

การศึกษามathematical การหล่อลื่นแบบอีลาสโตไฮโดรไดนามิก  
ของฟันเฟืองชนิดตรง

THEORETICAL INVESTIGATION OF ELASTO-HYDRODYNAMIC  
LUBRICATION IN SPUR GEARS

พุดธา จินกรวั  
PUTTHA JEENKOUR

วิทยานิพนธ์นี้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตรปริญญาวิทยาศาสตรมหาบัณฑิต

สาขาวิชาวิศวกรรมเครื่องกล

บัณฑิตวิทยาลัย

สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง

พ.ศ. 2549

ISBN 974-15-2543-5

สำนักหอสมุดกลาง พระจอมเกล้าลาดกระบัง

การศึกษาพฤติกรรมการหล่อลื่นแบบอีลาสโตไฮโดรไดนามิก  
ของฟันเฟืองชนิดตรง

THEORITICAL INVESTIGATION OF ELASTOHYDRODYNAMIC  
LUBRICATION IN SPUR GEARS

พุดธา จินคร้ว

PUTTHA JEENKOUR

วิทยานิพนธ์นี้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตรปริญญาวิศวกรรมศาสตรมหาบัณฑิต  
สาขาวิชาวิศวกรรมเครื่องกล  
บัณฑิตวิทยาลัย  
สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง

พ.ศ.2549

ISBN 974-15-2543-5

**THEORITICAL INVESTIGATION OF ELASTOHYDRODYNAMIC  
LUBRICATION IN SPUR GEARS**

**PUTTHA JEENKOUR**

**A THESIS SUBMITTED IN PARTIAL FULFILLMENT  
OF THE REQUIREMENT FOR THE DEGREE OF  
MASTER OF ENGINEERING IN MECHANICAL ENGINEERING  
SCHOOL OF GRADUATE STUDIES  
KING MONGKUT'S INSTITUTE OF TECHNOLOGY LADKRABANG**

**2006**

**ISBN 974-15-2543-5**

**COPYRIGHT 2006**

**SCHOOL OF GRADUATE STUDIES**

**KING MONGKUT'S INSTITUTE OF TECHNOLOGY LADKRABANG**

หัวข้อวิทยานิพนธ์	การศึกษาพฤติกรรมการหล่อขึ้นแบบอิลาสโตไฮโดรไดนามิกของ ฟีนเฟืองชนิดตรง
นักศึกษา	นายพุทธา จินครวั
รหัสนักศึกษา	46060404
ปริญญา	วิศวกรรมศาสตรมหาบัณฑิต
สาขาวิชา	วิศวกรรมเครื่องกล
พ.ศ.	2549
อาจารย์ผู้ควบคุมวิทยานิพนธ์	รศ.ดร.มงคล มงคลวงศ์โรจน์

### บทคัดย่อ

ในวิทยานิพนธ์เล่มนี้นำเสนอการศึกษาพฤติกรรมการหล่อขึ้นแบบอิลาสโตไฮโดรไดนามิกส์ของเฟืองฟันตรงโดยพิจารณาถึงคุณสมบัติสารหล่อลื่นที่เป็นสาร นอนนิวโทเรเนียน และ ผลกระทบจากความหนืดของผิวหน้าฟันเฟืองขับและฟันเฟืองตาม โดยทำการศึกษาระยะจ่ายความดัน ความหนาของฟิล์มน้ำมัน ความหนืด และ ความหนาแน่นของฟิล์มน้ำมันเมื่อทำการเปลี่ยนค่า อัตราการส่งกำลัง ความเร็วรอบของเฟือง ขนาดของเฟือง จำนวนฟันเฟืองขับ และเปลี่ยนชนิดของสารน้ำมัน รวมถึงการหาค่าที่เหมาะสมที่สุดของเฟืองฟันตรง ในวิทยานิพนธ์นี้ได้ทำการศึกษาโดยใช้การจำลองเชิงตัวเลขของวิธีนิวตันราฟสันสำหรับแก้สมการอิลาสโตไฮโดรไดนามิกส์ของเฟืองฟันตรง และใช้วิธีค้นหาทุกค่ารวมกับวิธีโบรเดน-เฟลทเซอร์-โกลด์เฟรบ-เซนโน ในการหาค่าที่เหมาะสมที่สุดของเฟืองฟันตรง จากการคำนวณสามารถที่จะหาค่าการกระจายความดัน ความหนาของฟิล์มน้ำมัน ความหนืด ความหนาแน่น และ ค่าที่เหมาะสมที่สุดของฟันเฟืองได้ตามที่ต้องการ

<b>Thesis Title</b>	<b>Theoretical Investigation of Elastohydrodynamic Lubrication in Spur Gears</b>
<b>Student</b>	Mr. Puttha Jeenkour
<b>Student ID.</b>	46060404
<b>Degree</b>	Master of Engineering
<b>Programme</b>	Mechanical Engineering
<b>Year</b>	2006
<b>Thesis Advisor</b>	Assoc.Prof.Dr. Mongkol Mongkolwongrojn

### **ABSTRACT**

This research present the theoretical characteristics in elastohydrodynamic lubrication of spur gear. The property of non-Newtonian lubricant and the effects of the surface roughness of both gear and pinion are included. The simulation shows the oil pressure distribution, the film thickness distribution, the oil viscosity distribution and the oil density distribution for various operation conditions : power transmission rate, rotational speed , the number of gear teeth and types of lubrication. The objective function for this problem is to minimize both film pressure and friction coefficient. The design variables are gear module , number of the gear teeth and absolute viscosity of the lubricants. From the exhaustive search combined with the BFGS, the optimum gear module and optimum gear teeth are 2.5 mm and 47 respectively. The elastohydrodynamic lubrication characteristics of the optimum gear are also presented as the oil pressure distribution, the film thickness distribution, the oil viscosity distribution and the oil density distribution.

## กิตติกรรมประกาศ

วิทยานิพนธ์เล่มนี้สำเร็จได้ด้วยความกรุณาของอาจารย์ที่ปรึกษา รศ.ดร.มงคล มงคลวงศ์โรจน์ ที่ให้ความช่วยเหลือ ให้คำชี้แนะแก้ปัญหาลดจนให้ความรู้และประสบการณ์ที่ดีแก่ข้าพเจ้า

ขอขอบคุณ สมนึก ยะวงษ์ ที่ช่วยให้คำแนะนำเกี่ยวกับการเขียน โปรแกรมภาษาฟอร์แทรน

ขอขอบคุณ ขนิษฐา วงษ์สีดาแก้วที่ช่วยให้คำแนะนำในการเขียนโปรแกรม

ขอขอบคุณ โครงการสำนักวิจัยเทคโนโลยีสารสนเทศ (ReCCIT) ที่ได้ให้การสนับสนุนการทำวิจัยตลอดมา

ขอขอบคุณบัณฑิตวิทยาลัย สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง ที่ได้ให้ทุนอุดหนุนในการทำวิทยานิพนธ์

ขอขอบคุณพระเจ้าที่ทรงประทานพี่น้องคริสเตียนคริสตจักรความหวังลาดกระบังและหนองจอกที่ช่วยในการให้ยืมอุปกรณ์ต่างๆ รวมถึงคำอธิษฐานและความหวังดีที่มีให้ตลอดมา

สำหรับคุณงามความดีอันใดที่เกิดจากวิทยานิพนธ์ฉบับนี้ ข้าพเจ้าขอมอบให้กับบิดา มารดา ซึ่งเป็นที่รักและเคารพยิ่ง ตลอดจนครูและอาจารย์ที่เคารพทุกท่านที่ได้ประสิทธิ์ประสาทวิชาความรู้และถ่ายทอดประสบการณ์ที่ดีให้แก่ข้าพเจ้า

พุทธา จินครวั

# สารบัญ

	หน้า
บทคัดย่อภาษาไทย.....	I
บทคัดย่อภาษาอังกฤษ.....	II
กิตติกรรมประกาศ.....	III
สารบัญ.....	IV
สารบัญตาราง.....	VIII
สารบัญรูป.....	IX
รายการคำย่อและสัญลักษณ์.....	XVI
บทที่ 1 บทนำ.....	1
1.1 ความเป็นมาและความสำคัญ.....	1
1.2 บททวิญญที่ผ่านมา.....	1
1.3 วัตถุประสงค์ของการศึกษาและวิจัย.....	2
1.4 ขอบเขตของงานวิจัย.....	2
1.5 ประโยชน์ที่คาดว่าจะ.....	2
บทที่ 2 ชนิดเฟือง.....	3
2.1 เฟืองตรง.....	3
2.2 เฟืองเฉียง.....	3
2.3 เฟืองคอกจอก .....	4
2.4 ชุดเฟืองหนอน .....	5
2.5 วิธีการผลิตเฟือง.....	5
2.5.1 มิลลิ่งคัตเตอร์.....	6
2.5.2 แร็คคัตเตอร์.....	6
2.5.3 พิเนียนคัตเตอร์.....	7
2.5.4 ฮีบบิง.....	7
บทที่ 3 คุณสมบัติวัสดุของฟันเฟืองและความหยาบผิว.....	8
3.1 คุณสมบัติทางกลของวัสดุ.....	8
3.1.1 ความเค้น ความเครียด.....	8
3.1.2 มอดูลัสความยืดหยุ่น.....	10

## สารบัญ(ต่อ)

	หน้า
3.1.3 อัตราส่วนปีกของ.....	10
3.1.4 ความเหนียว.....	11
3.1.5 ความแกร่ง.....	12
3.1.6 ความแข็ง.....	13
3.2 การเลือกรูปแบบยึดหยุ่นของเฟืองฟันตรง .....	14
3.3 ความหยาบผิวของฟันเฟือง.....	14
3.3.1 ลักษณะทางเลขาคณิตของพื้นผิว.....	15
3.3.2 การวัดด้วยปลายปากกาแหลม.....	15
3.3.3 เครื่องมือวัดผิวที่ไม่มีการสัมผัสโดยตรง.....	16
3.3.4 เส้นอ้างอิง .....	17
3.3.5 ค่าตัวแปรต่างๆ ที่ต้องใช้ในการคำนวณพื้นผิว .....	19
3.4 โมเดลที่ใช้ในการจำลอง .....	23
บทที่ 4 การหล่อลิ้นอิลาสโตไฮโดรไดนามิกส์ของเฟือง.....	25
4.1 ทฤษฎี.....	25
4.1.1 ลักษณะกายภาพของเฟืองฟันตรง.....	25
4.1.2 สมการเรย์โนลด์ .....	27
4.1.3 สมการความหนืดน้ำมัน.....	29
4.1.4 สมการความหนาแน่นน้ำมัน.....	29
4.1.5 สมการความหนาของฟิล์มน้ำมัน.....	30
4.1.6 สมการสมดุลแรง.....	30
4.2 วิธีการคำนวณ.....	30
บทที่ 5 การออกแบบเฟืองฟันตรง.....	35
5.1 นิยามต่างๆของฟันเฟือง .....	35
5.2 วิธีการคำนวณฟันเฟือง.....	36
5.2.1 การจัดกันของฟันเฟือง .....	37
5.2.2 ความเค้นดัดบนฟันเฟือง.....	37
5.2.3 การสึกกร่อนของผิวหน้าฟันเฟือง.....	40
5.2.4 แรงพลวัต.....	41

## สารบัญ(ต่อ)

	หน้า
บทที่ 6 การหาค่าที่เหมาะสมที่สุดของฟังก์ชัน.....	44
6.1 ขั้นตอนของการใช้วิธีการหาค่าที่เหมาะสมที่สุดในการแก้ปัญหา.....	44
6.1.1 การกำหนดปัญหา.....	44
6.1.2 การจัดรูปปัญหาให้อยู่ในรูปแบบทางคณิตศาสตร์.....	45
6.1.3 การทดสอบรูปแบบทางคณิตศาสตร์ของปัญหาและการหาผลลัพธ์ของปัญหา.....	45
6.1.4 การทดสอบความถูกต้องของผลลัพธ์ที่ได้.....	46
6.1.5 การนำผลลัพธ์หรือค่าคำตอบไปใช้งาน.....	46
6.2 วิธีการหาค่าที่เหมาะสมที่สุด.....	46
6.2.1 วิธีการกราฟ.....	46
6.2.2 วิธีการวิเคราะห์.....	46
6.2.3 วิธีการทดลอง.....	47
6.2.4 วิธีเชิงตัวเลข.....	47
6.2.4.1 แบ่งตามลักษณะของสมการเป้าหมาย.....	47
6.2.4.2 แบ่งตามลักษณะสมการเงื่อนไขบังคับ.....	51
6.3 ชนิดของค่าคำตอบ.....	51
6.4 การหาขนาดที่เหมาะสมที่สุดของฟังก์ชันตรง.....	52
6.4.1 สมการเป้าหมายหรือฟังก์ชันวัตถุประสงค์.....	52
6.4.2 สมการเงื่อนไขบังคับหรือสมการขอบเขต.....	52
6.4.3 วิธีการที่ใช้ในการหาค่าที่เหมาะสมที่สุดของฟังก์ชันตรง.....	53
6.4.3.1 วิธีการค้นหาทุกค่า.....	54
6.4.3.2 วิธีโบริเดน-เฟลทเซอร์-โกลด์เฟรป-เซนโน.....	54
บทที่ 7 ผลการจำลอง.....	58
7.1 พฤติกรรมการเคลื่อนที่ของฟังก์ชันตรง.....	59
7.2 กรณีที่ฟังก์ชันมีการเปลี่ยนแปลงการส่งกำลัง.....	63
7.3 กรณีที่ฟังก์ชันมีการเปลี่ยนแปลงความเร็วรอบ.....	72
7.4 กรณีที่เปลี่ยนแปลงขนาดโมดูลของฟังก์ชัน.....	81
7.5 กรณีที่เปลี่ยนน้ำมันที่ใช้การเคลื่อนที่.....	89
7.6 กรณีที่เปลี่ยนจำนวนฟังก์ชัน.....	93

## สารบัญ(ต่อ)

	หน้า
7.7 กรณีเปรียบเทียบผิวเรียบกับผิวหยาบ.....	102
7.8 การหาค่าที่เหมาะสมที่สุดของเฟืองฟันตรง.....	104
บทที่ 8 บทสรุป.....	117
8.1 สรุปผลการจำลอง.....	117
8.1.1 พฤติกรรมของการหล่อลื่นแบบอิลาสโตไฮโดรไดนามิกส์ของเฟืองฟันตรง.....	117
8.1.2 ผลของผิวหยาบที่มีต่อพฤติกรรมของการหล่อลื่นแบบอิลาสโตไฮโดรไดนามิกส์..	118
8.1.3 การหาค่าที่เหมาะสมที่สุด.....	118
8.2 ข้อเสนอแนะ .....	118
บรรณานุกรม.....	120
ภาคผนวก .....	122
ภาคผนวก ก ผลงานทางวิชาการที่ได้รับการตีพิมพ์ .....	123
ประวัติผู้เขียน .....	131

# สารบัญรูป

รูปที่		หน้า
2.1	แสดงลักษณะของเฟืองฟันตรง.....	3
2.2	แสดงลักษณะของเฟืองเฉียง.....	4
2.3	แสดงลักษณะฟันเฟืองดอกจอก.....	4
2.4	แสดงลักษณะของชุดเฟืองตัวหนอน.....	5
2.5	แสดงการทำงานของเรีคักต์เตอร์.....	6
2.6	แสดงการทำงานของฮีออบบิง.....	7
3.1	แสดงเครื่องทดสอบและวัสดุที่ใช้การทดสอบ.....	9
3.2	ความสัมพันธ์ระหว่างความเค้นและความเครียด.....	11
3.3	แสดงการหาค่าอัตราส่วนปัวซอง.....	11
3.4	แสดงความแตกต่างระหว่างวัสดุเหนียวกับวัสดุเปราะ.....	12
3.5	แสดงลักษณะของผิวสัมผัสที่มีความหยาบ.....	15
3.6	แสดงลักษณะของผิวสัมผัสที่มีความหยาบที่อาจทำให้การวัดผิดพลาด.....	15
3.7	เปรียบเทียบเส้นอ้างอิง 3 แบบ.....	18
3.8	แสดงโค้งแอมบอบทของพื้นผิวสองแบบที่แตกต่างกัน.....	20
3.9	แสดงการหาความโค้งน่าจะเป็นจากผิวหยาบที่วัดได้.....	21
3.10	แสดงโมเดลความหยาบผิวของผิวหน้าฟันเฟืองขับ.....	23
3.11	แสดงโมเดลความหยาบผิวของผิวหน้าฟันเฟืองตาม.....	24
4.1	แสดงลักษณะการขบกันของเฟืองฟันตรง.....	26
4.2	แสดงระยะรัศมีวงกลมพิตช์ของเฟืองขับและเฟืองตามของเฟืองฟันตรง.....	26
4.3	แสดงแผนผังการทำงานของโปรแกรมอิลาสโตรไฮโดรไดนามิกส์.....	34
5.1	แสดงส่วนต่างๆของเฟืองฟันตรง.....	35
5.2	แสดงความคิดพื้นฐานที่ใช้คำนวณความเค้นของฟันเฟือง.....	37
5.3	แสดงความสัมพันธ์ระหว่างค่าความแข็งของวัสดุกับความเค้นที่ยอมให้เกิดขึ้น.....	39
5.4	แสดงความสัมพันธ์ระหว่างจำนวนรอบของภาระ กับค่าแฟกเตอร์ $K_L$ .....	39
5.5	แสดงความสัมพันธ์ระหว่างจำนวนฟันเฟืองขับและเฟืองตามกับค่าแฟกเตอร์ $J$ .....	39
5.6	แสดงความสัมพันธ์ระหว่างค่าความแข็งของวัสดุ กับ $S_C$ .....	41
5.7	แสดงความสัมพันธ์ระหว่างจำนวนรอบของภาระที่กระทำกับค่า $C_L$ .....	41
5.8	แสดงความสัมพันธ์ระหว่างความเร็วพิตช์กับค่าตัวประกอบ $K_V$ .....	42
5.9	แสดงความสัมพันธ์ระหว่างความหนาของฟันกับตัวประกอบ $C_{pf}, C_{ma}$ .....	43

## สารบัญรูป(ต่อ)

รูปที่	หน้า
6.1	แสดงความสัมพันธ์ของค่าสมการเป้าหมาย( $f_{min}(x)$ )กับค่าของตัวแปรในการออกแบบ(x)....52
6.2	ขั้นตอนการคำนวณหาค่าที่เหมาะสมที่สุดของเฟืองฟันตรง.....56
6.3	ขั้นตอนการคำนวณของวิธี BFGS.....57
7.1	แสดงภาระที่กระทำบนเฟืองฟันตรงที่ระยะการขบต่างๆ โมดูล 2 mm , 45 ฟัน, SAE40 ...59
7.2	แสดงค่า Slip บนฟันเฟืองที่ระยะการขบต่างๆ โมดูล 2 mm , 45 ฟัน, SAE40.....59
7.3	แสดงความเร็วไร้มิติที่ระยะการขบต่างๆบนฟันเฟือง โมดูล 2 mm , 45 ฟัน SAE40.....60
7.4	แสดงอัตราส่วนความโค้งของฟันเฟืองที่ระยะขบต่างๆของฟันเฟือง.....60 โมดูล 2 mm , 45 ฟัน SAE40
7.5	แสดงการกระจายความดัน ไร้มิติที่ระยะการขบต่างๆกันของฟันเฟือง.....61 โมดูล 2 mm , 45 ฟัน SAE40
7.6	แสดงการกระจายความหนาของฟิล์มน้ำมัน ไร้มิติที่ระยะการขบต่างๆกันของฟันเฟือง.....61 โมดูล 2 mm , 45 ฟัน SAE40
7.7	แสดงการกระจายความดัน ไร้มิติที่ระยะการขบต่างๆกันของฟันเฟืองที่มีความหยาบ.....62 โมดูล 2 mm ,45 ฟัน SAE40
7.8	แสดงการกระจายความหนาของฟิล์มน้ำมัน ไร้มิติที่ระยะการขบต่างๆกันของฟันเฟือง.....62 ที่มีความหยาบ โมดูล 2 mm , 45 ฟัน SAE40
7.9	แสดงภาระที่กระทำที่ระยะขบต่างๆบนฟันเฟือง .....63
7.10	แสดงความเร็วไร้มิติที่ระยะขบต่างๆบนฟันเฟือง.....63
7.11	แสดงค่าอัตราส่วนความโค้งของฟันเฟืองที่ระยะขบต่างๆของฟันเฟือง.....64
7.12	แสดงการกระจายความดัน ไร้มิติที่จุด Pitch point ที่ภาระต่างๆ.....64
7.13	แสดงการกระจายความหนาฟิล์ม ไร้มิติที่จุด Pitch point ที่ภาระต่างๆ.....65
7.14	แสดงการกระจายความหนาแน่น ไร้มิติที่จุด Pitch point ที่ภาระต่างๆ.....65
7.15	แสดงการกระจายความหนืด ไร้มิติที่จุด Pitch point ที่ภาระต่างๆ.....66
7.16	แสดงค่าสัมประสิทธิ์ของแรงเสียดทานที่จุด Pitch point ที่ภาระต่างๆ.....66
7.17	แสดงภาระ ไร้มิติที่กระทำที่ระยะขบต่างๆบนฟันเฟือง.....67
7.18	แสดงความเร็ว ไร้มิติที่ระยะขบต่างๆบนฟันเฟือง.....67
7.19	แสดงค่าอัตราส่วนความโค้งของฟันเฟืองที่ระยะขบต่างๆของฟันเฟือง.....68
7.20	แสดงการกระจายความดัน ไร้มิติที่จุด Pitch point ที่ภาระต่างๆ.....68
7.21	แสดงการกระจายความหนาฟิล์ม ไร้มิติที่จุด Pitch point ที่ภาระต่างๆ.....69

## สารบัญรูป(ต่อ)

รูปที่	หน้า
6.1	แสดงความสัมพันธ์ของค่าสมการเป้าหมาย( $f_{min}(x)$ )กับค่าของตัวแปรในการออกแบบ(x)....52
6.2	ขั้นตอนการคำนวณหาค่าที่เหมาะสมที่สุดของเฟืองฟันตรง.....56
6.3	ขั้นตอนการคำนวณของวิธี BFGS.....57
7.1	แสดงภาระที่กระทำบนเฟืองฟันตรงที่ระยะการขบต่างๆ โมดูล 2 mm , 45 ฟัน, SAE40 ...59
7.2	แสดงค่า Slip บนฟันเฟืองที่ระยะการขบต่างๆ โมดูล 2 mm , 45 ฟัน, SAE40.....59
7.3	แสดงความเร็วไร้มิติที่ระยะการขบต่างๆบนฟันเฟือง โมดูล 2 mm , 45 ฟัน SAE40.....60
7.4	แสดงอัตราส่วนความโค้งของฟันเฟืองที่ระยะขบต่างๆของฟันเฟือง.....60 โมดูล 2 mm , 45 ฟัน SAE40
7.5	แสดงการกระจายความดัน ไร้มิติที่ระยะการขบต่างๆกันของฟันเฟือง.....61 โมดูล 2 mm , 45 ฟัน SAE40
7.6	แสดงการกระจายความหนาของฟิล์มน้ำมัน ไร้มิติที่ระยะการขบต่างๆกันของฟันเฟือง.....61 โมดูล 2 mm , 45 ฟัน SAE40
7.7	แสดงการกระจายความดัน ไร้มิติที่ระยะการขบต่างๆกันของฟันเฟืองที่มีความหยาบ.....62 โมดูล 2 mm ,45 ฟัน SAE40
7.8	แสดงการกระจายความหนาของฟิล์มน้ำมัน ไร้มิติที่ระยะการขบต่างๆกันของฟันเฟือง.....62 ที่มีความหยาบ โมดูล 2 mm , 45 ฟัน SAE40
7.9	แสดงภาระที่กระทำที่ระยะขบต่างๆบนฟันเฟือง .....63
7.10	แสดงความเร็ว ไร้มิติที่ระยะขบต่างๆบนฟันเฟือง.....63
7.11	แสดงค่าอัตราส่วนความโค้งของฟันเฟืองที่ระยะขบต่างๆของฟันเฟือง.....64
7.12	แสดงการกระจายความดัน ไร้มิติที่จุด Pitch point ที่ภาระต่างๆ.....64
7.13	แสดงการกระจายความหนาฟิล์ม ไร้มิติที่จุด Pitch point ที่ภาระต่างๆ.....65
7.14	แสดงการกระจายความหนาแน่น ไร้มิติที่จุด Pitch point ที่ภาระต่างๆ.....65
7.15	แสดงการกระจายความหนืด ไร้มิติที่จุด Pitch point ที่ภาระต่างๆ.....66
7.16	แสดงค่าสัมประสิทธิ์ของแรงเสียดทานที่จุด Pitch point ที่ภาระต่างๆ.....66
7.17	แสดงภาระ ไร้มิติที่กระทำที่ระยะขบต่างๆบนฟันเฟือง.....67
7.18	แสดงความเร็ว ไร้มิติที่ระยะขบต่างๆบนฟันเฟือง.....67
7.19	แสดงค่าอัตราส่วนความโค้งของฟันเฟืองที่ระยะขบต่างๆของฟันเฟือง.....68
7.20	แสดงการกระจายความดัน ไร้มิติที่จุด Pitch point ที่ภาระต่างๆ.....68
7.21	แสดงการกระจายความหนาฟิล์ม ไร้มิติที่จุด Pitch point ที่ภาระต่างๆ.....69

## สารบัญรูป(ต่อ)

รูปที่	หน้า
7.22	แสดงการกระจายความหนาแน่น ไร่มิติที่จุด Pitch point ที่ภาวะต่างๆ.....69
7.23	แสดงการกระจายความหนืด ไร่มิติที่จุด Pitch point ที่ภาวะต่างๆ.....70
7.24	แสดงค่าสัมประสิทธิ์ของแรงเสียดทานที่จุด Pitch point ที่ภาวะต่างๆ.....70
7.25	แสดงค่าสัมประสิทธิ์ของแรงเสียดทานระหว่างผิวเรียบและผิวหยาบที่ภาวะต่างๆ.....71
7.26	แสดงค่าความเร็ว ไร่มิติที่ระยะขบต่างๆบนพื้นเพื่อง.....72
7.27	แสดงภาวะ ไร่มิติที่กระทำที่ระยะขบต่างๆบนพื้นเพื่อง.....72
7.28	แสดงค่าอัตราส่วนความโค้งของพื้นเพื่องที่ระยะขบต่างๆของพื้นเพื่อง.....73
7.29	แสดงการกระจายความดัน ไร่มิติที่จุด Pitch point ที่ความเร็วรอบต่างๆ.....73
7.30	แสดงการกระจายความหนาฟิล์ม ไร่มิติที่จุด Pitch point ที่ความเร็วรอบต่างๆ.....74
7.31	แสดงการกระจายความหนาแน่น ไร่มิติที่จุด Pitch point ที่ความเร็วรอบต่างๆ.....74
7.32	แสดงการกระจายความหนืด ไร่มิติที่จุด Pitch point ที่ความเร็วรอบต่างๆ.....75
7.33	แสดงค่าสัมประสิทธิ์ของแรงเสียดทานที่จุด Pitch point ที่ความเร็วรอบต่างๆ.....75
7.34	แสดงความเร็ว ไร่มิติที่ระยะการขบต่างๆของพื้นเพื่อง.....76
7.35	แสดงภาวะ ไร่มิติที่ระยะการขบต่างๆของพื้นเพื่อง.....76
7.36	แสดงค่าอัตราส่วนความโค้งของพื้นเพื่องที่ระยะขบต่างๆของพื้นเพื่อง.....77
7.37	แสดงการกระจายความดัน ไร่มิติที่จุด Pitch point ที่ความเร็วรอบต่างๆ.....77
7.38	แสดงการกระจายความหนาฟิล์ม ไร่มิติที่จุด Pitch point ที่ความเร็วรอบต่างๆ.....78
7.39	แสดงการกระจายความหนาแน่น ไร่มิติที่จุด Pitch point ที่ความเร็วรอบต่างๆ.....78
7.40	แสดงการกระจายความหนืด ไร่มิติที่จุด Pitch point ที่ความเร็วรอบต่างๆ.....79
7.41	แสดงค่าสัมประสิทธิ์ของแรงเสียดทานที่จุด Pitch point ที่ความเร็วรอบต่างๆ.....79
7.42	แสดงค่าสัมประสิทธิ์ของแรงเสียดทานระหว่างผิวเรียบและผิวหยาบ.....80 ที่ความเร็วรอบต่างๆ
7.43	แสดงอัตราส่วนความโค้งกับความเร็ว ไร่มิติที่จุด Pitch point .....81 ที่โมดูลต่างๆกันของพื้นเพื่อง
7.44	แสดงภาวะ ไร่มิติที่จุด Pitch point ที่โมดูลต่างๆกันของพื้นเพื่อง.....81
7.45	แสดงการกระจายความดัน ไร่มิติที่จุด Pitch point ที่โมดูลต่างๆกันของพื้นเพื่อง.....82
7.46	แสดงการกระจายความหนาฟิล์ม ไร่มิติที่จุด Pitch point ที่โมดูลต่างๆกันของพื้นเพื่อง..82
7.47	แสดงการกระจายความหนืด ไร่มิติที่จุด Pitch point ที่โมดูลต่างๆกันของพื้นเพื่อง.....83
7.48	แสดงการกระจายความหนาแน่น ไร่มิติที่จุด Pitch point ที่โมดูลต่างๆกันของพื้นเพื่อง..83

## สารบัญรูป(ต่อ)

รูปที่	หน้า
7.49	แสดงค่าสัมประสิทธิ์ของแรงเสียดทานที่จุด Pitch point ที่โมดูลต่างๆกันของฟันเฟือง.....84
7.50	แสดงอัตราส่วนความโค้งกับความเร็วไร้มิติที่จุด Pitch point .....84 ที่โมดูลต่างๆกันของฟันเฟือง
7.51	แสดงภาวะไร้มิติที่จุด Pitch point ที่โมดูลต่างๆกันของฟันเฟือง.....85
7.52	แสดงการกระจายความดันไร้มิติที่จุด Pitch point ที่โมดูลต่างๆกันของฟันเฟือง.....85
7.53	แสดงการกระจายความหนาฟิล์ม ไร้มิติที่จุด Pitch point ที่โมดูลต่างๆกันของฟันเฟือง.....86
7.54	แสดงการกระจายความหนาแน่น ไร้มิติที่จุด Pitch point ที่โมดูลต่างๆกันของฟันเฟือง.....86
7.55	แสดงการกระจายความหนืด ไร้มิติที่จุด Pitch point ที่โมดูลต่างๆกันของฟันเฟือง.....87
7.56	แสดงค่าสัมประสิทธิ์แรงเสียดทาน ความเร็วและภาวะไร้มิติที่จุด Pitch point ที่โมดูล.....87 ต่างๆกันของฟันเฟือง
7.57	แสดงค่าสัมประสิทธิ์ของแรงเสียดทานระหว่างผิวเรียบและผิวหยาบที่จุด Pitch point ....88 ที่โมดูลต่างๆกันของฟันเฟือง
7.58	แสดงการกระจายความดัน ไร้มิติที่จุด Pitch point ที่สารหล่อลื่นต่างชนิดกัน.....89
7.59	แสดงการกระจายความหนาฟิล์ม ไร้มิติที่จุด Pitch point ที่สารหล่อลื่นต่างชนิดกัน.....89
7.60	แสดงการกระจายความหนาแน่น ไร้มิติที่จุด Pitch point ที่สารหล่อลื่นต่างชนิดกัน.....90
7.61	แสดงการกระจายความหนืด ไร้มิติที่จุด Pitch point ที่สารหล่อลื่นต่างชนิดกัน.....90
7.62	แสดงการกระจายความดัน ไร้มิติที่จุด Pitch point ที่สารหล่อลื่นต่างชนิดกัน.....91
7.63	แสดงการกระจายความหนาฟิล์ม ไร้มิติที่จุด Pitch point ที่สารหล่อลื่นต่างชนิดกัน.....91
7.64	แสดงการกระจายความหนาแน่น ไร้มิติที่จุด Pitch point ที่สารหล่อลื่นต่างชนิดกัน.....92
7.65	แสดงการกระจายความหนืด ไร้มิติที่จุด Pitch point ที่สารหล่อลื่นต่างชนิดกัน.....92
7.66	แสดงการรับภาระ ไร้มิติที่จุด Pitch point ที่จำนวนฟันเฟืองขับต่างๆกัน.....93
7.67	แสดงความเร็ว ไร้มิติและอัตราส่วนความโค้งที่จุด Pitch point ที่จำนวนฟันเฟืองขับ.....94 ต่างๆกัน
7.68	แสดงการกระจายความดัน ไร้มิติที่จุด Pitch point ที่จำนวนฟันเฟืองขับต่างๆกัน.....94
7.69	แสดงการกระจายความหนาฟิล์ม ไร้มิติที่จุด Pitch point ที่จำนวนฟันเฟืองขับต่างๆกัน.....95
7.70	แสดงการกระจายความหนาแน่น ไร้มิติที่จุด Pitch point ที่จำนวนฟันเฟืองขับต่างๆกัน...95
7.71	แสดงการกระจายความหนืด ไร้มิติที่จุด Pitch point ที่จำนวนฟันเฟืองขับต่างๆกัน.....96
7.72	แสดงค่าสัมประสิทธิ์แรงเสียดทานที่จุด Pitch point ที่จำนวนฟันเฟืองขับต่างๆกัน.....96
7.73	แสดงการรับภาระ ไร้มิติที่จุด Pitch point ที่จำนวนฟันเฟืองขับต่างๆกัน.....97

## สารบัญรูป(ต่อ)

รูปที่	หน้า
7.74	แสดงความเร็วไร้มิติที่จุด Pitch point ที่จำนวนฟันเฟืองขับต่างๆกัน.....97
7.75	แสดงอัตราส่วนความโค้งที่จุด Pitch point ที่จำนวนฟันเฟืองขับต่างๆกัน.....98
7.76	แสดงการกระจายความดันไร้มิติที่จุด Pitch point ที่จำนวนฟันเฟืองขับต่างๆกัน.....98
7.77	แสดงการกระจายความหนาฟิล์ม ไร้มิติที่จุด Pitch point ที่จำนวนฟันเฟืองขับต่างๆกัน...99
7.78	แสดงการกระจายความหนาแน่น ไร้มิติที่จุด Pitch point ที่จำนวนฟันเฟืองขับต่างๆกัน....99
7.79	แสดงการกระจายความหนืด ไร้มิติที่จุด Pitch point ที่จำนวนฟันเฟืองขับต่างๆกัน.....100
7.80	แสดงค่าสัมประสิทธิ์แรงเสียดทานที่จุด Pitch point ที่จำนวนฟันเฟืองขับต่างๆกัน.....100
7.81	แสดงค่าเปรียบเทียบสัมประสิทธิ์แรงเสียดทานระหว่างผิวเรียบกับหยาบ.....101
	ที่จุด Pitch point
7.82	แสดงการกระจายความดัน ไร้มิติของฟันเฟืองผิวเรียบกับฟันเฟืองผิวหยาบ.....102
7.83	แสดงการกระจายความหนาฟิล์ม ไร้มิติของฟันเฟืองผิวเรียบกับฟันเฟืองผิวหยาบ.....102
7.84	แสดงการกระจายความหนาแน่น ไร้มิติของฟันเฟืองผิวเรียบกับฟันเฟืองผิวหยาบ.....103
7.85	แสดงการกระจายความหนืด ไร้มิติของฟันเฟืองผิวเรียบกับฟันเฟืองผิวหยาบ.....103
7.86	แสดงค่าสัมประสิทธิ์แรงเสียดทานที่ขนาด โมดูลและความหนืดสัมบูรณ์ต่างๆกัน.....104
7.87	แสดงค่าสัมประสิทธิ์แรงเสียดทานที่ขนาด โมดูลและความหนืดสัมบูรณ์ต่างๆกัน.....105
7.88	แสดงค่าสัมประสิทธิ์แรงเสียดทานที่ขนาด โมดูลและความหนืดสัมบูรณ์ต่างๆกัน.....105
7.89	แสดงค่าสัมประสิทธิ์แรงเสียดทานที่ขนาด โมดูลและความหนืดสัมบูรณ์ต่างๆกัน.....106
7.90	แสดงค่าความดันสูงสุด ไร้มิติที่ขนาด โมดูลและความหนืดสัมบูรณ์ต่างๆกัน.....106
7.91	แสดงค่าความดันสูงสุด ไร้มิติที่ขนาด โมดูลและความหนืดสัมบูรณ์ต่างๆกัน.....107
7.92	แสดงค่าความดันสูงสุด ไร้มิติที่ขนาด โมดูลและความหนืดสัมบูรณ์ต่างๆกัน.....107
7.93	แสดงค่าความดันสูงสุด ไร้มิติที่ขนาด โมดูลและความหนืดสัมบูรณ์ต่างๆกัน.....108
7.94	แสดงกราฟ 2 มิติค่าฟังก์ชันเป้าหมายที่ขนาด โมดูล.....108
	และความหนืดสัมบูรณ์ต่างๆกันที่ $G=1.0$
7.95	แสดงกราฟ 2 มิติค่าฟังก์ชันเป้าหมายที่ขนาด โมดูล.....109
	และความหนืดสัมบูรณ์ต่างๆกันที่ $G=1.0$
7.96	แสดงกราฟ 2 มิติค่าฟังก์ชันเป้าหมายที่ขนาด โมดูล.....109
	และความหนืดสัมบูรณ์ต่างๆกันที่ $G=1.0$
7.97	แสดงกราฟ 2 มิติค่าฟังก์ชันเป้าหมายที่ขนาด โมดูล.....110
	และความหนืดสัมบูรณ์ต่างๆกันที่ $G=1.0$

## สารบัญรูป(ต่อ)

รูปที่	หน้า
7.98	แสดงกราฟ 2 มิติค่าฟังก์ชันเป้าหมายที่ขนาดโมดูล.....110 และความหนืดสัมบูรณ์ต่างๆกันที่ $G=10$
7.99	แสดงกราฟ 2 มิติค่าฟังก์ชันเป้าหมายที่ขนาดโมดูล.....111 และความหนืดสัมบูรณ์ต่างๆกันที่ $G=10$
7.100	แสดงกราฟ 2 มิติค่าฟังก์ชันเป้าหมายที่ขนาดโมดูล.....111 และความหนืดสัมบูรณ์ต่างๆกันที่ $G=10$
7.101	แสดงกราฟ 2 มิติค่าฟังก์ชันเป้าหมายที่ขนาดโมดูล.....112 และความหนืดสัมบูรณ์ต่างๆกันที่ $G=10$
7.102	แสดงกราฟ 2 มิติค่าฟังก์ชันเป้าหมายที่ขนาดโมดูล.....112 และความหนืดสัมบูรณ์ต่างๆกันที่ $G=100$
7.103	แสดงกราฟ 2 มิติค่าฟังก์ชันเป้าหมายที่ขนาดโมดูล.....113 และความหนืดสัมบูรณ์ต่างๆกันที่ $G=100$
7.104	แสดงกราฟ 2 มิติค่าฟังก์ชันเป้าหมายที่ขนาดโมดูล.....113 และความหนืดสัมบูรณ์ต่างๆกันที่ $G=100$
7.105	แสดงกราฟ 2 มิติค่าฟังก์ชันเป้าหมายที่ขนาดโมดูล.....114 และความหนืดสัมบูรณ์ต่างๆกันที่ $G=100$
7.106	แสดงค่าฟังก์ชันเป้าหมายที่โมดูลและจำนวนฟันต่างๆกันของฟันเฟืองที่ความหนืด.....114 สัมบูรณ์ 0.1 และ $G=1.0$
7.107	แสดงค่าฟังก์ชันเป้าหมายที่โมดูลและจำนวนฟันต่างๆกันของฟันเฟืองที่ความหนืด.....115 สัมบูรณ์ 0.1 และ $G=10$
7.108	แสดงค่าฟังก์ชันเป้าหมายที่โมดูลและจำนวนฟันต่างๆกันของฟันเฟืองที่ความหนืด.....115 สัมบูรณ์ 0.1 และ $G=100$

## รายการคำย่อและสัญลักษณ์

A	พื้นที่หน้าตัด $m^2$
b	ความกว้างครึ่งหนึ่งของการสัมผัส (m) $= R(8w/\pi)^{0.5}$
$D(x, t^*)$	ฟังก์ชันความหยาบของผิว
$E'$	มอดุลัสความยืดหยุ่นของผิว $\frac{1}{E'} = \frac{1}{2} \left( \frac{1-\nu_a^2}{E_a} + \frac{1-\nu_b^2}{E_b} \right)$
$E_a$	ค่ามอดุลัสความยืดหยุ่นของเฟืองตาม (GPa)
$E_b$	ค่ามอดุลัสความยืดหยุ่นของเฟืองขับ (GPa)
h	ความหนาฟิล์มที่ตำแหน่งใดๆ (m)
H	ความหนาฟิล์มไรมิตี $h = \frac{8R_o W_o}{\pi} H$
$H_0$	ความหนาฟิล์มต่ำสุด $h_0 = \frac{8R_o W_o}{\pi} H_0$
$\bar{H}$	ความหนืดเซย์โบล์สากล ของน้ำหนักรมาตรฐานที่ $VI = 100$
$I_2$	ค่ากำลังสองของอัตราความเครียดเฉือน
K	ค่าคงที่ในสมการเรย์โนลด์ $K = \frac{\pi^2 U}{16(W')^2}$
$\bar{L}$	ความหนืดเซย์โบล์สากล ของน้ำหนักรมาตรฐานที่ $VI = 0$
m	ค่าโมดูลของฟันเฟือง
$m_o$	พาวเวอร์ลอร์แฟคเตอร์ที่อุณหภูมิอ้างอิง (Pa.s)
$\bar{m}$	ค่าความชัน
n	ดัชนีพาวเวอร์ลอร์
N	จำนวนกริดที่แบ่งในการคำนวณ
p	ความดัน (Pa)
P	ความดันไรมิตี $P = \frac{p}{P_H}$
$P_H$	ความดันสูงสุดในการสัมผัสของ Hertz (Pa) $P_H = E' \left( \frac{W_o}{2\pi} \right)^{0.5}$
$r_{b1}, r_{b2}$	รัศมีวงกลมฐานของเฟืองขับและเฟืองตาม (m)
R	ค่าอัตราส่วนความโค้ง (m) $\frac{1}{R} = \frac{1}{R_p} + \frac{1}{R_g}$
$R_o$	ค่าอัตราส่วนความโค้งที่จุดอ้างอิง Pitch point (m) $\frac{1}{R_o} = \frac{1}{r_{b1} \tan \varphi} + \frac{1}{r_{b2} \tan \varphi}$
$R_a$	เส้นศูนย์กลางเฉลี่ย
$R_q$	ค่ารากที่สองของกำลังสอง(RMS)
$s_1$	ค่าระยะทางตามแนวแกน x ของผิว หยาบโมเดล 1(m.)

## รายการคำย่อและสัญลักษณ์ (ต่อ)

$s_2$	ค่าระยะทางตามแนวแกน x ของผิวหยาบ โมเดล 1(m.)
$S$	อัตราส่วนการลื่นไถล $S = 2 \left( \frac{u_p - u_g}{u_p + u_g} \right)$
$t$	เวลา (s)
$\bar{t}$	เวลาไร้มิติ $t = \frac{b}{\bar{u}_o} \bar{t}$
$t_p$	อัตราส่วนของช่วงเบร็ริง
$T_o$	อุณหภูมิอ้างอิง (303 K)
$u$	ความเร็วของของไหลที่ตำแหน่งใดๆ ในแนวแกน x (m/s)
$u_{p,g}$	ความเร็วที่ผิวหน้าบริเวณที่พื้นเพื่องขบกันของเพื่องจับและเพื่องตาม
$\bar{u}$	ความเร็วเฉลี่ย (m) $\bar{u} = \frac{u_p + u_g}{2}$
$\bar{u}_o$	ความเร็วเฉลี่ยที่จุดอ้างอิง Pitch point $\bar{u}_o = \left( \frac{\omega_p r_{b1} \tan \varphi + \omega_g r_{b2} \tan \varphi}{2} \right)$
$U$	พารามิเตอร์ความเร็วไร้มิติ $U = \frac{\mu_o \bar{u}}{E'R_o}$
$v$	ความเร็วของของไหลที่ตำแหน่งใดๆ ในแนวแกน y (m/s)
$VI$	ดัชนีความหนืด (Viscosity index)
$w$	น้ำหนัก (N/m.)
$w_o$	น้ำหนักที่จุดอ้างอิง Pitch point (N/m.)
$W$	น้ำหนักที่ไร้มิติ $W = \frac{w}{E'R_o^2}$
$W_o$	น้ำหนักไร้มิติที่จุดอ้างอิง Pitch point $W = \frac{w_o}{E'R_o^2}$
$x$	โคออร์ดิเนต x
$\bar{x}$	ความหนืดเซย์โบล์สากล ของน้ำหนักที่ต้องการหาค่า VI
$X$	โคออร์ดิเนต x ไร้มิติ
$y$	โคออร์ดิเนต y
$Y$	โคออร์ดิเนต y ไร้มิติ $Y = \frac{y}{h}$
$z$	โคออร์ดิเนต z
$z$	ค่าความสูงของผิวหยาบที่จุดอ้างอิง
$z^*$	ค่าที่ห่างจากค่าเฉลี่ยที่เลือกไว้
$Z$	ดัชนีความหนืด-ความดัน

## รายการคำย่อและสัญลักษณ์ (ต่อ)

### Greek symbols

$\eta$	ค่าความหนืดสัมบูรณ์(Absolute viscosity)
$\bar{\eta}$	ค่าความหนืดในรูปไร้มิติ
$\eta_0$	ความหนืดปรากฏของน้ำมันหล่อลื่นที่ความดันบรรยากาศและอุณหภูมิอ้างอิง (Pa.s)
$\tau$	ความเค้นเฉือน(Shear stress)
$\tau_{zx}$	ความเค้นเฉือนในแนว zx (Pa)
$\tau_{zy}$	ความเค้นเฉือนในแนว zy (Pa)
$\rho$	ความหนาแน่นของน้ำมันหล่อลื่น ( $\text{kg/m}^3$ )
$\rho_0$	ความหนาแน่นของน้ำมันหล่อลื่นที่ความดันบรรยากาศและที่อุณหภูมิอ้างอิง ( $\text{kg/m}^3$ )
$\bar{\rho}$	ความหนาแน่นของน้ำมันหล่อลื่น ในรูปไร้มิติ
$\rho_f$	ค่าความหนาแน่นสัมบูรณ์ของน้ำมันหล่อลื่น
$\psi$	ฟังก์ชันความน่าจะเป็นของความหนาแน่นของการกระจายความสูง
$\bar{\sigma}$	ค่าเฉลี่ยเบี่ยงเบนมาตรฐาน
$\sigma$	ความเค้น(Pa)
$\varepsilon$	ความเครียด
$v_a$	อัตราส่วนปีกของของเฟืองตาม
$v_b$	อัตราส่วนปีกของของเฟืองขับ
$\omega_p, \omega_g$	ความเร็วเชิงมุมของเฟืองขับและเฟืองตาม
$\varphi$	pressure angle
$\delta$	เทอม การเสียรูปของฟันเฟือง $\delta = -\frac{2}{\pi E'} \int_{x_{\min}}^{x_{\text{end}}} p \ln(x - x')^2 dx'$

# บทที่ 1

## บทนำ

### 1.1. ความเป็นมาและความสำคัญของปัญหา

เนื่องจากในปัจจุบัน อุปกรณ์ต่างๆ โดยเฉพาะในเครื่องจักรจำเป็นจะต้องมีการหล่อลื่นเพื่อยืดอายุการใช้งานและเพิ่มประสิทธิภาพการทำงาน เพื่อลดค่าใช้จ่ายและลดการสูญเสียกำลังการผลิตอันเนื่องจากการเปลี่ยนอุปกรณ์ของเครื่องจักร หรือ การปิดซ่อมบำรุงอันเนื่องมาจากการใช้ อุปกรณ์ที่ไม่เหมาะสมกับการทำงาน ดังนั้น การศึกษาพฤติกรรมหล่อลื่นในอุปกรณ์ต่างๆ ในเครื่องจักรจึงมีความสำคัญเพื่อที่เราจะสามารถออกแบบอุปกรณ์ต่างๆ ให้เหมาะสมกับสภาวะการทำงาน อุปกรณ์ที่เราใช้ในเครื่องจักรที่พบเห็นได้เช่น ฟันเฟือง แบริ่ง เพลา ลูกเบี้ยว เป็นต้น

ในวิทยานิพนธ์นี้จะ ศึกษาพฤติกรรม การหล่อลื่น ของเฟืองฟันตรงอันเนื่องมาจากฟันเฟือง เป็นปัญหาที่น่าสนใจและประยุกต์ใช้กับงานหลากหลายประเภทอันได้แก่ ในรถยนต์ ในเครื่องจักรในโรงงานอุตสาหกรรม หรือแม้แต่ในโรงจักรที่ผลิตกระแสไฟฟ้าก็ต้องมีฟันเฟืองช่วยในการส่งกำลัง โดยการศึกษาพฤติกรรมหล่อลื่นของเฟืองฟันตรงนี้จะศึกษาพฤติกรรมหล่อลื่นที่เป็นแบบฮิสเทรีซิส ไดนามิกส์ ที่มีการสัมผัสเป็นเชิงเส้น โดยทำการศึกษาผลกระทบของความหนืดที่มีพฤติกรรมที่เป็นนอนนิวโทเนียน โดยทำการเปลี่ยนแปลงความเร็วรอบของฟันเฟือง ภาระการส่งกำลัง ลักษณะของฟันเฟืองเช่น จำนวนฟันเฟือง และค่าสารน้ำมันที่เปลี่ยนแปลงไป

### 1.2 บททความวิจัยที่ผ่านมา

ในปี ค.ศ. 1786 Reynolds ได้เขียนสมการที่แสดงถึงความสัมพันธ์ของการไหลและความหนาแน่นของสารหล่อและแรงดันของไหลและความหนาฟิล์มที่เกิดขึ้น โดยสารหล่อลื่นเป็นแบบนิวโทเนียนเพื่อใช้จำลองการหล่อลื่นแบบไฮโดรไดนามิกส์ และต่อมาในปี ค.ศ. 1896 Hertz ได้ประยุกต์ทฤษฎีความยืดหยุ่นเข้ากับสมการเรย์โนลด์ส ทำให้งานวิจัยทางด้านฮิสเทรีซิสไดนามิกส์มีความก้าวหน้าไปอย่างมาก

Roland Larsson 1997 ได้ประยุกต์ใช้สมการของ Reynolds เข้ากับปัญหาของฟันเฟืองที่เป็นชนิดตรงโดยคิดกรณีที่สารหล่อลื่นเป็นแบบนอนนิวโทเนียน ทำให้ได้ค่าที่เข้าใกล้สภาวะการทำงานจริงมากยิ่งขึ้น

### 1.3 วัตถุประสงค์ของการศึกษาและวิจัย

ในวิทยานิพนธ์นี้มีวัตถุประสงค์เพื่อ

1.3.1. ศึกษาพฤติกรรมการหล่อลื่นของเฟืองฟันตรงที่มีพฤติกรรมการหล่อลื่นเป็นแบบฮิสทอสโตไฮโดรไดนามิกส์โดยจะพิจารณาถึงความดัน ความหนาฟิล์มที่เกิดขึ้น ความหนาแน่นและความหนืดของสารหล่อลื่นที่มีการเปลี่ยนแปลงไป ซึ่งในการจำลองจะเปลี่ยนค่าความเร็วรอบของฟันเฟือง อัตราการส่งถ่ายกำลังของฟันเฟือง จำนวนฟันเฟืองและ สารหล่อลื่น

1.3.2. ทำการหาค่าจำนวนฟันเฟือง ค่าความหนืดสัมบูรณ์ของน้ำมัน และค่าโมดูลของฟันเฟืองที่เหมาะสมที่สุดในสภาวะการทำงานใดๆ

1.3.3. เขียน โปรแกรมคอมพิวเตอร์เพื่อหาค่าการกระจายความดัน ความหนาฟิล์มน้ำมัน ความหนาแน่นและความหนืดของสารหล่อลื่นที่เกิดขึ้นของฟันเฟือง ในสภาวะพลวัต

1.3.4. เขียน โปรแกรมคำนวณหาค่าที่เหมาะสมที่สุด (Optimization)

### 1.4 ขอบเขตของงานวิจัย

จะทำการศึกษาพฤติกรรมการหล่อลื่นแบบฮิสทอสโตไฮโดรไดนามิกส์ของเฟืองฟันตรง โดยจะกำหนดค่าตัวแปรต่างๆ ดังต่อไปนี้

1.4.1. ทำการศึกษาถึงผลของความเร็วยรอบของฟันเฟือง โดยความเร็วรอบของฟันเฟือง

1.4.2. ทำการศึกษาถึงผลของอัตราการส่งถ่ายกำลัง

1.4.3. ทำการศึกษาถึงผลของค่าโมดูลของฟันเฟือง

1.4.4. ทำการศึกษาถึงผลของจำนวนฟันของเฟืองขับ

1.4.5. ทำการศึกษาถึงผลของสารหล่อลื่นทั้งหมด 2 ค่าคือ SAE 40 และ SAE 90

1.4.6. เขียน โปรแกรมคอมพิวเตอร์โดยใช้วิธีนิวตันราฟสันและแก้สมการ เพื่อศึกษาพฤติกรรมการหล่อลื่นของเฟืองฟันตรง

1.4.7. เขียน โปรแกรมคอมพิวเตอร์เพื่อหาค่าที่เหมาะสมที่สุด

### 1.5 ประโยชน์ที่คาดว่าจะได้รับ

สิ่งที่คาดว่าจะได้รับจากงานวิจัยนี้คือ ทำให้ทราบถึงพฤติกรรมการหล่อลื่นของฟันเฟืองชนิดตรงที่เป็นแบบฮิสทอสโตไฮโดรไดนามิกส์ เพื่อเป็นแนวทางในการพัฒนาวิชาการทางด้าน ไตรโบโลยี (Tribology) และการออกแบบชิ้นส่วนเครื่องจักรกลให้มีการหล่อลื่นที่มีประสิทธิภาพต่อไป

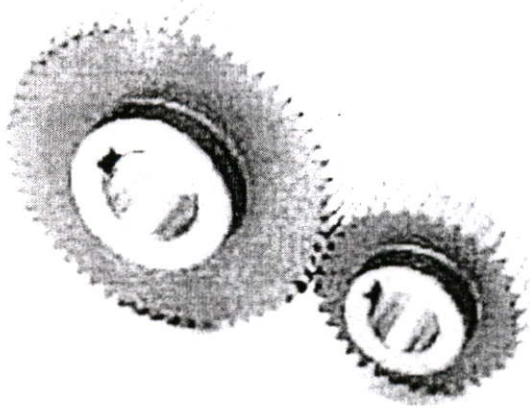
## บทที่ 2

### ชนิดเฟือง

ฟันเฟืองเป็นชิ้นส่วนหนึ่งในเครื่องจักรที่พบได้ในเครื่องจักรทั่วไป โดยฟันเฟืองจะทำหน้าที่ส่งกำลังและการหมุนจากเพลลาหนึ่งไปยังอีกเพลลาหนึ่ง เช่นในการส่งกำลังจากรถยนต์ ในโรงจักรไฟฟ้า เป็นต้น

#### 2.1 เฟืองฟันตรง (Spur gear)

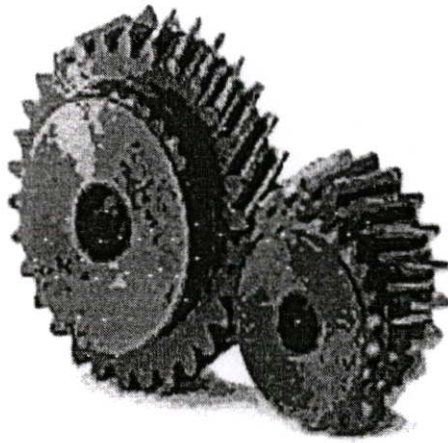
เป็นเฟืองที่มีการส่งกำลังจากเพลลาหนึ่งไปยังอีกเพลลาหนึ่งที่ขนานกัน ส่วนมากเฟืองขับ (driving gears) จะมีขนาดเล็กกว่าเฟืองตาม (driven gears) และมีชื่อเรียกเป็นพิเศษว่า พิเนียน (pinion) ส่วนเฟืองใหญ่เรียกว่าเฟือง (gear) แต่ในการใช้งานบางโอกาสก็อาจใช้เฟืองใหญ่เป็นเฟืองขับก็ได้ โดยในวิทยานิพนธ์นี้จะทำการศึกษาในกรณีที่ฟันเฟืองเป็นแบบเฟืองตรง



รูปที่ 2.1 แสดงลักษณะของฟันเฟืองตรง

#### 2.2 เฟืองเฉียง (helical gears)

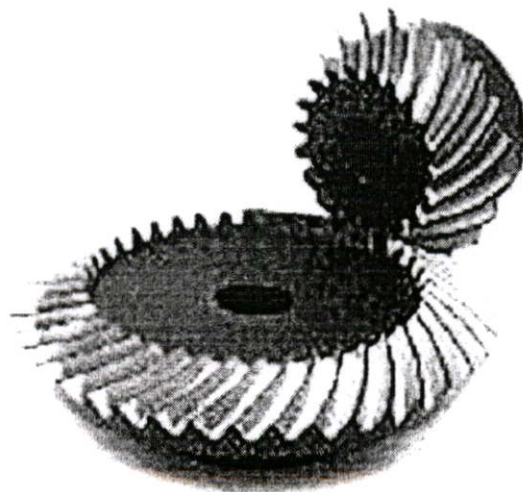
เป็นเฟือง ที่ฟันเฟืองไม่ขนานกับแกนหมุนของเฟือง แต่เอียงทำมุมกับเฟือง ดังนั้นแรงที่กระทำกับฟันเฟืองจึงเป็นแบบสามมิติ สามารถที่จะส่งกำลังระหว่างเพลลาที่ขนานกันหรือเพลลาที่ทำมุมกันก็ได้ ในการขับเคลื่อนด้วยเฟืองตรง แนวการสัมผัสระหว่างฟันเฟืองจะสัมผัสเป็นเส้น (line contact) ส่วนเฟืองเฉียงการสัมผัสระหว่างฟันเฟืองจะเริ่มต้นสัมผัสเป็นจุด (point contact) และเมื่อเฟืองหมุนไปก็จะเปลี่ยนเป็นการสัมผัสเป็นเส้น เนื่องด้วยลักษณะการสัมผัสอย่างนี้เองจึงทำให้การสัมผัสของฟันเฟืองของเฟืองเฉียงจึงนุ่มนวลกว่าเฟืองฟันตรง จึงทำให้มีเสียงในการทำงาน



รูปที่ 2.2 แสดงลักษณะของเฟืองเฉียง

### 2.3 เฟืองดอกจอก (bevel gears)

เฟืองดอกจอกเป็นเฟืองที่ใช้ในการส่งกำลังผ่านเพลลาที่ทำมุมใดๆต่อกัน เฟืองดอกจอกอาจจะเรียกอีกอย่างว่าเฟืองกรวยตัด (conical gears) การรับแรงของเฟืองดอกจอกก็คล้ายคลึงกับเฟืองตรงและเฟืองเฉียง เฟืองดอกจอกจะต้องผลิตขึ้นมาเป็นคู่เพื่อใช้เฉพาะงาน และไม่สามารถที่จะสลับการใช้งานกับเฟืองอื่นๆได้ เหมือนกับเฟืองตรง

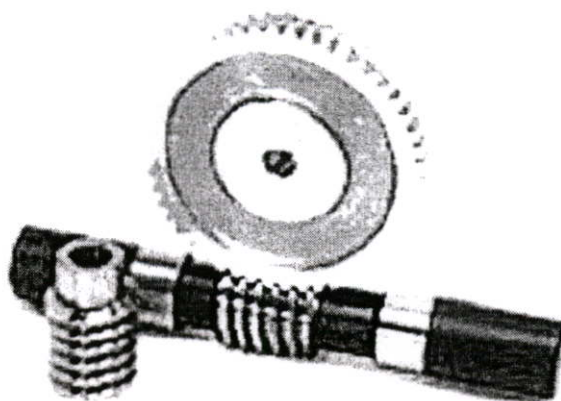


รูปที่ 2.3 แสดงลักษณะฟันเฟืองดอกจอก

## 2.4 ชุดเฟืองหนอน (worm gear set)

ชุดเฟืองหนอนใช้สำหรับส่งกำลังระหว่างเพลาที่ไม่ขนานกันและไม่ตัดกัน ซึ่งต้องการให้มีอัตราทดสูง เฟืองหนอนประกอบด้วยเกสตัวหนอน (worm) และเฟืองหนอน (worm gear) โดยปกติแล้วมักจะใช้ชุดเฟืองหนอนส่งกำลังระหว่างเพลาที่ทำมุมกัน  $90^\circ$

แม้ว่าจะใช้เฟืองเฉียงส่งกำลังในลักษณะนี้ได้ แต่ก็ไม่สามารถส่งกำลังได้มากเท่ากับฟันเฟืองชุดตัวหนอน นอกจากนี้ฟันเฟืองชุดตัวหนอนยังสามารถทำงานด้วยอัตราทดสูงถึง 300 โดยที่ใช้การทดเพียงครั้งเดียว แต่ถ้าใช้เฟืองเฉียงจะเกิดปัญหาขึ้นในทางปฏิบัติ เช่นจะต้องใช้ฟันเฟืองที่มีจำนวนฟัน 10 ฟันขับเฟืองที่มีฟัน 3000 ฟัน เป็นต้น ข้อเสียของชุดเฟืองหนอนก็คือประสิทธิภาพการส่งกำลังจะต่ำและมีความร้อนเกิดขึ้นเนื่องจากการเสียดสี (sliding) ระหว่างฟันเฟืองมากกว่า ทำให้ต้องคำนึงถึงเรื่องระบายความร้อนที่เหมาะสมด้วย



รูปที่ 2.4 แสดงลักษณะของชุดเฟืองตัวหนอน

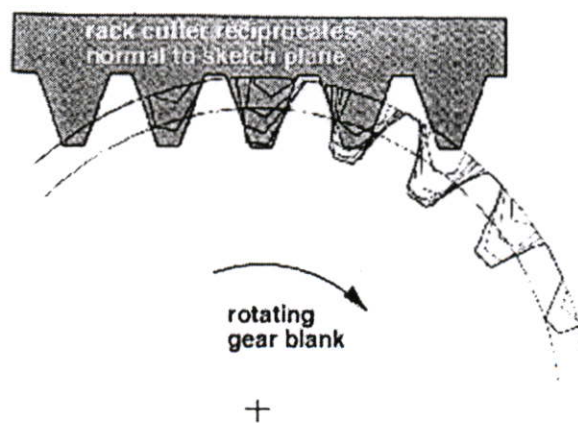
## 2.5 วิธีการผลิตเฟือง

การผลิตเฟืองเพื่อใช้ในการค้ำนั้น ทำได้หลายวิธี เช่น การหล่อ การปั๊มขึ้นรูป การแปรรูปด้วยเครื่องจักร และการทำโมลด์พลาสติก เป็นต้น ซึ่งแต่ละวิธีนั้น ผู้ผลิตจะต้องคำนึงถึงการผลิต, จำนวนที่ผลิตและชนิดของเฟืองแล้วมาเลือกกว่าวิธีไหนจึงจะเหมาะสมและต้นทุนประหยัดที่สุด

การผลิตเฟืองนอกจากใช้การหล่อโดยวิธีการต่างๆ เช่น หล่อด้วยแบบทราย เซลล์โมลดิ้ง (shell moulding) ดายคาสติง (die casting) แล้วยังมีการผลิตเฟืองที่ใช้กันมากคือ การตัดเฟืองด้วยวิธีการต่างๆ ดังต่อไปนี้

2.5.1 มิลลิ่งคัตเตอร์ (milling cutter) ในวิธีนี้ตัวตัดเฟืองมีชื่อเรียกว่า มิลลิ่งคัตเตอร์ ซึ่งเป็นเฟืองชนิดหนึ่งที่มีฟันเป็นรูปตามลักษณะของช่องว่างระหว่างฟันที่จะตัด วิธีการก็คือให้คัตเตอร์หมุนเพื่อตัดโลหะซึ่งจะเป็นช่องว่างระหว่างฟันเพื่อออกหลังจากเสร็จหนึ่งช่องแล้วก็ให้ฟันเฟืองหมุนไปอีกหนึ่งช่องแล้ว คัตเตอร์ก็จะตัดโลหะออกอีกหนึ่งช่องเรื่อยไป อุปกรณ์ที่ใช้หมุนเฟืองไปครั้งละหนึ่งช่องเรียกว่า จานแบ่ง (indexing) ซึ่งปรับระยะเวลาการหมุนให้สอดคล้องกับจำนวนฟันบนเฟืองได้ตามต้องการ ข้อเสียของการตัดฟันเฟืองในวิธีนี้คือ คัตเตอร์แต่ละอันจะตัดได้เฉพาะจำนวนฟันและพิตช์ที่ต้องการเท่านั้น ถ้าจำนวนฟันเปลี่ยนไปก็ต้องใช้คัตเตอร์อันใหม่ ทำให้ค่าใช้จ่ายในการตัดเฟืองสูง ในทางปฏิบัติจะไม่มีการเปลี่ยนคัตเตอร์ทุกครั้งที่มีจำนวนฟันเฟืองที่ต้องการตัดเปลี่ยนไป แต่จะใช้คัตเตอร์อันเดียวสำหรับตัดเฟืองที่มีจำนวนฟันแตกต่างกันประมาณ 8 ฟัน โดยที่พิตช์เท่ากัน ดังนั้นเฟืองที่ตัดโดยวิธีนี้จึงได้เพียงแต่รูปร่างของฟัน โดยประมาณเท่านั้น ทั้งนี้เพราะในจำนวนเฟือง 8 อันที่มีพิตช์เท่ากัน แต่จำนวนฟันแตกต่างกัน จะมีเพียงเฟืองเดียวที่รูปร่างของฟันเฟืองตัดได้อย่างถูกต้อง ในกรณีที่ต้องการงานที่มีความแม่นยำสูงมาก ก็จำเป็นต้องใช้คัตเตอร์ที่ถูกต้องในการตัดฟันเฟืองที่ต้องการจริงๆ

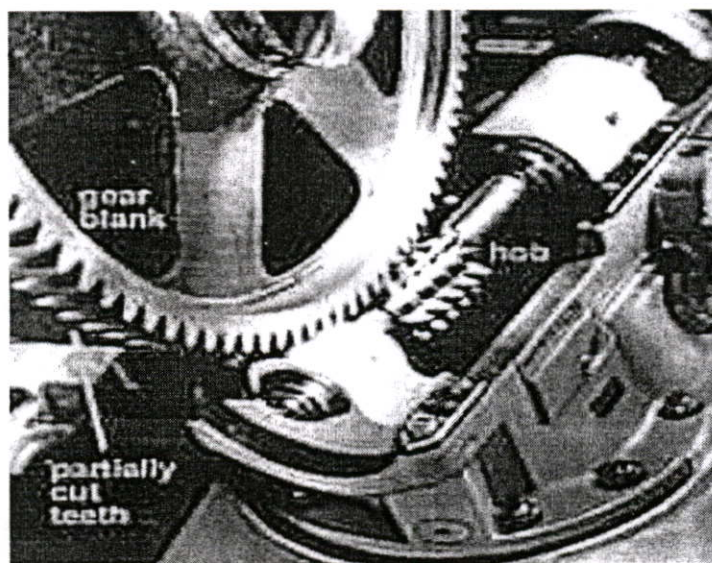
2.5.2 แร็คคัตเตอร์ (rack cutter) ในวิธีนี้ตัวตัดฟันเฟืองเป็นแร็คหรือเฟืองซึ่งไม่มีความโค้งดังรูปที่ 2.5 ในการทำงานคัตเตอร์จะเลื่อนไปกลับ (reciprocating) เพื่อค่อยๆตัดเนื้อโลหะออกจากเฟืองเปล่า (gear-blank) ซึ่งก็คือเฟืองที่ไม่มีฟัน จนกระทั่งวงกลมพิตช์ของเฟือง และคัตเตอร์สัมผัสกัน จากนั้นเฟืองเปล่าก็เลื่อนไปสู่ตำแหน่งถัดไปของฟัน และวิธีการตัดก็กระทำซ้ำเช่นเดิม วิธีการนี้จะได้รูปร่างของฟันเฟืองที่เข้าใกล้รูปร่างที่ต้องการมาก ข้อเสียคือต้องใช้เวลาในการตัดฟันเฟืองมาก เฟืองอันใหญ่มักนิยมใช้ตัดด้วยแร็คคัตเตอร์ ทั้งนี้เพราะมีประสิทธิภาพที่สูงกว่าการตัดด้วยวิธีอื่นๆ



รูปที่ 2.5 แสดงการทำงานของแร็คคัตเตอร์

2.25 พิเนียนคัตเตอร์ (pinion cutter) วิธีการก็เช่นเดียวกับเรีคคัตเตอร์ แต่คัตเตอร์ที่ใช้เป็นเฟืองอีกอันหนึ่งแทนที่จะเป็นเรีค วิธีการตัดเฟืองนี้จะให้เฟืองเปล่าๆหมุนไป ในขณะที่เดียวกัน คัตเตอร์ก็เลื่อนไปกลับเพื่อตัดโลหะออกจากเฟืองเปล่าในวิธีการนี้จะตัดฟันเฟืองออกเท่ากันเมื่อเฟืองหมุนครบหนึ่งรอบ และเป็นวิธีที่นิยมใช้กันมากวิธีหนึ่ง

2.5.4 ฮีบบิง (hobbing) วิธีการตัดฟันเฟืองที่เรียกว่าฮีบบิงมีลักษณะคล้ายคลึงกับวิธีเรีคคัตเตอร์ ข้อแตกต่างก็คือ การใช้ฮีบบิงซึ่งจะมีลักษณะที่เหมือนเฟืองหนอน(worm gear) เป็นตัวตัดแทนเรีค เฟืองเปล่าและฮีบบิงจะหมุนไปพร้อมกันรอบแกนหมุนของตัวเองอย่างเป็นจังหวะเพื่อให้ตรงกับซี่ฟันที่ต้องการพอดี ข้อดีของวิธีการนี้คือ หลังจากการตั้งจังหวะให้เฟืองและฮีบบิงหมุนได้แล้ว จะไม่ต้องตั้งฮีบบิงใหม่อีก



รูปที่ 2.6 แสดงการทำงานของฮีบบิง

### บทที่ 3

## คุณสมบัติวัสดุของพื้นเฟืองและความหยาบผิว

เนื่องจากเฟืองเป็นอุปกรณ์ที่ใช้ในการส่งถ่ายกำลังทำให้พื้นเฟืองอยู่ในสภาวะที่ต้องรับแรงกระทำบ่อยๆส่งผลทำให้พื้นเฟืองมีการสึกหรอหรือเกิดการแตกหัก เพราะฉะนั้นวัสดุที่เลือกมาใช้ทำพื้นเฟืองจึงต้องมีคุณสมบัติทางกลที่เหมาะสมสามารถทำงานได้ในสภาวะที่เราต้องการ โดยไม่มีการแตกหัก จึงเป็นความจำเป็นของนักออกแบบที่จะต้องมีความเข้าใจคุณสมบัติทางกลของวัสดุเพื่อที่จะสามารถเลือกวัสดุที่จะนำมาใช้งานได้อย่างถูกต้อง

สมบัติทางกลของวัสดุเป็นสิ่งที่บ่งบอกถึงความสัมพันธ์ระหว่างผลของแรงกระทำกับการแปรรูปที่เกิดขึ้น สมบัติทางกลที่สำคัญได้แก่ ความแข็งแรง (strength) ความเหนียว (ductility) ความแข็ง (hardness) และความแข็งตึง (stiffness) หรือความสามารถในการคงรูป

การได้มาซึ่งข้อมูลเกี่ยวกับสมบัติทางกลทำได้โดยการทดสอบวัสดุให้ใกล้เคียงกับสภาพที่รับแรงกระทำในระหว่างใช้งานจริง ปัจจัยที่นำมาพิจารณาเช่น ลักษณะของแรงกระทำ ระยะเวลา นอกจากนี้อาจจะพิจารณาถึงอุณหภูมิที่ใช้งานก็เป็นปัจจัยที่สำคัญตัวหนึ่งด้วย และเพื่อที่จะได้ข้อมูลของสมบัติทางกลที่เป็นมาตรฐานเดียวกัน ที่มีแนวทางในการทดสอบที่เป็นมาตรฐาน และการตีความจากข้อมูลที่ได้ไปในแนวทางเดียวกันจึงมีหน่วยงานที่ได้รับการรับรองที่ทดสอบวัสดุและทำการเผยแพร่ข้อมูลออกไป ในสหรัฐอเมริกา องค์กรที่มีบทบาทมากที่สุดได้แก่ ASTM (American Society for Testing and Materials)

### 3.1 คุณสมบัติทางกลของวัสดุ

#### 3.1.1 ความเค้น ความเครียด (Stress-Strain)

ในการศึกษาเมื่อวัสดุแต่ละสัมผัสกันหรือรับแรง คุณสมบัติหนึ่งที่เราต้องสนใจคือ ความเค้น และความเครียดที่เกิดขึ้นของวัสดุ ในกรณีที่วัสดุมีเนื้อวัสดุอย่างเดียวกันนั้นสามารถที่จะเขียนความสัมพันธ์โดยใช้หลักการสมดุลของแรง สามารถเขียนความสัมพันธ์ได้ดังสมการที่ 3.1-3.7 [2]

$$(1+\nu)\nabla^2\sigma_x + \frac{\partial^2}{\partial x^2}(\sigma_x + \sigma_y + \sigma_z) = 0 \quad (3.1)$$

$$(1+\nu)\nabla^2\sigma_y + \frac{\partial^2}{\partial y^2}(\sigma_x + \sigma_y + \sigma_z) = 0 \quad (3.2)$$

$$(1+\nu)\nabla^2\sigma_z + \frac{\partial^2}{\partial z^2}(\sigma_x + \sigma_y + \sigma_z) = 0 \quad (3.3)$$

$$(1+\nu)\nabla^2\tau_{xy} + \frac{\partial^2}{\partial x\partial y}(\sigma_x + \sigma_y + \sigma_z) = 0 \quad (3.4)$$

$$(1+\nu)\nabla^2\tau_{yz} + \frac{\partial^2}{\partial y\partial z}(\sigma_x + \sigma_y + \sigma_z) = 0 \quad (3.5)$$

$$(1+\nu)\nabla^2\tau_{zx} + \frac{\partial^2}{\partial z\partial x}(\sigma_x + \sigma_y + \sigma_z) = 0 \quad (3.6)$$

$$\nabla^2 = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2} \quad (3.7)$$

โดยที่  $\sigma_{x,y,z}$  คือความเค้นในแนวแกน x,y และ z ตามลำดับ (N/m<sup>2</sup>)

$\tau_{xy,yz,zx}$  คือความเค้นเฉือนในระนาบ xy,yz และ zx ตามลำดับ (N/m<sup>2</sup>)

ส่วนความเครียดที่เกิดขึ้นตามกฎของ Hook's law [2] ในวัสดุสามารถเขียนได้ดังสมการ

ที่ 3.8-3.10

$$\varepsilon_x = \frac{\partial\delta_x}{\partial x} = \frac{1}{E}[\sigma_x - \nu(\sigma_y + \sigma_z)] \quad (3.8)$$

$$\varepsilon_y = \frac{\partial\delta_y}{\partial y} = \frac{1}{E}[\sigma_y - \nu(\sigma_z + \sigma_x)] \quad (3.9)$$

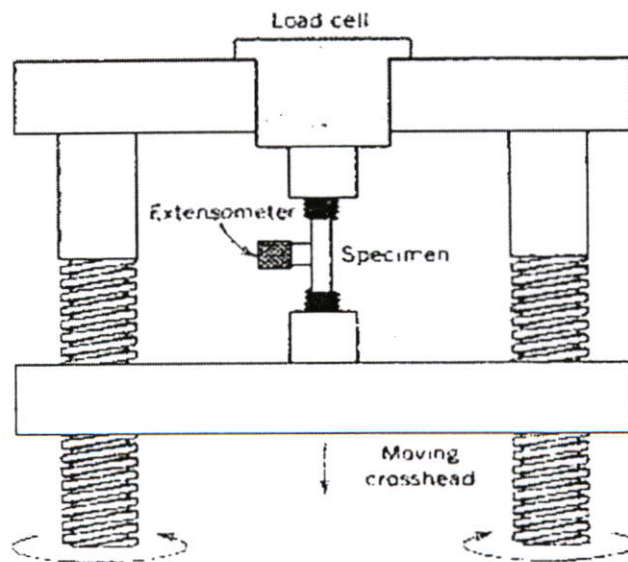
$$\varepsilon_z = \frac{\partial\delta_z}{\partial z} = \frac{1}{E}[\sigma_z - \nu(\sigma_x + \sigma_y)] \quad (3.10)$$

โดยที่  $\varepsilon_{x,y,z}$  คือความเครียดตามแนวแกน x,y และ z ตามลำดับ

$\nu$  คืออัตราส่วนปัวซอง (Poisson's ratio)

$E$  คือมอดุลัสความยืดหยุ่น (Gpa)

$\delta_{x,y,z}$  คือการเสีรูปของวัสดุในทิศทางแกน x,y และ z ตามลำดับ



รูปที่ 3.1 แสดงเครื่องทดสอบและวัสดุที่ใช้การทดสอบ

### 3.1.2 มอดูลัสความยืดหยุ่น (modulus of elasticity)

ระดับการแปรรูปหรือเปลี่ยนรูปของโครงสร้างหนึ่งๆจะมากหรือน้อยขึ้นอยู่กับขนาดแรงกระทำที่กระทำต่อวัสดุ ตามกฎของฮุก (Hooke's law) ค่าคงที่ของการแปรผัน  $E$  เรียกว่า มอดูลัสความยืดหยุ่น (modulus of elasticity) สำหรับโลหะหลักๆ ค่ามอดูลัสนี้มีขนาดอยู่ระหว่าง 45 GPa สำหรับแมกนีเซียม ถึง 407 GPa สำหรับทังสเตน ค่ามอดูลัสความยืดหยุ่นของโลหะบางชนิดที่อุณหภูมิห้องมีค่าดังแสดงในตาราง 3.1

ตาราง 3.1 แสดงค่ามอดูลัสความยืดหยุ่น มอดูลัสเฉือน และ อัตราส่วนปัวซองของโลหะบางชนิด ที่อุณหภูมิห้อง

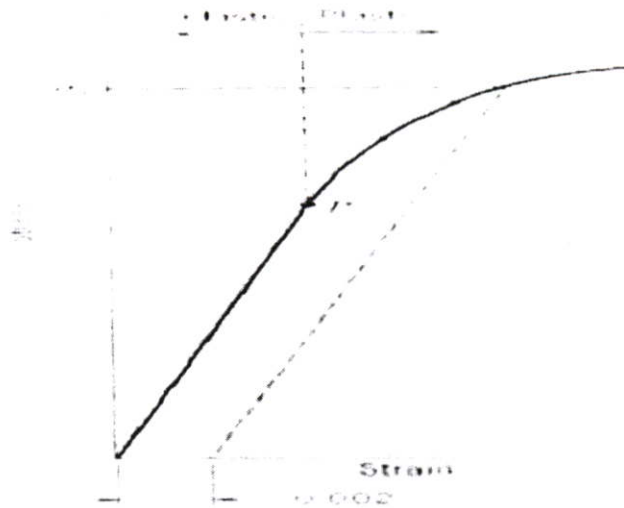
Metal Alloy	Modulus of Elasticity GPa	Shear Modulus GPa	Poisson's Ratio
Aluminum	69	25	0.33
Brass	97	37	0.34
Copper	110	46	0.34
Magnesium	45	17	0.29
Nickel	207	76	0.31
Steel	207	83	0.30
Titanium	107	45	0.34
Tungsten	407	160	0.28

การแปรรูปซึ่งความเค้นและความเครียดแปรผันตรงซึ่งกันและกันนี้เรียกว่าการแปรหรือการเสียรูปแบบยืดหยุ่น (elastic deformation) ซึ่งเมื่อนำมาเขียนกราฟจะได้ดังรูปที่ 3.2 และค่าความชันของกราฟนี้เองคือค่า มอดูลัสความยืดหยุ่น ค่ามอดูลัสนี้อาจถูกพิจารณาว่าเป็นค่าที่บอกถึงความแข็งตึง (stiffness) ของวัสดุในการที่จะต้านทานต่อการผิดรูปไป ยิ่งค่ามอดูลัสมากเท่าไร วัสดุก็ยิ่งมีการผิดรูปน้อยเท่านั้น การแปรรูปแบบยืดหยุ่นนี้เป็นการแปรรูปแบบชั่วคราวเท่านั้น

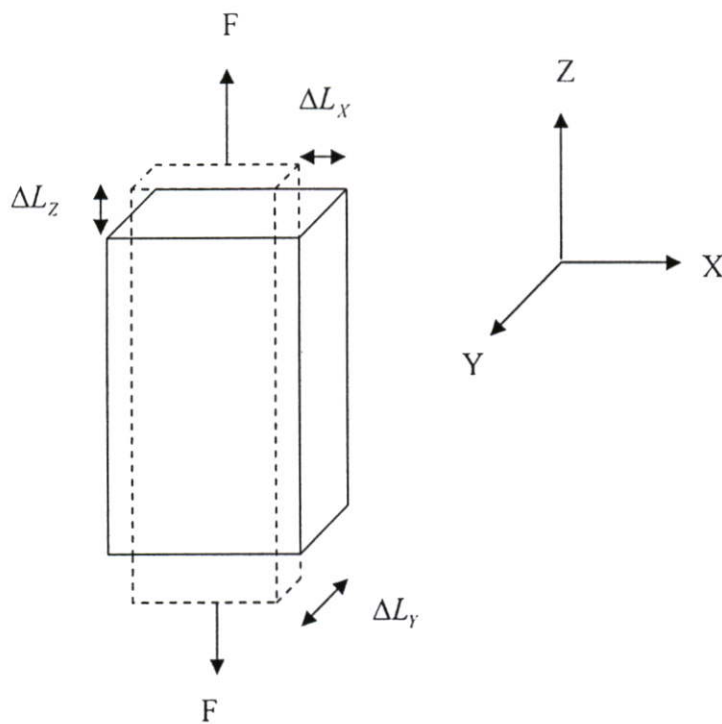
### 3.1.3 อัตราส่วนปัวซอง (Poisson's ratio)

เมื่อทำการทดสอบ โดยออกแรงดึงขึ้นงานพบว่าชิ้นงานหรือวัสดุจะมีการยืดตัวในแนวแกนก็จะมี ความเครียดในแนวแกนและจะมีการหดตัวในแนวขวางคือ จะมีความเครียดในแนวขวางอัตราส่วนปัวซองของวัสดุก็คือ อัตราส่วนระหว่างความเครียดในแนวด้านขวางต่อความเครียดตามแนวแกน

$$\text{อัตราส่วนปัวซอง } \nu = \frac{\epsilon_x}{\epsilon_z} = \frac{\epsilon_y}{\epsilon_z}$$



รูปที่ 3.2 ความสัมพันธ์ระหว่างความเค้นและความเครียด



รูปที่ 3.3 แสดงการหาอัตราส่วนปัวซอง

#### 3.1.4 ความเหนียว (ductility)

ความเหนียวเป็นคุณสมบัติทางกลที่สำคัญอีกประการหนึ่ง เป็นคุณสมบัติที่บ่งบอกถึงระดับปริมาณของการแปรรูปถาวรที่จะเกิดขึ้นก่อนวัสดุจะมีการแตกหัก วัสดุที่เกิดการแปรรูปถาวรได้น้อยมาก หรือไม่มีการแปรรูปถาวรเกิดขึ้นเลยก่อนที่วัสดุจะมีการแตกหักภายใต้แรง

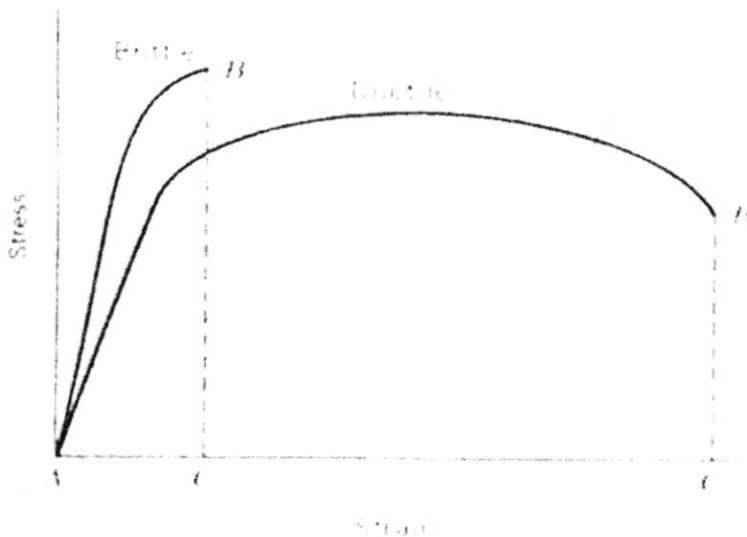
กระทำเรียกวัสดุชนิดนั้นมีคุณสมบัติเป็นวัสดุเปราะ (brittle) และวัสดุที่มีการแปรรูปถาวรมาก ภายใต้แรงกระทำเรียกวัสดุชนิดนั้นมีคุณสมบัติเป็นวัสดุเหนียว (ductile) โดยที่วัสดุที่เหนียวจะมีความปลอดภัยมากกว่าวัสดุที่เปราะ โดยทั่วไปวัสดุจะถือว่าเป็นวัสดุเปราะเมื่อมันแตกหักด้วยความเครียดที่ต่ำกว่า 5% โดยประมาณ

สมบัติความเหนียวสามารถระบุเป็นปริมาณตัวเลขด้วยค่าเปอร์เซ็นต์การยืดตัว (percent elongation) หรือเปอร์เซ็นต์การลดลงของพื้นที่หน้าตัด (percent reduction in area)

$$\text{เปอร์เซ็นต์การยืดตัว } EL = \left( \frac{l_f - l_o}{l_o} \right) \times 100$$

$$\text{เปอร์เซ็นต์การลดลงของพื้นที่หน้าตัด } EA = \left( \frac{A_o - A_f}{A_o} \right) \times 100$$

โดยที่  $l_f, A_f$  คือความยาวและพื้นที่หน้าตัดหลังใช้งานขาดหรือแตกหัก และ  $l_o, A_o$  คือความยาวและพื้นที่หน้าตัดก่อนการทดสอบ



รูปที่ 3.4 แสดงความแตกต่างระหว่างวัสดุเหนียวกับวัสดุเปราะ

### 3.1.5 ความแกร่ง (toughness)

ความแกร่งเป็นสิ่งที่บอถึงความสามารถของวัสดุในการที่จะดูดซับพลังงานเข้าไป จนกว่าจะมีการแตกหัก ซึ่งคุณสมบัตินี้ขึ้นอยู่กับรูปร่างของวัสดุและลักษณะของแรงกระทำ เช่น แรงกระทำที่เป็นภาระกรรมจลน์ (dynamic loading) หรือ ภาระกรรมสถิต (static loading) สำหรับวัสดุที่แกร่งนั้นจะต้องมีทั้งความแข็งแรงและความเหนียวพร้อมกัน แต่โดยทั่วไปวัสดุที่เหนียวจะแกร่ง กว่าวัสดุที่เปราะ

### 3.1.6 ความแข็ง (hardness)

ความแข็งเป็นคุณสมบัติที่บอกระดับความต้านทานของวัสดุต่อการเกิดการแปรรูปถาวรที่บริเวณเฉพาะ เช่นบริเวณที่เกิดรอยบุ๋มหรือรอยขีดข่วนที่ผิว ในสมัยแรกๆการทดสอบความแข็งทดสอบโดยนำวัสดุมาทดสอบโดยวัสดุแข็งกว่าจะสามารถขีดข่วนอีกวัสดุหนึ่งให้เป็นรอยได้ซึ่งเป็นการทดสอบในเชิงคุณภาพ ส่วนการทดสอบในเชิงปริมาณเพื่อประมาณค่าความแข็งเป็นตัวเลขถูกพัฒนาขึ้นภายหลัง โดยใช้หัวกด (indenter) กดลงบนผิวชิ้นงานที่จะทดสอบภายใต้เงื่อนไขควบคุมให้เป็นมาตรฐานได้แก่ แรงที่ใช้กด และความเร็วของการกด จากนั้นวัดขนาดหรือความลึกของรอยกด ที่เกิดขึ้นมาแปลงเป็นค่าความแข็งของวัสดุ ซึ่งรอยกดที่ใหญ่และลึกหมายถึงวัสดุอ่อน และมีความแข็งต่ำ

การทดสอบความแข็ง (hardness test) เป็นการทดสอบสมบัติทางกลที่ถูกลำดับไปใช้ปฏิบัติบ่อยกว่า แพร่หลายกว่าวิธีอื่นเพราะ เป็นวิธีที่ง่ายและเสียค่าใช้จ่ายไม่สูง เป็นการทดสอบแบบไม่ทำลาย ชิ้นงาน ไม่แตกหักหรือเสียรูป และสมบัติอื่นของวัสดุสามารถประมาณได้จากค่าความแข็งของวัสดุ โดยการทดสอบความแข็งมีอยู่หลายวิธีดังต่อไปนี้

#### 1) การทดสอบความแข็งแบบร็อกเวลล์ (Rockwell hardness tests)

การทดสอบความแข็งแบบร็อกเวลล์เป็นวิธีการทดสอบที่นิยมใช้กันอย่างแพร่หลายที่สุด เนื่องจากเป็นวิธีที่ง่ายและไม่ต้องอาศัยความชำนาญเป็นพิเศษในวิธีนี้จะใช้หัวกดที่เป็นหัวกลมซึ่งทำจากเหล็กกล้าชุบแข็งที่มีขนาดเส้นผ่านศูนย์กลาง 1.588, 3.175, 6.350 และ 12.70 mm และแบบกรวยกลมแหลมซึ่งใช้ทดสอบวัตถุแข็ง ในวิธีนี้ ตัวเลขความแข็งจะได้จากผลต่างของความลึกที่หัวกดกดเข้าไปในผิวชิ้นงานในจังหวะแรกที่เกิดด้วยแรงกดรอง (minor load) กับ จังหวะหลังที่เกิดด้วยแรงกดหลัก (major load) โดยแรงกดรองจะใช้แรง 10 kg และแรงกดหลัก 60,100 และ 150 kg

#### 2) การทดสอบความแข็งแบบบริเนลล์ (Brinell hardness tests)

การทดสอบความแข็งแบบบริเนลล์ก็คล้ายกับร็อกเวลล์ คือใช้หัวกดที่เป็นรูปทรงกลมกดลงบนพื้นผิวชิ้นงานเหมือนกัน หัวกดที่ใช้จะเป็นเหล็กกล้าชุบแข็ง มีขนาดเส้นผ่านศูนย์กลาง 10 mm แรงกดที่ใช้มีค่าอยู่ระหว่างช่วง 500 ถึง 3000 kg โดยเพิ่มทีละ 500 kg และระหว่างการทดสอบจะต้องใช้แรงกดที่เป็นเวลานานตามที่กำหนดคือ 10 ถึง 30 วินาที วัสดุแข็งจะใช้แรงกดมากกว่าวัสดุอ่อน ค่าความแข็งแบบบริเนลล์ HB เป็นตัวเลขที่คำนวณจากขนาดของแรงที่ใช้ในการกดและขนาดเส้นผ่านศูนย์กลางของรอยกดที่เกิดขึ้น การวัดเส้นผ่านศูนย์กลางของรอยกดสามารถทำได้โดยการส่องกล้องจุลทรรศน์กำลังขยายต่ำที่มีขีดบอกขนาดอยู่ที่เลนส์ของกล้อง จากนั้นจึงนำมาแปลงเป็นเลข HB

#### 3) การทดสอบความแข็งจุลภาคแบบนूपและวิกเกอร์ส (Knoop and Vickers microhardness tests)

เป็นการทดสอบโดยใช้หัวกดที่มีรูปร่างเป็นแบบพีระมิดกดลงบนชิ้นงาน โดยแรงกดที่ใช้จะต่ำกว่าของวิธีรีกเวลล์และบริเนลล์มาก โดยแรงกดอยู่ประมาณ 1 ถึง 1000 g รอยกดที่ได้จะทำการวัดโดยการใช้อุปกรณ์วัดขนาดออกมานั้นจึงแปลงขนาดรอยกดเป็นค่าความแข็งออกมา โดยผิวชิ้นงานจะต้องมีการเตรียมอย่างดีโดยการขัดด้วยกระดาษทรายและขัดละเอียดด้วยผงขัด เพื่อผลที่ได้จะมีความถูกต้องแม่นยำ

### 3.2 การเลือกรูปแบบยึดหยุ่นของพื้นเพื่อตรง

เมื่อพื้นเพื่องขบกันจะมีการถ่ายกำลังจากเพื่องขับไปเพื่องตาม ในการส่งถ่ายกำลังนี้เองจึงทำให้พื้นเพื่องเกิดการเสียรูปแบบยืดหยุ่น โดยในการศึกษาพื้นเพื่องตรงเราสมมุติให้การเสียรูปแบบยืดหยุ่นของพื้นเพื่องเป็นแบบสี่เหลี่ยมผืนผ้า (rectangular) ซึ่งมีความสัมพันธ์เป็นไปตามสมการ 3.11-3.12 [2]

$$\delta(x') = -\frac{2}{\pi E'} \int_{x_{min}}^{x_{end}} p \ln(x-x')^2 dx' \quad (3.11)$$

$$\text{โดยที่} \quad \frac{1}{E'} = \frac{1}{2} \left( \frac{1-\nu_a^2}{E_a} + \frac{1-\nu_b^2}{E_b} \right) \quad (3.12)$$

$x$  = ระยะตามแนวสัมผัสบนผิวหน้าพื้นเพื่อง

$x'$  = ระยะตามแนวสัมผัสบนผิวหน้าพื้นเพื่องที่ตำแหน่งใดๆ

$\delta$  = เทอมการเสียรูปแบบยืดหยุ่น (mm)

$p$  = ความดัน (Pa)

$E_a$  = ค่ามอดูลัสความยืดหยุ่นของเพื่องตาม (GPa)

$E_b$  = ค่ามอดูลัสความยืดหยุ่นของเพื่องขับ (GPa)

$\nu_a$  = อัตราส่วนปัวซองของเพื่องตาม

$\nu_b$  = อัตราส่วนปัวซองของเพื่องขับ

### 3.3 ความหยาบผิวของพื้นเพื่อง

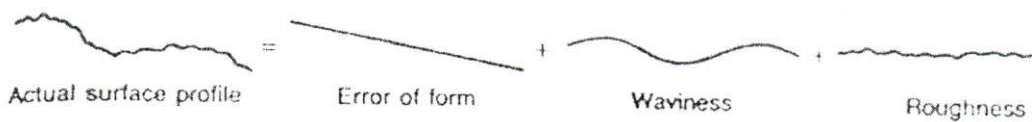
พื้นผิวของชิ้นงานนับว่าเป็นสิ่งที่มีความสำคัญเป็นอย่างมากในกระบวนการอุตสาหกรรม เนื่องจากชิ้นส่วนต่างๆ ที่มีการสัมผัสกันจะต้องมีการออกแบบให้มีการสึกหรอให้น้อยที่สุด โดยจะให้มีการหล่อลื่นที่ดีที่สุดแก่ชิ้นงานเพื่อลดการเสียดทานและการสึกหรอที่เกิดขึ้น ซึ่งการหล่อลื่นแบบไฮดรอลิกไฮโดรไดนามิกส์เป็นการหล่อลื่นแบบฟิล์มบาง ดังนั้นผิวสัมผัสจึงมีผลเป็นอย่างมากต่อการหล่อลื่นประเภทนี้ เพราะหากขนาดของความหยาบของผิวสัมผัสมีค่ามากกว่าความหนาฟิล์มก็จะทำให้เกิดการสัมผัสกันของชิ้นส่วนทำให้เกิดการสึกหรอขึ้น

ถึงแม้ทฤษฎีการออกแบบพื้นผิวจะมีการพัฒนามากขึ้นแต่ก็ยังคงประสบกับปัญหาเรื่องผิวสัมผัสกันอยู่ สิ่งแรกที่จะต้องศึกษาอย่างละเอียดเกี่ยวกับการหล่อลื่นของพื้นผิวเพื่อก็คือการตรวจวัดลักษณะรูปร่างของผิวหยาบ ผิวเรียบคือผิวที่ราบกับพื้นในหน่วยที่ละเอียด ความหยาบของผิวซึ่งงานจากกระบวนการขึ้นรูปเพื่อทำการหล่อลื่นจะมีค่าประมาณ  $0.01-10 \mu\text{m}$ . ขณะที่ขนาดของปริมาณจะประมาณ  $0.0001-0.001 \mu\text{m}$ . ซึ่งผิวหยาบจะประกอบด้วยจุดที่สูงและต่ำสลับกันไป โดยทั่วไปจะเรียกจุดที่สูงว่า “ความหยาบ” (Asperity)

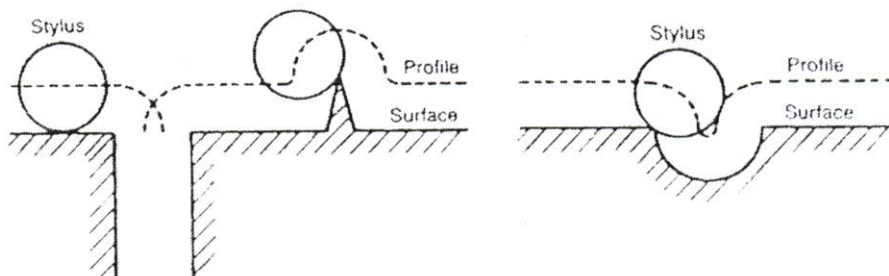
### 3.3.1 ลักษณะทางเรขาคณิตของพื้นผิว (Geometric characteristics of surfaces)

รูปร่างทางเรขาคณิตของพื้นผิว โดยทั่วไปจะแบ่งออกเป็น 3 ประเภทด้วยกัน ดังรูป 3.5

- 1) ความผิดพลาดของรูปร่าง (Error of form) ผิวที่เบนไปจากรูปแบบที่กำหนดไว้ สาเหตุเนื่องมาจากความผิดพลาดที่มีอยู่ในกระบวนการผลิต
- 2) คลื่น (Waviness) คลื่นที่มีเกิดขึ้นจะเป็นแนวยาวในพื้นผิว โดยมักจะเกิดจากความสั่นสะเทือนที่เราไม่ต้องการในเครื่องจักร ซึ่งมักจะเกิดขึ้นในเครื่องจักรเสมอ
- 3) ความหยาบ (Roughness) ความไม่สม่ำเสมอที่รวมอยู่ในคลื่นและความผิดรูปจากการผลิต ซึ่งมักจะเกิดขึ้นขณะการตัดหรือการทำผิวสำเร็จ



รูปที่ 3.5 แสดงลักษณะของผิวสัมผัสที่มีความหยาบ



รูปที่ 3.6 แสดงลักษณะของผิวสัมผัสที่มีความหยาบที่อาจทำให้การวัดผิดพลาด

### 3.3.2 การวัดด้วยปลายปากกาแหลม (Stylus measurements)

เครื่องมือวัดผิวหยาบที่มีใช้อยู่โดยทั่วไป จะแบ่งออกเป็น 2 อย่างหลักๆ คือ เครื่องมือที่มีการสัมผัสโดยตรง กับแบบที่ไม่ต้องสัมผัสโดยตรง โดยในหัวข้อนี้จะอธิบายถึงเครื่องมือที่ทำการ

วัดผิวด้วยการใช้ปลายเข็มแหลมในการวัดขนาดของความหยาบ โดยจะอาศัยหลักการเคลื่อนที่ในแนวตั้งของแกนเข็มที่วัดชิ้นงานซึ่งจะมีการเลื่อนขึ้นและลงตามลักษณะของพื้นผิวที่ทำการวัด ในขณะที่แนวแกนเกิดการเลื่อนขึ้นลงก็จะทำให้เกิดกระแสไฟฟ้าขึ้นและแปลงออกมาเป็นสัญญาณดิจิทัล และนำสัญญาณที่ได้มากรองสัญญาณอีกครั้งก่อนที่จะทำการพลอตกราฟ ซึ่งแนวความคิดนี้นำเสนอโดย แอบบอทและไฟล์สโตนในปี 1933

โดยทั่วไปปลายเข็มแหลมจะทำมาจากเพชร มีขนาดเส้นผ่านศูนย์กลางประมาณ  $4 \mu\text{m}$ . และจะมีแรงกระทำคงที่โดยประมาณไม่เกิน  $0.0007 \text{ N}$ . ซึ่งเป็นไปได้ยากที่ปลายหัวเพชรจะมีความสัมพันธ์กับพื้นผิวที่ทำการวัด เนื่องจากพื้นผิวที่จะทำการวัดมีลักษณะที่แตกต่างกันออกไป ดังนั้นในการวัดจึงอาจทำให้เกิดข้อผิดพลาดได้จากขนาดของหัวเพชรไม่สัมพันธ์กับพื้นผิวที่ทำการวัด ดังรูปที่ 3.6 ซึ่งแสดงถึงข้อผิดพลาดจากการวัดในพื้นที่ที่มีลักษณะต่างๆ กัน คือกรณีที่เป็นร่องลึกเท่ากับขนาดของปลายเข็มพอดี, กรณีที่เป็นยอดแหลมขึ้นมา และกรณีที่เป็นจุดเว้าเท่าหัวเข็มพอดี ซึ่งแนวเส้นที่ได้จะถูกรวมกับขนาดของหัวเข็มเข้าไปด้วย ดังนั้นจึงเป็นการยากมากที่จะได้รูปภาพของพื้นผิวที่แท้จริงจากการวัดค่าด้วยวิธีนี้ อย่างไรก็ตามวิธีนี้ก็ยังคงได้รับความนิยมสูงความสามารถในการเคลื่อนที่แนวตั้งของปลายเข็มจะอยู่ที่ประมาณ 100 ถึง 100,000 และแนวราบจะอยู่ที่ประมาณ 10 ถึง 5000 หรืออยู่ในอัตราส่วนของแนวตั้ง : แนวราบ=50:1 ดังนั้นจึงเป็นสิ่งที่สำคัญมากในการที่จะเลือกขนาดของการเคลื่อนที่ของปลายเข็มกับลักษณะของพื้นผิวที่จะทำการวัด

### 3.3.3 เครื่องมือวัดผิวที่ไม่สัมผัสโดยตรง (Some no contacting measurement Devices )

- 1) ชุดวัดแบบใช้ลม (Pneumatic devices) เครื่องมือวัดชนิดนี้จะอาศัยหลักการรั่วของอากาศที่ปลายของหัววัด โดยหัววัดจะมีลักษณะคล้ายหัวฉีดที่ตรงปลายจะเรียบและแบน ขณะที่หัววัดเคลื่อนที่ไปก็จะมีแรงดันลมออกมาบริเวณไหนที่มีการรั่วของลมออกก็แสดงว่าไม่เรียบและมีช่องเล็กๆ อยู่วิธีนี้นิยมใช้วัดพื้นอาคารที่ต้องการผิวเรียบเนื่องจากสามารถทำการวัดได้เร็ว ง่ายต่อการเคลื่อนย้ายและวัดได้สะดวก อีกทั้งหัววัดยังทนทานต่อสึกหรอเนื่องจากการเสียดสี
- 2) ชุดวัดแบบเลนส์ (Optical devices) จะอาศัยหลักการสะท้อนจากแสงเลเซอร์ที่ปล่อยออกมาโดยจะคำนวณจากปริมาณของแสงที่มีการสะท้อนกลับซึ่งจะเป็นตัวบ่งชี้ให้ทราบถึงลักษณะของพื้นผิวที่วัดได้ วิธีนี้ไม่เหมาะกับการที่จะนำมาใช้กับงานที่มีการเคลื่อนย้ายอยู่เสมอเนื่องจากว่าเลนส์ที่ใช้ในการวัดจะมีความละเอียดอ่อนมาก หากเกิดการเคลื่อนย้ายจะทำให้ตำแหน่งในการตั้งค่าไว้เปลี่ยนไป
- 3) ชุดกล้องจุลทรรศน์แบบอิเล็กตรอน (Electron microscope devices) วิธีการวัดแบบนี้จะให้ผลการวัดที่ดีกว่า เมื่อเปรียบเทียบกับแบบเลนส์ธรรมดา เนื่องจากความยาวของคลื่นจะสั้นมาก ซึ่งกล้องจุลทรรศน์แบบอิเล็กตรอนจะแบ่งออกเป็น 2 แบบ คือ

- กล้องจุลทรรศน์แบบอิเล็กตรอนทะลุผ่าน (Transmission electron microscopy, TEM) โดยลำของอิเล็กตรอนจะทะลุผ่านชิ้นงานที่ทำการวัดผิวและลำแสงจะเกิดการหักเหและกระจายไป และแสดงที่จอภาพเป็นรูปแสดงลักษณะของพื้นผิว วิธีนี้ส่วนใหญ่จะนำไปใช้หาปริมาณการผุกร่อนของผิวโครงสร้าง โดยปรกติแล้วชิ้นงานต้องหนาไม่เกิน  $3\mu m$ .

- กล้องจุลทรรศน์แบบสะท้อนแสง (Reflection electron microscopy, REM) อิเล็กตรอนจะกระจายจากผิวของชิ้นงานและถูกรวมแสง ซึ่งจะทำให้เกิดสัญญาณไฟฟ้า และสัญญาณนี้จะถูกนำมาแสดงเป็นรูปภาพลักษณะผิวของชิ้นงานที่ทำการวัดบนจอมอนิเตอร์ ลำแสงของอิเล็กตรอนที่ยังออกไปจะทำให้เกิดเป็นจุดโฟกัสซึ่งชัดเจนบนจอ บางทีเรียกว่า “กล้องจุลทรรศน์แบบสแกน” โดยการสแกนแบบนี้สามารถปรับให้มีความละเอียดได้สูงสุดประมาณ  $10\text{ nm}$  ซึ่งมีขนาดเล็กกว่าที่ TEM ทำได้

### 3.3.4 เส้นอ้างอิง (Reference lines)

ในการคำนวณจะต้องกำหนดตัวแปรเพื่อหาขนาดของความสูงของผิวหยาบ ซึ่งจะต้องมีจุดอ้างอิงว่าความสูงในแต่ละจุดมีขนาดเท่าไร ดังแสดงในรูป 3.7

1) เฉลี่ย หรือ ระบบเอ็ม (Mean or M system) วิธีค่าเฉลี่ยจะมีพื้นฐานมาจากการเลือกเส้นเฉลี่ยที่จุดกึ่งกลางของรูปร่าง ดังนั้นพื้นที่ด้านบนและด้านล่างเส้นต้องมีค่าเท่ากัน ถ้ารูปร่างกระจายของแต่ละรูปเป็นสี่เหลี่ยม วิธีนี้ก็เท่ากับว่าเป็นการหาค่าความสูงเฉลี่ยของทั้งหมด วิธีนี้อาจเรียกว่า “แนวระดับ” ซึ่งจะไม่ได้รวมค่าที่เป็นความลาดเอียงเข้าไปด้วย

2) ค่าเฉลี่ยสิบจุด (Ten point average) ค่าเฉลี่ยแบบสิบจุดเป็นวิธีที่อยู่บนพื้นฐานของการหาตำแหน่งจุดที่สูงที่สุดและจุดที่ต่ำที่สุดอย่างละห้าจุด ซึ่งค่าเฉลี่ยที่ได้ก็จะเท่ากับ 10 จุดเป็นเส้นอ้างอิง

3) วิธีกำลังสองน้อยสุด (Least squares) วิธีนี้เป็นวิธีที่มีพื้นฐานมาจากเส้นอ้างอิงที่เอียงซึ่งมาแทนที่เส้นแนวระดับดังที่ได้กล่าวข้างต้น ดังนั้นหัวใจหลักของการหาวิธีนี้คือการนำค่าผิดพลาดมารวมกับวิธีที่มีอยู่เพื่อชดเชยค่าเอียงของแนวระดับ สามารถเขียนเป็นโมเดลทางคณิตศาสตร์ดังต่อไปนี้

$$z = \bar{m}x + \bar{b} \tag{3.13}$$

เมื่อ  $\bar{m}$  = ค่าความชัน

$\bar{b}$  = ค่าตัดแกน  $z$

ถ้าเราให้จุดเหล่านี้ คือ  $P_1(x_1, z_1), P_2(x_2, z_2), \dots, P_n(x_n, z_n)$  เป็นค่าพิกัดของแต่ละตำแหน่งของจุดบนแกน  $x$  โดยจะแบ่งออกเป็นสองส่วนคือ 1.) ค่าที่ได้จากการวัดที่จุดนั้น 2.) ค่าที่ได้จากการคำนวณจากสมการ  $z = \bar{m}x + \bar{b}$  ซึ่งเราจะได้ค่าความแตกต่างของทั้งสองส่วนดังนี้

$$\bar{d}_1 = |z_1 - (\bar{m}x_1 + \bar{b})|, \dots, \bar{d}_n = |z_n - (\bar{m}x_n + \bar{b})| \tag{3.14}$$

ค่าเบี่ยงเบนเฉลี่ยเหล่านี้จะแสดงให้เห็นว่าข้อมูลมีความถูกต้องมากขนาดไหน ซึ่งถ้า  $\sum_{i=1}^N d_i^2 = 0$  แสดงว่าข้อมูลที่ได้จากการกำหนดสมการมีความถูกต้องแต่ในความเป็นจริงแล้วเป็นไปได้ จึงได้มีการนำวิธีกำลังสองน้อยสุดมาใช้

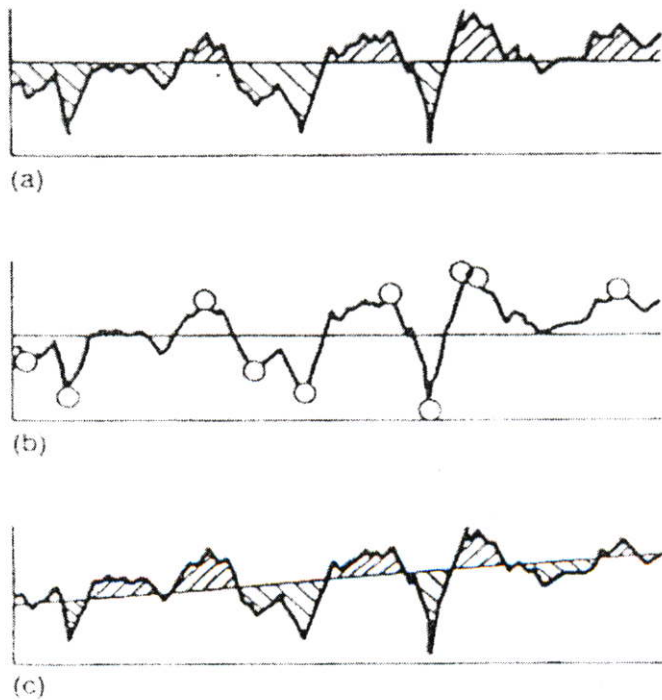
เส้นอ้างอิงหรือเส้นเฉลี่ยไม่เพียงแต่จะมีความสำคัญกับแนวทิศทางแกน  $z$  ยังมีความสำคัญต่อช่วงตัวอย่างการทดสอบด้วย ซึ่งจะแสดงถึงความแตกต่างของผิวหยาบและคลื่น

$$\bar{f}(\bar{m}, \bar{b}) = \sum_{i=1}^n d_i^2 \tag{3.15}$$

หรือ 
$$\bar{f}(\bar{m}, \bar{b}) = (z_1 - \bar{m}x_1 - \bar{b})^2 + (z_2 - \bar{m}x_2 - \bar{b})^2 + \dots + (z_n - \bar{m}x_n - \bar{b})^2 \tag{3.16}$$

ในการที่จะหาค่าของ  $\bar{m}$  และค่า  $\bar{b}$  สามารถหาได้จาก

$$\frac{\partial \bar{f}}{\partial \bar{m}} = \frac{\partial \bar{f}}{\partial \bar{b}} = 0 \tag{3.17}$$



รูปที่ 3.7 เปรียบเทียบเส้นอ้างอิง 3 แบบ a.) ระบบ M b.) ค่าเฉลี่ย 10 จุด c.) กำลังสองน้อยสุด

### 3.3.5 ค่าตัวแปรต่างๆ ที่ใช้ในการคำนวณพื้นผิว

สมมุติว่าจะทำการวัดผิวหยาบด้วยเครื่องมือแบบปลายเข็มแหลม ซึ่งเส้นอ้างอิงที่ใช้เป็นแบบเฉลี่ยและแบบกำลังสองน้อยสุด ดังนั้นค่าเฉลี่ยของ  $z_i$  เท่ากับศูนย์ ในการวัดขนาดของผิวหยาบจะนิยมใช้ จะมี 3 แบบคือ

- 1) เส้นศูนย์กลางเฉลี่ย (Centerline average ,CLA) จะใช้สัญลักษณ์  $R_a$

$$R_a = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N |z_i| \quad (3.18)$$

- 2) ค่ารากที่สองของกำลังสอง (RMS) จะใช้สัญลักษณ์  $R_q$

$$R_q = \left( \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N z_i^2 \right)^{1/2} \quad (3.19)$$

- 3) ค่าสูงสุด-ต่ำสุด จะสมมุติให้มีการกระจายของความสูงเป็นแบบเกาส์เซียน ค่า  $R_q$  สามารถใช้แทนค่าเบี่ยงเบนมาตรฐาน จะใช้อธิบายโดยค่า  $R_t$

$$R_t = \max(z) - \min(z) \quad (3.20)$$

กรณีที่มีการกระจายตัวเป็นแบบไซน์ สามารถที่จะหาอัตราส่วนของ  $R_q : R_a$  ได้ดังนี้

$$\frac{R_q}{R_a} = \frac{\pi}{2\sqrt{2}} = 1.11 \quad (3.21)$$

คำว่า “หยาบ”, “ละเอียด”, “เรียบ” หรือ “เรียบมาก” ซึ่งไม่ควรที่จะนำมาใช้ในการบ่งบอกสภาพของพื้นผิว เนื่องจากไม่มีค่าตัวเลขในการระบุถึงขนาดของความหยาบ ควรหลีกเลี่ยงที่จะนำมาใช้ เช่น ผิวที่มีค่าผิว  $R_q = 40 \text{ nm}$  จะจัดว่าหยาบมากสำหรับกลุ่มคนที่ทำงานเกี่ยวกับเลนส์ ขณะเดียวกันก็จะถูกจัดว่าละเอียดมากสำหรับคนที่ทำงานเกี่ยวกับงานขึ้นรูปจากเครื่องจักร

ดังนั้นจะเห็นว่าค่า  $R_q$  เพียงอย่างเดียวไม่สามารถระบุลักษณะของผิวได้ ดังนั้นจะต้องระบุค่าความสัมพันธ์ตามแนวแกน  $z$  ด้วย ซึ่งเรียกว่า “ช่วงเบร็ง” คือการตัดยอดของผิวหยาบขนานกับแกน  $z$  ดังรูป 3.8 ซึ่งจะอธิบายในรูปของโมเดลทางคณิตศาสตร์ ดังต่อไปนี้

$$I^* = I_1^* + I_2^* + \dots + I_n^* \quad (3.22)$$

อัตราส่วนของช่วงเบร็ง จะหาได้ดังนี้

$$l_p = \frac{l^*}{l} \quad (3.23)$$

เมื่อ  $l =$  ช่วงที่วัด,  $m$ .

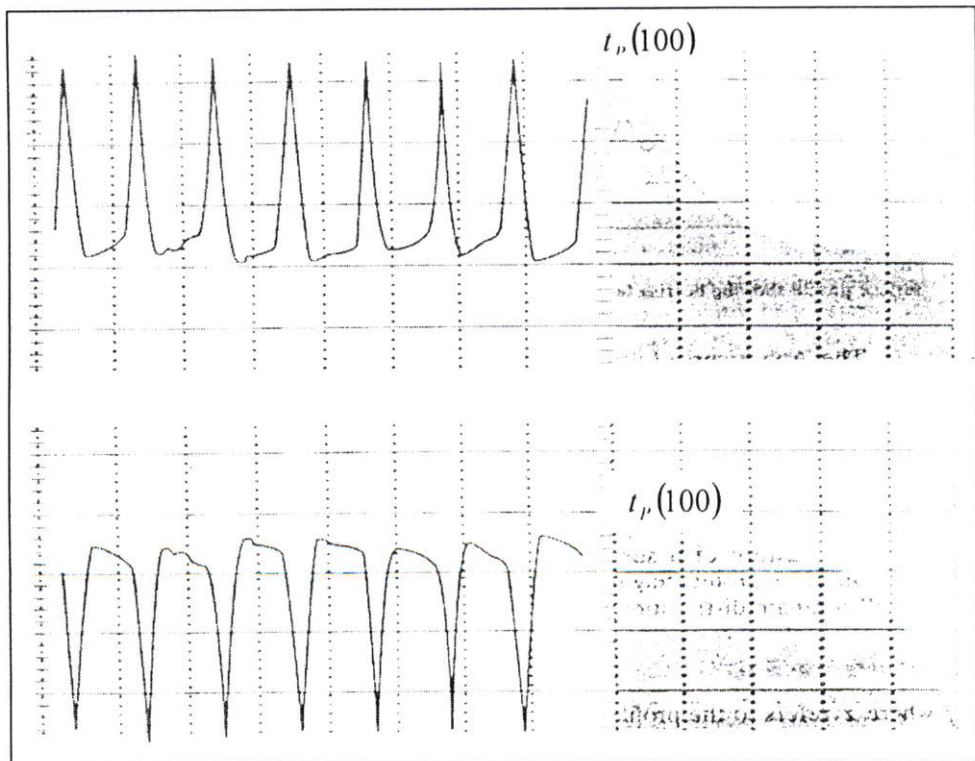
โค้งแอมบอทหรือที่เรียกกันอีกอย่างคือ โค้งแบร์ริง ดังแสดงในรูปที่ 3.8 แกนแนวตั้งเป็น อัตราช่วงแบร์ริงคูณด้วย 100 กราฟเหล่านี้จะบ่งบอกให้ทราบถึงค่าผิวที่เบี่ยงเบนจากเส้นเฉลี่ย ซึ่ง กราฟเหล่านี้สามารถอธิบายได้ว่ามีค่าความสูงของผิวหยาบเท่าไร และมีปริมาณเท่าไร ซึ่งรูปร่าง ของผิวหยาบสามารถที่จะอธิบายในเทอมของฟังก์ชันการกระจายของความสูง ในรูปของสถิติจะ สามารถเขียนเป็นสมการได้ดังนี้

$$\bar{F}(z) = \int_{\infty}^z \bar{\psi} dz \quad (3.24)$$

เมื่อค่า  $z =$  ค่าความสูงของผิวหยาบที่จุดอ้างอิง

$\psi =$  ฟังก์ชันความน่าจะเป็นซึ่งเป็นฟังก์ชันของความหนาแน่นของการกระจายความสูง

ฟังก์ชันของความน่าจะเป็นอาจจะทำให้เห็นในรูปของอัตราส่วนของความสูงในช่วงที่ กำหนดให้ ดังนั้นกราฟแสดงการเบี่ยงเบนจะรวมถึงค่า  $z_1, z_2, \dots, z_n$  ที่บางช่วงของจุดต่อและ ผลรวมของจำนวนของจุดที่ความสูงบางระดับ รูปที่ 3.9 แสดงวิธีที่ใช้ในการหาโค้งของการ กระจายทั้งหมด, โค้งการกระจายในรูปที่ 3.9 เป็นโค้งที่เรียบที่สุดสามารถที่จะเขียนเป็นอิทโทแกรม ซึ่งโค้งเรียบนี้จะมีการกระจายเป็นแบบเกาส์เซียน



รูปที่ 3.8 แสดงโค้งแอมบอทของพื้นผิวสองแบบที่แตกต่างกัน

ถ้าแนวความคิดนี้เกี่ยวกับการกระจายความสูงที่มีความหนาแน่นแบบพาราโบลิกหรือฮิสโทแกรม ซึ่งค่า  $R_a$  สามารถที่จะประมาณจากค่า  $R_q$  ถ้าอัตราส่วนของความสูงในช่วง  $z_j - \Delta \leq z_j \leq z_j + \Delta$  แทนค่าด้วย  $\bar{\psi}_j$  สำหรับ  $j = -L, \dots, 0, \dots, L$  ดังนั้นค่าโดยประมาณที่โค้งก็จะเท่ากับสมการ (3.13) และ (3.14) ดังนี้

$$R_a = \int_{-L}^{+L} |z| \bar{\psi} dz \quad (3.25)$$

$$R_q = \left( \int_{-L}^{+L} z^2 \bar{\psi} dz \right)^{1/2}$$

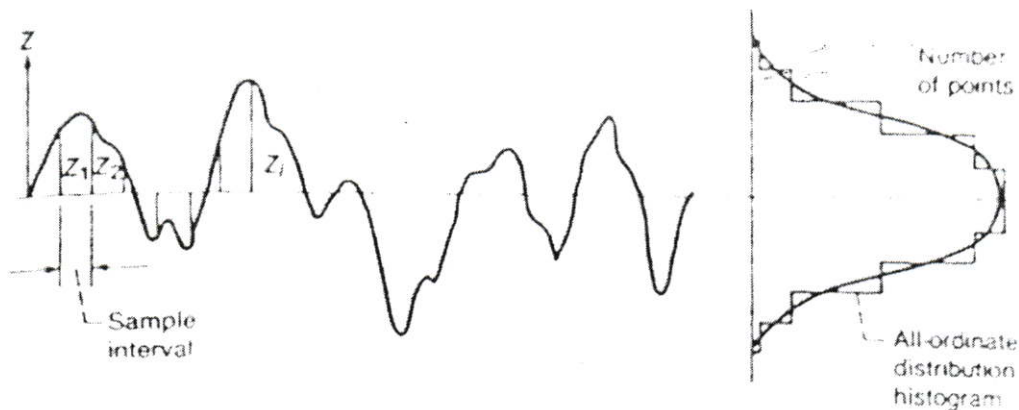
จากความสัมพันธ์ของเกาส์-ลาปลาซ สามารถที่จะเขียนอยู่ในรูปของความน่าจะเป็นจากการสมมุติจากการกระจายแบบเกาส์เขียน ดังนี้

$$\bar{\psi} = \frac{1}{\bar{\sigma}(2\pi)^{1/2}} \exp \frac{-(z-z^*)^2}{2\bar{\sigma}^2} \quad (3.26)$$

เมื่อค่า  $\bar{\sigma}$  = ค่าเฉลี่ยเบี่ยงเบนมาตรฐาน

$z^*$  = ค่าที่ห่างจากค่าเฉลี่ยที่เลือกไว้

โดยปกติแล้วช่วงที่จะเกิดโอกาสคือ  $+\infty, -\infty$  แต่ในทางปฏิบัติแล้วจะให้อยู่ในช่วง  $\pm 3\bar{\sigma}$  เพราะโดยประมาณ 99.9 % ของโอกาสที่จะเกิดขึ้นกับพื้นที่ของยอดอาจมีการผิดพลาดเล็กน้อยขณะที่ใช้ในการจำลอง



รูปที่ 3.9 แสดงการหาความโค้งน่าจะเป็นจากผิวหยาบที่วัดได้

ค่าโมเมนต์  $n$  ของโค้งการกระจาย  $\bar{\psi} dz$  รอบแกนค่าเฉลี่ย หาได้ดังนี้

$$M_n = \int_{-\infty}^{+\infty} z^n \bar{\psi} dz \quad (3.27)$$

ซึ่งสามารถที่จะสังเกตถึงโมเมนต์ 2 เท่าของครึ่ง  $\bar{\psi} dz$  จะสมมูลกับเส้น  $R_q$  เหลือในสมการ (3.29) หรือ

$$R_q = 2 \int_0^{\infty} z \bar{\psi} dz = 2 \text{ เท่าของโมเมนต์ครึ่งแรกของครึ่ง } \bar{\psi} dz$$

ค่าโมเมนต์แรกของ  $\bar{\psi} dz$  จะมีค่าเป็น 0 ขณะเดียวกันเมื่อเปรียบเทียบกับโมเมนต์ที่ 2 ของ  $\bar{\psi} dz$  กับรากที่สองของ  $R_q$  ดังสมการ

$$R_q = \bar{\sigma} = \left( \int_{-\infty}^{\infty} z^2 \bar{\psi} dz \right)^{1/2} \quad (3.28)$$

ค่าโมเมนต์ที่ 3 ของ  $\bar{\psi} dz$  สัมพันธ์กับยอดแหลมของส่วนโค้ง สามารถที่จะเขียนในรูปสมการคณิตศาสตร์ได้คือ

$$\bar{\alpha} = R_q^{1/3} \int_{-\infty}^{\infty} z^3 \bar{\psi} dz \quad (3.29)$$

ถ้าค่าความสูงกับความลึกของยอดแหลมมีค่าเท่ากันคือห่างจากเส้นอ้างอิงเท่ากันโดยประมาณ ค่าความลาดเอียงก็จะเป็น 0 นอกจากนี้แล้วผิวที่ลึกมากๆ ก็จะเป็นค่าลบ ค่าโมเมนต์ที่ 4 ของ  $\bar{\psi} dz$  ก็จะสัมพันธ์กับค่าที่จุดสูงสุดหรือความสูงของการแจกแจงความถี่ที่แต่ละจุด โค้งและสามารถเขียนได้ดังนี้

$$\bar{\beta} = R_q^{1/2} \int_{-\infty}^{\infty} z^4 \bar{\psi} dz \quad (3.30)$$

ค่า  $\bar{\beta}$  ที่ได้จากการแจกแจงความถี่จะมีค่าเป็นค่าบวกเสมอ และค่าที่วัดได้ก็จะสมมาตร และสำหรับที่มีการกระจายแบบเกาส์เซียนค่าโค้งจะมีการแจกแจงความถี่จะปิดที่ 3 เมื่อเส้นรูปร่างของความสูงทั้งหลายจะทับกับเส้นอ้างอิงจะมีค่า  $\bar{\beta}$  กว้าง ช่วงความโค้งที่มีค่า  $\bar{\beta}$  มากกว่า 3 จะเรียกว่า “Leptokurtic” ส่วนช่วงความโค้งที่มีค่า  $\bar{\beta}$  น้อยกว่า 3 จะเรียกว่า “Platykurtic”

สำหรับโค้งที่มีการกระจายแบบเกาส์เซียน ดังสมการที่ (3.26) สามารถเขียนในรูปของโมเมนต์ได้ดังนี้

$$M_n = \frac{1}{\bar{\sigma}(2\pi)^{1/2}} \int_{-\infty}^{\infty} z^n \exp \frac{-z^2}{2\bar{\sigma}^2} dz \quad (3.31)$$

เมื่อค่าเบี่ยงเบนเฉลี่ยมาตรฐาน  $\bar{\sigma} = R_q$  จากสมการ (3.26) สามารถใช้ได้ ถ้า n เป็นค่าคู่ แต่ถ้า n เป็นค่าคี่สามารถหาได้จาก

$$M_n = \frac{n!}{2^{n/2} (n/2)!} \bar{\sigma}^n \quad (3.23)$$

ค่าตัวแปรบางตัวอาจใช้ในการคำนวณเกี่ยวกับผิวในฟิล์มของสารหล่อลื่นดังกล่าวในช่วงที่พบมากที่สุดแสดงข้างล่างนี้

ความหนาแน่นของยอดผิวหยาบ  $10^2$  ถึง  $10^6$  peak / mm<sup>2</sup>

ค่าระยะห่างของยอดผิวหยาบ 1 ถึง 75  $\mu\text{m}$

ค่าความชันของผิวหยาบ 0 ถึง 25<sup>o</sup>

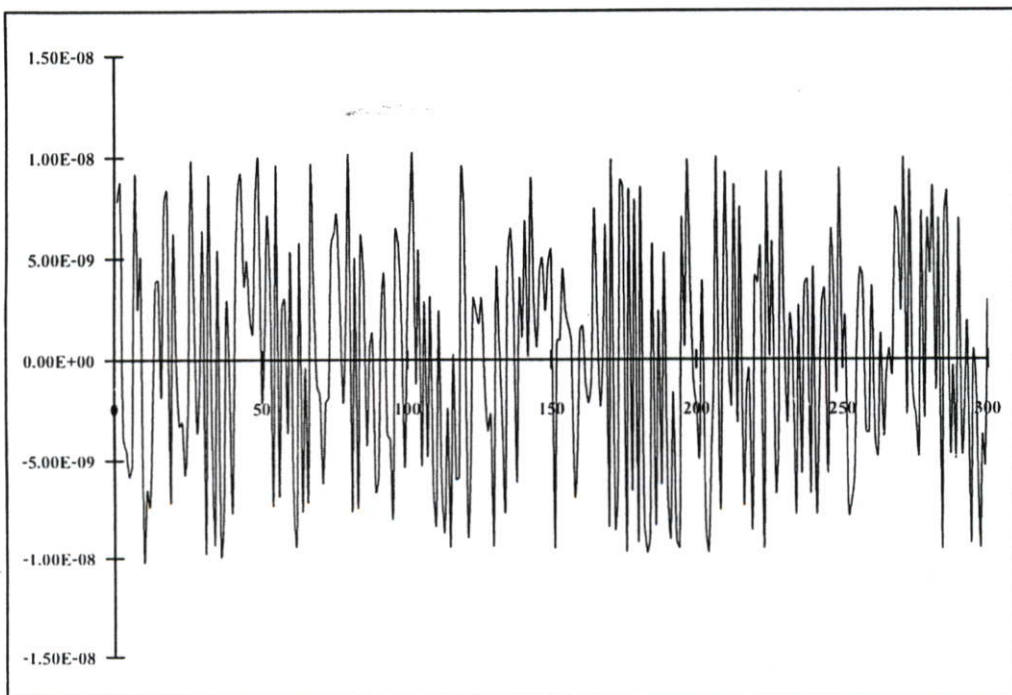
รัศมีของยอดปลายผิวหยาบ ส่วนใหญ่จะอยู่ในช่วง 10 ถึง 30  $\mu\text{m}$

### 3.3.6 โมเดลที่ใช้ในการจำลอง

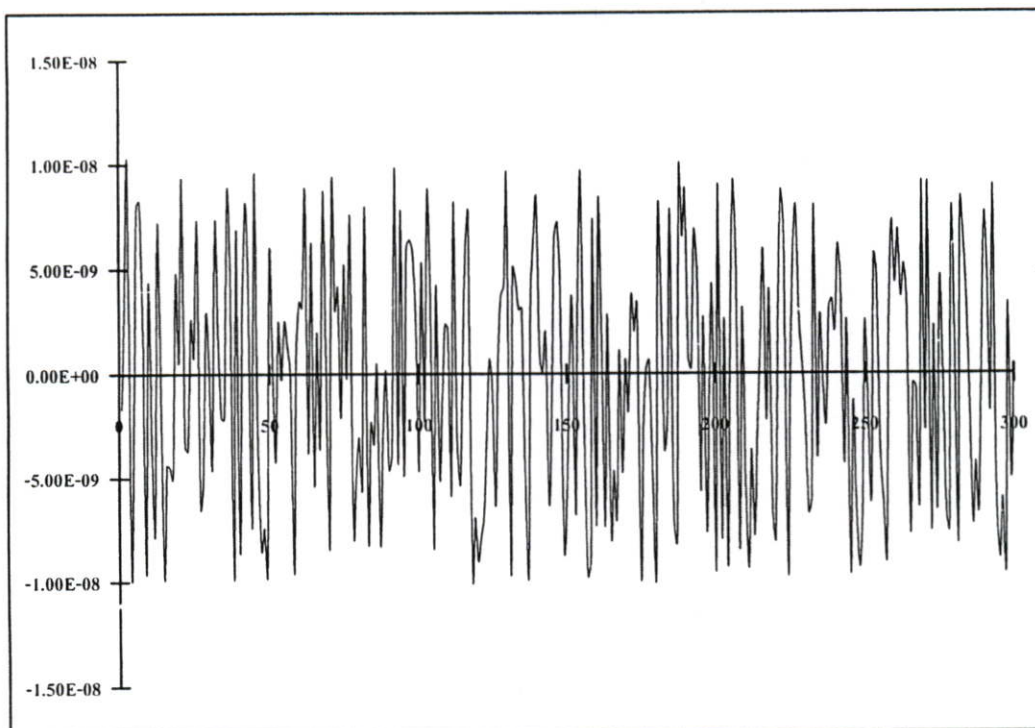
โดยในการจำลองจะกำหนดให้ผิวของพื้นเพื่องขับและพื้นเพื่องตามมีความหยาบผิวดังค่าที่แสดงในตารางที่ 3.2 และ แสดงในรูปที่ 3.10-3.11

ตารางที่ 3.2 แสดงการคำนวณผิวหยาบของผิวของเพื่องขับและผิวของเพื่องตาม

ความหยาบ	เพื่องขับ	เพื่องตาม
$R_a$ ( $\mu\text{m}$ .)	0.00497	0.00504
$R_q$ ( $\mu\text{m}$ .)	0.00575	0.00581



รูปที่ 3.10 แสดง โมเดลความหยาบผิวของผิวหน้าพื้นเพื่องขับ



รูปที่ 3.11 แสดง โมเดลความหยาบผิวของผิวหน้าพื้นเฟืองตาม

## บทที่ 4

# การหล่อลื่นอิลาสโตไฮโดรไดนามิกส์ของฟันเฟือง

ในปัจจุบันเราพบว่าฟันเฟืองเป็นอุปกรณ์ชนิดหนึ่งที่มีความสำคัญ เพราะฟันเฟืองเป็นอุปกรณ์ที่ถูกใช้อยู่ในเครื่องจักรเกือบทุกชนิด ไม่ว่าจะเป็นในรถยนต์ หรือในเครื่องจักรในอุตสาหกรรมต่างมีฟันเฟืองเป็นองค์ประกอบทั้งสิ้น เพราะฉะนั้นการที่เครื่องจักรจะมีอายุการใช้งานได้ยาวนานหรือ ไม่นั้นส่วนหนึ่งจึงขึ้น กับการออกแบบ ฟันเฟือง ให้เหมาะสมกับการทำงานมากที่สุดและในการออกแบบฟันเฟืองนั้น จำเป็นต้องมี ศึกษาพฤติกรรมการหล่อลื่นของฟันเฟืองว่าในขณะที่มีการขบกันการกระจายความดันที่เกิดขึ้นมีลักษณะอย่างไร และการกระจายความหนาของฟิล์มน้ำมันที่เกิดขึ้นเป็นอย่างไร เพื่อที่จะสามารถนำข้อมูลที่ได้นำไปสู่การวิเคราะห์และทำการออกแบบฟันเฟืองต่อไป

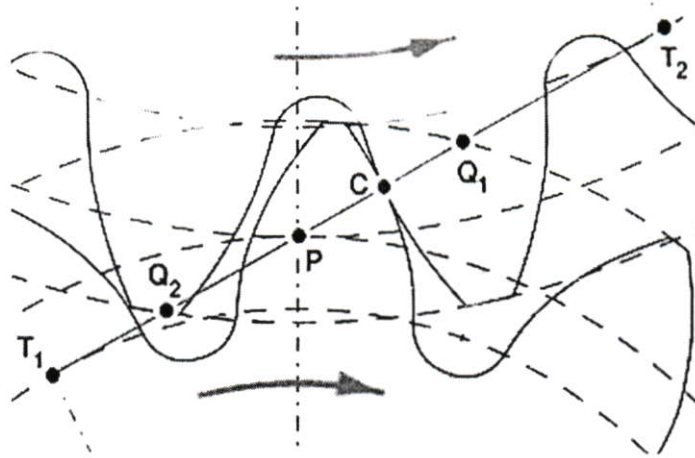
ในการหล่อลื่นสามารถแบ่งประเภทการหล่อลื่นได้เป็น 3 ประเภทตามระดับความหนาของฟิล์มน้ำมัน ประเภทแรกคือ การหล่อลื่นแบบไฮโดรไดนามิกส์ เป็นการหล่อลื่นที่ฟิล์มน้ำมันจะหนา โดยเฉลี่ยแล้วจะมีฟิล์มน้ำมันหนากว่า 1-10 nm ประเภทที่ 2 คือการหล่อลื่นแบบอิลาสโตไฮโดรไดนามิกส์เป็นการหล่อลื่นที่ฟิล์มน้ำมันจะบางมากๆ โดยฟิล์มน้ำมันจะมีความหนาประมาณ 1  $\mu\text{m}$  ประเภทที่ 3 คือ การหล่อลื่นแบบเบาคาร์ เป็นการหล่อลื่นที่ฟิล์มน้ำมันน้อยกว่าการหล่อลื่นแบบอิลาสโตไฮโดรไดนามิกส์ การหล่อลื่นแบบนี้จะเกิดการแตะสัมผัสของชิ้นงานด้วยในบางจุดที่มีการหล่อลื่น หรือจะเรียกอีกอย่างว่าการหล่อลื่นแบบผสม ที่บางช่วงเป็นแบบอิลาสโตไฮโดรไดนามิกส์ และบางช่วงชิ้นงานสัมผัสโดยไม่มีฟิล์มน้ำมันเลย

ในงานวิจัยนี้จะนำเสนอการศึกษาพฤติกรรมการหล่อลื่นของฟันเฟืองในกรณีที่มีการหล่อลื่นเป็นแบบฟิล์มน้ำมันบางมากๆ หรือเป็นแบบอิลาสโตไฮโดรไดนามิกส์ โดยให้สารหล่อลื่นมีพฤติกรรมที่เป็นแบบนอนนิวโทเนียน (Non-newtonian) และพิจารณาชนิดของฟันเฟืองเป็นแบบเฟืองตรง โดยทำการจำลองทางคณิตศาสตร์เพื่อหาคำตอบ โดยใช้วิธีของนิวตันราฟสันในการหาคำตอบที่ถูกต้อง

### 4.1 ทฤษฎี

#### 4.1.1 ลักษณะกายภาพของเฟืองฟันตรง

จากลักษณะทางกายภาพของฟันเฟืองตามรูปที่4.1 จะได้ระยะที่เฟืองทำการขบกันเท่ากับระยะ Q2Q1 โดยที่ฟันเฟืองจะเริ่มขบกันที่จุด Q2 และจะสิ้นสุดที่ จุด Q1 โดยที่จุด P เป็นจุดที่ อยู่ในแนว เดียวกันกับจุดศูนย์กลางของเฟืองขับและเฟืองตามโดยในทางทฤษฎีจะมี มีความเร็วที่ผิวหน้าสัมผัสเท่ากันและเป็นบริเวณที่รับภาระสูงสุดเรียกว่าจุด Pitch point และจุด C เป็นจุดที่ฟันเฟืองสัมผัสกันที่เวลาใดๆ

