

การแบ่งประเภทของคลื่นไฟฟ้าหัวใจโดยใช้ FISHER'S DISCRIMINANT
และ FUZZY C-MEAN

ECG CLASSIFICATION USING FISHER'S DISCRIMINANT AND
FUZZY C-MEAN

สายันท์ รักษบรรจง
SAYAN RAKBANJONG

วิทยานิพนธ์นี้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตรปริญญาวิศวกรรมศาสตรมหาบัณฑิต
สาขาวิชาวิศวกรรมอิเล็กทรอนิกส์

บัณฑิตวิทยาลัย

สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง

พ.ศ. 2550

สำนักหอสมุดกลาง พระจอมเกล้าลาดกระบัง

**การแบ่งประเภทของคลื่นไฟฟ้าหัวใจโดยใช้ FISHER'S DISCRIMINANT
และ FUZZY C-MEAN**

**ECG CLASSIFICATION USING FISHER'S DISCRIMINANT AND
FUZZY C-MEAN**

สายัณห์ รักบรรจง

SAYAN RAKBANJONG

เลขหมู่.....
เลขทะเบียน.....**74614**
วัน,เดือน,ปี.....**- 8 ค.ค. 2550**

วิทยานิพนธ์นี้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตรปริญญาวิศวกรรมศาสตรมหาบัณฑิต

สาขาวิชาวิศวกรรมอิเล็กทรอนิกส์

บัณฑิตวิทยาลัย

สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง

พ.ศ. 2550

**ECG CLASSIFICATION USING FISHER'S DISCRIMINANT AND
FUZZY C-MEAN**

SAYAN RAKBANJONG

**A THESIS SUBMITTED IN PARTIAL FULFILLMENT
OF THE REQUIREMENT FOR THE DEGREE OF
MASTER OF ENGINEERING IN ELECTRONICS ENGINEERING
SCHOOL OF GRADUATE STUDIES
KING MONGKUT'S INSTITUTE OF TECHNOLOGY LADKRABANG**

2007

COPYRIGHT 2007

SCHOOL OF GRADUATE STUDIES

KING MONGKUT'S INSTITUTE OF TECHNOLOGY LADKRABANG

หัวข้อวิทยานิพนธ์

การแบ่งประเภทของคลื่นไฟฟ้าหัวใจโดยใช้ Fisher's
Discriminant และ Fuzzy c-mean

นักศึกษา

นายสาข์ณห์ รักบรรจง

รหัสนักศึกษา

48060420

ปริญญา

วิศวกรรมศาสตรมหาบัณฑิต

สาขาวิชา

วิศวกรรมอิเล็กทรอนิกส์

พ.ศ.

2550

อาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์

ผศ.ดร.ยุทธนา ทิดใจเดียว

บทคัดย่อ

ในงานวิจัยนี้นำเสนอวิธีการใหม่ในการแยกประเภทของคลื่นไฟฟ้าหัวใจ ที่มีกระบวนการไม่ซับซ้อน โดยใช้ทฤษฎี Fisher's Discriminant ร่วมกับ ทฤษฎี Fuzzy c-mean ทำการแยกประเภทคลื่นไฟฟ้าหัวใจเป็นลำดับชั้น (Hierarchical clustering) แบบบนลงล่าง ซึ่งวิธีการที่นำเสนอนี้ไม่จำเป็นต้องแยก Feature ของคลื่นไฟฟ้าหัวใจ เป็นผลให้ใช้เวลาในการประมวลผลค่อนข้างน้อย จากการทดลองพบว่า วิธีการที่นำเสนอนี้มีประสิทธิภาพในการแยกประเภทของคลื่นไฟฟ้าหัวใจที่ดี

| | |
|-----------------------|-----------------------------------------------------------------|
| Thesis Title | ECG Classification Using Fisher's Discriminant and Fuzzy c-mean |
| Student | Mr. Sayan Rakbanjong |
| Student ID. | 48060420 |
| Degree | Master of Engineering |
| Program | Electronics Engineering |
| Year | 2007 |
| Thesis Advisor | Asst. Prof. Dr.Yuttana Kitjaidure |

ABSTRACT

This work presents a new approach to ECG classification system that is not complex model, by applied the fisher's discriminant and fuzzy c-mean working as hierarchical clustering with a top-down strategy. This classification system that we proposed used a less time for process due to it need no feature extraction process. From the computer simulation, the ECG classification system using fisher's discriminant and fuzzy c-mean gave a good efficiency.

กิตติกรรมประกาศ

วิทยานิพนธ์ฉบับนี้ประสบความสำเร็จได้ด้วยการได้รับการสนับสนุน ความช่วยเหลือต่างๆ จาก ผศ.ดร.ยุทธนา คิดใจเดียว ในฐานะอาจารย์ที่ปรึกษา ซึ่งให้แนวความคิด คำแนะนำ ให้การปรึกษาคูแกลเอาใจใส่ และผลักดันให้มีกำลังใจในการทำงานตลอดมา ผู้วิจัยขอขอบพระคุณในความอนุเคราะห์ที่ได้รับเป็นอย่างสูง

ขอขอบพระคุณอาจารย์ทุกๆ ท่านที่อบรมสั่งสอนและให้ความรู้ที่มีค่ายิ่งต่อการทำงาน ขอขอบพระคุณพี่ๆ ชุรการภาควิชาอิเล็กทรอนิกส์ทุกท่านที่คอยให้กำลังใจ และกำลังสนับสนุนในทุกๆ ด้าน

ขอขอบคุณพี่ก้อง พี่แป้ง พี่หมู พี่เทพ โอ เอฟ อ้อ เพื่อนๆ และน้องๆ ที่รักและจริงใจทุกคน ที่คอยช่วยเหลือในยามที่เพื่อนลำบาก คอยให้กำลังใจในยามที่เพื่อนท้อแท้ คอยดูแลในยามที่เพื่อนไม่สบาย และทำให้มีเสียงหัวเราะได้ตลอดเวลา

ขอขอบพระคุณบิดา มารดา พี่ๆ น้องๆ หลานๆ และครอบครัวที่อบอุ่น ที่คอยให้กำลังใจ ให้คำปรึกษา และการสนับสนุนในทุกๆ ด้านตลอดมา

ประโยชน์อันใดที่พึงจะได้รับจากวิทยานิพนธ์ฉบับนี้ ผู้วิจัยขอมอบแด่ บิดา มารดา ครู อาจารย์ และผู้มีพระคุณทุกท่าน

สาธิตน์ รักรบรจง

สารบัญ

| | หน้า |
|----------------------------------------------------------------------------------|------|
| บทคัดย่อภาษาไทย..... | I |
| บทคัดย่อภาษาอังกฤษ..... | II |
| กิตติกรรมประกาศ..... | III |
| สารบัญ..... | IV |
| สารบัญตาราง..... | VIII |
| สารบัญรูป..... | IX |
| บทที่ 1 บทนำ..... | 1 |
| 1.1 ความเป็นมาและความสำคัญของปัญหา..... | 1 |
| 1.2 ความมุ่งหมายและวัตถุประสงค์ของการศึกษา..... | 1 |
| 1.3 สมมติฐานของการศึกษา..... | 2 |
| 1.4 ทฤษฎีหรือแนวความคิดที่ใช้ในการวิจัย..... | 2 |
| 1.5 ขอบเขตการวิจัย..... | 2 |
| 1.6 ขั้นตอนของการศึกษา..... | 2 |
| บทที่ 2 หลักการของคลื่นไฟฟ้าหัวใจ..... | 4 |
| 2.1 โครงสร้างของหัวใจ..... | 4 |
| 2.1.1 กายวิภาคของหัวใจ..... | 4 |
| 2.1.2 การทำงานของหัวใจ..... | 9 |
| 2.2 คุณสมบัติและลักษณะคลื่นไฟฟ้าหัวใจ..... | 12 |
| 2.3 การวัดคลื่นไฟฟ้าหัวใจ..... | 15 |
| 2.3.1 การวัดเพื่อการวินิจฉัยคนไข้ข้างเตียงแบบมาตรฐาน..... | 15 |
| 2.3.1.1 วิธีการวัดแบบ Standard Limb Lead..... | 16 |
| 2.3.1.2 วิธีการวัดแบบ Augmented Limb Lead..... | 16 |
| 2.3.1.3 วิธีการวัดแบบ Unipolar Chest Lead..... | 16 |
| 2.3.2 การวัดเพื่อการมอนิเตอร์..... | 18 |
| 2.4 ชนิดของคลื่นไฟฟ้าหัวใจ..... | 18 |
| 2.4.1 ชนิดของคลื่นไฟฟ้าหัวใจที่มีในฐานข้อมูลของ MIT-BIH Arrhythmia Database..... | 19 |

สารบัญ (ต่อ)

| | หน้า |
|--------------------------------------------------------------------------------|------|
| 2.4.2 ชนิดของคลื่นไฟฟ้าหัวใจที่ใช้ในงานวิจัย..... | 21 |
| บทที่ 3 กระบวนการคัดแยกข้อมูลออกจากคลื่นไฟฟ้าหัวใจ..... | 27 |
| 3.1 การเตรียมข้อมูลคลื่นไฟฟ้าหัวใจ..... | 27 |
| 3.2 การแยกลักษณะเด่นของคลื่นไฟฟ้าหัวใจ..... | 29 |
| 3.2.1 การวิเคราะห์เวฟเล็ต (Wavelet Analysis)..... | 29 |
| 3.2.1.1 ลักษณะและตระกูลของเวฟเล็ต..... | 29 |
| 3.2.1.2 การแปลงเวฟเล็ตแบบช่วง (Discrete Wavelet Transform)..... | 36 |
| 3.2.2 Autoregressive Modelling..... | 39 |
| 3.3 การลดขนาดข้อมูลคลื่นไฟฟ้าหัวใจ..... | 39 |
| 3.3.1 การวิเคราะห์องค์ประกอบหลัก (Principal Component Analysis: PCA)..... | 39 |
| 3.3.2 Fisher's Linear Discriminant..... | 44 |
| บทที่ 4 การคัดแยกแบ่งกลุ่มข้อมูล..... | 49 |
| 4.1 การแบ่งกลุ่มแบบเป็นลำดับขั้น (Hierarchical clustering)..... | 50 |
| 4.1.1 การแบ่งลำดับขั้นแบบรวมกลุ่ม (Agglomerative hierarchical clustering)..... | 50 |
| 4.1.2 การแบ่งลำดับขั้นแบบแยกกลุ่ม (Divisive hierarchical clustering)..... | 52 |
| 4.2 การแบ่งกลุ่มข้อมูลแบบตัดเป็นส่วน (Partitional clustering)..... | 53 |
| 4.2.1 ฮาร์ดพาร์ทิชัน (Hard partition)..... | 54 |
| 4.2.1.1 การแบ่งกลุ่มข้อมูลแบบ K-means..... | 54 |
| 4.2.1.2 วิธีการแบ่งกลุ่มข้อมูลแบบ QT..... | 55 |
| 4.2.1.3 อัลกอริทึมฮาร์ดซีมีน (Hard c-mean Algorithm)..... | 56 |
| 4.2.2 ฟัชซีพาร์ทิชัน (Fuzzy partition)..... | 58 |
| 4.2.2.1 แนวคิดพื้นฐานเกี่ยวกับฟัชซี..... | 58 |
| 4.2.2.1.1 พื้นฐานแนวคิดแบบฟัชซี..... | 59 |
| 4.2.2.1.2 เซตแบบฉบับ..... | 61 |
| 4.2.2.1.3 ฟัชซีเซต..... | 62 |
| 4.2.2.1.4 การดำเนินการทางฟัชซีเซต..... | 65 |

สารบัญ (ต่อ)

| | หน้า |
|--------------------------------------------------------------------------------------|------|
| 4.2.2.1.5 ฟังก์ชันความเป็นสมาชิก..... | 69 |
| 4.2.2.1.6 ตัวแปรภาษา (linguistic variable)..... | 74 |
| 4.2.2.1.7 กฎฟuzzy (fuzzy rules)..... | 75 |
| 4.2.2.2 ฟuzzy c-mean (Fuzzy c-mean)..... | 76 |
| 4.3 การหาจำนวนกลุ่มที่เหมาะสมด้วยหลักการของ ข้อศอก (Elbow criterion)..... | 79 |
| 4.4 โครงสร้างของระบบแยกประเภทคลื่น ไฟฟ้าหัวใจ..... | 79 |
| 4.4.1 การเตรียมข้อมูลและแยกลักษณะเด่นของสัญญาณ..... | 80 |
| 4.4.2 การแยกประเภทสัญญาณไฟฟ้าหัวใจ..... | 80 |
| บทที่ 5 การทดลองและผลการทดลอง..... | 83 |
| 5.1 การแยกประเภทสัญญาณไฟฟ้าหัวใจโดยใช้การแยกลักษณะเด่น..... | 83 |
| 5.1.1 การแยกลักษณะเด่น..... | 84 |
| 5.1.1.1 การแปลงเวฟเล็ต..... | 84 |
| 5.1.1.2 Autoregressive Modelling..... | 87 |
| 5.1.2 การแยกประเภทสัญญาณไฟฟ้าหัวใจโดยใช้ PCA และฟuzzy c-mean..... | 89 |
| 5.1.3 การแยกประเภทสัญญาณไฟฟ้าหัวใจโดยใช้ Fisher's discriminant และฟuzzy c-mean..... | 93 |
| 5.2 การแยกประเภทสัญญาณไฟฟ้าหัวใจโดยใช้ข้อมูลต้นฉบับที่ไม่มี การแยกลักษณะเด่น..... | 99 |
| 5.2.1 การทดลองลดจำนวนข้อมูลสำหรับการสอนระบบ..... | 106 |
| 5.2.2 การเปรียบเทียบผลกับวิธีอื่น..... | 107 |
| 5.2.3 การทดลองเพิ่มชนิดของคลื่น ไฟฟ้าหัวใจ..... | 107 |
| 5.2.3.1 การแบ่งประเภทคลื่น ไฟฟ้าหัวใจ 7 ชนิด..... | 107 |
| 5.2.3.1 การแบ่งประเภทคลื่น ไฟฟ้าหัวใจ 8 ชนิด..... | 109 |
| บทที่ 6 สรุปผลการวิจัยและข้อเสนอแนะ..... | 112 |
| เอกสารอ้างอิง..... | 114 |

สารบัญ (ต่อ)

| | หน้า |
|----------------------------------------------|------|
| ภาคผนวก ก ผลงานวิจัยที่ได้รับการตีพิมพ์..... | 116 |
| ประวัติผู้เขียน..... | 122 |

สารบัญตาราง

| ตารางที่ | หน้า |
|----------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| 5.1 | ผลการแยกประเภทสัญญาณไฟฟ้าหัวใจโดยใช้ PCA ร่วมกับพีชชีชีมีน ที่มีการแยกลักษณะเด่นของสัญญาณ.....92 |
| 5.2 | ผลการแบ่งกลุ่มข้อมูลลักษณะเด่นออกเป็น 6 กลุ่มใน 5 มิติ.....93 |
| 5.3 | ผลการแบ่งกลุ่มข้อมูลลักษณะเด่นออกเป็น 11 กลุ่มใน 5 มิติ.....94 |
| 5.4 | ผลการแบ่งกลุ่มข้อมูลลักษณะเด่นออกเป็น 4 กลุ่มใน 3 มิติ.....94 |
| 5.5 | ผลการแบ่งกลุ่มข้อมูลลักษณะเด่นออกเป็น 4 กลุ่มใน 3 มิติ ที่ไม่ orthogonal.....95 |
| 5.6 | ผลการแยกประเภทสัญญาณไฟฟ้าหัวใจโดยใช้ Fisher's discriminant ร่วมกับ พีชชีชีมีนที่มีการแยกลักษณะเด่นของสัญญาณ.....98 |
| 5.7 | ผลการแบ่งกลุ่มข้อมูลคลื่นไฟฟ้าหัวใจออกเป็น 6 กลุ่มใน 5 มิติ.....100 |
| 5.8 | ผลการแบ่งกลุ่มข้อมูลคลื่นไฟฟ้าหัวใจออกเป็น 8 กลุ่มใน 5 มิติ.....101 |
| 5.9 | ผลการแบ่งกลุ่มข้อมูลคลื่นไฟฟ้าหัวใจออกเป็น 4 กลุ่มใน 3 มิติ.....101 |
| 5.10 | ผลการแบ่งกลุ่มข้อมูลคลื่นไฟฟ้าหัวใจออกเป็น 4 กลุ่มใน 3 มิติ ที่ไม่ orthogonal.....102 |
| 5.11 | ผลการแยกประเภทสัญญาณไฟฟ้าหัวใจที่ไม่มีการแยกลักษณะเด่นของสัญญาณ โดยใช้ Fisher's discriminant ร่วมกับพีชชีชีมีน.....105 |
| 5.12 | ผลการแยกประเภทสัญญาณไฟฟ้าหัวใจ ที่มีข้อมูลสำหรับการสอนระบบ ชนิดละ 800 beats106 |
| 5.13 | ผลการแยกประเภทสัญญาณไฟฟ้าหัวใจ ที่มีข้อมูลสำหรับการสอนระบบ ชนิดละ 500 beats106 |
| 5.14 | การเปรียบเทียบผลของวิธีการที่นำเสนอกับผลที่แสดงในวารสารอ้างอิง.....107 |
| 5.15 | ผลการแบ่งกลุ่มข้อมูลคลื่นไฟฟ้าหัวใจ 7 ชนิด ออกเป็น 6 กลุ่ม ใน 4 มิติ108 |
| 5.16 | ผลการแบ่งประเภทคลื่นไฟฟ้าหัวใจ 7 ชนิด โดยใช้ Fisher's discriminant ร่วมกับพีชชีชีมีน109 |
| 5.17 | ผลการแบ่งกลุ่มข้อมูลคลื่นไฟฟ้าหัวใจ 8 ชนิด ออกเป็น 6 กลุ่ม ใน 4 มิติ.....110 |
| 5.18 | ผลการแบ่งประเภทคลื่นไฟฟ้าหัวใจ 8 ชนิด โดยใช้ Fisher's discriminant ร่วมกับพีชชีชีมีน.....111 |

สารบัญรูป

| รูปที่ | หน้า |
|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------|
| 2.1 หัวใจตัวอ่อน (ก) อายุ 2 สัปดาห์ (ข) อายุ 3 สัปดาห์..... | 4 |
| 2.2 ตัวอ่อนอายุ 5 สัปดาห์..... | 4 |
| 2.3 แสดงห้องของหัวใจ..... | 5 |
| 2.4 แสดงลิ้นหัวใจ..... | 6 |
| 2.5 แสดงลิ้นหัวใจที่กั้นระหว่างห้องหัวใจบนและล่าง..... | 6 |
| 2.6 แสดงลิ้นหัวใจที่กั้นระหว่างห้องหัวใจและลิ้นหัวใจ..... | 7 |
| 2.7 แสดงเส้นทางการนำไฟฟ้าหัวใจ..... | 8 |
| 2.8 แสดงเส้นทางเส้นเลือดแดงโคโรนารี..... | 9 |
| 2.9 แสดงการนำสัญญาณไฟฟ้าในหัวใจ..... | 11 |
| 2.10 แสดงการไหลของเลือดเข้า-ออกหัวใจ..... | 12 |
| 2.11 แสดงลักษณะคลื่นไฟฟ้าที่ตำแหน่งต่าง ๆ ของหัวใจ..... | 13 |
| 2.12 องค์ประกอบคลื่นไฟฟ้าหัวใจของคนปกติ | 14 |
| 2.13 แสดงช่วงความถี่ของคลื่นไฟฟ้าหัวใจสำหรับการประยุกต์ใช้งานแบบต่างๆ..... | 14 |
| 2.14 วิธีการวัดคลื่นไฟฟ้าหัวใจแบบ Standard Limb Lead..... | 16 |
| 2.15 วิธีการวัดคลื่นไฟฟ้าหัวใจแบบ Augmented Limb Lead..... | 16 |
| 2.16 วิธีการวัดคลื่นไฟฟ้าหัวใจแบบ Unipolar Chest Lead..... | 17 |
| 2.17 ตำแหน่งการติดขั้ววัดบนหน้าอกของวิธีการวัดคลื่นไฟฟ้าหัวใจแบบ Unipolar Chest Lead V_1 ถึง V_6 | 17 |
| 2.18 ตัวอย่างคลื่นไฟฟ้าหัวใจแบบ Unipolar Chest Lead V_1 ถึง V_6 และตำแหน่ง การติดขั้ววัดบนหน้าอกโดยมองภาพตัดขวางของลำตัว | 17 |
| 2.19 ตำแหน่งการติดขั้ววัดไฟฟ้าของวิธีการวัดคลื่นไฟฟ้าหัวใจเพื่อการมอนิเตอร์ | 18 |
| 2.20 คลื่นไฟฟ้าหัวใจปกติ (NORMAL)..... | 21 |
| 2.21 Right bundle branch block beat (RBBB)..... | 22 |
| 2.22 Left bundle branch block beat (LBBB)..... | 22 |
| 2.23 Premature ventricular contraction (PVC)..... | 24 |
| 2.24 Atrial premature contraction (APC)..... | 25 |
| 2.25 Paced beat (PACE) | 26 |

สารบัญรูป (ต่อ)

| รูปที่ | หน้า |
|--------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| 3.1 | แสดงลักษณะของสัญญาณไฟฟ้าหัวใจจาก MIT-BIH Arrhythmia Database.....27 |
| 3.2 | แสดงลักษณะของสัญญาณไฟฟ้าหัวใจทั้ง 6 ชนิด.....28 |
| 3.3 | ลักษณะของระนาบเวลาและความถี่สำหรับการวิเคราะห์สัญญาณ.....29 |
| 3.4 | คลื่นชายน์และเวฟเลต Daubechies 10.....29 |
| 3.5 | ลักษณะสัญญาณชายน์ที่มีตัวประกอบแตกต่างกัน31 |
| 3.6 | ลักษณะเวฟเลตที่มีตัวประกอบแตกต่างกัน.....31 |
| 3.7 | ลักษณะของเวฟเลตที่มีการเลื่อนตำแหน่ง.....32 |
| 3.8 | ลักษณะของเวฟเลตแม่ที่ถูกสเกลและเลื่อนตำแหน่งไปที่ค่า a, b ต่างๆกัน.....32 |
| 3.9 | ลักษณะของ Haar wavelet.....33 |
| 3.10 | ลักษณะของ Daubechies Wavelet.....33 |
| 3.11 | ลักษณะของ Symlet Wavelet.....34 |
| 3.12 | ลักษณะของ Coiflet Wavelet.....34 |
| 3.13 | ลักษณะของ Morlet Wavelet.....34 |
| 3.14 | ลักษณะของ Maxican Hat Wavelet.....35 |
| 3.15 | ลักษณะของ Meyer Wavelet.....35 |
| 3.16 | ลักษณะของ Biorthogonal Wavelet.....36 |
| 3.17 | การวิเคราะห์ฟิลเตอร์แบงก์แบบสองช่องสัญญาณ.....38 |
| 3.18 | การแปลงเวฟเลตแบบแบ่งช่วง 1 ระดับเมื่อสัญญาณอินพุตเท่ากับ 1000 แซมเปิ้ล.....38 |
| 3.19 | การแปลงเวฟเลตแบบแบ่งช่วงที่ 2 ระดับ.....39 |
| 3.20 | ข้อมูลต้นฉบับ40 |
| 3.21 | แสดงข้อมูลที่ถูกระบุ Normalize แล้ว (mean subtracted) และ Eigenvectors ของ Covariance matrix ดังที่อธิบายไว้ด้านบน.....42 |
| 3.22 | แสดงจุดข้อมูลที่โปรเจกต์ลงบนทั้ง 2 Eigenvectors จากการทำ PCA.....44 |
| 3.23 | แสดงจุดข้อมูลที่โปรเจกต์ลงบน Eigenvectors ที่สำคัญมากที่สุดเพียง Basis เดียว.....44 |
| 3.24 | แสดงการเปรียบเทียบระหว่างการใช้ Principal Component Analysis (PCA) และ Fisher's Linear Discriminant (FLD) กับปัญหาที่มีข้อมูลสองกลุ่ม.....46 |
| 4.1 | ข้อมูลดิบที่ยังไม่ได้ทำการแบ่งกลุ่ม.....50 |
| 4.2 | ตัวอย่างโดยทั่วไปของการแบ่งลำดับชั้นแบบ Dendrogram.....51 |

สารบัญรูป (ต่อ)

| รูปที่ | หน้า |
|--------|---------------------------------------------------------------------|
| 4.3 | รูปประกอบตัวอย่างที่ 4.2.....58 |
| 4.4 | ตรรกะแบบจริงเท็จ (บูลีนลอจิก) กับตรรกะแบบพีชชี (พีชชีลอจิก).....60 |
| 4.5 | ความไม่แน่นอน (uncertainty).....61 |
| 4.6 | ตัวอย่างเซตแบบฉบับ.....61 |
| 4.7 | ฟังก์ชันความเป็นสมาชิกในเซตผู้ที่ไม่แต่งงาน62 |
| 4.8 | การกำหนดค่าความเป็นสมาชิกของเซตทวินัยและเซตแบบพีชชี.....63 |
| 4.9 | ฟังก์ชันความเป็นสมาชิกของเซตพีชชีแบบแบ่งช่วง A64 |
| 4.10 | ฟังก์ชันความเป็นสมาชิกของเซตพีชชีแบบต่อเนื่อง A64 |
| 4.11 | ยูเนียนของพีชชีเซต A และ B65 |
| 4.12 | Intersection ของพีชชีเซต A และ B66 |
| 4.13 | Complement ของพีชชีเซต A66 |
| 4.14 | พีชชีเซตของตัวอย่างที่ 4.367 |
| 4.15 | พีชชีเซตของตัวอย่างที่ 4.3 $A \cup B$68 |
| 4.16 | พีชชีเซตของตัวอย่างที่ 4.3 $A \cap B$68 |
| 4.17 | พีชชีเซตของตัวอย่างที่ 4.369 |
| 4.18 | พีชชีเซตของตัวอย่างที่ 4.3 \bar{B}69 |
| 4.19 | กราฟของแต่ละชนิดฟังก์ชันสามเหลี่ยม.....70 |
| 4.20 | กราฟของฟังก์ชันสี่เหลี่ยมคางหมู.....71 |
| 4.21 | ฟังก์ชันแก๊สเซียน.....71 |
| 4.22 | กราฟของฟังก์ชันระฆังคว่ำ.....72 |
| 4.23 | กราฟของฟังก์ชันรูปตัวเอส.....73 |
| 4.24 | กราฟของฟังก์ชันรูปตัวแซด.....73 |
| 4.25 | ตัวอย่างตัวแปรภาษา.....74 |
| 4.26 | ตัวอย่างปริภูมิรูปแบบการจัดกลุ่มด้วยกฎพีชชี75 |
| 4.27 | ค่าสมาชิกจากตัวอย่างที่ 4.2 โดยใช้อัลกอริทึมพีชชีซิมิน.....78 |
| 4.28 | กราฟแสดงการเลือกจำนวนกลุ่มที่เหมาะสม79 |
| 4.29 | โครงสร้างในส่วนของกรเตรียมข้อมูลและการแยกลักษณะเด่นของสัญญาณ.....80 |
| 4.30 | การแบ่งกลุ่มข้อมูลในครั้งเดียว81 |

สารบัญรูป (ต่อ)

| รูปที่ | หน้า |
|--------|------|
| 4.31 | 81 |
| 4.32 | 82 |
| 5.1 | 84 |
| 5.2 | 85 |
| 5.3 | 86 |
| 5.4 | 87 |
| 5.5 | 88 |
| 5.6 | 89 |
| 5.7 | 91 |
| 5.8 | 91 |
| 5.9 | 92 |
| 5.10 | 96 |
| 5.11 | 96 |
| 5.12 | 97 |
| 5.13 | 97 |
| 5.14 | 98 |
| 5.15 | 99 |
| 5.16 | 103 |

สารบัญรูป (ต่อ)

| รูปที่ | หน้า |
|--------|--------------------------------------------------------------------------------------------|
| 5.17 | แสดงถึงการกระจายของข้อสัญญาณไฟฟ้าหัวใจ ในขั้นที่ 1 โดยใช้ Fisher's discriminant.....103 |
| 5.18 | แสดงถึงผลการแบ่งประเภทสัญญาณไฟฟ้าหัวใจด้วยพีชชีมีนในขั้นที่ 1.....104 |
| 5.19 | แสดงถึงการกระจายของข้อสัญญาณไฟฟ้าหัวใจ ในขั้นที่ 2 โดยใช้ Fisher's discriminant.....104 |
| 5.20 | แสดงถึงผลการแบ่งประเภทสัญญาณไฟฟ้าหัวใจด้วยพีชชีมีนในขั้นที่ 2.....105 |
| 5.21 | การแบ่งประเภทข้อมูลคลื่นไฟฟ้าหัวใจ 7 ชนิด.....108 |
| 5.22 | การแบ่งประเภทข้อมูลคลื่นไฟฟ้าหัวใจ 8 ชนิด.....110 |

บทที่ 1

บทนำ

1.1 ความเป็นมาและความสำคัญของปัญหา

คลื่นไฟฟ้าหัวใจ (Electrocardiogram : ECG) ซึ่งเป็นคลื่นไฟฟ้าที่แสดงถึงพฤติกรรมการเต้นของหัวใจนั้น มีประโยชน์มากสำหรับใช้ในการวินิจฉัยโรคหัวใจชนิดต่างๆ โดยค่าพารามิเตอร์ต่างๆทั้งทางด้านขนาดและช่วงเวลาของสัญญาณ[1][2] เช่น ช่วงสัญญาณ RR interval, PP interval, QT interval, ST interval และขนาดสัญญาณ P, Q, R, S และ T จะสามารถแสดงถึงลักษณะของโรคหัวใจชนิดต่างๆได้

โดยปกติแล้วแพทย์จะทำการบันทึกคลื่นไฟฟ้าหัวใจของผู้ป่วยด้วยเครื่องบันทึกคลื่นไฟฟ้าหัวใจ (Ambulatory ECG Recording หรือ Holter monitoring) เพื่อนำมาหาความผิดปกติของคลื่นไฟฟ้าหัวใจ โดยแพทย์จะทำการแปลความหมายของคลื่นไฟฟ้าหัวใจจากลักษณะของรูปคลื่นด้วยการคำนวณหาค่าพารามิเตอร์ต่างๆ ทั้งทางด้านขนาดและช่วงเวลาของสัญญาณ ว่าแสดงถึงลักษณะของโรคหัวใจชนิดใดบ้างหรือไม่ การจดจำจุดอ้างอิงและคำนวณหาค่าพารามิเตอร์ต่างๆของสัญญาณเป็นงานที่น่าเบื่อและเสียเวลาอย่างมากสำหรับแพทย์ อีกทั้งในปัจจุบันจำนวนผู้ป่วยโรคหัวใจก็มีจำนวนมากขึ้น ดังนั้นจึงมีความต้องการระบบที่สามารถแบ่งประเภทของคลื่นไฟฟ้าหัวใจอัตโนมัติขึ้นเพื่อช่วยในการวินิจฉัยหาชนิดของโรคหัวใจในผู้ป่วย

วิธีการสำหรับแบ่งประเภทของคลื่นไฟฟ้าหัวใจ อัตโนมัติหลายๆ วิธีจึงได้มีการคิดค้นขึ้น [3][4][5][6] เพื่อใช้บ่งบอกถึงชนิดของโรคหัวใจในผู้ป่วยแต่ละคน ซึ่งวิธีการต่างๆที่ได้มีการคิดค้นขึ้นนั้นยังคงมีข้อจำกัดในการนำไปใช้งานจริงต่างกกัน ทำให้ยังคงมีการคิดค้นและพัฒนาวิธีการใหม่ๆขึ้นเรื่อยๆเพื่อให้มีประสิทธิภาพเพียงพอที่จะนำไปใช้งานได้จริงในอนาคต

1.2 ความมุ่งหมายและวัตถุประสงค์ของการศึกษา

เนื่องจากคลื่นไฟฟ้าหัวใจมีความสำคัญมากในการวินิจฉัยโรคหัวใจชนิดต่างๆ ในงานวิจัยนี้จะทำการศึกษาและพัฒนาวิธีการในการแบ่งประเภทคลื่นไฟฟ้าหัวใจอัตโนมัติ ที่มีความซับซ้อนน้อยเพื่อช่วยลดเวลาในการประมวลผล แต่ให้ประสิทธิภาพที่ดี โดยใช้ทฤษฎีฟuzzy ซิมินมาเป็นเครื่องมือในการตัวแบ่งประเภทของคลื่นไฟฟ้าหัวใจแต่ละชนิด โดยชนิดของคลื่นไฟฟ้าที่นำมาศึกษานั้นจะทำการเลือกมาเฉพาะชนิดที่มีข้อมูลในฐานข้อมูลของ MIT-BIH Arrhythmia Database [7] มากที่สุด 6 ชนิด และเป็นชนิดที่มีการศึกษากันมากที่สุดเท่านั้น

1.3 สมมติฐานของการศึกษา

พีชชีซีมีนเป็นอัลกอริทึมในการแบ่งกลุ่มข้อมูลที่สามารถแบ่งกลุ่มข้อมูลได้ดี และมีการทำงานที่ไม่ซับซ้อน จึงน่าจะสามารถนำมาประยุกต์ใช้กับการแบ่งกลุ่มข้อมูลที่ถูกลดขนาดข้อมูล ด้วยวิธีการลดขนาดข้อมูลที่มีประสิทธิภาพอย่างเช่นวิธีการของ Fisher's discriminant ได้ และทำให้ใช้เวลาในการประมวลผลที่น้อยลง อีกทั้งมีโครงสร้างของระบบที่ไม่ซับซ้อน แต่ให้ประสิทธิภาพที่ดี

1.4 ทฤษฎีหรือแนวความคิดที่ใช้ในการวิจัย

งานวิจัยนี้ประยุกต์ใช้ทฤษฎีพีชชีซีมีนและ Fisher's discriminant ทำงานร่วมกัน โดยใช้ทฤษฎี Fisher's discriminant เป็นตัวลดขนาดข้อมูลให้เหมาะสมกับการใช้พีชชีซีมีนเป็นตัวจัดกลุ่มข้อมูล ซึ่งในกรณีที่การกระจายของข้อมูลในแต่ละกลุ่มไม่เท่ากัน จะใช้การแบ่งกลุ่มข้อมูลที่เป็นลักษณะแบบลำดับขั้น (Hierarchical clustering) ซึ่งมีด้วยกันสองแบบ คือ แบบบนลงล่าง (Top-down) และแบบล่างขึ้นบน (Bottom-up) ซึ่งจะเลือกใช้ตามลักษณะการกระจายตัวของข้อมูล

1.5 ขอบเขตการวิจัย

งานวิจัยนี้นำเสนอการแบ่งประเภทคลื่นไฟฟ้าหัวใจแบบใหม่ ซึ่งมีประสิทธิภาพดีในขณะที่ความซับซ้อนในการทำงานน้อยลง โดยการศึกษาเกี่ยวกับชนิดของคลื่นไฟฟ้าหัวใจที่เป็นที่นิยมในการนำมาออกแบบระบบแบ่งประเภทคลื่นไฟฟ้าหัวใจด้วยกัน 6 ชนิด และเป็นชนิดที่มีข้อมูลในฐานข้อมูลมากเพียงพอที่จะนำมาใช้กับระบบที่ออกแบบขึ้นได้ โดยการทดลองต่างๆทำขึ้นโดยใช้การจำลองการทำงานบนคอมพิวเตอร์ ซึ่งรายละเอียดของวิทยานิพนธ์มีดังนี้ บทที่ 2 กล่าวถึงความรู้พื้นฐานเกี่ยวกับคลื่นไฟฟ้าหัวใจ, บทที่ 3 กล่าวถึงกระบวนการคัดแยกข้อมูลออกจากคลื่นไฟฟ้าหัวใจ, บทที่ 4 กล่าวถึงการคัดแยกแบ่งกลุ่มข้อมูล โดยจะเน้นเกี่ยวกับการแบ่งกลุ่มข้อมูลโดยใช้พีชชีซีมีน, บทที่ 5 กล่าวถึงการทดลองและผลการทดลองกับระบบที่ได้ออกแบบขึ้น และส่วนสุดท้ายในบทที่ 6 เป็นส่วนของการสรุปผลการวิจัยและข้อเสนอแนะต่างๆ

1.6 ขั้นตอนของการศึกษา

ขั้นตอนการศึกษาจะเริ่มจากการศึกษาลักษณะของคลื่นไฟฟ้าหัวใจที่สนใจ จากนั้นจึงศึกษาถึงงานวิจัยที่มีการทำมาก่อนหน้านี้ ว่าให้ข้อมูลที่สำคัญอะไรบ้าง แล้วจึงเริ่มออกแบบระบบใหม่ โดยจะทำการทดลองตามขั้นตอนดังต่อไปนี้

1. ศึกษาถึงวิธีที่เหมาะสมในการแยกลักษณะเด่นของคลื่นไฟฟ้าหัวใจแต่ละชนิด โดยศึกษาทฤษฎีเวฟเล็ตเป็นหลักเนื่องจากการประยุกต์ใช้กับงานนี้ค่อนข้างมาก

2. ศึกษาถึงวิธีการลดขนาดข้อมูลให้เหมาะสมกับการใช้ฟิชชี่ซึมีนเป็นตัวแบ่งประเภทคลื่นไฟฟ้าหัวใจ
3. ทดลองใช้ฟิชชี่แบ่งกลุ่มข้อมูลแล้วดูว่าผลที่ได้เป็นที่น่าพอใจหรือไม่
4. ปรับปรุงระบบเพื่อให้มีประสิทธิภาพเพิ่มขึ้น

บทที่ 2

หลักการของคลื่นไฟฟ้าหัวใจ

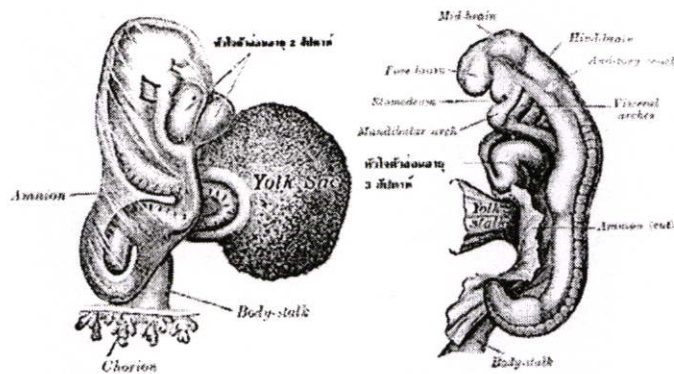
2.1 โครงสร้างหัวใจ

2.1.1 กายวิภาคของหัวใจ

กำเนิดของหัวใจ

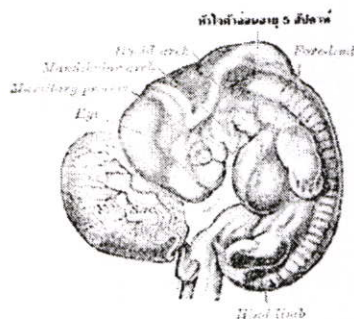
หัวใจ เริ่มก่อกำเนิดขึ้นในตัวอ่อน จากเซลล์สร้างหลอดเลือด ที่อยู่บริเวณที่เราเรียกว่า Cardiogenic plate ซึ่งเริ่มเห็น ได้ในตัวอ่อน ที่มีอายุประมาณ 2 สัปดาห์

หลังจากนั้นเซลล์สร้างหลอดเลือดจะรวมตัวกันเกิดเป็นท่อ 2 ท่อ ด้านซ้ายและด้านขวา และท่อทั้งสอง เคลื่อนหากันรวมกันเป็นท่อๆเดียว ที่เราเรียกว่า Heart tube ในประมาณสัปดาห์ที่ 3



รูปที่ 2.1 หัวใจตัวอ่อน (ก) อายุ 2 สัปดาห์ (ข) อายุ 3 สัปดาห์

หลังจากนั้น Heart tube จะค่อยๆคั่นตัวเองเข้าไปในถุงที่เราเรียกว่า ถุงเยื่อหุ้มหัวใจ และขณะเดียวกันก็จะมี การแบ่งส่วนภายในหัวใจเป็นห้องและลิ้นหัวใจและเส้นเลือดต่างๆ และหัวใจจะเริ่มต้นในสัปดาห์ที่ 4 ช่วงที่ตัวอ่อนมีอายุประมาณ 22 วัน จนกระทั่งในสัปดาห์ที่ 8 เส้นเลือดแดงเอออร์ตา และเส้นเลือดแดงพัลโมนารี จะแยกตัวกันอย่างสมบูรณ์



รูปที่ 2.2 ตัวอ่อนอายุ 5 สัปดาห์

ส่วนต่างๆของหัวใจ

หัวใจ เป็นอวัยวะภายใน รูปร่างคล้ายโคน โดยมีปลายโคนชี้ลงไปทางด้านล่างซ้าย ตั้งอยู่ในทรวงอก อยู่ระหว่างปอดทั้งสองข้าง ด้านหลังของกระดูกหน้าอก โดยค่อนไปทางด้านซ้าย ส่วนของหัวใจ 2 ใน 3 จะอยู่ทางด้านซ้ายจากแนวกึ่งกลางตัว และ 1 ใน 3 จะอยู่ทางด้านขวาจากแนวกึ่งกลางตัว

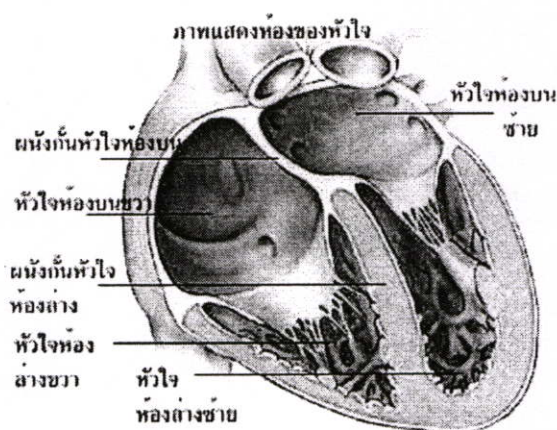
ขนาดของหัวใจ หัวใจในผู้ใหญ่ มีความยาวประมาณ 12 เซนติเมตร และกว้างประมาณ 8-9 เซนติเมตรในบริเวณที่กว้างสุด และ มีความหนา ประมาณ 6 เซนติเมตร

น้ำหนักของหัวใจ ในผู้ชายมีน้ำหนักประมาณ 280-340 กรัม ในผู้หญิงมีน้ำหนักประมาณ 230-280 กรัม และหัวใจจะมีการขยายขนาด และน้ำหนักมากขึ้นตามอายุ โดยในผู้ชายจะมีการขยายขนาดมากกว่าในผู้หญิง

หัวใจ ประกอบด้วย ส่วนสำคัญต่างๆดังนี้

ห้องหัวใจและลิ้นหัวใจ

หัวใจแบ่งเป็น 4 ห้อง ได้แก่ หัวใจห้องบนขวา (right atrium), หัวใจห้องบนซ้าย (left atrium), หัวใจห้องล่างขวา (right ventricle), หัวใจห้องล่างซ้าย (left ventricle)



รูปที่ 2.3 แสดงห้องของหัวใจ

หัวใจห้องบนขวา มีขนาดใหญ่กว่าหัวใจห้องบนซ้าย แต่ มีผนังบางกว่าห้องบนซ้าย คือ ประมาณ 2 มิลลิเมตร และมีความจุ ประมาณ 57 ซีซี

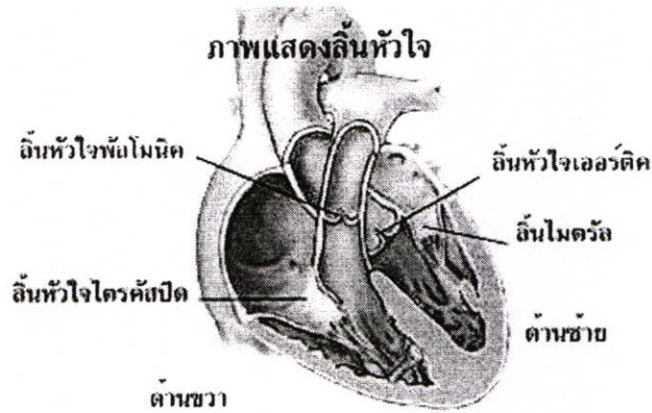
หัวใจห้องบนซ้าย มีขนาดเล็กกว่าหัวใจห้องบนขวา และมีผนังหนากว่า คือประมาณ 3 มิลลิเมตร แยกจากหัวใจห้องบนขวาโดย ผนังกันหัวใจส่วนบน

หัวใจห้องล่างขวา มีรูปร่างสามเหลี่ยม ต่อจากหัวใจห้องบนขวา โดยมีลิ้นหัวใจไตรคัสปิดกัน แบ่งหัวใจห้องบนขวาและล่างขวา ผนังหัวใจห้องล่างขวาจะบางกว่าห้องล่างซ้ายในอัตราส่วน

1:3 แต่จะมีความจุเท่ากับหัวใจห้องล่างซ้ายคือ ประมาณ 85 ซีซี หัวใจห้องล่างขวาจะต่อกับเส้นเลือดแดงพัลโมนารี โดยมีลิ้นหัวใจพัลโมนิกกั้นระหว่างกัน

หัวใจห้องล่างซ้าย มีรูปร่างเป็นรูปโคน และเมื่อตัดขวางจะมีรูปร่างคล้ายวงรีหรือค่อนข้างกลม และประกอบเป็นส่วนหนึ่งของยอดหัวใจ โดยมีผนังหนาเป็น 3 เท่าของหัวใจห้องล่างขวา

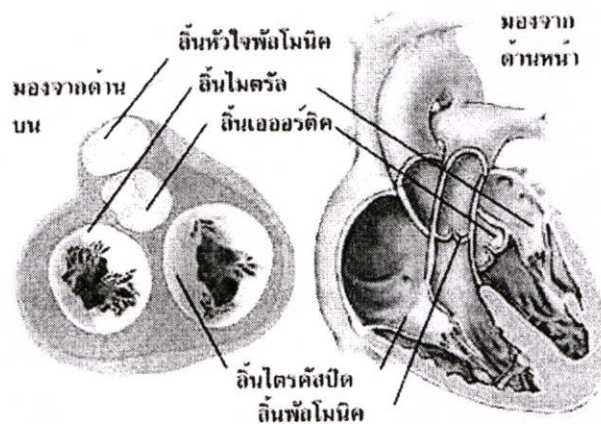
ลิ้นหัวใจคนเรามีทั้งหมด 4 ลิ้น ทำหน้าที่ควบคุมการไหลเวียนของเลือดภายในหัวใจ จากหัวใจห้องบน ไปหัวใจห้องล่างและออกสู่เส้นเลือดเอออร์ตา และเส้นเลือดพัลโมนารี



รูปที่ 2.4 แสดงลิ้นหัวใจ

ลิ้นหัวใจไตรคัสปิด (*Tricuspid valve*) กั้นระหว่างหัวใจห้องบนขวาและห้องล่างขวา ประกอบด้วยแผ่น ลิ้นหัวใจรูปสามเหลี่ยม 3 แผ่นจะเปิดในจังหวะหัวใจคลายตัวทำให้เลือดไหลจากหัวใจห้องบนขวาสู่ห้องล่างขวา

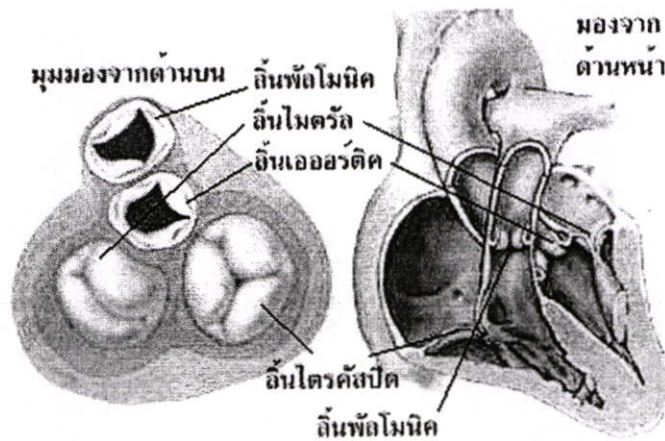
ลิ้นหัวใจไมตรัล (*Mitral valve*) กั้นระหว่างหัวใจห้องบนซ้ายและหัวใจห้องล่างซ้าย ประกอบด้วยแผ่นลิ้นหัวใจรูปสามเหลี่ยม 2 แผ่น จะเปิดในจังหวะหัวใจคลายตัว ทำให้เลือดไหลจากหัวใจห้องบนซ้ายสู่ห้องล่างซ้าย



รูปที่ 2.5 แสดงลิ้นหัวใจที่กั้นระหว่างห้องหัวใจบนและล่าง

ลิ้นหัวใจพัลโมนิก (Pulmonic valve) กั้นระหว่างหัวใจห้องล่างขวาและเส้นเลือดแดงพัลโมนารี ประกอบด้วยแผ่นลิ้นหัวใจ 3 แผ่น รูปลักษณ์คล้ายพระจันทร์ โดยมีด้านนูนหันไปทางเส้นเลือดแดงพัลโมนารี จะเปิดในจังหวะหัวใจบีบตัว ทำให้เลือดไหลจากหัวใจห้องล่างขวาไปเส้นเลือดแดงพัลโมนารี

ลิ้นหัวใจเอออร์ติก (Aortic valve) กั้นระหว่างหัวใจห้องล่างซ้ายและเส้นเลือดเอออร์ตา ประกอบด้วยแผ่นลิ้นหัวใจ 3 แผ่น รูปลักษณ์คล้ายพระจันทร์ โดยมี 2 แผ่นอยู่ด้านหน้าและ 1 แผ่นอยู่ด้านหลังจะเปิดในจังหวะหัวใจบีบตัว ทำให้เลือดไหลจากหัวใจห้องล่างซ้ายไปเส้นเลือดแดงเอออร์ตา



รูปที่ 2.6 แสดงลิ้นหัวใจที่กั้นระหว่างห้องหัวใจและลิ้นหัวใจ

โครงสร้างผนังของหัวใจ ประกอบด้วย 3 ชั้นคือ

1. แผ่นหุ้มหัวใจด้านนอก (epicardium)
2. กล้ามเนื้อหัวใจ (myocardium)
3. ผนังหัวใจด้านใน (endocardium) เป็นแผ่นบางบุผนังด้านในของหัวใจ รวมทั้งเป็นส่วน
ของลิ้นหัวใจ

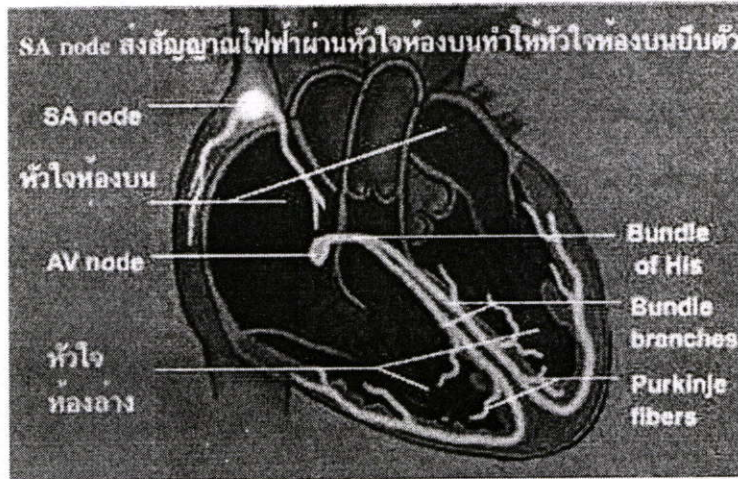
เยื่อหุ้มหัวใจ

ลักษณะเป็นถุงรูปโคน ซึ่งมีหัวใจและส่วนต้นของเส้นเลือดแดงที่ออกจากหัวใจอยู่ภายใน ถุงเยื่อหุ้มหัวใจ ประกอบด้วยแผ่น 2 แผ่น คือแผ่นด้านนอกและแผ่นด้านในซึ่งหุ้มรอบหัวใจอยู่ ระหว่างแผ่น 2 แผ่นเป็นช่องของเยื่อหุ้มหัวใจ ซึ่งโดยปกติแล้วช่องนี้จะแฟบปิด แต่ในภาวะที่มีโรคที่เกี่ยวกับเยื่อหุ้มหัวใจ อาจจะทำให้มีน้ำสะสมอยู่ในช่องดังกล่าว ซึ่งถ้ามีปริมาณมากจะไปกดการคลายตัวของหัวใจโดยตรง

เส้นทางการนำไฟฟ้าในหัวใจ

หัวใจจะทำงานโดยการบีบตัวและคลายตัวได้ เกิดจากมีการกระตุ้นทางไฟฟ้าผ่านทางสายนำไฟฟ้าในหัวใจ ซึ่งมีจุดกำเนิดไฟฟ้าอยู่ที่ SA node ซึ่งอยู่บริเวณหัวใจห้องบนขวา

กระแสไฟฟ้าจะเดินทางจาก SA node ผ่านไปยังหัวใจห้องบนทั้งซ้ายและขวา เป็นผลให้หัวใจห้องบนทั้งสองบีบตัว ในจังหวะหัวใจคลายตัว (diastole) แล้วกระแสไฟฟ้าจะเดินทางมายังบริเวณที่เรียกว่า AV node ซึ่งอยู่ใกล้กับบริเวณรอยต่อหัวใจห้องบนกับห้องล่าง



รูปที่ 2.7 แสดงเส้นทางการนำไฟฟ้าหัวใจ

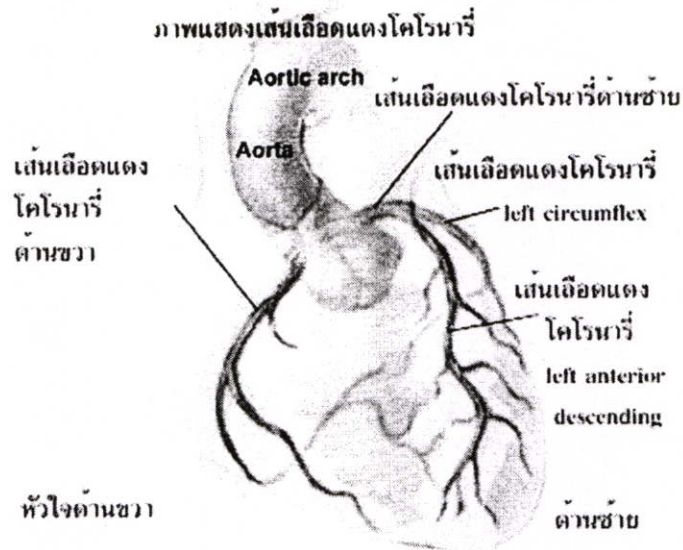
หลังจากนั้นกระแสไฟฟ้าจะเดินทางลงมายัง Bundle of His แล้วแตกออกเป็น 2 แขนง คือ แขนงด้านขวาและแขนงด้านซ้ายซึ่งจะแตกออกอีกเป็นแขนงด้านหน้าและด้านหลัง

สุดท้ายกระแสไฟฟ้าจะเดินทางจากปลายแขนงทั้งสองไปยังเส้นใยนำไฟฟ้าที่กระจายอยู่ทั่วไปตามกล้ามเนื้อหัวใจ ซึ่งเราเรียกเส้นใยเหล่านี้ว่า Purkinje fibers และทำให้กล้ามเนื้อหัวใจห้องล่างบีบตัวในที่สุด ในจังหวะหัวใจบีบตัว (Systole)

เส้นเลือดที่ไปเลี้ยงหัวใจ เรียกว่า เส้นเลือดแดงโคโรนารี มีรูเปิดอยู่ที่บริเวณโคนของเส้นเลือดแดงเอออร์ตา แบ่งเป็น 2 เส้น คือ เส้นเลือดแดงโคโรนารีด้านขวา และเส้นเลือดแดงโคโรนารีด้านซ้าย

เส้นเลือดแดงโคโรนารีด้านขวาจะเลี้ยงกล้ามเนื้อหัวใจด้านขวาและกล้ามเนื้อหัวใจด้านซ้ายส่วนล่าง

เส้นเลือดแดงโคโรนารีด้านซ้าย จะเลี้ยงกล้ามเนื้อหัวใจด้านซ้ายที่เหลือทั้งหมด จะแตกออกเป็น 2 แขนง คือแขนงที่มาด้านหน้า เรียกว่า Left anterior descending artery และแขนงที่อ้อมไปด้านหลังเรียกว่า Left circumflex artery



รูปที่ 2.8 แสดงเส้นทางเส้นเลือดแดงโคโรนารี

2.1.2 การทำงานของหัวใจ

การทำงานของหัวใจแบ่งเป็น 3 ส่วนสำคัญ คือ

การควบคุมสั่งการจากระบบประสาท

โดยปกติหัวใจจะถูกควบคุมโดยระบบประสาทอัตโนมัติ (Autonomic nervous system) จากบริเวณก้านสมอง (Brainstem) ด้วยเส้นประสาทจากสมอง 2 ชนิดคือ เส้นประสาทซิมพาเทติก (Sympathetic nerve fibers) และเส้นประสาทเวกัล (Vagal motor nerve fibers) ซึ่งจะส่งสัญญาณประสาทมาที่ SA node

โดยที่เส้นประสาทซิมพาเทติกจะทำให้ SA node ทำงานเร็วขึ้น ทำให้หัวใจเต้นเร็วขึ้น ขณะที่เส้นประสาทเวกัล จะทำให้ SA node ทำงานช้าลง ทำให้หัวใจทำงานช้าลง

นอกจากนี้แล้วส่วนของหัวใจและหลอดเลือดจะประกอบด้วยตัวรับสัญญาณประสาทที่เราเรียกว่า Receptors ซึ่งจะถูกรับรู้ทั้งจากระบบประสาทซิมพาเทติก และระบบประสาทพาราซิมพาเทติก อันจะมีผลต่อความเร็วและความแรงในการบีบตัวของหัวใจ การหดและขยายตัวของหลอดเลือด ซึ่งมีรายละเอียดค่อนข้างซับซ้อนจะไม่ขอกกล่าวถึงรายละเอียดในขณะนี้

การนำสัญญาณไฟฟ้าในหัวใจ

โดยปกติหัวใจจะมีส่วนที่เป็นฉนวนไฟฟ้ากั้นระหว่างหัวใจห้องบนและห้องล่าง เราเรียกว่า Annulus fibrosus แต่หัวใจมีระบบการนำสัญญาณไฟฟ้าเฉพาะที่เราเรียกว่า Cardiac conduction system ซึ่งจะทำหน้าที่นำสัญญาณไฟฟ้าจากหัวใจห้องบนลงสู่ห้องล่าง

เมื่อสัญญาณไฟฟ้ากระตุ้นกล้ามเนื้อหัวใจจะทำให้เกิดการหดตัวของกล้ามเนื้อหัวใจและตามด้วยการคลายตัวของกล้ามเนื้อหัวใจ เมื่อสัญญาณไฟฟ้าผ่านไป

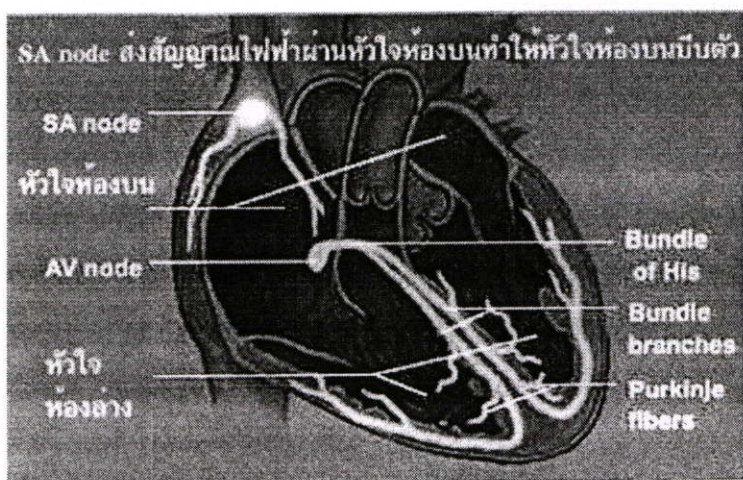
หัวใจจึงมีการบีบตัวจากหัวใจห้องบนลงสู่หัวใจห้องล่างแล้วตามด้วยการบีบตัวของหัวใจห้องล่างส่งเลือดต่อไปให้เส้นเลือดแดงพัลโมนารีและเส้นเลือดแดงเอออร์ตา และด้วยระยะเวลาการบีบตัวที่พอเหมาะระหว่างหัวใจห้องบนและห้องล่าง จะทำให้เลือดไหลจากหัวใจห้องบนลงสู่ห้องล่างได้อย่างเต็มที่

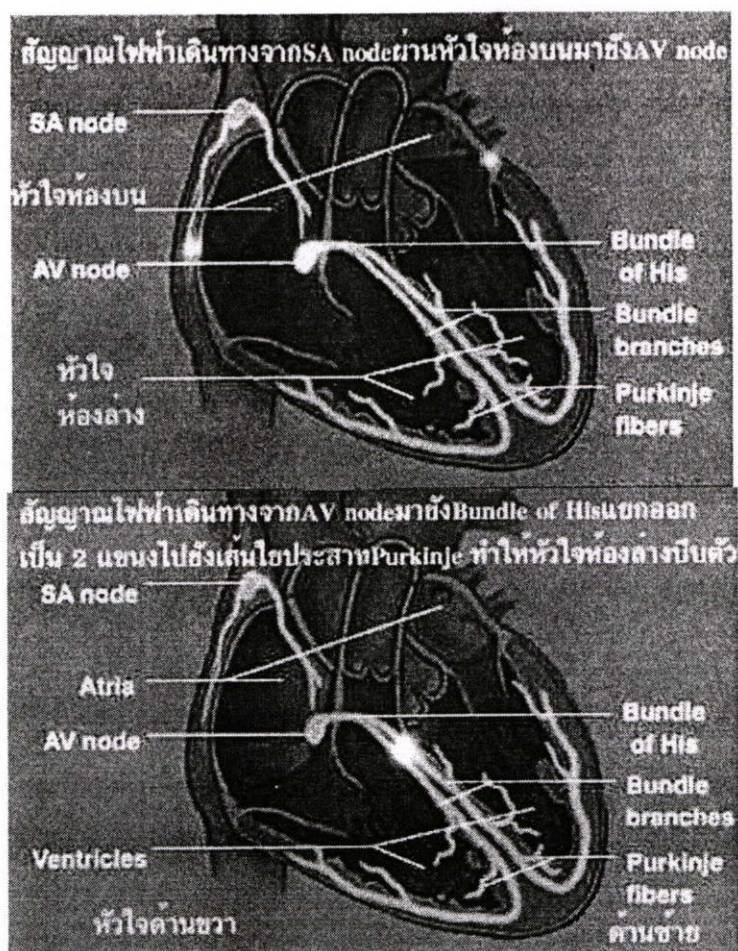
จุดเริ่มของการนำไฟฟ้าในหัวใจ เริ่มที่หัวใจห้องบนขวาในบริเวณที่เราเรียกว่า SA node หรือ Sinoatrial node หรือ Sinus node

จากนั้นสัญญาณไฟฟ้าจะกระตุ้นไปตามผนังของหัวใจห้องบนทั้งขวาและซ้าย และลงสู่บริเวณที่เราเรียกว่า AV node หรือ Atrioventricular node และที่ตำแหน่งนี้สัญญาณจะถูกหน่วงเวลาให้ช้าลงชั่วคราวก่อนจะส่งสัญญาณไฟฟ้าต่อไปข้างล่าง ซึ่งจะเป็นจังหวะเดียวกับที่รอให้หัวใจห้องบนบีบเลือดลงสู่หัวใจห้องล่างนั่นเอง

จาก AV node สัญญาณไฟฟ้าจะเดินทางต่อมายังมัดเส้นใยประสาทที่เราเรียกว่า Bundle of His และแยกออกเป็น 2 แขนงซ้ายขวา โดยแขนงด้านขวาทอดยาวมาตามด้านขวาของผนังกันหัวใจห้องล่าง ส่วนแขนงด้านซ้ายซึ่งใหญ่กว่าจะแทงทะลุผ่านผนังกันหัวใจไปทางซ้ายและแยกออกเป็น 2 แขนงคือ ด้านหน้าและด้านหลัง

จากนั้นจะผ่านเข้าไปยังร่างแหของเส้นใยประสาทที่เราเรียกว่า Purkinje fibers ซึ่งอยู่ได้ต่อเนื่องบุด้านในของหัวใจ (Endocardium) และไปกระตุ้นกล้ามเนื้อหัวใจด้านล่างทำให้เกิดการบีบตัวในที่สุด





รูปที่ 2.9 แสดงการนำสัญญาณไฟฟ้าในหัวใจ

การบีบตัวและคลายตัวของหัวใจ

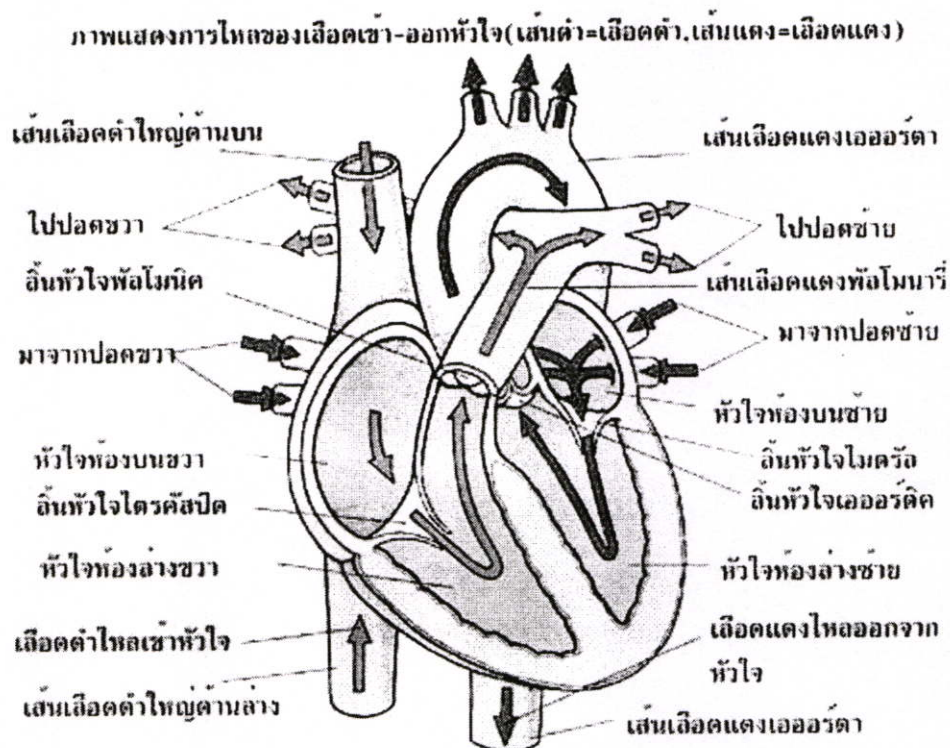
หัวใจเต้น 1 ครั้งจะประกอบด้วยการบีบตัวและการคลายตัวของหัวใจทั้งบนและล่าง ซึ่งโดยปกติเราจะแบ่งจังหวะการเต้นของหัวใจเป็น 2 จังหวะ โดยยึดตามหัวใจห้องล่างเป็นหลักคือ

จังหวะการบีบตัว เราเรียกว่า *Systole* จะเป็นจังหวะที่ลิ้นหัวใจไตรคัสปิดและลิ้นหัวใจไมตรัลปิด และหัวใจห้องล่างขวา-ซ้ายบีบตัวเพื่อนำเลือดผ่านลิ้นหัวใจพัลโมนารีและลิ้นหัวใจเออर्टิคซึ่งเปิดออกไปสู่เส้นเลือดแดงพัลโมนารีและเส้นเลือดแดงเออर्टิตา ตามลำดับ

จังหวะการคลายตัว เราเรียกว่า *Diastole* จะเป็นจังหวะที่ลิ้นหัวใจพัลโมนารีและลิ้นหัวใจเออर्टิคปิด ส่วนลิ้นหัวใจไตรคัสปิด และลิ้นหัวใจไมตรัล จะเปิดออกทำให้เลือดที่อยู่ในหัวใจห้องบนไหลลงสู่หัวใจห้องล่าง ซึ่งเป็นจังหวะเดียวกับที่หัวใจห้องล่างทั้งขวาและซ้ายคลายตัวเพื่อรับเลือดนั่นเอง ในช่วงจังหวะปลายของระยะนี้ หัวใจห้องบนทั้งขวาและซ้ายจะบีบเค้นเอาเลือดส่วนที่เหลือให้ออกจากหัวใจห้องบนลงสู่หัวใจห้องล่าง

จากนั้นจะเริ่มเข้ารอบใหม่ของการเต้นของหัวใจคือ *Systole* คือลิ้นหัวใจไตรคัสปิดและลิ้นหัวใจไมตรัลจะปิดอีกครั้งเพื่อเตรียมให้หัวใจห้องล่างบีบเลือดส่งออกไป โดยหัวใจห้องล่างขวา

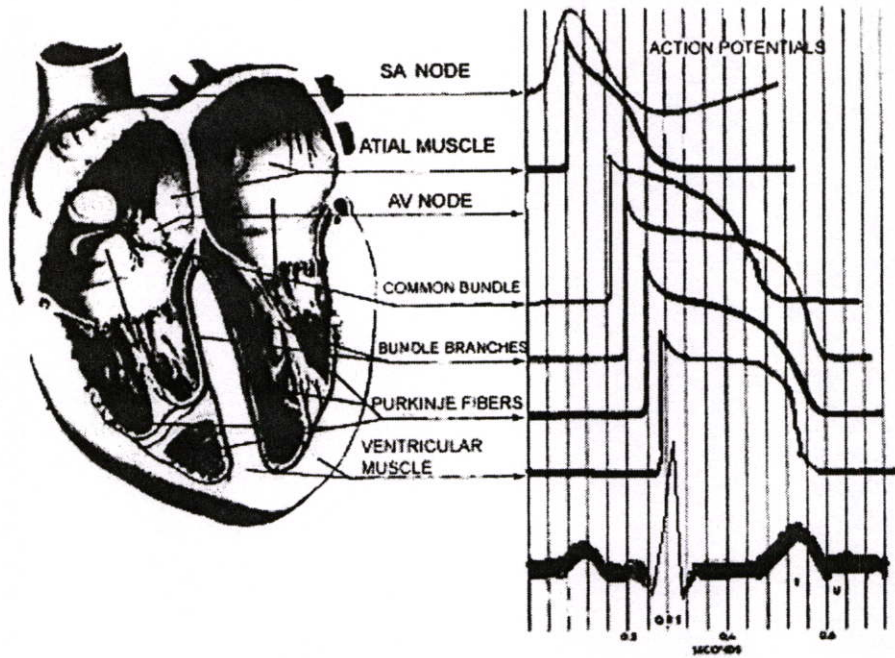
บีบเลือดไปที่เส้นเลือดแดงพัลโมนารี (ซึ่งที่จริงแล้วมีแต่เลือดดำ) เพื่อไปฟอกเลือดที่ปอดและหัวใจห้องล่างซ้ายบีบเลือดไปที่เส้นเลือดแดงเอออร์ตา เพื่อนำเลือดแดงไปเลี้ยงเนื้อเยื่อทั่วร่างกาย



รูปที่ 2.10 แสดงการไหลของเลือดเข้า-ออกหัวใจ

2.2 คุณสมบัติและลักษณะคลื่นไฟฟ้าหัวใจ

การทำงานของกล้ามเนื้อเกิดจากการที่พัลส์ไฟฟ้ามากระตุ้น ทำให้กล้ามเนื้อเกิดการหดตัวและเกิดศักย์ไฟฟ้าทำงานขึ้นด้วย ซึ่งกล้ามเนื้อหัวใจก็เป็นเช่นเดียวกัน การเคลื่อนที่ของไอออนภายในเซลล์กล้ามเนื้อทำให้เกิดศักย์ไฟฟ้าทำงานและทำให้หัวใจเต้น การเคลื่อนที่ของไอออนภายในเซลล์กล้ามเนื้อหัวใจจะรวมตัวเป็นการไหลของกระแสไฟฟ้า และเป็นผลทำให้เกิดความต่างศักย์ไฟฟ้าภายนอกเนื้อเยื่อและบริเวณผิวหนังของร่างกาย การไหลของกระแสจะเกิดขึ้นเฉพาะเวลาที่เกิดการกระจายของศักย์ไฟฟ้าที่ทำงานเท่านั้น คลื่นไฟฟ้าหัวใจเป็นสัญญาณไฟฟ้าที่ได้จากการต่อขั้วไฟเข้ากับบริเวณหน้าอก แขน ขา ดังรูปที่ 2.11 แสดงคลื่นไฟฟ้าหัวใจของคนปกติ ซึ่งประกอบด้วยคลื่น P, QRS, T และ U ซึ่งเป็นข้อมูลที่สำคัญในการวิเคราะห์ระบบการทำงานของหัวใจ



รูปที่ 2.11 แสดงลักษณะคลื่นไฟฟ้าที่ตำแหน่งต่าง ๆ ของหัวใจ

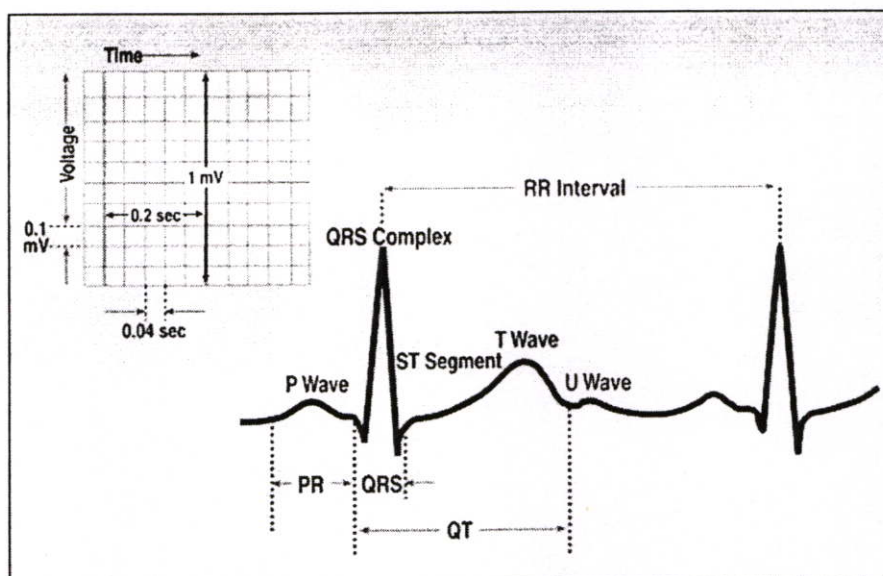
คลื่นไฟฟ้าหัวใจจะมีการเปลี่ยนแปลงของศักย์ไฟฟ้าอยู่ในช่วง 0.5-5 mV แต่โดยปกติคลื่นไฟฟ้าหัวใจที่วัดได้จากผู้ป่วยจะมีขนาดประมาณ 1 mV คลื่นไฟฟ้าหัวใจ (ECG) แบ่งออกได้เป็น 3 ส่วนหลักคือ

คลื่น P (P wave) เกิดจากการทำงานของหัวใจห้องบนจะมีคาบเวลาประมาณ 80-120 มิลลิวินาที

คลื่น QRS (QRS complex) เกิดจากการทำงานของหัวใจห้องล่าง และสัญญาณ R จะมีขนาดสูงที่สุด เนื่องจากหัวใจห้องล่างจะบีบโลหิตส่งไปยังทุกส่วนของร่างกายผ่านผนังของหัวใจห้องล่างซึ่งมีความหนามากกว่าส่วนอื่นๆ ถ้านำขั้วไฟฟ้าไปติดที่แขนขวาและแขนซ้ายหรือที่เรียกว่า ลีด 1 (Lead I) การที่สัญญาณ R มีขนาดสูงที่สุดเป็นเพราะผลรวมของศักย์ไฟฟ้าทำงานของเซลล์จำนวนมากจะมีคาบเวลาประมาณ 80-100 มิลลิวินาที

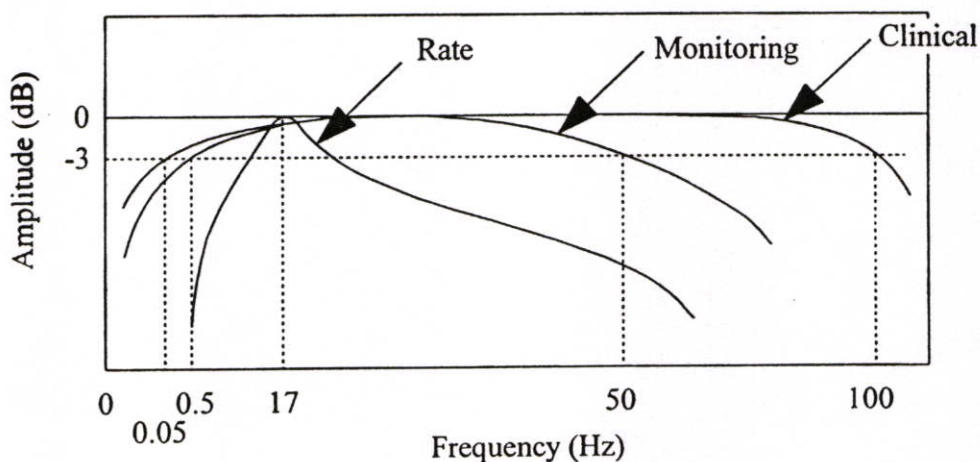
คลื่น T (T wave) เกิดจากการคลายตัวของกล้ามเนื้อหัวใจห้องล่าง และมีขนาดประมาณ 30 เปอร์เซ็นต์ของคลื่น R จะมีคาบเวลาประมาณ 200 มิลลิวินาที

คลื่น U (U wave) ยังไม่ทราบสาเหตุการเกิดที่แน่นอน แต่สันนิษฐานว่าน่าจะเกิดจากการกลับคืนสู่ระดับศักย์ไฟฟ้าขณะอยู่นิ่งอย่างช้า ๆ ของกล้ามเนื้อหัวใจห้องล่างหรือที่เรียกว่าศักย์ไฟฟ้าตามหลัง (After potential)



รูปที่ 2.12 องค์ประกอบคลื่นไฟฟ้าหัวใจของคนปกติ

ในหนึ่งรอบการทำงานของระบบหัวใจประกอบด้วยคลื่น P, QRS, T และ U แต่ละช่วงของรูปคลื่นจะสัมพันธ์กับการทำงานของระบบหัวใจ ซึ่งเป็นข้อมูลที่สำคัญในการวิเคราะห์ระบบการทำงานของหัวใจ ดังนั้นขนาดและช่วงเวลาระหว่างตำแหน่งสามารถบอกถึงสภาวะการทำงานของระบบหัวใจได้



รูปที่ 2.13 แสดงช่วงความถี่ของคลื่นไฟฟ้าหัวใจสำหรับการประยุกต์ใช้งานแบบต่าง ๆ

ความถี่ของคลื่นไฟฟ้าหัวใจอยู่ในช่วงประมาณ 0.05-200 Hz แต่ในทางประยุกต์ใช้งานแบบต่าง ๆ จะใช้ช่วงความถี่ที่ต่างกันดังรูปที่ 2.13 [2] โดยสำหรับการบันทึกคลื่นไฟฟ้าหัวใจของคนไข้ข้างเตียงมาตรฐานย่านความถี่ที่อุปกรณ์รับสัญญาณจากร่างกายควรตอบสนองความถี่ได้ในช่วง 0.05-100 Hz สำหรับการวัดเพื่อการมอนิเตอร์ ควรใช้อุปกรณ์รับสัญญาณจากร่างกายที่

ตอบสนองความถี่ได้ในช่วง 0.5 - 50 Hz และสำหรับการวัดอัตราการเต้นของหัวใจเครื่องที่ใช้ควรตอบสนองความถี่ในช่วงกว้างแล้วนำมากรองความถี่แบบแบนด์พาสที่มีความถี่ศูนย์กลางอยู่ที่ 17 Hz ซึ่งเป็นการกรองความถี่ QRS เพื่อนำไปใช้ในการคำนวณอัตราการเต้นของหัวใจ

2.3 การวัดคลื่นไฟฟ้าหัวใจ

การวัดคลื่นไฟฟ้าหัวใจสามารถกระทำได้ 2 รูปแบบคือ การวัดแบบเวกเตอร์คาร์ดิโอกราฟ (Vector cardiograph) และการวัดแบบอิเล็กโตรคาร์ดิโอกราฟ (Electrocardiograph) โดยการวัดแบบเวกเตอร์คาร์ดิโอกราฟเป็นการวัดการเปลี่ยนแปลงขนาดของเวกเตอร์ของความต่างศักย์ที่เกิดขึ้นบนแกนหนึ่งเทียบกับอีกแกนหนึ่ง โดยพิจารณาจาก 3 แกนที่ตั้งฉากกัน สัญญาณที่เกิดขึ้นนี้เรียกว่าเวกเตอร์คาร์ดิโอแกรม (Vectorcardiogram: VCG) ซึ่งมีอยู่ด้วยกัน 3 ระนาบคือ ระนาบที่มองทางด้านหน้า ด้านซ้าย และด้านบน การวัดวิธีนี้จำเป็นต้องใช้ตำแหน่งในการวัดมาก การสร้างอุปกรณ์ที่ใช้ในการวัดค่อนข้างยุ่งยาก ซับซ้อน และสัญญาณที่วัดได้จำเป็นต้องใช้แพทย์ผู้เชี่ยวชาญในการวินิจฉัย แต่ใน การวัดแบบอิเล็กโตรคาร์ดิโอกราฟจะเป็น การวัดการเปลี่ยนแปลงขนาดเวกเตอร์ของความต่างศักย์ที่เกิดขึ้นในแนวแกนใด ๆ เทียบกับเวลา สัญญาณที่เกิดขึ้นเรียกว่าคลื่นไฟฟ้าหัวใจ (Electrocardiogram : ECG) การวัดวิธีนี้ใช้ตำแหน่งในการวัดไม่มากนัก การสร้างอุปกรณ์ที่ใช้ในการวัดไม่ยุ่งยากซับซ้อน สามารถเลือกวัดสัญญาณเพื่อการวินิจฉัยได้หลายๆแบบ และสามารถวินิจฉัยได้ง่าย ปัจจุบันเป็นที่นิยมใช้กันอย่างกว้างขวาง

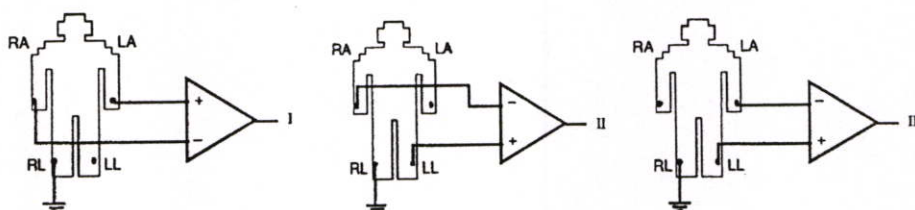
การวัดคลื่นไฟฟ้าหัวใจแบบอิเล็กโตรคาร์ดิโอกราฟเพื่อการวินิจฉัยโรคเกี่ยวกับระบบการทำงานของหัวใจยังสามารถแบ่งตามจุดประสงค์ของการวัดได้ 2 ประเภทคือ การวัดเพื่อการวินิจฉัยคนไข้ข้างเตียงแบบมาตรฐาน (Standard Clinical ECG) และการวัดเพื่อการมอนิเตอร์ (Monitoring ECG)

2.3.1 การวัดเพื่อการวินิจฉัยคนไข้ข้างเตียงแบบมาตรฐาน

การวัดเพื่อการวินิจฉัยคนไข้ข้างเตียงแบบมาตรฐานนั้น เป็นการวัดคลื่นไฟฟ้าหัวใจสำหรับผู้ป่วยเพื่อการวินิจฉัยโดยละเอียด โดยตำแหน่งที่ทำการวัดสัญญาณได้ถูกกำหนดไว้เป็นมาตรฐานแล้ว แพทย์ผู้เชี่ยวชาญนิยมที่จะบันทึกสัญญาณที่วัดด้วยวิธีนี้เพื่อการวินิจฉัยโดยละเอียดต่อไป วิธีการวัดเพื่อการวินิจฉัยคนไข้ข้างเตียงแบบมาตรฐานสามารถแบ่งออกได้เป็น 3 วิธีคือ วิธีการวัดแบบ Standard Limb Lead วิธีการวัดแบบ Augmented Limb Lead และวิธีการวัดแบบ Unipolar Chest Lead ซึ่งสามารถอธิบายได้ดังนี้

2.3.1.1 วิธีการวัดแบบ Standard Limb Lead

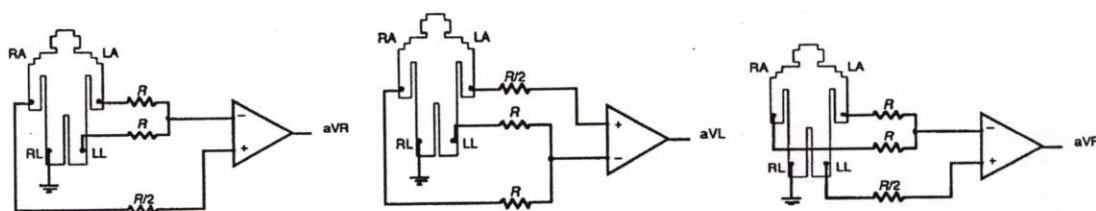
วิธีการวัดแบบ Standard Limb Lead หรือเรียกอีกชื่อหนึ่งว่าแบบ Bipolar Limb Lead เป็นมาตรฐานการวัดคลื่นไฟฟ้าหัวใจอย่างง่าย ประกอบไปด้วย Lead I, II และ III ดังรูปที่ 2.14 ซึ่งในทางปฏิบัติสามารถทำการวัดคลื่นไฟฟ้าหัวใจแบบ Standard Limb Lead ทั้ง Lead I, II และ III โดยการติดขั้ววัดของวงจรขยายค่าความแตกต่าง



รูปที่ 2.14 วิธีการวัดคลื่นไฟฟ้าหัวใจแบบ Standard Limb Lead

2.3.1.2 วิธีการวัดแบบ Augmented Limb Lead

วิธีการวัดแบบ Augmented Limb Lead หรือเรียกอีกชื่อหนึ่งว่าแบบ Unipolar Limb Lead เป็นวิธีการวัดคลื่นไฟฟ้าหัวใจที่ประกอบด้วย Lead aVR, Lead aVL และ Lead aVF ดังรูปที่ 2.15 สำหรับการวัดคลื่นไฟฟ้าหัวใจแบบ Augmented Limb Lead ในทางปฏิบัติจะมีตัวต้านทานค่า $R/2$ ต่อที่ขั้วบวกของวงจรขยายความแตกต่างซึ่งมีไว้เพื่อสมดุลค่าความต้านทานที่อินพุทของวงจรขยายความแตกต่าง

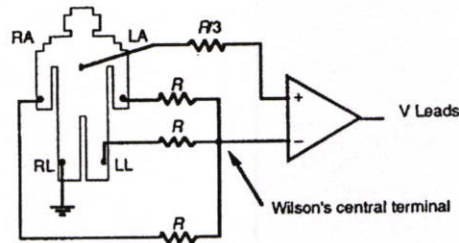


รูปที่ 2.15 วิธีการวัดคลื่นไฟฟ้าหัวใจแบบ Augmented Limb Lead

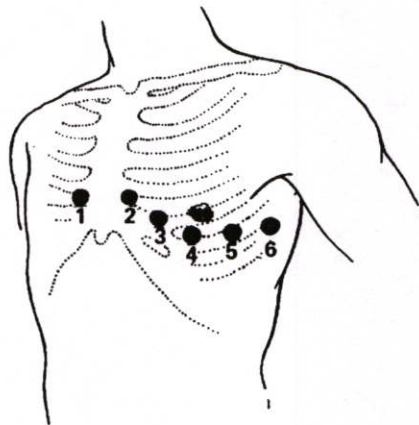
2.3.1.3 วิธีการวัดแบบ Unipolar Chest Lead

วิธีการวัดแบบ Unipolar Chest Lead เป็นการวัดขนาดคลื่นไฟฟ้าหัวใจระหว่างตำแหน่งใดจุดบนหน้าอก (ขั้ววัดบวก) เทียบค่าเฉลี่ยของความต่างศักย์ของตำแหน่ง RA, LA และ LL โดยสามารถแสดงวิธีการวัดในทางปฏิบัติได้ในรูปที่ 2.16 การวัดด้วยวิธีนี้ประกอบด้วย 6 Lead

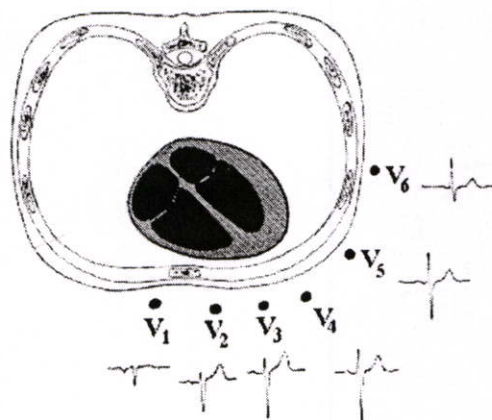
มาตรฐานคือ Lead V_1 ถึง V_6 ซึ่งก็คือการกำหนดตำแหน่งของขั้ววัดบวกลบอยู่ในตำแหน่งต่างๆ บริเวณหน้าอก 6 ตำแหน่งแสดงในรูปที่ 2.17 และรูปที่ 2.18



รูปที่ 2.16 วิธีการวัดคลื่นไฟฟ้าหัวใจแบบ Unipolar Chest Lead



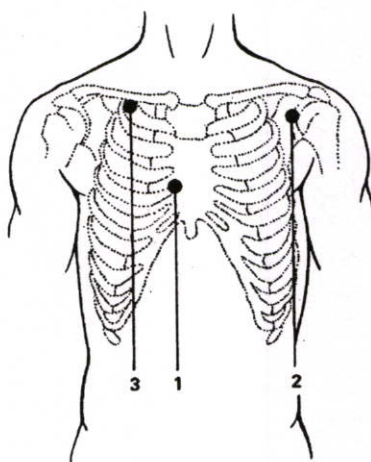
รูปที่ 2.17 ตำแหน่งการติดขั้ววัดบวกลบหน้าอกของวิธีการวัดคลื่นไฟฟ้าหัวใจแบบ Unipolar Chest Lead V_1 ถึง V_6



รูปที่ 2.18 ตัวอย่างคลื่นไฟฟ้าหัวใจแบบ Unipolar Chest Lead V_1 ถึง V_6 และตำแหน่งการติดขั้ววัดบนหน้าอกโดยมองภาพตัดขวางของลำตัว

2.3.2 การวัดเพื่อการมอนิเตอร์

การวัดเพื่อการมอนิเตอร์มีจุดประสงค์เพื่อใช้ในการวัดคลื่นไฟฟ้าหัวใจจากผู้ป่วยฉุกเฉิน หรือผู้ป่วยที่มีการเคลื่อนที่บ่อย ทั้งนี้เพื่อเป็นการพิจารณาจังหวะและอัตราการเต้นของหัวใจของผู้ป่วยเป็นหลัก ดังนั้นตำแหน่งที่ทำการวัดสัญญาณจึงควรเป็นตำแหน่งที่สามารถให้ขนาดคลื่น R ที่แรง เพื่อให้อัตราส่วนของสัญญาณไฟฟ้าหัวใจต่อสัญญาณรบกวน (Signal to Noise Ratio : S/N) มีค่าสูง ทำให้สามารถวินิจฉัยจังหวะและอัตราการเต้นหัวใจของผู้ป่วยได้อย่างถูกต้อง เอกสารอ้างอิง [1] ได้แนะนำตำแหน่งของการวัดเพื่อการมอนิเตอร์ไว้ แสดงในรูปที่ 2.19 โดยติดขั้ววัดขลุบไว้ที่ตำแหน่ง V_1 ของ Unipolar Chest Lead (ตำแหน่งหมายเลข 1) ติดขั้ววัดขลุบไว้ที่ตำแหน่งใกล้ไหล่ซ้าย (ตำแหน่งหมายเลข 2) และติดขั้ววัดอ้างอิงไว้ที่ตำแหน่งใต้วงแขนหน้าอก (ตำแหน่งหมายเลข 3) ลักษณะของสัญญาณคลื่นไฟฟ้าหัวใจที่วัดได้จะใกล้เคียงกับ V_1 ของ Unipolar Chest Lead ซึ่งเป็นสัญญาณที่นิยมใช้ในการคำนวณอัตราการเต้นของหัวใจ



รูปที่ 2.19 ตำแหน่งการติดขั้ววัดไฟฟ้าของวิธีการวัดคลื่นไฟฟ้าหัวใจเพื่อการมอนิเตอร์

2.4 ชนิดของคลื่นไฟฟ้าหัวใจ

คลื่นไฟฟ้าหัวใจซึ่งเป็นสัญญาณที่มีประโยชน์มากสำหรับการวิเคราะห์ชนิดของโรคหัวใจ ในผู้ป่วยนั้นมีอยู่ด้วยกันหลายชนิดซึ่งไม่สามารถกล่าวได้หมดในที่นี้ จึงจะขอกกล่าวถึงชนิดของคลื่นไฟฟ้าหัวใจที่มีในฐานข้อมูล MIT-BIH Arrhythmia Database และแสดงลักษณะของคลื่นไฟฟ้าหัวใจเฉพาะชนิดที่นำมาใช้ในงานวิจัยนี้เท่านั้น

2.4.1 ชนิดของคลื่นไฟฟ้าหัวใจที่มีในฐานข้อมูลของ MIT-BIH Arrhythmia Database

1. Beat annotations:

| Code | Description |
|------|------------------------------------------------------------------------|
| N | Normal beat (displayed as "." by the Chart-O-Matic, pschart, and psfd) |
| L | Left bundle branch block beat |
| R | Right bundle branch block beat |
| B | Bundle branch block beat (unspecified) |
| A | Atrial premature beat |
| a | Aberrated atrial premature beat |
| J | Nodal (junctional) premature beat |
| S | Supraventricular premature or ectopic beat (atrial or nodal) |
| V | Premature ventricular contraction |
| r | R-on-T premature ventricular contraction |
| F | Fusion of ventricular and normal beat |
| e | Atrial escape beat |
| j | Nodal (junctional) escape beat |
| n | Supraventricular escape beat (atrial or nodal) |
| E | Ventricular escape beat |
| / | Paced beat |
| f | Fusion of paced and normal beat |
| Q | Unclassifiable beat |
| ? | Beat not classified during learning |

2. *Non-beat annotations:*

| Code | Description |
|-------------|-------------------------------------------|
| [| Start of ventricular flutter/fibrillation |
| ! | Ventricular flutter wave |
|] | End of ventricular flutter/fibrillation |
| x | Non-conducted P-wave (blocked APC) |
| (| Waveform onset |
|) | Waveform end |
| p | Peak of P-wave |
| t | Peak of T-wave |
| u | Peak of U-wave |
| ` | PQ junction |
| ' | J-point |
| ^ | (Non-captured) pacemaker artifact |
| | Isolated QRS-like artifact |
| ~ | Change in signal quality |
| + | Rhythm change |
| s | ST segment change |
| T | T-wave change |
| * | Systole |
| D | Diastole |
| = | Measurement annotation |
| " | Comment annotation |
| @ | Link to external data |

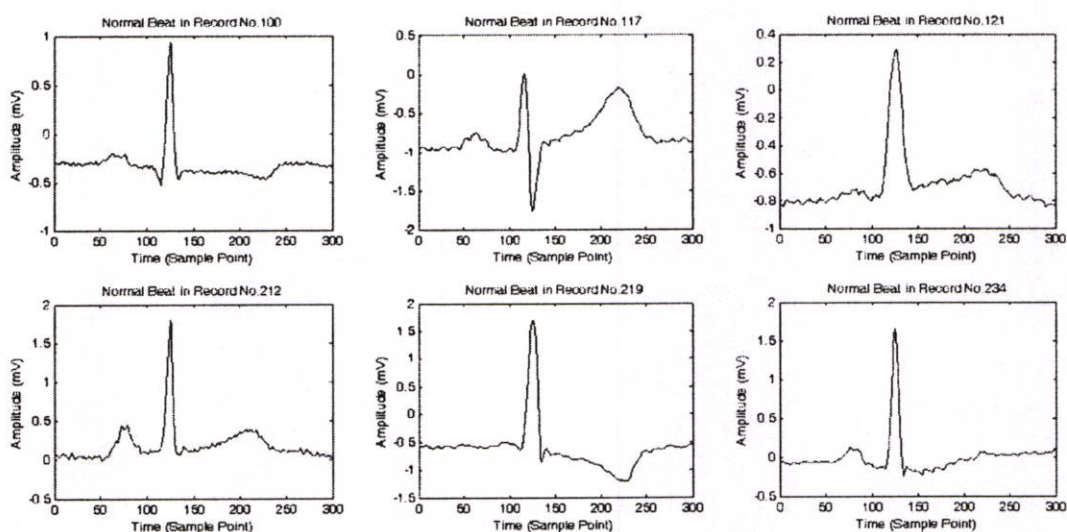
2.4.2 ชนิดของคลื่นไฟฟ้าหัวใจที่ใช้ในงานวิจัย

คลื่นไฟฟ้าหัวใจที่ได้เลือกใช้งานวิจัยนี้ใช้สัญญาณใน Lead MLII ซึ่งเลือกมา 6 ชนิด ที่มีข้อมูลมากที่สุดในฐานข้อมูล MIT-BIH Arrhythmia database

1. คลื่นไฟฟ้าหัวใจปกติ (NORMAL)

เกณฑ์การวินิจฉัย

- P wave : คาบเวลาประมาณ 80 – 120 มิลลิวินาที
- QRS complex : คาบเวลาประมาณ 80 – 100 มิลลิวินาที
- T wave : คาบเวลาประมาณ 200 มิลลิวินาที



รูปที่ 2.20 คลื่นไฟฟ้าหัวใจปกติ (NORMAL)

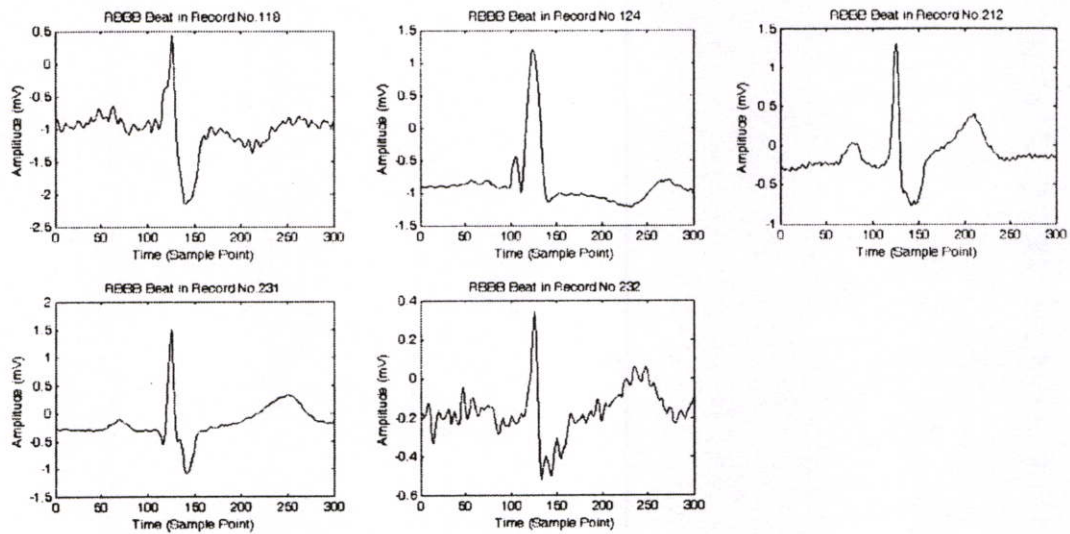
2. Right bundle branch block beat (RBBB)

เกณฑ์การวินิจฉัย

- QRS complex กว้าง โดยมี rSR'(prime) และมี T wave หักกลับใน V_1 และ V_2 ความสูงของ r เตี้ยกว่า R'
- ถ้าช่วง QRS complex กว้างเกินหรือเท่ากับ 120 มิลลิวินาที เรียกว่า complete RBBB ถ้าน้อยกว่านี้ เรียกว่า incomplete RBBB

RBBB พบได้ในประชากรปกติร้อยละ 0.2 ที่พบร่วมกับโรคหัวใจ เช่น ผนังกล้ามเนื้อหัวใจอเนกปริมาตรแต่กำเนิด (มากกว่าร้อยละ 90 มี RBBB), โรคกล้ามเนื้อหัวใจตายเฉียบพลันหรือเรื้อรัง,

ความดันเลือดสูง, โรคกล้ามเนื้อหัวใจพิการ, การเสื่อมของ conducting system หลังการผ่าตัดโรคผนังกันระหว่างเวนทริเกิลร่วตั้งแต่กำเนิด, tetralogy of Fallot เป็นต้น



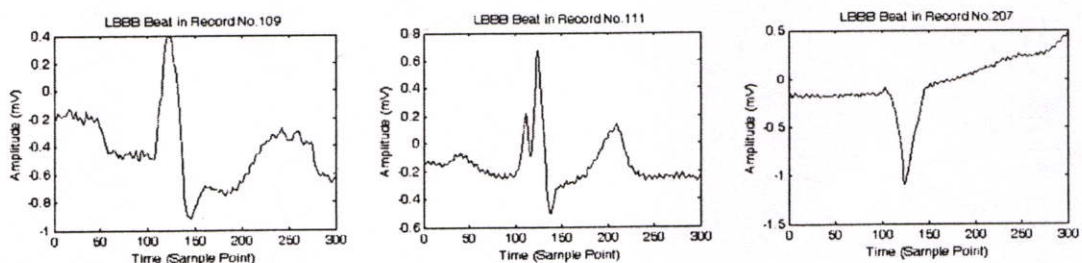
รูปที่ 2.21 Right bundle branch block beat (RBBB)

3. Left bundle branch block beat (LBBB)

เกณฑ์การวินิจฉัย

- Notched R wave หรือ R wave รูป “M” ใน lead V_5 , V_6 และมี ST segment ต่ำลง และ T wave หักกลับโดยไม่มี Q wave
- ส่วนใน V_1 , V_2 มี Q wave ที่ลึกหรืออาจเป็น rS complex การแยกเป็น incomplete และ complete ใช้หลักเกณฑ์เดียวกับใน RBBB

LBBB มักถือว่าผิดปกติ สาเหตุที่พบบ่อย เช่น โรคกล้ามเนื้อหัวใจตายเฉียบพลันหรือเรื้อรัง, ความดันเลือดสูง, โรคกล้ามเนื้อหัวใจพิการ, การเสื่อมของ conduction system



รูปที่ 2.22 Left bundle branch block beat (LBBB)

4. Premature ventricular contraction (PVC)

เกณฑ์การวินิจฉัย

- จังหวะการเต้นไม่สม่ำเสมอ
- P wave จาก sinus node อาจอยู่ใน QRS, ใน ST segment, หรือใน T wave ของ PVC หรือเป็น retrograde P ก็ได้
- QRS กว้าง รูปร่างผิดปกติ โดยทั่วไปกว้างอย่างน้อย 0.12 วินาที ST segment และ T wave มักมีทิศทางตรงข้ามกับ QRS ถ้าเกิดจากที่เดียวกันมักมีช่วง coupling คงที่
- มี full compensatory pause โดยช่วงระหว่าง sinus beat อันที่อยู่หน้ากับอันที่อยู่หลัง PVC เท่ากับ 2 เท่าของช่องระหว่าง sinus beat 2 อันถัดกัน

กลไกการเกิด PVC อาจเกิดจาก automaticity หรือ re-entry โดยอาจมี unifocal, multifocal, interpolated, bigeminy, trigeminy, paired (PVC 2 ครั้งติดต่อกัน) หรือตั้งแต่ 3 ครั้งขึ้นไปเรียกว่า ventricular tachycardia การที่เกิด bigeminy ได้ เนื่องจากมี compensatory pause แล้วมีผลให้ช่วง R-R ยาวขึ้นนำหน้า sinus beat ครั้งต่อไป เป็นโอกาสให้มี PVC ครั้งต่อไปเกิดขึ้น

Dr. Bernard Lown ได้แบ่ง grade ของ PVC ออกเป็น 5 grade เพื่อใช้สำหรับการรักษาและพยากรณ์โรค ดังนี้

- Grade 1 มี PVC เป็น unifocal เกิดขึ้นน้อยกว่า 30 ครั้ง/ชม.
- Grade 2 มี PVC เป็น unifocal เกิดขึ้นเท่ากับหรือมากกว่า 30 ครั้ง/ชม.
- Grade 3 มี PVC เป็น multifocal (กำเนิดจากหลายแห่งในเวนตริเคิล) มีผลทำให้มีช่วง coupling จาก sinus node แตกต่างกันและรูปร่างแตกต่างกัน
- Grade 4A มี PVC ติดต่อกัน 2 ครั้ง
- Grade 4B มี PVC ติดต่อกันตั้งแต่ 3 ครั้งขึ้นไป (salvo) เรียกว่า ventricular tachycardia
- Grade 5 มี "R on T phenomenon" โดย PVC เกิดก่อนเวลา ตรงกับส่วนยอดหรือขาของ T wave ของ sinus ที่นำหน้าอยู่ ภาวะนี้มีโอกาสเกิด ventricular fibrillation และเสียชีวิตได้

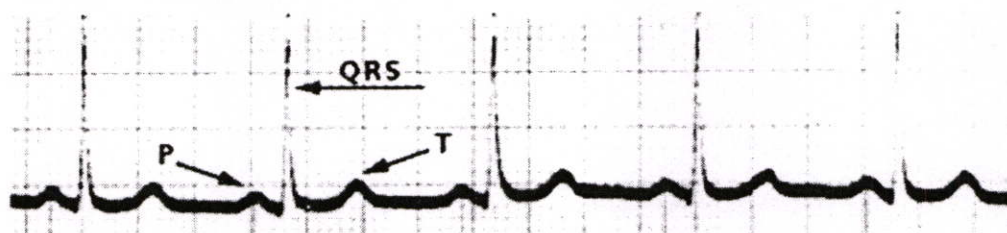
PVC อาจเกิดในผู้ป่วยโรคกล้ามเนื้อหัวใจขาดเลือด, ความดันเลือดสูง, โรคลิ้นหัวใจพิการ (โดยเฉพาะ mitral valve prolapse) โรคกล้ามเนื้อหัวใจพิการ ภาวะพิษจากดิจิตาลิส ภาวะพร่องโปแตสเซียมที่สำคัญ คือ พบบ่อยในคนปกติที่ไม่มีโรคหัวใจ

PVC ในคนปกติที่ไม่มีโรคหัวใจร่วมด้วย มักไม่ต้องรักษา โดยเฉพาะในผู้ที่ไม่มีอาการและอายุไม่มาก บางรายอาจมีอาการใจสั่น หน้ามืด เวียนศีรษะ เป็นลม ซึ่งอาจต้องการการรักษา อย่างไรก็ตามก็ตีขี้หนี่เชื่อว่าถ้าทำ exercise stress testing แล้ว PVC ลดลงหรือหายไป ก็มักไม่มีอันตรายและไม่ต้องการรักษา ในทางตรงข้ามถ้า PVC มากขึ้นควรได้รับการรักษา ในรายที่มี PVC ร่วมกับโรคหัวใจที่มีอาการเลวลงเฉียบพลันเกิดขึ้นบ่อย รูปร่างต่างกัน เกิดเป็นชุดๆ หรือ "R on T" ต้องรีบรักษา โดยเฉพาะอย่างยิ่งเมื่อเกิดร่วมกับโรคกล้ามเนื้อหัวใจตายเฉียบพลัน

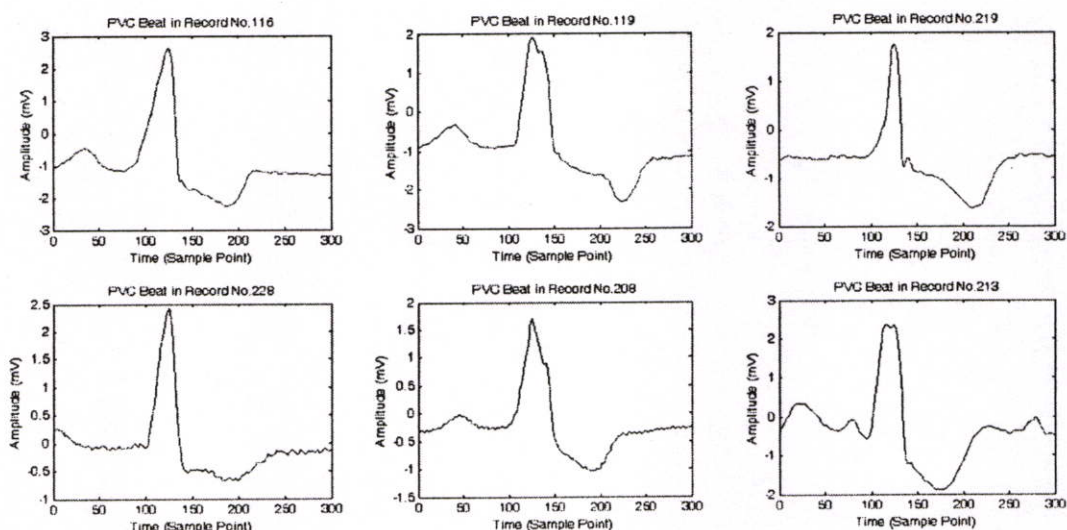
ECG: Ventricular Ectopic Beats



ECG: Normal Heartbeat



(ก.) การเปรียบเทียบระหว่าง Premature ventricular contraction beat กับ Normal beat



(ข.) Premature ventricular contraction beat จาก MIT-BIH arrhythmia database

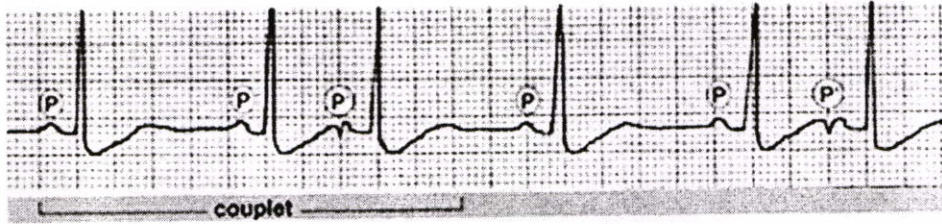
รูปที่ 2.23 Premature ventricular contraction (PVC)

5. Atrial premature contraction (APC)

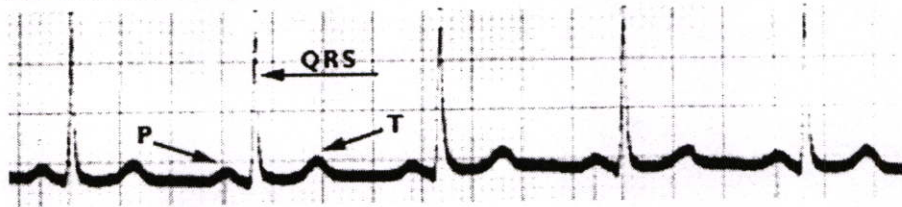
Atrial premature beat (atrial ectopic beat, premature atrial contraction) เป็นคลื่นไฟฟ้าหัวใจพิเศษ ที่เกิดขึ้นผิดตำแหน่งคือ เกิดก่อนที่จะเกิดคลื่นไฟฟ้าหัวใจปกติ และจะเห็นได้ว่าคลื่นไฟฟ้าหัวใจชนิดนี้บางครั้งจะมียอดคลื่นเล็กๆบน P wave ด้วย

APC beat มักจะเกิดขึ้นในคนปกติทั่วไปและจะไม่ค่อยแสดงอาการ และจะเกิดกับคนที่ม
 ปัญหาเกี่ยวกับปอด มักเกิดกับผู้สูงอายุมากกว่าหนุ่มสาว สาเหตุการเกิดและปัจจัยที่ทำให้อาการแ
 ลงคือ การบริโภค ชา กาแฟ หรือเครื่องดื่มพวกแอลกอฮอล์ รวมทั้งการเป็นไข้หวัดหรือโรคหอบหืด

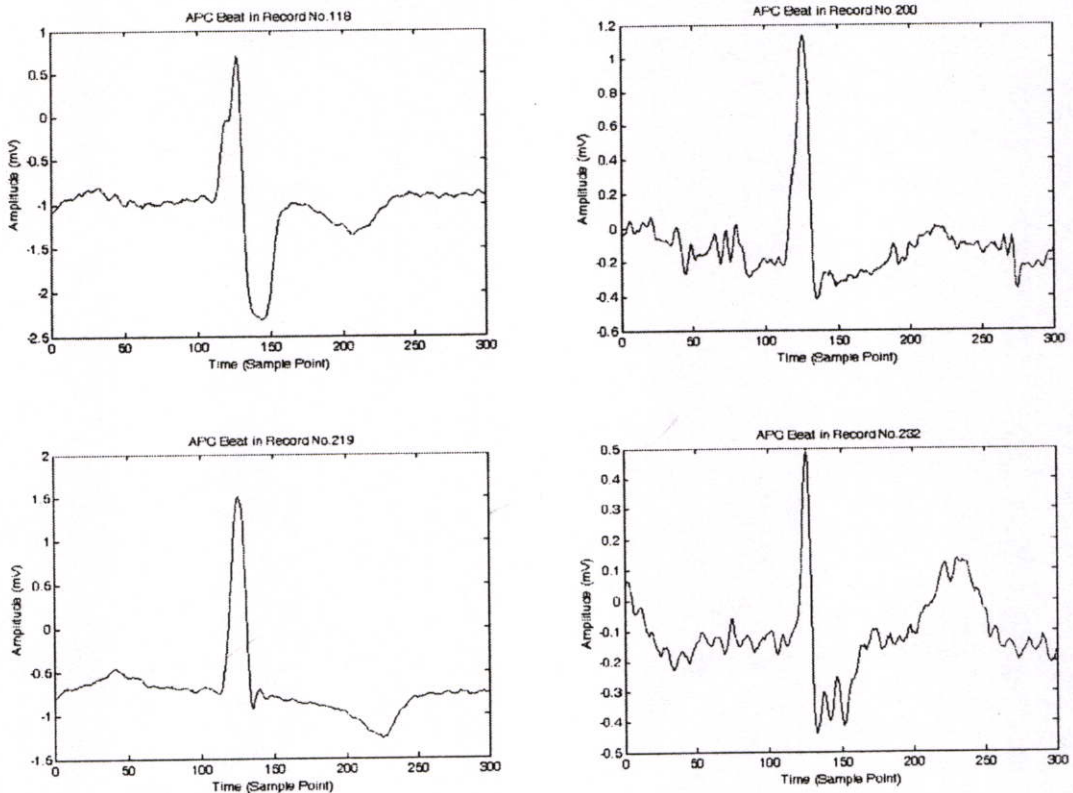
ECG: Atrial Ectopic Beats



ECG: Normal Heartbeat



(ก.) การเปรียบเทียบระหว่าง Atrial premature contraction beat กับ Normal beat

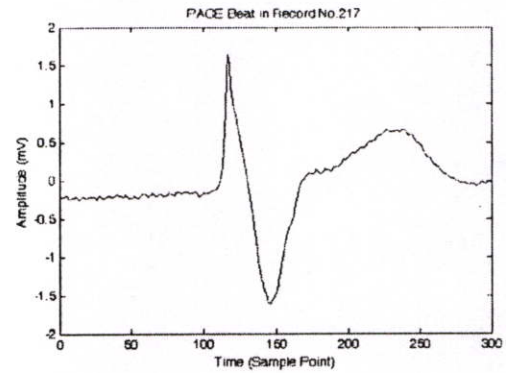
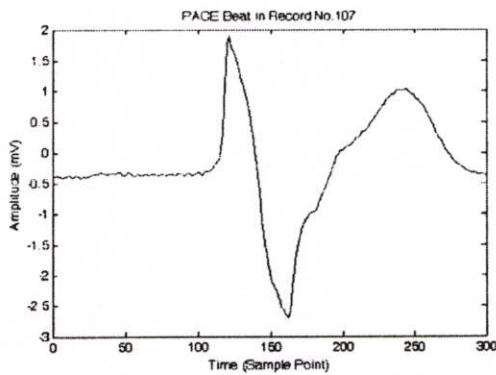


(ข.) Atrial premature contraction beat จาก MIT-BIH arrhythmia database

รูปที่ 2.24 Atrial premature contraction (APC)

6. Paced beat (PACE)

คลื่นไฟฟ้าหัวใจชนิดนี้เป็นคลื่นไฟฟ้าหัวใจที่เป็นผลจากการใช้เครื่อง Pacemaker (เครื่องช่วยทำให้อัตราการเต้นของหัวใจสม่ำเสมอ) ซึ่งเครื่อง Pacemaker อาจจะรบกวนกระบวนการทำงานปกติของหัวใจและทำให้ลักษณะของคลื่นไฟฟ้าหัวใจปกติเปลี่ยนแปลงไป จากรูปที่ 2.25 จะเห็นได้ว่าความชันของ Paced beat จะมีน้อยกว่า Normal sinus beat



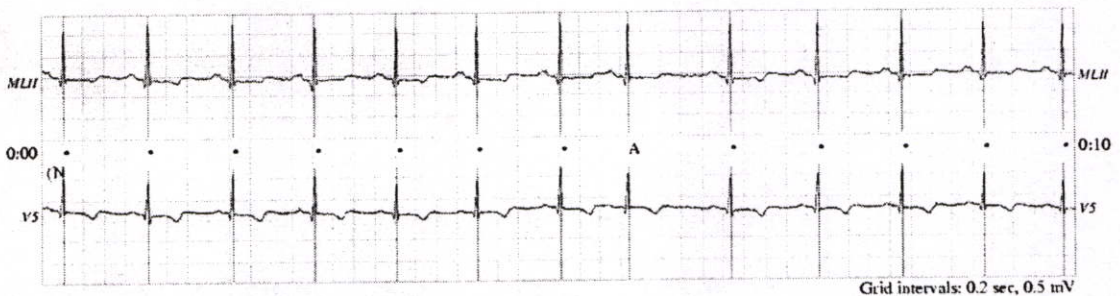
รูปที่ 2.25 Paced beat (PACE)

บทที่ 3

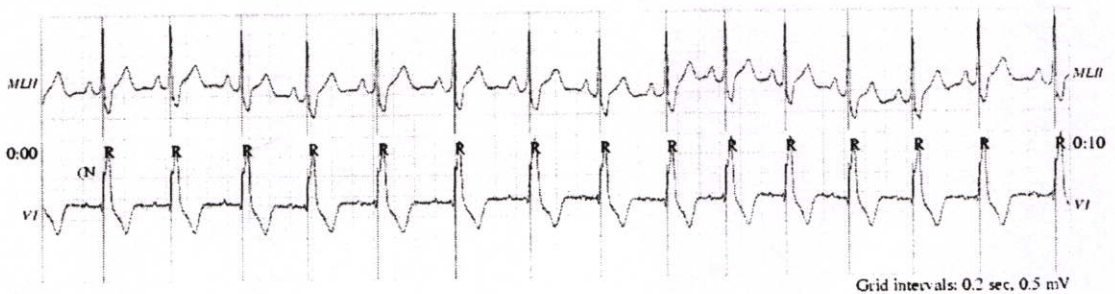
กระบวนการคัดแยกข้อมูลออกจากคลื่นไฟฟ้าหัวใจ

3.1 การเตรียมข้อมูลคลื่นไฟฟ้าหัวใจ

สัญญาณไฟฟ้าหัวใจที่ได้จาก MIT-BIH Arrhythmia Database ประกอบด้วยสัญญาณไฟฟ้าหัวใจทั้งที่ปกติและผิดปกติ โดยความถี่ในการสุ่มสัญญาณ (Sampling Frequency) ในฐานข้อมูลนี้มีค่าเท่ากับ 360 Hz ในแต่ละข้อมูลของสัญญาณไฟฟ้าหัวใจของแต่ละคนจะประกอบด้วยไฟล์ข้อมูลที่บอกถึงประเภทของสัญญาณไฟฟ้าหัวใจในแต่ละบิต โดยสัญญาณไฟฟ้าหัวใจของผู้ป่วยแต่ละคนนั้นจะมีสัญญาณที่วัดจาก 2 Lead ด้วยกันดังแสดงในรูปที่ 3.1 ในงานวิจัยนี้ได้เลือกใช้สัญญาณใน Modified Lead II (MLII) เนื่องจากมีแอมพลิจูดของสัญญาณสูงสุดและเป็น Lead ที่ใช้วัดในผู้ป่วยแทบทุกคน ประเภทของสัญญาณไฟฟ้าหัวใจที่ได้เลือกใช้ในงานวิจัยนี้เป็นสัญญาณไฟฟ้าหัวใจที่พบได้บ่อยในฐานข้อมูล โดยสัญญาณที่ทำการเลือกมีด้วยกัน 6 ชนิด คือ สัญญาณไฟฟ้าหัวใจปกติ (NORMAL), Left bundle branch block beat (LBBB), Right bundle branch block beat (RBBB), Paced beat (PACE), Premature ventricular contraction (PVC) และ Atrial premature contraction (APC)



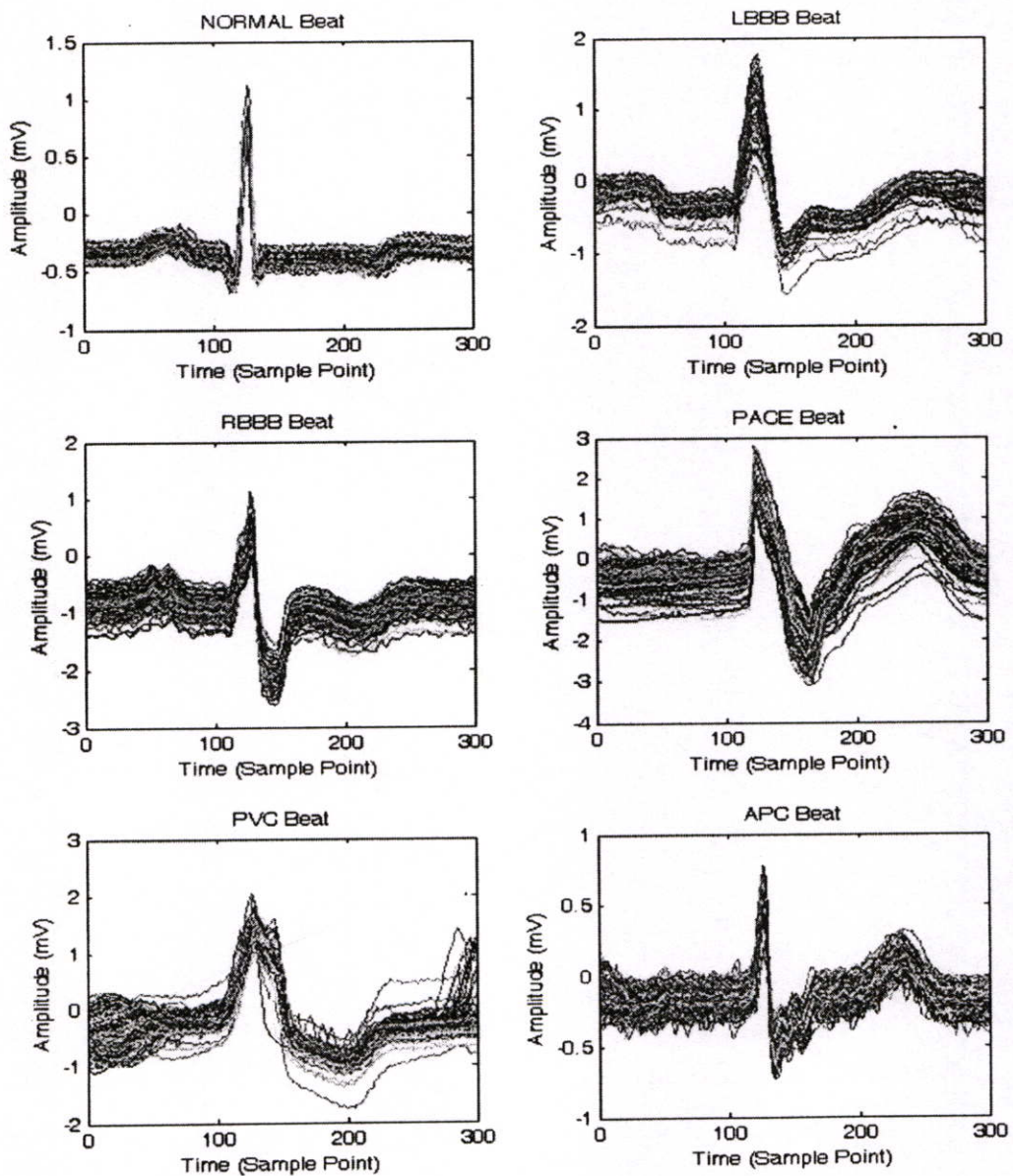
(a) Record No. 100



(b) Record No. 212

รูปที่ 3.1 แสดงลักษณะของสัญญาณไฟฟ้าหัวใจจาก MIT-BIH Arrhythmia Database

ในกระบวนการจัดเตรียมข้อมูลนั้น สัญญาณไฟฟ้าหัวใจที่ต่อเนื่องกันจะต้องถูกแยกออกมาเป็นสัญญาณบิตเดี่ยวๆ ตามประเภทของสัญญาณไฟฟ้าหัวใจแต่ละโรค เพื่อนำไปใช้ในการทดลองอัลกอริทึมที่คิดขึ้น โดยจะทำการหาจุดศูนย์กลางของสัญญาณก่อนนั้นคือจุดยอดคลื่น R [9] จากนั้นจึงทำการตัดสัญญาณบริเวณรอบข้างตามระยะของรูปคลื่นที่เหมาะสม โดยให้มีส่วนของสัญญาณก่อนหน้ายอดคลื่น R ประมาณ 345 mS หรือ 124 จุดข้อมูล ($f_s = 360 \text{ Hz}$) และส่วนของสัญญาณหลังยอดคลื่น R ประมาณ 486 mS หรือ 175 จุดข้อมูล ดังนั้นสัญญาณใน 1 บิต (1 รูปคลื่นสัญญาณ) จึงมีข้อมูล 300 จุดข้อมูล (300 Dimensions) ลักษณะของสัญญาณไฟฟ้าหัวใจทั้ง 6 ชนิดแสดงในรูปแบบที่ 3.2

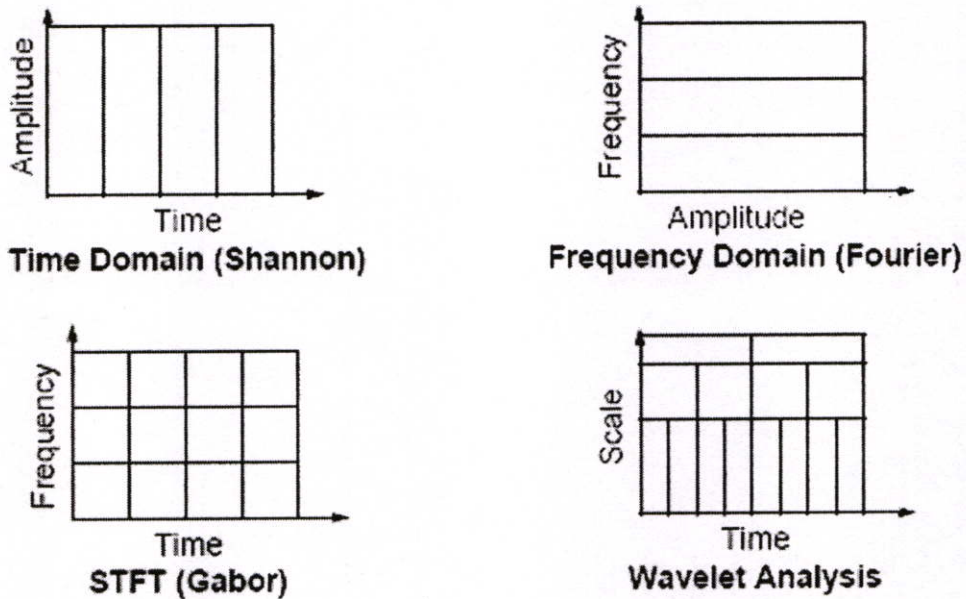


รูปที่ 3.2 แสดงลักษณะของสัญญาณไฟฟ้าหัวใจทั้ง 6 ชนิด

3.2 การแยกลักษณะเด่นของคลื่นไฟฟ้าหัวใจ

3.2.1 การวิเคราะห์เวฟเล็ต (Wavelet Analysis)

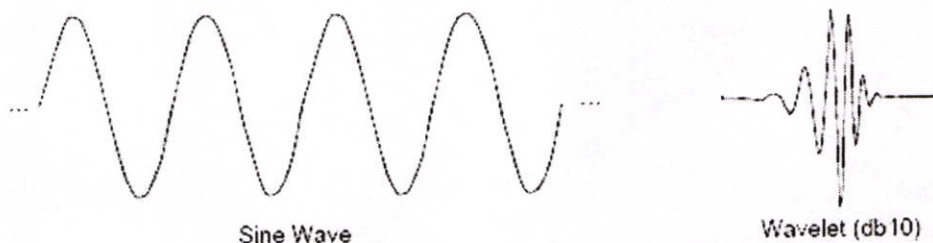
การวิเคราะห์เวฟเล็ตพัฒนาต่อมาจากการแปลงฟูเรียร์และการวิเคราะห์ฟูเรียร์ในช่วงเวลาสั้นที่สามารถปรับเปลี่ยนขนาดของวินโดว์ได้ [10][11] กล่าวคือสามารถปรับเปลี่ยนช่วงเวลาให้เหมาะกับช่วงความถี่ที่จะวิเคราะห์ได้ โดยที่สัญญาณความถี่สูงจะมีช่วงคาบเวลาในการวิเคราะห์ที่น้อยลง ในขณะที่สัญญาณความถี่ต่ำลงจะมีช่วงคาบเวลาในการวิเคราะห์ที่กว้างขึ้น ดังรูปที่ 3.3 จะเป็นการเปรียบเทียบเวลาและความถี่ของสัญญาณของแต่ละรูปแบบการวิเคราะห์



รูปที่ 3.3 ลักษณะของระนาบเวลาและความถี่สำหรับการวิเคราะห์สัญญาณ

3.2.1.1 ลักษณะและตระกูลของเวฟเล็ต

ลักษณะพิเศษของฟังก์ชันเวฟเล็ตจะมีลักษณะของการออสซิลเลท (Oscillation) ตามแนวแกนอนและมีแอมพลิจูด (Amplitude) ที่ลดลงสู่ศูนย์ทั้งทางด้านบวกและด้านลบซึ่งแตกต่างกับฟังก์ชันไซน์และโคไซน์ซึ่งแผ่ไปตามแกนแนวนอนไปสู่นันต์ดังภาพที่ 3.4 ได้แสดงรูปคลื่นไซน์และเวฟเล็ต Daubechies 10



รูปที่ 3.4 คลื่นไซน์และเวฟเล็ต Daubechies 10

สัญญาณไซน์ (sine) จะเป็นฟังก์ชันพื้นฐาน (basis function) การวิเคราะห์ฟูรีเยร์ โดยการวิเคราะห์ฟูรีเยร์ประกอบด้วยการแตกสัญญาณออกมาเป็นคลื่นไซน์ในหลายความถี่ ทำให้ไม่สามารถเลือกการทรานส์ฟอร์มได้เฉพาะช่วงเวลาและช่วงความถี่ที่สนใจ จึงไม่เหมาะสำหรับที่จะนำไปใช้ในการวิเคราะห์สัญญาณที่มีลักษณะไม่คงที่ ซึ่งต่างกับการวิเคราะห์การแปลงเวฟเล็ตซึ่งมีฟังก์ชันพื้นฐานเป็นคลื่นขนาดเล็กที่เรียกว่า เวฟเล็ต ลักษณะของเวฟเล็ตจะเป็นคลื่นที่มีการเปลี่ยนแปลงอย่างต่อเนื่อง และมีขนาดของคลื่นลดลงสู่ศูนย์อย่างรวดเร็วทั้งสองด้าน ทำให้สามารถเลือกช่วงเวลาและความถี่ที่ต้องการพิจารณาได้ ซึ่งเหมาะที่จะนำไปวิเคราะห์สัญญาณที่มีลักษณะไม่คงที่

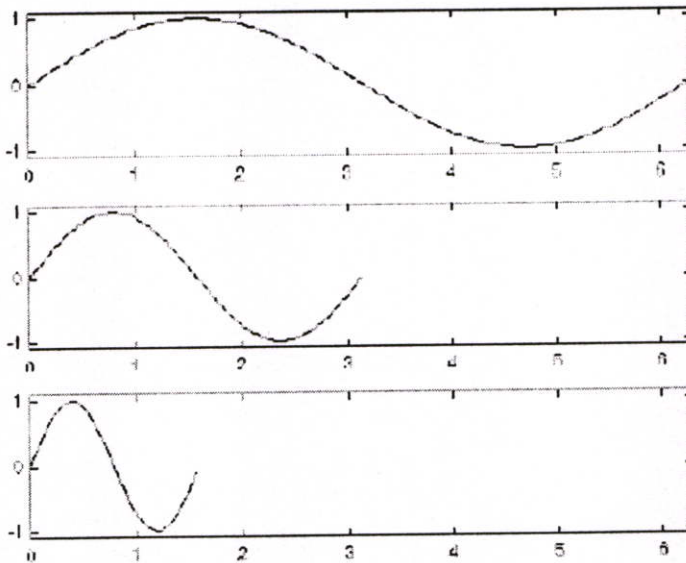
การนำเวฟเล็ตหลายๆอันมารวมกันเป็นเซตเพื่ออธิบายสัญญาณใดๆ โดยที่คลื่นเวฟเล็ตแต่ละตัวจะมีโครงสร้างมาจากฟังก์ชันเดียวกัน ฟังก์ชันนี้จะเป็นเวฟเล็ตต้นแบบที่เรียกว่า “เวฟเล็ตแม่” (Mother Wavelet) คลื่นเวฟเล็ตแต่ละอันจะอยู่ภายใต้เซตของเวฟเล็ตนี้ โดยคลื่นแต่ละคลื่นจะเกิดจากการสเกล (Scaling: a) และการเลื่อนตำแหน่ง (Translation หรือ Shifting: b) ของเวฟเล็ตแม่ การสเกลจะหมายถึงการหดเข้า (Compressing) หรือการขยายออก (Dilation) ในที่นี้จะให้ “ a ” แทนพารามิเตอร์ของการหดหรือขยาย ซึ่งจะเป็นการเปลี่ยนความถี่ของเวฟเล็ตเมื่อนั้นเอง ส่วนการเลื่อนตำแหน่งกำหนดโดยพารามิเตอร์ “ b ” จะหมายถึงการเลื่อนตำแหน่งการเกิดของคลื่นเวฟเล็ตบนแกนเวลา ดังรูปที่ 3.8 ซึ่งจะแสดงเวฟเล็ตที่ถูกสเกลและถูกเลื่อนตำแหน่งไปที่ค่า “ a ” และ “ b ” ต่างๆกัน และเวฟเล็ตที่ถูกสเกลจะต้องทำการ Normalize ด้วย $1/\sqrt{a}$ เสมอ เพื่อให้เวฟเล็ตที่ถูกสเกลไปแล้วยังคงมีพลังงานเท่ากับเวฟเล็ตแม่ ดังนั้นถ้าให้ $\psi(t)$ เป็นฟังก์ชันเวฟเล็ตแม่ จะสามารถเขียนเป็นสมการทั่วไปของเวฟเล็ตที่ตำแหน่ง a, b ใดๆซึ่งสัมพันธ์กับเวฟเล็ตแม่ได้ดังนี้

$$\psi_{b,a}(t) = \frac{1}{\sqrt{a}} \psi\left(\frac{t-b}{a}\right) = \psi(\text{scale}, \text{position}, t) \quad (3.1)$$

เพื่อให้เห็นภาพพจน์ได้ชัดเจนยิ่งขึ้น จะขออธิบายถึงเวฟเล็ตที่มีการสเกลและเลื่อนตำแหน่งดังนี้

1. ขนาด (Scaling)

การวิเคราะห์เวฟเล็ตจะแสดงให้เห็นถึงเวลาและขนาดสัญญาณ การสเกล (Scaling) จะหมายถึงการหดเข้า (Compressing) หรือการขยายออก (Dilation) ซึ่งเราจะให้ “ a ” แทนด้วยพารามิเตอร์ของการหดหรือขยายซึ่งจะเป็นการเปลี่ยนความถี่ของเวฟเล็ตเมื่อนั้นเอง หรืออาจเรียก “ a ” ว่าเป็นตัวประกอบขนาด (scale factor) และถ้าพิจารณาสัญญาณไซน์ที่มีตัวประกอบขนาดแตกต่างกันจะมีลักษณะดังรูปที่ 3.5



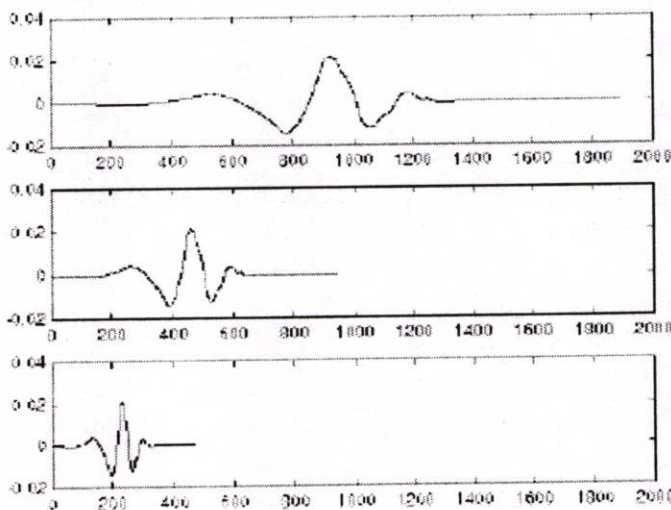
$$f(t) = \sin(t) ; a = 1$$

$$f(t) = \sin(2t) ; a = \frac{1}{2}$$

$$f(t) = \sin(4t) ; a = \frac{1}{4}$$

รูปที่ 3.5 ลักษณะสัญญาณไซน์ที่มีตัวประกอบแตกต่างกัน

ตัวประกอบขนาด (a) จะมีผลในทางเดียวกันกับเวฟเล็ด ยิ่งถ้าตัวประกอบขนาดน้อยลงเท่าใดเวฟเล็ดจะถูกบีบอัดมากขึ้นเท่านั้น เมื่อพิจารณาเวฟเล็ดที่มีตัวประกอบแตกต่างกันจะปรากฏลักษณะดังรูปที่ 3.6



$$f(t) = \psi(t) ; a = 1$$

$$f(t) = \psi(2t) ; a = \frac{1}{2}$$

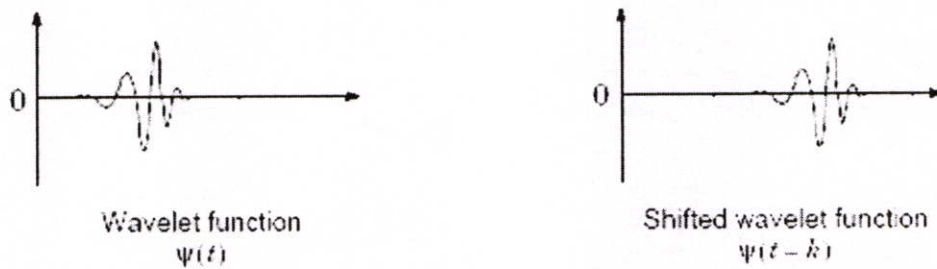
$$f(t) = \psi(4t) ; a = \frac{1}{4}$$

รูปที่ 3.6 ลักษณะเวฟเล็ดที่มีตัวประกอบแตกต่างกัน

2. การเลื่อน (Shifting)

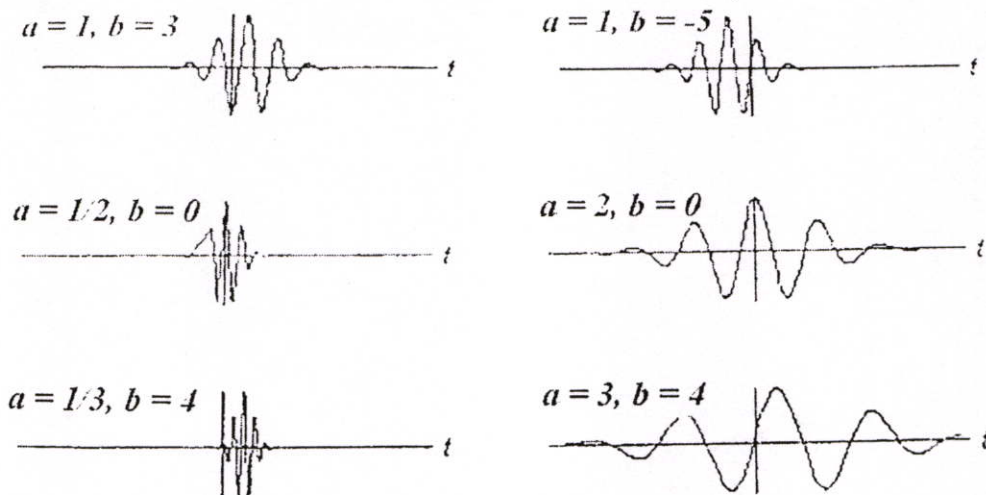
การเลื่อนของเวฟเล็ดจะมีความหมายง่าย ๆ คือ การเลื่อนสัญญาณในทางคณิตศาสตร์ซึ่งการเลื่อนของฟังก์ชัน $\psi(t)$ ด้วย k จะแสดงได้โดย $\psi(t-k)$ การเลื่อนตำแหน่งจะกำหนดโดยพารามิเตอร์ "k" ซึ่งจะหมายถึงการเลื่อนตำแหน่งการเกิดคลื่นเวฟเล็ดบนแกนเวลา ในตำราบางเล่ม

จะแทนพารามิเตอร์ “ b ” เป็นการเลื่อนตำแหน่ง เมื่อพิจารณาเวฟเล็ตที่มีการเลื่อนที่ตำแหน่งใดๆ สามารถพิจารณาได้ดังรูปที่ 3.7



รูปที่ 3.7 ลักษณะของเวฟเล็ตที่มีการเลื่อนตำแหน่ง

เพื่ออำนวยความสะดวกเข้าใจเราจะแสดงคลื่นเวฟเล็ตที่มีการสเกลและการเลื่อนตำแหน่งได้ดังรูปที่ 3.8



รูปที่ 3.8 ลักษณะของเวฟเล็ตแม่ที่ถูกสเกลและเลื่อนตำแหน่งไปที่ค่า a, b ต่างๆกัน

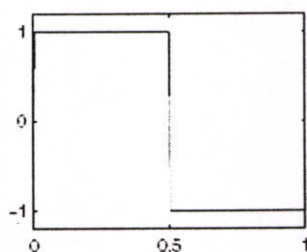
3. ตระกูลของเวฟเล็ตแม่แบบต่างๆ

ตระกูลของเวฟเล็ตมีหลายชนิดที่สามารถเลือกนำไปใช้งานได้อย่างเหมาะสมได้ไม่ว่าจะเป็น Biorthogonal Wavelet และเวฟเล็ตเชิงตั้งฉากจากปกติ เช่น Daubechies, Symmlet และ Coiflet เป็นต้น แต่ละตระกูลจะเป็นฟังก์ชันพื้นฐานที่มีรูปร่างลักษณะที่แตกต่างกันไป ซึ่งแต่ละตระกูลจะมีค่า Number of Vanishing Moments(NVM) ที่ายชื่อตระกูลเช่น Daubechies 4,8,...,20, Symmlet 4,5,6,...,10 และ Coiflet 1,2,...,5 เป็นต้น ถ้าค่า NVM มีค่ามากขึ้นลักษณะของฟังก์ชันพื้นฐานที่เลือกใช้งานจะมีความราบเรียบ(Smooth) ขึ้น ประโยชน์ของค่า NVM นี้ก็คือสามารถเลือกชนิดของ

เวฟเล็ดมาประยุกต์ใช้กับงานที่ต้องการได้อย่างหลากหลายและเหมาะสมมากขึ้น ตระกูลของเวฟเล็ดแม่ที่สำคัญและนิยมใช้กันอย่างแพร่หลายในปัจจุบันนี้ได้แก่

- **Haar Wavelet**

การวิเคราะห์เวฟเล็ดเพื่อนำไปวิเคราะห์สัญญาณในช่วงแรกๆจะใช้ Haar wavelet สำหรับการวิเคราะห์ซึ่ง Haar wavelet นี้จะเป็นเวฟเล็ดชนิดแรกสุดและง่ายที่สุด ลักษณะของเวฟเล็ดชนิดนี้จะคล้ายกับฟังก์ชันขั้นบันได ซึ่งแสดงดังรูปที่ 3.9

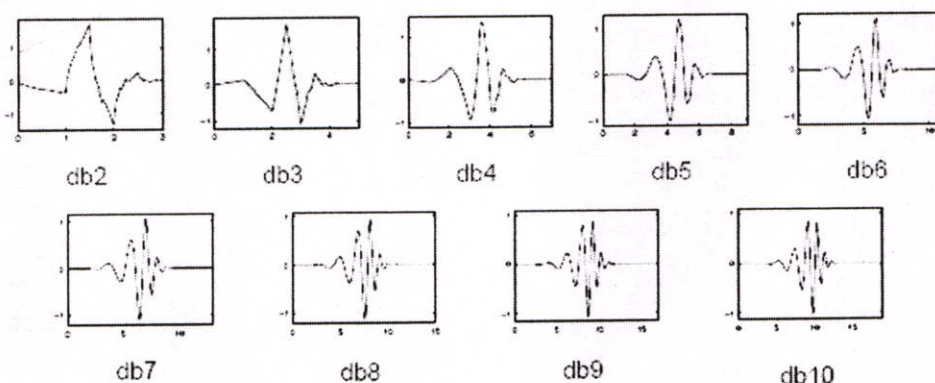


รูปที่ 3.9 ลักษณะของ Haar wavelet

- **Daubechies Wavelet**

เวฟเล็ดชนิด Daubechies ได้ถูกคิดค้นโดย Ingrid Daubechies ซึ่งเป็นนักวิจัยทางด้านเวฟเล็ดที่ประสบความสำเร็จและสำคัญคนหนึ่งของโลก เขาได้สร้างสิ่งที่เรียกว่า “ขอบเขตที่แน่นอนของเวฟเล็ดเชิงตั้งฉากกะทัดรัด” (compactly-subpart orthonormal wavelet) ซึ่งเป็นการสร้างการวิเคราะห์เวฟเล็ดแบบไม่ต่อเนื่องในทางปฏิบัติขึ้นมาได้สำเร็จและได้กำหนดค่า NVM ของตระกูลเวฟเล็ดขึ้นมาเพื่อสร้างความหลากหลายในการเลือกใช้งานได้อย่างเหมาะสม ค่า NVM นี้จะกำกับไว้หลังชื่อตระกูลของเวฟเล็ดเช่น Daubechies 4 ก็คือมีค่า NVM เท่ากับ 4

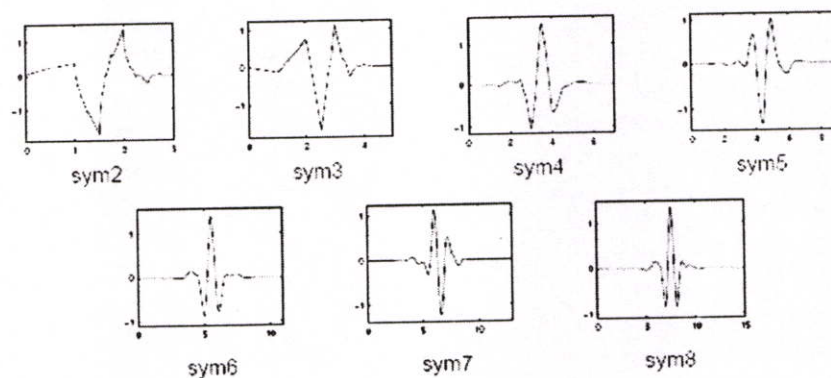
สำหรับเวฟเล็ดตระกูล Daubechies นี้จะมีลักษณะดังรูปที่ 3.10 ซึ่งมีหลายหลายรูปตามค่า NVM



รูปที่ 3.10 ลักษณะของ Daubechies Wavelet

- **Symlets Wavelet**

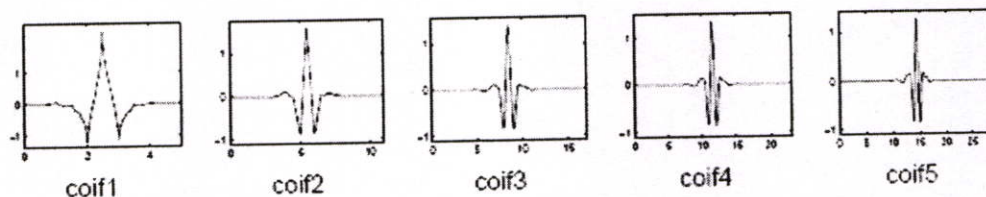
เวฟเลตชนิด Symlet จะมีสัดส่วนใกล้เคียงกับเวฟเลตที่ถูกเสนอโดย I. Daubechies ซึ่งได้ปรับปรุงมาจากเวฟเลตตระกูล Daubechies คุณสมบัติของเวฟเลตทั้งสองตระกูลหน้าจะคล้ายคลึงกันลักษณะของเวฟเลตชนิดนี้จะแสดงดังรูปที่ 3.11



รูปที่ 3.11 ลักษณะของ Symlet Wavelet

- **Coiflets Wavelet**

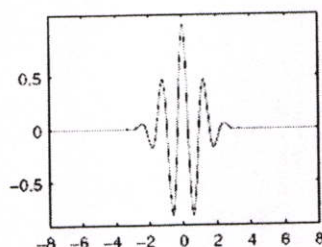
เวฟเลตชนิด Coiflet ถูกสร้างขึ้นโดย I. Daubechies โดยการเรียกร้องจาก R. Coifman ภายหลังจากที่ I. Daubechise ประสบความสำเร็จจากการสร้างเวฟเลตชนิด Daubechies มาแล้ว เวฟเลตชนิดนี้จะมีลักษณะดังรูปที่ 3.12



รูปที่ 3.12 ลักษณะของ Coiflet Wavelet

- **Morlet Wavelet**

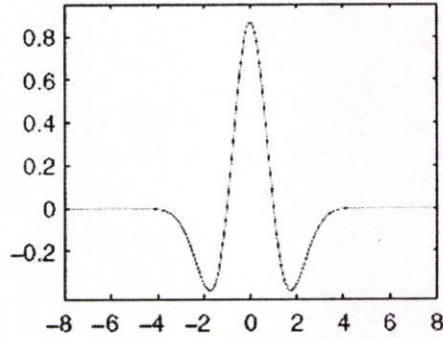
เวฟเลตชนิดนี้ไม่มีฟังก์ชันสเกลลิง (Scaling function) แต่จะมีความแน่นอน สามารถพิจารณาลักษณะของเวฟเลตชนิดนี้ได้ดังรูปที่ 3.13



รูปที่ 3.13 ลักษณะของ Morlet Wavelet

- **Maxican Hat Wavelet**

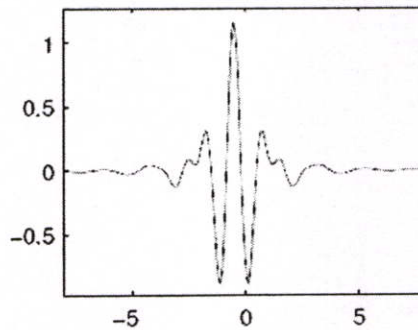
เวฟเล็ตชนิดนี้ไม่มีฟังก์ชันสเกลลิ่ง (Scaling function) และมีที่มาจากฟังก์ชันอนุพันธ์อันดับที่สองของฟังก์ชันความหนาแน่นที่มีความน่าจะเป็นของ Gaussian (the second derivative function of Gaussian probability density function) ลักษณะของเวฟเล็ตชนิดนี้แสดงดังรูปที่ 3.14



รูปที่ 3.14 ลักษณะของ Maxican Hat Wavelet

- **Meyer Wavelet**

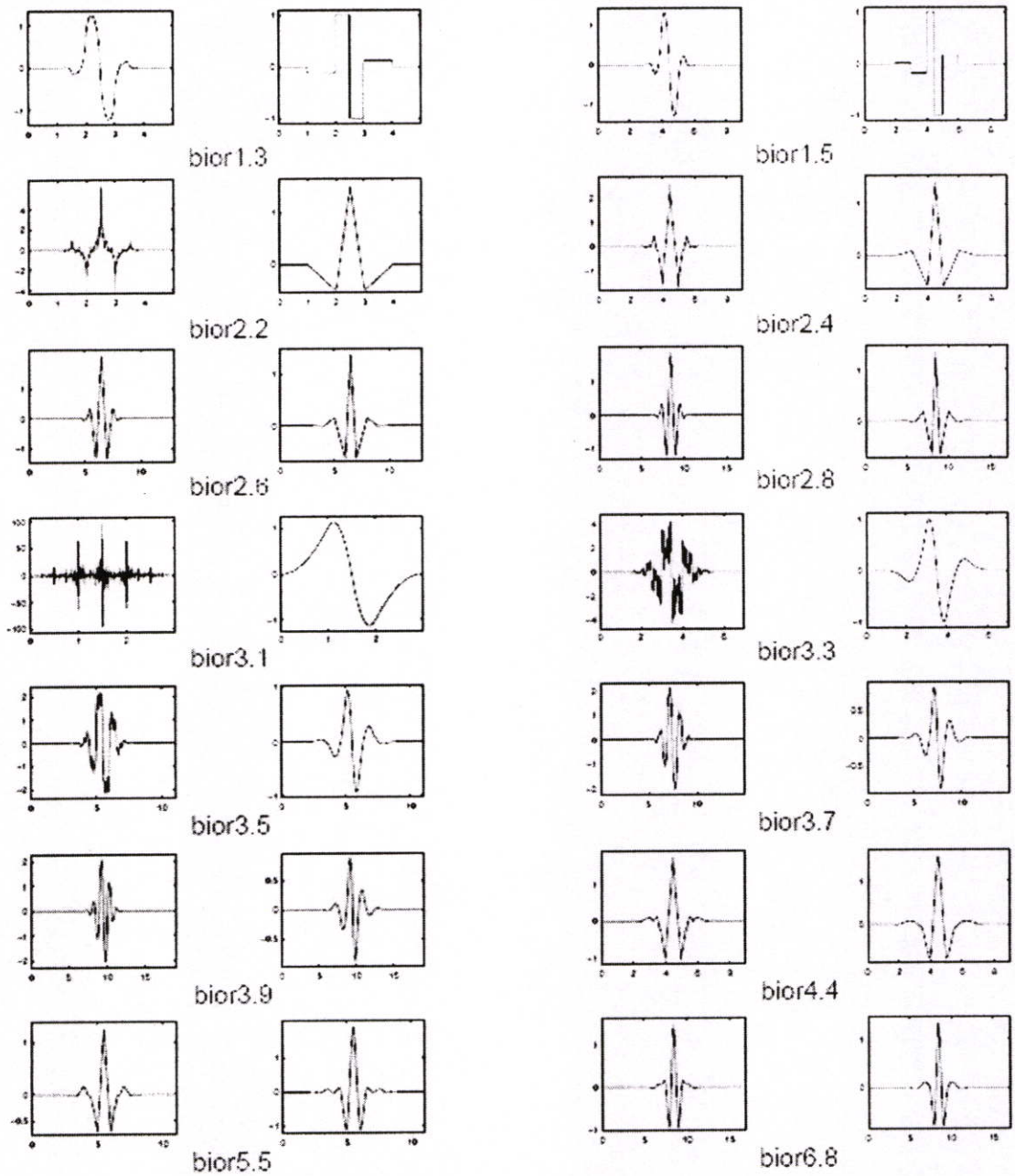
เวฟเล็ตชนิด Meyer และฟังก์ชันการสเกลลิ่งได้ถูกกำหนดไว้ในโดเมนความถี่ ซึ่งสามารถพิจารณาลักษณะของเวฟเล็ตชนิดนี้ได้จากรูปที่ 3.15



รูปที่ 3.15 ลักษณะของ Meyer Wavelet

- **Biorthogonal Wavelet**

กลุ่มของเวฟเล็ตชนิดนี้จะแสดงคุณสมบัติของเฟสเชิงเส้น ซึ่งจำเป็นสำหรับการสร้างสัญญาณและภาพขึ้นใหม่ โดยการใช้ wavelet 2 ตัว ตัวหนึ่งสำหรับแยกตัวประกอบ อีกตัวหนึ่งสำหรับการสร้างใหม่แทนอีกตัวหนึ่งที่เหมือนกัน ที่มีคุณสมบัติที่น่าสนใจ ลักษณะของ Biorthogonal wavelet นี้แสดงดังรูปที่ 3.16



รูปที่ 3.16 ลักษณะของ Biorthogonal Wavelet

3.2.1.2 การแปลงเวฟเลตแบบช่วง (Discrete Wavelet Transform)

ในทางปฏิบัติแล้วสัญญาณที่นำมาวิเคราะห์โดยคอมพิวเตอร์จะมีลักษณะแบบแบ่งช่วง หรือเป็นสัญญาณที่ถูกแซมปลิง (Sampling) เข้ามา ดังนั้นจึงได้มีการพัฒนาการวิเคราะห์การแปลงเวฟเลตแบบแบ่งช่วงขึ้น (Discrete Wavelet Transform: DWT) โดยจะใช้ตัวกรองในกระบวนการแปลง ซึ่งถูกพัฒนาขึ้นโดย Mallat ในปี 1988 [9][10][11] ระเบียบวิธีการของ Mallat เป็นแบบแผนที่รู้จักกันในกลุ่มผู้ที่ทำการแปลงสัญญาณที่เรียกว่า การเข้ารหัสแบบ 2 ช่องสัญญาณย่อย (two-channel subband coder)

ถ้าพิจารณาให้ $f(t) \in L_2(R)$ และกำหนดให้ปฏิภูมิ $L_2(R)$ ถูกแยกออก(Decompose) เป็นปฏิภูมิย่อยถึงระดับ j แสดงโดยสมการ

$$L_2(R) = \mathbf{V}_j \oplus \mathbf{W}_j \oplus \mathbf{W}_{j+1} \oplus \dots \oplus \mathbf{W}_{-1} \oplus \mathbf{W}_0 \oplus \mathbf{W}_1 \oplus \dots \quad ; j \in \mathbf{Z} \quad (3.2)$$

จากสมการที่ 3.2 แสดงให้เห็นว่าสัญญาณใดๆ $f(t) \in L_2(R)$ สามารถถูกกระจายออกในลักษณะของผลรวมของสัญญาณในสเปซย่อยที่ประกอบด้วยฟังก์ชันสเกลลิ่งกับสัญญาณในสเปซย่อยหลายๆชุดที่แต่ละชุดประกอบด้วยฟังก์ชันเวฟเล็ตที่มีการหดหรือการขยายความถี่ (Dyadic Wavelet) ดังนั้นสมการอนุกรมเวฟเล็ต (Wavelet Series Expansion) สามารถแสดงได้ดังนี้

$$f(t) = \sum_k a_j(k) \phi_{j,k}(t) + \sum_k \sum_{j=j_0}^{\infty} d_j(k) \psi_{j,k}(t) \quad (3.3)$$

หรือ

$$f(t) = \sum_k a_j(k) 2^{j/2} \phi_{j,k}(2^j t - k) + \sum_k \sum_{j=j_0}^{\infty} d_j(k) 2^{j/2} \psi_{j,k}(2^j t - k) \quad (3.4)$$

เมื่อ $a_j(k)$ คือ ค่า Approximation coefficient ที่ สเกล level j

$d_j(k)$ คือ ค่า Detail coefficient ที่ สเกล level j

$\psi_{j,k}(t)$ คือ Wavelet function

$\phi_{j,k}(t)$ คือ Scaling function โดยหาได้จากสมการ (3.5)

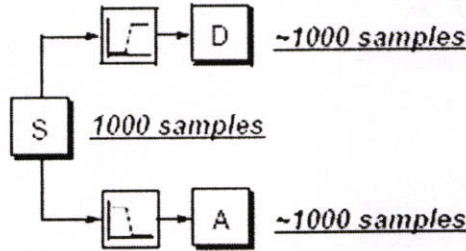
$$\phi(t) = \sum_n h(n) \cdot \sqrt{2} \phi(2t - n); \quad n \in \mathbf{Z}, h(k) \in L_2(\mathbf{Z}) \quad (3.5)$$

จากคุณสมบัติเชิงตั้งฉาก จะสามารถหาค่า $h(n)$ ได้จาก

$$h(n) = \langle \phi(t), \sqrt{2} \phi(2t - n) \rangle; \quad n \in \mathbf{Z} \quad (3.6)$$

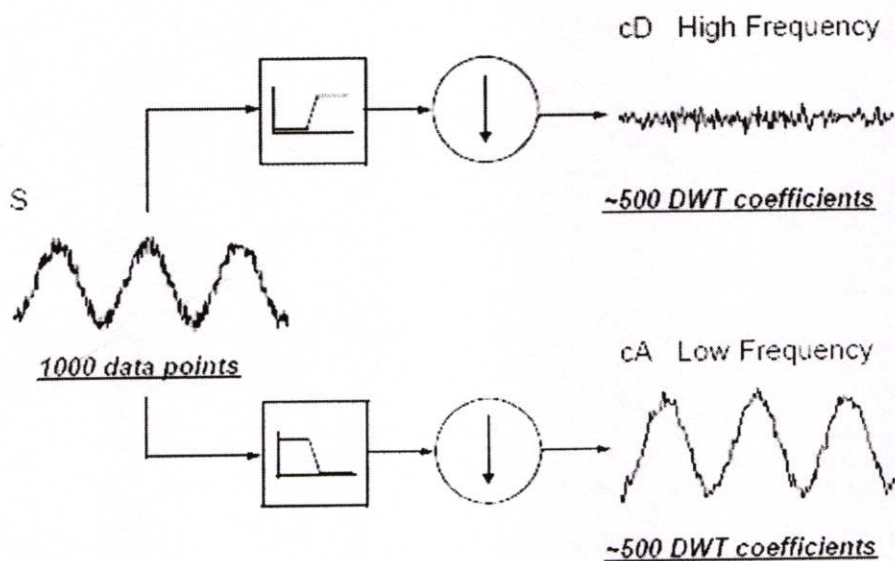
การวิเคราะห์สัญญาณด้วยการคำนวณค่าของกลุ่มย่อย $a_j(k)$ และ $d_j(k)$ (Approximation and Detail Expansion Coefficients) เพื่อใช้เป็นข้อมูลสำหรับการประมวลผลในขบวนการอื่นๆ เราเรียกวิธีการนี้ว่า “การแปลงเวฟเล็ตแบบแบ่งช่วง” (Discrete Wavelet Transform: DWT)

จากสมการที่ 3.3 และ 3.4 สามารถแสดงให้อยู่ในรูปของการวิเคราะห์ฟิลเตอร์แบงก์แบบสองช่องสัญญาณ (Two Channel Analysis Filter Bank) ได้ดังรูปที่ 3.17



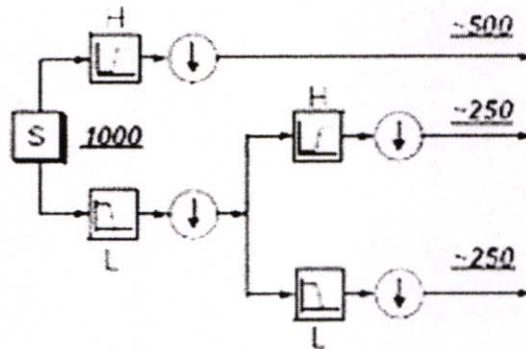
รูปที่ 3.17 การวิเคราะห์ฟิลเตอร์แบงก์แบบสองช่องสัญญาณ

สำหรับหลายๆ สัญญาณจะมีส่วนความถี่ต่ำเป็นส่วนสำคัญมากที่สุด ซึ่งจะให้ลักษณะของสัญญาณ ในทางตรงกันข้าม ส่วนความถี่สูงจะบอกความแตกต่างกัน เมื่อพิจารณาเสียงมนุษย์ ถ้าย้ายส่วนความถี่สูงออก เสียงจะต่างออกไป แต่ยังคงรู้ว่าพูดอะไร อย่างไรก็ตามถ้าหากย้ายส่วนความถี่ต่ำออกไปมากพอแล้วจะกลายเป็นเสียงพิมพ์ทำเท่านั้น ดังนั้นการวิเคราะห์เวฟเล็ตจึงมักพูดถึงการประมาณค่า (Approximation) และรายละเอียด (Detail) ซึ่งค่าการประมาณจะเป็นส่วนของความถี่ต่ำ และค่ารายละเอียดจะเป็นส่วนของความถี่สูง ถ้าสร้างสัญญาณการแปลงสัญญาณเวฟเล็ตแบบแบ่งช่วงในขั้นตอนเดียว (1 ระดับการแปลง) เมื่อสัญญาณอินพุต 1000 แซมเปิ้ล สามารถแสดงได้ดังรูปที่ 3.18 โดย cA จะเป็นค่าการประมาณ (Approximation) และ cD จะเป็นค่ารายละเอียด



รูปที่ 3.18 การแปลงเวฟเล็ตแบบแบ่งช่วง 1 ระดับเมื่อสัญญาณอินพุตเท่ากับ 1000 แซมเปิ้ล

เมื่อพิจารณาการแยกส่วนประกอบหลายๆระดับ โดยการแยกส่วนประกอบที่สามารถกระทำซ้ำด้วยการประมาณค่าที่ต่อเนื่องตามระดับที่ต้องการ ยกตัวอย่างเช่นการแปลงเวฟเล็ตแบบแบ่งช่วงที่ 2 ระดับการแปลงดังรูปที่ 3.19



รูปที่ 3.19 การแปลงเวฟเล็ตแบบแบ่งช่วงที่ 2 ระดับ

3.2.2 Autoregressive Modelling

ในกระบวนการ Autoregressive อันดับที่ p สัญญาณ $x[n]$ ที่เวลาชั่วขณะ n อาจแสดงถึง Linear combination ของสัญญาณเดียวกันที่ค่า p ก่อนหน้า โดยกระบวนการสามารถแสดงได้ดังสมการต่อไปนี้

$$x[n] = \sum_{i=1}^p a[i]x[n-i] + e[n] \quad (3.7)$$

เมื่อ $a[i]$ คือค่าสัมประสิทธิ์ (Coefficient) อันดับที่ i ของ AR model, $e[n]$ คือ White noise กับ Mean zero และ p คืออันดับของ AR วิธีการที่กล่าวมานี้มักจะใช้สำหรับการประมาณค่าสัมประสิทธิ์ของกระบวนการ Autoregressive หลักเกณฑ์ที่ใช้ในการหาค่าการเลือกอันดับโมเดลในงานวิจัยนี้คือ ARfit method [12]

3.3 การลดขนาดข้อมูลคลื่นไฟฟ้าหัวใจ

3.3.1 การวิเคราะห์องค์ประกอบหลัก (Principal Component Analysis: PCA)

การวิเคราะห์องค์ประกอบหลักหรือ PCA เป็นวิธีการที่ใช้สำหรับหาเอกลักษณ์รูปแบบของข้อมูลและเป็นวิธีการแสดงความคล้ายและความแตกต่างของข้อมูล PCA มีความสามารถในการวิเคราะห์ข้อมูล เมื่อรูปแบบของข้อมูลหาได้ยากในข้อมูลที่มีจำนวนมิติมากๆ หรือเมื่อข้อมูลมีขนาด

ใหญ่มากเกินความจำเป็น ประโยชน์หลักอื่นๆของ PCA คือใช้หาลักษณะรูปแบบของข้อมูลและใช้ในการบีบอัดข้อมูลได้โดยการลดมิติของข้อมูลโดยที่ไม่สูญเสียข้อมูลสำคัญๆ ซึ่งเทคนิคนี้มักจะใช้ในงานการบีบอัดข้อมูลภาพ

ขั้นตอนวิธีการของ PCA

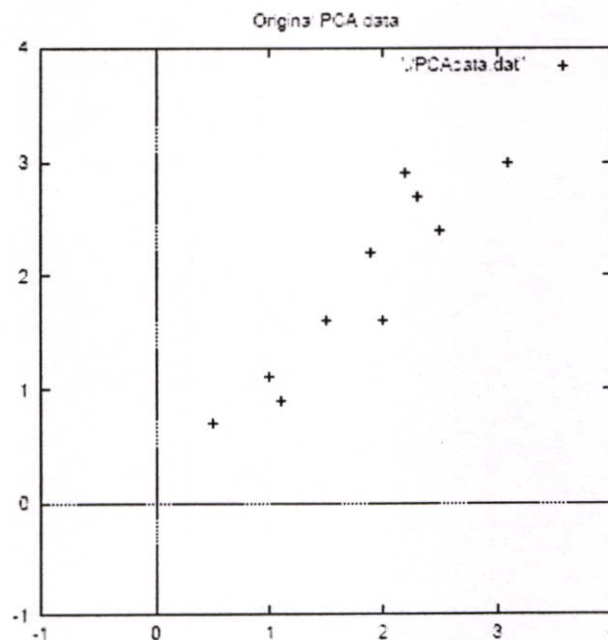
ขั้นตอนที่ 1. หาจุดศูนย์กลางข้อมูล

ลบข้อมูลในแต่ละมิติด้วยค่าเฉลี่ยของทุกข้อมูลในมิตินั้น ดังนั้นทุกข้อมูลในมิติ x จะถูกลบด้วย \bar{x} (ค่าเฉลี่ยของทุกข้อมูล x) และทุกข้อมูลในมิติ y จะถูกลบด้วย \bar{y} (ค่าเฉลี่ยของทุกข้อมูล y)

$$\mathbf{x} = \begin{bmatrix} 2.5 & 0.5 & 2.2 & 1.9 & 3.1 & 2.3 & 2 & 1 & 1.5 & 1.1 \\ 2.4 & 0.7 & 2.9 & 2.2 & 3.0 & 2.7 & 1.6 & 1.1 & 1.6 & 0.9 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{x}_k - \boldsymbol{\mu} = \begin{bmatrix} 0.69 & -1.31 & 0.39 & 0.09 & 1.29 & 0.49 & 0.19 & 0.81 & 0.31 & 0.71 \\ 0.49 & -1.21 & 0.99 & 0.29 & 1.09 & 0.79 & -0.31 & -0.81 & 0.31 & -1.01 \end{bmatrix}$$

เมื่อ $\boldsymbol{\mu}$ คือ ข้อมูลเฉลี่ยของทุกกลุ่ม (ทุกคอลัมน์)



รูปที่ 3.20 ข้อมูลต้นฉบับ

ขั้นตอนที่ 2. คำนวณหา Covariance matrix

$$COV = \sum_{k=1}^N (\mathbf{x}_k - \boldsymbol{\mu})(\mathbf{x}_k - \boldsymbol{\mu})^T \quad (3.8)$$

$$COV = \begin{bmatrix} 0.61656 & 0.61544 \\ 0.61544 & 0.71656 \end{bmatrix}$$

ขั้นตอนที่ 3. คำนวณหาค่า Eigenvalues และ Eigenvectors ของ Covariance matrix

$$\mathbf{C}\mathbf{w} = \lambda\mathbf{w} \quad (3.9)$$

จะได้

$$(\mathbf{C} - \lambda\mathbf{I})\mathbf{w} = 0 \quad (3.10)$$

วิธีทำ

1. หา Eigenvalues

$$\mathbf{C} - \lambda\mathbf{I} = \begin{bmatrix} 0.61656 & 0.61544 \\ 0.61544 & 0.71656 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \lambda & 0 \\ 0 & \lambda \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.61656 - \lambda & 0.61544 \\ 0.61544 & 0.71656 - \lambda \end{bmatrix}$$

จาก

$$\det(\mathbf{C} - \lambda\mathbf{I}) = \det \begin{bmatrix} 0.61656 - \lambda & 0.61544 \\ 0.61544 & 0.71656 - \lambda \end{bmatrix} = 0 \quad (3.11)$$

ดังนั้น

$$\begin{aligned} \det(\mathbf{C} - \lambda\mathbf{I}) &= (0.61656 - \lambda)(0.71656 - \lambda) - (0.61544)(0.61544) \\ &= 0.4418 - 0.71656\lambda - 0.61656\lambda + \lambda^2 - 0.37877 \\ &= \lambda^2 - 1.33312\lambda + 0.06303 \end{aligned}$$

ได้

$$\text{eigenvalues}(\lambda) = [0.0491 \quad 1.2840]$$

2. ท1 Eigenvectors

$$(C - 0.0491I)w = 0$$

$$C - \lambda I = \begin{bmatrix} 0.61656 & 0.61544 \\ 0.61544 & 0.71656 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0.0491 & 0 \\ 0 & 0.0491 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.56746 & 0.61544 \\ 0.61544 & 0.66746 \end{bmatrix}$$

ทำกระบวนการ row reduce [15] จะได้ $w_1 = \begin{bmatrix} -0.7352 \\ 0.6779 \end{bmatrix}$

และ

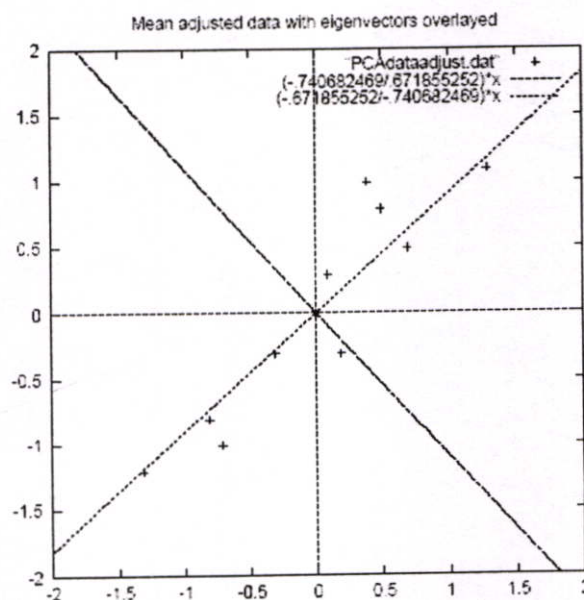
$$(C - 1.2840I)w = 0$$

$$C - \lambda I = \begin{bmatrix} 0.61656 & 0.61544 \\ 0.61544 & 0.71656 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 1.284 & 0 \\ 0 & 1.284 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -0.66744 & 0.61544 \\ 0.61544 & -0.56744 \end{bmatrix}$$

ทำกระบวนการ row reduce จะได้ $w_2 = \begin{bmatrix} -0.6779 \\ -0.7352 \end{bmatrix}$

เพราะฉะนั้นจะได้

$$\text{eigenvectors}(w) = \begin{bmatrix} -0.7352 & -0.6779 \\ 0.6779 & -0.7352 \end{bmatrix}$$



รูปที่ 3.21 แสดงข้อมูลที่ถูกระบุแล้ว (mean subtracted) และ Eigenvectors ของ Covariance matrix ดังที่อธิบายไว้ด้านบน

จากรูปจะเห็นได้ว่า Eigenvector ที่สอดคล้องกับ Eigenvalue ที่มีค่ามากจะพาดผ่านกลางข้อมูลทั้งหมดซึ่งเหมือนกับการ Fit curve ข้อมูล ส่วน Eigenvector ที่สอดคล้องกับ Eigenvalue ที่มีค่าน้อยจะตั้งฉากกับ Eigenvector แรกและมีความสัมพันธ์กับข้อมูลน้อย

ขั้นตอนที่ 4. เลือกองค์ประกอบหลักและจัดรูปแบบ feature vectors

จากขั้นตอนที่ผ่านมาจะเห็นได้ว่า Eigenvector ที่สอดคล้องกับ Eigenvalue ที่มีค่ามากจะเป็นองค์ประกอบหลัก (principle component) ของข้อมูลเนื่องจากมีความสำคัญกับข้อมูลมากกว่า (โดยจะเห็นได้ว่าพาดผ่านกลางข้อมูลทั้งหมด)

ดังนั้นเราจึงจัดเรียง Eigenvector ใหม่ตามความสำคัญ ซึ่งสอดคล้องกับ Eigenvalue ที่มีค่าจากมากไปหาน้อย

$$\text{FeatureVector} = [\mathbf{w}_1 \quad \mathbf{w}_2 \quad \dots \quad \mathbf{w}_n] \quad (3.12)$$

$$\text{FeatureVectors}(\mathbf{w}) = \begin{bmatrix} -0.6779 & -0.7352 \\ -0.7352 & 0.6779 \end{bmatrix}$$

จากนั้นจึงเลือกเฉพาะ Feature Vector ที่สำคัญมาเป็น Basis ใหม่ของข้อมูล

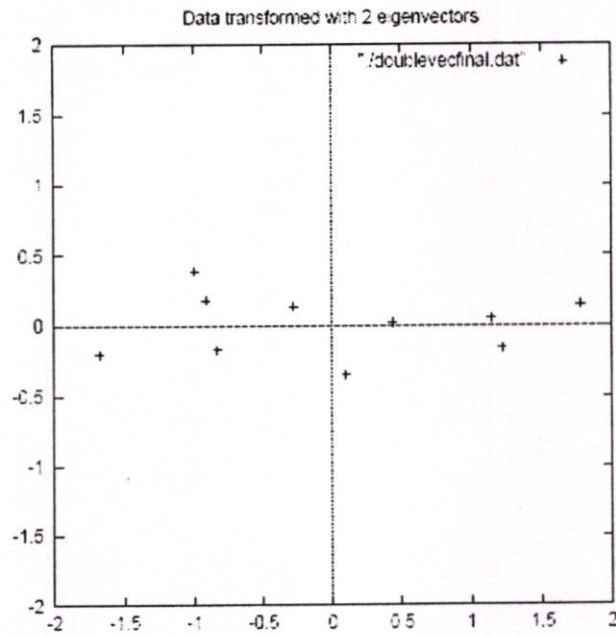
$$\text{BasisVector} = \begin{bmatrix} -0.6779 \\ -0.7352 \end{bmatrix}$$

ขั้นตอนที่ 5. โปรเจ็คข้อมูลลงบน Basis ใหม่

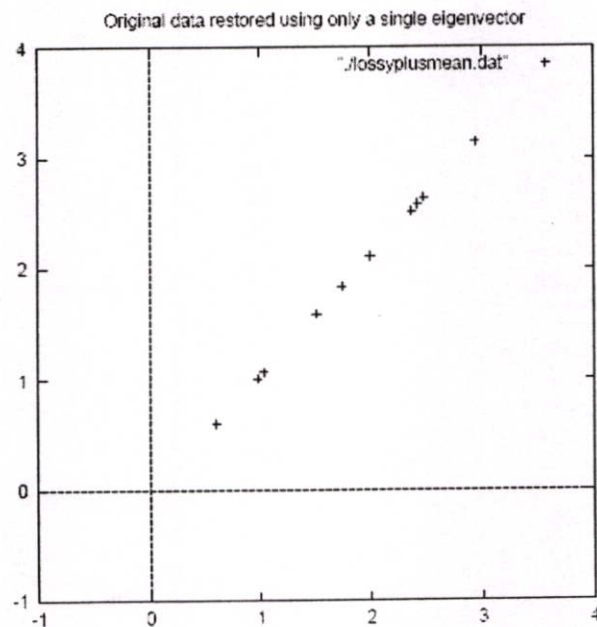
$$\hat{\mathbf{x}}_k = \frac{\mathbf{x}_k \cdot \mathbf{w}_1}{\mathbf{w}_1 \cdot \mathbf{w}_1} \mathbf{w}_1 + \frac{\mathbf{x}_k \cdot \mathbf{w}_2}{\mathbf{w}_2 \cdot \mathbf{w}_2} \mathbf{w}_2 + \dots + \frac{\mathbf{x}_k \cdot \mathbf{w}_n}{\mathbf{w}_n \cdot \mathbf{w}_n} \mathbf{w}_n \quad (3.13)$$

เมื่อนำข้อมูลโปรเจ็คลงบน Feature Vector ใหม่จะได้

$$\hat{\mathbf{x}} = \begin{bmatrix} -0.828 & 1.777 & -0.992 & -0.274 & -1.676 & -0.913 & 0.099 & 1.145 & 0.438 & 1.224 \\ -0.175 & 0.142 & 0.384 & 0.130 & -0.209 & 0.175 & -0.350 & 0.047 & 0.018 & -0.163 \end{bmatrix}$$



รูปที่ 3.22 แสดงจุดข้อมูลที่โปรเจกต์ลงบนทั้ง 2 Eigenvectors จากการทำ PCA



รูปที่ 3.23 แสดงจุดข้อมูลที่โปรเจกต์ลงบน Eigenvectors ที่สำคัญมากที่สุดเพียง Basis เดียว

3.3.2 Fisher's Linear Discriminant

Fisher's Linear Discriminant (FLD) เป็นวิธีการที่ใช้กันอย่างแพร่หลายในการแยกลักษณะเด่นและลดมิติของข้อมูลในงานทางด้านความรู้จำรูปแบบ แนวคิดของ Fisher คือการหาทิศทางของการโปรเจกต์ (หรือ Basis) W ที่ให้ความแตกต่างของค่าเฉลี่ยของกลุ่มได้ดี (เมื่อโปรเจกต์ข้อมูลลงบนทิศทาง W) ในขณะที่ให้ค่าความแปรปรวน (variance) รอบค่าเฉลี่ยของกลุ่มเหล่านั้นมีค่าน้อยๆ เมื่อกล่าวในทางคณิตศาสตร์ FLD จะทำการเลือกทิศทางการโปรเจกต์ W จนกระทั่งทำให้อัตราส่วนของ

เมตริกซ์การกระจายระหว่างกลุ่ม (between-class scatter matrix) และเมตริกซ์การกระจายภายในกลุ่ม (within-class scatter matrix) มีค่ามากที่สุด [13]

สำหรับปัญหาที่มีจำนวนกลุ่ม c กลุ่ม กำหนดให้ เมตริกซ์การกระจายระหว่างกลุ่ม เป็น

$$S_B = \sum_{i=1}^c N_i (\boldsymbol{\mu}_i - \boldsymbol{\mu})(\boldsymbol{\mu}_i - \boldsymbol{\mu})^T \quad (3.14)$$

และเมตริกซ์การกระจายภายในกลุ่ม เป็น

$$S_W = \sum_{i=1}^c \sum_{\mathbf{x}_k \in X_i} (\mathbf{x}_k - \boldsymbol{\mu}_i)(\mathbf{x}_k - \boldsymbol{\mu}_i)^T \quad (3.15)$$

เมื่อ $\boldsymbol{\mu}_i$ คือ ข้อมูลเฉลี่ยของกลุ่ม X_i , $\boldsymbol{\mu}$ คือ ข้อมูลเฉลี่ยของทุกกลุ่ม และ N_i คือ จำนวนข้อมูลในกลุ่ม X_i ถ้า S_W เป็น nonsingular matrix ทิศทางการโปรเจ็ค W_{opt} ที่เหมาะสมที่สุดจะเลือกจากเมตริกซ์ที่มีคอดัมน์ที่ orthonormal โดยที่เมตริกซ์นี้ให้อัตราส่วน determinant ของเมตริกซ์การกระจายระหว่างกลุ่ม และ determinant ของ เมตริกซ์การกระจายภายในกลุ่มที่ได้จากข้อมูลที่โปรเจ็คแล้ว มีค่ามากที่สุด

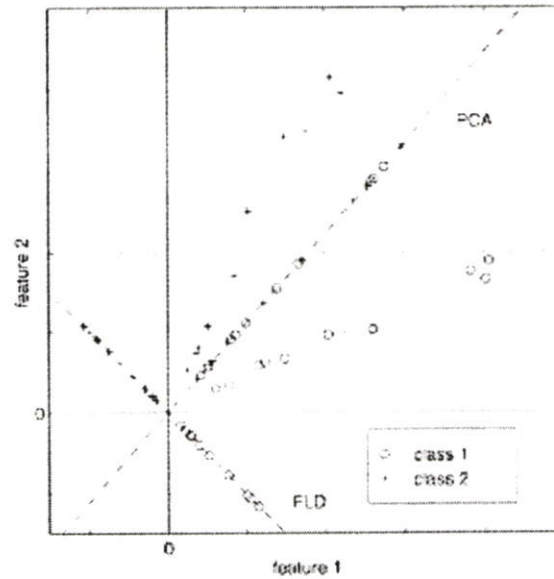
$$\begin{aligned} W_{opt} &= \arg \max_W \frac{|W^T S_B W|}{|W^T S_W W|} \\ &= [\mathbf{w}_1 \quad \mathbf{w}_2 \quad \dots \quad \mathbf{w}_m] \end{aligned} \quad (3.16)$$

เมื่อ $\{\mathbf{w}_i | i=1,2,\dots,m\}$ คือ เซ็ตของ generalized eigenvectors ของ S_B และ S_W ที่สอดคล้องกับ generalized eigenvalues ที่มีค่ามากที่สุด m $\{\lambda_i | i=1,2,\dots,m\}$, เมื่อ

$$S_B \mathbf{w}_i = \lambda_i S_W \mathbf{w}_i, \quad i=1,2,\dots,m \quad (3.17)$$

เมื่อทำการเลือก Eigenvector ที่ต้องการแล้วจึงโปรเจ็คข้อมูลลงบน Basis ใหม่ นั้น

$$\hat{\mathbf{x}}_k = \frac{\mathbf{x}_k \cdot \mathbf{w}_1}{\mathbf{w}_1 \cdot \mathbf{w}_1} \mathbf{w}_1 + \frac{\mathbf{x}_k \cdot \mathbf{w}_2}{\mathbf{w}_2 \cdot \mathbf{w}_2} \mathbf{w}_2 + \dots + \frac{\mathbf{x}_k \cdot \mathbf{w}_m}{\mathbf{w}_m \cdot \mathbf{w}_m} \mathbf{w}_m \quad (3.18)$$



รูปที่ 3.24 แสดงการเปรียบเทียบระหว่างการใช้ Principal Component Analysis (PCA) และ Fisher's Linear Discriminant (FLD) กับปัญหาที่มีข้อมูลสองกลุ่ม

การทำ Orthogonal Basis

เนื่องจาก Basis ใหม่ที่ได้จากการกระบวนการลดมิติของข้อมูลโดยวิธีการของ Fisher's discriminant นั้น ได้ Basis ที่ไม่ Orthogonal ดังนั้นเพื่อให้ข้อมูลที่ทำการลดขนาดในแต่ละมิติ Orthogonal กัน เราจึงใช้กระบวนการทางคณิตศาสตร์ที่รู้จักกันโดยทั่วไปคือกระบวนการของ Gram-schmidt มาทำให้ Basis ใหม่นี้เป็น Orthogonal basis

กระบวนการของ Gram-schmidt มีดังนี้

ให้ basis $\{x_1, \dots, x_p\}$ สำหรับ subspace W ของ \mathbb{R}^n , กำหนด

$$\begin{aligned}
 v_1 &= x_1 \\
 v_2 &= x_2 - \frac{x_2 \cdot v_1}{v_1 \cdot v_1} v_1 \\
 v_3 &= x_3 - \frac{x_3 \cdot v_1}{v_1 \cdot v_1} v_1 - \frac{x_3 \cdot v_2}{v_2 \cdot v_2} v_2 \\
 &\vdots \\
 v_p &= x_p - \frac{x_p \cdot v_1}{v_1 \cdot v_1} v_1 - \frac{x_p \cdot v_2}{v_2 \cdot v_2} v_2 - \dots - \frac{x_p \cdot v_{p-1}}{v_{p-1} \cdot v_{p-1}} v_{p-1}
 \end{aligned} \tag{3.19}$$

ดังนั้น $\{v_1, \dots, v_p\}$ เป็น Orthogonal basis สำหรับ W นอกจากนั้น

$$\text{Span}\{\mathbf{v}_1, \dots, \mathbf{v}_k\} = \text{Span}\{\mathbf{x}_1, \dots, \mathbf{x}_k\} \quad \text{สำหรับ } 1 \leq k \leq p \quad (3.20)$$

ตัวอย่าง ให้ $\mathbf{x}_1 = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}$, $\mathbf{x}_2 = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}$, $\mathbf{x}_3 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}$ เมื่อ $\{\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2, \mathbf{x}_3\}$ เป็นอิสระเชิงเส้นอย่างสมบูรณ์

(Clearly linear independent) และเป็น basis ใน subspace W ของ \mathbb{R}^4 จงสร้าง orthogonal basis สำหรับ W

วิธีทำ

ขั้นตอนที่ 1. ให้ $\mathbf{v}_1 = \mathbf{x}_1$ และ $W_1 = \text{Span}\{\mathbf{x}_1\} = \text{Span}\{\mathbf{v}_1\}$

ขั้นตอนที่ 2. ให้ \mathbf{v}_2 เป็น เวกเตอร์ที่เกิดจากการลบ \mathbf{x}_2 ด้วยโปรเจกชันของตัวเองบน subspace W_1 จะได้

$$\begin{aligned} \mathbf{v}_2 &= \mathbf{x}_2 - \text{proj}_{W_1} \mathbf{x}_2 \\ &= \mathbf{x}_2 - \frac{\mathbf{x}_2 \cdot \mathbf{v}_1}{\mathbf{v}_1 \cdot \mathbf{v}_1} \mathbf{v}_1 \quad \text{เมื่อ } \mathbf{v}_1 = \mathbf{x}_1 \\ &= \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix} - \frac{3}{4} \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -3/4 \\ 1/4 \\ 1/4 \\ 1/4 \end{bmatrix} \end{aligned}$$

\mathbf{v}_2 เป็นองค์ประกอบของ \mathbf{x}_2 ที่ orthogonal กับ \mathbf{x}_1 และ $\{\mathbf{v}_1, \mathbf{v}_2\}$ เป็น orthogonal basis ของ subspace W_2 ที่ span โดย \mathbf{x}_1 และ \mathbf{x}_2

ขั้นตอนที่ 2' (optional) ควรปรับขนาด \mathbf{v}_2 ให้เหมาะสมด้วยการหารด้วย 4 จะได้

$$\mathbf{v}_1 = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{v}'_2 = \begin{bmatrix} -3 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}$$

ขั้นตอนที่ 3. ให้ \mathbf{v}_3 เป็น เวกเตอร์ที่เกิดจากการลบ \mathbf{x}_3 ด้วยโปรเจกชันของตัวเองบน subspace W_2 โดยใช้ orthogonal basis $\{\mathbf{v}_1, \mathbf{v}'_2\}$ ในการคำนวณโปรเจกชัน W_2

$$\begin{array}{cc}
 \text{projection of} & \text{Projection of} \\
 \mathbf{x}_3 \text{ onto } \mathbf{v}_1 & \mathbf{x}_3 \text{ onto } \mathbf{v}'_2 \\
 \downarrow & \downarrow \\
 \text{proj}_{W_2} \mathbf{x}_3 = \frac{\mathbf{x}_3 \cdot \mathbf{v}_1}{\mathbf{v}_1 \cdot \mathbf{v}_1} \mathbf{v}_1 + \frac{\mathbf{x}_3 \cdot \mathbf{v}'_2}{\mathbf{v}'_2 \cdot \mathbf{v}'_2} \mathbf{v}'_2 \\
 = \frac{2}{4} \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix} + \frac{2}{12} \begin{bmatrix} -3 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 2/3 \\ 2/3 \\ 2/3 \end{bmatrix}
 \end{array}$$

เมื่อ \mathbf{v}_3 เป็นองค์ประกอบของ \mathbf{x}_3 ที่ Orthogonal กับ W_2 , กล่าวคือ

$$\mathbf{v}_3 = \mathbf{x}_3 - \text{proj}_{W_2} \mathbf{x}_3 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0 \\ 2/3 \\ 2/3 \\ 2/3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ -2/3 \\ 1/3 \\ 1/3 \end{bmatrix}$$

บทที่ 4

การคัดแยกแบ่งกลุ่มข้อมูล

การแบ่งกลุ่ม (Clustering) คือ การแบ่งประเภท (Classification) ของข้อมูลออกเป็นกลุ่มที่แตกต่างกัน โดยจะแบ่งชุดข้อมูล (มักจะเป็นเวกเตอร์) ออกเป็นกลุ่ม (Cluster) นำข้อมูลที่มีคุณลักษณะเหมือนกัน หรือคล้ายกันจัดไว้ในกลุ่มเดียวกัน ขั้นตอนวิธีที่ใช้ในการแบ่งกลุ่มจะอาศัยความเหมือน (Similarity) หรือ ความใกล้ชิด (Proximity) โดยคำนวณจากการวัดระยะระหว่างเวกเตอร์ของข้อมูล การแบ่งกลุ่มข้อมูลเป็นเทคนิคทั่วไปที่ใช้สำหรับการวิเคราะห์ข้อมูลทางสถิติ ซึ่งถูกนำไปใช้ในหลายๆสาขางานรวมทั้ง Machine learning, Data mining, Pattern recognition, Image analysis และ Bioinformatics

การแบ่งกลุ่มข้อมูลจะแตกต่างจากการแบ่งประเภทข้อมูล (Classification) โดยจะแบ่งกลุ่มข้อมูลจากความคล้าย โดยไม่มีการกำหนดประเภทของข้อมูลไว้ก่อน

นอกจาก Data clustering แล้วยังมีอีกหลายชื่อที่มีความหมายเหมือนกัน คือ Cluster analysis, Automatic classification, Numerical taxonomy, Botryology and Typological analysis

ขั้นตอนที่สำคัญอย่างหนึ่งในการแบ่งกลุ่มข้อมูลก็คือ การเลือกวิธีการวัดระยะห่าง ซึ่งเป็นตัวกำหนดว่า 2 องค์กรประกอบที่คำนวณนั้นเหมือนกันอย่างไร การแบ่งกลุ่มนั้นใช้การวัดระยะห่างได้ 2 แบบ คือ สมมาตร (Symmetric) และ ไม่สมมาตร (Asymmetric) Euclidean space มีคุณสมบัติเป็นระยะห่างแบบสมมาตร (ระยะห่างจาก A ไป B เท่ากับจาก B ไป A) ส่วนในแบบอื่นนั้นไม่อยู่ในกรณีนี้ วิธีการวัดระยะห่างนี้จะมีผลต่อรูปแบบลักษณะของกลุ่มข้อมูล เพราะบางองค์กรประกอบอาจจะอยู่ใกล้กับองค์กรประกอบอื่น ทั้งนี้ขึ้นอยู่กับระยะห่างระหว่างองค์กรประกอบนั้นๆ กับองค์กรประกอบอื่น ตัวอย่างเช่น ในระบบพิกัด 2 มิติ ระยะห่างระหว่างจุด $(x=1, y=0)$ และจุดกำเนิด $(x=0, y=0)$ เท่ากับ 1 เสมอ ตาม Norms ธรรมดา (Usual norm) แต่ระยะห่างระหว่างจุด $(x=1, y=1)$ และจุดกำเนิด เท่ากับ $2, \sqrt{2}$ หรือ 1 ถ้าใช้ ระยะห่างแบบ 1-norm, 2-norm หรือ infinity-norm ตามลำดับ

ฟังก์ชันระยะทางโดยทั่วไป:

- *Euclidean distance* (หรือเรียกว่า ระยะทางแบบ Crow flies หรือ ระยะทางแบบ 2-norm) จากการพิจารณา การวิเคราะห์กลุ่มข้อมูลในงานวิจัยทางด้านสุขภาพจิตที่ได้มีการตีพิมพ์พบว่า การวัดระยะทางซึ่งรู้จักกันดีที่สุดในการศึกษาทางด้านนี้ ก็คือ Euclidean distance หรือ squared Euclidean distance
- *Manhattan distance* (หรือเรียกว่า Taxicab norm หรือ 1-norm)

- *Infinity-norm*
- *Mahalanobis distance* แบ่งกลุ่มข้อมูลให้ถูกต้องตาม scales ที่ต่างกันและความสัมพันธ์ร่วมกันของตัวแปร

อัลกอริทึมในการแบ่งกลุ่มข้อมูล โดยทั่วไปแบ่งได้เป็น 2 ประเภทใหญ่ๆ คือ การแบ่งแบบเป็นลำดับขั้น (Hierarchical) และ การแบ่งแบบตัดเป็นส่วน (Partitional) การแบ่งแบบเป็นลำดับขั้นนั้น จะทำการแบ่งกลุ่มจากกลุ่มย่อยที่ถูกแบ่งไว้ก่อนหน้านั้นซ้ำหลายครั้ง ส่วนการแบ่งแบบตัดเป็นส่วนนั้น การแบ่งข้อมูลทั้งหมดจะทำเพียงครั้งเดียว

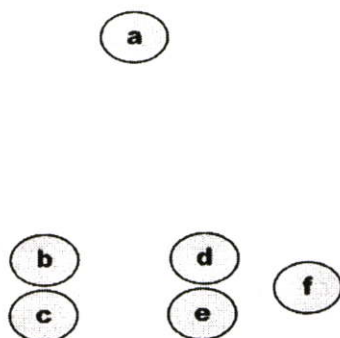
4.1 การแบ่งกลุ่มแบบเป็นลำดับขั้น (Hierarchical clustering)

การแบ่งแบบเป็นลำดับขั้น จะมี 2 ลักษณะคือ แบบรวมกลุ่มหรือล่างขึ้นบน (Agglomerative หรือ Bottom-up) คือ เป็นการแบ่งแบบรวมกลุ่มจากกลุ่มย่อยให้ใหญ่ขึ้นไปเรื่อยๆ โดยเริ่มจากกลุ่มเล็กสุดคือในแต่ละกลุ่มมีข้อมูลเพียงตัวเดียว และ แบบแยกกลุ่มหรือบนลงล่าง (Divisive หรือ Top-down) คือ เป็นการแบ่งแยกกลุ่มจากกลุ่มใหญ่ให้ย่อยไปเรื่อยๆ โดยเริ่มจากกลุ่มใหญ่ที่สุด คือกลุ่มเดียวมีข้อมูลทุกตัวอยู่ในกลุ่ม

การแบ่งแบบเป็นลำดับขั้น นั้น สร้าง (รวมกลุ่ม) หรือแบ่ง (แบ่งแยกกลุ่ม) ลำดับขั้นของกลุ่มข้อมูล ตัวอย่างโดยทั่วไปของ ลำดับขั้นนี้ ก็คือ ลำดับขั้นแบบ Tree diagram (Dendrogram) ซึ่งแต่ละองค์ประกอบของลำดับขั้นสุดท้ายและกลุ่มเดี่ยวนั้น ประกอบไปด้วยทุกอย่างองค์ประกอบของลำดับขั้นอื่นๆ ขั้นตอนการรวมกลุ่มเริ่มที่ส่วนบนสุดของ Tree diagram ในทางตรงกันข้ามขั้นตอนการแบ่งแยกกลุ่มเริ่มที่ส่วนล่างสุดของ Tree diagram (ดังแสดงในรูปที่ 4.2 ลูกศรแสดงถึงการรวมกลุ่ม)

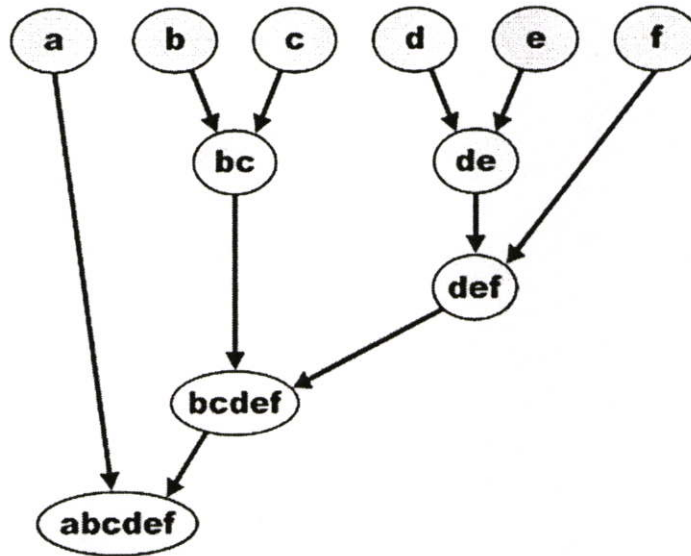
4.1.1 การแบ่งลำดับขั้นแบบรวมกลุ่ม (Agglomerative hierarchical clustering)

สมมติว่าข้อมูลนี้เป็นข้อมูลที่น่ามาแบ่งกลุ่มและ Euclidean distance อยู่ในรูป Distance metric



รูปที่ 4.1 ข้อมูลดิบที่ยังไม่ได้ทำการแบ่งกลุ่ม

จะได้การแบ่งลำดับชั้นแบบ Dendrogram ของกลุ่มข้อมูลนี้ เป็น



รูปที่ 4.2 ตัวอย่าง โดยทั่วไปของการแบ่งลำดับชั้นแบบ Dendrogram

ขั้นตอนนี้สร้างลำดับชั้นขึ้นมาจากองค์ประกอบแต่ละองค์ประกอบ ด้วยการรวมกลุ่มไปเรื่อยๆ ดังในตัวอย่างของเราจะเห็นว่าเรามี 6 องค์ประกอบคือ {a}, {b}, {c}, {d}, {e} และ {f} ขั้นตอนแรกทำการพิจารณาว่าองค์ประกอบไหนที่จะนำมารวมกลุ่มกัน โดยปกติแล้วเราจะพิจารณาองค์ประกอบ 2 องค์ประกอบที่อยู่ใกล้กันมากที่สุดตามระยะห่างระหว่าง 2 องค์ประกอบนั้น

อีกทางเลือกหนึ่งในขั้นตอนนี้คือสร้าง Distance metric ซึ่งค่าใน Metric แถวที่ i -th หลักที่ j -th คือ ระยะห่างระหว่างองค์ประกอบที่ i -th และ j -th ดังนั้น ขณะที่ทำการรวมกลุ่มไปเรื่อยๆ แถวและหลักถูกรวมเป็นกลุ่ม และระยะห่างก็จะถูกปรับปรุง ซึ่งนี่ก็เป็นวิธีที่รู้จักกันดีในการแบ่งกลุ่มข้อมูล และมีข้อดีของการเก็บระยะห่างระหว่างกลุ่ม

สมมติ เราทำการรวมองค์ประกอบ 2 องค์ประกอบ b และ c ที่อยู่ใกล้กันมากที่สุด ตอนนี้เราก็จะได้กลุ่มข้อมูล {a}, {b, c}, {d}, {e}, {f} และเราต้องการที่จะรวมกลุ่มข้อมูลเหล่านี้ต่อ ซึ่งทำได้โดย เราจำเป็นต้องหาระยะห่างระหว่าง {a} และ {b, c} แล้วก็อธิบายถึงระยะห่างระหว่างกลุ่มข้อมูล 2 กลุ่มนั้น โดยปกติแล้วระยะห่างระหว่าง กลุ่มข้อมูล 2 กลุ่ม A และ B คือหนึ่งในคำอธิบายข้างล่างนี้

- ระยะห่างที่มากที่สุดระหว่างองค์ประกอบของแต่ละกลุ่ม (หรือเรียกว่า Complete linkage clustering) :

$$\max \{d(x, y) : x \in A, y \in B\} \quad (4.1)$$

- ระยะห่างที่น้อยที่สุดระหว่างองค์ประกอบของแต่ละกลุ่ม (หรือเรียกว่า Single linkage clustering) :

$$\min \{d(x, y) : x \in \mathbf{A}, y \in \mathbf{B}\} \quad (4.2)$$

- ระยะห่างเฉลี่ยระหว่างองค์ประกอบของแต่ละกลุ่ม (หรือเรียกว่า Average linkage clustering) :

$$\frac{1}{\text{card}(\mathbf{A})\text{card}(\mathbf{B})} \sum_{x \in \mathbf{A}} \sum_{y \in \mathbf{B}} d(x, y) \quad (4.3)$$

- ผลรวมของทุก Variance ภายในกลุ่ม
- การเพิ่มขึ้นของความแปรปรวนสำหรับกลุ่มข้อมูลที่จะถูกรวมกลุ่ม (Ward's criterion)
- ความน่าจะเป็นที่ กลุ่มข้อมูลที่เลือกมานั้น ได้มาจากฟังก์ชันการกระจายเดียวกัน (V-linkage)

ในการรวมกลุ่มแต่ละครั้งทำให้เกิดระยะห่างระหว่างกลุ่มข้อมูลเพิ่มมากขึ้น มากกว่าตอนที่ทำการรวมกลุ่มไว้ก่อนหน้า และจะหยุดทำการรวมกลุ่ม เมื่อกลุ่มนั้นห่างกันเกินไปที่จะรวมกันได้ (หลักการทางระยะห่าง) หรือ เมื่อมีจำนวนกลุ่มที่น้อยพอ (หลักการทางจำนวน)

4.1.2 การแบ่งลำดับขั้นแบบแยกกลุ่ม (Divisive hierarchical clustering)

การแบ่งกลุ่มข้อมูลแบบแยกกลุ่มจะตรงข้ามกับการแบ่งกลุ่มข้อมูลแบบรวมกลุ่ม โดยจะแบ่งแยกกลุ่มจากกลุ่มใหญ่ให้ย่อยไปเรื่อยๆ โดยเริ่มจากกลุ่มใหญ่ที่สุด คือกลุ่มเดียวมีข้อมูลทุกตัวอยู่ในกลุ่ม โดยถ้าพิจารณาจากรูปที่ 4.2 จะพบว่าขั้นตอนจะเริ่มที่ส่วนล่างสุดของ tree diagram คือทิศทางของลูกศรจะชี้ในทางตรงกันข้ามกับแบบรวมกลุ่มนั่นเอง

ขั้นตอนนี้สร้างลำดับขั้นขึ้นมาจากองค์ประกอบแต่ละองค์ประกอบ ด้วยการแยกกลุ่มไปเรื่อยๆ โดยถ้าพิจารณาจากรูปที่ 4.2 กลุ่มข้อมูลที่ใหญ่ที่สุดประกอบด้วย {a, b, c, d, e, f} จากนั้นแยกเป็นกลุ่มย่อย 2 กลุ่ม คือ {a} และ {b, c, d, e, f} จากนั้นก็ทำการแยกกลุ่มย่อยไปอีก เป็น {a}, {b, c}, {d, e, f} ไปเรื่อยๆ ในการแยกกลุ่มแต่ละครั้งทำให้เกิดระยะห่างระหว่างกลุ่มข้อมูลน้อยลงน้อยกว่าตอนที่ทำการแยกกลุ่มไว้ก่อนหน้า และจะหยุดทำการแยกกลุ่ม เมื่อกลุ่มนั้นใกล้กันเกินไปที่จะแยกกันได้ (หลักการทางระยะห่าง) หรือ เมื่อมีจำนวนกลุ่มที่มากพอ (หลักการทางจำนวน)

4.2 การแบ่งกลุ่มข้อมูลแบบตัดเป็นส่วน (Partitional clustering)

การแบ่งกลุ่มข้อมูลแบบตัดเป็นส่วนสามารถแบ่งตามลักษณะความเป็นสมาชิกของข้อมูลได้เป็น 2 แบบด้วยกันคือ ฮาร์ดพาร์ติชัน (Hard Partition) และ ฟัซซีพาร์ติชัน (Fuzzy partition) ซึ่งสามารถอธิบายให้เข้าใจถึงนิยามความแตกต่างได้ดังนี้

ให้ $X = \{x_1, x_2, \dots, x_n\}$ เป็นข้อมูลดิบซึ่ง n เป็นจำนวนข้อมูลที่ต้องการจะแบ่งกลุ่มและ x_k เป็น x ใดๆ โดย $x_k \in \mathcal{X}^p$ (จำนวนจริงมีสถิติเท่ากับ p) ให้ $P(x)$ คือเพาเวอร์เซต (Power set) ของ x หรือก็คือเซตของเซตย่อย (Subset) ทุกอันที่เป็นไปได้ของ x จะได้ฮาร์ดพาร์ติชันของ X คือ $\{A_i \in P(x); 1 \leq i \leq c\}$ ซึ่งหมายความว่า A_i เป็นเซตของข้อมูลที่อยู่ในกลุ่มเดียวกันและ c คือจำนวนกลุ่มข้อมูลที่ต้องการจะแบ่ง ในกรณีของฮาร์ดพาร์ติชันสามารถเขียนฟังก์ชันสมาชิกภาพ (Membership function) ของ x_k ใน A_i ดังใน (4.4) โดย u_{ik} คือค่าสมาชิกภาพ (Membership value) ซึ่งใช้บอกระดับความเป็นสมาชิกของ x_k ในเซต A_i

$$u_{ik} = \begin{cases} 1, & x_k \in A_i \\ 0, & x_k \notin A_i \end{cases} \quad (4.4)$$

ในกรณีของฮาร์ดพาร์ติชัน x_k จะต้องเป็นสมาชิกของกลุ่มข้อมูลเพียงกลุ่มเดียวเท่านั้น ให้ $x_k \in X, A_i \in P(x), i = 1, 2, \dots, c$ และ $k = 1, 2, \dots, n$ จะสามารถเขียนเป็นสมการ (4.5) และ (4.6)

$$u_{ik} \in \{0, 1\}, 1 \leq i \leq c, 1 \leq k \leq n \quad (4.5)$$

$$\sum_{i=1}^c u_{ik} = 1, \forall k \in \{1, 2, \dots, n\} \quad (4.6)$$

เนื่องจากกลุ่มข้อมูลแต่ละกลุ่มจะต้องมีสมาชิกอย่างน้อย 1 ตัวและไม่เกินจำนวนข้อมูลดิบทั้งหมดสามารถเขียนเป็น (4.7)

$$0 < \sum_{k=1}^n u_{ik} < n, \forall i \in \{1, 2, \dots, c\} \quad (4.7)$$

นิยามที่ 4.1 ฮาร์ดพาร์ติชัน กำหนดให้ $X = \{x_1, x_2, \dots, x_n\}$ เป็นเซตของข้อมูลดิบและ V_c คือเซตของเมตริกจำนวนจริง $U = [u_{ik}]$ ขนาด $c \times n$ แสดงดังสมการ (4.8) และ c เป็นเลขจำนวนเต็มซึ่งมีค่าอยู่ในช่วง $2 \leq c \leq n$ หรือก็คือจำนวนกลุ่มข้อมูลที่ต้องการจะแบ่งต้องมากกว่า 1 กลุ่มและต้องไม่เกินจำนวนข้อมูลดิบทั้งหมด ดังนั้นเซตฮาร์ดพาร์ติชันสำหรับ X แสดงดังสมการ (4.9)

$$V_{cm} = \{ U_1, U_2, \dots, U_m / u_{ik} \in \{0,1\} \text{ และ (4.6) เป็นจริง } \} \quad (4.8)$$

$$M_c = \{ U \in V_{cm} \} \quad (4.9)$$

ตัวอย่างที่ 4.1 ให้ X เป็นเซตของรถ 3 คัน $X = \{x_1 = Ford, x_2 = Toyota, x_3 = Chrysler\}$ ถ้าต้องการแบ่งเป็น 2 กลุ่มข้อมูล ($c = 2$) จะได้ฮาร์ดพาร์ทิชันของ X 3 ดังนี้

$$U_1 = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad U_2 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \end{bmatrix} \quad U_3 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

ถ้าไคที่เรีย (Criteria) ของการแบ่งกลุ่มข้อมูลเป็นการแบ่งกลุ่มข้อมูลระหว่างรถอเมริกาและญี่ปุ่นแล้ว U_3 น่าจะเป็นพาร์ทิชันที่เหมาะสมที่สุด ในความเป็นจริงเซตของรถอเมริกาและรถญี่ปุ่นไม่แน่นอนเพราะอุปกรณ์บางส่วนของรถอเมริกาเป็นของญี่ปุ่น และอุปกรณ์บางส่วนของรถญี่ปุ่นเป็นของอเมริกา ดังนั้นการแก้ปัญหาคือให้ u_{ik} มีค่าอยู่ในช่วง $[0, 1]$ หรือเป็นแบบฟัซซีขึ้นนั่นเองซึ่งสามารถเขียนนิยามของฟัซซีพาร์ทิชันได้ดังนี้

นิยามที่ 4.2 ฟัซซีพาร์ทิชัน ให้ X และ c เป็นไปตามนิยามที่ 4.1

$$V_{cm} = \{ U_1, U_2, \dots, U_m / u_{ik} \in [0,1] \text{ และ (4.6) เป็นจริง } \} \quad (4.10)$$

$$M_{fc} = \{ U \in V_{cm} \} \quad (4.11)$$

ดังนั้นจากตัวอย่างที่ 4.1 จะสามารถเขียนในรูปแบบฟัซซีพาร์ทิชันได้เป็น

$$U_1 = \begin{bmatrix} 0.9 & 0.2 & 0.9 \\ 0.1 & 0.8 & 0.1 \end{bmatrix}$$

4.2.1 ฮาร์ดพาร์ทิชัน (Hard partition)

การแบ่งกลุ่มข้อมูลแบบฮาร์ดพาร์ทิชันมีอยู่หลายวิธีด้วยกัน ในที่นี้จะกล่าวเฉพาะวิธีที่สนใจ 3 วิธีด้วยกัน คือ

4.2.1.1 การแบ่งกลุ่มข้อมูลแบบ K-means

วิธีการแบบ K-means นั้นจะระบุจุดแต่ละจุดว่าอยู่ในกลุ่มใด ซึ่งจุดนั้นจะถูกระบุว่าเป็นของกลุ่มที่มีจุดศูนย์กลางของกลุ่มอยู่ใกล้กับจุดที่ต้องการระบุมากที่สุด จุดศูนย์กลางกลุ่มก็คือ

ค่าเฉลี่ยของทุกจุดที่อยู่ภายในกลุ่มนั้น ฉะนั้นแล้วพิกัดของจุดศูนย์กลางก็คือค่าเฉลี่ยในแต่ละมิติของทุกจุดในกลุ่ม

ตัวอย่าง ชุดข้อมูลมีสามมิติและกลุ่มข้อมูลนี้มีอยู่ 2 จุดคือ $X = (x_1, x_2, x_3)$ และ $Y = (y_1, y_2, y_3)$ เพราะฉะนั้น จุดศูนย์กลางกลุ่ม Z คือ $Z = (z_1, z_2, z_3)$ ซึ่ง $z_1 = (x_1 + y_1)/2$, $z_2 = (x_2 + y_2)/2$ และ $z_3 = (x_3 + y_3)/2$

ขั้นตอนของวิธีการ (J. MacQueen, 1967)

- เลือกกำหนดจำนวนของกลุ่มข้อมูล เป็น k กลุ่ม
- ทำการสร้างกลุ่มข้อมูล โดยสุ่มมา k กลุ่มและพิจารณาหาจุดศูนย์กลางกลุ่ม หรือว่าทำการสร้างจุดศูนย์กลางโดยตรง โดยสุ่มมา k จุด
- ระบุจุดแต่ละจุดให้อยู่ในกลุ่มที่มีจุดศูนย์กลางของกลุ่มอยู่ใกล้กับจุดที่ต้องการระบุมากที่สุด
- ทำการคำนวณจุดศูนย์กลางกลุ่มใหม่อีกครั้ง
- ทำสองขั้นตอนก่อนหน้าซ้ำไปเรื่อยๆจนกระทั่งลู่เข้า(โดยปกติจะทำให้ไปเรื่อยๆจนการระบุกลุ่มของจุดไม่มีการเปลี่ยนแปลง)

ข้อดีหลักๆของวิธีการนี้คือ ง่ายและเร็วต่อการใช้กับชุดข้อมูลขนาดใหญ่ ส่วนข้อเสียคือให้ผลไม่เหมือนกันในการแบ่งกลุ่มข้อมูลแต่ละครั้ง เพราะผลของการแบ่งกลุ่มข้อมูลนั้นขึ้นอยู่กับการระบุที่สุ่มมาในตอนเริ่มต้น วิธีการนี้ทำให้ความแปรปรวนระหว่างกลุ่มมีค่ามาก(ทำให้ความแปรปรวนภายในกลุ่มน้อย) แต่ก็รับประกันไม่ได้ว่าผลของการแบ่งกลุ่มข้อมูลนั้นมีความแปรปรวนโดยรวมน้อย

4.2.1.2 วิธีการแบ่งกลุ่มข้อมูลแบบ QT

การแบ่งกลุ่มข้อมูลแบบ QT (Quality threshold) (Heyer et al, 1999) เป็นอีกวิธีหนึ่งของการแยกข้อมูลออกเป็นส่วนๆ ซึ่งเป็นวิธีที่คิดขึ้นมาเพื่อใช้ในการแบ่งประเภทของกลุ่มข้อมูล วิธีนี้ใช้การคำนวณที่มากกว่าการคำนวณในวิธี K-means แต่ไม่ต้องกำหนดจำนวนกลุ่มข้อมูลมาก่อนและไม่ว่าจะทำการคำนวณกี่ครั้งก็ให้ผลการระบุกลุ่มข้อมูลที่เหมือนเดิม

ขั้นตอนของวิธีการ

- เลือกเส้นผ่านศูนย์กลางที่มีค่ามากที่สุดสำหรับกลุ่มข้อมูล
- สร้างกลุ่มข้อมูลสำหรับแต่ละจุดโดยทำการรวมจุดที่อยู่ใกล้เคียงกันไปเรื่อยๆจนเส้นผ่านศูนย์กลางของกลุ่มข้อมูลที่ได้นั้นเกิน threshold

- เก็บกลุ่มข้อมูลนั้นด้วยจุดโดยส่วนใหญ่ที่เป็นกลุ่มจริงๆและกำจัดทุกจุดที่อยู่นอกเหนือจากการพิจารณาออกจากกลุ่มข้อมูลนั้น
- ทำการพิจารณา ชุดของจุดที่ถูกกำจัด ซ้ำอีก

ระยะห่างระหว่างจุดจุดหนึ่งกับกลุ่มของจุดคำนวณได้จากการใช้ Complete linkage เช่น ระยะห่างที่มากที่สุดจากจุดจุดนั้น ไปยังสมาชิกใดๆของกลุ่ม (ดูหัวข้อ “การแบ่งลำดับชั้นแบบรวมกลุ่ม” ในเรื่องระยะห่างระหว่างกลุ่มข้อมูล)

4.2.1.3 อัลกอริธึมฮาร์ดซีมีน (Hard c-mean Algorithm)

วิธีฮาร์ดซีมีนก็เป็นพื้นฐานของวิธีพีชซีมีนและก็ยังเป็นประโยชน์ในปัญหาที่ไม่ซับซ้อน อีกทั้งยังดูเข้าไปเร็วกว่าวิธีพีชซีมีน

การเลือกให้พาหิซันจากฮาร์ดซีพาหิซันและพีชซีพาหิซันมีอยู่ 3 วิธีคือ วิธีไฮเออราซิเกล (Hierarchical), วิธีทฤษฎีกราฟ (Graph theoretic) และวิธีฟังก์ชันวัตถุประสงค์ (Objective function) ซึ่งการใช้ฟังก์ชันวัตถุประสงค์เป็นวิธีที่แพร่หลายมากที่สุด สมการที่นิยมใช้เรียกว่า Over all within-group sum of square errors (4.12)

$$J_w(U, V) = \sum_{k=1}^n \sum_{i=1}^c u_{ik} \|x_k - v_i\|^2 \quad (4.12)$$

ซึ่ง $U = [u_{ik}] \in M_c$ หรือ M_{jc} , $V = (v_1, v_2, \dots, v_c)$ ซึ่ง v_i เป็นจุดศูนย์กลางของกลุ่มข้อมูล A_i แสดงดังสมการ (4.13)

$$v_i = \frac{\sum_{k=1}^n u_{ik} x_k}{\sum_{k=1}^n u_{ik}} \quad (4.13)$$

หรือ v_i คือค่าเฉลี่ย (ของฮาร์ดซีพาหิซัน) หรือค่าเฉลี่ยน้ำหนัก (ของพีชซีพาหิซัน) ของทุกจุดข้อมูลใน A_i สมมติว่า $x_k, v_i \in \mathcal{R}^p$ ซึ่ง U คือฮาร์ดซีพาหิซัน ดังนั้น $J_w(U, V)$ จาก (4.12) เขียนใหม่ได้ดังนี้

$$J_w(U, V) = \sum_{i=1}^c \left(\sum_{x_k \in A_i} \|x_k - v_i\|^2 \right) \quad (4.14)$$

จาก (4.14) ที่ได้ชื่อว่า Over all within-group sum of square errors ซึ่ง $u_{ik} \|x_k - v_i\|^2$ ก็คือค่าความผิดพลาดกำลังสอง (square errors) ที่เกิดขึ้นระหว่าง x_k กับ v_i โดยค่า $J_w(U, V)$ ควรจะน้อยถ้าจุดข้อมูลนั้นอยู่ในกลุ่มข้อมูลแบบฮาด A_i ที่มีจุดศูนย์กลางที่ v_i สามารถเขียนได้ดังสมการ (4.15) ดังนั้นทั้งอัลกอริทึมฮาดซีมีนทำการวนซ้ำเพื่อหาค่า $J_w(U, V)$ ที่ดีที่สุดหรือน้อยที่สุดนั่นเอง

$$\text{ถ้า } (M_c = U_m M_{fc} = U_m) \text{ แล้ว } (J_w(U_m, V_m) = \min(\forall J_m(U, V))) \quad (4.15)$$

อัลกอริทึมการแบ่งกลุ่มแบบฮาดซีมีน

1. สมมติว่าข้อมูล n จุดข้อมูล $X = \{x_1, x_2, \dots, x_n\}$ ซึ่ง $x_i \in \mathcal{R}^p$ โดย $2 \leq c \leq n-1$ และเริ่มต้นให้ $U^{(0)} \in M_c$
2. ให้ $l = 0, 1, 2, \dots$ เป็นตัวบอกจำนวนรอบจะได้เวกเตอร์ซีมีน (C-means vectors) (4.16)

$$v_i^{(l)} = \frac{\sum_{k=1}^n u_{ik}^{(l)} x_k}{\sum_{k=1}^n u_{ik}^{(l)}} \quad (4.16)$$

3. ทำการอัปเดต (Update) ค่าสมาชิกภาพจาก $U^{(l)} \rightarrow U^{(l+1)}$ โดยใช้ (4.17)

$$U_{ik}^{(l+1)} = \begin{cases} 1 & \|x_k - v_i^{(l)}\| = \min_{1 \leq j \leq c} (\|x_k - v_j^{(l)}\|) \\ 0 & \end{cases} \quad (4.17)$$

4. เปรียบเทียบ $U^{(l)}$ กับ $U^{(l+1)}$ ดังนี้
 ถ้า $\|U^{(l+1)} - U^{(l)}\| < \varepsilon$ (ค่าความผิดพลาดที่ยอมรับได้)
 แล้ว จบการทำงาน
 มิฉะนั้น $l = l + 1$ และกลับไปทำในขั้นตอนที่ 2 ซ้ำอีกครั้ง

จากอัลกอริทึมการแบ่งกลุ่มแบบฮาดซีมีนมีอยู่ 4 ขั้นตอนหลักซึ่งสามารถอธิบายได้ดังนี้คือ กำหนดจำนวนกลุ่มข้อมูลที่ต้องการจะแบ่งและเมตริกค่าสมาชิกภาพเริ่มต้น, หาจุดศูนย์กลางกลุ่มข้อมูลหรือเวกเตอร์ซีมีน, อัปเดตค่าสมาชิกภาพจากสมการค่าความผิดพลาดกำลังสองน้อยสุดระหว่างจุดศูนย์กลางกลุ่มข้อมูลและจุดข้อมูลและขั้นตอนสุดท้ายคือหยุดเมื่อค่าความผิดพลาดอยู่ในเกณฑ์ที่ยอมรับได้ถ้าไม่แล้วให้กลับไปทำขั้นตอนที่ 2 ซ้ำอีกครั้ง

ตัวอย่างที่ 4.2 สมมติว่า X ประกอบด้วยจุดข้อมูล 15 จุดแสดงดังรูปที่ 4.3 จะเห็นว่ามียกขบวนคล้ายรูปผีเสื้อซึ่ง x_1 ถึง x_2 อยู่ทางฝั่งซ้ายและ x_9 ถึง x_{15} อยู่ทางฝั่งขวา โดยมี x_8 อยู่ตรงกลาง ถ้า

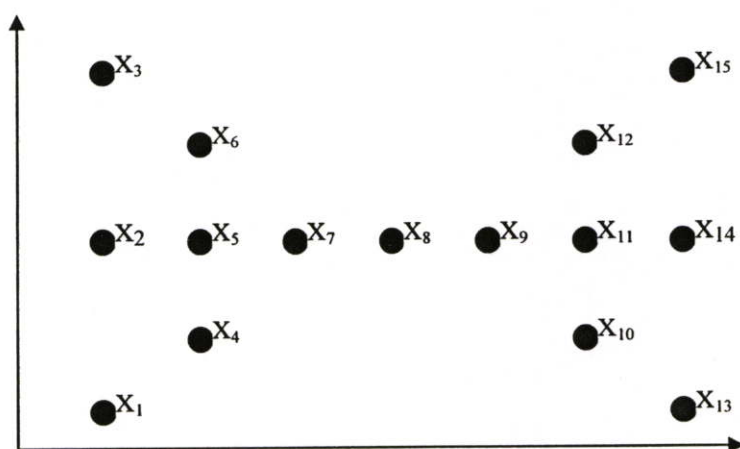
ต้องการแบ่งข้อมูลนี้ออกเป็น 2 กลุ่ม ($c = 2$) โดยใช้โคงที่เรียกด้านระยะห่างและค่าสมาชิกภาพเริ่มต้นดังนี้

$$U^{(0)} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

ใช้อัลกอริทึมแบบฮาคซิมินซึ่งจากการทดลองจะหยุดที่ $l = 3$ โดยมีค่าสมาชิกภาพดังนี้

$$U^{(3)} = U^{(4)} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

จะเห็นว่า $U^{(3)}$ แสดงให้เห็นว่า x_1 ถึง x_7 อยู่ในกลุ่มข้อมูลเดียวกัน (A_1) และ x_8 ถึง x_{15} อยู่กลุ่มข้อมูลเดียวกัน (A_2) จะเห็นว่า x_8 สามารถอยู่ได้ทั้ง A_1 และ A_2 ซึ่งปัญหาความไม่แน่นอน (Vagueness) นี้สามารถแก้ไขได้โดยอัลกอริทึมฟัซซี่ซิมิน



รูปที่ 4.3 รูปประกอบตัวอย่างที่ 4.2

4.2.2 ฟัซซี่พาทิชัน (Fuzzy partition)

ในหัวข้อนี้จะกล่าวถึงทฤษฎีฟัซซี่ในส่วนของแนวคิดพื้นฐานของฟัซซี่ก่อน จากนั้นจึงกล่าวถึง อัลกอริทึมของการแบ่งกลุ่มข้อมูลแบบฟัซซี่ซิมินซึ่งเป็นอัลกอริทึมที่เลือกใช้ในงานวิจัยนี้

4.2.2.1 แนวคิดพื้นฐานเกี่ยวกับฟัซซี่

ฟัซซี่ลอจิกคิดค้นโดย L. A. Zadeh ในปี ค.ศ. 1965 ซึ่งเป็นผลงานวิทยานิพนธ์ระดับปริญญาเอก ฟัซซี่ลอจิกเป็นตรรกะที่อยู่บนพื้นฐานความเป็นจริงที่ว่า ทุกสิ่งบนโลกแห่งความเป็นจริงไม่ใช่มีเฉพาะสิ่งมีความแน่นอนเท่านั้น แต่มีหลายสิ่งหลายเหตุการณ์ที่เกิดขึ้นอย่างไม่เที่ยงและไม่แน่นอน (uncertain) อาจเป็นสิ่งที่คลุมเครือ (fuzzy) ไม่ใช่ชัดเจน (exact) ยกตัวอย่างเช่น เซตของ

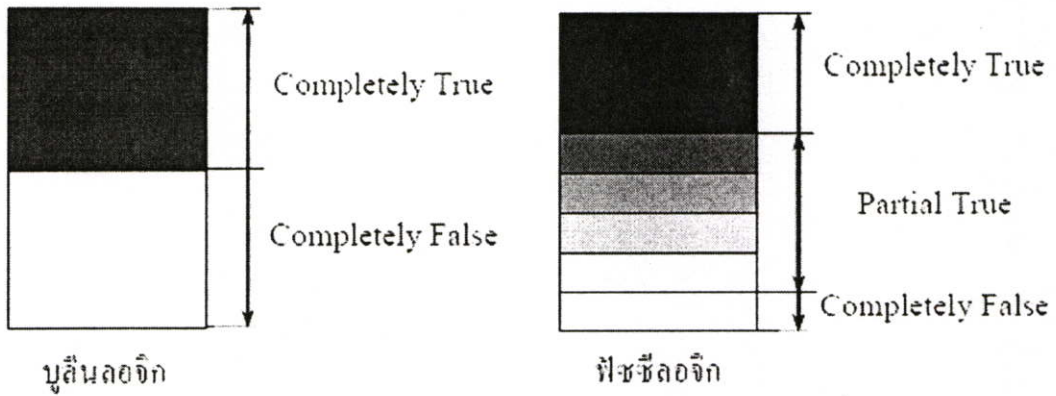
อายุคน อาจแบ่งเป็น วัยทารก วัยเด็ก วัยรุ่น วัยกลางคน และวัยชรา จะเห็นได้ว่าในแต่ละช่วงอายุคน ไม่สามารถระบุได้แน่ชัดว่าวัยทารกกับวัยเด็กแยกจากกันแน่ชัดช่วงใด วัยทารกอาจถูกตีความว่าเป็น อายุระหว่าง 0 ถึง 1 ปี บางคนอาจตีความว่าวัยทารกอยู่ในช่วงอายุ 0 ถึง 2 ปี ในทำนองเดียวกัน วัยเด็กและวัยรุ่น ก็ไม่สามารถระบุได้ชัดเจนว่าช่วงต่อของอายุควรอยู่ในช่วงใด อาจตีความว่าวัยเด็ก มีอายุอยู่ในช่วง 1 ถึง 12 ปี หรืออาจเป็น 2 ถึง 10 ปี เป็นต้น สิ่งเหล่านี้เป็นตัวอย่างของความไม่แน่นอน ซึ่งเป็นลักษณะทางธรรมชาติที่เกิดขึ้นทั่วไป เซตของเหตุการณ์ที่ไม่แน่นอนเช่นนี้เรียกว่า ฟัซซีเซต (fuzzy set)

จากแนวความคิดของ Zadeh เกี่ยวกับความไม่แน่นอนได้มีการขยายแนวคิดเพื่อนำไปประยุกต์ใช้ในด้านต่าง ๆ มากมายจนนับไม่ถ้วน ได้มีนักวิจัยได้คิดค้นทฤษฎีเสริมกับแนวคิดเดิมจนทำให้ฟัซซีเซตโดดเด่นในวงการคอมพิวเตอร์ ถึงแม้ว่าฟัซซีเซตจะนำเสนอจากคนอเมริกันแต่ประเทศอเมริกาก็ไม่ได้นำไปประยุกต์ใช้อย่างจริงจังในช่วงต้นๆ แต่ประเทศญี่ปุ่นเล็งเห็นคุณค่าของศาสตร์ด้านนี้ได้เป็นผู้บุกเบิกฟัซซีเซตทางการค้า โดยได้นำไปประยุกต์ใช้ในเครื่องใช้ไฟฟ้ามากมาย เช่น เครื่องปรับอากาศ เครื่องซักผ้า หม้อหุงข้าว และอื่น ๆ อีกมากมาย ในยุคปัจจุบัน ประเทศสหรัฐอเมริกาได้ให้ความสำคัญกับศาสตร์นี้มากขึ้น โดยได้มีการทุ่มงบประมาณให้การวิจัยมากขึ้น และฟัซซีลอจิกถูกนำไปประยุกต์ใช้งานต่าง ๆ มากมาย ตัวอย่างเช่น ในโครงการอวกาศ NASA และโครงการด้านการทหาร

ฟัซซีลอจิกหรือตรรกะแบบคลุมเครือ เป็นคณิตศาสตร์แขนงใหม่ที่มีความสำคัญต่อเทคโนโลยีสารสนเทศเป็นอย่างมาก ฟัซซีลอจิกได้ถูกนำไปประยุกต์ใช้ในงานด้านต่าง ๆ ที่ต้องใช้คอมพิวเตอร์ในการประมวลผล ช่วยในการสนับสนุนการตัดสินใจ การพยากรณ์ การคาดการณ์ เหตุการณ์ หรือแม้แต่ในงานด้านวิศวกรรมต่าง ๆ

4.2.2.1.1 พื้นฐานแนวคิดแบบฟัซซี

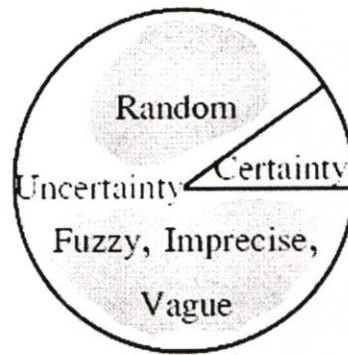
ตรรกะแบบฟัซซี (fuzzy logic) เป็นเครื่องมือที่ช่วยในการตัดสินใจภายใต้ความไม่แน่นอนของข้อมูล โดยยอมให้มีความยืดหยุ่นได้ ใช้หลักเหตุผลที่คล้ายการเลียนแบบวิธีความคิดที่ซับซ้อนของมนุษย์ ฟัซซีลอจิกมีลักษณะที่พิเศษกว่าตรรกะแบบจริงเท็จ (Boolean logic) เป็นแนวคิดที่มีการต่อขยายในส่วนของความจริง (partial true) โดยค่าความจริงจะอยู่ในช่วงระหว่างจริง (completely true) กับเท็จ (completely false) ส่วนตรรกศาสตร์เดิมจะมีค่าเป็นจริงกับเท็จเท่านั้น แสดงดัง รูปที่



รูปที่ 4.4 ตรรกะแบบจริงเท็จ (บูลีนลอจิก) กับตรรกะแบบฟัซซี (ฟัซซีลอจิก)

ความเป็นฟัซซี (fuzziness) มีชื่อเรียกว่า มัลติวาลานซ์ (multivalence) ซึ่งมีค่าที่ความเป็นสมาชิกมากกว่า 2 ค่า และแตกต่างกับ ไบวาลานซ์ (bivalence) ที่มีความเป็นสมาชิกเพียง 2 ค่า ฟัซซีเซต (Fuzzy set) เป็นเครื่องมือทางคณิตศาสตร์ที่สื่อถึง “ความไม่แน่นอน (uncertainty)” สามารถที่จะสร้างและกำหนดรูปแบบ (modeling) ของลักษณะความไม่แน่นอนที่เป็นความคลุมเครือ ความไม่ตายตัว รวมถึงความขาดข้อมูลบางส่วน โดยทฤษฎีของฟัซซีเซตจะใช้ลักษณะความหมายตัวแปร (linguistic) มากกว่าปริมาณ (quantitative) ของตัวแปร เช่น การหาความหมายของ “คนที่อ้วน” เราไม่สามารถนิยามค่าความอ้วนที่ตรงกันและระบุเป็นหนึ่งเดียว (identical) สำหรับคนที่อ้วน นาย ก. จะให้ความหมายของ “คนอ้วน” หมายถึงคนที่มีน้ำหนักมากกว่า 70 กิโลกรัม นาย ข. ให้ความหมายว่าเป็นคนที่มีน้ำหนักมากกว่า 75 กิโลกรัม ซึ่งทั้งสองคนต่างแสดงความหมายของคำว่าคนที่อ้วน โดยเปรียบเทียบและในมุมมองของตัวเองตามน้ำหนักของตน ในการทำงานในมุมมองแบบฐานสอง (Binary sense) จะได้ผลเป็น ใช่ หรือ ไม่ใช่ เพียง 2 กรณี ซึ่งหากกำหนดว่า คนที่อ้วนคือคนที่มีน้ำหนักมากกว่า 75 กิโลกรัม คอมพิวเตอร์จะให้ผลว่าคนที่มีน้ำหนัก 74.50 กิโลกรัม ไม่จัดเป็นคนที่อ้วน แต่จะเห็นว่าบุคคลนี้เป็นคนอ้วนน้ำหนักเกือบจะ 75 กิโลกรัม และถึงแม้ว่าบุคคลนี้จะมีน้ำหนัก 75 กิโลกรัม แต่หากพิจารณาจากกลุ่มคนที่มีน้ำหนักเฉลี่ย 90 กิโลกรัม บุคคลนี้ก็จะไม่จัดอยู่ในกลุ่มคนที่อ้วน แสดงให้เห็นว่า ความอ้วนไม่ได้มีลักษณะความไม่แน่นอนแบบสุ่ม จากการศึกษาปัญหาต่างๆ ไปจะแสดงถึงรูปแบบลักษณะการกระจายของปัญหา

รูปที่ 4.5 เป็นการแสดงให้เห็นว่าแนวทางในการตัดสินใจของปัญหาทั้งหมดมีเพียงส่วนน้อยที่เป็นสิ่งที่แน่นอน (certainty) ที่เหลือคือสิ่งที่ไม่แน่นอนซึ่งประกอบด้วยความไม่แน่นอนที่มีลักษณะแบบสุ่ม และความไม่แน่นอนที่มีลักษณะเป็นฟัซซี หรือคลุมเครือ ซึ่งมีมากกว่าร้อยละ 40 เพราะปัญหาส่วนมากเกี่ยวข้องกับการตัดสินใจของมนุษย์ซึ่งจะตัดสินใจตามพื้นฐานความคิดของตนเป็นหลัก

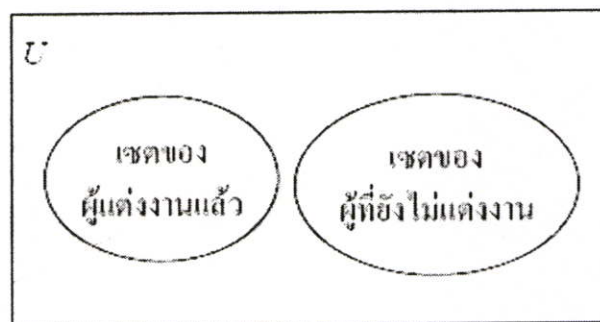


รูปที่ 4.5 ความไม่แน่นอน (uncertainty)

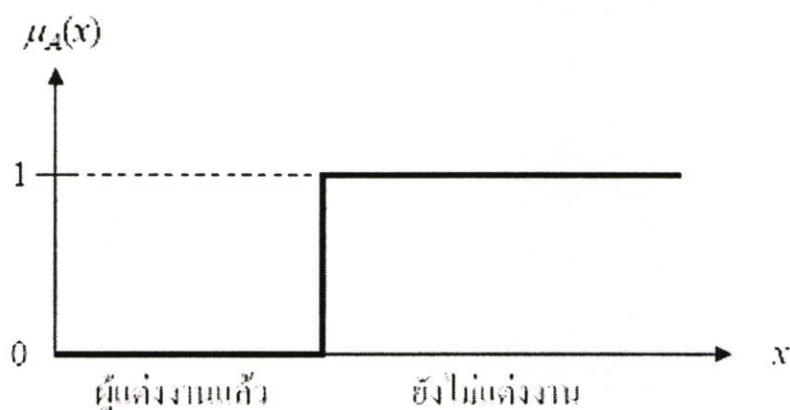
พีชชีจะสร้างวิธีทางคณิตศาสตร์ที่แสดงถึงความคลุมเครือ ความไม่แน่นอนของระบบที่เกี่ยวข้องกับความคิดความรู้สึทักของมนุษย์ เมื่อพิจารณาส่วนประกอบต่าง ๆ ในความไม่แน่นอนเพื่อกำหนดเงื่อนไขในการตัดสินใจ (Decision making) โดยอาศัยเซตของความเป็นสมาชิก (Set membership)

4.2.2.1.2 เซตแบบฉบับ

ในเซตแบบฉบับ (classical set) หรือเซตทวินัย (crisp set) เป็นเซตที่มีค่าความเป็นสมาชิกเป็น 0 หรือ 1 $\{0, 1\}$ เท่านั้น เซตในทฤษฎีเซตแบบฉบับจะมีขอบเขตแบบแข็ง (hard boundary) ซึ่งเป็นขอบเขตที่ตัดขาดจากกันแบบทันทีทันใด เซตแบบฉบับมีการกำหนดค่าความเป็นสมาชิกตามแนวคิดเลขฐานสอง โดยที่ตัวแปรหนึ่ง ๆ จะมีค่าความเป็นสมาชิกเพียงสองค่า คือ 0 ไม่เป็นสมาชิก และ 1 เป็นสมาชิก ตัวอย่างเช่น เซตของกลุ่มแต่งงาน จะสามารถบอกได้อย่างแน่ชัดว่าเป็นกลุ่มผู้แต่งงานหรือไม่แต่งงาน



รูปที่ 4.6 ตัวอย่างเซตแบบฉบับ



รูปที่ 4.7 ฟังก์ชันความเป็นสมาชิกในเซตผู้ที่ไม่แต่งงาน

รูปที่ 4.6 แสดงตัวอย่างของเซตย่อยสองเซต คือเซตของผู้ที่แต่งงานและเซตของผู้ที่ไม่แต่งงาน จะเห็นได้ว่าคนหนึ่งคนจะเป็นสมาชิกภาพได้เพียงเซตเดียวเท่านั้น แต่งานหรือไม่แต่งงาน ในรูปที่ 4.7 แสดงฟังก์ชันความเป็นสมาชิกของเซตผู้ที่ไม่แต่งงาน จากรูปจะเห็นได้ว่า ผู้ที่แต่งงานแล้วจะมีค่าความเป็นสมาชิกในเซตของผู้ไม่แต่งงานเป็น 0 ส่วนผู้ที่ไม่แต่งงานมีค่าความเป็นสมาชิกภาพของเซตผู้ที่ไม่แต่งงานเป็น 1 ค่าความเป็นสมาชิกของทั้งสองเซตจะตัดขาดจากกันอย่างทันทีทันใด รูปแบบคณิตศาสตร์ของเซตแบบฉบับมีรูปดังนี้

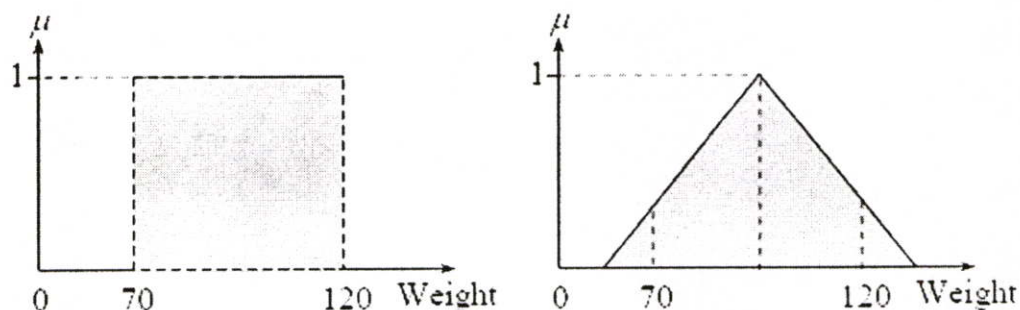
$$\mu_A(x) = \begin{cases} 1, & x \in A \\ 0, & x \notin A \end{cases} \quad (4.18)$$

เมื่อ A เป็นเซตแบบฉบับหรือเซตแบบทวินัย x เป็นสมาชิกในเซต μ_A เป็นค่าความเป็นสมาชิกในเซต และ $\mu_A(x)$ เป็นฟังก์ชันความเป็นสมาชิกในเซต A

4.2.2.1.3 ฟัชซีเซต

ฟัชซีเซต (Fuzzy Set) เป็นเซตที่มีขอบเขตที่ราบเรียบ ทฤษฎีฟัชซีเซตจะครอบคลุมทฤษฎีเซตแบบฉบับ โดยฟัชซีเซตยอมให้มีค่าความเป็นสมาชิกของเซตระหว่าง 0 และ 1 ในโลกแห่งความเป็นจริงเซตไม่ใช่มีเฉพาะเซตแบบฉบับเท่านั้น จะมีเซตแบบฟัชซีด้วย ฟัชซีเซตจะมีขอบเขตแบบฟัชซีไม่ใช่เปลี่ยนแปลงทันทีทันใดจากขาวเป็นดำ ตัวอย่างเช่น เซตของกลุ่มแต่งงานที่มีความสุข จะเห็นได้ว่าสมาชิกในเซตนี้จะไม่เฉพาะกลุ่มแต่งงานที่มีความสุขระดับเดียวกันหมด บางกลุ่มมีความสุขมาก บางกลุ่มมีความสุขน้อย แตกต่างกันไป การใช้เซตแบบดั้งเดิมจึงไม่เหมาะสม

ยกตัวอย่างเกี่ยวกับความอ้วน นิยามคำว่าคนอ้วนในเซตทวินัยอาจกำหนดเป็นคนที่มีน้ำหนักตั้งแต่ 70 ถึง 120 กิโลกรัม โดยนิยามแบบฟัชซีเซตอาจกำหนดเป็นคนที่มีความอ้วนประมาณ 80 กิโลกรัม ซึ่งเป็นการให้นิยามที่ไม่แสดงถึงขอบเขตที่แน่นอน



รูปที่ 4.8 การกำหนดค่าความเป็นสมาชิกของเซตทวินัยและเซตแบบฟัซซี

นิยามของฟัซซีเซต กำหนดให้ X เป็นเซตที่ไม่ว่าง ฟัซซีเซต A สามารถแสดงลักษณะเฉพาะได้จาก ฟังก์ชันความเป็นสมาชิก

$$\mu_A(x) : X \rightarrow [0, 1] \quad (4.19)$$

เมื่อ $\mu_A(x)$ สามารถตีความเป็นค่าของความเป็นสมาชิกภาพของตัวประกอบ x ในฟัซซีเซต A สำหรับแต่ละ $x \in X$ (อ่านว่า “ x เป็นสมาชิกของ X ”) ฟัซซีเซต A สามารถเขียนเป็นเซตของ คู่อันดับ (tuples)

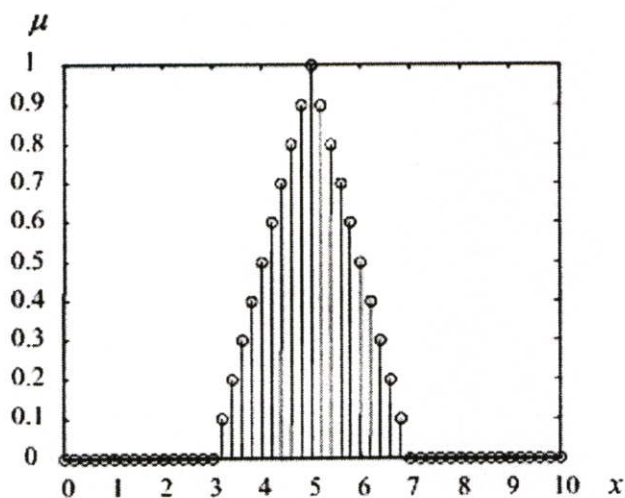
$$\underline{A} = \{(x, \mu_A(x)) | x \in X\} \quad (4.20)$$

เมื่อ \underline{A} หมายถึงฟัซซีเซต A , x หมายถึงสมาชิกของเซต (set membership), $\mu_A(x)$ หมายถึง ฟังก์ชันความเป็นสมาชิก (membership function) $\mu_A(x)$ บางครั้งแทนด้วย $\underline{A}(x)$, X หมายถึงเอกภพสัมพัทธ์ (universe) หรือประชากร

ถ้า $X = \{x_1, x_2, \dots, x_n\}$ เป็นเซตจำกัด และ A เป็นฟัซซีเซตใน X ซึ่งเป็นชนิดแบ่งช่วง (discrete) และจำกัด สัญกรณ์ (notation) ของฟัซซีเซต A เขียนได้เป็น

$$\underline{A} = \left\{ \frac{\mu_A(x_1)}{x_1} + \frac{\mu_A(x_2)}{x_2} + \dots + \frac{\mu_A(x_n)}{x_n} \right\} = \left\{ \sum_{i=1}^n \frac{\mu_A(x_i)}{x_i} \right\} \quad (4.21)$$

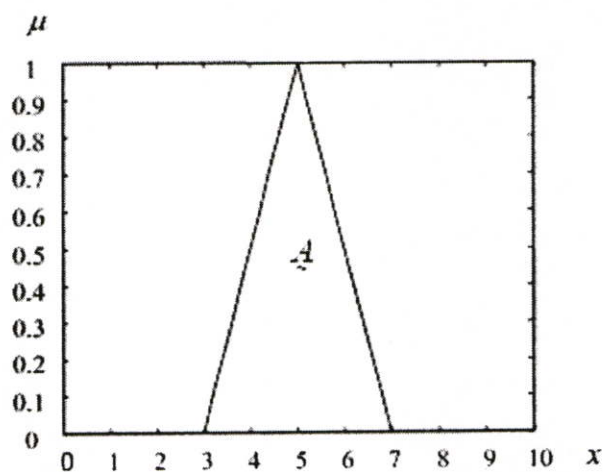
เมื่อพจน์ $\mu_A(x_i)/x_i, i=1, 2, \dots, n$ หมายถึงค่าความเป็นสมาชิก $\mu_A(x)$ ของ x_i ในเซต A และ เครื่องหมายบวก “+” หมายถึงยูเนียน (union)



รูปที่ 4.9 ฟังก์ชันความเป็นสมาชิกของเซตฟuzzyแบบแบ่งช่วง \underline{A}

ถ้าเอกภพสัมพัทธ์ X เป็นต่อเนื่อง (continuous) สัญกรณ์ (notation) ของฟuzzyเซต \underline{A} เขียนได้เป็น

$$\underline{A} = \left\{ \int \frac{\mu_{\underline{A}}(x)}{x} \right\} \quad (4.22)$$



รูปที่ 4.10 ฟังก์ชันความเป็นสมาชิกของเซตฟuzzyแบบต่อเนื่อง \underline{A}

ทฤษฎีฟuzzyเซตสามารถแก้ปัญหาข้อจำกัดของเซตแบบดั้งเดิมได้ โดยฟuzzyเซตยอมให้มีค่าหรือดีกรีของความเป็นสมาชิก (degree of membership) ซึ่งแสดงด้วยค่าตัวเลขระหว่าง 0 และ 1 หรือเขียนเป็นสัญลักษณ์ $[0, 1]$, โดย 0 หมายถึง ไม่เป็นสมาชิกในเซต 1 หมายถึง เป็นสมาชิกในเซต และค่าระหว่าง 0 กับ 1 เป็นสมาชิกบางส่วนในเซต การทำเช่นนี้ ทำให้เกิดความราบเรียบในการเปลี่ยนจากพื้นที่นอกเซตไปอยู่ในเซตของสมาชิกต่างๆ โดยมีฟังก์ชันสมาชิก (membership

function) เป็นฟังก์ชันจัดเทียบ (mapping function) วัตถุในโดเมนใด ๆ ให้เป็นค่าความเป็นสมาชิกในฟัซซีเซต

ความเป็นสมาชิกสำหรับฟัซซีเซต มีจำนวนระดับความเป็นสมาชิกเป็นอนันต์ คือค่าต่อเนื่องในช่วงตั้งแต่ 0 ถึง 1 ซึ่งครอบคลุมการกำหนดสมาชิกแบบฉบับ และเซตแบบฉบับหรือเซตทวินัย (crisp set) จะกำหนดตามดังสมการที่ (4.23)

$$\mu_A(x) = \begin{cases} 1, & x \in A \\ 0, & x \notin A \end{cases} \quad (4.23)$$

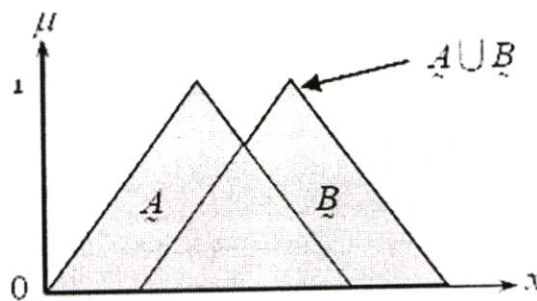
เมื่อ x หมายถึง สมาชิกในเซต (set member), $\mu_A(x)$ หมายถึงฟังก์ชันความเป็นสมาชิก (membership function) และ A หมายถึงฟัซซีเซต A

4.2.2.1.4 การดำเนินการทางฟัซซีเซต

การดำเนินการของฟัซซีเซตมีคุณสมบัติเหมือนกับเซตโดยทั่วไป มีการดำเนินการ (operation) คือ Union Intersection และ Complement

1. ยูเนียน (Union) ของฟัซซีเซต จะเป็น OR operation ในสมการที่ (4.24) และ รูปที่ 4.11

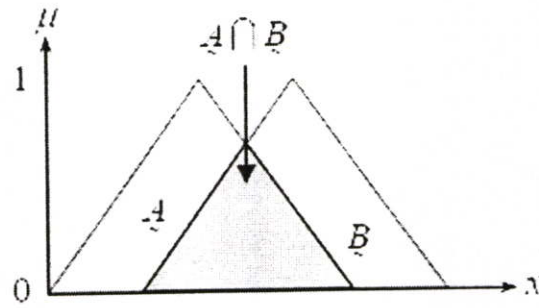
$$\begin{aligned} \mu_{A \cup B}(x) &= \mu_A(x) \vee \mu_B(x) \\ &= \max(\mu_A(x), \mu_B(x)) \end{aligned} \quad (4.24)$$



รูปที่ 4.11 ยูเนียนของฟัซซีเซต A และ B

2. อินเตอร์เซกชัน (Intersection) ของฟัซซีเซต จะเป็น AND operation ในสมการที่ (4.25) และรูปที่ 4.12

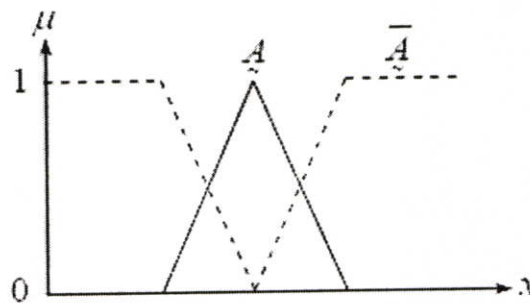
$$\begin{aligned} \mu_{A \cap B}(x) &= \mu_A(x) \wedge \mu_B(x) \\ &= \min(\mu_A(x), \mu_B(x)) \end{aligned} \quad (4.25)$$



รูปที่ 4.12 Intersection ของฟัซซีเซต A และ B

3. คอมพลิเมนต์ (Complement) ของฟัซซีเซต ในสมการที่ (4.26) และรูปที่ 4.13

$$\mu_{\bar{A}}(x) = 1 - \mu_A(x) \quad (4.26)$$



รูปที่ 4.13 Complement ของฟัซซีเซต A

คุณสมบัติของเซตฟัซซี

เซตฟัซซีมีคุณสมบัติตามเซตแบบฉบับ ได้แก่

Commutativity $A \cup B = B \cup A$

$$A \cap B = B \cap A$$

Associativity $A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap C$

$$A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup C$$

Distributivity $A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)$

$$A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$$

Idempency $\underline{A} \cup \underline{A} = \underline{A}$ และ $\underline{A} \cap \underline{A} = \underline{A}$

Identity $\underline{A} \cup 0 = \underline{A}$ และ $\underline{A} \cap X = \underline{A}$
 $\underline{A} \cap 0 = 0$ และ $\underline{A} \cup X = X$

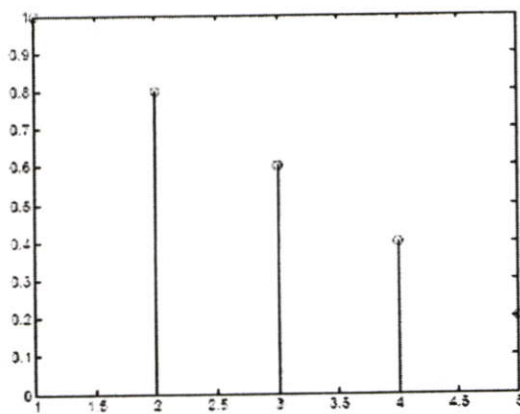
Transitivity ถ้า $\underline{A} \subseteq \underline{B}$, $\underline{B} \subseteq \underline{C}$ แล้ว $\underline{A} \subseteq \underline{C}$

Involution $\overline{\overline{\underline{A}}} = \underline{A}$

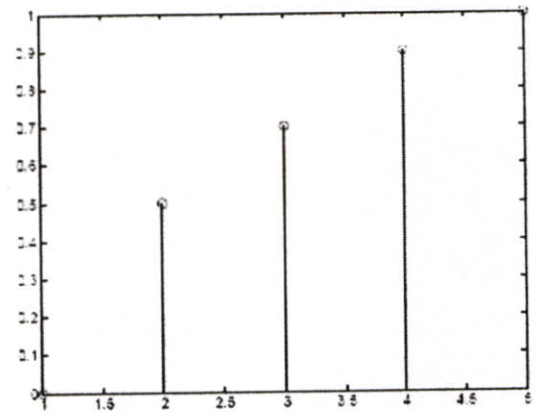
ตัวอย่างที่ 4.3 การคำนวณเกี่ยวกับเซตฟัซซี เมื่อกำหนดให้

$$\underline{A} = \left\{ \frac{1}{1} + \frac{0.8}{2} + \frac{0.6}{3} + \frac{0.4}{4} + \frac{0.2}{5} \right\}$$

$$\underline{B} = \left\{ \frac{0.5}{2} + \frac{0.7}{3} + \frac{0.9}{4} + \frac{1}{5} \right\}$$



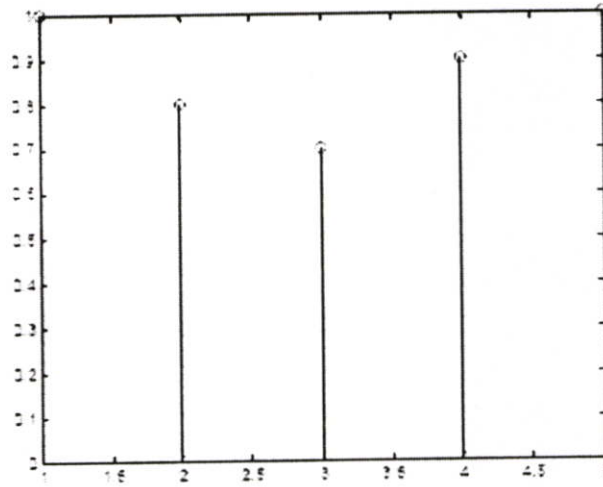
ก) ฟัซซีเซต \underline{A}



ข) ฟัซซีเซต \underline{B}

รูปที่ 4.14 ฟัซซีเซตของตัวอย่างที่ 4.3

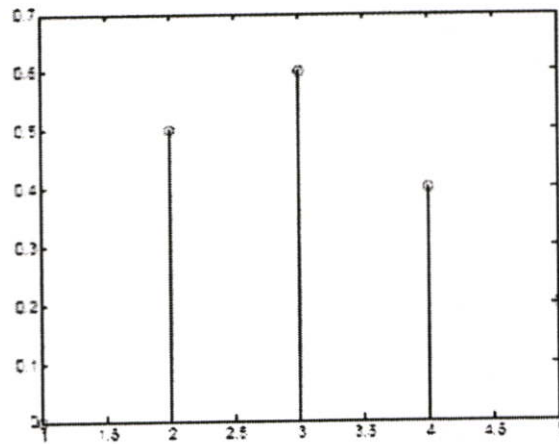
Union $\underline{A} \cup \underline{B} = \left\{ \frac{1}{1} + \frac{0.8}{2} + \frac{0.7}{3} + \frac{0.9}{4} + \frac{1}{5} \right\}$



รูปที่ 4.15 พีชชีเซตของตัวอย่างที่ 4.3 $A \cup B$

Intersection

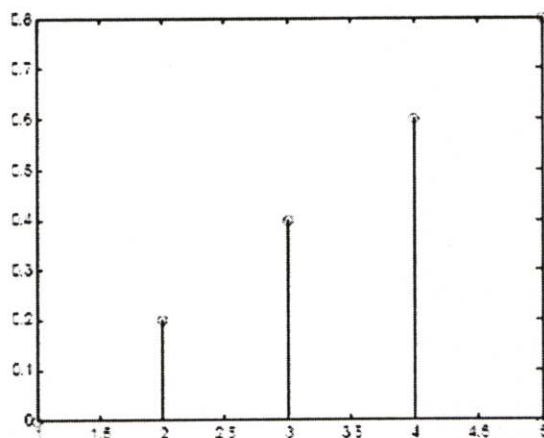
$$A \cap B = \left\{ \frac{0}{1} + \frac{0.5}{2} + \frac{0.6}{3} + \frac{0.4}{4} + \frac{0.2}{5} \right\}$$



รูปที่ 4.16 พีชชีเซตของตัวอย่างที่ 4.3 $A \cap B$

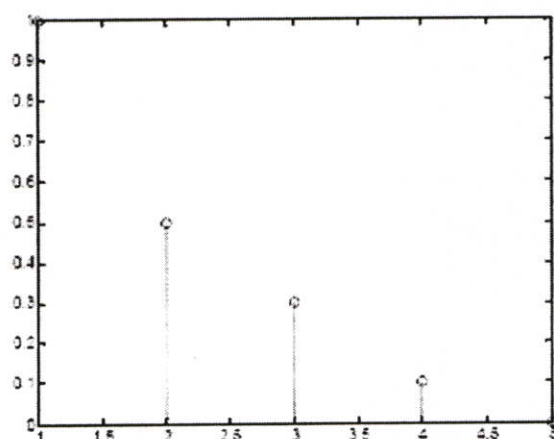
Complement

$$\bar{A} = \left\{ \frac{0}{1} + \frac{0.2}{2} + \frac{0.4}{3} + \frac{0.6}{4} + \frac{0.8}{5} \right\}$$



รูปที่ 4.17 ฟังก์ชันเซตของตัวอย่างที่ 4.3 \bar{A}

$$\bar{B} = \left\{ \frac{1}{1} + \frac{0.5}{2} + \frac{0.3}{3} + \frac{0.1}{4} + \frac{0}{5} \right\}$$



รูปที่ 4.18 ฟังก์ชันเซตของตัวอย่างที่ 4.3 \bar{B}

4.2.2.1.5 ฟังก์ชันความเป็นสมาชิก

ฟังก์ชันความเป็นสมาชิก (membership function) เป็นฟังก์ชันที่มีการกำหนดระดับความเป็นสมาชิกของตัวแปรที่ต้องการใช้งาน โดยเริ่มจากการแทนที่กับตัวแทนที่มีความไม่ชัดเจน ไม่แน่นอน และคลุมเครือ ดังนั้นส่วนที่สำคัญต่อคุณสมบัติหรือการดำเนินการของฟังก์ชัน เพราะรูปร่างของฟังก์ชันความเป็นสมาชิกมีความสำคัญต่อกระบวนการคิดและแก้ไขปัญหา โดยฟังก์ชันความเป็นสมาชิกจะไม่สมมาตรกันหรือสมมาตรกันทุกประการก็ได้

ชนิดของฟังก์ชันความเป็นสมาชิก

ชนิดของฟังก์ชันความเป็นสมาชิกที่ใช้งานทั่วไปมีหลายชนิด แต่ในที่นี้จะกล่าวถึงเพียง 6 ชนิดดังนี้

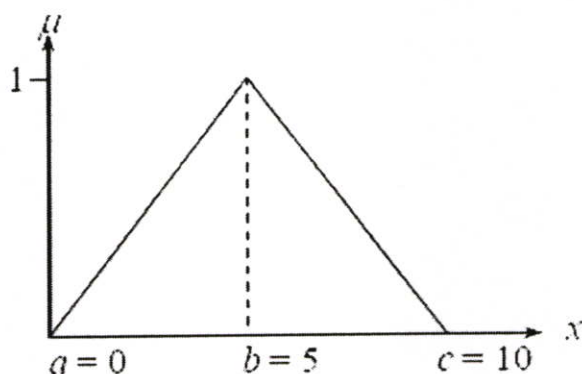
1. ฟังก์ชันสามเหลี่ยม (triangular membership function)

ฟังก์ชันสามเหลี่ยมมีทั้งหมด 3 พารามิเตอร์คือ $\{a, b, c\}$

$$\text{Triangular}(x : a, b, c) = \begin{cases} 0 & x < a \\ (x-a)/(b-a) & a \leq x \leq b \\ (c-x)/(c-b) & b \leq x \leq c \\ 0 & x > c \end{cases} \quad (4.27)$$

ตัวอย่างกำหนดให้ a เท่ากับ 0, b เท่ากับ 5 และ c เท่ากับ 10 แสดงกราฟฟังก์ชันสามเหลี่ยมดังรูปที่

4.19



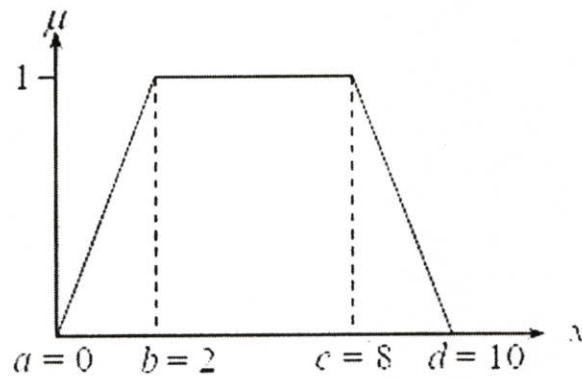
รูปที่ 4.19 กราฟของแต่ละชนิดฟังก์ชันสามเหลี่ยม

2. ฟังก์ชันสี่เหลี่ยมคางหมู (trapezoidal membership function)

ฟังก์ชันสี่เหลี่ยมคางหมูมีทั้งหมด 4 พารามิเตอร์คือ $\{a, b, c, d\}$

$$\text{Trapezoidal}(x : a, b, c, d) = \begin{cases} 0 & x < a \\ (x-a)/(b-a) & a \leq x < b \\ 1 & b \leq x < c \\ (d-x)/(d-c) & c \leq x < d \\ 0 & x \geq d \end{cases} \quad (4.28)$$

ตัวอย่างกำหนดให้ $a = 0, b = 2, c = 8$ และ $d = 10$ กราฟที่ได้แสดงดังรูปที่ 4.20



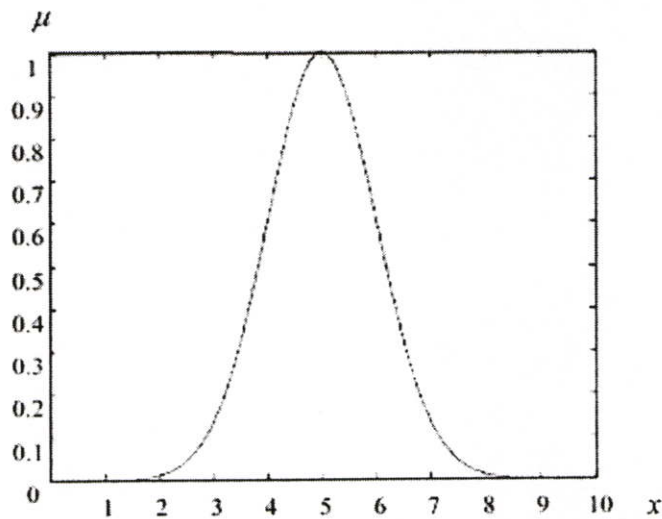
รูปที่ 4.20 กราฟของฟังก์ชันสี่เหลี่ยมคางหมู

3. ฟังก์ชันเกาส์เซียน (Gaussian membership function)

ฟังก์ชันเกาส์เซียนมีทั้งหมด 2 พารามิเตอร์คือ $\{m, \sigma\}$ ซึ่ง m หมายถึงค่าเฉลี่ย และ σ หมายถึง ค่าเบี่ยงเบนมาตรฐาน

$$\text{gaussian}(x : m, \sigma) = \exp\left(-\frac{(x - m)^2}{\sigma^2}\right) \quad (4.29)$$

ตัวอย่างเมื่อกำหนดให้ $m = 5$ และ $\sigma = 1$ ฟังก์ชันเกาส์เซียนแสดงดังรูปที่ 4.21



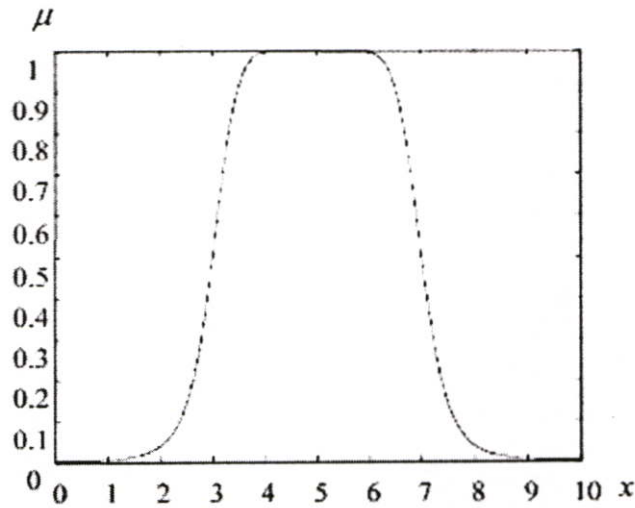
รูปที่ 4.21 ฟังก์ชันเกาส์เซียน

4. ฟังก์ชันระฆังคว่ำ (Bell-shaped membership function)

ฟังก์ชันรูประฆังคว่ำมีพารามิเตอร์ทั้งหมด 3 ค่าคือ $\{a, b, c\}$

$$\text{bell-shaped}(x : a, b, c) = \frac{1}{1 + \left| \frac{x-c}{a} \right|^{2b}} \quad (4.30)$$

ตัวอย่างเมื่อกำหนดค่าพารามิเตอร์ $a = 2$, $b = 4$ และ $c = 5$ จะได้กราฟดังแสดงในรูปที่ 4.22



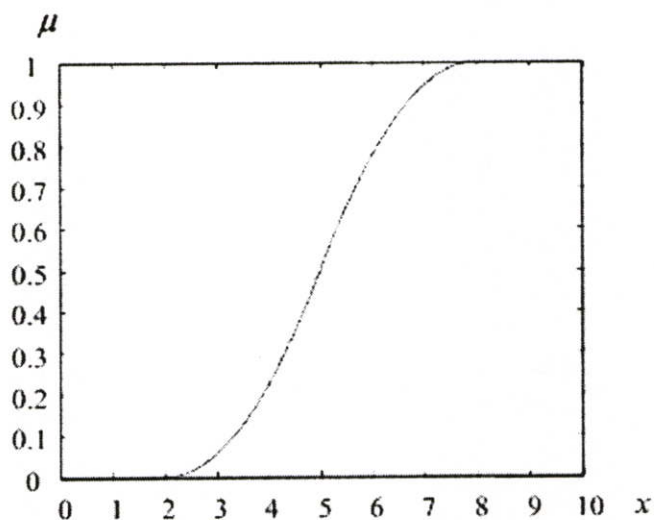
รูปที่ 4.22 กราฟของฟังก์ชันระฆังคว่ำ

5. ฟังก์ชันตัวเอส (Smooth Membership Function)

ฟังก์ชันรูปตัวเอสมีพารามิเตอร์ทั้งหมด 2 ค่าคือ $\{a, b\}$

$$S(x : a, b) = \begin{cases} 0 & x < a \\ 2 \left(\frac{x-b}{b-a} \right)^2 & a \leq x \leq \frac{a+b}{2} \\ 1 - 2 \left(\frac{x-b}{b-a} \right)^2 & \frac{a+b}{2} \leq x < b \\ 1 & x \geq b \end{cases} \quad (4.31)$$

ตัวอย่างเมื่อกำหนดให้ค่าความเป็นสมาชิกมีค่าเป็น $a = 2$ และ $b = 8$ จะได้กราฟดังแสดงในรูปที่ 4.23



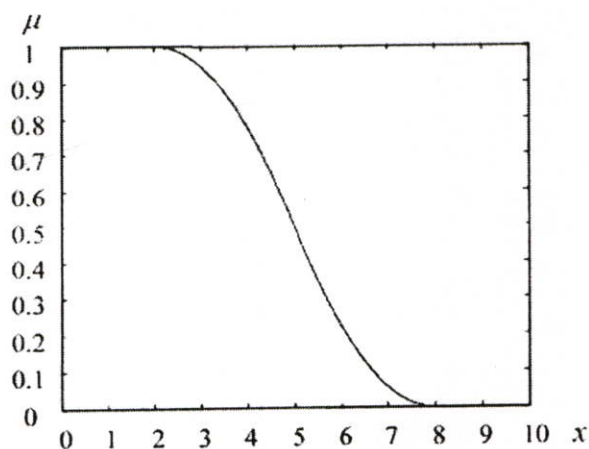
รูปที่ 4.23 กราฟของฟังก์ชันรูปตัวเอส

6. ฟังก์ชันตัวแซด (Z-membership function)

ฟังก์ชันรูปตัวเอสมีพารามิเตอร์ทั้งหมด 2 ค่าคือ $\{a, b\}$

$$Z(x:a,b) = \begin{cases} 1 & x < a \\ 1 - 2\left(\frac{x-b}{b-a}\right)^2 & a \leq x \leq \frac{a+b}{2} \\ 2\left(\frac{x-b}{b-a}\right)^2 & \frac{a+b}{2} \leq x < b \\ 0 & x \geq b \end{cases} \quad (4.32)$$

ตัวอย่างเมื่อกำหนดให้ค่าความเป็นสมาชิกมีค่าเป็น $a=2$ และ $b=8$ จะได้กราฟดังแสดงในรูปที่ 4.24

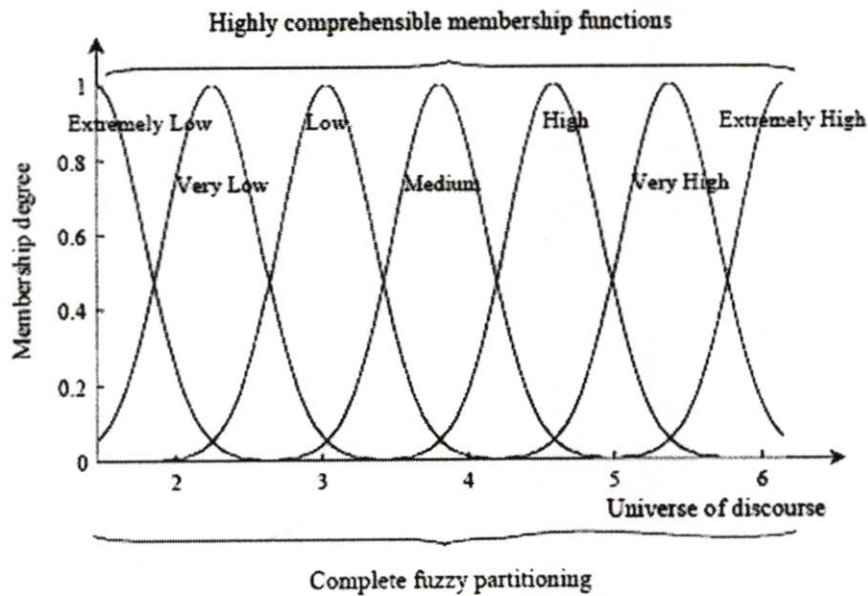


รูปที่ 4.24 กราฟของฟังก์ชันรูปตัวแซด

การเลือกฟังก์ชันของความเป็นสมาชิก จะต้องเลือกตามความเหมาะสมความครอบคลุมของข้อมูลที่จะรับเข้ามา โดยสามารถที่ทับซ้อนกันเพื่อให้การดำเนินงานราบเรียบ ซึ่งมีความเป็นสมาชิกหลายค่าได้ และฟังก์ชันความเป็นสมาชิกเปลี่ยนแปลงแก้ไขให้เหมาะกับงานที่กำลังปฏิบัติงานหรือตามความต้องการ

4.2.2.1.6 ตัวแปรภาษา (linguistic variable)

เซตแบบฟัซซีสามารถประยุกต์ใช้ในการอธิบายค่าของตัวแปรเช่นเดียวกับเซตแบบดั้งเดิม เช่น ประโยค “อุณหภูมิในห้องเย็น” คำว่า “เย็น” เป็นคำที่ใช้แสดงปริมาณอุณหภูมิ ในทางรูปนัยสามารถเขียนได้เป็น ปริมาณอุณหภูมิ ในห้อง เย็น หรือ Temperature Quantity is Cold ตัวแปร Temperature Quantity เป็นตัวแปรภาษา (linguistic variable) ซึ่งเป็นแนวคิดที่สำคัญมากในตรรกะแบบฟัซซี ตัวแปรภาษาช่วยกำหนดค่าของสิ่งที่จะอธิบายทั้งในรูปคุณภาพ โดยใช้พจน์ภาษา (linguistic term) และในรูปปริมาณ โดยใช้ฟังก์ชันความเป็นสมาชิก (membership function) ซึ่งแสดงความเป็นสมาชิกของเซตแบบฟัซซี พจน์ภาษาใช้สำหรับการแสดงแนวคิดและองค์ความรู้ในการสื่อสารของมนุษย์ ส่วนฟังก์ชันความเป็นสมาชิกมีประโยชน์ในการจัดการกับอินพุตที่เป็นข้อมูลเชิงตัวเลข



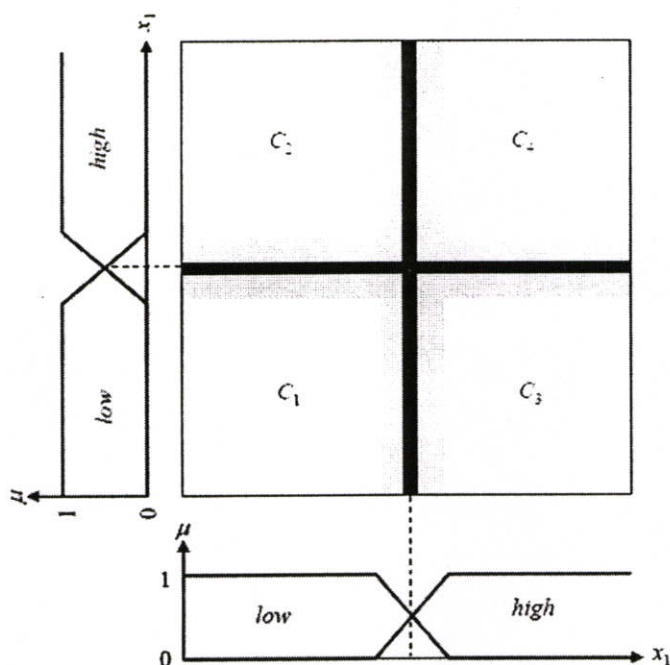
รูปที่ 4.25 ตัวอย่างตัวแปรภาษา

ตัวแปรภาษาเป็นการประกอบกัน (composition) ของตัวแปรสัญลักษณ์ (symbolic variable) และตัวแปรเชิงเลข (numerical variable) ตัวอย่างตัวแปรสัญลักษณ์ เช่น “รูปร่าง เป็นทรงกระบอก” (Shape = Cylinder) คำว่า “รูปร่าง” เป็นตัวแปรที่บอกถึงรูปร่างของวัตถุ ตัวอย่างตัวแปรเชิงเลข เช่น “ความสูงเท่ากับ 4 ฟุต” (Height = 4') ตัวแปรเชิงเลขจะมีใช้กันในงานด้านวิทยาศาสตร์ วิศวกรรมศาสตร์ คณิตศาสตร์ การแพทย์ และอื่น ๆ ส่วนตัวแปรสัญลักษณ์มี

ความสำคัญในวิชาการเกี่ยวกับปัญญาประดิษฐ์และการตัดสินใจ การใช้ตัวแปรภาษาเป็นการรวมตัวแปรเชิงเลขกับตัวแปรสัญลักษณ์เข้าด้วยกัน รูปที่ 4.25 แสดงตัวอย่างเซตตัวแปรภาษาของเซตฟัซซี ได้แก่ Extremely Low, Very Low, Low, Medium, High, Very High และ Extremely High

4.2.2.1.7 กฎฟัซซี (fuzzy rules)

วิชาการเกี่ยวกับฟัซซีลอจิกมีจำนวนมาก แต่ที่นิยมและมีการประยุกต์ใช้งานมากที่สุดเห็นจะได้แก่ กฎฟัซซีแบบถ้า-แล้ว (fuzzy if-then rule) ตัวอย่างการใช้กฎในการแยกกลุ่มดังรูปที่ 4.26 ในรูปที่ 4.26 แสดงปริภูมิรูปแบบ (pattern space) การจัดกลุ่มด้วยกฎฟัซซี



รูปที่ 4.26 ตัวอย่างปริภูมิรูปแบบการจัดกลุ่มด้วยกฎฟัซซี

จากรูปที่ 4.26 สามารถเขียนเป็นกฎในรูปประโยคภาษาได้ดังนี้

กฎข้อ 1: ถ้า x_1 มีค่า low และ x_2 มีค่า low แล้ว ข้อมูล (x_1, x_2) เป็นกลุ่ม C_1

กฎข้อ 2: ถ้า x_1 มีค่า low และ x_2 มีค่า high แล้ว ข้อมูล (x_1, x_2) เป็นกลุ่ม C_2

กฎข้อ 3: ถ้า x_1 มีค่า high และ x_2 มีค่า low แล้ว ข้อมูล (x_1, x_2) เป็นกลุ่ม C_3

กฎข้อ 4: ถ้า x_1 มีค่า high และ x_2 มีค่า high แล้ว ข้อมูล (x_1, x_2) เป็นกลุ่ม C_4

เมื่อ x_1 เป็นตัวแปรภาษาในมิติที่ 1, x_2 เป็นตัวแปรภาษาในมิติที่ 2, low และ high เป็นพจน์ภาษา (linguistic terms), ข้อมูล (x_1, x_2) เป็นคู่ลำดับของวัตถุที่ต้องการจัดกลุ่ม และ C_1, C_2, C_3 และ C_4 เป็นกลุ่มข้อมูล 1, 2, 3 และ 4

สมมติให้กฎข้อ $l, l = 1, 2, \dots, L$ เป็นลำดับของกฎ ให้ข้อมูลเป็น $x = [x_1, x_2, \dots, x_n]$ เมื่อ n เป็นจำนวนมิติของข้อมูล ให้ A_{li} เป็นพจน์ภาษาในกฎข้อที่ l มิติที่ i และให้กลุ่มข้อมูลเป็น $C_k, k = 1, 2, \dots, K$ รูปแบบทั่วไปของกฎฟัซซีสามารถเขียนได้ดังนี้

กฎข้อ 1: ถ้า x_1 มีค่า A_{11} และ x_2 มีค่า A_{12} และ ... และ x_n มีค่า A_{1n} แล้ว ข้อมูล x เป็นกลุ่ม C_1

กฎข้อ 2: ถ้า x_1 มีค่า A_{21} และ x_2 มีค่า A_{22} และ ... และ x_n มีค่า A_{2n} แล้ว ข้อมูล x เป็นกลุ่ม C_2

⋮

กฎข้อ l : ถ้า x_1 มีค่า A_{l1} และ x_2 มีค่า A_{l2} และ ... และ x_n มีค่า A_{ln} แล้ว ข้อมูล x เป็นกลุ่ม C_k

4.2.2.2 ฟัซซีซีมีน (Fuzzy c-mean)

ฟัซซีซีมีนเป็นเทคนิคการแบ่งกลุ่มข้อมูล ที่แต่ละจุดข้อมูลมีระดับความเป็นสมาชิกของกลุ่มซึ่งจะถูกกำหนดโดยระดับค่าสมาชิกภาพ (Membership grade) เทคนิคนี้ถูกนำเสนอโดย Jim Bezdek ในปี 1981 [Bez81] ซึ่งเป็นยุคแรกๆของการพัฒนาวิธีการแบ่งกลุ่มข้อมูล เทคนิคนี้เป็นวิธีการที่แสดงให้เห็นว่าจะสามารถจับข้อมูลที่อยู่ในหลายๆมิติ ให้เป็นกลุ่มตามจำนวน (กลุ่ม) ที่ต้องการได้อย่างไร

อัลกอริทึมของฟัซซีซีมีนจะมีลักษณะคล้ายกับอัลกอริทึมของ K-mean มาก โดยอัลกอริทึมของฟัซซีซีมีนจะทำการลองค่าความแปรปรวนในกลุ่มให้น้อยที่สุด แต่ก็มีปัญหาเช่นเดียวกับ K-mean คือค่าที่น้อยที่สุดนั้นเป็น Local minimum และผลขึ้นอยู่กับทางเลือกน้าหนัก

กรณีอัลกอริทึมฟัซซีซีมีน $U = [u_{ik}] \in M_{fc}$ และ $V = (v_1, v_2, \dots, v_n)$ ซึ่ง $v_i \in \mathcal{R}^p$ จะมีฟังก์ชันวัตถุประสงค์ดังนี้

$$J_w(U, V) = \sum_{k=1}^n \sum_{i=1}^c (u_{ik})^m \|x_k - v_i\|^2 \quad (4.33)$$

โดย m คือค่าเอ็กโปเน้นน้ำหนัก (Weight exponent) ซึ่งเป็นค่าจำนวนจริงที่อยู่ในช่วง $m \in (1, \infty)$

ทฤษฎีที่ 3.1 ให้ข้อมูล $X = \{x_1, x_2, \dots, x_n\}$ ซึ่ง $x_i \in \mathcal{R}^p$ โดย $2 \leq c \leq n$ และ $m \in (1, \infty)$ และสมมติว่า $\|x_k - v_i\| \neq 0$ สำหรับ $1 \leq k \leq n, 1 \leq i \leq c$ ดังนั้น $U = [u_{ik}]$ และ $V = (v_1, v_2, \dots, v_n)$ ค่าต่ำสุดแบบโลคอล (Local minimum) ของ $J_w(U, V)$ เมื่อ

$$u_{ik} = \frac{1}{\sum_{j=1}^c \left(\frac{\|x_k - v_i\|}{\|x_k - v_j\|} \right)^{\frac{2}{m-1}}}, 1 \leq i \leq c, 1 \leq k \leq n \quad (4.34)$$

$$v_i = \frac{\sum_{k=1}^n (u_{ik})^m x_k}{\sum_{k=1}^n (u_{ik})^m}, 1 \leq i \leq c \quad (4.35)$$

(4.34-4.35) สามารถพิสูจน์ได้ด้วยวิธีการคูณแบบลากรองจ์ (Lagrange multiplier) ซึ่งไม่นำมาแสดงในที่นี้

อัลกอริทึมการแบ่งกลุ่มแบบพีชชีมีน

1. สมมติว่าข้อมูล n จุดข้อมูล $X = \{x_1, x_2, \dots, x_n\}$ ซึ่ง $x_i \in \mathcal{R}^p$ โดย $2 \leq c \leq n-1$ และเริ่มต้นให้ m และ $U^{(0)} \in M_c$
2. ให้ $l = 0, 1, 2, \dots$ เป็นตัวบอกจำนวนรอบจะได้เวกเตอร์ซีมีน (C-means vectors) (4.36)

$$v_i^{(l)} = \frac{\sum_{k=1}^n (u_{ik}^{(l)})^m x_k}{\sum_{k=1}^n (u_{ik}^{(l)})^m}, 1 \leq i \leq c \quad (4.36)$$

3. ทำการอัปเดต (Update) ค่าสมาชิกภาพจาก $U^{(l)} \rightarrow U^{(l+1)}$ โดยใช้ (4.37)

$$u_{ik}^{(l+1)} = \frac{1}{\sum_{j=1}^c \left(\frac{\|x_k - v_i^{(l)}\|}{\|x_k - v_j^{(l)}\|} \right)^{\frac{2}{m-1}}}, 1 \leq i \leq c, 1 \leq k \leq n \quad (4.37)$$

4. เปรียบเทียบ $U^{(l)}$ กับ $U^{(l+1)}$ ดังนี้
 ถ้า $\|U^{(l+1)} - U^{(l)}\| < \varepsilon$ (ค่าความผิดพลาดที่ยอมรับได้)
 แล้ว จบการทำงาน
 มิฉะนั้น $l = l + 1$ และกลับไปทำในขั้นตอนที่ 2

จากอัลกอริทึมพีชชีมีนจะพบว่าพารามิเตอร์ (Parameter) ที่มากกว่าอัลกอริทึมฮาดซีมีน อยู่หนึ่งตัวคือค่าคงที่น้ำหนัก m ที่มีค่าอยู่ในช่วง $m \in (1, \infty)$ ซึ่งค่า m จะควบคุมความคลุมเครือ

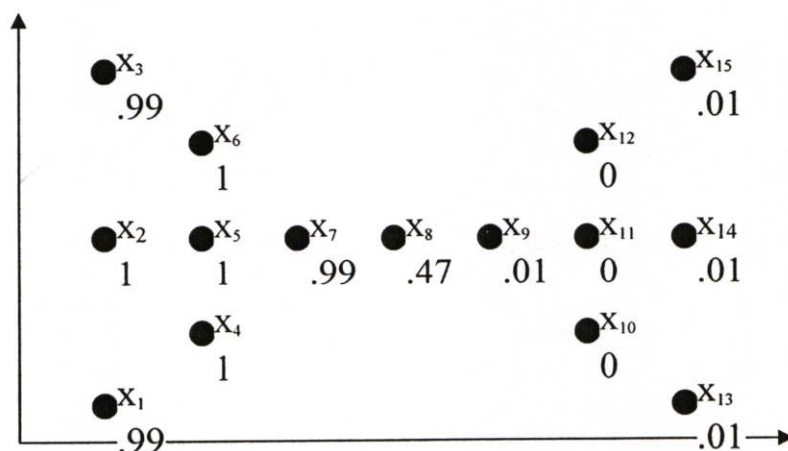
(Fuzziness) ของการประมวลผลทั้งหมด ถ้า m เข้าใกล้ 1 มากๆ ($m \rightarrow 1$) จะทำให้อัลกอริทึมฟัซซี่ซึ่มีนมีความใกล้เคียงกับอัลกอริทึมฮาดซึ่มีนมาก (คือเกือบทำให้ค่าสมาชิกภาพเป็นเพียง 1 หรือ 0 เท่านั้น) ถ้า m เข้าใกล้ ∞ มากๆ ($m \rightarrow \infty$) จะทำให้ค่า j_m เข้าใกล้ 0 มากๆ ($j_m \rightarrow 0$) เนื่องจากค่าสมาชิกภาพอยู่ในช่วง $[0,1]$ เมื่อยกกำลังด้วยลำดับที่สูงขึ้นจะมีค่าเข้าใกล้ 0 มากขึ้นหรือแปลความได้ว่าเมื่อค่า m มีค่าสูงขึ้น การแบ่งค่าสมาชิกภาพของข้อมูลนั้นไปให้กับแต่ละกลุ่มข้อมูลจะมีความละเอียดมากขึ้น สรุปได้ว่าค่าคงที่น้ำหนัก m จะควบคุมขอบเขตของค่าสมาชิกภาพของข้อมูลนั้นๆ ในแต่ละกลุ่มข้อมูล ซึ่งถ้ากำหนดให้พารามิเตอร์ทุกตัวในอัลกอริทึมคงที่ เมื่อเพิ่มค่า m จะทำให้ j_m ลดลงและทำให้เวลาในการลู่เข้า (Convergence) นานขึ้นด้วย มีงานวิจัยหลายๆงานได้ทดสอบการเลือก m ค่าต่างและผลที่เกิดขึ้น อย่างไรก็ตามยังไม่มียุทธวิธีในการเลือกค่าคงที่น้ำหนักที่แน่นอน การลู่เข้าของระบบแสดงดังสมการ (4.38) ซึ่งการพิสูจน์จะไม่นำมาแสดงในที่นี้

$$J_m(U^{(l+1)}, V^{(l+1)}) \leq J_m(U^{(l)}, V^{(l)}) \quad (4.38)$$

จากตัวอย่างที่ 4.2 ถ้าใช้พารามิเตอร์ของอัลกอริทึมฟัซซี่ซึ่มีนดังนี้ $c = 2, m = 125, \varepsilon = 0.01$ และกำหนดค่าสมาชิกเริ่มต้นดังนี้

$$U^{(0)} = \begin{bmatrix} 0.854 & 0.146 & 0.854 & \dots & 0.854 \\ 0.146 & 0.854 & 0.146 & \dots & 0.146 \end{bmatrix}_{2 \times 15}$$

ซึ่งจากการทดลอง อัลกอริทึมฟัซซี่ซึ่มีนจะหยุดเมื่อ $l = 5$ และค่าสมาชิกภาพ $U^{(5)}$ แสดงดังรูปที่ 4.27 ซึ่งจะเห็นว่า x_8 มีค่าสมาชิกภาพใน A_1 เท่ากับ 0.47 แสดงว่า x_8 อยู่ในทั้งสองกลุ่มข้อมูลโดยมีค่าสมาชิกภาพใกล้เคียงกันซึ่งตรงกับความเป็นจริงว่า x_8 สามารถอยู่ได้ทั้งสองกลุ่มข้อมูล



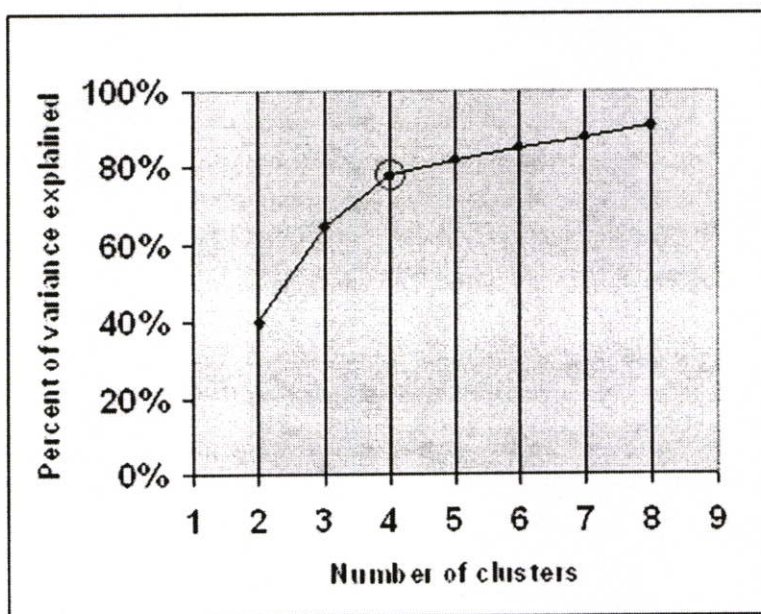
รูปที่ 4.27 ค่าสมาชิกจากตัวอย่างที่ 4.2 โดยใช้อัลกอริทึมฟัซซี่ซึ่มีน

4.3 การหาจำนวนกลุ่มที่เหมาะสมด้วยหลักการของ ข้อศอก (Elbow criterion)

หลักการของ ส่วนที่งอคล้ายข้อศอก (Elbow criterion) คือหลักการรวมค่าที่ใช้พิจารณาว่าควร จะเลือกใช้จำนวนของกลุ่มเป็นอะไร ตัวอย่างเช่น การแบ่งกลุ่มข้อมูลแบบ K-means และการแบ่ง ลำดับชั้นแบบรวมกลุ่ม (*k*-means and agglomerative hierarchical clustering) ควรจำไว้ว่าการระบุ กลุ่มในตอนเริ่มต้นนั้นมีความสัมพันธ์ต่อประสิทธิภาพของรูปแบบการดำเนินการในตอนสุดท้าย เพราะฉะนั้นควรวิเคราะห์หากลุ่มข้อมูลนั้นหลายครั้งๆ

Elbow criterion กล่าวไว้ว่า ควรจะเลือกจำนวนของกลุ่มที่การรวมกับกลุ่มอื่นนั้นไม่ได้รวม ข้อมูลที่เพียงพอ พิจารณาเพื่อความชัดเจนยิ่งขึ้น ถ้าลากเส้นกราฟ แกนตั้งคือ Variance แกนนอน คือจำนวนกลุ่ม โดยเมื่อจำนวนกลุ่มเพิ่มขึ้น Variance ก็มีค่าเพิ่มขึ้น ซึ่งในกลุ่มแรกจะรวมข้อมูลไว้ มาก (มี Variance มาก) แต่ที่บางจุดอัตราการเพิ่มขึ้นของ Variance นั้นลดลงทำให้เกิดมุมของกราฟ ขึ้น (ส่วนที่งอคล้ายข้อศอก) ส่วนของกราฟที่งอคล้ายข้อศอกนี้ไม่สามารถแยกแยะได้อย่างชัดเจน

ดังกราฟข้างล่างนี้ ส่วนของกราฟที่งอคล้ายข้อศอกแสดงด้วยวงกลม เพราะฉะนั้นจำนวน ของกลุ่มที่ควรเลือกคือ 4 เปอร์เซนต์ของ Variance คืออัตราส่วนระหว่าง Variance ภายในกลุ่มกับ Variance รวมทั้งหมด



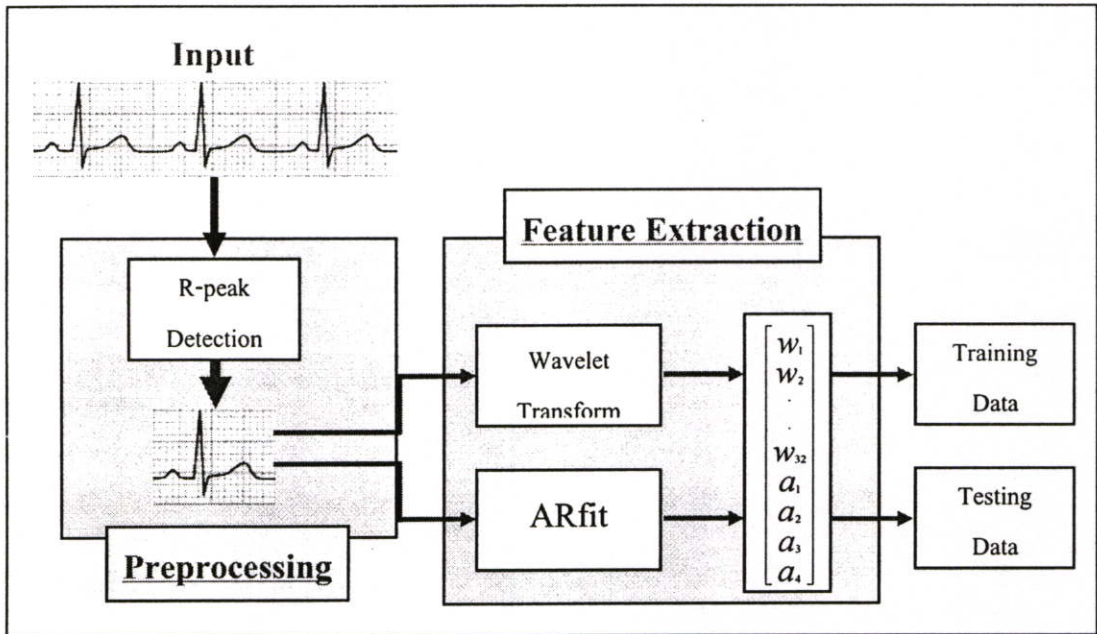
รูปที่ 4.28 กราฟแสดงการเลือกจำนวนกลุ่มที่เหมาะสม

4.4 โครงสร้างของระบบแยกประเภทคลื่นไฟฟ้าหัวใจ

โครงสร้างของระบบแยกประเภทสัญญาณไฟฟ้าหัวใจที่ได้ออกแบบไว้ในงานวิจัยนี้ แบ่ง ออกเป็น 2 ส่วน คือ

4.4.1 การเตรียมข้อมูลและแยกลักษณะเด่นของสัญญาณ

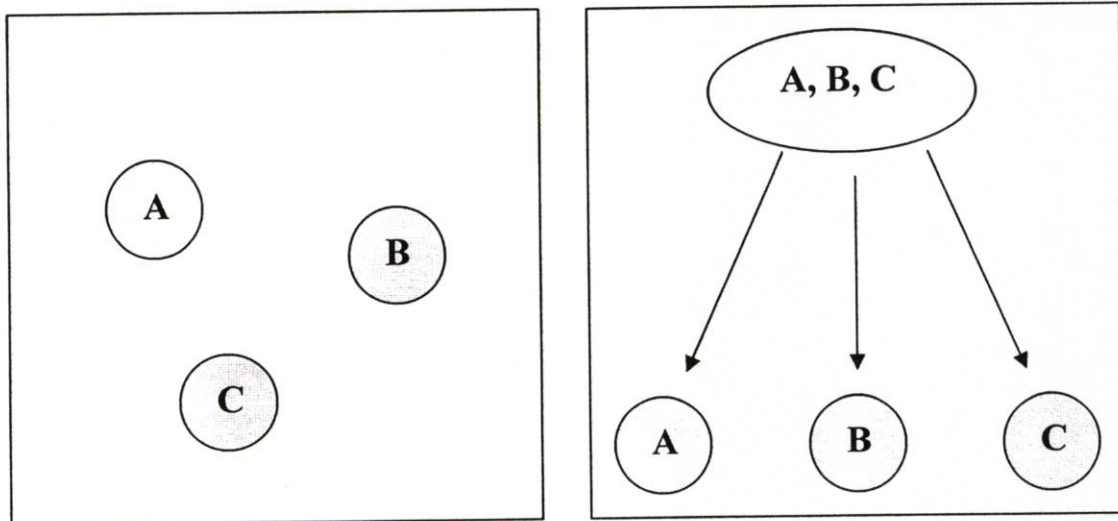
โดยในส่วนนี้จะทำการนำข้อมูลสัญญาณไฟฟ้าหัวใจจากฐานข้อมูลมาทำการแบ่งออกเป็นปีทีละขั้วๆ แล้วจึงนำสัญญาณในแต่ละปีมาทำการแยกลักษณะเด่นที่ดีที่สุด โดยการใช้ทฤษฎีการแปลงเวฟเล็ตและ Autoregressive Modelling จากนั้นจึงนำลักษณะเด่นที่ได้จากทั้งสองวิธีมาทำการต่อกันเป็นเวกเตอร์ลักษณะเด่นของสัญญาณไฟฟ้าหัวใจแต่ละปี



รูปที่ 4.29 โครงสร้างในส่วนของการเตรียมข้อมูลและการแยกลักษณะเด่นของสัญญาณ

4.4.2 การแยกประเภทสัญญาณไฟฟ้าหัวใจ

ในส่วนของการแยกประเภทสัญญาณไฟฟ้าหัวใจนั้นได้ใช้ทฤษฎีของฟัซซี่ซีมีน เนื่องจากเป็นวิธีที่ไม่ซับซ้อน, รวดเร็ว และมีความถูกต้องค่อนข้างสูง โดยโครงสร้างของระบบที่ออกแบบไว้ นั้นจะขึ้นอยู่กับลักษณะการกระจายตัวของข้อมูล โดยถ้าข้อมูลในทุกกลุ่มข้อมูลมีการกระจายตัวเท่ากันทุกๆกลุ่มก็จะใช้การแบ่งกลุ่มข้อมูลในครั้งเดียวดังแสดงในรูปที่ 4.30



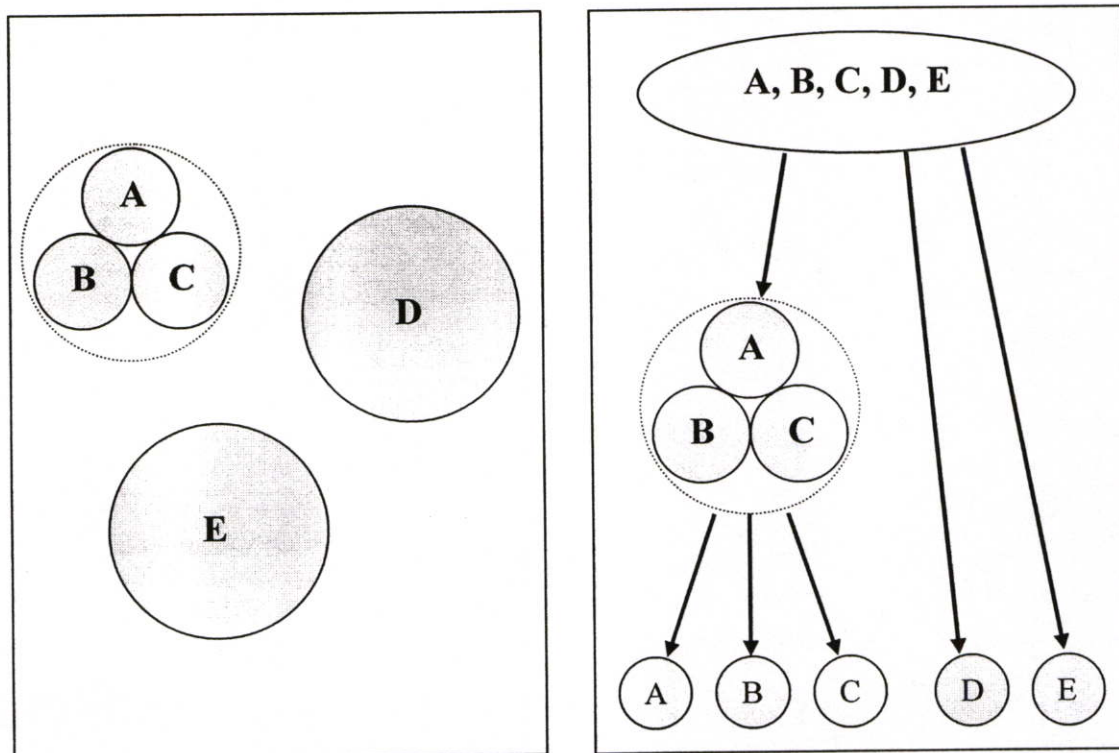
(ก) ลักษณะการกระจายของข้อมูล

(ข) การแบ่งกลุ่มข้อมูล

รูปที่ 4.30 การแบ่งกลุ่มข้อมูลในครั้งเดียว

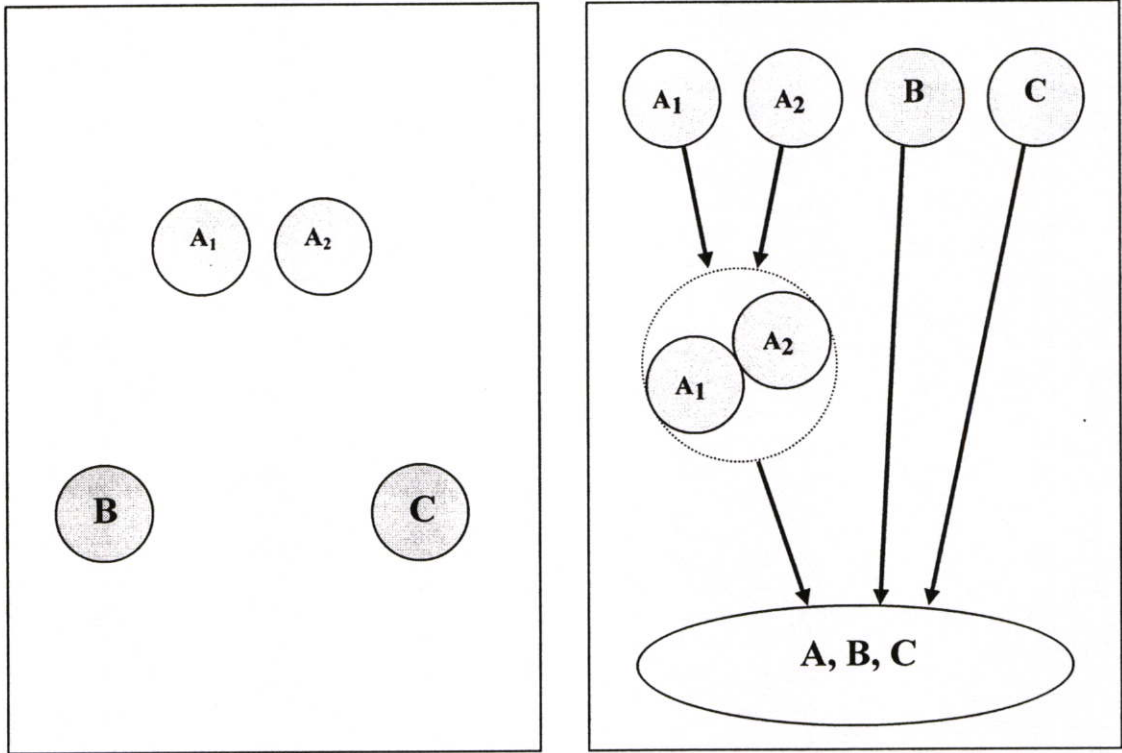
ถ้าหากการกระจายตัวของข้อมูลในแต่ละกลุ่มไม่เท่ากันก็จะใช้การแบ่งกลุ่มข้อมูลแบบเป็นลำดับขั้น (Hierarchical Clustering) โดยมีอยู่ด้วยกัน 2 กรณี คือ

1. การแบ่งข้อมูลเป็นลำดับขั้นแบบบนลงล่าง (Top-down) เป็นการแบ่งแบบกลุ่มจากกลุ่มใหญ่ให้ย่อยไปเรื่อยๆ ซึ่งกรณีนี้จะใช้เมื่อกลุ่มข้อมูลที่เป็นคนละชนิดกันในบางกลุ่มมีระยะใกล้เคียงกันมากจนไม่สามารถแยกออกได้ในขั้นตอนเดียวดังแสดงในรูปที่ 4.31



รูปที่ 4.31 การแบ่งข้อมูลแบบลำดับขั้นแบบบนลงล่าง

2. การแบ่งข้อมูลเป็นลำดับชั้นแบบล่างขึ้นบน (Bottom-up) หรือ เป็นการแบ่งแบบรวมกลุ่ม จากกลุ่มย่อยให้ใหญ่ขึ้นไปเรื่อยๆ ซึ่งกรณีนี้จะใช้เมื่อกลุ่มข้อมูลที่เป็นชนิดเดียวกันในบางกลุ่มมีการกระจายของข้อมูลมากกว่ากลุ่มข้อมูลที่เป็นชนิดเดียวกันกลุ่มอื่นๆจนไม่สามารถแยกออกได้ในขั้นตอนเดียวดังแสดงในรูปที่ 4.32



รูปที่ 4.32 การแบ่งข้อมูลแบบลำดับชั้นแบบล่างขึ้นบน

ทั้งนี้การเลือกใช้โครงสร้างของระบบการแยกประเภทสัญญาณไฟฟ้าหัวใจนั้นจะได้มาจากการทดลอง โดยระบบที่มีประสิทธิภาพที่สุดจะถูกนำมาใช้ ซึ่งจะได้อีกต่อไปในบทที่ 5

บทที่ 5

การทดลองและผลการทดลอง

สัญญาณไฟฟ้าหัวใจที่ได้เลือกใช้ในงานวิจัยนี้เป็นสัญญาณไฟฟ้าหัวใจที่ได้จากฐานข้อมูล MIT-BIH Arrhythmia Database โดยชนิดของสัญญาณที่ทำการเลือกมามีด้วยกัน 6 ชนิด คือ

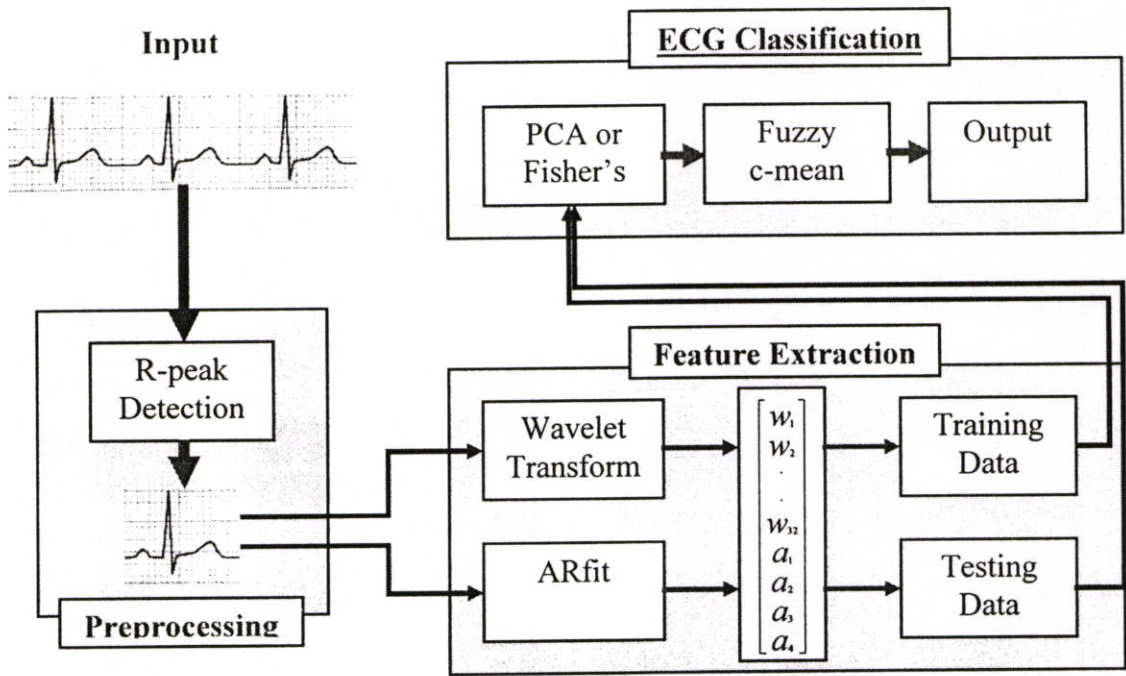
1. สัญญาณไฟฟ้าหัวใจปกติ (NORMAL)
2. Left bundle branch block beat (LBBB)
3. Right bundle branch block beat (RBBB)
4. Paced beat (PACE)
5. Premature ventricular contraction (PVC)
6. Atrial premature contraction (APC)

ซึ่งเป็นชนิดสัญญาณไฟฟ้าหัวใจที่มีข้อมูลอยู่มากที่สุด 6 อันดับแรกและเป็นชนิดที่นิยมใช้ในงานการแบ่งประเภท [3][4][5][6]

หลังจากการแบ่งสัญญาณไฟฟ้าหัวใจออกเป็นปีทเดี่ยวๆ ตามที่ได้กล่าวแล้วในส่วนของการเตรียมข้อมูลสัญญาณไฟฟ้าหัวใจ (หัวข้อที่ 3.1) ข้อมูลของสัญญาณไฟฟ้าหัวใจที่นำมาใช้ทั้งหมดจะถูกแบ่งออกเป็น 2 ส่วนคือข้อมูลสำหรับการฝึกสอนระบบ (Training data) และข้อมูลสำหรับการทดสอบระบบ (Testing data) โดยข้อมูลสำหรับการฝึกสอนจะใช้สำหรับการหาจุดศูนย์กลางของข้อมูลแต่ละกลุ่มด้วยพีชชีมีนในขั้นตอนของการฝึกสอนระบบ ส่วนข้อมูลสำหรับการทดสอบระบบจะใช้ทดสอบประสิทธิภาพในการแบ่งประเภทสัญญาณของระบบ โดยการวัดระยะทางของข้อมูลนี้กับจุดศูนย์กลางกลุ่มแต่ละกลุ่มที่ได้จากกระบวนการฝึกสอน หากข้อมูลอยู่ใกล้กับจุดศูนย์กลางกลุ่มใดมากที่สุดก็แสดงว่าเป็นข้อมูลในกลุ่มนั้น ในบทนี้จะกล่าวถึงลำดับขั้นการทดลองและผลการทดลองในการแยกประเภทของสัญญาณไฟฟ้าหัวใจ ดังนี้

5.1 การแยกประเภทสัญญาณไฟฟ้าหัวใจโดยใช้การแยกลักษณะเด่น

การแยกประเภทสัญญาณไฟฟ้าหัวใจในวิธีการโดยทั่วไปนั้น จะนำสัญญาณไฟฟ้าหัวใจมาทำการแยกลักษณะเด่นก่อน หลังจากนั้นจึงนำลักษณะเด่นเหล่านั้นไปทำการแยกประเภทว่าเป็นสัญญาณไฟฟ้าหัวใจชนิดใด ในงานวิจัยนี้เช่นกัน การทดลองในขั้นแรกนั้นได้ใช้ทฤษฎีการแปลงเวฟเล็ดและทฤษฎี Autoregressive Modelling ในการหาลักษณะเด่นของสัญญาณแล้วจึงนำลักษณะเด่นที่ได้นี้ไปทำการลดขนาดด้วยทฤษฎี PCA หรือ Fisher's Discriminant เพื่อให้เหมาะกับการนำไปแยกประเภทโดยใช้พีชชีมีน

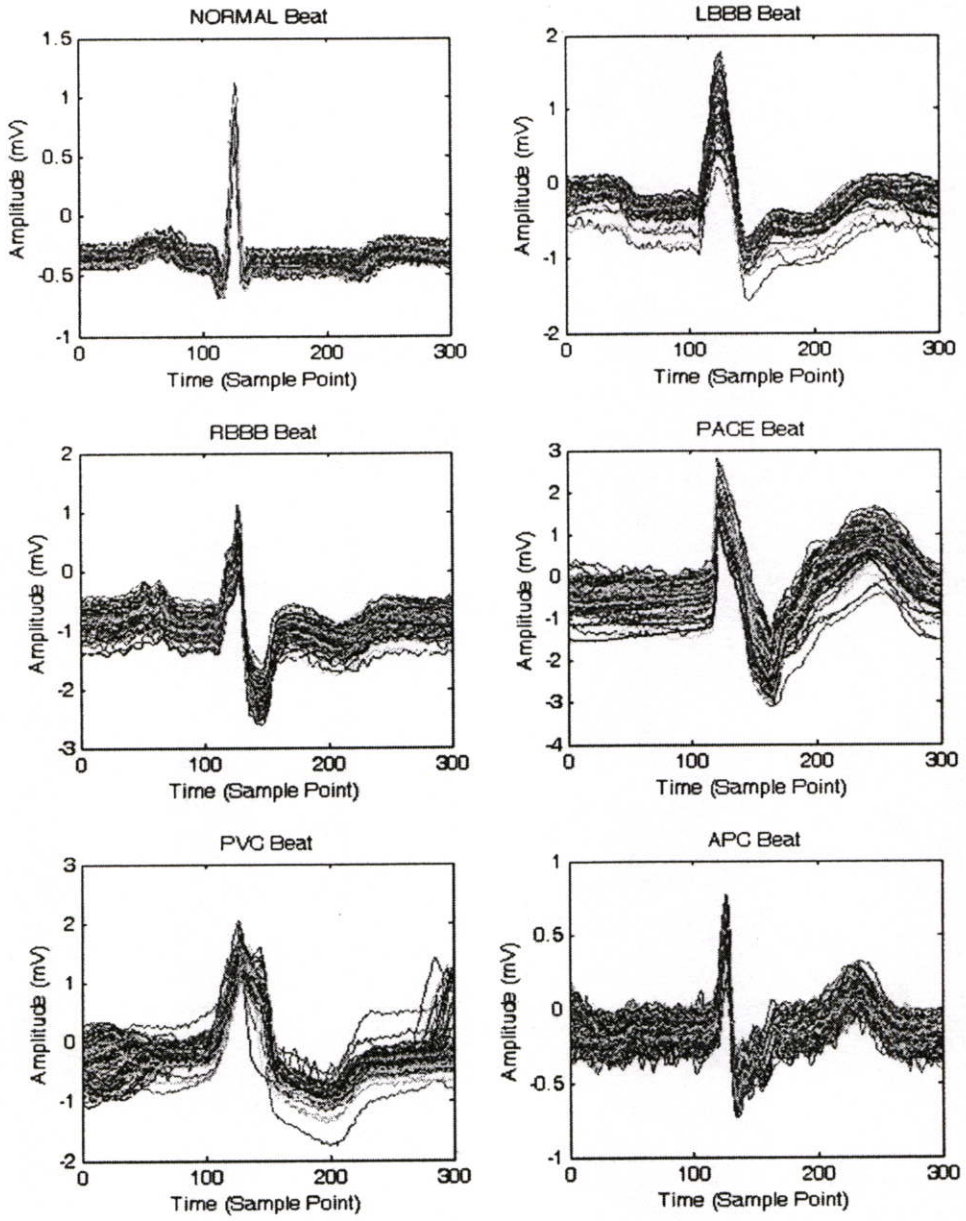


รูปที่ 5.1 แสดงโครงสร้างของระบบแยกประเภทสัญญาณไฟฟ้าหัวใจโดยใช้การแยกลักษณะเด่น

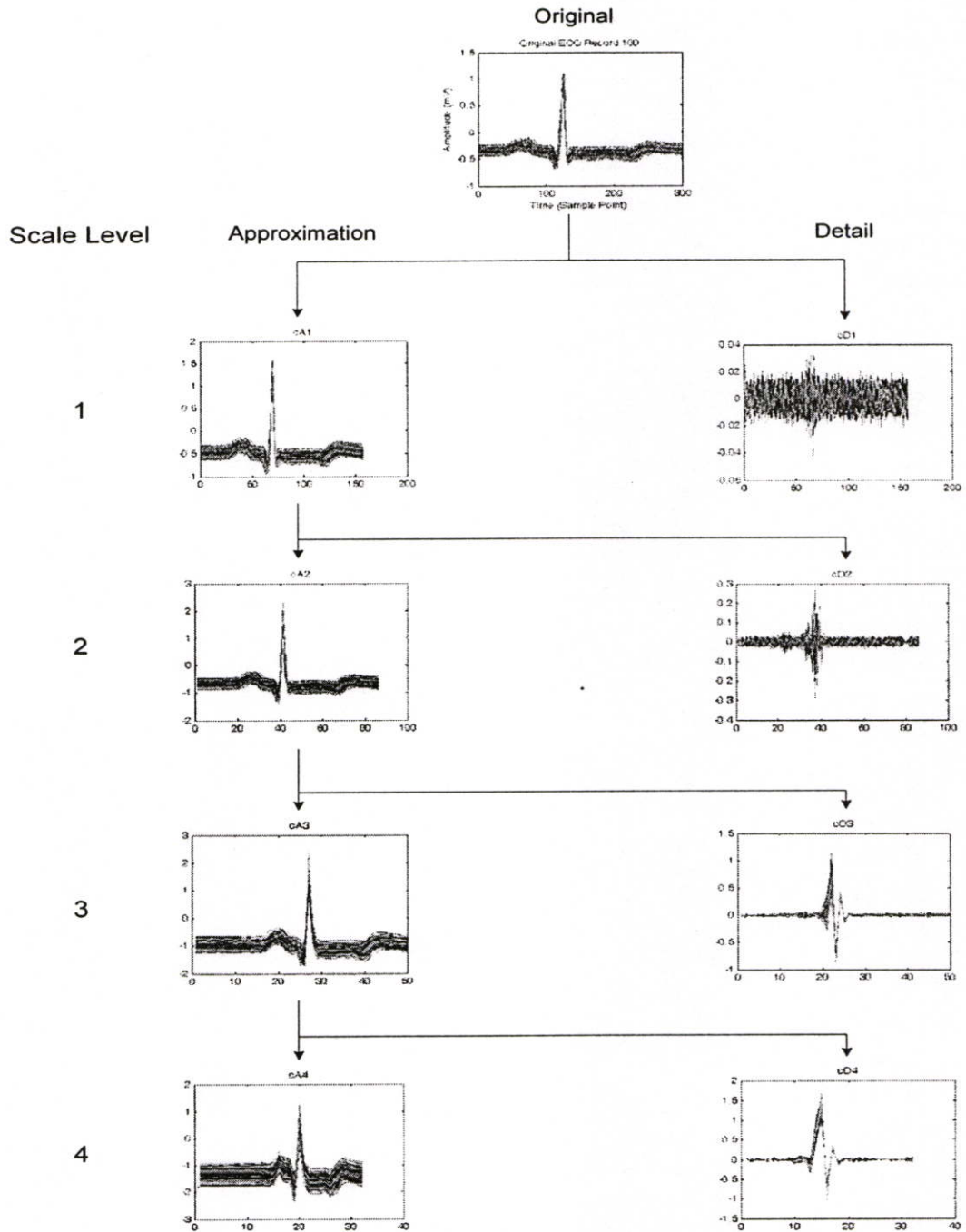
5.1.1 การแยกลักษณะเด่น

5.1.1.1 การแปลงเวฟเล็ต

การเลือกชนิดของเวฟเล็ตและระดับการกระจายเวฟเล็ตที่เหมาะสมเป็นสิ่งที่สำคัญมากในการใช้เวฟเล็ตวิเคราะห์สัญญาณ ระดับการแตกกระจายเวฟเล็ตจะถูกเลือกอยู่บนพื้นฐานขององค์ประกอบของความถี่หลักของสัญญาณ โดยเวฟเล็ตที่ใช้ในงานวิจัยนี้เป็นเวฟเล็ตในตระกูล Daubechies โดยเลือกระดับการแตกกระจายเวฟเล็ต (Decomposition Level) ที่ระดับ 4 ดังนั้นสัญญาณไฟฟ้าหัวใจจะถูกแตกกระจายเวฟเล็ตเป็น Details $d_1 - d_4$ และ Approximation a_4 โดยปกติการเลือกอันดับ (Order) ของเวฟเล็ตทำโดยการทดลองใช้เวฟเล็ตหลายๆชนิดแล้วเลือกชนิดที่ให้ประสิทธิภาพสูงที่สุดกับงานนั้นๆ ซึ่งในงานวิจัยนี้พบว่าเวฟเล็ต Daubechies อันดับ 8 ให้ประสิทธิภาพสูงที่สุด รูปที่ 5.3 แสดงลักษณะของการแตกกระจายสัญญาณไฟฟ้าหัวใจโดยใช้เวฟเล็ต Daubechies8 level 4



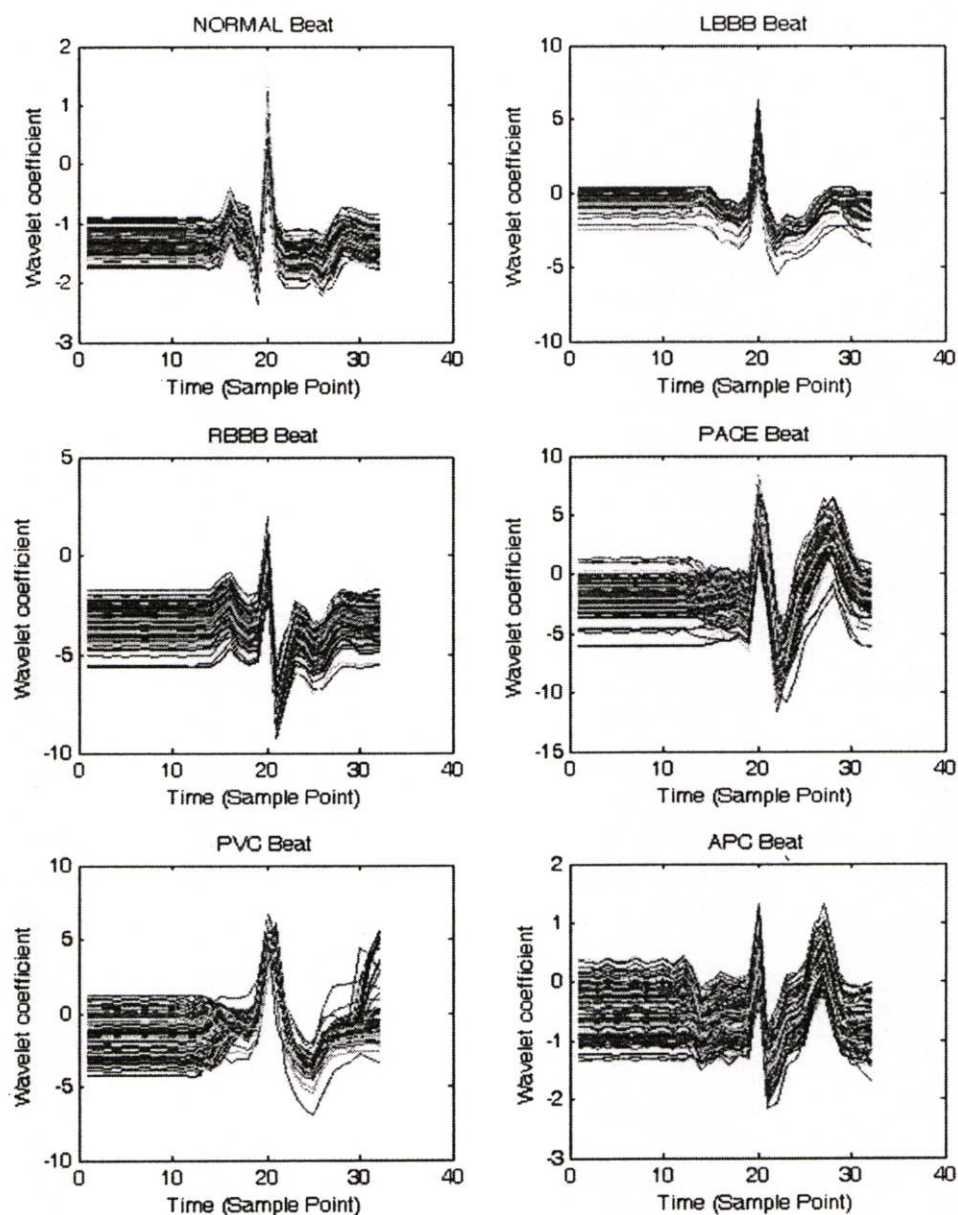
รูปที่ 5.2 สัญญาณไฟฟ้าหัวใจ



รูปที่ 5.3 แสดงลักษณะของการแตกกระจายสัญญาณไฟฟ้าหัวใจโดยใช้เวฟเล็ต Daubechies8 level4

การเลือกลักษณะเด่นเป็นสิ่งที่สำคัญมากเช่นกัน สัมประสิทธิ์ของเวฟเล็ตแบบไม่ต่อเนื่อง (Discrete Wavelet Coefficient) ที่ได้จากการคำนวณแสดงถึงการกระจายพลังงานของสัญญาณในทางเวลาและความถี่ ในแต่ละบิตของสัญญาณไฟฟ้าหัวใจนั้น Detail Coefficient ของเวฟเล็ต d_1 โดยปกติจะเป็นสัญญาณรบกวนที่ต้องกำจัดออกไป, d_2, d_3, d_4 แสดงถึงองค์ประกอบทางความถี่สูงของสัญญาณไฟฟ้าหัวใจ ส่วน Approximation Coefficient ของเวฟเล็ต a_4 แสดงถึงลักษณะเด่นหลักๆ ในแต่ละบิตของสัญญาณไฟฟ้าหัวใจ ดังนั้นจึงเลือก a_4 เป็นลักษณะเด่นของสัญญาณไฟฟ้า

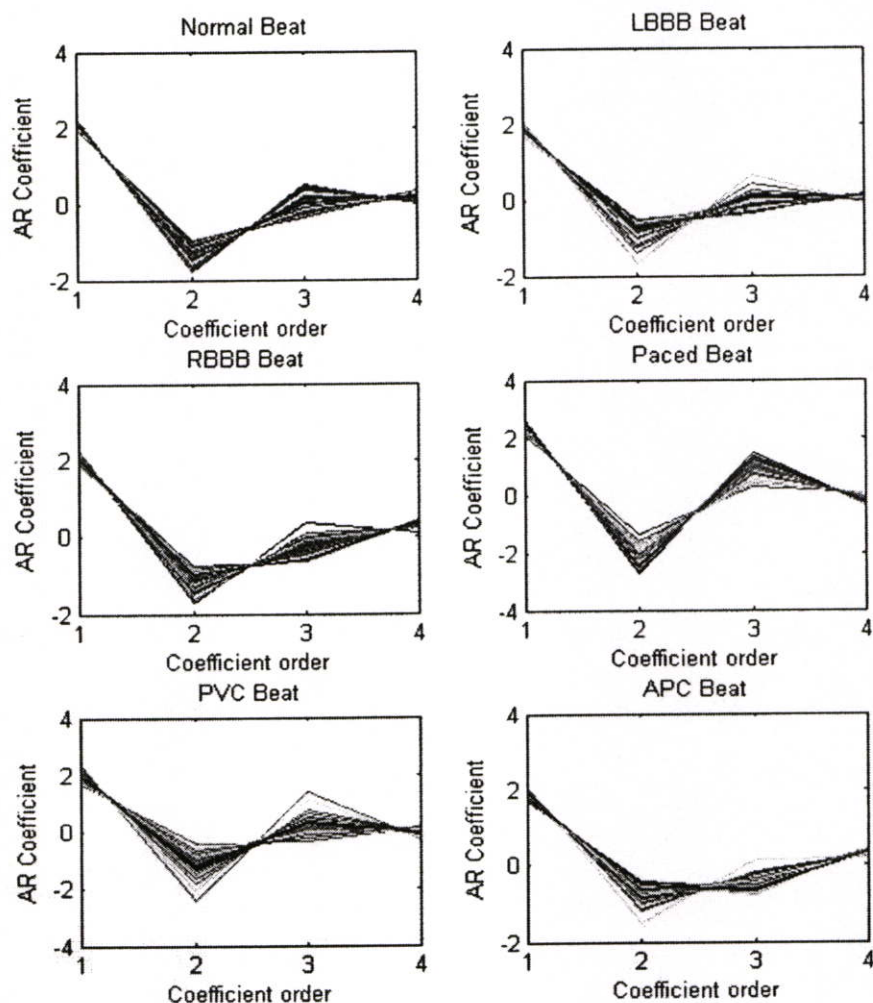
หัวใจแต่ละบิต โดยในแต่ละบิตนั้น สัญญาณต้นฉบับจะเป็นข้อมูลขนาด 300 จุด ดังรูปที่ 5.1 และ a_4 จะเป็นข้อมูลขนาด 32 จุด ดังรูปที่ 5.4



รูปที่ 5.4 แสดง Approximation Wavelet Coefficient อันดับที่ 4 ของสัญญาณไฟฟ้าหัวใจ

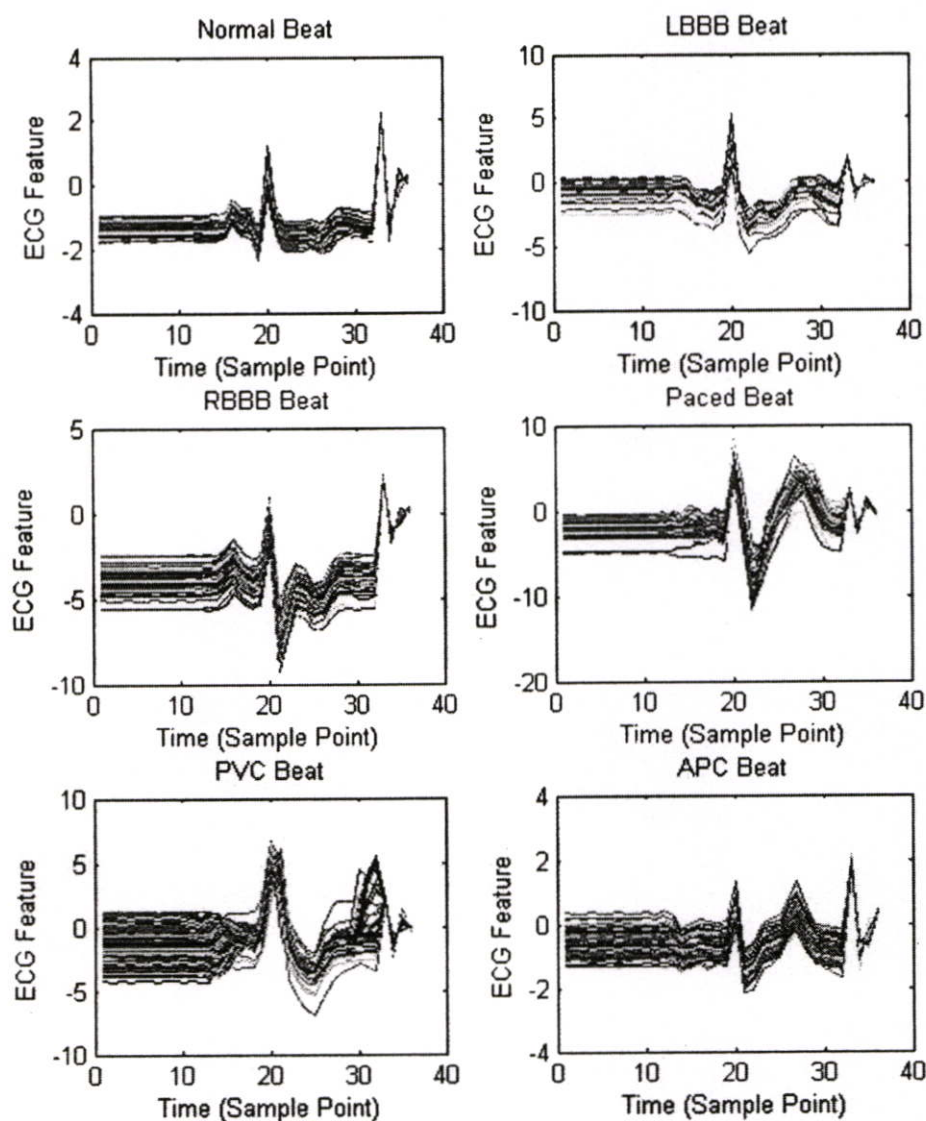
5.1.1.2 Autoregressive Modelling

ในงานวิจัยนี้ได้ใช้ AR model อันดับที่ 4 ในการแสดงถึงแต่ละบิตของสัญญาณไฟฟ้าหัวใจ มาเป็นลักษณะเด่นที่เพิ่มเติมจากการใช้การแปลงเวฟเล็ตเพียงอย่างเดียว เพื่อให้ประสิทธิภาพในการแยกประเภทสัญญาณไฟฟ้าหัวใจมีมากขึ้น



รูปที่ 5.5 ค่าสัมประสิทธิ์ (Coefficient) จากกระบวนการทำ Autoregressive สัญญาณไฟฟ้าหัวใจ

เวกเตอร์ลักษณะเด่นที่ได้จากกระบวนการแปลงเวฟเล็ตและการทำ Autoregressive Modeling ประกอบด้วย ค่าสัมประสิทธิ์ของการแปลงเวฟเล็ต (Wavelet Coefficient) และค่าสัมประสิทธิ์ของ AR (AR coefficient) โดยในแต่ละบิตของสัญญาณไฟฟ้าหัวใจนั้น ข้อมูลสัญญาณต้นฉบับจะเป็นเวกเตอร์ที่มี 300 มิติ $\{x_1, x_2, \dots, x_{300}\}$ เมื่อทำการแปลงเวฟเล็ตแล้วจะได้ค่า Approximation Coefficient เป็นเวกเตอร์ที่มี 32 มิติ $\{w_1, w_2, \dots, w_{32}\}$ และ ส่วนของค่า AR Coefficient เป็นเวกเตอร์ที่มี 4 มิติ $\{a_1, a_2, a_3, a_4\}$ เราสามารถนำค่าสัมประสิทธิ์ของการแปลงเวฟเล็ตและค่าสัมประสิทธิ์ของ AR มาต่อกันเพื่อสร้างเป็นเวกเตอร์ลักษณะเด่น $\{w_1, w_2, \dots, w_{32}, a_1, a_2, a_3, a_4\}$ เพื่อนำไปใช้ในการแบ่งประเภทของสัญญาณไฟฟ้าหัวใจได้ ทุกๆ เวกเตอร์ลักษณะเด่น จะเป็นจุดข้อมูล 1 จุดใน Feature Space (ที่มี 36 มิติ) ซึ่งจุดข้อมูลที่เป็นของสัญญาณไฟฟ้าหัวใจประเภทเดียวกันควรจะอยู่ใกล้กันหรืออยู่เป็นกลุ่มเดียวกัน และจุดข้อมูลที่เป็นของสัญญาณไฟฟ้าหัวใจคนละประเภทกันก็ควรอยู่ไกลกันหรืออยู่คนละกลุ่มกัน



รูปที่ 5.6 Feature vectors ของสัญญาณไฟฟ้าหัวใจ

5.1.2 การแยกประเภทสัญญาณไฟฟ้าหัวใจโดยใช้ PCA และพีชชีมิเนียน

ในการแยกประเภทของสัญญาณไฟฟ้าหัวใจ โดยใช้ทฤษฎีพีชชีมิเนียนนั้นข้อมูลที่มีขนาดมิติมากเกินไปนั้นพีชชีมิเนียนไม่สามารถแยกประเภทได้อย่างถูกต้อง ซึ่งถือเป็นข้อจำกัดของการแบ่งกลุ่มข้อมูลโดยใช้วิธีนี้ ดังนั้นเวกเตอร์ลักษณะเด่นที่มีขนาด 36 มิติจึงต้องมีการลดขนาดลงเพื่อให้เหมาะสมกับการใช้พีชชีมิเนียนในการแบ่งกลุ่ม โดยในส่วนของการทำงานนี้ได้เลือกใช้ทฤษฎี PCA มาทำการลดขนาดข้อมูล ซึ่งในกระบวนการ PCA นี้จะทำการเลือกจำนวนเวกเตอร์พื้นฐานของข้อมูล (Basis vectors หรือ eigenvectors) ใหม่ที่สอดคล้องกับ Eigenvalues ที่มากที่สุด จากนั้นจึงทำการโปรเจกต์ข้อมูลลงบนเวกเตอร์พื้นฐานใหม่ที่ได้เพื่อลดขนาดมิติของข้อมูลแล้วจึงใช้พีชชีมิเนียนใน

การแบ่งกลุ่มข้อมูล โดยจำนวนมิติข้อมูลใหม่ที่เหมาะสมจะเลือกจากการทดลองใช้พีชชีมีน แบ่งกลุ่มข้อมูล ซึ่งจำนวนมิติข้อมูลที่พีชชีมีนสามารถแบ่งกลุ่มได้ดีที่สุดจะถูกเลือกมาใช้

การทดลองในขั้นแรกนั้นจะทำการทดลองแยกประเภทสัญญาณไฟฟ้าหัวใจทั้ง 6 ชนิดโดยใช้สัญญาณไฟฟ้าหัวใจแต่ละชนิดจากผู้ป่วยเพียงคนเดียวก่อนเพื่อดูประสิทธิภาพในขั้นแรก จากนั้นจึงทดลองใช้สัญญาณไฟฟ้าหัวใจแต่ละชนิดจากผู้ป่วยหลายๆคน ซึ่งให้ผลการทดลองดังต่อไปนี้

1. การทดลองแบ่งประเภทสัญญาณอีซีจีโดยใช้สัญญาณแต่ละชนิดจากผู้ป่วยเพียงคนเดียว

จากการทดลองพบว่า การทำ PCA ได้ Eigenvalues 36 ค่า มีเพียง 5 ค่า เท่านั้นที่มีค่าสูง ส่วนที่อีก 31 ค่าที่เหลือมีค่าน้อยมาก (เข้าใกล้ศูนย์) นั่นหมายความว่าข้อมูลขนาด 36 มิติในเวกเตอร์ลักษณะเด่นของสัญญาณไฟฟ้าหัวใจทั้ง 6 ชนิดนั้นมีเวกเตอร์พื้นฐานที่สำคัญเพียง 5 เวกเตอร์เท่านั้น และจำนวนมิติข้อมูลที่พีชชีมีนสามารถแบ่งกลุ่มได้ดีที่สุด คือ 3 มิติ

และจากการทดลองพบว่าพีชชีสามารถแบ่งกลุ่มข้อมูลของสัญญาณไฟฟ้าหัวใจทั้ง 6 ชนิด ออกเป็นกลุ่มที่ดีที่สุดได้เป็น 4 กลุ่มเท่านั้นในขั้นตอนแรก ดังนั้นจึงต้องทำการแบ่งกลุ่มข้อมูลเป็นลำดับขั้นแบบบนลงล่างโดย

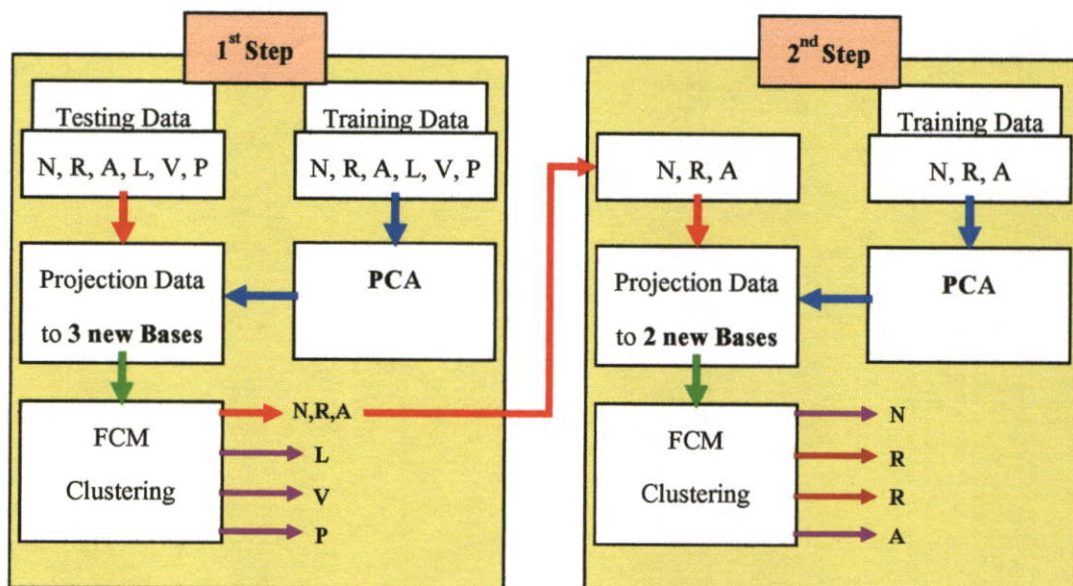
ขั้นแรกจะแบ่งข้อมูลออกเป็น 4 กลุ่ม คือ LBBB, PVC, Pace และกลุ่มรวมของ {Normal, RBBB, APC} ใน 3 มิติ

ขั้นที่สองจะแบ่งข้อมูล Normal, RBBB และ APC ออกเป็น 4 กลุ่มย่อยอีกที (เนื่องจาก RBBB มีการกระจายของข้อมูลสูง) โดยจากการนำข้อมูลทั้ง 3 ชนิดนี้ไปทำตามกระบวนการของ Fisher's discriminant อีกครั้งพบว่าข้อมูลอยู่ใน เวกเตอร์ลักษณะเด่นที่สำคัญเพียง 2 มิติเท่านั้น

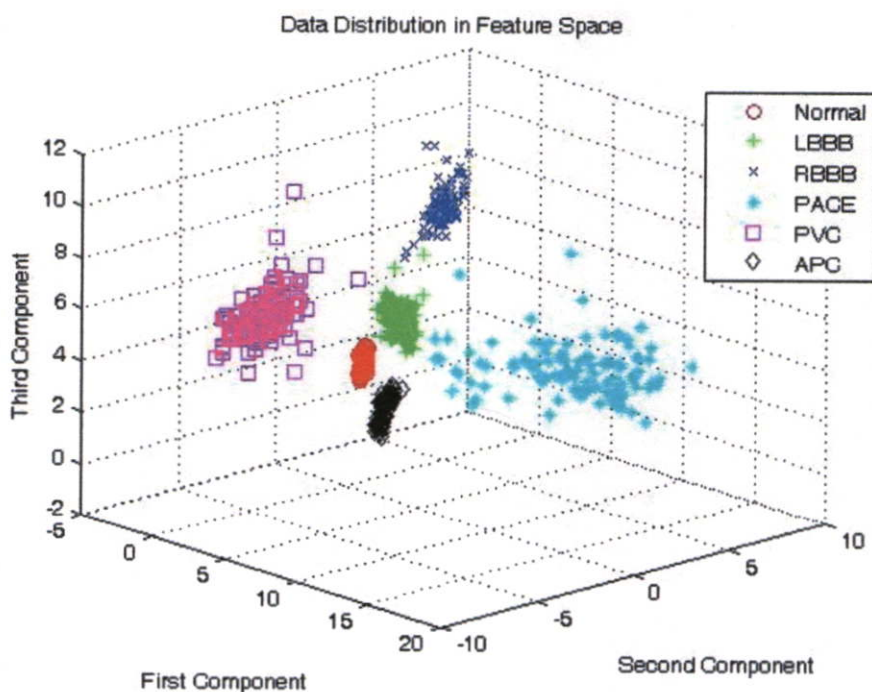
รายละเอียดของการทดลองสามารถสรุปได้ดังนี้

- Record No. ของสัญญาณที่นำมาทดลอง
 - Normal beat Record No. 100
 - LBBB Record No. 109
 - RBBB Record No. 118
 - Paced beat Record No. 107
 - PVC Record No. 208
 - APC Record No. 232
- จำนวนเวกเตอร์พื้นฐานของข้อมูลที่พีชชีมีนแบ่งกลุ่มได้ดีที่สุด
 - ขั้นที่ 1 เท่ากับ 3 เวกเตอร์ (จาก Eigenvalues มีค่าสูงสุด 6 ค่า จากทั้งหมด 36 ค่า)
 - ขั้นที่ 2 เท่ากับ 2 เวกเตอร์ (จาก Eigenvalues มีค่าสูงสุด 3 ค่า จากทั้งหมด 36 ค่า)
- จำนวนกลุ่มข้อมูลที่พีชชีมีนแบ่งกลุ่มได้ดีที่สุด

- **ขั้นที่ 1** เท่ากับ 4 กลุ่ม คือ {LBBB}, {PVC}, {Pace} และ { Normal, RBBB, APC}
- **ขั้นที่ 2** เท่ากับ 4 กลุ่ม คือ { Normal}, {RBBB}, {RBBB}, {APC}



รูปที่ 5.7 โครงสร้างของระบบการแบ่งประเภทสัญญาณไฟฟ้าหัวใจโดยใช้ PCA และฟัซซี่ซึ่มินที่มี การแยกลักษณะเด่นของสัญญาณ

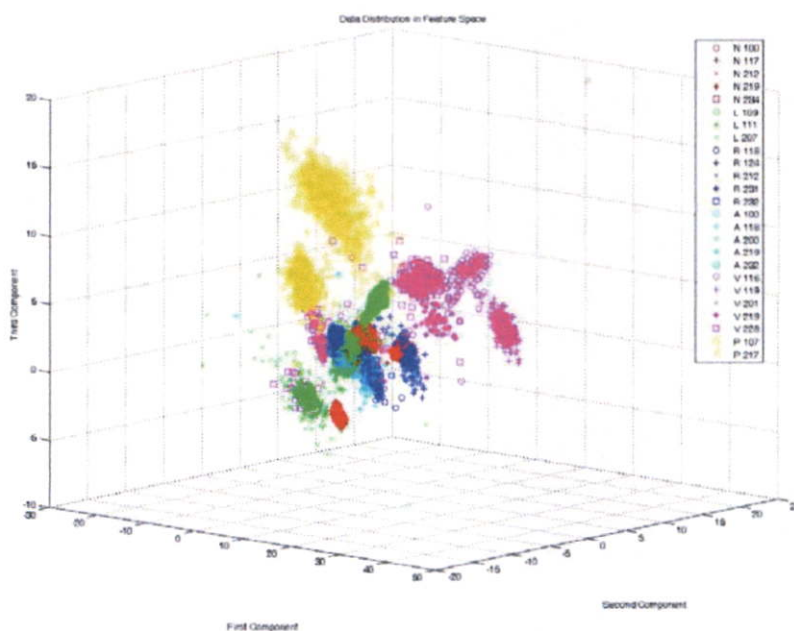


รูปที่ 5.8 แสดงถึงการกระจายของสัญญาณไฟฟ้าหัวใจ ใน Feature Space 3 มิติ โดยใช้ PCA

ตารางที่ 5.1 ผลการแยกประเภทสัญญาณไฟฟ้าหัวใจโดยใช้ PCA ร่วมกับพีชชีซึ่งมีนที่มีการแยกลักษณะเด่นของสัญญาณ

| ECG Beat Type | Training | | | Testing | | |
|---------------|-------------|----------------|--------------|-------------|----------------|--------------|
| | Number | Correctly beat | Accuracy (%) | Number | Correctly beat | Accuracy (%) |
| Normal | 200 | 194 | 97 | 200 | 185 | 92.5 |
| LBBB | 200 | 190 | 95 | 200 | 196 | 98 |
| RBBB | 200 | 199 | 99.5 | 200 | 200 | 100 |
| APC | 200 | 199 | 99.5 | 200 | 191 | 95.5 |
| PVC | 200 | 196 | 98 | 200 | 196 | 98 |
| PACE | 200 | 192 | 96 | 200 | 199 | 99.5 |
| Total | 1200 | 1170 | 97.50 | 1200 | 1167 | 97.25 |

2. การทดลองแบ่งประเภทสัญญาณอีซีจีโดยใช้สัญญาณแต่ละชนิดจากผู้ป่วยหลายคน จากการทดลองใช้ทฤษฎี PCA มาทำการลดขนาดข้อมูลเวกเตอร์ลักษณะเด่นของสัญญาณไฟฟ้าหัวใจ พบว่าการกระจายของข้อมูลไม่เป็นกลุ่มก้อนที่จะใช้พีชชีซึ่งมีนในการแบ่งประเภทข้อมูลให้ถูกต้องได้ ดังนั้นวิธีการลดข้อมูลโดยใช้ PCA จึงใช้ไม่ได้



รูปที่ 5.9 แสดงถึงการกระจายของสัญญาณไฟฟ้าหัวใจ 6 ประเภท ใน Feature Space 3 มิติ

5.1.3 การแยกประเภทสัญญาณไฟฟ้าหัวใจโดยใช้ Fisher's discriminant และพีชชีมีน

เนื่องจากแนวคิดของ Fisher คือการหาทิศทางของการโปรเจกต์ (หรือ Basis) W ที่ให้ความแตกต่างของค่าเฉลี่ยของกลุ่มได้ดี ในขณะที่ให้ค่าความแปรปรวน (variance) รอบค่าเฉลี่ยของกลุ่มเหล่านั้นมีค่าน้อยๆ ดังนั้นจึงทดลองใช้ วิธีของ Fisher's Discriminant ในการลดขนาดข้อมูล เวกเตอร์ลักษณะเด่นของสัญญาณไฟฟ้าหัวใจ ซึ่งมีขั้นตอนการทดลองดังนี้

1. ค่า Eigenvalues จากกระบวนการ Fisher's discriminant

เมื่อนำข้อมูลลักษณะเด่นของคลื่นไฟฟ้าหัวใจทั้ง 6 ชนิดที่ใช้สำหรับการสอนระบบไปเข้ากระบวนการ Fisher's discriminant จะได้ค่า Eigenvalues ทั้งหมด 36 ค่า ดังนี้

$$eigenvalues(\lambda) = [14.11 \quad 9.02 \quad 2.76 \quad 0.79 \quad 0.608 \quad 0 \quad \dots \quad 0]$$

จะเห็นได้ว่ามีค่า Eigenvalues เพียงแค่ 5 ค่าเท่านั้นที่มีความสำคัญ แสดงว่าข้อมูลมีความสำคัญอยู่ใน Basis จากการทำ Fisher's discriminant เพียง 5 Basis เท่านั้น ซึ่งจะทำการทดลองหาจำนวน มิติข้อมูลที่เหมาะสมในขั้นต่อไป

2. การทดลองหาจำนวนมิติและจำนวนกลุ่มข้อมูลที่พีชชีมีนแบ่งกลุ่มได้ดีที่สุด

ในการทดลองนี้จะทำการลดมิติข้อมูลโดย Project ข้อมูลลงบน Basis ที่ถูกทำให้ orthogonal ก่อน ซึ่งมิติของข้อมูลที่เหมาะสมจะเลือกจากการทดลองให้พีชชีมีนแบ่งกลุ่มข้อมูล

- กำหนดให้พีชชีมีนแบ่งข้อมูลออกเป็น 6 กลุ่ม เท่ากับชนิดของคลื่นไฟฟ้าหัวใจ ซึ่งพบว่าพีชชีมีนแบ่งกลุ่มได้ดีที่สุดเมื่อลดข้อมูลเหลือ 5 มิติ

ตารางที่ 5.2 ผลการแบ่งกลุ่มข้อมูลลักษณะเด่นออกเป็น 6 กลุ่มใน 5 มิติ

| Class | ECG Beat Type | | | | | |
|----------|---------------|-----|-----|-----|-----|-----|
| | N | R | A | L | V | P |
| 1. | 648 | 4 | 111 | 70 | 12 | 0 |
| 2. | 9 | 901 | 6 | 22 | 210 | 0 |
| 3. | 45 | 81 | 728 | 43 | 9 | 0 |
| 4. | 297 | 4 | 155 | 862 | 3 | 0 |
| 5. | 1 | 7 | 0 | 3 | 761 | 25 |
| 6. | 0 | 3 | 0 | 0 | 5 | 975 |
| Accuracy | 81.25% | | | | | |

- ทดลองให้พีชชีมินแบ่งกลุ่มข้อมูลออกเป็นตั้งแต่ 7 - 12 กลุ่ม แล้วเลือกที่ดีที่สุดซึ่งพบว่าพีชชีมินแบ่งกลุ่มได้ดีที่สุดเมื่อลดข้อมูลเหลือ 5 มิติ และแบ่งข้อมูลออกเป็น 11 กลุ่ม

ตารางที่ 5.3 ผลการแบ่งกลุ่มข้อมูลลักษณะเด่นออกเป็น 11 กลุ่มใน 5 มิติ

| Class | ECG Beat Type | | | | | |
|-------|---------------|-----|-----|-----|-----|-----|
| | N | R | A | L | V | P |
| 1. | 576 | 33 | 2 | 0 | 20 | 0 |
| 2. | 258 | 0 | 2 | 0 | 1 | 0 |
| 3. | 3 | 519 | 157 | 4 | 2 | 0 |
| 4. | 154 | 340 | 26 | 0 | 7 | 0 |
| 5. | 9 | 101 | 798 | 0 | 0 | 0 |
| 6. | 0 | 1 | 4 | 549 | 38 | 12 |
| 7. | 0 | 6 | 11 | 432 | 1 | 6 |
| 8. | 0 | 0 | 0 | 0 | 497 | 0 |
| 9. | 0 | 0 | 0 | 5 | 422 | 21 |
| 10. | 0 | 0 | 0 | 1 | 9 | 497 |
| 11. | 0 | 0 | 0 | 9 | 3 | 464 |

- ทดลองให้พีชชีมินแบ่งกลุ่มข้อมูลออกเป็นตั้งแต่ 2 - 5 กลุ่ม แล้วเลือกที่ดีที่สุดซึ่งพบว่าพีชชีมินแบ่งกลุ่มได้ดีที่สุดเมื่อลดข้อมูลเหลือ 3 มิติ และแบ่งข้อมูลออกเป็น 4 กลุ่ม

ตารางที่ 5.4 ผลการแบ่งกลุ่มข้อมูลลักษณะเด่นออกเป็น 4 กลุ่มใน 3 มิติ

| Class | ECG Beat Type | | | | | |
|----------|---------------|-----|-----|-----|-----|-----|
| | N | R | A | L | V | P |
| 1. | 999 | 991 | 980 | 2 | 2 | 0 |
| 2. | 0 | 9 | 20 | 981 | 24 | 35 |
| 3. | 1 | 0 | 0 | 2 | 969 | 0 |
| 4. | 0 | 0 | 0 | 10 | 5 | 965 |
| Accuracy | 98.08% | | | | | |

3. การทดลองหาจำนวนมิติและจำนวนกลุ่มข้อมูลที่พีชชีมีนแบ่งกลุ่มได้ดีที่สุด บน Basis ที่ไม่ Orthogonal

ทดลองให้พีชชีมีนแบ่งกลุ่มข้อมูลออกเป็นตั้งแต่ 2 - 12 กลุ่ม แล้วเลือกที่ดีที่สุด ซึ่งพบว่าพีชชีมีนแบ่งกลุ่มได้ดีที่สุดเมื่อลดข้อมูลเหลือ 3 มิติ และแบ่งข้อมูลออกเป็น 4 กลุ่ม

ตารางที่ 5.5 ผลการแบ่งกลุ่มข้อมูลลักษณะเด่นออกเป็น 4 กลุ่มใน 3 มิติ ที่ไม่ orthogonal

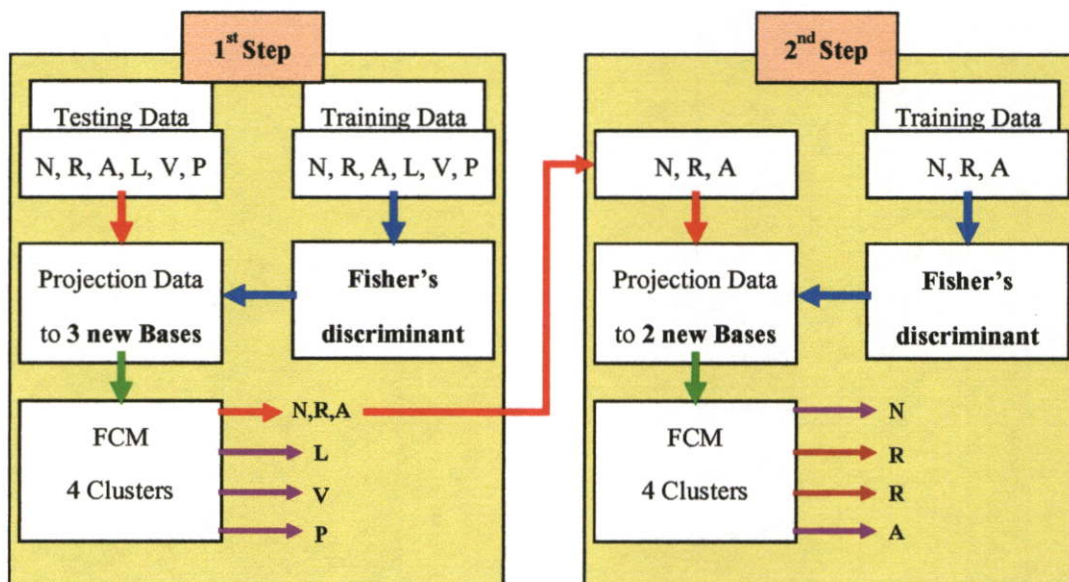
| Class | ECG Beat Type | | | | | |
|------------|---------------|-----|-----|-----|-----|-----|
| | N | R | A | L | V | P |
| 1. (N,R,A) | 989 | 988 | 975 | 26 | 4 | 0 |
| 2. (L) | 10 | 12 | 24 | 898 | 65 | 2 |
| 3. (V) | 1 | 0 | 1 | 74 | 918 | 96 |
| 4. (P) | 0 | 0 | 0 | 2 | 13 | 902 |
| Accuracy | 94.50% | | | | | |

4. รายละเอียดสำหรับการออกแบบระบบการแบ่งประเภทคลื่นไฟฟ้าหัวใจ

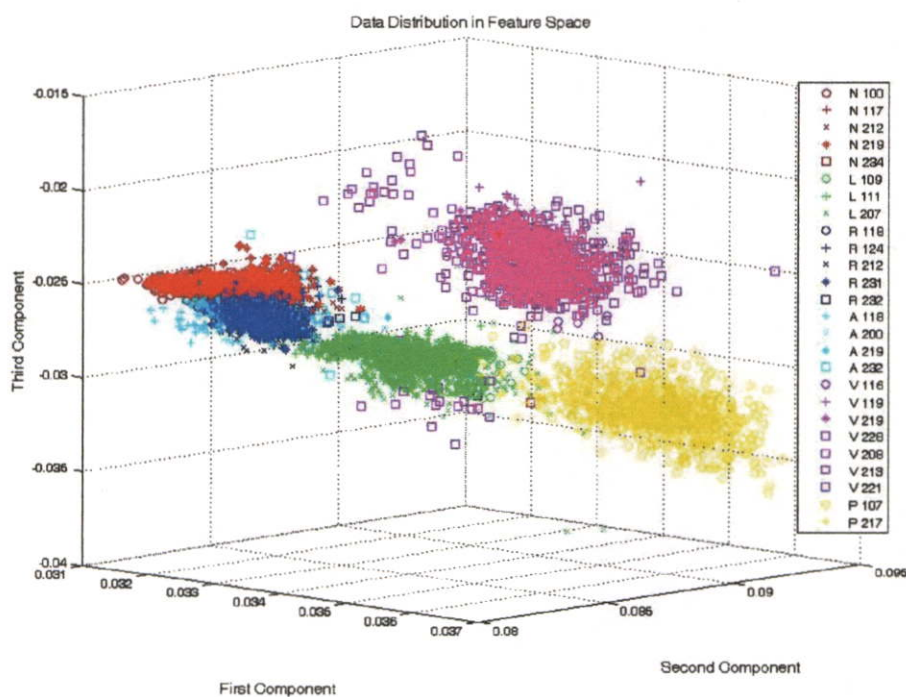
จากการทดลองในข้อ 1 – 3 พบว่า พีชชีมีนแบ่งกลุ่มข้อมูลที่อยู่บน Basis ที่ orthogonal ได้ดีกว่าบน Basis ที่ไม่ orthogonal และการแบ่งกลุ่มข้อมูลทั้งหมดออกเป็น 4 กลุ่ม จะให้ประสิทธิภาพดีที่สุด จึงใช้วิธีการแบ่งข้อมูลแบบเป็นลำดับชั้นแบบบนลงล่าง (Top-down) ซึ่งรายละเอียดมีดังนี้

- Record No. ของสัญญาณที่นำมาทดลอง
 - Normal beat Record No. 100, 117, 212, 219 และ 234
 - LBBB Record No. 109, 111 และ 207
 - RBBB Record No. 118, 124, 212, 231 และ 232
 - Paced beat Record No. 107 และ 217
 - PVC Record No. 116, 119, 219, 208, 213, 221 และ 228
 - APC Record No. 118, 200, 219 และ 232
- จำนวนมิติของข้อมูลที่พีชชีมีนแบ่งกลุ่มได้ดีที่สุดบน Basis ที่ Orthogonal
 - ชั้นที่ 1 เท่ากับ 3 มิติ (จาก Eigenvalues มีค่าสูงสุด 5 ค่า จากทั้งหมด 36 ค่า)
 - ชั้นที่ 2 เท่ากับ 2 มิติ (จาก Eigenvalues มีค่าสูงสุด 2 ค่า จากทั้งหมด 36 ค่า)
- จำนวนกลุ่มข้อมูลที่พีชชีมีนแบ่งกลุ่มได้ดีที่สุด

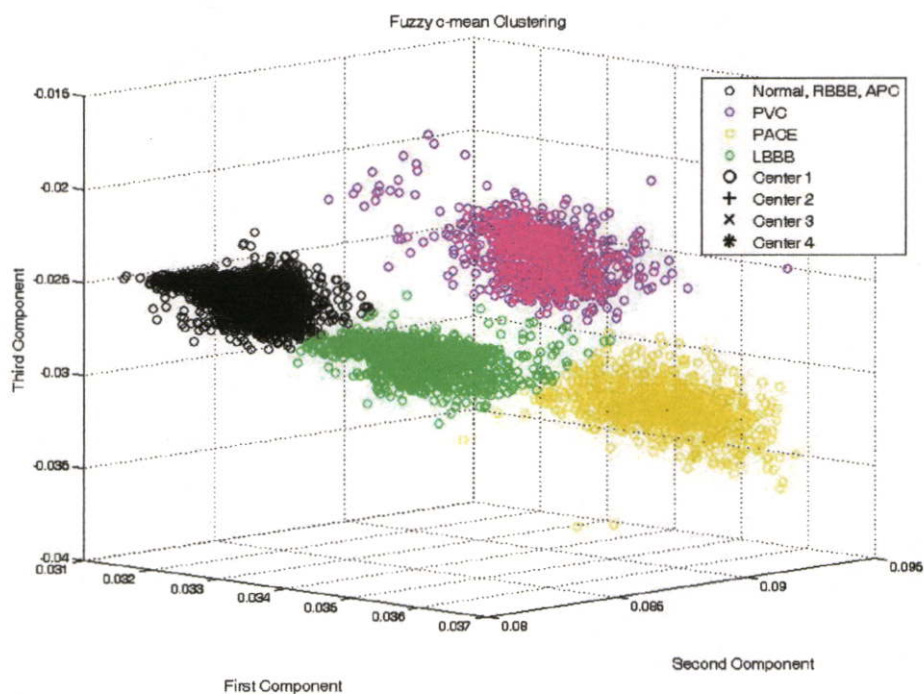
- ขั้นที่ 1 เท่ากับ 4 กลุ่ม คือ {LBBB}, {PVC}, {Pace} และ { Normal, RBBB, APC}
- ขั้นที่ 2 เท่ากับ 4 กลุ่ม คือ { Normal}, {RBBB}, {RBBB}, {APC}



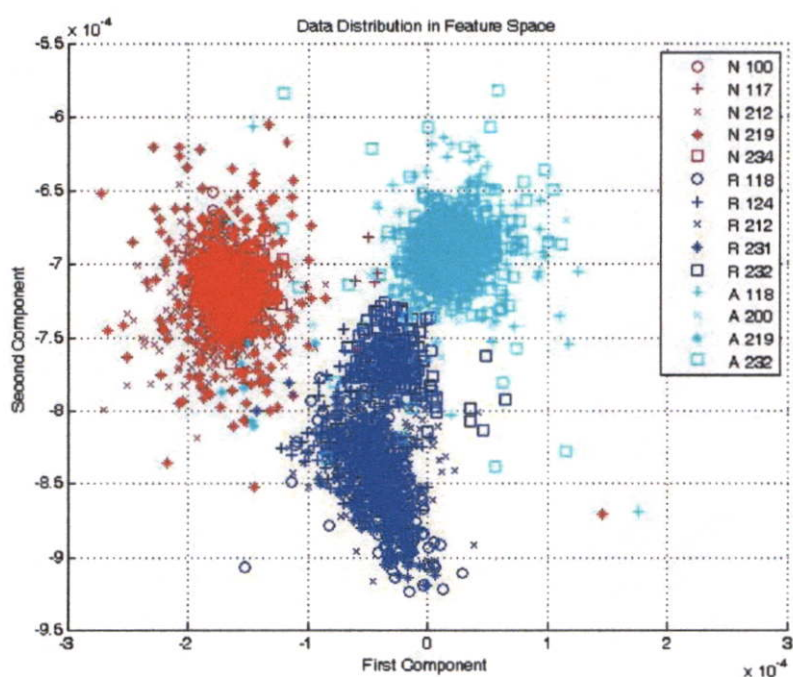
รูปที่ 5.10 โครงสร้างของระบบการแบ่งประเภทสัญญาณไฟฟ้าหัวใจโดยใช้ Fisher's discriminant และพีชชีซมีนที่มีการแยกลักษณะเด่นของสัญญาณ



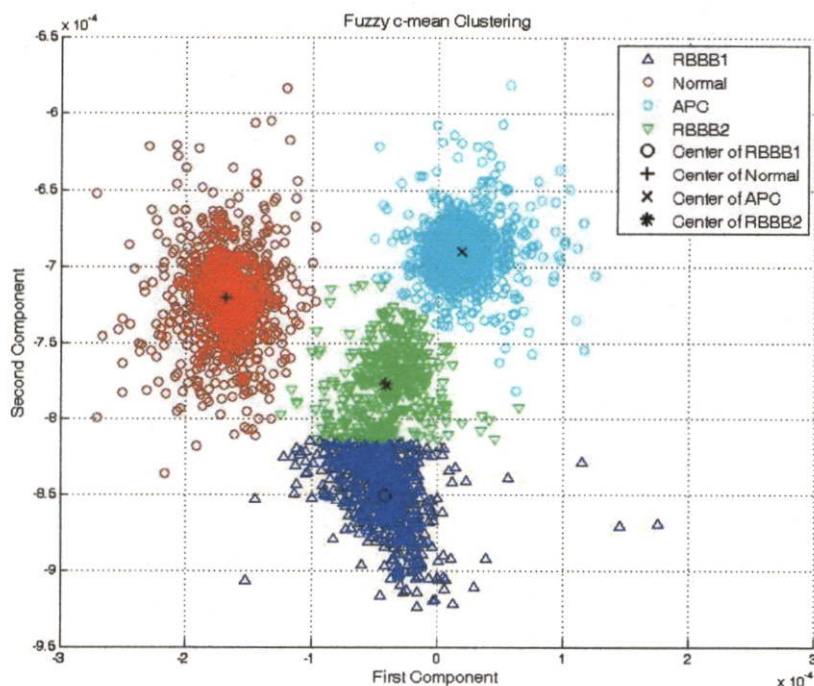
รูปที่ 5.11 แสดงถึงการกระจายของข้อมูลลักษณะเด่นของสัญญาณไฟฟ้าหัวใจ ในขั้นที่ 1 โดยใช้ Fisher's discriminant



รูปที่ 5.12 แสดงถึงผลการแบ่งกลุ่มข้อมูลลักษณะเด่นของสัญญาณไฟฟ้าหัวใจด้วยฟัซซี่ซีมีนในชั้นที่ 1



รูปที่ 5.13 แสดงถึงการกระจายของข้อมูลลักษณะเด่นของสัญญาณไฟฟ้าหัวใจ ในชั้นที่ 2 โดยใช้ Fisher's discriminant



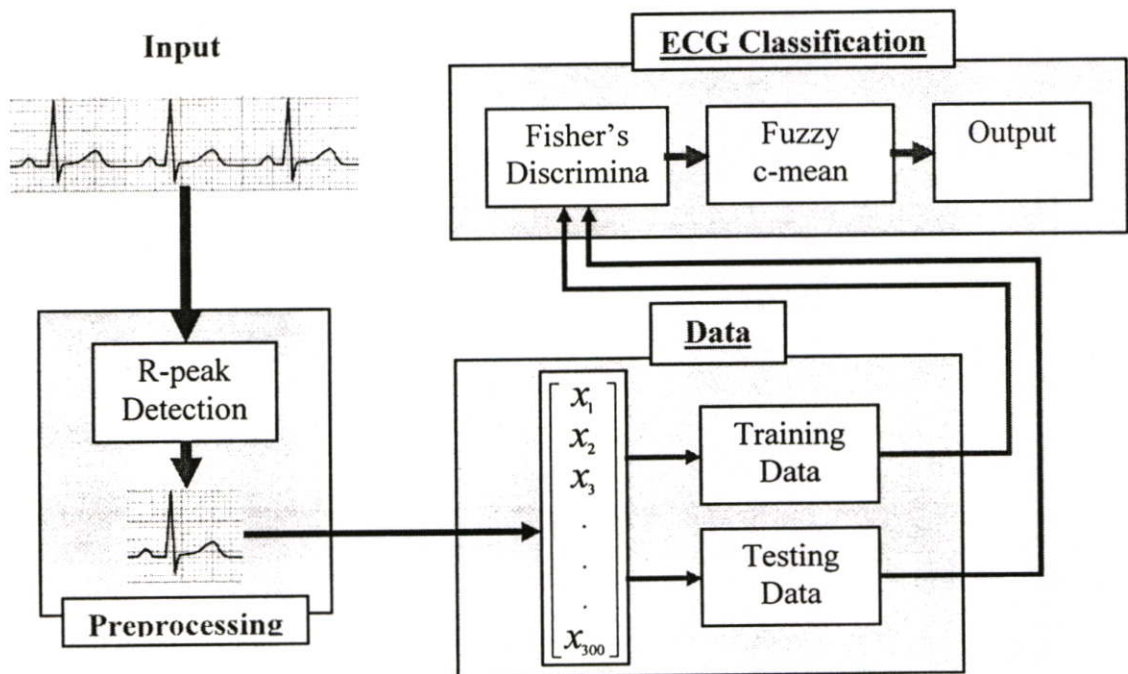
รูปที่ 5.14 แสดงถึงผลการแบ่งกลุ่มข้อมูลลักษณะเด่นของสัญญาณไฟฟ้าหัวใจด้วยฟัซซี่มีนในขั้นที่ 2

ตารางที่ 5.6 ผลการแยกประเภทสัญญาณไฟฟ้าหัวใจโดยใช้ Fisher's discriminant ร่วมกับฟัซซี่มีนที่มีการแยกลักษณะเด่นของสัญญาณ

| ECG Beat Type | Training | | | Testing | | |
|---------------|-------------|----------------|--------------|-------------|----------------|--------------|
| | Number | Correctly beat | Accuracy (%) | Number | Correctly beat | Accuracy (%) |
| Normal | 1000 | 981 | 98.1 | 1000 | 978 | 97.8 |
| LBBB | 1000 | 981 | 98.1 | 1000 | 993 | 99.3 |
| RBBB | 1000 | 985 | 98.5 | 1000 | 942 | 94.2 |
| APC | 1000 | 951 | 95.1 | 500 | 489 | 97.8 |
| PVC | 1000 | 969 | 96.9 | 1000 | 942 | 94.2 |
| PACE | 1000 | 965 | 96.5 | 1000 | 956 | 95.6 |
| Total | 6000 | 5832 | 97.20 | 5500 | 5300 | 96.36 |

5.2 การแยกประเภทสัญญาณไฟฟ้าหัวใจโดยใช้ข้อมูลต้นฉบับที่ไม่มีการแยกลักษณะเด่น

เนื่องจากวิธีการของ Fisher's discriminant นั้นเป็นวิธีการที่ใช้สำหรับการลดขนาดข้อมูลที่ ดี โดยที่แนวคิดของ Fisher คือการหาทิศทางของการโปรเจก (หรือ Basis) W ที่ให้ความแตกต่างของค่าเฉลี่ยของกลุ่มได้ดี (เมื่อโปรเจกข้อมูลลงบนทิศทาง W) ในขณะที่ให้ค่าความแปรปรวน (variance) รอบค่าเฉลี่ยของกลุ่มเหล่านั้นมีค่าน้อยๆ ดังนั้นจึงสามารถใช้วิธีของ Fisher's Discriminant ในการลดขนาดข้อมูลสัญญาณไฟฟ้าหัวใจต้นฉบับที่ไม่ได้ทำการหาลักษณะเด่นให้มีขนาดน้อยลงได้ ซึ่งจากการทดลองพบว่าเมื่อนำสัญญาณไฟฟ้าหัวใจมาทำกระบวนการ Fisher's discriminant แล้ว เซตของ generalized eigenvectors $\{w_i | i=1,2,\dots,m\}$ ที่มีความสำคัญต่อข้อมูล ซึ่งสอดคล้องกับ generalized eigenvalues ที่มีค่ามากที่สุด m $\{\lambda_i | i=1,2,\dots,m\}$ นั้นมีเพียง 5 เวกเตอร์ เท่านั้นจากทั้งหมด 300 เวกเตอร์ (โดยเมื่อดูจากค่า generalized eigenvalues แล้วเห็นว่า อีก 295 ค่าที่เหลือนั้นมีค่าน้อยมากประมาณ 1×10^{-13} ลงไป) ทำให้สามารถลดขนาดสัญญาณไฟฟ้าหัวใจที่มี 300 จุดข้อมูลในแต่ละบิต ให้เหลือเพียง 5 จุดข้อมูลได้ ซึ่งเหมาะกับการใช้ทฤษฎีฟัซซี่ซึ่มีนในการแบ่งกลุ่มข้อมูลต่อไป



รูปที่ 5.15 แสดง โครงสร้างของระบบแยกประเภทสัญญาณไฟฟ้าหัวใจโดยใช้ข้อมูลต้นฉบับที่ไม่มีการแยกลักษณะเด่น

ขั้นตอนการทดลองมีดังนี้

1. ค่า Eigenvalues จากกระบวนการ Fisher's discriminant

เมื่อนำข้อมูลดิบของคลื่นไฟฟ้าหัวใจทั้ง 6 ชนิดที่ใช้สำหรับการสอนระบบไปเข้ากระบวนการ Fisher's discriminant จะได้ค่า Eigenvalues ทั้งหมด 300 ค่า ดังนี้

$$\text{eigenvalues}(\lambda) = [22.15 \quad 7.35 \quad 4.46 \quad 1.16 \quad 0.898 \quad 0 \quad \dots \quad 0]$$

จะเห็นได้ว่ามีค่า Eigenvalues เพียงแค่ 5 ค่าเท่านั้นที่มีความสำคัญ แสดงว่าข้อมูลมีความสำคัญอยู่ใน Basis จากการทำ Fisher's discriminant เพียง 5 Basis เท่านั้น ซึ่งจะทำการทดลองหาจำนวน มิติข้อมูลที่เหมาะสมในขั้นต่อไป

2. การทดลองหาจำนวนมิติและจำนวนกลุ่มข้อมูลที่ฟิชชีมีนแบ่งกลุ่มได้ดีที่สุด

ในการทดลองนี้จะทำการลดมิติข้อมูลโดย Project ข้อมูลลงบน Basis ที่ถูกทำให้ orthogonal ก่อน ซึ่งมิติของข้อมูลที่เหมาะสมจะเลือกจากการทดลองให้ฟิชชีมีนแบ่งกลุ่มข้อมูล

- กำหนดให้ฟิชชีมีนแบ่งข้อมูลออกเป็น 6 กลุ่ม เท่ากับชนิดของคลื่นไฟฟ้าหัวใจ ซึ่งพบว่าฟิชชีมีนแบ่งกลุ่มได้ดีที่สุดเมื่อลดข้อมูลเหลือ 5 มิติ

ตารางที่ 5.7 ผลการแบ่งกลุ่มข้อมูลคลื่นไฟฟ้าหัวใจออกเป็น 6 กลุ่มใน 5 มิติ

| Class | ECG Beat Type | | | | | |
|-------|---------------|-----|-----|------|-----|-----|
| | N | R | A | L | V | P |
| 1. | 450 | 804 | 59 | 0 | 2 | 0 |
| 2. | 542 | 194 | 937 | 0 | 1 | 2 |
| 3. | 8 | 2 | 4 | 1000 | 23 | 2 |
| 4. | 0 | 0 | 0 | 0 | 974 | 0 |
| 5. | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 549 |
| 6. | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 447 |

- ทดลองให้ฟิชชีมีนแบ่งกลุ่มข้อมูลออกเป็นตั้งแต่ 7 - 12 กลุ่ม แล้วเลือกที่ดีที่สุด ซึ่งพบว่าฟิชชีมีนแบ่งกลุ่มได้ดีที่สุดเมื่อลดข้อมูลเหลือ 5 มิติ และแบ่งข้อมูลออกเป็น 8 กลุ่ม

ตารางที่ 5.8 ผลการแบ่งกลุ่มข้อมูลคลื่นไฟฟ้าหัวใจออกเป็น 8 กลุ่มใน 5 มิติ

| Class | ECG Beat Type | | | | | |
|-------|---------------|-----|-----|-----|-----|-----|
| | N | R | A | L | V | P |
| 1. | 979 | 11 | 20 | 0 | 5 | 0 |
| 2. | 11 | 796 | 42 | 0 | 0 | 2 |
| 3. | 1 | 190 | 931 | 0 | 0 | 1 |
| 4. | 9 | 3 | 6 | 501 | 12 | 1 |
| 5. | 0 | 0 | 1 | 499 | 12 | 1 |
| 6. | 0 | 0 | 0 | 0 | 971 | 0 |
| 7. | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 513 |
| 8. | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 482 |

- ทดลองให้พีชชีซึมินแบ่งกลุ่มข้อมูลออกเป็นตั้งแต่ 2 - 5 กลุ่ม แล้วเลือกที่ดีที่สุด ซึ่งพบว่าพีชชีซึมินแบ่งกลุ่มได้ดีที่สุดเมื่อลดข้อมูลเหลือ 3 มิติ และแบ่งข้อมูลออกเป็น 4 กลุ่ม

ตารางที่ 5.9 ผลการแบ่งกลุ่มข้อมูลคลื่นไฟฟ้าหัวใจออกเป็น 4 กลุ่มใน 3 มิติ

| Class | ECG Beat Type | | | | | |
|----------|---------------|-----|-----|-----|-----|-----|
| | N | R | A | L | V | P |
| 1. | 991 | 995 | 992 | 1 | 2 | 3 |
| 2. | 9 | 5 | 8 | 999 | 23 | 1 |
| 3. | 0 | 0 | 0 | 0 | 975 | 0 |
| 4. | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 996 |
| Accuracy | 99.13% | | | | | |

3. การทดลองหาจำนวนมิติและจำนวนกลุ่มข้อมูลที่พีชชีซึมินแบ่งกลุ่มได้ดีที่สุด บน Basis ที่ไม่ Orthogonal

ทดลองให้พีชชีซึมินแบ่งกลุ่มข้อมูลออกเป็นตั้งแต่ 2 - 12 กลุ่ม แล้วเลือกที่ดีที่สุด ซึ่งพบว่าพีชชีซึมินแบ่งกลุ่มได้ดีที่สุดเมื่อลดข้อมูลเหลือ 3 มิติ และแบ่งข้อมูลออกเป็น 4 กลุ่ม

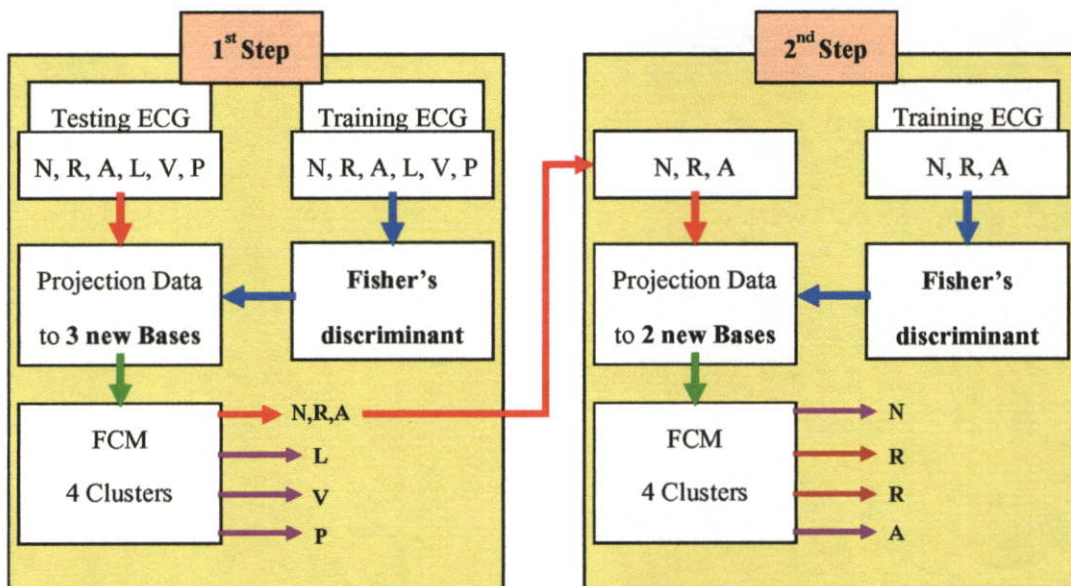
ตารางที่ 5.10 ผลการแบ่งกลุ่มข้อมูลคลื่นไฟฟ้าหัวใจออกเป็น 4 กลุ่มใน 3 มิติ ที่ไม่ orthogonal

| Class | ECG Beat Type | | | | | |
|------------|---------------|-----|-----|-----|-----|-----|
| | N | R | A | L | V | P |
| 1. (N,R,A) | 991 | 996 | 992 | 1 | 2 | 4 |
| 2. (L) | 9 | 4 | 8 | 999 | 23 | 1 |
| 3. (V) | 0 | 0 | 0 | 0 | 975 | 0 |
| 4. (P) | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 995 |
| Accuracy | 99.13% | | | | | |

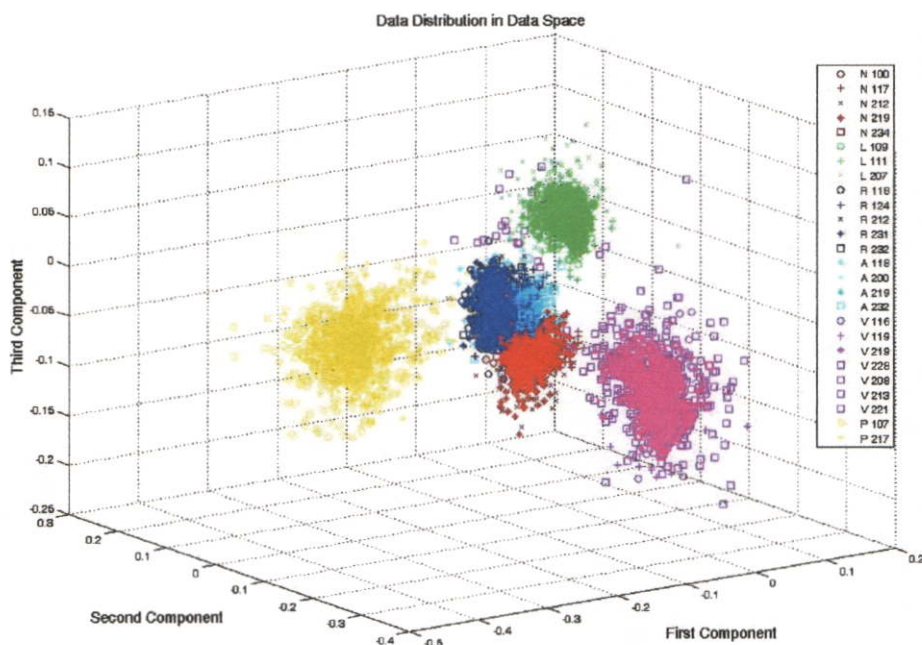
4. รายละเอียดสำหรับการออกแบบระบบการแบ่งประเภทคลื่นไฟฟ้าหัวใจ

จากการทดลองในข้อ 1 – 3 พบว่า ฟังก์ชันที่มีนัยแบ่งกลุ่มข้อมูลที่อยู่บน Basis ที่ orthogonal ได้ประสิทธิภาพเท่ากับบน Basis ที่ไม่ orthogonal และการแบ่งกลุ่มข้อมูลทั้งหมดออกเป็น 4 กลุ่มก่อนจะให้ประสิทธิภาพดีที่สุด จึงใช้วิธีการแบ่งข้อมูลแบบเป็นลำดับชั้นแบบบนลงล่าง (Top-down) ซึ่งรายละเอียดมีดังนี้

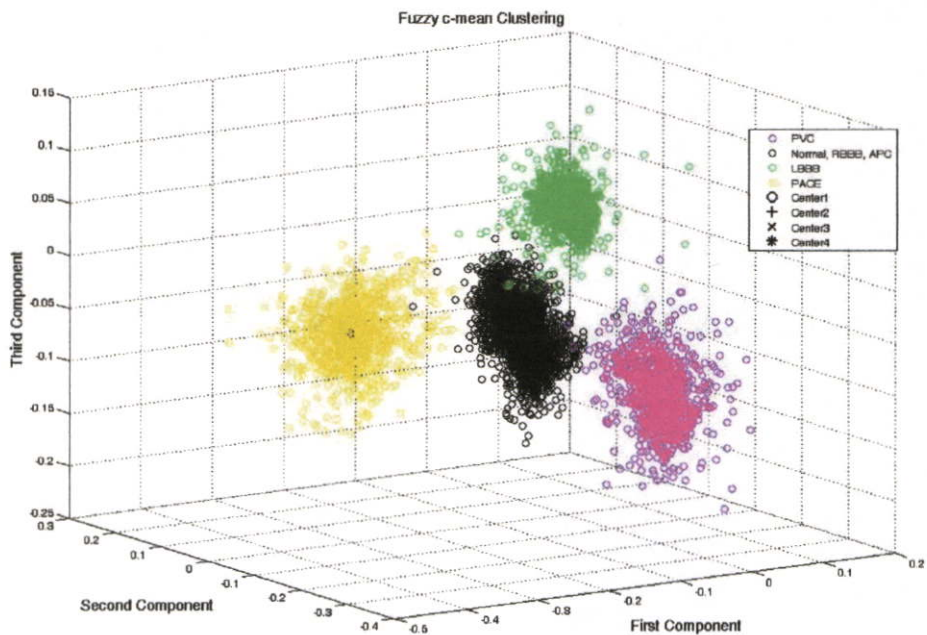
- Record No. ของสัญญาณที่นำมาทดลอง
 - Normal beat Record No. 100, 117, 212, 219 และ 234
 - LBBB Record No. 109, 111 และ 207
 - RBBB Record No. 118, 124, 212, 231 และ 232
 - Paced beat Record No. 107 และ 217
 - PVC Record No. 116, 119, 219, 208, 213, 221 และ 228
 - APC Record No. 118, 200, 219 และ 232
- จำนวนมิติของข้อมูลที่มีนัยแบ่งกลุ่มได้ดีที่สุดบน Basis ที่ Orthogonal
 - ขั้นที่ 1 เท่ากับ 3 มิติ (จาก Eigenvalues มีค่าสูงสุด 5 ค่า จากทั้งหมด 300 ค่า)
 - ขั้นที่ 2 เท่ากับ 2 มิติ (จาก Eigenvalues มีค่าสูงสุด 2 ค่า จากทั้งหมด 300 ค่า)
- จำนวนกลุ่มข้อมูลที่มีนัยแบ่งกลุ่มได้ดีที่สุด
 - ขั้นที่ 1 เท่ากับ 4 กลุ่ม คือ {LBBB}, {PVC}, {Pace} และ { Normal, RBBB, APC}
 - ขั้นที่ 2 เท่ากับ 4 กลุ่ม คือ { Normal}, {RBBB}, {RBBB}, {APC}



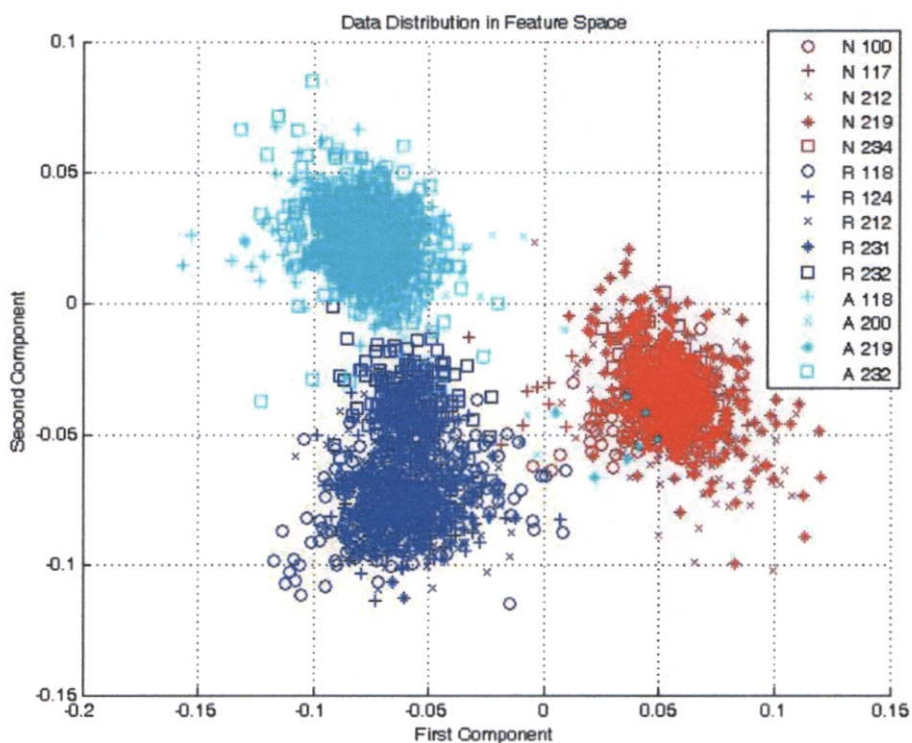
รูปที่ 5.16 โครงสร้างของระบบการแบ่งประเภทสัญญาณไฟฟ้าหัวใจโดยใช้ Fisher's discriminant และพีชชีซมินที่ไม่มีกการแยกลักษณะเด่นของสัญญาณ



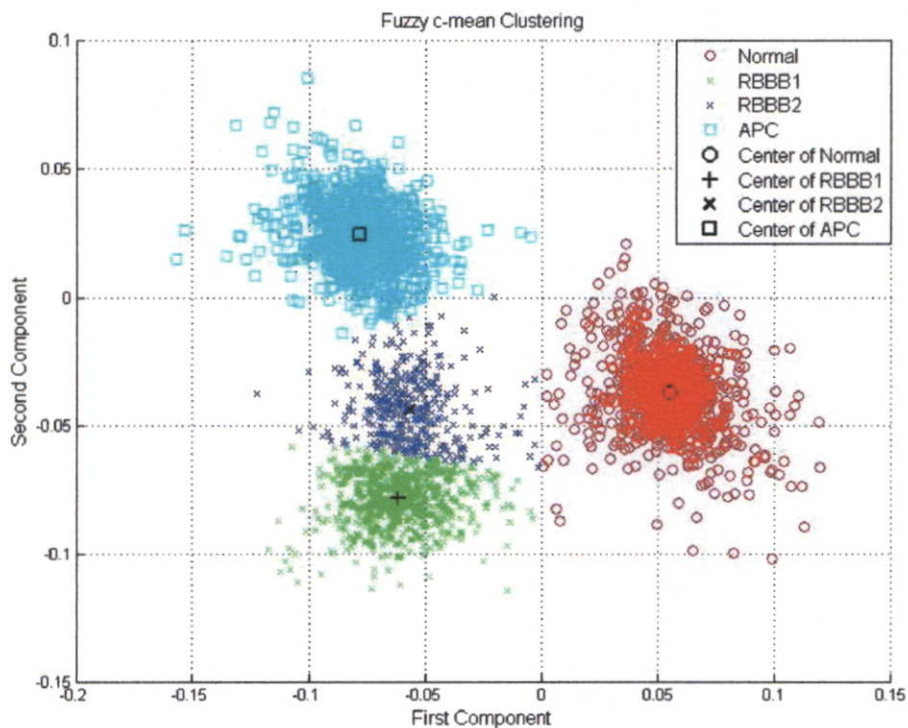
รูปที่ 5.17 แสดงถึงการกระจายของข้อมูลสัญญาณไฟฟ้าหัวใจ ในขั้นที่ 1 โดยใช้ Fisher's discriminant



รูปที่ 5.18 แสดงถึงผลการแบ่งประเภทสัญญาณไฟฟ้าหัวใจด้วยฟัซซี่ซิมินในขั้นที่ 1



รูปที่ 5.19 แสดงถึงการกระจายของข้อมูลสัญญาณไฟฟ้าหัวใจ ในขั้นที่ 2 โดยใช้ Fisher's discriminant



รูปที่ 5.20 แสดงถึงผลการแบ่งประเภทสัญญาณไฟฟ้าหัวใจด้วยฟัซซี่ซีมีนในขั้นที่ 2

ตารางที่ 5.11 ผลการแยกประเภทสัญญาณไฟฟ้าหัวใจที่ไม่มีการแยกลักษณะเด่นของสัญญาณ โดยใช้ Fisher's discriminant ร่วมกับฟัซซี่ซีมีน

| ECG Beat Type | Training | | | Testing | | |
|---------------|-------------|----------------|--------------|-------------|----------------|--------------|
| | Number | Correctly beat | Accuracy (%) | Number | Correctly beat | Accuracy (%) |
| Normal | 1000 | 989 | 98.9 | 1000 | 985 | 98.5 |
| LBBB | 1000 | 999 | 99.9 | 1000 | 1000 | 100 |
| RBBB | 1000 | 988 | 98.8 | 1000 | 952 | 95.2 |
| APC | 1000 | 966 | 96.6 | 500 | 494 | 98.8 |
| PVC | 1000 | 975 | 97.5 | 1000 | 958 | 95.8 |
| PACE | 1000 | 996 | 99.6 | 1000 | 984 | 98.4 |
| Total | 6000 | 5913 | 98.55 | 5500 | 5373 | 97.69 |

5.2.1 การทดลองลดจำนวนข้อมูลสำหรับการสอนระบบ

การทดลองนี้ใช้สำหรับดูประสิทธิภาพของระบบเมื่อลดข้อมูลสำหรับการสอนระบบ

ตารางที่ 5.12 ผลการแยกประเภทสัญญาณไฟฟ้าหัวใจ ที่มีข้อมูลสำหรับการสอนระบบชนิดละ 800 beats

| ECG Beat Type | Training | | | Testing | | |
|---------------|-------------|----------------|--------------|-------------|----------------|--------------|
| | Number | Correctly beat | Accuracy (%) | Number | Correctly beat | Accuracy (%) |
| Normal | 800 | 787 | 98.37 | 1000 | 978 | 97.8 |
| LBBB | 800 | 800 | 100 | 1000 | 999 | 99.9 |
| RBBB | 800 | 796 | 99.5 | 1000 | 953 | 95.3 |
| APC | 800 | 770 | 96.25 | 500 | 495 | 99 |
| PVC | 800 | 747 | 93.38 | 1000 | 733 | 73.3 |
| PACE | 800 | 795 | 99.38 | 1000 | 984 | 98.4 |
| Total | 4800 | 4695 | 97.81 | 5500 | 5142 | 93.49 |

ตารางที่ 5.13 ผลการแยกประเภทสัญญาณไฟฟ้าหัวใจ ที่มีข้อมูลสำหรับการสอนระบบชนิดละ 500 beats

| ECG Beat Type | Training | | | Testing | | |
|---------------|-------------|----------------|--------------|-------------|----------------|--------------|
| | Number | Correctly beat | Accuracy (%) | Number | Correctly beat | Accuracy (%) |
| Normal | 500 | 489 | 97.8 | 1000 | 970 | 97.0 |
| LBBB | 500 | 500 | 1000 | 1000 | 1000 | 100 |
| RBBB | 500 | 499 | 99.8 | 1000 | 942 | 94.2 |
| APC | 500 | 484 | 96.8 | 500 | 493 | 98.6 |
| PVC | 500 | 480 | 96 | 1000 | 862 | 86.2 |
| PACE | 500 | 498 | 99.6 | 1000 | 989 | 98.9 |
| Total | 3000 | 2950 | 98.33 | 5500 | 5256 | 95.55 |

จากการทดลองพบว่าเมื่อทำการลดจำนวนข้อมูลสำหรับการเรียนรู้ของระบบจะทำให้ประสิทธิภาพของระบบลดลง ซึ่งถูกต้องตามหลักทฤษฎี

5.2.2 การเปรียบเทียบผลกับวิธีอื่นๆ

การเปรียบเทียบผลที่ได้รับนี้กับผลที่แสดงในวารสารอ้างอิง ซึ่งใช้วิธีการในการรู้จำ Beat ที่แตกต่างกัน การเปรียบเทียบจะทำกับระบบการรู้จำ Beat ซึ่งได้เขียนไว้ในวารสารดังกล่าว ดังนี้ Fuzzy Hybrid Neural Network (FHyp-HOSA) [3]; multistage system using MLP (MLP1) [18]; multistage system using MLP (MLP2) [19]; expert system using Kohonen and SVD (SOM-SVD) [20]; LVQ and autoregression AR MLP (MLP-LVQ) [21]; และ Fourier and MLP (MLP-Fourier) [22]

ตารางที่ 5.14 การเปรียบเทียบผลของวิธีการที่นำเสนอกับผลที่แสดงในวารสารอ้างอิง

| Method | Number of beat types | Efficiency |
|-------------|----------------------|------------|
| Fisher-FCM | 6 | 98.14 % |
| FHyb-HOSA | 7 | 96.06 % |
| MLP1 | 2 | 90 % |
| MLP1 | 13 | 84.5% |
| SOM-LVD | 4 | 92.2 % |
| MLP-LVQ | 2 | 96.8 % |
| MLP2 | 12 | 92 % |
| MLP-Fourier | 3 | 98 % |

5.2.3 การทดลองเพิ่มชนิดของคลื่นไฟฟ้าหัวใจ

5.2.3.1 การแบ่งประเภทคลื่นไฟฟ้าหัวใจ 7 ชนิด

การทดลองในส่วนนี้จะมีกระบวนการเหมือนการทดลองที่ผ่านมา ซึ่งสามารถสรุปรายละเอียดของการทดลองได้ดังนี้

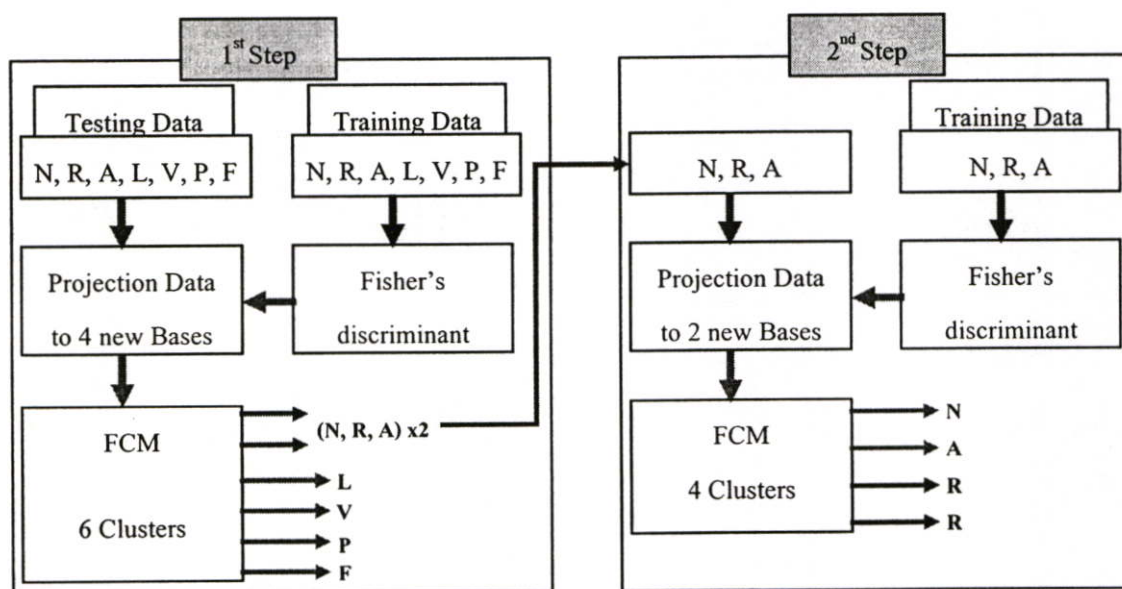
- Record No. ของสัญญาณที่นำมาทดลอง
 - Normal beat Record No. 100, 117, 212, 219 และ 234
 - LBBB Record No. 109, 111 และ 207
 - RBBB Record No. 118, 124, 212, 231 และ 232
 - Paced beat Record No. 107 และ 217

- PVC Record No. 116, 119, 219, 208, 213, 221 และ 228
 - APC Record No. 118, 200, 219 และ 232
 - FVNB Record No. 108, 109, 114, 124, 200, 201, 202, 205, 208, 210, 213, 214, 215, 223 และ 233
- จำนวนมิติและจำนวนกลุ่มข้อมูลที่พีชชีมีนแบ่งกลุ่มได้ดีที่สุด คือ 6 กลุ่มใน 4 มิติ

ตารางที่ 5.15 ผลการแบ่งกลุ่มข้อมูลคลื่นไฟฟ้าหัวใจ 7 ชนิด ออกเป็น 6 กลุ่ม ใน 4 มิติ

| Class | ECG Beat Type | | | | | | |
|-------|---------------|-----|-----|------|-----|-----|-----|
| | N | R | A | L | V | P | F |
| 1. | 946 | 57 | 46 | 0 | 12 | 0 | 26 |
| 2. | 53 | 943 | 950 | 0 | 1 | 4 | 6 |
| 3. | 1 | 0 | 4 | 1000 | 24 | 3 | 14 |
| 4. | 0 | 0 | 0 | 0 | 952 | 0 | 9 |
| 5. | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 993 | 0 |
| 6. | 0 | 0 | 0 | 0 | 11 | 0 | 347 |

- จำนวนมิติของข้อมูลที่พีชชีมีนแบ่งกลุ่มได้ดีที่สุดบน Basis ที่ Orthogonal
 - ขั้นที่ 1 เท่ากับ 4 มิติ (จาก Eigenvalues มีค่าสูงสุด 6 ค่า จากทั้งหมด 300 ค่า)
 - ขั้นที่ 2 เท่ากับ 2 มิติ (จาก Eigenvalues มีค่าสูงสุด 2 ค่า จากทั้งหมด 300 ค่า)



รูปที่ 5.21 การแบ่งประเภทข้อมูลคลื่นไฟฟ้าหัวใจ 7 ชนิด

ตารางที่ 5.16 ผลการแบ่งประเภทคลื่นไฟฟ้าหัวใจ 7 ชนิด โดยใช้ Fisher's discriminant ร่วมกับพีชชีซิมิน

| ECG Beat Type | Training | | | Testing | | |
|---------------|-------------|----------------|--------------|-------------|----------------|--------------|
| | Number | Correctly beat | Accuracy (%) | Number | Correctly beat | Accuracy (%) |
| Normal | 1000 | 993 | 99.3 | 1000 | 986 | 98.6 |
| LBBB | 1000 | 1000 | 100 | 1000 | 998 | 99.8 |
| RBBB | 1000 | 993 | 99.3 | 1000 | 963 | 96.3 |
| APC | 1000 | 970 | 97.0 | 500 | 494 | 98.8 |
| PVC | 1000 | 952 | 95.2 | 1000 | 924 | 92.4 |
| PACE | 1000 | 993 | 99.3 | 1000 | 980 | 98.0 |
| FVNB | 402 | 347 | 86.32 | 398 | 272 | 68.34 |
| Total | 6402 | 6248 | 97.59 | 5898 | 5617 | 95.24 |

5.2.3.2 การแบ่งประเภทคลื่นไฟฟ้าหัวใจ 8 ชนิด

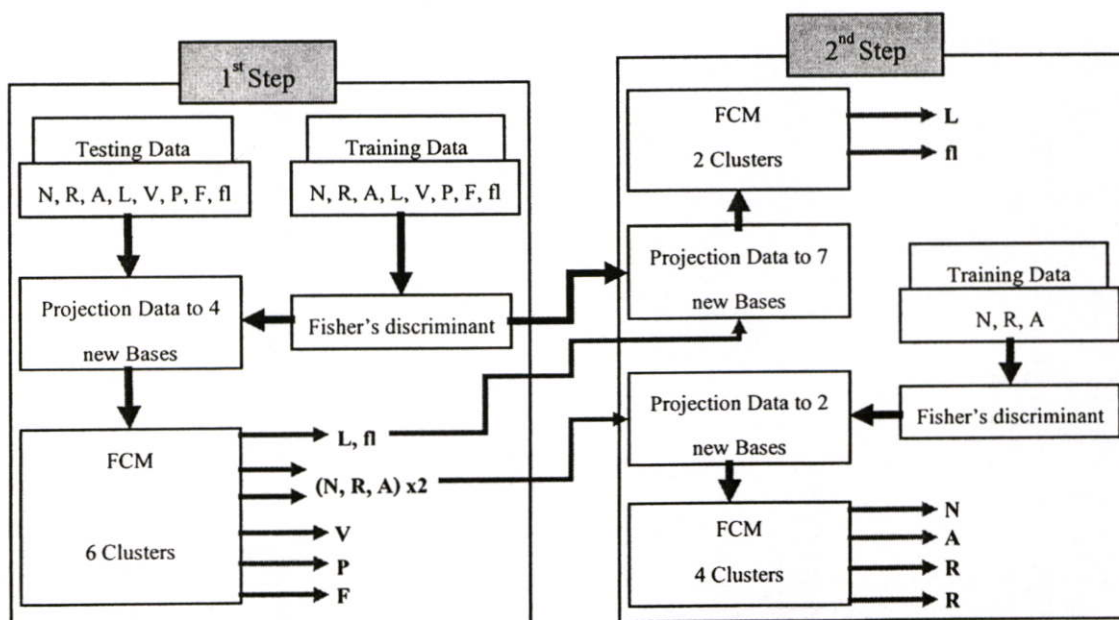
การทดลองในส่วนนี้จะมีกระบวนการเหมือนการทดลองที่ผ่านมา ซึ่งสามารถสรุปรายละเอียดของการทดลองได้ดังนี้

- Record No. ของสัญญาณที่นำมาทดลอง
 - Normal beat Record No. 100, 117, 212, 219 และ 234
 - LBBB Record No. 109, 111 และ 207
 - RBBB Record No. 118, 124, 212, 231 และ 232
 - Paced beat Record No. 107 และ 217
 - PVC Record No. 116, 119, 219, 208, 213, 221 และ 228
 - APC Record No. 118, 200, 219 และ 232
 - FVNB Record No. 108, 109, 114, 124, 200, 201, 202, 205, 208, 210, 213, 214, 215, 223 และ 233
 - VFW Record No. 207
- จำนวนมิติและจำนวนกลุ่มข้อมูลที่พีชชีซิมินแบ่งกลุ่มได้ดีที่สุด คือ 6 กลุ่มใน 4 มิติ

ตารางที่ 5.17 ผลการแบ่งกลุ่มข้อมูลคลื่นไฟฟ้าหัวใจ 8 ชนิด ออกเป็น 6 กลุ่ม ใน 4 มิติ

| Class | ECG Beat Type | | | | | | | |
|-------|---------------|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|
| | N | R | A | L | V | P | F | fl |
| 1. | 909 | 52 | 57 | 0 | 14 | 0 | 22 | 18 |
| 2. | 91 | 945 | 936 | 0 | 0 | 2 | 5 | 10 |
| 3. | 0 | 3 | 7 | 999 | 26 | 3 | 18 | 198 |
| 4. | 0 | 0 | 0 | 1 | 945 | 0 | 12 | 1 |
| 5. | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 995 | 0 | 1 |
| 6. | 0 | 0 | 0 | 0 | 15 | 0 | 345 | 8 |

- จำนวนมิติของข้อมูลที่พีชคณิตเชิงเส้นแบ่งกลุ่มได้ดีที่สุดบน Basis ที่ Orthogonal
 - **ขั้นที่ 1** เท่ากับ 4 มิติ (จาก Eigenvalues มีค่าสูงสุด 7 ค่า จากทั้งหมด 300 ค่า)
 - **ขั้นที่ 2**
 - 7 มิติ สำหรับการแบ่งคลื่นไฟฟ้าหัวใจชนิด L และ fl (จาก Eigenvalues มีค่าสูงสุด 7 ค่า จากทั้งหมด 300 ค่า จากการทำให้ Fisher's discriminant ในขั้นที่ 1)
 - 2 มิติ สำหรับการแบ่งคลื่นไฟฟ้าหัวใจชนิด N, R และ A (จาก Eigenvalues มีค่าสูงสุด 2 ค่า จากทั้งหมด 300 ค่า จากการทำให้ Fisher's discriminant ในขั้นที่ 2)



รูปที่ 5.22 การแบ่งประเภทข้อมูลคลื่นไฟฟ้าหัวใจ 8 ชนิด

ตารางที่ 5.18 ผลการแบ่งประเภทคลื่นไฟฟ้าหัวใจ 8 ชนิด โดยใช้ Fisher's discriminant ร่วมกับฟิชเชอร์ซิมิน

| ECG Beat Type | Training | | | Testing | | |
|---------------|-------------|----------------|--------------|-------------|----------------|--------------|
| | Number | Correctly beat | Accuracy (%) | Number | Correctly beat | Accuracy (%) |
| Normal | 1000 | 993 | 99.3 | 1000 | 986 | 98.6 |
| LBBB | 1000 | 1000 | 100 | 1000 | 998 | 99.8 |
| RBBB | 1000 | 993 | 99.3 | 1000 | 963 | 96.3 |
| APC | 1000 | 970 | 97.0 | 500 | 494 | 98.8 |
| PVC | 1000 | 952 | 95.2 | 1000 | 924 | 92.4 |
| PACE | 1000 | 993 | 99.3 | 1000 | 980 | 98.0 |
| FVNB | 402 | 347 | 86.32 | 398 | 272 | 68.34 |
| Total | 6402 | 6248 | 97.59 | 5898 | 5617 | 95.24 |

จากการทดลองแสดงให้เห็นว่าประสิทธิภาพของระบบจะลดลงประมาณ 2 % เมื่อเพิ่มชนิดของคลื่นไฟฟ้าหัวใจขึ้นทีละ 1 ชนิด เทียบกับการแบ่งประเภทสัญญาณไฟฟ้าหัวใจ 6 ชนิด เนื่องจากข้อมูลของคลื่นไฟฟ้าหัวใจชนิดที่เพิ่มเข้ามามีจำนวนข้อมูลน้อยลงเรื่อยๆ ดังนั้นความคลุมเครือของกลุ่มข้อมูลที่ฟิชเชอร์ซิมินทำการแบ่งก็จะมีมากขึ้น เป็นผลให้ต้องออกแบบระบบการแบ่งประเภทคลื่นไฟฟ้าหัวใจ ที่มีความซับซ้อนมากขึ้นตามความคลุมเครือของข้อมูล

บทที่ 6

สรุปผลการวิจัยและข้อเสนอแนะ

วิทยานิพนธ์ฉบับนี้ได้นำเสนอการแบ่งประเภทสัญญาณไฟฟ้าหัวใจโดยใช้ทฤษฎีฟัซซี่ ในการแบ่งประเภทของสัญญาณไฟฟ้าหัวใจที่มีความสำคัญใน 6 ชนิดด้วยกัน คือ สัญญาณไฟฟ้าหัวใจปกติ (NORMAL), Left bundle branch block beat (LBBB), Right bundle branch block beat (RBBB), Paced beat (PACE), Premature ventricular contraction (PVC) และ Atrial premature contraction (APC) ซึ่งในการแบ่งประเภทสัญญาณไฟฟ้าหัวใจโดยทั่วไปจากที่ได้ศึกษามานั้น จำเป็นอย่างยิ่งที่จะต้องทำการหาลักษณะเด่นของสัญญาณไฟฟ้าหัวใจแต่ละชนิด แล้วจึงนำลักษณะเด่นที่ดีที่สุดนี้ไปเข้ากระบวนการแบ่งประเภทหรือรู้จำสัญญาณนั้นๆ ซึ่งในกระบวนการแบ่งประเภทหรือรู้จำนั้นก็ประยุกต์ใช้ทฤษฎีหรือวิธีการที่แตกต่างกัน เช่น ฟัซซี่, โครงข่ายประสาทเทียม หรือทฤษฎีทางสถิติ ซึ่งในแต่ละวิธีการก็มีข้อดีข้อเสียที่แตกต่างกัน บางวิธีอาจเป็นวิธีที่ยืดหยุ่น มีความถูกต้องค่อนข้างสูงแต่มีความซับซ้อนมาก เป็นต้น

ในงานวิจัยฉบับนี้ได้ประยุกต์ใช้ทฤษฎีฟัซซี่ซิมินซึ่งเป็นวิธีที่มีความยุ่งยากซับซ้อนน้อยมาประยุกต์ใช้ในการแบ่งประเภทสัญญาณไฟฟ้าหัวใจ โดยในขั้นแรกนั้นได้ทำการหาลักษณะเด่นของสัญญาณไฟฟ้าหัวใจแต่ละชนิดโดยใช้ ทฤษฎีการแปลงเวฟเล็ดและ Autoregressive modeling ซึ่งเป็นวิธีที่ได้รับความนิยมสูงในงานทางด้านนี้ เมื่อได้ลักษณะเด่นของสัญญาณแล้วพบว่าขนาดข้อมูลของลักษณะเด่นนั้นมีมากเกินไปจนความสามารถที่จะใช้ฟัซซี่ซิมินในการแบ่งประเภทได้ จึงได้ทำการลดขนาดข้อมูลลักษณะเด่นดังกล่าว โดยวิธีที่สนใจนำมาใช้ในตอนแรกนั้นคือ ทฤษฎีการวิเคราะห์องค์ประกอบหลัก (Principal Component Analysis: PCA) ซึ่งเป็นวิธีในการลดขนาดข้อมูลต่างๆไป แต่จากการทดลองพบว่าการใช้วิธี PCA นี้ไม่สามารถลดขนาดข้อมูลได้อย่างเหมาะสมพอที่จะทำให้ฟัซซี่ซิมินแบ่งประเภทข้อมูลได้อย่างถูกต้อง เนื่องจากสัญญาณไฟฟ้าหัวใจนั้นถึงแม้ว่าจะเป็นสัญญาณชนิดเดียวกันแต่ก็มีลักษณะที่เปลี่ยนแปลงไปในแต่ละคน (หรือแม้แต่คนเดียวกันเมื่อเวลาเปลี่ยนไป) จึงได้ศึกษาวิธีการลดขนาดข้อมูลแบบใหม่ซึ่งจากการศึกษาพบว่าวิธีการของ Fisher's discriminant เป็นวิธีที่ให้ผลดี เนื่องจากแนวคิดของ Fisher คือการหาทิศทางของการโปรเจ็ค (หรือ Basis) W ที่ให้ความแตกต่างของค่าเฉลี่ยของกลุ่มที่มากที่สุด (เมื่อโปรเจ็คข้อมูลลงบนทิศทาง W) ในขณะที่ให้ค่าความแปรปรวน (variance) รอบค่าเฉลี่ยของกลุ่มเหล่านั้นมีค่าน้อยๆ จากการทดลองใช้วิธีการของ Fisher's discriminant ลดขนาดข้อมูลลักษณะเด่นแล้วจึงใช้ฟัซซี่ซิมินแบ่งประเภทข้อมูลนั้นพบว่ามีประสิทธิภาพสูง โดยในกระบวนการแบ่งประเภทข้อมูลจะเป็นลักษณะของการแบ่งข้อมูลเป็นลำดับชั้นแบบบนลงล่าง เนื่องจากการกระจายของข้อมูลในแต่ละกลุ่มไม่เท่ากัน

จากแนวคิดของ Fisher's discriminant ที่ว่าทำให้ความแตกต่างของค่าเฉลี่ยของกลุ่มที่มากที่สุด ในขณะที่ให้ค่าความแปรปรวน (variance) รอบค่าเฉลี่ยของกลุ่มเหล่านั้นมีค่าน้อยๆ ทำให้สามารถนำวิธีการของ Fisher's discriminant ไปการลดขนาดข้อมูลสัญญาณไฟฟ้าหัวใจตั้งแต่แรก โดยไม่ต้องหาลักษณะเด่นของสัญญาณก่อน แล้วจึงนำข้อมูลที่ลดขนาดด้วยวิธี Fisher's discriminant นี้ไปทำการแยกประเภทโดยใช้พีชชีร์มินได้เลย ซึ่งจากการทดลองพบว่ากระบวนการนี้มีประสิทธิภาพสูงกว่าวิธีการที่ต้องนำสัญญาณไปหาลักษณะเด่นก่อน เนื่องจากการนำสัญญาณไฟฟ้าหัวใจไปหาลักษณะเด่นด้วยวิธีการของเวฟเล็ทนั้น เราได้เลือกนำข้อมูลจากการแปลงเวฟเล็ทมาเพียงบางระดับเท่านั้น ทำให้ข้อมูลที่สำคัญบางส่วนซึ่งอาจซ่อนอยู่ในระดับอื่นๆหายไป อีกทั้งลักษณะของการแปลงเวฟเล็ทนั้นเหมือนกับการฟิลเตอร์สัญญาณ ซึ่งแน่นอนว่าจะต้องมีการสูญเสียข้อมูลบางอย่างไป ซึ่งข้อมูลนั้นอาจเป็นลักษณะเด่นที่สำคัญของสัญญาณไฟฟ้าหัวใจก็ได้ แต่วิธีการของ Fisher's discriminant นั้น เป็นวิธีการที่ใช้ลดข้อมูลไปพร้อมๆกับการหาลักษณะเด่นที่เหมาะสมไปด้วย โดยกระบวนการของ Fisher's discriminant จะหาความเหมือนของข้อมูลที่เป็นชนิดเดียวกัน ในขณะที่ทำให้ข้อมูลที่เป็นคนละชนิดกันแตกต่างกันมากที่สุดนั่นเอง ดังนั้นจึงได้วิธีการใหม่ในการแบ่งประเภทสัญญาณไฟฟ้าหัวใจที่ไม่ซับซ้อนยุ่งยาก แต่ให้ประสิทธิภาพที่สูง ทำให้ใช้เวลาในการประมวลผลน้อยลงด้วย

ข้อจำกัดของการใช้พีชชีร์มินในการแบ่งประเภทข้อมูลคือ ความสามารถจะน้อยลงเมื่อมิติของข้อมูลมากขึ้นหรือจำนวนข้อมูลที่นำมาแบ่งกลุ่มมีน้อยลง จากการทดลองเพิ่มจำนวนประเภทของสัญญาณไฟฟ้าหัวใจให้มากขึ้น พบว่าประสิทธิภาพในการแยกประเภทข้อมูลมีค่าน้อยลง เนื่องจากมิติของข้อมูลที่ถูกลดลงมาด้วยวิธีการ Fisher's discriminant มีจำนวนมิติเพิ่มขึ้นตามความซับซ้อนของข้อมูล อีกทั้งข้อมูลของคลื่นไฟฟ้าหัวใจชนิดที่เพิ่มเข้ามามีจำนวนข้อมูล(ในฐานข้อมูล) น้อยลงด้วย ดังนั้นความคลุมเครือของกลุ่มข้อมูลที่พีชชีร์มินทำการแบ่งก็จะมีมากขึ้น เป็นผลให้ต้องออกแบบระบบการแบ่งประเภทคลื่นไฟฟ้าหัวใจ ที่มีความซับซ้อนมากขึ้นตามความคลุมเครือของข้อมูล ดังนั้นหากต้องการแบ่งประเภทของสัญญาณไฟฟ้าหัวใจให้มากขึ้นจำเป็นต้องเปลี่ยนวิธีสำหรับการแบ่งประเภทสัญญาณแทน เช่น อาจใช้ทฤษฎี Fisher's discriminant ร่วมกับโครงข่ายประสาทเทียม เป็นต้น

เอกสารอ้างอิง

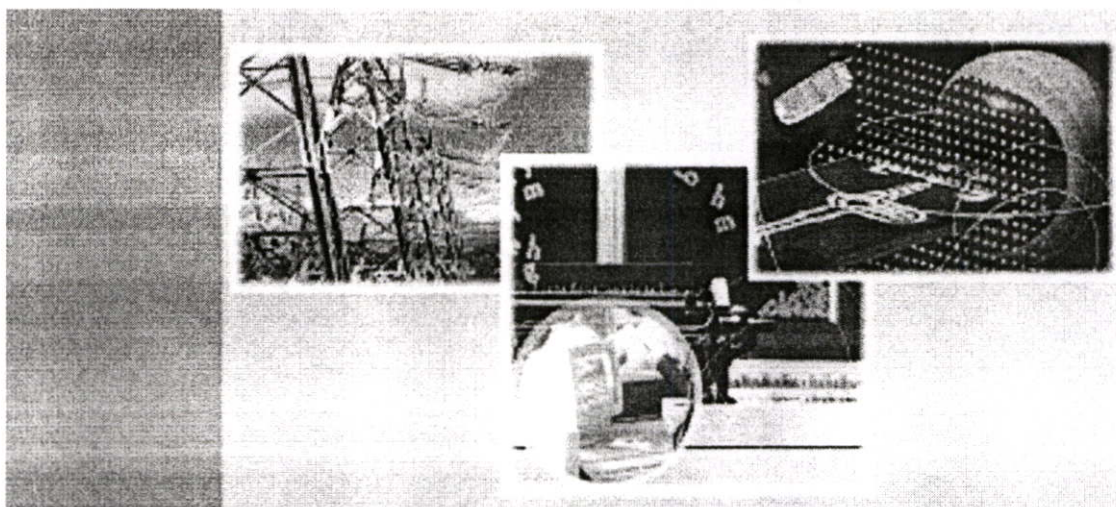
- [1] ยงยุทธ สหัสกุล, “ECG ทางคลินิก”, พิมพ์ครั้งที่ 2. กรุงเทพฯ : งานตำราวารสารและสิ่งพิมพ์ สถานการศึกษาแพทยศาสตร์ คณะแพทยศาสตร์ศิริราชพยาบาล มหาวิทยาลัยมหิดล, 2546
- [2] The Molson Medical Informatics Student Projects Site, “ <http://sprojects.mmi.mcgill.ca/>”
- [3] Stanislaw Osowski and Tran Hoai Lihn, “ECG Beat Recognition Using Fuzzy Hybrid Neural Network”, IEEE Trans on BME, vol. 48, No. 11, pp 1265-1271, November 2001
- [4] Qibin Zhao and Liqing Zhang, “ECG Feature Extraction and Classification Using Wavelet Transform and Support Vector Machine”, Volume 2, 13-15 Oct. 2005 Page(s):1089 - 1092
- [5] Nitikorn Silsirivanich and Panuthat Boonpramuk, “ECG Recognition Based on Hidden Markov Model for Heart Trouble Diagnostic” ECTI-CON 2006, pp 243-246
- [6] Prasad, G.K.; Sahambi, J.S.; “Classification of ECG Arrhythmias Using Multi-Resolution Analysis and Neural Networks”, Volume 1, 15-17 Oct. 2003, Page(s):227 - 231 Vol.1 Digital Object Identifier 10.1109/TENCON.2003.1273320
- [7] Goldberger AL, Amaral LAN, Glass L, Hausdorff JM, Ivanov PCh, Mark RG, Mietus JE, Moody GB, Peng CK, Stanley HE. PhysioBank, PhysioToolkit, and PhysioNet: Components of a New Research Resource for Complex Physiologic Signals. Circulation 101(23):e215-e220
- [8] Ibrahim El Rube', Maher Ahmed and Mohamed Kamel, “Affine Invariant MultiscaleWavelet-based Shape Matching Algorithm”, IEEE Proceedings of the First Canadian Conference on Computer and Robot Vision (CRV'04), 2004
- [9] Mahmoodabadi, S.Z.; Ahmadian, A.; Abolhasani, M.D.; Eslami, M.; Bidgoli, J.H., “ECG Feature Extraction Based on Multiresolution Wavelet Transform”, IEEE-EMBS 2005, 01-04 Sept. 2005 Page(s):3902 - 3905
- [10] C. Sidney Burrus, Ramesh A. Gopinath and Haitao Guo, “Introduction to Wavelets and Wavelet Transforms”, International Edition. Prentice Hall, 1998

- [11] Raghuvver M. Rao and Ajit s.Bopardikar, "Wavelet Transforms Introduction to Theory and Applications", Addison Wesley Longman, Inc., 1998
- [12] A. Neumaier and T. Schneider, 2001: "Estimation of Parameters and Eigenmodes of Multivariate Autoregressive Models". *ACM Trans. Math. Softw.*, 27, 27C57
- [13] Peter N. Belhumeur, Joao P. Hespanha, and David J. Kriegman, "Eigenfaces vs. Fisherfaces: Recognition Using Class Specific Linear Projection", *IEEE Transections on pattern analysis and machine intelligenc*, Vol. 19, No. 7, July 1997
- [14] S.Y. Kung, M.W. Mak, S.H. Lin, " Biometric Authentication A Machine Learning Approach", Prentic Hall, 2005
- [15] David C. Lay, "Linear Algebra and Its Applications Third Edition", Pearson Education,Inc., 2006
- [16] N. Pal, J. C. Bezdek, and E. C. Tsao, "Generalized clustering networks and Kohonen's self-organizing scheme," *IEEE Trans. Neural Networks*, vol. 4, pp. 549-557, July 1993.
- [17] ประเสริฐ อัสวรุ่งสกุล, "การแยกแยะภาพ 3 มิติของ MRI ส่วนสมองโดยพีซซีซีมีนแบบประมาณค่า", สาขาวิชาวิศวกรรมไฟฟ้า บัณฑิตวิทยาลัย สจล., 2544
- [18] Y. H. Hu, W. Tompkins, J. L. Urrusti, and V. X. Alfanso, " Applications of artificial neural networks for ECG signal detection and classification," *J. Electrocardiol.*, 1994.
- [19] N. Izeboudjen and A. Farah, "A new neural network system for arrhythmia's classification," in *proc. Neural Network Conf.*, Viena, Austria, 1998, pp. 208-216.
- [20] Y. H. Hu, S. Palreddy, and W. Tompkins, "A patient adaptable ECG beat classifier using a mixture of experts approach." *IEEE Trans. Biomed. Eng.*, vol. 44, pp. 891-900, Sept. 1997.
- [21] G. E. Oien, N. A. Bertelsen, T. Eftestol, and J. H.Husoy, "ECG rhythm classification Using artificial neural networks," in *Proc. 1996 IEEE Digital Signal Processing Workshop*, 1996, pp. 514-517.
- [22] K. Minami, H. Nakajima, and T. Toyoshima, "Real-time discrimination of verticular tachyarrhythmia with Fourier-transform neural network," *IEEE Trans. Biomed. Eng.*, vol. 46, pp. 179-185, Feb. 1999.

ภาคผนวก ก

ผลงานวิจัยที่ได้รับการตีพิมพ์

1. Sayan Rakbanjong, Yuttana Kitjaidure, "ECG Classification Using Fisher's Discriminant and Fuzzy c-mean", Electrical Engineering/Electronics, Computer, Telecommunications and Information Technology (ECTI) International Conference, MFU Chiang Rai, pp. 565-568, 2007.



ECTI-CON 2007

*Mae Fah Luang University, Chiang Rai, Thailand
May 9-12, 2007*

VOLUME 1

- Circuits and Systems
- Control Engineering
- Electrical Power Engineering
- Other Related Fields

VOLUME 2

- Communication Systems
- Signal Processing
- Computer and Information



ECTI
Association

IEEE
THAILAND SECTION

NECTEC
a member of NSTDA

WD Western
Digital



ECG Classification Using Fisher's Discriminant and Fuzzy c-mean

Sayan Rakbanjong and Yuttana Kitjaidure
 King Mongkut's Institute of Technology Ladkrabang
 3 Moo. 2 Chalongkrung Rd., Ladkrabang
 Bangkok, 10520 Thailand

E-mail: rakbanjong@hotmail.com and kkyuttan@kmitl.ac.th

Abstract- In this paper, we propose a new algorithm for ECG classification that is less sensitive to the morphological variation of ECG. In the feature extraction process, the multiresolution wavelet transform and autoregressive modelling (AR) are applied together to obtain the feature vectors of ECG data. For the classifier, we have applied the fisher's discriminant and fuzzy c-mean working as hierarchical clustering with a top-down strategy. The results of experiments have confirmed good efficiency of the proposed algorithm. The investigations show that the method may find useful in practical applications for the classification of different type heartbeats.

I. INTRODUCTION

The electrocardiogram (ECG) is a graphic record of the direction and magnitude of the electrical activity that is generated by depolarization and repolarization of the atria and ventricles. One cardiac cycle in an ECG signal consists of the P-QRS-T waves. The analysis of the ECG has been widely used for diagnosing many cardiac diseases. The most difficult problem faced by today's automatic ECG analysis is the large variation in the morphologies of ECG waveforms, not only of different patients or patient groups but also within the same patient. The ECG waveforms may differ for the same patient to such extent that they are unlike to each other and at the same time alike for different types of beats. This is the main reason that the beat classifier, performing well on the training data behaves badly, when presented with different patients ECG waveforms.

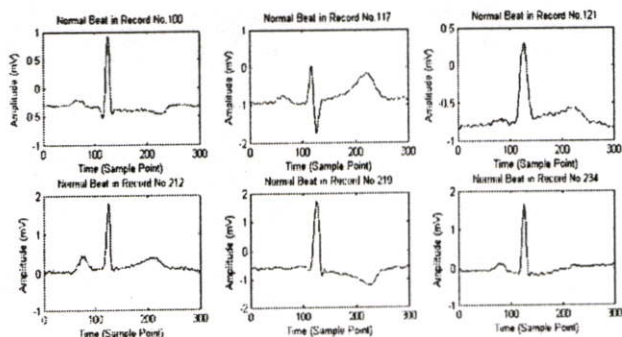


Figure 1. Normal ECG beat type in record No. 100, 117, 121, 212, 219, and 234.

Several algorithms have been developed in the literature for the detection and classification of ECG beats [1], [2], [3], [4] which various algorithms used ECG beat in the same class from only one person or record for training and testing those systems, in fact it may be unable to use in real situation due to above-mentioned reason. In this paper, we propose a new algorithm for ECG classification that is not complex model but gave a good efficiency. Fig. 1 represents the difference of ECG beat in the same class.

In the remainder of this paper, an overview of preprocessing algorithm for ECG data is firstly presented. Then, the feature extraction through the wavelet transform and autoregressive modelling (AR) is described in the next section. After that, in the classification, the Fisher's discriminant and fuzzy c-mean are presented. The training and testing process for each class of ECG are given next. Finally, the work is concluded and the suggestion for the future.

II. ECG DATA AND PREPROCESS

In this paper, ECG signal from Modified Limb Lead II (MLII) are chosen for processing due to they mostly found in the database. The recordings are digitized at 360 samples per second per channel. Each record has its respective annotation file that indicates the class of the heartbeat. We select different abnormal QRS complexes from several records. It is noticed that, there are six types of QRS complexes appeared frequently in the database. Therefore, we mainly deal with these six types heartbeats which include normal beat (NORMAL), left bundle branch block beat (LBBB), right bundle branch block beat (RBBB), paced beat (PACE), premature ventricular contraction (PVC) and atrial premature contraction (APC).

In the preprocessing phase, the continuous ECG signals must be separated into many segments which contain only one heartbeat. The extracted data of ECG complexes are centered around R peak, we have selected the segment of 250ms before the R peak point and 400ms after that with the R peak point is the 90th point. The R peak is detected using the Pan and Tompkins algorithm [5]. Thus, each segment must contain one ECG heartbeat. Fig. 2 shows typical waveforms of the six types of ECG segments described above.

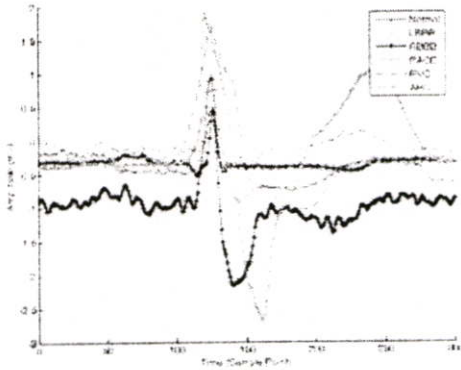


Figure 2. Typical waveforms of the six types of ECG segment.

III. FEATURE EXTRACTION

The recognition of heart rhythms requires generation of feature vectors which represents the original ECG segment. A good recognition system should depend on the features representing the ECG signals in such a way that the differences among the ECG waveforms are suppressed for the waveforms of the same type, while the differences should be emphasized for the waveforms of belonging to different types of heartbeats. We perform recognition process of heart rhythms on the single heartbeat of the ECG, proposing the description or representation by wavelet transform and AR model.

A. Wavelet Transform

From the wavelet multiresolution analysis properties [4], [6], and for any function $f(k) \in L^2(R)$, $f(k)$ can be expressed by the approximation and detail wavelet coefficients

$$f(x) = \sum_n a_{J,n} \phi_{J,n}(k) + \sum_{j=j_0}^J \sum_n d_{j,n} \psi_{j,n}(k) \quad J > j_0, \quad (1)$$

where $a_{J,n}$ are the approximation coefficients at scale level J , $\phi_{J,n}(k)$ is the scaling function, $d_{j,n}$ are the detail coefficients at scale level j , $\psi_{j,n}(k)$ is the wavelet function, and j_0 is the finest decomposed scale level. For simplicity, the wavelet coefficients will be written without the suffix n (e.g., $a_{j,n}$ and $d_{j,n}$ will be denoted as a_j and d_j , respectively). More detailed explanations of the wavelet transform theory and its applications are found in [6], [7], [8], and [9].

The selection of appropriate wavelet and the number of decomposition level are very important in analysis of signals using the WT. The number of decomposition levels is chosen based on the dominant frequency components of the signal. The level is chosen such that those parts of the signal that correlate well with the frequencies required for classification of the signal are retained in the wavelet coefficients. Usually, tests are performed with different types of wavelets and the

one which gives maximum efficiency is selected for the particular application. Therefore, the wavelet used in this work is Daubechies wavelet of order 8, the chosen number of decomposition levels is 4. Thus, the ECG signals are decomposed into the details $d_1 - d_4$ and one approximation a_4 .

Feature selection is also very important component, For each heartbeat, the detail wavelet coefficient d_1 are usually noise signals that must be eliminated and d_2, d_3, d_4 represent high frequency parts of the ECG signal. Since the approximation wavelet coefficients a_4 represent the main feature of each heartbeat, then we choose a_4 to be the feature of each heartbeat. For one heartbeat, the original signal contains 300 points, and a_4 contains 32 points. Fig. 3 shows the wavelet feature extraction of some normal heartbeats in record No. 100.

B. Autoregressive Modelling

In an AR process of order p , the signal $x[n]$ at time instant n th may be represented as a linear combination of p previous values of the same signal. Specifically, the process is modeled as

$$x[n] = \sum_{i=1}^p a[i]x[n-i] + e[n] \quad (2)$$

where $a[i]$ is the i th coefficient of the AR model, $e[n]$ is a white noise with mean zero, and p is the AR order. Various methods are currently used to estimate the coefficients of the autoregressive process. The criterion used to evaluate the model order selection in this work is ARfit method [10]. Eventually, we select 4-order AR model to represent each heartbeat of ECG signals.

C. Generation of The Feature Vectors

The feature vector is composed of wavelet coefficients and AR coefficients. For each ECG heartbeat, the original signal is a vector of 300 dimensions $\{y_1, y_2, \dots, y_{300}\}$. The wavelet coefficient for this is a vector of 32 dimensions $\{w_1, w_2, \dots, w_{32}\}$, together with the AR coefficient vector of 4 dimensions

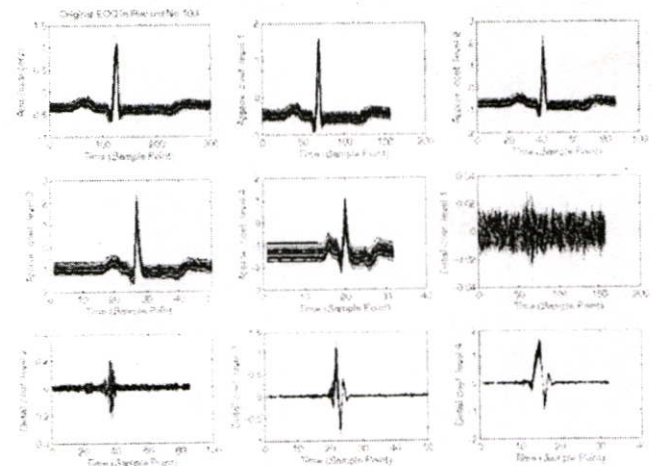


Figure 3. Wavelet transformation of normal heartbeats in record No.100.

$\{a_1, a_2, a_3, a_4\}$. Then wavelet coefficients and AR coefficients can be concatenated together to form the feature vector $\{w_1, w_2, \dots, w_{32}, a_1, a_2, a_3, a_4\}$ for classification.

IV. ECG CLASSIFICATION

A. Fisher's Discriminant

Fisher's Linear Discriminant (FLD) [11], [12] is a widely used method for feature extraction and dimensionality reduction in pattern recognition. Fisher's idea is based on seeking projection direction W that separates the class means well (when projected onto the direction W) while achieving a small variance around these means. Mathematically, FLD selects the projection W in such a way that the ratio of the between-class scatter matrix and the within-class scatter matrix is maximized.

For a c -class problem, the between-class scatter matrix is defined as

$$S_B = \sum_{i=1}^c N_i (\mu_i - \mu)(\mu_i - \mu)^T \quad (3)$$

and the within-class scatter matrix as

$$S_W = \sum_{i=1}^c \sum_{x_k \in X_i} (x_k - \mu_i)(x_k - \mu_i)^T \quad (4)$$

where μ_i is the mean samples of class X_i , μ is the mean sample of all classes, and N_i is the number of samples in class X_i . If S_W is nonsingular, the optimal projection W_{opt} is chosen as a matrix with its orthonormal columns that maximizes the ratio of the determinant of between-class scatter matrix to the determinant of within-class scatter matrix obtained from the projected samples, i.e.,

$$W_{opt} = \arg \max_W \frac{|W^T S_B W|}{|W^T S_W W|} = [w_1 \ w_2 \ \dots \ w_m] \quad (5)$$

where $\{w_i | i=1, 2, \dots, m\}$ is the set of generalized eigenvectors of S_B and S_W corresponding to the m largest generalized eigenvalues $\{\lambda_i | i=1, 2, \dots, m\}$, where

$$S_B w_i = \lambda_i S_W w_i, \quad i=1, 2, \dots, m \quad (6)$$

B. Fuzzy c-mean

Fuzzy c-means (FCM) [2], [13] is a data clustering technique wherein each data point belongs to a cluster to some degree specified by a membership grade.

Assume that the vectors representing the data under classification are denoted by x_k for $k=1, 2, \dots, p$ where $x_k = [x_{k1}, x_{k2}, \dots, x_{kN}]^T \in R^N$. Let these vectors be partitioned into c clusters, each represented by the center

vector $c_i = [c_{i1}, c_{i2}, \dots, c_{iN}]^T$. Denote $U \in R^{c \times p}$, the partition matrix of the elements u_{ij} represents the membership degrees of the data vector x_j ($j=1, 2, \dots, p$) in the i th cluster ($i=1, 2, \dots, c$). The fuzzy clustering algorithms will search for the partition matrix and cluster centers such that the objective function E is minimized

$$E = \sum_{i=1}^c \sum_{j=1}^p u_{ij}^m d^2(x_j, c_i) \quad (7)$$

subject to

$$\sum_{i=1}^c u_{ij} = 1 \quad (8)$$

for ($j=1, 2, \dots, p$). The parameter m controls the fuzziness of the clusters (typically $m=2$). The function $d(x_j, c_i)$ measures the distance between the data vector x_j and the center c_i of the i th cluster.

$$d^2(x_j, c_i) = (x_j - c_i)^T (x_j - c_i) \quad (9)$$

At the given data vectors x_j , choose the number of clusters c , the weighting coefficient m , and the termination tolerance ε . Initialize the partition matrix U randomly in such a way that conditions $\sum_{i=1}^c u_{ij} = 1$ for all vectors x_j are satisfied. Then iterate through the following steps.

1) Determine the cluster prototypes c_i ($i=1, 2, \dots, c$)

$$c_i = \frac{\sum_{j=1}^p u_{ij}^m x_j}{\sum_{j=1}^p u_{ij}^m} \quad (10)$$

2) Compute the distances d_{ij}^2 ($i=1, 2, \dots, c$ and $j=1, 2, \dots, p$) between the input vector x_j and the cluster centers c_i using (9).

3) Update the partition matrix u_{ij} entries ($i=1, 2, \dots, c$ and $j=1, 2, \dots, p$)

$$u_{ij} = \frac{1}{\sum_{k=1}^c \left(\frac{d_{ij}}{d_{kj}}\right)^{2/(m-1)}} \quad (11)$$

If $d_{ij} = 0$ for some $i = I$, take $u_{Ij} = 1$ and $u_{ij} = 0$ for $i \neq I$, iterate until $\|U^l - U^{l-1}\| \leq \varepsilon$ for two succeeding iterations.

V. EXPERIMENT AND RESULTS

In the experiment, twenty-two difference patients taken from MIT-BIH arrhythmia database [14] have been considered, patients numbered 100, 107, 109, 111, 116, 117, 118, 119, 124, 200, 201, 207, 208, 212, 213, 217, 219, 221,

228, 231, 232, and 234. The ECG beats being classified are separated into two groups: one used in the learning and the other used in the testing mode, each feature vector of ECG beats is a vector of 36 dimensions from the feature extraction process described above.

A. Training Process

In the training process, the ECG feature vectors prepared for the training are processed by the Fisher's discriminant technique in order to seek new basis vectors $\{w_i, |i = 1, 2, \dots, m\}$. After that each of the feature vectors is projected onto the new bases corresponding to m largest generalized eigenvalues $\{\lambda_i, |i = 1, 2, \dots, m\}$. The number of the m new bases is obtained from the number of vectors that give the best discriminated class when using FCM. From the experiment, six types of ECG according to Normal, RBBB, APC, LBBB, PVC, and PACE type are trained. However, by the FCM, only four clusters give the best separation in the first place. Therefore the process should be multistep clustering based on top-down strategy called hierarchical clustering.

In the first step, the FCM roughly separates all ECG data into four destined clusters such that Normal, RBBB, and APC are in the same class and LBBB, PVC, and PACE belong to the individual class respectively. In this step, the ECG feature vectors are projected onto 3 new bases by the Fisher's discrimination.

In the next step, Normal, RBBB, and APC beat types are further separated by projecting onto 2 new basis vectors via the Fisher's discrimination. In this second, the FCM will separate these three classes into four sub-clusters. Where the RBBB type composes of two clusters due to the distribution in this class.

B. Testing Process

In the testing process, the tested feature vectors are projected onto the 3 same bases as done in the training mode based on Fisher's discrimination technique. Then, the distances between the unknown feature vectors (in 3 dimensions) and the centers of each cluster (4 clusters) are calculated to classify them into the rough class. If they are in the mixed class (Normal, RBBB, and APC), they must be further classified by Fisher's discrimination and FCM again, otherwise the vectors belong to the single class.

TABLE I
EXPERIMENTAL RESULTS

| ECG Beat Type | Training | | | Testing | | |
|---------------|-------------|----------------|--------------|-------------|----------------|--------------|
| | Number | Correctly beat | Accuracy (%) | Number | Correctly beat | Accuracy (%) |
| Normal | 1000 | 981 | 98.1 | 1000 | 978 | 97.8 |
| LBBB | 1000 | 981 | 98.1 | 1000 | 993 | 99.3 |
| RBBB | 1000 | 985 | 98.5 | 1000 | 942 | 94.2 |
| APC | 1000 | 951 | 95.1 | 500 | 489 | 97.8 |
| PVC | 1000 | 969 | 96.9 | 1000 | 942 | 94.2 |
| PACE | 1000 | 965 | 96.5 | 1000 | 956 | 95.6 |
| Total | 6000 | 5832 | 97.20 | 5500 | 5300 | 96.36 |

It is interesting to compare the obtained figures with the results presented in the literature by using different methods of beat classification. The comparison of proposed method with the different methods in [2] indicates high efficiency of the proposed approach.

VI. CONCLUSIONS

The new technique of ECG classification utilizing the multiresolution wavelet transform, autoregressive modelling, Fisher's discrimination, and fuzzy c-mean has been proposed in this paper. The feature sets have been carefully chosen to provide enough information and good accuracy. The wavelet transform is used to extract the ECG waveform features. Simultaneously, autoregressive modelling (AR) is also applied to obtain the temporal structures. The Fisher's discrimination and fuzzy c-mean are used to reduce the dimensions of feature vector and to classify the ECG beats respectively. The proposed algorithm is less sensitive to the morphological variation of ECG. The results of experiments have confirmed good efficiency of the proposed approach and also give good accuracy.

REFERENCES

- [1] Qibin Zhao and Liqing Zhang, "ECG Feature Extraction and Classification Using Wavelet Transform and Support Vector Machine", Volume 2, 13-15 Oct. 2005 Page(s):1089 - 1092
- [2] Stanislaw Osowski and Tran Hoai Lihn, "ECG Beat Recognition Using Fuzzy Hybrid Neural Network", IEEE Trans on BME, vol. 48, No. 11, pp 1265-1271, November 2001
- [3] Nitikorn Silsirivanich and Panuthat Boonpramuk, "ECG Recognition Based on Hidden Markov Model for Heart Trouble Diagnostic" ECTI-CON 2006, pp 243-246
- [4] Mahmoodabadi, S.Z.; Ahmadian, A.; Abolhasani, M.D.; Eslami, M.; Bidgoli, J.H., "ECG Feature Extraction Based on Multiresolution Wavelet Transform", IEEE-EMBS 2005, 01-04 Sept. 2005 Page(s):3902 - 3905
- [5] J.Pan and W.J.Tompkins, "A real-time QRS detection algorithm" IEEE Trans.Biomed.Eng., Vol.BME-32, PP.230-236,1985
- [6] C. Chui, "An Introduction to Wavelets", vol. 1 of Wavelet Analysis and Its Applications, ed. Academic Press, 1992.
- [7] S. Mallat, "A Wavelet Tour of Signal Processing", second ed. Academic Press, 1999.
- [8] Y. Tang, L. Yang, J. Liu, and H. Ma, "Wavelet Theory and Its Application to Pattern Recognition", vol. 36 of Machine Perception and Artificial Intelligence, eds. World Scientific, 2000.
- [9] C. Sidney Burrus, Ramesh A. Gopinath and Haitao Guo, "Introduction to Wavelets and Wavelet Transforms", International Edition. Prentice Hall, 1998
- [10] A. Neumaier and T. Schneider, 2001: "Estimation of parameters and eigenmodes of multivariate autoregressive models". ACM Trans. Math. Softw., 27, 27C57.
- [11] S.Y. Kung, M.W. Mak, S.H. Lin, "Biometric Authentication A Machine Learning Approach", Prentice Hall, 2005
- [12] Peter N. Belhumeur, Joao P. Hespanha, and David J. Kriegman, "Eigenface vs. Fisherface: Recognition Using Class Specific Linear Projection", IEEE Trans on Pattern Analysis and machine Intelligence, Vol. 19, No. 7, July 1997
- [13] Vicenc Torra, "Fuzzy c-mean for fuzzy hierarchical clustering", IEEE International Conference on Fuzzy Systems 2005
- [14] Goldberger AL, Zong W, Glass L, Hausdorff JM, Ivanov PCh, Mark RG, Mietus JE, Moody GB, Peng CK, Stanley HE. "PhysioBank, PhysioToolkit, and PhysioNet (<http://www.physionet.org/>): Components of a New Research Resource for Complex Physiologic Signals. Circulation 101(23):e215-e220

ประวัติผู้เขียน

ชื่อ

นายสายัณห์ รักบรรจง

เกิดวันที่

20 กันยายน 2524

การศึกษา

ปีการศึกษา 2537-2539

ระดับมัธยมศึกษาตอนต้น โรงเรียนทุ่งสงสหประชาสรรค์

ปีการศึกษา 2540-2542

ระดับประกาศนียบัตรวิชาชีพ (อิเล็กทรอนิกส์) วิทยาลัยเทคนิค
นครศรีธรรมราช

ปีการศึกษา 2543-2544

ระดับประกาศนียบัตรวิชาชีพชั้นสูง (อิเล็กทรอนิกส์) สถาบันเทคโนโลยี
ราชมงคล วิทยาเขตพระนครเหนือ

ปีการศึกษา 2545-2547

ระดับปริญญาตรีวิศวกรรมศาสตรบัณฑิต สาขาวิศวกรรมอิเล็กทรอนิกส์
สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง