

การสร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของปัญหาเคออสติกในระบบย้อน  
กลับทางแสง

MATHEMATICAL MODELLING OF CHAOTIC PROBLEM IN AN OPTICAL  
FEEDBACK SYSTEM

มงคล ทาทอง  
MONGKOL TATONG

วิทยาลัยเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง  
วิทยาเขตคลองหลวง  
ภาควิชาคณิตศาสตร์ประยุกต์  
บัณฑิตวิทยาลัย

สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง

พ.ศ. 2547

ISBN 974-15-1183-3

การสร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของปัญหาเคออสติกในระบบย้อน  
กลับทางแสง

MATHEMATICAL MODELLING OF CHAOTIC PROBLEM IN AN OPTICAL  
FEEDBACK SYSTEM

มงคล ทาทอง  
MONGKOL TATONG

วิทยานิพนธ์นี้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตรปริญญาวิทยาศาสตรมหาบัณฑิต  
สาขาวิชาคณิตศาสตร์ประยุกต์  
บัณฑิตวิทยาลัย  
สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง

พ.ศ.2547

ISBN 974-15-1183-3

MATHEMATICAL MODELLING OF CHAOTIC PROBLEM IN AN  
OPTICAL FEEDBACK SYSTEM

MONGKOL TATONG

A THESIS SUBMITTED IN PARTIAL FULFILLMENT  
OF THE REQUIREMENT FOR THE DEGREE OF  
MASTER OF SCIENCE IN APPLIED MATHEMATICS  
SCHOOL OF GRADUATE STUDIES  
KING MONGKUT'S INSTITUTE OF TECHNOLOGY LADKRABANG

2004

ISBN 974-15-1183-3

COPYRIGHT 2004

SCHOOL OF GRADUATE STUDIES

KING MONGKUT'S INSTITUTE OF TECHNOLOGY LADKRABANG

หัวข้อวิทยานิพนธ์	การสร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของปัญหาเคออดิกในระบบย้อนกลับทางแสง
นักศึกษา	นายมงคล ทาทอง
รหัสประจำตัว	45064106
ปริญญา	วิทยาศาสตรมหาบัณฑิต
สาขาวิชา	คณิตศาสตร์ประยุกต์
พ.ศ.	2547
อาจารย์ผู้ควบคุมวิทยานิพนธ์	รศ.ภคินี ชิตสกุล
อาจารย์ผู้ควบคุมวิทยานิพนธ์ร่วม	รศ.ดร.ปรีชา ยุพาพิน

### บทคัดย่อ

ในวิทยานิพนธ์นี้ ทำการศึกษาแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของวงจรวจรอิเล็กทรอนิกส์ซึ่งอยู่ในรูปของสมการ

$$i(t) = i_n + \frac{V_I}{L} t$$

และ

$$i(t) = I_{ref} + \frac{V_I - \bar{V}_o}{L} t$$

และสร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของระบบเลเซอร์ซึ่งอยู่ในรูปของสมการ

$$E(t) = A(t)e^{i\phi(t)} e^{i\bar{\omega}t}$$

และ

$$N(t) = \bar{N} + n(t)$$

โดยการหาผลเฉลยเชิงตัวเลขของวงจรวจรอิเล็กทรอนิกส์และระบบเลเซอร์ นำผลที่ได้มาเปรียบเทียบกับการทดลอง

Thesis	Mathematical Modelling of Chaotic Problem in an Optical Feedback System
Student	Mr. Mongkol Tatong
Student ID.	45064106
Degree	Master of Science
Programme	Applied Mathematics
Year	2004
Thesis Advisor	Assoc.Prof.Pakkinee Chitsakul
Thesis Co-Advisor	Assoc.Prof.Dr.Preecha Yupapin

### ABSTRACT

In this research, we will propose the mathematical modelling of an electronic circuit in the form

$$i(t) = i_n + \frac{V_I}{L}t$$

and

$$i(t) = I_{ref} + \frac{V_I - \bar{V}_o}{L}t ,$$

and a laser system in the form

$$E(t) = A(t)e^{i\phi(t)}e^{i\bar{\omega}t}$$

and

$$N(t) = \bar{N} + n(t),$$

then we will determine the numerical solution, and compare them with the experimental data.

## กิตติกรรมประกาศ

วิทยานิพนธ์ฉบับนี้สำเร็จลุล่วงได้ดี ด้วยคำแนะนำและคำปรึกษาที่มีคุณค่าต่องานวิจัยนี้จาก รศ. ภัคคินี ชิตสกุล ที่ให้ความรู้และคำแนะนำทางด้านคณิตศาสตร์ และ รศ.ดร. ปรีชา ยุกพาพิน ที่ให้ความรู้และคำแนะนำทางด้านฟิสิกส์ ผู้วิจัยรู้สึกซาบซึ้งในความอนุเคราะห์ และขอกราบขอบพระคุณเป็นอย่างสูง

ขอขอบพระคุณ รศ. ผ่องพรรณ รัตนธนาวันต์ ผศ. วิชาญ เตชิตธีระ และ ผศ. พัชรินทร์ เหมโชติ ที่ให้ข้อเสนอแนะจนทำให้งานวิจัยฉบับนี้สมบูรณ์ยิ่งขึ้น

ขอขอบคุณเพื่อน ๆ รุ่นพี่ และ รุ่นน้อง ที่ให้ความช่วยเหลือทุก ๆ ด้าน

ขอขอบพระคุณ คุณพ่อคุณแม่ และ พี่ ๆ ทุกคน ที่สนับสนุนค่าใช้จ่าย และ ให้กำลังใจมาโดยตลอด

มงคล ทาทอง

# สารบัญ

	หน้า
บทคัดย่อภาษาไทย .....	I
บทคัดย่อภาษาอังกฤษ .....	II
กิตติกรรมประกาศ .....	III
สารบัญ .....	IV
สารบัญตาราง .....	VI
สารบัญรูป .....	VII
ศัพท์บัญญัติ .....	IX
สัญลักษณ์ .....	XI
บทที่ 1 บทนำ .....	1
1.1 ความสำคัญและที่มาของวิทยานิพนธ์ .....	1
1.2 วัตถุประสงค์ของงานวิจัย .....	2
1.3 ขอบเขตของงานวิจัย .....	3
1.4 ประโยชน์ที่คาดว่าจะได้รับจากงานวิจัย .....	3
1.5 แนวความคิดที่ใช้ในงานวิจัย .....	3
บทที่ 2 ทฤษฎีบทและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง .....	5
2.1 ทฤษฎีบท .....	5
2.1.1 การเคลื่อนที่แบบฮาร์มอนิกเชิงเดียว .....	5
2.1.2 อนุกรมฟูรีเยร์ .....	15
2.1.2 เคออส .....	16
2.2 งานวิจัยที่เกี่ยวข้อง .....	18
2.2.1 งานวิจัยที่เกี่ยวข้องของเคออสในวงจรรออิเล็กทรอนิกส์ .....	18
2.2.2 งานวิจัยที่เกี่ยวข้องของเคออสในระบบเลเซอร์ .....	26
2.3 สรุป .....	31
บทที่ 3 วิธีดำเนินงานวิจัย .....	32
3.1 วิธีการจำลองของเคออสในวงจรรออิเล็กทรอนิกส์ .....	32

## สารบัญ (ต่อ)

	หน้า
3.2 วิธีการจำลองของเคออสในระบบเลเซอร์ .....	35
บทที่ 4 ผลของงานวิจัย .....	38
4.1 ผลของงานวิจัย .....	38
4.1.1 ศึกษาผลของวิธีการจำลองของเคออสในวงจรรีเลย์ทรอนิกส์ .....	38
4.1.2 ศึกษาผลของวิธีการจำลองของเคออสในระบบเลเซอร์ .....	49
บทที่ 5 สรุปผลการวิจัยและข้อเสนอแนะ .....	57
5.1 สรุปผลการวิจัย .....	57
5.2 ปัญหาของงานวิจัย .....	57
5.3 ข้อเสนอแนะ .....	57
5.4 แนวทางในการพัฒนาต่อไป .....	57
เอกสารอ้างอิง .....	59
ภาคผนวก .....	60
ประวัติผู้เขียน .....	64

# สารบัญตาราง

ตารางที่	หน้า
2.1 แสดงสมการของงานวิจัยที่เกี่ยวข้องของเคออสในวงจรวีเล็กทรอนิกส์ .....	25
2.2 แสดงสมการของงานวิจัยที่เกี่ยวข้องของเคออสในระบบเลเซอร์ .....	30
4.1 ผลของวิธีการจำลองของเคออสในวงจรวีเล็กทรอนิกส์ .....	40
4.2 ผลของวิธีการจำลองของเคออสของข้อมูล 2 ชุด .....	42
4.3 ผลของวิธีการจำลองโดยการทำซ้ำ .....	46

# สารบัญรูป

รูปที่	หน้า
1.1 แสดงการควบคุมวงจรวจรอิเล็กทรอนิกส์ด้วย $I_{ref}$ .....	3
1.2 แสดงระบบการทำงานของเลเซอร์ไดโอด .....	4
2.1 แสดงระยะการกระจัด เวลา ของการเคลื่อนที่แบบฮาร์มอนิก .....	6
2.2 แสดงการเคลื่อนที่ของเงาอนุภาคที่เคลื่อนที่เป็นวงกลมบนฉากในแนวราบ .....	7
2.3 แสดงความเร็วการเคลื่อนที่ของเงาอนุภาคที่เคลื่อนที่เป็นวงกลมบนฉากในแนวราบ .....	7
2.4 แสดงความเร่งการเคลื่อนที่ของเงาอนุภาคที่เคลื่อนที่เป็นวงกลมบนฉากในแนวราบ .....	9
2.5 แสดงระยะการกระจัด ความเร็ว และ ความเร่งของการเคลื่อนที่ของเงาอนุภาคที่เคลื่อนที่เป็นวงกลมบนฉากในแนวราบ .....	10
2.6 แสดงกราฟระยะการกระจัด ความเร็ว และ ความเร่งของการเคลื่อนที่ของเงาอนุภาคที่เคลื่อนที่เป็นวงกลมบนฉากในแนวราบ.....	10
2.7 แสดงการเคลื่อนที่ของ (วัตถุ) ที่ติดสปริง .....	11
2.8 แสดงการแกว่งกวัดของสปริง .....	12
2.9 แสดงการเคลื่อนที่ของ (วัตถุ) แบบลูกตุ้มนาฬิกา .....	13
2.10 แสดงการแกว่งกวัดของลูกตุ้ม.....	14
2.11 แสดงลักษณะเคออส .....	16
2.12 แสดงการควบคุมวงจรวจรอิเล็กทรอนิกส์ด้วย $I_{ref}$ .....	23
2.13 แสดงการต่อวงจรโดยกฎของเคอชอร์ฟ (Kirchhoff's law) .....	23
2.14 แสดงกราฟของกระแสไฟฟ้า .....	24
2.15 แสดงการทำงานของเลเซอร์ไดโอด .....	29
3.1 แบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของเคออสในวงจรวจรอิเล็กทรอนิกส์ .....	32
3.2 แสดงการต่อวงจรโดยกฎของเคอชอร์ฟ (Kirchhoff's law) .....	33
3.3 แบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของเคออสในระบบเลเซอร์ .....	35
4.1 แสดงการเกิดเคออสในวงจรวจรอิเล็กทรอนิกส์.....	44
4.2 แสดงผลของวิธีการจำลองของเคออสของข้อมูล 2 ชุด .....	45
4.3 กราฟแสดงการเกิดเคออสโดยการทำซ้ำของลำดับ .....	47
4.4 กราฟแสดงการเกิดไบฟูเรชันของกระแสไฟฟ้าที่จุดอ้างอิงจาก 0.0A ถึง 5.5A .....	48
4.5 กราฟแสดงการเกิดไบฟูเรชันของ $\tau_c$ จาก 2.0ns ถึง 3.0ns .....	51

## สารบัญรูป (ต่อ)

รูปที่	หน้า
4.6 กราฟแสดงการเกิดพัลส์โฟลติก บริเวณจุดเริ่มต้นถึงจุด A โดยที่ค่า $L=0.339\text{m}$ ถึง $0.364\text{m}$ ในช่วงเวลา $2.26\text{ns}$ ถึง $2.42\text{ ns}$ .....	52
4.7 กราฟแสดงการเกิดพัลส์โฟลติก บริเวณจุด A ถึง จุด B โดยที่ค่า $L=0.364\text{m}$ ถึง $0.390\text{m}$ ในช่วงเวลา $2.42\text{ns}$ ถึง $2.60\text{ ns}$ .....	53
4.8 กราฟแสดงการเกิดพัลส์โฟลติก บริเวณจุด B ถึง จุด C โดยที่ค่า $L=0.390\text{m}$ ถึง $0.398\text{m}$ ในช่วงเวลา $2.60\text{ns}$ ถึง $2.65\text{ ns}$ .....	53
4.9 กราฟแสดงการเกิดเคออส บริเวณจุด C ถึง จุด D โดยที่ค่า $L=0.398\text{m}$ ถึง $0.406\text{m}$ ในช่วงเวลา $2.65\text{ns}$ ถึง $2.71\text{ ns}$ .....	54
4.10 กราฟแสดงการเกิดเคออส บริเวณจุด D ถึง จุด E โดยที่ค่า $L=0.406\text{m}$ ถึง $0.434\text{m}$ ในช่วงเวลา $2.71\text{ns}$ ถึง $2.89\text{ ns}$ .....	54
4.11 กราฟแสดงการเกิดเคออส บริเวณจุด E ถึง จุดสุดท้าย โดยที่ค่า $L=0.434\text{m}$ ถึง $0.599\text{m}$ ในช่วงเวลา $2.89\text{ns}$ ถึง $3.39\text{ ns}$ .....	55
4.12 กราฟแสดงการเกิดเคออส โดยที่ค่า $L=0.339\text{m}$ ถึง $0.599\text{m}$ ในช่วงเวลา $2.26\text{ns}$ ถึง $3.39\text{ ns}$ .....	55

# ศัพท์บัญญัติ

สัญญาณย้อนกลับ	feedback
ระบบอิเล็กทรอนิกส์	electronic system
ทางแสง	light
เคออส	chaos
การหาผลเฉลยเชิงตัวเลข	Numerical solution
การทดลอง	Experimental
ระบบเลเซอร์	Laser system
สเปกตรัม	spectrum
เลเซอร์ไดโอด	Laser Diode, LD
วงจรรีเลย์ทรอนิกส์	Electronic circuit
ไบฟูรเคชัน	Bifurcation
แบบจำลองทางคณิตศาสตร์	Mathematical Modelling
โฟโตไดโอด	Photo Diode, PD
ค่าสูงสุด	Peak
โพรงภายนอก	External Cavity
สมการเรท	Rate Equation
แผงควบคุม	boost converter
การจำลอง	simulate
การเคลื่อนที่แบบฮาร์มอนิกเชิงเดียว	Simple Harmonic Motion, S.H.M.
แกว่งกวัด	oscillate
ฟังก์ชันคาบ	Periodic Function
ฮาร์มอนิก	Harmonic
ความถี่เชิงมุมพื้นฐาน	Fundamental Angular Frequency
สถานะทรานเซียน	transient state
สถานะคงตัว	steady state
ปริภูมิเมตริกซ์	Metric Space
ความหนาแน่น	Dense
ปริภูมิโทโพโลยี	Topology Space
เลขยกกำลัง	Exponentail

ไวต่อเงื่อนไขเริ่มต้น	Sensitive Dependence on Initial Condition
การส่งแบบโทโพโลยี	Topology Transitive
จุดเพริโอดิก	Periodic Point
ไม่เป็นเชิงเส้น	Nonlinearity
สุ่มแบบเชิงกำหนด	deterministic
ความน่าจะเป็น	probabilistic
เลขสุ่มแบบเทียม	pseudo random number
เลขสุ่ม	random number
แสดงลักษณะคล้ายกับตัวเอง	Self Similarity
แฟร็กทัล	fractal
ความกว้างของการมอดูเลต	Pulsewidth Modulation, PWM
พารามิเตอร์	parameter
ความต้านทานไฟฟ้าของตัวเก็บประจุไฟฟ้า	Capacitive Reactance
กฎของเคอชอร์ฟ	Kirchhoff's law
สมการเชิงอนุพันธ์	Differential Equation
คาบของตัวกำหนดเวลา	periodic clock
พาหะ	carrier
ช่วงชีวิต	lifetime
อัตราการปั๊ม	pump
เฟคเตอร์ต่อต้านการนำแสง	antiguiding factor
โพรง	cavity
ตัวสะท้อน	Target
สัญญาณเอาท์พุต	output
ลำดับ	sequence
เพาเวอร์สเปกตรัม	Power Spectrum
เสถียร	stable
คัพปลิง	coupling
เราน์ดทริพ	round trip
ระบบหน่วยสากล	International System of Unit, SI

# สัญลักษณ์

S	สวิตช์ควบคุม
D	ไดโอด
L	ตัวเหนี่ยวนำไฟฟ้า
C	ตัวเก็บประจุไฟฟ้า
R	ตัวต้านทานไฟฟ้า
$V_1$	แรงดันไฟฟ้าอินพุต
$\bar{V}_0$	แรงดันไฟฟ้าเอาท์พุต
Q	แรงผลักดัน
CK	ตัวจับเวลา
i	กระแสไฟฟ้า
$T_c$	ตัวจับเวลาที่เป็นคาบ
$\omega(N)$	ความถี่เชิงมุมที่เกิดจากเลเซอร์ภายในเลเซอร์ไดโอด
$\phi$	ความถี่เชิงมุมที่เกิดจากเลเซอร์ภายนอกเลเซอร์ไดโอด
G	อัตราการขยายของเลเซอร์
$\bar{G}$	ค่าเริ่มต้นของอัตราการขยายของเลเซอร์
$\Gamma_w$	กำลังที่สูญเสียไปในโพรงเลเซอร์
$\beta(t)$	ค่าคงที่ของการลดลงของสัญญาณย้อนกลับในโพรงเลเซอร์
$r_1$	ค่าการสะท้อนของเลเซอร์ไดโอดที่อยู่ด้านหน้า
$r_2$	ค่าการสะท้อนของเลเซอร์ไดโอดที่อยู่ด้านหลัง
$r_3$	ค่าการสะท้อนของเลเซอร์ไดโอดที่ไปกระทบตัวสะท้อน (Target)
I	ความยาวของโพรง (Cavity) เลเซอร์ไดโอด
L	ระยะระหว่างเลเซอร์กับตัวสะท้อน (External cavity)
E	สนามไฟฟ้าของเลเซอร์
N	ค่าความหนาแน่นของพาหะ (carrier)
$\bar{N}$	ค่าเริ่มต้นความหนาแน่นของพาหะ (carrier)
$\tau_p$	ช่วงชีวิต (lifetime) ของโฟตอน
K	ค่าคงที่ของสัญญาณย้อนกลับ
$\tau_s$	ช่วงเวลาของการลดลงของสัญญาณพาหะ
R	อัตราการปั๊ม (pump) ของสัญญาณ

$\tau$	เวลาของแสงเลเซอร์ในช่วงระยะทาง L (External cavity)
$\beta$	ค่าคงที่ ที่กำหนดให้มีค่าระหว่าง -4 ถึง -7
$x, s$	ระยะการกระจัด
A	แอมพลิจูด
$\omega t + \phi$	เฟส
f	ความถี่
$x_0$	รัศมีของวงกลม
$v_0$	อัตราเร็วคงที่
T	คาบ
$\omega$	ความถี่เชิงมุม
t	เวลา
$\theta$	มุม
k	ค่าคงที่ของสปริง
a, g	ความเร่ง
m	มวล
mg	น้ำหนักของวัตถุ
j	ทิศทางการเคลื่อนที่ทางแกน y
$i_n$	กระแสที่จุดเริ่มต้น
$i_{n+1}$	กระแส ณ จุดถัดไป
$\Delta i_{n-}$	กระแสไฟฟ้าที่จุดเริ่มต้นโดยความชันเป็นลบ
$\Delta i_{n+}$	กระแสไฟฟ้าที่จุดเริ่มต้นโดยความชันเป็นบวก
$t_n$	เวลาขณะสวิตช์ปิด
$t'_n$	เวลาขณะสวิตช์เปิด
$I_{ref}$	กระแสไฟฟ้าที่จุดอ้างอิง
n	จำนวนเต็มบวกใด ๆ

# บทที่ 1

## บทนำ

### 1.1 ความสำคัญและที่มาของวิทยานิพนธ์

สัญญาณย้อนกลับ (Feedback) ในระบบอิเล็กทรอนิกส์ (Electronic System) หรือ ทางแสง (Light) มักจะสร้างปัญหาในการทำงานของระบบดังกล่าวเนื่องจากสัญญาณย้อนกลับจะเข้าไปรบกวนระบบ ซึ่งทำให้ประสิทธิภาพในการทำงานลดลง

จากการศึกษาพบว่าได้มีผู้ที่ศึกษาทางด้านเคออส (Chaos) ในวงจรอิเล็กทรอนิกส์ [1-7] ซึ่งใช้หลักการที่ว่ากระแสไฟฟ้าที่จุดอ้างอิงเป็นตัวทำให้วงจรเปิดโดยแสดงการหาค่าเฉลยเชิงตัวเลข (Numerical solution) ของสมการเคออสที่ได้จากวงจรอิเล็กทรอนิกส์ และ หาค่าเฉลยเชิงตัวเลขของสเปกตรัม (Spectrum) เทียบกับค่าที่เพื่อหาค่าที่สูงที่สุด (Peak) เพื่อนำไปใช้ในการออกแบบระบบ พร้อมกับนำผลที่ได้มาเปรียบเทียบกับผลการทดลอง (Experimental) นอกจากนี้ยังมีผู้ศึกษาเคออสในระบบของเลเซอร์ [8-9] โดยการหาค่าเฉลยของเคออสที่มีความยาวของโพรงภายนอก (External Cavity) ของเลเซอร์ต่าง ๆ กัน และ หาค่าเฉลยของสเปกตรัมเปรียบเทียบกับค่าที่ เพื่อนำไปเปรียบเทียบกับผลจากการทดลองเพื่อนำไปประยุกต์ใช้งานต่อไป

สำหรับงานวิจัยนี้ทางผู้วิจัยได้ใช้แบบจำลองทางคณิตศาสตร์ (Mathematical Modelling) ของสมการกระแสไฟฟ้าซึ่งได้จากผลเฉลยของสมการเชิงอนุพันธ์ของวงจรไฟฟ้าคือ

$$i(t) = i_n + \frac{V_I}{L} t \quad (1.1)$$

และ

$$i(t) = I_{ref} + \frac{V_I - \bar{V}_0}{L} t \quad (1.2)$$

โดยที่

$i(t)$  คือ กระแสไฟฟ้า

$i_n$  คือ กระแสไฟฟ้าที่จุดเริ่มต้น

$V_I$  คือ แรงดันอินพุต

และ  $\bar{V}_0$  คือ แรงดันเอาต์พุต

จากสมการที่ 1.1 และ 1.2 จะถูกนำไปศึกษาถึงเคออสในวงจรวจรอิเล็กทรอนิกส์โดยการหาค่าเฉลยเชิงตัวเลขเปรียบเทียบกับกราฟทดลอง ตลอดจนเขียนกราฟแสดงการเกิดไบฟูเคชัน (Bifurcation) นอกจากนี้ทางผู้วิจัยได้ศึกษาแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของระบบเลเซอร์ซึ่งเป็นผลเฉลยของสมการเรท (Rate Equation) ที่สามารถเขียนได้เป็น

$$E(t) = A(t)e^{i\phi(t)}e^{i\bar{\omega}t} \quad (1.3)$$

และ

$$N(t) = \bar{N} + n(t) \quad (1.4)$$

โดยที่

$E$  คือ สนามไฟฟ้าของเลเซอร์  $A(t)$  คือ แอมพลิจูด

$\phi$  คือ ความถี่เชิงมุมที่เกิดจากเลเซอร์ภายนอกเลเซอร์ไดโอด  $\bar{\omega} = \omega(N) - \beta n$

$\omega(N)$  คือ ความถี่เชิงมุมที่เกิดจากเลเซอร์ภายในเลเซอร์ไดโอด  $\bar{N}$  คือ ค่าเริ่มต้นความหนา

$N$  คือ ค่าความหนาแน่นของพาหะ(carrier density)  $n$  ความหนาแน่นของพาหะ

และ  $\beta$  คือ  $\left| \text{antiguiding factor} \right| * \frac{g}{2}$  ซึ่งเป็นค่าคงที่ที่กำหนดให้มีค่าระหว่าง -4 ถึง -7 [9] เมื่อ antiguiding factor คือ เฟคเตอร์ต่อต้านการนำแสง

แล้วหาค่าเฉลยเชิงตัวเลขของสมการที่ 1.3 และ 1.4 โดยการปรับเปลี่ยนพารามิเตอร์เพื่อศึกษาการเกิดเคออสจากระบบ และ หาค่าเฉลยเชิงตัวเลขของนอร์มัลไลซ์อินเทนซิตี(Normalized Intensity) เปรียบเทียบกับการทดลองตลอดจนศึกษา และ เขียนกราฟการเกิดไบฟูเคชัน

