดปทีฟฟิลเตอร์จะถูกจำกัดอยู่ถ้าหาค่าสัมประสิทธิ์ของฟิลเตอร์ยังมีค่าไม่เข้าใกล้ค่าสัมประสิทธิ์ของฟิลเตอร์ที่เหมาะสมที่สุด อย่างไรก็ตามปัจจุบันอะแดปทีฟฟิลเตอร์ได้ใช้ระบบป้อนกลับจึงมีผลต่อเสถียรภาพได้ ในกรณีสัญญาณไม่แปรตามเวลานั้นฟิลเตอร์ที่เหมาะสมที่สุด \mathbf{c}_o เป็นค่าคงที่และการลู่เข้าของ $\mathbf{c}(n, \zeta)$ ไปยัง \mathbf{c}_o ที่ค่า $n \rightarrow \infty$ รับรองได้ว่าอะแดปทีฟฟิลเตอร์จะมีเสถียรภาพด้าน BIBO สำหรับการสร้าง ζ ส่วนประกอบของ $\mathbf{c}_k(n, \zeta)$ ที่ลำดับที่ k-th หรือค่า $\text{norm}\|\mathbf{c}(n, \zeta)\|$ ของเวกเตอร์ $\mathbf{c}(n, \zeta)$

สัมประสิทธิ์ $c_k(n, \zeta)$ เป็นตัวแปรสุ่ม จึงจำเป็นต้องใช้แนวคิดของการสุ่มเข้าแบบ stochastic ซึ่งได้กล่าวไว้ใน Papoulis [8]

เราจะกล่าวได้ว่าลำดับที่มีการสุ่มเข้าแบบสุ่ม ถ้าลำดับของ $c_k(n, \zeta)$ นั้นมีค่าสุ่มเข้าทุกๆ ค่าของ ζ นั่นคือ

$$\lim_{n \rightarrow \infty} c_k(n, \zeta) = c_{o,k}(\zeta) \quad (3-27)$$

เมื่อค่าลิมิต $c_{o,k}(\zeta)$ นั้นขึ้นอยู่กับค่า ζ

ถ้าต้องการให้อะแคปทีฟฟิลเตอร์สุ่มเข้าสำเร็จ เราสามารถใช้แนวคิดสุ่มเข้าของทุกๆ ค่าของ ζ ซึ่งเรากล่าวได้ว่าเป็นค่าลำดับแบบสุ่มของ $c_k(n, \zeta)$ นั้นทำการสุ่มเข้าที่ทุกๆ ค่าของ ζ หรือมีความน่าจะเป็นเท่ากับ 1 ถ้า

$$P\left\{\lim_{n \rightarrow \infty} |c_k(n, \zeta) - c_{o,k}(\zeta)| = 0\right\} = 1 \quad (3-28)$$

นั่นหมายความว่าบางลำดับของข้อมูลอาจจะไม่สุ่มเข้า ซึ่งอาจเกิดในกรณีที่ความน่าจะเป็นเท่ากับศูนย์ ตัวอย่างการสุ่มเข้าแบบอื่นที่ใช้ในอะแคปทีฟฟิลเตอร์กำหนดได้ดังสมการ

$$\lim_{n \rightarrow \infty} E\left\{|c_k(n, \zeta) - c_{o,k}(\zeta)|^2\right\} = \lim_{n \rightarrow \infty} E\left\{|\tilde{c}_k(n, \zeta)|^2\right\} = 0 \quad (3-29)$$

การสุ่มเข้าแบบนี้ถูกเรียกว่าการสุ่มเข้าหาค่าเฉลี่ยกำลังสอง เหตุผลหลักสำหรับการใช้ค่าเฉลี่ยกำลังสองคือการสุ่มเข้าดังกล่าวจะไม่เหมือนการสุ่มเข้าได้ในทุกๆ กรณีเนื่องจากจะใช้ลำดับของข้อมูลเพียงบางส่วนในการนำมาคิดผลกระทบบโดยเฉลี่ยของลำดับข้อมูลทั้งหมด นอกจากนั้นยังสามารถใช้ค่าโมเมนต์อันดับที่สองสำหรับตรวจสอบการสุ่มเข้าหาค่าเฉลี่ยกำลังสองซึ่งไม่ได้หมายถึงว่าการสุ่มเข้านั้นจะมีความน่าจะเป็นเท่ากับ 1 ดังนั้น

$$\frac{E\left\{|\tilde{c}_k(n, \zeta)|^2\right\}}{\delta} = \frac{|E\{\tilde{c}_k(n, \zeta)\}|^2}{\delta} + \frac{\text{var}\{\tilde{c}_k(n, \zeta)\}}{\delta^2} \quad (3-30)$$

ถ้าสามารถแสดงว่า $E\{\tilde{c}_k(n)\} \rightarrow 0$ ที่ค่า $n \rightarrow \infty$ และ $\text{var}\{\tilde{c}_k(n, \zeta)\}$ มีค่าที่แน่นอนสำหรับทุกค่าของ n ก็จะแน่ใจได้ว่าค่าสัมประสิทธิ์จะสุ่มเข้าได้

การวัดค่าสมรรถนะ (performarce measurer)

สมรรถนะของอะแดปทีฟฟิลเตอร์สามารถหาค่าได้โดยใช้ ค่าเบี่ยงเบนกำลังสองเฉลี่ย (mean square deviation : MSD) ดังสมการ

$$D(n) \equiv E\{\|\mathbf{c}(n, \zeta) - \mathbf{c}_o(n)\|^2\} = E\{\|\tilde{\mathbf{c}}(n, \zeta)\|^2\} \quad (3-31)$$

การหาค่าระยะเฉลี่ยระหว่างสัมประสิทธิ์ของอะแดปทีฟฟิลเตอร์และสัมประสิทธิ์ของฟิลเตอร์ที่เหมาะสมที่สุด แม้ว่าค่า MSD จะไม่สามารถวัดได้ในทางปฏิบัติ และนิยมนำมาศึกษาและวิเคราะห์ อะแดปทีฟอัลกอริทึมจะให้ค่า $D(n)$ ต่ำสุดสำหรับแต่ละค่าของ n ซึ่งทราบกันดีว่าเป็นอัลกอริทึมที่สามารถเรียนรู้หาจุดที่ดีที่สุดได้

ถ้าอินพุตเป็นเมตริกซ์สหสัมพันธ์แบบบวก สำหรับค่าเบี่ยงเบนใดๆ $\tilde{\mathbf{c}}(n)$ ของค่าสัมประสิทธิ์ของฟิลเตอร์ที่เหมาะสมที่สุด จากการกำหนดค่าที่เหมาะสมที่สุดเป็นการเพิ่มค่ากำลังสองเฉลี่ยมีค่าเท่ากับ $\tilde{\mathbf{c}}^H(n)\mathbf{R}\tilde{\mathbf{c}}(n)$ เรียกว่า excess MSE (EMSE) ในอะแดปทีฟฟิลเตอร์ ความเบี่ยงเบนแบบสุ่ม $\tilde{\mathbf{c}}(n, \zeta)$ จากผลที่เหมาะสมที่สุดในรูปของ EMSE ซึ่งสามารถหาได้ด้วยค่าเฉลี่ยของ $\tilde{\mathbf{c}}^H(n, \zeta)\mathbf{R}\tilde{\mathbf{c}}(n, \zeta)$ สำหรับอะแดปทีฟฟิลเตอร์แบบ posteriori ค่า MSE จะสามารถกำหนดได้ดังนี้

$$P'(n) \equiv E\{|\varepsilon(n, \zeta)|^2\} \equiv P'_o(n) + P'_{ex}(n) \quad (3-32)$$

เมื่อ $P'_{ex}(n)$ คือค่า EMSE และค่า $P'_o(n)$ คือค่า MMSE กำหนดโดย

$$P'_o(n) \equiv E\{|\varepsilon_o(n, \zeta)|^2\} \quad (3-33)$$

และค่าผิดพลาดของฟิลเตอร์ที่เหมาะสมที่สุดแบบ posteriori กำหนดโดย

$$\varepsilon_o(n, \zeta) \equiv y(n, \zeta) - \mathbf{c}_o^H(n)\mathbf{x}(n, \zeta) \quad (3-34)$$

ค่า posteriori EMSE $P'_{ex}(n)$ สามารถหาได้ดังนี้

$$P'_{ex}(n) \equiv P'(n) - P'_o(n) \quad (3-35)$$

สำหรับ priori อะแดปทีฟอัลกอริทึมที่ใช้สัมประสิทธิ์เก่า $\mathbf{c}(n-1, \zeta)$ สามารถหา priori EMSE จากสมการต่อไปนี้

$$P_{ex}(n) \equiv P(n) - P_o(n) \quad (3-36)$$

เมื่อ
$$P(n) \equiv E\{|e(n, \zeta)|^2\} \quad (3-37)$$

$$P_o(n) \equiv E\{|e_o(n, \zeta)|^2\} \quad (3-38)$$

และ
$$e_o(n, \zeta) \equiv y(n, \zeta) - \mathbf{c}_o^H(n-1)\mathbf{x}(n, \zeta) \quad (3-39)$$

ที่ซึ่งค่าผิดพลาดของฟิลเตอร์ที่เหมาะสมที่สุด ถ้าค่าสัญญาณไม่แปรตามเวลา จะได้ $\varepsilon_o(n, \zeta) = e_o(n, \zeta)$ ดังนั้นค่าผิดพลาดที่เหมาะสมที่สุดของ priori ฟิลเตอร์และ posteriori ฟิลเตอร์จะมีค่าเท่ากัน อัตราส่วนของสัญญาณที่เรียกว่า misadjustment ที่นิยมใช้เป็นตัววัดคุณภาพของอะแดปทีฟฟิลเตอร์ สามารถเขียนได้ดังสมการ

$$M(n) \equiv \frac{P_{ex}(n)}{P_o(n)} \quad \text{หรือ} \quad M'(n) \equiv \frac{P'_{ex}(n)}{P'_o(n)} \quad (3-40)$$

บทที่ 4

อะแดปทีฟอีควอลไลเซอร์

ในบทนี้จะกล่าวถึงอะแดปทีฟอีควอลไลเซอร์และอะแดปทีฟอัลกอริทึมหรือวิธีการที่ใช้ในการปรับค่าสัมประสิทธิ์เพื่อให้ได้ค่าที่เหมาะสมสำหรับอะแดปทีฟอีควอลไลเซอร์ ซึ่งในวิทยานิพนธ์ฉบับนี้ได้นำเสนออัลกอริทึมใหม่ซึ่งอยู่บนพื้นฐานการตัดสินใจแบบ Constant Modulus Algorithm (CMA) มาพัฒนาเพื่อให้ได้อัลกอริทึมที่เหมาะสมในระบบสื่อสารข้อมูลดิจิทัลแบบ 16-QAM

4.1 อีควอลไลเซชัน (Equalization)

การส่งผ่านสัญญาณในระบบสื่อสารแบบดิจิทัล มีปัญหาสำคัญอย่างหนึ่งที่เรียกว่าการแทรกสอดระหว่างสัญลักษณ์ (Intersymbol Interference: ISI) ซึ่งเกิดจากผลกระทบของคลื่นหลายวิถี (multipath) ที่เกิดขึ้นภายในช่องสัญญาณที่สัญญาณส่งผ่าน ผลกระทบของ ISI ทำให้สัญญาณที่ส่งผ่านมีรูปร่างที่ผิดเพี้ยนไป และมีผลทำให้เกิดความผิดพลาดของบิตข้อมูลที่รับได้ทีภากรับ หลังจากผ่านกระบวนการดึงสัญญาณคืนกลับมา วิธีการหนึ่งที่สามารถนำมาใช้ในการจัดการกับปัญหา ISI นี้ก็คือการใช้วงจรที่เรียกว่าอีควอลไลเซอร์ (equalizer) ไปติดตั้งที่ภากรับสัญญาณ ซึ่งอีควอลไลเซอร์มีหน้าที่ในการปรับแก้รูปสัญญาณให้มีคุณลักษณะที่ดีขึ้นเพื่อให้การดึงสัญญาณเดิมกลับคืนมามีความถูกต้องมากขึ้น เนื่องจากคุณลักษณะของช่องสัญญาณที่มีการแปรเปลี่ยนไปตามเวลา ดังนั้นโดยปกติแล้ว อีควอลไลเซอร์ที่ใช้สามารถปรับตัวได้ นั่นคือคุณสมบัติหรือพารามิเตอร์ต่าง ๆ ของวงจรจะต้องสามารถเปลี่ยนแปลงตามเวลาได้ เพื่อให้เหมาะสมกับสภาพของช่องสัญญาณที่มักจะมีการเปลี่ยนแปลงอยู่เสมอ ดังนั้นจึงเรียกว่าอะแดปทีฟอีควอลไลเซอร์ (adaptive equalizer)

หลักการทำงานของอะแดปทีฟอีควอลไลเซอร์จะแบ่งการส่งสัญญาณออกเป็น 2 ช่วง สลับกันตลอด ในช่วงแรกภาคส่งจะส่งชุดบิตที่เรียกว่าลำดับฝึกฝน (training sequence) ไปให้ภากรับซึ่งรูปแบบของชุดบิตที่ภากรับจะทราบค่าอยู่ล่วงหน้าแล้ว ชุดบิตเหล่านี้อาจจะมีรูปแบบตายตัวหรืออาจจะเป็น pseudorandom binary ก็ได้ ในช่วงที่ภากรับได้รับชุดบิตดังกล่าวภากรับก็จะทำการคำนวณ และปรับค่าสัมประสิทธิ์ของฟิลเตอร์ในอีควอลไลเซอร์ที่เหมาะสมสำหรับจัดการกับสภาพของช่องสัญญาณในขณะนั้น เมื่อภาคส่งสิ้นสุดการส่งชุดลำดับฝึกฝนก็จะเข้าสู่ช่วงที่สอง ซึ่งเป็นช่วงที่ภาคส่งจะทำการส่งบิตข้อมูลของผู้ใช้ตามไป ในช่วงนี้ภากรับจะใช้อีควอลไลเซอร์ที่มีค่าสัมประสิทธิ์ที่ได้คำนวณไว้มาใช้ในการดึงสัญญาณข้อมูลกลับมาเพื่อให้ได้ค่าที่ถูกต้องมากที่สุด จะเห็นว่าคุณลักษณะของอีควอลไลเซอร์จะมีการเปลี่ยนแปลงตามเวลาเพื่อให้เหมาะสมกับสภาพ

ของช่องสัญญาณซึ่งมักจะมีการเปลี่ยนแปลงอยู่ตลอดเวลาและสามารถแก้ปัญหาของ ISI ได้อย่างมีประสิทธิภาพ

4.2 โครงสร้างพื้นฐานของวงจรรีควอลิตเซอร์

วงจรรีควอลิตเซอร์จะประกอบด้วยอุปกรณ์หนึ่งเวลาจำนวน N ชุด วงจรคูณสัญญาณจำนวน $N+1$ ชุด และวงจรวกสัญญาณ โดยพิจารณาจากรูปที่ 4.1 เป็นการแสดงโครงสร้างการทำงานของวงจรรีควอลิตเซอร์ในช่วงเวลาที่อยู่ระหว่างการปรับค่าสัมประสิทธิ์การคูณ (weights) ที่อินพุตของวงจรมีสัญญาณ y_k ค่าใหม่เข้าทุก ๆ ช่วงเวลา ค่าของ y_k นี้มีขนาดที่ไม่แน่นอนเพราะแปรเปลี่ยนไปตามสภาพของช่องสัญญาณและปริมาณของสัญญาณรบกวนในช่องสัญญาณในขณะนั้น ๆ ดังนั้นจึงกล่าวได้ว่า y_k เป็นกระบวนการสุ่ม โครงสร้างของวงจรรีควอลิตเซอร์ที่ต่อเชื่อมในลักษณะนี้มีชื่อเรียกว่าตัวกรองความถี่แบบ transversal ค่าสัมประสิทธิ์ของการคูณสัญญาณ w แต่ละตัวจะมีตัวแปรเวลา k ห้อยอยู่ด้วย เพื่อบ่งบอกว่าค่าสัมประสิทธิ์เหล่านี้แปรเปลี่ยนตามเวลาในช่วงที่ระบบกำลังหาค่าที่เหมาะสม ค่า w เหล่านี้อาจจะมีการปรับเปลี่ยนในทุก ๆ ครั้งที่มีการเพิ่มขึ้นของค่า k หรืออาจจะเปลี่ยนหลังจากที่มีข้อมูลอินพุตจำนวนหนึ่งบล็อก

กรรมวิธีหรืออัลกอริทึมในการปรับค่าสัมประสิทธิ์จะขึ้นอยู่กับค่า e_k เป็นสำคัญ โดย e_k คือ ผลต่างที่ได้จากการเปรียบเทียบระหว่างค่า d_k กับค่า \hat{d}_k ซึ่งโดยทั่วไปอัลกอริทึมที่ใช้ก็จะพยายามปรับสัมประสิทธิ์การคูณในทิศทางที่ทำให้ค่าฟังก์ชันต้นทุน (cost function) ที่สนใจมีขนาดลดต่ำลงเรื่อย ๆ ค่าฟังก์ชันต้นทุนที่นิยมใช้ในการปรับค่าสัมประสิทธิ์แบบหนึ่งก็คือค่าผิดพลาดกำลังสองเฉลี่ย (mean square error : MSE) ระหว่างค่าของสัญญาณที่ต้องการกับค่าของสัญญาณที่ได้จากวงจรรีควอลิตเซอร์สำหรับตัวอย่างของอัลกอริทึมที่ใช้ในการคำนวณและปรับค่าสัมประสิทธิ์คือ วิธี Least Mean Squares (LMS) โดยในการคำนวณและปรับค่าสัมประสิทธิ์ที่เหมาะสมจะอาศัยสมการต่อไปนี้

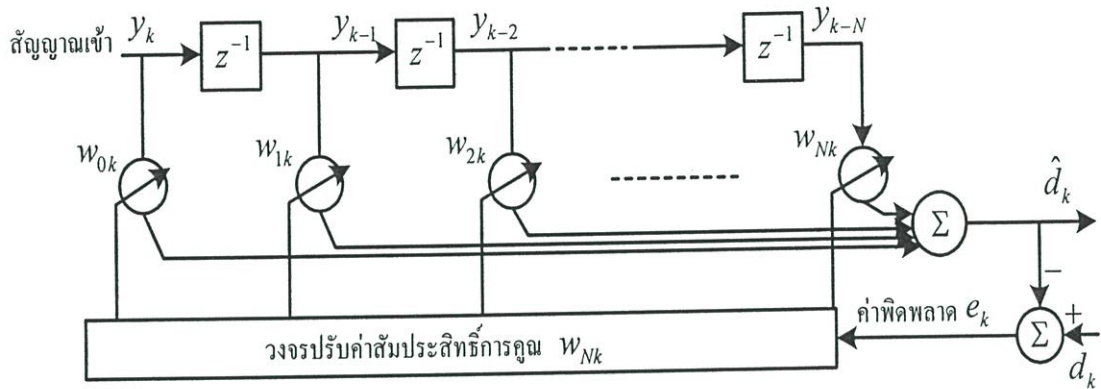
$$\text{New weights} = \text{Previous weights} + (\text{constant}) \times (\text{Previous error}) \times (\text{Current input})$$

โดยที่

$$\text{Previous error} = \text{Previous desired output} - \text{Previous actual output}$$

สำหรับค่าคงที่ (constant) ที่ใช้นั้นสามารถที่จะปรับเปลี่ยนไปได้ในการคำนวณแต่ละรอบ เพื่อควบคุมอัตราการเปลี่ยนของค่าสัมประสิทธิ์ให้เหมาะสม การคำนวณปรับค่าสัมประสิทธิ์ของ

การคูณจะกระทำซ้ำไปเรื่อย ๆ หลายรอบจนกระทั่งค่าสัมประสิทธิ์เริ่มจะอยู่ตัวและเข้าใกล้ค่าที่ดีที่สุด เมื่อเราได้ค่าที่เหมาะสมแล้วกระบวนการปรับค่าสัมประสิทธิ์ก็จะหยุดลง ช่วงเวลาถัดมาก็จะใช้ในการรับส่งบิตข้อมูลของผู้ใช้ ในเวลานี้จะใช้ชุดสัมประสิทธิ์ที่หาได้ไปจนกระทั่งมีความจำเป็นที่จะต้องปรับค่าสัมประสิทธิ์ใหม่อีกครั้ง



รูปที่ 4.1 โครงสร้างพื้นฐานของวงจรรีคควอไลเซอร์ในช่วงเวลาที่มีการปรับชุดสัมประสิทธิ์การคูณ

จากโครงสร้างของวงจรรีคควอไลเซอร์ในรูปที่ 4.1 สามารถหาค่าสัมประสิทธิ์ที่เหมาะสมได้โดยวิธีการต่อไปนี้

กำหนดให้เวกเตอร์ \mathbf{y}_k แทนสัญญาณอินพุตของวงจรรีคควอไลเซอร์

$$\mathbf{y}_k = [y_k \quad y_{k-1} \quad y_{k-2} \quad \dots \quad y_{k-N}]^T \quad (4-1)$$

และให้เวกเตอร์ \mathbf{w}_k แทนค่าสัมประสิทธิ์การคูณของวงจรรีคควอไลเซอร์

$$\mathbf{w}_k = [w_{0k} \quad w_{1k} \quad w_{2k} \quad \dots \quad w_{Nk}]^T \quad (4-2)$$

สามารถแสดงสัญญาณที่เอาต์พุตซึ่งมีค่าเท่ากับ $\hat{d}_k = \sum_{n=0}^N w_{nk} y_{k-n}$ ในรูปของเวกเตอร์ได้ดังนี้

$$\hat{d}_k = \sum_{n=0}^N \mathbf{w}_{nk} \mathbf{y}_{k-n} \quad (4-3)$$

ในช่วงที่วงจรถราราค่าของชุดข้อมูลที่แท้จริงอยู่แล้วค่าของ d_k จะกำหนดให้เท่ากับ x_k เพราะฉะนั้นค่าความแตกต่าง หรือค่าผิดพลาดที่เกิดขึ้นมีค่าเป็น

$$e_k = d_k - \hat{d}_k = x_k - \hat{d}_k \quad (4-4)$$

จากสมการ (4-3) จะได้

$$e_k = x_k - \mathbf{y}_k^T \mathbf{w}_k = x_k - \mathbf{w}_k^T \mathbf{y}_k \quad (4-5)$$

$$|e_k|^2 = x_k^2 + \mathbf{w}_k^T \mathbf{y}_k \mathbf{y}_k^T \mathbf{w}_k - 2x_k \mathbf{y}_k^T \mathbf{w}_k \quad (4-6)$$

$$E[|e_k|^2] = E[x_k^2] + \mathbf{w}_k^T E[\mathbf{y}_k \mathbf{y}_k^T] \mathbf{w}_k - 2E[x_k \mathbf{y}_k^T] \mathbf{w}_k \quad (4-7)$$

การคำนวณ $E[|e_k|^2]$ ในทางปฏิบัติจะใช้การหาค่าเฉลี่ยทางเวลาแทน และสังเกตว่าค่าสัมประสิทธิ์การคูณ \mathbf{w}_k มิได้ถูกนำไปใช้การหาค่าเฉลี่ยด้วย เพราะจะสมมติว่าค่า \mathbf{w}_k ที่ใช้อยู่เป็นค่าที่ได้รับ การปรับจนเหมาะสมแล้วและไม่เปลี่ยนแปลงไปตามเวลา

การกำหนดให้เวกเตอร์ p แทนสหสัมพันธ์ไขว้ (cross correlation) ระหว่างสัญญาณที่ต้องการกับสัญญาณอินพุต

$$p = E[x_k y_k] = E[x_k y_k \quad x_k y_{k-1} \quad x_k y_{k-2} \quad \dots \quad x_k y_{k-N}]^T \quad (4-8)$$

และกำหนดให้เมตริกซ์ \mathbf{R} แทนเมตริกซ์สหสัมพันธ์ของอินพุต (input correlation matrix) ที่มีขนาดเท่ากับ $(N+1) \times (N+1)$ หรือบางทีจะเรียกว่า โคเวเรียนซ์เมตริกซ์ของอินพุต (input covariance matrix)

$$R = E[\mathbf{y}_k \mathbf{y}_k^T] = E \begin{bmatrix} y_k^2 & y_k y_{k-1} & y_k y_{k-2} & \dots & y_k y_{k-N} \\ y_{k-1} y_k & y_{k-1}^2 & y_{k-1} y_{k-2} & \dots & y_{k-1} y_{k-N} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ y_{k-N} y_k & y_{k-N} y_{k-1} & y_{k-N} y_{k-2} & \dots & y_{k-N}^2 \end{bmatrix} \quad (4-9)$$

ถ้าหาก x_k และ y_k มีคุณลักษณะที่ไม่แปรตามเวลา จะได้ว่าเทอมต่าง ๆ ใน p และ \mathbf{R} ก็จะไม่เปลี่ยนแปลงตามเวลา จากสมการข้างต้นจะได้ว่า

$$\text{Mean Square Error (MSE)} = \xi = E[x_k^2] + \mathbf{w}^T \mathbf{R} \mathbf{w} - 2\mathbf{p}^T \mathbf{w} \quad (4-10)$$

จากสมการ (4-10) สามารถจะหาค่าเวกเตอร์ \mathbf{w} ที่ทำให้ค่า MSE มีขนาดต่ำที่สุด (minimum MSE หรือ MMSE) ได้โดยการหาค่าเกรเดียนต์ของ ξ

$$\nabla = \frac{\partial \xi}{\partial \mathbf{w}} = \left[\frac{\partial \xi}{\partial w_0} \quad \frac{\partial \xi}{\partial w_1} \quad \dots \quad \frac{\partial \xi}{\partial w_N} \right]^T \quad (4-11)$$

