ขั้นตอนวิธีที่มีประสิทธิภาพเพื่อกำเนิดโครงสร้างของการรวมกลุ่ม

AN EFFICIENT ALGORITHM FOR GENERATING COALITION STRUCTURES

สันทิฏฐ์ นรบิน
SANTIT NARABIN

วิทยานิพนธ์นี้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตรปริญญาวิทยาศาสตรมหาบัณฑิต
สาขาวิชาวิทยาการคอมพิวเตอร์
บัณฑิตวิทยาลัย
สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง
พ.ศ. 2549

ISBN 974-15-2136-7

สำนักหอสมุดกลาง พระจอมเกล้าลาดกระบัง

ขั้นตอนวิธีที่มีประสิทธิภาพเพื่อกำเนิดโครงสร้างของการรวมกลุ่ม

AN EFFICIENT ALGORITHM FOR GENERATING COALITION STRUCTURES

สันทิฏฐ์ นรบิน

SANTIT NARABIN

เลขหมู่.....
เลขทะเบียน.....76670
วัน,เดือน,ปี.....- 6 ส.ค. 2550

วิทยานิพนธ์นี้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตรปริญญาวิทยาศาสตรมหาบัณฑิต

สาขาวิชาวิทยาการคอมพิวเตอร์

บัณฑิตวิทยาลัย

สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง

พ.ศ. 2549

ISBN 974–15–2136-7

AN EFFCIENT ALGORITHM FOR GENERATING COALITION STRUCTURES

SANTIT NARABIN

A THESIS SUBMITTED IN PARTIAL FULFILLMENT
OF THE REQUIREMENT FOR THE DEGREE OF
MASTER OF SCIENCE IN COMPUTER SCIENCE
SCHOOL OF GRADUATE STUDIES
KING MONGKUT'S INSTITUTE OF TECHNOLOGY LADKRABANG
2006

ISBN 974–15–2136-7

หัวข้อวิทยานิพนธ์	ขั้นตอนวิธีที่มีประสิทธิภาพเพื่อกำเนิดโครงสร้างของการรวมกลุ่ม
นักศึกษา	นายสันทิฏฐ์ นรบิน
รหัสประจำตัว	46063602
ปริญญา	วิทยาศาสตรมหาบัณฑิต
สาขาวิชา	วิทยาการคอมพิวเตอร์
พ.ศ.	2549
อาจารย์ผู้ควบคุมวิทยานิพนธ์	รศ.ดร.วีระ บุญจริง

บทคัดย่อ

งานวิจัยนี้เสนอกรรมวิธีที่มีประสิทธิภาพสำหรับการกำเนิดโครงสร้างการรวมกลุ่มโดยใช้พาร์ติชันจำนวนเต็มแบบใหม่ พาร์ติชันแบบใหม่นี้เป็นเซตของเซตของจำนวนเต็มที่จำนวนเต็มแต่ละค่าแทนขนาดของการรวมกลุ่ม สมาชิกของพาร์ติชันนี้ประกอบด้วยสมาชิกที่ไม่มีสมาชิกตัวอื่นที่ให้ค่าผลประโยชน์ของการรวมกลุ่มสูงกว่า งานวิจัยนี้ได้พิสูจน์ว่า สมาชิกดังกล่าวเป็นสมาชิกที่ประกอบด้วยจำนวนเต็มที่มี 1 เป็นสมาชิกอย่างมากหนึ่งตัว นอกจากนี้ งานวิจัยนี้ได้แสดงให้เห็นว่ากรรมวิธีใหม่นี้ให้โครงสร้างการรวมกลุ่มสูงสุดประมาณ 60% ของโครงสร้างการรวมกลุ่มที่เป็นไปได้ทั้งหมด เมื่อจำนวนสมาชิกที่ต้องทำการจัดกลุ่มไม่น้อยกว่า 5

Thesis Title	An Efficient Algorithm for Generating Coalition Structures
Student	Mr. Santit Narabin
Student ID	46063602
Degree	Master of Science
Programme	Computer Science
Year	2006
Thesis Advisor	Assoc.Prof. Dr. Veera Boonjing

ABSTRACT

This research proposes an efficient method for generating coalition structures using a new integer partition. The new partition is the set of set of integers where each integer represent size of a coalition. It includes only elements that do not exist other elements with higher coalition value than them. We show that an element of this partition is a set containing 1 at most one element. Finally, we show that the new method gives number of coalition structures approximately 60 percent of possible candidate structures when coalition members at lest 5.

กิตติกรรมประกาศ

วิทยานิพนธ์ฉบับนี้สำเร็จลุล่วงด้วยดี ผู้วิจัยขอกราบขอบพระคุณ รศ.ดร.วีระ บุญจริง ซึ่งเป็นอาจารย์ผู้ควบคุมวิทยานิพนธ์ ที่กรุณาให้แนวคิด คำแนะนำ และความช่วยเหลือในการดำเนินงานวิจัย ตลอดจนแนวทางการแก้ปัญหาต่าง ๆ อันเป็นประโยชน์ต่องานวิจัยนี้ ผู้วิจัยรู้สึกซาบซึ้งในความอนุเคราะห์จากท่านและขอกราบขอบพระคุณเป็นอย่างสูง

ผู้วิจัยขอขอบคุณ ผศ.ดร.ศรัณย์ อินทโกสุม ดร.เฉลิมศักดิ์ เลิศวงศ์เสถียร และ ผศ.ดร.จีรพร ศรีสวัสดิ์ ที่กรุณาเป็นกรรมการสอบวิทยานิพนธ์และให้คำแนะนำที่เป็นประโยชน์ในการทำวิทยานิพนธ์อย่างดียิ่งมาโดยตลอด

ขอขอบคุณ เพื่อน ๆ และน้อง ๆ ทุกคน สำหรับความช่วยเหลือ คำแนะนำ และกำลังใจที่มีให้กับผู้วิจัยตลอดมา

ขอขอบคุณ อาจารย์ทุกท่านที่ประสิทธิ์ประสาทวิชาความรู้ ตั้งแต่อดีตจนถึงปัจจุบัน

สุดท้ายนี้ ผู้วิจัยใคร่ขอกราบขอบพระคุณ บิดา มารดา และน้องชาย สำหรับกำลังใจและความช่วยเหลือด้านการเงิน ซึ่งมีให้ผู้วิจัยเสมอ และอีกหลายท่านที่ไม่สามารถกล่าวไว้ในที่นี้ได้หมด ผู้วิจัยขอขอบคุณเป็นอย่างสูงไว้ ณ โอกาสนี้ด้วย

คุณค่าและประโยชน์อันพึงมีจากวิทยานิพนธ์ฉบับนี้ ผู้วิจัยขอมอบแด่ผู้มีพระคุณทุกท่าน

สันทิฏฐ์ นรบิน

สารบัญ

หน้า

บทคัดย่อภาษาไทย I

บทคัดย่อภาษาอังกฤษ II

กิตติกรรมประกาศ III

สารบัญ IV

สารบัญตาราง VI

สารบัญรูป VII

บทที่ 1 บทนำ 1

1.1 ความเป็นมาและความสำคัญของปัญหา 1

1.2 ความมุ่งหมายและวัตถุประสงค์ของการศึกษา 2

1.3 สมมุติฐานของการศึกษา 2

1.4 ขอบเขตการวิจัย 3

1.5 ส่วนประกอบของวิทยานิพนธ์ 3

บทที่ 2 ทฤษฎีและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง 4

2.1 การรวมกลุ่ม 4

2.2 ขั้นตอนวิธีแจงทุกกรณี 6

2.3 งานวิจัยที่เกี่ยวข้อง 9

บทที่ 3 การกำเนิดโครงสร้างการรวมกลุ่มโดยใช้พาร์ติชันจำนวนเต็ม 11

3.1 โครงสร้างการรวมกลุ่มที่เป็นคำตอบ 11

3.2 การกำเนิดโครงสร้างการรวมกลุ่มโดยใช้พาร์ติชันจำนวนเต็ม 13

บทที่ 4 ขั้นตอนวิธี 20

4.1 ขั้นตอนการสร้างพาร์ติชัน 20

4.2 ขั้นตอนการกำเนิดโครงสร้างการรวมกลุ่มจากพาร์ติชัน 22

สารบัญ (ต่อ)

หน้า

บทที่ 5 สรุปและข้อเสนอแนะ 25

5.1 สรุป 25

5.2 ข้อเสนอแนะ 26

เอกสารอ้างอิง 27

ประวัติผู้เขียน 28

สารบัญตาราง

ตารางที่ หน้า

3.1 แสดงโครงสร้างการรวมกลุ่มที่เกิดจากพาร์ติชัน 14

3.2 แสดงจำนวนโครงสร้างการรวมกลุ่มที่กำเนิดจากขั้นตอนวิธีแจงทุกกรณีกับ
ขั้นตอนวิธี AGenP 18

สารบัญรูป

รูปที่ หน้า

2.1 แสดงจำนวนวิธีของการแบ่งเซตโดยใช้ Stirling number of the second kind 8
2.2 แสดงโครงสร้างการรวมกลุ่ม เมื่อจำนวนสมาชิกเท่ากับ 4 10
3.1 แสดงแผนภูมิจำนวนโครงสร้างการรวมกลุ่มที่ถูกกำเนิดจากขั้นตอนวิธีแจงทุกกรณีและขั้นตอนวิธี AGenP 19
4.1 แสดงรหัสเทียมของขั้นตอน $GeneratesP_n^*(n)$ 21
4.2 แสดงรหัสเทียมของขั้นตอน $GeneratesP_n^*(n)$ (ต่อ) 22
4.3 แสดงรหัสเทียมของขั้นตอน $GeneratesCS_{P_n^*}(A, P_n^*)$ 23

บทที่ 1
บทนำ

1.1 ความเป็นมาและความสำคัญของปัญหา

การจัดกลุ่ม (Coalition Formation) คือ การสร้างกลุ่มของสมาชิกเพื่อเพิ่มผลประโยชน์ที่สมาชิกแต่ละคนจะได้รับ ในการสร้างกลุ่มของสมาชิกนั้นสามารถทำได้ทั้งวิธีการแบ่งกลุ่มที่มีขนาดใหญ่ออกเป็นกลุ่มที่ขนาดเล็กลง หรือการรวมกลุ่มที่มีขนาดเล็กให้เป็นกลุ่มที่ใหญ่ขึ้น แต่ไม่ว่าจะใช้วิธีใดในการสร้างกลุ่มของสมาชิก จุดประสงค์ที่สำคัญก็คือ การค้นหาโครงสร้างการรวมกลุ่มที่ให้ค่าผลประโยชน์สูงที่สุด โดยได้มีการนำมาประยุกต์เพื่อใช้กับงานหลายด้าน อาทิ ในเรื่องของการจัดสรรงาน (Task Allocation) [6] เพื่อหาต้นทุนในการทำงานที่ต่ำที่สุด หรือในเรื่องของพาณิชย์อิเล็กทรอนิกส์ (E-Commerce) ที่มีการรวมกลุ่มกันของผู้ซื้อเพื่อเพิ่มมูลค่าของส่วนลดที่จะได้รับ เรียกว่า บายอิงค์ คลับ (Buying clubs) [1] [2] [5] เป็นต้น

