

การสร้างตัวกรองเชิงเลข Band-pass ชนิด Two-pole

โดยใช้ตัวกรองเชิงเลขแบบ All-pass

TWO-POLE BAND-PASS FILTER BASED ON ALL-PASS FILTER

สุภาวี นวรัตน์ธารา

SUPAREE NAVARATTARA

วิทยานิพนธ์นี้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตรปริญญาวิศวกรรมศาสตรมหาบัณฑิต

สาขาวิชาวิศวกรรมโทรคมนาคม

บัณฑิตวิทยาลัย

สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง

พ.ศ. 2551

KMITL-2008-EN-M-010-231

**สำนักหอสมุดกลาง พระจอมเกล้าลาดกระบัง**

การสร้างตัวกรองเชิงเลข Band-pass ชนิด Two-pole

โดยใช้ตัวกรองเชิงเลขแบบ All-pass

**TWO-POLE BAND-PASS FILTER BASED ON ALL-PASS FILTER**

สุภรี นวรัตน์ธารา

SUPAREE NAVARATTARA

เลขานุ.....  
เลขทะเบียน..... 82879  
วัน,เดือน,ปี 25 ก.ค. 2551

วิทยานิพนธ์นี้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตรปริญญาวิศวกรรมศาสตรมหาบัณฑิต

สาขาวิชาวิศวกรรมโทรคมนาคม

บัณฑิตวิทยาลัย

สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง

พ.ศ.2551

KMITL-2008-EN-M-010-231

**TWO-POLE BAND-PASS FILTER BASED ON ALL-PASS FILTER**

**SUPAREE NAVARATTARA**

**A THESIS SUBMITTED IN PARTIAL FULFILLMENT  
OF THE REQUIREMENTS FOR THE DEGREE OF  
MASTER OF ENGINEERING IN TELECOMMUNICATION ENGINEERING  
SCHOOL OF GRADUATE STUDIES  
KING MONGKUT'S INSTITUTE OF TECHNOLOGY LADKRABANG**

**2008**

**KMITL-2008-EN-M-010-231**

**COPYRIGHT 2008**

**SCHOOL OF GRADUATE STUDIES**

**KING MONGKUT'S INSTITUTE OF TECHNOLOGY LADKRABANG**

หัวข้อวิทยานิพนธ์	การสร้างตัวกรองเชิงเลข Band-pass ชนิด Two-pole โดยใช้ตัวกรองเชิงเลขแบบ All-pass
นักศึกษา	นางสาวสุกรี นวรัตน์ธารา
รหัสประจำตัว	48060931
ปริญญา	วิศวกรรมศาสตรมหาบัณฑิต
สาขาวิชา	วิศวกรรมโทรคมนาคม
พ.ศ.	2551
อาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์	รศ.ดร.กอบชัย เดชหาญ

### บทคัดย่อ

วิทยานิพนธ์ฉบับนี้นำเสนอหลักการใหม่ในการออกแบบตัวกรองเชิงเลข Band-pass ชนิด Two-pole โดยใช้คุณสมบัติของตัวกรองเชิงเลขแบบ All-pass และตัวกรองเชิงเลขแบบ Notch การออกแบบเริ่มจากออกแบบตัวกรองเชิงเลขแบบ Notch ด้วยวิธี Pole-zero placement โดยทำการปรับปรุ้งตำแหน่งของ Pole เพื่อทำการควบคุมอัตราขยายช่วง passband ให้มีความสมมาตรและมีขนาดตามต้องการ จากนั้นทำการออกแบบตัวกรองเชิงเลขแบบ All-pass ให้มี Pole อยู่ที่ตำแหน่งเดียวกันกับตัวกรองเชิงเลขแบบ Notch แล้วจึงนำตัวกรองเชิงเลขทั้งสองมาต่อร่วมกันในลักษณะผลต่างเพื่อให้ได้สมการฟังก์ชันถ่ายโอน (Transfer function) ที่มีขนาดผลตอบสนองทางขนาด (Magnitude response) เป็นตัวกรองเชิงเลขแบบ Band-pass ผลการทดลองโดยใช้โปรแกรม MATLAB พบว่าในการออกแบบตัวกรองเชิงเลข Band-pass ชนิด Two-pole ตามหลักการที่นำเสนอให้ผลถูกต้องและแม่นยำ

<b>Thesis Title</b>	Two-pole Band-pass Filter Based on All-pass Filter
<b>Student</b>	Miss.Suparee Navarattara
<b>Student ID</b>	48060931
<b>Degree</b>	Master of Engineering
<b>Program</b>	Telecommunication Engineering
<b>Year</b>	2008
<b>Thesis Advisor</b>	Assoc.Prof.Dr.Kobchai Dejhan

## **ABSTRACT**

This thesis proposes the new two-pole band-pass filter design principle for the all-pass filter and notch filter. The first steps is to design notch filter by using pole-zero placement and then modify pole positions to control pass-band filter gain to ensure the symmetry with the maximum gain at the target level. After that, there is the design of all-pass filter to make the negative cascade with the designed notch filters to get the transfer function with band-pass filter magnitude response. The results from the experiments on MATLAB have shown the two-pass band-pass filter of the new design with the accurate and symmetric gain.

## กิตติกรรมประกาศ

วิทยานิพนธ์ฉบับนี้สำเร็จลุล่วงไปด้วยดี ด้วยความกรุณาของ รศ.ดร.กอบชัย เดชหาญ อาจารย์ที่ปรึกษา ที่กรุณาแนะนำให้คำปรึกษา คำชี้แนะช่วยแก้ปัญหา ตลอดจนให้ความรู้และประสบการณ์ที่ดีในการศึกษาวิจัยครั้งนี้ และให้ความเมตตาแก่ศิษย์ด้วยดีเสมอมา ผู้เขียนรู้สึกซาบซึ้งในความกรุณาเป็นอย่างยิ่งและขอกราบขอบพระคุณเป็นอย่างสูง

ขอขอบพระคุณ รศ.ดร.สุรพันธ์ ยิ้มมั่น ที่มอบโอกาสและความรู้ต่างๆทั้งทางตรงและทางอ้อมจนสั่งสมเป็นความรู้ทางวิชาการและประสบการณ์ชีวิต ตลอดจนให้คำแนะนำและคำปรึกษาที่ดีในการศึกษาวิจัยครั้งนี้มาโดยตลอด และขอขอบคุณอาจารย์ทุกๆท่านที่ได้ประสิทธิ์ประสาทวิชาความรู้ต่างๆให้แก่ศิษย์

ขอขอบคุณ พี่ๆ เพื่อนๆ และน้องๆ นักศึกษาปริญญาโท ภาควิชาวิศวกรรมโทรคมนาคม คณะวิศวกรรมศาสตร์ สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง ทุกคนที่รู้จักสำหรับความเป็นมิตรและความช่วยเหลือต่างๆที่มีให้กันระหว่างศึกษาอยู่

ขอขอบคุณภาควิชาฟิสิกส์อุตสาหกรรมและอุปกรณ์การแพทย์ คณะวิทยาศาสตร์ประยุกต์ สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าพระนครเหนือ ที่เอื้อเฟื้อสถานที่ วัสดุอุปกรณ์ และเครื่องมือที่ใช้ในการทำวิจัย

ขอขอบคุณ พี่สุ, พี่ป๊อป, พี่ขวัญ, พี่ตั้ม, พี่ลิง, พี่อู๋, พี่จี้, พี่พงษ์, พี่บ๊อง, พี่หนุ่ม, พี่กรานต์, แคท, วิทย์, ปอง, น้ำ และเพื่อน IM114 ทุกคน สำหรับความช่วยเหลือต่างๆ

สุดท้ายนี้ข้าพเจ้าขอกราบขอบพระคุณ คุณพ่อสมพงษ์ และคุณแม่ปิงมาภรณ์ นวรัตน์ธารา บิดา มารดา ผู้ให้กำเนิดและให้ทุกสิ่งทุกอย่างกับลูกมาโดยตลอดรวมถึง สมรพรรณ นวรัตน์ธารา น้องสาวข้าพเจ้า อีกทั้งครอบครัวของข้าพเจ้าที่เป็นกำลังใจและให้การสนับสนุนในทุกเรื่อง ทำให้ข้าพเจ้าสามารถทำวิทยานิพนธ์ฉบับนี้สำเร็จลุล่วงไปได้ด้วยดี

ประโยชน์อันพึงมีจากวิทยานิพนธ์ฉบับนี้ ผู้เขียนขอมอบแด่ผู้มีพระคุณทุกท่าน

สุกรี นวรัตน์ธารา

# สารบัญ

	หน้า
บทคัดย่อภาษาไทย .....	I
บทคัดย่อภาษาอังกฤษ .....	II
กิตติกรรมประกาศ.....	III
สารบัญ .....	IV
สารบัญตาราง .....	VIII
สารบัญภาพ .....	IX
<b>บทที่ 1 บทนำ.....</b>	<b>1</b>
1.1 ความเป็นมาและความสำคัญของปัญหา.....	1
1.2 ความมุ่งหมายและวัตถุประสงค์ของการศึกษา.....	2
1.3 สมมุติฐานการศึกษา.....	2
1.4 ทฤษฎีหรือแนวความคิดที่ใช้ในการวิจัย .....	3
1.5 การเปรียบเทียบระหว่างวิธีการที่นำเสนอกับวิธีการแบบพื้นฐาน .....	3
1.6 ขอบเขตการวิจัย.....	3
1.7 ขั้นตอนของการศึกษา.....	4
<b>บทที่ 2 ทฤษฎีการประมวลผลสัญญาณเชิงเลข.....</b>	<b>5</b>
2.1 สัญญาณแบบไม่ต่อเนื่องทางเวลา.....	5
2.1.1 ลำดับสัญญาณแบบยูนิตแซมเปิ้ล(Unit sample sequence) .....	7
2.1.2 ลำดับสัญญาณแบบยูนิตสเต็ป(Unit step sequence) .....	7
2.1.3 ลำดับสัญญาณแบบเอ็กซ์โพเนนเชียล(Exponential sequence).....	7
2.1.4 ลำดับสัญญาณแบบไซน์(Sinusoidal sequence) .....	9
2.2 ลักษณะเฉพาะของสัญญาณแบบไม่ต่อเนื่องทางเวลา .....	10
2.2.1 Energy signal และ Power signals.....	10
2.2.2 Periodic signals และ Aperiodic signals.....	10
2.2.3 Symmetric (even) และ Asymmetric (odd) signals .....	11

## สารบัญ(ต่อ)

	หน้า
2.3 การกระทำของสัญญาณแบบไม่ต่อเนื่องทางเวลา.....	12
2.3.1 การเลื่อนสัญญาณ .....	12
2.3.2 การบวก การคูณ การสเกลสัญญาณแบบไม่ต่อเนื่อง (Adding, Multiplication and scaling of discrete time signal) .....	15
2.4 ระบบแบบไม่ต่อเนื่องทางเวลา .....	15
2.4.1 ไคอะแกรมที่ใช้แสดงในระบบไม่ต่อเนื่อง (Block diagram representation of discrete time system) .....	16
2.4.2 ชนิดของระบบแบบไม่ต่อเนื่อง.....	18
2.4.2.1 ระบบแบบ Static.....	18
2.4.2.2 ระบบแบบ Dynamic .....	18
2.4.2.3 ระบบแปรตามเวลา.....	18
2.4.2.4 ระบบเชิงเส้นและไม่เชิงเส้น (Linear and nonlinear system) .....	19
2.4.2.5 ระบบแบบ Causal และแบบ Noncausal.....	20
2.4.2.6 ระบบแบบ Stable และระบบแบบ Unstable .....	20
2.4.3 การเชื่อมต่อระบบแบบไม่ต่อเนื่อง (Interconnection of discrete time system).....	20
2.5 การวิเคราะห์ระบบแบบไม่ต่อเนื่องทางเวลาแบบเชิงเส้นและแปรตามเวลา .....	22
2.5.1 ทฤษฎีการผสมผสาน (Convolution sum).....	22
2.6 โครงสร้างของระบบแบบไม่ต่อเนื่องทางเวลา.....	25
2.6.1 โครงสร้างของระบบเชิงเส้นที่แปรตามเวลา (Structures of the realization of linear time- invariant system) .....	25
2.7 ทฤษฎีการสุ่มตัวอย่าง.....	28
2.8 สมการผลต่างสี่บเนื่อง .....	31
2.9 การแปลงแซด.....	32
2.10 คุณสมบัติการแปลงแซด.....	36
2.10.1 คุณสมบัติความเป็นเชิงเส้น (Linearity property).....	36
2.10.2 คุณสมบัติการเลื่อนเฟส (Shift property).....	36
2.10.3 คุณสมบัติการประสาน (Convolution property).....	37

## สารบัญ(ต่อ)

	หน้า
2.11 การแปลงแซดในรูปเศษส่วน .....	39
2.11.1 โพลและซีโร่ (Pole and zero).....	39
2.11.2 ลักษณะสัญญาณและการวางตำแหน่งของโพล.....	42
2.12 การแปลงแซดผกผัน .....	45
2.12.1 การแปลงแซดผกผันด้วยวิธีอนุกรมอนันต์.....	45
2.12.2 การแปลงแซดผกผันด้วยวิธีแยกเศษส่วนย่อย .....	46
2.12.3 การแปลงแซดผกผันด้วยวิธี Residue .....	50
2.13 ฟังก์ชันระบบของระบบเชิงเส้นที่แปรตามเวลา.....	52
2.14 ผลตอบสนองทางเวลาของระบบแบบไม่ต่อเนื่องทางเวลา.....	54
2.15 ความสัมพันธ์ระหว่างความถี่กับมุมบนระนาบแซด .....	55
2.16 ผลตอบสนองความถี่ของระบบไม่ต่อเนื่องทางเวลา .....	56
2.16.1 ผลตอบสนองทางขนาด .....	56
2.16.2 ผลตอบสนองทางเฟส .....	56
2.17 โครงสร้างตัวกรองเชิงเลข IIR .....	60
<b>บทที่ 3 ตัวกรองเชิงเลข IIR แบบ Band-pass ชนิด Two-pole.....</b>	<b>65</b>
3.1 การออกแบบตัวกรองเชิงเลข IIR แบบ Band-pass ชนิด Two-pole ด้วยวิธี Pole-zero placement ตามหลักการเดิม .....	65
3.1.1 กำหนดตำแหน่ง Zero ที่ตำแหน่ง Origin .....	65
3.1.2 กำหนดตำแหน่ง Zero ที่ตำแหน่ง 0 และ $\pi$ (Nyquist frequency).....	66
3.2 การออกแบบตัวกรองเชิงเลข IIR แบบ Band-pass ชนิด Two-pole ตามหลักการที่นำเสนอ.....	67
3.2.1 การออกแบบตัวกรองเชิงเลข IIR แบบ Notch.....	68
3.2.2 ตัวกรองเชิงเลขแบบ All-pass .....	75
3.2.3 การออกแบบตัวกรองเชิงเลขแบบ Band-pass ชนิด Two-pole.....	76
3.3 ตัวอย่างการออกแบบตัวกรองเชิงเลข IIR แบบ Band-pass ชนิด Two-pole.....	79

## สารบัญ(ต่อ)

	หน้า
บทที่ 4 ผลการทดลอง.....	82
4.1 ผลการทดลองระหว่างตัวกรองเชิงเลข IIR แบบ Band-pass ชนิด Two-pole ตามหลักการเดิม .....	82
4.1.1 กำหนดตำแหน่ง Zero อยู่ที่ตำแหน่ง Origin.....	82
4.1.2 กำหนดตำแหน่ง Zero อยู่ที่ตำแหน่ง 0 และ $\pi$ .....	83
4.2 ผลการทดลองระหว่างตัวกรองเชิงเลข IIR แบบ Band-pass ชนิด Two-pole ตามหลักการที่นำเสนอ .....	84
4.3 ผลการทดลองเปรียบเทียบระหว่างการจำลองการทำงานด้วย โปรแกรม MATLAB กับการสร้างจริงด้วยบอร์ดประมวลสัญญาณเชิงเลข TMS320C31 .....	84
บทที่ 5 สรุปผลการวิจัยและข้อเสนอแนะ .....	107
เอกสารอ้างอิง.....	108
ภาคผนวก ก. บอร์ดประมวลผลสัญญาณดิจิทัล TMS320C31 DSP Starter Kit.....	109
ภาคผนวก ข. ผลงานวิจัยที่ได้รับการตีพิมพ์เผยแพร่.....	119
ประวัติผู้เขียน .....	126

## สารบัญตาราง

ตารางที่	หน้า
2.1 แสดงผลของการแปลงแซด .....	38
2.2 สัมพันธ์ระหว่างความถี่กับมุมบนระนาบแซด.....	55
3.1 แสดงค่าสัมประสิทธิ์เมื่อ $G=1$ , $r=0.6, 0.7, 0.8, 0.9, 0.99$ .....	80
ก.1 แสดงค่ารีจิสเตอร์ที่ความถี่สุ่มแตกต่างกัน 4 ค่า .....	118

# สารบัญรูป

รูปที่	หน้า
2.1 แผนผังของระบบประมวลสัญญาณเชิงเลข .....	5
2.2 สัญญาณต่อเนื่องและสัญญาณไม่ต่อเนื่อง .....	6
2.3 Unit sample sequence .....	7
2.4 Unit step sequence .....	7
2.5 Exponential sequences $x(n) = A\alpha^n$ .....	8
2.6 Sinusoidal sequence .....	9
2.7 Periodic signals sequence .....	11
2.8 Symmetric (even) sequence .....	11
2.9 Asymmetric (odd) sequence .....	12
2.10 สัญญาณ $x(n)$ ของกรณีที่ 2.1 .....	12
2.11 กราฟสัญญาณ $x(n-3)$ .....	13
2.12 กราฟสัญญาณ $x(n+2)$ .....	14
2.13 กราฟสัญญาณ $x(n)$ .....	14
2.14 กราฟสัญญาณ $x(-n)$ .....	14
2.15 กราฟสัญญาณ $x(-n+2)$ .....	14
2.16 ไคอะแกรมของระบบแบบไม่ต่อเนื่อง .....	15
2.17 ไคอะแกรมการบวกในระบบแบบไม่ต่อเนื่อง .....	16
2.18 ไคอะแกรมตัวคูณคงที่ในระบบแบบไม่ต่อเนื่อง .....	16
2.19 ไคอะแกรมตัวคูณสัญญาณในระบบแบบไม่ต่อเนื่อง .....	16
2.20 ไคอะแกรมตัวหั่นในระบบแบบไม่ต่อเนื่อง .....	17
2.21 ไคอะแกรมตัวล้าหน้าในระบบแบบไม่ต่อเนื่อง .....	17
2.22 ไคอะแกรมของระบบแบบไม่ต่อเนื่องตามสมการที่ 2.24 .....	17
2.23 ไคอะแกรมของระบบแบบไม่ต่อเนื่องตามสมการที่ 2.25 .....	18
2.24 ตัวอย่างระบบแบบไม่ต่อเนื่องที่แปรตามเวลาและไม่แปรตามเวลา .....	19
2.25 ระบบ $\tau$ เป็นระบบที่เชิงเส้นและระบบที่ไม่มีคุณสมบัติสอดคล้องกับหลักการของ Superposition จะเป็นระบบแบบไม่เชิงเส้น .....	20
2.26 การเชื่อมต่อระบบแบบไม่ต่อเนื่องแบบอนุกรม .....	20
2.27 การเชื่อมต่อระบบแบบไม่ต่อเนื่องแบบขนาน .....	21

## สารบัญรูป(ต่อ)

รูปที่	หน้า
2.28 คุณสมบัติการสลับที่.....	23
2.29 คุณสมบัติการจัดกลุ่ม.....	23
2.30 คุณสมบัติการกระจาย.....	24
2.31 ผลตอบสนองทาง Impulse ของระบบแบบไม่ต่อเนื่อง.....	24
2.32 โครงสร้างของระบบเชิงเส้นแปรตามเวลา.....	26
2.33 โครงสร้างแบบตรง I ของระบบไม่ต่อเนื่องแบบ Recursive.....	27
2.34 โครงสร้างแบบตรง II ของระบบไม่ต่อเนื่องแบบ Recursive.....	28
2.35 การสุ่มตัวอย่างสัญญาณเชิงอุปมาน.....	29
2.36 สัญญาณสุ่มตัวอย่าง.....	29
2.37 สเปกตรัมของสัญญาณจากการสุ่มตัวอย่าง.....	30
2.38 ROC ของ $X(z)$ ในกรณีที่ 2.9.....	35
2.39 ตำแหน่งการวางโพลและซีโรของระบบในกรณีที่ 2.12.....	39
2.40 ตำแหน่งการวางโพลและซีโรของระบบในกรณีที่ 2.13.....	40
2.41 ตำแหน่งการวางโพลและซีโรของกรณีที่ 2.14.....	41
2.42 ตำแหน่งการวางโพลและซีโรของกรณีที่ 2.15.....	41
2.43 ความสัมพันธ์ระหว่างตำแหน่งของโพลกับลำดับสัญญาณ.....	43
2.44 ความสัมพันธ์ระหว่างความถี่กับมุมบนระนาบแซด.....	55
2.45 ผลตอบสนองทางความถี่ของระบบ $H(z) = \frac{1+z}{z}$ .....	58
2.46 ผลตอบสนองทางความถี่ของระบบ $y(n) = 0.9y(n-1) + x(n)$ .....	60
2.47 แสดงไดอะแกรมการทำงานของตัวกรองเชิงเลขพื้นฐาน.....	60
2.48 แสดงองค์ประกอบพื้นฐานทั้ง 3 ตัวที่ใช้เป็นส่วนประกอบของตัวกรองเชิงเลข.....	61
2.49 แสดงโครงสร้างของตัวกรองสัญญาณป้อนกลับเชิงเลขแบบตรง I.....	62
2.50 แสดงโครงสร้างของตัวกรองสัญญาณป้อนกลับเชิงเลขแบบตรง II.....	63
2.51 แสดงโครงสร้างของตัวกรองสัญญาณป้อนกลับเชิงเลขที่มีโครงสร้างในแบบขนาน.....	63
2.52 แสดงโครงสร้างย่อยของตัวกรองสัญญาณป้อนกลับเชิงเลขที่มีโครงสร้างแบบขนาน.....	64
3.1 การวาง Pole-zero เมื่อ Zero อยู่ที่จุด Origin.....	65
3.2 ผลตอบสนองทางขนาดที่ $\omega_0 = 0.2\pi$ กับตำแหน่ง $r$ ใดๆ.....	66
3.3 ตำแหน่ง Zero ที่ 0 และ $\pi$ บนตำแหน่ง Pole-zero.....	66

## สารบัญรูป(ต่อ)

รูปที่	หน้า
3.4 ผลตอบสนองที่ $\omega_0 = 0.2\pi$ กับตำแหน่งต่างๆ ของ $r$ .....	67
3.5 การต่อร่วมกันในลักษณะผลต่างของตัวกรองเชิงเลขแบบ All-pass และตัวกรองเชิงเลขแบบ Notch.....	67
3.6 ตำแหน่งการวาง Pole-zero ของตัวกรองเชิงเลข IIR แบบ Notch ก่อนเปลี่ยนแปลงการวางตำแหน่ง Pole.....	68
3.7 ผลตอบสนองทางขนาดของตัวกรองเชิงเลข IIR แบบ Notch ก่อนเปลี่ยนแปลงการวางตำแหน่ง Pole.....	69
3.8 ตำแหน่งของ Pole ที่ถูกเปลี่ยนแปลง .....	70
3.9 ผลตอบสนองทางขนาดของตัวกรองเชิงเลข IIR แบบ Notch ที่ได้เปลี่ยนแปลงตำแหน่ง Pole.....	71
3.10 ตำแหน่งการวาง Pole-zero ของตัวกรองเชิงเลข IIR แบบ Notch ที่ได้มีการเปลี่ยนแปลงตำแหน่งการวาง Pole .....	74
3.11 ผลตอบสนองทางขนาดของตัวกรองเชิงเลข IIR แบบ Notch ที่ได้มีการเปลี่ยนแปลงตำแหน่งการวาง Pole .....	74
3.12 ผลตอบสนองทางขนาดของตัวกรองเชิงเลข IIR แบบ All-pass ที่ได้มีการเปลี่ยนแปลงตำแหน่งการวาง Pole .....	75
3.13 การต่อร่วมกันในลักษณะผลต่างของตัวกรองเชิงเลขแบบ All-pass และตัวกรองเชิงเลขแบบ Notch ตามหลักการที่นำเสนอ .....	76
3.14 ผลตอบสนองทางขนาดของตัวกรองเชิงเลข IIR แบบ Band-pass ตามหลักการที่นำเสนอ .....	77
3.15 ผลตอบสนองทางขนาดและ Phase ของตัวกรองเชิงเลข IIR แบบ Notch.....	78
3.16 ผลตอบสนองทางขนาดและ Phase ตัวกรองเชิงเลข IIR แบบ All-pass.....	78
4.1a ตำแหน่งการวาง Pole-zero เมื่อ Zero อยู่ที่ตำแหน่ง Origin .....	82
4.1b ผลตอบสนองทางขนาดที่ $\omega_0 = 0.2\pi$ ณ ตำแหน่ง $r$ ใดๆ เมื่อ Zero อยู่ที่ตำแหน่ง Origin ....	82
4.2a ตำแหน่งการวาง Pole-zero เมื่อ Zero อยู่ที่ตำแหน่ง 0 และ $\pi$ .....	83
4.2b ผลตอบสนองทางขนาดที่ $\omega_0 = 0.2\pi$ ณ ตำแหน่ง $r$ ใดๆ เมื่อ Zero อยู่ที่ตำแหน่ง 0 และ $\pi$ .....	83
4.3 ผลตอบสนองทางขนาดที่ $\omega_0 = 0.2\pi$ ณ ตำแหน่ง $r$ ใดๆ ตามหลักการที่นำเสนอ.....	84

## สารบัญรูป(ต่อ)

รูปที่	หน้า
4.4 อุปกรณ์ทั้งหมดที่ใช้ทดลองระบบประมวลผลสัญญาณเชิงเลข .....	85
4.5a ผลตอบสนองทางขนาดของตัวกรองเชิงเลข IIR แบบ All-pass ที่จำลองการทำงานด้วยโปรแกรม MATLAB .....	86
4.5b ผลตอบสนองทางขนาดของตัวกรองเชิงเลข IIR แบบ All-pass ที่สร้างจริง .....	86
4.6a ผลตอบสนองทางขนาดของตัวกรองเชิงเลข IIR แบบ Notch ที่จำลองการทำงานด้วยโปรแกรม MATLAB .....	87
4.6b ผลตอบสนองทางขนาดของตัวกรองเชิงเลข IIR แบบ Notch ที่สร้างจริง .....	87
4.7a ผลตอบสนองทางขนาดของตัวกรองเชิงเลข IIR แบบ Band-pass ที่จำลองการทำงานด้วยโปรแกรม MATLAB .....	88
4.7b ผลตอบสนองทางขนาดของตัวกรองเชิงเลข IIR แบบ Band-pass ที่สร้างจริง .....	88
4.8a ผลตอบสนองทางขนาดจากโปรแกรม MATLAB เมื่อ $f_c = 500\text{Hz}$ , $G = 1$ , $r = 0.9$ ตามหลักการเดิมเมื่อ Zero อยู่ที่ตำแหน่ง Origin .....	89
4.8b ผลตอบสนองทางขนาดจากการสร้างจริง เมื่อ $f_c = 500\text{Hz}$ , $G = 1$ , $r = 0.9$ ตามหลักการเดิมเมื่อ Zero อยู่ที่ตำแหน่ง Origin .....	89
4.9a ผลตอบสนองทางขนาดจากโปรแกรม MATLAB เมื่อ $f_c = 500\text{Hz}$ , $G = 1$ , $r = 0.9$ ตามหลักการเดิมเมื่อ Zero อยู่ที่ตำแหน่ง 0 และ $\pi$ .....	90
4.9b ผลตอบสนองทางขนาดจากการสร้างจริง เมื่อ $f_c = 500\text{Hz}$ , $G = 1$ , $r = 0.9$ ตามหลักการเดิมเมื่อ Zero อยู่ที่ตำแหน่ง 0 และ $\pi$ .....	90
4.10a ผลตอบสนองทางขนาดจากโปรแกรม MATLAB เมื่อ $f_c = 500\text{Hz}$ , $G = 1$ , $r = 0.9$ ตามหลักการที่นำเสนอ .....	91
4.10b ผลตอบสนองทางขนาดจากการสร้างจริง เมื่อ $f_c = 500\text{Hz}$ , $G = 1$ , $r = 0.9$ ตามหลักการที่นำเสนอ .....	91
4.11a ผลตอบสนองทางขนาดจากโปรแกรม MATLAB เมื่อ $f_c = 300\text{Hz}$ , $G = 1$ , $r = 0.6$ .....	92
4.11b ผลตอบสนองทางขนาดจากการสร้างจริง เมื่อ $f_c = 300\text{Hz}$ , $G = 1$ , $r = 0.6$ .....	92
4.12a ผลตอบสนองทางขนาดจากโปรแกรม MATLAB เมื่อ $f_c = 300\text{Hz}$ , $G = 1$ , $r = 0.7$ .....	93
4.12b ผลตอบสนองทางขนาดจากการสร้างจริง เมื่อ $f_c = 300\text{Hz}$ , $G = 1$ , $r = 0.7$ .....	93
4.13a ผลตอบสนองทางขนาดจากโปรแกรม MATLAB เมื่อ $f_c = 300\text{Hz}$ , $G = 1$ , $r = 0.8$ .....	94
4.13b ผลตอบสนองทางขนาดจากการสร้างจริง เมื่อ $f_c = 300\text{Hz}$ , $G = 1$ , $r = 0.8$ .....	94

## สารบัญรูป(ต่อ)

รูปที่	หน้า
4.14a ผลตอบสนองทางขนาดจากโปรแกรม MATLAB เมื่อ $f_c = 300\text{Hz}$ , $G = 1$ , $r = 0.9$ .....	95
4.14b ผลตอบสนองทางขนาดจากการสร้างจริง เมื่อ $f_c = 300\text{Hz}$ , $G = 1$ , $r = 0.9$ .....	95
4.15a ผลตอบสนองทางขนาดจากโปรแกรม MATLAB เมื่อ $f_c = 300\text{Hz}$ , $G = 1$ , $r = 0.99$ .....	96
4.15b ผลตอบสนองทางขนาดจากการสร้างจริง เมื่อ $f_c = 300\text{Hz}$ , $G = 1$ , $r = 0.99$ .....	96
4.16a ผลตอบสนองทางขนาดจากโปรแกรม MATLAB เมื่อ $f_c = 1\text{kHz}$ , $G = 2.5$ , $r = 0.6$ .....	97
4.16b ผลตอบสนองทางขนาดจากการสร้างจริง เมื่อ $f_c = 1\text{kHz}$ , $G = 2.5$ , $r = 0.6$ .....	97
4.17a ผลตอบสนองทางขนาดจากโปรแกรม MATLAB เมื่อ $f_c = 1\text{kHz}$ , $G = 2.5$ , $r = 0.7$ .....	98
4.17b ผลตอบสนองทางขนาดจากการสร้างจริง เมื่อ $f_c = 1\text{kHz}$ , $G = 2.5$ , $r = 0.7$ .....	98
4.18a ผลตอบสนองทางขนาดจากโปรแกรม MATLAB เมื่อ $f_c = 1\text{kHz}$ , $G = 2.5$ , $r = 0.8$ .....	99
4.18b ผลตอบสนองทางขนาดจากการสร้างจริง เมื่อ $f_c = 1\text{kHz}$ , $G = 2.5$ , $r = 0.8$ .....	99
4.19a ผลตอบสนองทางขนาดจากโปรแกรม MATLAB เมื่อ $f_c = 1\text{kHz}$ , $G = 2.5$ , $r = 0.9$ .....	100
4.19b ผลตอบสนองทางขนาดจากการสร้างจริง เมื่อ $f_c = 1\text{kHz}$ , $G = 2.5$ , $r = 0.9$ .....	100
4.20a ผลตอบสนองทางขนาดจากโปรแกรม MATLAB เมื่อ $f_c = 1\text{kHz}$ , $G = 2.5$ , $r = 0.99$ .....	101
4.20b ผลตอบสนองทางขนาดจากการสร้างจริง เมื่อ $f_c = 1\text{kHz}$ , $G = 2.5$ , $r = 0.99$ .....	101
4.21a ผลตอบสนองทางขนาดจากโปรแกรม MATLAB เมื่อ $f_c = 2\text{kHz}$ , $G = 1$ , $r = 0.6$ .....	102
4.21b ผลตอบสนองทางขนาดจากการสร้างจริง เมื่อ $f_c = 2\text{kHz}$ , $G = 1$ , $r = 0.6$ .....	102
4.22a ผลตอบสนองทางขนาดจากโปรแกรม MATLAB เมื่อ $f_c = 2\text{kHz}$ , $G = 1$ , $r = 0.7$ .....	103
4.22b ผลตอบสนองทางขนาดจากการสร้างจริง เมื่อ $f_c = 2\text{kHz}$ , $G = 1$ , $r = 0.7$ .....	103
4.23a ผลตอบสนองทางขนาดจากโปรแกรม MATLAB เมื่อ $f_c = 2\text{kHz}$ , $G = 1$ , $r = 0.8$ .....	104
4.23b ผลตอบสนองทางขนาดจากการสร้างจริง เมื่อ $f_c = 2\text{kHz}$ , $G = 1$ , $r = 0.8$ .....	104
4.24a ผลตอบสนองทางขนาดจากโปรแกรม MATLAB เมื่อ $f_c = 2\text{kHz}$ , $G = 1$ , $r = 0.9$ .....	105
4.24b ผลตอบสนองทางขนาดจากการสร้างจริง เมื่อ $f_c = 2\text{kHz}$ , $G = 1$ , $r = 0.9$ .....	105
4.25a ผลตอบสนองทางขนาดจากโปรแกรม MATLAB เมื่อ $f_c = 2\text{kHz}$ , $G = 1$ , $r = 0.9$ .....	106
4.25b ผลตอบสนองทางขนาดจากการสร้างจริง เมื่อ $f_c = 2\text{kHz}$ , $G = 1$ , $r = 0.99$ .....	106

## สารบัญรูป(ต่อ)

รูปที่	หน้า
ก.1 ฮาร์ดแวร์ของบอร์ด TMS320C31 DSP Starter Kit .....	110
ก.2 บล็อกไดอะแกรมของบอร์ด TMS320C31 DSP Starter Kit.....	111
ก.3 การจัดแบ่งหน่วยความจำในโหมด Microcomputer/Boot Loader ของบอร์ด TMS320C31 DSP Starter Kit .....	112
ก.4 ฟังก์ชันไดอะแกรมของชิป TLC32040.....	113

# บทที่ 1

## บทนำ

### 1.1 ความเป็นมาและความสำคัญของปัญหา

แต่เดิมตัวกรองแบบ Band-pass สามารถสร้างได้ด้วยวงจรอนาล็อก แต่เนื่องจากการสร้างด้วยวงจรอนาล็อกมีข้อจำกัดอยู่หลายประการ [1] โดยเฉพาะอย่างยิ่งในแง่ของความเที่ยงตรง ซึ่งต่อมาตัวกรองแบบ Band-pass จึงได้ถูกนำไปสร้างให้อยู่ในรูปของตัวกรองเชิงเลขแบบ FIR หรือ IIR แต่ในการสร้างด้วยตัวกรองเชิงเลข FIR มีข้อจำกัดคือไม่สามารถสร้างให้มี Bandwidth แคบๆ ได้ ดังนั้นในการสร้างตัวกรองเชิงเลขแบบ Band-pass ที่มี Bandwidth แคบๆ มักจะกระทำด้วยตัวกรองเชิงเลขแบบ IIR Order 2 หรือ Two-pole ซึ่งการออกแบบสามารถกระทำได้ง่ายโดยวิธีการกำหนดตำแหน่ง Pole-zero แต่การออกแบบด้วยวิธีนี้ยังมีข้อจำกัดอยู่บางประการ เช่น จะมีอัตราการขยายในช่วงความถี่ผ่านที่ไม่สมมาตรกัน และนอกจากนี้ยังไม่สามารถควบคุมให้มีขนาดตามที่ต้องการได้ ซึ่งข้อจำกัดดังกล่าวนี้สามารถแก้ไขได้โดยการเปลี่ยนตำแหน่งของ Pole ให้อยู่ในตำแหน่งที่เหมาะสม ซึ่งจะทำให้อัตราการขยายในช่วงความถี่ผ่านมีความสมมาตรกัน และนอกจากนี้ยังมีการหาค่าคงที่สำหรับควบคุมอัตราการขยายในช่วงความถี่ผ่านให้มีขนาดตามที่ต้องการได้อีกด้วย

ตัวกรองเชิงเลขแบบ Band-pass เมื่อมี Bandwidth แคบมากๆ จะเรียกตัวกรองเชิงเลขนี้ว่าตัวกรองเชิงเลขแบบ Narrow band ตัวอย่างการประยุกต์ใช้งานตัวกรองสัญญาณเชิงเลข IIR แบบ Band-pass ที่มี Bandwidth แคบๆ ได้แก่ งานทางด้านสื่อสาร, งานทางด้านเครื่องมือวัดทางไฟฟ้า หรือแม้แต่งานที่เกี่ยวข้องกับการทดสอบคุณสมบัติของวัสดุ เป็นต้น ซึ่งในการออกแบบตัวกรองสัญญาณเชิงเลข IIR แบบ Band-pass ในลักษณะ Two-pole นั้นสามารถกระทำได้ด้วยวิธีการวาง Pole-zero โดยมีสองรูปแบบคือ กำหนดตำแหน่ง Zero ไว้ที่จุด Origin หรือกำหนดตำแหน่ง Zero ไว้ที่ตำแหน่ง 0 และ  $\pi$  (Nyquist frequency) แต่ในการออกแบบตัวกรองสัญญาณเชิงเลข IIR แบบ Band-pass ทั้งสองรูปแบบนี้จะเกิดปัญหาคือ อัตราการขยายที่ความถี่จุดศูนย์กลาง (Center Frequency) ไม่สามารถควบคุมให้มีขนาดตามต้องการได้ และการเปลี่ยนค่า Bandwidth หรือการเปลี่ยนระยะระหว่างตำแหน่ง Pole กับจุด Origin จะมีผลกระทบต่อความถี่จุดศูนย์กลาง

ดังนั้นวิทยานิพนธ์ฉบับนี้นำเสนอหลักการใหม่ในการออกแบบตัวกรองเชิงเลข Band-pass ชนิด Two-pole โดยใช้คุณสมบัติของตัวกรองเชิงเลขแบบ All-pass และตัวกรองเชิงเลขแบบ Notch การออกแบบเริ่มจากออกแบบตัวกรองเชิงเลขแบบ Notch ด้วยวิธี Pole-zero placement โดยทำการปรับปรุงตำแหน่งของ Pole เพื่อทำการควบคุมอัตราการขยายช่วง Passband ให้มีความสมมาตรและมีขนาดตามต้องการ จากนั้นทำการออกแบบตัวกรองเชิงเลขแบบ All-pass ให้มี Pole อยู่ที่ตำแหน่ง

เดียวกันกับตัวกรองเชิงเลขแบบ Notch แล้วจึงนำตัวกรองเชิงเลขทั้งสองมาต่อร่วมกันในลักษณะผลต่างเพื่อให้ได้สมการฟังก์ชันถ่ายโอน (Transfer Function) ที่มีขนาดผลตอบสนองทางขนาด (Magnitude Response) เป็นตัวกรองเชิงเลขแบบ Band-pass

## 1.2 ความมุ่งหมายและวัตถุประสงค์ของการศึกษา

- 1.2.1 เพื่อนำเสนอการออกแบบตัวกรองเชิงเลข IIR แบบ Band-pass ชนิด Two-pole ด้วยวิธีกำหนดตำแหน่ง Pole-zero ที่เหมาะสม และหาฟังก์ชันถ่ายโอน (Transfer Function) ของตัวกรองเชิงเลข IIR แบบ Band-pass ชนิด Two-pole จากการต่อร่วมกันในลักษณะผลต่างของตัวกรองเชิงเลขแบบ All-pass และตัวกรองเชิงเลขแบบ Notch
- 1.2.2 ศึกษ้อำนาจของการออกแบบตัวกรองเชิงเลข IIR แบบ Band-pass ชนิด Two-pole ด้วยวิธีกำหนดตำแหน่ง Pole-zero
- 1.2.3 สร้างตัวกรองเชิงเลข IIR แบบ Band-pass ชนิด Two-pole ให้มีคุณสมบัติใกล้เคียงอุดมคติมากที่สุด

## 1.3 สมมติฐานของการศึกษา

เนื่องจากการประยุกต์ใช้งานบางอย่างต้องการให้มีสัญญาณผ่านเฉพาะความถี่ เช่น งานทางด้านสื่อสาร, งานทางด้านเครื่องมือวัดทางไฟฟ้า หรือแม้แต่งานที่เกี่ยวข้องกับการทดสอบคุณสมบัติของวัสดุ เป็นต้น ดังนั้นจึงจำเป็นต้องใช้ตัวกรองที่มีผลตอบสนองทางความถี่ลักษณะเป็น Band-pass ซึ่งการออกแบบตัวกรองเชิงเลข IIR แบบ Band-pass ชนิด Two-pole ตามหลักการเดิมยังมีปัญหาคือ อัตราการขยายที่ความถี่จุดศูนย์กลาง ไม่สามารถควบคุมให้มีขนาดตามต้องการได้ และการเปลี่ยนค่า Bandwidth หรือการเปลี่ยนระยะระหว่างตำแหน่ง Pole กับจุด Origin จะมีผลกระทบต่อความถี่จุดศูนย์กลาง ดังนั้นจึงจำเป็นต้องออกแบบตัวกรองเชิงเลข IIR แบบ Band-pass ชนิด Two-pole ด้วยวิธีการใหม่ ด้วยวิธีกำหนดตำแหน่ง Pole-zero ที่เหมาะสม และหาฟังก์ชันถ่ายโอน (Transfer Function) ของตัวกรองเชิงเลข IIR แบบ Band-pass ชนิด Two-pole จากการต่อร่วมกันในลักษณะผลต่างของตัวกรองเชิงเลขแบบ All-pass และตัวกรองเชิงเลขแบบ Notch

## 1.4 ทฤษฎีหรือแนวคิดที่ใช้ในการวิจัย

วิทยานิพนธ์นี้นำเสนอหลักการใหม่ในการออกแบบตัวกรองเชิงเลข IIR แบบ Band-pass ชนิด Two-pole ที่ควบคุมอัตราการขยายในช่วง Passband และสามารถเปลี่ยนค่า Bandwidth ของตัวกรองเชิงเลขได้ตามต้องการ โดยไม่มีผลกระทบต่อความถี่ศูนย์กลาง ในการออกแบบนี้จะทำการหาฟังก์ชันถ่ายโอนของตัวกรองเชิงเลข IIR แบบ Band-pass ชนิด Two-pole จากการต่อร่วมกันในลักษณะผลต่างของตัวกรองเชิงเลขแบบ All-pass และตัวกรองเชิงเลขแบบ Notch ด้วยวิธีการออกแบบตัวกรองเชิงเลข IIR แบบ Band-pass ชนิด Two-pole ที่ควบคุมอัตราการขยายในช่วง Passband และสามารถเปลี่ยนค่า Bandwidth ของตัวกรองเชิงเลขได้ตามต้องการ โดยไม่มีผลกระทบต่อความถี่ศูนย์กลาง ในการออกแบบนี้จะทำการหาฟังก์ชันถ่ายโอนของตัวกรองเชิงเลข IIR แบบ Band-pass ชนิด Two-pole จากการต่อร่วมกันในลักษณะผลต่างของตัวกรองเชิงเลขแบบ All-pass และตัวกรองเชิงเลขแบบ Notch

## 1.5 การเปรียบเทียบระหว่างวิธีการที่นำเสนอกับวิธีการแบบพื้นฐาน

การออกแบบตัวกรองเชิงเลขแบบ Band-pass ชนิด Two-pole ด้วยวิธีการวาง Pole-zero จะผลตอบสนองทางขนาดมีความไม่สมมาตรกันในช่วง Passband และไม่สามารถควบคุมอัตราการขยายให้เป็นไปตามที่ต้องการได้ ส่วนหลักการที่นำเสนอสามารถออกแบบตัวกรองเชิงเลขแบบ Band-pass ชนิด Two-pole ให้มีความสมมาตรกันในช่วง Passband และสามารถควบคุมอัตราการขยายให้เป็นไปตามที่ต้องการ

## 1.6 ขอบเขตการวิจัย

- 1.6.1 นำเสนอการออกแบบตัวกรองเชิงเลขแบบ Band-pass ชนิด Two-pole ด้วยวิธีกำหนดตำแหน่ง Pole-zero ที่เหมาะสม และหาฟังก์ชันถ่ายโอนของตัวกรองเชิงเลข IIR แบบ Band-pass ชนิด Two-pole จากการต่อร่วมกันในลักษณะผลต่างของตัวกรองเชิงเลขแบบ All-pass และตัวกรองเชิงเลขแบบ Notch
- 1.6.2 เปรียบเทียบผลระหว่างหลักการเดิมกับหลักการที่นำเสนอ
- 1.6.3 ออกแบบตัวกรองเชิงเลขแบบ Band-pass ชนิด Two-pole ตามหลักการที่นำเสนอ มาสร้างจริงบนบอร์ดประมวลผลสัญญาณเชิงเลข TMS320C31
- 1.6.4 เปรียบเทียบผลตอบสนองทางความถี่ที่สร้างจากบอร์ดประมวลผลสัญญาณเชิงเลข TMS320C31 กับผลการจำลองด้วยโปรแกรม MATLAB

## 1.7 ขั้นตอนของการศึกษา

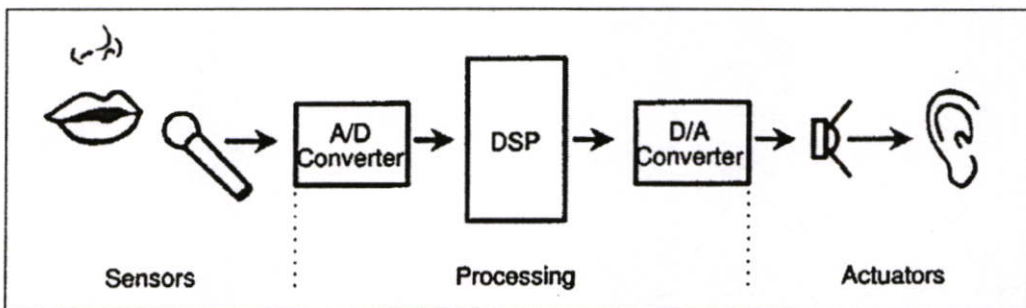
ในการศึกษาวิจัยได้แบ่งออกเป็นขั้นตอนต่างๆ ดังต่อไปนี้

- 1.7.1 ศึกษาคุณสมบัติของตัวกรองเชิงเลข IIR แบบ Band-pass ชนิด Two-pole
- 1.7.2 ศึกษาการออกแบบตัวกรองเชิงเลข IIR แบบ Band-pass ชนิด Two-pole ด้วยวิธีการต่างๆ ตามหลักการเดิม
- 1.7.3 ศึกษาข้อจำกัดของการออกแบบตัวกรองเชิงเลข IIR แบบ Band-pass ชนิด Two-pole ด้วยวิธีการต่างๆ ตามหลักการเดิม
- 1.7.4 นำเสนอการออกแบบตัวกรองเชิงเลขแบบ Band-pass ชนิด Two-pole ด้วยวิธีกำหนดตำแหน่ง Pole-zero ที่เหมาะสม และหาฟังก์ชันถ่ายโอนของตัวกรองเชิงเลข IIR แบบ Band-pass ชนิด Two-pole จากการต่อร่วมกันในลักษณะผลต่างของตัวกรองเชิงเลขแบบ All-pass และตัวกรองเชิงเลขแบบ Notch
- 1.7.5 ออกแบบและสร้างตัวกรองเชิงเลขแบบ Band-pass ชนิด Two-pole โดยใช้หลักการเดิมและหลักการที่นำเสนอโดยใช้โปรแกรม MATLAB
- 1.7.6 เปรียบเทียบผลการทดลองระหว่างหลักการเดิมกับหลักการที่นำเสนอ
- 1.7.7 สร้างตัวกรองเชิงเลขแบบ Band-pass ชนิด Two-pole โดยใช้หลักการที่นำเสนอโดยใช้บอร์ดประมวลผลสัญญาณเชิงเลข TMS320C31
- 1.7.8 สรุปผลการทดลอง

## บทที่ 2

### ทฤษฎีการประมวลผลสัญญาณเชิงเลข

ระบบประมวลผลสัญญาณเชิงเลขประกอบด้วยตัวแปลงสัญญาณอนาลอกเป็นสัญญาณดิจิทัล (Analog to digital converter : A/D) ตัวประมวลผล (Processor) ตัวแปลงสัญญาณดิจิทัลเป็นอนาลอก (Digital to analog converter : D/A) ระบบประมวลผลสัญญาณเชิงเลขมีแผนผังแสดงดังรูปที่ 2.1

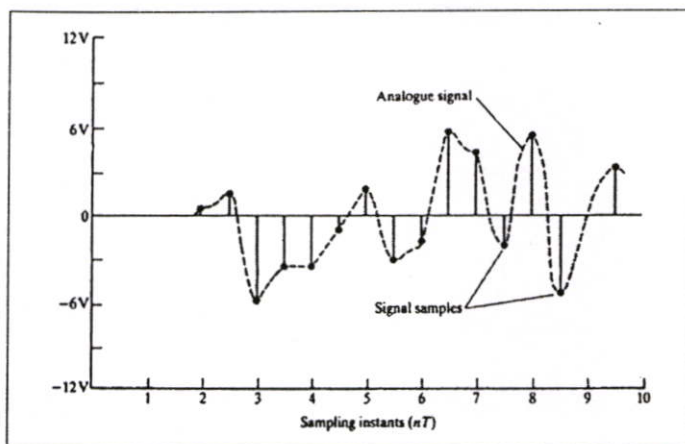


รูปที่ 2.1 แผนผังของระบบประมวลผลสัญญาณเชิงเลข

จากรูปที่ 2.1 จะเห็นได้ว่าสัญญาณอนาลอกจะถูกแปลงเป็นสัญญาณดิจิทัลด้วย A/D สัญญาณดิจิทัลจะถูกคำนวณโดยตัวประมวลผล และผลที่ได้จากการประมวลผลจะถูกส่ง D/A เพื่อแปลงกลับให้เป็นสัญญาณอนาลอกต่อไป

#### 2.1 สัญญาณแบบไม่ต่อเนื่องทางเวลา [1, 2]

สัญญาณที่ไม่ต่อเนื่องนี้จะมีลักษณะดังรูปที่ 2.2 โดยจะเห็นได้ว่าสัญญาณที่ไม่ต่อเนื่องก็คือสัญญาณค่าหนึ่ง ณ เวลาหนึ่งบนสัญญาณที่ต่อเนื่องแต่จะมีระยะเวลาห่างที่เท่ากันในแต่ละจุด เรียกระยะเวลาห่างที่เท่ากันนี้ว่า Sampling time, Sampling rate หรือ Sampling periods สัญญาณที่ไม่ต่อเนื่องสามารถเรียกเป็นลำดับสัญญาณ (Sequence signal) ก็ได้ และสามารถเขียนแทนได้ด้วยสมการคณิตศาสตร์ได้หลายรูปแบบดังต่อไปนี้



รูปที่ 2.2 สัญญาณต่อเนื่องและสัญญาณไม่ต่อเนื่อง

- เขียนในรูปของฟังก์ชัน (Functional representation)

$$x(n) = \begin{cases} 1, & n = 1, 3 \\ 4, & n = 2, 4 \\ 0, & n > 4 \end{cases} \quad (2.1)$$

- เขียนในรูปการแจกแจง (Tabular representation)

$n$	...	-2	-1	0	1	2	3	4	...
$x(n)$	...	0	0	0	1	4	1	0	

- เขียนในรูปลำดับ (Sequence representation)

$$x(n) = \{\dots, 0, 0, 1, \underset{\uparrow}{4}, 1, 0, 0, \dots\} \quad (2.2)$$

$$x(n) = \{0, 1, \underset{\uparrow}{4}, 1, 0, 0, \dots\} \quad (2.3)$$

$$x(n) = \{3, -1, -2, \underset{\uparrow}{5}, 0, 4, -1\} \quad (2.4)$$

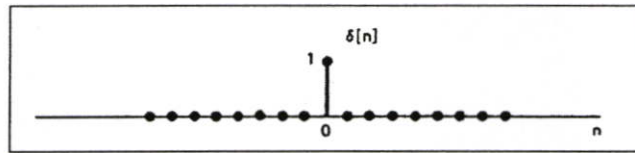
$$x(n) = \{0, \underset{\uparrow}{1}, 4, 1, \dots\} \quad (2.5)$$

สมการที่ 2.2 และ 2.3 เป็นลำดับแบบไม่มีจุดจบ (Infinite-duration signal or sequence) ส่วนสมการที่ 2.4 และ 2.5 เป็นลำดับแบบมีจุดจบ (Finite-duration signal or sequence)

### 2.1.1 Unit sample sequence

มีนิยามดังสมการที่ 2.6 และมีรูปสัญญาณดังรูปที่ 2.3

$$\delta(n) = \begin{cases} 0, n \neq 0 \\ 1, n = 0 \end{cases} \quad (2.6)$$

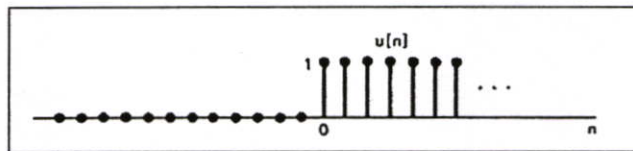


รูปที่ 2.3 Unit sample sequence

### 2.1.2 Unit step sequence

มีนิยามดังสมการที่ 2.7 และมีรูปสัญญาณดังรูปที่ 2.4

$$u(n) = \begin{cases} 0, n < 0 \\ 1, n \geq 0 \end{cases} \quad (2.7)$$

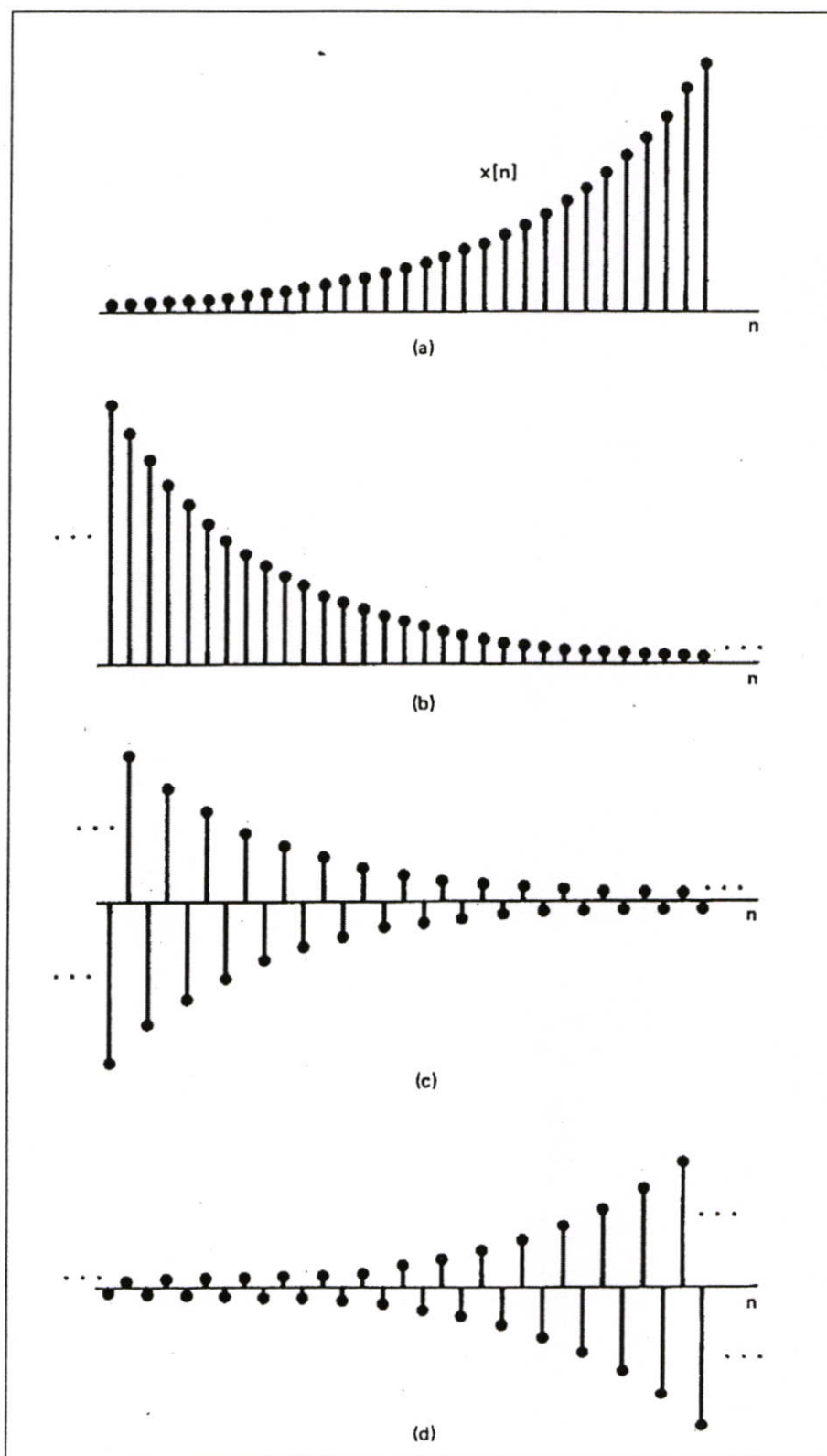


รูปที่ 2.4 Unit step sequence

### 2.1.3 Exponential sequences

มีนิยามดังสมการที่ 2.8 และมีรูปสัญญาณดังรูปที่ 2.5

$$x(n) = \alpha^n \quad (2.8)$$



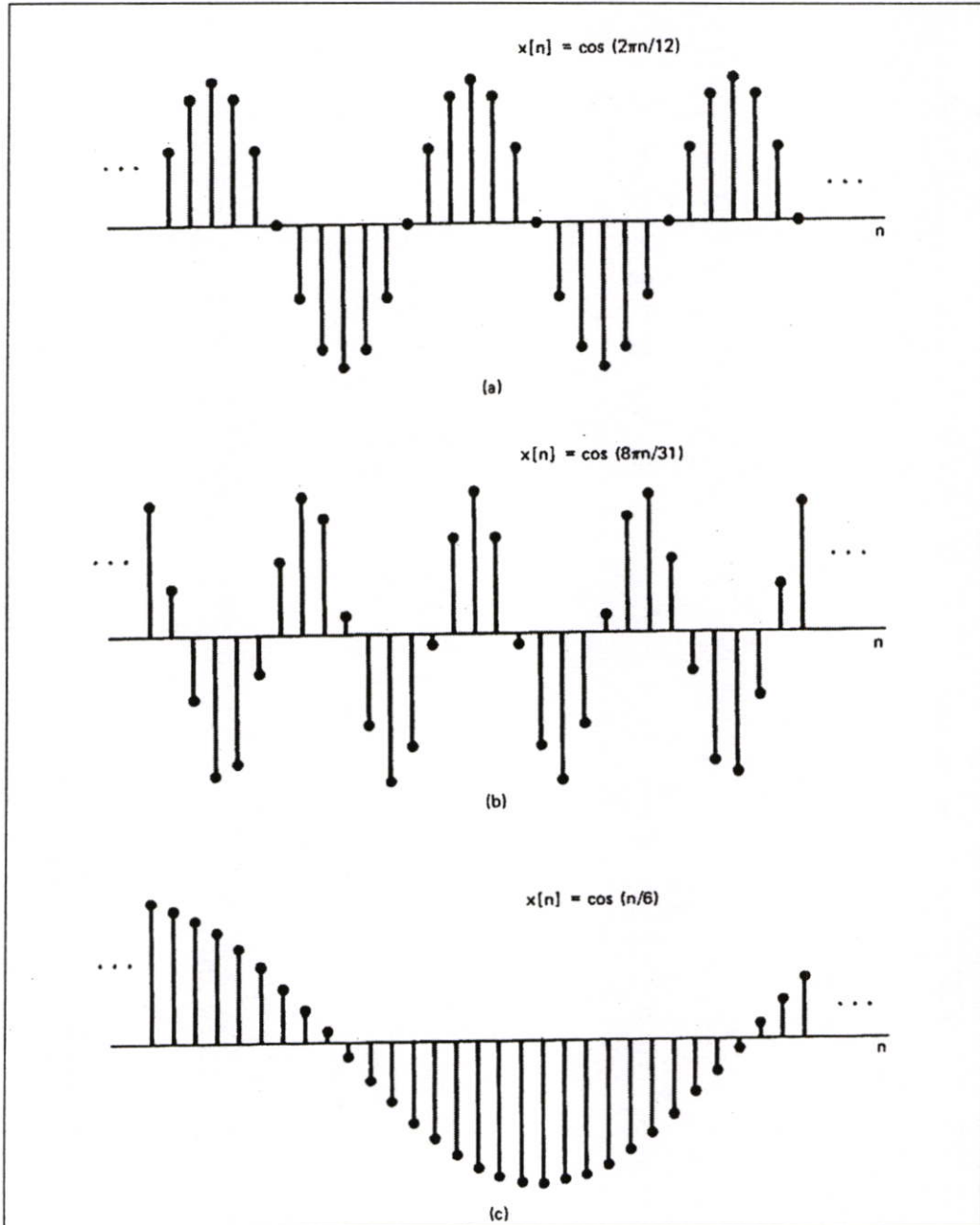
รูปที่ 2.5 Exponential sequences  $x(n) = A\alpha^n$

(a)  $\alpha > 1$ ; (b)  $0 < \alpha < 1$ ; (c)  $-1 < \alpha < 0$ ; (d)  $\alpha < -1$

### 2.1.4 Sinusoidal sequences

มีนิยามดังสมการที่ 2.9 และมีรูปสัญญาณดังรูปที่ 2.6

$$x(n) = A \cos(\omega_0 n + \phi) \quad (2.9)$$



รูปที่ 2.6 Sinusoidal sequences

## 2.2 ลักษณะเฉพาะของสัญญาณแบบไม่ต่อเนื่องทางเวลา [1,2]

### 2.2.1 Energy signal และ Power signals

Energy ของสัญญาณไม่ต่อเนื่อง  $x(n)$  สามารถหาได้จากสมการที่ 2.10

$$E = \sum_{n=-\infty}^{\infty} |x(n)|^2 \quad (2.10)$$

และ Power ของสัญญาณไม่ต่อเนื่อง  $x(n)$  สามารถหาได้จากสมการที่ 2.11

$$P = \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{2N+1} \sum_{n=-N}^N |x(n)|^2 \quad (2.11)$$

จากสมการที่ 2.5 กำหนดให้  $n$  อยู่ในช่วง  $-N$  ถึง  $N$  ดังสมการที่ 2.12

$$E_N = \sum_{n=-N}^N |x(n)|^2 \quad (2.12)$$

แทนค่า  $E$  ลงในสมการที่ 2.12 และสมการที่ 2.6 จะได้ Power ดังสมการที่ 2.13

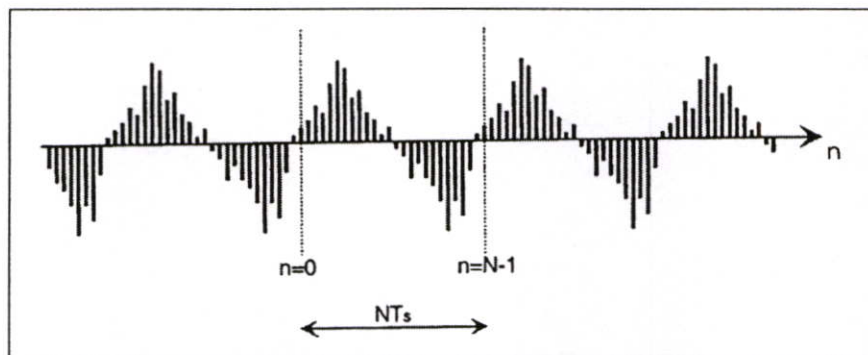
$$P = \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{2N+1} E_N \quad (2.13)$$

### 2.2.2 Periodic signals และ Aperiodic signals

Periodic signals sequence เป็นสัญญาณที่มีคาบซ้ำมีนิยามดังสมการที่ 2.14 และแสดงสัญญาณได้ดังรูปที่ 2.7

$$x(n+N) = x(n) \quad (2.14)$$

เมื่อ  $N$  คือ Fundamental period และลำดับที่ไม่เป็นดังสมการที่ 2.14 จะเป็นลำดับแบบ Aperiodic

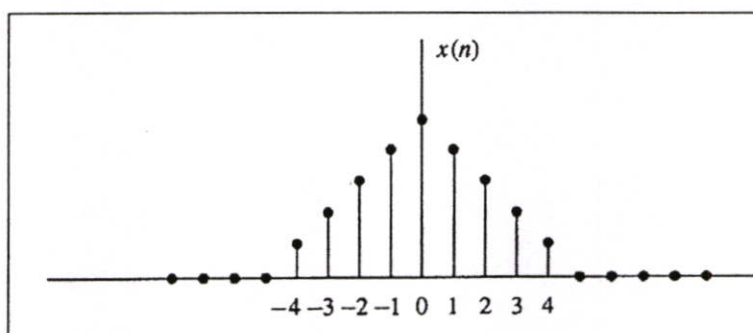


รูปที่ 2.7 Periodic signals sequence

### 2.2.3 Symmetric (even) และ Asymmetric (odd) signals

ลำดับสัญญาณที่สมมาตรกัน(Symmetric) มีนิยามดังสมการที่ 2.15 มีรูปสัญญาณดังรูปที่ 2.8

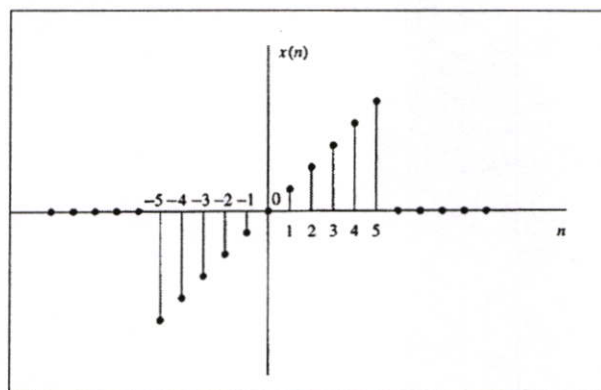
$$x(-n) = x(n) \quad (2.15)$$



รูปที่ 2.8 Symmetric (even) sequence

ลำดับสัญญาณที่ไม่สมมาตรกัน(Asymmetric) มีนิยามดังสมการที่ 2.16 มีรูปสัญญาณดังรูปที่ 2.9

$$x(-n) = -x(n) \quad (2.16)$$



รูปที่ 2.9 Asymmetric (odd) sequence

## 2.3 การกระทำของสัญญาณแบบไม่ต่อเนื่องทางเวลา [1, 2]

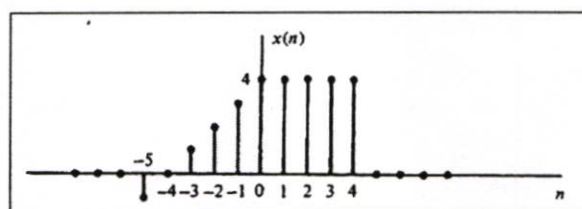
### 2.3.1 การเลื่อนสัญญาณ

อาจเรียกว่าการหน่วงสัญญาณก็ได้เขียนเป็นสมการได้ดังสมการที่ 2.17

$$y(n] = x(n - k) \quad (2.17)$$

เมื่อ  $k$  เป็นจำนวนเต็ม (Integer)

เช่นกรณีที่ 2.1 กำหนดให้สัญญาณ  $x(n]$  แสดงดังในรูปที่ 2.10 หา (a)  $x(n-3]$  และ (b)  $x(n+2]$

รูปที่ 2.10 สัญญาณ  $x(n]$  ของกรณีที่ 2.1

วิธีการของกรณี (a)  $x(n-3]$  กำหนดให้  $y(n] = x(n-3]$

กรณี  $n = -6$

$$y(-6) = x(-6-3) = x(-9) = 0$$

กรณี  $n = -5$

$$y(-5) = x(-5-3) = x(-8) = 0$$

กรณี  $n = -4$

$$y(-4) = x(-4-3) = x(-7) = 0$$

กรณี  $n = -3$

$$y(-3) = x(-3-3) = x(-6) = 0$$

กรณี  $n = -2$

$$y(-2) = x(-2-3) = x(-5) = -1$$

กรณี  $n = -1$

$$y(-1) = x(-1-3) = x(-4) = 0$$

กรณี  $n = 0$

$$y(0) = x(0-3) = x(-3) = 1$$

กรณี  $n = 1$

$$y(1) = x(1-3) = x(-2) = 2$$

กรณี  $n = 2$

$$y(2) = x(2-3) = x(-1) = 3$$

กรณี  $n = 3$

$$y(3) = x(3-3) = x(0) = 4$$

กรณี  $n = 4$

$$y(4) = x(4-3) = x(1) = 4$$

กรณี  $n = 5$

$$y(5) = x(5-3) = x(2) = 4$$

กรณี  $n = 6$

$$y(6) = x(6-3) = x(3) = 4$$

กรณี  $n = 7$

$$y(7) = x(7-3) = x(4) = 4$$

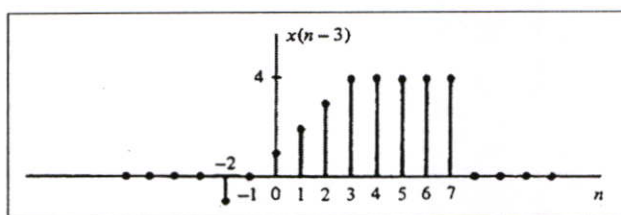
กรณี  $n = 8$

$$y(8) = x(8-3) = x(5) = 0$$

กรณี  $n = 9$

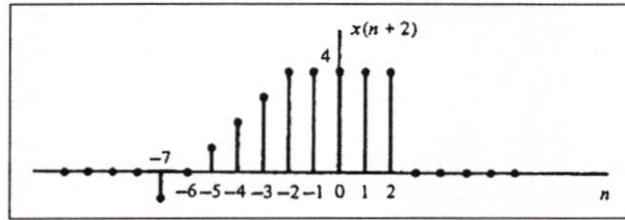
$$y(9) = x(9-3) = x(6) = 0$$

นำค่า  $y(n) = x(n-3)$  ไปเขียนเป็นกราฟได้ดังรูปที่ 2.11



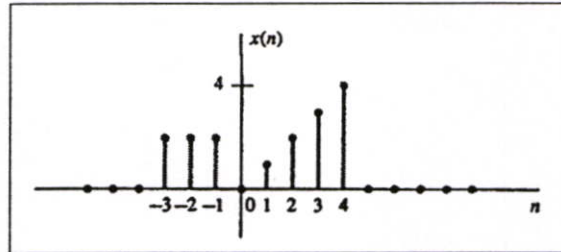
รูปที่ 2.11 กราฟสัญญาณ  $x(n-3)$

วิธีการกรณี (b)  $x(n+2)$  กำหนดให้  $y(n) = x(n+2)$  ในการหาค่าสามารถทำได้เช่นเดียวกับข้อ (a) และเขียนเป็นกราฟได้ดังรูปที่ 2.12

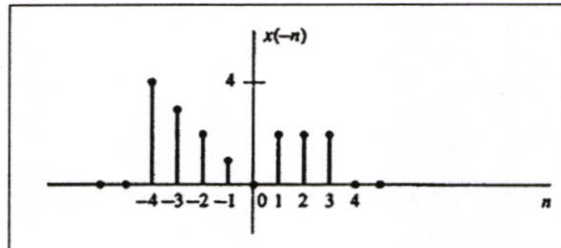


รูปที่ 2.12 กราฟสัญญาณ  $x(n+2)$

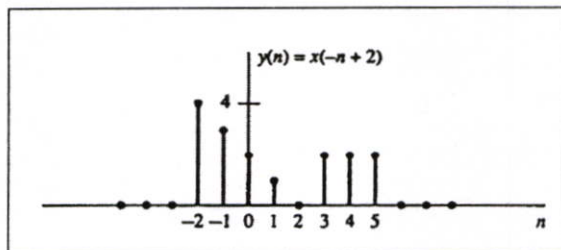
เช่นกรณีที่ 2.2 กำหนดให้สัญญาณ  $x(n)$  แสดงดังในรูปที่ 2.13 หา (a)  $x(-n)$  และ (b)  $x(-n+2)$  วิธีการ ทั้งข้อ (a) และ (b) มีวิธีการทำเหมือนกับกรณีที่ 2.1 และมีกราฟแสดงดังรูปที่ 2.14 และรูปที่ 2.15 ตามลำดับ



รูปที่ 2.13 กราฟสัญญาณ  $x(n)$



รูปที่ 2.14 กราฟสัญญาณ  $x(-n)$



รูปที่ 2.15 กราฟสัญญาณ  $x(-n+2)$

### 2.3.2 การบวก การคูณและการสเกลสัญญาณแบบไม่ต่อเนื่อง (Adding, Multiplication, and scaling of discrete time signal)

- การบวกสัญญาณ 2 สัญญาณ หรือ  $k$  สัญญาณเข้าด้วยกัน แสดงได้ดังสมการที่ 2.18 และสมการที่ 2.19

$$y(n) = x_1(n) + x_2(n) \quad -\infty < n < \infty \quad (2.18)$$

$$y(n) = x_1(n) + x_2(n) + \dots + x_k(n) \quad -\infty < n < \infty \quad (2.19)$$

- การคูณสัญญาณ 2 สัญญาณ หรือ  $k$  สัญญาณเข้าด้วยกัน แสดงได้ดังสมการที่ 2.20 และสมการที่ 2.21

$$y(n) = x_1(n)x_2(n) \quad -\infty < n < \infty \quad (2.20)$$

$$y(n) = x_1(n)x_2(n)\dots x_k(n) \quad -\infty < n < \infty \quad (2.21)$$

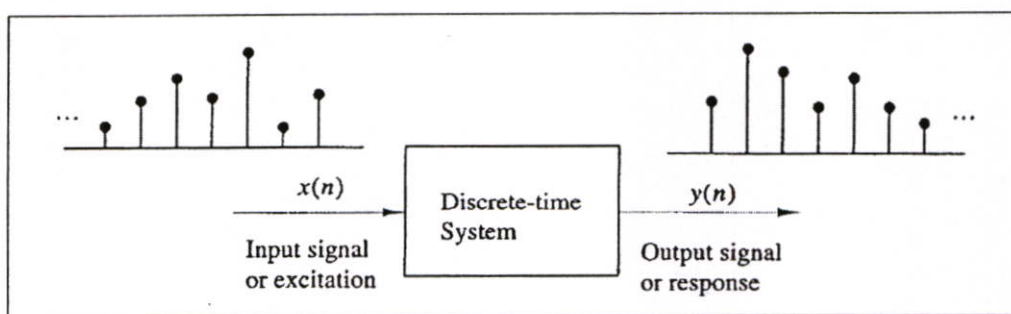
- การสเกลสัญญาณเป็นการปรับขนาดสัญญาณ กระทำได้โดยการคูณสัญญาณเข้ากับค่าคงที่ดังสมการที่ 2.22

$$y(n) = Ax(n) \quad -\infty < n < \infty \quad (2.22)$$

เมื่อ  $A$  เป็นค่าคงที่

### 2.4 ระบบแบบไม่ต่อเนื่องทางเวลา [2, 5]

ระบบแบบไม่ต่อเนื่องมีไคอะแกรมดังรูปที่ 2.16



รูปที่ 2.16 ไคอะแกรมของระบบแบบไม่ต่อเนื่อง

เมื่อ  $x(n)$  เป็นสัญญาณอินพุตหรือ Excitation ของระบบแบบไม่ต่อเนื่อง  
 $y(n)$  เป็นสัญญาณเอาต์พุตหรือผลตอบสนองของระบบแบบไม่ต่อเนื่อง  
 จากรูปที่ 2.16 สามารถนิยามความสัมพันธ์ระหว่างอินพุตกับเอาต์พุตได้ดังสมการที่ 2.23

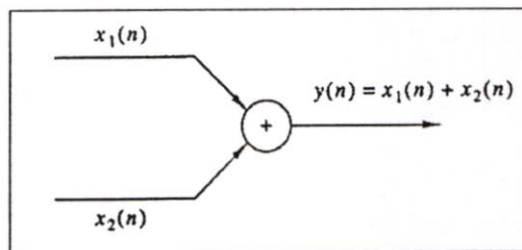
$$y(n) \equiv \tau[x(n)] \quad (2.23)$$

เมื่อ  $\tau$  เป็นตัวกระทำ (Operator)

#### 2.4.1 ไคอะแกรมที่ใช้แสดงในระบบไม่ต่อเนื่อง (Block diagram representation of discrete time systems)

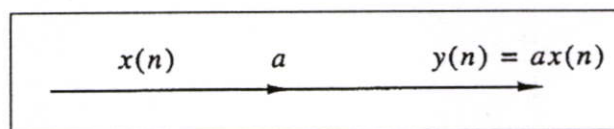
ในระบบแบบไม่ต่อเนื่องสามารถแทนได้ด้วยไคอะแกรมดังต่อไปนี้

- ตัวบวก (Adder) ใช้สำหรับบวกสัญญาณเข้าด้วยกันดังรูปที่ 2.17



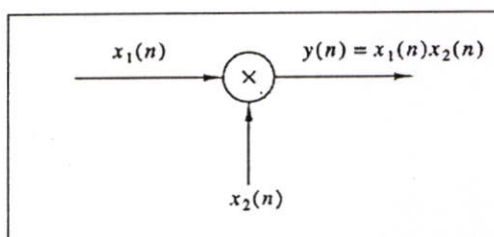
รูปที่ 2.17 ไคอะแกรมการบวกในระบบแบบไม่ต่อเนื่อง

- ตัวคูณคงที่ (Constant multiplier) ใช้คูณค่าคงที่กับสัญญาณดังรูปที่ 2.18



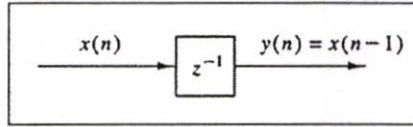
รูปที่ 2.18 ไคอะแกรมตัวคูณคงที่ในระบบแบบไม่ต่อเนื่อง

- ตัวคูณสัญญาณ (Signal multiplier) ใช้สำหรับคูณสัญญาณเข้าด้วยกันดังรูปที่ 2.19



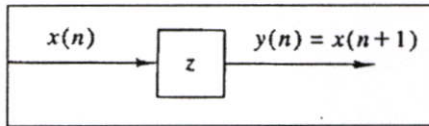
รูปที่ 2.19 ไคอะแกรมตัวคูณสัญญาณในระบบแบบไม่ต่อเนื่อง

- ตัวหน่วง (Delay element) ใช้สำหรับหน่วงสัญญาณดังรูปที่ 2.20



รูปที่ 2.20 ไคอะแกรมตัวหน่วงในระบบไม่ต่อเนื่อง

- ตัวล้าหน้า (Advance element) ใช้สำหรับกำหนดค่าล่วงหน้าให้กับระบบดังรูปที่ 2.21

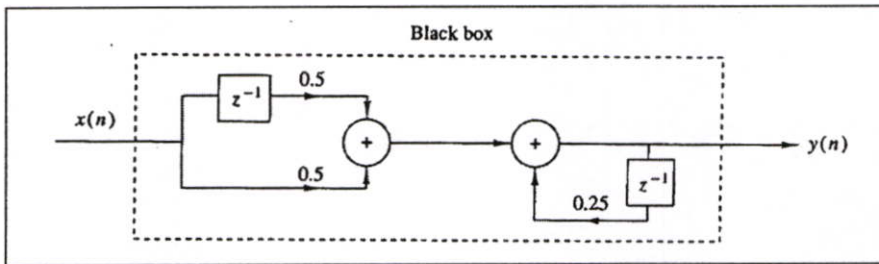


รูปที่ 2.21 ไคอะแกรมตัวล้าหน้าในระบบไม่ต่อเนื่อง

เช่นกรณีที่ 2.3 ระบบแบบไม่ต่อเนื่องมีสมการเอาต์พุต ดังสมการที่ 2.24 จงเขียนไคอะแกรม

$$y(n) = \frac{1}{4}y(n-1) + \frac{1}{2}x(n) + \frac{1}{2}x(n-1) \quad (2.24)$$

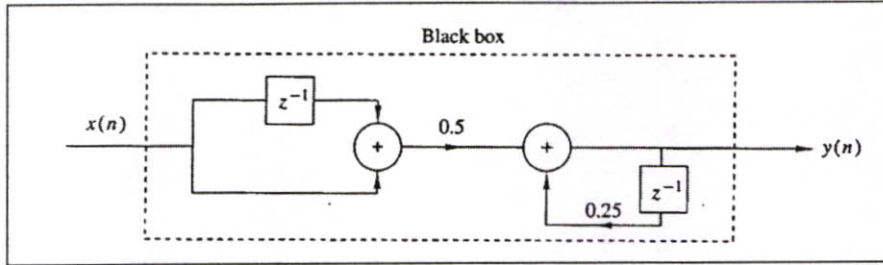
วิธีการ จากสมการที่ 2.24 สามารถนำมาเขียนไคอะแกรมได้ดังรูปที่ 2.22



รูปที่ 2.22 ไคอะแกรมของระบบไม่ต่อเนื่องตามสมการที่ 2.24

และถ้านำสมการที่ 2.24 มาจัดใหม่ดังสมการที่ 2.25 สามารถเขียนไคอะแกรมได้ใหม่ดังรูปที่ 2.23

$$y(n) = \frac{1}{4}y(n-1) + \frac{1}{2}[x(n) + x(n-1)] \quad (2.25)$$



รูปที่ 2.23 โค้ดแกรมของระบบไม่ต่อเนื่องตามสมการที่ 2.25

## 2.4.2 ชนิดของระบบแบบไม่ต่อเนื่อง

### 2.4.2.1 ระบบแบบ Static

เป็นระบบที่ไม่มีหน่วยความจำ ซึ่งสมการของระบบแสดงได้ดังสมการที่ 2.26 และสมการที่ 2.27

$$y(n) = ax(n) \quad (2.26)$$

$$y(n) = nx(n) + bx^3(n) \quad (2.27)$$

### 2.4.2.2 ระบบแบบ Dynamic

เป็นระบบที่มีหน่วยความจำซึ่งหมายถึงเป็นระบบที่สามารถบันทึกค่าอินพุตหรือเอาต์พุตที่เวลาผ่านไปแล้ว สมการของระบบดังสมการที่ 2.28 – 2.30

$$y(n) = x(n) + 3x(n-1) \quad (2.28)$$

$$y(n) = \sum_{k=0}^n x(n-k) \quad (2.29)$$

$$y(n) = \sum_{k=0}^{\infty} x(n-k) \quad (2.30)$$

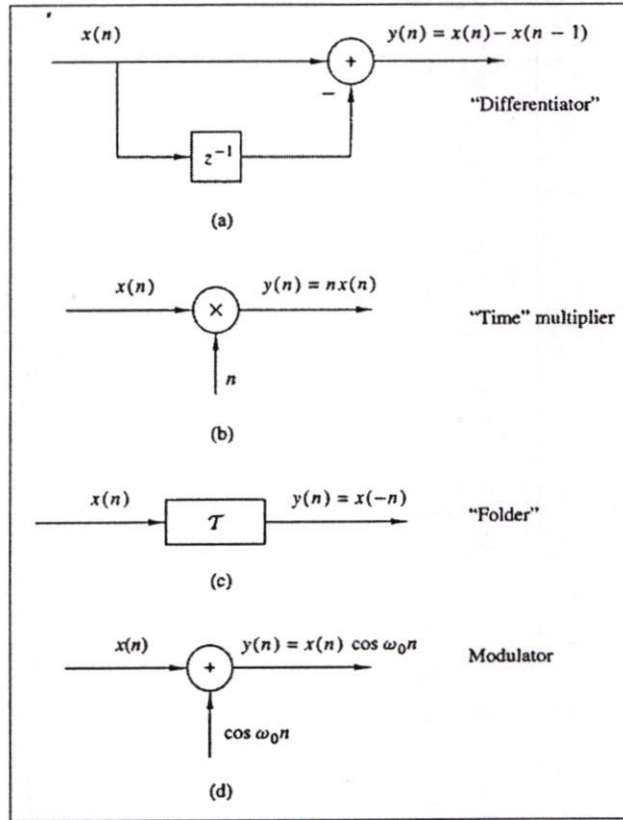
### 2.4.2.3 ระบบแบบแปรตามเวลา (Time-invariant system)

กำหนดให้  $\tau$  เป็นระบบไม่ต่อเนื่อง  $x(n)$  เป็นอินพุตของระบบ  $y(n)$  เป็นเอาต์พุตของระบบ ดังสมการที่ 2.31 ถ้ามีการหน่วงอินพุตเป็น  $x(n-k)$  ถ้าเอาต์พุตที่ได้ถูกหน่วงไปเป็น  $y(n-k)$  เช่นเดียวกับอินพุตดังสมการที่ 2.32 สามารถสรุปได้ว่าระบบไม่ต่อเนื่อง  $\tau$  เป็นระบบไม่ต่อเนื่องที่แปรตามเวลา

$$x(n) \xrightarrow{\tau} y(n) \quad (2.31)$$

$$x(n-k) \xrightarrow{\tau} y(n-k) \quad (2.32)$$

และระบบที่อินพุตถูกหน่วงไป  $x(n-k)$  แต่ได้เอาต์พุตของระบบไม่เท่ากับ  $y(n-k)$  ระบบนั้นเป็นระบบที่ไม่แปรตามเวลา (Time-variant system หรือ Time-varying system) รูปที่ 2.24 แสดงตัวอย่างระบบไม่ต่อเนื่องที่แปรตามเวลาและไม่แปรตามเวลา

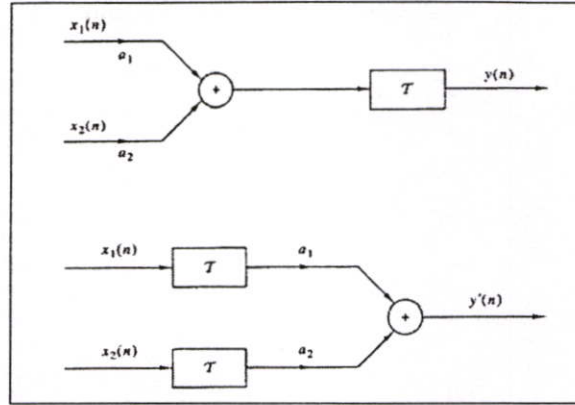


รูปที่ 2.24 ตัวอย่างระบบไม่ต่อเนื่องที่แปรตามเวลาและไม่แปรตามเวลา  
(a) ระบบแปรตามเวลา (b) - (d) ระบบที่ไม่แปรตามเวลา

2.4.2.4 ระบบแบบเชิงเส้นและไม่เชิงเส้น (Linear and nonlinear systems)

ระบบไม่ต่อเนื่องแบบเชิงเส้นจะต้องมีคุณสมบัติสอดคล้องกับหลักการของ Superposition ดังสมการที่ 2.33 หรืออธิบายได้ดังรูปที่ 2.25

$$\tau[a_1x_1(n) + a_2x_2(n)] = a_1\tau[x_1(n)] + a_2\tau[x_2(n)] \tag{2.33}$$



รูปที่ 2.25 ระบบ  $\tau$  เป็นระบบที่เชิงเส้นและระบบที่ไม่มีคุณสมบัติสอดคล้องกับหลักการของ Superposition จะเป็นระบบแบบไม่เชิงเส้น

2.4.2.5 ระบบแบบ Causal และแบบ Noncausal

ระบบแบบ Causal เป็นระบบที่สร้างได้จริงมีสมการของระบบดังสมการที่ 2.34

$$y(n) = F[x(n), x(n-1), x(n-2), \dots, x(n-k) \dots y(n-1), y(n-2), \dots, y(n-k)]$$

$$y(n) = 2x(n) + 4.5x(n-2) - 3y(n-1) + 0.5y(n-2) \tag{2.34}$$

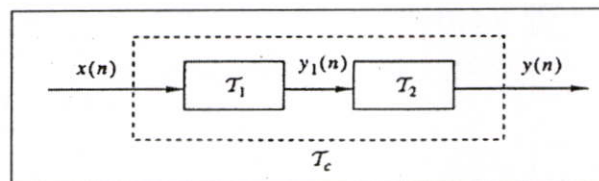
จะเห็นได้ว่าระบบแบบ Causal จะประกอบด้วยเทอมอินพุตปัจจุบัน อินพุตในอดีตหรือเอาต์พุตในอดีตเท่านั้น ระบบที่ไม่เป็นดังสมการที่ 2.34 จะเป็นระบบแบบ Noncausal

2.4.2.6 ระบบแบบ Stable และระบบแบบ Unstable

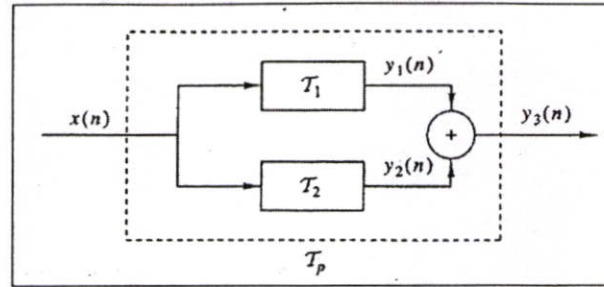
ระบบที่มีเอาต์พุตขึ้นอยู่กับอินพุตจะเป็นระบบแบบ Stable ส่วนระบบที่มีเอาต์พุตไม่ขึ้นอยู่กับอินพุตจะเป็นระบบแบบ Unstable

2.4.3 การเชื่อมต่อระบบไม่ต่อเนื่อง (Interconnection of discrete time systems)

กระทำได้ 2 ลักษณะคือ การเชื่อมต่อระบบแบบอนุกรม(Cascade) ดังรูปที่ 2.26 และการเชื่อมต่อแบบขนาน (Parallel) ดังแสดงดังรูปที่ 2.27



รูปที่ 2.26 การเชื่อมต่อระบบไม่ต่อเนื่องแบบอนุกรม



รูปที่ 2.27 การเชื่อมต่อระบบไม่ต่อเนื่องแบบขนาน

ในการเชื่อมต่อระบบดังรูปที่ 2.26 เขียนเป็นสมการได้ดังสมการที่ 2.35 – 2.36

$$y_1(n) = \tau_1[x(n)] \quad (2.35)$$

$$y(n) = \tau_2[y_1(n)] \quad (2.36)$$

แทนสมการที่ 2.35 ลงในสมการที่ 2.36 จะได้สมการ  $y(n)$  ดังสมการที่ 2.37

$$y(n) = \tau_2\{\tau_1[x(n)]\} \quad (2.37)$$

กำหนดให้  $\tau_c = \tau_1\tau_2$  จะได้  $y(n)$  ดังสมการที่ 2.38

$$y(n) = \tau_c[x(n)] \quad (2.38)$$

และถ้ามีการสลับที่ระบบ  $\tau_1$  กับ  $\tau_2$  ค่า  $y(n)$  จะเปลี่ยนแปลงไปดังนั้นจึงสรุปได้ว่า

$$\tau_1\tau_2 \neq \tau_2\tau_1 \quad (2.39)$$

นอกจากนี้ถ้าระบบ  $\tau_1$  และระบบ  $\tau_2$  เป็นระบบที่แปรตามเวลาก็จะได้  $\tau_1\tau_2$  หรือ  $\tau_c$  เป็นระบบที่แปรตามเวลาด้วยดังสมการที่ 2.40

$$x(n-k) \xrightarrow{\tau_1} y_1(n-k)$$

$$y_1(n-k) \xrightarrow{\tau_2} y(n-k)$$

$$x(n-k) \xrightarrow{\tau_c = \tau_2\tau_1} y(n-k) \quad (2.40)$$

ส่วนการเชื่อมต่อแบบระบบขนานเขียนเป็นสมการได้ดังสมการที่ 2.41

$$\begin{aligned}
 y_3(n) &= y_1(n) + y_2(n) \\
 &= \tau_1[x(n)] + \tau_2[x(n)] \\
 &= (\tau_1 + \tau_2)[x(n)] \\
 &= \tau_p[x(n)]
 \end{aligned} \tag{2.41}$$

เมื่อ  $\tau_p = \tau_1 + \tau_2$

## 2.5 การวิเคราะห์ระบบไม่ต่อเนื่องทางเวลาแบบเชิงเส้นและแปรตามเวลา [2, 5]

### 2.5.1 Convolution sum

เป็นการผสมผสานระหว่างสัญญาณแบบไม่ต่อเนื่อง  $x(n)$  กับผลตอบสนองทางอิมพัลส์ของระบบไม่ต่อเนื่อง  $h(n)$  เขียนได้ดังสมการที่ 2.42

$$y(n) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} h(k)x(n-k) \tag{2.42}$$

เมื่อ  $h(k)$  คือ ผลตอบสนองทางอิมพัลส์ของระบบไม่ต่อเนื่อง  
 $x(n)$  คือ สัญญาณแบบไม่ต่อเนื่อง

สำหรับระบบแบบ Causal การทำ Convolution จะทำตามสมการที่ 2.43

$$y(n) = \sum_{k=0}^n h(k)x(n-k) \tag{2.43}$$

นอกจากนี้สมการ Convolution สามารถเขียนได้อีกแบบหนึ่งดังสมการที่ 2.44

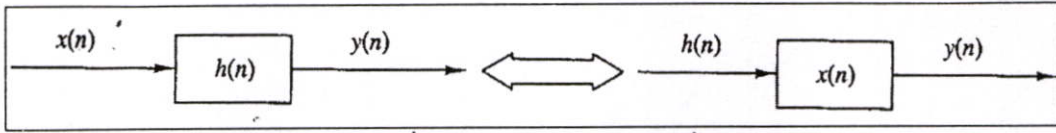
$$y(n) = h(n) * x(n) \tag{2.44}$$

คุณสมบัติของการ Convolution และการเชื่อมต่อระบบ

- คุณสมบัติการสลับที่ (Commutative law)

$$x(n) * h(n) = h(n) * x(n) \tag{2.45}$$

เขียนเป็นไดอะแกรมได้ดังรูปที่ 2.28



รูปที่ 2.28 คุณสมบัติการสลับที่

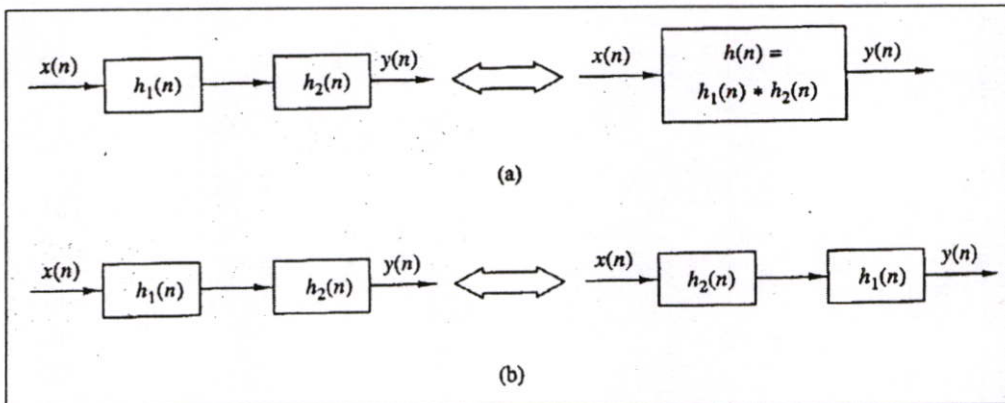
$$y(n) = x(n) * h(n) \quad (2.46)$$

$$y(n) = h(n) * x(n) \quad (2.47)$$

- คุณสมบัติการจัดกลุ่ม (Associative law)

$$[x(n) * h_1(n)] * h_2(n) = x(n) * [h_1(n) * h_2(n)] \quad (2.48)$$

เขียนเป็นไดอะแกรมได้ดังรูปที่ 2.29

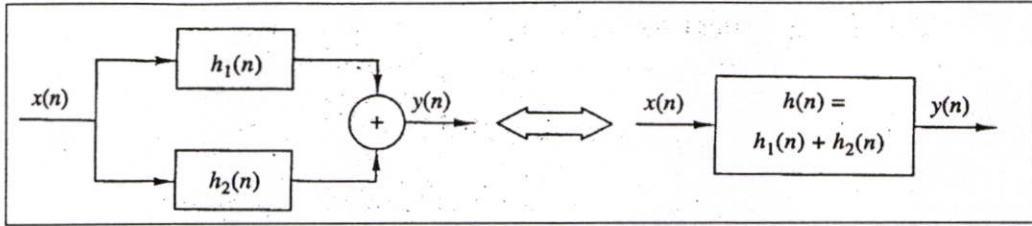


รูปที่ 2.29 คุณสมบัติการจัดกลุ่ม

- Distributive law

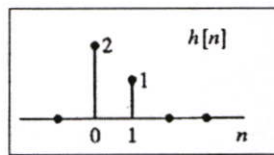
$$x(n) * [h_1(n) + h_2(n)] = x(n) * h_1(n) + x(n) * h_2(n) \quad (2.49)$$

จากสมการที่ 2.49 สามารถเขียนเป็นไดอะแกรมได้ดังรูปที่ 2.30



รูปที่ 2.30 คุณสมบัติการกระจาย

เช่นกรณีที่ 2.4 กำหนดให้ระบบแบบไม่ต่อเนื่องมีผลตอบสนองทางอิมพัลส์  $h(n]$  ดังรูปที่ 2.31 ถ้ากำหนดให้ระบบแบบไม่ต่อเนื่องนี้มีอินพุตเป็น  $x(n) = \{1, 2, 4\}$  หาผลตอบสนองทางเอาต์พุต



รูปที่ 2.31 ผลตอบสนองทางอิมพัลส์ของระบบไม่ต่อเนื่อง

วิธีการ ในการหาผลตอบสนองทางเอาต์พุต จะใช้สมการที่ 2.43 เนื่องจาก ทั้ง  $h(n]$  และ  $x(n]$  ต่างมีค่า  $n$  เริ่มต้นที่ 0 จากสมการที่ 2.43

$$y(n) = \sum_{k=0}^n h(k)x(n-k)$$

กรณี  $n = 0$

$$y(0) = h(0)x(0) + h(1)x(-1) + h(2)x(-2) + h(3)x(-3) + \dots$$

$$y(0) = 2 + 0 + 0 + \dots = 2$$

กรณี  $n = 1$

$$y(1) = h(0)x(1) + h(1)x(0) + h(2)x(-1) + h(3)x(-2) + \dots$$

$$y(1) = 4 + 1 + 0 + 0 + \dots = 5$$

กรณี  $n = 2$

$$y(2) = h(0)x(2) + h(1)x(1) + h(2)x(0) + h(3)x(-1) + \dots$$

$$y(2) = 8 + 2 + 0 + 0 + \dots = 10$$

กรณี  $n = 3$

$$y(3) = h(0)x(3) + h(1)x(2) + h(2)x(1) + h(3)x(0) + \dots$$

$$y(3) = 0 + 4 + 0 + 0 + \dots = 4$$

กรณี  $n = 4$

$$y(4) = h(0)x(4) + h(1)x(3) + h(2)x(2) + h(3)x(1) + \dots$$

$$y(4) = 0 + 0 + 0 + 0 + \dots = 0$$

$$\text{ดังนั้นจะได้ } y(n) = \{2, 5, 10, 4, 0, \dots\}$$

## 2.6 โครงสร้างของระบบแบบไม่ต่อเนื่องทางเวลา [2, 5]

### 2.6.1 โครงสร้างของระบบเชิงเส้นที่แปรตามเวลา (Structures for the realization of linear time-invariant systems)

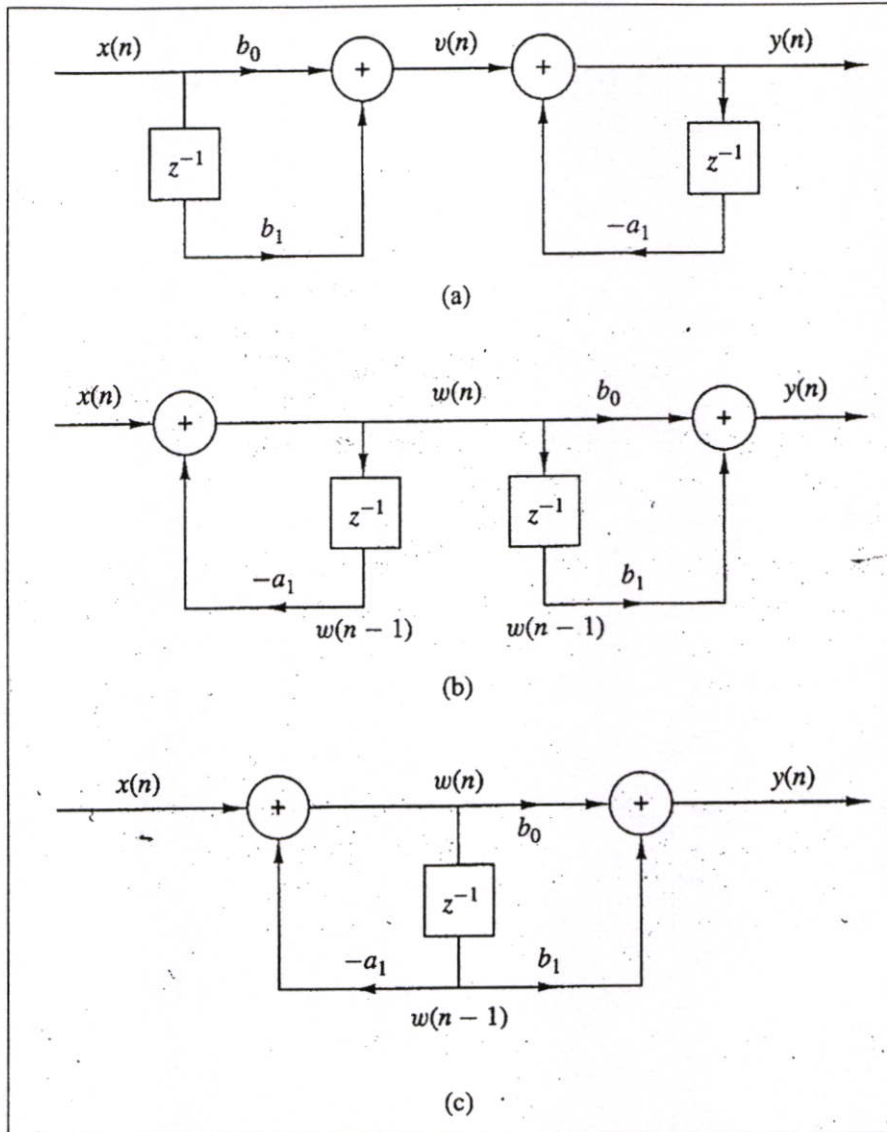
ระบบเชิงเส้นที่แปรตามเวลาจะมีสมการดังสมการที่ 2.50 และนำไปเขียนเป็นโครงสร้างได้ดังรูปที่ 2.32 (a)

$$y(n) = -a_1 y(n-1) + b_0 x(n) + b_1 x(n-1)$$

$$v(n) = b_0 x(n) + b_1 x(n-1)$$

$$y(n) = -a_1 y(n-1) + v(n) \tag{2.50}$$

จากรูปที่ 2.32(a) พบว่าระบบได้แยกออกเป็น 2 ระบบโดย  $v(n)$  เป็นจุดเชื่อมต่อและจากคุณสมบัติการจัดกลุ่มในหัวข้อ 2.5.1 ทำการสลับที่ระบบในรูปที่ 2.32(a) ให้เป็นดังรูปที่ 2.32(b) เมื่อสลับที่แล้วพบว่าระบบทั้ง 2 ระบบสามารถใช้ตัวหน่วงร่วมกันได้ ทำให้เขียนเป็นโครงสร้างใหม่ได้ดังรูปที่ 2.32(c) และเขียนเป็นสมการได้ดังสมการที่ 2.51



รูปที่ 2.32 โครงสร้างของระบบเชิงเส้นแปรตามเวลา

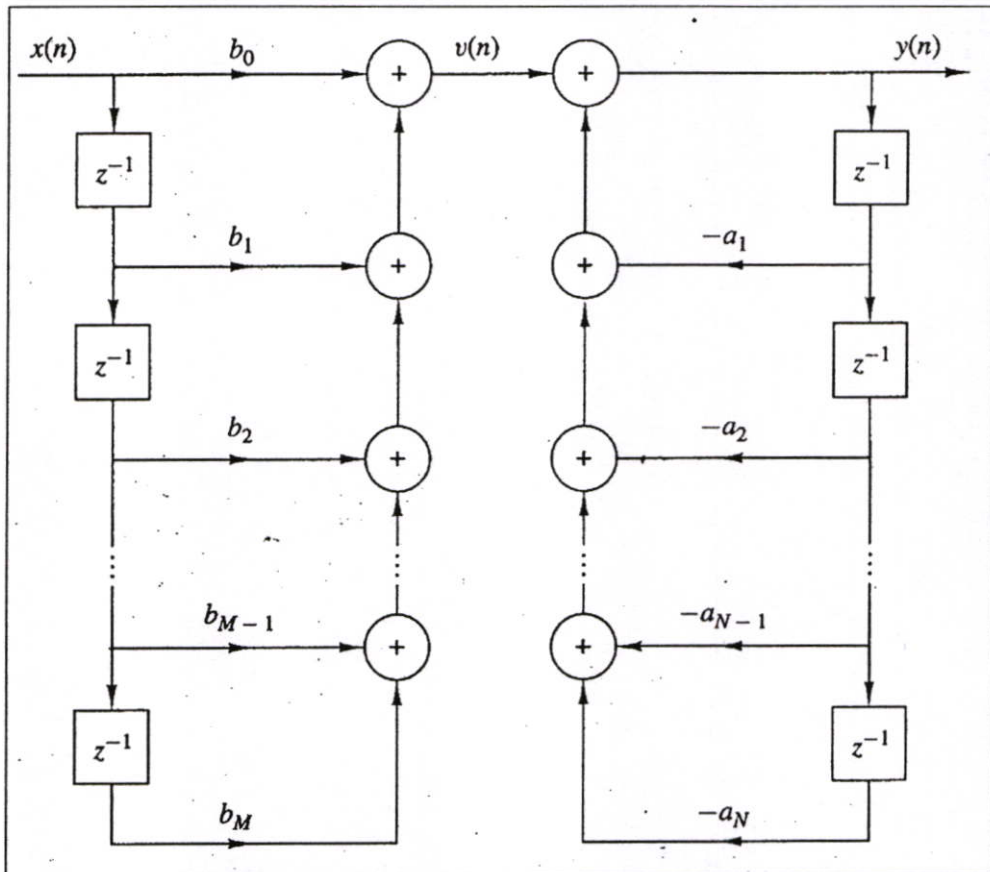
$$\begin{aligned} w(n) &= -a_1 w(n-1) + x(n) \\ y(n) &= b_0 w(n) + b_1 w(n-1) \end{aligned} \quad (2.51)$$

เรียกโครงสร้างที่แสดงดังรูปที่ 2.32(a) ว่าเป็นโครงสร้างแบบตรง I (Direct form I) ส่วนรูปที่ 2.32 (c) นั้นเรียกว่าโครงสร้างแบบตรง II (Direct form II) และอาจเรียกกระบวนเชิงเส้นที่แปรตามเวลานี้ว่า ระบบแบบ Recursive [2, 5] นอกจากนี้ระบบเชิงเส้นที่แปรตามเวลาสามารถเขียนในรูปสมการทั่วไปได้ดังสมการที่ 2.52

$$y(n) = -\sum_{k=1}^N a_k y(n-k) + \sum_{k=0}^M b_k x(n-k) \quad (2.52)$$

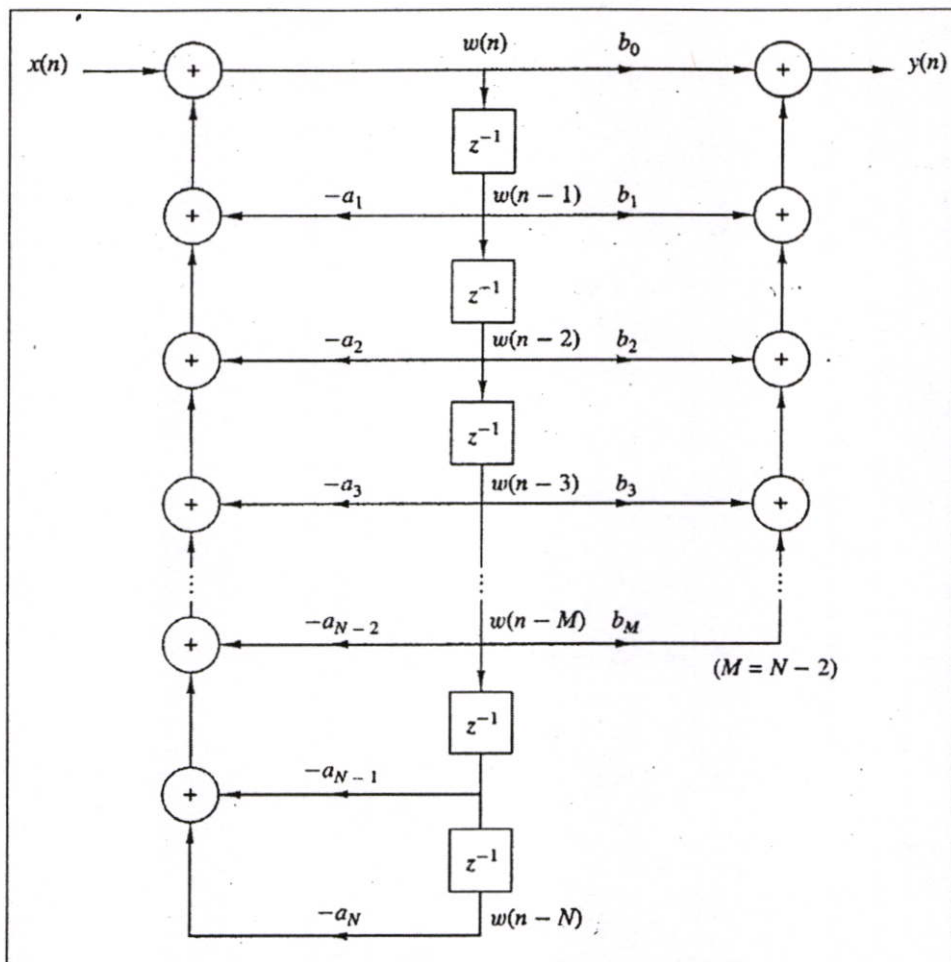
กำหนดให้  $v(n) = \sum_{k=0}^M b_k x(n-k)$  แทนค่าลงในสมการที่ 2.52 จะได้ดังสมการที่ 2.53 และนำไปเขียนโครงสร้างได้ดังรูปที่ 2.33

$$y(n) = -\sum_{k=1}^N a_k y(n-k) + v(n) \quad (2.53)$$



รูปที่ 2.33 โครงสร้างแบบตรง I ของระบบไม่ต่อเนื่องแบบ Recursive

และจากสมการที่ 2.50 และสมการที่ 2.51 สามารถแปลงโครงสร้างแบบตรง I ดังรูปที่ 2.33 เป็นโครงสร้างแบบตรง II ดังรูปที่ 2.34



รูปที่ 2.34 โครงสร้างแบบตรง II ของระบบไม่ต่อเนื่องแบบ Recursive

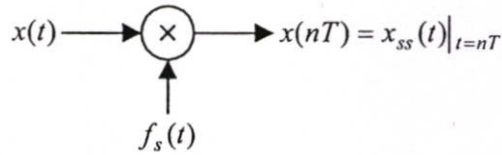
2.7 ทฤษฎีการสุ่มตัวอย่าง [2-4]

ในการเปลี่ยนสัญญาณที่ต่อเนื่องทางเวลาไปเป็นสัญญาณไม่ต่อเนื่องทางเวลานั้น จำเป็นจะต้องมีการสุ่มตัวอย่าง (Sampling) ซึ่งความถี่ในการสุ่มตัวอย่างโดยที่ไม่ทำให้สัญญาณสูญเสียข้อมูลที่สำคัญไปนั้นต้องเป็นไปตามทฤษฎีการสุ่มตัวอย่าง (Sampling theory) ของแชนนอน (Shannon) ซึ่งกล่าวไว้ว่า ถ้าสัญญาณเชิงอุปมาน  $x(t)$  ซึ่งมีแบนด์วิดท์เท่ากับ  $f_0$  แล้ว จะสามารถทำการสุ่มตัวอย่างโดยสัญญาณที่ได้ ไม่สูญเสียข้อมูลที่สำคัญ ก็ต่อเมื่อความถี่ในการสุ่มตัวอย่าง  $f_s$  มีค่ามากกว่าหรือเท่ากับสองเท่าของความถี่  $f_0$  ดังสมการที่ 2.54

$$f_s \geq 2f_0 \tag{2.54}$$

โดยทั่วไปอาจทำการสุ่มตัวอย่างด้วยความถี่  $f_{sn} = 2f_0$  พอดี ซึ่งค่าความถี่นี้เรียกว่า ความถี่ไนควิสต์ (Nyquist frequency) และคาบเวลา  $T_n = 1/2f_0$  นี้ เรียกว่า ช่วงเวลาสุ่มตัวอย่างไนควิสต์

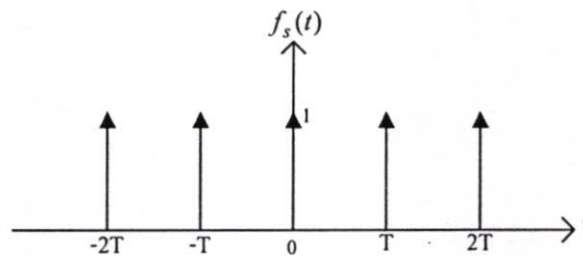
(Nyquist interval) แต่ในทางปฏิบัติเพื่อหลีกเลี่ยงผลของปรากฏการณ์ไม่เป็นเชิงเส้น (Nonlinearity) ที่อาจเกิดจากการสุ่มตัวอย่าง จึงมักใช้ความถี่ในการสุ่มตัวอย่าง  $f_s$  มากกว่าค่าความถี่ในควิสต์  $f_{sn}$  ขึ้นไป ส่วนจะมีค่ามากกว่าเท่าใดนั้นขึ้นกับลักษณะงาน ไม่ได้มีการกำหนดค่าที่แน่นอน



รูปที่ 2.35 การสุ่มตัวอย่างสัญญาณเชิงอนุพันธ์

รูปที่ 2.35 แสดงการสุ่มตัวอย่างในโดเมนเวลาซึ่งก็คือการคูณสัญญาณที่ต่อเนื่องทางเวลา  $x(t)$  กับลำดับของอิมพัลส์หนึ่งหน่วย  $f_s(t)$  โดยที่อิมพัลส์แต่ละตัวสมมุติให้มีความห่างเท่ากับ  $T$  วินาที ซึ่งสามารถแทนได้ด้วยสมการ

$$f_s(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \delta(t - nT) \quad (2.55)$$

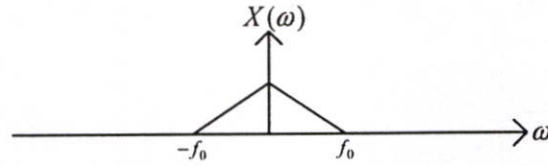
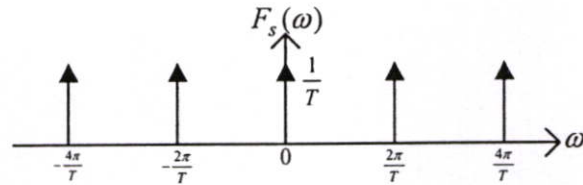
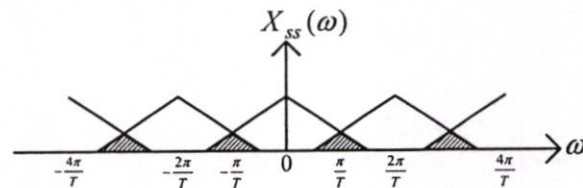


รูปที่ 2.36 สัญญาณสุ่มตัวอย่าง

และเมื่อทำการแปลงฟูเรียร์ เพื่อทำการหาค่าสเปกตรัมความถี่ของ  $f_s(t)$  จะได้

$$F_s(\omega) = \mathcal{F}\{f_s(t)\} = \frac{2\pi}{T} \sum_{n=-\infty}^{\infty} \delta(\omega - n\omega_s) \quad (2.56)$$

ซึ่งแสดงให้เห็นว่า เมื่อพิจารณาในโดเมนความถี่ สเปกตรัมความถี่ของสัญญาณ  $f_s(t)$  เป็นอิมพัลส์ที่วางตัวห่างเท่าๆ กันไปบนแกนความถี่เช่นกัน ดังรูปที่ 2.37(b)

(a) สเปกตรัมของสัญญาณเชิงอุปมาน  $x(t)$ (b) สเปกตรัมของสัญญาณสุ่มตัวอย่าง  $f_s(t)$ (c) สเปกตรัมของสัญญาณที่ได้จากการสุ่มตัวอย่าง  $x_{ss}(t)$ 

รูปที่ 2.37 สเปกตรัมของสัญญาณจากการสุ่มตัวอย่าง

ถ้าให้  $x_{ss}(t)$  เป็นสัญญาณที่ได้จากการสุ่มตัวอย่าง ดังนั้น

$$x_{ss}(t) = f_s(t)x(t) \quad (2.57)$$

และถ้าให้  $X(\omega)$  เป็นสเปกตรัมความถี่ของ  $x(t)$  เนื่องจากในโดเมนเวลาสัญญาณที่ได้จากการสุ่มตัวอย่างเป็นการคูณกันของสองสัญญาณ ดังนั้นในโดเมนความถี่จึงเป็นการทำคอนโวลูชัน (Convolution) ของสเปกตรัมของ  $f_s(t)$  และ  $x(t)$

$$X_{ss}(\omega) = F_s(\omega) * X(\omega) \quad (2.58)$$

การคอนโวลูชันนี้แสดงเป็นแผนรูปดังรูปที่ 2.37 ซึ่งผลลัพธ์ที่ได้จะเห็นว่าสเปกตรัมของสัญญาณที่ได้จากการสุ่มตัวอย่าง  $X_{ss}(\omega)$  เป็นการนำสเปกตรัมของ  $X(\omega)$  มาวางเรียงห่างเท่าๆ กันไปตลอดบนแกนความถี่  $\omega$  ซึ่งจากรูปที่ 2.37(c) จะเห็นว่า ถ้าความถี่ของสัญญาณสุ่มตัวอย่าง  $f_s(t)$  มีค่าน้อยกว่าความถี่ในควิสด์จะทำให้ช่วงห่างของแต่ละกลุ่มของสเปกตรัมเข้ามาเกทับกัน ผลนี้ทำให้เกิดความผิดเพี้ยนไปของสเปกตรัมของสัญญาณเดิมซึ่งผลนี้มีชื่อเรียกว่า ผลการเอลเซซิง (Aliasing)

effect) นอกจากนี้ รูปที่ 2.37 ยังแสดงให้เห็นว่าผลตอบสนองความถี่ของวงจรกรองสัญญาณเชิงเลขจะมีผลตอบสนองความถี่ที่มีลักษณะเป็นคาบ คือ เริ่มซ้ำค่าเดิมที่จุดที่มีค่าความถี่เป็น  $2\pi/T$  หรือ  $f_s/2$  ซึ่งความถี่นี้เรียกว่า ความถี่พับ ซึ่งการที่ผลตอบสนองความถี่ที่มีลักษณะเป็นคาบก็เนื่องมาจากการสุ่มตัวอย่างสัญญาณนั่นเอง

## 2.8 สมการผลต่างสืบเนื่อง [2-4]

ในการวิเคราะห์ระบบเชิงแบบต่อเนื่องทางเวลา คุณสมบัติของระบบในโดเมนเวลา จะสามารถเขียนอธิบายโดยใช้สมการเชิงอนุพันธ์ (Differential equation) เช่นเดียวกันในระบบเชิงเลขก็จะมีสมการผลต่างสืบเนื่อง (Difference equation) ไว้ใช้ในการอธิบายคุณสมบัติของระบบในโดเมนเวลา ซึ่งสมการผลต่างสืบเนื่องอันดับที่  $n$  สามารถเขียนได้ดังสมการที่ 2.59

$$y(n) = \sum_{k=0}^n b_k x(n-k) - \sum_{k=1}^m a_k y(n-k) \quad (2.59)$$

โดยที่  $x(n)$  เป็นลำดับสัญญาณขาเข้า  $y(n)$  เป็นลำดับสัญญาณขาออกและ  $a_k, b_k$  เป็นค่าสัมประสิทธิ์ สมการผลต่างสามารถแสดงในรูปสมการฟังก์ชันถ่ายโอนโดยใช้คุณสมบัติการหน่วงเวลาของการแปลงแซดดังสมการที่ 2.60 – 2.61

$$a_k x(n) \leftrightarrow a_k X(z) \quad (2.60)$$

$$a_k x(n-k) \leftrightarrow a_k z^{-k} X(z) \quad (2.61)$$

จากสมการที่ (2.59) เมื่อใช้คุณสมบัติการแปลงแซดจะได้

$$Y(z) = \sum_{k=0}^n b_k z^{-k} X(z) - \sum_{k=1}^m a_k z^{-k} Y(z) \quad (2.62)$$

จัดรูปสมการเพื่อเขียนให้อยู่ในรูปสมการฟังก์ชันถ่ายโอน

$$H(z) = \frac{Y(z)}{X(z)} = \frac{\sum_{k=0}^n b_k z^{-k}}{\left(1 + \sum_{k=1}^m a_k z^{-k}\right)} \quad (2.63)$$

## 2.9 การแปลงแซด [2-4]

การแปลงแซด (z-transform) ของสัญญาณที่ไม่ต่อเนื่องสามารถนิยามอยู่ในรูปของอนุกรมอนันต์ (Power series) ดังสมการที่ 2.64 เรียกสมการที่ 2.64 นี้ว่า การแปลงแซดแบบตรง (Direct z-transform)

$$X(z) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} x(n)z^{-n} \quad (2.64)$$

เมื่อ  $z$  คือ ตัวแปรเชิงซ้อน (Complex variable)

$x(n)$  คือ ลำดับสัญญาณ (Sequence signal)

แต่สำหรับระบบแบบ Causal การแปลงแซดของสัญญาณที่ไม่ต่อเนื่องสามารถเขียนได้ดังสมการที่ 2.65 เรียกสมการที่ 2.65 นี้ว่า การแปลงแซดด้านเดียว (One-side z-transform)

$$X(z) = \sum_{n=0}^{\infty} x(n)z^{-n} \quad (2.65)$$

การแปลงแซดของสัญญาณแบบไม่ต่อเนื่องเขียนแทนได้อีกรูปแบบหนึ่ง ดังสมการที่ (2.66)

$$X(z) = Z\{x(n)\} \quad (2.66)$$

และจากสมการที่ 2.64 และ 2.65 จะเห็นได้ว่าผลการแปลงแซด ก็คืออนุกรมอนันต์ ดังนั้นจะมีค่า  $z$  ที่ทำให้  $X(z)$  หาคำตอบได้เรียกค่า  $z$  นี้ว่า Region of convergence (ROC) โดยค่า  $z$  นี้จะมีค่าเป็นจำนวนเชิงซ้อน

เช่นกรณีที่ 2.5 หา z-transform ของสัญญาณไม่ต่อเนื่องแบบ Finite-duration

$$x(n) = \{1, 2, 5, 7, 0, 1\}$$

วิธีการ จากสมการที่ 2.64  $X(z) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} x(n)z^{-n}$

$$\begin{aligned} \text{ดังนั้น} \quad X(z) &= \dots + 0z^2 + 0z^1 + 1z^0 + 2z^{-1} + 5z^{-2} + 7z^{-3} + 0z^{-4} + 1z^{-5} \\ X(z) &= 1 + 2z^{-1} + 5z^{-2} + 7z^{-3} + 1z^{-5} \end{aligned} \quad (2.67)$$

ส่วน ROC นั้นหาได้จากสมการที่ 2.67

$$X(z) = 1 + \frac{2}{z} + \frac{5}{z^2} + \frac{7}{z^3} + \frac{1}{z^5} \quad (2.68)$$

จากสมการที่ 2.68 พบว่าเมื่อ  $z = 0$  จะทำให้  $X(z)$  หาค่าไม่ได้ ดังนั้นจึงสรุปได้ว่า ROC ก็คือ ทุกๆค่าของ  $z$  ยกเว้น  $z = 0$  ซึ่งเมื่อ  $z = 0$  จะทำให้  $X(z)$  หาค่าไม่ได้

**เช่นกรณีที่ 2.6** หา z-transform ของสัญญาณไม่ต่อเนื่องแบบ Finite-duration

$$x(n) = \{1, 2, 5, 7, 0, 1\}$$

**วิธีการ** จากสมการที่ 2.64  $X(z) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} x(n)z^{-n}$

จะได้  $X(z) = 1z^2 + 2z^1 + 5z^0 + 7z^{-1} + 0z^{-2} + 1z^{-3}$  (2.69)

$$X(z) = z^2 + 2z^1 + 5 + 7z^{-1} + z^{-3} \quad (2.70)$$

ROC หาได้จากสมการที่ 2.70 จัดสมการใหม่จะได้

$$X(z) = z^2 + 2z^1 + 5 + \frac{7}{z} + \frac{1}{z^3} \quad (2.71)$$

จากสมการที่ 2.71 จะเห็นได้ว่าถ้า  $z = 0$  หรือ  $z = \infty$  จะทำให้  $X(z)$  หาค่าไม่ได้ ดังนั้นจึงสรุปได้ว่า ROC ก็คือ ทุกๆค่า  $z$  ยกเว้น  $z = 0$  และ  $z = \infty$

**เช่นกรณีที่ 2.7** หา z-transform ของ  $\delta(n)$

**วิธีการ** กำหนดให้  $x(n) = \delta(n) = \{\dots, 0, 0, 1, 0, 0, 0, 0, \dots\}$  (2.72)

จากสมการที่ 2.64  $X(z) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} x(n)z^{-n}$

$$X(z) = \dots + 0z^2 + 0z^1 + 1z + 0z^{-1} + 0z^{-2} + \dots$$

$$X(z) = 1 \quad (2.73)$$

**เช่นกรณีที่ 2.8** หา z-transform ของ  $\delta(n-k)$

**วิธีการ** กำหนดให้  $x(n) = \delta(n) = \{\dots, 0, 0, 0, 0, \dots, 0, \underset{x(k)}{1}, 0, 0, 0, \dots\}$  (2.74)

จากสมการที่ 2.64  $X(z) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} x(n)z^{-n}$

$$X(z) = \dots + 0z^2 + 0z^1 + 0z^0 + 0z^{-1} + 0z^{-2} + \dots + 1z^{-k} + 0z^{-(k+1)} + 0z^{-(k+2)} + \dots$$

$$X(z) = z^{-k} \quad (2.75)$$

เช่นกรณีนี้ที่ 2.9 หา z-transform ของสัญญาณ

$$x(n) = \begin{cases} 1 & 0 \leq n \leq \infty \\ 0 & n < 0 \end{cases} \quad (2.76)$$

$$x(n) = \{1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, \dots\}$$

จากสมการที่ 2.64

$$X(z) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} x(n)z^{-n}$$

$$X(z) = 1 + z^{-1} + z^{-2} + z^{-3} + z^{-4} + z^{-5} + \dots + z^{-\infty} \quad (2.77)$$

$$X(z) = 1 + \frac{1}{z} + \frac{1}{z^2} + \frac{1}{z^3} + \frac{1}{z^4} + \dots \quad (2.78)$$

จากสมการอนุกรมอนันต์ดังสมการที่ 2.79

$$1 + A + A^2 + A^3 + A^4 + A^5 + \dots = \frac{1}{1-A} \quad |A| < 1 \quad (2.79)$$

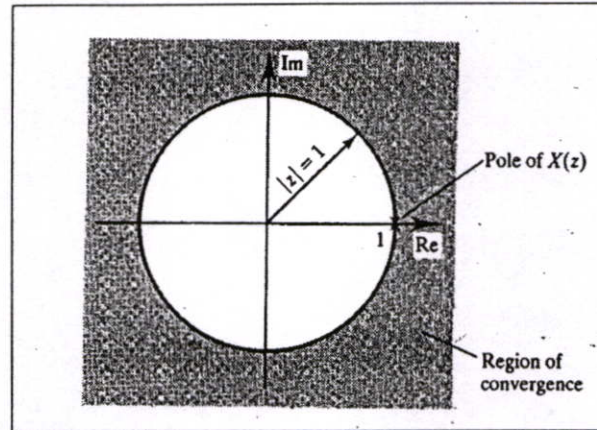
จัดสมการที่ 2.78 ใหม่ได้ดังสมการที่ 2.80

$$X(z) = 1 + \left(\frac{1}{z}\right) + \left(\frac{1}{z}\right)^2 + \left(\frac{1}{z}\right)^3 + \left(\frac{1}{z}\right)^4 + \left(\frac{1}{z}\right)^5 + \dots \quad (2.80)$$

เทียบสัมประสิทธิ์สมการที่ 2.79 กับสมการที่ 2.80 จะได้  $X(z)$  ดังสมการที่ 2.81

$$X(z) = \frac{1}{1 - \frac{1}{z}} = \frac{1}{1 - z^{-1}} \quad \left| \frac{1}{z} \right| < 1 \text{ หรือ } 1 < |z| \quad (3.18)$$

เนื่องจาก  $z$  เป็นตัวแปรเชิงซ้อนดังนั้นค่า  $z$  ที่ทำให้  $X(z)$  หาค่าได้ หรือค่า ROC ของ  $X(z)$  สามารถเขียนได้ดังรูปที่ 2.38

รูปที่ 2.38 ROC ของ  $X(z)$  ในกรณีที่ 2.9

เช่นกรณีที่ 2.10 หา z-transform ของสัญญาณ  $x(n) = a^n u(n)$

$$x(n) = \{a^0, a^1, a^2, a^3, a^4, \dots\}$$

จากสมการที่ 2.64  $X(z) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} x(n)z^{-n}$  จะได้  $X(z)$  ดังสมการที่ 2.82

$$X(z) = a^0 z^0 + a^1 z^{-1} + a^2 z^{-2} + a^3 z^{-3} + \dots + a^n z^{-n} \quad (2.82)$$

$$X(z) = 1 + \frac{a}{z} + \frac{a^2}{z^2} + \frac{a^3}{z^3} + \dots + \frac{a^n}{z^n}$$

$$X(z) = 1 + \left(\frac{a}{z}\right) + \left(\frac{a}{z}\right)^2 + \left(\frac{a}{z}\right)^3 + \dots + \left(\frac{a}{z}\right)^n \quad (2.83)$$

จากสมการของอนุกรมอนันต์ที่ 2.79 ในกรณีที่ 2.9 ทำให้จัดสมการที่ 2.83 ได้ใหม่ดังสมการที่

2.84 โดย  $A = \frac{a}{z}$

$$X(z) = \frac{1}{1 - \frac{a}{z}} \quad \left| \frac{a}{z} \right| < 1 \quad (2.84)$$

$$X(z) = \frac{1}{1 - az^{-1}} \quad |a| < |z| \quad (2.85)$$

ค่า ROC ทุกๆค่า  $z$  ที่มากกว่า  $a$

เช่นกรณีที่ 2.11 หา z-transform ของสัญญาณ  $x(n) = \sin(n\omega T)u(n)$

วิธีการ จากสมการ  $\sin(x) = \frac{e^{jx} - e^{-jx}}{2j}$  และ  $\cos(x) = \frac{e^{jx} + e^{-jx}}{2}$

จากสมการที่ 2.64 จะได้  $X(z)$  ดังสมการที่ 2.86

$$X(z) = \sum_{n=0}^{\infty} \left( \frac{e^{jn\omega T} - e^{-jn\omega T}}{2j} \right) z^{-n} \quad (2.86)$$

$$X(z) = \frac{1}{2j} \left( \sum_{n=0}^{\infty} e^{jn\omega T} z^{-n} - \sum_{n=0}^{\infty} e^{-jn\omega T} z^{-n} \right)$$

$$X(z) = \frac{1}{2j} \left( \sum_{n=0}^{\infty} (e^{j\omega T} z^{-1})^n - \sum_{n=0}^{\infty} (e^{-j\omega T} z^{-1})^n \right) \quad (2.87)$$

จากสมการของอนุกรมอนันต์ที่ 2.79 ในกรณีที่ 2.9 ทำให้จัดสมการที่ 2.87 ได้ใหม่ดังสมการที่ 2.88

$$X(z) = \frac{1}{2j} \left[ \left( \frac{1}{1 - e^{j\omega T} z^{-1}} \right) - \left( \frac{1}{1 - e^{-j\omega T} z^{-1}} \right) \right] \quad (2.88)$$

$$X(z) = \frac{1}{2j} \left[ \left( \frac{z}{z - e^{j\omega T}} \right) - \left( \frac{z}{z - e^{-j\omega T}} \right) \right]$$

$$X(z) = \frac{1}{2j} \left[ \frac{(z^2 - ze^{-j\omega T})}{(z - e^{j\omega T})(z - e^{-j\omega T})} - \frac{(z^2 - ze^{j\omega T})}{(z - e^{j\omega T})(z - e^{-j\omega T})} \right] \quad (2.89)$$

$$X(z) = \frac{1}{2j} \left[ \frac{(ze^{j\omega T} - ze^{-j\omega T})}{(z - e^{j\omega T})(z - e^{-j\omega T})} \right]$$

$$X(z) = \frac{z}{2j} \left[ \frac{e^{j\omega T} - e^{-j\omega T}}{z^2 - ze^{j\omega T} - ze^{-j\omega T} + e^{j\omega T} e^{-j\omega T}} \right]$$

$$X(z) = \frac{z}{2j} \left[ \frac{e^{j\omega T} - e^{-j\omega T}}{z^2 - z(e^{j\omega T} + e^{-j\omega T}) + 1} \right]$$

$$X(z) = \frac{z \sin(\omega T)}{z^2 - 2z \cos(\omega T) + 1} \quad (2.90)$$

## 2.10 คุณสมบัติของการแปลงแซด [2-4]

### 2.10.1 คุณสมบัติความเป็นเชิงเส้น (Linearity property)

แสดงดังสมการที่ 2.91

$$Z[ax_1(n) + bx_2(n)] = aX_1(z) + bX_2(z) \quad (2.91)$$

### 2.10.2 คุณสมบัติการเลื่อน (Shift property)

กำหนดให้  $y(n) = x(n - m)$   $m \geq 0$

การแปลงแซดของ  $y(n) = Y(z)$  เขียนแทนได้ ดังสมการที่ 2.92 และ 2.93

$$Y(z) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} y(n) z^{-n} \quad (2.92)$$

$$Y(z) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} x(n-m)z^{-n} \quad (2.93)$$

กำหนดให้ระบบที่กำลังพิจารณาเป็นระบบแบบ Causal ดังนั้นสมการที่ (2.93) สามารถเขียนได้ใหม่ดังสมการที่ 2.94 - 2.97

$$Y(z) = \sum_{n=0}^{\infty} x(n-m)z^{-n} \quad (2.94)$$

$$Y(z) = z^{-m}[x(0) + x(1)z^{-1} + x(2)z^{-2} + \dots + x(n)z^{-n}] \quad (2.95)$$

$$Y(z) = z^{-m} \sum_{n=0}^{\infty} x(n)z^{-n} \quad (2.96)$$

$$Y(z) = X(z)z^{-m} \quad (2.97)$$

### 2.10.3 คุณสมบัติการประสาน (Convolution property)

จากสมการผลการประสาน

$$y(n) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} h(k)x(n-k) \quad (2.98)$$

$$y(n) = h(n) * x(n) \quad (2.99)$$

ทำการแปลงแซด  $x(n)$ ,  $h(n)$  ให้เป็น  $X(z)$ ,  $H(z)$  จะได้การประสาน ดังสมการที่ 2.100

$$Y(z) = H(z)X(z) \quad (2.100)$$

ซึ่งผลการแปลงแซดของฟังก์ชันสัญญาณไม่ต่อเนื่องดังตารางที่ 2.1

ตารางที่ 2.1 ผลของการแปลงแซค

Entry number	Discrete-time Sequence	$z$ -transform $X(z)$	Region of convergence of $X(z)$
1	$\delta[n]$	1	All $z$
2	$u[n]$	$\frac{1}{1-z^{-1}}$	$ z  > 1$
3	$-u[-n-1]$	$\frac{1}{1-z^{-1}}$	$ z  < 1$
4	$\delta[n-m]$	$z^{-m}$	All $z$ except 0 (if $m > 0$ ) or $\infty$ (if $m < 0$ )
5	$a^n u[n]$	$\frac{1}{1-az^{-1}}$	$ z  >  a $
6	$-a^n u[-n-1]$	$\frac{1}{1-az^{-1}}$	$ z  <  a $
7	$na^n u[n]$	$\frac{az^{-1}}{(1-az^{-1})^2}$	$ z  >  a $
8	$-na^n u[-n-1]$	$\frac{az^{-1}}{(1-az^{-1})^2}$	$ z  <  a $
9	$[\cos \omega_0 n] u[n]$	$\frac{1 - [\cos \omega_0] z^{-1}}{1 - [2 \cos \omega_0] z^{-1} + z^{-2}}$	$ z  > 1$
10	$[\sin \omega_0 n] u[n]$	$\frac{[\sin \omega_0] z^{-1}}{1 - [2 \cos \omega_0] z^{-1} + z^{-2}}$	$ z  > 1$
11	$[r^n \cos \omega_0 n] u[n]$	$\frac{1 - [r \cos \omega_0] z^{-1}}{1 - [2r \cos \omega_0] z^{-1} + r^2 z^{-2}}$	$ z  > r$
12	$[r^n \sin \omega_0 n] u[n]$	$\frac{[r \sin \omega_0] z^{-1}}{1 - [2r \cos \omega_0] z^{-1} + r^2 z^{-2}}$	$ z  > r$
13	$\begin{cases} a^n, & 0 \leq n \leq N-1 \\ 0, & \text{otherwise} \end{cases}$	$\frac{1 - a^N z^{-N}}{1 - az^{-1}}$	$ z  > 0$

## 2.11 การแปลงแซดในรูปเศษส่วน [2-4]

สัญญาณแบบไม่ต่อเนื่อง  $x(n)$  หรือระบบแบบไม่ต่อเนื่อง  $y(n)$  สามารถเขียนให้อยู่ในรูป  $X(z)$  หรือ  $Y(z)$  ได้โดยการแปลงแซด ค่า  $X(z)$  หรือ  $Y(z)$  นี้เมื่อจัดให้อยู่ในรูปเศษส่วน (Rational) สามารถบอกรายละเอียดคุณลักษณะของสัญญาณและระบบได้

### 2.11.1 โพลและซีโร (Pole and zero)

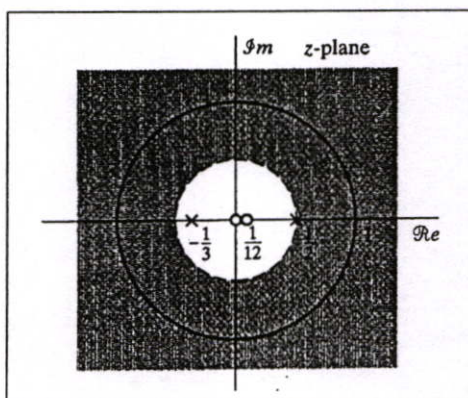
เป็นการนำค่า  $X(z)$  หรือ  $Y(z)$  ไปแก้สมการหาค่า  $z$  และนำคำตอบของ  $z$  ไปเขียนตำแหน่งลงในระนาบแซดเชิงซ้อน (Complex  $z$ -plane) ค่า  $z$  ที่เป็นคำตอบของเศษเรียกว่า Zero แทนด้วยสัญลักษณ์  $\circ$  ค่า  $z$  ที่เป็นคำตอบของส่วนเรียกว่า Pole แทนด้วยสัญลักษณ์  $\times$  เช่นการหาตำแหน่ง Pole-zero ของสัญญาณ

เช่นกรณีที่ 2.12 เขียนตำแหน่งการวาง Pole-zero ของระบบ  $H(z) = \frac{12 - z^{-1}}{6 - z^{-1} - z^{-2}}$

วิธีการ จากสมการ  $H(z)$  สามารถจัดสมการใหม่ได้ดังสมการที่ 2.101

$$H(z) = \frac{2z(z - \frac{1}{12})}{(z - \frac{1}{2})(z + \frac{1}{3})} \quad (2.101)$$

จากสมการที่ 2.101 พบว่า Zero จะอยู่ที่ตำแหน่ง 0 และ  $\frac{1}{12}$  ส่วน Pole นั้นจะอยู่ที่ตำแหน่ง  $\frac{1}{2}$  และ  $-\frac{1}{3}$  นำไปเขียนลงระนาบแซด ดังรูปที่ 2.39



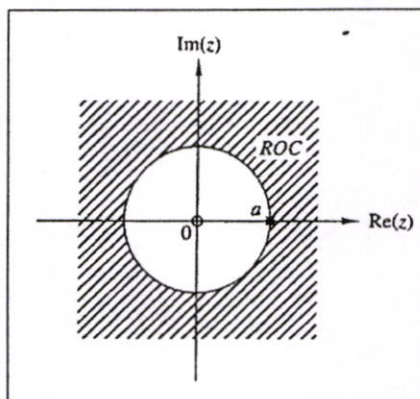
รูปที่ 2.39 ตำแหน่งการวาง Pole-zero ของระบบในกรณีที่ 2.12

เช่นกรณีที่ 2.13 หาดำแหน่งการวาง Pole-zero ของสัญญาณ  $x(n) = a^n u(n)$  ;  $a > 0$

วิธีการ จากตารางที่ 2.1 z-transform ของ  $x(n)$  เขียนได้ดังสมการที่ 2.102

$$X(z) = \frac{1}{1 - az^{-1}} = \frac{z}{z - a} \quad (2.102)$$

นำไปเขียนลง z-plane ได้ดังรูปที่ 40



รูปที่ 2.40 ตำแหน่งการวาง Pole-zero ของระบบในกรณีที่ 2.13

เช่นกรณีที่ 2.14 หาดำแหน่งการวาง Pole-zero ของสัญญาณ

$$x(n) = \begin{cases} a^n; & 0 \leq n \leq M-1 \\ 0; & \text{elsewhere} \end{cases}$$

วิธีการ กำหนดพบว่า  $n$  เริ่มต้นจาก 0 ถึง  $M-1$  จะได้สมการ z-transform ดังสมการที่ 2.103

$$X(z) = \sum_{n=0}^{M-1} a^n z^{-n} \quad (2.103)$$

$$X(z) = \sum_{n=0}^{M-1} (az^{-1})^n \quad (2.104)$$

$$X(z) = 1 + \frac{a}{z} + \left(\frac{a}{z}\right)^2 + \left(\frac{a}{z}\right)^3 + \dots + \left(\frac{a}{z}\right)^{M-1} \quad (2.105)$$

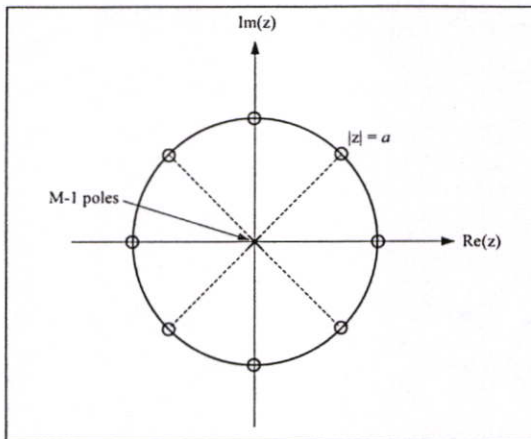
จัดสมการที่ 2.105 ได้ใหม่ [5] ดังสมการที่ 2.106

$$X(z) = \frac{1 - (az^{-1})^M}{1 - az^{-1}} \quad (2.106)$$

นำ  $z^M$  คูณตลอดทั้งเศษและส่วน

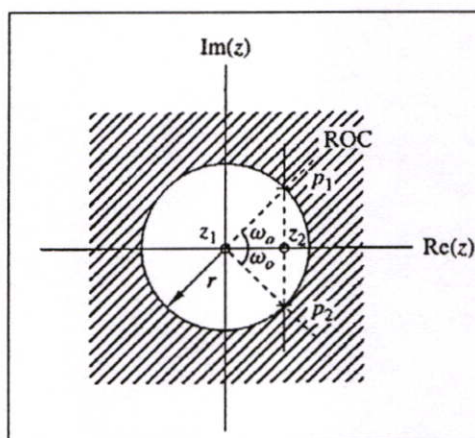
$$X(z) = \frac{z^M - a^M}{z^M - az^{M-1}} = \frac{z^M - a^M}{z^{M-1}(z - a)} \quad (2.107)$$

นำสมการที่ 2.107 เฉพาะเศษมาเขียนเป็น Zero และเฉพาะส่วนมาเขียนเป็น Pole ดังรูปที่ 2.41



รูปที่ 2.41 ตำแหน่งการวาง Pole-zero ของกรณีที่ 2.14

เช่นกรณีที่ 2.15 หาสัญญาณ  $x(n]$  จากระนาบแซด ดังรูปที่ 2.42



รูปที่ 2.42 ตำแหน่งการวาง Pole-zero ของกรณีที่ 2.15

วิธีการ จากรูปที่ 2.42 พบว่ามี Zero อยู่ 2 ตัว โดย  $Z_1$  อยู่ที่จุด Origin หรืออยู่ที่ตำแหน่ง 0 ส่วน  $Z_2$  อยู่ที่ตำแหน่ง  $r \cos(\omega_0)$  เขียนได้ดังสมการที่ 2.108 และ 2.109

$$Z_1 = 0 \tag{2.108}$$

$$Z_2 = r \cos(\omega_0) \tag{2.109}$$

สำหรับ Pole จากรูปที่ 2.42 มีอยู่ 2 ตัวโดย  $P_1$  อยู่ที่ตำแหน่ง  $re^{j\omega_0}$  ส่วน  $P_2$  อยู่ที่ตำแหน่ง  $re^{j\omega_0}$  เขียนได้ดังสมการที่ 2.110 และสมการที่ 2.111

$$P_1 = re^{j\omega_0} \quad (2.110)$$

$$P_2 = re^{-j\omega_0} \quad (2.111)$$

จากสมการที่ 2.108-2.111 นำไปเขียนเป็น  $X(z)$  ได้ดังสมการที่ 2.112 และ 2.113

$$X(z) = G \frac{(z - Z_1)(z - Z_2)}{(z - P_1)(z - P_2)} \quad (2.112)$$

$$X(z) = G \frac{(z - 0)(z - r \cos(\omega_0))}{(z - re^{j\omega_0})(z - re^{-j\omega_0})} \quad (2.113)$$

เมื่อ  $G$  เป็นค่าคงที่ และจากสมการที่ 2.113 สามารถจัดรูปได้ใหม่ดังสมการที่ 2.114

$$X(z) = G \left[ \frac{z(z - r \cos(\omega_0))}{(z - re^{j\omega_0})(z - re^{-j\omega_0})} \right]$$

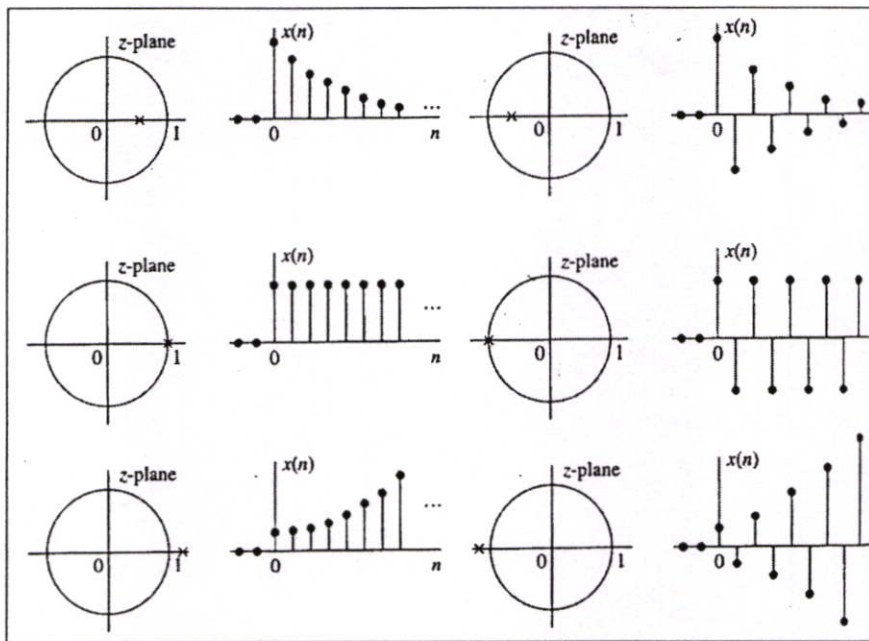
$$X(z) = G \left[ \frac{1 - rz^{-1} \cos(\omega_0)}{1 - 2rz^{-1} \cos(\omega_0) + r^2 z^{-2}} \right] \quad (2.114)$$

และจากตารางที่ 2.1 (ข้อที่ 11) z-transform ของสมการที่ 2.114 สามารถแปลงเป็น  $x(n)$  ได้ดังสมการที่ 2.115

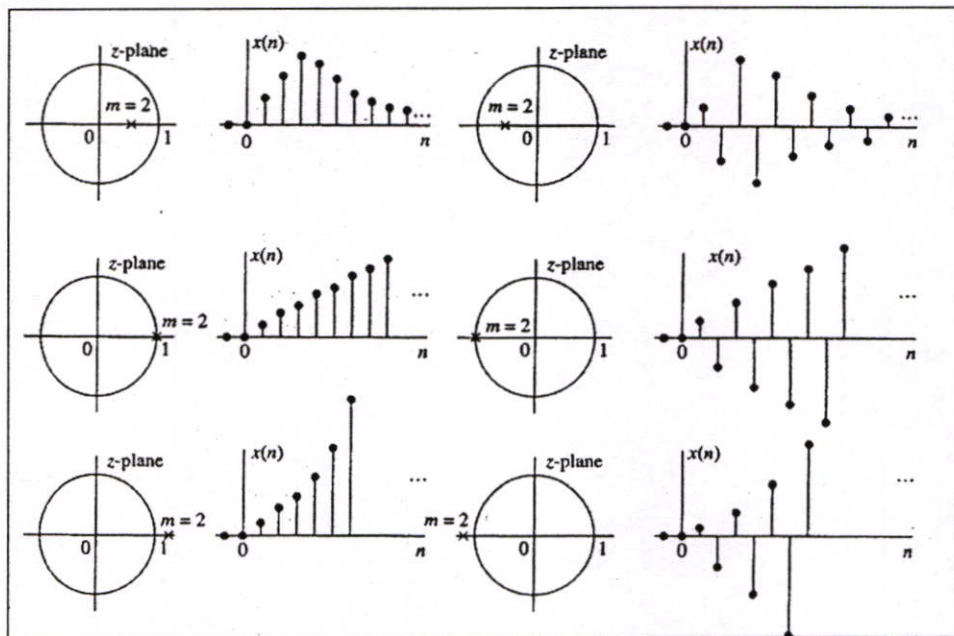
$$x(n) = G[r^n \cos(\omega_0 n)u(n)] \quad (2.115)$$

### 2.11.2 ลักษณะสัญญาณกับการวางตำแหน่งของ Pole

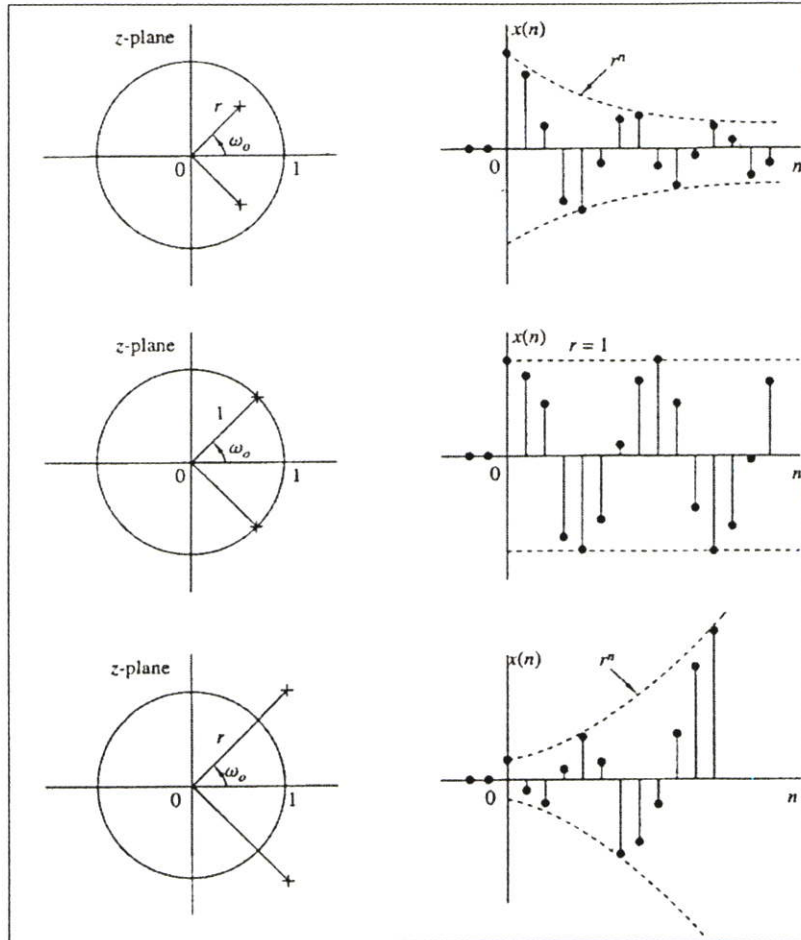
ตำแหน่งของ Pole ในระนาบแซด สามารถบ่งบอกลักษณะของลำดับสัญญาณใน Time-domain ได้ ซึ่งลักษณะของลำดับสัญญาณที่เกิดขึ้นสามารถคำนวณได้จากการแปลงแซดผกผัน (Inverse z-transform) และแสดงได้ดังรูปที่ 2.43



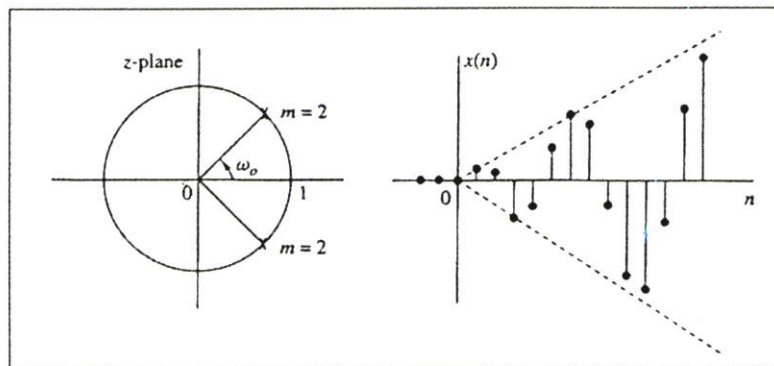
รูปที่ 2.43(a) ความสัมพันธ์ระหว่างตำแหน่งของ Pole กับลำดับสัญญาณ



รูปที่ 2.43(b) ความสัมพันธ์ระหว่างตำแหน่งของ Pole กับลำดับสัญญาณ



รูปที่ 2.43(c) ความสัมพันธ์ระหว่างตำแหน่งของ Pole กับลำดับสัญญาณ



รูปที่ 2.43(d) ความสัมพันธ์ระหว่างตำแหน่งของ Pole กับลำดับสัญญาณ

## 2.12 การแปลง z ผกผัน (Inversion of z-transform)

เป็นการแปลง  $X(z)$  กลับเป็น  $x(n)$  ทำได้ 3 วิธีดังต่อไปนี้

- วิธีอนุกรมอนันต์ (Power series method)
- วิธีแยกเศษส่วนย่อย (Partial-fraction expansion method)
- Residue method

### 2.12.1 การแปลงแซดผกผันด้วยวิธีอนุกรมอนันต์

กำหนดให้  $X(z)$  เป็น z-transform ของ Causal sequence ดังสมการที่ 2.116 ซึ่งสมการนี้สามารถจัดให้เป็นอนุกรมอนันต์ในรูป  $z$  หรือ  $z^{-1}$  โดยใช้การหารยาว (Long division)

$$X(z) = \frac{a_0 + a_1 z^{-1} + a_2 z^{-2} + \dots + a_N z^{-N}}{b_0 + b_1 z^{-1} + b_2 z^{-2} + \dots + b_M z^{-M}} \quad (2.116)$$

เมื่อทำการหารยาวสมการที่ 2.116 จะได้ค่า  $X(z)$  ดังสมการที่ 2.117

$$X(z) = x(0) + x(1)z^{-1} + x(2)z^{-2} + x(3)z^{-3} + \dots \quad (2.117)$$

เช่นกรณีที่ 2.16 แปลงแซดผกผันของสัญญาณดังสมการที่ 2.118 โดยใช้วิธีอนุกรมอนันต์

$$X(z) = \frac{1 + 2z^{-1} + z^{-2}}{1 - z^{-1} + 0.3561z^{-2}} \quad (2.118)$$

วิธีการ จากสมการที่ 2.118 ทำการหารยาวได้ดังต่อไปนี้

$$\begin{array}{r} \frac{1 + 3z^{-1} + 3.6439z^{-2} + 2.5756z^{-3} + \dots}{1 - z^{-1} + 0.3561z^{-2}} \\ \underline{1 + 2z^{-1} + z^{-2}} \\ 3z^{-1} + 0.6439z^{-2} \\ \underline{3z^{-1} - 3z^{-2} + 1.0683z^{-3}} \\ 3.6439z^{-2} - 1.0683z^{-3} \\ \underline{3.6439z^{-2} - 1.0683z^{-3} + 1.2975927z^{-4}} \\ 2.5756z^{-3} - 1.2975927z^{-4} \end{array}$$

จะได้คำตอบ  $X(z) = 1 + 3z^{-1} + 3.6439z^{-2} + 2.5756z^{-3} + \dots$  และจากคุณสมบัติของ z-transform จะได้ค่า  $x(n)$  ดังสมการที่ 2.119

$$x(0) = 1; x(1) = 3; x(2) = 3.6439; x(3) = 2.5756; \dots \quad (2.119)$$

ในการหารยาวนั้นอาจทำให้ค่า  $z$  ในสมการที่ 2.118 มีกำลังเป็นบวกก่อนก็ได้ดังสมการที่ 2.120 โดยนำ  $z^2$  คูณตลอดทั้งเศษและส่วน แล้วจึงทำการหาร

$$X(z) = \frac{z^2 + 2z + 1}{z^2 - z + 0.3561} \quad (2.120)$$

เมื่อทำการหารจะได้

$$\begin{array}{r} 1 + 3z^{-1} + 3.6439z^{-2} + 2.5756z^{-3} + \dots \\ z^2 - z + 0.3561 \overline{) z^2 + 2z^1 + 1} \\ \underline{3z^1 + 0.6439} \\ 3z^1 - 3z + 1.0683z^{-1} \\ \underline{3.6439 - 1.0683z^{-1}} \\ 3.6439 - 3.6439z^{-1} + 1.2975927z^{-2} \\ \underline{2.5756z^{-1} - 1.2975927z^{-2}} \\ 2.5756z^{-1} - 2.5756z^{-2} + 0.91717116z^{-3} \\ \underline{1.27800721z^{-2} - 0.91717116z^{-3}} \end{array}$$

ซึ่งจะเห็นได้ว่าผลที่ได้จากการหารยาวจะได้ค่า  $X(z)$  และ  $x(n)$  เท่ากัน แต่การแปลงแซดผกผันด้วยวิธีอนุกรมอนันต์นี้พบคำตอบที่ได้จะเป็นตัวเลขไม่เป็นสมการ  $x(n)$  ใดๆ แต่จะเป็นตัวเลขโดยเริ่มจาก  $x(0), x(1), x(2), \dots$  การหารหนึ่งครั้งจะได้  $x(n)$  หนึ่งค่า ดังนั้นถ้าต้องการหาค่า  $x(n)$  โดยที่  $n$  มีค่ามาก จะทำให้จำนวนครั้งของการหารมีมากขึ้นไปด้วย

### 2.12.2 การแปลงแซดผกผันด้วยวิธีแยกเศษส่วนย่อย

ทำโดยจัดสมการ  $X(z)$  ให้อยู่ในรูปเศษส่วนย่อยจากนั้นนำสมการที่จัดรูปได้แปลงให้เป็น  $x(n)$  โดยใช้ตาราง  $z$ -transform พิจารณา  $X(z)$  ดังสมการที่ 2.116 การจัดรูปสมการจะเป็นไปตามตำแหน่งของ Pole ในระนาบแซดซึ่งแบ่งออกได้ดังต่อไปนี้

- กรณี Pole มีตำแหน่งไม่ซ้ำกัน สมการ  $X(z)$  สมการที่ 2.116 สามารถจัดรูปได้ดังสมการที่ 2.121

$$X(z) = B_0 + \frac{C_1}{1 - p_1 z^{-1}} + \frac{C_2}{1 - p_2 z^{-1}} + \dots + \frac{C_3}{1 - p_3 z^{-1}} \quad (2.121)$$

$$X(z) = B_0 + \frac{C_1 z}{z - p_1} + \frac{C_2 z}{z - p_2} + \dots + \frac{C_M z}{z - p_M}$$

$$X(z) = B_0 + \sum_{k=1}^M \frac{C_k z}{z - p_k} \quad (2.122)$$

- กรณี Pole อยู่มากกว่าหนึ่งตัวอยู่ตำแหน่งซ้ำกัน สมการ  $X(z)$  สมการที่ 2.116 สามารถจัดรูปได้ดังสมการที่ 2.123

$$X(z) = \sum_{i=1}^m \frac{D_i}{(z-p_k)^i} \quad (2.123)$$

และค่า  $D_i$  หาได้จากสมการที่ 2.124

$$D_i = \frac{1}{(m-i)!} \frac{d^{m-i}}{dz^{m-i}} [(z-p_k)^m X(z)]_{z=p_k} \quad (2.124)$$

แต่ถ้าระบบหรือลำดับสัญญาณมี Pole มากกว่าหนึ่งตัวและตำแหน่งของ Pole อยู่ในตำแหน่งที่ซ้ำกันและไม่ซ้ำกันตัวอย่างเช่นระบบมี Pole ทั้งหมด 3 ตัว มี Pole 2 ตัวอยู่ตำแหน่งเดียวกันส่วนอีก 1 ตัวอยู่คนละตำแหน่งการจัดสมการในรูปเศษส่วนย่อยก็จะใช้สมการที่ 2.122 และ 2.123 รวมกัน แต่ถ้าระบบหรือลำดับสัญญาณมี Pole มากกว่าหนึ่งตัวและตำแหน่งของ Pole อยู่ในตำแหน่งที่ซ้ำกันและไม่ซ้ำกันตัวอย่างเช่นระบบมี Pole ทั้งหมด 3 ตัว มี Pole 2 ตัวอยู่ตำแหน่งเดียวกันส่วนอีก 1 ตัวอยู่คนละตำแหน่งการจัดสมการในรูปเศษส่วนย่อยก็จะใช้สมการที่ 2.122 และ 2.123 รวมกัน

เช่นกรณีที่ 2.17 แปลงแซดพคคั่นของสัญญาณ  $X(z)$  ดังสมการที่ 2.125 โดยใช้วิธีแยกเศษส่วนย่อย

$$X(z) = \frac{z^{-1}}{1 - 0.25z^{-1} - 0.375z^{-2}} \quad (2.125)$$

วิธีการ ทำกำลังของ  $z$  ในสมการที่ 2.125 ให้เป็นบวกโดยนำ  $z^2$  คูณตลอด

$$X(z) = \frac{z}{z^2 - 0.25z - 0.375}$$

ทำการแยกเศษส่วนย่อยได้ดังสมการที่ 2.126

$$\begin{aligned} X(z) &= \frac{z}{(z-0.75)(z+0.5)} \\ \frac{X(z)}{z} &= \frac{1}{(z-0.75)(z+0.5)} = \frac{C_1}{z-0.75} + \frac{C_2}{z+0.5} \end{aligned} \quad (2.126)$$

กำหนดให้สมการที่ 2.126 มีค่าเท่ากับ  $F(z)$  ดังสมการที่ 2.127

$$F(z) = \frac{1}{(z-0.75)(z+0.5)} = \frac{C_1}{z-0.75} + \frac{C_2}{z+0.5} \quad (2.127)$$

หา  $C_1$  นำ  $(z-0.75)$  คูณตลอดในสมการที่ 2.127 จะได้

$$\frac{1}{z+0.5} = C_1 + \frac{C_2(z-0.75)}{(z+0.5)} \quad (2.128)$$

แทนค่า  $z$  เท่ากับ 0.75 ลงในสมการที่ 2.128 ได้ค่า  $C_1$  ดังสมการที่ 2.129

$$C_1 = \frac{1}{0.75+0.5} = \frac{4}{5} = 0.8 \quad (2.129)$$

ส่วนค่า  $C_2$  สามารถหาได้ด้วยวิธีเดียวกับการหาค่า  $C_1$  ได้ค่า  $C_2$  ดังสมการที่ 2.130

$$C_2 = \frac{1}{-0.5-0.75} = -\frac{4}{5} = -0.8 \quad (2.130)$$

แทนค่า  $C_1$  และ  $C_2$  ลงในสมการที่ 2.126 จะได้

$$X(z) = \frac{0.8z}{z-0.75} - \frac{0.8z}{z+0.5} \quad (2.131)$$

ใช้ตารางที่ 2.1 แปลง  $X(z)$  ในสมการที่ 2.131 กลับเป็น  $x(n)$  ได้ดังสมการที่ 2.132

$$\begin{aligned} x(n) &= Z^{-1} \left[ \frac{0.8z}{z-0.75} - \frac{0.8z}{z+0.5} \right] \\ x(n) &= 0.8 \left[ (0.75)^n - (-0.5)^n \right], \quad n > 0 \end{aligned} \quad (2.132)$$

เช่นกรณีที่ 2.18 จงแปลงแซดพหุคูณของสัญญาณ  $X(z)$  ดังสมการที่ 2.133 โดยใช้วิธีแยกเศษส่วนย่อย

$$X(z) = \frac{z^2}{(z-0.5)(z-1)^2} \quad (2.133)$$

วิธีการ จากสมการที่ 2.133 พบว่าบนระนาบแซดจะมี Pole 1 ตัวอยู่ที่ตำแหน่ง 0.5 และมี Pole อีก 2 ตัววางซ้อนกันอยู่ที่ตำแหน่ง 1 เมื่อพิจารณาตำแหน่งของ Pole แล้วการแยกเศษส่วนย่อยของสมการ  $X(z)$  จะจัดรูปตามสมการที่ 2.122 และสมการที่ 2.123 ได้ดังสมการที่ 2.134

$$X(z) = \frac{z^2}{(z-0.5)(z-1)^2} = \frac{K_1}{z-0.5} + \frac{K_2}{z-1} + \frac{K_3}{(z-1)^2} \quad (2.134)$$

จัดรูปสมการที่ 2.134 ใหม่

$$\frac{X(z)}{z} = \frac{z}{(z-0.5)(z-1)^2} = \frac{K_1}{z-0.5} + \frac{K_2}{z-1} + \frac{K_3}{(z-1)^2} \quad (2.135)$$

กำหนดให้สมการที่ 2.135 มีค่าเท่ากับ  $F(z)$

$$F(z) = \frac{z}{(z-0.5)(z-1)^2} = \frac{K_1}{z-0.5} + \frac{K_2}{z-1} + \frac{K_3}{(z-1)^2} \quad (2.136)$$

หาค่า  $K_1$  นำ  $(z-0.5)$  คูณตลอดในสมการที่ 2.136 และแทน  $z = 0.5$  จะได้ค่า  $K_1$  ดังสมการที่ 2.137

$$\begin{aligned} \frac{z}{(z-1)^2} &= K_1 + \frac{K_2(z-0.5)}{z-1} + \frac{K_3(z-0.5)}{(z-1)^2} \\ K_1 &= \frac{z}{(z-1)^2} = \frac{0.5}{(0.5-1)^2} = 2 \end{aligned} \quad (2.137)$$

ค่า  $K_2$  หาได้จากสมการที่ 2.123 เริ่มจากนำ  $(z-1)^2$  คูณตลอดในสมการที่ 2.136

$$\frac{z}{z-0.5} = \frac{K_1(z-1)^2}{z-0.5} + K_2(z-1) + K_3 \quad (2.138)$$

หาอนุพันธ์ของสมการที่ 2.138 เทียบกับ  $z$  และแทนค่า  $z = 1$  ได้ค่า  $K_2$  ดังสมการที่ 2.139

$$\begin{aligned} \frac{d}{dz} \left[ \frac{z}{z-0.5} \right] &= \frac{d}{dz} \left[ \frac{K_1(z-1)^2}{z-0.5} + K_2z - K_2 + K_3 \right] \\ K_2 &= \frac{z-0.5-z}{(z-0.5)^2} = \frac{-0.5}{(1-0.5)^2} = -2 \end{aligned} \quad (2.139)$$

ค่า  $K_3$  หาได้จากสมการที่ 2.138 โดยการแทน  $z = 1$  ได้  $K_3$  ดังสมการที่ 2.140

$$K_3 = \frac{z}{z-0.5} = \frac{1}{1-0.5} = 2 \quad (2.140)$$

แทนค่า  $K_1, K_2, K_3$  ลงในสมการที่ 2.135 และนำ  $z$  คูณตลอด

$$X(z) = \frac{2z}{z-0.5} - \frac{2z}{z-1} + \frac{2z}{(z-1)^2} \quad (2.141)$$

ใช้ตารางที่ 2.1 แปลง  $X(z)$  ในสมการที่ 2.141 กลับเป็น  $x(n)$  ได้ดังสมการที่ 2.142

$$x(n) = 2(0.5)^n - 2 + 2n = 2[(n-1) + (0.5)^n], \quad n \geq 0 \quad (2.142)$$

### 2.12.3 การแปลงแซดผกผันโดยวิธี Residue

การแปลงแซดผกผันด้วยวิธีนี้ค่า  $x(n)$  จะถูกแทนด้วยการอินทิเกรตทศรอบ (Contour integral) ดังสมการที่ 2.143

$$x(n) = \frac{1}{2\pi j} \int_c z^{n-1} X(z) dz \quad (2.143)$$

เมื่อ  $c$  คือเส้นทางการอินทิเกรตทศรอบ Pole ของ  $X(z)$  ที่อยู่ในรูปเศษส่วนและโพลิโนเมียล (Rational and polynomials) การอินทิเกรตทศรอบดังสมการที่ 2.143 คำตอบจะถูกแทนอยู่ในรูปตัวแปรเชิงซ้อนด้วยทฤษฎีของ Cauchy's residue [5] ดังนั้นอาจกล่าวได้ว่า  $x(n)$  ก็คือผลรวมของการทำ Residue เฉพาะ Pole ในบริเวณ  $c$  ของฟังก์ชัน  $z^{n-1} X(z)$  เขียนได้ดังสมการที่ 2.144

$$\text{Res}[F(z), p_k] = \frac{1}{(m-1)!} \frac{d^{m-1}}{dz^{m-1}} [(z-p_k)^m F(z)]_{z=p_k} \quad (2.144)$$

เมื่อ  $F(z) = z^{n-1} X(z)$

เช่นกรณีที่ 2.19 ใช้วิธี Residue แปลง  $X(z)$  ในสมการที่ 2.145 ให้เป็น  $x(n)$

$$X(z) = \frac{z}{(z-0.75)(z+0.5)} \quad (2.145)$$

วิธีการ กำหนดให้  $F(z) = z^{-1} X(z)$

$$F(z) = \frac{z^{n-1} z}{(z-0.75)(z+0.5)} = \frac{z^n}{(z-0.75)(z+0.5)} \quad (2.146)$$

จากสมการที่ 2.146 พบว่า  $F(z)$  มี Pole อยู่ที่ 0.75 และ -0.5 ดังนั้นการหา Residue จะกระทำที่ Pole สองตำแหน่งนี้โดยใช้สมการที่ 2.144 ซึ่งจะมีค่า  $m = 1$  Pole ที่ตำแหน่ง 0.75 มีค่า Residue ดังสมการที่ 2.147

$$\text{Res}[F(z), 0.75] = (z-0.75)F(z) \quad (2.147)$$

$$\text{Res}[F(z), 0.75] = \frac{z^n}{z+0.5}$$

แทนค่า  $z = 0.75$

$$\text{Res}[F(z), 0.75] = \frac{0.75^n}{0.75+0.5} = \frac{4}{5} (0.75)^n \quad (2.148)$$

Pole ที่ตำแหน่ง  $-0.5$  มีค่า Residue ดังสมการที่ 2.149

$$\text{Res}[F(z), -0.5] = (z + 0.5)F(z)$$

$$\text{Res}[F(z), -0.5] = \frac{z^n}{z - 0.75}$$

แทนค่า  $z = -0.5$

$$\text{Res}[F(z), -0.5] = \frac{(-0.5)^n}{-0.5 - 0.75} = -\frac{4}{5}(-0.5)^n \quad (2.149)$$

ดังนั้น  $x(n)$  จะเท่ากับผลรวมของการทำ Residue ที่ Pole ทุกตำแหน่งของ  $F(z)$  ดังสมการที่ 2.150

$$x(n) = \text{Res}[F(z), 0.75] + \text{Res}[F(z), -0.5]$$

$$x(n) = \frac{4}{5}(0.75)^n - \frac{4}{5}(-0.5)^n = 0.8[(0.75)^n - (-0.5)^n] \quad (2.150)$$

เช่นกรณีที่ 2.20 ใช้วิธี Residue แปลง  $X(z)$  ในสมการที่ 2.151 ให้เป็น  $x(n)$

$$X(z) = \frac{z^2}{(z - 0.5)(z - 1)^2} \quad (2.151)$$

วิธีการ กำหนดให้  $F(z) = z^{n-1}X(z)$  ดังสมการที่ 2.152

$$F(z) = \frac{z^{n-1}z^2}{(z - 0.5)(z - 1)^2} = \frac{z^{n+1}}{(z - 0.5)(z - 1)^2} \quad (2.152)$$

จากสมการที่ 2.152 จะเห็นได้ว่า  $F(z)$  มี Pole 1 ตัวอยู่ที่ตำแหน่ง  $0.5$  กำหนดให้เป็น  $p_1$  และมี Pole อีก 2 ตัววางซ้อนกันอยู่ที่ตำแหน่ง  $1$  กำหนดให้เป็น  $p_2$  Residue ของ Pole ที่ตำแหน่ง  $p_1$  หาได้จากสมการที่ 2.153

$$\text{Res}[F(z), 0.5] = (z - 0.5)F(z) = \frac{z^{n+1}}{(z - 1)^2}$$

แทนค่า  $z = 0.5$

$$\text{Res}[F(z), 0.5] = \frac{(0.5)^{n+1}}{(0.5 - 1)^2} = \frac{(0.5)(0.5)^n}{(0.5)^2} = 2(0.5)^n \quad (2.153)$$

ที่ตำแหน่ง  $p_2$  มี Pole ซ้อนกันอยู่ 2 ตัวทำให้ค่า  $m$  ในสมการที่ 2.144 มีค่าเท่ากับ 2 ดังนั้น Residue ของ Pole ที่ตำแหน่ง  $p_2$  หาได้จากสมการที่ 2.154

$$\text{Res}[F(z),1] = \frac{d}{dz} [(z-1)^2 F(z)] = \frac{d}{dz} \left[ \frac{z^{n+1}}{z-0.5} \right] \quad (2.154)$$

$$\text{Res}[F(z),1] = \frac{(z-0.5)(n+1)z^n - z^{n+1}}{(z-0.5)^2}$$

แทนค่า  $z = 1$

$$\text{Res}[F(z),1] = \frac{(1-0.5)(n+1)1^n - 1^{n+1}}{(1-0.5)^2} = \frac{(0.5)(n+1) - 1}{(0.5)^2}$$

$$\text{Res}[F(z),1] = 2(n+1) \quad (2.155)$$

$x(n)$  ก็คือผลรวมของการทำ Residue ที่ Pole ทั้งสองตำแหน่งเขียนได้ดังสมการที่ 2.156

$$\begin{aligned} x(n) &= \text{Res}[F(z), p_1] + \text{Res}[F(z), p_2] \\ x(n) &= 2(0.5)^n + 2(n+1) = 2[(n-1) + (0.5)^n] \end{aligned} \quad (2.156)$$

### 2.13 ฟังก์ชันของระบบเชิงเส้นที่แปรตามเวลา

ในการหาผลตอบสนองทางเอาต์พุตของระบบที่แปรตามเวลาสามารถกระทำได้โดยใช้หลักการ Convolution ซึ่งการหาจะต้องทราบค่าของ  $x(n)$  และ  $h(n)$  แต่จากคุณสมบัติของการแปลงแซด ทำให้การหาผลตอบสนองทางเอาต์พุตหาได้จากสมการที่ 2.157

$$Y(z) = H(z)X(z) \quad (2.157)$$

เมื่อ  $Y(z)$  คือ การแปลงแซดของ Output sequence  $y(n)$

$X(z)$  คือ การแปลงแซดของ Input sequence  $x(n)$

$H(z)$  คือ การแปลงแซดของ Unit sample response  $h(n)$

ดังนั้นถ้ารู้ค่า  $x(n)$  และ  $h(n)$  ก็สามารถหาค่า  $X(z)$  และ  $H(z)$  ได้โดยการแปลงแซด และเมื่อนำมาคูณกันดังสมการที่ 2.157 ก็จะได้  $Y(z)$  และสามารถหาค่า  $y(n)$  ได้โดยการแปลงแซด ผกผัน  $Y(z)$  และในทางกลับกันถ้ารู้ค่า  $x(n)$  และ  $y(n)$  ก็สามารถหาค่า  $H(z)$  ได้ดังสมการที่ 2.158

$$H(z) = \frac{Y(z)}{X(z)} \quad (2.158)$$

เพื่อความชัดเจนจะเห็นได้ว่าคุณสมบัติของระบบนั้นอธิบายได้ 2 ลักษณะคือ  $h(n)$  และ  $H(z)$  โดย  $h(n)$  นั้นจะอธิบายถึงคุณสมบัติของระบบในโดเมนเวลา ส่วน  $H(z)$  จะอธิบายถึงคุณสมบัติในโดเมนแซด ซึ่งแท้ที่จริงแล้ว  $H(z)$  และ  $h(n)$  นั้นเหมือนกันเพียงแต่อยู่กันคนละโดเมน และโดยทั่วไปจะเรียก  $H(z)$  ในสมการที่ 2.158 ว่า ฟังก์ชันระบบ (System function) หรือ ฟังก์ชันถ่ายโอน

สำหรับระบบที่เป็นแบบเชิงเส้นและมีค่าสัมประสิทธิ์คงที่ (Linear constant-coefficient difference equation) ดังสมการที่ 2.159 สามารถใช้คุณสมบัติของการแปลงแซดเขียนเป็นฟังก์ชันถ่ายโอน  $H(z)$  ได้ดังสมการที่ 2.160

$$y(n) = -\sum_{k=1}^N a_k y(n-k) + \sum_{k=0}^M b_k x(n-k) \quad (2.159)$$

$$Y(z) = -\sum_{k=1}^N a_k Y(z)z^{-k} + \sum_{k=0}^M b_k X(z)z^{-k}$$

$$Y(z) \left( 1 + \sum_{k=1}^N a_k z^{-k} \right) = X(z) \left( \sum_{k=0}^M b_k z^{-k} \right)$$

$$\frac{Y(z)}{X(z)} = \frac{\sum_{k=0}^M b_k z^{-k}}{1 + \sum_{k=1}^N a_k z^{-k}}$$

$$H(z) = \frac{\sum_{k=0}^M b_k z^{-k}}{1 + \sum_{k=1}^N a_k z^{-k}} \quad (2.160)$$

และระบบที่เป็นแบบ Non-recursive ดังสมการที่ 2.161 สามารถเขียนเป็นฟังก์ชันถ่ายโอนได้ดังสมการที่ 2.162

$$y(n) = \sum_{k=0}^M h(k)x(n-k) \quad (2.161)$$

$$Y(z) = \sum_{k=0}^M h(k)X(z)z^{-k}$$

$$Y(z) = X(z) \left( \sum_{k=0}^M h(k)z^{-k} \right)$$

$$H(z) = \frac{Y(z)}{X(z)} = \sum_{k=0}^M h(k)z^{-k} \quad (2.162)$$

## 2.14 ผลตอบสองทางเวลาของระบบแบบไม่ต่อเนื่องทางเวลา

การหาฟังก์ชันระบบและผลตอบสนองของ Unit sample กำหนดให้ระบบแบบไม่ต่อเนื่องมีสมการผลต่างดังสมการที่ 2.163

$$y(n] = \frac{1}{2}y[n-1] + 2x[n] \quad (2.163)$$

ใช้การแปลงแซด แปลงสมการที่ 2.163 และจัดสมการได้ฟังก์ชันระบบดังสมการที่ 2.164

$$\begin{aligned} Y(z) &= \frac{1}{2}z^{-1}Y(z) + 2X(z) \\ H(z) &= \frac{Y(z)}{X(z)} = \frac{2}{1 - \frac{1}{2}z^{-1}} \end{aligned} \quad (2.164)$$

ส่วนผลตอบสนองของ Unit sample หาได้จากสมการที่ (2.165)

$$Y(z) = \frac{2}{1 - \frac{1}{2}z^{-1}} X(z) \quad (2.165)$$

เมื่ออินพุตของระบบ  $x[n] = \delta[n]$  ดังนั้น  $X(z) = 1$  จะได้  $Y(z)$  ดังสมการที่ (2.166)

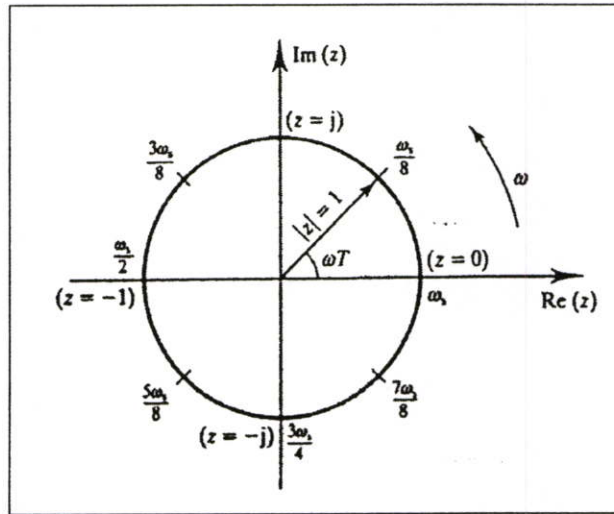
$$Y(z) = \frac{2}{1 - \frac{1}{2}z^{-1}} \quad (2.166)$$

จากตารางที่ 2.1 สามารถแปลง  $Y(z)$  ให้เป็น  $y[n]$  (ใช้สูตรที่ 5) ดังสมการที่ (2.167)

$$y[n] = 2\left(\frac{1}{2}\right)^n u[n] \quad (2.167)$$

## 2.15 ความสัมพันธ์ระหว่างความถี่กับมุมบนระนาบแซด [2-4]

ความสัมพันธ์ระหว่างความถี่กับมุมบนระนาบแซด แสดงได้ดังรูปที่ 2.44



รูปที่ 2.44 ความสัมพันธ์ระหว่างความถี่กับมุมบนระนาบแซด

จากรูปที่ 2.44 จะเห็นได้ว่ามุม  $\omega$  จะอยู่ในช่วง  $0-2\pi$  และในระบบไม่ต่อเนื่องความถี่สุ่มของระบบจะมีค่าเท่ากับ  $\omega_s$  แต่ความถี่ที่สามารถใช้งานได้จริงในระบบจะมีค่าเพียง  $\frac{\omega_s}{2}$  เท่านั้น ดังนั้นความสัมพันธ์ระหว่างความถี่กับมุมบนระนาบแซด จะอยู่ในช่วง  $0-\pi$  เท่านั้น

ตารางที่ 2.2 ความสัมพันธ์ระหว่างความถี่กับมุมบนระนาบแซด

Frequency (Hz)	$\omega(\text{rad/s})$	มุม $\omega T(\text{rad})$
0	0	0
$f_s/8$	$\omega_s/8$	$\pi/4$
$f_s/4$	$\omega_s/4$	$\pi/2$
$3f_s/8$	$3\omega_s/8$	$3\pi/4$
$f_s/2$	$\omega_s/2$	$\pi$

## 2.16 ผลตอบสนองความถี่ของระบบไม่ต่อเนื่องทางเวลา [2, 3]

พิจารณาฟังก์ชันถ่ายโอน  $H(z)$  ดังสมการที่ 2.168

$$H(z) = \frac{b_0 + b_1 z^{-1} + b_2 z^{-2} + \dots}{1 + a_1 z^{-1} + a_2 z^{-2} + \dots} \quad (2.168)$$

ในการหาผลตอบสนองทางความถี่ของระบบแบบไม่ต่อเนื่องนั้นจะแทน  $z = e^{j\omega}$  ลงใน  $H(z)$  ดังสมการที่ 2.169

$$H(\omega) = \frac{b_0 + b_1 e^{-j\omega} + b_2 e^{-2j\omega} + \dots}{1 + a_1 e^{-j\omega} + a_2 e^{-2j\omega} + \dots}$$

$$H(\omega) = H_R(\omega) + H_I(\omega) \quad (2.169)$$

จะเห็นว่าสมการที่ 2.169 จะประกอบไปด้วยค่าที่เป็นจำนวนจริงและค่าที่เป็นจำนวนเชิงซ้อน ซึ่งในการหาผลตอบสนองทางความถี่จะแบ่งการคำนวณออกเป็นสองลักษณะคือ

### 2.16.1 ผลตอบสนองทางขนาด (Magnitude response)

คำนวณได้โดยหาค่าสัมบูรณ์ของสมการที่ 2.169 เขียนได้ดังสมการที่ 2.170

$$|H(\omega)| = \sqrt{H_R(\omega)^2 + H_I(\omega)^2} \quad (2.170)$$

### 2.16.2 ผลตอบสนองทางเฟส (Phase response)

คำนวณได้จากสมการที่ 2.171 ซึ่งผลตอบสนองทางเฟสจะถูกแทนด้วย  $\Theta(\omega)$  หรือ  $\angle H(\omega)$

$$\Theta(\omega) = \angle H(\omega) = \tan^{-1} \frac{H_I(\omega)}{H_R(\omega)} \quad (2.171)$$

ตัวอย่าง จงหาผลตอบสนองทางความถี่ของระบบไม่ต่อเนื่องดังสมการที่ 2.172

$$H(z) = \frac{1+z}{z} \quad (2.172)$$

*sol* กำหนดให้  $z = e^{j\omega}$

$$H(\omega) = \frac{1+e^{j\omega}}{e^{j\omega}} = \frac{1}{e^{j\omega}} + 1$$

$$H(\omega) = 1 + e^{-j\omega} \quad (2.173)$$

และจากสมการ  $e^{j\omega} = \cos(\omega) + j \sin(\omega)$  ดังนั้นสมการที่ 2.173 สามารถเขียนใหม่ได้ดังสมการที่ 2.174

$$H(\omega) = 1 + [\cos(-\omega) + j \sin(-\omega)]$$

$$H(\omega) = 1 + \cos(\omega) - j \sin(\omega) \quad (2.174)$$

จากสมการที่ 2.174 จะพบว่าส่วนที่เป็นจำนวนจริงคือ  $H_R(\omega) = 1 + \cos(\omega)$  และส่วนที่เป็นจำนวนเชิงซ้อนคือ  $H_I(\omega) = -\sin(\omega)$  ดังนั้นผลตอบสนองทางขนาดจะมีค่าดังสมการที่ 2.175

$$|H(\omega)| = \sqrt{[1 + \cos(\omega)]^2 + [-\sin(\omega)]^2}$$

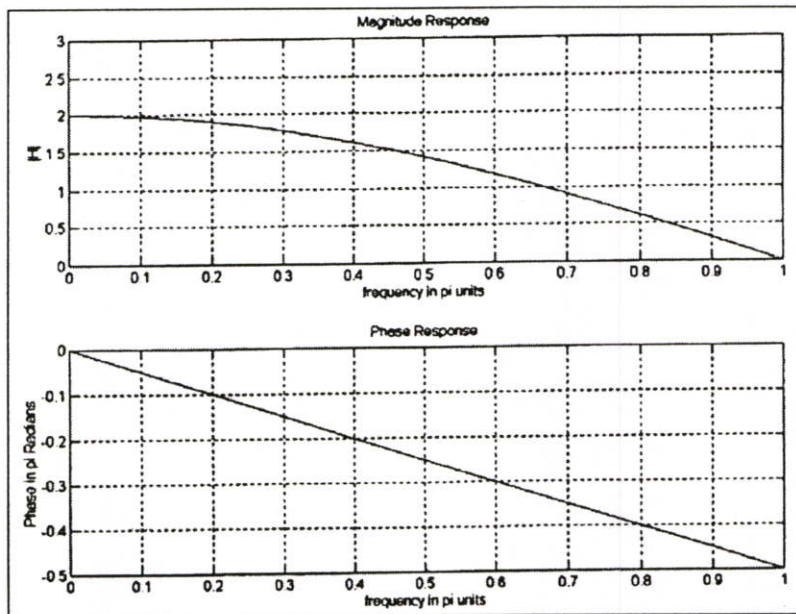
$$|H(\omega)| = \sqrt{1 + 2 \cos(\omega) + \cos^2(\omega) + \sin^2(\omega)}$$

$$|H(\omega)| = \sqrt{2 + 2 \cos(\omega)} \quad (2.175)$$

และผลตอบสนองทางเฟสเขียนได้จากสมการที่ 2.171 โดยนำค่าจำนวนจริงและจำนวนเชิงซ้อนจากสมการ 2.174 แสดงได้ดังสมการที่ 2.176

$$\Theta(\omega) = \angle H(\omega) = \tan^{-1} \frac{-\sin(\omega)}{1 + \cos(\omega)} \quad (2.176)$$

และจากสมการที่ 2.175 และสมการที่ 2.176 เมื่อเปลี่ยนแปลงค่า  $\omega$  ในช่วง  $0-\pi$  ทำให้เขียนกราฟผลตอบแทนทางความถี่ได้ดังรูปที่ 2.45



รูปที่ 2.45 ผลตอบแทนทางความถี่ของระบบ  $H(z) = \frac{1+z}{z}$

ตัวอย่าง จงหาผลตอบแทนทางความถี่จากสมการผลต่าง

$$y(n) = 0.9y(n-1) + x(n) \quad (2.177)$$

sol สมการที่ 2.177 สามารถแปลงให้เป็น  $H(z)$  ได้ดังสมการที่ 2.178

$$Y(z) = 0.9Y(z)z^{-1} + X(z)$$

$$X(z) = Y(z) - 0.9Y(z)z^{-1}$$

$$X(z) = Y(z)[1 - 0.9z^{-1}]$$

$$H(z) = \frac{Y(z)}{X(z)} = \frac{1}{1 - 0.9z^{-1}} \quad (2.178)$$

แทนค่า  $z = e^{j\omega}$  ลงในสมการที่ 2.178

$$H(\omega) = \frac{1}{1 - 0.9e^{-j\omega}}$$

พิจารณาเฉพาะส่วน

$$1 - 0.9e^{-j\omega} = (1 - 0.9 \cos \omega) + j0.9 \sin \omega$$

มีค่าสัมบูรณ์ดังสมการที่ 2.179 และมุมดังสมการที่ 2.180

$$|1 - 0.9e^{-j\omega}| = \sqrt{(1 - 0.9 \cos \omega)^2 + (0.9 \sin \omega)^2}$$

$$|1 - 0.9e^{-j\omega}| = \sqrt{1.81 - 1.8 \cos \omega} \quad (2.179)$$

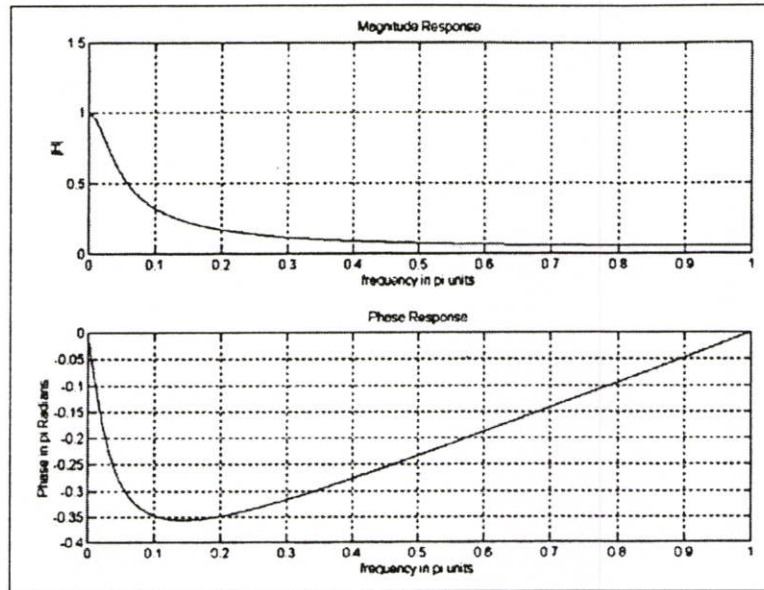
$$\angle(1 - 0.9e^{-j\omega}) = \tan^{-1} \frac{0.9 \sin \omega}{1 - 0.9 \cos \omega} \quad (2.180)$$

ดังสมการที่ 2.178 จะมีค่า Magnitude response ดังสมการที่ 2.181 และมี Phase response ดังสมการที่ 2.182

$$|H(\omega)| = \frac{1}{\sqrt{1.81 - 1.8 \cos \omega}} \quad (2.181)$$

$$\Theta(\omega) = -\tan^{-1} \frac{0.9 \sin \omega}{1.81 - 1.8 \cos \omega} \quad (2.182)$$

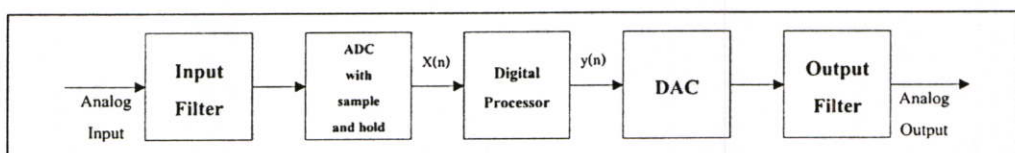
นำไปเขียนเป็นกราฟผลตอบสนองทางความถี่ได้ดังรูปที่ 2.46



รูปที่ 2.46 ผลตอบสนองทางความถี่ของระบบ  $y(n) = 0.9y(n-1) + x(n)$

## 2.17 โครงสร้างตัวกรองเชิงเลข IIR [2-4]

ตัวกรองสัญญาณเชิงเลข เป็นตัวกรองรูปแบบหนึ่งที่ถูกออกแบบและสร้างขึ้นโดยวงจรดิจิทัล มีไดอะแกรมการทำงานดังรูปที่ 2.47 จากรูปสัญญาณเชิงอุปมาน  $x(t)$  เป็นสัญญาณอินพุตของตัวกรอง สัญญาณนี้จะถูกส่งผ่านวงจรแปลงสัญญาณเชิงอุปมานให้เป็นสัญญาณเชิงเลข  $x(n)$  และสัญญาณเชิงเลขนี้จะถูกส่งเข้าไปคำนวณในหน่วยประมวลผล ผลที่ได้จากการคำนวณยังคงเป็นสัญญาณเชิงเลข  $y(n)$  จากนั้นจะถูกส่งผ่านมายังวงจรแปลงสัญญาณเชิงเลขให้เป็นสัญญาณเชิงอุปมาน ได้สัญญาณเอาต์พุตของตัวกรองเป็นสัญญาณเชิงอุปมาน  $y(t)$

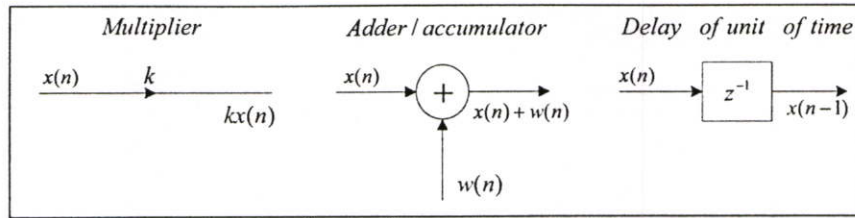


รูปที่ 2.47 แสดงไดอะแกรมการทำงานของตัวกรองเชิงเลขพื้นฐาน

ตัวกรองเชิงเลขจะประกอบด้วยองค์ประกอบพื้นฐาน (Basic elements) ดังต่อไปนี้

- ตัวบวก (Adder)
- ตัวคูณ (Multiplier)
- ตัวหน่วง (Delay)

สัญลักษณ์ขององค์ประกอบพื้นฐานทั้ง 3 ตัว ดังรูปที่ 2.48



รูปที่ 2.48 แสดงองค์ประกอบพื้นฐานทั้ง 3 ตัวที่ใช้เป็นส่วนประกอบของตัวกรองเชิงเลข

สมการฟังก์ชันถ่ายโอนของตัวกรองสัญญาณป้อนกลับเชิงเลข สามารถเขียนเป็นสมการ[2-4] ดังนี้

$$H(z) = \frac{\sum_{k=0}^N b_k z^{-k}}{1 + \sum_{k=1}^M a_k z^{-k}} \quad (2.183)$$

จากสมการที่ (2.183) สามารถนำไปเขียนใหม่ได้ ดังสมการที่ (2.184)

$$H(z) = \frac{b_0 + b_1 z^{-1} + \dots + b_N z^{-N}}{1 + a_1 z^{-1} + \dots + a_M z^{-M}} \quad (2.184)$$

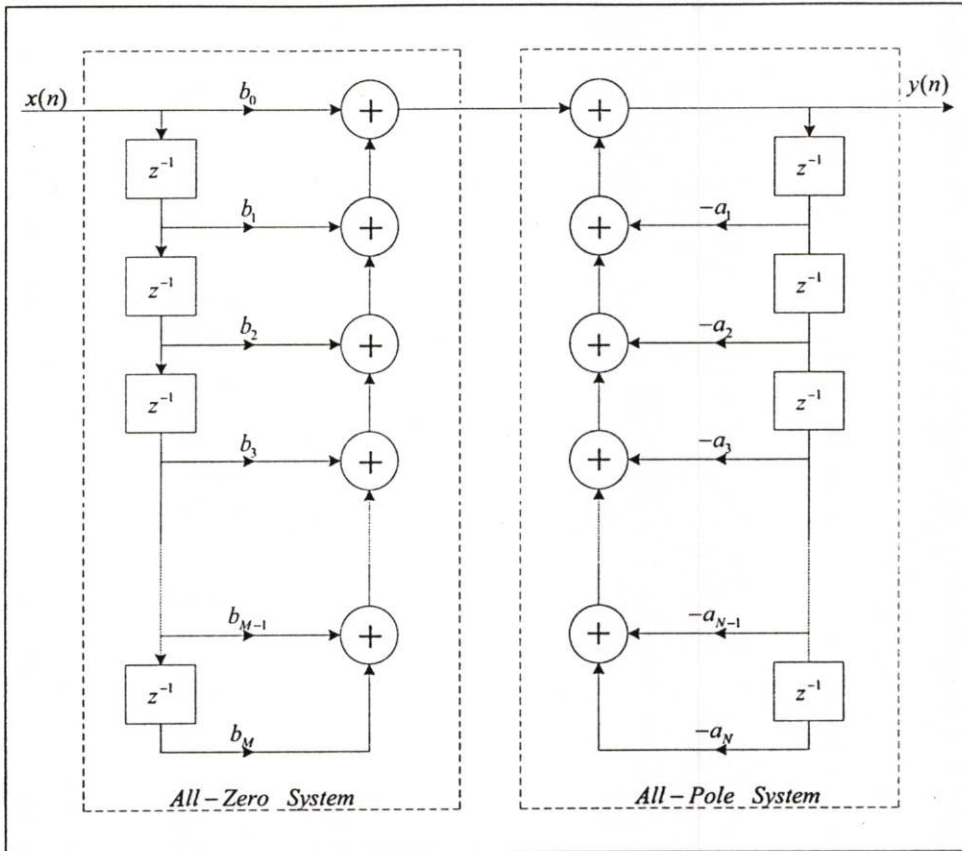
จากสมการที่ (2.184) นำไปจัดเทอมต่างๆใหม่และเขียนให้อยู่ในรูปของสมการผลต่างได้ ดังสมการที่ (2.187)

$$Y(z) = \sum_{k=0}^N b_k X(z) z^{-k} - \sum_{k=1}^M a_k Y(z) z^{-k} \quad (2.185)$$

$$Y(z) = b_0 X(z) + b_1 X(z) z^{-1} + \dots + b_N X(z) z^{-N} - a_1 Y(z) z^{-1} - \dots - a_M Y(z) z^{-M} \quad (2.186)$$

$$y(n) = \sum_{k=0}^N b_k x(n-k) - \sum_{k=1}^M a_k y(n-k) \quad (2.187)$$

จากสมการที่ (2.187) สามารถนำมาเขียนเป็นโครงสร้างของตัวกรองเชิงเลขใหม่เรียกว่า โครงสร้างแบบตรง I (Direct Form I) ดังรูปที่ 2.49



รูปที่ 2.49 แสดงโครงสร้างของตัวกรองสัญญาณป้อนกลับเชิงเลขแบบตรง I

นำ  $\frac{w(z)}{w(z)}$  คูณตลอดในสมการที่ (2.184) จะได้

$$H(z) = \frac{w(z)}{w(z)} \times \frac{b_0 + b_1 z^{-1} + \dots + b_N z^{-N}}{1 + a_1 z^{-1} + \dots + a_M z^{-M}} \quad (2.188)$$

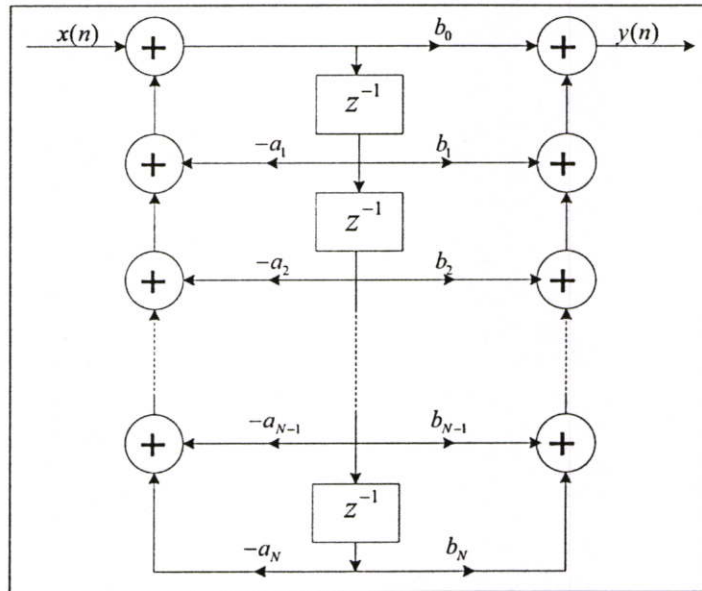
$$H(z) = \frac{Y(z)}{X(z)} = \frac{w(z)}{w(z)} \times \frac{b_0 + b_1 z^{-1} + \dots + b_N z^{-N}}{1 + a_1 z^{-1} + \dots + a_M z^{-M}} \quad (2.189)$$

$$X(z) = w(z) + a_1 w(z) z^{-1} + \dots + a_M w(z) z^{-M} \quad (2.190)$$

$$w(z) = X(z) - a_1 w(z) z^{-1} - \dots - a_M w(z) z^{-M} \quad (2.191)$$

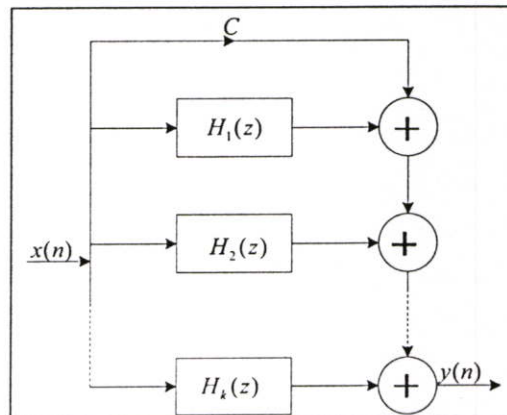
$$Y(z) = b_0 w(z) + b_1 w(z) z^{-1} + \dots + b_N w(z) z^{-N} \quad (2.192)$$

จากสมการที่ (2.191) และสมการที่ (2.192) สามารถนำไปเขียนเป็น โครงสร้างของตัวกรอง  
 เชิงเลขเรียกว่า โครงสร้างแบบตรง II (Direct form II) ดังรูปที่ 2.50



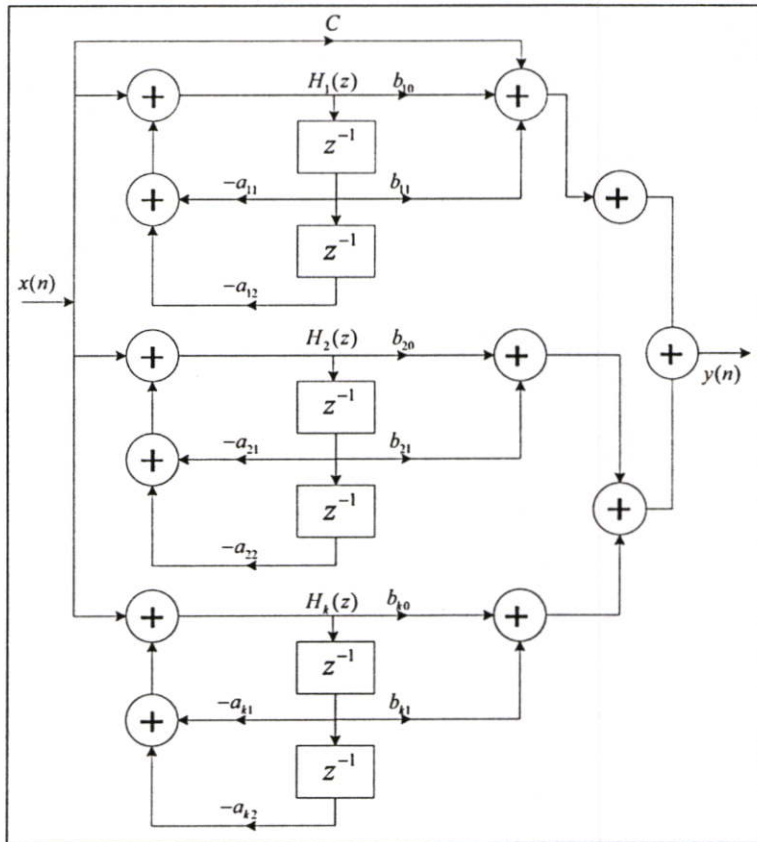
รูปที่ 2.50 แสดงโครงสร้างของตัวกรองสัญญาณป้อนกลับเชิงเลขแบบตรง II

แต่เนื่องจากตัวกรองสัญญาณป้อนกลับเชิงเลข ที่มีโครงสร้างแบบตรง I เมื่อมีจำนวนลำดับ  
 เพิ่มขึ้นจะมีค่าย่านไดนามิก (Dynamic range) ของสัมประสิทธิ์มากขึ้น กล่าวคือ ค่าสัมประสิทธิ์ใน  
 เทอม a จะมีค่ามากและสัมประสิทธิ์ในเทอม b จะมีค่าน้อยทำให้เป็นปัญหาอย่างมาก โดยเฉพาะ  
 อย่างยิ่งในเรื่องการประมวลผล ดังนั้นในการทดลองจึงได้มีการปรับ โครงสร้างของตัวกรอง  
 สัญญาณป้อนกลับเชิงเลขใหม่โดยจัดให้มีโครงสร้างเป็นแบบขนาน ดังรูปที่ 2.51



รูปที่ 2.51 แสดงโครงสร้างของตัวกรองสัญญาณป้อนกลับเชิงเลขที่มีโครงสร้างในแบบขนาน

ในรูปที่ 2.51 จะเห็นได้ว่า ตัวกรองสัญญาณป้อนกลับเชิงเลขที่มีโครงสร้างเป็นแบบขนานนี้จะประกอบด้วย  $H_1(z), H_2(z), \dots, H_k(z)$  และภายใน  $H(z)$  แต่ละตัวนี้จะมีโครงสร้างดังรูปที่ 2.52 ในการจัดโครงสร้างของตัวกรองเชิงเลขให้มีโครงสร้างเป็นแบบขนานนี้จะให้ผลดี คือ ย่นไดนามิกของสัมประสิทธิ์มีค่าน้อยทำให้ไม่เกิดปัญหาเมื่อใช้กับทั้งตัวประมวลผลแบบจุดทศนิยมคงที่ (Fixed Point) หรือแบบจุดทศนิยมลอย (Floating point)



รูปที่ 2.52 แสดง โครงสร้างย่อยของตัวกรองสัญญาณป้อนกลับเชิงเลขแบบขนาน

### บทที่ 3

## ตัวกรองเชิงเลข IIR แบบ Band-pass ชนิด Two-pole

### 3.1 การออกแบบตัวกรองเชิงเลข IIR แบบ Band-pass ชนิด Two-pole ด้วยวิธี

#### Pole-zero placement ตามหลักการเดิม

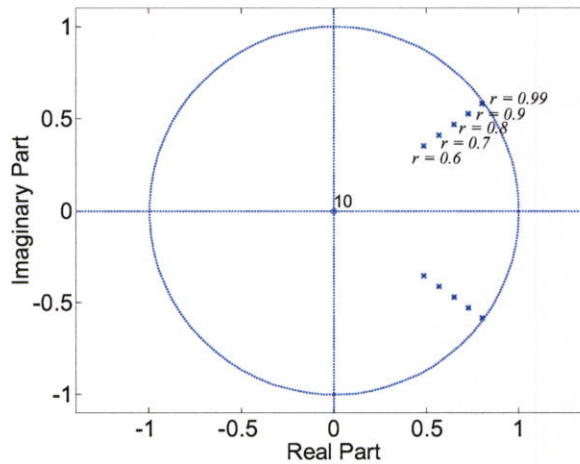
##### 3.1.1 กำหนดตำแหน่ง Zero ที่ตำแหน่ง Origin

ฟังก์ชันถ่ายโอนแสดงในสมการที่ 3.1 และรูปการวาง Zero ที่ตำแหน่ง Origin แสดงดังรูปที่ 3.1

$$H(z) = \frac{G(1-r)\sqrt{1+r^2-2r\cos 2\omega_0}}{1-2r\cos\omega_0z^{-1}+r^2z^{-2}} \quad (3.1)$$

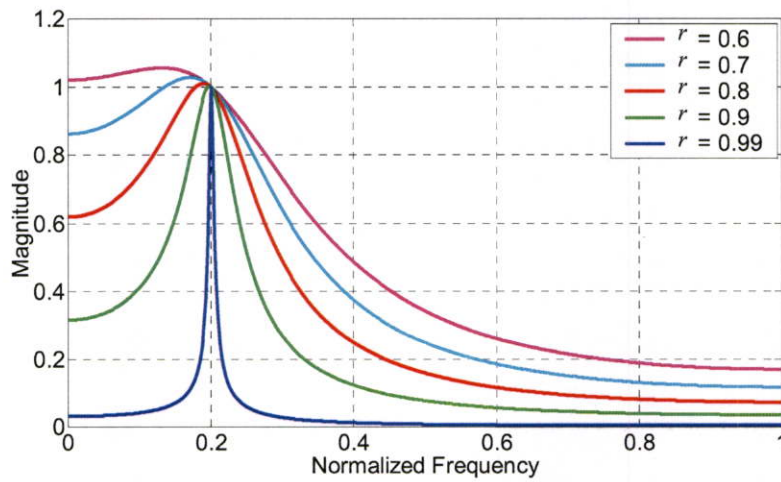
ซึ่ง  $G$  คือ Gain ที่ความถี่จุดศูนย์กลาง

$\omega_0$  คือ ความถี่จุดศูนย์กลาง



รูปที่ 3.1 การวาง Pole-zero เมื่อ Zero อยู่ที่จุด Origin

ฟังก์ชันถ่ายโอนจากสมการที่ 3.1 สามารถนำไปคำนวณค่าผลตอบสนองทางขนาดที่ความถี่จุดศูนย์กลางถึง 0.2 ที่ตำแหน่งใดๆ ของค่า  $r$  แสดง ดังรูปที่ 3.2



รูปที่ 3.2 ผลตอบสนองทางขนาดที่  $\omega_0 = 0.2\pi$  กับค่าแห่ง  $r$  ใดๆ

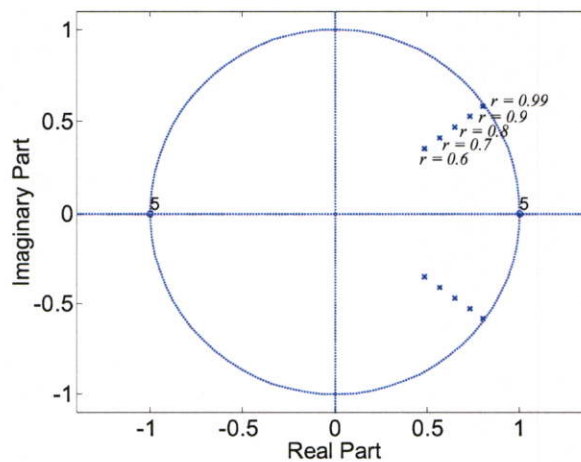
### 3.1.2 กำหนดตำแหน่ง Zero ที่ตำแหน่ง 0 และ $\pi$

ฟังก์ชันถ่ายโอนแสดงดังสมการที่ 3.2 และรูปการวาง zero ที่ตำแหน่ง 0 และ  $\pi$  แสดงดังรูปที่ 3.3

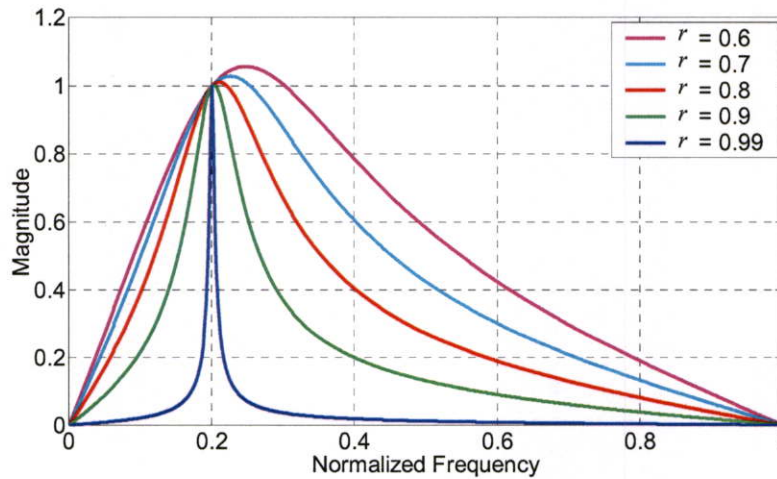
$$H(z) = b_0 \frac{1 - z^{-2}}{1 - 2r \cos \omega_0 z^{-1} + r^2 z^{-2}} \quad (3.2)$$

$$b_0 = \frac{G(1-r)\sqrt{1+r^2 - 2r \cos 2\omega_0}}{\sqrt{2(1 - \cos 2\omega_0)}}$$

จากสมการที่ 3.2 กำหนดความถี่จุดศูนย์กลางถึง 0.2 ที่ตำแหน่ง  $r$  ใดๆ และผลตอบสนองทางขนาดจะแสดงดังรูปที่ 3.4



รูปที่ 3.3 ตำแหน่ง Zero ที่ 0 และ  $\pi$  บนตำแหน่ง Pole-zero



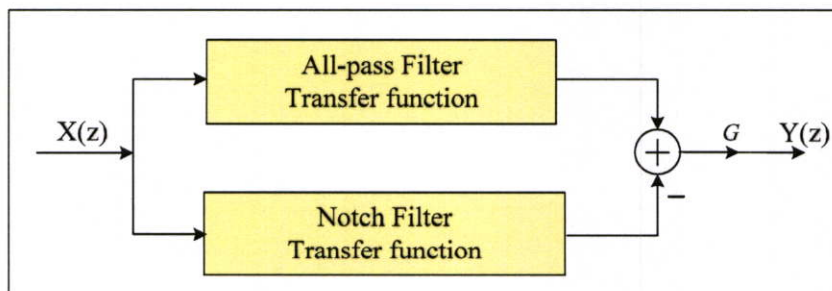
รูปที่ 3.4 ผลตอบสนองที่  $\omega_0 = 0.2\pi$  กับตำแหน่งต่างๆ ของ  $r$

จากรูปที่ 3.2 และรูปที่ 3.4 ตำแหน่งของความถี่จุดศูนย์กลางจะคลาดเคลื่อนไปจากที่การออกแบบไว้ โดยในรูปที่ 3.2 อัตราการขยายไม่สามารถควบคุมได้ที่ความถี่ 0 และ  $\pi$  ส่วนในรูปที่ 3.4 ความถี่จุดศูนย์กลางจะคลาดเคลื่อนจากที่ออกแบบและอัตราการขยายไม่สามารถควบคุมให้มีขนาดตามที่ต้องการได้

### 3.2 การออกแบบตัวกรองเชิงเลข IIR แบบ Band-pass ชนิด Two-pole

#### ตามหลักการที่นำเสนอ

ตัวกรองเชิงเลข IIR แบบ Band-pass ชนิด Two-pole ตามหลักการที่นำเสนอเกิดจากการกำหนดตำแหน่ง Pole-zero ที่เหมาะสม และหาฟังก์ชันถ่ายโอนของตัวกรองเชิงเลข IIR แบบ Band-pass ชนิด Two-pole จากการต่อร่วมกันในลักษณะผลต่างของตัวกรองเชิงเลขแบบ All-pass และตัวกรองเชิงเลขแบบ Notch ดังรูปที่ 3.5



รูปที่ 3.5 การต่อร่วมกันในลักษณะผลต่างของตัวกรองเชิงเลขแบบ All-pass และตัวกรองเชิงเลขแบบ Notch

### 3.2.1 ตัวกรองเชิงเลข IIR แบบ Notch

ผลตอบสนองทางความถี่ของตัวกรองเชิงเลข IIR แบบ Notch อธิบายได้โดย

$$H_N(e^{j\omega}) = \begin{cases} 0, & \omega_0 \\ 1, & \text{otherwise} \end{cases} \quad (3.3)$$

เมื่อ  $\omega_0$  คือ Notch frequency และรูปฟอร์มทั่วไปของฟังก์ชันถ่ายโอนของตัวกรองเชิงเลข IIR แบบ Notch ก่อนเปลี่ยนแปลงตำแหน่งการวาง Pole แสดงได้ดังสมการที่ 3.4

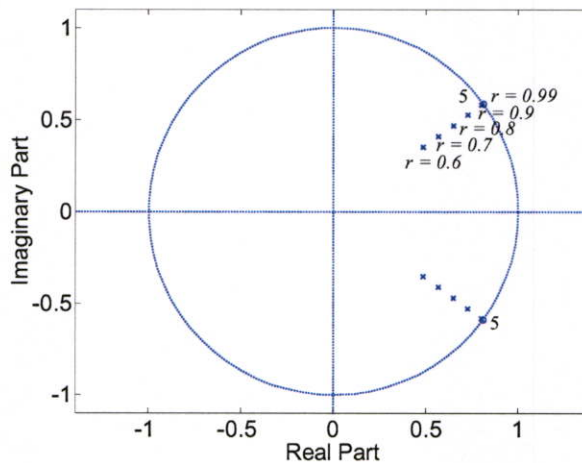
$$H_N(z) = b_0 \frac{1 - 2 \cos \omega_0 z^{-1} + z^{-2}}{1 - 2r \cos \omega_0 z^{-1} + r^2 z^{-2}} \quad (3.4)$$

เมื่อ  $b_0$  คือ อัตราขยายของตัวกรอง

$\omega_0$  คือ มุมของ Pole บนระนาบ  $z$  หรือ Notch frequency

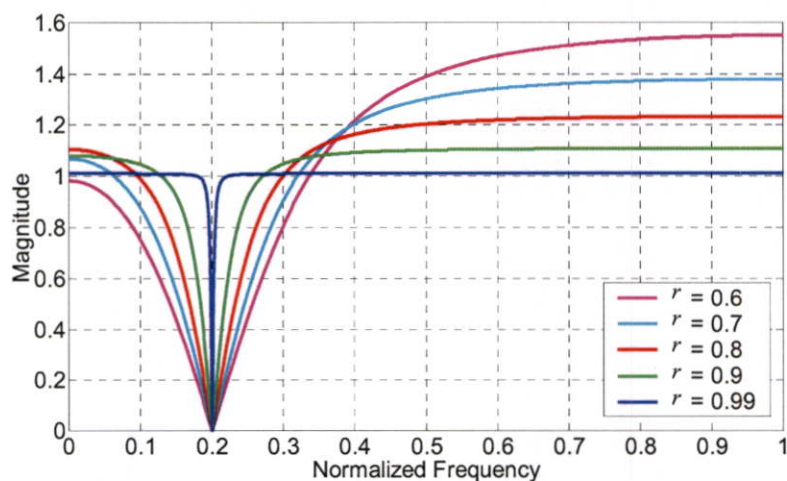
$r$  คือ ระยะห่างระหว่าง Pole กับจุด Origin

จากสมการที่ 3.4 จะมีตำแหน่งการวาง Pole-zero บนระนาบ  $z$  ดังรูปที่ 3.6



รูปที่ 3.6 ตำแหน่งการวาง Pole-zero ของตัวกรองเชิงเลข IIR แบบ Notch ก่อนเปลี่ยนแปลงการวางตำแหน่ง Pole

จากรูปที่ 3.6 จะเห็นได้ว่ามุมของ Pole และ Zero จะอยู่ตำแหน่งเดียวกัน ซึ่งการวางตำแหน่ง Pole-zero ดังรูปที่ 3.6 ถ้ากำหนดให้  $\omega_0 = 0.2\pi$  และ  $r = 0.6, 0.7, 0.8, 0.9, 0.99$  จะได้การตอบสนองทางขนาดดังรูปที่ 3.7

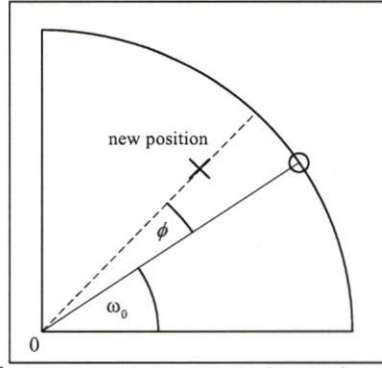


รูปที่ 3.7 ผลตอบสนองทางขนาดของตัวกรองเชิงเลข IIR

แบบ Notch ก่อนเปลี่ยนแปลงการวางตำแหน่ง Pole

จากรูปที่ 3.7 Bandwidth ของตัวกรองเชิงเลข IIR แบบ Notch จะถูกควบคุมด้วยตัวแปร  $r$  โดยถ้า  $r$  มีค่าเข้าใกล้เส้นรอบวงหรือมีค่าเข้าใกล้ 1 Bandwidth ก็แคบลง และในการหาค่าความกว้างแถบความถี่ สามารถหาได้โดยใช้หลักการเรขาคณิต [6, 7] และจากรูปที่ 3.7 จะเห็นได้ว่า Notch frequency จะอยู่ที่ความถี่  $0.2\pi$  พอดี แต่อัตราขยายในช่วงความถี่ผ่านจะไม่สมมาตรกันโดยอัตราขยายที่ความถี่ 0 ไม่เท่ากับอัตราขยายที่ความถี่  $\pi$  ซึ่งตัวแปร  $r$  มีผลโดยตรงต่ออัตราขยายที่ไม่สมมาตรกัน โดยค่า  $r$  สามารถคำนวณได้จากตำแหน่งของ Pole นั่นก็หมายความว่าขณะ Pole ถูกวางอยู่ในตำแหน่งที่ไม่เหมาะสม ดังนั้นจึงจำเป็นต้องหาดำแหน่งของ Pole ที่เหมาะสมขึ้นมาใหม่เพื่อให้อัตราขยายในช่วงความถี่ผ่านมีความสมมาตรกัน

จากการออกแบบตัวกรองเชิงเลข IIR แบบ Notch ด้วยวิธีการวางตำแหน่ง Pole-zero ตามหลักการเดิมที่ไม่มีการเปลี่ยนแปลงตำแหน่งการวาง Pole จะเห็นได้ว่า Pole ถูกวางอยู่ในตำแหน่งที่ไม่เหมาะสม ดังนั้นจึงจำเป็นต้องเปลี่ยนแปลงตำแหน่งการวาง Pole ส่วนตำแหน่งของ Zero นั้นจะไม่มีการเปลี่ยนแปลงทั้งนี้เนื่องจาก Notch frequency จะถูกกำหนดจากตำแหน่งของ Zero ในการเปลี่ยนแปลงตำแหน่ง Pole ให้เหมาะสมนั้นสามารถทำได้ดังรูปที่ 3.8 และเมื่อมีการเปลี่ยนแปลงตำแหน่งของ Pole ทำให้ฟังก์ชันถ่ายโอนของตัวกรองเชิงเลข IIR แบบ Notch ตามสมการที่ 3.4 เขียนใหม่ได้ดังสมการที่ 3.5 และ 3.6



รูปที่ 3.8 ตำแหน่งของ Pole ที่ถูกเปลี่ยนแปลง

$$\hat{H}_N(z) = b_0 \frac{1 - 2 \cos \omega_0 z^{-1} + z^{-2}}{1 - 2r \cos(\omega_0 + \phi) z^{-1} + r^2 z^{-2}} \quad (3.5)$$

$$\hat{H}_N(e^{j\omega}) = b_0 \frac{1 - 2 \cos \omega_0 e^{-j\omega} + e^{-2j\omega}}{1 - 2r \cos(\omega_0 + \phi) e^{-j\omega} + r^2 e^{-2j\omega}} \quad (3.6)$$

เมื่อ  $\hat{H}_N(z)$  คือ ฟังก์ชันถ่ายโอนของตัวกรองเชิงเลข IIR แบบ Notch  
 ที่มีการเปลี่ยนแปลงตำแหน่งของ Pole  
 $\phi$  คือ มุมที่เปลี่ยนไปของ Pole

เพื่อให้อัตราขยายในช่วงความถี่ผ่านมีความสมมาตรกันและสอดคล้องกับการตอบสนอง  
 ความถี่ ตามสมการที่ 3.5 ดังนั้น อัตราขยายที่ความถี่ 0 กับ อัตราขยายที่ความถี่  $\pi$  จะต้องมีความ  
 เท่ากัน ดังสมการที่ 3.7 ถึงสมการที่ 3.11

$$\hat{H}(0) = b_0 \frac{1 - 2 \cos \omega_0 e^{-j0} + e^{-2j0}}{1 - 2r \cos(\omega_0 + \phi) e^{-j0} + r^2 e^{-2j0}} \quad (3.7)$$

$$\hat{H}(\pi) = b_0 \frac{1 - 2 \cos \omega_0 e^{-j\pi} + e^{-2j\pi}}{1 - 2r \cos(\omega_0 + \phi) e^{-j\pi} + r^2 e^{-2j\pi}} \quad (3.8)$$

$$\hat{H}_N(0) = \hat{H}_N(\pi) \quad (3.9)$$

$$b_0 \frac{1 - 2 \cos \omega_0 e^{-j0} + e^{-2j0}}{1 - 2r \cos(\omega_0 + \phi) e^{-j0} + r^2 e^{-2j0}} = b_0 \frac{1 - 2 \cos \omega_0 e^{-j\pi} + e^{-2j\pi}}{1 - 2r \cos(\omega_0 + \phi) e^{-j\pi} + r^2 e^{-2j\pi}} \quad (3.10)$$

$$\frac{1 + \cos \omega_0}{1 + 2r \cos(\omega_0 + \phi) + r^2} = \frac{1 - \cos \omega_0}{1 - 2r \cos(\omega_0 + \phi) + r^2} \quad (3.11)$$

จากสมการที่ 3.11 สามารถแก้สมการหาค่า  $\phi$  ได้ดังสมการที่ 3.12

$$2r \cos(\omega_0 + \phi) = \cos \omega_0 + r^2 \cos \omega_0$$

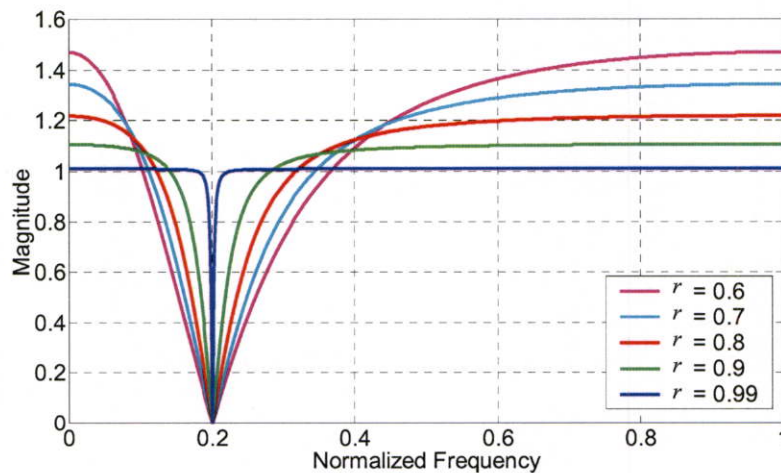
$$\phi = \cos^{-1} \left( \frac{1 + r^2}{2r} \cos \omega_0 \right) - \omega_0 \quad (3.12)$$

กำหนดให้  $\hat{\omega}_0 = \omega_0 + \phi$

เมื่อ  $\hat{\omega}_0$  คือ มุมของ Pole ที่ได้เปลี่ยนแปลงไป ดังนั้นฟังก์ชันถ่ายโอนของตัวกรองเชิงเลข IIR แบบ Notch เขียนได้ดังสมการที่ 3.13

$$\hat{H}_N(z) = b_0 \frac{1 - 2 \cos \omega_0 z^{-1} + z^{-2}}{1 - 2r \cos \hat{\omega}_0 z^{-1} + r^2 z^{-2}} \quad (3.13)$$

จากสมการที่ 3.13 กำหนดให้  $r = 0.7, 0.8, 0.9, 0.99$  และ  $\omega_0 = 0.2$  และ  $b_0 = 1$  จะได้ การตอบสนองทางขนาดดังรูปที่ 3.9



รูปที่ 3.9 ผลตอบสนองทางขนาดของตัวกรองเชิงเลข IIR แบบ Notch ที่ได้เปลี่ยนแปลงตำแหน่ง Pole

จากรูปที่ 3.9 การเปลี่ยนแปลงตำแหน่งของการวาง Pole จะทำให้ ผลตอบสนองทางขนาดของตัวกรองเชิงเลข IIR แบบ Notch ในช่วงความถี่ผ่านมีความสมมาตรกันโดย อัตราขยายที่ความถี่ 0 และ อัตราขยายที่ความถี่  $\pi$  มีค่าเท่ากัน แต่ยังไม่สามารถควบคุมให้มีขนาดตามต้องการได้ ทำให้จำเป็นต้องหาค่าคงที่  $b_0$  เพื่อควบคุมอัตราขยายในช่วงความถี่ผ่านที่สมมาตรกันให้มีขนาดตามที่ต้องการ

ในการหาค่า  $b_0$  สามารถหาได้จากการกำหนดให้ อัตราขยาย ที่ความถี่ 0 และ อัตราขยายที่ความถี่  $\pi$  มีค่าเท่ากัน แทนค่าความถี่ 0 และ  $\pi$  ลงในสมการที่ 3.13

$$\hat{H}(0) = b_0 \frac{1 - 2 \cos \omega_0 e^{-j0} + e^{-2j0}}{1 - 2r \cos \hat{\omega}_0 e^{-j0} + r^2 e^{-2j0}} \quad (3.14)$$

$$\hat{H}(\pi) = b_0 \frac{1 - 2 \cos \omega_0 e^{-j\pi} + e^{-2j\pi}}{1 - 2r \cos \hat{\omega}_0 e^{-j\pi} + r^2 e^{-2j\pi}} \quad (3.15)$$

กำหนดให้อัตราขยายที่ความถี่ 0 กับความถี่  $\pi$  มีค่าเท่ากับ  $k$  แสดงได้ดังสมการที่ 3.16 และ 3.17

$$b_0 \frac{1 - 2 \cos \omega_0 e^{-j0} + e^{-2j0}}{1 - 2r \cos \hat{\omega}_0 e^{-j0} + r^2 e^{-2j0}} = k \quad (3.16)$$

$$b_0 \frac{1 - 2 \cos \omega_0 e^{-j\pi} + e^{-2j\pi}}{1 - 2r \cos \hat{\omega}_0 e^{-j\pi} + r^2 e^{-2j\pi}} = k \quad (3.17)$$

กำหนดให้

$$a_1 = \frac{1 - 2r \cos \hat{\omega}_0 e^{-j0} + r^2 e^{-2j0}}{1 - 2 \cos \omega_0 e^{-j0} + e^{-2j0}}$$

และ

$$a_2 = \frac{1 - 2r \cos \hat{\omega}_0 e^{-j\pi} + r^2 e^{-2j\pi}}{1 - 2 \cos \omega_0 e^{-j\pi} + e^{-2j\pi}}$$

แทนค่า  $a_1$  และ  $a_2$  ลงในสมการที่ 3.16 และ 3.17 จะได้สมการที่ 3.18

$$\begin{aligned} a_1 b_0 &= k \\ a_2 b_0 &= k \end{aligned} \quad (3.18)$$

เมื่อพิจารณาสมการที่ 3.18 จะพบว่า มีลักษณะเป็นระบบสมการที่มีจำนวนสมการมากกว่าจำนวนตัวแปร (Overdetermined systems) ดังนั้นจะต้องทำการประมาณค่า  $b_0$  เพื่อให้เกิดความผิดพลาดน้อยที่สุด ซึ่งในงานวิจัยนี้ได้เลือกใช้วิธี Least square ทำการประมาณค่า  $b_0$

กำหนดให้  $b_0$  คือ Euclidean norm และเป็นค่าที่ต้องการความคลาดเคลื่อนน้อยที่สุดและจากสมการที่ 3.18 สามารถเขียนให้อยู่ในรูป Matrix form ได้ดังสมการที่ 3.19 และ 3.20

$$P = \begin{bmatrix} P_1 \\ P_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} k + a_1 b_0 \\ k + a_2 b_0 \end{bmatrix} \quad (3.19)$$

$$\|P\|_2 = \sqrt{P_1^2 + P_2^2} \quad (3.20)$$

ค่าของ  $b_0$  หาได้จากการหาค่าต่ำสุดของฟังก์ชัน  $(\|P\|_2)^2$  โดยทำการหาอนุพันธ์เทียบกับ  $b_0$  ได้ดังสมการที่ 3.21-3.24

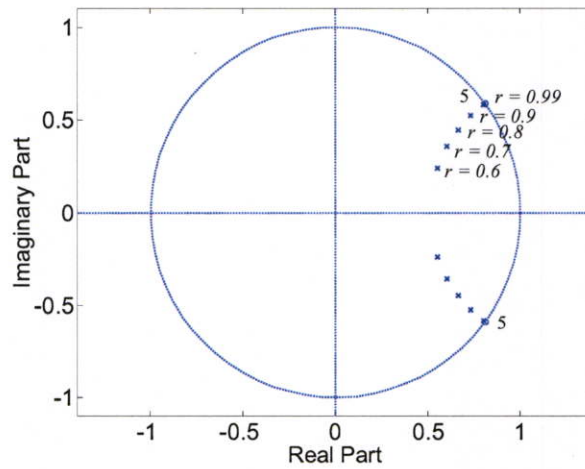
$$(\|P\|_2)^2 = P_1^2 + P_2^2 \quad (3.21)$$

$$(\|P\|_2)^2 = (k + a_1 b_0)^2 + (k + a_2 b_0)^2 \quad (3.22)$$

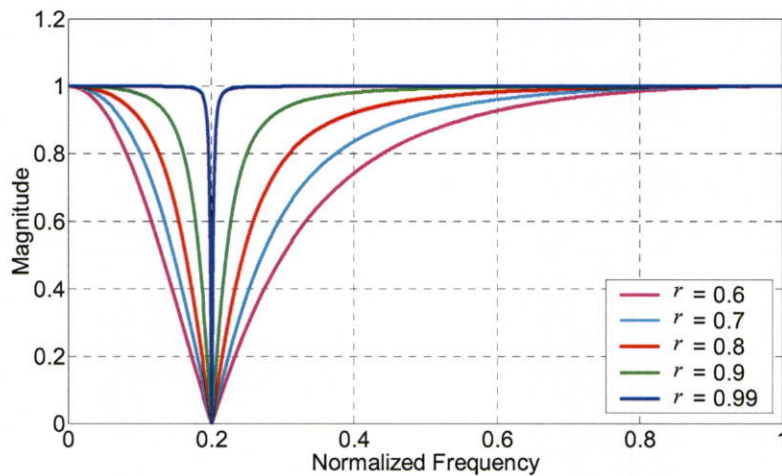
$$2[a_1(k + a_1 b_0) + a_2(k + a_2 b_0)] = 0 \quad (3.23)$$

$$b_0 = \frac{-k(a_1 + a_2)}{(a_1^2 + a_2^2)} \quad (3.24)$$

ตัวอย่างการออกแบบตัวกรองเชิงเลข IIR แบบ Notch หลังการเปลี่ยนแปลงตำแหน่งการวาง Pole โดยกำหนดให้ Notch frequency อยู่ที่ความถี่  $0.2\pi$  และค่า  $r = 0.6, 0.7, 0.8, 0.9$  และ  $0.99$  อัตราการขยายในช่วงความถี่ผ่านเท่ากับ 1 หรือค่า  $k = 1$  ในการออกแบบใช้สมการที่ 3.5 ถึงสมการที่ 3.24 ได้ตำแหน่งการวาง Pole ดังรูปที่ 3.10 และผลตอบสนองทางขนาดดังรูปที่ 3.11



รูปที่ 3.10 ตำแหน่งการวาง Pole-zero ของตัวกรองเชิงเลข IIR แบบ Notch ที่ได้มีการเปลี่ยนแปลงตำแหน่งการวาง Pole



รูปที่ 3.11 ผลตอบสนองทางขนาดของตัวกรองเชิงเลข IIR แบบ Notch ที่ได้มีการเปลี่ยนแปลงตำแหน่งการวาง Pole

จากรูปที่ 3.11 พบว่าขณะนี้ตัวกรองเชิงเลข IIR แบบ Notch ที่ได้เปลี่ยนแปลงตำแหน่งการวาง Pole พบว่าอัตราการขยายที่ความถี่ 0 และความถี่  $\pi$  สามารถควบคุมให้มีขนาดตามต้องการได้

### 3.2.2 ตัวกรองเชิงเลข IIR แบบ All-pass

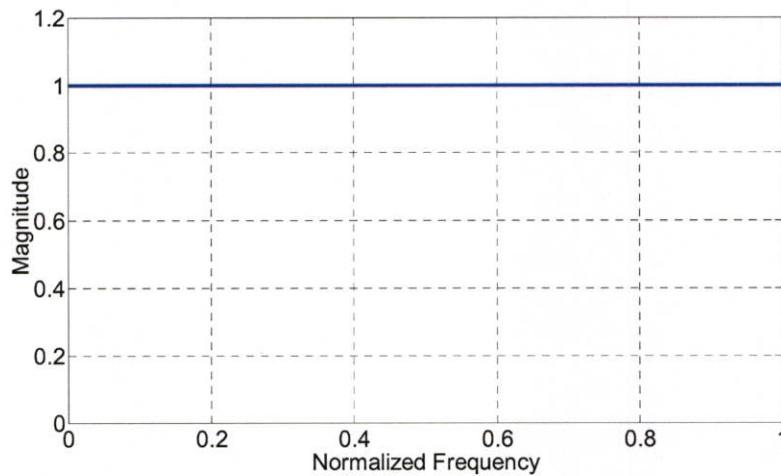
ฟังก์ชันถ่ายโอนของตัวกรองเชิงเลข All-pass สามารถอธิบายได้ด้วยสมการที่ 3.25 [8-9]

$$H_{ap}(z) = \frac{r^2 - 2r \cos \omega_0 z^{-1} + z^{-2}}{1 - 2r \cos \omega_0 z^{-1} + r^2 z^{-2}} \quad (3.25)$$

การออกแบบตัวกรองเชิงเลข All-pass จำเป็นต้องกำหนดตำแหน่ง Pole ให้อยู่ที่ตำแหน่งเดียวกับตำแหน่ง Pole ของตัวกรองเชิงเลขแบบ Notch เพื่อให้ได้ค่าคงที่ของตัวกรองเชิงเลขแบบ Band-pass ชนิด Two-pole ดังนั้นสมการที่ 3.25 สามารถจัดรูปใหม่ได้ดังสมการที่ 3.26

$$\hat{H}_{ap}(z) = \frac{r^2 - 2r \cos \hat{\omega}_0 z^{-1} + z^{-2}}{1 - 2r \cos \hat{\omega}_0 z^{-1} + r^2 z^{-2}} \quad (3.26)$$

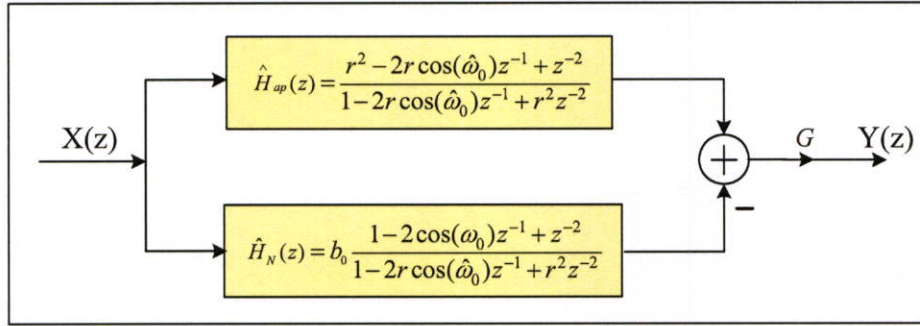
จากสมการที่ 3.21 กำหนดให้  $r = 0.6, 0.7, 0.8, 0.9, 0.99$  และ  $\omega_0 = 0.2$  และ  $b_0 = 1$  จะได้ผลตอบสนองทางขนาดดังรูปที่ 3.12



รูปที่ 3.12 ผลตอบสนองทางขนาดของตัวกรองเชิงเลข IIR แบบ All-pass ที่ได้มีการเปลี่ยนแปลงตำแหน่งการวาง Pole

### 3.2.3 การออกแบบตัวกรองเชิงเลข IIR แบบ Band-pass ชนิด Two-pole

จากสมการของตัวกรองเชิงเลข IIR แบบ Notch และสมการของตัวกรองเชิงเลข IIR แบบ All-pass นำสมการที่ 3.13 และสมการที่ 3.26 มาต่อร่วมกันในลักษณะผลต่างดัง Diagram ในรูปที่ 3.13 โดยอัตราขยายของตัวกรองเชิงเลข IIR แบบ Notch และตัวกรองเชิงเลข IIR แบบ All-pass มีค่าเท่ากับหนึ่ง



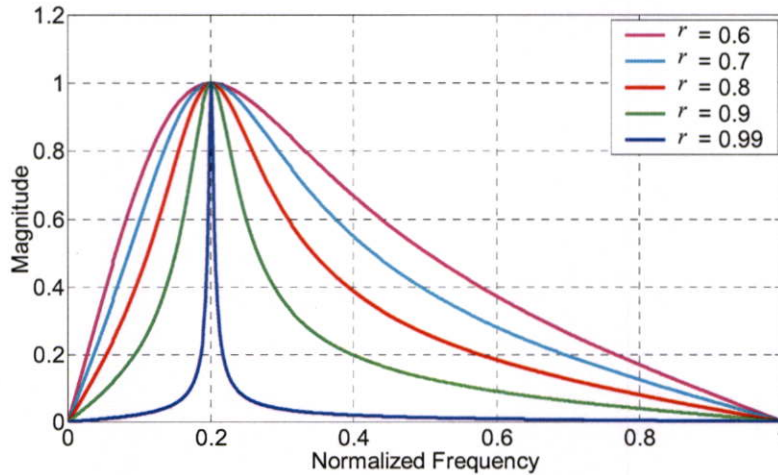
รูปที่ 3.13 การต่อร่วมกันในลักษณะผลต่างของตัวกรองเชิงเลขแบบ All-pass และตัวกรองเชิงเลขแบบ Notch ตามหลักการที่นำเสนอ

จากรูปที่ 3.13 ค่าฟังก์ชันถ่ายโอนของตัวกรองเชิงเลข IIR แบบ Band-pass ชนิด Two-pole สามารถอธิบายได้ดังสมการที่ 3.27

$$\begin{aligned}
 H(z) &= G[\hat{H}_{ap}(z) - \hat{H}_N(z)] \\
 H(z) &= G \left[ \frac{r^2 - 2r \cos \hat{\omega}_0 z^{-1} + z^{-2}}{1 - 2r \cos \hat{\omega}_0 z^{-1} + r^2 z^{-2}} - \left[ b_0 \frac{1 - 2 \cos \omega_0 z^{-1} + z^{-2}}{1 - 2r \cos \hat{\omega}_0 z^{-1} + r^2 z^{-2}} \right] \right] \\
 H(z) &= G \left[ \frac{r^2 - 2r \cos \hat{\omega}_0 z^{-1} + z^{-2}}{1 - 2r \cos \hat{\omega}_0 z^{-1} + r^2 z^{-2}} - \left[ \frac{b_0 - 2b_0 \cos \omega_0 z^{-1} + b_0 z^{-2}}{1 - 2r \cos \hat{\omega}_0 z^{-1} + r^2 z^{-2}} \right] \right] \\
 H(z) &= G \left[ \frac{r^2 - 2r \cos \hat{\omega}_0 z^{-1} + z^{-2} - b_0 + 2b_0 \cos \omega_0 z^{-1} - b_0 z^{-2}}{1 - 2r \cos \hat{\omega}_0 z^{-1} + r^2 z^{-2}} \right] \\
 H(z) &= G \left[ \frac{(r^2 - b_0) - 2(r \cos \hat{\omega}_0 - b_0 \cos \omega_0)z^{-1} + (1 - b_0)z^{-2}}{1 - 2r \cos \hat{\omega}_0 z^{-1} + r^2 z^{-2}} \right] \tag{3.27}
 \end{aligned}$$

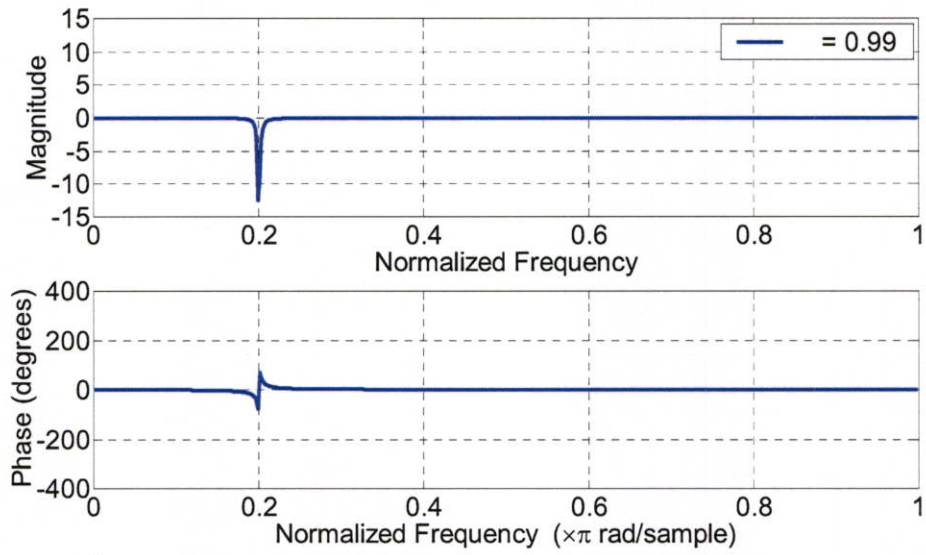
เมื่อ  $G$  คือ อัตราขยายของฟังก์ชันถ่ายโอนของตัวกรองเชิงเลข IIR แบบ Band-pass ชนิด Two-pole

จากสมการที่ 3.27 กำหนดให้  $r = 0.6, 0.7, 0.8, 0.9, 0.99$  และ  $\omega_0 = 0.2$  และ  $G=1$  จะได้ผลตอบสนองทางขนาดดังรูปที่ 3.14

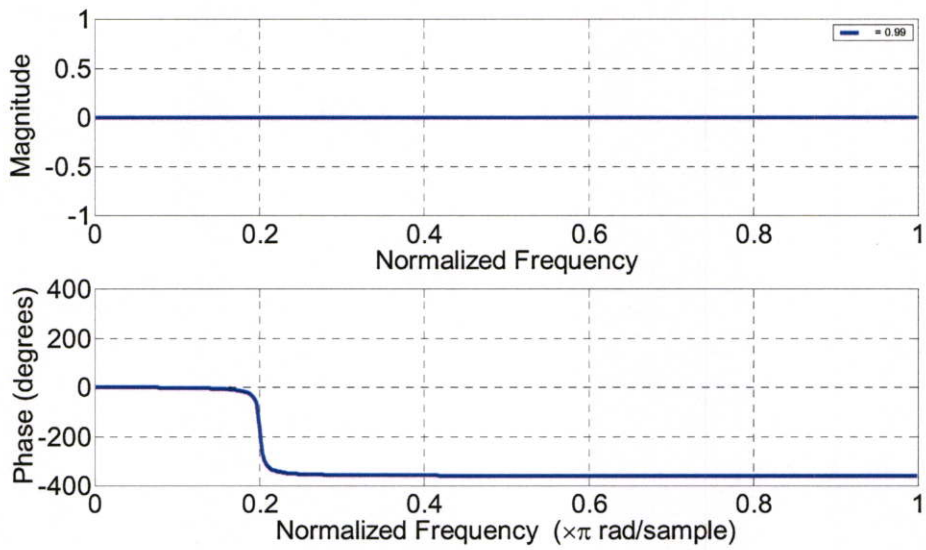


รูปที่ 3.14 ผลตอบสนองทางขนาดของตัวกรองเชิงเลข IIR แบบ Band-pass ตามหลักการที่นำเสนอ

จากรูปที่ 3.14 พบว่าช่วง Passband ของตัวกรองเชิงเลข IIR แบบ Band-pass ตามหลักการที่นำเสนอ กับตัวกรองเชิงเลข IIR แบบ Notch ที่ Bandwidth เดียวกันแต่ช่วง Passband ไม่เท่ากัน เนื่องจากตัวกรองเชิงเลข IIR แบบ Notch กับตัวกรองเชิงเลข IIR แบบ All-pass เป็นโครงสร้างของระบบไม่ต่อเนื่องแบบ Recursive ซึ่งจะให้ Phase แบบ Non-linear เมื่อนำตัวกรองเชิงเลข IIR แบบ Notch มาต่อร่วมกันในลักษณะผลต่างกับตัวกรองเชิงเลข IIR แบบ All-pass ทำให้ความถี่บางส่วนไม่ถูกลบออกไป รูปที่ 3.15 แสดง Phase ของตัวกรองเชิงเลข IIR แบบ Notch และรูปที่ 3.16 แสดง Phase ตัวกรองเชิงเลข IIR แบบ All-pass



รูปที่ 3.15 ผลตอบสนองทางขนาดและ Phase ของตัวกรองเชิงเลข IIR แบบ Notch



รูปที่ 3.16 ผลตอบสนองทางขนาดและ Phase ตัวกรองเชิงเลข IIR แบบ All-pass

### 3.3 ตัวอย่างการออกแบบตัวกรองเชิงเลข IIR แบบ Band-pass ชนิด Two-pole

กำหนดค่าต่างๆ ของตัวกรองเชิงเลข IIR แบบ Band-pass ชนิด Two-pole ที่ออกแบบแบบนี้ ให้ตัดความถี่ออก  $\omega_0 = 0.2, G = 1$  และ  $r = 0.6$

**ขั้นตอนการออกแบบที่ 1:** ทำการออกแบบตัวกรองเชิงเลขแบบ Notch โดยใช้สมการที่ 3.5 ถึงสมการที่ 3.19 จะได้ฟังก์ชันถ่ายโอนดังสมการที่ 3.23

$$\hat{H}_N(z) = b_0 \frac{1 - 2 \cos(0.2\pi)z^{-1} + z^{-2}}{1 - 2(0.6) \cos(0.2\pi + \phi)z^{-1} + (0.6)^2 z^{-2}} \quad (3.23)$$

$$\phi = -0.0693055\pi$$

$$b_0 = 0.68$$

**ขั้นตอนการออกแบบที่ 2:** ทำการออกแบบตัวกรองเชิงเลขแบบ All-pass โดยใช้สมการที่ 3.21 จะได้ฟังก์ชันถ่ายโอนดังสมการที่ 3.24

$$\hat{H}_{ap}(z) = \frac{(0.6)^2 - 2(0.6) \cos(0.2\pi + \phi)z^{-1} + z^{-2}}{1 - 2(0.6) \cos(0.2\pi + \phi)z^{-1} + (0.6)^2 z^{-2}} \quad (3.24)$$

**ขั้นตอนการออกแบบที่ 3:** หาค่าฟังก์ชันถ่ายโอนของตัวกรองเชิงเลขแบบ Band-pass ชนิด Two-pole โดยใช้สมการที่ 3.23 ถึงสมการที่ 3.24 จะได้ฟังก์ชันถ่ายโอนดังสมการที่ 3.25

$$H(z) = G \left[ \left[ \frac{r^2 - 2r \cos \hat{\omega}_0 z^{-1} + z^{-2}}{1 - 2r \cos \hat{\omega}_0 z^{-1} + r^2 z^{-2}} \right] - \left[ b_0 \frac{1 - 2 \cos \omega_0 z^{-1} + z^{-2}}{1 - 2r \cos \hat{\omega}_0 z^{-1} + r^2 z^{-2}} \right] \right]$$

$$H(z) = G \left[ \frac{(r^2 - b_0) - 2(r \cos \hat{\omega}_0 - b_0 \cos \omega_0)z^{-1} + (1 - b_0)z^{-2}}{1 - 2r \cos \hat{\omega}_0 z^{-1} + r^2 z^{-2}} \right]$$

$$H(z) = \frac{((0.6)^2 - b_0) - 2(0.6 \cos(0.2\pi + \phi) - b_0 \cos(0.2\pi))z^{-1} + (1 - b_0)z^{-2}}{1 - 2(0.6) \cos(0.2\pi + \phi)z^{-1} + (0.6)^2 z^{-2}} \quad (3.25)$$

ตารางที่ 3.1 แสดงค่าสัมประสิทธิ์เมื่อ  $G = 1$ ,  $r = 0.6, 0.7, 0.8, 0.9, 0.99$

$r$	$\omega_0(\pi)$	$b_0$	$b_1$	$b_2$	$a_1$	$a_2$
0.6	0.1	-0.320000	0	0.320000	-1.29343686216141	0.360000
	0.2	-0.320000	0	0.320000	-1.10026311234993	0.360000
	0.3	-0.320000	0	0.320000	-0.79938794311776	0.360000
	0.4	-0.320000	0	0.320000	-0.42026311234993	0.360000
	0.5	-0.320000	0	0.320000	0.00000000000000	0.360000
	0.6	-0.320000	0	0.320000	0.42026311234993	0.360000
	0.7	-0.320000	0	0.320000	0.79938794311776	0.360000
	0.8	-0.320000	0	0.320000	1.10026311234993	0.360000
	0.9	-0.320000	0	0.320000	1.29343686216141	0.360000
0.7	0.1	-0.255000	0	0.255000	-1.41707420927978	0.490000
	0.2	-0.255000	0	0.255000	-1.20543532161867	0.490000
	0.3	-0.255000	0	0.255000	-0.87580002591578	0.490000
	0.4	-0.255000	0	0.255000	-0.46043532161867	0.490000
	0.5	-0.255000	0	0.255000	0.00000000000000	0.490000
	0.6	-0.255000	0	0.255000	0.46043532161867	0.490000
	0.7	-0.255000	0	0.255000	0.87580002591578	0.490000
	0.8	-0.255000	0	0.255000	1.20543532161867	0.490000
	0.9	-0.255000	0	0.255000	1.41707420927978	0.490000
0.8	0.1	-0.180000	0	0.180000	-1.55973268672405	0.640000
	0.2	-0.180000	0	0.180000	-1.32678787077491	0.640000
	0.3	-0.180000	0	0.180000	-0.96396781375966	0.640000
	0.4	-0.180000	0	0.180000	-0.50678787077491	0.640000
	0.5	-0.180000	0	0.180000	0.00000000000000	0.640000
	0.6	-0.180000	0	0.180000	0.50678787077491	0.640000
	0.7	-0.180000	0	0.180000	0.96396781375966	0.640000
	0.8	-0.180000	0	0.180000	1.32678787077491	0.640000
	0.9	-0.180000	0	0.180000	1.55973268672405	0.640000
0.9	0.1	-0.095000	0	0.095000	-1.72141229449423	0.810000
	0.2	-0.095000	0	0.095000	-1.46432075981865	0.810000
	0.3	-0.095000	0	0.095000	-1.06389130664938	0.810000
	0.4	-0.095000	0	0.095000	-0.55932075981865	0.810000
	0.5	-0.095000	0	0.095000	0.00000000000000	0.810000
	0.6	-0.095000	0	0.095000	0.55932075981865	0.810000
	0.7	-0.095000	0	0.095000	1.06389130664938	0.810000
	0.8	-0.095000	0	0.095000	1.46432075981865	0.810000
	0.9	-0.095000	0	0.095000	1.72141229449423	0.810000

ตารางที่ 3.1(ต่อ) แสดงค่าสัมประสิทธิ์เมื่อ  $G=1$ ,  $r=0.6, 0.7, 0.8, 0.9, 0.99$

$r$	$\omega_0(\pi)$	$b_0$	$b_1$	$b_2$	$a_1$	$a_2$
0.99	0.1	-0.009950	0	0.009950	-1.88318700791603	0.980100
	0.2	-0.009950	0	0.009950	-1.60193455056183	0.980100
	0.3	-0.009950	0	0.009950	-1.16387357806433	0.980100
	0.4	-0.009950	0	0.009950	-0.61188455056183	0.980100
	0.5	-0.009950	0	0.009950	0.00000000000000	0.980100
	0.6	-0.009950	0	0.009950	0.61188455056183	0.980100
	0.7	-0.009950	0	0.009950	1.16387357806433	0.980100
	0.8	-0.009950	0	0.009950	1.60193455056183	0.980100
	0.9	-0.009950	0	0.009950	1.88318700791603	0.980100

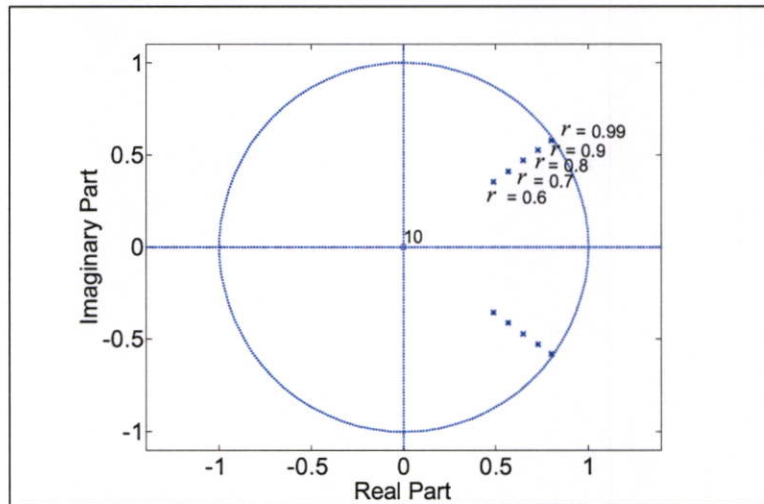
## บทที่ 4

### ผลการทดลอง

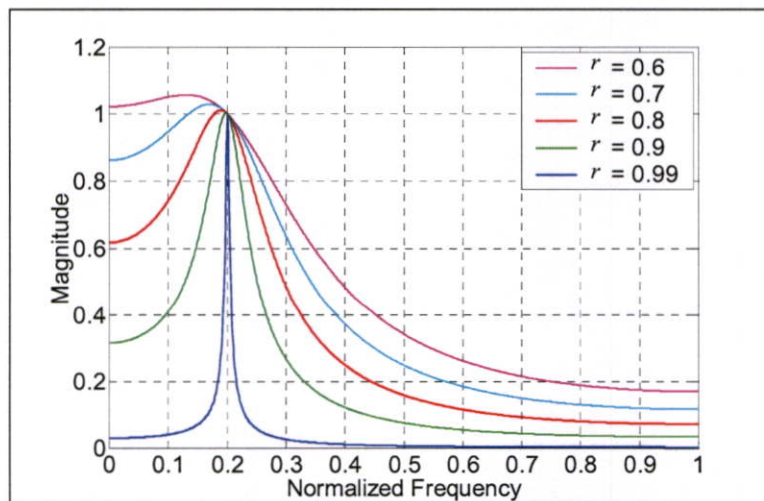
#### 4.1 ผลการทดลองตัวกรองเชิงเลข IIR แบบ Band-pass ชนิด Two-pole ตามหลักการเดิม

##### 4.1.1 กำหนดตำแหน่ง Zero อยู่ที่ตำแหน่ง Origin

กำหนดคุณสมบัติของตัวกรองเชิงเลข IIR แบบ Band-pass ชนิด Two-pole ดังนี้  $\omega_0 = 0.2$ ,  $G = 1$ ,  $r = 0.6, 0.7, 0.8, 0.9, 0.99$  ตามลำดับ จำลองการทำงานด้วยโปรแกรม MATLAB โดยผลตอบสนองแสดงดังรูปที่ 4.1a – 4.1b



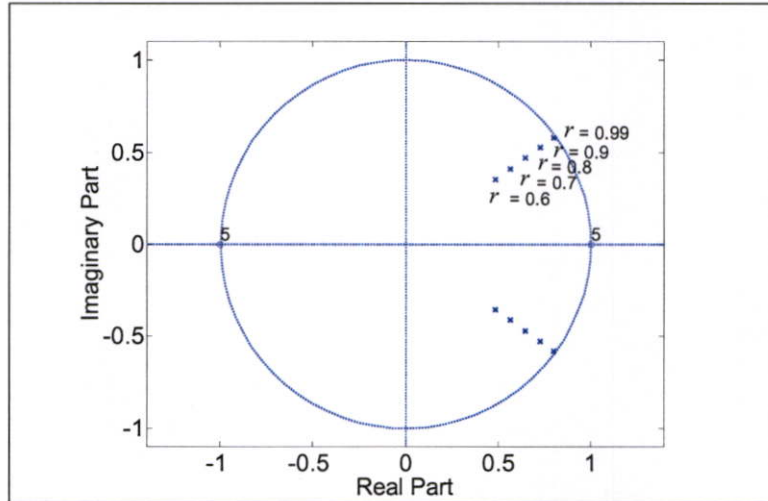
รูปที่ 4.1a ตำแหน่งการวาง Pole-zero เมื่อ Zero อยู่ที่ตำแหน่ง Origin



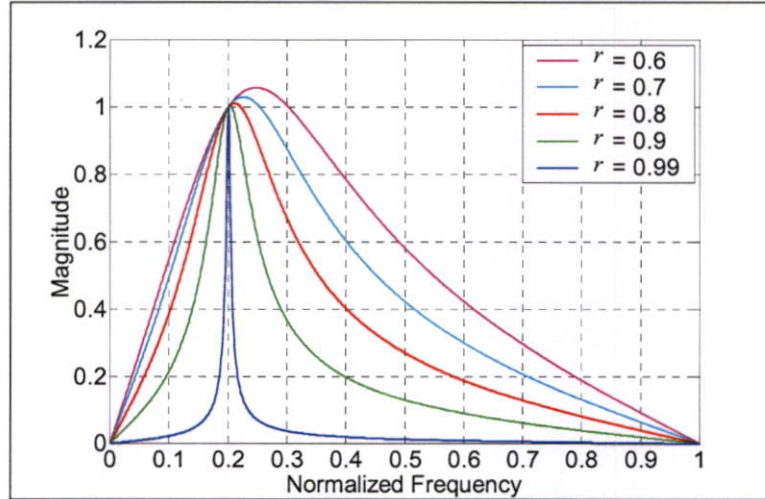
รูปที่ 4.1b ผลตอบสนองทางขนาดที่  $\omega_0 = 0.2\pi$  ณ ตำแหน่ง  $r$  ใดๆ เมื่อ Zero อยู่ที่ตำแหน่ง Origin

#### 4.1.2 กำหนดตำแหน่ง Zero อยู่ที่ตำแหน่ง 0 และ $\pi$

กำหนดคุณสมบัติของตัวกรองเชิงเลข IIR แบบ Band-pass ชนิด Two-pole ดังนี้  $\omega_0 = 0.2$ ,  $G = 1$ ,  $r = 0.6, 0.7, 0.8, 0.9, 0.99$  ตามลำดับ จำลองการทำงานด้วยโปรแกรม MATLAB โดยผลตอบสนองแสดงดังรูปที่ 4.2a – 4.2b



รูปที่ 4.2a ตำแหน่งการวาง Pole-zero เมื่อ Zero อยู่ที่ตำแหน่ง 0 และ  $\pi$

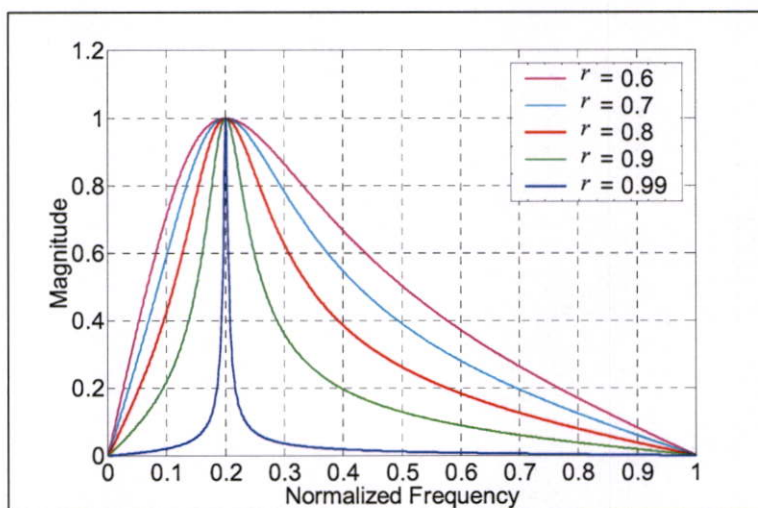


รูปที่ 4.2b ผลตอบสนองทางขนาดที่  $\omega_0 = 0.2\pi$  ณ ตำแหน่ง  $r$  ใดๆ เมื่อ Zero อยู่ที่ตำแหน่ง 0 และ  $\pi$

## 4.2 ผลการทดลองตัวกรองเชิงเลข IIR แบบ Band-pass ชนิด Two-pole

ตามหลักการที่นำเสนอ

กำหนดคุณสมบัติของตัวกรองเชิงเลข IIR แบบ Band-pass ชนิด Two-pole ดังนี้  $\omega_0 = 0.2$ ,  $G = 1$ ,  $r = 0.6, 0.7, 0.8, 0.9, 0.99$  ตามลำดับ จำลองการทำงานด้วยโปรแกรม MATLAB โดยผลตอบสนองแสดงดังรูปที่ 4.3



รูปที่ 4.3 ผลตอบสนองทางขนาดที่  $\omega_0 = 0.2\pi$  ณ ตำแหน่ง  $r$  ใดๆ ตามหลักการที่นำเสนอ

## 4.3 ผลการทดลองเปรียบเทียบระหว่างการจำลองการทำงานด้วยโปรแกรม MATLAB

กับการสร้างจริงด้วยบอร์ดประมวลสัญญาณเชิงเลข TMS320C31

ในการทดลองได้ทำการสร้างตัวกรองเชิงเลข IIR แบบ Band-pass ชนิด Two-pole ตามหลักการที่นำเสนอด้วยโปรแกรม MATLAB และสร้างจริงด้วยบอร์ดประมวลผลสัญญาณเชิงเลข TMS320C31 ซึ่งแบ่งการทดลองออกเป็นขั้นตอนต่างๆ ดังนี้

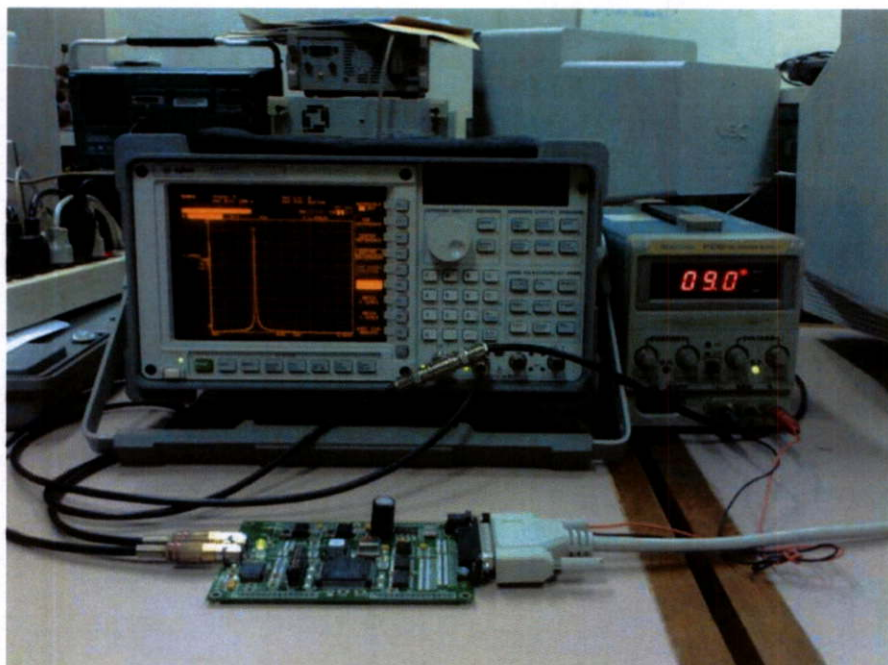
- 4.3.1 ออกแบบหาค่าสัมประสิทธิ์ของตัวกรองเชิงเลข IIR แบบ Notch ตามหลักการที่นำเสนอ และจำลองการทำงานด้วยโปรแกรม MATLAB
- 4.3.2 ออกแบบหาค่าสัมประสิทธิ์ของตัวกรองเชิงเลข IIR แบบ All-pass ตามหลักการที่นำเสนอ และจำลองการทำงานด้วยโปรแกรม MATLAB
- 4.3.3 หาค่าสัมประสิทธิ์ของตัวกรองเชิงเลข IIR แบบ Band-pass ชนิด Two-pole ตามหลักการที่นำเสนอ โดยนำตัวกรองเชิงเลข IIR แบบ All-pass มาต่อร่วมกันในลักษณะผลต่างกับตัวกรองเชิงเลข IIR แบบ Notch และจำลองการทำงานด้วยโปรแกรม MATLAB

- 4.3.4 นำค่าสัมประสิทธิ์ที่ออกแบบได้มาสร้างตัวกรองเชิงเลข IIR แบบ Notch, ตัวกรองเชิงเลข IIR แบบ All-pass และตัวกรองเชิงเลข IIR แบบ Band-pass ด้วยบอร์ดประมวลผลสัญญาณเชิงเลข TMS320C31
- 4.3.5 เปรียบเทียบผลการออกแบบระหว่างการจำลองด้วยโปรแกรม MATLAB กับการสร้างจริงด้วยบอร์ดประมวลผลสัญญาณเชิงเลข TMS320C31

ในการทดลองระบบประมวลผลสัญญาณเชิงเลขที่ได้รับการออกแบบและสร้างขึ้นจะใช้เครื่องมือและอุปกรณ์สำหรับการทดลองดังต่อไปนี้

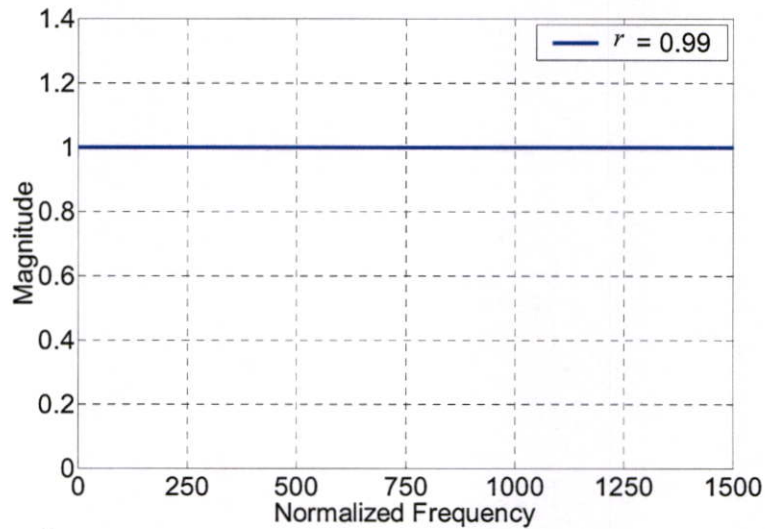
- เครื่องไมโครคอมพิวเตอร์
- บอร์ดประมวลผลสัญญาณเชิงเลข TMS320C31
- แหล่งจ่ายไฟ (Power supply)
- เครื่องวิเคราะห์สัญญาณแบบไดนามิก (Dynamic signal analyzer) รุ่น Agilen 35670A

การทดลองจะต่อระบบประมวลผลสัญญาณเชิงเลขเข้ากับเครื่องมือและอุปกรณ์ต่างๆ ดังรูปที่ 4.4 ซึ่งแสดงอุปกรณ์ทั้งหมดที่ใช้ในการทดลอง

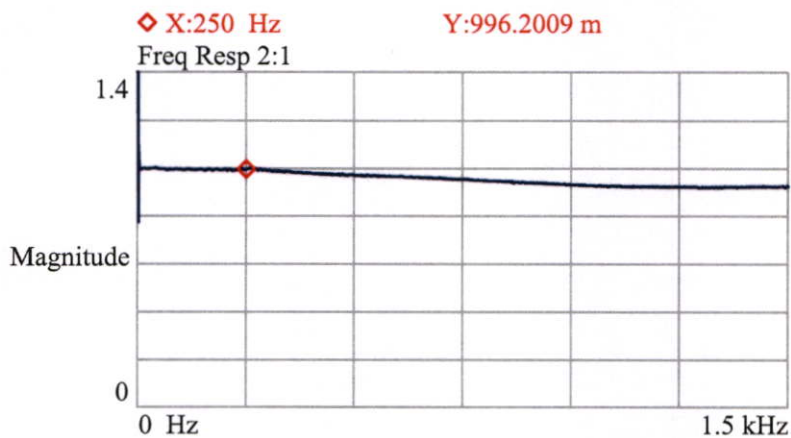


รูปที่ 4.4 อุปกรณ์ทั้งหมดที่ใช้ทดลองระบบประมวลผลสัญญาณเชิงเลข

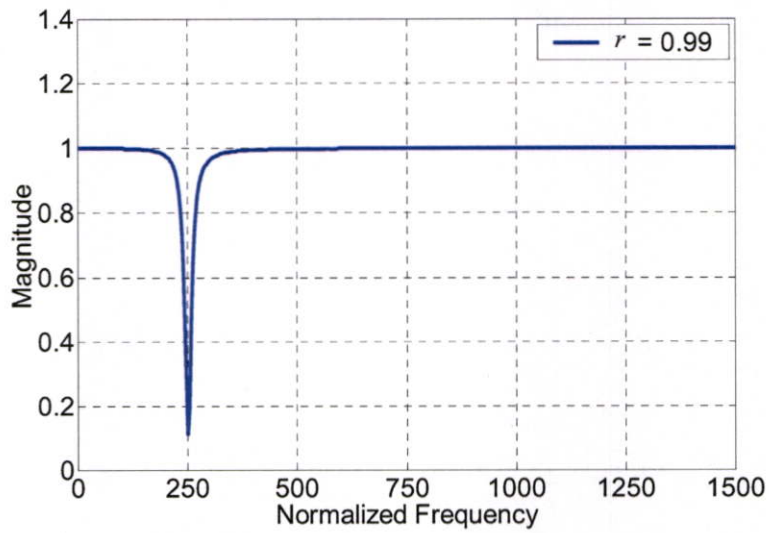
**ผลการทดลองที่ 1** การเปรียบเทียบผลจากการออกแบบตามหลักการที่นำเสนอระหว่างการจำลองการทำงานด้วยโปรแกรม MATLAB กับการสร้างจริงด้วยบอร์ดประมวลผลสัญญาณเชิงเลข TMS320C31 กำหนดคุณสมบัติของตัวกรองเชิงเลข IIR แบบ Band-pass ชนิด Two-pole ดังนี้  $f_s = 8\text{kHz}$ ,  $f_c = 250\text{kHz}$ ,  $G = 1$ ,  $r = 0.99$  โดยผลตอบสนองแสดงดังรูปที่ 4.5a – 4.7b



รูปที่ 4.5a ผลตอบสนองทางขนาดของตัวกรองเชิงเลข IIR แบบ All-pass ที่จำลองการทำงานด้วยโปรแกรม MATLAB



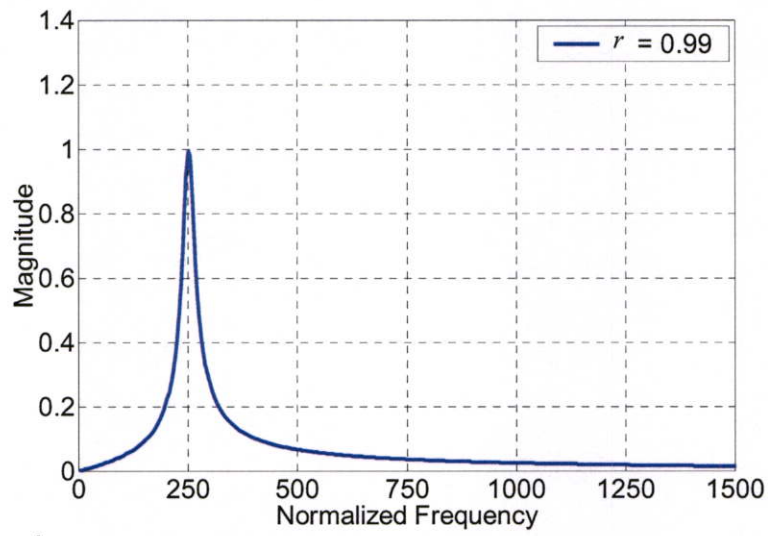
รูปที่ 4.5b ผลตอบสนองทางขนาดของตัวกรองเชิงเลข IIR แบบ All-pass ที่สร้างจริง



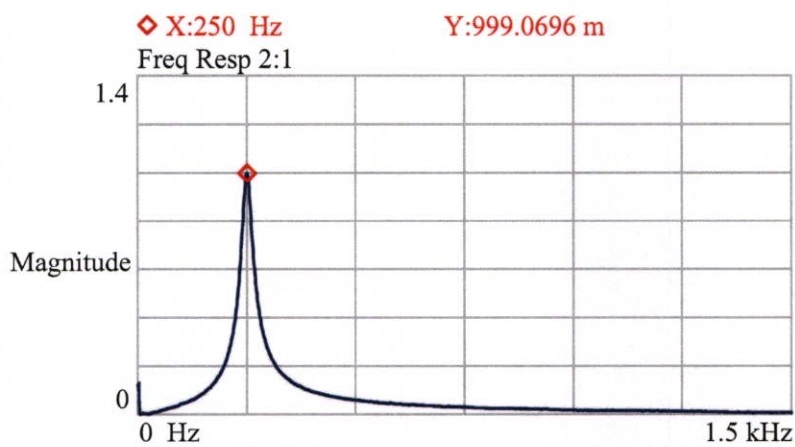
รูปที่ 4.6a ผลตอบสนองทางขนาดของตัวกรองเชิงเลข IIR แบบ Notch  
ที่จำลองการทำงานด้วยโปรแกรม MATLAB



รูปที่ 4.6b ผลตอบสนองทางขนาดของตัวกรองเชิงเลข IIR แบบ Notch ที่สร้างจริง

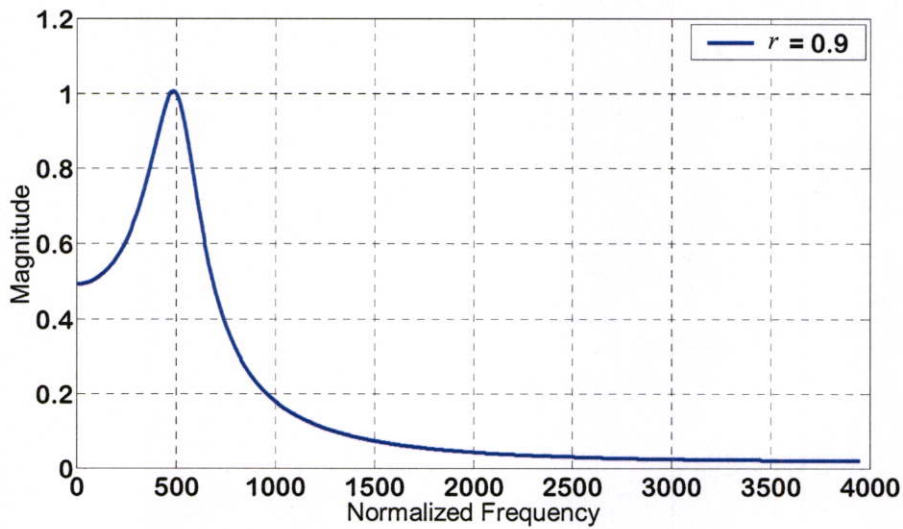


รูปที่ 4.7a ผลตอบสนองทางขนาดของตัวกรองเชิงเลข IIR แบบ Band-pass  
ที่จำลองการทำงานด้วยโปรแกรม MATLAB

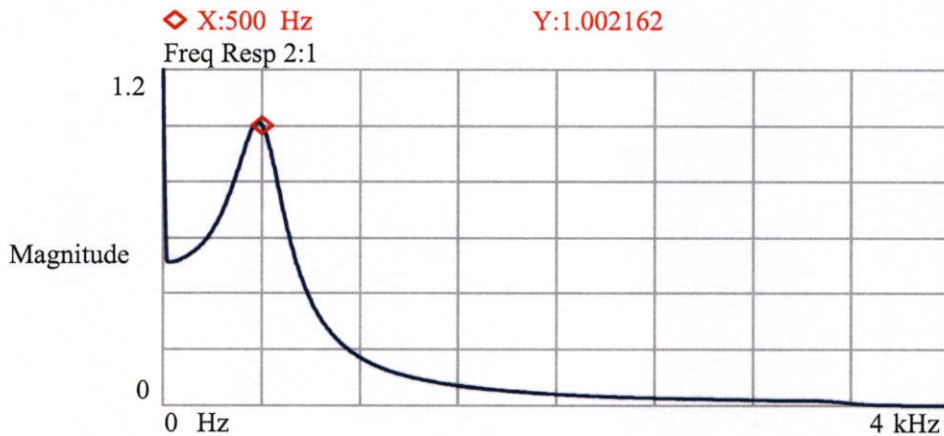


รูปที่ 4.7b ผลตอบสนองทางขนาดของตัวกรองเชิงเลข IIR แบบ Band-pass ที่สร้างจริง

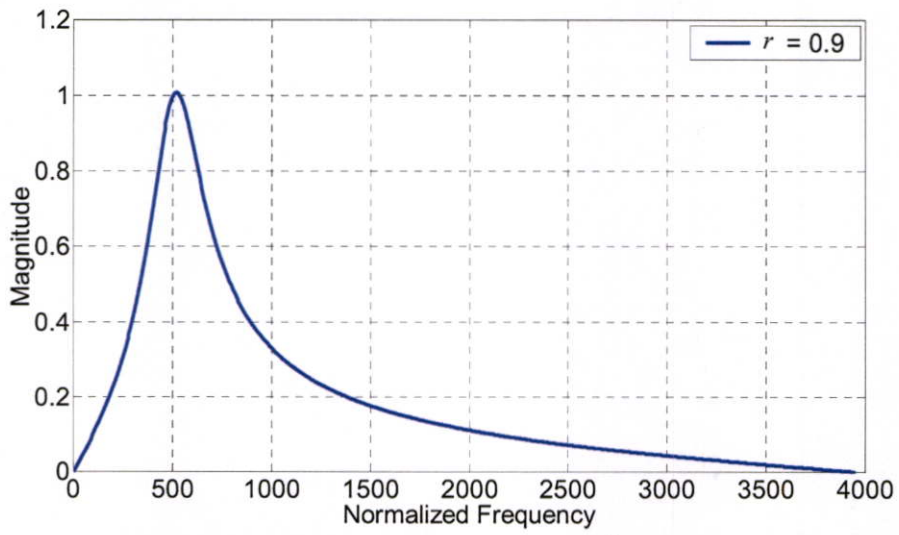
**ผลการทดลองที่ 2** การเปรียบเทียบระหว่างหลักการเดิมกับหลักการที่นำเสนอด้วยการจำลองการทำงานด้วยโปรแกรม MATLAB และการสร้างจริงด้วยบอร์ดประมวลผลสัญญาณเชิงเลข TMS320C31 กำหนดคุณสมบัติของตัวกรองเชิงเลข IIR แบบ Band-pass ชนิด Two-pole ดังนี้  $f_s = 8\text{kHz}$ ,  $f_c = 500\text{Hz}$ ,  $G = 1$ ,  $r = 0.9$  ตามลำดับ โดยผลตอบสนองแสดงดังรูปที่ 4.8a – 4.10b



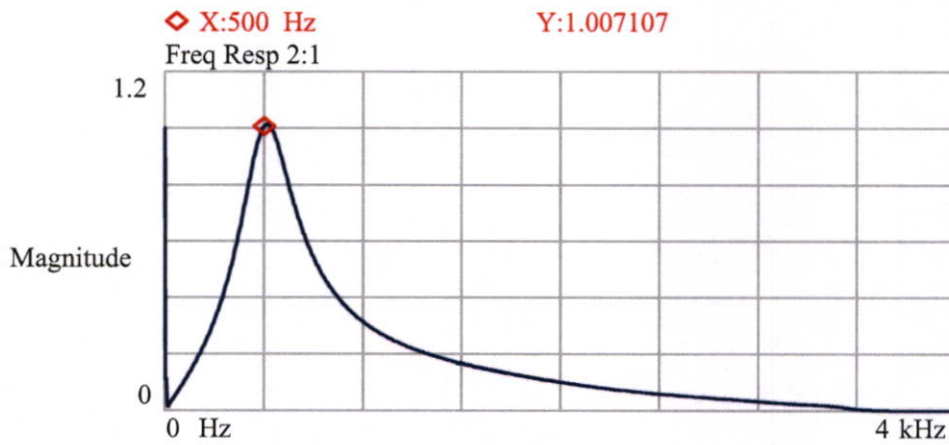
รูปที่ 4.8a ผลตอบสนองทางขนาดจากโปรแกรม MATLAB เมื่อ  $f_c = 500\text{Hz}$ ,  $G = 1$ ,  $r = 0.9$  ตามหลักการเดิมเมื่อ Zero อยู่ที่ตำแหน่ง Origin



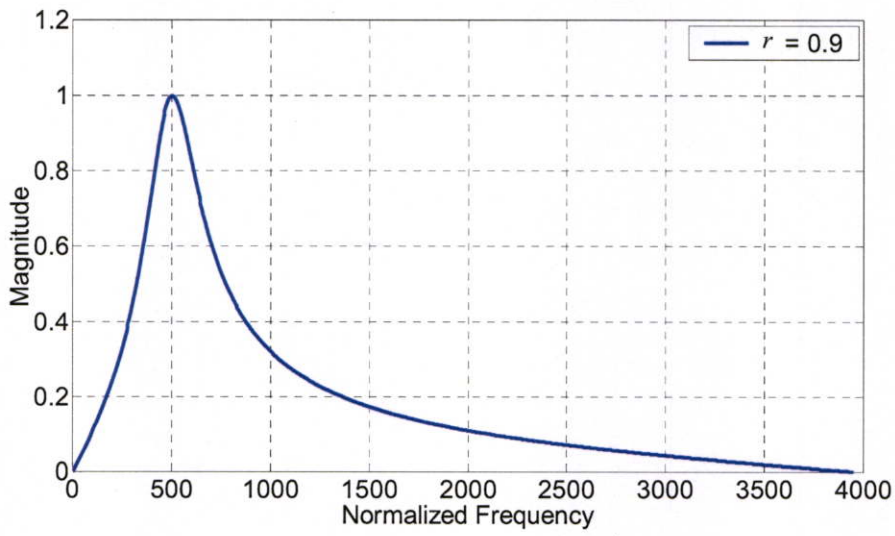
รูปที่ 4.8b ผลตอบสนองทางขนาดจากการสร้างจริง เมื่อ  $f_c = 500\text{Hz}$ ,  $G = 1$ ,  $r = 0.9$  ตามหลักการเดิมเมื่อ Zero อยู่ที่ตำแหน่ง Origin



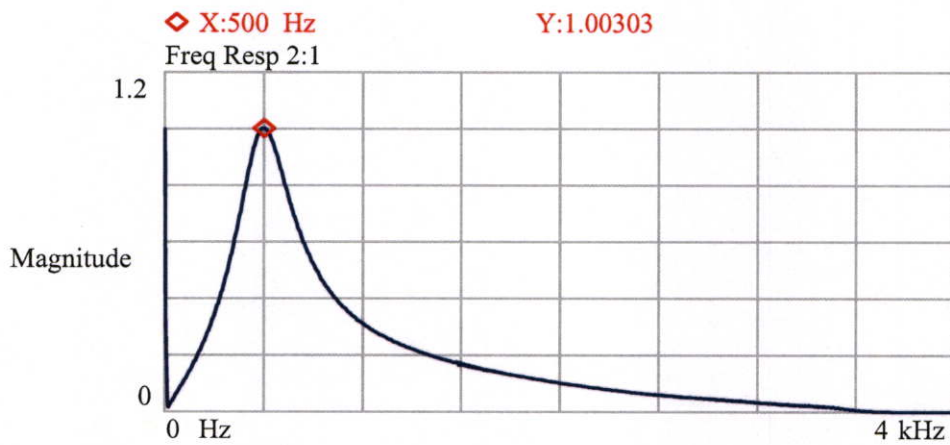
รูปที่ 4.9a ผลตอบสนองทางขนาดจากโปรแกรม MATLAB เมื่อ  $f_c = 500\text{Hz}$ ,  $G = 1$ ,  $r = 0.9$   
ตามหลักการเดิมเมื่อ Zero อยู่ที่ตำแหน่ง 0 และ  $\pi$



รูปที่ 4.9b ผลตอบสนองทางขนาดจากการสร้างจริง เมื่อ  $f_c = 500\text{Hz}$ ,  $G = 1$ ,  $r = 0.9$   
ตามหลักการเดิมเมื่อ Zero อยู่ที่ตำแหน่ง 0 และ  $\pi$

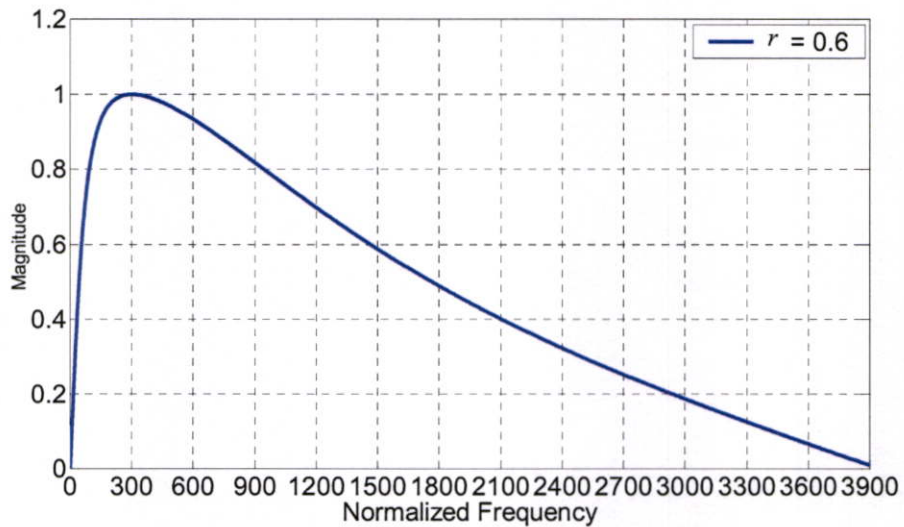


รูปที่ 4.10a ผลตอบสนองทางขนาดจากโปรแกรม MATLAB เมื่อ  $f_c = 500\text{Hz}$ ,  $G = 1$ ,  $r = 0.9$   
ตามหลักการที่นำเสนอ

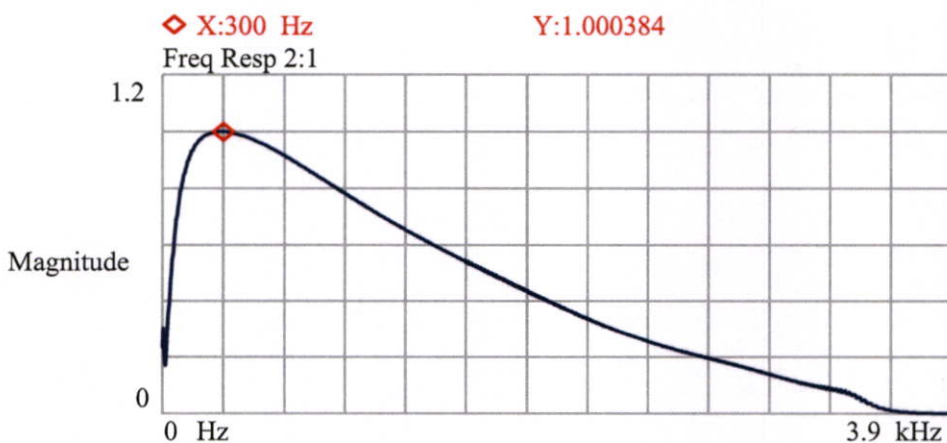


รูปที่ 4.10b ผลตอบสนองทางขนาดจากการสร้างจริง เมื่อ  $f_c = 500\text{Hz}$ ,  $G = 1$ ,  $r = 0.9$   
ตามหลักการที่นำเสนอ

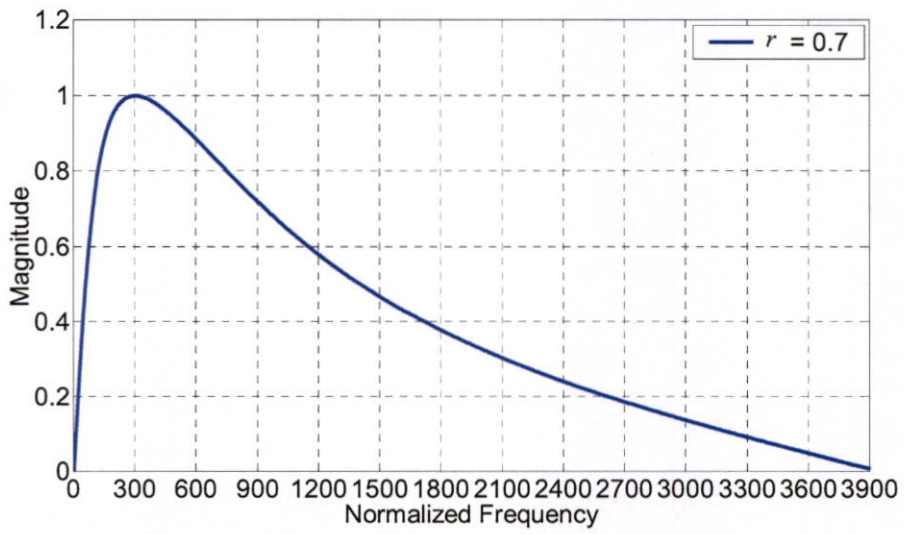
ผลการทดลองที่ 3 การเปรียบเทียบระหว่างการจำลองการทำงานด้วยโปรแกรม MATLAB กับการสร้างจริงด้วยบอร์ดประมวลผลสัญญาณเชิงเลข TMS320C31 กำหนดคุณสมบัติของตัวกรองเชิงเลข IIR แบบ Band-pass ชนิด Two-pole ดังนี้  $f_s = 8\text{kHz}$ ,  $f_c = 300\text{Hz}$ ,  $G = 1$ ,  $r = 0.6, 0.7, 0.8, 0.9, 0.99$  ตามลำดับ โดยผลตอบสนองแสดงดังรูปที่ 4.11a – 4.15b



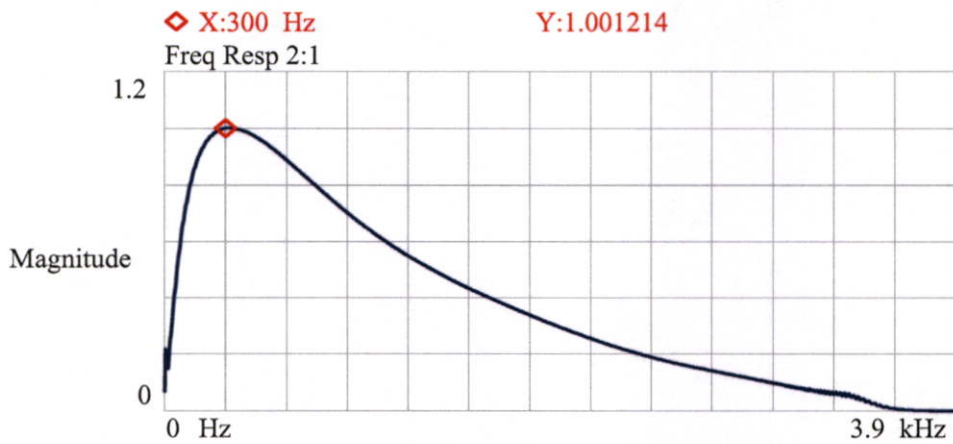
รูปที่ 4.11a ผลตอบสนองทางขนาดจากโปรแกรม MATLAB เมื่อ  $f_c = 300\text{Hz}$ ,  $G = 1$ ,  $r = 0.6$



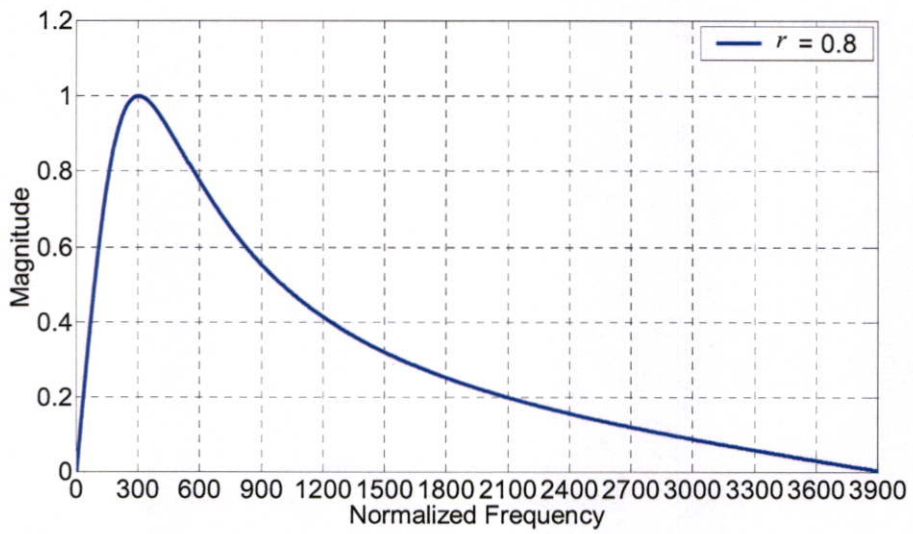
รูปที่ 4.11b ผลตอบสนองทางขนาดจากการสร้างจริง เมื่อ  $f_c = 300\text{Hz}$ ,  $G = 1$ ,  $r = 0.6$



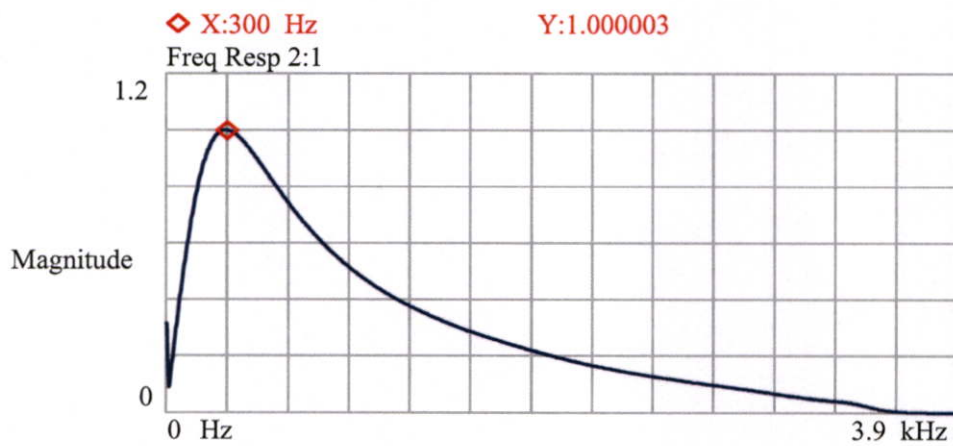
รูปที่ 4.12a ผลตอบสนองทางขนาดจากโปรแกรม MATLAB เมื่อ  $f_c = 300\text{Hz}$ ,  $G = 1$ ,  $r = 0.7$



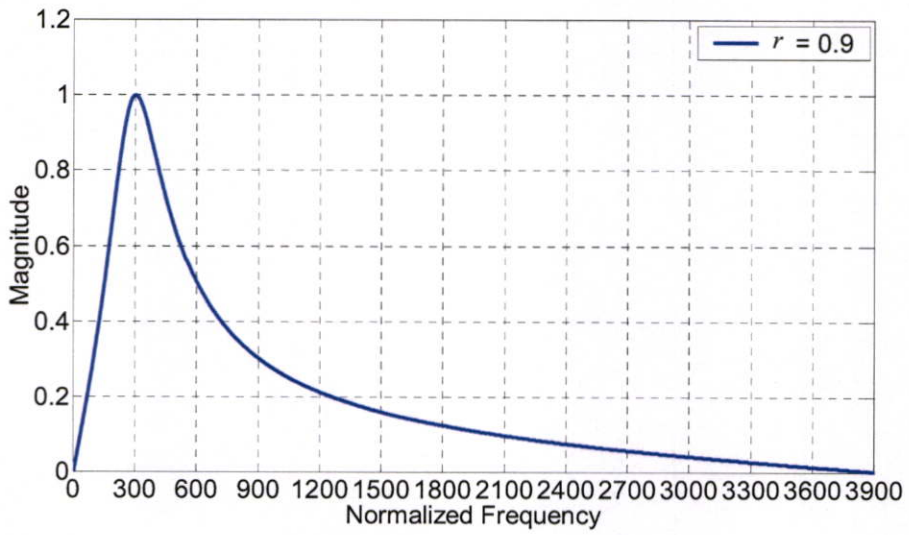
รูปที่ 4.12b ผลตอบสนองทางขนาดจากการสร้างจริง เมื่อ  $f_c = 300\text{Hz}$ ,  $G = 1$ ,  $r = 0.7$



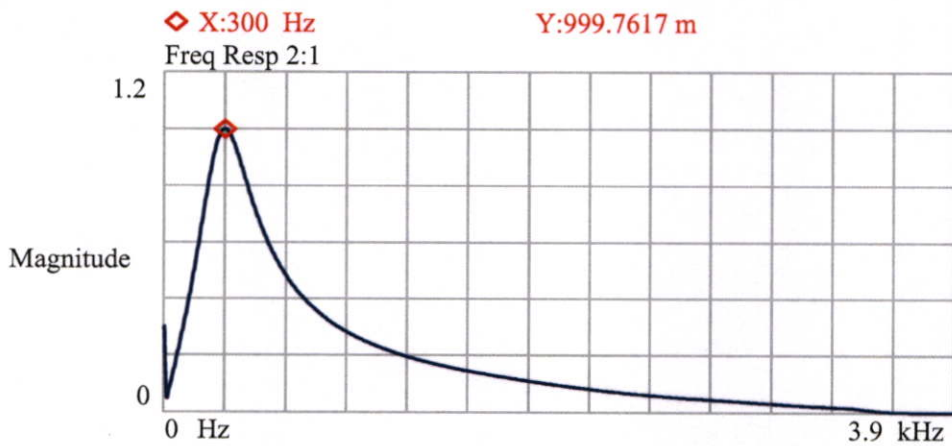
รูปที่ 4.13a ผลตอบสนองทางขนาดจากโปรแกรม MATLAB เมื่อ  $f_c = 300\text{Hz}$ ,  $G = 1$ ,  $r = 0.8$



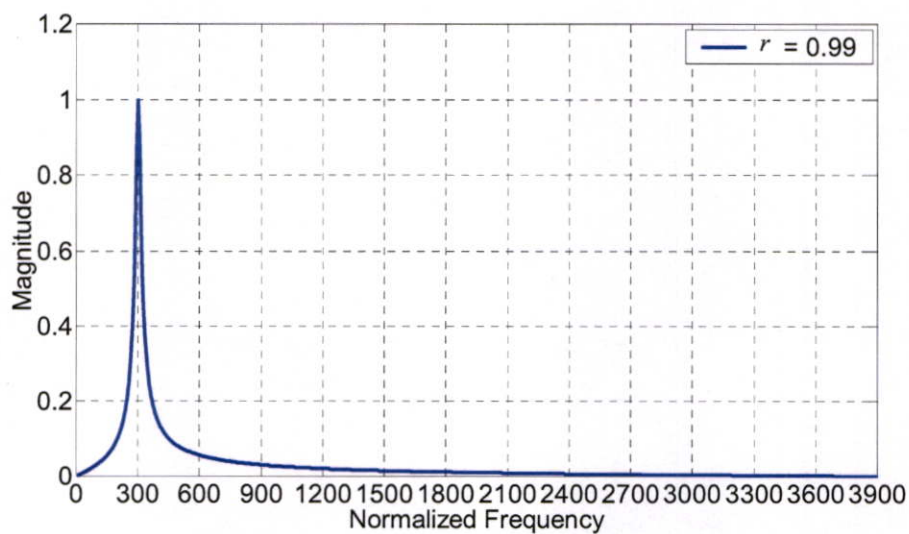
รูปที่ 4.13b ผลตอบสนองทางขนาดจากการสร้างจริง เมื่อ  $f_c = 300\text{Hz}$ ,  $G = 1$ ,  $r = 0.8$



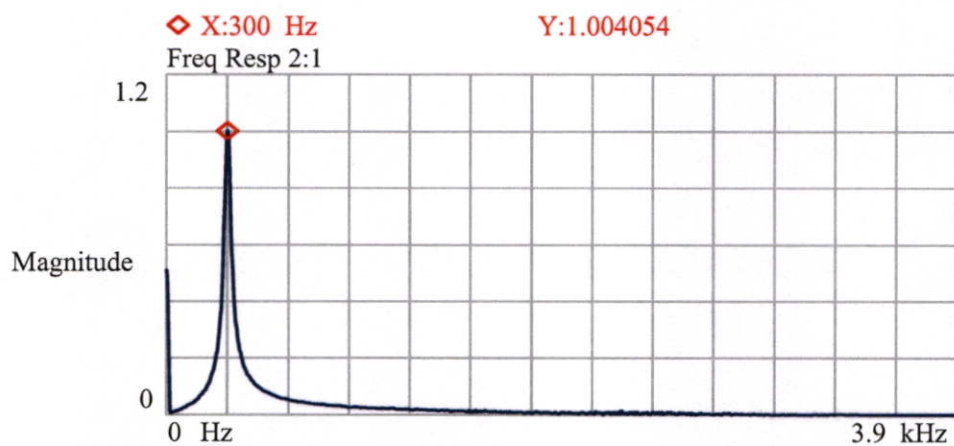
รูปที่ 4.14a ผลตอบสนองทางขนาดจากโปรแกรม MATLAB เมื่อ  $f_c = 300\text{Hz}$ ,  $G = 1$ ,  $r = 0.9$



รูปที่ 4.14b ผลตอบสนองทางขนาดจากการสร้างจริง เมื่อ  $f_c = 300\text{Hz}$ ,  $G = 1$ ,  $r = 0.9$

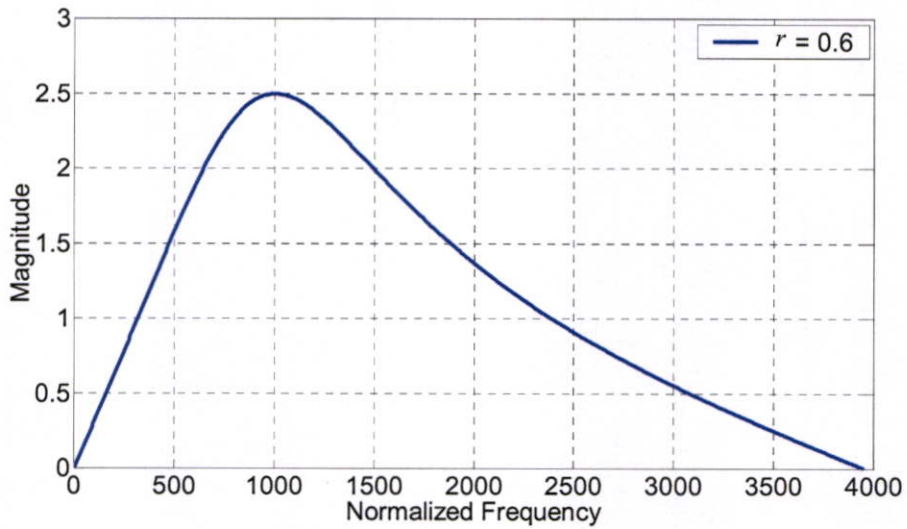


รูปที่ 4.15a ผลตอบสนองทางขนาดจากโปรแกรม MATLAB เมื่อ  $f_c = 300\text{Hz}$ ,  $G = 1$ ,  $r = 0.99$

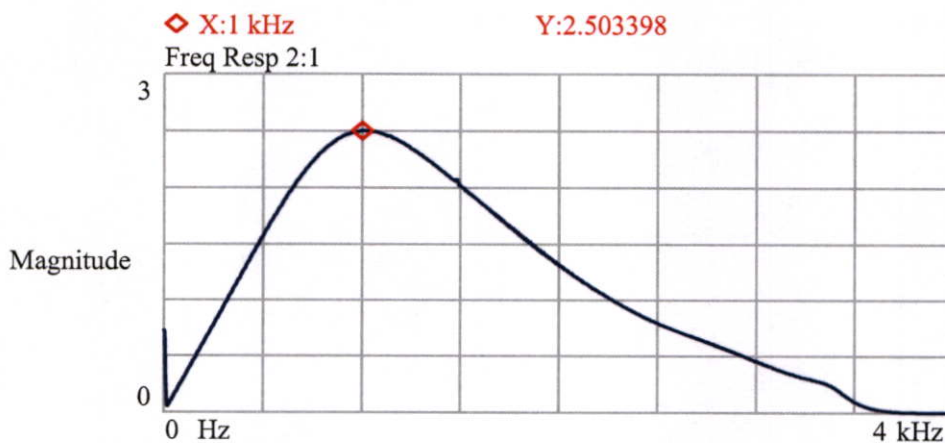


รูปที่ 4.15b ผลตอบสนองทางขนาดจากการสร้างจริง เมื่อ  $f_c = 300\text{Hz}$ ,  $G = 1$ ,  $r = 0.99$

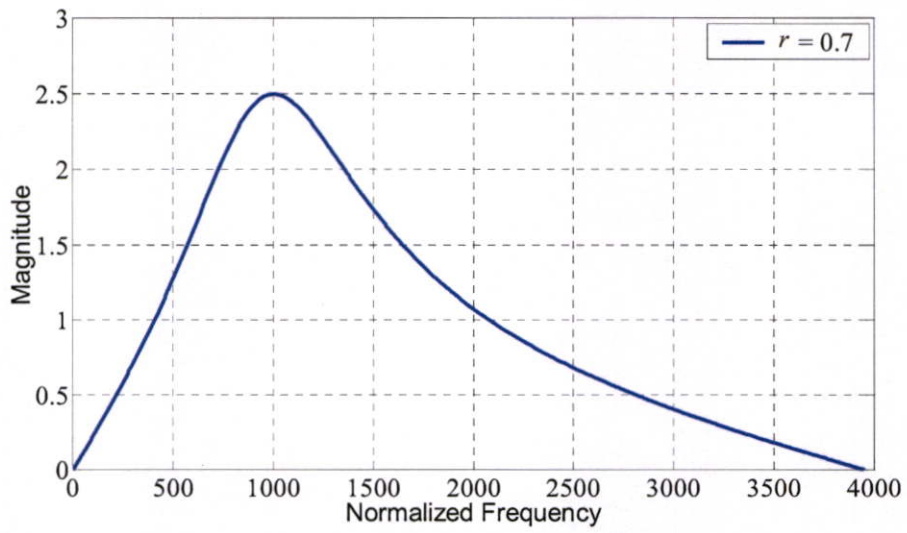
**ผลการทดลองที่ 4** การเปรียบเทียบระหว่างการจำลองการทำงานด้วยโปรแกรม MATLAB กับการสร้างจริงด้วยบอร์ดประมวลผลสัญญาณเชิงเลข TMS320C31 กำหนดคุณสมบัติของตัวกรองเชิงเลข IIR แบบ Band-pass ชนิด Two-pole ดังนี้  $f_s = 8\text{kHz}$ ,  $f_c = 1\text{kHz}$ ,  $G = 2.5$ ,  $r = 0.6, 0.7, 0.8, 0.9, 0.99$  ตามลำดับ โดยผลตอบสนองแสดงดังรูปที่ 4.16a – 4.20b



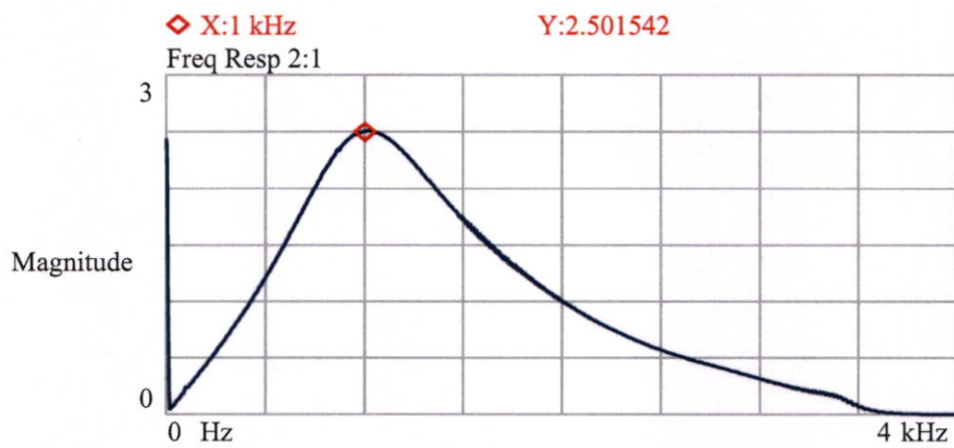
รูปที่ 4.16a ผลตอบสนองทางขนาดจากโปรแกรม MATLAB เมื่อ  $f_c = 1\text{kHz}$ ,  $G = 2.5$ ,  $r = 0.6$



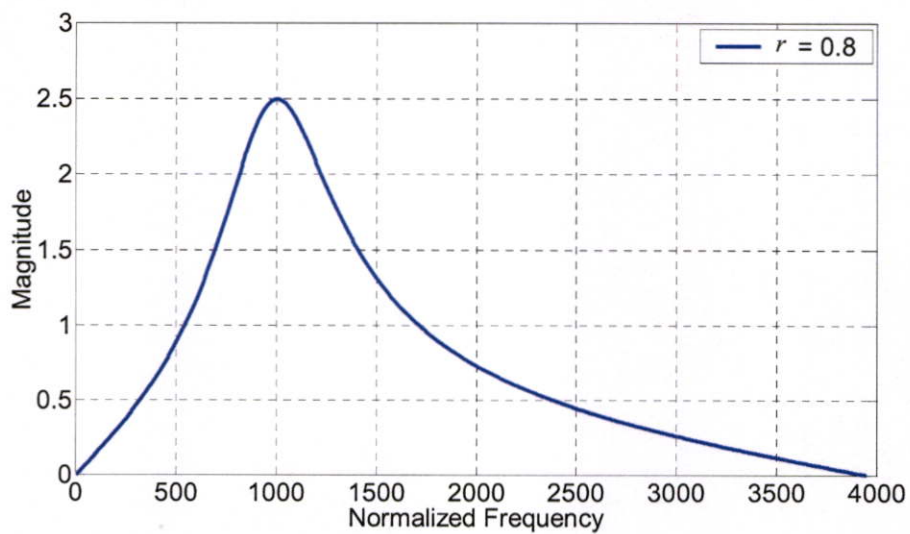
รูปที่ 4.16b ผลตอบสนองทางขนาดจากการสร้างจริง เมื่อ  $f_c = 1\text{kHz}$ ,  $G = 2.5$ ,  $r = 0.6$



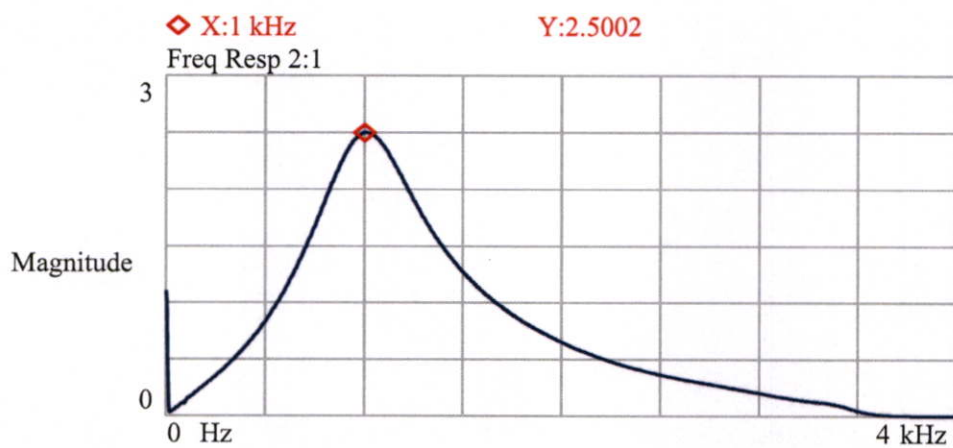
รูปที่ 4.17a ผลตอบสนองทางขนาดจากโปรแกรม MATLAB เมื่อ  $f_c = 1\text{kHz}$ ,  $G = 2.5$ ,  $r = 0.7$



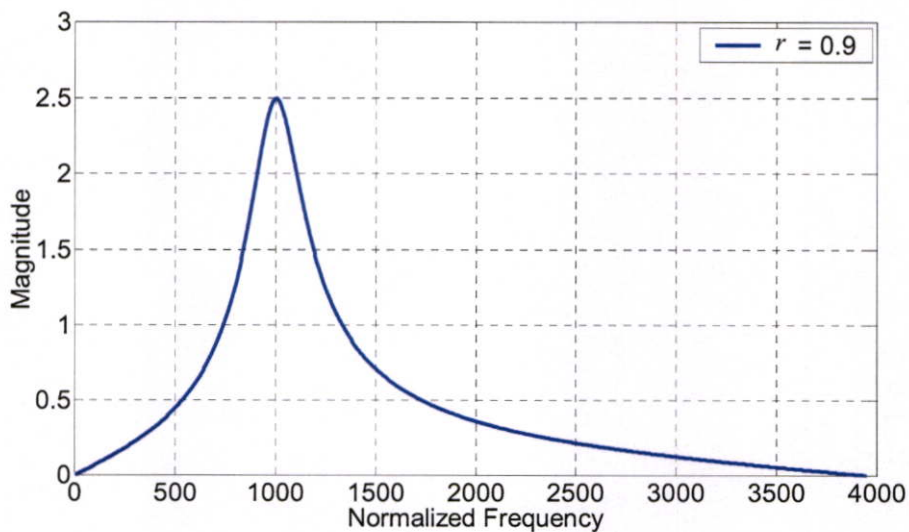
รูปที่ 4.17b ผลตอบสนองทางขนาดจากการสร้างจริง เมื่อ  $f_c = 1\text{kHz}$ ,  $G = 2.5$ ,  $r = 0.7$



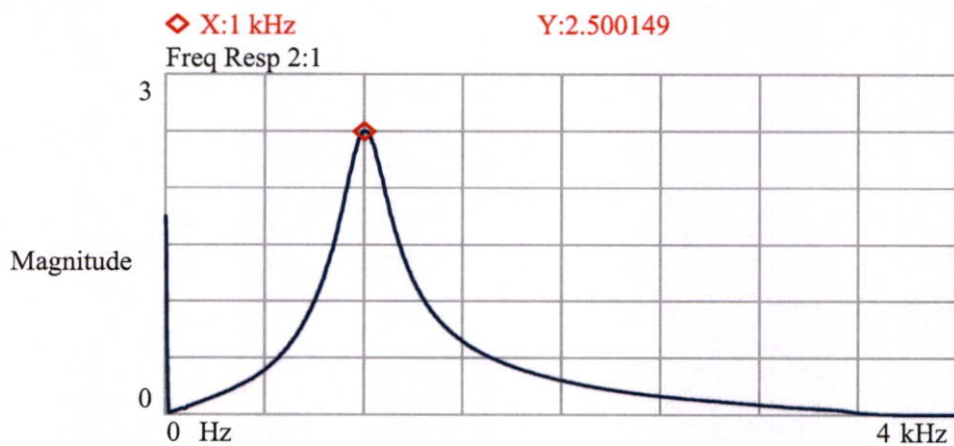
รูปที่ 4.18a ผลตอบสนองทางขนาดจากโปรแกรม MATLAB เมื่อ  $f_c = 1\text{kHz}$ ,  $G = 2.5$ ,  $r = 0.8$



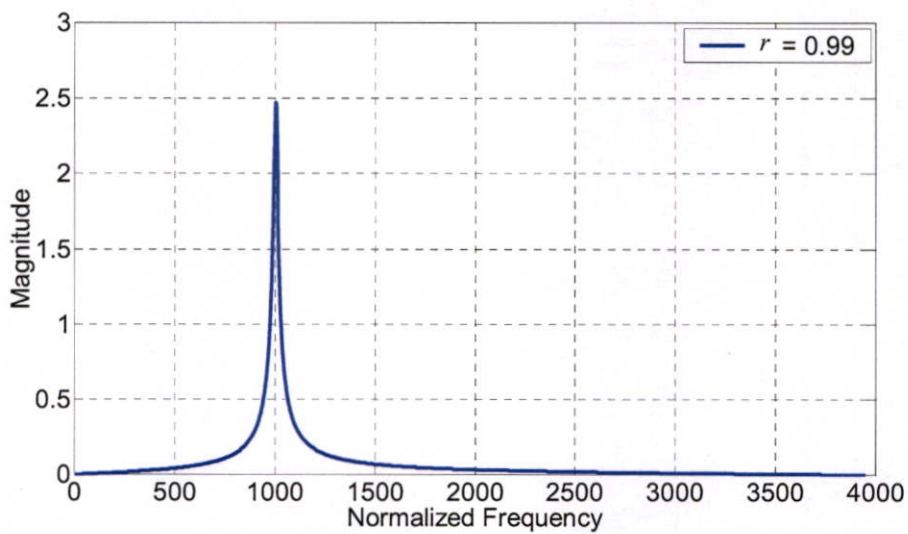
รูปที่ 4.18b ผลตอบสนองทางขนาดจากการสร้างจริง เมื่อ  $f_c = 1\text{kHz}$ ,  $G = 2.5$ ,  $r = 0.8$



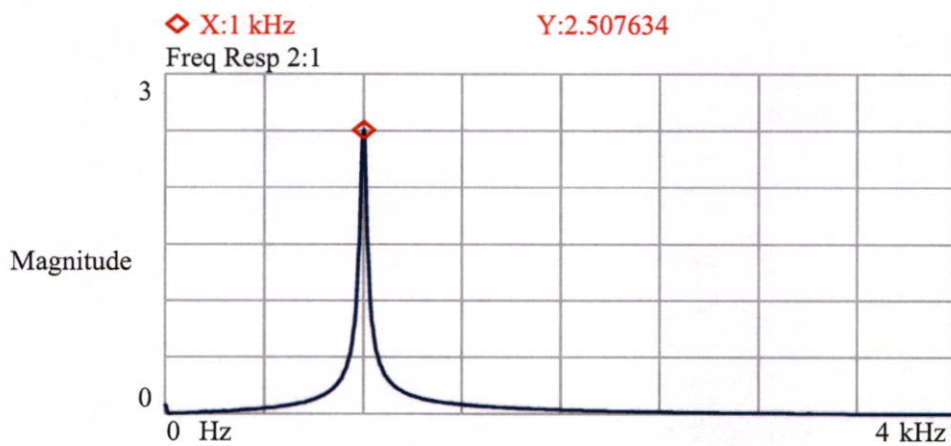
รูปที่ 4.19a ผลตอบสนองทางขนาดจากโปรแกรม MATLAB เมื่อ  $f_c = 1\text{kHz}$ ,  $G = 2.5$ ,  $r = 0.9$



รูปที่ 4.19b ผลตอบสนองทางขนาดจากการสร้างจริง เมื่อ  $f_c = 1\text{kHz}$ ,  $G = 2.5$ ,  $r = 0.9$

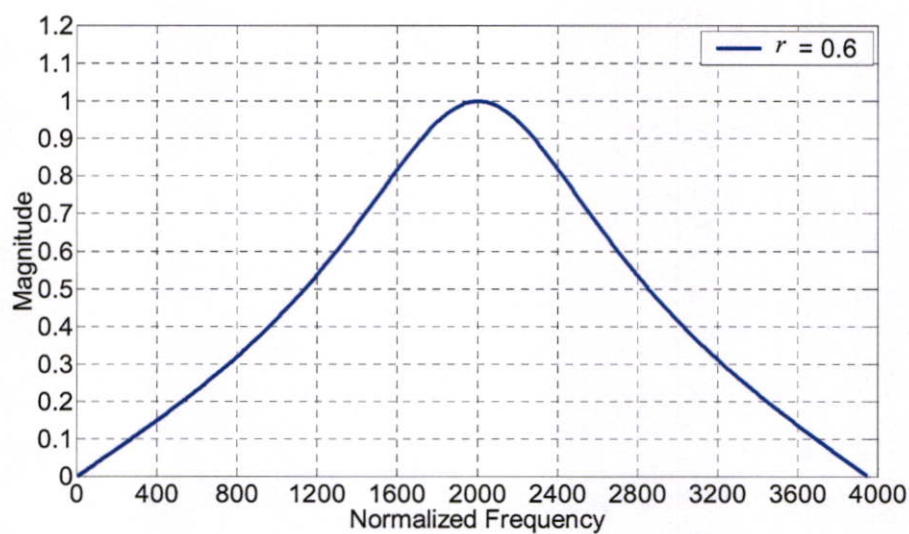


รูปที่ 4.20a ผลตอบสนองทางขนาดจากโปรแกรม MATLAB เมื่อ  $f_c = 1\text{kHz}$ ,  $G = 2.5$ ,  $r = 0.99$

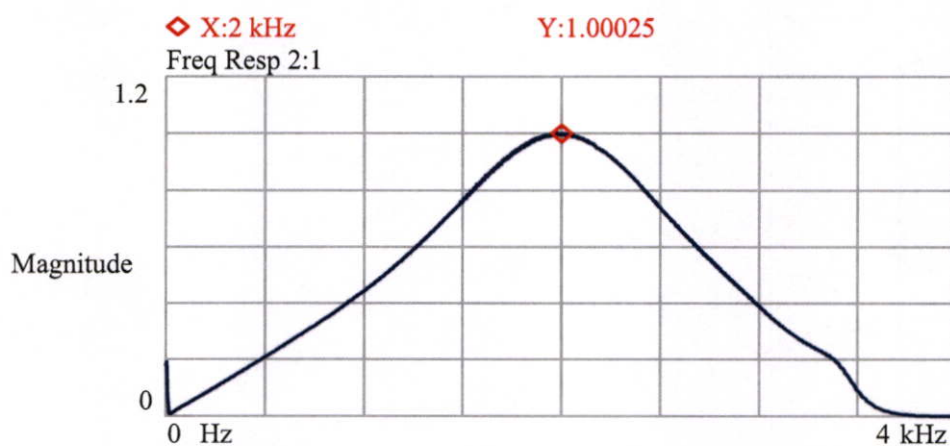


รูปที่ 4.20b ผลตอบสนองทางขนาดจากการสร้างจริง เมื่อ  $f_c = 1\text{kHz}$ ,  $G = 2.5$ ,  $r = 0.99$

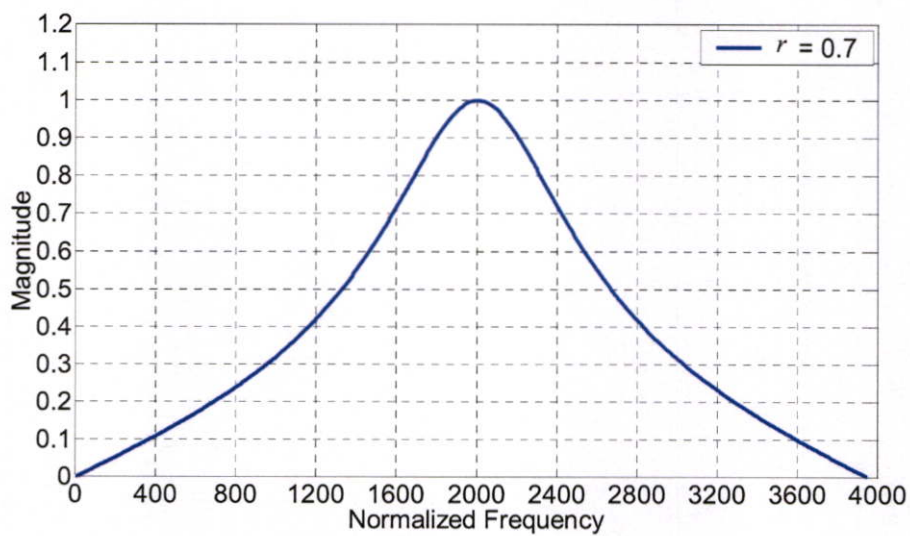
**ผลการทดลองที่ 5** การเปรียบเทียบระหว่างการจำลองการทำงานด้วยโปรแกรม MATLAB กับการสร้างจริงด้วยบอร์ดประมวลผลสัญญาณเชิงเลข TMS320C31 กำหนดคุณสมบัติของตัวกรองเชิงเลข IIR แบบ Band-pass ชนิด Two-pole ดังนี้  $f_s = 8\text{kHz}$ ,  $f_c = 2\text{kHz}$ ,  $G = 1$ ,  $r = 0.6, 0.7, 0.8, 0.9, 0.99$  ตามลำดับ โดยผลตอบสนองแสดงดังรูปที่ 4.21a – 4.25b



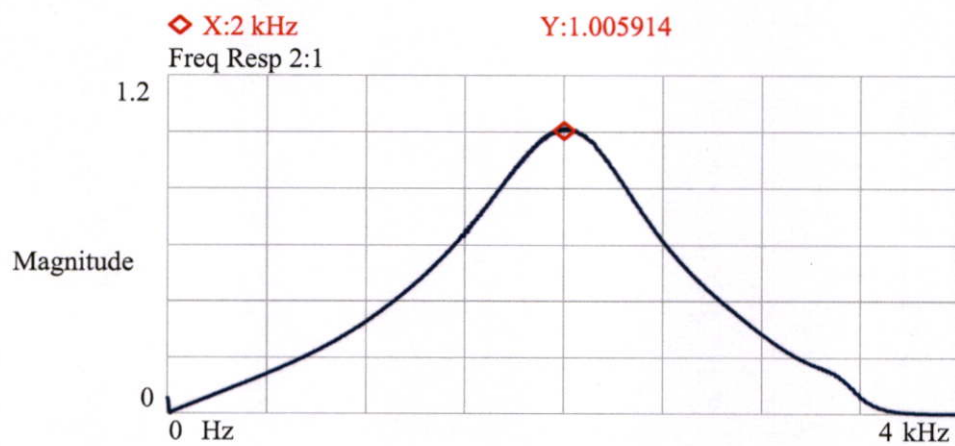
รูปที่ 4.21a ผลตอบสนองทางขนาดจากโปรแกรม MATLAB เมื่อ  $f_c = 2\text{kHz}$ ,  $G = 1$ ,  $r = 0.6$



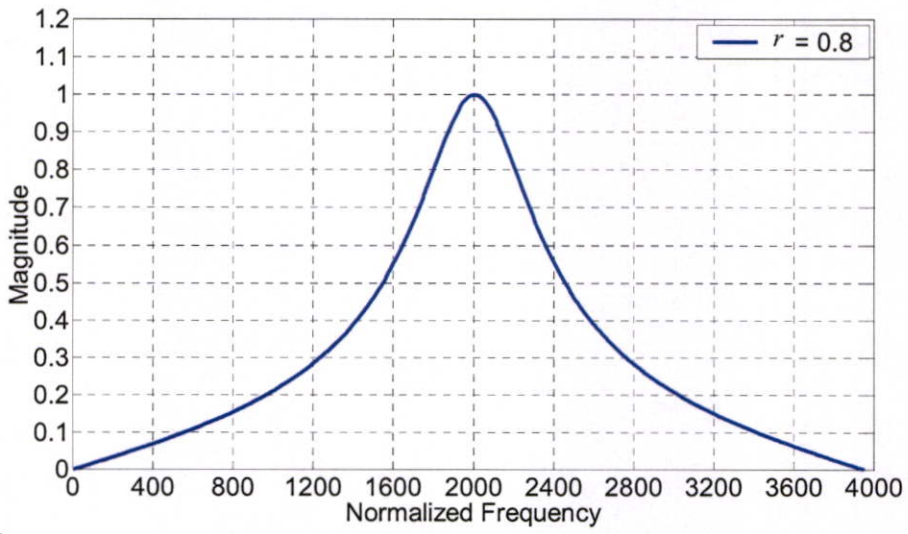
รูปที่ 4.21b ผลตอบสนองทางขนาดจากการสร้างจริง เมื่อ  $f_c = 2\text{kHz}$ ,  $G = 1$ ,  $r = 0.6$



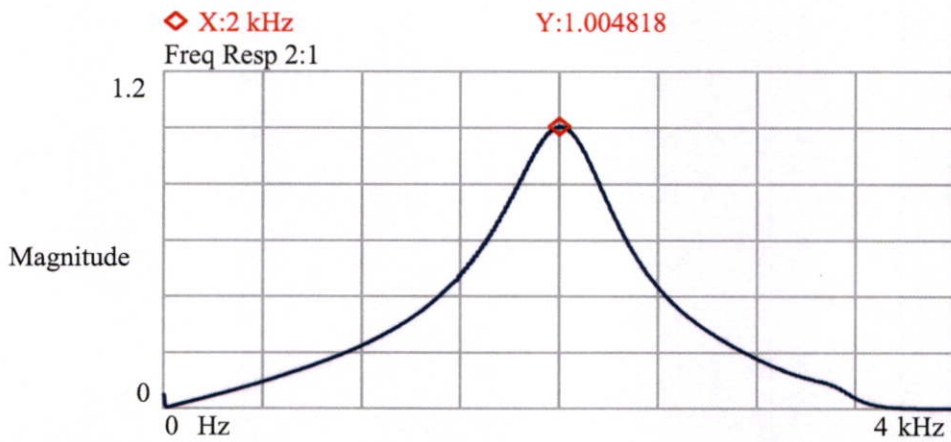
รูปที่ 4.22a ผลตอบสนองทางขนาดจากโปรแกรม MATLAB เมื่อ  $f_c = 2\text{kHz}$ ,  $G = 1$ ,  $r = 0.7$



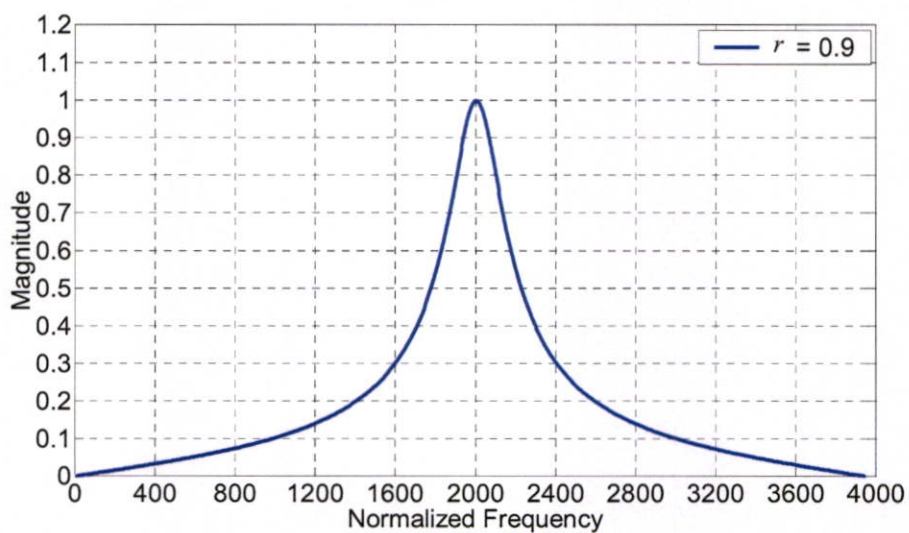
รูปที่ 4.22b ผลตอบสนองทางขนาดจากการสร้างจริง เมื่อ  $f_c = 2\text{kHz}$ ,  $G = 1$ ,  $r = 0.7$



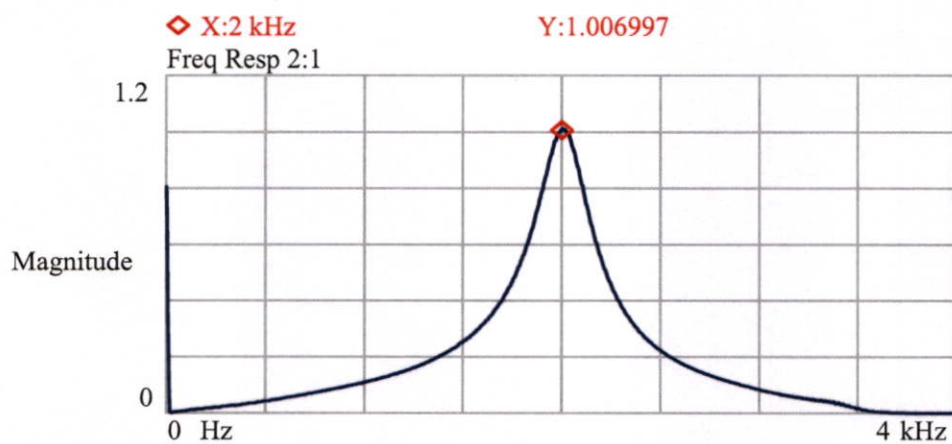
รูปที่ 4.23a ผลตอบสนองทางขนาดจากโปรแกรม MATLAB เมื่อ  $f_c = 2\text{kHz}$ ,  $G = 1$ ,  $r = 0.8$



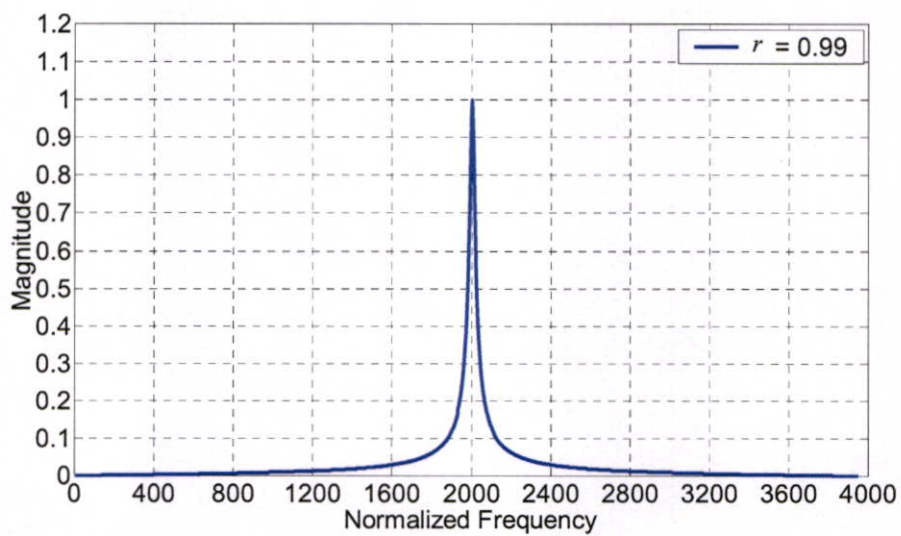
รูปที่ 4.23b ผลตอบสนองทางขนาดจากการสร้างจริง เมื่อ  $f_c = 2\text{kHz}$ ,  $G = 1$ ,  $r = 0.8$



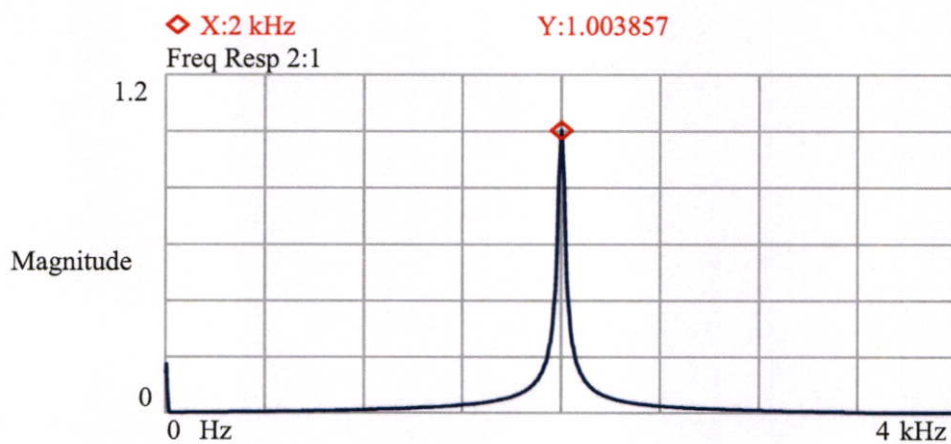
รูปที่ 4.24a ผลตอบสนองทางขนาดจากโปรแกรม MATLAB เมื่อ  $f_c = 2\text{kHz}$ ,  $G = 1$ ,  $r = 0.9$



รูปที่ 4.24b ผลตอบสนองทางขนาดจากการสร้างจริง เมื่อ  $f_c = 2\text{kHz}$ ,  $G = 1$ ,  $r = 0.9$



รูปที่ 4.25a ผลตอบสนองทางขนาดจากโปรแกรม MATLAB เมื่อ  $f_c = 2\text{kHz}$ ,  $G = 1$ ,  $r = 0.99$



รูปที่ 4.25b ผลตอบสนองทางขนาดจากการสร้างจริง เมื่อ  $f_c = 2\text{kHz}$ ,  $G = 1$ ,  $r = 0.99$

## บทที่ 5

### สรุปผลการวิจัยและข้อเสนอแนะ

จากการทดลองพบว่าตัวกรองเชิงเลข IIR แบบ Band-pass ชนิด Two-pole ที่ถูกสร้างขึ้นตามหลักการที่นำเสนอ นั้นสามารถควบคุมอัตราขยายของผลตอบสนองทางขนาดให้มีขนาดที่ต้องการได้ ซึ่งจะให้ผลดีกว่าเมื่อเปรียบเทียบกับหลักการเดิม นั้นหมายความว่าหลักที่นำเสนอสามารถหาตำแหน่งการวาง Pole ของตัวกรองเชิงเลข IIR แบบ Band-pass ชนิด Two-pole ได้ อย่างแม่นยำ และเมื่อเปรียบเทียบการสร้างตัวกรองเชิงเลข IIR แบบ Band-pass ชนิด Two-pole ตามหลักการเดิมกับหลักการที่นำเสนอด้วยโปรแกรม MATLAB ดังรูปที่ 4.1a – 4.2b กับการสร้างจริงด้วยบอร์ดประมวลผลสัญญาณเชิงเลข TMS320C31 ได้ดังรูปที่ 4.5a – 4.25b จะเห็นว่าผลที่ได้จากโปรแกรม MATLAB กับผลที่ได้จากการสร้างจริงใกล้เคียงกัน จากการทดลองที่ผ่านมาสรุปได้ว่าตัวกรองเชิงเลข IIR แบบ Band-pass ชนิด Two-pole ที่ออกแบบตามหลักการที่นำเสนอสามารถควบคุมอัตราขยายในช่วง Passband และสามารถเปลี่ยนค่าแบนด์วิดธ์ของตัวกรองเชิงเลขได้ตามต้องการ โดยไม่มีผลกระทบต่อความถี่ศูนย์กลาง

## เอกสารอ้างอิง

- [1] Craig Marven, Gillian Ewers, "A simple approach to digital signal processing" John wiley & sons,1996.
- [2] J. G. Proakis, D. G. Manolakis, "Digital Signal Processing Principle, Algorithms, and Applications," Prentice Hall, 1996.
- [3] S. K. Mitra, "Digital Signal Processing, A Computer-Based Approach," McGraw-Hill, 2001.
- [4] S. J. Orfanidis, "Introduction to Signal Processing," Prentice Hall, 1995.
- [5] Alan V.Oppenheim , Ronald W.Schafer , John R.Buck , " Discrete-Time Signal Processing Second Edition " Prentice Hall International , INC 1996.
- [6] C.-C. Tseng, S.-C. Pei, "IIR Multiple Notch Filter Design Based on All-pass Filter," IEEE Trans. Circuit and Systems-II: Analog and Digital Signal Processing, vol.44 no.2, pp.133-136, February 1997.
- [7] S.Yimman, W.Hinjit, S.Sriboonsong, M.Puangpool, K.Dejhan"IIR Notch Filter Design with Modified Pole-zero Placement Algorithm," The IEEE International Symposium.on Signal Processing and Information Technology (ISSPIT 2003), Darmstadt, Germany, December 2003.
- [8] P. A Regalia, S. K. Mitra, and P. P. Vaidyanathan, "The digital all-pass filter: A versatile signal processing building block," Proc. IEEE, vol. 76, pp. 19-37, Jan. 1988.
- [9] V. Yashwant, Joshi, and S. C. Dutta Roy, "Design of IIR Multiple Notch Filter Based on All-pass Filter," IEEE Trans on Circuits and Systems, VOL.46, No.2, pp. 134-138 Feb., 1999.

ภาคผนวก ก.

**บอร์ดประมวลผลสัญญาณดิจิทัล TMS320C31**

**DSP Starter Kit**

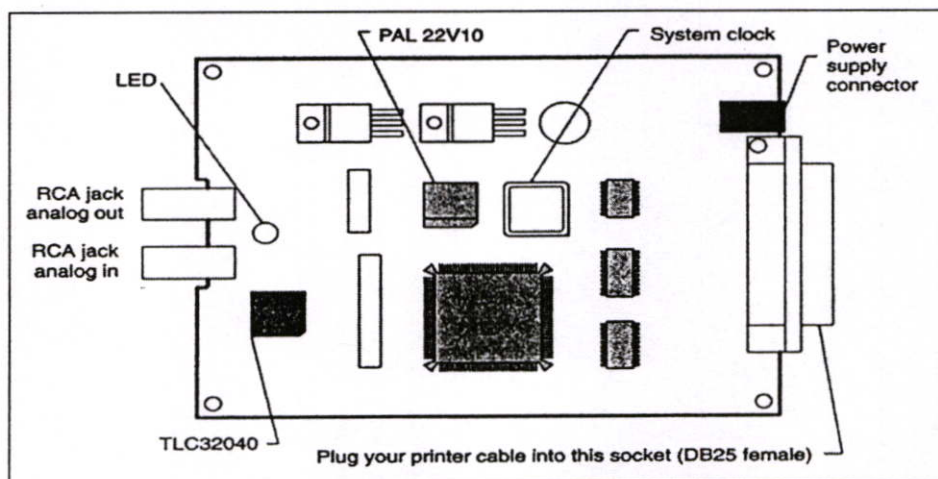
## บอร์ดประมวลผลสัญญาณดิจิทัล TMS320C31 DSP Starter Kit

บอร์ดประมวลผลสัญญาณเชิงเลข TMS320C31 DSP Starter Kit (DSK) เป็นบอร์ดพัฒนาโปรแกรมแบบ Stand – Aloneสามารถประมวลผลแบบเวลาจริง (Real-time) ได้โดยเราสามารถที่จะสั่งให้โปรแกรมทำงาน หรือหยุดทำงานได้โดยผ่านพอร์ตของคอมพิวเตอร์และสามารถต่อบอร์ดอินเตอร์เฟซแบบต่าง ๆ เข้ากับบอร์ด DSK ได้

### 1. ลักษณะของบอร์ดประมวลผลสัญญาณเชิงเลข TMS320C31 DSP Starter Kit (DSK)

ฮาร์ดแวร์ของบอร์ดประมวลผลสัญญาณเชิงเลข TMS320C31 DSK มีส่วนประกอบพื้นฐานที่ประกอบด้วย

- ชิป DSP TMS320C31
- ชิป A/D - D/A TLC32040
- พอร์ต Input/Output
- พอร์ตขนานของพริ้นเตอร์
- LED แบบ 3 สี



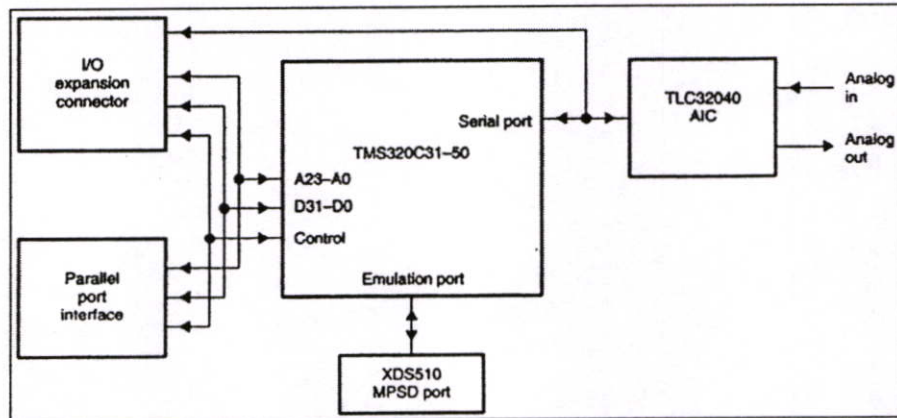
รูปภาคผนวกที่ ก.1 ฮาร์ดแวร์ของบอร์ด TMS320C31 DSP Starter Kit

จากรูปภาคผนวกที่ 1 จะเห็นว่าอุปกรณ์บนบอร์ด DSK จะประกอบด้วย

- Header ขนาด 32 pin จำนวน 4 แถว สัญญาณทุกเส้นของ TM320C31 DSK ที่ ส่งออกไปภายนอกบอร์ดจะต้องผ่าน Header ชุดนี้ซึ่งประกอบด้วย JP2 JP3 JP5 JP6
- Jumper block header ขนาด 11 pin (JP4) จะทำหน้าที่ควบคุมการส่งข้อมูลของพอร์ตอนุกรมของวงจรถอนาลอกอินเตอร์เฟซ TLC32040

- Host interface logic จะใช้ PLA 22V10Z และ 74ACT245 ควบคุมการสื่อสารระหว่างบอร์ด DSK กับ Host ของคอมพิวเตอร์
- ออสซิลเลเตอร์ บนบอร์ดประมวลผลสัญญาณเชิงเลข TMS320C31 DSK จะใช้สัญญาณนาฬิกาขนาด 50 MHz เพื่อป้อนให้ชิป TMS320C31
- RCA Jack จะทำหน้าที่รับสัญญาณ Analog input และส่งสัญญาณ Analog output ของบอร์ด TMS320C321 DSK โดยจะต่ออยู่กับขา I/O ของชิป TLC32040
- ชิป TLC32040 จะทำหน้าที่เป็น A/D และ D/A ของบอร์ด TMS320C31 DSK
- ชิป TMS320C31 เป็นตัวประมวลผลขนาด 32 บิต แบบจุดทศนิยมลอย (Floating point)
- Voltage regulators ของบอร์ด DSK สามารถใช้ไฟ 7-12 Vdc หรือ 6-9 Vac โดยไฟ DC และ AC จะต้องผ่าน IC Regulator เบอร์ LM7805 และ LM7905 ซึ่งจะได้อไฟ DC +5V และ -5V ตามลำดับ ไฟ DC ที่ได้จะใช้เลี้ยงอุปกรณ์ต่างๆภายในบอร์ดตลอดเวลาที่บอร์ดยังทำงานอยู่
- XDS emulator port เป็น Header ขนาด 12 Pin (JP1) ใช้สำหรับการ Upgrade โปรแกรม XDS debugger ในอนาคต

จากที่กล่าวมาข้างต้นสามารถแสดงเป็นรูปบล็อกไดอะแกรมได้ ดังรูปภาคผนวกที่ 2



รูปภาคผนวกที่ ก.2 บล็อกไดอะแกรมของบอร์ดประมวลผลสัญญาณเชิงเลข

TMS320C31 DSP Starter Kit

## 2. คุณสมบัติของบอร์ดประมวลผลสัญญาณเชิงเลข TMS320C31 DSP Starter Kit

- ใช้ชิป TMS320C31 เป็นตัวประมวลผลขนาด 32 บิต แบบ Floating Point
- ใช้เวลาในการประมวลผลคำสั่ง 40ns ต่อ 1 คำสั่ง หรือ 50 MFLOP และ 25 MIPS

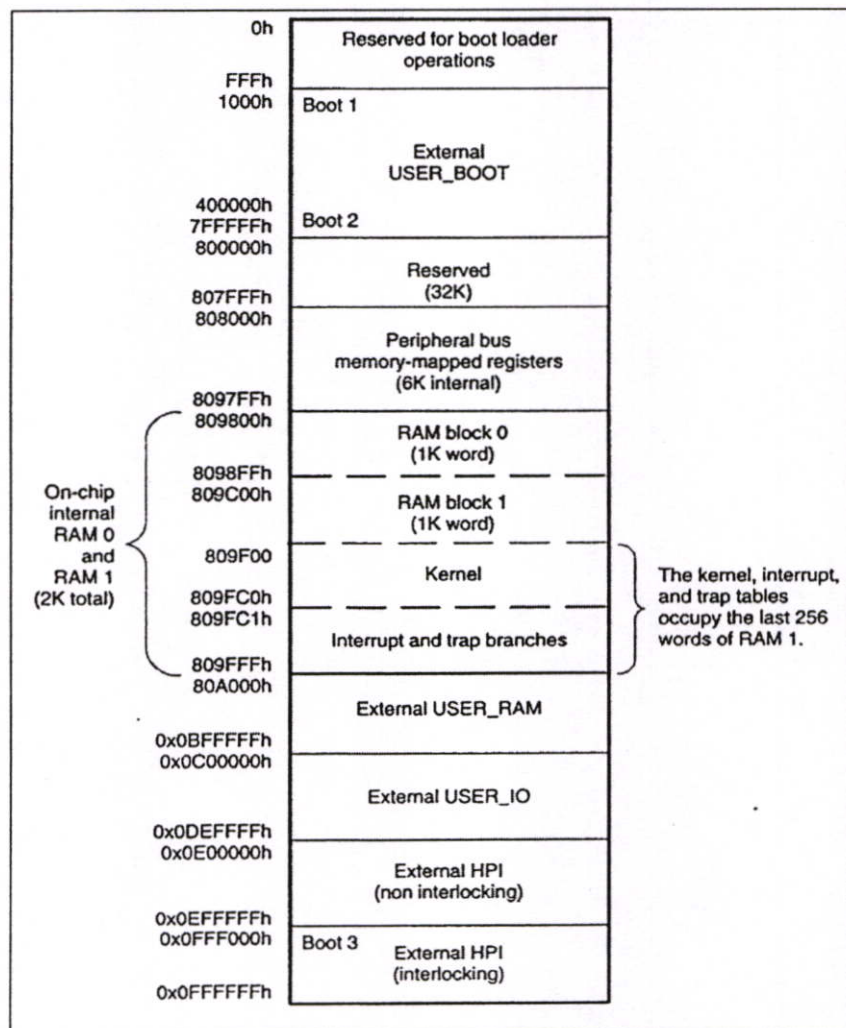
MFLOP : Million Floating-point Intention Per Second

MIPS : Million Intention Per Second

- บอร์ดประมวลผลสัญญาณเชิงเลข TMS320C31 DSK สามารถสื่อสารกับคอมพิวเตอร์ได้โดยใช้พอร์ตขนานของพรินเตอร์หรือใช้ Host ของคอมพิวเตอร์
- ใช้ชิป TLC32040 ขนาด 14 บิต อัตราการสุ่มสัญญาณ 20,000 ครั้งต่อวินาที
- ใช้ RCA Jack เป็น Jack มาตรฐานสำหรับการต่อสายสัญญาณ Analog input และ Analog output

### 3. การจัดหน่วยความจำบนบอร์ดประมวลผลสัญญาณเชิงเลข TMS320C31 DSP Starter Kit

บอร์ดประมวลผลสัญญาณเชิงเลข TMS320C31 DSK ได้จัดแบ่งหน่วยความจำให้อยู่ในโหมด Microcomputer/Boot loader ดังรูปภาคผนวกที่ 3



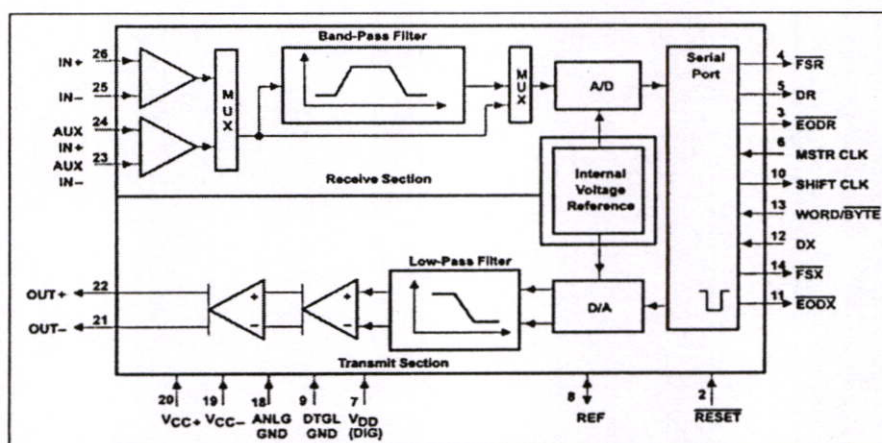
รูปภาคผนวกที่ 3 การจัดแบ่งหน่วยความจำในโหมด Microcomputer/Boot loader ของบอร์ดประมวลผลสัญญาณเชิงเลข TMS320C31 DSP Starter Kit

### 4. วงจรอินเทอร์เฟซสัญญาณอนาลอก TLC32040

TLC32040 เป็นชิป Analog Interface Circuit (AIC) ที่ใช้เชื่อมต่อกับชิป TMS320C31 ในการทำงานประมวลผลด้าน DSP โดยมีลักษณะดังนี้คือ

- ใช้เทคโนโลยีการผลิต Advanced LinCMOS
- ความละเอียดของ ADC และ DAC เป็น 14 บิต
- สามารถเปลี่ยนอัตราการสุ่มสัญญาณของ ADC และ DAC ได้ถึง 20,000 ครั้ง/วินาที
- มี Switched capacitor antialiasing input filter และ Output reconstruction filter
- มีพอร์ทอนุกรมสำหรับติดต่อโดยตรงกับ TMS320C11, TMS320C17, TMS320C20, TMS320C25 Digital signal processing
- สามารถปรับอัตราการแปลงของ ADC และ DAC ได้โดยใช้โปรแกรมควบคุม

ฟังก์ชันไดอะแกรม ดังรูปภาคผนวกที่ 4



รูปภาคผนวกที่ ก.4 ฟังก์ชันไดอะแกรมของชิป TLC32040

## 5. การควบคุมวงจรมอดอลอินเทอร์เฟส

การส่งผ่านข้อมูลในวงจรมอดอลอินเทอร์เฟส (AIC) จะกระทำกันในรีจิสเตอร์สำหรับการรับข้อมูล (Data Receive: DR) และรีจิสเตอร์สำหรับการส่งข้อมูล (Data Transmit: DX) รีจิสเตอร์ทั้ง 2 จะทำการส่งข้อมูลในแบบอนุกรม ในการควบคุมรีจิสเตอร์การส่งผ่านข้อมูลของ AIC จะใช้บิตล่าง 2 บิต (LSBs) เป็นตัวกำหนดการติดต่อเมื่อบิตทั้ง 2 มีค่าเป็น 0 จะเป็นการส่งผ่านแบบปกติเมื่อบิตทั้ง 2 มีค่าเป็น 1 จะเป็นการติดต่อระดับ 2 การควบคุมการติดต่อระดับ 2 นี้ AIC จะยอมให้ส่งผ่านข้อมูลครั้งแรกก่อน

รีจิสเตอร์ A และ B บน AIC จะเป็นตัวควบคุมการทำงานของ AIC โดยรีจิสเตอร์ A ประกอบด้วย TA, RA และเครื่องหมายที่ใช้ควบคุมตัวกรอง (Represent filter control) รีจิสเตอร์ B จะประกอบด้วย TB, RB และเครื่องหมายที่ใช้ควบคุม A/D และ D/A รีจิสเตอร์เหล่านี้เป็นส่วนหนึ่งของการตั้งค่าเวลาภายใน

ตำแหน่งบิตที่ใช้สำหรับควบคุมการส่งและรับของรีจิสเตอร์ TA และ RA เป็น

บิต 0-1	—————→	0, 0
บิต 2-6	—————→	RA
บิต 7-8	—————→	don't care (x)
บิต 9-13	—————→	TA
บิต 14-15	—————→	don't care (x)

ตำแหน่งบิตที่ใช้สำหรับควบคุมการส่งและรับของรีจิสเตอร์ TB และ RB เป็น

บิต 0-1	—————→	0, 1
บิต 2-7	—————→	RB
บิต 8	—————→	don't care (x)
บิต 9-14	—————→	TB
บิต 15	—————→	don't care (x)

AIC สามารถกำหนดค่าความถี่สุ่มและค่าแบนด์วิด โดยการ ใช้การติดต่อดระดับ 2 โดยให้ตั้งค่าเป็น 1 ใน 2 บิตแรก (LSBs) ทำให้การติดต่อดระดับ 2 มีค่าเหมือนการติดต่อดระดับ 1 ลำดับข้อมูลจะถูกโหลดจากรีจิสเตอร์ส่งข้อมูลพอร์ตอนุกรม และเซต LSBs ทั้ง 2 เป็น 1 สำหรับการติดต่อดระดับ 2 ในแต่ละครั้งมีดังนี้

1. 0x3 (3h) ใช้เรียกการติดต่อดระดับ 2
2. ค่าที่รีจิสเตอร์ A
3. 0x3 เรียกการติดต่อดระดับ 2 ครั้งที่ 2
4. ค่าที่รีจิสเตอร์ B
5. 0x3 เรียกการติดต่อดระดับ 2 ครั้งที่ 3
6. ค่าที่เซตรีจิสเตอร์ควบคุม

สามารถหาค่า A และ B เพื่อออกแบบค่าความถี่สุ่มและค่าแบนด์วิด (BW)

#### 6. การคำนวณหาค่า A และ B เพื่อออกแบบค่าความถี่สุ่มและค่าแบนด์วิด

บอร์ดประมวลผลสัญญาณเชิงเลข TMS320C31 DSK มี Input Clock (CLKIN) เป็น 50 MHz สามารถกำเนิดความถี่สัญญาณนาฬิกาสูงสุด (Timer Frequency) เป็น  $MCLK = (CLKIN/4) = 12.5$  MHz ซึ่งสูงกว่า Master clock frequency ของ AIC ที่มีค่าเท่ากับ 10 MHz AIC master clock

(MCLK) ที่เข้ามาสามารถวัดสัญญาณได้จากขา 8 ใน JP1 สัญญาณสูงสุดที่ได้จาก AIC สามารถหาได้จาก Input clock หารด้วย 8 หรือ

$$MCLK = CLKIN/8 = (50 \text{ MHz} / 8) = 6.25 \text{ MHz}$$

Switched – Capacitor filter frequency (SCF) เป็นความสัมพันธ์จากรีจิสเตอร์การส่งของ A

$$SCF = MCLK / (2 \times TA) \quad (1)$$

และความถี่สุ่มเป็นความสัมพันธ์จาก การส่งค่าในรีจิสเตอร์ของ A และ B

$$F_s = MCLK / (2 \times TA \times TB) \quad (2)$$

Input filter bandwidth หรือ Cutoff frequency ตั้งค่าที่ 3600 MHz สำหรับ SCF ที่ 288 kHz ค่า SCF ใหม่จะได้ค่า BW นำไปคำนวณในตัวอย่าง และหาค่า A และ B เพื่อไปตั้งค่า AIC

### 6.1 ออกแบบ $F_s = 8 \text{ kHz}$

การออกแบบ Cutoff frequency ของ Input antialiasing filter เป็น 3600 Hz ที่ SCF 288 kHz จากสมการที่ (1)

$$\begin{aligned} TA &= MCLK / (2 \times SCF) = 6.25 \text{ MHz} / (2 \times 288 \text{ kHz}) \\ &= 10.85 \approx 11 = (01011)_2 \end{aligned} \quad (3)$$

จากสมการที่ (2)

$$\begin{aligned} TB &= MCLK / (2 \times TA \times F_s) \\ &= 6.25 \text{ MHz} / (2 \times 11 \times 8000) \\ &= 35.51 \approx 36 = (100100)_2 \end{aligned}$$

จากสมการที่ (3) จะได้ SCF (ปฏิบัติ) เป็น

$$\begin{aligned} SCF &= 6.25 \text{ MHz} / (2 \times TA) \\ &= 284.09 \text{ kHz} \end{aligned}$$

Cutoff frequency หรือ Input filter bandwidth

$$\begin{aligned} \text{BW} &= 3600 \text{ (New SCF / Set SCF)} \\ &= 3600(284.09 \text{ KHz} / 288 \text{ KHz}) \\ &= 3551.14 \text{ Hz} \end{aligned}$$

จะได้ความถี่สุ่มเป็น

$$\begin{aligned} F_s &= 6.25 \text{ MHz} / (2 \times \text{TA} \times \text{TB}) \\ &= 6.25 \text{ MHz} / (2 \times 11 \times 36) \\ &= 7891.41 \text{ Hz} \end{aligned}$$

จากสมการที่ (3) จะได้ตำแหน่งบิตที่ใช้ ในการรีจิสเตอร์ควบคุม และตั้งค่า  $\text{TA} = \text{RA}$  ซึ่ง  $\text{TA}$  มี 5 บิต,  $\text{TB}$  มี 6 บิต และ  $\text{xx}$  จะไม่สนใจ (don't care) เช่น

$$\begin{array}{c|c|c|c} 00 & 01011 & 00 & 01011 & 00 \\ \hline \text{xx} & \text{TA} & \text{xx} & \text{RA} & \end{array} \quad \Rightarrow \quad 162\text{Ch}$$

แยกบิตที่จะนำไปใช้เป็น 4 กลุ่ม โดยค่า  $\text{A} = 162\text{Ch}$   $\text{TB} = \text{RB}$  ก็เช่นเดียวกัน

$$\begin{array}{c|c|c|c} 0 & 100100 & 0 & 100100 & 10 \\ \hline x & \text{TB} & x & \text{RB} & \end{array} \quad \Rightarrow \quad 4892\text{h}$$

## 6.2 ออกแบบ $F_s = 10 \text{ kHz}$

ใช้ Cutoff frequency หรือ BW สำหรับ Input antialiasing filter เหมือนกับ  $F_s = 8 \text{ kHz}$ ,  $\text{TA} = 11$  จะได้

$$\begin{aligned} \text{TB} &= 6.25 \text{ MHz} / (2 \times 11 \times 10000) \\ &= 28.41 \approx 28 = (011100)_6 \end{aligned}$$

ความถี่สุ่มเป็น

$$F_s = 6.25 \text{ MHz} / (2 \times \text{TA} \times \text{TB})$$

$$= 6.25 \text{ MHz} / (2 \times 11 \times 28)$$

$$= 10146 \text{ Hz}$$

ค่า B ได้

$$\begin{array}{c} 0|011100|0|011100|10 \\ x| \text{TB} |x| \text{RB} | \end{array} \quad \longrightarrow \quad 3872h$$

หรือ B = 3872h

### 6.3 ออกแบบ $F_s = 20 \text{ kHz}$

ออกแบบ BW = 8000 Hz จาก

$$BW = 3600 (\text{New SCF} / \text{Set SCF})$$

ค่า Switched – Capacitor filter frequency ค่าใหม่เป็น

$$SCF = 8000(288 \text{ K}) / 3600 = 640 \text{ KHz}$$

ค่า TA และ TB เป็น

$$TA = 6.25 \text{ MHz} / (2 \times 640 \text{ k})$$

$$= 4.88 \approx 5 = (00101)_2$$

$$TB = 6.25 \text{ MHz} / (2 \times 5 \times 20000)$$

$$= 31.25 \approx 31 = (011111)_2$$

ได้ SCF (ปฏิบัติ) เป็น

$$SCF = 6.25 \text{ MHz} / (2 \times 5) = 625 \text{ kHz}$$

ได้ Bandwidth (ปฏิบัติ) เป็น

$$BW = 3600(625 \text{ k} / 288 \text{ k})$$

$$= 7812.5 \text{ Hz}$$

ความถี่สุ่ม (ปฏิบัติ) เป็น

$$F_s = 6.25 \text{ MHz} / (2 \times 5 \times 31) = 20161.29 \text{ Hz}$$

ค่า A จะได้

$$\begin{array}{c|c|c|c} 00 & 00101 & 00 & 00101 \\ \hline xx & TA & xx & RA \end{array} \quad \longrightarrow \quad 0A14h$$

หรือ  $A = 0A14h$

$$\begin{array}{c|c|c|c} 0 & 011111 & 0 & 011111 \\ \hline x & TB & x & RB \end{array} \quad \longrightarrow \quad 3E7Eh$$

หรือ  $B = 3E7Eh$

ดังนั้นสามารถสรุปค่าของรีจิสเตอร์ที่ความถี่สุ่มแตกต่างกัน 4 ค่าดังตารางภาคผนวกที่ 1

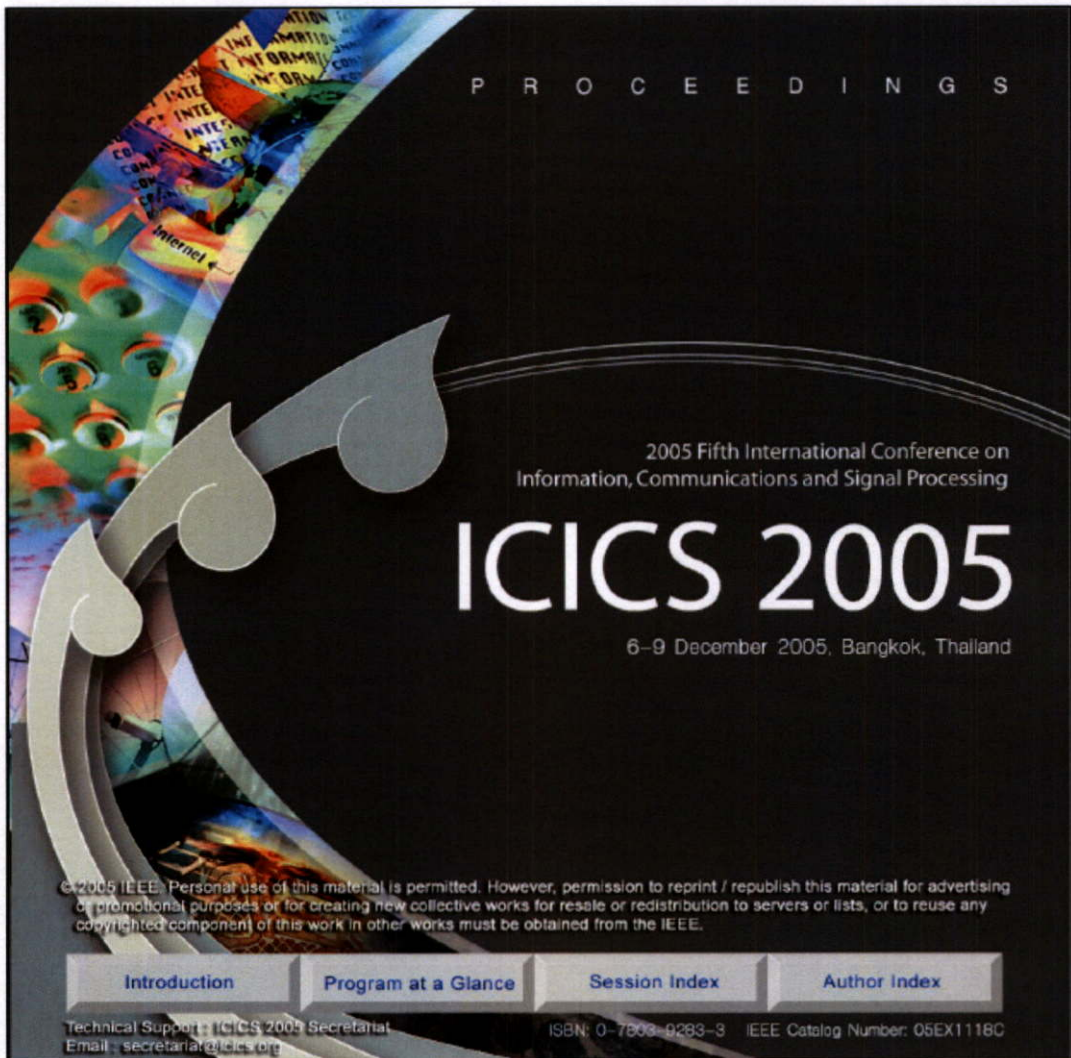
ตารางภาคผนวกที่ ก.1 ค่ารีจิสเตอร์ที่ความถี่สุ่มแตกต่างกัน 4 ค่า

$F_s$ (ออกแบบ), Hz	$F_s$ (ปฏิบัติ)	A	B
8000	7891.41	0x162C	0x4892
10000	10146	0x162C	0x3872
16000	15943	0x0E1C	0x3872
20000	20161.29	0x0A14	0x3E4E

ภาคผนวก ข.

## ผลงานวิจัยที่ได้รับการตีพิมพ์เผยแพร่

S.Yimman, S. Praesomboon, S. Klunium, S. Navarattara and K. Dejhan, “**Two-pole band-pass filter based on all-pass filter,**” Proc. The 5<sup>th</sup> IEEE International Conference on Information, Communications and Signal Processing (ICICS2005), Bangkok, Thailand, December 6-9, 2005.

The cover features a dark background with a large, stylized graphic on the left side. This graphic is a circular shape composed of several overlapping, teardrop-like segments in various colors (blue, green, orange, yellow). Inside these segments are images related to technology and communication, such as a globe, a satellite, and a network diagram. The word 'Internet' is visible in one of the segments. The overall design is modern and tech-oriented.

P R O C E E D I N G S

2005 Fifth International Conference on  
Information, Communications and Signal Processing

# ICICS 2005

6-9 December 2005, Bangkok, Thailand

©2005 IEEE. Personal use of this material is permitted. However, permission to reprint / republish this material for advertising or promotional purposes or for creating new collective works for resale or redistribution to servers or lists, or to reuse any copyrighted component of this work in other works must be obtained from the IEEE.

[Introduction](#)   [Program at a Glance](#)   [Session Index](#)   [Author Index](#)

Technical Support: ICICS 2005 Secretariat  
Email: [secretariat@icics.org](mailto:secretariat@icics.org)   ISBN: 0-7803-9283-3   IEEE Catalog Number: 05EX1118C

# Two-Pole Band-pass Filter Based on All-pass Filter

Surapun Yimman, Sukanya Praesomboon

Department of Industrial Physic & Medical Instrumentation,  
King Mongkut's Institute of Technology North Bangkok  
IMI, KMITNB  
Bangkok, Thailand  
[svm\\_imi@yahoo.com](mailto:svm_imi@yahoo.com)

Suparee Navarattara

Faculty of Engineering and Research Center for Communication  
and Information Technology,  
King Mongkut's Institute of Technology Ladkrabang,  
KMITL  
Bangkok, Thailand  
[ki\\_nkivy@yahoo.com](mailto:ki_nkivy@yahoo.com)

Sawitree Klunium

Faculty of Engineering and Research Center for Communication  
and Information Technology,  
King Mongkut's Institute of Technology Ladkrabang,  
KMITL  
Bangkok, Thailand

Kobchai Dejhan

Faculty of Engineering and Research Center for Communication  
and Information Technology,  
King Mongkut's Institute of Technology Ladkrabang,  
KMITL  
Bangkok, Thailand  
[kobchai@telecom.kmitl.ac.th](mailto:kobchai@telecom.kmitl.ac.th)

**Abstract** - This paper proposes the new two-pole band-pass filter design principle for the all-pass filter and notch filter by applying the least square. The first step is to design notch filter by using pole-zero placement and then modify pole positions to control pass-band filter gain to ensure the symmetry with the maximum gain at the target level. After that, there is the design of all-pass filter with pole at the same positions as the notch filters to make the negative cascade with the designed notch filter to get the transfer function with band-pass filter magnitude response. The results from the experiments on MATLAB have shown the two-pole band-pass filter of the new design with the accurate and symmetric gain.

**Keywords** - all-pass filter, notch filter, two-pole, band-pass filter

## I. INTRODUCTION

It is extensive applications of the band-pass filter in the communication system while the filter design can be either analog or digital design. The analog filter design suffers from the inability to come up with the filters with very narrow bandwidth and the filter accuracy subjects to the accuracy of electronic instruments and other natural parameters. The digital filter design can be either FIR or IIR. FIR filter design also has the limitation on the filter with very narrow bandwidth. On the other hand, IIR filter has two alternatives to be chosen as follows: 1) Changing analog filter into digital IIR filter suffers from the inherent limitation of analog filter even though the parameters from electronic instruments are no longer serious problems on filter design [1], and 2) Pole-zero placement design of IIR filter which have two choices of zero placement, either at the origin or the edge at 0 and  $\pi$ . However, this pole-zero placement design has suffered from the uncontrollable gain of the center frequency and the undesirable change on the center frequency from changing the bandwidth value or the change on the distance between pole positions and the origin [2]. This article is proposes the new design principle for the IIR two-pole band-pass filter to control the filter gain in the pass-band section and to change the filter bandwidth without the undesirable changes on the center frequency. The new design is to find the transfer function of the two-pole band-pass filter

from notch filter and the all-pass filter cascaded in negative formation along with the least square estimation technique.

## II. PREVIOUS DESIGN

There are two choices for the two-pole band-pass filter design by pole-zero placement described as follows [2]:

1) Defining the zero position at the origin as shown in Fig. 1 with the transfer function as shown in (1).

$$H(z) = \frac{G(1-r)\sqrt{1+r^2-2r\cos 2\omega_0}}{1-2r\cos \omega_0 z^{-1} + r^2 z^{-2}} \quad (1)$$

Where  $G$  is the gain at the center frequency  
 $\omega_0$  is the center frequency

The transfer function from (1) can be applied to calculate the magnitude response at the center frequency to 0.2 any positions of  $r$  as shown in Fig. 2.

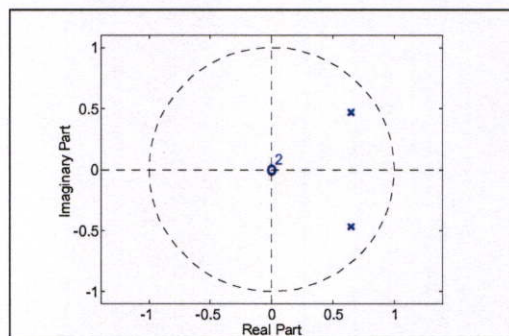
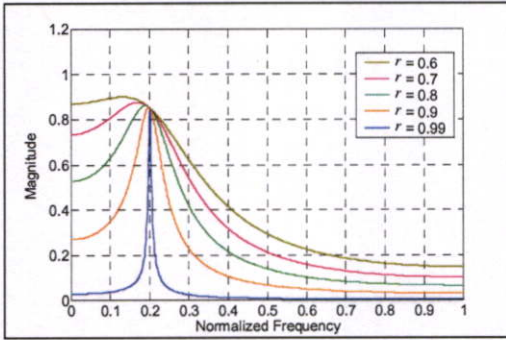
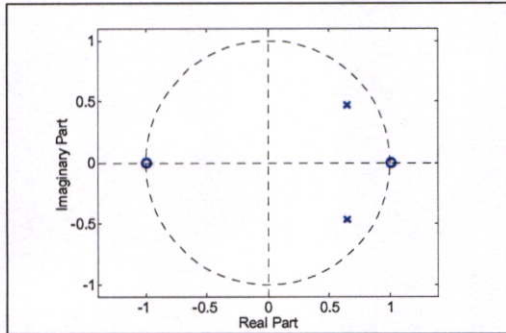
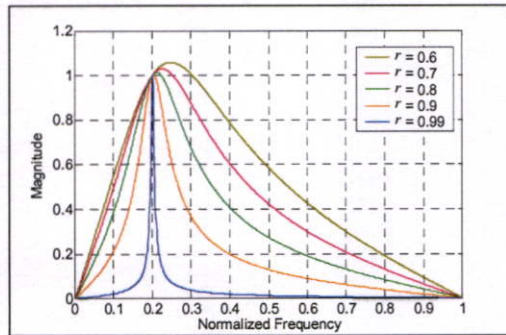


Figure 1. Pole-zero placement with zeros at the origin

Figure 2. Magnitude responses at  $\omega_0 = 0.2\pi$  with any positions of  $r$ Figure 3. The Pole-zero placement with zero at 0 and  $\pi$ Figure 4. Magnitude responses at  $\omega_0 = 0.2\pi$  with any positions of  $r$ 

2) Define the zero position at 0 and  $\pi$  (Nyquist frequency) as shown in Fig. 3 and the corresponding transfer function as shown in (2).

$$H(z) = b_0 \frac{1 - z^{-2}}{1 - 2r \cos \omega_0 z^{-1} + r^2 z^{-2}} \quad (2)$$

Where

$$b_0 = \frac{G(1-r)\sqrt{1+r^2-2r\cos 2\omega_0}}{\sqrt{2(1-\cos 2\omega_0)}}$$

From (2), define the center frequency to 0.2 at any positions of  $r$  and the magnitude response will be as shown in Fig. 4.

The results from Fig. 2 and Fig. 4 have shown that the positions of the center frequency are not at the exact positions as designed. In Fig. 2 cannot control the gain at zero frequency and nyquist but in Fig. 4 is not possible to control the gain according to the specifications.

### III. PROPOSED DESIGN

#### A. IIR Notch Filter

The frequency response of IIR notch filter can be described as shown in (3) while the transfer function of the IIR notch filter can be described as shown in (4) [2-4].

$$H(e^{j\omega_0}) = \begin{cases} 0, & \omega_0 \\ 1, & \text{otherwise} \end{cases} \quad (3)$$

$$H_N(z) = \frac{1 - 2 \cos \omega_0 z^{-1} + z^{-2}}{1 - 2r \cos \omega_0 z^{-1} + r^2 z^{-2}} \quad (4)$$

Where:  $H_N(z)$  is the transfer function of IIR notch filter  
 $\omega_0$  is the pole-zero angle on z-plane which is the center frequency  
 $r$  is the distance between the pole and the origin

The pole-zero placement on z-plane from (4) can be shown in Fig. 5.

Figure 5 shows the angle of poles and zeros at the same positions while the results from defining  $\omega_0 = 0.2\pi$  and  $r = 0.6, 0.7, 0.8, 0.9$  and  $0.99$  shown as the magnitude response with asymmetric pass-bands and uncontrollable gain according to the specifications in Fig. 6. Therefore, it is necessary to change the pole positions to the more appropriated positions while calculating the coefficients to control the gain as shown in Equations (5) to (7) and the magnitude responses after the modification of pole positions will become as shown in Fig. 7.

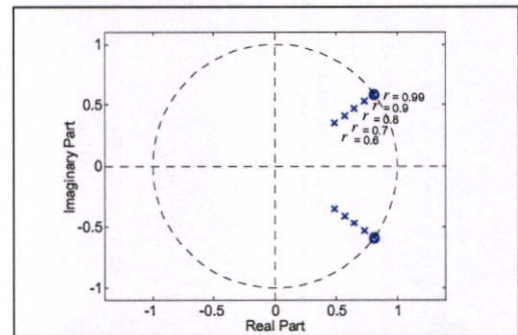


Figure 5. Pole-zero plot of the IIR notch filter from the previous design [4]

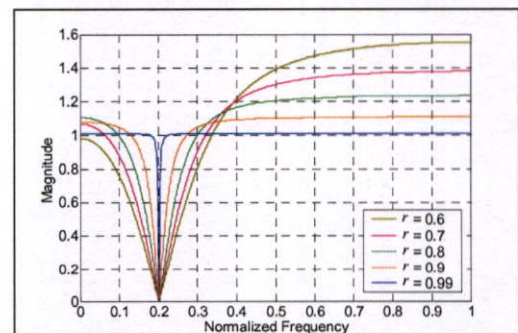


Figure 6. Magnitude responses of IIR notch filter from the previous Design [4]

$$\hat{H}_N(z) = k \frac{1 - 2 \cos \omega_0 z^{-1} + z^{-2}}{1 - 2r \cos \hat{\omega}_0 z^{-1} + r^2 z^{-2}} \quad (5)$$

$$\hat{\omega}_0 = \cos^{-1} \left[ \frac{1+r^2}{2r} \cos \omega_0 \right] \quad (6)$$

$$k = \frac{1}{k_1} = \frac{1}{k_2} \quad (7)$$

Define

$$k_1 = \left[ \frac{1 - 2 \cos \omega_0 e^{-j0} + e^{-2j0}}{1 - 2r \cos \hat{\omega}_0 e^{-j0} + r^2 e^{-2j0}} \right] \text{ and}$$

$$k_2 = \left[ \frac{1 - 2 \cos \omega_0 e^{-j\pi} + e^{-2j\pi}}{1 - 2r \cos \hat{\omega}_0 e^{-j\pi} + r^2 e^{-2j\pi}} \right]$$

Where

$\hat{H}_N(z)$  is the transfer function of IIR notch filter after changing the pole position

$\hat{\omega}_0$  is the pole angle after changing the pole position

$k$  is the constant coefficient of IIR notch filter

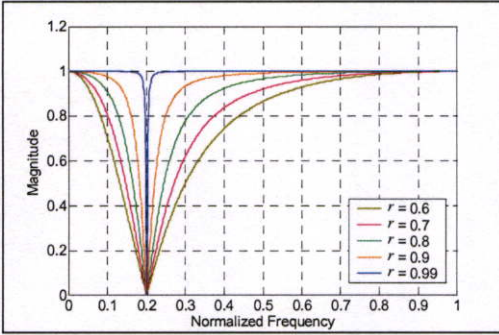


Figure 7. Magnitude responses of the IIR notch filter after changing the pole positions and controlling the gain [4]

### B. All-pass Filter

The transfer function of the all-pass filter can be described as equation shown in (8) [5-6].

$$A(z) = \frac{r^2 - 2r \cos \omega_0 z^{-1} + z^{-2}}{1 - 2r \cos \omega_0 z^{-1} + r^2 z^{-2}} \quad (8)$$

It is necessary to design the all-pass filter with the pole positions identical with the pole positions of the notch filter to construct the

$$H(z) = G \left[ \left[ \frac{r^2 - 2r \cos \hat{\omega}_0 z^{-1} + z^{-2}}{1 - 2r \cos \hat{\omega}_0 z^{-1} + r^2 z^{-2}} \right] - \left[ k \frac{1 - 2 \cos \omega_0 z^{-1} + z^{-2}}{1 - 2r \cos \hat{\omega}_0 z^{-1} + r^2 z^{-2}} \right] \right]$$

$$H(z) = G \left[ \frac{(r^2 - k) - 2(r \cos \hat{\omega}_0 - k \cos \omega_0) z^{-1} + (1 - k) z^{-2}}{1 - 2r \cos \hat{\omega}_0 z^{-1} + r^2 z^{-2}} \right] \quad (10)$$

$$H(z) = \frac{((0.6)^2 - k) - 2(0.6 \cos(0.2\pi + \phi) - k \cos(0.2\pi)) z^{-1} + (1 - k) z^{-2}}{1 - 2(0.6) \cos(0.2\pi + \phi) z^{-1} + (0.6)^2 z^{-2}} \quad (13)$$

two-pole band-pass filter so the modified (8) for the transfer function of all-pass filter after changing the pole position can be seen as (9).

$$\hat{A}(z) = \frac{r^2 - 2r \cos \hat{\omega}_0 z^{-1} + z^{-2}}{1 - 2r \cos \hat{\omega}_0 z^{-1} + r^2 z^{-2}} \quad (9)$$

### C. Two-pole Band-pass Filter Designs

After that, the researchers have cascade (5) and (9) in negative form as the diagram in Fig. 8 and the transfer function of the two-pole band-pass filter can be described as (10).

$$H(z) = G [\hat{A}(z) - \hat{H}_N(z)]$$

Where

$$b_0 = (r^2 - k), \quad b_1 = -2(r \cos \hat{\omega}_0 - k \cos \omega_0)$$

$$b_2 = (1 - k), \quad a_1 = -2r \cos \hat{\omega}_0, \quad a_2 = r^2$$

## IV. DESIGN EXAMPLE

Define the cutoff frequency  $\omega_0 = 0.2\pi$ ,  $G = 1$  and  $r = 0.6$

*Step I*: Design notch filter from (5) to (7) to obtain the result as the transfer function shown in (11).

$$\hat{H}_N(z) = k \frac{1 - 2 \cos(0.2\pi) z^{-1} + z^{-2}}{1 - 2(0.6) \cos(0.2\pi + \phi) z^{-1} + (0.6)^2 z^{-2}} \quad (11)$$

$$\phi = -0.0693055\pi$$

$$k = 0.68$$

*Step II*: Design all-pass filter by applying (9) to get the transfer function shown in (12).

$$\hat{A}(z) = \frac{(0.6)^2 - 2(0.6) \cos(0.2\pi + \phi) z^{-1} + z^{-2}}{1 - 2(0.6) \cos(0.2\pi + \phi) z^{-1} + (0.6)^2 z^{-2}} \quad (12)$$

*Step III*: Calculate the transfer function of the two-pole band-pass filter by applying the expressions from (10) to (12) to get the transfer function shown in (13).

## V. THE EXPERIMENT RESULTS

Define the center frequency  $\omega_0 = 0.1\pi, 0.2\pi, 0.3\pi, 0.4\pi, 0.5\pi, 0.6\pi, 0.7\pi, 0.8\pi$  while the pole radius  $r = 0.6, 0.7, 0.8, 0.9, 0.99$  and then apply these parameters into the transfer function of the calculated two-pole band-pass filter to get the filter coefficients as shown in Table I with the magnitude response and the pole-zero plot as shown from Fig. 9 to Fig. 16.

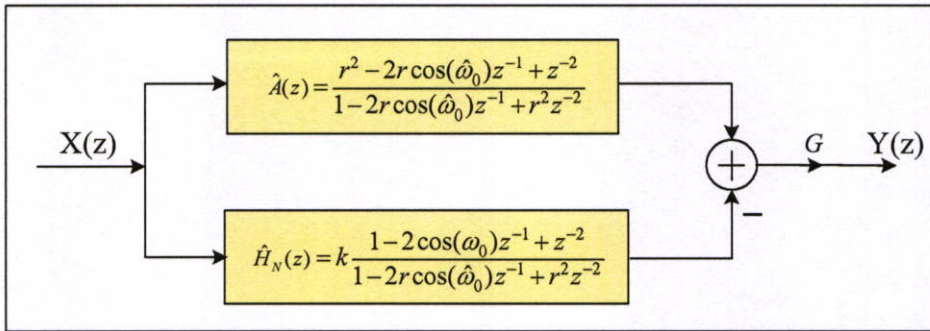


Figure 8. The negative cascade of allpass filter and notch filter

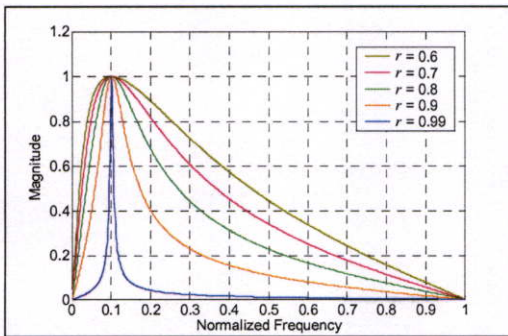


Figure 9. Magnitude responses at  $\omega_0 = 0.1\pi$ ,  $G = 1$

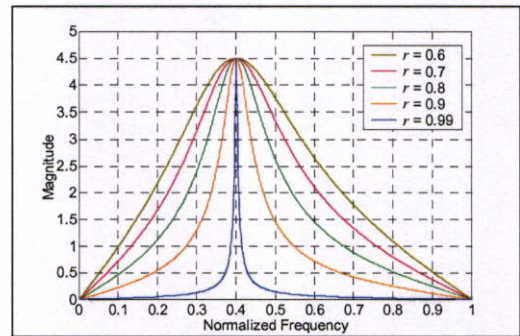


Figure 12. Magnitude responses at  $\omega_0 = 0.4\pi$ ,  $G = 4.5$

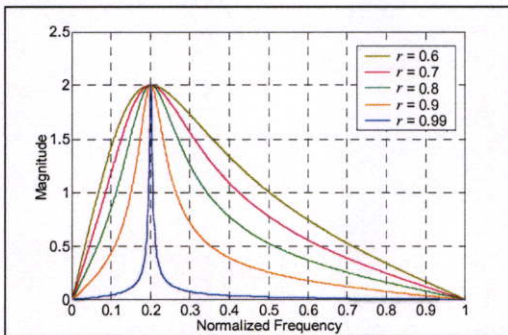


Figure 10. Magnitude responses at  $\omega_0 = 0.2\pi$ ,  $G = 2$

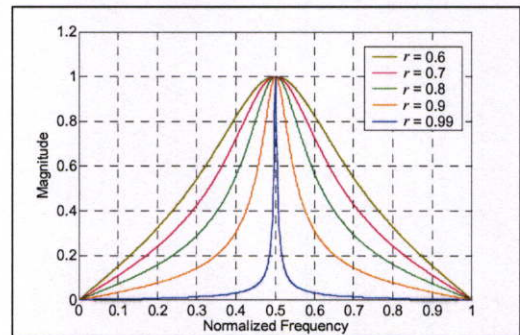


Figure 13. Magnitude responses at  $\omega_0 = 0.5\pi$ ,  $G = 1$

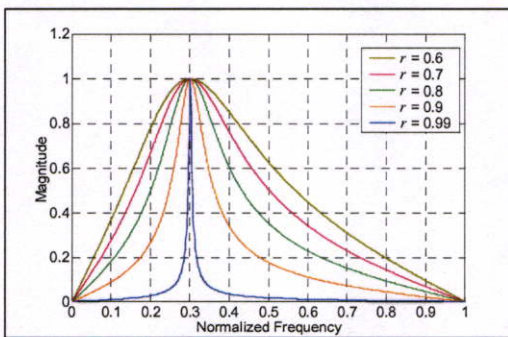


Figure 11. Magnitude responses at  $\omega_0 = 0.3\pi$ ,  $G = 1$

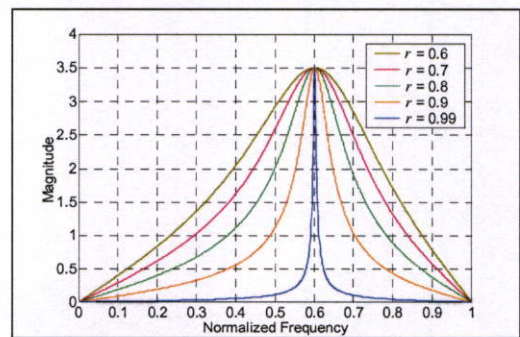


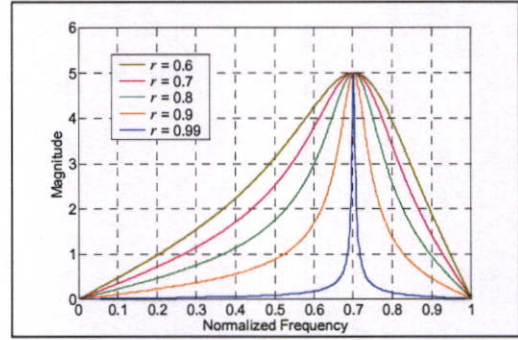
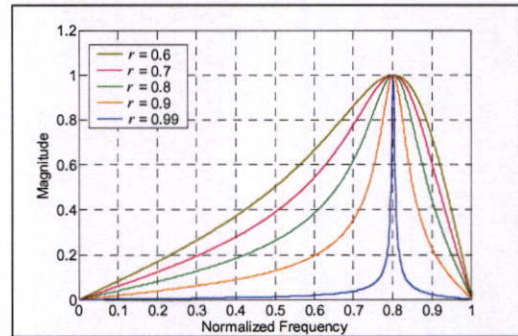
Figure 14. Magnitude responses at  $\omega_0 = 0.6\pi$ ,  $G = 3.5$

TABLE I. TWO-POLE BAND-PASS FILTER COEFFICIENTS

$r$	$\omega_0(\pi)$	$G$	$b_0$	$b_1$	$b_2$	$a_1$	$a_2$
0.6	0.1	1	-0.32	0	0.32	-1.2934368	0.36
	0.2	2	-0.64	0	0.64	-1.1002631	0.36
	0.3	1	-0.32	0	0.32	-0.7993879	0.36
	0.4	4.5	-1.44	0	1.44	-0.4202631	0.36
	0.5	1	-0.32	0	0.32	0.0000000	0.36
	0.6	3.5	-1.12	0	1.12	0.4202631	0.36
	0.7	5	-1.6	0	1.6	0.7993879	0.36
	0.8	1	-0.32	0	0.32	1.1002631	0.36
0.7	0.1	1	-0.255	0	0.255	-1.4170742	0.49
	0.2	2	-0.51	0	0.51	-1.2054353	0.49
	0.3	1	-0.255	0	0.255	-0.8758000	0.49
	0.4	4.5	-1.1475	0	1.1475	-0.4604353	0.49
	0.5	1	-0.255	0	0.255	0.0000000	0.49
	0.6	3.5	-0.8925	0	0.8925	0.4604353	0.49
	0.7	5	-1.275	0	1.275	0.8758000	0.49
	0.8	1	-0.255	0	0.255	1.2054353	0.49
0.8	0.1	1	-0.18	0	0.18	-1.5597327	0.64
	0.2	2	-0.36	0	0.36	-1.3267879	0.64
	0.3	1	-0.18	0	0.18	-0.9639678	0.64
	0.4	4.5	-0.81	0	0.81	-0.5067871	0.64
	0.5	1	-0.18	0	0.18	0.0000000	0.64
	0.6	3.5	-0.63	0	0.63	0.5067871	0.64
	0.7	5	-0.9	0	0.9	0.9639678	0.64
	0.8	1	-0.18	0	0.18	1.3267879	0.64
0.9	0.1	1	-0.095	0	0.095	-1.7214123	0.81
	0.2	2	-0.19	0	0.19	-1.4643208	0.81
	0.3	1	-0.095	0	0.095	-1.0638913	0.81
	0.4	4.5	-0.4275	0	0.4275	-0.5593208	0.81
	0.5	1	-0.095	0	0.095	0.0000000	0.81
	0.6	3.5	-0.3325	0	0.3325	0.5593208	0.81
	0.7	5	-0.475	0	0.475	1.0638913	0.81
	0.8	1	-0.095	0	0.095	1.4643208	0.81
0.99	0.1	1	-0.00995	0	0.00995	-1.8831870	0.9801
	0.2	2	-0.0199	0	0.0199	-1.0619346	0.9801
	0.3	1	-0.00995	0	0.00995	-1.1638736	0.9801
	0.4	4.5	-0.04475	0	0.04475	-0.6118846	0.9801
	0.5	1	-0.00995	0	0.00995	0.0000000	0.9801
	0.6	3.5	-0.03483	0	0.034825	0.6118846	0.9801
	0.7	5	-0.04975	0	0.04975	1.1638736	0.9801
	0.8	1	-0.00995	0	0.00995	1.0619346	0.9801

## VI. CONCLUSIONS

Experiment results show that the magnitude response of the two-pole band-pass filter derived from the new principle has higher accuracy than the filter derived from the previous principle. Furthermore, the changes on the bandwidth size or the change on the distance between pole and the origin has not changed the center frequency. This allowed the gain change at frequency with the gain at the target levels. The results of the new two-pole band-pass filter design would be applied in the communication system, the measurement machines and the voice quality improvement of the voice maker machines.

Figure 15. Magnitude responses at  $\omega_0 = 0.7\pi$ ,  $G = 5$ Figure 16. Magnitude responses at  $\omega_0 = 0.8\pi$ ,  $G = 1$ 

## REFERENCES

- [1] J. M. Jacob, Applications and Design with Analog Integrated Circuits: Prentice-Hall, 1993.
- [2] J. G. Proakis, and D. G. Manalakis, Digital Signal Processing Principles, Algorithms, and Applications: Prentice-Hall, 1996.
- [3] S. C. Pei, and C. C. Tseng, "IIR Multiple Notch Filter Based on Allpass Filter," IEEE Trans on Circuits and Systems, pp.133-136, 1997.
- [4] S. Yimman, W. Hinjit, S. Sriboonsong, M. Puangpool, and K. Dejhan, "IIR Notch Filter Design With Modified Pole-zero Placements Algorithm," IEEE International Symposium on Signal Processing and Information Technology, pp. 822 - 825, 2003.
- [5] P. A. Regalia, S. K. Mitra, and P. P. Vaidyanathan, "The digital all-pass filter: A versatile signal processing building block," Proc. IEEE, vol. 76, pp. 19-37, Jan. 1988.
- [6] V. Yashwant, Joshi, and S. C. Dutta Roy, "Design of IIR Multiple Notch Filter Based on All-pass Filter," IEEE Trans on Circuits and Systems, VOL.46, No.2, pp. 134-138 Feb., 1999.

## ประวัติผู้เขียน

นางสาวสุภรี นวรัตน์ธรา เกิดเมื่อวันที่ 13 เมษายน พ.ศ. 2526 ที่จังหวัดกรุงเทพมหานคร

ปี 2544 เข้าศึกษาในระดับปริญญาตรีวิทยาศาสตร์บัณฑิต สาขาฟิสิกส์อุตสาหกรรม

ภาควิชาฟิสิกส์อุตสาหกรรมและอุปกรณ์การแพทย์ คณะวิทยาศาสตร์ประยุกต์

สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าพระนครเหนือ

ปี 2548 เข้าศึกษาในระดับปริญญาโท หลักสูตรวิศวกรรมศาสตรมหาบัณฑิต

สาขาวิศวกรรมโทรคมนาคม ภาควิชาวิศวกรรมโทรคมนาคม คณะวิศวกรรมศาสตร์

สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง

ปี 2549 เข้าทำงานตำแหน่ง R&D Engineer, R&D Department

Planet Communication Asia Co.,Ltd.