

การออกแบบตัวควบคุมผสมระหว่างพีดี  
และสไลด์ดิ้งโหมดสำหรับระบบอินเวอร์ทเพนดูลัมบนรถ

HYBRID PD-SLIDING MODE CONTROLLER DESIGN FOR INVERTED  
PENDULUM ON CART SYSTEM

สมรรตชัย บัญญา  
SAMATTHACHAI PANYA

วิทยานิพนธ์นี้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาคณะวิศวกรรมศาสตรมหาบัณฑิต

สาขาวิชาวิศวกรรมระบบควบคุม

บัณฑิตวิทยาลัย

สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง

พ.ศ. 2550

KMITL-2007-EN-M-080-143

**การออกแบบตัวควบคุมผสมระหว่างพีดี  
และสไลด์ดิงโหมดสำหรับระบบอินเวอร์ทเพนดูลัมบนรถ**

**HYBRID PD – SLIDING MODE CONTROLLER DESIGN FOR INVERTED  
PENDULUM ON CART SYSTEM**

**สมรรถชัย ปัญญา**

**SAMATTHACHAI PANYA**

เลขหมู่.....  
เลขทะเบียน **77947**  
วัน,เดือน,ปี **12 ก.พ. 2551**

วิทยานิพนธ์นี้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตรปริญญาวิศวกรรมศาสตรมหาบัณฑิต

สาขาวิชาวิศวกรรมระบบควบคุม

บัณฑิตวิทยาลัย

สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง

พ.ศ. 2550

KMITL – 2007 – EN – M – 080 – 143

**HYBRID PD – SLIDING MODE CONTROLLER DESIGN FOR INVERTED  
PENDULUM ON CART SYSTEM**

**SAMATTHACHAI PANYA**

**A THESIS SUBMITTED IN PARTIAL FULFILLMENT  
OF THE REQUIREMENTS FOR THE DEGREE OF  
MASTER OF ENGINEERING IN CONTROL ENGINEERING  
SCHOOL OF GRADUATE STUDIES  
KING MONGKUT'S INSTITUTE OF TECHNOLOGY LADKRABANG**

**2007**

**KMITL – 2007 – EN – M – 080 – 143**

**COPYRIGHT 2007**

**SCHOOL OF GRADUATE STUDIES**

**KING MONGKUT'S INSTITUTE OF TECHNOLOGY LADKRABANG**

หัวข้อวิทยานิพนธ์	การออกแบบตัวควบคุมผสมระหว่างพีดี และสไลด์คิงโหมค สำหรับระบบอินเวอร์ทเพนดูลัมบนรถ
นักศึกษา	นายสมรรถชัย ปัญญา
รหัสประจำตัว	48060503
ปริญญา	วิศวกรรมศาสตรมหาบัณฑิต
สาขาวิชา	วิศวกรรมระบบควบคุม
พ.ศ.	2550
อาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์	รศ.ดร.จกมล งามวิวิทย์

### บทคัดย่อ

วิทยานิพนธ์ฉบับนี้ นำเสนอการออกแบบตัวควบคุมผสมระหว่างตัวควบคุมพีดีและตัวควบคุมสไลด์คิงโหมคสำหรับระบบอินเวอร์ทเพนดูลัมบนรถราง ซึ่งประกอบด้วยตัวควบคุมพีดีใช้สำหรับควบคุมตำแหน่งรถรางในการเหวี่ยงขึ้นของเพนดูลัม จากจุดสมดุลล่างขึ้นไปยังจุดสมดุลบน และตัวควบคุมแบบสไลด์คิงโหมคใช้สำหรับรักษาเสถียรภาพของอินเวอร์ทเพนดูลัม ณ ตำแหน่งจุดสมดุลบน ตัวควบคุมพีดีที่ถูกออกแบบโดยเทคนิคเส้นทางราก จะควบคุมตำแหน่งการเคลื่อนที่ของรถรางให้ไปและกลับจนกระทั่งเหวี่ยงเพนดูลัมขึ้นไปอยู่ ณ บริเวณจุดสมดุลบน หลังจากนั้นตัวควบคุมสไลด์คิงโหมคที่ถูกออกแบบโดยวิธีการวางโพล จะถูกเปลี่ยนมาให้ควบคุมเสถียรภาพของอินเวอร์ทเพนดูลัม ณ ตำแหน่งจุดสมดุลบนโดยใช้เงื่อนไขการสวิทช์ซิง จากผลการทดลองเมื่อนำตัวควบคุมที่นำเสนอนี้ไปประยุกต์ใช้งานจริงกับชุดทดลองอินเวอร์ทเพนดูลัมบนรถราง พบว่า ตัวควบคุมที่ได้นำเสนอนี้ สามารถเหวี่ยงเพนดูลัมขึ้นจากสจุดสมดุลล่างสู่จุดสมดุลบนได้และยังสามารถรักษาเสถียรภาพของอินเวอร์ทเพนดูลัม ณ จุดสมดุลบนได้ตามประสงค์

<b>Thesis Title</b>	Hybrid PD - Sliding Mode Controller Design for Inverted Pendulum on Cart System
<b>Student</b>	Mr. Samatthachai Panya
<b>Student ID.</b>	48060503
<b>Degree</b>	Master of Engineering
<b>Program</b>	Control Engineering
<b>Year</b>	2007
<b>Thesis Advisor</b>	Assoc. Prof. Dr. Jongkol Ngamwiwit

## **ABSTRACT**

A design of hybrid controller consisting of PD controller and sliding mode controller for inverted pendulum system is proposed in this thesis. The PD controller is used to control the cart position for swinging up the pendulum from the natural pendent position to around the upright position. The sliding mode controller is utilized for stabilizing the inverted pendulum in the upright position. The PD controller tuned by the root-locus method is used to control the cart position by moving the cart back and forth until the pendulum swings up around the upright position. Then the sliding mode controller designed by pole placement method will be switched to stabilize the inverted pendulum in its upright position. The experimental results show that the proposed controller can swing the pendulum from the natural pendent position to the upright position and can stabilize the pendulum at its upright position.

## กิตติกรรมประกาศ

วิทยานิพนธ์ฉบับนี้สามารถสำเร็จลุล่วงได้ด้วยดี ผู้เขียนขอกราบขอบพระคุณความกรุณาจาก รศ.ดร.จงกล งามวิวิทย์ อาจารย์ที่ปรึกษาเป็นอย่างสูง ที่ให้ความช่วยเหลือและคำปรึกษาแนะนำต่างๆ ไม่ว่าจะเป็นเรื่องของความคิดริเริ่มสร้างสรรค์ วิธีการแก้ปัญหาเมื่อพบเจอกับปัญหาต่างๆ ที่เข้ามาในชีวิตของผู้เขียนตลอดระยะเวลาที่ศึกษาอยู่กับท่าน รวมถึงยังให้ความดูแลเอาใจใส่ สอบถามถึงความก้าวหน้าของงานวิจัยของผู้เขียนอย่างสม่ำเสมอ ทำให้ผู้เขียนรู้ถึงการดำเนินชีวิตอย่างนักศึกษานักวิจัย และการเป็นคน ที่เรียน ศึกษาวิจัย และดำเนินชีวิตในสังคมได้อย่างมีระเบียบแบบแผนใช้เวลาอย่างมีประสิทธิภาพ

ขอกราบขอบพระคุณ ผศ.ดร.ถาวร เบญจนาสุทธี ที่คอยให้คำปรึกษาแนะนำวิธีการแก้ปัญหาต่างๆ ในงานวิจัยทั้งทางทฤษฎี และทางปฏิบัติแก่ผู้เขียนเสมอมา ทำให้ผู้เขียนเข้าใจถึงที่มาของปัญหา และสามารถแก้ปัญหาได้อย่างถูกต้องวิธี

ขอขอบคุณ อาจารย์ คอน อิศรากร และ อาจารย์ สองเมือง นันทขว้าง ผู้ที่เป็นทั้งอาจารย์ที่คอยให้คำปรึกษาในทุกๆ ด้าน และเป็นพี่ที่คอยดูแลน้องเอาใจใส่ให้กำลังใจผู้เขียนด้วยดีเสมอมา

ขอขอบคุณ ภาควิชาวิศวกรรมระบบควบคุม ที่ได้เอื้อเฟื้ออุปกรณ์และเครื่องมือในการทำงานวิจัย ตลอดจนอำนวยความสะดวก ให้แก่ผู้เขียนจนวิทยานิพนธ์ฉบับนี้สำเร็จได้ด้วยดี

ขอขอบคุณ สำนักวิจัยการสื่อสารและเทคโนโลยีสารสนเทศ (ReCCIT) และ Japan International Cooperation Agency (JICA) ที่ได้ให้การสนับสนุนอุปกรณ์และเครื่องมือในการทำงานวิจัยในครั้งนี้

ขอขอบคุณ พี่ๆ ทุกคนในฝ่ายวิศวกรรม สถาบันวิจัยวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยีแห่งประเทศไทย (วว.) ที่คอยให้คำปรึกษาแนะนำประสบการณ์ในการทำงานที่รวมทั้งอุปกรณ์และเครื่องมือในการทำงานทำวิจัย

และท้ายที่สุดขอกราบขอบพระคุณ คุณพ่อ คุณแม่ ที่รักและเคารพ ที่สนับสนุนให้โอกาสผู้เขียนได้เล่าเรียนจนถึงวันนี้ ตลอดจนเพื่อนๆ พี่ๆ และน้องๆ ในห้องวิจัยทุกคนที่ให้คำปรึกษาแนะนำ และเป็นกำลังใจให้ด้วยดีเสมอมาจนสามารถนำสิ่งต่างๆ ที่ได้รับมานั้นจัดทำเป็นวิทยานิพนธ์ฉบับนี้ขึ้นมาจนเสร็จสิ้นสมบูรณ์

สำหรับคุณงามความดีอันใดที่เกิดจากวิทยานิพนธ์ฉบับนี้ ข้าพเจ้าขอมอบให้กับบิดามารดา ซึ่งเป็นที่รักและเคารพยิ่ง ครูอาจารย์ที่เคารพ ตลอดจนผู้มีพระคุณทุกท่าน

สมรรถชัย ปัญญา

# สารบัญ

	หน้า
บทคัดย่อภาษาไทย .....	I
บทคัดย่อภาษาอังกฤษ.....	II
กิตติกรรมประกาศ.....	III
สารบัญ.....	IV
สารบัญตาราง.....	VI
สารบัญรูป.....	VII
คำย่อและสัญลักษณ์.....	X
บทที่ 1 บทนำ.....	1
1.1 ความเป็นมาและความสำคัญของปัญหา.....	1
1.2 ความมุ่งหมายและวัตถุประสงค์ของการศึกษา.....	2
1.3 ขอบเขตและขั้นตอนการวิจัย.....	2
1.4 รายละเอียดของวิทยานิพนธ์.....	2
บทที่ 2 ระบบอินเวอร์ทเพนดูลัมบนรราง.....	4
2.1 ระบบอินเวอร์ทเพนดูลัมบนรราง.....	4
2.1.1 อินเวอร์ทเพนดูลัมบนรราง.....	5
2.1.2 ตัวควบคุม.....	5
2.1.3 ส่วนต่อประสานระหว่างตัวควบคุมกับอินเวอร์ทเพนดูลัมบนรราง.....	6
2.2 แบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของระบบอินเวอร์ทเพนดูลัมบนรราง .....	6
2.3 การประมาณเชิงเส้น .....	9
2.3.1 การประมาณเชิงเส้น ณ จุดสมดุลต่าง .....	10
2.3.2 การประมาณเชิงเส้น ณ จุดสมดุลบน .....	12
บทที่ 3 ทฤษฎีพื้นฐานสำหรับออกแบบตัวควบคุม.....	15
3.1 ทฤษฎีพื้นฐานการควบคุมพีดี .....	15
3.2 ทฤษฎีพื้นฐานการควบคุมสไลด์ดิง โหมด.....	16
3.3 การออกแบบระบบป้อนกลับด้วยวิธีการวางโพล.....	20

# สารบัญ (ต่อ)

	หน้า
บทที่ 4 การออกแบบตัวควบคุม.....	22
4.1 การออกแบบตัวควบคุมการเหวี่ยงขึ้นของเพนดูลัม .....	22
4.2 การออกแบบตัวควบคุมเสถียรภาพของระบบอินเวอร์ทเพนดูลัมบนรถ .....	26
4.3 สรุปผลการออกแบบตัวควบคุม.....	28
บทที่ 5 การทดลองการควบคุมระบบและผลการทดลอง.....	29
5.1 การจำลองการควบคุมการเหวี่ยงขึ้นของเพนดูลัมเพียงอย่างเดียว.....	29
5.2 การจำลองการควบคุมเสถียรภาพของเพนดูลัมบนรถราง.....	31
5.3 การจำลองการควบคุมการเหวี่ยงขึ้นและการรักษาเสถียรภาพของเพนดูลัม บนรถราง.....	32
5.3.1 การจำลองการเหวี่ยงเพนดูลัมจากจุดสมดุลล่างซึ่งไปยังตำแหน่งจุดสมดุลบน เมื่อไม่มีสัญญาณรบกวนเข้ามาในระบบ .....	32
5.3.2 การจำลองการควบคุมการเหวี่ยงขึ้นและการรักษาเสถียรภาพของอินเวอร์ท เพนดูลัมบนรถรางเมื่อมีสัญญาณรบกวนเข้ามาในระบบ .....	34
5.3.3 การจำลองการควบคุมการเหวี่ยงขึ้นและการรักษาเสถียรภาพของอินเวอร์ท เพนดูลัมบนรถรางเมื่อความยาวของแท่งเพนดูลัมเปลี่ยนแปลง .....	35
5.4 การทดลองตัวควบคุมการเหวี่ยงขึ้นของเพนดูลัมเพียงอย่างเดียว .....	37
5.5 การทดลองตัวควบคุมเสถียรภาพของอินเวอร์ทเพนดูลัมบนรถราง .....	39
5.6 การทดลองตัวควบคุมการเหวี่ยงขึ้นและการรักษาเสถียรภาพของอินเวอร์ทเพนดูลัม บนรถราง .....	40
5.6.1 การทดลองการควบคุมการเหวี่ยงขึ้นและการรักษาเสถียรภาพของระบบอินเวอร์ท เพนดูลัมบนรถรางเมื่อไม่มีสัญญาณรบกวนเข้ามาในระบบ .....	41
5.6.2 การทดลองการควบคุมการเหวี่ยงขึ้นและการรักษาเสถียรภาพของระบบอินเวอร์ท เพนดูลัมบนรถรางเมื่อมีสัญญาณรบกวนเข้ามาในระบบ .....	43
5.6.3 การทดลองการควบคุมการเหวี่ยงขึ้นและการรักษาเสถียรภาพของระบบอินเวอร์ท เพนดูลัมบนรถรางเมื่อความยาวของแท่งเพนดูลัมเปลี่ยนแปลง .....	45

## สารบัญ (ต่อ)

	หน้า
บทที่ 6 สรุปผลการวิจัยและข้อเสนอแนะ.....	47
6.1 บทสรุป .....	47
6.2 ปัญหาที่พบในการวิจัย .....	48
6.3 ข้อเสนอแนะ และแนวทางการพัฒนา .....	48
บรรณานุกรม.....	49
ภาคผนวก	
ภาคผนวก ก รายละเอียดของอุปกรณ์ที่ใช้ในการทดลอง .....	50
ภาคผนวก ข โปรแกรมที่ใช้ในการออกแบบตัวควบคุมและการทดลอง.....	57
ภาคผนวก ค ผลงานที่ได้รับการตีพิมพ์.....	82
ประวัติผู้เขียน .....	88

## สารบัญตาราง

ตารางที่	หน้า
2.1 แสดงค่าคงที่ของพารามิเตอร์ต่างๆ .....	14
4.1 แสดงผลการออกแบบตัวควบคุม .....	28

# สารบัญรูป

รูปที่	หน้า
2.1 ระบบอินเวอร์ทเพนคูล์มบนรตราง .....	4
2.2 ชุดทดลองอินเวอร์ทเพนคูล์มบนรตราง .....	5
2.3 ส่วนต่อประสานระหว่างตัวควบคุมกับอินเวอร์ทเพนคูล์มบนรตราง .....	6
2.4 แบบจำลองของระบบอินเวอร์ทเพนคูล์มบนรตราง .....	7
2.5 การเปรียบเทียบผลตอบสนองระบบวงเปิดของการแกว่งของเพนคูล์ม .....	14
3.1 โครงสร้างของระบบควบคุมพีดี.....	16
3.2 แสดงสถานะเริ่มต้นที่ตัวแปรสถานะถูกพาให้เข้าสู่พื้นผิวสวิตชิง ด้วยสัญญาณควบคุมที่สวิตด้วยความเร็วต่ำ .....	17
3.3 โครงสร้างระบบควบคุมสไลด์คิงโหมด .....	17
4.1 โครงสร้างระบบควบคุมที่นำเสนอ .....	22
4.2 เส้นทางรากของระบบเดิม .....	24
5.1 ผลการจำลองการควบคุมการเหวี่ยงขึ้นของอินเวอร์ทเพนคูล์มเพียงอย่างเดียว .....	30
5.2 ผลการจำลองการควบคุมเสถียรภาพของอินเวอร์ทเพนคูล์มเพียงอย่างเดียว .....	31
5.3 ผลการจำลองการควบคุมการเหวี่ยงขึ้นและรักษาเสถียรภาพของอินเวอร์ท เพนคูล์มบนรตรางเมื่อไม่มีการรบกวน .....	33
5.4 ผลการจำลองการควบคุมการเหวี่ยงขึ้นและการรักษาเสถียรภาพของอินเวอร์ท เพนคูล์มเมื่อรบกวนสัญญาณควบคุมด้วยสัญญาณพลัสขนาด 10% เข้าที่เวลา 17 วินาที .....	35
5.5 ผลการทดลองตัวควบคุมการเหวี่ยงขึ้นและรักษาเสถียรภาพของอินเวอร์ทเพนคูล์ม เมื่อเปลี่ยนแปลงความยาวของแท่งเพนคูล์มเป็น 20 เซนติเมตร 25 เซนติเมตร และ 30 เซนติเมตร .....	36
5.6 ชุดทดลองระบบอินเวอร์ทเพนคูล์มบนรตรางในห้องปฏิบัติการ .....	37
5.7 ผลการทดลองตัวควบคุมการเหวี่ยงขึ้นของอินเวอร์ทเพนคูล์มเพียงอย่างเดียว .....	38
5.8 ผลการทดลองการควบคุมเสถียรภาพของอินเวอร์ทเพนคูล์มบนรตราง .....	40
5.9 ผลการทดลองตัวควบคุมการเหวี่ยงขึ้นและการรักษาเสถียรภาพของอินเวอร์ท เพนคูล์มเมื่อไม่มีสัญญาณรบกวนจากภายนอก .....	42
5.10 ผลการทดลองตัวควบคุมการเหวี่ยงขึ้นและรักษาเสถียรภาพของอินเวอร์ทเพนคูล์ม เมื่อรบกวนสัญญาณควบคุมด้วยสัญญาณแบบพลัสขนาด 6 % เข้าที่เวลา 17 วินาที .....	44

## สารบัญรูป (ต่อ)

รูปที่	หน้า
5.11 ผลการทดลองตัวควบคุมการเหวี่ยงขึ้นและรักษาเสถียรภาพของอินเวอร์ทเพนคูล์ม เมื่อเปลี่ยนแปลงความยาวของแท่งเพนคูล์มเป็น 20 เซนติเมตร 25 เซนติเมตร และ 30 เซนติเมตร .....	46
ก.1 ภาพถ่ายการนับจำนวนพัลส์รหัส PCI-6201E .....	51
ก.2 ภาพถ่ายการดัดแปลงข้อมูลดิจิทัลเป็นสัญญาณอนาล็อก .....	52
ก.3 ภาพถ่ายการติดตั้งการ์ดเชื่อมต่อต่างๆ ที่ในการทดลอง .....	52
ก.4 สัญญาณ PWM ของวงจรขับเคลื่อนมอเตอร์สำหรับการเคลื่อนที่ของรถราง .....	53
ก.5 ภาพถ่ายวงจรขับเคลื่อนมอเตอร์สำหรับการเคลื่อนที่ของรถราง .....	53
ก.6 แสดงความละเอียดของสัญญาณพัลส์ต่อการหมุนเอน โคคเคอร์ 1 รอบ .....	54
ก.7 การติดตั้งเอน โคคเคอร์แบบหมุนสำหรับวัดตำแหน่งรถราง .....	55
ก.8 การติดตั้งเอน โคคเคอร์แบบหมุนสำหรับวัดมุมของเพนคูล์ม .....	55
ก.9 ภาพถ่ายระบบส่งกำลังของรถราง .....	56

## คำย่อและสัญลักษณ์

A	หมายถึง	เมทริกซ์ระบบ
B	หมายถึง	เมทริกซ์อินพุต
C	หมายถึง	เมทริกซ์เอาต์พุต
$e(t)$	หมายถึง	ค่าความผิดพลาดระหว่างสัญญาณเข้ากับสัญญาณออก
$f$	หมายถึง	ค่าคงที่ของแรงเสียดทาน
$f(x, t)$	หมายถึง	สัญญาณรบกวนที่ไม่ทราบค่าแต่มีขอบเขต
$F$	หมายถึง	แรงที่ใช้ทำให้วัตถุเคลื่อนที่
$g$	หมายถึง	ความเร่งที่เกิดจากแรงโน้มถ่วงของโลก
$G_c(s)$	หมายถึง	ฟังก์ชันถ่ายโอนของตัวควบคุม
$G_p(s)$	หมายถึง	ฟังก์ชันถ่ายโอนของระบบ
I	หมายถึง	เมทริกซ์เอกลักษณ์
$K_d$	หมายถึง	อัตราขยายของตัวควบคุมแบบดี
$K_p$	หมายถึง	อัตราขยายของตัวควบคุมแบบพี
K	หมายถึง	เมทริกซ์อัตราขยายป้อนกลับสถานะ
$l$	หมายถึง	ระยะระหว่างจุดหมุนกับศูนย์กลางมวลของเพนดูลัม
$L$	หมายถึง	ตัวดำเนินการลากรางจ์
$m$	หมายถึง	มวลของเพนดูลัม
$M$	หมายถึง	มวลของรถราง
$M_p$	หมายถึง	ค่าพุงเกินสูงสุด
$M(x, t)$	หมายถึง	ขนาดของสัญญาณควบคุม $u(t)$
M	หมายถึง	เมทริกซ์ความควบคุมได้
$q$	หมายถึง	พิกัดทั่วไปของระบบ
$r(t)$	หมายถึง	สัญญาณอ้างอิง
$s(x, t)$	หมายถึง	พื้นผิวสไลด์คิง
$t_s$	หมายถึง	ช่วงเวลาเข้าที่
$T_d$	หมายถึง	ค่าเวลาเดรีเวทีฟ
T	หมายถึง	พลังงานจลน์รวมทั้งหมดของระบบ
T	หมายถึง	เมทริกซ์การแปลง

## คำย่อและสัญลักษณ์

$u(t)$	หมายถึง	สัญญาณควบคุม
$u_a(t)$	หมายถึง	สัญญาณควบคุมเชิงเส้นของตัวควบคุมสไลด์ดิงโหมด
$u_i$	หมายถึง	แรงที่กระทำกับพิกัดทั่วไป
$u_{pd}(t)$	หมายถึง	เอาต์พุตของตัวควบคุมพีดี
$V$	หมายถึง	พลังงานศักย์รวมทั้งหมดของระบบ
$x_1$	หมายถึง	ตัวแปรสถานะมุมของเพนดูลัม
$x_2$	หมายถึง	ตัวแปรสถานะความเร็วเชิงมุมของเพนดูลัม
$x_3$	หมายถึง	ตัวแปรสถานะตำแหน่งของรถราง
$x_4$	หมายถึง	ตัวแปรสถานะความเร็วของรถราง
$\mathbf{x}(t)$	หมายถึง	เวกเตอร์สถานะของระบบ
$y(t)$	หมายถึง	สัญญาณเอาต์พุต
$\theta$	หมายถึง	มุมระหว่างเพนดูลัมกับแนวแกนตั้ง
$\omega_d$	หมายถึง	ส่วนจินตภาพของโพลระบบวงปิด
$\sigma$	หมายถึง	ส่วนจริงของโพลระบบวงปิด

# บทที่ 1

## บทนำ

### 1.1 ความเป็นมาและสำคัญปัญหา

ระบบอินเวอร์ทเพนดูลัมเป็นเครื่องมือที่นิยมนำมาศึกษาค้นคว้าในวิศวกรรมระบบควบคุม สาเหตุที่นิยมนำมาศึกษาระบบอินเวอร์ทเพนดูลัมก็เพราะว่า เป็นระบบที่ไม่เป็นเชิงเส้นและเป็นระบบที่ไม่มีเสถียรภาพ ข้อสำคัญในการควบคุมระบบอินเวอร์ทเพนดูลัมมีอยู่ด้วยกัน 2 ข้อคือ ข้อแรกเป็นการควบคุมการเหวี่ยงขึ้นของเพนดูลัมจากจุดสมดุลล่างขึ้นไปยังบริเวณตำแหน่งจุดสมดุลบน และข้อที่สองคือ การรักษาเสถียรภาพของแท่งเพนดูลัมให้สามารถตั้งตรงอยู่ได้ ณ ตำแหน่งจุดสมดุลบน อุปกรณ์ที่จะควบคุมระบบอินเวอร์ทเพนดูลัมเป็นไปตามทั้ง 2 ข้อ นั้น คือ ตัวควบคุม ดังนั้น จึงมีผู้ศึกษาและออกแบบตัวควบคุมที่เหมาะสมเพื่อนำมาใช้ควบคุมระบบอินเวอร์ทเพนดูลัมให้เหวี่ยงขึ้นและรักษาเสถียรภาพของเพนดูลัมให้เป็นไปตามความต้องการ จากที่ผ่านมา มีตัวควบคุมที่ใช้แนวคิดที่แตกต่างกัน เช่น ตัวควบคุมแบบไม่เป็นเชิงเส้น (Nonlinear control) ตัวควบคุมแบบอาศัยหลักการพลังงาน (Controller by energy-based method) และตัวควบคุมแบบโครงข่ายประสาท (Qubit neural network) ซึ่งแนวคิดต่างๆ ที่กล่าวมานี้ สามารถควบคุมอินเวอร์ทเพนดูลัมได้ตามต้องการแต่ยังมีความซับซ้อนในการนำมาใช้งาน

วิทยานิพนธ์ฉบับนี้จึงนำเสนอหลักการออกแบบตัวควบคุมผสมระหว่างตัวควบคุมพีดีร่วมกับตัวควบคุมสไลด์ดิ้งโหมดสำหรับระบบอินเวอร์ทเพนดูลัมบนรถ โดยตัวควบคุมที่นำเสนอนี้แบ่งออกเป็นสองส่วน ส่วนแรกเป็นตัวควบคุมสำหรับควบคุมการเหวี่ยงขึ้นของเพนดูลัมจากจุดสมดุลล่างขึ้นไปยังจุดสมดุลบน โดยใช้ตัวควบคุมแบบพีดี (PD controller) ซึ่งถูกออกแบบด้วยเทคนิคเส้นทางการาก (Root locus method) ตัวควบคุมนี้จะใช้หลักการของการควบคุมตำแหน่งการเคลื่อนที่ไปและกลับของตัวรถตามเงื่อนไขการเคลื่อนที่ที่ได้กำหนดไว้และตามความเร็วเชิงมุมของเพนดูลัม โดยที่รถจะเปลี่ยนตำแหน่งจากตำแหน่งลำดับที่หนึ่งไปยังตำแหน่งลำดับที่สองได้ก็ต่อเมื่อตัวรถอยู่ในตำแหน่งลำดับที่หนึ่งและความเร็วเชิงมุมของเพนดูลัมเท่ากับศูนย์ การเคลื่อนที่ของรถตามเงื่อนไขดังกล่าวนี้ จะสร้างแรงเหวี่ยงจนเพนดูลัมขึ้นมาอยู่ ณ จุดสมดุลบนได้ และส่วนที่สองคือ ตัวควบคุมที่ควบคุมอินเวอร์ทเพนดูลัมให้มีเสถียรภาพ ณ ตำแหน่งจุดสมดุลบนโดยใช้ตัวควบคุมสไลด์ดิ้งโหมด (Sliding mode) ซึ่งออกแบบโดยวิธีการวางโพล (Pole placement method)

ตัวควบคุมทั้งสองจะทำงานร่วมกันดังนี้ ในลำดับแรกเป็นการควบคุมการเหวี่ยงขึ้นของเพนดูลัมจากจุดสมดุลล่างขึ้นไปยังจุดสมดุลบน โดยใช้ตัวควบคุมแบบพีดี และหลังจากนั้นจะเป็น

การควบคุมเสถียรภาพของเพนดูลัมหลังจากถูกเหวี่ยงให้ไปยังจุดสมดุลบนแล้วให้สามารถตั้งตรง  
อยู่ได้ ณ ตำแหน่งจุดสมดุลบนนั้นโดยใช้ตัวควบคุมแบบสไลด์คิงโหมค

## 1.2 ความมุ่งหมายและวัตถุประสงค์ของการศึกษา

1. ศึกษาและพัฒนาชุดทดลองระบบอินเวอร์ทเพนดูลัมบนรถรางที่มีในห้องปฏิบัติการ เพื่อ  
ใช้ในการทดสอบประสิทธิภาพของตัวควบคุมที่จะออกแบบให้สามารถเหวี่ยงขึ้นและรักษา  
เสถียรภาพของอินเวอร์ทเพนดูลัมบนรถราง

2. ศึกษาการออกแบบตัวควบคุมสำหรับเหวี่ยงเพนดูลัมขึ้นจากจุดสมดุลล่างไปยังจุดสมดุล  
บน และรักษาให้เพนดูลัมมีเสถียรภาพ ณ ตำแหน่งจุดสมดุลบนนั้น

3. ออกแบบตัวควบคุมตัวควบคุม และนำไปควบคุมระบบอินเวอร์ทเพนดูลัมให้ได้ตาม  
วัตถุประสงค์

## 1.3 ขอบเขตและขั้นตอนการวิจัย

1. ศึกษาและพัฒนาชุดทดลองระบบอินเวอร์ทเพนดูลัมบนรถรางที่มีในห้องปฏิบัติการ เพื่อ  
ใช้ในการทดสอบประสิทธิภาพของตัวควบคุมที่ทำการออกแบบ

2. ศึกษาโครงสร้างของระบบอินเวอร์ทเพนดูลัมและหาแบบจำลองทางคณิตศาสตร์  
(Mathematical model) โดยใช้สมการของลากรางจ์ (Lagrange's equation) เพื่อนำไปใช้ออกแบบตัว  
ควบคุม

3. จำลองการควบคุมระบบอินเวอร์ทเพนดูลัมโดยใช้โปรแกรมแมตแล็บ (Matlab) และนำ  
ตัวควบคุมที่ออกแบบมาทดลองจริงกับระบบอินเวอร์ทเพนดูลัมบนรถราง

## 1.4 รายละเอียดของวิทยานิพนธ์

ในวิทยานิพนธ์ฉบับนี้จะแบ่งออกเป็น 6 บท โดยมีรายละเอียดของแต่ละบทดังนี้

บทที่ 1 เป็นการกล่าวถึงความจำเป็นมาและความสำคัญของหัวข้อวิจัย ความมุ่งหมายและ  
วัตถุประสงค์ในการศึกษาและวิจัย ขอบเขตและขั้นตอนการวิจัย พร้อมทั้งรายละเอียดของ  
วิทยานิพนธ์ในแต่ละบท

บทที่ 2 เป็นการกล่าวถึงรายละเอียดโครงสร้างและการหาแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของ  
ระบบอินเวอร์ทเพนดูลัมบนรถราง