เนื่องจากจุดประสงค์ของการจัดกลุ่มคือ การค้นหาโครงสร้างการรวมกลุ่มที่ค่าผลประโยชน์สูงที่สุด ดังนั้นในการค้นหาโครงสร้างการรวมกลุ่มใดที่ให้ประโยชน์สูงที่สุด จึงมีวิธีการที่ใช้ในการค้นหาอยู่หลายวิธี เช่น ขั้นตอนวิธีแจงทุกกรณี (Exhaustive search algorithm) ซึ่งจะเป็นการแจงทุกกรณีของคำตอบที่เป็นไปได้ทั้งหมดออกมาก่อน แล้วค่อยทำการตรวจสอบว่าโครงสร้างการรวมกลุ่มโครงสร้างใด เป็นโครงสร้างการรวมกลุ่มที่ให้ประโยชน์สูงที่สุด ขั้นตอนวิธีนี้สามารถตรวจสอบได้ว่าโครงสร้างการรวมกลุ่มใดที่ให้ประโยชน์สูงที่สุด แต่ต้องใช้เวลาและทรัพยากรมาก และหากสมาชิกที่ต้องทำการจัดกลุ่มมีจำนวนมาก ขั้นตอนวิธีนี้อาจไม่สามารถนำไปปฏิบัติได้จริง เนื่องจำนวนคำตอบที่ต้องพิจารณานั้นมีมากเกินไป นอกจากขั้นตอนวิธีแจงทุกกรณีของคำตอบแล้ว ยังมีนักวิจัย ได้เสนอการนำเทคนิคของขั้นตอนวิธีแบบพันธุกรรม (Genetic algorithm) มาช่วยในการค้นหาที่เรียกว่า ออร์เดอร์เบสเจเนติกอัลกอริทึม (Order-based genetic algorithm) หรือ โอบีจีเอ (OBGA) [7] ขั้นตอนวิธีนี้ สามารถที่จะค้นหาคำตอบได้เร็วกว่าขั้นตอนวิธีแจงทุกกรณีและยังสามารถทำงานได้เมื่อสมาชิกมีจำนวนมาก โดยจะทำการค้นหาจากกราฟโครงสร้างการรวมกลุ่ม [9] เนื่องจากขั้นตอนวิธีแบบพันธุกรรมนั้น เป็นการค้นหาแบบสุ่ม จึงทำให้สามารถทำการค้นหาโครงสร้างการรวมกลุ่มที่อยู่ระดับต่าง ๆ ของกราฟได้ในเวลาเดียวกัน ถึงแม้จะมีข้อดีในเรื่องของเวลาที่ใช้ในการค้นหา และสามารถรองรับจำนวนสมาชิกมาก ๆ ได้ ก็ตาม แต่ขั้นตอนวิธีนี้ ก็ไม่สามารถที่จะรับประกันได้ว่า โครงสร้างการรวมกลุ่มซึ่งเป็นคำตอบที่ได้จากขั้นตอนวิธีนี้เป็นโครงสร้างการรวมกลุ่มที่ให้ประโยชน์สูงสุด เนื่องจากการสลับตำแหน่งสมาชิก

ของขั้นตอนวิธีนี้เป็นแบบสุ่ม ดังนั้นจึงไม่สามารถรับประกันได้ว่าจะไม่ข้ามโครงสร้างการรวมกลุ่มที่ให้ประโยชน์สูงสุด

นอกจากขั้นตอนวิธีที่กล่าวมาข้างต้นแล้ว ยังมีขั้นตอนวิธีที่น่าสนใจ คือ การกำหนดขอบเขตของคำตอบ [10] ซึ่งเป็นการกำหนดขอบเขตของการค้นหา โดยจะทำการค้นหาแค่บางระดับในกราฟโครงสร้างการรวมกลุ่ม ขั้นตอนวิธีนี้มีข้อดีคือ สามารถที่จะลดจำนวนโครงสร้างการรวมกลุ่มที่ต้องทำการพิจารณาให้น้อยลง ทำให้เวลาและทรัพยากรที่ต้องใช้ในการค้นหาลดลง แม้จะไม่ต้องค้นหาทุกระดับในกราฟ แต่ขั้นตอนวิธีนี้ก็ยังต้องทำการค้นหาทุกโครงสร้างการรวมกลุ่มที่อยู่ในระดับนั้น แม้บางโครงสร้างจะไม่มีนัยว่าเป็นโครงสร้างการรวมกลุ่มที่ให้ประโยชน์สูงสุดก็ตาม ขั้นตอนวิธีที่นักวิจัยเสนอมาข้างต้น แม้จะมีข้อดีแต่บางวิธีก็ไม่สามารถที่จะนำมาใช้งานได้จริง เนื่องจากความซับซ้อนของขั้นตอนวิธีเอง

ดังนั้น ผู้วิจัยจึงมีแนวคิดที่จะพัฒนาขั้นตอนวิธีที่มีประสิทธิภาพเพื่อกำเนิดโครงสร้างการรวมกลุ่ม ที่สามารถลดจำนวนโครงสร้างการรวมกลุ่มที่ต้องพิจารณาเพื่อหาคำตอบ ซึ่งจะช่วยให้การค้นหาโครงสร้างการรวมกลุ่มที่ให้ค่าผลประโยชน์สูงสุดหรือโครงสร้างการรวมกลุ่มที่เหมาะสมนั้นใช้เวลาน้อยลง และมีประสิทธิภาพมากยิ่งขึ้น

1.2 ความมุ่งหมายและวัตถุประสงค์ของการศึกษา

เพื่อพัฒนาขั้นตอนวิธีที่มีประสิทธิภาพเพื่อกำเนิดโครงสร้างของการรวมกลุ่ม ที่ช่วยลดจำนวนโครงสร้างการรวมกลุ่มที่ต้องพิจารณาเพื่อค้นหาโครงสร้างการรวมกลุ่มที่ให้ค่าผลประโยชน์สูงที่สุด

1.3 สมมติฐานของการศึกษา

การเพิ่มประสิทธิภาพของขั้นตอนวิธีกำเนิดโครงสร้างการรวมกลุ่มที่งานวิจัยนี้เลือกใช้คือ การลดจำนวนโครงสร้างการรวมกลุ่มที่เป็นไปได้ โดยพิจารณาจากพาร์ติชันจำนวนเต็มของจำนวนสมาชิกทั้งหมด โดยเลือกกำเนิดโครงสร้างการรวมกลุ่ม เฉพาะจากเซตสมาชิกของพาร์ติชันที่ไม่มีโครงสร้างการรวมกลุ่มโครงสร้างอื่นให้ค่าผลประโยชน์สูงกว่า เช่นนี้ ทำให้สามารถลดจำนวนโครงสร้างที่ต้องพิจารณาลงได้และโครงสร้างที่เหลือรับประกันว่าเป็นโครงสร้างที่ค่าผลประโยชน์สูงกว่าทุกโครงสร้างที่ถูกตัดทิ้ง

1.4 ขอบเขตการวิจัย

งานวิจัยนี้เป็นการศึกษา การนำพาร์ติชันจำนวนเต็มมาช่วยในการกำเนิดโครงสร้างการรวมกลุ่ม พร้อมทั้งพัฒนาขั้นตอนวิธีโดยใช้ผลจากการศึกษานี้

1.5 ส่วนประกอบของวิทยานิพนธ์

ส่วนที่เหลือของวิทยานิพนธ์ฉบับนี้ ประกอบด้วยบทต่าง ๆ ดังนี้

บทที่ 2 จะแบ่งออกเป็นสองส่วน คือ ส่วนที่หนึ่งจะเป็นการกล่าวถึงทฤษฎีและนิยามที่เกี่ยวข้องกับการจัดกลุ่ม เพื่อเป็นพื้นฐานสำหรับผู้ที่สนใจจะศึกษาเกี่ยวกับเรื่องการจัดกลุ่มรวมทั้งวิทยานิพนธ์ฉบับนี้ นอกจากนี้ยังมีตัวอย่างประกอบแต่ละนิยาม เพื่อช่วยผู้ที่ทำการศึกษามีความเข้าใจมากยิ่งขึ้น สำหรับในส่วนที่สอง จะเป็นการกล่าวถึงงานวิจัยที่น่าสนใจที่เกี่ยวข้องกับการจัดกลุ่มที่มีนักวิจัยท่านอื่นได้เสนอไว้

บทที่ 3 สำหรับในบทที่ 3 จะกล่าวถึงการกำเนิดโครงสร้างการรวมกลุ่มโดยใช้พาร์ติชันจำนวนเต็ม โดยได้มีการอธิบายนิยามที่เกี่ยวข้องกับพาร์ติชันจำนวนเต็มและการนำพาร์ติชันจำนวนเต็มมาประยุกต์ใช้ในการกำเนิดโครงสร้างการรวมกลุ่ม ซึ่งในบทนี้ผู้วิจัยได้แสดงให้เห็นว่า เราสามารถนำพาร์ติชันจำนวนเต็มมาช่วยในการกำเนิดโครงสร้างการรวมกลุ่มที่มีค่าผลประโยชน์สูงสุดได้

บทที่ 4 สำหรับในบทนี้ จะเป็นการนำเสนอขั้นตอนวิธีที่เรียกว่า เอเจนพี (AGenP) ซึ่งเป็นขั้นตอนวิธีกำเนิดโครงสร้างการรวมกลุ่มโดยใช้พาร์ติชันจำนวนเต็ม และเป็นขั้นตอนวิธีที่ได้จากวิทยานิพนธ์ฉบับนี้ โดยผู้วิจัยได้นำเสนอรหัสเทียมของขั้นตอนวิธีนี้ เพื่อให้ผู้ที่สนใจสามารถนำไปพัฒนาต่อเพื่อใช้งานได้จริง นอกจากนี้ผู้วิจัยยังได้ทำการนับจำนวนโครงสร้างการรวมกลุ่มที่ถูกสร้างขึ้นจากขั้นตอนวิธีเอเจนพี เพื่อแสดงให้เห็นถึงความแตกต่างของจำนวนโครงสร้างการรวมกลุ่มที่ถูกสร้างจากขั้นตอนวิธีเอเจนพี กับขั้นตอนวิธีแจงทุกกรณี

บทที่ 5 เป็นการกล่าวถึง วิทยานิพนธ์ฉบับนี้โดยสรุป และในตอนท้ายของบท จะกล่าวถึงข้อเสนอแนะและแนวทางในการวิจัยต่อ ซึ่งจะทำให้ผู้ที่ศึกษาวิทยานิพนธ์ฉบับนี้ มองเห็นภาพรวมและแนวทางในการพัฒนางานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการจัดกลุ่มต่อไป

บทที่ 2
ทฤษฎีและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

2.1 การรวมกลุ่ม

ในกระบวนการของการรวมกลุ่มจะประกอบด้วยส่วนสำคัญ 3 ส่วน [9] คือ การกำเนิดโครงสร้างการรวมกลุ่ม, การกำหนดค่าผลประโยชน์ที่ให้แต่ละกลุ่ม และการกระจายประโยชน์ให้แก่สมาชิก เพื่อความเข้าใจยิ่งขึ้นจะขออธิบายนิยามที่เกี่ยวกับการรวมกลุ่ม ซึ่งจะเป็นพื้นฐานในการศึกษาเรื่องของการรวมกลุ่มต่อไป โดยมีรายละเอียดดังนี้

นิยาม 2.1 กำหนดให้ A เป็นเซตจำกัด (Finite set) ที่มีสมาชิกอย่างน้อย 2 ตัว และ M เป็นเพาว์เวอร์เซต (Power set) ของ A แล้ว กลุ่มย่อย (Coalition),แทนด้วย C, คือ เซต M – $\{\varnothing\}$

ตัวอย่าง 2.1 กำหนดให้ $A = \{b_1, b_2, b_3, b_4\}$ จะได้ว่ากลุ่มย่อย,C, ตาม *นิยาม 2.1* คือ

{

$\{b_1\}, \{b_2\}, \{b_3\}, \{b_4\},$

$\{b_1, b_2\}, \{b_1, b_3\}, \{b_1, b_4\}, \{b_2, b_3\}, \{b_2, b_4\}, \{b_3, b_4\},$

$\{b_1, b_2, b_3\}, \{b_1, b_2, b_4\}, \{b_1, b_3, b_4\}, \{b_2, b_3, b_4\},$

$\{b_1, b_2, b_3, b_4\}$

}

นิยาม 2.2 กำหนดให้ $A = \{b_1, b_2, b_3, .., b_n\}$, C เป็นกลุ่มย่อยของ A และ S เป็นสมาชิกใด ๆ ของ C แล้ว โครงสร้างการรวมกลุ่ม (Coalition structure) ของสมาชิกของ A, แทนด้วย CS_A, คือ $\{CT_1, CT_2, CT_3, \ldots, CT_j\}$

เมื่อ $CT_k = \{ S_i \mid S_i \in C, \bigcap_{i=1}^{m} S_i = \phi \text{ and } \bigcup_{i=1}^{m} S_i = A \}$

ตัวอย่าง 2.2 กำหนดให้ $A = \{b_1, b_2, b_3, b_4\}$ และ C เป็นกลุ่มย่อยของ A จะได้ว่า โครงสร้างการรวมกลุ่มของ A, CS_A, ตาม *นิยาม 2.2* คือ

$$
\begin{aligned}
&\{\\
&\quad \{\{b_1\},\{b_2\},\{b_3\},\{b_4\}\},\\
&\quad \{\{b_1\},\{b_2\},\{b_3, b_4\}\}, \{\{b_1\},\{b_3\},\{b_2, b_4\}\}, \{\{b_1\},\{b_4\},\{b_2, b_3\},\\
&\quad \{\{b_2\},\{b_3\},\{b_1, b_4\}\}, \{\{b_2\},\{b_4\},\{b_1, b_3\}\}, \{\{b_3\},\{b_4\},\{b_1, b_2\}\},\\
&\quad \{\{b_1\},\{b_2, b_3, b_4\}\}, \{\{b_2\},\{b_1, b_3, b_4\}\},\{\{b_3\},\{b_1, b_2, b_4\}\},\\
&\quad \{\{b_4\},\{b_1, b_2, b_3\}\}, \{\{b_1, b_2\},\{b_3, b_4\}\}, \{\{b_1, b_3\},\{b_2, b_4\}\},\\
&\quad \{\{b_1, b_4\},\{b_2, b_3\}\},\\
&\quad \{\{b_1, b_2, b_3, b_4\}\}\\
&\}
\end{aligned}
$$

นิยาม 2.3 กำหนดให้ $A = \{b_1, b_2, b_3, .., b_n\}$, C เป็นกลุ่มย่อยของ A และ S เป็นสมาชิกใดๆ ของ C แล้ว ค่าผลประโยชน์ที่เกิดจากกลุ่มย่อย (Coalition's value), แทนด้วย v(S), คือ ประโยชน์ที่เกิดจากการรวมตัวของสมาชิกเป็นกลุ่มย่อย ซึ่งกำหนดโดยฟังก์ชันคุณลักษณะ (Characteristic function)

โดยที่ $v(S) = 0$ เมื่อ $|S| = 1$

และ $v(S) > 0$ เมื่อ $|S| > 1$

ตัวอย่าง 2.3 จาก ตัวอย่าง 2.1 สามารถกำหนดค่าผลประโยชน์ที่เกิดจากกลุ่มย่อยตาม *นิยาม 2.3* ได้ดังนี้

$S = \{b_1\}$ แล้ว $v(S) = 0$ และ

$S = \{b_1, b_2\}$ แล้ว $v(S) > 0$

นิยาม 2.4 กำหนดให้ $A = \{b_1, b_2, b_3, .., b_n\}$, C เป็นกลุ่มย่อยของ A และ CS_A เป็นโครงสร้างการรวมกลุ่มของสมาชิกของ A แล้ว ค่าผลประโยชน์ที่เกิดจากโครงสร้างการรวมกลุ่ม (Coalition structure's value),แทนด้วย V(CT*), คือ ผลรวมของค่าผลประโยชน์ที่เกิดจากลุ่มย่อยทุกกลุ่มที่เป็นสมาชิกของโครงสร้างการรวมกลุ่มนั้น

โดยที่ $V(CT^*) = \sum_{S \in CT^*} v(S)$

เมื่อ $CT^* \in CS_A$

ตัวอย่าง 2.4 จาก ตัวอย่าง 2.2 สามารถคำนวณ ค่าผลประโยชน์ที่เกิดจากโครงสร้างการรวมกลุ่ม,$V(CT^*)$, ตาม *นิยาม 2.3* และ *นิยาม 2.4* ได้ดังนี้

ยกตัวอย่างเช่น $CT^* = \{\{b_1\},\{b_2\},\{b_3\},\{b_4\}\}$ซึ่งเป็นสมาชิกของ CS_A

โดยที่ $\{\{b_1\},\{b_2\},\{b_3\},\{b_4\}\}$ประกอบด้วยสมาชิกของกลุ่มย่อย คือ $\{b_1\},\{b_2\},\{b_3\}$ และ $\{b_4\}$ เราสามารถกำหนดค่าผลประโยชน์ที่เกิดจากกลุ่มย่อย, $v(S)$, ตาม *นิยาม 2.3* ได้ดังนี้

$$v(\{b_1\}) = 0,$$

$$v(\{b_2\}) = 0,$$

$$v(\{b_3\}) = 0$$

และ $$v(\{b_4\}) = 0$$

ดังนั้น ค่าผลประโยชน์ที่เกิดจากโครงสร้างการรวมกลุ่ม ตาม *นิยาม 2.4* คือ

$$V(\{\{b_1\},\{b_2\},\{b_3\},\{b_4\}\}) = v(\{b_1\}) + v(\{b_2\}) + v(\{b_3\}) + v(\{b_4\})$$
$$= 0 + 0 + 0 + 0$$
$$= 0$$

นิยาม 2.5 กำหนดให้ $A = \{b_1, b_2, b_3,.., b_n\}$, C เป็นกลุ่มย่อยของ A และ i เป็นจำนวนเต็มบวกแล้ว โครงสร้างการรวมกลุ่มของ A ระดับที่ i แทนด้วย CS_A(level i) คือ โครงสร้างการรวมกลุ่มที่ประกอบด้วยสมาชิกของ C จำนวน i ตัว

ตัวอย่าง 2.5 จาก ตัวอย่าง 2.2 สามารถกำเนิดโครงสร้างการรวมกลุ่ม ตามนิยาม 2.5 ได้ดังนี้

โครงสร้างการรวมกลุ่มในระดับที่ 1, $CS_A(\text{level } 1) = \{ \{b_1, b_2, b_3, b_4\} \}$ และ

โครงสร้างการรวมกลุ่มในระดับที่ 4, $CS_A(\text{level } 4) = \{ \{b_1\},\{b_2\},\{b_3\},\{b_4\} \}$

2.2 ขั้นตอนวิธีแจงทุกกรณี

ขั้นตอนวิธีแจงทุกกรณี เป็นขั้นตอนวิธีสำหรับค้นหาคำตอบ โดยการแจงทุกกรณีของคำตอบที่เป็นไปได้ทั้งหมด แล้วทำการค้นหาคำตอบจากกลุ่มของคำตอบที่ถูกสร้างขึ้น ขั้นตอนวิธีนี้สามารถค้นหาคำตอบที่ดีที่สุดได้ แต่ต้องใช้เวลาและทรัพยากรมาก เนื่องจากในการค้นหาคำตอบจะต้องสร้างคำตอบที่เป็นไปได้ทั้งหมด ทำให้ขั้นตอนวิธีนี้เหมาะสำหรับการค้นหาคำตอบที่กลุ่มของคำตอบมีจำนวนไม่มากเกินไป ซึ่งเป็นข้อจำกัดอย่างหนึ่งของวิธีการนี้ เนื่องจากขั้นตอนวิธีนี้เป็นขั้นตอนวิธีที่ง่ายต่อการทำความเข้าใจ ดังนั้นจึงได้มีการนำขั้นตอนวิธีนี้มาช่วยในการค้นหาโครงสร้างการรวมกลุ่มที่ให้ค่าผลประโยชน์สูงที่สุด โดยจำนวนของโครงสร้างการรวมกลุ่มที่ถูก

สร้างขึ้นโดยขั้นตอนวิธีนี้ทราบได้จาก ฟังก์ชัน สเตอริงนัมเบอร์ออฟเดอะเซคเคินด์ไคด์ (Stirling number of the second kind) [9] ซึ่งเป็นฟังก์ชันที่ใช้ในการคำนวณจำนวนวิธีของการแบ่งเซตที่มีสมาชิกจำนวน n ตัว ให้อยู่ในรูปของเซตที่ไม่ใช่เซตว่างที่มีสมาชิก k ตัว แทนด้วยสัญลักษณ์ S(n,k) โดยที่

จำนวนวิธีทั้งหมด $= \sum_{k=1}^{n} S(n,k)$

เมื่อ $S(n,1) = S(n,n) = 1$

$S(n,2) = 2^{n-1} - 1$

$S(n,n-1) = \binom{n}{2}$

$S(n,k) = \frac{1}{k!}\sum_{i=0}^{k-1}(-1)^{i}\binom{k}{i}(k-i)^{n}$

ตัวอย่าง 2.6 กำหนดให้ A = { b_1, b_2, b_3, b_4} จำนวนวิธีในการแบ่ง A ให้เป็นเซตที่มีสมาชิก k ตัว สามารถคำนวณได้ดังนี้

k = 4, แล้ว S(4,4) = 1 วิธี คือ {{ b_1},{ b_2},{ b_3},{ b_4}}

k = 2, แล้ว S(4,2) = 7 วิธี คือ {{ b_1, b_2},{ b_3, b_4}}, {{ b_1, b_3},{ b_2, b_4}},
{{ b_1, b_4},{ b_2, b_3}}, {{ b_1},{ b_2, b_3, b_4}},
{{ b_2},{ b_1, b_3, b_4}},{{ b_3},{ b_1, b_2, b_4}},
{{ b_4},{ b_1, b_2, b_3}}

k = 1, แล้ว S(4,1) = 1 วิธี คือ {{ b_1, b_2, b_3, b_4}}

จากวิธีการข้างต้น จึงได้มีการนำมาประยุกต์เพื่อใช้ในคำนวณหาจำนวนโครงสร้างการรวมกลุ่มที่ถูกสร้างขึ้นจากขั้นตอนวิธีแบบแจงทุกกรณี เนื่องการการกำเนิดโครงสร้างการรวมกลุ่มมีลักษณะคล้ายกับวิธีการแบ่งเซตที่มีสมาชิกจำนวน n ตัว ให้อยู่ในรูปของเซตที่ไม่ใช่เซตว่างที่มีสมาชิก k ตัว โดยจำนวนวิธีของการแบ่งเซตดังกล่าวก็คือจำนวนโครงสร้างการรวมกลุ่ม

