

การวิเคราะห์การแพร่กระจายของลำแสงในท่อนำคลื่นแสงชนิดตัววายที่มี  
พื้นผิวสะท้อนแสงด้วยวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์

ANALYSIS OF OPTICAL BEAM PROPAGATION IN THE Y-BRANCH  
OPTICAL WAVEGUIDE WITH REFLECTING SURFACE BASED ON THE  
FINITE ELEMENT METHOD

รุชานีญา ลีพิลา  
RUCHANEEYA LEEPILA

วิทยานิพนธ์นี้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาดำเนินการตามหลักสูตรปริญญาวิศวกรรมศาสตรมหาบัณฑิต

สาขาวิชาวิศวกรรมโทรคมนาคม

บัณฑิตวิทยาลัย

สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง

พ.ศ. 2550

สำนักหอสมุดกลาง พระจอมเกล้าลาดกระบัง

การวิเคราะห์การแพร่กระจายของลำแสงในท่อนำคลื่นแสงชนิดตัววายที่มี  
พื้นผิวสะท้อนแสงด้วยวิธีไฟไนต์อีลีเมนต์

ANALYSIS OF OPTICAL BEAM PROPAGATION IN THE Y-BRANCH  
OPTICAL WAVEGUIDE WITH REFLECTING SURFACE BASED ON THE  
FINITE ELEMENT METHOD

รัชনীญา ลีพิลา

RUCHANEYYA LEEPILA

เลขหมู่.....

เลขทะเบียน.....74518.....

วัน,เดือน,ปี.....2..๓.๓..2550..

วิทยานิพนธ์นี้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตรปริญญาวิศวกรรมศาสตรมหาบัณฑิต

สาขาวิชาวิศวกรรมโทรคมนาคม

บัณฑิตวิทยาลัย

สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง

พ.ศ.2550

**ANALYSIS OF OPTICAL BEAM PROPAGATION IN THE Y-BRANCH  
OPTICAL WAVEGUIDE WITH REFLECTING SURFACE BASED ON THE  
FINITE ELEMENT METHOD**

**RUCHANEEYA LEEPILA**

**A THESIS SUBMITTED IN PARTIAL FULFILLMENT  
OF THE REQUIREMENT FOR THE DEGREE OF  
MASTER OF ENGINEERING IN TELECOMMUNICATIONS ENGINEERING  
SCHOOL OF GRADUATE STUDIES  
KING MONGKUT'S INSTITUTE OF TECHNOLOGY LADKRABANG**

**2007**

**COPYRIGHT 2007**

**SCHOOL OF GRADUATE STUDIES**

**KING MONGKUT'S INSTITUTE OF TECHNOLOGY LADKRABANG**

หัวข้อวิทยานิพนธ์	การวิเคราะห์การแพร่กระจายของลำแสงในท่อนำคลื่นแสงชนิดตัววยที่มีพื้นผิวสะท้อนแสงด้วยวิธีไฟไนต์อีลีเมนต์
นักศึกษา	นางสาวรัชนิญา ลีพิลา
รหัสนักศึกษา	45060524
ปริญญา	วิศวกรรมศาสตรมหาบัณฑิต
สาขาวิชา	วิศวกรรมโทรคมนาคม
พ.ศ.	2547
อาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์	ผศ.ดร.สุทธิชัย นพนาคีพงษ์

### บทคัดย่อ

วิทยานิพนธ์นี้นำเสนอการศึกษาวิธีวิเคราะห์การแพร่กระจายของคลื่นแสงในท่อนำคลื่นแสงด้วยวิธีไฟไนต์อีลีเมนต์บีมพรอพาเกชันกับ โครงสร้างของท่อนำคลื่นแสงชนิดตัววยที่มีมุมกว้างซึ่งเป็นอุปกรณ์ที่มีขนาดเล็กซึ่งเป็นที่ต้องการในวงจรรวมทางแสงที่มีความหนาแน่นสูงๆ อย่างมาก และในวิทยานิพนธ์นี้จะวิเคราะห์ท่อนำแสงตัววยที่มีพื้นผิวสะท้อนแสงซึ่งอุปกรณ์นี้เป็นอุปกรณ์ที่มีการสูญเสียต่ำและมีมุมขาอุปกรณ์ตัววยกว้าง และเพื่อแก้ปัญหาการแพร่ของลำแสงที่มีมุมกว้างจะใช้การประมาณแบบปาเด ในส่วนการหลีกเลี่ยงการสะท้อนจากขอบหน้าต่างการคำนวณจะใช้เงื่อนไขขอบเขตแบบโปรงใส ในวิทยานิพนธ์นี้ใช้วิธีเครงคั่นโคโลตันในการวิเคราะห์สนามไฟฟ้าในทิศทางการเคลื่อนที่ของแสง และผลการวิเคราะห์เชิงตัวเลขจะแสดงให้เห็นถึงการแพร่กระจายของสนามไฟฟ้าในท่อนำแสงชนิดตัววยที่มีพื้นผิวสะท้อนแสงนี้

<b>Thesis Title</b>	Analysis of optical beam propagation in the Y-branch optical waveguide with reflecting surface based on the finite element method
<b>Student</b>	Ms.Ruchaneeya Leepila
<b>Student ID.</b>	45060524
<b>Degree</b>	Master of Engineering
<b>Program</b>	Telecommunications Engineering
<b>Year</b>	2004
<b>Thesis Advisor</b>	Asst. Prof. Dr. Suthichai Noppanakeepong

### **ABSTRACT**

This thesis presents the analysis of optical beam propagation in optical waveguide by using the finite element beam propagation method (FE-BPM). The wide angle Y-branch waveguide, which is the small waveguide, is highly desired in the high-density integration of optical circuits. The Y-junction optical waveguide with reflecting surface is employed for the analysis. The structure achieves low-loss and wide branch angle. In order to treat a wide-angle beam propagation, Pade' approximant operator is employed. To avoid nonphysical reflection from computational window edges, a transparent boundary condition (TBC) is also employed. In this thesis use Crank-Nicholson algorithm for analyze the electric field in propagation direction. The numerical results are shown as the electric field that propagated along the Y-junction optical waveguide with reflecting surface.

## กิตติกรรมประกาศ

วิทยานิพนธ์ฉบับนี้สำเร็จได้อย่างดีด้วยคำแนะนำและคำปรึกษาจาก ผศ.ดร.สุทธิชัย นพนาถิพงษ์ ซึ่งเป็นอาจารย์ผู้ควบคุมวิทยานิพนธ์, รศ.นิภา ลีลารุจิ ซึ่งเป็นอาจารย์ผู้ควบคุมวิทยานิพนธ์ร่วม, รศ.ดร. ไกรสิน ส่วงวัฒนา, รศ.ดร.ทิพรัตน์ วงษ์เจริญและ ผศ.ดร.ทับทิม อ่างแก้ว ที่ให้คำแนะนำและคำปรึกษาให้กระจ่างด้านเนื้อหาของงานวิจัย และ รศ.อนุพงษ์ สรวงประภา ที่สนับสนุนเรื่องสถานที่ทำงานวิจัยและคำปรึกษาต่างๆ และ รศ.ดร.ปัญญา จิติมัชฌิมา และรศ.ฉกาจ ราชบุรี ที่เป็นที่ปรึกษาเรื่องการดำเนินงานวิจัย ข้าพเจ้ารู้สึกทราบบ้างในความอนุเคราะห์จากท่านอาจารย์ทุกท่านและขอขอบพระคุณเป็นอย่างสูง

I would like to express my deeply many thanks to Prof.Kunihiko Asama of Electrical and Electronic Engineering Department, Faculty of Engineering, Tokyo University of Technology, Japan, and Prof.Tetsuya Miki and Assoc.Prof.Naoto Kishi of Information and communication Engineering Department, Faculty of Engineering, University of Electro-Communications, Japan and especially Assoc.Prof.Yasuhide Tsuji of Kitami Institute of Technology, Japan for all advises and very nice support me concerning about my papers and thesis.

ขอกราบพระคุณคณาจารย์ภาควิชาวิศวกรรมโทรคมนาคม คณะวิศวกรรมศาสตร์ สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง ทุก ๆ ท่านที่ได้ประสิทธิ์ประสาทวิชาให้กับข้าพเจ้า

ขอขอบคุณสำนักวิจัยการสื่อสารและเทคโนโลยีสารสนเทศ (ReCCIT) ที่ได้สนับสนุนเครื่องมือ ตลอดจนข้อมูล และหนังสือต่างๆ ที่ใช้ในการทำวิจัย และขอขอบคุณบัณฑิตศึกษาและบัณฑิตวิทยาลัย คณะวิศวกรรมศาสตร์ที่ให้ความช่วยเหลือ ในเรื่องต่างๆ

ขอขอบคุณคุณวีระชัย ถีกสถิตย์ที่สนับสนุนการทำงานวิจัยมาโดยตลอด ขอขอบคุณคุณสมพ พงษ์แจ้ที่คอยให้คำปรึกษาด้านเทคนิค และขอบคุณเพื่อนๆ พี่ๆ น้องๆ ในภาควิชาวิศวกรรมโทรคมนาคม และภาควิชาฟิสิกส์ประยุกต์ สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง ทุกคนที่ให้คำแนะนำต่างๆ และคอยให้กำลังใจเสมอมา

สุดท้ายนี้ข้าพเจ้าขอกราบขอบพระคุณ บิดา มารดา และครอบครัวของข้าพเจ้าที่เป็นกำลังใจ และให้การสนับสนุนในทุกเรื่องๆ ทำให้ข้าพเจ้าสามารถทำวิทยานิพนธ์ฉบับนี้สำเร็จลุล่วงด้วยดี คุณค่าและประโยชน์อันพึงมาจากวิทยานิพนธ์ฉบับนี้ ข้าพเจ้าขอบอบแต่ผู้มีพระคุณทุกท่าน

รัชณีญา ลีพิลา

# สารบัญ

	หน้า
บทคัดย่อภาษาไทย.....	I
บทคัดย่อภาษาอังกฤษ.....	II
กิตติกรรมประกาศ.....	III
สารบัญ.....	IV
สารบัญตาราง.....	VII
สารบัญรูป.....	VIII
คำอธิบายสัญลักษณ์.....	XI
บทที่ 1 บทนำ.....	1
1.1 ความเป็นมาและความสำคัญของปัญหา.....	1
1.2 ความมุ่งหมายและวัตถุประสงค์ของการศึกษา.....	2
1.3 สมมติฐานของการศึกษา.....	3
1.4 ทฤษฎีหรือแนวความคิดที่ใช้ในการวิจัย.....	3
1.5 การเปรียบเทียบระหว่างวิธีการที่นำเสนอกับวิธีการแบบพื้นฐาน.....	3
1.6 ขอบเขตการวิจัย.....	4
1.7 ขั้นตอนการศึกษา.....	4
บทที่ 2 ทฤษฎีที่นำคลื่นแสง.....	5
2.1 กล่าวนำ .....	5
2.2 วงจรแสงแบบประมวล.....	5
2.3 ชนิดของท่อนำคลื่นในวงจรแสงแบบประมวล.....	6
2.4 อุปกรณ์แบ่งแยกกำลังแสง .....	11
2.4.1 ท่อนำคลื่นแสงแบบกึ่ง .....	12
2.4.2 ท่อนำคลื่นแสงชนิดตัววยที่มีพื้นผิวสะท้อนแสง.....	17
2.5 อุปกรณ์แมกเซ็นเดอร์อินเทอร์ฟีโรมิเตอร์ (Mach-Zehnder interferometer).....	20
2.6 แหล่งกำเนิดการสูญเสียในการแพร่ของแสง.....	23

## สารบัญ (ต่อ)

	หน้า
2.6.1 กลไกการสูญเสียพื้นฐาน.....	23
2.6.2 การสูญเสียจากการโค้งงอ.....	24
2.7 สรุป.....	25
<b>บทที่ 3</b> วิเคราะห์การแพร่กระจายของลำแสงในท่อนำคลื่นแสง.....	26
3.1 กล่าวนำ.....	26
3.2 วิธีบีบพรอพาเกชัน.....	26
3.2.1 การวิเคราะห์หักเหสำหรับท่อนำคลื่นแสงแบบสแลบ.....	28
3.2.2 สมการบีบพรอพาเกชัน.....	30
3.3 วิธีการไฟไนต์อีลีเมนต์.....	33
3.3.1 ขั้นตอนทั่วไปของระเบียบวิธีไฟไนต์อีลีเมนต์.....	35
3.3.2 การแปลงระบบแกน (Coordinate Transformation).....	40
3.3.3 อีลีเมนต์แบบเส้น (Line element).....	41
3.4 เงื่อนไขขอบเขตแบบโปร่งใส (Transparent Boundary Condition).....	43
3.4.1 หลักการของเงื่อนไขขอบเขตแบบโปร่งใส.....	43
3.4.2 เงื่อนไขขอบเขตแบบโปร่งใสใน FE-BPM บนท่อนำคลื่นแสง 2 มิติ.....	44
3.5 วิธีไฟไนต์อีลีเมนต์บีบพรอพาเกชัน.....	46
3.6 ขั้นตอนการวิเคราะห์สนามไฟฟ้าในอุปกรณ์ท่อนำคลื่นแสงด้วย วิธีไฟไนต์อีลีเมนต์บีบพรอพาเกชัน.....	50
3.7 สรุป.....	54
<b>บทที่ 4</b> การจำลองและผลการวิเคราะห์.....	55
4.1 กล่าวนำ.....	55
4.2 การวิเคราะห์การแพร่ของแสงในท่อนำคลื่นแสงแบบตรง.....	55
4.3 การวิเคราะห์การแพร่ของแสงในท่อนำคลื่นแสงชนิดตัววายแบบสมมาตร.....	57
4.4 การวิเคราะห์การแพร่ของแสงในท่อนำคลื่นแสงชนิดตัววายที่มีพื้นผิวสะท้อนแสง.....	59

## สารบัญ (ต่อ)

	หน้า
4.5 การปรับพารามิเตอร์สำหรับการควบคุมการแบ่งกำลังแสงของท่อนำคลื่นแสง ชนิดตัววางที่มีพื้นผิวสะท้อนแสง.....	62
4.6 การวิเคราะห์การแพร่ของแสงในอุปกรณ์แมกเซ็นเคอร์อินเทอร์ฟีโรมิเตอร์.....	65
บทที่ 5 สรุปผลการวิจัยและข้อเสนอแนะ.....	67
บรรณานุกรม.....	69
ภาคผนวก.....	71
ภาคผนวก ก.    การประมาณแบบปาเด (Padé Approximation).....	72
ภาคผนวก ข.    ผลงานวิจัยที่ได้รับการตีพิมพ์เผยแพร่.....	78
ประวัติผู้เขียน.....	87

# สารบัญตาราง

ตารางที่	หน้า
3.1 แสดงฟังก์ชันรูปร่างสำหรับอีทีเมนต์แบบเส้น และอนุพันธ์ของฟังก์ชัน.....	43

# สารบัญรูป

รูปที่	หน้า
1.1 ท่อนำคลื่นแสงชนิดต่างๆ ได้แก่ ท่อนำคลื่นแสงแบบเรียว, ท่อนำคลื่นแสงแบบกึ่ง, ท่อนำคลื่นแสงแบบโคเร็กซ์นอนอลคัปเปิลเลอร์และคัปเปิลเลอร์แบบสอง โหมด และท่อนำคลื่นแสงแบบเกรตติง ตามลำดับ (เรียงจากด้านซ้ายบน).....	1
1.2 โครงสร้างของวงจรแสงแบบประมวล.....	2
2.1 วงจรแสงแบบประมวลทั้งสามชนิดคือ (a) วงจรแสงแบบประมวลแบบผสม (b) วงจรแสงแบบประมวลแบบกึ่งผสม และ (c) วงจรแสงแบบประมวลแบบ โม โนลิติก.....	6
2.2 ท่อนำคลื่นแสงสองมิติ (a) โครงสร้างพื้นฐานของท่อนำคลื่นแสงทั่วไป (b) ท่อนำคลื่นแสงชนิดคัทซีนี้หักเหแบบขึ้นบันได (c) ท่อนำคลื่นแสงชนิดคัทซีนี้หักเหรูปมน.....	7
2.3 ท่อนำคลื่นระนาบ.....	8
2.4 ท่อนำคลื่นช่อง.....	8
2.5 อุปกรณ์แสงแบบประมวลแบบท่อนำคลื่นช่องพาสซีฟที่ทำหน้าที่แยกลำแสงที่สร้างจากการ แลกเปลี่ยนไอออนในแก้ว.....	9
2.6 ท่อนำคลื่นที่ใช้ในวงจรแสงแบบประมวลทุกวันนี้ ท่อนำคลื่นที่นิยมในทุกตัวอย่างซึ่งปกติ จะทำหน้าสัมผัสหรือฉายด้วยวิธีลิโธกราฟีหรือบางครั้งจะทำโดยตรงด้วยการเขียนด้วยลำ อิเล็กตรอน.....	10
2.7 โครงสร้างพื้นฐานของท่อนำคลื่นแสงแบบกึ่ง โหมดเดียว (a) ท่อนำคลื่นแสงแบบสองกึ่งหรือชนิดตัววยที่สมมาตร, (b) ท่อนำคลื่นแสงแบบสองกึ่งหรือชนิดตัววยที่ไม่สมมาตร, (c) ท่อนำคลื่นแสงแบบสามกึ่ง และ (d) ท่อนำแสงแบบเข้าหนึ่งออกสี่กึ่ง.....	12
2.8 ท่อนำคลื่นแสงแบบกึ่ง โหมดเดียว (a) โครงสร้างท่อนำคลื่นแสงแบบกึ่ง และ (b) แบบจำลองที่นำมาวิเคราะห์.....	13
2.9 กำลังเอาต์พุตกับมุมระหว่างกึ่งของท่อนำคลื่นแสงลิเทียมไนโอเบตที่เจือด้วยไททาเนียม ซึ่งเป็นท่อนำคลื่นแสงแบบกึ่ง โหมดเดียว เมื่อมี $\lambda = 0.6328$ ไมโครเมตร, $W = 4$ ไมโครเมตร, $\Delta n = 5 \times 10^{-3}$ และ $d = 2$ ไมโครเมตร.....	15

## สารบัญญรูป (ต่อ)

รูปที่	หน้า
2.10 ท่อนำคลื่นที่มีมุมโค้งงอ.....	16
2.11 การรวมกันและการแทรกสอดของโหมดการนำที่จุดแยกกิ่งของอุปกรณ์ เมื่อสมมติให้ $E_s^2 = E_0^2 = 1$ (a) กรณีที่โหมดการนำตกกระทบที่กิ่ง A เท่านั้น, (b) กรณีที่โหมดการนำสองโหมดที่มีแอมพลิจูดเท่ากันและตกกระทบเฟสเดียวกันที่ทั้งสองกิ่ง, (c) กรณีที่โหมดการนำตกกระทบกิ่งทั้งสองของอุปกรณ์มีเฟสตรงกันข้ามกัน.....	16
2.12 โครงสร้างของท่อนำคลื่นแสงชนิดตัววย (a) ที่มีรูปทรงเป็นเส้นตรง, (b) ที่มีรูปทรงเป็นรูปตัวเอสซ็อนทับกับตัวเอสกับค้ำน และ (c) แบบที่มีพื้นผิวสะท้อนแสง.....	19
2.13 ความเข้มของลำแสงการนำของท่อนำคลื่นแสงชนิดตัววยที่มีพื้นผิวสะท้อนแสงโดยที่ (a) $\theta < \theta_c$ , (b) $\theta > \theta_c$ .....	20
2.14 แสดงโครงสร้างของอุปกรณ์แมกเซินเดอร์อินเทอร์ฟีโรมิเตอร์.....	21
2.15 ท่อนำแสงแมกเซินเดอร์ที่มีอิเล็กโทรดสำหรับมอดูเลต (modulation electrode).....	22
2.16 การสูญเสียจากการแผ่พลังงาน (radiation loss) ที่ท่อนำคลื่นโค้งงอ.....	24
3.1 (a) รูปวงแหวนที่มีรูปทรงเรขาคณิตที่ไม่ปกติและองค์ประกอบที่ไม่เป็นเนื้อเดียวกัน (b) ระบบที่ขาดต่อการออกแบบคำตอบที่หาจากผลต่างสืบเนื่อง เนื่องจากความจริงที่มีการประมาณที่ซับซ้อนที่ต้องการขอบเขตของระบบและที่ขอบเขตระหว่างพื้นที่ขององค์ประกอบที่แตกต่างกัน (c) การแบ่งไฟไนต์อีลีเมนต์ที่เหมาะสมสำหรับระบบนี้.....	34
3.2 ตัวอย่างอีลีเมนต์ที่ใช้ใน (a) หนึ่งมิติ (b) สองมิติ และ (c) สามมิติ.....	35
3.3 (a) อีลีเมนต์แบบเส้น (b) การประมาณเชิงเส้นหรือฟังก์ชันรูปร่างสำหรับอีลีเมนต์แบบเส้น (c) และ (d) ฟังก์ชันการประมาณภายในที่เหมาะสมของอีลีเมนต์แบบเส้น.....	37
3.4 ตำแหน่งโนดที่นำมาใช้ในการคำนวณเงื่อนไขขอบเขตแบบโปร่งใสในท่อนำคลื่น 2 มิติในแกนตัดขวาง x และมีการแพร่กระจายในทิศทาง z.....	45
3.5 ขั้นตอนการคำนวณด้วยวิธีไฟไนต์อีลีเมนต์บีมพรอพากชันอัลกอริธึมเคร็ง - นิโคลสัน.....	51
3.6 โพลซาร์ดโปรแกรมการจำลองการวิเคราะห์ด้วยวิธีไฟไนต์อีลีเมนต์บีมพรอพากชัน.....	52
4.1 สนามไฟฟ้าที่แพร่ผ่านท่อนำคลื่นแสงทอตรง.....	56
4.2 สนามไฟฟ้าอินพุทและเอาต์พุทที่แพร่ผ่านท่อนำคลื่นแสงทอตรง.....	57
4.3 โครงสร้างท่อนำคลื่นแสงชนิดตัววยแบบสมมาตรที่นำมาพิจารณา.....	58

## สารบัญรูป (ต่อ)

รูปที่	หน้า
4.4	สนามไฟฟ้าแพร่ผ่านท่อนำคลื่นแสงชนิดตัววยแบบสมมาตรที่มุมอุปกรณ ( $2\theta$ ) $2^\circ$ .....58
4.5	สนามไฟฟ้าแพร่ผ่านท่อนำคลื่นแสงชนิดตัววยแบบสมมาตรที่มุมอุปกรณ ( $2\theta$ ) $8^\circ$ .....59
4.6	ความสัมพันธ์ระหว่างค่าการสูญเสียของอุปกรณกับมุมระหว่างกึ่ง ( $2\theta$ ) ของท่อนำคลื่นชนิดตัววยแบบสมมาตร.....59
4.7	โครงสร้างของท่อนำคลื่นแสงชนิดตัววยที่มีพื้นผิวสะท้อนแสง.....60
4.8	แสดงการแพร่ของสนามไฟฟ้าผ่านท่อนำคลื่นแสงชนิดตัววยที่มีพื้นผิวการสะท้อนที่มี มุมระหว่างท่อเอาท์พุททั้งสองของท่อนำคลื่นแสง (a) $4^\circ$ (b) $10^\circ$ (c) $12^\circ$ (d) $14^\circ$ และ (e) $16^\circ$ .....61
4.9	แสดงความสัมพันธ์ระหว่างค่าการสูญเสียที่มุมระหว่างกึ่งของท่อนำคลื่นแสงชนิดตัววย ที่มีพื้นผิวสะท้อนแสงที่มุมค่าต่างๆ.....61
4.10	แสดงความสัมพันธ์ระหว่างค่าการสูญเสียที่มุมระหว่างกึ่งของท่อนำคลื่นแสงชนิดตัววย ที่มีพื้นผิวสะท้อนแสงที่มุมค่าต่างๆ โดยวิเคราะห์ด้วยวิธี FD-BPM และจากการทดลอง.....62
4.11	ท่อนำคลื่นแสงชนิดตัววยที่มีพื้นผิวสะท้อนแสงที่ลดขนาดแกนนำของท่อนำคลื่นเอาท์พุท ที่เป็นท่อตรง.....63
4.12	แสดงสนามไฟฟ้าอินพุทและเอาท์พุทที่ความกว้างของท่อนำคลื่นเอาท์พุทที่เป็นท่อตรง ที่ขนาด (a) $6 \mu m$ (b) $4.5 \mu m$ และ (c) $3 \mu m$ .....64
4.13	แสดงความสัมพันธ์ระหว่างค่าสัดส่วนของกำลังเอาท์พุททั้งสองต่อกับความกว้างของ แกนนำของท่อนำคลื่นเอาท์พุทที่เป็นท่อตรง.....64
4.14	สนามไฟฟ้าแพร่ผ่านอุปกรณแมคเซ็นเดอริ์อินเทอ์ฟีโรมิเตอร์ที่มีการเปลี่ยนค่าดัชนีหักเห ที่แขนข้างหนึ่งของอุปกรณนี้ โดยมีค่า (a) $n = 1$ , (b) $n = 1.507$ , (c) $n = 1.544$ และ (d) $n = 2.3$ ตามลำดับ.....66

## คำอธิบายสัญลักษณ์

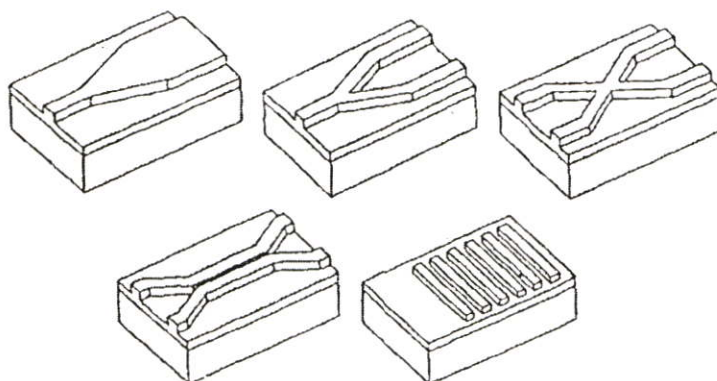
สัญลักษณ์	ความหมาย
$E$	สนามไฟฟ้า
$2\theta$	มุมระหว่างกึ่งระหว่างท่อนำคลื่นแสงชนิดตัววย
$W$	ความกว้างของท่อนำคลื่นแสง
$\beta$	ค่าคงที่การแพร่ (propagation constant)
$\lambda$	ความยาวคลื่น
$\Delta\varphi$	ขนาดเฟสที่เลื่อนไป
$\tilde{E}$	เวกเตอร์สนามไฟฟ้า
$\tilde{H}$	เวกเตอร์สนามแม่เหล็ก
$\tilde{D}$	เวกเตอร์ความหนาแน่นเส้นแรงไฟฟ้า
$\tilde{B}$	เวกเตอร์ความหนาแน่นเส้นแรงแม่เหล็ก
$\epsilon$	ค่าสภาพยอม (permittivity)
$\mu$	ค่าความซึมซาบของตัวกลาง (permeability)
$k_0$	เลขคลื่น (wavenumber) ในอวกาศว่าง
$\omega$	ความถี่เชิงมุม
$n_0$	ดัชนีหักเหอ้างอิง
$k$	เลขคลื่น (wavenumber) ในตัวกลางใดๆ
$n$	ดัชนีหักเหของตัวกลาง
$x, y, z$	ระบบพิกัดฉากในระบบแกนใหญ่ (global coordinate)
$\xi, \eta, \zeta$	ระบบพิกัดฉากในระบบแกนย่อย (local coordinate)
$[J]$	เมตริกซ์จacobian
$L_1, L_2$	ระบบแกนแบบเส้นสำหรับอีลีเมนต์แบบเส้น (line element)
$l_e$	ความยาวของอีลีเมนต์แบบเส้น
$k_x, k_t, k_m$	สัมประสิทธิ์ของเงื่อนไขขอบเขตแบบโปร่งใส (TBC)
$\phi$	ฟังก์ชันคลื่น
$\psi$	แอมพลิจูดของฟังก์ชันคลื่น
$\Delta z$	ความยาวของขนาดขั้นการแพร่ของสนาม (propagation step size)

# บทที่ 1

## บทนำ

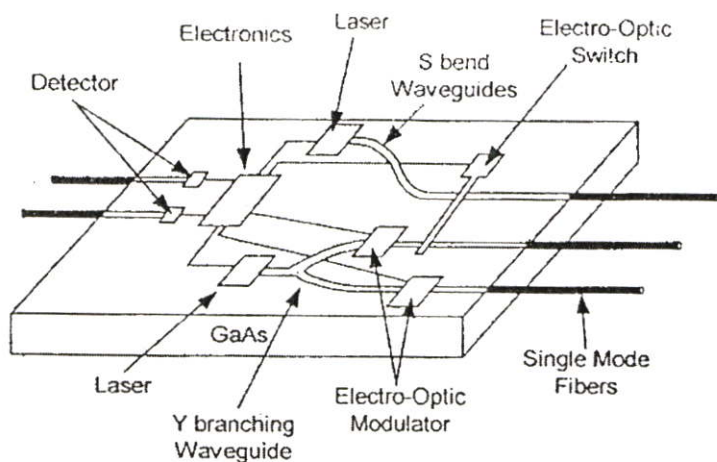
### 1.1 ความเป็นมาและความสำคัญของปัญหา

ในปัจจุบันระบบการสื่อสารที่ใช้ใยแก้วนำแสงและวงจรแสงแบบประมวลผลเป็นที่สนใจ และมีความสำคัญ จะเห็นได้จากการเพิ่มขึ้นของความต้องการสำหรับอุปกรณ์แสงที่เกี่ยวกับท่อนำคลื่นแสงและเส้นใยแก้วนำแสง ในระบบการสื่อสารผ่านใยแก้วนำแสงมีข้อดีมากมายคือมีขนาดแบนด์วิดท์กว้างทำให้สามารถส่งผ่านข้อมูลจำนวนมากได้อย่างรวดเร็ว, มีการสูญเสียต่ำ, เส้นใยแก้วนำแสงมีขนาดเล็กและน้ำหนักเบา, มีความปลอดภัยทางข้อมูลสูง และปราศจากสัญญาณรบกวนจากคลื่นแม่เหล็กไฟฟ้าภายนอก และอุปกรณ์ที่มีบทบาทสำคัญในการสื่อสารผ่านเส้นใยแก้วนำแสง คือท่อนำคลื่นแสงซึ่งทำหน้าที่นำแสง เปลี่ยนแปลงทิศทางลำแสงและปรับแต่งลำแสงให้มีคุณสมบัติทางแสงตามต้องการ ท่อนำคลื่นแสงสร้างจากวัสดุไดอิเล็กตริกสองชนิดมาวางซ้อนกัน โดยสารที่มีดัชนีหักเหมากกว่าทำหน้าที่เป็นแกนและสารที่มีดัชนีหักเหน้อยกว่าทำหน้าที่เป็นเปลือกหรือวัสดุหุ้ม ท่อนำคลื่นแสงมีมากมายหลายชนิดโดยทำหน้าที่แตกต่างกันออกไป ตัวอย่างเช่น ท่อนำคลื่นแสงแบบเรียวทำหน้าที่เปลี่ยนแปลงขนาดของท่อนำคลื่นแสง, ท่อนำคลื่นแสงแบบกึ่งทำหน้าที่รวมแสง แยกลำแสง และแทรกสอดลำแสง, ท่อนำคลื่นแสงแบบไดเร็กชันนอลคัปเปิลเลอร์และคัปเปิลเลอร์แบบสองโหมดทำหน้าที่คัปปลิงแสง ในขณะที่ท่อนำคลื่นแสงแบบเกรตติงทำหน้าที่เป็นตัวกรองแสง, ตัวเปลี่ยนโหมดแสง, เรโซเนเตอร์ และดีมัลติเพล็กซ์เซอร์ เป็นต้น ดังจะเห็นจากในรูปที่ 1.1



รูปที่ 1.1 ท่อนำคลื่นแสงชนิดต่างๆ ได้แก่ ท่อนำคลื่นแสงแบบเรียว, ท่อนำคลื่นแสงแบบกึ่ง, ท่อนำคลื่นแสงแบบไดเร็กชันนอลคัปเปิลเลอร์และคัปเปิลเลอร์แบบสองโหมด และท่อนำคลื่นแสงแบบเกรตติง ตามลำดับ (เรียงจากด้านซ้ายบน)

และอุปกรณ์ที่สำคัญอย่างหนึ่งก็คือท่อนำคลื่นแสงแบบกึ่งหรือชนิดตัววอยซึ่งทำหน้าที่เป็นอุปกรณ์แบ่งแยกกำลังแสง (power divider) หรือรวมกำลังแสง (combiner) ซึ่งเป็นอุปกรณ์พื้นฐานที่สำคัญอุปกรณ์หนึ่งในวงจรแสงแบบประมวล (optical integrated circuits) ดังแสดงในรูปที่ 1.2 ซึ่งท่อนำคลื่นแสงชนิดตัววอยนี้มีความต้องการพัฒนาให้ขนาดของอุปกรณ์มีขนาดเล็กและมีประสิทธิภาพมากขึ้น มีงานวิจัยหลายฉบับทำการพัฒนาท่อนำคลื่นแสงชนิดตัววอยให้สามารถควบคุมอัตรากำลังเอาต์พุทของท่อนำคลื่นโดยใช้หลายๆ เทคนิค ตัวอย่างเช่น ใช้เทคนิคพื้นที่ช่องว่าง (gap region) [1] เป็นต้น เพื่อให้อุปกรณ์มีการสูญเสียกำลังต่ำ



รูปที่ 1.2 โครงสร้างของวงจรแสงแบบประมวล

## 1.2 ความมุ่งหมายและวัตถุประสงค์

วิทยานิพนธ์ฉบับนี้มุ่งหวังเพื่อศึกษาอุปกรณ์พื้นฐานในวงจรแสงแบบประมวลและระบบการสื่อสารผ่านเส้นใยแก้วนำแสงซึ่งก็คือท่อนำคลื่นแสงซึ่งมีหลายชนิดดังที่ได้กล่าวมาข้างต้น ซึ่งในวิทยานิพนธ์ฉบับนี้ได้ทำการศึกษาและวิเคราะห์ท่อนำแสงชนิดตัววอยที่มีพื้นผิวสะท้อนแสงซึ่งอุปกรณ์นี้เป็นท่อนำแสงแบบกึ่งทำหน้าที่เป็นตัวแบ่งแยกกำลังแสงที่มีการสูญเสียต่ำและมีมุมระหว่างกึ่งของท่อนำแสงกว้างโดยใช้วิธีไฟไนต์อีลีเมนต์บีมพรอพากേഷัน (Finite Element Beam Propagation Method : FE-BPM) โดยการปรับเปลี่ยนพารามิเตอร์ของท่อนำแสงชนิดนี้ ทั้งมุมระหว่างกึ่งและขนาดความกว้างของท่อนำแสงโดยใช้วิธีไฟไนต์อีลีเมนต์บีมพรอพากേഷันในการวิเคราะห์ลำแสงที่ผ่านท่อนำแสงชนิดตัววอยที่มีพื้นผิวสะท้อนแสงนี้ และนอกจากนี้ จะทำการศึกษาค่าพารามิเตอร์ที่สามารถใช้ในการปรับอัตราส่วนกำลังแสงของท่อนำคลื่นชนิดนี้ด้วย และศึกษาการแพร่ของแสงในอุปกรณ์แมคเซนเดอร์อินเทอร์ฟีโรมิเตอร์ (Mach-Zehnder interferometer) ที่จะเห็นได้ว่าอุปกรณ์ชนิดนี้เกิดจากท่อนำคลื่นชนิดตัววอยสองท่อมาเชื่อมต่อกัน

### 1.3 สมมติฐานของการศึกษา

ท่อนำแสงชนิดตัววยเป็นท่อนำแสงแบบกึ่งที่เป็นอุปกรณ์พื้นฐานที่สำคัญที่ใช้ในวงจรแสงแบบประมวลในอุปกรณ์โครงข่ายและคอมพิวเตอร์ ความยาวของอุปกรณ์นี้จะขึ้นอยู่กับมุมระหว่างกึ่งของอุปกรณ์ เมื่อพิจารณาวงจรรวมที่มีความหนาแน่นสูงๆ จะต้องการอุปกรณ์ท่อนำแสงชนิดตัววยที่มีขนาดเล็กมากหรือกล่าวคือต้องการอุปกรณ์ที่มีมุมระหว่างกึ่งกว้างๆ นั่นเอง แต่เนื่องจากท่อนำแสงชนิดตัววยนี้ถ้ามีมุมกว้างจะมีการสูญเสียกำลังแสงมาก และท่อนำแสงชนิดตัววยแบบที่มีพื้นผิวสะท้อนแสงที่ทำหน้าที่เป็นตัวแบ่งกำลังแสงนี้มีคุณสมบัติการสูญเสียพลังงานต่ำและมีมุมกว้าง [2], [3] ดังนั้นในการออกแบบและวิเคราะห์อุปกรณ์นี้จึงต้องทำการพิจารณาพฤติกรรมของคลื่นแสงที่เดินทางภายในท่อนำคลื่นแสงเพื่อให้เห็นความเปลี่ยนแปลงที่เกิดขึ้น ซึ่งสำหรับวิธีการที่เป็นที่นิยมในการนำมาวิเคราะห์อุปกรณ์ท่อนำคลื่นแสงคือวิธีการบีบพรอพาเกชัน [4] และวิธีไฟไนต์อีลีเมนต์บีบพรอพาเกชันเป็นวิธีการที่มีข้อดีมากมายและเหมาะสมในการนำมาวิเคราะห์อุปกรณ์ท่อนำแสงชนิดตัววยแบบที่มีพื้นผิวสะท้อนแสงที่มีมุมกว้าง และอุปกรณ์อื่นๆ ที่พิจารณาการแพร่ของลำแสงในอุปกรณ์นั้นๆ

### 1.4 ทฤษฎีหรือแนวคิดในการวิจัย

ในการวิเคราะห์ตัวอุปกรณ์ท่อนำแสงชนิดตัววยแบบที่มีพื้นผิวสะท้อนแสงนี้จากที่กล่าวมาข้างต้นนี้จะใช้วิธีไฟไนต์อีลีเมนต์บีบพรอพาเกชันในการวิเคราะห์คลื่นแสง และใช้เงื่อนไขขอบเขตแบบโปร่งใส (Transparent Boundary Condition: TBC) [5], [6] เพื่อหลีกเลี่ยงการสะท้อนของแสงจากขอบหน้าต่างการคำนวณ และใช้วิธีการประมาณแบบปาเด (Pade Approximation) ในการวิเคราะห์เชิงตัวเลขในการแก้ปัญหาคาการแพร่ของแสงในมุมกว้าง [7]-[10] สำหรับการวิเคราะห์ลำแสงในทิศทางการแพร่ของลำแสงในท่อนำคลื่นแสงนี้จะใช้เครงค์นิโคลสัน อัลกอริทึม (Crank-Nicholson Algorithm)

### 1.5 การเปรียบเทียบระหว่างวิธีการที่นำเสนอกับวิธีการแบบพื้นฐาน

วิธีบีบพรอพาเกชัน (Beam Propagation Method : BPM) เป็นวิธีที่นิยมใช้สำหรับการวิเคราะห์การแพร่ของแสง และวิธีบีบพรอพาเกชันนี้ก็มีหลายวิธีการวิเคราะห์เชิงตัวเลขได้แก่ วิธีฟาสฟูเรียร์ทรานสฟอร์มบีบพรอพาเกชัน (Fast Fourier Transform Beam Propagation Method : FFT-BPM), วิธีไฟไนต์ดิฟเฟอเรนซ์บีบพรอพาเกชัน (Finite Different Beam Propagation Method : FD-BPM) และวิธีไฟไนต์อีลีเมนต์บีบพรอพาเกชัน (Finite Element Beam Propagation Method : FE-BPM) และโดยเฉพาะอย่างยิ่งวิธีไฟไนต์อีลีเมนต์บีบพรอพาเกชันนี้มีข้อดียิ่งกว่าวิธี

ฟาสฟูเรียร์ทรานสฟอร์มบีมพรอพาเกชันในกรณีที่สามารถนำไปใช้วิเคราะห์ท่อนำแสงที่มีการนำอย่างเข้มและท่อนำแสงที่ขึ้นกับการโพลาไรซ์ของแสง และนอกจากนี้ยังสามารถเลือกจำนวนอีลีเมนต์ได้ตามต้องการขึ้นอยู่กับความถูกต้องทางการคำนวณที่ต้องการ และอีลีเมนต์แต่ละอีลีเมนต์นี้สามารถปรับได้ตามทิศทางการแพร่ของแสงซึ่งประสิทธิภาพการคำนวณจะสามารถปรับให้ดีขึ้นได้โดยไม่มีการลดความถูกต้องของการประมาณเชิงตัวเลขลง [11], [12] ซึ่งคุณสมบัติที่กล่าวมานี้ไม่มีอยู่ในวิธีฟาสฟูเรียร์ทรานสฟอร์มบีมพรอพาเกชันและวิธีไฟไนต์ดิฟเฟอเรนซ์บีมพรอพาเกชัน

## 1.6 ขอบเขตการวิจัย

ในวิทยานิพนธ์ฉบับนี้นำเสนอการวิเคราะห์ท่อนำคลื่นแสงชนิดตัววยที่มีพื้นผิวสะท้อนแสงด้วยวิธีไฟไนต์อีลีเมนต์บีมพรอพาเกชันจากนั้นจะนำผลการวิเคราะห์ด้วยวิธีนี้ไปเปรียบเทียบกับวิธีการวิเคราะห์ด้วยวิธีไฟไนต์ดิฟเฟอเรนซ์จากงานวิจัยเก่า และในการวิเคราะห์จะพิจารณาเฉพาะสนามไฟฟ้าในโหมด TE เพื่อความสะดวกในการพิจารณาและเมื่อวิเคราะห์อุปกรณ์นี้แล้ว จะทำการศึกษาค่าพารามิเตอร์ที่มีผลสำหรับการปรับกำลังแสงของท่อนำคลื่นแสงชนิดตัววยที่มีพื้นผิวสะท้อนแสง และทำการวิเคราะห์โครงสร้างอุปกรณ์แมคเซ็นเตอร์อินเตอร์ฟีโรมิเตอร์ที่เกิดจากการนำท่อนำคลื่นแสงชนิดตัววยสองตัวมาเชื่อมต่อกัน

## 1.7 ขั้นตอนของการศึกษา

วิทยานิพนธ์ฉบับนี้ได้แบ่งเนื้อหาออกเป็น 5 บทด้วยกันคือ

บทที่ 1 กล่าวถึงความเป็นมาของงานวิจัย ความมุ่งหมายและวัตถุประสงค์ สมมติฐาน ทฤษฎีที่ใช้ ขอบเขตของการวิจัย และขั้นตอนการศึกษา

บทที่ 2 กล่าวถึงทฤษฎีพื้นฐานของท่อนำแสง ได้แก่วงจรแสงแบบประมวล (optical integrated circuits), ชนิดของท่อนำคลื่นแสง, อุปกรณ์แบ่งแยกกำลังแสง, ท่อนำคลื่นแบบกึ่งหรือท่อนำคลื่นชนิดตัววย, ท่อนำคลื่นแสงชนิดตัววยที่พื้นผิวสะท้อนแสง และอุปกรณ์แมคเซ็นเตอร์อินเตอร์ฟีโรมิเตอร์

บทที่ 3 กล่าวถึงทฤษฎีในการวิเคราะห์ วิธีบีมพรอพาเกชัน, วิธีไฟไนต์อีลีเมนต์บีมพรอพาเกชัน, ขอบเขตเงื่อนไขแบบโปร่งใส และสมการไฟไนต์บีมพรอพาเกชันสำหรับวิเคราะห์โครงสร้างท่อนำคลื่นแสงสองมิติ

บทที่ 4 กล่าวถึงการจำลองและผลการวิเคราะห์

บทที่ 5 เป็นบทสรุปผลการวิจัยและข้อเสนอแนะ

## บทที่ 2

# ทฤษฎีท่อนำคลื่นแสง

### 2.1 กล่าวนำ

ท่อนำคลื่นแสงที่ศึกษาและวิเคราะห์ในวิทยานิพนธ์นี้จะเป็นท่อนำคลื่นแสงชนิดตัววยที่มีพื้นผิวสะท้อนแสง ท่อนำคลื่นแสงชนิดนี้เป็นอุปกรณ์พื้นฐานที่สำคัญอย่างหนึ่งที่ใช้ในวงจรแสงแบบประมวลในอุปกรณ์โครงข่ายและคอมพิวเตอร์และมีบทบาทที่สำคัญในการสื่อสารใยแก้วนำแสง อุปกรณ์นี้สามารถอธิบายการทำงานด้วยหลักการและทฤษฎีทางแสง ในวิทยานิพนธ์นี้จะวิเคราะห์ท่อนำคลื่นแสงที่ทำหน้าที่แบ่งกำลังคลื่นแสง ซึ่งอุปกรณ์นี้จัดเป็นอุปกรณ์ประเภทพาสซีฟชนิดหนึ่งซึ่งเราจะกล่าวถึงในบทนี้ด้วย

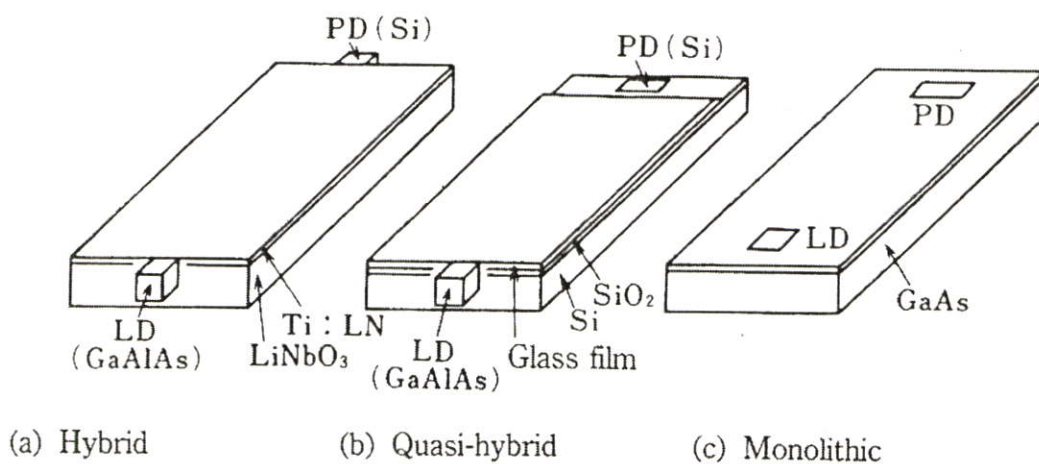
วงจรทางแสงเกิดมาจากการคิดพื้นฐานของการควบคุมให้แสงอยู่ในท่อนำคลื่น และไม่สามารถจะควบคุมแสงได้ในอวกาศว่างได้ ความคิดแรกที่จะควบคุมคลื่นสนามแม่เหล็กไฟฟ้าให้อยู่ในท่อนำคลื่นมาจาก Debye และ Hondros (1910) ถ้าเราพิจารณาอุปกรณ์วงจรแสงแบบประมวลบางประเภท เช่น ท่อนำคลื่นแสงแบบเรียว (tapers), ท่อนำคลื่นแสงแบบกิ่ง (branches) และ ท่อนำคลื่นแสงแบบสตาร์ (star), คู่ควบแบบมีทิศทาง (directional coupler) ในอุปกรณ์ทั้งหมดเหล่านี้จะใช้โครงสร้างของท่อนำคลื่นไดอิเล็กตริกในการนำ โดยที่มีไดอิเล็กตริกโปรไฟล์ที่เหมาะสม โครงสร้างของแคลคคิงที่เป็นโลหะแทนทางเลือกหนึ่งสำหรับการนำในท่อนำคลื่นที่นิยมใช้สำหรับไมโครเวฟ แต่ไม่ค่อยนิยมในวงจรทางแสง เนื่องจากวัสดุนี้มีความสูญเสียมากในย่านความยาวคลื่นแสง [13] ในบทนี้จะกล่าวถึงทฤษฎีพื้นฐานของท่อนำคลื่นแสง, วงจรแสงแบบประมวล, ชนิดและโครงสร้างของท่อนำคลื่นแสงที่ใช้ในวงจรแสงแบบประมวลทั่วไป, อุปกรณ์แบ่งกำลังแสง, ท่อนำคลื่นแสงแบบกิ่ง, ท่อนำคลื่นแสงชนิดตัววยที่มีพื้นผิวสะท้อนแสงซึ่งใช้ในวิทยานิพนธ์นี้ รวมไปถึงอุปกรณ์แมคเซ็นเตอร์อินเทอร์ฟีโรมิเตอร์ และในตอนท้ายจะกล่าวถึงการสูญเสียจากกลไกการแพร่ของแสงในท่อนำคลื่นแสง

### 2.2 วงจรแสงแบบประมวล (Optical integrated circuits)

วงจรแสงแบบประมวล คือวงจรทางแสงที่มีลักษณะเป็นแผ่นฟิล์มบางที่ออกแบบมาเพื่อให้มีฟังก์ชันที่แน่นอนด้วยการรวมเลเซอร์ไดโอดที่ทำหน้าที่เป็นแหล่งกำเนิดแสง, อุปกรณ์เกี่ยวกับการทำงาน เช่น สวิตช์, โมดูเลเตอร์ และท่อนำสำหรับเชื่อมต่อ และโฟโอดีไดโอดที่ทำหน้าที่เป็นตัวรับแสงบนฐานรองเดี่ยว ในวงจรแสงแบบประมวลนี้คาดหวังว่าจะเป็นระบบที่มีขนาดกะทัดรัดมากขึ้น และมีความเสถียรมากขึ้น วงจรแสงแบบประมวลแบ่งออกเป็นสามชนิดโดย

แบ่งตามวัสดุหลักที่ใช้ ดังแสดงในรูปที่ 2.1 เมื่ออุปกรณ์พื้นฐานสามชนิดได้แก่แหล่งกำเนิดแสง, ท่อนำคลื่นแสง และตัวรับแสง ทั้งสามส่วนนี้รวมกันอยู่บนฐานรอง (subst rate) เดียวกันเรียกว่า วงจรแสงแบบประมวลแบบโมโนลิธิค (monolithic optical IC) ส่วนถ้าฐานรองเป็นอุปกรณ์สารกึ่งตัวนำผสม เช่น แกลเลียมอาเซไนด์ (GaAs) และอินเดียมฟอสไฟด์ (InP) ก็สามารถใช้เป็นฐานรองสำหรับวงจรรวมนี้ได้เช่นกัน

เมื่ออุปกรณ์พื้นฐานทั้งสามชนิดทำมาจากวัสดุที่แตกต่างกันทั้งสามชนิด อุปกรณ์นี้จะเรียกว่า วงจรแสงแบบประมวลแบบผสม (hybrid optical IC) ตัวอย่างเช่น แหล่งกำเนิดแสง, ท่อนำคลื่นแสง และอุปกรณ์รับแสงที่ใช้ในวงจรแสงแบบประมวลแบบไฮบริดทำมาจากสารกึ่งตัวนำผสม และวัสดุไดอิเล็กตริก เช่น แก้ว หรือลิเทียมไนโอเบต ( $\text{LiNbO}_3$ ) และซิลิกอน (Si) ตามลำดับ ส่วนวงจรแสงแบบประมวลแบบกึ่งผสมหรือกึ่งโมโนลิธิค (quasi-hybrid or quasi-monolithic) เป็นวงจรรวมที่อยู่กึ่งกลางระหว่างวงจรรวมแบบโมโนลิธิคและแบบผสม ตัวอย่างเช่น ในวงจรรวมชนิดนี้แหล่งกำเนิดแสงทำมาจากสารกึ่งตัวนำผสมและโฟโตนิกไดโอดจะรวมอยู่บนฐานรองซิลิกอน และในส่วนชั้นของท่อนำแสงจะเป็นฟิล์มไดอิเล็กตริกอยู่บนฐานรองซิลิกอนออกไซด์ ทั้งวงจรแสงแบบประมวลแบบกึ่งไฮบริดและกึ่งโมโนลิธิคประกอบไปด้วยท่อนำคลื่นแสงแบบฟิล์มไดอิเล็กตริก นั่นก็คือท่อนำคลื่นแสงจะทำมาจากวัสดุไดอิเล็กตริกเป็นหลักในการกล่าวถึง

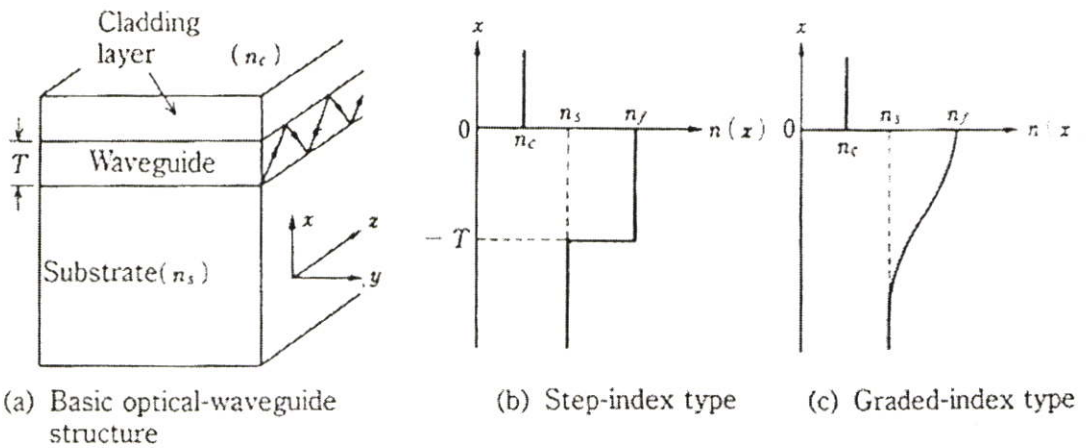


รูปที่ 2.1 วงจรแสงแบบประมวลทั้งสามชนิดคือ (a) วงจรแสงแบบประมวลแบบผสม (b) วงจรแสงแบบประมวลแบบกึ่งผสม และ (c) วงจรแสงแบบประมวลแบบโมโนลิธิค

### 2.3 ชนิดของท่อนำคลื่นในวงจรแสงแบบประมวล

โดยพื้นฐานแล้วท่อนำคลื่นแสงจะเจือด้วยสารฉนวนหรือฐานรองไดอิเล็กตริกโปร่งแสง (transparent dielectric substrate) ซึ่งค่าดัชนีหักเหของส่วนของแกนนำ (core) จะต้องสูงกว่าส่วนของแคลดดิง (cladding) โครงสร้างพื้นฐานของท่อนำคลื่นแสงแสดงในรูปที่ 2.2 ซึ่งจะประกอบ

ไปด้วยโปรไฟล์ของค่าดัชนีหักเหที่ต่างกัน และค่าดัชนีหักเหของชั้นเคลดคิง, ชั้นการนำ และชั้น ฟิล์มสเตรท จะแทนด้วย  $n_c$ ,  $n_f$  และ  $n_s$  ตามลำดับ แสงจะไม่สามารถเดินทางอยู่ในชั้นนำได้ถ้าค่า ดัชนีหักเหไม่เป็นไปตามเงื่อนไข  $n_f > n_s > n_c$  นี้ และความหนาของชั้นการนำให้แทนด้วย  $T$  ใน ท่อนำคลื่นรูปที่ 2.2 เรียกว่าท่อนำคลื่นแสงสองมิติ หรือท่อนำคลื่นแสงแบบสแลบ เพราะการ ควบคุมให้แสงเดินทางในชั้นการนำในทิศทางแกน  $x$  จากมุมมองในด้านโปรไฟล์ของค่าดัชนีหัก เหมท่อนำคลื่นแสงที่แตกต่างกันสองชนิดที่พิจารณาคือ (1) ท่อนำคลื่นแสงที่มีค่าดัชนีหักเหแบบ ชั้นบันได (step-index waveguide) ซึ่งค่าดัชนีหักเหจะมีการเปลี่ยนแปลงแบบฉับพลัน ดังรูปที่ 2.2 (b) และรูปที่ 2.2 (c) ท่อนำคลื่นแสงที่มีค่าดัชนีหักเหรูปมน (graded-index waveguide) ซึ่งค่าดัชนี หักเหค่อยๆ เปลี่ยนแปลงไปตามความลึกของท่อนำคลื่น

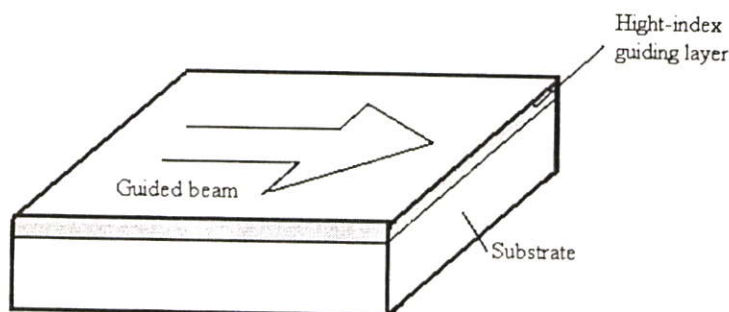


รูปที่ 2.2 ท่อนำคลื่นแสงสองมิติ (a) โครงสร้างพื้นฐานของท่อนำคลื่นแสงทั่วไป (b) ท่อนำ คลื่นแสงชนิดดัชนีหักเหแบบชั้นบันได (c) ท่อนำคลื่นแสงชนิดดัชนีหักเหรูปมน

และถ้าแบ่งท่อนำคลื่นแสงตามลักษณะการผลิต (Fabrication) ก็สามารแบ่งได้ 2 ชนิดนั้น ก็คือท่อนำคลื่นระนาบ (planar waveguide) และท่อนำคลื่นช่อง (channel waveguide)

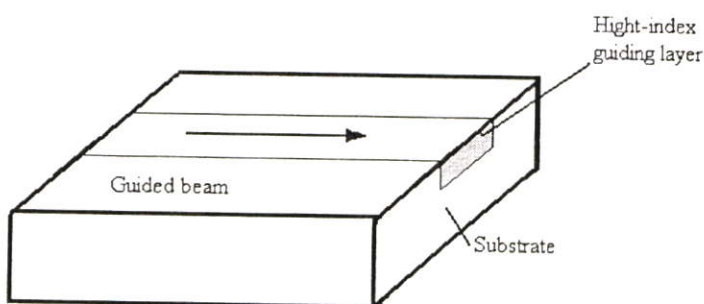
ท่อนำคลื่นระนาบเกี่ยวข้องกับการจัดการกับลำแสงที่เป็นแผ่น (sheet) ลำแสงนี้จะแพร่ ในทิศทางที่ขนานกับพื้นผิวของชั้นการนำที่มีค่าดัชนีหักเหสูงๆ ซึ่งเป็นชั้นที่มีการกักแสงให้ เดินทางในทิศทางเดียว รูปที่ 2.3 แสดงการนำในชั้นระนาบสามชั้นโดยสร้างขึ้นมาจากการทับ ทับกันของชั้นบางๆ ของวัสดุที่มีค่าดัชนีหักเหสูงๆ บนฐานรองที่เป็นชั้นหนากว่าและมีค่าดัชนีหัก เหนต่ำกว่า ส่วนชั้นที่สามในระบบก็คืออากาศหรืออาจจะใช้ชั้นคลุมที่มีค่าดัชนีหักเหต่ำๆ ก็ได้ เนื่องจากลำแสงที่เป็นแผ่นยอมให้มีการดำเนินการมากมายที่เป็นไปได้สำหรับการใช้เป็นแสงใน อวกาศ (ตัวอย่างเช่น การรวมแสงโดยเลนส์ หรือการเลี้ยวเบนของลำแสง) ดังนั้นชิพที่มีการรวม ของท่อนำคลื่นระนาบบ่อยครั้งก็นำมาบรรจุลงในวงจรที่ย่อส่วนอยู่ในระบบแสงขนาดใหญ่ ซึ่ง อุปกรณ์นี้นิยมใช้สำหรับการดำเนินการการประมวลสัญญาณแบบขนาน (parallel signal

processing operations) โดยใช้สมบัติฟาสต์ฟูเรียร์ของเลนส์



รูปที่ 2.3 ท่อนำคลื่นระนาบ

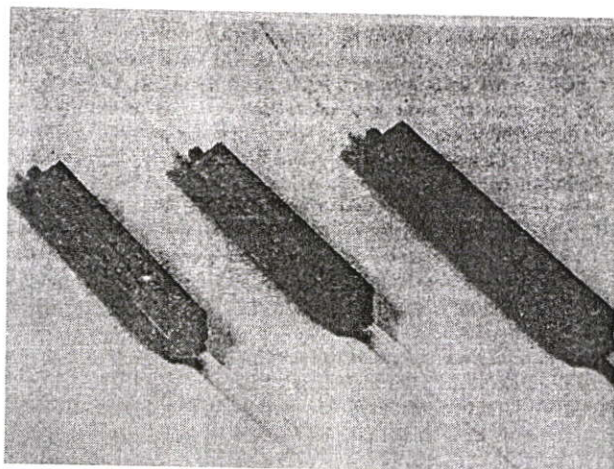
ส่วนที่สองคือท่อนำคลื่นช่อง ถ้าแสงจะแพร่ไปตามช่องการนำที่ค่าดัชนีหักเหสูงๆ อุปกรณ์นี้จะสร้างขึ้นเป็นรูปทรงที่มีพื้นผิวขนานขึ้นมาหรือเป็นช่องที่ฝังลงไปดังแสดงในรูปที่ 2.4 ดังนั้นถ้าแสงจะถูกกักไว้ในสองมิติหรือสองทิศทาง ถ้ามิติของช่องถูกเลือกให้สอดคล้องกับช่องทางของแกนนำของใยแก้วนำแสงนั้นก็ก็จะทำให้รูปแบบของวงจรแสงแบบประมวลนี้เข้ากันกับใยแก้วนำแสง และอุปกรณ์การนำแบบช่องนี้อาจจะเชื่อมต่อกันได้อย่างค่อนข้างง่าย อุปกรณ์วงจรแสงแบบประมวลสามารถถูกสร้างขึ้นบนฐานรองพาสซีฟเช่นแก้วหรือพลาสติก อย่างน้อยๆ ก็มีการสร้างอุปกรณ์แบ่งแยกและรวมลำแสง ตัวอย่างในรูปที่ 2.5 แสดงตัวแบ่งลำแสงพาสซีฟ 1x2 และ 1x4 ที่สร้างขึ้นจากการแลกเปลี่ยนไอออนของเงินโซเดียมในแก้ว อุปกรณ์แสงแบบประมวลนี้จะถูกรวมกันไว้ภายในแพ็คเกจและทำให้เหมาะสมกับปลายของใยแก้วนำแสง (fiber pigtails)



รูปที่ 2.4 ท่อนำคลื่นช่อง

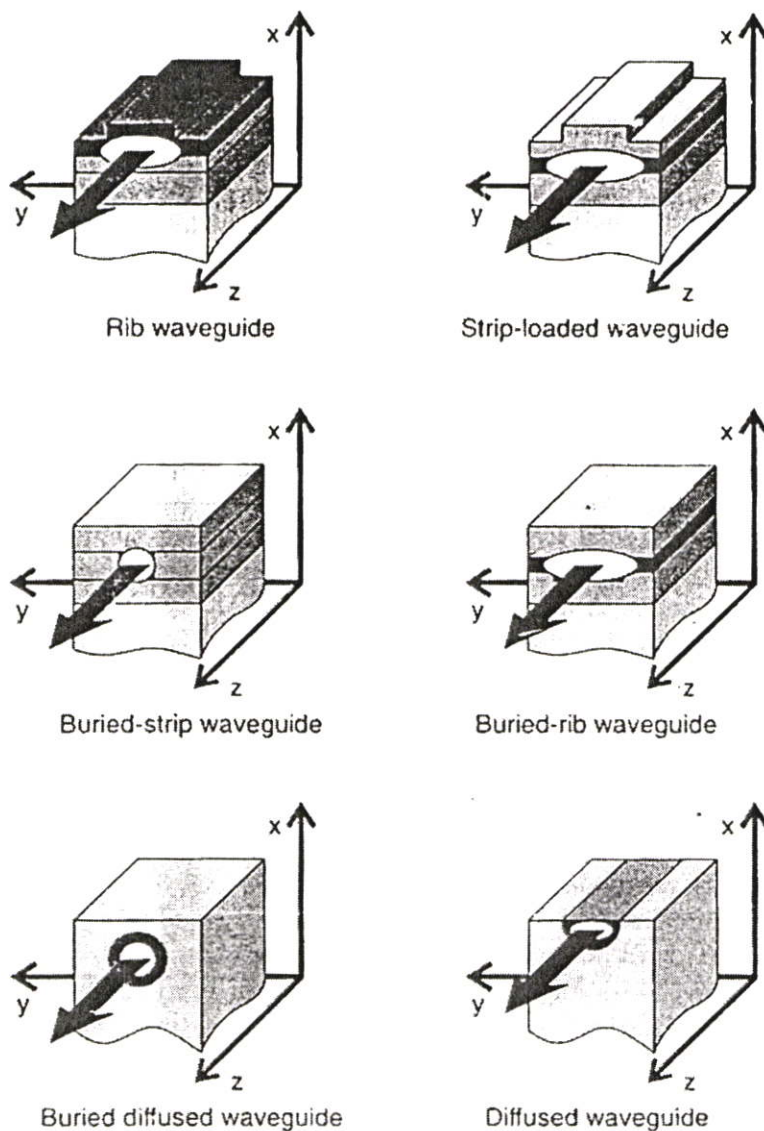
ถ้าใช้วัสดุอื่นๆ ที่มีหน้าที่แปลกๆ ที่สามารถนำมาใช้ได้ ตัวอย่างเช่นการใช้ฐานรองแบบอิเล็กโตรออปติก (electro-optic) อย่างเช่น ลิเทียมไนโอเบต ( $\text{LiNbO}_3$ ), แกลเลียมอาเซไนด์ ( $\text{GaAs}$ ) และอินเดียมฟอสไฟด์ ( $\text{InP}$ ) หรือจะเป็นการใช้การมอดูเลชันและการสวิตซ์ซึ่ง ซึ่ง

บ่อยครั้งที่จะใช้ที่ความเร็วสูง (ลิบจิกกะเฮิร์ต)



รูปที่ 2.5 อุปกรณ์แสงแบบประมวลแบบท่อนำคลื่นช่องพาสซีฟที่ทำหน้าที่แยกลำแสงที่สร้างจากการแลกเปลี่ยนไอออนในแก้ว (photograph courtesy D.DeRose, NSG America Inc.)

ท่อนำคลื่นแบบระนาบและช่องนี้จะแบ่งตามรูปทรง ดังแสดงตามรูปที่ 2.6 ซึ่งจะมีท่อนำคลื่นแบบริบ (Rib waveguide), ท่อนำคลื่นแบบสตริปโหลด (Strip-loaded waveguide), ท่อนำคลื่นแบบสตริปฝังอยู่ด้านใน (Buried-strip waveguide), ท่อนำคลื่นแบบริบฝังอยู่ด้านใน (Buried-rib waveguide), ท่อนำคลื่นแบบดิฟฟิวส์ภายใน (Buried diffused waveguide) และ ท่อนำคลื่นแบบดิฟฟิวส์ (Diffused waveguide)



รูปที่ 2.6 ท่อนำคลื่นที่ใช้ในวงจรแสงแบบประมวลผลทุกวันนี้ ท่อนำคลื่นที่นิยามในทุกตัวอย่าง ซึ่งปกติกจะทำหน้าสัมผัสหรือฉายด้วยวิธีลิโทกราฟี หรือบางครั้งจะทำโดยตรงด้วยการเขียนด้วยลำอิเล็กตรอน

เนื่องจากอุปกรณ์ที่ต่างกันจะมีคุณสมบัติที่ต่างกันซึ่งเป็นการยากที่จะนิยามมาตรฐานของท่อนำคลื่นแม้แต่สำหรับระบบวัสดุเดียวกัน ในทางตรงกันข้าม สำหรับระบบวัสดุกลุ่ม III-V (สารประกอบระหว่างสารกลุ่ม III กับกลุ่ม V) เราจะสังเกตการเพิ่มจำนวนวงจรรวมที่ท่อนำคลื่นมีฐานรองมากกว่าหนึ่งชนิด

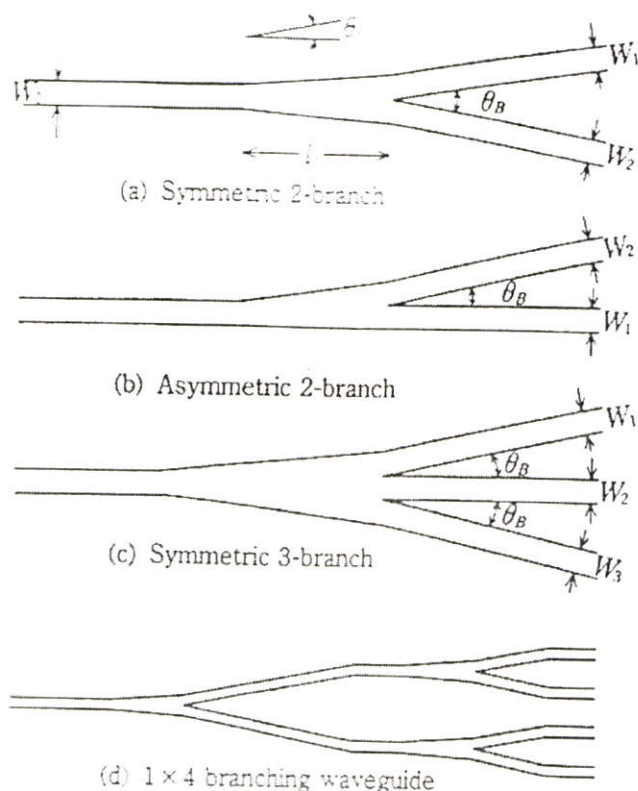
## 2.4 อุปกรณ์แบ่งแยกกำลังแสง

อุปกรณ์ที่นำคลื่นแสงสำหรับวงจรแสงแบบประมวลผลสามารถแบ่งได้เป็นสองประเภท นั่นก็คืออุปกรณ์พาสซีฟซึ่งแสดงลักษณะสถิตสำหรับคลื่นแสงนั้นก็คืออุปกรณ์เหล่านี้ไม่มีหน้าที่ควบคุมคลื่นแสงของสัญญาณภายนอก และอุปกรณ์ฟังก์ชันนอลสำหรับควบคุมคลื่นแสงซึ่งกระทำตัวเป็นอุปกรณ์ที่ควบคุมคลื่นแสงที่มีพลังงาน ซึ่งอุปกรณ์แบ่งแยกกำลังแสงเป็นอุปกรณ์พาสซีฟชนิดหนึ่ง อุปกรณ์แบ่งแยกกำลังแสงนี้เป็นอุปกรณ์ที่สำคัญอย่างหนึ่งสำหรับโครงข่ายลูกข่ายของการสื่อสารใยแก้วนำแสง ที่ใช้สำหรับแบ่งสัญญาณแสงออกเป็นสองกิ่งหรือมากกว่านั้น ในอุปกรณ์แบ่งแยกกำลังแสงแบบหลายโหมด อัตราการแบ่งแยกกำลังแสงจะขึ้นอยู่กับสภาวะการกระตุ้นของโหมดการนำ หรืออีกนัยหนึ่งก็คือจะใช้ที่นำคลื่นแสงแบบโหมดเดียวทำตัว อุปกรณ์แบ่งแยกกำลังแสงนี้ที่มีอัตราส่วนในการแบ่งที่ต้องการได้ ซึ่งจะไม่ส่งผลกระทบต่อสภาวะการกระตุ้นของโหมดการนำ

อุปกรณ์ที่ศึกษาในวิทยานิพนธ์นี้จะเป็นอุปกรณ์ที่นำคลื่นแสงชนิดกิ่งหรือชนิดตัววายซึ่งจัดอยู่ในอุปกรณ์แบ่งแยกกำลังแสงแบบโหมดเดียว ซึ่งที่นำแสงแบบโหมดเดียวมีหลายชนิด ได้แก่ ที่นำคลื่นแสงแบบกิ่ง (branch waveguide) และ คัปเปิลอร์แบบมีทิศทาง (directional coupler) ซึ่งที่นำคลื่นเหล่านี้สามารถผลิตด้วยที่นำคลื่นแก้วที่ผ่านวิธีการแลกเปลี่ยนไอออน (ion-exchanged glass) , ลิเทียมไนโอเบต ( $\text{LiNbO}_3$ ) เจือด้วยไททาเนียม (Ti) และที่นำคลื่นโพลิเมอร์ (polymer waveguide)

ที่นำคลื่นแสงแบบกิ่งแสดงในรูปที่ 2.7 (a) และ (b) ตามลำดับ แสดงที่นำคลื่นแสงแบบกิ่งสองขาหรือชนิดตัววายที่สมมาตร และไม่สมมาตรตามลำดับ ในที่นำคลื่นเหล่านี้ที่นำคลื่นด้านอินพุทจะเป็นแบบเรียวเชิงเส้น (linear-tapered input waveguide) ที่มีมุมที่ทำให้อุปกรณ์เรียวเป็นมุม  $\theta_A$  , ซึ่งจะต้องออกแบบให้โหมดการนำพื้นฐานที่ตกกระทบเคลื่อนที่ไปอย่างสม่ำเสมอ โดยที่ไม่มีการเปลี่ยนแปลงไปยังโหมดอันดับที่สอง ตัวอย่างเช่น เมื่อใช้ที่นำคลื่นลิเทียมไนโอเบตที่เจือสารไททาเนียมที่มีความกว้าง 4 ไมโครเมตร โดยทั่วไปถ้ามุมของท่อที่เรียวลง  $\theta_A$  น้อยกว่า 1/250 เรเดียน จะสามารถยับยั้งกำลังที่เปลี่ยนแปลงไปให้น้อยกว่า 3 เปอร์เซ็นต์ นอกจากนี้มุมระหว่างกิ่ง  $\theta_B$  ต้องมีค่ามากกว่า  $\theta_{\min} = 1/60$  เรเดียน ซึ่งนิยามให้เป็นมุมที่เล็กที่สุดสำหรับการแบ่งแยกกำลัง การสูญเสียที่เกิดจากการกระเจิง (scattering loss) ที่เกิดขึ้นจากแสงที่บริเวณที่มีการแยกกิ่ง ซึ่งเมื่อมุมระหว่างกิ่ง  $\theta_B$  มากขึ้นก็จะทำให้การสูญเสียนี้มากขึ้นด้วย ดังนั้นจะต้องปรับให้มุม  $\theta_B$  มีค่าน้อยที่สุดเพื่อให้มีค่าการสูญเสียที่เกิดจากการกระเจิงน้อยที่สุดเช่นกัน ในที่นำคลื่นแสงแบบกิ่งโหมดเดียวที่สมมาตรที่มีความกว้าง 4 ไมโครเมตร ที่มีมุมระหว่างกิ่ง 1 องศา ซึ่งมีการสูญเสียที่เกิดจากการกระเจิงประมาณ 1 เดซิเบล อีกนัยหนึ่งถ้ากล่าวถึงที่นำคลื่นแบบกิ่งที่ไม่สมมาตรที่มีสองกิ่งนี้จะใช้สำหรับควบคุมกำลังแสงซึ่งก็สามารถควบคุมอัตราการแบ่งแยกกำลังแสงด้วยมุมระหว่างกิ่งได้ นอกจากนี้ ที่นำคลื่นแสง

แบบหลายโหนดก็ต้องการการแบ่งแยกกำลังเอาท์พุทที่เท่ากันซึ่งอาจจะมีต่อเอาท์พุทสามต่อหรือมากกว่านี้ก็ได้ดังแสดงในรูปที่ 2.7 (c) แต่อย่างไรก็ตาม การกระจายค่าดัชนีหักเหที่ใกล้กับจุดแยกระหว่างกิ่งควรจะควบคุมอย่างระมัดระวังเพื่อที่จะให้ได้การแบ่งแยกกำลังที่เท่ากันในกรณีถ้าทุกกิ่งมีความกว้างของท่อนำเดียวกัน การควบคุมการกระจายค่าดัชนีหักเหนี้เป็นเรื่องยากมากในกระบวนการผลิตจริง ปกติการแบ่งแยกกำลังแบบหลายเอาท์พุทจะทำการเชื่อมต่อท่อนำคลื่นแบบสองกิ่งที่สมมาตรเรียงต่อกันดังแสดงให้เห็นในรูปที่ 2.4 (d)



รูปที่ 2.7 โครงสร้างพื้นฐานของท่อนำคลื่นแสงแบบกิ่งโหนดเดียว

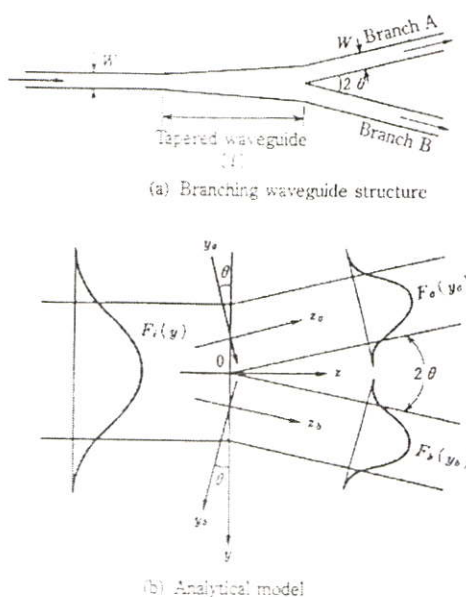
(a) ท่อนำคลื่นแสงแบบสองกิ่งหรือชนิดตัววายที่สมมาตร, (b) ท่อนำคลื่นแสงแบบสองกิ่งหรือชนิดตัววายที่ไม่สมมาตร, (c) ท่อนำคลื่นแสงแบบสามกิ่ง และ (d) ท่อนำแสงแบบเข้าหนึ่งออกสี่กิ่ง

#### 2.4.1 ท่อนำคลื่นแสงแบบกิ่ง

ท่อนำคลื่นแสงแบบกิ่งนี้ใช้ได้ทั้งสำหรับแบ่งแยกและรวมกำลังแสง ซึ่งบ่อยครั้งจะใช้ในอุปกรณ์ท่อนำคลื่นแบบอิล็คโตรออปติก (electrooptic) ที่ปลาย (pigtailed) ต่อกับเส้นใยแก้วนำแสงแบบโหนดเดียว

ท่อนำคลื่นแบบกิ่งโหนดเดียวใช้เป็นตัวแบ่งแยกกำลังหรือรวมกำลังดังแสดงในรูปที่ 2.7 ท่อนำคลื่นอินพุทและเอาท์พุททั้งสองกิ่งจะมีค่าดัชนีหักเหประสิทธิภาพ (effective index) เป็น  $N_1$ ,  $N_2$

และ  $N_0$  ตามลำดับ ท่อนำคลื่นช่วงที่เรียวยาวจะมีความยาว  $l$  ท่อนำคลื่นที่เรียวนี้จะนำมาวิเคราะห์เชิงตัวเลขด้วยวิธีการแบ่งท่อนำคลื่นในจำนวนหนึ่งเป็นส่วนเล็กๆ ตามทิศทางการเดินทางของแสง และคำนวณการซ้อนทับกันของสนามของโหมดปกติที่แต่ละจุดสัมผัสระหว่างส่วนที่ใกล้เคียงกัน ที่บริเวณจุดแยกของกิ่งของท่อนำคลื่นนี้ หน้าที่ของโหมดการนำที่ตกกระทบจะเอียงทำมุม  $\theta$  ตามหน้าคลื่นของโหมดการนำในกิ่งเอาท์พุท หน้าคลื่นที่ลาดเอียงของโหมดการนำตกกระทบนี้เป็นปัจจัยสำคัญในการพิจารณาคูสมบัติของท่อนำคลื่นแสงแบบกิ่ง ในขณะที่มุมระหว่างกิ่งของท่อนำคลื่น  $2\theta$  มีค่ามากจะทำให้มุมเอียงของหน้าคลื่นเพิ่มขึ้นด้วย ซึ่งจะนำไปสู่การลดลงของการซ้อนทับกันของสนามระหว่างท่อนำคลื่นอินพุทและเอาท์พุททั้งสองกิ่ง กำลังแสงที่ไม่มีการคับเปิดในกิ่งเอาท์พุททั้งสองกิ่งจะไม่รั่วไปในชั้นสเตรท ดังนั้นโหมดการนำจะเกิดความสูญเสียจากการกระเจิง (scattering loss) จากการแยกกันของแสง



รูปที่ 2.8 ท่อนำคลื่นแสงแบบกิ่งโหมดเดียว (a) โครงสร้างท่อนำคลื่นแสงแบบกิ่ง และ (b) แบบจำลองที่นำมาวิเคราะห์

ในการวิเคราะห์ท่อนำคลื่นแสงแบบกิ่งโหมดเดียวในลิเทียมไนโอเบตที่เจือด้วยไททาเนียม (Ti-diffused LiNbO<sub>3</sub>) ที่ฟังก์ชันของสนามไฟฟ้าเป็น  $F_1(Y)$ ,  $F_a(Y)$  และ  $F_b(Y)$  เป็นโหมดการนำในท่อนำคลื่นอินพุทและเอาท์พุททั้งสองกิ่งจะสอดคล้องกับค่าคงตัวการแพร่ (propagation constant)  $\beta_1$ ,  $\beta_a$  และ  $\beta_b$  ด้วยวิธีการดัชนีหักเหประสิทธิภาพ (effective index method) ระบบพิกัดที่ตั้งฉากกันจะถูกกำหนดไว้และแสดงดังในรูปที่ 2.5 (b) ในการวิเคราะห์นี้สมมติให้เป็นท่อนำคลื่นสามมิติที่มีโปรไฟล์ของค่าดัชนีหักเหเป็นแบบเกาส์เซียน (Gaussian-index profile) ในทิศทาง  $x$  และโปรไฟล์ของค่าดัชนีหักเหเป็นแบบขั้นบันได (step-index profile) ในทิศทาง  $y$  พิจารณาทั้งโหมดการนำ (guided mode) และโหมดการแผ่พลังงานบนชั้นสเตรท (substrate radiation mode)

ความต่อเนื่องของสนามไฟฟ้าบนจุดสัมผัสที่  $z = 0$  และท่อนำคลื่นมีความกว้างเป็น  $W$  จะได้

$$C_i F_i(y) = C_a F_a \left( y \cos \theta + \frac{W}{2} \right) \exp \left\{ j \beta_a \left( y \sin \theta + \frac{W}{2} \tan \theta \right) \right\} \\ + C_b F_b \left( y \cos \theta + \frac{W}{2} \right) \exp \left\{ j \beta_b \left( y \sin \theta + \frac{W}{2} \tan \theta \right) \right\} + E^{rad} \quad (2.1)$$

เมื่อ  $C$  แอมพลิจูดของสนามไฟฟ้าเป็นนอมัลไลซ์ ดังนั้นกำลังแสงจะขนส่งไปด้วยโหมดที่เป็นหนึ่ง (unity) แอมพลิจูดของสนามไฟฟ้าในเอ้าท์พุททั้งสองกิ่งจะนิยามด้วย  $E_a$  และ  $E_b$  และสัมประสิทธิ์แอมพลิจูดเป็น  $e_a = C_a/E_a$  และ  $e_b = C_b/E_b$

ถ้าโหมดการนำที่มีกำลังเป็นหนึ่งหน่วย (unit power) ตกกระทบโดยการใช่ความเป็นออร์โธโกนอลลิตี (orthogonality) ของโหมดในสมการที่ (2.1) จะผลของสัมประสิทธิ์แอมพลิจูดของสนามไฟฟ้าในกิ่งเอ้าท์พุททั้งสองกิ่ง ดังนี้

$$e_a = \sqrt{\frac{\beta_a}{\beta_i}} p - \sqrt{\frac{\beta_b}{\beta_i}} r e_b \\ e_b = \sqrt{\frac{\beta_a}{\beta_i}} q - \sqrt{\frac{\beta_b}{\beta_i}} s e_a \quad (2.2)$$

เมื่อ  $p, q, r, s$  เป็นดังสมการดังนี้

$$p = \frac{\int F_i \left\{ \left( y - \frac{W}{2} \right) / \cos \theta \right\} \cdot F_a(y) \exp(-j \beta_a y \tan \theta) dy}{\sqrt{\int F_i^2(y) dy \cdot \int F_a^2(y) dy}} \\ q = \frac{\int F_i \left\{ \left( y + \frac{W}{2} \right) / \cos \theta \right\} \cdot F_b(y) \exp(j \beta_b y \tan \theta) dy}{\sqrt{\int F_i^2(y) dy \cdot \int F_b^2(y) dy}} \\ r = \frac{\int F_b(y - W) \cdot F_a(y) \exp[-j \{ (\beta_a + \beta_b) y - W \beta_b \} \tan \theta] dy}{\sqrt{\int F_a^2(y) dy \cdot \int F_b^2(y) dy}} \\ s = \frac{\int F_b(y + W) \cdot F_b(y) \exp[j \{ (\beta_a + \beta_b) y + W \beta_b \} \tan \theta] dy}{\sqrt{\int F_a^2(y) dy \cdot \int F_b^2(y) dy}} \quad (2.3)$$

การอินทิเกรตทั้งหมดในกระบวนการสมการจะทำตั้งแต่  $-\infty$  ถึง  $+\infty$  เทอมที่สองทางขวามือของสมการ(2.2) จะพิจารณาจากการอินทิเกรตซ้อนของสนามไฟฟ้าระหว่างท่อนำคลื่นเอ้าท์พุททั้งสองซึ่งปกติจะน้อยมากๆ ถ้าท่อนำคลื่นแบบกิ่งทำตัวเป็นตัวแบ่งแยกกำลัง นำหน้าคลื่นที่ลาดเอียงมาพิจารณา จะได้สัมประสิทธิ์  $e_a$  และ  $e_b$  จากการคำนวณอินทิเกรตซ้อน (overlap integrals) ของสนามไฟฟ้าระหว่างท่อนำคลื่นอินพุทและแต่ละกิ่งเอ้าท์พุท ซึ่งจะได้กำลังเอ้าท์พุทนอมัลไลซ์

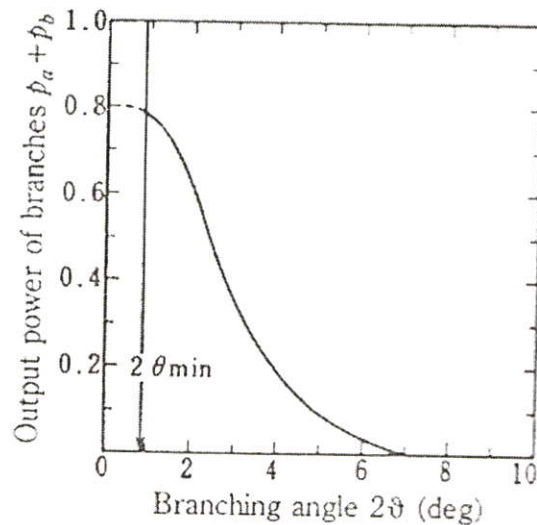
เป็น

$$\begin{aligned} p_a &= |e_a|^2 \\ p_b &= |e_b|^2 \end{aligned} \tag{2.4}$$

และการสูญเสียที่จุดแยกไปยังกิ่งก็คือ

$$\text{Loss} = -10 \log(p_a + p_b) [dB] \tag{2.5}$$

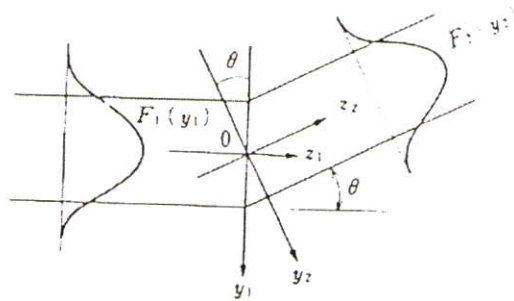
ดังตัวอย่างเชิงตัวเลขหนึ่ง นั่นก็คือเลือกท่อนำคลื่นแบบกึ่งโหมคเดี่ยวกว้าง 4 ไมโครเมตร ซึ่ง  $N_i = N_a = N_b$ ,  $\Delta n = 5 \times 10^{-3}$  และ  $\lambda = 0.6328$  ไมโครเมตร การแปรผันของกำลังที่ส่งไปที่อุปกรณ์ที่มีมุมระหว่างกิ่ง  $2\theta$  ดังแสดงในรูป 2.8 ค่าการสูญเสียจากการแผ่พลังงานมีค่า 3 เดซิเบล เมื่อ  $2\theta = 2.5$  องศา การสูญเสียที่เกิดจากการแผ่พลังงานจะมีค่าน้อยที่สุดถ้าความกว้างของท่อนำคลื่นพอที่จะลดผลกระทบของหน้าคลื่นที่ลาดเอียงหรือค่า  $\Delta n$  เพิ่มขึ้นสำหรับการควบคุมแสงที่ดีในท่อนำคลื่น มุมต่ำสุด  $2\theta_{\min}$  สำหรับการแบ่งแยกกำลังนิยามว่าเป็นมุมระหว่างกิ่งที่ซึ่งพิจารณาถึงเอาท์พุททั้งสองกิ่งเป็นคัปเปิลอร์ที่มีทิศทางที่มีช่องว่างที่สามารถปรับค่าได้ในบริเวณ  $z > 0$  กำลังแสง 10 เปอร์เซ็นต์จะถูกส่งผ่านจากกิ่งหนึ่งไปอีกกิ่งหนึ่ง สำหรับตัวอย่างเชิงตัวเลขจะแสดงในรูปที่ 2.9 ซึ่งมีมุม  $\Delta n = 0.9$  องศา สมการ (2.1) ถึง (2.5) สามารถนำไปปรับใช้ได้ ในช่วง  $2\theta > 2\theta_{\min}$



**รูปที่ 2.9** กำลังเอาท์พุทกับมุมระหว่างกิ่งของท่อนำคลื่นแสงลิเทียมไนโอเบตที่เชื่อมด้วยไททานเนียม ซึ่งเป็นท่อนำคลื่นแสงแบบกึ่งโหมคเดี่ยว เมื่อมี  $\lambda = 0.6328$  ไมโครเมตร,  $W = 4$  ไมโครเมตร และ  $\Delta n = 5 \times 10^{-3}$

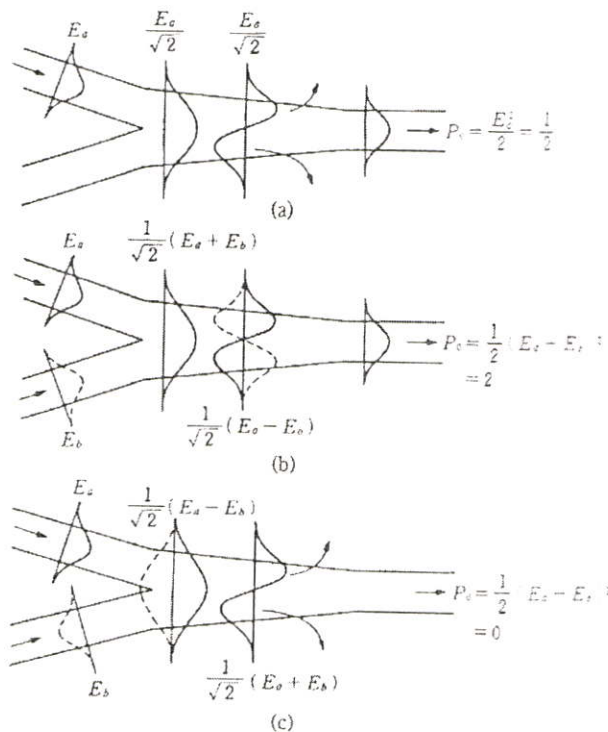
ท่อนำคลื่นที่มีมุมโค้งงอ (corner-bent waveguide) ดังแสดงในรูปที่ 2.10 บ่อยครั้งที่นำมาใช้

สำหรับการเปลี่ยนทิศทางของแสง การสูญเสียจากการแผ่พลังงานที่มุมก็จะถูกนำมาพิจารณาด้วยวิธีการเดียวกับที่กล่าวมาข้างต้น



รูปที่ 2.10 ท่อนำคลื่นที่มีมุมโค้งงอ

พิจารณาการทำงานของท่อนำคลื่นแบบกึ่งโหมดเดี่ยวเมื่อโหมดการนำตกกระทบจากด้านข้างของกึ่ง สำหรับความง่ายจะพิจารณาแอมพลิจูดของสนามไฟฟ้าของโหมดการนำที่ตกกระทบในกึ่ง A เท่ากับ  $E_a$  ในกึ่ง B ดังนั้น  $E_a = E_b = 1$  ดังแสดงในรูปที่ 2.11 มีสามกรณีที่แตกต่างกันสำหรับการกระตุ้นโหมดการนำซึ่งจะพิจารณาตามนี้



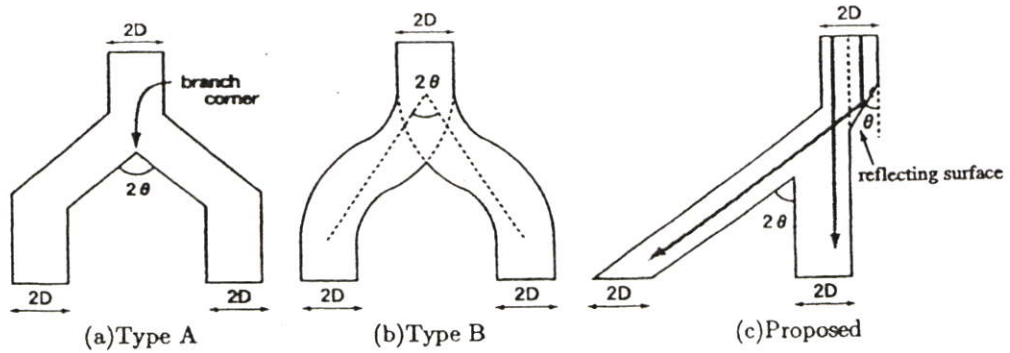
รูปที่ 2.11 การรวมกันและการแทรกสอดของโหมดการนำที่จุดแยกกึ่งของอุปกรณ์ เมื่อสมมติให้  $E_a^2 = E_b^2 = 1$  (a) กรณีที่โหมดการนำตกกระทบที่กึ่ง A เท่านั้น, (b) กรณีที่โหมดการนำสองโหมดที่มีแอมพลิจูดเท่ากันและตกกระทบเฟสเดียวกันที่ทั้งสองกึ่ง และ (c) กรณีที่โหมดการนำตกกระทบกึ่งทั้งสองของอุปกรณ์มีเฟสตรงกันข้ามกัน

1. เมื่อโหมคการนำตกกระทบจากขา A เท่านั้น โหมคคู่และโหมคเดี่ยวที่มีแอมพลิจูด  $E_0/2$  เดียวกัน จะถูกกระด้้นจากบริเวณใกล้เคียงของจุดที่แยกกันของกึ่งที่มีความกว้างเป็น  $2W$  โหมคเดี่ยวจะแผ่เข้าไปในซ้บสเตรทระหว่างการแพร่ของแสงไปตามท่อนำคลื่นเร็ว จะมีเพียงโหมคคู่เท่านั้นที่สามารถไปถึงปลายของเอาท์พุท ดังนั้นกำลังเอาท์พุทจะมีค่าเป็น  $P_0 = E_0^2/2 = 1/2$  ในกรณีนี้โหมคการนำจะมีความสูญเสียจากการแผ่พลังงาน 3 เดซิเบล เมื่อโหมคการนำนี้ข้ามผ่านจุดแยกของกึ่ง
2. พิจารณากรณีทีโหมคการนำสองโหมคที่มีแอมพลิจูดเท่ากันตกกระทบจากทั้งกึ่ง A และกึ่ง B พร้อมกัน เมื่อโหมคการนำที่ตกกระทบเหล่านี้มีเฟสตรงกัน (in phase) มีเพียงโหมคคู่เท่านั้นที่ถูกกระด้้นที่จุดแยกของกึ่งและถูกแปลงไปเป็นโหมคพื้นฐานในท่อนำคลื่นเอาท์พุท โหมคเดี่ยว อีกนัยหนึ่งก็คือโหมคเดี่ยวสองโหมคที่มีแอมพลิจูดเท่ากันก็ถูกกระด้้นที่จุดแยกกึ่งเช่นกัน ดังแสดงในรูปที่ 2.8 โดยดูที่เส้นทึบและเส้นประ แต่อย่างไรก็ดี โหมคเดี่ยวเหล่านี้มีเฟสตรงข้ามกัน (in opposite phase) และยกเลิกแต่ละอันที่ทางออก ในกรณีนี้กำลังเอาท์พุทสูงสุด  $P_0 = 1/2(E_+ + E_-)^2 = 2$  นี้จะได้รับโดยไม่มีการสูญเสียจากการแผ่พลังงาน
3. เมื่อโหมคการนำที่ตกกระทบสองอันมีเฟสตรงกันข้ามกัน จะมีเพียงโหมคเดี่ยวเท่านั้นที่ถูกกระด้้นที่จุดแยกของกึ่ง แต่อย่างไรก็ตาม โหมคเดี่ยวจะแผ่ไปยังซ้บสเตรทได้อย่างเต็มที่ในท่อนำคลื่นเร็ว ในกรณีจะไม่มีเอาท์พุท ดังนั้นท่อนำคลื่นแบบกึ่งโหมคเดี่ยวใช้สำหรับการรวมและการแทรกสอดของโหมคการนำสามารถนำมาพิจารณาเป็นอุปกรณ์ทางแสงที่มีสองอินพุทและสองเอาท์พุทพอร์ทได้ในขณะที่นำโหมคการแผ่พลังงานในซ้บสเตรทมาพิจารณา

#### 2.4.2 ท่อนำคลื่นแสงชนิดตัววยที่มีพื้นผิวสะท้อนแสง

ท่อนำคลื่นแสงชนิดตัววยเป็นหนึ่งในอุปกรณ์พื้นฐานของวงจรแสงแบบประมวล ท่อนำคลื่นแสงชนิดนี้ทำหน้าที่รวมแสง แยกลำแสง และแทรกสอดลำแสง ซึ่งขึ้นอยู่กับกรนำไปใช้งาน เนื่องจากความยาวของท่อนำคลื่นแสงชนิดตัววยขึ้นอยู่กับมุมของระหว่างกึ่งของอุปกรณ์พิจารณาวงจรแสงแบบประมวลที่มีความหนาแน่นสูงๆ จะต้องการอุปกรณ์ท่อนำคลื่นแสงชนิดตัววยที่มีขนาดเล็กหรือกล่าวคือต้องการอุปกรณ์นี้ที่มีมุมระหว่างกึ่งของอุปกรณ์กว้างๆ ที่มีประสิทธิภาพสำหรับการบรรจุภัณฑ์ที่มีขนาดกระทัดรัดในวงจรแสงแบบประมวล แต่เนื่องจากท่อนำแสงชนิดตัววยทั่วไปถ้ามีมุมระหว่างกึ่งของอุปกรณ์กว้างๆ ทำให้มีการสูญเสียกำลังแสงมาก โดยเฉพาะการสูญเสียที่เกิดจากการกระเจิงของแสงที่บริเวณมุมทางแยกของกึ่งของอุปกรณ์ชนิดนี้ ดังนั้นจึงได้มีงานวิจัยหนึ่ง [1] คิดค้นท่อนำคลื่นแสงชนิดตัววยที่สามารถแก้ไขปัญหการสูญเสียกำลังแสงจากการกระเจิงจากบริเวณมุมของกึ่งของอุปกรณ์ให้น้อยลงได้ โดยได้ออกแบบท่อนำคลื่นแสงชนิดตัววยให้เป็นท่อนำแสงแบบไม่สมมาตรและมีพื้นผิวสะท้อนแสงทำหน้าที่แบ่งกำลังแสงออกทางเอาท์พุทของอุปกรณ์ ท่อนำคลื่นแสงชนิดตัววยแบบที่มีพื้นผิวสะท้อนแสงนี้มีคุณสมบัติการสูญเสียกำลังต่ำและสามารถออกแบบให้มีมุมกว้างได้หรือสามารถทำให้มี





รูปที่ 2.12 โครงสร้างของท่อนำคลื่นแสงชนิดตัววย (a) ที่มีรูปทรงเป็นเส้นตรง, (b) ที่มีรูปทรงเป็นรูปตัวเอสซอนด์ทับกับตัวเอสกับด้าน และ (c) แบบที่มีพื้นผิวสะท้อนแสง [3]

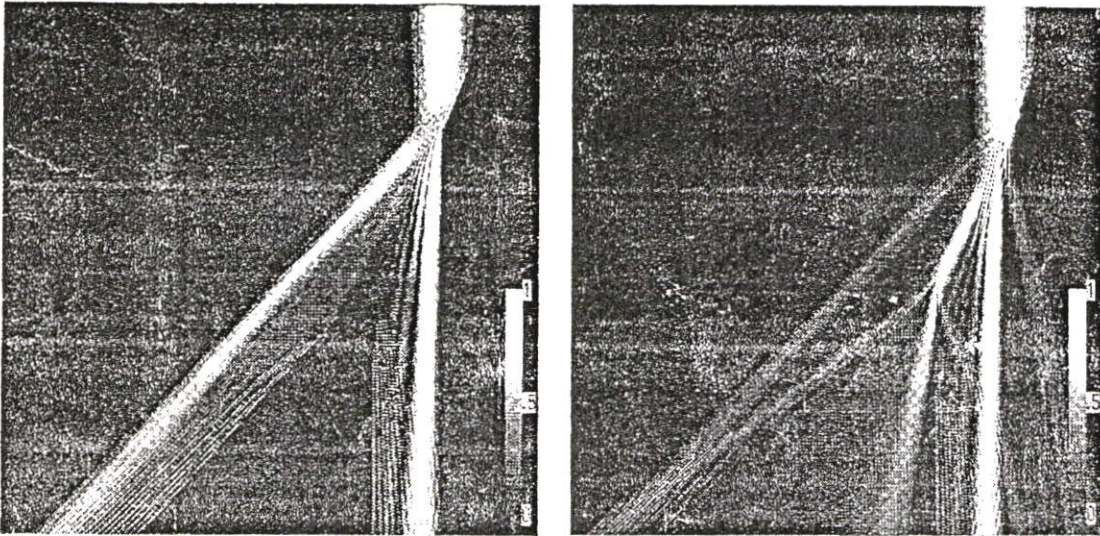
ท่อนำคลื่นแสงชนิดตัววยที่มีพื้นผิวสะท้อนแสงจะเกี่ยวข้องกับเงื่อนไขของการสะท้อนกลับหมดที่พื้นผิวสะท้อนแสง อัตราการแบ่งแยกกำลังที่เสถียรที่จะได้รับจะต้องมีมุมที่พื้นผิวสะท้อนแสงไม่มากไปกว่ามุมวิกฤต เนื่องจากมุมระหว่างกิ่งได้ออกแบบให้เป็นสองเท่าของมุมพื้นผิวสะท้อนแสงซึ่งนั่นก็คือ ข้อจำกัดของมุมระหว่างกิ่งของอุปกรณ์  $\theta_{MAX}$  ซึ่งจะนิยามได้ดังนี้

$$\theta_{MAX} = 2\theta_c = 2 \cos^{-1}(1 - \Delta n) \quad (2.6)$$

และ

$$\Delta n = \frac{(n_1^2 - n_2^2)}{2 \times n_1^2} \quad (2.7)$$

เมื่อ  $\theta_c$  และ  $\Delta n$  เป็นมุมวิกฤตของพื้นผิวสะท้อนแสงและอัตราส่วนของค่าดัชนีหักเหของพื้นที่แกนนำ ( $n_1$ ) และพื้นที่เคลดคิง ( $n_2$ ) ตามลำดับ ดังนั้นในการออกแบบให้ค่า  $\Delta n$  มีค่าสูงจะมีผลต่อการออกแบบท่อนำคลื่นชนิดนี้ให้มีมุมกว้าง เพราะว่า  $\theta_{MAX}$  จะเพิ่มขึ้นในขณะที่ออกแบบค่า  $\Delta n$  มากขึ้น



รูปที่ 2.13 ความเข้มของลำแสงการนำของท่อนำคลื่นแสงชนิดตัววยที่มีพื้นผิวสะท้อนแสงโดยที่  
(a)  $\theta < \theta_c$  , (b)  $\theta > \theta_c$  [3]

ในรูปที่ 2.13 (a) และ (b) แสดงผลการวิเคราะห์เชิงตัวเลขของความเข้มของลำแสงการนำของท่อนำคลื่นแสงชนิดตัววยที่มีพื้นผิวสะท้อนแสงด้วยวิธี FD-BPM (Finite Different Beam Propagation Method) ในรูปที่ 2.13 (a) แสดงผลในกรณีที่มีมุมของพื้นผิวสะท้อนแสง  $\theta$  น้อยกว่ามุมวิกฤต  $\theta_c$  และ แสดงกรณีที่มีมุม  $\theta$  มากกว่ามุม  $\theta_c$  ซึ่งแสดงให้เห็นอย่างชัดเจนว่ากำลังแสงถูกแบ่งแยกออกมาสองกิ่งเอ้าท์พุทในรูปที่ 2.13 (a) ขณะที่แสงไม่สามารถถูกแบ่งออกที่ สองกิ่งเอ้าท์พุทได้อย่างชัดเจนดังในรูปที่ 2.13 (b) นอกจากนี้ในรูปที่ 2.13 (a) ยังแสดงให้เห็นว่าการแพร่ของลำแสงการนำไม่ขึ้นอยู่กับมุมระหว่างกิ่งของอุปกรณ์ ซึ่งสรุปได้ว่าการผลิตท่อนำคลื่นแสงชนิดตัววยให้มีมุมระหว่างกิ่งแหลมคมก็ไม่จำเป็นต้องผลิตลักษณะในทางปฏิบัติอีกแล้ว

ลักษณะที่โดดเด่นของท่อนำคลื่นแสงชนิดตัววยที่มีพื้นผิวสะท้อนแสงนี้ก็คือเป็นอุปกรณ์ที่มีโครงสร้างที่ไม่สมมาตร แล้วมันก็สำคัญต่อการหาค่าการสูญเสียที่ไม่เพียงแต่สมบัติการสูญเสีย แต่ยังมีความเสถียรของอัตราการแบ่งกำลังแสงของอุปกรณ์ท่อนำคลื่นแสงชนิดตัววยที่ไม่สมมาตร โครงสร้างที่ไม่สมมาตรนี้สามารถออกแบบอัตราการแบ่งกำลังของอุปกรณ์ได้อีกด้วย

## 2.5 อุปกรณ์แมกเซินเดอร์อินเทอร์ฟีโรมิเตอร์ (Mach-Zehnder interferometer)

อุปกรณ์แมกเซินเดอร์อินเทอร์ฟีโรมิเตอร์นี้ เป็นอุปกรณ์ที่ประกอบไปด้วยตัวเลื่อนเฟส (phase shifter) ที่อยู่ในอุปกรณ์ท่อนำคลื่นแบบตัววย (Y-branches) หรืออุปกรณ์คัปเปิลเลอร์แบบมีทิศทาง (directional couplers) โดยจะมีสองพอร์ตที่มีการมอดูเลตเฟสภายในตัวเลื่อนเฟสเพื่อแปลงไปเป็นการมอดูเลตความเข้มแสง นั่นก็คือข้อมูลจะถูกบีบโดยการมอดูเลตเฟสที่ข้างหนึ่ง

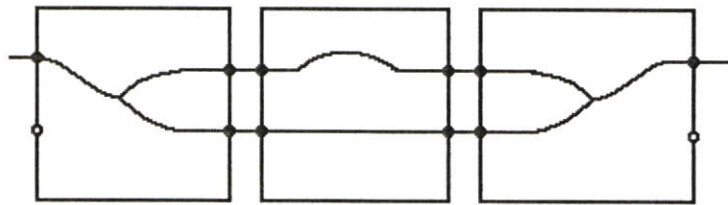
ของตัวเลื่อนเฟส เช่น เฟสเลื่อนไป  $\Delta\varphi$  ซึ่งทำหน้าที่เป็นพารามิเตอร์ตัวหนึ่งที่อยู่ภายใต้การปรากฏการณ์การมอดูเลต ตัวเลื่อนเฟสของแมกเซ็นเดอร์อินเทอร์ฟีโรมิเตอร์นี้จะถูกต่อไว้ในระหว่างอุปกรณ์ที่นำคลื่นแบบตัววาย โดยจะมีปัจจัยการส่งผ่าน (transfer factor) ของอุปกรณ์เป็นดังนี้

$$U^* = (0 \ 1) \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \exp(i\Delta\varphi/2) & 0 \\ 0 & \exp(-i\Delta\varphi/2) \end{pmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$= \cos(\Delta\varphi/2) \quad (2.8)$$

เวกเตอร์ที่จุดเริ่มต้นและสุดท้ายของเมตริกซ์ที่อยู่ทางด้านขวาของสมการข้างต้นใช้แยกพอร์ตเอาต์พุตสองพอร์ตของอุปกรณ์แมกเซ็นเดอร์อินเทอร์ฟีโรมิเตอร์ เมตริกซ์ตรงกลางแทนตัวเลื่อนเฟสขณะที่สองเมตริกซ์ที่เหลือเป็นเมตริกซ์แทนอุปกรณ์ที่นำคลื่นแบบตัววายที่อยู่ด้านหน้าและด้านหลังของตัวเลื่อนเฟส ดังนั้นค่ากำลังที่สอดคล้องของอุปกรณ์จะได้ดังนี้

$$I = \cos^2(\Delta\varphi/2) \quad (2.9)$$

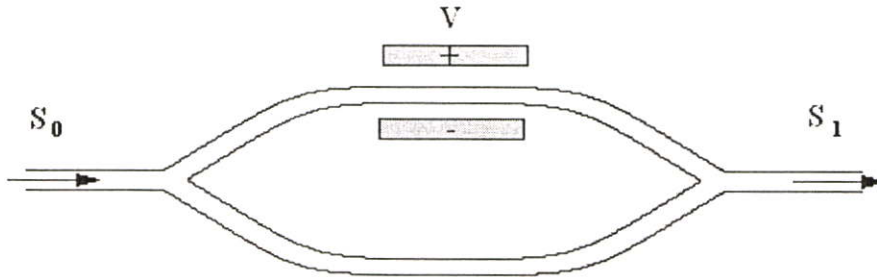


รูปที่ 2.14 แสดงโครงสร้างของอุปกรณ์แมกเซ็นเดอร์อินเทอร์ฟีโรมิเตอร์

พิจารณาการดำเนินการของอุปกรณ์แมกเซ็นเดอร์อินเทอร์ฟีโรมิเตอร์ในเทอมกายภาพ โหมดการนำที่เข้ามาค่อยๆ เข้ามาที่ที่นำคลื่นแบบตัววายแล้วเกิดซูเปอร์โหมดพื้นฐาน (fundamental supermode) ที่ที่นำคลื่นแบบตัววายทางด้านเอาต์พุต ถ้าให้เฟสเลื่อนไป  $\Delta\varphi = 2\pi m$  แล้วซูเปอร์โหมดพื้นฐาน (fundamental supermode) จะเข้าไปในที่นำคลื่นแบบตัววายซึ่งทำหน้าที่เป็นตัวรวมกำลัง (power combiner) และจะเปลี่ยนแปลงไปในโหมดการนำของที่นำคลื่นเอาต์พุต ในทางเทคนิคสองพอร์ตจะเป็นแบบเปิด ถ้าเฟสเลื่อนไปเท่ากับจำนวนคี่คูณกับ  $\pi$  เช่น  $\Delta\varphi = 2\pi m - 1$  โหมดแรกที่ถูกกระตุ้นปล่อยเข้าไปในตัวรวมกำลังและแผ่พลังงานต่อไปแล้วสองพอร์ตจะถูกปิด โดยเห็นได้จากสมการก่อนหน้านี้

อุปกรณ์แมกเซ็นเดอร์อินเทอร์ฟีโรมิเตอร์สามารถเพิ่มความสำคัญโดยการพัฒนาเทคโนโลยีของที่นำคลื่นแสงแบบประมวล (integrated optical waveguide technology) สามารถนำไปประยุกต์ใช้ได้อย่างง่ายดังแสดงในรูปที่ 2.15 คลื่นที่เข้ามาถูกแบ่งอย่างเท่ากันไปยังแขนทั้งสองของที่นำแสงของอินเทอร์ฟีโรมิเตอร์ ถ้าคลื่นรวมกันแบบเฟสตรงกัน (in phase) ในที่นำแสงที่

สอง แล้วพลังงานอินพุตทั้งหมดจะถูกส่งผ่านไป แต่ถ้าคลื่นรวมกันแบบเฟสตรงข้ามกัน (out-of-phase) ที่ท่อนำแสงที่สอง จะไม่มีเอาต์พุต  $S_1$  (ในระบบท่อนำแสงแบบปิดพลังงานจะสะท้อนกลับไปยังพอร์ตอินพุต แต่ในอุปกรณ์ท่อนำแสงไดอิเล็กตริกแบบที่มีความแตกต่างของค่าดัชนีหักเหต่ำ (integrated low-index-contrast) ที่รวมกันแบบเฟสตรงกันข้าม สร้างพลังงานในโหมดการเคลื่อนที่ไปข้างหน้า (forward travelling mode) ซึ่งจะไม่มีปัญหาเนื่องจากท่อนำแสงขาออก



รูปที่ 2.15 ท่อนำแสงแมคเซ็นเดอร์ที่มีอิเล็กโตรดสำหรับมอดูเลต (modulation electrode)

มีงานประยุกต์ที่สำคัญของท่อนำแสงแมคเซ็นเดอร์คือ การทำตัวกรองหรือฟิลเตอร์ความยาวคลื่น (wavelength filter) และการทำตัวมอดูเลเตอร์ที่ใช้ในการส่งข้อมูลลงไปในตัวนำแสง ในช่วงแรกนี้จะพิจารณางานด้านฟิวเตอร์ซึ่งขึ้นอยู่กับความยาวคลื่น เมื่อ  $l_2 \neq l_1$  สมมติให้เอาต์พุตมากที่สุดที่  $\lambda_0$  เมื่อ  $l_2 - l_1 = dl$  ตัวอย่างเช่น  $\pi\Delta L / \lambda_0 = m\pi$  จากนั้นการส่งผ่านจะมีค่าเป็นศูนย์สำหรับ  $\lambda = \lambda_0 + \Delta\lambda$  เมื่อ

$$\frac{\pi\Delta L}{\lambda_0 + \Delta\lambda} = m\pi + \frac{\pi}{2} \quad (2.10)$$

ในตอนนี้สมมติให้  $\Delta L$  ใหญ่เพียงพอเพื่อให้  $\Delta\lambda = \lambda_0$  เราจะได้

$$\frac{\pi\Delta L}{\lambda_0} \left( 1 - \frac{\Delta\lambda}{\lambda_0} \right) = m\pi + \frac{\pi}{2} \quad (2.11)$$

$$\Delta\lambda = \frac{\lambda_0}{2\Delta L} \cdot \lambda_0$$

ดังนั้นเศษส่วนแบนด์วิธของฟิวเตอร์  $\Delta\lambda / \lambda_0$  จะแปรผกผันกับ  $\Delta L$

ในกรณีที่เป็นตัวมอดูเลเตอร์สามารถทำได้โดยสร้างท่อนำแสงในวัสดุอิเล็กโตรออปติก (electro-optic) ซึ่งเป็นวัสดุที่มีค่าสภาพยอม (permittivity)  $\epsilon$  เปลี่ยนแปลงอย่างเป็นเชิงเส้นกับสนามไฟฟ้าที่ใส่เข้ามา ต่อมาแรงดันที่ถูกลำระหว่างอิเล็กโตรด (electrode) รอบแขนข้างหนึ่งของอินเตอร์เฟโรมิเตอร์ ดังแสดงในรูปที่ 2.15 จะทำให้ค่าคงที่ไดอิเล็กตริกมีการเปลี่ยนแปลงซึ่งทำให้เกิดความเร็วเฟสต่าง (different phase velocity) ที่แขนนั้น ซึ่งจะทำให้แสงหรือสนามไฟฟ้าที่แขน

ของอุปกรณ์ทางด้านขาออกมีการเปลี่ยนแปลงไปด้วย [14]

การดำเนินการของอุปกรณ์อินเตอร์ฟีโรมิเตอร์ที่เป็นตัวมอดูเลเตอร์คือการเปลี่ยนแปลงเฟส ที่แขนทั้งสองของอุปกรณ์ [15] ดังสมการ

$$\Delta\varphi = \Delta\beta \cdot L = \frac{2\pi\Delta n_{eff} L}{\lambda} \quad (2.12)$$

เมื่อ  $\Delta\varphi$  คือความต่างเฟสระหว่างแขนของอุปกรณ์อินเตอร์ฟีโรมิเตอร์

$$\Delta\beta = \beta_1 - \beta_2$$

$\beta_{1,2}$  คือค่าคงที่การแพร่ในท่อนำคลื่นแขนทั้งสองของอุปกรณ์อินเตอร์ฟีโรมิเตอร์

$L$  เป็นความยาวของอิลีกโตรด

$\Delta n_{eff}$  การเปลี่ยนแปลงค่าดัชนีหักเหประสิทธิผล (Effective refractive index)

ดังนั้นการตอบสนองของกำลังเอาต์พุตของอุปกรณ์อินเตอร์ฟีโรมิเตอร์ที่ทำหน้าที่เป็นตัวมอดูเลเตอร์ จะได้อธิบายได้ดังนี้

$$P_{out} = P_{in} \cos^2(\Delta\varphi/2) \quad (2.13)$$

## 2.6 แหล่งกำเนิดการสูญเสียในการแพร่ของแสง

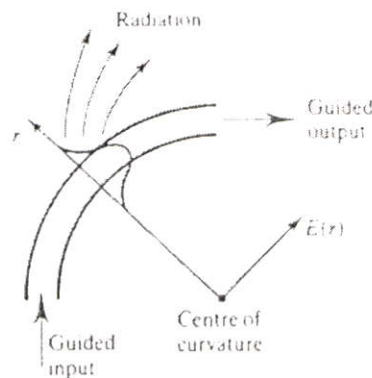
### 2.6.1 กลไกการสูญเสียพื้นฐาน

สาเหตุหลักของการสูญเสียในการแพร่ในท่อนำคลื่นตรงก็คือการดูดกลืน (absorption) และการกระเจิง (scattering) จากความไม่เป็นเนื้อเดียวกันของวัสดุและความไม่สมบูรณ์ของขอบเขต ต่อมาได้มีการลดค่าความสูญเสียในการผลิตใยแก้วในกระบวนการขึ้นรูปขั้นสุดท้าย แต่ความเรียบที่เกิดขึ้นนี้จะไม่เกิดในกระบวนการผลิตอุปกรณ์แสงแบบประมวลซึ่งในการผลิตนั้นจะมีการเซ็ดหน้ากากหลัก (master mask set) เป็นแบบกัดลอกอัตราส่วน 1:1 โดยทั่วไปแล้วในอุปกรณ์แสงแบบประมวลนี้จะมีสูญเสียที่เกิดจากการกระเจิงสูง แต่อย่างไรก็ตามการสูญเสียต่างๆ ขึ้นอยู่กับธรรมชาติความแม่นยำของการนำ ดังตัวอย่างดังนี้ ท่อนำคลื่นช่องแบบฝัง (buried channel guides) ลิเทียมไนโอเบต ( $\text{LiNbO}_3$ ) โดยทั่วไปแล้วจะมีค่าการสูญเสียอยู่ที่ 1.0 dB/cm ที่ความยาวคลื่น 0.633  $\mu\text{m}$ , 0.5 dB/cm ที่ความยาวคลื่น 1.15  $\mu\text{m}$  และ 0.2 dB/cm ที่ความยาวคลื่น 1.52  $\mu\text{m}$  ในกรณีนี้สาเหตุหลักในการสูญเสียก็คือปรากฏการณ์การหักเหของแสง (photorefractive effect) และนี่คือรูปแบบของการสูญเสียสัญญาณแสงซึ่งเป็นผลมาจากการเปลี่ยนแปลงค่าดัชนีหักเห แสงที่กระเจิงออกจากท่อนำนี้เป็นสาเหตุให้การสูญเสียมีค่าเพิ่มมากขึ้น ปรากฏการณ์การหักเหของแสงนี้ขึ้นอยู่กับระดับของกำลังแสงในท่อนำและจะมีผลอย่างมากต่อความยาวคลื่นในย่านที่มองเห็น แต่จะลดลงอย่างมากเมื่อเป็นความยาวคลื่นในช่วงใกล้อินฟราเรด

สำหรับท่อนำคลื่นช่องแบบริบแกเลียมอาเซไนด์ (GaAs) เริ่มแรกมีค่าการสูญเสียที่สูงก็คืออยู่ที่ประมาณ 4.0 dB/cm แต่ในปัจจุบันค่าการสูญเสียได้ลดลงไปประมาณ 0.2 dB/cm ค่าการสูญเสียในโครงสร้างที่เป็นเนื้อเดียว (homostuctures) ส่วนมากจะมีผลมาจากพาหุอิสระในชั้นที่มีค่าดัชนีหักเหต่ำที่ด้านนอกท่อนำ สำหรับที่การสูญเสียต่ำนั้น โหมดจะต้องมีการกักแสงที่ดีภายในชั้นการนำ แต่อย่างไรก็ตามค่าการสูญเสียที่เกิดขึ้นมากจะมาจากการกระเจิงจากผนังท่อนำ [16]

### 2.6.2 การสูญเสียจากการโค้งงอ

โดยทั่วไปความต้องการในระบบท่อนำคลื่นนี้ก็คือสามารถให้แสงเดินทางในส่วนที่โค้งงอได้ ตัวอย่างเช่นการเชื่อมต่อระหว่างอุปกรณ์ต่างๆ บนชิพวงจรรวมแบบประมวล ซึ่งอย่างไรก็ตามความโค้งงอของท่อนำคลื่นนี้เป็นผลให้มีความสูญเสียกำลังเพิ่มมากขึ้นจากการสูญเสียจากการแพร่หรือการเดินทางของแสงปกติ ในรูปที่ 2.16 แสดงปรากฏการณ์ที่เป็นสาเหตุในการเปลี่ยนแสงที่อยู่ในท่อนำให้อยู่ในโหมดการแผ่พลังงาน (radiation modes)



รูปที่ 2.16 การสูญเสียจากการแผ่พลังงาน (radiation loss) ที่ท่อนำคลื่น โค้งงอ

วิธีหนึ่งที่จะทำให้เข้าใจสาเหตุหลักของการแผ่พลังงานคือพิจารณาโปรไฟล์ของสนามในภาคตัดขวางเป็นโหมดการนำที่เดินทางไปในส่วนที่โค้งงอ เพื่อรักษารูปแบบของสนามไว้จึงต้องหมุนรอบจุดศูนย์กลางของความโค้งของท่อนำ เหมือนซี่ล้อที่อยู่ในล้อที่กำลังหมุนอยู่ โดยทั่วไปแล้วที่ห่างจากจุดศูนย์กลางคลื่นจะมีความเร็วในการเคลื่อนที่ได้เร็วกว่า แต่อย่างไรก็ตามส่วนสนามอิวเวนเนสซันต์ด้านนอกสุดของสนามที่ขยายออกที่รัศมีอนันต์ ดังนั้นที่ระยะทางจากแกนนำสนามมีความเร็วแสงมากเกินในวัสดุฐานรองเพื่อรักษาระดับไว้ ดังนั้นสัดส่วนของสนามด้านนอกที่จุดนี้จะต้องแผ่พลังงานออกมาเพื่อลดกำลังในโหมดการนำ และถ้าต้องการให้ความสูญเสียจากความโค้งงอต่ำๆ จะต้องมีความโค้งไม่มากซึ่งโดยทั่วไปรัศมีมีความโค้งจะมากกว่า 1 cm สำหรับอุปกรณ์ลิเทียมไนโอเบตที่เจือด้วยไททาเนียม (Ti-diffused LiNbO<sub>3</sub>) สิ่งนี้จำกัดอุปกรณ์ที่มีความหนาแน่นของการบรรจุสูง

## 2.7 สรุป

ท่อนำคลื่นแสงเป็นอุปกรณ์ที่สำคัญและมีบทบาทต่อวงจรแสงแบบประมวลในอุปกรณ์โครงข่ายและคอมพิวเตอร์และมีบทบาทที่สำคัญในการสื่อสารใยแก้วนำแสง จากเนื้อหาข้างต้นจะเห็นได้ว่ามีท่อนำคลื่นแสงนี้หลายชนิด ซึ่งชนิดที่สนใจในวิทยานิพนธ์ฉบับนี้จะเป็นอุปกรณ์ท่อนำคลื่นแสงชนิดแบ่งแยกกำลัง โดยเฉพาะท่อนำคลื่นแสงแบบกึ่งหรือท่อนำคลื่นแสงชนิดตัววายซึ่งทำหน้าที่เป็นอุปกรณ์แบ่งแยกกำลัง และในบทนี้ยังได้กล่าวถึงท่อนำคลื่นแสงชนิดตัววายที่มีพื้นผิวสะท้อนแสงซึ่งได้รับการออกแบบมาสำหรับทำเป็นอุปกรณ์ที่มีมุมระหว่างกึ่งกว้างๆ ได้โดยมีการสูญเสียกำลังไม่มากนัก เนื่องจากออกแบบมาให้ลดการสูญเสียที่เกิดจากการกระเจิงของลำแสงในขณะที่แยกออกไปที่กึ่งของอุปกรณ์ทั้งสองกึ่ง และนอกจากนี้ยังได้กล่าวถึงทฤษฎีพื้นฐานของอุปกรณ์แมกเซ็นเดอร์อินเทอร์ฟีโรมิเตอร์ที่เป็นอุปกรณ์ที่สำคัญชนิดหนึ่งในวงจรแสงแบบประมวล ซึ่งจะเห็นได้ว่าอุปกรณ์นี้เกิดจากการนำอุปกรณ์ท่อนำคลื่นแสงชนิดตัววายสองตัวมาเชื่อมต่อกัน ซึ่งสามารถนำไปวิเคราะห์ในการจำลองต่อไปได้ และในหัวข้อสุดท้ายกล่าวถึงค่าการสูญเสียที่เกิดขึ้นกับท่อนำคลื่นแสงซึ่งมีสองส่วนก็คือการสูญเสียที่เกิดจากการกระเจิงและการแผ่พลังงาน