บทที่ 3 กล่าวถึงทฤษฎีพื้นฐานสำหรับการออกแบบตัวคุมพีดี และตัวควบคุมสไลด์คิง  
โหมค

บทที่ 4 กล่าวถึงการออกแบบตัวควบคุมการเหวี่ยงขึ้นและการรักษาเสถียรภาพของระบบ อินเวอร์ทเพนคูล์มบนรตรางโดยใช้ทฤษฎีพื้นฐานในบทที่ 3

บทที่ 5 กล่าวถึงการจำลองและการทดลองการใช้ตัวควบคุมที่ได้ออกแบบไว้ในบทที่ 4 มาควบคุมการเหวี่ยงขึ้นและการรักษาเสถียรภาพของอินเวอร์ทเพนคูล์มบนรตราง โดยอันดับแรกจะจำลองการทำงานของตัวควบคุมด้วยโปรแกรมแมตแล็บ จากนั้นจึงนำตัวควบคุมไปทดลองกับชุดทดลองจริง

บทที่ 6 สรุปผลการวิจัยและข้อเสนอแนะในการพัฒนาวิธีการออกแบบตัวควบคุมสำหรับการควบคุมการเหวี่ยงขึ้นและการรักษาเสถียรภาพของอินเวอร์ทเพนคูล์มบนรตราง เพื่อให้การควบคุมระบบมีประสิทธิภาพมากยิ่งขึ้น

ส่วนท้ายสุดของวิทยานิพนธ์เป็นภาคผนวกซึ่งจะแสดงถึงรายละเอียดของอุปกรณ์ที่ใช้ในการทดลอง แนวคิดในการพัฒนาโปรแกรมคอมพิวเตอร์ที่ใช้ในการทดลอง ผลงานวิจัยที่ได้รับการตีพิมพ์พร้อมทั้งประวัติของผู้เขียนโดยสังเขป

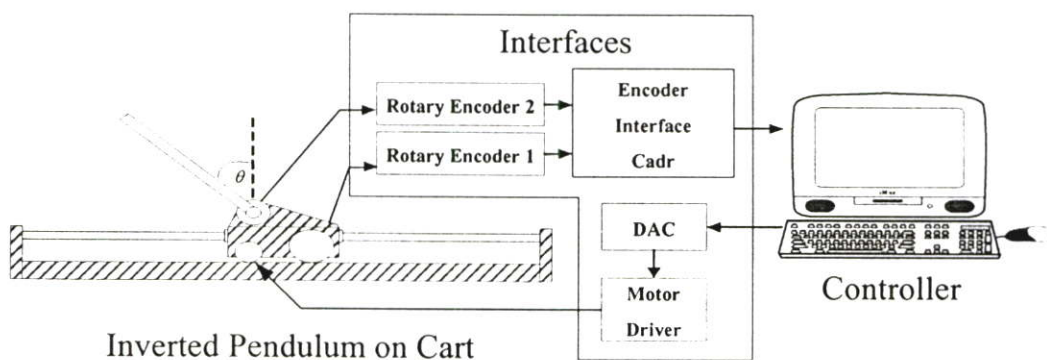
## บทที่ 2

### ระบบอินเวอร์ทเพนดูลัมบนรถราง

ระบบอินเวอร์ทเพนดูลัมเป็นเครื่องมือที่นิยมนำมาศึกษาค้นคว้าในวิศวกรรมระบบควบคุม อินเวอร์ทเพนดูลัมจะมีอยู่ด้วยกันสองแบบ คือ อินเวอร์ทเพนดูลัมแบบฐานหมุน และอินเวอร์ทเพนดูลัมบนรถราง เนื่องจากระบบอินเวอร์ทเพนดูลัมเป็นระบบที่ไม่เป็นเชิงเส้นและเป็นระบบที่ไม่มีเสถียรภาพ จึงเป็นที่นิยมในการศึกษาการควบคุมระบบอินเวอร์ทเพนดูลัมซึ่งมีอยู่ด้วยกัน 2 ข้อคือ ข้อแรกเป็นการควบคุมการเหวี่ยงขึ้นของเพนดูลัมจากจุดสมดุลล่างขึ้นไปยังบริเวณตำแหน่งจุดสมดุลบน และข้อที่สองคือ การรักษาเสถียรภาพของแท่งเพนดูลัมให้สามารถตั้งตรงอยู่ได้ ณ ตำแหน่งจุดสมดุลบน ดังนั้น ในวิทยานิพนธ์ฉบับนี้จึงเลือกใช้ระบบอินเวอร์ทเพนดูลัมบนรถรางในการศึกษาและทดลองตัวควบคุม ทั้งนี้เนื่องจากระบบอินเวอร์ทเพนดูลัมบนรถรางมีโครงสร้างที่ไม่ซับซ้อนและไม่จำเป็นต้องใช้มอเตอร์ที่มีขนาดใหญ่และมีกำลังมากในการขับเคลื่อนเมื่อเทียบกับอินเวอร์ทเพนดูลัมแบบฐานหมุน

#### 2.1 ระบบอินเวอร์ทเพนดูลัมบนรถราง

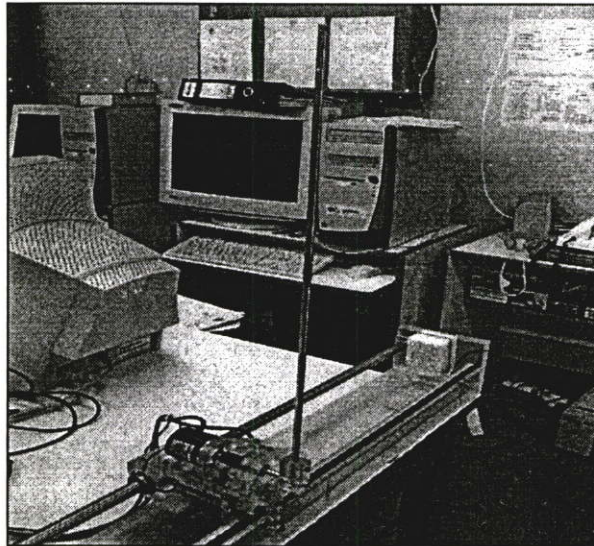
ระบบอินเวอร์ทเพนดูลัมบนรถรางที่ใช้ในการศึกษาและทดลองในวิทยานิพนธ์ฉบับนี้ มีส่วนประกอบหลักๆอยู่สามส่วนคือ อินเวอร์ทเพนดูลัมบนรถราง ตัวควบคุม และส่วนต่อประสาน (Interfaces) ระหว่างอินเวอร์ทเพนดูลัมบนรถรางกับตัวควบคุม โดยโครงสร้างของระบบอินเวอร์ทเพนดูลัมบนรถรางแสดงดังรูปที่ 2.1



รูปที่ 2.1 ระบบอินเวอร์ทเพนดูลัมบนรถราง

### 2.1.1 อินเวอร์ทเพนคูล์มบนรราง

อินเวอร์ทเพนคูล์มบนรรางที่ใช้ในการศึกษาและทดลองดังแสดงในรูปที่ 2.1 นั้นมีส่วนประกอบที่สำคัญคือ ตัวรถ ราง เพนคูล์ม และอุปกรณ์วัดตำแหน่งรถและมุมของเพนคูล์มที่กระทำกับแนวแกนตั้ง ตัวรถรางจะถูกขับเคลื่อนด้วยมอเตอร์กระแสตรงขนาด 24 โวลต์ 4 แอมแปร์ ให้เคลื่อนที่ได้สองทิศทางตามแนวแกนนอน โดยตัวรถจะเคลื่อนที่อยู่บนรางที่มีความยาวหนึ่งเมตร เพนคูล์มแท่งเหล็กปลอดสนิมถูกยึดติดกับตัวรถผ่านจุดหมุน ณ บริเวณส่วนบนของตัวรถและสามารถหมุนรอบจุดหมุนนี้ในระนาบของแนวแกนตั้งได้ มุมระหว่างเพนคูล์มกับแนวแกนตั้งจะถูกวัดโดยเอนโคเดอร์แบบหมุน (Rotary encoder) ที่ติดตั้งอยู่ที่จุดหมุนดังกล่าว และมีเอนโคเดอร์แบบหมุนอีกตัวหนึ่งติดตั้งอยู่ที่ส่วนล่างของตัวรถรางเพื่อใช้สำหรับเป็นตัววัดตำแหน่งการเคลื่อนที่ของรถราง ชุดทดลองอินเวอร์ทเพนคูล์มบนรรางแสดงดังรูปที่ 2.2



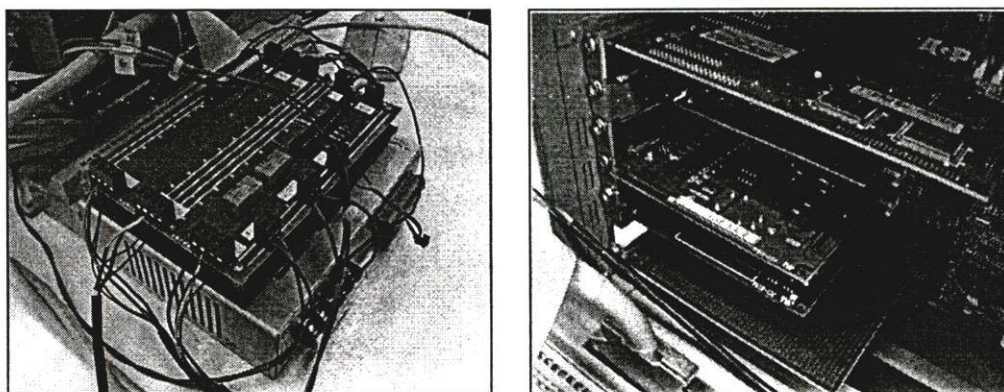
รูปที่ 2.2 ชุดทดลองอินเวอร์ทเพนคูล์มบนรราง

### 2.1.2 ตัวควบคุม

โปรแกรมคอมพิวเตอร์ที่ควบคุมทำงานตามเวลาจริง (Real-time control) ซึ่งพัฒนาขึ้นด้วยโปรแกรมภาษาซี (C language) ถูกนำมาใช้ให้ทำหน้าที่เป็นตัวควบคุมโดยที่โปรแกรมคอมพิวเตอร์จะทำงานอยู่บนเครื่องคอมพิวเตอร์ส่วนบุคคล (Personal computer) รายละเอียดของโปรแกรมคอมพิวเตอร์ทั้งหมดที่พัฒนาเพื่อใช้เป็นตัวควบคุมแสดงไว้ในภาคผนวก ข.

### 2.1.3 ส่วนต่อประสานระหว่างตัวควบคุมกับอินเวอร์ทเพนดูลัมบนรราง

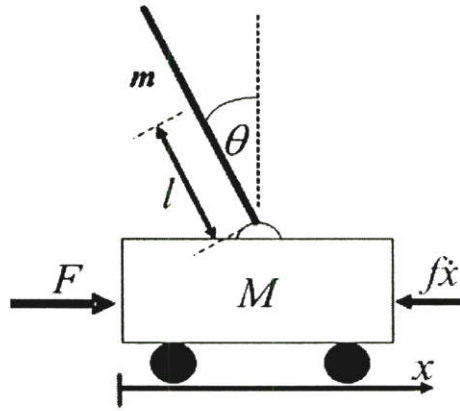
ส่วนต่อประสานระหว่างตัวควบคุมกับอินเวอร์ทเพนดูลัมบนรรางนั้น มีส่วนประกอบเป็นวงจรรีเลย์ทรอนิกส์สำเร็จรูป จะทำหน้าที่เป็นทั้งช่องทางเข้า (Input port) และช่องทางออก (Output port) ของข้อมูลระหว่างตัวควบคุมกับอินเวอร์ทเพนดูลัมบนรราง โดยใช้วงจรรีเลย์ทรอนิกส์สำเร็จรูป INTERFACES รหัส PCI-6201E [ก.2] ทำหน้าที่เป็นช่องทางเข้าของข้อมูลขนาด 24 บิต เพื่อรับข้อมูลตำแหน่งของรรางและข้อมูลมุมของเพนดูลัมจากเอนโคเดอร์แบบหมุนทั้งสองและใช้วงจรรีเลย์ทรอนิกส์สำเร็จรูป INTERFACES รหัส PCI-3345A [ก.3] ทำหน้าที่เป็นช่องทางออกของข้อมูลสัญญาณควบคุม และแปลงสัญญาณดิจิทัลของสัญญาณควบคุมนี้ให้เป็นสัญญาณอนาล็อกที่มีค่าระหว่าง +10 โวลต์ ถึง -10 โวลต์ แล้วส่งสัญญาณควบคุมนี้ไปยังวงจรมอเตอร์ [ก.4] กระแสตรงขนาด 24 โวลต์  $\pm$  10 แอมแปร์ เพื่อใช้ขับเคลื่อนรรางวงจรรีเลย์ทรอนิกส์สำเร็จรูปทั้งสองและวงจรมอเตอร์กระแสตรงแสดงดังรูปที่ 2.3



รูปที่ 2.3 ส่วนต่อประสานระหว่างตัวควบคุมกับอินเวอร์ทเพนดูลัมบนรราง

## 2.2 แบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของระบบอินเวอร์ทเพนดูลัมบนรราง

การทำแบบจำลองทางคณิตศาสตร์หรือสมการการเคลื่อนที่ของระบบอินเวอร์ทเพนดูลัมบนรรางนั้น ใช้วิธีการของลากรางจ์ (Lagrange's method) ภายใต้สมมติฐานว่า แท่งเพนดูลัมแข็ง ไม่มีการบิดงอและแรงเสียดทานสถิตมีค่าน้อยมากจนไม่มีอิทธิพลต่อระบบ ซึ่งวิธีการของลากรางจ์นี้เป็นวิธีที่สะดวกในการหาแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของระบบที่ไม่เป็นเชิงเส้น เนื่องจากวิธีการนี้จะพิจารณาระบบในเชิงสเกลาร์และมีพื้นฐานมาจากวิธีพลังงาน ดังนั้น จึงไม่จำเป็นต้องพิจารณาทิศทางของการเคลื่อนที่และทิศทางของแรงในระบบมากนัก แบบจำลองของระบบอินเวอร์ทเพนดูลัมบนรรางแสดงดังรูปที่ 2.4



รูปที่ 2.4 แบบจำลองของระบบอินเวอร์ทเพนดูลัมบนรถราง

- เมื่อ  $M$  คือ มวลของรถราง ( $kg$ )  
 $m$  คือ มวลของเพนดูลัม ( $kg$ )  
 $l$  คือ ระยะระหว่างจุดหมุนกับศูนย์กลางมวลของเพนดูลัม ( $m$ )  
 $f$  คือ ค่าคงที่ของแรงเสียดทาน ( $kg/sec$ )  
 $\theta$  คือ มุมระหว่างเพนดูลัมกับแนวแกนตั้ง ( $rad$ )  
 $x$  คือ ตำแหน่งของรถราง ( $m$ )  
 $F$  คือ แรงที่ใช้ทำให้รถรางเคลื่อนที่ ( $N$ )

เมื่อพิจารณาแบบจำลองของระบบอินเวอร์ทเพนดูลัมบนรถรางดังรูปที่ 2.4 โดยใช้สมการของลากรางจ์ จะได้

$$L(q, \dot{q}) = T(q, \dot{q}) - V(q, \dot{q}) \quad (2.1)$$

- โดยที่  $L$  คือตัวดำเนินการลากรางจ์  
 $q$  คือพิกัดทั่วไปของระบบ  
 $T$  คือพลังงานจลน์รวมทั้งหมดของระบบ  
 $V$  คือพลังงานศักย์รวมทั้งหมดของระบบ

จากพิกัดทั่วไปใดๆ ของระบบ  $q_i$  และตัวดำเนินการลากรางจ์  $L$  สมการของลากรางจ์คือ

$$\frac{d}{dt} \frac{\partial L}{\partial \dot{q}_i} - \frac{\partial L}{\partial q_i} = u_i \quad (2.2)$$

โดย  $u_i$  คือแรงที่กระทำกับพิกัดทั่วไปที่  $i$  เมื่อ  $i = 1, 2, 3, \dots, n$

สำหรับระบบอินเวอร์ทเพนดูลัมบนรรางสามารถพิจารณาพิกัดทั่วไปได้สองพิกัดคือ พิกัดตำแหน่งของตัวรราง  $x$  และพิกัดมุมของเพนดูลัม  $\theta$  โดยมีแรงกระทำกับพิกัดตำแหน่งของรราง  $x$  ส่วนพิกัดมุมของเพนดูลัม  $\theta$  จะไม่มีแรงใดๆ มากระทำ ดังนั้น สามารถเขียนสมการของลากรางจ์ได้ดังนี้

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} \frac{\partial L}{\partial \dot{x}} - \frac{\partial L}{\partial x} &= F - f\dot{x} \\ \frac{d}{dt} \frac{\partial L}{\partial \dot{\theta}} - \frac{\partial L}{\partial \theta} &= 0 \end{aligned} \quad (2.3)$$

จากระบบอินเวอร์ทเพนดูลัมบนรรางสามารถเขียนสมการของพลังงานจลน์รวมทั้งหมดของระบบ  $T$  และพลังงานศักย์รวมทั้งหมดของระบบ  $V$  ได้ดังนี้

$$T = \frac{1}{2} M \dot{x}^2 + \frac{1}{2} m \dot{x}^2 - ml \dot{x} \dot{\theta} \cos \theta + \frac{2}{3} ml^2 \dot{\theta}^2 \quad (2.4)$$

$$V = mg(l + l \cos \theta) \quad (2.5)$$

หลังจากแทนค่าพลังงานจลน์รวมทั้งหมดของระบบ  $T$  และพลังงานศักย์รวมทั้งหมดของระบบ  $V$  ลงในสมการ (2.1) จะได้ตัวดำเนินการลากรางจ์  $L$  ดังนี้

$$L = \frac{1}{2} M \dot{x}^2 + \frac{1}{2} m \dot{x}^2 - ml \dot{x} \dot{\theta} \cos \theta + \frac{2}{3} ml^2 \dot{\theta}^2 - mgl - mgl \cos \theta \quad (2.6)$$

เมื่อแทนค่าตัวดำเนินการลากรางจ์  $L$  ของสมการที่ (2.6) ลงในสมการของลากรางจ์ที่ (2.3) แล้ว จะได้สมการการเคลื่อนที่ของอินเวอร์ทเพนดูลัมบนรรางดังนี้

$$\begin{aligned} \ddot{x} &= \frac{F - f\dot{x} - ml\dot{\theta}^2 \sin \theta + \frac{3}{4} mg \sin \theta \cos \theta}{(M + m) - \frac{3}{4} m \cos^2 \theta} \\ \ddot{\theta} &= \frac{mg \sin \theta + \frac{m \cos \theta}{(M + m)} [F - f\dot{x} - ml\dot{\theta}^2 \sin \theta]}{\frac{4}{3} ml - \frac{m^2 l \cos^2 \theta}{(M + m)}} \end{aligned} \quad (2.7)$$

และสามารถเขียนสมการการเคลื่อนที่ของอินเวอร์ทเพนดูลัมบนรางของสมการที่ (2.7) ให้อยู่ในรูปสมการสถานะได้ดังต่อไปนี้

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= x_2 \\ \dot{x}_2 &= \frac{\left( mg \sin x_1 + \frac{m \cos x_1 (u - \dot{x}_4) - m^2 l x_2^2 \cos x_1 \sin x_1}{M + m} \right)}{\left( \frac{4}{3} ml - \frac{m^2 l \cos^2 x_1}{(M + m)} \right)} \end{aligned} \quad (2.8)$$

$$\begin{aligned} \dot{x}_3 &= x_4 \\ \dot{x}_4 &= \frac{\left( u - \dot{x}_4 + \frac{3}{4} mg \cos x_1 \sin x_1 - ml x_2^2 \sin x_1 \right)}{\left( (M + m) - \frac{3}{4} m \cos^2 x_1 \right)} \end{aligned}$$

เมื่อ  $x_1 = \theta$ ,  $x_2 = \dot{\theta}$ ,  $x_3 = x$ ,  $x_4 = \dot{x}$  และ  $u = F$

### 2.3 การประมาณเชิงเส้น

หลังจากได้สมการการเคลื่อนที่ของอินเวอร์ทเพนดูลัมบนรางแล้วจะเห็นได้ว่า ระบบที่ได้นี้เป็นระบบที่ไม่เป็นเชิงเส้น จึงต้องประมาณระบบที่ไม่เป็นเชิงเส้นนี้ให้เป็นเชิงเส้นก่อน (Linearization) เพื่อให้ง่ายต่อการออกแบบตัวควบคุมแบบเชิงเส้นต่อไป

จาก

$$\dot{\mathbf{x}} = f(\mathbf{x}, u, t) \quad (2.9)$$

$$y = h(\mathbf{x}, u, t) \quad (2.10)$$

สามารถประมาณระบบอินเวอร์ทเพนดูลัมให้เป็น

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{Ax} + \mathbf{Bu} \quad (2.11)$$

ได้โดยที่

$$\mathbf{A} = \left. \frac{\partial f(\mathbf{x}, u)}{\partial \mathbf{x}} \right|_{\mathbf{x} = \mathbf{x}_0, u = u_0} \quad (2.12)$$

$$\mathbf{B} = \left. \frac{\partial f(\mathbf{x}, u)}{\partial u} \right|_{\mathbf{x} = \mathbf{x}_0, u = u_0} \quad (2.13)$$

การประมาณเชิงเส้นของระบบอินเวอร์ทเพนดูลัมบนรรางจะแบ่งออกเป็นสองส่วน โดยในส่วนแรกเป็นการประมาณเชิงเส้นที่พิจารณา ณ ตำแหน่งจุดสมดุลล่างของเพนดูลัม และส่วนที่สองเป็นการประมาณเชิงเส้นที่พิจารณา ณ ตำแหน่งจุดสมดุลบนของเพนดูลัม เพื่อนำแบบจำลองทางคณิตศาสตร์เชิงเส้นทั้งสองไปใช้ออกแบบตัวควบคุมการเหวี่ยงขึ้นของเพนดูลัม และตัวควบคุมเสถียรภาพของอินเวอร์ทเพนดูลัมบนรรางตามลำดับต่อไป

### 2.3.1 การประมาณเชิงเส้น ณ จุดสมดุลล่าง

การประมาณเชิงเส้นของระบบอินเวอร์ทเพนดูลัมบนรรางที่พิจารณา ณ จุดสมดุลล่างของเพนดูลัม นั้น มีวัตถุประสงค์เพื่อนำแบบจำลองทางคณิตศาสตร์เชิงเส้นที่ได้จากการประมาณเชิงเส้นไปใช้ออกแบบตัวควบคุมการเหวี่ยงขึ้นของเพนดูลัม โดยให้ค่าเริ่มต้นของอินพุต  $u_0 = 0$  และค่าเริ่มต้นของตัวแปรสถานะ  $\mathbf{x}_0 = [\pi \ 0 \ 0 \ 0]^T$  จากสมการที่ (2.12) และ (2.13) สามารถประมาณเชิงเส้นได้

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ \frac{-3(M+m)mg}{4ml(M+m)-3m^2l} & 0 & 0 & \frac{3mf}{4ml(M+m)-3m^2l} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ \frac{3mg}{4\left((M+m)-\frac{3}{4}m\right)} & 0 & 0 & \frac{-f}{(M+m)-\frac{3}{4}m} \end{bmatrix} \quad (2.14)$$

และ

$$\mathbf{B} = \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{-3m}{4ml(M+m)-3m^2l} \\ 0 \\ \frac{1}{(M+m)-\frac{3}{4}m} \end{bmatrix} \quad (2.15)$$

ตามลำดับ และเมื่อพิจารณาเอาท์พุท  $y$  เป็นตำแหน่งของตัวรถราง  $x$  จะสามารถเขียนแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ ซึ่งเป็นระบบเชิงเส้นของอินเวอร์ทเพนคูล์มบนรถรางที่พิจารณา ณ ตำแหน่งจุดสมดุลล่างในรูปของสมการเอาท์พุทได้ดังนี้

$$y = \mathbf{C}\mathbf{x} \quad (2.16)$$

$$\text{เมื่อ } \mathbf{C} = [0 \ 0 \ 1 \ 0] \quad (2.17)$$

ดังนั้น สมการปริภูมิสถานะของอินเวอร์ทเพนคูล์มบนรถรางที่พิจารณา ณ ตำแหน่งจุดสมดุลล่างจึงสามารถเขียนได้ดังนี้

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \\ \dot{x}_3 \\ \dot{x}_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ \frac{-3(M+m)mg}{4ml(M+m)-3m^2l} & 0 & 0 & \frac{3mf}{4ml(M+m)-3m^2l} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ \frac{3mg}{4\left((M+m)-\frac{3}{4}m\right)} & 0 & 0 & \frac{-f}{(M+m)-\frac{3}{4}m} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{-3m}{4ml(M+m)-3m^2l} \\ 0 \\ \frac{1}{(M+m)-\frac{3}{4}m} \end{bmatrix} u \quad (2.18)$$

$$y = [0 \ 0 \ 1 \ 0][x_1 \ x_2 \ x_3 \ x_4]^T \quad (2.19)$$

และมีฟังก์ชันถ่ายโอน (Transfer function) ดังนี้

$$\frac{Y(s)}{U(s)} = \frac{6.09s^2 + 179.04}{s^4 + 0.25s^3 + 33.43s^2 + 7.20s} \quad (2.20)$$

ซึ่งจะเห็นว่าระบบนี้มีซีโร (Zero) อยู่ 2 ตัว และมีโพลอยู่ 4 ตัว โดยมีโพลอยู่ที่จุดกำเนิด 1 ตัว

### 2.3.2 การประมาณเชิงเส้น ณ จุดสมดุลบน

การประมาณเชิงเส้นของระบบอินเวอร์ทเพนดูลัมบนรรางที่พิจารณา ณ จุดสมดุลบนของเพนดูลัมนั้น มีวัตถุประสงค์เพื่อนำแบบจำลองทางคณิตศาสตร์เชิงเส้นที่ได้จากการประมาณเชิงเส้นไปใช้ออกแบบตัวควบคุมเสถียรภาพของอินเวอร์ทเพนดูลัมบนรราง โดยให้ค่าเริ่มต้นของอินพุต  $u_0 = 0$  และค่าเริ่มต้นของตัวแปรสถานะ  $x_0 = 0$  จากสมการที่ (2.12) และสมการที่ (2.13) สามารถประมาณระบบให้เป็นเชิงเส้นได้ดังนี้

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ \frac{3(M+m)mg}{4ml(M+m)-3m^2l} & 0 & 0 & \frac{3mf}{4ml(M+m)-3m^2l} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ \frac{3mg}{4\left((M+m)-\frac{3}{4}m\right)} & 0 & 0 & \frac{-f}{(M+m)-\frac{3}{4}m} \end{bmatrix} \quad (2.21)$$

และ

$$\mathbf{B} = \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{3m}{4ml(M+m)-3m^2l} \\ 0 \\ \frac{1}{(M+m)-\frac{3}{4}m} \end{bmatrix} \quad (2.22)$$

และเมื่อพิจารณาเอาท์พุต  $y$  เป็นตำแหน่งของตัวรราง  $x$  จึงสามารถเขียนแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ ซึ่งเป็นระบบเชิงเส้นของอินเวอร์ทเพนดูลัมบนรรางที่พิจารณา ณ ตำแหน่งจุดสมดุลล่างในรูปของสมการเอาท์พุตได้ดังนี้

$$y = \mathbf{C}\mathbf{x} \quad (2.23)$$

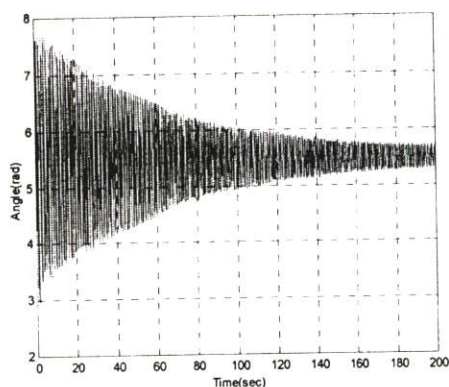
$$\text{เมื่อ } \mathbf{C} = [0 \ 0 \ 1 \ 0] \quad (2.24)$$

ดังนั้น สมการปริภูมิสถานะของอินเวอร์ทเพนดูลัมบนรรางที่พิจารณา ณ ตำแหน่งจุดสมดุลบนจึงสามารถเขียนได้ดังนี้

$$\begin{aligned}
 \begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \\ \dot{x}_3 \\ \dot{x}_4 \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ \frac{3(M+m)mg}{4ml(M+m)-3m^2l} & 0 & 0 & \frac{3mf}{4ml(M+m)-3m^2l} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ \frac{3mg}{4\left((M+m)-\frac{3}{4}m\right)} & 0 & 0 & \frac{-f}{(M+m)-\frac{3}{4}m} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix} \\
 &+ \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{3m}{4ml(M+m)-3m^2l} \\ 0 \\ \frac{1}{(M+m)-\frac{3}{4}m} \end{bmatrix} u
 \end{aligned} \tag{2.25}$$

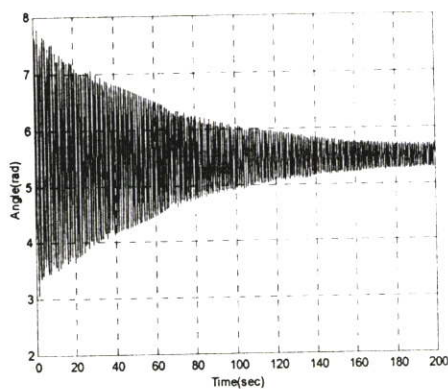
$$y = [0 \ 0 \ 1 \ 0][x_1 \ x_2 \ x_3 \ x_4]^T \tag{2.26}$$

จากสมการปริภูมิสถานะของระบบอินเวอร์ทเพนดูลัมบนรรางคังสมการที่ (2.18) และ (2.25) จะเห็นว่ามืค่าคังที่แรงเสียดทาน  $f$  ซึ่เป็นพารามิเตอร์ที่ซึ่ยังไม่ทราบค่าของระบบ และสามารถหาได้จากการปรับเปลี่ยนค่าคังที่แรงเสียดทาน  $f$  ด้วยการจำลองระบบอินเวอร์ทเพนดูลัมบนรรางโดยโปรแกรมคอมพิวเตอร์ เพื่อหาผลตอบสนองของระบบวงเปิด (Open-loop response) ของการแกว่งของเพนดูลัมที่มีค่าใกล้เคียงกับผลตอบสนองวงเปิดของการแกว่งของเพนดูลัมที่ได้จากผลการทดลองจริงกับชุดทดลองอินเวอร์ทเพนดูลัมบนรรางให้มากที่สุด ในการหาผลตอบสนองวงเปิดกำหนดให้ค่าเริ่มต้นของตัวแปรสถานะ  $x_0$  และค่าเริ่มต้นของอินพุต  $u_0$  ของการทดลองมีค่าเท่ากับ  $[\pi/2 \ 0 \ 0 \ 0]^T$  และ 0 ตามลำดับ ซึ่พบว่า ค่าคังที่แรงเสียดทาน  $f$  ที่มีค่าเท่ากับ 0.165 ซึ่เป็นค่าที่ทำให้ผลตอบสนองของระบบวงเปิดที่ได้จากการจำลองระบบคังแสดงในรูปที่ 2.5 (ก) มีผลตอบสนองที่ใกล้เคียงกับผลตอบสนองที่ได้จากการทดลองคังแสดงในรูปที่ 2.5 (ข)



(ก)

ผลการจำลองด้วยโปรแกรมแมตแล็บ



(ข)