เมื่อหาอนุพันธ์ของแต่ละเทอมโดยเทียบกับค่าสัมประสิทธิ์การคูณแต่ละค่าจนครบก็จะได้

$$\nabla = 2\mathbf{R}\mathbf{w} - 2\mathbf{p} \quad (4-12)$$

กำหนดให้ $\nabla = 0$ เพื่อหาค่าที่ต่ำที่สุดของ MSE ผลลัพธ์ที่ได้คือชุดสัมประสิทธิ์ $\hat{\mathbf{w}}$ ที่เหมาะสม

$$\hat{\mathbf{w}} = \mathbf{R}^{-1}\mathbf{p} \quad (4-13)$$

เมื่อนำค่าสัมประสิทธิ์ที่คำนวณได้ไปแทนลงในสมการ (4-10) จะได้

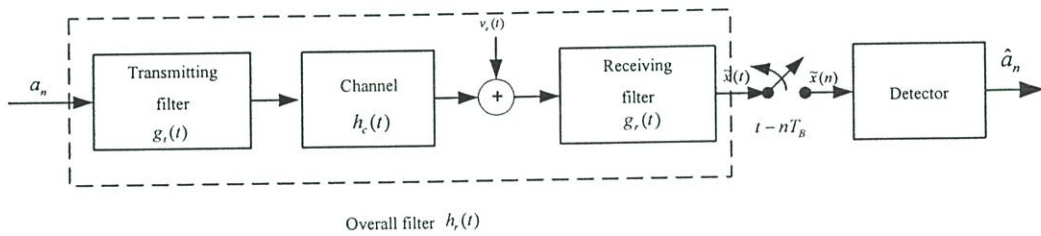
$$MMSE = \xi_{\min} = E[x_k^2] - \mathbf{p}^T \mathbf{R}^{-1} \mathbf{p} = E[x_k^2] - \mathbf{p}^T \hat{\mathbf{w}} \quad (4-14)$$

4.3 อีควอไลเซชันในระบบการส่งสัญญาณข้อมูล

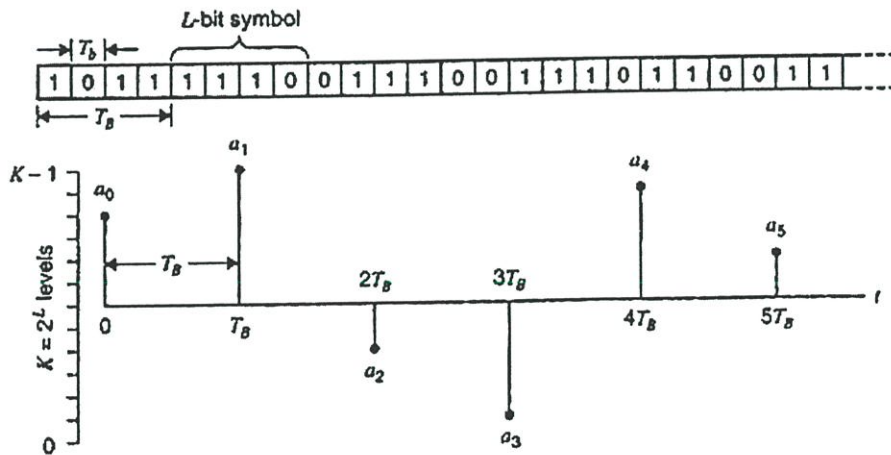
สมรรถนะของระบบการส่งสัญญาณข้อมูลผ่านช่องสัญญาณนั้นสามารถประมาณค่าได้โดยระบบเชิงเส้นที่ถูกจำกัดจากปัจจัยต่างๆ เช่น การจำกัดของแบนด์วิดท์ การแทรกสอดระหว่างสัญลักษณ์ และสัญญาณรบกวนที่เกิดจากความรบกวน โดยตัวอย่างของการสื่อสารแบบดังกล่าวได้แก่ โทรศัพท์พื้นฐาน การสื่อสารคลื่นวิทยุไมโครเวฟแบบ line-of-sight ช่องสัญญาณผ่านดาวเทียม เมื่อผลตอบสนองทางความถี่ของช่องสัญญาณเกิดการเปลี่ยนแปลงไปจากอุดมคติที่มีความสม่ำเสมอทั้งทางขนาดและเฟสมีความเป็นเชิงเส้น พัลส์ที่ได้รับจะถูกรบกวนด้วยพัลส์ที่อยู่ใกล้เคียงซึ่งจะเกิดขึ้นในลักษณะที่ปลายของพัลส์ทั้งสองนั้นทับกันซึ่งปรากฏการณ์นี้เรียกว่า การแทรกสอดระหว่างสัญลักษณ์ (intersymbol interference : ISI) ซึ่งจะนำไปสู่การตัดสินใจผิดพลาดและเพิ่มความน่าจะเป็นของค่าผิดพลาดให้มากขึ้น ในช่องสัญญาณที่มีแบนด์วิดท์จำกัดและมีสัญญาณ

รบกวน เช่น ช่องสัญญาณเสียงของโทรศัพท์ ค่า ISI จะเป็นสาเหตุหลักที่จำกัดสมรรถนะของระบบ การส่งสัญญาณข้อมูลความเร็วสูง ส่วนในช่องสัญญาณความถี่วิทยุ ค่า ISI ที่เกิดขึ้นนั้นเกิดขึ้นจากการแพร่กระจายคลื่นหลายวิถี (multipath propagation) ซึ่งได้กล่าวไว้ใน Siller [9]

ISI นั้นจะเกิดขึ้นในทุกๆระบบที่ใช้การมอดูเลตแบบพัลส์ รวมถึง frequency shift keying (FSK), phase-shift keying (PSK) และ quadrature amplitude modulation (QAM) เมื่อพิจารณาที่ระบบพัลส์มอดูเลชันทางขนาด (PAM) แบบ K-ary ($K = 2^L$) ดังแสดงในรูปที่ 4.2 (ก) ลำดับไบนารีอินพุตจะแบ่งออกเป็นบล็อกที่มีความยาว L บิตหรือสัญลักษณ์ (symbols) แต่ละสัญลักษณ์จะถูกเปลี่ยนไปเป็นระดับของสัญญาณขนาด K ดังแสดงในรูปที่ 4.2 (ข) ซึ่งช่วงเวลา T_B ถูกเรียกว่า ช่วงสัญลักษณ์หรือช่วงเวลาบอด (baud) ในขณะที่ T_b จะถูกเรียกว่าช่วงเวลาบิต (bit) ดังนั้นเมื่อค่า $R_B = 1/T_B$ แล้ว R_B จะถูกเรียกว่า อัตราบอด และ $R_b = LR_B$ เรียกว่า อัตราบิต



(ก)



(ข)

รูปที่ 4.2 (ก) แบบจำลองของระบบการส่งสัญญาณแบบเวสเบนด์ที่มีการมอดูเลตแบบ PAM

(ข) ลำดับสัญลักษณ์อินพุต a_n

สัญลักษณ์อินพุต $\{a_n\}$ ทำการมอดูเลตด้วยพัลส์ส่ง $g_t(t)$ ดังนั้น $\{a_n\}$ สามารถแสดงได้โดยสัญญาณที่มีความต่อเนื่องทางเวลา ดังนี้

$$\{a_n\}_{-\infty}^{\infty} \Leftrightarrow \sum_{n=-\infty}^{\infty} a_n \delta(t - nT_B) \quad (4-15)$$

พัลส์ที่มอดูเลตแล้วจะถูกส่งไปยังช่องสัญญาณที่แทนด้วยผลตอบสนองของสัญญาณพัลส์ $h_c(t)$ และมีสัญญาณรบกวน $v_c(t)$ สัญญาณที่รับได้เป็นสัญญาณที่ผ่านตัวกรอง $g_r(t)$ ซึ่งจะได้ $\tilde{x}(t)$ จากสมการที่ (4-15) สัญญาณ $\tilde{x}(t)$ ที่เอาต์พุตของฟิลเตอร์ที่รับได้สามารถเขียนได้ดังนี้

$$\begin{aligned} \tilde{x}(t) &= \sum_{k=-\infty}^{\infty} a_k \{ \delta(t - kT_B) * g_t(t) * h_c(t) * g_r(t) \} + v_c(t) * g_r(t) \\ &\equiv \sum_{k=-\infty}^{\infty} a_k \tilde{h}_r(t - kT_B) \tilde{v}(t) \end{aligned} \quad (4-16)$$

โดยที่

$$\tilde{h}_r(t) \equiv g_t(t) * h_c(t) * g_r(t) \quad (4-17)$$

$\tilde{h}_r(t)$ เป็นผลตอบสนองของอิมพัลส์ของระบบที่ประกอบด้วยตัวส่งสัญญาณ ช่องสัญญาณ ตัวรับสัญญาณและ

$$\tilde{v}(t) \equiv g_r(t) * v_c(t) \quad (4-18)$$

เป็นสัญญาณรบกวนที่เพิ่มขึ้นที่เครื่องรับ

4.3.1 หลักเกณฑ์ไนควิสต์สำหรับซีโร ISI

กรณีทำการสุ่มสัญญาณที่รับได้ $x(t)$ ที่เวลาคงที่ $t_o + nT_B$ จากสมการ (4-16) จะได้

$$\begin{aligned} \tilde{x}(t_o + nT_B) &= \sum_{k=-\infty}^{\infty} a_k \tilde{h}_r(t_o + nT_B - kT_B) + \tilde{v}(t_o + nT_B) \\ &= a_n \tilde{h}_r(t_o) + \sum_{\substack{k=-\infty \\ k \neq n}}^{\infty} a_k \tilde{h}_r(t_o + nT_B - kT_B) + \tilde{v}(t_o + nT_B) \end{aligned} \quad (4-19)$$

เมื่อ t_o คือค่าเวลาหน่วงของช่องสัญญาณและตัวส่งเฟส ในพจน์แรกของสมการที่ (4-19) คือพจน์ของสัญญาณที่ต้องการ ในขณะที่พจน์ที่สามคือสัญญาณรบกวน ส่วนพจน์ที่สองนั้นเป็นค่า ISI โดยพจน์ที่สองนี้จะมีค่าเท่ากับศูนย์ได้ต่อเมื่อ

$$\tilde{h}_r(t_o + nT_B - kT_B) = 0 \quad n \neq k \quad (4-20)$$

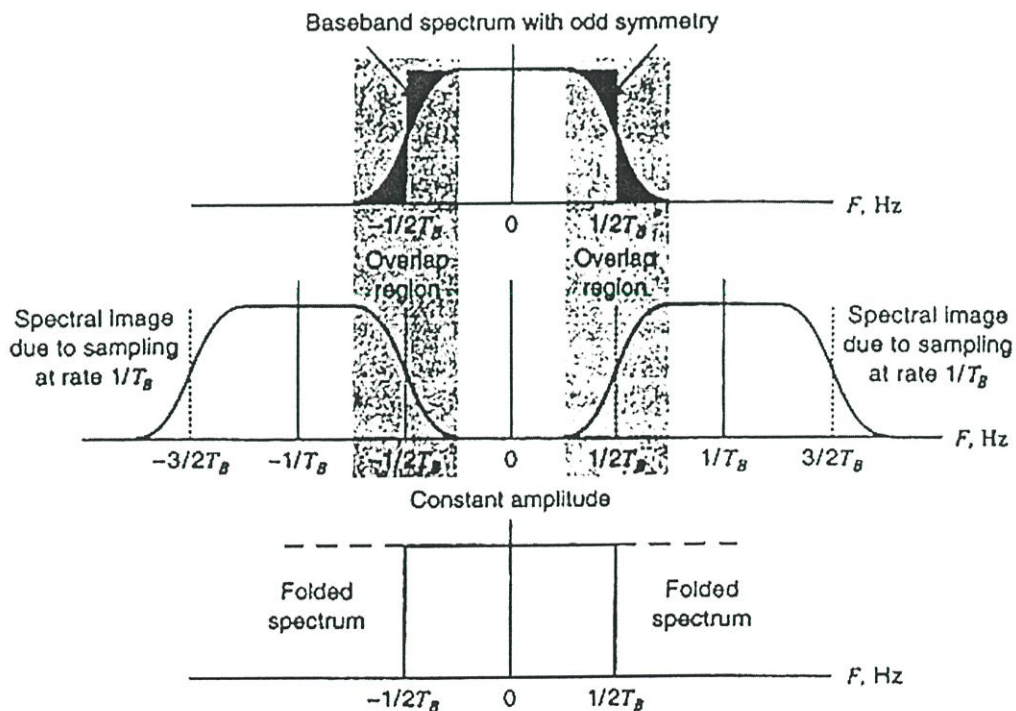
Nyquist ได้นำเสนอหลักการดังกล่าวเป็นครั้งแรก [10] สำหรับสัญญาณพัลส์ในโดเมนเวลา $\tilde{h}_r(t)$ จะมีค่าตัดขวางที่ค่าศูนย์หนึ่งครั้งทุกๆ ค่าเวลา T_B ดังสมการนี้

$$\tilde{h}_r(nT_B) = \begin{cases} 1 & n = 0 \\ 0 & n \neq 0 \end{cases} \quad (4-21)$$

ทำฟูเรียร์ทรานส์ฟอร์มจะได้

$$\sum_{l=-\infty}^{\infty} \tilde{H}_r\left(F + \frac{l}{T_B}\right) = T_B \quad (4-22)$$

เงื่อนไขดังกล่าวนี้เรียกกันว่าเกณฑ์ไนควิสต์ (Nyquist criterion) สำหรับ zero ISI โดยรูปที่ 4.3 จะแสดงถึงหลักการพื้นฐานของเกณฑ์ไนควิสต์ สำหรับซีโร ISI ในโดเมนความถี่



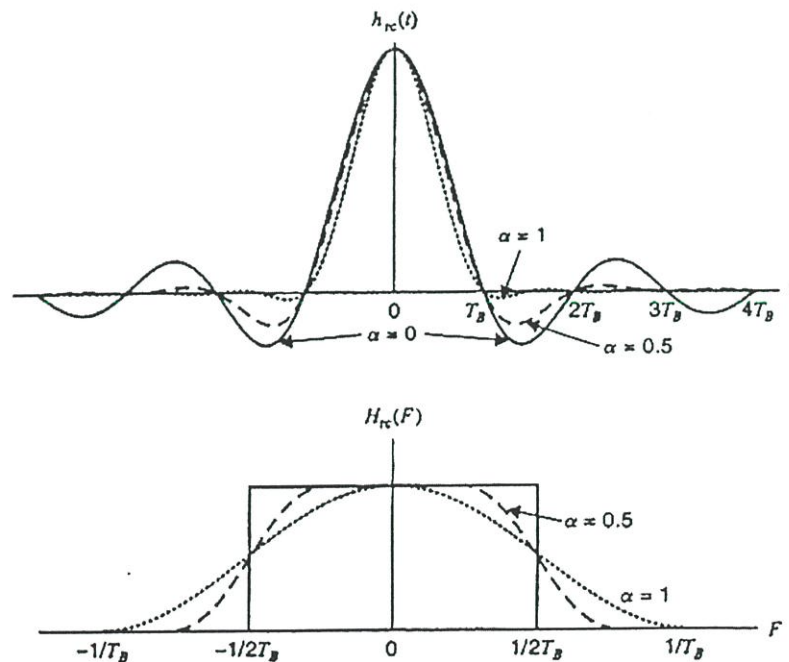
รูปที่ 4.3 เกณฑ์ไนควิสต์สำหรับซีโร ISI ในโดเมนความถี่

ส่วนรูปร่างของพัลส์พัลซันได้ตามสมการที่ (4-22) และถูกใช้กันอย่างกว้างขวางในทางปฏิบัติที่เรียกกันว่า raised cosine

$$\tilde{h}_{rc}(t) = \frac{\sin(\pi t / T_B)}{\pi t / T_B} \frac{\cos(\pi \alpha t / T_B)}{1 - 4\alpha^2 t^2 / T_B^2} \quad (4-23)$$

เมื่อ $0 \leq \alpha \leq 1$ คือค่า rolloff factor

รูปพัลส์และฟูเรียร์ทรานส์ฟอร์มของมันสำหรับค่า $\alpha = 0, 0.5$ และ 1 จะแสดงได้ดังรูปที่ 4.4 กรณีเลือก $\alpha = 0$ จะลดค่า $\tilde{h}_{rc}(t)$ ที่จะนำไปสู่การสร้างพัลส์ชาวยน์และมี $R_B = 1/T_B$ ดังนั้นสำหรับ $\alpha = 1$ ค่าอัตราการส่งสัญญาณ $R_B = 1/2T_B$ ซึ่งในทางปฏิบัติ เราสามารถเห็นผลกระทบของ ISI และสัญญาณรบกวนได้จากการแสดงผลของสัญญาณที่ถูกปรับได้บนแกนทางแนวตั้งของออสซิลอโคป โดยตั้งค่าอัตรา horizontal sweep ที่ $1/T_B$ ผลที่ปรากฏบนจอแสดงผลเราเรียกว่า eye pattern เพราะว่ามีลักษณะคล้ายคลึงกับดวงตามนุษย์ ถ้า eye pattern ปิดมากขึ้นนั้นหมายถึงว่าค่า ISI ก็ถูกเพิ่มขึ้นเช่นกัน



รูปที่ 4.4 ลักษณะของพัลส์ร่วมกับสเปกตรัมของ raised cosine

4.3.2 แบบจำลองช่องสัญญาณอย่างสมมูลย์ที่ไม่ต่อเนื่องทางเวลา (Equivalent Discrete-Time Channel Model)

อ้างอิงจากรูปที่ 4.2 (ก) ให้อินพุตของข้อมูลในระบบการส่งสัญญาณเป็นลำดับสัญญาณที่ไม่ต่อเนื่องทางเวลา $\{a_n\}$ ที่อัตราส่งสัญญาณ $1/T_B$ สัญญาณต่อวินาที และสัญญาณอินพุตที่ตัวดีเทกต์เป็นลำดับสัญญาณที่ไม่ต่อเนื่องทางเวลา $\tilde{x}(nT_B)$ ที่อัตราการส่งสัญญาณเช่นเดียวกัน ทั้งนี้ระบบทั้งหมดระหว่างสัญญาณอินพุตและอิกวอลไลเซอร์สามารถที่จะถูกจำลองให้เป็นแบบจำลองช่องสัญญาณที่ไม่ต่อเนื่องทางเวลาเพื่อใช้ในการวิเคราะห์ จากสมการที่ (4-16) หลังจากที่มีการสุ่มตัวอย่างที่อัตราการส่งสัญญาณแล้วจะได้

$$\tilde{x}(nT_B) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} a_k \tilde{h}_r(nT_B - kT_B) + \tilde{v}(nT_B) \quad (4-24)$$

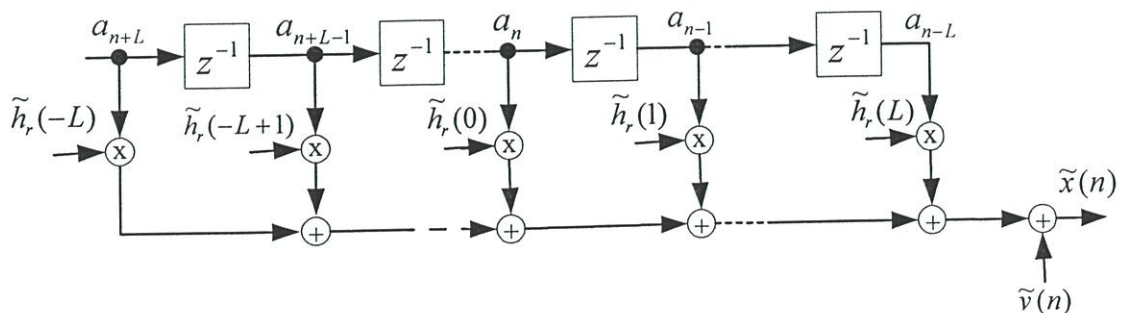
เมื่อ $\tilde{h}_r(t)$ นั้นได้จากสมการที่ (4-17) และ $\tilde{v}(t)$ ได้จากสมการ (4-18) ในพจน์แรกของสมการ (4-24) สามารถกล่าวได้ว่าเป็นฟิลเตอร์แบบ IIR ที่ไม่ต่อเนื่องทางเวลา (discrete-time IIR filter) ร่วมกับผลตอบสนองต่ออิมพัลส์ $\tilde{h}_r(n) \equiv h_r(nT_B)$ ร่วมกับอินพุต a_k ด้วย ในทางปฏิบัติของระบบการส่งสัญญาณข้อมูล ถ้าให้ค่า $\tilde{h}_r(n) = 0$ สำหรับ $|n| \geq L$ เมื่อค่า L คือค่าจำนวนเต็มบวก จะได้สมการดังนี้

$$\tilde{x}(n) = \sum_{k=-L}^L a_k \tilde{h}_r(n-k) + \tilde{v}(n) \quad (4-25)$$

$$\tilde{x}(n) \equiv \tilde{x}(nT_B)$$

$$\tilde{v}(n) \equiv \tilde{v}(nT_B)$$

ซึ่งก็คือฟิลเตอร์แบบ FIR ที่มีความยาวเท่ากับ $2L+1$ ดังแสดงในรูปที่ 4.5



รูปที่ 4.5 แบบจำลองของระบบส่งสัญญาณข้อมูลร่วมกับ ISI ที่ไม่ต่อเนื่องทางเวลา

ถ้าสมมุติให้สัญญาณรบกวนที่ช่องสัญญาณ $v_c(t)$ คือสัญญาณรบกวนที่มีค่าเฉลี่ยเท่ากับ ศูนย์ จากนิยามของ $\tilde{v}(t)$ ในสมการที่ (4-18) ค่าอัตสหสัมพันธ์ของ $\tilde{v}(n)$ สามารถเขียนได้ดังนี้

$$r_{\tilde{v}}(l) = \sigma_v^2 r_{g_r}(l) \quad (4-26)$$

เมื่อ σ_v^2 คือ ค่าวาเรียนซ์ของ $v_c(t)$

$r_{g_r}(l)$ คือ ค่าอัตสหสัมพันธ์ของ $g_r(t)$

จากรูปที่ 4.2 (ก) ออกแบบฟิลเตอร์โดยใช้ spectral factorization ของ $Z[r_{g_r}(l)]$ กำหนดให้

$$R_{g_r}(z) = Z[r_{g_r}(l)] = R_{g_r}^+(z)R_{g_r}^-(z) \quad (4-27)$$

เมื่อ $R_{g_r}^+(z)$ คือ minimum-phase factor

$R_{g_r}^-(z)$ คือ maximum-phase factor

กำหนดให้

$$W(z) \equiv \frac{1}{R_{g_r}^+(z)} \quad (4-28)$$

ระบบที่เป็นคอลเซลล์ มีเสถียรภาพและใช้ลำดับสัญญาณ $\tilde{x}(n)$ ออกแบบฟิลเตอร์จะได้

$$x(n) \equiv w(n) * \tilde{x}(n) = \sum_{k=0}^{\infty} a_k h_r(n-k) + v(n) \quad (4-29)$$

โดยที่

$$h_r(n) \equiv \tilde{h}_r * w(n) \quad (4-30)$$

และ

$$v(n) \equiv w(n) * \tilde{v}(n) \quad (4-31)$$

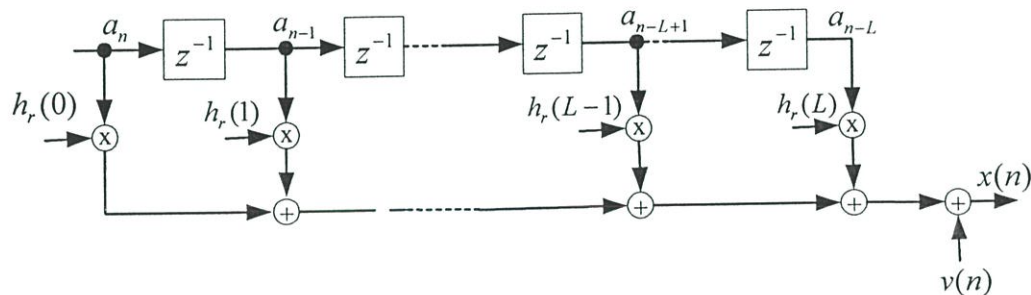
จากสมการ (4-26), (4-27) และ (4-28) ค่าความหนาแน่นของสเปกตรัมของ $v(n)$ สามารถแสดงได้ ดังนี้

$$R_v(z) = R_w(z)R_{\tilde{v}}(z) = \frac{1}{R_{g_r}^+(z)R_{g_r}^-(z)} \sigma_v^2 R_{g_r}^+(z) = \sigma_v^2 \quad (4-32)$$

ซึ่ง $v(n)$ คือ สัญญาณรบกวน สมมติให้ $h_r(n) = 0, n > L$ เมื่อค่า L คือค่าจำนวนเต็มบวก เราจะได้แบบจำลองช่องสัญญาณร่วมกับสัญญาณรบกวนที่ไม่ต่อเนื่องทางเวลาดังนี้

$$x(n) = \sum_{k=0}^L a_k h_r(n-k) + v(n) \quad (4-33)$$

ซึ่งแบบจำลองนี้จะแสดงได้ดังรูปที่ 4.6 โดยจะนำไปใช้ในการออกแบบและวิเคราะห์อีควอลไลเซอร์ในหัวข้อถัดไป



รูปที่ 4.6 แบบจำลองของระบบการส่งสัญญาณข้อมูลที่ไม่ต่อเนื่องทางเวลาที่มีสัญญาณแทรกสอดระหว่างสัญลักษณ์และสัญญาณรบกวน

4.4 ชนิดของอีควอลไลเซอร์

อีควอลไลเซอร์สามารถแบ่งออกได้เป็น 2 ประเภทใหญ่ๆ คือ อีควอลไลเซอร์แบบเชิงเส้น (linear equalization) และ อีควอลไลเซอร์แบบไม่เชิงเส้น (nonlinear equalization) การแบ่งแยกประเภทของอีควอลไลเซอร์ในลักษณะนี้พิจารณาจากส่วนของวงจรถูกป้อนกลับ (feedback) โดยปกติที่ภาครับจะประกอบไปด้วยส่วนของวงจรถูกป้อนกลับที่ทำหน้าที่ตัดสินใจว่าสัญญาณ \hat{d}_k ควรจะแปลงให้เป็นสัญญาณดิจิทัล d_k ที่มีค่าเท่าไร ซึ่งโดยทั่วไปจะใช้การเทียบระดับของสัญญาณที่รับได้กับค่าเทรชโฮลด์ที่ได้กำหนดไว้ หากวงจรออีควอลไลเซอร์ที่มีการป้อนกลับค่าของ d_k ไปใช้ในกระบวนการปรับเปลี่ยนค่าสัญญาณที่เข้ามาในภายหลัง วงจรนี้จะจัดอยู่ในประเภทอีควอลไลเซอร์แบบไม่เชิงเส้น จะเห็นว่าอีควอลไลเซอร์ประเภททั้งแบบเชิงเส้นและแบบไม่เชิงเส้น จะประกอบขึ้นจากโครงสร้างพื้นฐานที่เป็น transversal หรือ lattice ก็ได้ นอกจากโครงสร้างที่ใช้แล้วเรื่องสำคัญที่ต้องคำนึงถึงก็คืออัลกอริทึมหรือวิธีการที่ใช้ในการปรับค่าสัมประสิทธิ์ของอีควอลไลเซอร์เพื่อให้ได้ค่าที่เหมาะสม ซึ่งอีควอลไลเซอร์แต่ละประเภทก็อาจจะมีอัลกอริทึมที่เหมาะสมที่แตกต่างกันออกไป

เนื่องจากโครงสร้างแบบ transversal สามารถกระทำได้ง่าย โครงสร้างแบบนี้จึงมีการนำมาใช้อย่างแพร่หลาย

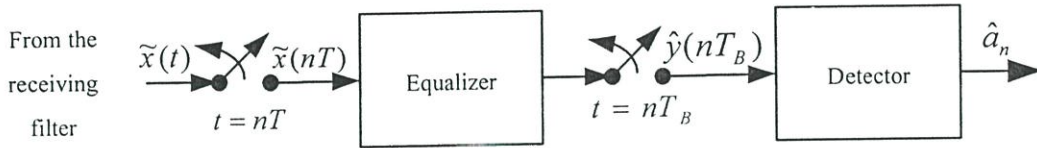
อัลกอริทึมสำหรับการปรับตัว

อิกวอไลเซอร์ที่สามารถปรับเปลี่ยนคุณสมบัติไปตามสภาพของช่องสัญญาณที่เปลี่ยนแปลงตามเวลานั้น จำเป็นจะต้องมีการปรับเปลี่ยนค่าสัมประสิทธิ์ของวงจรมอดูเลเตอร์เพื่อให้เหมาะสมกับสภาพของช่องสัญญาณตลอดเวลา อัลกอริทึมที่ใช้ในการปรับค่าสัมประสิทธิ์มีอยู่หลายรูปแบบ แต่ละวิธีก็มีคุณสมบัติที่แตกต่างกันไป ในการที่จะวัดสมรรถนะของอัลกอริทึมเหล่านี้จะพิจารณาจากองค์ประกอบต่อไปนี้

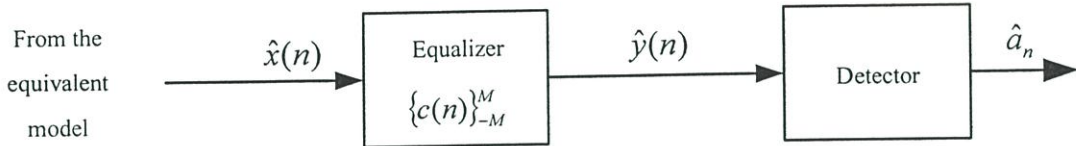
- Rate of convergence คือจำนวนรอบการคำนวณที่ต้องใช้ในการปรับค่าสัมประสิทธิ์เพื่อให้ได้ค่าที่ลู่เข้าสู่ค่าที่เหมาะสมสำหรับสภาพของสัญญาณอินพุตที่อยู่ในสถานะที่ไม่มีมีการเปลี่ยนแปลงเชิงสถิติ
- Misadjustment คือความแตกต่างของผลลัพธ์ของค่า mean-squared error ที่ได้จากอัลกอริทึม นั้น ๆ กับค่าต่ำสุดที่แท้จริงของ mean-squared error
- Computational complexity จำนวนการบวกคูณหารที่ต้องใช้ในการคำนวณ 1 รอบ ขนาดของหน่วยความจำที่ต้องใช้ในการคำนวณ และความยากง่ายหรือเวลาที่ต้องใช้ในการเขียนโปรแกรม
- Numerical properties ผลกระทบของการปัดเศษของตัวเลขต่าง ๆ ในกระบวนการคำนวณ ที่มีต่อเสถียรภาพของอัลกอริทึม

4.4.1 อิกวอไลเซอร์แบบเชิงเส้น (Linear Equalizer)

ถ้าหากทราบคุณลักษณะของช่องสัญญาณคือผลตอบสนองทาง $|H_c(F)|$ และผลตอบสนองทางเฟส จะสามารถออกแบบฟิลเตอร์ที่เหมาะสมที่สุดสำหรับการส่งและรับสัญญาณที่ให้ค่า SNR สูงสุดและเกิดค่า ISI เท่ากับศูนย์ อย่างไรก็ตามในทางปฏิบัติการแก้ไขช่องสัญญาณที่มีคุณลักษณะแบบไม่ทราบค่าหรือช่องสัญญาณที่แปรตามเวลา ในกรณีนี้จะใช้เครื่องรับที่ประกอบไปด้วย โครงสร้างฟิลเตอร์ที่ตายตัว $g_r(t)$ และอิกวอไลเซอร์แบบเชิงเส้นที่สามารถปรับค่าได้ดังแสดงในรูปที่ 4.7 ผลตอบสนองของฟิลเตอร์ดังกล่าวจะสอดคล้องเข้ากับรูปร่างของพัลส์ที่ถูกส่งมาตามหลักการแล้วการกำจัดค่า ISI นั้น ควรออกแบบอิกวอไลเซอร์โดยพิจารณาถึงรูปร่างของพัลส์ที่เป็นไปตามเกณฑ์ของไนควิสต์ ตามสมการที่ (4-20) หรือ (4-22)



(ก) แบบจำลองต่อเนื่องทางเวลา



(ข) แบบจำลองไม่ต่อเนื่องทางเวลาสำหรับอีควอลไลเซอร์แบบอะซิงโครนัส

รูปที่ 4.7 แบบจำลองของเครื่องรับที่ใช้อีควอลไลเซอร์

อีควอลไลเซอร์ที่นิยมใช้กันอย่างกว้างขวางออกแบบโดยใช้ ดิจิตอลฟิลเตอร์แบบ FIR เมื่อพิจารณาที่รูป 4.7 (ก) สัญญาณที่ได้รับ $\tilde{x}(t)$ เป็นรายคาบที่เวลา $t = t_0 + nT$ เมื่อ t_0 คือเฟสของสัญญาณสุ่ม และ T คือเวลาการสุ่มตัวอย่าง เวลาการสุ่มตัวอย่างควรจะน้อยกว่าหรือเท่ากับช่วงเวลาระหว่างสัญลักษณ์ T_B เพราะว่าเอาต์พุตของอีควอลไลเซอร์จะเกิดขึ้นทุกๆ ช่วงเวลาระหว่างสัญลักษณ์ (กรณีที $T > T_B$ จะเกิด aliasing) สำหรับการออกแบบสร้างระบบดิจิตอลนั้นค่า T ควรจะมีค่าอยู่ระหว่างช่วงเวลาระหว่างสัญลักษณ์ นั่นคือ $T = L_1 T_B / L_2$ ที่ $L_1 \leq L_2$ (ในทางปฏิบัติเลือก $T = T_B, T = T_B / 2$ หรือ $T = 2T_B / 3$) ถ้าช่วงเวลาสุ่มตัวอย่าง $T = T_B$ จะได้อีควอลไลเซอร์แบบซิงโครนัสหรือ symbol equalizer (SE) และถ้า $T < T_B$ จะได้อีควอลไลเซอร์แบบ fractionally spaced (fractionally spaced equalizer : FSE) เอาต์พุตของอีควอลไลเซอร์จะถูกทำการควอนไทซ์เพื่อให้ได้สัมประสิทธิ์ $\hat{d}(n)$

จุดมุ่งหมายของอีควอลไลเซอร์คือพิจารณาค่าสัมประสิทธิ์ $\{c_k\}_{-M}^M$ เพื่อนำไปสู่การลดค่า ISI ได้ต่ำที่สุด ซึ่งสมรรถนะดังกล่าวนี้จะเกิดขึ้นกับบางเกณฑ์ เกณฑ์ที่นิยมใช้มากที่สุดสำหรับการส่งสัญญาณข้อมูลคือค่าความน่าจะเป็นของความผิดพลาดเฉลี่ย อย่างไรก็ตามเกณฑ์นี้เป็นฟังก์ชันแบบไม่เชิงเส้นของสัมประสิทธิ์ของอีควอลไลเซอร์ และทำการลดค่าให้ต่ำที่สุดได้ยากมาก

ถ้าสมมติว่าเป็นอีควอลไลเซอร์แบบซิงโครนัสนั่นคือ $T = T_B$ ซึ่งจะแสดงแบบจำลองสมมูลย์ที่ไม่ต่อเนื่องทางเวลาดังรูปที่ 4.6 จะได้อินพุต $x(n)$ ดังนี้

$$x(n) = \sum_{l=0}^L a_l h_r(n-1) + v(n) \quad (4-34)$$

จะได้เอาต์พุตของอิกวอไลเซอร์ดังนี้

$$\hat{y}(n) = \sum_{k=-M}^M c^*(k)x(n-k) \stackrel{\Delta}{=} \mathbf{c}^H \mathbf{x}(n) \quad (4-35)$$

โดยที่
$$\mathbf{c} = [c(-M) \cdots c(0) \cdots c(M)]^T \quad (4-36)$$

$$\mathbf{x}(n) = [x(n+M) \cdots x(n) \cdots x(n-M)]^T \quad (4-37)$$

รูปจำลองของอิกวอไลเซอร์ชนิดนี้แสดงไว้ในรูปที่ 4.7 (ข)

4.4.2 อิกวอไลเซอร์แบบ Zero-Forcing

zero-forcing อิกวอไลเซชันนั้นต้องการผลตอบสนองของอิกวอไลเซอร์กับพัลส์ $\tilde{h}_r(t)$ ที่เป็นไปตามเกณฑ์ของไนควิสต์ ในสมการที่ (4-21) สำหรับ FIR อิกวอไลเซอร์ ในสมการ (4-35) ในกรณีไม่คิดผลของสัญญาณรบกวนจะได้

$$\sum_{k=-M}^M c_{zf}(k)h_r(n-k) = \begin{cases} 1 & n = 0 \\ 0 & n = \pm 1, \pm 2, \dots, \pm M \end{cases} \quad (4-38)$$

ซึ่งเป็นระบบเชิงเส้นและได้ค่าสัมประสิทธิ์ตามที่ต้องการ อิกวอไลเซอร์แบบ zero-forcing จะไม่สามารถจำกัดค่า ISI ได้อย่างสมบูรณ์ เนื่องจากมันมีช่วงเวลาที่จำกัด ถ้าค่า $M = \infty$ สมการที่ (4-38) จะเปลี่ยนเป็นสมการคอนโวลูชันโดยใช้ z ทรานส์ฟอร์ม จะได้คำตอบดังนี้

$$C_{zf}(z) = \frac{1}{H_r(z)} \quad (4-39)$$

เมื่อ $H_r(z)$ คือค่า z ทรานส์ฟอร์มของ $h_r(n)$ ดังนั้นอิกวอไลเซอร์แบบ zero-forcing เป็นอินเวอร์สฟิลเตอร์นั้นคือส่วนกลับของผลตอบสนองทางความถี่ของช่องสัญญาณทั้งหมด เมื่อค่า M เป็นค่าจำกัด โดยมีความเป็นไปได้ที่จะจำกัดค่า ISI ที่เอาต์พุตของอิกวอไลเซอร์ เพราะว่ามีเพียง $2M+1$ พารามิเตอร์ที่ปรับค่าได้เพื่อกำจัด ISI ที่อยู่นอกช่วง $[-M, M]$ เมื่อปัญหาของการออกแบบอิกวอไลเซอร์ต้องการลดค่าความผิดเพี้ยนที่สูงสุด ให้มีค่าต่ำสุด

$$D = \sum_{n \neq 0}^{\Delta} \left| \sum_{k=-M}^M c_{zf}(k) h_r(n-k) \right| \quad (4-40)$$

ฟังก์ชันของการบิดเบี้ยวสามารถแสดงเป็นฟังก์ชัน convex ได้ [11] และโดยทั่วไปการทำให้การบิดเบี้ยวมีค่าต่ำที่สุดนั้นทำได้ยาก ยกเว้นเมื่ออินพุตของ ISI มีค่าน้อยกว่า 100 เปอร์เซ็นต์ (eye pattern มีลักษณะเปิด) การลดค่าความบิดเบี้ยวให้ต่ำสุดและการคำนวณค่าของ $\{c_{zf}\}$ สามารถทำได้โดยใช้อัลกอริทึม steepest descent

อีควอลไลเซอร์แบบ zero-forcing มีข้อด้อยอยู่สองประการคือประการแรกอีควอลไลเซอร์แบบไม่จัดสัญญาณรบกวนออกไป ดังนั้นสัญญาณรบกวนที่ถูกขยายจะไปเข้าใกล้ spectral nulls ของ $H_r(e^{j\omega})$ ประการที่สองลดค่าความบิดเบี้ยวสูงสุดให้ต่ำสุดหรือกรณีเกิดค่า ISI ที่แย่ที่สุด เมื่อ eye pattern มีลักษณะเปิดเท่านั้น ข้อด้อยดังที่ได้กล่าวไว้สามารถแก้ไขได้โดยใช้อีควอลไลเซอร์แบบความผิดพลาดกำลังสองเฉลี่ยต่ำสุด

4.4.3 อีควอลไลเซอร์แบบความผิดพลาดกำลังสองเฉลี่ยต่ำสุด (Minimum MSE Equalizer)

อัตราของค่าผิดพลาด $P_r\{\hat{a}_n \neq a_n\}$ จะลดลงตามค่าของ MSE กำหนดได้ดังสมการ [12]

$$MSE = E\{|e(n)|^2\} \quad (4-41)$$

โดยที่

$$e(n) = y(n) - \hat{y}(n) = a_n - \hat{y}(n) \quad (4-42)$$

$e(n)$ คือค่าความแตกต่างระหว่างผลตอบสนองที่ต้องการ $y(n) \equiv a_n$ และผลตอบสนองจริง $\hat{y}(n)$ ที่กำหนดตามสมการ (4-35) ดังนั้นถ้าสามารถทำให้ค่า MSE มีค่าต่ำสุดในสมการ (4-41) เมื่อนำผลของ ISI และสัญญาณรบกวนมาพิจารณาร่วมกันที่เอาต์พุตของอีควอลไลเซอร์ด้วย สำหรับ $M = \infty$ จากสมการที่ (4-39) อีควอลไลเซอร์แบบความผิดพลาดกำลังสองเฉลี่ยต่ำสุด สามารถกำหนดได้ดังสมการ

$$C_{MSE}(z) = \frac{H_r^*(1/z^*)}{H_r(z)H_r^*(1/z^*) + \sigma_v^2} \quad (4-43)$$

โดยที่ σ_v^2 คือ ค่าวาเรียนซ์ของช่องสัญญาณรบกวน $v_c(kT_B)$ พิจารณาสมการ (4-43) ถ้า $\sigma_v^2 = 0$ จะมีค่าเหมือนกับอีควอลไลเซอร์แบบ zero-forcing และเป็นแบบหนึ่งของ wiener filter กรณีที่ M มีค่าจำกัด อีควอลไลเซอร์แบบ MMSE กำหนดได้ดังสมการ

$$\mathbf{R}\mathbf{c}_0 = \mathbf{d} \quad (4-44)$$

$$\mathbf{P}_0 = \mathbf{P}_a - \mathbf{c}_0^H \mathbf{d} \quad (4-45)$$

โดยที่ $\mathbf{R} = E\{x(n)x^H(n)\}$ และ $\mathbf{d} = E\{a_n^*x(n)\}$ ลำดับข้อมูล $y(n) = a_n$ สมมติให้เป็นสัญญาณรบกวนมีค่าเฉลี่ยเท่ากับศูนย์ และมีกำลังงาน $P_a = E\{|a_n|^2\}$ และไม่มีความสัมพันธ์กับช่องสัญญาณที่มีการรบกวนแบบบวก ภายใต้สมมติฐานนี้ ส่วนประกอบของเมตริกซ์สหสัมพันธ์ \mathbf{R} และเวกเตอร์ของสหสัมพันธ์ข้าม \mathbf{d} กำหนดได้ดังนี้

$$\begin{aligned} r_{ij} &\equiv E\{x(n-i)x^*(n-j)\} \\ &= P_a \sum h_r(m-i)h_r^*(m-j) + \sigma_v^2 \delta_{ij} \quad -M \leq i, j \leq M \end{aligned} \quad (4-46)$$

และ
$$d_i \equiv E\{x(n-i)y^*(n)\} = P_a h_r(-i) \quad -M \leq i, j \leq M \quad (4-47)$$

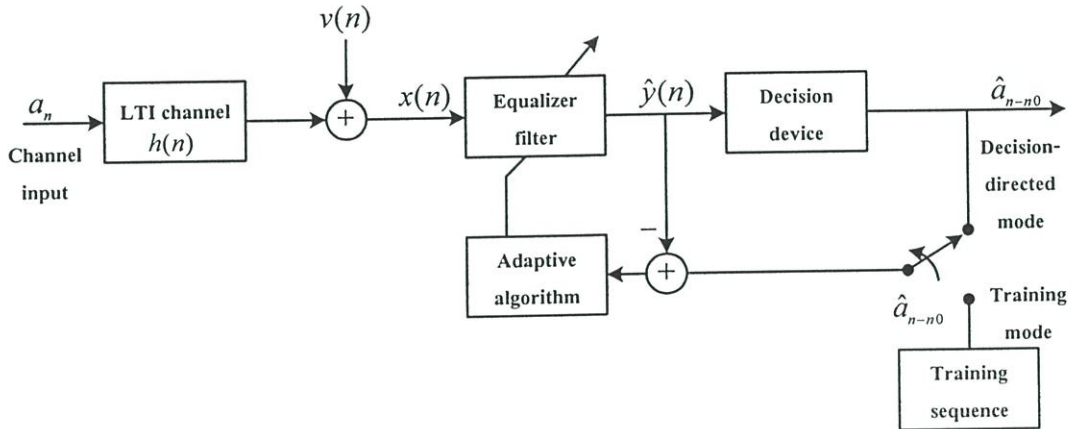
ในพจน์ทั้งหมดของผลตอบสนองของช่องสัญญาณ $h_r(n)$ และกำลังงานของสัญญาณรบกวน σ_v^2 ถ้า $T = T_B$ เมตริกซ์ \mathbf{R} เป็น Toeplitz เมตริกซ์ แต่สำหรับ $T \neq T_B$ เมตริกซ์ \mathbf{R} เป็น Hermitian เมตริกซ์

โดยสรุปแล้ว MSE อีควอลไลเซอร์จะให้ผลดีกว่า zero-forcing อีควอลไลเซอร์ เนื่องจากได้นำเอาคุณสมบัติทางสถิติของสัญญาณรบกวนและค่า ISI มาคำนวณด้วย ดังนั้นจึงทำให้อีควอลไลเซอร์แบบ MSE มีความทนทานต่อสัญญาณรบกวนและ ISI

4.5 Unsupervised Adaptive Filters – Blind Equalizer

ตามปกติอะแดปทีฟฟิลเตอร์โดยทั่วไปจะต้องทราบถึงผลตอบสนองของสัญญาณที่ต้องการ (desired response signal) เพื่อนำมาใช้ในการปรับค่าสัมประสิทธิ์ของวงจรกรองในช่วงเวลาหนึ่งเอาต์พุตของอะแดปทีฟฟิลเตอร์จะถูกนำมาเปรียบเทียบกับผลตอบสนองของสัญญาณที่ต้องการ และใช้ข้อมูลจากการเปรียบเทียบดังกล่าวนี้มาใช้ในการปรับปรุงสมรรถนะของระบบ นอกจากนี้ยังสามารถใช้เป็นลำดับฝึกฝน (training sequence) ให้กับส่วนป้อนกลับของวงจรกรองอีกด้วย ซึ่งการทำงานในลักษณะนี้ถูกเรียกว่า “supervise” แต่กรณีที่วงจรนี้สามารถทำงานได้โดยที่ไม่จำเป็นต้องทราบผลตอบสนองของสัญญาณที่ต้องการซึ่งหมายถึงไม่จำเป็นต้องทราบลำดับฝึกฝน ซึ่งวงจรกรองดังกล่าวจะถูกเรียกว่า “unsupervised” อะแดปทีฟฟิลเตอร์ ดังนั้นวงจรกรองชนิดนี้มีความจำเป็นที่ต้องใช้ข้อมูลเพิ่มเติมเพื่อชดเชยการขาดไปของผลตอบสนองของ

สัญญาณที่ต้องการ ซึ่งข้อมูลดังกล่าวจะนำมาประยุกต์ใช้โดยเฉพาะและจะกระทบถึงการออกแบบและสมรรถนะของอะแดปทีฟอัลกอริทึมด้วย โดยอะแดปทีฟฟิลเตอร์แบบ unsupervised ที่ใช้โดยทั่วไปแล้วจะถูกนำไปประยุกต์ใช้โดยเฉพาะและจะถูกพัฒนาเป็นอีควอลไลเซอร์แบบบอด (blind equalization) ซึ่งนิยมนำมาประยุกต์ใช้กับวงจรกรอง



รูปที่ 4.8 วงจรอีควอลไลเซอร์แบบดั้งเดิมที่มีการใช้ลำดับฝึกฝนและโหมดการตัดสินใจแบบโดยตรง

4.5.1 อีควอลไลเซอร์แบบบอด (Blind Equalization)

เมื่อพิจารณารูปที่ 4.8 ซึ่งแสดงให้เห็นถึงวงจรอะแดปทีฟอีควอลไลเซอร์แบบดั้งเดิม เมื่อเครื่องส่งทำการส่งลำดับฝึกฝนผ่านช่องสัญญาณโดยลำดับฝึกฝนนี้จะถูกนำไปใช้เป็นผลตอบสนองของสัญญาณที่ต้องการได้ ซึ่งวงจรกรองจะนำข้อมูลที่ได้ไปปรับค่าสัมประสิทธิ์ของวงจรอีควอลไลเซอร์โดยอาศัยอัลกอริทึมมาตรฐานเช่น LMS หรือ RLS อัลกอริทึม กรณี LMS อัลกอริทึมที่มีการใช้ลำดับฝึกฝนนั้นสามารถแสดงได้ดังนี้

$$\mathbf{c}(n) = \mathbf{c}(n-1) + 2\mu\mathbf{x}(n)e^*(n) \quad (4-48)$$

โดยที่

$$e(n) = a_{n-n_0} - \tilde{y}(n) = a_{n-n_0} - \mathbf{c}^H(n-1)\mathbf{x}(n) \quad (4-49)$$

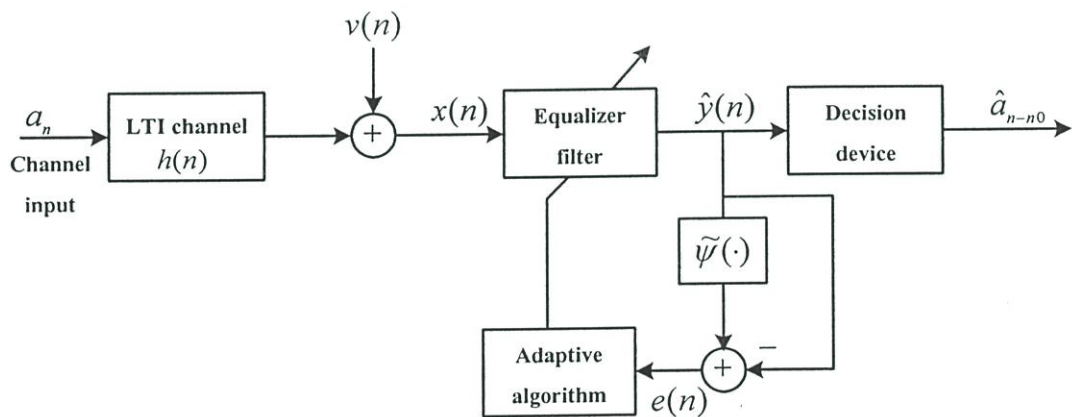
เมื่อ $e(n)$ คือสัญญาณของค่าผิดพลาด ถ้ากรณีสิ้นสุดของคาบเวลาการฝึกฝนแล้วค่า MSE (Mean-square error) $E\{|e(n)|^2\}$ จะมีค่าน้อย และค่า $\tilde{y}(n) \cong a_{n-n_0}$ จะทำให้สามารถแทนพจน์ a_{n-n_0} ด้วย $\tilde{a}_{n-n_0} \equiv Q[\tilde{y}(n)]$ และทำการเปลี่ยนวงจรอีควอลไลเซอร์ไปใช้โหมดการตัดสินใจแบบโดยตรง ซึ่งผลที่ได้รับจากอัลกอริทึมนี้คือ

$$\mathbf{c}(n) = \mathbf{c}(n-1) + 2\mu\mathbf{x}(n)\{Q[\tilde{y}(n)] - \tilde{y}(n)\}^* \quad (4-50)$$

โดยที่ค่าสมรรถนะนี้จะขึ้นอยู่กับค่า $\mathbf{c}(n)$ ถ้าค่า $\mathbf{c}(0)$ เข้าใกล้ \mathbf{c}_0 แล้ว การแทรกสอดของสัญลักษณ์จะมีค่าลดลง (eye diagram จะเปิด) รวมถึงจะทำให้การตัดสินใจมีความถูกต้องแม่นยำมากขึ้น ซึ่งจะส่งผลให้ค่าความน่าจะเป็นของค่าผิดพลาดมีค่าน้อยลง และอัลกอริทึมมีแนวโน้มที่จะลู่เข้าสู่ค่า \mathbf{c}_0 แต่ถ้าเป็นกรณีที่ค่า $\mathbf{c}(0)$ ไม่เข้าใกล้ \mathbf{c}_0 ลักษณะนี้ eye diagram จะมีลักษณะปิด ดังนั้นการตัดสินใจจะผิดพลาดกลับคืนมาจึงมีค่าผิดพลาดสูง

4.5.2 Symbol Rate Blind Equalizers

โครงสร้างพื้นฐานของระบบอิควอลไลเซอร์แบบบอดสามารถแสดงได้ตามรูปที่ 4.9 โดยมีส่วนประกอบที่สำคัญคือฟังก์ชัน scalar zero-memory nonlinear $\tilde{\psi}$ ซึ่งใช้ในการกำเนิดผลตอบสนองของสัญญาณที่ต้องการ $\tilde{\psi}[\tilde{y}(n)]$ สำหรับอะแดปทีฟอัลกอริทึม



รูปที่ 4.9 โครงสร้างพื้นฐานของระบบอิควอลไลเซอร์แบบบอด

การประมาณค่าของผลตอบสนองของสัญญาณที่ต้องการ a_n ให้เหมาะสมจะต้องหาฟังก์ชัน $\tilde{\psi}$ ที่เหมาะสมด้วย ในกรณีนี้สมมุติให้ค่าเริ่มต้นของสัมประสิทธิ์ของอิควอลไลเซอร์ $c(n)$ มีความเหมาะสม ดังนั้นจะได้ว่าการคอนโวลชันระหว่างช่องสัญญาณกับผลตอบสนองอิมพัลส์ของอิควอลไลเซอร์กำหนดได้ดังสมการ

$$h(n) * c(n) = \delta(n) + h_{ISI}(n) \quad (4-51)$$

โดยที่ $h_{ISI}(n)$ คือส่วนประกอบที่ทำให้เกิด ISI และสัญญาณที่เอาต์พุตของอิควอลไลเซอร์เป็นไปตามสมการ

$$\begin{aligned}\tilde{y}(n) &= c(n) * x(n) = c(n) * [h(n) * a_n + v(n)] \\ &= a_n + h_{ISI}(n) * a_n + c(n) * v(n) \equiv a_n + \tilde{v}(n)\end{aligned}\quad (4-52)$$

โดยที่ค่า $h_{ISI}(n) * a_n$ คือ ISI ที่เหลืออยู่ และ $c(n) * v(n)$ คือค่าของสัญญาณรบกวน โดยใช้ทฤษฎี central limit ค่า $\tilde{v}(n)$ จะจำลองเป็นสัญญาณรบกวนแบบเกาส์เซียนได้ ด้วยเหตุที่ค่า a_n และ $\tilde{v}(n)$ เป็นข้อมูลทางสถิติที่อิสระ ค่าประมาณ MSE ต่ำสุด $z(n)$ ของค่า a_n ที่ขึ้นอยู่กับค่า $\tilde{y}(n)$ กำหนดได้ดังนี้

$$z(n) = E\{a_n | \tilde{y}(n)\} \equiv \tilde{\psi}[\tilde{y}(n)] \quad (4-53)$$

$\tilde{y}(n)$ เป็นฟังก์ชันแบบไม่เชิงเส้น เพราะค่า a_n นั้นไม่เป็นการแจกแจงแบบ Gaussian ดังนั้นค่าผิดพลาดจะสามารถเขียนได้เป็น

$$e(n) = \tilde{\psi}[\tilde{y}(n)] - \tilde{y}(n) \quad (4-54)$$

โดยที่

$$\tilde{y}(n) = \sum_{k=-L}^L c_k^*(n-1)x(n-k) \equiv \mathbf{c}^H(n-1)\mathbf{x}(n) \quad (4-55)$$

$\tilde{y}(n)$ คือสัญญาณเอาต์พุตของวงจรถอดไอคิวไลเซอร์ เกรเดียนร์อัลกอริทึมสำหรับอิควอไลเซอร์แบบบอดกำหนดได้ดังนี้

$$\mathbf{c}(n) = \mathbf{c}(n-1) + \mu \mathbf{x}(n)e^*(n) \quad (4-56)$$

เมื่อ μ คือค่าสแต็ปไซส์

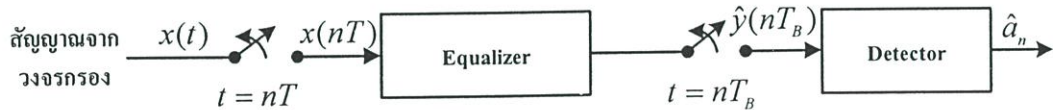
จากสมการที่ (4-54), (4-55) และ (4-56) นั้นจัดได้ว่าเป็นรูปแบบสมการทั่วไปของ LMS อิควอไลเซชันอัลกอริทึม สำหรับอิควอไลเซชันแบบบอดนั้นมีหลากหลายวิธีเพราะว่าเอาต์พุต $\tilde{y}(n)$ เป็นการประมาณค่าด้วยกรรมวิธี Busssgang ซึ่งบางครั้งอัลกอริทึมนี้จะถูกเรียกว่า Busssgang อัลกอริทึม สำหรับอิควอไลเซอร์แบบบอด [13] จะเรียกกระบวนการนี้ว่า Busssgang [14] ถ้าหากมีคุณสมบัติดังนี้

$$E\{\tilde{y}(n)\tilde{y}^*(n-l)\} = E\{\tilde{y}(n)\tilde{\psi}[\tilde{y}^*(n-l)]\} \quad (4-57)$$

ซึ่งค่าอัตราสหสัมพันธ์ของสัญญาณเอาต์พุตจะมีค่าเท่ากับค่าสหสัมพันธ์ไขว้ระหว่างขั้นตอนและการทรานส์ฟอร์มแบบไม่เชิงเส้นของขั้นตอน

4.6 Fractionally Spaced Equalizers

สัญญาณอินพุตของ fractionally spaced equalizer (FSE) ดังแสดงในรูปที่ 4.10 ซึ่งจะได้จากการสุ่มตัวอย่างที่เอาต์พุตของช่องสัญญาณที่อัตราสุ่มเร็วกว่า symbol rate $R_B = 1/T_B$ โดยที่ค่า T_B คือช่วงเวลาในหนึ่งสัญลักษณ์



รูปที่ 4.10 บล็อกไดอะแกรมของเครื่องรับแบบ fractionally spaced equalizer

เพื่อให้ง่ายในการนำไปใช้งานในทางปฏิบัติแล้วจะพิจารณาที่ระยะห่างสัญลักษณ์ที่ $T_B/2$ FSE ซึ่ง FSE จะมีข้อกำหนดในทางอุดมคติคือเป็น finite impulse response (FIR) FSE ที่สามารถปรับให้เป็นช่องสัญญาณแบบ FIR อย่างสมบูรณ์ได้นำเสนอขึ้นโดย Jonhson et al. [15] สมมติให้สัญญาณเอาต์พุตที่มีความต่อเนื่องทางเวลาเป็นดังนี้

$$\tilde{x}(t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} a_k \tilde{h}_r(t - kT_B - t_0) + \tilde{v}(t) \quad (4-58)$$

เมื่อ $\tilde{h}_r(t)$ คือผลตอบสนองของช่องสัญญาณ และทำการรวมค่าเวลาที่ถูกหน่วงออกไปโดยช่องสัญญาณ t_0 ไว้ในค่า $\tilde{h}_r(t)$ ด้วย โดยที่ค่า $t = nT_B/2$ จะได้สัญญาณที่ไม่ต่อเนื่องดังนี้

$$x(n) = \sum_{k=0}^{\infty} a_k h_r(n - 2k) + v(n) \quad (4-59)$$

เมื่อ $h_r(n)$ คือ ผลตอบสนองของช่องสัญญาณ

$v(n)$ คือ สัญญาณรบกวนแบบเกาส์เซียน

โดยที่เอาต์พุตของวงจรกรอง FIR $T_B / 2$ spaced FSE คือ

$$y_f(n) = \sum_{k=0}^{2M-1} c_k x(n-k) \quad (4-60)$$

กรณีเลือกพิจารณาที่อันดับที่เป็นคู่ $2M$ เพื่อให้ง่ายต่อการพิจารณา และถ้าตัดเอาต์พุตของวงจรอิกวอลไลเซอร์โดยยังคงไว้ในส่วนของค่าที่ถูกสุ่มที่ดัชนีเลขคี่ นั่นคือที่ $2n+1$ จะได้

$$\begin{aligned} \hat{y}(n) &\equiv y_f(2n+1) = \sum_{k=0}^{2M-1} c_k x(2n+1-k) \\ &= \sum_{k=0}^{M-1} c_{2k} x(2n+1-2k) + \sum_{k=0}^{M-1} c_{2k+1} x(2n-2k) \\ \hat{y}(n) &= \sum_{k=0}^{M-1} c_k^e x^o(n-k) + \sum_{k=0}^{M-1} c_k^o x^e(n-k) \end{aligned} \quad (4-61)$$

$$\text{เมื่อ } c_k^e = c_{2k}, c_k^o = c_{2k+1}, x^e(n) = x(2n), x^o(n) = x(2n+1) \quad (4-62)$$

นั่นคือส่วนประกอบที่เป็นอันดับคู่ (even, e) และอันดับคี่ (odd, o) ของผลตอบสนองของวงจรอิกวอลไลเซอร์และสัญญาณที่รับได้ตามลำดับ ถ้ากำหนดให้อัตราการส่งสัญลักษณ์ของช่องสัญญาณย่อย (subchannel) คู่และคี่ เป็นดังนี้

$$h^e(n) = h_r(2n) \text{ และ } h^o(n) = h_r(2n+1) \quad (4-63)$$

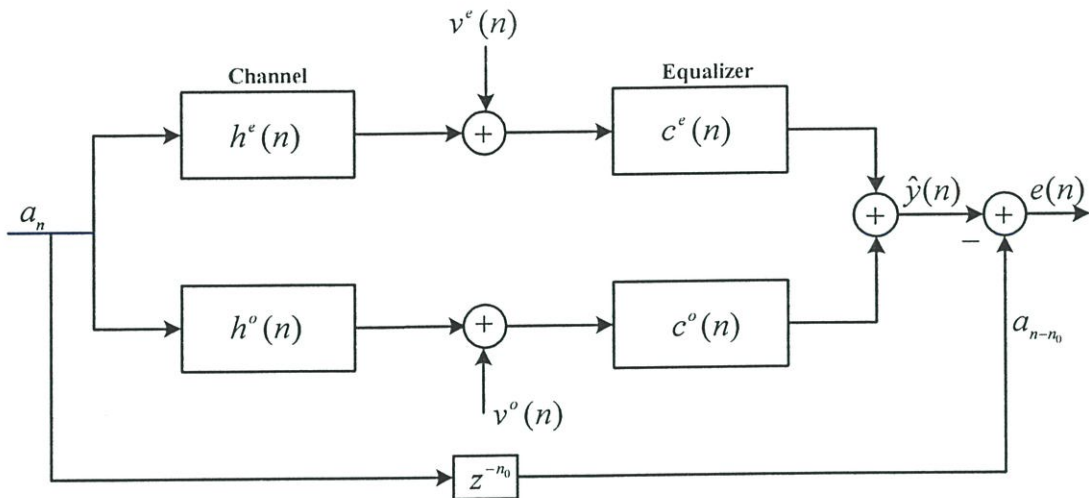
ดังนั้นเราสามารถรวมผลตอบสนองต่ออิมพัลส์ของช่องสัญญาณ จากการส่งสัญลักษณ์ $a(n)$ ไปยังอัตราส่งสัญลักษณ์ของเอาต์พุต $\hat{y}(n)$ ของ FSE ดังนี้

$$\tilde{h}(n) = c_n^e * h^o(n) + c_n^o \cdot h^e(n) \quad (4-64)$$

หรือเขียนในโดเมนแซคจะได้

$$\tilde{H}(z) = C^e(z) \cdot H^o(z) + C^o(z) \cdot H^e(z) \quad (4-65)$$

ซึ่งผลลัพธ์จากการจำลองระบบแบบสองช่องสัญญาณแสดงได้ดังรูปที่ 4.11



รูปที่ 4.11 แบบจำลองระบบสองช่องสัญญาณที่เป็นเครื่องรับแบบ Tb/2 spaced equalizer

4.6.1 Blind Fractionally Spaced Equalizers

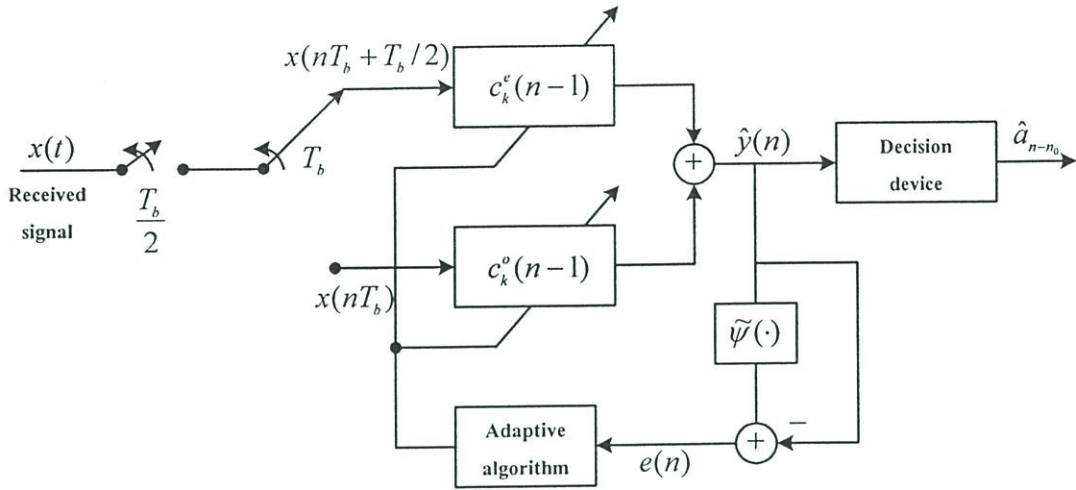
Blind Fractionally Spaced Equalizers นั้นเป็นส่วนสำคัญสำหรับการประยุกต์ใช้อิกวอลไลเซอร์ในทางปฏิบัติ เพราะว่าจะมีการสุ่มค่าเฟส เป็นฟังก์ชันของฟิลเตอร์แบบแมตซ์ สามารถชดเชยสำหรับค่าหน่วงเวลา การปรับปรุงการลดสัญญาณรบกวน และมันยังสามารถปรับค่าช่องสัญญาณ FIR ภายใต้เงื่อนไขในทางอุดมคติ (Gitlin et al [10] และ Johnson [15]) เอาต์พุตของอิกวอลไลเซอร์ที่ใช้อัลกอริทึมแบบ CMA แสดงได้ดังสมการ

$$\hat{y}(n) = \sum_{k=0}^{M-1} c_k^e(n-1) \cdot x^o(n-k) + \sum_{k=0}^{M-1} c_k^o(n-1) \cdot x^e(n-k) \stackrel{\Delta}{=} \mathbf{c}^T(n-1) \cdot \mathbf{x}(n) \quad (4-66)$$

$$e(n) = \hat{y}(n) \left[\mathbf{R}_2 - |\hat{y}(n)|^2 \right] \quad (4-67)$$

$$\mathbf{c}(n) = \mathbf{c}(n-1) + \mu \cdot \mathbf{x}(n) \cdot e^*(n) \quad (4-68)$$

เมื่อ $\mathbf{c}(n-1)$ และ $\mathbf{x}(n)$ คือเวกเตอร์ข้อมูลที่เป็นคู่และคี่ที่เกี่ยวข้องกัน ส่วนโครงสร้างของอะแดปทีฟ blind FSE แสดงไว้ในรูปที่ 4.12 ซึ่งค่าของ \mathbf{R}_2 ขึ้นอยู่กับอินพุตของ symbol constellation สามารถค้นหารายละเอียดของคุณลักษณะของอัลกอริทึมและการลู่เข้าเพิ่มเติมได้ [15]



รูปที่ 4.12 ส่วนประกอบพื้นฐานของระบบ FS adaptive blind equalization

4.7 อัลกอริทึมพื้นฐานที่เกี่ยวข้อง

4.7.1 Sato อัลกอริทึม [16]

วงจรรีควอลไลเซอร์แบบบอดเริ่มแรกเสนอขึ้นโดย Sato [16] สำหรับสัญญาณที่มีมอดูเลตแบบ Pulse Amplitude Modulation (PAM) โดยกำหนดฟังก์ชันค่าผิดพลาดได้ดังสมการ

$$\tilde{\psi}_1(n) = R_1 \operatorname{sgn}[\tilde{y}(n)] - \tilde{y}(n) = e(n) \quad (4-69)$$

โดยที่

$$R_1 \equiv \frac{E\{|a_n|^2\}}{E\{|a_n|\}} \quad (4-70)$$

และ $\operatorname{sgn}(x)$ คือชิกนัมฟังก์ชัน และเมื่อทำการหาอนุพันธ์ค่า $\psi_1(n)$ จะได้

$$\psi_1[\tilde{y}(n)] = \frac{1}{2} [R_1 - \tilde{y}(n)]^2 \quad (4-71)$$

จากสมการและฟังก์ชันที่กล่าวมาเรียกว่า Sato อัลกอริทึม สำหรับระบบสื่อสารดิจิทัลที่ใช้ในการมอดูเลตทางเฟสและขนาด (quadrature amplitude modulation : QAM) ฟังก์ชันค่าผิดพลาดกำหนดได้ดังสมการ

$$e(n) = R_1 c \operatorname{sgn}[\tilde{y}(n)] - \tilde{y}(n) \quad (4-72)$$

เมื่อ csgn คือคอมเพล็กซ์ซิกนัมฟังก์ชันและ $\text{csgn}(x)$ หาได้ดังสมการ

$$\text{csgn}(x) = \text{csgn}(x_r + jx_i) = \text{sgn}(x_r) + j\text{sgn}(x_i) \quad (4-73)$$

4.7.2 Godard อัลกอริทึม [17]

Godard อัลกอริทึมเป็นอัลกอริทึมที่นิยมใช้กันอย่างกว้างขวาง ในทางปฏิบัติที่มีการประยุกต์ใช้วงจรอควอลไลเซอร์แบบบอดซึ่งถูกพัฒนาขึ้นโดย Godard [17] สำหรับสัญญาณ QAM ซึ่ง Godard ทำการเปลี่ยนค่าฟังก์ชัน ψ_1 ให้อยู่ในรูปทั่วไปได้ดังนี้

$$\psi_p[\tilde{y}(n)] = \frac{1}{2p} [R_p - |\tilde{y}(n)|^p]^p \quad (4-74)$$

เมื่อ p คือค่าจำนวนเต็มบวก และ R_p คือค่าคงที่บวกเป็นเลขจำนวนจริง กำหนดได้โดย

$$R_p \equiv \frac{E\{|a_n|^{2p}\}}{E\{|a_n|^p\}} \quad (4-75)$$

ซึ่งจะต้องทราบค่าอันดับ p อะแดปทีฟอัลกอริทึมของ Godard สามารถแสดงได้ดังสมการ

$$\mathbf{c}(n) = \mathbf{c}(n-1) + \mu \mathbf{x}(n) e^*(n) \quad (4-76)$$

เมื่อค่าผิดพลาดคือ

$$e(n) = \tilde{y}(n) |\tilde{y}(n)|^{p-2} [R_p - |\tilde{y}(n)|^p] \quad (4-77)$$

ค่าเกรเดียนต์ที่ได้จากสมการ(4-74) จะเป็นอัลกอริทึมแบบ LMS

4.7.3 Constant Modulus อัลกอริทึม [18]

โดยทั่วไปเราเรียก Godard อัลกอริทึมที่มีค่า $p=2$ ว่า Constant-Modulus algorithm (CMA) ซึ่งถูกคิดค้นขึ้นโดย Treichler และ Agee [18] ซึ่งมีฟังก์ชันต้นทุน (cost function) ดังนี้

$$P(n) = E\left\{ [R_2 - |\tilde{y}(n)|^2]^2 \right\} \quad (4-78)$$

ฟังก์ชันต้นทุนจะขึ้นอยู่กับจำนวนของค่า ISI ที่เกิดขึ้นรวมกับสัญญาณรบกวนที่เอาต์พุตของวงจร อีควอลไลเซอร์ ซึ่งใน [17] ได้แสดงให้เห็นว่าค่า MSE $E\left\{\left[|a_n|^2 - |\hat{y}(n)|^2\right]^2\right\}$ จะมีค่าเข้าใกล้ค่าต่ำสุด โดยพิจารณาที่เฟสของสัญญาณพาห้เมื่อทำการเปลี่ยนค่า $\hat{y}(n)$ เป็น $\hat{y}(n)e^{j\phi}$ ค่าในสมการที่ (4-78) จะไม่ถูกเปลี่ยน ดังนั้นผลลัพธ์ที่ได้คือเป็นการปรับค่าด้วย CMA สามารถทำได้อย่างอิสระ และต่อเนื่องร่วมกันกับการทำงานของระบบกู้สัญญาณพาห้กลับคืนมาด้วย ซึ่งการทำงานของ CMA ได้สรุปไว้ดังตารางที่ 4.1

ตารางที่ 4.1 สรุปการทำงานของ Godard หรือ CMA

| การทำงาน | สมการ |
|-----------------|--|
| อีควอลไลเซอร์ | $\hat{y}(n) = \sum_{k=-L}^L c_k^*(n-1) \cdot x(n-k)$ |
| ค่าความผิดพลาด | $e(n) = \hat{y}(n) \cdot [R_2 - \hat{y}(n) ^2]$ |
| ฟังก์ชันอัปเดต | $\mathbf{c}(n) = \mathbf{c}(n-1) + \mu \cdot \mathbf{x}^*(n) \cdot e(n)$ |
| Godard constant | $R_2 \equiv \frac{E\{ a(n) ^4\}}{E\{ a(n) ^2\}}$ |

จากการทำงานของอัลกอริทึมเพื่อให้ได้ตามจุดมุ่งหมายและมีการคำนวณที่ไม่ซับซ้อนและไม่ยุ่งยาก อัลกอริทึมแบบ CMA จึงเป็นที่นิยมใช้กันอย่างกว้างขวางในวงจรอีควอลไลเซอร์แบบบอด และระบบ array signal processing แบบบอดด้วย ซึ่ง Ding et al [19] ได้ทำการวิเคราะห์รายละเอียดในการลู่เข้าของอัลกอริทึมแบบ CMA โดยพิจารณาจากหัวข้อต่อไปนี้

1. ค่าเริ่มต้น : เริ่มจากพื้นผิวของค่าผิดพลาด (error surface) ของอัลกอริทึมแบบ CMA มีลักษณะไม่นูน โกงทำให้อัลกอริทึมอาจจะไม่สามารถลู่เข้าสู่ค่าที่ต้องการได้ ในทางปฏิบัติวงจรอีควอลไลเซอร์แบบบอดโดยส่วนใหญ่จะกำหนดค่าเริ่มต้นโดยใช้วิธีการที่เรียกว่า tap-centering ซึ่งค่าสัมประสิทธิ์ทั้งหมดจะตั้งค่าไว้ที่ศูนย์ยกเว้นค่าสัมประสิทธิ์ศูนย์กลางหรือค่าสัมประสิทธิ์อ้างอิงจะถูกตั้งค่าไว้ที่ค่าคงที่ค่าหนึ่ง
2. อัตราการลู่เข้า : เนื่องจากในกรณีของ LMS อัลกอริทึมมีขอบเขตของอัตราการลู่เข้าเท่ากับ $(1 - 2\mu\lambda_{\max})^{-1} < \tau < (1 - 2\mu\lambda_{\min})^{-1}$
3. Excess MSE : ใน LMS อัลกอริทึมค่า Excess MSE นั้นจะคำนวณได้จากค่าสเต็ปไชส์ ค่า MMSE (Minimum Mean-Square Error) จำนวนของสัมประสิทธิ์ของวงจร กรอง และกำลังของสัญญาณอินพุต แต่อัลกอริทึมแบบ CMA ค่า Excess MSE ขึ้นอยู่กับแหล่งสัญญาณ [20]

4.7.4 Signed-Error Constant-Modulus algorithm (SE-CMA Algorithm) [21]

signed-error อัลกอริทึมนี้เป็นอัลกอริทึมที่พัฒนาจากอัลกอริทึมแบบ CMA โดยจะนำเอาฟังก์ชันเครื่องหมาย (function sign) มาคิดที่สมการค่าผิดพลาด เพื่อใช้ปรับค่าสัมประสิทธิ์ของอีควอลไลเซอร์ โดยการใช้นิยามมาตรฐานของฟังก์ชัน sign สำหรับค่าจริง ซึ่งสมการฟังก์ชันอพเททของ CMA สามารถปรับปรุงเป็นสมการฟังก์ชันอพเททของ SE-CMA โดยที่สมการสำหรับการปรับพารามิเตอร์ c ของอะแดปทีฟอัลกอริทึม SE-CMA นำเสนอโดย Brown [21] กำหนดได้ดังสมการ

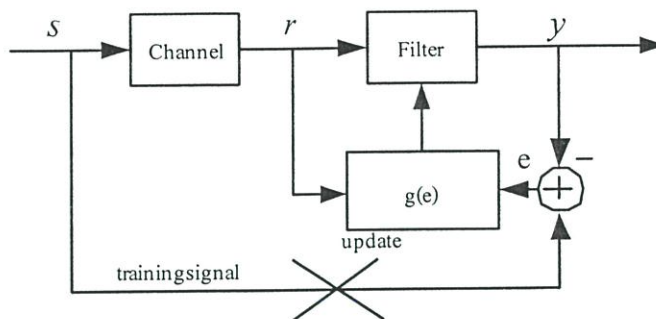
$$c(n+1) = c(n) + \mu \cdot \text{sign}(e(n)) \cdot x^*(n) \quad (4-79)$$

4.8 อัลกอริทึมที่นำเสนอในวิทยานิพนธ์นี้

วิทยานิพนธ์ฉบับนี้นำเสนออะแดปทีฟอัลกอริทึมแบบใหม่สำหรับอะแดปทีฟอีควอลไลเซอร์เพื่อใช้กำจัดสัญญาณรบกวนและการแทรกสอดระหว่างสัญลักษณ์ของระบบการสื่อสารดิจิทัลมอดูเลตแบบ 16-QAM อัลกอริทึมที่เสนอใหม่นี้พัฒนามาจากอัลกอริทึมแบบ CMA ซึ่งอะแดปทีฟอัลกอริทึมแบบต่างๆ นั้นจะมีข้อดีและข้อเสียที่แตกต่างกันขึ้นอยู่กับงานที่นำไปใช้ อย่างไรก็ตามการจะเลือกนำเสนออะแดปทีฟอัลกอริทึมแต่ละแบบไปใช้งานนั้นจะขึ้นอยู่กับเหตุผล 4 ประการดังที่ได้กล่าวไว้ในบทที่ 3 คือ

- ความเร็วในการหาคำตอบ
- ความถูกต้องในการหาคำตอบ
- ความสามารถในการติดตามสัญญาณ
- ความซับซ้อนในการคำนวณ

อัลกอริทึมแบบ Constant-Modulus algorithm (CMA) ที่นำมาพัฒนาปรับปรุงแก้ไขนี้เป็นอัลกอริทึมแบบที่ไม่ต้องการลำดับฝึกฝน (training sequence) จากรูปที่ 4.13 แสดงถึงบล็อกไดอะแกรมของอีควอลไลเซอร์ที่ไม่ต้องการลำดับฝึกฝนซึ่งมีการใช้อัลกอริทึมแบบ Constant-Modulus algorithm (CMA) ที่ใช้เป็นพื้นฐานสำหรับใช้พัฒนาอัลกอริทึมในงานวิจัยนี้



รูปที่ 4.13 บล็อกไดอะแกรมของอีควอลไลเซอร์แบบไม่ต้องการลำดับฝึกฝน

ดังนั้นในวิทยานิพนธ์นี้จึงได้เสนออัลกอริทึมใหม่ 2 แบบคือ Sign –Input Constant Modulus Algorithm (SI-CMA) และ Variable Step-Size constant Modulus Algorithm (VS-CMA) จะได้กล่าวรายละเอียดต่อไป

4.8.1 อะแดปทีฟอัลกอริทึมแบบ SI-CMA

ส่วนของอัลกอริทึม SI-CMA นี้ เป็นอัลกอริทึมที่พัฒนามาจากอัลกอริทึมแบบ CMA [18] และอัลกอริทึมแบบ SE-CMA [21] ซึ่งในทางปฏิบัตินั้น ถ้าเราสามารถควบคุมสัญญาณอินพุตที่เข้ามา นั้นได้จะทำให้สามารถสร้างเครื่องรับที่เหมาะสมกับสัญญาณอินพุต และสามารถตีเทกต์สัญญาณได้ดี ซึ่งจากเหตุผลดังกล่าว ในวิทยานิพนธ์ฉบับนี้จึงให้ความสนใจในการพิจารณาสัญญาณอินพุต ซึ่งในการพิจารณาได้นำคุณสมบัติของการตรวจสอบเครื่องหมายมาใช้ในการพิจารณา สมการสำหรับการปรับค่าพารามิเตอร์ c ของอะแดปทีฟอัลกอริทึมแบบ SI-CMA ที่ได้ดัดแปลงมาจากอัลกอริทึมแบบ CMA กำหนดได้ดังสมการ

$$c(n+1) = c(n) + \mu \cdot e(n) \cdot \text{sign}(x^*(n)) \quad (4-80)$$

โดยการอาศัยตัวกระทำ sign สำหรับตรวจสอบเครื่องหมายของสัญญาณ $x(n)$ ถ้าสัญญาณ $x(n)$ มีค่าเป็นบวก ค่าของ $\text{sign}(x(n))$ จะมีค่าเท่ากับ 1 และถ้าค่าของสัญญาณ $x(n)$ เป็นลบ ค่าของ $\text{sign}(x(n))$ จะมีค่าเท่ากับ -1 ซึ่งจะกล่าวได้ว่าวิธีการนี้เป็นการทำคอนโทซ์สัญญาณ $x(n)$ ให้มีเพียงสองระดับคือ 1 และ -1 ทำให้สามารถลดการคูณลงได้ 1 ครั้ง ต่อ 1 ตัวอย่าง ซึ่งจะช่วยลดความซับซ้อนลง

สรุปได้ว่าข้อดีของอัลกอริทึมนี้คือ ลดความซับซ้อนในการคำนวณลงได้ และสามารถหาคำตอบได้เร็วกว่าอัลกอริทึมแบบ CMA และ SE-CMA

4.8.2 ะแดปทีฟอัลกอริทึมแบบ VS-CMA

หลักการสำหรับอัลกอริทึมแบบ VS-CMA นี้ได้อาศัยข้อดีของการปรับค่าของสเต็ปไซส์ให้เปลี่ยนแปลงตามเวลาคือ จะทำงานได้เร็วโดยจะสร้างสมการสำหรับปรับค่าสเต็ปไซส์ที่เหมาะสมที่สุดเพื่อให้ได้ค่าสัมประสิทธิ์ของการปรับตัวที่ดีที่สุดของอีควอลไลเซอร์ โดยจะอาศัยหลักการของการนำเอาค่าพลังงานของสัญญาณเอาต์พุตมาควบคุมการปรับสเต็ปไซส์เพื่อให้ได้ค่าสเต็ปไซส์ที่เหมาะสม โดยที่จะทำการกำหนดค่าเริ่มต้นให้กับค่าสเต็ปไซส์สำหรับการเริ่มต้น ซึ่งจะนำเอาพลังงานของเอาต์พุตมาใช้ในการควบคุมให้ได้ค่าสเต็ปไซส์

โดยอัลกอริทึมนี้จะกำหนดให้สเต็ปไซส์เปลี่ยนตามเวลา โดยนำเอาพลังงานเอาต์พุตมาใช้ในการควบคุมการปรับค่าสเต็ปไซส์สามารถกำหนดได้ดังสมการ

$$p(n+1) = \sigma \cdot p(n) + (1 - \sigma) \cdot y(n)^2 \quad (4-81)$$

สมการสำหรับการปรับค่าสเต็ปไซส์จะแสดงได้ดังนี้

$$\mu(n+1) = \alpha \cdot \mu(n) + \rho \cdot p^2(n) \quad (4-82)$$

ซึ่งค่า $p(n)$ คือ พลังงานเอาต์พุต

โดยที่ α, ρ, σ เป็นค่าคงที่อยู่ระหว่าง 0 และ 1 สมการสำหรับการปรับค่าพารามิเตอร์ c ของอะแดปทีฟอัลกอริทึมแบบ VS-CMA สำหรับอะแดปทีฟอีควอลไลเซอร์คือ

$$c(n+1) = c(n) + \mu(n) \cdot e(n) \cdot \text{sign}(x^*(n)) \quad (4-83)$$

4.9 วิธีการวัดสมรรถนะและความหมายของตัววัดสมรรถนะต่าง ๆ

4.9.1 อัตราส่วนสัญญาณต่อสัญญาณรบกวน (Signal to noise ratio : SNR)

ค่าอัตราส่วนสัญญาณต่อสัญญาณรบกวนของสัญญาณที่ออกจากเครื่องรับ ซึ่งมีนิยามในหน่วยเดซิเบล (Decibel : dB) ดังนี้

$$SNR_x = 10 \log \left(\frac{A^2}{\sigma^2} \right) \quad (4-84)$$

เมื่อ A คือ ขนาดของสัญญาณ และ σ^2 คือ ค่าความแปรปรวนของสัญญาณรบกวน ซึ่งก็คือกำลังของสัญญาณรบกวนนั่นเอง

4.9.2 อัตราความผิดพลาดสัญลักษณ์ (Symbol error rate : SER)

อัตราความผิดพลาดสัญลักษณ์หรือความน่าจะเป็นของความผิดพลาดสัญลักษณ์ (Symbol Error Probability : SEP) เป็นค่าที่แสดงถึงสมรรถนะของระบบ ซึ่งจะพิจารณาที่การตีเทกต์สัญลักษณ์ที่ได้ โดยพิจารณาในสภาวะต่างๆ เช่นเมื่อมีการเปลี่ยนแปลงของอัตราส่วนสัญญาณต่อสัญญาณรบกวน

$$SER = 1 - (1 - P_{\sqrt{M}})^2 \quad (4-85)$$

เมื่อ $P_{\sqrt{M}}$ คือ ความน่าจะเป็นความผิดพลาดสัญลักษณ์

$$P_{\sqrt{M}} = \frac{2(\sqrt{M} - 1)}{\sqrt{M}} Q \left(\sqrt{\frac{3E_{avg}}{(M-1)N_o}} \right)$$

โดยที่ M คือ จำนวนตำแหน่งของสัญญาณ

E_{avg}/N_o คือ ค่าเฉลี่ย SNR ต่อสัญลักษณ์

4.9.3 อัตราความผิดพลาดบิต (Bit error rate : BER)

อัตราความผิดพลาดบิตหรือความน่าจะเป็นของความผิดพลาดบิต (Bit Error Probability : BEP) เป็นค่าที่แสดงถึงสมรรถนะของระบบที่พิจารณาในสภาวะต่างๆ เช่นเมื่อมีการเปลี่ยนแปลงของอัตราส่วนสัญญาณต่อสัญญาณรบกวน

บทที่ 5

ผลการจำลอง

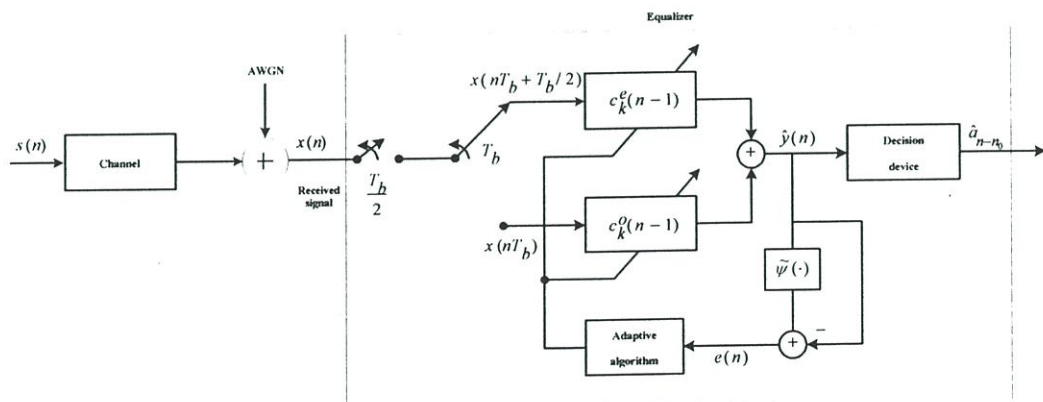
ในบทนี้จะกล่าวถึง ผลการจำลองระบบที่ใช้ในการทดสอบผลการทำงานของอะแดปทีฟอัลกอริทึมที่ได้ทำการปรับปรุงแก้ไขขึ้นบนพื้นฐานของอัลกอริทึมแบบ CMA ในส่วนของงานวิจัยนี้ได้จำลองระบบการสื่อสารข้อมูลดิจิทัลแบบ 16-QAM ซึ่งในการทดลองนี้ได้นำสัญญาณดังกล่าวมาทำการทดสอบโดยผ่านอิกวไลเซอร์ที่มีโครงสร้างเป็นแบบ FIR และอัลกอริทึมที่ใช้ในการหาค่าสัมประสิทธิ์ของอะแดปทีฟอิกวไลเซอร์ ประสิทธิภาพของอะแดปทีฟอัลกอริทึมนั้นสามารถดูได้จากความเร็วในการลู่เข้าหาค่าตอบและค่า MSE ของอะแดปทีฟอิกวไลเซอร์ กล่าวคืออะแดปทีฟอิกวไลเซอร์ที่ดีนั้นจะต้องมีการลู่เข้าในการหาค่าตอบได้เร็ว ค่า MSE ที่ต่ำ และการคำนวณที่ไม่ซับซ้อน

ในการทดลองนี้ได้ทำการจำลองระบบการสื่อสารข้อมูลดิจิทัลแบบ 16-QAM ซึ่งทางเครื่องรับได้ใช้อะแดปทีฟอิกวไลเซอร์ที่ใช้อัลกอริทึมแบบต่าง ๆ โดยใช้โปรแกรม MATLAB ทำการทดสอบอัลกอริทึมแบบ CMA, SE-CMA, SI-CMA และ VS-CMA ตามลำดับ

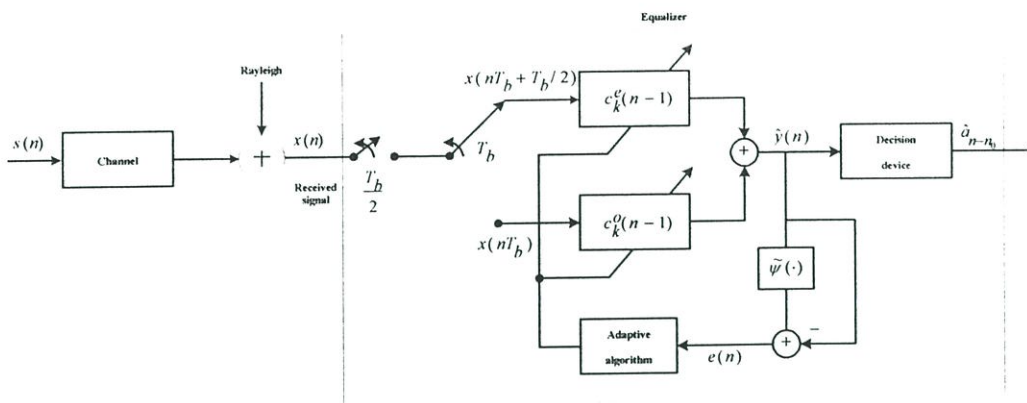
ผลที่ได้จะทำการเปรียบเทียบประสิทธิภาพของอัลกอริทึมที่นำเสนอและอัลกอริทึมพื้นฐาน โดยการเปรียบเทียบค่า MSE และค่า SER ของแต่ละอัลกอริทึม

5.1 การจำลองการทดลอง

การวิจัยนี้ได้ทำการจำลองระบบการสื่อสารข้อมูลดิจิทัลแบบ 16-QAM ซึ่งจะจำลองช่องสัญญาณและทำการเพิ่มสัญญาณรบกวนช่องสัญญาณแบบ AWGN และแบบ Rayleigh โดยผ่านอะแดปทีฟอิกวไลเซอร์ที่ใช้โครงสร้างแบบ FIR ในการจำลองอะแดปทีฟอิกวไลเซอร์นั้นสามารถเขียนบล็อกไดอะแกรมของระบบที่จำลองขึ้นแสดงดังรูปที่ 5.1



(ก)



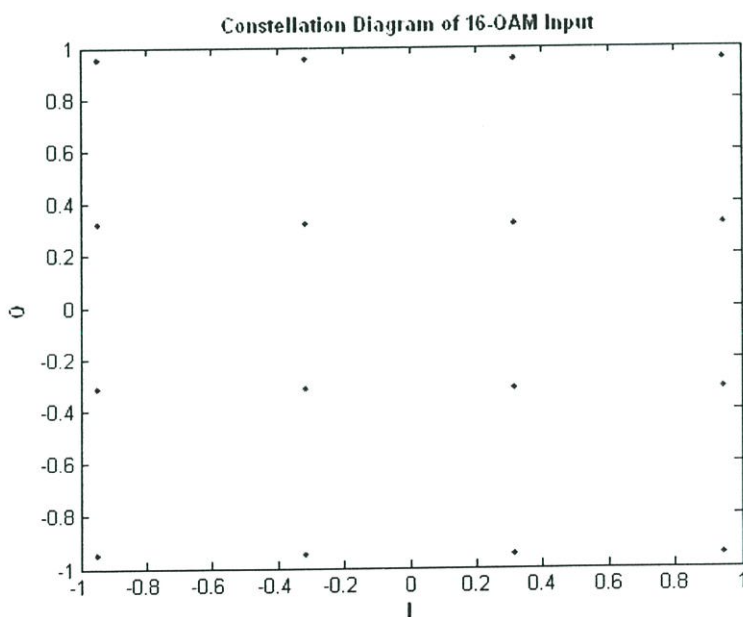
(จ)

รูปที่ 5.1 บล็อกไดอะแกรมจำลองระบบการสื่อสารข้อมูลดิจิทัล 16-QAM ที่ใช้ในการจำลอง

(ก) ระบบที่ผ่านช่องสัญญาณแบบ AWGN

(ข) ระบบที่ผ่านช่องสัญญาณแบบ Rayleigh

สัญญาณอินพุต 16-QAM ที่สร้างขึ้นอ้างอิงได้จากสมการที่ (2-22) และสมการที่ (2-23) โดยแสดงได้ดังรูปที่ 5.2 ซึ่งแสดงรูปสัญญาณแบบ constellation diagram 16-QAM ในขณะที่ยังไม่ผ่านช่องสัญญาณและสัญญาณรบกวน



รูปที่ 5.2 สัญญาณอินพุต 16-QAM ที่สร้างขึ้น

สัญญาณที่รับได้จากเครื่องรับสามารถเขียนได้ดังสมการ

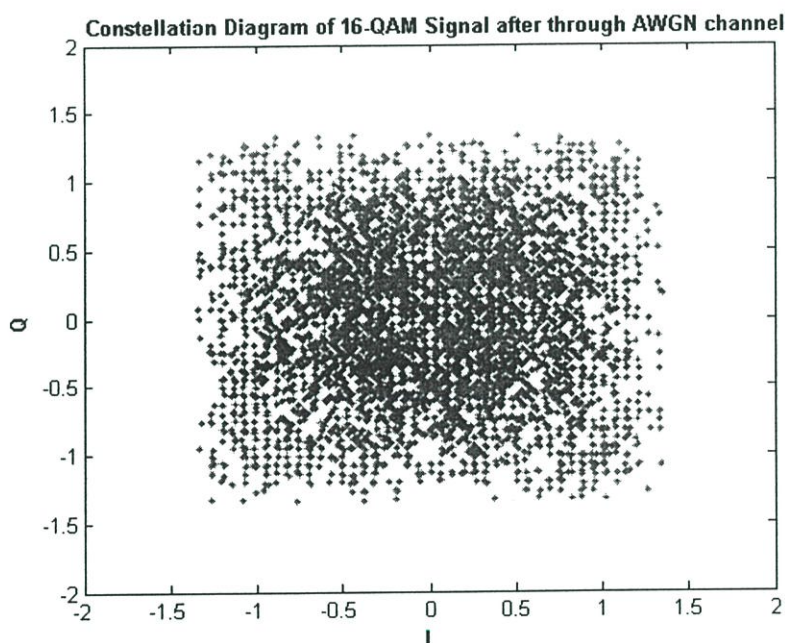
$$x(n) = \sum_{i=0}^{n-1} a_i s(n-i) + v(n) \quad (5-1)$$

โดยที่ $x(n-i)$ คือสัญญาณอินพุต

a_i คือ tap ของช่องสัญญาณ

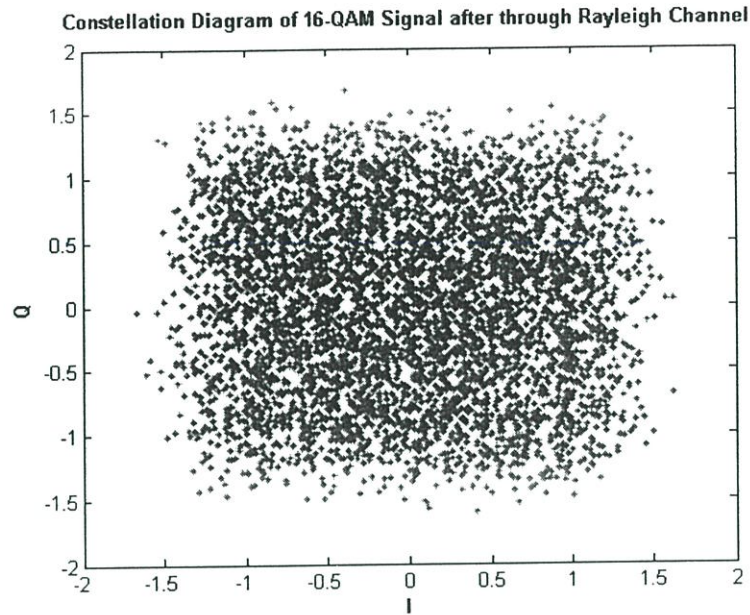
$v(n)$ คือ สัญญาณรบกวน

สัญญาณ $x(n)$ เป็นสัญญาณอินพุตที่ป้อนเข้าอะแดปทีฟอีควอไลเซอร์ เพื่อทำการแก้ไขสัญญาณที่รับได้ให้มีความถูกต้อง



รูปที่ 5.3 สัญญาณที่เครื่องรับรับได้หลังจากการผ่านช่องสัญญาณแบบ AWGN

ในรูปที่ 5.3 และรูปที่ 5.4 จะแสดงรูปสัญญาณที่เครื่องรับรับได้โดยส่งผ่านช่องสัญญาณแบบ AWGN และช่องสัญญาณแบบ Rayleigh ตามลำดับ ซึ่งจะใช้ในการทดสอบอัลกอริทึมที่นำเสนอในวิทยานิพนธ์และอัลกอริทึมที่เป็นพื้นฐานของงานวิจัย ผลจากการส่งสัญญาณอินพุตแบบ 16-QAM ผ่านช่องสัญญาณทั้งสองแบบนั้น จะทำให้เกิดการกระจายของสัญญาณอินพุตแบบ 16-QAM ซึ่งเป็นสาเหตุหนึ่งของการเกิดการสูญหายของข้อมูล สัญญาณในส่วนนี้จะทำการส่งผ่านสัญญาณไปที่อะแดปทีฟอีควอไลเซอร์เพื่อทำการแก้ไขข้อมูล



รูปที่ 5.4 สัญญาณที่เครื่องรับรับได้หลังจากการผ่านช่องสัญญาณแบบ Rayleigh

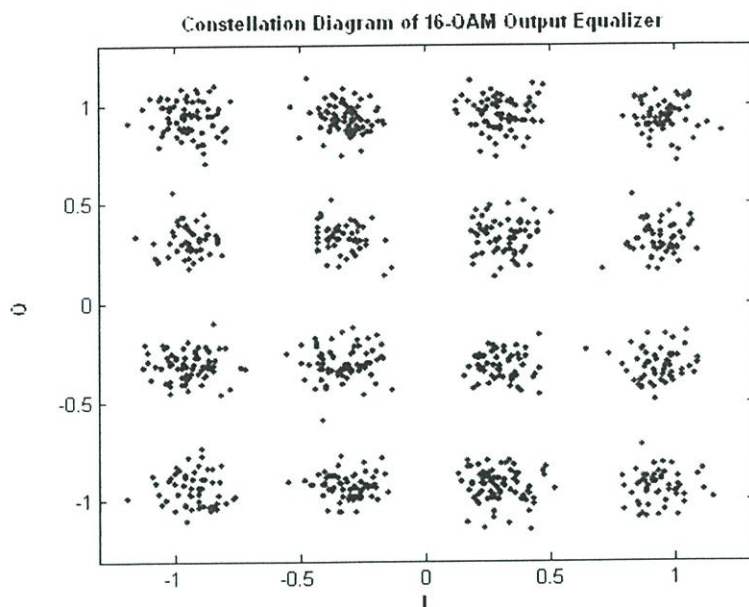
5.2 ผลการทดลอง

หัวข้อนี้จะเป็นผลการทดสอบการทำงานของอัลกอริทึมในวิทยานิพนธ์ฉบับนี้ ซึ่งการกำหนดค่าพารามิเตอร์ในอัลกอริทึมต่างๆ เหมือนกัน พารามิเตอร์ที่ใช้สำหรับการทดสอบระบบจะแสดงไว้ในตารางที่ 5.1

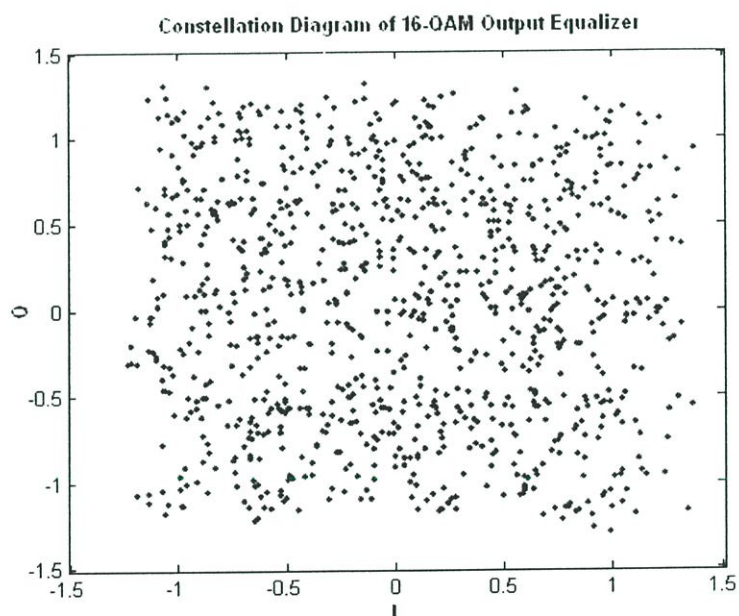
ตารางที่ 5.1 ค่าพารามิเตอร์ที่ใช้ในการทดสอบระบบ

| พารามิเตอร์ | สัญลักษณ์ | ค่าที่ใช้ |
|---------------------------|------------|-----------|
| Signal to Noise Ratio | SNR | 25 dB |
| ค่าสแควร์โรต | μ | 0.003 |
| จำนวนบิตที่ส่ง | N | 5,000 บิต |
| จำนวน tap ของอีควอไลเซอร์ | L_g | 16 |
| ค่ากำลังงานของสัญญาณรบกวน | σ^2 | 0.5 |

ในรูปที่ 5.5 แสดงรูปสัญญาณเอาต์พุตที่ได้หลังการผ่านอะแดปทีฟอีควอไลเซอร์ซึ่งแสดงรูปสัญญาณ constellation diagram โดยใช้อัลกอริทึมแบบ CMA และโครงสร้างแบบ FIR ใช้ช่องสัญญาณแบบ AWGN รูปที่ 5.6 แสดงรูปสัญญาณที่ผ่านช่องสัญญาณแบบ Rayleigh และใช้อัลกอริทึมแบบ CMA ในการหาค่าสัมประสิทธิ์



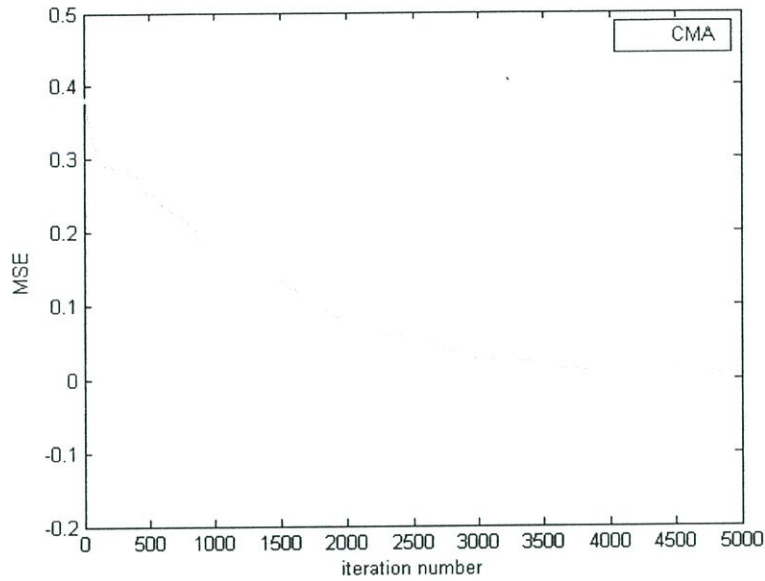
รูปที่ 5.5 Constellation diagram 16-QAM ผ่านอิควไลเซอร์ที่ใช้อัลกอริทึมแบบ CMA
ช่องสัญญาณแบบ AWGN



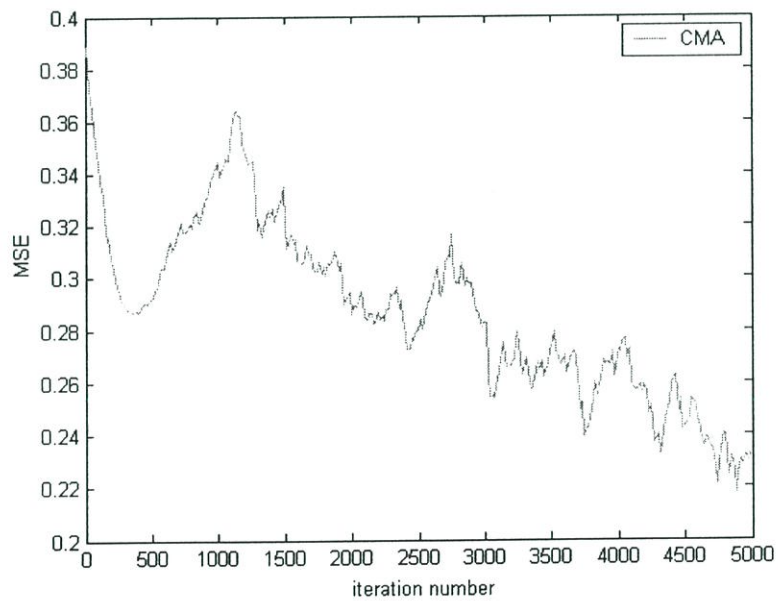
รูปที่ 5.6 Constellation diagram 16-QAM ผ่านอิควไลเซอร์ที่ใช้อัลกอริทึมแบบ CMA
ช่องสัญญาณแบบ Rayleigh

ในรูปที่ 5.7 และรูปที่ 5.8 แสดงประสิทธิภาพการทำงานของอัลกอริทึมแบบ CMA ที่สัญญาณส่งผ่านช่องสัญญาณแบบ AWGN และช่องสัญญาณแบบ Rayleigh ตามลำดับ โดยแสดงในรูปของค่า MSE จะเห็นว่าค่า MSE ของอิควไลเซอร์ที่ผ่านช่องสัญญาณแบบ AWGN นั้นให้ค่า

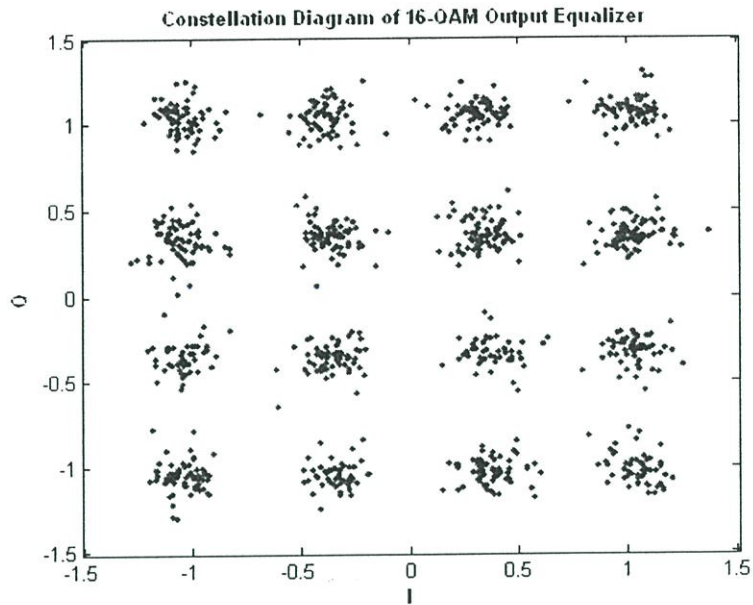
MSE ต่ำกว่าสัญญาณที่ผ่านช่องสัญญาณแบบ Rayleigh เนื่องจากช่องสัญญาณแบบ Rayleigh นั้นจะมีคุณสมบัติที่แย่กว่าแบบ AWGN



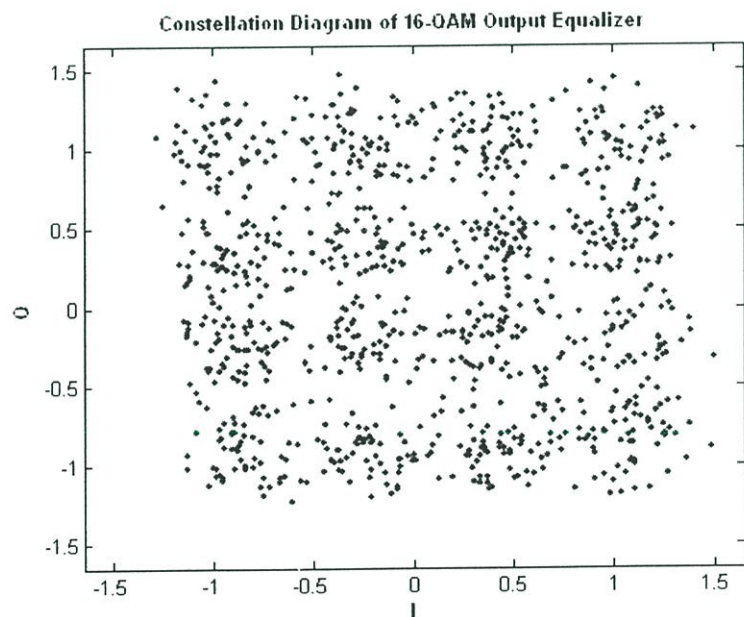
รูปที่ 5.7 ค่า MSE ใช้อัลกอริทึมแบบ CMA ผ่านช่องสัญญาณแบบ AWGN



รูปที่ 5.8 ค่า MSE ใช้อัลกอริทึมแบบ CMA ผ่านช่องสัญญาณแบบ Rayleigh



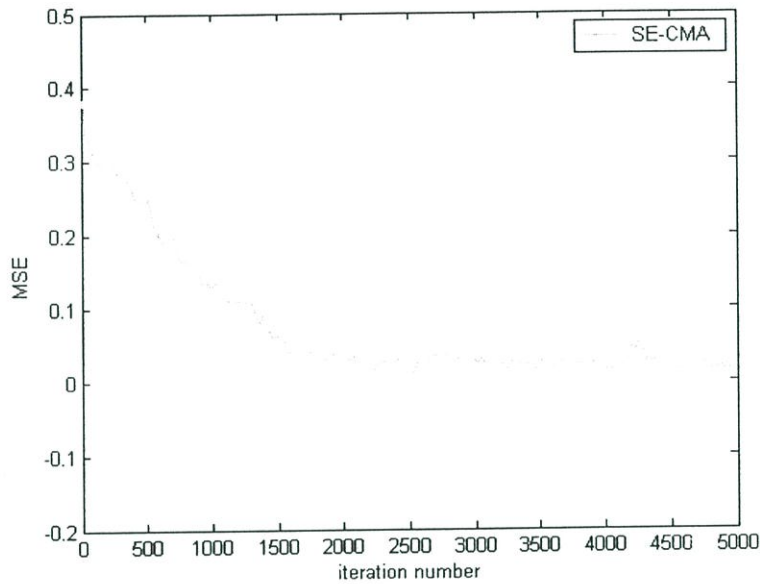
รูปที่ 5.9 Constellation diagram 16-QAM ผ่านอิควไลเซอร์ที่ใช้อัลกอริทึมแบบ SE-CMA
ช่องสัญญาณแบบ AWGN



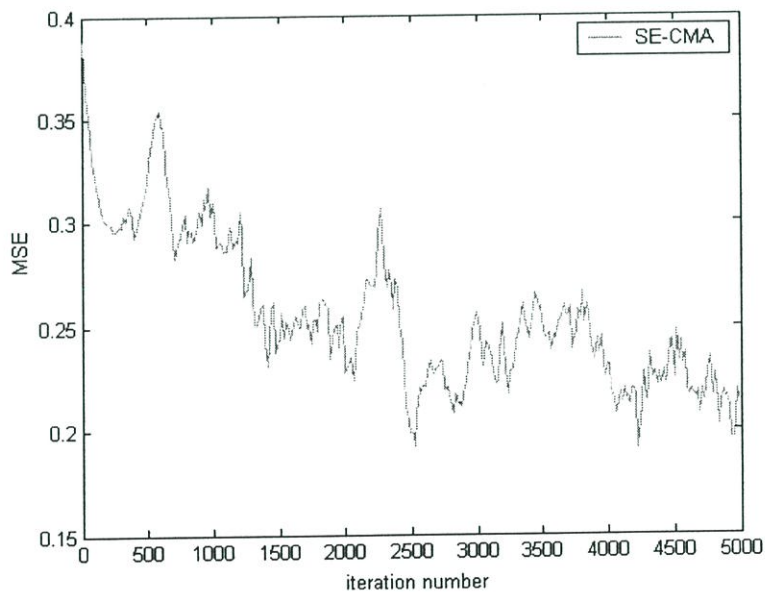
รูปที่ 5.10 Constellation diagram 16-QAM ผ่านอิควไลเซอร์ที่ใช้อัลกอริทึมแบบ SE-CMA
ช่องสัญญาณแบบ Rayleigh

ในรูปที่ 5.9 และรูปที่ 5.10 แสดงสัญญาณเอาต์พุตหลังจากการผ่านอิควไลเซอร์ที่ใช้
อัลกอริทึมแบบ SE-CMA ซึ่งจะเห็นว่ารูปสัญญาณ constellation diagram ที่ได้ยังมีค่าที่ไม่ดีนักใน

ช่องสัญญาณแบบ Rayleigh แต่ในช่องสัญญาณแบบ AWGN นั้นจะดีเทกต์สัญญาณได้ดีกว่า อัลกอริทึมแบบ SE-CMA จะให้ประสิทธิภาพที่ดีกว่าอัลกอริทึมแบบ CMA ซึ่งสังเกตได้จากรูปที่ 5.11 และรูปที่ 5.12 ค่า MSE ที่ใช้อัลกอริทึมแบบ SE-CMA ที่ได้ทำการพัฒนามาจากอัลกอริทึมแบบ CMA ทำให้สามารถหาค่าสัมประสิทธิ์ของอะแดปทีฟอควอไลเซอร์ได้เร็วขึ้น

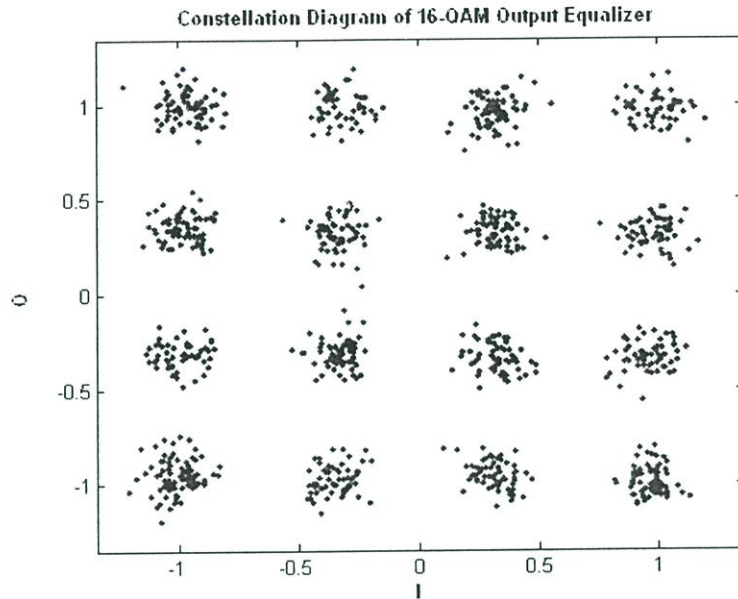


รูปที่ 5.11 ค่า MSE ใช้อัลกอริทึมแบบ SE-CMA ผ่านช่องสัญญาณแบบ AWGN

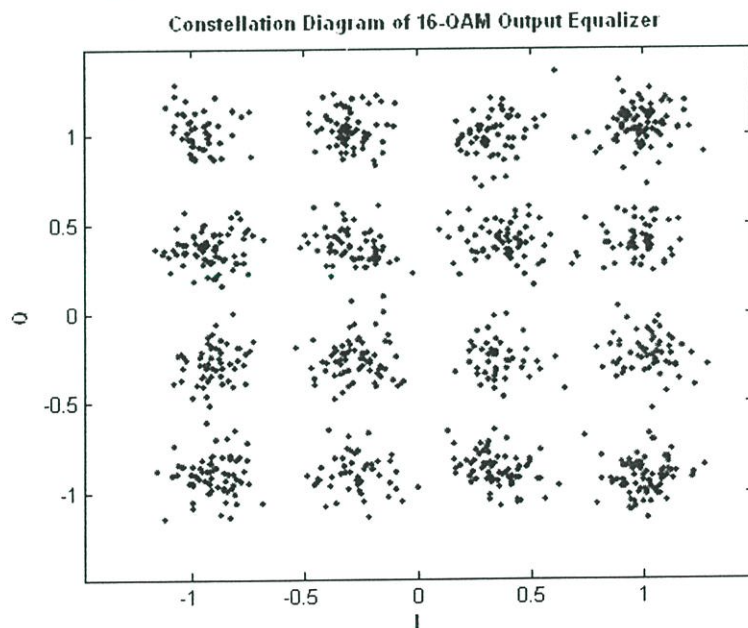


รูปที่ 5.12 ค่า MSE ใช้อัลกอริทึมแบบ SE-CMA ผ่านช่องสัญญาณแบบ Rayleigh

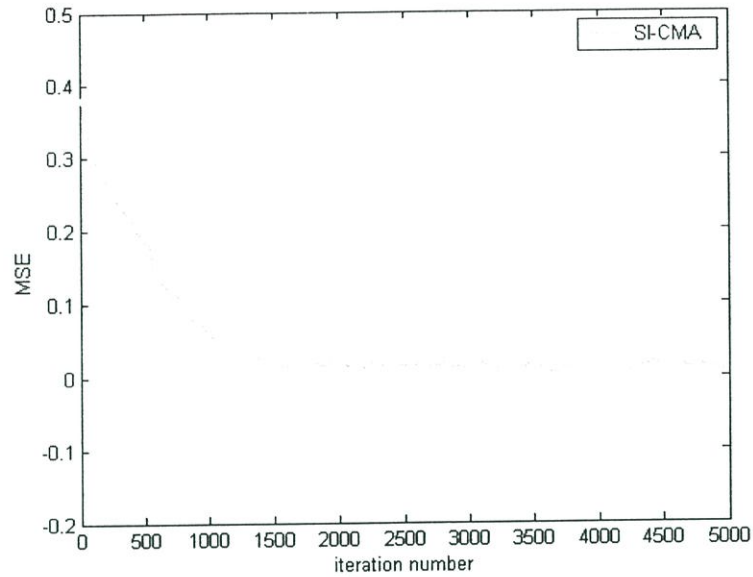
ในรูปที่ 5.13 และรูปที่ 5.14 แสดงถึงประสิทธิภาพของอัลกอริทึมที่นำเสนอในวิทยานิพนธ์ คืออัลกอริทึมแบบ SI-CMA ได้พัฒนามาจากอัลกอริทึมแบบ CMA และอัลกอริทึมแบบ SE-CMA จะเห็นว่าอัลกอริทึมที่นำเสนอมีคุณภาพที่ดีกว่าอัลกอริทึมเดิม จะเห็นได้จากค่า MSE ที่แสดงในรูปที่ 5.15 และรูปที่ 5.16 ค่า MSE ที่ดีกว่าอัลกอริทึมแบบ CMA และอัลกอริทึมแบบ SE-CMA



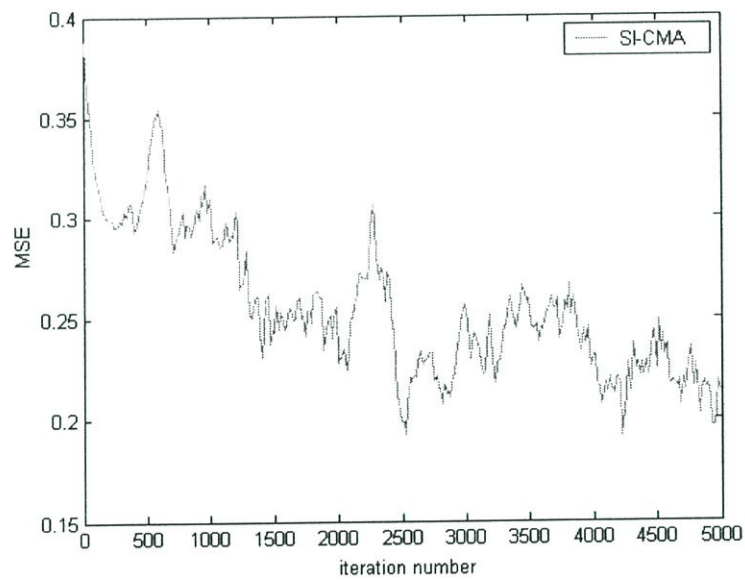
รูปที่ 5.13 Constellation diagram 16-QAM ผ่านอิควไลเซอร์ที่ใช้อัลกอริทึมแบบ SI-CMA
ช่องสัญญาณแบบ AWGN



รูปที่ 5.14 Constellation diagram 16-QAM ผ่านอิควไลเซอร์ที่ใช้อัลกอริทึมแบบ SI-CMA
ช่องสัญญาณแบบ Rayleigh

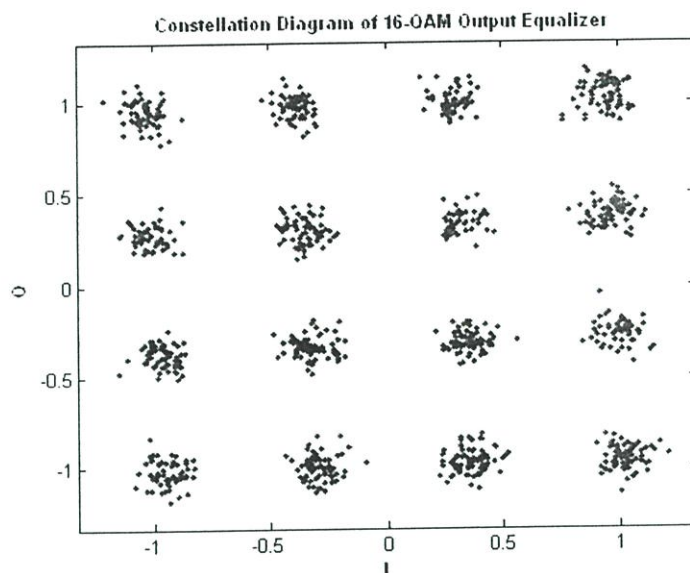


รูปที่ 5.15 ค่า MSE ใช้อัลกอริทึมแบบ SI-CMA ผ่านช่องสัญญาณแบบ AWGN

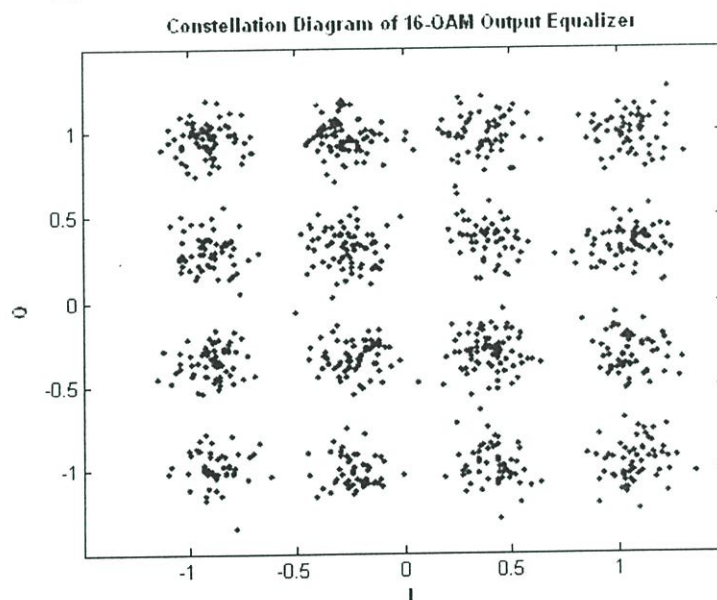


รูปที่ 5.16 ค่า MSE ใช้อัลกอริทึมแบบ SI-CMA ผ่านช่องสัญญาณแบบ Rayleigh

รูปที่ 5.17 แสดงผลของสัญญาณเอาต์พุตของอิกวไลเซอร์ที่ใช้อัลกอริทึมแบบ VS-CMA ผ่านช่องสัญญาณแบบ AWGN และรูปที่ 5.18 แสดงถึงสัญญาณเอาต์พุตของอิกวไลเซอร์ที่ผ่านช่องสัญญาณแบบ Rayleigh

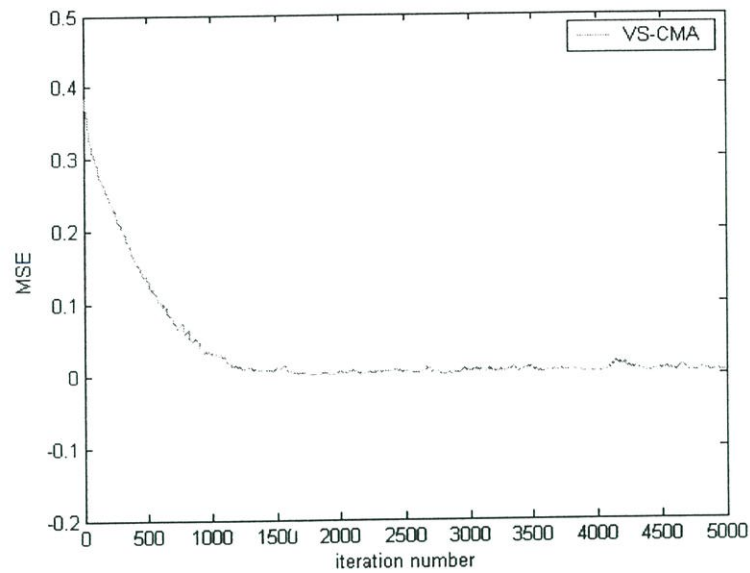


รูปที่ 5.17 Constellation diagram 16-QAM ผ่านอิควไลเซอร์ที่ใช้อัลกอริทึมแบบ VS-CMA
ช่องสัญญาณแบบ AWGN

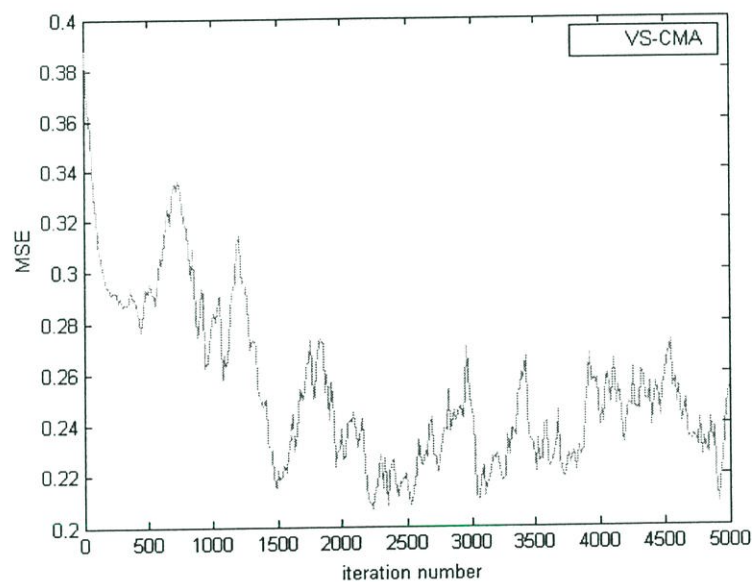


รูปที่ 5.18 Constellation diagram 16-QAM ผ่านอิควไลเซอร์ที่ใช้อัลกอริทึมแบบ VS-CMA
ช่องสัญญาณแบบ Rayleigh

เมื่อทำการเปรียบเทียบรูปที่ 5.17 และรูปที่ 5.18 จะเห็นว่าสามารถแยกสัญญาณได้ดีใน
ช่องสัญญาณแบบ AWGN และช่องสัญญาณแบบ Rayleigh ซึ่งดูได้จากรูปสัญญาณแบบ
constellation diagram ที่พล็อตออกมาเทียบกับรูปสัญญาณ constellation diagram ที่ผ่านมา



รูปที่ 5.19 ค่า MSE ใช้อัลกอริทึมแบบ VS-CMA ผ่านช่องสัญญาณแบบ AWGN

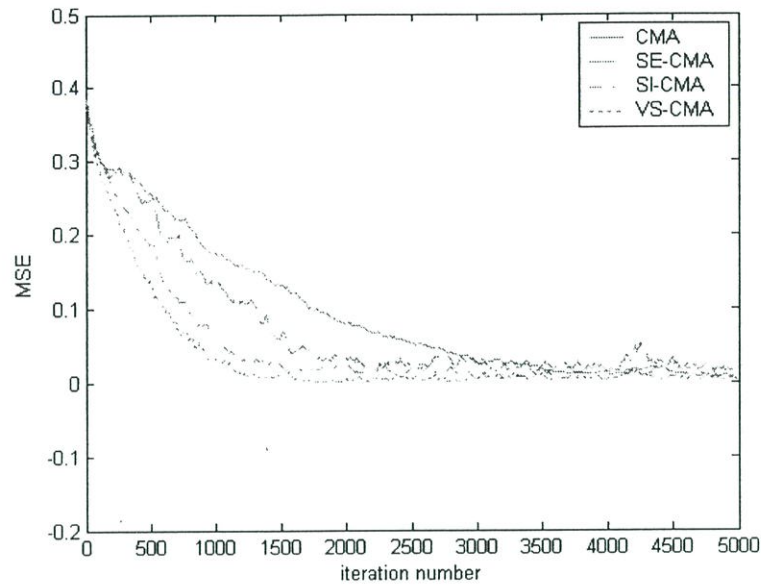


รูปที่ 5.20 ค่า MSE ใช้อัลกอริทึมแบบ VS-CMA ผ่านช่องสัญญาณแบบ Rayleigh

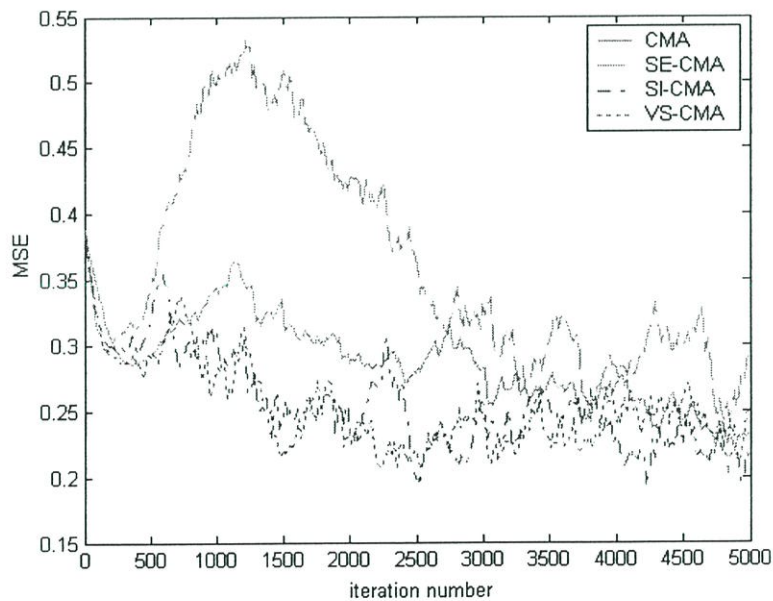
รูปที่ 5.19 และรูปที่ 5.20 เป็นการแสดงประสิทธิภาพของอัลกอริทึมแสดงในรูปของค่า MSE ซึ่งจะเห็นว่าการเข้าสู่ค่าสัมประสิทธิ์ที่ต้องการเร็ว การคำนวณที่เร็วและมีค่า MSE ที่ต่ำ ซึ่งเป็นคุณสมบัติที่ดีที่อัลกอริทึมต้องมี

รูปที่ 5.21 และ รูปที่ 5.22 เป็นการนำเอาค่า MSE ของอัลกอริทึมที่กล่าวมาทำการเปรียบเทียบเมื่อมีการผ่านช่องสัญญาณแบบ AWGN และ Rayleigh ตามลำดับ ซึ่งจะเห็นว่าอัลกอริทึมที่นำเสนอทั้งสองแบบคือ SI-CMA และ VS-CMA มีการทำงานที่มีประสิทธิภาพดีกว่า

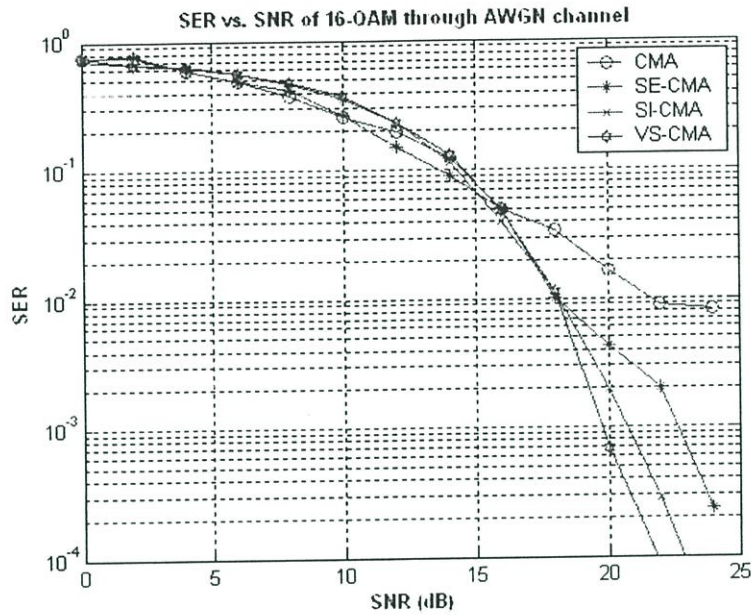
แต่อย่างไรก็ตามค่า MSE ของอัลกอริทึมแบบ SE-CMA นั้น เมื่อพิจารณาจากรูปที่ 5.22 จะมีค่า MSE ที่สูงกว่าอัลกอริทึมแบบอื่น ดังนั้นอัลกอริทึมแบบ SE-CMA จึงไม่เหมาะสมกับกรณีการใช้ช่องสัญญาณที่มีการจางแบบ Rayleigh



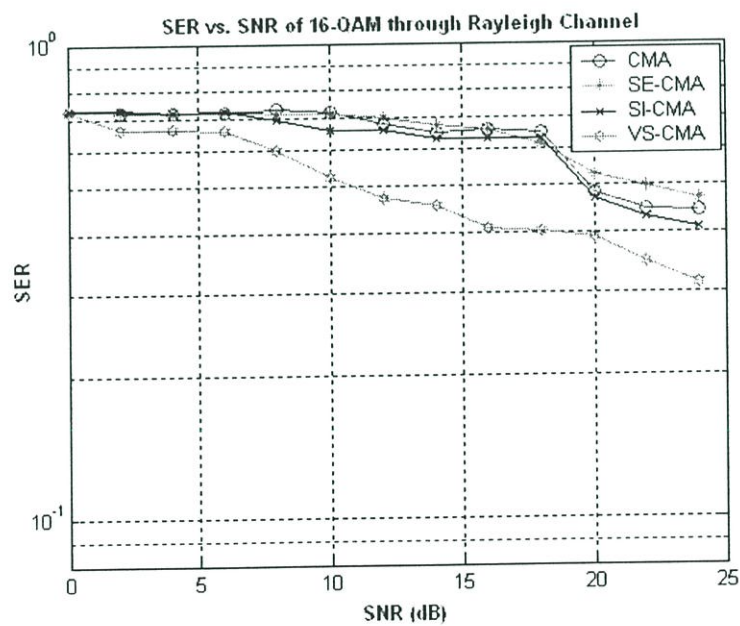
รูปที่ 5.21 เปรียบเทียบค่า MSE ของอัลกอริทึม CMA, SE-CMA, SI-CMA, VS-CMA ผ่านช่องสัญญาณแบบ AWGN



รูปที่ 5.22 เปรียบเทียบค่า MSE ของอัลกอริทึม CMA, SE-CMA, SI-CMA, VS-CMA ผ่านช่องสัญญาณแบบ Rayleigh



รูปที่ 5.23 เปรียบเทียบค่า SER ของอัลกอริทึม CMA, SE-CMA, SI-CMA, VS-CMA ผ่านช่องสัญญาณแบบ AWGN



รูปที่ 5.24 เปรียบเทียบค่า SER ของอัลกอริทึม CMA, SE-CMA, SI-CMA, VS-CMA ผ่านช่องสัญญาณแบบ Rayleigh

จากรูปที่ 5.23 เป็นการแสดงค่า SER ต่อค่า SNR ผ่านช่องสัญญาณแบบ AWGN โดยทำการเปรียบเทียบอัลกอริทึมแบบ CMA, SE-CMA, SI-CMA และ VS-CMA ซึ่งค่า SER ของ

อัลกอริทึมแบบ SI-CMA และอัลกอริทึมแบบ VS-CMA ให้ค่าที่ต่ำกว่า ซึ่งแสดงถึงประสิทธิภาพในการตรวจแก้สัญญาณ 16-QAM ที่ดีกว่า

รูปที่ 5.24 เป็นการแสดงค่า SER ต่อค่า SNR ผ่านช่องสัญญาณแบบ Rayleigh โดยเปรียบเทียบอัลกอริทึมแบบ CMA, SE-CMA, SI-CMA และ VS-CMA ตามลำดับ ซึ่งค่า SER ของอัลกอริทึมแบบ SI-CMA และอัลกอริทึมแบบ VS-CMA ให้ค่าที่ต่ำกว่า ซึ่งแสดงถึงประสิทธิภาพในการตรวจแก้สัญญาณ 16-QAM ที่ดีกว่า

5.3 สรุป

จากผลการทดลองที่ได้เสนอไปแล้วนั้น แสดงถึงการทำงานที่มีประสิทธิภาพของอัลกอริทึมที่นำเสนอซึ่งมีคุณภาพที่ดีกว่าอัลกอริทึมแบบ CMA และอัลกอริทึมแบบ SE-CMA ซึ่งเห็นได้จากค่าของ MSE และค่า SER ที่ต่ำ ซึ่งตรงกับคุณสมบัติของอัลกอริทึมที่ดีคือ มีการเข้าสู่ค่าสัมประสิทธิ์ที่เร็ว ค่า MSE ที่ต่ำ และค่าของ SER ที่ต่ำ

บทที่ 6

สรุปผลการวิจัยและข้อเสนอแนะ

6.1 สรุปผลการวิจัย

วิทยานิพนธ์ฉบับนี้ได้นำเสนออะแดปทีฟอัลกอริทึมที่ได้พัฒนามาจากอัลกอริทึมแบบ CMA นั่นคือ อัลกอริทึมแบบ SI-CMA และอัลกอริทึมแบบ VS-CMA ซึ่งทั้งสองวิธีนี้ได้นำเทคนิคของการตรวจสอบเครื่องหมาย (function sign) และเทคนิคการปรับเปลี่ยนค่าสแต็ปไซส์มาใช้ในการปรับค่าสัมประสิทธิ์ อัลกอริทึมแบบ SI-CMA จะใช้เทคนิคของการตรวจสอบเครื่องหมายในส่วนของอินพุต และอัลกอริทึมแบบ VS-CMA ใช้เทคนิคการปรับสแต็ปไซส์สำหรับเทคนิคการปรับเปลี่ยนค่าสแต็ปไซส์นั้นได้นำค่าของพลังงานเอาต์พุตมาควบคุม วิธีการนี้จะทำให้ได้ค่าสแต็ปไซส์ที่เหมาะสมในแต่ละเวลา โดยคุณสมบัติของสแต็ปไซส์ถ้ามีค่าที่เพิ่มมากขึ้นจะทำให้เกิดการปรวนแปรของสัญญาณมากขึ้นแต่จะทำให้เกิดการลู่เข้าที่เร็ว ในทางตรงกันข้ามถ้าค่าของค่าสแต็ปไซส์มีค่าน้อยจะทำให้ลู่เข้าได้ช้าแต่เกิดการปรวนแปรของสัญญาณต่ำ ดังนั้นจึงต้องทำการปรับเปลี่ยนค่าสแต็ปไซส์ให้เหมาะสม ซึ่งเทคนิคทั้งสองแบบจะมีข้อดีคือ ลดการคำนวณที่ซับซ้อนและมีผลให้เกิดการลู่เข้าที่เร็ว ทำให้ได้อีควอลไลเซอร์ที่มีสมรรถนะดี

ในส่วนของการทดลองเราได้ทดลองโดยการจำลองระบบการสื่อสารข้อมูลแบบ 16-QAM ซึ่งใช้ช่องสัญญาณแบบ AWGN และช่องสัญญาณแบบ Rayleigh ในการจำลองช่องสัญญาณ และใช้โครงสร้างแบบ FIR เป็นโครงสร้างของอีควอลไลเซอร์ ซึ่งในการจำลองทั้งหมดนี้ใช้โปรแกรม MATLAB ในการสร้างเพื่อใช้ในการจำลองการทำงานเพื่อหาประสิทธิภาพของอัลกอริทึม

จากการจำลองผลจะเห็นว่าอัลกอริทึมชนิดบอดแบบ CMA หรือ Godard นั้น มีการทำงานที่ช้า ซึ่งเห็นได้จากค่าของ MSE และ SER ที่ได้จากการทดลอง ซึ่งต่อมาได้มีการนำเอาอัลกอริทึมแบบ CMA นั้นมาพัฒนาต่อเป็น SE-CMA จะให้ผลของการลู่เข้าที่เร็วกว่าและมีค่า MSE และ SER ต่ำ ในวิทยานิพนธ์ฉบับนี้เห็นว่าอัลกอริทึมที่มีพื้นฐานบนอัลกอริทึมแบบ CMA เป็นที่นิยมใช้กันอย่างกว้างขวางในระบบการสื่อสารข้อมูล และสามารถพัฒนาให้ดียิ่งขึ้นได้อีก จึงได้ทำการพัฒนาขึ้นเห็นได้จากผลการจำลองของระบบว่าอัลกอริทึมที่นำเสนอ นั้น ให้ผลที่ดีกว่าอัลกอริทึมแบบ CMA และอัลกอริทึมแบบ SE-CMA จากสัญญาณเอาต์พุตที่ได้หลังการผ่านอะแดปทีฟอีควอลไลเซอร์ ค่าการลู่เข้าสู่ค่าสัมประสิทธิ์ที่เร็วและเหมาะสม ค่าความคลาดเคลื่อน (MSE) ที่ต่ำ และค่าอัตราความผิดพลาดสัญลักษณ์ต่อสัญญาณรบกวนที่ต่ำ

6.2 ข้อเสนอแนะ

สำหรับงานที่ควรได้รับการศึกษาหรือพัฒนาต่อไป คือ

- 1) นำเทคนิคของอัลกอริทึมที่นำเสนอขึ้นไปใช้กับอะแดปทีฟอีควอลไลเซอร์ที่มีโครงสร้างแบบแลตติส และแบบ IIR ในช่องสัญญาณแบบต่าง ๆ
- 2) ทำการพัฒนาอัลกอริทึมเพื่อนำไปใช้กับการสื่อสารดิจิทัลแบบอื่นเช่น QPSK, BPSK หรือ QAM ที่เพิ่มมากขึ้น เช่น 64 QAM หรือ 128 QAM ที่อัตราข้อมูลที่ไม่เท่ากัน
- 3) นำอีควอลไลเซอร์ไปใช้กับช่องสัญญาณที่เกิดขึ้นจริงในระบบสื่อสาร

เอกสารอ้างอิง

- [1] Cahn, C. R., "Combined digital phase and amplitude modulation communication system," IRE Trans. Comms., Vol. 8, September 1960, pp. 150-155.
- [2] Hancock, J. C., and R. W. Lucky, "Performance of combined amplitude and phase modulated communications system," IRE Trans. Comms., Vol. 8, December 1960, pp. 232-237.
- [3] Campopiano, C. N., and B. G. Glazer, "A coherent digital amplitude and phase modulation system," IRE Trans. Comms., Vol. 10, March 1962, pp. 90-95.
- [4] Proakis, J., and M. Salehi, **Communication Systems Engineering**, Englewood Cliffs, New Jersey: Prentice Hall, 1994.
- [5] R. M. Mersereau, M. J. Smith., **Digital filter A Computer Laboratory Text.**, John Wiley & Sons, 1994, pp.59-61.
- [6] E. C. Lfeachor and B. W. Jervis., **Digital Signal Processing A Practical Approach.**, Addison Wesley Publishing Company, 1996, pp. 255-257.
- [7] Carayannis, D.G. Manolakis and N. Kalouptsidis, "A fast sequential algorithm for least-square filtering and prediction,". IEEE Trans. Acoustics, Speech and Signal Processing, 1983, Vol. 31, No. 6, pp 1394-1402.
- [8] Papoulis, **Probability, Random Variable, and Stochastic Processes**, 3rd end. McGraw-Hill, New York, 1991.
- [9] Siller, C. A., Jr., " Multipath propagation," IEEE Communication Magazine, 1984, Vol. 9, No. 1, pp. 6-15.
- [10] Gitlin, R., J. Hayes, and S. Weinstein, **Data Communication**, Plenum Press, New York, 1992.
- [11] Lucky, J. Salz, and E. J. Weldon, **Priciples of Data Communication**, McGraw-Hill, New York, 1968.
- [12] Saltzberg, B. R., "Intersymbol interference error bounds with application to ideal bandlimited signaling," IEEE Trans. Information Theory, IT-14, July 1968, pp. 263-268.
- [13] Haykin, **Blind Deconvolution**, Prentice Hall, Englewood Cliffs, NJ, 1994.
- [14] Bussgang, J., Cross correlation function of amplitude-distorted Gaussian signal. Tech. Report 216, MIT Research Lab. Of Electronics, Cambridge, MA, 1952.
- [15] Johnson, R., et al., "Blind equalization using the constant modulus criterion: A review," Proc. IEEE, Vol. 86, No. 10, October 1998, pp. 1927-1950.

- [16] Sato, Y., "Two extensional application of zero-forcing equalization method," IEEE Trans. Communications, vol. 23, no. 6, 1975, pp. 684-687.
- [17] Godard, D. N., "Self-recovering equalization and carrier tracking in two-dimensional data communication system," IEEE Trans. Communications, Vol. 28, No. 11, 1980, pp. 1867-1875
- [18] Treichler, J., and B. Agee., "A new approach to multipath correction of constant modulus signals," IEEE Trans. Acoustics, Speech and Signal Processing, Vol. 31, No. 2, April, 1983, pp. 459-472.
- [19] Ding, Z., R. Kennedy, B. Anderson, and C. Johnson., "III-convergence of Godard Blind equalizers in data communication system. IEEE Trans. Communication, Vol. 39, September, 1991, pp. 1313-1327.
- [20] Fijalkow, I., C. Manlove, and R. Johnson, "Adaptive fractionally spaced blind CMA equalization : Excess MSE," IEEE Trans. Signal Processing et al., Vol. 46, No. 1, 1998, pp. 227-231.
- [21] D.R. Brown, P.B. Schniter, and C.R. Johnson, "Computation Efficient Blind Equalization," Prepared for the Allerton Conference on Communication, Control, and Computing, 1997.
- [22] บัณฑิต วิจารณ์อารยานนท์, **หลักการไฟฟ้าสื่อสาร**, สำนักพิมพ์จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย, 2540.
- [23] Xiong, Fuqin, **Digital modulation techniques**, Artech House telecommunication library, 2000, pp 411-453.
- [24] Sudars R.N. and Sathyanarayan S.R., "A Fast Constant Modulus Algorithm for Blind Equalization," IEEE 2000 Conference Record of the Thirty-Fourth Asilomar Conference on Signals Systems and Computers, Vol. 2, 29 Oct.-1 Nov. 2000, pp. 1010-1013.
- [25] Haykin, **Blind Deconvolution**, Prentice Hall, Englewood Cliffs, NJ, 1994.
- [26] S. Chen, T.B. Cook and L.C. Anderson, "Blind FIR Equalisation for High-Order QAM Signalling," ICSP'02, 2002, pp. 1299-1302.
- [27] Dimitris G. Manolakis, Vinay K. Ingleand, Stephen M. Kogon, **Statistical and Adaptive Signal Processing**, McGraw-Hill, Sigapore, 2000.
- [28] Picchi, G., and G. Prati, "Blind equalization and carrier recovery using a "stop-and-go" decision directed algorithm," IEEE Trans. Communications, vol. 35, September 1987, pp. 877-887.
- [29] ถัญฉกร วุฒิสัทธิกุลกิจ, **หลักการโทรศัพท์เคลื่อนที่**, สำนักพิมพ์แห่งจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย, 2542.

ภาคผนวก

ภาคผนวก ก.

ฟังก์ชันความหนาแน่นของความน่าจะเป็นที่มีการแจกแจงแบบ
เรย์ลี (Probability Density Function of Rayleigh
Distribution)

ในช่องสัญญาณของระบบการสื่อสารไร้สายโดยทั่วไปจะใช้การแจกแจงแบบเรย์ลีเพื่ออธิบายถึงธรรมชาติของสัญญาณที่รับได้ ซึ่งสัญญาณรบกวนในระบบโทรศัพท์เคลื่อนที่เป็นแบบเกาส์เซียน เมื่อทำการพิจารณาผลของสัญญาณรบกวนที่มีส่วนประกอบเชิงเฟสเซอร์ตั้งฉากกันและเป็นอิสระจากกันผลที่ได้นั้นจะมีรูปแบบของการแจกแจงแบบเรย์ลี โดยฟังก์ชันความหนาแน่นของความน่าจะเป็นที่มีการแจกแจงแบบเรย์ลีนั้นแสดงเป็นสมการดังนี้

$$p(r) = \begin{cases} \frac{r}{\alpha^2} e^{-r^2/2\alpha^2} & 0 \leq r \leq \infty \\ 0 & r < 0 \end{cases} \quad (\text{ก-1})$$

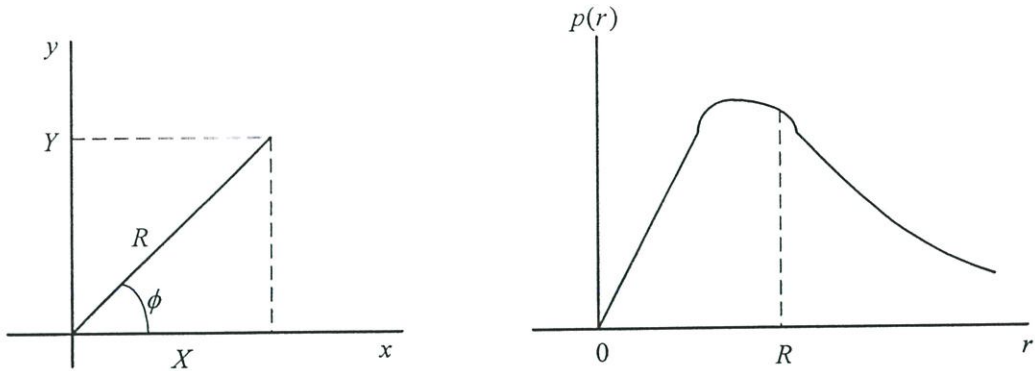
รูปที่ ก.1 แสดงการแจกแจงแบบเรย์ลีดังสมการ (ก-1) นี้ ซึ่งจะมีค่าสูงสุดที่ $r = \alpha$ โดยมีค่าเป็น $p(\alpha) = 1/(\alpha\sqrt{e})$ และถ้าเราหาค่าเฉลี่ยและค่ากำลังสองเฉลี่ยจะได้

$$\bar{R} = \sqrt{\frac{\pi}{2}}\alpha \quad (\text{ก-2})$$

$$\bar{R}^2 = 2\alpha^2 \quad (\text{ก-3})$$

และค่าความแปรปรวนจะเขียนได้ดังนี้

$$\sigma^2 = \bar{R}^2 - \bar{R}^2 = (2 - \frac{\pi}{2})\alpha^2 \quad (\text{ก-4})$$



รูปที่ ก.1 การพิจารณาทางด้านเฟสเซอร์ (ซ้าย) การกระจายของฟังก์ชันความหนาแน่นของความน่าจะเป็นแบบเรย์ลี (ขวา)

การแจกแจงแบบเรย์ลีนี้มีความสัมพันธ์กับการแจกแจงแบบเกาส์เซียนอย่างใกล้ชิด กล่าวคือ ถ้าให้ X , Y เป็นตัวแปรสุ่มแบบเกาส์เซียน 2 จุดที่เป็นอิสระจากกัน และมีค่าเฉลี่ย $m_x = m_y = 0$ และมีค่าความแปรปรวน $\sigma_x^2 = \sigma_y^2 = \sigma^2$ ในเงื่อนไขเช่นนี้ฟังก์ชันความหนาแน่นของความน่าจะเป็นร่วมของ X และ Y จะเขียนได้เป็น

$$\begin{aligned}
 p_{XY}(x, y) &= p_X(x)p_Y(y) = \frac{e^{-x^2/2\sigma^2}}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} \frac{e^{-y^2/2\sigma^2}}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} \\
 &= \frac{e^{-(x^2+y^2)/2\sigma^2}}{2\pi\sigma^2} \tag{ก-5}
 \end{aligned}$$

ต่อไปถ้าทำการแปลงฟังก์ชันความหนาแน่นของความน่าจะเป็นร่วมนี้ไปอยู่ในรูปของพิกัดเชิงมุม (polar coordinate) ซึ่งมีตัวแปรเป็น R และ ϕ จะสามารถทำได้โดยการตั้งเงื่อนไขดังนี้

$$p_{R\phi}(r, \phi)|drd\phi| = p_{XY}(x, y)|dxdy| \tag{ก-6}$$

และเนื่องจาก

$$\left. \begin{aligned}
 r^2 &= x^2 + y^2 \\
 \phi &= \arctan \frac{y}{x} \\
 dxdy &= r \cdot dr \cdot d\phi
 \end{aligned} \right\} \tag{ก-7}$$

แทนค่าสมการ (ก-5) และสมการ (ก-7) ลงในสมการ (ก-6) จะได้เป็น

$$p_{R\phi}(r, \phi) = \frac{1}{2\pi} \left(\frac{r}{\sigma^2} e^{-r^2/2\sigma^2} \right) \quad (\text{ก-8})$$

ผลที่ได้ในสมการ (ก-8) นี้ จะเห็นได้ว่าพจน์ที่อยู่ในวงเล็บจะเหมือนกับการแจกแจงแบบเรย์ลีทุกประการโดยที่มี $\sigma = \alpha$ สำหรับพจน์ที่เป็น $1/2\pi$ นั้นอธิบายได้ว่าเป็นความน่าจะเป็นที่เกี่ยวข้องกับตัวแปรสุ่ม ϕ ซึ่งเป็นอิสระจากตัวแปรสุ่ม R กล่าวคือ จากผลในสมการ (ก-8) จะสามารถอ้างได้ว่าตัวแปรสุ่ม R และ ϕ เป็นอิสระจากกัน ทำให้ $p_{R\phi}(r, \phi) = p_R(r)p_\phi(\phi)$ โดยที่ $p_R(r)$ มีการแจกแจงในรูปเรย์ลี และ $p_\phi(\phi) = 1/2\pi$ โดยได้แสดงไว้ใน [22] ดังนี้

$$\begin{aligned} p_R(r) &= \int_0^{2\pi} p_{R\phi}(r, \phi) d\phi \\ &= \frac{r}{\sigma^2} e^{-r^2/2\sigma^2} \end{aligned} \quad (\text{ก-9})$$

และ

$$p_\phi(\phi) = \int_0^\infty p_{R\phi}(r, \phi) dr = \frac{1}{2\pi} \quad (\text{ก-10})$$

เมื่อกล่าวโดยสรุปแล้วฟังก์ชันความหนาแน่นของความน่าจะเป็นที่มีการแจกแจงแบบเรย์ลีนี้เป็นผลมาจากการพิจารณาฟังก์ชันความหนาแน่นของความน่าจะเป็นร่วมของตัวแปรสุ่มแบบเกาส์เซียนที่เป็นอิสระจากกัน ซึ่งถูกนำไปใช้ในระบบการสื่อสารไร้สายกันอย่างกว้างขวาง

ภาคผนวก ข.

THE Q-FUNCTION

สมการ Q-function

$$Q(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_x^\infty \exp\left(-\frac{\lambda^2}{2}\right) d\lambda \quad (\text{ท-1})$$

$$\text{erf}(x) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^x \exp(-\lambda^2) d\lambda = 1 - 2Q(\sqrt{2}x) \quad (\text{ท-2})$$

$$\text{erfc}(x) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_x^\infty \exp(-\lambda^2) d\lambda = 1 - \text{erf}(x) = 2Q(\sqrt{2}x) \quad (\text{ท-3})$$

$$\Phi(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_0^x \exp\left(-\frac{\lambda^2}{2}\right) d\lambda = \frac{1}{2} - Q(x) \quad (\text{ท-4})$$

$$Q(x) = \frac{1}{2} \text{erfc}\left(\frac{x}{\sqrt{2}}\right) \quad (\text{ท-5})$$

$$Q(x) = \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} \exp\left(-\frac{x^2}{2\sin^2(\theta)}\right) d\theta, \quad x \geq 0 \quad (\text{ท-6})$$

ค่าของ Q-function จะอยู่ในขอบเขตคือ

$$\frac{x}{\sqrt{2\pi(1+x^2)}} \exp(-x^2/2) \leq Q(x) \leq \frac{1}{\sqrt{2\pi x}} \exp(-x^2/2) \quad (\text{ท-7})$$

สำหรับค่า x ที่มีค่ามาก จะประมาณค่า Q-function ได้คือ

$$Q(x) \approx \frac{1}{\sqrt{2\pi x}} \exp\left(-\frac{x^2}{2}\right), \quad x > 3 \quad (\text{ท-8})$$

ภาคผนวก ก

บทความวิจัยที่ได้รับการตีพิมพ์

บทความวิจัยที่ได้รับการตีพิมพ์ในวิทยานิพนธ์

- [1] P. Tupchai, C. Benjangkprasert and O. Sangaroon , “A New Constant Modulus Algorithm for Adaptive Equalizer,” **Proceeding of The International Conference of Scientific & Engineering Computation (IC-SEC) 2002**, pp. 320-323, December 3-5, 2002.

บทความวิจัยที่ได้รับการตีพิมพ์นอกเหนือจากวิทยานิพนธ์

- [1] P. Tupchai, C. Benjangkprasert, O. Sangaroon and K. Janchitrapongvej, “A New Algorithm of Adaptive IIR Notch Filter for The Detection of Sinusoids,” **Proceeding of The Asia- Pacific Conference on Circuits And Systems (APCCAS) 2002**, pp. 505-508, October 28-31, 2002.

Proceedings of the International Conference on Scientific & Engineering Computation (IC-SEC) 2002

Recent Advances in Computational Science & Engineering

Editors

H. P. Lee

K. Kumar

Imperial College Press

Imperial College Press
270 White Horse Road
London W1A 2BQ, UK
Tel: +44 (0)20 7592 2500
Fax: +44 (0)20 7592 2501
www.imperial.ac.uk

A NEW CONSTANT MODULUS ALGORITHM FOR ADAPTIVE EQUALIZER

PORNPIMON TUPCHAI, CHAWALIT BENJANGKAPRASERT, ORNLARP SANGAROON

*Research Center for Communications and Information Technology (ReCCIT), and
Department of Information Engineering, Faculty of Engineering,
King Mongkut's Institute of Technology Ladkrabang, Bangkok 10520, Thailand.
Email: p_tupchai@hotmail.com, kbchawalit@kmitl.ac.th*

In this paper, we propose a new adaptive algorithm using modified constant modulus algorithm for adaptive equalizer. The proposed adaptive algorithm is used to improved receiver signal quality such as QAM signal. The new constant modulus algorithm gives good performance and fast convergence rate, when used to compensate the distortion signal. Computer simulation results show the effectiveness of the proposed algorithm.

1 Introduction

In digital communication, due to frequency selective filtering, echoes and dispersive nature of transmission channels, a common problem of intersymbol interference arises whereby detection of a certain symbol is hindered by symbols sent before or later. Equalizer are systems possessing inverse characteristics relative to channel and are supposed to correct these distortion [1-6]. In communication systems employing high bandwidth efficiency QAM signalling, the constant modulus algorithm (CMA) based FIR equalizer is a popular blind equalization scheme [2,3,5]. Because of its robustness and easily implemented. The sign error version of CMA (SE-CMA) which is motivated by a further reduction in the computation complexity of the equalizer coefficient update. This paper proposed a new adaptive equalizer to improved the performances.

2 Background and the proposed algorithm

Consider the baseband model of a digital communication channel characterized by a symbol space FIR filter and an additive Gaussian white noise source. Specifically, the received signal at sample k is given by

$$r(k) = \sum_{i=0}^{m-1} c_i s(k-i) + v(k) \quad (1)$$

where m is the length of the channel impulse response, c_i is the channel taps, the symbol sequence $s(k)$ is independently identically distributed, and $v(k)$ is a gaussian white noise.

A symbol-space equalizer is employed, which has an FIR structure defined by:

$$y(k) = \sum_{i=0}^{n-1} w_i r(k-i) = \mathbf{w}^T \mathbf{r}(k) \quad (2)$$

where n is the equalizer order, $\mathbf{w}(k)$ is the equalizer weight vector and $\mathbf{r}(k)$ is the equalizer input vector.

2.1 The constant modulus algorithm CMA)

The CMA adjusts the equalizer weights by minimising

$$\bar{J}_{\text{CMA}}(w) = E \left[\left(|y(k)|^2 - \gamma \right)^2 \right] \quad (3)$$

Using the stochastic gradient descent approach to optimize the CMA cost function, where γ is real positive constant defined by:

$$\gamma = E \left[|s(k)|^4 \right] / E \left[|s(k)|^2 \right]^2 \quad (4)$$

The CMA updating equalization is given by

$$w(k+1) = w(k) + \mu * e(k) * r^*(k) \quad (5)$$

where μ is a step-size and $r^*(k)$ is the complex conjugate of $r(k)$. And $e(k)$ is the error function can be expressed as:

$$e(k) = y(k) \left(\gamma - |y(k)|^2 \right) \quad (6)$$

2.2 The signed-error version of CMA (SE-CMA)[4]

The signed error version of CMA (SE-CMA) updating equalization is defined as

$$c(k+1) = c(k) + \mu * (r^*(k)) * \text{sgn}(e(k)) \quad (7)$$

2.3 The new constant modulus algorithm

In order to reduce the computational complexity of the equalizer coefficient update, to improved the convergence rate and noise robustness properties. We used the new sign algorithm modified the equalizer update equalization of CMA by retaining only the sign of the input vector function. Using the standard definition of the sign function for a real valued argument. Eq.(5) can be modified of yield the new equalizer update equation, is given by

$$c(k+1) = c(k) + \mu * \text{sgn}(r^*(k)) * e(k) \quad (8)$$

where μ is a step-size parameter

322

3 Simulation results

In this section, the performance of the new algorithm tested by the input signal of 16 QAM digital communication additive noise. Fig. 1 shows the comparison of convergence rate of the equalizers with step-size parameter $\mu = 0.001$. Fig. 2 shows the equalizer output signal constellations after convergence of the three algorithms.

From Fig.1 and Fig.2, it is seen that the proposed adaptive algorithm performs much better performance than the previous one.

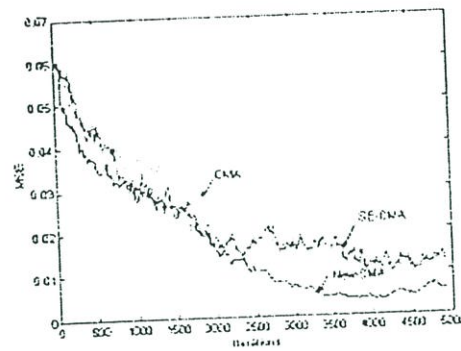
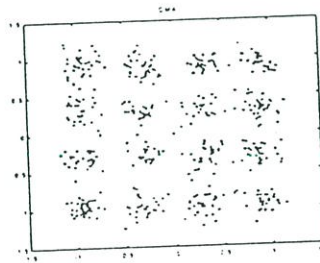
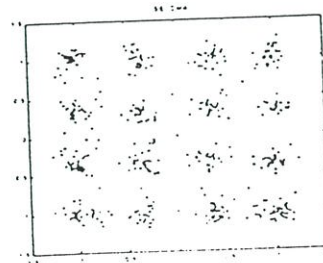


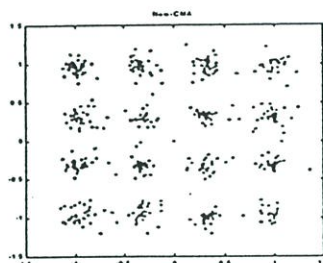
Fig. 1 Comparison of convergence performance by: CMA, SE-CMA and new algorithm.



(a)



(b)



(c)

Fig. 2 Equalizer output signal constellation after convergence (a) the CMA, (b) the SE-CMA and (c) the new algorithm

4 Conclusions

This paper, we have proposed a new algorithm for adaptive blind equalizer, From the result has conformed that the proposed blind equalizer slightly outperform the CMA and SE-CMA. And also reduce the distortion signalling in the systems.

REFERENCES

- [1] Shai Qureshi, "Adaptive Equalization", in Advanced Digital Communication, Kamilo Feher, Ed., Prentice-Hall, 1987.
- [2] Cusani, R., Laurent A., "Convergence analysis of the CMA blind equalizer", IEEE Transactions on Communications, Vol. 43, Issue: 2 Part: 3, pp. 1304 – 1307, Feb.-March-April, 1995.
- [3] Schirtzinger, T.A.; Jenkins, W.K., "Designing adaptive equalizers based on the constant modulus error criterion", IEEE International Symposium on Circuits and Systems, pp.1094 –1097, vol.2, 1995.
- [4] D.R.Brown, P.B.Schniter and C.R.Johnson. Jr., "Computationally efficient blind equalization", 35th Allerton Conference on Communication, Control and Computing, (Monticello, IL), pp.54-63, Oct, 1997.
- [5] Johnson, R., Jr.; Schniter, P.; Endres, T.J.; Behm, J.D.; Brown, D.R.; Casas, R.A., "Blind equalization using the constant modulus criterion: a review", Proceedings of IEEE. Vol. 86 Issue: 10, pp. 1927 –1950, Oct, 1998.
- [6] S. Chen, T.B. Cokk, L.C. Anderson, "Blind FIR Equalization for High-Order QAM Signalling", 2002 6th International conference on Signal Processing Proceedings. Vol. 2, pp. 1299-1302, Aug, 2002.



APCCAS 2002
Bali - Indonesia

PROCEEDINGS VOL 2

October 28th - 31st

APCCAS 2002

Denpasar, Bali - Indonesia
Discovery Kartika Plaza

Asia-Pacific
Conference on
Circuits and
Systems



A NEW ALGORITHM OF ADAPTIVE IIR NOTCH FILTER FOR THE DETECTION OF SINUSOIDS

Pornpimon Tupchai, Chawalit Benjangkaprasert, Ornlarp Sangaroon, Kanok Janchitrapongvej

*Research Center for Communications and Information Technology (ReCCIT), and
Department of Information Engineering, Faculty of Engineering,
King Mongkut's Institute of Technology Ladkrabang, Bangkok 10520, Thailand.
Email: p_tupchai@hotmail.com, kbchawal@kmitl.ac.th*

ABSTRACT

This paper aims to improved the convergence speed, steady-state mean square error and variance of the filter coefficient. The proposed adaptive algorithm is for a second-order adaptive IIR notch filter based on gradient algorithm. The simulation results shown that the proposed algorithm provides fast convergence speed, and have low steady-state mean square error and low variance of filter coefficient.

1 INTRODUCTION

Adaptive IIR notch filters are very useful in various signal processing applications such as the retrieval of sinusoids in noise, eliminating sinusoidal power line disturbance in a measurement signal. For example of applications are in communications, sonar, radar, biomedical engineering and others [1-8].

There are many types of algorithm for adaptive IIR notch filter developed in the literature [1]-[8]. For adaptive algorithm analysis, the best adaptive algorithm requires fast convergence speed, low variance, unbiased and low steady-state mean square error (MSE) in both low and high signal to noise ratio (SNR) situation. In this paper, we are interested two adaptive algorithms. The first one is the new memoryless nonlinear gradient algorithm (MNG) [7], This algorithm works well but the performance of convergence speed is low, when the algorithm is far from the optimum.

The second one is the fast convergence and robust algorithm (FCR) [8], This algorithm have the fast convergence speed and less computational complexity than the MNG algorithm but have a high variance of filter coefficient.

This paper presents the new algorithm for a second-order adaptive IIR notch filter. This adaptive algorithm is the modified version of the MNG algorithm and the FCR algorithm. The proposed algorithm provides fast convergence rate, and reduce the MSE and have low variance of filter coefficients, when compared with the other algorithms that mentioned in above. In application,

we used the algorithm to cancelling 50-Hz power line interference in the recording of the electrocardiograms signal. It gives a good performance of cancellation of 50-Hz interference. The simulation results for several situations are tested by using the computer programs shows that the proposed algorithm is consistent.

2 THE PREVIOUS ALGORITHMS AND THE PROPOSED ALGORITHM

Consider a noisy sinusoidal with unknown frequency ω_0 , amplitude A , and phase ϕ that is uniformly distributed between 0 and 2π that is

$$x(n) = A \cos(\omega_0 n + \phi) + v(n) \quad (1)$$

where $v(n)$ is the zero-mean white noise or impulse noise.

The transfer function of an adaptive IIR notch filter with constrained poles and zeros [2] applied by input signal $x(n)$ in Eq. (1) that is used to estimate the unknown frequency in background noise can be expressed as follows

$$H(z) = \frac{1 + a(n)z^{-1} + z^{-2}}{1 + \rho a(n)z^{-1} + \rho^2 z^{-2}} \quad (2)$$

where $a(n)$ is the filter coefficient will be estimated by an adaptive algorithm, and should converge to $-2 \cos(\omega_0)$ to reject a sinusoidal with frequency ω_0 , ρ is the pole construction factor should be close but less than unity to ensure the stability of the filter. The larger the pole radius ρ is, the narrower the bandwidth of the IIR notch filter. It should be note that the new algorithm to be proposed below can also be modified to other IIR notch filters used in [5]-[6]. The output signal and gradient signal of the second-order IIR notch filter are as follows

$$y(n) = x(n) + a(n)x(n-1) + x(n-2) - \rho a(n)y(n-1) - \rho^2 y(n-2) \quad (3)$$

$$g(n) = x(n-1) - \rho y(n-1) \quad (4)$$

The existing gradient-based adaptive algorithms :

In this section, we will consider the previous algorithms and then the proposed algorithm. The MNG algorithm used to update the filter coefficient is respectively shown as follows

$$a(n+1) = a(n) - \mu \cdot y(n) \cdot \frac{g(n)}{1 + \mu \cdot g(n)^2} \quad (5a)$$

$$a(n+1) = a(n) - \mu \cdot y(n) \cdot \frac{g(n)}{1 + \varepsilon \cdot g(n)^2}, \varepsilon \geq \mu \quad (5b)$$

where μ is the step-size parameter and ε is a user parameter that is independent of the step-size parameter μ and is chosen to achieve better performance.

The FCR algorithm used to update the filter coefficient shown as follows

$$a(n+1) = a(n) - \mu \cdot \text{sgn}[y(n)] \cdot \frac{g(n)}{e + |g(n)|} \quad (6)$$

where $\text{sgn}(\cdot)$ is the sign operator, μ is the step-size parameter, and e is a constant number used to prevent divided by zeros.

This paper, we have proposed the fast convergence speed and low steady-state MSE adaptive algorithm. The proposed algorithm is modified version of the MNG and the FCR algorithms. Thus, the presented algorithm use to update the filter coefficient can be expressed as follows

$$a(n+1) = a(n) - \mu \cdot y(n) \cdot \text{sgn} \left[\frac{g(n)}{(1 + g(n))} \right] \quad (7)$$

The properties of the algorithm will be confirmed by extensive simulation in the next section.

3 SIMULATION RESULTS

3.1 Sinusoidal estimation in Gaussian white noise

In this first section, we will performs the simulation results of the proposed algorithm compared with the another existing adaptive algorithms. The test condition are

SNR = 10 dB, $A = 1$, $\varepsilon = 0.08$, $e = 0.1$, $\rho = 0.9$, $a_o = -1.5$ ($\omega_o = \cos^{-1}(-a_o/2)$) and with the same step-size parameter value 0.02, respectively.

Fig. 1 shows the estimated filter coefficient “ $a(n)$ ” results derived from the MNG (Eq.(5a) and Eq.(5b)), the FCR (Eq.(6)) and the proposed algorithms. It is evident: from this figure that the proposed algorithm performs fast convergence rate more than the other two algorithms, also less in a computation and low variance the coefficient filter.

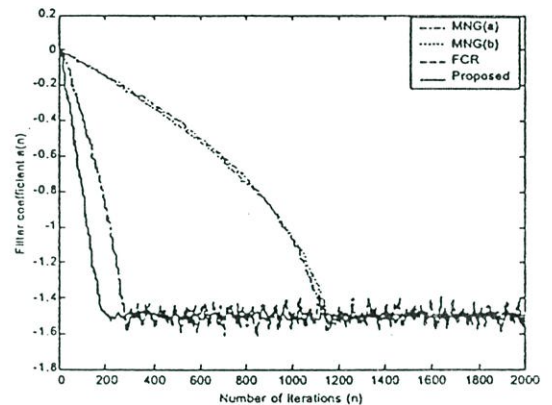


Fig. 1 A comparison of convergence speed of : the MNG (5a) and (5b), the FCR (6) and the proposed algorithms in Gaussian noise environment.

In Fig. 2 shows an estimated steady-state MSE results derived from the MNG' s, the FCR and proposed algorithms at the same step-size parameter value. The proposed algorithm have higher convergence speed and have low steady-state mean square better than the MNG' s and the FCR algorithms.

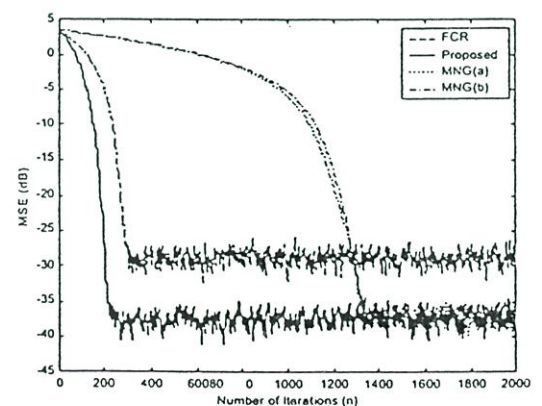


Fig. 2 Comparison of an estimated steady-state MSE of the MNG' s, the FCR and the proposed algorithms with 50 computer runs.

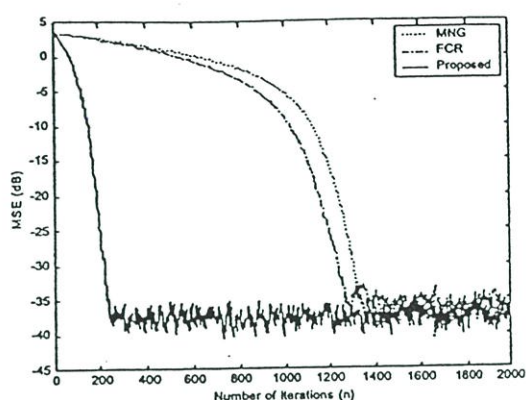
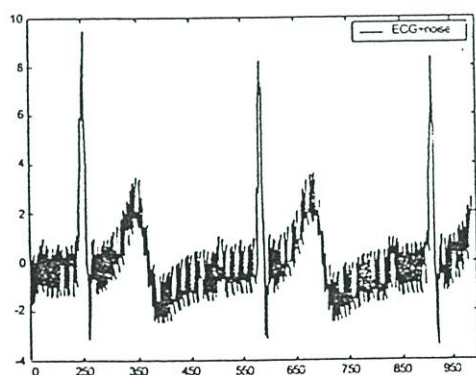


Fig. 3 Comparison of convergence rate of : the MNG' s, the FCR and the proposed algorithm at the same MSE.

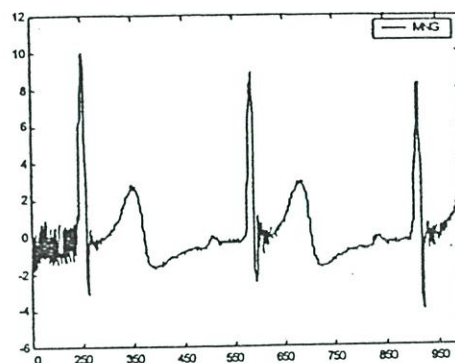
The result in Fig. 3 shows the same steady-state MSE of the MNG' s, the FCR and the proposed algorithms. We found that the proposed algorithm have the fast convergence speed better than the previous algorithms. The proposed algorithm needs the computation less than the others algorithms. Thus, we states that this proposed algorithm is superior algorithm.

3.2 50Hz interference canceling in ECG signal

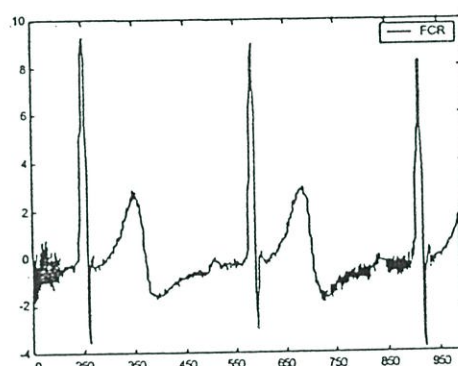
The method used to reducing 50-Hz interference in ECG signal is adaptive IIR notch filter. Fig. 4(a) show an ECG waveform with excessive amount of 50-Hz interference. Fig. 4(b), 4(c) and 4(d) show the output signal from an ANF employing the MNG' s, the FCR and the proposed algorithm with the same step-size parameter value 0.02, respectively. It is seen that the proposed algorithm given good results in ECG signal.



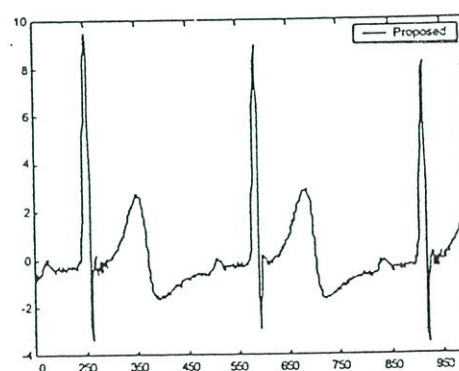
4(a)



4(b)



4(c)



4(d)

Fig. 4 Canceling 50-Hz power line interference in electrocardiography (a) ECG waveform with 50-Hz interference. (b), (c) and (d) are output signal of adaptive notch filter employing the MNG' s, the FCR and the proposed algorithm at the same step-size parameter .

4 CONCLUSION

In this paper, we have successfully achieved the objective of the attractive adaptive algorithm that provided fast convergence speed, and lowest complexity, and have low steady-state mean square error and low variance of filter coefficient when compared with other algorithms which are mentioned in this paper. However, the speed and accuracy of the proposed algorithm are better than that the previous algorithms.

5 REFERENCES

- [1] D. V. B. Rao and S. Y. Kung "Adaptive notch filtering for the retrieval of sinusoids in noise," *IEEE Trans. Acoust., Speech, Signal Processing*, vol. ASSP-32, pp. 791-802, Apr. 1984.
- [2] A. Nehorai, "A minimal parameter adaptive notch filter with constrained poles and zeros," *IEEE Trans. Acoust., Speech, Signal Processing*, vol. ASSP-33, pp. 983-996 Apr. 1985.
- [3] D. R. Hush, N. Ahmed, R. David, and S. D. Stearns, "An adaptive IIR structure for sinusoidal enhancement, frequency estimation, and detection," *IEEE Trans. Acoust., Speech, Signal Processing*, vol. ASSP-34, pp. 1380-1390, June 1986.
- [4] K. Martin and M. T. Sun, "Adaptive filter suitable for real-time spectral analysis," *IEEE Trans. Circuits Syst.*, vol. CAS-33, pp. 218-229, Feb. 1986.
- [5] T. Kwan and K. Martin, "Adaptive detection and enhancement of multiple sinusoids using a cascade IIR filter," *IEEE Trans. Circuits Syst.*, vol. CAS-36, pp. 937-947, July 1989.
- [6] N. I. Cho and S. U. Lee, "On adaptive lattice notch filter for the detection of sinusoids," *IEEE Trans. Circuits Syst.*, vol. 40, pp. 405-416, July 1993.
- [7] Y. Xiao, Y. Tadokoro, and Y. Kobayashi, "A new memoryless nonlinear gradient algorithm for a second-order adaptive IIR notch filter and its performance analysis," *IEEE Trans. Circuits Syst.*, vol. 45, no. 4, pp. 462-472, Apr. 1998.
- [8] C. Benjangkaprasert, P. Tupchai, R. Puchalard, O. Sangaroon and K. Janchitropongvej, "A fast convergence and robust algorithm for adaptive IIR notch filter," *PROCEEDING of ICONIP2001*, pp.449-452, November, 2001.

ประวัติผู้เขียน

นางสาวพรพิมล ทัพชัย เกิดวันที่ 25 ตุลาคม 2520 ที่จังหวัดนครปฐม เข้ารับการศึกษาในหลักสูตรอุตสาหกรรมศาสตรบัณฑิต ภาควิชาวิศวกรรมสารสนเทศ คณะวิศวกรรมศาสตร์ สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง ในปีการศึกษา 2541 สำเร็จการศึกษาปริญญาตรี อุตสาหกรรมศาสตรบัณฑิต สาขาเทคโนโลยีโทรคมนาคม ในปีการศึกษา 2543 และเข้าศึกษาต่อในหลักสูตรวิศวกรรมศาสตรมหาบัณฑิต สาขาวิศวกรรมไฟฟ้า ภาควิชาวิศวกรรมสารสนเทศ คณะวิศวกรรมศาสตร์ สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง ในปีการศึกษา 2543 ปัจจุบันทำงานในตำแหน่งวิศวกร บริษัทแอดวานซ์อินโฟร์เซอร์วิส จำกัด ตั้งแต่ปี พ.ศ. 2545-ปัจจุบัน