## 1.2 วัตถุประสงค์ของงานวิจัย

- 1 เพื่อศึกษาถึงพฤติกรรมของการเกิดเคออสในวงจรวจรอิเล็กทรอนิกส์
- 2 เพื่อศึกษาถึงไบฟูเคชันในวงจรวจรอิเล็กทรอนิกส์
- 3 เพื่อต้องการศึกษาการเกิดเคออสในระบบเลเซอร์
- 4 เพื่อศึกษาการเกิดไบฟูเคชันในระบบเลเซอร์

### 1.3 ขอบเขตของงานวิจัย

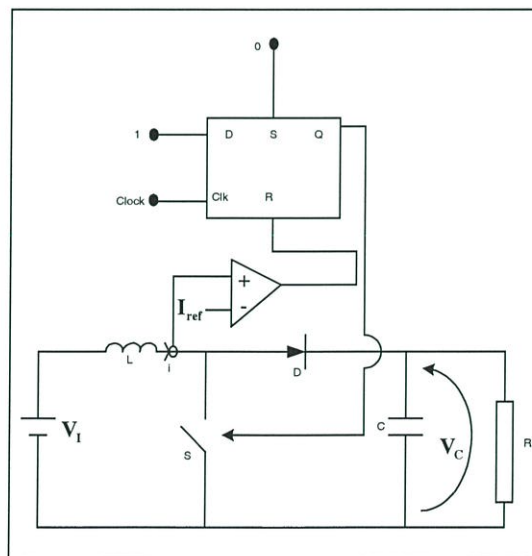
- 1 ศึกษาแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของวงจรรีเลย์ทริกทรอนิกส์ และ ศึกษาแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของระบบเลเซอร์
- 2 หาผลเฉลยเชิงตัวเลขของวงจรรีเลย์ทริกทรอนิกส์ และ ระบบเลเซอร์
- 3 เปรียบเทียบผลเฉลยเชิงตัวเลขของวงจรรีเลย์ทริกทรอนิกส์ และ ระบบเลเซอร์กับการทดลอง

### 1.4 ประโยชน์ที่คาดว่าจะได้รับจากงานวิจัย

- 1 ทำให้มีเข้าใจเคออสในวงจรรีเลย์ทริกทรอนิกส์ และ ระบบเลเซอร์
- 2 ทำให้เข้าใจใบฟูเรชันในวงจรรีเลย์ทริกทรอนิกส์ และ ระบบเลเซอร์
- 3 นำความรู้ที่ได้ไปใช้ในการออกแบบระบบ พัฒนาวงจรรีเลย์ทริกทรอนิกส์ และ ระบบเลเซอร์
- 4 เป็นพื้นฐานสำหรับงานที่เกี่ยวข้องกับเคออส

### 1.5 แนวความคิดที่ใช้ในงานวิจัย

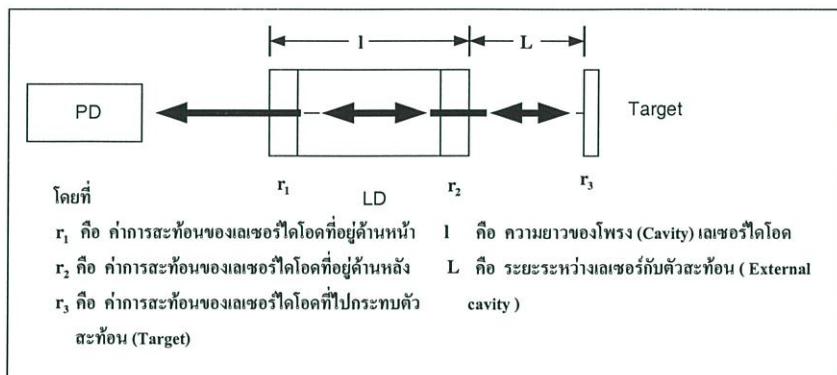
ศึกษาแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของปัญหาเคออสในวงจรรีเลย์ทริกทรอนิกส์ ซึ่งควบคุมการทำงานโดยแผงควบคุม (boost converter) แสดงได้ดังรูปที่ 1.1



รูปที่ 1.1 แสดงการควบคุมวงจรรีเลย์ทริกทรอนิกส์ด้วย  $I_{ref}$

จากรูปที่ 1.1 มีรูปแบบสมการดังสมการที่ 1.1 และ 1.2 ซึ่งทำการศึกษาแบบจำลองทางคณิตศาสตร์โดยการจำลอง (simulate) ให้เข้ากับสถานะการณ์จริง

ศึกษาแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของปัญหาเคออสในระบบเลเซอร์ ซึ่งประกอบด้วย เลเซอร์ไดโอด โฟโตไดโอด และ ตัวสะท้อนดังรูป



รูปที่ 1.2 แสดงระบบการทำงานของเลเซอร์ไดโอด

จากรูปที่ 1.2 มีรูปแบบสมการดังสมการที่ 1.3 และ 1.4 ซึ่งทำการศึกษาแบบจำลองโดยการจำลองให้เข้ากับสถานการณ์จริงเพื่อหลีกเลี่ยงการเกิดเคออส

## บทที่ 2

# ทฤษฎีบทและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

### 2.1 ทฤษฎีบท

#### 2.1.1 การเคลื่อนที่แบบฮาร์มอนิกเชิงเดียว (Simple Harmonic Motion, S.H.M.)

แรงที่แปรตามเวลากระทำต่อวัตถุจะมีความเร็ว และ ความเร่งแปรค่าตามเวลาเช่นเดียวกัน ในกรณีที่แรงดังกล่าวกระทำผ่านจุด หรือ ตำแหน่งสมดุลของวัตถุอยู่เสมอจะยังผลให้วัตถุเคลื่อนที่ผ่านจุดสมดุลกลับไปกลับมา (oscillate) ซึ่งเป็นลักษณะของการเคลื่อนที่แบบแกว่งกวัด หรือ การเคลื่อนที่แบบคาบ การแกว่งกวัดใด ๆ ที่วัตถุเคลื่อนที่อยู่ระหว่างตำแหน่งคงที่ 2 แห่งโดยไม่สูญเสียพลังงานกล เรียกว่า การเคลื่อนที่แบบฮาร์มอนิกเชิงเดียว

**ทฤษฎีบท 2.1** การเคลื่อนที่แบบแกว่งกวัดของวัตถุจะเป็นแบบฮาร์มอนิกเชิงเดียวได้ ก็ต่อเมื่อ ไม่สูญเสียพลังงานกลขณะแกว่งกวัดกลับไปกลับมา และมีระยะการกระจัดแปรตามเวลาดังสมการ

$$x = A \cos(\omega t + \phi) \quad (2.1)$$

กล่าวคือในขณะที่วัตถุแกว่งกวัดกลับไปกลับมาค่าการกระจัด  $x$  จะแปรตามเวลา และมีค่าอยู่ระหว่าง  $+A$  และ  $-A$  โดยที่  $A$  คือแอมพลิจูด  $\omega$  คือ ความถี่เชิงมุม  $\phi$  คือค่าคงตัวของเฟส และ  $(\omega t + \phi)$  คือ เฟส เมื่อวัตถุเคลื่อนที่กลับไปกลับมาซ้ำตำแหน่งเดิม หรือ เคลื่อนที่ครบรอบ เวลาที่ใช้สำหรับการเคลื่อนที่ครบรอบ ๆ หนึ่ง เรียกว่า คาบ การแกว่งกวัดของแต่ละรอบการเคลื่อนที่ย่อมเพิ่มขึ้น 1 คาบ และ เฟสเพิ่มขึ้น  $2\pi$  เรเดียน (rad) หรือเขียนเป็นสมการ

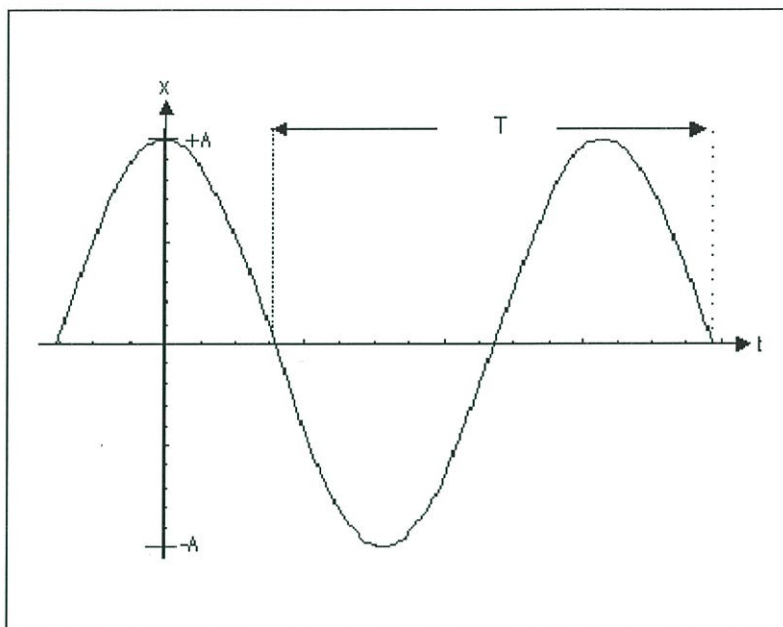
$$\omega(t + T) + \phi = \omega t + \phi + 2\pi \quad (2.2)$$

ลบ  $(\omega t + \phi)$  ทั้งสองข้าง แล้วจัดสมการใหม่จะได้

$$T = \frac{2\pi}{\omega} \quad (2.3)$$

นอกจากคาบ และ ความถี่เชิงมุมแล้วยังมีปริมาณที่ใช้บอกอัตราการแกว่งกวัดอีกหนึ่งอย่าง เรียกว่า ความถี่  $f$  โดยความถี่จะเป็นส่วนกลับของคาบคือ

$$f = \frac{1}{T} = \frac{\omega}{2\pi} \quad (2.4)$$



รูปที่ 2.1 แสดงระยะเวลาการกระจัด เวลา ของการเคลื่อนที่แบบฮาร์มอนิกเชิงเดียว

พิจารณาความเร็วขณะใดขณะหนึ่ง และ ความเร่งขณะใดขณะหนึ่งของการเคลื่อนที่แบบฮาร์มอนิกเชิงเดียวได้จากสมการที่ 2.1

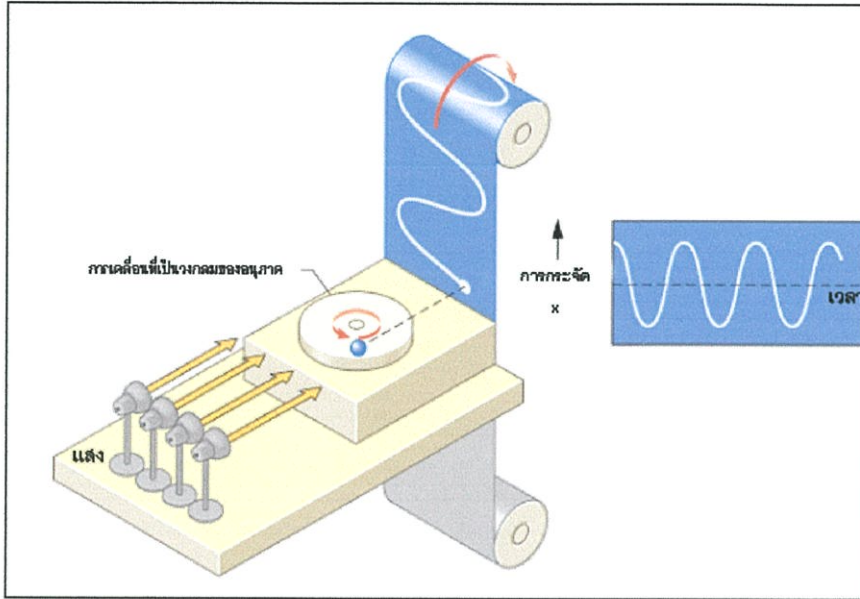
$$v = \frac{dx}{dt} = -\omega A \sin(\omega t + \phi) \quad (2.5)$$

และ

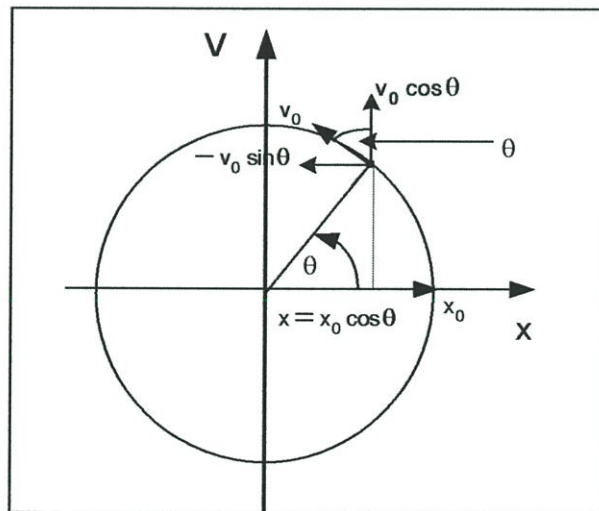
$$a = \frac{dv}{dt} = -\omega^2 A \cos(\omega t + \phi) \quad (2.6)$$

ซึ่งแบ่งการเคลื่อนที่แบบฮาร์มอนิกเชิงเดียวออกได้เป็น 3 ลักษณะดังนี้

### 2.1.1.1 การเคลื่อนที่ของเงาอนุภาคที่เคลื่อนที่เป็นวงกลมบนฉากในแนวราบหรือแนวตั้ง



รูปที่ 2.2 แสดงการเคลื่อนที่ของเงาอนุภาคที่เคลื่อนที่เป็นวงกลมบนฉากในแนวราบ



รูปที่ 2.3 แสดงความเร็วการเคลื่อนที่ของเงาอนุภาคที่เคลื่อนที่เป็นวงกลมบนฉากในแนวราบ

จากรูปที่ 2.3 เมื่อพิจารณาวัตถุที่เคลื่อนที่เป็นวงกลมรัศมี  $x_0$  รอบจุดกำเนิดโดยเคลื่อนที่ด้วยอัตราเร็วคงที่  $v_0$  การเคลื่อนที่ของเงาของวัตถุที่ฉากบนแกน  $x$  จะเห็นว่าขณะที่วัตถุเคลื่อนที่จากจุดขวาสุดตามเส้นรอบวงของวงกลมไปยังจุดซ้ายสุดของเงาบนแกน  $x$  จะเคลื่อนที่จากตำแหน่ง  $x = x_0$  ไปยังตำแหน่ง  $x = -x_0$  และเมื่อวัตถุเคลื่อนที่ต่อไปตามเส้นรอบวงของวง

กลมจากจุดซ้ายสุดไปยังจุดขวาสุดของเงาบนแกน  $x$  จะเคลื่อนที่จากตำแหน่ง  $x = -x_0$  ไปยังตำแหน่ง  $x = x_0$  ดังนั้นจึงเห็นได้ว่าเงาบนแกน  $x$  ของวัตถุเคลื่อนที่กลับไปกลับมาบนแกน  $x$  ขณะเริ่มต้นเมื่อเวลา  $t=0$  สมมติให้วัตถุอยู่ตำแหน่งขวาสุดคือตำแหน่งซึ่งมีแนวรัศมีที่ทำมุม  $\theta$  กับแกน  $x$  ด้านบวกดังรูปที่ 2.3 เนื่องจากวัตถุเคลื่อนที่เป็นวงกลมด้วยอัตราเร็วคงที่ดังนั้นมุมที่วัตถุกวาดไปจึงแปรผันตรงตามเวลา ถ้าให้คาบการเคลื่อนที่เป็น  $T$  นั้นหมายถึงในช่วงเวลา  $T$  วัตถุจะเคลื่อนที่ได้หนึ่งรอบ หรือ เทียบกับ  $2\pi$  เรเดียน

เมื่อเทียบอัตราส่วนจะพบว่าภายในเวลา  $t$  วัตถุจะกวาดได้มุมเท่ากับ

$$\theta = \frac{2\pi t}{T} \quad (2.7)$$

ถ้ากำหนดให้  $\omega$  คืออัตราเร็วเชิงมุมในการเคลื่อนที่เป็นวงกลม

$$\omega = \frac{2\pi}{T} \quad (2.8)$$

เขียนความสัมพันธ์ระหว่าง  $\theta$  กับ  $t$  ได้ดังนี้

$$\theta = \omega t \quad (2.9)$$

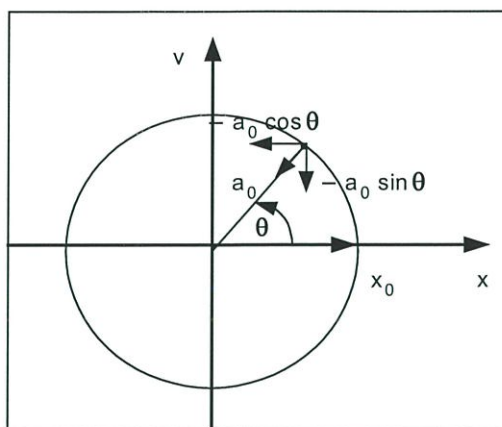
จากรูปที่ 2.3 วงกลมมีรัศมี  $x_0$  ดังนั้นตำแหน่งของวัตถุบนแกน  $x$  ที่เวลาต่าง ๆ จึงเป็นดังสมการ

$$x = x_0 \cos \theta = x_0 \cos \omega t \quad (2.10)$$

$x_0$  เรียกแอมพลิจูดของการเคลื่อนที่แบบฮาร์มอนิกเชิงเดียวซึ่งก็คือระยะทางสูงสุดจากตำแหน่งสมดุลนั่นเอง ความเร็วของวัตถุที่เคลื่อนที่เป็นวงกลม จะมีทิศทางอยู่ในแนวเส้นสัมผัสกับเส้นรอบวงของวงกลมในที่นี้สนใจเฉพาะความเร็วของเงาของอนุภาคบนแกน  $x$

$$v = -v_0 \sin \theta = -v_0 \sin \omega t \quad (2.11)$$

สำหรับความเร่งที่เวลาใด ๆ พิจารณาได้จากรูปที่ 2.3



รูปที่ 2.4 แสดงความเร่งการเคลื่อนที่ของเงาอนุภาคที่เคลื่อนที่เป็นวงกลมบนฉากในแนวราบ

เนื่องจากความเร่งของการเคลื่อนที่แบบวงกลมมีทิศเข้าสู่ศูนย์กลาง ถ้าวัตถุเคลื่อนที่เป็นวงกลมด้วยอัตราเร็วคงที่ ความเร่งเข้าสู่ศูนย์กลางจะมีค่าคงที่เช่นกัน ให้ความเร่งเข้าสู่ศูนย์กลางนี้เป็น  $a_0$  เนื่องจากการเคลื่อนที่แบบฮาร์มอนิกเชิงเดียวบนแกน  $x$  พิจารณาเฉพาะองค์ประกอบของความเร่งตามแนวแกน  $x$  เท่านั้น ซึ่งดังรูปที่ 2.4 จะเห็นว่า

$$a = -a_0 \cos \theta = -a_0 \cos \omega t \quad (2.12)$$

นอกจากนี้จะได้

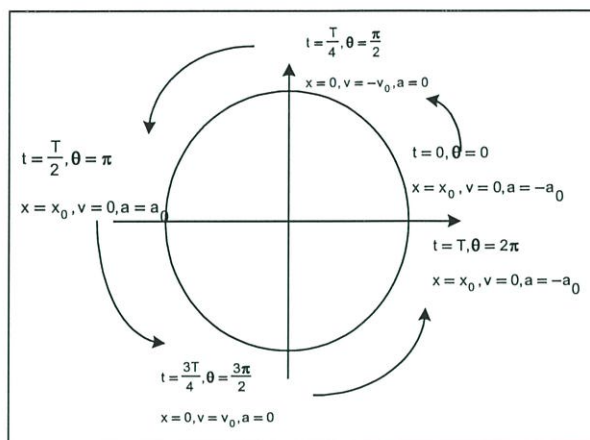
$$\frac{a}{x} = \frac{-a_0 \cos \omega t}{x_0 \cos \omega t} = -\frac{a_0}{x_0} \quad (2.13)$$

หรือ

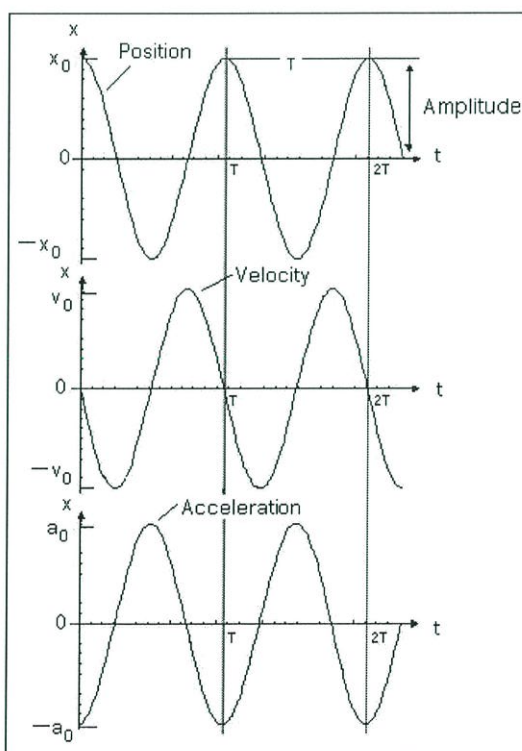
$$a = -\left(\frac{a_0}{x_0}\right)x \quad (2.14)$$

ซึ่งแสดงให้เห็นว่าความเร่งเป็นสัดส่วนตรงกับระยะการกระจัด แต่ทิศทางตรงกันข้ามกันเสมอ เนื่องจากมุม  $\theta$  เป็นปริมาณที่สัมพันธ์โดยตรงกับเวลา และ ยังทราบอีกว่าเมื่อ  $\theta = 2\pi$  วัตถุจะเคลื่อนที่ครบ 1 รอบ ถ้าวัตถุเริ่มต้นเมื่อ  $\theta = \frac{\pi}{2}$  วัตถุจะอยู่บนตำแหน่งบนสุดของเงาบนแกน  $x$

จะอยู่ที่จุดกำเนิด ที่จุดนี้ ความเร็วจะเท่ากับ  $v = -v_0 \sin\theta = -v_0 \sin\frac{\pi}{2} = -v_0$  ส่วนความเร่งจะเท่ากับ  $a = -a_0 \cos\theta = -a_0 \cos\frac{\pi}{2} = 0$  ดังแสดงได้ในรูปที่ 2.5



รูปที่ 2.5 แสดงระยะการกระจัด ความเร็ว และความเร่งของการเคลื่อนที่ของแกอนุภาคที่เคลื่อนที่เป็นวงกลมบนฉากในแนวราบ



รูปที่ 2.6 แสดงกราฟระยะการกระจัด ความเร็ว และความเร่งของการเคลื่อนที่ของแกอนุภาคที่เคลื่อนที่เป็นวงกลมบนฉากในแนวราบ

จากรูปที่ 2.5 สามารถแสดงด้วยตำแหน่ง ความเร็ว และ ความเร่งกับเวลาจะได้กราฟในรูปที่ 2.6 เมื่อสังเกตกราฟความเร่งกับระยะการกระจัดจะเห็นว่ามีความสัมพันธ์กันแต่มีเครื่องหมายตรงกันข้ามกันซึ่งเป็นไปตาม  $a = -\left(\frac{a_0}{x_0}\right)x$  เมื่อพิจารณากราฟของความเร็ว และ ระยะการกระจัดพบว่า จุดที่ระยะการกระจัดสูงสุดความเร็วเท่ากับ 0 ส่วนจุดของระยะการกระจัดเป็น 0 ความเร็วจะสูงสุด

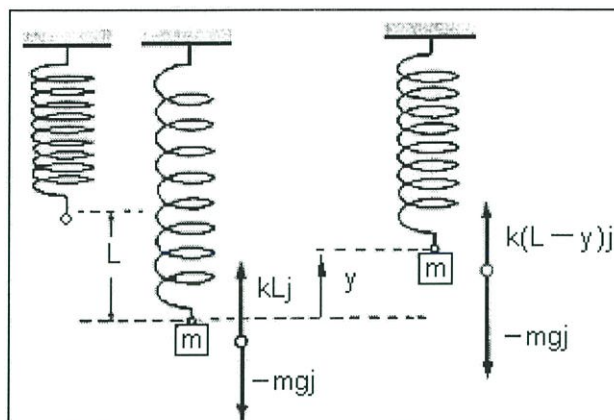
### 2.1.1.2 การเคลื่อนที่ของอนุภาค (วัตถุ) ที่ติดสปริง

การเคลื่อนที่แบบฮาร์มอนิกเชิงเดียวของระบบมวลสปริงซึ่งวางตัวในแนวตั้งดังรูปที่ 2.7 โดยเริ่มพิจารณาจากขั้นแรกที่ยังไม่มีมวลที่แขวนอยู่ที่ปลายสปริง สปริงจึงอยู่ในสภาพปกติแต่นำมวล  $m$  ผูกติดปลายล่างของสปริงดังกล่าวแล้วค่อย ๆ ปล่อยมวลจะเคลื่อนที่ลงมาและหยุดนิ่งที่ตำแหน่งสมดุลดังรูปที่ 2.7 และ ในขณะที่แรงของสปริงกระทำต่อมวลมีค่าเท่ากับ  $kL$  ในทิศทางที่ขึ้น (ตามกฎของฮุก เมื่อ  $k$  คือค่าคงที่ของสปริง) ดังนั้นในสภาวะสมดุลได้สมการคือ  $kL_j = mg_j$  เมื่อทำให้สปริงเกิดการแกว่งกวัดขึ้นลง ขณะที่สปริงเคลื่อนที่ขึ้นได้ระยะทาง  $y$  นับจากจุดสมดุล ขนาดของแรงสปริงจะไม่เท่าขนาดน้ำหนัก  $mg$  อีกต่อไปมวล  $m$  จึงเคลื่อนที่ด้วยความเร่ง  $a_y$  และ สมการการเคลื่อนที่ (ตามกฎการเคลื่อนที่ข้อที่ 2 ของนิวตัน) ดังสมการต่อไปนี้

$$\Sigma F_y = k(L - y) = ma \quad (2.15)$$



รูปที่ 2.7 แสดงการเคลื่อนที่ของ (วัตถุ) ที่ติดสปริง



รูปที่ 2.8 แสดงการแกว่งกวัดของสปริง

โดยที่

$L$  คือ ระยะการยืดของสปริง

$j$  คือ ทิศการเคลื่อนที่ทางแกน  $y$

และ  $a$  คือ ความเร่ง

เมื่อแทนค่า  $kL = mg$  ลงในสมการที่ 2.15 จะได้ความเร่งดังนี้

$$a = \frac{d^2 y}{dt^2} = -\frac{ky}{m} + g \quad (2.16)$$

ผลเฉลยของสมการข้างบนจะเป็นดังสมการที่ 2.1 แต่บวกด้านขวาของสมการ 2.1 ด้วยค่าคงที่ตัวหนึ่งเพิ่มขึ้นมา ซึ่งจะได้ว่า

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}} \quad (2.17)$$

นั่นคือ

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}} \quad (2.18)$$

จากสมการที่ 2.18 เป็นจริงเฉพาะไม่คิดมวลสปริง แต่ถ้ามีมวล  $m_s$  คาบของการแกว่งกวัดที่แท้จริงคือ

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m+m_s}{k}} \quad (2.19)$$

### 2.1.1.3 การเคลื่อนที่ของอนุภาค (วัตถุ) แบบลูกตุ้มนาฬิกา

การเคลื่อนที่ของอนุภาคแบบลูกตุ้มนาฬิกาประกอบด้วยมวล  $m$  แขนงติดกับเชือกเบา ยาว  $L$  โดยให้ปลายของเชือกตรึงอยู่กับที่ดังรูปที่ 2.9 แรงที่กระทำต่อมวล  $m$  ได้แก่แรงตึงเชือก  $T$  ในแนวเส้นเชือก และ น้ำหนัก  $mg$  ในแนวดิ่ง มวลเคลื่อนที่ได้จากระยะการกระจัด  $s$  แรงส่วนประกอบ  $mg\sin\theta$  จะกระทำต่อมวลในทิศทางตรงกันข้ามกับระยะการกระจัด และ มุ่งเข้าหา ตำแหน่งสมดุล  $\theta = 0$  จึงทำให้มวลแกว่งกลับไปกลับมาเป็นเส้นโค้งวัฏมี  $L$  ในระนาบตั้งเนื่องแรง ส่วนประกอบขนาด  $mg\sin\theta$  มีทิศตรงข้ามกับระยะการกระจัด และ มีแนวสัมผัสเส้นโค้งของวิถี การเคลื่อนที่ จึงสามารถเขียนสมการการเคลื่อนที่ของมวลตามแนวดังกล่าวได้ดังนี้

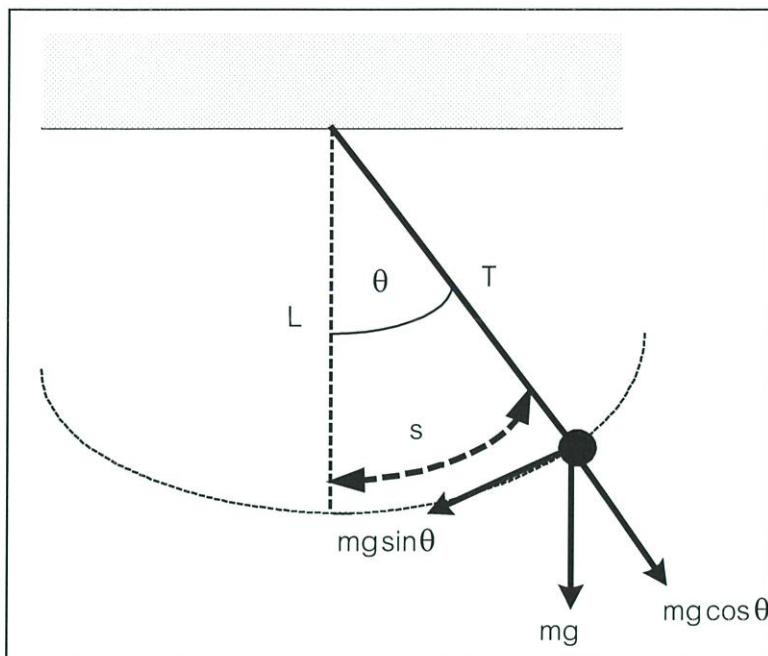
$$-mg\sin\theta = m\frac{d^2s}{dt^2} \quad (2.20)$$

แต่  $s = L\theta$  และ  $L$  คงที่ จึงเขียนสมการการเคลื่อนที่ได้ดังนี้

$$\frac{d^2\theta}{dt^2} = -\frac{g}{L}\sin\theta \quad (2.21)$$



รูปที่ 2.9 การเคลื่อนที่ของอนุภาค (วัตถุ) แบบลูกตุ้มนาฬิกา



รูปที่ 2.10 แสดงการแกว่งกวัดของลูกตุ้ม

ซึ่งจะเห็นว่าปริมาณทางขวาของสมการขึ้นกับค่า  $\sin\theta$  การเคลื่อนที่จึงไม่เป็นแบบฮาร์มอนิกเชิงเดียว อย่างไรก็ตามถ้าให้แอมพลิจูดของการแกว่งกวัด หรือ มุม  $\theta$  มีค่าน้อยๆจะได้  $\sin\theta$  ประมาณ  $\theta$  ดังนั้นสมการการเคลื่อนที่ของอนุภาคที่ติดสปริงที่มีค่าของระยะการกระจัดซึ่งมีมุม  $\theta$  น้อยๆ

$$\frac{d^2\theta}{dt^2} = -\frac{g}{L}\theta \quad (2.21)$$

ความถี่เชิงมุมของการแกว่งกวัดของการเคลื่อนที่ของอนุภาคที่ติดสปริงขึ้นอยู่กับค่าความเร่ง  $g$  และ ความยาวเชือก  $L$  ดังสมการ

$$\omega = \sqrt{\frac{g}{L}} \quad (2.22)$$

และคาบการแกว่งกวัดคือ

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}} \quad (2.23)$$

### 2.1.2 อนุกรมฟูรีเยร์

นิยาม 2.1 ถ้าเรามีฟังก์ชันใด ๆ ที่เป็นคาบเวลา (Periodic Function) สามารถเขียนฟังก์ชันให้อยู่ในรูปของอนุกรมของฟังก์ชันไซน์และโคไซน์ได้ดังนี้

$$f(t) = \frac{a_0}{2} + a_1 \cos(\omega_0 t) + a_2 \cos(2\omega_0 t) + \dots + b_1 \sin(\omega_0 t) + b_2 \sin(2\omega_0 t) + \dots \quad (2.24)$$

หรือ

$$f(t) = \frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} [a_n \cos(n\omega_0 t) + b_n \sin(n\omega_0 t)] \quad (2.25)$$

โดยที่

$$\omega_0 = \frac{2\pi}{T}$$

$$a_n = \frac{2}{T} \int_{t_0}^{t_0+T} f(t) \cos(n\omega_0 t) dt$$

$$b_n = \frac{2}{T} \int_{t_0}^{t_0+T} f(t) \sin(n\omega_0 t) dt$$

T คือ คาบ

$a_n \cos(n\omega_0 t) + b_n \sin(n\omega_0 t)$  คือ ฮาร์โมนิกที่ n ( $n^{\text{th}}$  harmonic)

$\omega_0$  คือ ความถี่เชิงมุมพื้นฐาน (Fundamental Angular Frequency)

และ  $\frac{a_0}{2}$  คือ ค่าคงที่

สามารถเขียนอนุกรมฟูรีเยร์เป็นฟังก์ชันโคไซน์ได้เป็น

$$a_n \cos(n\omega_0 t) + b_n \sin(n\omega_0 t) = A_n \cos(n\omega_0 t + \phi) \quad (2.26)$$

โดยที่

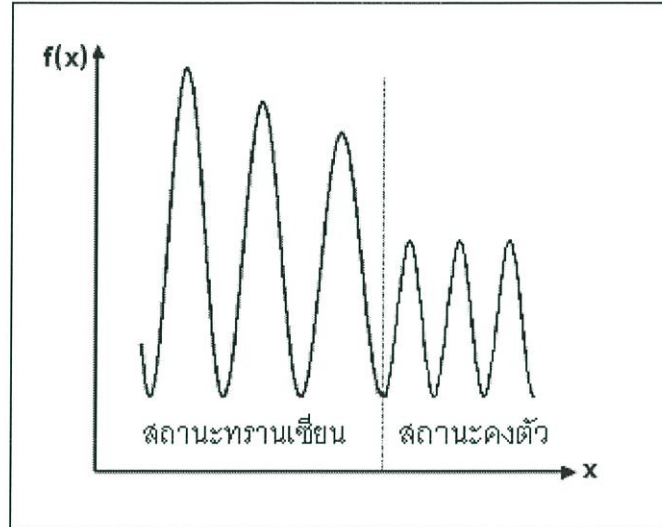
$$A_n = \sqrt{a_n^2 + b_n^2}$$

$$\text{และ } \phi_n = -\tan^{-1} \frac{b_n}{a_n}$$

จะได้อนุกรมฟูรีเยร์เป็น

$$f(t) = \frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} [A_n \cos(n\omega_0 t + \phi)] \quad (2.27)$$

### 2.1.3 เคออส (chaos)



รูปที่ 2.11 แสดงลักษณะของเคออส

จากรูปที่ 2.11 พิจารณาเคออสซึ่งสามารถแบ่งได้เป็น 2 สถานะดังนี้

1. สถานะทรานเซียน (transient state) สถานะนี้อาจเกิดในช่วงสั้น ๆ แต่ความสูงของยอดคลื่นที่สูงกว่าสถานะคงตัวซึ่งอาจส่งผลให้เกิดความเสียหายขณะเริ่มปิดวงจรแต่สถานะนี้ไม่สามารถอธิบายด้วยอนุกรมฟูเรียร์ได้
2. สถานะคงตัว (steady state) สถานะนี้มีฟังก์ชันเป็นพีริโอดิก และ มีคาบที่แน่นอน ดังนั้นสามารถอธิบายด้วยอนุกรมฟูเรียร์ได้

**นิยาม 2.2** จะกล่าวว่าสับเซต  $M$  ของปริภูมิเมตริกซ์ (Metric Space) มีความหนาแน่น (Dense) .  
ใน  $X$  ถ้า  $\overline{M} = X$

**นิยาม 2.3** ปริภูมิเมตริกซ์คือคู่อันดับ  $(X, d)$  เมื่อ  $X$  คือเซต และ  $d$  คือ เมตริกซ์บน  $X$  นิยามได้ดังนี้

$d: X \times X \rightarrow \mathbb{R} \cup \{0\}$  ทุกๆ  $x, y, z \in X$  แล้ว

$$M_1) \quad d(x, y) = 0 \text{ ต่อเมื่อ } x=y$$

$$M_2) \quad d(x, y) = d(y, x)$$

$$M_3) \quad d(x, y) = d(x, z) + d(z, y)$$

**นิยาม 2.4** จะกล่าวว่าฟังก์ชันมีปริภูมิโทโพโลยี (Topology Space) ถ้า  $\mathfrak{T}$  ซึ่งเป็นเซตของสับเซตของ  $X$  สอดคล้องกับคุณสมบัติดังนี้

$$T_1) \quad \emptyset \in \mathfrak{T}, X \in \mathfrak{T}$$

$$T_2) \quad \bigcup_{i=1}^{\infty} A_i, A_i \in \mathfrak{T}$$

$$T_3) \quad \bigcap_{i=1}^n A_i, A_i \in \mathfrak{T}$$

**นิยาม 2.5** ให้ค่าของพารามิเตอร์ต่าง ๆ คงที่ เมื่อเวลาผ่านไปค่าของระบบจะเปลี่ยนไป

$$d(t) = d_0 e^{\lambda t} \quad (2.28)$$

เมื่อ  $\lambda > 0$  จะได้  $d(t)$  เพิ่มค่าแบบเลขยกกำลัง (Exponential) เมื่อเวลาเพิ่มขึ้นซึ่งมีคุณสมบัติไวต่อเงื่อนไขเริ่มต้น (Sensitive Dependence on Initial Conditions)

เมื่อ  $\lambda < 0$  จะได้  $d(t)$  เข้าใกล้ 0 เมื่อเวลาเพิ่มขึ้น

เมื่อ  $\lambda = 0$  จะได้  $d(t)$  ขนานกับแกนเวลา

**นิยาม 2.6** ฟังก์ชันมีลักษณะเป็นเคออสบนปริภูมิเมตริกซ์  $(X, d)$  ซึ่งเป็นฟังก์ชัน  $f: X \rightarrow X$  ต้องมีคุณสมบัติดังนี้

1.  $f$  มีคุณสมบัติไวต่อเงื่อนไขเริ่มต้น
2.  $f$  มีคุณสมบัติการส่งแบบโทโพโลยี (Topology Transitive)
3. เซตของจุดพิริโอดิก (Periodic points) ของฟังก์ชัน  $f$  มีความหนาแน่นบน  $X$

### 2.1.3.1 คุณสมบัติของเคออส

1. มีคุณสมบัติแบบไม่เป็นเชิงเส้น (Nonlinearity) คุณสมบัติแบบไม่เป็นเชิงเส้นสามารถนิยามตรงกันข้ามกับคุณสมบัติเชิงเส้นโดยที่ฟังก์ชัน  $f$  จะมีคุณสมบัติเชิงเส้นก็ต่อเมื่อ  $f(x+y) = f(x) + f(y)$  ดังนั้นในระบบไม่เชิงเส้นผลลัพธ์ของระบบทั้งหมดไม่เท่ากับผลรวมของผลลัพธ์ที่เกิดจากส่วนย่อยๆรวมกัน ความไม่เป็นเชิงเส้นนี้เองที่ทำให้ระบบแสดงลักษณะเคออส

**ข้อสังเกต** การที่กล่าวว่าเคออสเป็นระบบไม่เชิงเส้นนั้น ไม่ได้หมายถึงว่าระบบที่ไม่เป็นเชิงเส้นทุกระบบเป็นเคออสเสมอไป

2. ไม่ใช่เกิดแบบสุ่มเชิงกำหนด (deterministic) ไม่ใช่เป็นความน่าจะเป็น (probabilistic) นั่นคือ เหตุการณ์ที่เกิดขึ้นของเคออสนั้นอยู่ภายใต้กฎเกณฑ์ที่แน่นอน ตัวอย่างเช่น เครื่องสร้างเลขสุ่มแบบเทียม (pseudo random number) ในคอมพิวเตอร์ หรือ เครื่องคิดเลขแบบพกพา สามารถสร้างเลขสุ่ม (random number) อย่างไรก็ตามเคออสดูเหมือนเกิดขึ้นมาแบบไร้ระเบียบซึ่งเป็นการสุ่มแบบเทียมซึ่งต่างจากการสุ่มแบบแท้เพราะเลขสุ่มแบบเทียมของคอมพิวเตอร์เกิดจากโปรแกรม เช่น

$$x_{n+1} = cx_n \text{ mod}(m) \quad (2.29)$$

3. ไวต่อเงื่อนไขเริ่มต้น คือ การเริ่มต้นที่ต่างกันไม่มากทำให้ผลที่ออกมาต่างกัน
4. ไม่สามารถทำนายล่วงหน้าในระยะนาน ๆ ได้ ซึ่งเป็นผลมาจากข้อ 3 เพราะการไวต่อสภาวะเริ่มต้นทำให้ไม่สามารถรู้วาระบบจะเป็นอย่างไร ซึ่งต่างจากฟังก์ชันพีริโอดิกที่สามารถทำนายได้เนื่องจากในแต่ละช่วงเวลาจะมีคาบเท่ากันตลอด
5. การแสดงลักษณะคล้ายกับตัวเอง (Self Similarity) ซึ่งเป็นคุณสมบัติของแฟร็กทัล (fractal) เรียกลักษณะดังกล่าวว่า ไบฟูเรชัน ซึ่งเป็นเคออสแบบหนึ่ง

## 2.2 งานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

### 2.2.1 งานวิจัยที่เกี่ยวข้องของเคออสในวงจรอิเล็กทรอนิกส์

ปี ค.ศ. 1988 David C. Hamill และ David J. Jeffries [7] ได้ศึกษาการเกิดเคออสโดยการแปลงสัญญาณด้วยความกว้างของการมอดดูเลต (Pulsewidth Modulation, PWM ) และได้ศึกษาสมการ

$$i_{n+1} = i_n + \frac{(V_D - V_0)T}{L} \quad (2.30)$$

และ

$$D = \text{sat}(e_n) = \begin{cases} 0 & , e_n \leq 0 \\ e_n & , 0 \leq e_n \leq 1 \\ 1 & , e_n \geq 1 \end{cases} \quad (2.31)$$

โดยที่

$I_{ref}$  คือ กระแสที่จุดอ้างอิง

$A$  คือ อัตราการขยาย

$V_I$  คือ แรงดันอินพุต

$V_0$  คือ แรงดันเอาต์พุต

$i_n$  คือ กระแสที่จุดเริ่มต้น

และ  $i_{n+1}$  คือ กระแส ณ วินาทีถัดไป

และศึกษาสมการ

$$x_{n+1} = x_n + \text{bsat}[a(1-x_n)] - c \quad (2.32)$$

และ

$$x_{n+1} = \begin{cases} x_n + b - c & , x_n \leq \frac{(a-1)}{a} \\ x_n(1-ab) + ab - c, & \frac{(a-1)}{a} \leq x_n \leq 1 \\ x_n - c & , x_n \geq 1 \end{cases} \quad (2.33)$$

โดยที่

$$x_{n+1} = \frac{i_{n+1}}{I_{ref}} \quad , \quad x_n = \frac{i_n}{I_{ref}}$$

$$a = AI_{ref} \quad , \quad b = \frac{V_I T}{(I_{ref} L)}$$

และ  $c = \frac{V_0 T}{(I_{ref} L)}$

ปี ค. ศ. 1990 Jonathan H.B. Deane และ David C. Hamill ได้ศึกษาการเกิดเคออส โดยการแปลงสัญญาณด้วยความกว้างของการมอดดูเลต (Pulsewidth Modulation, PWM ) และ ได้ศึกษาสมการ

$$x_{n+1} = (ax_n + b) \text{mod}(c) = f(x_n) \quad (2.34)$$

ปี ค.ศ. 1992 David C. Hamill และ คณะ ได้ศึกษาการเกิดเคออสในวงจรวลิเล็ททรอนิกส์

$$x_{n+1} = \begin{cases} x_n + b - c & , x_n \leq \frac{(a-1)}{a} \\ x_n(1-ab) + ab - c, & \frac{(a-1)}{a} \leq x_n \leq 1 \\ x_n - c & , x_n \geq 1 \end{cases} \quad (2.35)$$

และ

$$L \frac{di}{dt} + V = V_d \quad (2.36)$$

และ

$$C \frac{dV}{dt} + \frac{V}{R} = i \quad (2.37)$$

โดยที่

L คือ ขดลวดเหนี่ยวนำ R คือ ตัวต้านทาน

C คือ ตัวเก็บประจุ  $V_d$  คือ แรงดันเอาต์พุต

และ V คือ แรงดันไฟฟ้าอินพุต

ปี ค.ศ. 1992 Jonathan H.B. Deane ได้ศึกษาการเกิดเคออสในวงจรวลิเล็ททรอนิกส์ใน  
ขณะสวิตช์ปิด

$$L \frac{di}{dt} = V_i \quad (2.38)$$

และ

$$C \frac{dV_C}{dt} = -\frac{V_C}{R} \quad (2.39)$$

เงื่อนไขเริ่มต้นคือ  $t=0$  ดังนั้นจะได้สมการคือ

$$i(t) = i_n + \frac{V_I}{L}t \quad (2.40)$$

และ

$$V_C(t) = V_n e^{-2kt} \quad (2.41)$$

และขณะสวิตช์เปิดคือ

$$L \frac{di}{dt} + V_C = V_I \quad (2.42)$$

และ

$$C \frac{dV_C}{dt} + \frac{V_C}{R} = i \quad (2.43)$$

และได้ศึกษาสมการ

$$x_{n+1} = \alpha - e^{-kt'_n} \left\{ (\alpha kT + 1 - y_n e^{-2kTx_n}) \frac{\sin \omega t'_n}{\omega} + \alpha \cos \omega t'_n \right\} \quad (2.44)$$

และ

$$y_{n+1} = 1 - e^{-kt'_n} \left\{ \left( \frac{k}{\omega} (y_n e^{-2kTx_n} - 1) - \frac{\alpha T}{\omega LC} \right) \sin \omega t'_n - (y_n e^{-2kTx_n} - 1) \cos \omega t'_n \right\} \quad (2.45)$$

โดยที่

$$x_n = \frac{t_n}{T}$$

$$y_n = \frac{V_n}{V_I}$$

$$\alpha = \frac{I'_{ref} L}{V_I T}$$

$$k = \frac{1}{2RC}$$

$$I'_{ref} = I_{ref} - \frac{V_I}{R}$$

$$\omega = \sqrt{\frac{1}{LC} - k^2}$$

$i$  คือ กระแสไฟฟ้า

$L$  คือ ความเหนี่ยวนำ

$V_C$  คือ แรงดันเอาต์พุต

$t_n$  คือ เวลาขณะสวิตช์ปิด

$t'_n$  คือ เวลาขณะสวิตช์เปิด

$C$  คือ ตัวเก็บประจุ

$t'_n = T[1 - x_n \bmod 1]$   $V_i$  คือ แรงดันอินพุต  $R$  คือ ตัวต้านทาน

ปี ค.ศ. 1996 Jonathan H.B.Deane และ David C. Hamill ได้ศึกษาการเกิดเคออสใน วงจรอิเล็กทรอนิกส์โดยนำพารามิเตอร์ (parameter) จากบทความปี ค.ศ. 1992 Jonathan H.B. Deane มาปรับปรุงให้ดียิ่งขึ้น

ปี ค.ศ. 1998 Soumitro Banerjee และ Krishnendu Chakralarty ได้ศึกษาการเกิด เคออสในวงจรอิเล็กทรอนิกส์ในขณะสวิตช์ปิดจะมีระบบสมการเป็น

$$\frac{di}{dt} = \frac{V_{in}}{L} - \frac{r_i}{L}i \quad (2.46)$$

และ

$$\frac{dV_C}{dt} = \frac{V_C}{C(R+r_C)} \quad (2.47)$$

ขณะสวิตช์เปิดเขียนได้เป็น

$$\frac{di}{dt} = \frac{V_{in}}{L} - \frac{i}{L}\left(r_i + \frac{Rr_C}{R+r_C}\right) - V_C \frac{R}{L(R+r_C)} \quad (2.48)$$

และ

$$\frac{dV_C}{dt} = \frac{V_C}{C(R+r_C)}(R_i - V_C) \quad (2.49)$$

โดยที่

$L$  คือ ขดลวดเหนี่ยวนำ

$V_C$  คือ แรงดันเอาต์พุต

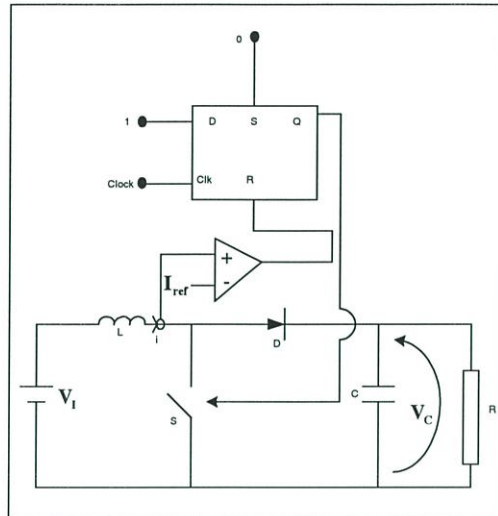
$i$  คือ กระแสไฟฟ้า

$r_i$  คือ ความต้านทาน

$V_{in}$  คือ แรงดันอินพุต

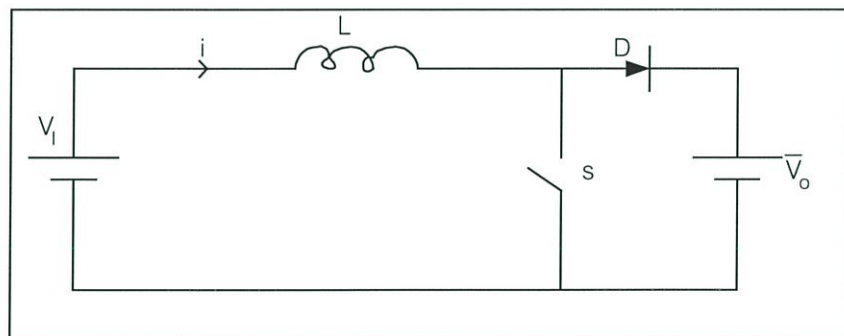
และ  $r_C$  คือ ความต้านทานไฟฟ้าของตัวเก็บประจุไฟฟ้า (Capacitive Reactance)

ปี ค.ศ. 1999 Jonathan H.B. Deane และ คณะ ได้ศึกษาการเกิดเคออสในวงจรอิเล็กทรอนิกส์ [1] (ดูจากรูปที่ 2.12) โดยกำหนดให้  $R = 293\Omega$ ,  $L = 104\text{mH}$ ,  $C = 220\mu\text{F}$ ,  $V_I = 10.45\text{V}$ ,  $\bar{V}_0 = 32.3\text{V}$ ,  $I_{\text{ref}} = 0.5\text{A}$  และ  $T_C = 400\mu\text{s}$



รูปที่ 2.12 แสดงการควบคุมวงจรมวลของวงจรอิเล็กทรอนิกส์ด้วย  $I_{\text{ref}}$

จากรูปที่ 2.12 สามารถแปลงเป็นวงจรมวลตามกฎของเคอชอร์ฟได้ดังรูปที่ 2.13



รูปที่ 2.13 แสดงการต่อวงจรโดยกฎของเคอชอร์ฟ (Kirchhoff's law)

พิจารณาสมาการเชิงอนุพันธ์ (Differential Equation) ซึ่งเป็นรูปทั่วไปของวงจรมวลอิเล็กทรอนิกส์ ตามรูปที่ 2.12 และ 2.13 ซึ่งได้จากการเขียนวงจรรูปที่ 2.13 ในขณะที่ขดลวดเหนี่ยวนำ และ ไดโอด โดยพิจารณาเมื่อสวิตช์ปิดคือ

$$\frac{di}{dt} = \frac{V_I}{L} \quad (2.50)$$

ถ้า  $t=0$  ในขณะที่สวิตช์ปิดอยู่นั้น เราจะได้สมการกระแสไฟฟ้าของวงจรวินิจฉัยเล็กทรอนิกส์คือ

$$i(t) = i_n + \frac{V_L}{L} t \quad (2.51)$$

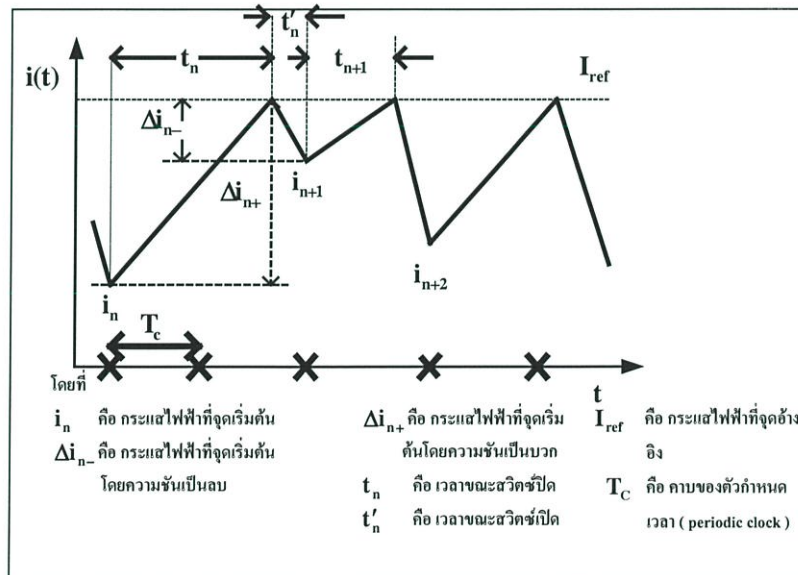
เมื่อกระแสไฟฟ้าทำงานไปเรื่อยๆจนถึง  $I_{ref}$  แล้วสวิตช์จะเปิดออกซึ่งมีสมการเชิงอนุพันธ์อยู่ในรูปทั่วไปมีรูปแบบดังนี้

$$\frac{di}{dt} = \frac{V_L - \bar{V}_0}{L} \quad (2.52)$$

เงื่อนไขเริ่มต้นคือ  $I_{ref}$  ดังนั้นสมการกระแสไฟฟ้าคือ

$$i(t) = I_{ref} + \frac{V_L - \bar{V}_0}{L} t \quad (2.53)$$

จากสมการที่ 2.50 และ สมการที่ 2.52 ได้สัญญาณเอาต์พุต (output) โดยแสดงได้ดังรูปที่ 2.14



รูปที่ 2.14 แสดงกราฟของกระแสไฟฟ้า

จากสมการที่ 2.49 ถึง 2.52 ได้ว่า

$$x_{n+1} = F(x_n) = \alpha(1 - x_n \text{ mod } 1) \quad (2.54)$$

และ

$$x_n = \frac{t_n}{T_c} = \frac{(I_{ref} - i_n)L}{V_I T_C} \quad (2.55)$$

และ

$$\alpha = \frac{\bar{V}_0}{V_I} - 1 \quad (2.56)$$

โดยที่

s คือ สวิตช์ควบคุม L คือ ขดลวดเหนี่ยวนำ R คือ ตัวต้านทาน  $\bar{V}_0$  คือ แรงดันเอาต์พุต  
D คือ ไดโอด C คือ ตัวเก็บประจุ  $V_I$  คือ แรงดันอินพุต  $V_C$  คือ แรงดันเอาต์พุต

จากงานวิจัยที่เกี่ยวข้องของเคออสในวงจรถอริกส์สามารถสรุป เป็นตารางที่ 2.1 ได้  
ดังนี้

ตารางที่ 2.1 แสดงสมการของงานวิจัยที่เกี่ยวข้องของเคออสในวงจรถอริกส์

ปี	สมการ
ปี ค.ศ. 1988 David C. Hamill และ David J. Jeffries	$i_{n+1} = i_n + \frac{(V_D - V_0)T}{L}$ $x_{n+1} = x_n + \text{bsat}[a(1 - x_n)] - c$
ปี ค.ศ. 1990 Jonathan H.B. Deane และ David C. Hamill	$x_{n+1} = (ax_n + b) \text{mod} c = f(x_n)$
ปี ค.ศ. 1992 David C. Hamill และ คณะ	$x_{n+1} = \begin{cases} x_n + b - c & , x_n \leq \frac{(a-1)}{a} \\ x_n(1-ab) + ab - c, & \frac{(a-1)}{a} \leq x_n \leq 1 \\ x_n - c & , x_n \geq 1 \end{cases}$ $L \frac{di}{dt} + V = V_d, C \frac{dV}{dt} + \frac{V}{R} = i$

ตารางที่ 2.1 (ต่อ)

ปี	สมการ
ปี ค.ศ. 1992 Jonathan H.B. Deane	$L \frac{di}{dt} = V_l, C \frac{dV_C}{dt} = -\frac{V_C}{R}$ $L \frac{di}{dt} + V_C = V_l, C \frac{dV_C}{dt} + \frac{V_C}{R} = i$ $x_{n+1} = \alpha - e^{-kt'_n} \{(\alpha kT + 1 - y_n e^{-2kTx_n})\}$ $\frac{\sin \omega t'_n}{\omega t} + \alpha \cos \omega t'_n$ $y_{n+1} = 1 - e^{-kt'_n} \left\{ \left( \frac{k}{\omega} (y_n e^{-2kTx_n} - 1) - \frac{\alpha T}{\omega LC} \right) \right.$ $\left. \sin \omega t'_n - (y_n e^{-2kTx_n} - 1) \cos \omega t' \right\}$
ปี ค.ศ. 1996 Jonathan H.B. Deane และ David C. Hamill	สมการเหมือนกับปี ค.ศ. 1992
ปี ค.ศ. 1998 Sounitro Banerjee และ Krishnendu Chalerabarty	$\frac{di}{dt} = \frac{V_{in}}{L} - \frac{r_i}{L} i, \frac{dV_C}{dt} = \frac{V_C}{C(R+r_C)}$ $\frac{di}{dt} = \frac{V_{in}}{L} - \frac{i}{L} \left( r_i + \frac{Rr_C}{R+r_C} \right) - V_C \frac{R}{L(R+r_C)}$ $\frac{dV_C}{dt} = \frac{V_C}{C(R+r_C)} (Ri - V_C)$
ปี ค.ศ. 1999 Jonathan H.B. Deane และ คณะ	$i(t) = i_n + \frac{V_l}{L} t, i(t) = I_{ref} + \frac{V_l - V_0}{L} t$ $x_{n+1} = F(x_n) = \alpha(1 - x_n \bmod 1)$

### 2.2.2 งานวิจัยที่เกี่ยวข้องของเคออสในระบบเลเซอร์

ปี ค.ศ. 1988 , Gregory C. Dente และ คณะ ได้ศึกษาถึงการเกิดเคออสในเลเซอร์ที่ใช้งานในระบบแสง [9] ในงานวิจัยดังกล่าวได้เสนอสมการโดยการเพิ่มค่าคงที่ของสัญญาณย้อนกลับ (feedback parameter) ดังนี้

$$\frac{dE}{dt} = \left[ i\omega(N) + \frac{1}{2} \left( G(N) - \frac{1}{\tau_p} \right) \right] \cdot E(t) + \kappa E(t - 2\tau) \quad (2.61)$$

และ

$$\frac{dN}{dt} = R - \frac{N}{\tau_s} - G(N) \cdot |E(t)|^2 \quad (2.62)$$

โดยที่

$E$  คือ สนามไฟฟ้าของเลเซอร์

$N$  คือ ค่าความหนาแน่นของพาหะ (carrier)

$\tau_p$  คือ ช่วงชีวิต (lifetime) ของโฟตอน

$\kappa$  คือ ค่าคงที่ของสัญญาณย้อนกลับ

$G$  คือ อัตราการขยายของเลเซอร์

$\tau_s$  คือ ช่วงเวลาของการลดลงของสัญญาณพาหะ

$R$  คือ อัตราการปั๊ม (pump) ของสัญญาณ

และ  $\tau$  คือ เวลาของแสงเลเซอร์ในช่วงระยะทาง  $L$  (External cavity)

จากสมการ (2.61) ถึง (2.62) ได้

$$E(t) = A(t) \cdot e^{i\phi(t)} \cdot e^{i\bar{\omega}t} \quad (2.63)$$

และ

$$N(t) = \bar{N} + n(t) \quad (2.64)$$

และ

$$G = gN = \bar{G} + gN \quad (2.65)$$

และ

$$\omega(N) = \bar{\omega} + \beta n \quad (2.67)$$

โดยที่

$E$  คือ สนามไฟฟ้าของเลเซอร์

$A(t)$  คือ แอมพลิจูด

$\phi$  คือ ความถี่เชิงมุมที่เกิดจากเลเซอร์ภายนอกเลเซอร์ไดโอด

$\bar{\omega} = \omega(N) - \beta n$

$G(N)$ คือ อัตราการขยาย	$\tau_p$ คือ ช่วงชีวิต (lifetime) ของโฟตอน
$\tau_s$ คือ ช่วงเวลาของการลดลงของสัญญาณพาหะ	$R$ คือ อัตราการปั๊ม (pump) ของสัญญาณ
$\kappa$ คือ ค่าคงที่ของสัญญาณย้อนกลับ	$\bar{N}$ คือ ค่าเริ่มต้นความหนาแน่นของพาหะ
$\tau$ คือ เวลาของแสงเลเซอร์ในช่วงระยะทาง $L$	$g$ คือ ความเร่งเนื่องจากแรงโน้มถ่วง
$\omega(N)$ คือ ความถี่เชิงมุมที่เกิดจากเลเซอร์ภายในเลเซอร์ไดโอด	
$N$ คือ ค่าความหนาแน่นของพาหะ(carrier density)	
$\bar{G}$ คือ ค่าเริ่มต้นของอัตราการขยาย	

และ  $\beta$  คือ |antiguinding factor| \*  $\frac{g}{2}$  ซึ่งเป็นค่าคงที่ ที่กำหนดให้มีค่าระหว่าง -4 ถึง -7 [9] เมื่อ antiguinding factor คือ เฟคเตอร์ต่อต้านการนำแสง  
หาค่า  $A$ ,  $\phi$  และ  $n$  ได้จากสมการเชิงอนุพันธ์ดังต่อไปนี้

$$\frac{dA}{dt} = \frac{1}{2} \left( \bar{G} + gn - \frac{1}{\tau_p} \right) A + \kappa A(t-2\tau) \cdot \cos(\phi(t-2\tau) - \phi(t) - 2\omega\tau) \quad (2.68)$$

และ

$$\frac{d\phi}{dt} = \beta n + \kappa \left( \frac{A(t-2\tau)}{A(t)} \right) \sin(\phi(t-2\tau) - \phi(t) - 2\omega\tau) \quad (2.69)$$

และ

$$\frac{dn}{dt} = \bar{R} - (\bar{G} + gn)A^2 - \frac{n}{\tau_s} \quad (2.70)$$

โดยที่

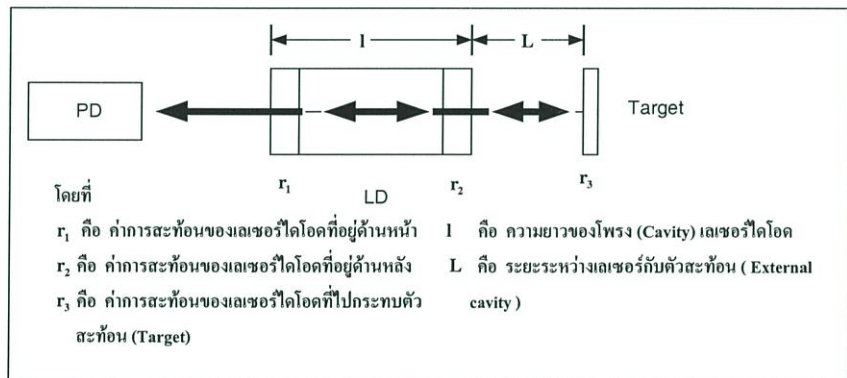
$E$ คือ สนามไฟฟ้าของเลเซอร์	$A(t)$ คือ แอมพลิจูด
$\phi$ คือ ความถี่เชิงมุมที่เกิดจากเลเซอร์ภายนอกเลเซอร์ไดโอด	$\bar{\omega} = \omega(N) - \beta n$
$G(N)$ คือ อัตราการขยาย	$\tau_p$ คือ ช่วงชีวิต (lifetime) ของโฟตอน
$\tau_s$ คือ ช่วงเวลาของการลดลงของสัญญาณพาหะ	$R$ คือ อัตราการปั๊ม (pump) ของสัญญาณ
$\kappa$ คือ ค่าคงที่ของสัญญาณย้อนกลับ	
$\tau$ คือ เวลาของแสงเลเซอร์ในช่วงระยะทาง $L$	

$\omega(N)$  คือ ความถี่เชิงมุมที่เกิดจากเลเซอร์ภายในเลเซอร์ไดโอด  $\bar{N}$  คือ ค่าเริ่มต้นความหนาแน่นของพาหะ  
 $N$  คือ ค่าความหนาแน่นของพาหะ(carrier density)  $g$  คือ ความเร่งเนื่องจากแรงโน้มถ่วง  
 $\bar{G}$  คือ ค่าเริ่มต้นของอัตราการขยาย

$\beta$  คือ |antiguiding factor| \*  $\frac{g}{2}$  ซึ่งเป็นค่าคงที่ ที่กำหนดให้มีค่าระหว่าง -4 ถึง -7 [9] เมื่อ antiguiding factor คือ เฟคเตอร์ต่อต้านการนำแสง

และ  $\bar{R} = R - \frac{\bar{N}}{\tau_s}$

ปี ค.ศ. 2003 S. Pipatsart และ P.P. Yupapin ได้ทำการศึกษา และ ทดลองเกี่ยวกับ สัญญาณย้อนกลับของเคออสในระบบเลเซอร์ [8] งานวิจัยดังกล่าวได้กล่าวถึงการทำงานของ เลเซอร์ไดโอด (Laser diode, LD) และ โฟโตไดโอด (Photo diode, PD) ซึ่งสามารถนำไปประยุกต์กับงานด้านการตรวจวัด และการสื่อสารทางแสงได้ โดยต้องมีการควบคุมมิให้ระบบพบกับปัญหาของเคออส



รูปที่ 2.15 แสดงการทำงานของเลเซอร์ไดโอด

จากรูปที่ 2.15 เป็นผังแสดงการทำงานของเลเซอร์ไดโอด (LD) ลำแสงเลเซอร์จะออกทางด้านหน้าของโพรง (Cavity) ไปกระทบตัวสะท้อน (Target) แล้วเกิดสัญญาณย้อนกลับเข้าเลเซอร์ไดโอดด้วยค่าสัมประสิทธิ์ของการสะท้อน ( $r_3$ ) ลำแสงเลเซอร์ส่วนหนึ่งจะย้อนกลับเข้าไปในโพรงของเลเซอร์แล้วสะท้อนกลับเข้าไปกลับมาภายในโพรงและทะลุออกมาตกบนโฟโตไดโอด (PD) เมื่อให้  $r_1$  และ  $r_2$  เป็นสัมประสิทธิ์ของการสะท้อนแสงของตัวสะท้อนด้านหน้า และ ด้านหลัง สามารถเขียนเป็น สมการเราต์ได้

$$\frac{d}{dt}E(t)e^{i\Omega t} = [i\omega_N + \frac{1}{2}(G - \Gamma_w) + \beta(t)]E(t)e^{i\Omega t} \quad (2.57)$$

จากสมการที่ 2.57 ได้

$$E(t) = A(t)e^{-i\phi t} \quad (2.58)$$

และ

$$A(t) = e^{\left(\frac{1}{2}(G - \Gamma_w) + \beta(t)\right)t} \quad (2.59)$$

และ

$$\phi = -\omega_N + \Omega \quad (2.60)$$

โดยที่

E คือ สนามไฟฟ้าของเลเซอร์

$\omega_N$  คือ ความถี่เชิงมุมที่เกิดจากเลเซอร์ภายในเลเซอร์ไดโอด

$\Omega$  คือ ความถี่เชิงมุมที่เกิดจากเลเซอร์ภายนอกเลเซอร์ไดโอด

G คือ อัตราการขยายของเลเซอร์

$\Gamma_w$  คือ กำลังที่สูญเสียไปในโพรงเลเซอร์

และ  $\beta(t)$  คือ ค่าคงที่ของการลดลงของสัญญาณย้อนกลับในโพรงเลเซอร์

จากงานวิจัยที่เกี่ยวข้องของเคออสในระบบเลเซอร์สามารถสรุปเป็นตารางที่ 2.2 ได้ดังนี้

ตารางที่ 2.2 แสดง ปี และ สมการของงานวิจัยที่เกี่ยวข้องของเคออสในระบบเลเซอร์

ปี	สมการ
ปี ค.ศ. 1988 Gregory C. Dente	$E(t) = A(t) \cdot e^{i\phi(t)} \cdot e^{i\bar{\omega}t}$
ปี ค.ศ. 2003 S. Pipatsart และ P.P. Yupapin	$E(t) = A(t)e^{-i\phi t}$

## 2.3 สรุป

จากโมเดลของระบบอิเล็กทรอนิกส์ และ เลเซอร์ซึ่งอยู่ในรูปของสมการเชิงอนุพันธ์ที่มีความสำคัญของการหาผลเฉลยอยู่ที่การพิจารณาใช้ตัวแปรต่างๆให้สอดคล้องกับข้อมูลที่ใช้งานอยู่จริง ดังนั้นนอกจากการหาผลเฉลยของสมการแล้วการพิจารณาตัวแปรต่างๆที่เหมาะสมเพื่อศึกษาการเกิดเคออส และ ไปฟูรเคชันเป็นสิ่งที่สำคัญเป็นอย่างมาก เพราะจะทำให้สามารถที่จะควบคุม หรือ หลีกเลี่ยงการเกิดเคออสอันเป็นผลที่ทำให้ประสิทธิภาพลดลงได้ ในส่วนของการศึกษาตัวแปรต่างๆจะแสดงผลเปรียบเทียบเป็นลำดับต่อไปนี้

# บทที่ 3

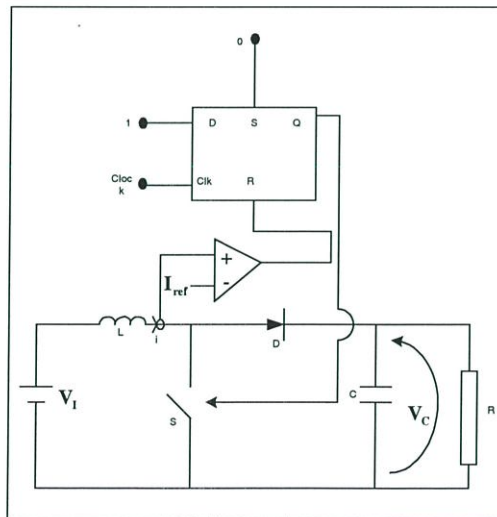
## วิธีดำเนินงานวิจัย

การสร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์เพื่อประยุกต์ใช้งานทางด้านวิทยาศาสตร์ วิศวกรรม และ ด้านอื่น ๆ สามารถช่วยให้นักวิจัยทำความเข้าใจเกี่ยวกับปัญหา และ แก้ปัญหาเหล่านั้นได้ดี ยิ่งขึ้น งานวิจัยฉบับนี้ ศึกษาแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของเคออสในวงจรรีเลย์เล็กทรอนิกส์ และ ศึกษาแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของเคออสในระบบเลเซอร์

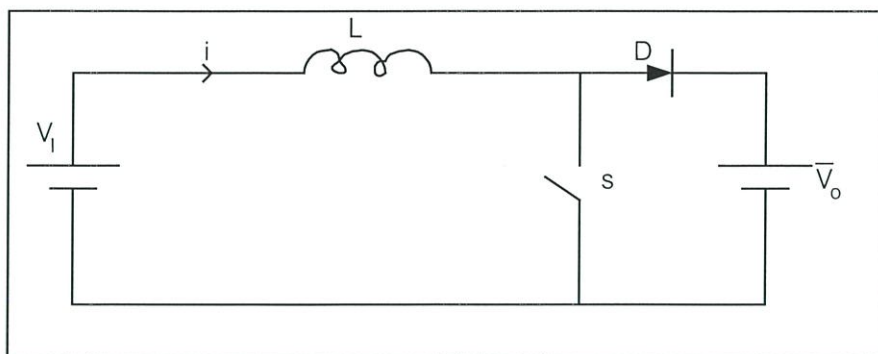
ในบทที่ 3 นี้ ศึกษาแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของเคออสในวงจรรีเลย์เล็กทรอนิกส์มาช่วยศึกษาค่าของพารามิเตอร์ต่าง ๆ เพื่อศึกษาการเกิดพฤติกรรมของเคออส เปรียบเทียบผลกับบทความที่ [1] ถึง [7] และ ศึกษาแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของเคออสในระบบเลเซอร์ที่ปรับปรุงแล้วจากบทความที่ [8] และ [9] ศึกษาค่าต่าง ๆ โดยการจำลองให้เข้ากับสถานะการณ์จริงซึ่งใช้วิธีการหาผลเฉลยเชิงตัวเลข แบ่งเป็นหัวข้อย่อย ๆ ได้ดังต่อไปนี้

### 3.1 วิธีการจำลองของเคออสในวงจรรีเลย์เล็กทรอนิกส์

ในหัวข้อนี้จะเป็นการพิจารณาสมการต่าง ๆ ที่ได้จากการศึกษาแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของเคออสในวงจรรีเลย์เล็กทรอนิกส์ ซึ่งพิจารณาค่าตัวแปรต่าง ๆ โดยการจำลอง และ วิธีการหาผลเฉลยเชิงตัวเลขที่เหมาะสม ดังรูปที่ 3.1 และ 3.2



รูปที่ 3.1 แบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของเคออสในวงจรรีเลย์เล็กทรอนิกส์



รูปที่ 3.2 แสดงการต่อวงจรโดยกฎของเคอร์ชอฟฟ์ (Krchhoff's Law)

โดยที่

s คือ สวิตช์ควบคุม      C คือ ตัวเก็บประจุ       $\bar{V}_O$  คือ แรงดันเอาต์พุต  
D คือ ไดโอด              R คือ ตัวต้านทาน       $V_C$  คือ แรงดันเอาต์พุต  
L คือ ขดลวดเหนี่ยวนำ       $V_I$  คือ แรงดันอินพุต

จากรูปที่ 3.1 และ 3.2 เห็นได้ว่าเมื่อพิจารณาวงจรเริ่มทำงานในขณะสวิตช์ (s) ปิด แสดงได้โดยสมการเชิงอนุพันธ์รูปทั่วไปของวงจรอิเล็กทรอนิกส์ในขณะมีขดลวดเหนี่ยวนำ และ ไดโอด

$$\frac{di}{dt} = \frac{V_I}{L} \quad (3.1)$$

ถ้า  $t = 0$  ในขณะสวิตช์ปิดอยู่นั้น จะได้สมการกระแสไฟฟ้าของวงจรอิเล็กทรอนิกส์คือ

$$i(t) = i_n + \frac{V_I}{L}t \quad (3.2)$$

ซึ่งเวลาขณะสวิตช์ปิด ( $t_n$ ) ตามรูปที่ 2.14 คือ

$$t_n = \frac{i(t) - i_n}{V_I}L \quad (3.3)$$

จากรูปที่ 3.1 และ 3.2 จะเห็นว่าเมื่อพิจารณากระแสไฟฟ้าถูกสะสมจนถึงกระแสไฟฟ้าที่จุดอ้างอิง ทำให้สวิตช์เปิดแสดงได้โดยสมการเชิงอนุพันธ์รูปทั่วไปของวงจรรีเลย์ทรอนิกส์ในขณะมีขดลวดเหนี่ยวนำ และ ไดโอดคือ

$$\frac{di}{dt} = \frac{V_1 - \bar{V}_o}{L} \quad (3.4)$$

เงื่อนไขเริ่มต้นคือ  $i_{ref}$  ดังนั้นสมการกระแสไฟฟ้าคือ

$$i(t) = i_{ref} + \frac{V_1 - \bar{V}_o}{L} t \quad (3.5)$$

ซึ่งเวลาขณะสวิตช์เปิด ( $t'_n$ ) ตามรูปที่ 2.14 คือ

$$t'_n = T_C - T_C \left( \frac{t_n}{T_C} \right) \text{mod} 1 \quad (3.6)$$

ดังนั้นจากสมการที่ 3.26 และ 3.27 ได้สมการคือ

$$i(t) = i_{ref} + \frac{V_1 - \bar{V}_o}{L} T_C \left( 1 - \frac{(i_{ref} - i_n)}{V_1 T_C} L \text{mod} 1 \right) \quad (3.7)$$

โดยที่

$i_n$  คือ กระแสไฟฟ้าที่จุดเริ่มต้น  $L$  คือ ขดลวดเหนี่ยวนำ  $\bar{V}_o$  คือ แรงดันเอาต์พุต  
 $i$  คือ กระแส ณ วินาทีถัดไป  $t_n$  คือ เวลาขณะสวิตช์ปิด  $t'_n$  คือ เวลาขณะสวิตช์เปิด  
 $V_1$  คือ แรงดันอินพุต  $i_{ref}$  คือ กระแสที่จุดอ้างอิง  $T_C$  คือ คาบของตัวกำหนดเวลา

นอกจากนี้ยังศึกษาสมการที่ 3.2 และ 3.5 โดยมีข้อมูล 2 ชุดเพื่อศึกษาเปรียบเทียบว่าถ้าข้อมูลมีตัวเลขของค่าต่าง ๆ ที่มาก หรือ น้อยส่งผลต่อความสูงของยอดกราฟหรือไม่

อนึ่งยังศึกษาความสัมพันธ์ระหว่างเวลาขณะสวิตช์ปิด ( $t_n$ ) คาบของตัวกำหนดเวลา ( $T_C$ ) และ  $x_n$  แสดงได้ดังสมการต่อไปนี้

$$x_n = \frac{t_n}{T_C} = \frac{(I_{ref} - i_n)}{V_I T_C} \quad (3.8)$$

จากสมการที่ 3.8 ดังนั้นได้สมการที่เกิดจากการทำซ้ำ (iterative) คือ

$$x_{n+1} = F(x_n) = \alpha(1 - x_n \text{ mod } 1) \quad (3.9)$$

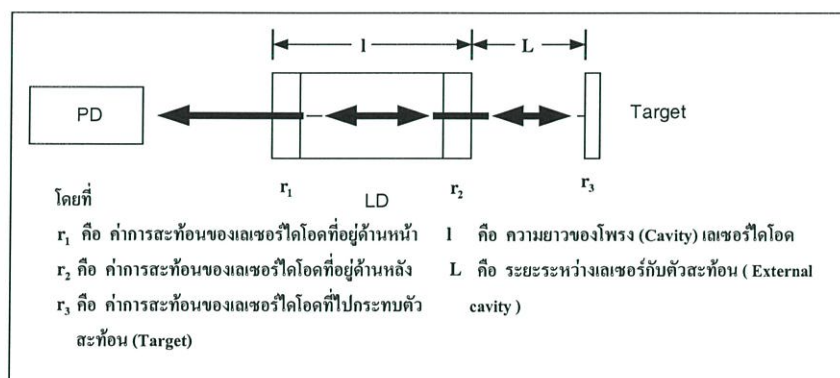
เมื่อ

$$\alpha = \frac{\bar{V}_O}{V_I} - 1 \quad (3.10)$$

จากที่กล่าวมาได้ใช้วิธีการจำลองเพื่อหามลเฉลยเชิงตัวเลขคือ ค่าของกระแสไฟฟ้า (i) หาค่าของการทำซ้ำของลำดับ  $x_n$  และ การเกิดไบฟูรเคชัน เพื่อศึกษาการเกิดพฤติกรรมของเคออสจากที่กล่าวมาในหัวข้อ 2.1.3

### 3.2 วิธีการจำลองของเคออสในระบบเลเซอร์

ในหัวข้อนี้ จะเป็นการพิจารณาสมการต่าง ๆ ที่ได้จากการศึกษาแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของเคออสในระบบเลเซอร์ พิจารณาโดยการจำลอง และ วิธีการหามลเฉลยเชิงตัวเลขแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของเคออสในระบบเลเซอร์แสดงได้ดังรูปที่ 3.3



รูปที่ 3.3 ภาพร่างของระบบเลเซอร์ที่มีการป้อนกลับจากภายนอก แสดงตัวแปรต่าง ๆ เพื่อนำไปสร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์

จากรูปที่ 3.3 จะได้ว่าสนามไฟฟ้าซึ่งเป็นคลื่นที่ใช้แทนสนามเลเซอร์เท่ากับผลคูณระหว่างความสูงของยอดกราฟ (แอมพลิจูด) กับค่าของเฟส (phase) ที่เกิดจากการรวมกันระหว่างความถี่เชิงมุมภายใน และ ภายนอกเลเซอร์ไดโอดคือ

$$\frac{d}{dt}E = [i\omega(N) + \frac{1}{2}(G(N) - \frac{1}{\tau_p})] \cdot E(t) + \kappa E(t - 2\tau) \quad (3.11)$$

และ

$$\frac{d}{dt}N = R - \frac{N}{\tau_s} - G(N) \cdot |E(t)|^2 \quad (3.12)$$

จากสมการที่ 3.11 และ 3.12 จะได้

$$E(t) = A(t)e^{i\phi(t)}e^{i\bar{\omega}t} \quad (3.13)$$

และ

$$N = \bar{N} + n(t) \quad (3.14)$$

โดยที่

$E$  คือ สนามไฟฟ้าของเลเซอร์

$A(t)$  คือ แอมพลิจูด

$\phi$  คือ ความถี่เชิงมุมที่เกิดจากเลเซอร์ภายนอกเลเซอร์ไดโอด

$\bar{\omega} = \omega(N) - \beta n$

$G(N)$  คือ อัตราการขยาย

$\tau_p$  คือ ช่วงชีวิต (lifetime) ของโฟตอน

$\tau_s$  คือ ช่วงเวลาของการลดลงของสัญญาณพาหะ

ของโฟตอน

$\kappa$  คือ ค่าคงที่ของสัญญาณย้อนกลับ

$R$  คือ อัตราการปั๊ม (pump) ของสัญญาณ

$\tau$  คือ เวลาของแสงเลเซอร์ในช่วงระยะทาง  $L$

ของสัญญาณ

$\omega(N)$  คือ ความถี่เชิงมุมที่เกิดจากเลเซอร์ภายในเลเซอร์ไดโอด

$\bar{N}$  คือ ค่าเริ่มต้นความหนาแน่นของพาหะ

$N$  คือ ค่าความหนาแน่นของพาหะ(carrier density)

แน่นของพาหะ

และ  $\beta$  คือ  $\left| \text{antiguiding factor} \right| * \frac{g}{2}$  ซึ่งเป็นค่าคงที่ ที่กำหนดให้มีค่าระหว่าง -4 ถึง -7 [9] เมื่อ

antiguiding factor คือ เฟคเตอร์ต่อต้านการนำแสง

โดยการใช้วิธีการจำลองเพื่อหาผลเฉลยเชิงตัวเลขคือการหาผลเฉลยเชิงตัวเลขของเคออสในแต่ละช่วงเวลาจากสมการที่ 3.11 ถึง 3.14 และนำสมการดังกล่าวมายกกำลังสองเพื่อหาผลเฉลยเชิงตัวเลขของนอร์มัลไลซ์อินเทนซิตีกับเวลาในแต่ละความยาว (L) แสดงได้โดยสมการต่อไปนี้

$$\tau = \frac{L}{c} \quad (3.15)$$

โดยที่

$\tau$  คือ เวลาของแสงเลเซอร์ในช่วงระยะทาง L

L คือ ระยะระหว่างเลเซอร์ไดโอดกับตัวสะท้อน

และ c คือ ความเร็วแสง

จากความสัมพันธ์ของสมการที่ 3.15 สามารถนำไปพิจารณาเพื่อหาความยาวของโพรงภายนอกที่ให้ค่าของนอร์มัลไลซ์อินเทนซิตีตามต้องการได้ เช่น นอร์มัลไลซ์อินเทนซิตีที่มีค่าเป็น เคออส หรือคั้งที่ อนึ่งทางผู้วิจัยยังศึกษา และ หาผลเฉลยเชิงตัวเลขของไปฟูร์เคชันซึ่งเป็นเคออสแบบหนึ่ง

## บทที่ 4

### ผลของงานวิจัย

ในบทที่ 4 นี้ จะนำพารามิเตอร์ต่าง ๆ เช่น ค่าเหนี่ยวนำของขดลวด (L) ค่าแรงดันอินพุต ( $\bar{V}_0$ ) ค่าแรงดันเอาต์พุต ( $V_1$ ) และ ค่ากระแสไฟฟ้า (i) แทนค่าในสมการโดยการนำเข้ามาในงานวิจัย ในบทความที่ [1]-[7] ทั้งนี้เพื่อศึกษา และ ตรวจสอบความถูกต้องของวิธีการหาผลเฉลยเชิงตัวเลข โดยใช้วิธีการหาผลเฉลยเชิงตัวเลขของเคออสในวงจรถอมนิกส์ การหาผลเฉลยเชิงตัวเลขของ 2 ระบบเพื่อเปรียบเทียบสิ่งที่เกิดขึ้น การหาผลเฉลยเชิงตัวเลขของลำดับ (sequence) ของวงจรถอมนิกส์ที่เกิดจากการนำเข้ามา และ การหาผลเฉลยเชิงตัวเลขของไบฟูเคชันในอิล็กทรอนิกส์

การศึกษาระบบเลเซอร์ และ ผลของสัญญาณย้อนกลับทำได้โดยพิจารณาการเปลี่ยนค่าตัวแปร เช่น ค่าระยะระหว่างเลเซอร์กับตัวสะท้อน (L) ค่าความถี่เชิงมุมที่เกิดจากเลเซอร์ภายในเลเซอร์ไดโอด ( $\omega(N)$ ) ค่าความถี่เชิงมุมที่เกิดจากเลเซอร์ภายนอกเลเซอร์ไดโอด ( $\phi$ ) ค่าอัตราการขยายของเลเซอร์ (G) ค่าการสะท้อนของเลเซอร์ไดโอดที่อยู่ด้านหลัง ( $r_2$ ) ค่าการสะท้อนของเลเซอร์ไดโอดที่ไปกระทบตัวสะท้อน ( $r_3$ ) และ เวลาของแสงเลเซอร์ในช่วงระยะทาง L ( $\tau$ ) แทนค่าในสมการโดยการจำลองเพื่อหาผลเฉลยเชิงตัวเลขของเคออสในระบบเลเซอร์ หาผลเฉลยเชิงตัวเลขของนอร์มัลไลซ์อินเทนซิตี (Normalized Intensity) และ หาผลเฉลยเชิงตัวเลขของไบฟูเคชัน

#### 4.1 ผลของงานวิจัย

ในหัวข้อนี้ จะแสดงการหาผลเฉลยเชิงตัวเลขที่ได้จากการคำนวณโดยใช้วิธีการจำลอง ซึ่งหน่วยของผลเฉลยนี้อาจพิจารณาในระบบหน่วยสากล (International System of Unit : SI) คือ เมตร เพื่อความสะดวกในการออกแบบของระบบเลเซอร์ และ พิจารณาผลเฉลยเชิงตัวเลขเป็นทศนิยมสี่ตำแหน่ง

##### 4.1.1 ศึกษาผลของวิธีการจำลองของเคออสในวงจรถอมนิกส์

จากหัวข้อ 3.1 ได้แสดงให้เห็นความสัมพันธ์ของกระแสไฟฟ้า (i) ที่ต่อวงจรในขณะที่มีขดลวดเหนี่ยวนำ และ ไดโอด ซึ่งในขณะสวิตช์ปิด คือ

$$i(t) = i_n + \frac{V_1}{L} t \quad (4.1)$$

และ

$$i(t) = I_{ref} + \frac{V_1 - \bar{V}_0}{L} t \quad (4.2)$$

โดยที่

$i(t)$  คือ กระแส ณ วินาทีถัดไป

$i_n$  คือ กระแสไฟฟ้าที่จุดเริ่มต้น

$V_1$  คือ แรงดันอินพุต

และ  $\bar{V}_0$  คือ แรงดันเอาต์พุต

เนื่องจากสมการที่ 4.1 และ 4.2 เป็นสมการที่ใช้ควบคุมกันในระบบอิเล็กทรอนิกส์ คือ เมื่อในขณะสวิตช์ปิด กระแสเริ่มเก็บสะสมจนถึงกระแสไฟฟ้าที่จุดอ้างอิง ระบบของวงจรถอดอิเล็กทรอนิกส์ตามรูปที่ 3.1 จะถูกตัด ทำให้กระแสตกลงจนถึงระดับหนึ่ง แล้ว กระแสไฟฟ้าจะถูกเก็บสะสมอีกครั้ง ระบบจะเป็นเช่นนี้เรื่อย ๆ โดยงานวิจัยฉบับนี้ จะหาผลเฉลยเชิงตัวเลขซึ่งเป็นกระแสเอาต์พุตเป็นทศนิยม 4 ตำแหน่ง

วิธีการจำลองในการคำนวณผลเฉลยเชิงตัวเลขของสมการที่ 4.1 และ 4.2 ตามรูปที่ 3.1 และ 3.2 โดยเงื่อนไขเริ่มต้นของสมการที่ 4.1 คือ  $i(0) = i_n$  และ เงื่อนไขเริ่มต้นของสมการที่ 4.2 คือ  $I_{ref}$  และ ทำการศึกษาแบบจำลองโดยนำข้อมูล 2 ชุด มาพิจารณาเปรียบเทียบซึ่งกันและกัน

ผลเฉลยเชิงตัวเลขที่ได้จากวิธีการจำลองซึ่งการหาผลเฉลยเชิงตัวเลขของเคออสในวงจรถอดอิเล็กทรอนิกส์แสดงดังตารางที่ 4.1 ซึ่งสามารถพิจารณาการเกิดเคออสจากตารางโดยที่ลำดับที่ของกระแสเอาต์พุต (ความถี่ของช่วงเวลา) แต่ละช่วงเวลาจะไม่เท่ากัน และ จากตารางค่ากระแสเอาต์พุตที่มีค่ามากที่สุดไม่เท่ากัน (ในทางลบ) เมื่อนำไปเขียนกราฟ ความสูงของยอดกราฟ (แอมพลิจูด) จึงไม่เท่ากัน ดังนั้นจากตารางจึงกล่าวได้ว่าลักษณะดังกล่าวไม่เป็นลักษณะการเคลื่อนที่แบบฮาร์มอนิก นั่นคือ เป็นลักษณะของพฤติกรรมการเกิดเคออส และ หาผลเฉลยเชิงตัวเลขของข้อมูล 2 ชุด โดยที่กระแสไฟฟ้าที่จุดอ้างอิงเท่ากันคือ 0.5 A แสดงดังตารางที่ 4.2 ซึ่งสามารถพิจารณาการเกิดเคออสจากตารางโดยเปลี่ยนค่าพารามิเตอร์ของข้อมูลชุดที่ 2 มากกว่าชุดที่ 1 ซึ่งจากตารางเมื่อเปรียบเทียบลำดับที่ของกระแสเอาต์พุต (ความถี่ของช่วงเวลา) แต่ละช่วงจะเท่ากันต่างกันตรงที่ค่ากระแสเอาต์พุตที่มากที่สุด ซึ่งจากตารางข้อมูลชุดที่ 1 จะมีค่ามากกว่าชุดที่ 2 ส่งผลในการเขียนกราฟโดยที่กราฟของข้อมูลชุดที่ 1 ความสูงของยอดกราฟจะสูงกว่า นั่นคือ เมื่อนำไปออกแบบระบบข้อมูลชุดที่ 2 ดีกว่าข้อมูลชุดที่ 1

ตารางที่ 4.1 ผลของวิธีการจำลองของเคออสในวงจรอิเล็กทรอนิกส์

ลำดับที่	$V_1 = 10.45V, L = 104mH, \bar{V}_0 = 32.3V$														
	เวลา(ms)	$i_n$	เวลา(ms)	$i_{n+1}$	เวลา(ms)	$i_{n+2}$	เวลา(ms)	$i_{n+3}$	เวลา(ms)	$i_{n+4}$	เวลา(ms)	$i_{n+5}$			
1	0	-1.5096	1	-108.7500	2.6	-377.6731	4.6	-713.8269	6.8	-1083.6000	8.7	-718.0288			
2	0.1	-0.5048	1.1	-97.6971	2.7	-350.5433	4.7	-666.6009	6.9	-1014.3000	8.8	-629.6057			
3	0.2	0.5000	1.2	-85.6394	2.8	-322.4087	4.8	-618.3702	7	-943.9317	8.9	-540.1778			
4	0.3	-5.8029	1.3	-72.5769	2.9	-293.2693	4.9	-569.1946	7.1	-872.5904	9	-449.7451			
5	0.4	-14.2067	1.4	-58.5096	3	-263.1250	5	-518.8942	7.2	-800.2442	9.1	-358.3076			
6	0.5	-24.7115	1.5	-43.4375	3.1	-231.9760	5.1	-467.6490	7.3	-726.8933	9.2	-265.8653			
7	0.6	-37.3173	1.6	-27.3606	3.2	-199.8221	5.2	-415.3990	7.4	-652.5375	9.3	-172.4182			
8	0.7	-52.0240	1.7	-10.2788	3.3	-166.6635	5.3	-362.1442	7.5	-577.1769	9.4	-77.9663			
9	0.8	-68.8317	1.8	0.5000	3.4	-132.5000	5.4	-307.8846	7.6	-500.8115	9.5	0.5000			
10	0.9	-87.7404	1.9	-39.4183	3.5	-97.3318	5.5	-252.6202	7.7	-423.4413	9.6	-201.1923			
11	1	-108.7500	2	-81.4375	3.6	-61.1587	5.6	-196.3509	7.8	-345.0663	9.7	-404.9856			
12			2.1	-125.5577	3.7	-23.9808	5.7	-139.0769	7.9	-265.6865	9.8	-610.8798			
13			2.2	-171.7788	3.8	0.5000	5.8	-80.7981	8	-185.3019	9.9	-818.8750			
14			2.3	-220.1010	3.9	-81.4375	5.9	-21.5144	8.1	-103.9125	10	-1029.0000			
15			2.4	-270.5240	4	-165.4760	6	0.5000	8.2	-21.5183					

ตารางที่ 4.1 (ต่อ)

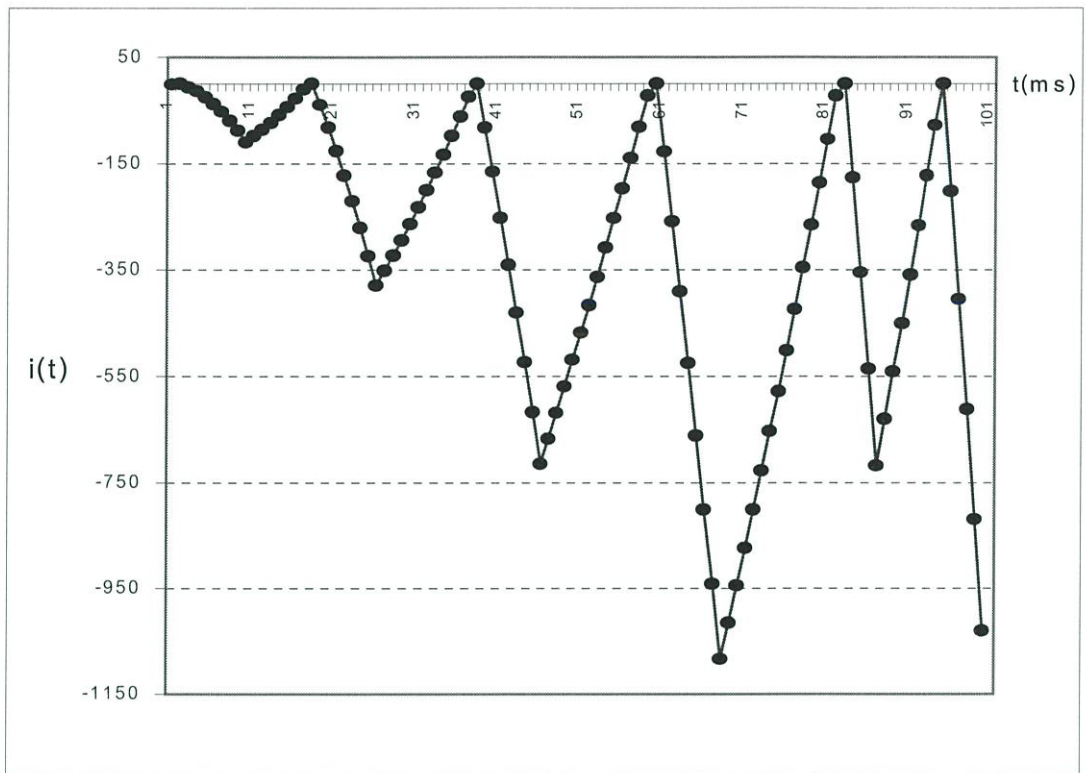
ลำดับที่	$V_f = 10.45V, L = 104mH, \bar{V}_0 = 32.3V$											
	เวลา(ms)	$i_n$	เวลา(ms)	$i_{n+1}$	เวลา(ms)	$i_{n+2}$	เวลา(ms)	$i_{n+3}$	เวลา(ms)	$i_{n+4}$	เวลา(ms)	$i_{n+5}$
16			2.5	-323.0481	4.1	-251.6154	6.1	-127.6587	8.3	0.5000		
17			2.6	-377.6731	4.2	-339.8558	6.2	-257.9183	8.4	-175.9808		
18					4.3	-430.1971	6.3	-390.2788	8.5	-354.5625		
19					4.4	-522.6394	6.4	-5247.7404	8.6	-535.2456		
20					4.5	-617.1827	6.5	-661.3029	8.7	-718.0288		
21					4.6	-713.8269	6.6	-799.9663				
22							6.7	-940.7308				
23							6.8	-1083.6000				

ตารางที่ 4.2 ผลของวิธีการกำจัดของเคออสของข้อมูล 2 ชุด

ลำดับที่	$V_1 = 10.45V, L = 104mH, \bar{V}_0 = 32.3V$										$V_1 = 10.51V, L = 108mH, \bar{V}_0 = 32.56V$													
	$i_h$ (ms)	$i_{n+1}$ (ms)	$i_{n+2}$ (ms)	$i_{n+3}$ (ms)	$i_{n+4}$ (ms)	$i_{n+5}$ (ms)	$i_h$ (ms)	$i_{n+1}$ (ms)	$i_{n+2}$ (ms)	$i_{n+3}$ (ms)	$i_{n+4}$ (ms)	$i_{n+5}$ (ms)	$i_h$ (ms)	$i_{n+1}$ (ms)	$i_{n+2}$ (ms)	$i_{n+3}$ (ms)	$i_{n+4}$ (ms)	$i_{n+5}$ (ms)						
1	0.0	-1.5096	1.0	-108.7500	2.6	-377.6731	4.6	-713.8269	6.8	-1083.6000	8.7	-718.0288	0.0	-1.4463	1.0	-105.6667	2.6	-367.0000	4.6	-693.6667	6.8	-1053.0000	8.7	-697.7500
2	0.1	-0.5048	1.1	-97.6971	2.7	-350.5433	4.7	-666.6009	6.9	-1014.3000	8.8	-629.6057	0.1	-0.4732	1.1	-94.9621	2.7	-340.7250	4.7	-647.9287	6.9	-985.8528	8.8	-612.1130
3	0.2	0.5000	1.2	-85.6394	2.8	-322.4087	4.8	-618.3702	7.0	-943.9317	8.9	-540.1778	0.2	0.5000	1.2	-83.2843	2.8	-313.4769	4.8	-601.2176	7.0	-917.7324	8.9	-525.5028
4	0.3	-5.8029	1.3	-72.5769	2.9	-293.2693	4.9	-569.1946	7.1	-872.5904	9.0	-449.7451	0.3	-5.6250	1.3	-70.6334	2.9	-285.2556	4.9	-553.5334	7.1	-848.6389	9.0	-437.9194
5	0.4	-14.2067	1.4	-58.5096	3.0	-263.1250	5.0	-518.8942	7.2	-800.2442	9.1	-358.3076	0.4	-13.1792	1.4	-57.0093	3.0	-256.0611	5.0	-504.8760	7.2	-778.5722	9.1	-349.3630
6	0.5	-24.7115	1.5	-43.4375	3.1	-231.9760	5.1	-467.6490	7.3	-726.8933	9.2	-265.8653	0.5	-24.0000	1.5	-42.4121	3.1	-225.8935	5.1	-455.2454	7.3	-707.5324	9.2	-259.8333
7	0.6	-37.3173	1.6	-27.3606	3.2	-199.8221	5.2	-415.3990	7.4	-652.5375	9.3	-172.4182	0.6	-36.2500	1.6	-26.8417	3.2	-194.7528	5.2	-404.6417	7.4	-635.5194	9.3	-169.3306
8	0.7	-52.0240	1.7	-10.2788	3.3	-166.6635	5.3	-362.1442	7.5	-577.1769	9.4	-77.9663	0.7	-50.5417	1.7	-10.2982	3.3	-162.6389	5.3	-353.0649	7.5	-562.5333	9.4	-77.8546
9	0.8	-68.8317	1.8	0.5000	3.4	-132.5000	5.4	-307.8846	7.6	-500.8115	9.5	0.5000	0.8	-66.8750	1.8	0.5000	3.4	-129.5519	5.4	-300.5148	7.6	-488.5741	9.5	0.5000
10	0.9	-87.7404	1.9	-39.4183	3.5	-97.3318	5.5	-252.6202	7.7	-423.4413	9.6	-201.1923	0.9	-85.2500	1.9	-38.2917	3.5	-95.4917	5.5	-246.9917	7.7	-413.6417	9.6	-195.5000
11	1.0	-108.7500	2.0	-81.4375	3.6	-61.1587	5.6	-196.3509	7.8	-345.0663	9.7	-404.9856	1.0	-105.6667	2.0	-79.1250	3.6	-60.4583	5.6	-192.4954	7.8	-337.7361	9.7	-393.5417
12			2.1	-125.5577	3.7	-23.9808	5.7	-139.0769	7.9	-265.6865	9.8	-610.8798			2.1	-122.0000	3.7	-24.4519	5.7	-137.0260	7.9	-260.8574	9.8	-593.6250
13			2.2	-171.7788	3.8	0.5000	5.8	-80.7981	8.0	-185.3019	9.9	-818.8750			2.2	-166.9167	3.8	0.5000	5.8	-80.5834	8.0	-183.0056	9.9	-795.7500
14			2.3	-220.1010	3.9	-81.4375	5.9	-21.5144	8.1	-103.9125	10.0	-1029.0000			2.3	-213.8750	3.9	-79.1250	5.9	-23.1676	8.1	-104.1806	10.0	-999.9167
15			2.4	-270.5240	4.0	-165.4760	6.0	0.5000	8.2	-21.5183					2.4	-262.8750	4.0	-160.7917	6.0	0.5000	8.2	-24.3824		
16			2.5	-323.0481	4.1	-251.6154	6.1	-127.6587	8.3	0.5000					2.5	-313.9167	4.1	-244.5000	6.1	-124.0417	8.3	0.5000		

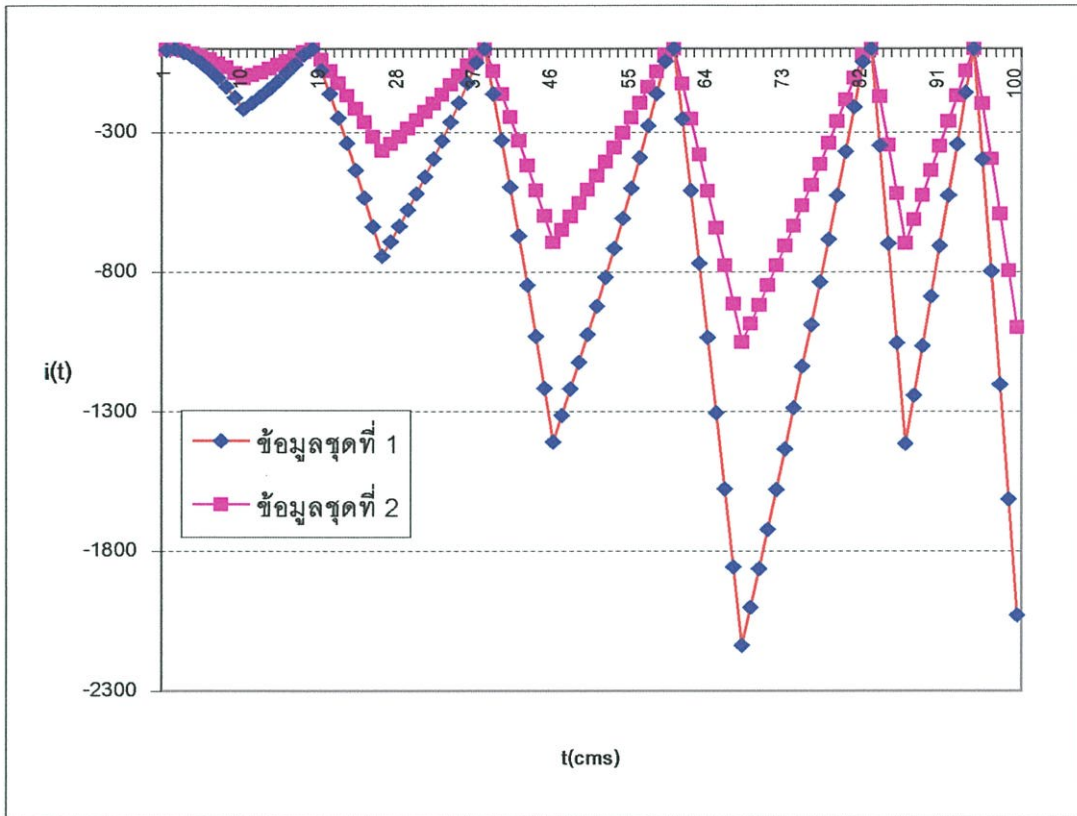
ตารางที่ 4.2 (ต่อ)

ลำดับที่	$V_i = 10.45V, L = 104mH, \bar{V}_0 = 32.3V$										$V_i = 10.51V, L = 108mH, \bar{V}_0 = 32.56V$									
	เวลา (ms)	$i_n$	เวลา (ms)	$i_{n+1}$	เวลา (ms)	$i_{n+2}$	เวลา (ms)	$i_{n+3}$	เวลา (ms)	$i_{n+4}$	เวลา (ms)	$i_{n+5}$	เวลา (ms)	$i_{n+4}$	เวลา (ms)	$i_{n+5}$				
17			2.6	-377.6731	4.2	-339.8558	6.2	-257.9183	8.4	-175.9808			2.6	-367.0000	4.2	-330.2500	6.2	-250.6250	8.4	-171.0000
18					4.3	-430.1971	6.3	-390.2788	8.5	-354.5625					4.3	-418.0417	6.3	-379.2500	8.5	-344.5417
19					4.4	-522.6394	6.4	-5247.7404	8.6	-535.2456					4.4	-507.8750	6.4	-509.9167	8.6	-520.1250
20					4.5	-617.1827	6.5	-661.3029	8.7	-718.0288					4.5	-599.7500	6.5	-642.6250	8.7	-697.7500
21					4.6	-713.8269	6.6	-799.9663							4.6	-693.6667	6.6	-777.3750		
22							6.7	-940.7308									6.7	-914.1667		
23							6.8	-1083.6000									6.8	-1053.0000		



รูปที่ 4.1 แสดงการเกิดเคออสในวงจรรีเลย์ทรอนิกส์

จากรูปที่ 4.1 จะเห็นลักษณะกราฟของกระแสเอาต์พุต ซึ่งความสูงของยอดกราฟจะไม่เท่ากัน และ เมื่อสังเกตความถี่ของช่วงเวลาแต่ละช่วงจะไม่เท่ากันเมื่อเกิดการเคลื่อนที่ของกราฟต่อไป อาจจะมีบางช่วงเวลาที่ความถี่ของช่วงเวลา และ ความสูงของยอดกราฟเท่ากันได้ แต่ลักษณะดังกล่าวนี้เรียกว่าเคออส



รูปที่ 4.2 แสดงผลของวิธีการจำลองของเคออสของข้อมูล 2 ชุด

จากรูปที่ 4.2 จะเห็นได้ว่าเมื่อเปลี่ยนค่าพารามิเตอร์ (ข้อมูลชุดที่ 2) ให้มากขึ้นส่งผลให้ ความสูง (ในทางลบ) ของยอดกราฟลดลงแต่ความถี่ของช่วงเวลาเท่ากับข้อมูลชุดที่ 1

จากหัวข้อที่ 3.1 ศึกษาการจำลองโดยการทำซ้ำของลำดับ (sequence) แสดงได้ดังสมการต่อไปนี้

$$x_n = \frac{t_n}{T_C} = \frac{(I_{ref} - i_n)}{V_I T_C} L \quad (4.3)$$

ดังนั้นได้สมการที่เกิดจากการทำซ้ำ (Iterative Equation) คือ

$$x_{n+1} = F(x_n) = \alpha(1 - x_n \text{ mod } 1) \quad (4.4)$$

เมื่อ

$$\alpha = \frac{\bar{V}_o}{V_I} - 1 \quad (4.5)$$

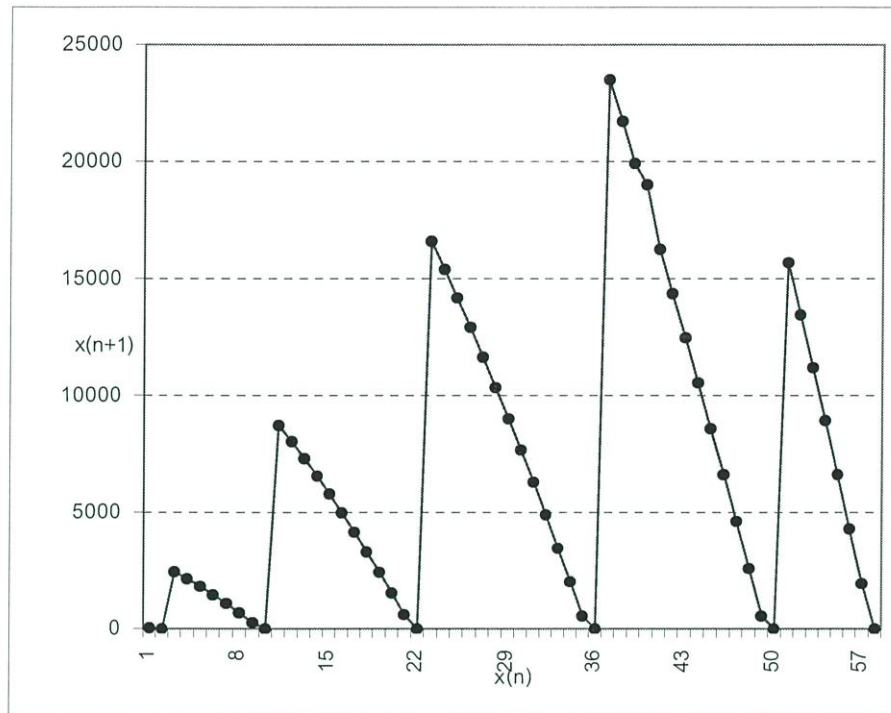
โดยที่

$x_n$  คือ ลำดับเริ่มต้น       $L$  คือ ขดลวดเหนี่ยวนำ       $i_n$  คือ กระแสไฟฟ้าที่จุดเริ่มต้น  
 $x_{n+1}$  คือ ลำดับถัดไป       $V_l$  คือ แรงดันอินพุต       $I_{ref}$  คือ กระแสไฟฟ้าที่จุดอ้างอิง  
 $t_n$  คือ เวลาในขณะสวิตช์ปิด       $\bar{V}_0$  คือ แรงดันเอาท์พุต       $T_c$  คือ คาบของตัวกำหนดเวลา

การหาผลเฉลยเชิงตัวเลขที่ได้จากวิธีการจำลองโดยการทำซ้ำ แสดงได้ดังตารางที่ 4.3 ซึ่งสามารถพิจารณาการเกิดเคออสจากตารางที่ 4.3 โดยพิจารณาเวลาในขณะสวิตช์ปิดซึ่งจะเห็นว่าความถี่ของช่วงเวลาแต่ละการทำซ้ำไม่เท่ากัน และ ค่าที่มากที่สุดของการทำซ้ำไม่เท่ากันซึ่งเมื่อนำไปเขียนกราฟแล้วทำให้ความสูงของยอดกราฟไม่เท่ากัน โดยกำหนดให้พารามิเตอร์  $\alpha$  คงที่ และ  $x_n$  ผันตรงตามเวลาขณะสวิตช์ปิด

ตารางที่ 4.3 ผลของวิธีการจำลองโดยการทำซ้ำ

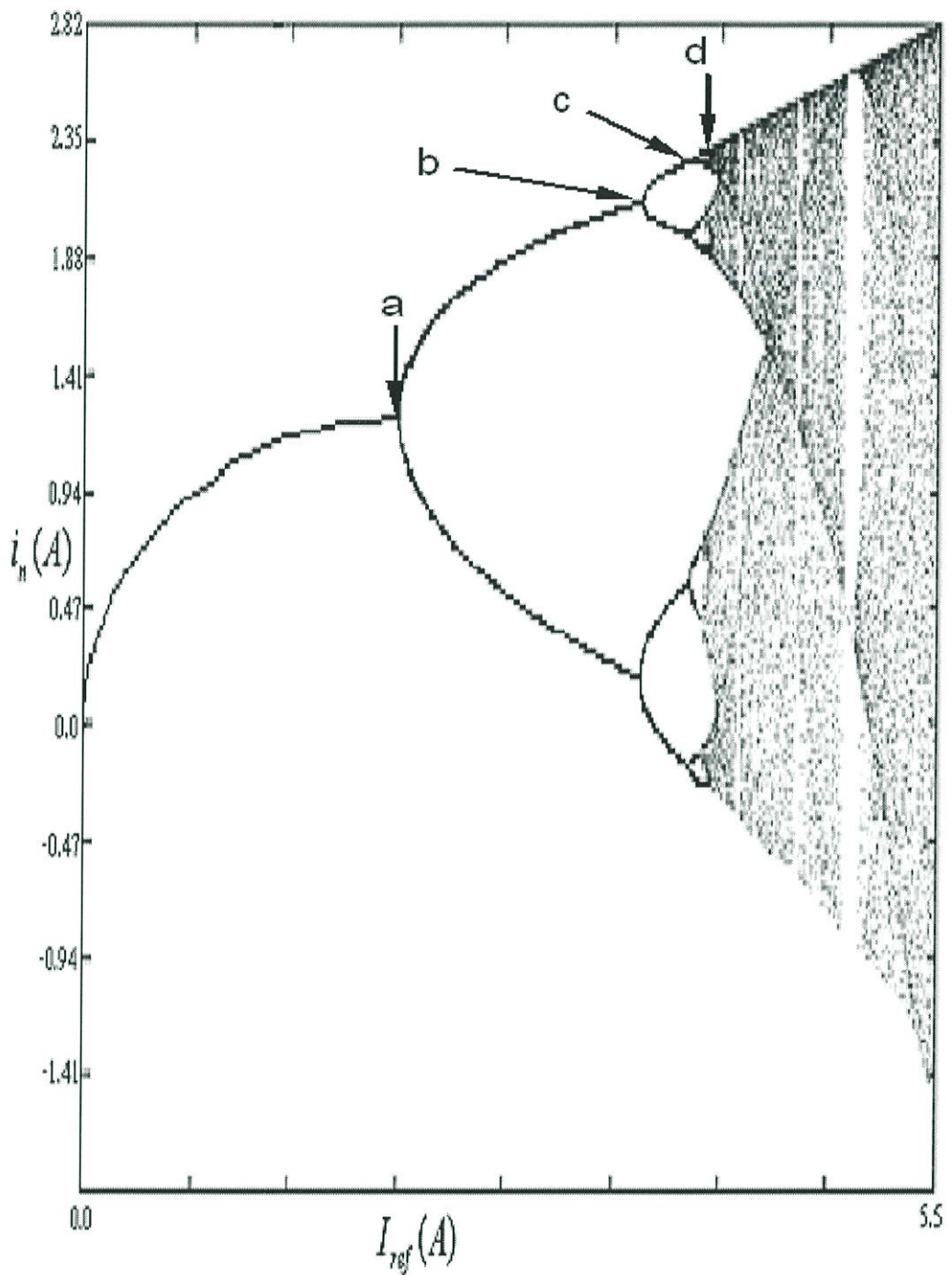
ลำดับที่	$I_{ref} = 0.5A, L = 104mH, V_l = 10.45V, T_c = 104\mu s, \alpha = 2.65$					
	$x_n$	$x_{n+1}$	$x_{n+2}$	$x_{n+3}$	$x_{n+4}$	$x_{n+5}$
1	50.0000	2443.0000	8734.1000	16598.0000	23498.0000	15677.0000
2	0.0000	2143.2000	8034.1000	15398.0000	21723.0000	13452.0000
3		1818.2000	7309.1000	14173.0000	19923.0000	11202.0000
4		1468.2000	6559.1000	12923.0000	18994.0000	8927.0000
5		1093.2000	5784.1000	11648.0000	16248.0000	6627.0000
6		693.2000	4984.1000	10348.0000	14373.0000	4302.0000
7		268.2000	4159.1000	9023.0000	12473.0000	1952.0000
8		0.0000	3309.1000	7673.0000	10548.0000	0.0000
9			2434.1000	6298.0000	8598.0000	
10			1534.1000	4898.0000	6623.0000	
11			609.1000	3473.0000	4623.0000	
12			0.0000	2023.0000	2598.0000	
13				548.0000	548.0000	
14				0.0000	0.0000	



รูปที่ 4.3 กราฟแสดงการเกิดเคออสโดยการทำซ้ำของลำดับ (Sequence)

จากรูปที่ 4.3 จะเห็นได้ว่าเมื่อเขียนกราฟความสัมพันธ์ระหว่าง  $x_n$  และ  $x_{n+1}$  แล้วสังเกตกราฟจะเห็นว่าความสูงของยอดกราฟ (แอมพลิจูด) มีความสูงไม่เท่ากัน จากกราฟไม่สามารถทำนายได้เลยว่าต่อไปความสูงจะมีลักษณะอย่างไรซึ่งคุณสมบัติที่กล่าวมานี้เป็นพฤติกรรมเคออส โดยใช้เวลาขณะสวิตช์ปิด ( $t_n$ ) ค่าเดียวกันกับรูปที่ 4.1

จากสมการที่ 4.1 เมื่อเขียนกราฟระหว่างกระแสไฟฟ้าและกระแสไฟฟ้าที่จุดอ้างอิง พบว่ามีลักษณะเป็นไบรฟูเคชัน โดยใช้ค่าของกระแสไฟฟ้าที่จุดอ้างอิงจาก 0.0A ถึง 5.5A ดังรูปต่อไปนี้



รูปที่ 4.4 กราฟแสดงการเกิดไบฟูร์เคชันของกระแสไฟฟ้าที่จุดอ้างอิงจาก 0.0A ถึง 5.5A

จากรูปที่ 4.4 แสดงถึงการเกิดลักษณะไบฟูร์เคชันของกระแสไฟฟ้าที่จุดอ้างอิง ( $I_{ref}$ ) โดยใช้พารามิเตอร์  $L = 104\text{mH}$ ,  $V_1 = 10.45\text{V}$ ,  $\bar{V}_o = 32.3\text{V}$  และ  $I_{ref}$  จาก 0.0A ถึง 5.5A เมื่อเขียนกราฟระหว่าง  $I_{ref}$  และ  $i_n$  ประกอบด้วย จุดคงที่(ก่อนบริเวณ a) พิริโอดิก(บริเวณ a ถึง b, b ถึง c, c ถึง d) และ เคออส(บริเวณ d เป็นต้นไป) จะอธิบายดังต่อไปนี้

การหาผลเฉลยเชิงตัวเลขของไบฟูร์เคชัน เกิดจากขณะสวิตช์ปิด (open circuit) จากสมการที่ 4.1  $i_n$  จะทำหน้าที่เก็บกระแสไฟฟ้าเมื่อกระแสไฟฟ้าไหลผ่าน เกิดเป็นจุดคงที่ (ก่อนบริเวณ a) และเสถียร(stable) เมื่อ  $i_n$  เท่ากับกระแสไฟฟ้าที่จุดอ้างอิงที่บริเวณ a ( $I_{ref} = 2.0625A$ ) ทำให้เกิดกระแสไฟฟ้าย้อนกลับ (feedback) ซึ่งบริเวณ a นี้ เมื่อหาผลเฉลยเชิงตัวเลขต่อไปจะเกิดพิริโอดิกซึ่งมีค่ากระแสไฟฟ้า 2 ค่า

เมื่อกระแสไฟฟ้ามีค่าเท่ากับกระแสไฟฟ้าที่จุดอ้างอิงบริเวณ a แล้ว  $i_n$  ยังคงทำหน้าที่เก็บกระแสไฟฟ้าเมื่อกระแสไฟฟ้าไหลผ่าน และ เกิดการย้อนกลับของกระแสไฟฟ้าอีกครั้งหลังจากย้อนกลับแล้วบริเวณ a จากรูปคือบริเวณ b ( $I_{ref} = 3.6093A$ ) เกิดพิริโอดิกอีกครั้ง ซึ่งจากวงจรวจรอิเล็กทรอนิกส์จากรูปที่ 3.2 ขณะสวิตช์ปิด เกิดขบวนการดังกล่าว และ เกิดการย้อนกลับของกระแสไฟฟ้าที่บริเวณ c ( $I_{ref} = 3.9532A$ ) และ บริเวณ d ( $I_{ref} = 3.9536A$ ) ดังรูปที่ 4.4

จากรูปที่ 4.4 เมื่อกระแสไฟฟ้าเท่ากับบริเวณ d ( $I_{ref} = 3.9536A$ ) และ  $i_n$  ยังทำหน้าที่เก็บกระแสไฟฟ้าเมื่อกระแสไฟฟ้าไหลผ่าน จะเกิดพิริโอดิกซ้อนทับกันเกิดเป็นลักษณะเคออส

#### 4.1.2 ผลของการวิจิจำลองของเคออสในระบบเลเซอร์

จากหัวข้อ 3.4 ได้แสดงให้เห็นว่าการทำงานของระบบเลเซอร์โดยสัญญาณอินพุตในขณะที่เกิดสัญญาณย้อนกลับสามารถเขียนเป็นสมการเรท ได้ดังต่อไปนี้

$$\frac{dE}{dt} = \left[ i\omega(N) + \frac{1}{2} \left( G(N) - \frac{1}{\tau_p} \right) \right] \cdot E(t) + \kappa E(t - 2\tau) \quad (4.6)$$

และ

$$\frac{dN}{dt} = R - \frac{N}{\tau_s} - G(N) \cdot |E(t)|^2 \quad (4.7)$$

จากสมการที่ 4.6 และ 4.7 จะได้สมการ

$$E(t) = A(t) \cdot e^{i\phi(t)} \cdot e^{i\omega t} \quad (4.8)$$

และ

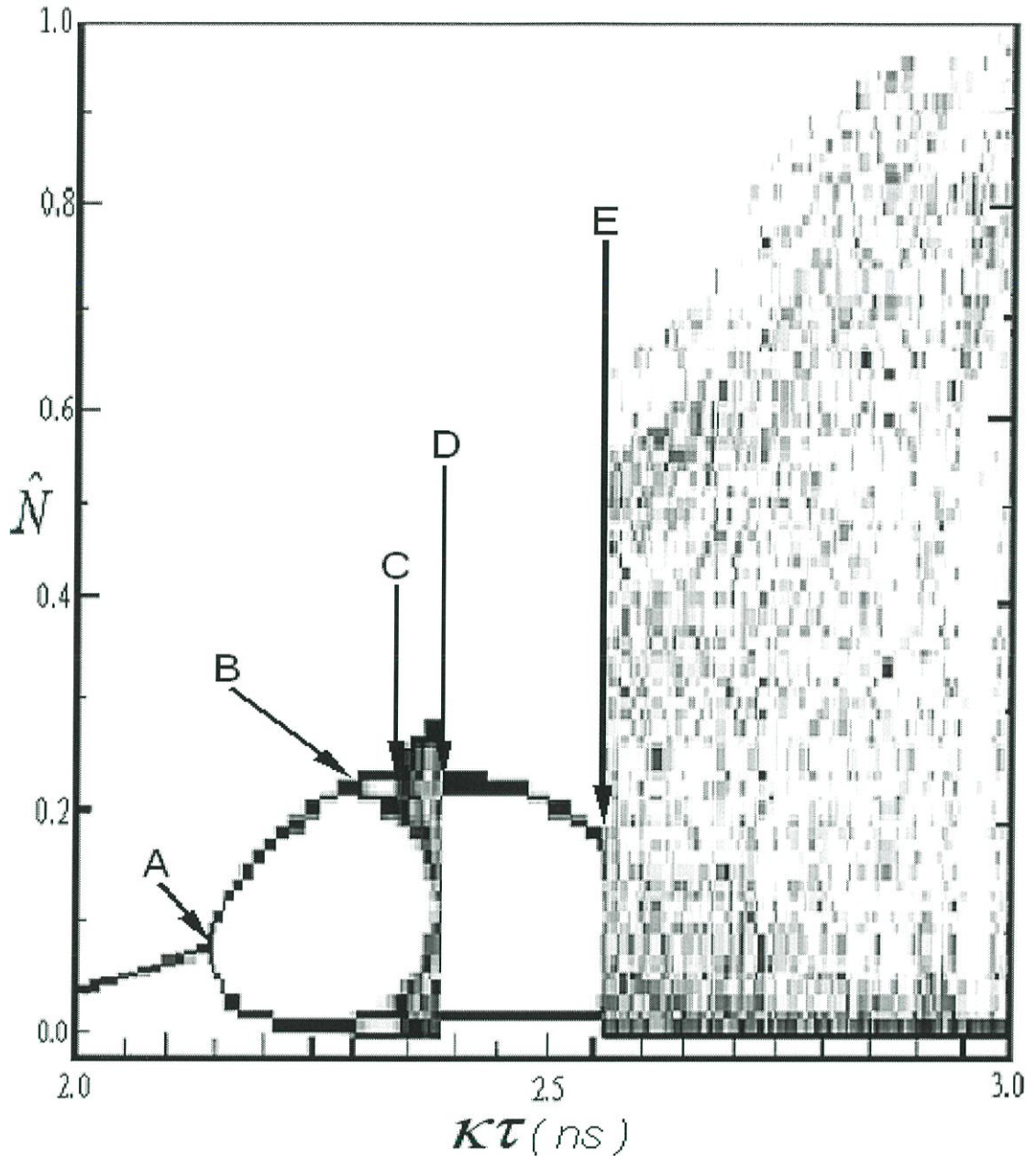
$$N(t) = \bar{N} + n(t) \quad (4.9)$$

โดยที่

$E$ คือ สนามไฟฟ้าของเลเซอร์	$A(t)$ คือ แอมพลิจูด
$\phi$ คือ ความถี่เชิงมุมที่เกิดจากเลเซอร์ภายนอกเลเซอร์ไดโอด	$\bar{\omega} = \omega(N) - \beta n$
$G(N)$ คือ อัตราการขยาย	$\tau_p$ คือ ช่วงชีวิต (lifetime) ของโฟตอน
$\tau_s$ คือ ช่วงเวลาของการลดลงของสัญญาณพาหะ	$R$ คือ อัตราการปั๊ม (pump) ของสัญญาณ
$\kappa$ คือ ค่าคงที่ของสัญญาณย้อนกลับ	$\bar{N}$ คือ ค่าเริ่มต้นความหนาแน่นของพาหะ
$\tau$ คือ เวลาของแสงเลเซอร์ในช่วงระยะทาง $L$	$g$ คือ ความเร่งเนื่องจากแรงโน้มถ่วง
$\omega(N)$ คือ ความถี่เชิงมุมที่เกิดจากเลเซอร์ภายในเลเซอร์ไดโอด	
$N$ คือ ค่าความหนาแน่นของพาหะ(carrier density)	
$\bar{G}$ คือ ค่าเริ่มต้นของอัตราการขยาย	

และ  $\beta$  คือ  $\left| \text{antiguiding factor} \right| * \frac{g}{2}$  ซึ่งเป็นค่าคงที่ ที่กำหนดให้มีค่าระหว่าง -4 ถึง -7 [9] เมื่อ antiguiding factor คือ เฟคเตอร์ต่อต้านการนำแสง

งานวิจัยฉบับนี้ จะพิจารณาการเกิดเคออสของระบบเลเซอร์โดยการจำลองจากสมการที่ 4.6 ถึง 4.9 โดยใช้ค่า  $\kappa\tau$  จาก 2.0ns ถึง 3.0ns ดังรูปต่อไปนี้

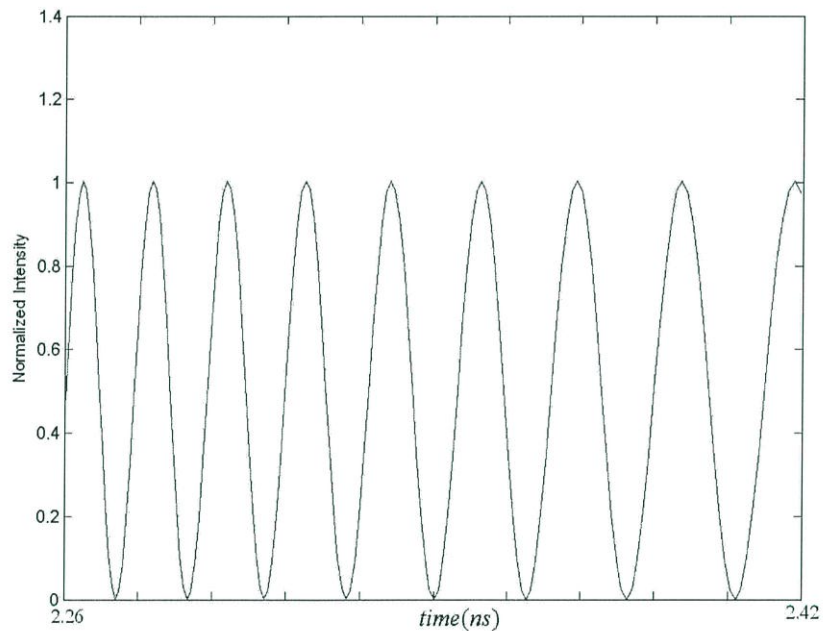


รูปที่ 4.5 กราฟแสดงการเกิดไบฟูร์เคชันของ  $k\tau$  จาก 2.0ns ถึง 3.0ns

จากรูปที่ 4.5 เกิดไบฟูร์เคชันในระบบเลเซอร์ โดยเขียนกราฟระหว่างนอร์มัลไลซ์ความหนาแน่นของพาหะ ( $\hat{N}$ ) กับค่าคงที่ของสัญญาณย้อนกลับ ( $k$ ) คูณเวลาของแสงเลเซอร์ในช่วงระยะทาง  $L$  โดยใช้พารามิเตอร์ต่าง ๆ ดังนี้  $\omega(N) = 6.20125 \times 10^9$ ,  $G(N) = 6.41 \times 10^{11}$ ,  $\bar{R} = 24.6740$ ,  $\tau_p = 2.0 \times 10^{-12}$ ,  $R = 5.5 \times 10^{32}$ ,  $\tau_s = 2 \times 10^{-9}$ ,  $\bar{N} = 1.1 \times 10^{24}$ ,  $k = 0.8825$ ,  $r_2 = 0.248$ ,  $r_3 = 0.387$ ,  $\tau = 2.26\text{ns}$  ถึง  $3.39\text{ns}$  และ  $k\tau = 2.0\text{ns}$  ถึง  $3.0\text{ns}$  ประกอบด้วย บริเวณที่เกิดพิริโอดิก คือ จุดเริ่มต้นจากรูปที่ 4.5 ถึง A, A ถึง B, B ถึง C และ เกิดเคออสบริเวณ C ถึง D, D ถึง E, E ถึงจุดสุดท้ายจากรูปที่ 4.5 และ เมื่อดูรูปที่ 3.3 ประกอบสามารถอธิบายได้ดังนี้

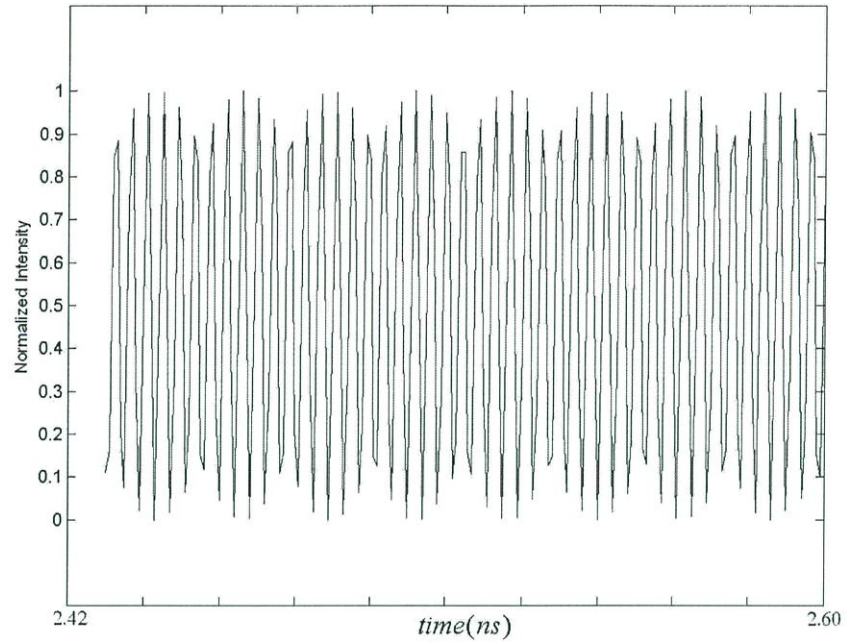
แสงเดินทางออกจากเลเซอร์ไดโอด โดยเดินทางเป็นเส้นตรงไปกระทบตัวสะท้อนเกิดจุดเริ่มต้นจากรูปที่ 4.5 ถึง บริเวณ A แล้วเกิดการสะท้อนตรงค่าสัมประสิทธิ์ของการสะท้อน  $r_3$  (coupling) เกิดเป็นบริเวณ A ( $\kappa\tau = 2.1417\text{ns}$ ) ดังรูปที่ 4.5 แสงบางส่วนเดินทางย้อนกลับเนื่องจากเกิดการสะท้อน ตกกระทบ และหักเหของแสงเมื่อผ่านตัวกลาง 2 ชนิด โดยเมื่อแสงเดินทางย้อนกลับจะเกิดโพโรติกที่บริเวณ A ถึง B ดังรูปที่ 4.5 แล้วแสงจะไปกระทบ สะท้อน และหักเหอีกครั้งที่ค่าสัมประสิทธิ์การสะท้อน  $r_2$  แล้วมีแสงบางส่วนย้อนกลับไปกลับมา (round trip) เช่นเดียวกันนี้เกิดบริเวณ B ( $\kappa\tau = 2.2979\text{ns}$ ) และ บริเวณ C ( $\kappa\tau = 2.3417\text{ns}$ )

บริเวณ C เป็นต้นไป เกิดลักษณะเคออสเนื่องจากเกิดแสงที่ย้อนกลับซ้อนทับกันในช่วงเวลาในระยะทาง  $L$  ดังรูปที่ 4.5 และสามารถเขียนกราฟระหว่างค่าออร์มัลไลซ์อินเทนซิตี กับ เวลา โดยนำช่วงจากรูปที่ 4.5 มาเขียนกราฟดังนี้



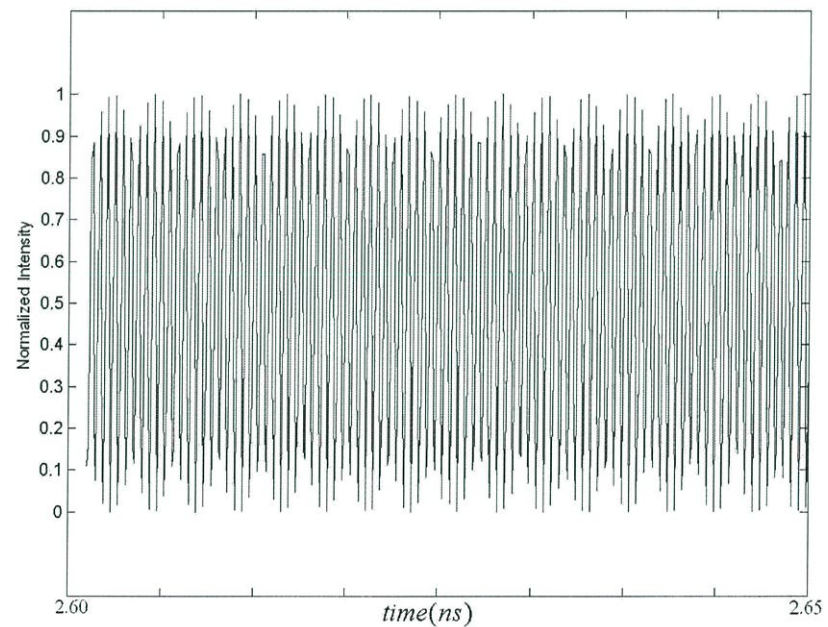
รูปที่ 4.6 กราฟแสดงการเกิดโพโรติก บริเวณจุดเริ่มต้นถึงจุด A โดยที่ค่า  $L=0.339\text{m}$  ถึง  $0.364\text{m}$  ในช่วงเวลา  $2.26\text{ns}$  ถึง  $2.42\text{ ns}$

จากรูปที่ 4.6 นำบริเวณจุดเริ่มต้น ถึง จุด A จากรูปที่ 4.6 มาเขียนกราฟ จะเห็นว่า มีลักษณะเป็นโพโรติก เนื่องจากการเคลื่อนที่แบบคงที่



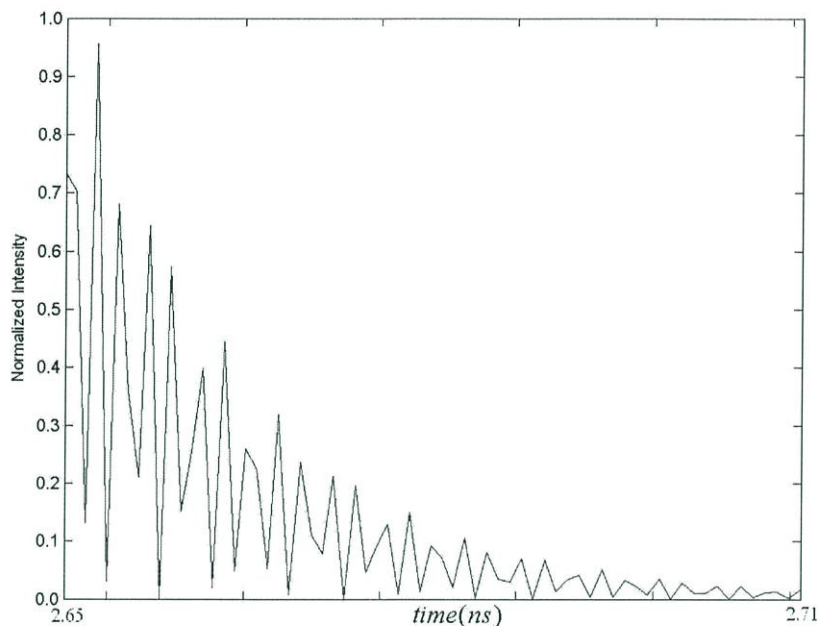
รูปที่ 4.7 กราฟแสดงการเกิดฟิโอดิก บริเวณจุด A ถึง จุด B โดยที่ค่า  $L=0.364\text{m}$  ถึง  $0.390\text{m}$  ในช่วงเวลา  $2.42\text{ns}$  ถึง  $2.60\text{ ns}$

จากรูปที่ 4.7 นำบริเวณจุด A ถึง จุด B จากรูปที่ 4.6 มาเขียนกราฟ จะเห็นว่ามีลักษณะเป็นฟิโอดิก เนื่องจากการเคลื่อนที่แบบคงที่



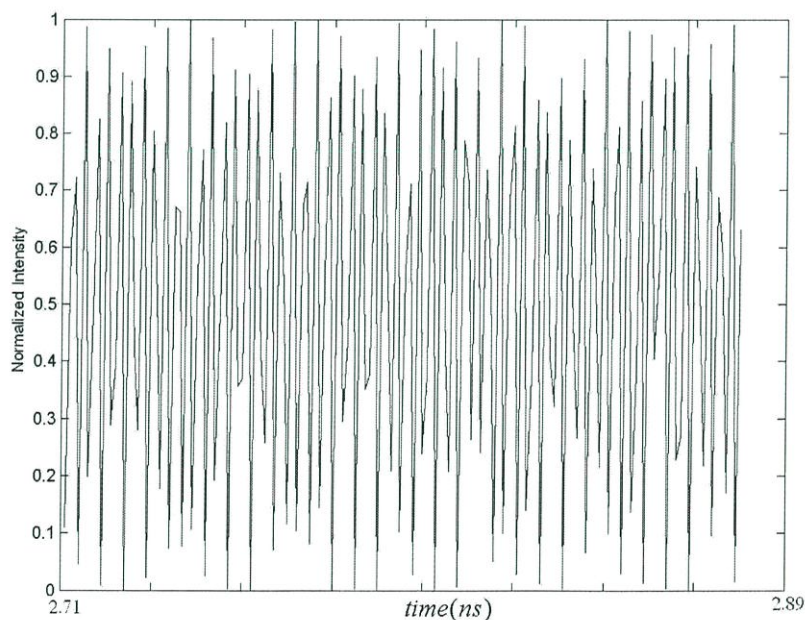
รูปที่ 4.8 กราฟแสดงการเกิดฟิโอดิก บริเวณจุด B ถึง จุด C โดยที่ค่า  $L=0.390\text{m}$  ถึง  $0.398\text{m}$  ในช่วงเวลา  $2.60\text{ns}$  ถึง  $2.65\text{ ns}$

จากรูปที่ 4.8 นำบริเวณจุด B ถึง จุด C จากรูปที่ 4.6 มาเขียนกราฟ จะเห็นว่ามีลักษณะเป็นพัลส์ เนื่องจากเคลื่อนที่แบบคงที่



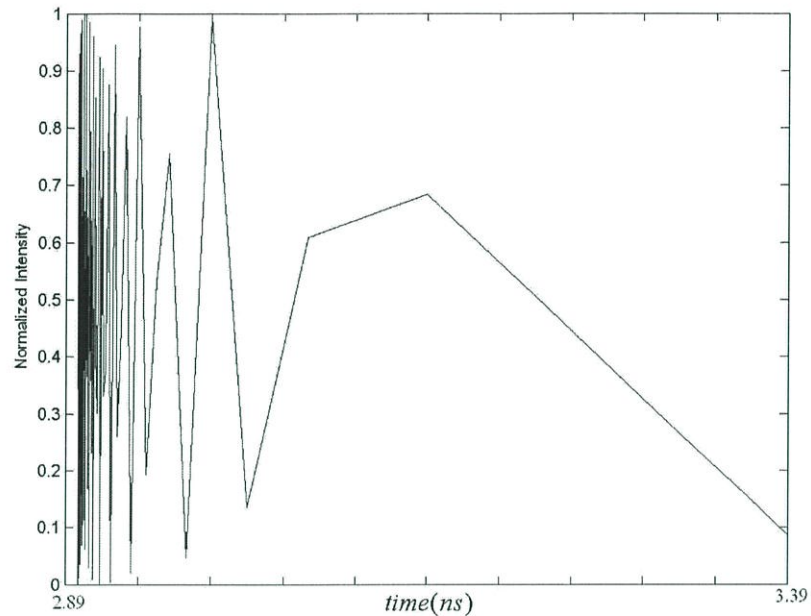
รูปที่ 4.9 กราฟแสดงการเกิดเคออส บริเวณจุด C ถึง จุด D โดยที่ค่า  $L=0.398\text{m}$  ถึง  $0.406\text{m}$  ในช่วงเวลา  $2.65\text{ns}$  ถึง  $2.71\text{ ns}$

จากรูปที่ 4.9 นำบริเวณจุด C ถึง จุด D มาเขียนกราฟ จะเห็นว่ามีลักษณะเป็นเคออสเนื่องจากความสูงของกราฟแต่ละช่วงไม่เท่ากันและมีค่าลดลงจนเท่ากับ 0.0



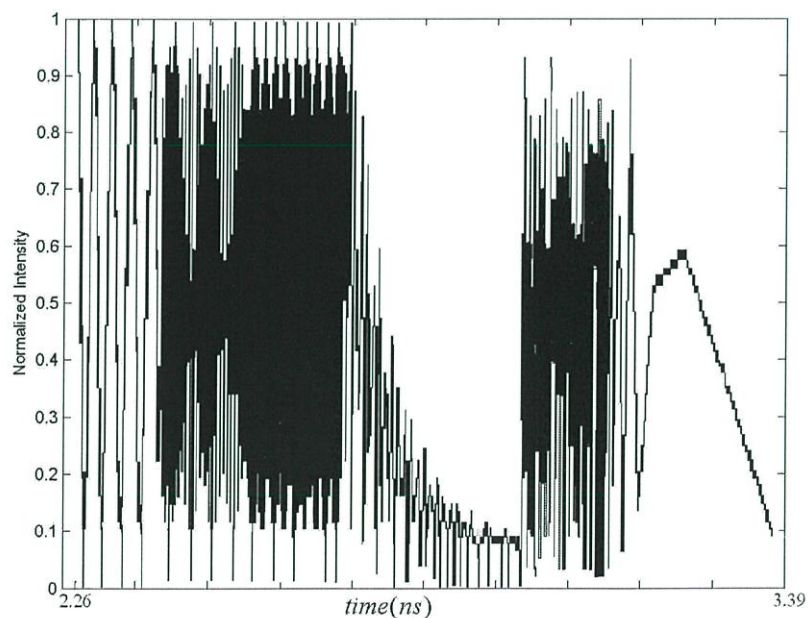
รูปที่ 4.10 กราฟแสดงการเกิดเคออส บริเวณจุด D ถึง จุด E โดยที่ค่า  $L=0.406\text{m}$  ถึง  $0.434\text{m}$  ในช่วงเวลา  $2.71\text{ns}$  ถึง  $2.89\text{ ns}$

จากรูปที่ 4.10 นำบริเวณจุด D ถึง จุด E มาเขียนกราฟ จะเห็นว่ามึลักษณะเป็นเคออส เนื่องจากความสูงของกราฟแต่ละช่วงไม่เท่ากัน



รูปที่ 4.11 กราฟแสดงการเกิดเคออส บริเวณจุด E ถึง จุดสุดท้าย โดยที่ค่า  $L=0.434m$  ถึง  $0.599m$  ในช่วงเวลา  $2.89ns$  ถึง  $3.39 ns$

จากรูปที่ 4.10 นำบริเวณจุด D ถึง จุดสุดท้าย มาเขียนกราฟ จะเห็นว่ามึลักษณะเป็นเคออสเนื่องจากความสูงของกราฟแต่ละช่วงไม่เท่ากันและมีค่าลดลงจนเท่ากับ 0.0



รูปที่ 4.12 กราฟแสดงการเกิดเคออส โดยที่ค่า  $L=0.339m$  ถึง  $0.599m$  ในช่วงเวลา  $2.26ns$  ถึง  $3.39 ns$

จากรูปที่ 4.11 นำบริเวณทุกช่วงมาเขียนกราฟ จะเห็นว่ามีลักษณะเป็นเคออสเนื่องจากความสูงของกราฟแต่ละช่วงไม่เท่ากันและมีค่าลดลงจนเท่ากับ 0.0

ส่วนกราฟนอร์มัลไลซ์อินเทนซิตีกับความถี่ และ ไปฟูรีเคชันของสนามเลเซอร์(E)กับเวลาของแสงเลเซอร์ในช่วงระยะทาง  $L(\tau)$  สามารถดูได้จากภาคผนวก

## บทที่ 5

# สรุปผลของงานวิจัยและข้อเสนอแนะ

ในบทความนี้ จะสรุปผลของงานวิจัยที่ได้จากบทที่ 4 ซึ่งผลของการศึกษาการจำลองโดยการหาผลเฉลยเชิงตัวเลขของเคออสในวงจรถอญีเล็กรอนิกส์ และ ผลของการจำลองโดยการหาผลเฉลยเชิงตัวเลขของเคออสในระบบเลเซอร์

### 5.1 สรุปผลของงานวิจัย

เมื่อพิจารณาการเกิดเคออสในวงจรถอญีเล็กรอนิกส์ พบว่า ผลลัพธ์ มีค่าเหมือนกับบทความที่ [1] ถึง [7] ทางผู้วิจัยศึกษาเพื่อดูพฤติกรรมของการเกิดเคออส

เมื่อพิจารณาการเกิดไบฟูร์เคชันในระบบเลเซอร์ในช่วง  $\kappa\tau = 2.0\text{ns}$  ถึง  $3.0\text{ns}$  และเขียนกราฟแยกเป็นช่วงๆพบว่าเกิดพิริโอดิก 3 ช่วงคือ  $L=0.339\text{m}$  ถึง  $0.364\text{m}$  ในช่วงเวลา  $2.26\text{ns}$  ถึง  $2.42\text{ ns}$   $L=0.364\text{m}$  ถึง  $0.390\text{m}$  ในช่วงเวลา  $2.42\text{ns}$  ถึง  $2.60\text{ ns}$  และ  $L=0.390\text{m}$  ถึง  $0.398\text{m}$  ในช่วงเวลา  $2.60\text{ns}$  ถึง  $2.65\text{ ns}$  ซึ่ง 3 ช่วงนี้เหมาะสำหรับออกแบบระบบของเลเซอร์เพื่อที่จะไม่ให้ระบบเกิดความเสียหายขณะเริ่มปิดวงจร

### 5.2 ปัญหาของงานวิจัย

เนื่องจากปัญหาเคออสไม่สามารถพยากรณ์ได้ ในการจำลองปัญหาโดยการหาผลเฉลยเชิงตัวเลขจำเป็นต้องหาผลเฉลยทุกช่วงเวลา หรือ ทุกช่วงความยาวของเลเซอร์กับตัวสะท้อน แต่เครื่องคอมพิวเตอร์ไม่สามารถประมวลผลโดยละเอียดได้

### 5.3 ข้อเสนอแนะ

งานวิจัยฉบับนี้ เป็นการพิจารณาการเกิดเคออสในวงจรถอญีเล็กรอนิกส์ และ การเกิดเคออสในระบบเลเซอร์ เพื่อดูพฤติกรรมของการเกิดเคออส โดยการพิจารณาพารามิเตอร์ที่เหมาะสมกับระบบ ดังนั้นสามารถนำไปใช้เป็นพื้นฐานงานที่เกี่ยวข้องกับเคออส นอกจากนี้ยังนำความรู้ที่ได้ไปออกแบบระบบ พัฒนาวงจรถอญีเล็กรอนิกส์ และ ระบบเลเซอร์

### 5.4 แนวทางในการพัฒนาต่อไป

สำหรับการนำระบบของเคออสในระบบเลเซอร์ไปศึกษาเพิ่มเติมนั้นสามารถทำได้โดยการเปลี่ยนตัวแปรอื่น ๆ เช่น อัตราการขยาย (G) และ เวลาของแสงเลเซอร์ในช่วงระยะทาง L ( $\tau$ ) แล้วหาความสัมพันธ์โดยการเปลี่ยนแปลงตัวแปรเหล่านั้น

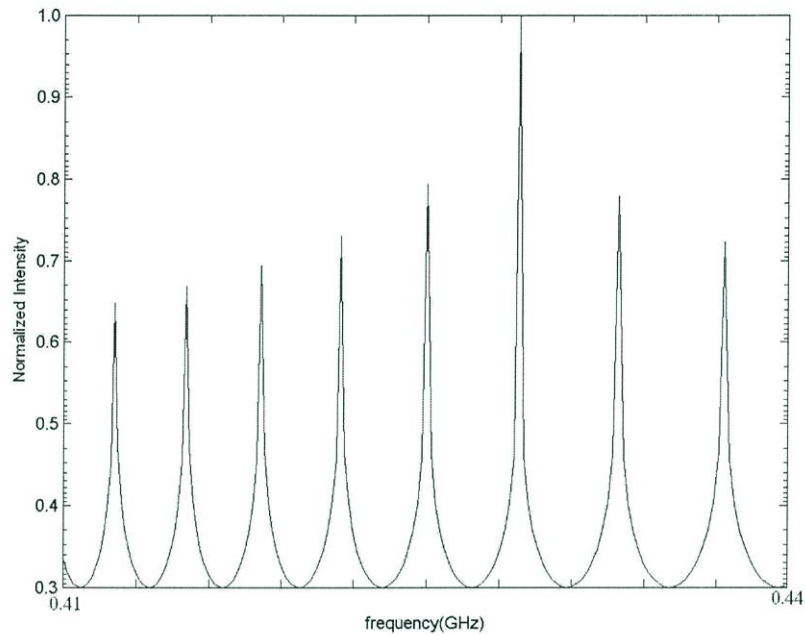
อนึ่งความสัมพันธ์ของค่าการสะท้อนของเลเซอร์ไดโอดที่อยู่ด้านหน้า ( $r_1$ ) ค่าการสะท้อนของเลเซอร์ไดโอดที่อยู่ข้างหลัง ( $r_2$ ) และ ค่าการสะท้อนของเลเซอร์ไดโอดที่ไปกระทบตัวสะท้อน ( $r_3$ ) ถ้าเปลี่ยนตัวแปรของความสัมพันธ์ดังกล่าวทำให้ค่าคงที่ของสัญญาณย้อนกลับ ( $\kappa$ ) เปลี่ยนไป อินพุตจะเปลี่ยนไปอย่างไร และ การหาช่วงความยาวที่ดีที่สุดของการเกิดพริโอดิกในระบบ นำไปออกแบบระบบ เพื่อพัฒนาระบบอิเล็กทรอนิกส์ให้ดียิ่งขึ้น

## เอกสารอ้างอิง

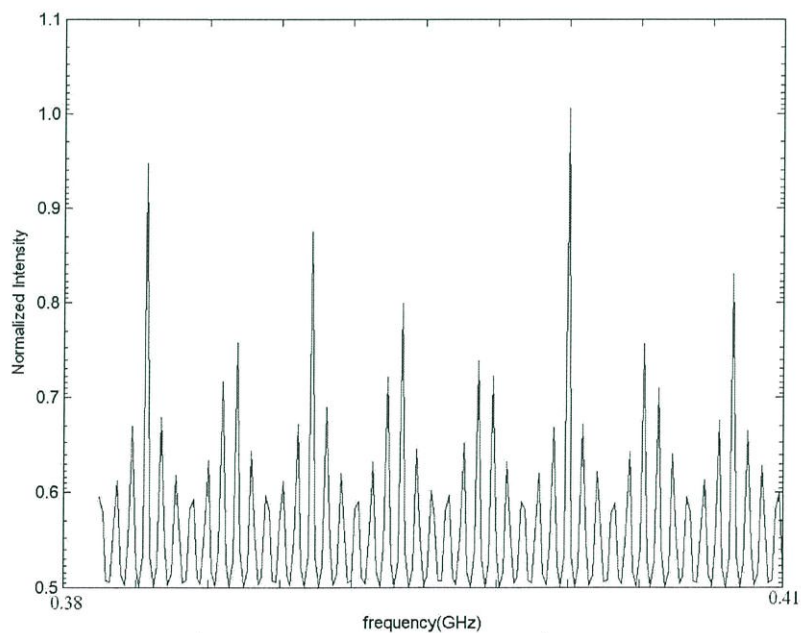
- [1] J. H. B. Deane, Peter Ashwin, D. C. Hamill, and D. J. Jefferies, "Calculation of the periodic spectral components in a chaotic DC-DC converter" IEEE Trans. Circuits Syst., vol.46, no. 11, pp. 1313-1319, Nov 1999.
- [2] J. H. B. Deane and D.C. Hamill, "Improvement of power supply EMC by chaos" Electron. Lett., vol. 32, no. 12, p. 1045, June 1996.
- [3] J. H. B. Deane, "Chaos in a current-mode controlled boost dc-dc converter" IEEE Trans. Circuits Syst., vol. 39, pp. 680-683, Aug. 1992.
- [4] D. C. Hamill, J. H. B. Deane, and D. J. Jefferies, "Modeling of chaotic DC-DC converter by iterated nonlinear mapping" IEEE Trans. Power Electron., vol. 7, pp. 25-35, Jan. 1992.
- [5] J. H. B. Deane and D. C. Hamill, "Instability, subharmonics and chaos in power electronic systems" IEEE Trans. Power Electron., vol.5, pp.260-268, Mar. 1990.
- [6] S. Banerjee and K. Chakrabarty, "Nonlinear modeling and bifurcations in the boost converter" IEEE Trans. Power Electron., vol. 13, pp. 252-260, mar. 1998.
- [7] D. C. Hamill and D. J. Jefferies, "Subharmonic and chaos in a controlled switch-mode power converter" IEEE Tran. Circuits Syst., vol. 35, pp.1059-1061, Aug. 1988.
- [8] S.Pipatsart and P.P. Yupapin, "Low noise self-mixing system for optical imaging applications" SPIE conference 2003.
- [9] Gregory C. Dente, Peter S. Durkin, kimberley A. Wilson, and charles E. Moeller, "Chaos in the coherence collapse of semiconductor laser" IEEE J. Quantum Electron., vol. 24, no. 12, pp. 2441-2447, Dec. 1988.

## ภาคผนวก

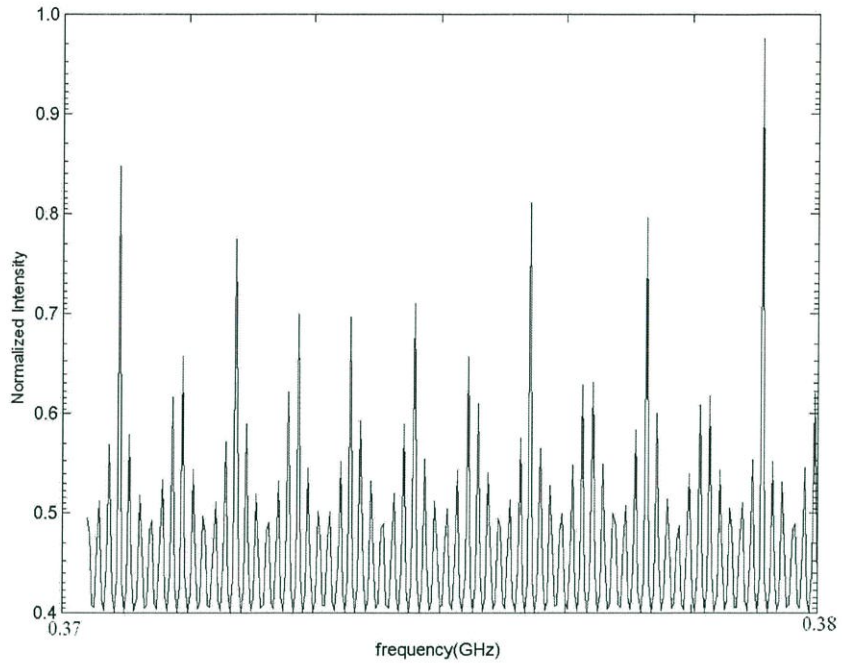
ในส่วนนี้จะแสดงกราฟนอร์มัลไลซ์อินเทนซิตีกับความถี่ของช่วงต่างๆ ในรูปที่ 4.5 และ ไปฟูรีเคชันของสนามเลเซอร์(E)กับเวลาของแสงเลเซอร์ในช่วงระยะทาง L ( $\tau$ )



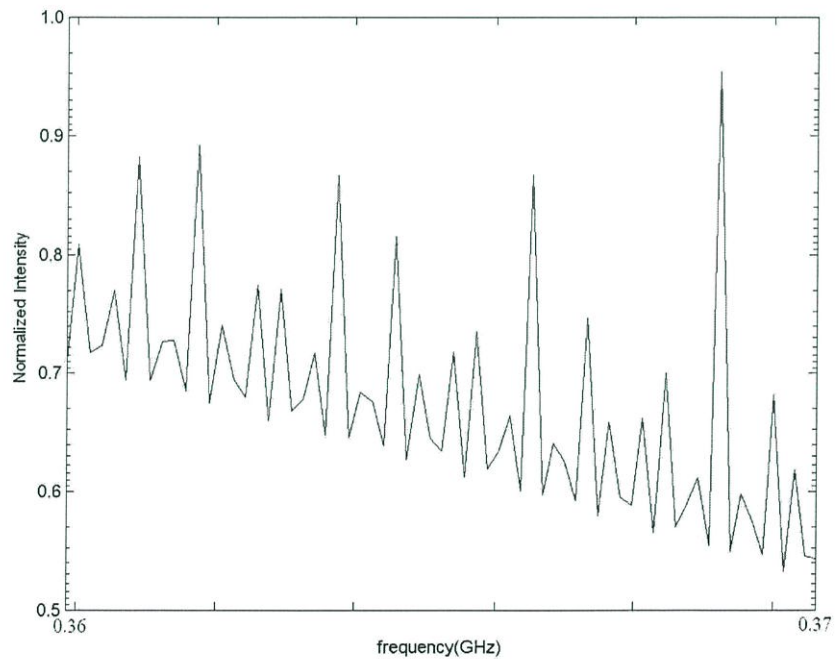
รูปที่ ก กราฟแสดงความถี่ บริเวณจุดเริ่มต้นถึงจุด A โดยที่ค่า  $L=0.339\text{m}$  ถึง  $0.364\text{m}$  เมื่อคาบ (T) เท่ากับ  $2.27\text{ns}$  ถึง  $2.43\text{ns}$  ในช่วงความถี่ (f)  $0.41\text{ GHz}$  ถึง  $0.44\text{GHz}$



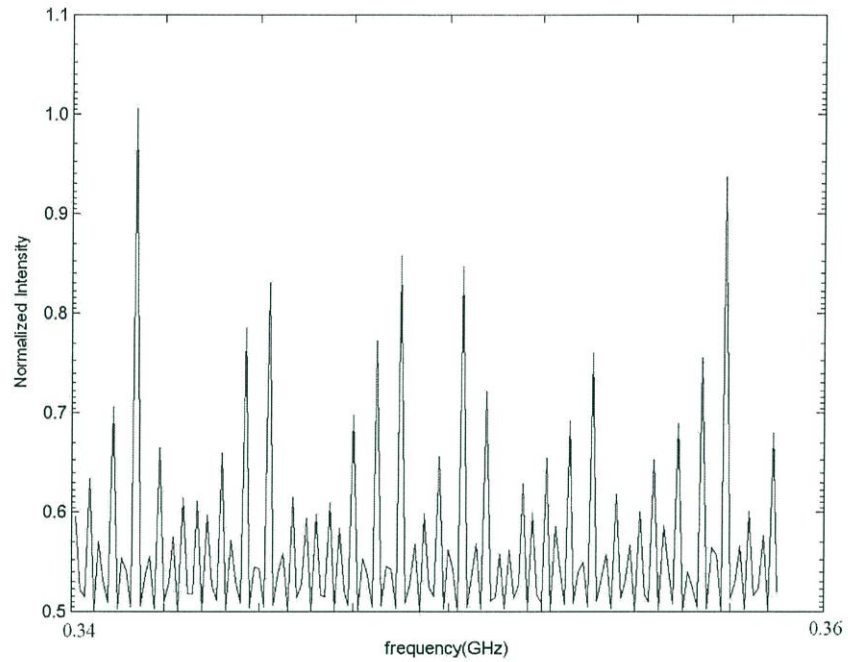
รูปที่ ข กราฟแสดงความถี่ บริเวณจุด A ถึง จุด B โดยที่ค่า  $L=0.364\text{m}$  ถึง  $0.390\text{m}$  เมื่อคาบ (T) เท่ากับ  $2.43\text{ns}$  ถึง  $2.63\text{ns}$  ในช่วงความถี่ (f)  $0.38\text{ GHz}$  ถึง  $0.41\text{GHz}$



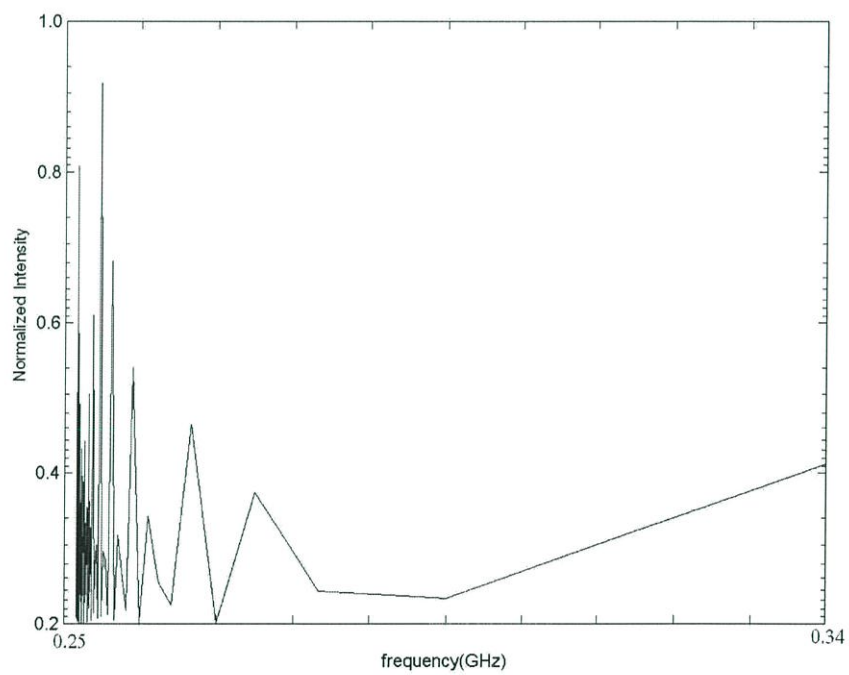
รูปที่ ค กราฟแสดงความถี่ บริเวณจุด B ถึง จุด C โดยที่ค่า  $L=0.390\text{m}$  ถึง  $0.398\text{m}$  เมื่อ คาบ(T) เท่ากับ  $2.63\text{ns}$  ถึง  $2.70\text{ns}$  ในช่วงความถี่(f)  $0.37\text{ GHz}$  ถึง  $0.38\text{GHz}$



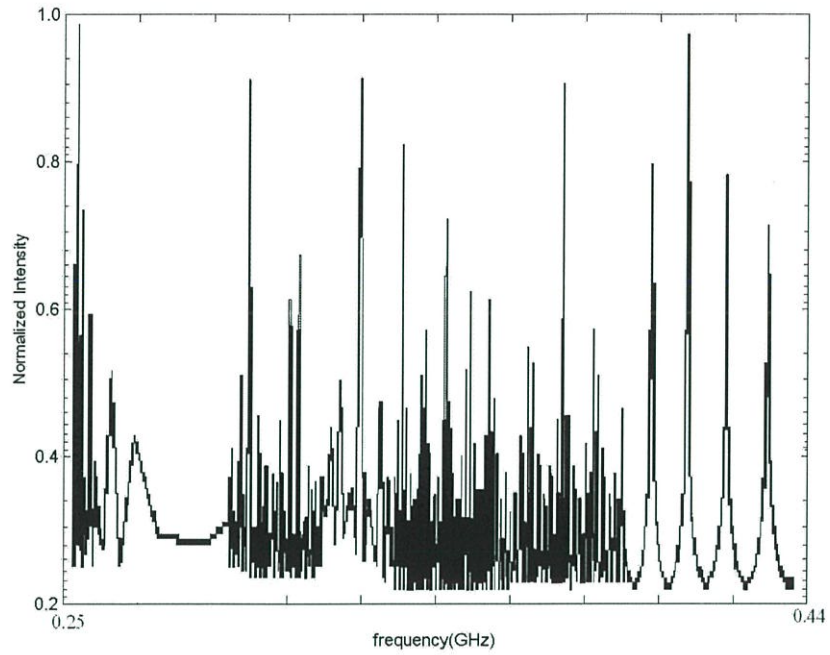
รูปที่ ง กราฟแสดงความถี่ บริเวณจุด C ถึง จุด D โดยที่ค่า  $L=0.398\text{m}$  ถึง  $0.406\text{m}$  เมื่อ คาบ(T) เท่ากับ  $2.70\text{ns}$  ถึง  $2.77\text{ns}$  ในช่วงความถี่(f)  $0.36\text{ GHz}$  ถึง  $0.37\text{GHz}$



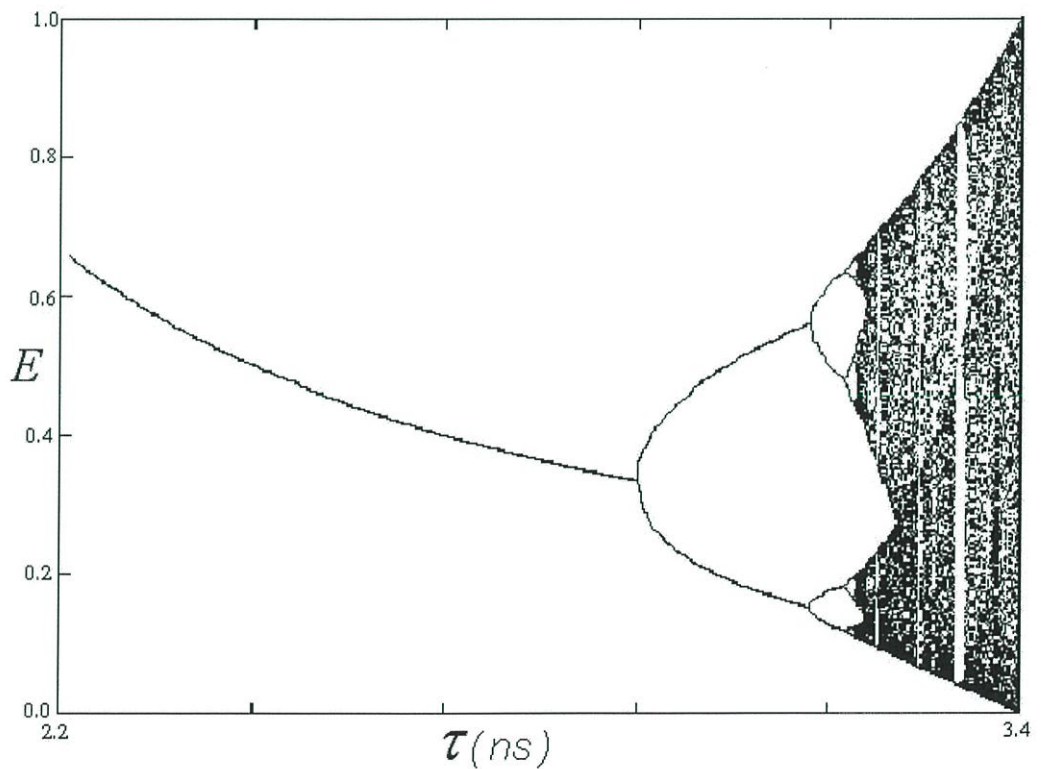
รูปที่ จ กราฟแสดงความถี่ บริเวณจุด D ถึง จุด E โดยที่ค่า  $L=0.406\text{m}$  ถึง  $0.434\text{m}$  เมื่อคาบ(T) เท่ากับ  $2.77\text{ns}$  ถึง  $2.94\text{ns}$  ในช่วงความถี่(f)  $0.34\text{ GHz}$  ถึง  $0.36\text{GHz}$



รูปที่ ฉ กราฟแสดงความถี่ บริเวณจุด E ถึง จุดสุดท้าย โดยที่ค่า  $L=0.434\text{m}$  ถึง  $0.599\text{m}$  เมื่อคาบ(T) เท่ากับ  $2.94\text{ns}$  ถึง  $4.0\text{ns}$  ในช่วงความถี่(f)  $0.25\text{ GHz}$  ถึง  $0.34\text{GHz}$



รูปที่ ๓ กราฟแสดงความถี่ โดยที่ค่า  $L=0.339\text{m}$  ถึง  $0.599\text{m}$  ถึง  $364\text{m}$  เมื่อคาบ (T) เท่ากับ  $2.27\text{ns}$  ถึง  $4.0\text{ns}$  ในช่วงความถี่ (f)  $0.25\text{ GHz}$  ถึง  $0.44\text{GHz}$



รูปที่ ๔ กราฟแสดงการเกิดไบฟูร์เคชันของสนามเลเซอร์ (E) กับ เวลาของแสงเลเซอร์ในช่วงระยะทาง  $L(\tau)$  ในช่วง  $\tau=2.2\text{ns}$  ถึง  $3.4\text{ns}$  ซึ่งใช้พารามิเตอร์และโดเมนเดียวกับรูปที่ 4.5

## ประวัติผู้เขียน

ชื่อ-นามสกุล	นายมงคล ทาทอง
วัน เดือน ปีเกิด	11 ธันวาคม 2522
สถานที่เกิด	จังหวัดนครราชสีมา
วุฒิการศึกษาระดับปริญญาตรี	วิทยาศาสตรบัณฑิต(คณิตศาสตร์)
สถานศึกษาที่สำเร็จ	มหาวิทยาลัยรามคำแหง
ปีการศึกษาที่สำเร็จ	2543