ผลการทดลองของระบบจริง

### รูปที่ 2.5 การเปรียบเทียบผลตอบสนองของระบบวงเปิดของการแกว่งของเพนดูลัม

หลังจากซึ่งน้ำหนักของรอรางและเพนดูลัม วัดระยะระหว่างจุดหมุนกับจุดศูนย์กลางมวลของแท่งเพนดูลัม และหาค่าคงที่แรงเสียดทานด้วยการทดลองข้างต้นแล้ว สามารถรวบรวมค่าคงที่ของพารามิเตอร์ต่างๆ ของอินเวอร์ทเพนดูลัมบนรอรางดังแสดงในตารางที่ 2.1

ตารางที่ 2.1 แสดงค่าคงที่ของพารามิเตอร์ต่างๆ

มวลของรอราง ( $M$ )	0.624 (kg)
มวลของเพนดูลัม ( $m$ )	0.123 (kg)
ระยะระหว่างจุดหมุนกับจุดศูนย์กลางมวลของแท่งเพนดูลัม ( $l$ )	0.25 (m)
ค่าคงที่แรงเสียดทาน ( $f$ )	0.165 (kg/sec)
ความเร่งที่เกิดจากแรงโน้มถ่วงของโลก ( $g$ )	9.8 ( $m/sec^2$ )

จากค่าพารามิเตอร์ดังแสดงในตารางที่ 2.1 จะนำไปแทนค่าในสมการปริภูมิสถานะของระบบอินเวอร์ทเพนดูลัมที่พิจารณา ณ ตำแหน่งจุดสมดุลล่าง และตำแหน่งจุดสมดุลบนเพื่อนำไปใช้ในการออกแบบตัวควบคุมสำหรับการเหวี่ยงขึ้นและรักษาเสถียรภาพของเพนดูลัมตามลำดับ ซึ่งจะกล่าวโดยละเอียดต่อไปในบทที่ 4

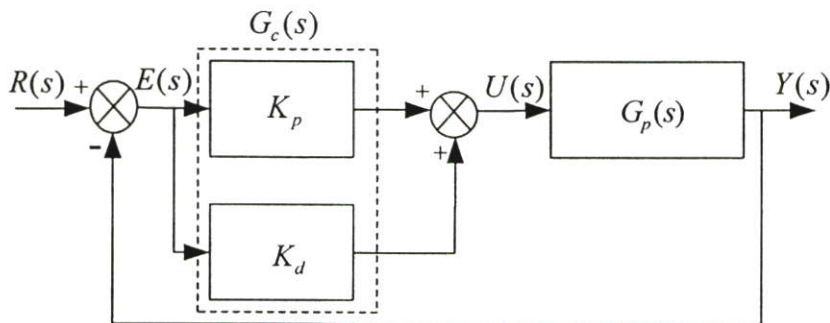
### บทที่ 3

## ทฤษฎีพื้นฐานสำหรับออกแบบตัวควบคุม

ในบทนี้จะกล่าวถึงทฤษฎีพื้นฐานในการออกแบบตัวควบคุมสำหรับระบบอินเวอร์ทเพนคูล์มบนรตราง โดยจะแบ่งการอธิบายออกเป็นสามส่วน ส่วนแรกจะอธิบายถึงทฤษฎีพื้นฐานของการควบคุมพีดี ซึ่งข้อดีของการควบคุมแบบพีดีคือ จะปรับปรุงให้ระบบควบคุมมีผลตอบสนองชั่วขณะเร็วและมีเสถียรภาพ ส่วนที่สองจะอธิบายถึงทฤษฎีพื้นฐานของการควบคุมแบบสไลด์คิงโหมค ซึ่งการควบคุมแบบสไลด์คิงโหมคที่นำเสนอในวิทยานิพนธ์ฉบับนี้มีข้อดีคือ มีความคงทนต่อการเปลี่ยนแปลงของพารามิเตอร์ในระบบ สามารถกำจัดผลกระทบจากสัญญาณรบกวนที่เข้ามาในระบบ สามารถติดตามสัญญาณอ้างอิงได้ดีและง่ายต่อการออกแบบ และในส่วนที่สามจะอธิบายถึงทฤษฎีพื้นฐานของการออกแบบการป้อนกลับด้วยวิธีการวางโพล

### 3.1 ทฤษฎีพื้นฐานการควบคุมพีดี

การควบคุมแบบอัตราส่วนร่วมกับแบบอนุพันธ์หรือที่เรียกว่าการควบคุมแบบพีดีนั้น ได้นำมาใช้เพื่อปรับปรุงระบบอินเวอร์ทเพนคูล์มบนรตรางที่ต้องการควบคุมให้ระบบมีผลตอบสนองชั่วขณะให้ดีขึ้น พร้อมกับทำให้ระบบมีเสถียรภาพมากขึ้น รูปแบบโดยทั่วไปของการควบคุมแบบพีดีสามารถเขียนเป็นบล็อกไดอะแกรมได้ดังต่อไปนี้



รูปที่ 3.1 โครงสร้างของระบบควบคุมพีดี

จากโครงสร้างของระบบควบคุมพีดีแสดงได้ดังรูปที่ 3.1 นั้น จะมีสัญญาณควบคุมคือ

$$u_{pd}(t) = K_p e(t) + K_d \frac{d}{dt} e(t) \quad (3.1)$$

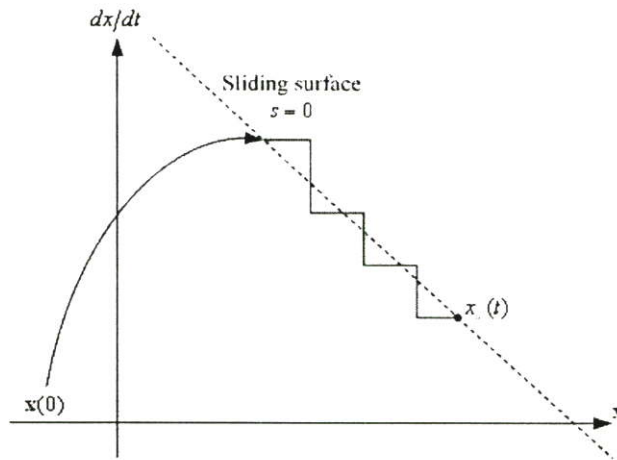
โดยที่  $u_{pd}(t)$  คือ เอาท์พุทของตัวควบคุมพีดี  
 $K_p$  คือ อัตราขยายของตัวควบคุมแบบพี  
 $K_d$  คือ อัตราขยายของตัวควบคุมแบบดีซึ่งเท่ากับ  $K_p T_d$   
 $T_d$  คือ เวลาเดริเวทีฟ  
 $e(t)$  คือ ค่าความผิดพลาดระหว่างสัญญาณเข้ากับสัญญาณออก

เนื่องจากโครงสร้างของระบบอินเวอร์ทเพนดูลัมบนรรางเป็นระบบชนิด I (Type I system) ซึ่งมีตัวอินทิเกรเตอร์ในระบบอยู่แล้ว ดังนั้น ในวิทยานิพนธ์นี้จึงเลือกใช้ตัวควบคุมพีดีในการควบคุมตำแหน่งของรรางซึ่งจะออกแบบโดยเทคนิคเส้นทางราก โดยรายละเอียดของการออกแบบจะอธิบายในบทที่ 4

### 3.2 ทฤษฎีพื้นฐานการควบคุมสไลด์ดิ้งโหมด

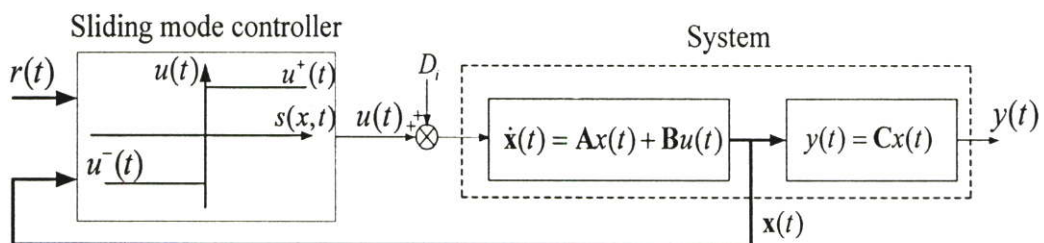
การควบคุมแบบสไลด์ดิ้งโหมดเป็นวิธีการควบคุมชนิดหนึ่งที่ใช้หลักการการป้อนกลับของสัญญาณสวิตซ์ซึ่ง มีรากฐานมาจากการควบคุมแบบแบงแบง (Bang-bang control) ตัวอย่างเช่น สัญญาณควบคุมที่มีอัตราขยาย (Gain) ในการป้อนกลับสลับไปมาระหว่างค่าสองค่าตามกฎที่ได้กำหนดไว้ สัญญาณควบคุมที่ใช้จะมีทั้งประสิทธิภาพและความมั่นคงในการควบคุมระบบไม่เป็นเชิงเส้น

การควบคุมแบบสไลด์ดิ้งโหมดจะใช้สัญญาณควบคุมสวิตซ์ซึ่งในการพาให้วิถีสถานะ (State trajectory) ของระบบลู่อู่เข้าหาพื้นผิวที่เลือกไว้ในปริภูมิสถานะ (State space) นั้น แล้วบังคับให้วิถีสถานะคงอยู่บนพื้นผิวนี้นตลอดเวลา พื้นผิวนี้เรียกว่า พื้นผิวสไลด์ดิ้ง (Sliding surface) หรือ พื้นผิวสวิตซ์ (Switching surface) คำว่าวิถีสถานะในที่นี้แทนฟังก์ชันของตัวแปรสถานะที่อยู่ในปริภูมินั้นๆ ซึ่งฟังก์ชันนี้อาจจะเป็นเชิงเส้นกับตัวแปรสถานะหรือไม่ก็ได้ขึ้นอยู่กับลักษณะเฉพาะของระบบ การเรียกว่าพื้นผิวสวิตซ์ก็เพราะว่าในกรณีที่วิถีสถานะอยู่เหนือพื้นผิวสัญญาณควบคุมก็จะใช้อัตราขยายค่าหนึ่งและจะเปลี่ยนไปใช้อีกค่าถ้าวิถีสถานะต่ำกว่าพื้นผิว ดังนั้น เมื่อวิถีสถานะลู่อู่เข้าหาพื้นผิวสวิตซ์แล้วมันก็จะแกว่งไปมาบนพื้นผิวนั้น ถ้าสัญญาณควบคุมมีการสลับไปมาด้วยความเร็วสูง ก็จะแกว่งไปมาด้วยความถี่สูงเช่นกัน แต่การแกว่งนั้นจะใกล้พื้นผิวได้มากกว่าสัญญาณควบคุมที่มีความเร็วของการสวิตซ์ที่ต่ำกว่า ในทางอุดมคติความเร็วในการสวิตซ์จะสูงมากจนวิถีสถานะทับกับพื้นผิวสวิตซ์ได้พอดี



รูปที่ 3.2 แสดงสถานะเริ่มต้นที่ตัวแปรสถานะถูกพาให้เข้าสู่พื้นผิวสวิตช์ซึ่งด้วยสัญญาณควบคุมที่สวิตช์ด้วยความเร็วต่ำ

ในการออกแบบพื้นผิวสวิตช์ซึ่งจะขึ้นอยู่กับพารามิเตอร์ต่างๆของระบบนั้นๆ และพื้นผิวการสไลด์คิงที่เลือกได้อย่างถูกต้องจะสามารถทำให้การควบคุมบรรลุจุดประสงค์ได้ เช่น การทำให้ระบบวงป้อนมีเสถียรภาพ การติดตามสัญญาณอ้างอิงรวมถึงการกำจัดสัญญาณรบกวนที่ดี เป็นต้น โครงสร้างของการควบคุมแบบสไลด์คิงโหมดแสดงดังรูปที่ 3.3



รูปที่ 3.3 โครงสร้างระบบควบคุมสไลด์คิงโหมด

หลักการของการควบคุมแบบสไลด์คิงโหมดที่ได้อธิบายไว้แล้วในข้างต้น สามารถสรุปการออกแบบตัวควบคุมแบบสไลด์คิงโหมดออกเป็น 2 ขั้นตอนหลักๆ คือ

1. ออกแบบระนาบสไลด์คิง (Sliding Hyper Plane,  $s(\mathbf{x}, t)$ ) จากกฎของการควบคุมจะทำให้ตัวแปรสถานะของระบบวิ่งเข้าหาระนาบสไลด์คิงนี้ ซึ่งช่วงดังกล่าวนี้เรียกว่า ช่วงการเข้าหา (Reaching mode)

2. หลังจากนั้น เมื่อตัวแปรสถานะของระบบเข้าสู่ระนาบที่กำหนดไว้แล้ว กฎการควบคุมจะทำให้ตัวแปรสถานะทุกตัวของระบบที่ต้องการควบคุมสไลด์ไปตามช่องทางดังกล่าวนี้พร้อมกับพยายามคงตัวแปรสถานะทั้งหมดไว้บนระนาบตลอดเวลา ในระหว่างที่ตัวแปรสถานะวิ่งอยู่ในระนาบนี้ จะเรียกว่า ช่วงสไลด์คิงโหมค

สำหรับการออกแบบพื้นผิวสไลด์คิงหรือพื้นผิวสวิตชิ่งนั้น เริ่มต้นจากการพิจารณาสมการสถานะของระบบดังสมการที่ (3.2)

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{A}\mathbf{x}(t) + \mathbf{B}[u(t) + f(\mathbf{x}, t)] \quad (3.2)$$

$$y(t) = \mathbf{C}\mathbf{x} \quad (3.3)$$

เมื่อ  $\mathbf{x}(t)$  คือ เวกเตอร์สถานะของระบบ  
 $u(t)$  คือ สัญญาณควบคุม  
 $y(t)$  คือ สัญญาณเอาต์พุต  
 $r(t)$  คือ สัญญาณอ้างอิง  
 $f(\mathbf{x}, t)$  คือ สัญญาณรบกวนที่ไม่ทราบค่าแต่มีขอบเขต  
 $\mathbf{A}$  คือ เมทริกซ์ระบบ ขนาด  $n \times n$   
 $\mathbf{B}$  คือ เมทริกซ์อินพุต ขนาด  $n \times 1$   
 $\mathbf{C}$  คือ เมทริกซ์เอาต์พุต ขนาด  $1 \times n$

จากหลักการของสไลด์คิงโหมค ในลำดับแรกต้องออกแบบพื้นผิวสไลด์คิง  $s(\mathbf{x}, t)$  ซึ่งสมการของพื้นผิวสไลด์คิงแสดงดังสมการที่ (3.4)

$$s(\mathbf{x}, t) = \mathbf{B}^T \mathbf{x}(t) + z(t) \quad (3.4)$$

จากกฎการควบคุมจะทำให้ตัวแปรสถานะของระบบวิ่งเข้าหาระนาบสไลด์คิงนี้ และบังคับให้วิถีสถานะคงอยู่บนพื้นผิวนี้นี้ตลอดเวลาโดยพลวัตของ  $z(t)$  สามารถหาได้จากสมการต่อไปนี้

$$\dot{z}(t) = -\mathbf{B}^T \mathbf{A}\mathbf{x}(t) - (\mathbf{B}^T \mathbf{B})u_a(t), \quad z(0) = -\mathbf{B}^T \mathbf{x}(0) \quad (3.5)$$

สิ่งที่จะพิจารณาในการออกแบบคือ สัญญาณควบคุมเชิงเส้น  $u_a(t)$  ในสมการที่ (3.5) ซึ่งมีค่าเท่ากับ

$$u_a(t) = -\mathbf{K}\mathbf{x}(t) \quad (3.6)$$

เมื่อ  $\mathbf{K} = [k_1 \ k_2 \ \dots \ k_{n-1}]$  เป็นเมทริกซ์อัตราขยายป้อนกลับสถานะ (State feedback gain matrix)

ลำดับต่อไปกำหนดให้สัญญาณควบคุม  $u(t)$  ในสมการที่ (3.2) เป็นฟังก์ชันไม่ต่อเนื่องทางเวลาดังต่อไปนี้

$$u(t) = -M(\mathbf{x}, t) \text{sign } s(\mathbf{x}, t) \quad (3.7)$$

โดยที่  $M(\mathbf{x}, t)$  คือขนาดของสัญญาณควบคุม  $u(t)$  ดังนั้น Motion projection  $\dot{s}(\mathbf{x}, t)$  ที่ใช้สำหรับกำหนดครณะนาบสไลด์คิงบนปริภูมิสถานะสามารถหาได้จากสมการที่ (3.2) (3.4) และ (3.5) ซึ่งสามารถแสดงได้ดังนี้

$$\dot{s}(\mathbf{x}, t) = (\mathbf{B}^T \mathbf{B})(u(t) + f(\mathbf{x}, t) - u_o(t)) \quad (3.8)$$

จากสมการที่ (3.7) และ (3.8) เงื่อนไขสำหรับการมีอยู่ของสไลด์คิงโหมด  $s(\mathbf{x}, t)\dot{s}(\mathbf{x}, t) < 0$  จะต้องเป็นไปตามสมการที่ (3.9) ดังต่อไปนี้

$$M(\mathbf{x}, t) \geq |u_o(t)| + f(\mathbf{x}, t) \quad (3.9)$$

และหลังจากแทนค่า  $\dot{s}(\mathbf{x}, t) = 0$  ลงในสมการที่ (3.2) แล้วจะได้สมการสถานะของการควบคุมแบบสไลด์คิงโหมดที่มีการพิจารณาสัญญาณรบกวนร่วมด้วยในระนาบ  $s(\mathbf{x}, t) = 0$  ดังต่อไปนี้

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{A}\mathbf{x}(t) + \mathbf{B}u_o(t) \quad (3.10)$$

สำหรับเมทริกซ์อัตราขยายป้อนกลับสถานะ  $\mathbf{K}$  ที่เป็นตัวกำหนดพลวัตของสัญญาณควบคุมเชิงเส้นใน (3.10) นั้น สามารถออกแบบได้หลายวิธี เช่น วิธีแอลคิวอาร์ (LQR) วิธีการวางโพลเป็นต้น ในวิทยานิพนธ์ฉบับนี้จะใช้วิธีการวางโพลซึ่งจะได้กล่าวต่อไป

### 3.3 การออกแบบระบบป้อนกลับด้วยวิธีการวางโพล

การออกแบบการป้อนกลับด้วยวิธีการวางโพลหรือการกำหนดโพล (Pole assignment) มีวิธีการที่คล้ายคลึงกับการออกแบบโดยใช้เทคนิคเส้นทางราก ซึ่งโพลเด่นของระบบวงปิดอาจถูกวางให้อยู่ในตำแหน่งที่ต้องการได้ ส่วนการออกแบบด้วยวิธีการวางโพลนั้นสามารถวางโพลทั้งหมดของระบบให้อยู่ในตำแหน่งที่ต้องการได้อย่างอิสระ โดยมีเงื่อนไขว่า ระบบนั้นต้องสามารถตรวจวัดค่าตัวแปรทั้งหมดเพื่อใช้ในการป้อนกลับได้ และเป็นระบบเชิงเส้นที่ไม่แปรตามเวลา (Linear time invariant system) เมื่อพิจารณาระบบควบคุมแบบสไลด์ดิ้งโหมดที่ได้กล่าวไปแล้วในหัวข้อที่ 3.2 พบว่าสามารถทำการออกแบบค่าเมทริกซ์อัตราป้อนกลับสถานะ  $\mathbf{K}$  ที่ใช้ในการกำหนดระบบสไลด์ดิ้งด้วยวิธีการวางโพลโดยมีขั้นตอนดังนี้

แปลงสมการสถานะของการควบคุมแบบสไลด์ดิ้งโหมดสมการที่ (3.10) ให้อยู่ในรูปแบบบัญญัติที่สามารถควบคุมได้ (Controllable canonical form) โดยอาศัยการแปลงเวกเตอร์สถานะ  $\mathbf{z} = \mathbf{T}^{-1}\mathbf{x}(t)$  จะได้ดังนี้

$$\dot{\mathbf{z}} = \mathbf{T}^{-1}\mathbf{A}\mathbf{T}\mathbf{z} + \mathbf{T}^{-1}\mathbf{B}u_a(t) = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & 1 \\ -a_0 & -a_1 & -a_2 & \cdots & -a_{n-1} \end{bmatrix} \mathbf{z} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} u_a(t) \quad (3.11)$$

โดยที่เมทริกซ์การแปลง (Transformation matrix)  $\mathbf{T} = \mathbf{M}\mathbf{W}$  เมื่อ  $\mathbf{M}$  คือเมทริกซ์ควบคุมได้ (Controllability matrix)

$$\mathbf{M} = [\mathbf{B} \quad \mathbf{A}\mathbf{B} \quad \cdots \quad \mathbf{A}^{n-1}\mathbf{B}]$$

และเมื่อ

$$\mathbf{W} = \begin{bmatrix} a_1 & a_2 & \cdots & a_{n-1} & 1 \\ a_2 & a_3 & \cdots & 1 & 0 \\ \vdots & \vdots & & \vdots & \vdots \\ a_{n-1} & 1 & \cdots & 0 & 0 \\ 1 & 0 & \cdots & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

โดยที่  $a_0, a_2, \dots, a_{n-1}$  คือ สัมประสิทธิ์ของพหุนามคุณลักษณะ (Characteristic polynomial) ของสมการคุณลักษณะระบบวงเปิด

$$|s\mathbf{I} - \mathbf{A}| = s^n + a_{n-1}s^{n-1} + \dots + a_1s + a_0 = 0$$

และจากสัญญาณควบคุมในสมการที่ (3.6) เมื่อแทนตัวแปรเวกเตอร์สถานะ  $\mathbf{x} = \mathbf{Tz}$  จะได้สัญญาณควบคุมสำหรับตัวแปรสถานะ  $\mathbf{z}$  ดังนี้

$$u_a(t) = -\mathbf{KTz} = -[\hat{k}_0 \quad \hat{k}_1 \quad \dots \quad \hat{k}_{n-1}] \mathbf{z} \quad (3.12)$$

จะได้ระบบป้อนกลับของระบบ (3.11) ที่อยู่ในรูปแบบบัญญัติสามารถควบคุมได้ (Controllable canonical form) เป็น

$$\dot{\mathbf{z}} = \mathbf{T}^{-1}\mathbf{ATz} + \mathbf{T}^{-1}\mathbf{B}u_a(t) = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 1 \\ -(a_0 + \hat{k}_0) & -(a_1 + \hat{k}_1) & -(a_2 + \hat{k}_2) & \dots & -(a_{n-1} + \hat{k}_{n-1}) \end{bmatrix} \mathbf{z}$$

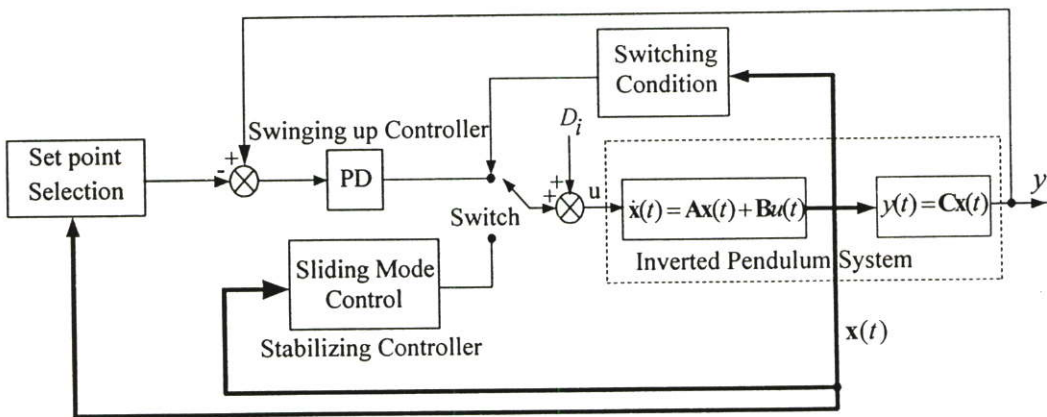
โดยมีสมการคุณลักษณะดังนี้

$$\begin{aligned} & |s\mathbf{I} - \mathbf{T}^{-1}\mathbf{AT} + \mathbf{T}^{-1}\mathbf{BK}| \\ & = s^n + (a_{n-1} + \hat{k}_{n-1})s^{n-1} + \dots + (a_0 + \hat{k}_0) = 0 \end{aligned} \quad (3.13)$$

## บทที่ 4

### การออกแบบตัวควบคุม

ในบทนี้จะกล่าวถึงการออกแบบตัวควบคุมการเหวี่ยงขึ้นและรักษาเสถียรภาพของระบบอินเวอร์ทเพนดูลัมบนรถราง โดยให้สามารถเหวี่ยงเพนดูลัมจากจุดสมดุลล่างขึ้นสู่จุดสมดุลบนและรักษาให้มีเสถียรภาพ ณ จุดสมดุลบนไว้ได้ ตัวควบคุมดังกล่าวนี้ จะประกอบด้วยตัวควบคุมพีดีที่ออกแบบโดยเทคนิคเส้นทางรากซึ่งจะทำหน้าที่เหวี่ยงเพนดูลัมขึ้น และตัวควบคุมแบบสไลด์คิงโหมคที่ออกแบบโดยใช้วิธีการวางโพลซึ่งจะทำหน้าที่รักษาอินเวอร์ทเพนดูลัมให้มีเสถียรภาพ ณ จุดสมดุลบน ตัวควบคุมทั้งสองจะทำงานร่วมกันโดยใช้เงื่อนไขการเปลี่ยนแปลงการทำงานของตัวควบคุม ซึ่งในลำดับแรกจะใช้ตัวควบคุมการเหวี่ยงขึ้นเพื่อเหวี่ยงเพนดูลัมจากจุดสมดุลล่างขึ้นสู่จุดสมดุลบนก่อน แล้วจึงเปลี่ยนมาใช้ตัวควบคุมแบบสไลด์คิงโหมคเพื่อรักษาเพนดูลัมให้มีเสถียรภาพ ณ จุดสมดุลบน โครงสร้างของระบบควบคุมแบบพีดีร่วมกับตัวควบคุมแบบสไลด์คิงโหมคแสดงได้ดังรูปที่ 4.1



รูปที่ 4.1 โครงสร้างระบบควบคุมที่น่าเสนอ

#### 4.1 การออกแบบตัวควบคุมการเหวี่ยงขึ้นของเพนดูลัม

ตัวควบคุมเพื่อการเหวี่ยงขึ้นของเพนดูลัมนี้ จะใช้หลักการของการควบคุมตำแหน่งของเพนดูลัม โดยควบคุมให้ตัวรถเคลื่อนที่ถอยหลังและเดินหน้าไปมาเป็นลำดับตามเงื่อนไขของตำแหน่งรถและความเร็วเชิงมุมของเพนดูลัม จนกระทั่งเพนดูลัมถูกเหวี่ยงขึ้นไปยังบริเวณจุดสมดุลบน ยกตัวอย่างเช่น รถรางจะเปลี่ยนตำแหน่งจากตำแหน่งลำดับที่หนึ่งไปยังตำแหน่งลำดับที่สองได้ก็ต่อเมื่อ ตัวรถต้องอยู่ในตำแหน่งลำดับที่หนึ่งและความเร็วเชิงมุมของเพนดูลัมต้องเท่ากับศูนย์ และในลักษณะเดียวกัน ถ้ารถจะเปลี่ยนตำแหน่งจากตำแหน่งลำดับที่สองไปยังตำแหน่งลำดับที่สามได้ก็

ต่อเมื่อตัวรถต้องอยู่ในตำแหน่งลำดับที่สองและความเร็วเชิงมุมของเพนดูลัมต้องเท่ากับศูนย์ การเปลี่ยนตำแหน่งของรถจากตำแหน่งปัจจุบันไปยังตำแหน่งถัดไป จะใช้เงื่อนไขตำแหน่งของรถรางและความเร็วเชิงมุมของเพนดูลัมดังกล่าว โดยค่าของตำแหน่งลำดับต่างๆ ของการเคลื่อนที่ของตัวรถหาได้จากการลองผิดลองถูกกับระบบจริง เนื่องจากระบบอินเวอร์ทเพนดูลัมบนรถเป็นระบบชนิด 1 จึงเลือกใช้ตัวควบคุมพีดีในการควบคุมตำแหน่งของรถรางซึ่งออกแบบโดยเทคนิคเส้นทางรากล จากโครงสร้างของระบบควบคุมพีดีที่แสดงไว้ในรูปที่ 3.1 และสมการที่ (3.1) จะได้มีฟังก์ชันถ่ายโอนของตัวควบคุมพีดีดังนี้

$$G_c(s) = K_p(T_d s + 1) \quad (4.1)$$

และระบบอินเวอร์ทเพนดูลัมบนรถรางจะมีฟังก์ชันถ่ายโอนของระบบดังที่ได้แสดงไว้ในสมการที่ (2.20) แล้วคือ

$$G_p(s) = \frac{6.09s^2 + 179.04}{s^4 + 0.25s^3 + 33.43s^2 + 7.20s} \quad (4.2)$$

เมื่อรู้ฟังก์ชันถ่ายโอนของระบบแล้ว ต่อไปจะออกแบบตัวควบคุมพีดี เพื่อควบคุมตำแหน่งรถรางให้มีค่าช่วงเวลาเข้าที่ (Settling time)  $t_s$  เท่ากับ 0.5 วินาที และมีค่าพุ่งเกินสูงสุด (Maximum overshoot)  $M_p$  ที่ 5% ซึ่งจะได้โพลวงปิดเด่นของระบบที่ทำให้ระบบควบคุมมีสมรรถนะตามที่กำหนดไว้

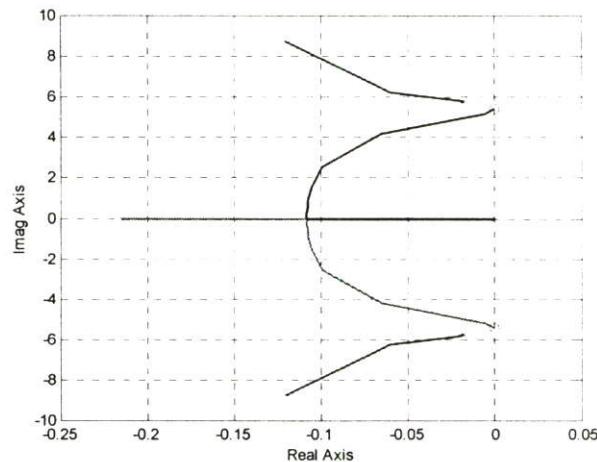
จากช่วงเวลาเข้าที่

$$t_s = \frac{4}{\sigma} \quad (4.3)$$

และค่าพุ่งเกินสูงสุด

$$M_p = e^{-\pi\sigma/\omega_d} \quad (4.4)$$

โดยที่  $\sigma$  คือส่วนจริงของโพลวงปิดเด่น และ  $\omega_d$  คือส่วนจินตภาพของโพลวงปิดเด่น จะได้โพลวงปิดของระบบที่มีค่าช่วงเวลาเข้าที่  $t_s$  และค่าพุ่งเกินสูงสุด  $M_p$  ตามต้องการ และมีค่าเท่ากับ  $\sigma \pm j\omega_d = -8 \pm j8.39$  ซึ่งพบว่า จะมีอัตราการหน่วง (Damping ratio) เท่ากับ 0.69 เมื่อพิจารณา ระบบที่ยังไม่ได้ชดเชยซึ่งมีเฉพาะฟังก์ชันถ่ายโอน  $G_p(s)$  สามารถวาดเส้นทางรากลได้ดังรูปที่ 4.2



รูปที่ 4.2 เส้นทางรากของระบบเดิม

จากรูปที่ 4.2 จะสังเกตได้ว่า เส้นทางรากของระบบเดิมที่ยังไม่ได้ชดเชย จะไม่ตัดผ่านโพลที่ตำแหน่ง  $-8 \pm j8.39$  ตามที่ต้องการ ซึ่งหมายความว่า ถึงแม้จะทำการค่าอัตราขยาย  $K_p$  เข้าไปในระบบแล้ว ก็ไม่สามารถทำให้ระบบมีโพลวงปิดเด่นอยู่ที่  $-8 \pm j8.39$  ตามที่ต้องการได้ จึงมีความจำเป็นที่ต้องเพิ่มซีโรเข้าไปในระบบเพื่อให้สามารถออกแบบระบบให้มีโพลวงปิดเด่นอยู่ที่ตำแหน่ง  $-8 \pm j8.39$  ได้ตามต้องการ ดังนั้น ถ้าพิจารณาเฉพาะเงื่อนไขขุม

$$\angle G_p(s) = 180^\circ(2k+1) \quad (4.5)$$

โดยที่  $k = 0, 1, 2, \dots$  แล้วพบว่าเมื่อพิจารณามุมของระบบวงเปิดของฟังก์ชันถ่ายโอน  $G_p(s)$  ที่  $s$  เท่ากับ  $-8 \pm j8.39$  ได้ดังนี้

$$\angle G_p(s) \Big|_{s=-8 \pm j8.39} = 91.927^\circ \neq 180^\circ(2k+1) \quad (4.6)$$

พบว่าไม่เป็นไปตามเงื่อนไขขุมดังสมการที่ (4.5) และเพื่อให้เป็นไปตามเงื่อนไขขุมดังกล่าว จึงเสริมตัวควบคุม  $G_c(s)$  ลงในระบบเพื่อชดเชย ดังนั้น จะได้

$$\angle G_c(s)G_p(s) \Big|_{s=-8 \pm j8.39} = 180^\circ(2k+1) \quad (4.7)$$

โดยที่มุมที่ต้องการชดเชยให้กับระบบคือ

$$\begin{aligned}\phi &= \angle G_c(s) \\ &= 180^\circ - 91.927^\circ = 88.08^\circ\end{aligned}\quad (4.8)$$

จากโพลเด่นของระบบวงปิดที่ต้องการมีค่าเท่ากับ  $-8 \pm j8.39$  และมุมที่ต้องการเพิ่มให้กับระบบ  $\phi$  เท่ากับ  $88.08^\circ$  สามารถหาดำแหน่งซีโรที่เสริมตัวควบคุม  $G_c(s)$  ลงในระบบได้จาก

$$-\frac{1}{T_d} = \sigma - \left( \frac{\omega_d}{\tan(\phi)} \right) \quad (4.9)$$

จากสมการที่ (4.9) จะได้ค่าเวลาเดริเวทีฟ  $T_d$  เท่ากับ 0.129 วินาที และเมื่อพิจารณาเงื่อนไขขนาด

$$\left| K_p(T_d s + 1)G_p(s) \right|_{s=-8 \pm j8.39} = 1 \quad (4.10)$$

จะสามารถหาค่า  $K_p$  ได้จาก

$$K_p = \frac{1}{|T_d s + 1| |G_p(s)|} \Big|_{s=-8 \pm j8.39} = 23.72 \quad (4.11)$$

และจะได้  $K_d = K_p T_d = 3.06$

ค่าอัตราขยายของตัวควบคุมแบบพี  $K_p$  และค่าเวลาเดริเวทีฟ  $T_d$  ที่ได้จากการออกแบบนี้จะทำให้ระบบควบคุมพีดีมีค่าช่วงเวลาที่เข้าที่  $t_s$  เท่ากับ 0.5 วินาที และค่าพุ่งเกินสูงสุด  $M_p$  เท่ากับ 5% ตามที่ต้องการ

#### 4.2 การออกแบบตัวควบคุมเสถียรภาพของระบบอินเวอร์ทเพนดูลัมบนรถ

การควบคุมแบบสไลด์ดิ้งโหมดเป็นวิธีการควบคุมแบบหนึ่งที่ใช้หลักการปรับเปลี่ยนโครงสร้างของตัวควบคุมเพื่อให้ระบบมีสมบัติและสัญญาณออกตามต้องการ การตัดสินใจที่จะปรับเปลี่ยนไปในรูปแบบไหนนั้น จะกระทำในขณะที่ระบบกำลังทำงานอยู่ (แต่รูปแบบที่จะปรับเปลี่ยนต้องมีการกำหนดไว้ล่วงหน้า) อนึ่ง ตัวแปรที่มีส่วนสำคัญต่อการปรับเปลี่ยนโดยทั่วไปคือ ตัวแปรสถานะทั้งหมดของระบบ ณ เวลานั้น

เนื่องจากระบบจริงของอินเวอร์ทเพนคูล์มบนรตรางเป็นระบบที่มีความไม่เป็นเชิงเส้นและมีแรงเสียดทานสถิตระหว่างรตรางกับรตราง ซึ่งส่งผลให้การควบคุมเสถียรภาพของอินเวอร์ทเพนคูล์มเกิดค่าผิดพลาดที่สภาวะคงตัวถึงแม้ว่าระบบอินเวอร์ทเพนคูล์มบนรตรางจะเป็นระบบชนิด 1 ก็ตาม ดังนั้น จึงเลือกใช้การควบคุมแบบสไลด์ดิ้งโหมดซึ่งสามารถใช้ได้กับทั้งระบบเชิงเส้นและระบบไม่เป็นเชิงเส้น ซึ่งอาจมีการรบกวนจากภายนอกหรืออาจมีการเปลี่ยนแปลงค่าพารามิเตอร์ภายในก็ได้ เพื่อรักษาเสถียรภาพของอินเวอร์ทเพนคูล์มบนรตรางให้ตั้งตรงอยู่ ณ จุดสมดุลบน ซึ่งตัวควบคุมนี้จะออกแบบด้วยวิธีการวางโพล โดยมีโครงสร้างของระบบควบคุมแบบสไลด์ดิ้งโหมดที่ได้แสดงไว้ดังรูปที่ (3.3)

เมื่อแทนค่าพารามิเตอร์ต่างๆ ของระบบอินเวอร์ทเพนคูล์มบนรตรางที่แสดงในตารางที่ (2.1) ลงในสมการที่ (2.25) ของอินเวอร์ทเพนคูล์มบนรตรางที่พิจารณา ณ จุดสมดุลบน จะได้เมตริกซ์ระบบ **A** และเมตริกซ์อินพุต **B** ตามลำดับดังนี้

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 33.43 & 0 & 0 & -0.74 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1.34 & 0 & 0 & -0.25 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{B} = \begin{bmatrix} 0 \\ 4.46 \\ 0 \\ 1.49 \end{bmatrix}$$

และมีเมตริกซ์เอาต์พุตที่สอดคล้องกับตำแหน่งรตรางที่สนใจพิจารณาเป็น

$$\mathbf{C} = [0 \quad 0 \quad 1 \quad 0]$$

ดังนั้น สมการคุณลักษณะของระบบวงเปิดของระบบอินเวอร์ทเพนคูล์มที่พิจารณา ณ ตำแหน่งจุดสมดุลบนคือ

$$|s\mathbf{I} - \mathbf{A}| = s^4 + 0.2453s^3 - 33.4314s^2 - 7.2107s = 0$$

และสัมประสิทธิ์ของพหุนามคุณลักษณะของระบบวงเปิดคือ

$$a_0 = 0, \quad a_1 = -7.2107, \quad a_2 = -33.4314, \quad a_3 = 0.2453$$

เมื่อเมตริกซ์การแปลง **T** หาได้จาก

$$\mathbf{T} = \mathbf{M}\mathbf{W}$$

$$= [\mathbf{B} : \mathbf{A}\mathbf{B} : \mathbf{A}^2\mathbf{B} : \mathbf{A}^3\mathbf{B}] \begin{bmatrix} a_1 & a_2 & a_3 & 1 \\ a_2 & a_3 & 1 & 0 \\ a_3 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 0 & 4.4593 & -1.0937 & 149.3493 \\ 4.4593 & -1.0937 & 149.3493 & -41.0389 \\ 0 & 1.4864 & -0.3646 & 6.0819 \\ 1.4864 & -0.3646 & 6.0819 & -2.9614 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -7.2107 & -33.4314 & 0.2453 & 1 \\ -33.6507 & 0.2453 & 1 & 0 \\ 0.2453 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} -0.9778 & 0.0002 & 4.4593 & 0 \\ 0.2455 & 0.0001 & 0.0002 & 4.4593 \\ -44.0272 & 0.0001 & 1.4864 & 0 \\ 0.0802 & -43.7012 & 0.0001 & 1.4864 \end{bmatrix}$$

เนื่องจากต้องการให้ระบบป้อนกลับมีผลตอบสนองที่มีช่วงเวลาเข้าที่เท่ากับ 5 วินาที และค่าพุงเกินสูงสุดเท่ากับ 15% สำหรับผลตอบสนองต่อสัญญาณอ้างอิงตำแหน่งของรถรางแบบขั้น จึงเลือกตำแหน่งโพลวงปิดที่  $-0.8 \pm j1.324$ ,  $-10$  และ  $-11$  โดยจะสามารถเขียนสมการคุณลักษณะของระบบป้อนกลับที่สอดคล้องกับตำแหน่งโพลดังกล่าวได้เป็น

$$\begin{aligned} & (s + 0.8 + j1.324)(s + 0.8 - j1.324)(s + 10)(s + 11) \\ & = s^4 + 22.6s^3 + 145.9956s^2 + 226.3061s + 263.5187 \end{aligned}$$

ซึ่งพบว่าจะมีสัมประสิทธิ์ดังนี้

$$\alpha_0 = 263.5187, \alpha_1 = 226.3081, \alpha_2 = 145.9956, \alpha_3 = 22.6$$

ดังนั้น จากสมการที่ (3.13) จะสามารถหาค่าเมทริกซ์อัตราขยาย  $\mathbf{K}$  ได้ดังต่อไปนี้

$$\begin{aligned} \mathbf{K} &= [\alpha_0 - a_0 : \alpha_1 - a_1 : \dots : \alpha_n - a_n] \mathbf{T}^{-1} \\ &= [42.5370 \quad 6.7942 \quad -6.9019 \quad -5.3434] \end{aligned}$$

จากค่าอัตราขยายดังกล่าวในข้างต้น จะได้

$$u_d(t) = -[42.5370 \quad 6.7942 \quad -6.9019 \quad -5.3434][x_1 \quad x_2 \quad x_3 \quad x_4]^T$$

ซึ่งเป็นสัญญาณควบคุมเชิงเส้นที่ใช้เป็นตัวกำหนดพลวัตของระบบสไลด์ดิ้ง และจะนำสัญญาณควบคุมเชิงเส้นนี้ไปทดลองเพื่อควบคุมระบบอินเวอร์ทเพนดูลัมบนรถรางในการรักษาเสถียรภาพของอินเวอร์ทเพนดูลัม ณ ตำแหน่งจุดสมดุลบนในบทต่อไป

### 4.3 สรุปผลการออกแบบตัวควบคุม

จากการออกแบบตัวควบคุมการเหวี่ยงขึ้นและรักษาเสถียรภาพของระบบอินเวอร์ทเพนดูลัมบนรถราง ให้สามารถเหวี่ยงเพนดูลัมจากจุดสมดุลล่างขึ้นสู่จุดสมดุลบนและรักษาให้เพนดูลัมมีเสถียรภาพ ณ จุดสมดุลบน ที่ได้กล่าวในหัวข้อ 4.1 และ 4.2 แล้วนั้น สามารถสรุปผลการออกแบบได้ดังตารางที่ 4.1

ตารางที่ 4.1 แสดงผลการออกแบบตัวควบคุม

ตัวควบคุมการเหวี่ยงขึ้นของเพนดูลัม		ตัวควบคุมเสถียรภาพของอินเวอร์ทเพนดูลัม			
$K_p$	$K_d$	$k_1$	$k_2$	$k_3$	$k_4$
23.72	3.06	42.54	6.79	-6.90	-5.34

ตัวควบคุมที่ได้ออกแบบไว้แล้วนี้ จะนำไปควบคุมระบบอินเวอร์ทเพนดูลัมบนรถรางเพื่อศึกษาผลของการควบคุม โดยจะศึกษาทั้งผลที่ได้จากการจำลองระบบโดยโปรแกรมแมตแล็บ และผลการทดลองกับระบบจริง ซึ่งจะกล่าวโดยละเอียดต่อไปในบทที่ 5

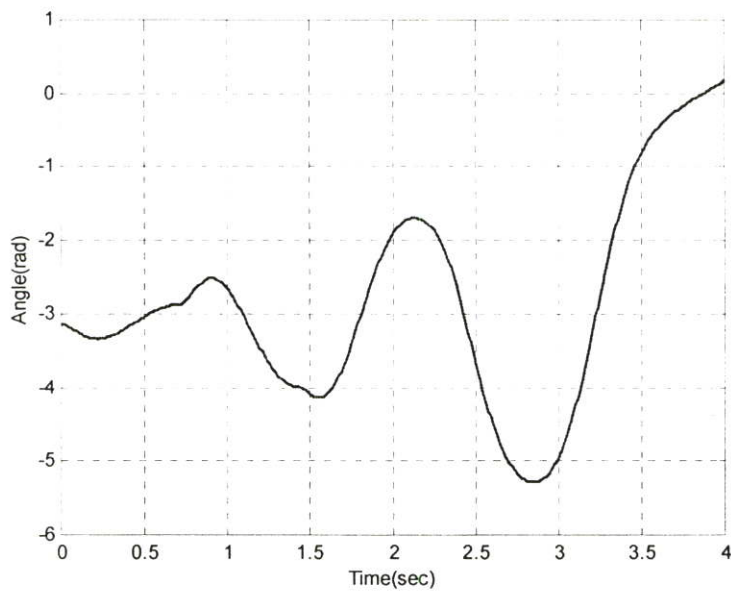
## บทที่ 5

### การทดลองการควบคุมระบบและผลการทดลอง

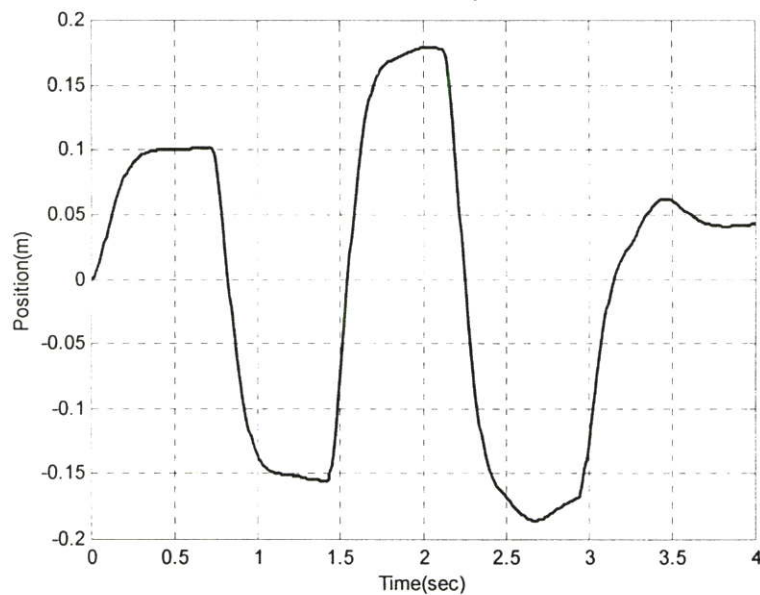
บทนี้จะกล่าวถึงการทดลองการทำงานของตัวควบคุมเพื่อควบคุมการเหวี่ยงขึ้นและรักษาเสถียรภาพของระบบอินเวอร์ทเพนดูลัมบนรถรางที่ได้ออกแบบไว้แล้วในบทที่ 4 ซึ่งการทดลองนี้จะแบ่งออกเป็นสามส่วนคือ ส่วนที่หนึ่งเป็นการทดสอบความสามารถของตัวควบคุมแบบพีดีในการควบคุมการเหวี่ยงเพนดูลัมจากจุดสมดุลล่างขึ้นไปยังตำแหน่งจุดสมดุลบนเพียงอย่างเดียว ส่วนที่สองเป็นการทดลองความสามารถของตัวควบคุมแบบสไลดิงในการควบคุมเสถียรภาพของระบบอินเวอร์ทเพนดูลัมบนรถราง ณ ตำแหน่งจุดสมดุลบน และส่วนสุดท้ายเป็นการทดลองการทำงานร่วมกันระหว่างตัวควบคุมทั้งสองชนิดในการควบคุมการเหวี่ยงขึ้น พร้อมกับรักษาเสถียรภาพของระบบอินเวอร์ทเพนดูลัมบนรถราง ทั้งในสถานะที่มีและไม่มีสัญญาณรบกวนเข้ามาในระบบ รวมถึงการทดสอบความคงทนของตัวควบคุมสไลดิงโหมดโดยศึกษาผลกระทบเมื่อพารามิเตอร์ของระบบเปลี่ยนแปลง ด้วยการเปลี่ยนแปลงความยาวของแท่งเพนดูลัมจาก 20 เซนติเมตร เป็น 25 และ 30 เซนติเมตร ตามลำดับ แต่ก่อนที่จะนำตัวควบคุมที่ออกแบบไว้ไปทดลองจริงกับชุดทดลองระบบอินเวอร์ทเพนดูลัมบนรถรางในห้องปฏิบัติการนั้น จะต้องจำลองระบบควบคุมด้วยโปรแกรมเมตแลปก่อน เพื่อให้แน่ใจว่าตัวควบคุมที่ออกแบบไว้นั้นสามารถทำงานได้ตามต้องการ สำหรับผลการจำลองและผลการทดลองนั้น จะแสดงในหัวข้อถัดไปตามลำดับ

#### 5.1 การจำลองการควบคุมการเหวี่ยงขึ้นของเพนดูลัมเพียงอย่างเดียว

ในหัวข้อนี้จะเป็นการจำลองการควบคุมการเหวี่ยงขึ้นของอินเวอร์ทเพนดูลัมเพียงอย่างเดียวด้วยโปรแกรมเมตแลปโดยใช้ตัวควบคุมพีดีในการควบคุมตำแหน่งรถรางที่ได้ออกแบบไว้แล้วในหัวข้อที่ 4.1 โดยกำหนดให้ตำแหน่งการเคลื่อนที่ของตัวรถรางอยู่ที่ 10 เซนติเมตร -16 เซนติเมตร 17 เซนติเมตร -17 เซนติเมตร และ 3.8 เซนติเมตร ตามลำดับ ซึ่งตำแหน่งการเคลื่อนที่ดังกล่าวนี้กำหนดจากการลองผิดลองถูก ในการจำลองการควบคุมการเหวี่ยงขึ้นเพียงอย่างเดียวของอินเวอร์ทเพนดูลัมด้วยโปรแกรมเมตแลปนี้จะกำหนดให้ตำแหน่งเริ่มต้นของรถรางอยู่ที่ตำแหน่ง 0 เซนติเมตร และมุมเริ่มต้นของเพนดูลัมอยู่ ณ ตำแหน่งจุดสมดุลล่าง (-3.14 เรเดียน) ผลการจำลองการจำลองแสดงดังรูปที่ 5.1



(ก) มุมของเพนดูลัม



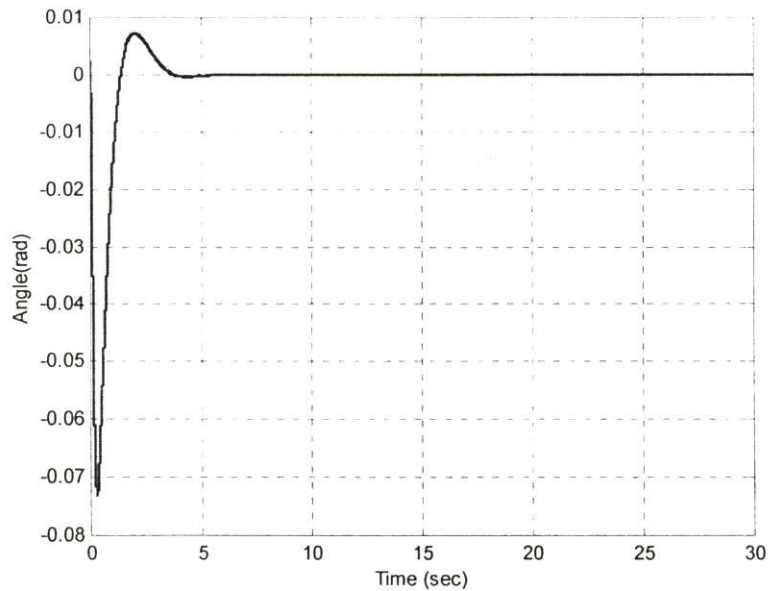
(ข) ตำแหน่งของรถราง

### รูปที่ 5.1 ผลการจำลองการควบคุมการเหวี่ยงขึ้นของอินเวอร์ทเพนดูลัมเพียงอย่างเดียว

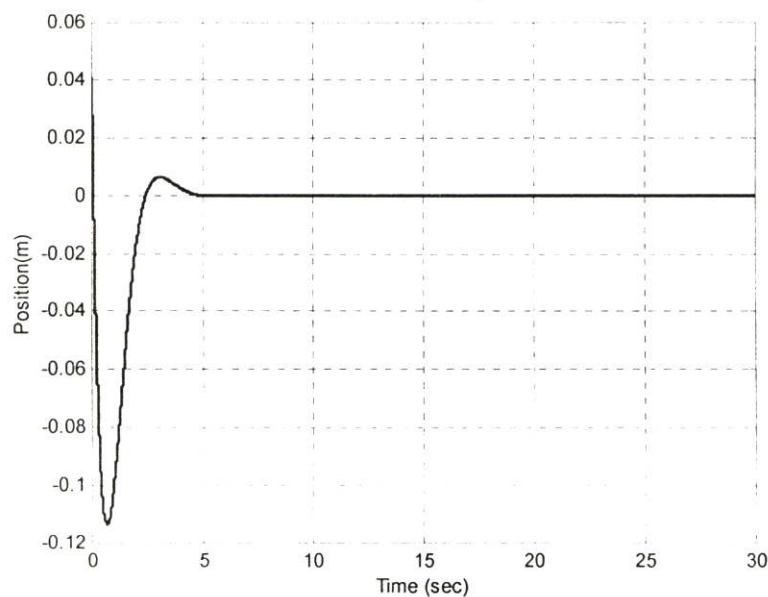
จากผลการจำลองการควบคุมแสดงดังรูปที่ 5.1 (ข) นั้น จะเห็นได้ว่า ตัวควบคุมสามารถควบคุมการเคลื่อนที่ของรถรางให้เคลื่อนที่ไปหน้าและหลังได้ตามลำดับที่กำหนดไว้ และผลจากการเคลื่อนที่ไปหน้าและหลังของตัวรถรางตามลำดับนี้ ก็จะสามารถเหวี่ยงเพนดูลัมขึ้นจากจุดสมดุลล่างไปยังตำแหน่งจุดสมดุลบนได้ภายในเวลา 3.85 วินาทีดังแสดงในรูปที่ 5.1 (ก)

## 5.2 การจำลองการควบคุมเสถียรภาพของเพนดูลัมบนรถราง

ในหัวข้อนี้ จะแสดงผลการจำลองการควบคุมเสถียรภาพของอินเวอร์ทเพนดูลัมบนรถราง โดยใช้ตัวควบคุมสไลด์คิงโหมค ซึ่งได้ออกแบบไว้แล้วในหัวข้อที่ 4.2 ในการจำลองการควบคุมเสถียรภาพของอินเวอร์ทเพนดูลัมบนรถรางนี้ จะกำหนดให้ตำแหน่งเริ่มต้นของตัวรถรางอยู่ที่ตำแหน่ง 0 เซนติเมตร และมุมเริ่มต้นของแท่งเพนดูลัมเท่ากับ 0.1 เรเดียน ผลการจำลองการควบคุมเสถียรภาพของอินเวอร์ทเพนดูลัมบนรถรางแสดงดังรูปที่ 5.2



(ก) มุมของเพนดูลัม



(ข) ตำแหน่งของรถราง

รูปที่ 5.2 ผลการจำลองการควบคุมเสถียรภาพของอินเวอร์ทเพนดูลัมเพียงอย่างเดียว

จากผลการจำลองในรูปที่ 5.2 จะเห็นได้ว่า ตัวควบคุมสามารถควบคุมอินเวอร์ทเพนดูลัมให้มีเสถียรภาพ ณ ตำแหน่งจุดสมดุลบนได้ตามต้องการ และสามารถควบคุมให้รอรากกลับมายังตำแหน่งเริ่มต้นที่ 0 เซนติเมตรได้ภายในเวลา 5 วินาที

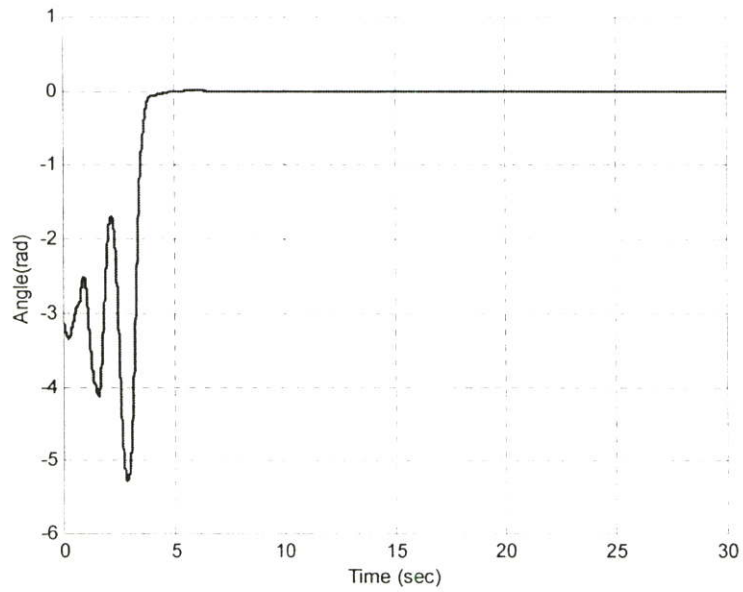
### 5.3 การจำลองการควบคุมการเหวี่ยงขึ้นและการรักษาเสถียรภาพของเพนดูลัมบนรอราก

ในหัวข้อนี้จะเป็นการจำลองการควบคุมการเหวี่ยงขึ้นและการรักษาเสถียรภาพของอินเวอร์ท เพนดูลัมบนรอรากโดยใช้ตัวควบคุมพีดีร่วมกับตัวควบคุมสไลด์คิงโหมค โดยการจำลองจะแบ่งออกเป็นสามส่วน ในส่วนแรกเป็นการจำลองการเหวี่ยงเพนดูลัมจากจุดสมดุลล่างซึ่งไปยังตำแหน่งจุดสมดุลบนเมื่อไม่มีสัญญาณรบกวนเข้ามาในระบบ การจำลองที่สองเป็นการจำลองการควบคุมเสถียรภาพของอินเวอร์ทเพนดูลัมบนรอรากในการรักษาเสถียรภาพของเพนดูลัมให้สามารถตั้งตรงอยู่ได้ ณ ตำแหน่งจุดสมดุลบนเมื่อมีสัญญาณรบกวนเข้ามาในระบบ และส่วนสุดท้ายเป็นการจำลองการควบคุมการเหวี่ยงขึ้นและการรักษาเสถียรภาพของอินเวอร์ทเพนดูลัมบนรถ โดยจะเปลี่ยนความยาวของแท่งเพนดูลัมจาก 20 เซนติเมตร เป็น 25 เซนติเมตร และ 30 เซนติเมตร ตามลำดับ

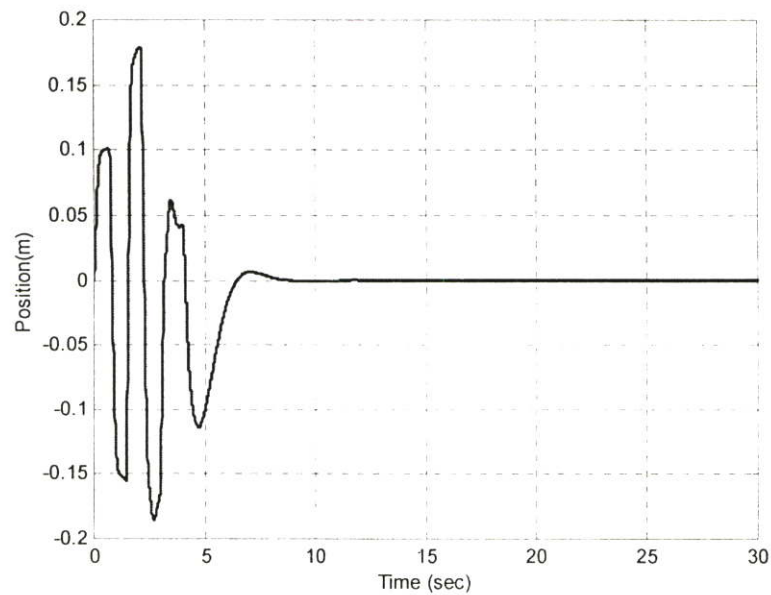
#### 5.3.1 การจำลองการเหวี่ยงเพนดูลัมจากจุดสมดุลล่างขึ้นไปยังตำแหน่งจุดสมดุลบน เมื่อไม่มีสัญญาณรบกวนเข้ามาในระบบ

การจำลองการควบคุมการเหวี่ยงเพนดูลัมจากจุดสมดุลล่างขึ้นสู่จุดสมดุลบน และรักษาเสถียรภาพของเพนดูลัม ณ จุดสมดุลบนไว้เมื่อไม่มีสัญญาณรบกวนเข้ามาในระบบนั้น มีจุดประสงค์เพื่อต้องการทดสอบว่า ตัวควบคุมทั้งสองที่ออกแบบไว้สามารถทำงานร่วมกันได้ตามประสงค์หรือไม่

การจำลองนี้จะกำหนดให้ตำแหน่งเริ่มต้นของรอรากอยู่ที่ตำแหน่ง 0 เซนติเมตร และมุมเริ่มต้นของเพนดูลัมอยู่ที่ตำแหน่งจุดสมดุลล่าง (-3.14 เรเดียน) โดยในลำดับแรกจะใช้ตัวควบคุมการเหวี่ยงเพนดูลัมจากจุดสมดุลล่างขึ้นไปสู่บริเวณจุดสมดุลบน เมื่อขนาดของมุมของเพนดูลัมมีค่าน้อยกว่า 0.04 เรเดียนและขนาดความเร็วเชิงมุมของเพนดูลัมน้อยกว่า 0.10 เรเดียนต่อวินาที จึงเปลี่ยนมาใช้ตัวควบคุมเสถียรภาพของอินเวอร์ทเพนดูลัมบนรอรากในการรักษาเสถียรภาพของเพนดูลัม ณ จุดสมดุลบนไว้ ซึ่งขนาดของมุมและความเร็วเชิงมุมของเพนดูลัมที่ใช้เป็นเงื่อนไขของการเปลี่ยนตัวควบคุมดังกล่าวหาได้จากการลองผิดลองถูก ตัวควบคุมทั้งสองจะใช้ค่าพารามิเตอร์ต่างๆ ของตัวควบคุมเหมือนกับการจำลองการควบคุมระบบในหัวข้อที่ 5.1 และ 5.2 ซึ่งผลการจำลองแสดงได้ดังรูปที่ 5.3



(ก) มุมของเพนดูลัม



(ข) ตำแหน่งของรถราง

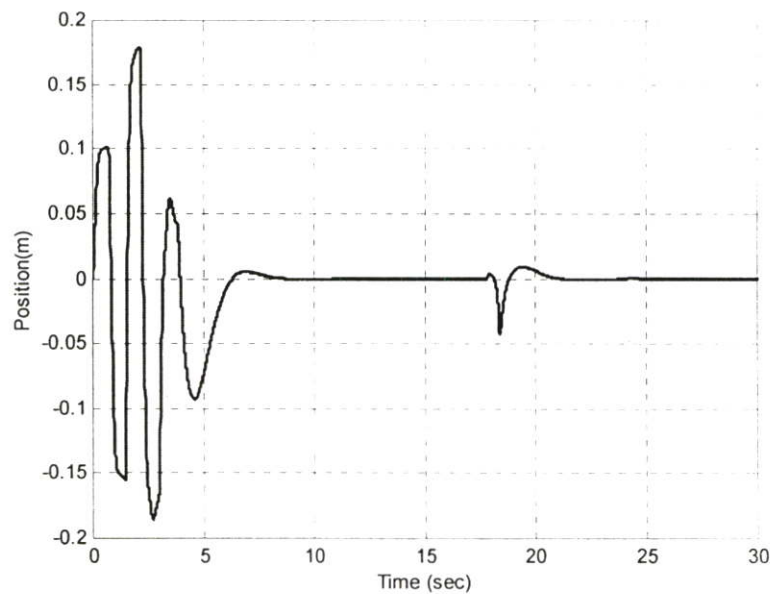
**รูปที่ 5.3** ผลการจำลองการควบคุมการเหวี่ยงขึ้นและรักษาเสถียรภาพของอินเวอร์ทเพนดูลัม  
เมื่อไม่มีการรบกวน

ผลการจำลองในรูปที่ 5.3 แสดงให้เห็นว่า ตัวควบคุมทั้งสองสามารถทำงานร่วมกันได้อย่างมีประสิทธิภาพ โดยสามารถเหวี่ยงเพนดูลัมจากจุดสมดุลล่างขึ้นไปยังตำแหน่งจุดสมดุลบนได้

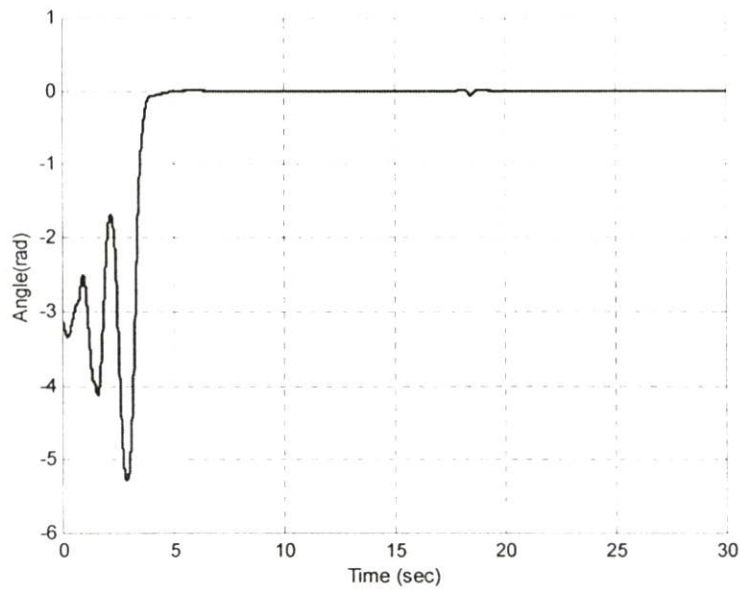
ภายในเวลา 4.42 วินาที และหลังจากนั้นก็สามารรักษาให้เพนดูลัมมีเสถียรภาพอยู่ได้ ณ ตำแหน่งจุดสมดุลบน ในขณะที่เดียวกันตัวควบคุมยังสามารถควบคุมให้ตัวรถวางกลับมายังตำแหน่งอ้างอิงที่ตำแหน่ง 0 เซนติเมตร ได้ตามประสงค์

### 5.3.2 การจำลองการควบคุมการเหวี่ยงขึ้นและการรักษาเสถียรภาพของอินเวอร์ทเพนดูลัมบนรถรางเมื่อมีสัญญาณรบกวนเข้ามาในระบบ

จุดประสงค์ของการจำลองการควบคุมการเหวี่ยงขึ้นและรักษาเสถียรภาพของอินเวอร์ทเพนดูลัมบนรถรางเมื่อมีสัญญาณรบกวนเข้ามาในระบบนั้น เพื่อต้องการทดสอบว่าตัวควบคุมที่ออกแบบไว้นั้นสามารถกำจัดผลกระทบจากสิ่งรบกวนที่เข้ามาในระบบได้หรือไม่



(ก) ตำแหน่งของรถราง



(ข) มุมของเพนดูลัม

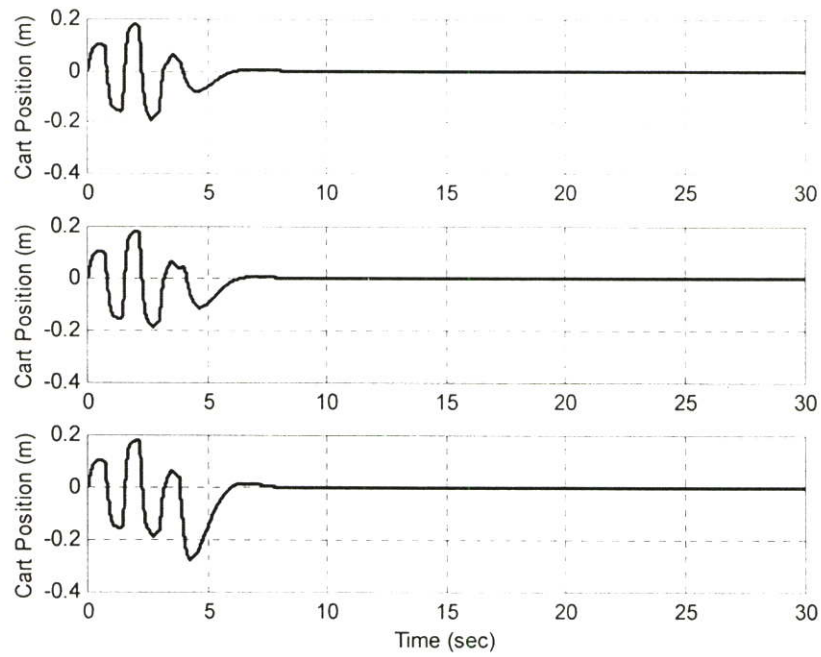
**รูปที่ 5.4** ผลการจำลองการควบคุมการเหวี่ยงขึ้นและการรักษาเสถียรภาพของอินเวอร์ทเพนดูลัม เมื่อรบกวนสัญญาณควบคุมด้วยสัญญาณพัลส์ขนาด 10% เข้าที่เวลา 17 วินาที

ขั้นตอนการจำลองและการใช้ค่าพารามิเตอร์ต่างๆ ของตัวควบคุมทั้งสองจะเหมือนกับการจำลองในหัวข้อที่ 5.3.1 หลังจากเหวี่ยงให้แท่งเพนดูลัมจากจุดสมดุลล่างขึ้นไปยังตำแหน่งจุดสมดุลบนแล้ว จึงรบกวนสัญญาณควบคุมโดยป้อนสัญญาณอินพุต  $D$ , แบบพัลส์ขนาด 10% เข้าไปยังระบบควบคุมการเคลื่อนที่ของรถรางที่เวลา 17 วินาที ผลการจำลองแสดงดังรูปที่ 5.4 จะพบว่าตัวควบคุมตัวสามารถกำจัดผลกระทบของการรบกวนสัญญาณควบคุมด้วยสัญญาณพัลส์ที่เข้ามาในระบบได้ ซึ่งจะเห็นได้ว่า รถรางสามารถกลับเข้าสู่ตำแหน่งอ้างอิงที่ 0 เซนติเมตร และแท่งเพนดูลัมยังสามารถตั้งตรงอยู่ได้ ณ ตำแหน่งจุดสมดุลบนได้ตามต้องการ

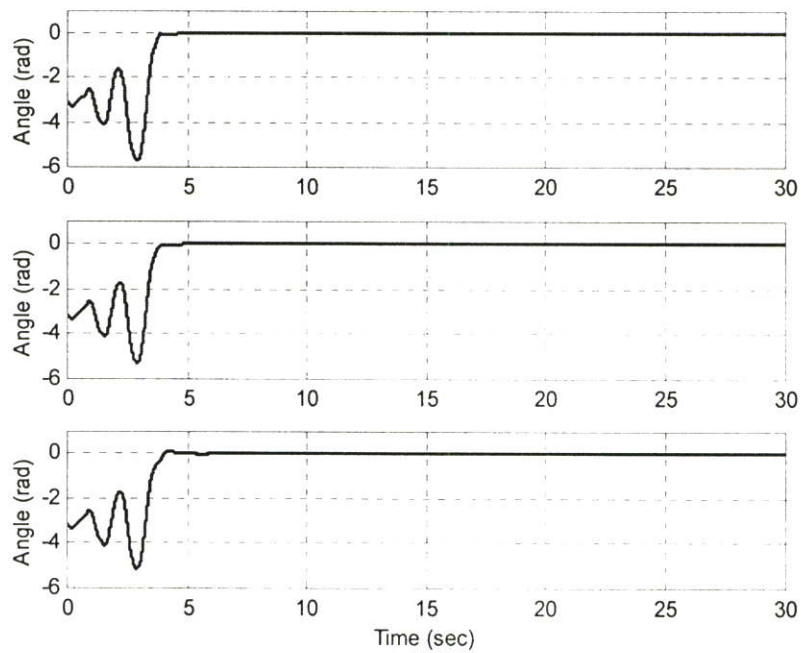
### 5.3.3 การจำลองการควบคุมการเหวี่ยงขึ้นและรักษาเสถียรภาพของอินเวอร์ทเพนดูลัม

#### บนรถรางเมื่อความยาวของแท่งเพนดูลัมเปลี่ยนแปลง

ในหัวข้อนี้จะทดสอบความคงทนของตัวควบคุมการรักษาเสถียรภาพของอินเวอร์ทเพนดูลัมบนรถราง ณ ตำแหน่งจุดสมดุลบนเมื่อพารามิเตอร์ของระบบเปลี่ยนแปลง โดยเปลี่ยนแปลงความยาวของแท่งเพนดูลัมจาก 20 เซนติเมตร เป็น 25 เซนติเมตร และ 30 เซนติเมตร ตามลำดับ ในการจำลองนี้ยังคงมีลำดับขั้นการจำลองและการใช้ค่าพารามิเตอร์ต่างๆ ของตัวควบคุมทั้งสองเหมือนกันกับการจำลองในหัวข้อที่ 5.3.1



(ก) ตำแหน่งของรถราง



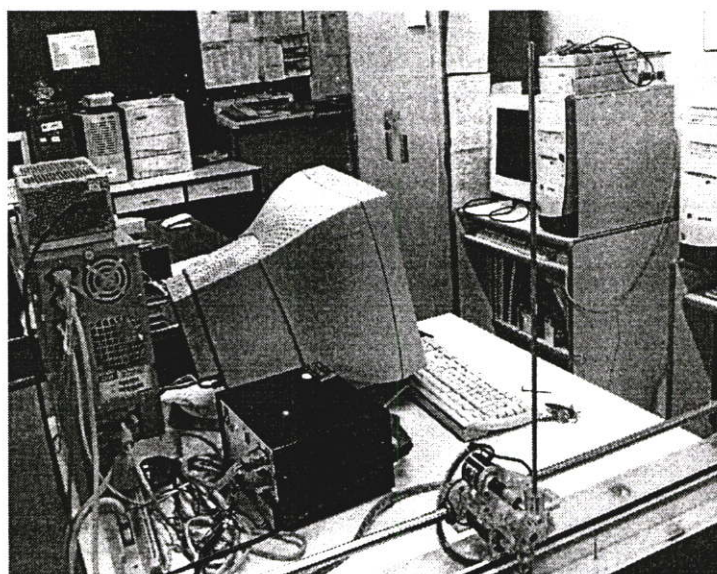
(ข) มุมของเพนดูลัม

รูปที่ 5.5 ผลการจำลองตัวควบคุมการเหวี่ยงขึ้นและรักษาเสถียรภาพของอินเวอร์ท์เพนดูลัม  
เมื่อเปลี่ยนแปลงความยาวของแท่งเพนดูลัมเป็น 20 เซนติเมตร 25 เซนติเมตร  
และ 30 เซนติเมตร

จากผลการจำลองที่แสดงในรูปที่ 5.5 จะ เห็นได้ว่า ระบบควบคุมสามารถเหวี่ยงเพนคูลัม จากจุดสมดุลล่าง (-3.14 เรเดียน) ขึ้นไปยังตำแหน่งจุดสมดุลบน (0 เรเดียน) และรักษาให้ระบบอินเวอร์ทเพนคูลัมบนรรางมีเสถียรภาพ ณ ตำแหน่งจุดสมดุลบนนั้นได้ ในขณะที่เดียวกันตัวควบคุมยังสามารถควบคุมตำแหน่งของรรางให้กลับเข้าสู่ตำแหน่งอ้างอิงที่ 0 เซนติเมตร ได้ตามต้องการ

#### 5.4 การทดลองตัวควบคุมการเหวี่ยงขึ้นของเพนคูลัมเพียงอย่างเดียว

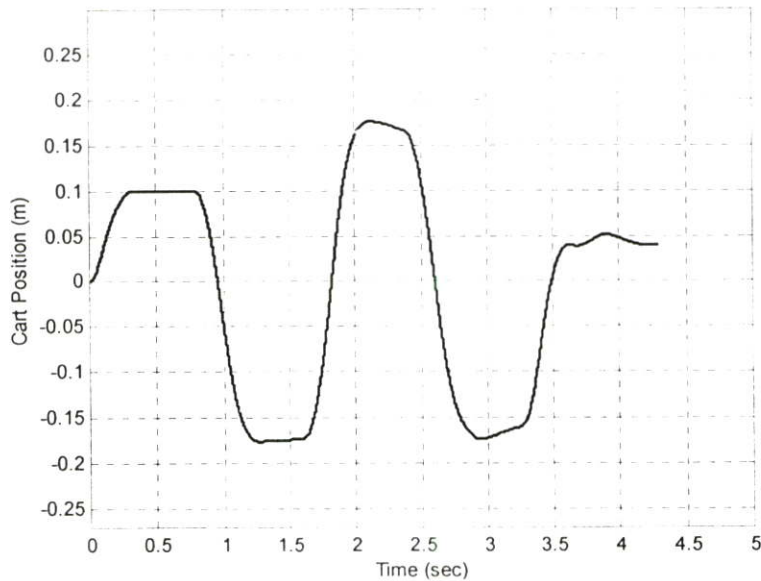
หลังจากได้จำลองตัวควบคุมการเหวี่ยงขึ้นของเพนคูลัมเพียงอย่างเดียว ด้วยโปรแกรมเมตแล็บ และได้ผลการจำลองเป็นไปตามวัตถุประสงค์ที่ต้องการแล้ว ลำดับต่อไปจะนำตัวควบคุมดังกล่าวมาทดลองควบคุมกับระบบจริงในห้องปฏิบัติการ โดยตัวควบคุมจะถูกสร้างขึ้นด้วยโปรแกรมคอมพิวเตอร์ภาษาซี (C language) และใช้ค่าเวลาซีกตัวอย่าง (Sampling time) เท่ากับ 0.001 วินาที ภาพถ่ายชุดทดลองระบบอินเวอร์ทเพนคูลัมบนรรางในห้องปฏิบัติการแสดงดังรูปที่ 5.6



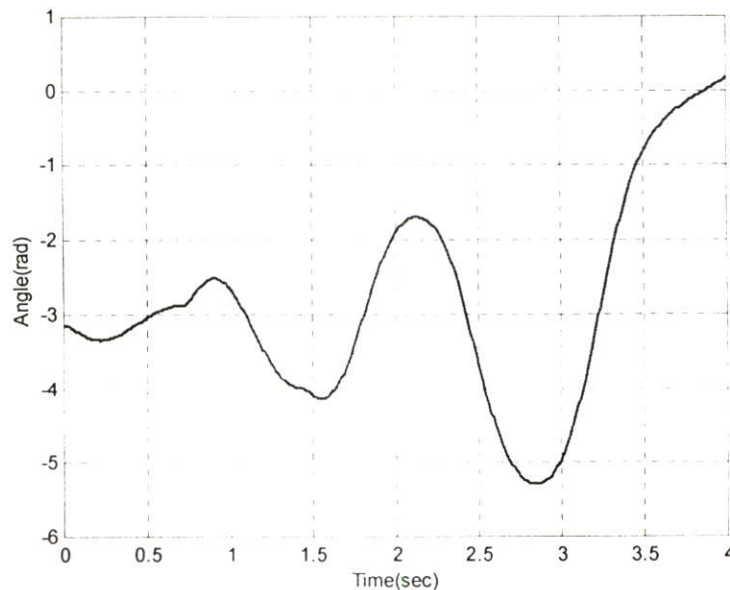
รูปที่ 5.6 ชุดทดลองระบบอินเวอร์ทเพนคูลัมบนรรางในห้องปฏิบัติการ

ในการทดลองตัวควบคุมการเหวี่ยงขึ้นของเพนคูลัมเพียงอย่างเดียวจะมีขั้นตอนการทดลอง เหมือนกับการจำลองด้วยโปรแกรมเมตแล็บที่กล่าวไว้แล้วในหัวข้อที่ 5.1 จากการทดลองตัวควบคุมการเหวี่ยงขึ้นของเพนคูลัมเพียงอย่างเดียวโดยใช้ตัวควบคุมพีดีในการควบคุมตำแหน่งการเคลื่อนที่ของตัวรรางพบว่า ต้องปรับแต่งพารามิเตอร์บางตัวของตัวควบคุมที่ได้จากการออกแบบไว้ ในหัวข้อที่ 4.1 อีกเล็กน้อย ตัวควบคุมจึงจะสามารถทำงานได้ตามต้องการ เหตุผลที่ต้องปรับแต่งพารามิเตอร์บางตัวก็เพราะว่า ระบบที่ใช้ทดลองจริงมีความไม่เป็นเชิงเส้น และค่าคงที่แรง

เสียดทานสถิตของรอรางในแต่ละจุดนั้นมีค่าไม่เท่ากันเนื่องจากรางที่ใช้เป็นพลาสติก และร่องของรางก็มีความห่างไม่เท่ากัน จากการปรับแต่งพารามิเตอร์ต่างๆ ของตัวควบคุมพบว่า ตัวควบคุมต้องใช้ค่าอัตราขยายพรอพอชันนัล  $K_p$  เท่ากับ 25 และค่าอัตราขยายเดริเวทีฟ  $K_d$  เท่ากับ 3 โดยตำแหน่งการเคลื่อนที่ของรอรางกำหนดให้อยู่ที่ 10 เซนติเมตร -17 เซนติเมตร 17 เซนติเมตร -18 เซนติเมตร และ 3.9 เซนติเมตร ตามลำดับ ตัวควบคุมจึงจะสามารถเหวี่ยงเพนคูล์มจากจุดสมดุลล่างขึ้นสู่จุดสมดุลบนได้ตามต้องการ ผลการทดลองแสดงดังรูปที่ 5.7



(ก) ตำแหน่งของรอราง



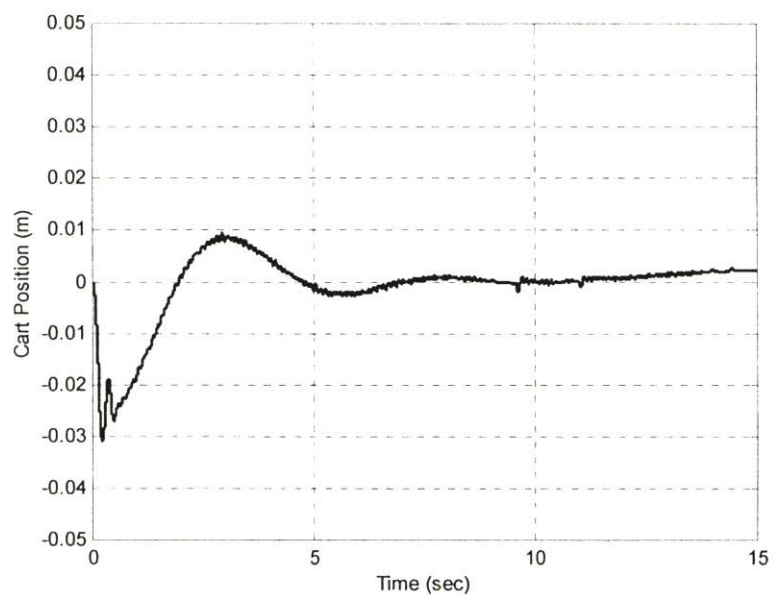
(ข) มุมของเพนคูล์ม

รูปที่ 5.7 ผลการทดลองตัวควบคุมการเหวี่ยงขึ้นของอินเวอร์ทเพนคูล์มเพียงอย่างเดียว

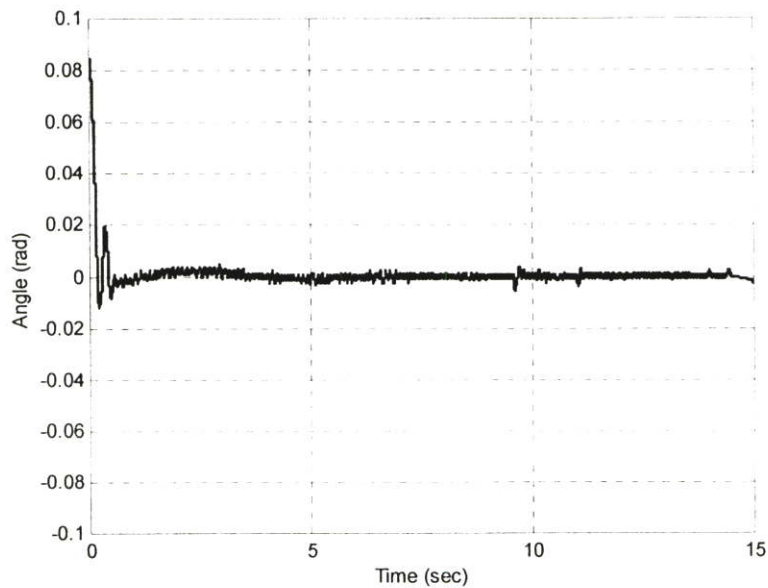
จากผลการทดลองตัวควบคุมการเหวี่ยงขึ้นของเพนดูลัมเพียงอย่างเดียว แสดงให้เห็นว่าเมื่อควบคุมให้รถรางเคลื่อนที่ไปหน้าและกลับหลังตามลำดับที่กำหนดไว้ดังรูปที่ 5.7 (ก) ก็จะสามารถเหวี่ยงเพนดูลัมขึ้นไปสู่จุดสมดุลบนได้ภายในเวลา 4.2 วินาที ดังรูปที่ 5.7 (ข)

### 5.5 การทดลองตัวควบคุมเสถียรภาพของอินเวอร์ทเพนดูลัมบนรถราง

ในหัวข้อนี้จะเป็นการทดลองตัวควบคุมเสถียรภาพของอินเวอร์ทเพนดูลัมบนรถรางกับชุดทดลองระบบอินเวอร์ทเพนดูลัมบนรถรางในห้องปฏิบัติการ โดยในการทดลองจะมีขั้นตอนและใช้พารามิเตอร์ต่างๆ ของตัวควบคุมเหมือนกับการจำลองระบบควบคุมด้วยโปรแกรมแมตแล็บในหัวข้อที่ 5.2 ผลการทดลองการควบคุมเสถียรภาพของระบบอินเวอร์ทเพนดูลัมแสดงได้ดังรูปที่ 5.8



(ก) ตำแหน่งของรถราง



(ข) มุมของเพนดูลัม

### รูปที่ 5.8 ผลการทดลองการควบคุมเสถียรภาพของอินเวอร์ทเพนดูลัมบนรถราง

จากผลการทดลองตัวควบคุมเสถียรภาพของอินเวอร์ทเพนดูลัมบนรถรางดังรูปที่ 5.8 เมื่อกำหนดให้ตำแหน่งเริ่มต้นของรถรางอยู่ที่ตำแหน่ง 0 เซนติเมตร และค่ามุมเริ่มต้นของเพนดูลัมเท่ากับ 0.1 เรเดียน ตามรูปผลการทดลองที่ 5.8 (ก) และ (ข) แสดงให้เห็นว่าตัวควบคุมสามารถควบคุมให้มุมของเพนดูลัมเข้าสู่จุดสมดุล และยังสามารถควบคุมตำแหน่งของรถรางให้กลับเข้าสู่ตำแหน่งอ้างอิงได้ภายในเวลา 6 วินาที โดยมีค่าผิดพลาดที่สภาวะคงตัวเล็กน้อย

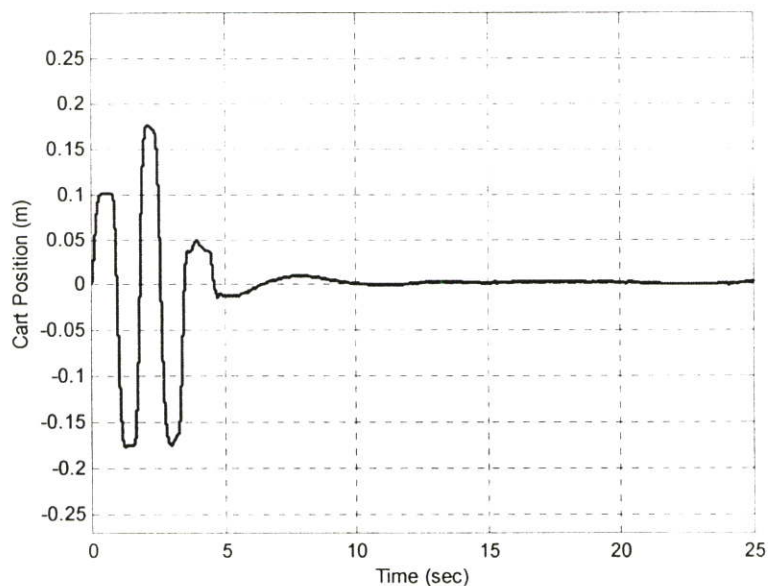
## 5.6 การทดลองตัวควบคุมการเหวี่ยงขึ้นและรักษาเสถียรภาพของอินเวอร์ทเพนดูลัม

ในหัวข้อนี้จะเป็นการทดลองตัวควบคุมการเหวี่ยงขึ้นและการรักษาเสถียรภาพของอินเวอร์ทเพนดูลัมบนรถรางกับชุดทดลองระบบอินเวอร์ทเพนดูลัมในห้องปฏิบัติการ โดยใช้ตัวควบคุมพีดีร่วมกับตัวควบคุมสไลด์ดิ้งโหมดดั่งได้กล่าวไว้แล้วในบทที่ 4 โดยจะแบ่งการทดลองออกเป็นสามการทดลองดังนี้ การทดลองแรกเป็นการทดลองการควบคุมเหวี่ยงเพนดูลัมจากจุดสมดุลล่างขึ้นไปยังตำแหน่งจุดสมดุลบนเมื่อไม่มีสัญญาณรบกวนเข้ามาในระบบ การทดลองที่สองเป็นการทดลองการควบคุมเหวี่ยงเพนดูลัมจากจุดสมดุลล่างขึ้นไปยังตำแหน่งจุดสมดุลบนเมื่อมีสัญญาณรบกวนเข้ามาในระบบ และส่วนสุดท้ายเป็นการทดลองการควบคุมการเหวี่ยงขึ้นและรักษาเสถียรภาพของอินเวอร์ทเพนดูลัมบนรถราง โดยจะเปลี่ยนความยาวของแท่งเพนดูลัมจาก 20 เซนติเมตร เป็น 25 เซนติเมตร และ 30 เซนติเมตร ตามลำดับ

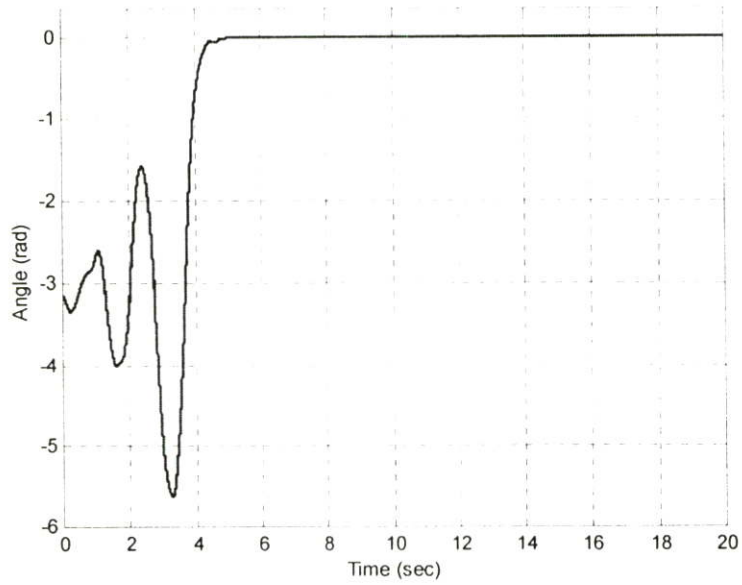
### 5.6.1 การทดลองการควบคุมการเหวี่ยงขึ้นและรักษาเสถียรภาพของระบบอินเวอร์ท

#### เพนดูลัมบนรถรางเมื่อไม่มีสัญญาณรบกวนเข้ามาในระบบ

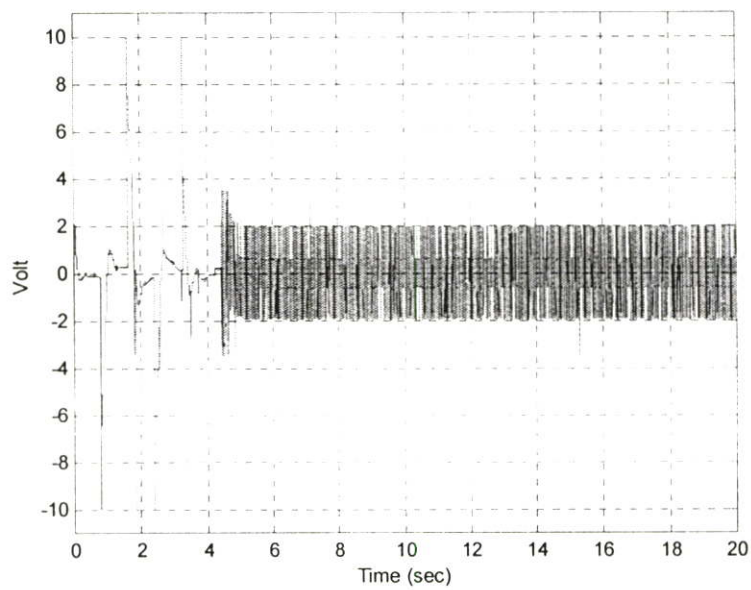
ในหัวข้อนี้จะเป็นการทดลองตัวควบคุมการเหวี่ยงขึ้นและการรักษาเสถียรภาพของอินเวอร์ทเพนดูลัมบนรถรางเมื่อไม่มีสัญญาณรบกวนเข้ามาในระบบ ซึ่งมีวัตถุประสงค์เพื่อทดสอบว่าระบบควบคุมการเหวี่ยงขึ้นและการรักษาเสถียรภาพของอินเวอร์ทเพนดูลัมบนรถรางที่ได้ออกแบบไว้ในบทที่ 4 นั้นสามารถทำงานร่วมกันได้ตามต้องการหรือไม่ และได้ผลตอบสนองของการควบคุมแตกต่างจากผลตอบสนองของการควบคุมที่ได้จากการจำลองระบบควบคุมด้วยโปรแกรมแมตแล็บในหัวข้อ 5.3.1 อย่างไร โดยการทดลองนี้จะกำหนดให้ตำแหน่งเริ่มต้นของรถรางอยู่ที่ตำแหน่ง 0 เซนติเมตร และมุมเริ่มต้นของเพนดูลัมอยู่ที่ตำแหน่งจุดสมดุลล่าง (-3.14 เรเดียน) ในลำดับแรกจะใช้ตัวควบคุมพีดีควบคุมตำแหน่งการเคลื่อนที่ไปหน้าและกลับหลังของตัวรถราง เพื่อเหวี่ยงแท่งเพนดูลัมจากจุดสมดุลล่างขึ้นไปสู่จุดสมดุลบน เมื่อขนาดของมุมของเพนดูลัมมีค่าน้อยกว่า 0.04 เรเดียน และขนาดความเร็วเชิงมุมของเพนดูลัมน้อยกว่า 0.10 เรเดียนต่อวินาที จึงเปลี่ยนมาใช้ตัวควบคุมเสถียรภาพของอินเวอร์ทเพนดูลัมบนรถรางในการรักษาเสถียรภาพของเพนดูลัม ณ จุดสมดุลบน (0 เรเดียน) ไว้ โดยที่ตัวควบคุมทั้งสองจะใช้ค่าพารามิเตอร์ต่างๆ ของตัวควบคุมเหมือนกับการทดลองในหัวข้อที่ 5.4 และ 5.5 ผลการทดลองแสดงดังรูปที่ 5.9