ตัวอย่าง 2.7 กำหนดให้ A = { b_1, b_2, b_3, b_4} แล้ว

S(4,1) = 1

S(4,2) = 7

S(4,3) = 6

S(4,4) = 1

ดังนั้น จะสามารถกำเนิดโครงสร้างการรวมกลุ่มได้ 15 โครงสร้าง

1

1 1

1 3 1

1 7 6 1

1 15 25 10 1

1 31 90 65 15 1

รูปที่ 2.1 จำนวนวิธีของการแบ่งเซต โดยใช้ Stirling numbers of the second kind

จากรูปที่ 2.1 จะสังเกตได้ว่า หากสมาชิกที่ต้องนำมาจัดกลุ่มมีมาก วิธีการนี้อาจไม่สามารถทำงานได้เนื่องจากจำนวนคำตอบที่ต้องพิจารณานั้นมีมากเกินไป นอกจากนี้การกำเนิดโครงสร้างการรวมกลุ่มด้วยขั้นตอนวิธีต้องใช้เวลาถึง $O(n^n)$ ดังนั้นจึงมีผู้วิจัยหลายท่านได้พยายามสร้างขั้นตอนวิธีแบบใหม่เพื่อช่วยลดเวลาและทรัพยากรที่ใช้ในการค้นหาคำตอบที่มีประสิทธิภาพกว่าขั้นตอนวิธีนี้ แต่บางขั้นตอนวิธีก็ไม่สามารถนำมาใช้งานได้จริง เนื่องจากความซับซ้อนเกินไป ทำให้ยากต่อการนำมาประยุกต์ใช้งาน

ตัวอย่าง 2.8 การค้นหาโครงสร้างการรวมกลุ่มที่ให้ประโยชน์สูงสุด ด้วยขั้นตอนวิธีแจงทุกกรณี เมื่อกำหนดให้ $A = \{ b_1, b_2, b_3, b_4\}$ มีขั้นตอนดังนี้

1. กำเนิดโครงสร้างการรวมกลุ่มโดยการจัดกลุ่มของสมาชิกด้วยการสลับที่

{

{{ b_1},{ b_2},{ b_3},{ b_4}}

{{ b_1},{ b_2},{ b_3, b_4}}, {{ b_1},{ b_3},{ b_2, b_4}}, {{ b_1},{ b_4},{ b_2, b_3}},

{{ b_2},{ b_3},{ b_1, b_4}}, {{ b_2},{ b_4},{ b_1, b_3}}, {{ b_3},{ b_4},{ b_1, b_2}},

{{ b_1},{ b_2, b_3, b_4}}, {{ b_2},{ b_1, b_3, b_4}}, {{ b_3},{ $b_1$1, b_2, b_4}},

{{ b_4},{ b_1, b_2, b_3}}, {{ b_1, b_2},{ b_3, b_4}}, {{ b_1, b_3},{ b_2, b_4}},

{{ b_1, b_4},{ b_2, b_3}},

{{ b_1, b_2, b_3, b_4}}

}

2. ค้นหาโครงสร้างการรวมกลุ่มที่ให้ประโยชน์สูงสุดจากโครงสร้างการรวมกลุ่มที่ถูกสร้างขึ้น

2.3 งานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

Sen และ Dutta [7] งานวิจัยนี้เป็นการเสนอขั้นตอนวิธีการค้นหาแบบสุ่ม (Stochastic search algorithm) ที่มีชื่อว่า Order-based genetic algorithm (OBGA) ซึ่งเป็นการนำเอาขั้นตอนวิธีแบบเจนเนติก (Genetic algorithm) มาช่วยในการค้นหาโครงสร้างการรวมกลุ่มที่ให้ประโยชน์สูงสุด ขั้นตอนวิธีแบบเจนเนติก จะทำการค้นหาโครงสร้างการรวมกลุ่มที่ให้ประโยชน์สูงสุดบนกราฟของโครงสร้างการรวมกลุ่ม[9] โดยการสุ่มประชากร(Population) เป็นตัวเริ่มต้น จากนั้นก็ทำการเปลี่ยนแปลงสมาชิกภายในโครงสร้างที่สุ่มมาโดยการสุ่ม(mutation and crossover) ซึ่งในการค้นหาโครงสร้างที่ให้ค่าผลประโยชน์สูงสุดจะมีลักษณะคล้ายกับการพิจารณากราฟหลายระดับในเวลาเดียวกัน ขั้นตอนวิธีนี้มีข้อดีคือ สามารถทำงานได้กับสมาชิกที่มีจำนวนมาก และใช้เวลาน้อยในการค้นหาคำตอบ แต่โครงสร้างการรวมกลุ่มที่พบอาจไม่ใช่โครงสร้างการรวมกลุ่มที่ให้ประโยชน์สูงสุด เนื่องจากการเปลี่ยนสลับตำแหน่งเพื่อสร้างโครงสร้างที่จะค้นหาตัวต่อไปเป็นวิธีการสุ่ม ดังนั้นจึงไม่สามารถรับประกันได้ว่าจะไม่ข้ามโครงสร้างการรวมกลุ่มที่ให้ประโยชน์สูงสุด

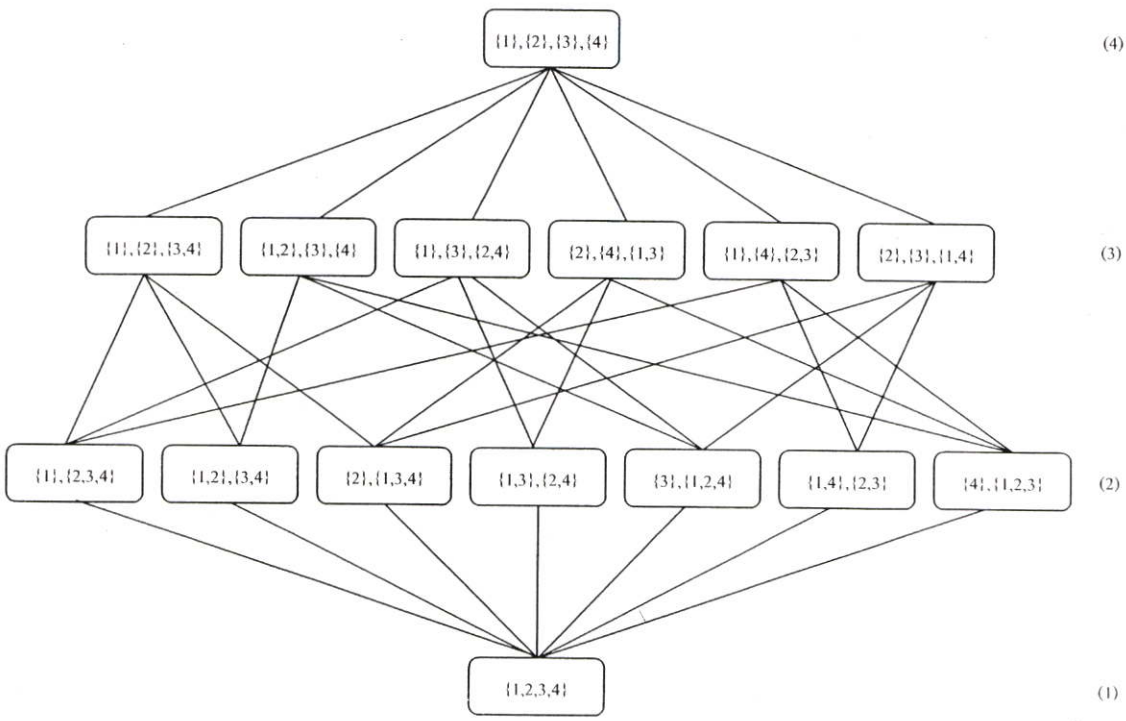
Sandholm และคณะ [9] จะทำการค้นหาโครงสร้างการรวมกลุ่มที่เป็นคำตอบโดยขั้นตอนวิธีที่เรียกว่า SPLIT Algorithm ซึ่งเป็นการค้นหาแบบทางกว้าง (Breadth First Search) โดยจะเริ่มจากด้านล่างของกราฟ ขั้นตอนวิธีนี้จะทำงานได้ดีหากโครงสร้างการรวมกลุ่มที่ให้ค่าประโยชน์สูงที่สุดอยู่ในระดับต่ำของกราฟ ซึ่งงานวิจัยนี้ได้แสดงให้เห็นว่าในการกำเนิดโครงสร้างการรวมกลุ่มเพื่อค้นหาโครงสร้างการรวมกลุ่มที่ให้ค่าผลประโยชน์สูงที่สุดนั้นจะต้องใช้เวลา $O(n^n)$

จากรูปที่ 2.2 เป็นการกำเนิดโครงสร้างการรวมกลุ่มโครงสร้างใหม่ จากโครงสร้างการรวมกลุ่มที่อยู่ในระดับที่ 1 โดยการแบ่งกลุ่มย่อยที่เป็นสมาชิกของโครงสร้างเดิม เช่น

$$\{\{1,2,3,4\}\} \rightarrow \{\{1\},\{2,3,4\}\} \rightarrow \{\{1\},\{2\},\{3,4\}\} \rightarrow \{\{1\},\{2\},\{3\},\{4\}\}$$

ขั้นตอนวิธีนี้แบบนี้เป็นขั้นตอนวิธีที่ง่ายและจะได้ผลดีหากโครงสร้างการรวมกลุ่มในระดับที่ 1 เป็นโครงสร้างการรวมกลุ่มที่ให้ประโยชน์สูงสุด แต่ก็มีข้อจำกัด คือ ขั้นตอนวิธีนี้ไม่สามารถทำงานได้เมื่อจำนวนสมาชิกมีมาก (จำนวนสมาชิกตั้งแต่ 50 ขึ้นไป[7]) นอกจากนี้ยังต้องใช้เวลาและทรัพยากรมากในการค้นหาโครงสร้างการรวมกลุ่มที่ให้ประโยชน์สูงสุด

Dang และ Jennings [10] เป็นการค้นหาโครงสร้างการรวมกลุ่มที่ให้ประโยชน์สูงสุด โดยจะมีการค้นหาในระดับที่ 1, ระดับที่ 2 และระดับที่ n ตามลำดับ หลังจากนั้นจะการสร้างขอบเขตของการค้นหา โดยการขอบเขตของระดับที่มากที่สุดที่ต้องค้นหาคือ $\lceil n/2 \rceil$ โดยที่ $\lceil\ \rceil$ คือ ซีลลิงฟังก์ชัน (Ceiling function) ในการค้นหาแต่ละระดับจะได้โครงสร้างการรวมกลุ่มที่ให้ประโยชน์สูงสุด ซึ่งจะเป็นการช่วยลดเวลาและทรัพยากรเนื่องจากไม่ต้องค้นหาทุกระดับ จุดบกพร่องของขั้นตอนวิธีนี้คือ ต้องตรวจสอบโครงสร้างการรวมกลุ่มทุกโครงสร้างที่อยู่ในระดับที่ต้องค้นหา ซึ่งในบางระดับจะมีโครงสร้างการรวมกลุ่มบางโครงสร้างสามารถละไว้โดยที่ไม่ต้องตรวจสอบได้ เนื่องจากมีนัยว่าจะไม่เป็นโครงสร้างการรวมกลุ่มให้ประโยชน์สูงสุด



รูปที่ 2.2 แสดงโครงสร้างการรวมกลุ่มเมื่อสมาชิกเท่ากับ 4

บทที่ 3
การกำเนิดโครงสร้างการรวมกลุ่มโดยใช้พาร์ติชันจำนวนเต็ม

3.1 โครงสร้างการรวมกลุ่มที่เป็นคำตอบ

สำหรับในบทนี้ จะเป็นการกล่าวถึงรายละเอียดของขั้นตอนวิธีกำเนิดโครงสร้างการรวมกลุ่มโดยใช้พาร์ติชัน ซึ่งเป็นขั้นตอนวิธีที่จะกำเนิดเฉพาะโครงสร้างการรวมกลุ่มที่มีโอกาสเป็นโครงสร้างการรวมกลุ่มที่มีค่าผลประโยชน์สูงที่สุดเท่านั้น ทำให้ช่วยลดจำนวนโครงสร้างการรวมกลุ่มที่ต้องพิจารณาได้ โดยมีรายละเอียดดังนี้

จาก ตัวอย่าง 2.3 และตัวอย่าง 2.4 ซึ่งเป็นตัวอย่างของการกำหนดค่าผลประโยชน์ที่เกิดจากกลุ่มย่อย โดยใช้ฟังก์ชันคุณลักษณะ และการคำนวณค่าผลประโยชน์ที่เกิดจากโครงสร้างการรวมกลุ่ม เมื่อพิจารณาตัวอย่างทั้งสองแล้ว จะสังเกตได้ว่า มีโครงสร้างการรวมกลุ่มบางโครงสร้างที่ไม่จำเป็นต้องนำมาพิจารณาเพื่อตรวจสอบว่าเป็นโครงสร้างการรวมกลุ่มที่ให้ค่าผลประโยชน์สูงสุดหรือไม่ เนื่องจากมีโครงสร้างการรวมกลุ่มโครงสร้างอื่นมีค่าผลประโยชน์ที่เกิดจากโครงสร้างการรวมกลุ่มมากกว่า พิจารณา ตัวอย่าง 3.1

ตัวอย่าง 3.1 กำหนดให้ $A = \{b_1, b_2, b_3, b_4\}$ และ C เป็นกลุ่มย่อยของ A จะสามารถกำเนิดโครงสร้างการรวมกลุ่มในระดับต่าง ๆ ได้ดังนี้

$CS_A(\text{level } 4) = \{ \{\{b_1\},\{b_2\},\{b_3\},\{b_4\}\} \}$

$CS_A(\text{level } 3) = \{ \{\{b_1\},\{b_2\},\{b_3, b_4\}\},$
$\{\{b_1\},\{b_3\},\{b_2, b_4\}\},$
$\{\{b_1\},\{b_4\},\{b_2, b_3\}\},$
$\{\{b_2\},\{b_3\},\{b_1, b_4\}\},$
$\{\{b_2\},\{b_4\},\{b_1, b_3\}\},$
$\{\{b_3\},\{b_4\},\{b_1, b_2\}\} \}$

$CS_A(\text{level } 2) = \{ \{\{b_1\},\{b_2, b_3, b_4\}\},$
$\{\{b_2\},\{b_1, b_3, b_4\}\},$
$\{\{b_3\},\{b_1, b_2, b_4\}\},$
$\{\{b_4\},\{b_1, b_2, b_3\}\},$
$\{\{b_1, b_2\},\{b_3, b_4\}\},$

$$\{\{b_1, b_3\},\{b_2, b_4\}\},$$

$$\{\{b_1, b_4\},\{b_2, b_3\}\}\ \}$$

$$CS_A(\text{level } 1) = \ \{\ \{\{b_1, b_2, b_3, b_4\}\}\ \}$$

จาก *นิยาม 2.3* เมื่อ a, b, c, d > 0 จะได้ว่า

$$v(\{b_1\}) = v(\{b_2\}) = v(\{b_3\}) = v(\{b_4\}) = 0,$$

$$v(\{b_1, b_2\}) = a,$$

$$v(\{b_1, b_4\}) = b,$$

$$v(\{b_1, b_2, b_3\}) = c$$

และ $v(\{b_1, b_2, b_3, b_4\}) = d$

แล้ว $V(CT^*)$ ตาม *นิยาม 2.4* มีค่า

$$V(\{\{b_1\},\{b_2\},\{b_3\},\{b_4\}\}), \qquad V(CT^*) = 0 + 0 + 0 + 0 \qquad (3.1)$$

$$V(\{\{b_3\},\{b_4\},\{b_1, b_2\}\}), \qquad V(CT^*) = 0 + 0 + a \qquad (3.2)$$

$$V(\{\{b_1\},\{b_2\},\{b_3, b_4\}\}), \qquad V(CT^*) = 0 + 0 + b \qquad (3.3)$$

$$V(\{\{b_1, b_2\},\{b_3, b_4\}\}), \qquad V(CT^*) = a + b \qquad (3.4)$$

$$V(\{\{b_1, b_2, b_3\},\{b_4\}\}), \qquad V(CT^*) = c + 0 \qquad (3.5)$$

$$V(\{\{b_1, b_2, b_3, b_4\}\}), \qquad V(CT^*) = d + 0 \qquad (3.6)$$

จาก ตัวอย่าง 3.1 เมื่อพิจารณาค่าผลประโยชน์ที่เกิดขึ้นจากโครงสร้างการรวมกลุ่มจะพบว่า โครงสร้างการรวมกลุ่มระดับที่ n มีค่าผลประโยชน์ที่เกิดจากโครงสร้างการรวมกลุ่มเท่ากับศูนย์ ($V(CT^*) = 0$) จึงไม่ต้องนำมาพิจารณาเนื่องจากมีนัยว่าไม่เป็นโครงสร้างการรวมกลุ่มที่ทำให้เกิดประโยชน์สูงที่สุด จากนั้นเมื่อพิจารณา $V(CT^*)$ ใน (3.2) และ $V(CT^*)$ ใน (3.3) มีค่าน้อยกว่า $V(CT^*)$ ใน (3.4) เนื่องจาก $a < a + b$ และ $b < a + b$ ดังนั้นจึงไม่ต้องนำ (3.2) และ (3.3) มาพิจารณาว่าเป็นโครงสร้างการรวมกลุ่มที่ให้ประโยชน์สูงสุดหรือไม่ สำหรับ $V(CT^*)$ ใน (3.5) และ $V(CT^*)$ ใน (3.6) เราไม่สามารถบอกได้ว่ามีค่าน้อยกว่าหรือมากกว่า $V(CT^*)$ ในสมการอื่น ๆ ดังนั้นจึงต้องนำมาพิจารณาด้วย จากแนวทางในการพิจารณาดังกล่าวนี้ เราสามารถนำมาสร้างพาร์ติชันเพื่อที่จะนำมาใช้ในการกำเนิดเฉพาะโครงสร้างการรวมกลุ่มที่น่าจะให้ประโยชน์สูงสุดต่อไป

3.2 การกำเนิดโครงสร้างการรวมกลุ่มโดยใช้พาร์ติชันจำนวนเต็ม

นิยาม 3.1 กำหนดให้ n เป็นจำนวนเต็มบวก แล้ว
พาร์ติชัน(Partition) ของ n, แทนด้วย P_n,
คือ $\{ L_1,L_2,L_3, \ldots,L_p\}$ เมื่อ $L_{k \in \{1, 2, \ldots, p\}}$ คือ เซตก่อกำเนิด โดยที่
$L_k = \{ a_i \mid \sum_{i=1}^{m} a_i = n$, a_i เป็นจำนวนเต็มบวก $\}$

ตัวอย่าง 3.2 กำหนดให้ n = 4 แล้ว พาร์ติชันของ 4, P_4, ตาม *นิยาม 3.1* คือ

{

{4},

{3,1},

{2,2},

{2,1,1},

{1,1,1,1}

}

นิยาม 3.2 กำหนดให้ $A = \{b_1,b_2,b_3,\ldots, b_n\}$, $n = |A|$, C เป็นกลุ่มย่อยของ A,
S เป็นสมาชิกใด ๆ ของ C, P_n เป็นพาร์ติชันของ n, L เป็นสมาชิกใด ๆ ของ P_n และ
a_i เป็นสมาชิกใด ๆ ของ L แล้ว โครงสร้างการรวมกลุ่มที่กำเนิดจากลิสต์ของ
พาร์ติชัน ของ n, แทนด้วย CS_{P_n}, คือ $\bigcup_{x=1}^{|P_n|} CT_{L_x}$
โดยที่ $CT_{L_x} = \{CP_1, CP_2, CP_3, \ldots, CP_y^{\exists}\}$
และ $CP_z = \{S_i \mid \bigcap_{i=1}^{m} S_i = \phi, \bigcup_{i=1}^{m} S_i = A, |S_i| = a_i$ และ $m = |L_x|\}$

ตัวอย่าง 3.3 กำหนดให้ $A = \{b_1, b_2, b_3, b_4\}$ และ C เป็นกลุ่มย่อยของ A จะ
สามารถสร้างพาร์ติชันของ 4, P_4, ตาม *นิยาม 3.1* ได้ดังนี้

{

{4},

{3,1},

{2,2},

{2,1,1},

{1,1,1,1}

}

แล้วโครงสร้างการรวมกลุ่มที่กำเนิดจากพาร์ติชัน, CS_{P_n} , ตาม *นิยาม 3.2* คือ

ตาราง 3.1 แสดงโครงสร้างการรวมกลุ่มที่เกิดจากพาร์ติชัน

L	CT_L
{4}	{ $\{b_1,b_2,b_3,b_4\}$ }
{3,1}	{ $\{\{b_1,b_2,b_3\},\{b_4\}\}$, $\{\{b_1,b_2,b_4\},\{b_3\}\}$, $\{\{b_1,b_3,b_4\},\{b_2\}\}$, $\{\{b_2,b_3,b_4\},\{b_1\}\}$ }
{2,2}	{ $\{\{b_1,b_2\},\{b_3,b_4\}\}$, $\{\{b_1,b_3\},\{b_2,b_4\}\}$, $\{\{b_1,b_4\},\{b_2,b_3\}\}$ }
{2,1,1}	{ $\{\{b_1,b_2\},\{b_3\},\{b_4\}\}$, $\{\{b_1,b_3\},\{b_2\},\{b_4\}\}$, $\{\{b_1,b_4\},\{b_2\},\{b_3\}\}$,$\{\{b_2,b_3\},\{b_1\},\{b_4\}\}$, $\{\{b_2,b_4\},\{b_1\},\{b_3\}\}$, $\{\{b_3,b_4\},\{b_1\},\{b_2\}\}$ }
{1,1,1,1}	{ $\{\{b_1\},\{b_2\},\{b_3\},\{b_4\}\}$ }

จาก ตาราง 3.1 ถ้า L = {4} แล้วโครงสร้างการรวมกลุ่มที่กำเนิดจากพาร์ติชัน ตาม *นิยาม 3.2* คือ { $\{b_1,b_2,b_3,b_4\}$ } ซึ่งเป็นโครงสร้างการรวมกลุ่มที่ประกอบด้วยกลุ่มย่อยของ A ที่มีจำนวนสมาชิกเท่ากับ 4 และถ้า L = {3,1} แล้วโครงสร้างการรวมกลุ่มที่กำเนิดจากพาร์ติชัน ตาม *นิยาม 3.2* คือ { $\{\{b_1,b_2,b_3\},\{b_4\}\}$, $\{\{b_1,b_2,b_4\},\{b_3\}\}$, $\{\{b_1,b_3,b_4\},\{b_2\}\}$, $\{\{b_2,b_3,b_4\},\{b_1\}\}$ } ซึ่งเป็นโครงสร้างการรวมกลุ่มที่ประกอบด้วยกลุ่มย่อยของ A จำนวน 2 กลุ่ม คือ กลุ่มย่อยที่มีจำนวนสมาชิกเท่ากับ 3 และกลุ่มย่อยที่มีจำนวนสมาชิกเท่ากับ 1 สำหรับสมาชิกตัวอื่น ๆ ของ CS_{P_n} ก็พิจารณาในทำนองเดียวกัน

นิยาม 3.3 กำหนดให้ $P_n = \{L_1, L_2, L_3, \ldots, L_p\}$

และ CL_{L_x} คือ โครงสร้างการรวมกลุ่มที่กำเนิดจาก L_x

แล้ว $P_n^* = \{L_t \mid L_t \in P_n$ และต้องไม่มี L_h ซึ่ง $V(CT_{L_h}) > V(CT_{L_t})$ เมื่อ $t \neq h\}$

ข้อสังเกตจาก *นิยาม 3.3* จะได้ว่า L_t ที่เป็นสมาชิกของ P_n^* จะเป็น L_t ที่เมื่อนำมากำเนิดโครงสร้างการรวมกลุ่มแล้วจะมีค่าผลประโยชน์ของโครงสร้างการรวมกลุ่มสูงกว่าค่าผลประโยชน์ของโครงสร้างการรวมกลุ่มที่กำเนิดจาก L_h ซึ่งไม่เป็นสมาชิกของ P_n^*

เมื่อพิจารณา ตัวอย่าง 3.3 และตาราง 3.1 ตาม *นิยาม 2.4* และ *นิยาม 3.3* จะพบว่าสมาชิกของ P_n ที่ให้กำเนิดโครงสร้างการรวมกลุ่มที่นัยว่าจะเป็นคำตอบคือ P_n^*= {{4},{3,1},{2,2}} จะเห็นว่า เซตก่อกำเนิด {2,1,1} และ {1,1,1,1} ไม่ปรากฏเป็นสมาชิกของ P_n^* เนื่องจากมีสมาชิกใน P_n^* ที่มีค่าผลประโยชน์ของโครงสร้างการรวมกลุ่มสูงกว่า ซึ่งเซตก่อกำเนิดที่ไม่เป็นสมาชิกของ P_n^* เป็นเซตก่อกำเนิดที่มี 1 เป็นสมาชิกสองตัวขึ้นไป *ทฤษฎีบทที่ 3.1* ต่อไปนี้แสดงการพิสูจน์ข้อความจริงนี้

ทฤษฎีบทที่ 3.1 กำหนดให้พาร์ติชันของ n แทนด้วย P_n เมื่อ $P_n = \{L_1, L_2, L_3, \ldots, L_p\}$

ถ้า $L_k \in P_n$ โดยที่ $L_k = \{a_1, a_2, a_3, \ldots, a_x, 1_1, 1_2, 1_3, \ldots, 1_y\}$ เมื่อ $y \geq 2$

แล้ว $L_k \notin P_n^*$

พิสูจน์ สมมติให้ $L_k = \{a_1, a_2, a_3, \ldots, a_x, 1_1, 1_2, 1_3, \ldots, 1_y\}$ เมื่อ $y \geq 2$

และ $L^* = \{a_1, a_2, a_3, \ldots, a_x, a_{x+1}, 1_1, 1_2, 1_3, \ldots, 1_r\}$ โดยที่ $a_{x+1} = 1_1 + 1_2$

และ $r = n - (a_1 + a_2 + a_3 + \ldots + a_x + a_{x+1})$

จาก *นิยาม 3.2* แสดงว่า $|S_i| = a_i$

จาก *นิยาม 2.2* จะได้ว่า ถ้า $a_i = 1$ แล้ว $v(a_i) = 0$,

แล้ว ถ้า $a_i > 1$ แล้ว $v(a_i) > 0$

แสดงว่า $V(CT_{L_k}) = v(a_1) + v(a_2) + v(a_3) + \ldots + v(a_x)$,

$V(CT_{L^*}) = v(a_1) + v(a_2) + v(a_3) + \ldots + v(a_x) + v(a_{x+1})$

ดังนั้น $V(CT_{L^*}) > V(CT_{L_k})$

จาก นิยาม 3.3 แสดงว่า $L_k \notin P_n^*$

สรุป ถ้า $L_k \in P_n$ โดยที่ $L_k = \{a_1, a_2, a_3, \ldots, a_x, 1_1, 1_2, 1_3, \ldots, 1_y\}$ เมื่อ $y \geq 2$

แล้ว $L_k \notin P_n^*$

จากทฤษฎีบทที่ 3.1 แสดงให้เห็นว่าพาร์ติชันที่มี 1 เป็นสมาชิกอย่างมากที่สุดหนึ่งตัวเมื่อนำมาเป็นตัวก่อกำเนิดโครงสร้างการรวมกลุ่มแล้ว จะมีค่าผลประโยชน์ของโครงสร้างการรวมกลุ่มสูงกว่าโครงสร้างการรวมกลุ่มที่กำเนิดจากพาร์ติชันที่มี 1 เป็นสมาชิกอย่างน้อยสองตัว ดังนั้นพาร์ติชันที่เป็นสมาชิกของ P_n^* จะมี 1 เป็นสมาชิกอย่างมากที่สุดหนึ่งตัว ด้วยเหตุนี้ จึงสามารถรับประกันได้ว่าโครงสร้างการรวมกลุ่มที่มีค่าผลประโยชน์สูงที่สุดไม่ได้ถูกตัดทิ้ง เนื่องจากพาร์ติชันที่จะนำมากำเนิดโครงสร้างการรวมกลุ่มคือพาร์ติชันที่เป็นสมาชิกของ P_n^* ทำให้ในการสร้างพาร์ติชันเพื่อที่จะนำมากำเนิดโครงสร้างการรวมกลุ่มนั้น เราจึงสามารถเลือกสร้างเฉพาะพาร์ติชันที่มี 1 เป็นสมาชิกอย่างมากที่สุดหนึ่งตัวเท่านั้น

จากผลการศึกษาดังกล่าวนี้ สามารถพัฒนาขั้นตอนวิธีกำเนิดโครงสร้างการรวมกลุ่มโดยใช้พาร์ติชันจำนวนเต็ม ซึ่งเรียกว่า ขั้นตอนวิธีเอเจนพี (AGenP) ซึ่งย่อจาก Algorithm for Generating Coalition Structures using Integer Partition โดยที่จำนวนของโครงสร้างการรวมกลุ่มที่ถูกกำเนิดจากพาร์ติชันจำนวนเต็มนั้น สามารถคำนวณได้จากสมการ

$$\left|CS_{L_k}\right| = \frac{n!}{(a_1!a_2!a_3!..a_m!)(r_1!r_2!r_3!..r_j!)} \tag{3.7}$$

เมื่อ a_t คือ สมาชิกของ L_k

r_1 คือ จำนวนของสมาชิกที่มีชนิดเป็นประเภทที่ 1

r_2 คือ จำนวนสมาชิกที่มีชนิดเป็นประเภทที่ 2

r_j คือ จำนวนสมาชิกที่มีชนิดเป็นประเภทที่ j

ดังนั้นจำนวนโครงสร้างการรวมกลุ่มทั้งหมดที่กำเนิดจากขั้นตอนวิธี AGenP คือ

$$\left|CS_{AGenP}\right| = \sum_{k=1}^{|P_n^*|} \left|CS_{L_k}\right| \tag{3.8}$$

ตัวอย่าง 3.4 กำหนดให้ A = $\{b_1,b_2,b_3b_4\}$ จะสามารถสร้างพาร์ติชันของ 4 ตาม *นิยาม 3.1* ได้ดังนี้

{ {4},
{3,1},
{2,2},
{2,1,1},
{1,1,1,1}
}

สำนักหอสมุดกลาง พระจอมเกล้าลาดกระบัง

แต่เนื่องจากโครงสร้างการรวมกลุ่มที่ประกอบด้วยกลุ่มย่อยที่มีสมาชิกเพียงตัวเดียวมากกว่า 1 กลุ่ม จะเป็นโครงสร้างการรวมกลุ่มที่ไม่มีนัยว่าจะเป็นคำตอบ ดังนั้น พาร์ติชันที่จะนำมากำเนิดโครงสร้างการรวมกลุ่มคือ

{

{4},

{3,1},

{2,2}

}

ซึ่งจำนวนของโครงสร้างการรวมกลุ่มที่กำเนิดจากขั้นตอนวิธี หาได้จาก

$$\left|CS_{L_k}\right| = \frac{n!}{(a_1!a_2!a_3!...a_m!)(r_1!r_2!r_3!...r_j!)}$$

แทนค่า เมื่อ

$L_1 = \{4\}$ จะได้

$$\left|CS_{L_1}\right| = \frac{\frac{4!}{4!}}{1!}$$

$$= 1$$

$L_2 = \{3,1\}$ จะได้

$$\left|CS_{L_2}\right| = \frac{\frac{4!}{3!1!}}{1!1!}$$

$$= 4$$

$L_3 = \{2,2\}$ จะได้

$$\left|CS_{L_3}\right| = \frac{\frac{4!}{2!2!}}{2!}$$

$$= 3$$

จำนวนโครงสร้างการรวมกลุ่มทั้งหมดคำนวณได้จาก

$$\left|CS_{AGenP}\right| = \sum_{k=1}^{\left|P_n^*\right|} \left|CS_{L_k}\right|$$

$$= 1 + 4 + 3$$

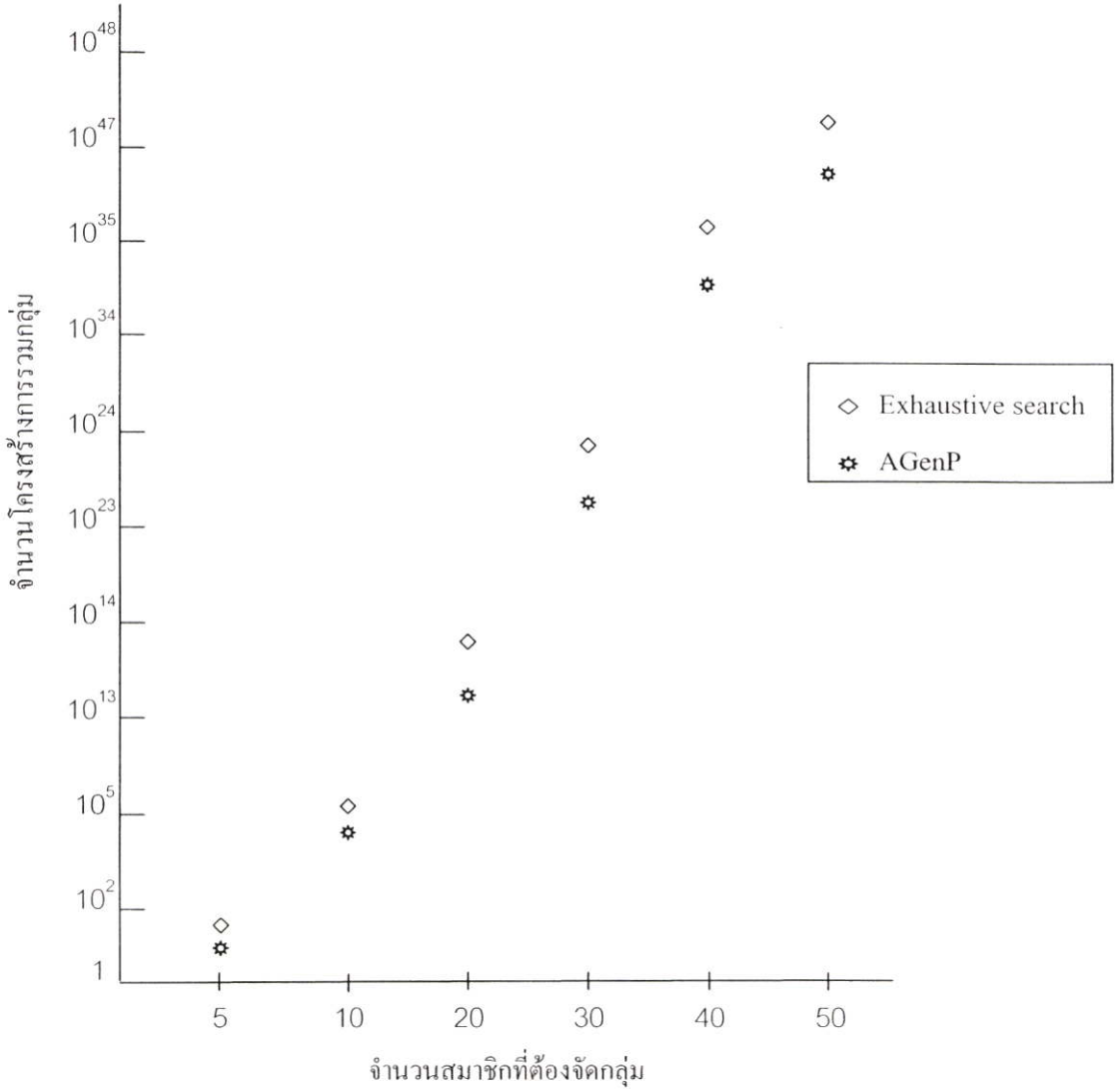
$$= 8$$

ดังนั้น จำนวนโครงสร้างการรวมกลุ่มทั้งหมดที่ถูกกำเนิดจากขั้นตอนวิธี AGenP คือ 8 โครงสร้าง

ในการประเมินผลขั้นตอนวิธีเอเจนพีนั้น เนื่องจากงานวิจัยที่เกี่ยวข้องจะทำการค้นหาโครงสร้างการรวมกลุ่มที่มีค่าผลประโยชน์สูงที่สุดจากกราฟโครงสร้างการรวมกลุ่ม ซึ่งเป็นกราฟที่สร้างจากขั้นตอนวิธีแจงทุกกรณี ดังนั้นเราจึงทำการเปรียบเทียบจำนวนโครงสร้างการรวมกลุ่มที่ถูกกำเนิดจากขั้นตอนวิธีแจงทุกกรณีกับขั้นตอนวิธีเอเจนพี ผลการเปรียบเทียบแสดงใน ตาราง 3.2

ตาราง 3.2 แสดงจำนวนโครงสร้างการรวมกลุ่มที่กำเนิดจากขั้นตอนวิธีแจงทุกกรณีกับขั้นตอนวิธีเอเจนพี

จำนวนสมาชิก	จำนวนโครงสร้างการรวมกลุ่ม		
	ขั้นตอนวิธีแจงทุกกรณี (Exhaustive search algorithm)	ขั้นตอนวิธีเอเจนพี (AGenP algorithm)	เปอร์เซ็นต์ที่ลดลง (%)
5	52	31	40.38
10	115975	51972	55.19
20	5.17242E+13	1.74E+13	66.36
30	8.46749E+23	2.35E+23	72.25
40	1.5745E+35	3.79E+34	75.93
50	1.8572E+47	3.98E+46	78.57



รูปที่ 3.1 แสดงแผนภูมิจำนวนโครงสร้างการรวมกลุ่มที่ถูกกำเนิดจากขั้นตอนวิธีแจงทุกกรณีและขั้นตอนวิธี AGenP

จาก ตาราง 3.2 และรูปที่ 3.1 จะสังเกตได้ว่า จำนวนโครงสร้างการรวมกลุ่มที่ถูกกำเนิดจากขั้นตอนวิธี AGenP จะมีจำนวนน้อยกว่าโครงสร้างการรวมกลุ่มที่ถูกกำเนิดจากขั้นตอนวิธีแจงทุกกรณี

บทที่ 4
ขั้นตอนวิธี

ในการกำเนิดโครงสร้างการรวมกลุ่มโดยใช้พาร์ติชันจำนวนเต็มนั้น จะมีขั้นตอนหลัก 2 ขั้นตอน คือ ขั้นตอนการสร้างพาร์ติชันจำนวนเต็ม และขั้นตอนการกำเนิดโครงสร้างการรวมกลุ่มจากพาร์ติชัน ดังนี้

INPUT : A = $\{b_1, b_2, b_3, \ldots, b_n\}$

OUTPUT : $CS_{P_n^*}$

Algorithm : AGenP(A)

1 $GeneratesP_n^*(n)$

2 $GeneratesCS_{P_n^*}(A, P_n^*)$

จากขั้นตอนวิธีดังกล่าว ให้ A เป็นเซตของสมาชิกที่ต้องจัดกลุ่มซึ่งมีจำนวน n โดยเมื่อทำการกำเนิดโครงสร้างการรวมกลุ่มโดยใช้ขั้นตอนวิธี AGenP แล้ว จะได้เซตของโครงสร้างการรวมกลุ่มที่มีนัยสำคัญว่าจะเป็นโครงสร้างการรวมกลุ่มที่มีค่าผลประโยชน์สูงที่สุด สำหรับขั้นตอน $GeneratesP_n^*(n)$ และ ขั้นตอน $GeneratesCS_{P_n^*}(A, P_n^*)$ โดยมีรายละเอียดดังนี้

4.1 ขั้นตอนการสร้างพาร์ติชัน

สำหรับขั้นตอนนี้จะเป็นขั้นตอนสำหรับสร้างพาร์ติชันที่มีคุณสมบัติตาม *นิยาม 3.3* โดยในขั้นแรกจะเริ่มจากการสร้างลิสต์ว่างที่มีขนาด$\lceil n/2 \rceil$ขึ้นมาก่อน เพื่อใช้ในการเก็บตัวบวก สาเหตุที่ลิสต์ว่างต้องมีขนาด $\lceil n/2 \rceil$ เนื่องจาก กลุ่มย่อยที่เล็กที่สุดที่ v(S) > 0 คือกลุ่มย่อยที่ |S| = 2 ดังนั้น ถ้ากลุ่มย่อยทุกกลุ่มมีขนาดเท่ากับ 2 แสดงว่าต้องใช้กลุ่มย่อยจำนวน $\lceil n/2 \rceil$ กลุ่ม ทำให้เราไม่มีความจำเป็นที่จะต้องสร้างลิสต์ให้มีขนาดใหญ่กว่านี้เพื่อเก็บตัวบวก สำหรับลิสต์ของพาร์ติชันที่ได้จากขั้นตอนนี้ จะเป็นลิสต์ $L = \{a_1, a_2, a_3, \ldots, a_{\lceil n/2 \rceil}\}$ โดยที่ $a_i \geq a_j$ เมื่อ i < j นอกจากนี้ ลิสต์ของพาร์ติชันที่ได้จะต้องมี 1 เป็นสมาชิกอย่างมากที่สุด 1 ตัวเท่านั้น จากรูปที่ 4.1 ซึ่งแสดงรหัสเทียมของขั้นตอน $GeneratesP_n^*(n)$ จะสังเกตได้ว่าความซับซ้อนของขั้นตอนนี้ คือ $O(\lceil n/2 \rceil^2)$ ซึ่งพาร์ติชันที่ได้จากขั้นตอนนี้ จะถูกนำไปใช้ในการกำเนิดโครงสร้างการรวมกลุ่มต่อไป

```
GeneratesP*n(n)
1       Num = n, a = 0
2       L[] = List of partition that size =⌈n/2⌉
3       P*n = Set of candidate L
4       IF ( n != 2 )
6               L[a] = Num
7               WHILE ( L[0] > 2 )
8                       WHILE ( sumL(L) != n)
9                               Num = n – sumL(L)
10                              WHILE ( L[a] < Num )
11                                      Num = Num – 1
12                              END WHILE
13                              a = a + 1
14                              L[a] = Num
15                      END WHILE
16                      IF ( Check_num_of_1(L) < 2 )
17                              Let L ∈ P*n
18                      END IF
19                      col = a
20                      WHILE ( L[col] < 3 )
21                              col = col – 1
22                      END WHILE
23                      IF ( L[col] > 2 )
24                              L[col] = L[col] - 1
25                              a = col
26                              FOR  g = a+1 TO L.length
27                                      L[g] = 0
28                              END FOR
```

รูปที่ 4.1 แสดงรหัสเทียมของขั้นตอน $GeneratesP_n^*(n)$

```
29                    END IF
30              END WHILE
                ////////////////////////////// L Last ////////////////////////////////
31              r = n % 2
32              IF ( r == 0 )
33                    FOR cc = 0  TO  L.length
34                          L[cc] = 2
35                    END FOR
36              ELSE
37                    FOR  dd = 0  TO L.length – 1
38                          L[dd] = 2
39                    END FOR
40                    L[last] = 1
41              END IF
42        ELSE
43              Let  L[0] = 2
44        END IF
```

รูปที่ 4.2 แสดงรหัสเทียมของขั้นตอน $GeneratesP_n^*(n)$ (ต่อ)

4.2 ขั้นตอนการกำเนิดโครงสร้างรวมกลุ่มจากพาร์ติชัน

ในขั้นตอนนี้จะเป็นการนำพาร์ติชันที่ได้จากขั้นตอนการสร้างพาร์ติชัน มาทำการกำเนิดโครงสร้างการรวมกลุ่ม ซึ่งการกำเนิดโครงสร้างการรวมกลุ่มในขั้นตอนนี้จะอ้างอิงกับ *นิยาม 3.2* โครงสร้างการรวมกลุ่มที่ได้จะเป็นโครงสร้างที่มีนัยสำคัญว่าจะเป็นโครงสร้างการรวมกลุ่มที่มีค่าผลประโยชน์สูงที่สุด ทำให้สามารถลดจำนวนของโครงสร้างการรวมกลุ่มที่ต้องพิจารณาเพื่อหาคำตอบได้ จากรูปที่ 4.4 ซึ่งแสดงรหัสเทียมของ ขั้นตอน $GeneratesCS_{P_n^*}(A, P_n^*)$ จะสังเกตได้ว่าความซับซ้อนของขั้นตอนนี้ คือ $O\left(g \times Num_of_CT_{L_k} \times |L_k|\right)$

$GeneratesCS_{P_n^*}(A=\{b_1,b_2,b_3,...,b_n\}, P_n^*=\{L_1,L_2,L_3,...,L_g\})$

1 $CS_{P_n^*}$ = Set of all candidate coalition structures

2 CP^* = Candidate coalition structure

3 CT_{L_k} = Set of all candidate coalition structures are generated from L_k

4 FOR k = 1 TO g

5 $$Num_of_CT_{L_k} = \frac{n!}{(a_1!a_2!a_3!...a_p!)(r_1!r_2!r_3!...r_t!)}; such that \forall a \in L_k$$

6 FOR i = 1 TO $Num_of_CT_{L_k}$

7 FOR y = 1 TO $|L_k|$

8 $$CP^* = \left\{ S_y \,|\, \bigcap_{y=1}^{|L_k|} S_y = \phi, \bigcup_{y=1}^{|L_k|} S_y = A, |S_y| = a_y \text{ and } \forall a \in L_k \right\}$$

9 $Let\ CP^* \in CT_{L_k}$

10 END FOR

11 END FOR

12 END FOR

13 $$CS_{P_n^*} = \bigcup_{k=1}^{g} CT_{L_k}$$

รูปที่ 4.3 แสดงรหัสเทียมของขั้นตอน $GeneratesCS_{P_n^*}(A, P_n^*)$

รหัสเทียมที่แสดงไว้ข้างต้นเป็นเพียงรูปแบบหนึ่งที่ใช้ในการสร้างขั้นตอนวิธีเอเจนพี ซึ่งเป็นรูปแบบที่ง่ายแก่การทำความเข้าใจ จากรหัสเทียมดังกล่าวสามารถกำเนิดโครงสร้างการรวมกลุ่มโดยใช้ขั้นตอนวิธีเอเจนพี ได้ดังนี้

ตัวอย่าง 4.1 กำหนดให้ A = {b_1, b_2, b_3, b_4} ดังนั้นจะสามารถกำเนิดโครงสร้างการรวมกลุ่มโดยขั้นตอนวิธีเอเจนพี ได้ดังนี้

1 สร้างพาร์ติชันจำนวนเต็มโดย $GeneratesP_n^*(4)$ จะได้

P_n^* = { {4}, {3,1}, {2,2}}

2 นำพาร์ติชันจำนวนเต็มที่ได้ มากำเนิดโครงสร้างการรวมกลุ่มตามขั้นตอน $GeneratesCS_{P_n^*}(A, P_n^*)$ จะได้

$CS_{P_n^*} = \{$

$\{b_1,b_2,b_3,b_4\},$

$\{\{b_1,b_2,b_3\},\{b_4\}\}, \{\{b_1,b_2,b_4\},\{b_3\}\},$

$\{\{b_1,b_3,b_4\},\{b_2\}\}, \{\{b_2,b_3,b_4\},\{b_1\}\},$

$\{\{b_1,b_2\},\{b_3,b_4\}\}, \{\{b_1,b_3\},\{b_2,b_4\}\},$

$\{\{b_1,b_4\},\{b_2,b_3\}\}$

$\}$

จาก ตัวอย่าง 4.1 แสดงว่า โครงสร้างการรวมกลุ่มที่ต้องพิจารณาเพื่อค้นหาโครงสร้างการรวมกลุ่มที่มีค่าผลประโยชน์สูงที่สุด คือโครงสร้างการรวมกลุ่มที่เป็นสมาชิกของ $CS_{P_n^*}$ ทั้งหมด

บทที่ 5
สรุปและข้อเสนอแนะ

5.1 สรุป

ปัญหาการจัดกลุ่ม เป็นปัญหาการค้นหาโครงสร้างการรวมกลุ่มที่มีค่าผลประโยชน์สูงที่สุด แนวทางการเพิ่มประสิทธิภาพในการแก้ปัญหาดังกล่าว แบ่งเป็น 2 แนวทางหลัก ได้แก่ (1) การสร้างขั้นตอนวิธีสำหรับค้นหาโครงสร้างการรวมกลุ่มที่มีค่าผลประโยชน์สูงที่สุด ที่มีประสิทธิภาพมากกว่าขั้นตอนวิธีแจงทุกกรณี และ (2) การลดจำนวนโครงสร้างการรวมกลุ่มที่ต้องพิจารณาเพื่อหาคำตอบ โดยที่สามารถรับประกันได้ว่าโครงสร้างการรวมกลุ่มที่ให้ค่าผลประโยชน์สูงที่สุดไม่ได้ถูกตัดทิ้ง ซึ่งทั้งสองแนวทางก็สามารถช่วยลดเวลาและทรัพยากร รวมทั้งช่วยให้การค้นหาโครงสร้างการรวมกลุ่มที่เป็นคำตอบมีประสิทธิภาพมากยิ่งขึ้น

งานวิจัยนี้เป็นการเพิ่มประสิทธิภาพการค้นหาตามแนวที่สองโดยใช้พาร์ติชันจำนวนเต็มเป็นตัวก่อกำเนิดโครงสร้างต่าง ๆ โดยที่ ถ้าสมาชิกตัวใดของพาร์ติชันที่มีสมาชิกตัวอื่นที่ให้ค่าผลประโยชน์ของโครงสร้างการรวมกลุ่มสูงกว่า สมาชิกของพาร์ติชันตัวนั้นจะถูกตัดออกจากตัวกำเนิดโครงสร้าง เช่นนี้ จำนวนตัวก่อกำเนิดโครงสร้างจะลดลงซึ่งเป็นผลให้จำนวนโครงสร้างการรวมกลุ่มลดลงด้วย

งานวิจัยนี้ได้แสดงการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์ให้เห็นว่า พาร์ติชันที่เราเลือกมาเป็นตัวก่อกำเนิดโครงสร้างการรวมกลุ่มนั้น จะมี 1 เป็นสมาชิกอย่างมากที่สุดหนึ่งตัว โดยที่สามารถรับประกันได้ว่าโครงสร้างการรวมกลุ่มที่ถูกกำเนิดจากพาร์ติชันดังกล่าวเป็นโครงสร้างทั่วไปที่ไม่มีโครงสร้างใดมีค่าผลประโยชน์ของโครงสร้างการรวมกลุ่มสูงกว่า นอกจากนี้ จากการพิสูจน์ดังกล่าวทำให้เราสามารถเลือกสร้างเฉพาะพาร์ติชันที่มี 1 เป็นสมาชิกอย่างมากที่สุดหนึ่งตัว ทำให้สามารถลดเวลาและทรัพยากรในขั้นตอนการสร้างพาร์ติชันได้ และการกำเนิดโครงสร้างการรวมกลุ่มแบบใหม่นี้ สามารถลดขอบเขตการค้นหาได้ประมาณไม่น้อยกว่า 40% เมื่อจำนวนสมาชิกไม่น้อยกว่า 5 ผลการศึกษานี้นำไปสู่การพัฒนาขั้นตอนวิธีที่มีประสิทธิภาพในการแก้ปัญหาการจัดกลุ่มที่เสนอในวิทยานิพนธ์ฉบับนี้

5.2 ข้อเสนอแนะ

ในการเพิ่มประสิทธิภาพการค้นหาโครงสร้างการรวมกลุ่มนั้น วิธีที่เสนอในงานวิจัยนี้เป็นเพียงวิธีหนึ่งในหลายวิธี โดยวิธีนี้สามารถใช้ร่วมกับวิธีอื่น ๆ ได้ ดังนั้น งานวิจัยในอนาคตที่น่าสนใจได้แก่ การนำวิธีนี้ไปใช้ร่วมกับวิธีอื่น ๆ เพื่อเพิ่มประสิทธิภาพการค้นหา นอกจากนี้ขั้นตอนที่ได้จากงานวิจัยนี้ยังสามารถนำไปประยุกต์ใช้กับงานด้านอื่น ๆ ได้ เช่น งานที่เกี่ยวข้องกับการจัดสรรงาน งานที่เกี่ยวข้องกับการขนส่ง รวมทั้งงานที่เกี่ยวข้องกับการตัดทางเลือก หรือการค้นหาคำตอบ โดยการกำหนดค่าของฟังก์ชันคุณลักษณะให้เหมาะสมกับลักษณะของงานที่ต้องการ

เอกสารอ้างอิง

[1] C. Li and K. Sycara, "**Algorithm for Combinatorial Coalition Formation and Payoff Division in an Electronic Marketplace,**" In Proceeding AAMAS'02, pp. 120-127, Bologna, Italy, July 2002.

[2] J. Yamamoto and K. Sycara, **"A Stable and Efficient Buyer Coalition Formation Scheme for E-Marketplaces,"** In Proceedings of the Fifth International Conference on Autonomous Agents (Agents 2001), Montreal, Canada, May, 2001.

[3] K. H. Rosen. 2003. **Discrete Mathematic and its application**. 5th ed. New York : McGraw-Hill.

[4] K. H. Rosen. 2000. **Handbook of discrete and combinatorial mathematics**. Boca Raton : CRC Press.

[5] M. Tsvetovat, K. Sycara, Y. Chen, and J. Ying, "**Customer Coalitions in the electronic marketplace,**" In Proceedings of the 3rd Workshop on Agent Mediated Electronic Commerce (AMEC-2000), pp. 263-264, Barcelona, Spain, 2000.

[6] O. Shehory, S. Kraus, "**Methods for Task allocation via Agent Coalition formation,**" Artificial Intelligence, Vol. 101, pp. 165-200, 1998 .

[7] S. Sen and P. S. Dutta, "**Searching for optimal coalition structures,**" In Proceedings of the 4th International Conference on Multiagent Systems, pp. 286-292, Boston, MA, July 2000.

[8] T. H. Cormen, C. E. Leiserson and R. L. Rivest. 2001. **Introduction to Algorithm**. 2nd ed. Cambridge : The MIT Press.

[9] T. Sandholm, K. Larson, M. Anderson, O. Shehory, and F. Tohme, "**Coalition structure generation with worst case guarantees,**" Artificial Intelligence, Vol. 111, pp. 209-238, 1999.

[10] V. D. Dang and N. R. Jennings, "**Generating coalition structures with finite bound from the optimal guarantees,**" In Proceedings AAMAS'04, pp. 564-571, New York, USA, July 2004.

[11] [online]. Available: http://mathworld.wolfram.com/PartitionFunctionP.html

ประวัติผู้เขียน

ชื่อ – สกุล	นายสันทิฏฐ์ นรบิน
วัน เดือน ปีเกิด	30 มีนาคม พ.ศ. 2522
ที่อยู่	22 หมู่ที่ 1 ต.พลับพลา อ.เชียงขวัญ
	จ.ร้อยเอ็ด 45170
ประวัติการศึกษา	พ.ศ.2545 ประกาศนียบัตรบัณฑิตทางการสอน(วิทยาการคอมพิวเตอร์)
	คณะศึกษาศาสตร์
	มหาวิทยาลัยมหาสารคาม
	พ.ศ.2544 วิทยาศาสตรบัณฑิต สาขาวิชาวิทยาการคอมพิวเตอร์
	คณะวิศวกรรมศาสตร์และวิทยาการคอมพิวเตอร์
	มหาวิทยาลัยมหาสารคาม
ประวัติการทำงาน	
ปีการศึกษา 2548	อาจารย์พิเศษ มหาวิทยาลัยกรุงเทพ วิทยาเขตรังสิต
ทุนการศึกษา	
2547-2548	ทุนพัฒนาอาจารย์สาขาขาดแคลน สาขาวิทยาการคอมพิวเตอร์
	สังกัดสถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง