

การออกแบบวงจรครอสโอเวอร์เน็ตเวิร์ค แบบ 3 ทาง
ด้วยระเบียบวิธีการใหม่
A NEW METHOD FOR DESIGNING OF THREE-WAY
CROSSOVER NETWORK

ทปกร เหมือนเตย
TAPAKORN MUANTOEI
ทศวัชร ชีวะธนาเลิศกุล
TOTSAWAT CHEEWATANALERDKUL
ธนิน วิรัชกุล
TANIN VIRUTCHAKUL

ปริญญานิพนธ์นี้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตรปริญญาวิศวกรรมศาสตรบัณฑิต
สาขาวิชาวิศวกรรมสารสนเทศ
คณะวิศวกรรมศาสตร์
สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง
ปีการศึกษา 2556

การออกแบบวงจรครอสโอเวอร์เน็ตเวิร์ค แบบ 3 ทาง
ด้วยระเบียบวิธีการใหม่
A NEW METHOD FOR DESIGNING OF THREE-WAY
CROSSOVER NETWORK

ทปกร เหมือนเตย
TAPAKORN MUANTOEI

ทศวัชร ชีวะธนาเลิศกุล
TOTSAWAT CHEEWATANALERDKUL

ธนิน วีรัชกุล
TANIN VIRUTCHAKUL

ปริญญานิพนธ์นี้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตรปริญญาวิศวกรรมศาสตรบัณฑิต
สาขาวิชาวิศวกรรมสารสนเทศ
คณะวิศวกรรมศาสตร์
สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง
ปีการศึกษา 2556

A NEW METHOD FOR DESIGNING OF THREE-WAY
CROSSOVER NETWORK

TAPAKORN MUANTOEI

TOTSAWAT CHEEWATANALERDKUL

TANIN VIRUTCHAKUL

THIS THESIS IS SUBMITTED IN PARTIAL FULFILLMENT
OF THE REQUIREMENT FOR THE DEGREE OF
BACHELOR OF ENGINEERING IN INFORMATION ENGINEERING
FACULTY OF ENGINEERING
KING MONGKUT'S INSTITUTE OF TECHNOLOGY LADKRABANG
ACADEMIC YEAR 2013

หัวข้อปริญญาานิพนธ์
รายชื่อนักศึกษา

การออกแบบวงจรครอสโอเวอร์เน็ตเวิร์ค แบบ 3 ทาง ด้วยระเบียบวิธีการใหม่
นายทปกร เหมือนเตย รหัสนักศึกษา 53010564
นายทศวัชร ชีวะธนาเลิศกุล รหัสนักศึกษา 53010579
นายธนิน วิรัชกุล รหัสนักศึกษา 53010693

ปริญญา
สาขาวิชา
พ.ศ.

วิศวกรรมศาสตรบัณฑิต
วิศวกรรมสารสนเทศ
2556

อาจารย์ที่ปรึกษาปริญญาานิพนธ์ ดร.วันวิสา ชัชวงษ์

ปริญญาานิพนธ์ฉบับนี้ ได้รับการอนุมัติให้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษา ตามหลักสูตรวิศวกรรมศาสตรบัณฑิต
คณะวิศวกรรมศาสตร์ สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหาร ลาดกระบัง



(ดร.วันวิสา ชัชวงษ์)

อาจารย์ผู้ควบคุมปริญญาานิพนธ์

หัวข้อปริญญาานิพนธ์
รายชื่อนักศึกษา

การออกแบบวงจรครอสโอเวอร์เน็ตเวิร์ค แบบ 3 ทาง ด้วยระเบียบวิธีการใหม่
นายทปกร เหมือนเตย รหัสนักศึกษา 53010564
นายทศวัชร ชีวะธนาเลิศกุล รหัสนักศึกษา 53010579
นายธนิน วิรัชกุล รหัสนักศึกษา 53010693

ปริญญา
สาขาวิชา

วิศวกรรมศาสตรบัณฑิต
วิศวกรรมสารสนเทศ

พ.ศ.

2556

อาจารย์ที่ปรึกษาปริญญาานิพนธ์ ดร.วันวิสา ชัชวงษ์

บทคัดย่อ

การออกแบบวงจรครอสโอเวอร์เน็ตเวิร์ค แบบ 3 ทาง ด้วยระเบียบวิธีการใหม่ ได้นำเอาเอกลักษณ์ของตรีโกณมิติ และ สมการคณิตศาสตร์โพลีโนเมียลแบบเบียร์นสไตน์ มาเป็นแนวคิดในการออกแบบ ส่วนสำคัญของวงจรครอสโอเวอร์เน็ตเวิร์คนี้ ถูกออกแบบด้วยการใช้เอกลักษณ์ของตรีโกณมิติ $[\sin^2 \theta + \cos^2 \theta]^2 = 1$ ซึ่งจะได้ผลตอบสนองที่ออกมามีลักษณะที่เรียบ โดยขั้นตอนการออกแบบ เริ่มต้นด้วยการใช้เอกลักษณ์ของตรีโกณมิติ หลังจากนั้นนำไปประกอบกับสมการคณิตศาสตร์โพลีโนเมียลแบบเบียร์นสไตน์ ซึ่งเป็นที่รู้กันว่าสมการคณิตศาสตร์โพลีโนเมียลแบบเบียร์นสไตน์นั้น มีความยืดหยุ่นในการปรับค่าพารามิเตอร์ เพื่อให้เกิดความมีประสิทธิภาพและผลที่ออกมานั้นดีที่สุด ยกตัวอย่างเช่นผลตอบสนองที่เป็น MAXFLAT ทั้งตัวกรองความถี่แถบผ่าน กับ ตัวกรองความถี่หยุดนั้น มุมเฟสนั้นจะเป็นเส้นตรง กลุ่มของดีเลย์นั้นจะเป็นค่าคงที่ นอกจากนี้มีพารามิเตอร์ (n, k, \mathcal{E}) ซึ่งมีผลต่อขนาดและคุณสมบัติของมุมเฟส จากผลลัพธ์ที่ได้ของวงจรครอสโอเวอร์เน็ตเวิร์ค แบบ 3 ทางนั้น ได้พิสูจน์ให้เห็นว่าผลลัพธ์ของผลตอบสนองทางความถี่นั้น มีประสิทธิภาพและสามารถแก้ปัญหาของระบบเครื่องเสียงได้เป็นอย่างดี

Thesis Title	A New Method for Designing of Three-way Crossover Network	
Student	Mr. Tapakorn Muantoei	Student ID. 53010564
	Mr. Totsawat Cheewatanalardkul	Student ID. 53010579
	Mr. Tanin virutchakul	Student ID. 53010693
Degree	Bachelor of Engineering	
Program	Information Engineering	
Year	2013	
Thesis Advisor	Dr. Vanvisa Chutchavong	

ABSTRACT

a new crossover network method with trigonometric identities and Bernstein polynomial is presented. The important property of three-way crossover network, which is given by the trigonometric identity $[\sin^2 \theta + \cos^2 \theta]^2 = 1$ has the flat magnitude responses. The design procedure begins with trigonometric identities after that it is efficiently implemented with Bernstein polynomial. As it is known that the Bernstein filter has flexible parameters to adjust the circuit performance for the best results. For example, it has a MAXFLAT magnitude both the pass band and stop band, the phase is linear, the group delay is constant. Moreover, there are three parameters (n , k , ϵ) that affect the magnitude and phase characteristics. As the results, the proposed three-way crossover network is greatly proved the summation magnitude responses and efficiently to resolve the problem of the loudspeaker system.

กิตติกรรมประกาศ

ปริญญาบัตรฉบับนี้สำเร็จลุล่วงไปด้วยดี อันเนื่องมาจากการดูแลสนับสนุนจากหลายๆฝ่าย ตั้งแต่เริ่มดำเนินการจนกระทั่งปริญญาบัตรสำเร็จลุล่วงไปด้วยดี คณะผู้จัดทำจึงขอขอบพระคุณบุคคลที่ให้การสนับสนุนเป็นอย่างดีมาโดยตลอดดังนี้

ขอขอบคุณ รศ.ดร.กนก เจนจิระพงษ์เวช ผู้ให้คำแนะนำ ชี้แนะและเสนอแนะทฤษฎีใหม่ๆ ที่เป็นประโยชน์ในการนำมาใช้ในการทำปริญญาบัตร ตลอดจนช่วยแก้ไขปัญหาและข้อบกพร่องต่างๆ ที่เกิดขึ้นในการศึกษาวิจัยการทำปริญญาบัตรนี้

ขอขอบคุณ ดร.วันวิสา ชัชวงษ์ อาจารย์ที่ปรึกษาผู้ควบคุมดูแลการทำปริญญาบัตรนี้ ผู้ให้ความรู้ คำแนะนำ คำปรึกษาที่ดีมาโดยตลอดการทำปริญญาบัตร ทั้งยังเป็นผู้ชี้แนะให้ความรู้ ช่วยแก้ปัญหาต่างๆ มากมาย ที่เป็นประโยชน์ต่อการศึกษาวิจัย เป็นผู้อำนวยการความสะดวกในการจัดหาสถานที่ดำเนินการพร้อมทั้งอุปกรณ์ และช่วยแนะแนวในการพัฒนาเพื่อนำไปใช้ต่อในระดับการศึกษาที่สูงขึ้นไป

คณะผู้จัดทำจึงขอขอบพระคุณบุคคลดังกล่าวเป็นอย่างยิ่ง ที่เป็นส่วนร่วมในการสร้างคุณค่าและสิ่งที่เป็นประโยชน์ต่อการทำปริญญาบัตรฉบับนี้ จนสำเร็จลุล่วงได้ด้วยดี

นายทปกร เหมือนเดย
นายทศวัชร ชีวะธนาเลิศกุล
นายธนิน วิรัชกุล

สารบัญ

หน้า

บทคัดย่อภาษาไทย.....	I
บทคัดย่อภาษาอังกฤษ.....	II
กิตติกรรมประกาศ	III
สารบัญ.....	IV
สารบัญรูป	VII
บทที่ 1 บทนำ	1
1.1 ความเป็นมาและความสำคัญของปัญหา	1
1.2 จุดประสงค์	1
1.3 ขอบเขตของโครงการ.....	1
1.4 ผลที่คาดว่าจะได้รับ	2
1.5 อุปกรณ์ที่ต้องใช้	2
1.6 ขั้นตอนการดำเนินงาน.....	3
บทที่ 2 วงจรครอสโอเวอร์เน็ตเวิร์ค.....	5
2.1 บทนำ	5
2.2 วงจรกรองความถี่ (Filter Circuit)	6
2.2.1 วงจรกรองความถี่ต่ำผ่าน (Low Pass Filter: LPF).....	7
2.2.2 วงจรกรองความถี่สูง (High pass filter)	8
2.2.3 วงจรกรองสัญญาณช่วงความถี่ (Band Pass Filter: BPF)	9
2.2.4 วงจรลดทอนสัญญาณช่วงความถี่ (Band Reject Filter: BRF)	12
2.3 ความถี่คัทออฟ	13
2.4 วงจรครอสโอเวอร์เน็ตเวิร์ค	14
2.4.1 คุณสมบัติ.....	14
2.4.2 ครอสโอเวอร์ แบบพาสซีฟ	15
2.4.3 ครอสโอเวอร์ แบบแอคทีฟ	16
2.5 สรุป.....	16
บทที่ 3 ทฤษฎีเบิร์นสไตน์โพลีโนเมียล	17
3.1 บทนำ	17
3.2 เบิร์นสไตน์โพลีโนเมียล	17

สารบัญ (ต่อ)

	หน้า
3.3 การออกแบบวงจรกรองความถี่อนาล็อก โดยใช้เบิร์นสไตน์โพลีโนเมียล.....	21
3.3.1 การปรับเปลี่ยนค่าพารามิเตอร์ ϵ	23
3.3.2 การปรับเปลี่ยนค่าพารามิเตอร์ K	27
3.3.3 การเปรียบเทียบกับวงจรกรองความถี่แบบอื่น.....	30
3.4 สรุป.....	33
บทที่ 4 การออกแบบวงจรครอสโอเวอร์เน็ตเวิร์ค.....	34
4.1 บทนำ.....	34
4.2 เบิร์นสไตน์โพลีโนเมียล	34
4.3 ทฤษฎีตรีโกณมิติในการนำมาใช้ออกแบบวงจรครอสโอเวอร์เน็ตเวิร์ค.....	34
4.3.1 ครอสโอเวอร์เน็ตเวิร์คแบบ 2 ทาง (2 – Way).....	36
4.3.2 ครอสโอเวอร์เน็ตเวิร์คแบบ 3 ทาง (3 – Way).....	37
4.4 การออกแบบวงจรครอสโอเวอร์เน็ตเวิร์ค โดยใช้ตรีโกณมิติบนพื้นฐานโพลีโนเมียลแบบเบิร์นสไตน์ ..	37
4.4.1 การออกแบบวงจรกรองความถี่ต่ำผ่าน (Low-pass Filter : LPF).....	37
4.4.2 การออกแบบวงจรกรองความถี่สูงผ่าน (High-pass Filter : HPF)	38
4.5 ขั้นตอนการออกแบบวงจรครอสโอเวอร์เน็ตเวิร์ค.....	39
4.5.1 การออกแบบวงจรกรองความถี่แต่ละความถี่.....	39
4.5.2 การออกแบบวงจรกรองผ่านทุกความถี่ (All-Pass Filter : APF).....	42
4.6 การแก้ปัญหาสมการกรองผ่านทุกความถี่ (All-Pass Filter : APF).....	44
4.6.1 แบบ 2 ทาง (2-Way).....	44
4.6.2 แบบ 3 ทาง (3-Way).....	46
4.7 การแปลงฟังก์ชันให้อยู่ในรูปของฟังก์ชันถ่ายโอนของระบบอนาล็อก	48
4.7.1 การแปลงสมการให้อยู่ในรูปของฟังก์ชันถ่ายโอน (Transfer function) ในระบบดิจิทัลของ สมการตัวกรองความถี่สูงผ่าน (High-Pass Filter).....	48
4.7.2 การแปลงสมการให้อยู่ในรูปของฟังก์ชันถ่ายโอน (Transfer function) ในระบบดิจิทัลของ สมการตัวกรองความถี่ต่ำผ่าน (Low-Pass Filter)	49
4.7.3 การแปลงสมการให้อยู่ในรูปของฟังก์ชันถ่ายโอน (Transfer function) ในระบบดิจิทัลของ สมการตัวกรองความถี่แถบผ่าน (Band-Pass Filter).....	50
4.8 การแปลงฟังก์ชันถ่ายโอนของระบบอนาล็อกเป็นระบบดิจิทัล	50
4.9 แบบจำลองวงจรครอสโอเวอร์เน็ตเวิร์คแบบ 3 ทาง ในอันดับ(Order) ที่ 2 และผลการทดลองใน โปรแกรมเสริม Simulink	52
4.10 สรุป.....	54

สารบัญ (ต่อ)

	หน้า
บทที่ 5 สรุปและแนวทางในการพัฒนาต่อไป.....	55
5.1 สรุป.....	55
5.2 แนวทางในการพัฒนาต่อไป.....	56
บรรณานุกรม.....	57

สารบัญรูป

รูปที่	หน้า
2.1 ลำโพงวูฟเฟอร์ (Woofers).....	5
2.2 ลำโพงทรีทเตอร์ (Tweeters).....	6
2.3 ลำโพงมิดเรนจ์ (Midrange).....	6
2.4 คุณสมบัติของวงจรกรองความถี่แบบต่างๆ.....	7
2.5 ลักษณะของวงจรกรองความถี่ต่ำผ่าน (Low Pass Filter: LPF).....	8
2.6 วงจรกรองสัญญาณความถี่ต่ำอันดับต่างๆ และกราฟแสดงอัตราขยายแรงดันเชิงความถี่ (db).....	8
2.7 ลักษณะของวงจรกรองความถี่สูง (High pass filter).....	9
2.8 วงจรกรองสัญญาณความถี่สูงอันดับต่างๆ และกราฟแสดงผลการตอบสนองต่ออัตราขยายเชิงความถี่.....	9
2.9 วงจรกรองสัญญาณช่วงความถี่ และกราฟแสดงผลตอบสนองอัตราขยายเชิงความถี่.....	10
2.10 กราฟการตอบสนองความถี่ ของวงจรผสมที่เกิดจากการเอาวงจรกรองความถี่ต่ำ แบบบัตเตอร์เวิร์ทที่ให้ค่า -60 เดซิเบลต่อดีเคด กับวงจรกรองความถี่สูงผ่านแบบให้ค่า 60 เดซิเบลต่อดีเคด มาต่อรวมกัน.....	12
2.11 วงจรลดทอนสัญญาณช่วงความถี่และผลตอบสนองต่อความถี่.....	13
2.12 ครอสโอเวอร์เน็ตเวิร์คแบบ 2 ทาง.....	14
2.13 ครอสโอเวอร์เน็ตเวิร์คแบบ 3 ทาง.....	15
3.1 ฟังก์ชันความถี่ต่ำผ่าน.....	18
3.2 การแปลงแกนความถี่จาก $\Omega \rightarrow \omega$	19
3.3 ผลตอบสนองทางขนาดของวงจรกรองความถี่ต่ำผ่านแบบเบรินส์ไตน์ อันดับ 4.....	22
3.4 ผลตอบสนองทางเฟสของวงจรกรองความถี่ต่ำผ่านแบบเบรินส์ไตน์ อันดับ 4.....	22
3.5 ผลตอบสนองทางเวลาประวิงของวงจรกรองความถี่ต่ำผ่านแบบเบรินส์ไตน์ อันดับ 4.....	23
3.6 การเปรียบเทียบผลตอบสนองทางขนาด เมื่อเปลี่ยนค่าพารามิเตอร์ ϵ	24
3.7 การเปรียบเทียบผลตอบสนองทางเฟส เมื่อเปลี่ยนค่าพารามิเตอร์ ϵ	26
3.8 การเปรียบเทียบผลตอบสนองทางเวลาประวิง เมื่อเปลี่ยนค่าพารามิเตอร์ ϵ	27
3.9 การเปรียบเทียบผลตอบสนองทางขนาด เมื่อเปลี่ยนค่าพารามิเตอร์ K	28
3.10 การเปรียบเทียบผลตอบสนองทางเฟส เมื่อเปลี่ยนค่าพารามิเตอร์ K	29
3.11 การเปรียบเทียบผลตอบสนองทางเวลาประวิง เมื่อเปลี่ยนค่าพารามิเตอร์ K	29
3.12 การเปรียบเทียบผลตอบสนองทางขนาดของวงจรกรองความถี่ต่ำผ่าน อันดับ 4.....	31
3.13 การเปรียบเทียบผลตอบสนองทางเฟสของวงจรกรองความถี่ต่ำผ่าน อันดับ 4.....	31
3.14 การเปรียบเทียบผลตอบสนองทางเวลาประวิงของวงจรกรองความถี่ต่ำผ่าน อันดับ 4.....	32

สารบัญรูป (ต่อ)

รูปที่	หน้า
3.15 การเปรียบเทียบผลตอบสนองทางเฟสของวงจรกรองผ่านแถบความถี่แบบ Bessel-Thomson และ Bernstein.....	33
4.1 $\sin^2 \theta$	35
4.2 $\cos^2 \theta$	36
4.3 $\cos^2 \theta \sin^2 \theta$	36
4.4 ผลตอบสนองของสมการ High-Pass Filter : HPF.....	40
4.5 ผลตอบสนองของสมการ Low-Pass Filter : LPF.....	41
4.6 ผลตอบสนองของสมการ Band-Pass Filter : BPF.....	42
4.7 ผลตอบสนองของสมการ All-Pass Filter : APF แบบ 2 ทาง (2 – Way).....	43
4.8 ผลตอบสนองของสมการ All-Pass Filter : APF แบบ 3 ทาง (3 – Way).....	44
4.9 ผลตอบสนองของสมการ All-Pass Filter : APF แบบ 2 ทาง (2 – Way).....	45
4.10 ผลตอบสนองของสมการ All-Pass Filter : APF แบบ 3 ทาง (3 – Way).....	47
4.11 ผลตอบสนองของวงจรกรองความถี่สูงผ่าน (High-Pass Filter : HPF) วงจรกรองความถี่ต่ำผ่าน (Low-Pass Filter : LPF) วงจรกรองแถบความถี่ผ่าน (Band-Pass Filter : BPF) และ วงจรกรองผ่านทุกความถี่ (All-Pass Filter : APF) ในอันดับ (Order) ที่ $n = 2$ ของวงจรครอสโอเวอร์เน็ตเวิร์ค แบบ 3 ทาง	47
4.12 การแปลงระหว่าง s-plane ไปยัง z-plane.....	51
4.13 การแปลงระหว่างอนุกรมเป็นดิฟเฟอเรนเชียล.....	51
4.14 แบบจำลองวงจรครอสโอเวอร์เน็ตเวิร์ค โดยใช้โปรแกรมเสริม Simulink.....	52
4.15 ผลตอบสนองของของสัญญาณที่ผ่านแบบจำลองวงจรครอสโอเวอร์เน็ตเวิร์ค	53
4.16 เปรียบเทียบสัญญาณต้นแบบกับผลตอบสนองของสัญญาณที่ผ่านแบบจำลองวงจรกรองผ่านทุกความถี่	54

บทที่ 1

บทนำ

1.1 ความเป็นมาและความสำคัญของปัญหา

ในปัจจุบันเทคโนโลยีที่ใช้ในเครื่องเสียงเพื่อรองรับระบบ Hi-Fi ที่ดี จะต้องมียุทธศาสตร์ที่ตอบสนองความถี่ระหว่าง 30 Hz ถึง 15 KHz เป็นอย่างต่ำ ซึ่งถ้าใช้ลำโพงเพียงตัวเดียวจะไม่สามารถให้ผลตอบสนองต่อผู้ฟังได้ครบตลอดย่านความถี่ จึงมีการนำลำโพงตั้งแต่ 2 ตัวขึ้นไป ประกอบอยู่ในตู้ลำโพงตู้เดียวกัน เกิดเป็นปัญหาที่ว่า จะทำอย่างไรให้ลำโพงแต่ละตัวทำงานสอดคล้องกันโดยให้เสียงที่ออกมามีคุณภาพ ดังนั้นจึงเป็นที่มาที่ต้องมีการใช้วงจรครอสโอเวอร์เน็ตเวิร์คเป็นตัวแยกสัญญาณความถี่ออกเป็นช่วงๆ และป้อนสัญญาณความถี่ให้กับลำโพงแต่ละตัว เพื่อจัดสรรให้ลำโพงแต่ละตัว ทำงานอยู่ในช่วงความถี่ที่จะสามารถตอบสนองต่อความถี่เสียงได้อย่างมีประสิทธิภาพ โดยในโครงการนี้ จะนำสมการคณิตศาสตร์โพลีโนเมียลแบบเบียร์นสไตน์มาเป็นแนวทางในการสร้างวงจรครอสโอเวอร์เน็ตเวิร์คเพื่อแก้ปัญหาความผิดเพี้ยนต่างๆ และสัญญาณรบกวนที่ไม่พึงประสงค์ในระบบเสียง โดยได้ใช้แนวคิดเริ่มต้นจากสมการตรีโกณมิติ ซึ่งเป็นแนวคิดวิธีการใหม่ที่ยังไม่ได้มีผู้ใดลองทำการศึกษาค้นคว้า และทดลองนำมาใช้ประกอบกับสมการคณิตศาสตร์โพลีโนเมียลแบบเบียร์นสไตน์ เพื่อนำไปใช้ในการออกแบบวงจรครอสโอเวอร์เน็ตเวิร์ค

1.2 จุดประสงค์

1. เพื่อศึกษาและเรียนรู้สมการคณิตศาสตร์โพลีโนเมียลแบบเบียร์นสไตน์
2. เพื่อศึกษาและออกแบบวงจรครอสโอเวอร์เน็ตเวิร์คบนพื้นฐานของโพลีโนเมียล แบบเบียร์นสไตน์ โดยใช้แนวคิดวิธีใหม่จากทฤษฎีตรีโกณมิติ
3. นำสมการวงจรครอสโอเวอร์เน็ตเวิร์คที่ได้จากการออกแบบที่ดีที่สุด มาจำลองผ่านโปรแกรมแมทแล็บ (MATLAB) เพื่อสังเกตผลตอบสนองของสัญญาณเสียงในอุดมคติ
4. นำวงจรครอสโอเวอร์เน็ตเวิร์คบนพื้นฐานโพลีโนเมียลแบบเบียร์นสไตน์ ที่มาจากแนวคิดสมการตรีโกณมิติไปใช้งานจริง

1.3 ขอบเขตของโครงการ

1. ออกแบบวงจรครอสโอเวอร์เน็ตเวิร์คบนพื้นฐานโพลีโนเมียลแบบเบียร์นสไตน์ โดยใช้หลักการแนวคิดวิธีใหม่จากทฤษฎีตรีโกณมิติ เพื่อนำผลตอบสนองทางความถี่เสียงที่ราบเรียบมากที่สุดมาแก้ปัญหาความผิดเพี้ยนต่างๆของสัญญาณความถี่เสียงที่เกิดขึ้น
2. นำวงจรครอสโอเวอร์เน็ตเวิร์คบนพื้นฐานโพลีโนเมียลแบบเบียร์นสไตน์ โดยใช้วิธีการเริ่มต้นจากสมการตรีโกณมิติ มาจำลองการทำงานผ่านทางโปรแกรมแมทแล็บ MATLAB เพื่อศึกษาลักษณะของวงจรที่ดีและสามารถนำไปใช้งานได้จริง
3. เปรียบเทียบสัญญาณเสียงของวงจรครอสโอเวอร์เน็ตเวิร์คบนพื้นฐานโพลีโนเมียล แบบเบียร์นสไตน์ ที่ได้จากโปรแกรมแมทแล็บ (MATLAB) กับสัญญาณเสียงที่ผ่านมาจากวงจรที่ทำขึ้นจริง

1.4 ผลที่คาดว่าจะได้รับ

1. มีความรู้ความเข้าใจในทฤษฎีทางคณิตศาสตร์ของโพลีโนเมียลแบบเบียร์นสไตน์ และสามารถนำไปประยุกต์ใช้งานได้
2. มีความรู้ความเข้าใจในเรื่องการออกแบบวงจรรอสโอเวอร์เน็ตเวิร์ค ที่สามารถนำไปใช้ประโยชน์ได้จริง
3. มีความรู้ความเข้าใจในทฤษฎีตรีโกณมิติที่มาประกอบเข้ากับทฤษฎีทางคณิตศาสตร์ของโพลีโนเมียลแบบเบียร์นสไตน์
4. สามารถออกแบบและจำลองผลวงจรรอสโอเวอร์เน็ตเวิร์คโดยใช้ทฤษฎีใหม่
5. สามารถออกแบบและจำลองผลวงจรรอสโอเวอร์เน็ตเวิร์คโดยใช้โปรแกรม MATLAB และโปรแกรมเสริม Simulink ได้
6. สามารถนำวงจรรอสโอเวอร์เน็ตเวิร์คบนพื้นฐานโพลีโนเมียลแบบเบียร์นสไตน์ มาเพื่อทำวงจรที่ใช้งานจริงได้

1.5 อุปกรณ์ที่ต้องใช้

1.5.1 ฮาร์ดแวร์

- เครื่องคอมพิวเตอร์สำหรับพัฒนาโปรแกรมจำลอง จำนวน 1 เครื่อง

1.5.2 ซอฟต์แวร์

- โปรแกรมแมทแล็บ (MATLAB)
- โปรแกรมเสริม Simulink

1.6 ขั้นตอนการดำเนินงาน

ID	Task Name	2556						2557			
		มิ.ย.	ก.ค.	ส.ค.	ก.ย.	ต.ค.	พ.ย.	ธ.ค.	ม.ค.	ก.พ.	มี.ค.
1	วางขอบเขตและจุดประสงค์โครงการ	←→									
2	ศึกษาหาข้อมูลของโครงการ		←→								
3	ศึกษาทฤษฎีโพลีโนเมียลแบบเบียร์นสไตน์		←→								
4	ศึกษาโปรแกรม Matlab และ Simulink		←→								
5	สร้างสมการคณิตศาสตร์			←→							
6	ตรวจสอบและแก้ไขสมการที่ได้จากการคำนวณ			←→							
7	นำสมการที่พิสูจน์ได้แล้วมาทดสอบใน MATLAB			←→							
8	ออกแบบและจำลองวงจร			←→							

ID	Task Name	2556						2557			
		มี.ย.	ก.ค.	ส.ค.	ก.ย.	ต.ค.	พ.ย.	ธ.ค.	ม.ค.	ก.พ.	มี.ค.
9	ตรวจสอบและแก้ไขผลการตอบสนองของสัญญาณ				↔						
10	จัดทำเอกสาร Project 1				↔						
11	ออกแบบวงจรครอสโอเวอร์เน็ตเวิร์คใน Simulink					↔					
12	จัดหาอุปกรณ์และประกอบอุปกรณ์ให้ใช้ได้จริง						↔				
13	ตรวจสอบและแก้ไขผลการทดลอง							↔			
14	ทดสอบและบันทึกผล							↔			
15	จัดทำเอกสาร Project 2								↔		

บทที่ 2

วงจรครอสโอเวอร์เน็ตเวิร์ค

2.1 บทนำ

ครอสโอเวอร์เป็นอุปกรณ์ที่จำกัดขอบเขตของความถี่ที่จะถูกส่งไปยังลำโพง ความคิดเกี่ยวกับครอสโอเวอร์เน็ตเวิร์ค ที่เปรียบเหมือนตำรวจจราจร ที่ให้เสียงสูงผ่านไปยัง ทวีทเตอร์ เสียงกลางผ่านไปยัง มิดวูฟเฟอร์ และเสียงต่ำผ่านไปยัง ซับวูฟเฟอร์ ถ้าปราศจากครอสโอเวอร์แล้วคลื่นเสียงก็มีลักษณะเหมือนการจราจรที่ติดขัด มิดเรนจ์ และ ซับวูฟเฟอร์จะฟ้องเสียงไปในความถี่เดียวกัน และซับวูฟเฟอร์ในระบบก็จะพยายามส่งเสียงในย่านเสียงตัวโน้ตสูงๆ ที่มันไม่สามารถทำได้ ก่อให้เกิดอาการ " สุมรวมกันอย่างรุนแรง " (Fatal pile-up) และทำลายเสียงแหลมด้วยลักษณะการแปรเปลี่ยนปัจจัยของเน็ตเสียงเบส ซึ่งกระตุกต่อเนื่องในปลายทางที่ผิดพลาด

ด้วยว่าเหตุเหล่านี้มีความสำคัญอย่างยิ่ง จึงต้องค้นหาครอสโอเวอร์ในรูปแบบที่เหมาะสมกับลำโพงแต่ละตัว ถ้าเป็นการใช้ในลำโพงวางหิ้งในระบบเครื่องเสียงบ้านแบบ สองทาง 1 คู่ มันจะใช้ครอสโอเวอร์แบบ 2 ทาง ซึ่งในลักษณะของครอสโอเวอร์แบบนี้ ตัวกรองความถี่สูงผ่านจะขวางกั้นเสียงต่ำไว้ และผ่านเฉพาะย่านความถี่สูงไปให้กับทวีทเตอร์ ในขณะที่เดียวกันตัวกรองความถี่ต่ำผ่านจะขวางกั้นเสียงสูง และผ่านเฉพาะย่านความถี่ต่ำไปยังวูฟเฟอร์ โดยทั่วไปไม่ใช่ว่าลำโพงตัวเดียวสามารถจะให้ความถี่ได้ออกมาทุกๆความถี่ ถ้าต้องการให้เหมือนกับเสียงธรรมชาติมากที่สุด ลำโพงจะต้องมีหลายขนาด โดยจะแบ่งลำโพงโดยใช้ความถี่ออกเป็น 3 ประเภท ดังนี้

- วูฟเฟอร์ (Woofers) เป็นลำโพงที่มีขนาดใหญ่ที่สุด ออกแบบมาเพื่อให้เสียงที่มีความถี่ต่ำ



รูปที่ 2.1 ลำโพงวูฟเฟอร์ (Woofers)

- ทวีตเตอร์ (Tweeters) เป็นลำโพงที่มีขนาดเล็กสุด ออกแบบมาเพื่อให้เสียงที่มีความถี่สูง



รูปที่ 2.2 ลำโพงทวีตเตอร์ (Tweeters)

- มิดเรนจ์ (Midrange) เป็นลำโพงขนาดกลาง ถูกออกแบบมาเพื่อให้เสียงในช่วงความถี่กลางๆ คือไม่สูงหรือไม่ต่ำ



รูปที่ 2.3 ลำโพงมิดเรนจ์ (Midrange)

ลำโพงทวีตเตอร์ เป็นลำโพงที่มีความถี่สูง แผ่นลำโพงมีขนาดเล็กและค่อนข้างแข็ง จึงสามารถสั่นด้วยความเร็วที่สูง ส่วนลำโพงแบบวูฟเฟอร์ แผ่นลำโพงจะมีขนาดใหญ่ และค่อนข้างนิ่ม จึงสั่นด้วยความเร็วต่ำ เพราะมีมวลมาก อย่างไรก็ตามเสียงทั่วไป มีความถี่กว้าง คือ มีความถี่จากสูงถึงต่ำ ซึ่งจะเรียกว่า มีความถี่ช่วงกว้าง ถ้ามีแต่ลำโพงทวีตเตอร์ และวูฟเฟอร์ จะได้เสียงอยู่ในย่านความถี่สูงกับต่ำเท่านั้น ความถี่ในช่วงกลางจะหายไป เพื่อจะให้คุณภาพของเสียงออกมาทุกช่วงความถี่ จึงจำเป็นต้องมีลำโพงมิดเรนจ์ด้วย ภายในตู้ลำโพงตู้หนึ่ง จึงมักจะเห็นลำโพงทั้งสามชนิดประกอบเข้าด้วยกัน

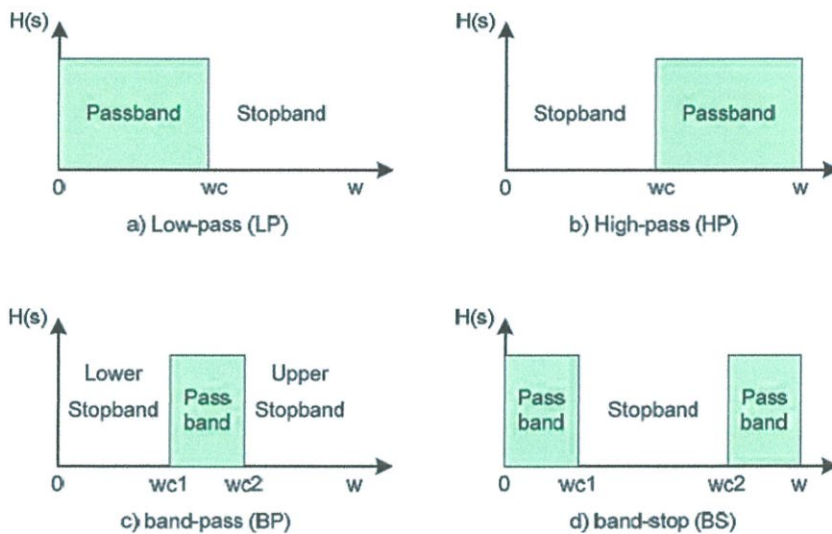
สำหรับลำโพงแบบทวีตเตอร์ เครื่องขยายเสียงจะส่งความถี่สูงให้ ลำโพงวูฟเฟอร์ จะส่งความถี่ต่ำ ส่วนความถี่ในช่วงที่เหลือเป็นของลำโพงแบบมิดเรนจ์ ถ้าลองถอดฝาตู้ด้านหลังออก จะได้เห็น อุปกรณ์ชิ้นหนึ่งเรียกว่า ครอสโอเวอร์ (Crossover) อุปกรณ์ตัวนี้เป็นตัวแยกสัญญาณไฟฟ้ากระแสสลับให้ออกเป็น 3 ส่วน คือ ส่วนความถี่สูง ความถี่ต่ำ และความถี่ขนาดกลาง

2.2 วงจรกรองความถี่ (Filter Circuit)

วงจรกรองความถี่หรือฟิลเตอร์ (Filter) คือวงจรไฟฟ้าที่ยอมให้สัญญาณไฟฟ้าที่มีความถี่ใด ๆ ความถี่หนึ่งหรือช่วงความถี่ใดความถี่หนึ่งเท่านั้นผ่านไปได้ ส่วนความถี่อื่นหรือช่วงความถี่อื่น ๆ นอกเหนือจากที่กำหนดจะถูกกลดทอนไปซึ่งจะเป็นช่วงความถี่ใดนั้นจะขึ้นอยู่กับการออกแบบวงจรชนิดของวงจรกรองความถี่

สำหรับวงจรกรองความถี่เป็นวงจรที่เลือกความถี่ออกทางเอาต์พุท โดยสามารถแบ่งได้ดังนี้

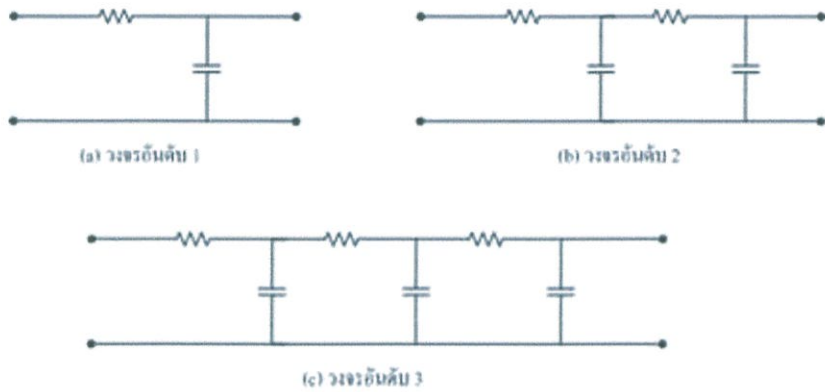
1. วงจรกรองความถี่ต่ำ Low pass filter (LP)
2. วงจรกรองความถี่สูง High pass filter (HP)
3. วงจรกรองความถี่ผ่าน Band pass filter (BP)
4. วงจรกรองความถี่หยุด Band stop filter (BS)



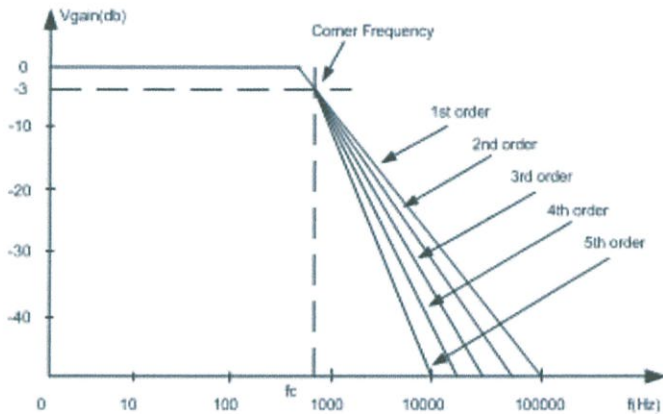
รูปที่ 2.4 คุณสมบัติของวงจรกรองความถี่แบบต่างๆ

2.2.1 วงจรกรองความถี่ต่ำผ่าน (Low Pass Filter: LPF)

หมายถึง วงจรที่จะยอมให้สัญญาณความถี่ตั้งแต่ 0 Hz ถึงความถี่ที่กำหนดผ่านไปได้ ส่วนความถี่ตั้งแต่ที่กำหนดสูงขึ้นไปเรื่อย ๆ จะกลดทอนไปตามลำดับ



รูปที่ 2.5 ลักษณะของวงจรกรองความถี่ต่ำผ่าน (Low Pass Filter: LPF)



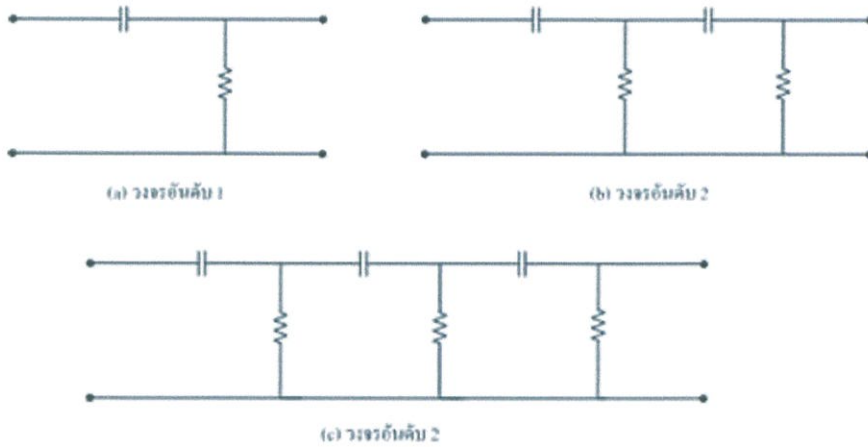
รูปที่ 2.6 วงจรกรองสัญญาณความถี่ต่ำอันดับต่างๆ และกราฟแสดงอัตราขยายแรงดันเชิงความถี่ (db)

จากรูปวงจรเมื่อทำการป้อนความถี่ต่ำเข้าวงจร ที่ C จะมีค่า XC สูง ทำให้ความถี่ต่ำไหลผ่าน R ที่มีค่าความต้านทานน้อยกว่า XC ได้สะดวก ระดับสัญญาณ Output จึงผ่านได้มาก แต่เมื่อความถี่สูงกว่าจุดที่กำหนด ค่า XC จะลดลง ทำให้ความถี่ ผ่านขดลวดได้ลดลงบางส่วนที่ผ่านไปได้ก็จะถูก C ดึงลงกราวด์ ระดับสัญญาณ Output จึงผ่านได้น้อยมาก

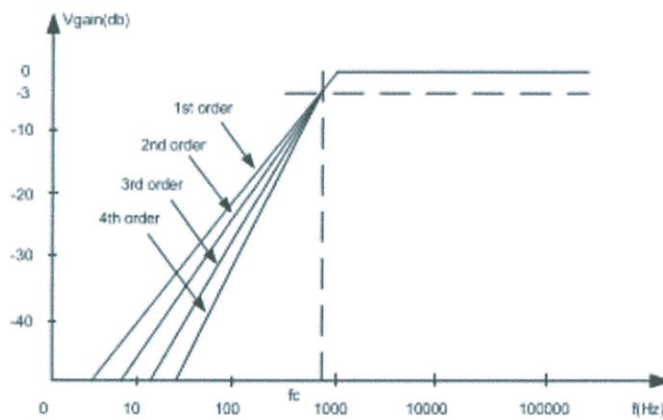
ในทางทฤษฎีวงจรกรองความถี่ต่ำจะยอมให้สัญญาณใดๆ ที่มีความถี่ตั้งแต่ 0 Hz จนถึงความถี่ที่กำหนดซึ่งเรียกว่า ความถี่คัทออฟ หรือ ความถี่ขอบเขต (Cutoff Frequency) ผ่านไปได้ โดยไม่มีการลดทอนของสัญญาณ และถ้าความถี่ของสัญญาณเข้ามีค่าเกินที่กำหนดไว้ สัญญาณออกควรจะมีค่าเป็นศูนย์ แต่ในทางปฏิบัติไม่สามารถจะทำเช่นนั้นได้ เนื่องจากการตอบสนองสัญญาณที่มีความถี่ต่างๆ ของอุปกรณ์ประเภทพาสซีฟ จะเป็นแบบค่อยเป็นค่อยไปไม่เปลี่ยนแปลงทันทีทันใด ดังนั้นผลที่ได้จึงเป็นดังรูปที่ 2.6 คือเมื่อสัญญาณมีความถี่สูงขึ้นวงจรจะลดสัญญาณลงเรื่อยๆ จนกระทั่งจะลดลงในอัตราคงที่ค่าหนึ่ง

2.2.2 วงจรกรองความถี่สูง (High pass filter)

มีคุณสมบัติตรงกันข้ามกับวงจรกรองสัญญาณความถี่ต่ำ คือการตอบสนองต่อสัญญาณของวงจรจะยอมให้สัญญาณความถี่สูงผ่านและลดทอนสัญญาณความถี่ต่ำ ซึ่งแสดงวงจรและกราฟตอบสนองอัตราขยายแรงดันความถี่ได้ ดังแสดงในรูป ที่ 2.8



รูปที่ 2.7 ลักษณะของวงจรกรองความถี่สูง (High pass filter)

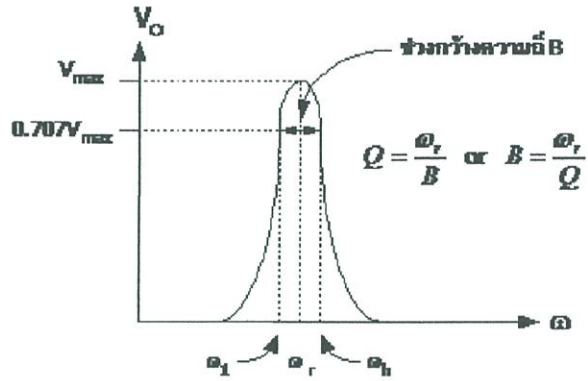


รูปที่ 2.8 วงจรกรองสัญญาณความถี่สูงอันดับต่างๆ และกราฟแสดงผลการตอบสนองต่ออัตราขยายเชิงความถี่

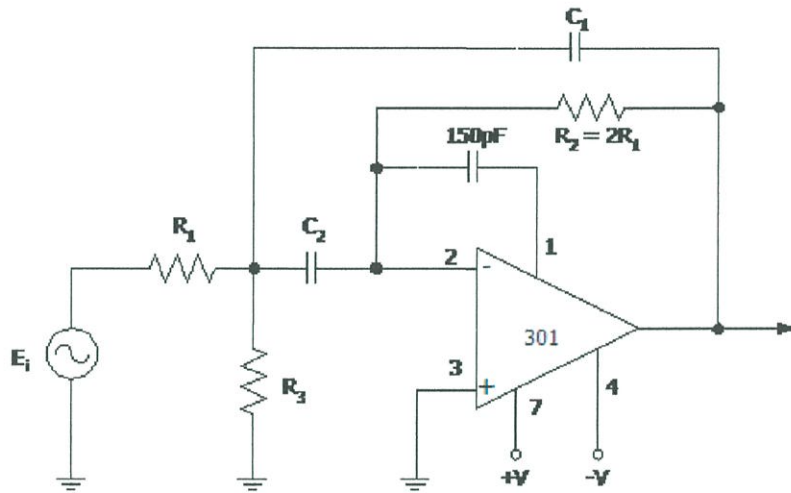
จากรูปจะเห็นว่า C ต่ออนุกรมกับวงจร ส่วน R ต่อขนานกับวงจร เมื่อป้อนความถี่ต่ำกว่าเข้ามา C จะมีค่า X_C สูง ทำให้สัญญาณผ่านไปได้น้อย ทำให้สัญญาณที่ผ่านมาจาก C ลงกราวด์ได้หมด แต่เมื่อความถี่สูงขึ้น C จะมีค่า X_C ลดลง สัญญาณจะผ่านได้มากขึ้น สัญญาณก็จะลงกราวด์น้อยลงเพราะมี R กันไว้ สัญญาณที่ออกไปยัง Output จะมีมากขึ้น จนถึงระดับความแรงของสัญญาณประมาณ 70.7% ของความแรงสูงสุด ระดับนี้เองที่เรียกว่า ช่วงความถี่ Cut off เมื่อความถี่สูงกว่า ความถี่ นี้ C จะยอมให้สัญญาณผ่านได้สะดวกและค่า R จะต้านสัญญาณไม่ให้ลงกราวด์ ความถี่จึงผ่านไปที่จุด Output ได้ทั้งหมด

2.2.3 วงจรกรองสัญญาณช่วงความถี่ (Band Pass Filter: BPF)

เนื่องจากเป็นวงจรที่มีลักษณะคล้ายกับการนำเอาวงจรกรองสัญญาณความถี่ต่ำ และความถี่สูง มาต่อร่วมกัน (Cascade) ดังนั้น วงจรกรองความถี่ผ่านเฉพาะช่วง จะยอมให้สัญญาณผ่านไปเฉพาะช่วงที่กำหนดเท่านั้น ความถี่ที่นอกเหนือจากที่กำหนดจะถูกจำกัดโดยการลดทอนให้หมดไป



(ก) กราฟการตอบสนองของแอมพลิจูดของวงจรความถี่ผ่านแคบ



(ข) ลักษณะการต่อวงจรความถี่ผ่านแคบ

รูปที่ 2.9 วงจรกรองสัญญาณช่วงความถี่ และกราฟแสดงผลตอบสนองอัตราขยายเชิงความถี่

รูปที่ 2.9 แสดงถึงผลตอบสนองทางความถี่ของวงจรแบบความถี่ผ่านเฉพาะช่วง ค่าแรงดันเอาต์พุตสูงสุด (V_{MAX}) จะปรากฏขึ้นเฉพาะบางช่วงของความถี่เท่านั้น เรียกความถี่นั้นว่า ความถี่เรโซแนนต์(resonant frequency) แทนได้ด้วย ω_r ตำแหน่งของความถี่ที่มีค่าแรงดันลดลงเป็น $0.707V_{max}$ จะมีอยู่ 2 ความถี่คือ ความถี่ที่สูงกว่า ω_r ค่าหนึ่ง และที่ต่ำกว่า ω_r อีกค่าหนึ่งเรียกความถี่ที่ $V_o = 0.707V_{max}$ ที่สูงกว่า ω_r นี้ว่า ความถี่คัทออฟช่วงสูง (high cutoff frequency) แทนด้วย ω_h และความถี่ที่ต่ำกว่า ω_r ว่า ความถี่คัทออฟช่วงต่ำ (low cutoff frequency) แทนได้ด้วย ω_1 จากความถี่ทั้งสอง จะได้ช่วงกว้างความถี่ B เป็น

$$B = \omega_h - \omega_1 \quad (2.1)$$

วงจรกรองความถี่ผ่านเฉพาะช่วงนี้แบ่งได้เป็น 2 ชนิดคือ ชนิดที่ยอมให้ความถี่ผ่านได้ในช่วงแคบ (narrow Band) และชนิดที่ยอมให้ผ่านได้ในช่วงกว้าง (wide band) สำหรับ

วิธีการกำหนดว่าวงจรชนิดใดเป็นชนิดที่ยอมให้ความถี่ผ่านได้ในช่วงแคบหรือช่วงกว้างนั้น กำหนดได้ดังนี้ถ้ามีช่วงกว้างความถี่น้อยกว่าหนึ่งในสิบของความถี่เรโซแนนต์ ($B < 0.1\omega_r$) จะเรียกว่าวงจรชนิดที่ยอมให้ความถี่ผ่านได้ในช่วงแคบ ถ้ามีช่วงกว้างความถี่มากกว่าหนึ่งในสิบของความถี่เรโซแนนต์ ($B > 0.1\omega_r$) จะเรียกว่า วงจรชนิดที่ยอมให้ความถี่ผ่านได้ในช่วงกว้าง

ในวงจรแบบเลือกความถี่ผ่านนี้จะมีอัตราส่วนระหว่างความถี่เรโซแนนต์ และช่วงกว้างความถี่เรียกว่า คออลิตีแฟกเตอร์ (quality factor) แทนได้ด้วย Q ค่า Q นี้เป็นค่าที่มีความสำคัญมาก เพราะเป็นตัวชี้ให้เห็นถึงความสามารถในการเลือกความถี่ใช้งาน ยิ่งค่า Q มีค่าสูงมากขึ้นเท่าใด วงจรก็ยิ่งมีความสามารถในการเลือกความถี่ได้ดีมากขึ้นเท่านั้น ค่า Q แสดงได้ดังในสมการ

$$Q = \frac{\omega_r}{B} \quad (2.2)$$

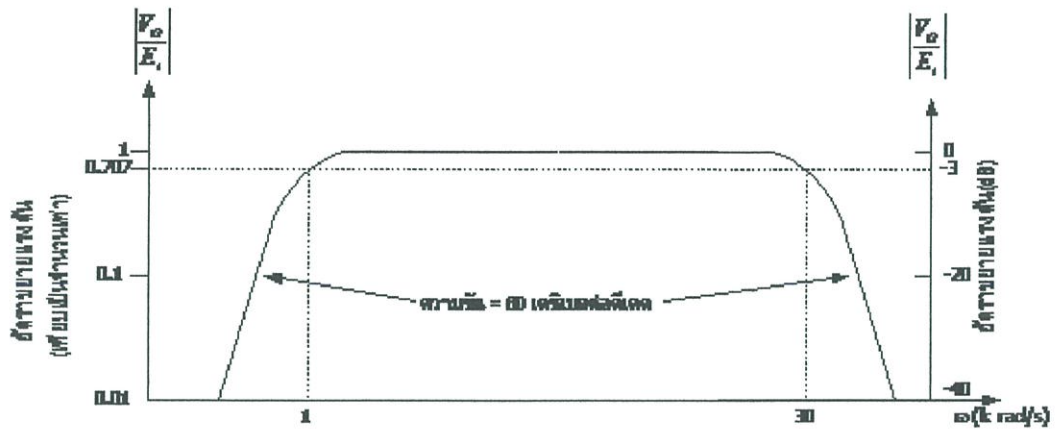
หรือ

$$B = \frac{\omega_r}{Q} \text{ rad/s} \quad (2.3)$$

โดยที่ B มีหน่วยเป็นเรเดียนต่อวินาที สำหรับวงจรในแบบที่ยอมให้ความถี่ผ่านได้ในช่วงแคบ ๆ นั้นจะมีค่า Q ที่สูงมากกว่า 10 และ ในวงจรผ่านแบบช่วงกว้างจะมีค่า Q น้อยกว่า 10

สรุป ช่วงความถี่แคบคือ มีค่า $B < 0.01$; $Q > 10$
 ช่วงความถี่กว้างคือ มีค่า $B > 0.01$; $Q < 10$

มีแนวความคิดบางอย่างเกี่ยวกับวงจรกรองความถี่ผ่านเฉพาะช่วงนี้ว่า วงจรชนิดนี้น่าจะสามารถสร้างได้จากการนำเอาวงจรกรองความถี่ต่ำ มาต่อร่วมกับวงจรกรองความถี่สูง ตัวอย่างเช่น นำวงจรกรองความถี่ต่ำ แบบบัตเตอร์เวิร์ทที่ให้ค่า -60 เดซิเบลต่อดีเคด มาต่อร่วมกับวงจรกรองความถี่สูงดังรูปที่ 2.7 ซึ่งจะให้ผลตอบสนองทางความถี่ดังในรูปที่ 2.8 ถึงแม้ว่าวงจรใหม่ที่เราสร้างขึ้นนี้ จะต้องใช้อุปกรณ์ถึง 4 ตัวก็ตาม แต่ก็มีข้อดีอยู่คือว่า จะให้อัตราความชันสูงถึง 60 เดซิเบลต่อดีเคดเลยทีเดียวทั้งในคัทออฟช่วงความถี่ต่ำ ช่วงความถี่สูง และมีอัตราขยายเป็น 1 ตลอดในความถี่ช่วงผ่าน

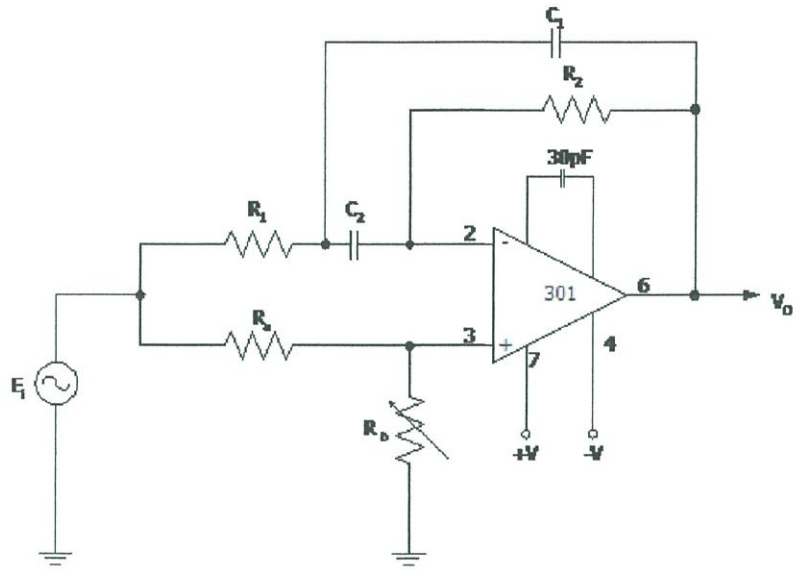


รูปที่ 2.10 กราฟแสดงการตอบสนองความถี่ ของวงจรผสมที่เกิดจากการเอาวงจรกรองความถี่ต่ำแบบบัตเตอร์เวิร์ทที่ให้ค่า -60 เดซิเบลต่อดีเคด กับวงจรกรองความถี่สูงผ่านแบบให้ค่า 60 เดซิเบลต่อดีเคด มาต่อรวมกัน

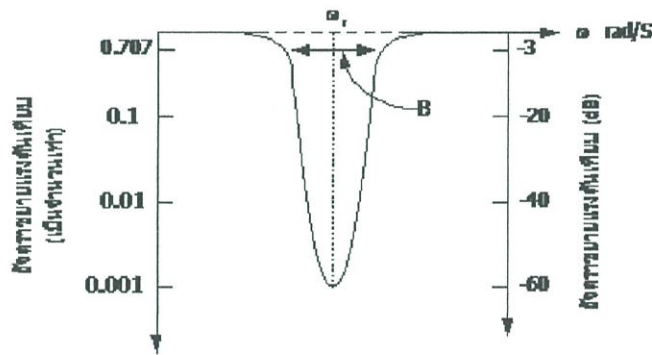
การนำเอาวงจรกรองความถี่ต่ำและความถี่สูงมาต่อรวมกัน เพื่อให้ได้วงจรกรองความถี่เฉพาะช่วง แบบนี้มีข้อน่าสังเกตว่า ในการนำมาต่อรวมกันนั้น สามารถสลับตำแหน่งกันระหว่างวงจรทั้งสองได้ ซึ่งได้ผลการทำงานเหมือนกัน ข้อสำคัญคือว่า ต้องเลือกความถี่คัทออฟให้ถูกต้องตามที่ต้องการเท่านั้น

2.2.4 วงจรลดทอนสัญญาณช่วงความถี่ (Band Reject Filter: BRF)

เป็นวงจรที่กำจัดความถี่บางช่วงออกไป บางครั้งเรียกว่า นอตช์ฟิลเตอร์ (notch filter) ตัวอย่างของวงจรแสดงได้ในรูปที่ 2.9 ซึ่งจะให้ผลตอบสนองทางความถี่ดังในรูปที่ 2.10 จากรูปจะเห็นได้อย่างชัดเจนว่ามีความถี่ช่วงผ่านอยู่สองช่วงทั้งซ้ายและขวา และมีความถี่ที่อยู่ตรงกลางถูกกำจัดหายไปความถี่นี้จะเรียกว่าความถี่เรโซแนนต์ (ω_r) เช่นเดียวกับวงจรกรองความถี่ต่ำผ่านเฉพาะช่วงตัวอย่าง ของวงจรประเภทนี้ได้แก่ การกำจัดความถี่ 50 เฮิร์ตซ์ หรือ 400 เฮิร์ตซ์ ในการใช้งานมอเตอร์เจเนอเรเตอร์ เพื่อเป็นการลดสัญญาณรบกวนที่เกิดขึ้น เป็นต้นการคำนวณและออกแบบวงจรก็เช่นเดียวกับวงจรกรองความถี่ผ่านเฉพาะช่วงคือ ต้องนำเอาช่วงกว้างความถี่ B และค่าควอลิตี้แฟกเตอร์ Q มาคิดร่วมกับ ω_r ด้วย



(ก) วงจรแอมพลิฟายเออร์



(ข) ลักษณะของความถี่ของวงจรมี

รูปที่ 2.11 แสดงวงจรลดทอนสัญญาณช่วงความถี่และผลตอบสนองต่อความถี่

2.3 ความถี่คัทออฟ

ในทางทฤษฎีวงจรกรองความถี่จะยอมให้สัญญาณใดๆ ที่มีความถี่ตั้งแต่ 0 Hz จนถึงความถี่ที่กำหนดซึ่งเรียกว่า ความถี่คัทออฟ หรือ ความถี่ขอบเขต (Cutoff Frequency) ผ่านไปได้ โดยไม่มีการลดทอนของสัญญาณ และถ้าความถี่ของสัญญาณเข้ามีค่าเกินที่หรือต่ำกว่าที่กำหนดไว้ สัญญาณออกควรจะมีค่าเป็นศูนย์ แต่ในทางปฏิบัติไม่สามารถจะทำเช่นนั้นได้ เนื่องจากการตอบสนองสัญญาณที่ความถี่ต่างๆ ของอุปกรณ์ประเภทพาสซีฟ จะเป็นแบบค่อยเป็นค่อยไปไม่เปลี่ยนแปลงทันทีทันใด ดังนั้นผลที่ได้จึงเป็นลักษณะที่ว่า เมื่อสัญญาณมีความถี่สูงขึ้นหรือต่ำกว่าที่กำหนดไว้วงจรจะลดสัญญาณลงไปเรื่อยๆ จนกระทั่งจะลดลงในอัตราคงที่ค่าหนึ่ง

2.4 วงจรครอสโอเวอร์เน็ตเวิร์ค

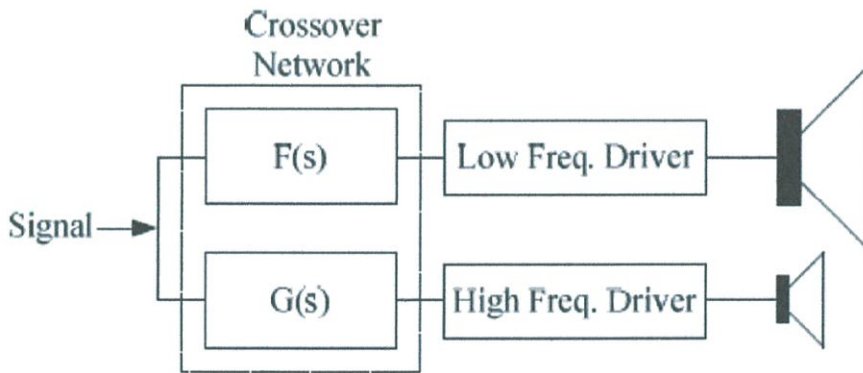
หลักการพื้นฐานของครอสโอเวอร์เน็ตเวิร์คประกอบขึ้นด้วย ตัวต้านทาน ตัวเหนี่ยวนำ และ ตัวเก็บประจุ ต่อขึ้นเป็นวงจรไฟฟ้า ทั้งตัวเก็บประจุและตัวเหนี่ยวนำจะเป็นตัวนำที่ปล่อยให้เงื่อนไขบางประการ ยกตัวอย่างเช่น ตัวเก็บประจุจะยอมให้ความถี่สูงที่เกินกว่าค่าที่กำหนดผ่านไปได้ แต่ ถ้าเป็นความถี่ต่ำกว่าค่าที่กำหนดมันจะไม่ยอมให้ผ่านไป ส่วนตัวเหนี่ยวนำจะทำหน้าที่แตกต่างกัน คือจะเป็นตัวนำที่ดีเมื่อความถี่ต่ำ คือมันจะยอมให้ความถี่ต่ำกว่าค่าที่กำหนดผ่านไปได้ และ จะไม่ยอมให้ความถี่สูงกว่าค่าที่กำหนดผ่านไป

ครอสโอเวอร์เน็ตเวิร์คแยกออกเป็น 2 แบบ คือ แบบพาสซีฟ (Passive) และ แบบแอคทีฟ (active)

2.4.1 คุณสมบัติ

1. แบบ 2 ช่วงความถี่คือ ช่วงความถี่ต่ำ (เสียงทุ้ม) และช่วงความถี่กลางสูง (เสียงกลาง-แหลม) โดยเรียกว่าแบบ 2 ทาง (2-Way) แบบ 2 ทางจะนิยมใช้กับระบบเสียงที่ไม่ใหญ่มากนักเช่น งานดนตรีจำนวนผู้ฟังโดยประมาณ ก็ไม่ควรเกิน 300 คนข้อดีก็คือประหยัดจำนวนตู้ลำโพงและเพาเวอร์แอมป์ สะดวกการขนย้าย เสียงจะออกมาดีแค่ไหนก็ขึ้นอยู่กับคุณภาพของเครื่องและการปรับแต่งใช้งาน ข้อเสียจะเกิดขึ้นได้ถ้าใช้ขับเสียงที่ตั้งเกินไปเนื่องจากต้องใช้เพาเวอร์แอมป์กำลังสูงและลำโพงที่ทนกำลังได้สูง ระบบของลำโพงแบบครอสโอเวอร์เน็ตเวิร์คแบบ 2 ทาง แสดงดังรูป 2.12 และเป็นไปตามสมการที่ 2.4

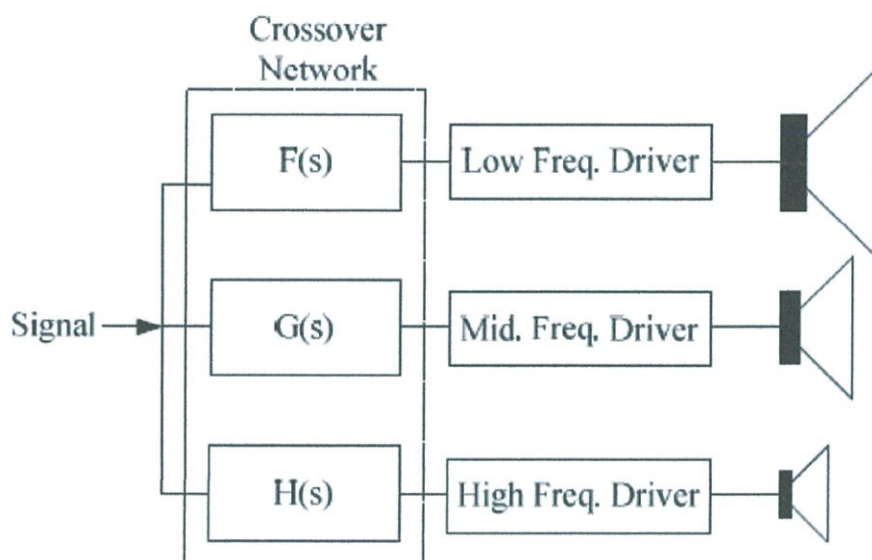
$$F(s) + G(s) = A(s) \quad (2.4)$$



รูปที่ 2.12 ครอสโอเวอร์เน็ตเวิร์คแบบ 2 ทาง

2. แบบ 3 ช่วงความถี่คือ ช่วงความถี่ต่ำ ช่วงความถี่กลาง และช่วงความถี่สูง โดยเรียกว่าแบบ 3 ทาง (3-Way) จะใช้กับระบบเสียงขนาดกลางจนถึงขนาดใหญ่เช่นงานเสียงดนตรีที่คนฟังโดยประมาณ ตั้งแต่ 300-5000 คนข้อดีก็ได้แก่ สามารถปรับแต่งเสียงที่ออกมาจากลำโพงแต่ละตัวได้ดียิ่งขึ้นเพราะลำโพงแต่ละตัวจะทำงานเฉพาะช่วงความถี่ที่แคบลง ซึ่งจะให้ลำโพงให้เสียงเฉพาะความถี่นั้นๆได้ดีข้อเสียก็คือต้องเพิ่มจำนวน เพาเวอร์แอมป์และลำโพงอีก 1 ชุด ส่วนการปรับแต่งเสียงก็ยากกว่าแบบ2ทาง ระบบของลำโพงแบบครอสโอเวอร์เน็ตเวิร์คแบบ 3 ทาง แสดงดังรูป 2.13 และเป็นไปตามสมการที่ 2.5

$$F(s) + G(s) + H(s) = A(s) \quad (2.5)$$



รูปที่ 2.13 ครอสโอเวอร์เน็ตเวิร์คแบบ 3 ทาง

3. แบบ 4 ช่วงความถี่คือช่วงความถี่ต่ำ ช่วงความถี่กลาง ช่วงความถี่กลางสูง และช่วงความถี่สูง โดยเรียกว่าแบบ 4 ทาง (4 Way) จะใช้กับระบบเสียงที่มีขนาดใหญ่เช่นงานแสดงดนตรีที่มีผู้ฟังโดยประมาณ 5000 คนขึ้นไปข้อดีของระบบนี้คือระบบจะให้เสียงออกมาได้ดังและได้เสียงที่ถูกต้อง มากเพราะลำโพงจะให้เสียงออกมาในช่วงความถี่ที่แคบเฉพาะความถี่มากยิ่งขึ้น ข้อเสียก็เช่นต้องใช้เพาเวอร์แอมป์และลำโพงถึง 4 ชุด ราคา ก็จะแพงขึ้น ส่วนการปรับแต่งเสียงก็จะมี ความยุ่งยากกว่าแบบอื่นๆเพราะต้องปรับเสียงรวม ที่ออกมาทั้งความถี่และความดังต้องให้มีความสมดุล และกลมกลืนกันมากที่สุดจะ ใช้แบบไหนดีก็ยาก...มันก็ขึ้นอยู่กับประเภทของงาน ที่จะนำระบบเสียงมาใช้ เช่นเป็นงานเฉพาะเสียงพูด หรืองานดนตรี จำนวนของผู้ฟัง พื้นที่ใช้งาน สภาพสิ่งแวดล้อมในอาคารหรือที่โล่งแจ้งข้อมูลต่างๆเหล่านี้จะเป็นตัวช่วย

2.4.2 ครอสโอเวอร์ แบบพาสซีฟ

พาสซีฟ ครอสโอเวอร์ (Passive Crossover) จะใช้ติดตั้งขึ้นระหว่างตัว เพาเวอร์แอมป์กับลำโพง แล้วโดยมากมักใช้สำหรับการแยกเสียง กลาง-แหลม ให้ออกจากกันก่อนที่จะส่งต่อไปให้ลำโพง มักจะไม่นิยมใช้สำหรับการแยกเสียงต่ำ อันที่จริงแล้วมันก็ใช้แยกได้ แต่มันจะมีการสูญเสียพลังงานบางส่วน

สัญญาณไฟฟ้ากระแสสลับที่ผ่านการขยายมาแล้ว จะถูกส่งผ่านไปยังครอสโอเวอร์แบบพาสซีฟ โดยจะต่อตัวเก็บประจุไว้ก่อนที่จะเข้าทวิตเตอร์ เพราะจะยอมให้แต่ความถี่สูงผ่านไปได้เท่านั้น ตัวเหนี่ยวนำจะต่อไว้ก่อนจะเข้าวูฟเฟอร์ ส่วนลำโพงมิดเรนส์ จะต่ออยู่กับ ตัวเก็บประจุและตัวเหนี่ยวนำ โดยต่อเป็นวงจรไฟฟ้า เรียกว่า วงจร L-C และเลือกค่าให้เหมาะสม เพื่อให้ความถี่ในช่วงกลางสามารถผ่านไปได้

สาเหตุที่ พาสซีฟครอสโอเวอร์ ยังเป็นที่ได้รับความนิยมกันอย่างต่อเนื่องจากอดีตจนถึงปัจจุบันก็คือการผสมผสานที่ลงตัวของ แมกคาสิกส์ และ อิเล็กทรอนิกส์ นั่นก็คือเมื่อมันได้รับ สัญญาณเสียงจาก เพาเวอร์แอมป์ มันก็จะส่งผ่านไปยังอุปกรณ์เหนี่ยวนำอย่างขดลวด (Coil) และ ตัว คาปาซิเตอร์ เพื่อทำการแยกสัญญาณเสียงกลาง และเสียงแหลม ให้ออกจากกันตามความเหมาะสมก่อนที่จะส่งต่อไปยังลำโพงที่เหมาะสมกับแต่ละความถี่เสียงต่อไป ถ้าปล่อยให้ลำโพงแต่ละตัวแยกความถี่เอง มันก็คงเป็นเรื่องยากที่จะได้สัญญาณที่เหมาะสมจากเพาเวอร์แอมป์ และตัว ลำโพงเองก็คงจะไม่สามารถทำงานได้อย่างเต็มประสิทธิภาพ เท่าที่ควรจะเป็น

2.4.3 ครอสโอเวอร์ แบบแอกทีฟ

ครอสโอเวอร์แบบแอกทีฟ เป็นอุปกรณ์ทางอิเล็กทรอนิกส์เหมือนกับครอสโอเวอร์แบบ พาสซีฟ แต่ว่าออกแบบซับซ้อนกว่า จึงต้องมีแหล่งจ่ายไฟป้อนพลังงานให้ ครอสโอเวอร์แบบนี้จะ แยกความถี่ออกก่อนที่จะเข้าเครื่องขยายเสียง ดังนั้นจึงต้องมีเครื่องขยาย 3 อัน แต่ละอันขยาย ความถี่ในช่วงที่แตกต่างกัน จึงเป็นข้อเสียที่สำคัญประการหนึ่ง แต่มีข้อดีมากเมื่อเทียบกับแบบ พาสซีฟ และเป็นสิ่งที่เครื่องเสียงราคาเป็นแสนขาดเสียไม่ได้คือ คุณสามารถปรับแต่งความถี่ต่างๆ ช่วงได้ อย่างไรก็ตามมันมีราคาค่อนข้างแพงจึงใช้กับเครื่องเสียงราคาสูงเสียมากกว่า

เมื่อเปรียบเทียบข้อดีของ ครอสโอเวอร์แบบแอกทีฟ เมื่อเทียบกับพาสซีฟครอสโอเวอร์ ขั้นตอนการใช้งานของพาสซีฟครอสโอเวอร์จะต่อในช่วงสัญญาณหลังผ่านเพาเวอร์แอมป์ โดยทั่วไป จะใช้คาปาซิเตอร์หรือคอยล์ที่มีค่าเหมาะสมวางไว้ในระหว่างทางของ สายลำโพง ดังนั้นมันจึงปรุงร แต่งเฉพาะเสียงที่ผ่านการขยายกำลังแล้วเท่านั้น การใช้พาสซีฟครอสโอเวอร์ จะต้องมีการกักเสียง พอดีๆ จุดตัดครอสโอเวอร์จะแปรเปลี่ยนไปตามอิมพีแดนซ์ของลำโพง เพราะความถี่จะถูก กำหนดโดยปฏิกิริยาของโหลดลำโพง เมื่อเปลี่ยนลำโพงจาก 4 โอห์มไปเป็น 8 โอห์มจุดตัดความถี่ จะเปลี่ยนไปครึ่งหนึ่งเช่น 100Hz ก็จะเป็น 50 Hz ในทางกลับกัน แอกทีฟครอสโอเวอร์จะมีการกระทำโดยตรงกับสัญญาณเสียงก่อนที่จะถูกป้อนเข้าเพาเวอร์แอมป์ ดังนั้นมันจึงไม่มีผลกระทบ จากอิมพีแดนซ์ของลำโพง และทำให้ระบบเสียงนั้นมีประสิทธิภาพสูงขึ้นอย่างมาก การติดตั้งใน ระดับสัญญาณปริแอมป์ ทำให้เพาเวอร์แอมป์ได้รับสัญญาณที่เข้มข้นเพื่อการขยายที่เต็ม พลังกำลังใน ช่วงความถี่นั้นๆ เพื่อผ่านไปยังชุดลำโพง ข้อดีของมันมีแค่เพียงเรื่องของความ ต้องการไฟ +12 โวลต์ , กราวด์ และสายควบคุมการ เปิด/ปิด อิเล็กทรอนิกส์ครอสโอเวอร์ อาจมี ส่วนในการเพิ่มเสียงรบกวนให้กับระบบ แต่ด้วยงานติดตั้งคุณภาพสูงๆในปัจจุบันไม่น่าเกิดปัญหานี้ แต่ข้อได้เปรียบของอิเล็กทรอนิกส์ครอสโอเวอร์นั่นคือ การให้ความสะอาดชัดของเสียงแม้ว่าจะเปิด ฟังความดังของระบบเสียง

2.5 สรุป

เพราะปัจจัยหลักที่สำคัญของเครื่องเสียงนั่นก็คือ ความราบรื่นและความไพเราะของเสียงที่ ออกมา วงจรครอสโอเวอร์เน็ตเวิร์คเป็นส่วนประกอบสำคัญ ในการจัดการกับปัญหาของความถี่ เสียง ที่แตกต่างกันหลายๆ ความถี่ โดยการแบ่งช่วงความถี่ที่เหมาะสมให้กับลำโพงในแบบเฉพาะ ของความถี่เสียงนั้นๆ ซึ่งวงจรที่ดีนั้นต้องมีจุดตัดความถี่คัทออฟของวงจรกรองความถี่ต่ำ วงจรกรอง ความถี่สูง และวงจรกรองความถี่ผ่านที่จุดใกล้เคียงกันให้มากที่สุด ซึ่งเมื่อรวมกันของวงจรกรองทุก ความถี่จะต้องมีความราบเรียบ

บทที่ 3

ทฤษฎีเบิร์นสไตน์โพลีโนเมียล

3.1 บทนำ

การออกแบบวงจรกรองความถี่อนาล็อก สิ่งที่ต้องตระหนักอย่างมากคือคุณสมบัติเฟสเชิงเส้น (Linear Phase) โดยปกติจะแก้ปัญหาเฟสไม่เป็นเชิงเส้นโดยการเลือกทฤษฎีการประมาณค่าที่นำมาออกแบบวงจรกรองความถี่อนาล็อก เช่น ทฤษฎีการประมาณค่าที่มีเฟสเชิงเส้นแบบเบสเซลทอมสัน (Bessel-Thomson) [19-20] แต่ในที่นี่จะนำเสนอทฤษฎีการประมาณค่าแบบเบิร์นสไตน์หรือ เบิร์นสไตน์โพลีโนเมียลเพื่อใช้ในการออกแบบวงจรกรองความถี่อนาล็อก ซึ่งมีลักษณะเด่นในการออกแบบคือได้วงจรกรองความถี่ที่มีความราบเรียบที่สุด (Maximally Flat) ประกอบกับข้อได้เปรียบอื่น ๆ เช่น สามารถควบคุมคุณลักษณะทางขนาด และเฟส ความเป็นเชิงเส้นของเฟส ความยืดหยุ่นในการเปลี่ยนแปลงเฟส โดยใช้พารามิเตอร์ 3 ตัวในการควบคุม คือ n K และ ε ดังนั้นในบทนี้จะกล่าวถึงทฤษฎีเบิร์นสไตน์ การประยุกต์ใช้เบิร์นสไตน์โพลีโนเมียลออกแบบวงจรกรองความถี่อนาล็อก ผลจากการปรับเปลี่ยนพารามิเตอร์ที่ใช้ควบคุม และการเปรียบเทียบกับประสิทธิภาพกับวงจรกรองความถี่ที่มีอยู่เดิม เช่น วงจรกรองความถี่แบบบัตเตอร์เวิร์ท วงจรกรองความถี่แบบเชบีเชฟ และวงจรกรองความถี่แบบเบสเซลทอมสัน

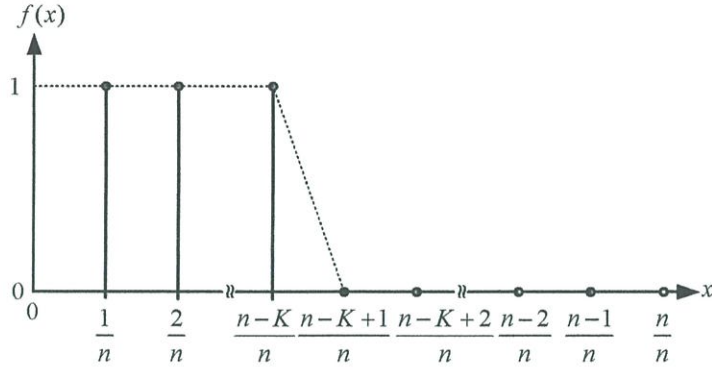
3.2 เบิร์นสไตน์โพลีโนเมียล

เบิร์นสไตน์โพลีโนเมียล (Bernstein Polynomials) เกิดขึ้นจากทฤษฎีการประมาณที่มีรูปแบบฟังก์ชันแบบต่อเนื่อง ($f(x)$) ในช่วงปิดที่ $[0, 1]$ เบิร์นสไตน์โพลีโนเมียลอันดับที่ n^{th} ($n \geq 1$) สามารถแสดงได้ดังสมการ [16-17]

$$B_n(f; x) = \sum_{i=0}^n f\left(\frac{i}{n}\right) \binom{n}{i} x^i (1-x)^{n-i} \quad (3.1)$$

เมื่อ $i = 0, 1, \dots, n$ และ $\binom{n}{i} = \frac{n!}{(n-i)!i!}$

พิจารณาฟังก์ชัน $f(x)$ ในที่นี้ทำการประมาณฟังก์ชันให้เป็นแบบความถี่ต่ำผ่าน (Low-pass Function) มีขอบเขตอยู่ที่ $[0, 1]$ เพราะฉะนั้นฟังก์ชัน $f\left(\frac{i}{n}\right)$ i จึงมีค่าไม่เกิน n แสดงดังรูปที่ 3.1 [18]



รูปที่ 3.1 ฟังก์ชันความถี่ต่ำผ่าน

เมื่อ K คือจำนวนจุดที่ไม่ต่อเนื่องทางเวลาที่ทำให้ฟังก์ชันการประมาณมีค่าเป็นศูนย์ ดังนั้นเขียนฟังก์ชันการประมาณความถี่ต่ำผ่านได้เป็น

$$f\left(\frac{i}{n}\right) = \begin{cases} 1, & 0 \leq i \leq n-K \\ 0, & n-K+1 \leq i \leq n \end{cases} \quad (3.2)$$

แทนสมการที่ (3.2) ลงในสมการที่ (3.1) จะได้

$$B_{n,K}(f;x) = \sum_{i=0}^{n-K} \binom{n}{i} x^i (1-x)^{n-i} \quad (3.3)$$

จากสมการที่ (3.3) สามารถจัดรูปสมการใหม่โดยใช้โพลีโนเมียลแบบ Herrmann [18]

$$\begin{aligned} B_{n,K}(f;x) &= (1-x)^K \sum_{i=0}^{n-K} \binom{n}{i} x^i (1-x)^{n-i} (1-x)^{-K} \\ &= (1-x)^K \sum_{i=0}^{n-K} \binom{n}{i} x^i (1-x)^{n-i-K} \end{aligned} \quad (3.4)$$

จัดรูปให้เข้าใจง่ายขึ้นเพื่อการนำไปใช้ในการแก้สมการทางคณิตศาสตร์

$$B_{n,K}(f;x) = (1-x)^K \sum_{i=0}^{n-K} \binom{K+i-1}{i} x^i \quad (3.5)$$

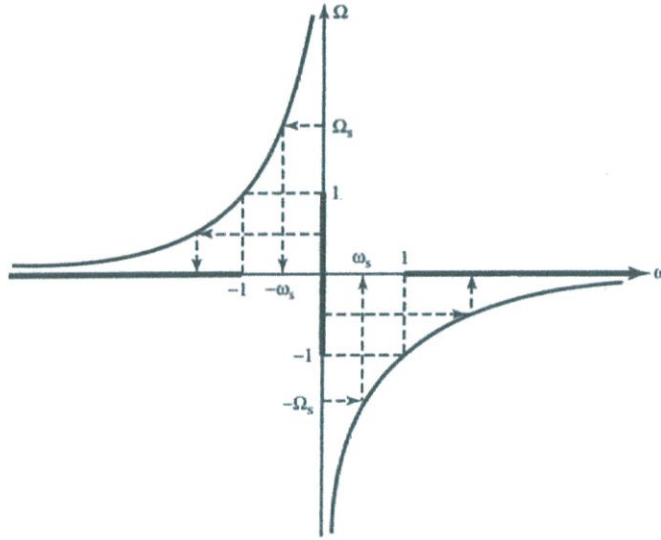
ทำการแปลง (Transformation) x จากช่วง $[0, 1]$ ให้เป็น Ω ที่มีช่วงหรือขอบเขตอยู่ที่ $[0, \infty]$ [18]

$$x = \frac{\Omega^2}{1+\Omega^2} \quad (3.6)$$

นำสมการที่ (3.6) แทนลงในสมการที่ (3.5) ได้เป็น

$$B_{n,K}(f; \Omega) = \frac{\sum_{i=0}^{n-K} \binom{n}{i} \Omega^{2i}}{(1 + \Omega^2)^n} \quad (3.7)$$

จากสมการที่ (3.7) Ω เป็นแกนความถี่ (Ω -axis) ของวงจรกรองความถี่ต่ำผ่านต้นแบบ (Low-pass Prototype Filter) ซึ่งสามารถแปลงเข้าสู่วงจรกรองความถี่สูงผ่าน (Low-pass to High-pass Transformation) [19] แสดงดังรูปที่ 3.2



รูปที่ 3.2 การแปลงแกนความถี่จาก $\Omega \rightarrow \omega$

จากรูปที่ 3.2 แสดงความสัมพันธ์ของการแปลงระหว่างแกนความถี่ Ω ของวงจรกรองความถี่ต่ำผ่านต้นแบบกับแกนความถี่ ω ของวงจรกรองความถี่สูงผ่าน จะเห็นว่าแถบผ่าน (Pass-band) ของวงจรกรองความถี่ต่ำผ่านต้นแบบอยู่ที่ $-1 \leq \Omega \leq 1$ ส่วนแถบผ่านของวงจรกรองความถี่สูงผ่านจะอยู่ที่ $1 \leq \omega \leq -1$ ดังนั้นเขียนสมการการแปลงได้เป็น

$$\Omega = -\frac{1}{\omega} \quad (3.8)$$

นำสมการที่ (3.8) แทนลงในสมการที่ (3.7) จะได้

$$B_{n,K}(\omega) = \frac{\sum_{i=0}^{n-K} \binom{n}{i} \left(\frac{1}{\omega}\right)^{2i}}{\left(1 + \frac{1}{\omega^2}\right)^n} \quad (3.9)$$

ฟังก์ชันถ่ายโอน (Transfer Function) แทนด้วย $N(s)$ สามารถหาได้จากคุณลักษณะทางขนาดยกกำลังสอง (Magnitude-squared Characteristics) แทนด้วย $|N(s)|^2$ แสดงดังสมการ

$$|N(s)|^2 = N(s) \cdot N(-s) \quad (3.10)$$

เพราะฉะนั้นในที่นี้จะเริ่มหาฟังก์ชันถ่ายโอนจากคุณลักษณะทางขนาดยกกำลังสองของวงจรกรองความถี่ต่ำผ่าน (Low-pass Magnitude-squared Characteristics) [20] ด้วยเหตุเพราะสามารถทำการแปลงเป็นวงจรกรองความถี่ชนิดต่าง ๆ ได้ด้วยวิธีการแปลงความถี่ (Frequency Transformation) แสดงดังสมการ

$$|N(j\omega)|^2 = \frac{H_0^2}{1 + \varepsilon^2 B^2(\omega)} \quad (3.11)$$

โดยที่ $B(\omega)$ คือเบิร์นสไตน์โพลีโนเมียลในสมการที่ (3.9) นำไปแทนลงในสมการที่ (3.11) จะได้

$$|N(j\omega)|^2 = \frac{H_0^2}{1 + \varepsilon^2 \frac{\sum_{i=0}^{n-K} \binom{n}{i} \left(\frac{1}{\omega}\right)^{2i}}{\left(1 + \frac{1}{\omega^2}\right)^n}} \quad (3.12)$$

จัดรูปสมการใหม่ได้เป็น

$$|N(j\omega)|^2 = \frac{H_0^2 \cdot (1 + \omega^2)^{2n}}{(1 + \omega^2)^{2n} + \varepsilon^2 \omega^{4n} \left(\sum_{i=0}^{n-K} \binom{n}{i} \left(\frac{1}{\omega}\right)^{2i} \right)^2} \quad (3.13)$$

สมการที่ (3.13) เรียกว่าฟังก์ชันถ่ายโอนทางขนาดยกกำลังสองของวงจรกรองความถี่ต่ำผ่านที่ได้จากเบิร์นสไตน์โพลีโนเมียล จากนั้นนำสมการที่ได้มาหาค่าโพล (Poles) และซีโร (Zeros) โดยการแทนค่า $\omega = s/j$ แล้วแก้สมการเลือกค่าโพลและซีโร เป็นที่ทราบกันดีว่าถ้าต้องการให้ระบบมีความเสถียรภาพ (Stable System) และมีเฟสต่ำสุด (Minimum Phase) จะต้องเลือกค่าโพลและซีโรทางซ้ายของระนาบ s (s -plane) ดังนั้นจะได้ฟังก์ชันถ่ายโอนที่มีรูปแบบเป็นฟังก์ชันเศษส่วน (Rational Function)

$$N(s) = \frac{a_0 + a_1s + a_2s^2 + \dots + a_{m-1}s^{m-1} + a_ms^m}{b_0 + b_1s + b_2s^2 + \dots + b_{m-1}s^{m-1} + b_ms^m} \quad (3.14)$$

เมื่อ $m=2n$ เป็นอันดับของฟังก์ชันถ่ายโอน

จากสมการที่ (3.13) จะได้เศษเป็น $(s+1)^{2n}$ เพราะฉะนั้นเลือกค่าซีโร $s=-1$ นั้นเอง สำหรับค่าโพลสามารถเลือกได้จากการกำหนดค่าพารามิเตอร์ 3 ตัว คือ n K และ ε ของตัวส่วน สรุปได้ว่าการปรับเปลี่ยนหรือเลือกค่าพารามิเตอร์ n K และ ε นั้น สามารถปรับคุณลักษณะทางขนาดและเฟสที่ต้องการได้ โดยจะขอกล่าวถึงรายละเอียดของการปรับพารามิเตอร์ควบคุมทั้งสามในหัวข้อถัดไป

3.3 การออกแบบวงจรรองความถี่นาล็อก โดยใช้เบิร์นสไตน์โพลีโนเมียล

การออกแบบวงจรรองความถี่แอนาล็อกความถี่ต่ำผ่านอันดับ 4 โดยใช้เบิร์นสไตน์โพลีโนเมียล ในเบื้องต้นได้กำหนดพารามิเตอร์ต่าง ๆ ไว้ดังนี้ คือ $n=2$ $K=1$ และ $\varepsilon=10$ นำไปแทนลงในสมการที่ (3.13) จะได้ฟังก์ชันถ่ายโอนทางขนาดยกกำลังสองของวงจรรองความถี่ต่ำผ่านคือ

$$|N(s)|^2 = \frac{H_0^2 \cdot (1-s^2)^4}{(1+\varepsilon^2)s^8 + (-4-4\varepsilon^2)s^6 + (6+4\varepsilon^2)s^4 - 4s^2 + 1} \quad (3.15)$$

ในที่นี้เลือกค่า $\varepsilon=10$ จะได้

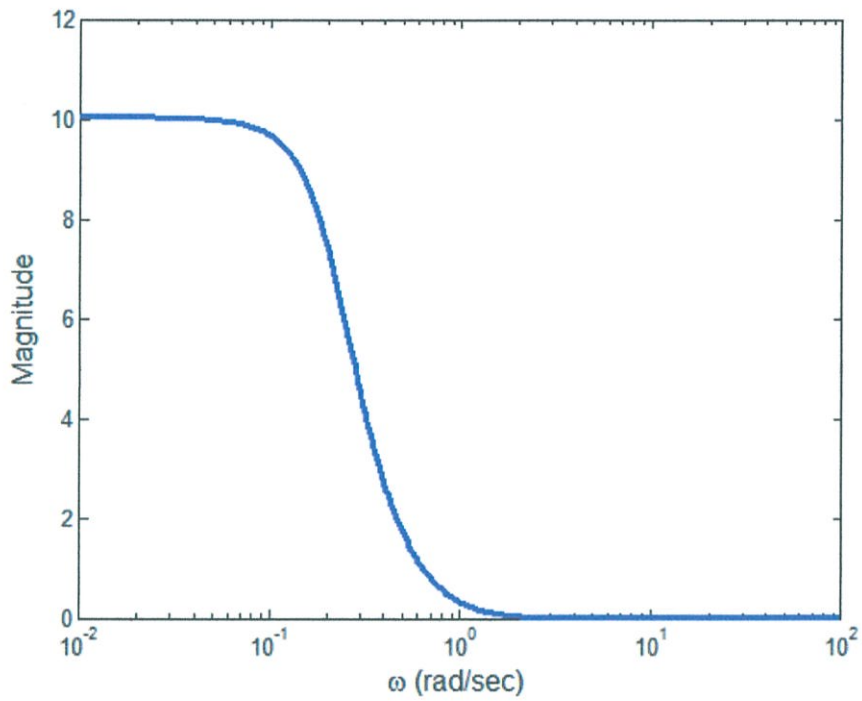
$$|N(s)|^2 = \frac{H_0^2 \cdot (1-s^2)^4}{101s^8 - 404s^6 + 406s^4 - 4s^2 + 1} \quad (3.16)$$

ทำการเลือกค่าโพลและซีโรทางซ้ายของระนาบ s จะได้ฟังก์ชันถ่ายโอนของวงจรรองความถี่ต่ำผ่านแบบเบิร์นสไตน์ อันดับ 4 ดังนี้

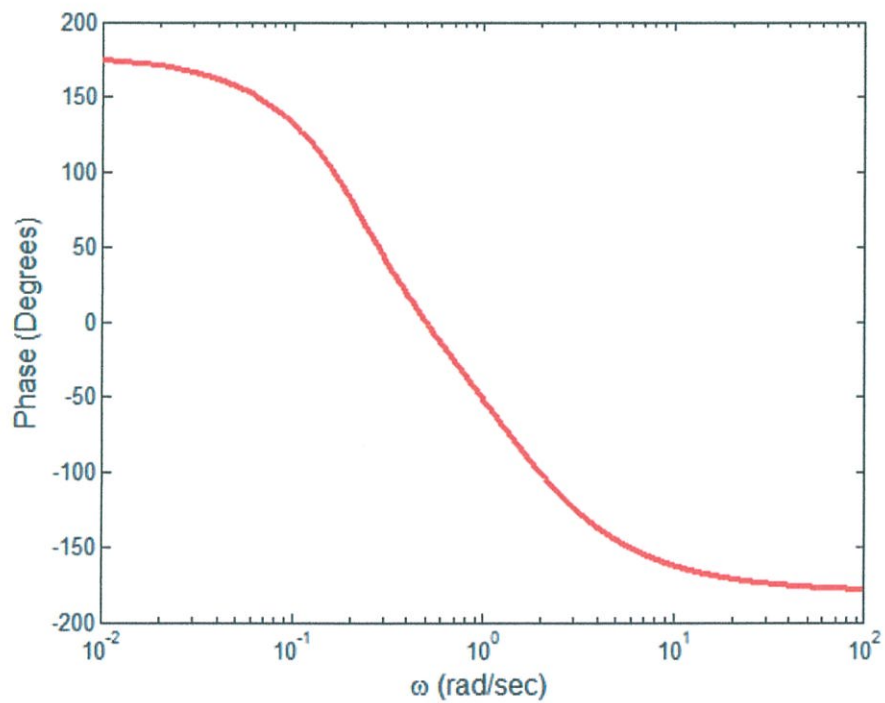
$$N(s) = \frac{H_0 \cdot (1+s)^4}{s^4 + 3.1532s^3 + 2.9714s^2 + 0.7941s + 0.0995} \quad (3.17)$$

เมื่อ H_0 คือค่าคงที่ที่ใช้กำหนดขนาด

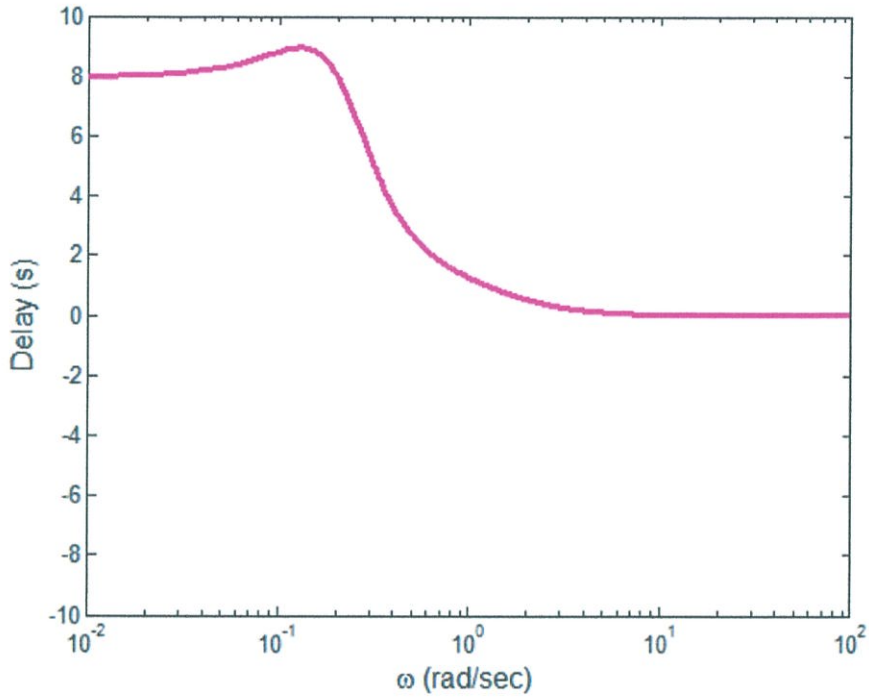
นำสมการที่ (3.17) ทำการพล็อตกราฟผลตอบสนองทางความถี่ โดยสมมติให้ $H_0=1$ แสดงดังรูปที่ 3.3 รูปที่ 3.4 และรูปที่ 3.5 ตามลำดับ



รูปที่ 3.3 ผลตอบสนองทางขนาดของวงจรกรองความถี่ต่ำผ่านแบบเบิร์ตินส์ไตน์ อันดับ 4



รูปที่ 3.4 ผลตอบสนองทางเฟสของวงจรกรองความถี่ต่ำผ่านแบบเบิร์ตินส์ไตน์ อันดับ 4



รูปที่ 3.5 ผลตอบสนองทางเวลาประวิงของวงจรกรองความถี่ต่ำผ่านแบบเบิร์ตส์ไตน์ อันดับ 4

รูปที่ 3.3 แสดงผลตอบสนองทางขนาดของวงจรกรองความถี่ต่ำผ่านแบบเบิร์ตส์ไตน์ อันดับ 4 จะเห็นว่ากราฟมีความราบเรียบที่สุดทางขนาด (Maximally Flat Magnitude) ทั้งในย่านความถี่แถบผ่าน (Pass-band) และความถี่แถบหยุด (Stop-band) ดังนั้นสามารถนำไปประยุกต์ใช้ในการควบคุมระบบได้ดี เช่น วงจรชดเชยสัญญาณ (Compensating Circuits) รูปที่ 3.4 แสดงผลตอบสนองทางเฟสของวงจรกรองความถี่ต่ำผ่านแบบเบิร์ตส์ไตน์ อันดับ 4 จะเห็นว่ากราฟมีเฟสเชิงเส้น (Linear Phase) และรูปที่ 3.5 แสดงผลตอบสนองทางเวลาประวิงของวงจรกรองความถี่ต่ำผ่านแบบเบิร์ตส์ไตน์ อันดับ 4 จะเห็นว่ากราฟมีความราบเรียบทางเวลาประวิง (Maximally Flat Delay) และยังมีคุณลักษณะใกล้เคียงค่าคงที่ (Constant Delay Characteristics) เป็นผลต่อเนื่องจากการมีเฟสเชิงเส้นนั่นเอง ซึ่งเป็นคุณสมบัติที่สำคัญของการใช้งานวงจรกรองความถี่แบบอนาล็อก เพราะฉะนั้นสามารถนำไปใช้ประโยชน์ในด้าน การประมวลผลสัญญาณ (Signal Processing) และการประมวลผลภาพ (Image Processing) นอกจากคุณลักษณะเด่นหลัก ๆ ทางขนาด เฟส และเวลาประวิงของวงจรกรองความถี่แบบเบิร์ตส์ไตน์แล้ว ยังมีข้อได้เปรียบอีกหลายประการเมื่อเทียบกับวงจรกรองความถี่แบบอื่น ซึ่งจะกล่าวต่อไป

3.3.1 การปรับเปลี่ยนค่าพารามิเตอร์ ϵ

การเปรียบเทียบผลตอบสนองทางความถี่ของวงจรกรองความถี่ต่ำผ่านแบบเบิร์ตส์ไตน์ อันดับ 4 โดยกำหนดให้ $n=2$ และ $K=1$ แล้วทำการปรับเปลี่ยนค่าพารามิเตอร์ ϵ จะได้ผลแสดงดังรูปที่ 3.6 รูปที่ 3.7 และรูปที่ 3.8 ตามลำดับ

การเปรียบเทียบผลตอบสนองทางขนาดของวงจรกรองความถี่ต่ำผ่านแบบเบิร์ตส์ไตน์ เมื่อปรับเปลี่ยนค่าพารามิเตอร์ ϵ เป็นดังนี้ $\epsilon=0.1$ $\epsilon=1$ $\epsilon=10$ และ $\epsilon=100$ ส่วนค่าคงที่ H_0 จะกำหนดค่าให้มีขนาดสูงสุดเป็น 7.5 เท่ากันทุกเงื่อนไข ฟังก์ชันถ่ายโอนแสดงได้ดังสมการที่ (3.18) สมการที่ (3.19) สมการที่ (3.20) และสมการที่ (3.21) ตามลำดับ

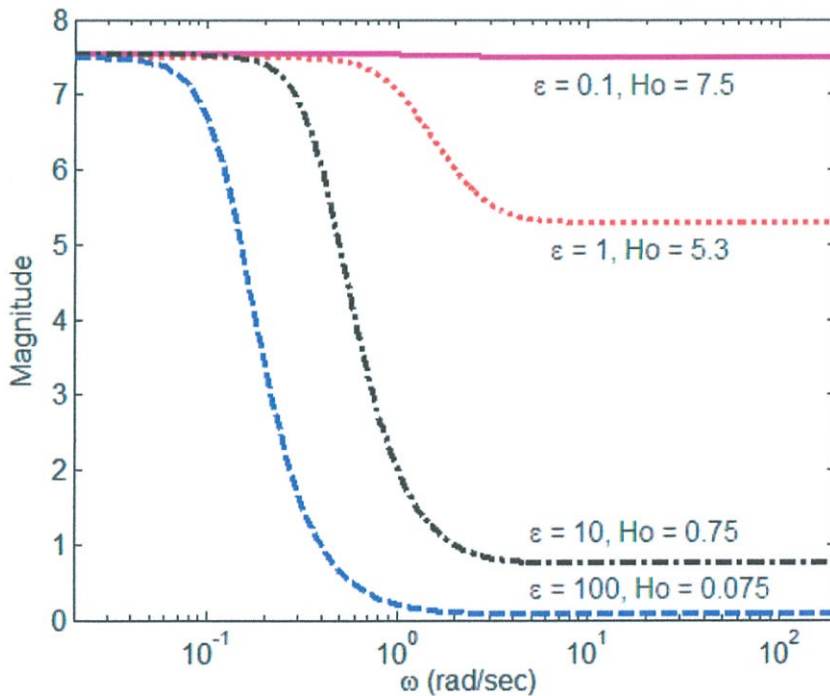
$$N(s) = \frac{(7.5) \cdot (1+s)^4}{s^4 + 3.9966s^3 + 5.9864s^2 + 3.9842s + 0.995} \quad (3.18)$$

$$N(s) = \frac{(5.3) \cdot (1+s)^4}{s^4 + 3.7856s^3 + 5.1654s^2 + 3.0504s + 0.7071} \quad (3.19)$$

$$N(s) = \frac{(0.75) \cdot (1+s)^4}{s^4 + 3.1532s^3 + 2.9714s^2 + 0.7941s + 0.0995} \quad (3.20)$$

$$N(s) = \frac{(0.075) \cdot (1+s)^4}{s^4 + 2.9288s^3 + 2.2889s^2 + 0.2149s + 0.01} \quad (3.21)$$

นำสมการที่ได้มาพล็อตเปรียบเทียบผลตอบสนองทางขนาดได้ดังรูปที่ 3.6 จากรูปจะเห็นว่ามีความราบเรียบที่สุดทางขนาดในย่านความถี่แถบผ่านและแถบหยุด นอกจากนั้นการลดทอนในย่านความถี่แถบหยุดยังสามารถปรับเปลี่ยนได้โดยขึ้นอยู่กับค่าพารามิเตอร์ ε นั้นเอง



รูปที่ 3.6 การเปรียบเทียบผลตอบสนองทางขนาด เมื่อเปลี่ยนค่าพารามิเตอร์ ε

รูปที่ 3.7 แสดงการเปรียบเทียบผลตอบสนองทางเฟสของวงจรกรองความถี่ต่ำผ่านแบบเบิร์ต สไตน์ เมื่อปรับเปลี่ยนค่าพารามิเตอร์ ε เป็นดังนี้ $\varepsilon=0.5$ $\varepsilon=1.5$ $\varepsilon=2.5$ $\varepsilon=3.5$ $\varepsilon=10$ และ $\varepsilon=15$ ส่วนค่าคงที่ $H_0=1$ ฟังก์ชันถ่ายโอนแสดงได้ดังสมการที่ (3.22) สมการที่ (3.23) สมการที่ (3.24) สมการที่ (3.25) สมการที่ (3.26) และสมการที่ (3.27) ตามลำดับ

$$N(s) = \frac{(1+s)^4}{s^4 + 3.9259s^3 + 5.7063s^2 + 3.6617s + 0.8944} \quad (3.22)$$

$$N(s) = \frac{(1+s)^4}{s^4 + 3.6607s^3 + 4.7004s^2 + 2.5388s + 0.5547} \quad (3.23)$$

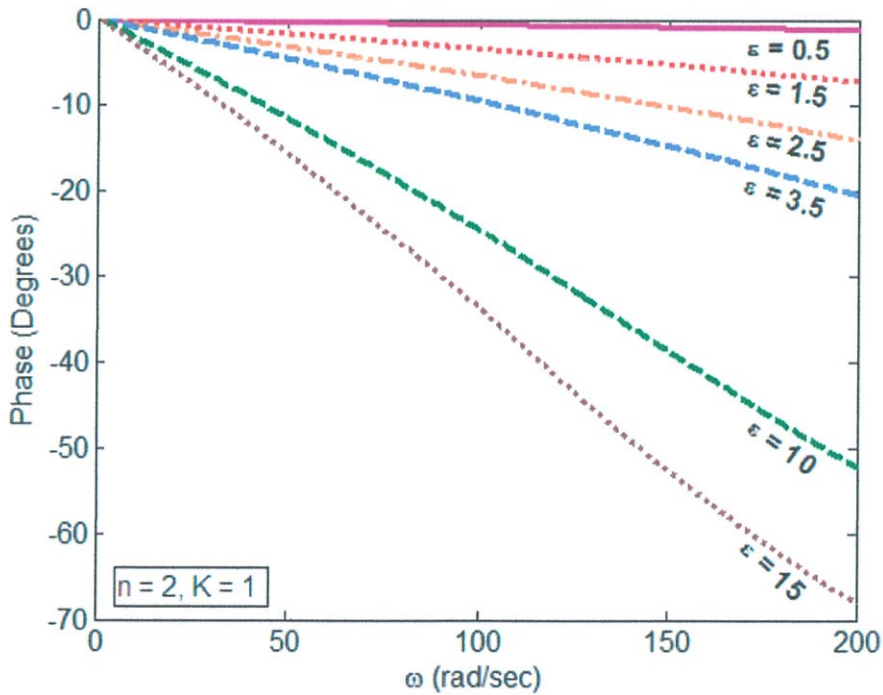
$$N(s) = \frac{(1+s)^4}{s^4 + 3.4915s^3 + 4.0952s^2 + 1.8957s + 0.3714} \quad (3.24)$$

$$N(s) = \frac{(1+s)^4}{s^4 + 3.3891s^3 + 3.7432s^2 + 1.5358s + 0.2747} \quad (3.25)$$

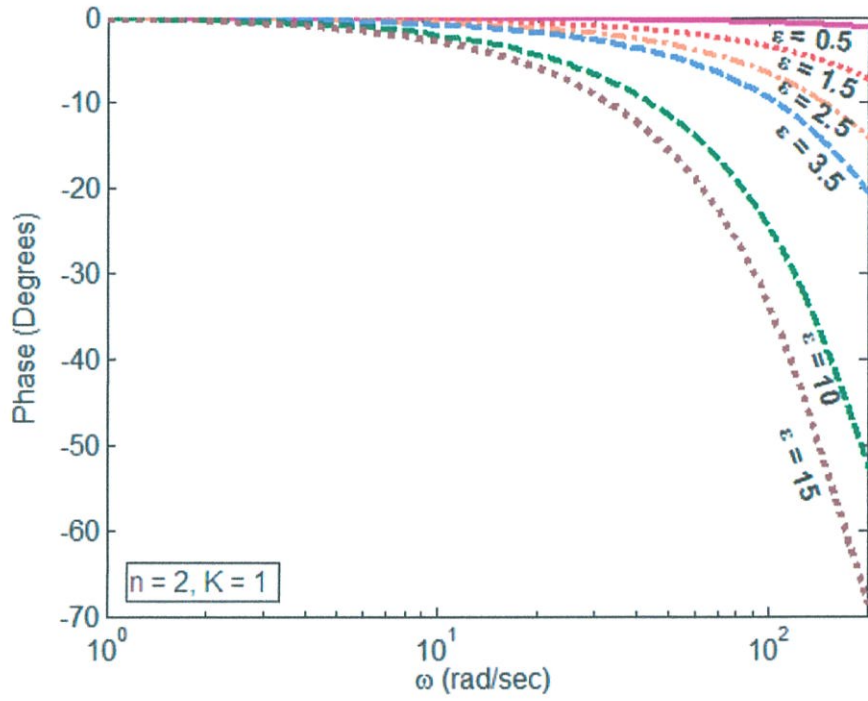
$$N(s) = \frac{(1+s)^4}{s^4 + 3.1533s^3 + 2.9716s^2 + 0.7943s + 0.0995} \quad (3.26)$$

$$N(s) = \frac{(1+s)^4}{s^4 + 3.0917s^3 + 2.7793s^2 + 0.6225s + 0.0665} \quad (3.27)$$

นำสมการที่ได้มาพล็อตเปรียบเทียบผลตอบสนองทางเฟสได้ดังรูปที่ 3.7 (ก) แสดงในสเกลเชิงเส้น (Linear Scale) และรูปที่ 3.7 (ข) แสดงในสเกลกึ่งล็อก (Semi-log Scale) จะเห็นได้ว่ามีเฟสเชิงเส้นทุกเงื่อนไข นอกจากนั้นสโลปของเฟสยังสามารถปรับเปลี่ยนได้โดยขึ้นอยู่กับค่าพารามิเตอร์ ε

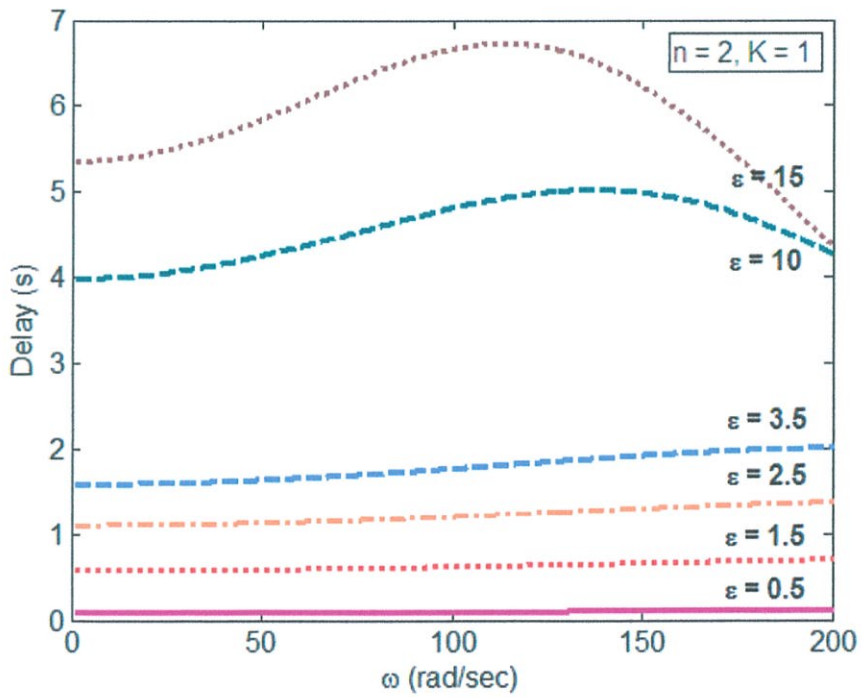


(ก) สเกลเชิงเส้น

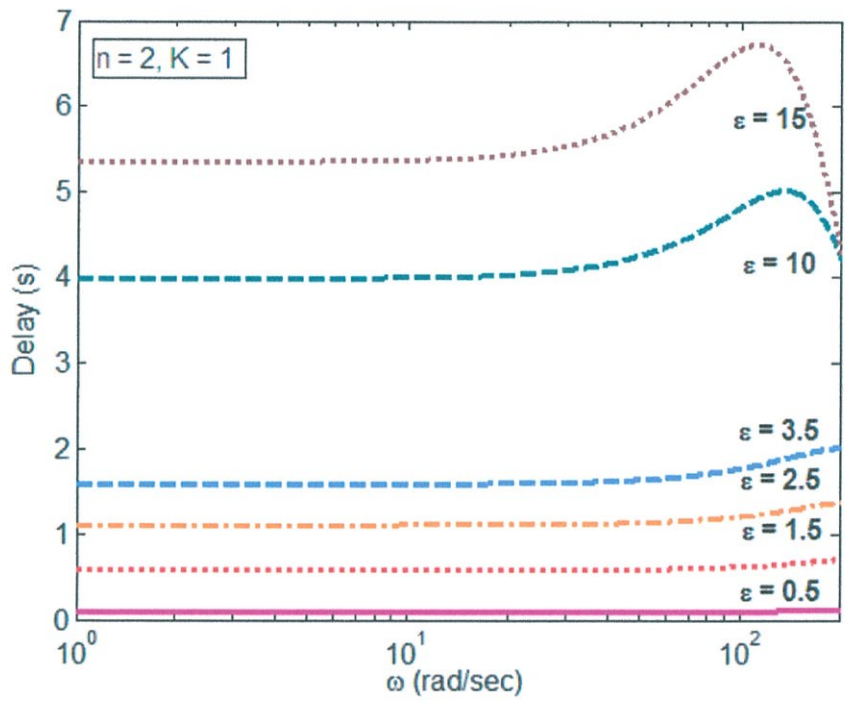


(ข) สเกลกึ่งล็อก

รูปที่ 3.7 การเปรียบเทียบผลตอบสนองทางเฟส เมื่อเปลี่ยนค่าพารามิเตอร์ ε



(ก) สเกลเชิงเส้น



(ข) สเกลกึ่งล็อก

รูปที่ 3.8 การเปรียบเทียบผลตอบสนองทางเวลาประวิง เมื่อเปลี่ยนค่าพารามิเตอร์ ϵ

รูปที่ 3.8 แสดงการเปรียบเทียบผลตอบสนองทางเวลาประวิงของวงจรรองความถี่ต่ำผ่านแบบเบิรน์สไตน์ เมื่อปรับเปลี่ยนค่าพารามิเตอร์ ϵ เป็นดังนี้ $\epsilon=0.5$ $\epsilon=1.5$ $\epsilon=2.5$ $\epsilon=3.5$ $\epsilon=10$ และ $\epsilon=15$ ส่วนค่าคงที่ $H_0=1$ โดยฟังก์ชันถ่ายโอนจะเหมือนกับในกรณีพิจารณาเฟสในรูปที่ 3.7 นั้นเอง

โดยรูปที่ 3.8 (ก) แสดงในสเกลเชิงเส้น และรูปที่ 3.8 (ข) แสดงในสเกลกึ่งล็อก จะเห็นว่ามี ความราบเรียบที่สุดทางเวลาประวิง และยังมีคุณสมบัติเป็นค่าคงที่ทุกเงื่อนไข

สรุป ข้อดีของวงจรรองความถี่แบบเบิรน์สไตน์ คือ สามารถปรับเปลี่ยนการลดทอนในช่วง ความถี่แถบหยุด ปรับเปลี่ยนสโลปของเฟส และปรับความราบเรียบทางเวลาประวิงให้มากขึ้นตาม ต้องการโดยการปรับเปลี่ยนค่าพารามิเตอร์ ϵ

3.3.2 การปรับเปลี่ยนค่าพารามิเตอร์ K

การเปรียบเทียบผลตอบสนองทางความถี่ของวงจรรองความถี่ต่ำผ่านแบบเบิรน์สไตน์ อันดับ 4 เมื่อปรับเปลี่ยนค่าพารามิเตอร์ให้ $K=1$ และ $K=2$ โดยกำหนดให้ $n=2$ และ $\epsilon=5$ เพราะฉะนั้นฟังก์ชันถ่ายโอนแสดงได้ดังสมการที่ (3.28) และสมการ (3.29) ตามลำดับ

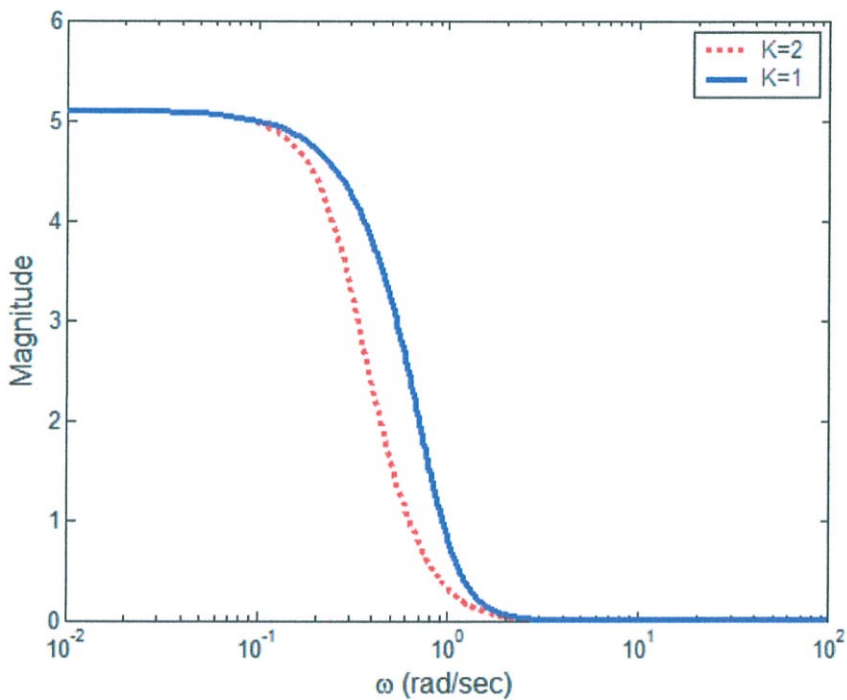
$$N(s) = \frac{(1+s)^4}{s^4 + 3.2948s^3 + 3.4280s^2 + 1.2241s + 0.1961} \tag{3.28}$$

$$N(s) = \frac{(1+s)^4}{s^4 + 1.9883s^3 + 1.8997s^2 + 0.9481s + 0.1961} \tag{3.29}$$

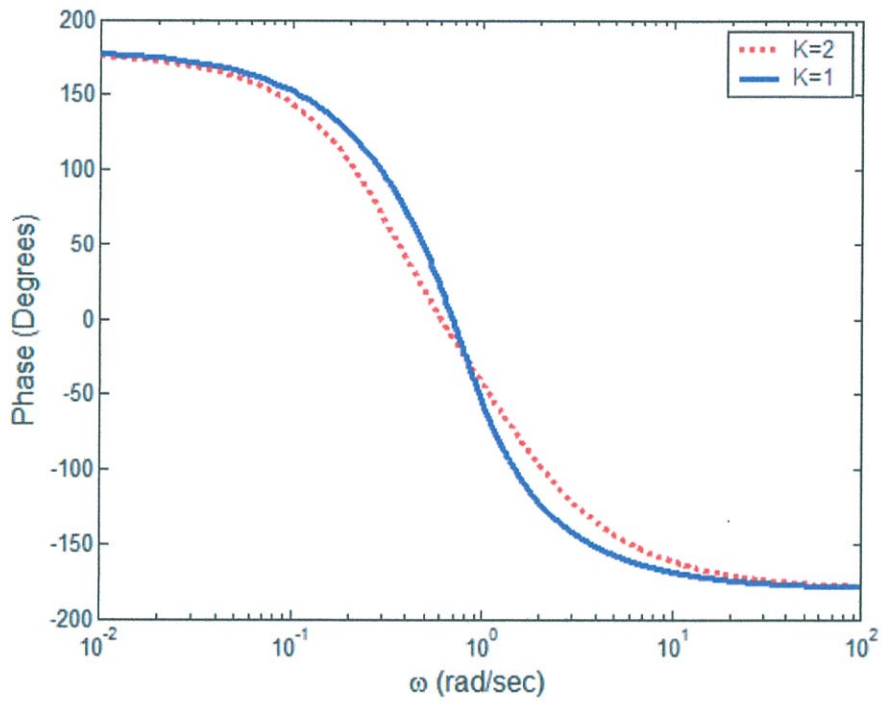
รูปที่ 3.9 แสดงการเปรียบเทียบผลตอบสนองทางขนาดของวงจรรองความถี่ต่ำผ่านแบบเบิร์ตน์ สไตน์ เมื่อปรับเปลี่ยนค่าพารามิเตอร์ $K=1$ และ $K=2$ จะเห็นว่ามีควมราบเรียบที่สุดทางขนาดในย่านความถี่แถบผ่านและแถบหยุด แต่จะแตกต่างกันในช่วงความถี่เปลี่ยน (Transition Band)

รูปที่ 3.10 แสดงการเปรียบเทียบผลตอบสนองทางเฟสของวงจรรองความถี่ต่ำผ่านแบบเบิร์ตน์ สไตน์ เมื่อปรับเปลี่ยนค่าพารามิเตอร์ $K=1$ และ $K=2$ จะเห็นว่ามีเฟสเชิงเส้น แต่จะมีสโลปของเฟสแตกต่างกันเล็กน้อย

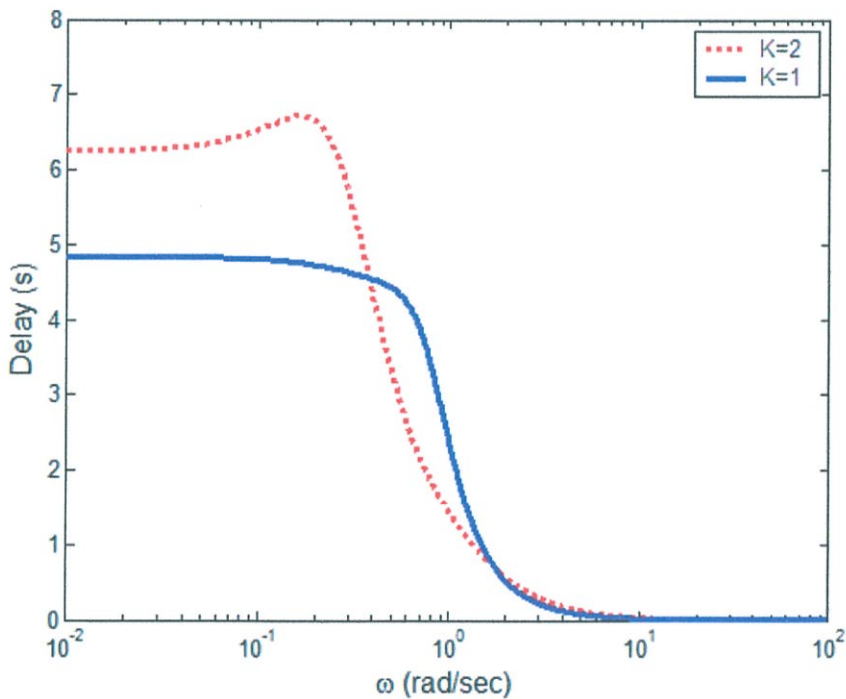
รูปที่ 3.11 แสดงการเปรียบเทียบผลตอบสนองทางเวลาประวิงของวงจรรองความถี่ต่ำผ่านแบบเบิร์ตน์ สไตน์ เมื่อปรับเปลี่ยนค่าพารามิเตอร์ $K=1$ และ $K=2$ จะเห็นว่าการปรับเปลี่ยนค่าพารามิเตอร์ K ทำให้เกิดความราบเรียบทางเวลาประวิงมากขึ้น



รูปที่ 3.9 การเปรียบเทียบผลตอบสนองทางขนาด เมื่อเปลี่ยนค่าพารามิเตอร์ K



รูปที่ 3.10 การเปรียบเทียบผลตอบสนองทางเฟส เมื่อเปลี่ยนค่าพารามิเตอร์ K



รูปที่ 3.11 การเปรียบเทียบผลตอบสนองทางเวลาประวิง เมื่อเปลี่ยนค่าพารามิเตอร์ K

สรุป ข้อดีของวงจรรองความถี่แบบเบิร์นสไตน์ คือสามารถปรับเปลี่ยนสโลปหรือความชันของขนาด และเฟสได้ตามการใช้งาน และสามารถปรับความราบเรียบทางเวลาประวิงให้มากขึ้นได้ โดยการปรับเปลี่ยนค่าพารามิเตอร์ K

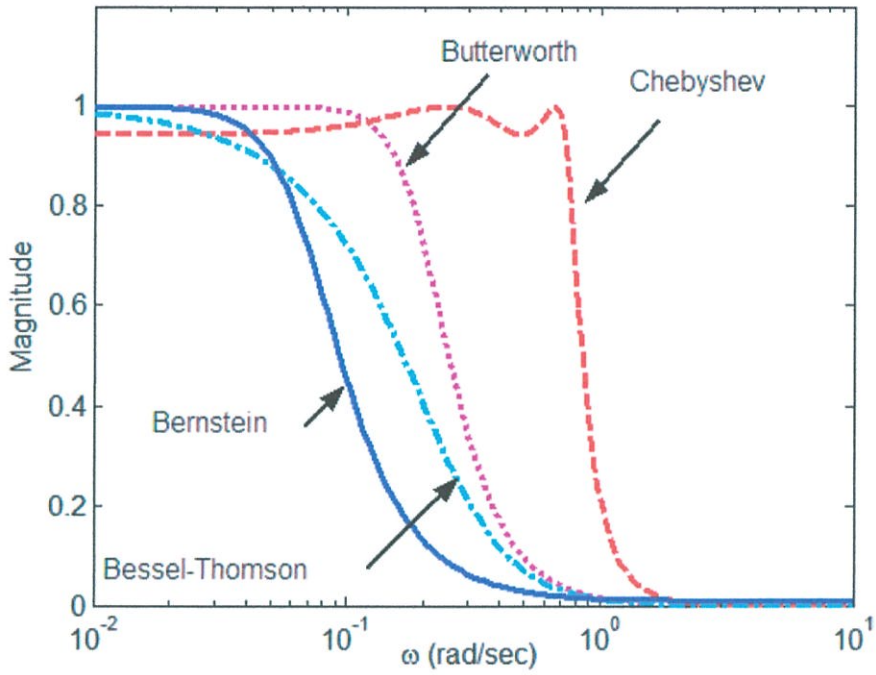
3.3.3 การเปรียบเทียบกับวงจรกรองความถี่แบบอื่น

ในหัวข้อนี้จะเป็นการเปรียบเทียบผลตอบสนองทางความถี่ของวงจรกรองความถี่แบบเบิร์ตสไตน์อันดับ 4 กับวงจรกรองความถี่ที่มีอยู่เดิม เช่น วงจรกรองความถี่แบบบัตเตอร์เวิร์ท (Butterworth Filter) วงจรกรองความถี่แบบเชบีเชฟ (Chebyshev Filter) และวงจรกรองความถี่แบบเบสเซลทอมสัน (Bessel-Thomson Filter) แสดงดังรูปที่ 3.12 รูปที่ 3.13 รูปที่ 3.14 และรูปที่ 3.15

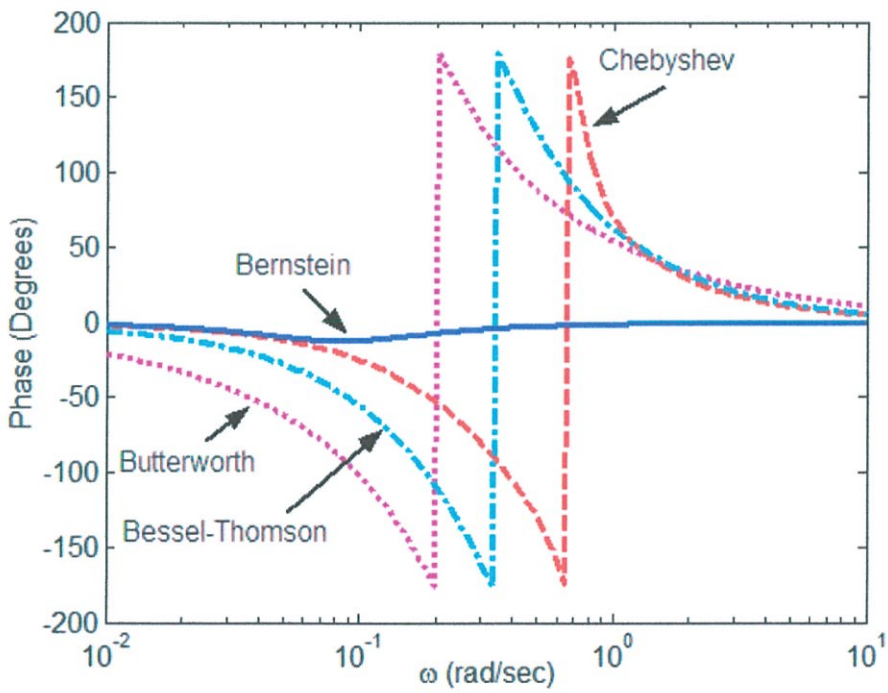
รูปที่ 3.12 แสดงการเปรียบเทียบผลตอบสนองทางขนาดของวงจรกรองความถี่ต่ำผ่านอันดับ 4 ของวงจรกรองความถี่แบบเบิร์ตสไตน์ วงจรกรองความถี่แบบบัตเตอร์เวิร์ท วงจรกรองความถี่แบบ เชบีเชฟ และวงจรกรองความถี่แบบเบสเซลทอมสัน อธิบายได้ดังนี้คุณลักษณะทางขนาดของเบสเซลทอมสันจะมีความราบเรียบทางขนาดในย่านความถี่แถบผ่านน้อยที่สุด คุณลักษณะทางขนาดของเชบีเชฟจะมีการกระเพื่อมแบบเท่าเทียม (Equal Ripple) ในย่านความถี่แถบผ่าน แต่จะมีความชันดีที่ที่สุด (Sharpness) คุณลักษณะทางขนาดของบัตเตอร์เวิร์ทจะมีความราบเรียบทางขนาดในย่านความถี่แถบผ่าน และมีความชันดีรองจากเชบีเชฟ ส่วนคุณลักษณะทางขนาดของเบิร์ตสไตน์จะมีความราบเรียบทางขนาดในย่านความถี่แถบผ่าน มีความชันที่ดี และข้อได้เปรียบคือวงจรกรองความถี่แบบเบิร์ตสไตน์สามารถปรับคุณลักษณะทางขนาดให้เป็นที่ต้องการได้ เช่น สามารถปรับช่วงย่านความถี่แถบผ่าน ปรับสโลป และปรับการลดทอนในช่วงย่านความถี่แถบหยุด โดยการปรับพารามิเตอร์ K และ ϵ

รูปที่ 3.13 แสดงการเปรียบเทียบผลตอบสนองทางเฟสของวงจรกรองความถี่ต่ำผ่านอันดับ 4 ของวงจรกรองความถี่แบบเบิร์ตสไตน์ วงจรกรองความถี่แบบบัตเตอร์เวิร์ท วงจรกรองความถี่แบบ เชบีเชฟ และวงจรกรองความถี่แบบเบสเซลทอมสัน จะเห็นว่าคุณลักษณะทางเฟสของเบิร์ตสไตน์จะเป็นเชิงเส้นที่สุด พร้อมทั้งยังสามารถปรับเปลี่ยนสโลปของเฟสได้โดยการปรับพารามิเตอร์ K และ ϵ

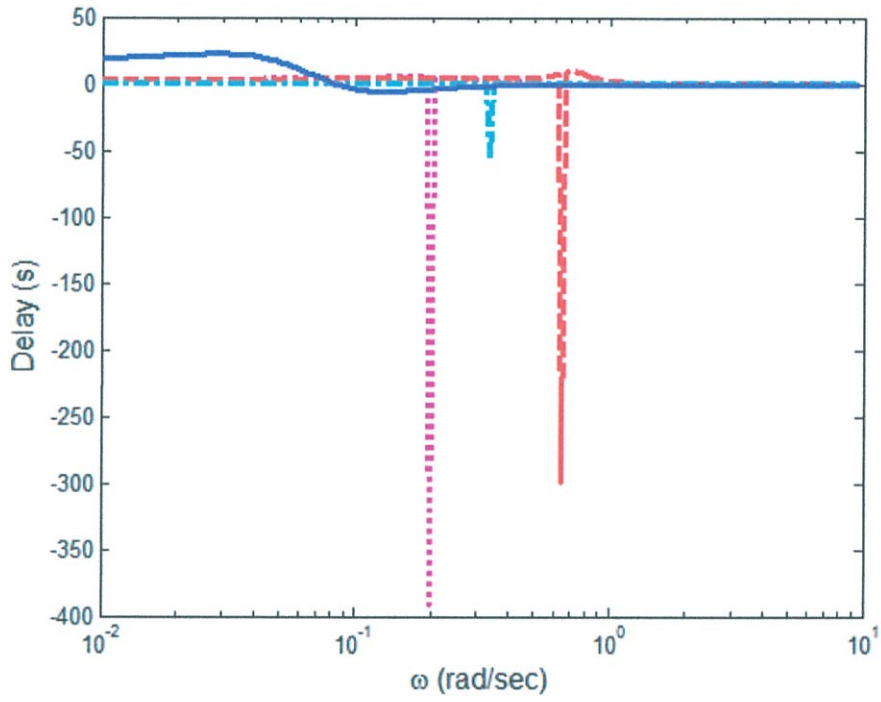
รูปที่ 3.14 (ก) และ (ข) แสดงการเปรียบเทียบผลตอบสนองทางเวลาประวิงของวงจรกรองความถี่ต่ำผ่าน อันดับ 4 ของวงจรกรองความถี่แบบเบิร์ตสไตน์ วงจรกรองความถี่แบบบัตเตอร์เวิร์ท วงจรกรองความถี่แบบเชบีเชฟ และวงจรกรองความถี่แบบเบสเซลทอมสัน จะเห็นว่าคุณลักษณะทางเวลาประวิงของเบิร์ตสไตน์มีความราบเรียบที่สุด และเป็นค่าคงที่ นอกจากนั้นยังสามารถปรับความราบเรียบทางเวลาประวิงให้มากขึ้นได้ โดยการปรับเปลี่ยนค่าพารามิเตอร์ K และ ϵ



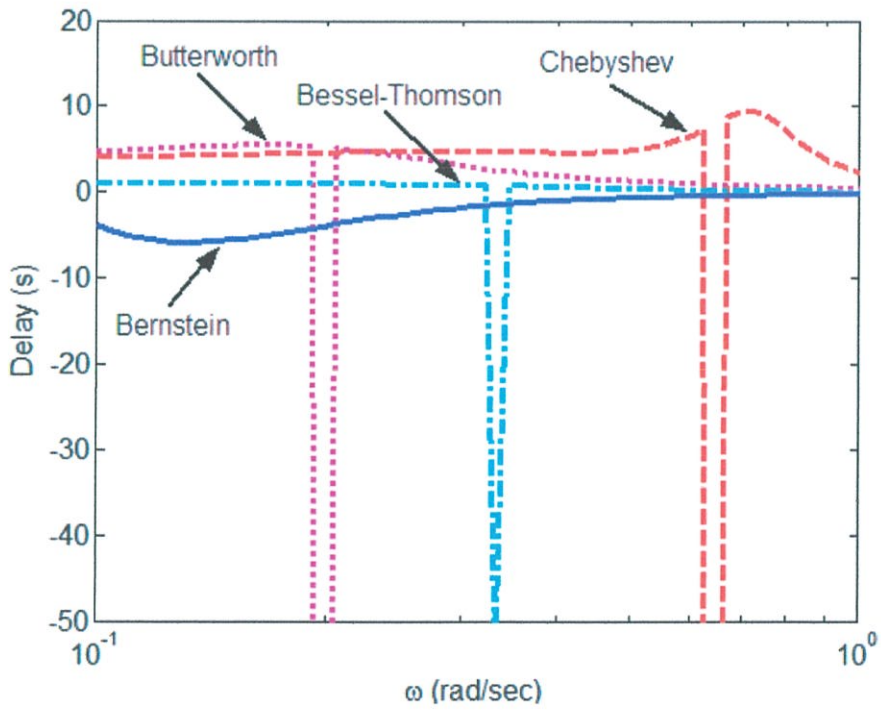
รูปที่ 3.12 การเปรียบเทียบผลตอบสนองทางขนาดของวงจรกรองความถี่ต่ำผ่าน อันดับ 4



รูปที่ 3.13 การเปรียบเทียบผลตอบสนองทางเฟสของวงจรกรองความถี่ต่ำผ่าน อันดับ 4

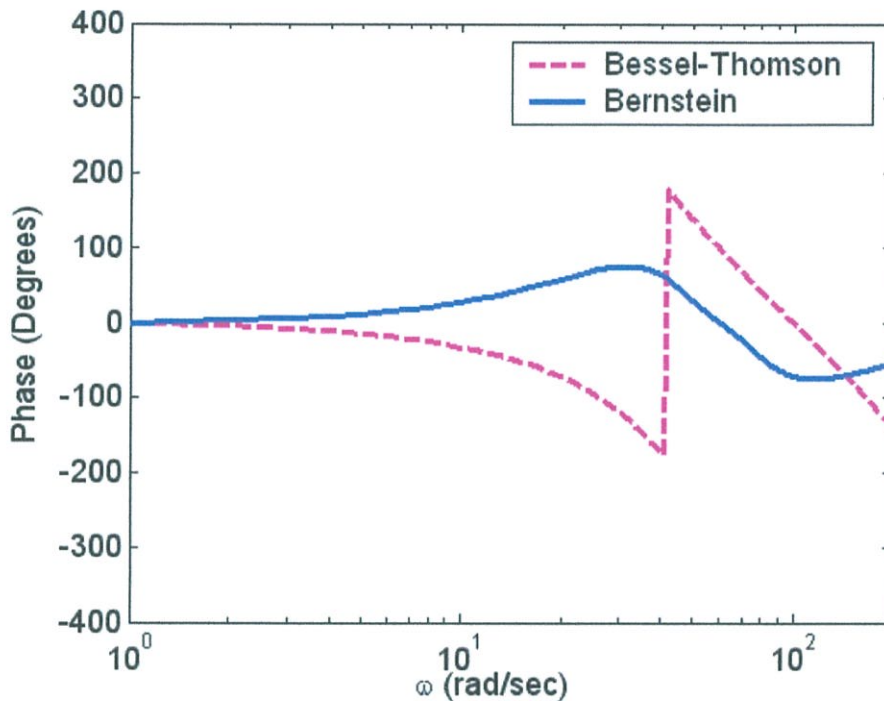


(ก) สเกลกึ่งล็อก



(ข) ภาพขยายสเกลกึ่งล็อก

รูปที่ 3.14 การเปรียบเทียบผลตอบสนองทางเวลาประวิงของวงจรกรองความถี่ต่ำผ่าน อันดับ 4



รูปที่ 3.15 การเปรียบเทียบผลตอบสนองทางเฟสของวงจรกรองผ่านแถบความถี่แบบ Bessel-Thomson และ Bernstein

รูปที่ 3.15 แสดงการเปรียบเทียบผลตอบสนองทางเฟสของวงจรกรองผ่านแถบความถี่ผ่าน (Band-pass Filter) อันดับ 4 แบบเบิร์นสไตน์ และแบบเบสเชสทอมสัน ซึ่งได้จากการแปลงด้วยวิธี Frequency Transformation จากวงจรกรองความถี่ต่ำผ่านเป็นวงจรกรองผ่านแถบความถี่ผ่าน (Low-pass to Band-pass Transformation) โดยกำหนดให้ $BW=1$ [19] แล้วนำไปพล็อตกราฟเปรียบเทียบคุณลักษณะทางเฟส จะเห็นว่า คุณลักษณะทางเฟสของวงจรกรองผ่านแถบความถี่ผ่านแบบเบิร์นสไตน์มีความเปลี่ยนแปลงน้อยกว่า หรือเฟสเป็นเชิงเส้นกว่าแบบเบสเชสทอมสันนั่นเอง

3.4 สรุป

การออกแบบวงจรกรองความถี่อนาล็อกโดยใช้เบิร์นสไตน์โพลีโนเมียล มีข้อได้เปรียบหลายประการ คือ ผลตอบสนองทางขนาดมีความราบเรียบที่สุดทั้งในย่านความถี่แถบผ่านและความถี่แถบหยุด ผลตอบสนองทางเฟสมีความเป็นเชิงเส้นส่งผลให้มีความราบเรียบทางเวลาประวิง และเวลาประวิงเป็นค่าคงที่ การปรับเปลี่ยนค่าพารามิเตอร์ควบคุม K และ ϵ จะทำให้สามารถปรับเปลี่ยนการลดทอนในช่วงความถี่แถบหยุด ปรับเปลี่ยนสโลปหรือความชันของขนาดและเฟสปรับความราบเรียบทางเวลาประวิงให้มากขึ้น และเมื่อเปรียบเทียบกับวงจรกรองความถี่แบบเบสเชสทอมสันที่เป็นการประมาณค่า ที่มีเฟสเชิงเส้นพบว่าวงจรกรองความถี่แบบเบิร์นสไตน์มีเฟสเป็นเชิงเส้นมากกว่าทั้งในวงจรกรองความถี่ต่ำผ่านและวงจรกรองผ่านแถบความถี่ ดังนั้นในปริยฐานิพนธ์ฉบับนี้จึงนำ วงจรกรองความถี่แบบเบิร์นสไตน์มาประยุกต์ใช้ในการออกแบบวงจรปรับแก้ทางอัตราการขยายของสัญญาณนั่นเอง

บทที่ 4

การออกแบบวงจรครอสโอเวอร์เน็ตเวิร์ค

4.1 บทนำ

การออกแบบวงจรครอสโอเวอร์เน็ตเวิร์ค ถ้าจะให้มีประสิทธิภาพนั้น ผลตอบสนองเมื่อนำค่าจากสมการวงจรรองผ่านทุกความถี่ (All-Pass Filter : APF) ไปพลอตกราฟ จะต้องมีความราบเรียบ และจากทฤษฎีของการใช้เอกลักษณ์ทางตรีโกณมิติ เป็นฟังก์ชันมาใช้ในสมการคณิตศาสตร์โพลีโนเมียลแบบเบิร์นสไตน์ ผลรวมของวงจรรองความถี่สูงผ่าน (High-Pass Filter : HPF) วงจรรองความถี่ต่ำผ่าน (Low-Pass Filter : LPF) และ วงจรรองแถบความถี่ผ่าน (Band-Pass Filter : BPF) ที่จะได้มาเป็นวงจรรองผ่านทุกความถี่ (All-Pass Filter : APF) จะต้องมามีค่าเท่ากับ 1 ซึ่งจะได้กราฟที่ราบเรียบ มีประสิทธิภาพในการนำไปออกแบบวงจรครอสโอเวอร์เน็ตเวิร์ค ในบทนี้จะเป็นการกล่าวถึงการนำเอกลักษณ์ทางตรีโกณมิติมาใช้ร่วมกับสมการโพลีโนเมียลแบบเบิร์นสไตน์ เพื่อให้ได้รูปกราฟที่ผลรวมแล้วมีค่าเท่ากับ 1 โดยจะทดลองทำทั้งในรูปแบบครอสโอเวอร์เน็ตเวิร์คแบบ 2 ทาง (2-Way) และ ครอสโอเวอร์เน็ตเวิร์คแบบ 3 ทาง (3-Way) ที่สามารถนำไปใช้ในการออกแบบวงจรครอสโอเวอร์เน็ตเวิร์คได้ รวมถึงการแปลงเป็นฟังก์ชันถ่ายโอนในระบบอนาล็อก เพื่อนำสมการไปแปลงให้อยู่ในรูปของระบบดิจิตอล จากนั้นจะมีการนำเอาสมการดิจิตอลที่ได้ไปทดสอบกับโปรแกรม Simulink เพื่อดูสัญญาณที่ออกมา

4.2 เบิร์นสไตน์โพลีโนเมียล

เบิร์นสไตน์โพลีโนเมียล (Bernstein Polynomials) เกิดขึ้นจากทฤษฎีการประมาณที่มีรูปแบบฟังก์ชันแบบต่อเนื่อง ($f(x)$) ในช่วงปิด $[0, 1]$ เบิร์นสไตน์โพลีโนเมียลอันดับที่ n ($n \geq 1$) สามารถแสดงได้ดังสมการ

$$B_n(f; x) = \sum_{i=0}^n f\left(\frac{i}{n}\right) \binom{n}{i} x^i (1-x)^{n-i} \quad (4.1)$$

เมื่อ $i = 0, 1, \dots, n$ และ $\binom{n}{i} = \frac{n!}{(n-i)!i!}$

4.3 ทฤษฎีตรีโกณมิติในการนำมาใช้ออกแบบวงจรครอสโอเวอร์เน็ตเวิร์ค

จากทฤษฎีความรู้ทางด้านตรีโกณมิติ เมื่อสังเกตจากการพลอตกราฟของ $\sin \theta$ และ $\cos \theta$ จะเห็นถึงลักษณะของความต่อเนื่อง ซึ่งมีรูปแบบที่เหมาะสมในการที่จะนำมาประยุกต์ใช้กับการออกแบบวงจรรองความถี่อนาล็อก และการออกแบบวงจรรองความถี่ที่ดี ที่จะต้องมีความราบเรียบของรูปกราฟ จากการรวมกันของตัวกรองความถี่แบบต่าง ๆ นั้น จึงได้ใช้แนวคิดจากเอกลักษณ์ของตรีโกณมิติ ซึ่งผลรวมกันจะต้องเท่ากับ 1 ซึ่งหมายความว่าผลลัพธ์ที่ออกมาในรูปกราฟมีความราบเรียบ

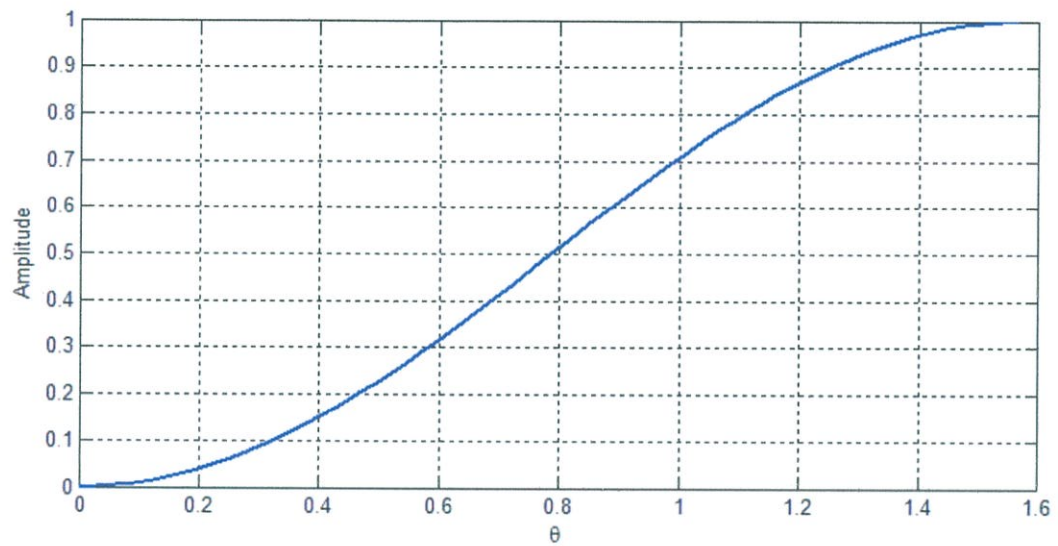
โดยได้ใช้แนวคิดเริ่มต้นจากสมการ

$$\sin^2 \theta + \cos^2 \theta = 1 \quad (4.2)$$

เขียนได้ใหม่เป็น

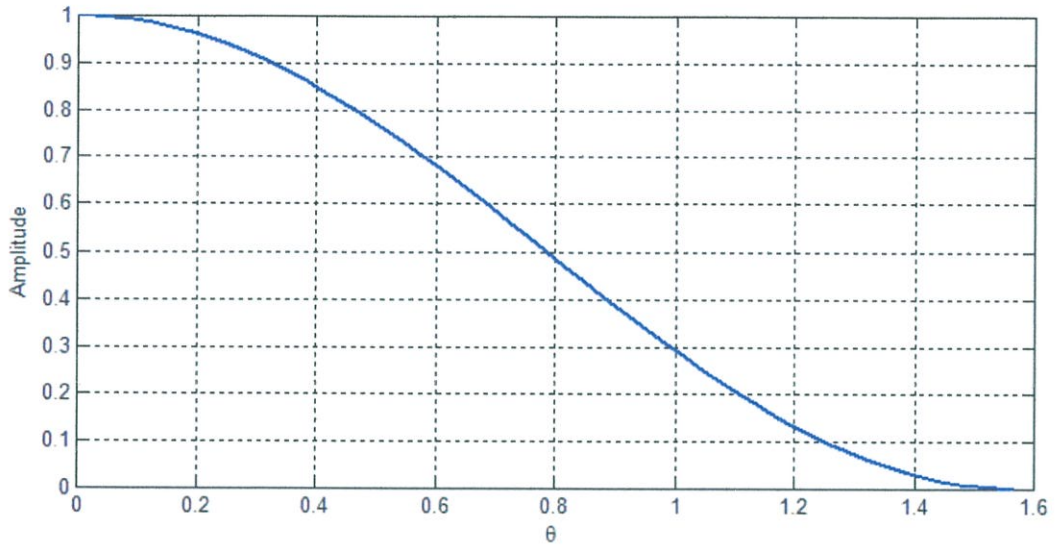
$$[\sin^2 \theta]^2 + 2[\sin^2 \theta \cos^2 \theta] + [\cos^2 \theta]^2 = 1 \quad (4.3)$$

โดยที่ให้ $\sin^2 \theta$ คือ Magnitude Response of HPF



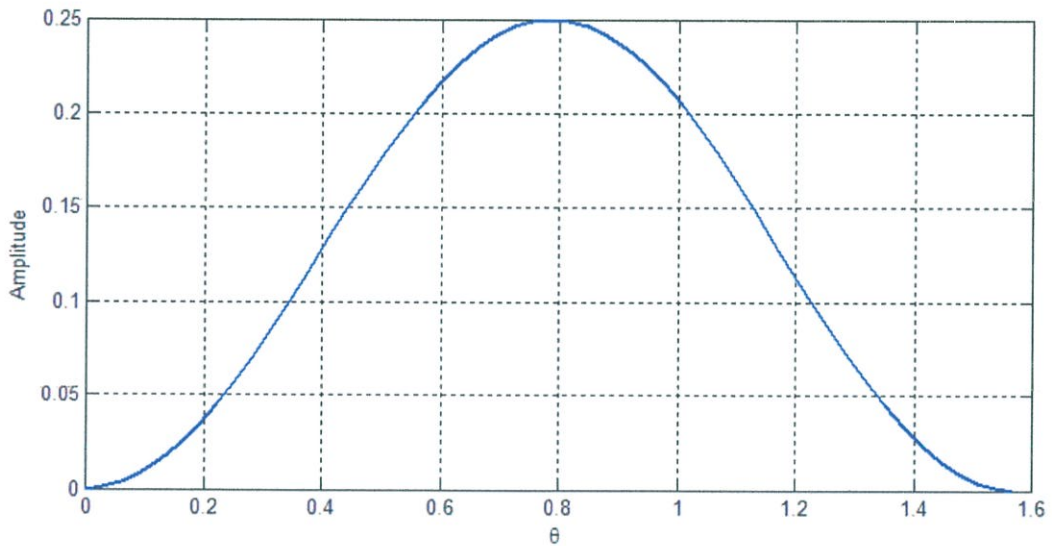
รูปที่ 4.1 $\sin^2 \theta$

$\cos^2 \theta$ คือ Magnitude Response of LPF



รูปที่ 4.2 $\cos^2 \theta$

และ $\cos^2 \theta \sin^2 \theta$ คือ Magnitude Response of BPF



รูปที่ 4.3 $\cos^2 \theta \sin^2 \theta$

4.3.1 ครอสโอเวอร์เน็ตเวิร์คแบบ 2 ทาง (2-Way)

ถ้าเป็นการทำครอสโอเวอร์เน็ตเวิร์คแบบ 2 ทาง (2-Way) จะนำผลของ $\sin^2 \theta$ ไปใช้ในการออกแบบวงจรกรองความถี่สูงผ่าน (HPF) ผลของ $\cos^2 \theta$ ไปใช้ในการออกแบบวงจรกรองความถี่ต่ำผ่าน (LPF) และผลจากการรวมกันของทั้งวงจรกรองความถี่สูงผ่าน (HPF) กับ วงจรกรองความถี่ต่ำผ่าน (LPF) จะได้วงจรกรองผ่านทุกความถี่ (APF) ถ้าเป็นไปดังตามสมการที่ 4.2

$$\sin^2 \theta + \cos^2 \theta = 1$$

รูปกราฟที่ได้จะมีความราบเรียบ

4.3.2 ครอสโอเวอร์เน็ตเวิร์คแบบ 3 ทาง (3-Way)

ถ้าเป็นการทำครอสโอเวอร์เน็ตเวิร์คแบบ 3 ทาง (3-Way) จะนำผลของ $\sin^2 \theta$ ไปใช้ในการออกแบบวงจรกรองความถี่สูงผ่าน (HPF) ผลของ $\cos^2 \theta$ ไปใช้ในการออกแบบวงจรกรองความถี่ต่ำผ่าน (LPF) ผลของ $\cos^2 \theta \sin^2 \theta$ ไปใช้ในการออกแบบวงจรกรองแถบความถี่ผ่าน (BPF) และผลจากการรวมกันของทั้งวงจรกรองความถี่สูงผ่าน (HPF) วงจรกรองความถี่ต่ำผ่าน (LPF) และวงจรกรองแถบความถี่ผ่าน (BPF) จะได้วงจรกรองผ่านทุกความถี่ (APF) และเมื่อใช้หลักการของตรีโกณมิติจะได้ดังตามสมการที่ 4.3

$$[\sin^2 \theta]^2 + 2[\sin^2 \theta \cos^2 \theta] + [\cos^2 \theta]^2 = 1$$

จากสมการตรีโกณมิติ ผลลัพธ์ที่ได้จากกราฟเท่ากับ 1 ซึ่งจะมีความราบเรียบ

4.4 การออกแบบวงจรครอสโอเวอร์เน็ตเวิร์ค โดยใช้ตรีโกณมิติบนพื้นฐานโพลีโนเมียลแบบเบิร์นสไตน์

การออกแบบวงจรครอสโอเวอร์เน็ตเวิร์คโดยใช้หลักการของทฤษฎีตรีโกณมิติมาใช้ เป็นฟังก์ชันในรูปแบบของเบิร์นสไตน์โพลีโนเมียล เริ่มต้นจากการออกแบบหาฟังก์ชันถ่ายโอน (Transfer Function) โดยใช้เบิร์นสไตน์โพลีโนเมียล (Approximate using Bernstein Polynomials) โดยจะแบ่งเป็นการออกแบบวงจรกรองความถี่ต่ำผ่าน (LPF) และ วงจรกรองความถี่สูงผ่าน (HPF)

4.4.1 การออกแบบวงจรกรองความถี่ต่ำผ่าน (Low-Pass Filter : LPF) มีวิธีการคิดเริ่มต้น ดังนี้

สมมติให้ $y = \alpha \sin \theta$

$$1 - \left[\frac{y}{\alpha}\right]^2 = 1 - \alpha \sin^2 \theta = \cos^2 \theta \quad (4.4)$$

ออกแบบหา Transfer Function (TF) โดยใช้ Bernstein Polynomial

$$T_{LPF}(y^2) = \frac{1}{B_n(f; y^2)} = \cos^2 \theta$$

โดยที่ $y = \alpha \sin \theta$

$$\therefore T_{LPF}(y^2) = \frac{1}{B_n(f; y^2)} = \cos^2 \theta = 1 - \left[\frac{y}{\alpha}\right]^2 \quad (4.5)$$

$$B(y^2) = \left(1 - \left[\frac{y}{\alpha}\right]^2\right)^{-1} \quad (4.6)$$

จากสมการ Bernstein Polynomials กำหนดให้

$$f \frac{i}{n} = f(y) = (1 - [\frac{i}{\alpha n}]^2)^{-1} \quad (4.7)$$

นำสมการที่ (4.7) แทนลงในสมการที่ (4.6) จะได้

$$B_n(f; y^2) = \sum_{i=0}^n (1 - (\frac{i}{\alpha n})^2)^{-1} \cdot \binom{n}{i} \cdot y^{2i} \cdot (1 - y^2)^{n-i} \quad (4.8)$$

จากสมการที่ (4.8) ให้ออกแบบที่ $n = 2$; n คือ Order ของ LPF และให้ $\alpha = 0.9$ ซึ่งค่านี้กำหนดขึ้นมาเพื่อเป็นการป้องกันไม่ให้โปรแกรมแมทแลบ (MATLAB) เกิดการคำนวณค่าได้เป็น ∞ ตัวอย่างเช่น ถ้าค่า α เป็น 1 โปรแกรมจะไม่สามารถแสดงผลออกมาได้ ซึ่งสามารถกำหนดเป็นอะไรก็ได้

$$B_n(f; y^2) = \sum_{i=0}^n (1 - \frac{y^2}{\alpha^2})^{-1} \cdot \binom{n}{i} \cdot y^{2i} \cdot (1 - y^2)^{n-i} \quad (4.9)$$

ให้แทน $y = 0.9 \sin \theta$ กำหนดให้ $\theta = \omega T$ เมื่อ $T = 1$

$$y = 0.9 \sin \omega T = 0.9 \sin \omega$$

4.4.2 การออกแบบวงจรกรองความถี่สูงผ่าน (High-Pass Filter : HPF)

มีวิธีการคิดเริ่มต้น ดังนี้

สมมติให้

$$\begin{aligned} \hat{y} &= \alpha \cos \theta \\ 1 - [\frac{\hat{y}}{\alpha}]^2 &= 1 - \alpha \cos^2 \theta = \sin^2 \theta \end{aligned} \quad (4.10)$$

ออกแบบหา Transfer Function (TF) โดยใช้ Bernstein Polynomial

$$T_{HPF}(\hat{y}^2) = \frac{1}{B_n(f; \hat{y}^2)} = \sin^2 \theta$$

จากสมการที่ (4.10); $1 - [\frac{\hat{y}}{\alpha}]^2 = \sin^2 \theta$

โดยที่ $\hat{y} = \alpha \cos \theta$

$$\therefore T_{HPF}(\hat{y}^2) = \frac{1}{B_n(f; \hat{y}^2)} = \sin^2 \theta = 1 - [\frac{\hat{y}}{\alpha}]^2 \quad (4.11)$$

$$B(\hat{y}^2) = (1 - [\frac{\hat{y}}{\alpha}]^2)^{-1} \quad (4.12)$$

จากสมการ Bernstein Polynomials กำหนดให้

$$f \frac{i}{n} = f(\hat{y}) = (1 - [\frac{\hat{y}}{\alpha}]^2)^{-1} \quad (4.13)$$

นำกลับไปแทนในสมการที่ (4.13) และกำหนดให้ $\hat{y}^2 = x$

$$B_n(f; \hat{y}^2) = \sum_{i=0}^n (1 - \frac{\hat{y}^2}{\alpha^2})^{-1} \cdot \binom{n}{i} \cdot \hat{y}^{2i} \cdot (1 - \hat{y}^2)^{n-i} \quad (4.14)$$

ให้ $\hat{y} = 0.9 \cos \theta \quad (T = 1)$

$\therefore \hat{y} = 0.9 \cos \omega T = 0.9 \cos \omega$

4.5 ขั้นตอนการออกแบบวงจรครอสโอเวอร์เน็ตเวิร์ค

เริ่มต้นการออกแบบโดยสามารถกำหนดได้ว่าจะออกแบบให้วงจรครอสโอเวอร์เน็ตเวิร์ค อยู่ในลำดับ (Order) ที่เท่าไร โดยเริ่มจากการกำหนดค่าลำดับ (Order) ที่น้อยๆก่อน เพื่อทดลองพิสูจน์ว่าทฤษฎีที่กล่าวมานั้น เป็นจริงหรือไม่ ถ้าผลที่ออกมาแสดงให้เห็นว่าเป็นไปตามทฤษฎีจริง ขั้นต่อไปสามารถออกแบบสร้างวงจรครอสโอเวอร์เน็ตเวิร์คโดยกำหนดค่าลำดับ (Order) ที่เท่าไรก็ได้ตามต้องการ โดยขั้นแรกจะกำหนดค่าลำดับ (Order) อยู่ที่ $n = 1$ และใช้สมการโพลีโนเมียลแบบเบร์นสไตน์ โดยฟังก์ชันที่ใช้มาจากหลักการของสมการตรีโกณมิติ แบ่งเป็นการออกแบบวงจรกรองความถี่แต่ละความถี่ และการออกแบบวงจรกรองผ่านทุกความถี่ (All-Pass Filter) ของทั้งแบบ 2 ทาง (2 - Way) และ 3 ทาง (3-Way)

4.5.1 การออกแบบวงจรกรองความถี่แต่ละความถี่

แบ่งเป็น 3 ประเภท ดังนี้

- วงจรกรองความถี่สูงผ่าน (High-Pass Filter : HPF)
- วงจรกรองความถี่ต่ำผ่าน (Low-Pass Filter : LPF)
- วงจรกรองความถี่แถบผ่าน (Band-Pass Filter : BPF)

และจากบทที่ผ่านมา ได้ทำการสร้างสมการโพลีโนเมียลแบบเบร์นสไตน์ โดยฟังก์ชันที่ใช้มาจากหลักการของสมการตรีโกณมิติไปแล้ว ในบทนี้จะทำการยกสมการที่ได้มาใช้นี้คำนวณในการออกแบบวงจรครอสโอเวอร์เน็ตเวิร์ค

4.5.1.1 วงจรกรองความถี่สูงผ่าน (High-Pass Filter : HPF)

$$B_n(f; \hat{y}^2) = \sum_{i=0}^n \left(1 - \left(\frac{i}{\alpha n}\right)^2\right)^{-1} \cdot \binom{n}{i} \cdot y^{2i} \cdot (1 - y^2)^{n-i} \quad (4.15)$$

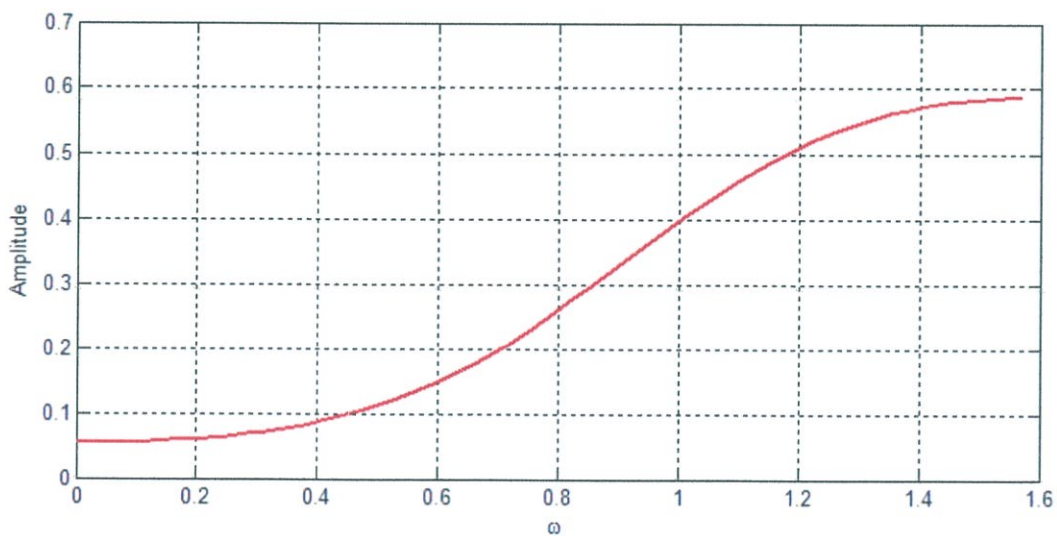
$$\begin{aligned} B_n(f; \hat{y}^2) &= \sum_{i=0}^2 \left(1 - \left(\frac{i}{\alpha 2}\right)^2\right)^{-1} \cdot \binom{2}{i} \cdot y^{2i} \cdot (1 - y^2)^{2-i} \\ &= 1 + 0.894\hat{y}^2 + 2.369y^4 \end{aligned} \quad (4.16)$$

∴ High-Pass Filter :

$$HPF = T_{HPF}(\hat{y}^2) = \frac{1}{B_n(\hat{y}^2)} = \frac{1}{1 + 0.894\hat{y}^2 + 2.369\hat{y}^4} \quad (4.17)$$

โดยที่ $\hat{y} = 0.9 \cos \theta$ ($T = 1$)
 ∴ $\hat{y} = 0.9 \cos \omega T = 0.9 \cos \omega$

จากผลของสมการ High-Pass Filter : HPF นำไปพิสูจน์ในโปรแกรม MATLAB จะได้ผลตอบสนองดังรูป 4.4



รูปที่ 4.4 ผลตอบสนองของสมการ High-Pass Filter : HPF

4.5.1.2 วงจรกรองความถี่ต่ำผ่าน (Low-Pass Filter : LPF)

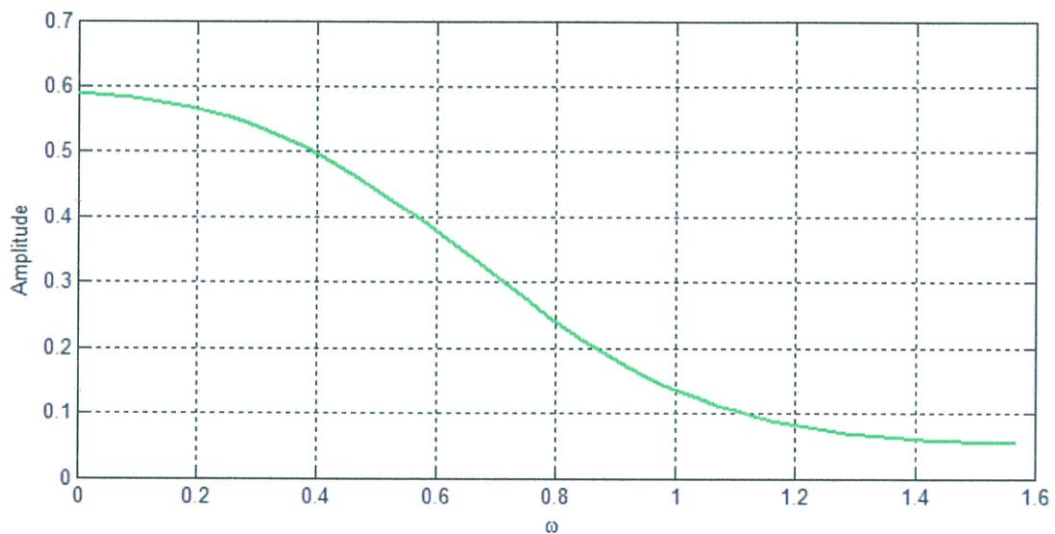
ในทำนองเดียวกับวงจรกรองความถี่สูงผ่าน (High-Pass Filter : HPF)

∴ Low-Pass Filter :

$$LPF = T_{LPF}(y^2) = \frac{1}{B_n(y^2)} = \frac{1}{1 + 0.894y^2 + 2.369y^4} \quad (4.18)$$

โดยที่ $y = 0.9 \cos \theta \quad (T = 1)$
 $\therefore y = 0.9 \cos \omega T = 0.9 \cos \omega$

จากผลของสมการ Low-Pass Filter : LPF นำไปพิสูจน์ในโปรแกรม MATLAB จะได้ผลตอบสนองดังรูป 4.5



รูปที่ 4.5 ผลตอบสนองของสมการ Low-Pass Filter : LPF

4.5.1.3 วงจรกรองความถี่แถบผ่าน (Band-Pass Filter : BPF)

จากสมการตรีโกณมิติ Transfer function ของ Band-Pass Filter : BPF

$$T_{BPF}(y^2) = T_{HPF}(\hat{y}^2)T_{LPF}(y^2)$$

$$[\sin^2 \theta + \cos^2 \theta]^2 = 1$$

$$[\sin^2 \theta]^2 + 2[\sin^2 \theta \cos^2 \theta] + [\cos^2 \theta]^2 = 1$$

ถ้า $[\sin^2 \theta]^2$ คือ High-Pass Filter : HPF

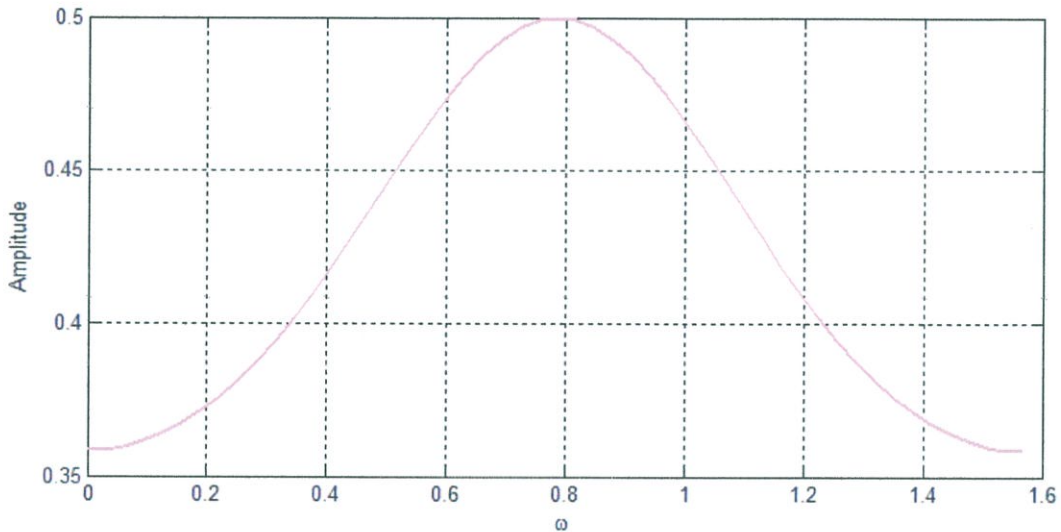
$[\cos^2 \theta]^2$ คือ Low-Pass Filter : LPF

$\therefore 2[\sin^2 \theta \cos^2 \theta]$ ก็คือ Band-Pass Filter : BPF

$$T_{BPF}(y^2) = 2\left[\frac{1}{1 + 0.894\hat{y}^2 + 2.369\hat{y}^4}\right]\left[\frac{1}{1 + 0.894y^2 + 2.369y^4}\right] \quad (4.19)$$

โดยที่ $\hat{y} = 0.9 \cos \omega$
 $y = 0.9 \sin \omega$

จากผลของสมการ Band-Pass Filter : BPF นำไปพิสูจน์ในโปรแกรม MATLAB จะได้ผลตอบสนองดังรูป 4.6



รูปที่ 4.6 ผลตอบสนองของสมการ Band-Pass Filter : BPF

4.5.2 การออกแบบวงจรกรองผ่านทุกความถี่ (All-Pass Filter)

- วงจรคอสมโอเวอร์เน็ตเวิร์คแบบ 2 ทาง (2-Way)
- วงจรคอสมโอเวอร์เน็ตเวิร์คแบบ 3 ทาง (3-Way)

4.5.2.1 แบบ 2 ทาง (2-Way)

เป็นผลมาจากการรวมกันของสมการ Low-Pass Filter : LPF และ High-Pass Filter : HPF

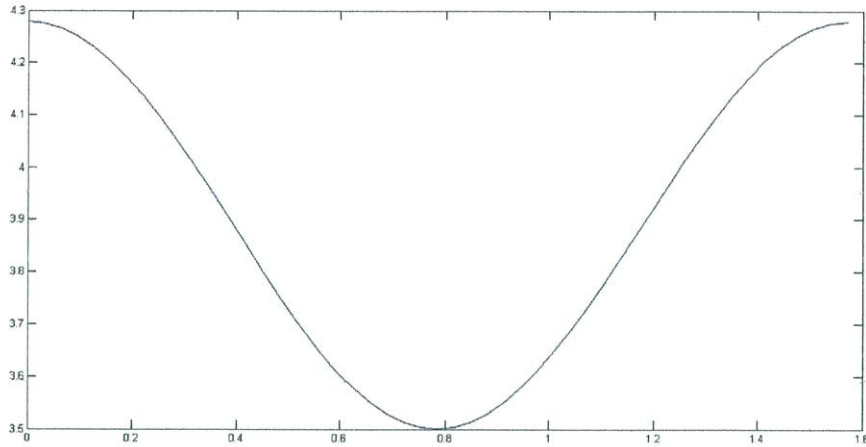
$$\sin^2 \theta + \cos^2 \theta = 1$$

$$T_{APF}(y^2) = T_{HPF}(\hat{y}^2) + T_{LPF}(y^2)$$

$$= \left(\frac{1}{1 + 0.894\hat{y}^2 + 2.369\hat{y}^4} \right) + \left(\frac{1}{1 + 0.894y^2 + 2.369y^2} \right) \quad (4.20)$$

โดยที่ $\hat{y} = 0.9 \cos \omega$
 $y = 0.9 \sin \omega$

จากผลของสมการ All-Pass Filter : APF แบบ 2 ทาง (2 - Way) นำไปพิสูจน์ในโปรแกรม MATLAB จะได้ผลตอบสนองดังรูป 4.7



รูปที่ 4.7 ผลตอบสนองของสมการ All-Pass Filter : APF แบบ 2 ทาง (2 - Way)

4.5.2.2 แบบ 3 ทาง (3-Way)

เป็นผลมาจากการรวมกันของสมการ Low-Pass Filter : LPF , High-Pass Filter : HPF และ Band-Pass Filter : BPF

$$[\sin^2 \theta]^2 + 2[\sin^2 \theta \cos^2 \theta] + [\cos^2 \theta]^2 = 1$$

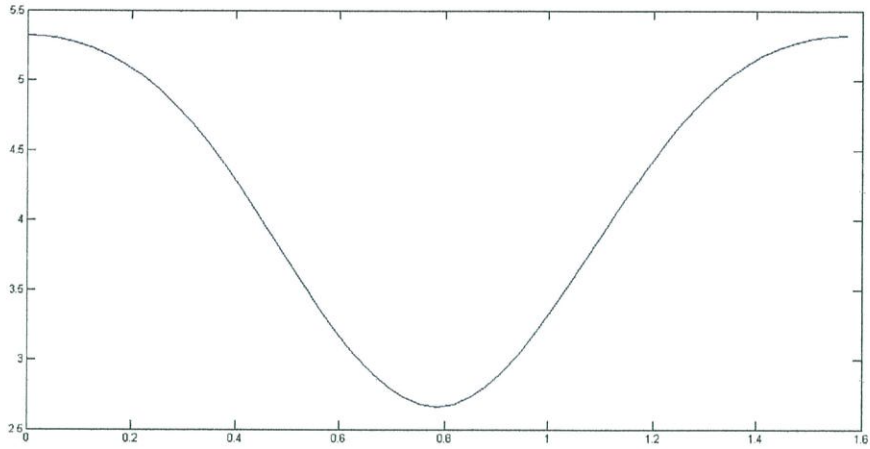
$$T_{APF}(y^2) = T_{HPF}(y^2) + T_{BPF}(y^2) + T_{LPF}(y^2) \quad (4.21)$$

$$= [\sin^2 \theta]^2 + 2[\sin^2 \theta \cos^2 \theta] + [\cos^2 \theta]^2$$

$$= \left(\frac{1}{1 + 0.894\hat{y}^2 + 2.369\hat{y}^4} \right) + 2 \left(\frac{1}{1 + 0.894\hat{y}^2 + 2.319\hat{y}^4} \right) \left(\frac{1}{1 + 0.894y^2 + 2.319y^4} \right) + \left(\frac{1}{1 + 0.894y^2 + 2.369y^2} \right)$$

โดยที่ $\hat{y} = 0.9 \cos \omega$
 $y = 0.9 \sin \omega$

จากผลของสมการ All-Pass Filter : APF แบบ 3 ทาง (3 - Way) นำไปพิสูจน์ในโปรแกรม MATLAB จะได้ผลตอบสนองดังรูป 4.8



รูปที่ 4.8 ผลตอบสนองของสมการ All-Pass Filter : APF แบบ 3 ทาง (3 - Way)

แต่จากผลตอบสนองที่ได้จากสมการ All-Pass Filter : APF ทั้งแบบ 2 ทาง และแบบ 3 ทาง เมื่อนำไปพิสูจน์ในโปรแกรมแมทแล็บ ปรากฏผลว่าไม่เป็นไปตามสมการ

$$\sin^2 \theta + \cos^2 \theta = 1$$

และ

$$[\sin^2 \theta]^2 + 2[\sin^2 \theta \cos^2 \theta] + [\cos^2 \theta]^2 = 1$$

จึงต้องมีการแก้ปัญหาจะกล่าวไว้ในหัวข้อถัดไป

4.6 การแก้ปัญหามการกรองผ่านทุกความถี่ (All-Pass Filter : APF)

จากหัวข้อที่ผ่านมาที่ได้ทำการทดลองนำสมการโพลีโนเมียลแบบเบิร์นส์ไตน์ โดยฟังก์ชันที่ใช้มาจากหลักการของสมการตรีโกณมิติที่ได้จากการคำนวณ มาทดสอบหาผลตอบสนองในโปรแกรมแมทแล็บ ปรากฏว่าผลที่ได้ไม่เป็นไปตามสมการตรีโกณมิติ ที่ว่าผลรวมของสมการวงจรรองความถี่จะต้องเท่ากับ 1 ซึ่งจะได้กราฟที่มีความราบเรียบ ผลที่เป็นเช่นนี้ เป็นเพราะว่าตัวส่วนของสมการไม่เท่ากัน ผลรวมที่ออกมาจึงไม่เท่ากับ 1

วิธีแก้ปัญหาคือจะทำการสร้างสมการให้มีตัวส่วนเท่ากัน โดยยังคงค่าของสมการเดิมไว้ แบ่งออกเป็นกรอกแบบวงจรรองผ่านทุกความถี่ (All-Pass Filter) ของแบบ 2 ทาง (2 - Way) และ 3 ทาง (3-Way)

4.6.1 แบบ 2 ทาง (2 - Way)

จากสมการตรีโกณมิติที่ใช้สร้างวงจรรองผ่านทุกความถี่ (All-Pass Filter) แบบ 2 ทาง

$$\sin^2 \theta + \cos^2 \theta = 1$$

เนื่องจากค่าของ $\sin^2 \theta$ คือ

$$\left(\frac{1}{1 + 0.894(0.9 \cos \omega)^2 + 2.369(0.9 \cos \omega)^4} \right)$$

และค่าของ $\cos^2 \theta$ คือ

$$\left(\frac{1}{1 + 0.894(0.9 \sin \omega)^2 + 2.369(0.9 \sin \omega)^4} \right)$$

ทั้งนี้ตัวส่วนที่ไม่เท่ากัน ผลรวมที่ได้จึงไม่เท่ากับ 1 โดยมีวิธีแก้ปัญหาดังสมการ

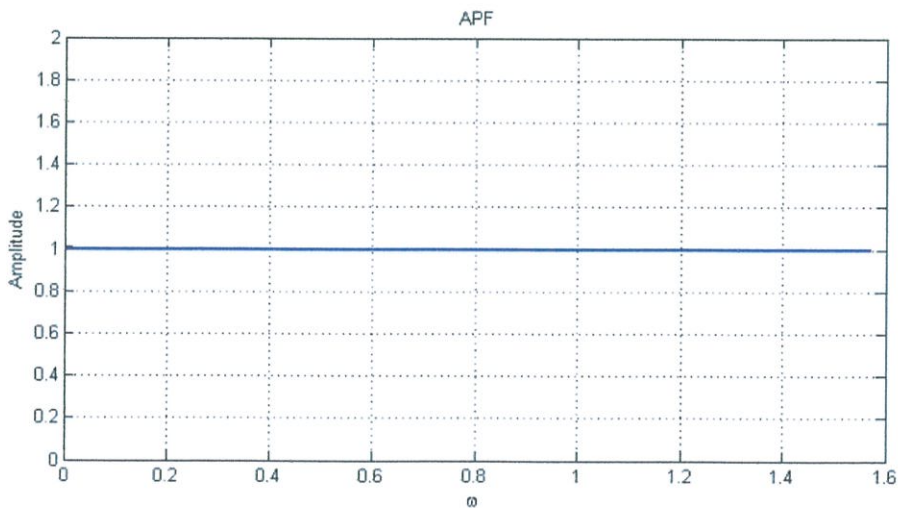
$$\frac{\sin^2 \theta}{\sin^2 \theta + \cos^2 \theta} + \frac{\cos^2 \theta}{\sin^2 \theta + \cos^2 \theta} = 1 \quad (4.22)$$

หมายความว่า จะใช้ค่าดังต่อไปนี้หารสมการวงจรรองความถี่ต่ำผ่าน และ สมการวงจรรองความถี่สูงผ่านเพื่อให้เป็นไปตามสมการ(ข้างบน)

$$(1 + 0.894\hat{y}^2 + 2.369\hat{y}^4) + (1 + 0.894y^2 + 2.319y^4)$$

โดยที่ $\hat{y} = 0.9 \cos \omega$
 $y = 0.9 \sin \omega$

จากผลของสมการ All-Pass Filter : APF แบบ 2 ทาง (2 - Way) นำไปพิสูจน์ในโปรแกรม MATLAB จะได้ผลตอบสนองดังรูป 4.9



รูปที่ 4.9 ผลตอบสนองของสมการ All-Pass Filter : APF แบบ 2 ทาง (2 - Way)

4.6.2 แบบ 3 ทาง (3 - Way)

จากสมการตรีโกณมิติที่ใช้สร้างวงจรกรองผ่านทุกความถี่ (All-Pass Filter) แบบ 3 ทาง

$$[\sin^2 \theta]^2 + 2[\sin^2 \theta \cos^2 \theta] + [\cos^2 \theta]^2 = 1$$

เนื่องจากค่าของ $\sin^2 \theta$ คือ

$$\left(\frac{1}{1 + 0.894(0.9 \cos \omega)^2 + 2.369(0.9 \cos \omega)^4} \right)$$

ค่าของ $\cos^2 \theta$ คือ

$$\left(\frac{1}{1 + 0.894(0.9 \sin \omega)^2 + 2.369(0.9 \sin \omega)^4} \right)$$

และค่าของ $2[\sin^2 \theta \cos^2 \theta]$ คือ

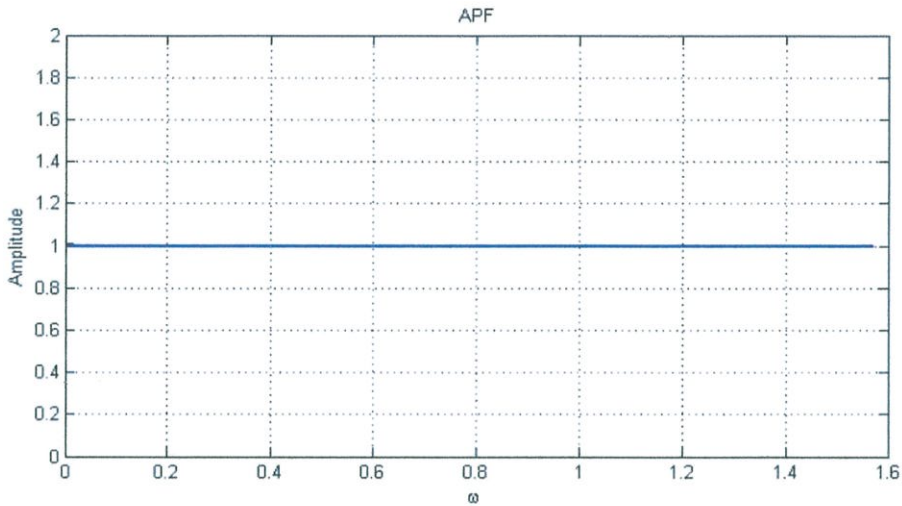
$$2 \left[\frac{1}{1 + 0.894(0.9 \cos \omega)^2 + 2.369(0.9 \cos \omega)^4} \right] \left[\frac{1}{1 + 0.894(0.9 \sin \omega)^2 + 2.369(0.9 \sin \omega)^4} \right]$$

ทั้งนี้ตัวส่วนที่ไม่เท่ากัน ผลรวมที่ได้จึงไม่เท่ากับ 1 โดยมีวิธีแก้ปัญหาลักษณะเดียวกับแบบ 2 ทาง จะได้

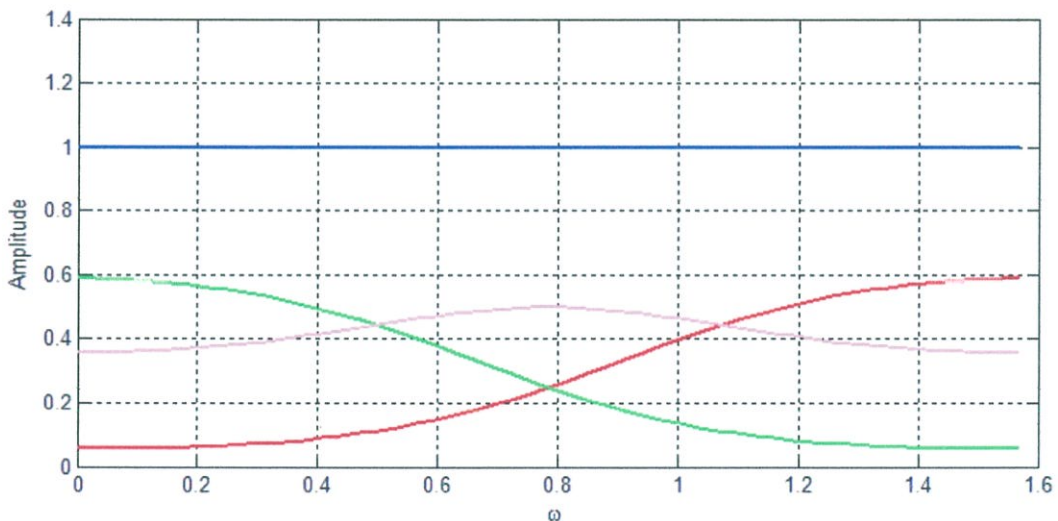
$$\left(\left(\frac{1}{1 + 0.894\hat{y}^2 + 2.369\hat{y}^4} \right) + \left(\frac{1}{1 + 0.894y^2 + 2.369y^4} \right) \right)^2$$

โดยที่ $\hat{y} = 0.9 \cos \omega$
 $y = 0.9 \sin \omega$

จากผลของสมการ All-Pass Filter : APF แบบ 3 ทาง (3 - Way) นำไปพิสูจน์ในโปรแกรม MATLAB จะได้ผลตอบสนองดังรูป 4.10



รูปที่ 4.10 ผลตอบสนองของสมการ All-Pass Filter : APF แบบ 3 ทาง (3 – Way)
 เมื่อทำการรวมผลตอบสนองของวงจรกรองความถี่สูงผ่าน (High-Pass Filter : HPF)
 วงจรกรองความถี่ต่ำผ่าน (Low-Pass Filter : LPF) วงจรกรองแถบความถี่ผ่าน (Band-Pass
 Filter : BPF) และ วงจรกรองผ่านทุกความถี่ (All-Pass Filter : APF) ในอันดับ (Order) ที่
 $n = 2$ ของวงจรครอสโอเวอร์เน็ตเวิร์ค แบบ 3 ทาง จะได้ผลเป็นดังรูป 4.11



รูปที่ 4.11 ผลตอบสนองของวงจรกรองความถี่สูงผ่าน(High-Pass Filter : HPF) วงจรกรอง
 ความถี่ต่ำผ่าน(Low-Pass Filter : LPF) วงจรกรองแถบความถี่ผ่าน(Band-Pass Filter : BPF)
 และ วงจรกรองผ่านทุกความถี่(All-Pass Filter : APF) ในอันดับ (Order) ที่ $n = 2$ ของวงจร
 ครอสโอเวอร์เน็ตเวิร์ค แบบ 3 ทาง

จากวิธีการแก้ปัญหาดังกล่าว ผลที่ได้ออกมาเป็นไปดังตามสมการตรีโกณมิติแล้ว ซึ่งได้ผล
 รวมมีค่าเท่ากับ 1 ทำให้กราฟที่แสดงผลจากโปรแกรม MATLAB มีความราบเรียบและมี
 ประสิทธิภาพในการนำไปออกแบบวงจรครอสโอเวอร์เน็ตเวิร์ค โดยยังสามารถออกแบบวงจรครอส
 โอเวอร์เน็ตเวิร์คในอันดับ (Order) อื่นที่สูงขึ้นไปได้อีก เพื่อรองรับต่อการใช้งานได้อย่างมี
 ประสิทธิภาพ

4.7 การแปลงฟังก์ชันให้อยู่ในรูปของฟังก์ชันถ่ายโอนของระบบอนาล็อก

สมการในการออกแบบวงจรครอสโอเวอร์เน็ตเวิร์คที่ได้กล่าวถึงในหัวข้อก่อนหน้านี้ เป็นสมการที่อยู่ในรูปแบบฟังก์ชันที่ติดโอเมก้า ω ในการใช้งานจริง สมการดังกล่าวนี้ ยังไม่สามารถสร้างวงจรครอสโอเวอร์เน็ตเวิร์คจริงได้ ยังเป็นเพียงแต่สมการที่ใช้ทดสอบผลตอบสนองว่าเป็นไปดังตามทฤษฎี และ ผลตอบสนองที่ออกมานั้นมีความเป็นไปได้ที่จะนำมาสร้างวงจรครอสโอเวอร์เน็ตเวิร์คหรือไม่ การจะนำสมการไปใช้งานจริงได้นั้น จะต้องแปลงสมการให้อยู่ในรูปของฟังก์ชันถ่ายโอน (Transfer function) เสียก่อน โดยในหัวข้อนี้จะกล่าวถึงการนำเอาฟังก์ชันที่อยู่ในรูปโอเมก้า ω มาแปลงให้อยู่ในรูปฟังก์ชันถ่ายโอน (Transfer function) ในระบบดิจิทัล โดยการยกนำเอาสมการในลำดับ(Order) ที่ 2 มาแปลงให้อยู่ในรูปฟังก์ชันถ่ายโอน (Transfer function) ในระบบดิจิทัล

4.7.1 การแปลงสมการให้อยู่ในรูปของฟังก์ชันถ่ายโอน (Transfer function) ในระบบดิจิทัลของสมการตัวกรองความถี่สูงผ่าน (High-Pass Filter)

จากสมการตัวกรองความถี่สูงผ่าน (High-Pass Filter)

$$T_{HPF}(\hat{y}^2) = \frac{1}{Bn(\hat{y}^2)} = \frac{1}{1 + 0.894\hat{y}^2 + 2.369\hat{y}^4}$$

เริ่มต้นด้วยการกำหนดให้

$$\frac{\hat{y}^2}{\alpha^2} = \cos^2(\omega) \text{ จาก } \Omega = \tan(\omega)$$

จากนั้นจะได้ว่า

$$\hat{y}^2 = \frac{1}{1 + \Omega^2} \tag{4.23}$$

จากนั้นจะใช้สมการ \hat{y}^2 นี้ นำไปแทนลงในสมการตัวกรองความถี่สูงผ่าน (High-Pass Filter) ได้เป็น

$$\frac{1}{Bn(\hat{y}^2)} = \frac{1}{1 + 0.8941\left(\frac{1}{1 + \Omega^2}\right)^2 + 2.369\left(\frac{1}{1 + \Omega^2}\right)^4} \tag{4.24}$$

จะได้

$$G(\Omega^2) = \frac{\Omega^4 + 2\Omega^2 + 1}{\Omega^4 + 2.894\Omega^2 + 4.236} \tag{4.25}$$

จาก Ω คือการถ่ายโอนทางความถี่ที่มีค่าเท่ากับ $\Omega = -js$ หลังจากนั้นทำการหาค่าของ zeros และ poles ของฟังก์ชันถ่ายโอน ที่ประกอบด้วยด้านซ้าย และ ด้านขวา ในระบบอนาล็อก ในที่นี้จะเลือกเฉพาะส่วนด้านซ้ายจากในระบบอนาล็อก จากขั้นตอนนี้จะได้สมการใหม่ของตัวกรองความถี่สูงผ่าน (High-Pass Filter) ในรูปแบบของอนาล็อก (S-domain) นั่นก็คือ

$$G(s) = \frac{s^2 + 2s + 1}{s^2 + 2.6502s + 2.0647} \quad (4.26)$$

4.7.2 การแปลงสมการให้อยู่ในรูปของฟังก์ชันถ่ายโอน (Transfer function) ในระบบดิจิทัลของสมการตัวกรองความถี่ต่ำผ่าน (Low-Pass Filter)

จากสมการตัวกรองความถี่ต่ำผ่าน (Low-Pass Filter)

$$T_{LPF}(y^2) = \frac{1}{Bn(y^2)} = \frac{1}{1 + 0.894y^2 + 2.369y^4}$$

เริ่มต้นด้วยการกำหนดให้

$$\frac{y^2}{\alpha^2} = \sin^2(\omega) \quad \text{จาก } \Omega = \tan(\omega)$$

จากนั้นจะได้ว่า

$$y^2 = \frac{\Omega^2}{1 + \Omega^2} \quad (4.27)$$

จากนั้นจะใช้สมการ y^2 นี้ นำไปแทนลงในสมการตัวกรองความถี่ต่ำผ่าน (Low-Pass Filter) ได้เป็น

$$\frac{1}{Bn(y^2)} = \frac{1}{1 + 0.8941 \left(\frac{\Omega^2}{1 + \Omega^2} \right)^2 + 2.369 \left(\frac{\Omega^2}{1 + \Omega^2} \right)^4} \quad (4.28)$$

จะได้

$$F(\Omega^2) = \frac{\Omega^4 + 2\Omega^2 + 1}{4.263\Omega^4 + 2.894\Omega^2 + 1} \quad (4.29)$$

จาก Ω คือการถ่ายโอนทางความถี่ที่มีค่าเท่ากับ $\Omega = -js$ หลังจากนั้นทำการหาค่าของ zeros และ poles ของฟังก์ชันถ่ายโอน ที่ประกอบด้วยด้านซ้าย และ ด้านขวา ในระบบอนาล็อก ในที่นี้จะเลือกเฉพาะส่วนด้านซ้ายจากในระบบอนาล็อก จากขั้นตอนนี้จะได้สมการใหม่ของตัวกรองความถี่ต่ำผ่าน (Low-Pass Filter) ในรูปแบบของอนาล็อก (S-domain) นั่นก็คือ

$$F(s) = \frac{s^2 + 2s + 1}{s^2 + 1.2836s + 0.4844} \quad (4.30)$$

4.7.2 การแปลงสมการให้อยู่ในรูปของฟังก์ชันถ่ายโอน (Transfer function) ในระบบดิจิทัลของสมการตัวกรองความถี่แถบผ่าน (Band-Pass Filter)

สมการตัวกรองความถี่แถบผ่าน (Band-Pass Filter) นั้นถูกสร้างขึ้นมาจากเอกลักษณ์ของตรีโกณมิติที่ว่า $2[\sin^2\theta \cos^2\theta]$ จากรูปแบบที่เห็น สมการตัวกรองความถี่แถบผ่านเป็นการคูณกันของสมการตัวกรองความถี่ต่ำผ่าน และ สมการตัวกรองความถี่สูงผ่าน ในการแปลงฟังก์ชันให้อยู่ในรูปของฟังก์ชันถ่ายโอนของระบบอนาล็อกนั้น จึงสามารถนำเอาสมการถ่ายโอนของสมการตัวกรองความถี่สูงผ่าน มาคูณกับ สมการตัวกรองความถี่ต่ำผ่าน และทำตามเงื่อนไขของรูปแบบของตัวกรองความถี่แถบผ่านจะได้สมการใหม่ของตัวกรองความถี่แถบผ่าน (Band-Pass Filter) ในรูปแบบของอนาล็อก (S-domain) นั่นก็คือ

$$H(s) = \frac{2s^4 + 8s^3 + 12s^2 + 8s + 2}{s^4 + 3.9338s^3 + 5.9509s^2 + 3.934s + 1.001} \quad (4.31)$$

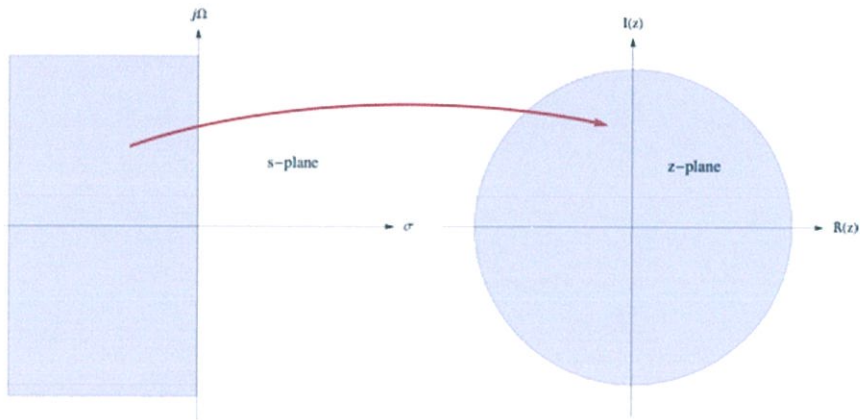
ขั้นตอนทั้งหมดนั้นจะได้สมการใหม่ 3 สมการ คือ สมการของตัวกรองความถี่สูงผ่าน (High-Pass Filter) ในรูปแบบของอนาล็อก $G(s)$ สมการของตัวกรองความถี่ต่ำผ่าน (Low-Pass Filter) ในรูปแบบของอนาล็อก $F(s)$ และ สมการของตัวกรองความถี่แถบผ่าน (Band-Pass Filter) ในรูปแบบของอนาล็อก $H(s)$ สมการที่ได้จะสามารถนำไปใช้ในการสร้างวงจรครอสโอเวอร์เน็ตเวิร์คที่สามารถนำไปใช้งานจริงได้ และยังสามารถแปลงให้เป็นระบบดิจิทัลได้ด้วยเช่นกัน

4.8 การแปลงฟังก์ชันถ่ายโอนของระบบอนาล็อกเป็นระบบดิจิทัล

การแปลงสมการถ่ายโอนจากระบบอนาล็อก (S-domain) เป็นสมการถ่ายโอนระบบดิจิทัล (Z-domain) นั้น มีขึ้นเพื่อนำไปใช้ในการสร้างวงจรครอสโอเวอร์เน็ตเวิร์คในอุปกรณ์ดิจิทัลได้ โดยการแปลงฟังก์ชันนี้มีรูปแบบหลากหลายวิธี วิธีหนึ่งที่มีประสิทธิภาพในการแปลงฟังก์ชันและเป็นวิธีที่ได้รับความนิยมใช้นั้นก็คือ การแปลงไบลิเนียร์ (Bilinear Transform)

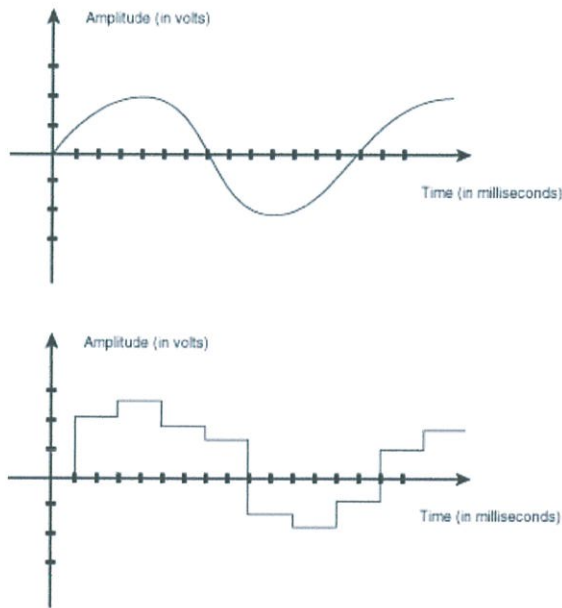
ผลที่เกิดจากการแปลงไบลิเนียร์สามารถมองได้เป็น 2 จุดใหญ่

1. เกิดการแปลง Pole และ Zero บน s-plane ของระบบอนาล็อก ไปเป็น Pole และ Zero บน z-plane ของระบบดิจิทัล



รูปที่ 4.12 การแปลงระหว่าง s-plane ไปยัง z-plane

2. เกิดการแปลงระหว่างความถี่อนาล็อกเป็นความถี่ดิจิทัล



รูปที่ 4.13 การแปลงระหว่างอนาล็อกเป็นดิจิทัล

การแปลงเป็นดิจิทัลของวงจรครอสโอเวอร์เน็ตเวิร์คคือการเปลี่ยนจากฟังก์ชันถ่ายโอนในระบบอนาล็อก โดยทำการใช้ไปลิเนียร์ จากสมการของไปลิเนียร์ที่ว่า

$$H(z) = H(s) \Big|_{s=\frac{2}{T} \left(\frac{1-z^{-1}}{1+z^{-1}} \right)} \quad (4.32)$$

นำไปแทนเข้ากับสมการถ่ายโอนของสมการตัวกรองความถี่แต่ละตัวจะได้

สมการถ่ายโอนในระบบดิจิทัล (z-domain) ของตัวกรองความถี่สูงผ่าน (High-Pass Filter)

$$G(z) = \frac{0.7919z^2 - 0.5279z + 0.0880}{z^2 - 0.3406z + 0.0672} \quad (4.33)$$

สมการถ่ายโอนในระบบดิจิทัล (z-domain) ของตัวกรองความถี่ต่ำผ่าน (Low-Pass Filter)

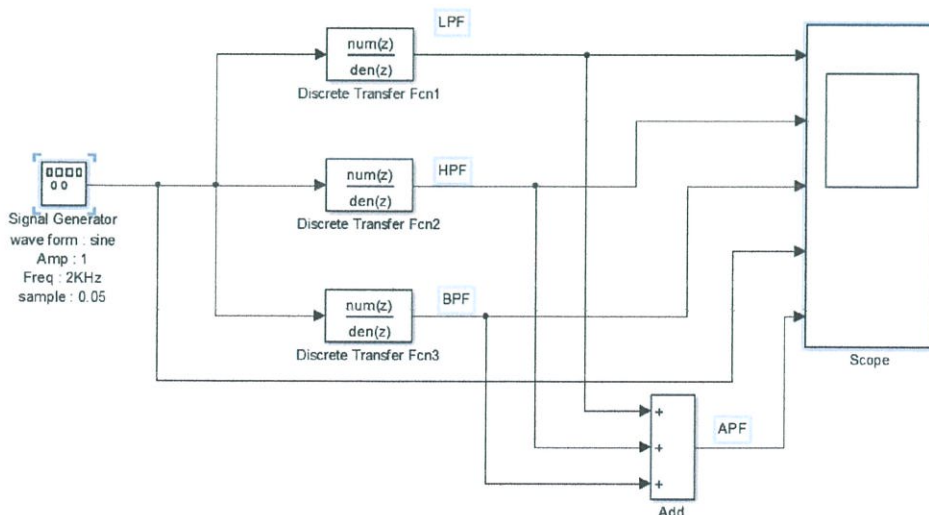
$$F(z) = \frac{1.2763z^2 - 0.8509z + 0.1418}{z^2 - 0.9971z + 0.2719} \quad (4.34)$$

สมการถ่ายโอนในระบบดิจิทัล (z-domain) ของตัวกรองความถี่แถบผ่าน (Band-Pass Filter)

$$H(z) = \frac{2.0214z^4 - 2.6952z^3 + 1.3476z^2 - 0.2995z + 0.0250}{z^4 - 1.3376z^3 + 0.6788z^2 - 0.1596z + 0.0183} \quad (4.35)$$

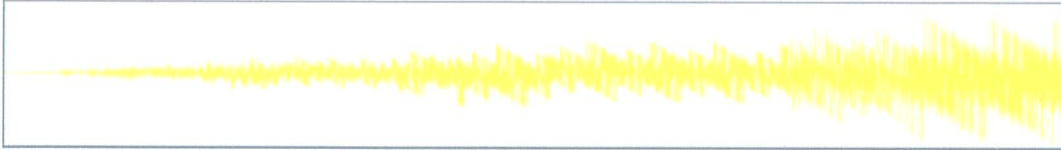
4.9 แบบจำลองวงจรครอสโอเวอร์เน็ตเวิร์คแบบ 3 ทาง ในอันดับ(Order) ที่ 2 และผลการทดลองใน Simulink

เมื่อได้ทำการแปลงสมการของวงจรกรองความถี่อนาล็อกเป็นดิจิทัลเรียบร้อยแล้ว ในขั้นตอนต่อมาเป็นการสร้างแบบจำลองวงจรครอสโอเวอร์เน็ตเวิร์คโดยใช้โปรแกรม Simulink ซึ่งเป็นโปรแกรมเสริมใน MATLAB เพื่อพิจารณาผลตอบสนองของสัญญาณที่ได้จากกราฟ

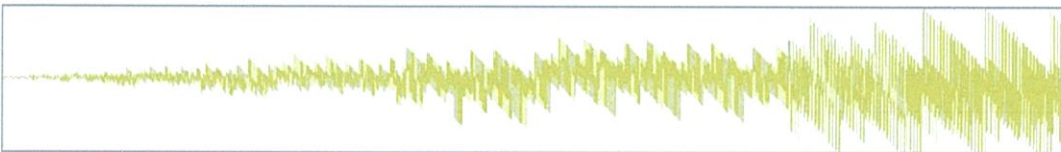


รูปที่ 4.14 แบบจำลองวงจรครอสโอเวอร์เน็ตเวิร์ค โดยใช้โปรแกรมเสริม Simulink

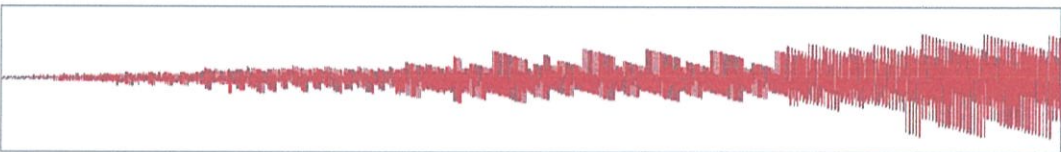
เมื่อนำสัญญาณ Sine wave ที่มีความถี่ 2 KHz ผ่านวงจรกรองความถี่แต่ละแบบ ด้วยค่า Sample Time = 0.05 sec ป้อนเข้าไปเป็นสัญญาณต้นแบบจะได้ผลตอบสนองของสัญญาณที่ผ่านแบบจำลองของวงจรกรองความถี่ต่ำผ่าน วงจรกรองความถี่สูงผ่าน และวงจรกรองความถี่แถบผ่าน โดยแสดงในรูปที่ 4.15 (ก) (ข) (ค) และ (ง) ตามลำดับ



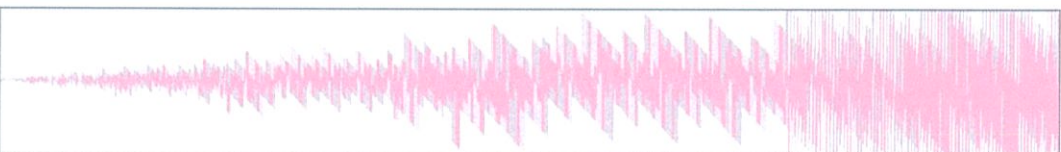
(ก) สัญญาณต้นแบบ



(ข) สัญญาณที่ผ่านแบบจำลองวงจรกรองความถี่ต่ำผ่าน



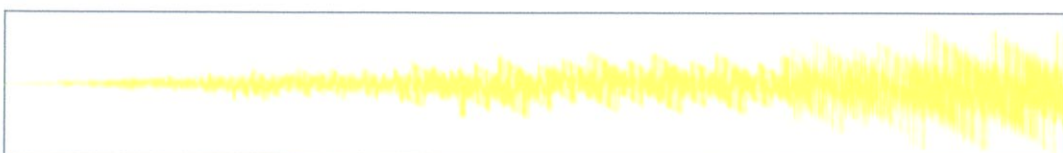
(ค) สัญญาณที่ผ่านแบบจำลองวงจรกรองความถี่สูงผ่าน



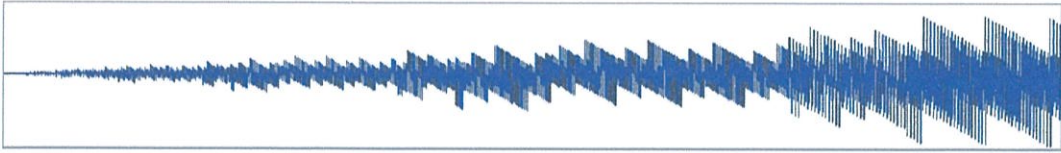
(ง) สัญญาณที่ผ่านแบบจำลองวงจรกรองความถี่แถบผ่าน

รูปที่ 4.15 ผลตอบสนองของสัญญาณที่ผ่านแบบจำลองวงจรครอสโอเวอร์เน็ตเวิร์ค

และเมื่อนำสัญญาณที่ผ่านแบบจำลองทั้งวงจรกรองความถี่ต่ำผ่าน วงจรกรองความถี่สูงผ่าน และวงจรกรองความถี่แถบผ่านมารวมกัน ผลตอบสนองที่ได้จะเป็นวงจรกรองผ่านทุกความถี่ โดยจะแสดงเทียบกับสัญญาณต้นแบบที่ใช้ทดลอง แสดงดังรูปที่ 4.16 (ก) และ (ข)



(ก) สัญญาณต้นแบบ



(ข) สัญญาณที่ผ่านแบบจำลองวงจรกรองผ่านทุกความถี่

รูปที่ 4.16 เปรียบเทียบสัญญาณต้นแบบกับผลตอบสนองของสัญญาณที่ผ่านแบบจำลองวงจรกรองผ่านทุกความถี่

4.10 สรุป

ทฤษฎีที่กล่าวมาทั้งหมดนั้น ซึ่งได้แก่ ทฤษฎีการออกแบบวงจรครอสโอเวอร์เน็ตเวิร์ค ทฤษฎีเอกลักษณ์ตรีโกณมิติ ทฤษฎีสมการคณิตศาสตร์โพลีโนเมียลแบบเบิร์นสไตน์ โดยในบทนี้ได้กล่าวถึงความสัมพันธ์ของทั้ง 3 ทฤษฎี ที่มีบทบาทซึ่งกันและกัน โดยใช้หลักการของทั้ง 3 ทฤษฎีนี้ นำมาออกแบบเพื่อให้ได้วงจรครอสโอเวอร์เน็ตเวิร์คที่มีประสิทธิภาพ ทั้งยังเป็นทฤษฎีที่ใช้หลักการแนวคิดแบบใหม่ ที่มาจากสมการของตรีโกณมิติ โดยนำมาใช้เป็นฟังก์ชันนำไปคิดในสมการโพลีโนเมียลแบบเบิร์นสไตน์ โดยเมื่อผลที่ออกมาจะต้องเป็นไปตามหลักการของครอสโอเวอร์เน็ตเวิร์คที่มีประสิทธิภาพ ทั้งในด้านทฤษฎี และการออกแบบเพื่อสร้างวงจรจริง แม้กระทั่งเมื่อได้ทำการทดลองใช้สมการของโพลีโนเมียลแบบเบิร์นสไตน์ด้วยวิธีการใหม่ โดยใช้แนวคิดจากเอกลักษณ์ของตรีโกณมิติลงในโปรแกรมแมทแล็บ (MATLAB) เพื่อทดลองหาผลตอบสนอง โดยได้เริ่มการทดลองจากอันดับ (Order) ที่ยังไม่สูงมากซึ่งได้เริ่มต้นใช้ที่ $n = 2$ และทดลองทั้งในแบบ 2 ทาง (2-Way) กับ 3 ทาง (3-Way) เพื่อให้สะดวกต่อการทดลองในระยะเริ่มต้น จะได้สมการที่ไม่ซับซ้อนมากนัก และผลปรากฏว่า ผลตอบสนองที่ได้จากการนำสมการวงจรกรองความถี่สูงผ่าน (High-Pass Filter : HPF) วงจรกรองความถี่ต่ำผ่าน (Low-Pass Filter : LPF) และ วงจรกรองแถบความถี่ผ่าน (Band-Pass Filter : BPF) มารวมกันเพื่อให้ได้วงจรกรองผ่านทุกความถี่ (All-Pass Filter : APF) ผลที่ออกมานั้นได้เท่ากับ 1 ซึ่งเป็นไปตามสมการตรีโกณมิติ ทั้งยังถูกต้องในหลักการของการออกแบบวงจรครอสโอเวอร์เน็ตเวิร์คที่มีประสิทธิภาพ จึงเป็นการพิสูจน์ว่าหลักการนี้มีประสิทธิภาพในการนำไปสร้างสมการวงจรครอสโอเวอร์เน็ตเวิร์ค และเมื่อทำการแปลงสมการให้อยู่ในรูปสมการฟังก์ชันถ่ายโอนของอนุกรม เพื่อนำไปใช้ในการแปลงเป็นฟังก์ชันถ่ายโอนในระบบดิจิทัล โดยใช้วิธีการแปลงแบบไบเลนิเยร์ ได้สมการถ่ายโอนที่อยู่ในรูปของ z-domain ซึ่งได้ทำการทดลอง โดยการจำลองออกแบบวงจรครอสโอเวอร์เน็ตเวิร์คด้วยโปรแกรมเสริม Simulink เพื่อดูผลตอบสนองของแต่ละวงจรกรองความถี่ รวมถึงผลของสัญญาณของแบบจำลองวงจรกรองผ่านทุกความถี่เมื่อเปรียบเทียบกับสัญญาณต้นแบบ จากผลที่ได้ทดลองมาพบว่า มีลักษณะที่คล้ายกัน จึงสรุปได้ว่า วิธีการดังกล่าวเป็นไปตามหลักการทฤษฎีของการออกแบบวงจรครอสโอเวอร์เน็ตเวิร์ค

บทที่ 5

สรุปและแนวทางในการพัฒนาต่อไป

5.1 สรุป

ปริณญาณิพนธ์หัวข้อเรื่อง การออกแบบวงจรครอสโอเวอร์เน็ตเวิร์ค แบบ 3 ทาง ด้วยระเบียบวิธีการใหม่นี้ ซึ่งได้มีการกล่าวถึงทฤษฎีการออกแบบวงจรครอสโอเวอร์เน็ตเวิร์ค ทฤษฎีเอกลักษณ์ตรีโกณมิติ ทฤษฎีสมการคณิตศาสตร์โพลีโนเมียลแบบเบิร์นสไตน์ โดยใช้ทั้ง 3 หลักการนำมารวมกันเพื่อให้ได้สมการที่สามารถนำไปออกแบบวงจรครอสโอเวอร์เน็ตเวิร์ค แบบ 3 ทาง ที่มีประสิทธิภาพ โดยทั่วไปแล้วมีวิธีการหลายอย่างมากมายในการออกแบบสร้างวงจรครอสโอเวอร์เน็ตเวิร์ค แต่ด้วยแต่ละวิธีการที่แตกต่างออกไป เป็นผลให้บางวิธีการได้ผลตอบสนองที่ยังไม่ดีเท่าที่ควร บางวิธีการได้ผลตอบสนองที่มีประสิทธิภาพแต่ความซับซ้อนในการออกแบบมีมาก หรือการจะเปลี่ยนแปลงแก้ไขเพื่อออกแบบวงจรครอสโอเวอร์เน็ตเวิร์คในรูปแบบของ 2 ทาง 3 ทาง การเพิ่มอันดับ(Order) นั้นเป็นไปได้ยาก บางวิธีการมีประสิทธิภาพ และไม่ซับซ้อน แต่ก็มีข้อเสียตรงอาจจะต้องมีอุปกรณ์ที่เพิ่มเข้ามา ทำให้วงจรนั้นมีขนาดใหญ่ มีราคาสูง จึงมีการศึกษาหาวิธีแนวคิดใหม่ เพื่อนำมาสร้างเป็นวงจรครอสโอเวอร์เน็ตเวิร์ค ที่มีประสิทธิภาพ ขั้นตอนสมการที่ไม่ซับซ้อน มีความยืดหยุ่นสามารถออกแบบได้ทั้งในแบบ 2 ทาง 3 ทาง และการเพิ่มอันดับ(Order) ที่เป็นไปได้โดยง่าย และยังไม่จำเป็นต้องเพิ่มตัวอุปกรณ์ที่ต้องมาเสริมเพื่อให้วงจรนั้นมีประสิทธิภาพมากขึ้น

จากการศึกษาพบว่า ทฤษฎีสมการคณิตศาสตร์โพลีโนเมียลแบบเบิร์นสไตน์สามารถนำมาออกแบบให้ได้ว่าวงจรครอสโอเวอร์เน็ตเวิร์คที่มีประสิทธิภาพได้ และจากการศึกษาสังเกตลักษณะของกราฟวงจรรองความถี่ในแต่ละตัวนั้น พบว่ามีความคล้ายคลึงกับลักษณะของกราฟ \sin และกราฟ \cos จึงได้ทำการศึกษาหลักการของสมการและเอกลักษณ์ของตรีโกณมิติ ก็พบว่ามีความเป็นไปได้ในการที่จะนำมาสร้าง ออกแบบ วงจรครอสโอเวอร์เน็ตเวิร์ค

จึงได้ทำการทดลองโดยจำลองการออกแบบโดยใช้โปรแกรมแมทแล็บ(MATLAB) โดยนำเอาสมการคณิตศาสตร์โพลีโนเมียลแบบเบิร์นสไตน์ โดยฟังก์ชันที่ใช้มาจากสมการตรีโกณมิติ โดยได้เริ่มการทดลองจากอันดับ(Order) ที่ยังไม่สูงมากซึ่งได้เริ่มต้นใช้ที่ $n = 2$ และทดลองทั้งในแบบ 2 ทาง (2-Way) กับ 3 ทาง (3-Way) เพื่อให้สะดวกต่อการทดลองในระยะเริ่มต้น ทั้งยังจะได้สมการที่ไม่ซับซ้อนมากนัก และผลปรากฏว่า ผลตอบสนองที่ได้จากการนำสมการวงจรรองความถี่สูงผ่าน (High-Pass Filter : HPF) วงจรรองความถี่ต่ำผ่าน (Low-Pass Filter : LPF) และ วงจรรองแถบความถี่ผ่าน (Band-Pass Filter : BPF) มารวมกัน เพื่อให้ได้วงจรรองผ่านทุกความถี่ (All-Pass Filter : APF) ผลที่ออกมา นั้นได้เท่ากับ 1 ซึ่งเป็นไปตามสมการตรีโกณมิติ ทั้งยังถูกต้องในหลักการของการออกแบบวงจรครอสโอเวอร์เน็ตเวิร์คที่มีประสิทธิภาพ ที่ว่าผลตอบสนองของวงจรรองผ่านทุกความถี่ (All-Pass Filter : APF) จะต้องมีความราบเรียบ จึงสรุปได้ว่าวิธีการนี้มีประสิทธิภาพในการออกแบบเพื่อสร้างวงจร ครอสโอเวอร์เน็ตเวิร์ค และสามารถทำได้ทั้งในแบบ 2 ทาง และ 3 ทาง ทั้งยังมีความยืดหยุ่นสามารถออกแบบได้ในอันดับ (Order) ที่เท่าไรก็ได้ตามต้องการ โดยสมการไม่ซับซ้อน ง่ายต่อการออกแบบ และไม่จำเป็นต้องเพิ่มอุปกรณ์ใดเข้ามาเพื่อที่จะมาเพิ่มประสิทธิภาพในวงจรครอสโอเวอร์เน็ตเวิร์ค เป็นการประหยัดทรัพยากรได้อย่างดี

5.2 แนวทางในการพัฒนาต่อไป

ผลที่ได้ออกมาเป็นไปตามหลักทฤษฎีการออกแบบวงจรครอสโอเวอร์เน็ตเวิร์คที่ดี โดยแนวทางในการพัฒนาต่อไปนั้น คือสามารถที่จะนำสมการและแบบจำลองที่ทดลองได้ นำไปประมวลผลจริง โดยผ่านบอร์ดต่างๆ เช่น Audino DSP เพื่อจะทำเป็นวงจรครอสโอเวอร์เน็ตเวิร์คที่ใช้งานได้จริง

บรรณานุกรม

1. วันวิสา ชัชวงษ์. การแก้ความผิดเพี้ยนของสัญญาณวีดีโอในระบบโทรทัศน์. วิทยานิพนธ์ วิศวกรรมศาสตรดุษฎีบัณฑิต, ภาควิชาวิศวกรรมไฟฟ้า สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง, 2553.
2. ราชาวดี ชำนาญศิลป์, วรัญญา สร้อยโยธา, วิไล ลลิตวัฒน์. การออกแบบวงจรครอสโอเวอร์ เน็ตเวอร์ค โดยใช้โพลีโนเมียลแบบเบิร์นสไตน์. ปริญญานิพนธ์วิศวกรรมศาสตรบัณฑิต, ภาควิชาวิศวกรรมสารสนเทศ สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง, 2555.
3. E. Rapoport, F. A. P. Baruqui, and A Petraglia, "Tunable Analog Loudspeaker Crossover Network," in Proc. The 2003 IEEE International Symposium on Circuits and Systems, vol. 5, May, 2003.
4. K.Sarangam, A. Sammaiah, and R. K. Jatoth, "Design and Implementation of Universal Filter using Differential Voltage Current Conveyor Suitable for Crossover Networks," in Proc. 2nd IEEE International Conference on Computer Science and Information Technology, Aug 2009, pp.263-267.
5. Ray Miller, "A Bessel Filter Crossover, and its Relation to Others," RaneNote 147. 2006 Rane Corporation.
6. Tore A. Nielsen, Loudspeaker Crossover Networks, The Technical University of Denmark: Denmark, 2005.
7. Henri Korhola, Perceptual Study of Loudspeaker Crossover Filters, Helsinki University of Technology: Finland, 2008.
8. V. Chutchavong, Linear-Phase Bernstein Filter for Equalized the Distorted Chrominance, LAP LAMBERT Academic Publishing: Germany, 2013.
9. V. Chutchavong, O. Sangaroon, C. Benjangkaprasert, K. Janchipongvej, "Luminance-Chrominance Gain Equalizer Based on Bernstein Polynomials" IEEJ Trans. On Electronics, Information and Systems. Japan, vol. 130, No. 8, pp. 1411-1422, August 2010.
10. G. G. Lorentz, Bernstein Polynomials, Chelsea: New York, 1986.