(ก) ตำแหน่งของรถราง



(ข) มุมของเพนดูลัม



(ค) สัญญาณควบคุมที่ใช้สำหรับการเหวี่ยงขึ้นและรักษาเสถียรภาพของอินเวอร์ทเพนดูลัม

รูปที่ 5.9 ผลการทดลองตัวควบคุมการเหวี่ยงขึ้นและการรักษาเสถียรภาพของอินเวอร์ทเพนดูลัมเมื่อไม่มีสัญญาณรบกวนจากภายนอก

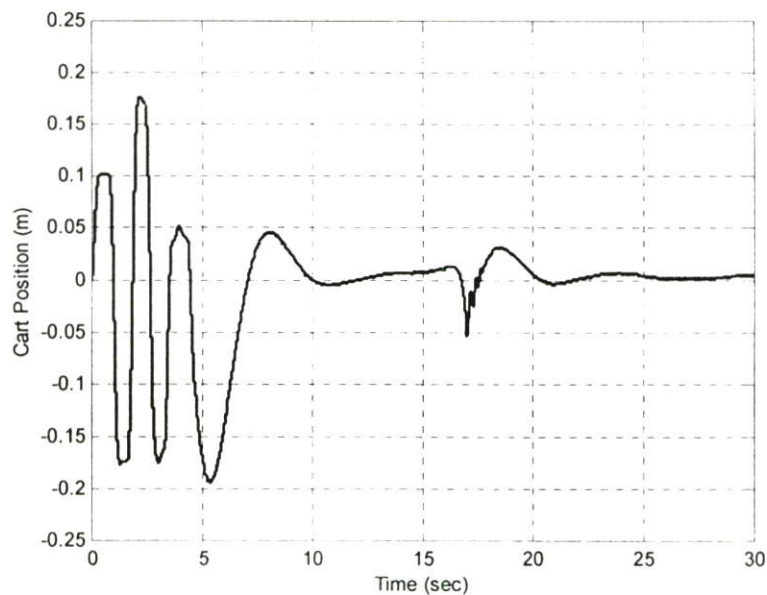
จากผลการทดลองดังแสดงในรูปที่ 5.9 เห็นได้ว่าตัวควบคุมทั้งสองสามารถทำงานร่วมกันได้อย่างมีประสิทธิภาพ โดยสามารถเหวี่ยงเพนดูลัมขึ้นจากจุดสมดุลล่าง (-3.14 เรเดียน) ขึ้นไปยัง

จุดสมดุลบน (0 เมตร) ได้ภายในเวลา 4.38 วินาที และสามารถรักษาเสถียรภาพของเพนดูลัม ณ ตำแหน่งจุดสมดุลไว้ได้ ในขณะที่ตัวควบคุมยังสามารถควบคุมให้รถกลับเข้าตำแหน่งอ้างอิงที่ 0 เซนติเมตร ได้ตามต้องการและมีค่าความผิดพลาดที่สภาวะคงตัวเล็กน้อย

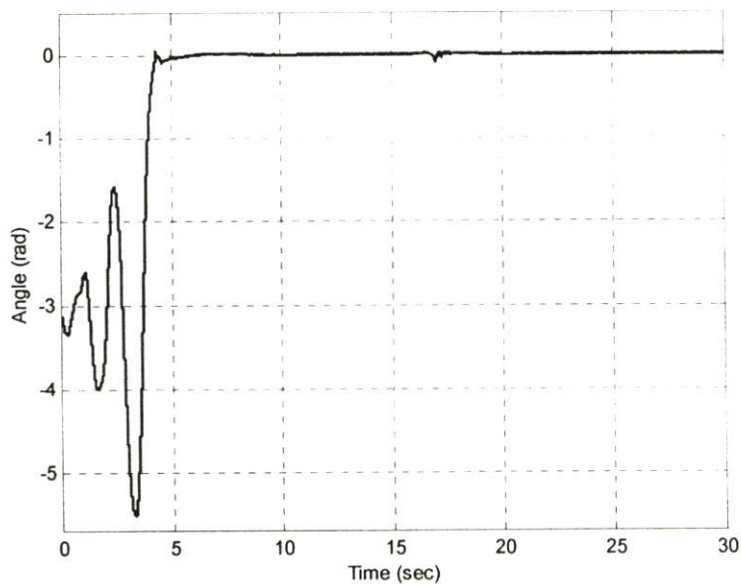
### 5.6.2 การทดลองการควบคุมการเหวี่ยงขึ้นและรักษาเสถียรภาพของระบบอินเวอร์ท

#### เพนดูลัมบนรถรางเมื่อมีสัญญาณรบกวนเข้ามาในระบบ

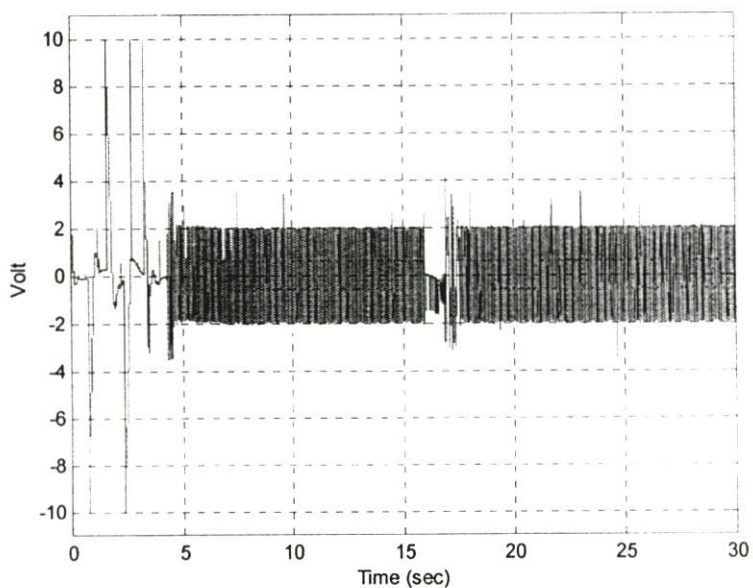
ในหัวข้อนี้เป็นการทดลองตัวควบคุมการเหวี่ยงขึ้นและการรักษาเสถียรภาพของอินเวอร์ทเพนดูลัมบนรถรางเมื่อมีสัญญาณรบกวนเข้ามาในระบบควบคุมการเคลื่อนที่ของรถราง ซึ่งการทดลองในหัวข้อนี้มีจุดประสงค์เพื่อต้องการทดสอบการกำจัดผลกระทบต่อสัญญาณรบกวนที่เข้ามาในระบบควบคุม โดยการทดลองนี้จะมีลำดับขั้นการทดลองและการใช้พารามิเตอร์ต่างๆ ของตัวควบคุม การเหวี่ยงขึ้นและการรักษาเสถียรภาพของระบบอินเวอร์ทเพนดูลัมบนรถรางเหมือนกับการทดลองที่ 5.6.1 หลังจากเหวี่ยงเพนดูลัมจากจุดสมดุลล่างขึ้นไปสู่ตำแหน่งจุดสมดุลบน และรักษาให้เพนดูลัมมีเสถียรภาพ ณ ตำแหน่งจุดสมดุลบนแล้ว จึงรบกวนสัญญาณอินพุตควบคุมโดยป้อนสัญญาณอินพุต  $D$ , แบบพัลส์ขนาด 10% เข้าไปยังระบบควบคุมการเคลื่อนที่ของรถรางที่เวลา 17 วินาที ผลการทดลองการควบคุมการเหวี่ยงขึ้น และรักษาเสถียรภาพของระบบอินเวอร์ทเพนดูลัมเมื่อมีการรบกวนสัญญาณควบคุมด้วยสัญญาณแบบพัลส์แสดงได้ดังรูปที่ 5.10



(ก) ตำแหน่งของรถราง



(ข) มุมของเพนดูลัม



(ค) สัญญาณควบคุมที่ใช้สำหรับการเหวี่ยงขึ้นและรักษาเสถียรภาพของอินเวอร์ทเพนดูลัม

รูปที่ 5.10 ผลการทดลองตัวควบคุมการเหวี่ยงขึ้นและรักษาเสถียรภาพของอินเวอร์ทเพนดูลัม  
เมื่อระบบควบคุมด้วยสัญญาณแบบพัลส์ขนาด 6% เข้าที่เวลา 17 วินาที

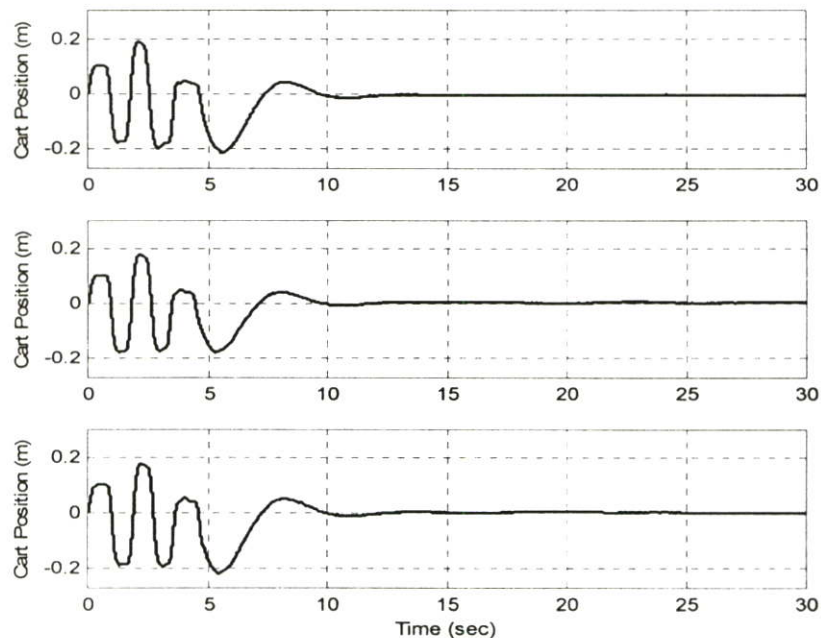
จากผลการทดลองดังรูปที่ 5.10 เห็นได้ว่าตัวควบคุมสามารถกำจัดผลของสัญญาณรบกวนแบบพัลส์ที่เข้ามาในระบบได้ โดยควบคุมให้รบกวนสามารถกลับเข้าสู่ตำแหน่งอ้างอิงที่ 0

เซนติเมตร และแท่งเพนดูลัมยังสามารถตั้งตรงอยู่ได้ ณ ตำแหน่งจุดสมดุลบนตามต้องการ โดยมีค่าความผิดพลาดที่สภาวะคงตัวเล็กน้อย

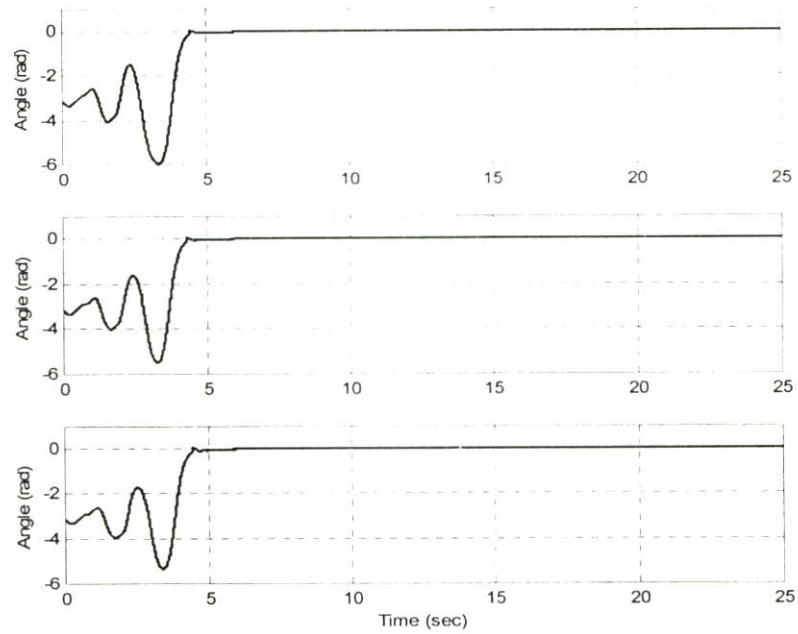
### 5.6.3 การทดลองการควบคุมการเหวี่ยงขึ้นและรักษาเสถียรภาพของระบบอินเวอร์ท

#### เพนดูลัมบนรรางเมื่อความยาวของแท่งเพนดูลัมเปลี่ยนแปลง

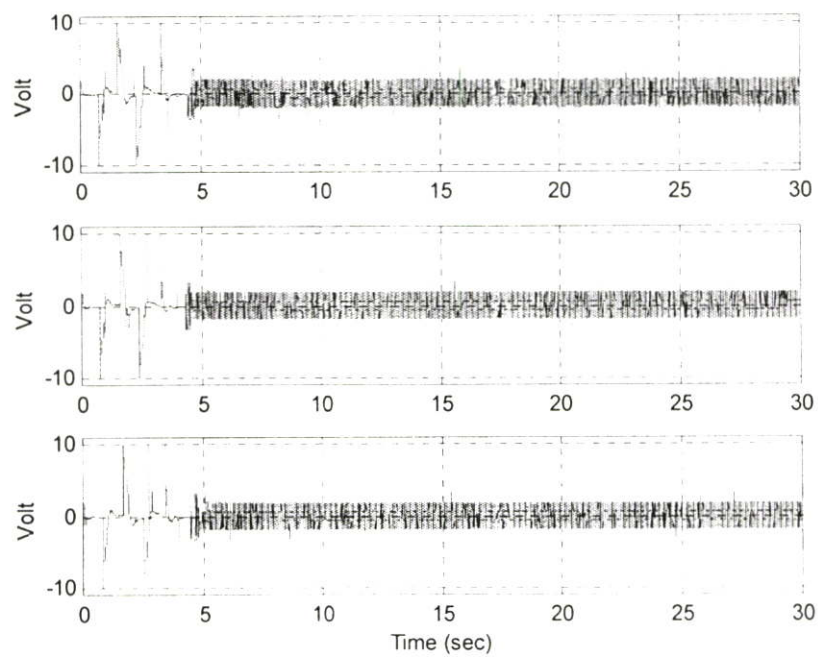
ในหัวข้อนี้เป็นการทดลองตัวควบคุมการเหวี่ยงขึ้นและการรักษาเสถียรภาพของอินเวอร์ทเพนดูลัมบนรรางเมื่อความยาวของแท่งเพนดูลัมเปลี่ยนแปลง ในการทดลองการควบคุมระบบอินเวอร์ทเพนดูลัมในหัวข้อนี้จะเปลี่ยนแปลงความยาวของแท่งเพนดูลัมจาก 20 เซนติเมตร เป็น 25 เซนติเมตร และ 30 เซนติเมตร ตามลำดับ โดยการทดลองนี้จะมีลำดับขั้นการทดลองและใช้พารามิเตอร์ต่างๆ ของตัวควบคุมการเหวี่ยงขึ้นและการรักษาเสถียรภาพของระบบอินเวอร์ทเพนดูลัมบนรรางเหมือนกับการทดลองที่ 5.6.1 จากผลการทดลองในรูปที่ 5.11 จะเห็นได้ว่า ถึงแม้ความยาวของแท่งเพนดูลัมจะมีการเปลี่ยนแปลงไป ระบบควบคุมก็ยังสามารถเหวี่ยงเพนดูลัมจากจุดสมดุลล่าง (-3.14 เรเดียน) ขึ้นไปยังตำแหน่งจุดสมดุลบน (0 เรเดียน) ได้ภายในเวลา 4.46 วินาที 4.37 วินาที และ 4.49 วินาที ตามลำดับ และยังคงรักษาให้ระบบอินเวอร์ทเพนดูลัมบนรรมีเสถียรภาพ ณ ตำแหน่งจุดสมดุลบนนั้นได้ ในขณะที่เดียวกันตัวควบคุมยังสามารถควบคุมตำแหน่งของรรางให้กลับเข้าสู่ตำแหน่งอ้างอิงที่ 0 เซนติเมตร ได้ตามต้องการ



(ก) ตำแหน่งของรราง



(ข) มุมของเพนดูลัม



(ค) สัญญาณควบคุมที่ใช้สำหรับการเหวี่ยงขึ้นและรักษาเสถียรภาพของอินเวอร์ตเพนดูลัม

รูปที่ 5.11 ผลการทดลองตัวควบคุมการเหวี่ยงขึ้นและรักษาเสถียรภาพของอินเวอร์ตเพนดูลัม  
เมื่อเปลี่ยนแปลงความยาวของแท่งเพนดูลัมเป็น 20 เซนติเมตร 25 เซนติเมตร  
และ 30 เซนติเมตร

## บทที่ 6

# สรุปผลการวิจัยและข้อเสนอแนะ

### 6.1 บทสรุป

วิทยานิพนธ์ฉบับนี้ได้นำเสนอการออกแบบตัวควบคุมผสมระหว่างตัวควบคุมพีดี และตัวควบคุมสไลด์คิงโหมคสำหรับระบบอินเวอร์ทเพนดูลัมบนรถ ตัวควบคุมทั้งสองนี้จะทำงานร่วมกันเพื่อควบคุมการเหวี่ยงขึ้นและรักษาเสถียรภาพของระบบอินเวอร์ทเพนดูลัมบนรถราง โดยให้สามารถเหวี่ยงเพนดูลัมจากจุดสมดุลล่างขึ้นไปสู่จุดสมดุลบนและรักษาให้ระบบอินเวอร์ทเพนดูลัมมีเสถียรภาพ ณ ตำแหน่งจุดสมดุลบนนั้น ในลำดับแรกจะใช้ตัวควบคุมพีดีควบคุมตำแหน่งของรถรางให้เคลื่อนที่ไปหน้าและหลังตามตำแหน่งที่กำหนดไว้ จนกระทั่งสามารถเหวี่ยงเพนดูลัมจากจุดสมดุลล่างขึ้นไปสู่ตำแหน่งจุดสมดุลบน และหลังจากนั้นจึงเปลี่ยนมาใช้ตัวควบคุมสไลด์คิงโหมค เพื่อรักษาเสถียรภาพของระบบอินเวอร์ทเพนดูลัม ณ ตำแหน่งจุดสมดุลบน ในการออกแบบตัวควบคุมผสมดังกล่าวจะแบ่งออกเป็นสองส่วน คือการออกแบบตัวควบคุมแบบพีดี ซึ่งออกแบบโดยเทคนิคเส้นทางราก และส่วนที่สองคือการออกแบบตัวควบคุมสไลด์คิงโหมค ซึ่งหาก่อ้อตราขยบายป้อนกลับเชิงเส้นของตัวควบคุมแบบสไลด์คิงโหมคด้วยวิธีการวางโพล และเนื่องจากการออกแบบตัวควบคุมนั้น จำเป็นจะต้องทราบแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของระบบอินเวอร์ทเพนดูลัมบนรถรางก่อน ในวิทยานิพนธ์ฉบับนี้ จึงได้ใช้วิธีการของลากรางจ์ในการหาแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของระบบอินเวอร์ทเพนดูลัมบนรถราง โดยจะพิจารณาพลังงานศักย์และพลังงานจลน์รวมของระบบ แต่แบบจำลองทางคณิตศาสตร์ที่ทำได้จากวิธีการของลากรางจ์นี้นั้นเป็นระบบที่ไม่เป็นเชิงเส้น ดังนั้น จึงได้ประมาณแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของระบบนี้ให้เป็นเชิงเส้นก่อนแล้วจึงนำไปใช้ในการออกแบบตัวควบคุมต่อไป

การจำลองและการทดลองความสามารถในการควบคุมของตัวควบคุมผสมที่ได้ออกแบบไว้นั้นจะแบ่งออกเป็นสามส่วนดังนี้ ส่วนแรกเป็นการทดสอบความสามารถของตัวควบคุมแบบพีดีในการควบคุมการเหวี่ยงเพนดูลัมจากจุดสมดุลล่างไปยังตำแหน่งจุดสมดุลบนเพียงอย่างเดียว ถัดมาส่วนที่สองจะเป็นการทดสอบความสามารถของตัวควบคุมแบบสไลด์คิงโหมคในการควบคุมเสถียรภาพของระบบอินเวอร์ทเพนดูลัมบนรถราง ณ ตำแหน่งจุดสมดุลบน และส่วนสุดท้ายเป็นการทดสอบการทำงานร่วมกันระหว่างตัวควบคุมทั้งสองชนิดในการควบคุมการเหวี่ยงขึ้น พร้อมทั้งรักษาเสถียรภาพของระบบอินเวอร์ทเพนดูลัมบนรถรางในสภาวะที่มี และไม่มีสัญญาณรบกวนเข้ามาในระบบ รวมถึงการทดสอบความคงทนของตัวควบคุมสไลด์คิงโหมคเมื่อพารามิเตอร์ของระบบ

เปลี่ยนแปลง ด้วยการเปลี่ยนแปลงความยาวของแท่งเพนดูลัมจาก 20 เซนติเมตร เป็น 25 และ 30 เซนติเมตร ตามลำดับ

จากผลการจำลองและผลการทดลองพบว่า ตัวควบคุมการเหวี่ยงขึ้นของเพนดูลัมสามารถเหวี่ยงเพนดูลัมจากจุดสมดุลล่างขึ้นไปสู่จุดสมดุลบนได้ ส่วนตัวควบคุมเสถียรภาพของอินเวอร์ทเพนดูลัมก็สามารถรักษาเสถียรภาพของเพนดูลัมให้สามารถตั้งตรงอยู่ได้ ณ ตำแหน่งจุดสมดุลบน และเมื่อนำตัวควบคุมทั้งสองมาทำงานร่วมกันก็สามารถเหวี่ยงเพนดูลัมจากจุดสมดุลล่างขึ้นสู่จุดสมดุลบนและรักษาให้อินเวอร์ทเพนดูลัมมีเสถียรภาพ ณ ตำแหน่งจุดสมดุลบนไว้ได้ รวมทั้งสามารถควบคุมให้รถรางกลับมายังตำแหน่งเริ่มต้นได้ตามต้องการ ทั้งในสภาวะที่มีสัญญาณรบกวนเข้ามาในระบบและเมื่อพารามิเตอร์ของระบบมีการเปลี่ยนแปลง แต่ยังคงมีค่าความผิดพลาดที่สภาวะคงตัวเล็กน้อย เนื่องจากความไม่เป็นเชิงเส้นและความไม่แน่นอนของชุดทดลองจริง

## 6.2 ปัญหาที่พบในการวิจัย

เนื่องจากรางของรถรางใช้เฟืองสะพานพลาสติกมาต่อกันเป็นรางยาว 1 เมตรจึงทำให้รางที่ได้นี้มีค่าแรงเสียดทานสถิตแต่ละจุดไม่เท่ากัน โดยเฉพาะบริเวณจุดต่อแต่ละจุดของเฟืองสะพาน จึงส่งผลให้ระบบควบคุมไม่สามารถกำจัดค่าผิดพลาดที่สภาวะคงตัวของตำแหน่งรถรางได้

ในการเหวี่ยงขึ้นของเพนดูลัมจะต้องใช้การเคลื่อนที่ไปหน้าและกลับหลังของตัวรถรางเพื่อเหวี่ยงเพนดูลัมจากจุดสมดุลล่างสู่จุดสมดุลบน แต่เนื่องจากโครงสร้างของชุดทดลองอินเวอร์ทเพนดูลัมบนรถรางนั้น มีความยาวของรางเพียง 1 เมตร จึงต้องควบคุมให้รถรางเคลื่อนที่ไปหน้าและกลับหลังจำนวน 5 จังหวะซึ่งต้องใช้เวลาานจึงจะสามารถเหวี่ยงเพนดูลัมขึ้นสู่จุดสมดุลบนได้

## 6.3 ข้อเสนอแนะและแนวทางการพัฒนา

สำหรับข้อเสนอแนะและแนวทางการพัฒนา คือ อาจจะออกแบบรางของรถรางขึ้นใหม่โดยใช้เฟืองสะพานที่ทำจากโลหะชิ้นเดียว เพื่อลดผลกระทบจากความไม่แน่นอนของค่าคงที่แรงเสียดทานสถิตระหว่างตัวรถกับราง

นอกจากนี้ ในการกำหนดตำแหน่งการเคลื่อนที่ของรถรางเพื่อใช้เหวี่ยงเพนดูลัมขึ้นสู่จุดสมดุลบนนั้น ควรได้มาจากการคำนวณหรือมีทฤษฎีรองรับในการหาตำแหน่งที่แน่นอน เพราะในงานวิจัยนี้ ได้ใช้วิธีลองผิดลองถูกในการหาตำแหน่งการเคลื่อนที่ของตัวรถรางดังกล่าว

## บรรณานุกรม

- [1] สองเมือง นันทขว้าง “การควบคุมการเหวี่ยงขึ้นและการรักษาเสถียรภาพของระบบอินเวอร์ทเพนดูลัมบนรถ” วิทยานิพนธ์วิศวกรรมศาสตรมหาบัณฑิต สาขาวิชาวิศวกรรมระบบควบคุม คณะบัณฑิตวิทยาลัย สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง พ.ศ. 2548
- [2] นวเทพ ชนาพรรณ “ตัวควบคุมโรบัสต์สำหรับระบบอินเวอร์ทเพนดูลัมแบบฐานหมุน” วิทยานิพนธ์วิศวกรรมศาสตรมหาบัณฑิต สาขาวิชาวิศวกรรมระบบควบคุม คณะบัณฑิตวิทยาลัย สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง พ.ศ. 2546
- [3] N. Kouda, N. Matsui and H. Nishimura, “Control for Swing-up of an Inverted Pendulum using Qubit Neural Network,” Proceedings of the 41st SICE Annual Conference, Vol. 2, pp. 765-770, 2002.
- [4] S. Panya, J. Ngamwiwit, T. Benjanarasuth, S. Nundrakwang and N. Komine, “Hybrid PD – Servo State Feedback Controller with Observer for Inverted Pendulum System,” Proceeding of the ITC-CSCC, pp. 345-348, 2006.
- [5] S. Panya, J. Ngamwiwit, T. Benjanarasuth, S. Nundrakwang and N. Komine, “Hybrid PD-Sliding Mode Controller Designed for Inverted Pendulum System,” Proceeding of the ECTI-CON2, pp. 237-240, 2007.
- [6] S. Panya, J. Ngamwiwit, T. Benjanarasuth, S. Nundrakwang and H. Aoyama, “Hybrid PD – Sliding Mode Controller with Observer for Inverted Pendulum on Cart System,” Proceeding of the EECON-30, pp. 1149-1152, 2007.
- [7] W. Torres-Pomales and O.R Gonzalez, “Nonlinear Control of Swing-up Inverted Pendulum,” Proceedings of the IEEE International Conference on control application, pp. 259-264, 1996.
- [8] K. Yoshida, “Swing-up Control of an Inverted Pendulum by Energy-based Methods,” Proceedings of the American Control Conference, Vol. 6, pp. 4045-4047, 1999.
- [9] Vadim Utkin, Jurgen Guldner and Jingxin Shi, “Sliding Mode Control in Electromechanical Systems”. TAYLOR & FRANCIS, 1999.
- [10] K. Ogata, Modern Control Engineering, Second Edition, Prentice-Hall international, Inc 1990

ภาคผนวก ก.

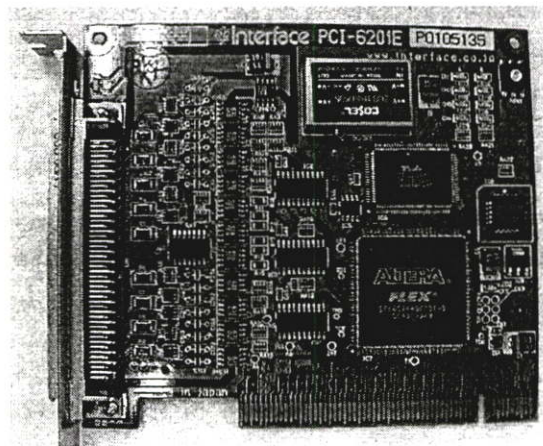
รายละเอียดของอุปกรณ์ที่ใช้ในการทดลอง

### ก.1 เครื่องคอมพิวเตอร์ส่วนบุคคล (PC)

เครื่องคอมพิวเตอร์ส่วนบุคคลทำหน้าที่ควบคุมการเหวี่ยงขึ้นและรักษาเสถียรภาพของระบบอินเวอร์ตเพนดูลัมบนรถรางด้วยโปรแกรมภาษาซี (C language) ที่พัฒนาขึ้นโดยใช้ทฤษฎีการควบคุม

### ก.2 การ์ดนับจำนวนพัลส์สำหรับวัดตำแหน่งของรถรางและมุมของเพนดูลัม

การ์ดนับจำนวนพัลส์จากเอนโคเดอร์แบบหมุนสำหรับวัดตำแหน่งของรถรางและมุมของเพนดูลัมจะมีลักษณะเป็นการ์ดแบบ PCI ของบริษัท INTERFACE รหัส PCI-6201E ซึ่งเป็นการ์ดสำเร็จรูปที่สามารถต่อใช้งานร่วมกับเอนโคเดอร์มากที่สุดได้ถึง 4 ตัว โดยภาพถ่ายการ์ดนับจำนวนพัลส์ เบอร์ PCI-6201E แสดงดังรูปที่ ก.1 และการตำแหน่งการติดตั้งแสดงดังรูปที่ ก.3



รูปที่ ก.1 ภาพถ่ายการ์ดนับจำนวนพัลส์รหัส PCI-6201E

### ก.3 วงจรแปลงข้อมูลดิจิทัลเป็นสัญญาณอนาล็อก

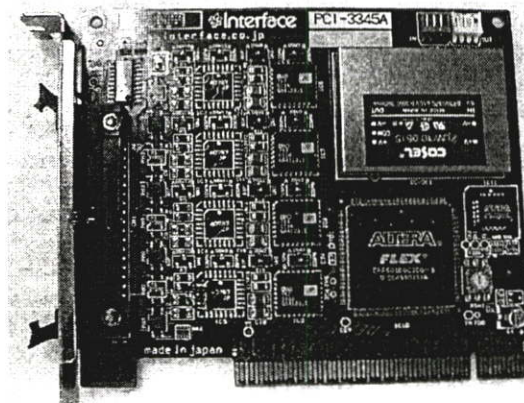
วงจรแปลงข้อมูลดิจิทัลเป็นสัญญาณอนาล็อก จะมีลักษณะเป็น PCI การ์ดรหัส PCI-3345A ใช้เชื่อมต่อระหว่างเครื่องคอมพิวเตอร์กับวงจรขับมอเตอร์ที่ใช้ขับเคลื่อนรถราง โดยตัวการ์ดจะรับข้อมูลดิจิทัลขนาด 12 บิตจากคอมพิวเตอร์และจะแปลงข้อมูลนี้เป็นสัญญาณอนาล็อกอยู่ในรูปของแรงดันไฟฟ้ามีขนาด -10 โวลต์ ถึง + 10 โวลต์ (ขนาดแรงดันไฟฟ้านี้สามารถปรับแต่งได้จากตัวการ์ด) เพื่อส่งแรงดันนี้เข้าสู่วงจรขับกระแสของมอเตอร์เพื่อใช้ขับเคลื่อนรถราง โดยขนาดของแรงดันไฟฟ้านี้จะเปลี่ยนแปลงอย่างเป็นเชิงเส้นตามค่าข้อมูลดิจิทัลที่ส่งมาให้ แสดงความสัมพันธ์ดังนี้

ถ้าส่งค่า FFFH เข้าการ์ดจะได้ค่าแรงดันเอาต์พุตขนาดสูงสุดคือ 10 โวลต์

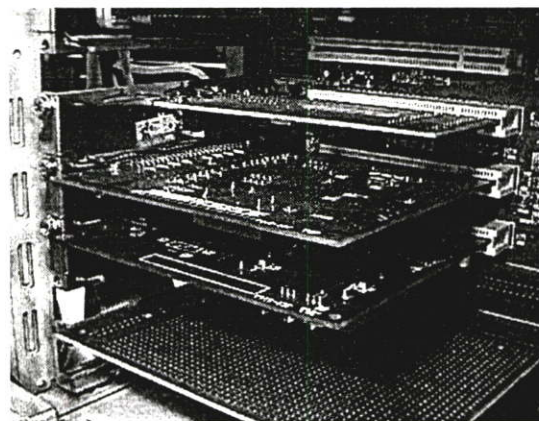
ถ้าส่งค่า 7FFH เข้าการ์ดจะได้ค่าแรงดันเอาต์พุตขนาดครึ่งหนึ่งของค่าสูงสุดคือ 0 โวลต์

ถ้าส่งค่า 0H จะได้ค่าแรงดันเอาต์พุตขนาดต่ำสุดคือ -10 โวลต์

เนื่องจากการ์ด PCI-3345A มีขนาด 12 บิต จึงมีความละเอียด 4095 ค่าจากย่านความกว้างของแรงดันเอาต์พุตทั้งหมด ในที่นี้ต้องการส่งค่าแรงดันออกไปควบคุมอยู่ในช่วง  $\pm 10$  โวลต์ ดังนั้นจะได้ความละเอียดของแรงดันเอาต์พุตต่อข้อมูลดิจิทัลเท่ากับ  $20/4095 = 0.004884$  โวลต์ ต่อข้อมูลดิจิทัล 1 ระดับ ภาพถ่ายแสดงการ์ดแปลงข้อมูลดิจิทัลเป็นสัญญาณอนาล็อกแสดงดังรูปที่ ก.2 และตำแหน่งการติดตั้งแสดงดังรูปที่ ก.3



รูปที่ ก.2 ภาพถ่ายการ์ดแปลงข้อมูลดิจิทัลเป็นสัญญาณอนาล็อก



รูปที่ ก.3 ภาพถ่ายการติดตั้งการ์ดเชื่อมต่อต่างๆ ที่ในการทดลอง

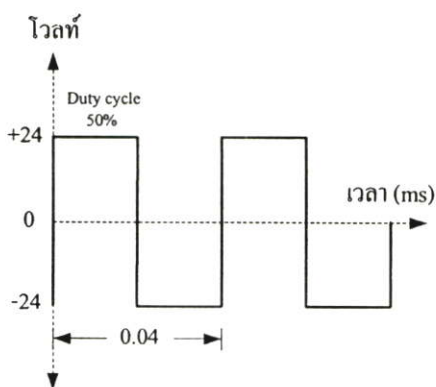
#### ก.4 วงจรขับกระแสของมอเตอร์ (current driver motor)

วงจรขับกระแสของมอเตอร์สำหรับการเคลื่อนที่ของรถรางจะทำหน้าที่รับแรงดันจากวงจรแปลงข้อมูลดิจิทัลเป็นสัญญาณอนาล็อก จากนั้นจะแปลงแรงดันให้เป็นสัญญาณ PWM (Pulse-width modulation) เพื่อใช้ขับมอเตอร์ โดยสัญญาณ PWM จะมีขนาด  $\pm 24$  โวลต์และมีความถี่ของสัญญาณ 25 กิโลเฮิร์ตซ์ ซึ่งการเปลี่ยนแปลงของวัฏจักรหน้าที่ (Duty cycle) จะขึ้นอยู่กับแรงดันอินพุตที่รับมาจากวงจรแปลงสัญญาณดิจิทัลเป็นสัญญาณอนาล็อก ซึ่งการเปลี่ยนแปลงของแรงดันอินพุตจะทำให้วัฏจักรหน้าที่เปลี่ยนแปลงเป็นเชิงเส้น แสดงความสัมพันธ์ดังนี้

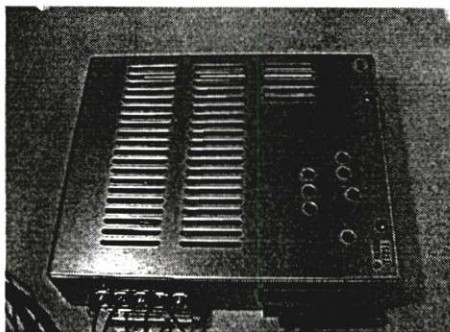
ถ้าแรงดันอินพุตเท่ากับ +10 โวลต์ จะทำให้วัฏจักรหน้าที่ = 100% มอเตอร์จะหมุนตามเข็มนาฬิกาด้วยความเร็วสูงสุด

ถ้าแรงดันอินพุตเท่ากับ 0 โวลต์ จะทำให้วัฏจักรหน้าที่ = 50% มอเตอร์จะหยุดหมุน

ถ้าแรงดันอินพุตเท่ากับ -10 โวลต์ จะทำให้วัฏจักรหน้าที่ = 0% มอเตอร์จะหมุนทวนเข็มนาฬิกาด้วยความเร็วสูงสุด โดยลักษณะของสัญญาณ PWM แสดงดังรูปที่ ก.4 และภาพถ่ายของวงจรขับกระแสของมอเตอร์สำหรับการเคลื่อนที่ของรถรางแสดงดังรูปที่ ก.5



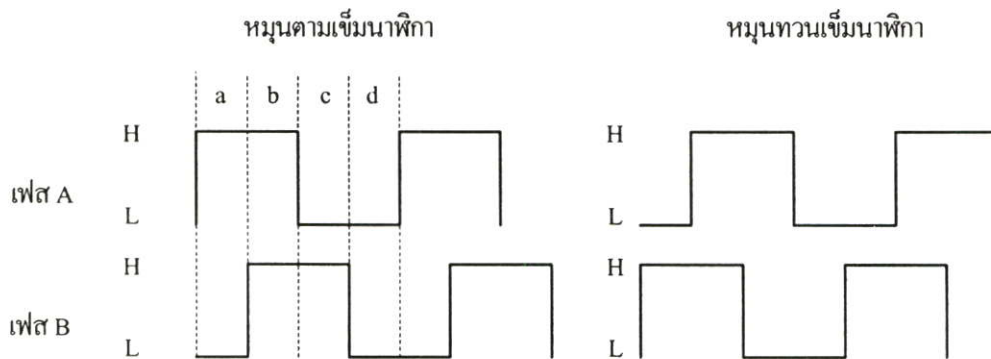
รูปที่ ก.4 สัญญาณ PWM ของวงจรขับกระแสของมอเตอร์สำหรับการเคลื่อนที่ของรถราง



รูปที่ ก.5 ภาพถ่ายวงจรขับกระแสของมอเตอร์สำหรับการเคลื่อนที่ของรถราง

### ก.5 เอนโคเดเดอร์แบบหมุน

เอนโคเดเดอร์เป็นส่วนประกอบที่สำคัญในระบบควบคุมที่มีการป้อนกลับ เนื่องจากสัญญาณที่ป้อนกลับที่ส่งมาจากเอนโคเดเดอร์นั้น สามารถนำมาวิเคราะห์เพื่อหาคุณสมบัติของระบบหรือสามารถบอกสถานะของระบบนั้นได้ว่าเป็นอย่างไร โดยนำสัญญาณป้อนกลับที่ได้นี้มาคำนวณเพื่อหาสัญญาณควบคุมให้กับระบบนั้นทำงานอย่างมีประสิทธิภาพ ซึ่งเอนโคเดเดอร์ที่ใช้ในระบบ อินเวอร์ทเพนคูล์มบนรถจะเป็นเอนโคเดเดอร์แบบหมุนมีความละเอียด 2000 พัลส์ต่อการหมุน 1 รอบ (360 องศา) แต่เนื่องจากเมื่อเอนโคเดเดอร์หมุนจะทำให้เกิดสัญญาณพัลส์ขึ้นที่ขา A และ B ของ เอนโคเดเดอร์ซึ่งต่างเฟสกันอยู่ 90 องศา โดยทั้งสองสัญญาณนี้จะถูกขยายสัญญาณและส่งเข้าสู่วงจรนับ ซึ่งวงจรนับจะทำการแบ่งสัญญาณพัลส์ทั้งสองออกเป็น 4 ส่วนแสดงดังรูปที่ ก.6 ดังนั้นจะทำให้ความละเอียดของสัญญาณพัลส์เพิ่มขึ้นเป็น 4 เท่า นั่นคือ 8000 พัลส์ต่อการหมุน 1 รอบ ดังนั้นความละเอียดของมุมที่วัดได้คือ  $360/8000 = 0.045$  องศาต่อสัญญาณ 1 พัลส์

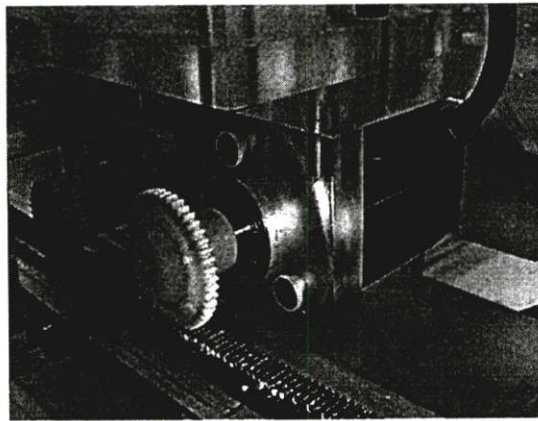


(a,b,c,d) คือ (2000,4000,6000,8000) พัลส์ต่อการหมุน 1 รอบ

รูปที่ ก.6 แสดงความละเอียดของสัญญาณพัลส์ต่อการหมุนเอนโคเดเดอร์ 1 รอบ

#### ก.5.1 เอนโคเดเดอร์แบบหมุนสำหรับวัดตำแหน่งรถราง

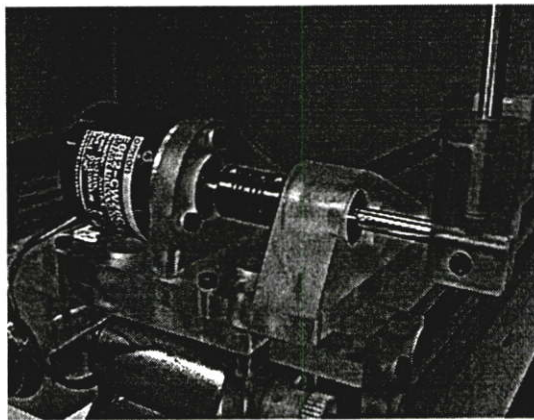
เอนโคเดเดอร์แบบหมุนตัวนี้จะติดตั้งอยู่บริเวณส่วนล่างของรถราง เพลาของเอนโคเดเดอร์แบบหมุนจะต่ออยู่กับเฟืองพลาสติกกลม โดยที่เฟืองพลาสติกกลมนี้ขบกับเฟืองสะพานของรางรถ การติดตั้งเอนโคเดเดอร์แบบหมุนสำหรับวัดตำแหน่งรถรางแสดงดังรูปที่ ก.7



รูปที่ ก.7 การติดตั้งเอน โคคเตอร์แบบหมุนสำหรับวัดตำแหน่งรถราง

#### ก.5.2 เอนโคคเตอร์แบบหมุนสำหรับวัดมุมเพนคูล์ม

เอน โคคเตอร์แบบหมุนตัวนี้จะติดตั้งอยู่บริเวณส่วนบนของรถราง โดยที่เพลลาของเอน โคคเตอร์แบบหมุนนี้จะต่อกับเพลลาของแท่งเพนคูล์มด้วยตัวเชื่อมต่อ (Coupling) ที่ทำจากพลาสติก โดยที่เพลลาของแท่งเพนคูล์มนี้สามารถหมุนได้ในระนาบของแนวแกนตั้ง การติดตั้งเอน โคคเตอร์แบบหมุนสำหรับวัดมุมของเพนคูล์มแสดงดังรูปที่ ก.8

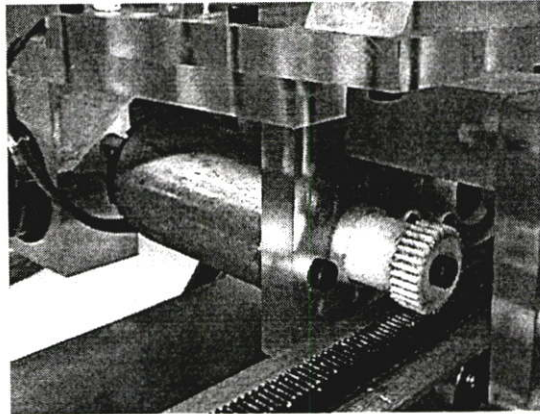


รูปที่ ก.8 การติดตั้งเอน โคคเตอร์แบบหมุนสำหรับวัดมุมของเพนคูล์ม

#### ก.7.1 ระบบส่งกำลังของรถราง

ระบบส่งกำลังของรถรางประกอบด้วยมอเตอร์ขนาด 24 โวลต์ 4 แอมแปร์ เป็นตัวส่งกำลัง โดยเพลลาของมอเตอร์จะต่อกับเฟืองพลาสติกกลม โดยที่เฟืองพลาสติกกลมนี้ขบกับเฟืองสะพานของรางรถ การใช้เฟืองในการส่งกำลังมีข้อดีคือ มีค่าแรงเสียดทานในระบบต่ำเมื่อเทียบกับระบบส่งกำลังด้วยสายพานจึงไม่จำเป็นต้องใช้มอเตอร์ที่มีขนาดใหญ่ และไม่มีการสะสม

พลังงานในสายพานเมื่อมอเตอร์หมุนซึ่งเป็นสาเหตุของการเกิดเรโซแนนซ์ (Resonance) ของระบบส่งกำลัง โดยระบบส่งกำลังของรถรางแสดงดังรูปที่ ก.9



รูปที่ ก.9 ภาพถ่ายระบบส่งกำลังของรถราง

ภาคผนวก ข.

โปรแกรมที่ใช้ในการออกแบบตัวควบคุมและการทดลอง

ข.1 โปรแกรมที่ใช้สำหรับวาดเส้นทางรากของระบบอินเวอร์ทเฟนดูล์มบนกระดาษ  
(โปรแกรมแมตแล็บ)

```
Num = [6.09 0 179.04];
```

```
Den = [1 0.25 33.43 7.20 0];
```

```
printsys (num, den)
```

```
rlocus (num, den)
```

```
axis ([-0.25 0.05 -10 10])
```

```
grid on
```

**ข.2 โปรแกรมหาพารามิเตอร์ของตัวควบคุม PD ด้วยวิธีเส้นทางราก**  
(โปรแกรมแมตแล็บ)

```
format short;
clear all
clc
num = [6.09 0 179.04];
den = [1 0.25 33.43 7.20 0];
printsys (num, den)
% Mp = 5% and ts = 0.5 seconds %
Mp = 0.05;
ts = 0.5;
ww = 4/ts;
wd = (-pi*ww)/log(Mp);
s1 = -ww+(wd*j);
Gp = polyval(num,s1)/polyval(den,s1);
Phi = pi-angle(Gp)
x = wd/tan(Phi)
z = ww+x
Td = 1/z
Kp = 1/(abs(Td*s1+1)*abs(Gp))
```

ข.3 โปรแกรมหาพารามิเตอร์ของตัวควบคุมสไลด์ดิ่งโหมดด้วยวิธีการวางโพล  
(โปรแกรมเมดแก่ป)

```

close all

clc

M = 0.642; m = 0.123; l = 0.25; f = 0.165; g = 9.8;
A21 = (3*(M+m)*m*g)/((4*m*l*(M+m))-(3*m*m*l));
A24 = ((-3*m*f)/((4*m*l*(M+m))-(3*m*m*l)));
A41 = (3*m*g)/(4*((M+m)-(0.75*m)));
A44 = (-f)/((M+m)-(0.75*m));
B21 = (3*m)/((4*m*l*(M+m))-(3*m*m*l));
B41 = (1)/((M+m)-(0.75*m));
A = [0 1 0 0; A21 0 0 A24; 0 0 0 1; A41 0 0 A44]; B = [0 B21 0 B41]'; C = [0 0 1 0];
D = [0 0 0 0]';
Qca1 = B; Qca2 = A*B; Qca3 = A*A*B; Qca4 = A*A*A*B;
Qca = [Qca1 Qca2 Qca3 Qca4];
Rank_Qca = rank (Qca)

syms s
S = [s 0 0 0; 0 s 0 0; 0 0 s 0; 0 0 0 s];
SI_A = S-A;
d_SI_A = det(SI_A)
pretty (d_SI_A)
Azero = [0 -7.2107 -33.4314 0.2453];
W = [-7.2107 -33.4314 0.2453 1; -33.6507 0.2453 1 0; 0.2453 1 0 0; 1 0 0 0]
T = Qca*W;
p = [-0.8+1.324*i -0.8-1.324*i -10 -11];
K = place(A',C',p)
Alpha = conv(conv(conv([1 0.8+j*1.325],[1 0.8-j*1.325]),[1 10]),[1 11]);
Alpha = [263.5187 226.3081 145.9956 22.6];
Kax = Alpha - Azero;
K = Kax*inv (T)

```

#### ข.4 โปรแกรมควบคุมการเหวี่ยงขึ้นและรักษาเสถียรภาพของระบบอินเวอร์ตเพนดูลัมบนรอราง (โปรแกรมภาษาซี)

```

/*=====
Sample program for Interface DA(digital to analog) PCI boards under MS-DOS/PC
DOS.Console application for C language Copyright 2001 Interface Corporation. All rights
reserved.
===== */

#include <stdio.h> // for enoder
#include <bios.h> // for enoder
#include <conio.h> // for enoder
#include <stdlib.h> // for D to A
#include <string.h> // for D to A
#include <time.h> // for D to A
#include <dos.h> // for D to A
#include <process.h> // for D to A
#include <math.h> // for D to A
#include "DA.H" // for D to A
#include "GETBAR.H" // for enoder
void interrupt (*oldIrq3)(void);
void interrupt countToggle(void);
#define drive_port 0x378 // Number of drive port
#define file_out "c:\\data.m" // open file (name is final.m)
#define cls(l); { short i; for(i=1; i<25; i++) lineclr(i); } // for D to A
#define Locate(x,y) printf("\x1b[%d;%dH", (y)+1, (x)+1) // for D to A
#define lineclr(l) printf("\x1b[s\x1b[%d;1H\x1b[0K\x1b[u", l+1)// for D to A
#define range DA_10V // for D to A
#define IRQ3 0x0B /* IRQ3 address */
PCI_CONFIG PciData; // for enoder
DASMPLCHREQ SmplChReq[2]; // for D to A
DABOARDSPEC BoardSpec; // for D to A

```

```
HANDLE  OpenBoard(void); // for D to A
void INITIAL_DTOA(void); // for D to A
void CLOSE_DTOA(void); // for D to A
int  hexout = 2047;
float  volt = 0.0;
WORD  DaData[1];
int  swith = 1;
int  key = 0;
int  key_1 = 0;
long  count = 0;
float  time_r = 0.0;
HANDLE  hDevice;
float  f_hat = 0.0;
float  fs2 = 0.13;
float  fc2 = 0.097;
float  fs1 = 0.19;
float  fc1 = 0.136;
// parameters of encoder
int  adr0,adr1,bus_info = 0.0;
int  lByte = 0.0;
int  mByte = 0.0;
int  hByte = 0.0;
long  dwCounter1 = 0.0;
long  dwCounter2 = 0.0;
long  dwCounter3 = 0.0;
int  direction_1 = 0.0;
int  direction_2 = 0.0;
// parameters of controller
float  distanc = 0.00;
float  step_time = 0.001;
float  eer = 0.00;
float  eer_old = 0.00;
```

```
float x = 0.00;
float x_old = 0.00;
float x_dot = 0.00;
float th_1_old = 0.00;
float th_2_old = 0.00;
float th_1 = 0.00;
float th_2 = 0.00;
float th_1_dot = 0.00;
float th_2_dot = 0.00;
float ui_old = 0.00;
float ui = 0.00;
float u = 0.00;

/*##### Parameters of Sliding Mode Controller #####*/

float a11 = 0.00;
float a12 = 1.00;
float a13 = 0.00;
float a14 = 0.00;
float a21 = 33.43;
float a22 = 0.00;
float a23 = 0.00;
float a24 = -0.74;
float a31 = 0.00;
float a32 = 0.00;
float a33 = 0.00;
float a34 = 1.00;
float a41 = 1.34;
float a42 = 0.00;
float a43 = 0.00;
float a44 = -0.25;
float b11 = 0.00*4.098;
float b21 = 4.46*4.098;
float b31 = 0.00*4.098;
```

```
float b41 = 1.49*4.098;
float H1 = 0.00;
float H2 = 0.00;
float H3 = 0.00;
float H4 = 0.00;
float H5 = 0.00;
float velo = 0.00;
float velo_old = 0.00;
float th_1_dot_old = 0.00;
float Ua = 0.00;
float Un = 0.00;
float Z = 0.00;
float Zn = 0.00;
float Zn_old = 0.00;
float Sn = 0.00;
float Mn = 0.00;
float Q = 0.00;
float sign = 0.00;
// parameters of gain
float khat_1 = 126.0;
float khat_2 = 39.0;
float khat_3 = -10.0;
float khat_4 = -50.2169;
float khat_5 = 5.0;
float khat_11 = 42.2167*1; // Place poles @ [-10,-11]
float khat_22 = 6.7877*1;
float khat_33 = -6.0051*1;
float khat_44 = -5.3176*1;
// Parameters of gain -----
float kp = 23.72;
float kd = 3.06;
float eer_dot = 0.0;
```

```

float setpoint = 0.0;

float step[5];

float di = 0;

int n = 0;

int nn = 250;

//-----

// Function void main ()

//-----

int main(void) {

// open file -----

FILE *data_fout;

clrscr ();

data_fout = fopen (file_out,"wt+");

fprintf(data_fout,"sm = [\n");

// -----

// Initial value of Digital to Analog PCI Card (PCI-3345A)

INITIAL_DTOA();

hDevice = OpenBoard();

DaGetDeviceInfo(hDevice, &BoardSpec);

SmplChReq[0].ulChNo = 1;

SmplChReq[0].ulRange = range;

//-----

// Initial Encoder PCI Card (PCI-6201E)

PciGetConfigRegEx(1, 0x1147, 6201, 0x1147, 0x0011, &bus_info, &PciData);

adr0=PciData.BaseAddresses[0] &0xffc;

adr1=PciData.BaseAddresses[1] &0xffc;

outp(adr0+0x08, 0x06); // time of encoder 1

outp(adr0+0x09, 0x06); // time of encoder 2

outp(adr0+0x0A, 0x06); // time of encoder 3

outp(adr0+0x0d, 0x01); // reset counter

```

```

// -----
// ----- START PROGRAM -----
// -----

step [0] = 0.10;
step[1] = -0.16;
step[2] = 0.17;
step[3] = -0.17;
step[4] = 0.038;
setpoint = step[0];
while(!kbhit())
{
// In data of encoder_2 (th_1) -----
outp(adr0+0x0c,0xAA);
lByte=inp(adr0+0x01);
mByte=inp(adr0+0x01);
hByte=inp(adr0+0x01);
dwCounter2= lByte+(( long)mByte << 8)+(( long)hByte<<16);
//-----
// In data of encoder_1 (distant) -----
outp(adr0+0x0c,0xAA);
lByte=inp(adr0+0x00);
mByte=inp(adr0+0x00);
hByte=inp(adr0+0x00);
dwCounter1= lByte+(( long)mByte << 8)+(( long)hByte<<16);
//-----
// Modofly data of encoder_2 (th_1) -----
if (dwCounter2 > 0x7ffff)
{
direction_1 = 2;
dwCounter2 = 0xfffff - dwCounter2;
}
else

```

```

{
direction_1 = 1;
}
while (dwCounter2 > 8000)
{
dwCounter2 = dwCounter2 - 8000;
}
if (direction_1 == 2)
{
dwCounter2 = 8000 - dwCounter2;
}
dwCounter2 = dwCounter2 - 4000;
th_1 = dwCounter2*0.045; // 1 puls is 0.045 degre
if (th_1 < 0)
{
//th_1 = 360 + th_1;
}
th_1 = th_1 * 0.017453;
//-----
// Modofly data of encoder_1 (Distane) -----
if (dwCounter1 > 0x7ffff)
{
dwCounter1 = 0xfffff - dwCounter1;
}
else
{
dwCounter1 = dwCounter1*-1;
}
distane = dwCounter1*0.0000083437;
//-----
printf(" distane : %06lX ", dwCounter1);
printf(" : %3.4lf ", distane);

```

```

printf(" th_1: %3.4lf\n", th_1);
}
if(th_1 < 0)
{
th_1 = th_1 * -1;
}
th_1_old = th_1;
x_old = distane;
oldIrq3 = getvect(IRQ3); /* save the old interrupt vector */
setvect(IRQ3, countToggle); /* install the new interrupt handler */
outportb(0x21, (inportb(0x21) & 0xF7)); /* Unmask (Enable) IRQ3 */
label:
if(key_1 == 1)
{
goto out_5;
}
if(key == 0)
{
goto out_3;
}
while(key == 1)
{
//-----
// Modofly data of encoder_2 (th_1) -----
if(dwCounter2 > 0x7ffff)
{
direction_1 = 2;
dwCounter2 = 0xfffff - dwCounter2;
}
else
{
direction_1 = 1;

```

```

}
while (dwCounter2 > 8000)
{
dwCounter2 = dwCounter2 - 8000;
}
if (direction_1 == 2)
{
dwCounter2 = 8000 - dwCounter2;
}
dwCounter2 = dwCounter2 - 4000;
th_1 = dwCounter2*0.045; // 1 puls is 0.045 degree
if (th_1 < 0)
{
//th_1 = 360 + th_1;
}
th_1 = th_1 * 0.017453;
// Modofly data of encoder_3 (Distane)
if (dwCounter1 > 0x7ffff)
{
dwCounter1 = 0xfffff - dwCounter1;
}
else
{
dwCounter1 = dwCounter1*-1;
}
distane = dwCounter1*0.0000083437;
x = distane;
//-----
// Controller -----
//-----
eer = setpoint - x;
x_dot = (x - x_old)/step_time;

```

```

eer_dot = (eer - eer_old)/step_time;
u = kp*eer + kd*eer_dot;
if (x_dot == 0)
{if (u >= 0)
f_hat = fs1;
else
f_hat = -fs2;
}
else
{if (x_dot > 0)
f_hat = fc1;
if (x_dot < 0)
f_hat = -fc2;
}
volt = u + f_hat;
//-----
// Modify volt output -----
//-----
if (volt > 10)
volt = 10;
if (volt < -10)
volt = -10;
// out data (volt) -----
volt = volt*1.00;
hexout=((volt+10)/20)*4095;
DaData[0] = hexout;
DaOutputDA( hDevice, 1, & SmplChReq[0], & DaData[0]);
if (th_1 < 0)
{
th_1 = th_1 * -1;
di = 1;
}

```

```
else
{
di = 2;
}
th_1_dot = (th_1 - th_1_old)/step_time;
if (th_1 < 3.0)
{
if (x > 0)
{
if (di == 1)
{
goto out_1;
}
else
{
goto out;
}
}
else
{
if (di == 2)
{
goto out_1;
}
else
{
goto out;
}
}
}
else
{
```

```
goto out;
}
out_1:
if ((setpoint*x) > 0)
{
    if (th_1_dot > 0)
    {
        n = n+1;
        if (n > 4)
        {
            n = 4;
        }
    }
    else
    {
        goto out;
    }
}
else
{
    goto out;
}
setpoint = step[n];
out:
if (th_1 < 0.04) //0.04//
{
    step[0] = setpoint ;
    step[1] = setpoint;
    step[2] = setpoint;
    step[3] = setpoint;
    step[4] = setpoint;
    key_1 = 1;
}
```

```

key = 0;
goto out_2;
}
eer_old = eer;
x_old = x;
th_1_old = th_1;
//-----
// keep data (time_r , distane , th_1 , th_2) in H/D -----
//fprintf(data_fout,"%4.4f%4.4f%4.4f%4.4f\n", time_r, distane, volt, th_1/0.0175);
fprintf(data_fout,"%4.8f%4.8f%4.8f%4.8f%4.8f%4.8f%4.8f%4.8f
\n",time_r,Un,x,x_dot,th_1,th_1_dot,Ua,volt);
//fprintf(data_fout,"%4.8f%4.8f%4.8f%4.8f%4.8f%4.8f%4.8f%4.8f
\n",x,x_dot,th_1_dot,th_1,ui,u,eer,volt);
//fprintf(data_fout,"%4.4f%4.4f%4.4f%4.4f% \n", time_r, th_1, th_1_dot, x);
time_r = time_r + step_time;
//-----
//printf(" hexout : %d\n ", hexout);
//-----
// set key off -----
key = 0;
count = 0;
//-----
}
if (key_1 == 0)
{
goto out_3;
}
out_2:
// In data of encoder_2 (th_1)
outp(adr0+0x0c,0xAA);
lByte=inp(adr0+0x01);
mByte=inp(adr0+0x01);

```

```

hByte=inp(adr0+0x01);
dwCounter2= lByte+(( long)mByte << 8)+(( long)hByte<<16);
//-----
// In data of encoder_1 (distant)
outp(adr0+0x0c,0xAA);
lByte=inp(adr0+0x00);
mByte=inp(adr0+0x00);
hByte=inp(adr0+0x00);
dwCounter1= lByte+((long)mByte << 8)+((long)hByte<<16);
//-----
// Modofly data of encoder_2 (th_1)
if ( dwCounter2 > 0x7ffff )
{
direction_1 = 2;
dwCounter2 = 0xfffff - dwCounter2;
}
else
{
direction_1 = 1;
}
while (dwCounter2 > 8000)
{
dwCounter2 = dwCounter2 - 8000;
}
if (direction_1 == 2)
{
dwCounter2 = 8000 - dwCounter2;
}
dwCounter2 = dwCounter2 - 4000;
th_1 = dwCounter2*0.045; // 1 pulse is 0.045 degree
if (th_1 < 0)
{

```

```

//th_1 = 360 + th_1 ;
}
th_1 = th_1 * 0.017453;
//-----
// Modofly data of encoder_1 (Distane) -----
if (dwCounter1 > 0x7ffff)
{
dwCounter1 = 0xfffff - dwCounter1;
}
else
{
dwCounter1 = dwCounter1*-1 ;
}
distane = dwCounter1*0.0000083437;
x = distane;
//-----
Zn_old = -1*((b11*th_1) + (b21*th_1_dot) + (b31*x) + (b41*x_dot)) ;
th_1_old = th_1;
x_old = distane;
setpoint = 0.0;
out_5:
while(key == 1)
{
//-----
// Modofly data of encoder_2 (th_1) -----
if (dwCounter2 > 0x7ffff)
{
direction_1 = 2;
dwCounter2 = 0xfffff - dwCounter2;
}
else
{

```

```

direction_1 = 1;
}
while (dwCounter2 > 8000)
{
dwCounter2 = dwCounter2 - 8000;
}
if (direction_1 == 2)
{
dwCounter2 = 8000 - dwCounter2;
}
dwCounter2 = dwCounter2 - 4000;
th_1 = dwCounter2*0.045; // 1 puls is 0.045 degree
if (th_1 < 0)
{
//th_1 = 360 + th_1;
}
th_1 = th_1 * 0.017453;
//-----
// Modofly data of encoder_3 (Distane)
{
dwCounter1 = 0xfffff - dwCounter1;
}
else
{
dwCounter1 = dwCounter1*-1;
}
distane = dwCounter1*0.0000083437;
x = distane;
/* ----- */
/* ----- Sliding Mode Controller ----- */
/* ----- */
nn = nn-1;

```

```

if (nn <= 0.0)
{
x_dot = (x - x_old)/step_time;
th_1_dot = (th_1 - th_1_old)/step_time;
Ua = -1*((khat_11*th_1) + (khat_22*th_1_dot) + (khat_33*x) + (khat_44*x_dot));
H1 = (-b11*a11)-(b21*a21)-(b31*a31)-(b41*a41);
H2 = (-b11*a12)-(b21*a22)-(b31*a32)-(b41*a42);
H3 = (-b11*a13)-(b21*a23)-(b31*a33)-(b41*a43);
H4 = (-b11*a14)-(b21*a24)-(b31*a34)-(b41*a44);
H5 = (b11*b11)+(b21*b21)+(b31*b31)+(b41*b41);
Q = (H1*th_1)+(H2*th_1_dot)+(H3*x)+(H4*x_dot)-(H5*Ua);
Zn = Zn_old + (Q*step_time);
Sn = ((b11*th_1)+(b21*th_1_dot)+(b31*x)+(b41*x_dot))+Zn;
if (Ua >= 0)
Mn = Ua + 2.00;
else
Mn = (Ua*(-1)) + 5.00;
if (Sn >= 0)
sign = 1;
else if (Sn == 0)
sign = 0;
else
sign = -1;
Un = -1*Mn*sign;
volt = Un + f_hat*0.00;
volt = (volt/0.35)*0.275;

//volt = Un + f_hat*0.00;
Zn_old = Zn;
x_old = x;
th_1_old = th_1;
}

```

```

else
{
eer = setpoint - x;
x_dot = (x - x_old)/step_time;
th_1_dot = (th_1 - th_1_old)/step_time;
ui = ui_old + (eer_old + eer)*step_time/2;
u = -(khat_1*th_1 + khat_2*th_1_dot + khat_3*x + khat_4*x_dot) - khat_5*ui;
if(x_dot == 0)
{if(u >= 0)
f_hat = fs1;
else
f_hat = -fs2;
}
else
{if(x_dot > 0)
f_hat = fc1;
if(x_dot < 0)
f_hat = -fc2;
}
volt = u + f_hat;
ui_old = ui;
eer_old = eer;
x_old = x;
th_1_old = th_1;
}

if(volt > 10)
volt = 10;
if(volt < -10)
volt = -10;
volt = volt*0.35;

```

```

hexout=((volt+10)/20)*4095;
DaData[0] = hexout;
DaOutputDA( hDevice, 1, &SmplChReq[0], &DaData[0]);
//-----
// keep data (time_r, distane , th_1, th_2) in H/D -----
//fprintf(data_fout,"%4.4f%4.4f%4.4f%4.4f\n", time_r, distane, volt, th_1/0.0175);
fprintf(data_fout,"%4.8f%4.8f%4.8f%4.8f%4.8f%4.8f%4.8f%4.8f
\n",time_r,Un,x,x_dot,th_1,th_1_dot,Ua,volt);
//fprintf(data_fout,"%4.4f%4.4f%4.4f%4.4f% \n", time_r, th_1, th_1_dot, x);
time_r = time_r + step_time;
//-----
//printf(" hexout : %d\n ", hexout);
//-----
// set key off -----
key = 0;
count = 0;
}
//-----
out_3:
//-----
if (count <= 0xfffff)
{
count = count + 1;
goto label;
}
else
{
setvect(IRQ3, oldIrq3);
outportb(0x21, (inportb(0x21) | 0x08)); // disable IRQ3
fprintf(data_fout,"]; \n"); // end of file with "]"
outp(drive_port,0);
DaClose(hDevice);

```

```

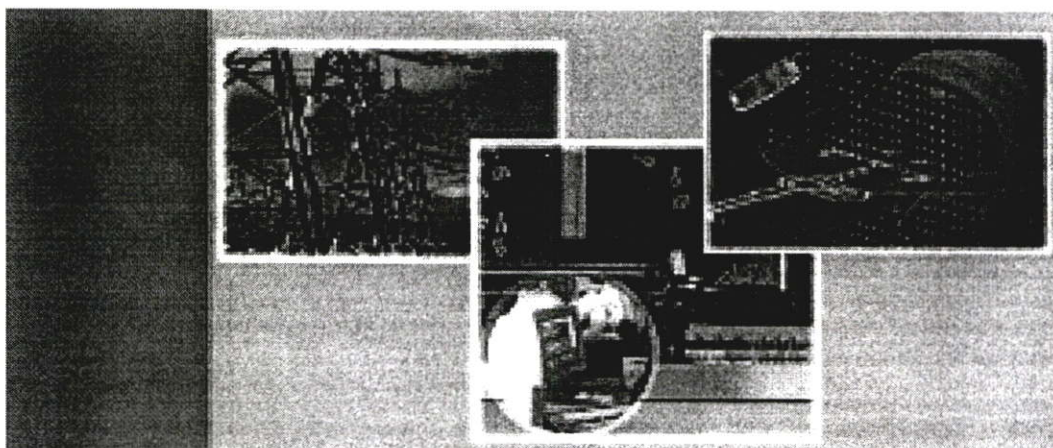
CLOSE_DTOA();
}
//-----
return(0);
}
//-----
// This ISR should execute each time IRQ3 goes high
//-----
void interrupt countToggle(void)
{
disable();
// In data of encoder_3 (th_2)
outp(adr0+0x0c, 0xAA);
lByte=inp(adr0+0x02);
mByte=inp(adr0+0x02);
hByte=inp(adr0+0x02);
dwCounter3= lByte+(( long)mByte << 8)+(( long)hByte<<16);
//-----
// In data of encoder_2 (th_1)
outp(adr0+0x0c, 0xAA);
lByte=inp(adr0+0x01);
mByte=inp(adr0+0x01);
hByte=inp(adr0+0x01);
dwCounter2= lByte+((long)mByte << 8)+(( long)hByte<<16);
//-----
// In data of encoder_1 (distant)
outp(adr0+0x0c, 0xAA);
lByte=inp(adr0+0x00);
mByte=inp(adr0+0x00);
hByte=inp(adr0+0x00);
dwCounter1= lByte+(( long)mByte << 8)+(( long)hByte<<16);
//-----

```

```
key = 1;
outputb(0x20, 0x20);    // send EOI signal
enable();
}
//-----
// Function for D to A
//-----
HANDLE OpenBoard(void)
{
HANDLE hDevice;
hDevice = DaOpen(3345, 0x0001, 0);
return hDevice;
}
//-----
void CLOSE_DTOA(void)
{
char *pString;
pString = "/R";
spawnl(P_WAIT, "dadrvi.exe", pString, NULL);
}
//-----
void INITIAL_DTOA(void)
{
char *pString;
pString = "/B=1";
spawnl(P_WAIT, "dadrvi.exe", pString, NULL);
}
```

ภาคผนวก ก.

ผลงานที่ได้รับการตีพิมพ์



# ECTI-CON 2007

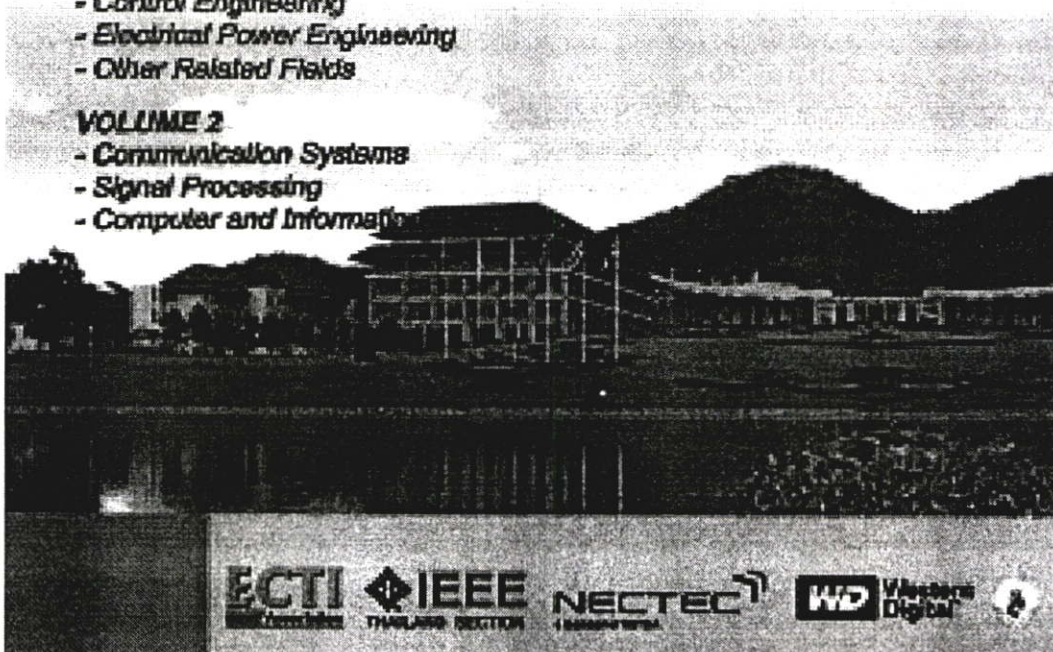
*Mae Fah Luang University, Chiang Rai, Thailand  
May 9-12, 2007*

## **VOLUME 1**

- Circuits and Systems
- Control Engineering
- Electrical Power Engineering
- Other Related Fields

## **VOLUME 2**

- Communication Systems
- Signal Processing
- Computer and Information



# Hybrid PD - Sliding Mode Controller Designed for Inverted Pendulum System

Samathachai Panya<sup>1</sup>, Jongkol Ngamwiwit<sup>1</sup>, Taworn Benjanarasuth<sup>1</sup>,  
Songmoung Nundrakwang<sup>1</sup> and Noriyuki Komine<sup>2</sup>

<sup>1</sup> Faculty of Engineering and ReCCTI, King Mongkut's Institute of Technology Ladkrabang, Bangkok, Thailand  
(Tel: +662-739-2405, E-mail: knjongko@kmitl.ac.th)

<sup>2</sup> School of Information Science and Technology, Tokai University, Kanagawa, Japan  
(Tel: +81-463-58-1211, E-mail: komine@keyaki.cc.u-tokai.ac.jp)

**Abstract**-The design of hybrid controller consisting of PD controller and sliding mode controller for inverted pendulum system is proposed in this paper. The PD controller is applied for controlling position of the cart to swing up the pendulum from the natural pendent position to around the upright position. The sliding mode controller is utilized for stabilizing the inverted pendulum in the upright position. Root-locus method is applied to tune the PD controller, while the sliding mode controller is designed based on pole placement. The experimental results of the proposed control system are also shown in this paper.

## I. INTRODUCTION

In control area, the inverted pendulums are one of the most commonly studied systems. Many variations of the inverted pendulum often represent different kinds of the robotic arms [1]. The inverted pendulum to be discussed in this paper is an inverted pendulum on cart as depicted in Fig. 1. This inverted pendulum consists of a cart and a pendulum hinged to the cart via a pivot and only the cart is actuated. Swinging up and stabilizing the inverted pendulum have many advantages in theoretical study such as simple structure, nonlinear and uncertain characteristics. Many control methods have been implemented to control the inverted pendulums, for instance, nonlinear control [2], energy-based method [3] and Qubit neural network [4]. Though using these algorithms gives good performance, they are complicated to design and implement.

In this paper, a controller designed by using hybrid PD controller with sliding mode control algorithm to swing up the pendulum from the natural pendent position to around the upright position and to stabilize inverted pendulum in the upright position is proposed. It composes of two parts. The first part is the PD position control and the second part is the sliding mode control. In the first part, a PD controller is employed for swinging up the pendulum from the natural pendent position to around the upright position. The gains of the PD controller are assigned by root-locus method to obtain fast step response with small overshoot. The PD controller controls the motion of the pendulum by moving the cart back and forth within a limited traveling range of the cart. The cart will be controlled to move to the opposite direction when the angular velocity of the pendulum at the stop point of each travel is zero. The cart movement will be repeated to next assigned cart position until the inverted pendulum swings up around the upright position. When this condition is reached, the second part, which is a sliding mode controller, will be

switched to stabilize the inverted pendulum. In this paper, this sliding mode controller is designed based on pole placement method. The effectiveness and reliability of the proposed method in actual experiments will be shown.

## II. MATHEMATICAL MODEL

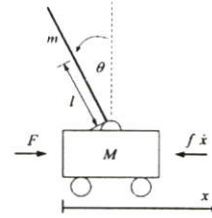


Figure 1. Inverted pendulum on cart.

Fig. 1 shows the structure of the inverted pendulum on cart system where variables  $\theta$ ,  $x$  and  $F$  denote the pendulum angle (rad), the cart position (m) and the force applied to the cart (N) respectively. The system parameters include the mass of the cart  $M$  (kg), the mass of the pendulum  $m$  (kg), the distances from the turning center to the center of gravity of the pendulum  $l$  (m), and the cart's friction coefficient  $f$  (kg/s).

The mathematical model of the inverted pendulum can be computed either by Newton's law or Lagrange's equations with respect to  $x$  and  $\theta$  coordinates. If  $x_1 = \theta$ ,  $x_2 = \dot{\theta}$ ,  $x_3 = x$  and  $x_4 = \dot{x}$  are selected as state variables and applying force  $F$  is denoted by input  $u(t)$ , the nonlinear state space model of the system can be then obtained as

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= x_2 \\ \dot{x}_2 &= \frac{\left( m g \sin x_1 + \frac{m \cos x_1 (u - f x_4 - m^2 l x_2^2 \cos x_1 \sin x_1)}{(M + m)} \right)}{\left( \frac{4}{3} m l - \frac{m^2 l \cos^2 x_1}{(M + m)} \right)} \\ \dot{x}_3 &= x_4 \\ \dot{x}_4 &= \frac{\left( u - f x_4 + \frac{3}{4} m g \cos x_1 \sin x_1 - m l x_2^2 \sin x_1 \right)}{\left( M + m \right) - \frac{3}{4} m \cos^2 x_1} \end{aligned} \quad (1)$$

In this case, the input  $u(t)$  or the force  $F$  is generated by DC motor. The state vector  $\mathbf{x}^T(t) = [x_1 \ x_2 \ x_3 \ x_4]^T = [\theta \ \dot{\theta} \ x \ \dot{x}]^T$  will be subsequently used for shortening mathematical notation.

Concerning to the angle of the pendulum, the inverted pendulum system has two distinct equilibrium points. The first one is at the upright position and it is naturally unstable. The other one is at the hanging position and it is stable.

For designing the swinging up PD controller, the model of the inverted pendulum will be linearized at the natural pendent position. Corresponding to this equilibrium point, the control input  $u(t)$  and state variables  $\mathbf{x}(t)$  are considered at  $u_0(t) = 0$  and  $\mathbf{x}_0^T(t) = [\pi \ 0 \ 0 \ 0]^T$ . The linear state equations can be obtained as (2)

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{A}\mathbf{x}(t) + \mathbf{B}u(t) \quad (2)$$

when

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ \frac{-3(M+m)mg}{4ml(M+m)-3m^2l} & 0 & 0 & \frac{3mg}{4ml(M+m)-3m^2l} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ \frac{3mg}{4\left((M+m)-\frac{3}{4}m\right)} & 0 & 0 & \frac{-f}{(M+m)-\frac{3}{4}m} \end{bmatrix}, \mathbf{B} = \begin{bmatrix} 0 \\ -3m \\ 0 \\ 1 \\ (M+m)-\frac{3}{4}m \end{bmatrix}$$

As the main interest of this part is to control the position  $x$  of the cart, the following output equation can be given in (3) where  $\mathbf{C} = [0 \ 0 \ 1 \ 0]$ .

$$y(t) = \mathbf{C}\mathbf{x}(t) \quad (3)$$

Nevertheless, in order to design the sliding mode controller for stabilizing the inverted pendulum, the model of the inverted pendulum system is also needed to be linearized at the upright position. The linearization is therefore calculated at  $u_0(t) = 0$  and  $\mathbf{x}_0^T(t) = [0 \ 0 \ 0 \ 0]^T$ . The resulting linear state equations can be similarly obtained as (2) but with

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ \frac{3(M+m)mg}{4ml(M+m)-3m^2l} & 0 & 0 & \frac{-3mg}{4ml(M+m)-3m^2l} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ \frac{3mg}{4\left((M+m)-\frac{3}{4}m\right)} & 0 & 0 & \frac{-f}{(M+m)-\frac{3}{4}m} \end{bmatrix}, \mathbf{B} = \begin{bmatrix} 0 \\ 3m \\ 0 \\ 1 \\ (M+m)-\frac{3}{4}m \end{bmatrix}$$

### III. HYBRID CONTROL SYSTEM STRUCTURE

The overall structure of the proposed control system is shown in Fig. 2. It is composed of a PD controller and a sliding mode controller. The PD controller is employed to control the inverted pendulum around its upright position while the sliding mode controller is used for stabilizing the inverted pendulum in upright position.

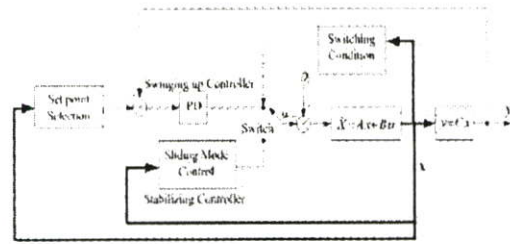


Figure 2. Overall structure of the proposed control system.

#### A. PD Controller for Position Control

The PD controller is used to control the position of the cart. According to the movement of the cart, the inverted pendulum will be swung up from the natural pendent position to around the upright position. The output command signal  $u(t)$  due to the PD controller is given by

$$u(t) = K_p e(t) + K_d \frac{d}{dt} e(t) \quad (4)$$

where  $K_p$  is the proportional gain,  $K_d$  is the derivative gain and  $e(t)$  is the error of the cart position. The PD controller is tuned to achieve fast response without overshoot based on root-locus method. The designed controller will control the cart to move back and forth successively according to the pre-assigned cart position of which the pendulum staying at the natural pendent position is excited. The occurrence of back and forth movement of the cart is proceeded when the angular velocity of pendulum is zero until the pendulum can be swung up around the upright position where the sliding mode controller will be switched to stabilize the pendulum.

#### B. Sliding Mode Controller for Stabilizing

Sliding mode control, often referred as Variable Structure Control, is a high-speed switching feedback control that switches between two values based upon some rule [5], [6]. The control theory uses a high-speed switching law to drive the nonlinear plant's state trajectory onto a specified surface in the state space. This surface is called the "sliding or switching surface". A sliding mode will exist for a system, if in the vicinity of the switching surface the state velocity vector is directed towards the surface. Consider the system

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{A}\mathbf{x}(t) + \mathbf{B}[u(t) + f(\mathbf{x}, t)] \quad (5)$$

where  $\mathbf{x}(t)$  is state vector,  $u(t)$  is a scalar control and  $f(\mathbf{x}, t)$  is a nonlinear perturbation with known upper bound  $f_0(\mathbf{x}, t)$  with assumption that the sliding surface is chosen [7] as

$$s(\mathbf{x}, t) = \mathbf{B}^T \mathbf{x}(t) + z(t). \quad (6)$$

when  $z(t)$  is governed by an additional first order dynamic subsystem

$$\dot{z}(t) = -\mathbf{B}^T \mathbf{A} \mathbf{x}(t) - (\mathbf{B}^T \mathbf{B}) u_a(t), \quad z(0) = -\mathbf{B}^T \mathbf{x}(0). \quad (7)$$

Let the control  $u(t)$  in (5) be the discontinuous function

$$u(t) = -M(\mathbf{x}, t) \text{sign } s(\mathbf{x}, t), \quad (8)$$

where  $M(\mathbf{x}, t)$  is the magnitude of the control input  $u(t)$ . The motion projection on the one-dimensional  $s$ -space can be computed by (5), (6) and (7) and it is governed by

$$\dot{s}(\mathbf{x}, t) = (\mathbf{B}^T \mathbf{B})(u(t) + f(\mathbf{x}, t) - u_a(t)). \quad (9)$$

From (8) and (9), the condition for the existence of a sliding mode ( $s\dot{s} < 0$ ) is corresponding to

$$M(\mathbf{x}, t) \geq |u_a(t)| + f(\mathbf{x}, t). \quad (10)$$

The sliding mode arises at the initial instant because  $s(0) = 0$ . The solution to the algebraic equation  $\dot{s}(\mathbf{x}, t) = 0$  with respect to  $u(t)$  should be substituted into (5) to obtain the sliding mode equation in the plane  $s(\mathbf{x}, t) = 0$  and it is

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{A} \mathbf{x}(t) + \mathbf{B} u_a(t). \quad (11)$$

Therefore if the linear control  $u_a(t) = -\mathbf{K} \mathbf{x}(t)$  is designed in compliance with pole-placement method, the system behavior in the presence of an unknown perturbation  $f(\mathbf{x}, t)$  is described by the linear time-invariant equation (12) with the assigned poles of the system.

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = (\mathbf{A} - \mathbf{B} \mathbf{K}) \mathbf{x}(t) \quad (12)$$

If the magnitude of control input take only two values  $M_0$  and  $-M_0$ , the magnitude of control  $M_0$  should satisfy (10), which means that initial conditions and the perturbation should be bounded.

In summary, the steps for designing the sliding mode controller of the inverted pendulum are as

- (1) Choose the desired closed-loop poles of the feedback system (12). The linear control  $u_a(t) = -\mathbf{K} \mathbf{x}(t)$  is found accordingly by pole placement method.
- (2) The dynamic part of the controller (7) is designed and the equation of the discontinuity plane  $s = 0$  is found by (6).
- (3) The discontinuous control governed by (6), (8) and (10) is designed.

#### IV. EXPERIMENTAL RESULTS

In this section, the proposed hybrid PD-sliding mode controller for swinging up and stabilizing the inverted pendulum on cart will be implemented. The parameter values of the inverted pendulum system are shown in Table 1.

TABLE I  
PARAMETER VALUES OF INVERTED PENDULUM

$M$ (kg)	$m$ (kg)	$l$ (m)	$f$ (kg/s)
0.642	0.123	0.25	0.165

The linear models of the inverted pendulum on cart (2) can be obtained where

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ -33.43 & 0 & 0 & 0.74 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1.34 & 0 & 0 & -0.25 \end{bmatrix} \text{ and } \mathbf{B} = \begin{bmatrix} 0 \\ -4.46 \\ 0 \\ 1.49 \end{bmatrix} \quad (13)$$

for equilibrium point at natural pendent position and where

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 33.43 & 0 & 0 & -0.74 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1.34 & 0 & 0 & -0.25 \end{bmatrix} \text{ and } \mathbf{B} = \begin{bmatrix} 0 \\ 4.46 \\ 0 \\ 1.49 \end{bmatrix} \quad (14)$$

for equilibrium point at the upright position.

The PD position control can now be designed based on the root-locus method to bring the inverted pendulum up around the upright position as fast as possible. In this case, the dominant poles are chosen at  $s = -8 \pm j8.39$  which correspond to 0.5 sec for settling time and 5% for percent overshoot respectively. The desired proportional gain  $K_p$  and derivative gain  $K_d$  are respectively obtained as 97.205 and 12.54. The sequential travelling positions of cart are assigned to be 10, -16, 17, -17 and 3.8 cm respectively. Zero angular velocity condition occurred at the stop point of the present position will be used as a criterion for moving the cart to the next assigned position.

For sliding mode controller, system matrix  $\mathbf{A}$  and input vector  $\mathbf{B}$  in (14) are employed. The gain matrix  $\mathbf{K}$  in (12) can be found by assigning the values of percent overshoot and the settling time as 15% and 5 seconds, respectively. Hence, the closed-loop poles of the inverted pendulum system are at  $s = -0.8 \pm j1.324, -10$  and  $-11$ . This yields  $\mathbf{K} = [173.001 \ 27.816 \ -24.609 \ -21.792]$ . The discontinuous control is then derived by assigning the values of  $f_0(\mathbf{x}, t)$  is 2.

For the experiment with simultaneous control of the inverted pendulum from swinging up control to stabilizing control will be investigated. The initial value of the cart position  $\mathbf{x}(0)$  is set at zero and the pendulum angle  $\theta(0)$  is at natural pendent position. The stabilizing control will be

switched when the pendulum is around the upright position. The switching condition is selected as  $|\theta| < 0.04$  rad and  $|\dot{\theta}| < 0.1$  rad/s.

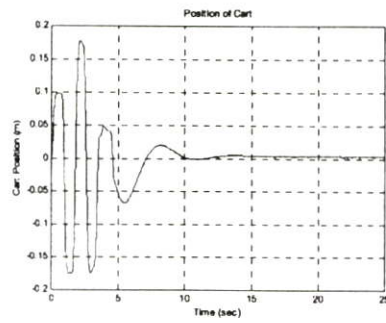
The experimental results obtained from a real machine are shown in Fig. 4 (a), (b) and (c). It is seen from Fig. 4 (a) and (b) that the PD controller can swing pendulum up to around the upright position about 4.42 sec, then the system is switched to stabilizing control mode and it can stabilize the pendulum at its upright position and the cart position at zero. The control input signal for swinging up and stabilizing the inverted pendulum is shown in Fig. 4(c).

## V. CONCLUSIONS

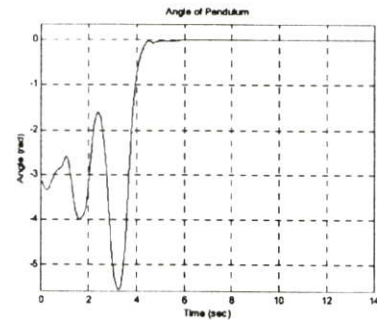
The hybrid PD controller with sliding mode control algorithm consists of the PD position control for swinging up the pendulum from the natural pendent position to around the upright position and the sliding mode control for stabilizing the inverted pendulum in its upright position has been proposed in this paper. According to the cooperative tasks of PD and sliding mode controller, the experimental results show that the proposed controller can swing the inverted pendulum to the upright position in a short period of time and the controller has good performance in controlling the cart position and pendulum angle at zero line.

## REFERENCES

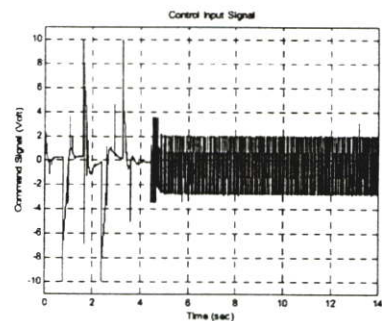
- [1] Chi Youn Chung, Jin Won Lee, Sang Moo Lee and Beom Hee Lee, "Balancing of an Inverted Pendulum with a Redundant Direct-Drive Robot," *Proceedings of the 2000 IEEE, International Conference on Robotics & Automation*, San Francisco, pp. 3952-3957, April 2000.
- [2] W. Torres-Pomales and O.R Gonzalez, "Nonlinear Control of Swing-up Inverted Pendulum," *Proceedings of the 1996 IEEE International Conference on control application*, pp. 259-264, 1996.
- [3] K. Yoshida, "Swing-up Control of an Inverted Pendulum by Energy-based Methods," *Proceedings of the American Control Conference*, Vol. 6, pp. 4045-4047, 1999.
- [4] N. Kouada, N. Matsui and H. Nishimura, "Control for Swing-up of an Inverted Pendulum using Qubit Neural Network," *Proceedings of the 41st SICE Annual Conference*, Vol. 2, pp. 765-770, 2002.
- [5] R.A. DeCarlo, S.H. Zak and G.P. Matthews, "Variable Structure Control of Nonlinear Multivariate Systems: A Tutorial," *Proceedings of the IEEE*, Vol. 76, No. 3, pp. 212-232, March 1988.
- [6] Vadim Utkin, Jurgen Guldner and Jingxin Shi, *Sliding Mode Control in Electromechanical Systems*. TAYLOR & FRANCIS, 1999.
- [7] Juergen Ackermann and Vadim Utkin, "Sliding Mode Control Design Based on Ackermann's Formula," *IEEE Transaction on Automatic Control*, Vol. 43, No. 2, February 1998.
- [8] V. Utkin, "Sliding Mode Control Design Principles and Applications to Electric Drives," *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, Vol. 40, no. 1, February 1993.
- [9] M.R, Rafimanzelat and M.J. Yazdanpanah, "A Novel Low Chattering Sliding Mode Controller," *Proceedings of the IEEE*, Vol. 3, pp. 1958-1963, July 2004.



(a) Cart position.



(b) Pendulum angle.



(c) Control input signal.

Figure 4. Experimental results of the inverted pendulum system.

## ประวัติผู้เขียน

นายสมรรถชัย ปัญญา เกิดเมื่อวันที่ 11 พฤศจิกายน พ.ศ. 2524 ที่ตำบลบ้านเป่า อำเภอแม่แตง จังหวัดเชียงใหม่ สำเร็จการศึกษาระดับมัธยมศึกษาตอนต้นจาก โรงเรียนนวมินทราชูทิศ พายัพ ในปี พ.ศ. 2539 สำเร็จการศึกษาระดับประกาศนียบัตรวิชาชีพ (ปวช.) จากโรงเรียนเชียงใหม่เทคโนโลยี ในปี พ.ศ. 2542 สำเร็จการศึกษาระดับประกาศนียบัตรวิชาชีพชั้นสูง (ปวส.) จากโรงเรียนโปลิเทคนิคลานนาเชียงใหม่ ในปี พ.ศ. 2544 สำเร็จการศึกษาระดับปริญญาตรี คณะวิศวกรรมศาสตรมหาวิทาลัยเทคโนโลยีมหานคร จังหวัดกรุงเทพฯ สาขาวิศวกรรมเครื่องมือวัดและระบบควบคุม (เกียรตินิยมอันดับ 2) ในปี พ.ศ. 2546 หลังจากนั้นเข้าทำงานที่ ฝ่ายวิศวกรรมของสถาบันวิจัยวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยีแห่งประเทศไทย (วว.) เป็นเวลาหนึ่งปีครึ่งในตำแหน่งวิศวกรระบบควบคุม และในปี พ.ศ. 2548 ได้เข้าศึกษาต่อในระดับปริญญาโทสาขาวิชาวิศวกรรมระบบควบคุมคณะบัณฑิตวิทาลัยสถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง (สจล.) ในขณะที่ศึกษาอยู่ ณ สจล. ได้เข้าร่วมการแข่งขัน 15<sup>th</sup> International Micro Robot Maze Contest 2006 ณ เมืองนาโกยาประเทศญี่ปุ่น การแข่งขัน Micromechanism Contest 2007 ณ เมืองโคเกียวประเทศญี่ปุ่น และได้รับการคัดเลือกให้เป็นนักศึกษาแลกเปลี่ยนเพื่อไปศึกษาและทำงานวิจัยที่ The University of Electro-Communications Japan จากโปรแกรม JUSST เป็นระยะเวลา 1 ปี