## บทที่ 3

# วิธีการวิเคราะห์การแพร่กระจายของลำแสงในท่อนำคลื่น

### 3.1 กล่าวนำ

การวิเคราะห์ท่อนำคลื่นแสงที่มีโครงสร้างไม่ซับซ้อนมากนักสามารถใช้วิธีเชิงวิเคราะห์มาวิเคราะห์ปัญหาได้แต่ถ้าท่อนำคลื่นแสงที่มีโครงสร้างซับซ้อนการวิเคราะห์ด้วยวิธีเชิงวิเคราะห์จะทำได้ยาก หรืออาจหาผลไม่ได้เลย วิธีเชิงตัวเลขจึงมีประโยชน์ในลักษณะดังกล่าวมานี้ ซึ่งท่อนำคลื่นต้องการหาผลเฉลยของสมการอนุพันธ์ย่อย และคอมพิวเตอร์ที่เหมาะสมและมีความสามารถนำมาคำนวณได้ งานจำนวนมากในทุกวันนี้เกี่ยวกับวงจรแสงแบบประมวลผลสัญญาณการประมาณ เมื่อคอมพิวเตอร์มีความสามารถเพิ่มมากขึ้น ผลเฉลยทางการประมาณเชิงตัวเลขก็เพิ่มมากขึ้นด้วย เช่น วิธีไฟไนต์อีลิเมนต์ และวิธีไฟไนต์ดิฟเฟอเรนซ์ ที่ใช้สำหรับวิเคราะห์โครงสร้างของท่อนำคลื่น และวิธีหนึ่งที่เป็นที่นิยมในการวิเคราะห์แสงที่แพร่ผ่านท่อนำคลื่นก็คือ วิธีบีมพรอพาเกชันเป็นวิธีวิเคราะห์ท่อนำคลื่นแสงที่มีรูปร่างเปลี่ยนแปลงตามแนวแกน เนื่องจากการคำนวณจะแบ่งท่อนำคลื่นแสงออกเป็นระนาบย่อยๆ ทำให้ประหยัดหน่วยความจำที่ใช้ในการคำนวณและลดเวลาในการคำนวณลง ซึ่งวิธีบีมพรอพาเกชันก็มีหลายวิธีการวิเคราะห์เชิงตัวเลขได้แก่ วิธีฟาสฟูเรียร์ทรานสฟอร์มบีมพรอพาเกชัน, วิธีไฟไนต์ดิฟเฟอเรนซ์บีมพรอพาเกชัน และวิธีไฟไนต์อีลิเมนต์บีมพรอพาเกชัน ในวิทยานิพนธ์นี้สนใจที่จะใช้วิธีการวิเคราะห์ท่อนำคลื่นแสงด้วยวิธีไฟไนต์อีลิเมนต์บีมพรอพาเกชัน ซึ่งในบทนี้จะกล่าวถึงสมการพื้นฐานสำหรับการประมาณด้วยวิธีบีมพรอพาเกชัน, กล่าวถึงวิธีการประเชิงตัวเลขไฟไนต์อีลิเมนต์ และการประยุกต์ใช้วิธีไฟไนต์อีลิเมนต์บีมพรอพาเกชันในการวิเคราะห์ท่อนำคลื่นแสง

### 3.2 วิธีบีมพรอพาเกชัน

วิธีที่เป็นที่นิยมในการวิเคราะห์แสงที่แพร่ผ่านท่อนำคลื่นแสงก็คือวิธีบีมพรอพาเกชัน วิธีบีมพรอพาเกชันเป็นเครื่องมือที่ใช้ในการวิเคราะห์ท่อนำคลื่นแสงที่มีรูปร่างเปลี่ยนแปลงตามแนวแกน โดยวิธีนี้เป็นวิธีที่ดัดแปลงมาจากวิเคราะห์การแพร่กระจายคลื่นในอากาศโดยนำมาประยุกต์กับท่อนำคลื่นแสง หรือกล่าวได้ว่าใช้ในการประมาณค่าทางคณิตศาสตร์สำหรับการแก้ปัญหาการกระจายของแสงในท่อนำคลื่นในลักษณะต่างๆ เนื่องจากในท่อนำคลื่นใช้งานจริงนั้น ไม่สามารถที่จะสร้างให้มีลักษณะเป็นเนื้อเดียวกันตลอดได้ ( Homogeneous ) แต่จะมีความแตกต่างกันของค่าดัชนีหักเหในตัวกลางซึ่งส่งผลให้เกิดการเลี้ยวเบนและการสะสมของเฟส

เนื่องจากผลต่างของค่าดัชนีหักเหของคลื่นแสงที่เดินทางภายในท่อนำคลื่น ซึ่งวิธีบีมพรอพาเกชันได้อาศัยคุณสมบัติของคลื่นนี้มาใช้ในการคำนวณ ซึ่งวิธีคำนวณด้วยวิธีบีมพรอพาเกชันนี้จะเริ่มจากการแบ่งท่อนำคลื่นแสงออกเป็นหลายระนาบ โดยระนาบแต่ละระนาบมีระยะห่างกันน้อยมาก และตั้งฉากกับการแพร่กระจาย การคำนวณจะสมมติคำตอบของสมการให้อยู่ในรูปใกล้เคียงกับคลื่นระนาบโดยขนาดของสนามมีการเปลี่ยนแปลงแบบซ้ำๆ เมื่อเทียบกับทิศทางการแพร่กระจาย ( propagation direction ) และค่าเฟสของสนามมีการเปลี่ยนแปลงอย่างรวดเร็วเมื่อเทียบกับทิศทางการแพร่กระจาย มีท่อนำคลื่นแสงหลายชนิดที่ใช้ในอุปกรณ์ท่อนำแสงจริงแม้ว่าจะมีโครงสร้างไม่สมมาตรเช่น ท่อโค้ง, ท่อแบบเรียว และแบบกากบาท ในทิศทางการแพร่ของแสง

การวิเคราะห์ด้วยวิธีบีมพรอพาเกชันมีข้อดีคือ รวมผลของสนามที่แผ่พลังงานออกไปและสนามที่ถูกนำ ทำให้สามารถวิเคราะห์การควบคุมของสนามในท่อนำคลื่นแสงแบบตัวคัปเปิลอร์ได้ดี และใช้ในการคำนวณแทนวิธีทฤษฎีโหมดเชื่อมโยงได้ นอกจากนี้ยังสามารถคำนวณหาค่าสนามของท่อนำคลื่นแสงที่มีรูปร่างเปลี่ยนแปลงตามแนวแพร่กระจายได้ดี ในการคำนวณยังแบ่งท่อนำคลื่นแสงออกเป็นช่วงย่อยๆ ทำให้ประหยัดการใช้หน่วยความจำในการคำนวณและประหยัดเวลาในการคำนวณ วิธีบีมพรอพาเกชันมีหลายชนิดได้แก่ วิธีฟาสฟูเรียร์ทรานสฟอร์มบีมพรอพาเกชัน, วิธีไฟไนต์ดิฟเฟอเรนซ์บีมพรอพาเกชัน และวิธีไฟไนต์อีลีเมนต์บีมพรอพาเกชันก็ได้พัฒนาขึ้นมา สำหรับการแปลงโคออร์ดิเนตของทิศทางจะใช้วิธีการแปลงฟาสฟูเรียร์, การประมาณแบบไฟไนต์ดิฟเฟอเรนซ์ และการประมาณแบบไฟไนต์อีลีเมนต์

วิธีฟาสฟูเรียร์ทรานสฟอร์มบีมพรอพาเกชันใช้กันอย่างกว้างขวางในการออกแบบท่อนำคลื่นแสงจนกระทั่งวิธีไฟไนต์ดิฟเฟอเรนซ์บีมพรอพาเกชันได้พัฒนาขึ้นมา วิธีฟาสฟูเรียร์ทรานสฟอร์มบีมพรอพาเกชันมีข้อเสียเนื่องจากธรรมชาติของการแปลงฟาสฟูเรียร์ ดังนี้

- ต้องใช้เวลาในการคำนวณนาน
- ความกว้างของการแบ่งช่วงท่อนำแสงในทิศทางที่แสงเดินทางต้องแบ่งอย่างสมมาตร
- เงื่อนไขขอบเขตแบบ โปร่งใสอย่างง่ายไม่สามารถใช้ได้กับขอบเขตของการวิเคราะห์
- ไม่สามารถวิเคราะห์ความกว้างของการแบ่งช่วงท่อนำแสงในทิศทางที่แสงเดินทางที่มีขนาดเล็กๆ ได้
- ไม่สามารถแก้ปัญหาที่มีการ โพลาริเซชันได้
- ไม่สามารถวิเคราะห์ท่อนำคลื่นแสงที่มีผลต่างของค่าดัชนีหักเหหลายๆ ได้
- ขั้นตอนของการแพร่ของแสง ( propagation step) จะต้องมีค่าน้อยๆ

และต่อมาก็ได้มีการพัฒนามาเป็นวิธีไฟไนต์ดิฟเฟอเรนซ์บีมพรอพาเกชัน และพัฒนามาเป็นวิธีไฟไนต์อีลีเมนต์บีมพรอพาเกชัน โดยวิธีไฟไนต์อีลีเมนต์บีมพรอพาเกชันนี้มีข้อดีก็คือ วิธีไฟไนต์อีลีเมนต์บีมพรอพาเกชันสามารถนำไปใช้วิเคราะห์ท่อนำคลื่นแสงแบบรับแสงมากและท่อนำคลื่นแสงที่ขึ้นกับการ โพลาริเซชันของแสงได้, วิธีนี้สามารถเลือกจำนวนอีลีเมนต์และขนาด

ได้ตามต้องการขึ้นอยู่กับความถูกต้องทางการคำนวณที่ต้องการ และอีลีเมนต์แต่ละอีลีเมนต์นี้สามารถปรับได้ตามทิศทาง การแพร่ของแสงได้ซึ่งประสิทธิภาพการคำนวณจะสามารถปรับให้ดีขึ้นได้โดยไม่มีผลกระทบต่อความถูกต้องของการประมาณเชิงตัวเลข

### 3.2.1 การวิเคราะห์คลื่นแสงสำหรับท่อนำคลื่นแสงแบบสแลบ

เนื่องจากแสงมีคุณสมบัติเป็นคลื่นแม่เหล็กไฟฟ้า การวิเคราะห์พฤติกรรมของแสงที่เดินทางภายในท่อนำคลื่นแสงแบบสแลบจึงต้องทำการพิจารณาจากสนามไฟฟ้าและสนามแม่เหล็กเป็นสำคัญ ดังนั้นการใช้วิธีประมาณค่าทางคณิตศาสตร์เพื่อการศึกษาพฤติกรรมของแสงดังกล่าว จึงทำการศึกษาจากสมการของแมกซ์เวลล์ [18] ซึ่งเป็นสมการที่ใช้อธิบายสนามแม่เหล็กไฟฟ้าในตัวกลางใดๆ แต่เนื่องจากในการสื่อสารทางแสง อุปกรณ์ทางแสงหรือท่อนำคลื่นแสงส่วนใหญ่เป็นสารไดอิเล็กตริกซึ่งไม่นำไฟฟ้า ดังนั้นสมการของแมกซ์เวลล์ที่ใช้พิจารณามีรูปแบบดังสมการดังนี้

$$(3.1) \quad \nabla \times \tilde{E} = -\frac{\partial \tilde{B}}{\partial t}$$

$$(3.2) \quad \nabla \times \tilde{H} = \frac{\partial \tilde{D}}{\partial t}$$

$$(3.3) \quad \nabla \cdot \tilde{D} = 0$$

$$\nabla \cdot \tilde{B} = 0$$

(3.4).  
โดยที่

$\tilde{E}$  เป็นเวกเตอร์ของสนามไฟฟ้า (Electric Field Intensity) ที่เกิดขึ้น มีหน่วยเป็น โวลต์ต่อเมตร (Volt/metre: V/m)

$\tilde{H}$  เป็นเวกเตอร์ของสนามแม่เหล็กที่ (Magnetic Field Intensity) เกิดขึ้น มีหน่วยเป็น แอมแปร์ต่อเมตร (Ampere/metre: A/m)

$\tilde{D}$  เป็นเวกเตอร์ของความหนาแน่นเส้นแรงไฟฟ้า (Electric Flux Density) ที่เกิดการเปลี่ยนแปลง มีหน่วยเป็น คูลอมบ์ต่อตารางเมตร (Coulomb/ metre<sup>2</sup> : C/m<sup>2</sup>)

$\tilde{B}$  เป็นเวกเตอร์ของความหนาแน่นเส้นแรงแม่เหล็ก (Magnetic Flux Density) ที่เกิดขึ้น มีหน่วยเป็น เทสลา (Tesla) หรือเวเบอร์ต่อตารางเมตร (Weber/metre<sup>2</sup>)

ค่าพารามิเตอร์ต่างๆ ของสนามแม่เหล็กและสนามไฟฟ้า สามารถแสดงความสัมพันธ์ซึ่งกันและกันได้ด้วยสมการ

$$\tilde{D} = \epsilon \tilde{E} \quad (3.5)$$

$$\tilde{B} = \mu \tilde{H} \quad (3.6)$$

เมื่อ  $\epsilon$  เป็นค่าสภาพยอมหรือค่าเพอมีตริวิตี (Permittivity) มีหน่วยเป็น ฟารัดต่อเมตร (Farad/metre: F/m)

$\mu$  เป็นค่าความซึมซับของตัวกลางหรือค่าเพอเมียบิลิตี (Permeability) มีหน่วยเป็น เฮนรีต่อเมตร (Henry/metre: H/m)

จากสมการของแมกซ์เวลล์ที่ (3.1) ทำการเคิร์ลทั้งสมการจากนั้นแทนค่าด้วยสมการที่ (3.6), (3.2) และ (3.5) ตามลำดับ จะได้ความสัมพันธ์ดังแสดงในสมการที่ (3.7)

$$\nabla \times (\nabla \times \tilde{E}) = -\mu \frac{\partial (\nabla \times \tilde{H})}{\partial t} = -\epsilon\mu \frac{\partial^2 \tilde{E}}{\partial t^2}$$

(3.7)

ใช้คุณสมบัติของเวกเตอร์เอกลักษณ์ (Vector Identity) ในสมการที่ (3.8) จะได้สมการอนุพันธ์สำหรับสนามไฟฟ้าของแสงดังสมการที่ (3.9)

$$\begin{aligned} \nabla \times (\nabla \times \tilde{E}) &= \nabla (\nabla \cdot \tilde{E}) - \nabla^2 \tilde{E} \\ \nabla^2 \tilde{E} &= \epsilon\mu \frac{\partial^2 \tilde{E}}{\partial t^2} \end{aligned} \quad (3.8)$$

(3.9)

การเดินทางของสนามแม่เหล็กไฟฟ้าภายในท่อนำคลื่นแสงแบบสแลบ มีค่าเปลี่ยนแปลงตามฟังก์ชันของเวลาและระยะทาง ซึ่งสามารถแสดงดังสมการที่ (3.10)

$$\tilde{E} = E(x, y, z) e^{j(\omega t - k_0 n_0 z)}$$

(3.10)

แทนค่า  $\tilde{E}$  จากสมการที่ (3.10) ลงในสมการที่ (3.9) จะได้

$$E(x, y, z) e^{j(\omega t - k_0 n_0 z)} = -\epsilon\mu\omega^2 E(x, y, z) e^{j(\omega t - k_0 n_0 z)} \quad (3.11)$$

เมื่อ  $k_0$  คือเลขคลื่น (wavenumber) ในอวกาศว่าง

$\omega$  คือความถี่เชิงมุม หน่วยเป็น เรเดียนต่อวินาที

$n_0$  คือค่าดัชนีหักเหอ้างอิง

แต่เนื่องจากเทคนิคที่ใช้จะพิจารณาเฉพาะผลการเปลี่ยนแปลงของระยะทาง ดังนั้นสามารถเขียนในฟังก์ชันการเคลื่อนที่ในแนวแกน ดังนี้

$$\nabla^2 E(x, y, z) e^{-jk_0 n_0 z} = -\epsilon\mu\omega^2 E(x, y, z) e^{-jk_0 n_0 z} \quad (3.12)$$

แปลงสมการเวกเตอร์ของคลื่นในสมการที่ (3.12) ให้เป็นสมการสเกลาร์ของคลื่นโดยใช้วิธีแยกตัวแปร เมื่อ  $k = \omega\sqrt{\mu\epsilon} = k_0n$

$$\nabla^2 E_x(x, y, z)e^{-jk_0n_0z} + k^2 E_x(x, y, z)e^{-jk_0n_0z} = 0 \quad (3.13)$$

$$\nabla^2 E_y(x, y, z)e^{-jk_0n_0z} + k^2 E_y(x, y, z)e^{-jk_0n_0z} = 0 \quad (3.14)$$

$$\nabla^2 E_z(x, y, z)e^{-jk_0n_0z} + k^2 E_z(x, y, z)e^{-jk_0n_0z} = 0 \quad (3.15)$$

สมการสเกลาร์ของคลื่นทั้งสองสมการมีรูปแบบที่เหมือนกัน แต่เนื่องจากกำหนดพิจารณาตามแบบแผนคลื่นสนามไฟฟ้าตัดขวาง และการกำหนดแกนพิกัดจาก จึงเลือกนำสมการที่ (3.16) มาใช้

$$\left( \frac{\partial^2 E_y}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 E_y}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 E_y}{\partial z^2} + k^2 E_y \right) e^{-jk_0n_0z} = 0 \quad (3.16)$$

จัดสมการสเกลาร์ของคลื่นให้อยู่ในรูปของค่าดรรชนีหักเหของตัวกลาง ( $n$ ) และค่าความยาวคลื่น ( $\lambda$ ) เมื่อ  $k_0 = \omega\sqrt{\mu_0\epsilon_0}$

$$\left( \frac{\partial^2 E_y}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 E_y}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 E_y}{\partial z^2} + k_0^2 n^2 E_y \right) e^{-jk_0n_0z} = 0 \quad (3.17)$$

ทำการแก้สมการโดยพิจารณาคำ TE เฉพาะในสองมิติจะได้สมการสเกลาร์ของคลื่นในสองมิติจะได้

$$-j2n_0k_0 \frac{\partial E_y}{\partial z} + \frac{\partial^2 E_y}{\partial x^2} + k_0^2 (n^2 - n_0^2) E_y = 0 \quad (3.18)$$

จากสมการที่ (3.18) มีเทอมของอนุพันธ์อยู่สองเทอม คือเทอมอนุพันธ์ย่อยของสนามไฟฟ้าในแนวแกน  $y$  เมื่อเทียบกับแกน  $z$  และเทอมอนุพันธ์ย่อยอันดับที่สองของสนามไฟฟ้าในแนวแกน  $y$  เมื่อเทียบกับแกน  $x$  ซึ่งจะแสดงให้เห็นว่าในการคำนวณสมการดังกล่าวโดยตรงเพื่อพิจารณาพฤติกรรมของคลื่นแสงเป็นเรื่องที่ยุ่งยาก ดังนั้นจากสมการนี้ จึงมีการนำระเบียบวิธีเชิงตัวเลขที่ใช้สำหรับประมาณค่าอนุพันธ์มาแทนลงในเทอมของอนุพันธ์ทั้งสองเทอม เพื่อลดความยุ่งยากดังกล่าว

### 3.2.2. สมการบีบพรอพาเกชัน

พิจารณาการแพร่กระจายของแสงในท่อนำคลื่นแบบสแลบที่สมมาตร ค่าโพไรไฟล์ของค่าดัชนีหักเหแปรเปลี่ยนเฉพาะในแนวแกน  $x$  สนามเป็นอิสระในแนวแกน  $y$  และคลื่นจะเดินทางตามแนวแกน  $z$  [19]

พิจารณาสมการคลื่นแบบสเกลาร์ดังนี้

$$\nabla^2 \psi(x, y, z) + k_0^2 n^2(x, y, z) \psi(x, y, z) = 0 \quad (3.19)$$

เมื่อ  $\nabla^2$  คือลาปลาเซียน

$$\nabla^2 = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2} \quad (3.20)$$

ในที่นี้จะใช้การประมาณที่มีการเปลี่ยนแปลงของคลื่นอย่างช้าในการประมาณฟังก์ชันคลื่น  $\psi(x, y, z)$  ของการแพร่ของแสงในทิศทาง  $+z$  ในการประมาณนี้  $\psi(x, y, z)$  จะกระจายอยู่ในฟังก์ชันแอมพลิจูดที่มีการเปลี่ยนแปลงอย่างช้าๆ ที่แอมพลิจูด  $\phi(x, y, z)$  และเทอมของเฟสที่มีการสั่นอย่างเร็ว  $\exp(-j\beta z)$  ดังนี้

$$\psi(x, y, z) = \phi(x, y, z) \exp(-j\beta z) \quad (3.21)$$

ในที่นี้ให้

$$\beta = n_0 k_0 \quad (3.22)$$

เมื่อ  $n_0$  คือดัชนีหักเหอ้างอิง ซึ่งปกติจะใช้ค่าดัชนีหักเหของซบสเตรทหรือเกลดคิงแทนอนุพันธ์อันดับที่สองของฟังก์ชันคลื่น  $\psi(x, y, z)$  เทียบกับทิศทางในแกน  $z$

$$\frac{\partial^2 \psi}{\partial z^2} = \frac{\partial^2 \phi}{\partial z^2} \exp(-j\beta z) - 2j\beta \frac{\partial \phi}{\partial z} \exp(-j\beta z) - \beta^2 \phi \exp(-j\beta z) \quad (3.23)$$

ในสมการ (3.19) และหารด้วยเทอมเอ็กซ์โปเนนเชียล  $\exp(-j\beta z)$  ทั้งสองข้างของสมการ จะได้

$$\frac{\partial^2 \phi}{\partial z^2} - 2j\beta \frac{\partial \phi}{\partial z} + \nabla_{\perp}^2 \phi + (k_0^2 n^2 - \beta^2) \phi = 0 \quad (3.24)$$

เมื่อ  $\nabla_{\perp}$  คือลาปลาเซียนในทิศทางด้านข้าง (เช่น ทิศทางในแนวแกน  $x$  และ  $y$ ) และจะเขียนสมการได้ดังนี้

$$\nabla_{\perp}^2 = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} \quad (3.25)$$

หรือใช้ความสัมพันธ์

$$k_0^2 n^2 - \beta^2 = k_0^2 (n^2 - n_0^2) \quad (3.26)$$

จะได้

$$2j\beta \frac{\partial \phi}{\partial z} - \frac{\partial^2 \phi}{\partial z^2} = \nabla_{\perp}^2 \phi + k_0^2 (n^2 - n_0^2) \phi \quad (3.27)$$

เนื่องจากจะไม่พิจารณาอนุพันธ์อันดับสองของฟังก์ชันคลื่น  $\phi$  เทียบกับทิศทางในแกน  $z$  ดังนั้นสมการ (3.27) ก็คือสูตรมุมกว้าง นอกจากนี้เมื่อไม่พิจารณาอนุพันธ์อันดับสอง นั่นก็คือเราจะสมมติให้

$$\frac{\partial^2 \phi}{\partial z^2} = 0 \quad (3.28)$$

สมการคลื่น (3.27) จะลดลงเหลือ

$$2j\beta \frac{\partial \phi}{\partial z} = \nabla_{\perp}^2 \phi + k_0^2 (n^2 - n_0^2) \phi \quad (3.29)$$

สมมติฐานที่ว่าไม่พิจารณาอนุพันธ์อันดับสองของฟังก์ชันคลื่น  $\phi$  เทียบกับทิศทางในแกน  $z$  นี้เรียกว่าการประมาณแบบเฟรสเนล

การประมาณแบบเฟรสเนลทำให้ลดรูปเมตริกซ์ที่ใช้ในการคำนวณลงไปทำให้ประหยัดหน่วยความจำและลดเวลาในการคำนวณลง แต่เมื่อนำมาวิเคราะห์ที่ท่อนำคลื่นแสงที่มีรูปร่างเปลี่ยนแปลงตามแนวแกนมากๆ จะทำให้ผลการคำนวณมีความคลาดเคลื่อนสูง ปัญหานี้เรียกว่าปัญหามุมกว้าง และท่อนำคลื่นแสงแบบนี้ถูกเรียกว่า ท่อนำคลื่นมุมกว้าง

นักวิจัยจำนวนมากเสนอการแก้ปัญหามุมกว้างนี้ หนึ่งในนั้นคือ Hadley โดย Hadley ได้เสนอการประมาณแบบปาเด (Padé approximation) มาใช้ในการแก้ปัญหามุมกว้างโดยลดสมการอนุพันธ์อันดับสองให้เหลือเพียงอนุพันธ์อันดับหนึ่ง

ในการประมาณแบบปาเดเป็นการประมาณแบบเศษส่วนโดย Koshiba and Tsuji (1996) นำมาใช้แก้ปัญหาในสมการสเกลาร์ที่ใช้การวิเคราะห์ด้วยวิธีไฟไนต์อีลิเมนต์บีมพรอพาเกชัน

สมการบีมพรอพาเกชันนี้เป็นสมการที่แสดงความสัมพันธ์ระหว่างสนามในระนาบทั้งสองเมื่อป้อนสนามอินพุตเข้าที่ระนาบแรกจึงคำนวณด้วยสมการบีมพรอพาเกชัน หาเอาที่พุดที่ระนาบที่สอง ถ้าสนามเอาที่พุดนี้จะเป็นค่าอินพุตของการคำนวณในระนาบถัดไป เมื่อคำนวณเป็นระนาบๆ ไปเรื่อยๆ จะสามารถหาสนามได้ตลอดความยาวของท่อนำคลื่นแสง

วิธีบีมพรอพาเกชันที่เลือกใช้ในวิทยานิพนธ์นี้ คือวิธีไฟไนต์อีลิเมนต์บีมพรอพาเกชัน โดยนำวิธีไฟไนต์อีลิเมนต์มาแก้ไขปัญหาในระนาบตัดขวาง การใช้วิธีนี้มีข้อดีคือ วิธีไฟไนต์อีลิเมนต์สามารถคำนวณบนหน้าตัดใดๆ ได้ดีกว่าวิธีไฟไนต์ดิฟเฟอเรนซ์บีมพรอพาเกชัน โดยวิธีไฟไนต์อีลิเมนต์สามารถแบ่งจำนวนอีลิเมนต์ให้เล็กมากๆ ได้ และมีขนาดใดๆ ตามต้องการได้ ซึ่งสามารถแบ่งพื้นที่การคำนวณได้อย่างมีประสิทธิภาพและลดจำนวนโหนดที่ใช้ในการคำนวณลง นอกจากนี้วิธีไฟไนต์อีลิเมนต์ยังสามารถปรับแต่งอีลิเมนต์ให้สอดคล้องกับสนามและรูปร่าง

ของท่อนำคลื่นแสงในระหว่างชั้นการคำนวณได้ทำให้สามารถให้ผลการคำนวณที่ละเอียดแม่นยำขึ้น

### 3.3 วิธีการไฟไนต์อีลิเมนต์

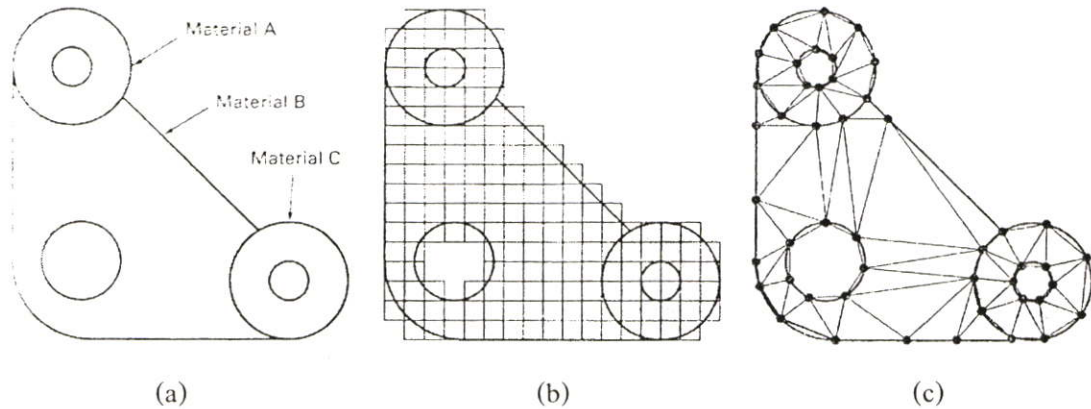
เนื่องจากปัญหาที่พิจารณาอาจจะอยู่ในรูปแบบของสมการเชิงอนุพันธ์หรือในรูปแบบของสมการอินทิกรัล เป็นต้น สมการอนุพันธ์ที่สอดคล้องกับปัญหาต่างๆ นั้น ปกติจะสร้างขึ้นมาได้โดยไม่ยากเลย หากแต่ว่าผลเฉลยแม่นยำ ( exact solution ) ที่ต้องการและจำเป็นต้องทำการหาออกมาโดยวิธีการวิเคราะห์ ( analytical method ) นั้นทำได้ยากลำบากมากหรืออาจจะหาไม่ได้เลยก็ได้ เหตุผลดังกล่าวก่อให้เกิดวิธีการหาผลเฉลยโดยประมาณ ( approximate solution ) ขึ้น วิธีการหาผลเฉลยโดยประมาณ ( approximate method ) นั้นมีหลายๆ วิธีการ วิธีการที่ได้รับความนิยมกันอย่างกว้างขวางในอดีตที่ผ่านมา คือ วิธีการผลต่างสี่เหลี่ยม ( finite difference method )

หลักการที่สำคัญของวิธีผลต่างสี่เหลี่ยมก็คือการหาค่าผลเฉลยโดยประมาณโดยเริ่มจากการเขียนสมการเชิงอนุพันธ์ให้อยู่ในรูปแบบของระบบสมการผลต่างสี่เหลี่ยม ข้อดีของวิธีการผลต่างสี่เหลี่ยมนี้ก็คือ วิธีการดังกล่าวเป็นวิธีการที่ง่ายแก่การศึกษาและการทำความเข้าใจ รวมไปถึงความสะดวกในการเขียน โปรแกรมคอมพิวเตอร์เพื่อใช้ในการคำนวณหาผลเฉลยของปัญหานั้นๆ ส่วนข้อเสียของการใช้วิธีการผลต่างสี่เหลี่ยมก็มีหลายประการ เช่น ความไม่สะดวกในการกำหนดเงื่อนไขขอบเขต ( Application of boundary conditions ) และที่สำคัญที่สุดก็คือความยากลำบากในการประยุกต์วิธีการนี้เพื่อใช้กับปัญหาที่มีรูปร่างลักษณะซับซ้อน ซึ่งการออกแบบสิ่งที่มีรูปร่างลักษณะซับซ้อนในปัจจุบันนี้ ได้กลายเป็นสิ่งที่จำเป็นเพื่อการพัฒนาปรับปรุงคุณภาพสิ่งของนั้นๆ ให้ดียิ่งขึ้น

สาเหตุของความยากลำบากดังกล่าวมีส่วนก่อให้เกิดวิธีการหาผลเฉลยโดยประมาณวิธีใหม่ที่เรียกว่าวิธีการไฟไนต์อีลิเมนต์ ( finite element method ) ที่นิยมเรียกด้วยคำย่อกันว่า FEM ซึ่งวิธีการนี้สามารถนำมาใช้กับปัญหาที่มีรูปร่างลักษณะซับซ้อนเช่นใดก็ได้ โดยสามารถจำลองรูปร่างลักษณะดั้งเดิมที่แท้จริงได้ใกล้เคียงเที่ยงตรงกว่าหลักการของวิธีการนี้ในขั้นต้นก็คล้ายกับวิธีผลต่างสี่เหลี่ยม กล่าวคือ เริ่มจากการแบ่งรูปร่างของปัญหาออกเป็นเนื้อที่หลายๆ ชิ้นที่เรียกว่าอีลิเมนต์ โดยอีลิเมนต์ต่างๆ นี้อาจจะอยู่ในรูปลักษณะของสามเหลี่ยมและสี่เหลี่ยมด้านไม่เท่าก็ได้ [18]

ในการแก้ปัญหาใดปัญหาหนึ่ง ปัญหานั้นจะประกอบไปด้วยสมการเชิงอนุพันธ์และเงื่อนไขขอบเขตที่กำหนดมาให้ ค่าผลเฉลยแม่นยำของปัญหาดังกล่าวจะประกอบด้วยค่าของตัวแปรต่างๆ กันตามตำแหน่งต่างๆ บนรูปร่างลักษณะของปัญหานั้น หรือกล่าวอีกนัยหนึ่งก็คือ ค่าผลเฉลยแม่นยำจะประกอบด้วยค่าต่างๆ ทั้งหมดนับเป็นจำนวนอนันต์ค่า แทนที่จะทำการหาค่าแม่นยำที่ประกอบด้วยค่าต่างๆ จำนวนมากมายเช่นนี้ ซึ่งสำหรับปัญหาในทางปฏิบัติจะทำได้

หลักการก็คือทำการเปลี่ยนค่าทั้งหมดที่มีจำนวนอนันต์ค่านั้นมาเป็นค่าโดยประมาณที่มีจำนวนที่นับได้ ด้วยการแทนรูปร่างลักษณะของปัญหาด้วยอีลีเมนต์ซึ่งมีขนาดต่างๆ กัน



รูปที่ 3.1 (a) รูปวงแหวนที่มีรูปทรงเรขาคณิตที่ไม่ปกติและองค์ประกอบที่ไม่เป็นเนื้อเดียวกัน (b) ระบบที่ยากต่อการออกแบบคำตอบที่หาจากผลต่างสี่เหลี่ยม เนื่องจากความจริงที่มีการประมาณที่ซับซ้อนที่ต้องการขอบเขตของระบบและที่ขอบเขตระหว่างพื้นที่ขององค์ประกอบที่แตกต่างกัน (c) การแบ่งไฟไนต์อีลีเมนต์ที่เหมาะสมสำหรับระบบนี้ [18]

วิธีการไฟไนต์อีลีเมนต์กล่าวให้เห็นได้ชัดเจน โดยจะยกตัวอย่างในการวิเคราะห์ขอบเขตของปัญหาที่เป็นรูปวงแหวนดังในรูปที่ 3.1 (a) ซึ่งจะแบ่งขอบเขตปัญหาออกเป็นตะแกรงของจุดที่ไม่ต่อเนื่องกันหรือเป็นโหนดนั่นเองดังแสดงในรูป 3.1 (b) ซึ่งจะเขียนสมการเชิงอนุพันธ์ที่แต่ละโหนดและจะประมาณค่าอนุพันธ์ด้วยผลต่างที่มีขอบเขตจำกัด

โดยปกติแล้วปัญหานั้นจะประกอบด้วยสมการเชิงอนุพันธ์ที่สอดคล้องกัน รวมทั้งเงื่อนไขขอบเขตและเงื่อนไขเริ่มต้นที่เหมาะสม ค่าของผลเฉลยแม่นยำ (exact solution) ซึ่งเป็นผลลัพธ์ที่แท้จริงของปัญหาดังกล่าวจะประกอบไปด้วยค่าของตัวแปรขนาดต่างๆ และเปลี่ยนแปลงไปตามตำแหน่งต่างๆ ของรูปร่างปัญหานั้น หรืออาจกล่าวอีกนัยหนึ่งคือค่าผลเฉลยแม่นยำจะประกอบด้วยค่าต่างๆ ทั้งหมดนับเป็นจำนวนอนันต์ค่า ซึ่งในทางปฏิบัติการหาค่าผลเฉลยแม่นยำที่ประกอบด้วยค่าจำนวนมากจะทำไม่ได้ ดังนั้นจึงต้องทำการเปลี่ยนค่าผลเฉลยแม่นยำทั้งหมดที่มีจำนวนอนันต์ค่าให้เป็นค่าโดยประมาณที่มีจำนวนที่นับได้ (finite) ด้วยการแบ่งรูปร่างลักษณะของปัญหาออกเป็นอีลีเมนต์ (element) ซึ่งมีขนาดต่างๆ กัน ดังในรูปที่ 3.1 (c) โดยที่ผลเฉลยโดยประมาณของแต่ละอีลีเมนต์จำเป็นต้องสอดคล้อง (satisfy) กับสมการเชิงอนุพันธ์และเงื่อนไขต่างๆ ที่กำหนด

หลักการของวิธีไฟไนต์อีลีเมนต์เริ่มต้นจากการพิจารณาและทำการสร้างสมการสำหรับแต่ละอีลีเมนต์ โดยสมการที่สร้างขึ้นต้องสอดคล้องกับสมการเชิงอนุพันธ์ของปัญหา อีลีเมนต์ต่างๆ เหล่านี้จะเชื่อมต่อกันที่จุดต่อหรือโหนดซึ่งเป็นตำแหน่งที่จะคำนวณหาค่าของตัวแปรที่ไม่รู้ค่า

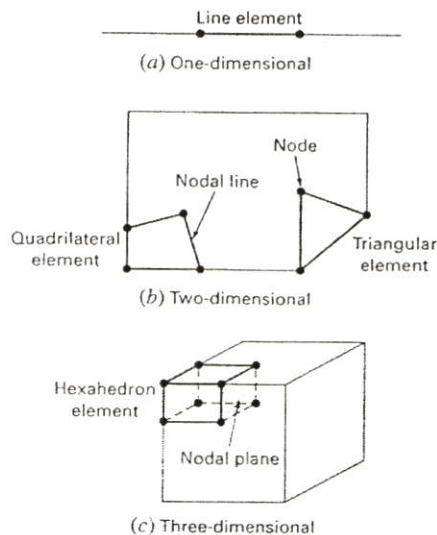
จากนั้นนำสมการของแต่ละอีลีเมนต์มาประกอบเข้าด้วยกัน ก่อให้เกิดระบบสมการชุดใหญ่ซึ่งความหมายทางกายภาพของวิธีนี้คล้ายกับการนำตุ๊กๆ อีลีเมนต์มาประกอบรวมเข้าด้วยกันเกิดเป็นรูปร่างลักษณะของปัญหาทั้งหมด จากนั้นจึงทำการประยุกต์เงื่อนไขขอบเขตลงในระบบสมการชุดใหญ่นี้ แล้วจึงทำการแก้ระบบสมการทั้งหมด จะได้ผลเฉลยโดยประมาณที่คำนวณได้จะขึ้นอยู่กับขนาดและจำนวนอีลีเมนต์ที่ใช้ในการแก้ปัญหา

### 3.3.1 ขั้นตอนทั่วไปของระเบียบวิธีไฟไนต์อีลีเมนต์

ระเบียบวิธีไฟไนต์อีลีเมนต์ประกอบด้วยขั้นตอนใหญ่ๆ ทั้งหมด 6 ขั้นตอน [20] ดังต่อไปนี้

#### ขั้นตอนที่ 1 การแบ่งอีลีเมนต์ (Discretization)

ขั้นตอนนี้จะเกี่ยวข้องกับการแบ่งขอบเขตรูปร่างของปัญหาที่พิจารณาออกเป็นอีลีเมนต์ที่จำกัด รูปที่ 3.2 เป็นตัวอย่างของอีลีเมนต์ที่ใช้ในหนึ่งมิติ, สองมิติ และสามมิติ จุดที่จุดตัดกันของเส้นที่ทำให้เกิดด้านข้างของอีลีเมนต์ที่ถูกอ้างอิงให้เป็น โหนดและด้านข้างของอีลีเมนต์ที่เรียกว่า เส้นเชิงโหนด (nodal lines) หรือระนาบเชิงโหนด (nodal planes)



รูปที่ 3.2 ตัวอย่างอีลีเมนต์ที่ใช้ใน (a) หนึ่งมิติ (b) สองมิติ และ (c) สามมิติ

#### ขั้นตอนที่ 2 การเลือกของฟังก์ชันการประมาณภายในอีลีเมนต์ (interpolation function)

เนื่องจากฟังก์ชันเหล่านี้ง่ายต่อการดำเนินการทางคณิตศาสตร์ซึ่งก็คือวิธีโพลีโนเมียลซึ่งใช้บ่อยในการประมาณค่า สำหรับในกรณีหนึ่งมิติ เป็นทางเลือกที่ง่ายที่สุดก็คือโพลีโนเมียลอันดับหนึ่งหรือเส้นตรงดั่งสมการ

$$u(x) = a_0 + a_1x \quad (3.30)$$

เมื่อ  $u(x)$  คือตัวแปรตาม ,  $a_0$  และ  $a_1$  เป็นค่าคงที่ และ  $x$  เป็นตัวแปรต้น ฟังก์ชันนี้จะต้องหาค่า  $u(x)$  ที่จุดปลายของอีลิเมนต์ที่  $x_1$  และ  $x_2$  ดังนี้

$$u_1 = a_0 + a_1 x_1 \quad (3.31)$$

$$u_2 = a_0 + a_1 x_2 \quad (3.32)$$

เมื่อ  $u_1 = u(x_1)$  และ  $u_2 = u(x_2)$  สมการเหล่านี้สามารถแก้ได้โดยใช้กฎของคราเมอร์ (Cramer's rule) สำหรับ

$$a_0 = \frac{u_1 x_2 - u_2 x_1}{x_2 - x_1} \quad (3.33)$$

$$a_1 = \frac{u_2 - u_1}{x_2 - x_1} \quad (3.34)$$

ผลที่ได้เหล่านี้สามารถแทนลงในสมการที่(3.30) ซึ่งสามารถเขียนได้ดังนี้

$$u = N_1 u_1 + N_2 u_2 \quad (3.35)$$

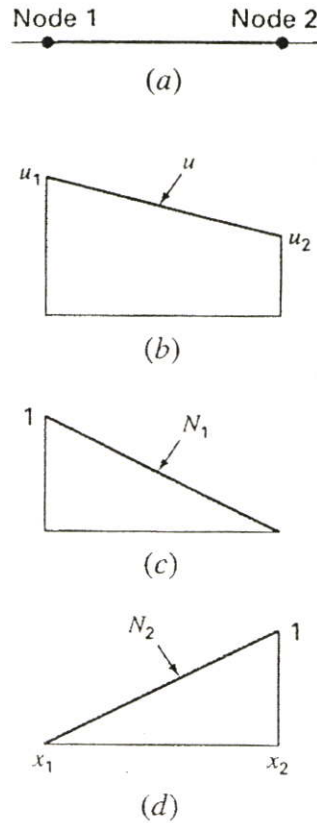
เมื่อ

$$N_1 = \frac{x_2 - x}{x_2 - x_1} \quad (3.36)$$

และ

$$N_2 = \frac{x - x_1}{x_2 - x_1} \quad (3.37)$$

สมการ(3.35) เรียกว่า การประมาณ หรือ ฟังก์ชันรูปร่าง(shape function) และ  $N_1$  และ  $N_2$  จะเรียกว่า ฟังก์ชันการประมาณภายใน ( interpolation functions ) ที่จริงแล้วการพิจารณาอย่างใกล้ชิดแสดงให้เห็นว่าสมการที่(3.35) เป็นโพลิโนเมียลที่มีการประมาณภายในอันดับหนึ่งของลากรางจ์(Lagrange first-order interpolating polynomial) ซึ่งนี่เป็นวิธีหนึ่งที่ทำนายค่ากลางระหว่างค่า  $u_1$  และ  $u_2$  ที่ให้มาที่โหนด



รูปที่ 3.3 (a) อีลีเมนต์แบบเส้น (b) การประมาณเชิงเส้นหรือฟังก์ชันรูปร่างสำหรับอีลีเมนต์แบบเส้น (c) และ (d) ฟังก์ชันการประมาณภายในที่เหมาะสมของอีลีเมนต์แบบเส้น

รูปที่ 3.3 แสดงฟังก์ชันรูปร่างตามฟังก์ชันการประมาณภายในที่สอดคล้องกัน ซึ่งสังเกตเห็นได้ว่าผลรวมของฟังก์ชันการประมาณภายในมีค่าเท่ากับหนึ่ง และมีคุณสมบัติดังนี้

1. ฟังก์ชันการประมาณภายในสอดคล้องกับโหนดที่ 1 ที่มีค่าเป็นหนึ่งที่โหนดที่ 1 และที่โหนดอื่นไม่มีค่า ดังนั้น

$$N_1(x_1) = 1, N_1(x_2) = 0, N_2(x_1) = 0, N_2(x_2) = 1 \quad (3.38)$$

2. ผลรวมของฟังก์ชันการประมาณภายในมีค่าเป็นหนึ่ง

$$\sum_{i=1}^2 N_i(x) = 1 \quad (3.39)$$

สมการข้างต้นเหล่านี้เป็นสมบัติที่สำคัญสำหรับฟังก์ชันการประมาณภายใน คุณสมบัติข้อแรก ตัวแปร  $u$  ต้องเท่ากับตัวแปรโหนดสอดคล้องที่แต่ละโหนด (เช่น  $u(x_1) = u_1$  และ  $u(x_2) = u_2$  ดังในสมการที่ (3.31) และ (3.32)) คุณสมบัติข้อที่สอง ตัวแปร  $u$  สามารถแสดงค่าคำตอบที่สม่ำเสมอภายในอีลีเมนต์ได้ ถ้าคำตอบของปัญหายังเป็นค่าคงที่ภายในอีลีเมนต์แล้ว  $u = u_1 = u_2$  แทนเงื่อนไขนี้ลงในสมการที่ (3.35) จะได้

$$u = \{N_1 + N_2\}u_1 = u_1 \quad (3.40)$$

สมการข้างต้นเป็นผลของคุณสมบัติของฟังก์ชันรูปร่าง

นอกจากนี้ ความจริงที่เกี่ยวกับการแก้สมการเชิงเส้นจะทำให้การดำเนินการง่ายขึ้น เช่น การหาอนุพันธ์และการอินทิเกรต อนุพันธ์ของสมการที่(3.35) คือ

$$\frac{du}{dx} = \frac{dN_1}{dx}u_1 + \frac{dN_2}{dx}u_2 \quad (3.41)$$

จากสมการที่ (3.36) และ (3.37) อนุพันธ์ของ  $N$  สามารถคำนวณได้ด้วย

$$\frac{dN_1}{dx} = -\frac{1}{x_2 - x_1} \quad \frac{dN_2}{dx} = \frac{1}{x_2 - x_1} \quad (3.42)$$

และดังนั้น อนุพันธ์ของ  $u$  คือ

$$\frac{du}{dx} = \frac{1}{x_2 - x_1}(-u_1 + u_2) \quad (3.43)$$

กล่าวคือจะเป็นเส้นตรงที่เกิดจากความชันที่แบ่งเป็นผลต่าง แล้วเชื่อมต่อกันด้วยโหนด การอินทิเกรตสามารถเขียนได้ดังนี้

$$\int_{x_1}^{x_2} u dx = \int_{x_1}^{x_2} N_1 u_1 + N_2 u_2 dx \quad (3.44)$$

แต่ละเทอมทางด้านขวามือเป็นอินทิเกรตของสามเหลี่ยมที่มีฐานเป็น  $x_2 - x_1$  และมีความสูง  $u$  นั่นก็คือ

$$\int_{x_1}^{x_2} N u dx = \frac{1}{2}(x_2 - x_1)u \quad (3.45)$$

ดังนั้น อินทิเกรตทั้งหมดจะได้

$$\int_{x_1}^{x_2} u dx = \frac{u_1 + u_2}{2}(x_2 - x_1) \quad (3.46)$$

กล่าวคือเป็นกฎทราเปซอยคอด (Trapezoidal rule) อย่างง่ายนั่นเอง

### ขั้นตอนที่ 3 การสร้างสมการของอีลีเมนต์

ขั้นต่อไปก็คือสร้างสมการประมาณค่าคำตอบสำหรับแต่ละอีลีเมนต์ซึ่งขั้นตอนนี้เป็นหัวใจที่สำคัญของวิธีไฟไนต์อีลีเมนต์ ขั้นตอนนี้เกี่ยวข้องกับสองขั้นตอน ขั้นตอนแรกต้องเลือกฟังก์ชันที่เหมาะสมและสอดคล้องกับสมการเชิงอนุพันธ์ของปัญหาที่มีสัมประสิทธิ์ไม่ทราบค่าซึ่ง

จะใช้ประมาณหาค่าผลเฉลย ขั้นตอนที่สองจะทำการหาค่าสัมประสิทธิ์นั้นทั้งนี้เพื่อให้ฟังก์ชันนี้ประมาณค่าผลเฉลยที่เหมาะสมที่สุด

การได้รับฟังก์ชันที่เหมาะสมที่สุดสำหรับผลเฉลยของปัญหานั้น ทันทีที่เลือกฟังก์ชันการประมาณภายใน สมการจะครอบคลุมด้วยพฤติกรรมของอีลีเมนต์ที่ต้องถูกสร้างขึ้น สมการนี้จะแสดงฟังก์ชันที่เหมาะสมกับคำตอบของสมการอนุพันธ์ที่จำเป็น มีหลายๆ วิธีที่สามารถใช้ได้ สำหรับขั้นตอนนี้ วิธีธรรมดาที่นิยมมากที่สุดก็คือวิธีการโดยตรง (direct approach) , วิธีการถ่วงน้ำหนักเศษตกค้าง (method of weighted residuals) และวิธีการแปรผัน (variational approach) ผลลัพธ์ของวิธีทั้งหมดเหล่านี้เป็นแอนาลอกที่สามารถ curve fitting แต่อย่างไรก็ตาม แทนที่จะพิตดิงฟังก์ชันด้วยข้อมูล วิธีเหล่านี้จะกำหนดความสัมพันธ์ระหว่างเทอมที่ไม่ทราบค่าในสมการที่ (3.35) ที่สอดคล้องกับสมการอนุพันธ์ย่อยที่มีคำตอบที่เหมาะสมที่สุด

บ่อยครั้งผลของสมการอีลีเมนต์จะประกอบไปด้วยเซตของสมการอัลจิบราเชิงเส้น ที่สามารถเขียนในรูปเมตริกซ์ได้ดังนี้

$$[k]\{u\} = [F] \quad (3.47)$$

เมื่อ  $[k]$  คือคุณลักษณะของอีลีเมนต์,  $[u]$  คือเวกเตอร์หลัก(Column vector) ของโหนดที่ไม่ทราบค่า และ  $[F]$  คือเวกเตอร์หลักที่สะท้อนผลกระทบของอิทธิพลภายนอกที่มีผลต่อโหนดในบางกรณี สมการจะไม่เป็นเชิงเส้น แต่อย่างไรก็ตามสำหรับในที่นี้จะอธิบายตัวอย่างง่ายๆ ซึ่งระบบจะเป็นเชิงเส้น

#### ขั้นตอนที่ 4 การรวมอีลีเมนต์ (Assembly)

หลังจากได้สมการอีลีเมนต์แต่ละจุดแล้ว จะต้องเชื่อมต่อโหนดแต่ละจุดเข้าด้วยกันหรือรวมอีลีเมนต์เข้าด้วยกันเพื่อแสดงลักษณะพฤติกรรมทั้งหมดของระบบ ก็คือนำสมการของแต่ละอีลีเมนต์ที่สร้างขึ้นมาได้มาประกอบกันเข้าเป็นระบบสมการชุดใหญ่ ซึ่งความหมายทางกายภาพก็คล้ายกับการนำเอาอีลีเมนต์ทุกอีลีเมนต์มาประกอบรวมเข้าด้วยกันก่อให้เกิดเป็นรูปร่างลักษณะทั้งหมดของปัญหาที่แท้จริง ขั้นตอนการรวมอีลีเมนต์นี้ครอบคลุมด้วยหลักการความต่อเนื่อง นั่นคือคำตอบสำหรับอีลีเมนต์ที่ติดกันที่สอดคล้องกับค่าที่ไม่ทราบค่า(บางครั้งเป็นอนุพันธ์) ที่จุดโหนดของอีลีเมนต์เหล่านั้นที่มีค่าเท่ากัน ดังนั้นคำตอบรวมจะมีความต่อเนื่องกัน

เมื่อสมการที่(3.47) ของแต่ละอีลีเมนต์รวมกัน จะได้ระบบทั้งหมดที่เขียนในรูปเมตริกซ์ดังนี้

$$[K]\{u'\} = [F'] \quad (3.48)$$

เมื่อ  $[K]$  เป็นเมตริกซ์คุณสมบัติการรวมกัน และ  $[u']$  และ  $[F']$  เป็นเวกเตอร์หลักสำหรับเทอมที่ไม่ทราบค่าและแรงภายนอกที่มีเครื่องหมายไพร้มกำกับไว้แสดงถึงเวกเตอร์ที่รวมกันของ

เวกเตอร์  $[u]$  และ  $[F]$  จากแต่ละอีลีเมนต์

ขั้นตอนที่ 5 การประยุกต์ใช้เงื่อนไขขอบเขต (Boundary Condition)

ก่อนจะแก้หาสมการที่(3.48) จำเป็นต้องรู้เงื่อนไขขอบเขตของระบบก่อน แล้วจะได้ผลดังนี้

$$[\bar{k}]\{u'\} = [\bar{F}'] \quad (3.49)$$

เมื่อสัญลักษณ์ขีดคั่นบนบนแสดงถึงเมทริกซ์ที่มีเงื่อนไขขอบเขต

ขั้นตอนที่ 6 การหาผลเฉลยและคำนวณหาค่าต่อเนื่องอื่นๆ

ผลเฉลยของสมการที่ (3.49) สามารถจะแก้หาได้ด้วยหลายเทคนิค ในหลายๆ กรณีอีลีเมนต์สามารถปรับแต่งได้จนกระทั่งได้ผลของสมการที่ต้องการ ดังนั้นการแก้ปัญหาที่มีประสิทธิภาพสูงๆ สามารถนำไปใช้ได้กับระบบ

จากคำอธิบายนี้จะเห็นได้ว่า ความแม่นยำของค่าผลเฉลยโดยประมาณที่คำนวณออกมาได้นั้นจะขึ้นอยู่กับขนาดและจำนวนอีลีเมนต์ที่ใช้ในการแก้ปัญหานั้น นอกจากนั้นความแม่นยำของผลเฉลยซึ่งเราจะศึกษาต่อไปยังขึ้นอยู่กับการสมมุติรูปแบบของฟังก์ชันการประมาณภายใน (interpolation functions) ที่ใช้กับแต่ละอีลีเมนต์นั้น กล่าวคือ ฟังก์ชันการประมาณภายในที่สมมุติขึ้นมาั้นมีความใกล้เคียงกับผลเฉลยแม่นยำตรงของปัญหานั้นมากน้อยเพียงใด ลักษณะการกระจายของฟังก์ชันการประมาณภายในอีลีเมนต์อาจสมมุติให้อยู่ในหลายรูปแบบ เช่น รูปแบบของการกระจายเชิงเส้น (linear distribution) เป็นต้น ส่วนขนาด (magnitude) ของฟังก์ชันการประมาณภายในนี้จะขึ้นอยู่กับค่าที่จุดต่อ (nodes) ของอีลีเมนต์

เมื่อได้ผลเฉลยแล้ว สามารถนำข้อมูลเหล่านี้ไปแสดงในรูปแบบตารางหรือแบบกราฟได้ นอกจากนี้ตัวแปรที่สองก็สามารถพิจารณาหาได้และแสดงผลได้ด้วย

### 3.3.2 การแปลงระบบแกน (Coordinate Transformation)

ในวิชานีพนธ์ฉบับนี้จะทำการวิเคราะห์สนามไฟฟ้าโหมด TE ในอุปกรณ์ที่นำคลื่นแสงโดยใช้วิธีไฟไนต์อีลีเมนต์บิมพรอพาเกชันวิเคราะห์โดยพิจารณาด้วยไฟไนต์อีลีเมนต์ 1 มิติ เพื่อหาค่าเมทริกซ์อีลีเมนต์เราจะทำการแปลงสองแบบที่จำเป็น สิ่งแรกก็คือฟังก์ชันรูปร่าง ซึ่งนิยามในเทอมของระบบแกนย่อย (local coordinate) ซึ่งจำเป็นต้องทำเป็นพจน์อนุพันธ์ในระบบแกนใหญ่ (global derivatives) ของชนิดสมการที่เกิดขึ้นให้อยู่ในเทอมของอนุพันธ์ระบบแกนย่อยอย่างที่สองคืออีลีเมนต์ที่มีปริมาตรครอบคลุมซึ่งการอินทิเกรตที่ทำการอินทิเกรตแล้วจำเป็นต้องจัดพจน์ให้อยู่ในเทอมระบบแกนย่อยที่มีการเปลี่ยนแปลงที่เหมาะสมของข้อจำกัดของการอินทิเกรต ในส่วนต่อไปจะนำเสนอความสัมพันธ์การแปลงระบบระหว่างแกนย่อยกับระบบแกนใหญ่

(global coordinate) [21]

พิจารณากลุ่มระบบแกนย่อย และกลุ่มระบบแกนใหญ่ที่สอดคล้องกัน ดังนี้

$$x = x(\xi, \eta, \zeta) \quad (3.50a)$$

$$y = y(\xi, \eta, \zeta) \quad (3.50b)$$

$$z = z(\xi, \eta, \zeta) \quad (3.50c)$$

โดยกฎทั่วไปของอนุพันธ์ย่อย (partial differentiation) เราสามารถเขียนความสัมพันธ์การแปลงสำหรับอนุพันธ์ได้ดังนี้

$$\begin{bmatrix} \partial/\partial\xi \\ \partial/\partial\eta \\ \partial/\partial\zeta \end{bmatrix} = [J] \begin{bmatrix} \partial/\partial x \\ \partial/\partial y \\ \partial/\partial z \end{bmatrix} \quad (3.51)$$

เมื่อเมตริกซ์  $[J]$  คือเมตริกซ์จาโคเบียน (Jacobian matrix) ซึ่งจะเขียนเป็นสมการดังนี้

$$[J] = \begin{bmatrix} \partial x/\partial\xi & \partial y/\partial\xi & \partial z/\partial\xi \\ \partial x/\partial\eta & \partial y/\partial\eta & \partial z/\partial\eta \\ \partial x/\partial\zeta & \partial y/\partial\zeta & \partial z/\partial\zeta \end{bmatrix} \quad (3.52)$$

เพื่อจะหาค่าอนุพันธ์ระบบแกนใหญ่ เราทำการอินเวอร์ส  $[J]$  และจะเขียนได้ดังนี้

$$\begin{bmatrix} \partial/\partial x \\ \partial/\partial y \\ \partial/\partial z \end{bmatrix} = [J]^{-1} \begin{bmatrix} \partial/\partial\xi \\ \partial/\partial\eta \\ \partial/\partial\zeta \end{bmatrix} \quad (3.53)$$

เมื่อเมตริกซ์  $[J]^{-1}$  เป็นอินเวอร์สของเมตริกซ์จาโคเบียน ความสัมพันธ์การแปลงระบบแกนสำหรับการอินทิเกรตคือ

$$\iiint f(x, y, z) dx dy dz = \iiint f(\xi, \eta, \zeta) |J(\xi, \eta, \zeta)| d\xi d\eta d\zeta \quad (3.54)$$

เมื่อ  $|J|$  คือดีเทอร์มิแนนต์ของเมตริกซ์จาโคเบียนหรือเป็นที่รู้จักกันในจาโคเบียน

### 3.3.3 อีลีเมนต์แบบเส้น (Line element)

ในปัญหาหนึ่งมิติใช้อีลีเมนต์แบบเส้น ดังแสดงในรูปที่ 3.3 (a) และระบบแกนแบบเส้น  $L_1, L_2$  สมการความสัมพันธ์ระหว่างระบบแกนแบบเส้นและระบบพิกัดฉาก (Cartesian coordinates) ซึ่งแสดงดังนี้

$$\begin{bmatrix} 1 \\ x \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ x_1 & x_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} L_1 \\ L_2 \end{bmatrix} \quad (3.55)$$

หรือ

$$\begin{bmatrix} L_1 \\ L_2 \end{bmatrix} = \frac{1}{l_e} \begin{bmatrix} x_2 & -1 \\ -x_1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ x \end{bmatrix} \quad (3.56)$$

เมื่อ  $x_k$  คือระบบพิกัดฉากของขอบ  $k$  ( $k=1,2$ ) ของเส้น และความยาวของอีลีเมนต์  $l_e$  แสดงดังสมการดังนี้

$$l_e = x_2 - x_1 \quad (3.57)$$

นิยามพิกัดแกนย่อย (local coordinate)  $\xi$  ดังนี้

$$L_1 = \xi \quad (3.58a)$$

$$L_2 = 1 - L_1 = 1 - \xi \quad (3.58b)$$

ความสัมพันธ์การแปลงสำหรับการหาอนุพันธ์ เขียนได้ดังนี้

$$\frac{d}{d\xi} = -l_e \frac{d}{dx} \quad (3.59)$$

หรือ

$$\frac{d}{dx} = -\frac{1}{l_e} \frac{d}{d\xi} \quad (3.60)$$

ความสัมพันธ์การแปลงสำหรับอินทิเกรต แสดงได้ดังนี้

$$\int f(x) dx = l_e \int f(\xi) d\xi \quad (3.61)$$

จากสมการข้างต้นที่กล่าวมา สามารถเขียนสูตรการหาอนุพันธ์และการอินทิเกรตได้ดังนี้

$$\frac{df}{dx} = -\frac{1}{l_e} \left( \frac{\partial f}{\partial L_1} \frac{\partial L_1}{\partial \xi} + \frac{\partial f}{\partial L_2} \frac{\partial L_2}{\partial \xi} \right) = -\frac{1}{l_e} \left( -\frac{\partial f}{\partial L_1} + \frac{\partial f}{\partial L_2} \right) \quad (3.62)$$

$$\int L_1^k L_2^l dx = l_e \int \xi^k (1-\xi)^l d\xi = l_e \frac{k!l!}{(k+l+1)!} \quad (3.63)$$

เวกเตอร์ฟังก์ชันรูปร่างและอนุพันธ์ของฟังก์ชันสรุปลงในตารางที่ 3.1

จากความสัมพันธ์ข้างต้นการอินทิเกรตจำเป็นต่อการสร้างเมตริกซ์อีลีเมนต์สามารถคำนวณได้ดังนี้

อีลีเมนต์แบบเชิงเส้น (Linear element)

$$\int \{N\} \{N\}^T dx = \frac{l_e}{6} \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 2 \end{bmatrix} \quad (3.64)$$

$$\int \{N_x\} \{N_x\}^T dx = \frac{1}{l_e} \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix} \quad (3.65)$$

$$\int \{N_x\} \{N\}^T dx = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} -1 & -1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} \quad (3.66)$$

ตารางที่ 3.1 แสดงฟังก์ชันรูปร่างสำหรับอีลีเมนต์แบบเส้น และอนุพันธ์ของฟังก์ชัน

Element	Node number	$(L_1, L_2)$	$\{N\}$	$\{N_x\} = \frac{d\{N\}}{dx}$
Linear	1	(1,0)	$\begin{bmatrix} L_1 \\ L_2 \end{bmatrix}$	$\frac{1}{l_e} \begin{bmatrix} -1 \\ 1 \end{bmatrix}$
	2	(0,1)		

สำหรับวิทยานิพนธ์ฉบับนี้จะใช้วิธีการถ่วงน้ำหนักเสดคก้างในการสร้างสมการของอีลีเมนต์ เนื่องจากการสร้างสมการไฟไนต์อีลีเมนต์จากการใช้สมการเชิงอนุพันธ์โดยตรงโดยไม่จำเป็นต้องรู้ฟังก์ชันแปรผันสอดคล้องกัน และวิธีการนี้เป็นวิธีการที่ง่ายต่อการทำความเข้าใจ พร้อมทั้งมีกระบวนการที่เป็นมาตรฐาน ดังนั้นจึงสามารถนำไปใช้ในการสร้างสมการไฟไนต์อีลีเมนต์สำหรับปัญหาโดยทั่วไปได้โดยง่าย

วิธีการถ่วงน้ำหนักเสดคก้างจำแนกย่อยออกไปเป็นหลายวิธีการดังนี้

- วิธีการจัดตำแหน่งจุด
- วิธีการจัดโดเมนย่อย
- วิธีการเลอร์คิน
- วิธีการกำลังสองน้อยที่สุด

ในวิทยานิพนธ์ฉบับนี้เลือกใช้วิธีการเลอร์คิน เนื่องจากมีข้อได้เปรียบมากที่สุด กล่าวคือไม่จำเป็นต้องเลือกตำแหน่งดังเช่นที่ใช้ในวิธีการจัดตำแหน่งจุด หรือวิธีการจัดโดเมนย่อย อีกทั้งขั้นตอนการคำนวณที่ใช้ก็น้อยและสะดวกกว่าวิธีการกำลังสองน้อยที่สุด และที่สำคัญที่สุดเราจะได้พบเห็นกันต่อไปก็คือไฟไนต์อีลีเมนต์เมตริกซ์ที่เกิดขึ้นจากการใช้วิธีการเลอร์คินนั้นปกติจะมีความสมมาตรซึ่งให้ประโยชน์อย่างมากในการเขียนโปรแกรมคอมพิวเตอร์เพื่อใช้กับปัญหาขนาดใหญ่ ทำให้วิธีการเลอร์คินนี้เป็นที่นิยมในการสร้างสมการไฟไนต์อีลีเมนต์

### 3.4 เงื่อนไขขอบเขตแบบโปร่งใส (Transparent Boundary Condition)

#### 3.4.1 หลักการของเงื่อนไขขอบเขตแบบโปร่งใส

เงื่อนไขขอบเขตแบบโปร่งใสได้รับการนำเสนอโดย Hadley, 1991 โดยมีหลักการในการวิเคราะห์คือยอมให้พลังงานของคลื่นแสงแพร่กระจายออกไปนอกหน้าต่างการคำนวณได้ และบังคับคลื่นแสงไม่ให้มีการแพร่กระจายสะท้อนกลับจากขอบหน้าต่างเข้ามาในหน้าต่างการคำนวณ

เงื่อนไขขอบเขตแบบ โปร่งใสสร้างขึ้นมาเพื่อใช้งานร่วมกับวิธี BPM โดยเฉพาะซึ่งสามารถพิสูจน์ได้ดังนี้ โดยการพิจารณาการคำนวณด้วยวิธี BPM ในท่อนำคลื่นแสง 2 มิติ เริ่มจากสมการเฟรสเนล โดยแกนยาวคือ แกน Z และแกนตัดขวางคือแกน X

$$\frac{\partial E}{\partial z} = \frac{j}{2k} \frac{\partial^2 E}{\partial x^2} \quad (3.67)$$

พิจารณาพลังงานของสนามในหน้าตัดการคำนวณโดยทำการคูณด้วยคู่สังยุคและ อินทิเกรต

$$\frac{\partial}{\partial z} \int_a^b |E|^2 dx = \frac{j}{2k} \left( E \cdot \frac{\partial E}{\partial x} - E \frac{\partial E^*}{\partial x} \right) \Big|_a^b \equiv -F_b + F_a \quad (3.68)$$

โดยที่  $F_b$  คือ พลังงานที่พุ่งออกจากหน้าตัดการคำนวณ

$F_a$  คือ พลังงานที่พุ่งเข้าสู่หน้าตัดการคำนวณ

การพิจารณาค่า  $F_b$  และ  $F_a$  สามารถพิจารณาหาค่าได้ด้วยวิธีการเดียวกันดังนั้นในที่นี้จึงพิจารณาเฉพาะค่า  $F_b$  โดยสมมติสนามที่แพร่กระจายไปที่ขอบเขตของหน้าตัดมีลักษณะเป็นคลื่นระนาบและให้สนามเขียนอยู่ในรูปดังนี้

$$E = E_0 \exp(jk_x x) \quad (3.69)$$

โดยค่า  $E_0$  และค่า  $k_x$  เป็นค่าเชิงซ้อน เมื่อแทนค่าสนามในสมการ (3.69) ลงในสมการที่ (3.68) สามารถหา  $F_b$  ได้ดังนี้

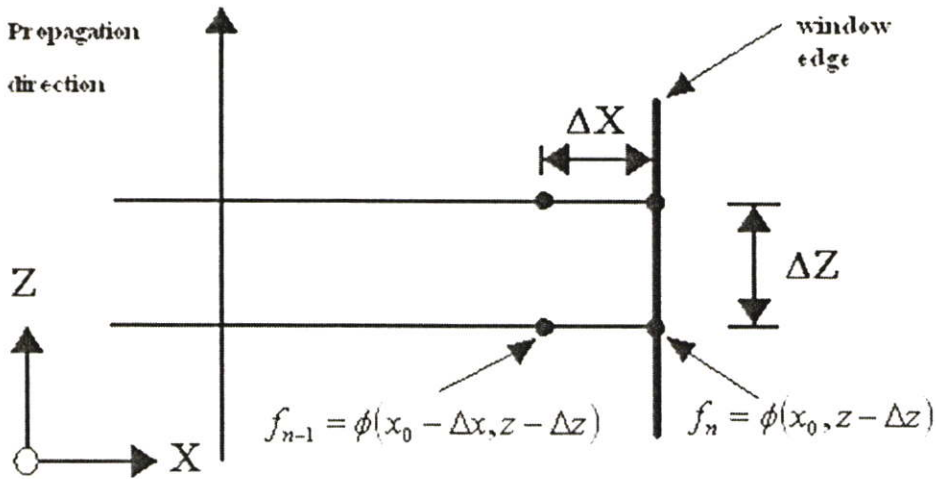
$$F_b = \frac{\text{Re}(k_x) |E(b)|^2}{k} \quad (3.70)$$

โดยที่  $\text{Re}(k_x)$  คือส่วนจริงของ  $k_x$

จากสมการ(ค.4)พิจารณาค่า  $k_x$  พบว่า ถ้าค่าส่วนจริงของ  $k_x$  มีค่าเป็นบวกจะทำให้ค่า  $F_b$  มีค่าเป็นบวกและพลังงานจะแพร่กระจายออกจากขอบหน้าตัดอย่างเดียวกันดังนั้นถ้าบังคับส่วนจริงของ  $k_x$  เป็น บวกก็สามารถแก้ไขการแพร่กระจายสะท้อนกลับจากขอบหน้าตัดได้ นี่คือหลักการสำคัญของเงื่อนไขขอบเขตแบบ โปร่งใสที่ Hadley ได้เสนอไว้ในงาน FDBPM

### 3.4.2 เงื่อนไขขอบเขตแบบ โปร่งใสใน FE-BPM บนท่อนำคลื่นแสง 2 มิติ

Arai, Maruta and Matsuhara, 1993 นำเงื่อนไขขอบเขตที่ Hadley เสนอมาประยุกต์ใช้ในงาน FEBPM โดยพิจารณาบนท่อนำคลื่นแบบ 2 มิติ



รูปที่ 3.4 ตำแหน่งโหนดที่นำมาใช้ในการคำนวณเงื่อนไขขอบเขตแบบโปร่งใสในท่อนำคลื่น 2 มิติในแกนตัดขวาง  $x$  และมีการแพร่กระจายในทิศทาง  $z$

นิยามให้สนามสอดคล้องกับเงื่อนไขขอบเขตดังนี้

$$\left( \frac{\partial \phi}{\partial x} + jk_x \phi \right)_{x_0} \quad (3.71)$$

โดยที่  $x_0$  คือ ตำแหน่งที่ขอบหน้าต่างการคำนวณ,  $k_x$  เป็นสัมประสิทธิ์ของสมการโดยมีการปรับค่าทุกครั้งในการแพร่กระจาย  $j$  เท่ากับ  $\sqrt{-1}$

สมมติให้คลื่นแสงแพร่กระจายไปที่ขอบหน้าต่างต่างมีลักษณะเป็นคลื่นระนาบดังนี้

$$\phi(x, z) = a \exp(-jk_x x - \beta z) \quad (3.72)$$

เมื่อแทนสมการ (3.72) ลงในสมการ (3.71) พบว่าสมการ (3.72) เป็นคำตอบของสมการ (3.71) เมื่อเราคำนวณสนามที่ระนาบ  $z$  เราจะหาค่าสัมประสิทธิ์  $k_x$  จากค่าสนามที่ตำแหน่งก่อนหน้านั้นหนึ่งชั้น คือ สนามที่ตำแหน่ง  $z - \Delta z$  (ที่เราทราบค่า)

จากสมการ (3.72) ให้

$$\phi(x_0, z - \Delta z) = f_N = a \exp(-jk_x x_0 - \beta(z - z_0)) \quad (3.73)$$

$f_N$  คือ สนามที่ตำแหน่ง  $x_0$  และ  $z - \Delta z$

$$\phi(x_0 - \Delta x, z - \Delta z) = f_{N-1} = a \exp(-jk_x(x_0 - \Delta x) - \beta(z - z_0)) \quad (3.74)$$

$f_{N-1}$  คือสนามที่ตำแหน่ง  $x_0 - \Delta x$  และ  $z - \Delta z$

จากสมการ(3.73) และ (3.74) สามารถหาค่า  $k_x$  ได้ ดังนี้



ยังมีวิธีการเลือกค่า  $n_0$  ให้สามารถปรับค่าได้อีกด้วย การคำนวณที่ใช้ในวิทยานิพนธ์ฉบับนี้จะละเลยการแพร่กระจายสะท้อนกลับในทิศทาง  $-z$  นั่นคือจะสมมติให้คลื่นแพร่กระจายในทิศทาง  $+z$  เพียงทางเดียว ดังนั้นปัญหาที่นำมาวิเคราะห์จึงพิจารณาเฉพาะที่นำคลื่นที่มีความต่อเนื่องในแนวการแพร่กระจายเท่านั้น

การหาผลเฉลยของฟังก์ชัน  $\phi(x, z)$  เริ่มจากการแทนสมการ (3.77) ลงในสมการที่ (3.76) แล้วจัดรูปสมการใหม่ให้อยู่ในรูปดังนี้

$$p \frac{\partial^2 \phi}{\partial z^2} + p \frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} - 2jk_0 n_0 p \frac{\partial \phi}{\partial z} + (k_0^2 q - k_0^2 n_0^2 p) \phi = 0 \quad (3.78)$$

วิธีไฟไนต์อีลิเมนต์จะใช้ในการประมาณฟังก์ชัน  $\phi(x, z)$  ในส่วนที่แปรตามแกน  $y$  ซึ่งเป็นแกนตามขวาง ณ ระนาบ  $z = z_0$  เริ่มต้นด้วยการแบ่งแกนตามขวางออกเป็นเส้นย่อยหรืออีลิเมนต์หนึ่งมิติดังรูป ฟังก์ชันในช่วงอีลิเมนต์แต่ละอีลิเมนต์จะประมาณด้วยฟังก์ชันฐานแบบหนึ่งมิติ คู่กับพารามิเตอร์ไม่ทราบค่า แสดงในรูปของผลคูณเมตริกซ์ดังนี้

$$\phi(x, z_0) = \{N(y)\}^T \{\phi^e\} \Big|_{z_0} \quad (3.79)$$

โดยที่ฟังก์ชันรูปร่าง  $\{N(y)\}^T = \begin{bmatrix} N_1^e(y) \\ N_2^e(y) \end{bmatrix}^T$  แสดงในรูปทรานซโพสของเมตริกซ์ขนาด  $2 \times 1$ ,  $\{\phi^e\} = [\phi_1^e, \phi_2^e]$  คือพารามิเตอร์ไม่ทราบค่าซึ่งมีอยู่สองตัวต่อหนึ่งอีลิเมนต์ ในที่นี้  $\phi_1^e$  และ  $\phi_2^e$  คือ  $\phi$  ที่โหนดหนึ่ง และโหนดที่สองของอีลิเมนต์หมายเลข  $e$  ตามลำดับ

เมื่อแทนฟังก์ชัน  $\phi(x, z)$  ตามสมการ (3.79) ลงในสมการ (3.78) จะได้ว่า

$$p \{N\}^T \frac{\partial^2 \{\phi^e\}}{\partial z^2} + p \frac{\partial^2 \{N\}^T}{\partial x^2} \{\phi^e\} - 2jk_0 n_0 p \{N\}^T \frac{\partial \{\phi^e\}}{\partial z} + (k_0^2 q - k_0^2 n_0^2 p) \{N\}^T \{\phi^e\} = \{0\} \quad (3.80)$$

การหาผลเฉลยของพารามิเตอร์ไม่ทราบค่าจะทำโดยใช้วิธีหาปริพันธ์ถ่วงน้ำหนักของเสกคก้าง ตามวิธีกาลเลอร์กิน กล่าวคือจะหาผลคูณภายใน (inner product) ของสมการ (3.80) ด้วยฟังก์ชันทดสอบ และนำผลที่ได้จากอีลิเมนต์แต่ละอีลิเมนต์มารวมกัน ผลที่ได้คือชุดสมการพีชคณิตเชิงเส้นที่มีจำนวนสมการเท่ากับพารามิเตอร์ที่ไม่ทราบค่า แสดงเป็นสมการได้ดังนี้

$$\sum_{i=1}^e \int p \{N_i\} \{N_i\}^T dx \frac{d^2 \{\phi^e\}}{dz^2} + \sum_{i=1}^e \int p \{N_i\} \frac{d^2 \{N_i\}^T}{dx^2} dx \{\phi^e\} - 2jk_0 n_0 \sum_{i=1}^e \int p \{N_i\} \{N_i\}^T dx \frac{d \{\phi^e\}}{dz} + \sum_{i=1}^e \int k_0^2 q \{N_i\} \{N_i\}^T dx \{\phi^e\} - k_0^2 n_0^2 \sum_{i=1}^e \int p \{N_i\} \{N_i\}^T dx \{\phi^e\} = \{0\} \quad (3.81)$$

แปลงพจน์ในสมการ (3.81) ที่มีอนุพันธ์อันดับสองให้เป็นพจน์ที่มีอนุพันธ์อันดับหนึ่งโดยใช้ความสัมพันธ์ในสมการ (3.82)

$$\frac{d}{dx} \left( \{N\} \frac{d\{N\}^T}{dx} \right) = \frac{d\{N\}}{dx} \frac{d\{N\}^T}{dx} + \{N\} \frac{d^2\{N\}^T}{dx^2} \quad (3.82)$$

$$\begin{aligned} \sum_{i=1}^e \int \{N_i\} \frac{d^2\{N_i\}^T}{dx^2} dx &= \sum_{i=1}^e \int \frac{d}{dx} \left( \{N_i\} \frac{d\{N_i\}^T}{dx} \right) dx - \sum_{i=1}^e \int \frac{d\{N_i\}}{dx} \frac{d\{N_i\}^T}{dx} dx \\ &= \{N_i\} \frac{d\{N_i\}^T}{dx} \Big|_{y_1}^{y_N} - \sum_{i=1}^e \int \frac{d\{N_i\}}{dx} \frac{d\{N_i\}^T}{dx} dx \end{aligned} \quad (3.83)$$

เมื่อแทนผลจากสมการ (3.83) ลงในสมการ (3.81) แล้วจัดรูปสมการใหม่ได้ผลดังนี้

$$[M] \frac{d^2\{\phi\}}{dz^2} - 2jk_0 n_0 [M] \frac{d\{\phi\}}{dz} + ([K] - k_0^2 n_0^2 [M]) \{\phi\} + [K]_{\Gamma} \{\phi\} = \{0\} \quad (3.84)$$

โดยที่  $[K]$  และ  $[M]$  คือเมตริกซ์จตุรัสที่มีความสมมาตร โดยที่ค่าของสมาชิกจะแปรตามเงื่อนไขขอบเขตที่ระยะอนันต์ที่เลือกใช้งานว่าเป็นแบบใด

กรณีเงื่อนไขขอบเขตแบบโปร่งใส (Transparent Boundary Condition: TBC) จะได้เมตริกซ์  $[K]$ ,  $[M]$  และ  $[K]_{\Gamma}$  จะเป็นดังนี้

$$[K] = \sum_{i=1}^e \int k_0^2 q \{N_i\} \{N_i\}^T - p \frac{d\{N_i\}}{dx} \frac{d\{N_i\}^T}{dx} dx \quad (3.85)$$

$$[K]_{\Gamma} = p \begin{bmatrix} -jk_1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \dots & \dots & 0 \\ 0 & \dots & \dots & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -jk_m \end{bmatrix} \quad (3.86)$$

$$[M] = \sum_{i=1}^e \int p \{N_i\} \{N_i\}^T dx \quad (3.87)$$

ในที่นี้  $k_1$  และ  $k_m$  เป็นสัมประสิทธิ์ของเงื่อนไขขอบเขตแบบโปร่งใส

ในการแก้สมการอนุพันธ์อันดับสองของตัวแปร  $z$  ดังในสมการ (3.84) จะทำโดยการประมาณอนุพันธ์  $\frac{\partial}{\partial z}$  ในรูปของผลต่าง งานวิจัยช่วงแรกของวิธีบีบพรอพาทะชันจะทำการประมาณแบบเฟรสเนล (แบบพาราเซี่ยล) กล่าวคือประมาณให้  $\left( \frac{\partial^2}{\partial z^2} \approx 0 \right)$  เนื่องจากถือว่า  $\phi(x, z)$  มีการเปลี่ยนแปลงไม่มากนักในทิศการแพร่กระจาย การทำการประมาณแบบเฟรสเนลช่วยลดเมตริกซ์ที่ใช้ในการคำนวณลงและช่วยลดเวลาในการคำนวณ อย่างไรก็ตามการประมาณแบบเฟรสเนลให้ข้อผิดพลาดมากเมื่อใช้กับท่อนำคลื่นที่มีรูปร่างเปลี่ยนในแนวแกนมาก ( wide angle ) นักวิจัยจำนวนมากได้เสนอการแก้ปัญหาอุปกรณ์มุมกว้างมากมายหลายวิธี ในจำนวนนี้

วิธีการประมาณแบบปาเดซึ่งได้รับความนิยมมากเนื่องจากให้ผลการคำนวณที่ถูกต้องแม่นยำสูง การประมาณแบบปาเดจะอาศัยวิธีการประมาณแบบเศษส่วนเข้ามาลดอนุพันธ์อันดับสองให้อยู่ในรูปอนุพันธ์อันดับหนึ่ง

จากสมการคลื่นเมื่อทำการใช้วิธีไฟไนต์อีลิเมนต์ที่ใช้วิธีหาปริพันธ์ถ่วงน้ำหนักของเสกตกล้าง ตามวิธีกาลเลอร์กิน จะได้สมการที่ (3.84) นำมาเขียนใหม่ได้ใหม่ดังนี้

$$-2jk_0n_0[M] \frac{d\{\phi\}}{dz} = - \frac{\left([\tilde{K}] - k_0^2n_0^2[M]\right)\{\phi\}}{1 - \frac{1}{2jk_0n_0} \frac{d}{dz}} \quad (3.88)$$

ใช้ความสัมพันธ์การกลับมาใหม่แบบปาเด (Padé recurrence relation) และแทนอนุพันธ์ ในตัวหารของสมการที่ (3.89) โดย

$$\frac{d}{dz} \approx \frac{1}{2jk_0n_0} [M]^{-1} \left([\tilde{K}] - k_0^2n_0^2[M]\right) \quad (3.89)$$

ดังนั้นจะได้สมการปาเด (Padé equation) ดังนี้

$$-2jk_0n_0[\tilde{M}] \frac{d\{\phi\}}{dz} + \left([\tilde{K}] - k_0^2n_0^2[M]\right)\{\phi\} = \{0\} \quad (3.90)$$

ที่มี 
$$[\tilde{M}] = [M] + \frac{1}{4k_0^2n_0^2} \left([\tilde{K}] - k_0^2n_0^2[M]\right) \quad (3.91)$$

และ 
$$[\tilde{K}] = [K] + [K]_F \quad (3.92)$$

จากข้างต้นนำการประมาณแบบปาเด (Padé approximation) มาใช้ในการแก้ปัญหาหามุมกว้างโดยลดสมการอนุพันธ์อันดับสองให้เหลือเพียงอนุพันธ์อันดับหนึ่ง เนื่องจากการประมาณแบบปาเดนี้มีความเหมาะสมสำหรับนำมาใช้ในการแก้ปัญหาหามุมกว้าง ในการประมาณแบบปาเดนี้เป็นการประมาณแบบเศษส่วนซึ่งจะกล่าวถึงรายละเอียดในภาคผนวก ก

จากการที่เราคำนวณหาเมตริกซ์  $[\tilde{M}]$  และ  $[\tilde{K}]$  ด้วยวิธีการไฟไนต์อีลิเมนต์บีมพรอพาเกชันแล้วเราจะสามารถหาสนามที่แพร่ผ่านอุปกรณ์ที่เราทำการวิเคราะห์ในแนวการแพร่ของแสง (แกน z) ได้จากระเบียบวิธีแคร็ง – นิกอลสัน (Crank – Nicholson Algorithm) [22] โดยเมื่อทราบสนามที่ระนาบที่ i แล้วจะทำให้เราทราบค่าสนามในระนาบถัดไปหรือระนาบที่ i+1 ได้ ดังแสดงในสมการดังนี้

$$[A]_i \{\phi\}_{i+1} = [B]_i \{\phi\}_i \quad (3.93)$$

โดยที่ 
$$[A]_i = -2jk_0n_0[M]_i' + 0.5\Delta z \left([K]_i' - k_0^2n_0^2[M]_i\right) \quad (3.94a)$$

$$[B]_i = -2jk_0n_0[M]_i' - 0.5\Delta z \left([K]_i' - k_0^2n_0^2[M]_i\right) \quad (3.94b)$$

เมื่อ  $\Delta z$  คือความยาวของขนาดขั้นการแพร่ของสนาม (propagation step size) ตัวห้อย  $i$  และ  $i+1$  แทนปริมาณที่สัมพันธ์กับระยะทางที่  $i$  และ  $i+1$  ตามลำดับ

เพื่อพิจารณาความถูกต้องเชิงตัวเลขแล้ว ค่าดัชนีหักเหอ้างอิงจะถูกแทนค่าใหม่ดังสมการต่อไปนี

$$n_{0,i}^2 = \text{Re} \left[ \frac{\{\phi\}_i^\dagger [\tilde{K}]_i \{\phi\}_i}{k_0^2 \{\phi\}_i^\dagger [\tilde{M}]_i \{\phi\}_i} \right] \quad (3.95)$$

เมื่อ  $\dagger$  แทนค่าคอนจูเกตของจำนวนเชิงซ้อนและทรานสโพสต์เมตริกซ์

สำหรับกริดของไฟไนต์อีลีเมนต์ก็สามารถนำมาปรับได้ใหม่ในทุกขั้นตอนการแพร่ที่พิจารณาได้โดยจะขึ้นอยู่กับกรการกระจายกำลังแสง ในขั้นแรกจะทำการแบ่งพื้นที่หน้าตัดของท่อนำคลื่นนั้นก็คือในช่วง  $x_1 \leq x \leq x_M$  ออกเป็นบล็อกหยาบๆ  $K$  บล็อก และหลังจากนั้นกำหนดให้จำนวนอีลีเมนต์เป็น  $L_k$  ที่จัดอยู่ในบล็อกที่หนึ่งจนถึงบล็อกที่  $k$  ดังสมการต่อไปนี

$$L_k = L_K \frac{\sum_{j=1}^k d_j 2^{Q_j}}{\sum_{j=1}^K d_j 2^{Q_j}} \quad j = 1, 2, \dots, k, \dots, K \quad (3.96)$$

$$Q_j = \begin{cases} 5 & \text{for } 10^{-1} < P_j / P_{\max} \leq 1 \\ 4 & \text{for } 10^{-2} < P_j / P_{\max} \leq 10^{-1} \\ 3 & \text{for } 10^{-3} < P_j / P_{\max} \leq 10^{-2} \\ 2 & \text{for } 10^{-4} < P_j / P_{\max} \leq 10^{-3} \\ 1 & \text{for } 10^{-5} < P_j / P_{\max} \leq 10^{-4} \\ 0 & \text{for } P_j / P_{\max} \leq 10^{-5} \end{cases} \quad (3.97)$$

$$P_j = \text{Re} \left[ \frac{1}{d_j} \int_{j_j} p_j |\phi_j|^2 dx \right] \quad (3.98)$$

เมื่อ  $L_K$  คือจำนวนอีลีเมนต์รวม

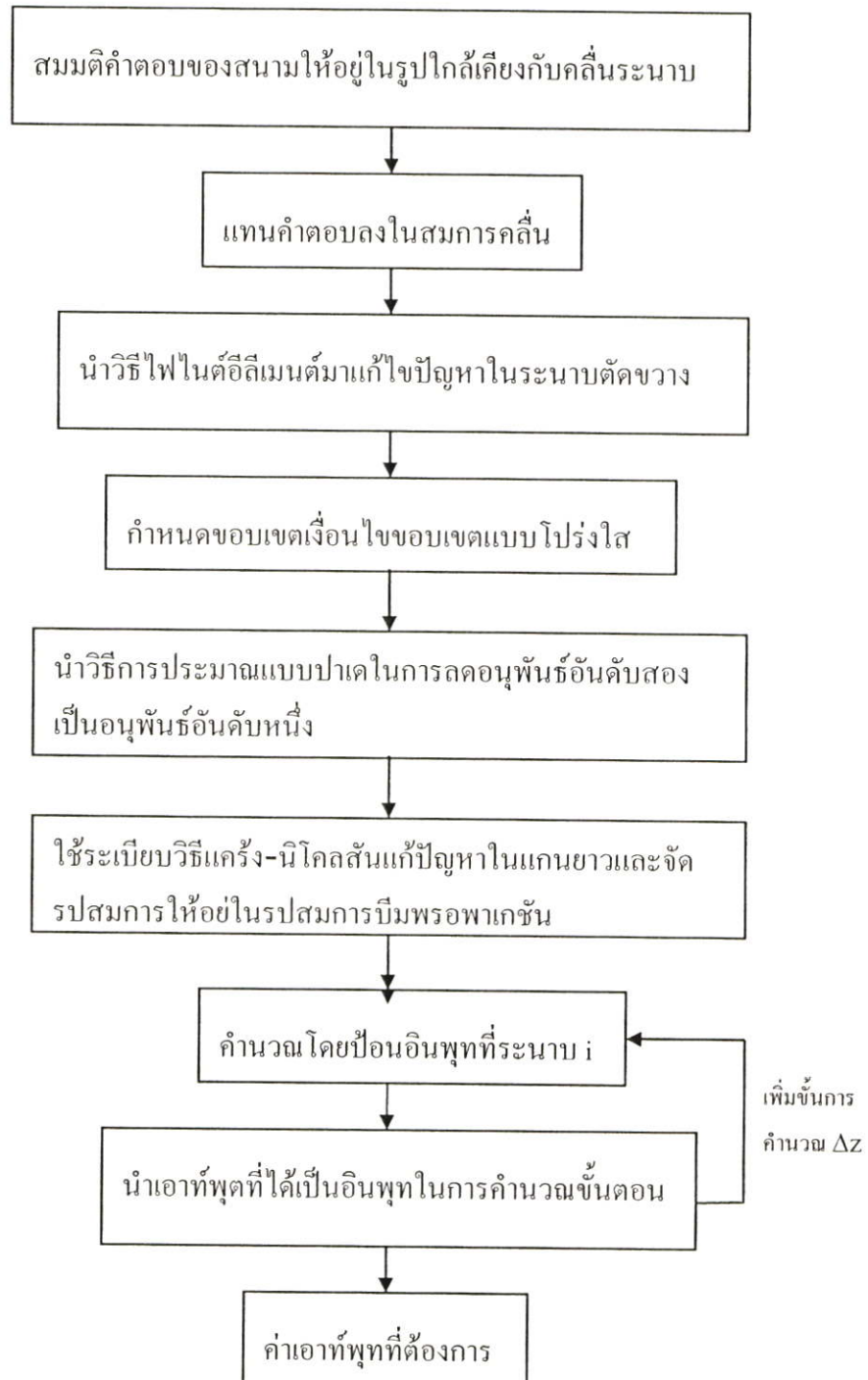
$d_j$  คือความยาวของบล็อกในทิศทาง  $x$  และพื้นที่ที่  $j$

$P_j$  คือกำลังเฉลี่ยต่อหนึ่งหน่วยความยาวในทิศทาง  $x$  และพื้นที่ที่  $j$

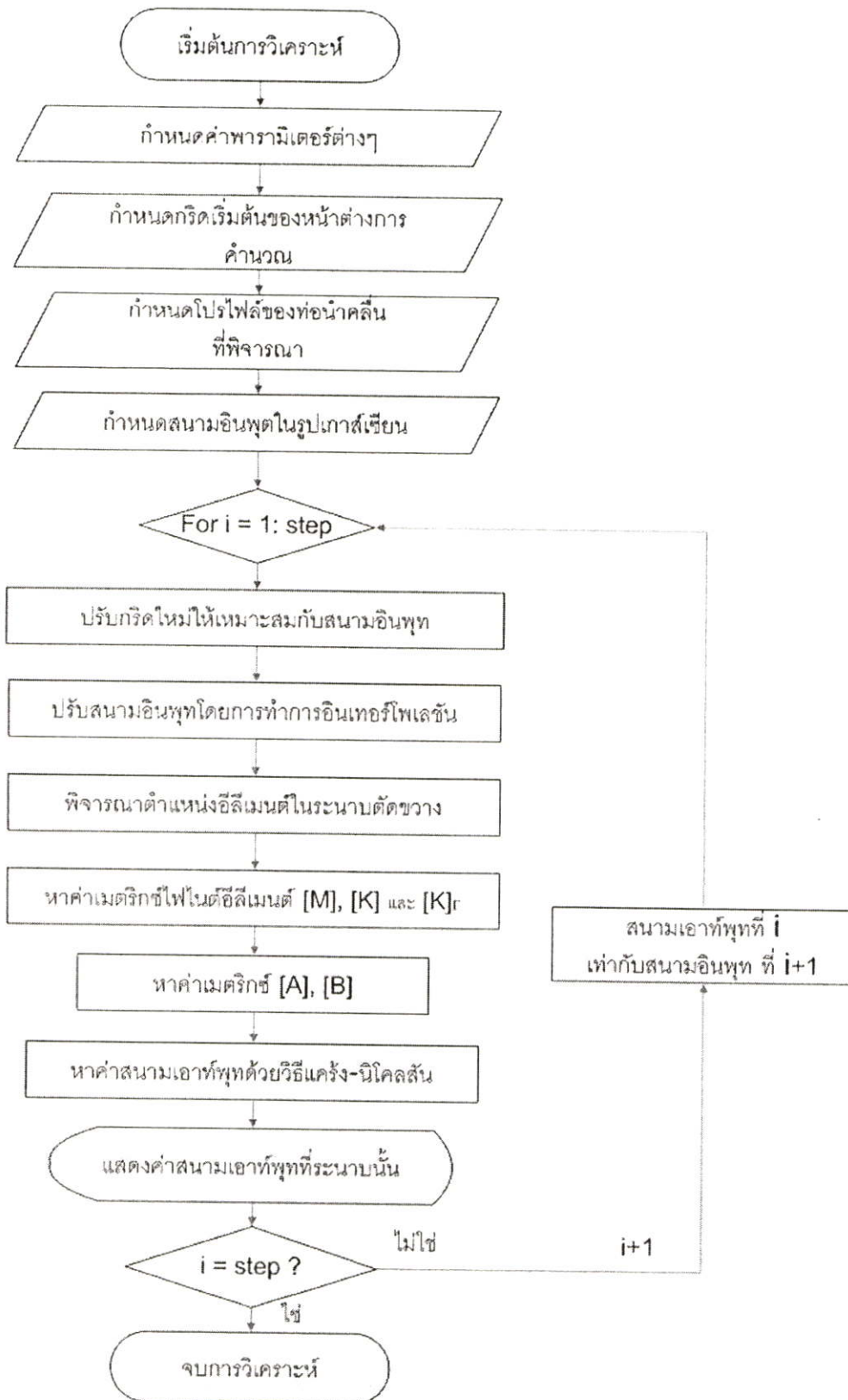
### 3.6 ขั้นตอนการวิเคราะห์สนามไฟฟ้าในอุปกรณ์ที่นำคลื่นแสงด้วยวิธีไฟไนต์อีลีเมนต์แบบพรอพาเกชัน

ในวิทยานิพนธ์ฉบับนี้จะมีขั้นตอนในการคำนวณหาสนามโดยใช้วิธีไฟไนต์อีลีเมนต์ด้วยอัลกอริธึมแคว้ง-นิโคลสัน โดยที่มีขั้นตอนการคำนวณดังในรูปที่ 3.8 ซึ่งจะเริ่มต้นจากสมมติค่าตอบของสนามไฟฟ้าให้อยู่ในรูปใกล้เคียงกับระยะทาง จากนั้นแทนค่าตอบนี้ลงไปนสมการ

คลื่อนแล้วจัดรูปสมการให้อยู่ในรูปสมการบีบพรอพาเกชัน ต่อไปทำการกำหนดขอบเขตเงื่อนไขของปัญหาโดยในวิทยานิพนธ์นี้ใช้ขอบเขตเงื่อนไขแบบโปร่งใส (TBC: Transparent Boundary Condition) และจะทำการลดรูปอนุพันธ์อันดับสองให้เป็นอนุพันธ์อันดับหนึ่งโดยใช้การประมาณของปาเด (Padé Approximation) ซึ่งเป็นการประมาณที่เหมาะสมสำหรับปัญหามุมกว้างดังที่ได้กล่าวไปแล้วข้างต้น จากนั้นทำการหาค่าผลเฉลย ขั้นตอนสุดท้ายใช้ระเบียบวิธีการแคว้ง-นิโคลสันในการประมาณค่าผลเฉลยในระนาบถัดไปของท่อนำคลื่นแสง



รูปที่ 3.5 ขั้นตอนการคำนวณด้วยวิธีไฟไนต์อีลีเมนต์บีบพรอพาเกชันอัลกอริธึมแคว้ง - นิโคลสัน



รูปที่ 3.6 โฟลว์ชาร์ต โปรแกรมการจำลองการวิเคราะห์ด้วยวิธีไฟไนต์อิมเม้นต์บิมพรอพากชัน

ในส่วนของโปรแกรมการจำลองของวิทยานิพนธ์นี้จะแสดงให้เห็นในรูปที่ 3.9 โดยจะเริ่มจากการกำหนดค่าพารามิเตอร์ต่างๆ ได้แก่ ความกว้างและความยาวของท่อนำคลื่น, จำนวนอีลีเมนต์, ค่าดัชนีหักเหของแกนนำและเคลดคิง, ค่าความยาวคลื่นแสงที่พิจารณา และขนาดขั้นการแพร่ของแสง(Propagation step size:  $\Delta z$ ) จากนั้นกำหนดกริดเริ่มต้นให้หน้าตาการคำนวณที่เราพิจารณาเป็น  $K$  บล็อก แล้วกำหนดโปรไฟล์ของท่อนำคลื่นโดยพิจารณาโครงสร้างของท่อนำคลื่นที่พิจารณา ต่อก็กำหนดค่าสนามไฟฟ้าอินพุทโดยกำหนดให้เป็นแบบเกาส์เซียน จากนั้นหาค่าจำนวนระนาบของขั้นการแพร่ของแสงตลอดความยาวของอุปกรณ์และกำหนดตัวนับขั้นการแพร่ (step count) หรือก็คือจำนวนระนาบที่พิจารณา เริ่มพิจารณาระนาบของปัญหาในระนาบแรกแล้วทำการปรับกริดใหม่ให้เหมาะสมโดยพิจารณาตามสมการที่ (3.96) ถึง (3.98) และทำการอินเทอร์โพลตสนามอินพุทให้เหมาะสมกับกริดที่ทำการปรับโดยปรับสนามที่ขึ้นกับฟังก์ชันรูปร่างตามสมการ (3.79) จากนั้นพิจารณาว่าแต่ละอีลีเมนต์มีค่าดัชนีหักเหอยู่ในส่วนแกนนำหรือเคลดคิงของท่อนำคลื่น แล้วหาค่าเมตริกซ์อีลีเมนต์ของแต่ละอีลีเมนต์ และทำการแอสเซมบลีหรือรวมอีลีเมนต์ทั้งระบบ และจะทำการพิจารณาแต่ละอีลีเมนต์ว่าอยู่ในระนาบภาคตัดขวางของท่อนำคลื่นแสง เพื่อพิจารณาค่าดัชนีหักเหในค่าอีลีเมนต์นั้นๆ ว่าอยู่ในส่วนของแกนนำหรือเคลดคิง ในส่วนนี้จะเป็นการกำหนดโครงสร้างของอุปกรณ์ที่นำมาพิจารณา จากนั้นจะทำการหาค่าเมตริกซ์  $[K]_r$  ที่สัมพันธ์กับเงื่อนไขขอบเขตแบบโปร่งใส และคำนวณหาเมตริกซ์  $[\tilde{K}]$  ซึ่งได้มาจากการรวมกันระหว่าง  $[K]$  และ  $[K]_r$  ดังในสมการที่ (3.92) เมื่อได้ทราบค่าเมตริกซ์  $[\tilde{M}]$  และเมตริกซ์  $[\tilde{K}]$  จะสามารถหาค่าเมตริกซ์สัมประสิทธิ์ของระเบียบวิธีแครง-นิโคลสันเมตริกซ์  $[A]$  และเมตริกซ์  $[B]$  ตามสมการที่ (3.94a) และ (3.94b) แล้วจากนั้นจะสามารถหาค่าสนามไฟฟ้าเอาต์พุทได้จากระเบียบวิธีแครง-นิโคลสันดังตามสมการที่ (3.93) แล้วจากนั้นเรานำสนามไฟฟ้าเอาต์พุทที่ได้ไปเป็นสนามอินพุทในระนาบถัดไปเพื่อหาค่าสนามเอาต์พุทของระนาบนั้นต่อไป ทำเช่นนี้ไปจนได้สนามไฟฟ้าเอาต์พุทของทั้งอุปกรณ์ แล้วแสดงด้วยกราฟการแพร่ของแสงในอุปกรณ์นั้น และเพื่อความถูกต้องเชิงตัวเลขมากขึ้นได้มีการปรับค่าดัชนีหักเหอ้างอิงตามสมการที่ (3.95) โดยค่าดัชนีหักเหจะต้องคำนวณใหม่ในทุกๆ ระนาบที่พิจารณาเพื่อนำไปใช้ในการหาค่าเมตริกซ์  $[\tilde{M}]$ ,  $[A]$  และเมตริกซ์  $[B]$

### 3.7 สรุป

จากที่ได้กล่าวมาเกี่ยวกับวิธีการวิเคราะห์สนามไฟฟ้าที่เดินทางแพร่ผ่านอุปกรณ์ที่นำคลื่นแสงโดยใช้วิธีไฟไนต์อีลีเมนต์บีมพรอพาเกชัน ทำให้เข้าใจหลักการวิเคราะห์ที่นำวิธีบีมพรอพาเกชันซึ่งเป็นวิธีที่แพร่หลายในการวิเคราะห์แสงที่เดินทางแพร่ผ่านอุปกรณ์แสงมาใช้ พร้อมทั้งทำการแก้ไขปัญหาในภาคตัดขวางโดยใช้วิธีการไฟไนต์อีลีเมนต์ ซึ่งมีข้อดีก็คือวิธีนี้สามารถนำไปใช้วิเคราะห์ที่นำคลื่นแสงแบบรับแสงมากและที่นำคลื่นแสงที่ขึ้นกับการโพลาไรซ์ของแสงได้, วิธีนี้สามารถเลือกจำนวนอีลีเมนต์และขนาดได้ตามต้องการขึ้นอยู่กับความถูกต้องทางการคำนวณที่ต้องการ และอีลีเมนต์แต่ละอีลีเมนต์นี้สามารถปรับได้ตามทิศทางการแพร่ของแสงได้ซึ่งประสิทธิภาพการคำนวณจะสามารถปรับให้ดีขึ้นได้โดยไม่มีผลกระทบต่อความต้องการประมาณเชิงตัวเลข และได้กล่าวถึงขั้นตอนโดยทั่วไปของวิธีการไฟไนต์อีลีเมนต์ ซึ่งได้แก่การแบ่งอีลีเมนต์, การเลือกของฟังก์ชันการประมาณภายในอีลีเมนต์, การสร้างสมการของอีลีเมนต์, การสร้างสมการของอีลีเมนต์, การรวมอีลีเมนต์ และการหาผลเฉลยและคำนวณหาค่าต่อเนื่องอื่นๆ ในส่วนของขอบเขตเงื่อนไขที่ใช้ในงานวิจัยนี้ก็คือขอบเขตเงื่อนไขแบบโปร่งใสซึ่งสามารถนำไปใช้ได้กับปัญหาที่เป็นโครงสร้างสองมิติ เช่นเดียวกันกับการแสดงสมการไฟไนต์อีลีเมนต์บีมพรอพาเกชันที่ใช้วิเคราะห์โครงสร้างอุปกรณ์สองมิติ

## บทที่ 4

# การจำลองและผลการวิเคราะห์

### 4.1 กล่าวนำ

ในบทนี้จะกล่าวถึงการจำลอง และผลการวิเคราะห์การแพร่ของแสงในท่อนำคลื่นแสง โดยจะทำการทดลอง โปรแกรมการจำลองที่ใช้วิธีไฟไนต์อีลีเมนต์บีมพรอพากชันในการวิเคราะห์ นี้คุณสมบัติของการแพร่ของแสงในโครงสร้างของท่อนำคลื่นแบบต่างๆ ซึ่งจะทำให้การจำลองการแพร่ของแสงในท่อนำคลื่นแสงในแบบต่างๆ ได้แก่ ท่อนำคลื่นแสงแบบท่อตรง, ท่อนำคลื่นแสงชนิดตัววยแบบสมมาตร, ท่อนำคลื่นแสงชนิดตัววยที่มีพื้นผิวสะท้อนแสง และอุปกรณ์แมคเซ็นเตอร์อินเทอร์ฟีโรมิเตอร์ ด้วยวิธีไฟไนต์อีลีเมนต์บีมพรอพากชัน โดยในการจำลองนี้ทุกอุปกรณ์จะพิจารณาในกรณีที่ไม่มี การสูญเสียจากวัสดุของตัวอุปกรณ์ จากนั้นจะศึกษาพฤติกรรมและลักษณะการแพร่ของแสงในท่อนำคลื่นแสงแบบต่างๆ ในการวิเคราะห์นี้ใช้วิธีไฟไนต์อีลีเมนต์บีมพรอพากชันที่มีการประมาณแบบปาเดซึ่งสามารถวิเคราะห์อุปกรณ์ที่มีมุมกว้างได้ดี ดังนั้นจึงทดลองนำไปใช้กับท่อนำคลื่นแสงชนิดตัววยที่มีพื้นผิวสะท้อนแสงซึ่งเป็นอุปกรณ์ที่มีมุมระหว่างกิ่งกว้างซึ่งความสูญเสียที่เกิดขึ้นนี้เป็นการสูญเสียทางกายภาพนั้นก็คืออุปกรณ์มีรูปทรงที่เปลี่ยนไป หรือก็คือเกิดการเปลี่ยนแปลงค่าดัชนีหักเหในการนำคลื่นแสงผ่านอุปกรณ์นั้นๆ ในส่วนการจำลองการแพร่ของแสงในท่อนำคลื่นแสงชนิดตัววยที่มีพื้นผิวสะท้อนแสง จะทำการปรับค่ามุมระหว่างกิ่งของอุปกรณ์เพิ่มขึ้นเรื่อยๆ เพื่อวิเคราะห์อุปกรณ์ที่มีมุมกว้าง จากนั้นจะนำผลที่ได้มาแสดงในรูปกราฟความสัมพันธ์ค่ามุมกับค่าความสูญเสียของอุปกรณ์ จากนั้นจะนำผลที่ได้มาเปรียบเทียบกับผลการทดลองและผลการจำลองเดิมในงานวิจัยก่อนหน้านี้ เมื่อทราบถึงประสิทธิภาพของวิธีการประมาณด้วยวิธีไฟไนต์อีลีเมนต์แล้ว จะนำเสนอการปรับค่าพารามิเตอร์ของท่อนำคลื่นแสงชนิดตัววยที่มีพื้นผิวสะท้อนแสงเพื่อให้สามารถควบคุมอัตราค่าการแบ่งกำลังแสงของอุปกรณ์นี้ได้

### 4.2 การวิเคราะห์การแพร่ของแสงในท่อนำคลื่นแสงท่อตรง

ในส่วนแรกจะทำการจำลองการแพร่ของแสงในท่อนำคลื่นแสงท่อตรงด้วยวิธีไฟไนต์อีลีเมนต์บีมพรอพากชัน โดยในขั้นตอนแรกอย่างที่ได้กล่าวมาแล้วในบทที่ 3 นั่นก็คือ นำโครงสร้างของท่อนำคลื่นแสงที่จะวิเคราะห์มาทำการแบ่งออกเป็นอีลีเมนต์ที่เหมาะสม จากนั้นจะกำหนดสมการอีลีเมนต์ที่เหมาะสมเพื่อวิเคราะห์แสงในแนวภาคตัดขวาง ซึ่งในที่นี้เราพิจารณาแสงเป็นสนามไฟฟ้าเพื่อความสะดวก แล้วประมาณหาค่าค่าขอบและหาสนามไฟฟ้าที่แพร่ผ่านท่อนำคลื่นแสง ในที่นี้กำหนดให้ท่อนำคลื่นแสงมีความกว้าง  $4 \mu\text{m}$  และมีค่าดัชนีหักเหของคอร์กับแคลดดิ้ง

เป็น 3.3 และ 3.17 ตามลำดับ จากนั้นทำการป้อนสนามไฟฟ้าอินพุท โดยในงานวิทยานิพนธ์ฉบับนี้ใช้สนามไฟฟ้าอินพุทกำหนดให้เป็นแบบเกาส์เซียนหนึ่งมิติใน โหมดพื้นฐานซึ่งจะกำหนดตามสมการดังนี้

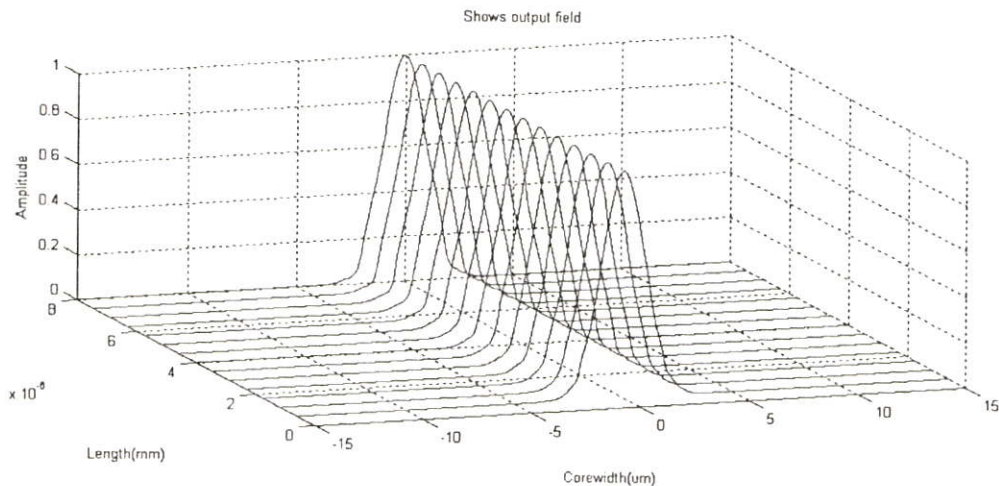
$$\phi_i(x) = E_0 \exp(-x^2 / w_0^2) \quad (4.1)$$

เมื่อ  $E_0$  คือขนาดของสนามในเกาส์เซียนโปรไฟล์

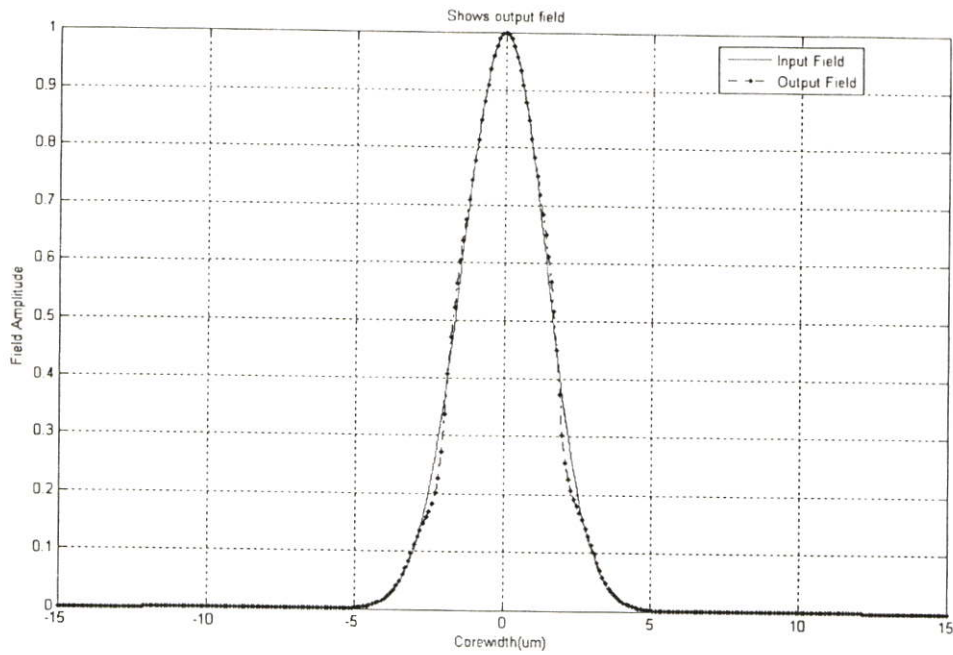
$x$  คือตำแหน่งพิกัดในแนวแกน  $x$  ในหน้าต่างการคำนวณ

$w_0$  เป็นค่าขนาดของ Characteristic width หรือ spot size ของลำแสง

โดยจะใช้ค่า  $w_0 = 2 \mu\text{m}$  และกำหนดขนาดหน้าต่างการคำนวณ (Calculation window) ให้มีขนาดเท่ากับ  $30 \mu\text{m}$  และการจำลองในวิทยานิพนธ์ฉบับนี้ใช้แสงในช่วงความยาวคลื่น  $\lambda = 1.55 \mu\text{m}$  เมื่อพิจารณาสนามไฟฟ้าในภาคตัดขวางจะทำการแบ่งอีลีเมนต์โดยให้อีลีเมนต์มีขนาดเป็น  $0.1 \mu\text{m}$  และเมื่อทำการคำนวณสนามไฟฟ้าในแนวแกนการแพร่ของแสงจะมีขั้นการแพร่ (propagation step size) มีค่า  $0.5 \mu\text{m}$



รูปที่ 4.1 สนามไฟฟ้าที่แพร่ผ่านท่อนำคลื่นแสงที่ตรง

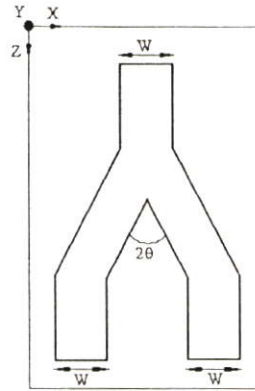


รูปที่ 4.2 สนามไฟฟ้าอินพุตและเอาต์พุตที่แพร่ผ่านท่อนำคลื่นแสงท่อตรง

จากรูปที่ 4.1 แสดงให้เห็นการแพร่ของสนามไฟฟ้าผ่านในท่อนำคลื่นแสงท่อตรง และจากรูปที่ 4.2 พบว่าสนามไฟฟ้าที่ป้อนเข้าอุปกรณ์เข้าไปแทบจะไม่เกิดการเปลี่ยนแปลงเนื่องจากกำหนดให้พิจารณากรณีที่ไม่มี การสูญเสียเกิดขึ้นภายในท่อนำคลื่นแสง รวมไปถึงโครงสร้างที่ทำการพิจารณานี้ไม่มีการเปลี่ยนแปลงเกิดขึ้นตลอดระยะที่คลื่นแสงเดินทาง

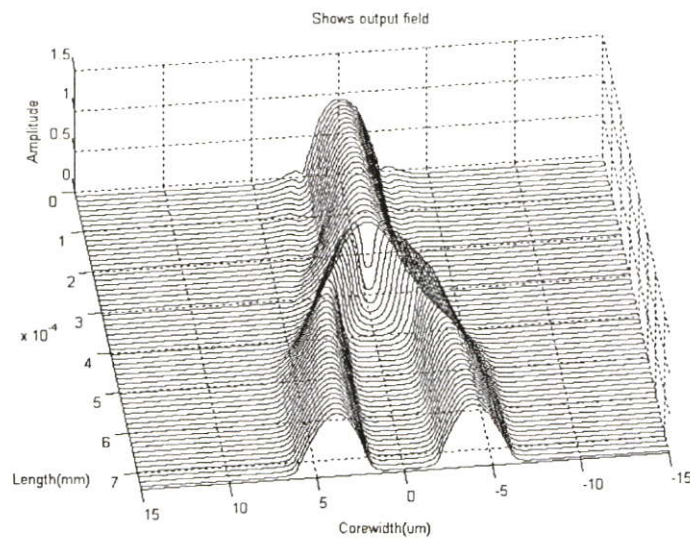
#### 4.3 การวิเคราะห์การแพร่ของแสงในท่อนำคลื่นแสงชนิดตัววยแบบสมมาตร

ต่อไปจะทำการจำลองสนามผ่านท่อนำคลื่นแสงชนิดตัววยแบบสมมาตรดังแสดงในรูปที่ 4.3 โดยที่ท่อนำคลื่นแสงนี้มีพารามิเตอร์ที่พิจารณาก็คือ ให้ท่อนำคลื่นแสงมีความกว้าง  $4 \mu\text{m}$  และมีค่าดัชนีหักเหของคอร์กับแคลดดิ้งเป็น 3.3 และ 3.17 ตามลำดับ ป้อนสนามอินพุตที่มีค่า  $w_0 = 2 \mu\text{m}$  และกำหนดขนาดหน้าต่างการคำนวณ (Calculation window) ให้มีขนาดเท่ากับ  $30 \mu\text{m}$  เมื่อพิจารณาสนามไฟฟ้าในภาคตัดขวางจะทำการแบ่งอีลีเมนต์ออกเป็น 300 อีลีเมนต์ และเมื่อทำการคำนวณสนามไฟฟ้าในแนวแกนการแพร่ของแสงจะมีขั้นการแพร่ (propagation step size) มีค่า  $6 \mu\text{m}$  ให้ท่อนำคลื่นแสงชนิดตัววยสมมาตรที่พิจารณานี้มีมุมระหว่างกึ่งเป็น  $(2\theta) 2^\circ$

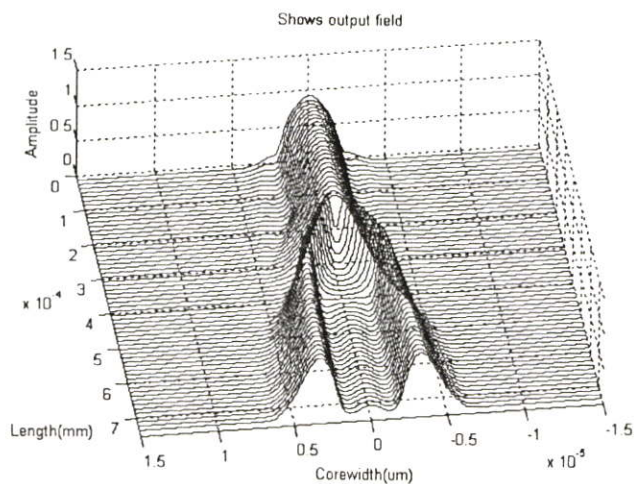


รูปที่ 4.3 โครงสร้างท่อนำคลื่นแสงชนิดตัววายแบบสมมาตรที่นำมาพิจารณา

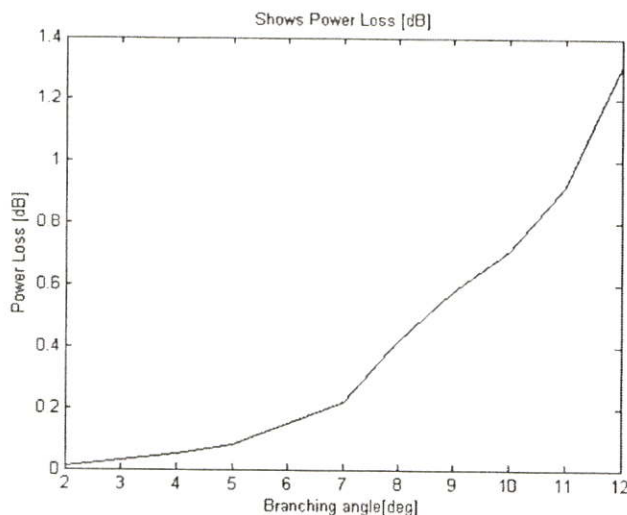
เมื่อทำการป้อนสนามอินพุตเข้าไปในท่อนำคลื่นแสงชนิดตัววายแบบสมมาตร จะเห็นการแพร่ของสนามผ่านอุปกรณ์นี้ซึ่งจะเป็นอุปกรณ์ที่แบ่งกำลังแสงออกไปสองพอร์ต ดังแสดงในรูปที่ 4.4 โดยท่อนำคลื่นแสงนี้มีมุมระหว่างกิ่งของอุปกรณ์เป็น  $(2\theta) 2^\circ$  ซึ่งจากรูปจะเห็นว่าอุปกรณ์นี้สามารถแบ่งแยกกำลังแสงได้ดีเนื่องจากอุปกรณ์ยังมีมุมไม่มากนักดังที่กล่าวไป แต่เมื่อเพิ่มมุมของอุปกรณ์ให้มีมุมกว้างขึ้นสนามจะเริ่มไม่เลี้ยวออกไปตามท่อนำคลื่นทำให้มีค่าการสูญเสียมากดังแสดงในรูปที่ 4.5 ซึ่งท่อนำคลื่นแสงชนิดตัววายแบบสมมาตรนี้มีมุมที่  $8^\circ$  ดังนั้นจะได้รับความสัมพันธ์ของค่าการสูญเสียของอุปกรณ์นี้เมื่อมีการเปลี่ยนแปลงค่ามุมระหว่างกิ่งของท่อนำคลื่นดังแสดงในรูปที่ 4.6 ซึ่งจะเห็นได้ว่าท่อนำคลื่นแสงชนิดตัววายแบบสมมาตรนี้มีค่าการสูญเสียต่ำที่มุมระหว่างกิ่งแคบๆ แต่เมื่อเพิ่มมุมระหว่างกิ่งของอุปกรณ์นี้ค่าการสูญเสียก็จะมีค่าเพิ่มมากขึ้นด้วย



รูปที่ 4.4 สนามไฟฟ้าแพร่ผ่านท่อนำคลื่นแสงชนิดตัววายแบบสมมาตรที่มีมุมอุปกรณ์  $(2\theta) 2^\circ$



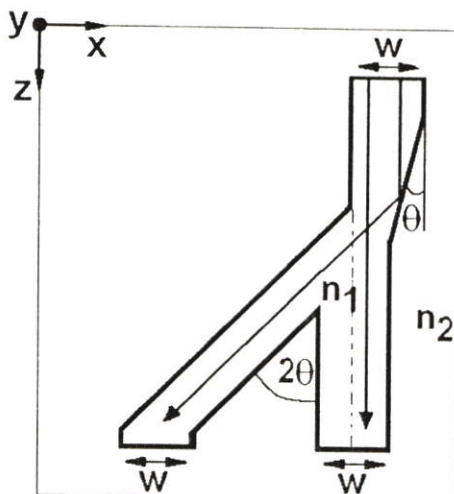
รูปที่ 4.5 สนามไฟฟ้าแพร่ผ่านท่อนำคลื่นแสงชนิดตัววยแบบสมมาตรที่มีมุมอุปกรณ์ ( $2\theta$ )  $8^\circ$



รูปที่ 4.6 ความสัมพันธ์ระหว่างค่าการสูญเสียของอุปกรณ์กับมุมระหว่างกิ่ง ( $2\theta$ ) ของท่อนำคลื่นชนิดตัววยแบบสมมาตร

#### 4.4 การวิเคราะห์การแพร่ของแสงในท่อนำคลื่นแสงชนิดตัววยที่มีพื้นผิวสะท้อนแสง

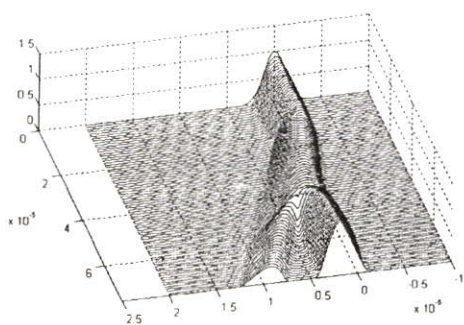
ในที่นี้กำหนดให้ท่อนำคลื่นแสงชนิดตัววยที่มีพื้นผิวสะท้อนแสงดังแสดงในรูปที่ 4.7 ให้มีความกว้าง  $4.4 \mu\text{m}$  และมีค่าดัชนีหักเหของคอร์กับแคลดดิ้งเป็น 3.3 และ 3.17 ตามลำดับ จากนั้นทำการป้อนสนามไฟฟ้าอินพุท



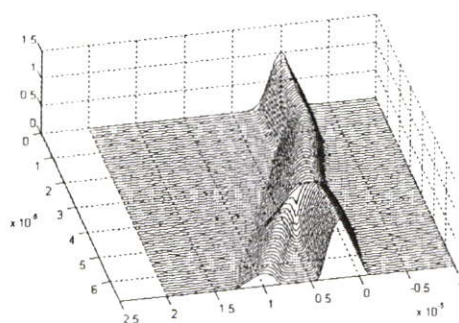
รูปที่ 4.7 โครงสร้างของท่อนำคลื่นแสงชนิดตัววยที่มีพื้นผิวสะท้อนแสง

โดยจะใช้ค่า  $w_0 = 0.8 \mu m$  และกำหนดขนาดหน้าต่างการคำนวณ (Calculation window) ให้มีขนาดเท่ากับ  $30 \mu m$  เมื่อพิจารณาสนามไฟฟ้าในภาคตัดขวางจะทำการแบ่งอีลีเมนต์ ออกเป็น 600 อีลีเมนต์ และเมื่อทำการคำนวณสนามไฟฟ้าในแนวแกนการแพร่ของแสงโดย กำหนดขั้นการแพร่ (propagation step size) เป็นค่า  $0.5 \mu m$

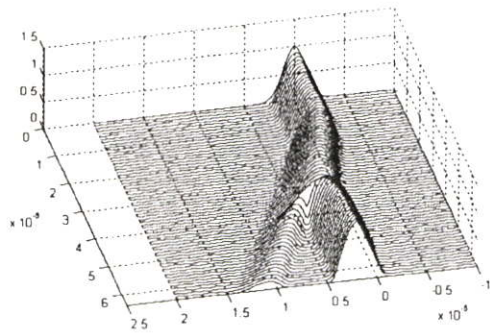
ในการจำลองในส่วนนี้จะพิจารณาระหว่างขาของท่อนำคลื่นแสงชนิดตัววยที่มีพื้นผิว การสะท้อนโดยจะทำการปรับค่ามุม ( $2\theta$ ) ที่มุมกว้างตั้งแต่ 10 จนถึง 18 องศา แล้วดูค่าแอมพลิจูดที่ออกมา จากนั้นทำการหาค่าการสูญเสียเทียบกับท่อนำคลื่นที่มีมุมระหว่างกึ่งของอุปกรณ์ ค่าต่างๆ



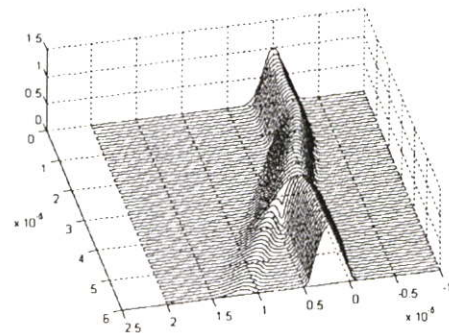
(a)



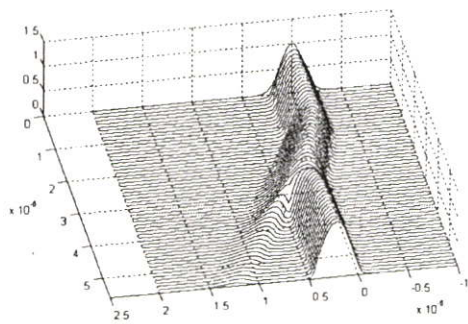
(b)



(c)



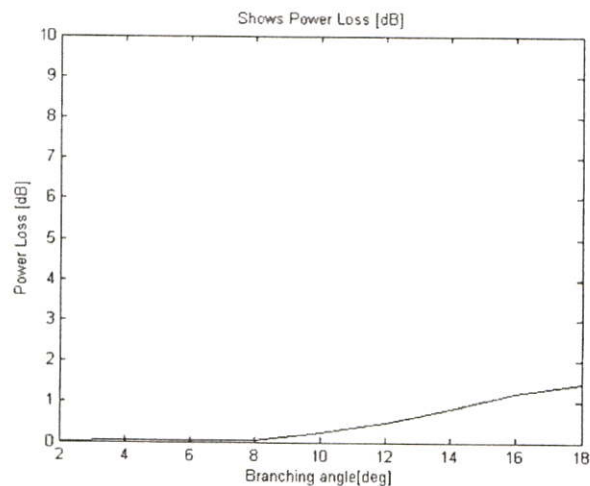
(d)



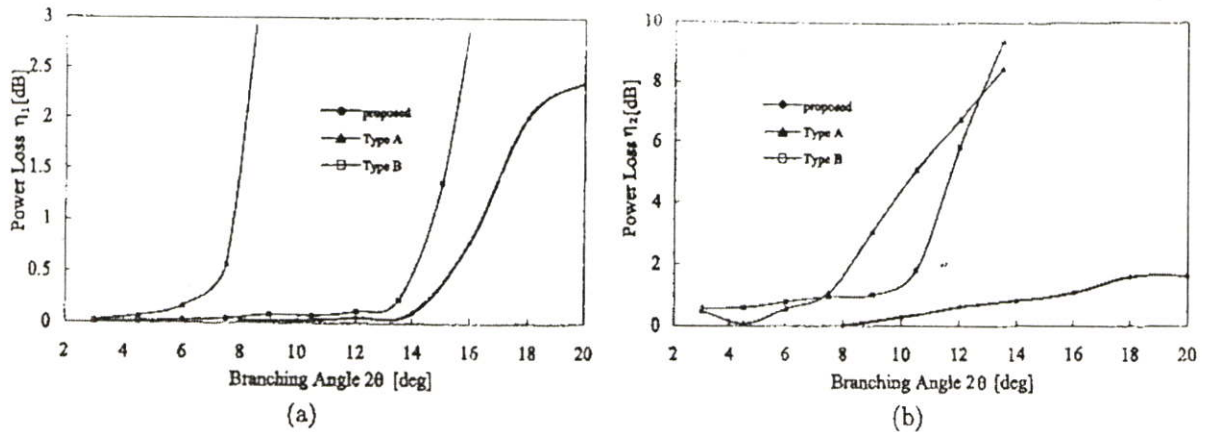
(e)

รูปที่ 4.8 แสดงการแพร่ของสนามไฟฟ้าผ่านท่อนำคลื่นแสงชนิดตัววายที่มีพื้นผิวการสะท้อนที่มีมุมระหว่างท่อเอาท์พุททั้งสองของท่อนำคลื่นแสง (a)  $10^\circ$  (b)  $12^\circ$  (c)  $14^\circ$  (d)  $16^\circ$  และ (e)  $18^\circ$

จากรูปที่ 4.8 ท่อนำคลื่นแสงชนิดตัววายที่มีพื้นผิวสะท้อนแสงนี้เมื่อเพิ่มมุมระหว่างกิ่งของอุปกรณ์สนามเอาท์พุทที่ต่อเอียงจะมีค่าสนามลดลงและสนามไปออกทางด้านท่อเอาท์พุทที่ตรงมากขึ้น จนกระทั่งมีสนามเอาท์พุทแต่เฉพาะที่ด้านที่ตรงและไม่มีสนามเอาท์พุทที่ด้านที่เอียงดังแสดงในรูปที่ 4.8 (a) – (e) ซึ่งจะเห็นได้ว่าอุปกรณ์นี้สามารถมีมุมที่กว้างได้ถึง  $18^\circ$



รูปที่ 4.9 แสดงความสัมพันธ์ระหว่างค่าความสูญเสียที่มุมระหว่างกิ่งของท่อนำคลื่นแสงชนิดตัววายที่มีพื้นผิวสะท้อนแสงที่มุมค่าต่างๆ



รูปที่ 4.10 แสดงความสัมพันธ์ระหว่างค่าความสูญเสียที่มุมระหว่างกิ่งของท่อนำคลื่นแสงชนิดตัววายเป็นพื้นผิวสะท้อนแสงที่มุมค่าต่างๆ โดยวิเคราะห์ด้วยวิธี (a) FD-BPM และ (b) จากการทดลอง [3]

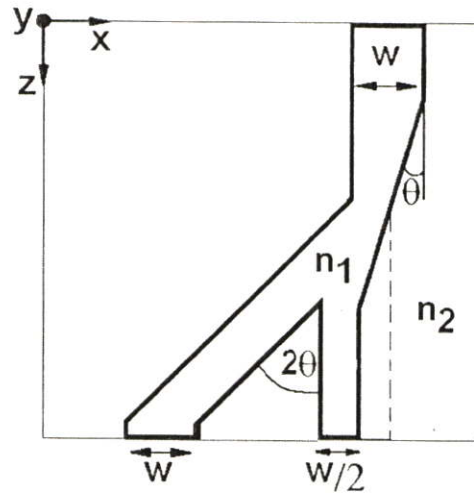
เมื่อทำการหาความสัมพันธ์ของค่าความสูญเสียกับมุมระหว่างกิ่งของท่อนำคลื่นชนิดตัววายเป็นพื้นผิวสะท้อนแสงนี้จะเห็นได้ว่ามีค่าความสูญเสียเพิ่มขึ้นเมื่อมุมเพิ่มขึ้นดังแสดงในรูปที่ 4.9 แต่เมื่อเปรียบเทียบค่าการสูญเสียของอุปกรณ์นี้กับค่าการสูญเสียของท่อนำคลื่นแสงชนิดตัววายเป็นสมมาตรจะเห็นได้ว่า ที่มุมกว้างๆ ท่อนำคลื่นแสงชนิดตัววายเป็นพื้นผิวสะท้อนแสงมีค่าการสูญเสียต่ำกว่าท่อนำคลื่นแสงชนิดตัววายเป็นสมมาตร

และเมื่อเปรียบเทียบกับการวิเคราะห์ด้วยวิธี FD-BPM กับท่อนำคลื่นแสงชนิดนี้ จะเห็นได้ว่าค่าการสูญเสียที่วิเคราะห์ด้วยวิธีไฟไนต์อีลิเมนต์บีมพรอพากชันมีลักษณะใกล้เคียงกันแต่เมื่อดูที่มุมกว้างจะมีการพิจารณาค่าการสูญเสียได้ดีกว่าซึ่งจะมีค่าใกล้เคียงกับผลการทดลองใน [3] ดังแสดงในรูปที่ 4.10

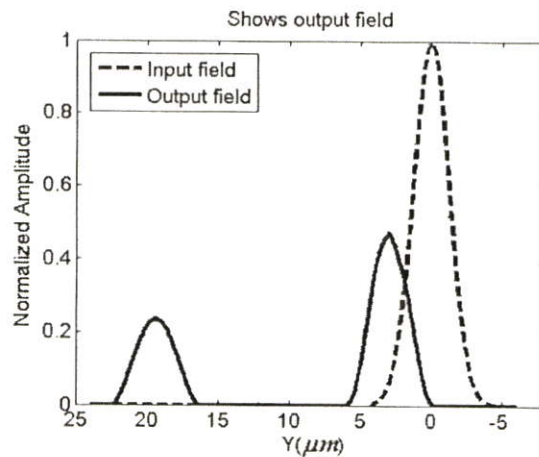
#### 4.5 การปรับพารามิเตอร์สำหรับการควบคุมการแบ่งกำลังแสงของท่อนำคลื่นแสงชนิดตัววายเป็นพื้นผิวสะท้อนแสง

ในหัวข้อนี้จะจำลองและวิเคราะห์ท่อนำคลื่นแสงชนิดตัววายเป็นพื้นผิวสะท้อนแสงซึ่งเป็นที่ท่อนำคลื่นแสงแบบไม่สมมาตรที่ทำหน้าที่เป็นอุปกรณ์แบ่งแยกกำลังแสง โดยกำหนดให้ท่อนี้มีความกว้างเป็น  $6 \mu m$  มีค่าดัชนีหักเหของแกนนำและเคลดคิงเป็น 3.3 และ 3.17 ตามลำดับ และขนาดของชั้นการแพร่  $\Delta z = 0.5 \mu m$  และมีมุมระหว่างกิ่งของท่อนำคลื่นแสง ( $2\theta$ ) เป็น  $10^\circ$  จากนั้นจะทำการปรับความกว้างของท่อนำคลื่นเอาท์พุทที่เป็นท่อตรงเพื่อควบคุมกำลังเอาท์พุทของอุปกรณ์ โดยจะทำการปรับโดยลดขนาดของท่อนำคลื่นเอาท์พุทที่เป็นท่อตรงขนาด  $6 \mu m$  ลดลงไปถึง  $3 \mu m$  ดังแสดงในรูปที่ 4.11 เมื่อลดขนาดของแกนนำของท่อนำคลื่นลงจะทำ

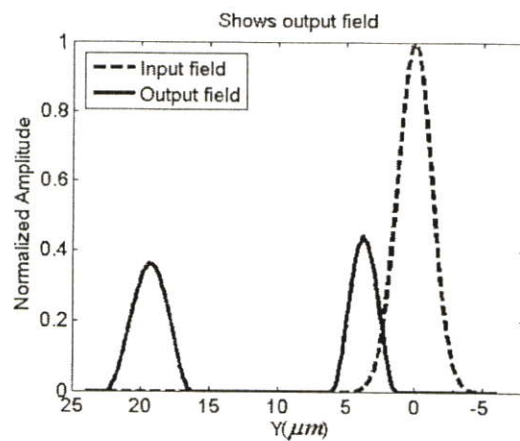
การจำลองการแพร่ของสนามในท่อนำคลื่นนี้และจะแสดงแอมพลิจูดของสนามอินพุตและเอาต์พุตในการเปลี่ยนความกว้างแต่ละครั้งของแกนนำของท่อนำคลื่นแสง และจากนั้นจะทำการหาค่ากำลังเอาต์พุตที่ความกว้างค่าต่างๆ ของแกนนำ และทำการพล็อตกราฟแสดงความสัมพันธ์ระหว่างค่ากำลังเอาต์พุตกับความกว้างของแกนนำของท่อนำคลื่นเอาต์พุตที่เป็นท่อตรง



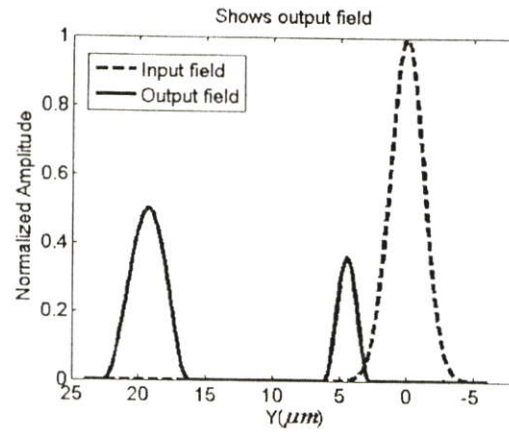
รูปที่ 4.11 ท่อนำคลื่นแสงชนิดตัววยที่มีพื้นผิวสะท้อนแสงที่ลดขนาดแกนนำของท่อนำคลื่นเอาต์พุตที่เป็นท่อตรง



(a)

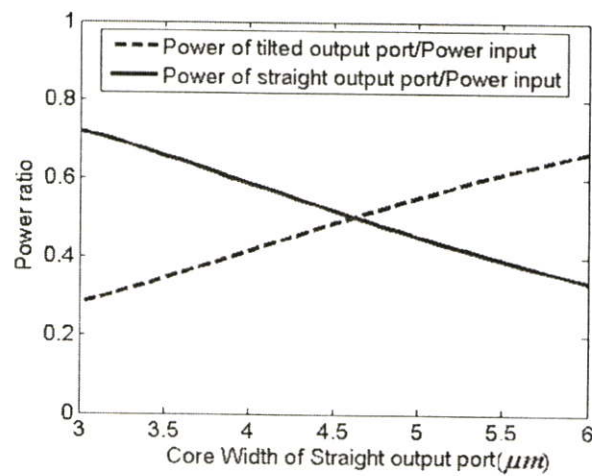


(b)



(c)

รูปที่ 4.12 แสดงสนามไฟฟ้าอินพุตและเอาต์พุตที่ความกว้างของท่อนำคลื่นเอาต์พุตที่เป็นท่อตรงที่ขนาด (a)  $6 \mu\text{m}$  (b)  $4.5 \mu\text{m}$  และ (c)  $3 \mu\text{m}$



รูปที่ 4.13 แสดงความสัมพันธ์ระหว่างค่าสัดส่วนของกำลังเอาต์พุตทั้งสองต่อกับความกว้างของแกนนำของท่อนำคลื่นเอาต์พุตที่เป็นท่อตรง

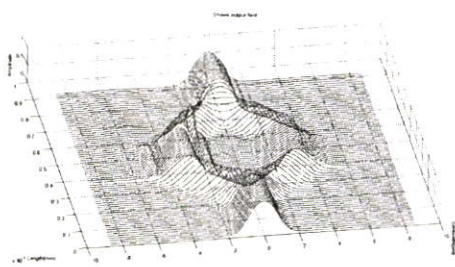
จากนั้นจะทำการปรับความกว้างของท่อนำคลื่นเอาต์พุตที่เป็นท่อตรงเพื่อควบคุมกำลังเอาต์พุตของอุปกรณ์ โดยจะทำการปรับโดยลดขนาดของท่อนำคลื่นเอาต์พุตที่เป็นท่อตรงขนาด  $6 \mu\text{m}$  ลดลงไปถึง  $3 \mu\text{m}$  ดังแสดงในรูปที่ 4.11

จากรูปที่ 4.12 แสดงสนามที่แพร่ผ่านท่อนำคลื่นแสงชนิดตัววายที่มีพื้นผิวสะท้อนแสงที่มีการเปลี่ยนขนาดแกนนำของท่อนำคลื่นแสงเอาต์พุตท่อตรงจะเห็นได้ว่า ที่ท่อตรงขนาด  $6 \mu\text{m}$  สนามที่แพร่ผ่านท่อนำคลื่นนี้สนามเอาต์พุตที่ท่อเอาต์พุตท่อตรงมีขนาดแอมพลิจูดสูงกว่าที่ท่อเอาต์พุตท่อดิ่ง ต่อไปเมื่อเราทำการปรับลดค่าความกว้างแกนนำของท่อเอาต์พุตท่อตรงเป็น  $4.5 \mu\text{m}$  จะเห็นได้ว่าสนามเอาต์พุตมีการเปลี่ยนแปลง โดยขนาดแอมพลิจูดของสนามเอาต์พุตทางด้านท่อดิ่งมีค่ามากขึ้น ขณะที่สนามเอาต์พุตด้านท่อดิ่งมีขนาดเล็กลง และต่อมาปรับให้ความกว้างแกนนำของท่อเอาต์พุตท่อตรงลดลงเหลือ  $3 \mu\text{m}$  จะเห็นได้ว่าขนาดแอมพลิจูดของสนามเอาต์พุตทางด้านท่อดิ่งมีค่ามากกว่าสนามเอาต์พุตทางด้านท่อดิ่ง ซึ่งจากผลการจำลอง

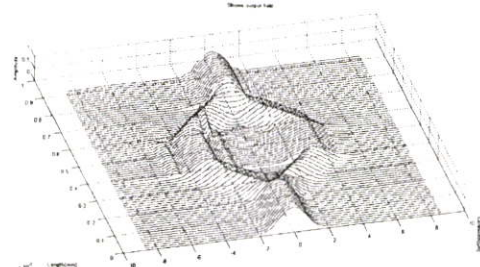
ที่ได้นำค่าอัตรากำลังของสนามที่มีการปรับขนาดแกนนำของท่อเอาท์พุทท่อตรงที่ขนาดต่างๆ มาหาความสัมพันธ์กัน ซึ่งจะแสดงอยู่ในรูปที่ 4.13 จะเห็นได้ว่าการส่งผ่านกำลังระหว่างเอาท์พุททั้งสองของท่อนำคลื่นแสงชนิดตัววยที่มีพื้นผิวสะท้อนแสงนี้ค่อนข้างจะมีคุณสมบัติสมมาตรกัน ซึ่งจากกราฟนี้ทำให้สามารถหาค่าความกว้างของแกนนำของท่อเอาท์พุทท่อตรงของท่อนำคลื่นแสงนี้ที่เหมาะสมที่จะทำให้อุปกรณ์นี้มีค่าอัตรากำลังแสงเท่ากันทั้งสองท่อเอาท์พุท ซึ่งจะเห็นได้อีกว่าความกว้างของแกนนำของท่อเอาท์พุทท่อตรงนี้มีค่าสอดคล้องกับพื้นผิวสะท้อนแสงของอุปกรณ์นี้ด้วย

#### 4.6 การวิเคราะห์การแพร่ของแสงในอุปกรณ์แมกเซินเดอร์อินเทอร์ฟีโรมิเตอร์

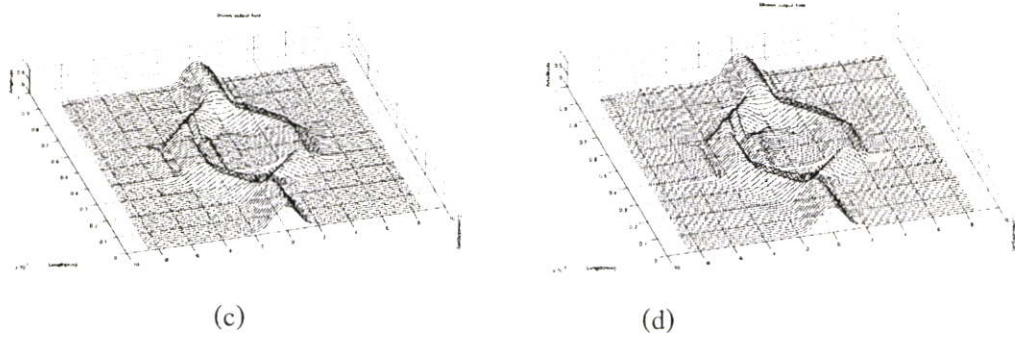
การจำลองในส่วนนี้จะเป็นการวิเคราะห์การแพร่ของแสงผ่านอุปกรณ์แมกเซินเดอร์อินเทอร์ฟีโรมิเตอร์ซึ่งเป็นอุปกรณ์ที่มีโครงสร้างจากการนำท่อนำคลื่นแสงชนิดตัววยมาเชื่อมต่อกันดังที่ได้กล่าวไปในส่วนทฤษฎี ซึ่งอุปกรณ์นี้ทำหน้าที่เป็นอุปกรณ์สองชนิดได้แก่ ตัวรองความยาวคลื่น และตัวมอดูเลเตอร์สัญญาณซึ่งเกิดจากการเปลี่ยนแปลงค่าสภาพยอม  $\epsilon$  ที่แขนข้างหนึ่งของอุปกรณ์จากการใส่สนามไฟฟ้าเข้าไป ทำให้สัญญาณที่เดินทางของทั้งสองแขนของอุปกรณ์มีความเร็วเฟสต่างกัน จากการที่แขนข้างหนึ่งมีค่า  $\epsilon$  เปลี่ยนไป นั่นก็คือทำให้ค่าดัชนีหักเหของแขนนั้นมีค่าเปลี่ยนไปด้วย ดังนั้นในตอนนี้จะทำการทดลองอุปกรณ์แมกเซินเดอร์อินเทอร์ฟีโรมิเตอร์ที่ทำหน้าที่เป็นตัวมอดูเลเตอร์ โดยทำการเปลี่ยนค่าดัชนีหักเหของแขนข้างหนึ่งของแมกเซินเดอร์อินเทอร์ฟีโรมิเตอร์เป็นค่าต่างๆ จากนั้นจะทำการวิเคราะห์พฤติกรรมของสนามไฟฟ้าที่แพร่ผ่านอุปกรณ์นี้



(a)



(b)



**รูปที่ 4.14** สนามไฟฟ้าแพร่ผ่านอุปกรณ์แมกเน็ทโรอินเทอร์ฟีโรมิเตอร์ที่มีการเปลี่ยนค่าดัชนีหักเหที่แกนข้างหนึ่งของอุปกรณ์นี้ โดยมีค่า (a)  $n = 1$ , (b)  $n = 1.507$ , (c)  $n = 1.544$  และ (d)  $n = 2.3$  ตามลำดับ

จากรูปที่ 4.14 แสดงการแพร่ของสนามไฟฟ้าผ่านอุปกรณ์แมกเน็ทโรอินเทอร์ฟีโรมิเตอร์ที่มีการเปลี่ยนค่าดัชนีหักเห  $n = 1, n = 1.507$  (ควออร์ทซ์ : Quartz),  $n = 1.544$  (โพแทสเซียมไดไฮโดรเจนฟอสเฟต : KDP) และ  $n = 2.3$  (ลิเทียมไนโอเบต :  $\text{LiNbO}_3$ ) ที่แกนข้างหนึ่งของอุปกรณ์ และจากการจำลองนี้จะเห็นได้ว่าเมื่ออุปกรณ์มีวัสดุที่มีค่าดัชนีหักเหของแกนด้านหนึ่งของอุปกรณ์เปลี่ยนไปนั้นจะทำให้เกิดการเปลี่ยนแปลงเฟสของสนามทั้งสองแกนไม่เท่ากันดังสมการที่ (2.12) ทำให้สนามที่ผ่านตัวกลางนั้นๆ ซึ่งนี่เองเป็นผลให้สนามสองแกนของอุปกรณ์เดินทางไม่เท่ากัน จึงทำให้ค่ากำลังเอาท์พุทมีค่าเปลี่ยนไปตามการเปลี่ยนเฟสดังความสัมพันธ์ในสมการที่ (2.13)

## บทที่ 5

### สรุปผลการวิจัย และข้อเสนอแนะ

ในปัจจุบันระบบการสื่อสารทางแสงเป็นที่นิยมและได้มีการนำมาใช้งานอย่างกว้างขวาง ทั้งนี้เพื่อรองรับผู้ใช้บริการที่มีแนวโน้มว่าจะเพิ่มจำนวนอย่างมากในอนาคต รวมทั้งความต้องการในการสื่อสารข้อมูลที่สะดวกและรวดเร็วขึ้น โดยเฉพาะการสื่อสารที่ใช้เส้นใยแก้วนำแสงที่มีข้อดีมากมาย และวงจรรวมทางแสงก็มีบทบาทสำหรับการสื่อสารในระบบนี้ ซึ่งบนวงจรรวมทางแสงจะมีอุปกรณ์อีกมากมายรวมถึงท่อนำคลื่นแสงแบบต่างๆ ที่ทำหน้าที่ต่างกันดังที่กล่าวไปแล้วในส่วนของทฤษฎี และสำหรับการศึกษาและวิเคราะห์ประสิทธิภาพของท่อนำคลื่นแสงก็มีวิธีบีมพรอพาเกชันซึ่งเป็นวิธีที่ได้รับความนิยมในการวิเคราะห์แสงที่แพร่ผ่านท่อนำคลื่นแสงที่เปลี่ยนแปลงตามแนวแกนเนื่องจากการคำนวณจะแบ่งท่อนำคลื่นแสงออกเป็นระนาบย่อยๆ ทำให้ประหยัดหน่วยความจำที่ใช้ในการคำนวณและลดเวลาในการคำนวณลง วิธีบีมพรอพาเกชันมีหลายชนิดได้แก่ วิธีฟาสฟูเรียร์ทรานสฟอร์มบีมพรอพาเกชัน, วิธีไฟไนต์ดิฟเฟอเรนซ์บีมพรอพาเกชัน และวิธีไฟไนต์อีลีเมนต์บีมพรอพาเกชันก็ได้พัฒนาขึ้นมา

สำหรับในวิทยานิพนธ์ฉบับนี้เลือกใช้วิธีไฟไนต์อีลีเมนต์บีมพรอพาเกชันในการวิเคราะห์ท่อนำคลื่นแสง โดยวิธีนี้นำวิธีไฟไนต์อีลีเมนต์มาแก้ปัญหาในระนาบตัดขวาง และใช้วิธีไฟไนต์ดิฟเฟอเรนซ์บีมพรอพาเกชันระเบียบวิธีของเคร็ง-นิโคลสันแก้ไขปัญหาในแนวแกนการแพร่ของแสงในท่อนำคลื่นแสง ซึ่งการใช้งานวิธีนี้มีข้อดีคือ วิธีไฟไนต์อีลีเมนต์บีมพรอพาเกชันสามารถนำไปใช้วิเคราะห์ท่อนำคลื่นแสงแบบรับแสงมากและท่อนำคลื่นแสงที่ขึ้นกับการโพลาไรซ์ของแสงได้, วิธีนี้สามารถเลือกจำนวนอีลีเมนต์และขนาดได้ตามต้องการขึ้นอยู่กับความถูกต้องทางการคำนวณที่ต้องการ และอีลีเมนต์แต่ละอีลีเมนต์นี้สามารถปรับได้ตามทิศทางการแพร่ของแสงได้ซึ่งประสิทธิภาพการคำนวณจะสามารถปรับให้ดีขึ้นได้โดยไม่มีผลกระทบต่อต้องการของการประมาณเชิงตัวเลข

เนื่องจากวิธีการไฟไนต์อีลีเมนต์บีมพรอพาเกชันที่ประยุกต์ใช้กับการประมาณแบบปาเดซึ่งเป็นการประมาณแบบเศษส่วนมาใช้ในการแก้ปัญหามุมกว้างโดยลดสมการอนุพันธ์อันดับสองให้เหลือเพียงอนุพันธ์อันดับหนึ่ง และท่อนำคลื่นแสงชนิดตัววยซึ่งเป็นท่อนำคลื่นแสงที่ทำหน้าเป็นได้ทั้งตัวแบ่งแยกกำลังแสงและรวมกำลังแสง ได้ถูกพัฒนาให้มีขนาดมุมระหว่างกึ่งของอุปกรณ์กว้างขึ้นซึ่งจะทำให้อุปกรณ์นี้มีขนาดกระทัดรัด แต่เมื่ออุปกรณ์นี้มีมุมกว้างจะเกิดปัญหาของการสูญเสียกำลังแสงของอุปกรณ์ขึ้นเนื่องจากการกระเจิงของแสง ดังนั้นงานวิจัย [3] ได้ออกแบบท่อนำคลื่นแสงชนิดตัววยที่มีพื้นผิวการสะท้อนในการลดปัญหาการสูญเสียกำลังแสงที่กล่าวถึง โดยในการออกแบบอุปกรณ์นี้ทำเป็นท่อนำคลื่นแสงชนิดตัววยที่ไม่สมมาตรและมีพื้นผิวสะท้อนแสงช่วยในการแบ่งกำลังแสงให้อุปกรณ์ซึ่งในที่นี้จะพิจารณาอุปกรณ์ทำหน้าที่เป็น

ตัวแบ่งแยกกำลังแสง ดังนั้นจึงได้นำท่อนำคลื่นแสงชนิดตัววยที่มีพื้นผิวสะท้อนแสงนี้มาวิเคราะห์ด้วยวิธีไฟไนต์อิมพรอพากชันที่ใช้การประมาณแบบปาเดซึ่งสามารถแก้ไขปัญหามุมกว้างได้ดี จากนั้นจะนำผลการจำลองที่ได้ไปเปรียบเทียบกับวิธีเดิมที่นำเสนอทั้งในส่วนของการจำลองและผลการทดลอง

จากการจำลองจะเห็นได้ว่าการวิเคราะห์ด้วยวิธีไฟไนต์อิมพรอพากชันกับอุปกรณ์ท่อนำคลื่นชนิดตัววยแบบสมมาตรและแบบพื้นผิวสะท้อนแสงนี้สามารถทำได้ โดยในการวิเคราะห์นี้จะทำการจำลองกับอุปกรณ์ที่ไม่มีการสูญเสียในวัสดุ แต่ค่าการสูญเสียที่พิจารณาในวิทยานิพนธ์นี้จะพิจารณาค่าการสูญเสียที่เกิดจากการเปลี่ยนแปลงรูปร่างของอุปกรณ์ โดยจะเห็นได้จากผลการจำลองท่อนำคลื่นชนิดตัววยแบบสมมาตรจะสามารถให้สนามแพร่ผ่านท่อนำคลื่นนี้ได้ที่มุมที่ไม่กว้างนัก เพราะที่มุมกว้างอุปกรณ์นี้จะมีค่าการสูญเสียมาก แต่ส่วนท่อนำคลื่นแสงชนิดตัววยที่มีพื้นผิวสะท้อนแสงนี้เป็นอุปกรณ์ที่ออกแบบมาเพื่อรองรับอุปกรณ์ที่มุมกว้างได้ซึ่งจากผลการจำลองจะจำลองสนามแพร่ผ่านอุปกรณ์นี้ได้ที่มุมกว้างถึง  $18^\circ$  และสามารถวิเคราะห์สนามของอุปกรณ์ที่มีท่อระหว่างกิ่งที่มาก ๆ ได้ด้วย และในส่วนการปรับอัตราส่วนของกำลังเอาต์พุตของท่อนำคลื่นชนิดตัววยที่มีพื้นผิวสะท้อนแสงนี้ก็สามารถปรับค่าพารามิเตอร์ความกว้างของท่อเอาต์พุตตรงให้มีขนาดต่างๆ กันดังจะเห็นได้ในการจำลองซึ่งจะทำให้เราสามารถสร้างหรือออกแบบอุปกรณ์ให้มีอัตราส่วนของกำลังเอาต์พุตของอุปกรณ์ได้โดยการปรับค่าพารามิเตอร์นี้ และนอกจากนี้ยังสามารถนำไปวิเคราะห์อุปกรณ์อื่นได้ด้วย ดังจะเห็นจากการจำลองการแพร่สนามผ่านอุปกรณ์แมกซ์เวลล์อินเทอร์ฟีโรมิเตอร์

ในส่วนข้อเสนอแนะก็คือสามารถนำวิธีไฟไนต์อิมพรอพากชันนี้ไปใช้วิเคราะห์หรือจำลองสนามผ่านอุปกรณ์แสงอื่นๆ ได้ และสามารถนำไปออกแบบอุปกรณ์ที่ต้องการมุมกว้างได้อีกด้วย และถ้าต้องการความถูกต้องมากขึ้นควรจะทำการวิเคราะห์สนามในภาคตัดขวางของอุปกรณ์แสงด้วยวิธีไฟไนต์อิมพรอพากชันที่มีการแบ่งพื้นที่เป็นรูปสามเหลี่ยม (วิเคราะห์โครงสร้างสามมิติ) และใช้ขอบเขตเงื่อนไขของปัญหาเป็นแบบ PML (Perfect Matched Layer) และเพิ่มจำนวนอิมิตเมนต์ได้ตามต้องการ แต่ควรระวังเมื่อเพิ่มการคำนวณขึ้นมาก็จะทำให้เสียเวลาในการประมวลผลมากขึ้นอีกด้วย

## บรรณานุกรม

- [1] K. Shirafuji and S. Kurazono, "**Transmission Characteristics of Optical Asymmetric Y-Junction with a Gap Region,**" Journal of Lightwave Technology, Vol.9, No.4, pp.426-429, April 1991.
- [2] H. Kurokawa, H. Kawashima, K. Asama and H. Kasai, "**Proposal of low-loss Y-branch module with wide branch angle,**" Proc. of SPIE, Vol. 4089, pp.852-860, 2000.
- [3] H. Kurokawa, H. Kawashima, K. Asama, M.Kuroda and H. Kasai, "**Evaluation of loss characteristics of the polymeric Y-branch optical waveguide with reflecting surface,**" Proc. of SPIE, Vol. 4277, pp.342-350, 2001.
- [4] Shyh-Lin Tsao and Chun-Yi Lu, "**BPM Simulation and Comparison of 1x2 Directional Waveguide Coupling and Y-Junction Coupling silicon-on-Insulator Optical Couplers,**" Journal of Fiber and Integrated Optics, Vol.21, pp.417-413, 2002.
- [5] G. Ronald Hadley, "**Transparent Boundary Condition for Beam Propagation,**" IEEE Journal of Quantum Electronics, Vol. 28, pp.363-365, 1992.
- [6] Y. Arai, A. Maruta and M. Matsuhara, "**Transparent boundary for the finite element beam-propagation method,**" Optics letters, Vol.18, No.10, pp.765-766, May 1993.
- [7] P.C. Lee and E. Voges, "**Three-Dimensional Semi-Vectorial Wide-Angle Beam Propagation Method,**" Journal of Lightwave Technology, Vol.12, No.2, February 1994.
- [8] M. Koshiba and Y. Tsuji, "**A Wide-Angle Finite-Element Beam Propagation Method,**" IEEE Photonics Technology letters, Vol.8, No.9, pp.1208-1210, 1996.
- [9] Y. Tsuji and T. Tanabe, "**A Wide-Angle Beam Propagation Method Based on a Finite Element Scheme,**" IEEE Trans. On Magnetics, Vol.33, No.2, pp.1544-1547, 1997.
- [10] O. Mitomi and K. Kasaya, "**Wide-angle finite-element beam propagation method using Padé approximation,**" Electronics letters, Vol.33, No.17, pp.1461-1462, August 1997.

- [11] Y.Tsuji and M. Koshiha, “**A Finite Element Beam Propagation Method for Strongly Guiding and Longitudinally Varying Optical Waveguides,**” Journal of Lightwave Technology, Vol.14, No.2, pp.217-222, 1996.
- [12] Y.Tsuji and M.Noboru, “**Finite Element Beam Propagation Method for Anisotropic Optical Waveguide,**” Journal of Lightwave Technology, Vol.7, No.4, pp.723-728, 1999.
- [13] Reinhard Marz, **Integrated Optics Design and Modeling.** Artech House, 1995.
- [14] N. Anwar, S.S.A. Obayya, S. Haxha, C. Themistos, B.M.A. Rahman and K.T.V. Grattan, “**The Effect of Fabrication Parameters on a Ridge Mach-Zehnder Interferometric(MZI) Modulator,**” Journal of Lightwave Technology, Vol.20, No.5, pp.854-861, May 2002.
- [15] Chao-Yi Tai, Christos Grivas and James S. Wilkinson, “**UV Photosensitivity in a Ta<sub>2</sub>O<sub>5</sub> Rib Waveguide Mach-Zehnder Interferometer,**” IEEE Photonics Technology Letters, Vol.16, No.6, 2004.
- [16] Richard Syms and John Cozens, **Optical Guided Waves and Devices.** McGraw-HILL International editions, 1992.
- [17] Matthew N.O. Sadiku, **Numerical Techniques in Electromagnetics.** CRC Press, 2001.
- [18] K. Kawano and T. Kitoh, **Introduction to optical waveguide analysis Solving Maxwell's Equations and the Schrodinger Equation.** Canada, A Wiley-Interscience Publication, 2001.
- [19] ปราโมทย์ เคชชะอำไพ, **ไฟไนต์เอลิเมนต์ในงานวิศวกรรม.** สำนักพิมพ์แห่งจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย, 2542.
- [20] Young W. Kwon and Hyochoong bang, **The finite element method using MATLAB.** CRC Press, 2000.
- [21] Masanori Koshiha, **Optical Waveguide Theory by the Finite Element Method.** Tokyo, KTK Scientific Publishers, 1992.
- [22] Steven C. Chapra and Raymond P. Canale, **Numerical Methods for Engineering.** McGraw Hill, 2002.
- [23] G. Ronald Hadley, “**Multistep method for wide-angle beam propagation,**” Optic Letters, Vol. 17, No.14, pp.1743-1745, 1992.

**ภาคผนวก**

ภาคผนวก ก.

การประมาณแบบปาเด (Padé Approximation)

## การประมาณแบบปาเด(Padé Approximation)

การประมาณฟังก์ชันเป็นสิ่งที่จำเป็นในการคำนวณเนื่องจากเราไม่สามารถคำนวณเทอมเป็นอนันต์ได้ หลักการสำคัญของการประมาณฟังก์ชันคือ 1.ความผิดพลาดต้องพยายามให้มีค่าต่ำสุด 2.เวลาในการคำนวณต้องมีความรวดเร็ว การประมาณแบบปาเดเป็นหนึ่งในการประมาณที่มีประสิทธิภาพ โดยการประมาณแบบปาเด(Ralson, 1965) คือการประมาณฟังก์ชันให้อยู่ในรูปเศษส่วนโดยมีนิยามการกระจายเทอมดังสมการ (ก.1)

$$f(x) = \frac{P_m(x)}{Q_k(x)} \quad (\text{ก.1})$$

โดยที่

$$P_m(x) = \sum_{j=0}^m a_j x^j = a_0 + a_1 x + \dots + a_m x^m \quad (\text{ก.2.1})$$

$$\begin{aligned} Q_k(x) &= \sum_{j=0}^k b_j x^j, b_0 = 1 \\ &= 1 + b_1 x + b_2 x^2 + \dots + b_k x^k \end{aligned} \quad (\text{ก.2.2})$$

การหาค่าสัมประสิทธิ์  $a_j$  และ  $b_j$  สามารถหาได้ดังนี้ โดยสมการ (ก.3) เป็นฟังก์ชันที่ต้องการทำการประมาณ

$$f(x) = \sum_{j=0}^{\infty} c_j x^j = c_0 + c_1 x + c_2 x^2 + \dots \quad (\text{ก.3})$$

เราสามารถใช้ในการประมาณแบบปาเดมาประมาณฟังก์ชัน  $f(x)$  จากสมการ(ก.1) สามารถเขียนได้ดังนี้

$$f(x) - \frac{P_m(x)}{Q_m(x)} = 0 \quad (\text{ก.4})$$

$$\frac{f(x)Q_k(x) - P_m(x)}{Q_m(x)} = 0 \quad (\text{ก.5})$$

$$\frac{\sum_{j=0}^{\infty} c_j x^j * \sum_{j=0}^k b_j x^j - \sum_{j=0}^m a_j x^j}{\sum_{j=0}^k b_j x^j} = 0 \quad (\text{ก.6})$$

หรือ

$$\begin{aligned} &(c_0 + c_1 x + c_2 x^2 + \dots)(1 + b_1 x + b_2 x^2 + \dots + b_k x^k) \\ &- (a_0 + a_1 x + a_2 x^2 + \dots + a_m x^m) = 0 \end{aligned} \quad (\text{ก.7})$$

สังเกตว่าการประมาณแบบปาเดจะให้  $b_0 = 1$  นั่นคือแม้ว่า  $x = 0$  หมด ค่าเศษส่วนก็ยังมีค่าไม่ได้ หากด้วยศูนย์ เมื่อคูณกระจายเทอมแรกในสมการ(ก.7)แล้วนำมาเทียบ ส.ป.ส.กับเทอมที่

สอง เราก็สามารถหาค่า  $a_i$  และ  $b_i$  ได้ทั้งหมด

### ก.2 การประยุกต์ใช้งานกับวิธี BPM

Hardley 1992 [23] ใช้การประมาณแบบปลาเคในการแก้ปัญหามุมกว้าง (wide angle) หรือปัญหาที่นำคลื่นแสงมีรูปร่างเปลี่ยนแปลงมากตามแกนการแพร่กระจายโดย Hardley ใช้การประมาณแบบปลาเคในการลดอนุพันธ์อันดับสองให้เหลือเพียงอนุพันธ์อันดับหนึ่ง เริ่มคำนวณจากสมการคลื่นที่อยู่ในรูปอนุพันธ์อันดับสองดังนี้

$$-\frac{i}{2k} \frac{\partial^2 H}{\partial z^2} + \frac{\partial H}{\partial z} - \frac{iP}{2k} H = 0 \quad (\text{ก.8})$$

โดยที่

$$P = k_0^2 \left[ \frac{\varepsilon(\bar{x})}{\varepsilon_0} - n^2 \right] + \nabla_{\perp}^2 \quad (\text{ก.9})$$

จากสมการ(ก.8)สามารถแก้สมการหาคำตอบของสมการอนุพันธ์ได้ดังนี้

$$\frac{\partial H}{\partial z} = i(\sqrt{P + K^2} - k)H \quad (\text{ก.10})$$

นำสมการแบบปลาเคมาแก้ปัญหาโดยมองสมการ(ก.10)ในรูปเศษส่วนดังนี้

$$\frac{\partial H}{\partial z} = \frac{iN}{D} H \quad (\text{ก.11})$$

$N$  และ  $D$  เป็นโพลิโนเมียลในรูปของ  $P$

โดยสามารถใช้ออนุกรมเทเลอร์กระจายเทอมออกมาได้ดังนี้

$$\begin{aligned} f(P) = & f(0) + f'(0)P + \frac{f''(0)}{2!}P^2 + \frac{f'''(0)}{3!}P^3 + \frac{f^{(4)}(0)}{4!}P^4 \\ & + \frac{f^{(5)}(0)}{5!}P^5 + \frac{f^{(6)}(0)}{6!}P^6 \end{aligned} \quad (\text{ก.12})$$

ในที่นี้ทำการกระจายเทอมทางขวามือของสมการ(ก.10)โดยกระจายแค่ 7 เทอม โดยที่

$$\begin{aligned} f(P) &= \sqrt{P^2 + K^2} - k & f'''(P) &= -\frac{15}{6}(P + K^2)^{-\frac{7}{2}} \\ f'(P) &= \frac{1}{2}(P + K^2)^{-\frac{1}{2}} & f^{(4)}(P) &= \frac{105}{32}(P + K^2)^{-\frac{9}{2}} \\ f''(P) &= -\frac{1}{4}(P + K^2)^{-\frac{3}{2}} & f^{(5)}(P) &= -\frac{945}{64}(P + K^2)^{-\frac{11}{2}} \end{aligned}$$

$$f'''(P) = \frac{3}{8}(P + K^2)^{-\frac{5}{2}} \quad (\text{ก.13})$$

ที่จุด  $P = 0$

$$\begin{aligned} f(0) &= 0 & f''''(0) &= -\frac{15}{16}k^{-7} \\ f'(0) &= \frac{k^{-1}}{2} & f''''(0) &= \frac{105}{32}k^{-9} \\ f''(0) &= -\frac{1}{4}k^{-3} & f''''(0) &= -\frac{945}{64}k^{-11} \\ f'''(0) &= \frac{3}{8}k^{-5} \end{aligned} \quad (\text{ก.14})$$

ดังนั้นสามารถกระจายอนุกรมเทเลอร์ของฟังก์ชันทางขวามือของสมการออกมาได้ 7 เทอมดังนี้

$$f(P) = \frac{P}{2k} - \frac{P^2}{8k^3} + \frac{P^3}{16k^5} - \frac{15P^4}{384k^7} + \frac{7P^5}{256k^9} - \frac{21P^6}{1024k^{11}} \quad (\text{ก.15})$$

ในที่นี้จะประมาณฟังก์ชันในสมการ(ก.15)ด้วยการประมาณแบบปาเด(3.3)ดังนั้นสามารถเขียนฟังก์ชันได้เป็น

$$f(P) = \frac{a_0 + a_1x + a_2x^2 + a_3x^3}{1 + b_1x + b_2x^2 + b_3x^3} \quad (\text{ก.16})$$

จากสมการ(ก.16)และ(ก.6)สามารถเขียนได้ดังนี้

$$\frac{f(P)(1 + b_1P + b_2P^2 + b_3P^3) - (a_0 + a_1P + a_2P^2 + a_3P^3)}{(1 + b_1P + b_2P^2 + b_3P^3)} \quad (\text{ก.17})$$

กระจายเทอมแรกและเทียบค่าสัมประสิทธิ์กับเทอมที่สองได้ดังนี้

$$0 = a_0 \quad (\text{ก.18.1})$$

$$\frac{1}{2k} = a_1 \quad (\text{ก.18.2})$$

$$\left[ -\frac{1}{8k^3} + \frac{b_1}{2k} \right] = a_2 \quad (\text{ก.18.3})$$

$$\left[ \frac{1}{16k^5} - \frac{b_1}{8k^3} + \frac{b_2}{2k} \right] = a_3 \quad (\text{ก.18.4})$$

$$\left[ -\frac{15}{128k^7} + \frac{b_1}{16k^5} - \frac{b_2}{8k^3} + \frac{b_3}{2k} \right] = 0 \quad (\text{ก.18.5})$$

$$\left[ \frac{7}{256k^9} - \frac{5b_1}{128k^7} + \frac{b_2}{16k^5} - \frac{b_3}{8k^3} \right] = 0 \quad (\text{ก.18.6})$$

$$\left[ -\frac{21}{1024k^{11}} + \frac{7b_1}{256k^9} - \frac{5b_2}{128k^7} + \frac{b_3}{16k^5} \right] = 0 \quad (\text{ก.18.7})$$

พิจารณาสมการ(ก.18.5)-(ก.18.7)หาค่า  $b_1, b_2, b_3$  ได้ดังนี้  $\frac{5}{4k^2}, \frac{3}{8k^4}, \frac{1}{16k^6}$  ตามลำดับเมื่อได้ค่า  
ทั้งสามนำกลับไปแทนหาค่า  $a_0, a_1, a_2, a_3$  ได้ดังนี้  $0, \frac{1}{2k}, \frac{1}{2k^3}, \frac{3}{32k^5}$

ตามลำดับดังนั้นสามารถประมาณแบบปาด(3.3)  $f(P) = \frac{\frac{1}{2k}P + \frac{1}{2k^3}P^2 + \frac{3}{32k^5}P^3}{1 + \frac{5}{4k^2}P + \frac{3}{8k^4}P^2 + \frac{1}{64k^6}P^3}$

อย่างไรก็ตาม Hadley ได้เสนอการหาการประมาณแบบปาดโดยหาในอีกวิธีการหนึ่งเขียนสมการ  
(ก.8) ให้อยู่ในรูปเศษส่วนได้ดังนี้

$$\frac{\partial H}{\partial z} = \frac{\frac{iP}{2k}}{1 - \frac{i}{2k} \frac{\partial}{\partial z}} H \quad (\text{ก.19})$$

Hadley แนะนำรูปเวียนบังเกิดดังนี้

$$\frac{\partial}{\partial z} \Big|_n = \frac{\frac{iP}{2k}}{1 - \frac{i}{2k} \frac{\partial}{\partial z} \Big|_{n-1}} \quad \text{โดย } \frac{\partial}{\partial z} \Big|_0 = 0 \quad (\text{ก.20})$$

ดังนั้น

$$\frac{\partial}{\partial z} \Big|_1 = \frac{iP}{2k} \quad (\text{ก.21.1})$$

$$\frac{\partial}{\partial z} \Big|_2 = \frac{\frac{iP}{2k}}{1 - \frac{i}{2k} \left( \frac{iP}{2k} \right)} = \frac{\frac{iP}{2k}}{1 + \frac{P}{4k^2}} \quad (\text{ก.21.2})$$

$$\frac{\partial}{\partial z} \Big|_3 = \frac{i \left( \frac{P}{2k} + \frac{P}{8k^3} \right)}{1 + \frac{P}{2k^2}} \quad (\text{ก.21.3})$$

$$\frac{\partial}{\partial z} \Big|_4 = \frac{i \left( \frac{P}{2k} + \frac{P}{4k^3} \right)}{1 + \frac{3P}{4k^2} + \frac{P^2}{16k^4}} \quad (\text{ก.21.4})$$

$$\frac{\partial}{\partial z} \Big|_5 = \frac{i \left( \frac{P}{2k} + \frac{3P}{8k^3} + \frac{P^3}{32k^5} \right)}{1 + \frac{P}{k^2} + \frac{3P^2}{16k^4}} \quad (\text{ก.21.5})$$

$$\frac{\partial}{\partial z} \Big|_6 = \frac{i \left( \frac{P}{2k} + \frac{P^2}{2k^3} + \frac{3P^3}{32k^5} \right)}{1 + \frac{5P}{4k^2} + \frac{3P^2}{8k^4} + \frac{P^3}{34k^6}} \quad (\text{ก.21.6})$$

จากสมการ(ก.21.6)พบว่ามีความสอดคล้องกับการประมาณแบบปาเด(3,3) ที่คำนวณได้  
 วิธีการประมาณแบบปาเด(3,3)มีข้อผิดพลาดเท่ากับการกระจายโพลีโนเมียลถึง 15 เทอม  
 นอกจากนั้นจากการศึกษาพบว่าถ้าเลือกอันดับของตัวเศษและตัวส่วนให้มีค่าเท่ากันจะให้  
 ข้อผิดพลาดน้อยกว่าการเลือกค่าใดๆในกรณีที่เลือกอันดับเทอมมากๆจะทำให้การประมาณมี  
 ความผิดพลาดลดลง

## ภาคผนวก ข.

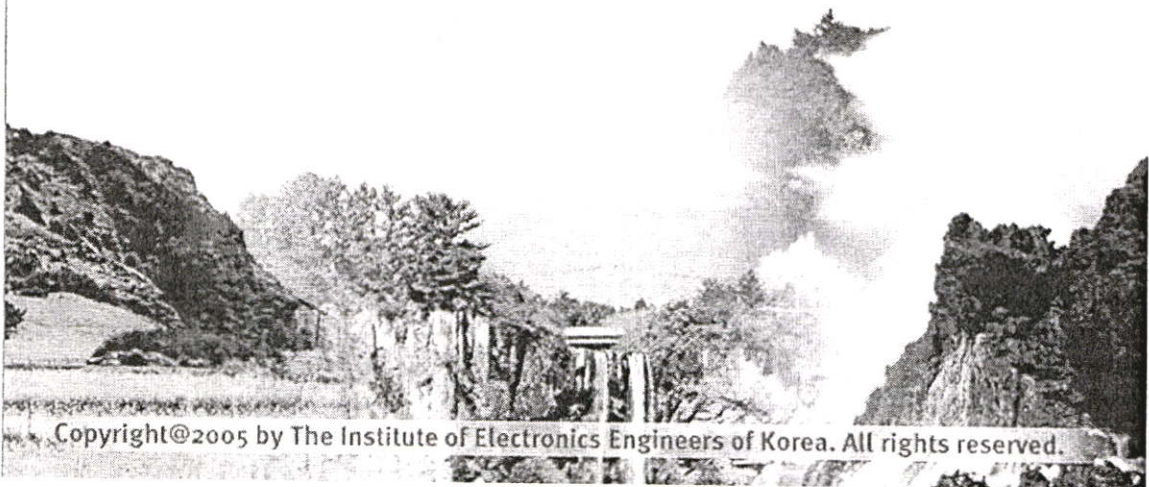
### ผลงานวิจัยที่ได้รับการตีพิมพ์เผยแพร่

1. **R. Leepila, S. Noppanakeepong, N. Kishi and T. Miki, "Analysis of Y-junction Optical Waveguide with Reflecting Surface by Using the Finite Element Beam Propagation Method,"** The 2005 International Technical Conference On Circuits/System, Computers and Communications (ITC-CSCC 2005), pp. 33-36, Jeju, South Korea, July 10-12, 2005.
2. **R. Leepila, S. Noppanakeepong, N. Kishi, T. Miki and K. Asama, "THE EVALUATION OF ASYMMETRIC Y-JUNCTION WAVEGUIDE PARAMETER FOR POWER BRANCHING CONTROL BY USING FINITE ELEMENT BEAM PROPAGATION METHOD,"** The 4<sup>th</sup> International Conference on Optical Communications and Networks : ICOCN2005, pp. 33-36, Bangkok, Thailand, December 16-18, 2005.



# ITC-CSCC 2005

The 20th Commemorative  
International Technical Conference  
on Circuits/Systems, Computers and Communications



Copyright©2005 by The Institute of Electronics Engineers of Korea. All rights reserved.

## Analysis of Y-junction Optical Waveguide with Reflecting Surface by Using the Finite Element Beam Propagation Method

Ruchaneeya Leepila<sup>1</sup>, Surichai Noppamakeepong<sup>1</sup>, Naoto Kishi<sup>2</sup> and Tetsuya Miki<sup>2</sup>

<sup>1</sup>Department of Telecommunication Engineering  
King Mongkut's Institute of Technology Ladkrabang  
Chalongkrung Road, Ladkrabang, Bangkok, Thailand 10520  
Tel.: +66-2-737-5000

<sup>2</sup>Department of Information and Communication Engineering  
The University of Electro-Communications  
1-5-1 Chofugaoka, Chofu-shi, Tokyo, Japan 182-8585  
Tel: +81-424-43-5293, Fax: +81-424-43-5291

E-mail: r5060524@kmit.ac.th, knsuthon@kmit.ac.th, kishi@ice.uec.ac.jp and miki@ice.uec.ac.jp

**Abstract:** This paper presents the analysis of optical beam propagation in optical waveguide by using the finite element beam propagation method (FE-BPM). The wide angle Y-branch waveguide, which is a small waveguide, is highly desired in the high-density integration of optical circuits. The Y-junction optical waveguide with reflecting surface is employed for the analysis. The structure achieves low-loss and wide branch angle. In order to treat a wide-angle beam propagation, Padé approximant operator is employed. To avoid nonphysical reflection from computational window edges, a transparent boundary condition (TBC) is also employed. In this paper, we use Crank-Nicholson algorithm for analyze the electric field in propagation direction. The numerical results are shown as the electric field that propagated along the Y-junction optical waveguide with reflecting surface.

### 1. Introduction

Communication systems using optical fiber and optical integrated circuits are interesting and important. In integrated optical waveguide structures, there are two or more coupled guides for power division, modulation, or mode splitting which are being implemented as branching waveguides, crossing channel switches, and directional coupler switches. The Y-junction waveguide, i.e. 1x2 bifurcation circuit, is one of the basic elements of optical circuits. The wide angle Y-branch module, which is a small module, is highly desired [1].

The beam propagation method (BPM) is widely used for light propagation analysis in longitudinally varying waveguides [2]. There are several versions of BPM, BPM based on the Fast Fourier Transform (FFT-BPM), BPM based on the Finite Difference method (FD-BPM), and BPM based on the Finite Element method (FE-BPM), namely. The finite element method has flexibility in setting the analyzed element's shape and size, resulting in small matrix dimensions and less computing time. The FE-BPM can be applied to strongly guiding waveguides and strongly polarization dependent waveguides, and can arbitrarily select the order and the number of elements, depending on the required computational accuracy. In addition, the computational efficiency can be improved without degrading numerical accuracy [3].

In this paper, we study the light propagation of Y-branch optical waveguide with reflecting surface by using FE-BPM. In order to avoid nonphysical reflection from computational window edges, we use Transparent boundary condition (TBC) [4] and use the Padé approximant operator to analyze wide branch angle Y-junction optical waveguides [5]. Numerical simulation is done through the Y-junction optical waveguide at each plane by using Crank-Nicholson algorithm.

### 2. Basic Equation

According to [3], we obtain the following wide-angle equation for the slowly varying complex amplitude  $\phi$ :

$$p \frac{\partial^2 \phi}{\partial z^2} - 2jk_0 n_p \frac{\partial \phi}{\partial z} + \frac{\partial}{\partial y} \left( p \frac{\partial \phi}{\partial y} \right) - k_0^2 (q - n_p^2) \phi = 0 \quad (1)$$

where  $n_0$  is the reference refractive index,  $k_0$  is the free space wavenumber,  $p=1$ ,  $q=n^2$  for TE modes,  $p=1/n^2$ ,  $q=1$  for TM modes, and the term  $\partial p/\partial z$  is neglected for TM modes.

### 3. Wide Angle Beam Propagation Method

Dividing the waveguide cross section (computational window) into a number of line elements and applying the standard FEM to (1) with the transparent boundary condition (TBC) [6], we obtain

$$[M] \frac{d^2 \{\phi\}}{dz^2} - 2jk_0 n_p [M] \frac{d \{\phi\}}{dz} + ([K] - k_0^2 n_p^2 [M]) \{\phi\} + [K]_r \{\phi\} = \{0\} \quad (2)$$

where  $\{\phi\}$  is the global electric field vector (consider only TE mode),  $\{0\}$  is a null vector,  $[M]$  and  $[M]_r$  as finite element matrices, and matrix  $[K]_r$ , related to computational window edges are given by

$$[K]_r = \sum_j \int_{\Gamma_j} k_0^2 q \{N\} \{N\}^T - p \frac{d \{N\}}{dy} \frac{d \{N\}^T}{dy} dy \quad (3)$$

$$[M] = \sum_j \int_{\Gamma_j} p \{N\} \{N\}^T dy \quad (4)$$

$$[K]_r = \begin{bmatrix} -jk_{y1} p & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & -jk_{yN} p \end{bmatrix} \quad (5)$$

where  $\{N\}$  is the shape function vector,  $\Gamma$  denotes a transverse, and  $\Gamma$  extends over all the different elements. The parameter  $k_y$  and  $k_{yN}$  included in the matrix  $[K]_r$  is, for the moment, unknown.

Utilizing the Padé recurrence relation and then we obtain Padé equation as

$$-2jk_0 n_p [M] \frac{d \{\phi\}}{dz} + ([K] - k_0^2 n_p^2 [M]) \{\phi\} = \{0\} \quad (6)$$

$$\text{with } [\tilde{M}] = [M] - \frac{1}{4k_0^2 n_c^2} ([\hat{K}] - k_0^2 n_c^2 [M]) \quad (7)$$

$$\text{and } [\hat{K}] = [K] + [K], \quad (8)$$

Applying the Crank-Nicholson algorithm for the propagation direction: to (6)

$$[A]_i \{\phi\}_{i+1} = [B]_i \{\phi\}_i \quad (9)$$

with

$$[A]_i = -2jk_0 n_{c,i} [\tilde{M}]_i + 0.5\Delta z ([\hat{K}]_i - k_0^2 n_{c,i}^2 [M]_i) \quad (10)$$

$$[B]_i = -2jk_0 n_{c,i} [\tilde{M}]_i - 0.5\Delta z ([\hat{K}]_i - k_0^2 n_{c,i}^2 [M]_i) \quad (11)$$

where  $\Delta z$  is the propagation step size, and subscript  $i$  and  $i-1$  denote the quantities related to the  $i^{\text{th}}$  and  $(i-1)^{\text{th}}$  propagation steps, respectively. The parameters included in the matrix  $[\hat{K}]_i$ ,  $k_i$  and  $k_{x,i}$  are automatically determined as

$$k_{i,j} = j \frac{1}{j_{2,j} - j_{1,j}} \ln \frac{\phi_{i,j}}{\phi_{i-1,j}} \quad (12)$$

$$k_{x,i} = j \frac{1}{j_{M,i} - j_{M-1,i}} \ln \frac{\phi_{M,i}}{\phi_{M-1,i}} \quad (13)$$

where the real part of  $k_{i,j}$  and  $k_{x,i}$  must be restricted to be positive to ensure only radiation outflow.

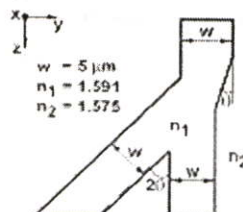


Figure 1. Y-junction optical waveguide with reflecting surface.

#### 4. Numerical Results

Figure 1 illustrates the shape of Y-junction optical waveguide with reflecting surface which  $w$  is core width of waveguide.  $\theta$  is the angle of reflecting surface and  $2\theta$  is the branch angle. The branch angle limit,  $\theta_{\text{max}}$  will be designed as [1]

$$\theta_{\text{max}} = 2\theta_c = 2 \cos^{-1} (1 - \Delta n) \quad (14)$$

where  $\theta_c$  and  $\Delta n$  are the critical angle of reflecting surface and the ratio of refractive index of core region and cladding region, respectively.

In the results of numerical analysis, we consider this structure as power divider, we assume that the core width,  $w$ , is  $5 \mu\text{m}$  and the refractive index of the core,  $n_1$ , and cladding,  $n_2$ , is 1.591 and 1.575, respectively. The propagation step size is  $10 \mu\text{m}$ . The  $\text{TE}_{10}$  mode is propagated at different branch angles  $2\theta$  that are  $0.2^\circ$ ,  $2^\circ$ ,  $10^\circ$  at the wavelength,  $\lambda$ , of  $850 \text{ nm}$ . Figure 2 shows the electric field patterns of the fundamental  $\text{TE}_{10}$  wave that propagated through the waveguide along at the variation of branch angles. We assigned transverse direction of the input waveguide to y-axis, x-axis as the amplitude of the electric field and z-axis as the length of waveguide. The results show that the optical power is divided into two output ports and when the branch angle increase, the amplitude of electric field decrease at

the output ports. The amplitude of electric field decreased when the electric field propagated through the waveguide because of loss characteristics of device.

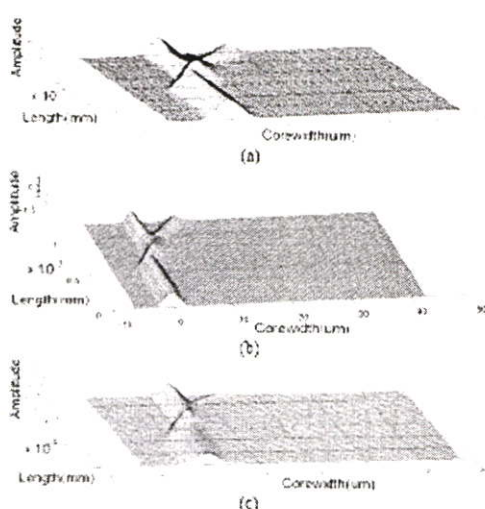


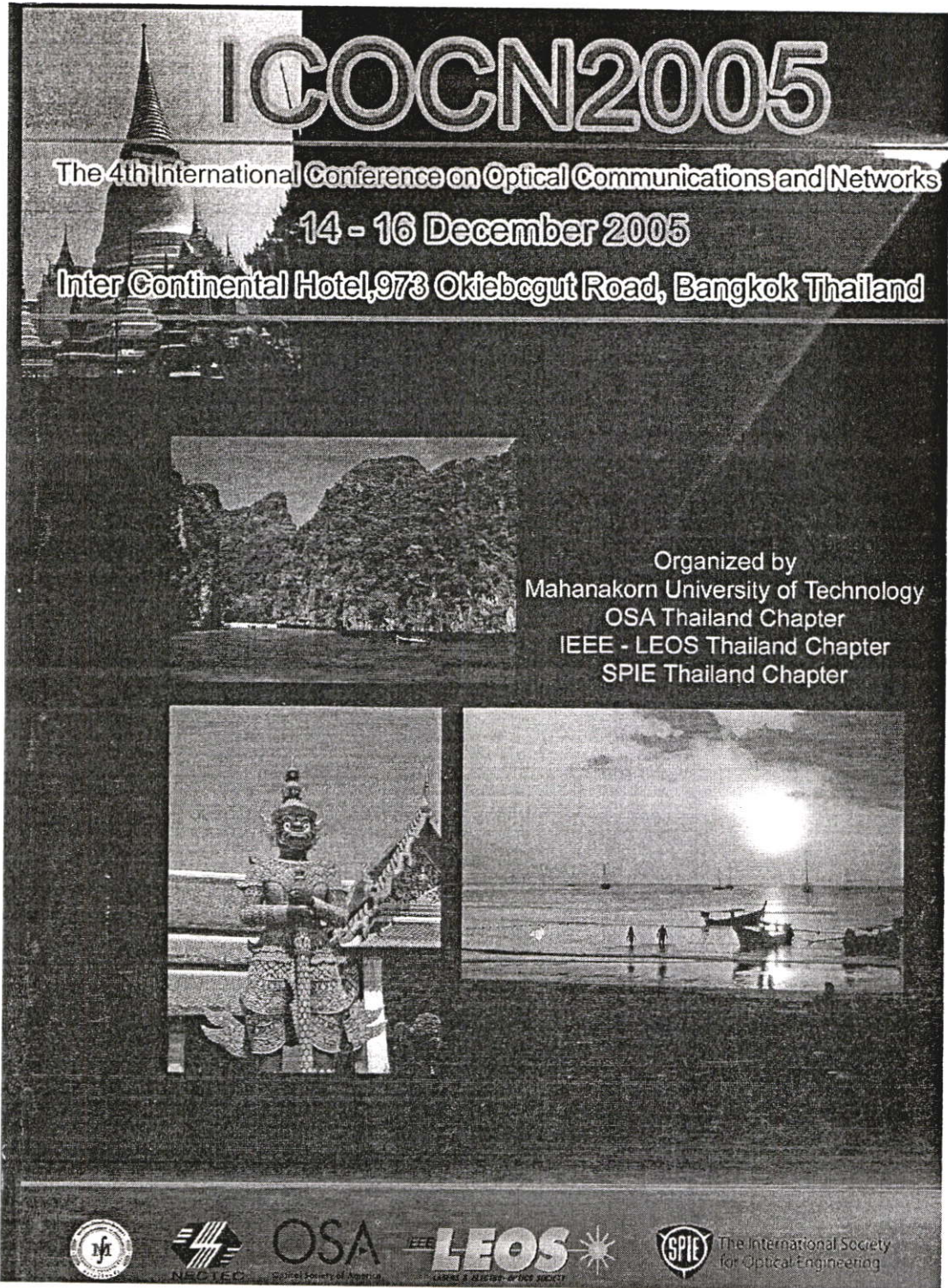
Figure 2. The electric field that propagated through the waveguide at branch angle (a)  $0.2^\circ$  (b)  $2^\circ$  and (c)  $10^\circ$

#### 5. Conclusion

In this paper, we study the light propagation of the Y wide branch angle waveguide with reflecting surface by using the finite element beam propagation. The FE-BPM using Padé approximation was employed for analyze wide branch structures. To avoid reflection from the calculation window edges, the TBC was employed. The results of the numerical analysis show the efficiency of the Y-junction waveguide that indicated to the FE-BPM can analyze the Y-junction waveguide with reflecting which is the wide branching and low loss.

#### References






- [1] H.Kurokawa, H.Kawashima, K.Asama, M.Kuroda and H.Kasai, "Evaluation of loss characteristics of the polymeric Y-branch optical waveguide with reflecting surface," *Proc. of SPIE*, Vol. 4277, pp.342-350, 2001.
- [2] Shyh-Lin Tsao and Chun-Yi Lu, "BPM Simulation and Comparison of 1x2 Directional Waveguide Coupling and Y-junction Coupling silicon-on-insulator Optical Couplers," *Journal of Fiber and Integrated Optics*, Vol.21, pp.417-413, 2002.
- [3] Y.Tsuji and M.Noboru, "Finite Element Beam Propagation Method for Anisotropic Optical Waveguide," *Journal of Lightwave Technology*, Vol.7, No.4, pp.723-728, 1999.
- [4] G. Ronald Hadley, "Transparent Boundary Condition for Beam Propagation," *IEEE Journal of Quantum Electronics*, Vol.28, pp.363-365, 1992.
- [5] Y.Tsuji and T.Tanabe, "A Wide-Angle Beam Propagation Method Based on a Finite Element Scheme," *IEEE Trans. On Magnetics*, Vol.33, No.2, pp.1544-1547, 1997.
- [6] Y.Tsuji and M. Koshiba, "A Finite Element Beam Propagation Method for Strongly Guiding and Longitudinally Varying Optical Waveguides," *Journal of Lightwave Technology*, Vol.14, No.2, pp.217-222, 1996.



# ICOCN2005

The 4th International Conference on Optical Communications and Networks  
14 - 16 December 2005  
Inter Continental Hotel, 973 Okiebohut Road, Bangkok Thailand

Organized by  
Mahanakorn University of Technology  
OSA Thailand Chapter  
IEEE - LEOS Thailand Chapter  
SPIE Thailand Chapter



## THE EVALUATION OF ASYMMETRIC Y-JUNCTION WAVEGUIDE PARAMETER FOR POWER BRANCHING CONTROL BY USING FINITE ELEMENT BEAM PROPAGATION METHOD

*Ruchaneeya Leepila, Suthichai Noppanakeepong, Naoto Kishi\*, Tetsuya Miki\*, Kunihiko Asama\*\**

Research Center for Communications and Information Technology (ReCCIT)  
and Faculty of Engineering

King Mongkut's Institute of Technology Ladkrabang  
Chalongkrung Road, Ladkrabang, Bangkok, Thailand 10520  
Tel:+66-2-737-3000

\*Department of Information and Communication Engineering  
The University of Electro-Communications

1-5-1 Chofugaoka, Chofu-shi, Tokyo, Japan 182-8585  
Tel:+81-424-43-5298, Fax:+81-424-43-5291

\*\*Department of Electronic Engineering  
Tokyo University of Technology

1404, Katakura, Hachioji, Tokyo, Japan 192-0982  
Tel:+81-426-37-2111, Fax:+81-426-37-2118

E-mail: s5060524@kmitl.ac.th, knsuthic@kmitl.ac.th, kishi@ice.ucc.ac.jp, miki@ice.ucc.ac.jp and  
asama@cc.teu.ac.jp

### ABSTRACT

*This paper presents the evaluation of a parameter for control optical power branching ratio of Y-junction waveguide. We use Y-junction optical waveguide with reflecting surface which has asymmetric Y-junction shape for consideration. The core width of straight waveguide output port can be adjusted to control the optical power of both output ports of Y-junction waveguide. In analysis of performance of this device, we use the finite element beam propagation method. The numerical results show relation between the core width of straight output port and the optical power branching ratio of Y-junction waveguide. Additionally, the core width of straight output port also corresponds to length of the reflecting surface.*

**Keywords:** *Y-junction optical waveguide, Crank-Nicholson algorithm and Finite element beam propagation method*

### 1. INTRODUCTION

Presently, the communication systems using optical fiber and optical integrated circuits are interesting and important. The area of optical communication technology has seen an increasing demand for various fiber-based and waveguide-based optical components. Passive devices for signal branching and combining, wavelength division multiplexing and demultiplexing have become evident. In integrated optical waveguide

structures. There are two or more coupled guides produce power division, modulation, or mode splitting which are being implemented today as branching waveguides, crossing channel switches, and directional coupler switches. The Y-branch waveguide, i.e. 1x2 bifurcation circuits, is one of the basic elements of optical circuits. There are many papers tried to improve asymmetric Y-junction to control power of output ports by using many techniques such as gap region [1], reflecting surface and so on. The Y-branch optical waveguide with reflection surface is one of improved structures to low loss and wide branch angle [2].

The beam propagation method (BPM) is the most widely used for light propagation analysis in longitudinally varying waveguides [3]. There are several versions of BPM that are BPM based on the fast Fourier transform (FFT-BPM), BPM based on the finite difference method (FD-BPM), and BPM based on the finite element method (FE-BPM), namely. The finite element method (FEM) has flexibility in setting the analyzed element's shape and size, resulting in small matrix dimensions and less computing time. Thus, FE-BPM can be applied to strongly guiding waveguides and strongly polarization dependent waveguides, and can arbitrarily select the order and the number of elements, depending on the required computational accuracy. The computational efficiency can be improved without degrading numerical accuracy by using FE-BPM [4].

In this paper, we propose the evaluation of parameter for power branching ratio of asymmetric Y-junction waveguide. We adjust the core width of

straight output port waveguide for control optical power branching ratio of Y-junction waveguide. We consider Y-junction waveguide with reflecting surface which has asymmetric Y-junction shape. The technique, that we analyze the performance the Y-junction optical waveguide with reflecting surface, is the finite element beam propagation method (FE-BPM). In order to avoid nonphysical reflection from computational window edges, we use transparent boundary condition (TBC) [5]. Numerical simulation is done through the Y-junction optical waveguide at each plane by using Crank-Nicholson algorithm. The power at both output ports are changed by adjustment of the core width of straight output port at various widths. Thus, we get the relation between the power branching ratios with the core width straight output port of Y-junction waveguide which corresponds to the length of reflecting surface.

## 2. Y-JUNCTION WAVEGUIDE USING REFLECTION SIDE WALL

The Y-junction optical waveguide with reflecting surface has model which uses reflection at the inclined side-wall (reflecting surface) of the waveguide to divide the optical power as Figure 1. This model has low-loss and wide angle. Since the branch angle will have to be designed to satisfy the condition for total reflection at the reflecting surface, the high relative refractive index difference of core region and cladding region design will be effective for the wide angle design and low-loss characteristics [2].

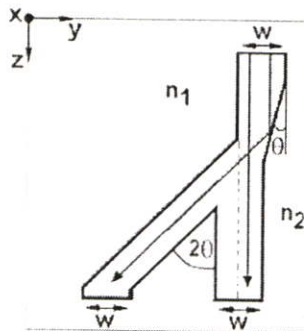


Figure 1. Structure of Y-junction optical waveguide using side-wall reflection.

## 3. BASIC EQUATION

According to [4], we obtain the following wide-angle equation for the slowly varying complex amplitude  $\phi$ :

$$p \frac{\partial^2 \phi}{\partial z^2} - 2jk_0 n_0 p \frac{\partial \phi}{\partial z} + \frac{\partial}{\partial y} \left( p \frac{\partial \phi}{\partial y} \right) + k_0^2 (q - n_0^2 p) \phi = 0 \quad (1)$$

where  $n_0$  is the reference refractive index,  $k_0$  is the free space wavenumber,  $p=1$ ,  $q=n^2$  for TE modes,  $p=1/n^2$ ,  $q=i$  for TM modes, and the term  $\partial p / \partial z$  is neglected for TM modes.

## 4. FINITE ELEMENT BEAM PROPAGATION METHOD

Dividing the waveguide cross section (computational window) into a number of line elements and applying the standard FEM to (1) with the transparent boundary condition (TBC) [6], we obtain

$$[M] \frac{d^2 \{\phi\}}{dz^2} - 2jk_0 n_0 [M] \frac{d \{\phi\}}{dz} + ([K] - k_0^2 n_0^2 [M]) \{\phi\} - [K]_r \{\phi\} = \{0\} \quad (2)$$

where  $\{\phi\}$  is the global electric field vector (consider only TE mode),  $\{0\}$  is a null vector,  $[K]$  and  $[M]$  as finite element matrices, and matrix  $[K]_r$  related to computational window edges are given by

$$[K] = \sum_{\Sigma} \int_{\Sigma} \left[ k_0^2 q \{N\} \{N\}^T - p \frac{d \{N\}}{dy} \frac{d \{N\}^T}{dy} \right] dy \quad (3)$$

$$[M] = \sum_{\Sigma} \int_{\Sigma} p \{N\} \{N\}^T dy \quad (4)$$

$$[K]_r = \begin{bmatrix} -jk_0 p & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & -jk_0 p \end{bmatrix} \quad (5)$$

where  $[N]$  is the shape function vector,  $T$  denotes a transpose, and  $\Sigma$  extends over all the different elements. The parameter  $k_0$  and  $k_M$  included in the matrix  $[K]_r$  is, for the moment, unknown.

Utilizing the Padé recurrence relation and then we obtain Padé equation as

$$-2jk_0 n_0 [M] \frac{d \{\phi\}}{dz} - ([\hat{K}] - k_0^2 n_0^2 [M]) \{\phi\} = \{0\} \quad (6)$$

$$\text{with } [\hat{M}] = [M] - \frac{1}{4k_0^2 n_0^2} ([\hat{K}] - k_0^2 n_0^2 [M]) \quad (7)$$

$$\text{and } [\hat{K}] = [K] + [K]_r \quad (8)$$

Applying the Crank-Nicholson algorithm for the propagation direction  $z$  to (6)

$$[A]_i \{\phi\}_{i-1} = [B]_i \{\phi\}_i \quad (9)$$

with

$$[A]_i = -2jk_z n_{2i} [M]_i + 0.5\Delta z (\tilde{K} - k_z^2 n_{2i}^2 [M]_i) \quad (10)$$

$$[B]_i = -2jk_z n_{2i} [M]_i - 0.5\Delta z (\tilde{K} - k_z^2 n_{2i}^2 [M]_i) \quad (11)$$

where  $\Delta z$  is the propagation step size, and subscript  $i$  and  $i-1$  denote the quantities related to the  $i^{\text{th}}$  and  $(i-1)^{\text{th}}$  propagation steps, respectively. The parameters included in the matrix  $[\tilde{K}]_i$ ,  $k_z$  and  $k_{M_i}$  are automatically determined as

$$k_{L_i} = j \frac{1}{Y_{L_i} - Y_{L_{i-1}}} \ln \frac{\phi_{L_i}}{\phi_{L_{i-1}}} \quad (12)$$

$$k_{M_i} = j \frac{1}{Y_{M_i} - Y_{M_{i-1}}} \ln \frac{\phi_{M_i}}{\phi_{M_{i-1}}} \quad (13)$$

where the real part of  $k_{L_i}$  and  $k_{M_i}$  must be restricted to be positive to ensure only radiation outflow.

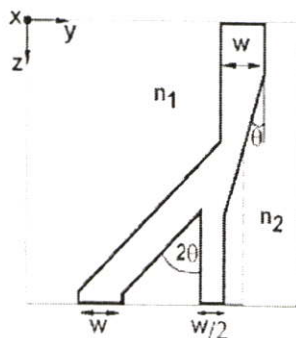


Figure 2. The Y-junction waveguide with reflecting surface is reduced the core width of straight output port to  $w/2$ .

## 5. NUMERICAL RESULTS

In this section, we simulate and analyze performance of Y-junction optical waveguide with reflecting surface which has asymmetric Y-junction shape. In analysis, we use the finite element beam propagation method for calculate the electric field that get through the waveguide. In the results of numerical analysis, we consider this structure as power divider, we assume that the core width,  $w$ , is  $6 \mu\text{m}$ , and the refractive index of

the core,  $n_1$ , and cladding,  $n_2$ , is 3.3 and 3.17, respectively. The propagation step size is  $57 \mu\text{m}$ , and branch angle ( $2\theta$ ) of waveguide is 1 degree. We adjust the core width of straight output port of Y-junction waveguide for control output power of Y-junction waveguide. The core width of straight output port is reduced from  $6 \mu\text{m}$  to  $3 \mu\text{m}$ , as Figure 2.

Figure 3. shows the electric field pattern of the fundamental TE wave propagation in the Y-junction waveguide with reflecting surface. The amplitude of electric field at tilted output port is equal to straight output port even though the shape of Y-junction waveguide is asymmetry. In adjustment of power at both output ports, we change the core width of straight output port at various widths. In figure 4, The core width of straight output port is adjusted to be (a)  $6 \mu\text{m}$ , (b)  $4.5 \mu\text{m}$ , and (c)  $3 \mu\text{m}$ , respectively. The amplitude of electric field at the straight output port is more than the tilted output port at the core width of straight output port  $6 \mu\text{m}$ . At the core width of straight output port  $4.5 \mu\text{m}$ , the amplitude of electric field at the straight output port is similar with the tilted output port. At the core width of straight output port  $3 \mu\text{m}$ , the amplitude of electric field at the straight output port is less than the tilted output port. Thus, we can adjust optical power branching ratio of this device by changing the core width of straight output port.

Figure 5. shows the relation between the power branching ratio with the core width straight output port of Y-junction waveguide. The transition of branching ratio shows almost symmetrically characteristic. We can find an optimum core width of straight output port of Y-junction waveguide to achieve in equal power branching ratio. The core width of straight output port corresponds to length of the reflecting surface of Y-junction waveguide.

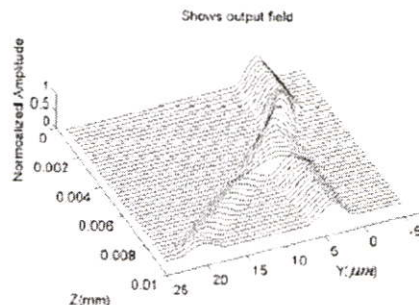


Figure 3. The electric field that propagated through the Y-junction waveguide.

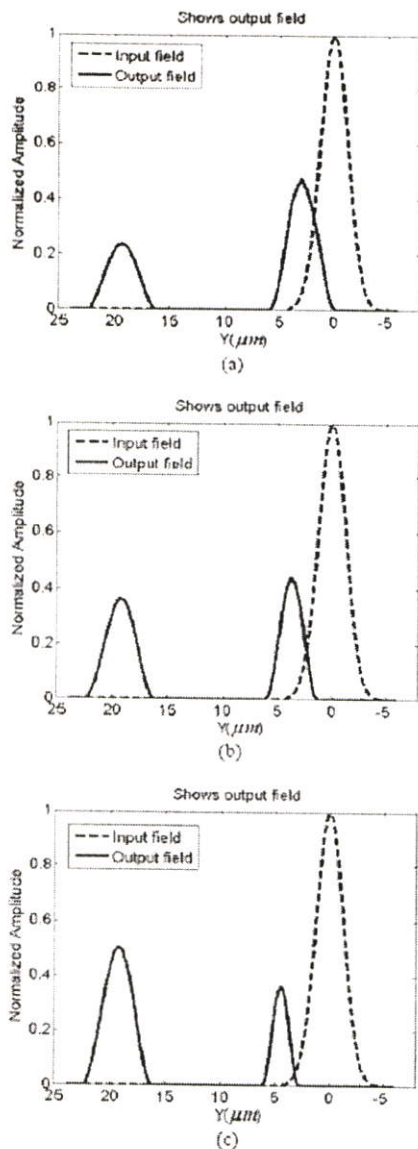


Figure 4. The input electric field and output electric field at various core width of straight output waveguide port (a) 6  $\mu\text{m}$ , (b) 4.5  $\mu\text{m}$ , and (c) 3  $\mu\text{m}$ .

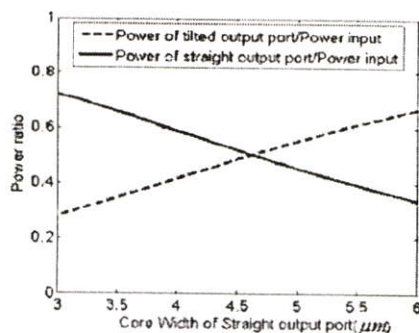


Figure 5. Characteristics of power branching ratio with the core width of straight output port.

## 6. CONCLUSION

In this paper, we evaluate parameter for control power branching ratio of asymmetric Y-junction waveguide. The power branching ratio of Y-junction waveguide can be controlled by adjust the core width of straight output port. The finite element beam propagation method is applied to analyze the performance of Y-junction waveguide. In numerical results, the core width of straight output port corresponds to length of reflecting surface which affect to the power at output ports of device. The adjustment of power branching ratio of asymmetric Y-junction is useful for design and improvement of other asymmetric devices.

## 7. REFERENCES

- [1] K. Shirafuji and S. Kurazono, "Transmission Characteristics of Optical Asymmetric Y-Junction with a Gap Region", *Journal of Lightwave Technology*, Vol. 9, No.4, pp.426-429, 1991.
- [2] H.Kurokawa, H.Kawashima, K.Asama, M.Kuroda and H.Kasai, "Evaluation of loss characteristics of the polymeric Y-branch optical waveguide with reflecting surface", *Proc. of SPIE*, Vol. 4277, pp.342-350, 2001.
- [3] S. Tsao and C. Lu, "BPM Simulation and Comparison of 1x2 Directional Waveguide Coupling and Y-Junction Coupling silicon-on-insulator Optical Couplers", *Journal of Fiber and Integrated Optics*, Vol.21, pp.417-413, 2002.
- [4] Y.Tsujii and M.Noboru, "Finite Element Beam Propagation Method for Anisotropic Optical Waveguide", *Journal of Lightwave Technology*, Vol.7, No.4, pp.723-728, 1999.
- [5] G. Ronald Hadley, "Transparent Boundary Condition for Beam Propagation", *IEEE Journal of Quantum Electronics*, Vol. 28, pp.363-365, 1992.
- [6] Y.Tsujii and M. Koshiha, "A Finite Element Beam Propagation Method for Strongly Guiding and Longitudinally Varying Optical Waveguides", *Journal of Lightwave Technology*, Vol.14, No.2, pp.217-222, 1996.

## ประวัติผู้เขียน

นางสาวรัชนีญา ลีพิลา เกิดเมื่อวันที่ 2 กันยายน พ.ศ.2523 ที่จังหวัดกาญจนบุรี สำเร็จการศึกษาปริญญาตรีวิทยาศาสตร์บัณฑิต สาขาฟิสิกส์ประยุกต์ (โซลิตสแตตอิเล็ททรอนิกส์) จากภาควิชาฟิสิกส์ประยุกต์ คณะวิทยาศาสตร์ สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง ในปีการศึกษา 2544 และเข้าศึกษาต่อในระดับปริญญาโท หลักสูตรวิศวกรรมศาสตรมหาบัณฑิต สาขาวิศวกรรมโทรคมนาคม ภาควิชาวิศวกรรมโทรคมนาคม คณะวิศวกรรมศาสตร์ สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง ในปีการศึกษา 2545 ได้รับทุนเป็นนักศึกษาแลกเปลี่ยนในโครงการ The Japanese University Studies in Science and Technology (JUSST) ที่มหาวิทยาลัย The University of Electro-Communications ที่เมืองโตเกียว ประเทศญี่ปุ่น ในปี 2547-2548 และได้รับรางวัล The best exchange student award of year 2005 of JUSST program และได้รับรางวัล The good quality of paper content award จากงานประชุมวิชาการ The 4<sup>th</sup> International Conference on Optical Communications and Networks : ICOCN2005