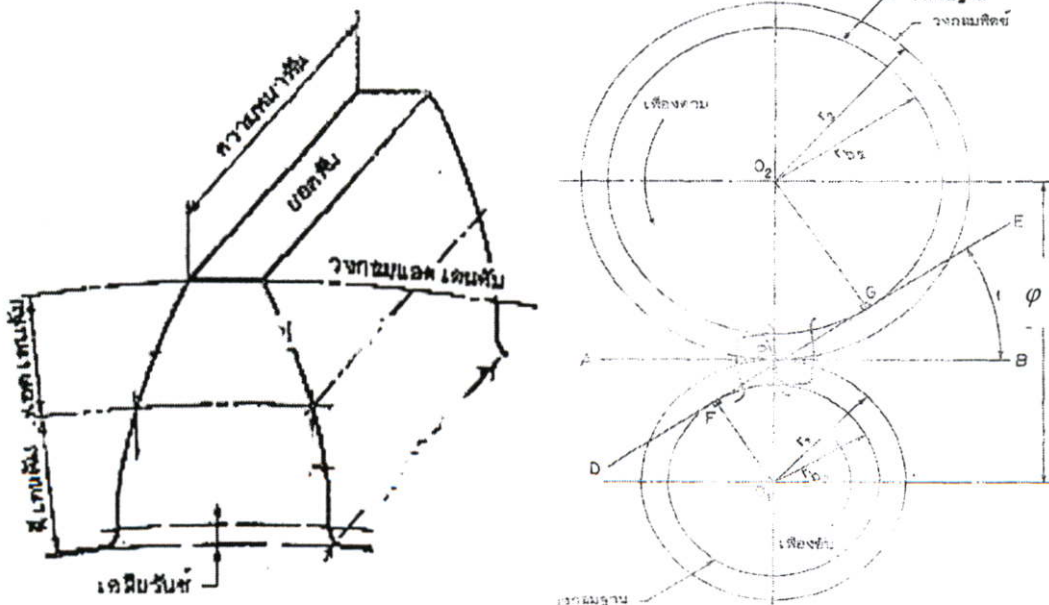


รูปที่ 4.1 แสดงลักษณะการขบกันของฟันเฟืองตรง

ระยะที่ฟันเฟืองขบกันจะมีค่าเป็นไปตามสมการระยะการขบของฟันเฟืองในสมการที่ 4.1

$$Q_2Q_1 = \sqrt{(r_2 + a_2)^2 - (r_2 \cos \varphi)^2} - r_2 \sin \varphi + \sqrt{(r_1 + a_1)^2 - (r_1 \cos \varphi)^2} - r_1 \sin \varphi \quad (4.1)$$

โดยที่  $r_1$  = รัศมีวงกลมพิตซ์ของเฟืองขับ  $r_2$  = รัศมีวงกลมพิตซ์ของเฟืองตาม  
 $a_1$  = แอคเคนดัมของเฟืองขับ  $a_2$  = แอคเคนดัมของเฟืองตาม  $\varphi$  = มุมกด



รูปที่ 4.2 แสดงระยะรัศมีวงกลมพิตซ์และแอคเคนดัมของเฟืองขับและเฟืองตามของฟันเฟืองตรง

เมื่อฟันเฟืองเคลื่อนที่เข้าหากัน ความเร็วบริเวณที่ผิวหน้าของการสัมผัสระหว่าง เฟืองขับ และเฟืองตาม จะขึ้นอยู่กับระยะรัศมีความโค้งของฟันเฟือง โดยจะมีค่าขึ้นกับเวลาที่เปลี่ยนไปใน ช่วงเวลาที่ฟันเฟืองทำการขบกัน ความเร็วบริเวณผิวหน้าของการสัมผัสระหว่างเฟืองขับ และเฟืองตาม จะมีค่าดังต่อไปนี้

$$u_p = \omega_p R_p \quad (4.2)$$

$$u_g = \omega_g R_g \quad (4.3)$$

$$R_p = (r_{b1} \tan \varphi + s(t)) \quad (4.4)$$

$$R_g = (r_{b2} \tan \varphi - s(t)) \quad (4.5)$$

$$r_{b1} = r_1 \cos \varphi \quad (4.6)$$

$$r_{b2} = r_2 \cos \varphi \quad (4.7)$$

$$r_{1,2} = \left( \frac{mN_{p,g}}{2} \right) \quad (4.8)$$

$$-\frac{Q_2 Q_1}{2} \leq s(t) \leq \frac{Q_2 Q_1}{2} \quad (4.9)$$

$$s(t) = \omega_p r_{b1} t \quad (4.10)$$

โดยที่  $R_p, R_g$  คือสัดส่วนความโค้งของผิวฟันเฟืองขับ และฟันเฟืองตามบริเวณที่พิจารณาเมื่อ ฟันเฟืองมีการขบกัน

$u_p, u_g$  คือความเร็วที่ผิวหน้าบริเวณที่ฟันเฟืองขบกันของเฟืองขับและเฟืองตาม

$\omega_p, \omega_g$  คือความเร็วเชิงมุมของเฟืองขับและเฟืองตาม

$r_{b1}, r_{b2}$  คือรัศมีวงกลมฐานของเฟืองขับและเฟืองตาม

$s$  คือระยะตามเส้นที่ฟันเฟืองขบกัน

$t$  คือเวลาที่ฟันเฟืองใช้ในการขบกัน (s)

#### 4.1.2 สมการเรย์โนลด์

สมการเรย์โนลด์เป็นสมการเชิงอนุพันธ์ที่แสดงถึงความสัมพันธ์ของการไหลและการ กระจายแรงดันในฟิล์มของของไหล คัดค้น โดยเรย์โนลด์ในปี 1886. ซึ่งจะได้มาจากสมการนาเวียร์ สโตกและคอร์สันก็ได้พัฒนาต่อมาโดยพิจารณาถึงผลของความหนืดที่เปลี่ยนแปลงตามความหนา ฟิล์มในการศึกษาการหล่อลื่นของฟันเฟืองตรงจะพิจารณาพฤติกรรมของสารหล่อลื่นเป็นแบบ นอนนิวโทเนียนโดยใช้โมเดลของพาวเวอร์ลอว์ (Power law) ในสมการที่ (4.11) เป็นสมการเรย์ โนลด์ที่ถูกพัฒนาขึ้นจากโมเดลของสารหล่อลื่นที่มีพฤติกรรมที่เป็นแบบนอนนิวโทเนียนของ พาวเวอร์ลอว์

$$\frac{\partial}{\partial x} \left[ \rho h^3 \left( \frac{1}{\mu_{c2}} - \frac{\mu_{c0}}{\mu_{c1}^2} \right) \frac{\partial p}{\partial x} \right] + \frac{\partial}{\partial z} \left[ \rho h^3 \left( \frac{1}{\mu_{c2}} - \frac{\mu_{c0}}{\mu_{c1}^2} \right) \frac{\partial p}{\partial z} \right] =$$

$$\left( \frac{u_g + u_p}{2} \right) \frac{\partial}{\partial x} (\rho h) + \left( \frac{u_g - u_p}{2} \right) \frac{\partial}{\partial x} \left[ \rho h \left( 1 - 2 \frac{\mu_{c0}}{\mu_{c1}} \right) \right] + \frac{\partial}{\partial t} (\rho h) \quad (4.11)$$

จากสมการที่ (4.11) สมมุติให้การหล่อลื่นอีลาสโตไฮโดร ไดนามิกส์ของเฟืองฟันตรงเป็นการหล่อลื่นที่มีการเปลี่ยนแปลงความดันในแนวแกน  $x$  อย่างเดียวทำให้สมการที่ (4.11) ลดรูปลงกลายเป็นสมการที่ (4.12)

$$\frac{\partial}{\partial x} \left[ \rho h^3 \left( \frac{1}{\mu_{c2}} - \frac{\mu_{c0}}{\mu_{c1}^2} \right) \frac{\partial p}{\partial x} \right] = \left( \frac{u_g + u_p}{2} \right) \frac{\partial}{\partial x} (\rho h) +$$

$$\left( \frac{u_g - u_p}{2} \right) \frac{\partial}{\partial x} \left[ \rho h \left( 1 - 2 \frac{\mu_{c0}}{\mu_{c1}} \right) \right] + \frac{\partial}{\partial t} (\rho h) \quad (4.12)$$

เนื่องจากในปัญหาของฟันเฟือง จะมีลักษณะทางกายภาพที่เปลี่ยนแปลงไปในแต่ละเวลาที่มีการขบกันจึงต้องทำการศึกษาในกรณีที่เป็นพลศาสตร์เพื่อง่ายต่อการคำนวณจึงแปลงสมการ (4.12) ให้อยู่ในรูปของตัวแปรไร้มิติ

$$\begin{aligned} x &= bX & p &= p_H P & \rho &= \rho_o \bar{\rho} & h &= \frac{8R_o W_o}{\pi} H \\ \mu_{c0} &= \eta_o \bar{\mu}_{c0} & \mu_{c1} &= \eta_o \bar{\mu}_{c1} & \mu_{c2} &= \eta_o \bar{\mu}_{c2} & t &= \frac{b}{\bar{u}_o} \bar{t} \quad y = hY \\ p_H &= \frac{2w}{\pi b} & w &= ER_o^2 W(\bar{t}) & S &= \frac{u_g(\bar{t}) - u_p(\bar{t})}{\bar{u}(\bar{t})} & \bar{u}(\bar{t}) &= \frac{U(\bar{t})ER_o}{\eta_o} \\ \bar{u}_o &= \left( \frac{\omega_p r_{b1} \tan \varphi + \omega_g r_{b2} \tan \varphi}{2} \right) & \frac{1}{R_o} &= \frac{1}{r_{b1} \tan \varphi} + \frac{1}{r_{b2} \tan \varphi} \\ \bar{u}(\bar{t}) &= \frac{u_g(\bar{t}) + u_p(\bar{t})}{2} & p_H &= E' \left( \frac{W_o}{2\pi} \right)^{0.5} \\ y &= \frac{8R_o W_o}{\pi} HY & b &= R_o \left( \frac{8W_o}{\pi} \right)^{0.5} & \frac{1}{R_x} &= \frac{1}{R_p} + \frac{1}{R_g} \end{aligned}$$

ดังนั้นจะได้สมการเรย์โนลด์แบบไร้มิตติดังต่อไปนี้

$$\frac{\partial}{\partial X} \left( \varepsilon \frac{\partial P}{\partial X} \right) = K \frac{\partial}{\partial X} (\bar{\rho} H) + \frac{KS}{2} \frac{\partial}{\partial X} \left[ \bar{\rho} H \left( 1 - 2 \frac{\bar{\mu}_{c0}}{\bar{\mu}_{c1}} \right) \right] + K \frac{\partial}{\partial \bar{t}} (\bar{\rho} H) \quad (4.13)$$

เมื่อ

$$\varepsilon = \bar{\rho} H^3 \left( \frac{1}{\bar{\mu}_{c2}} - \frac{\bar{\mu}_{c0}}{\bar{\mu}_{c1}^2} \right) \quad \text{และ} \quad K = \frac{U(\bar{t})\pi^2}{16W(\bar{t})^2}$$

#### 4.1.3 สมการความหนืดน้ำมัน

ความหนืดของน้ำมันจะมีพฤติกรรมโดยขึ้นกับความดันที่เปลี่ยนไป ในงานวิจัยนี้จะสมมุติว่าผลกระทบของอุณหภูมิที่กระทำต่อน้ำมันมีน้อยมาก เพราะฉะนั้นความหนืดของน้ำมันจะมีค่าเป็นไปตามสมการดังต่อไปนี้

$$\eta_i = m_o \left| \frac{\partial u}{\partial y} \right|_i^{n-1} \exp \left\{ \ln \eta_o + 9.61 \left[ -1 + \left( 1 + 5.1 \times 10^{-9} p_i \right)^2 \right] \right\} \quad (4.14)$$

$$\frac{\partial u}{\partial y} = \left( \frac{y}{\eta_i} - \frac{h}{\eta_i} \frac{\mu_{e0}}{\mu_{e1}} \right) \frac{\partial p}{\partial x} + \frac{u_2 - u_1}{h} \frac{\mu_{e0}}{\eta_i} \quad (4.15)$$

$$\frac{1}{\mu_{e,i}} = \frac{1}{h^{i+1}} \int_0^h \frac{y^i}{\eta_i} dy \quad ; i = 0, 1, 2 \quad (4.16)$$

ทำสมการ (4.12) ให้เป็นแบบไร้มิติโดย

$$\bar{\eta}_i = \frac{m_o}{\eta_o} \left( \frac{\bar{u} \pi}{8RWH} \right) \left( \frac{\partial u^*}{\partial Y} \right)_i^{n-1} \exp \left\{ \ln \eta_o + 9.61 \left[ -1 + \left( 1 + 5.1 \times 10^{-9} p_H P_i \right)^2 \right] \right\} \quad (4.17)$$

เมื่อ

$$\frac{\partial u^*}{\partial Y} = \frac{16}{U} \left( \frac{WH}{\pi} \right)^2 \left[ \frac{Y}{\bar{\eta}_i} - \frac{1}{\bar{\eta}_i} \frac{\bar{\mu}_{e0}}{\bar{\mu}_{e1}} \right] \frac{dP}{dX} + Ac \frac{\bar{\mu}_{e0}}{\bar{\eta}_i} \quad (4.18)$$

$$\frac{1}{\bar{\mu}_{e,i}} = \int_0^1 \frac{Y^i}{\bar{\eta}_i} dY \quad ; i = 0, 1, 2$$

#### 4.1.4 สมการความหนาแน่นน้ำมัน

สมการความหนาแน่นของน้ำมันจะขึ้นอยู่กับความดันที่เปลี่ยนไป อันเนื่องมาจากน้ำมันเป็นสารที่อัดตัวได้ (compressible fluid) โดย Dowson และ Higginson ได้ทำการเขียนสมการความหนาแน่นของน้ำมันให้อยู่ในรูปความหนาแน่นไร้มิติดังแสดงในสมการที่ (4.19) [2]

$$\bar{\rho} = \left( 1 + \frac{0.6 \times 10^{-9} p_h \bar{p}}{1 + 1.7 \times 10^{-9} p_h \bar{p}} \right) \quad (4.19)$$

#### 4.1.5 สมการความหนาของฟิล์มน้ำมัน

เนื่องจากในปัญหาของฟิสิกส์ การหล่อลื่นจะเป็นแบบฟิล์มน้ำมันที่บางมากๆ หรือเป็นแบบอีลาสโตไฮโดรไดนามิกส์ทำให้ผิวของฟิสิกส์เพียงมีการเสีรูปร่าง หรือมี deformation ทำให้สมการของความหนาฟิล์มน้ำมันมีผลจากการเสีรูปร่างของฟิสิกส์เพียงด้วย เพราะฉะนั้นสมการความหนาของฟิล์มน้ำมันจึงเป็นไปตามสมการดังต่อไปนี้ ในที่นี้จะใช้โมเดลของ Okamura(1982)

$$h_i = h_o + \frac{x^2}{2R_x} + d(x) - \frac{2}{\pi E'} \int_{-\infty}^{x_p} p(x') \ln(x - x')^2 dx' \quad (4.20)$$

$$d(x) = d_g(x) + d_p(x) \quad (4.21)$$

เมื่อเทอม  $d(x)$  คือเทอมที่แสดงความหยวบผิวของฟิสิกส์เพียงของผิวเพียงจับและเพียงตาม

ทำสมการ (4.20) ให้เป็นแบบไร้มิติได้ดังนี้

$$H_i = H_o + \frac{X_i^2}{2R_x / R_o} + D(X_i) - \frac{\Delta X}{2\pi} \sum_{i=1}^N P_j \ln \left\{ \left| \frac{X_{i+1} + X_i}{2} - X_j \right| \left| \frac{X_i + X_{i-1}}{2} - X_j \right| \right\} \quad (4.22)$$

$$\text{เมื่อ } H_i = \frac{h\pi}{8R_o W_o}, \quad H_o = \frac{h_o\pi}{8R_o W_o}, \quad D(X_i) = \frac{d(x_i)\pi}{8R_o W_o}$$

$$D(X_i) = D_g(X_i) + D_p(X_i) \quad (4.23)$$

#### 4.1.6 สมการสมดุลแรง

เนื่องจากแรงที่ลดลงมาจากการกดทับของฟิสิกส์เพียงจะต้องเท่ากับผลร่วมการกระจายความดันที่เกิดขึ้นบนฟิล์มน้ำมัน ในงานวิจัยนี้จะศึกษากรณีที่ฟิสิกส์เพียงไม่แตะสัมผัสกัน

$$\int_{\bar{x}_m}^{\bar{x}_{out}} PdX = Cwt \frac{\pi}{2} \quad (4.24)$$

$$\text{เมื่อ } Cwt = \frac{W(t)}{W_o} \quad (4.25)$$

#### 4.2 วิธีการคำนวณ

เนื่องจากสมการเป็นสมการที่ไม่เป็นเชิงเส้น ในการหาคำตอบจึงทำได้ค่อนข้างยาก ในงานวิจัยนี้จึงใช้วิธีของนิวตันราฟสันในการหาคำตอบของระบบสมการ

ระเบียบวิธีนิวตัน-ราฟสัน (Newton - Raphson method) เป็นวิธีที่มีรากฐานมาจากอนุกรมเทย์เลอร์ โดยอนุกรมเทย์เลอร์เป็นอนุกรมที่ใช้ในการหาค่าฟังก์ชันที่ตำแหน่ง  $x$  จากค่าของฟังก์ชันและค่าอนุพันธ์ (derivatives) ที่มีอันดับต่างๆ กันของฟังก์ชันนั้นที่ตำแหน่ง  $x_0$  ซึ่งจะหาได้ดังนี้

$$f(x) \cong f(x_0) + (x - x_0)f'(x_0) \quad (4.26)$$

ดังนั้นสมการ (4.26) จึงเปรียบเสมือนสมการเส้นตรงและจะให้ค่าที่ถูกต้องเสมอหากฟังก์ชันนั้นมีการเปลี่ยนแปลงในลักษณะเชิงเส้นตรง ในทำนองเดียวกันหากฟังก์ชันที่กำหนดให้เป็นฟังก์ชันที่ไม่สามารถเขียนเป็นฟังก์ชันสมการพหุนามได้ ก็จะต้องถูกรวมเทอมของเทย์เลอร์ถึงพจน์อนันต์ แต่ในวิธีนิวตัน - ราฟสันจะหารากของสมการ  $f(x) = 0$  โดยใช้การประมาณฟังก์ชันด้วยอนุกรมเทย์เลอร์ที่ประกอบด้วยพจน์เพียง 2 พจน์ ดังแสดงในสมการ ต่อไปนี้

$$f(x) = f(x_0) + (x - x_0)f'(x_0) = 0 \quad (4.27)$$

หรือ

$$x - x_0 = -\frac{f(x_0)}{f'(x_0)} \quad (4.28)$$

โดยจะทำการคำนวณซ้ำระหว่างค่าเก่ากับค่าใหม่ที่ได้ดังสมการที่ (4.29)

$$x_{k+1} = x_k + \Delta x_{k+1} \quad ; \quad \Delta x_{k+1} = -\frac{f(x_k)}{f'(x_k)} \quad (4.29)$$

ทำการตรวจสอบความถูกต้องโดยเช็คจากสมการที่ (4.30)

$$\left| \frac{X_{k+1} - X_k}{X_{k+1}} \right| \times 100\% < 0.001 \quad (4.30)$$

จากสมการเรย์โนลด์จะเห็นว่ามีความเป็นไม่เชิงเส้นสูง ดังนั้นในการแก้สมการจึงควรทำให้มีความเป็นเชิงเส้นด้วยวิธีนิวตันราฟสันเสียก่อน ดังต่อไปนี้

$$F_i = \left( \frac{\varepsilon_{i+1} + \varepsilon_i}{2} \right) \left( \frac{P_{i+1} - P_i}{\Delta X} \right) - \left( \frac{\varepsilon_{i-1} + \varepsilon_i}{2} \right) \left( \frac{P_i - P_{i-1}}{\Delta X} \right) - K(\bar{\rho}_i H_i - \bar{\rho}_{i-1} H_{i-1}) \quad (4.31)$$

$$- \frac{KS}{2} \left\{ \left[ \bar{\rho}_i H_i \left( 1 - 2 \frac{\bar{\mu}_{e0,i}}{\bar{\mu}_{e1,i}} \right) \right] - \left[ \bar{\rho}_{i-1} H_{i-1} \left( 1 - 2 \frac{\bar{\mu}_{e0,i-1}}{\bar{\mu}_{e1,i-1}} \right) \right] \right\} - \frac{K\Delta X}{\Delta \bar{t}} [\bar{\rho}_i H_i - \bar{\rho}_i^0 H_i^0]$$

$$\begin{aligned} \frac{dF_i}{dP_i} = & \frac{1}{\Delta X} \left[ -\left( \frac{\varepsilon_{i+1} + \varepsilon_i}{2} \right) + (P_{i+1} - P_i) \frac{\partial \varepsilon_i}{\partial P_i} \right] - \frac{1}{\Delta X} \left[ \left( \frac{\varepsilon_{i-1} + \varepsilon_i}{2} \right) + (P_i - P_{i-1}) \frac{\partial \varepsilon_i}{\partial P_i} \right] \\ & - K \frac{\partial}{\partial P_i} (\bar{\rho}_i H_i) - \frac{KS}{2} \frac{\partial}{\partial P_i} \left[ \bar{\rho}_i H_i \left( 1 - 2 \frac{\bar{\mu}_{e0,i}}{\bar{\mu}_{e1,i}} \right) \right] - \frac{K\Delta X}{\Delta t} \frac{\partial}{\partial P_i} (\bar{\rho}_i H_i) \end{aligned} \quad (4.32)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial \varepsilon_i}{\partial P_i} = & H_i^3 \left[ \frac{1}{\bar{\mu}_{e2,i}} - \frac{\bar{\mu}_{e0,i}}{\bar{\mu}_{e1,i}^2} \right] \frac{\partial \bar{\rho}_i}{\partial P_i} + 3\bar{\rho}_i H_i^2 \left[ \frac{1}{\bar{\mu}_{e2,i}} - \frac{\bar{\mu}_{e0,i}}{\bar{\mu}_{e1,i}^2} \right] \frac{\partial H_i}{\partial P_i} + \\ & \bar{\rho}_i H_i^3 \frac{\partial}{\partial P_i} \left[ \frac{1}{\bar{\mu}_{e2,i}} - \frac{\bar{\mu}_{e0,i}}{\bar{\mu}_{e1,i}^2} \right] \end{aligned} \quad (4.33)$$

$$\frac{\partial \bar{\rho}_i}{\partial P_i} = \left( \frac{p_H \times 0.6 \times 10^{-9}}{(1 + 1.7 \times 10^{-9} p_H P_i)^2} \right) \quad (4.34)$$

$$\frac{\partial H_i}{\partial P_i} = -\left( \frac{\Delta X}{2\pi} \right) \ln \left\{ \left| \frac{X_{i+1} - X_i}{2} - X_i \right| \left| \frac{X_i - X_{i-1}}{2} - X_i \right| \right\} \quad (4.35)$$

$$\frac{\partial}{\partial P_i} \left[ \frac{1}{\bar{\mu}_{e2,i}} - \frac{\bar{\mu}_{e0,i}}{\bar{\mu}_{e1,i}^2} \right] = \frac{\partial}{\partial P_i} \left( \frac{1}{\bar{\mu}_{e2,i}} \right) - \left[ 2 \frac{\bar{\mu}_{e0,i}}{\bar{\mu}_{e1,i}} \frac{\partial}{\partial P_i} \left( \frac{1}{\bar{\mu}_{e1,i}} \right) - \left( \frac{\bar{\mu}_{e0,i}}{\bar{\mu}_{e1,i}} \right)^2 \frac{\partial}{\partial P_i} \left( \frac{1}{\bar{\mu}_{e0,i}} \right) \right] \quad (4.36)$$

$$\frac{\partial}{\partial P_i} \left( \frac{1}{\bar{\mu}_{e0,i}} \right) = \int_0^1 \frac{\partial}{\partial P_i} \left( \frac{1}{\bar{\eta}_i} \right) dY \quad (4.37)$$

$$\frac{\partial}{\partial P_i} \left( \frac{1}{\bar{\mu}_{e1,i}} \right) = \int_0^1 Y \frac{\partial}{\partial P_i} \left( \frac{1}{\bar{\eta}_i} \right) dY \quad (4.38)$$

$$\frac{\partial}{\partial P_i} \left( \frac{1}{\bar{\mu}_{e2,i}} \right) = \int_0^1 Y^2 \frac{\partial}{\partial P_i} \left( \frac{1}{\bar{\eta}_i} \right) dY \quad (4.39)$$

$$\frac{\partial}{\partial P_i} \left( \frac{1}{\bar{\eta}_i} \right) = \left( -\frac{1}{\bar{\eta}_i^2} \right) \frac{\partial \bar{\eta}_i}{\partial P_i} \quad (4.40)$$

$$\frac{\partial \bar{\eta}_i}{\partial P_i} = \frac{m_0}{\eta_0} \left\{ (n-1) \left| \frac{\bar{u}\pi}{8RWH_i} \right|^{n-2} \left( \left( \frac{\bar{u}\pi}{8RWH_i^2} \right) \frac{\partial H_i}{\partial P_i} \left| \frac{\partial u^*}{\partial Y} \right|^{n-1} A_i + \left| \frac{\bar{u}\pi}{8RWH_i} \right|^{n-1} \right. \right. \\ \left. \left. (n-1) \left| \frac{\bar{u}\pi}{8RWH_i} \right|^{(n-1)} \left| \frac{\partial u^*}{\partial Y} \right|^{n-2} \left| \frac{\partial}{\partial P_i} \left( \frac{\partial u^*}{\partial Y} \right) \right| A_i + \left| \frac{\bar{u}\pi}{8RWH_i} \right|^{(n-1)} \left| \frac{\partial u^*}{\partial Y} \right|^{(n-1)} \frac{\partial A_i}{\partial P_i} \right\} \quad (4.41)$$

$$A_i = \exp \left\{ \left[ \ln \eta_0 + 9.67 \right] \left[ -1 + \left( 1 + 5.1 \times 10^{-9} p_H P_i \right)^Z \right] \right\} \quad (4.42)$$

$$\frac{\partial A_i}{\partial P_i} = \exp \left\{ \left( \ln \eta_0 + 9.67 \right) \left[ -1 + \left( 1 + 5.1 \times 10^{-9} p_H P_i \right)^Z \right] \right\} \\ (\ln \eta_0 + 9.67) (Z) \left( 1 + 5.1 \times 10^{-9} p_H P_i \right)^{Z-1} \left( 5.1 \times 10^{-9} p_H \right) \quad (4.43)$$

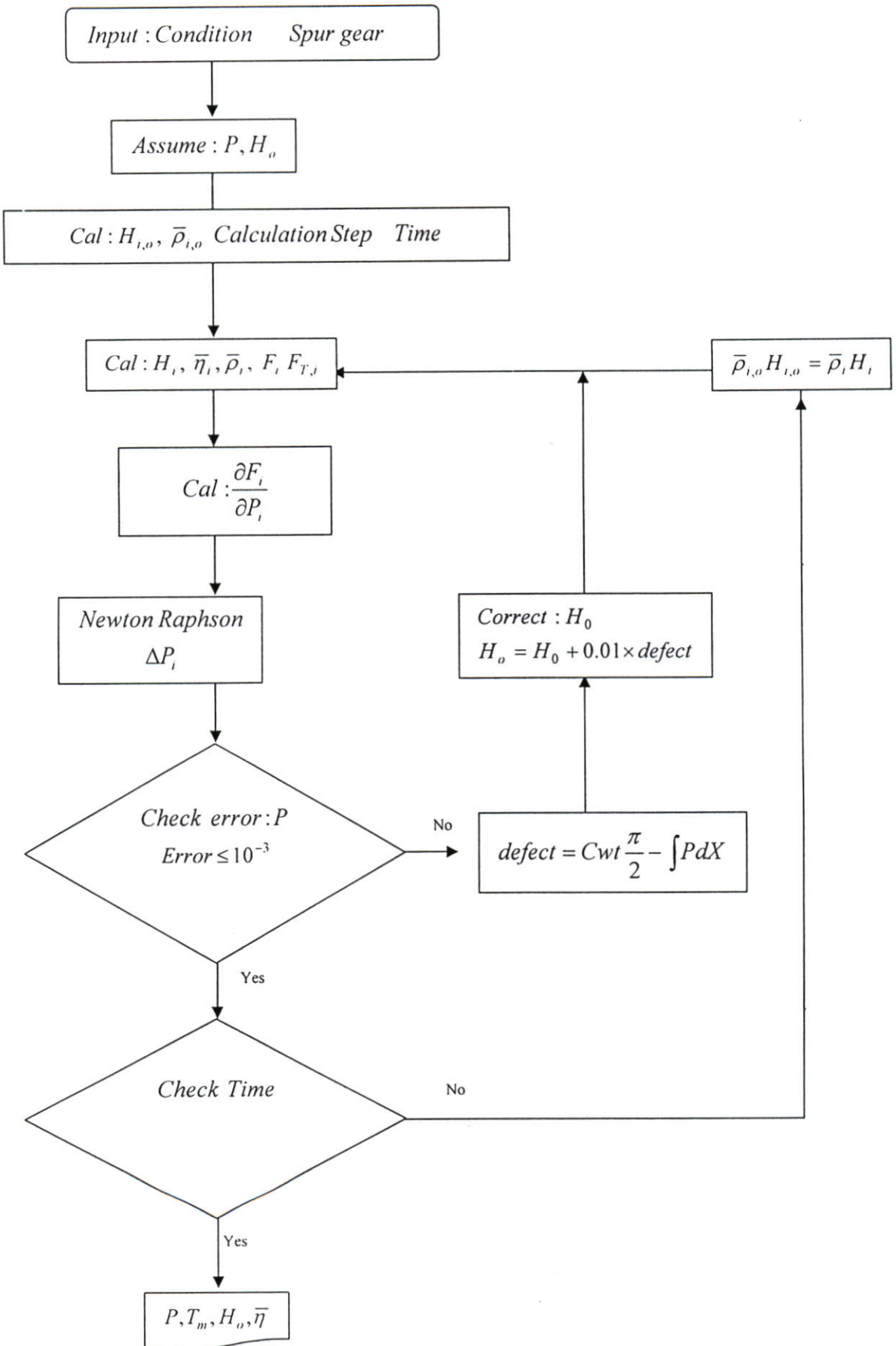
$$\frac{\partial}{\partial P_i} \left( \frac{\partial U}{\partial Y} \right)_i = \frac{16}{U} \left( \frac{WH_i}{\pi} \right)^2 \left[ \frac{Y}{\bar{\eta}_i} - \frac{1}{\bar{\eta}_i} \frac{\bar{\mu}_{e0,i}}{\bar{\mu}_{e1,i}} \right] \frac{1}{\Delta X} \quad (4.44)$$

$$\frac{\partial}{\partial P_i} (\bar{\rho}_i H_i) = \bar{\rho}_i \left( \frac{\partial H_i}{\partial P_i} \right) + \left( \frac{\partial \bar{\rho}_i}{\partial P_i} \right) H_i \quad (4.45)$$

$$\frac{\partial}{\partial P_i} \left[ \bar{\rho}_i H_i \left( 1 - 2 \frac{\bar{\mu}_{e0,i}}{\bar{\mu}_{e1,i}} \right) \right] = \bar{\rho}_i \left( \frac{\partial H_i}{\partial P_i} \right) \left( 1 - 2 \frac{\bar{\mu}_{e0,i}}{\bar{\mu}_{e1,i}} \right) + \left( \frac{\partial \bar{\rho}_i}{\partial P_i} \right) H_i \left( 1 - 2 \frac{\bar{\mu}_{e0,i}}{\bar{\mu}_{e1,i}} \right) \\ + \bar{\rho}_i H_i \frac{\partial}{\partial P_i} \left( 1 - 2 \frac{\bar{\mu}_{e0,i}}{\bar{\mu}_{e1,i}} \right) \quad (4.46)$$

$$\frac{\partial}{\partial P_i} \left( 1 - 2 \frac{\bar{\mu}_{e0,i}}{\bar{\mu}_{e1,i}} \right) = - \left( 2 \bar{\mu}_{e0,i} \right) \frac{\partial}{\partial P_i} \left( \frac{1}{\bar{\mu}_{e1,i}} \right) + 2 \frac{(\bar{\mu}_{e0,i})^2}{\bar{\mu}_{e1,i}} \left( \frac{\partial}{\partial P_i} \left( \frac{1}{\bar{\mu}_{e0,i}} \right) \right) \quad (4.47)$$

$$\bar{p}_{i,NEW} = \bar{p}_{i,OLD} - \text{Re}x \left( \frac{F_i}{\partial F_i / \partial \bar{p}_i} \right) \quad (4.48)$$

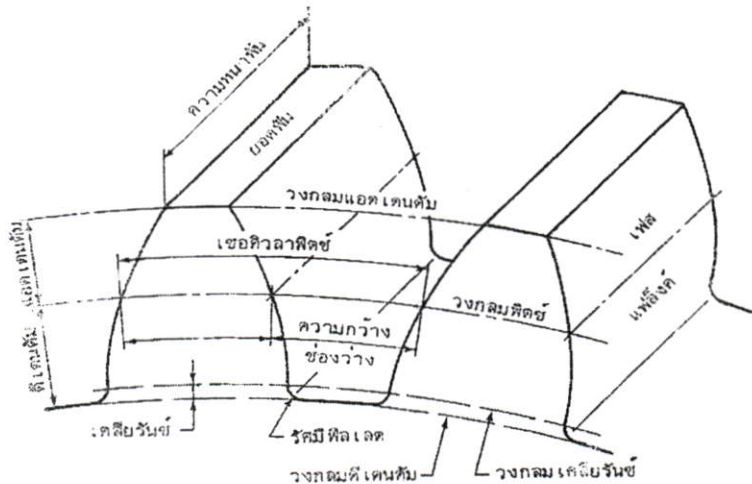


รูปที่ 4.3 แสดงแผนผังการทำงานของโปรแกรมอิตาลีไดไฮโดรไดนามิกส์

## บทที่ 5

### การออกแบบเฟืองฟันตรง

#### 5.1 นิยามส่วนต่างๆของฟันเฟือง



รูปที่ 5.1 แสดงส่วนต่างๆของฟันเฟืองตรง

- วงกลมพิตช์ (pitch circle) เป็นเส้นที่บอกขนาดของฟันเฟือง โดยบอกขนาดของฟันเฟือง ด้วยขนาดเส้นผ่านศูนย์กลางพิตช์
- เซอคิวลาพิตช์ (circular pitch) CP เป็นระยะที่วัดบนเส้นวงกลมพิตช์ จากจุดหนึ่งบน ฟันเฟือง ไปยังอีกจุดหนึ่ง ณ ตำแหน่งเดียวกันบนฟันเฟืองถัดไป
- โมดูล (module)  $m$  เป็น อัตราส่วนระหว่างขนาดเส้นผ่านศูนย์กลางพิตช์กับจำนวนฟันบน เฟือง มีหน่วยเป็นมิลลิเมตร
- ไดอะมิทรัลพิตช์ (diametral pitch)  $P$  เป็นอัตราส่วนระหว่างจำนวนฟันบนเฟืองกับขนาด เส้นผ่านศูนย์กลางพิตช์ ฉะนั้นจึงเป็นส่วนกลับของโมดูล
- แอดเดนด์ม (addendum)  $a$  หรือช่วงสูงบน เป็นระยะที่วัดในแนวรัศมีระหว่างยอดฟันถึง วงกลมพิตช์
- คีเดนคัม (dedendum)  $d_e$  หรือช่วงสูงล่าง เป็นระยะที่วัดในแนวรัศมีระหว่างโคนฟันถึง วงกลมพิตช์ เพราะฉะนั้นความสูงของฟันเฟืองคือ ผลรวมระหว่างระยะแอดเดนด์มและ คีเดนคัม
- เคลียร์รันซ์ (clearance)  $C$  ในการที่ฟันเฟืองสองอันขบกัน คีเดนคัมของฟันเฟืองหนึ่งต้องมี ค่ามากกว่าแอดเดนด์มของอีกฟันเฟืองหนึ่ง เพื่อที่ไม่ให้เกิดการขัดกันขึ้น ผลต่างระหว่าง ค่าคีเดนคัมและแอดเดนด์มนี้เรียกว่าเคลียร์รันซ์

- ความหนาของฟัน (face width)  $f$  คือความหนาของฟันเฟืองวัดในทิศทางเดียวกับแนวแกนของเฟือง
- อัตราทด (velocity ratio)  $M_w$  คืออัตราส่วนระหว่างความเร็วเชิงมุมของเฟืองขับต่อความเร็วเชิงมุมของเฟืองตาม

$$M_w = \frac{\omega_p}{\omega_g} = \frac{n_p}{n_g} = \frac{d_g}{d_p} = \frac{N_g}{N_p} \quad (5.1)$$

$$m = \frac{d_{p.g}}{N_{p.g}} \quad (5.2)$$

โดยที่  $\omega_{p.g}$  = ความเร็วเชิงมุมของพีเนียน และ เกียร์ตามลำดับ rad/s

$n_{p.g}$  = ความเร็วรอบของพีเนียน และ เกียร์ตามลำดับ rpm

$d_{p.g}$  = เส้นผ่านศูนย์กลางพิตช์ของพีเนียน และ เกียร์ตามลำดับ mm

$N_{p.g}$  = จำนวนฟันของพีเนียน และ เกียร์ตามลำดับ

$m$  = โมดูลของฟันเฟือง mm

ตาราง 5.1 มาตรฐานของฟันเฟือง

รายละเอียด	14 $\frac{1}{2}^\circ$ FD	20° FD พิตช์หยาบ	20° FD พิตช์ ละเอียด	20° stub	25° FD
แอดเดนดัม	$m$	$m$	$m$	0.8m	$m$
ดีเดนดัม	1.157m	1.25m	1.2m + 0.05	$m$	1.25m
ครีลิยรันซ์	0.157m	0.25m	0.2m + 0.05	0.2m	0.25m
ความสูงใช้งาน	2m	2m	2m	1.6m	2m
ความสูงทั้งหมด	2.157m	2.25m	2.2m + 0.05	1.8m	2.25m

## 5.2 การคำนวณฟันเฟืองตรง

ในการออกแบบฟันเฟืองที่คั้นนั้นผู้ออกแบบจำเป็นต้องทราบข้อมูลลักษณะการใช้งานของเฟืองเพื่อที่จะสามารถออกแบบลักษณะของเฟืองได้อย่างเหมาะสม เช่น สภาพการทำงานของฟันเฟือง ทำงานที่ความเร็วรอบ ต้องการส่งกำลัง และมีอัตราทดอย่างไร หรือ สภาพการทำงานของฟันเฟือง เช่น รับแรงกระแทกเล็กน้อย หรือรับแรงกระแทกอย่างหนัก เป็นต้น เพื่อที่จะเป็นข้อมูลในการคำนวณในการออกแบบฟันเฟืองต่อไป

สิ่งที่ผู้ออกแบบต้องคำนึงในการออกแบบฟันเฟืองคือ เฟืองที่ออกแบบเกิดการขัดกันหรือไม่ วัสดุที่นำมาใช้ทำฟันเฟืองเป็นวัสดุที่เหมาะสมที่สามารถรับแรง โดยที่ไม่แตกหักในขณะที่ทำงานหรือไม่ ดังนั้นผู้ออกแบบจึงต้องคำนึงสิ่งดังต่อไปนี้ โดยการออกแบบในวิทยานิพนธ์นี้อ้างอิงหลักการออกแบบของ AGMA (American Gear Manufacturers Association)

### 5.2.1 การขัดกันของฟันเฟือง (Interference)[14]

การออกแบบฟันเฟืองที่คืนันเฟืองจะต้องไม่เกิดการขัดกัน ในการสร้างฟันเฟืองเส้นโค้ง จะเริ่มจากวงกลมฐาน ฉะนั้นส่วนของฟันเฟืองที่อยู่ต่ำกว่าวงกลมฐานจึงไม่เป็นเส้นโค้ง นั่นคือจะใช้กฎการขับของเฟืองขับกับฟันเฟืองส่วนนี้ไม่ได้ ดังนั้นถ้ามีการขบกันระหว่างฟันเฟืองที่ระยะต่ำกว่าวงกลมฐาน ก็อาจจะเกิดการขัดกันขึ้น สมการที่ใช้พิจารณาไม่ให้ฟันเฟืองขัดกันจะต้องเป็นไปตามสมการที่ 5.2

$$r_{design} + a \leq \sqrt{(r_{design} \cos \phi)^2 + (C_o \sin \phi)^2} \quad (5.2)$$

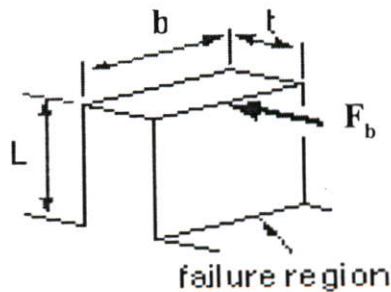
โดยที่  $a$  คือ ระยะแอดเดนดัมที่ได้จากตารางมาตรฐานของฟันเฟือง

$r_{design}$  คือ รัศมีของวงกลมพิตซ์ที่ทำการออกแบบ

$C_o$  คือระยะระหว่างจุดศูนย์กลางของเฟือง

### 5.2.2 ความเค้นดัดบนฟันเฟือง (Bending strength)[16]

การคำนวณหาความเค้นบนฟันเฟืองนั้นเราจะทำการสมมติหรือประมาณให้ฟันเฟืองมีลักษณะเป็นรูปทรง 4 เหลี่ยมรับแรงที่กระทำบนฟันเฟืองดังรูปที่ 5.2



รูปที่ 5.2 แสดงความคิดพื้นฐานที่ใช้คำนวณความเค้นของฟันเฟือง

จากรูปที่ 5.2  $F_b$  เป็นแรงสูงสุดที่กระทำบนฟันเฟืองที่ทำให้เกิดความเค้นสูงสุดที่ฟันเฟือง จะทำการรับได้โดยไม่แตกหัก โดยความเค้นสามารถคำนวณหาได้โดยสมการ 5.3

$$\sigma_b = \frac{M_{OC}}{I} = \frac{(F_b L) \left( \frac{t}{2} \right)}{\left( \frac{bt^3}{12} \right)} \quad (5.3)$$

จากสมการที่ 5.3 ค่า  $t$  และ  $L$  ในพื้นเฟืองจะถูกกำหนดโดยค่าโมดูลของเฟืองเพราะฉะนั้นสมการที่ 5.3 จึงเขียนใหม่อยู่ในรูปสมการที่ 5.4

$$\sigma = \frac{F_b}{mbJ} \quad (5.4)$$

ความเค้นในสมการที่ 5.4 ในการออกแบบต้องคูณด้วยค่าแฟกเตอร์เข้าไปเพื่อจะได้ค่าที่ปลอดภัยและทำให้เกิดความน่าเชื่อถือ ดังนั้นความเค้นคัต ( $\sigma_b$ ) จะมีค่าเป็นไปตามสมการที่ 5.5

$$\sigma_b = \frac{S_b K_L}{K_R} \quad (5.5)$$

โดยที่  $S_b$  คือความเค้นคัตที่ยอมให้เกิดขึ้นบนพื้นเฟืองมีค่าขึ้นกับจำนวนรอบที่รับภาระ

$K_R$  คือค่าแฟกเตอร์ความเชื่อมั่น (Reliability factor) ในวิทยานิพนธ์นี้ให้มีค่าเท่ากับ 1

$K_L$  คือค่าแฟกเตอร์ที่ขึ้นกับจำนวนรอบที่ภาระกระทำในกรณีที่เป็นความเค้นคัต

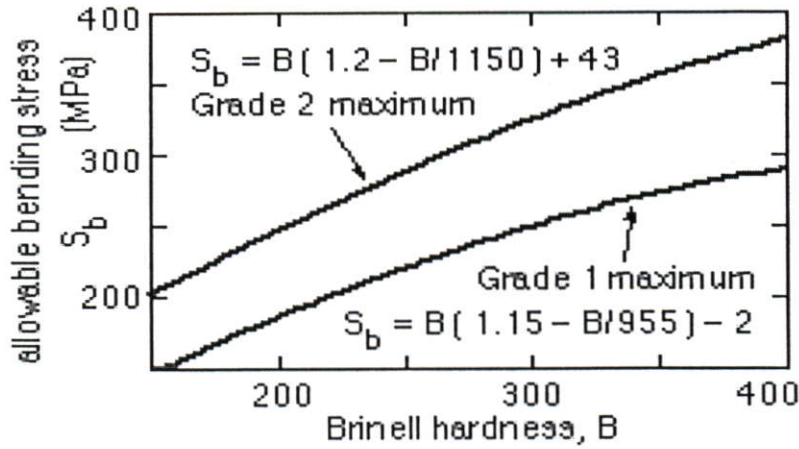
โดยในวิทยานิพนธ์นี้ให้มีค่าเท่ากับ 1.04 สำหรับ  $3 \times 10^6$  รอบที่ภาระกระทำ

$J$  คือแฟกเตอร์ของรูปทรงของพื้นเฟือง (bending strength geometry factor)

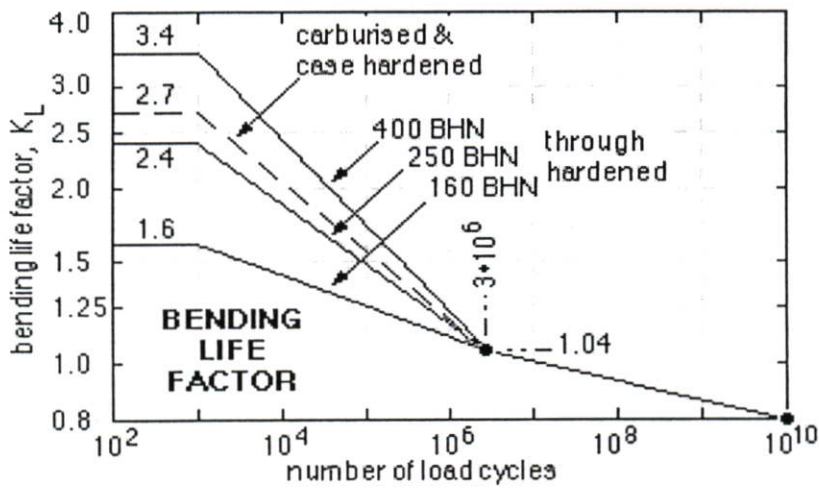
เพราะฉะนั้นจากสมการที่ 5.4 และ 5.5 สามารถที่จะหาแรงที่พื้นเฟืองยอมให้เกิดขึ้น โดยที่พื้นเฟืองไม่เกิดการแตกหัก ( $F_b$ ) ได้ดังในสมการที่ 5.6

$$F_b = mbJ \left( \frac{S_b K_L}{K_R} \right) \quad (5.6)$$

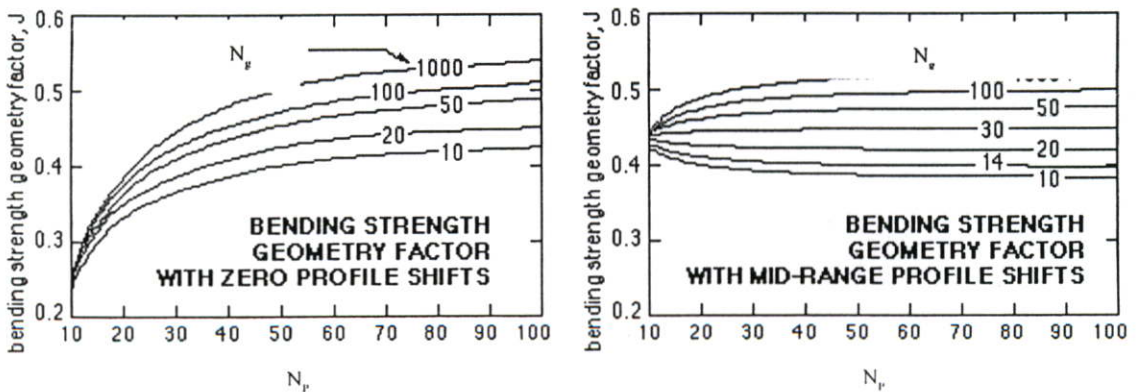
ค่าคงที่ที่ใช้ในการออกแบบ  $S_b$ ,  $K_L$  และ  $J$  สามารถหาได้ตามข้อมูลในรูปที่ 5.3, 5.4 และ 5.5



รูปที่ 5.3 แสดงความสัมพันธ์ระหว่างค่าความแข็งของวัสดุกับความเค้นที่ยอมให้เกิดขึ้น



รูปที่ 5.4 แสดงความสัมพันธ์ระหว่างจำนวนรอบของภาระ กับค่าแฟกเตอร์  $K_L$



รูปที่ 5.5 แสดงความสัมพันธ์ระหว่างจำนวนฟันเฟืองขับและเฟืองตามกับค่าแฟกเตอร์  $J$

โดยที่ค่า  $J$  สามารถเขียนให้อยู่ในรูปของสมการทางคณิตศาสตร์โดยอ้างอิงจาก AGMA (American Gear Manufacturers Association)[16]โดยประมาณได้ดังนี้

$$J \approx \{ 0.535 + (- 3.030 + 14.5 / N_p ) / N_p \} + \{ - 0.904 + ( 28.43 - 147.0 / N_p ) / N_p \} / N_g \quad (5.7)$$

### 5.2.3 การสึกกร่อนของผิวหน้าฟันเฟือง(Pitting resistance)[16]

การเสียหายของฟันเฟืองไม่เพียงแต่จะเสียหายเนื่องจากการแตกหักเท่านั้น แต่ความเสียหายของฟันเฟืองยังเกิดจากการสึกกร่อนจนไม่สามารถใช้งานได้ดีก่อนที่ฟันเฟืองเกิดการแตกหัก ทั้งนี้เพราะความเค้นที่ผิวหน้าฟันเฟืองมีค่าสูงมาก ปรากฏการณ์เช่นนี้เรียกว่า พิตติง (Pitting) หรือการเกิดหลุมบนฟันเฟือง ซึ่งเป็นความเสียหายเนื่องจากความล้า เพราะฟันเฟืองอยู่ภายใต้แรงกระทำที่ซ้ำกันเป็นวัฏจักร บักคิงแฮม (Buckingham) เป็นผู้นำเอาสมการของเฮิร์ตซ์ (Hertz) มาคำนวณหาแรงใช้งานของฟันเฟือง เพื่อไม่ให้เกิดการเสียหายในลักษณะเช่นนี้ และสามารถเขียนเป็นสมการแสดงความสัมพันธ์ของความเค้นของเฮิร์ตซ์ ได้ดังในสมการที่ 5.8

$$\sigma_H = \sqrt{\left(\frac{E'F_w}{\pi f}\right)\left(\frac{1}{r_1 \sin \varphi} + \frac{1}{r_2 \sin \varphi}\right)} \quad (5.8)$$

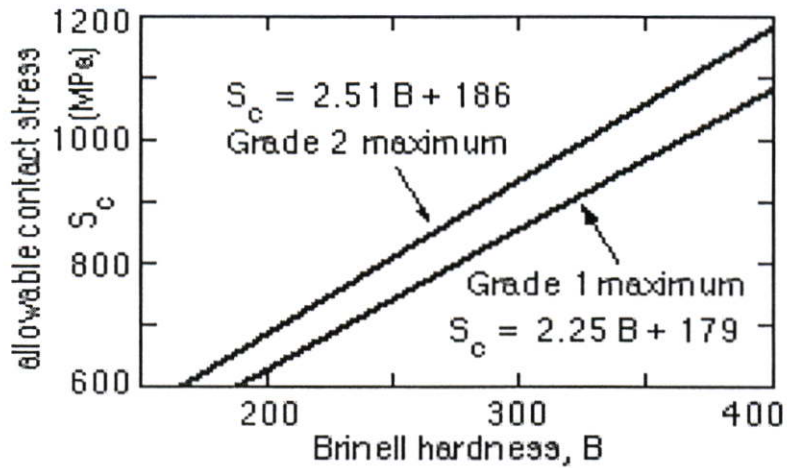
$$\sigma_H = \frac{S_C C_L}{K_R} \quad (5.9)$$

$$\frac{1}{E'} = \frac{(1-\nu_a^2)}{E_a} + \frac{(1-\nu_b^2)}{E_b} \quad (5.10)$$

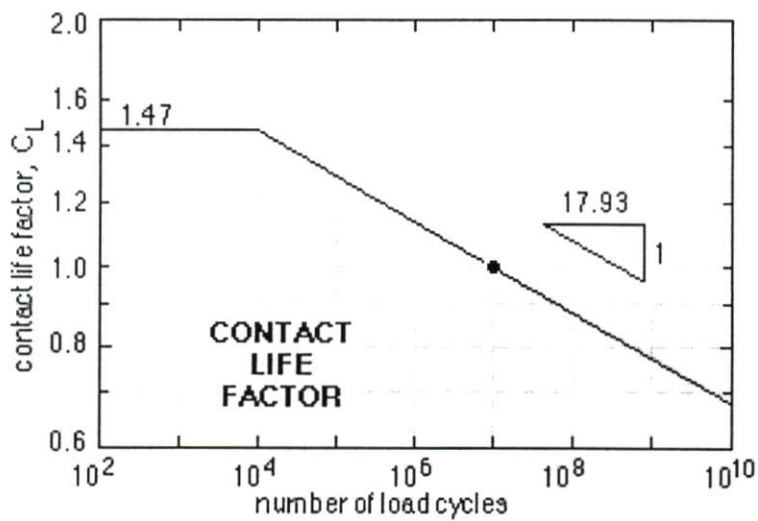
เพราะฉะนั้นสามารถหาแรงสึกกร่อนใช้งาน ( $F_w$ ) ได้ จากสมการที่ 5.8-5.10 สามารถแก้สมการหาค่า  $F_w$  ซึ่งมีค่าเป็นไปตามสมการ 5.11

$$F_w = 2r_1 f \left( \frac{N_p \sin \varphi}{2(N_p + N_g)} \right) \left( \frac{\pi}{E} \left( \frac{S_C C_L}{K_R} \right)^2 \right) \quad (5.11)$$

โดยที่  $r_1 = \frac{mN_p}{2}, r_2 = \frac{mN_g}{2}$  และค่าคงที่  $S_C, C_L$  สามารถหาได้จากกราฟในรูปที่ 5.6 และ 5.7 ตามลำดับ



รูปที่ 5.6 แสดงความสัมพันธ์ระหว่างค่าความแข็งของวัสดุ กับ  $S_c$



รูปที่ 5.7 แสดงความสัมพันธ์ระหว่างจำนวนรอบของภาระที่กระทำกับค่า  $C_L$

#### 5.2.4 แรงพลวัต (dynamic load)[16]

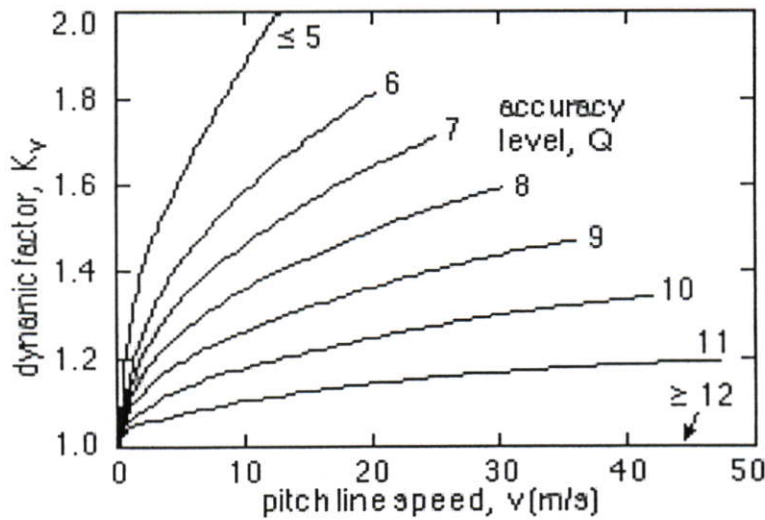
ในทางปฏิบัติในการทำงานของเฟืองนั้นเฟืองจะหมุนอยู่ในขณะที่ใช้งาน ดังนั้นเราสามารถที่จะคำนวณหาแรงในแนวสัมผัสได้ดังสมการที่ 5.12

$$F_t = \frac{W_P}{V} \quad (5.12)$$

ตามปกติแล้วแรงที่ส่งผ่านจะมีค่ามากกว่าแรงที่หาได้จากสมการที่ 5.12 ทั้งนี้เนื่องมาจากความผิดพลาดในการตัดรูปร่างฟันเฟือง การเกิดการกระแทกขึ้น เป็นต้น จากการทดลองพบว่าแรงที่ส่งผ่านมาที่แท้จริงนั้นขึ้นอยู่กับความเร็วพิตช์ จึงมีตัวประกอบที่ใช้ในการคำนวณดังต่อไปนี้  $K_a$  (application factor) คือ คือตัวประกอบที่บ่งบอกถึงลักษณะการใช้งานของฟันเฟืองตรง ซึ่งในวิทยานิพนธ์นี้ให้ค่าเท่ากับ 1.75 ตัวประกอบ  $K_v$  (dynamic factor) คือตัวประกอบที่บ่งบอกถึงความเร็วพิตช์ และ  $K_m$  (load distribution factor) คือตัวประกอบที่บ่งบอกถึงการกระจายของภาระบนฟันเฟือง ดังนั้นสามารถที่จะหาแรงที่ส่งผ่านที่แท้จริงได้ ซึ่งเป็นไปตามสมการ 5.13

$$F_d = K_a K_v K_m F_t \quad (5.13)$$

โดยที่ค่าตัวประกอบต่างๆสามารถที่จะหาได้จากกราฟ รูปที่ 5.8 และ 5.9



รูปที่ 5.8 แสดงความสัมพันธ์ระหว่างความเร็วพิตช์กับค่าตัวประกอบ  $K_v$

โดยที่  $Q$  เป็นค่าที่บ่งบอกถึงการสันสะท้อน โดยที่  $Q$  สูงการสันสะท้อนต่ำ ในวิทยานิพนธ์นี้จะใช้  $Q$  เท่ากับ 8 สามารถที่จะเขียนเป็นสมการทางคณิตศาสตร์ได้ดังสมการที่ 5.14 และ 5.15

$$6 \leq Q \leq 11, K_v = \left( 1 + \frac{\sqrt{V}}{(7.6 - 4B)} \right)^B \quad (5.14)$$

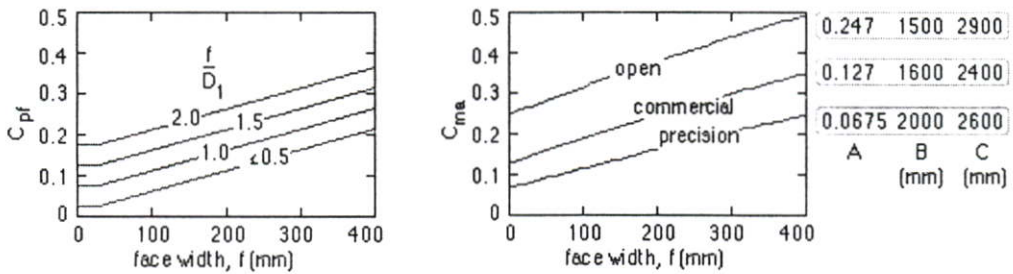
$$B = 0.25(12 - Q)^{2/3} \quad (5.15)$$

ค่าตัวประกอบ  $K_m$  สามารถที่จะเขียนให้อยู่ในรูปสมการคณิตศาสตร์ได้ดังนี้

$$K_m = 1 + C_{pf} + C_{ma} \quad (5.16)$$

$$C_{pf} = 0.1(1.5, f/d_1)_{MAX} + (0, f - 25)_{MAX} / 2000 - 0.025 \quad (5.17)$$

$$C_{ma} = A + b/B - (f/C)^2 \quad (5.18)$$



รูปที่ 5.9 แสดงความสัมพันธ์ระหว่างความหนาของฟันกับตัวประกอบ  $C_{pf}, C_{ma}$

โดยในการออกแบบฟันเฟืองนั้นจะต้องออกแบบให้เป็นไปตามเงื่อนไขตามสมการที่ 5.19 ฟันเฟืองจึงจะสามารถทำงานได้อย่างปลอดภัย

$$F_d \leq F_b, F_w \quad (5.19)$$

## บทที่ 6

# การหาค่าที่เหมาะสมที่สุดของเฟือง

การหาค่าที่เหมาะสมที่สุด(Optimization) จัดอยู่ในวิชาการวิจัยดำเนินงาน (Operation research) ซึ่งเป็นแขนงวิชาที่พัฒนามาแล้วเป็นเวลากว่า 30 ปี เป็นที่รู้จักกันอย่างแพร่หลาย และเป็นที่ยอมรับกันสำหรับความสำเร็จและผลประโยชน์ที่ได้การนำเทคนิคต่าง ๆ มาใช้ นักวิชาการในสาขาวิชาชีพต่าง ๆ ได้พยายามอย่างยิ่งในการวิจัยปัญหาในสายงานที่เกี่ยวข้องเพื่อจะได้นำวิธีการต่าง ๆ มาพัฒนาปรับปรุงงานให้มีประสิทธิภาพสูงขึ้น ประกอบกับความก้าวหน้าทางคอมพิวเตอร์มีมากขึ้น ทำให้สามารถแก้ปัญหาที่มีขนาดใหญ่และผลลัพธ์ที่ได้มีความถูกต้องและแม่นยำมากยิ่งขึ้น แนวโน้มความสนใจและการนำวิธีการหาค่าที่เหมาะสมที่สุดไปประยุกต์ใช้ในการแก้ปัญหาต่าง ๆ จึงมีมากยิ่งขึ้นด้วยเช่นกัน

### 6.1 ขั้นตอนของการใช้วิธีการหาค่าที่เหมาะสมที่สุดในการแก้ปัญหา[15]

วิธีการหาค่าที่เหมาะสมไม่ว่าจะเป็นปัญหาใด ๆ ก็ตามจะต้องมีวิธีการและขั้นตอนในการหาค่าที่เหมาะสมที่สุดดังต่อไปนี้

#### 6.1.1 การกำหนดปัญหา

ปัญหาที่จะทำการแก้ไขจะต้องกำหนดขอบเขตและเป้าหมายของการแก้ปัญหาอย่างชัดเจน เพราะในบางครั้งขอบเขตของปัญหากว้างเกินไปหรือไม่ชัดเจน จะทำให้การแก้ปัญหาเป็นไปได้ยาก ในบางครั้งไม่สามารถหาผลลัพธ์ได้หรือถ้าแก้ปัญหาได้ผลลัพธ์ที่ได้จะไม่ถูกต้อง ปัญหาอาจมีเป้าหมายหลายอย่างในขณะเดียวกัน และเป้าหมายแต่ละอย่างมีความสำคัญไม่เท่ากัน ดังนั้นจึงสามารถแบ่งเป้าหมายออกเป็น 2 ประเภท คือ

- *เป้าหมายเดียว* เป้าหมายของปัญหามีเพียง 1 เป้าหมายเท่านั้น ซึ่งเป็นเป้าหมายแบบสูงสุดหรือต่ำสุดก็ได้ เช่น ต้องการออกแบบเครื่องบินเพื่อให้น้ำหนักน้อยที่สุด การออกแบบวางแผนการวางท่อประปาเพื่อให้เสียค่าใช้จ่ายในการวางท่อน้อยที่สุด เป็นต้น

- *เป้าหมายหลายเป้าหมาย* คือ เป้าหมายของปัญหามีมากกว่า 1 เป้าหมาย ซึ่งแต่ละเป้าหมายอาจจะเป็นแบบเดียวกัน หรือตรงกันข้ามกันก็ได้ เช่น ต้องการทำให้ส่วนแบ่งของสินค้าในตลาดมีค่าสูงสุด และขณะเดียวกันก็ต้องการทำให้ได้กำไรรวมสูงสุดด้วย ปัญหาลักษณะนี้เรียกว่า เป้าหมายแบบเดียวกัน แต่ในบางกรณีเป้าหมายอาจจะเป็นคนละแบบก็ได้ เช่น ต้องการผลิตสินค้าเพื่อให้ได้กำไรสูงสุด และในขณะเดียวกันต้องทำให้เสียค่าใช้จ่ายรวมต่ำสุดด้วย

ขั้นตอนในการกำหนดปัญหาของการออกแบบพอกกล่าวโดยสังเขปได้ดังนี้

- กำหนดเป้าหมายของการออกแบบ

- ศึกษาตัวแปรในการออกแบบที่มีผลต่อเป้าหมายของการออกแบบ
- กำหนดข้อจำกัดหรือเงื่อนไขของการออกแบบ
- กำหนดแนวทางในการออกแบบ
- กำหนดช่วงเวลาในการวิเคราะห์ปัญหาและระยะในการดำเนินงาน

### 6.1.2 การจัดรูปปัญหาให้อยู่รูปแบบทางคณิตศาสตร์

เมื่อได้จัดตั้งปัญหาและทำความเข้าใจกับปัญหาอย่างถูกต้องแล้ว ขั้นตอนต่อไปคือการจัดรูปแบบของปัญหาให้ง่ายต่อการวิเคราะห์ โดยจัดรูปของปัญหาให้เป็นรูปแบบทางคณิตศาสตร์ ซึ่งจะมีโครงสร้างดังนี้

- สมการกำหนดเป้าหมายหรือฟังก์ชันวัตถุประสงค์ (Objective function) คือสมการแสดงความสัมพันธ์ระหว่างค่าของเป้าหมายกับตัวแปรสำหรับตัดสินใจ สมการเป้าหมายนี้จะเป็นแบบสูงสุดหรือต่ำสุด(maximize, minimize) ก็ได้ และค่าของสมการเป้าหมายจะเปลี่ยนแปลงตามค่าของตัวแปรสำหรับตัดสินใจ เช่น การผลิตเพื่อให้ต้นทุนในการผลิตต่ำที่สุด การผลิตสินค้าเพื่อให้ได้กำไรสูงสุด การออกแบบชิ้นส่วนต่าง ๆ เพื่อให้มีประสิทธิภาพในการทำงานที่ดีที่สุด ฯลฯ โดยสมการแสดงความสัมพันธ์อาจมีความสัมพันธ์เป็นแบบเชิงเส้นหรือไม่เชิงเส้นขึ้นอยู่กับลักษณะของปัญหา

- สมการแสดงขอบข่ายหรือเงื่อนไขบังคับ(constraint) ซึ่งแสดงขอบเขตหรือข้อจำกัดของปัจจัยหรือทรัพยากรในรูปของสมการ(equality) หรืออสมการ (inequality)

- ตัวแปรในการออกแบบหรือตัวแปรตัดสินใจ เป็นตัวแปรที่เราต้องการทราบค่าตัวแปรดังกล่าวจะมีตัวเดียวหรือหลายตัวก็ได้ และเป็นตัวแปรที่มีผลต่อสมการเป้าหมายที่กำหนดขึ้น ตัวแปรในการออกแบบสามารถแบ่งได้ 3 ชนิด คือ ตัวแปรที่มีความต่อเนื่อง ตัวแปรที่ไม่ต่อเนื่อง และตัวแปรที่เป็นจำนวนเต็ม

### 6.1.3 การทดสอบรูปแบบทางคณิตศาสตร์ของปัญหาและการหาผลลัพธ์ของปัญหา

บ่อยครั้งที่รูปแบบทางคณิตศาสตร์ของปัญหาไม่ถูกต้อง เนื่องจากความบกพร่องบางประการ ทำให้รูปแบบทางคณิตศาสตร์ดังกล่าวไม่ใช่ตัวแทนของปัญหาอย่างแท้จริงจึงทำให้การหาผลลัพธ์เป็นไปได้ ดังนั้นควรมีการตรวจสอบการจัดตั้งปัญหาเปรียบเทียบกับปัญหาจริง ตรวจสอบการใช้หน่วยและมิติของตัวแปรต่าง ๆ ว่าสอดคล้องกันหรือไม่ โดยสามารถทำการตรวจสอบด้วยการทดลองเปลี่ยนแปลงค่าตัวแปรในสมการทางคณิตศาสตร์แล้วดูว่าจะทำให้ผลลัพธ์ที่ได้นั้นสอดคล้องกับค่าที่ควรจะเป็นหรือไม่ และตรวจสอบโดยใช้ข้อมูลในอดีตมาทดสอบรูปแบบทางคณิตศาสตร์แล้วนำเอาผลลัพธ์ไปเปรียบเทียบกับความเป็นจริงที่เกิดขึ้น ในการหาผลลัพธ์หรือคำตอบของปัญหาจะเลือกใช้วิธีการต่าง ๆ ของวิธีการหาค่าที่เหมาะสมที่สุด โดยจะต้องคำนึงถึงข้อจำกัดของแต่ละวิธีว่าเหมาะสมกับปัญหาหรือสามารถแก้ปัญหาได้หรือไม่

และเมื่อได้ผลลัพธ์แล้วต้องคำนึงถึงพฤติกรรมของผลลัพธ์ที่จะเปลี่ยนแปลงไปเมื่อตัวแปรในการออกแบบของปัญหาเปลี่ยนแปลงไป นั่นคือจะต้องมีการวิเคราะห์ความไว ซึ่งการวิเคราะห์ความไวนี้มีความสำคัญมาก เพราะว่าถ้าตัวแปรในการออกแบบของปัญหาที่ศึกษาไม่อาจประมาณค่าได้แน่นอน จะต้องหาผลลัพธ์ที่เหมาะสมจากค่าต่าง ๆ ที่อยู่ใกล้เคียง

#### 6.1.4 การทดสอบความถูกต้องของผลลัพธ์ที่ได้

ถ้าหากผลที่ได้ถูกต้องและน่าเชื่อถือได้จะต้องสามารถทดสอบได้โดยการเปรียบเทียบผลลัพธ์ที่ได้จากการใช้ข้อมูลในอดีตกับผลลัพธ์ที่เกิดขึ้นจริง ๆ อย่างไรก็ตามการทดสอบความถูกต้องไม่เหมาะสมกับปัญหาที่ไม่เคยเกิดมาก่อน เพราะจะไม่มีข้อมูลในอดีตที่จะนำมาเปรียบเทียบได้

#### 6.1.5 การนำผลลัพธ์หรือค่าคำตอบไปใช้งาน

จะต้องทำการแปลผลลัพธ์ที่ได้ให้ถ่ายทอดการนำไปใช้งานได้ และเมื่อนำไปใช้งานแล้วควรทำการประเมินผลการใช้งานเพื่อนำข้อบกพร่องที่ได้มาปรับปรุงและแก้ไขให้เป็นไปตามความต้องการต่อไป เพราะในบางครั้งผลลัพธ์ที่ได้ไม่สามารถทำให้เป็นจริงตามที่เราคำตอบได้หรือไม่สามารถทำได้ในทางปฏิบัติ

### 6.2 วิธีการหาค่าที่เหมาะสมที่สุด[15]

วิธีการหาค่าคำตอบของการหาค่าที่เหมาะสมที่สุดสามารถแบ่งได้ 4 วิธีคือ

#### 6.2.1 วิธีการกราฟ(Graphical Method)

เป็นวิธีที่ต้องพล็อตกราฟความสัมพันธ์ระหว่างสมการเป้าหมายและตัวแปรในการออกแบบ ข้อจำกัดของวิธีนี้คือใช้ได้กับปัญหาหนึ่งมิติและสองมิติเท่านั้น กล่าวคือจำนวนตัวแปรในการออกแบบสูงสุดที่จะใช้วิธีนี้ได้ต้องไม่เกินสองตัว

#### 6.2.2 วิธีการวิเคราะห์(Analytical Technique)

สิ่งสำคัญของปัญหาที่จะใช้วิธีการวิเคราะห์ในการหาค่าคำตอบ คือสมการความสัมพันธ์จะต้องสามารถหาอนุพันธ์ได้และความสัมพันธ์ของสมการต้องเป็นแบบต่อเนื่อง เพราะในการหาคำตอบของปัญหาจะใช้วิธีหาอนุพันธ์ของสมการเป้าหมาย ถ้าปัญหาเป็นแบบที่มีสมการขอบเขตจำกัดจะใช้วิธีตัวคูณของลากรองจ์ (Lagrange multipliers) ทำการแปลงสมการขอบเขตให้เป็นเทอมที่เพิ่มขึ้นของสมการเป้าหมายจะทำให้ปัญหากลายเป็นปัญหาที่ไม่มีสมการขอบเขตจำกัด

### 6.2.3 วิธีการทดลอง(Experimental Technique)

วิธีการนี้ไม่จำเป็นต้องแปลงปัญหาให้อยู่ในรูปแบบทางคณิตศาสตร์ เป็นการทดลองหาคำตอบทุกทางเลือกที่เป็นได้ แล้วทำการเปรียบเทียบค่าคำตอบที่ได้หาคำตอบที่เหมาะสม วิธีการนี้เหมาะสมกับปัญหาที่ไม่มีความซับซ้อนและมีตัวแปรในการออกแบบไม่มากนัก เพราะถ้าเป็นปัญหาที่มีความซับซ้อนและตัวแปรในการออกแบบมีจำนวนมาก ใช้ระยะเวลาในการหาคำตอบนานและมีค่าใช้จ่ายมากกว่าวิธีอื่น

### 6.2.4 วิธีเชิงตัวเลข(Numerical Technique)

วิธีเชิงตัวเลขเป็นวิธีที่ทำซ้ำเพื่อหาคำคำตอบที่เหมาะสมที่สุด สามารถแยกประเภทได้จากหลายลักษณะคือ สามารถแบ่งได้จากลักษณะของสมการเป้าหมายและจากลักษณะของปัญหาที่มีเงื่อนไขบังคับหรือไม่มีเงื่อนไขบังคับ เป็นต้น

#### 6.2.4.1 แบ่งตามลักษณะของสมการเป้าหมาย

การแบ่งประเภทของวิธีการหาค่าที่เหมาะสมที่สุดตามลักษณะของสมการเป้าหมายสามารถแบ่งได้เป็น 2 ประเภทคือ

1. **โปรแกรมทางคณิตศาสตร์(Mathematical Programming)** เป็นวิธีการที่ใช้ในการแก้ปัญหาที่ต้องการหาค่าที่เหมาะสมที่สุดหรือค่าที่เหมาะสมที่สุดของปัญหานั้น ๆ โดยวิธีโปรแกรมทางคณิตศาสตร์จะใช้กับปัญหาที่เป็นแบบคงที่(Steady state problems) โดยมีรูปแบบทางคณิตศาสตร์ดังนี้

สมการเป้าหมายแบบสูงสุดหรือต่ำสุด:  $y(x)$

สมการข้อบ่งชี้:  $f_i(x) \geq 0; i = 1, 2, \dots, m$

โดยที่  $x = (x_1, x_2, \dots, x_n)$

วิธีการของโปรแกรมทางคณิตศาสตร์ ได้แก่

- **วิธีการวิเคราะห์ปัญหา(A analytical Method)** หรือทฤษฎีของการหาค่าสูงสุดหรือค่าต่ำสุด(Classical theory of maxima and minima)
- **วิธีการวิเคราะห์ปัญหาที่ฟังก์ชันมีการโค้งนูน(Convex Programming)** เป็นวิธีที่ต้องพิจารณาการโค้งนูนของสมการความสัมพันธ์ ในบางครั้งค่าคำตอบที่ได้ อาจจะไม่เป็นค่าคำตอบที่แท้จริงได้ ซึ่งเรียกว่า local solution ในปัญหาหนึ่งอาจจะมี local solution หลายค่าก็ได้ แต่จะมีค่าคำตอบที่แท้จริงที่เรียกว่า global solution เพียงค่าเดียว ส่วนมากจะเกิดกับปัญหาที่มีความสัมพันธ์ของสมการเป็นแบบสมการไม่เชิงเส้น
- **วิธีเรขาคณิต(Geometric Programming)** เป็นวิธีที่ใหม่ที่สุดวิธีหนึ่งในการหาค่าที่เหมาะสมที่สุด ใช้แก้ปัญหาที่มีรูปแบบปัญหาของโปรแกรมแบบไม่เชิงเส้น พัฒนาโดย ดัฟฟิน(Duffin) ปีเตอร์สัน(Peterson) และ ซีเนอร์(Zener) โดยรูปแบบของปัญหาจะเป็นผลบวกของโพลีโนเมียลทั้งสมการเป้าหมายและสมการข้อบ่งชี้หรือ สมการเงื่อนไขบังคับ โดยเลขชี้กำลังเป็นบวกเรียกว่าโพลีโนเมียล(posynomial) และอาจเป็น

จำนวนเต็มหรือทศนิยมก็ได้ โดยจะหาค่าที่เหมาะสมที่สุดของสมการเป้าหมาย ก่อนหลังจากนั้นจึงจะทำการหาค่าตัวแปรในการออกแบบที่เหมาะสม(ตัวแปรตัดสินใจ) ความยากง่ายในการแก้ปัญหาจะขึ้นอยู่กับวิธีการของความยากของปัญหา สามารถหาค่าวิธีการความยากได้จาก  $N-n-1$  โดยที่  $N$  คือจำนวนเทอมในสมการเป้าหมายรวมกับจำนวนเทอมในสมการเงื่อนไขบังคับ  $n$  คือ จำนวนตัวแปรในการออกแบบหรือตัวแปรตัดสินใจ ถ้าวิธีการของความยากของปัญหามีค่าเท่ากับศูนย์ ปัญหาดังกล่าวสามารถหาค่าคำตอบโดยใช้วิธีการคาดคิดและเป็นปัญหาที่ง่ายที่สุด สำหรับกรณีที่ดีวิธีการความยากของปัญหามากกว่าศูนย์ ยังสามารถใช้วิธีการคาดคิดได้ แต่จะใช้เวลาในการแก้ปัญหา นานมากกว่า

- **วิธีโปรแกรมเชิงเส้น(Linear Programming)** เป็นวิธีการหาค่าที่เหมาะสมที่สุดวิธีหนึ่ง ที่ความสัมพันธ์ของตัวแปรต่าง ๆ ของสมการเป้าหมายและสมการเงื่อนไขบังคับ จะต้องเป็นฟังก์ชันทางคณิตศาสตร์เป็นแบบเชิงเส้น(linear relationship) (คือตัวแปรทุกตัวจะต้องมีกำลังเป็นหนึ่ง) โดยสมการเงื่อนไขบังคับอาจจะอยู่ในรูปแบบของสมการหรืออสมการก็ได้ โปรแกรมเชิงเส้นได้เริ่มใช้ครั้งแรกเมื่อคริสต์ศักราช 1930 เริ่มจากการทำแบบจำลองทางเศรษฐศาสตร์ หลังจากนั้นระหว่างสงครามโลกครั้งที่ 2 กองทัพอากาศสหรัฐได้นำไปใช้ ในปีคริสต์ศักราช 1947 Geoge B. Dantzig สมาชิกคนหนึ่งในกลุ่มทำงานของกองทัพอากาศได้นำเสนอวิธีซิมเพล็กซ์(Simplex Method) ปัจจุบันวิธีโปรแกรมเชิงเส้นได้รับความนิยมนำไปใช้แก้ปัญหาอย่างกว้างขวาง
- **วิธีวิธีการกำลังสอง(Quadratic Programming)** เป็นวิธีที่ใช้ในการแก้ปัญหาที่ความสัมพันธ์ของตัวแปรในสมการเป้าหมายเป็นสมการกำลังสองและความสัมพันธ์ของตัวแปรในสมการเงื่อนไขบังคับเป็นแบบเชิงเส้น ในการแก้ปัญหา จะทำการเขียนให้ปัญหาอยู่ในรูปของฟังก์ชันลากรองจ์(Lagrangian function) และใช้เงื่อนไขของ คูณฑักเกอร์(Kuhn-Tucker) ในการทำให้สมการในรูปของฟังก์ชันลากรองจ์เป็นสมการเชิงเส้น ซึ่งจะทำให้ปัญหาดังกล่าวมีความสัมพันธ์ของตัวแปรเป็นเชิงเส้นสามารถแก้ปัญหาได้โดยใช้โปรแกรมเชิงเส้นในการแก้ปัญหาเช่น ใช้วิธีซิมเพล็กซ์ในการแก้ปัญหา เป็นต้น
- **วิธีโปรแกรมแบบจำนวนเต็ม(Integer Programming)** เป็นวิธีที่ใช้ในการแก้ปัญหาที่ค่าคำตอบของตัวแปรในการออกแบบหรือตัวแปรในการตัดสินใจเป็นจำนวนเต็ม เช่น การหาจำนวนผู้โดยสารน้อยที่สุดของการบินในแต่ละเที่ยว เพื่อที่จะไม่ทำให้เกิดการขาดทุนในการบินเที่ยวนั้น ๆ การหาปริมาณรถสูงสุดที่ถนนสายนั้นสามารถรองรับได้ โดยจะไม่ทำให้เกิดปัญหาจราจรติดขัดขึ้น เป็นต้น
- **วิธีโปรแกรมไม่เป็นเชิงเส้น(Nonlinear Programming)** หรือวิธีการค้นหา(Search Method) เป็นวิธีที่ใช้ในการหาค่าที่เหมาะสมที่สุดวิธีหนึ่งที่สมการมีรูปแบบทาง

คณิตศาสตร์ไม่เป็นเชิงเส้น นิยมใช้วิธีการค้นหาในการแก้ปัญหา วิธีการค้นหาเป็นวิธีเชิงตัวเลข(numerical method) หรือวิธีการกำจัด(Elimination Method) สามารถแบ่งได้ 2 ประเภท คือ

1. การค้นหาเชิงกำหนด(Deterministic Search) โดยกระบวนการจะไม่คำนึงถึงค่าค่าคลาดเคลื่อนจากการทดลอง
2. การค้นหาแบบสุ่ม(Stochastic Search) จะนำค่าความคลาดเคลื่อนเชิงสุ่มมาพิจารณาด้วย วิธีการค้นหาสามารถใช้ได้ทั้งฟังก์ชันที่ต่อเนื่องและฟังก์ชันที่ไม่ต่อเนื่อง หรือแม้แต่ฟังก์ชันที่ไม่สามารถหาอนุพันธ์ได้ และในระหว่างทำการค้นหาจะได้ค่าของสมการเป้าหมายหลายค่า หลังจากนั้นจึงสรุปเพื่อหาค่าที่เหมาะสมที่แท้จริง

นอกจากนี้วิธีโปรแกรมไม่เชิงเส้นสามารถแบ่งได้ในลักษณะอื่น ๆ ได้ดังนี้

1. กรณีตัวแปรเดียว(Single variable) เช่น วิธีการค้นหาแบบไม่มีขอบเขตจำกัด(Unrestricted search) การค้นหาเอกรูป(Uniform Search) การค้นหาแบบฟีโบนัคซี(Fibonacci Search) การค้นหาทวิภาคเอกรูป(Uniform Dichotomous Search) การค้นหาแบบทวิภาคโดยลำดับ(Sequential Dichotomous Search) การค้นหาภาคตัดทอง(Golden Section Search) การหาแบบทุกค่า(Exhaustive Search) เป็นต้น
2. กรณีตัวแปรหลายตัวและไม่มีเงื่อนไขบังคับ(Multivariable, Unconstrained Optimization) ซึ่งสามารถแบ่งเป็นสมการที่ไม่ต้องหาอนุพันธ์ เช่น การค้นหาแบบแลตทิซ(Lattice Search) การค้นหาทีละตัว(Univariate Search) การค้นหาแบบกริด(Grid Search) และวิธีการที่ต้องมีการหาอนุพันธ์ เช่น การค้นหาตามทางชันที่สุด(Steepest Ascent Method) วิธีของนิวตัน(Newton's Method) วิธีโบรเดน-เฟลทเชอร์-โกลด์เฟรบ-เชนโน(Broyden-Fletcher-Goldfarb-Shanno Method) วิธีเดวิดอน-เฟลทเชอร์-พาวเวล (Davidon-Fletcher-Powell Method) เป็นต้น
3. กรณีตัวแปรหลายตัวและมีเงื่อนไขบังคับ(Multivariable, Constrained Optimization) เช่น วิธีการค้นหาโดยตรงขนาดขั้นที่จะเปลี่ยนแปลง(Search with Fixed Step Size) วิธีการค้นหาโดยปรับเปลี่ยนขนาดของขั้นที่เปลี่ยนแปลง(Search with Vary Step Size) วิธีการค้นหาแบบทุกค่า(Exhaustive Search) เป็นต้น

2. **วิธีการหาค่าการเปลี่ยนแปลง** เป็นวิธีการหาที่ใช้ในการหาฟังก์ชันที่เหมาะสมที่สุดของปัญหา ลักษณะของปัญหาจะเป็นปัญหาแบบพลวัต (Dynamic problems) โดยมีรูปแบบทางคณิตศาสตร์ดังนี้

$$\text{สมการเป้าหมายแบบสูงสุดหรือต่ำสุด: } I[y(x)] = \int F[y(x), y'(x)] dx$$

สมการเงื่อนไขบังคับ: สมการจะอยู่ในรูปอินทิเกรตหรือดิฟเฟอเรนเชียล

วิธีการของการหาค่าเปลี่ยนแปลง ได้แก่

- **วิธีการคำนวณขั้นสูง (Calculus of Variations)** การหาค่าที่เหมาะสมที่สุดสามารถใช้วิธีดั้งเดิม (Classical Method) คือ วิธีการคำนวณขั้นสูง วิธีการนี้ใช้กับปัญหาที่มีรูปแบบสมการที่ต้องหาอนุพันธ์ได้และสมการเงื่อนไขบังคับต้องเป็นแบบสมการ (Equality constraint) เท่านั้น สำหรับกรณีที่สมการเงื่อนไขบังคับเป็นแบบอสมการ (Inequality constraint) ต้องใช้วิธีอื่นเพื่อหาคำตอบของปัญหา วิธีที่นิยมใช้กันอย่างแพร่หลายได้แก่ วิธีการใช้ตัวคูณลากรองจ์ ได้รับการพัฒนาครั้งแรกในช่วงคริสต์ศักราช 1736-1813 โดย โจเซฟ ลูอิส ลากรองจ์ (Joseph Louis Lagrange) นักคณิตศาสตร์ชาวฝรั่งเศส
- **วิธีโปรแกรมพลวัต (Dynamic Programming)** ที่สมการความสัมพันธ์เป็นสมการต่อเนื่อง ลักษณะของปัญหาที่จะใช้วิธีโปรแกรมพลวัตในการแก้ปัญหาจะต้องมีคุณสมบัติดังนี้
  1. ปัญหาใหญ่ต้องสามารถแตกออกเป็นปัญหาย่อย ๆ ได้ แต่ละปัญหาย่อยจะมีตัวแปรในการออกแบบเพียงหนึ่งตัวเท่านั้น และปัญหาย่อยเหล่านี้เรียกว่า ขั้นตอน (Stage)
  2. ขั้นตอนแต่ละขั้นตอนจะต้องกำหนดหมายเลขให้สัมพันธ์กัน
  3. ผลลัพธ์ที่เหมาะสมของการตัดสินใจในแต่ละขั้นตอนจะส่งผลไปยังขั้นตอนถัดไป
  4. ผลลัพธ์ที่เหลืออยู่ในแต่ละขั้นตอนเป็นอิสระจากผลลัพธ์ที่เหมาะสมที่สุดที่นำไปใช้ยังขั้นตอนถัดไป
  5. ผลลัพธ์ที่เหมาะสมที่สุดของปัญหาใหญ่จะได้อาจมาจากการแก้ปัญหาย่อยตั้งแต่ขั้นตอนแรกถึงขั้นตอนสุดท้าย
  6. สมการผลตอบแทนสะสมจะสามารถหาคำตอบที่เหมาะสมที่สุดในขั้นตอนที่  $n$  ได้ต่อเมื่อสามารถหาคำตอบที่เหมาะสมที่สุดในขั้นตอน  $n-1$  ได้เสียก่อน
  7. สมการผลตอบแทนสะสมหาผลลัพธ์ที่เหมาะสมที่สุดได้โดยการทำจากข้างหลังไปข้างหน้าและทำทีละขั้นตอนเรียงลำดับกันไป เป็นต้น

#### 6.2.4.2 แบ่งตามลักษณะสมการเงื่อนไขบังคับ

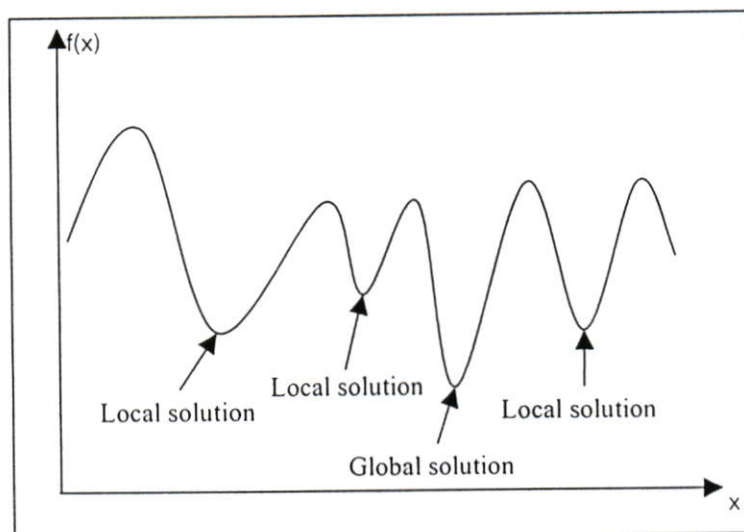
การแบ่งประเภทของวิธีการหาค่าที่เหมาะสมที่สุดตามลักษณะของสมการเงื่อนไขบังคับ สามารถแบ่งได้ 2 ประเภท คือ

1. ปัญหาที่มีสมการเงื่อนไขบังคับ เป็นปัญหาที่มีสมการเงื่อนไขบังคับเพื่อกำหนดขอบเขตของค่าตัวแปรในการออกแบบ เช่น  $10 \leq X \leq 20$  โดยที่  $X$  เป็นตัวแปรในการออกแบบ ซึ่งสมการเงื่อนไขจะมีรูปแบบของสมการหรืออสมการก็ได้ โดยความสัมพันธ์ของสมการเป็นแบบสมการเชิงเส้นหรือสมการไม่เชิงเส้นก็ได้ขึ้นอยู่กับข้อกำหนดของปัญหานั้น

2. ปัญหาที่ไม่มีสมการเงื่อนไขบังคับ โดยทั่วไปปัญหาส่วนใหญ่จะมีเงื่อนไขบังคับเสมอ แต่ในบางครั้งในการใช้วิธีการหาค่าที่เหมาะสมที่สุดจะไม่คำนึงถึงสมการเงื่อนไขที่บังคับนั้น เพราะสมการเงื่อนไขบังคับบางสมการหรือทั้งหมดไม่มีผลต่อค่าคำตอบของปัญหา บางปัญหาที่ไม่มีสมการเงื่อนไขบังคับอาจเกิดจากการปรับเปลี่ยนให้สมการเงื่อนไขบังคับไปเป็นเทอมที่เพิ่มเข้าในสมการเป้าหมาย ซึ่งจะทำให้สมการเงื่อนไขบังคับที่มีอยู่หายไป

### 6.3 ชนิดของคำตอบ [15]

คำตอบที่ได้จะมีอยู่สองชนิด คือ local solution และ global solution แสดงดังรูปที่ 3.1 ขั้นตอนของวิธีการหาค่าที่เหมาะสมที่สุด(Algorithms of optimization) ส่วนใหญ่จะให้คำตอบเป็นแบบ local solution กล่าวคือ คำคำตอบของจุดดังกล่าวจะให้คำตอบของสมการเป้าหมายต่ำสุดจากคำตอบของจุดใกล้เคียง ซึ่งวิธีการของการหาค่าที่เหมาะสมที่สุดจะไม่สามารถหา global solution ได้ ซึ่งคำตอบที่เป็น global solution จะหาได้ยากมาก ส่วนมากปัญหาดังกล่าวจะเกิดกับปัญหาที่มีความสัมพันธ์เป็นแบบไม่เชิงเส้นเท่านั้นทั้งปัญหาแบบมีเงื่อนไขบังคับ (Constrained) และแบบไม่มีเงื่อนไขบังคับ(Unconstrained) โดยเฉพาะอย่างยิ่งปัญหาที่เป็นฟังก์ชันที่มีความนูน(Convex function) หรือมีความเว้า(Concave function) ต้องมีความระมัดระวังในการตรวจสอบว่าคำตอบที่ได้เป็น global solution หรือไม่



รูปที่ 6.1 แสดงความสัมพันธ์ของค่าสมการเป้าหมาย ( $f_{min}(x)$ ) กับค่าของตัวแปรในการออกแบบ ( $x$ )

#### 6.4 การหาขนาดที่เหมาะสมที่สุดของเฟืองฟันตรง[1]

##### 6.4.1 สมการเป้าหมายหรือฟังก์ชันวัตถุประสงค์ (Objective Function)

ในการออกแบบเฟืองตรงนั้นจำเป็นต้องมีกำหนดสมการเป้าหมายโดยในวิทยานิพนธ์นี้ จะทำการหาขนาดของฟันเฟืองที่เหมาะสมที่สุด อันได้แก่ค่าโมดูล ( $M$ ) จำนวนฟันเฟือง ( $N_p$ ) และ ค่าความหนืดสัมบูรณ์ ( $\eta_0$ ) ที่เหมาะสมของสารหล่อลื่น โดยมีสมการเป้าหมายดัง สมการที่ 6.1

$$\text{Minimize } Y_i(X_1, X_2, X_3) = P_{MAX} + G \times f \quad (6.1)$$

โดยที่  $X_1, X_2, X_3$  ตัวแปรที่ออกแบบเพื่อให้ได้ค่าที่เหมาะสมที่สุด ได้แก่ จำนวนฟันเฟือง ( $N_p$ ), โมดูล ( $M$ ) และ ค่าความหนืดสัมบูรณ์ ( $\eta_0$ ) ตามลำดับ  $P_{MAX}$  คือความดันไวมืดที่มากที่สุดที่เกิดขึ้นใน การหล่อลื่นของฟันเฟือง  $f$  เป็นสัมประสิทธิ์แรงเสียดทานที่เกิดขึ้นบริเวณที่ฟันเฟืองรับแรงมากที่สุดหรือบริเวณจุด Pitch point และ  $G$  เป็นค่าถ่วงน้ำหนัก

##### 6.4.2 สมการเงื่อนไขบังคับหรือสมการขอบเขต (Constraints Equation)

ในการออกแบบเฟืองฟันตรงสิ่งที่ต้องคำนึงคือการขัดกันของฟันเฟืองซึ่งจะทำให้เฟืองไม่สามารถทำงานได้ และภาวะการทำงานของฟันเฟืองที่ไม่ทำให้เกิดการแตกหักของฟันเฟือง และเนื่องจากการหล่อลื่นแบบฮิสเทอโรไลโครไดนามิกเป็นการหล่อลื่นที่ฟิล์มบางผิวชิ้นงานไม่มีการแตะสัมผัสกันดังนั้นความหนาฟิล์มน้ำมันจะต้องมีค่ามากกว่าศูนย์ สมการเงื่อนไขบังคับของปัญหาเฟืองฟันตรงเป็นไปตามสมการ 6.2, 6.3, 6.4, 6.5, 6.6 และ 6.7 โดยที่

สมการ 6.2-6.4 เป็นเงื่อนไขหรือช่วงที่ใส่ค่าเข้าไปในโปรแกรมเพื่อที่จะ ทำการคำนวณหาค่าที่เหมาะสมที่สุด ส่วนสมการ 6.5- 6.6 เป็นสมการเงื่อนไขบังคับของการขัดกันของฟันเฟือง และสมการเงื่อนไขบังคับของการแตกหักการคงทนของผิวหน้าของฟันเฟือง และ สมการที่ 6.7 เป็นเงื่อนไขบังคับในกรณีที่ฟันเฟืองมีการหล่อขึ้นแบบ ไม่มีการสัมผัสกันของผิววัสดุ

$$lower \leq Np \leq upper \quad (6.2)$$

$$lower \leq M \leq upper \quad (6.3)$$

$$lower \leq \bar{\eta}_0 \leq upper \quad (6.4)$$

$$r_{1,2} + M \leq \sqrt{(r_{1,2} \cos \varphi)^2 + (C_o \sin \varphi)^2} \quad (6.5)$$

$$F_d \leq F_b, F_w \quad (6.6)$$

$$h_{\min} > 0 \quad (6.7)$$

โดยที่ค่า  $C_o = r_1 + r_2$

$r_{1,2}$  คือค่ารัศมีของวงกลมพิตซ์ของเฟืองขับ และ เฟืองตาม

$F_d$  คือ แรงที่กระทำบนฟันเฟือง มีหน่วยเป็นนิวตัน

$F_b$  คือแรงที่มากที่สุดที่ฟันเฟืองรับได้โดยไม่แตกหัก

$F_w$  คือแรงที่มากที่สุดที่ผิวหน้าฟันเฟืองรับโดยไม่สึกกร่อน

#### 6.4.3 วิธีการที่ใช้ในการหาค่าที่เหมาะสมที่สุดของเฟืองฟันตรง

การคำนวณหาค่าที่เหมาะสมที่สุดของเฟืองฟันตรงได้เลือกใช้วิธีการหาค่าที่เหมาะสมที่สุด 2 วิธีทำร่วมกัน คือวิธีการค้นหาทุกค่า (Exhaustive Search) ร่วมกัน โปรแกรมคณิตศาสตร์ของโบรเคน-เฟลทเซอร์-โกลด์เฟรบ-เซนโน และวิธีค้นหาเชิงเส้น โดยมีขั้นตอนในการคำนวณดังแสดงรูปที่ 6.2.

ขั้นตอนแรกทำการใส่ค่าเริ่มต้น คือค่าคุณสมบัติต่าง ๆ ของเฟืองฟันตรงหลังจากนั้นใช้วิธีการค้นหาทุกค่า(Exhaustive Search) ภายใต้การวิเคราะห์สมการโมดิฟายด์เรย์โนลด์ ซึ่งการค้นหาค่าที่เหมาะสมที่สุดในขั้นตอนนี้จะเป็นการค้นหาแบบหยาบ เพื่อนำค่าของตัวแปรในการออกแบบที่ได้เป็นค่าเริ่มต้นในวิธีการของของโบรเคน-เฟลทเซอร์-โกลด์เฟรบ-เซนโน ภายใต้การ

วิเคราะห์สมการโมดิฟายด์เรย์โนลด์ส รูปที่ 6.3 แสดงขั้นตอนการคำนวณวิธีการของโบรเดน-เฟลทเซอร์-โกลด์เฟรบ-เซนโน

#### 6.4.3.1 วิธีการค้นหาทุกค่า (Exhaustive Search)[1]

วิธีการค้นหาทุกค่าเป็นวิธีที่สามารถใช้กับปัญหาที่ทราบขอบเขตที่แน่นอนของตัวแปรในการออกแบบ โดยทำการค้นหาที่เหมาะสมของแต่ละตัวแปรในการออกแบบ เริ่มต้นค้นหาจากค่าต่ำสุดที่เป็นไปได้หรือค่าขอบเขตต่ำที่สุด แล้วค่อยขยับค่าขึ้นหรือเพิ่มค่าขึ้นจนถึงค่ามากที่สุดของตัวแปรในการออกแบบเป็นไปได้อีกหรือค่าขอบเขตสูงสุด ในการขยับหรือการเพิ่มค่าขึ้นของตัวแปรในการออกแบบจะขึ้นอยู่กับว่าจะค้นหาแบบละเอียดหรือหยาบ ถ้าต้องการให้ละเอียดก็จะเพิ่มค่าขึ้นทีละน้อย ๆ จะทำให้การคำนวณมีความละเอียดยิ่งขึ้นแต่จะใช้เวลาในการคำนวณนานหรือถ้าต้องการค้นหาแบบหยาบก็จะเพิ่มค่าขึ้นทีละมาก ๆ ผลการคำนวณจะมีค่าผิดพลาดมากแต่จะใช้เวลาในการค้นหาน้อย เมื่อได้ค่าของสมการเป้าหมายจากการเปลี่ยนค่าของตัวแปรในการออกแบบทุกตัวแล้วทำการเลือกค่าสมการเป้าหมายว่าค่าตัวแปรในการออกแบบค่าไหนที่ทำให้ได้ค่าสมการเป้าหมายสูงสุดหรือต่ำสุดตามที่ต้องการ ในการศึกษาครั้งนี้เป็นปัญหาที่หาค่าต่ำสุด

#### 6.4.3.2 วิธีโบรเดน-เฟลทเซอร์-โกลด์เฟรบ-เซนโน (Broyden-Fletcher-Goldfarb-Shanno Method)[1]

ในช่วงกลางทศวรรษที่ 1950 นักฟิสิกส์ของ Argonne National Laboratory ชื่อว่า W.C Davidon ใช้วิธี coordinate descent method คำนวณเพื่อแก้ปัญหาการหาค่าที่เหมาะสมที่สุด (Optimization) ขณะนั้นประสิทธิภาพของคอมพิวเตอร์ยังไม่ดีเท่าที่ควรทำให้ผลการคำนวณไม่ถูกต้องหรือบางครั้งไม่สามารถคำนวณได้ ทำให้ Davidon พัฒนาวิธีการคำนวณใหม่เพื่อให้สามารถคำนวณได้รวดเร็วยิ่งขึ้น วิธีการแรกที่เขาได้คิดค้นคือ วิธี Quasi-Newton ซึ่งเป็นการปฏิบัติการแก้ปัญหาทางด้านการหาค่าที่เหมาะสมที่สุดที่มีรูปแบบของสมการเป้าหมายเป็นแบบไม่เชิงเส้น (nonlinear optimization) ซึ่งวิธีดังกล่าวเป็นวิธีที่มีความน่าเชื่อถือมากกว่าวิธีอื่น และสามารถแก้ปัญหาได้อย่างรวดเร็ว

วิธี Quasi-Newton เป็นวิธีที่สมการเป้าหมายต้องเป็นสมการที่สามารถหาค่าอนุพันธ์ได้แต่ละการทำซ้ำ ซึ่งวิธี BFGS เป็นวิธีการหนึ่งที่ใช้หลักการของวิธี Quasi-Newton ที่ได้รับความนิยมนำไปใช้แก้ปัญหา มีผู้คิดค้นร่วมกัน 4 คน คือ โบรเดน เฟลทเซอร์ โกลด์เฟรบ และเซนโน ขั้นตอนการคำนวณของวิธี BFGS มีดังนี้ คือ

1. กำหนดค่าเริ่มต้น  $X_0$  (ได้จากการใช้วิธี exhaustive search)

2. กำหนดค่า  $i = 0$
3. กำหนดค่าเมตริกฮิวเซียน(Hussein Matrix) เริ่มต้น  $[A_i]_{n \times n}$  ( $n$  คือจำนวนของตัวแปรในการออกแบบ) เป็นเมตริกเอกลักษณ์ ( $[A_i] = [I]$ ) และคำนวณหาค่าสมการเป้าหมาย  $f_i(X_i)$
4. คำนวณค่าอนุพันธ์  $\nabla f_i(X_i)$  และคำนวณหาทิศทางเคลื่อนที่ของตำแหน่งใหม่  $S_i$

$$S_i = -[B_i] \nabla f_i$$

5. คำนวณระยะห่างของตำแหน่งใหม่ที่จะเคลื่อนที่ไป  $\lambda_i^*$  โดยใช้วิธีการค้นหาเชิงเส้น(Line search method)
6. คำนวณค่าใหม่  $X_{i+1}$

$$X_{i+1} = X_i + \lambda_i^* S_i$$

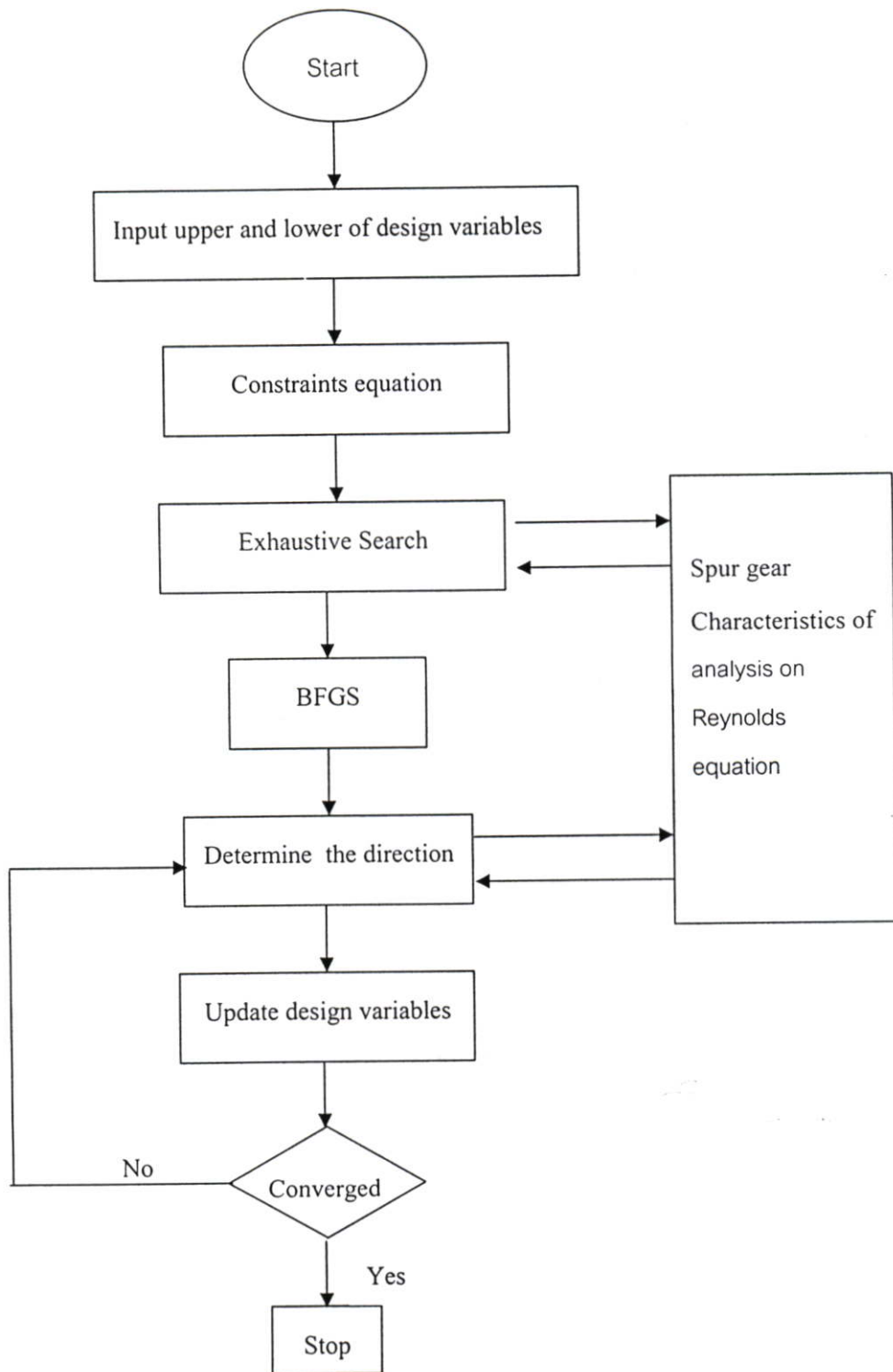
7. คำนวณค่าสมการเป้าหมายใหม่  $f_{i+1}(X_{i+1})$
8. ตรวจสอบค่าของสมการเป้าหมาย  $|f_{i+1} - f_i| < \epsilon$  หรือไม่ ถ้ามีค่าน้อยกว่าจึงจบโปรแกรมและแสดงว่าค่า  $f_{i+1}(X_{i+1})$  เป็นค่าที่น้อยที่สุด แต่ถ้าไม่จริงให้ทำการปรับเปลี่ยนค่าเมตริกฮิวเซียนใหม่แล้วย้อนกลับไปทำในขั้นตอนที่ 4 ใหม่จนกระทั่งจะได้คำตอบที่แท้จริง

ในการทำซ้ำแต่ละครั้งต้องมีการปรับเปลี่ยนค่าฮิวเซียนเมตริกทุกการทำซ้ำ การปรับเปลี่ยนค่าทำได้ดังนี้คือ

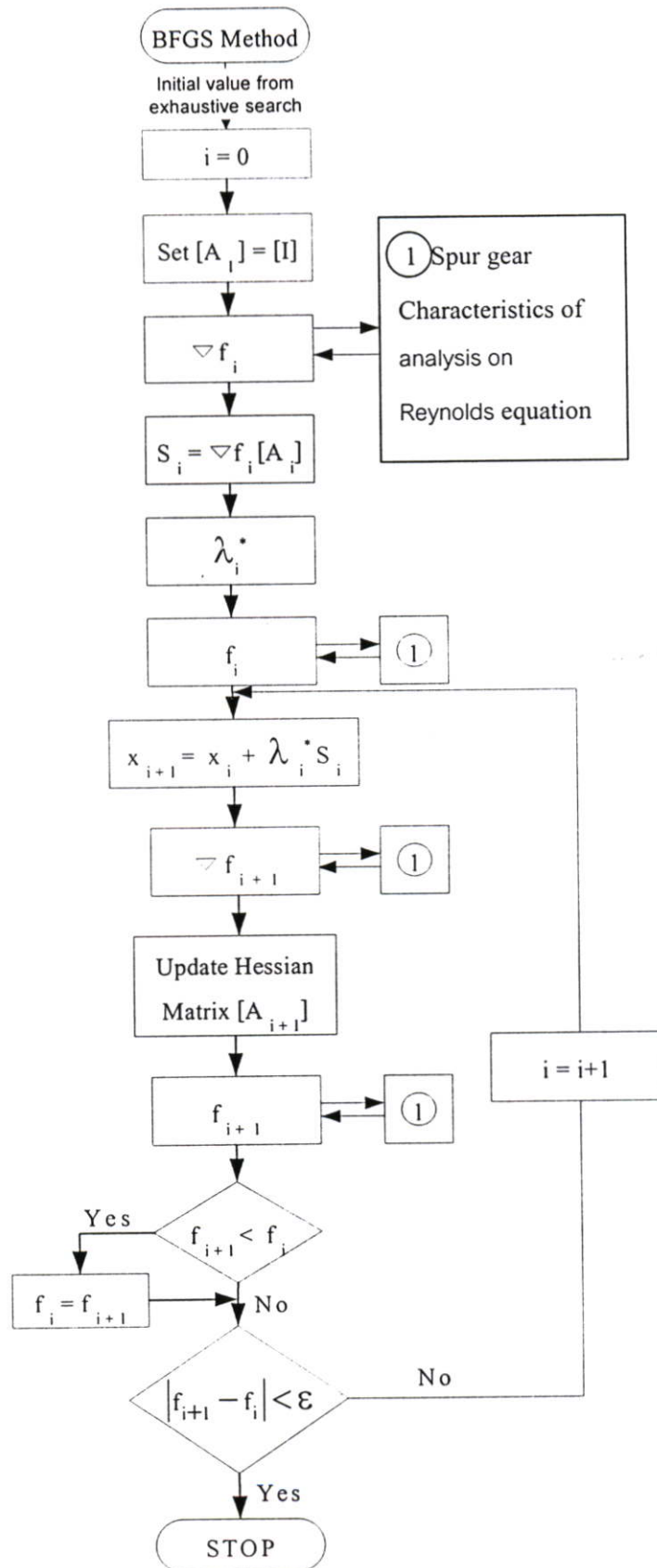
$$[A_{i+1}] = [A_i] + \left[ 1 + \frac{g_i^T [A_i] g_i}{d_i^T g_i} \right] \frac{d_i d_i^T}{d_i^T g_i} - \frac{d_i g_i^T [A_i]}{d_i^T g_i} - \frac{[A_i] g_i d_i^T}{d_i^T g_i}$$

$$d_i = X_{i+1} - X_i = \lambda_i^* S_i$$

$$g_i = \nabla f_{i+1} - \nabla f_i = \nabla f(X_{i+1}) - \nabla f(X_i)$$



รูปที่ 6.2 ขั้นตอนการคำนวณหาค่าที่เหมาะสมที่สุดของเฟืองฟันตรง



รูปที่ 6.3 ขั้นตอนการคำนวณของวิธี BFGS

## บทที่ 7

### ผลการจำลอง

ในการจำลองจะแบ่งการศึกษาเป็นหลายกรณีดังนี้

1. กรณีที่พื้นเพียงมีการเปลี่ยนแปลงกำลังในการส่งกำลัง
2. กรณีที่พื้นเพียงมีการเปลี่ยนแปลงความเร็วรอบ
3. กรณีที่พื้นเพียงมีการเปลี่ยนแปลงขนาดของโมดูล
4. กรณีที่มีการเปลี่ยนแปลงสารน้ำมัน SAE 40 และ SAE 90
5. กรณีที่เปลี่ยนแปลงจำนวนพื้นเพียงชั้น
6. กรณีเปรียบเทียบผิวเรียบกับผิวหยาบ
7. ทำการหาค่าที่เหมาะสมที่สุด ของพื้นเพียง

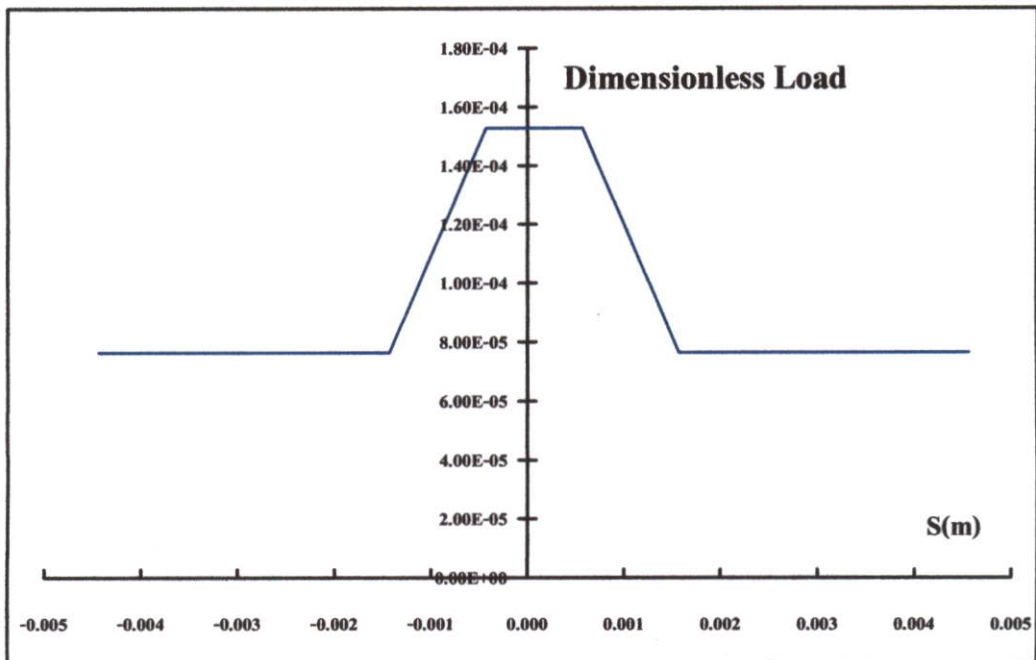
ตารางที่ 7.1 คุณสมบัติสารหล่อลื่นที่ใช้ในการศึกษา

คุณสมบัติสารหล่อลื่น	SAE40	SAE90
$T_0$ [K]	303	303
$\rho_f$ [kg/m <sup>3</sup> ]	879.625	892.80
$m_o$	0.142486	0.177697
$\eta_o$ [Pa·s]	0.146731	0.184903
$N$	1.00719	1.00969
$Z$	0.550085	0.5439

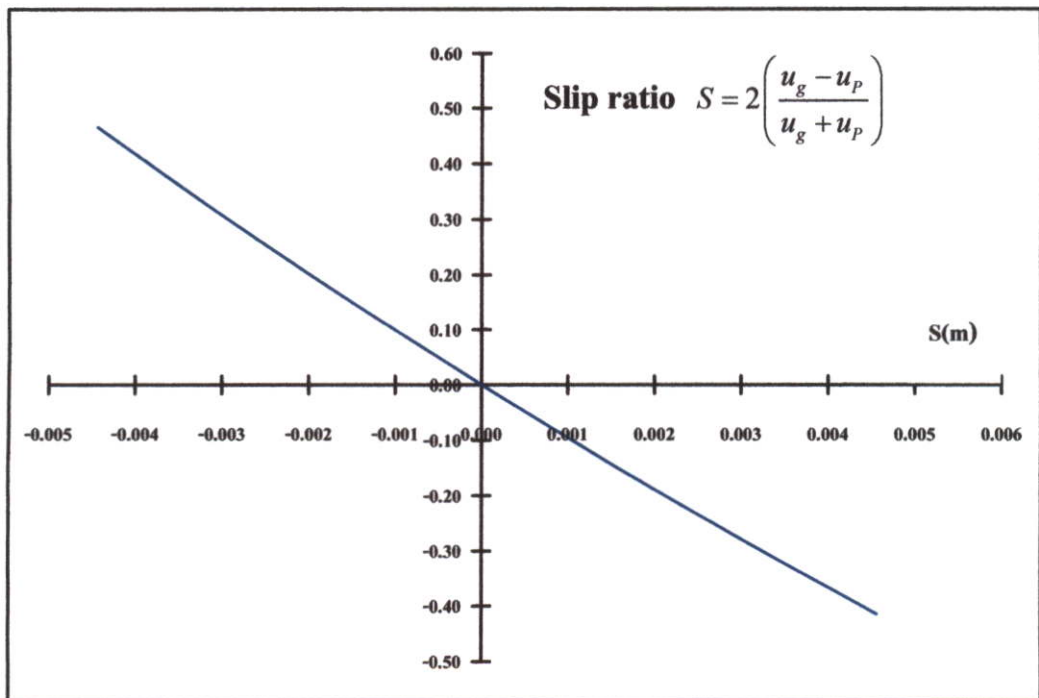
ตารางที่ 7.2 คุณสมบัติวัสดุ

ค่ามอดูลัสความยืดหยุ่น GPa	207
อัตราส่วนปัวซอง	0.3
อัตราทดพื้นเพียง	2.0

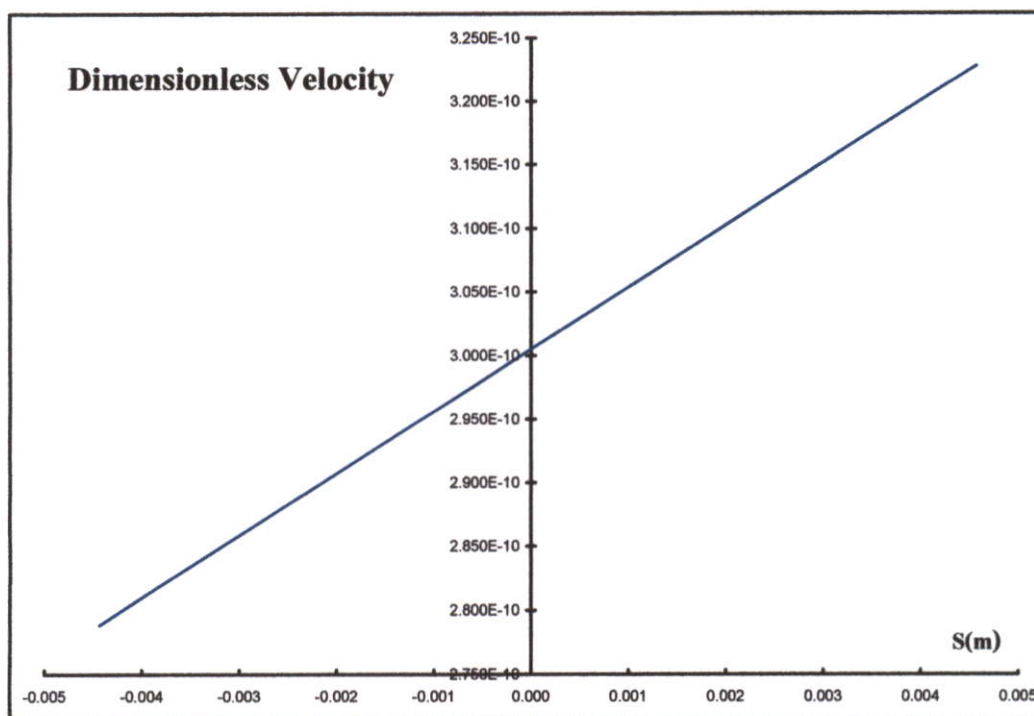
### 7.1 พฤติกรรมการหล่อลื่นของเฟืองฟันตรง ที่สภาวะการทำงาน 12,000 W 1,500 RPM



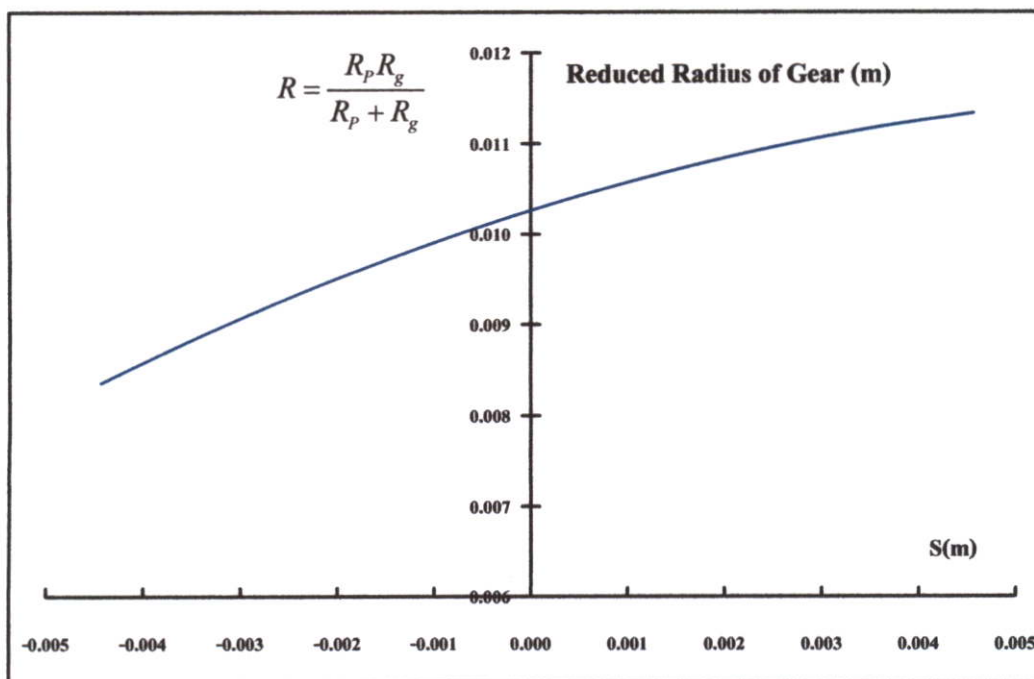
รูปที่ 7.1 แสดงภาระที่กระทำบนฟันเฟืองตรงที่ระยะการขบต่างๆ โมดูล 2 mm , 45 ฟัน, SAE40



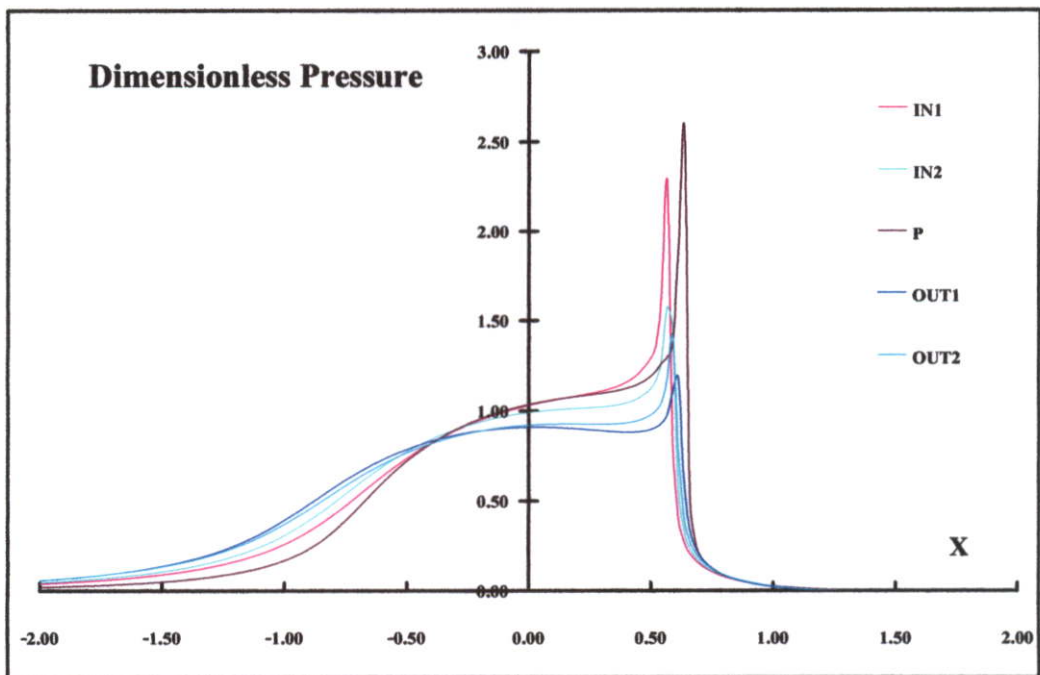
รูปที่ 7.2 แสดงค่า Slip บนฟันเฟืองที่ระยะการขบต่างๆ โมดูล 2 mm , 45 ฟัน, SAE40



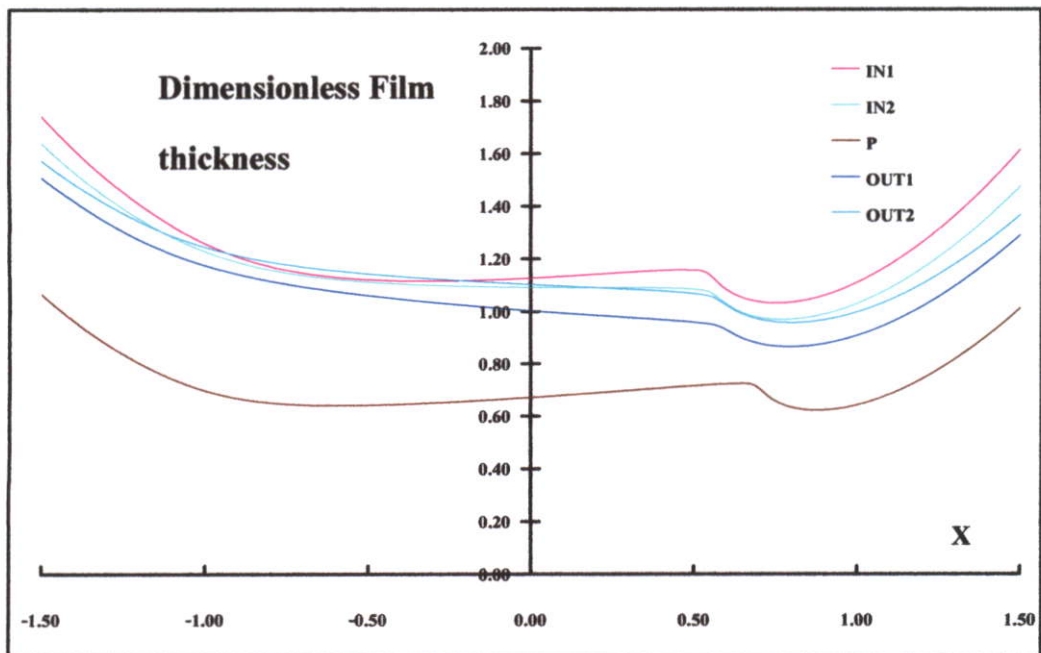
รูปที่ 7.3 แสดงความเร็วไร้มิติที่ระยะการขบต่างๆบนฟันเฟืองโมดูล 2 mm , 45 ฟัน SAE40



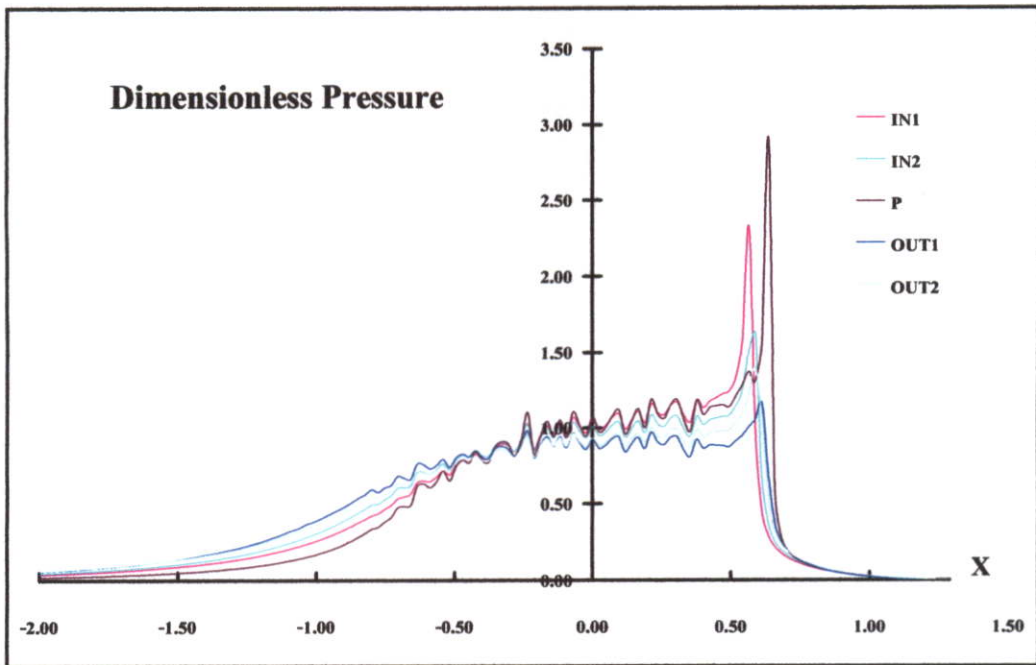
รูปที่ 7.4 แสดงอัตราส่วนความโค้งของฟันเฟืองที่ระยะขบต่างๆของฟันเฟือง  
โมดูล 2 mm , 45 ฟัน SAE40



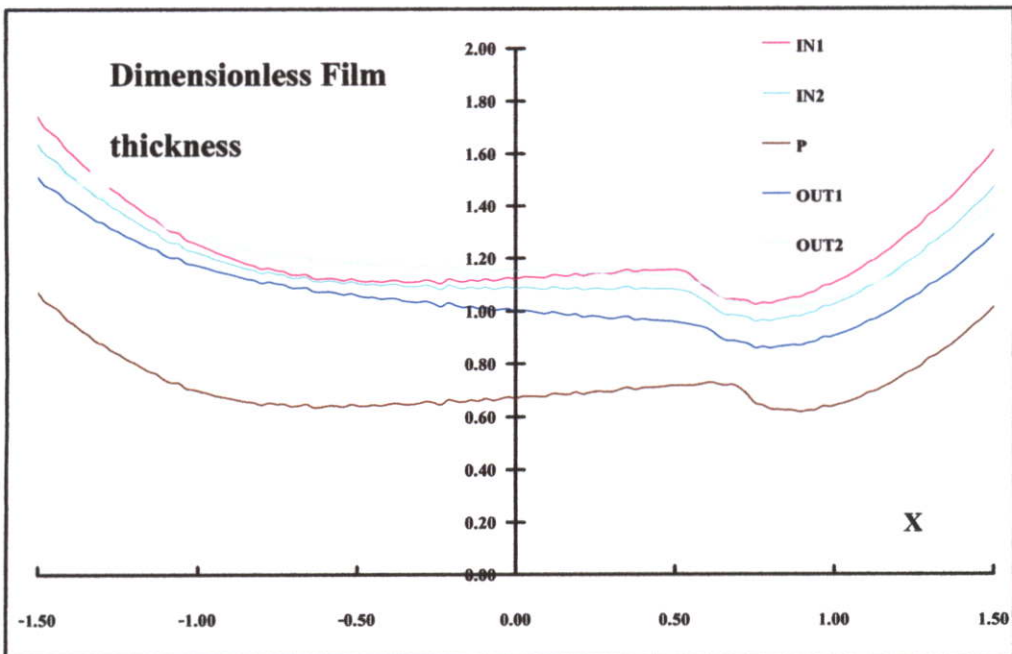
รูปที่ 7.5 แสดงการกระจายความดันไร้มิติที่ระยะการขบต่าง ๆ กันของฟันเฟือง  
โมดูล 2 mm , 45 ฟัน SAE40



รูปที่ 7.6 แสดงการกระจายความหนาของฟิล์มน้ำมันไร้มิติที่ระยะการขบต่าง ๆ กันของฟันเฟือง  
โมดูล 2 mm , 45 ฟัน SAE40



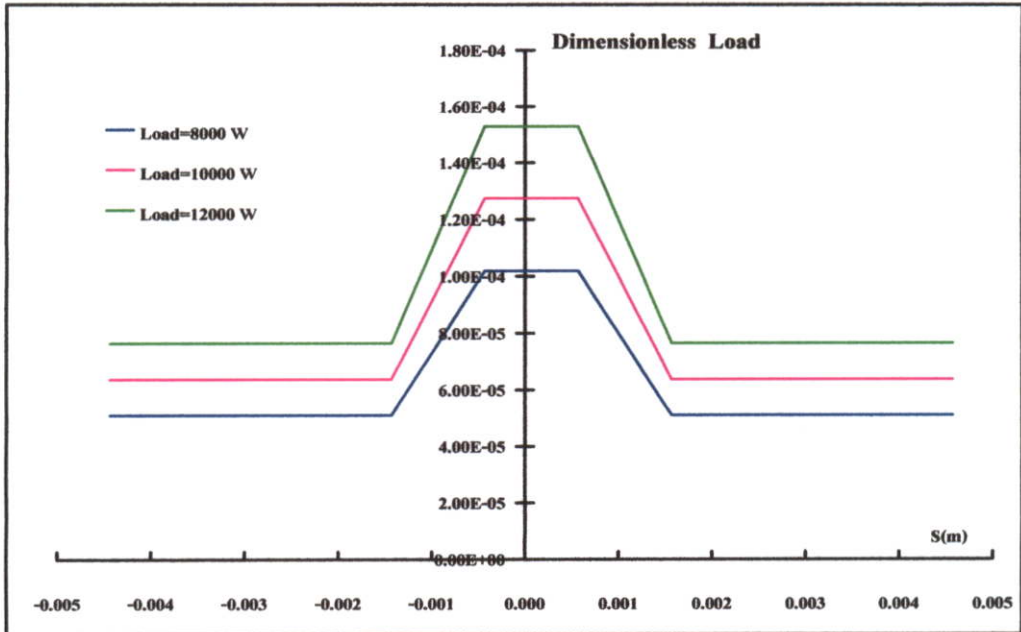
รูปที่ 7.7 แสดงการกระจายความดัน ไร้มิติที่ระยะการขบต่างๆกันของฟันเฟืองที่มีความหยาบ โมดูล 2 mm ,45 ฟัน SAE40



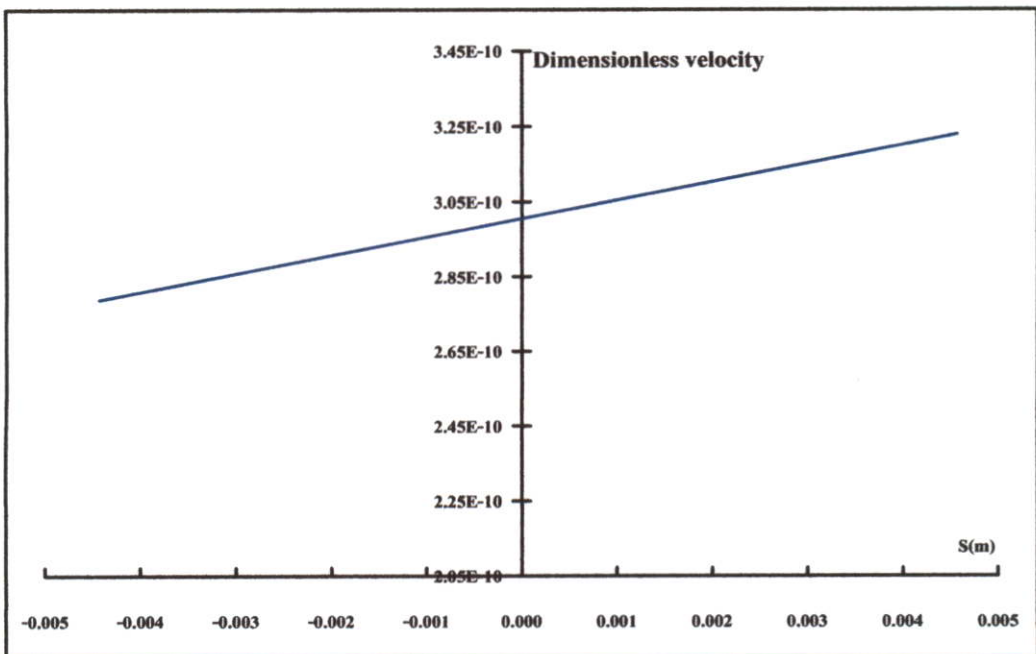
รูปที่ 7.8 แสดงการกระจายความหนาของฟิล์มน้ำมัน ไร้มิติที่ระยะการขบต่างๆกันของฟันเฟืองที่มีความหยาบ โมดูล 2 mm , 45 ฟัน SAE40

7.2 กรณีที่ฟันเฟืองมีการเปลี่ยนแปลงภาระการส่งกำลังที่ ความเร็วรอบ 1,500 RPM , โมดูล 2 mm  
จำนวนฟันของเฟืองขับ 45 ฟัน และใช้น้ำมัน SAE 40

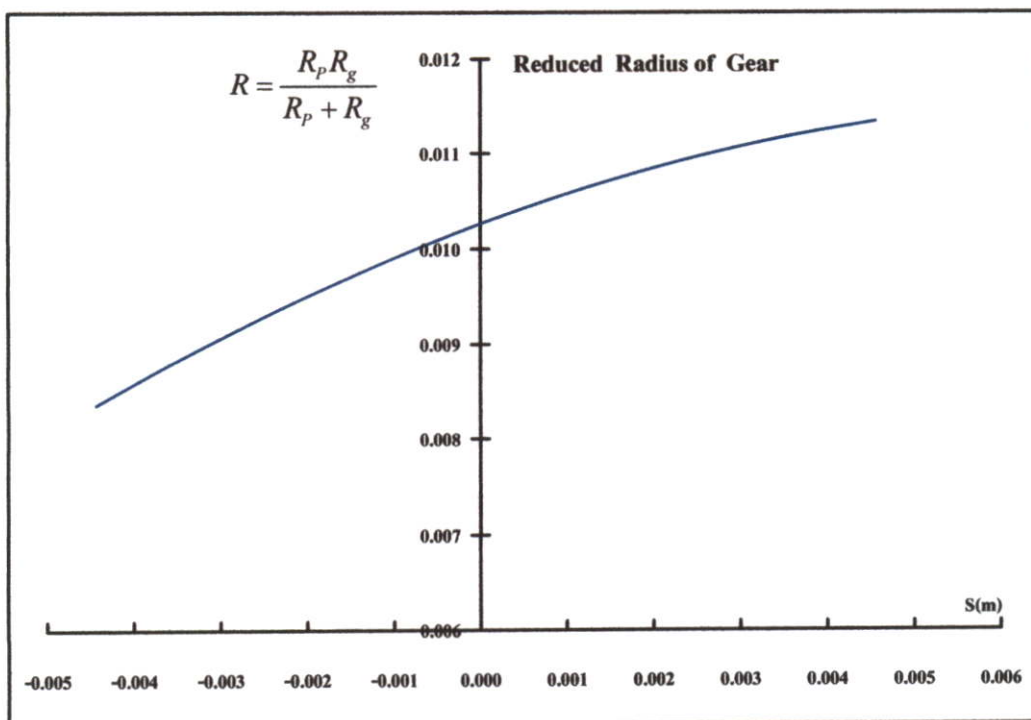
1) กรณีผิวเรียบ



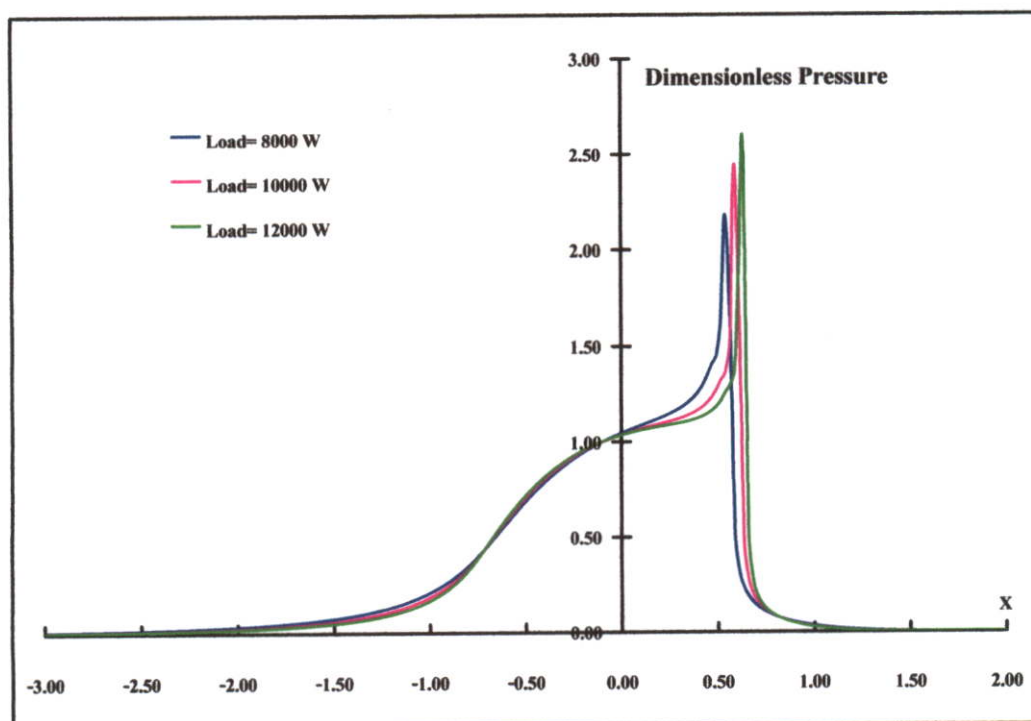
รูปที่ 7.9 แสดงภาระที่กระทำที่ระยะขบต่างๆบนฟันเฟือง



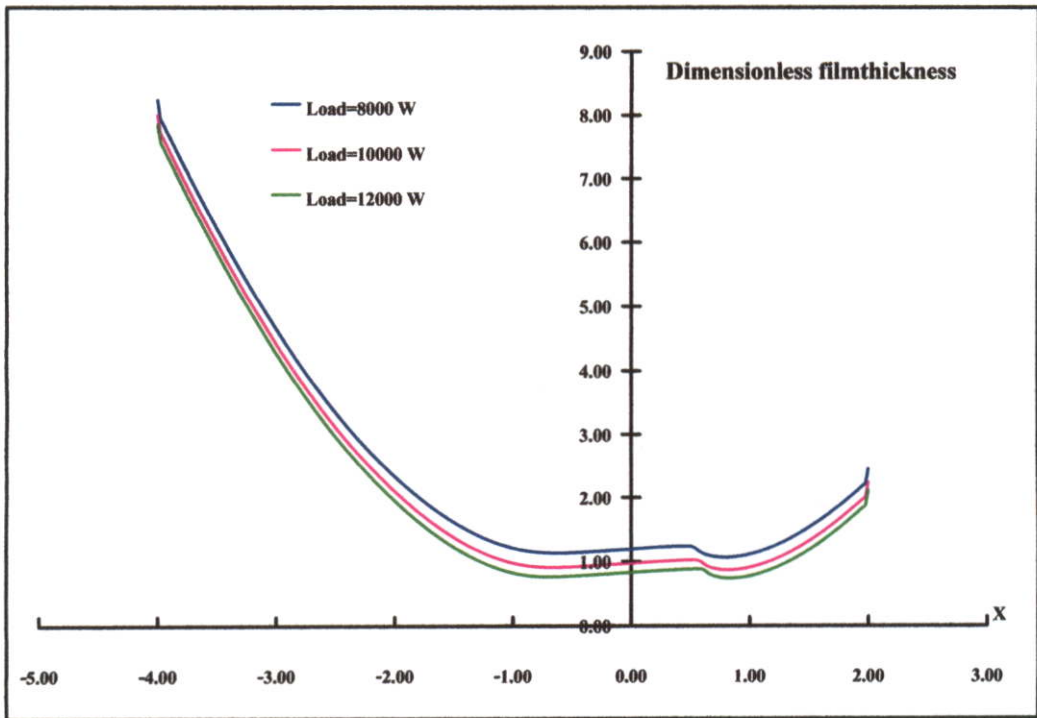
รูปที่ 7.10 แสดงความเร็วไร้มิติที่ระยะขบต่างๆบนฟันเฟือง



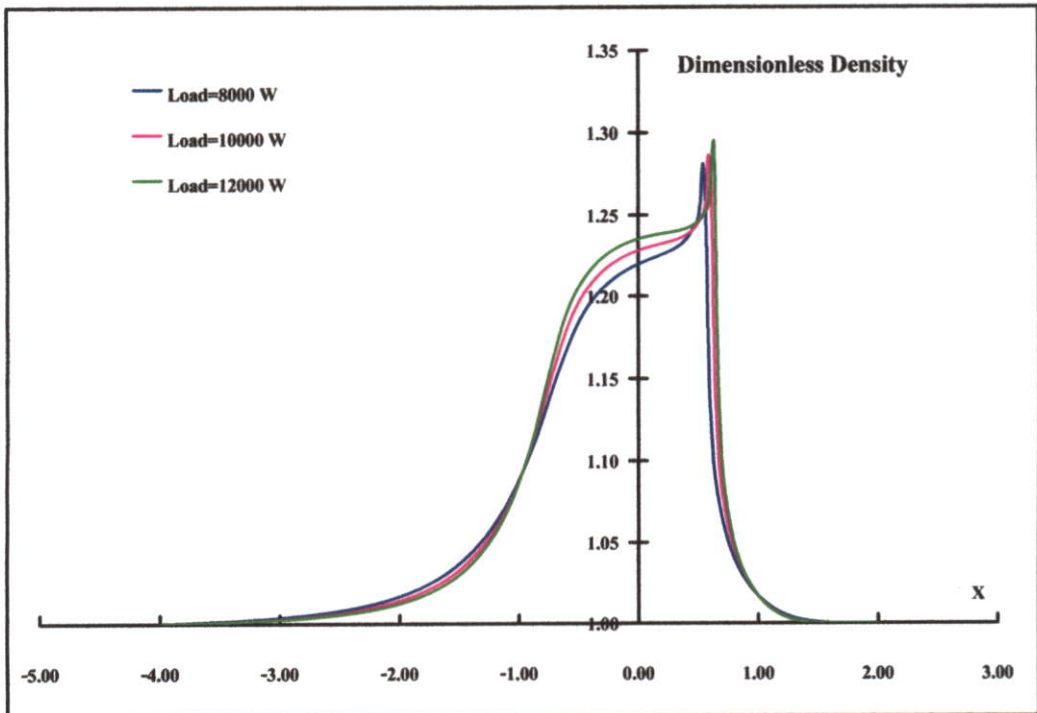
รูปที่ 7.11 แสดงค่าอัตราส่วนความโค้งของฟันเฟืองที่ระยะขบต่างๆของฟันเฟือง



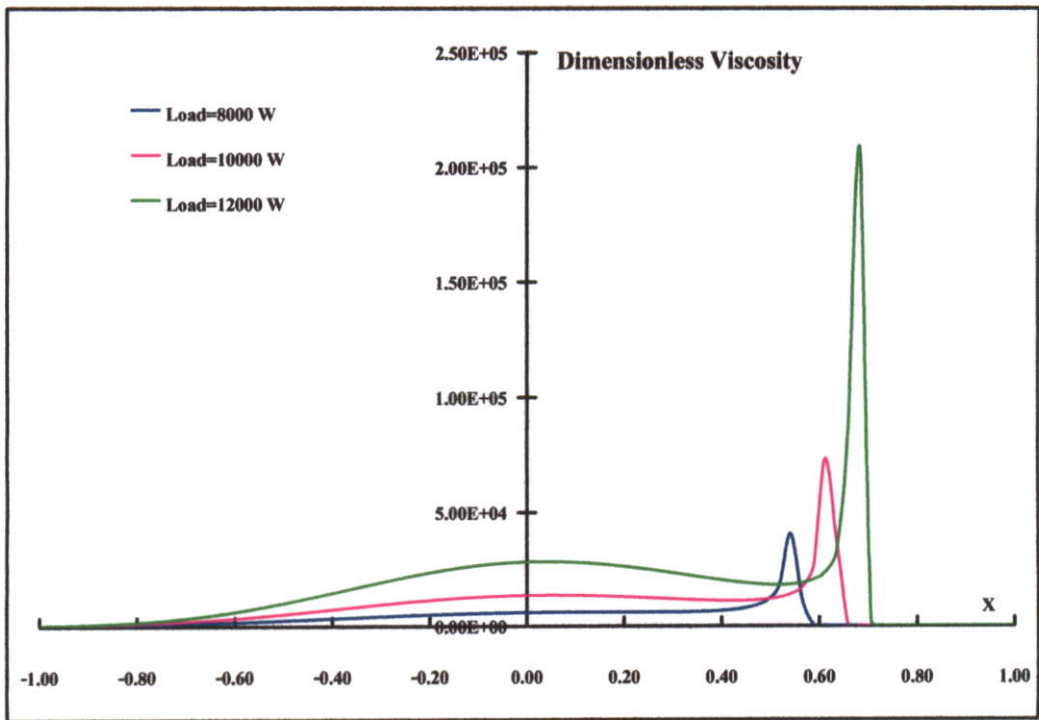
รูปที่ 7.12 แสดงการกระจายความดันไร้มิติที่จุด Pitch point ที่ภาระต่างๆ



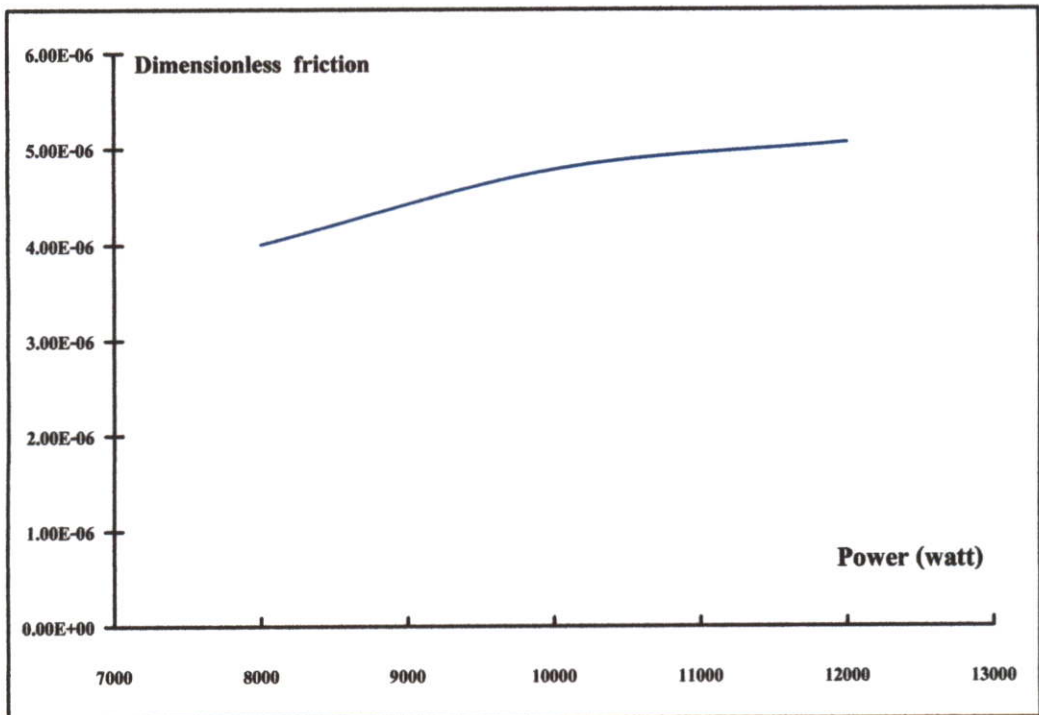
รูปที่ 7.13 แสดงการกระจายความหนาฟิล์มไวมิดที่จุด Pitch point ที่ภาระต่างๆ



รูปที่ 7.14 แสดงการกระจายความหนาแน่นไวมิดที่จุด Pitch point ที่ภาระต่างๆ

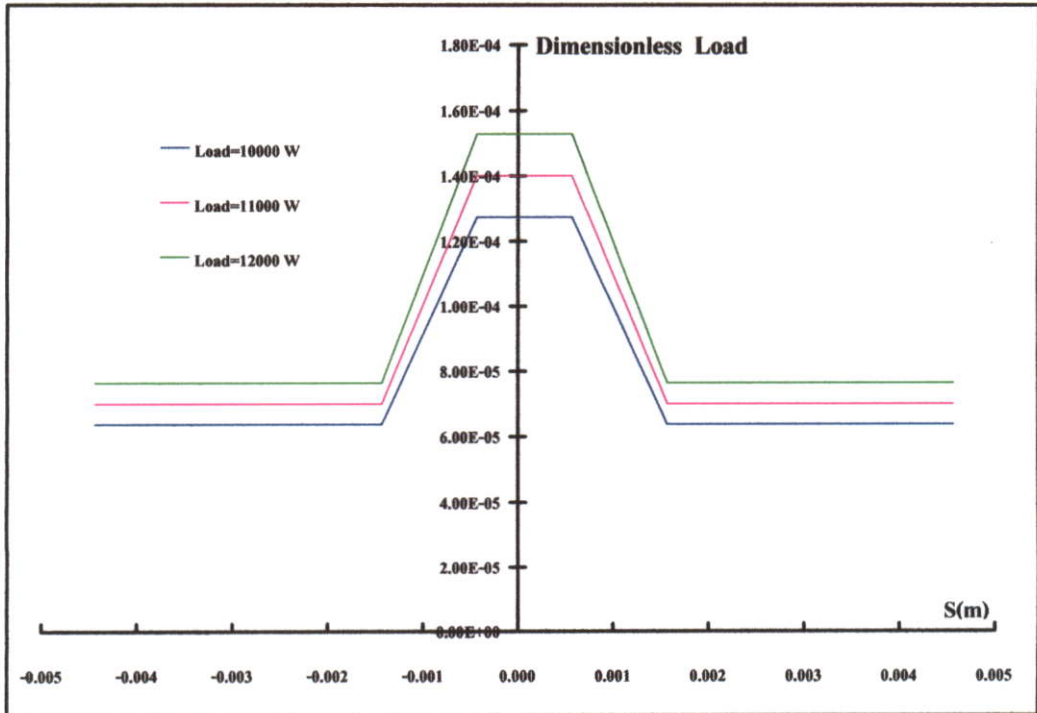


รูปที่ 7.15 แสดงการกระจายความหนืดไวมิตที่จุด Pitch point ที่ภาระต่างๆ

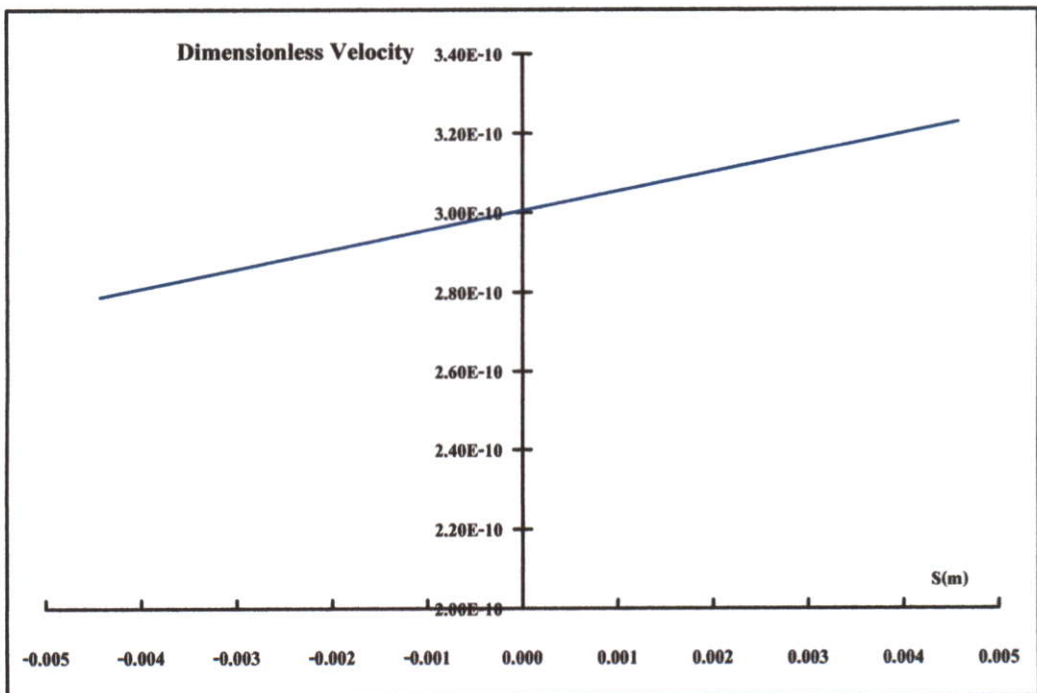


รูปที่ 7.16 แสดงค่าสัมประสิทธิ์ของแรงเสียดทานที่จุด Pitch point ที่ภาระต่างๆ

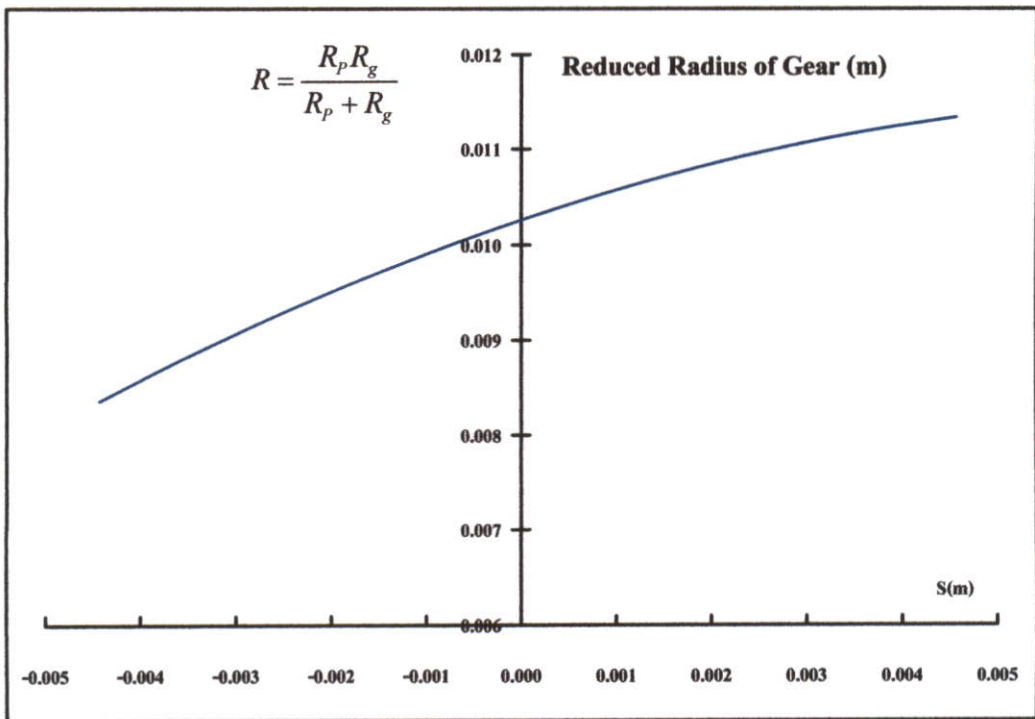
## 2) กรณีผิวหยาบ ที่ความหยาบ



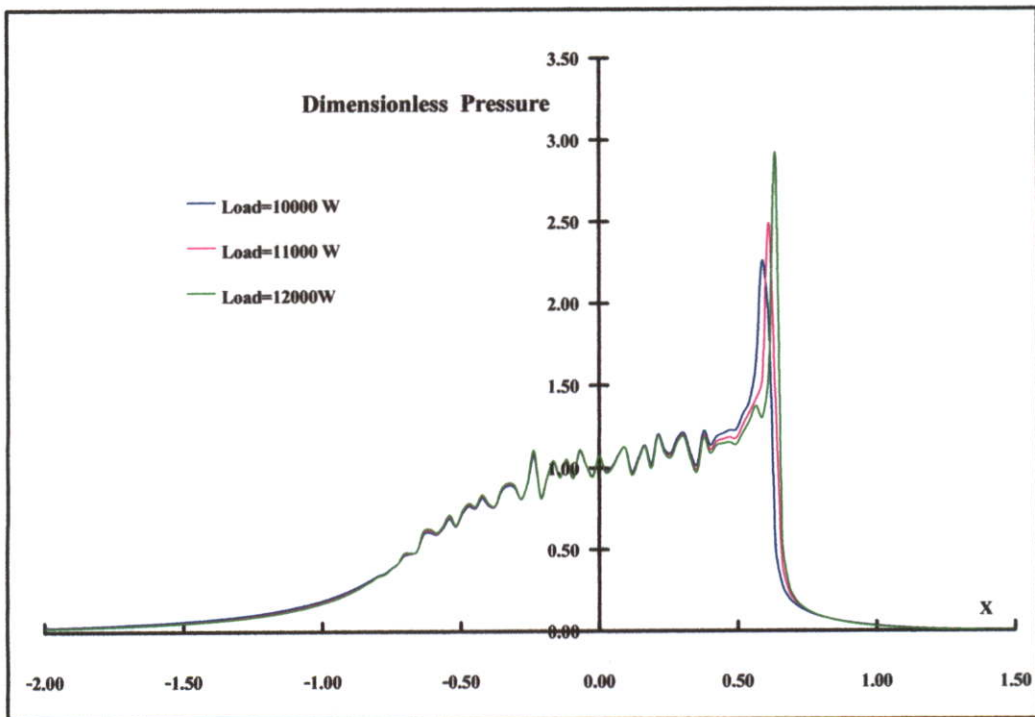
รูปที่ 7.17 แสดงภาวะไร้มิติที่กระทำที่ระยะขบต่างๆบนพื้นเพียง



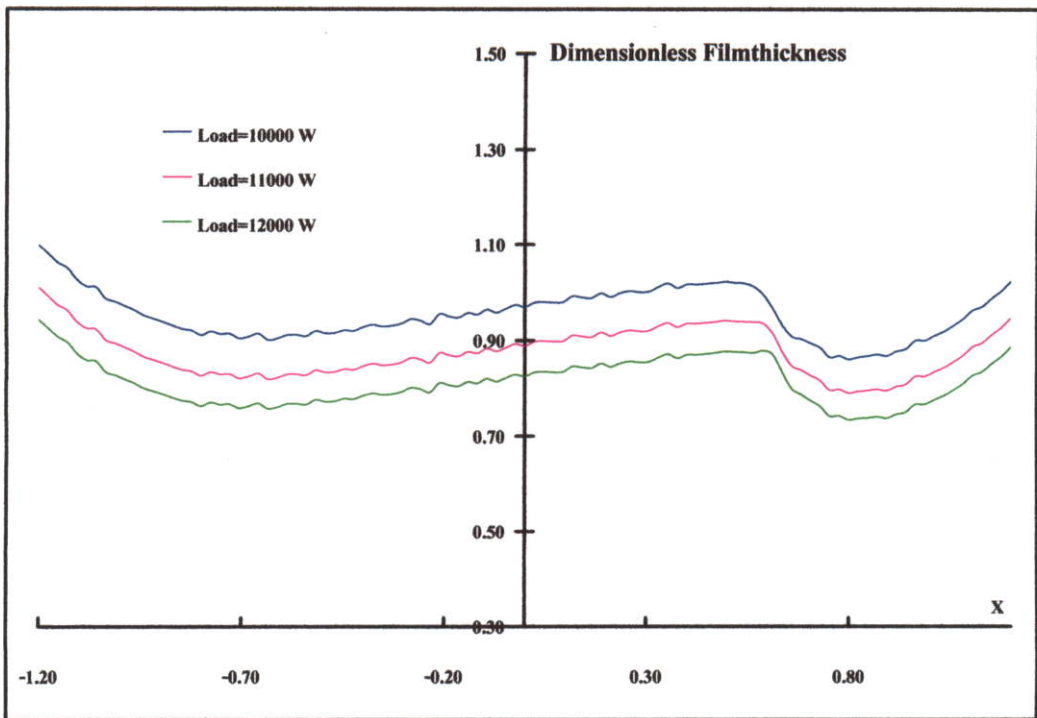
รูปที่ 7.18 แสดงความเร็วไร้มิติที่ระยะขบต่างๆบนพื้นเพียง



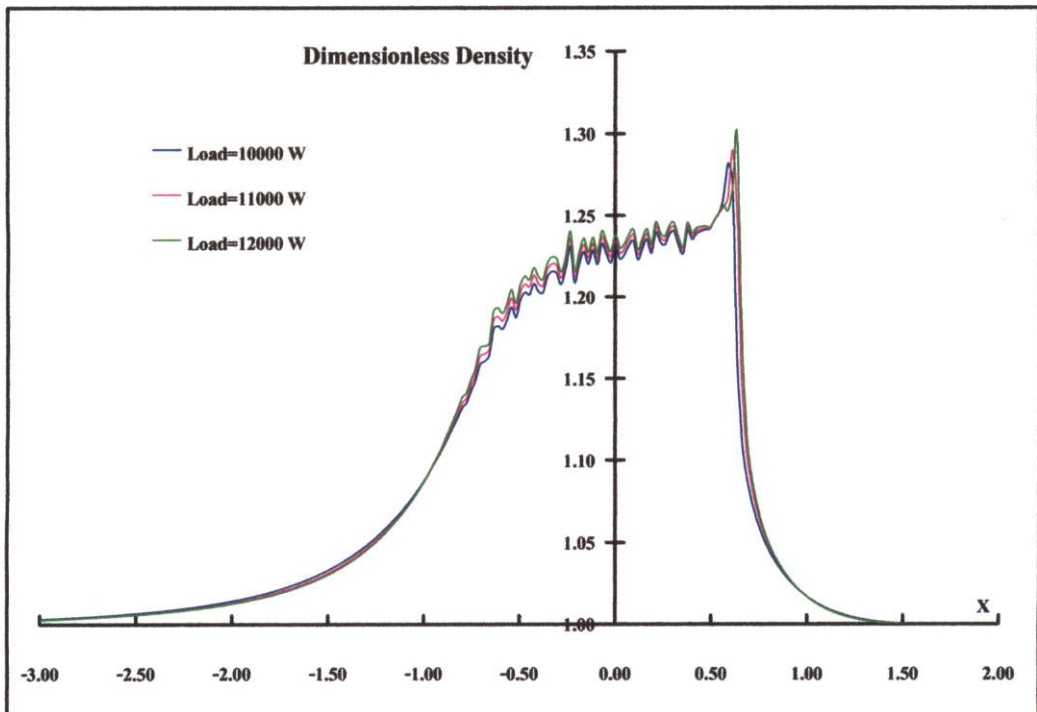
รูปที่ 7.19 แสดงค่าอัตราส่วนความโค้งของฟันเฟืองที่ระยะขบต่างๆของฟันเฟือง



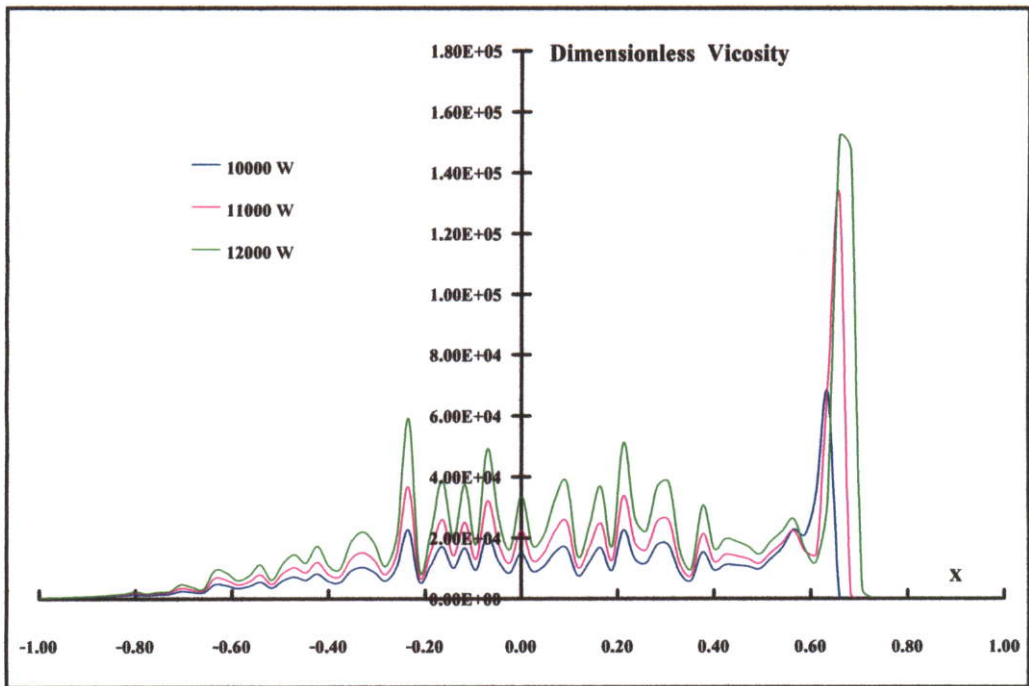
รูปที่ 7.20 แสดงการกระจายความดันไวมืดที่จุด Pitch point ที่ภาระต่างๆ



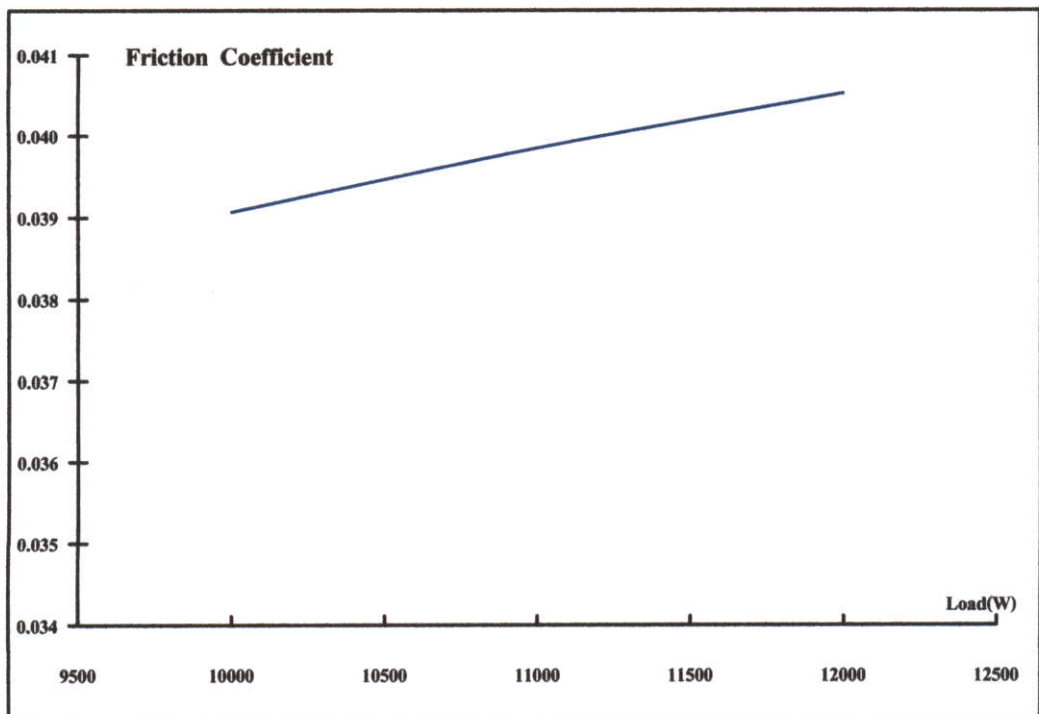
รูปที่ 7.21 แสดงการกระจายความหนาฟิล์มไวมิตที่จุด Pitch point ที่ภาระต่างๆ



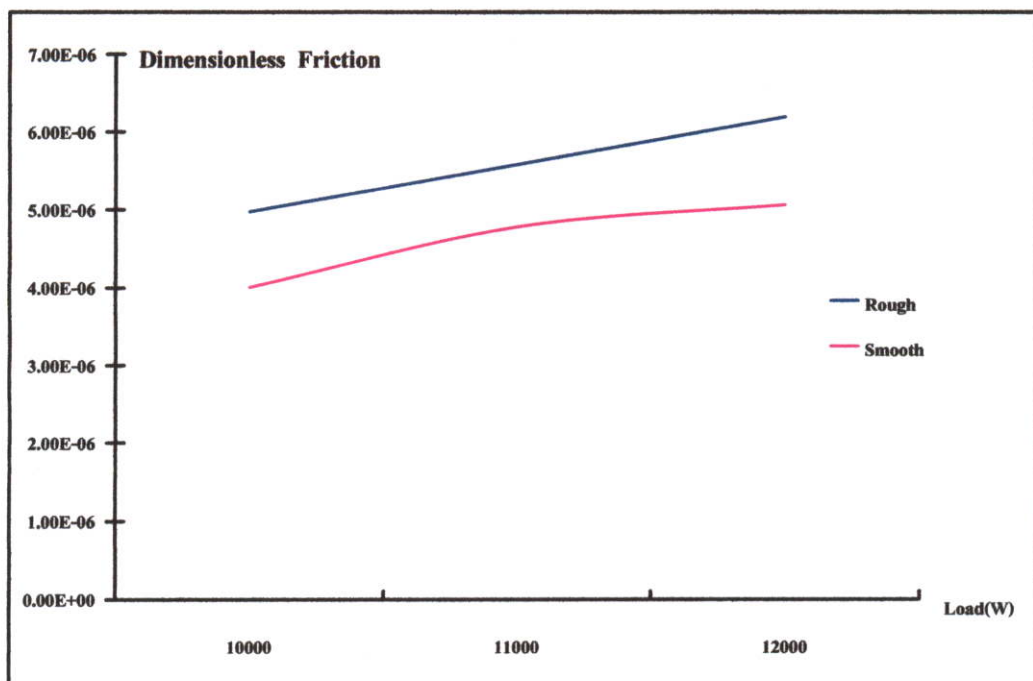
รูปที่ 7.22 แสดงการกระจายความหนาแน่นไวมิตที่จุด Pitch point ที่ภาระต่างๆ



รูปที่ 7.23 แสดงการกระจายความหนืดไร้มิติที่จุด Pitch point ที่ภาระต่างๆ



รูปที่ 7.24 แสดงค่าสัมประสิทธิ์ของแรงเสียดทานที่จุด Pitch point ที่ภาระต่างๆ



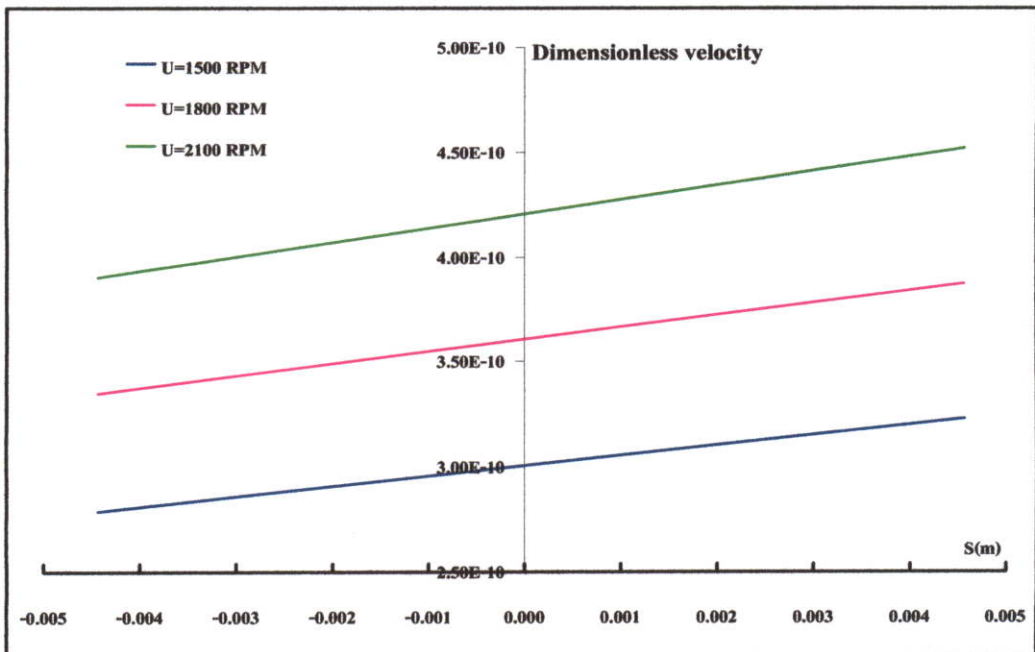
รูปที่ 7.25 แสดงค่าสัมประสิทธิ์ของแรงเสียดทานระหว่างผิวเรียบและผิวหยาบที่ภาระต่างๆ

จากรูปที่ 7.9-7.16 ในกรณีผิวเรียบเมื่อทำการเพิ่มภาระการส่งกำลังของฟันเฟือง พบว่าเมื่อภาระการส่งกำลังสูงขึ้นส่งผลทำให้การกระจายความดันมีค่าสูงขึ้น ระยะการสัมผัสกว้างขึ้น การกระจายความหนาฟิล์มน้ำมันจะลดลง การกระจายความหนาแน่นสูงขึ้นเป็นผลมาจากความดันที่สูงขึ้น การกระจายความหนืดน้ำมันจะเพิ่มขึ้น และสัมประสิทธิ์แรงเสียดทานจะสูงขึ้น ณ บริเวณจุด Pitch point

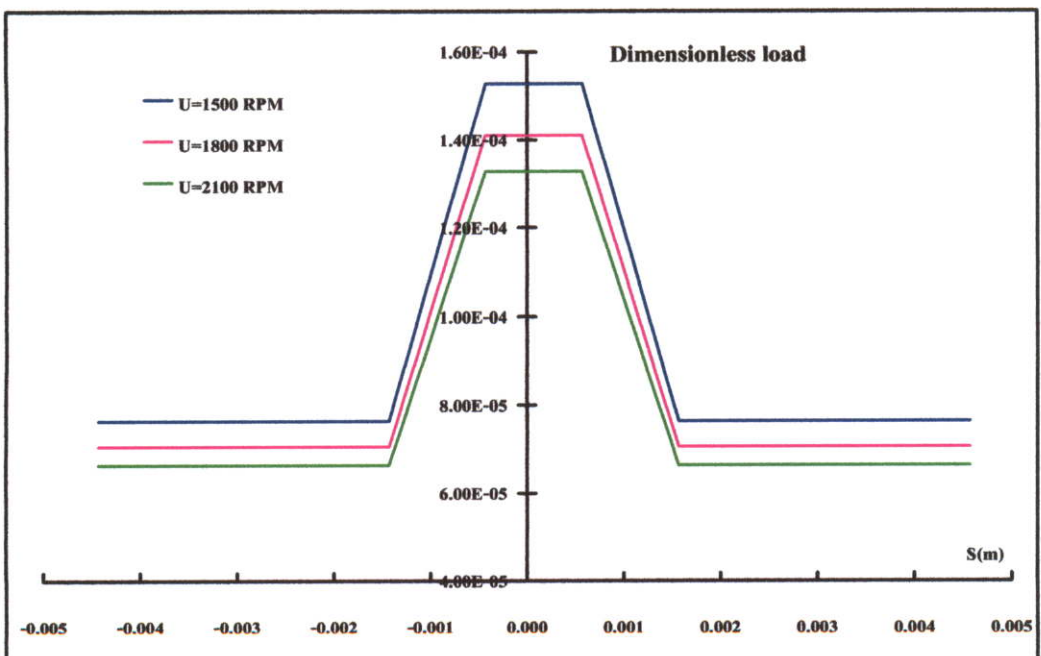
จากรูปที่ 7.17-7.25 ในกรณีผิวหยาบเมื่อทำการเพิ่มภาระการส่งกำลังของฟันเฟือง พบว่า เมื่อเพิ่มภาระการส่งกำลังจะมีแนวโน้มที่คล้ายกับในกรณีผิวเรียบ แต่ผลของความหยาบผิว จะทำให้การกระจายความดัน ความหนาฟิล์ม ความหนาแน่น และความหนืดมีค่าที่ไม่สม่ำเสมอ และผลของความหยาบส่งผลทำให้ค่าสัมประสิทธิ์แรงเสียดทานมีค่าที่สูงกว่าในกรณีผิวเรียบ

7.3 กรณีที่ฟันเพียงมีการเปลี่ยนแปลงความเร็วรอบ ที่ภาระส่งกำลัง 12,000 W โมดูล 2 mm  
จำนวนฟันของเฟืองขับ 45 ฟัน และใช้น้ำมัน SAE 40

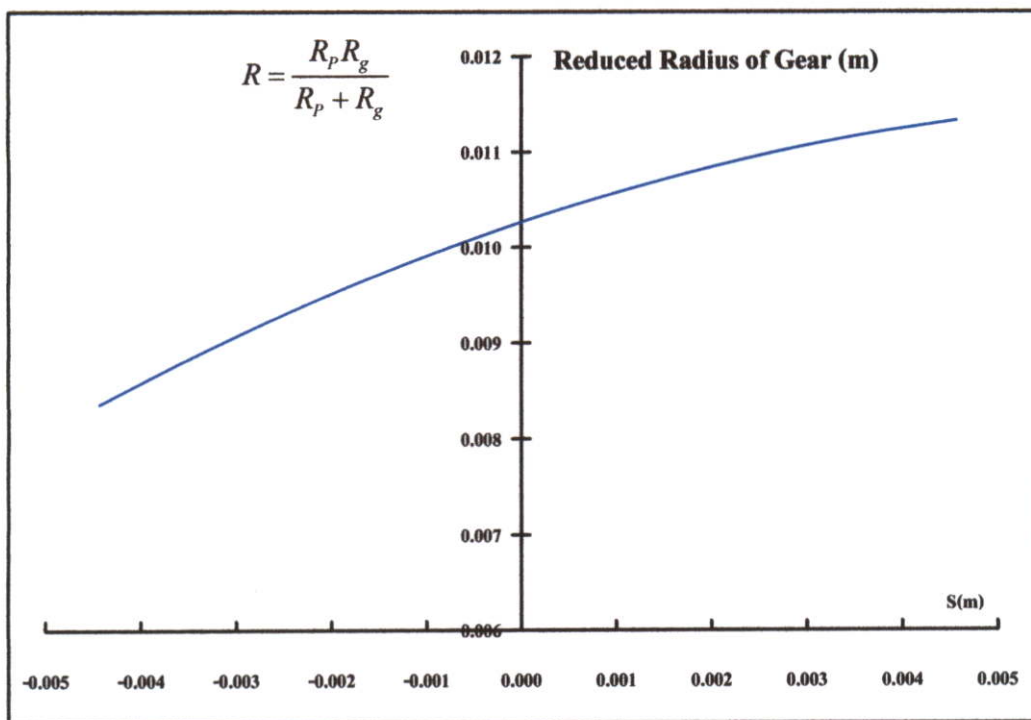
1) ผิวเรียบ



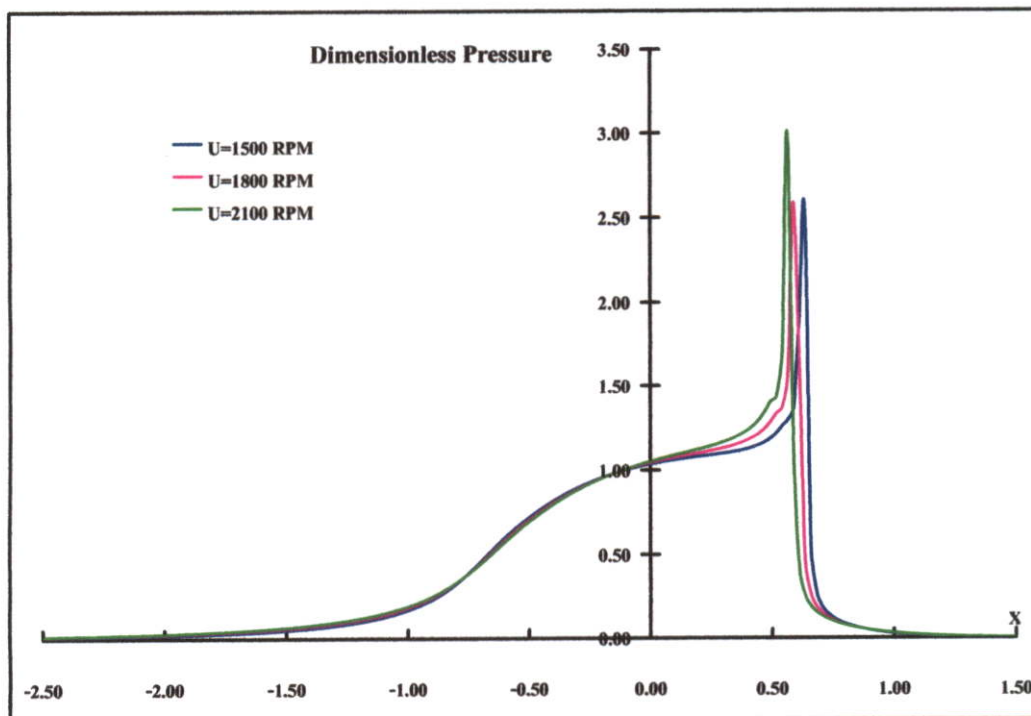
รูปที่ 7.26 แสดงค่าความเร็วไร้มิติที่ระยะขบต่างๆบนฟันเฟือง



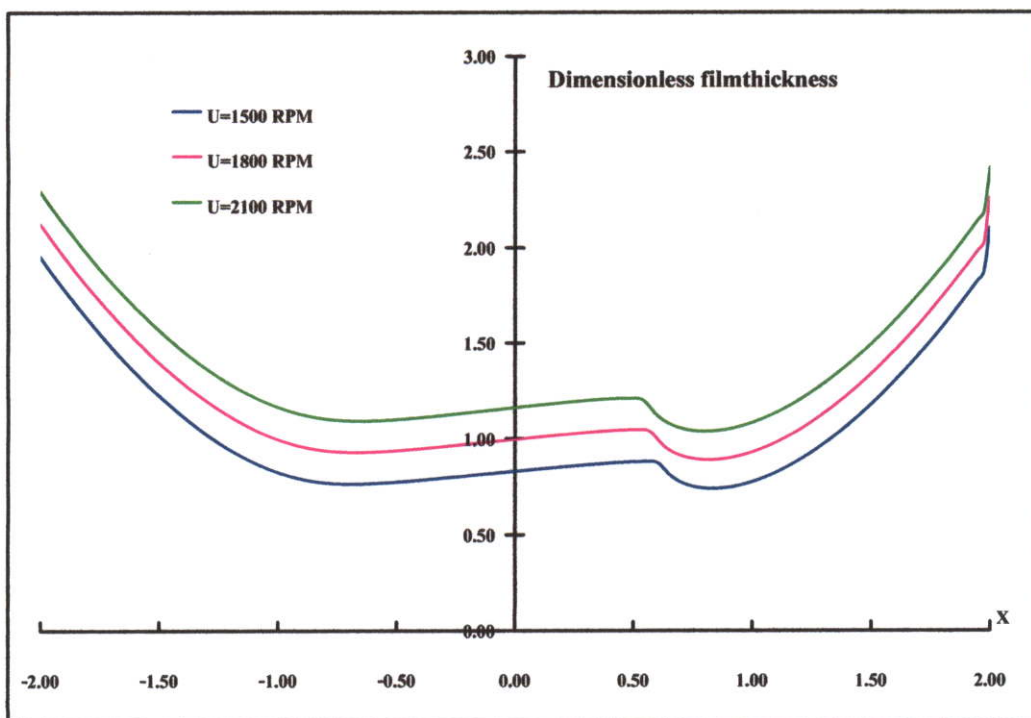
รูปที่ 7.27 แสดงภาระไร้มิติที่กระทำที่ระยะขบต่างๆบนฟันเฟือง



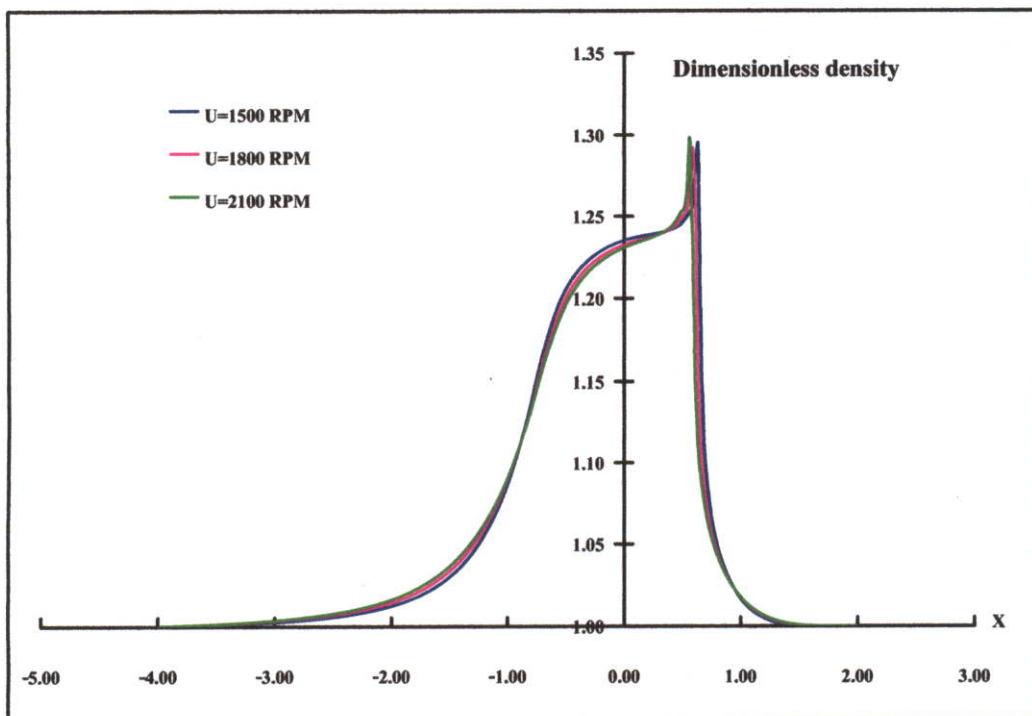
รูปที่ 7.28 แสดงค่าอัตราส่วนความโค้งของฟันเฟืองที่ระยะขบต่างๆของฟันเฟือง



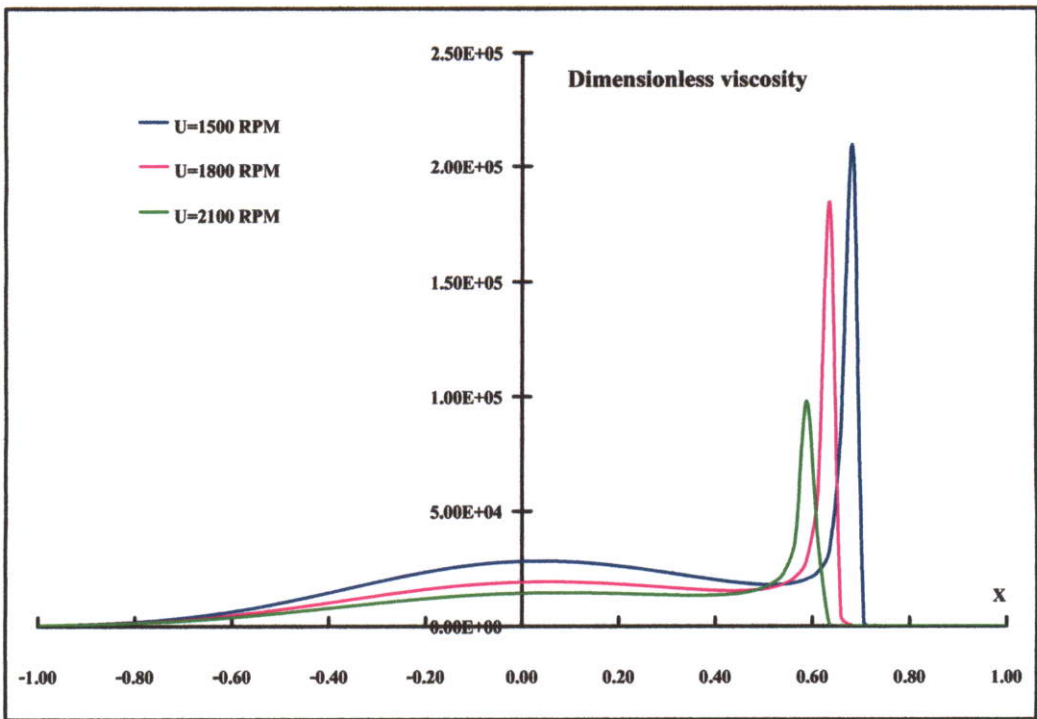
รูปที่ 7.29 แสดงการกระจายความดันไร้มิติที่จุด Pitch point ที่ความเร็วรอบต่างๆ



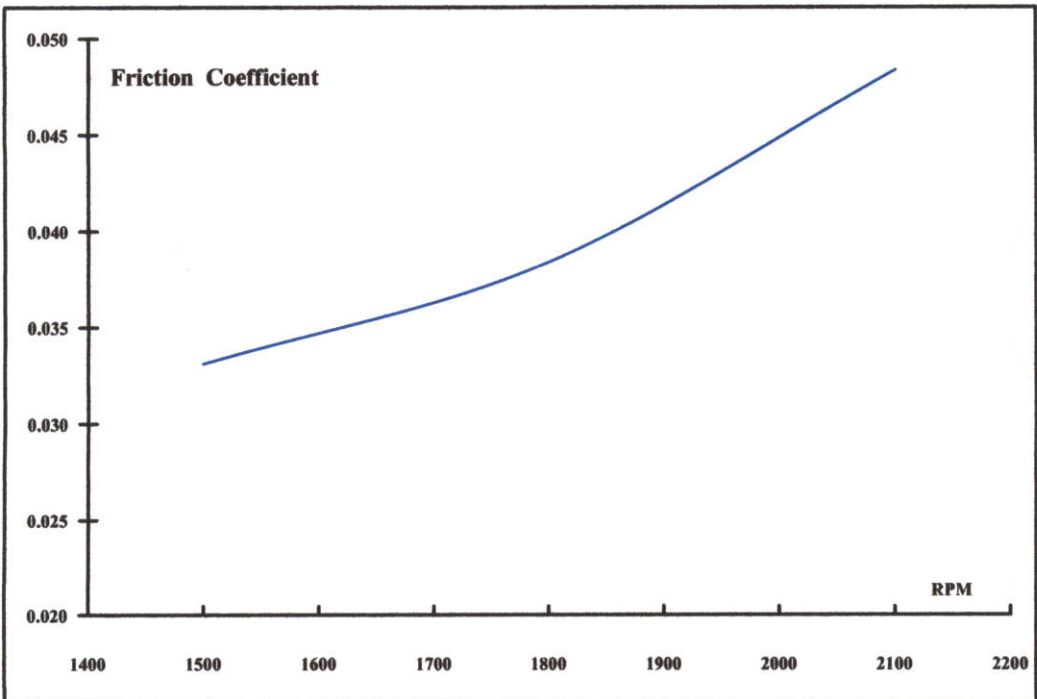
รูปที่ 7.30 แสดงการกระจายความหนาฟิล์ม ไร้มิติที่จุด Pitch point ที่ความเร็วรอบต่างๆ



รูปที่ 7.31 แสดงการกระจายความหนาแน่น ไร้มิติที่จุด Pitch point ที่ความเร็วรอบต่างๆ

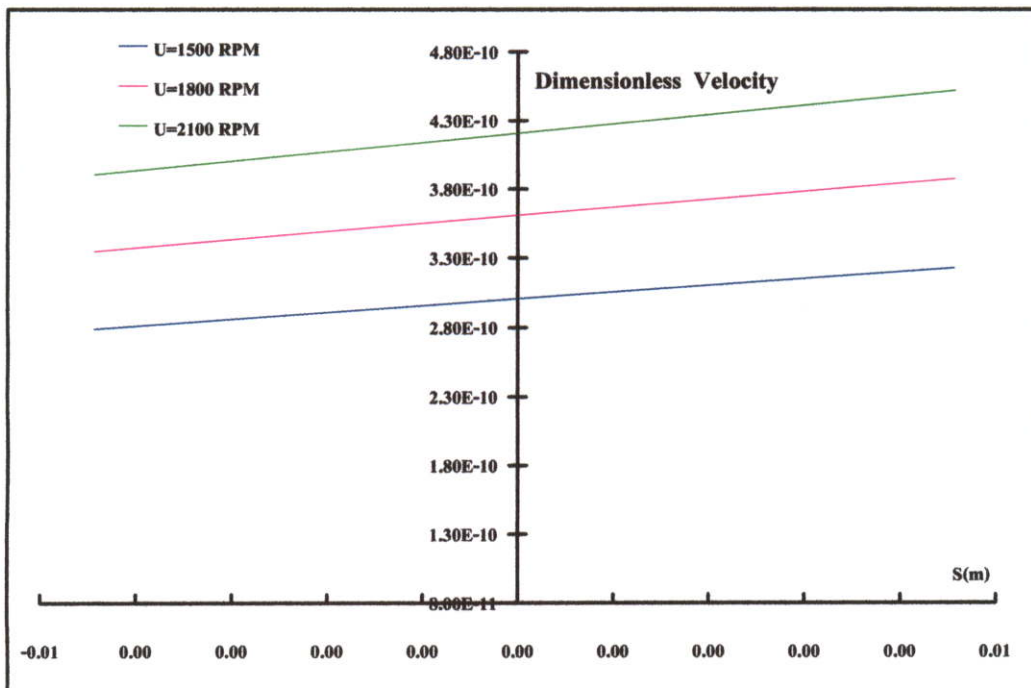


รูปที่ 7.32 แสดงการกระจายความหนืดไร้มิติที่จุด Pitch point ที่ความเร็วรอบต่างๆ

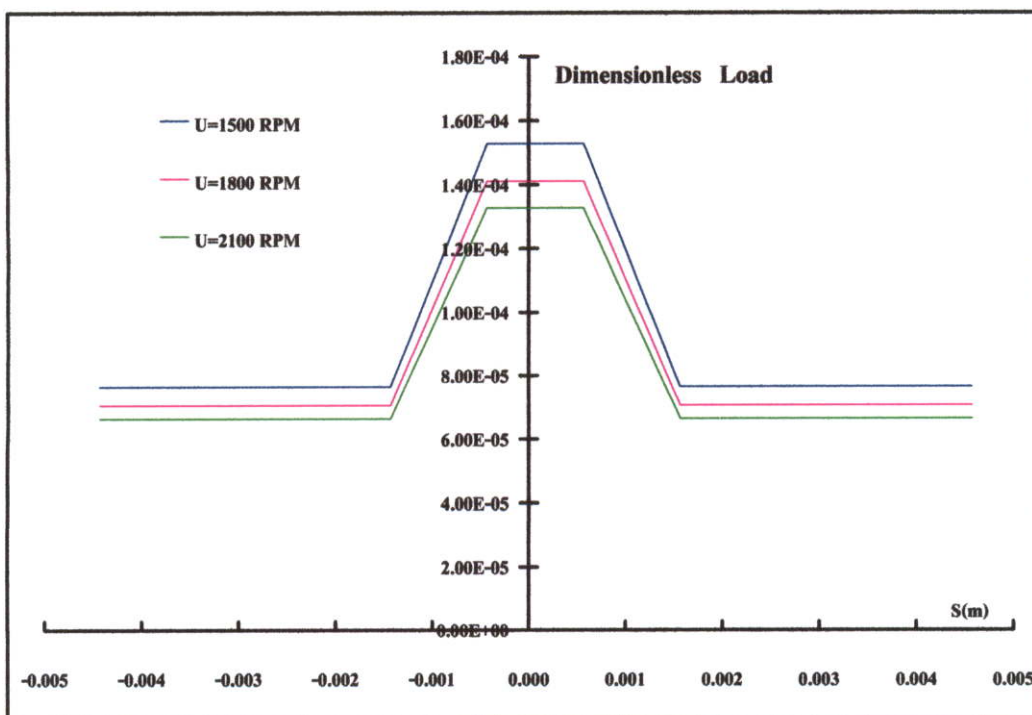


รูปที่ 7.33 แสดงค่าสัมประสิทธิ์ของแรงเสียดทานที่จุด Pitch point ที่ความเร็วรอบต่างๆ

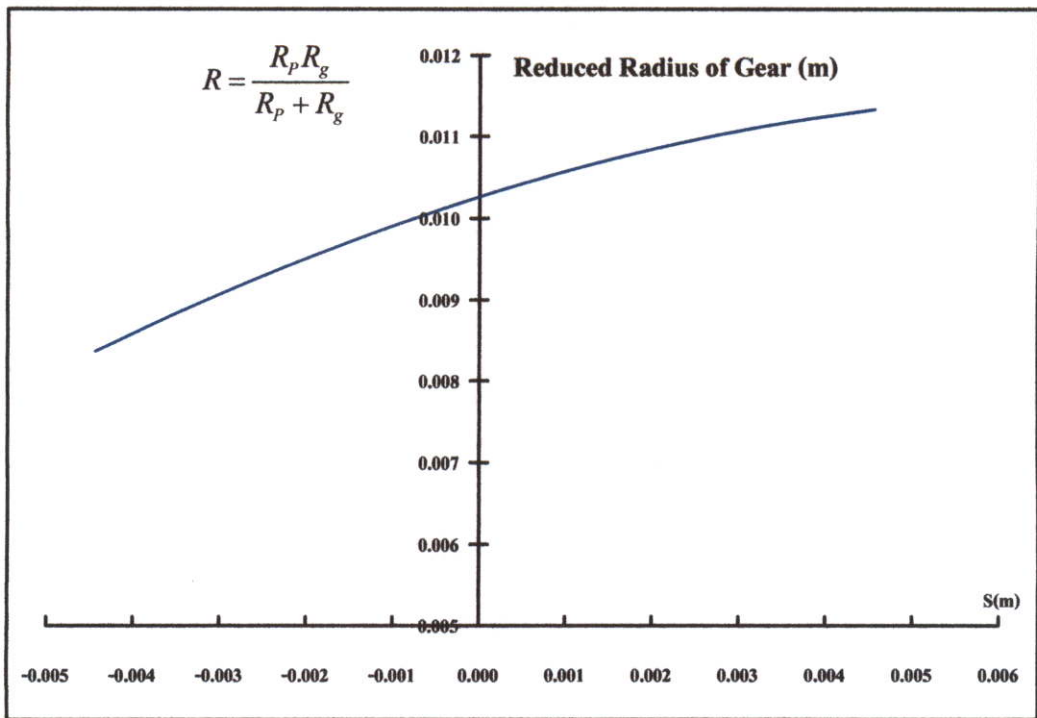
## 2) คิวหยาบ



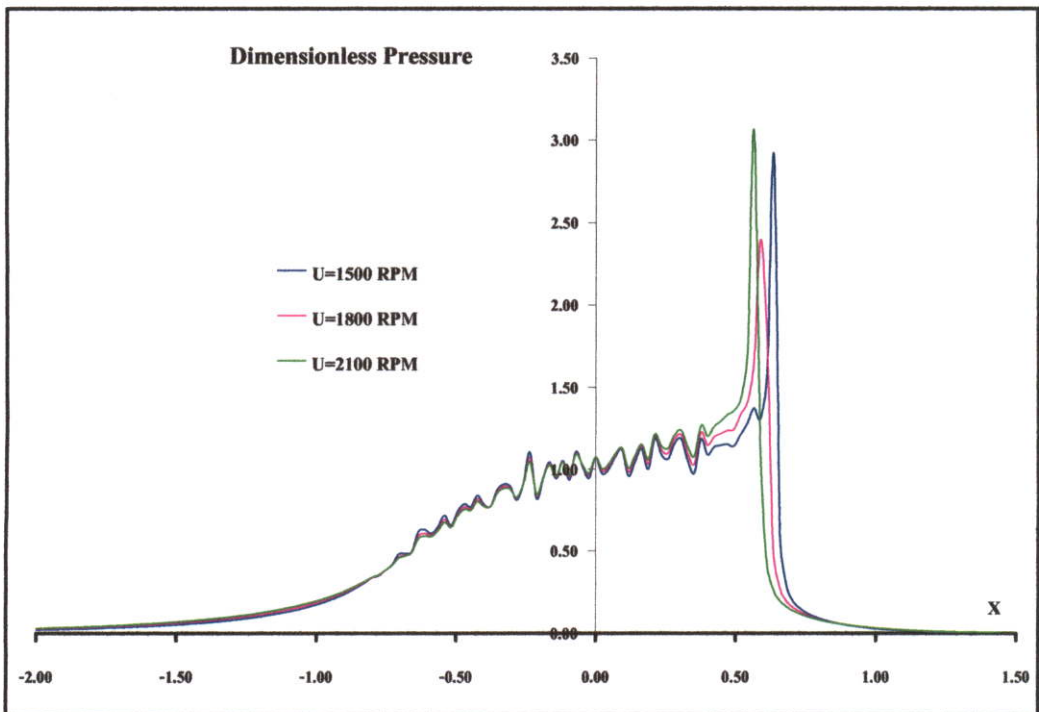
รูปที่ 7.34 แสดงความเร็วไร้มิติที่ระยะการขบต่างๆของฟันเฟือง



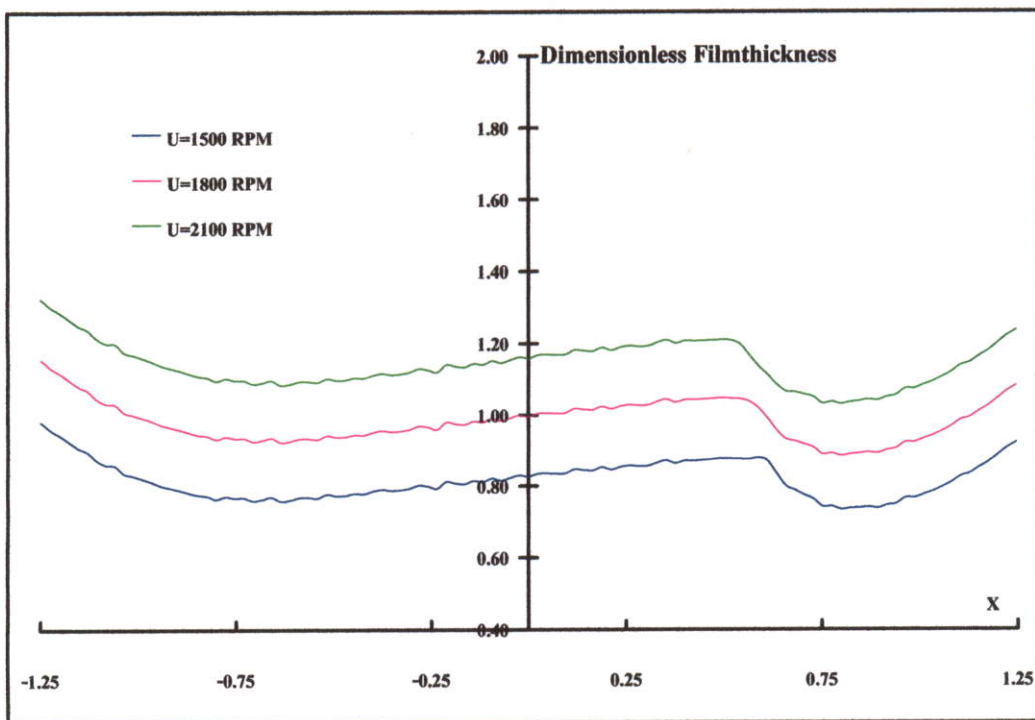
รูปที่ 7.35 แสดงภาระไร้มิติที่ระยะการขบต่างๆของฟันเฟือง



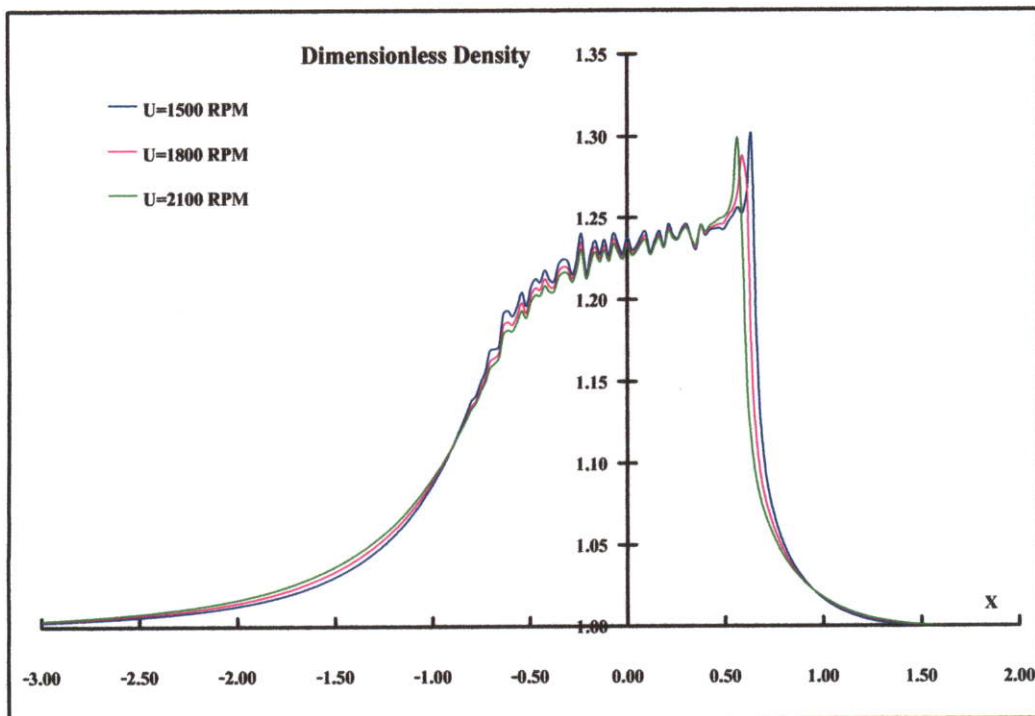
รูปที่ 7.36 แสดงค่าอัตราส่วนความโค้งของฟันเฟืองที่ระยะขบต่างๆของฟันเฟือง



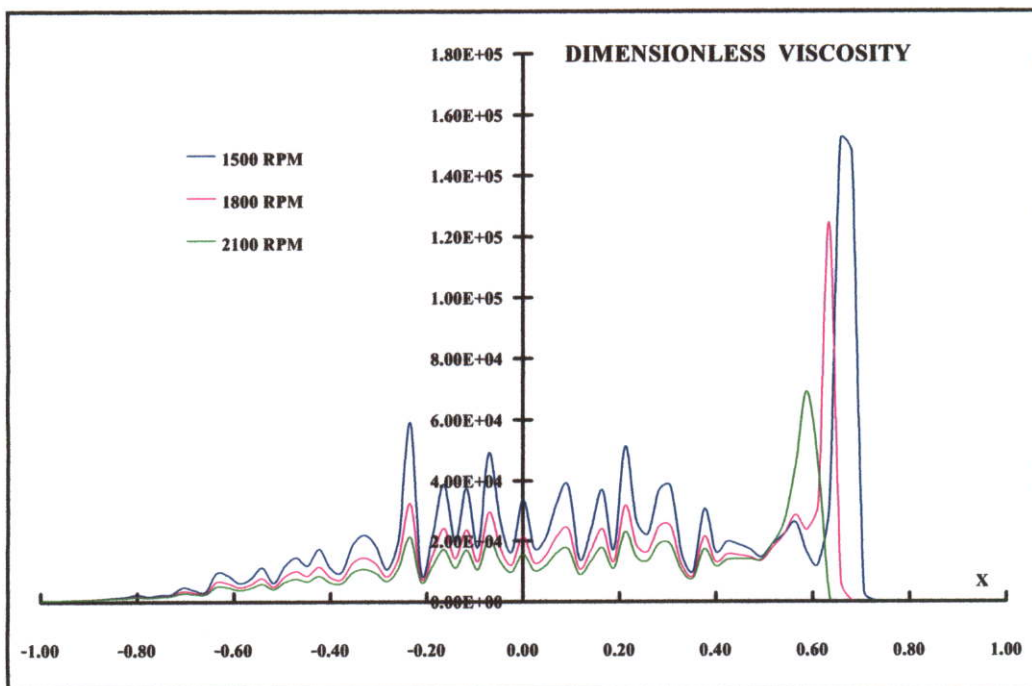
รูปที่ 7.37 แสดงการกระจายความดัน ไร้มิติที่จุด Pitch point ที่ความเร็วรอบต่างๆ



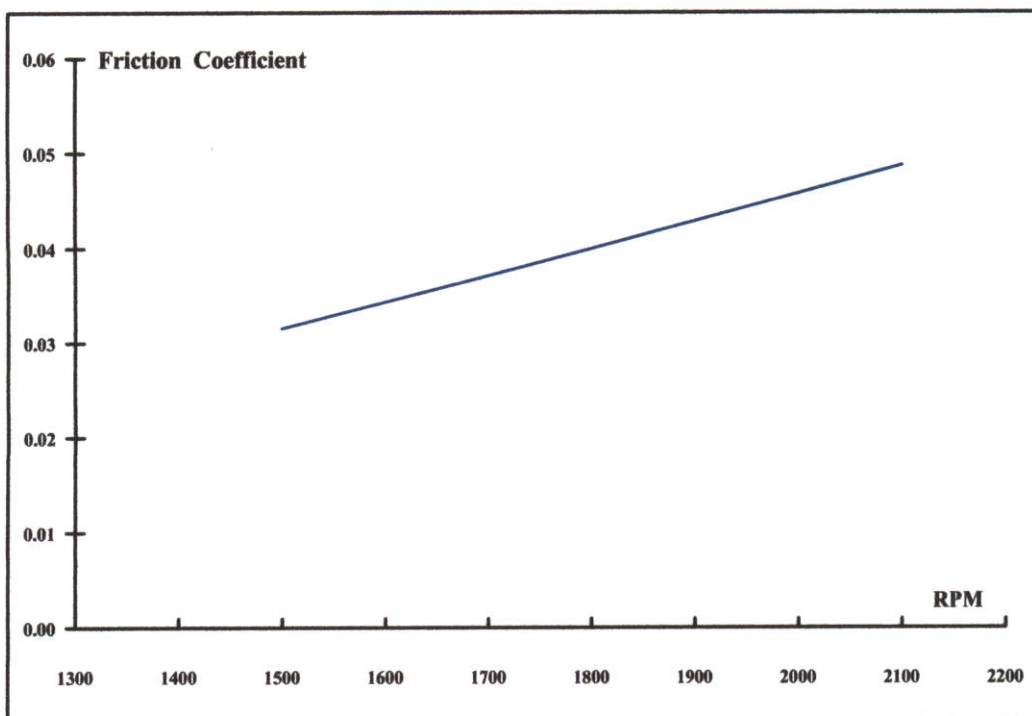
รูปที่ 7.38 แสดงการกระจายความหนาฟิล์ม ไร้มิติที่จุด Pitch point ที่ความเร็วรอบต่างๆ



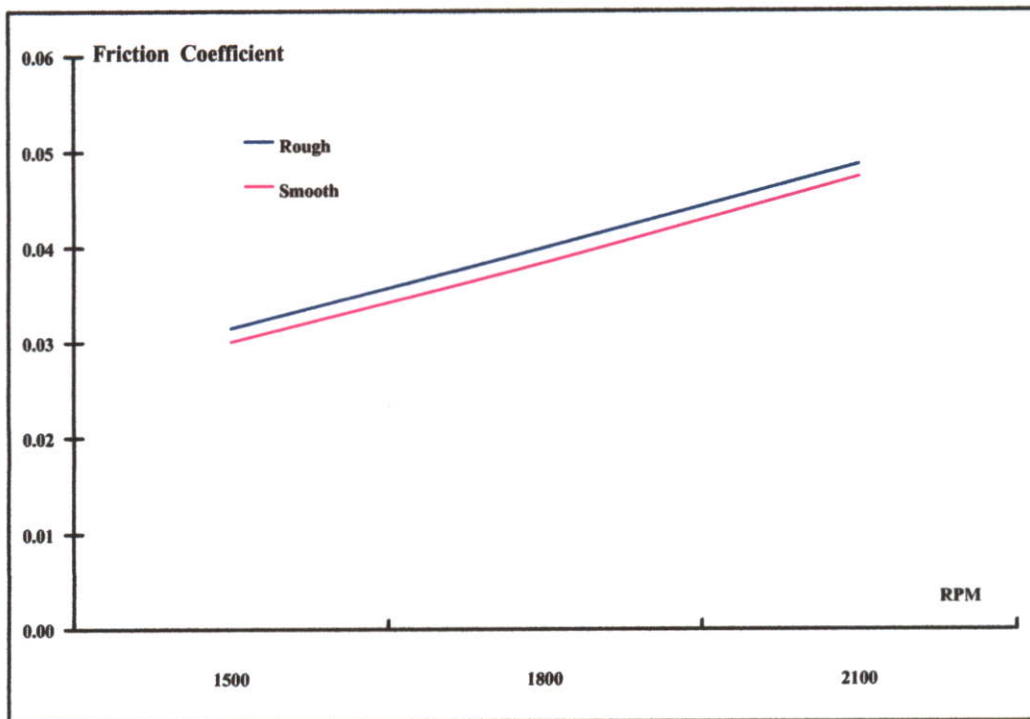
รูปที่ 7.39 แสดงการกระจายความหนาแน่น ไร้มิติที่จุด Pitch point ที่ความเร็วรอบต่างๆ



รูปที่ 7.40 แสดงการกระจายความหนืดไร้มิติที่จุด Pitch point ที่ความเร็วรอบต่างๆ



รูปที่ 7.41 แสดงค่าสัมประสิทธิ์ของแรงเสียดทานที่จุด Pitch point ที่ความเร็วรอบต่างๆ



รูปที่ 7.42 แสดงค่าสัมประสิทธิ์ของแรงเสียดทานระหว่างผิวเรียบและผิวหยาบที่ความเร็วรอบต่างๆ

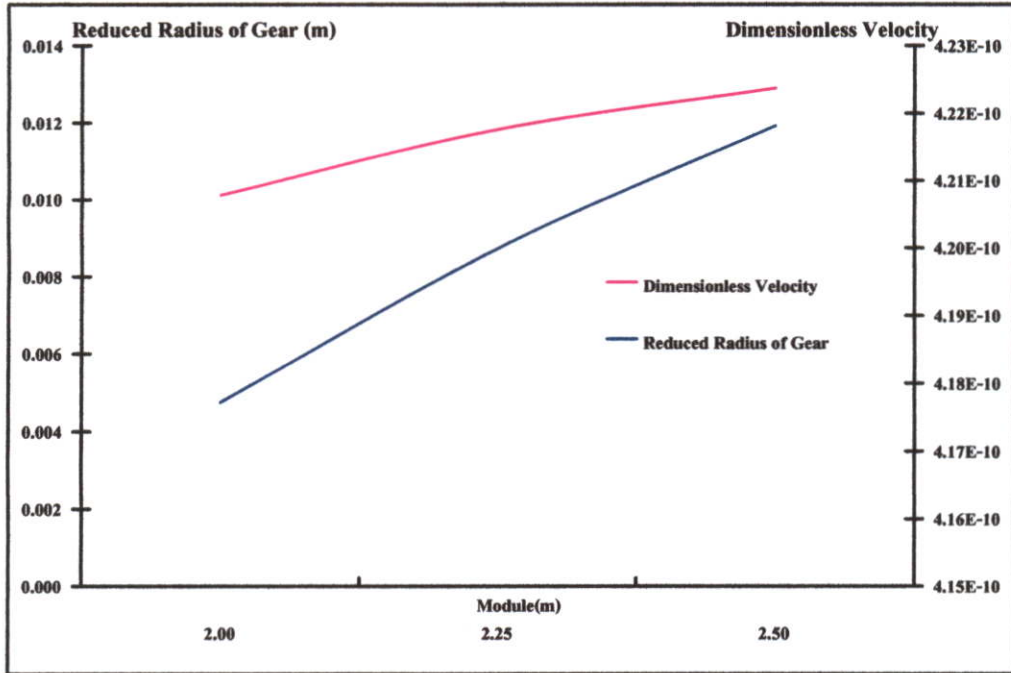
จากรูปที่ 7.26-7.33 ในกรณีผิวเรียบเมื่อเพิ่มความเร็วรอบของฟันเฟืองพบว่าเมื่อความเร็วรอบสูงขึ้นส่งผลให้มีแรงยก ทำให้ภาระที่กระทำลดลง ระยะการสัมผัสจะแคบลง และทำให้การกระจายความหนาฟิล์มสูงขึ้น เมื่อความเร็วรอบสูงขึ้นจะส่งผลกระทบต่อความดันที่บริเวณทางออกของการสัมผัส โดยความเร็วรอบสูงขึ้นความดันที่ทางออกมีแนวโน้มสูงขึ้นอันเนื่องมาจากที่บริเวณทางออกมีการสูญเสียน้ำมันมากหรือความหนืดของน้ำมันน้อยลงที่ความเร็วรอบสูง และที่ความเร็วรอบสูงขึ้นสัมประสิทธิ์แรงเสียดทานจะสูงขึ้น

จากรูปที่ 7.34-7.42 ในกรณีผิวหยาบเมื่อเพิ่มความเร็วรอบของฟันเฟือง ในกรณีผิวเรียบเมื่อเพิ่มความเร็วรอบของฟันเฟืองพบว่าเมื่อความเร็วรอบสูงขึ้นส่งผลให้มีแรงยก ทำให้ภาระที่กระทำลดลง ระยะการสัมผัสจะแคบลง และทำให้การกระจายความหนาฟิล์มสูงขึ้น ส่วนการกระจายความดันที่บริเวณทางออกมีผลการทบทจากสองสิ่งคือความเร็วรอบกับความหยาบผิว โดยปกติผิวเรียบเมื่อความเร็วรอบสูงขึ้นความดันที่บริเวณทางออกจะมีแนวโน้มสูงขึ้น แต่ในการหยาบที่ความเร็วรอบที่ต่ำกว่าทำให้ฟิล์มน้ำมันบางกว่าผิวหยาบจึงส่งผลกระทบต่อมากกว่าที่ความเร็วรอบสูงส่งผลทำให้ความดันที่บริเวณทางออกมีค่าที่ไม่แน่นอนอนขึ้นกับความหยาบที่ทางออกว่ามีลักษณะอย่างไรส่วนการกระจายความหนืดจะมีค่าที่ต่ำลงเมื่อความเร็วรอบสูงขึ้นและสัมประสิทธิ์แรงเสียดทานจะสูงกว่าในกรณีผิวเรียบ

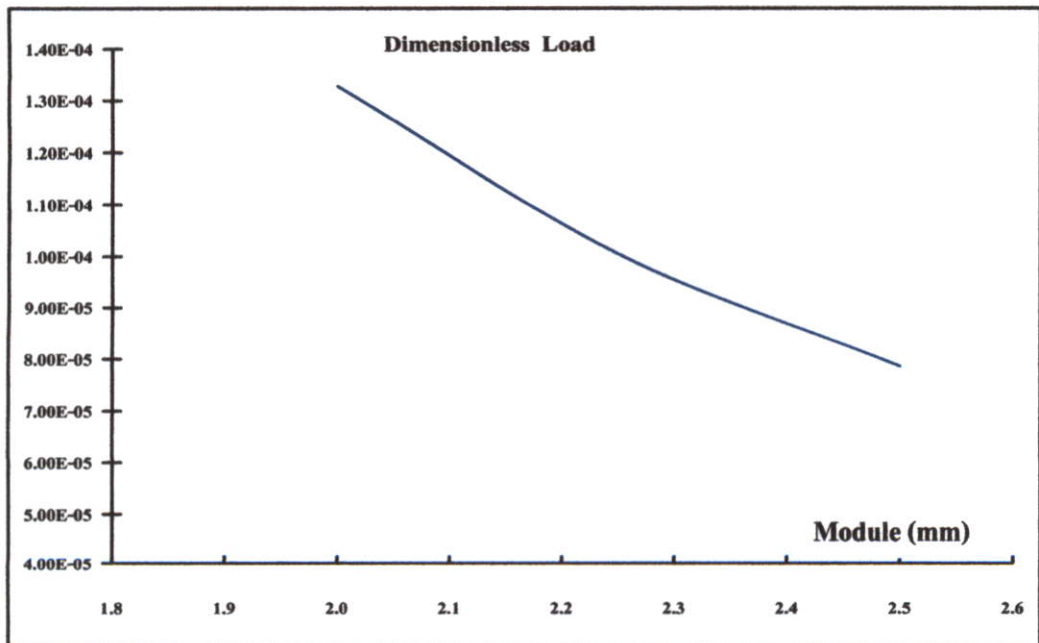
7.4 เปลี่ยนแปลงขนาดโมดูลของฟันเฟือง ที่ภาระการส่งกำลัง 12,000 W

ความเร็วรอบ 1,200 RPM จำนวนฟันของเฟืองขับ 45 ฟัน และใช้น้ำมัน SAE 40

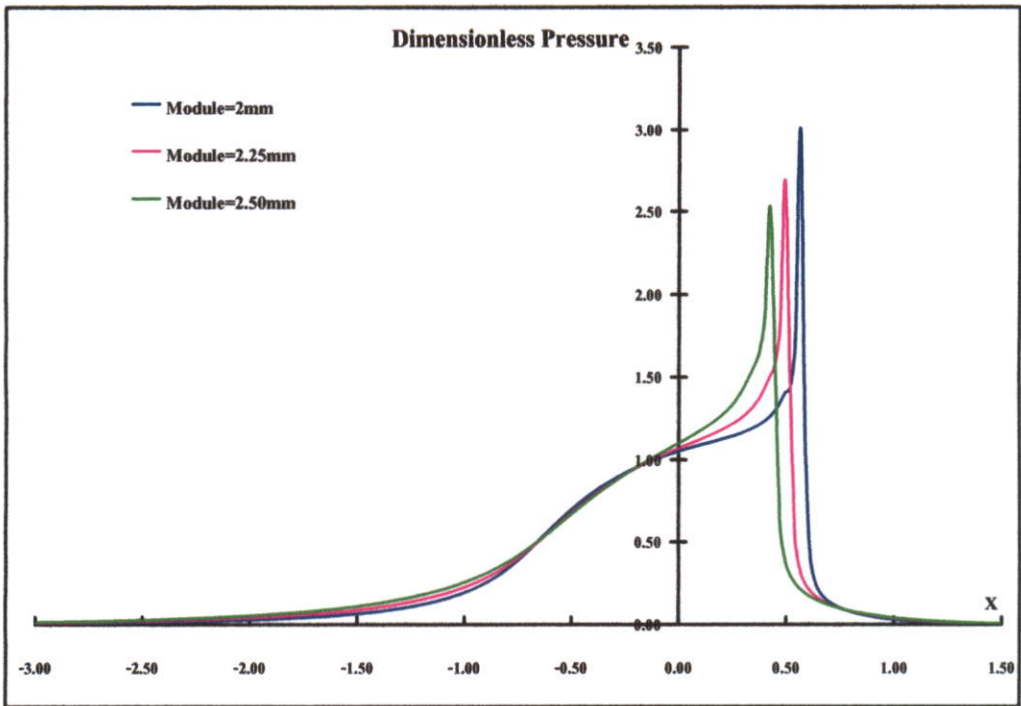
1) ผิวเรียบ



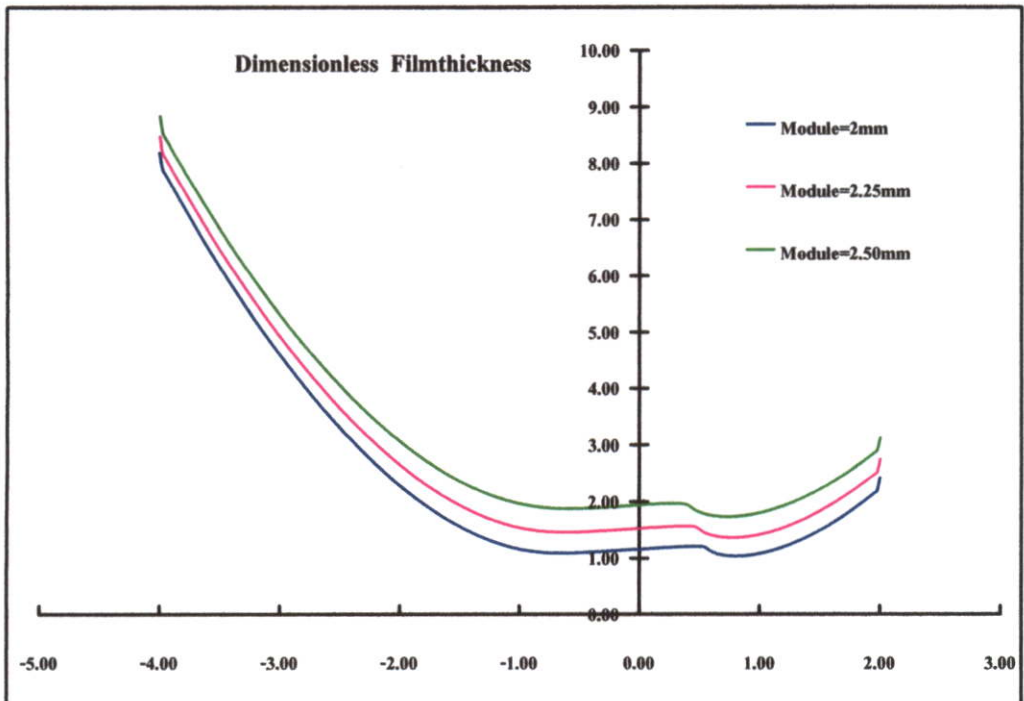
รูปที่ 7.43 แสดงอัตราส่วนความโค้งกับความเร็วไร้มิติที่จุด Pitch point ที่โมดูลต่างๆกันของฟันเฟือง



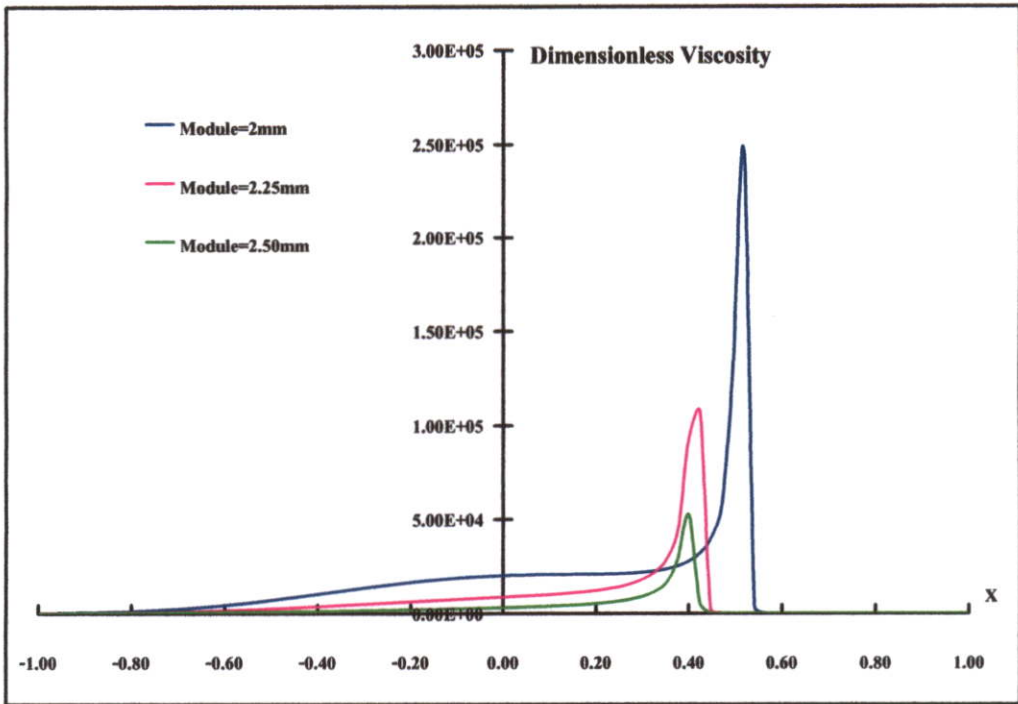
รูปที่ 7.44 แสดงภาระไร้มิติที่จุด Pitch point ที่โมดูลต่างๆกันของฟันเฟือง



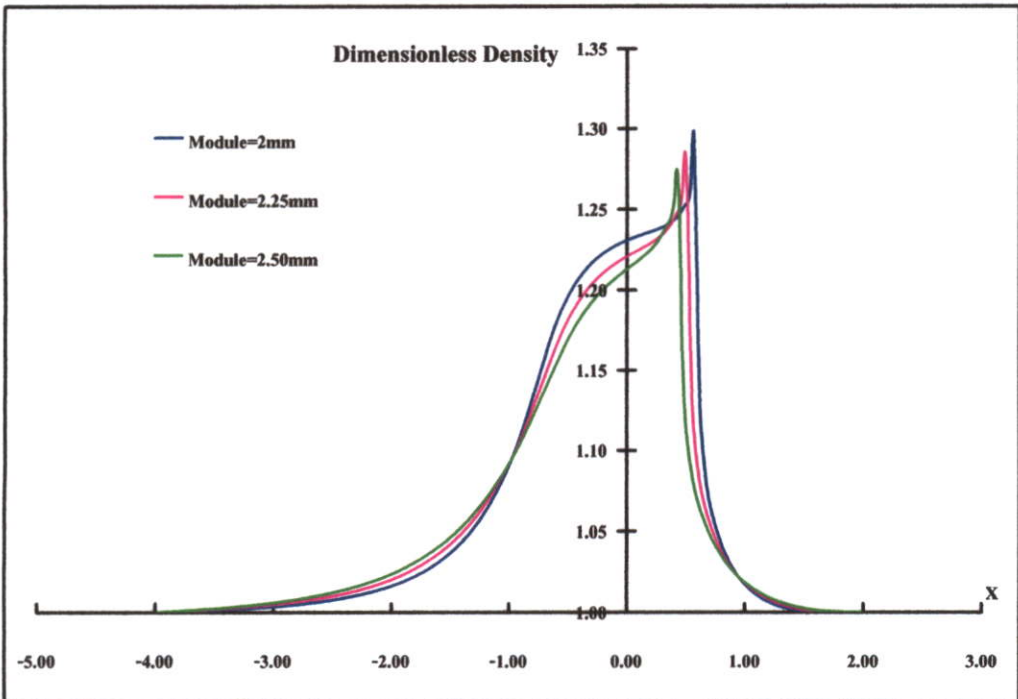
รูปที่ 7.45 แสดงการกระจายความดัน ไร้มิติที่จุด Pitch point ที่โมดูลต่างๆกันของฟีนเพ็อง



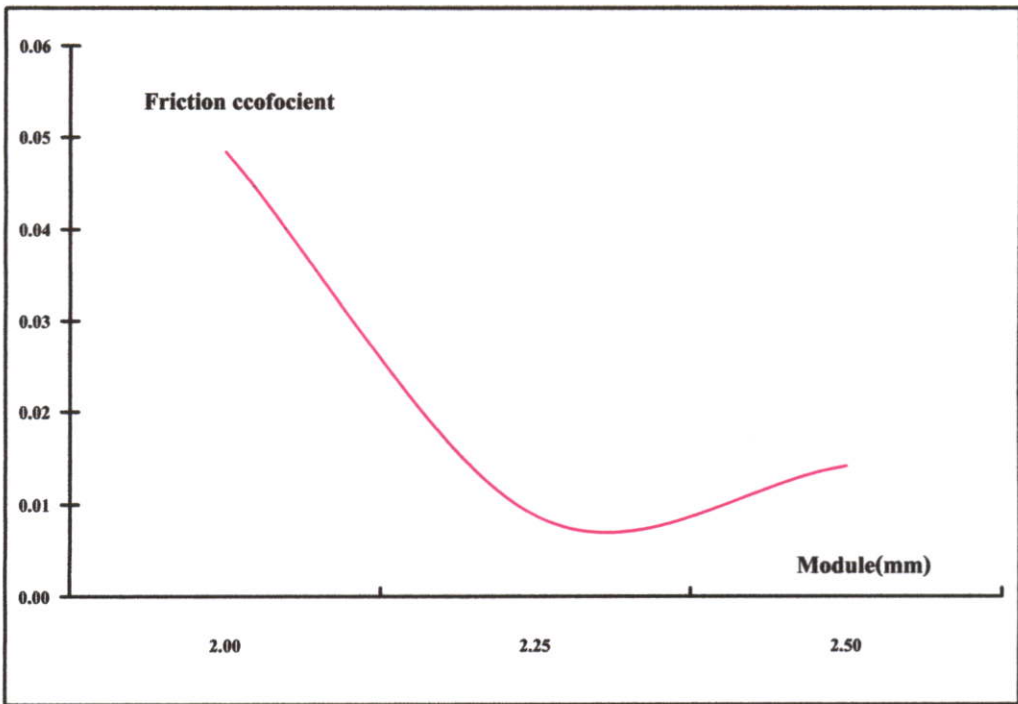
รูปที่ 7.46 แสดงการกระจายความหนาฟิล์ม ไร้มิติที่จุด Pitch point ที่โมดูลต่างๆกันของฟีนเพ็อง



รูปที่ 7.47 แสดงการกระจายความหนืดไร้มิติที่จุด Pitch point ที่โมดูลต่างๆกันของฟันเฟือง

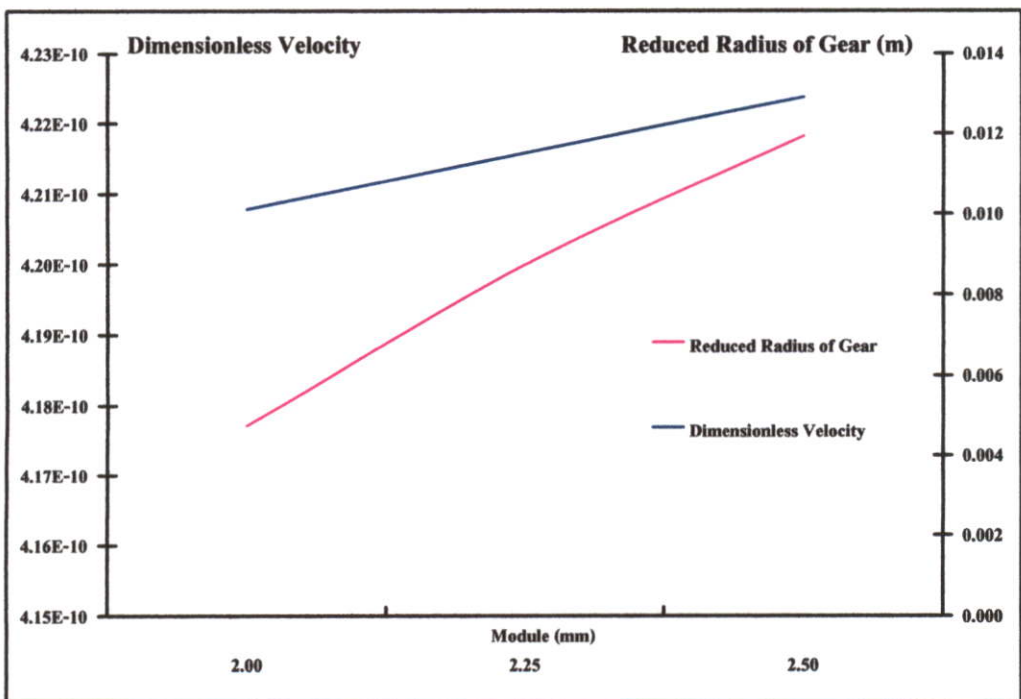


รูปที่ 7.48 แสดงการกระจายความหนาแน่นไร้มิติที่จุด Pitch point ที่โมดูลต่างๆกันของฟันเฟือง

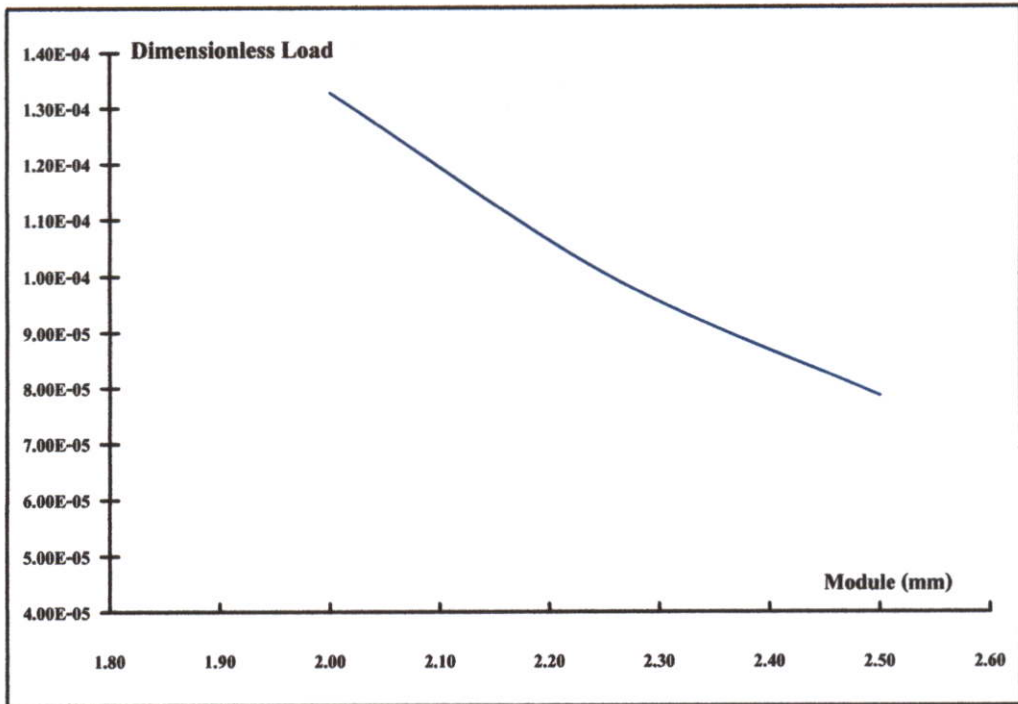


รูปที่ 7.49 แสดงค่าสัมประสิทธิ์ของแรงเสียดทานที่จุด Pitch point ที่โมดูลต่างกันของฟันเฟือง

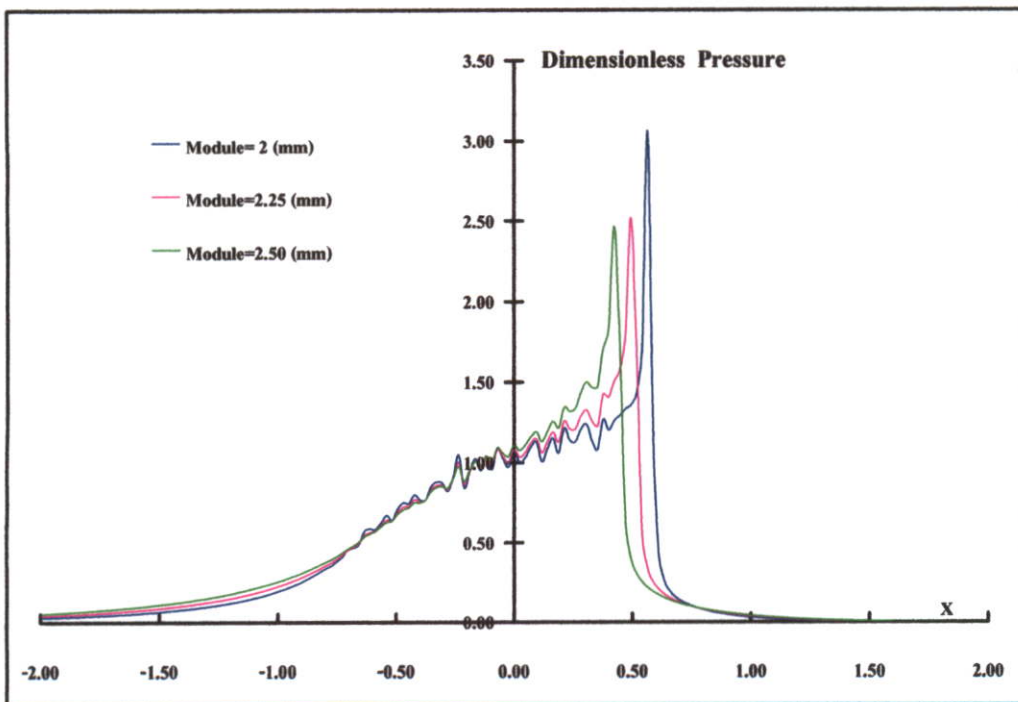
2) ผิวหยาบ



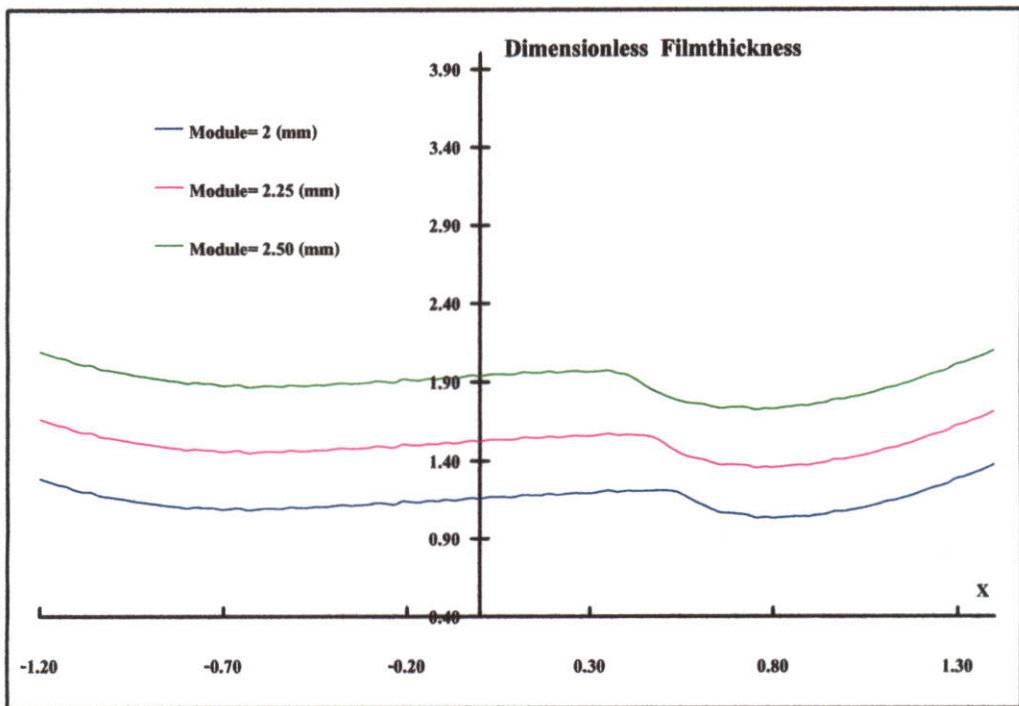
รูปที่ 7.50 แสดงอัตราส่วนความโค้งกับความเร็วไร้มิติที่จุด Pitch point ที่โมดูลต่างกันของฟันเฟือง



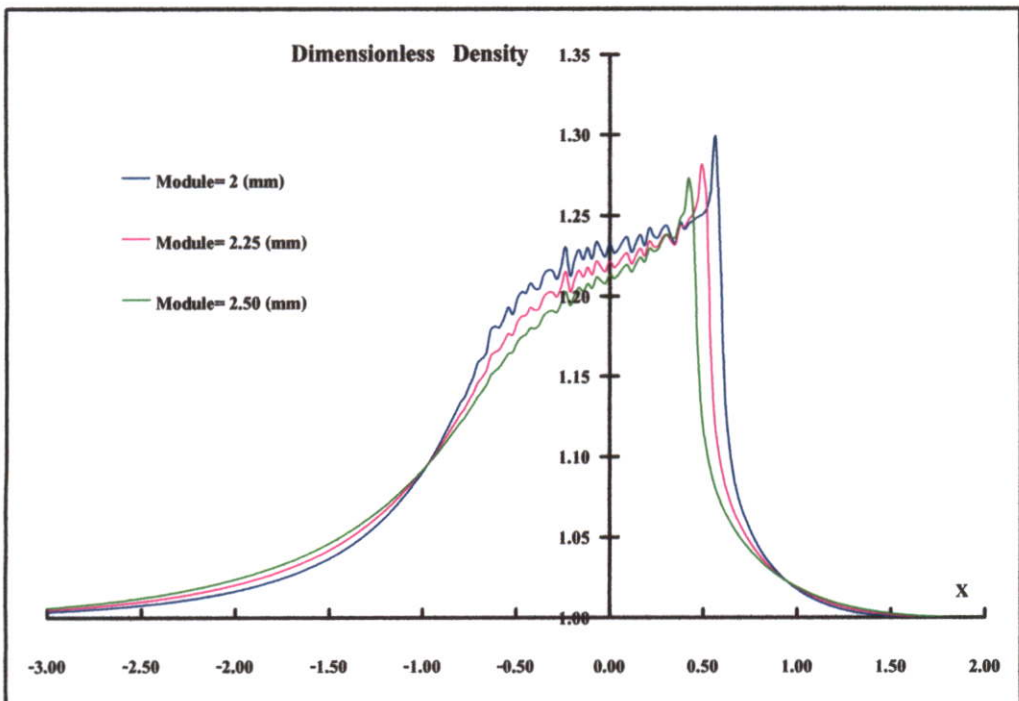
รูปที่ 7.51 แสดงภาวะไร้มิติที่จุด Pitch point ที่โมดูลต่างกันของพื้นเพ็อง



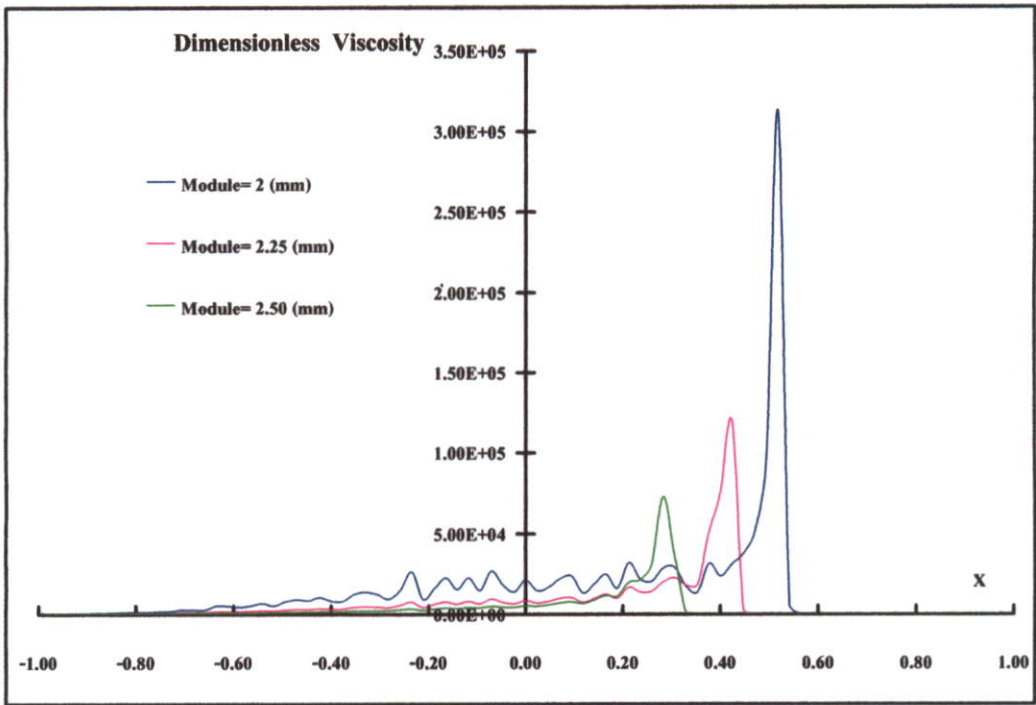
รูปที่ 7.52 แสดงการกระจายความดัน ไร้มิติที่จุด Pitch point ที่โมดูลต่างกันของพื้นเพ็อง



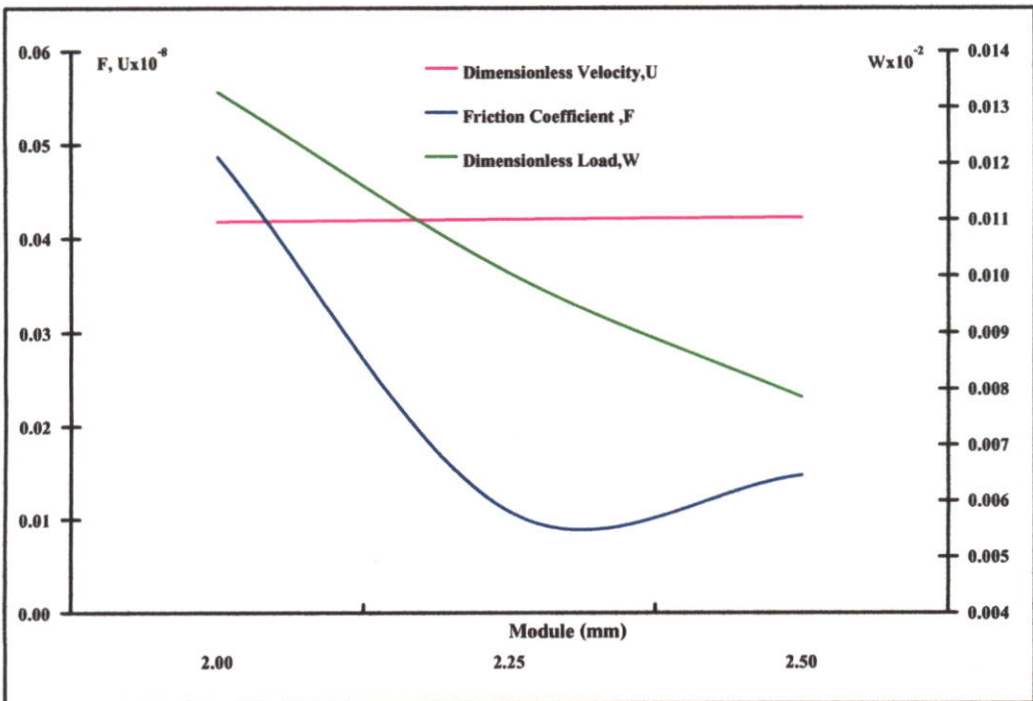
รูปที่ 7.53 แสดงการกระจายความหนาฟิล์มไร้มิติที่จุด Pitch point ที่โมดูลต่างๆกันของฟันเฟือง



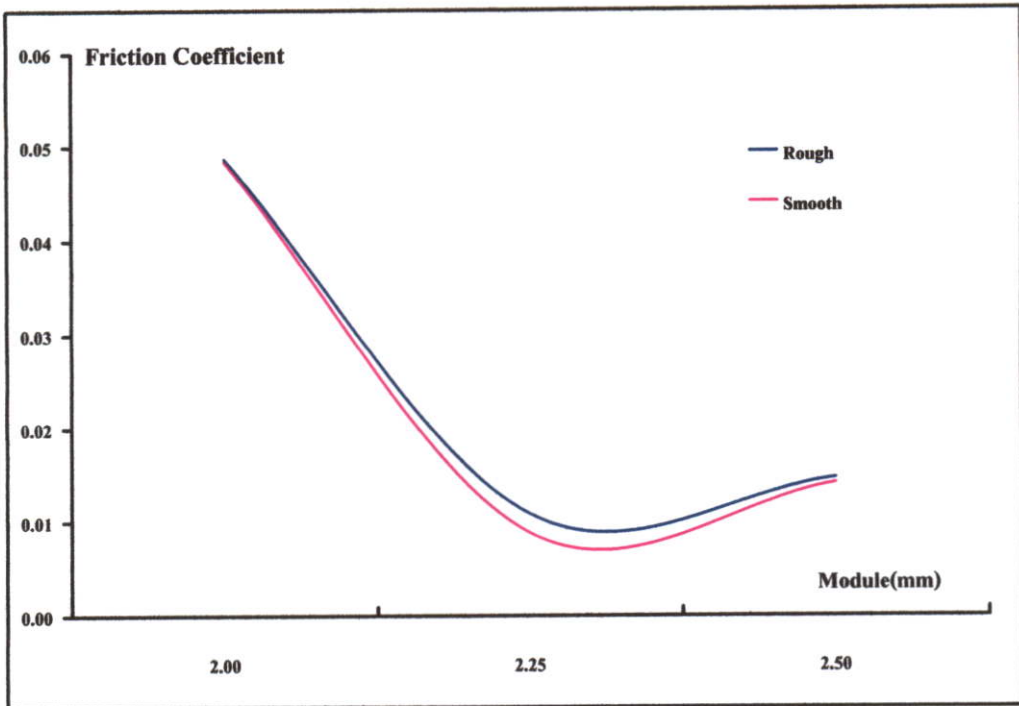
รูปที่ 7.54 แสดงการกระจายความหนาแน่นไร้มิติที่จุด Pitch point ที่โมดูลต่างๆกันของฟันเฟือง



รูปที่ 7.55 แสดงการกระจายความหนืดไร้มิติที่จุด Pitch point ที่โมดูลต่างๆกันของพื้นเฟือง



รูปที่ 7.56 แสดงค่าสัมประสิทธิ์แรงเสียดทาน ความเร็วและภาระไร้มิติที่จุด Pitch point ที่โมดูลต่างๆกันของพื้นเฟือง



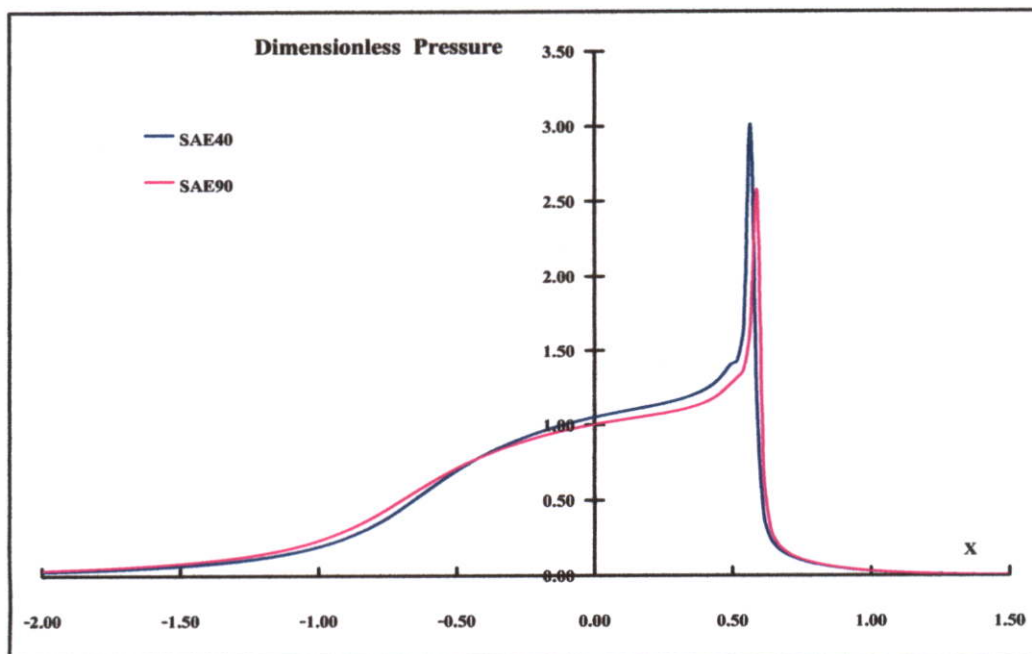
รูปที่ 7.57 แสดงค่าสัมประสิทธิ์ของแรงเสียดทานระหว่างผิวเรียบและผิวหยาบที่จุด Pitch point ที่โมดูลต่างๆกันของฟันเฟือง

รูปที่ 7.43-7.49 ในกรณีผิวเรียบเมื่อทำการเพิ่มค่าโมดูลของฟันเฟือง พบว่าเมื่อค่าโมดูลเพิ่มขึ้นส่งผลทำให้ฟันเฟืองมีความเร็วรอบที่เพิ่มขึ้น ทำให้ภาระที่กระทำคั่นองลงทำให้การกระจายความดัน ความหนาฟิล์ม ความหนาแน่น และ ความหนืดมีผลกระทบจากความเร็วและภาระที่กระทำ ดังนั้นเมื่อ โมดูลเพิ่มขึ้นระยะการสัมผัสจะลดลง ความดันลดลง ความหนาฟิล์มจะสูงขึ้น ความหนืด และความหนาแน่นจะลดลง ส่วนสัมประสิทธิ์แรงเสียดทานจะลดลงในช่วงโมดูล 2-2.75 mm เนื่องจากในช่วงนี้ภาระมีผลมากกว่าความเร็วที่บริเวณสัมผัส ส่วนในช่วงโมดูล 2.75-2.50 mm สัมประสิทธิ์แรงเสียดทานจะเริ่มสูงขึ้นอันเนื่องจากความเร็วที่บริเวณสัมผัสมีผลกระทบมากกว่าภาระที่กระทำ

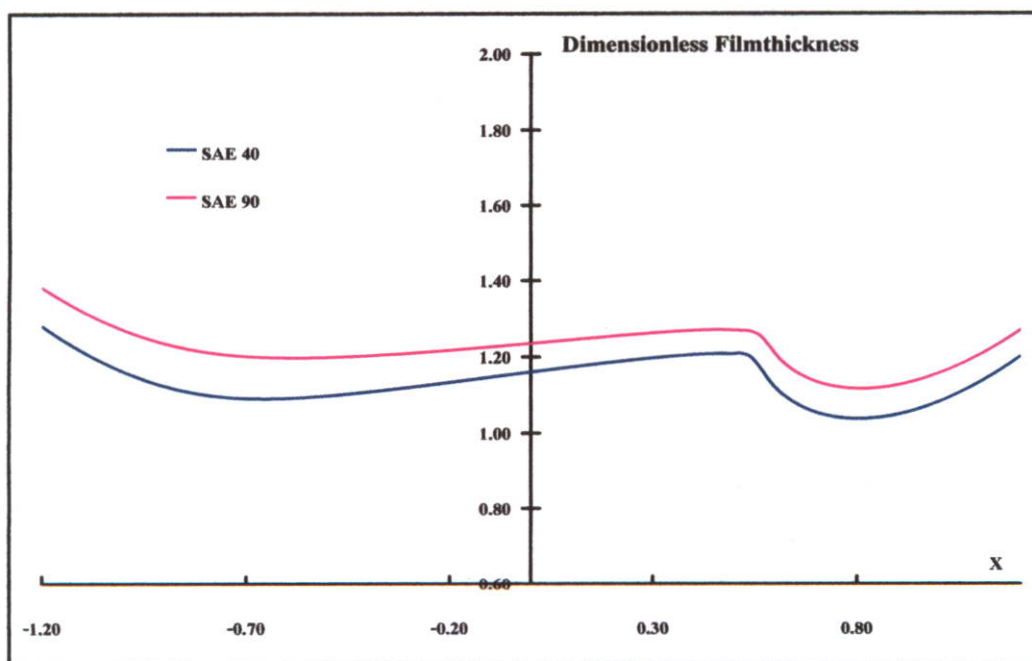
รูปที่ 7.50-7.57 ในกรณีผิวหยาบเมื่อทำการเพิ่มค่าโมดูลของฟันเฟือง พบว่าการกระจายความดัน ความหนาฟิล์ม ความหนืด และ ความหนาแน่นมีแนวโน้มที่คล้ายกัน แต่ความหยาบส่งผลทำให้การกระจายความดัน ความหนาฟิล์ม ความหนาแน่น และความหนืดมีค่าที่ไม่สม่ำเสมอและผลของความหยาบส่งผลทำให้ค่าสัมประสิทธิ์แรงเสียดทานมีค่าที่สูงกว่าในกรณีผิวเรียบ

7.5 เปลี่ยนน้ำมันที่ใช้การหล่อลื่น ที่ภาระการส่งกำลัง 12,000 W ความเร็วรอบ 2100 RPM  
โมดูล 2 mm และจำนวนฟันของเฟืองขับ 45 ฟัน

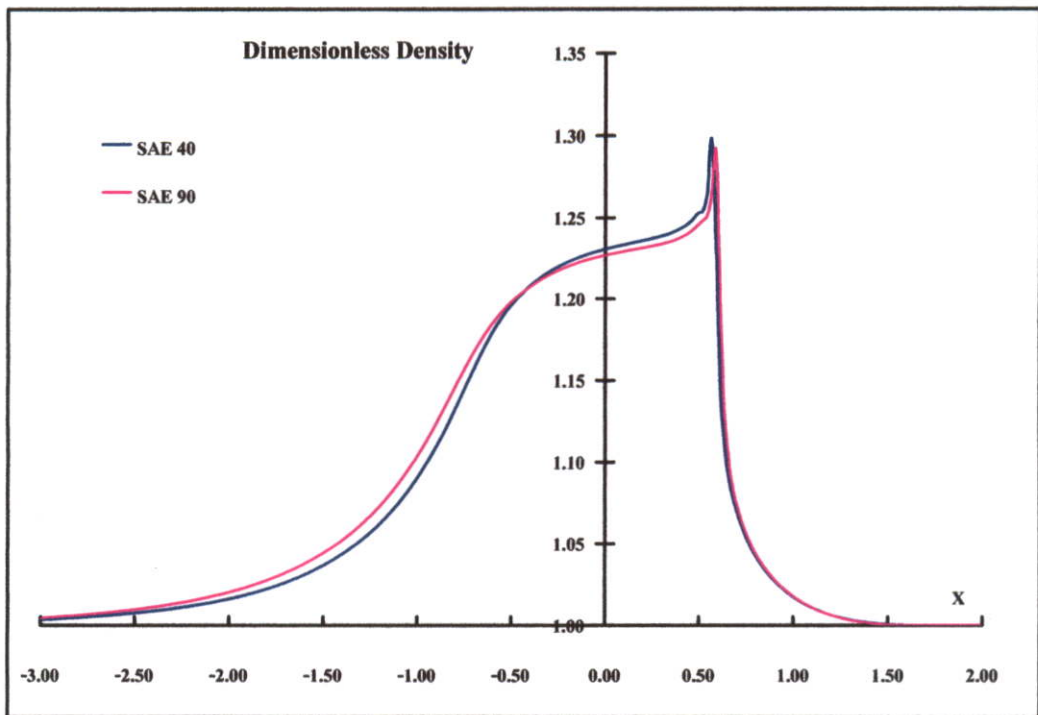
1) ผิวเรียบ



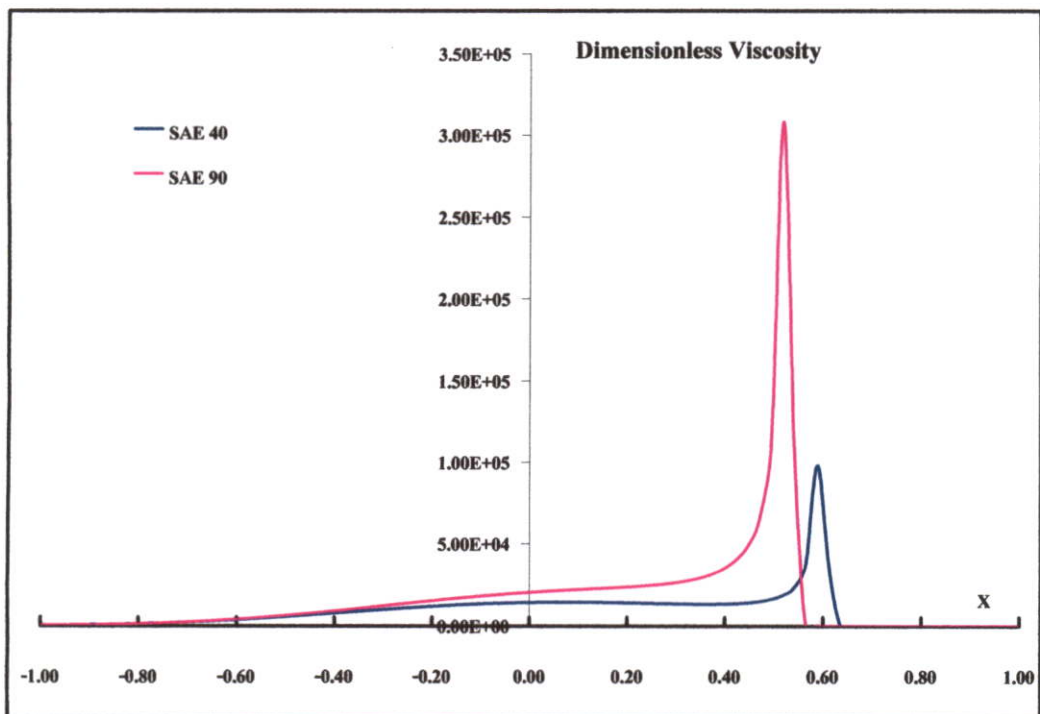
รูปที่ 7.58 แสดงการกระจายความดัน ไร้มิติที่จุด Pitch point ที่สารหล่อลื่นต่างชนิดกัน



รูปที่ 7.59 แสดงการกระจายความหนาฟิล์ม ไร้มิติที่จุด Pitch point ที่สารหล่อลื่นต่างชนิดกัน

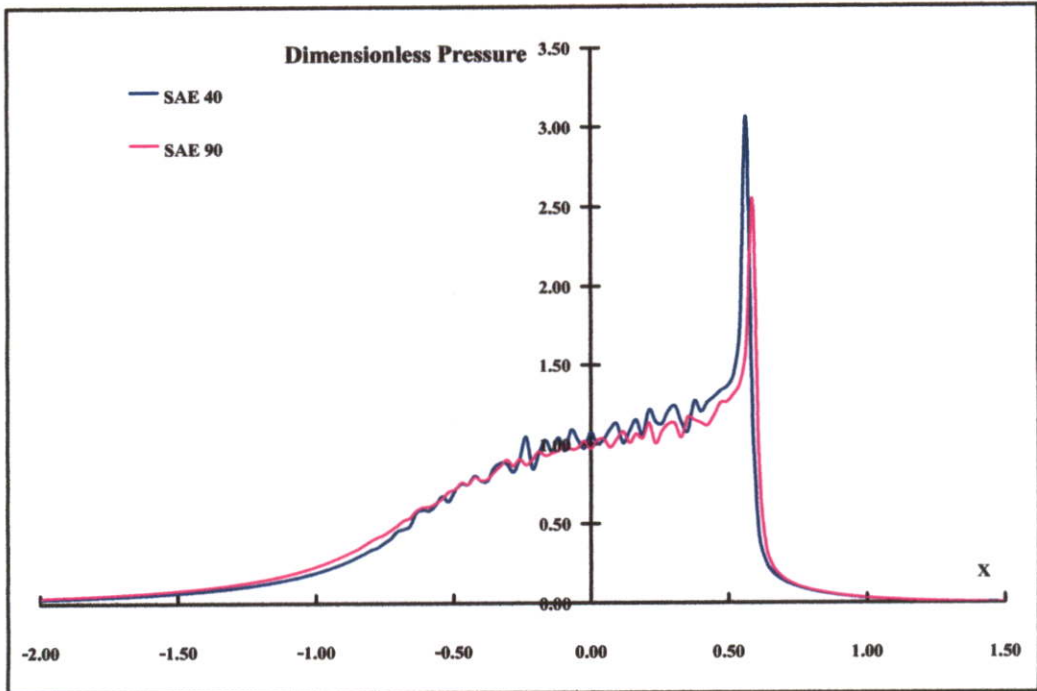


รูปที่ 7.60 แสดงการกระจายความหนาแน่นไร้มิติที่จุด Pitch point ที่สารหล่อลื่นต่างชนิดกัน

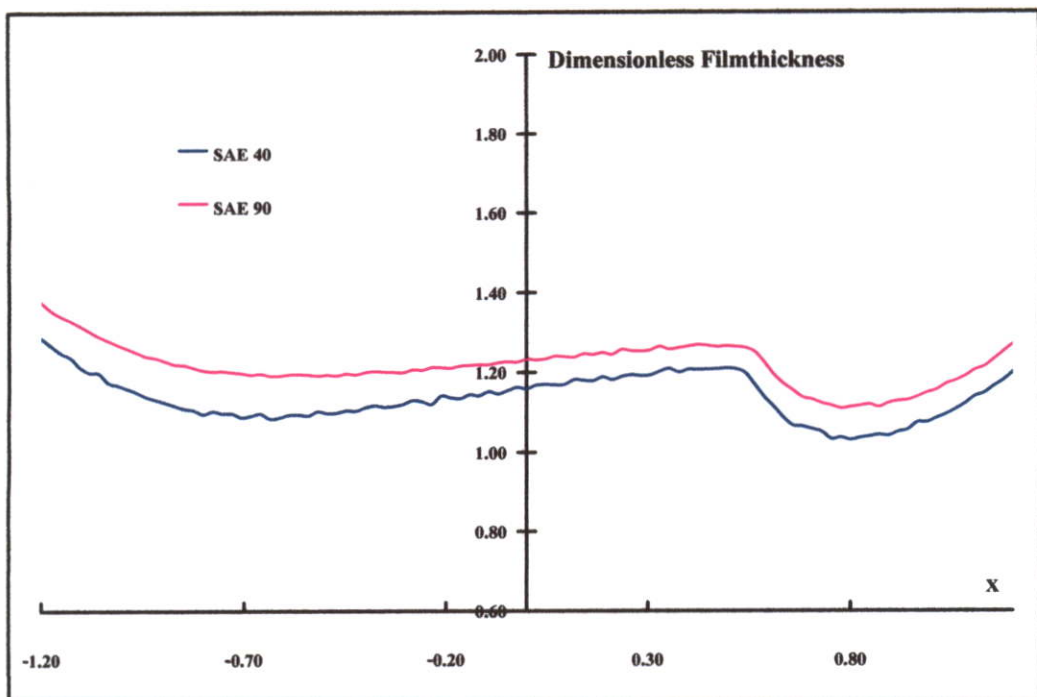


รูปที่ 7.61 แสดงการกระจายความหนืดไร้มิติที่จุด Pitch point ที่สารหล่อลื่นต่างชนิดกัน

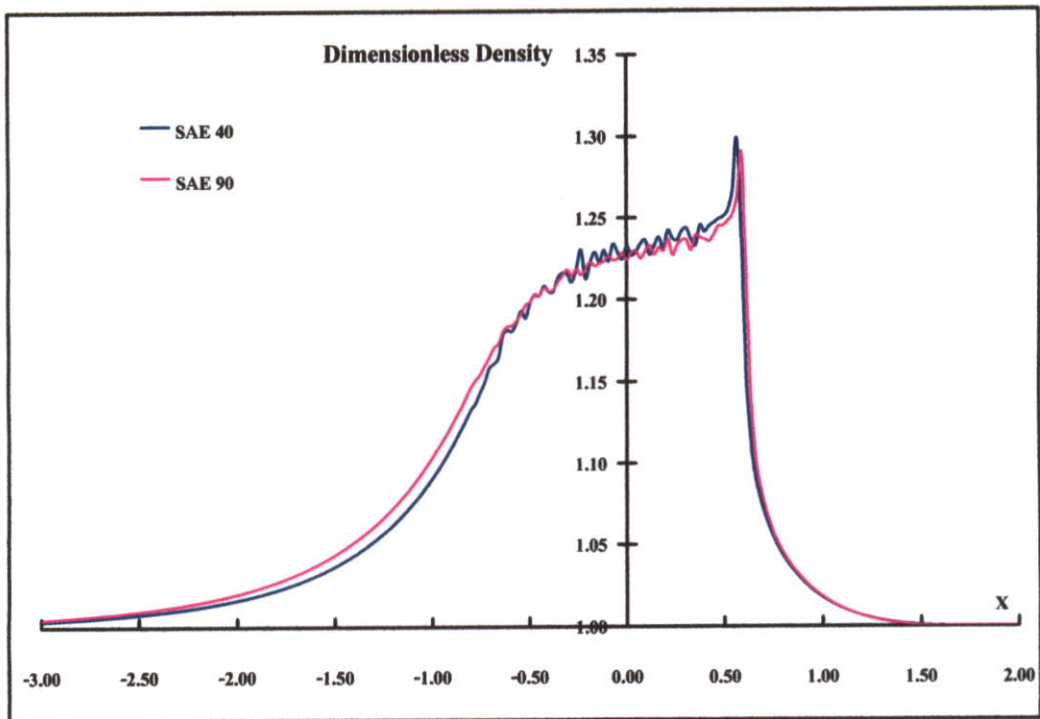
## 2) คิวหายาบ



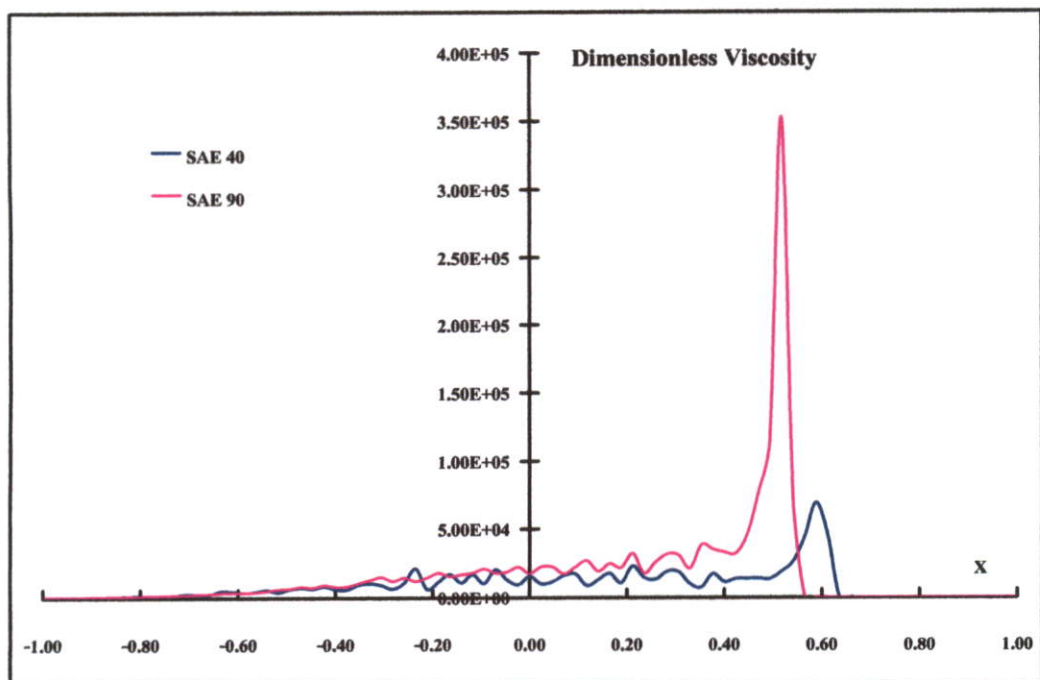
รูปที่ 7.62 แสดงการกระจายความดัน ไร่มิติที่จุด Pitch point ที่สารหล่อลื่นต่างชนิดกัน



รูปที่ 7.63 แสดงการกระจายความหนาฟิล์ม ไร่มิติที่จุด Pitch point ที่สารหล่อลื่นต่างชนิดกัน



รูปที่ 7.64 แสดงการกระจายความหนาแน่นไร้มิติที่จุด Pitch point ที่สารหล่อลื่นต่างชนิดกัน



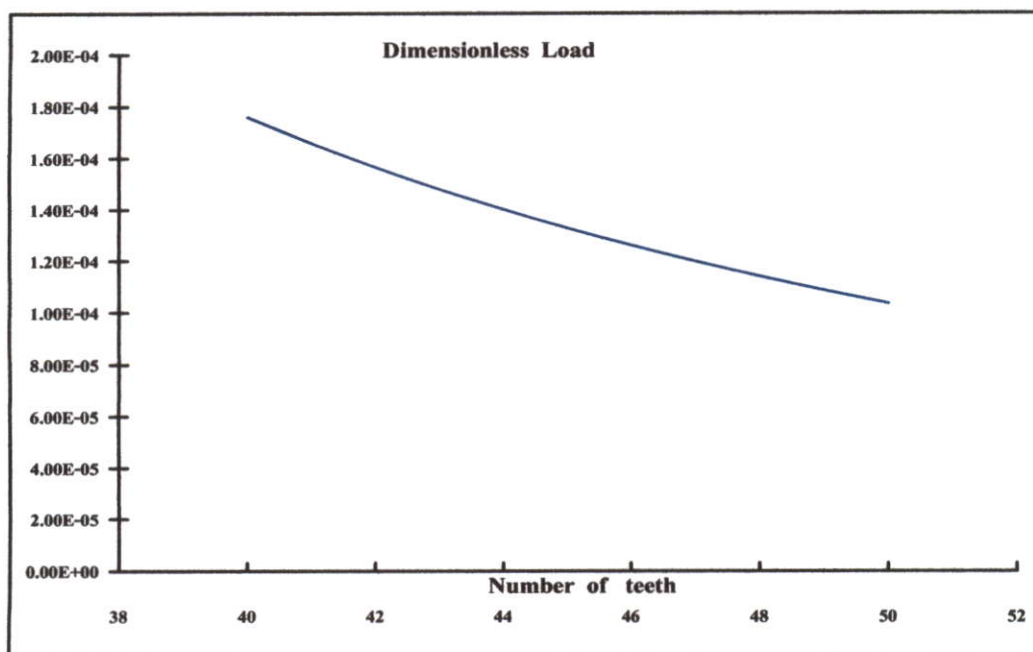
รูปที่ 7.65 แสดงการกระจายความหนืดไร้มิติที่จุด Pitch point ที่สารหล่อลื่นต่างชนิดกัน

จากรูปที่ 7.58-7.61 ในกรณีผิวเรียบเมื่อทำการเปลี่ยนชนิดของน้ำมันระหว่าง SAE 40 กับ SAE 90 พบว่า น้ำมัน SAE 90 มีความหนืดที่สูงกว่าทำให้การกระจายความหนาฟิล์มน้ำมันสูงกว่า และความดันที่บริเวณทางออกมีค่าต่ำกว่าอันเนื่องจาก SAE 90 มีความหนืดมากกว่า SAE 40 ทำให้เกิดการสูญเสียน้ำมันน้อยกว่าที่บริเวณทางออก ส่วนความหนาแน่น SAE 90 จะมีค่าต่ำกว่า SAE 40 อันเนื่องมาจากผลของความดันที่เกิดขึ้น

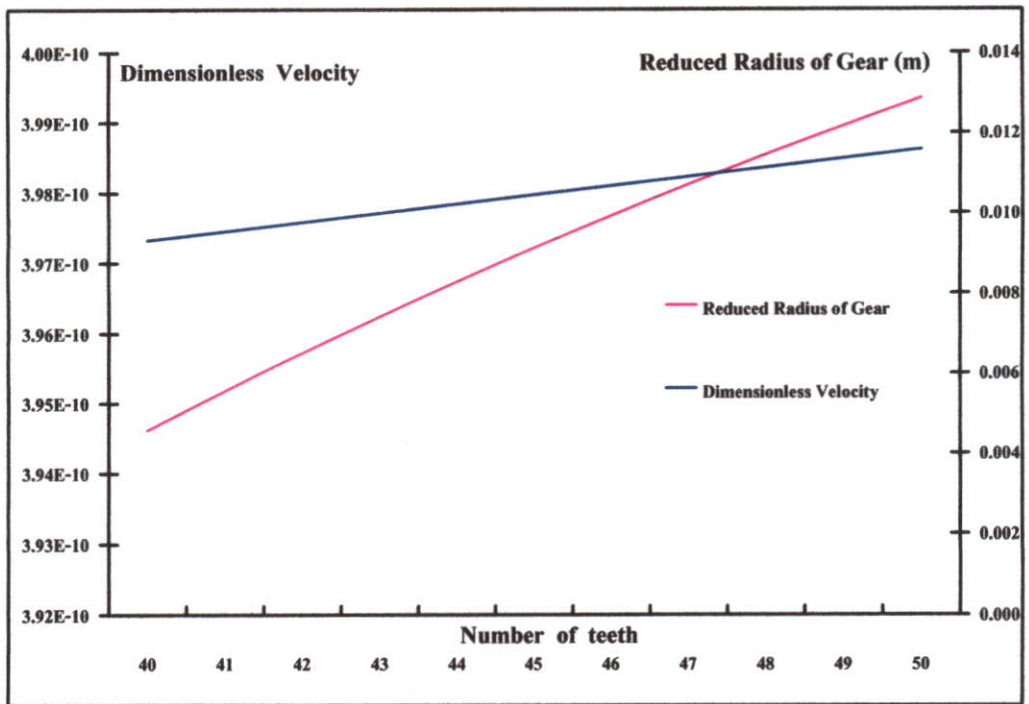
จากรูปที่ 7.62-7.65 ในกรณีผิวหยาบเมื่อทำการเปลี่ยนชนิดของน้ำมันระหว่าง SAE 40 กับ SAE 90 พบว่าการกระจายความดัน ความหนาฟิล์ม ความหนืด และ ความหนาแน่นมีแนวโน้มที่คล้ายกัน แต่ความหยาบส่งผลทำให้การกระจายความดัน ความหนาฟิล์ม ความหนาแน่น และความหนืดมีค่าที่ไม่สม่ำเสมอ

7.6 เปลี่ยนจำนวนฟันเฟืองขับ ที่ภาระส่งกำลัง 12,000 W ความเร็วรอบ 2100 RPM โมดูล 2 mm และใช้ SAE 40 เป็นสารหล่อลื่น

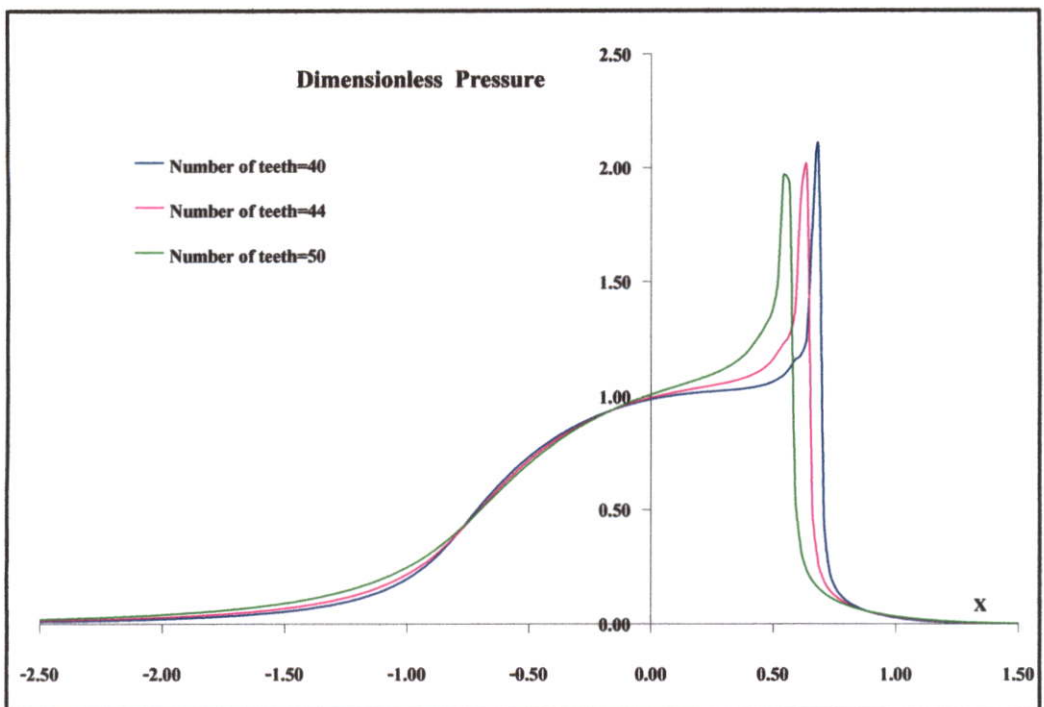
#### 1) ผิวเรียบ



รูปที่ 7.66 แสดงการรับภาระไว้มิตที่จุด Pitch point ที่จำนวนฟันเฟืองขับต่างๆกัน



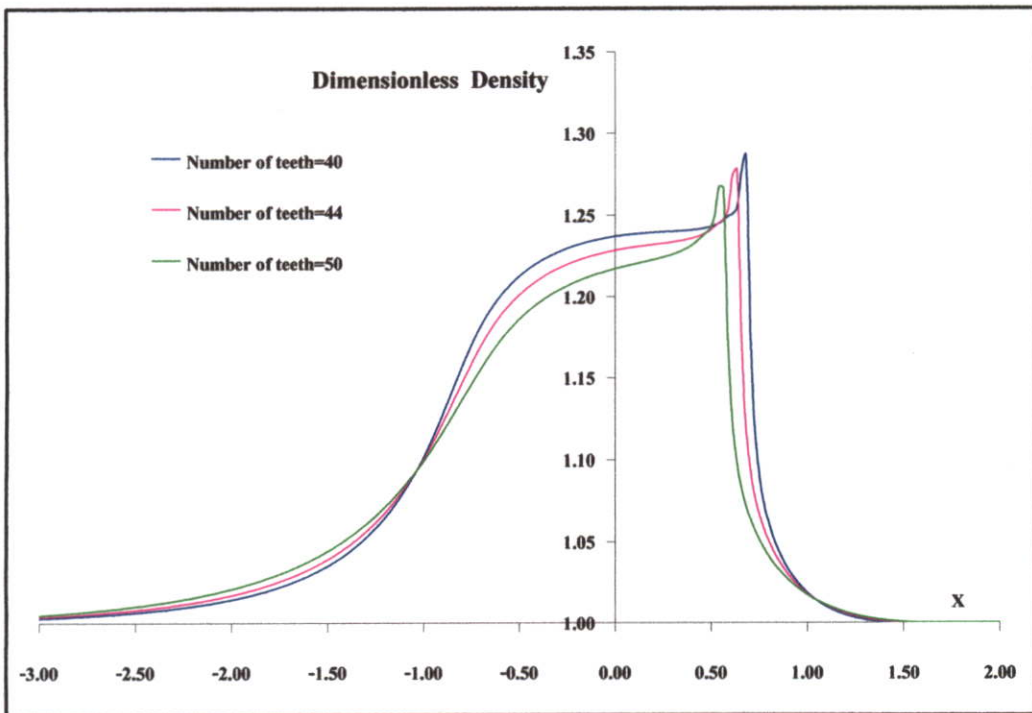
รูปที่ 7.67 แสดงความเร็วไร้มิติและอัตราส่วนความโค้งที่จุด Pitch point ที่จำนวนฟันเฟืองขับต่างๆกัน



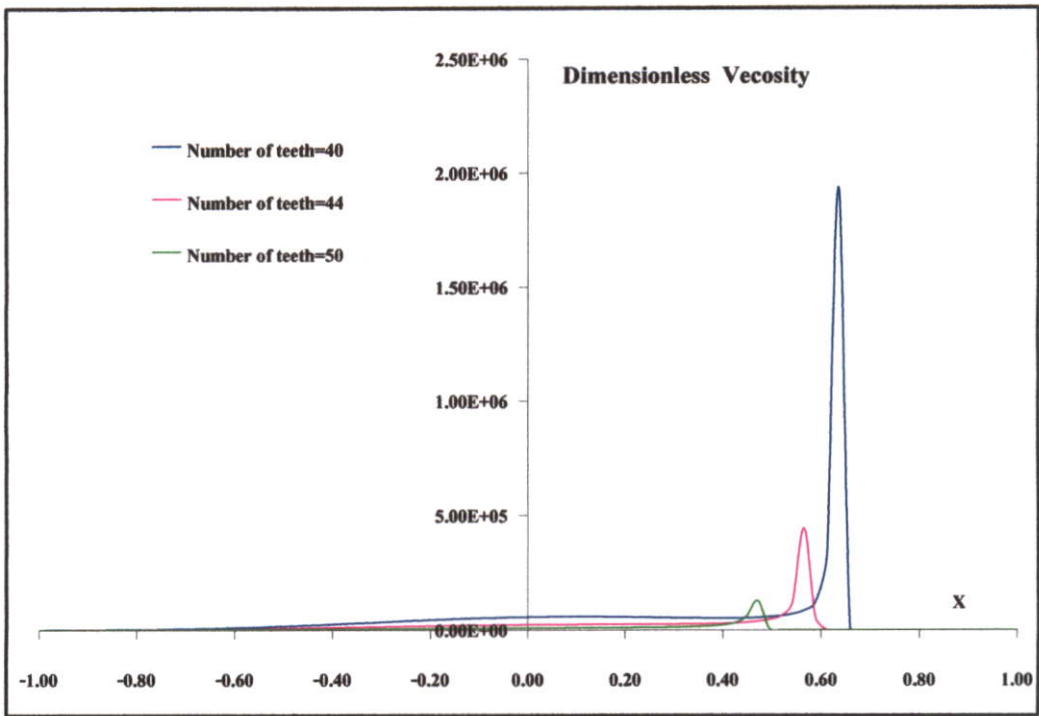
รูปที่ 7.68 แสดงการกระจายความดันไร้มิติที่จุด Pitch point ที่จำนวนฟันเฟืองขับต่างๆกัน



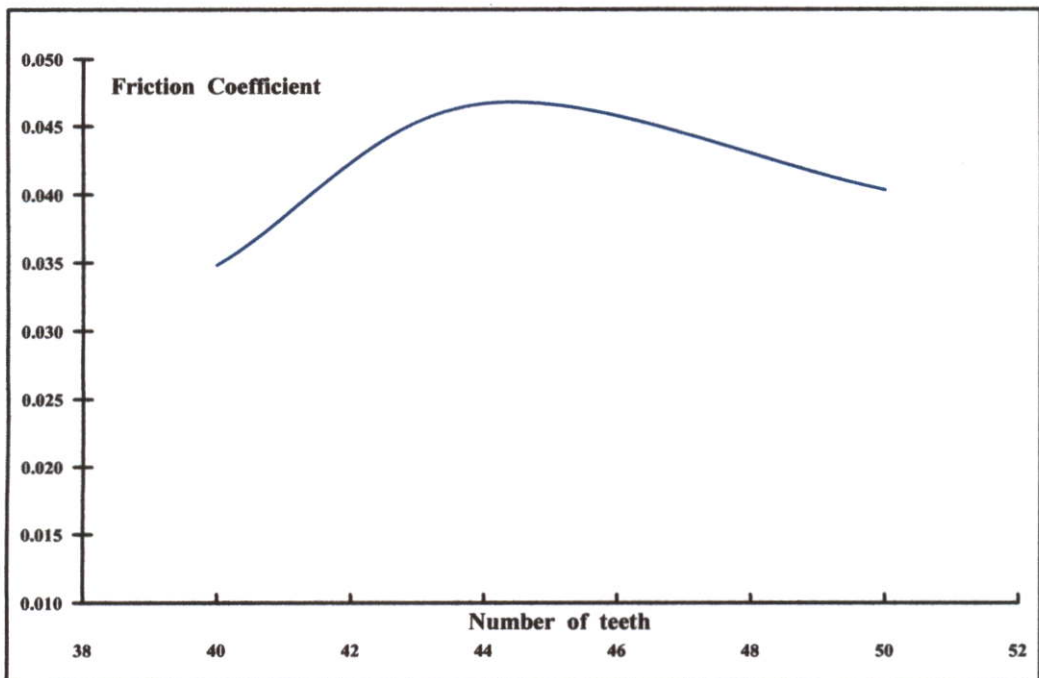
รูปที่ 7.69 แสดงการกระจายความหนาฟิล์ม ไร้มิติที่จุด Pitch point ที่จำนวนฟันเฟืองขับต่างๆกัน



รูปที่ 7.70 แสดงการกระจายความหนาแน่น ไร้มิติที่จุด Pitch point ที่จำนวนฟันเฟืองขับต่างๆกัน

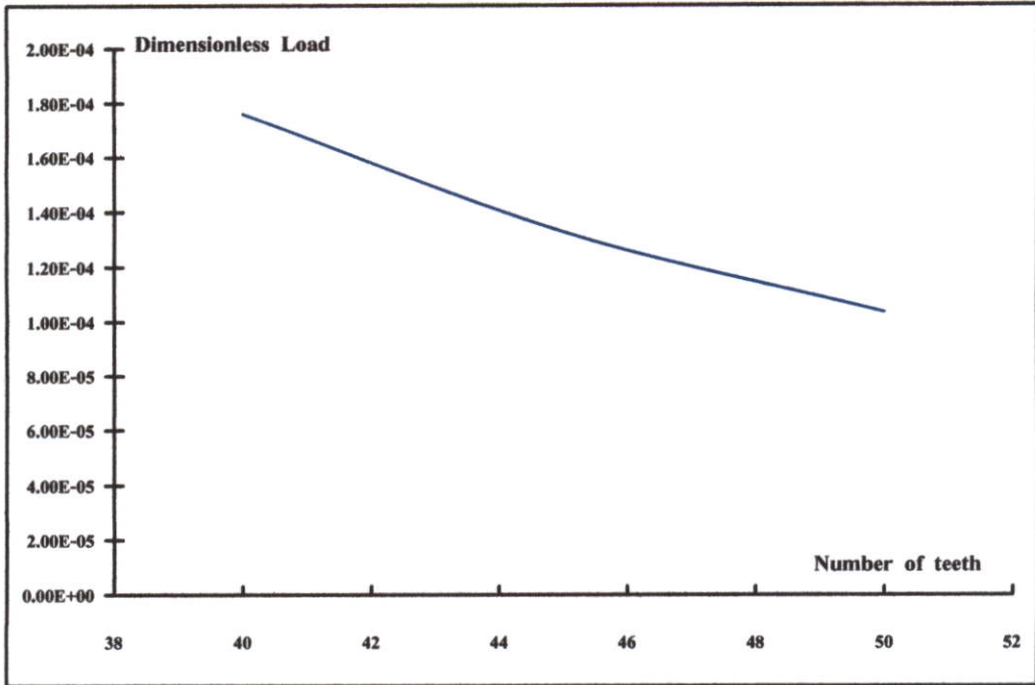


รูปที่ 7.71 แสดงการกระจายความหนืดไร้มิติที่จุด Pitch point ที่จำนวนฟันเฟืองต่างกัน

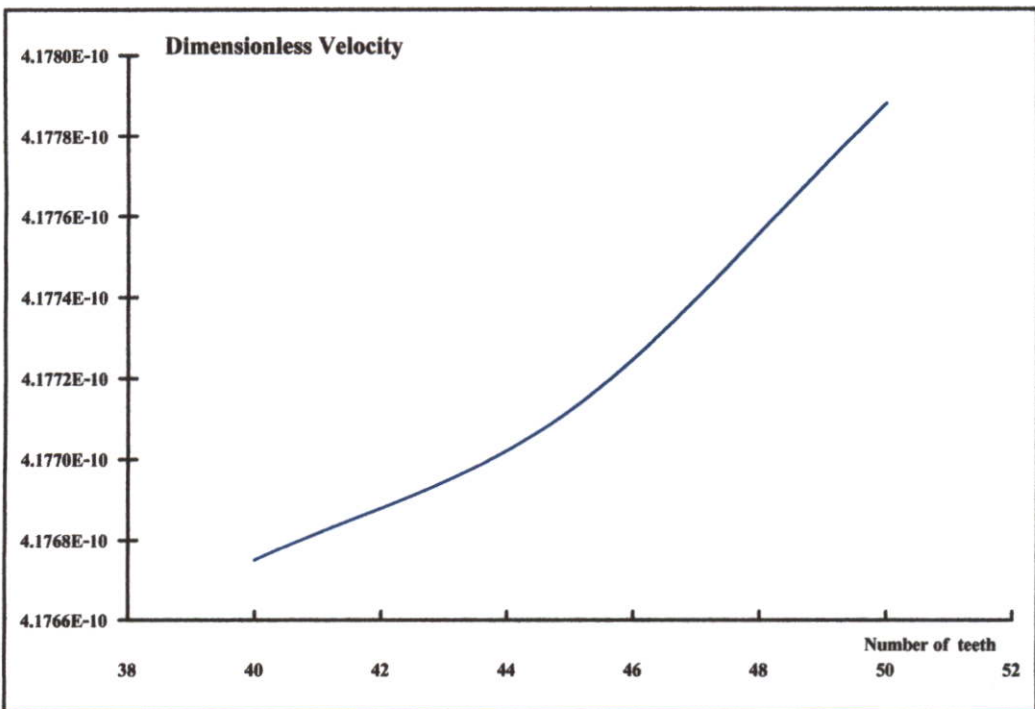


รูปที่ 7.72 แสดงค่าสัมประสิทธิ์แรงเสียดทานที่จุด Pitch point ที่จำนวนฟันเฟืองต่างกัน

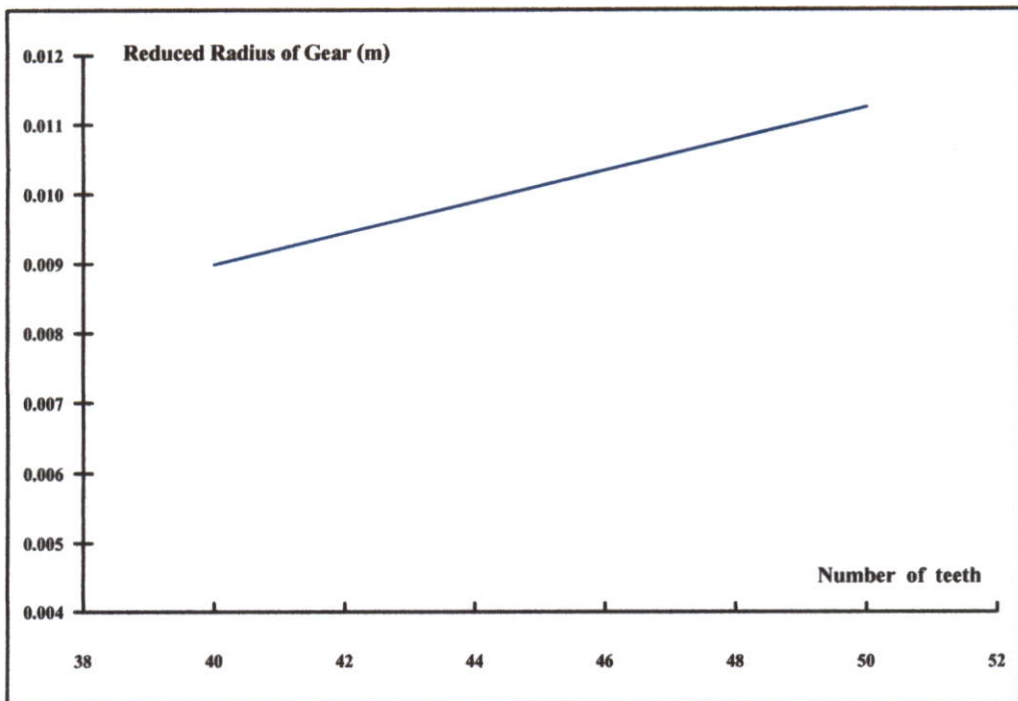
## 2) ผิวหายาบ



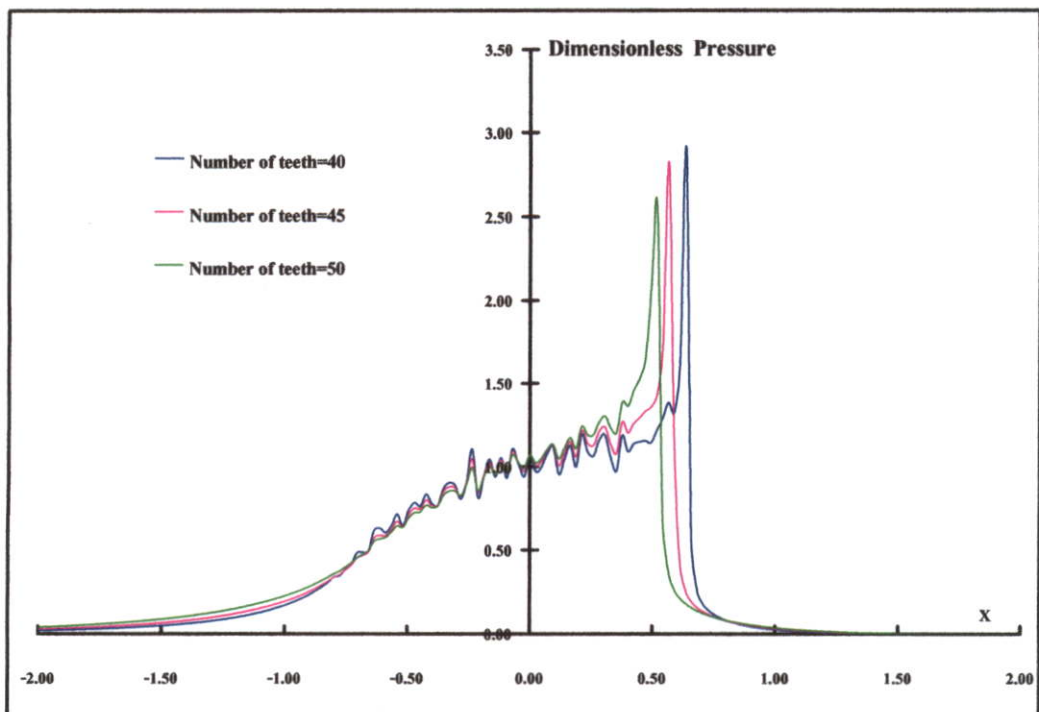
รูปที่ 7.73 แสดงการรับภาระไร้มิติที่จุด Pitch point ที่จำนวนฟันเฟืองขับต่างๆกัน



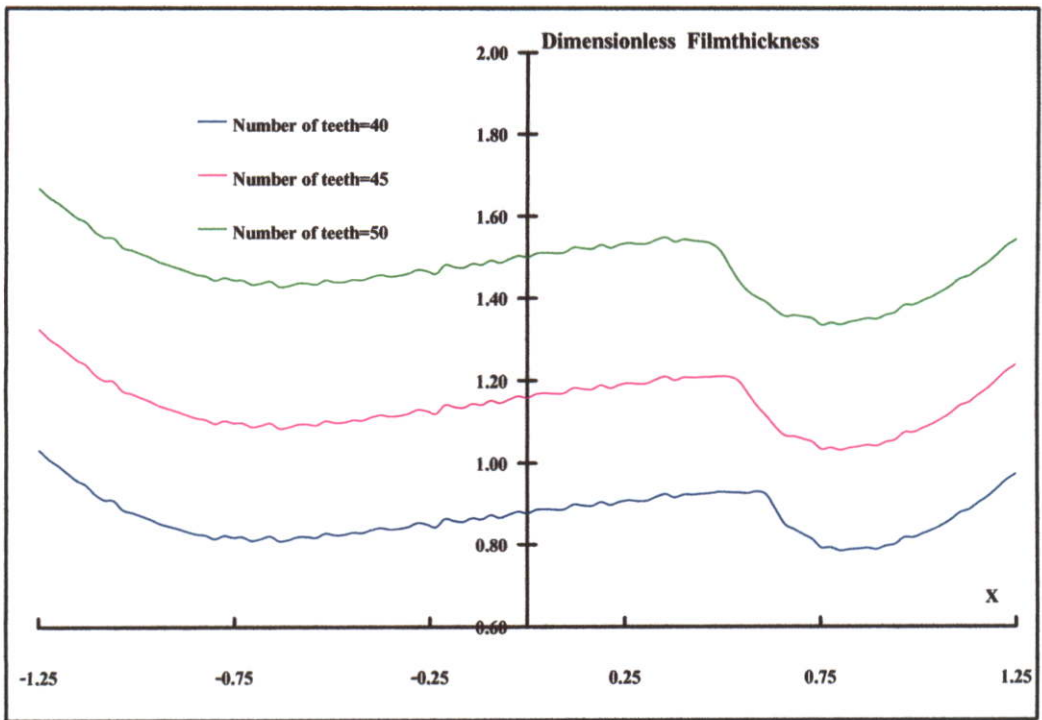
รูปที่ 7.74 แสดงความเร็วไร้มิติที่จุด Pitch point ที่จำนวนฟันเฟืองขับต่างๆกัน



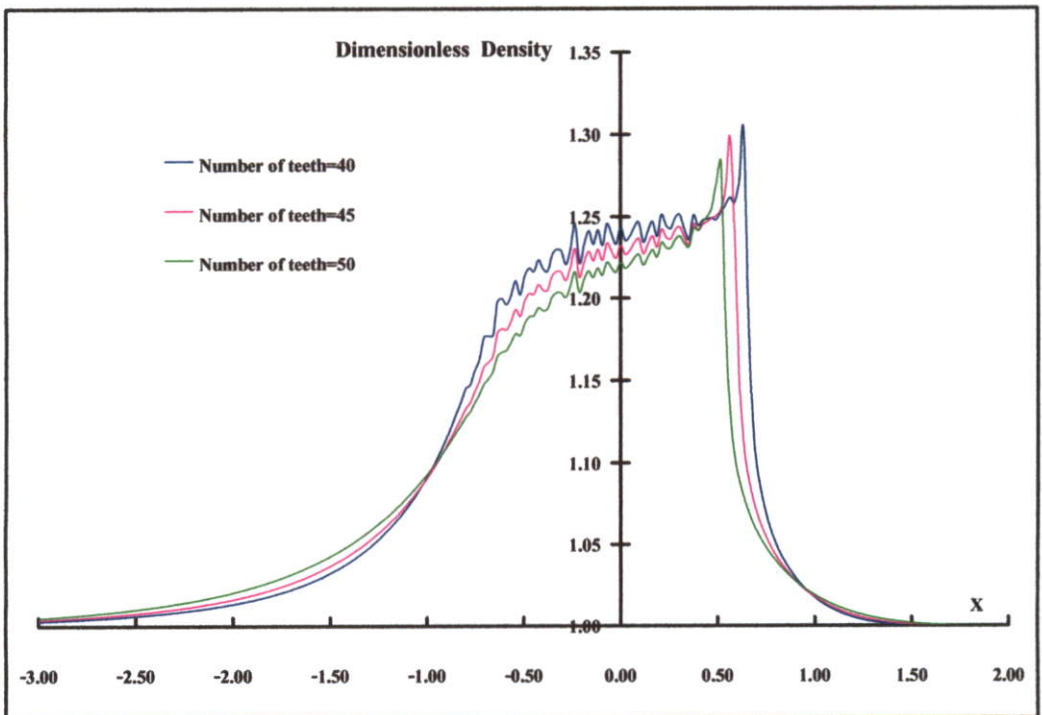
รูปที่ 7.75 แสดงอัตราส่วนความโค้งที่จุด Pitch point ที่จำนวนฟันเฟืองต่างกัน



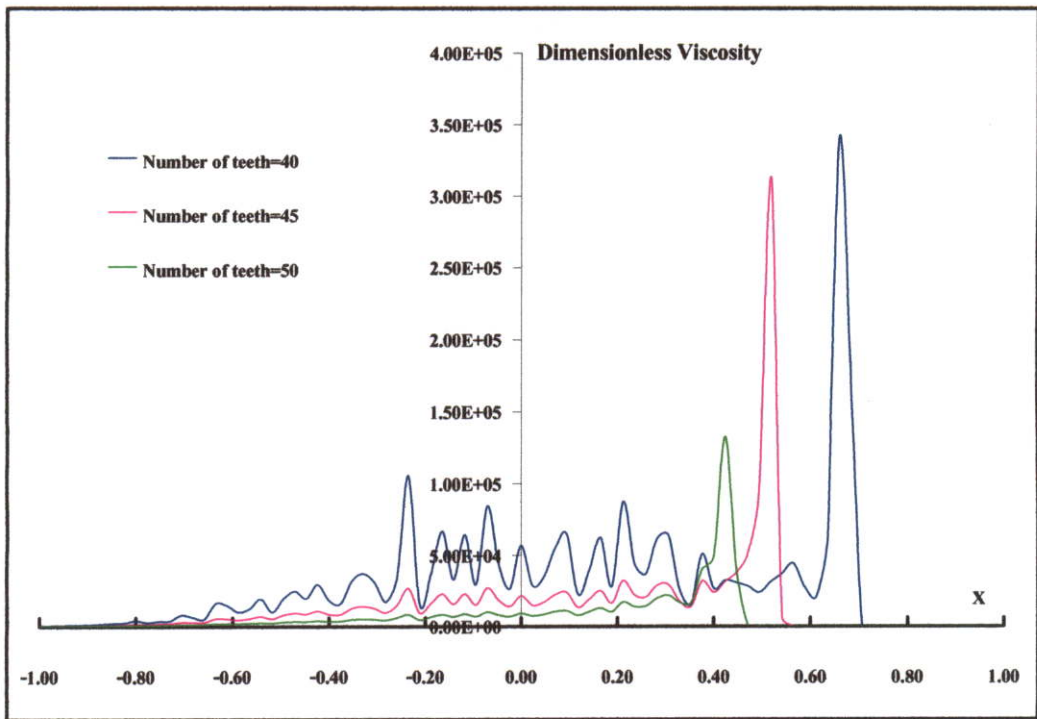
รูปที่ 7.76 แสดงการกระจายความดันไวมืดที่จุด Pitch point ที่จำนวนฟันเฟืองต่างกัน



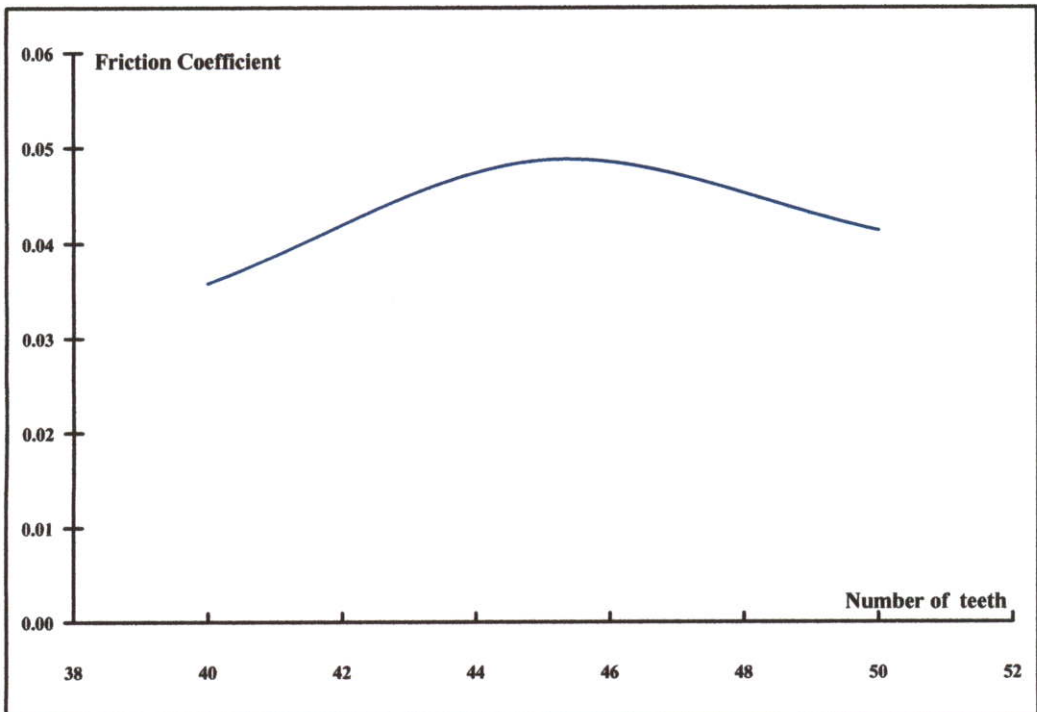
รูปที่ 7.77 แสดงการกระจายความหนาฟิล์มไรมิตที่จุด Pitch point ที่จำนวนฟันเฟืองขับต่างๆกัน



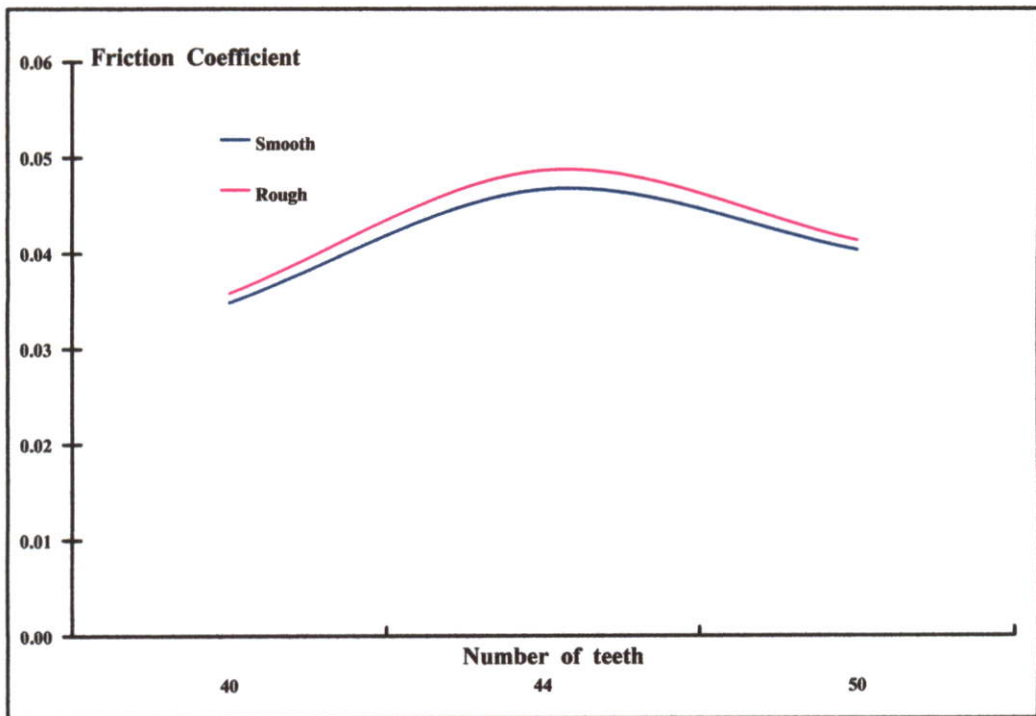
รูปที่ 7.78 แสดงการกระจายความหนาแน่นไรมิตที่จุด Pitch point ที่จำนวนฟันเฟืองขับต่างๆกัน



รูปที่ 7.79 แสดงการกระจายความหนืดไร้มิติที่จุด Pitch point ที่จำนวนฟันเฟืองขับต่างกัน



รูปที่ 7.80 แสดงค่าสัมประสิทธิ์แรงเสียดทานที่จุด Pitch point ที่จำนวนฟันเฟืองขับต่างกัน

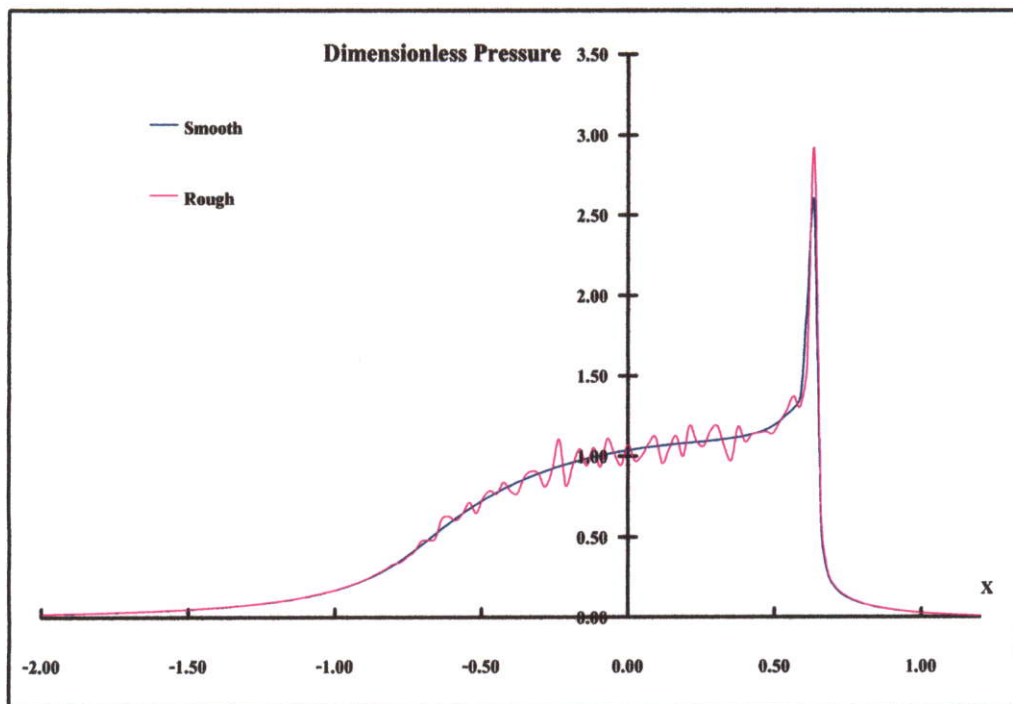


รูปที่ 7.81 แสดงค่าเปรียบเทียบสัมประสิทธิ์แรงเสียดทาน  
ระหว่างผิวเรียบกับหยาบที่จุด Pitch point

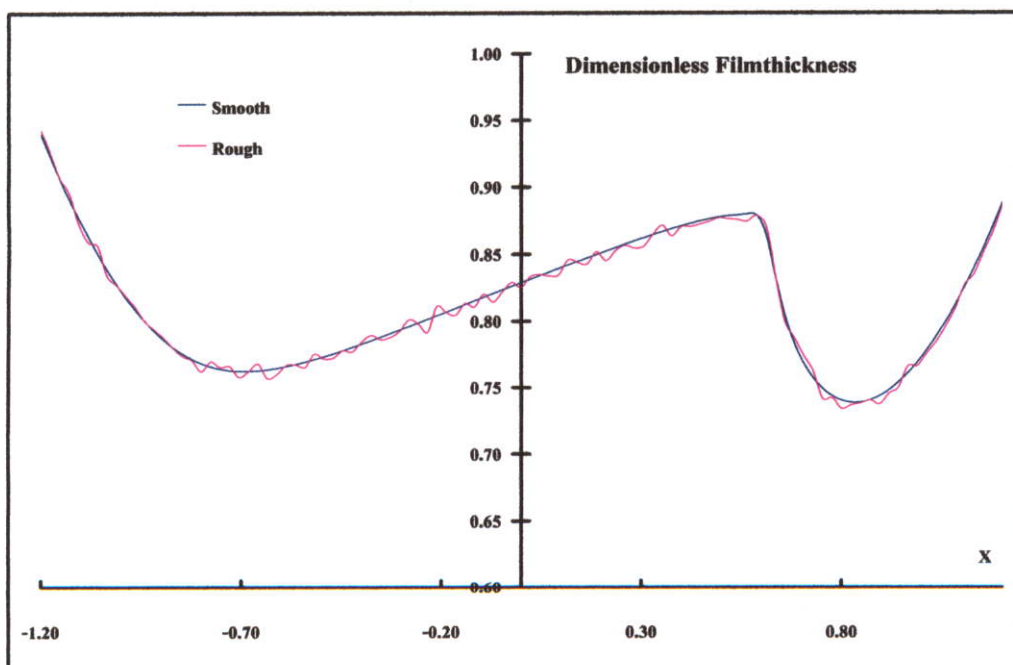
รูปที่ 7.66-7.72 ในกรณีผิวเรียบเมื่อทำการเพิ่มจำนวนฟันเพื่อจับพบว่า เมื่อจำนวนฟันเพื่อจับมากขึ้นส่งผลทำให้การรับภาระส่งกำลังลดน้อยลง แต่ในขณะเดียวกันความเร็วที่บริเวณที่หน้าฟันเพื่อสัมผัสกันจะมีความเร็วที่เพิ่มขึ้น ส่งผลทำให้การกระจายความดัน ความหนืด ความหนาแน่นมีค่าลดลง และการกระจายความหนาฟิล์มน้ำมันมีค่าเพิ่มขึ้น ส่วนสัมประสิทธิ์แรงเสียดทานมีผลกระทบจากภาระ และ ความเร็วที่ผิวสัมผัส ทำให้ในช่วงฟันเพื่อจับ 40-44 ฟัน สัมประสิทธิ์แรงเสียดทานมีค่าที่สูงขึ้นเนื่องจากผลของความเร็วที่ผิวสัมผัสมีมากกว่าภาระ ส่วนในช่วง 44-50 ฟัน สัมประสิทธิ์แรงเสียดทานมีค่าต่ำลงเนื่องจากผลของภาระมีมากกว่าความเร็วที่ผิวสัมผัส

รูปที่ 7.73-7.81 ในกรณีผิวหยาบเมื่อทำการเพิ่มจำนวนฟันเพื่อจับพบว่า การกระจายความดัน ความหนาฟิล์ม ความหนืด และ ความหนาแน่นมีแนวโน้มที่คล้ายกัน แต่ความหยาบส่งผลทำให้การกระจายความดัน ความหนาฟิล์ม ความหนาแน่น และความหนืดมีค่าที่ไม่สม่ำเสมอและผลของความหยาบส่งผลทำให้ค่าสัมประสิทธิ์แรงเสียดทานมีค่าที่สูงกว่าในกรณีผิวเรียบ

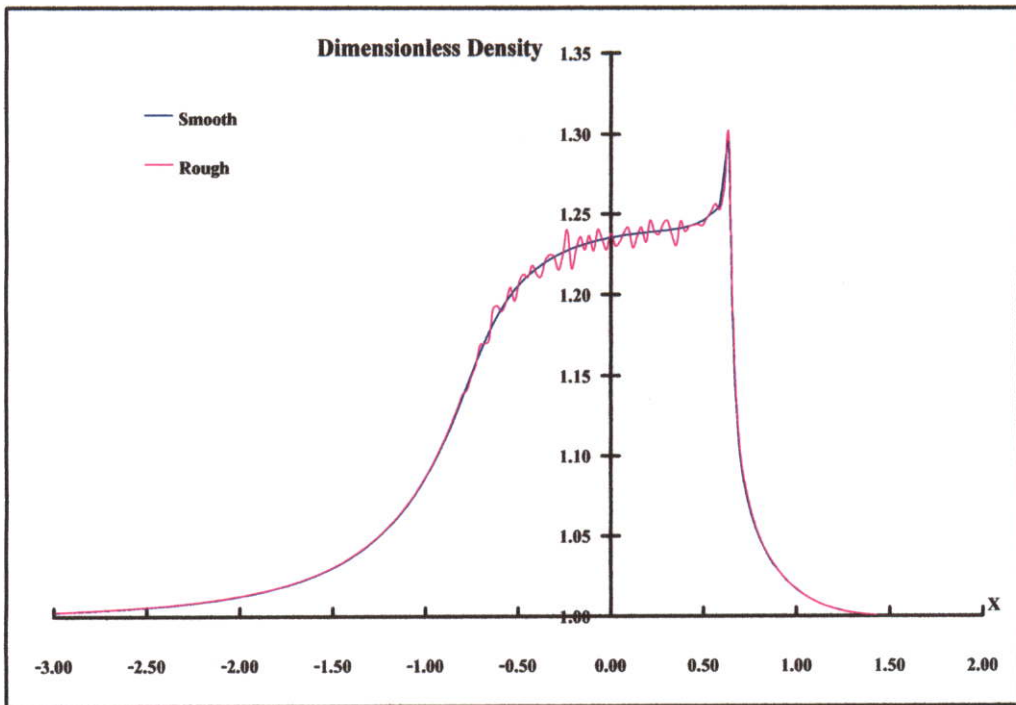
7.7 เปรียบเทียบผิวเรียบกับผิวหยาบ ที่ภาระการส่งกำลัง 12,000 W ความเร็วรอบ 1,500 RPM โมดูล 2 mm จำนวนฟันเฟืองจับ 45 ฟัน และใช้น้ำมัน SAE 40



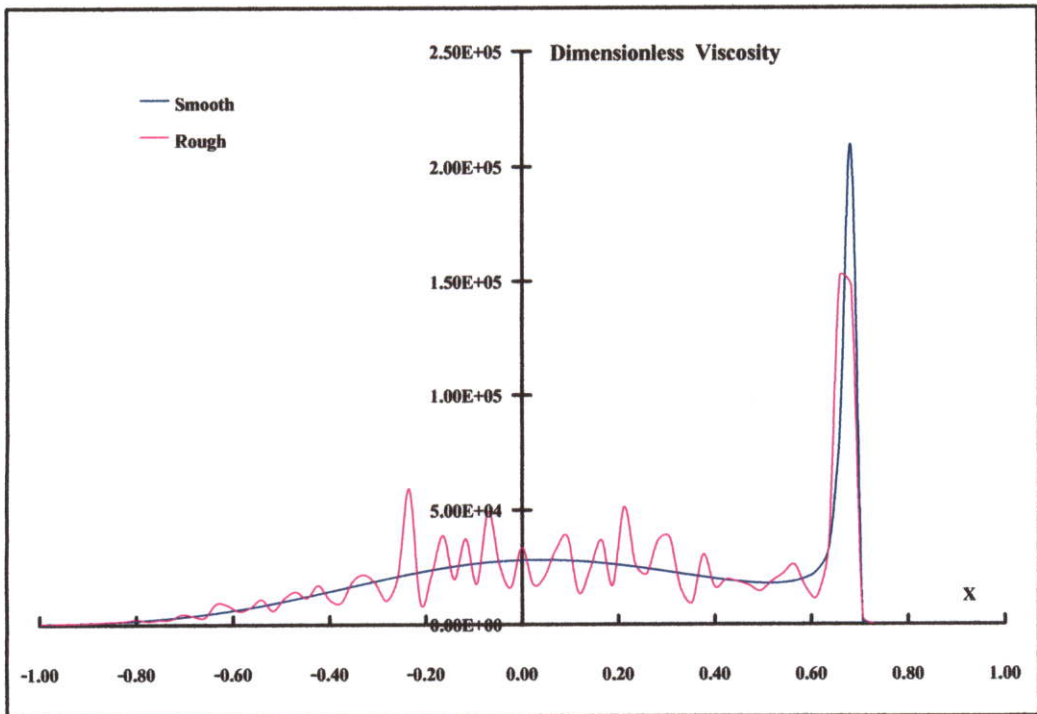
รูปที่ 7.82 แสดงการกระจายความดันไร้มิติของฟันเฟืองผิวเรียบกับฟันเฟืองผิวหยาบ



รูปที่ 7.83 แสดงการกระจายความหนาฟิล์มไร้มิติของฟันเฟืองผิวเรียบกับฟันเฟืองผิวหยาบ



รูปที่ 7.84 แสดงการกระจายความหนาแน่นไร้มิติของพื้นเพื่องผิวเรียบกับพื้นเพื่องผิวหยาบ



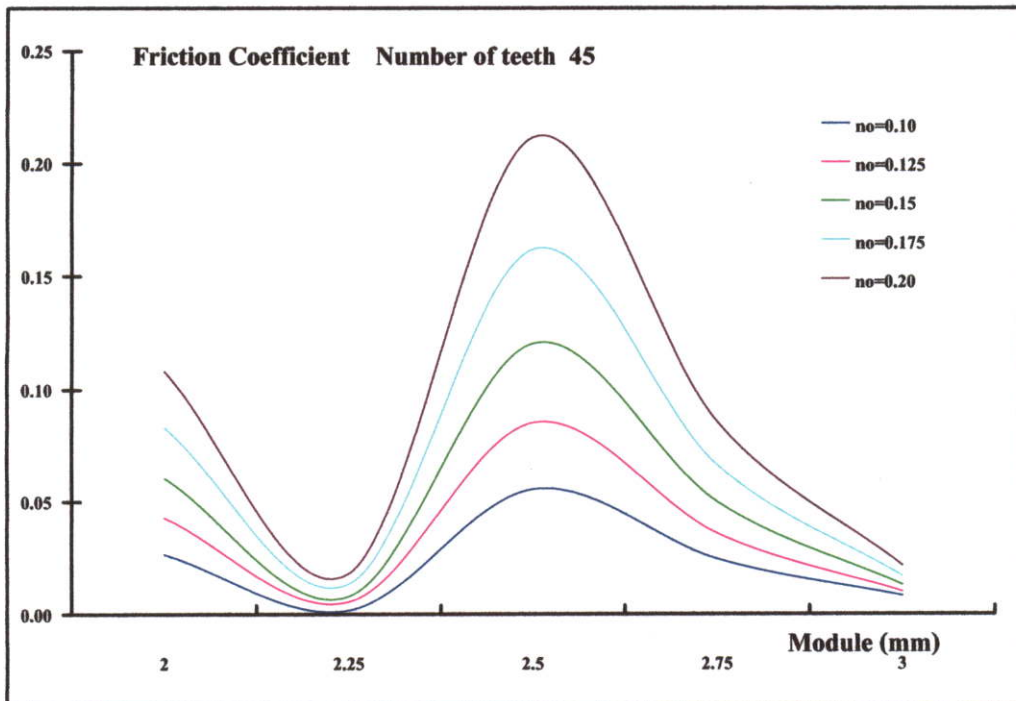
รูปที่ 7.85 แสดงการกระจายความหนืดไร้มิติของพื้นเพื่องผิวเรียบกับพื้นเพื่องผิวหยาบ

รูปที่ 7.82-7.85 เมื่อทำการเปรียบเทียบระหว่างผิวเรียบกับผิวที่มีความหยาบของฟันเฟือง พบว่าผลของความหยาบส่งผลทำให้การกระจายความดัน ความหนาฟิล์ม ความหนาแน่น และ ความหนืดมีค่าที่ไม่สม่ำเสมอ ในลักษณะเช่นนี้เองจึงส่งผลทำให้สัมประสิทธิ์แรงเสียดทานของ ผิวหยาบมีค่าที่สูงกว่า และมีโอกาสที่จะสึกกร่อนมากกว่ากรณีผิวเรียบ

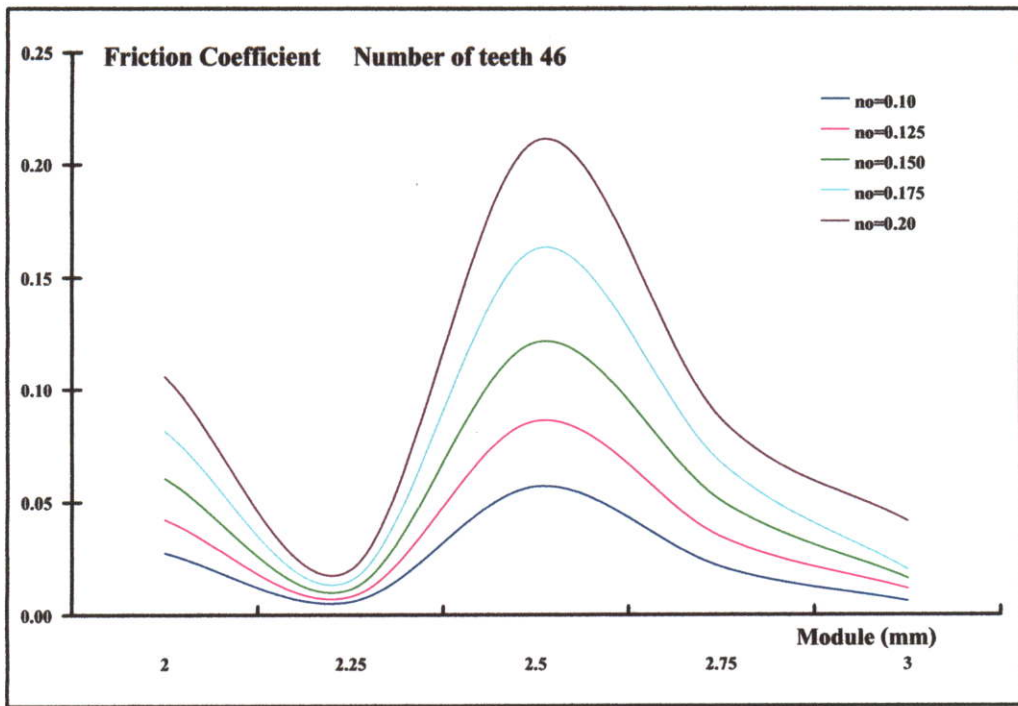
7.8 การหาค่าที่เหมาะสมที่สุดของฟันเฟืองตรง ที่สภาวะส่งถ่ายกำลัง 12,000 W

ความเร็วรอบ 2,100 RPM โดยการหาค่าโมดูล ความหนืดสัมบูรณ์ และ จำนวนฟันเฟืองขับ

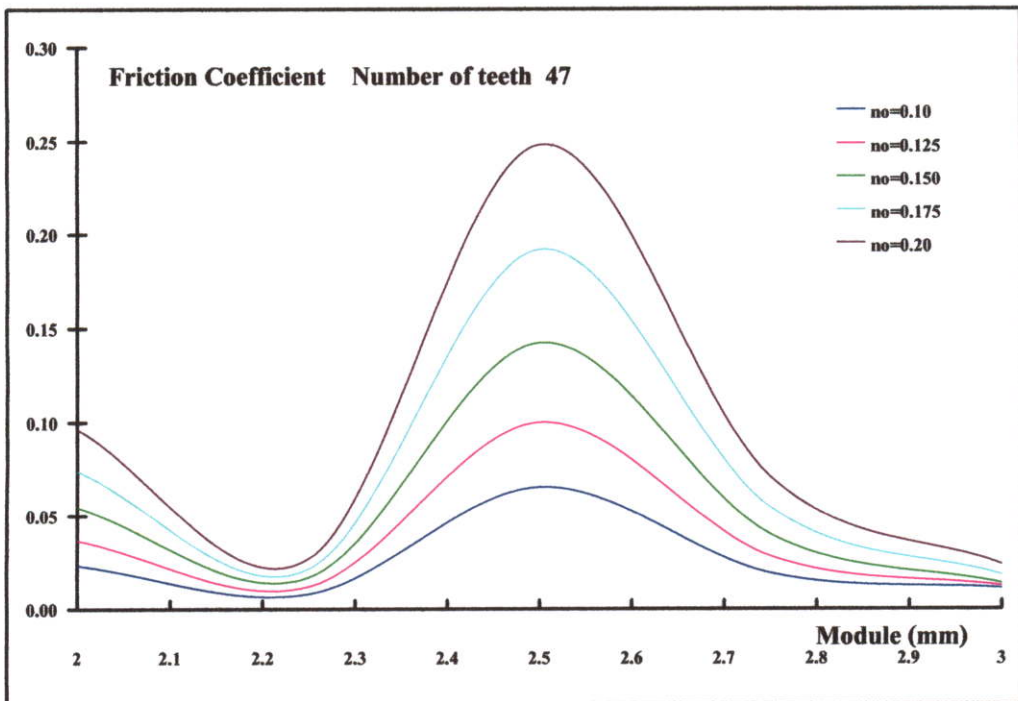
1) สัมประสิทธิ์แรงเสียดทาน



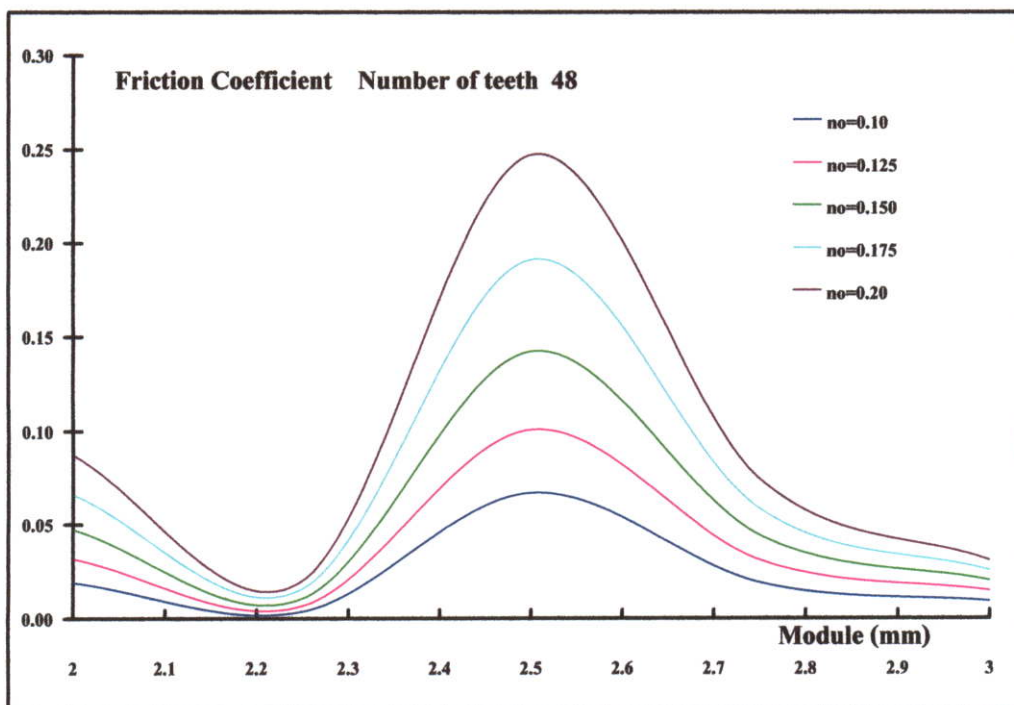
รูปที่ 7.86 แสดงค่าสัมประสิทธิ์แรงเสียดทานที่ขนาดโมดูลและความหนืดสัมบูรณ์ต่างๆกัน



รูปที่ 7.87 แสดงค่าสัมประสิทธิ์แรงเสียดทานที่ขนาดโมดูลและความหนืดสัมบูรณ์ต่างๆกัน

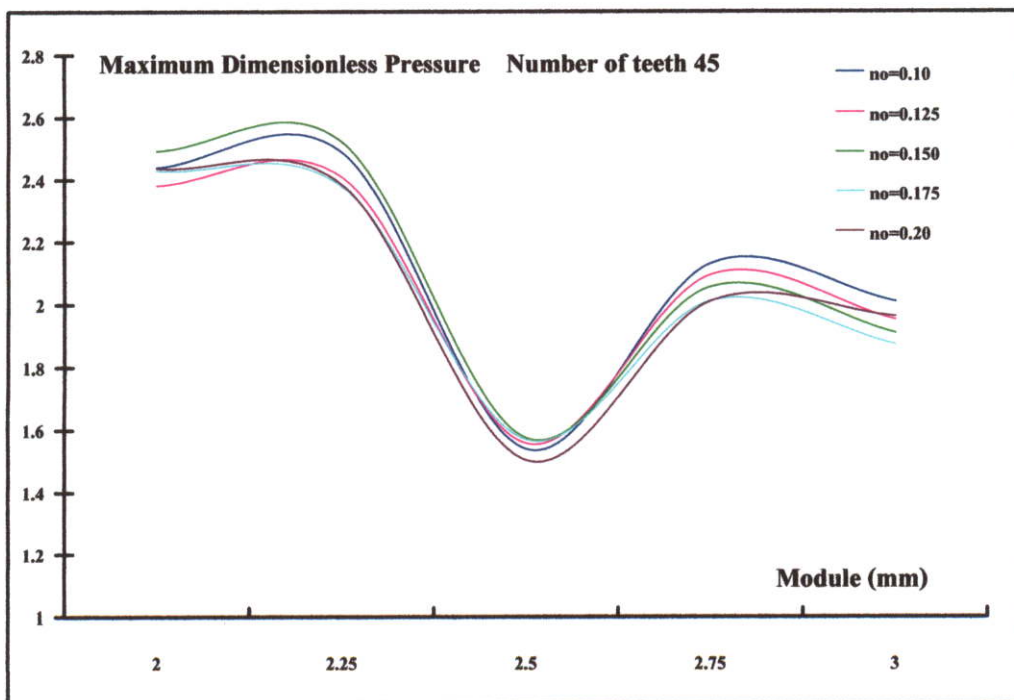


รูปที่ 7.88 แสดงค่าสัมประสิทธิ์แรงเสียดทานที่ขนาดโมดูลและความหนืดสัมบูรณ์ต่างๆกัน

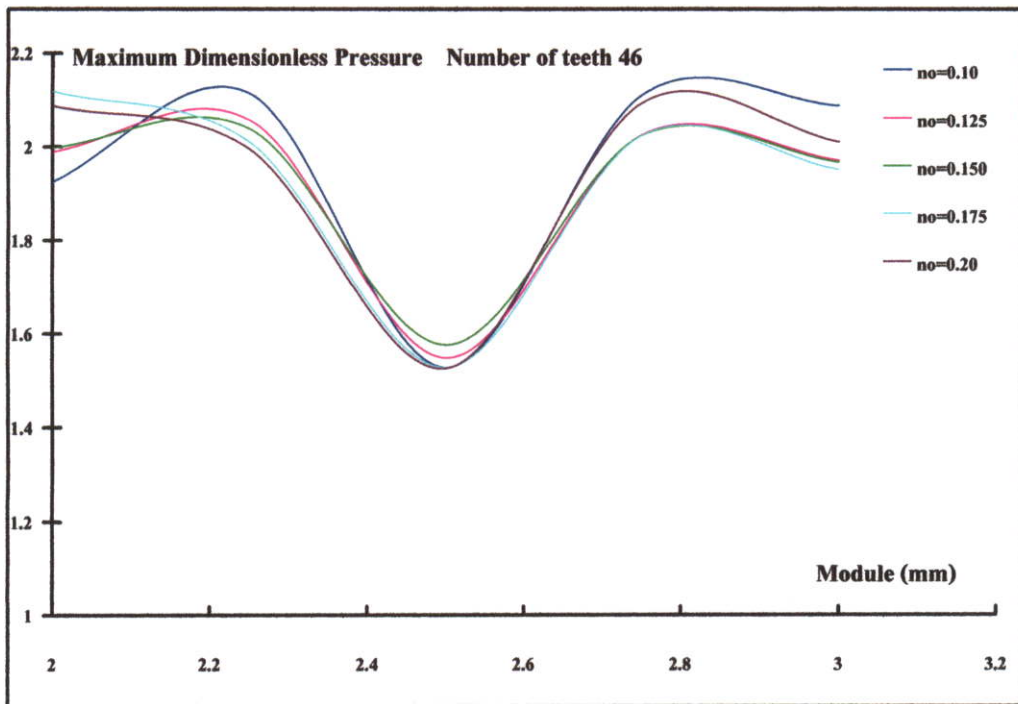


รูปที่ 7.89 แสดงค่าสัมประสิทธิ์แรงเสียดทานที่ขนาด โมดูลและความหนืดสัมบูรณ์ต่างๆกัน

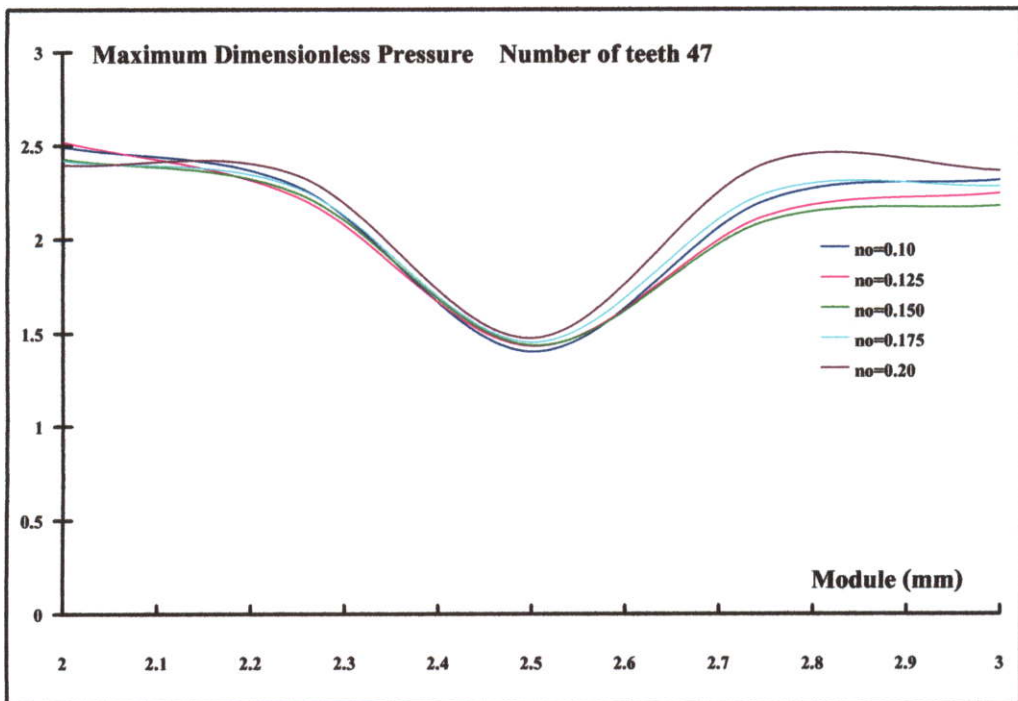
2) ความดันไร้มิติสูงสุด



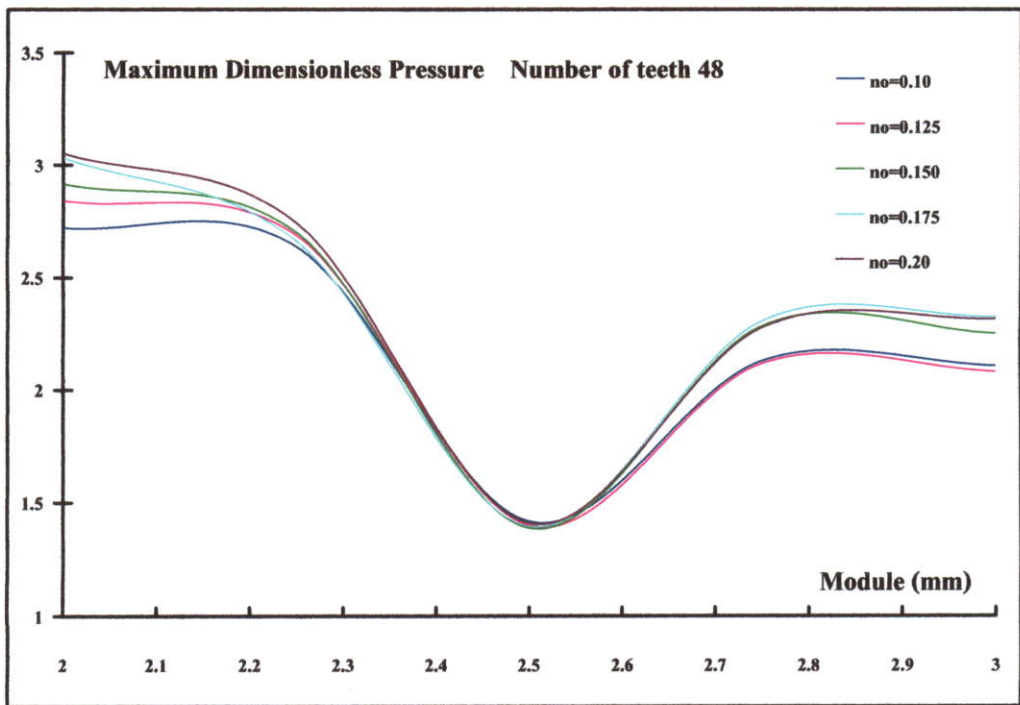
รูปที่ 7.90 แสดงค่าความดันสูงสุดไร้มิติที่ขนาด โมดูลและความหนืดสัมบูรณ์ต่างๆกัน



รูปที่ 7.91 แสดงค่าความดันสูงสุดไว้มิติที่ขนาดโมดูลและความหนืดสัมบูรณ์ต่างๆกัน

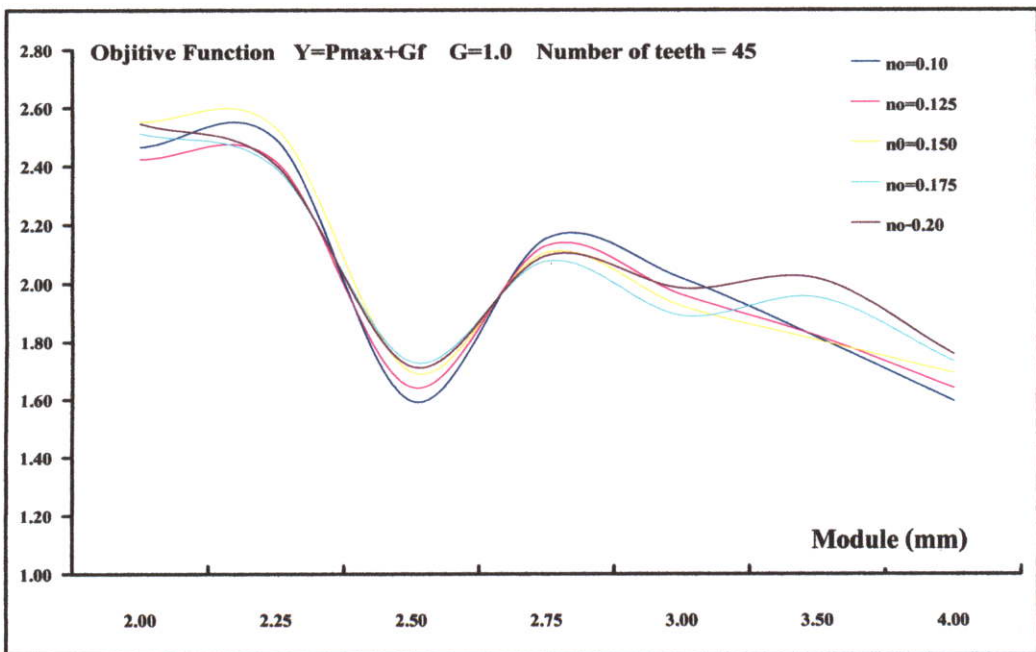


รูปที่ 7.92 แสดงค่าความดันสูงสุดไว้มิติที่ขนาดโมดูลและความหนืดสัมบูรณ์ต่างๆกัน

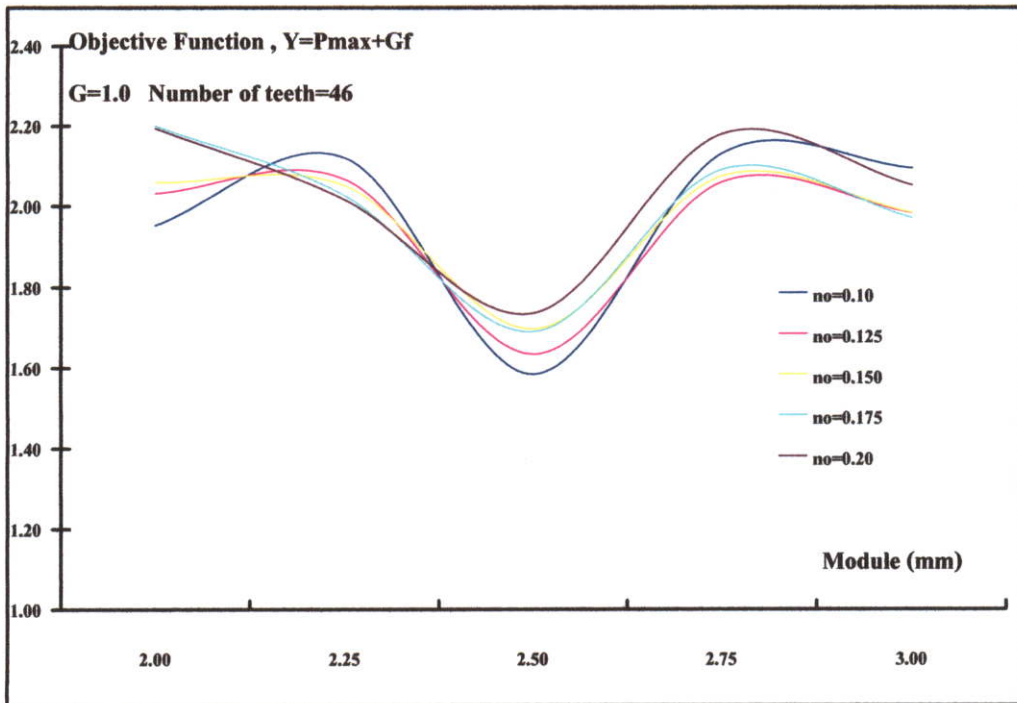


รูปที่ 7.93 แสดงค่าความดันสูงสุดไว้มิติที่ขนาดโมดูลและความหนืดสัมบูรณ์ต่างๆกัน

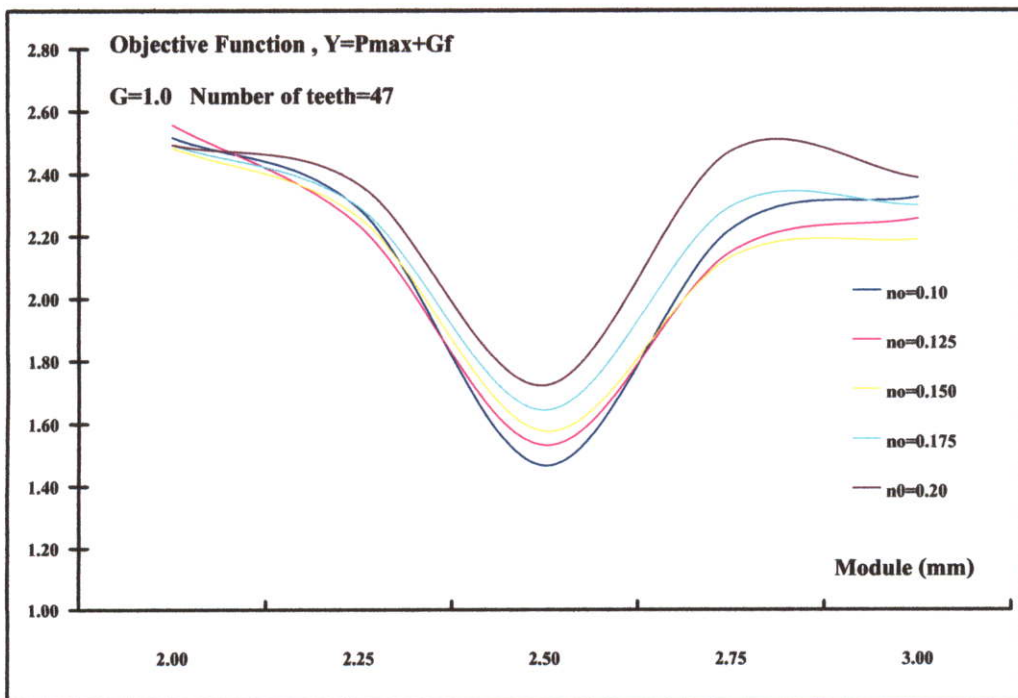
### 3) สมาการเป้าหมาย



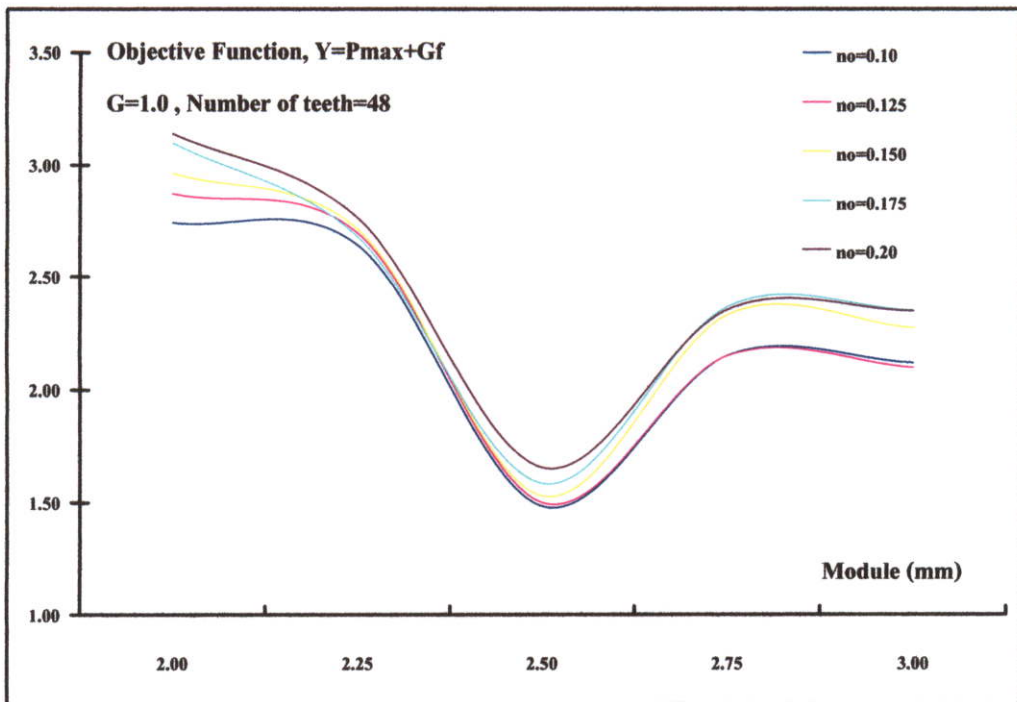
รูปที่ 7.94 แสดงกราฟ 2 มิติค่าฟังก์ชันเป้าหมายที่ขนาดโมดูล  
และความหนืดสัมบูรณ์ต่างๆกันที่  $G=1.0$



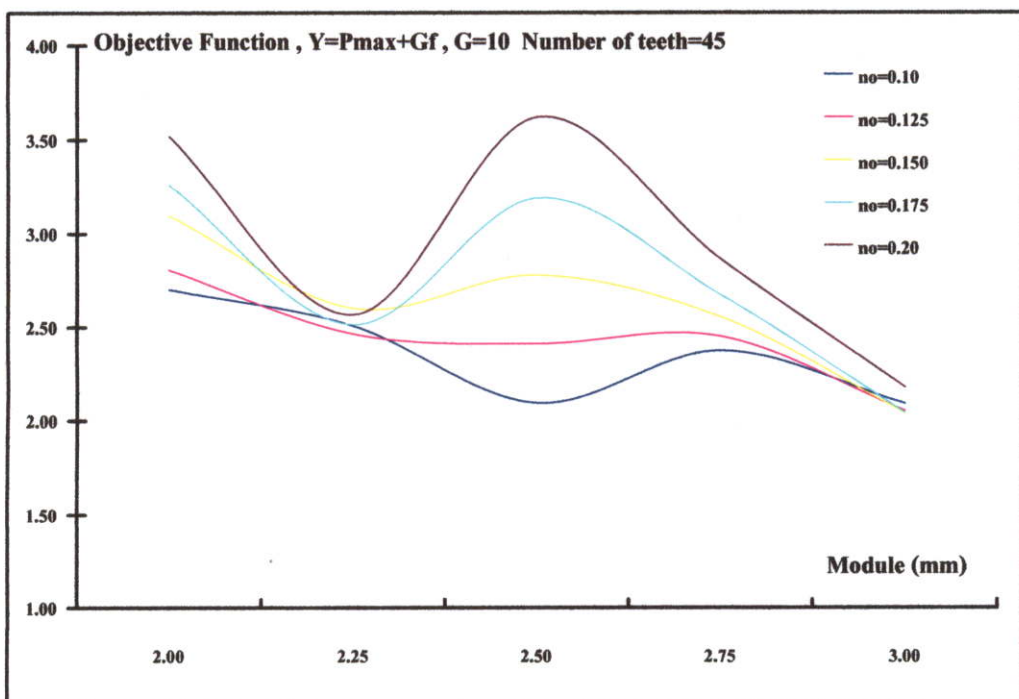
รูปที่ 7.95 แสดงกราฟ 2 มิติค่าฟังก์ชันเป้าหมายที่ขนาดโมดูล  
 และความหนืดสัมบูรณ์ต่างๆกันที่  $G=1.0$



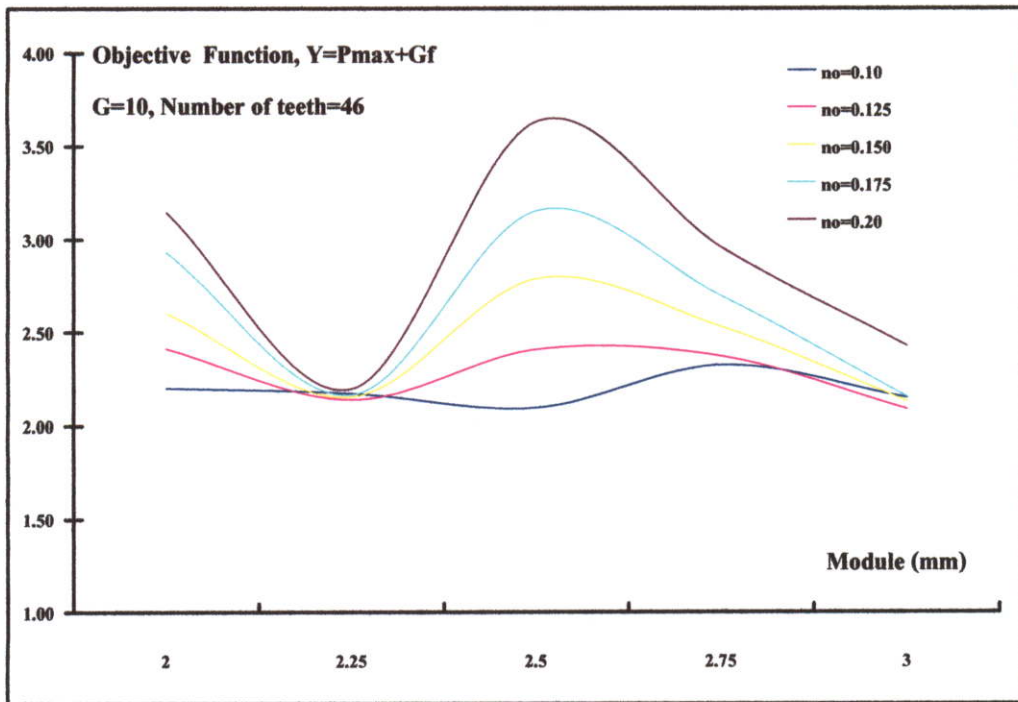
รูปที่ 7.96 แสดงกราฟ 2 มิติค่าฟังก์ชันเป้าหมายที่ขนาดโมดูล  
 และความหนืดสัมบูรณ์ต่างๆกันที่  $G=1.0$



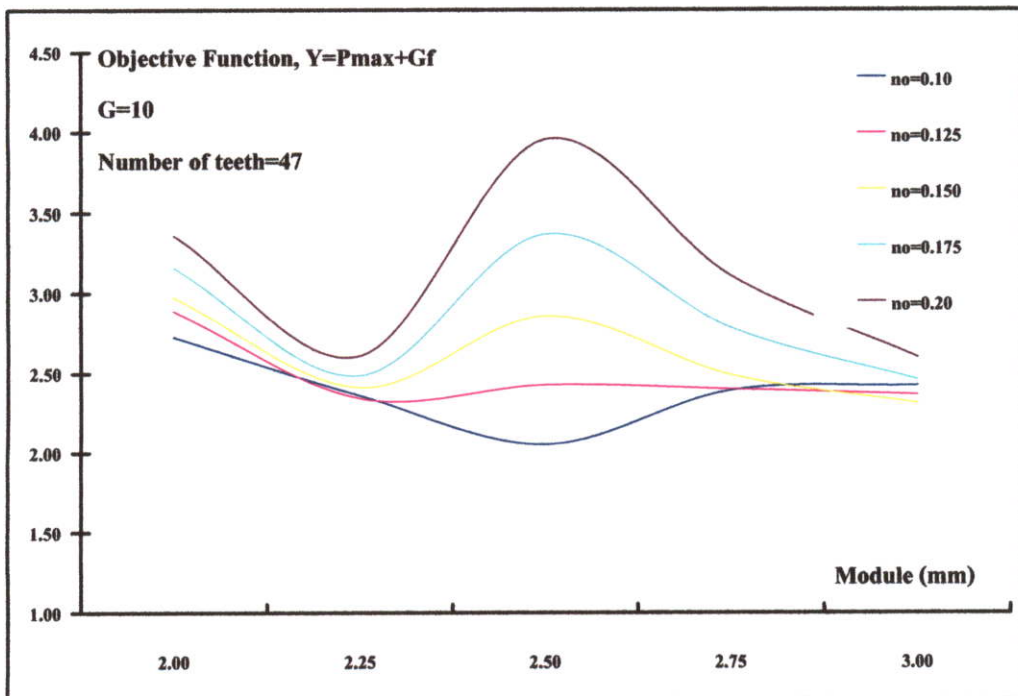
รูปที่ 7.97 แสดงกราฟ 2 มิติค่าฟังก์ชันเป้าหมายที่ขนาดโมดูล  
 และความหนืดสัมบูรณ์ต่าง ๆ กันที่  $G=1.0$



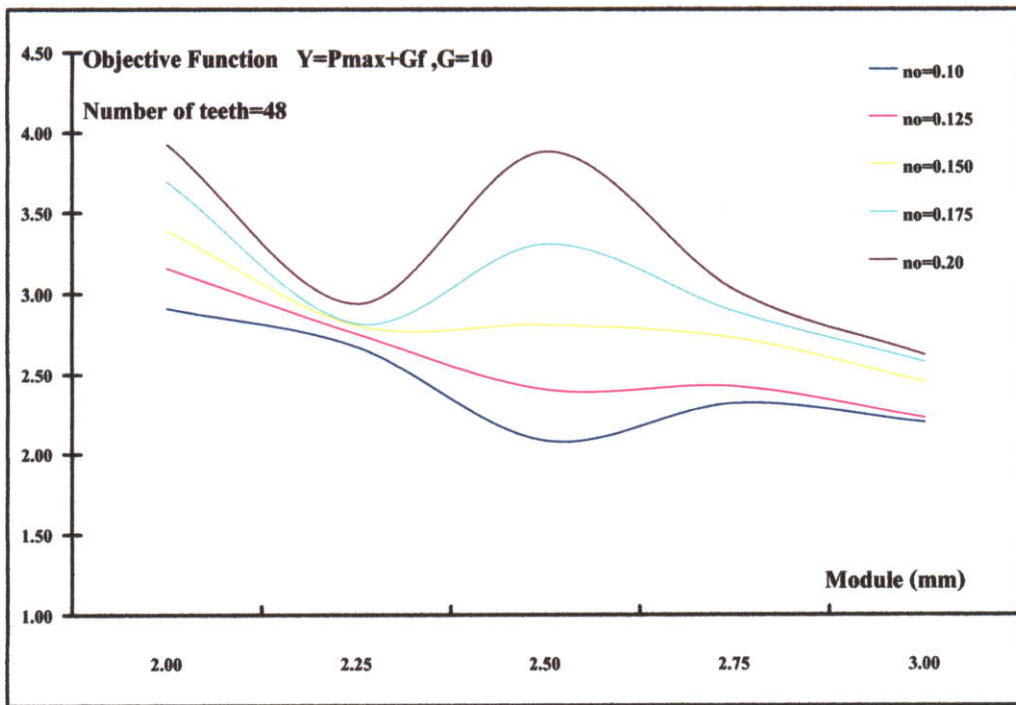
รูปที่ 7.98 แสดงกราฟ 2 มิติค่าฟังก์ชันเป้าหมายที่ขนาดโมดูล  
 และความหนืดสัมบูรณ์ต่าง ๆ กันที่  $G=10$



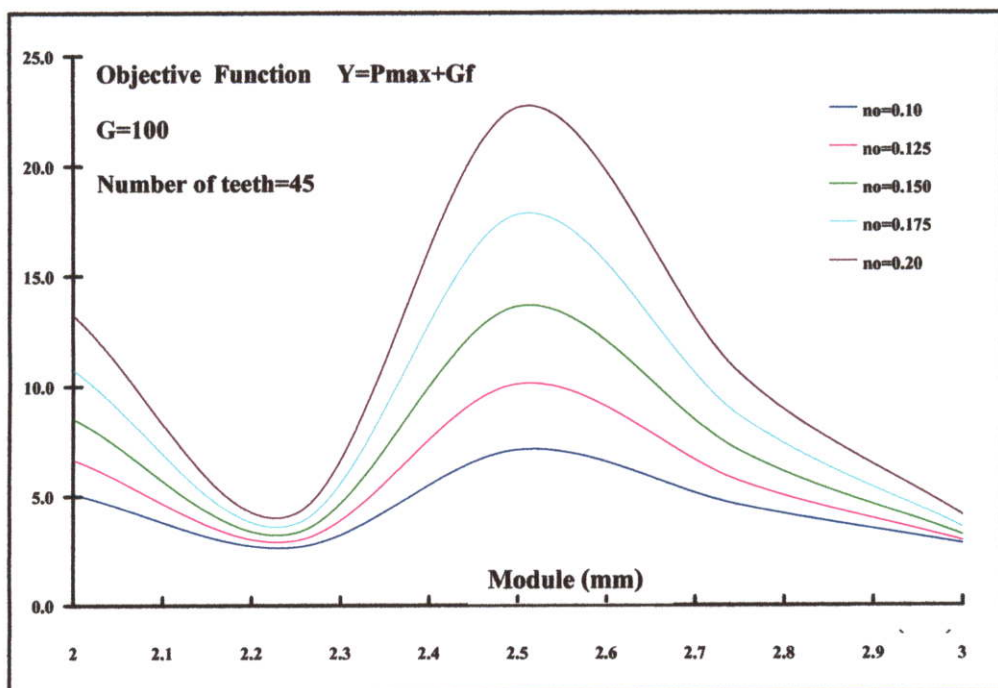
รูปที่ 7.99 แสดงกราฟ 2 มิติค่าฟังก์ชันเป้าหมายที่ขนาดโมดูล  
 และความหนืดสัมบูรณ์ต่าง ๆ กันที่  $G=10$



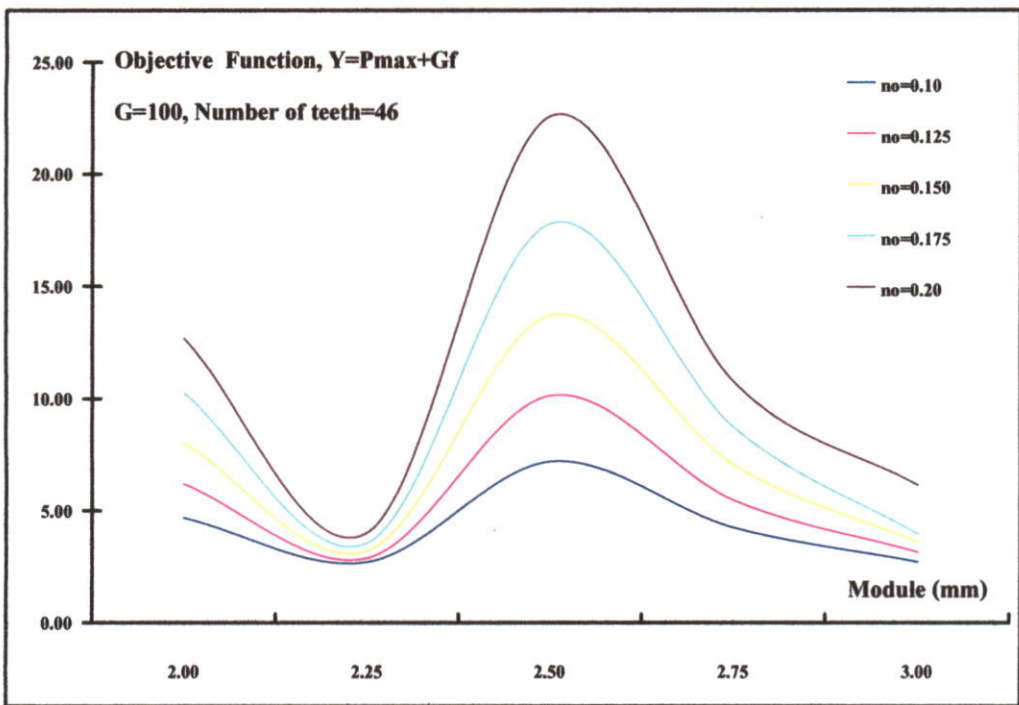
รูปที่ 7.100 แสดงกราฟ 2 มิติค่าฟังก์ชันเป้าหมายที่ขนาดโมดูล  
 และความหนืดสัมบูรณ์ต่าง ๆ กันที่  $G=10$



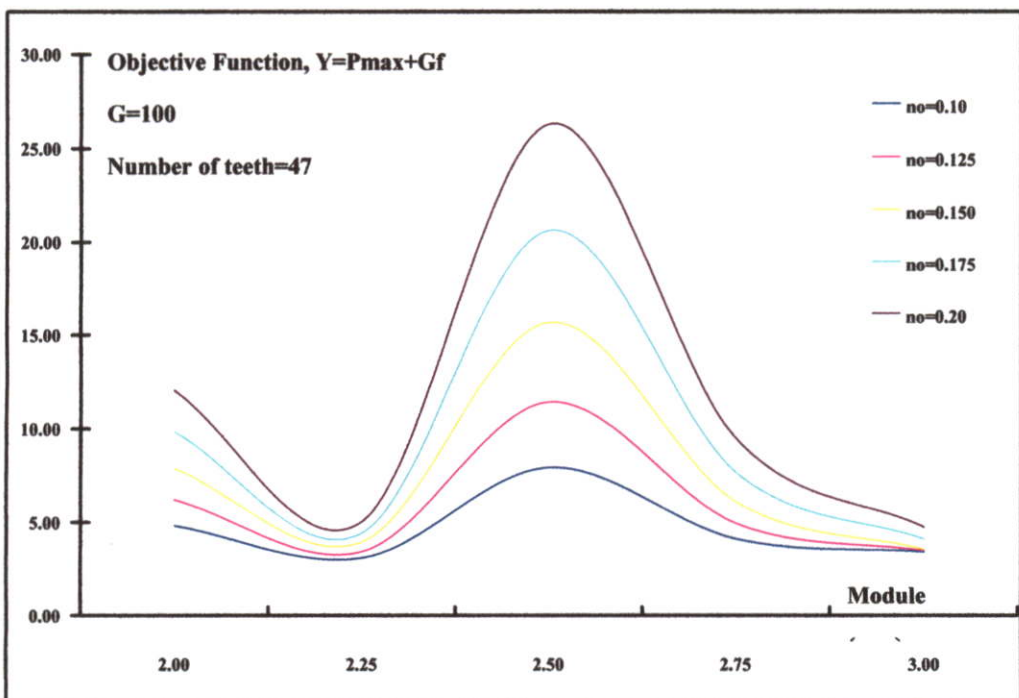
รูปที่ 7.101 แสดงกราฟ 2 มิติค่าฟังก์ชันเป้าหมายที่ขนาดโมดูล  
และความหนืดสัมบูรณ์ต่าง ๆ กันที่  $G=10$



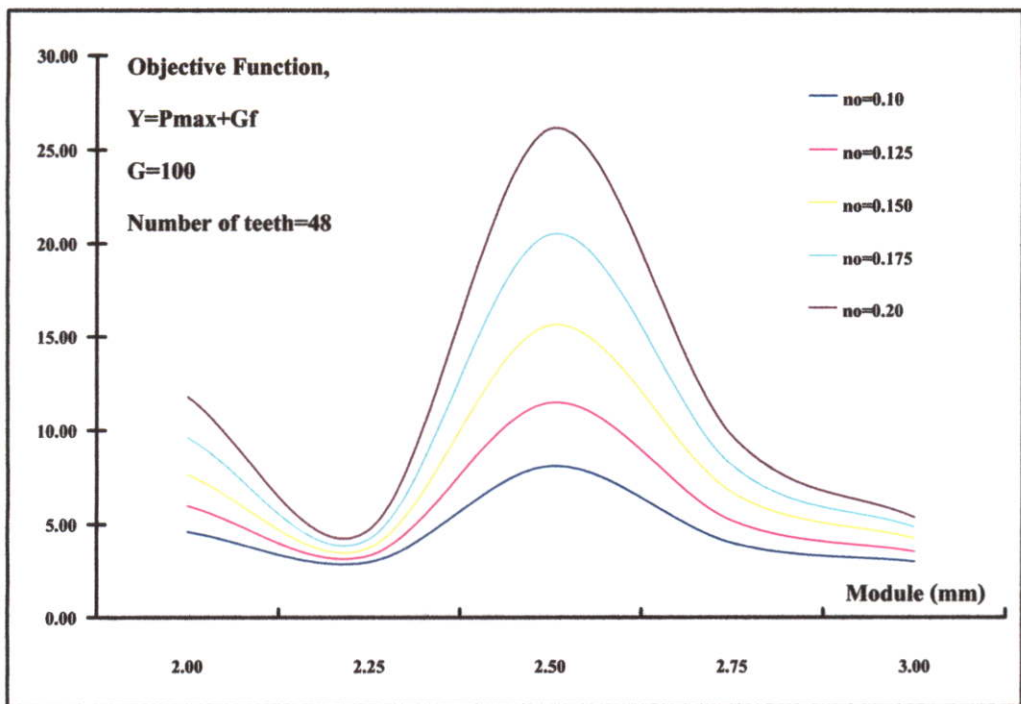
รูปที่ 7.102 แสดงกราฟ 2 มิติค่าฟังก์ชันเป้าหมายที่ขนาดโมดูล  
และความหนืดสัมบูรณ์ต่าง ๆ กันที่  $G=100$



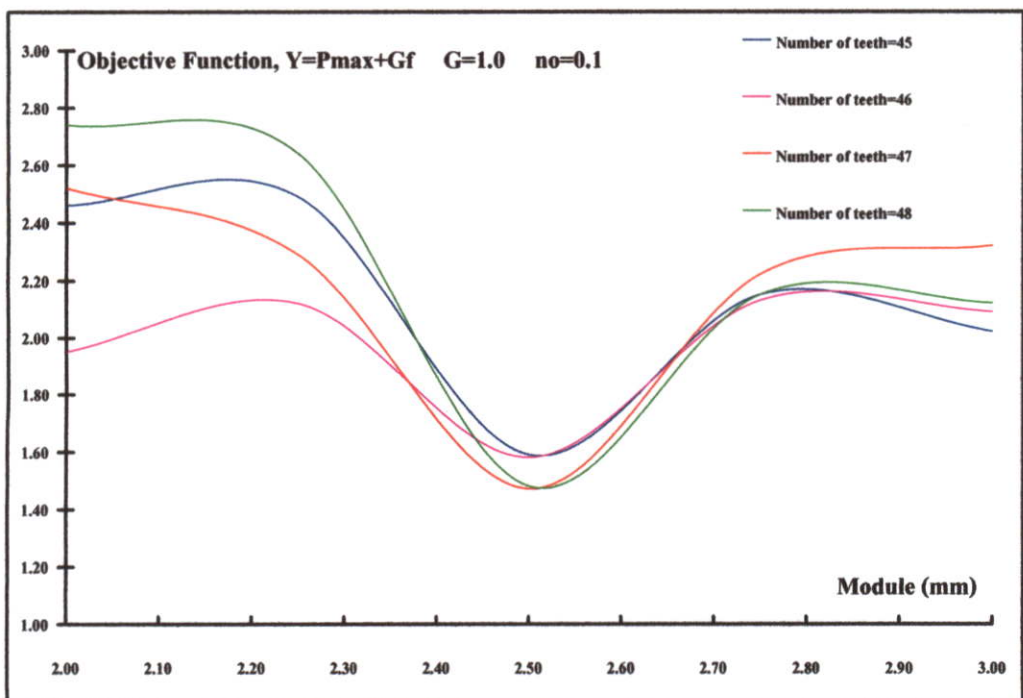
รูปที่ 7.103 แสดงกราฟ 2 มิติค่าฟังก์ชันเป้าหมายที่ขนาดโมดูล  
 และความหนืดสัมบูรณ์ต่าง ๆ กันที่  $G=100$



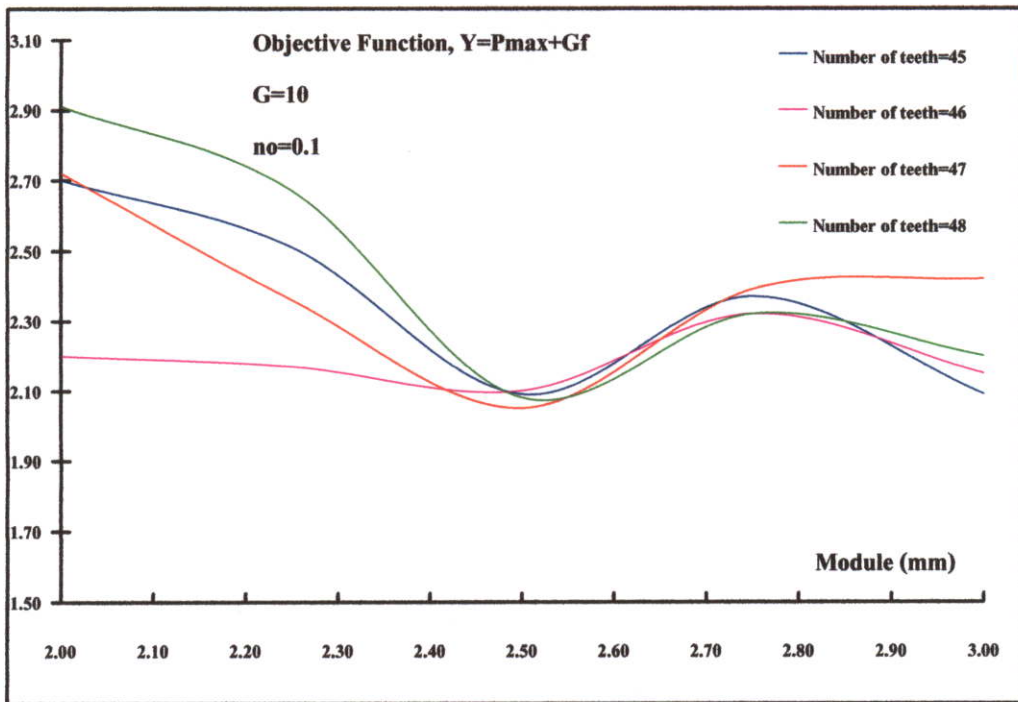
รูปที่ 7.104 แสดงกราฟ 2 มิติค่าฟังก์ชันเป้าหมายที่ขนาดโมดูล  
 และความหนืดสัมบูรณ์ต่าง ๆ กันที่  $G=100$



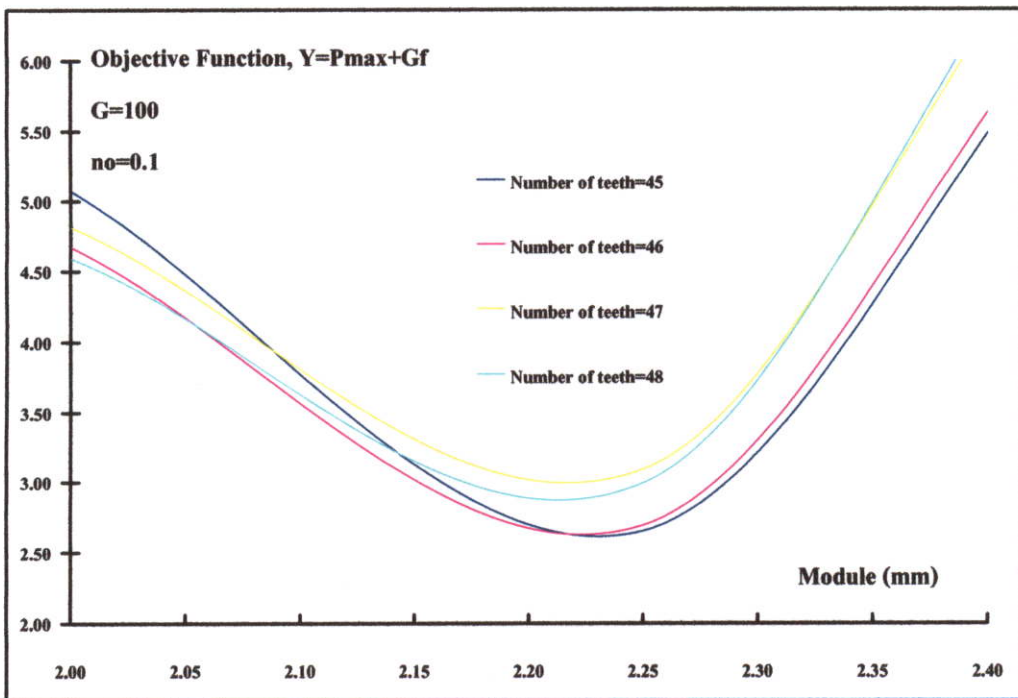
รูปที่ 7.105 แสดงกราฟ 2 มิติค่าฟังก์ชันเป้าหมายที่ขนาดโมดูล  
 และความหนืดสัมบูรณ์ต่าง ๆ กันที่  $G=100$



รูปที่ 7.106 แสดงค่าฟังก์ชันเป้าหมายที่โมดูลและจำนวนฟันต่าง ๆ กันของฟันเฟืองที่ความหนืด  
 สัมบูรณ์ 0.1 และ  $G=1.0$



รูปที่ 7.107 แสดงค่าฟังก์ชันเป้าหมายที่โมดูลและจำนวนฟันต่างกันของฟันเฟืองที่ความหนืดสัมบูรณ์ 0.1 และ  $G=10$



รูปที่ 7.108 แสดงค่าฟังก์ชันเป้าหมายที่โมดูลและจำนวนฟันต่างกันของฟันเฟืองที่ความหนืดสัมบูรณ์ 0.1 และ  $G=100$

รูปที่ 7.86-7.108 เป็นกราฟที่แสดงการหาค่าที่เหมาะสมที่สุดของฟีนเฟืองตรงเมื่อทำการเปลี่ยนค่าถ่วงน้ำหนัก  $G$  เท่ากับ 1.0, 10 และ 100 ที่ค่า  $G$  เท่ากับ 1.0 พบว่าค่าที่เหมาะสมที่สุดของฟีนเฟืองมีโมดูลเท่ากับ 2.5 mm จำนวนฟีนเฟืองขับ 47 ฟีน และความหนืดสัมบูรณ์ 0.1 และเมื่อเปลี่ยนค่า  $G$  เท่ากับ 10 พบว่าค่าที่เหมาะสมที่สุดของฟีนเฟืองมีโมดูลเท่ากับ 2.5 mm จำนวนฟีนเฟืองขับ 47 ฟีน และความหนืดสัมบูรณ์ 0.1 และเมื่อเปลี่ยนค่า  $G$  เท่ากับ 100 พบว่าค่าที่เหมาะสมที่สุดของฟีนเฟืองมีโมดูลเท่ากับ 2.25 mm จำนวนฟีนเฟืองขับ 45 ฟีน และความหนืดสัมบูรณ์ 0.1 ในการพิจารณาค่าในการถ่วงน้ำหนักนั้นเนื่องจากฟังก์ชันเป้าหมายประกอบด้วยความดันไรรวมสูงสุดและสัมประสิทธิ์แรงเสียดทานมีค่าที่แตกต่างกันมาก โดยความดันไรรวมจะมีความสูงมากเมื่อเทียบกับสัมประสิทธิ์แรงเสียดทานประมาณ 10 เท่า เพราะฉะนั้นถ้าจะพิจารณาผลของความดันไรรวมอย่างเดียวจึงให้ค่าถ่วงน้ำหนักน้อยๆ และถ้าจะให้สัมประสิทธิ์แรงเสียดทานมีผลมากขึ้นจึงให้ค่าถ่วงน้ำหนักมีค่าเพิ่มขึ้นตามลำดับ

## บทที่ 8

# บทสรุปและข้อเสนอแนะ

### 8.1 สรุปผลการจำลอง

ในวิทยานิพนธ์ฉบับนี้ทำการศึกษาพฤติกรรมการหล่อลื่นแบบอิลาสโตไฮโดรไดนามิกส์ของเฟืองฟันตรงที่ได้พิจารณาผลของความหนืดของฟันเฟือง การคำนวณเชิงตัวเลขทำได้โดยอาศัยวิธีนิวตันราฟสัน ในการแก้สมการเรย์โนลด์์ประยุกต์ และทำการหาค่าที่เหมาะสมที่สุดโดยใช้วิธีค้นหาทุกจุด และ วิธีโบรเคน-เฟลทเซอร์-โกลด์เฟรบ-เซนโน จากการจำลองพฤติกรรมคำตอบที่ได้รับทำการอ้างอิงหรือเช็คความถูกต้องจากค่าความหนาฟิล์มน้ำมันที่ต่ำที่สุดเทียบกับโมเดลการหาค่าฟิล์มน้ำมันต่ำสุดของ Pan และ Hamrock [2] อยู่ในค่าที่ยอมรับได้ สามารถสรุปผลการคำนวณได้ดังนี้ได้ดังต่อไปนี้

#### 8.1.1 พฤติกรรมของการหล่อลื่นแบบอิลาสโตไฮโดรไดนามิกส์ของเฟืองฟันตรง

- 8.1.1.1 เมื่อทำการเปลี่ยนภาระการส่งกำลังสูงขึ้นส่งผลทำให้ความดัน ความหนาแน่น และความหนืด มีค่าสูงขึ้น ส่วนความหนาฟิล์มน้ำมันจะน้อยลง ระยะการสัมผัสจะกว้างขึ้น และสัมประสิทธิ์แรงเสียดทานจะเพิ่มขึ้น
- 8.1.1.2 เมื่อทำการเปลี่ยนความเร็วรอบที่สูงขึ้นฟันเฟืองจะรับภาระน้อยลง แต่ความดันที่บริเวณทางออกของการสัมผัสจะสูงขึ้น ความหนาฟิล์มและความหนาแน่นจะเพิ่มขึ้นเมื่อความเร็วรอบเพิ่มขึ้นแต่ความหนืดจะลดลงเมื่อความเร็วรอบเพิ่มขึ้น ส่วนสัมประสิทธิ์แรงเสียดทานจะเพิ่มสูงขึ้น
- 8.1.1.3 เมื่อทำการเปลี่ยนค่าโมดูลฟันเฟืองสูงขึ้นความเร็วที่ผิวหน้าสัมผัสจะเพิ่มสูงขึ้นแต่ฟันเฟืองจะรับภาระน้อยลง ความดัน ความหนาแน่น และ ความหนืด จะมีค่าลดลงเมื่อค่าโมดูลฟันเฟืองเพิ่มขึ้น ส่วนความหนาฟิล์มน้ำมันจะมีค่าสูงขึ้นเมื่อโมดูลฟันเฟืองมีค่าสูงขึ้น สัมประสิทธิ์แรงเสียดทานจะรับผลกระทบจากความเร็วที่เพิ่มขึ้นกับภาระที่ลดต่ำลง จึงทำให้สัมประสิทธิ์แรงเสียดทานมีลักษณะเป็นระฆังหงายเมื่อโมดูลเพิ่มสูงขึ้นเพราะในช่วงแรกภาระมีผลมากกว่าความเร็วที่ผิวสัมผัส ส่วนช่วงหลังความเร็วที่ผิวสัมผัสมีผลมากกว่าภาระ
- 8.1.1.4 เมื่อทำการเปลี่ยนชนิดของสารหล่อลื่น SAE 90 จะมีความหนืดที่สูงกว่า SAE 40 ทำให้ ความหนาฟิล์มของ SAE 90 หนากว่า SAE 40 แต่ความดันที่บริเวณทางออกและความหนาแน่นจะต่ำกว่า SAE 40
- 8.1.1.5 เมื่อทำการเปลี่ยนแปลงจำนวนฟันเฟืองเข้ามากขึ้นฟันเฟืองจะรับภาระน้อยลง แต่ความเร็วที่ผิวหน้าสัมผัสจะเพิ่มสูงขึ้น ความดัน ความหนาแน่น และ ความหนืด

จะมีค่าลดลงเมื่อจำนวนฟันเฟืองขับเพิ่มขึ้น ส่วนความหนาฟิล์มน้ำมันจะมีค่าสูงขึ้นเมื่อจำนวนฟันเฟืองขับสูงขึ้น สัมประสิทธิ์แรงเสียดทานจะรับผลกระทบจากความเร็วที่ผิวสัมผัสที่เพิ่มขึ้นกับภาระที่ลดต่ำลง จึงทำให้สัมประสิทธิ์แรงเสียดทานมีลักษณะเป็นระฆังคว่ำเมื่อจำนวนฟันเฟืองขับเพิ่มสูงขึ้นเพราะในช่วงแรกความเร็วที่ผิวสัมผัสมีผลมากกว่าภาระ ส่วนในช่วงหลังภาระมีผลมากกว่าความเร็วที่ผิวสัมผัส

### 8.1.2 ผลของผิวหยาบที่มีต่อพฤติกรรมของการหล่อลื่นแบบฮิดราสโตไฮโดรไดนามิกส์

8.1.2.1 ความหยาบผิวของฟันเฟืองขับและเฟืองตามส่งผลทำให้การกระจายความดันความหนาฟิล์มน้ำมัน ความหนาแน่น และ ความหนืดมีค่าที่ไม่สม่ำเสมอ

8.1.2.2 ความหยาบผิวของฟันเฟืองขับและเฟืองตามส่งผลทำให้สัมประสิทธิ์แรงเสียดทานมีค่าสูงกว่าในกรณีที่เป็นผิวเรียบ เพราะฉะนั้นเฟืองที่มีความหยาบมากจึงเสียหายได้ง่ายกว่าเฟืองที่เป็นผิวเรียบ

### 8.1.3 การหาค่าที่เหมาะสมที่สุด

8.1.3.1 เมื่อค่าถ่วงน้ำหนักมีค่าเท่ากับ 1.0 ความดันจะมีผลมากกว่าสัมประสิทธิ์แรงเสียดทาน

ทำให้ค่าที่เหมาะสมที่สุด อยู่ที่โมดูลเท่ากับ 2.5 mm จำนวนฟันเฟืองขับ 47 ฟัน และความหนืดสัมบูรณ์ 0.1

8.1.3.2 เมื่อค่าถ่วงน้ำหนักมีค่าเท่ากับ 10 สัมประสิทธิ์แรงเสียดทานจะมีผลมากขึ้น ทำให้ค่าที่เหมาะสมที่สุด อยู่ที่โมดูลเท่ากับ 2.5 mm จำนวนฟันเฟืองขับ 47 ฟัน และความหนืดสัมบูรณ์ 0.1

8.1.3.3 เมื่อค่าถ่วงน้ำหนักมีค่าเท่ากับ 100 สัมประสิทธิ์แรงเสียดทานจะมีผลมากกว่าความดัน ทำให้ค่าที่เหมาะสมที่สุด อยู่ที่โมดูลเท่ากับ 2.25 mm จำนวนฟันเฟืองขับ 45 ฟัน และความหนืดสัมบูรณ์ 0.1

8.1.3.4 จาก 8.1.3.1-8.1.3.3 ค่าที่เหมาะสมที่สุดที่ได้มีค่าใกล้เคียงกันอันเนื่องมาจากความดันไร้มิติในสมการเป้าหมายมีค่ามากกว่าสัมประสิทธิ์แรงเสียดทานมากทำให้ได้ค่าที่ใกล้เคียงกัน

## 8.2 ข้อเสนอแนะ

ในวิทยานิพนธ์นี้ได้มีข้อสมมุติฐานคือทำการศึกษาในกรณีที่ไม่คิดผลกระทบของอุณหภูมิซึ่งในการทำงานของฟันเฟืองนั้นอุณหภูมิจะมีผลต่อความหนืดของน้ำมันเพื่อความถูกต้องมากขึ้นควรคิดผลกระทบของอุณหภูมิเพื่อความถูกต้องมากขึ้น

ในการหาขนาดฟันเฟืองที่เหมาะสมที่สุดเพื่อยืนยันความถูกต้องน่าจะทำการทดสอบหาความสึกหรอนของฟันเฟืองที่หาได้จากการคำนวณ เพื่อสามารถนำค่าที่ได้นำไปออกแบบต่อไป

ในการหาค่าที่เหมาะสมที่สุดของเฟืองควรกำหนดขอบเขตของตัวแปรที่มากขึ้นเพื่อที่จะได้เปรียบเทียบกับตำแหน่งอื่น และได้ค่าที่แตกต่างกันมากขึ้นเมื่อเปลี่ยนค่าถ่วงน้ำหนัก

ในสมการเป้าหมายเนื่องจากสัมประสิทธิ์แรงเสียดทานที่ใช้ไม่ได้คูณกับแฟกเตอร์ทำให้ค่าสัมประสิทธิ์แรงเสียดทานมีค่าน้อยกว่าความดันไรมิติดมาก จึงควรคำนวณหาแฟกเตอร์เพื่อคูณกับสัมประสิทธิ์แรงเสียดทานก่อนที่จะไปคำนวณในสมการเป้าหมาย

## บรรณานุกรม

- [1] Singiresu S. Engineering optimization. New York :JOHN WILEY & SONS, Inc1996
- [2] Bernard J. Hamrock. Fundamental of Fluid Film Lubrication. New York: McGraw – Hill, Inc 1994.
- [3] Gohar R.. Elastohydrodynamics. New York: JOHN WILEY & SONS, Inc1988.
- [4] Youqiang Warg, Hongqu Li, Jingwei Tong, Peiran Yawg. “Transient thermoelastohydrodynamic Lubrication analysis of an Involute spur gear” Tribology International, vol 37, 2004.pp.773-781
- [5] Tae-Jo Park, Kyung-Woong Kim. “Elastohydrodynamic lubrication of a finite line contact”. WEAR. vol 223, 1998. pp. 102-109
- [6] Roland Larsson. “Transient non-Newtonian elastohydrodynamic Lubrication analysis of an Involute spur gear”. WEAR, vol 207, 1997. pp. 67-73
- [7] Bhattacharjee R.C. and Dast N.C. “Power law fluid model incorporated into elastohydrodynamic lubrication theory of line contact.” Tribology International, vol. 29, 1996. pp. 405-413.
- [8] Osborn K.F. and Sadeghi F. “Time Dependent Line EHD Lubrication Using the Multigrid/Multilevel Technique.” Tran. ASME. Journal of Tribology, vol. 114, January 1992. pp. 68-74.
- [9] Okamura H. “A contribution to the numerical analysis of isothermal elastohydrodynamic lubrication.” Tribology of Reciprocating Engines. D. Dowson et al. (eds) Butterworth, Guilford, England, pp.313-320.
- [10] Venner C.H. and Ten Napal W.E. “Surface Roughness Effects in an EHL Line Contact.” Tran. ASME. Journal of Tribology, vol. 114, July 1992. pp. 616-662.
- [11] Xiaolan Ai, Herbert S. Cheng. “A Transient EHL Analysis for Line Contacts with Measured Surface Roughness Using Multigrid Technique.” Tran. ASME. Journal of Tribology, vol. 116, July 1994. pp. 549-558.
- [12] Levy H. and Lessman F. Finite differential equations. New York: Dover. Inc1992.
- [13] Richard L. and Burden. Numerical analysis. Boston: PWS, Inc 1993.
- [14] ดร. วรวิทย์ อิงภากรณ์. ชาญ ถนัดงาน. การออกแบบเครื่องจักรกล.กรุงเทพฯ:ซีเอ็ดบุ๊คเซ็น.2541

[15] ขนิษฐา วงษ์สีดาแก้ว “การออกแบบหาขนาดของหัวอ่านที่เหมาะสมที่สุดในอุปกรณ์  
จัดเก็บข้อมูล ทางแม่เหล็กไฟฟ้า” วิทยานิพนธ์วิศวกรรมศาสตรมหาบัณฑิต สาขา  
วิศวกรรมเครื่องกล บัณฑิตวิทยาลัย สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหาร  
ลาดกระบัง

[16] The University of Western Australia “Spur Gears”. [www.mech.uwa.edu.au](http://www.mech.uwa.edu.au)

## ภาคผนวก

ภาคผนวก ก.

**ผลงานวิจัยที่ได้รับการตีพิมพ์**





การศึกษาทางวิศวกรรมกลศาสตร์ของเครื่องจักรกลไฮดรอลิก  
ของฟันเฟืองชนิดตรง

Theoretical Investigation of Elastohydrodynamic  
Lubrication in Spur Gears

ชื่อผู้แต่ง: ...  
ชื่อผู้แต่ง: ... Mongkol Mongkol Mongkol

บทคัดย่อ

บทความนี้เป็นผลการศึกษาทางวิศวกรรมกลศาสตร์ของเครื่องจักรกลไฮดรอลิกของฟันเฟืองชนิดตรง โดยคิดผลกระทบของภาวะ  
ความหนืด ความเร็ว และอุณหภูมิที่เปลี่ยนแปลงตามเวลา ในกรณีที่สารหล่อลื่นมีพฤติกรรมเป็นแบบนิวโตเนียน โดย  
ศึกษาในเขตของน้ำหล่อลื่นที่แรงดันสูง โดยใช้วิธีของน้ำอัดอากาศ เพื่อหาความหนาของฟิล์ม ความเร็วของฟิล์ม และ  
ความหนืดของฟิล์มที่เปลี่ยนแปลงตามความเร็วของฟันเฟือง และ เปรียบเทียบกับ ผลการศึกษาก่อนหน้านี้ ซึ่งพบว่า  
การเปลี่ยนแปลงของความหนืดที่บริเวณทางเข้าของฟิล์มมีผลต่อความหนาของฟิล์มที่บริเวณทางออกของฟิล์ม  
ซึ่งฟิล์มที่หนาขึ้นจะมีความหนืดสูงซึ่งจะส่งผลให้ความหนาของฟิล์มที่บริเวณทางออกของฟิล์มมีความหนาขึ้น  
การศึกษานี้ช่วยให้นักวิจัยสามารถทำนายการเปลี่ยนแปลงของความหนืดของฟิล์มที่บริเวณทางออกของฟิล์มได้ ซึ่งมีความ  
สำคัญต่อการออกแบบเครื่องจักรกลไฮดรอลิกที่มีประสิทธิภาพสูง

ABSTRACT

The paper presents a study of elastohydrodynamic lubrication characteristics in the contact region of spur gears. The  
time-dependent Reynolds equation and elastic equation were formulated for  
compressible fluids. Newton-Raphson method was implemented to obtain the pressure, film thickness and viscosity  
profiles in the contact region at various load and speed conditions. The simulation results show that the film  
thickness increase but the film thickness decrease. For the increasing the gear speed, the maximum pressure  
decrease in the inlet near the inlet as well as the film thickness increases which allows continuity equation.

Keywords: Elastohydrodynamic, Newton-Raphson method, finite difference method, spur gears, lubrication

สาขาวิศวกรรมเครื่องกล, สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง  
10130 กรุงเทพมหานคร 10520  
E-mail: mmm@kmitl.ac.th





$$\frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{h^3}{12\eta} \frac{\partial p}{\partial x} \right) = u \frac{\partial(\rho h)}{\partial x} = \frac{\partial(\rho h)}{\partial t}$$

เมื่อเราใส่ค่า  $u$  ของฟิล์มเปียก จะมีลักษณะทางกายภาพ ดังนี้ คือผลของโมเมนต์เฉื่อยที่มีต่อฟิล์มเปียกจะน้อยมากจนสามารถมองข้ามได้

จากสม. (1) และ (2) จะได้รูปสมการของฟิล์มเปียกใช้วิธีสมดุลกำลัง ดังนี้

$$K \frac{\partial^2 \bar{p}}{\partial x^2} = K \frac{\partial(\rho h)}{\partial x} = k \frac{\partial(\rho h)}{\partial x}$$

โดยที่  $K = \frac{3}{4} U(\bar{r}) \frac{\pi^2}{W(\bar{r})}$  และ  $k = \frac{\rho h}{\eta}$

3. สมการของฟิล์มเปียก

สมการของฟิล์มเปียกจะขึ้นกับความดันที่เปลี่ยนแปลงไป โดยที่ความดันจะสมดุลกับผลกระทบของอุณหภูมิที่กระทำต่อฟิล์มเปียก โดยที่ความดันของฟิล์มเปียกจะขึ้นกับความดันการดึงตัวน้ำ ดังนี้

$$\bar{p} = \exp \left\{ \ln(\eta_0) - 9.67 \left[ -1 + (1 + 5 \times 10^{-9} \rho_k \bar{p})^2 \right] \right\} \quad (3)$$

โดยที่  $\eta_0$  คือ ความหนืดของฟิล์มเปียก  
 $\rho_k$  คือ ความหนาแน่นของฟิล์มเปียก  
 $p$  คือ maximum shear stress pressure (Pa).

4. สมการของฟิล์มเปียก

สมการของฟิล์มเปียกจะขึ้นกับความดันที่เปลี่ยนแปลงไป โดยที่ความดันจะสมดุลกับผลกระทบของอุณหภูมิที่กระทำต่อฟิล์มเปียก โดยที่ความดันของฟิล์มเปียกจะขึ้นกับความดันการดึงตัวน้ำ ดังนี้ [4]

$$\bar{p} = \left( 1 + \frac{0.6 \times 10^{-9} \rho_k \bar{p}}{1 + 1.7 \times 10^{-9} \rho_k \bar{p}} \right) \quad (4)$$

5. สมการของฟิล์มเปียก

เมื่อฟิล์มเปียกของฟิล์มเปียกจะขึ้นกับความดันที่เปลี่ยนแปลงไป โดยที่ความดันจะสมดุลกับผลกระทบของอุณหภูมิที่กระทำต่อฟิล์มเปียก โดยที่ความดันของฟิล์มเปียกจะขึ้นกับความดันการดึงตัวน้ำ ดังนี้ [5]

$$h = \frac{\bar{r}}{2R_1 + R_2} \theta(c) \quad (5)$$



$$g(x) = \frac{1}{\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \bar{p}(x, i) \ln|x - i\Delta x| dx$$

เมื่อ  $\bar{p}(x)$  คือสมการการเลือกรูป หรือ  $\bar{p}(x)$  ในสมการ  $\bar{h}$  คือความหนาของฟิล์มในหนึ่งหน่วยความยาว  
 $R$  คือรัศมีของทรงกลมโค้งของผิวสัมผัส  $R$  คือรัศมีของทรงกลมโค้งของผิวสัมผัส

สมการของฟิล์ม

เนื่องจากความดันของฟิล์มที่ขอบของฟิล์มจะคงที่เท่ากับผลรวมการกระจายความดัน  $\bar{p}$  ที่ขอบของฟิล์มนั้นๆ ใน  
 สมการ 12 จึงได้สมการปริมาตรที่ขึ้นกับฟิล์มดังนี้

$$\int_{-\infty}^{\infty} \bar{p} dx = \frac{\pi}{2} \tag{10}$$

ใช้การคำนวณ

เนื่องจากสมการเป็นสมการที่แก้เป็นเชิงเส้น ในการหาค่าตอบจึงทำได้ค่อนข้างง่าย ในบทความนี้จึงใช้วิธีของนิวตันมาหาค่า  
 ของค่าตอบของระบบสมการ [5]

$$\bar{p}_{i+1} = \bar{p}_i - \text{Re} \left[ \frac{F}{\partial F / \partial \bar{p}_i} \right] \tag{11}$$

$$F_i = \frac{\epsilon_{i+1} + \epsilon_i}{2} \left[ \frac{\bar{p}_i - \bar{p}_{i-1}}{\Delta x} \right] - \left[ \frac{\epsilon_{i+1} + \epsilon_i}{2} \left[ \frac{\bar{p}_i - \bar{p}_{i-1}}{\Delta x} \right] - K(\bar{p}_i \bar{h}_i - \bar{p}_{i-1} \bar{h}_{i-1}) - \frac{K \Delta l}{\Delta l} (\bar{p}_i \bar{h}_i - \bar{p}_{i-1} \bar{h}_{i-1}) \right] \tag{12}$$

$$\frac{dF}{d\bar{p}} = \frac{1}{\Delta x} \left[ \left( \frac{\epsilon_{i+1} + \epsilon_i}{2} \right) + \frac{1}{2} (\bar{p}_{i+1} - \bar{p}_i) \frac{\partial \epsilon_i}{\partial \bar{p}} \right] - \frac{1}{\Delta x} \left[ \left( \frac{\epsilon_{i+1} + \epsilon_i}{2} \right) + \frac{1}{2} (\bar{p}_i - \bar{p}_{i-1}) \frac{\partial \epsilon_i}{\partial \bar{p}} \right] \tag{13}$$

$$K \frac{\partial (\bar{p}_i \bar{h}_i)}{\partial \bar{p}} - \frac{K \Delta l}{\Delta l} \frac{\partial (\bar{p}_i \bar{h}_i)}{\partial \bar{p}}$$

๘ ตารางแสดงคุณสมบัติสารน้ำมันและพื้นผิว

ตารางแสดงคุณสมบัติสารน้ำมันและพื้นผิว

คุณสมบัติ	กรณีที่ 1
ค่าความดัน	15
โมดูลัส (Pa)	2
Pressure angle (degree)	20
Elastic modulus (Pa)	2.3x10 <sup>11</sup>
Reference Viscosity, $\eta_r$ (Pa.s)	0.075
Viscosity Pressure index, z	0.46



ผลทางตัวเลข

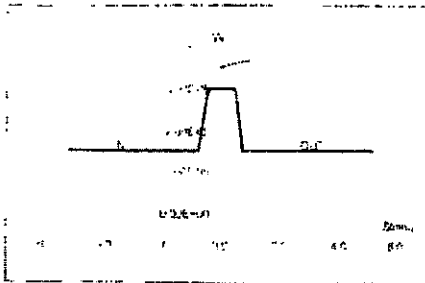


Fig 1 Variation of load along the  $x = 1$  section in case 1

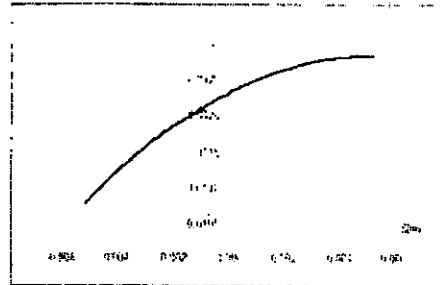


Fig 2 Curvature variation along the  $x = 1$  section in case 1

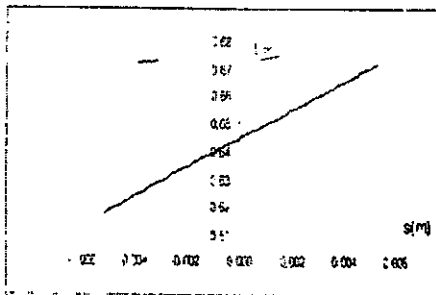


Fig 3 Dimensionless velocity along the  $x = 1$  section in case 1

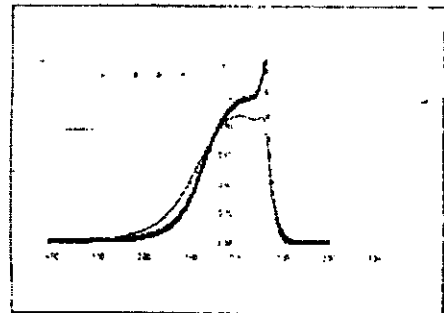


Fig 4 Dimensionless pressure distributions at gear teeth in case 1

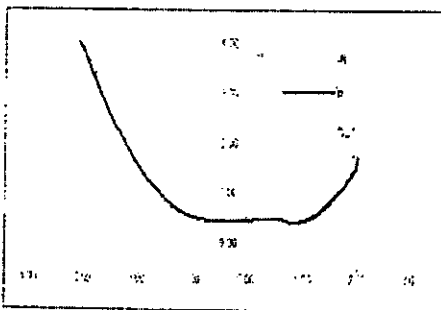


Fig 5 Dimensionless film thickness distributions at gear teeth in case 1

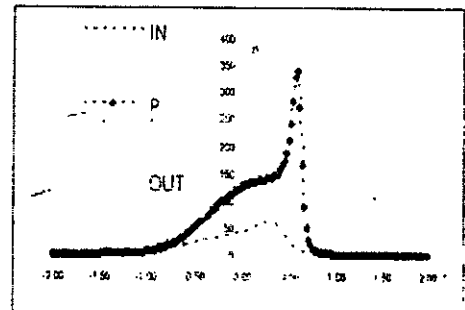


Fig 6 Dimensionless viscosity distributions at gear teeth in case 1

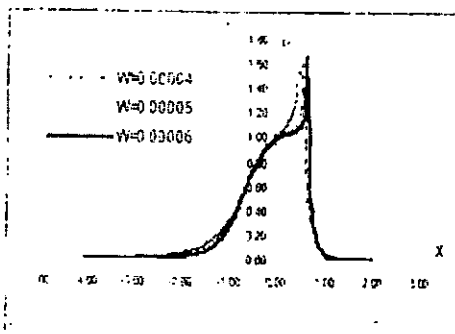


Fig 7 Dimensionless pressure distributions for change load

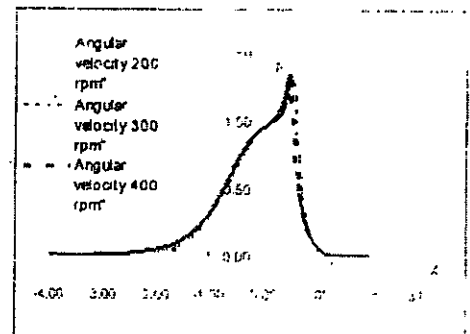


Fig 8 Dimensionless pressure distributions for change angular velocity



จากผลการคำนวณพบว่า เมื่อพื้นผิวของเกียร์เข้าหากันในระยะที่มีการชนกัน การกระจายความดัน การกระจายความหนาของฟิล์ม และการกระจายความหนืดจะเป็นดังนี้

1. ที่ช่วงเวลาที่ยังไม่ถึงเข้ามชนกันจะมีความดันที่ต่ำกว่า ช่วงเวลาที่พื้นผิวของเกียร์ที่จุด Pitch Point อันเนื่องมาจาก ช่วงเวลาที่จุด Pitch Point เป็นช่วงเวลาที่ยังไม่ถึงมีการบิดงอมากที่สุด และเมื่อพื้นผิวของเกียร์เคลื่อนที่ออกจากกัน การกระจายความดันก็จะลดลง
2. ที่ช่วงเวลาจุด Pitch Point การกระจายความหนาของฟิล์มจะค่าที่ต่ำที่สุดเนื่องจากเป็นช่วงเวลาที่ยังไม่ถึงมีการบิดงอที่สุด
3. การกระจายความหนืดที่ ช่วงเวลาจุด Pitch Point จะมีความหนืดที่สูงที่สุดเนื่องจากเป็นช่วงเวลาที่ยังไม่ถึงมีการบิดงอ
4. เมื่อทำการเปรียบเทียบระหว่างพื้นผิวของเกียร์ว่าการกระจายความดันและการกระจายความหนืดจะเพิ่มขึ้น เมื่อเพิ่มความเร็วการเคลื่อนที่ของพื้นผิวของเกียร์

เมื่อทำการเคลื่อนที่ของพื้นผิวของเกียร์ การกระจายความดันและการกระจายความหนืดจะเพิ่มขึ้น เมื่อเพิ่มความเร็วการเคลื่อนที่ของพื้นผิวของเกียร์ ซึ่งเมื่อเพิ่มความเร็วการเคลื่อนที่ของพื้นผิวของเกียร์ จะทำให้เกิดความดันที่สูงขึ้น และการกระจายความหนาของฟิล์มจะเพิ่มขึ้น เมื่อเพิ่มความเร็วการเคลื่อนที่ของพื้นผิวของเกียร์ จะทำให้เกิดความหนืดที่สูงขึ้น

เอกสารอ้างอิง

[1] Youqiang Wang,Hongqi Li,Jingwei Tong, Peiran Yang . 2004 . Transient thermoelastohydrodynamic lubrication analysis of an involute spur gear. Tribology International.37.773-781

[2]Bernard J.Hartrock. 1994 Fundamentals of Fluid film lubrication. McGraw-Hill Inc. 141-163

[3] Roland Larsson. 1997 Transient non-Newtonian elastohydrodynamic lubrication analysis of an involute spur gear. WEAR.207.67-73

[4] R.T.Lee,H.M.Chu,Y.C.Chioi. 2002 inverse approach for calculating pressure and viscosity in elastohydrodynamic lubrication. Tribology International. 35. 609-617

[5] Sang Jo Park, Kyung-Woong Kim. 1998. Elastohydrodynamic lubrication of a finite line contact. WEAR.223. 10-138

## ประวัติผู้เขียน

ชื่อผู้เขียน	นายพุทธา จินกรวั
วัน เดือน ปีเกิด	1 สิงหาคม 2523
สถานที่อยู่	บ้านเลขที่ 64 หมู่ 2 ต. โลกพระเจดีย์ อ.นครชัยศรี จ. นครปฐม
ประวัติการศึกษา	2545 วิศวกรรมศาสตรบัณฑิต สาขาวิศวกรรมเครื่องกล สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง
ประวัติการทำงาน	
ปัจจุบัน	ตำแหน่ง ผู้ช่วยนักวิจัย ReCCIT สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหาร ลาดกระบัง
ผลงานที่ได้รับการตีพิมพ์	
2549	การศึกษาพฤติกรรมการหล่อขึ้นแบบอิลาสโตโรไฮโดร ไดนามิกส์ของฟีนเฟืองชนิดตรง