

การสร้างเส้นทางโคจรสำหรับหุ่นยนต์สองล้อโดยสมการอลวนของ CHUA

GENERATING TRAJECTORY USING CHUA'S EQUATION FOR
TWO-WHEEL MOBILE ROBOT

อนรรักษ์ จันทรศรี
ANURAK JANSRI

วิทยานิพนธ์นี้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตรปริญญาวิศวกรรมศาสตรมหาบัณฑิต

สาขาวิชาวิศวกรรมศาสตรมหาบัณฑิต

บัณฑิตวิทยาลัย

สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง

พ.ศ. 2550

สำนักหอสมุดกลาง พระจอมเกล้าลาดกระบัง

การสร้างเส้นทางโคจรสำหรับหุ่นยนต์สองล้อโดยสมการอลวนของ CHUA

GENERATING TRAJECTORY USING CHUA'S EQUATION FOR
TWO-WHEEL MOBILE ROBOT



อณุรักษ์ จันทร์ศรี

ANURAK JANSRI

เลขหมู่.....
เลขทะเบียน..... 74829
วัน,เดือน,ปี..... 11 ต.ค. 2550

.b.....
.i.....

วิทยานิพนธ์นี้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตรปริญญาวิศวกรรมศาสตรมหาบัณฑิต

สาขาวิชาวิศวกรรมสารสนเทศ

บัณฑิตวิทยาลัย

สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง

พ.ศ.2550

**GENERATING TRAJECTORY USING CHUA'S EQUATION FOR
TWO-WHEEL MOBILE ROBOT**

ANURAK JANSRI

**A THESIS SUBMITTED IN PARTIAL FULFILLMENT
OF THE REQUIREMENT FOR THE DEGREE OF
MASTER OF ENGINEERING IN INFORMATION ENGINEERING
SCHOOL OF GRADUATE STUDIES
KING MONGKUT'S INSTITUTE OF TECHNOLOGY LADKRABANG**

2007

COPYRIGHT 2007

SCHOOL OF GRADUATE STUDIES

KING MONGKUT'S INSTITUTE OF TECHNOLOGY LADKRABANG

บัณฑิตวิทยาลัย
สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง
ใบรับรองวิทยานิพนธ์

หัวข้อวิทยานิพนธ์ การสร้างเส้นทางโคจรสำหรับหุ่นยนต์สองล้อโดยสมการของ CHUA
Generating Trajectory Using Chua's Equation for Two-Wheel
Mobile Robot






นักศึกษา นายอนุรักษย์ จันทร์ศรี

รหัสประจำตัว 45061122

ปริญญา วิศวกรรมศาสตรมหาบัณฑิต

สาขาวิชา วิศวกรรมสารสนเทศ

อาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์ รศ.ดร.ปิติเขต ผู้รักษา

คณะกรรมการสอบวิทยานิพนธ์		ลายมือชื่อ
รศ.ดร.วันชัย	วีรจจา	
ดร.วัชระ	ฉัตรวิริยะ	
ดร.วีระพล	โมนยะกุล	
รศ.ประสิทธิ์	จูลเสีรวงศ์	
รศ.ดร.ปิติเขต	ผู้รักษา	

วัน/เดือน/ปี ที่สอบ 29 พฤษภาคม 2550 เวลา 11.00-13.00 น.

สถานที่สอบ ณ อาคาร 12 ชั้น ชั้น 4 (ห้อง E12-404)


บัณฑิตวิทยาลัยรับรองแล้ว
(รศ.ดร.จารุวัตร เจริญสุข)
คณบดีบัณฑิตวิทยาลัย

วันที่..... 8เดือน..... มิถุนายน พ.ศ..... ๒๕๕๐

หัวข้องานวิจัย	การสร้างเส้นทางโคจรสำหรับหุ่นยนต์สองล้อโดยสมการอลวน ของ CHUA
นักศึกษา	นายอนุรักษ์ จันทร์ศรี
รหัสนักศึกษา	45061122
ปริญญา	วิศวกรรมศาสตรมหาบัณฑิต
สาขาวิชา	วิศวกรรมสารสนเทศ
พ.ศ.	2550
อาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์	รศ.ดร.ปิติเขต สุรักษา

บทคัดย่อ

งานวิจัยนี้สนใจปัญหาการกำหนดเส้นทางการเคลื่อนที่ของหุ่นยนต์ในพื้นที่งานที่ไม่รู้แผนที่ และจำเป็นต้องเคลื่อนที่ให้ครอบคลุมพื้นที่งาน ในงานวิจัยนี้ศึกษาและประยุกต์สมการอลวนของ CHUA เพื่อนำมาใช้สร้างเส้นทางการเคลื่อนที่ของหุ่นยนต์สองล้อไปในพื้นที่งานที่มีขอบเขต โดยการเคลื่อนที่ไม่จำเป็นต้องทราบแผนที่ล่วงหน้า ซึ่งมีประโยชน์มากกับพื้นที่งานดังกล่าว โดยจุดประสงค์ของการสร้างเส้นทางการเคลื่อนที่ก็เพื่อให้สามารถเคลื่อนที่ได้ครอบคลุมพื้นที่งานมากที่สุด งานวิจัยนี้อาศัยสมการอลวนของ CHUA ในการจำลองการเคลื่อนที่ด้วยคอมพิวเตอร์ และแสดงวิธีการวัดความสามารถในการครอบคลุมพื้นที่งาน และนำผลที่ได้มาประยุกต์สร้างหุ่นยนต์จริงซึ่งได้ผลเป็นที่น่าพอใจบ่งนัยถึงการนำผลการวิจัยที่ได้รับไปใช้งานกับ หุ่นยนต์ลาดตระเวน หุ่นยนต์ดูดฝุ่นตามพื้น หรือ หุ่นยนต์ตัดหญ้าได้

Thesis Title	Generating Trajectory using Chua's Equation for Two-wheel Mobile Robot
Student	Mr. Anurak Jansri
Student ID.	45061122
Degree	Master of Engineering
Program	Information Engineering
Year	2007
Thesis Adviser	Assoc.Prof. Dr. Pitikate Sooraksa

ABSTRACT

This thesis focuses on the problem of generating a robot's path in case of no maps available in the working space. Chua's equation is employed to generate the trajectory under the criterion that the robot's path must be covered most areas in the "no-map" working spaces. According to the computer simulations, experiments are set-up and carried out. The results are satisfied and are implied that the concept can be applied to the robots for patrolling, floor-cleaning and lawnmower tasks.

กิตติกรรมประกาศ

วิทยานิพนธ์เล่มนี้สำเร็จได้ด้วยความกรุณาจากอาจารย์ที่ปรึกษา รศ.ดร.ปิติเขต สุรักษา ที่ให้ความช่วยเหลือ ให้คำแนะนำช่วยแก้ปัญหาตลอดจนให้ความรู้และประสบการณ์ที่ดีแก่ข้าพเจ้า

ขอขอบคุณ รศ.ดร.วันชัย ธีรวัจนคร. วัชรระ ฉัตรวิริยะ และ รศ.ประสิทธิ์ จุลเสรีวงศ์ กรรมการสอบหัวข้อและวิทยานิพนธ์ที่ได้กรุณาให้คำแนะนำงานในที่สุดทำให้วิทยานิพนธ์ฉบับนี้สำเร็จลงได้

ขอขอบคุณ อาจารย์ กฤษดากร กล่อมการ และอาจารย์ บุญชนะ ภูระหงษ์ ที่ให้คำปรึกษาแนวทางในทฤษฎีถุลวนและค่าใช้จ่ายในประเทศเกาหลีเมื่อครั้งไปงานประชุมทางวิชาการ

ขอขอบคุณน้องคิว (นาย พิเชฐ คุณากรวงษ์) ที่ให้ความช่วยเหลือในงานทั่วไปและคอยรับใช้

สำหรับคุณงามความดีอันใดที่เกิดจากวิทยานิพนธ์ฉบับนี้ ข้าพเจ้าขอมอบให้กับบิดา มารดา ปู่ ย่า และญาติพี่น้องซึ่งเป็นที่รัก ที่เคารพยิ่ง และพลังชีวิต ตลอดจนครูอาจารย์ที่เคารพทุกท่านที่ได้ประสิทธิประสาทวิชาความรู้และถ่ายทอดประสบการณ์ที่ดีให้แก่ข้าพเจ้า

อนรรักษ์ จันทร์ศรี

สารบัญ

หน้า

บทคัดย่อภาษาไทย.....	I
บทคัดย่อภาษาอังกฤษ.....	II
กิตติกรรมประกาศ	III
สารบัญ.....	IV
สารบัญตาราง.....	VIII
สารบัญรูป.....	X
บทที่ 1 บทนำ.....	1
1.1 ความเป็นมาและความสำคัญของปัญหา.....	1
1.2 ความมุ่งหมายและวัตถุประสงค์ของการศึกษา.....	2
1.3 สมมุติฐานของการศึกษา.....	2
1.4 ทฤษฎีหรือแนวความคิดที่ใช้ในงานวิจัย.....	2
1.5 ขอบเขตงานวิจัย.....	2
1.6 ขั้นตอนการศึกษา.....	2
บทที่ 2 ความเป็นมาของงานวิจัย.....	4
2.1 บทนำ.....	4
2.1.1 สมการของ Arnold.....	4
2.2 ทฤษฎีอลวน.....	6
2.2.1 ปัญหาการโคจร N วัตถุ (N-Body Problem).....	6
2.2.2 ผลกระทบผีเสื้อกระพือปีก (Butterfly Effect).....	6
2.3 ความอลวน(CHAOS).....	8
2.4 เครื่องมือวัดความอลวน.....	12
2.4.1 แผนภาพ Poincare	12
2.4.2 อนุกรมเวลาและอัมพลิจูด(Time series and Amplitude).....	16
2.4.3 Bifurcation.....	18
2.4.4 Lyapunov Exponent.....	20
2.4.5 ดัชนีวัดการครอบคลุมเส้นทางโคจร.....	21

สารบัญ (ต่อ)

	หน้า
บทที่ 3 ผลการจำลองพฤติกรรมอลวนด้วยคอมพิวเตอร์.....	23
3.1 บทนำ.....	23
3.2 ระบบอลวนในระบบพื้นที่ 1 มิติ One-Dimension	23
3.2.1 สมการ Logistic	23
3.3. ระบบอลวนในระบบพื้นที่ 2 มิติ Two-Dimension Map.....	37
3.3.1 สมการ Hennon	37
3.3.2 สมการ Duffing	41
3.4 ระบบอลวนในระบบพื้นที่ 3 มิติ Three-Dimension Map.....	47
3.4.1 สมการ Arnold	47
3.4.2 สมการ Chen	49
3.4.3 สมการ Chua.....	49
3.4.4 สมการ Lorenz	49
3.4.5 สมการ Rossler.....	50
3.4.6 สมการ Wen Bo Liu	50
3.4.7 สมการ Shimizu-Morioka	50
3.4.8 สมการ Sprott-Linz	51
3.4.9 สมการ Gennesio-Tesi	51
3.4.10 สมการ Rucklidge	51
3.4.11 สมการ Sprott1	52
3.4.12 สมการ Sprott2	52
3.4.13 สมการ Sprott3	52
3.4.14 สมการ Sprott4	53
3.4.15 สมการ Sprott5	53
3.4.16 สมการ Sprott6	53
3.4.17 สมการ Sprott7	54
3.4.18 สมการ Sprott8	54
3.4.19 สมการ Sprott9	54
3.4.20 สมการ Sprott10.....	55

สารบัญ (ต่อ)

หน้า

3.4.21 สมการ Sprott11	55
3.4.22 สมการ Sprott12.....	55
3.4.23 สมการ Sprott13	56
3.4.24 สมการ Sprott14	56
3.4.25 สมการ Sprott15	56
3.4.26 สมการ Sprott16	57
บทที่ 4 ผลการจำลองและการทดลองตรวจสอบกระสวนเส้นทางการเคลื่อนที่.....	58
4.1 บทนำ.....	58
4.2 วิธีการทดลอง.....	58
4.3 การทดลอง.....	59
4.3.1 การแทนค่าให้กับ θ_1 และ θ_2 ในสมการหุ่นยนต์สองล้อ	59
4.3.2 ผลการเปรียบเทียบการครอบคลุมพื้นที่และการกระจายไปในพื้นที่ระหว่างตัวกำเนิด ความอลวนของ Arnold และChua.....	61
4.3.3 ผลการเปรียบเทียบจำนวนเวลาที่ใช้ในการเข้าถึงจุดเป้าหมายจากเส้นทางการ เคลื่อนที่ของตัวกำเนิด Arnold และ Chua.....	62
4.3.3.1 ค่าความเร็วที่ 0.12 เมตรต่อวินาที.....	63
4.3.3.2 ค่าความเร็วที่ 0.12 เมตรต่อวินาที.....	64
บทที่ 5 สรุปการวิจัยและข้อเสนอแนะ.....	66
5.1 ลำดับในการดำเนินการวิจัย.....	66
5.2 ข้อเสนอแนะในการวิจัยและแนวทางพัฒนาในอนาคต.....	67
เอกสารอ้างอิง.....	68
ภาคผนวก ก. ทฤษฎีที่เกี่ยวข้อง.....	73
ภาคผนวก ข. พฤติกรรมอลวนในระบบพื้นที่ 3 มิติ.....	80

สารบัญ (ต่อ)

หน้า

ภาคผนวก ค. ประยุกต์เข้ากับหุ่นยนต์สองล้อ.....	130
ภาคผนวก ง. ongsaleeabenและการสะท้อนกลับ.....	133
ภาคผนวก จ. ผลงานทางวิชาการที่ได้รับการตีพิมพ์.....	136
ประวัติผู้เขียน.....	148

สารบัญตาราง

ตารางที่	หน้า
2.1 ลักษณะพฤติกรรมของระบบจากค่า Lyapunov exponent.....	20
3.1 พฤติกรรมอลวนตามค่าสัมประสิทธิ์ a ของสมการ Logistic.....	37
3.2 พฤติกรรมอลวนตามค่าสัมประสิทธิ์ a ของสมการ Hennon.....	41
3.3 ค่าเงื่อนไขเริ่มต้น (Initial condition) ของสมการ Hennon.....	41
3.4 ค่า Lyapunov Exponent ของ Arnold.....	48
4.1 การแทนค่า θ_1 และ θ_2 ในสมการหุ่นยนต์.....	59
4.2 เปรอร์เซนต์การครอบคลุมพื้นที่และเปอร์เซนต์การกระจายไปในพื้นที่.....	60
4.3 เปรอร์เซนต์การครอบคลุมและการกระจายแต่ละพื้นที่.....	62
4.4 สรุปเปอร์เซนต์การครอบคลุมและการกระจายในพื้นที่.....	62
4.5 เวลาในการเคลื่อนที่เข้าถึงจุดเป้าหมายโดยความเร็ว 0.12 เมตรต่อวินาที.....	63
4.6 เวลาในการเคลื่อนที่เข้าถึงจุดเป้าหมายโดยความเร็ว 0.30 เมตรต่อวินาที.....	64
4.7 เวลาเฉลี่ยในการเคลื่อนที่เข้าถึงจุดเป้าหมายระหว่าง Arnold และ Chua	65
ข.1 ค่า Lyapunov Exponent ของ Chen.....	81
ข.2 ค่า Lyapunov Exponent ของ Chua.....	83
ข.3 ค่า Lyapunov Exponent ของ Lorenz.....	85
ข.4 ค่า Lyapunov Exponent ของ Rossler.....	87
ข.5 ค่า Lyapunov Exponent ของ Wen Bo Liu	89
ข.6 ค่า Lyapunov Exponent ของ Shimizu-Morioka	91
ข.7 ค่า Lyapunov Exponent ของ Sprott-Linz	93
ข.8 ค่า Lyapunov Exponent ของ Gennesio-Tesi.....	95
ข.9 ค่า Lyapunov Exponent ของ Rucklidge.....	97
ข.10 ค่า Lyapunov Exponent ของ Sprott1.....	99
ข.11 ค่า Lyapunov Exponent ของ Sprott2.....	101
ข.12 ค่า Lyapunov Exponent ของ Sprott3.....	103
ข.13 ค่า Lyapunov Exponent ของ Sprott4.....	105
ข.14 ค่า Lyapunov Exponentของ Sprott5.....	107
ข.15 ค่า Lyapunov Exponentของ Sprott6.....	109

สารบัญตาราง (ต่อ)

ตารางที่	หน้า
ข.16 ค่า Lyapunov Exponent ของ Sprott7.....	111
ข.17 ค่า Lyapunov Exponent ของ Sprott8.....	113
ข.18 ค่า Lyapunov Exponent ของ Sprott9.....	115
ข.19 ค่า Lyapunov Exponent ของ Sprott10.....	117
ข.20 ค่า Lyapunov Exponent ของ Sprott11.....	119
ข.21 ค่า Lyapunov Exponent ของ Sprott12.....	121
ข.22 ค่า Lyapunov Exponent ของ Sprott13.....	123
ข.23 ค่า Lyapunov Exponent ของ Sprott14.....	125
ข.24 ค่า Lyapunov Exponent ของ Sprott15.....	127
ข.25 ค่า Lyapunov Exponent ของ Sprott16.....	129
ง.1 ผลการปฏิบัติงานหุ่นยนต์แบบเป็นเส้นตรงจากจุดเริ่มถึงเป้าหมาย.....	134
ง.2 ทิศทางเลี้ยวเบน.....	134

สารบัญรูป

รูปที่	หน้าที่
2.1 พฤติกรรมอลวนของ Arnold.....	4
2.2 เส้นทางการเคลื่อนที่จำลองโดยคอมพิวเตอร์.....	5
2.3 การโคจรของ 2 วัตถุ พระอาทิตย์และโลก.....	6
2.4 Edward Lorenz.....	7
2.5 Butterfly Effect.....	7
2.6 พฤติกรรมอลวนของ Chen.....	8
2.7 พฤติกรรมอลวนของChua.....	9
2.8 พฤติกรรมอลวนของ Lorenz.....	9
2.9 พฤติกรรมอลวนของ Rossler.....	10
2.10 พฤติกรรมอลวนของ Sprott.....	10
2.11 พฤติกรรมอลวนของ Arnold.....	11
2.12 ควันไฟ.....	11
2.13 Jules Henri Poincare.....	12
2.14 จุดตัดแกน Poincare.....	12
2.15 พฤติกรรมของระบบวงกลม.....	13
2.16 แผนภาพ Poincare ที่ Iteration Time = 20.....	13
2.17 สามมิติของ Lorenz.....	14
2.18 แผนภาพ Poincare ระนาบ X-Y ที่ $Z = 25$	14
2.19 แผนภาพ Poincare ระนาบ Y-Z ที่ $X = 0$	15
2.20 แผนภาพ Poincare ระนาบ X-Z ที่ $Y = 0$	15
2.21 สัญญาณรูปคลื่น Sine	16
2.22 แกน X ของพฤติกรรมอลวนของ Lorenz.....	16
2.23 แกน Y ของพฤติกรรมอลวนของ Lorenz.....	17
2.24 แกน Z ของพฤติกรรมอลวนของ Lorenz.....	17
2.25 Logistic Equation $f(x) = ax(1-x)$	18
2.26 Logistic Equation $f(x) = ax(1-x)$	18
2.27 Logistic Equation $f(x) = ax(1-x)$	19
2.28 Logistic Equation $f(x) = ax(1-x)$	19

สารบัญรูป (ต่อ)

รูปที่	หน้าที่
2.29 Alexander Mikhailovich Lyapunov.....	20
2.30 ลักษณะของหุ่นยนต์ที่ใช้ในงานวิจัย.....	21
2.31 การแบ่งส่วนเพื่อหาอัตราการครอบคลุมพื้นที่และการกระจายไปในพื้นที่.....	21
3.1 สมการ Logistic ที่ $a = 0.0, x = 0.25, \text{Iteration Time} = 50$	24
3.2 สมการ Logistic ที่ $a = 0.0, x = 0.50, \text{Iteration Time} = 50$	24
3.3 สมการ Logistic ที่ $a = 0.0, x = 0.75, \text{Iteration Time} = 50$	24
3.4 สมการ Logistic ที่ $a = 0.5, x = 0.25, \text{Iteration Time} = 50$	25
3.5 สมการ Logistic ที่ $a = 0.5, x = 0.50, \text{Iteration Time} = 50$	25
3.6 สมการ Logistic ที่ $a = 0.5, x = 0.75, \text{Iteration Time} = 50$	25
3.7 สมการ Logistic ที่ $a = 1.0, x = 0.25, \text{Iteration Time} = 50$	26
3.8 สมการ Logistic ที่ $a = 1.0, x = 0.50, \text{Iteration Time} = 50$	26
3.9 สมการ Logistic ที่ $a = 1.0, x = 0.75, \text{Iteration Time} = 50$	26
3.10 สมการ Logistic ที่ $a = 1.5, x = 0.25, \text{Iteration Time} = 50$	27
3.11 สมการ Logistic ที่ $a = 1.5, x = 0.50, \text{Iteration Time} = 50$	27
3.12 สมการ Logistic ที่ $a = 1.5, x = 0.75, \text{Iteration Time} = 50$	27
3.13 สมการ Logistic ที่ $a = 2.0, x = 0.25, \text{Iteration Time} = 50$	28
3.14 สมการ Logistic ที่ $a = 2.0, x = 0.50, \text{Iteration Time} = 50$	28
3.15 สมการ Logistic ที่ $a = 2.0, x = 0.75, \text{Iteration Time} = 50$	28
3.16 สมการ Logistic ที่ $a = 2.5, x = 0.25, \text{Iteration Time} = 50$	29
3.17 สมการ Logistic ที่ $a = 2.5, x = 0.50, \text{Iteration Time} = 50$	29
3.18 สมการ Logistic ที่ $a = 2.5, x = 0.75, \text{Iteration Time} = 50$	29
3.19 สมการ Logistic ที่ $a = 3.0, x = 0.25, \text{Iteration Time} = 50$	30
3.20 สมการ Logistic ที่ $a = 3.0, x = 0.50, \text{Iteration Time} = 50$	30
3.21 สมการ Logistic ที่ $a = 3.0, x = 0.75, \text{Iteration Time} = 50$	30
3.22 สมการ Logistic ที่ $a = 3.3, x = 0.25, \text{Iteration Time} = 50$	31
3.23 สมการ Logistic ที่ $a = 3.3, x = 0.50, \text{Iteration Time} = 50$	31
3.24 สมการ Logistic ที่ $a = 3.3, x = 0.75, \text{Iteration Time} = 50$	31
3.25 สมการ Logistic ที่ $a = 3.6, x = 0.25, \text{Iteration Time} = 50$	32

สารบัญรูป (ต่อ)

รูปที่	หน้าที่
3.26 สมการ Logistic ที่ $a = 3.6, x = 0.50, \text{Iteration Time} = 50$	32
3.27 สมการ Logistic ที่ $a = 3.6, x = 0.75, \text{Iteration Time} = 50$	32
3.28 สมการ Logistic ที่ $a = 3.9, x = 0.25, \text{Iteration Time} = 50$	33
3.29 สมการ Logistic ที่ $a = 3.9, x = 0.50, \text{Iteration Time} = 50$	33
3.30 สมการ Logistic ที่ $a = 3.9, x = 0.75, \text{Iteration Time} = 50$	33
3.31 สมการ Logistic ที่ $a = 0.00$ ถึง $3.99, x = 0.0$	34
3.32 สมการ Logistic ที่ $a = 0.00$ ถึง $3.99, x = 0.2$	34
3.33 สมการ Logistic ที่ $a = 0.00$ ถึง $3.99, x = 0.5$	35
3.34 สมการ Logistic ที่ $a = 0.00$ ถึง $3.99, x = 0.5$	35
3.35 สมการ Logistic ที่ $a = 0.00$ ถึง $3.99, x = 0.99$	36
3.36 สมการ Logistic ที่ $a = 2.5$ ถึง $3.99, x = 0.99$	36
3.37 สมการ Hennon ที่ $a = 1.4, b = 0.3, \text{Time} = 3600 \text{ second}$	37
3.38 สมการ Hennon ที่ $a = 1.4, b = 0.3, \text{Time} = 100 \text{ second}$	38
3.39 สมการ Hennon ที่ $a = -1.0, b = 0.3, \text{Time} = 100 \text{ second}$	38
3.40 สมการ Hennon ที่ $a = 0.3, b = 0.3, \text{Time} = 100 \text{ second}$	39
3.41 สมการ Hennon ที่ $a = 1.0, b = 0.3, \text{Time} = 50 \text{ second}$	39
3.42 สมการ Hennon ที่ $a = 0.0$ ถึง $1.4, b = 0.3$	40
3.43 สมการ Hennon ที่ $a = 1.4, b = -0.45$ ถึง $b = 0.3$	40
3.44 สมการ Duffing ที่ $a = 1, \text{Time} = 360 \text{ second}$	42
3.45 สมการ Duffing ที่ $a = 2, \text{Time} = 360 \text{ second}$	42
3.46 สมการ Duffing ที่ $a = 4, \text{Time} = 360 \text{ second}$	43
3.47 สมการ Duffing ที่ $a = -2, \text{Time} = 360 \text{ second}$	43
3.48 สมการ Duffing ที่ $a = -4, \text{Time} = 360 \text{ second}$	44
3.49 สมการ Duffing ที่ $a = 1, \text{Time} = 100 \text{ second}$	44
3.50 สมการ Duffing ที่ $a = 2, \text{Time} = 100 \text{ second}$	45
3.51 สมการ Duffing ที่ $a = 4, \text{Time} = 100 \text{ second}$	45
3.52 สมการ Duffing ที่ $a = -2, \text{Time} = 100 \text{ second}$	46
3.53 สมการ Duffing ที่ $a = -4, \text{Time} = 100 \text{ second}$	46

สารบัญรูป (ต่อ)

รูปที่	หน้าที่
3.54 พฤติกรรมอลวนของ Arnold.....	47
3.55 Time Series Diagram ของ Arnold ที่ Time = 100 second.....	48
4.1 พื้นที่ที่ทดลอง.....	59
ก.1 Cobweb Diagram.....	74
ก.2 ค่าเริ่มต้น x_0 ที่ทำให้พฤติกรรมเสถียร ณ. จุด x^*	74
ก.3 พฤติกรรมที่แตกต่างของค่าเริ่มต้น x_0 สองจุด.....	75
ก.4 Stable improper node. $\lambda_1 < \lambda_2 < 0$	76
ก.5 Unstable improper node. $\lambda_1 > \lambda_2 > 0$	76
ก.6 Unstable saddle point. $\lambda_1 < 0 < \lambda_2$	76
ก.7 Stable node. $(\lambda_1 = \lambda_2) < 0$	76
ก.8 Unstable node. $(\lambda_1 = \lambda_2) > 0$	76
ก.9 Unstable spiral point. $(\lambda_1 = \lambda_2) > 0$	76
ก.10 Stable spiral point. $(\lambda_1 = \lambda_2) < 0$	76
ก.11 Stable spiral node. $\lambda = a \pm jb; a < 0$	76
ก.12 Unstable spiral node. $\lambda = a \pm jb; a > 0$	76
ก.13 Center. $\lambda = j$	76
ก.14 Node.....	77
ก.15 Spiral Node.....	78
ก.16 Repeller.....	78
ก.17 Spiral repeller.....	78
ก.18 Saddle point.....	78
ก.19 Saddle point.....	78
ข.1 พฤติกรรมอลวนของ Chen.....	80
ข.2 Time Series Diagram ของ Chen ที่ Time = 50 second.....	81
ข.3 พฤติกรรมอลวนของ Chen.....	82
ข.4 Time Series Diagram ของ Chen ที่ Time = 50 second.....	83
ข.5 พฤติกรรมอลวนของ Lorenz.....	84
ข.6 Time Series Diagram ของ Lorenz ที่ Time = 50 second.....	85

สารบัญรูป (ต่อ)

รูปที่	หน้าที่
ข.7 พฤติกรรมอลวนของ Rossler.....	86
ข.8 Time Series Diagram ของ Rossler ที่ Time = 50 second.....	87
ข.9 พฤติกรรมอลวนของ Wen Bo Liu.....	88
ข.10 Time Series Diagram ของ Wen Bo Liu ที่ Time = 50 second.....	89
ข.11 พฤติกรรมอลวนของ Shimizu-Morioka.....	90
ข.12 Time Series Diagram ของ Shimizu-Morioka ที่ Time = 50 second.....	91
ข.13 พฤติกรรมอลวนของ Sprott-Linz	92
ข.14 Time Series Diagram ของ Sprott-Linz ที่ Time = 50 second.....	93
ข.15 พฤติกรรมอลวนของ Gennesio-Tesi	94
ข.16 Time Series Diagram ของ Gennesio-Tesi ที่ Time = 50 second.....	95
ข.17 พฤติกรรมอลวนของ Rucklidge	96
ข.18 Time Series Diagram ของ Rucklidge ที่ Time = 50 second.....	97
ข.19 พฤติกรรมอลวนของ Sportt1.....	98
ข.20 Time Series Diagram ของ Sportt1 ที่ Time = 50 second.....	99
ข.21 พฤติกรรมอลวนของ Sportt 2.....	100
ข.22 Time Series Diagram ของ Sportt 2 ที่ Time = 50 second.....	101
ข.23 พฤติกรรมอลวนของ Sportt 3.....	102
ข.24 Time Series Diagram ของ Sportt 3 ที่ Time = 50 second.....	103
ข.25 พฤติกรรมอลวนของ Sportt 4.....	104
ข.26 Time Series Diagram ของ Sportt4 ที่ Time = 50 second	105
ข.27 พฤติกรรมอลวนของ Sportt 5.....	106
ข.28 Time Series Diagram ของ Sportt 5 ที่ Time = 50 second.....	107
ข.29 พฤติกรรมอลวนของ Sportt 6.....	108
ข.30 Time Series Diagram ของ Sportt6 ที่ Time = 50 second.....	109
ข.31 พฤติกรรมอลวนของ Sportt7.....	110
ข.32 Time Series Diagram ของ Sportt7 ที่ Time = 50 second.....	111
ข.33 พฤติกรรมอลวนของ Sportt8.....	112
ข.34 Time Series Diagram ของ Sportt8 ที่ Time = 50 second.....	113

สารบัญรูป (ต่อ)

รูปที่	หน้าที่
ข.35 พฤติกรรมอลวนของ Sportt9.....	114
ข.36 Time Series Diagram ของ Sportt 9 ที่ Time = 50 second.....	115
ข.37 พฤติกรรมอลวนของ Sportt10.....	116
ข.38 Time Series Diagram ของ Sportt10 ที่ Time = 50 second.....	117
ข.39 พฤติกรรมอลวนของ Sportt11.....	118
ข.40 Time Series Diagram ของ Sportt11 ที่ Time = 50 second.....	119
ข.41 พฤติกรรมอลวนของ Sportt12.....	120
ข.42 Time Series Diagram ของ Sportt12 ที่ Time = 50 second.....	121
ข.43 พฤติกรรมอลวนของ Sportt13.....	122
ข.44 Time Series Diagram ของ Sportt13 ที่ Time = 50 second.....	123
ข.45 พฤติกรรมอลวนของ Sportt14.....	124
ข.46 Time Series Diagram ของ Sportt14 ที่ Time = 50 second.....	125
ข.47 พฤติกรรมอลวนของ Sportt15.....	126
ข.48 Time Series Diagram ของ Sportt15 ที่ Time = 50 second.....	127
ข.49 พฤติกรรมอลวนของ Sportt16.....	128
ข.50 Time Series Diagram ของ Sportt16 ที่ Time = 50 second.....	129
ค.1 แผนผังการทำงานของหุ่นยนต์.....	130
ค.2 แผงวงจร DsPIC30F2010 สร้างสัญญาณอลวน.....	131
ค.3 แผงวงจร IRF540 ขับมอเตอร์.....	131
ค.4 โครงสร้างหุ่นยนต์สองล้อ.....	132
ค.5 หุ่นยนต์สองล้อที่ใช้ในการทดลอง.....	132
ง.1 ตำแหน่งสามจุดสำหรับหาองศาเอียงเบนของหุ่นยนต์.....	133
ง.2 ลักษณะการสะท้อน.....	135

บทที่ 1

บทนำ

1.1 ความเป็นมาและความสำคัญของปัญหา

หุ่นยนต์เป็นเทคโนโลยีหนึ่ง ที่สร้างโดยมนุษย์ เพื่ออำนวยความสะดวก รวมถึงการให้ความบันเทิง และใช้ในอุตสาหกรรม ฯลฯ เช่น ใช้งานด้านการค้นหา การเก็บข้อมูลจากการค้นหา การสำรวจ การเลี้ยงกบในพื้นที่ที่เป็นอันตรายต่อมนุษย์ ดังงานวิจัยใน[1] แสดงงานหุ่นยนต์ด้านการสำรวจรูปแบบหนึ่งที่น่าสนใจมาก โดยเฉพาะอย่างยิ่งการเคลื่อนที่ของหุ่นยนต์แบบอลวน [1,4]

ในการศึกษาทฤษฎีความอลวน [7]-[13] นั้นพบว่ามีความสัมพันธ์เฉพาะที่น่าสนใจ คือความอลวนมี 2 ลักษณะ มีขอบเขตและไม่มีขอบเขต โดยสถานะอลวนจะมีการเปลี่ยนแปลงตามลักษณะสมการค่าสัมประสิทธิ์ในสมการ และค่าเงื่อนไขเริ่มต้นที่ให้แก่สมการซึ่งเป็นปัจจัยหลักในการเกิดกระสวนในสถานะอลวน การศึกษาสถานะอลวนมีอยู่ในหลายสาขาการศึกษา เช่น ในทางแพทยศาสตร์ศึกษาเกี่ยวกับจังหวะการเต้นของหัวใจและการทำงานของสมองมนุษย์[35,36] ในทางวิทยาศาสตร์ศึกษาการโคจรของดวงดาวที่ดึงดูดกันในอวกาศ[52]-[57] หรือในทางชีวภาพ[37] งานเคมีด้านการผสมสารตั้งต้น หรือศึกษาลักษณะการไหลของของเหลว ลักษณะการลอยของควัน อีกทั้งศึกษาสถานะอลวน ในทางเศรษฐศาสตร์ ในทางสังคมศาสตร์ และในทางวิศวกรรมศาสตร์ได้มีการวิจัยที่เกี่ยวกับการประยุกต์ทฤษฎีนี้ อาทิเช่น ในวิศวกรรมควบคุม[33,34][37]-[42] ได้มีการควบคุมระบบของโรงงานผลิตพลังงานไฟฟ้าด้วยพลังงานนิวเคลียร์เพื่อไม่ให้เกิดสถานะอลวนในการผลิตกระแสไฟฟ้า ในวิศวกรรมสื่อสาร[43]-[51] ได้มีการใช้ประโยชน์สัญญาณอลวนเพื่อการเข้ารหัสลับ[48]-[50] ซึ่งจะได้ระบบเข้ารหัสลับที่มีความซับซ้อนสูง ฯลฯ

รวมทั้งการศึกษาค้นคว้าในเรื่องรูปแบบลักษณะการเคลื่อนที่ไหว การเคลื่อนที่ อิริยาบถต่างๆ การนำร่อง การสำรวจ รวมถึงรูปแบบเส้นทางการเคลื่อนที่ของหุ่นยนต์ [1]-[6] นั้นพบว่าปัญหาการสำรวจ สำหรับรูปแบบเส้นทางการเคลื่อนที่โดย ไม่ทราบแผนที่ ไม่มีตัวนำร่อง และไม่มีการจดจำ หรือการบันทึกใดๆเกี่ยวกับพื้นที่งานก่อนล่วงหน้าดังแสดงงานวิจัยใน [1,4] ซึ่งน่าสนใจมากดังนั้น ในวิทยานิพนธ์นี้นำเสนอการหารูปแบบเส้นทางการเคลื่อนที่ที่สามารถครอบคลุมพื้นที่งานในเงื่อนไขที่กล่าวมาแล้วข้างต้นได้ ด้วยตัวสร้างเส้นทางการเคลื่อนที่ที่มีคุณสมบัติตามกระสวนอลวน

1.2 ความมุ่งหมายและวัตถุประสงค์ของการศึกษา

เพื่อค้นหารูปแบบเส้นทางการเคลื่อนที่ที่ดีที่สามารถครอบคลุมพื้นที่งานตามเงื่อนไขที่ว่า ไม่ทราบแผนที่ไม่ได้มีตัวนำร่อง และไม่มีการจดจำ หรือการบันทึกใดๆเกี่ยวกับพื้นที่งานก่อนล่วงหน้า ด้วยตัวสร้างเส้นทางการเคลื่อนที่ที่มีคุณสมบัติเป็นแบบภาวะอลวน โดยประยุกต์งาน ทฤษฎีความอลวน สมการความอลวน สมการการควบคุม เพื่อสร้างอุปกรณ์เชิงฮาร์ดแวร์(Hardware) สำหรับกำเนิดกระบวนการเคลื่อนที่ของหุ่นยนต์

1.3 สมมติฐานของการศึกษา

กระบวนการอลวน มีหลากหลายรูปแบบ [7]-[34] ที่นอกเหนือจาก[1] โดยรูปแบบความอลวนทั้งหมดนั้นมีปริมาณความเป็นอลวนที่แตกต่างกันไป จากรูปแบบและปริมาณความเป็นอลวนที่แตกต่างกัน จะที่ส่งผลให้รูปแบบเส้นทางการเคลื่อนที่บนระนาบ 2 มิติ แตกต่างกันไปด้วย สมมติฐานนี้ สมมติว่ามีเส้นทางการเคลื่อนที่บนระนาบ 2 มิติ ที่ครอบคลุมพื้นที่มากกว่าแบบ [1] ซึ่งมีผู้นำเสนอในอดีต

1.4 ทฤษฎีหรือแนวความคิดที่ใช้ในงานวิจัย

วิทยานิพนธ์นี้ ศึกษา จำลองการเคลื่อนที่จากสมการของรูปแบบความอลวนทางคอมพิวเตอร์ทางโปรแกรมคอมพิวเตอร์[7]-[34] รวมทั้งทำการทดลอง โดยอาศัยทฤษฎีอลวน[7]-[34] และ Lyapunov Exponent เพื่อเก็บเป็นข้อมูล เป็นหลักเกณฑ์ในการเลือกใช้ รูปแบบสัญญาณอลวนกับ โจทย์วิจัยงาน จนได้สรุปเลือกใช้รูปแบบกระบวนการอลวนของ Chua

1.5 ขอบเขตการวิจัย

งานวิจัยนี้จำกัดการการสร้างเส้นทางการเคลื่อนที่แบบอลวนสำหรับหุ่นยนต์สองล้อบนพื้นที่เรียบในระนาบ 2 มิติเท่านั้น

1.6 ขั้นตอนการศึกษา

เริ่มโดยการศึกษาค้นคว้าทฤษฎีอลวน จำลองสมการอลวนทุกรูปแบบในทั้ง 2 ลักษณะ ศึกษา ค้นคว้าทฤษฎี หาค่า วัดค่า ในเรื่องดัชนีการวัดค่าความเป็นภาวะอลวน จากนั้นทดลองนำสมการ

อลวนมาปรับเปลี่ยนสัมประสิทธิ์โดยยังคงคุณสมบัติยังคงความเป็นอลวน พร้อมบันทึกปริมาณความอลวน ทดลองสร้างเส้นทางการเคลื่อนที่บนพื้นที่เรียบระนาบ 2 มิติ ด้วยคอมพิวเตอร์เปรียบเทียบกับเส้นทางการเคลื่อนที่ของรูปแบบความอลวนใน [1] และนำสมการอลวนที่ได้จำลองด้วยคอมพิวเตอร์ ที่ดีกว่าสมการ [1] และสมการอลวน [1] ประยุกต์กับโปรแกรมไมโครคอนโทรลเลอร์เพื่อใช้เป็นเส้นทางการเคลื่อนที่ให้กับหุ่นยนต์สองล้อ ทั้งนี้ได้มีการศึกษาถึงทฤษฎีระบบควบคุมเพื่อการควบคุมความเร็วและควบคุมตำแหน่ง ในการเคลื่อนที่ของหุ่นยนต์อลวนควบคู่ไปด้วย

บทที่ 2

ความเป็นมาของงานวิจัย

2.1 บทนำ

บทนี้กล่าวถึงงานวิจัยหลักในอดีตที่เป็นแรงจูงใจและแนวทางในงานวิจัยนี้ โดยได้ศึกษา ค้นคว้าจากงานวิจัย[1] ที่ได้กล่าวถึงการสร้าง การกำหนดเส้นทางการเคลื่อนที่แบบอลวนโดยมี ลักษณะเส้นทางที่ไร้ขอบเขตให้แก่หุ่นยนต์ที่จำเป็นต้องเคลื่อนที่เข้าไปในพื้นที่ ที่ไม่มีการจดจำ แผนที่ของพื้นที่ดังกล่าว โดยเส้นทางการเคลื่อนที่ได้ถูกกำหนดขึ้นจากตัวกำเนิดแบบอลวนของ Arnold

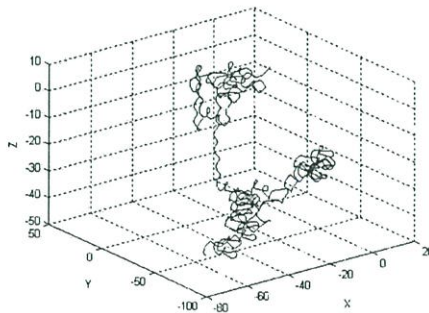
ผู้วิจัยจึงเกิดความสนใจในแนวคิด แนวศึกษา แนววิจัย ที่ใช้ความรู้ในทฤษฎีอลวนและหาตัว กำเนิดความอลวนหลายๆแบบที่แตกต่างจากงานใน[1] เพื่อมาจำลอง เปรียบเทียบและสร้างเส้นทางการเคลื่อนที่ให้แก่หุ่นยนต์

2.1.1 สมการของ Arnold

สมการอนวลของ Arnold มีรูปสมการเชิงคณิตศาสตร์บรรยายได้เป็น

$$\begin{aligned}\frac{dx}{dt} &= a \sin z + c \cos y \\ \frac{dy}{dt} &= b \sin x + a \cos z \\ \frac{dz}{dt} &= c \sin y + b \cos x\end{aligned}\tag{2.1}$$

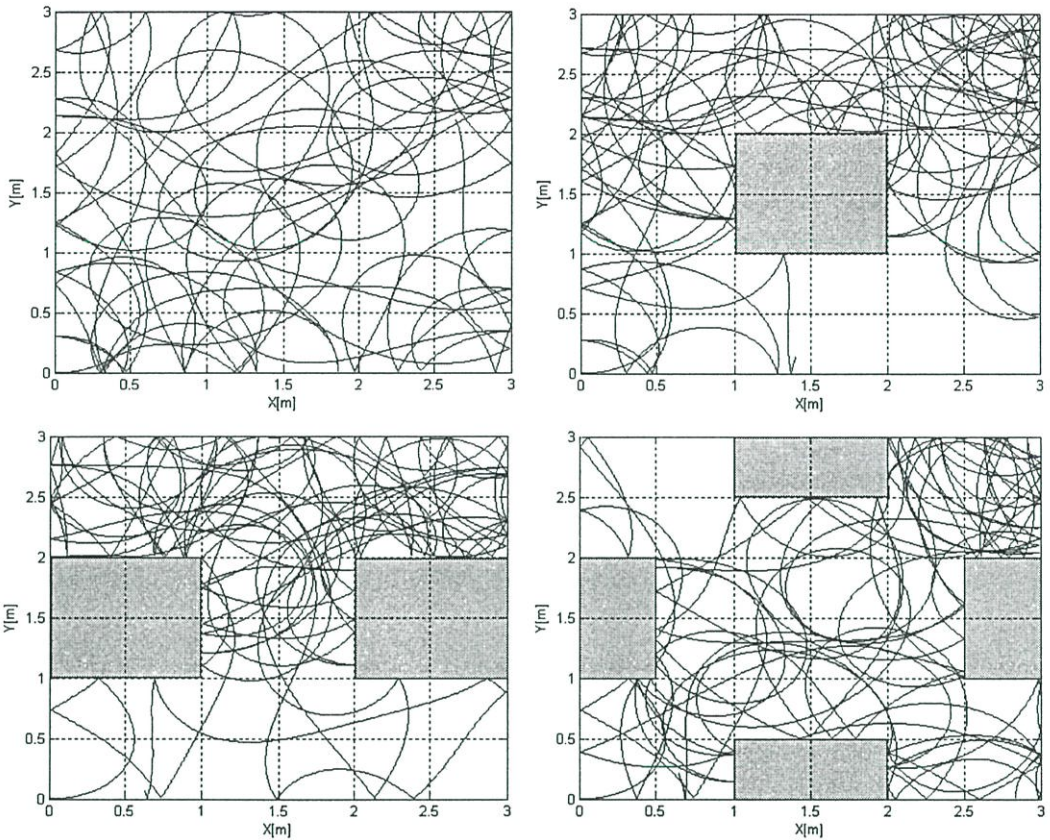
โดยที่ $x_0, y_0, z_0 = [4, 3.5, 0]$ และ $a, b, c = [0.27, 0.135, 0.135]$



รูปที่ 2.1 พฤติกรรมอลวนของ Arnold

สมการหุ่นยนต์สองล้อ(2.2) ใช้แปลงเส้นทางการโคจรใน 3 มิติ ลงสู่ระนาบ 2 มิติแสดงได้เป็น

$$\begin{aligned}\dot{x} &= v \cos(\theta) \\ \dot{y} &= v \sin(\theta) \\ \dot{\theta} &= \omega\end{aligned}\tag{2.2}$$



รูปที่ 2.2 เส้นทางการเคลื่อนที่จำลองโดยคอมพิวเตอร์

ในงานวิจัยนี้ได้มีการนำระบบอลวนอื่นจำนวน 28 ระบบมาทำจำลองและเปรียบเทียบเพื่อหา ระบบที่สามารถสร้างเส้นทางให้ได้ครอบคลุมพื้นที่การเคลื่อนที่ได้มากที่สุด

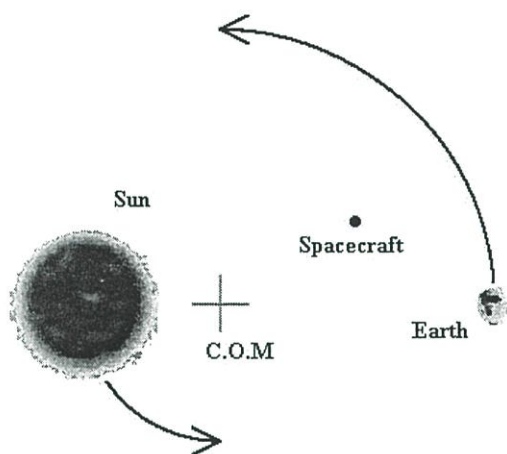
สำหรับทฤษฎีพื้นฐานที่ใช้ในงานวิจัย คือ สมการเชิงอนุพันธ์ รูปแบบพฤติกรรมของสมการ แสดงในภาคผนวก ก.

2.2 ทฤษฎีโกลวน

ต้นกำเนิดของคำว่าโกลวน (CHAOS) มาจากคำว่า CHASKEN ในภาษากรีกโบราณหมายถึง ความเว้งว้าง ปากหลุมที่เปิดกว้าง โดยอ้างถึงความว่างเปล่าในจักรวาลยุคก่อนที่จะมีสิ่งต่างๆเกิดขึ้นมา

2.2.1 ปัญหาการโคจร N วัตถุ (N-Body Problem)

หลังจากเกิดดาวเคราะห์ ดาวบริวารมากมายที่มีการโคจร ดึงดูดกันและกันขึ้นมาในจักรวาล นักวิทยาศาสตร์ได้พยายามหารูปแบบทางคณิตศาสตร์ที่แน่นอน เพื่ออำนวยความสะดวกต่อการพยากรณ์ถึงตำแหน่ง รูปแบบเส้นทางการโคจรและผลเฉลยต่างๆที่แน่นอนของการโคจรของวัตถุจำนวนมาก (N-Body; N-Objects) ที่โคจรในพื้นที่ว่างเปล่าหลายมิติ โดยมีค่าเงื่อนไขเริ่มต้นจากแรงดึงดูดตามมวลของวัตถุ จุดเริ่มต้นของวัตถุและความเร็วของวัตถุ



รูปที่ 2.3 การโคจรของ 2 วัตถุ พระอาทิตย์และโลก

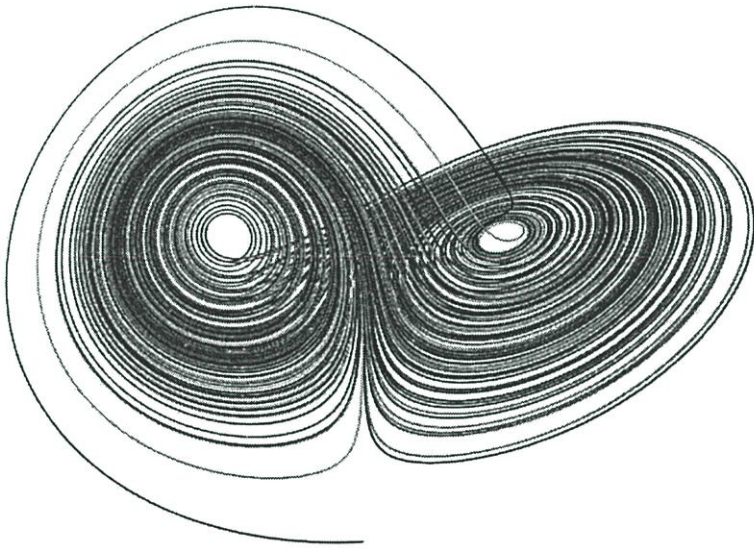
ในปัญหา 1 วัตถุและ 2 วัตถุ ได้ถูกแก้ไขหาผลเฉลยให้กระจ่างได้โดยกฎแรงดึงดูดของนิวตัน แต่ 3 วัตถุขึ้นไปดังรูปที่ 2.3 ยังหาผลเฉลยที่แน่นอนไม่ได้มาจนถึงปัจจุบัน ในช่วงการแก้ไขปัญหานักคณิตศาสตร์ชาวฝรั่งเศส HENRI POINCARÉ (1854-1912) ได้นำเสนอเครื่องมือช่วยวิเคราะห์การโคจรที่เรียกว่าแผนภาพ Poincaré (1889) โดยแผนภาพ Poincaré ได้นำมาใช้และมีประโยชน์ต่อทฤษฎีโกลวน เพื่อสังเกตเส้นทางโคจรของสมการต่างๆ

2.2.2 ผลกระทบผีเสื้อกระพือปีก (Butterfly Effect)

ในปี ค.ศ.1961 นักอุตุนิยมวิทยาชื่อ EDWARD LORENZ รูปที่ 2.4 ได้ทำการเปลี่ยนค่าเริ่มต้นของการจำลองสภาพอากาศโดยคอมพิวเตอร์ ผลที่ได้ออกมาจากการจำลองมีรูปแบบลักษณะคล้ายปีกผีเสื้อมีขอบเขตแต่เส้นทางการโคจรของสัญญาณไม่มีการซ้ำแบบหรือรอยเดิม จึงให้ชื่อว่า Lorenz Attractor รูปที่ 2.5 และเป็นต้นกำเนิดของทฤษฎีโกลวนให้ศึกษากันต่อมา



រូបថត 2.4 Edward Lorenz



រូបថត 2.5 Butterfly Effect

2.3 ความอลวน (CHAOS)

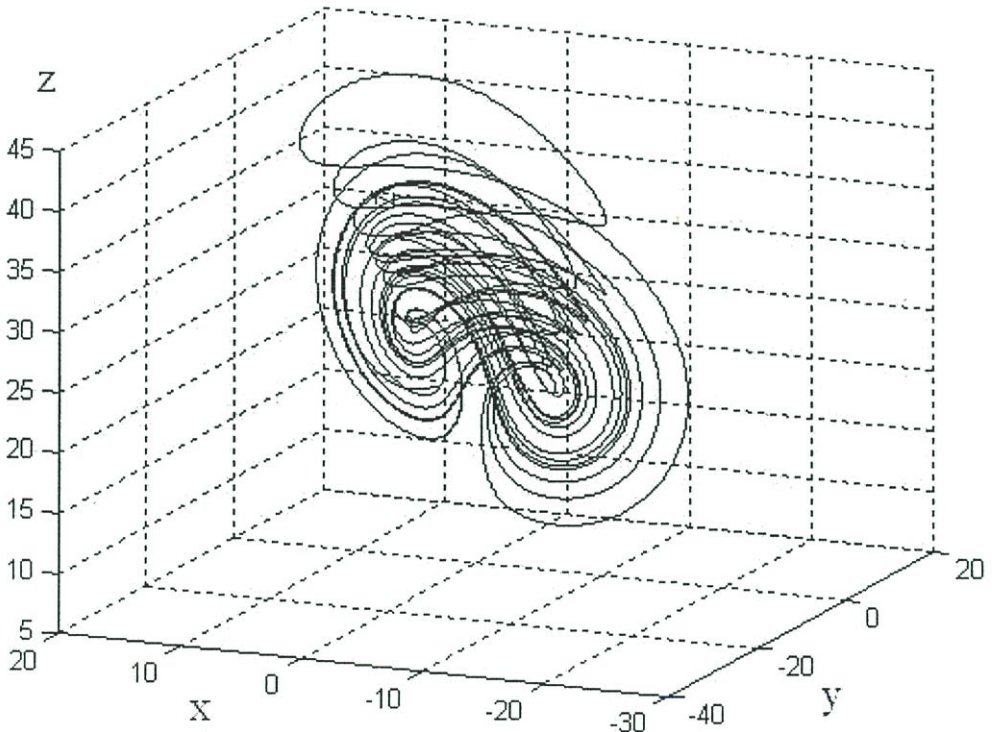
ปัจจัยกำหนดพฤติกรรมของระบบอลวนมี 3 ส่วนหลักดังนี้คือ

1. รูปแบบสมการเชิงพลศาสตร์ของขึ้นกับเวลา
2. ค่าสัมประสิทธิ์ของสมการระบบ (จะมีผลต่อระบบมากเพื่อเกิดพฤติกรรมอลวน)
3. ค่าเงื่อนไขเริ่มต้นของสมการระบบ (มีผลต่อการโคจรของพฤติกรรมอลวน)

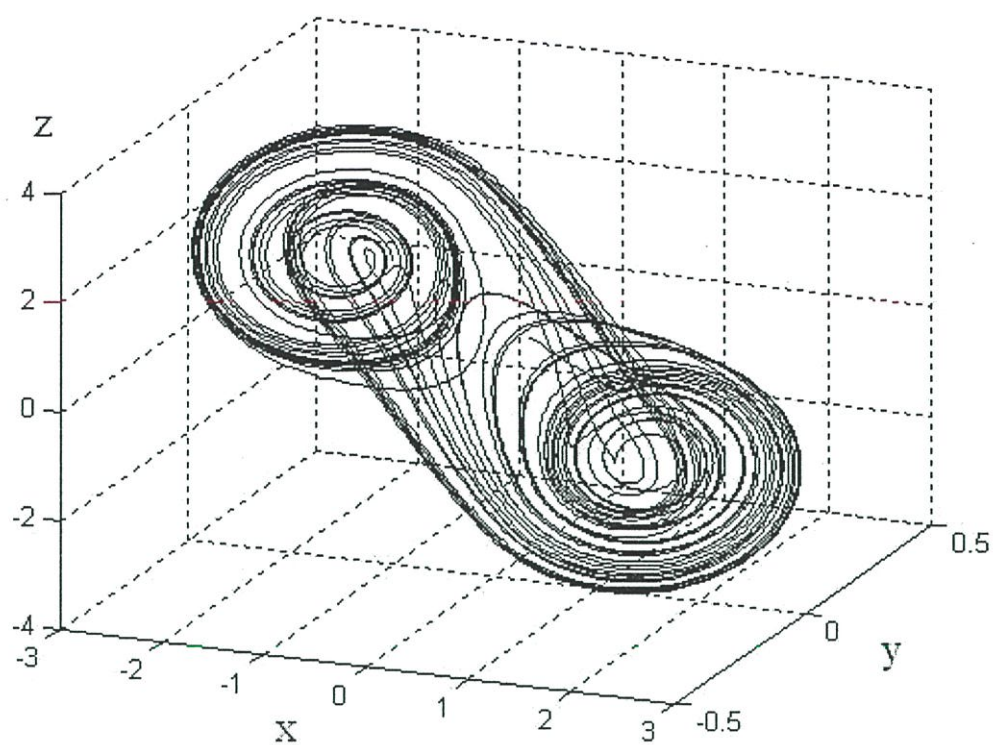
รูปแบบพฤติกรรมอลวนมี 2 แบบคือ

1. แบบมีขอบเขต
2. แบบไม่มีขอบเขต

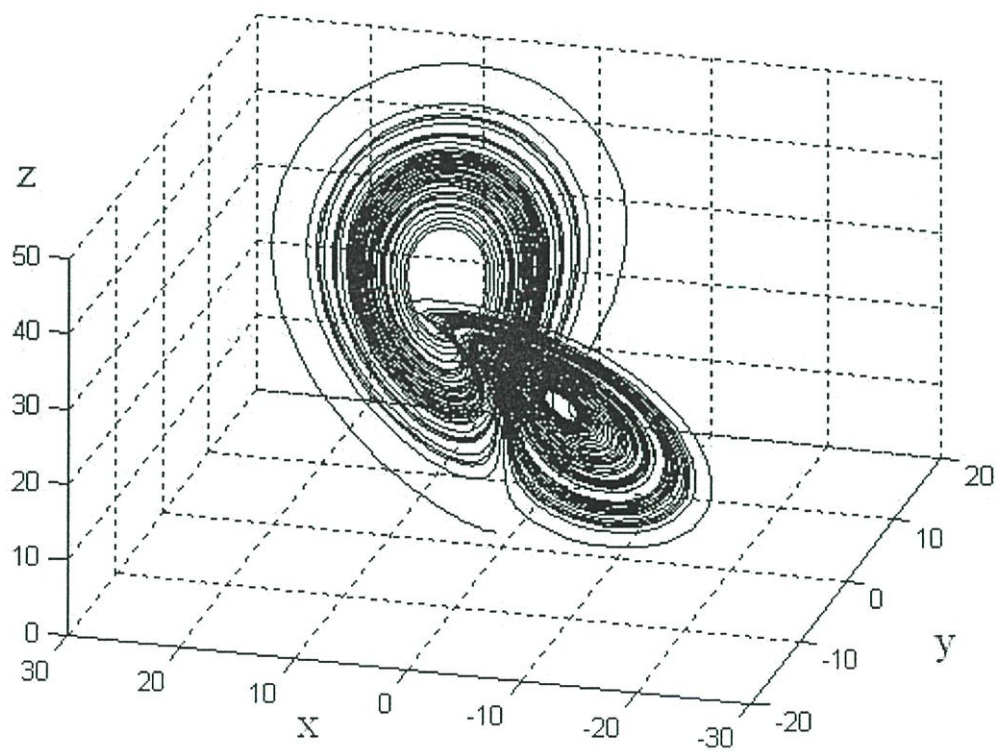
แบบมีขอบเขตคือพฤติกรรมอลวนจะมีการเกิดของจุดใหม่ที่เกาะกลุ่มไม่กระจัดกระจาย สามารถระบุขอบเขตได้อย่างชัดเจน อาทิเช่น พฤติกรรมอลวนของ Chen พฤติกรรมอลวนของ Chua พฤติกรรมอลวนของ Lorenz พฤติกรรมอลวนของ Rossler และ พฤติกรรมอลวนของ Sprott เป็นต้น ดังแสดงพฤติกรรมดังกล่าวในรูปที่ 2.6 ถึง รูปที่ 2.10



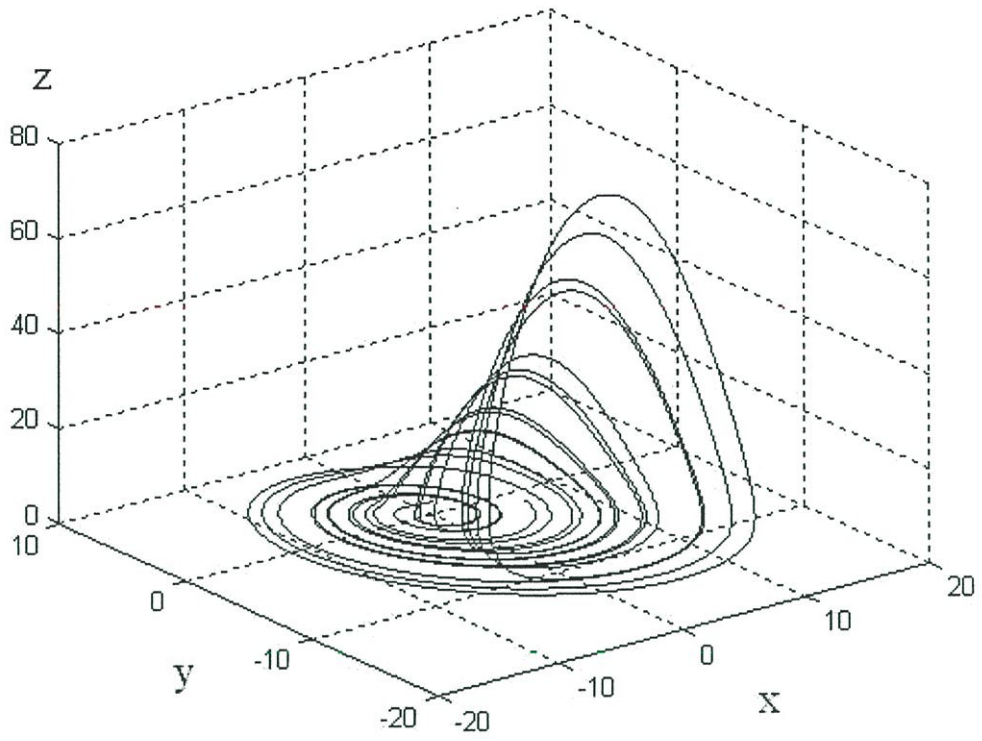
รูปที่ 2.6 พฤติกรรมอลวนของ Chen



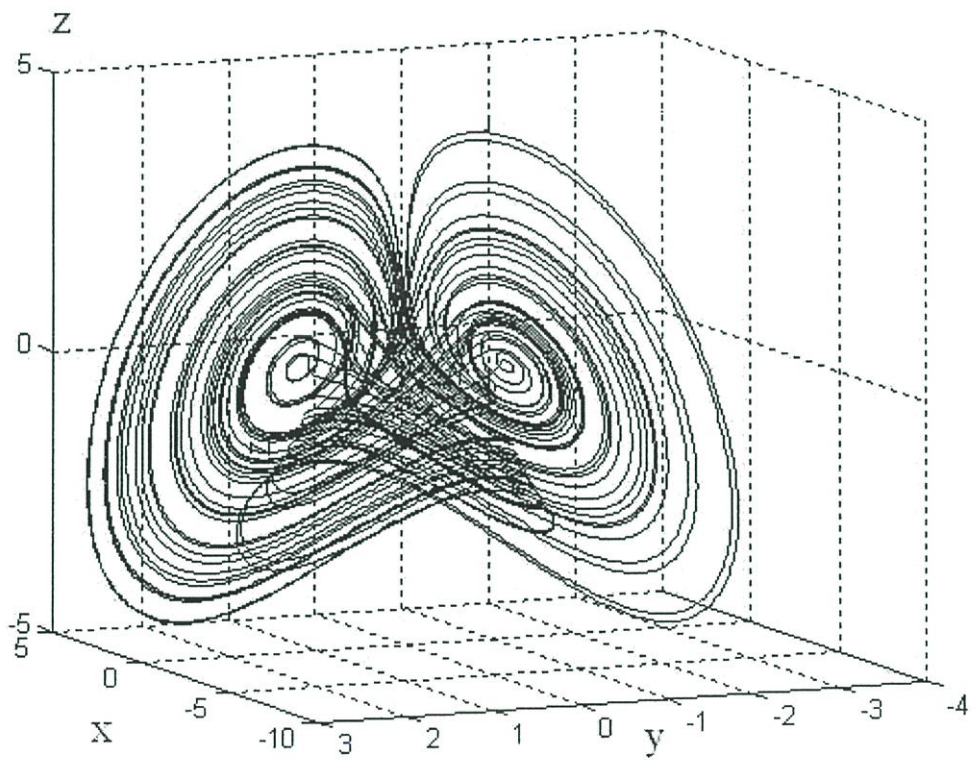
รูปที่ 2.7 พฤติกรรมอลวนของChua



รูปที่ 2.8 พฤติกรรมอลวนของ Lorenz

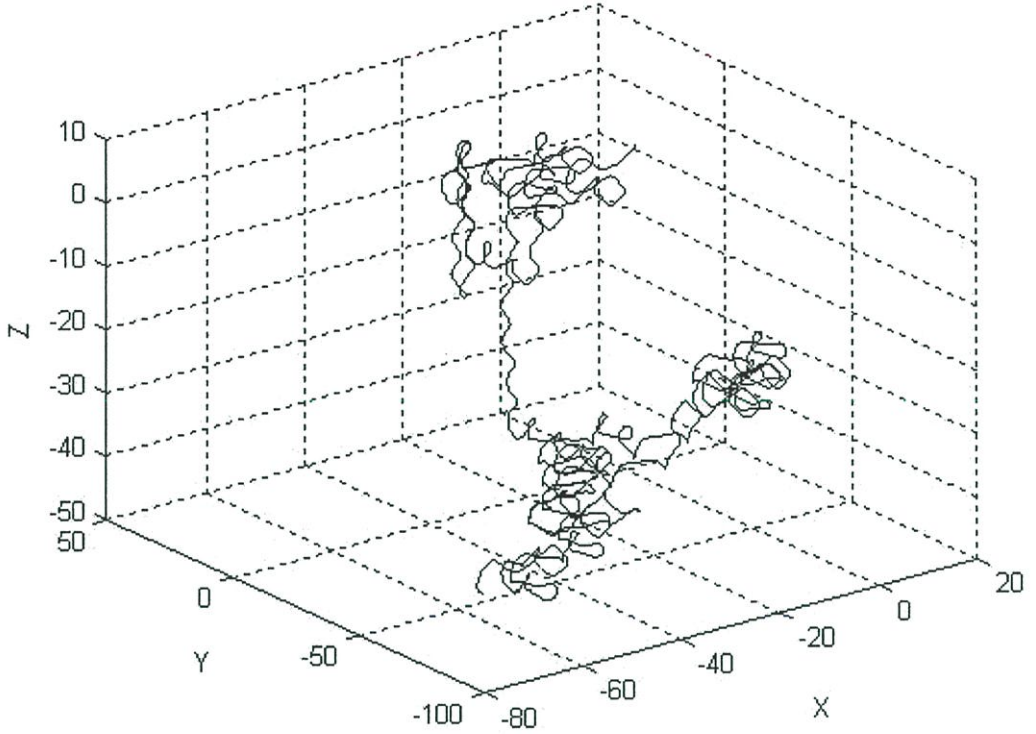


รูปที่ 2.9 พฤติกรรมอลวนของ Rossler

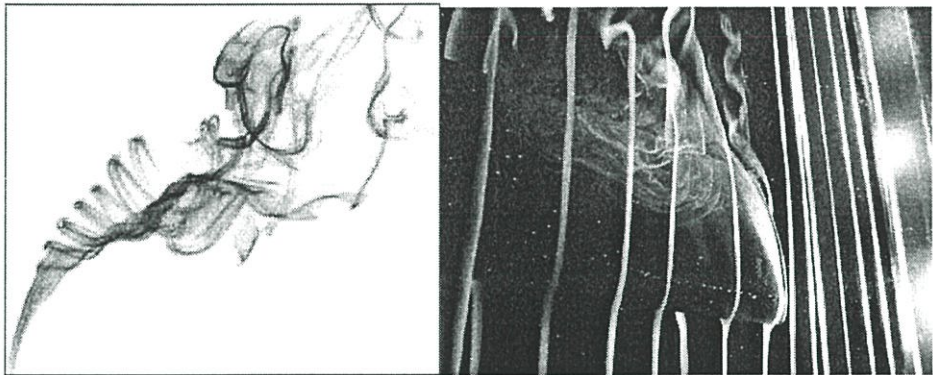


รูปที่ 2.10 พฤติกรรมอลวนของ Sprott

ส่วนพฤติกรรมแบบไม่มีขอบเขตคือพฤติกรรมอลวนจะมีการการเกิดของจุดใหม่ที่ไม่เกาะกลุ่ม
 กระจัดกระจาย ไม่สามารถระบุขอบเขตได้อย่างชัดเจน อาทิเช่นพฤติกรรมอลวนของ Arnold โดยมี
 พฤติกรรมอลวนที่คล้ายควันไฟ คั่นรูป และ พฤติกรรมอลวนของของไหล ฯลฯ ดังรูปที่ 2.11 ถึง
 รูปที่ 2.12



รูปที่ 2.11 พฤติกรรมอลวนของ Arnold



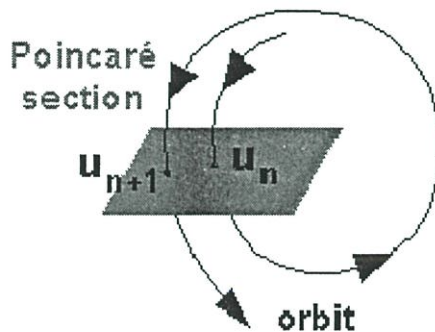
รูปที่ 2.12 ควันไฟ

2.4 เครื่องมือวัดความอลวน

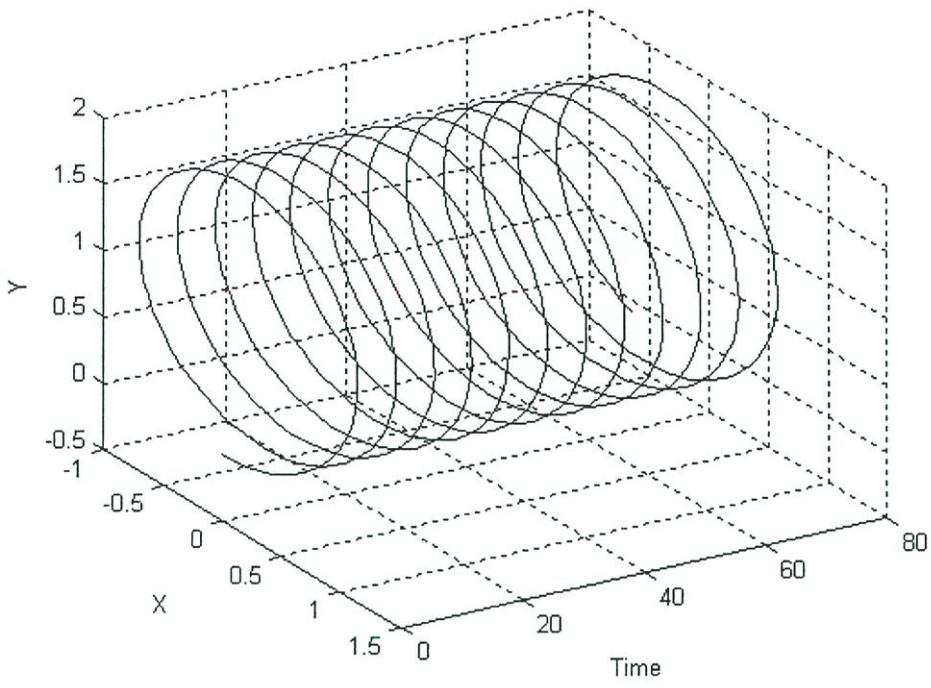
2.4.1 แผนภาพ Poincare เป็นแผนภาพสองมิติแสดงจุดของเส้นทางการโคจรตัดผ่านที่มีแกนประกอบเป็น X - Y วางอยู่ตำแหน่ง ณ Z ใดๆ, X - Z วางอยู่ตำแหน่ง ณ Y ใดๆหรือ Y - Z วางอยู่ตำแหน่ง ณ X ใดๆก็ได้เสนอโดย Poincare (ดูรูปที่ 2.13) ในปี ค.ศ.1889 ดังตัวอย่างแสดงดังรูปที่ 2.14 ถึงรูปที่ 2.20 โดยรูปที่ 2.16 แสดงภาพจุดตัดแกนของ Poincare ของสมการวงกลมซึ่งพฤติกรรมไม่ใช่แบบอลวนดังนั้นภาพตัดแกนจึงเห็นเป็นจุดเดี่ยว ส่วนในรูปที่ 2.18 ถึงรูปที่ 2.20 แสดงภาพจุดตัดแกนของ Poincare ของ Lorenz ที่มีพฤติกรรมแบบอลวนจึงมีจุดตัดแกนหลายจุดดังที่แสดงให้ดู



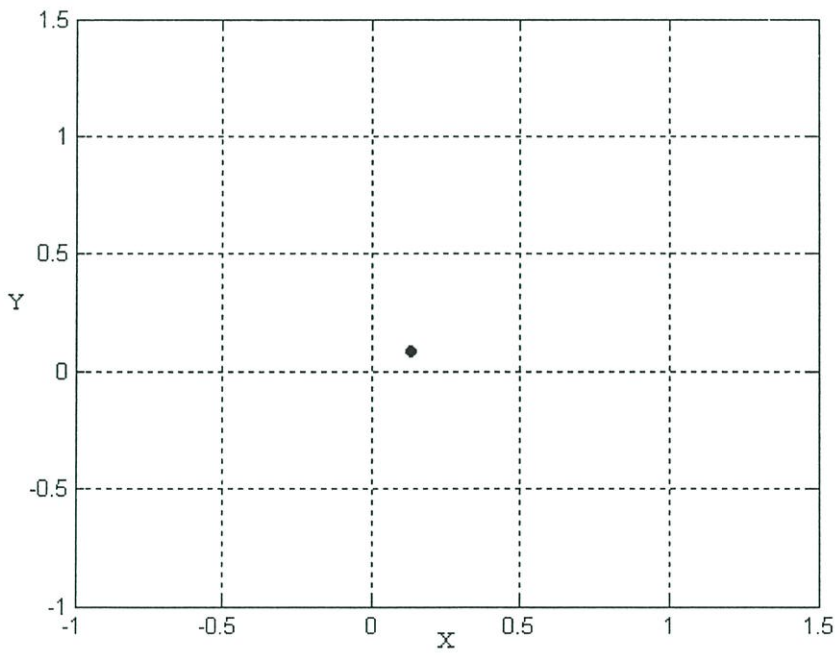
รูปที่ 2.13 Jules Henri Poincaré



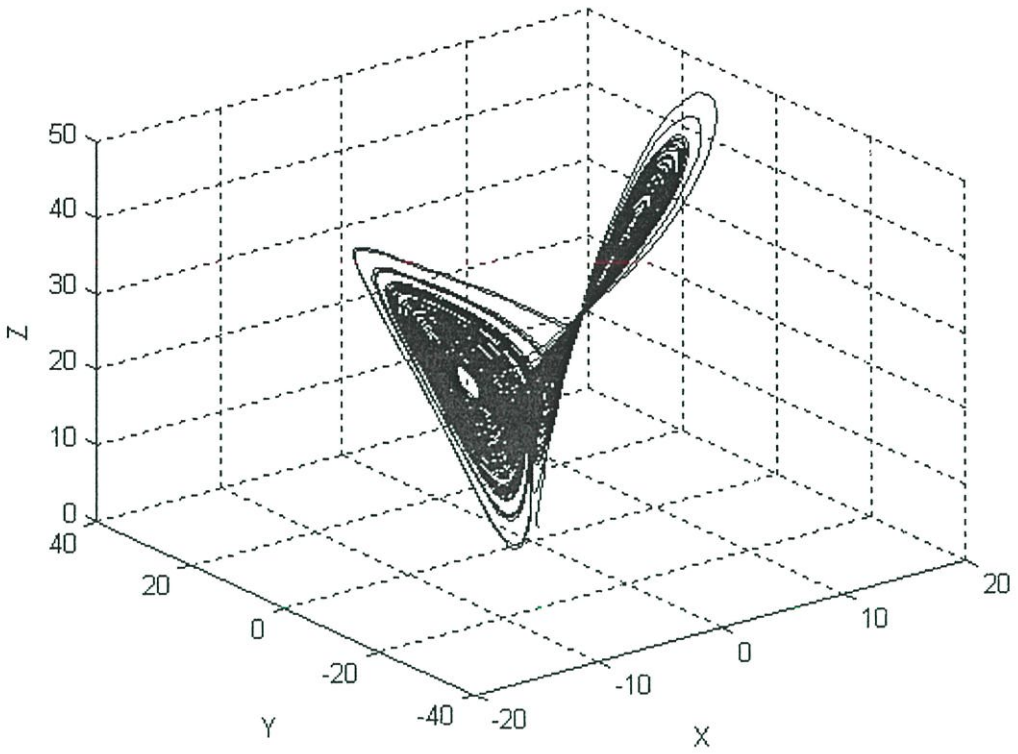
รูปที่ 2.14 จุดตัดแกน Poincaré



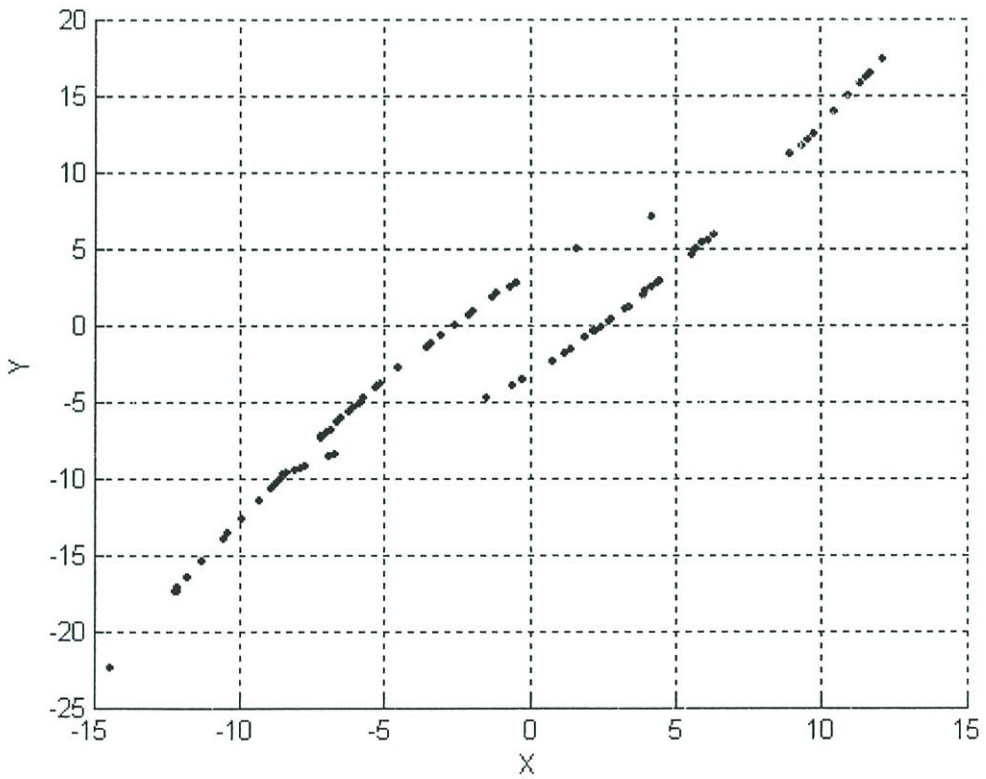
รูปที่ 2.15 พฤติกรรมของระบบวงกลม



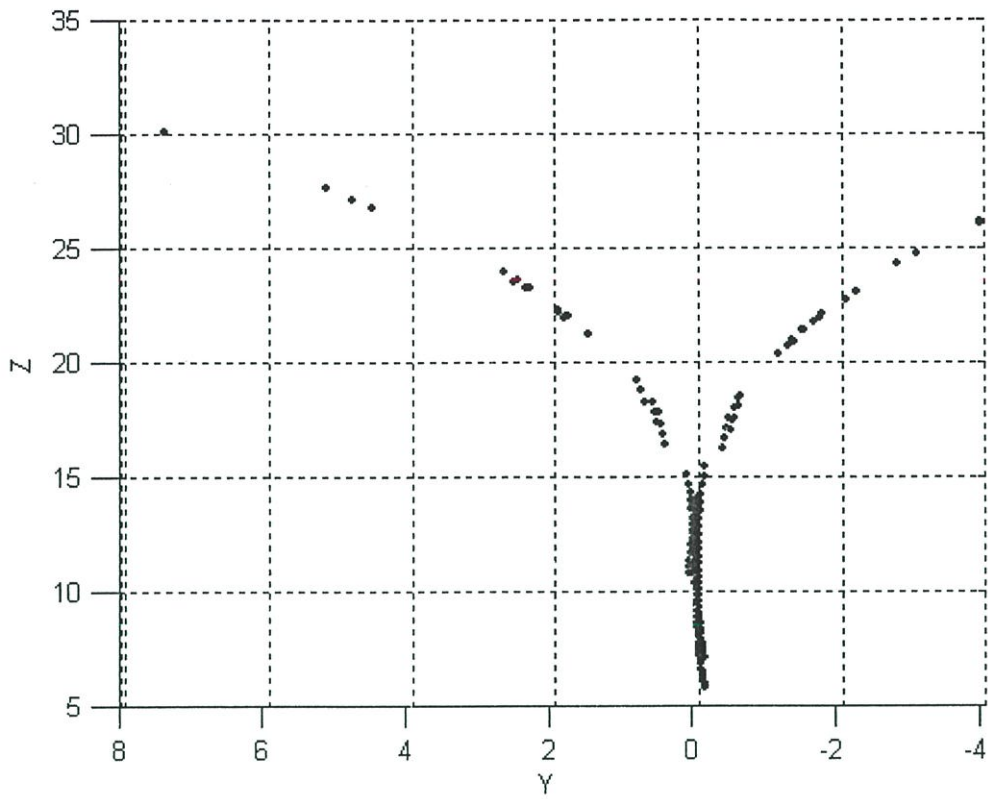
รูปที่ 2.16 แผนภาพ Poincare ที่ Iteration Time = 20



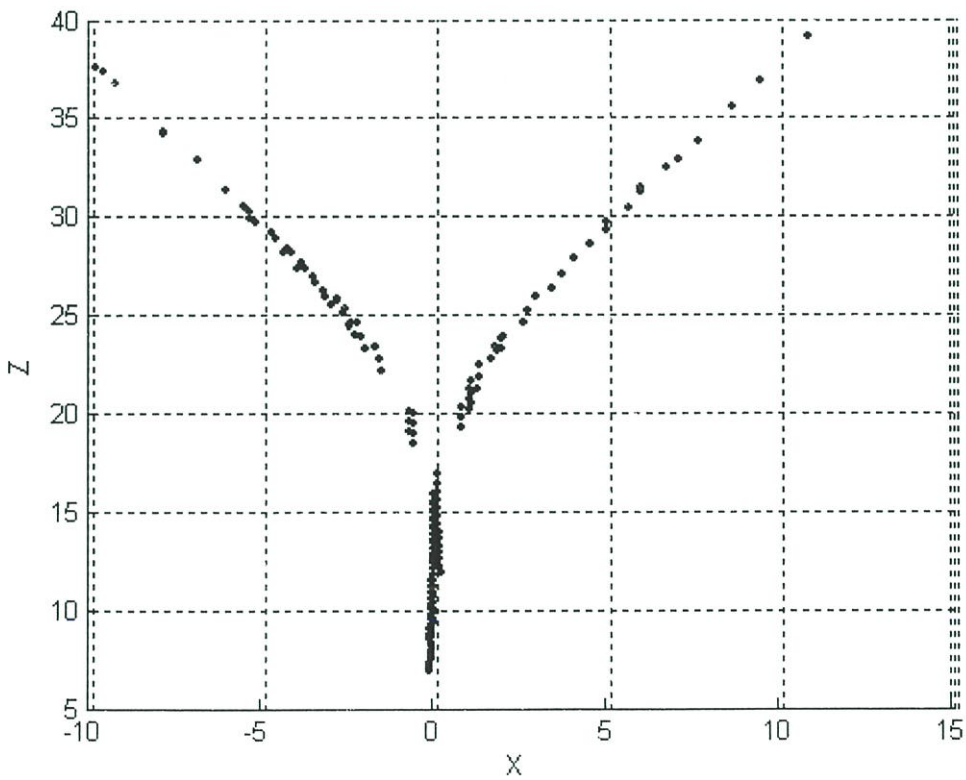
รูปที่ 2.17 สามมิติของ Lorenz



รูปที่ 2.18 แผนภาพ Poincare ระนาบ X-Y ที่ $Z = 25$

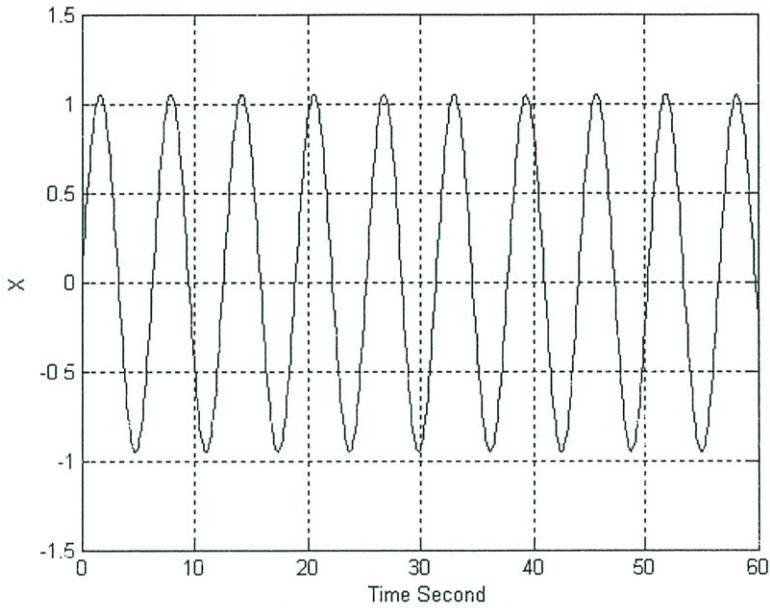


รูปที่ 2.19 แผนภาพ Poincare ระนาบ Y-Z ที่ $X=0$

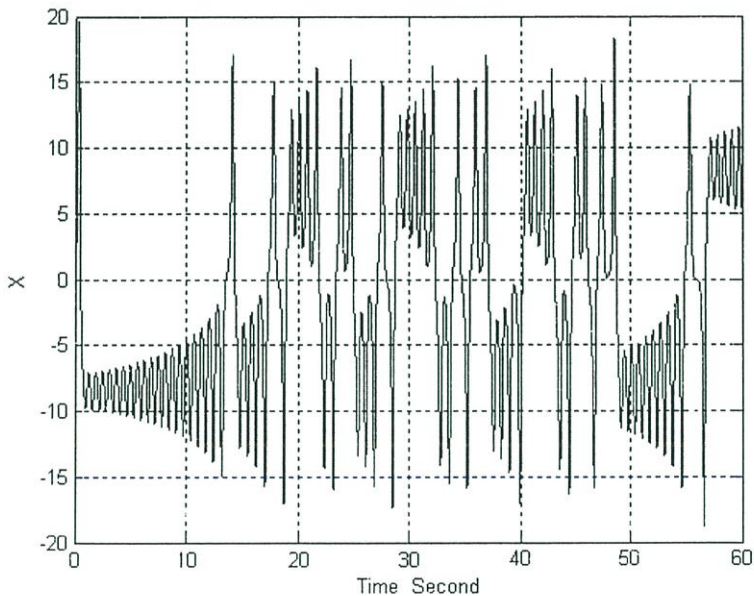


รูปที่ 2.20 แผนภาพ Poincare ระนาบ X-Z ที่ $Y=0$

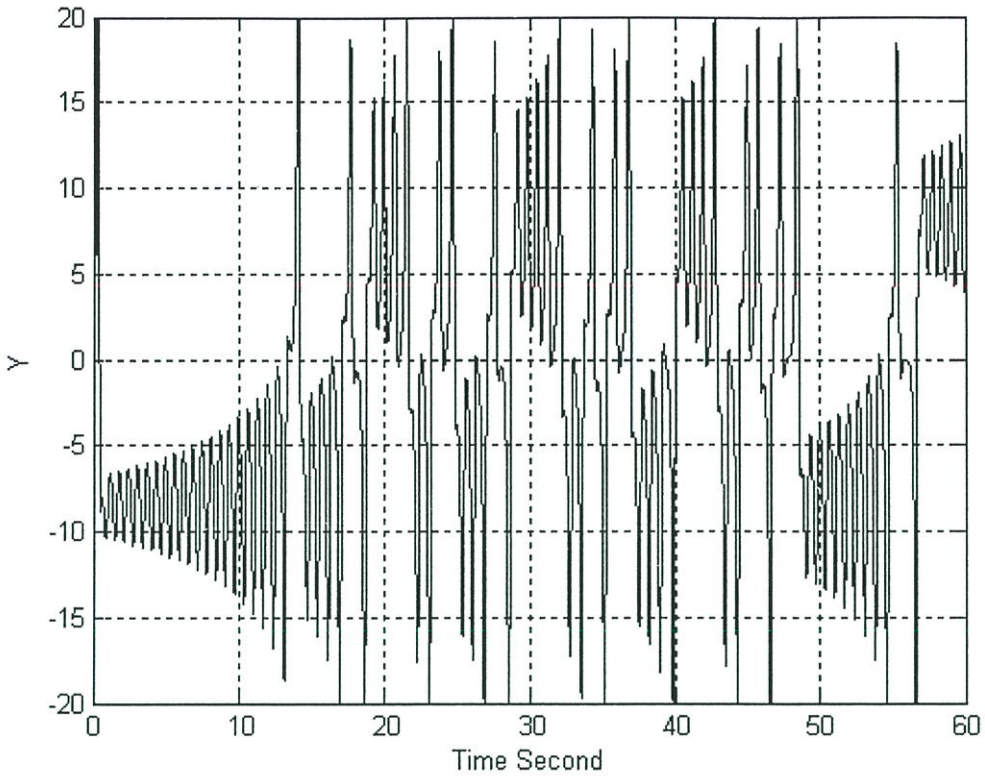
2.4.2 อนุกรมเวลาและอำพัน(Time series and Amplitude) แผนภาพอนุกรมเวลาและอำพัน เป็นแผนภาพในระบบสองมิติเพื่อสังเกตพฤติกรรมการเกิดของระบบทางด้านความถี่และการเกิดระดับสัญญาณดังตัวอย่างแสดงดังรูปที่ 2.21 ถึงรูปที่ 2.24 โดยในรูปที่ 2.21 คือภาพอนุกรมเวลาและอำพันของสัญญาณ Sine ที่พฤติกรรมไม่ใช่แบบอลวน และในรูปที่ 2.22 ถึงรูปที่ 2.24 คือภาพอนุกรมเวลาและอำพันในแกน X,Y และ Z ของ Lorenz ตามลำดับโดยพฤติกรรมมีการเปลี่ยนแปลงทางความถี่และอำพันตลอดพฤติกรรมนี้เรียกว่าพฤติกรรมอลวน



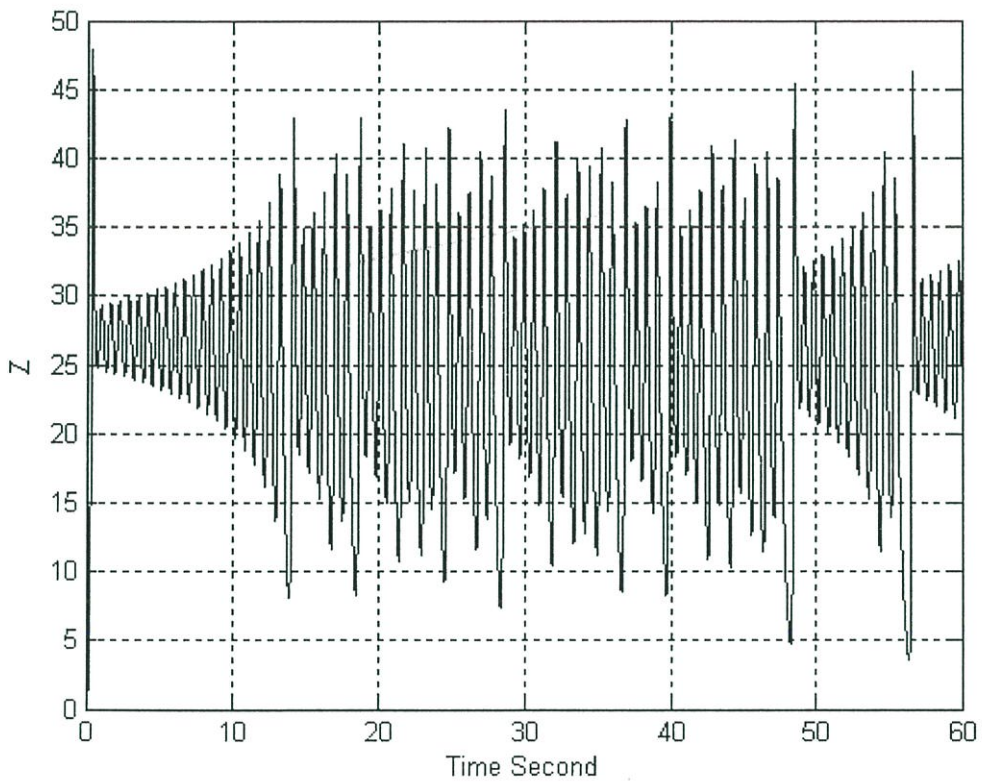
รูปที่ 2.21 สัญญาณรูปคลื่นSine



รูปที่ 2.22 แกน X ของพฤติกรรมอลวนของ Lorenz

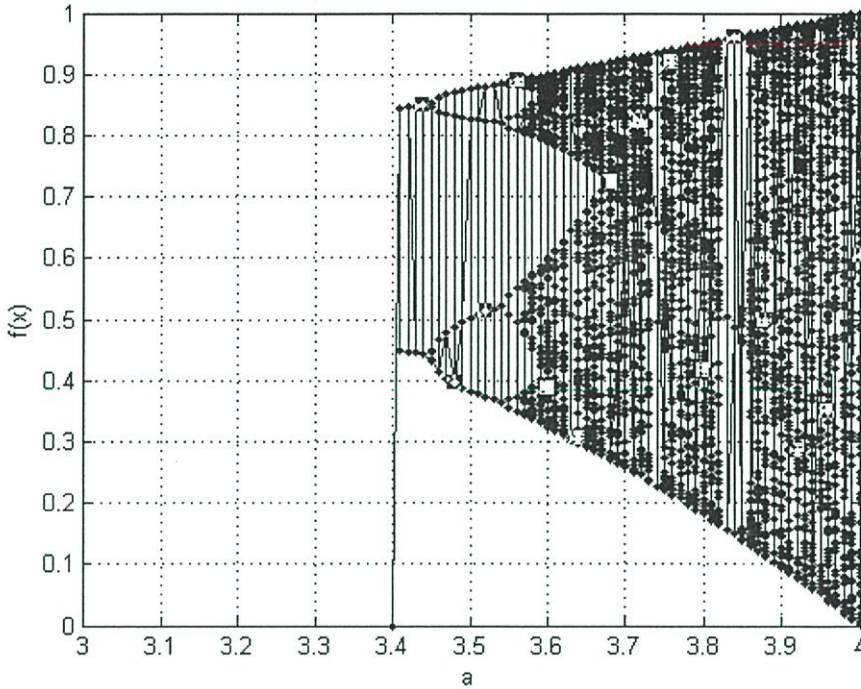


รูปที่ 2.23 แกน Y ของพฤติกรรมอลวนของ Lorenz

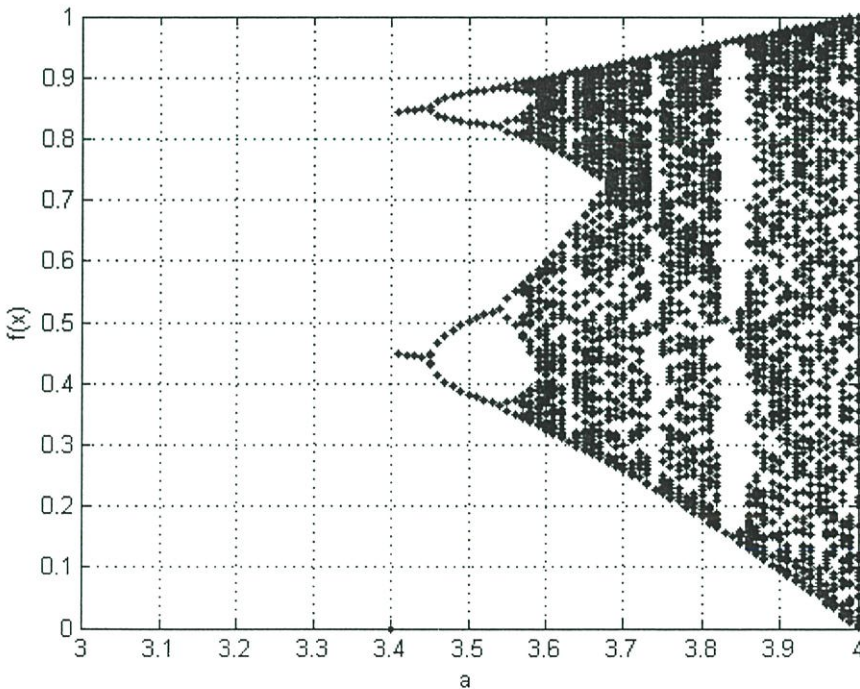


รูปที่ 2.24 แกน Z ของพฤติกรรมอลวนของ Lorenz

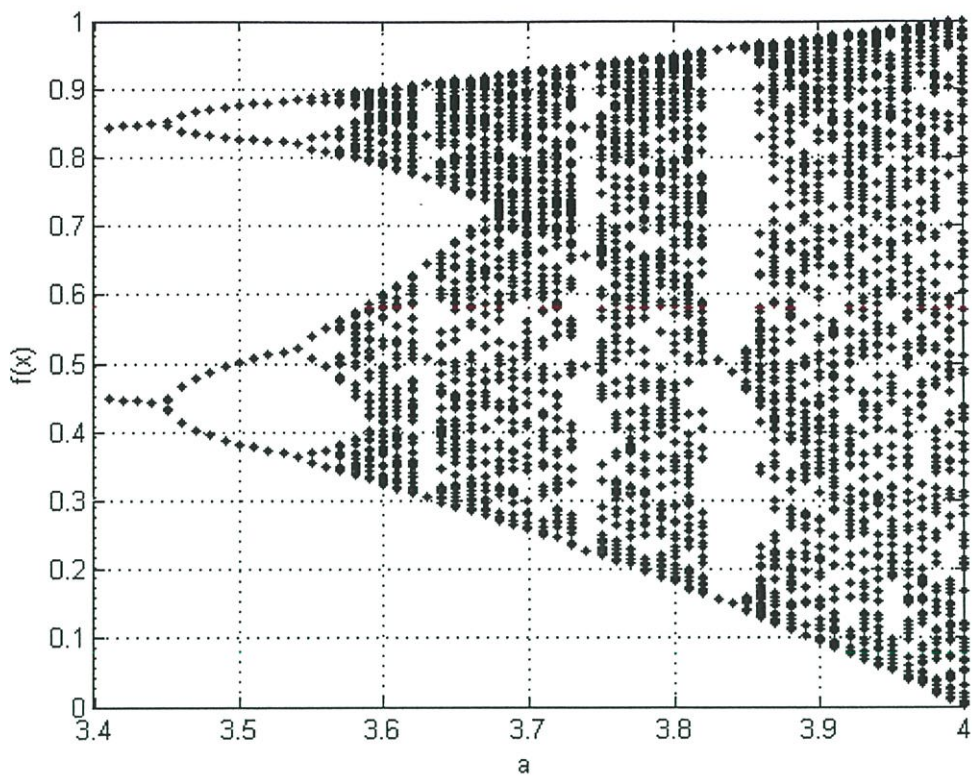
2.4.3 Bifurcation เป็นแผนภาพสองมิติเพื่อสังเกตพฤติกรรมการเกิดค่าผลเฉลยของระบบว่าคงเดิม ค่าเดิม คงที่ หรือเปลี่ยนแปลงเล็กน้อยเพียงใดเมื่อค่าสัมประสิทธิ์ของระบบเปลี่ยนไป ตัวอย่างแสดงดังรูปที่ 2.25 ถึงรูปที่ 2.28 เมื่อสมการ Logistic มีค่าสัมประสิทธิ์ a ตั้งแต่ 3.4 ถึง 4 ระบบจะให้ค่าผลเฉลยออกเป็น 2 ค่าขึ้นไปสภาวะการเกิดแบบนี้เรียกว่าสภาวะอลวน



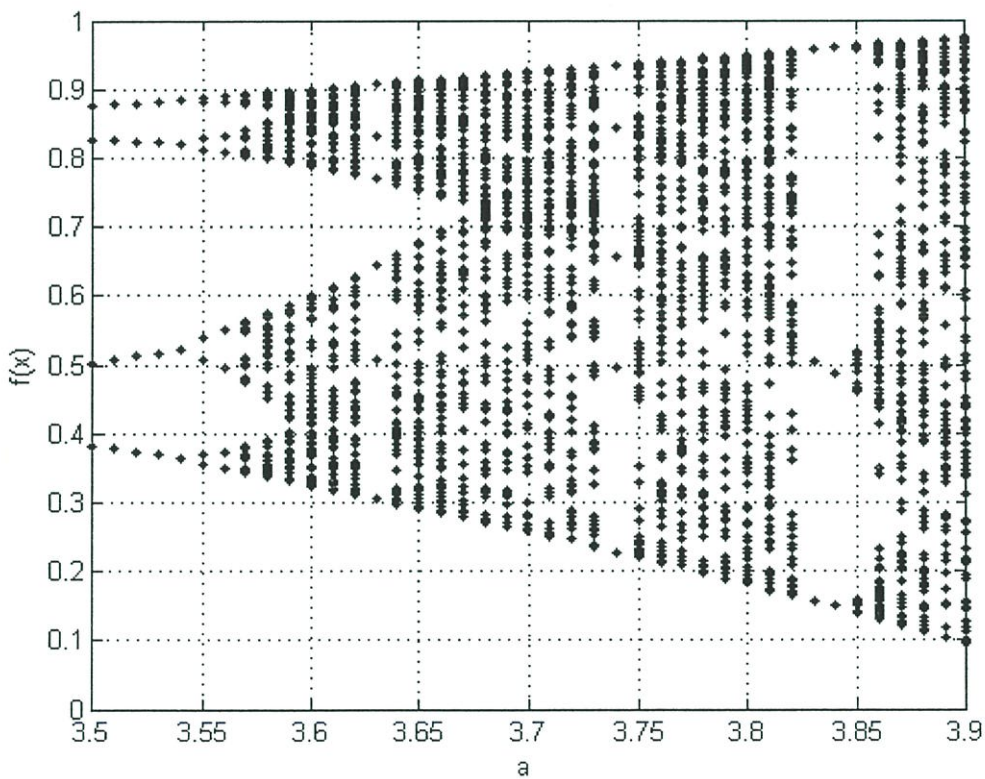
รูปที่ 2.25 สมการ Logistic $f(x) = ax(1-x)$



รูปที่ 2.26 สมการ Logistic $f(x) = ax(1-x)$



รูปที่ 2.27 สมการ Logistic $f(x) = ax(1-x)$



รูปที่ 2.28 สมการ Logistic $f(x) = ax(1-x)$

2.4.4 Lyapunov Exponent เป็นดัชนีระบุการลู่เข้าลู่ออกของระบบหลังกำหนดค่าสัมประสิทธิ์ค่าเงื่อนไขเริ่มต้น และทำงานไปในเวลาหนึ่งโดยแสดงได้ในรูปสมการเชิงคณิตศาสตร์ดังสมการที่ (2.3) ซึ่งได้คิดค้นขึ้น โดย Alexander Mikhailovich Lyapunov ดังรูปที่ 2.29



รูปที่ 2.29 Alexander Mikhailovich Lyapunov

$$\lambda = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} \sum_{i=0}^n \log_e |f'(x_i)| \quad (2.3)$$

ตารางที่ 2.1 ลักษณะพฤติกรรมของระบบจากค่า Lyapunov exponent

มิติ	ค่าของ Lyapunov exponent			พฤติกรรม
	λ_1	λ_2	λ_3	
One-Dimension Map	-			Periodic Orbit
	0			Fixed Point
	+			Chaotic
Two-Dimension Map	-	-		Fixed Point
	0	+		Limit Cycle
	+	-		Chaotic
Three-Dimension Map	-	-	-	Fixed Point
	0	-	-	Limit Cycle
	0	0	-	Quasi-Periodic Tours
	+	0	-	Chaotic
Higher Dimension	(0, 0, 0, - ...)			3-toure
	(+, +, 0, - ...)			Hyper chaos

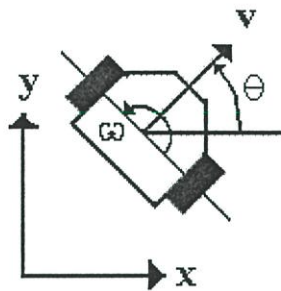
2.4.5 ดัชนีชี้วัดการครอบคลุมเส้นทางโคจร

พิจารณาสมการหุ่นยนต์สองล้อในรูปที่ 2.30 ใช้แปลงเส้นทางโคจรใน 3 มิติ ลงสู่ระนาบ 2 มิติ

$$\begin{aligned} \dot{x} &= v \cos(\theta) \\ \dot{y} &= v \sin(\theta) \\ \dot{\theta} &= \omega \end{aligned} \quad (2.4)$$

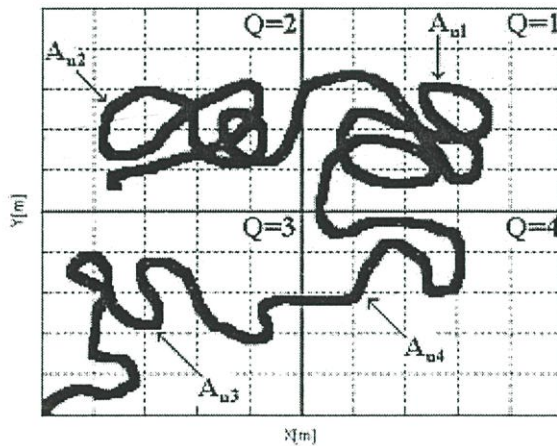
กำหนดให้ v เป็นความเร็วของหุ่นยนต์มีหน่วยเป็นเมตรต่อวินาที

ω เป็นความเร็วเชิงมุมมีหน่วยเป็นเรเดียนต่อวินาที



รูปที่ 2.30 ลักษณะของหุ่นยนต์ที่ใช้ในงานวิจัย

สำหรับวิธีการหาอัตราการครอบคลุมพื้นที่และรูปแบบกระสวนการกระจายในพื้นที่โดยพิจารณากระสวนวิถีการโคจรของหุ่นยนต์ดังกล่าวแสดงในรูปที่ 2.31



รูปที่ 2.31 การแบ่งส่วนเพื่อหาอัตราการครอบคลุมพื้นที่และการกระจายไปในพื้นที่

กำหนดให้

A_{u1} คือพื้นที่ที่ถูกใช้งานในส่วนที่ 1

A_{u2} คือพื้นที่ที่ถูกใช้งานในส่วนที่ 2

A_{u3} คือพื้นที่ที่ถูกใช้งานในส่วนที่ 3

A_{u4} คือพื้นที่ที่ถูกใช้งานในส่วนที่ 4

ดังนั้น

$$\text{พื้นที่ที่ถูกใช้งาน} = A_{u1} + A_{u2} + A_{u3} + A_{u4} \quad (2.5)$$

โดย

$$\text{อัตราการครอบคลุมพื้นที่} = \text{พื้นที่ที่ถูกใช้งาน} / \text{พื้นที่งานทั้งหมด} \quad (2.6)$$

และกำหนดให้

$$\text{เปอร์เซ็นต์การครอบคลุมพื้นที่} = \text{อัตราการครอบคลุมพื้นที่} * 100 \quad (2.7)$$

$$\begin{aligned} \text{การกระจาย} &= (\text{ค่าต่ำสุดที่เลือกจาก } (A_{u1}, A_{u2}, A_{u3}, A_{u4})) + \\ &\quad \text{ค่าสูงสุดที่เลือกจาก } (A_{u1}, A_{u2}, A_{u3}, A_{u4})) / 2 \end{aligned}$$

$$\text{เปอร์เซ็นต์การกระจายไปในพื้นที่} = \text{การกระจาย} * 100 \quad (2.8)$$

ในบทต่อไปเป็นการจำลองระบบอลวนทั้ง 28 ระบบเพื่อแสดงพฤติกรรมอลวน และแสดงค่าความอลวนจากเครื่องมือวัดความอลวนที่ได้นำเสนอแล้วในบทนี้

บทที่ 3

ผลการจำลองพฤติกรรมอลวนด้วยคอมพิวเตอร์

3.1 บทนำ

บทนี้นำเสนอการจำลองผลด้วยคอมพิวเตอร์โปรแกรมเพื่อแสดงลักษณะพฤติกรรมความอลวนและค่าความอลวนจากเครื่องมือวัดจากระบบอลวนที่น่าสนใจ 28 ระบบอลวน ดังเอกสารอ้างอิงที่ [32] ที่มีในระบบพื้นที่ทั้ง 1 มิติ 2 มิติและ 3 มิติเพื่อประกอบการพิจารณาในการนำไปใช้ออกแบบสร้างจริงและทดลองในบทต่อไป

3.2 ระบบอลวนในระบบพื้นที่ 1 มิติ One-Dimension Map

3.2.1 สมการ Logistic

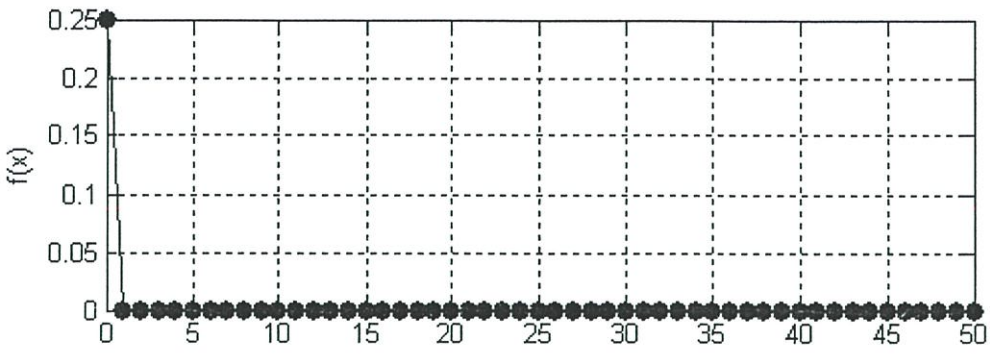
สมการ Logistic มีรูปสมการเชิงคณิตศาสตร์บรรยายได้เป็น

$$f(x) = ax(1-x) \quad (3.1)$$

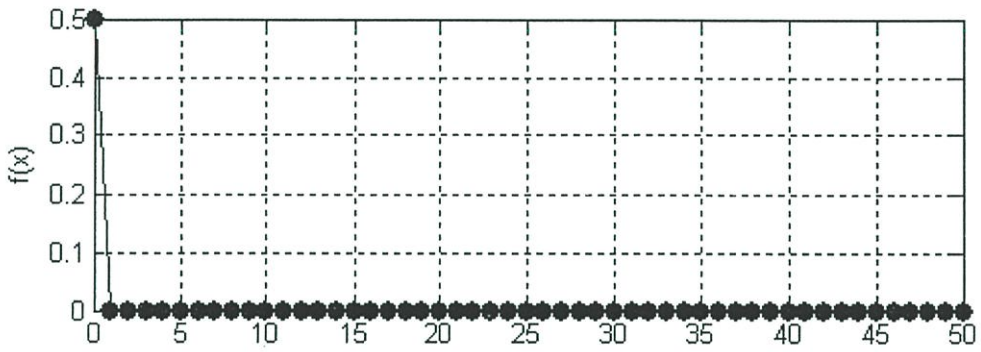
การจำลองด้วยเครื่องมือวัด Time Series Diagram แสดงดังรูปที่ 3.1 ถึง รูปที่ 3.30 โดยทำการเปลี่ยนค่าสัมประสิทธิ์ a และ x โดยที่ค่า a เป็นสัมประสิทธิ์หลักสำคัญที่จะทำให้ระบบเกิดพฤติกรรมไม่อลวนดังรูปที่ 3.1 ถึงรูปที่ 3.18 หรือเกิดพฤติกรรมเตรียมอลวน ดังรูปที่ 3.19 ถึง รูปที่ 3.24 หรือเกิดพฤติกรรมอลวน ดังรูปที่ 3.25 ถึงรูปที่ 3.30 ในส่วนของค่า x เป็นสัมประสิทธิ์ที่ส่งผลโดยตรงกับระดับของอำพนจะเห็นความแตกต่างและการเปลี่ยนแปลงของอำพนจากรูปที่ 3.1 ถึงรูปที่ 3.30

โดยการเปลี่ยนแปลงค่าสัมประสิทธิ์ a จะเห็นผลสอดคล้องไปยังการจำลองด้วยเครื่องมือวัด Bifurcation ที่แสดงดังรูปที่ 3.31 ถึงรูปที่ 3.34 และ การจำลองด้วยเครื่องมือวัด Lyapunov Exponent ที่แสดงดังรูปที่ 3.35 ถึงรูปที่ 3.36 พร้อมทั้งสรุปพฤติกรรมของระบบเมื่อมีการเปลี่ยนแปลงค่าสัมประสิทธิ์ a ดังตารางที่ 3.1

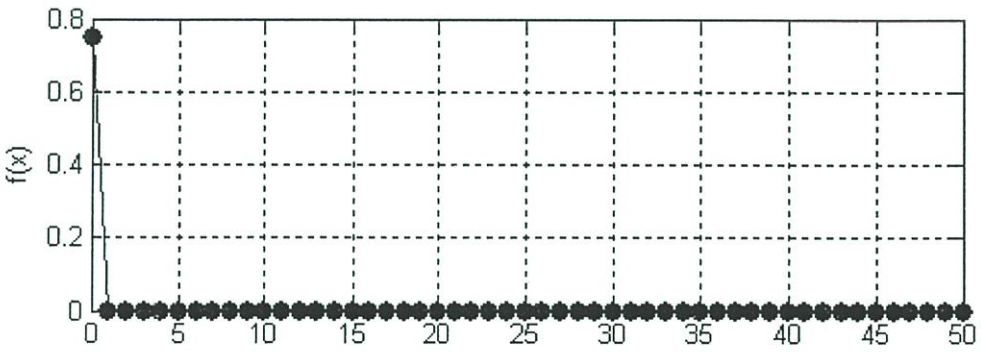
จากรูปที่ 3.1 ถึงรูปที่ 3.3 ผลเฉลยของระบบมีค่าเข้าใกล้ศูนย์และระบบมีเสถียรภาพ



รูปที่ 3.1 สมการ Logistic ที่ $a = 0.0$, $x = 0.25$, Iteration Time = 50

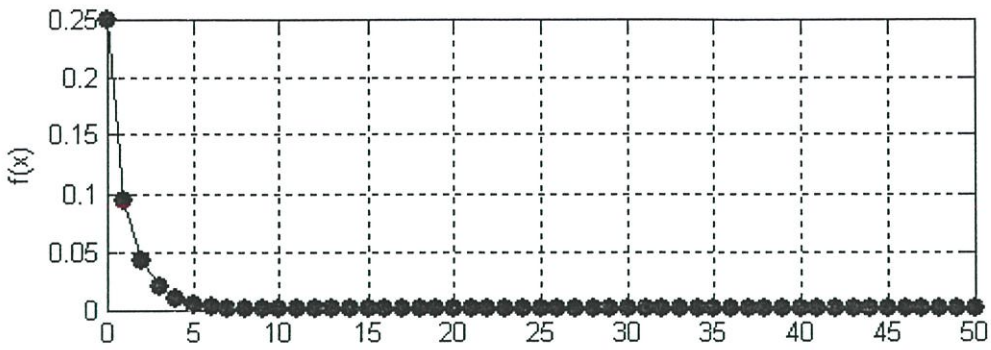


รูปที่ 3.2 สมการ Logistic ที่ $a = 0.0$, $x = 0.50$, Iteration Time = 50

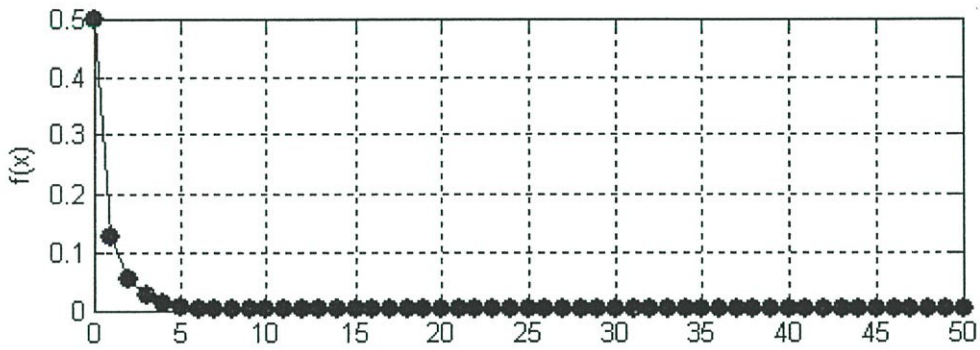


รูปที่ 3.3 สมการ Logistic ที่ $a = 0.0$, $x = 0.75$, Iteration Time = 50

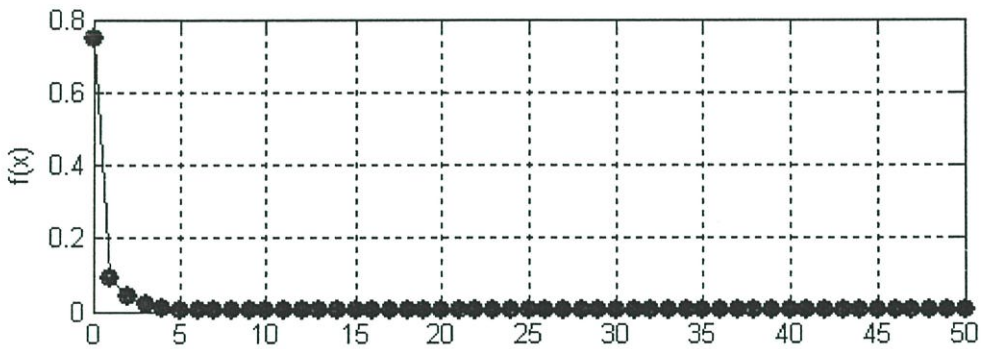
จากรูปที่ 3.4 ถึงรูปที่ 3.6 ผลเฉลยของระบบมีค่าเข้าใกล้ศูนย์และระบบมีเสถียรภาพ



รูปที่ 3.4 สมการ Logistic ที่ $a = 0.5, x = 0.25$, Iteration Time = 50

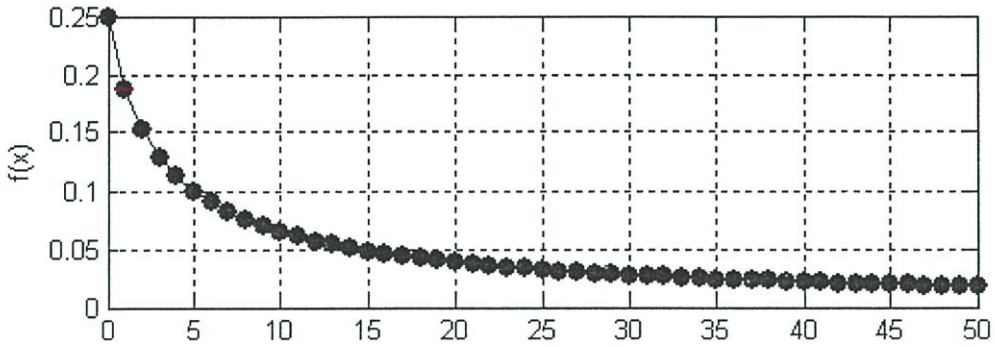


รูปที่ 3.5 สมการ Logistic ที่ $a = 0.5, x = 0.50$, Iteration Time = 50

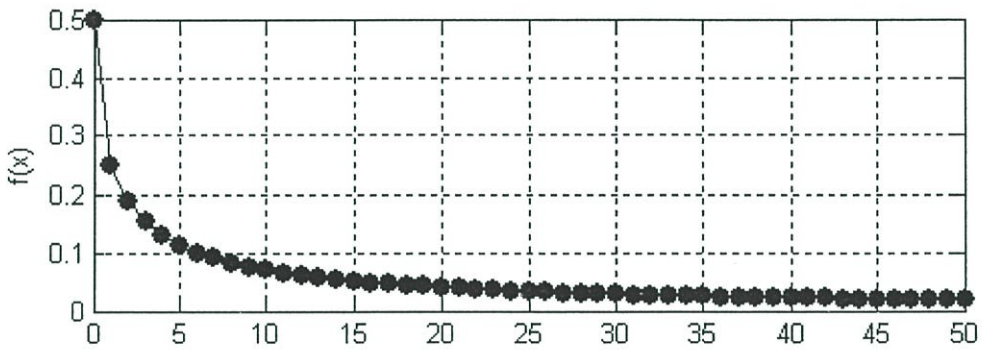


รูปที่ 3.6 สมการ Logistic ที่ $a = 0.5, x = 0.75$, Iteration Time = 50

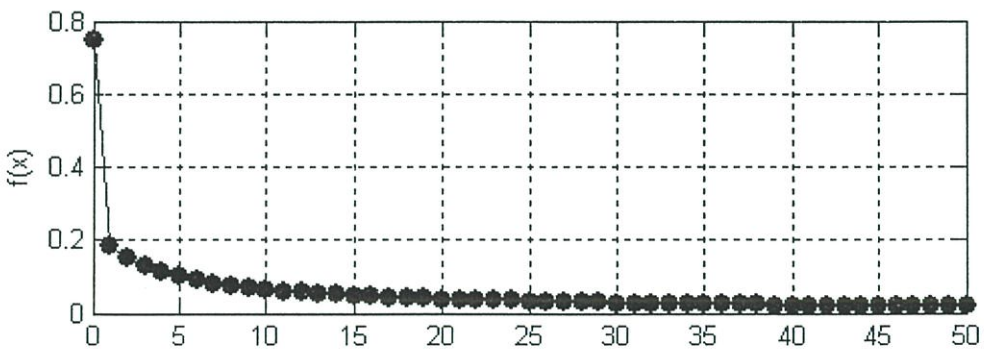
จากรูปที่ 3.7 ถึงรูปที่ 3.9 ผลเฉลยของระบบมีค่าเข้าใกล้ศูนย์ โดยที่ผลเฉลยที่ได้จะลดค่าลงเป็นลำดับตาม Iteration Time ซึ่งจะต่างจากรูปที่ 3.1 ถึงรูปที่ 3.3 ที่ลดค่าเท่ากับศูนย์ทันที และระบบมีเสถียรภาพ



รูปที่ 3.7 สมการ Logistic ที่ $a = 1.0$, $x = 0.25$, Iteration Time = 50

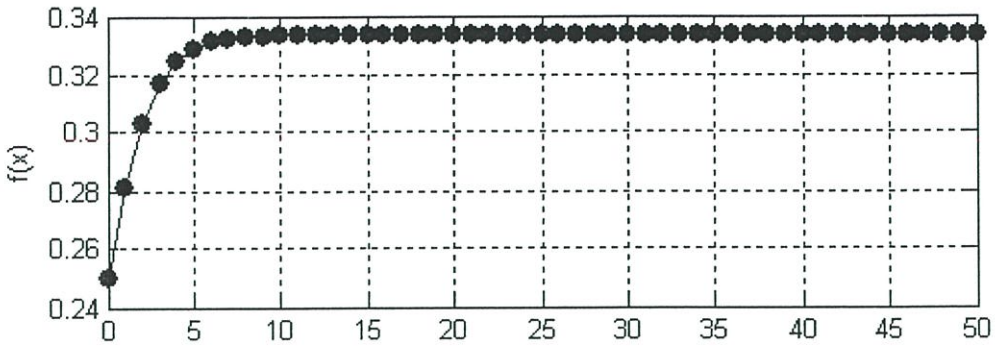


รูปที่ 3.8 สมการ Logistic ที่ $a = 1.0$, $x = 0.50$, Iteration Time = 50

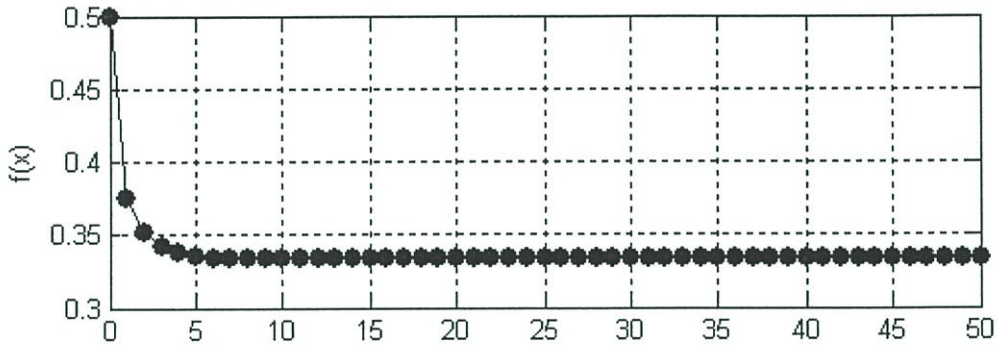


รูปที่ 3.9 สมการ Logistic ที่ $a = 1.0$, $x = 0.75$, Iteration Time = 50

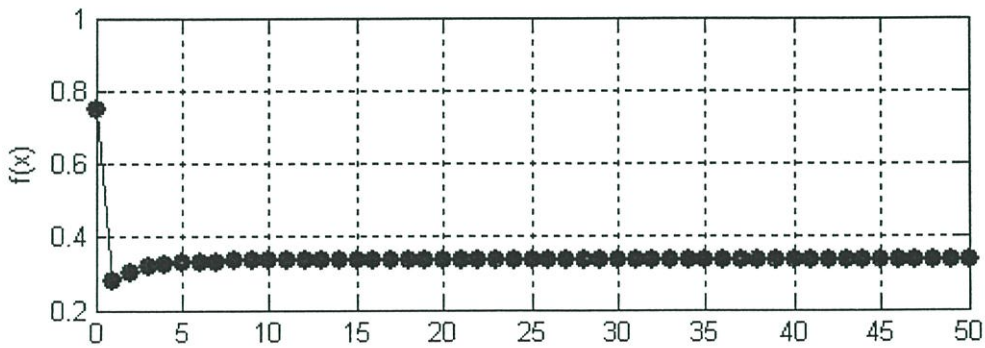
จากรูปที่ 3.10 ถึงรูปที่ 3.12 ผลเฉลยของระบบมีค่าออกจากศูนย์เข้าใกล้ 0.34 และระบบมีเสถียรภาพ



รูปที่ 3.10 สมการ Logistic ที่ $a = 1.5$, $x = 0.25$, Iteration Time = 50

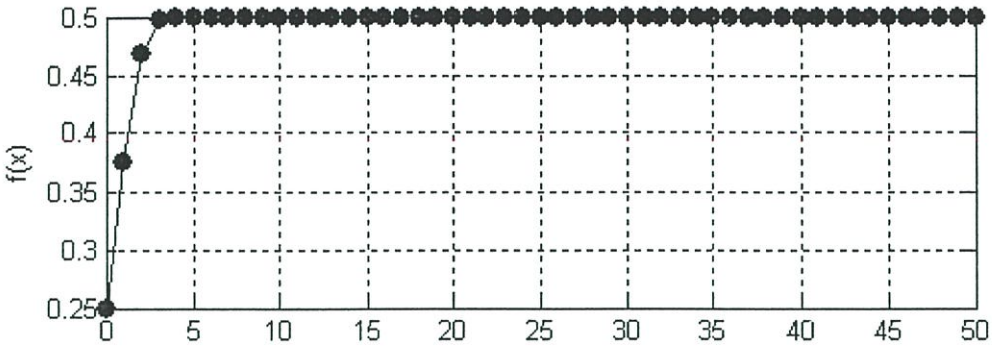


รูปที่ 3.11 สมการ Logistic ที่ $a = 1.5$, $x = 0.50$, Iteration Time = 50

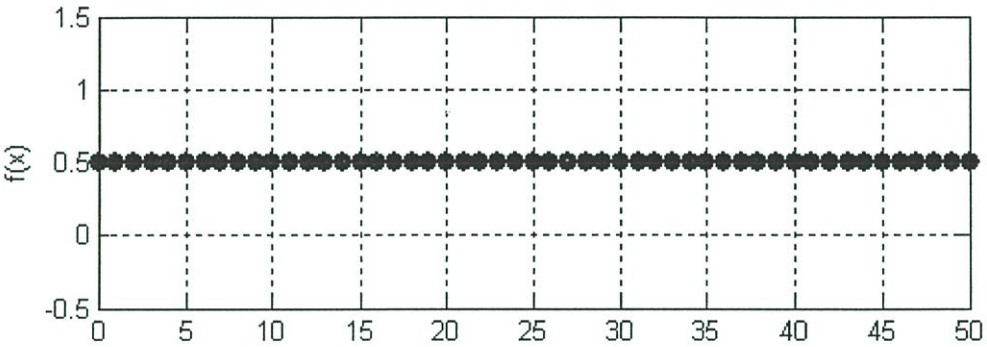


รูปที่ 3.12 สมการ Logistic ที่ $a = 1.5$, $x = 0.75$, Iteration Time = 50

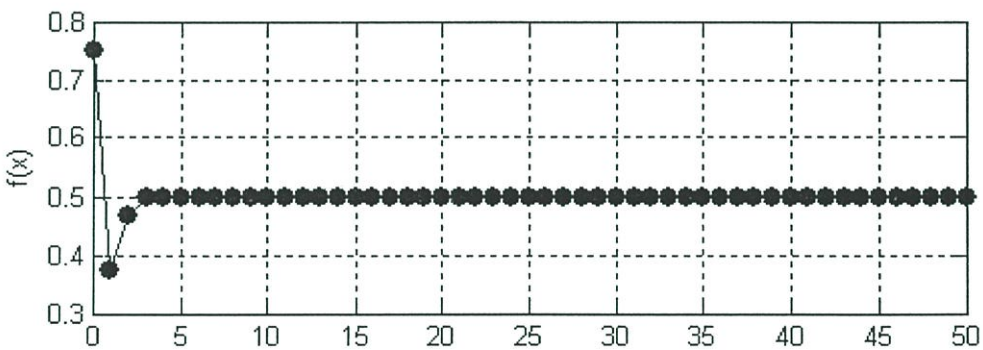
จากรูปที่ 3.13 ถึงรูปที่ 3.15 เมื่อเพิ่มค่าสัมประสิทธิ์ a ค่าเริ่มสูงขึ้น โดยผลเฉลยของระบบมีค่าออก จากศูนย์เข้าใกล้ค่า 0.5 และระบบมีเสถียรภาพ



รูปที่ 3.13 สมการ Logistic ที่ $a = 2.0$, $x = 0.25$, Iteration Time = 50

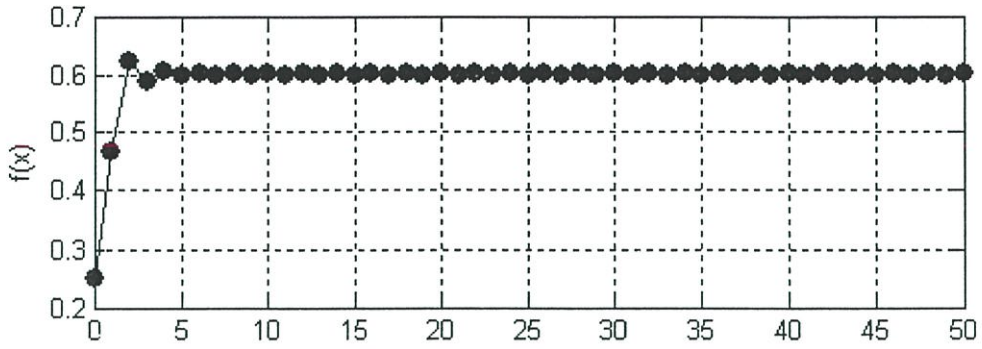


รูปที่ 3.14 สมการ Logistic ที่ $a = 2.0$, $x = 0.50$, Iteration Time = 50

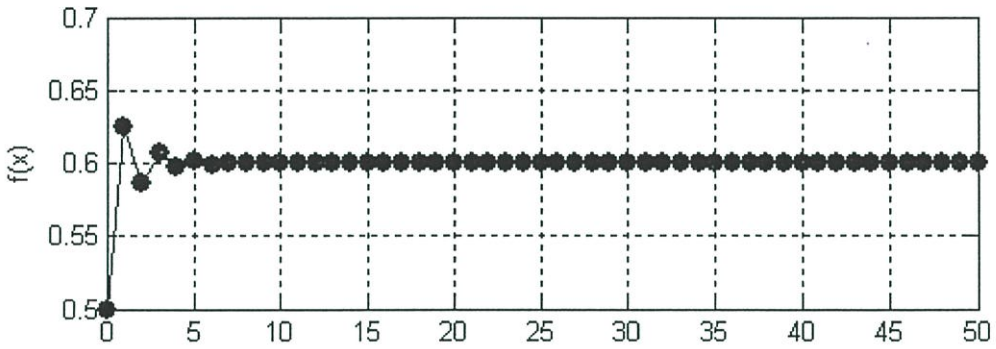


รูปที่ 3.15 สมการ Logistic ที่ $a = 2.0$, $x = 0.75$, Iteration Time = 50

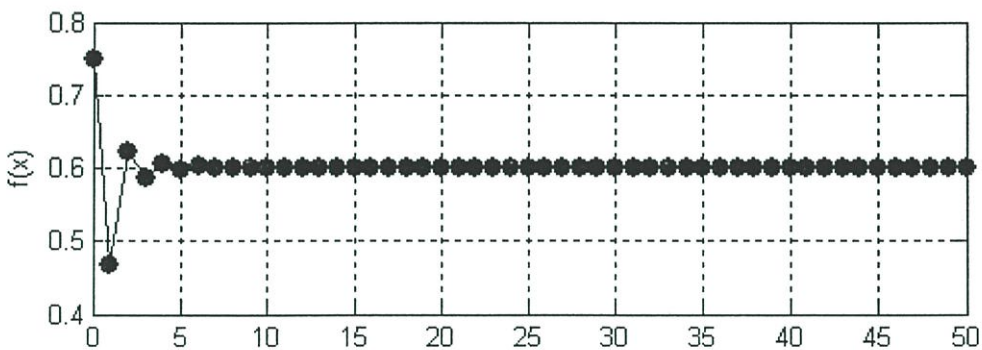
จากรูปที่ 3.16 ถึงรูปที่ 3.18 เมื่อเพิ่มค่าสัมประสิทธิ์ a ค่าเริ่มสูงขึ้น โดยผลเฉลยของระบบมีค่าออกจากศูนย์เข้าใกล้ค่า 0.6 และระบบมีเสถียรภาพ



รูปที่ 3.16 สมการ Logistic ที่ $a = 2.5, x = 0.25, \text{Iteration Time} = 50$

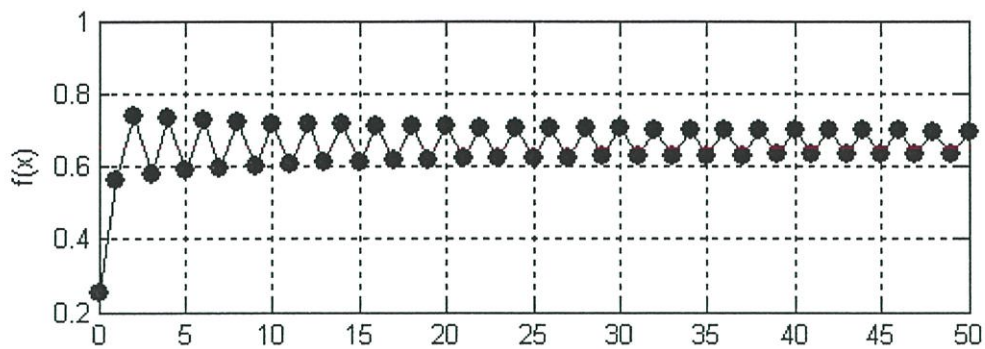


รูปที่ 3.17 สมการ Logistic ที่ $a = 2.5, x = 0.50, \text{Iteration Time} = 50$

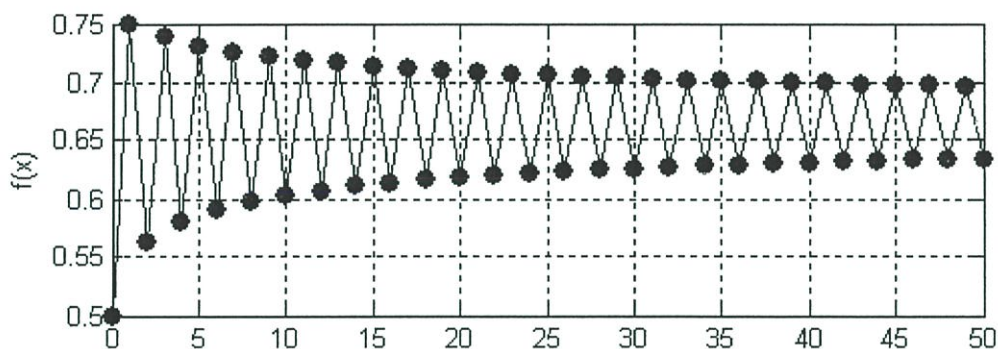


รูปที่ 3.18 สมการ Logistic ที่ $a = 2.5, x = 0.75, \text{Iteration Time} = 50$

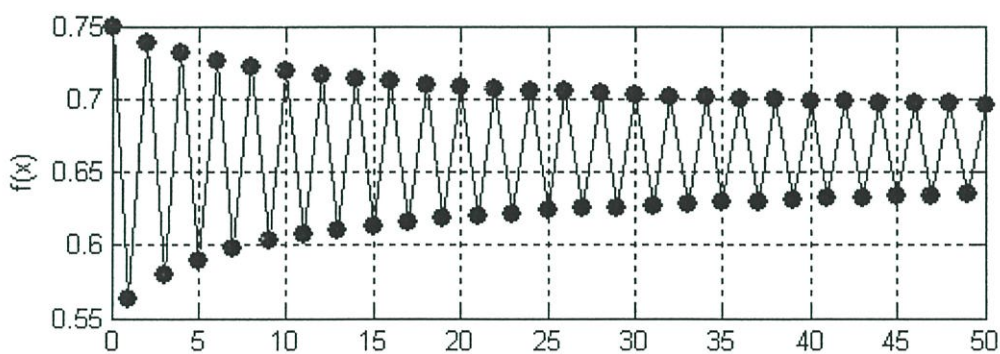
จากรูปที่ 3.19 ถึงรูปที่ 3.21 เมื่อค่าสัมประสิทธิ์ a เท่ากับ 3 ผลเฉลยของระบบเริ่มมี 2 ค่าและความถี่เกิดขึ้น และระบบมีเสถียรภาพ



รูปที่ 3.19 สมการ Logistic ที่ $a = 3.0$, $x = 0.25$, Iteration Time = 50

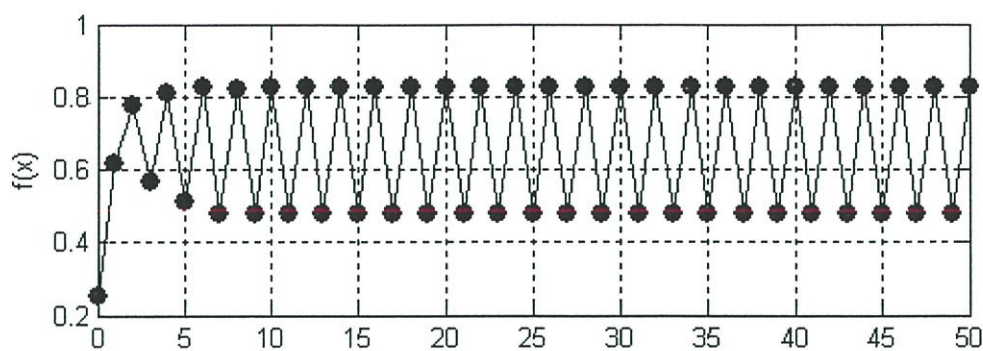


รูปที่ 3.20 สมการ Logistic ที่ $a = 3.0$, $x = 0.50$, Iteration Time = 50

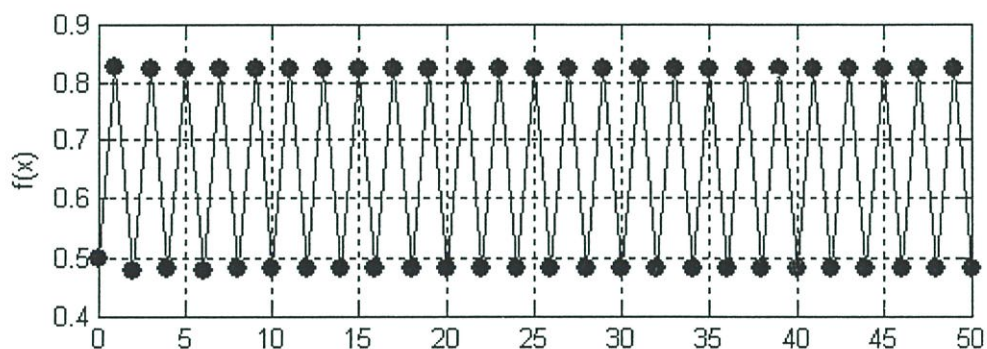


รูปที่ 3.21 สมการ Logistic ที่ $a = 3.0$, $x = 0.75$, Iteration Time = 50

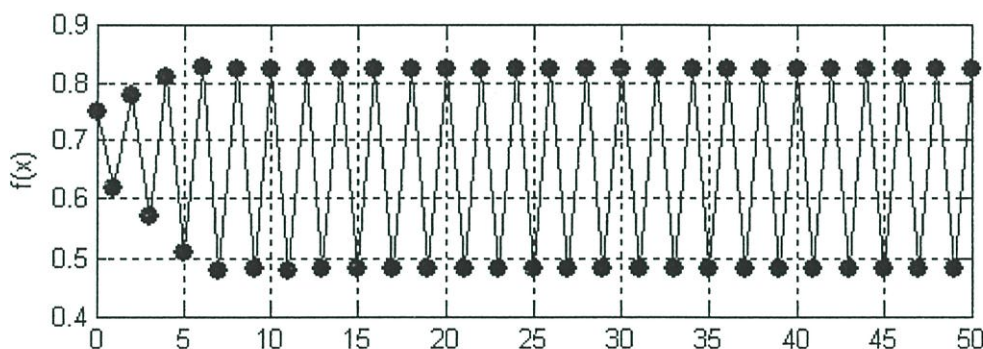
จากรูปที่ 3.22 ถึงรูปที่ 3.24 ผลเฉลยของระบบมี 2 ค่า มีความถี่เกิดขึ้น และระบบมีเสถียรภาพ



รูปที่ 3.22 สมการ Logistic ที่ $a = 3.3$, $x = 0.25$, Iteration Time = 50

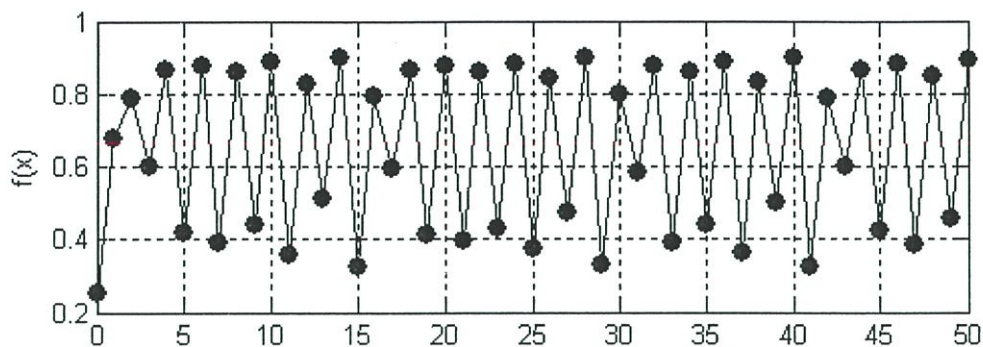


รูปที่ 3.23 สมการ Logistic ที่ $a = 3.3$, $x = 0.50$, Iteration Time = 50

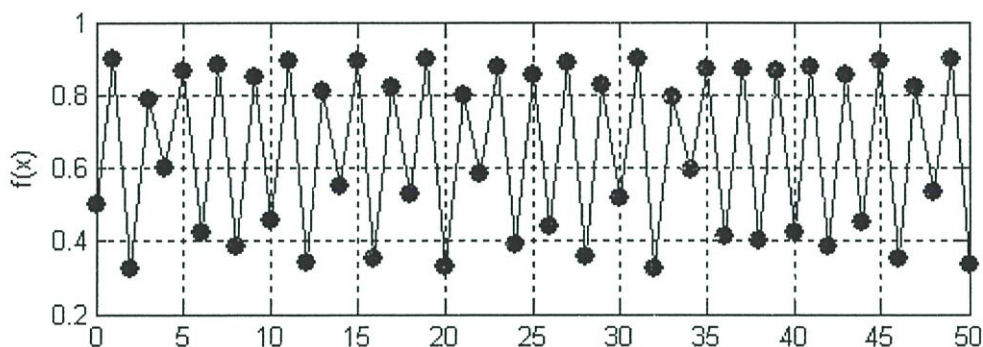


รูปที่ 3.24 สมการ Logistic ที่ $a = 3.3$, $x = 0.75$, Iteration Time = 50

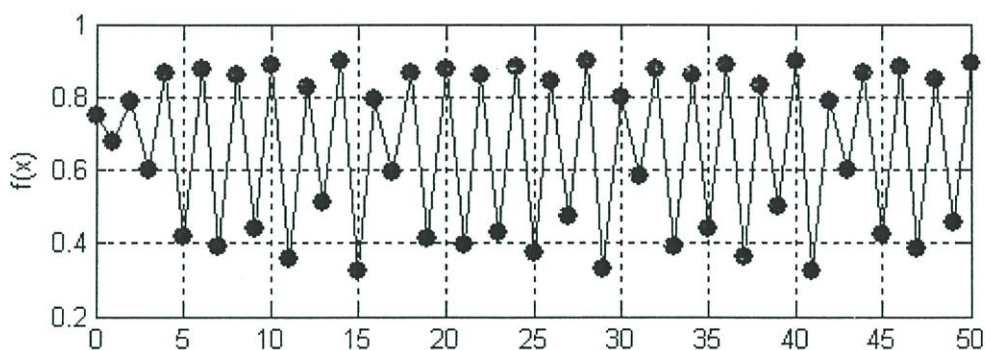
จากรูปที่ 3.25 ถึงรูปที่ 3.27 ที่ค่าสัมประสิทธิ์ a เท่ากับ 3.6 ผลเฉลยของระบบมีหลายค่า มีความถี่เกิดขึ้น อ่าพนต่างกัน และระบบเป็นอลวน



รูปที่ 3.25 สมการ Logistic ที่ $a = 3.6$, $x = 0.25$, Iteration Time = 50

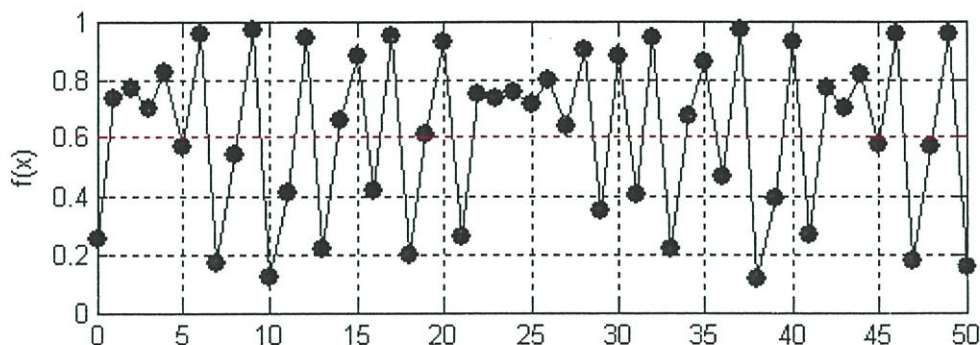


รูปที่ 3.26 สมการ Logistic ที่ $a = 3.6$, $x = 0.50$, Iteration Time = 50

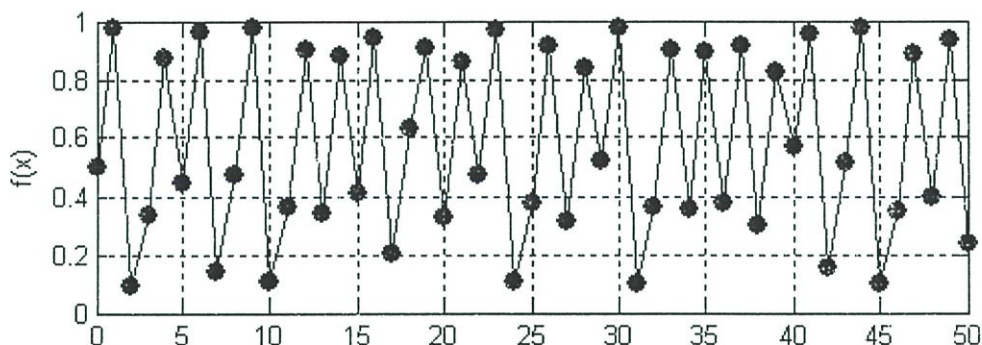


รูปที่ 3.27 สมการ Logistic ที่ $a = 3.6$, $x = 0.75$, Iteration Time = 50

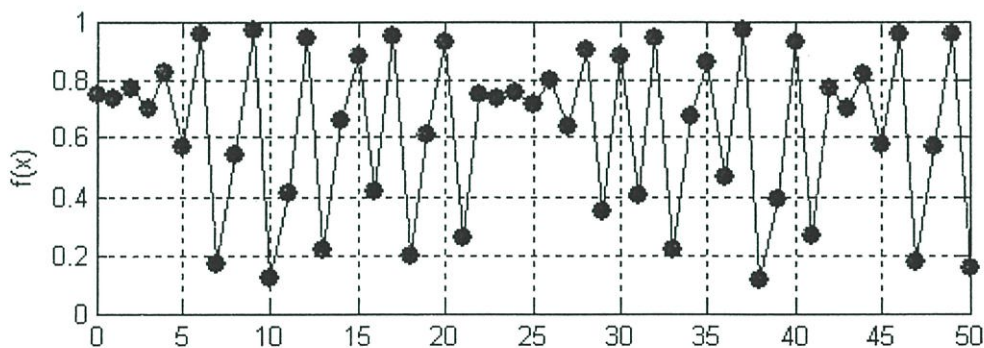
จากรูปที่ 3.28 ถึงรูปที่ 3.30 ที่ค่าสัมประสิทธิ์ a เท่ากับ 3.9 ผลเฉลยของระบบจะแตกต่างจากค่าสัมประสิทธิ์ a เท่ากับ 3.6 แต่ก็ยังคงมีหลายค่าความถี่เกิดขึ้น อำพันต่างกัน และระบบเป็นอลวน



รูปที่ 3.28 สมการ Logistic ที่ $a = 3.9$, $x = 0.25$, Iteration Time = 50

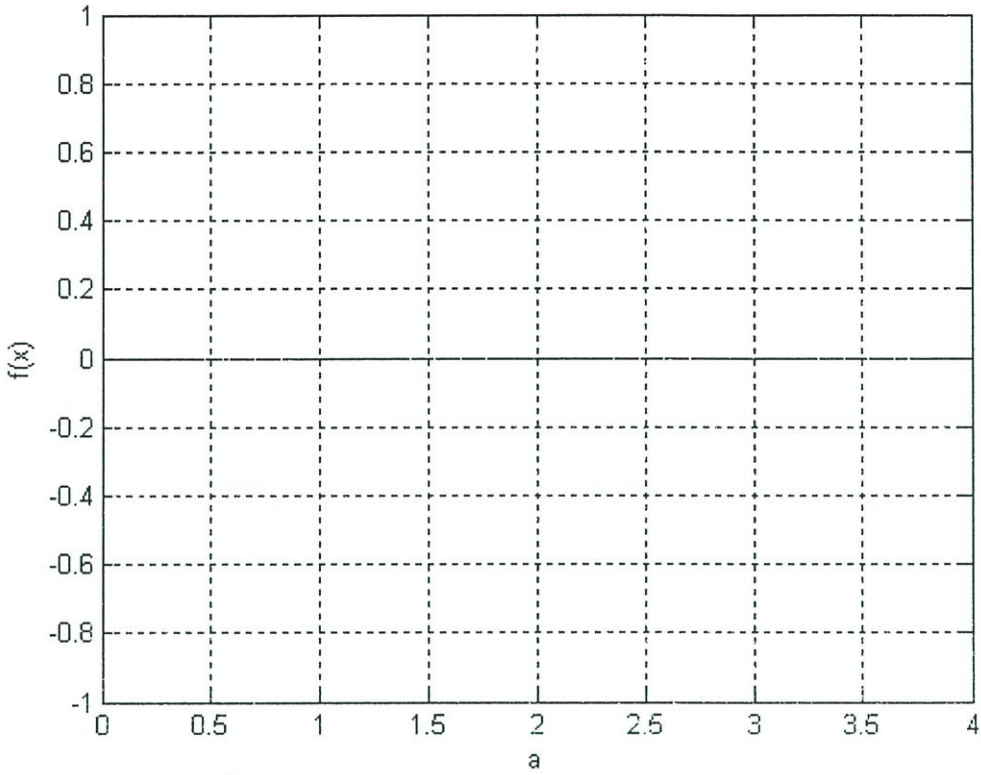


รูปที่ 3.29 สมการ Logistic ที่ $a = 3.9$, $x = 0.50$, Iteration Time = 50

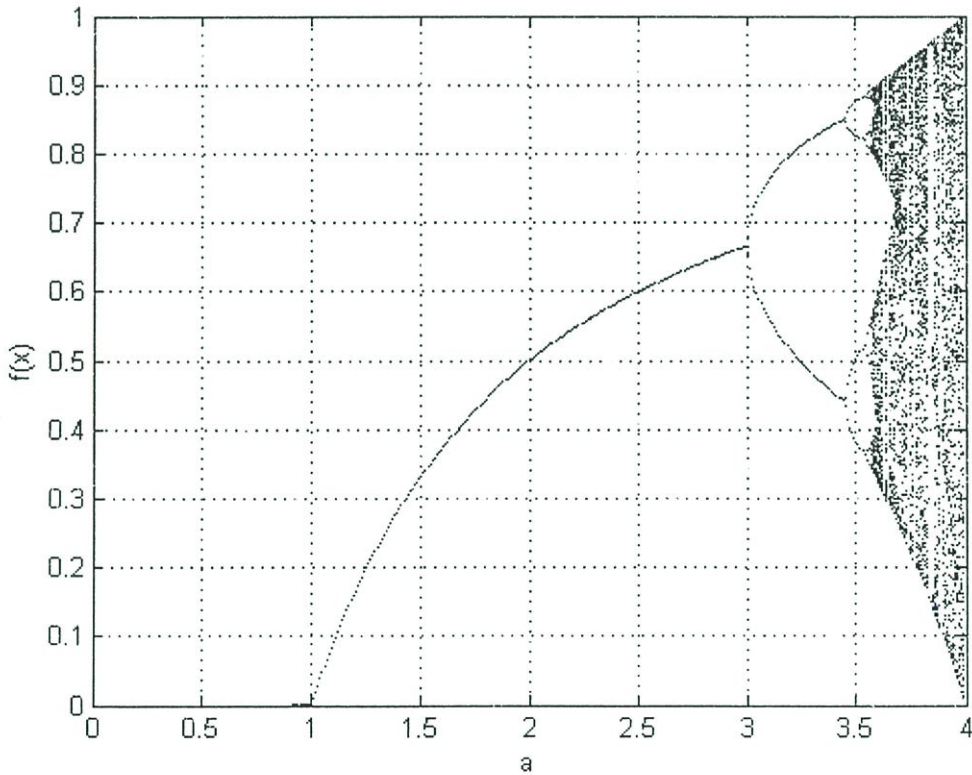


รูปที่ 3.30 สมการ Logistic ที่ $a = 3.9$, $x = 0.75$, Iteration Time = 50

ต่อไปเป็นการจำลองด้วยเครื่องมือวัด Bifurcation แสดงดังรูปที่ 3.31 ถึงรูปที่ 3.34 เมื่อเปลี่ยนแปลงค่าสัมประสิทธิ์ a จะเห็นว่าผลเฉลยเริ่มมี 4 ค่าเมื่อ a เท่ากับ 3.5 ดังรูปที่ 3.32

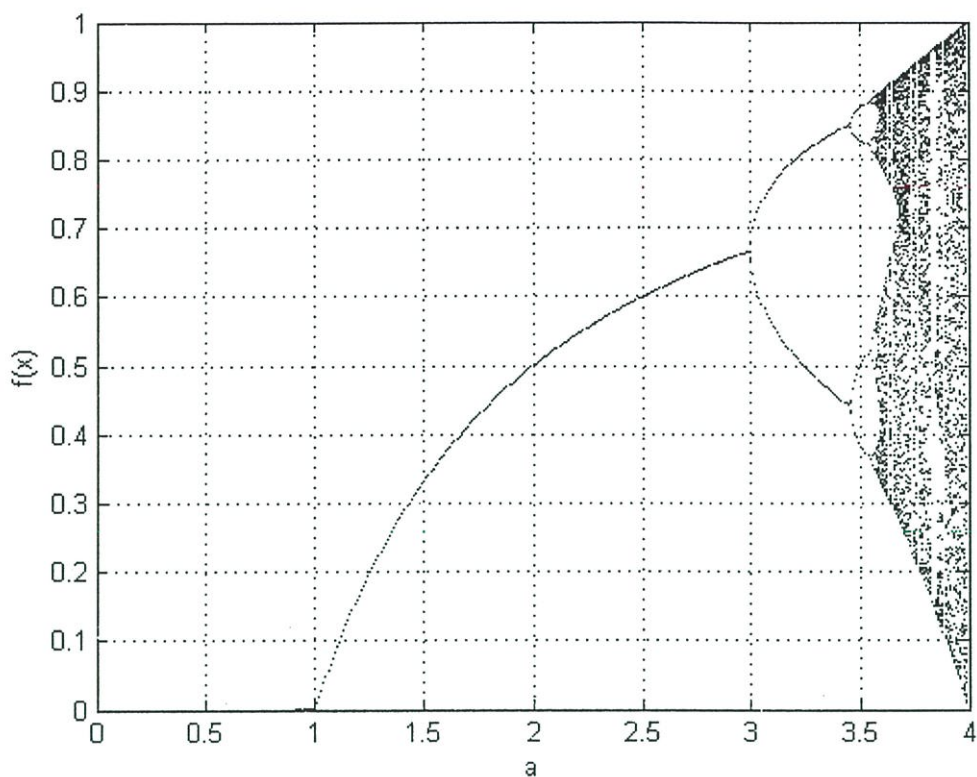


รูปที่ 3.31 สมการ Logistic ที่ $a = 0.00$ ถึง 3.99, $x = 0.0$

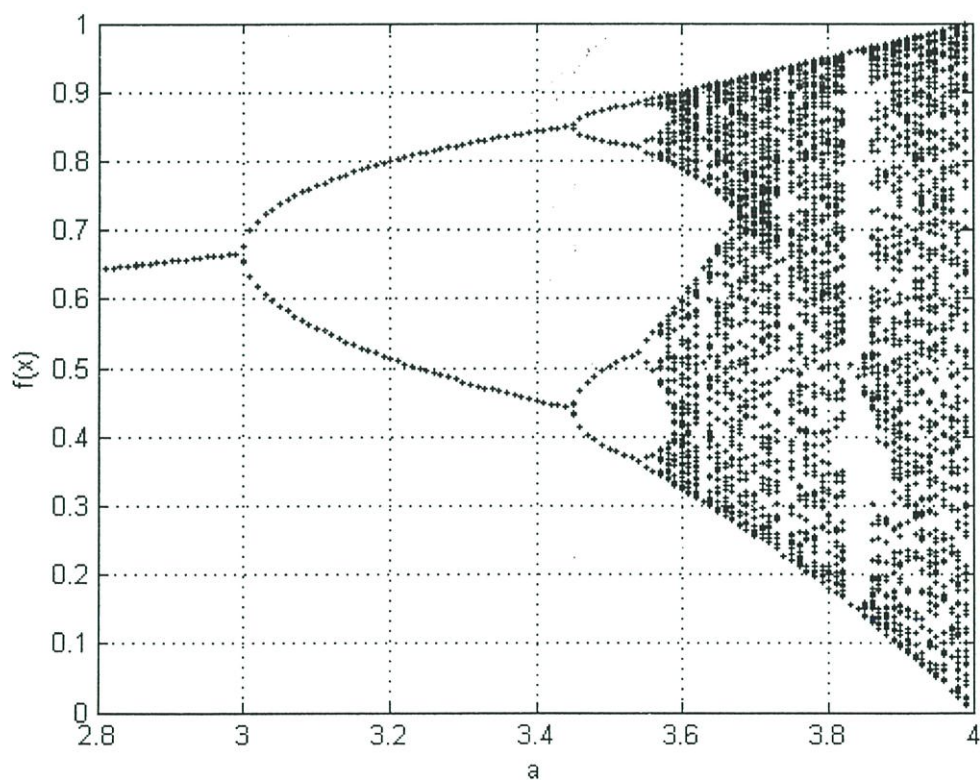


รูปที่ 3.32 สมการ Logistic ที่ $a = 0.00$ ถึง 3.99, $x = 0.2$

จากรูปที่ 3.34 เห็นได้ว่าระบบมีผลเฉลยที่มากและระบบมีสถานะเป็นอลวนที่ค่า a เท่ากับ 3.6 ขึ้นไป

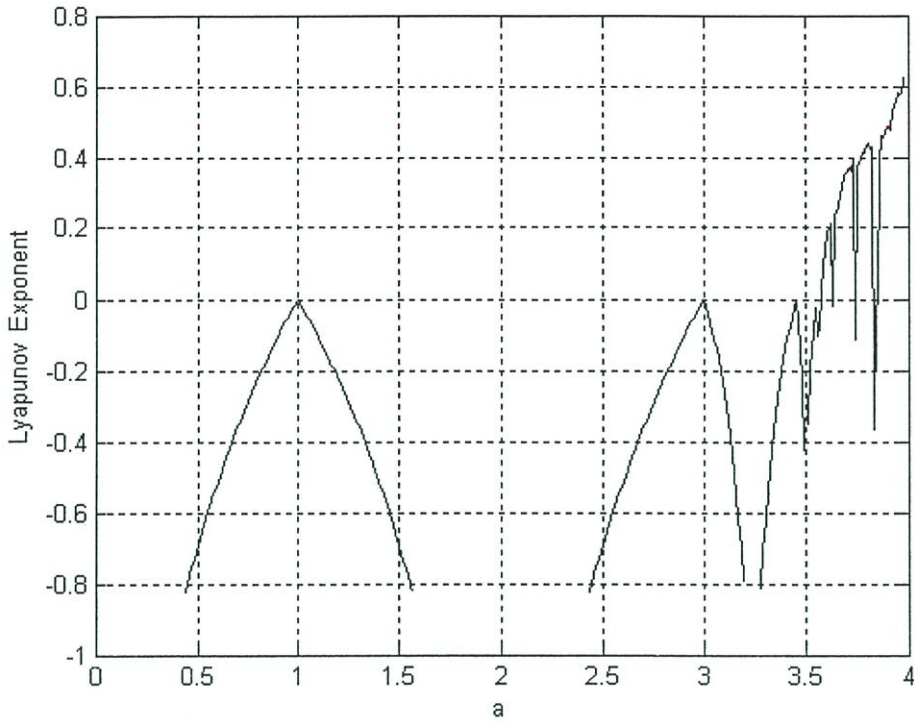


รูปที่ 3.33 สมการ Logistic ที่ $a = 0.00$ ถึง 3.99, $x = 0.5$

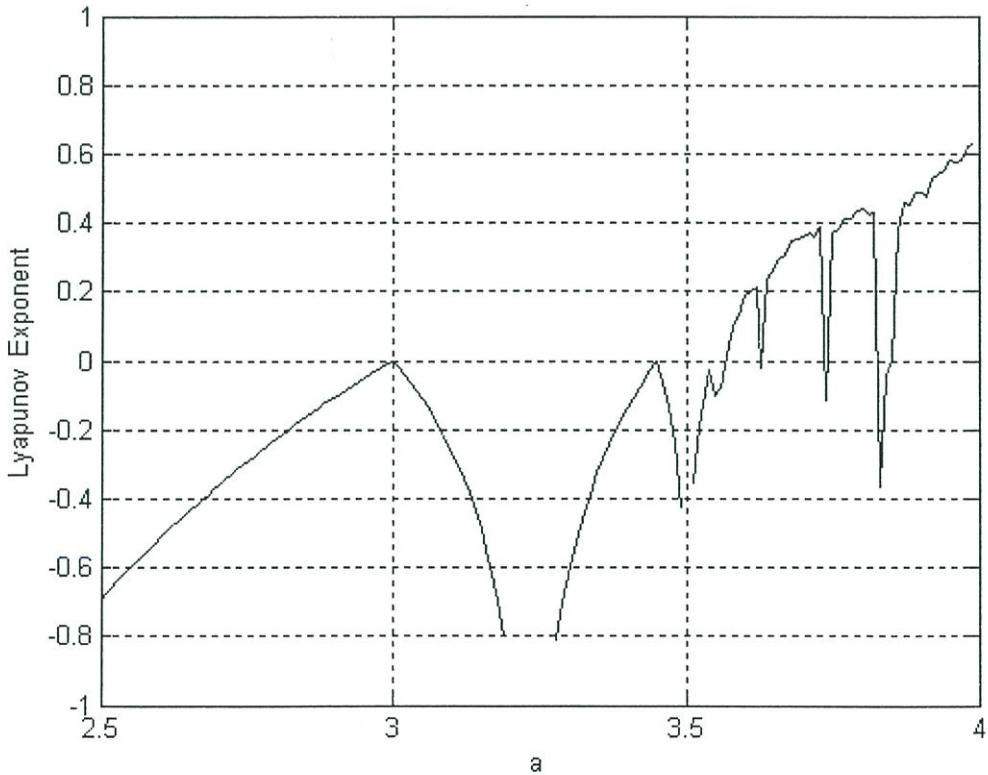


รูปที่ 3.34 สมการ Logistic ที่ $a = 0.00$ ถึง 3.99, $x = 0.5$

และอีกทั้งการจำลองด้วยเครื่องมือวัด Lyapunov Exponent แสดงดังรูปที่ 3.35 และรูปที่ 3.36 ให้ทราบว่าคุณค่า Lyapunov Exponent ที่เป็นค่าบวกจะตรงกับค่า a ที่เท่ากับ 3.6 ขึ้นไป



รูปที่ 3.35 สมการ Logistic ที่ $a = 0.00$ ถึง 3.99 , $x = 0.99$



รูปที่ 3.36 สมการ Logistic ที่ $a = 2.5$ ถึง 3.99 , $x = 0.99$

ตารางที่ 3.1 พฤติกรรมตามค่าสัมประสิทธิ์ a ของสมการ Logistic

ค่า a	พฤติกรรมของระบบ
$0 < a < 1$	เข้าใกล้ค่า 0
$1 < a < 3$	มีหนึ่งค่าอยู่ในช่วง $0 - 0.7$
$3 < a < 3.449$	มี 2 cycle
$3.449 < a < 3.599$	มี 4 cycle
$3.599 < a < 4$	อลวน

3.3 ระบบอลวนในระบบพื้นที่ 2 มิติ Two-Dimension Map

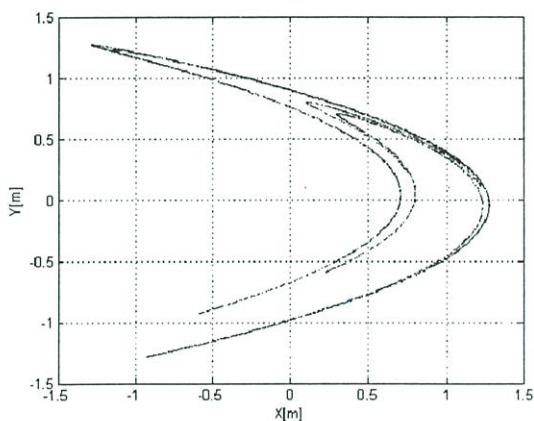
3.3.1 สมการ Hennon

มีรูปสมการเชิงคณิตศาสตร์บรรยายได้เป็น

$$\begin{aligned} f(x) &= 1 - ax^2 + by \\ f(y) &= x \end{aligned} \quad (3.2)$$

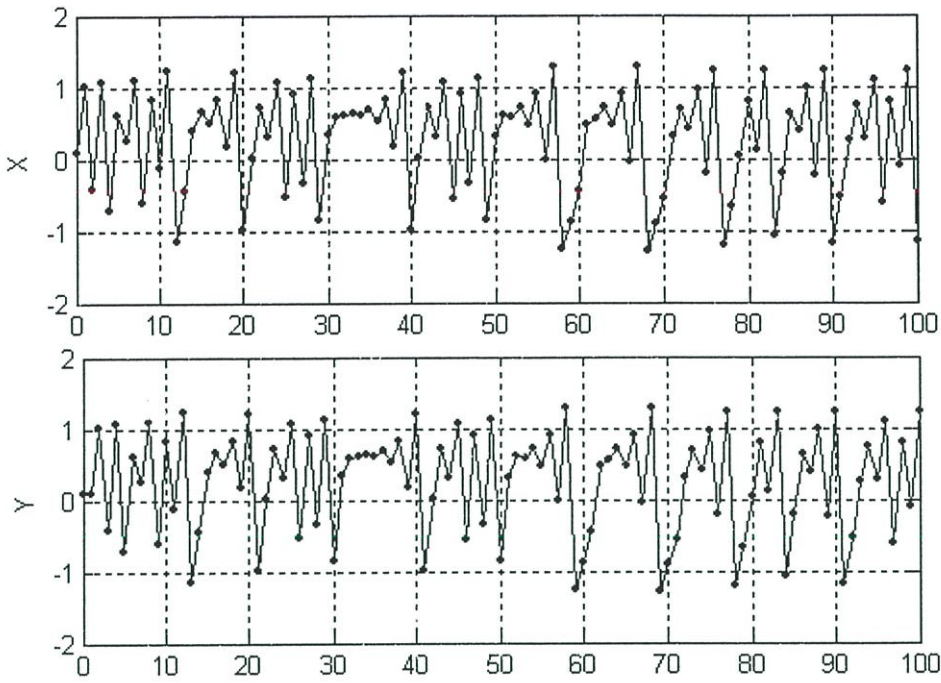
โดยที่ $a = 1.4$, $b = 0.3$

ในการจำลองสมการของ Hennon จะเห็นถึงสถานะอลวนดังรูปที่ 3.37 และ Time Series Diagram ดังรูปที่ 3.38 ถึงรูปที่ 3.42

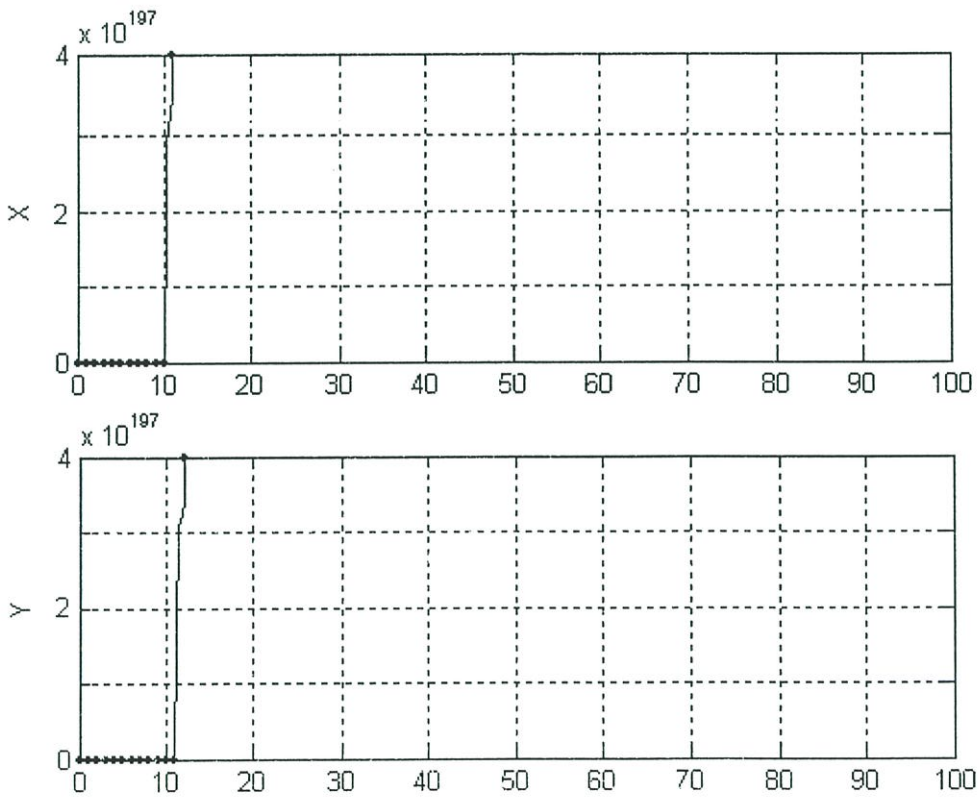


รูปที่ 3.37 สมการ Hennon ที่ $a = 1.4$, $b = 0.3$, Time = 3600 second

ในรูปที่ 3.38 เป็นความถี่และอำนาจที่ระบบเกิดสภาวะอลวนส่วนรูปที่ 3.39 ระบบมีค่าผลเฉลยที่สูงมาก ผลมาจากการลองเปลี่ยนค่าสัมประสิทธิ์ a และ b

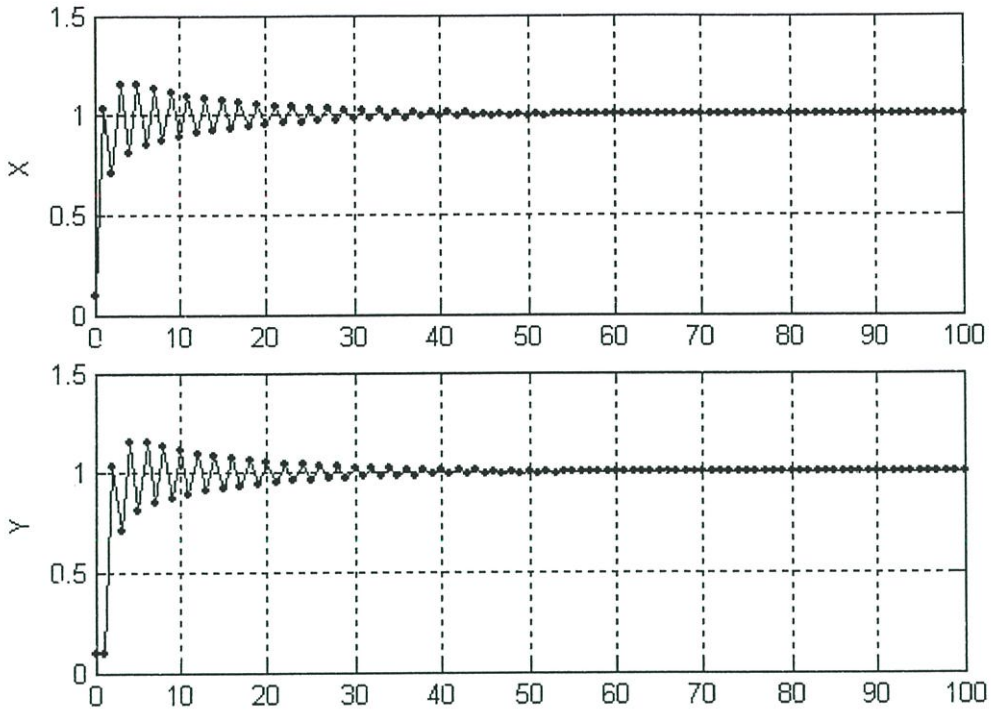


รูปที่ 3.38 สมการ Henon ที่ $a = 1.4$, $b = 0.3$, Time = 100 second

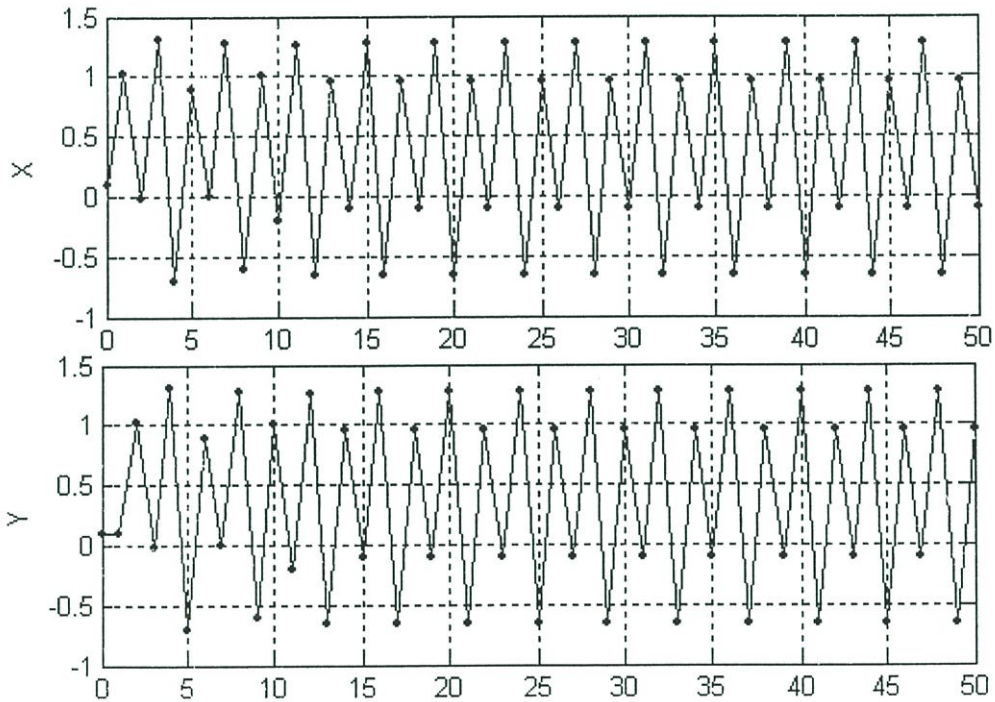


รูปที่ 3.39 สมการ Henon ที่ $a = -1.0$, $b = 0.3$, Time = 100 second

ในรูปที่ 3.40 ระบบเกิดสถานะเสถียรภาพ ส่วนรูปที่ 3.41 ระบบมีผลเฉลย 4 ค่าเป็นการเปลี่ยนค่าสัมประสิทธิ์ a และ b ที่ทำให้ระบบเข้าสู่ภาวะอลวน

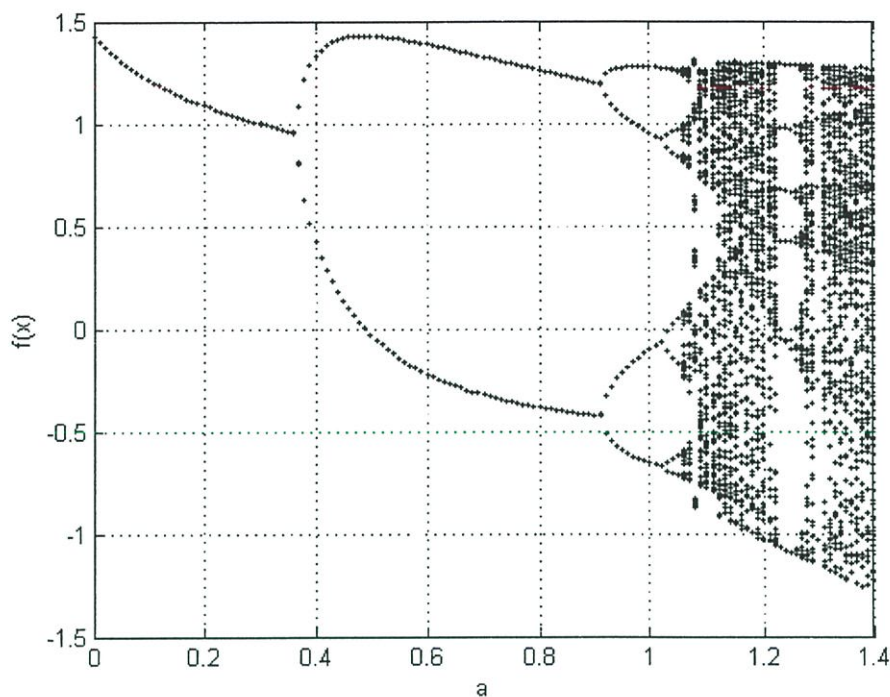


รูปที่ 3.40 สมการ Henon ที่ $a = 0.3$, $b = 0.3$, Time = 100 second

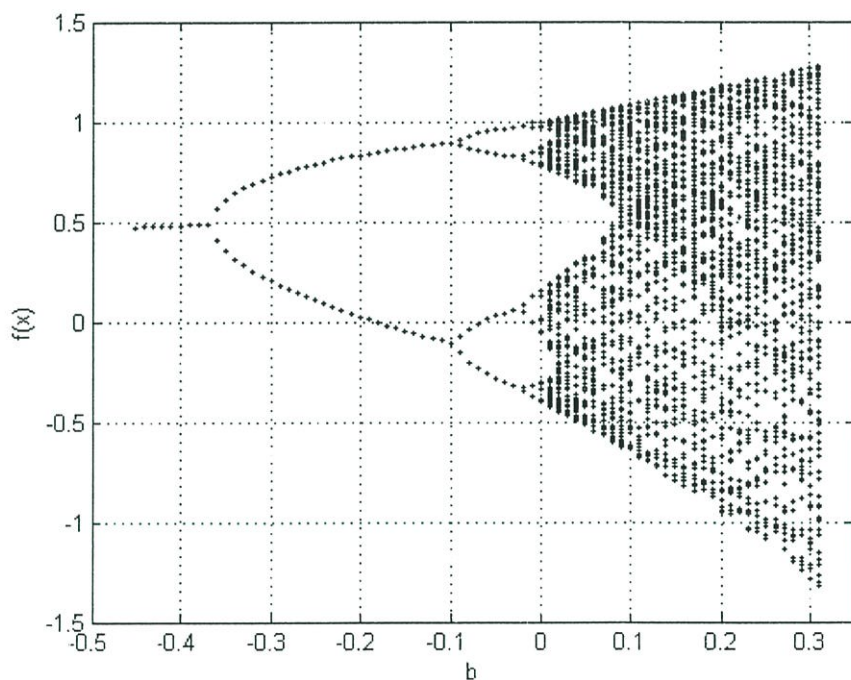


รูปที่ 3.41 สมการ Henon ที่ $a = 1.0$, $b = 0.3$, Time = 50 second

ต่อไปเป็นการจำลองด้วยเครื่องมือวัด Bifurcation แสดงดังรูปที่ 3.42 ถึงรูปที่ 3.43 โดยรูปที่ 3.42 เป็นการเปลี่ยนแปลงค่า a และ รูปที่ 3.43 เป็นการเปลี่ยนแปลงค่า b บ่งบอกว่าค่าสัมประสิทธิ์ a และ b มีผลต่อระบบมากที่จะทำให้ระบบเกิดสภาวะอลวน



รูปที่ 3.42 สมการ Henon ที่ $a = 0.0$ ถึง 1.4 , $b = 0.3$



รูปที่ 3.43 สมการ Henon ที่ $a = 1.4$, $b = -0.45$ ถึง $b = 0.3$

ตารางที่ 3.2 พฤติกรรมอลวนตามค่าสัมประสิทธิ์ a ของสมการ Hennon

ค่า a	ค่า b	พฤติกรรมของระบบ
$a < 0$	0.3	เข้าใกล้ Infinity
$0 < a < 0.367$	0.3	1 Cycle
$0.367 < a < 0.915$	0.3	2 Cycle
$0.915 < a < 1.09$	0.3	4 Cycle
$1.09 < a < 1.4$	0.3	อลวน
1.4	$b < -0.45$	เข้าใกล้ศูนย์
1.4	$-0.45 < b < -0.366$	1 Cycle
1.4	$-0.366 < b < -0.1$	2 Cycle
1.4	$-0.1 < b < -0.02$	4 Cycle
1.4	$-0.02 < b < 0.322$	อลวน

ตารางที่ 3.3 ค่าเงื่อนไขเริ่มต้น (Initial condition) ของสมการ Hennon

ค่า $x(0)$	ค่า $y(0)$
$-1.29 < x(0) < 1.3$	0.1
0.1	$-7.41 < y(0) < 1.04$

3.3.2 สมการ Duffing

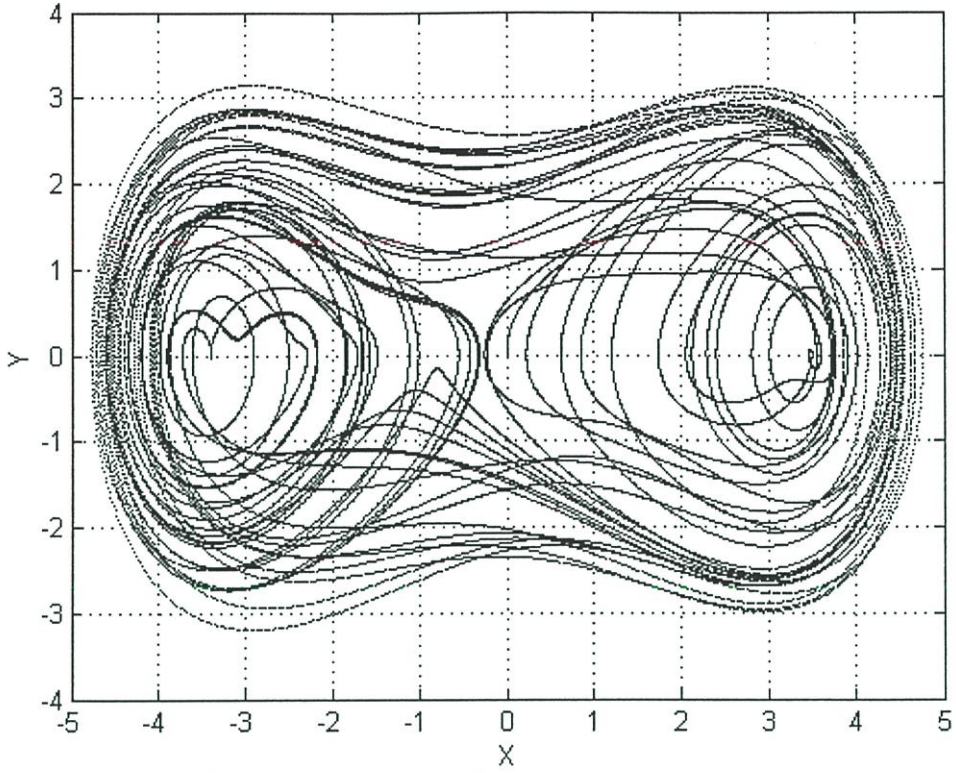
มีรูปสมการเชิงคณิตศาสตร์บรรยายได้เป็น

$$\begin{aligned} f(x) &= y \\ f(y) &= -1.2y + x - 0.1x^3 + a \cos t \end{aligned} \quad (3.3)$$

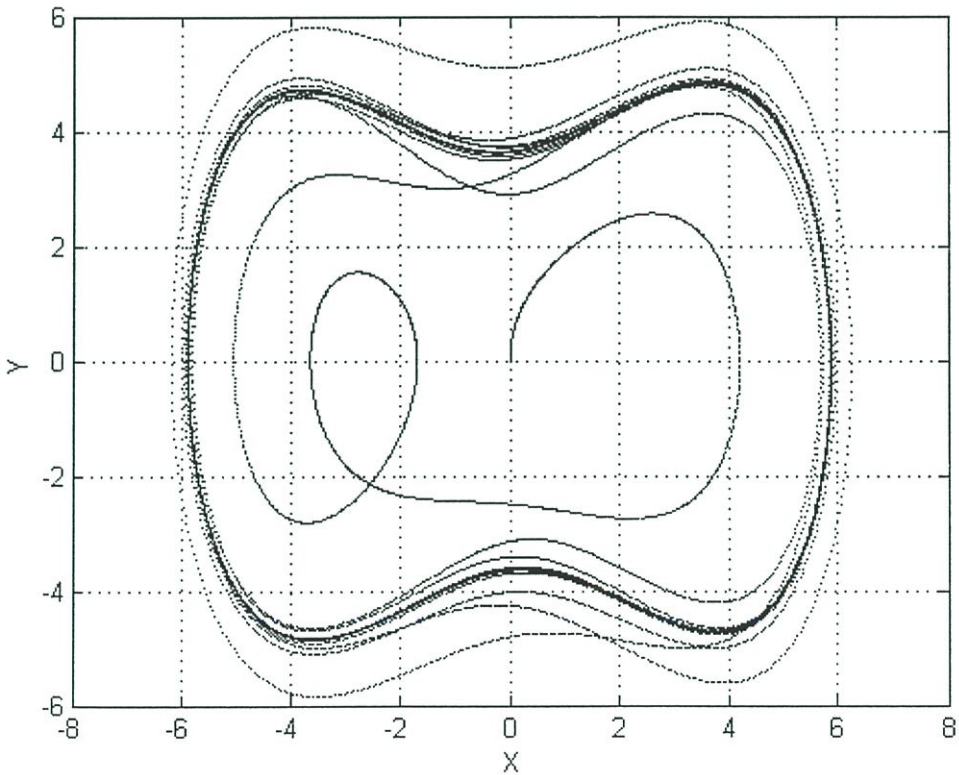
โดยที่ $a = 1$

สำหรับสมการของ Duffing ได้ทำจำลองให้เห็นถึงลักษณะของระบบในระนาบ X-Y เมื่อมีการเปลี่ยนค่าสัมประสิทธิ์ a ดังรูปที่ 3.44 ถึงรูปที่ 3.48 และทำการจำลองด้วยเครื่องมือวัด Time Series Diagram เมื่อได้เปลี่ยนแปลงค่าสัมประสิทธิ์ a ตามการเปลี่ยนของการจำลองระบบในระนาบ X-Y ดังรูปที่ 3.49 ถึงรูปที่ 3.53 ให้เห็นถึงความถี่และอำพนในแต่ละลักษณะของระบบในระนาบ X-Y

ในรูปที่ 3.44 ระบบเกิดสภาวะอลวนส่วนรูปที่ 3.45 ระบบเกิดสภาวะซ้อนทับผลเฉลยเป็นค่าเดิม

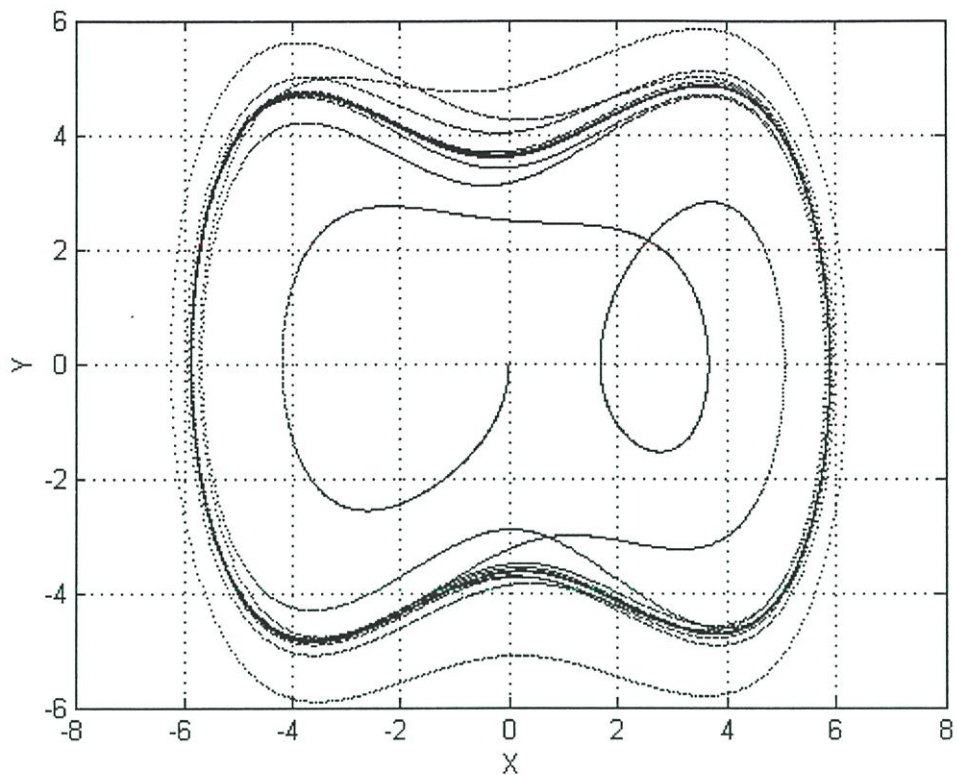


รูปที่ 3.44 สมการ Duffing ที่ $a = 1$, Time = 360 second

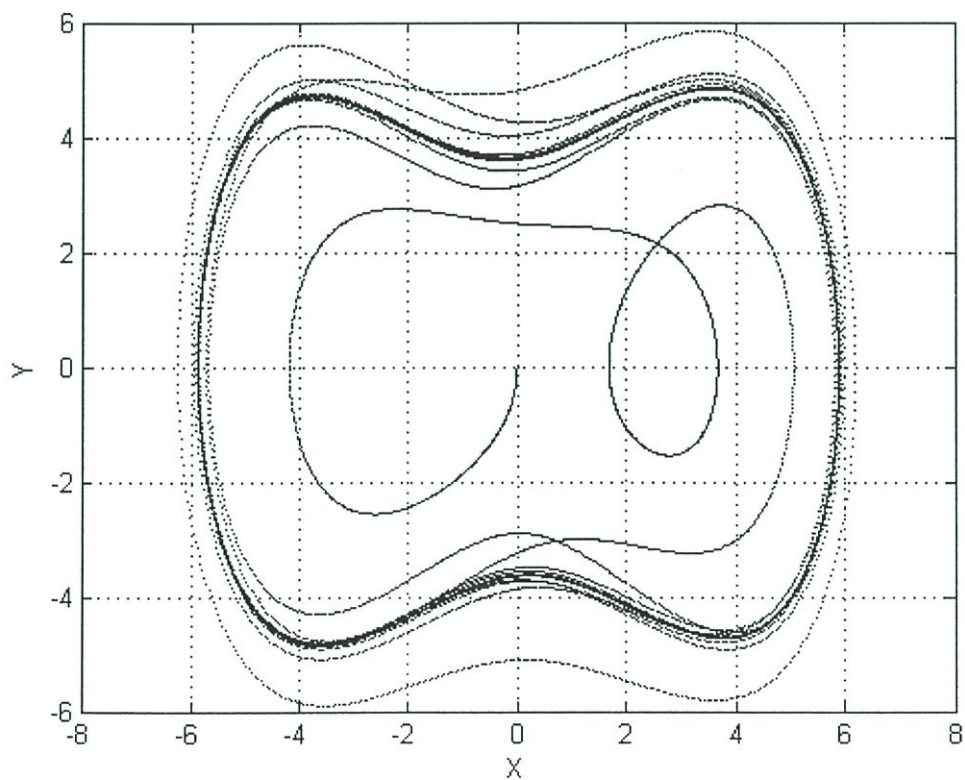


รูปที่ 3.45 สมการ Duffing ที่ $a = 2$, Time = 360 second

ในรูปที่ 3.46 และรูปที่ 3.47 ระบบเกิดสถานะซ้อนทับผลเฉลยเป็นค่าเดิมหลายค่า

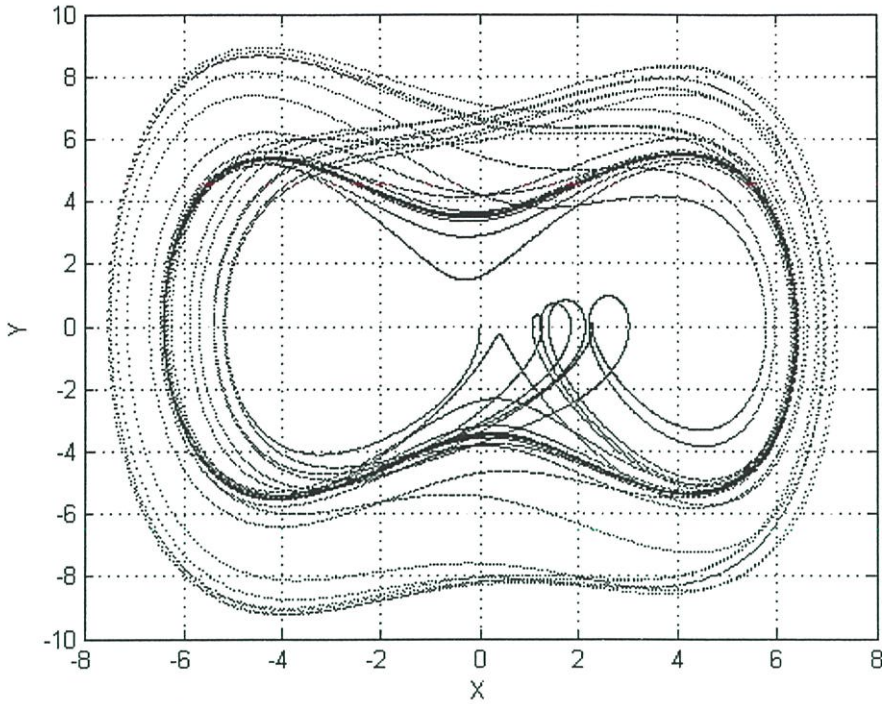


รูปที่ 3.46 สมการ Duffing ที่ $a = 4$, Time = 360 second



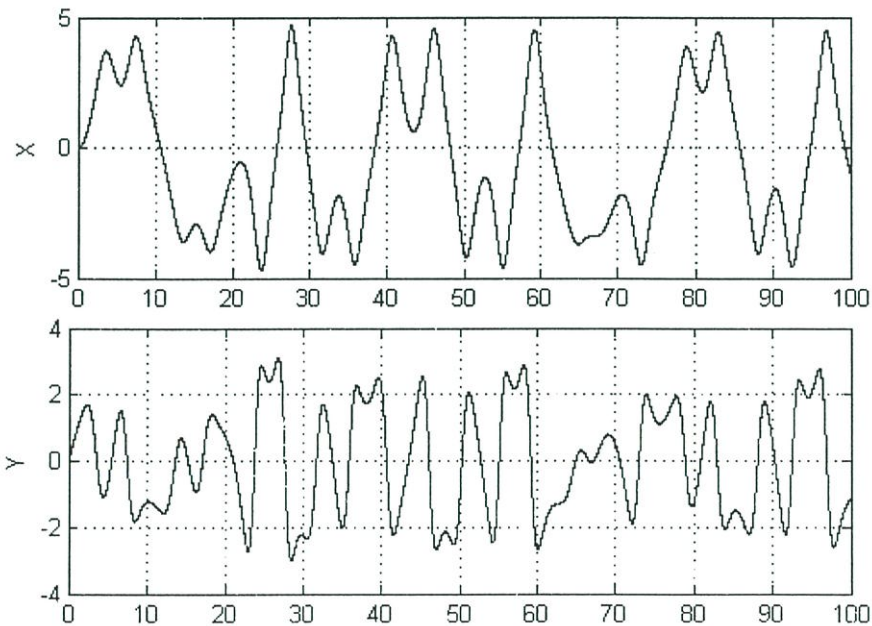
รูปที่ 3.47 สมการ Duffing ที่ $a = -2$, Time = 360 second

ในรูปที่ 3.48 ระบบเกิดสภาวะเริ่มเป็นอลวนสังเกตได้จากรูปที่ 3.53 ระบบมีความถี่ที่ไม่ซ้ำเดิมและ
 อ่าพนที่มีค่าหลากหลาย

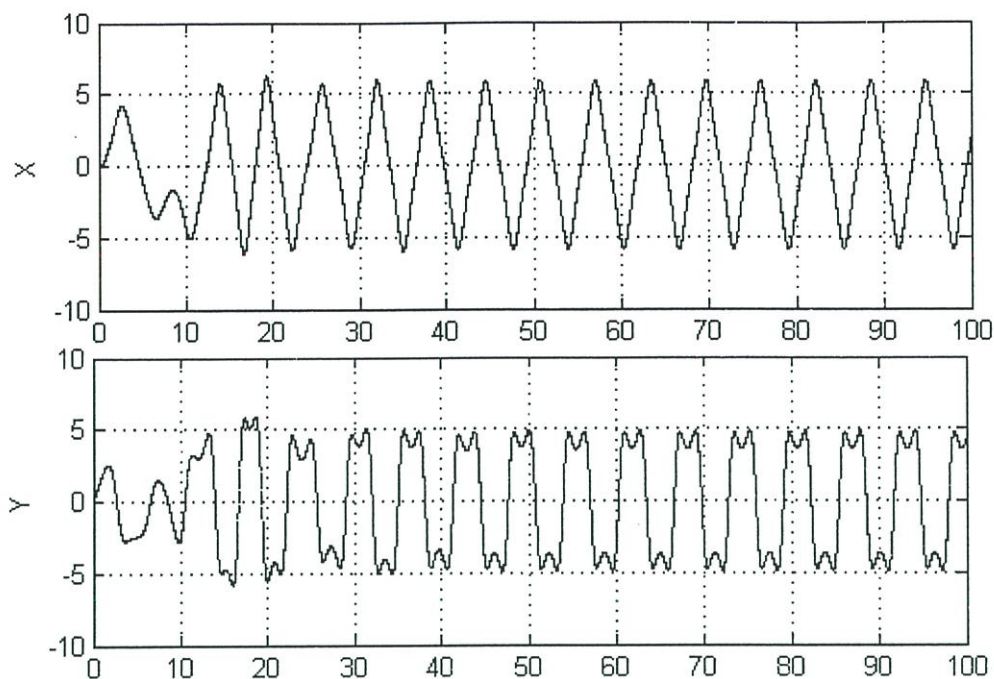


รูปที่ 3.48 สมการ Duffing ที่ $a = -4$, Time = 360 second

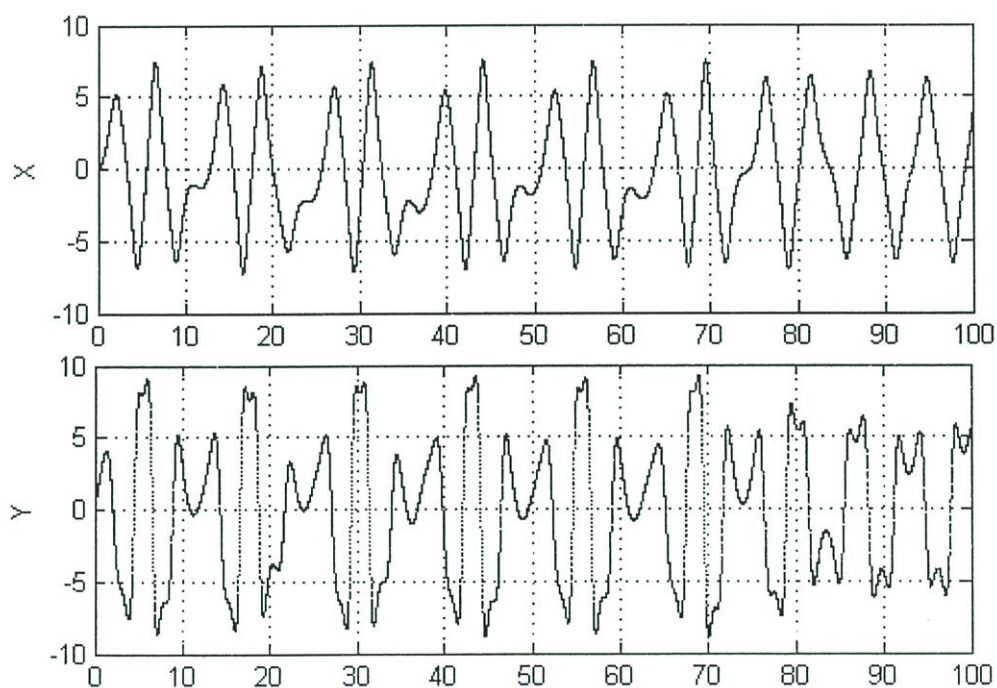
ต่อไปเป็นการจำลองด้วยเครื่องมือวัด Time Series Diagram เพื่อให้เห็นชัดถึงความถี่และอ่าพนของ
 ระบบที่เกิดขึ้นเมื่อเปลี่ยนค่าสัมประสิทธิ์ a



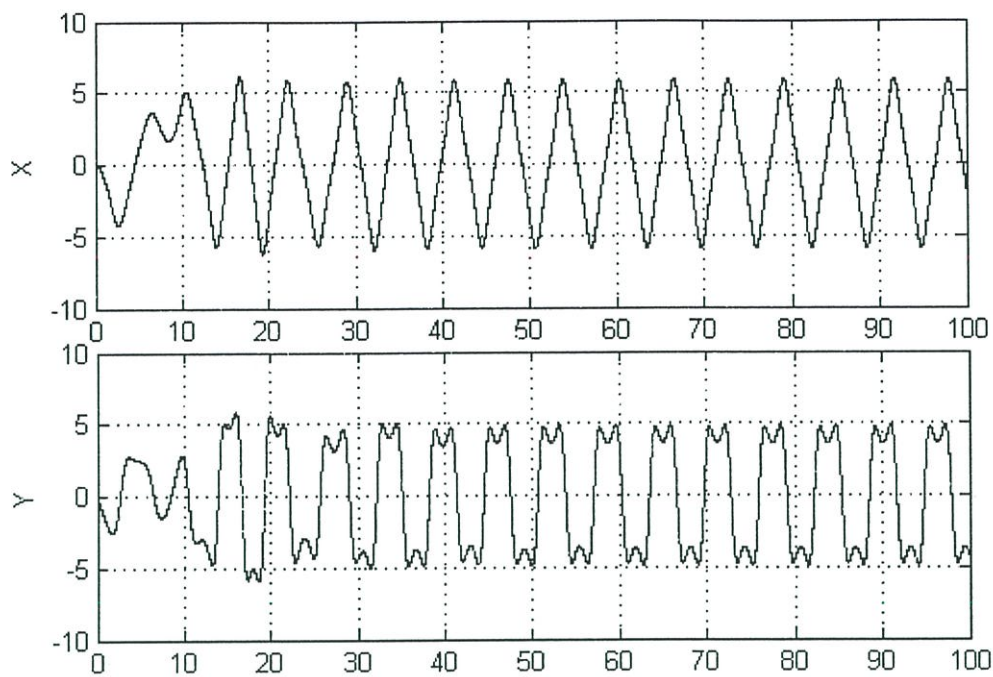
รูปที่ 3.49 สมการ Duffing ที่ $a = 1$, Time = 100 second



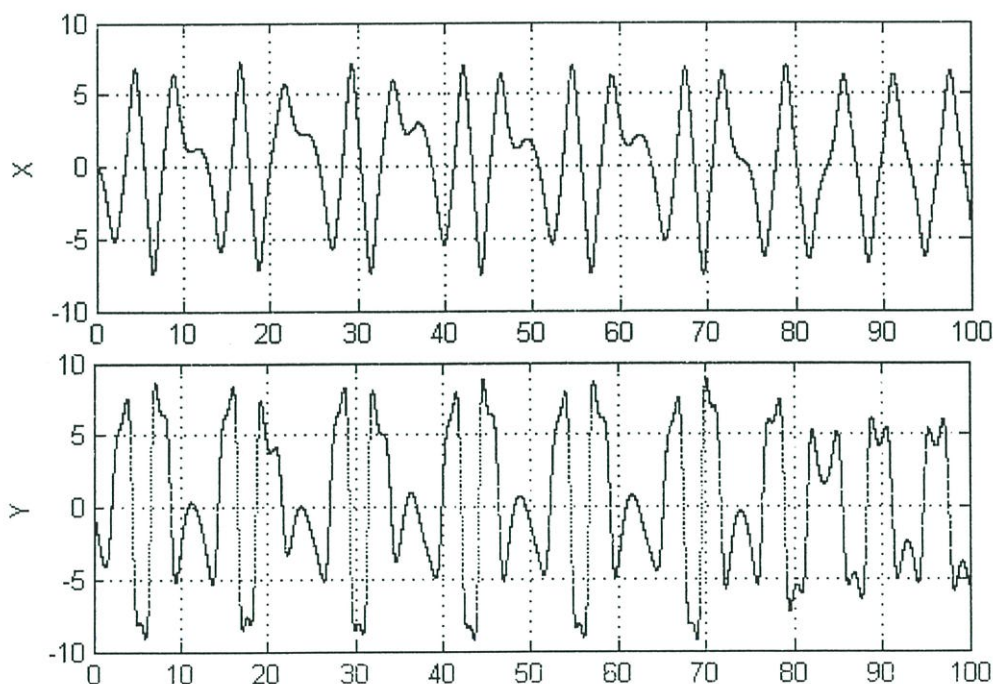
รูปที่ 3.50 สมการ Duffing ที่ $a = 2$, Time = 100 second



รูปที่ 3.51 สมการ Duffing ที่ $a = 4$, Time = 100 second



รูปที่ 3.52 สมการ Duffing ที่ $a = -2$, Time = 100 second



รูปที่ 3.53 สมการ Duffing ที่ $a = -4$, Time = 100 second

3.4 ระบบอลวนในระบบพื้นที่ 3 มิติ Three-Dimension Map

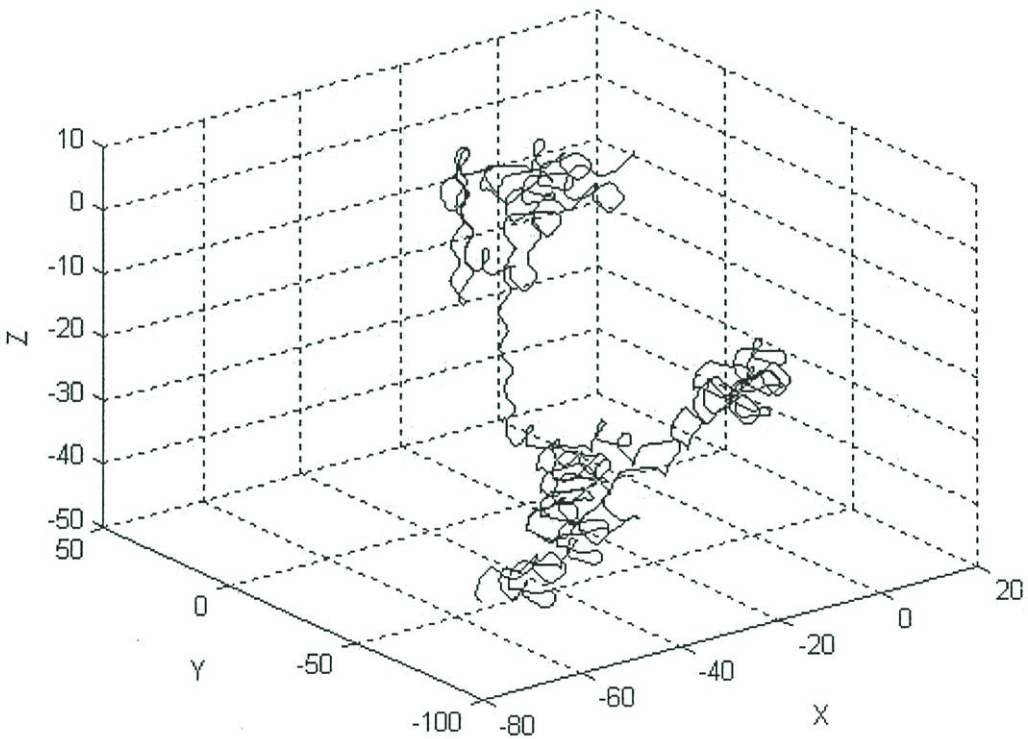
3.4.1 สมการของ Arnold

สมการอลวนของ Arnold มีรูปสมการเชิงคณิตศาสตร์บรรยายได้เป็น

$$\begin{aligned}\frac{dx}{dt} &= a \sin z + c \cos y \\ \frac{dy}{dt} &= b \sin x + a \cos z \\ \frac{dz}{dt} &= c \sin y + b \cos x\end{aligned}\tag{3.4}$$

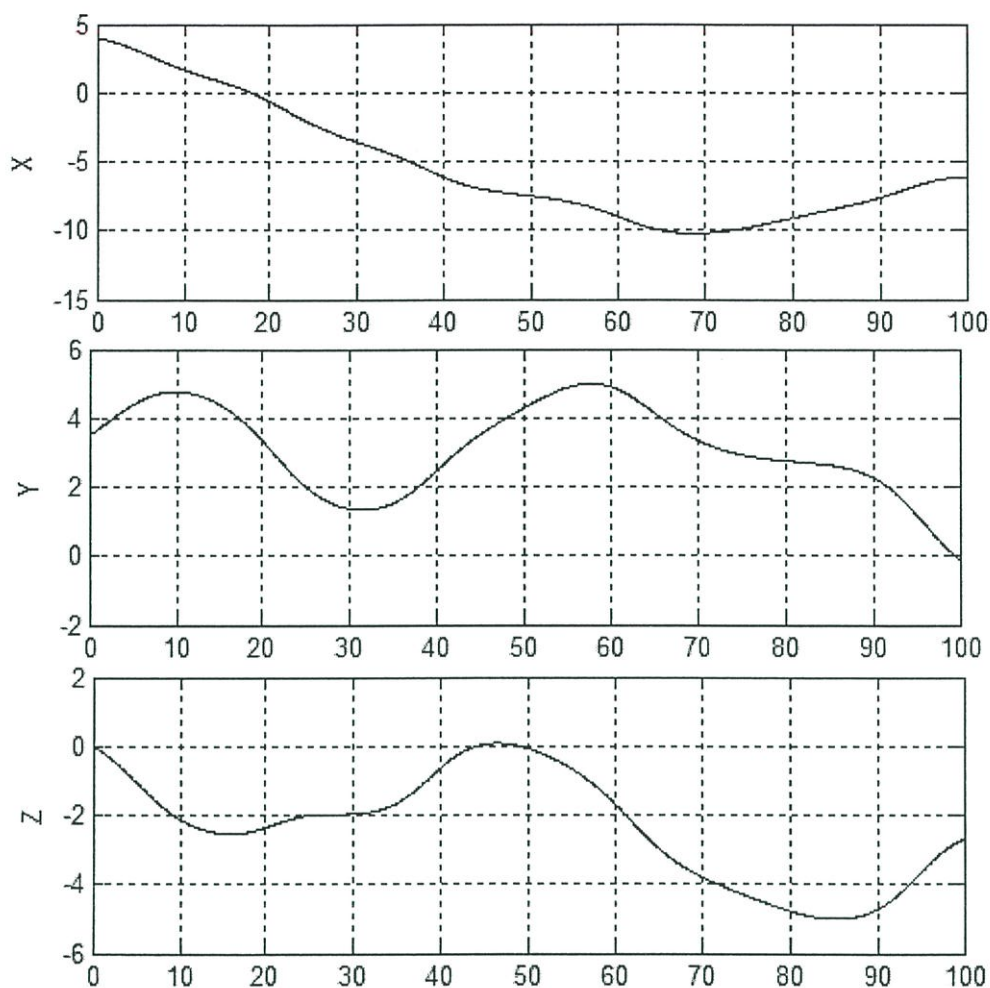
โดยที่ $x_0, y_0, z_0 = [4, 3.5, 0]$ และ $a, b, c = [0.27, 0.135, 0.135]$

พฤติกรรมอลวนของ Arnold เป็นพฤติกรรมอลวนแบบไม่มีขอบเขตมีลักษณะการโคจรได้หลายทิศทางแบบคว้นไฟดังรูปที่ 2.12



รูปที่ 3.54 พฤติกรรมอลวนของ Arnold

ในรูปที่ 3.55 เป็นการจำลองด้วยเครื่องมือวัด Time Series Diagram จะเห็นได้ว่าอัตราการเปลี่ยนแปลงค่าอำนาจของแต่ละแกนมีค่าน้อย ซึ่งสัมพันธ์กับดัชนีการลู่เข้าล่อออกของระบบดังตารางที่ 3.4



รูปที่ 3.55 Time Series Diagram ของ Arnold ที่ Time = 100 second

ตารางที่ 3.4 ค่า Lyapunov Exponent ของ Arnold

Lyapunov Exponent		
λ_1	λ_2	λ_3
0.02261922	0	-0.02261922

เนื่องจากเพื่อความกระชับของบทผู้วิจัยจึงขอแสดงถึงพฤติกรรมของระบบอลวนที่เหลือคือสมการ ตั้งแต่หัวข้อ 3.4.2 ถึงสมการตั้งแต่หัวข้อ 3.4.26 ในภาคผนวก ข. ผู้ที่สนใจสามารถพลิกอ่านได้

3.4.2 สมการของ Chen

สมการอลวนของ Chen มีรูปสมการเชิงคณิตศาสตร์บรรยายได้เป็น

$$\begin{aligned}\frac{dx}{dt} &= a(y-x) \\ \frac{dy}{dt} &= (c-a)x - xz + cy \\ \frac{dz}{dt} &= xy - bz\end{aligned}\tag{3.5}$$

โดยที่ $x_0, y_0, z_0 = [-3, 2, 20]$ และ $a, b, c = [35, 8/3, 28]$

3.4.3 สมการของ Chua

สมการอลวนของ Chua มีรูปสมการเชิงคณิตศาสตร์บรรยายได้เป็น

$$\begin{aligned}\frac{dx}{dt} &= a(y-x-f(x)) \\ \frac{dy}{dt} &= b(x-y+z) \\ \frac{dz}{dt} &= -cy\end{aligned}\tag{3.6}$$

กำหนดให้ $f(x) = m_1x + 0.5(m_0 - m_1)(|x+1| - |x-1|)$

โดยที่ $x_0, y_0, z_0 = [0.1, 0.1, 0.1]$ และ $a, b, c = [15.6, 1, 25.58]$ $m_0, m_1 = [-8/7, -5/7]$

3.4.4 สมการของ Lorenz

สมการอลวนของ Lorenz มีรูปสมการเชิงคณิตศาสตร์บรรยายได้เป็น

$$\begin{aligned}\frac{dx}{dt} &= a(y-x) \\ \frac{dy}{dt} &= cx - y - xz \\ \frac{dz}{dt} &= xy - bz\end{aligned}\tag{3.7}$$

โดยที่ $x_0, y_0, z_0 = [1, 1, 1]$ และ $a, b, c = [10, 8/3, 28]$

3.4.5 สมการของ Rossler

สมการอลวนของ Rossler มีรูปสมการเชิงคณิตศาสตร์บรรยายได้เป็น

$$\begin{aligned}\frac{dx}{dt} &= -y - z \\ \frac{dy}{dt} &= x - ay \\ \frac{dz}{dt} &= b + xz - cz\end{aligned}\tag{3.8}$$

โดยที่ $x_0, y_0, z_0 = [1, 1, 1]$ และ $a, b, c = [0.2, 0.2, 5.7]$

3.4.6 สมการของ Wen Bo Liu

สมการอลวนของ Wen Bo Liu มีรูปสมการเชิงคณิตศาสตร์บรรยายได้เป็น

$$\begin{aligned}\frac{dx}{dt} &= ax + d_1 yz \\ \frac{dy}{dt} &= by + d_2 xz \\ \frac{dz}{dt} &= cz + d_3 xy\end{aligned}\tag{3.9}$$

โดยที่ $x_0, y_0, z_0 = [0.23, 0.1, 0.32]$ และ $a, b, c = [0.5, -10, -4]$ $d_1, d_2, d_3 = [1, -1, -1]$

3.4.7 สมการของ Shimizu-Morioka

สมการอลวนของ Shimizu-Morioka มีรูปสมการเชิงคณิตศาสตร์บรรยายได้เป็น

$$\begin{aligned}\frac{dx}{dt} &= y \\ \frac{dy}{dt} &= x - ay - xz \\ \frac{dz}{dt} &= x^2 - bz\end{aligned}\tag{3.10}$$

โดยที่ $x_0, y_0, z_0 = [0.1, 0.1, 0.1]$ และ $a, b = [0.85, 0.5]$

3.4.8 สมการของ Sprott-Linz

สมการอลวนของ Sprott-Linz มีรูปสมการเชิงคณิตศาสตร์บรรยายได้เป็น

$$\begin{aligned}\frac{dx}{dt} &= y \\ \frac{dy}{dt} &= -x + yz \\ \frac{dz}{dt} &= 1 - y^2\end{aligned}\tag{3.11}$$

โดยที่ $x_0, y_0, z_0 = [1, 1, 1]$

3.4.9 สมการของ Gennesio-Tesi

สมการอลวนของ Gennesio-Tesi มีรูปสมการเชิงคณิตศาสตร์บรรยายได้เป็น

$$\begin{aligned}\frac{dx}{dt} &= y \\ \frac{dy}{dt} &= z \\ \frac{dz}{dt} &= -cx - by - az + x^2\end{aligned}\tag{3.12}$$

โดยที่ $x_0, y_0, z_0 = [0.1, 0.1, 0.1]$ และ $a, b, c = [0.44, 1.1, 1]$

3.4.10 สมการ Rucklidge

สมการอลวนของ Rucklidge มีรูปสมการเชิงคณิตศาสตร์บรรยายได้เป็น

$$\begin{aligned}\frac{dx}{dt} &= ax - Ly - yz \\ \frac{dy}{dt} &= x \\ \frac{dz}{dt} &= -z + y^2\end{aligned}\tag{3.13}$$

โดยที่ $x_0, y_0, z_0 = [0.1, 0.1, 0.1]$ และ $a, L = [-2, -6.7]$

3.4.11 สมการของ Sprott1

สมการอลวนของ Sprott1 มีรูปสมการเชิงคณิตศาสตร์บรรยายได้เป็น

$$\begin{aligned}\frac{dx}{dt} &= yz \\ \frac{dy}{dt} &= x - y \\ \frac{dz}{dt} &= 1 - xy\end{aligned}\tag{3.14}$$

โดยที่ $x_0, y_0, z_0 = [0.1, 0.1, 0.1]$

3.4.12 สมการของ Sprott2

สมการอลวนของ Sprott2 มีรูปสมการเชิงคณิตศาสตร์บรรยายได้เป็น

$$\begin{aligned}\frac{dx}{dt} &= yz \\ \frac{dy}{dt} &= x - y \\ \frac{dz}{dt} &= 1 - x^2\end{aligned}\tag{3.15}$$

โดยที่ $x_0, y_0, z_0 = [0.1, 0.1, 0.1]$

3.4.13 สมการของ Sprott3

สมการอลวนของ Sprott3 มีรูปสมการเชิงคณิตศาสตร์บรรยายได้เป็น

$$\begin{aligned}\frac{dx}{dt} &= -y \\ \frac{dy}{dt} &= x + y \\ \frac{dz}{dt} &= xz + 3y^2\end{aligned}\tag{3.16}$$

โดยที่ $x_0, y_0, z_0 = [0.1, 0.1, 0.1]$

3.4.14 สมการของ Sprott4

สมการอลวนของ Sprott2 มีรูปสมการเชิงคณิตศาสตร์บรรยายได้เป็น

$$\begin{aligned}\frac{dx}{dt} &= yz \\ \frac{dy}{dt} &= x^2 - y \\ \frac{dz}{dt} &= 1 - 4x\end{aligned}\tag{3.17}$$

โดยที่ $x_0, y_0, z_0 = [0.1, 0.1, 0.1]$

3.4.15 สมการของ Sprott5

สมการอลวนของ Sprott5 มีรูปสมการเชิงคณิตศาสตร์บรรยายได้เป็น

$$\begin{aligned}\frac{dx}{dt} &= y + z \\ \frac{dy}{dt} &= -x + 0.5y \\ \frac{dz}{dt} &= x^2 - z\end{aligned}\tag{3.18}$$

โดยที่ $x_0, y_0, z_0 = [0.1, 0.1, 0.1]$

3.4.16 สมการของ Sprott6

สมการอลวนของ Sprott6 มีรูปสมการเชิงคณิตศาสตร์บรรยายได้เป็น

$$\begin{aligned}\frac{dx}{dt} &= 0.4x + z \\ \frac{dy}{dt} &= xz - y \\ \frac{dz}{dt} &= -x + y\end{aligned}\tag{3.19}$$

ให้ $x_0, y_0, z_0 = [0.1, 0.1, 0.1]$

3.4.17 สมการของ Sprott7

สมการอลวนของ Sprott7 มีรูปสมการเชิงคณิตศาสตร์บรรยายได้เป็น

$$\begin{aligned}\frac{dx}{dt} &= -y + z^2 \\ \frac{dy}{dt} &= x + 0.5y \\ \frac{dz}{dt} &= x - z\end{aligned}\tag{3.20}$$

ให้ $x_0, y_0, z_0 = [0.1, 0.1, 0.1]$

3.4.18 สมการของ Sprott8

สมการอลวนของ Sprott8 มีรูปสมการเชิงคณิตศาสตร์บรรยายได้เป็น

$$\begin{aligned}\frac{dx}{dt} &= xy - z \\ \frac{dy}{dt} &= x - y \\ \frac{dz}{dt} &= x + 0.3z\end{aligned}\tag{3.21}$$

ให้ $x_0, y_0, z_0 = [0.1, 0.1, 0.1]$

3.4.19 สมการของ Sprott9

สมการอลวนของ Sprott9 มีรูปสมการเชิงคณิตศาสตร์บรรยายได้เป็น

$$\begin{aligned}\frac{dx}{dt} &= y + 3.9z \\ \frac{dy}{dt} &= 0.9x^2 - y \\ \frac{dz}{dt} &= 1 - x\end{aligned}\tag{3.22}$$

โดยที่ $x_0, y_0, z_0 = [0.1, 0.1, 0.1]$

3.4.20 สมการของ Sprott10

สมการอลวนของ Sprott10 มีรูปสมการเชิงคณิตศาสตร์บรรยายได้เป็น

$$\begin{aligned}\frac{dx}{dt} &= -z \\ \frac{dy}{dt} &= -x^2 - y \\ \frac{dz}{dt} &= 1.7 + 1.7x + y\end{aligned}\tag{3.23}$$

โดยที่ $x_0, y_0, z_0 = [0.1, -1.5, 1.5]$

3.4.21 สมการของ Sprott11

สมการอลวนของ Sprott11 มีรูปสมการเชิงคณิตศาสตร์บรรยายได้เป็น

$$\begin{aligned}\frac{dx}{dt} &= -2y \\ \frac{dy}{dt} &= x + z^2 \\ \frac{dz}{dt} &= 1 + y - 2z\end{aligned}\tag{3.24}$$

โดยที่ $x_0, y_0, z_0 = [0.1, 0.1, 0.1]$

3.4.22 สมการของ Sprott12

สมการอลวนของ Sprott12 มีรูปสมการเชิงคณิตศาสตร์บรรยายได้เป็น

$$\begin{aligned}\frac{dx}{dt} &= y \\ \frac{dy}{dt} &= x - z \\ \frac{dz}{dt} &= x + xz + 2.7y\end{aligned}\tag{3.25}$$

โดยที่ $x_0, y_0, z_0 = [0.1, 0.1, 0.1]$

3.4.23 สมการของ Sprott13

สมการอลวนของ Sprott13 มีรูปสมการเชิงคณิตศาสตร์บรรยายได้เป็น

$$\begin{aligned}\frac{dx}{dt} &= -z \\ \frac{dy}{dt} &= x - y \\ \frac{dz}{dt} &= 3.1x + y^2 + 0.5z\end{aligned}\tag{3.26}$$

ให้ $x_0, y_0, z_0 = [0.1, 0.1, 0.1]$

3.4.24 สมการของ Sprott14

สมการอลวนของ Sprott14 มีรูปสมการเชิงคณิตศาสตร์บรรยายได้เป็น

$$\begin{aligned}\frac{dx}{dt} &= 2.7y + z \\ \frac{dy}{dt} &= -x + y^2 \\ \frac{dz}{dt} &= x + y\end{aligned}\tag{3.27}$$

โดยที่ $x_0, y_0, z_0 = [0.1, 0.1, 0.1]$

3.4.25 สมการของ Sprott15

สมการอลวนของ Sprott15 มีรูปสมการเชิงคณิตศาสตร์บรรยายได้เป็น

$$\begin{aligned}\frac{dx}{dt} &= 0.9 - y \\ \frac{dy}{dt} &= 0.4 + z \\ \frac{dz}{dt} &= xy - z\end{aligned}\tag{3.28}$$

โดยที่ $x_0, y_0, z_0 = [0.1, 0.1, 0.1]$

3.4.26 สมการของ Sprott16

สมการอวลวนของ Sprott16 มีรูปสมการเชิงคณิตศาสตร์บรรยายได้เป็น

$$\begin{aligned}\frac{dx}{dt} &= -x - 4y \\ \frac{dy}{dt} &= x + z^2 \\ \frac{dz}{dt} &= 1 - x\end{aligned}\tag{3.29}$$

โดยที่ $x_0, y_0, z_0 = [0.1, 0.1, 0.1]$

ในบทต่อไปจะนำเสนอวิธีการจำลองและการทดลองหาเส้นทางการเคลื่อนที่บนพื้นที่ระนาบ 2 มิติ แบบมีสิ่งกีดขวางและไม่มีสิ่งกีดขวาง โดยพื้นที่ทดลองเป็นลักษณะมีขอบเขต เพื่อหาเส้นทางการเคลื่อนที่ว่าเส้นทางใดที่ครอบคลุมพื้นที่ทดลองมากที่สุด และเพื่อหาเส้นทางที่ใช้เวลาในการเข้าถึงจุดเป้าหมายที่กระจายตำแหน่งไว้บนพื้นที่ทดลองน้อยที่สุด จากตัวสร้างเส้นทางทั้งหมด 28 สมการ

บทที่ 4

ผลการจำลองและการทดลองตรวจสอบกระสวน

เส้นทางการเคลื่อนที่

4.1 บทนำ

บทนี้นำเสนอวิธีการจำลองและการทดลองหาเส้นทางการเคลื่อนที่บนพื้นที่ระนาบ 2 มิติ แบบมีสิ่งกีดขวางและไม่มีสิ่งกีดขวาง โดยพื้นที่ทดลองเป็นลักษณะมีขอบเขตดูได้ในรูปที่ 4.1 เพื่อหาเส้นทางการเคลื่อนที่ว่าเส้นทางใดที่ครอบคลุมพื้นที่ทดลองมากที่สุด และเพื่อหาเส้นทางที่ใช้เวลาในการเข้าถึงจุดเป้าหมายที่กระจายตำแหน่งไว้บนพื้นที่ทดลองน้อยที่สุด

4.2 วิธีการจำลอง

ในการหาตำแหน่งของการเคลื่อนที่ไปบนพื้นที่ระนาบ 2 มิติ จะอาศัยการสร้างตำแหน่งโดยสมการพหุนามสองลู่ซึ่งอธิบายในทางคณิตศาสตร์ได้ดังสมการที่ (5.1)

$$\begin{aligned} \dot{x} &= v \cos(\theta_1) \\ \dot{y} &= v \sin(\theta_2) \end{aligned} \quad (5.1)$$

โดยที่ \dot{x} คืออัตราการเปลี่ยนแปลงของค่าระยะในระนาบแกน X มีหน่วยเป็นเมตร

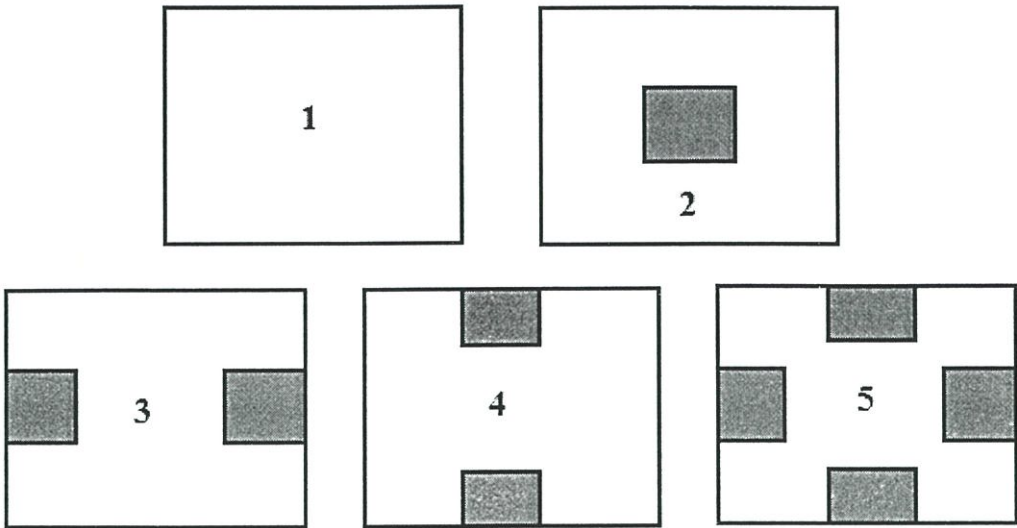
\dot{y} คืออัตราการเปลี่ยนแปลงของค่าระยะในระนาบแกน Y มีหน่วยเป็นเมตร

θ_1 คือมุมของเส้นขจัดที่ทำกับแกน X มีหน่วยเป็นองศา

θ_2 คือมุมของเส้นขจัดที่ทำกับแกน Y มีหน่วยเป็นองศา

และ v คือค่าความเร็วมีหน่วยเป็นเมตรต่อวินาที

มีค่า θ_1 และ θ_2 เป็นตัวแปรสำคัญในการกำหนดลักษณะเส้นทางการเคลื่อนที่ ให้มีค่าความครอบคลุมพื้นที่ทดลองมากหรือน้อยเท่าใด และใช้เวลาในการเข้าถึงเป้าหมายได้มากหรือน้อยเท่าใดดังที่กล่าวไว้ในบทนำ โดยการทดลองจะนำค่า X หรือ Y หรือ Z ที่เกิดจากสมการอวนทั้ง 28 สมการในบทที่ 4 แทนค่าลงใน θ_1 และ θ_2 ของสมการที่ (5.1) เพื่อเคลื่อนที่ไปบนพื้นที่ทดลอง และเปรียบเทียบค่าความครอบคลุมเพื่อคัดเลือกตัวแปรที่ดีที่สุดสำหรับแต่ละสมการทั้งหมด 28 สมการ



รูปที่ 4.1 พื้นที่ทดลอง

จากนั้นทำการทดลองการครอบคลุมพื้นที่ การกระจายไปในพื้นที่ และ การหาเวลาที่ใช้ในการเข้าถึงเป้าหมายของสมการที่ได้คัดสรรจาก 28 สมการเหลือ 2 สมการ

4.3 การทดลอง

4.3.1 การแทนค่ากับ θ_1 และ θ_2 ในสมการหุ่นยนต์สองล้อ

ในการหาค่าแทนลงใน θ_1 และ θ_2 ของแต่ละสมการทั้งหมด 28 สมการจะทดลองโดยวิธีแทนค่า X หรือ Y หรือ Z ในทุกรูปแบบคือ X-X, X-Y, X-Z, Y-X, Y-Y, Y-Z, Z-X, Z-Y และ Z-Z ลงใน θ_1 และ θ_2 ของสมการหุ่นยนต์สองล้อตามลำดับ แล้วทำการทดสอบเคลื่อนที่ไปบนพื้นที่ขนาดกว้าง 1 เมตรยาว 1 เมตร ด้วยเวลาการเคลื่อนที่ 500 วินาที พร้อมหาค่าการครอบคลุมและการกระจายไปในพื้นที่ โดยมีผลการทดลองของการแทนค่าดังตารางที่ 4.1 และผลของการครอบคลุมและการกระจายไปในพื้นที่ดังตารางที่ 4.2

ตารางที่ 4.1 การแทนค่า θ_1 และ θ_2 ในสมการหุ่นยนต์

สมการ	θ_1	θ_2	สมการ	θ_1	θ_2
Logistic	X	X	Sprott3	Z	X
Hennon	X	X	Sprott4	Y	Y
Arnold	Z	Z	Sprott5	Y	Z

ตารางที่ 4.1 การแทนค่า θ_1 และ θ_2 ในสมการหุ่นยนต์ (ต่อ)

สมการ	θ_1	θ_2	สมการ	θ_1	θ_2
Chen	X	Z	Sprott6	Z	X
Chua	Z	X	Sprott7	Z	Z
Lorenz	Z	X	Sprott8	X	Y
Rosslor	Y	Y	Sprott9	Y	Z
Wen Bo Liu	X	X	Sprott10	X	X
Shimizu-Morioka	Y	Y	Sprott11	Z	Z
Sprott-Linz	Z	Y	Sprott12	Y	Y
Gennesio-Tesi	X	Z	Sprott13	Z	Z
Rucklidge	Y	Y	Sprott14	Y	Y
Sprott1	X	Y	Sprott15	Z	X
Sprott2	X	X	Sprott16	X	X

ตารางที่ 4.2 เปอร์เซ็นต์การครอบคลุมพื้นที่และเปอร์เซ็นต์การกระจายไปในพื้นที่

สมการอลวน	เปอร์เซ็นต์การครอบคลุมพื้นที่	เปอร์เซ็นต์การกระจายไปในพื้นที่
Logistic	70.32	67.45
Hennon	24.09	21.34
Arnold	84.35	83.01
Chen	19.23	18.34
Chua	83.95	81.24
Lorenz	22.45	20.67
Rosslor	44.35	42.56
Wen Bo Liu	46.78	44.35
Shimizu-Morioka	34.65	30.25
Sprott-Linz	82.09	77.90
Gennesio-Tesi	45.67	41.46
Rucklidge	67.90	62.57
Sprott1	78.97	74.35
Sprott2	67.87	64.11

ตารางที่ 4.2 เปอร์เซ็นต์การครอบคลุมพื้นที่และเปอร์เซ็นต์การกระจายไปในพื้นที่ (ต่อ)

สมการอลวน	เปอร์เซ็นต์การครอบคลุมพื้นที่	เปอร์เซ็นต์การกระจายไปในพื้นที่
Sprott3	65.78	61.09
Sprott4	46.98	41.35
Sprott5	23.85	19.04
Sprott6	65.97	62.25
Sprott7	81.23	78.95
Sprott8	77.45	73.24
Sprott9	48.67	44.56
Sprott10	34.65	32.26
Sprott11	66.03	62.57
Sprott12	57.75	55.69
Sprott13	80.23	75.06
Sprott14	23.45	19.57
Sprott15	78.34	72.59
Sprott16	67.72	61.05

ดังตารางที่ 4.2 เห็นได้ว่าสมการของ Arnold, Chua และ Sprott-Linz ให้ค่าเปอร์เซ็นต์การครอบคลุมพื้นที่และเปอร์เซ็นต์การกระจายไปในพื้นที่มากที่สุด

4.3.2 ผลการเปรียบเทียบการครอบคลุมพื้นที่และการกระจายไปในพื้นที่ระหว่างตัวกำเนิด

ความอลวนของ Arnold และ Chua

จากผลการทดลองในหัวข้อ 4.3.1 ได้ 2 ตัวกำเนิดความอลวนที่มีเปอร์เซ็นต์การครอบคลุมพื้นที่และมีเปอร์เซ็นต์การกระจายไปในพื้นที่มากที่สุดคือตัวกำเนิดความอลวนของ Arnold และ Chua จึงได้เลือกเฉพาะ 2 ตัวกำเนิดนี้มาทำการทดลองในพื้นที่งานทั้ง 5 รูปแบบเดิมแต่ได้มีการเปลี่ยนแปลงขนาดของพื้นที่ไป 4 ขนาดคือขอบเขต กว้าง 3 เมตร ยาว 3 เมตร ขอบเขต กว้าง 5 เมตร ยาว 5 เมตร ขอบเขต กว้าง 10 เมตร ยาว 10 เมตร และขอบเขต กว้าง 8 เมตร ยาว 10 เมตร ดังมีผลการทดลองตามตารางที่ 4.3 พร้อมสรุปทั้งหมดตามตารางที่ 4.4

ตารางที่ 4.3 เปอร์เซ็นต์การครอบคลุมและการกระจายแต่ละพื้นที่

ขนาดพื้นที่	สมการ อลวน	เปอร์เซ็นต์ การครอบคลุมพื้นที่	เปอร์เซ็นต์ การกระจายไปในพื้นที่
กว้าง 3 เมตร	Arnold	77.46	73.28
ยาว 3 เมตร	Chua	88.72	88.27
กว้าง 5 เมตร	Arnold	80.71	79.99
ยาว 5 เมตร	Chua	87.98	87.41
กว้าง 10 เมตร	Arnold	62.04	59.19
ยาว 10 เมตร	Chua	71.10	70.21
กว้าง 8 เมตร	Arnold	67.13	60.34
ยาว 10 เมตร	Chua	77.98	76.69

ตารางที่ 4.4 สรุปเปอร์เซ็นต์การครอบคลุมและการกระจายในพื้นที่

สมการอลวน	เปอร์เซ็นต์ การครอบคลุมพื้นที่	เปอร์เซ็นต์ การกระจายไปในพื้นที่
Arnold	80.71	79.99
Chua	87.98	87.41

ดังตารางที่ 4.4 เห็นได้ว่าสมการของ Chua มีเปอร์เซ็นต์การครอบคลุมพื้นที่และเปอร์เซ็นต์การกระจายไปในพื้นที่ที่ทดลองมากกว่าสมการของ Arnold ประมาณ 8%

4.3.3 ผลการเปรียบเทียบจำนวนเวลาที่ใช้ในการเข้าถึงจุดเป้าหมายจากเส้นทางการเคลื่อนที่ของตัวกำเนิด Arnold และ Chua

จากผลการทดลองในหัวข้อ 4.3.2 ที่กล่าวถึงการเคลื่อนที่ไปได้ทั่วพื้นที่งานนั้นเพื่อให้เห็นเด่นชัดขึ้นไปอีกผู้วิจัยจึงได้ทดลองในลักษณะการเข้าถึงเป้าหมายของเส้นทางการเคลื่อนที่ ที่สร้างด้วยตัวกำเนิด Arnold และ Chua โดยมีรูปแบบการทดลองคือ กระจายจุดเป้าหมาย 20 จุดบนพื้นที่งานทั้ง 5 รูปแบบเดิมแต่ได้มีการเปลี่ยนแปลงขนาดของพื้นที่ไป 4 ขนาดคือขอบเขต กว้าง 8 เมตร ยาว 10 เมตร ขอบเขต กว้าง 10 เมตร ยาว 10 เมตร ขอบเขต กว้าง 16 เมตร ยาว 20 เมตร และขอบเขต กว้าง 20 เมตร ยาว 20 เมตร รวมทั้งได้ทดลองเปลี่ยนค่าความเร็ว v ในสมการที่ (5.1) เป็น 0.12 เมตรต่อวินาทีดังมีผลการทดลองตามตารางที่ 4.5 และเป็น 0.30 เมตรต่อวินาทีดังมีผลการทดลองตามตารางที่ 4.6 พร้อมสรุปทั้งหมดตามตารางที่ 4.7

4.3.3.1 ค่าความเร็วที่ 0.12 เมตรต่อวินาที

ตารางที่ 4.5 เวลาในการเคลื่อนที่เข้าถึงจุดเป้าหมายโดยความเร็ว 0.12 เมตรต่อวินาที

ขนาดพื้นที่	รูปแบบของพื้นที่	เวลาที่ใช้ของตัวกำเนิด Arnold (วินาที)	เวลาที่ใช้ของตัวกำเนิด Chua (วินาที)
กว้าง 8 เมตร ยาว 10 เมตร	รูปแบบที่ 1	23864.754	21579.134
	รูปแบบที่ 2	21122.492	23074.746
	รูปแบบที่ 3	18438.014	22656.810
	รูปแบบที่ 4	23189.628	19947.322
	รูปแบบที่ 5	16686.938	17836.292
กว้าง 10 เมตร ยาว 10 เมตร	รูปแบบที่ 1	26206.088	23094.839
	รูปแบบที่ 2	26415.823	24102.683
	รูปแบบที่ 3	22917.236	23008.109
	รูปแบบที่ 4	19787.261	22440.058
	รูปแบบที่ 5	19244.352	17453.479
กว้าง 16 เมตร ยาว 20 เมตร	รูปแบบที่ 1	89347.904	75564.48
	รูปแบบที่ 2	81185.025	77755.337
	รูปแบบที่ 3	84555.176	77977.641
	รูปแบบที่ 4	76568.139	70171.102
	รูปแบบที่ 5	72385.724	70025.648
กว้าง 20 เมตร ยาว 20 เมตร	รูปแบบที่ 1	116834.293	90339.373
	รูปแบบที่ 2	105667.884	88103.610
	รูปแบบที่ 3	100935.123	88901.087
	รูปแบบที่ 4	97880.759	86734.345
	รูปแบบที่ 5	86086.743	69735.194

4.3.3.2 ค่าความเร็วที่ 0.30 เมตรต่อวินาที

ตารางที่ 4.6 เวลาในการเคลื่อนที่เข้าสู่จุดเป้าหมายโดยความเร็ว 0.30 เมตรต่อวินาที

ขนาดของพื้นที่	รูปแบบของพื้นที่	เวลาที่ใช้ของตัวกำเนิด	
		Arnold (วินาที)	Chua (วินาที)
กว้าง 8 เมตร ยาว 10 เมตร	รูปแบบที่ 1	9098.576	8210.177
	รูปแบบที่ 2	8300.647	6767.386
	รูปแบบที่ 3	6347.468	6012.051
	รูปแบบที่ 4	6959.154	6788.148
	รูปแบบที่ 5	6387.341	5437.727
กว้าง 10 เมตร ยาว 10 เมตร	รูปแบบที่ 1	10873.06	9308.04
	รูปแบบที่ 2	8957.345	8174.414
	รูปแบบที่ 3	8716.698	7377.904
	รูปแบบที่ 4	8065.24	7175.291
	รูปแบบที่ 5	6804.6	6544.044
กว้าง 16 เมตร ยาว 20 เมตร	รูปแบบที่ 1	33453.24	30007.758
	รูปแบบที่ 2	32664.549	28634.102
	รูปแบบที่ 3	28474.923	28284.603
	รูปแบบที่ 4	29168.511	30171.102
	รูปแบบที่ 5	25688.824	26187.852
กว้าง 20 เมตร ยาว 20 เมตร	รูปแบบที่ 1	37524.98	34384.547
	รูปแบบที่ 2	32664.549	35754.650
	รูปแบบที่ 3	28474.923	31496.281
	รูปแบบที่ 4	29168.511	30407.529
	รูปแบบที่ 5	25688.824	23120.072

ตารางที่ 4.7 เวลาเฉลี่ยในการเคลื่อนที่เข้าถึงจุดเป้าหมายระหว่าง Arnold และ Chua

ความเร็ว	ขนาดของพื้นที่	เวลาที่ใช้ของตัวกำเนิด	
		Arnold (วินาที)	Chua (วินาที)
0.12 เมตรต่อ วินาที	กว้าง 8 เมตร ยาว 10 เมตร	20660.36	21018.86
	กว้าง 10 เมตร ยาว 10 เมตร	22914.15	22019.83
	กว้าง 16 เมตร ยาว 20 เมตร	80808.39	74298.84
	กว้าง 20 เมตร ยาว 20 เมตร	101480.96	84762.72
0.30 เมตรต่อ วินาที	กว้าง 8 เมตร ยาว 10 เมตร	7418.63	6643.09
	กว้าง 10 เมตร ยาว 10 เมตร	8683.38	7715.93
	กว้าง 16 เมตร ยาว 20 เมตร	29890.00	28657.08
	กว้าง 20 เมตร ยาว 20 เมตร	30704.35	31032.61

ดังตารางที่ 4.7 เห็นได้ว่าสมการของ Chua มีเวลาเฉลี่ยในการเคลื่อนที่เข้าถึงจุดเป้าหมายที่น้อยกว่าสมการของ Arnold ประมาณ 1000 วินาที

โดยการประยุกต์จริงกับหุ่นยนต์ขี้ออกกล่าวในภาคผนวก ก. และในบทต่อไปจะกล่าวถึงบทสรุปผลการวิจัย ข้อเสนอแนะในงานวิจัยและแนวทางการพัฒนาในอนาคต

บทที่ 5

สรุปการวิจัยและข้อเสนอแนะ

งานวิจัยนี้หาและสร้างเส้นทางการเคลื่อนที่สำหรับหุ่นยนต์สองล้อไปบนพื้นที่ระนาบ 2 มิติ โดยใช้สมการอลวนทั้งหมด 28 สมการ เพื่อเปรียบเทียบในประสิทธิภาพด้านการครอบคลุมพื้นที่ การกระจายไปในพื้นที่ และการเข้าถึงจุดเป้าหมายที่วางกระจายในอยู่บนพื้นที่

5.1 ลำดับในการดำเนินการวิจัย

ผู้วิจัยเริ่มจากศึกษาทฤษฎีอลวนเพื่อทราบธรรมชาติ ลักษณะการเกิดพฤติกรรมของสภาวะอลวน และเครื่องมือวัดความอลวน โดยสภาวะอลวนจะเกิดเมื่อมีปัจจัยของระบบครบ 3 ส่วนหลัก ดังนี้

1. รูปแบบสมการเชิงพลศาสตร์ที่ขึ้นกับเวลา
2. ค่าสัมประสิทธิ์ของสมการระบบ (จะมีผลต่อระบบมากเพื่อเกิดพฤติกรรมอลวน)
3. ค่าเงื่อนไขเริ่มต้นของสมการระบบ (มีผลต่อการ โจรจรของพฤติกรรมอลวน)

ซึ่งรูปแบบพฤติกรรมอลวนที่เกิดขึ้นมี 2 แบบคือ แบบมีขอบเขตและแบบไม่มีขอบเขต โดยในการหาค่าความอลวนสามารถใช้เครื่องมือวัด 4 ชนิดดังนี้

- เครื่องมือวัดที่ 1 เป็นแผนภาพ Poincare หมายถึงแผนภาพสองมิติแสดงจุดของเส้นทางการ โจรจรตัดผ่านระนาบที่มีแกนประกอบเป็น X-Y วางอยู่ตำแหน่ง ณ Z ใดๆ, X-Z วางอยู่ตำแหน่ง ณ Y ใดๆหรือ Y-Z วางอยู่ตำแหน่ง ณ X ใดๆ
- เครื่องมือวัดที่ 2 คืออนุกรมเวลาและแอมพลิจูด (Time series and Amplitude) หมายถึงแผนภาพอนุกรมเวลาและแอมพลิจูดเป็นแผนภาพในระบบสองมิติเพื่อสังเกตพฤติกรรม การเกิดของระบบทางด้านความถี่และการเกิดระดับสัญญาณ
- เครื่องมือวัดที่ 3 เป็นแผนภาพ Bifurcation หมายถึงแผนภาพสองมิติเพื่อสังเกต พฤติกรรมการเกิดค่าผลเฉลยของระบบว่าคงเดิม ค่าเดิม คงที่ หรือเปลี่ยนแปลงมาก น้อยเพียงใดเมื่อค่าสัมประสิทธิ์ของระบบเปลี่ยนไป
- เครื่องมือวัดชนิดที่ 4 คือ Lyapunov Exponent หมายถึงดัชนีระบุการลู่เข้าลู่ออกของระบบหลังกำหนดค่าสัมประสิทธิ์ ค่าเงื่อนไขเริ่มต้น และทำงานไปในเวลาหนึ่ง

หลังจากศึกษาแบบอลวนแล้วผู้วิจัยจึงได้สมการอลวนที่น่าสนใจ 28 สมการ ในการนำมา จำลอง ทดลอง เป็นตัวสร้างเส้นทางการเคลื่อนที่ของหุ่นยนต์บนพื้นที่ระนาบ 2 มิติ พร้อมทั้งได้ทำการเก็บผลการทดลอง เพื่อนำมาเปรียบเทียบประสิทธิภาพด้านการครอบคลุมพื้นที่ การกระจายไป

ในพื้นที่ และ การเข้าถึงจุดเป้าหมายที่วางกระจายในอยู่บนพื้นที่ของแต่ละเส้นทาง และนำผลมาัดเลือกใช้สมการที่ดีที่สุดซึ่งผลสรุปของการทดลองมี 2 สมการอลวนที่มีผลคือ คือ สมการของ Arnold และ Chua โดยที่ผลการเปรียบเทียบของทั้ง 2 สมการ ได้ข้อสรุปเด่นชัดว่า ตัวสร้างเส้นทางการเคลื่อนที่ของ Chua มีประสิทธิภาพด้านการครอบคลุมพื้นที่ การกระจายไปในพื้นที่ และ การเข้าถึงจุดเป้าหมายดีที่สุด

นอกจากนี้พบว่าสมการของ Chen และ Lorenz เหมาะสำหรับกับพื้นที่ขนาดเล็กโดยมีความกว้างไม่เกินและความยาวไม่เกิน 10 เซนติเมตร และยาว 10 เซนติ เมตร

5.2 ข้อเสนอแนะในการวิจัยและแนวทางพัฒนาในอนาคต

ในการทดลองสังเกตเห็นได้ว่าการเคลื่อนที่ซึ่งใช้เวลานาน เพียงพื้นที่กว้าง 20 เมตร ยาว 20 เมตร ที่ความเร็วหุ่นยนต์ 0.12 เมตรต่อวินาที ใช้เวลามากกว่าประมาณ 24 ชั่วโมง และที่ความเร็วหุ่นยนต์ 0.30 เมตรต่อวินาที ใช้เวลามากกว่าประมาณ 9 ชั่วโมง ฉะนั้นในหนึ่งพื้นที่ควรใช้งานหุ่นยนต์พร้อมกันมากกว่าหนึ่งตัวเพื่อลดเวลาในการค้นหาวัดจุดหรือให้เกิดเส้นทางเดินครอบคลุมพื้นที่ต้องการ

สำหรับข้อเสนอแนะหรือแนวทางพัฒนาต่อไป คือการประยุกต์ให้หุ่นยนต์มีความสามารถในการเรียนรู้พื้นที่ที่กำลังเคลื่อนที่อยู่ นั้น แล้วนำมาปรับสภาพการเคลื่อนที่ของตัวหุ่นยนต์เอง โดยมีสมการอลวนในตัวเองหลายรูปแบบเพื่อปรับใช้ได้โดยอัตโนมัติทันทีตามสภาพพื้นที่และลักษณะการเคลื่อนที่

เอกสารอ้างอิง

- [1] A. Sekiguchi, and Y. Nakamura, "The chaotic mobile robot" *IEEE Trans. On Robotic and Automation*, Vol. 17, No. 6, 2001, pp. 898- 904.
- [2] A. Sekiguchi, and Y. Nakamura, "Behavior Control of Robot Using Orbits of Nonlinear Dynamics" *IEEE Intenational Conference on Robotics and Automation*, May 2001, pp. 1647-1652.
- [3] T.Sugihara, Y.Nakamura and H.Inoue, "Realtime Humanoid Generation through ZMP Manipulation based on Invert Pendulum Control" *IEEE Intenational Conference on Robotics and Automation*, May 2002, pp. 1404-1409.
- [4] U. Nehmzow, and K.Walker, "Is the Behavior of a Mobile Robot Chaotic?" *AISB Journal*, 2003.
- [5] K. Tanaka, "Advanced Fuzzy Control of a Trailer Type Mobile Robot - Stability Analysis and Model-Based Fuzzy Control" *International Conference on Tools with Artificial Intelligence (ICTAI '94)*, November 6-9, 1994, pp.205-206.
- [6] S.H. Kim, C.W. Jang, C.H. Chai, and H.G. Choi , "Trajectory control of robotic manipulators using chaotic neural networks" *International Conference on Neural Networks*, June 1997, pp. 1685-1688.
- [7] K.T. Alligood and T.D. Sauer and J.A. Yorke, *Chaos and introduction to dynamical systems*, Springer-Verlag, New York, 1997.
- [8] S.N. Elaydi, *Discrete chaos*, Chapman & Hall/CRC, USA, 2000 .
- [9] G.L. Baker and J.P. Gollub, *Chaotic Dynamics on introduction*, Cambridge University Press, 1990.
- [10] R.C. Hilborn, *Chaos and Nonlinear Dynamics*, Oxford University Press, 2000.
- [11] F.C. Moon, *Chaotic and Fractal Dynamics*, A Wiley-Interscience Publication, 1992.
- [12] G. Chen and T. Ueta, "Bifurcation and chaos of Chen's equation," *IEEE International Symposium on Circuits and Systems*, 2000, pp.505-508.
- [13] R.N. Madan, *Chua's circuit: A paradigm for chaos*, World scientific publishing Co. Pte. Ltd., Singapore, 1993.

- [14] G.Chen, "Chaos:Control and Anti-Control," *IEEE Circuits and Systems society*, Vol.9, No.1, March 1998.
- [15] K.S. Tang, K.F. Man, G.Q.Zhong, and G.Chen, "Generating Chaos via $x|x|$," *IEEE Transection on Circuits and Systems*, Vol.48, No.5, May 2001, pp.636-641.
- [16] X. Li, Z.Chen, Z. Yuan, and G. Chen, "Generating Chaos by an Elman Network," *IEEE Transection on Circuits and Systems*, Vol.48, No.9, September 2001, pp.1126-1131.
- [17] X.S.Yang, Q.Li, and G. Chen, "A twin-star hyperchaotic attractor and its circuit implementation," *Int. J. Circ. Theory Appl.*, 2003,pp.637-640.
- [18] C. Li, and G.Chen, "A node on Hopf bifurcation in chen's system," *International Journal of Bifurcation and Chaos [in Applied Sciences and Engineering]*, Vol. 13, No. 6, 2003, pp.1609-1615.
- [19] D. Cafagna, and G. Grassi, "An Approach for Generating New $n \times m$ -Scroll Attractors In Hyperchaotic Coupled Chua Circuits," *International Journal of Bifurcation and Chaos [in Applied Sciences and Engineering]*, Vol. 13, No. 9, 2003, pp.2537-2550.
- [20] Wallace K.S. Tang, G.Q. Zhong, G.Chen, and K.F.Man, "Generation of N-Scroll Attractors via Sine Function," *IEEE Transactions on circuits and systems*, Vol.48, No.11, November 2001, pp.1369-1372.
- [21] M.E. Yalcin, S. Ozoguz, J.A.K. Suykens, and J.Vandewalle, "n-scroll chaos generators: a simple circuit model," *Electronics Letters* , Vol.37, No.3, February 2001, pp.147-148.
- [22] M.E.Yalcin, J.A.K. Suykens, and J. Vandewalle, "Experimental Confirmation of 3 and 5 Scroll Attractors from a Generalized Chua's Circuit," *IEEE Transactions on circuits and systems*," Vol.47, No.3, March 2000, pp.425-429.
- [23] T. Miyoshi, T. Nitandai, and N. Inaba, "Chaotic Attractor with a Characteristic of Torus," *IEEE Transactions on circuits and systems*, Vol.47, No.6, June 2000, pp.944-948.
- [24] M. Gilli, "Investigation of Chaos in Large Arrays of Chua's Circuits via a Spectral Technique," *IEEE Transactions on circuits and systems*, Vol.42, No.10, October 1995, pp.802-806.
- [25] A.N. Sharkovsky, "Chaos from a Time-Delayed Chua's Circuit," *IEEE Transactions on circuits and systems*, Vol.40, No.10, October 1993, pp.781-429.

- [26] R. Brown, "Generalizations of the Chua Equations," *IEEE Transactions on circuits and systems*, Vol.40, No.11, November 1993, pp.878-884.
- [27] M. Wada, Y. Nishio, and A. Ushida, "Chaotic itinerancy phenomena on coupled N -double scrolls chaotic circuits," *Proc. IEEE Int. Symp. Circuits and Systems*, Vol. 5, 1999, pp.487-490.
- [28] G. Chen, and X. Dong, "Ordering chaos of Chua's circuit-A feedback control approach," *1993 IEEE International Symposium on Circuits and System*, Vol.4, 3-6 May 1993, pp. 2604-2607.
- [29] M.E. Yalcin, J.A.K. Suykens, and J. Vandewalle, "On the Realization of n-scroll Attractors" In *Proc. of the IEEE International Symposium on Circuits and Systems (ISCAS'99)*, Vol.5, May 30 - June 2, 1999, pp.483-486.
- [30] W. Liu and G. Chen, "A new chaotic system and its generation," *International Journal of Bifurcation and Chaos*, Vol. 13, No. 1, 2003, pp.261-267.
- [31] W. Liu and G. Chen, "Can a Three-Dimensional Smooth Autonomous Quadratic Chaotic System Generate a Signal Four-Scroll Attractor," *Int. J. of Bifurcation and Chaos*, vol. 14, No. 4, April 2004, pp.1395-1403.
- [32] J. Lu, G. Chen and D Z. Cheng, "A new chaotic system and beyond: the general Lorenz-like system," *Int. J. of Bifurcation and Chaos*, Vol. 14, No. 5, 2004, pp.1507-1537.
- [33] T. Suzuki, M.koinuma, and Y. Nakamura, "Chaos and Nonlinear Control of a Nonholonomic Free-Joint Manipulator," *IEEE Intenational Conference on Robotics and Automation*, April 1996, pp.2668-2675.
- [34] M. Han and J. Ji, "Chaotic System Identification Based on Kalman filter," *IJCNN*, 2002, pp.675-680.
- [35] H.O. Wang, D. Chen, and L.G. Bushnell, "Control of Bifurcations and Chaos in Heart Rhythms," *Conference on Decision and Control*, December 1997, pp.395- 400.
- [36] K. Vibet, J.M. Vesint, and E. Pruvot, "Chaos and Heart Rate Variability," *IEEE-EMBC and CMBEC Physiological Systems/Modeling and Identification*, 1997, pp.1481-1482.
- [37] J.N Weiss, A.Garfinkel, M.L. Spano, and W.L. Ditto, "Chaos and Chaos Control in Biology," *Chaos in Biology American Society for Clinical Investigation J Clin Invest* , April 1994 , pp.1355-1360.

- [38] X.S. Luo, G. Chen, B.H. Wang, and J.Q. Fang, "Hybrid control of period-doubling bifurcation and chaos in discrete nonlinear dynamical systems," *Chaos Solutions and Fractals*, 2003, pp.775-783.
- [39] F.B.M. Duarte, and J.A.T. Machoda, "Chaos dynamics in the trajectory control of redundant Manipulators," *ICRA*, 2000, pp.4109-4114.
- [40] C.Grebogi, and Y.C. Lai, "Controlling Chaos in High Dimensions," *IEEE Transactions on circuits and systems*, Vol.44, No.10, October 1997, pp.971-975.
- [41] S. Mascolo and G. Grassi, "Controlling chaos via backstepping design," *Physic Review*, Vol. 56, No. 5, November 1997
- [42] N. Inaba, and T. Nitandai, "Controlling Chaos in a Chaotic Circuit Controlled by Voltage Pulse," *IEEE International symposium on Circuits and systems*, June 9-12 1997, pp.793-796.
- [43] T. Yang, C.W. Wu, and L.O. Chua, "Cryptography Based on Chaotic Systems," *IEEE Transactions on circuits and systems*, Vol.44, No.5, May 1997, pp.469-472.
- [44] M. Dellnitz, M.Field, M. Golubitsky, A. Hohmann, and J. Ma, "Cycling Chaos," *IEEE Transactions on circuits and systems*, Vol. 42, No.10, October 1995, pp.821-823.
- [45] N. Masuda, and K. Aihara, "Cryptosystems With Discretized Chaotic Maps," *IEEE Transactions on circuits and systems*, Vol. 49, No.1, January 2002, pp.28-40.
- [46] G. Alvarez, F. Montoya, G. Pastor, and M. Romera, "Chaotic Cryptosystems," *33rd Annual International Carnahan Conference on Security Technology*, 1999, pp. 332-338
- [47] I. Mohamed, and A.E.R. Shehata, "Methods of attacking chaotic encryption and countermeasure," *Proceedings of the International Conference on Accoustics, Speech and Signal*, May 2001, pp.1001-1004.
- [48] N. Masuda, and K. Aihara, "cryptosystems based on space-discretization of chaotic maps," *IEEE International symposium on Circuits and systems*, 2001, pp. 321-324
- [49] D. Frey, "On Adaptive Chaotic Encoding," *IEEE Transactions on circuits and systems*, Vol.45, No. 11, November 1998, pp.1200-1205.
- [50] G. M. Bernstein and M. A. Lieberman, "Secure random number generation using chaotic circuits," *IEEE Transactions on circuits and systems*, Vol.37, No. 9, September 1990, pp. 642-644.

- [51] K. Murali, Yu. Haiyang, V. Varadan, and H. Leung, "Secure communication using a chaos based signal encryption scheme," *IEEE Transactions on Consumer Electronics*, Vol. 47, No. 4, November 2001, pp.709-714.
- [52] J. Hietarinta, and S. Mikkola, "Chaos in the one-dimensional gravitational three-body problem," *Chaos: An Interdisciplinary Journal of Nonlinear Science*, Vol. 3, April 1993, pp.183-203.
- [53] K. Zare, and S. Chesley, "Order and chaos in the planar isosceles three-body problem," *Chaos: An Interdisciplinary Journal of Nonlinear Science*, Vol. 8, June 1998, pp.475-494.
- [54] <http://www.physics.drexel.edu/~steve/triple.html>
- [55] <http://members.fortunecity.com/kokhuitan/nbody.html>
- [56] <http://www.estig.ipbeja.pt/~nsap/Investigacao/Comunicacoes/NLSF-III/poster-NLSF-III.htm>
- [57] http://www.brainyencyclopedia.com/encyclopedia/n/n/_n_body_problem.html
- [58] A. Jansri, K. Klomkarn, and P. Sooraksa "On Comparison of Attractor for Chaotic Mobile Robots" *The 30th Annual Conference of the IEEE Industrial Electronics Society (IECON 2004)*, Vol. 3, 2-6 November 2004, pp.2536- 2541, Digital Object Identifier 10.1109/IECON.2004.1432201
- [59] A. Jansri, K. Klomkarn, and P. Sooraksa "Further Investigation on Trajectory of Chaotic Guiding Signal for Robotic Systems" *IEEE International Symposium on Communications and Information Technology*, 2004. ISCIT 2004. Vol.2, 26-29 October 2004, pp.1166 - 1170.

ภาคผนวก ก. ทฤษฎีที่เกี่ยวข้อง

ภาคผนวกนี้แสดงทฤษฎีคณิตศาสตร์พื้นฐานที่จำเป็นต้องใช้ในงานวิจัยคือรูปแบบพฤติกรรมสถานะของจุดวิกฤต ในพื้นที่ 1 มิติ 2 มิติ 3 มิติ

ก.1 สมการเชิงอนุพันธ์

รูปแบบระบบสมการเชิงอนุพันธ์แบบเชิงเส้นมีดังนี้

$$\begin{aligned}\frac{dx_1}{dt} &= a_{11}x_1(t) + a_{12}x_2(t) + \cdots + a_{1n}x_n(t) + f_1(t) \\ \frac{dx_2}{dt} &= a_{21}x_1(t) + a_{22}x_2(t) + \cdots + a_{2n}x_n(t) + f_2(t) \\ &\vdots \\ \frac{dx_n}{dt} &= a_{n1}x_1(t) + a_{n2}x_2(t) + \cdots + a_{nn}x_n(t) + f_n(t)\end{aligned}\tag{ก.1}$$

กรณี $f_i(t) = 0$ โดย $i = 1, 2, 3, \dots, n$ ได้ว่าสมการเชิงอนุพันธ์เป็นโฮโมจีนียส ถ้าเป็นกรณีอื่นได้ว่าสมการเชิงอนุพันธ์ไม่โฮโมจีนียส (Non-homogeneous) ต่อไปเป็นรูปแบบของสมการเชิงอนุพันธ์แบบเชิงเส้นอันดับสูง

$$\begin{aligned}a_n \frac{d^n y}{dx^n} + a_{n-1} \frac{d^{n-1} y}{dx^{n-1}} + \cdots + a_1 \frac{dy}{dx} + a_0 y &= f(x) \\ &\vdots \\ \frac{d^n y}{dx^n} &= \frac{-a_0}{a_n} y - \frac{a_1 dy}{a_n dx} - \cdots - \frac{a_{n-1} d^{n-1} y}{a_n dx^{n-1}} + f(x)\end{aligned}\tag{ก.2}$$

และ

$$\frac{d^n y}{dt^n} = \frac{-a_0}{a_n} y - \frac{a_1 dy}{a_n dt} - \cdots - \frac{a_{n-1} d^{n-1} y}{a_n dt^{n-1}} + f(t)\tag{ก.3}$$

กรณีสมการเชิงอนุพันธ์มีรูปแบบที่แตกต่างไปจาก (ก.1)(ก.2) สรุปว่าเป็นแบบไม่เชิง
รูปแบบการนำเสนอพฤติกรรมของระบบมี 3 แบบดังนี้คือ

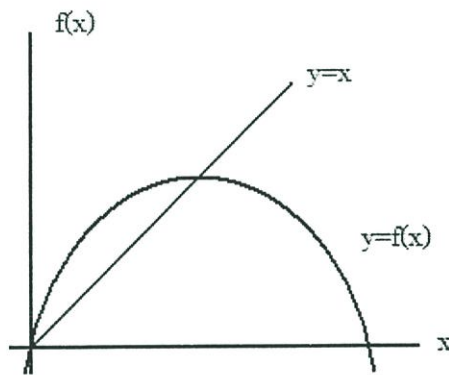
1. รูปแบบใน 1 มิติ (One-Dimensional Map)
2. รูปแบบใน 2 มิติ (Two-Dimensional Map)
3. รูปแบบใน 3 มิติ (Three-Dimensional Map)

ก.1.1 รูปแบบใน 1 มิติ (One-Dimensional Map)

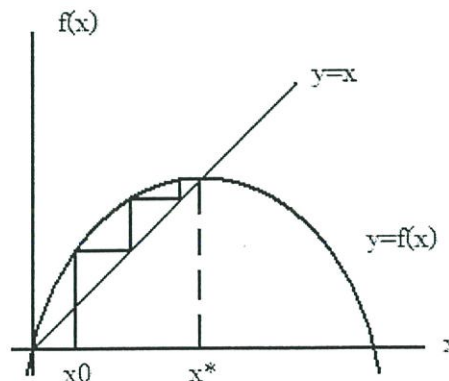
$$\frac{dx}{dt} = f(x) \quad (\text{ก.4})$$

$$x_{n+1} = f(x_n) \quad (\text{ก.5})$$

ให้จุดเริ่มต้นคือ x_0 ไปจนถึงสิ้นสุดที่ x_n กำหนดว่า n คือเวลา หรือรอบการทำงานของระบบ
(Iteration) โดยเครื่องมือในการนำเสนอพฤติกรรมของระบบเมื่อทำการกำหนด x_0 ให้มีค่าที่
แตกต่างกันไปคือ Cobweb Diagram



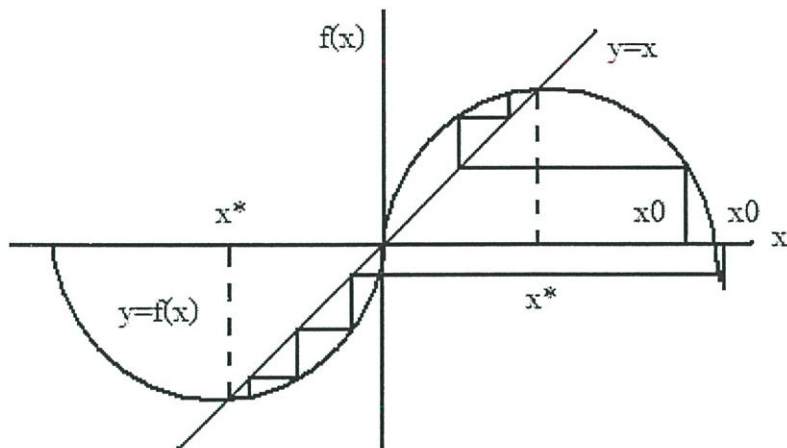
รูปที่ ก.1 Cobweb Diagram



รูปที่ ก.2 ค่าเริ่มต้น x_0 ที่ทำให้พฤติกรรมเสถียร ณ. จุด x^*

จากรูปที่ ก.2 นิยามพฤติกรรมเสถียรได้ว่า

$$f(x^*) = x^* \quad (\text{ก.6})$$



รูปที่ ก.3 พฤติกรรมที่แตกต่างของค่าเริ่มต้น x_0 สองจุด

สมการที่อยู่ในรูปแบบ 1 มิติ เมื่อเปลี่ยนค่าเงื่อนไขเริ่มต้นแล้วเกิดพฤติกรรมที่เรียกว่า อลวน ตัวอย่างเช่นสมการ Logistic

ก.1.2 รูปแบบใน 2 มิติ (Two-Dimensional Map)

สมการเชิงอนุพันธ์ใน 2 มิติแสดงได้เป็น

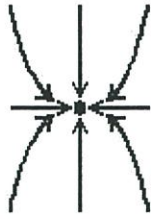
$$\frac{dx}{dt} = f(x, y); \quad \frac{dy}{dt} = g(x, y) \quad (\text{ก.7})$$

$$x_{n+1} = f(x_n, y_n); \quad y_{n+1} = g(x_n, y_n) \quad (\text{ก.8})$$

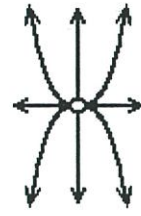
โดยมีจุดวิกฤตของระบบอยู่ที่

$$f(x^*, y^*) = 0; \quad g(x^*, y^*) = 0 \quad (\text{ก.9})$$

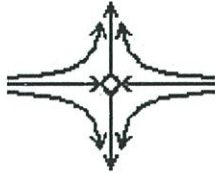
สถานะของจุดวิกฤตจะบ่งบอกด้วยค่าไอเกน โดยแสดงให้เห็นดังรูปที่ ก.4 ถึง รูปที่ ก.13



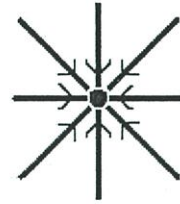
រូបទី ៣.៤ Stable improper node. $\lambda_1 < \lambda_2 < 0$



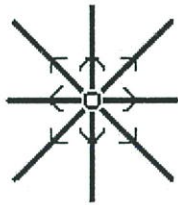
រូបទី ៣.៥ Unstable improper node. $\lambda_1 > \lambda_2 > 0$



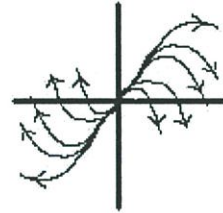
រូបទី ៣.៦ Unstable saddle point. $\lambda_1 < 0 < \lambda_2$



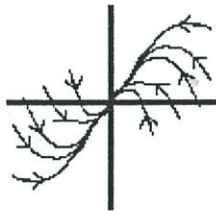
រូបទី ៣.៧ Stable node. $(\lambda_1 = \lambda_2) < 0$



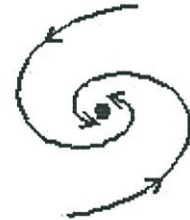
រូបទី ៣.៨ Unstable node. $(\lambda_1 = \lambda_2) > 0$



រូបទី ៣.៩ Unstable spiral point. $(\lambda_1 = \lambda_2) > 0$



រូបទី ៣.១០ Stable spiral point. $(\lambda_1 = \lambda_2) < 0$



រូបទី ៣.១១ Stable spiral node. $\lambda = a \pm jb; a < 0$



រូបទី ៣.១២ Unstable spiral node. $\lambda = a \pm jb; a > 0$



រូបទី ៣.១៣ Center. $\lambda = j$

สมการที่อยู่ในรูปแบบ 2 มิติ เมื่อเปลี่ยนค่าเงื่อนไขเริ่มต้นแล้วเกิดพฤติกรรมที่เรียกว่า อลวน ตัวอย่างเช่น สมการของ Henon Map สมการของ Duffing Oscillator

ก.1.3 รูปแบบใน 3 มิติ (Three-Dimensional Map)

สมการเชิงอนุพันธ์ใน 3 มิติแสดงได้เป็น

$$\begin{aligned}\frac{dx}{dt} &= f(x, y, z) \\ \frac{dy}{dt} &= g(x, y, z) \\ \frac{dz}{dt} &= h(x, y, z)\end{aligned}\tag{ก.10}$$

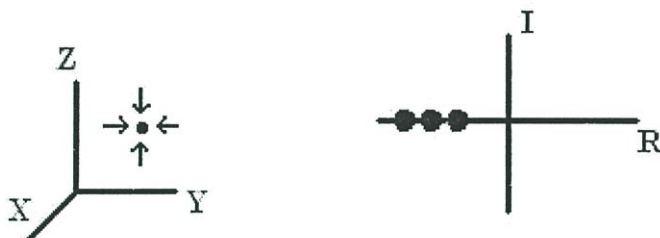
โดยที่

$$\begin{aligned}x_{n+1} &= f(x_n, y_n, z_n) \\ y_{n+1} &= g(x_n, y_n, z_n) \\ z_{n+1} &= h(x_n, y_n, z_n)\end{aligned}\tag{ก.11}$$

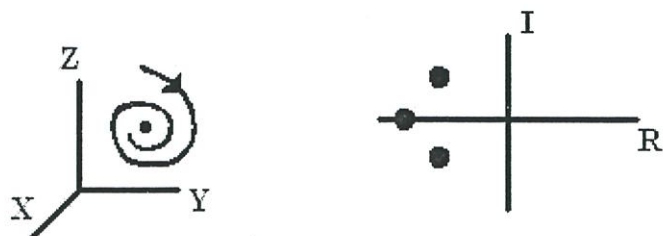
โดยมีจุดวิกฤตของระบบอยู่ที่

$$f(x^*, y^*, z^*) = 0; \quad g(x^*, y^*, z^*) = 0; \quad h(x^*, y^*, z^*) = 0\tag{ก.12}$$

สถานะของจุดวิกฤตจะบ่งบอกด้วยค่าไอเกน โดยแสดงให้เห็นดังรูปที่ ก.14 ถึง รูปที่ ก.19



รูปที่ ก.14 Node



រូបទី ៣.15 Spiral Node



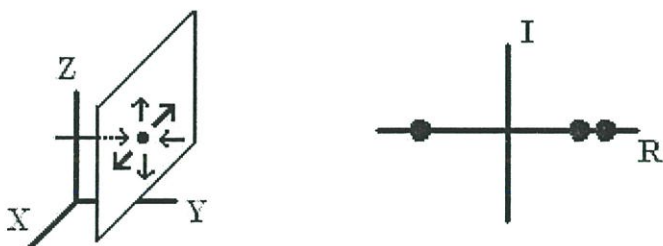
រូបទី ៣.16 Repeller



រូបទី ៣.17 Spiral repeller



រូបទី ៣.18 Saddle point



រូបទី ៣.19 Saddle point

สมการที่อยู่ในรูปแบบ 3 มิติ เมื่อเปลี่ยนค่าเงื่อนไขเริ่มต้นแล้วเกิดพฤติกรรมที่เรียกว่า ออสวน ตัวอย่างเช่น สมการของ Arnold และ สมการของ Chua

ก.2 เมตริกซ์ Jacobian ทฤษฎีช่วยหาค่าไอเกน

เมตริกซ์นี้ใช้ในการหาค่าไอเกน ซึ่งมีสมการคณิตศาสตร์บรรยายได้เป็น

$$J = \begin{bmatrix} \frac{\partial f_1}{\partial x_1} & \dots & \frac{\partial f_1}{\partial x_m} \\ \vdots & & \vdots \\ \frac{\partial f_m}{\partial x_1} & \dots & \frac{\partial f_m}{\partial x_m} \end{bmatrix} \quad (\text{ก.13})$$

โดยหาค่าไอเกนรูปแบบ 1 มิติ (One-Dimensional Map) ได้จาก

$$J = \frac{\partial f}{\partial x} \quad (\text{ก.14})$$

หาค่าไอเกนรูปแบบ 2 มิติ (Two-Dimensional Map) ได้โดย

$$J = \begin{bmatrix} \frac{\partial f_1}{\partial x} & \frac{\partial f_1}{\partial y} \\ \frac{\partial f_2}{\partial x} & \frac{\partial f_2}{\partial y} \end{bmatrix} \quad (\text{ก.15})$$

และหาค่าไอเกนรูปแบบ 3 มิติ (Three-Dimensional Map) จาก

$$J = \begin{bmatrix} \frac{\partial f_1}{\partial x} & \frac{\partial f_1}{\partial y} & \frac{\partial f_1}{\partial z} \\ \frac{\partial f_2}{\partial x} & \frac{\partial f_2}{\partial y} & \frac{\partial f_2}{\partial z} \\ \frac{\partial f_3}{\partial x} & \frac{\partial f_3}{\partial y} & \frac{\partial f_3}{\partial z} \end{bmatrix} \quad (\text{ก.16})$$

ภาคผนวก ข.

พฤติกรรมอลวนในระบบพื้นที่ 3 มิติ

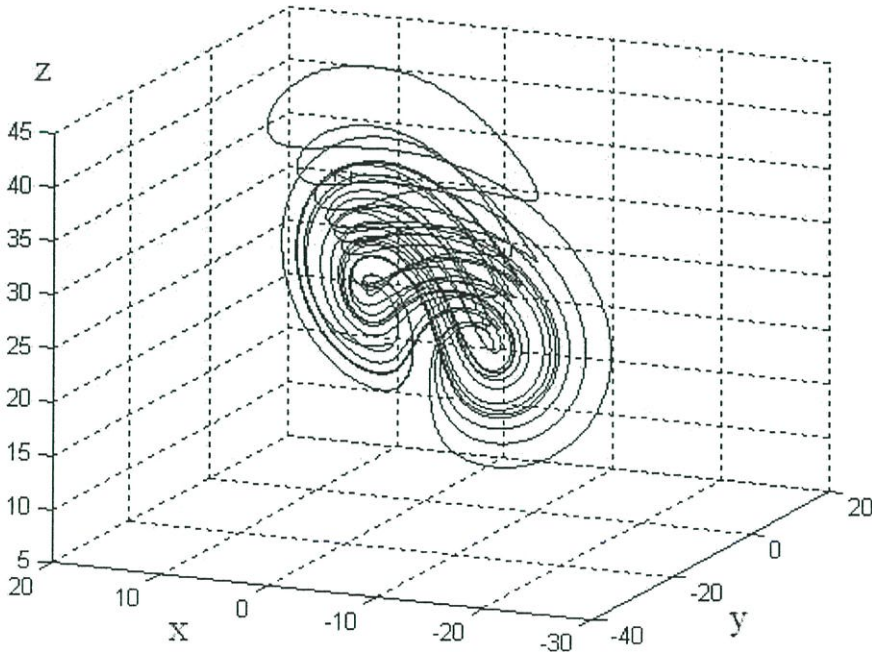
ข.1 สมการของ Chen

สมการอลวนของ Chen มีรูปแบบเชิงคณิตศาสตร์บรรยายได้เป็น

$$\begin{aligned}\frac{dx}{dt} &= a(y-x) \\ \frac{dy}{dt} &= (c-a)x - xz + cy \\ \frac{dz}{dt} &= xy - bz\end{aligned}\tag{ข.1}$$

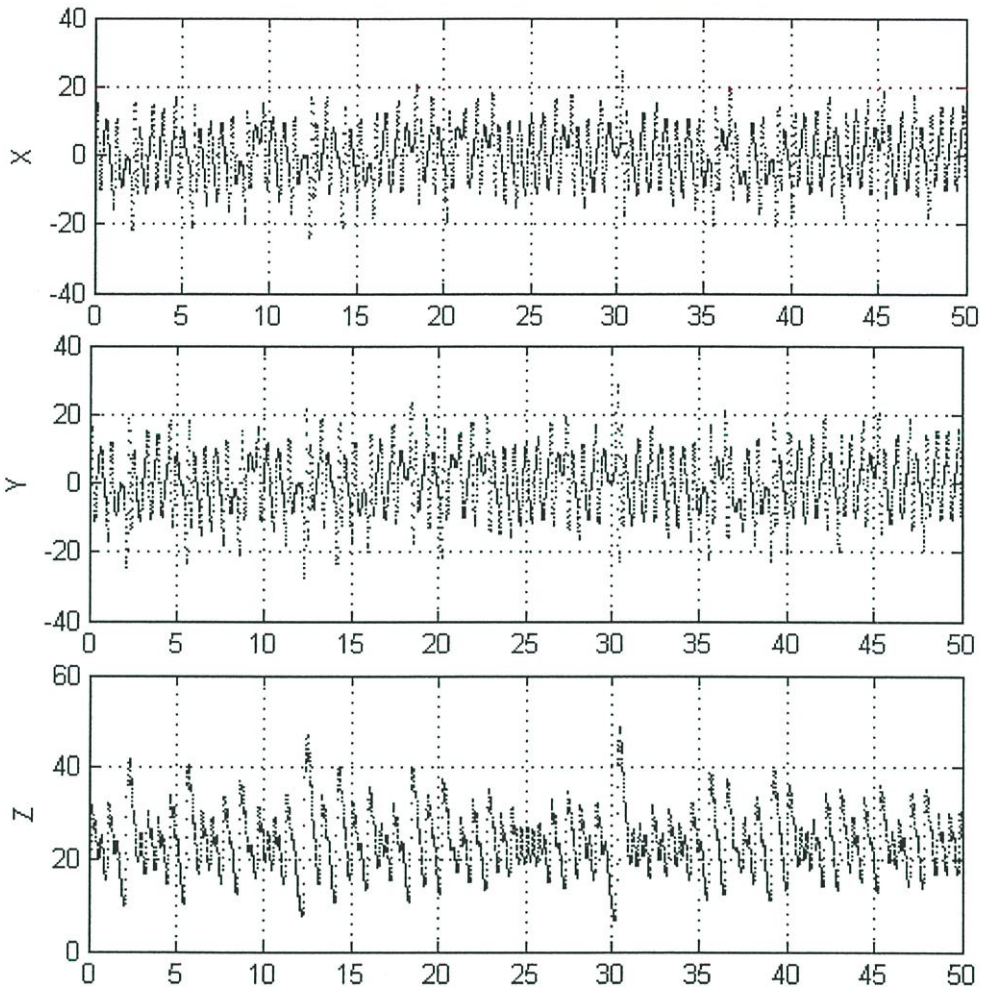
โดยที่ $x_0, y_0, z_0 = [-3, 2, 20]$ และ $a, b, c = [35, 8/3, 28]$

พฤติกรรมอลวนของ Chen เป็นพฤติกรรมอลวนแบบมีขอบเขตเป็นลักษณะการโคจรแบบเกาะกลุ่ม ดังรูปที่ ข.1 แต่ถ้าค่าสัมประสิทธิ์ a, b และ c เปลี่ยนแปลงไปในทางมากขึ้นหรือน้อยลงจะทำให้การโคจรของระบบเปลี่ยนลักษณะคล้ายเลขแปดคนอน



รูปที่ ข.1 พฤติกรรมอลวนของ Chen

ในรูปที่ ข.2 เป็นการจำลองด้วยเครื่องมือวัด Time Series Diagram จะเห็นได้ว่าความถี่ของสัญญาณแต่ละแกนมีสูงมีการเปลี่ยนแปลงของค่าอำนาจจากบวกเป็นลบบ่อยครั้ง ซึ่งสัมพันธ์กับดัชนีการสูญเสียออกของระบบดังตารางที่ ข.1



รูปที่ ข.2 Time Series Diagram ของ Chen ที่ Time = 50 second

ตารางที่ ข.1 ค่า Lyapunov Exponent ของ Chen

Lyapunov Exponent		
λ_1	λ_2	λ_3
2.18962514	0	-11.85629181

ข.2 สมการของ Chua

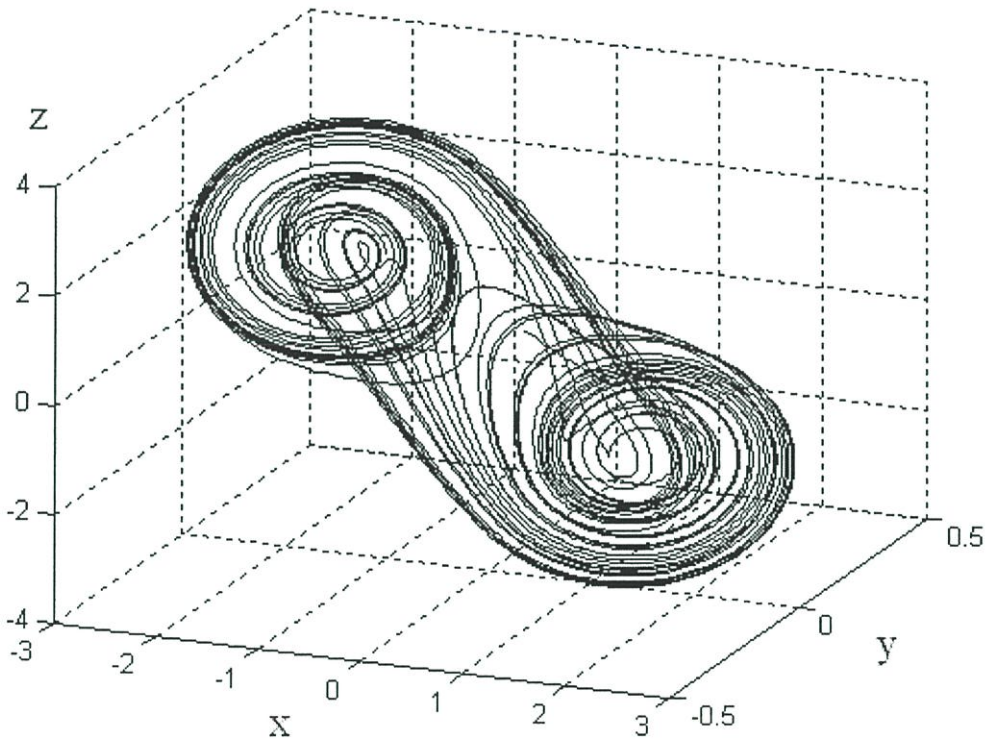
สมการอลวนของ Chua มีรูปสมการเชิงคณิตศาสตร์บรรยายได้เป็น

$$\begin{aligned}\frac{dx}{dt} &= a(y - x - f(x)) \\ \frac{dy}{dt} &= b(x - y + z) \\ \frac{dz}{dt} &= -cy\end{aligned}\tag{ข.2}$$

กำหนดให้ $f(x) = m_1x + 0.5(m_0 - m_1)(|x + 1| - |x - 1|)$

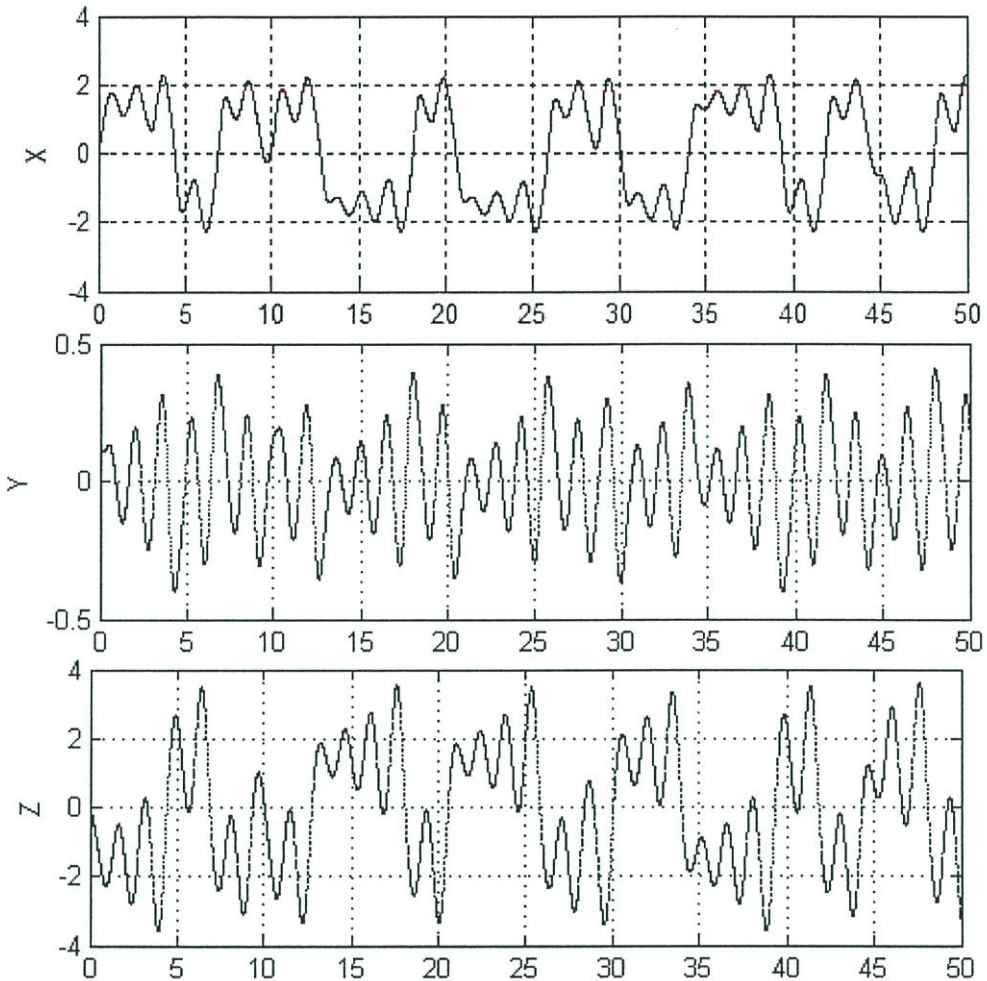
โดยที่ $x_0, y_0, z_0 = [0.1, 0.1, 0.1]$ และ $a, b, c = [15.6, 1, 25.58]$ $m_0, m_1 = [-8/7, -5/7]$

พฤติกรรมอลวนของ Chua เป็นพฤติกรรมอลวนแบบมีขอบเขตเป็นที่เรียกกันว่าสภาวะอลวนแบบ Double-Scroll ดังรูปที่ ข.3 แต่ถ้าค่าสัมประสิทธิ์ a , b และ c เปลี่ยนแปลงไปในทางมากขึ้นหรือน้อยลงจะทำให้การโคจรของระบบเปลี่ยนลักษณะวงกลมขยายออก



รูปที่ ข.3 พฤติกรรมอลวนของ Chua

ในรูปที่ ข.4 เป็นการจำลองด้วยเครื่องมือวัด Time Series Diagram โดยมีสัญญาณในแกน Z เป็นสัญญาณแยกกระบบออกเป็น Double-Scroll และสัญญาณในแกน X และ Y ทำ Scroll ดังสัมพันธ์กับดัชนีการลู่เข้าที่มากกว่าการลู่ออกสัญญาณของระบบจึงมีวนเป็นวงตามตารางที่ ข.2



รูปที่ ข.4 Time Series Diagram ของ Chua ที่ Time = 50 second สัญญาณในแกน Z ทำให้เกิด Double-Scroll ดังรูปที่ ข.3

ตารางที่ ข.2 ค่า Lyapunov Exponent ของของ Chua

Lyapunov Exponent		
λ_1	λ_2	λ_3
0.01202492	0	-15.46916778

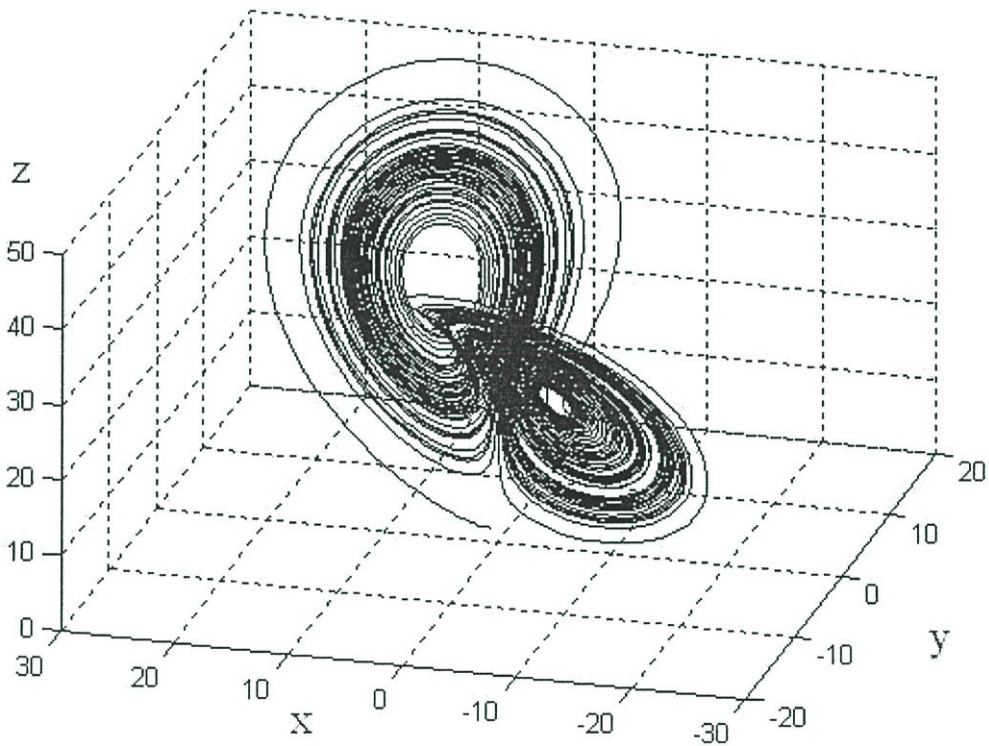
ข.3 สมการของ Lorenz

สมการอวลวนของ Lorenz มีรูปสมการเชิงคณิตศาสตร์บรรยายได้เป็น

$$\begin{aligned}\frac{dx}{dt} &= a(y-x) \\ \frac{dy}{dt} &= cx - y - xz \\ \frac{dz}{dt} &= xy - bz\end{aligned}\tag{ข.3}$$

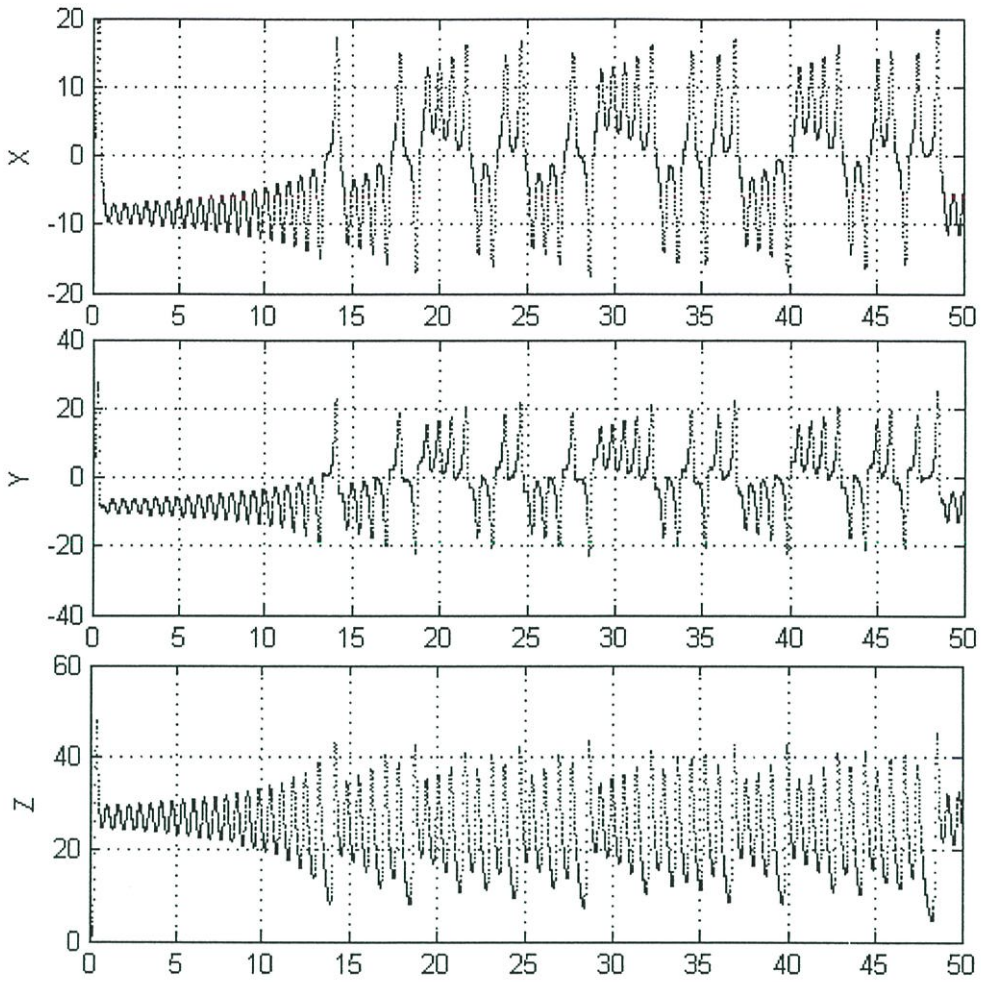
โดยที่ $x_0, y_0, z_0 = [1,1,1]$ และ $a, b, c = [10, 8/3, 28]$

พฤติกรรมอวลวนของ Lorenz เป็นพฤติกรรมอวลวนแรกที่เกิดขึ้นในโลกมีลักษณะมีขอบเขต เป็นที่เรียกกันว่าสถานะอวลวนแบบปีกผีเสื้อ ดังรูปที่ (ข.5) แต่ถ้าค่าสัมประสิทธิ์ a, b และ c เปลี่ยนแปลงไปในทางมากขึ้นหรือน้อยลงจะทำให้การโคจรของระบบเปลี่ยนลักษณะวงกลมเข้าจุดศูนย์กลาง



รูปที่ ข.5 พฤติกรรมอวลวนของ Lorenz

ในรูปที่ ข.6 สัญญาณในแกน X และ Y ทำให้ระบบเกิดสัญญาณคล้ายปีกผีเสื้อ



รูปที่ ข.6 Time Series Diagram ของ Lorenz ที่ Time = 50 second

ตารางที่ ข.3 ค่า Lyapunov Exponent ของ Lorenz

Lyapunov Exponent		
λ_1	λ_2	λ_3
0.90624903	0	-14.5729157

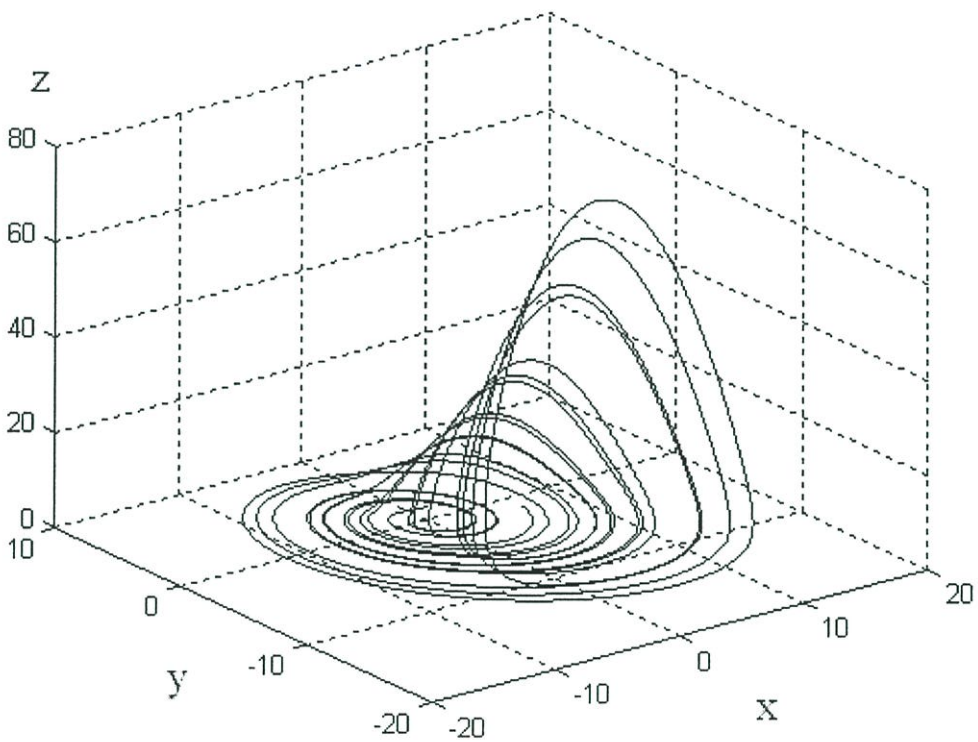
ข.4 สมการของ Rossler

สมการอลวนของ Rossler มีรูปสมการเชิงคณิตศาสตร์บรรยายได้เป็น

$$\begin{aligned}\frac{dx}{dt} &= -y - z \\ \frac{dy}{dt} &= x - ay \\ \frac{dz}{dt} &= b + xz - cz\end{aligned}\tag{ข.4}$$

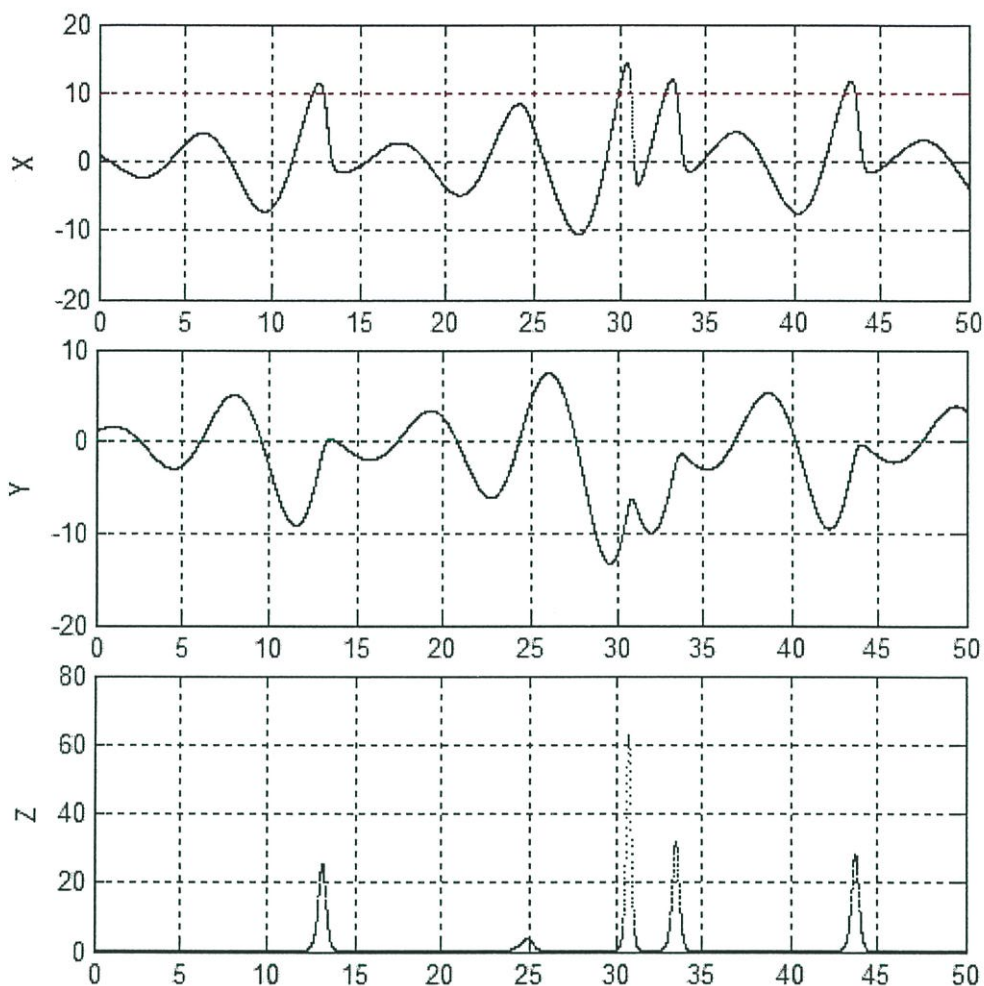
โดยที่ $x_0, y_0, z_0 = [1, 1, 1]$ และ $a, b, c = [0.2, 0.2, 5.7]$

พฤติกรรมอลวนของ Rossler เมื่อค่าสัมประสิทธิ์ a เปลี่ยนแปลงไปในทางมากขึ้นหรือน้อยลงทำให้การโคจรของระบบคล้ายปากแตรขยายใหญ่ขึ้น และในส่วนค่าสัมประสิทธิ์ b และ c เปลี่ยนแปลงไปในทางมากขึ้นหรือน้อยลงจะทำให้การโคจรของระบบเปลี่ยนลักษณะเป็นวงกลมเฉพาะบนระนาบ X-Y



รูปที่ ข.7 พฤติกรรมอลวนของ Rossler

ในรูปที่ ข.8 เป็นการจำลองด้วยเครื่องมือวัด Time Series Diagram เห็นได้ว่าสัญญาณในแกน X และ Y ทำให้ระบบมีวุ่นเป็นวงเกาะกลุ่มไว้ และสัญญาณในแกน Z ทำให้ระบบเกิดลักษณะคล้าย ปากเต๋าดังรูปที่ ข.7



รูปที่ ข.8 Time Series Diagram ของ Rossler ที่ Time = 50 second

ตารางที่ ข.4 ค่า Lyapunov Exponent ของ Rossler

Lyapunov Exponent		
λ_1	λ_2	λ_3
0.07229513	0	-5.57229513

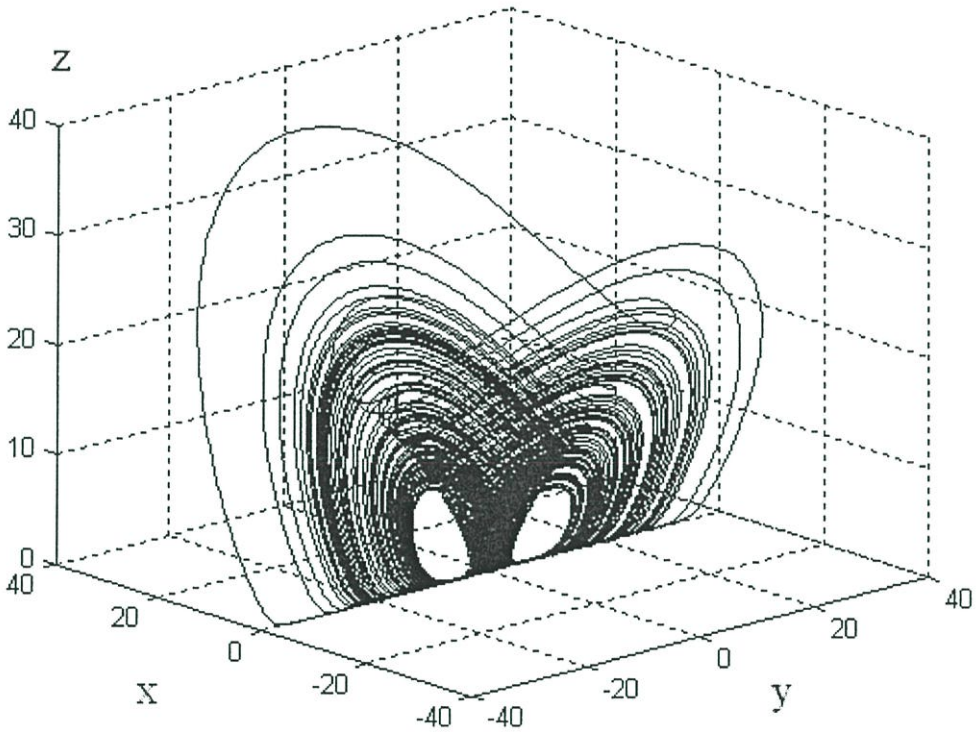
ข.5 สมการของ Wen Bo Liu

สมการอลวนของ Wen Bo Liu มีรูปสมการเชิงคณิตศาสตร์บรรยายได้เป็น

$$\begin{aligned}\frac{dx}{dt} &= ax + d_1 yz \\ \frac{dy}{dt} &= by + d_2 xz \\ \frac{dz}{dt} &= cz + d_3 xy\end{aligned}\tag{ข.5}$$

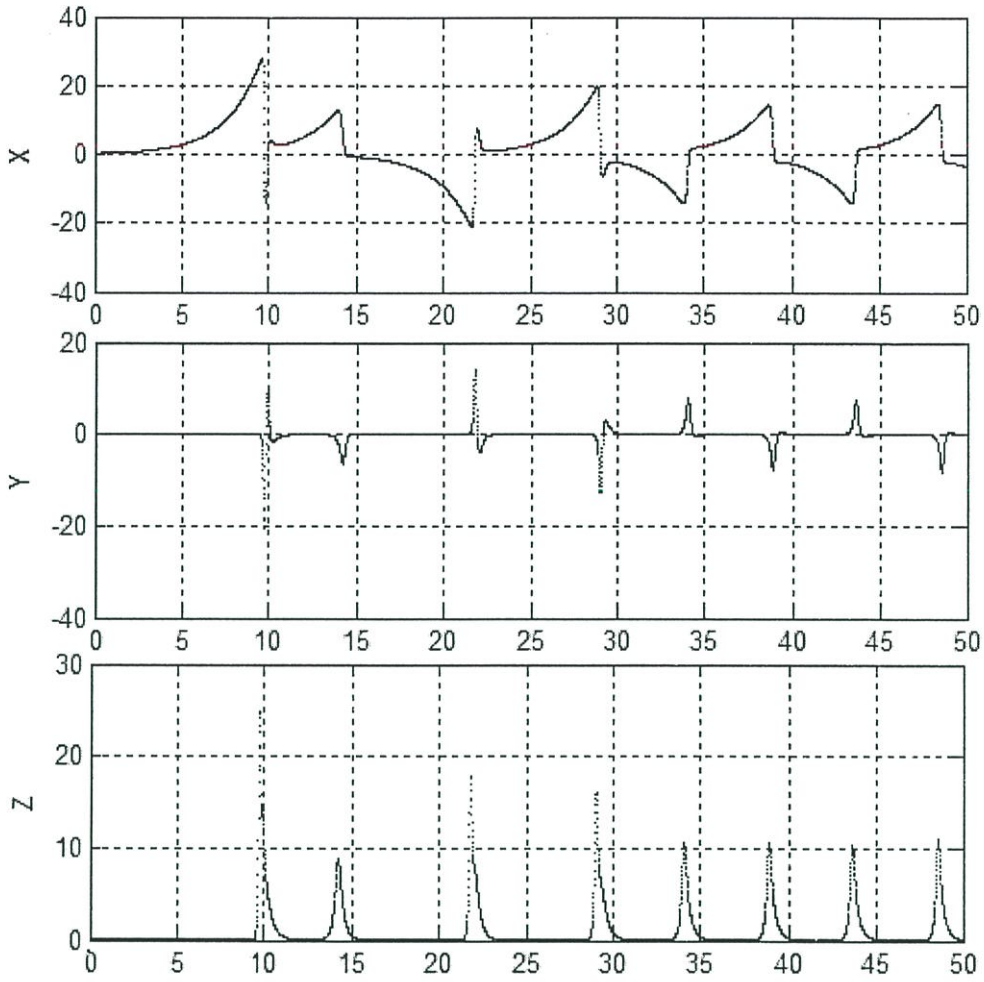
โดยที่ $x_0, y_0, z_0 = [0.23, 0.1, 0.32]$ และ $a, b, c = [0.5, -10, -4]$ $d_1, d_2, d_3 = [1, -1, -1]$

พฤติกรรมอลวนของ Wen Bo Liu เมื่อค่าสัมประสิทธิ์ a, b และ c เปลี่ยนแปลงไปในทางมากขึ้นหรือน้อยลงจะทำให้การโคจรของระบบ โคจรทับเส้นวง โคจรเดิมมีการกระจายน้อยลง



รูปที่ ข.9 พฤติกรรมอลวนของ Wen Bo Liu

ในรูปที่ ข.10 เป็นการจำลองด้วยเครื่องมือวัด Time Series Diagram สัญญาณในแกน X ทำให้ระบบตรงกลางกว้างออกคล้ายรูปกรวยดังรูปที่ ข.9



รูปที่ ข.10 Time Series Diagram ของ Wen Bo Liu ที่ Time = 50 second

ตารางที่ ข.5 ค่า Lyapunov Exponent ของ Wen Bo Liu

Lyapunov Exponent		
λ_1	λ_2	λ_3
0.18612322	0	-13.68612322

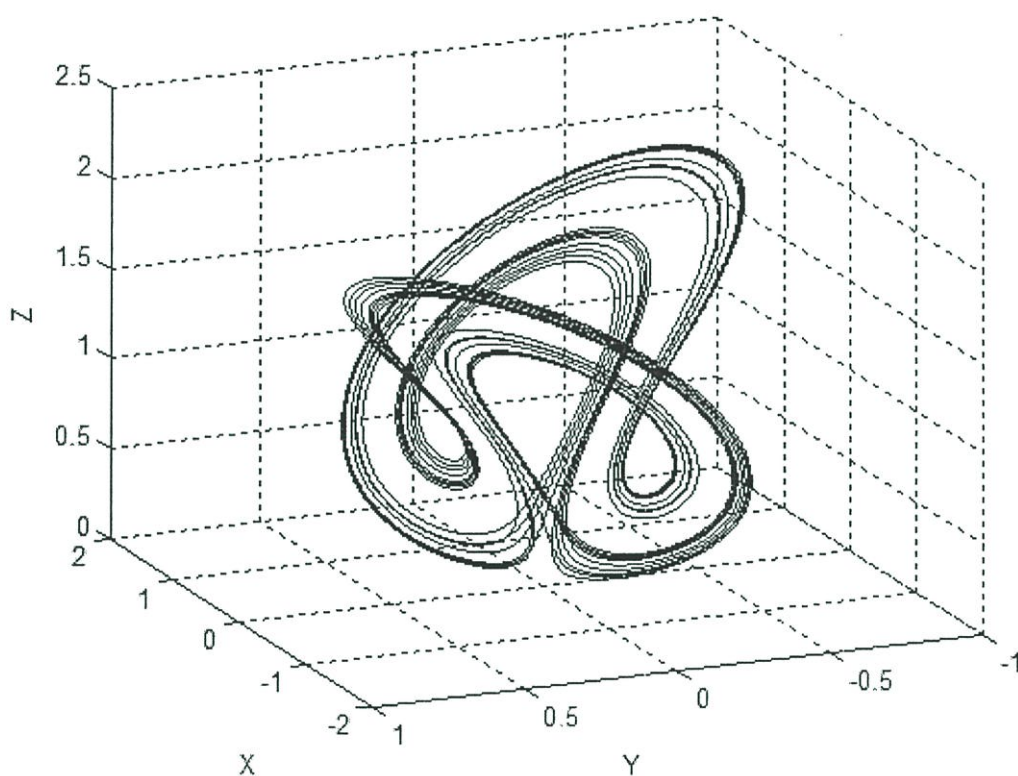
ข.6 สมการของ Shimizu-Morioka

สมการอวลวนของ Shimizu-Morioka มีรูปสมการเชิงคณิตศาสตร์บรรยายได้เป็น

$$\begin{aligned}\frac{dx}{dt} &= y \\ \frac{dy}{dt} &= x - ay - xz \\ \frac{dz}{dt} &= x^2 - bz\end{aligned}\tag{ข.6}$$

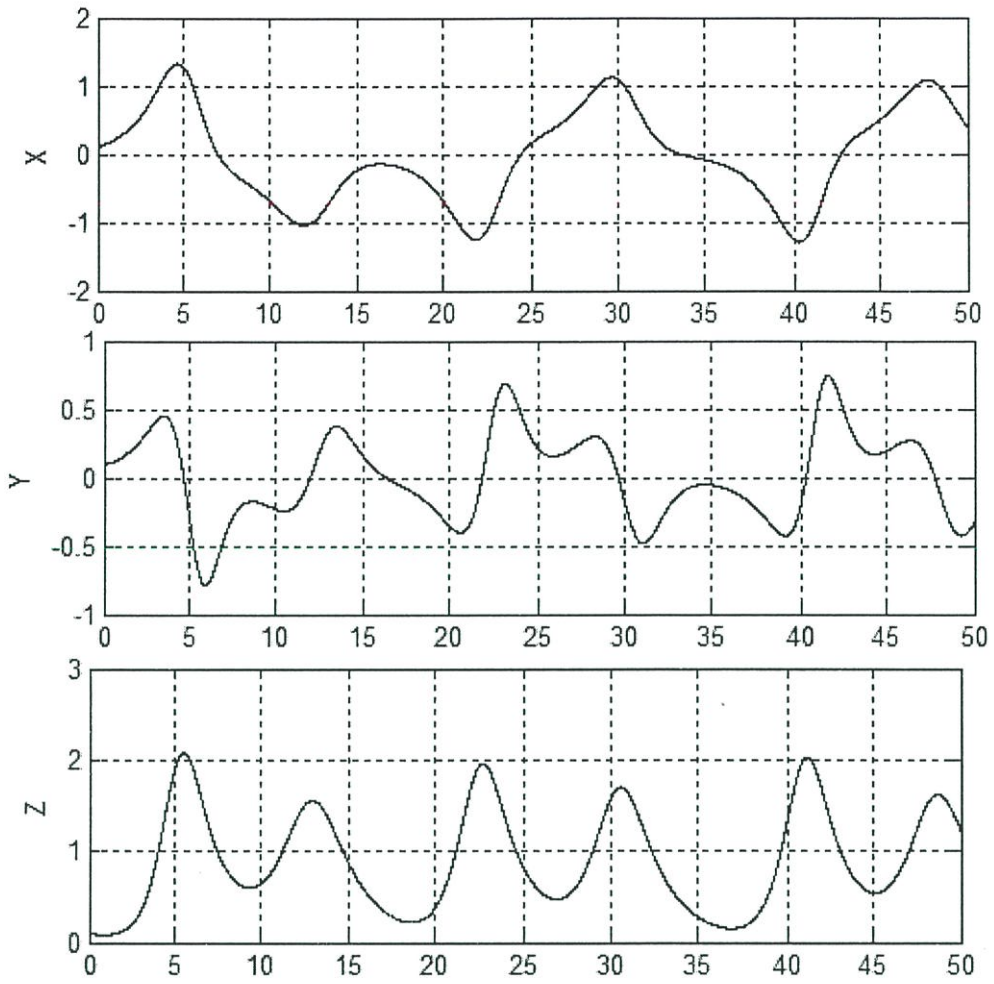
โดยที่ $x_0, y_0, z_0 = [0.1, 0.1, 0.1]$ และ $a, b = [0.85, 0.5]$

จากสมการที่(ข.6) เมื่อเปลี่ยนแปลงค่าสัมประสิทธิ์ a และ b ในค่าที่มากขึ้นหรือน้อยลงจะทำให้เส้นทางการโคจรของระบบเป็นวงกลมเข้าหาจุดศูนย์กลาง



รูปที่ ข.11 พฤติกรรมอวลวนของ Shimizu-Morioka

ในรูปที่ ข.12 เป็นการจำลองด้วยเครื่องมือวัด Time Series Diagram



รูปที่ ข.12 Time Series Diagram ของ Shimizu-Morioka ที่ Time = 50 second

ตารางที่ ข.6 ค่า Lyapunov Exponent ของ Shimizu-Morioka

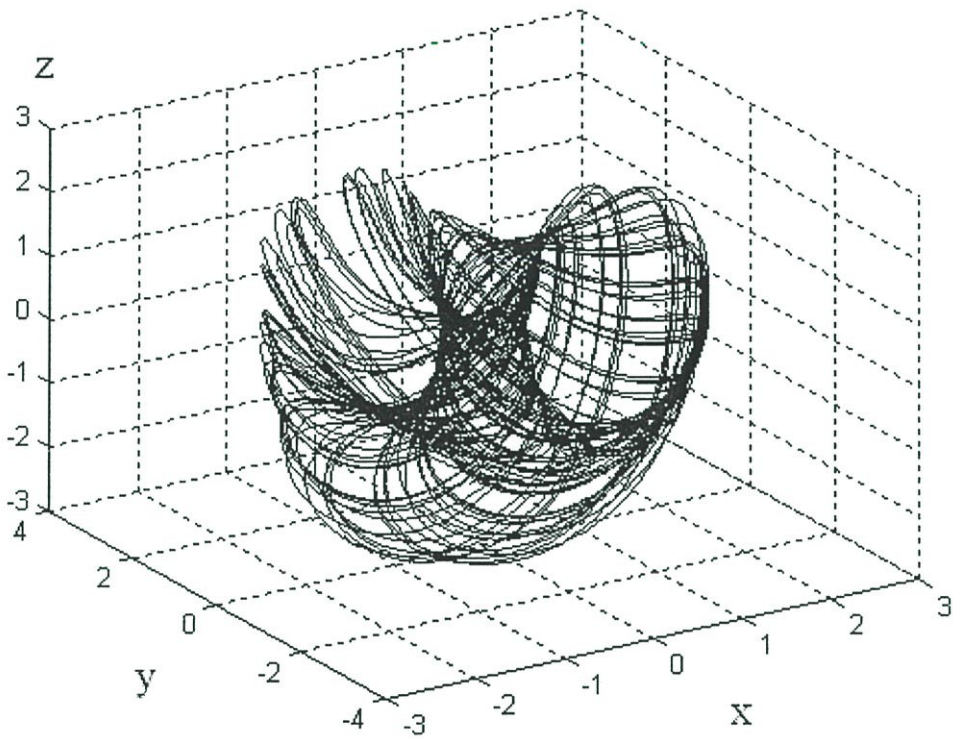
Lyapunov Exponent		
λ_1	λ_2	λ_3
0.03597573	0	-1.38597573

ข.7 สมการของ Sprott-Linz

สมการอวลวนของ Sprott-Linz มีรูปสมการเชิงคณิตศาสตร์บรรยายได้เป็น

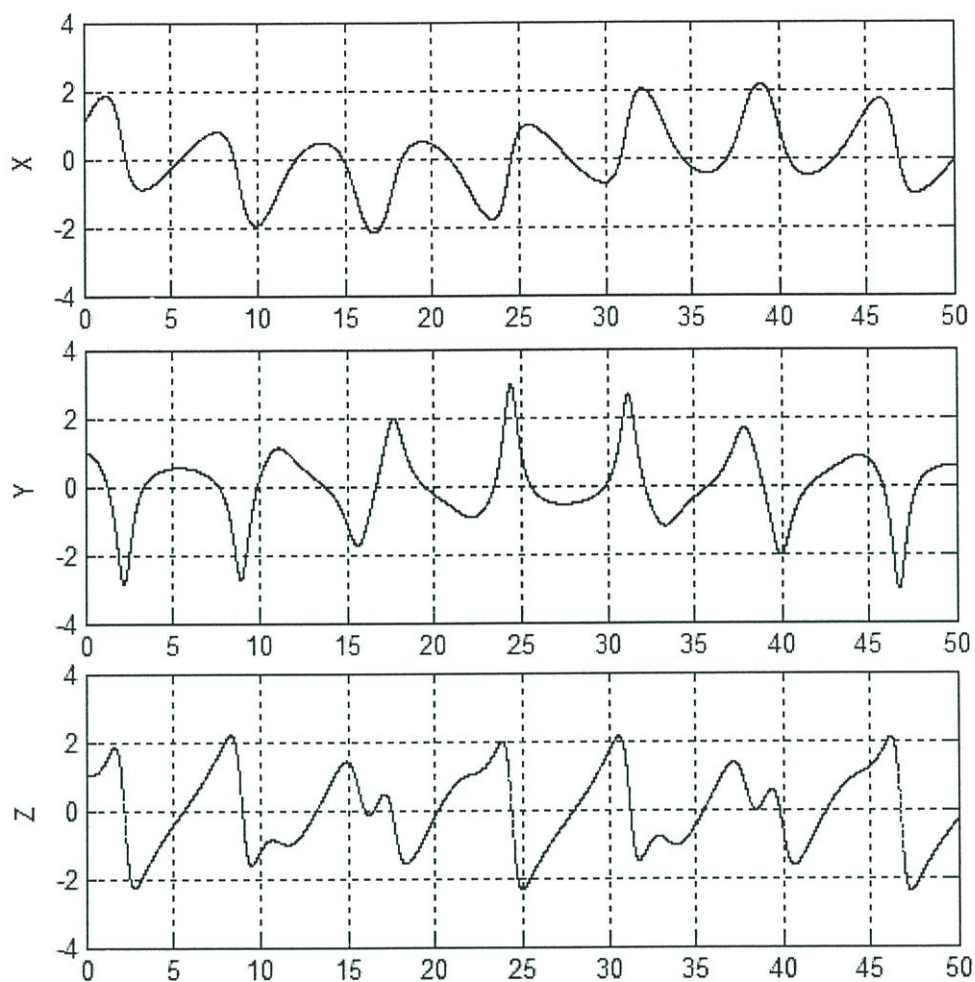
$$\begin{aligned}\frac{dx}{dt} &= y \\ \frac{dy}{dt} &= -x + yz \\ \frac{dz}{dt} &= 1 - y^2\end{aligned}\tag{ข.7}$$

โดยที่ $x_0, y_0, z_0 = [1, 1, 1]$



รูปที่ ข.13 พฤติกรรมอวลวนของ Sprott-Linz

ในรูปที่ ข.14 เป็นการจำลองด้วยเครื่องมือวัด Time Series Diagram



รูปที่ ข.14 Time Series Diagram ของ Sprott-Linz ที่ Time = 50 second

ตารางที่ ข.7 ค่า Lyapunov Exponent ของ Sprott-Linz

Lyapunov Exponent		
λ_1	λ_2	λ_3
0.00107839	0	-

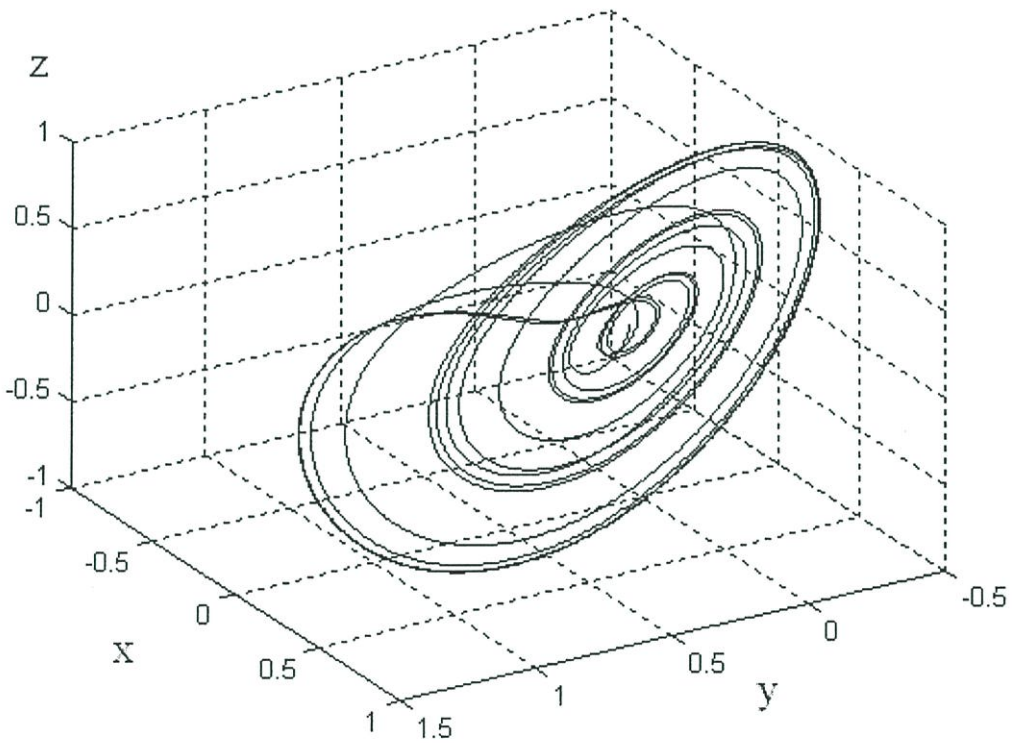
ข.8 สมการของ Gennesio-Tesi

สมการอลวนของ Gennesio-Tesi มีรูปสมการเชิงคณิตศาสตร์บรรยายได้เป็น

$$\begin{aligned}\frac{dx}{dt} &= y \\ \frac{dy}{dt} &= z \\ \frac{dz}{dt} &= -cx - by - az + x^2\end{aligned}\tag{ข.8}$$

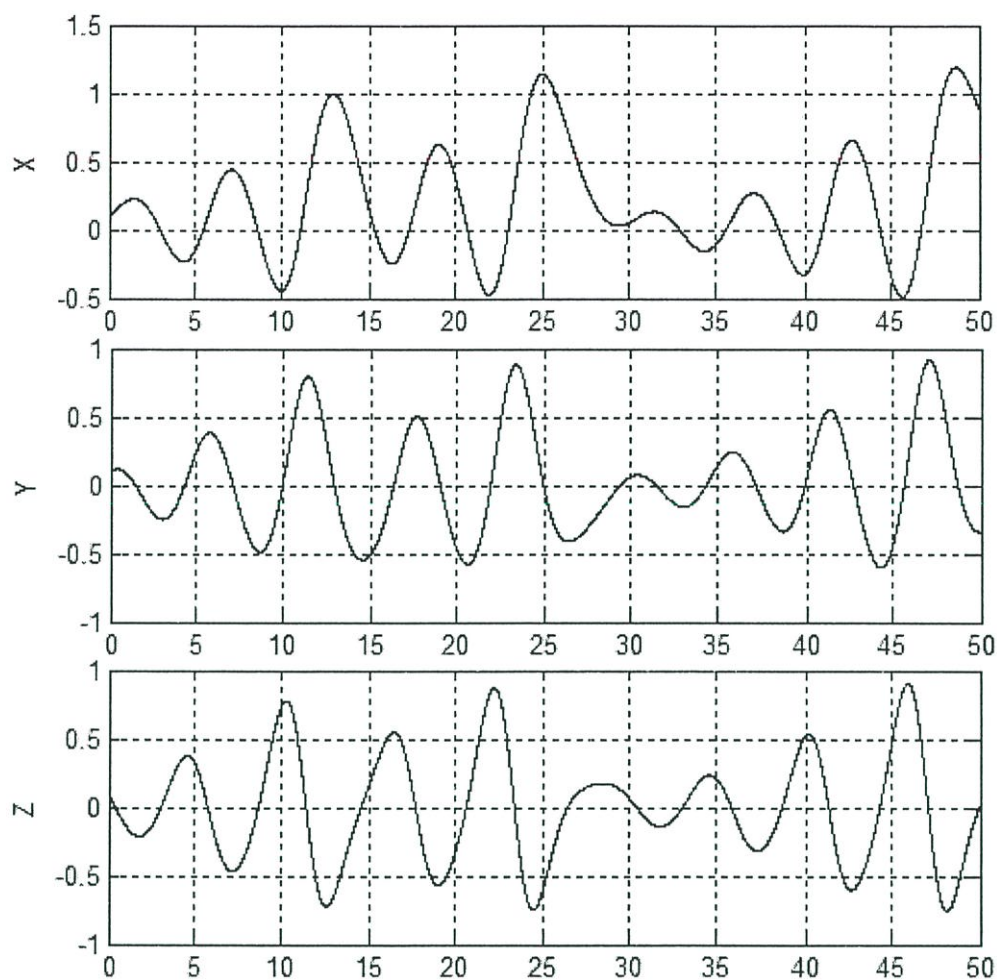
โดยที่ $x_0, y_0, z_0 = [0.1, 0.1, 0.1]$ และ $a, b, c = [0.44, 1.1, 1]$

พฤติกรรมอลวนของ Gennesio-Tesi เมื่อค่าสัมประสิทธิ์ a, b และ c เปลี่ยนแปลงไปในทางมากขึ้นหรือน้อยลงจะทำให้การโคจรของระบบเป็นแบบเส้นเดี่ยว



รูปที่ ข.15 พฤติกรรมอลวนของ Gennesio-Tesi

ในรูปที่ ข.16 เป็นการจำลองด้วยเครื่องมือวัด Time Series Diagram สัญญาณที่ได้ในแต่ละแกนจะมีค่าความถี่และอัมพลนที่เหมือนกันสอดคล้องกับสมการที่ (ข.8)



รูปที่ ข.16 Time Series Diagram ของ Gennesio-Tesi ที่ Time = 50 second

ตารางที่ ข.8 ค่า Lyapunov Exponent ของ Gennesio-Tesi

Lyapunov Exponent		
λ_1	λ_2	λ_3
0.10583377	0	-0.54583377

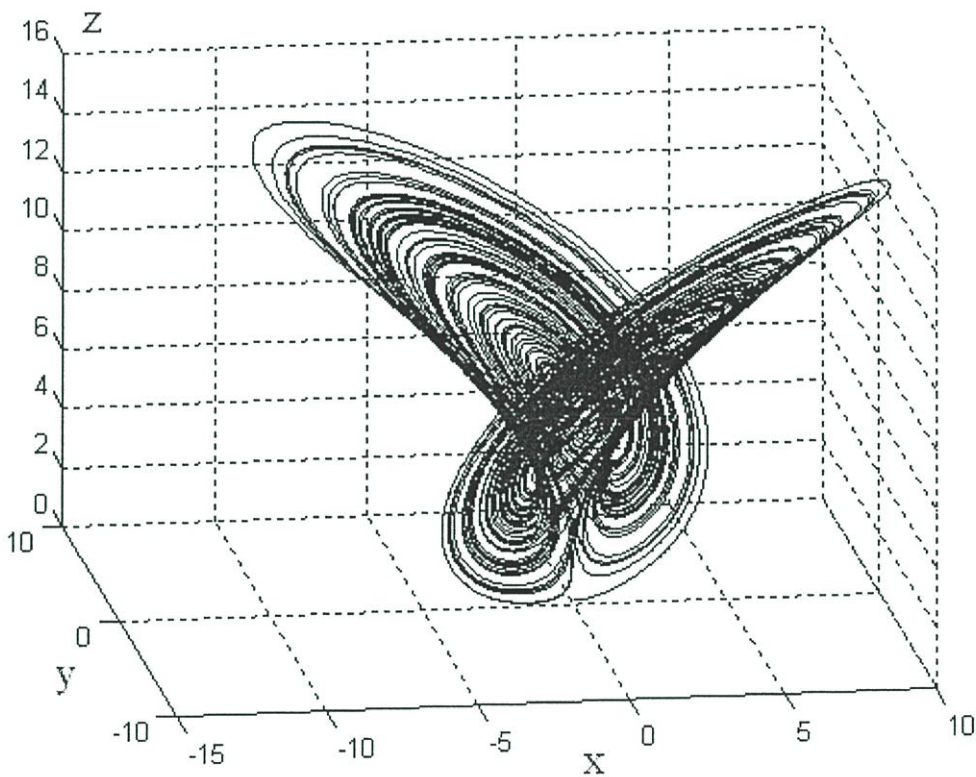
ข.9 สมการ Rucklidge

สมการอลวนของ Rucklidge มีรูปสมการเชิงคณิตศาสตร์บรรยายได้เป็น

$$\begin{aligned}\frac{dx}{dt} &= ax - Ly - yz \\ \frac{dy}{dt} &= x \\ \frac{dz}{dt} &= -z + y^2\end{aligned}\tag{ข.9}$$

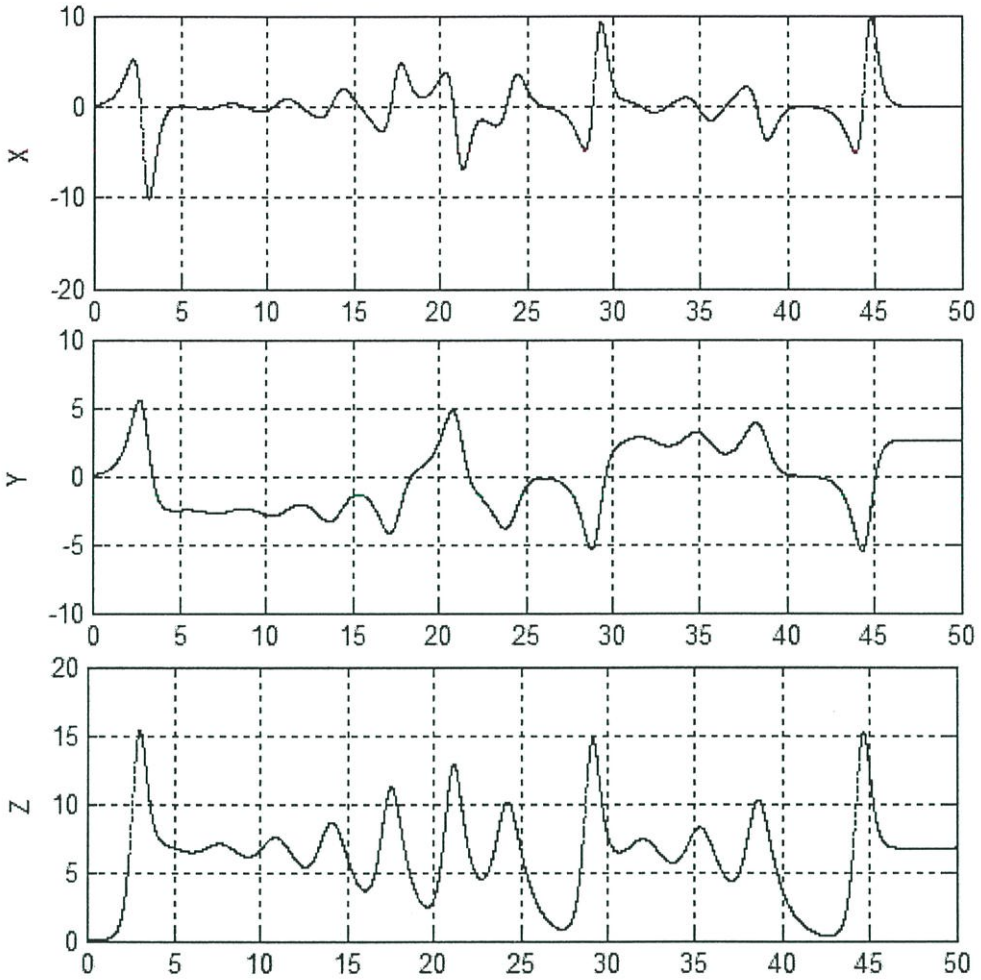
โดยที่ $x_0, y_0, z_0 = [0.1, 0.1, 0.1]$ และ $a, L = [-2, -6.7]$

พฤติกรรมอลวนของ Rucklidge เมื่อค่าสัมประสิทธิ์ a และ L เปลี่ยนแปลงไปในทางมากขึ้นหรือน้อยลงจะทำให้การโคจรของระบบเกาะกลุ่มเป็นจุดเล็ก



รูปที่ ข.17 พฤติกรรมอลวนของ Rucklidge

ในรูปที่ ข.18 เป็นการจำลองด้วยเครื่องมือวัด Time Series Diagram สัญญาณในแกน X และ Y ทำให้ระบบมีการ โคจรทางออกคล้ายปีกดังรูปที่ ข.17



รูปที่ ข.18 Time Series Diagram ของ Rucklidge ที่ Time = 50 second

ตารางที่ ข.9 ค่า Lyapunov Exponent ของ Rucklidge

Lyapunov Exponent		
λ_1	λ_2	λ_3
0.19186105	0	-3.19186105

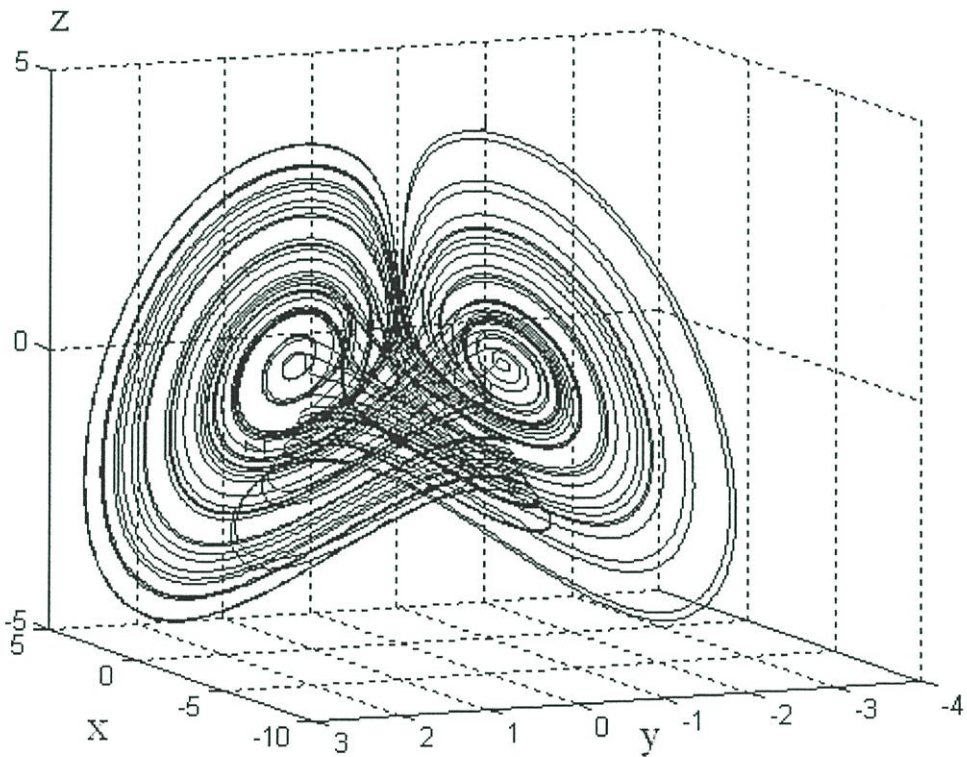
ข.10 สมการของ Sprott1

สมการอลวนของ Sprott1 มีรูปสมการเชิงคณิตศาสตร์บรรยายได้เป็น

$$\begin{aligned}\frac{dx}{dt} &= yz \\ \frac{dy}{dt} &= x - y \\ \frac{dz}{dt} &= 1 - xy\end{aligned}\tag{ข.10}$$

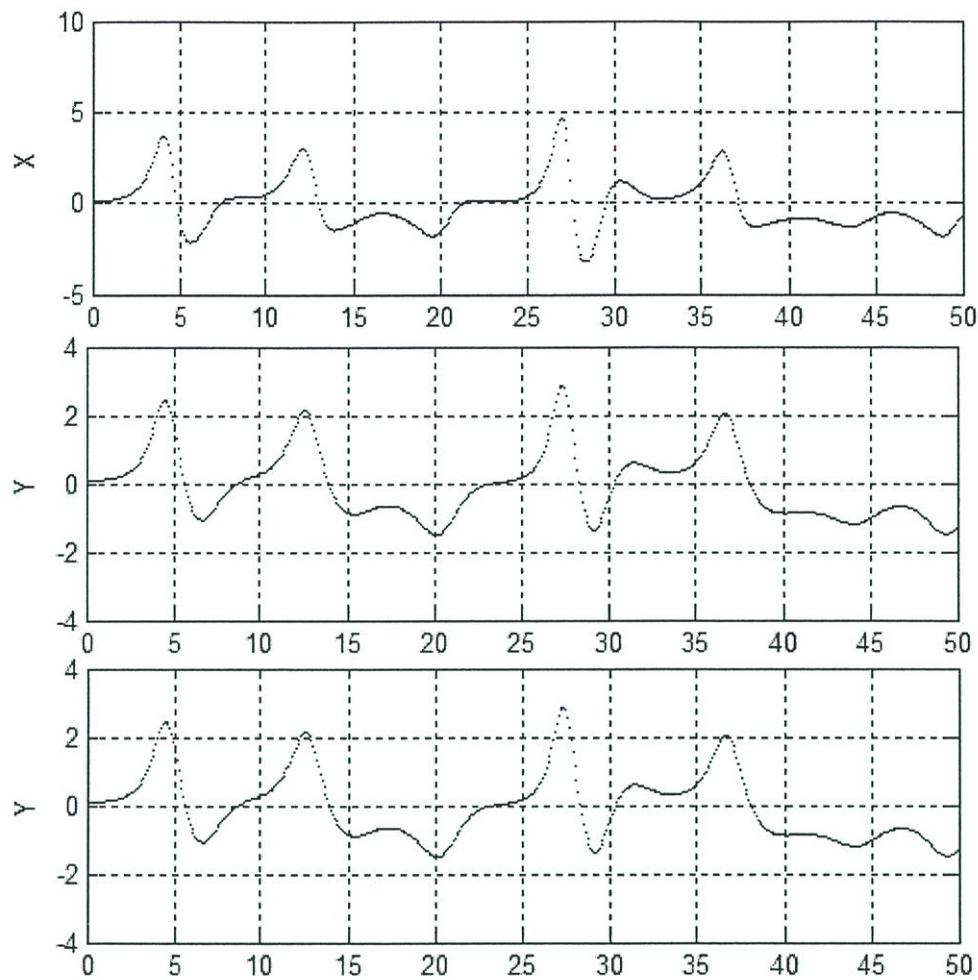
โดยที่ $x_0, y_0, z_0 = [0.1, 0.1, 0.1]$

ในรูปที่ ข.19 มีพฤติกรรมอลวนคล้ายกับพฤติกรรมอลวนของ Chen แต่มีดัชนีการลู่เข้าลู่ออกที่ค่าความถี่ และ ค่าอำนาจที่ต่างกันมาก



รูปที่ ข.19 พฤติกรรมอลวนของ Sprott1

ในรูปที่ ข.20 เป็นการจำลองด้วยเครื่องมือวัด Time Series Diagram สัญญาณในแกน X และ Y ทำให้เกิด Double-Scroll คล้ายปีกผีเสื้อดังรูปที่ ข.19



รูปที่ ข.20 Time Series Diagram ของ Sprott1 ที่ Time = 50 second

ตารางที่ ข.10 ค่า Lyapunov Exponent ของ Sprott1

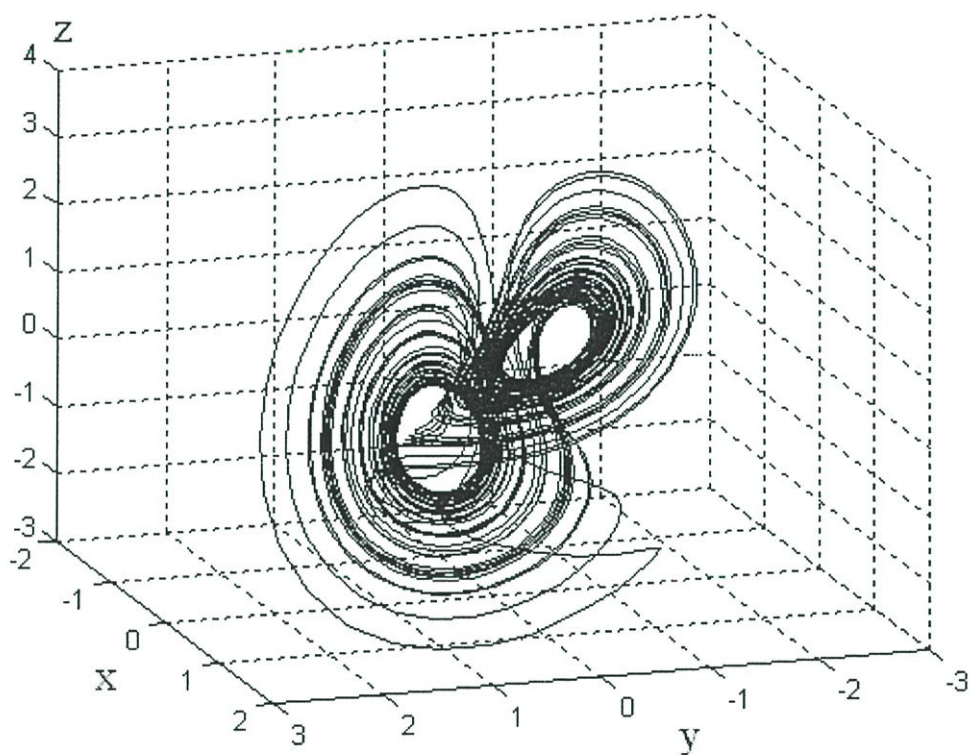
Lyapunov Exponent		
λ_1	λ_2	λ_3
0.21046253	0	-1.21046253

ข.11 สมการของ Sprott2

สมการอลวนของ Sprott2 มีรูปสมการเชิงคณิตศาสตร์บรรยายได้เป็น

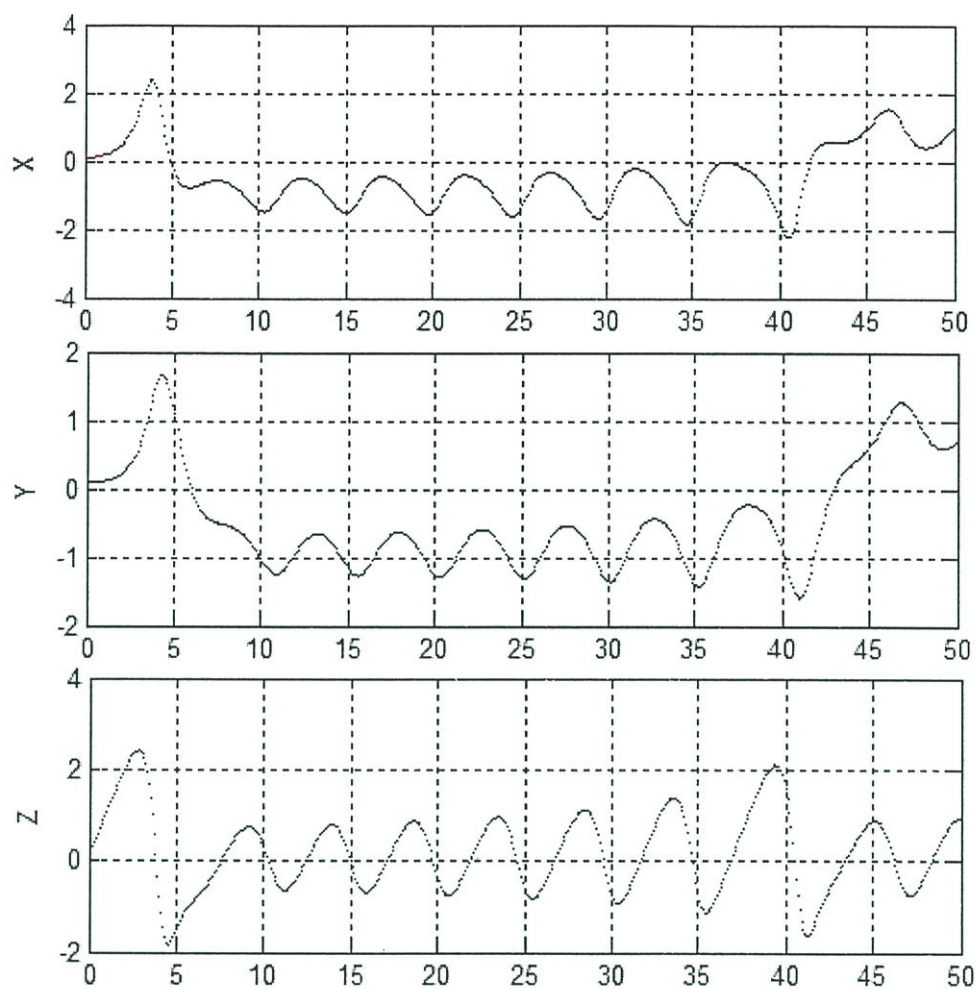
$$\begin{aligned}\frac{dx}{dt} &= yz \\ \frac{dy}{dt} &= x - y \\ \frac{dz}{dt} &= 1 - x^2\end{aligned}\tag{ข.11}$$

โดยที่ $x_0, y_0, z_0 = [0.1, 0.1, 0.1]$



รูปที่ ข.21 พฤติกรรมอลวนของ Sprott2

ในรูปที่ ข.22 เป็นการจำลองด้วยเครื่องมือวัด Time Series Diagram สัญญาณในแกน X และ Y ทำให้เกิด Double-Scroll ดังรูปที่ ข.21



รูปที่ ข.22 Time Series Diagram ของ Sprott2 ที่ Time = 50 second

ตารางที่ ข.11 ค่า Lyapunov Exponent ของ Sprott 2

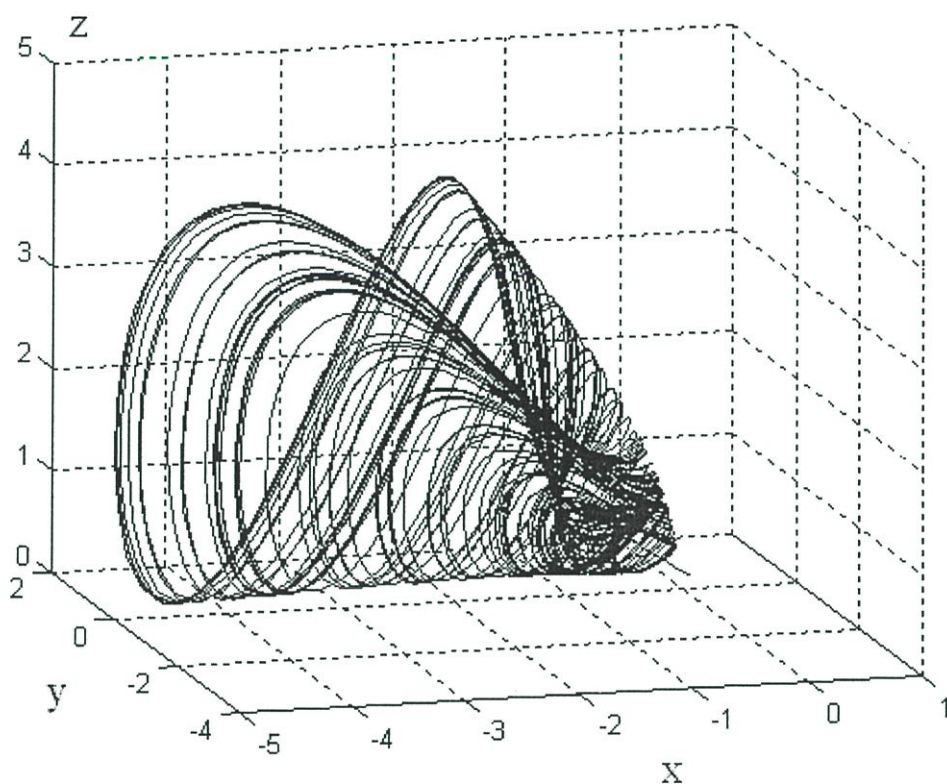
Lyapunov Exponent		
λ_1	λ_2	λ_3
0.16360380	0	-1.16360380

ข.12 สมการของ Sprott3

สมการอลวนของ Sprott3 มีรูปสมการเชิงคณิตศาสตร์บรรยายได้เป็น

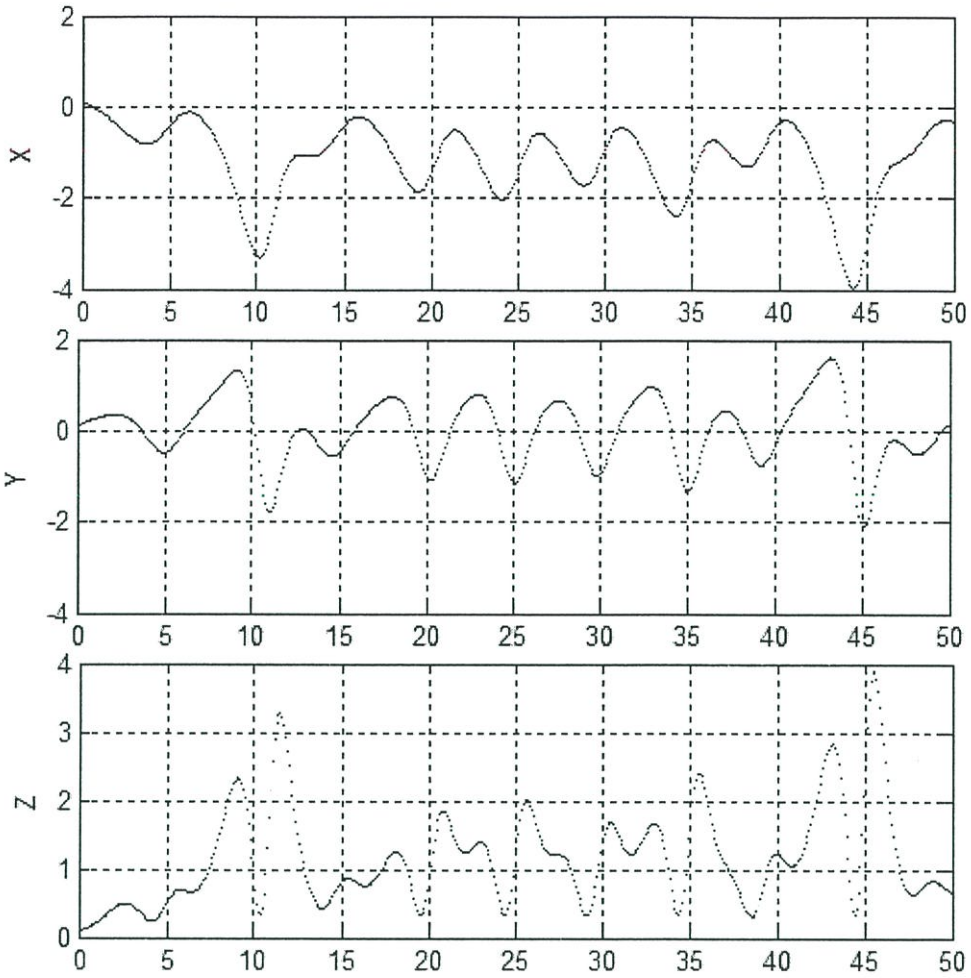
$$\begin{aligned}\frac{dx}{dt} &= -y \\ \frac{dy}{dt} &= x + y \\ \frac{dz}{dt} &= xz + 3y^2\end{aligned}\tag{ข.12}$$

โดยที่ $x_0, y_0, z_0 = [0.1, 0.1, 0.1]$



รูปที่ ข.23 พฤติกรรมอลวนของ Sprott3

ในรูปที่ ข.24 เป็นการจำลองด้วยเครื่องมือวัด Time Series Diagram สัญญาณในแกน Y และ Z ทำให้เกิดลักษณะคล้ายกันหอยดังรูปที่ ข.23



รูปที่ ข.24 Time Series Diagram ของ Sprott3 ที่ Time = 50 second

ตารางที่ ข.12 ค่า Lyapunov Exponent ของ Sprott3

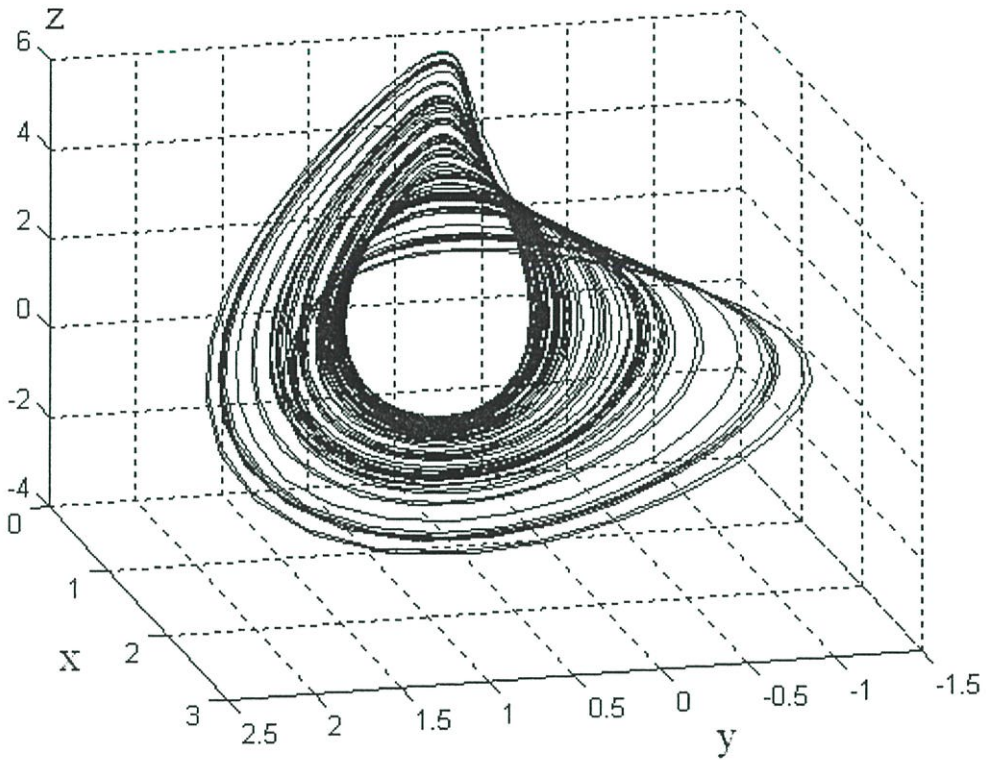
Lyapunov Exponent		
λ_1	λ_2	λ_3
0.10283031	0	-

ข.13 สมการของ Sprott4

สมการอดวนของ Sprott2 มีรูปสมการเชิงคณิตศาสตร์บรรยายได้เป็น

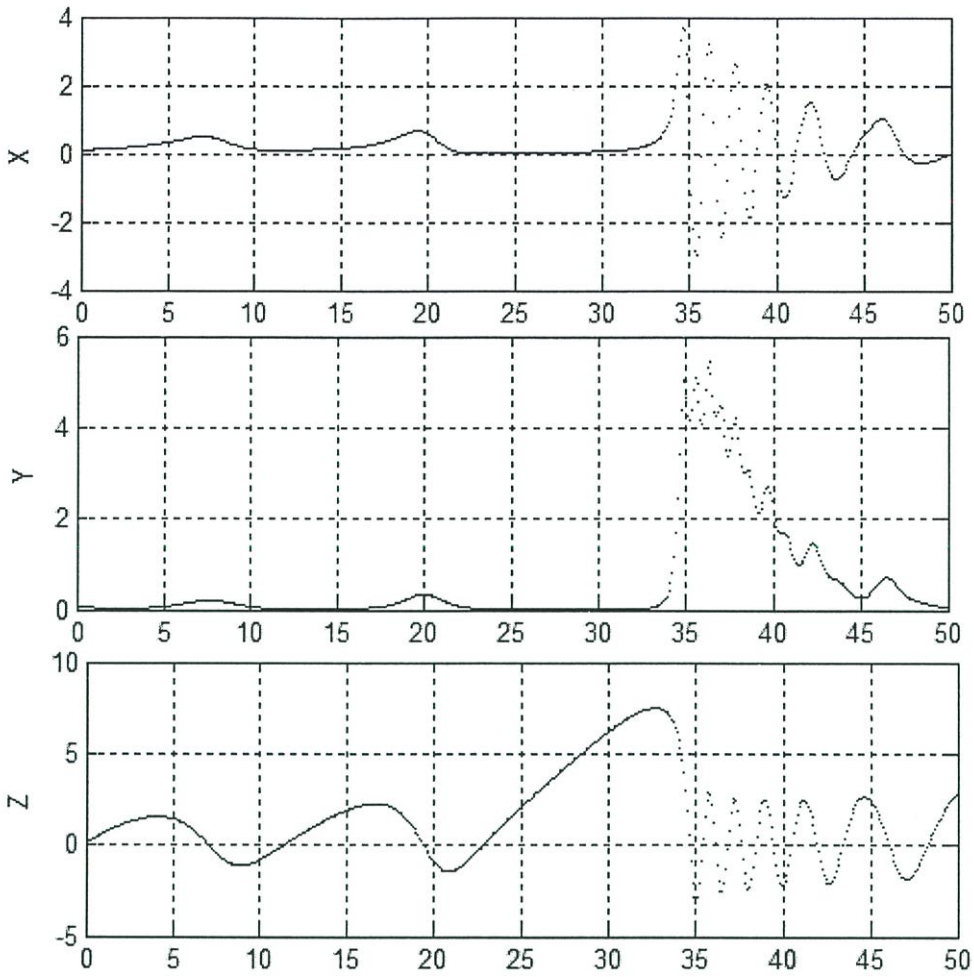
$$\begin{aligned}\frac{dx}{dt} &= yz \\ \frac{dy}{dt} &= x^2 - y \\ \frac{dz}{dt} &= 1 - 4x\end{aligned}\tag{ข.13}$$

โดยที่ $x_0, y_0, z_0 = [0.1, 0.1, 0.1]$



รูปที่ ข.25 พฤติกรรมอดวนของ Sprott4

ในรูปที่ ข.26 เป็นการจำลองด้วยเครื่องมือวัด Time Series Diagram



รูปที่ ข.26 Time Series Diagram ของ Sprott4 ที่ Time = 50 second

ตารางที่ ข.13 ค่า Lyapunov Exponent ของ Sprott4

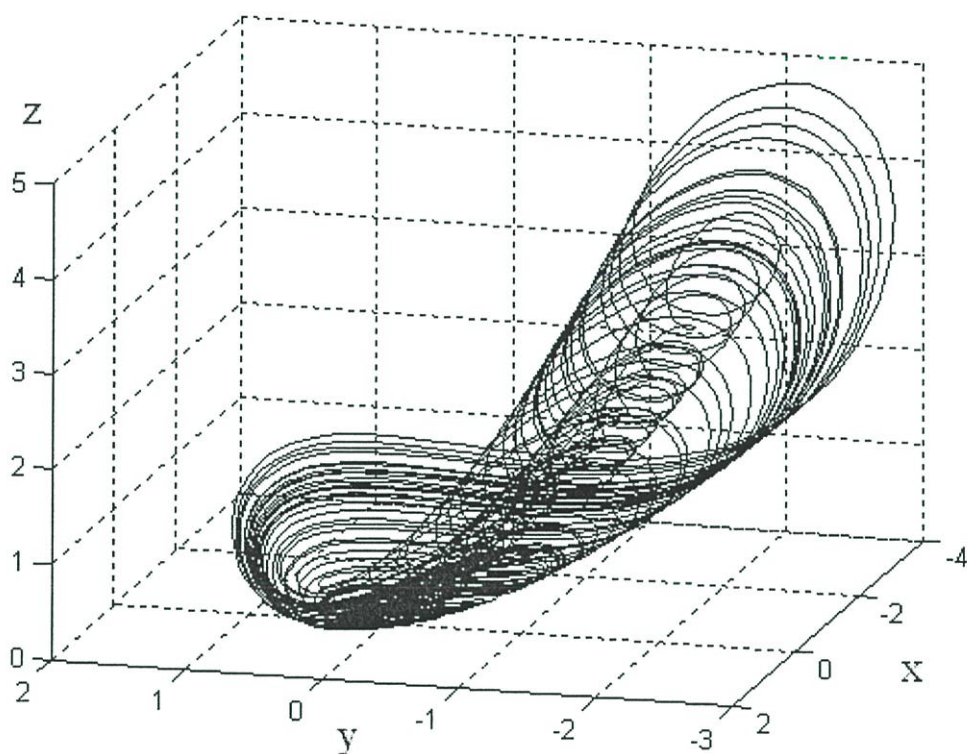
Lyapunov Exponent		
λ_1	λ_2	λ_3
0.07817852	0	-1.07817852

ข.14 สมการของ Sprott5

สมการอลวนของ Sprott5 มีรูปสมการเชิงคณิตศาสตร์บรรยายได้เป็น

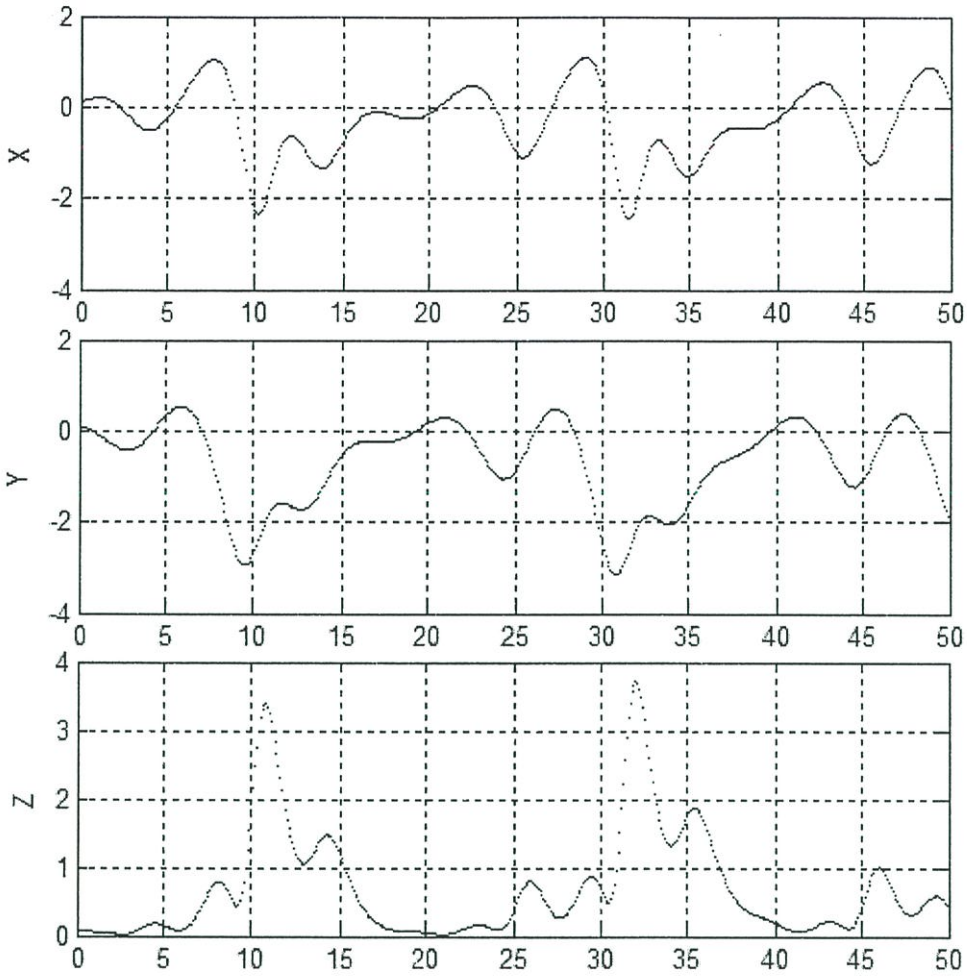
$$\begin{aligned}\frac{dx}{dt} &= y + z \\ \frac{dy}{dt} &= -x + 0.5y \\ \frac{dz}{dt} &= x^2 - z\end{aligned}\tag{ข.14}$$

โดยที่ $x_0, y_0, z_0 = [0.1, 0.1, 0.1]$



รูปที่ ข.27 พฤติกรรมอลวนของ Sprott5

ในรูปที่ ข.28 เป็นการจำลองด้วยเครื่องมือวัด Time Series Diagram สัญญาณในแกน X และ Y ทำให้เกิดวงหมุนคล้ายที่รูปที่ ข.27



รูปที่ ข.28 Time Series Diagram ของ Sprott5 ที่ Time = 50 second

ตารางที่ ข.14 ค่า Lyapunov Exponent ของ Sprott5

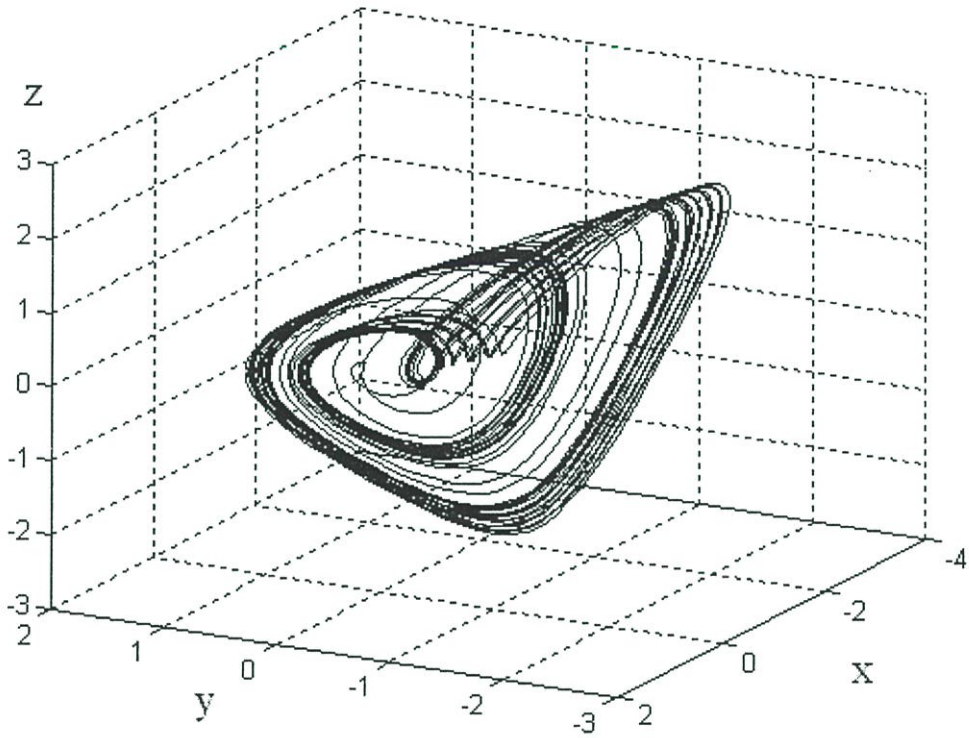
Lyapunov Exponent		
λ_1	λ_2	λ_3
0.11721911	0	-0.61721911

ข.15 สมการของ Sprott6

สมการอลวนของ Sprott6 มีรูปสมการเชิงคณิตศาสตร์บรรยายได้เป็น

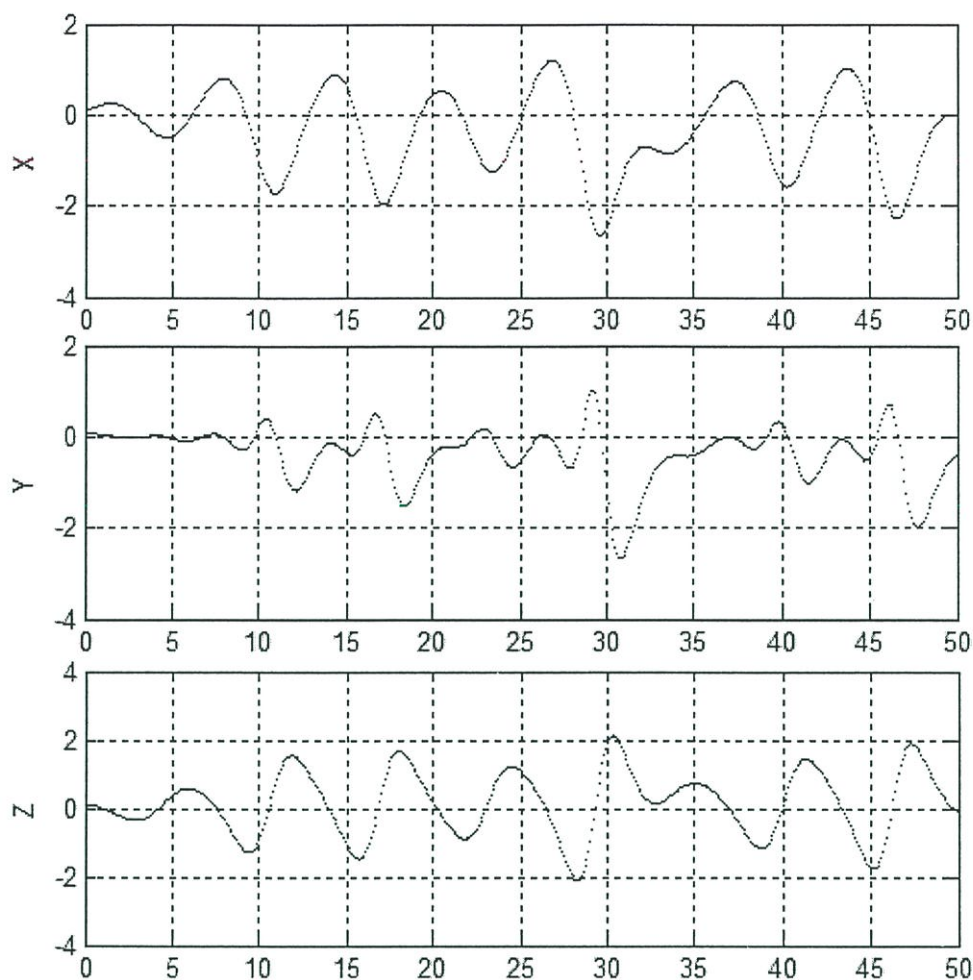
$$\begin{aligned}\frac{dx}{dt} &= 0.4x + z \\ \frac{dy}{dt} &= xz - y \\ \frac{dz}{dt} &= -x + y\end{aligned}\tag{ข.15}$$

ให้ $x_0, y_0, z_0 = [0.1, 0.1, 0.1]$



รูปที่ ข.29 พฤติกรรมอลวนของ Sprott6

ในรูปที่ ข.30 เป็นการจำลองด้วยเครื่องมือวัด Time Series Diagram สัญญาณในแกน Y ทำให้เกิดลักษณะหลักของระบบคล้ายสามเหลี่ยมดังรูปที่ ข.29



รูปที่ ข.30 Time Series Diagram ของ Sprott6 ที่ Time = 50 second

ตารางที่ ข.15 ค่า Lyapunov Exponent ของ Sprott6

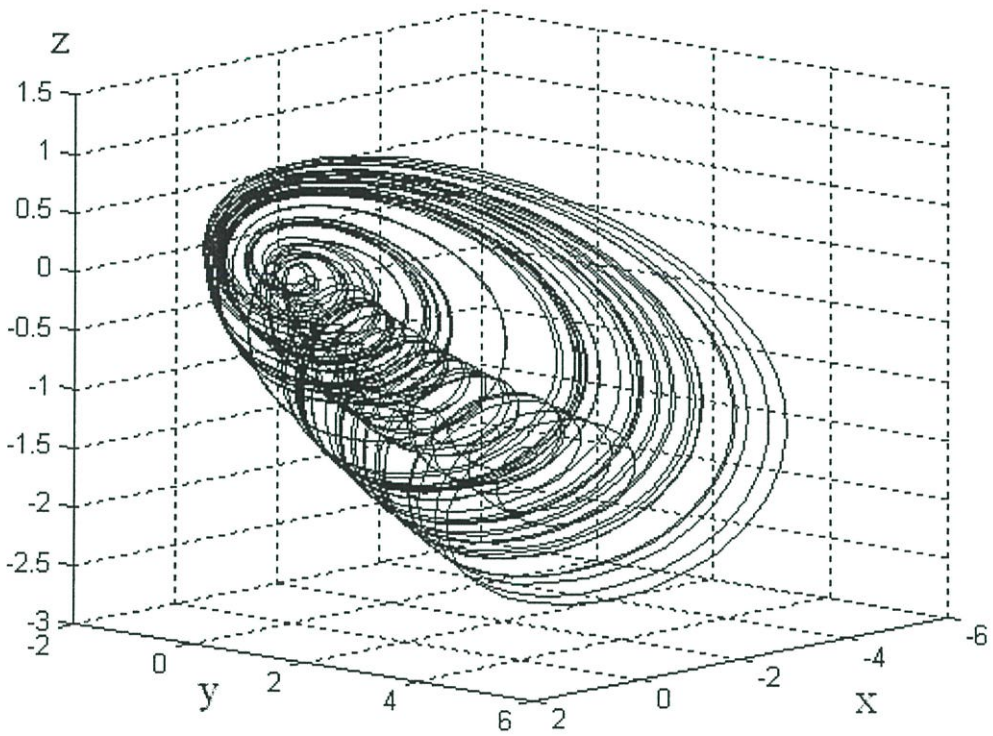
Lyapunov Exponent		
λ_1	λ_2	λ_3
0.03416666	0	-0.63416666

ข.16 สมการของ Sprott7

สมการอวลวนของ Sprott7 มีรูปสมการเชิงคณิตศาสตร์บรรยายได้เป็น

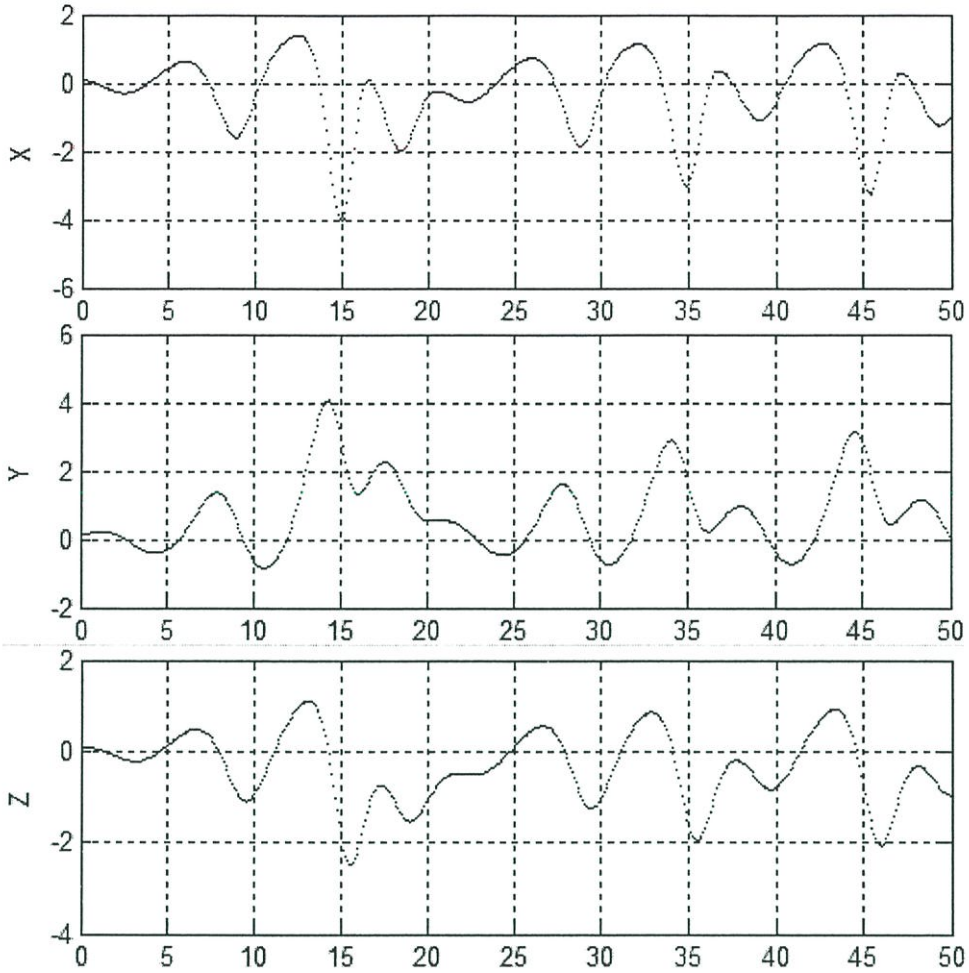
$$\begin{aligned}\frac{dx}{dt} &= -y + z^2 \\ \frac{dy}{dt} &= x + 0.5y \\ \frac{dz}{dt} &= x - z\end{aligned}\tag{ข.16}$$

ให้ $x_0, y_0, z_0 = [0.1, 0.1, 0.1]$



รูปที่ ข.31 พฤติกรรมอวลวนของ Sprott7

ในรูปที่ ข.32 เป็นการจำลองด้วยเครื่องมือวัด Time Series Diagram สัญญาณในแกน X และ Z ทำให้เกิดวงหมุนคล้ายต่อจรูปที่ ข.31



รูปที่ ข.32 Time Series Diagram ของ Sprott7 ที่ Time = 50 second

ตารางที่ ข.16 ค่า Lyapunov Exponent ของ Sprott7

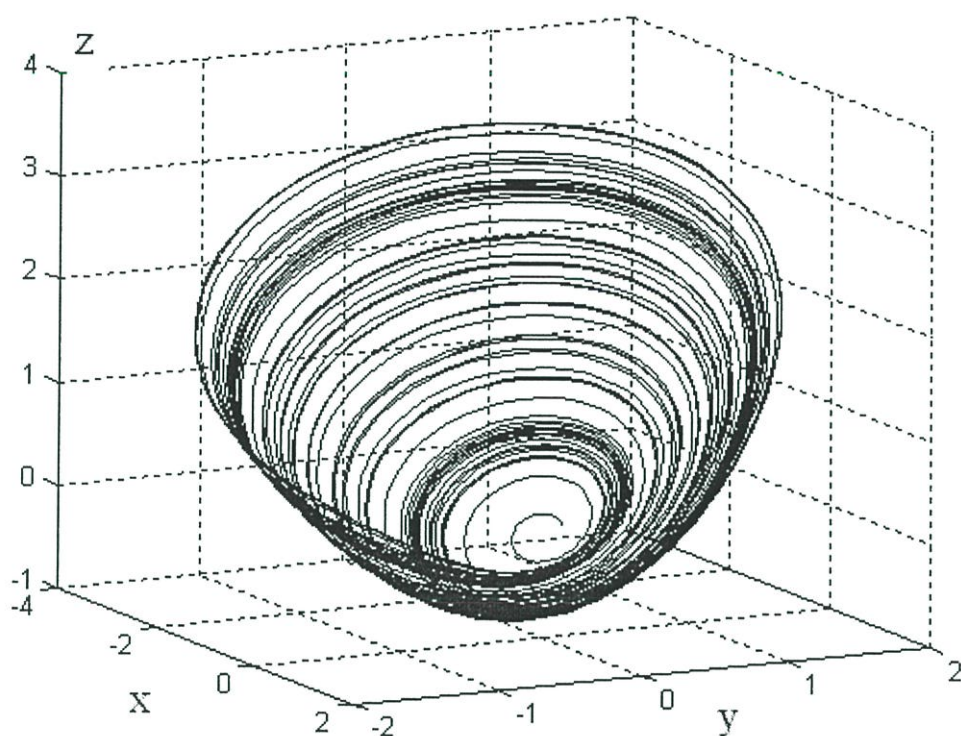
Lyapunov Exponent		
λ_1	λ_2	λ_3
0.11687722	0	-0.61687722

ข.17 สมการของ Sprott8

สมการอลวนของ Sprott8 มีรูปสมการเชิงคณิตศาสตร์บรรยายได้เป็น

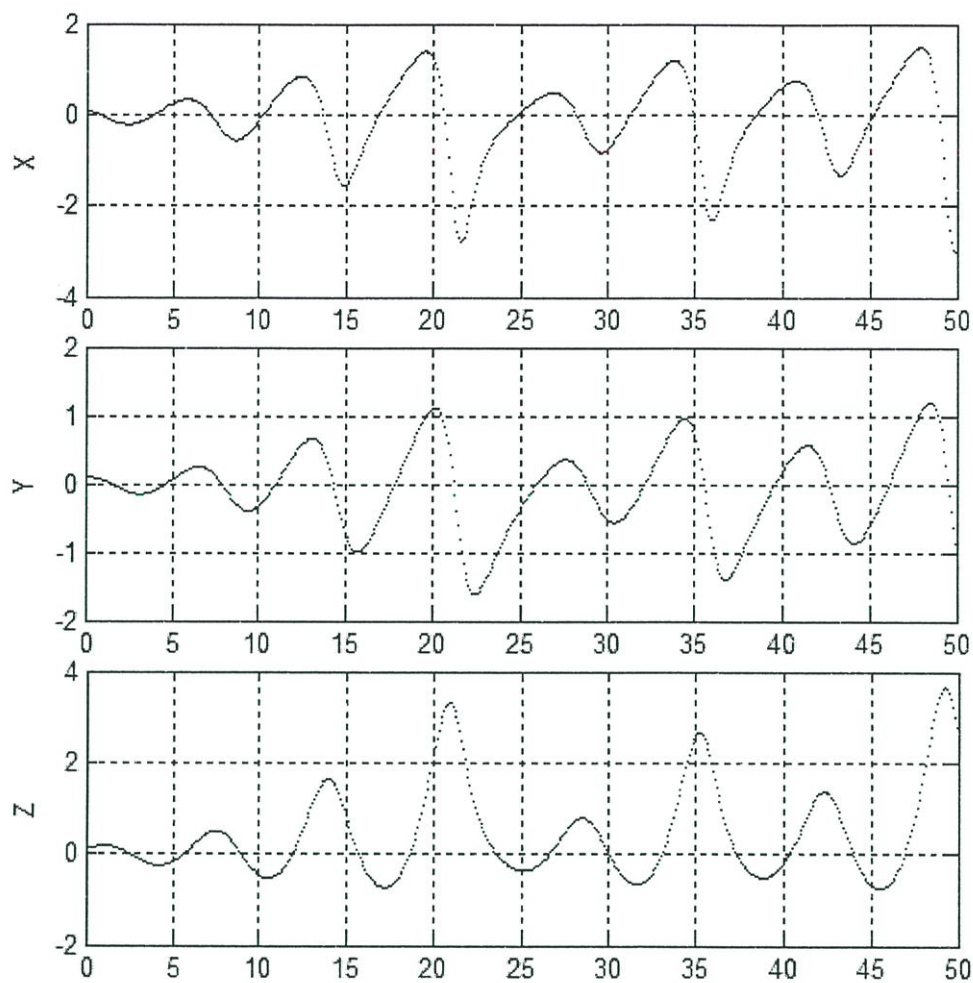
$$\begin{aligned}\frac{dx}{dt} &= xy - z \\ \frac{dy}{dt} &= x - y \\ \frac{dz}{dt} &= x + 0.3z\end{aligned}\tag{ข.17}$$

ให้ $x_0, y_0, z_0 = [0.1, 0.1, 0.1]$



รูปที่ ข.33 พฤติกรรมอลวนของ Sprott8

ในรูปที่ ข.34 เป็นการจำลองด้วยเครื่องมือวัด Time Series Diagram สัญญาณในแกน X และ Y ทำให้เกิดวงหมุนดังรูปที่ ข.33



รูปที่ ข.34 Time Series Diagram ของ Sprott8 ที่ Time = 50 second

ตารางที่ ข.17 ค่า Lyapunov Exponent ของ Sprott8

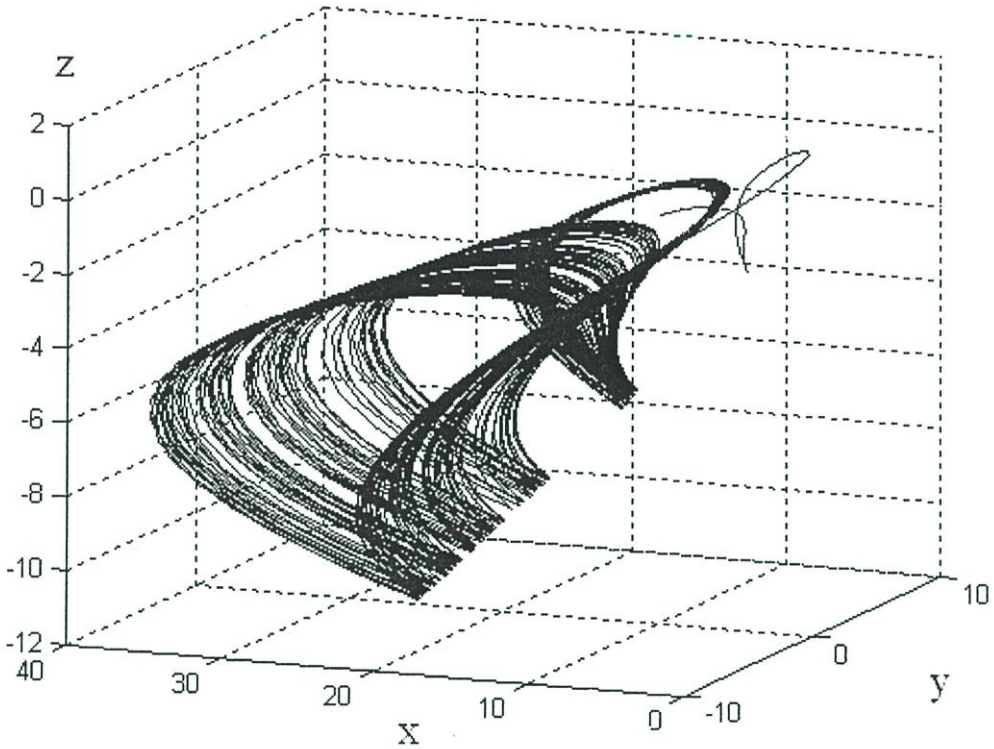
Lyapunov Exponent		
λ_1	λ_2	λ_3
0.03754667	0	-

ข.18 สมการของ Sprott9

สมการอลวนของ Sprott9 มีรูปสมการเชิงคณิตศาสตร์บรรยายได้เป็น

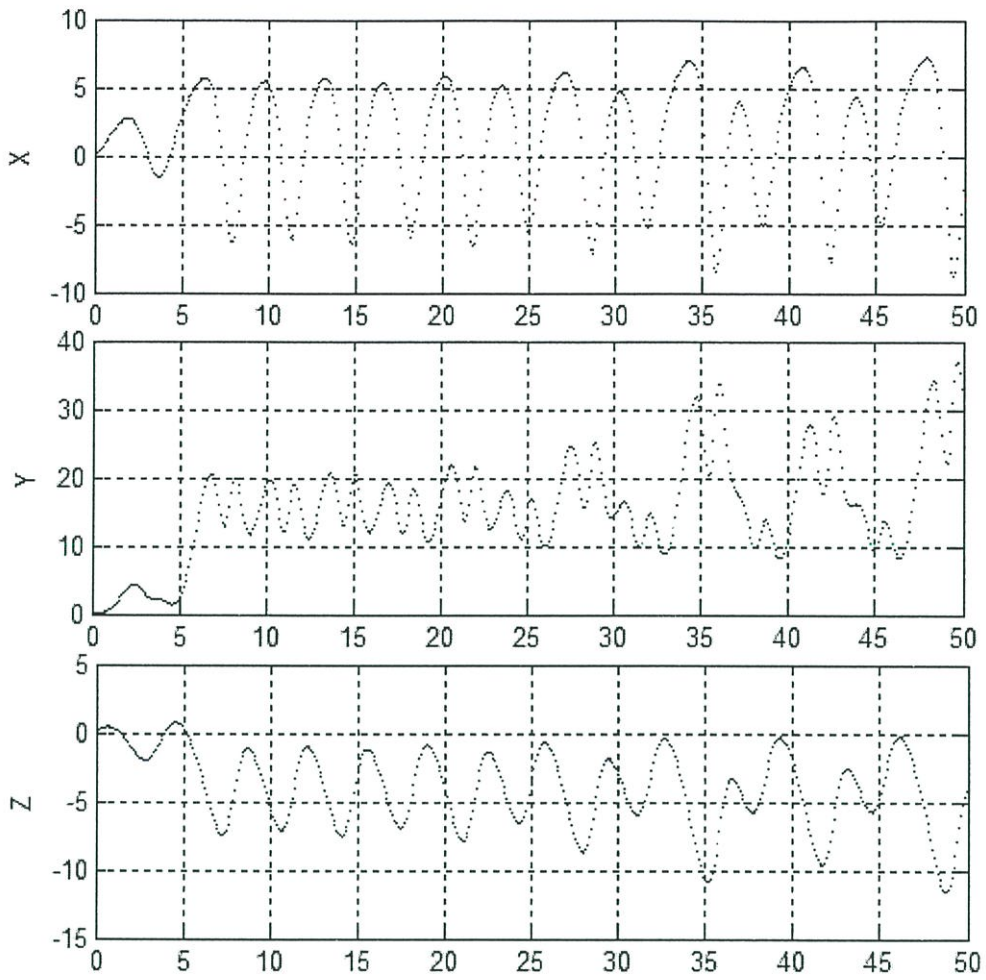
$$\begin{aligned}\frac{dx}{dt} &= y + 3.9z \\ \frac{dy}{dt} &= 0.9x^2 - y \\ \frac{dz}{dt} &= 1 - x\end{aligned}\tag{ข.18}$$

โดยที่ $x_0, y_0, z_0 = [0.1, 0.1, 0.1]$



รูปที่ ข.35 พฤติกรรมอลวนของ Sprott9

ในรูปที่ ข.36 เป็นการจำลองด้วยเครื่องมือวัด Time Series Diagram



รูปที่ ข.36 Time Series Diagram ของ Sprott9 ที่ Time = 50 second

ตารางที่ ข.18 ค่า Lyapunov Exponent ของ Sprott9

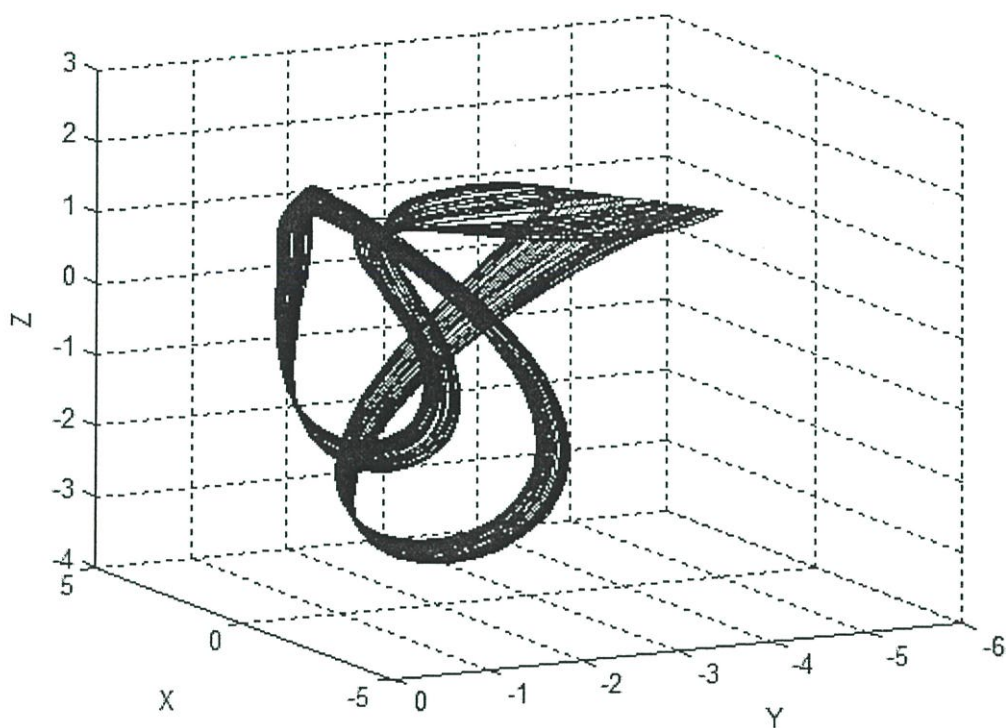
Lyapunov Exponent		
λ_1	λ_2	λ_3
0.06198949	0	-1.06198949

ข.19 สมการของ Sprott10

สมการอดวนของ Sprott10 มีรูปสมการเชิงคณิตศาสตร์บรรยายได้เป็น

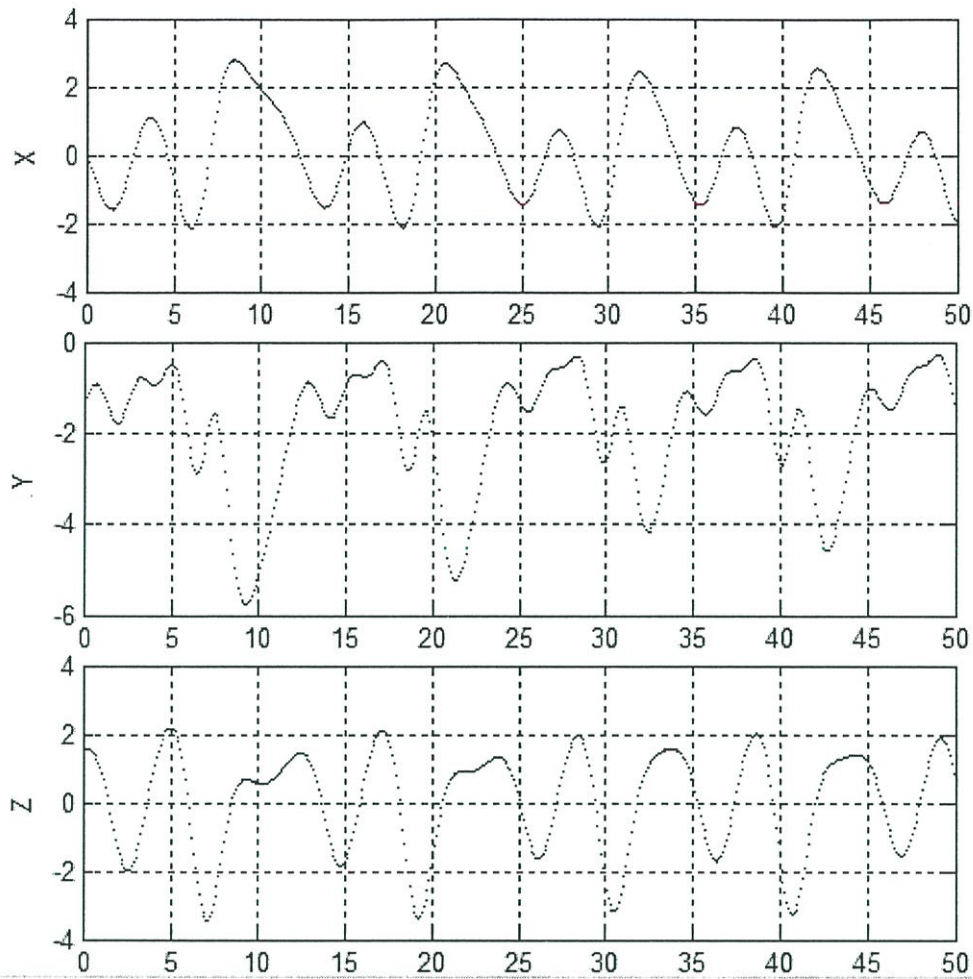
$$\begin{aligned}\frac{dx}{dt} &= -z \\ \frac{dy}{dt} &= -x^2 - y \\ \frac{dz}{dt} &= 1.7 + 1.7x + y\end{aligned}\tag{ข.19}$$

โดยที่ $x_0, y_0, z_0 = [0.1, -1.5, 1.5]$



รูปที่ ข.37 พฤติกรรมอดวนของ Sprott10

ในรูปที่ ข.38 เป็นการจำลองด้วยเครื่องมือวัด Time Series Diagram



รูปที่ ข.38 Time Series Diagram ของ Sprott10 ที่ Time = 50 second

ตารางที่ ข.19 ค่า Lyapunov Exponent ของ Sprott10

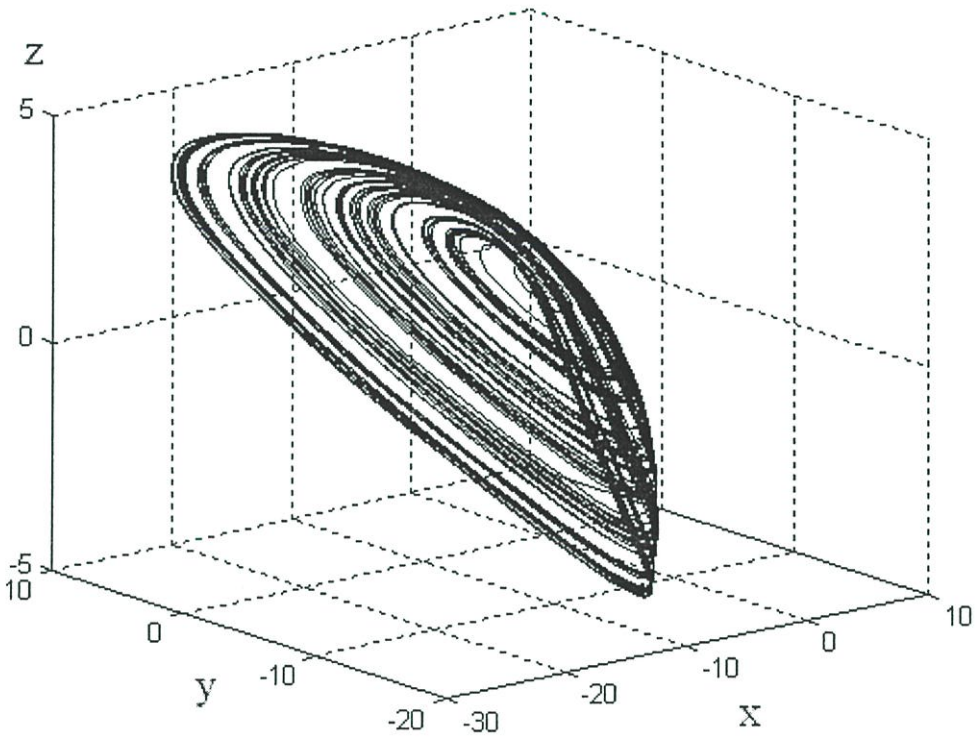
Lyapunov Exponent		
λ_1	λ_2	λ_3
0.04264811	0	-1.04264811

ข.20 สมการของ Sprott11

สมการอวลวนของ Sprott11 มีรูปสมการเชิงคณิตศาสตร์บรรยายได้เป็น

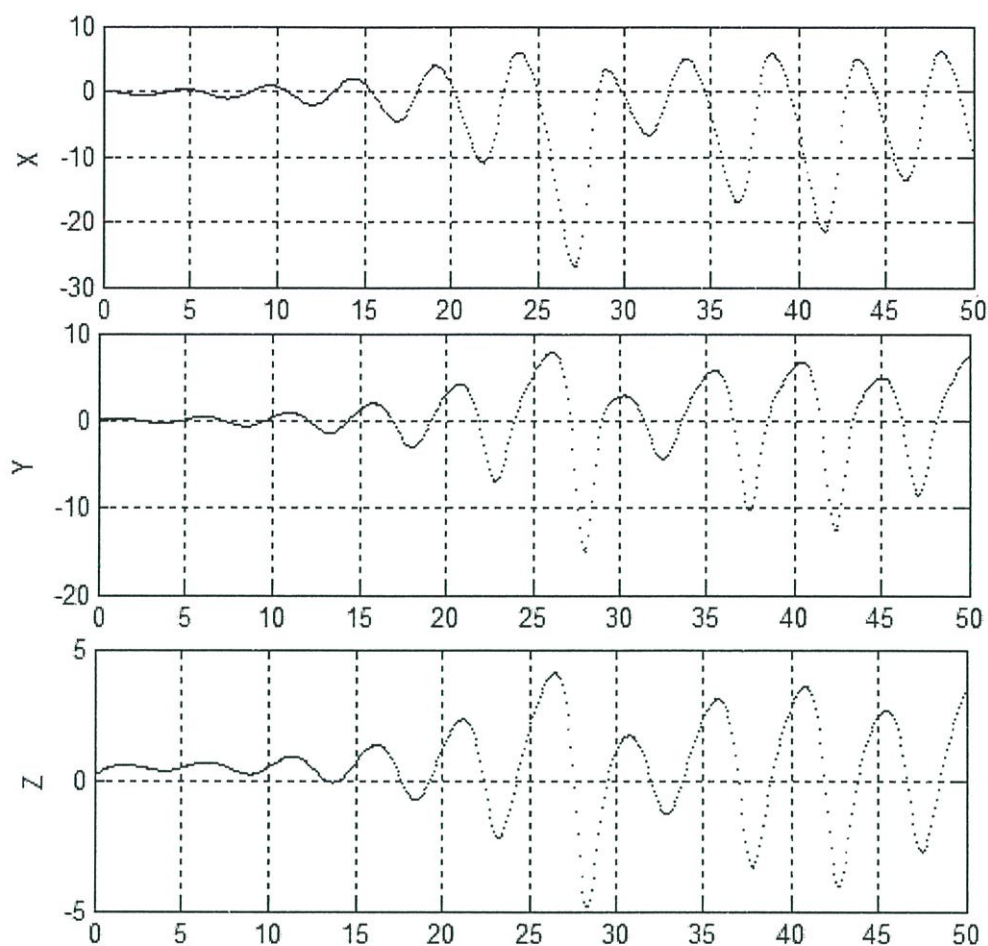
$$\begin{aligned}\frac{dx}{dt} &= -2y \\ \frac{dy}{dt} &= x + z^2 \\ \frac{dz}{dt} &= 1 + y - 2z\end{aligned}\tag{ข.20}$$

โดยที่ $x_0, y_0, z_0 = [0.1, 0.1, 0.1]$



รูปที่ ข.39 พฤติกรรมอวลวนของ Sprott11

ในรูปที่ ข.40 เป็นการจำลองด้วยเครื่องมือวัด Time Series Diagram



รูปที่ ข.40 Time Series Diagram ของ Sprott11 ที่ Time = 50 second

ตารางที่ ข.20 ค่า Lyapunov Exponent ของ Sprott11

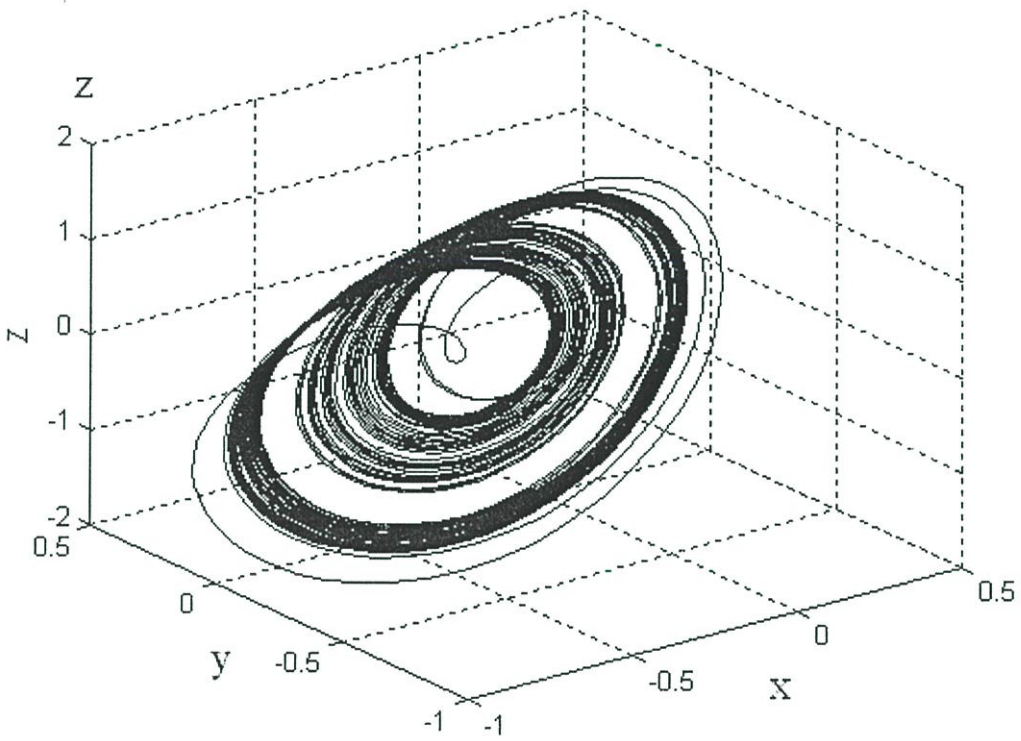
Lyapunov Exponent		
λ_1	λ_2	λ_3
0.07505773	0	-2.07505773

ข.21 สมการของ Sprott12

สมการอลวนของ Sprott12 มีรูปสมการเชิงคณิตศาสตร์บรรยายได้เป็น

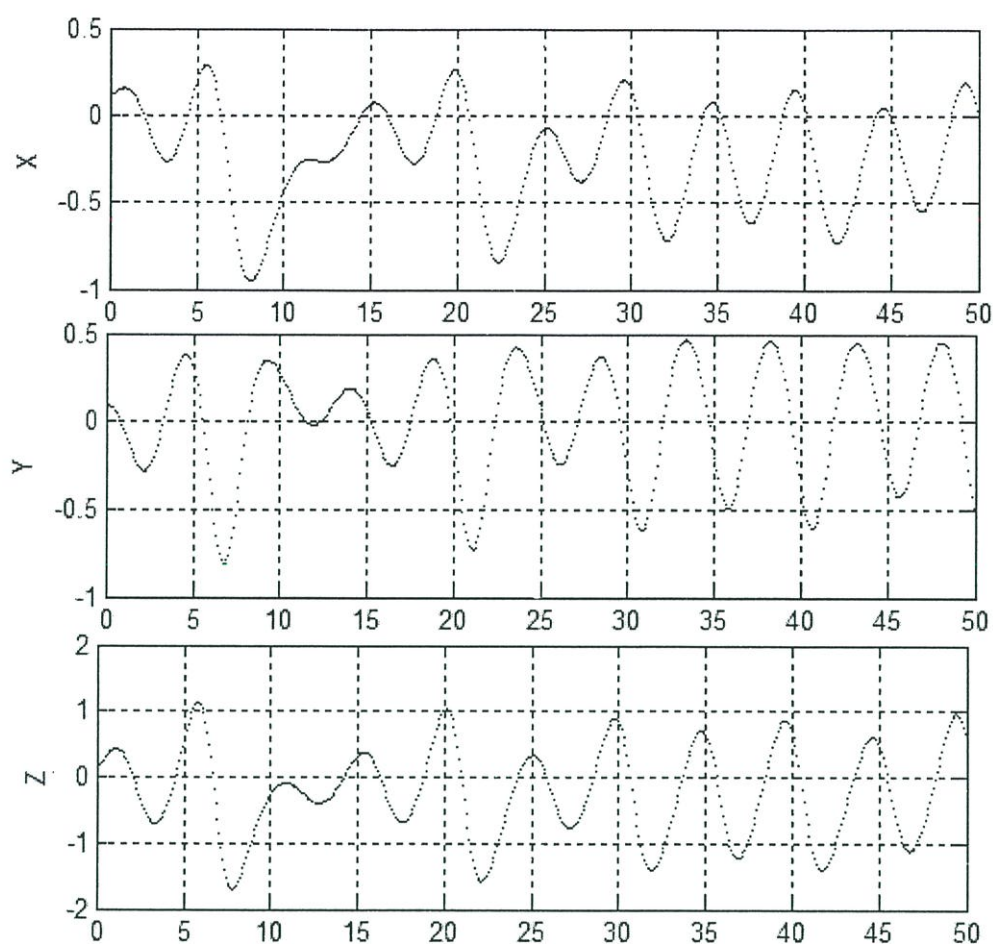
$$\begin{aligned}\frac{dx}{dt} &= y \\ \frac{dy}{dt} &= x - z \\ \frac{dz}{dt} &= x + xz + 2.7y\end{aligned}\tag{ข.21}$$

โดยที่ $x_0, y_0, z_0 = [0.1, 0.1, 0.1]$



รูปที่ ข.41 พฤติกรรมอลวนของ Sprott12

ในรูปที่ ข.42 เป็นการจำลองด้วยเครื่องมือวัด Time Series Diagram



รูปที่ ข.42 Time Series Diagram ของ Sprott12 ที่ Time = 50 second

ตารางที่ ข.21 ค่า Lyapunov Exponent ของ Sprott12

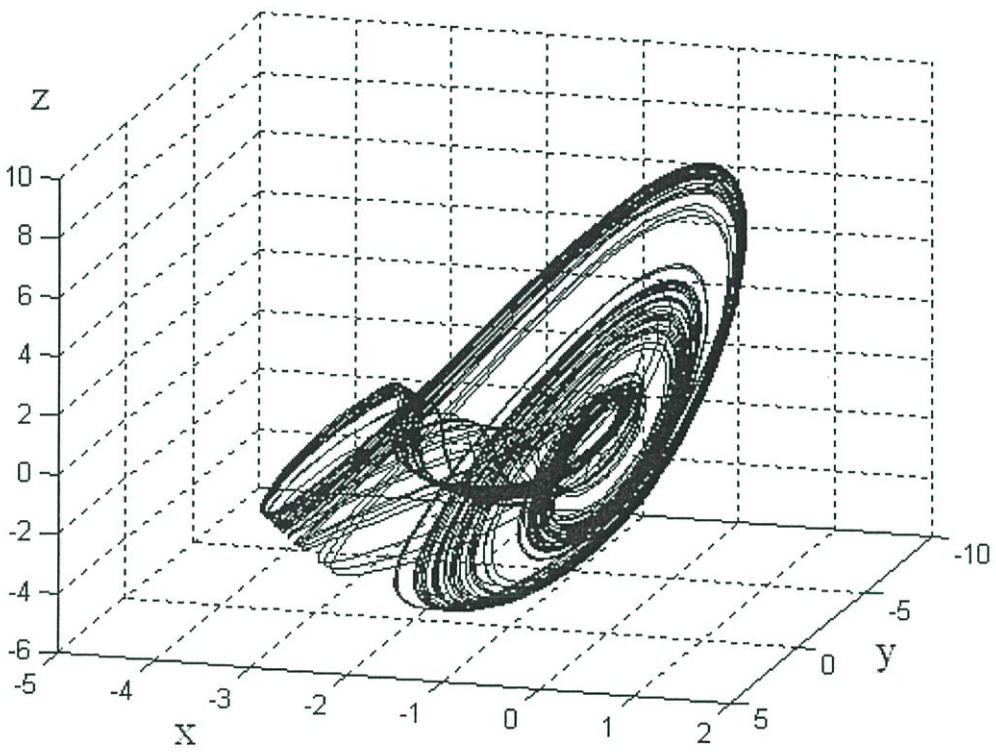
Lyapunov Exponent		
λ_1	λ_2	λ_3
0.04891535	0	-

ข.22 สมการของ Sprott13

สมการอลวนของ Sprott13 มีรูปแบบเชิงคณิตศาสตร์บรรยายได้เป็น

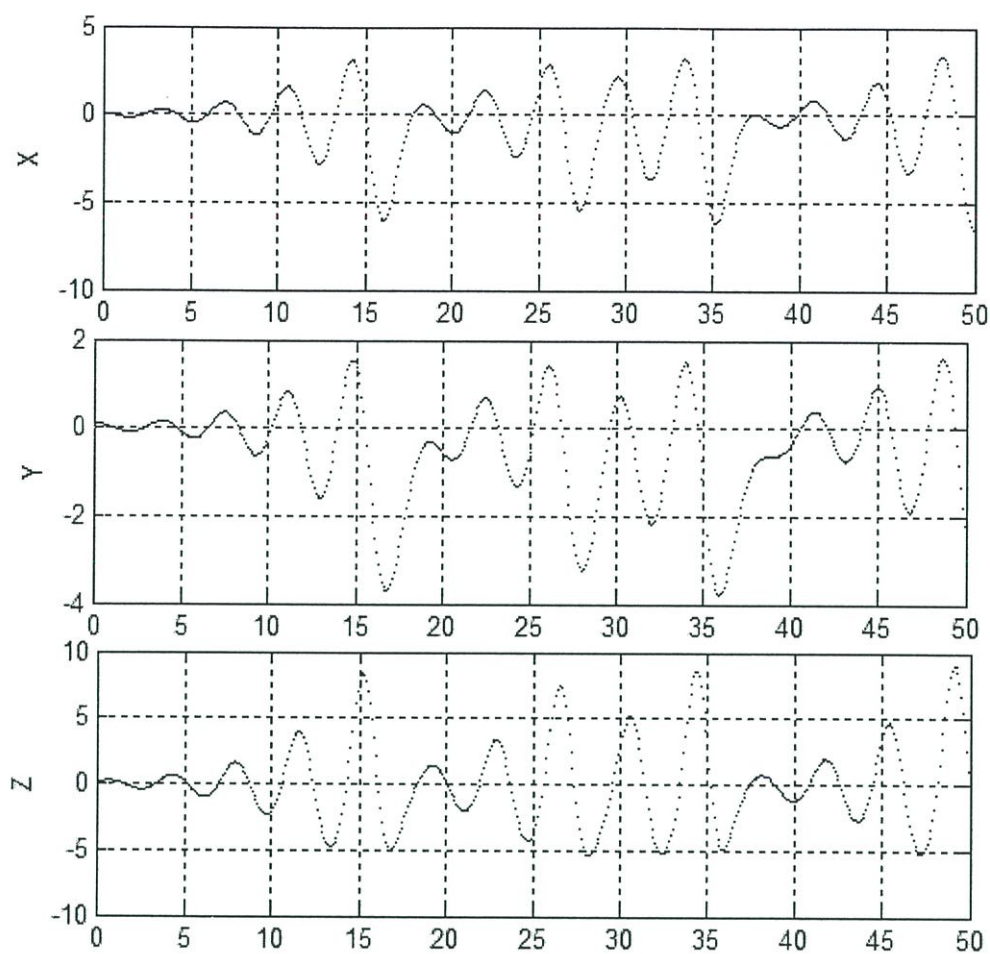
$$\begin{aligned}\frac{dx}{dt} &= -z \\ \frac{dy}{dt} &= x - y \\ \frac{dz}{dt} &= 3.1x + y^2 + 0.5z\end{aligned}\tag{ข.22}$$

ให้ $x_0, y_0, z_0 = [0.1, 0.1, 0.1]$



รูปที่ ข.43 พฤติกรรมอลวนของ Sprott13

ในรูปที่ ข.44 เป็นการจำลองด้วยเครื่องมือวัด Time Series Diagram



รูปที่ ข.44 Time Series Diagram ของ Sprott13 ที่ Time = 50 second

ตารางที่ ข.22 ค่า Lyapunov Exponent ของ Sprott13

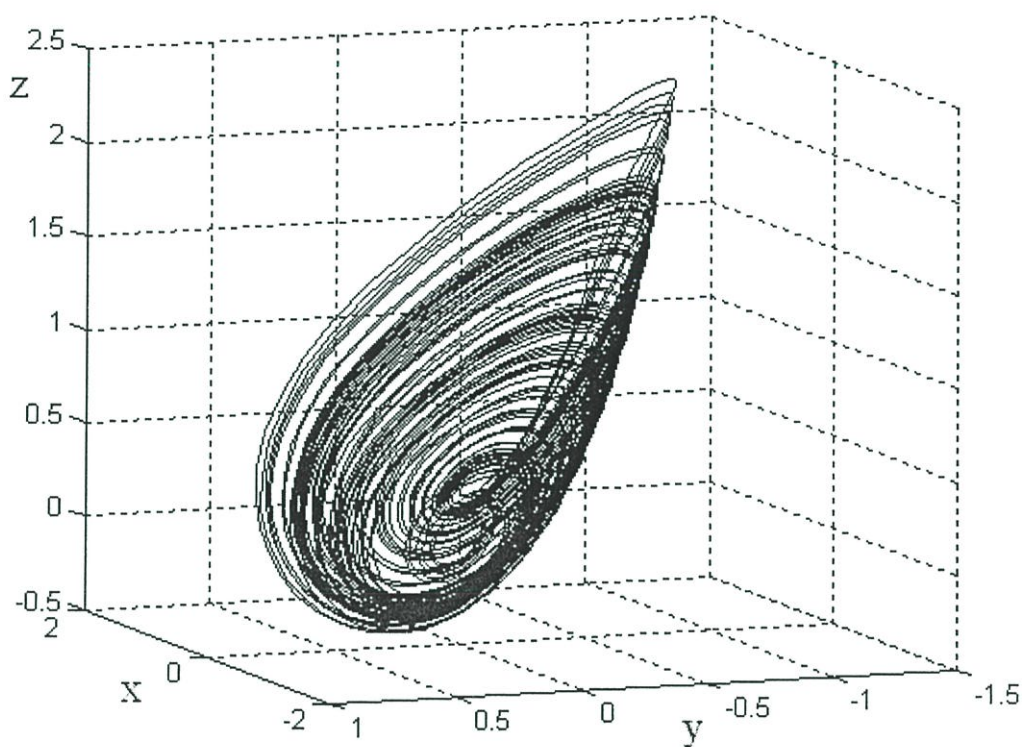
Lyapunov Exponent		
λ_1	λ_2	λ_3
0.10867363	0	-0.60867363

ข.23 สมการของ Sprott14

สมการอลวนของ Sprott14 มีรูปสมการเชิงคณิตศาสตร์บรรยายได้เป็น

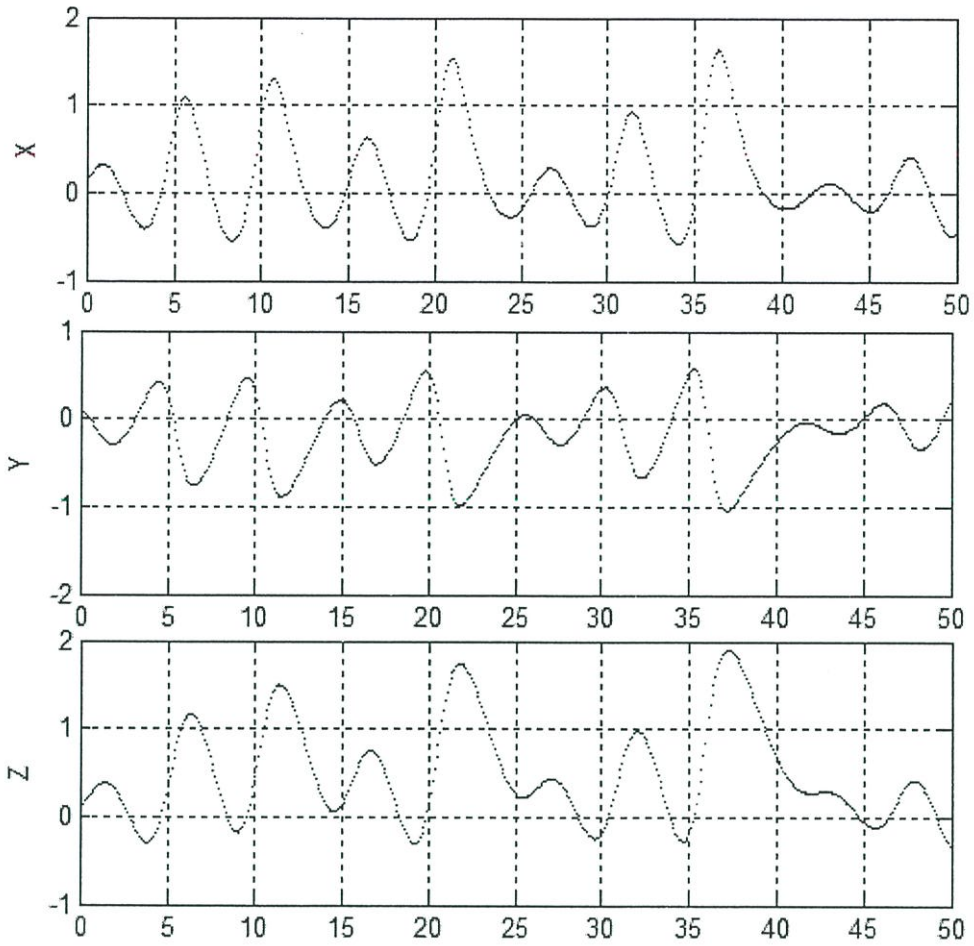
$$\begin{aligned}\frac{dx}{dt} &= 2.7y + z \\ \frac{dy}{dt} &= -x + y^2 \\ \frac{dz}{dt} &= x + y\end{aligned}\tag{ข.23}$$

โดยที่ $x_0, y_0, z_0 = [0.1, 0.1, 0.1]$



รูปที่ ข.45 พฤติกรรมอลวนของ Sprott14

ในรูปที่ ข.46 เป็นการจำลองด้วยเครื่องมือวัด Time Series Diagram สัญญาณในแกน X และ Z ทำให้เกิดวงหมุนดังรูปที่ ข.45



รูปที่ ข.46 Time Series Diagram ของ Sprott14 ที่ Time = 50 second

ตารางที่ ข.23 ค่า Lyapunov Exponent ของ Sprott14

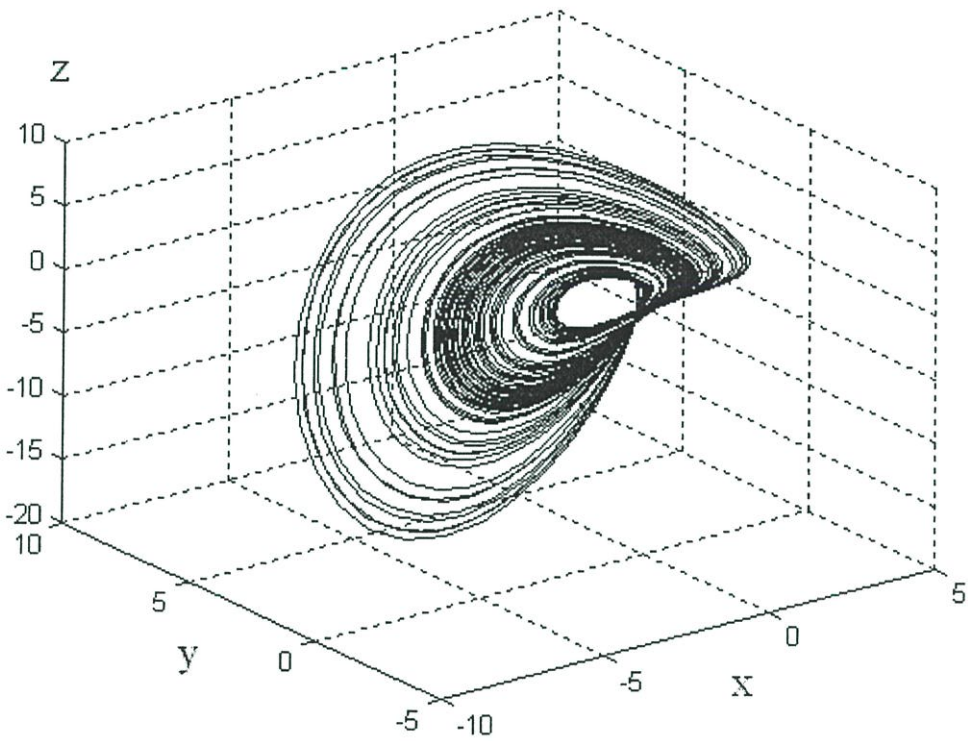
Lyapunov Exponent		
λ_1	λ_2	λ_3
0.08755307	0	-

ข.24 สมการของ Sprott15

สมการอลวนของ Sprott15 มีรูปสมการเชิงคณิตศาสตร์บรรยายได้เป็น

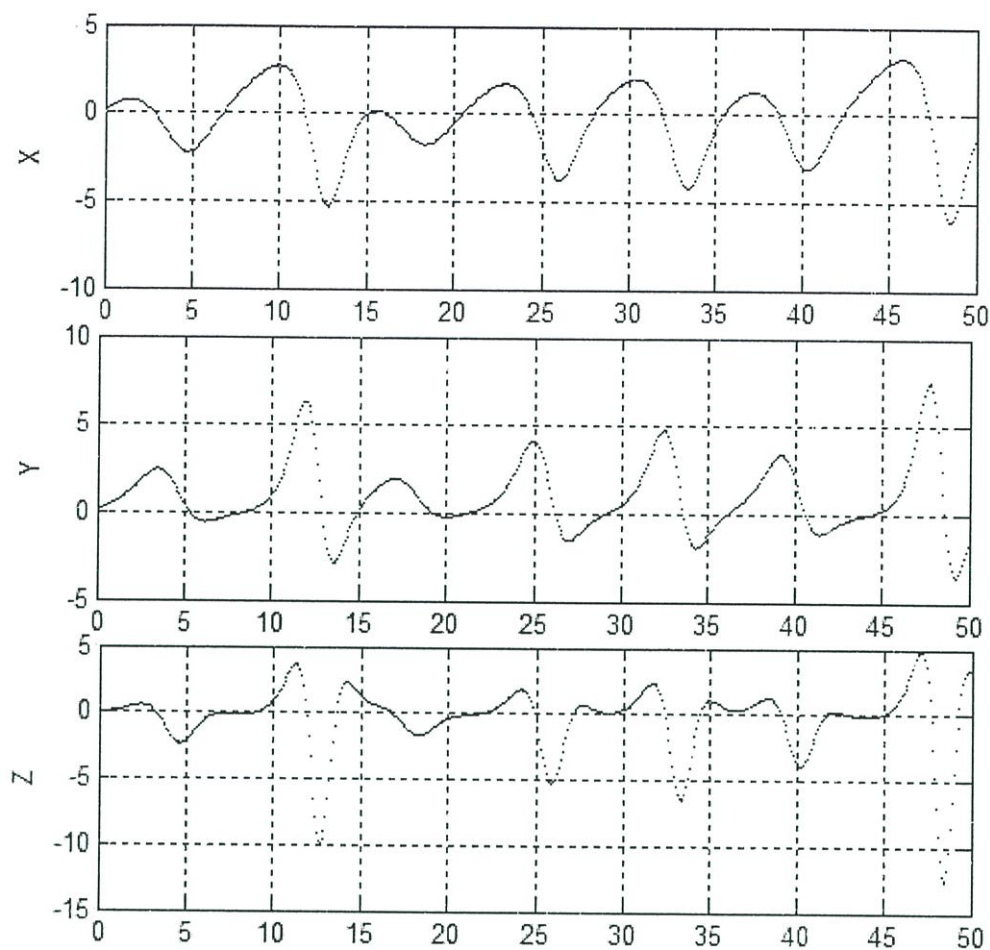
$$\begin{aligned}\frac{dx}{dt} &= 0.9 - y \\ \frac{dy}{dt} &= 0.4 + z \\ \frac{dz}{dt} &= xy - z\end{aligned}\tag{ข.24}$$

โดยที่ $x_0, y_0, z_0 = [0.1, 0.1, 0.1]$



รูปที่ ข.47 พฤติกรรมอลวนของ Sprott15

ในรูปที่ ข.48 เป็นการจำลองด้วยเครื่องมือวัด Time Series Diagram



รูปที่ ข.48 Time Series Diagram ของ Sprott15 ที่ Time = 50 second

ตารางที่ ข.24 ค่า Lyapunov Exponent ของ Sprott15

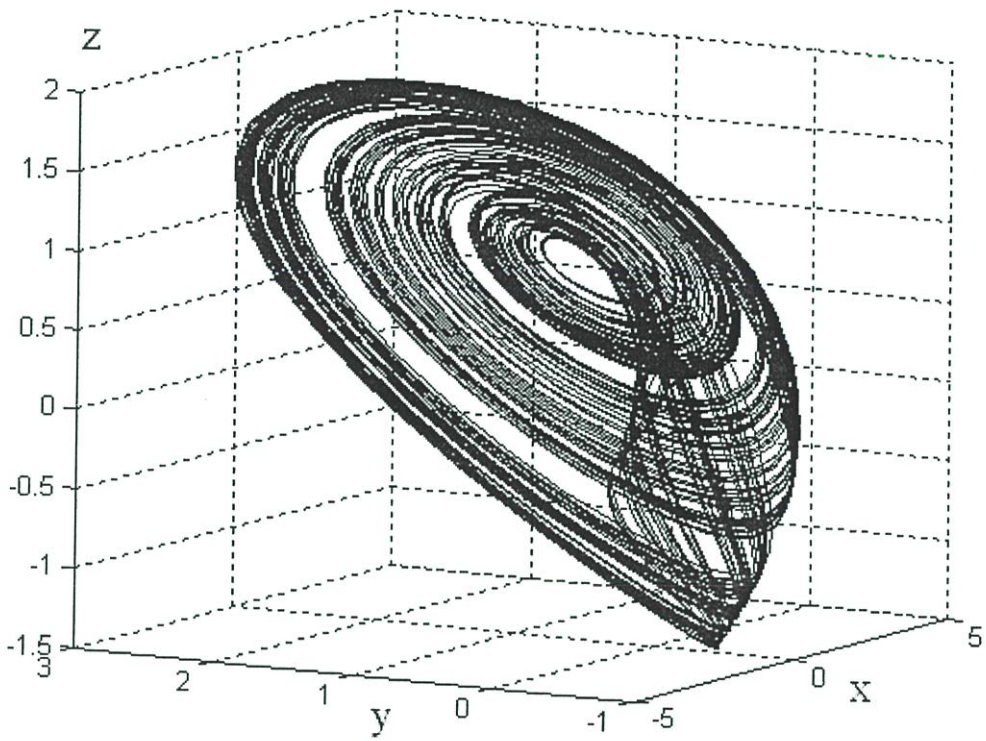
Lyapunov Exponent		
λ_1	λ_2	λ_3
0.06273882	0	-1.06273882

ข.25 สมการของ Sprott16

สมการอวลวนของ Sprott16 มีรูปสมการเชิงคณิตศาสตร์บรรยายได้เป็น

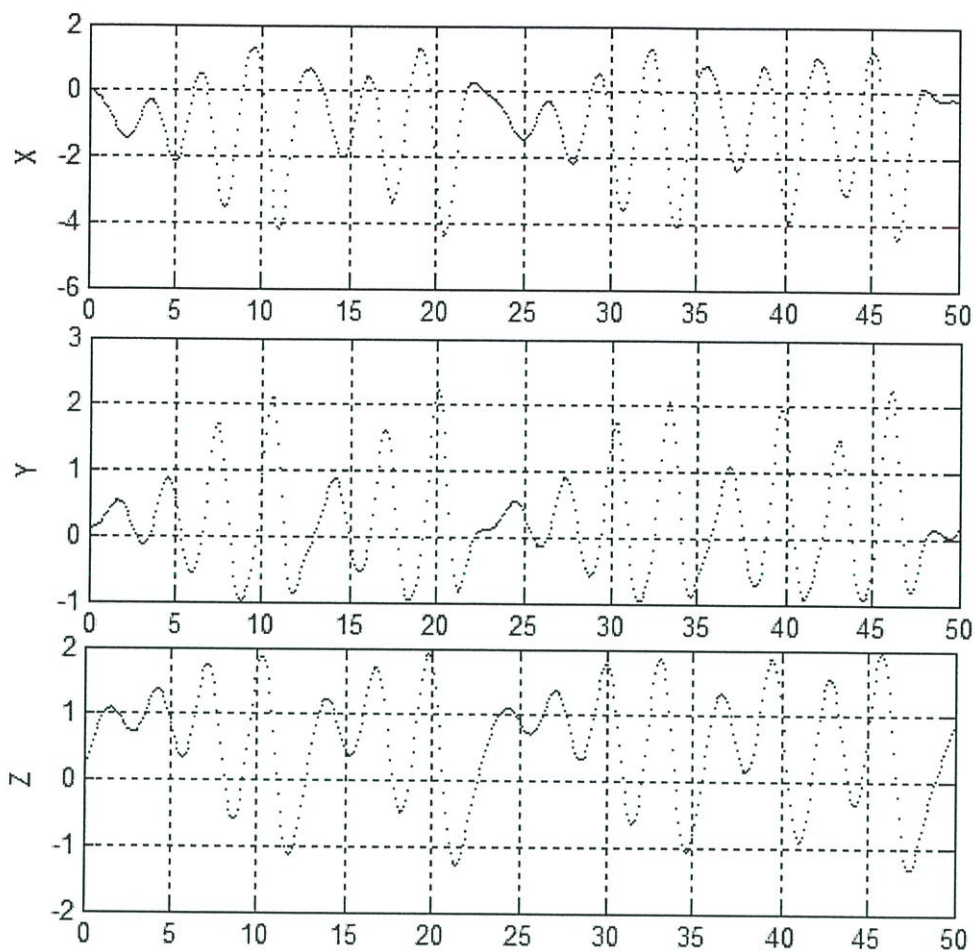
$$\begin{aligned}\frac{dx}{dt} &= -x - 4y \\ \frac{dy}{dt} &= x + z^2 \\ \frac{dz}{dt} &= 1 - x\end{aligned}\tag{ข.25}$$

โดยที่ $x_0, y_0, z_0 = [0.1, 0.1, 0.1]$



รูปที่ ข.49 พฤติกรรมอวลวนของ Sprott16

ในรูปที่ ข.50 เป็นการจำลองด้วยเครื่องมือวัด Time Series Diagram



รูปที่ ข.50 Time Series Diagram ของ Sprott16 ที่ Time = 50 second

ตารางที่ ข.25 ค่า Lyapunov Exponent ของ Sprott16

Lyapunov Exponent		
λ_1	λ_2	λ_3
0.18810521	0	-1.18810521

ภาคผนวก ค.

ประยุกต์เข้ากับหุ่นยนต์สองล้อ

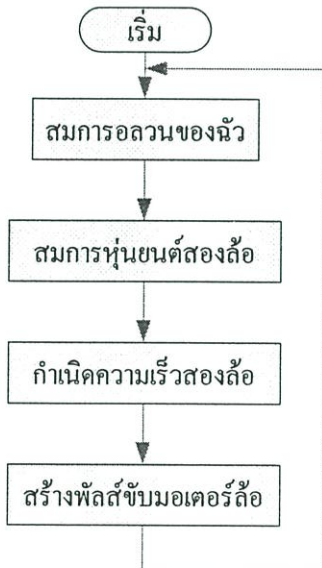
ภาคผนวกนี้แสดงการนำสมการอลวนของ Chua มาประยุกต์ใช้งานจริง โดยเขียนโปรแกรมจำลองสมการอลวนของ Chua พร้อมค่าสัมประสิทธิ์ลงไมโครคอนโทรลเลอร์

ค.1 สมการและแผนผัง

$$\begin{pmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \\ \dot{x}_3 \\ \dot{x} \\ \dot{y} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a(x_2 - x_1 - f(x_1)) \\ b(x_1 - x_2 + x_3) \\ -cx_2 \\ v \cos x_3 \\ v \sin x_1 \end{pmatrix} \quad (\text{ค.1})$$

โดย $f(x) = m_1x + 0.5(m_0 - m_1)(|x+1| - |x-1|)$

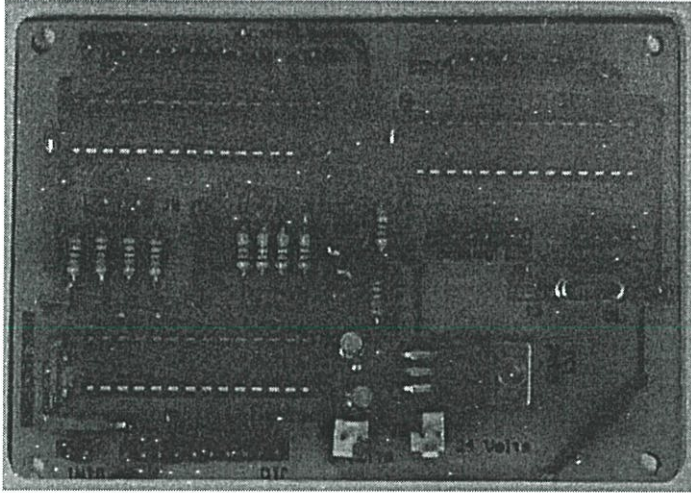
ให้ $x_{1,0}, x_{2,0}, x_{3,0} = [0.1, 0.1, 0.1]$ $a, b, c = [0.39, 0.025, 0.6395]$ $m_0, m_1 = [-8/7, -5/7]$



รูปที่ ค.1 แผนผังการทำงานของหุ่นยนต์

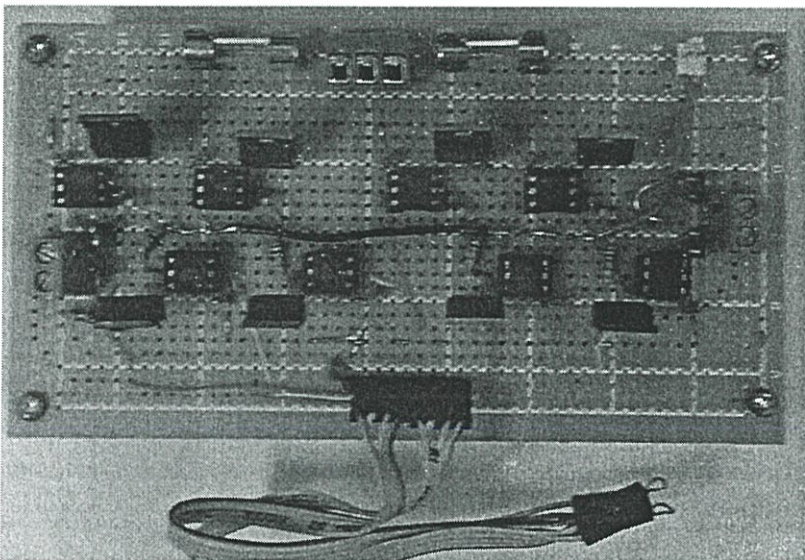
ค.2 วงจรสำเร็จและหุ่นยนต์

อุปกรณ์ควบคุมหุ่นยนต์ใช้ไมโครคอนโทรลเลอร์ DsPIC30F2010 ในการคำนวณประมวลผล สมการอลวนและสมการหุ่นยนต์สองล้อ พร้อมทั้งสร้างพัลส์ความเร็วของมอเตอร์ล้อหุ่นยนต์โดย แยกล้อซ้าย ขวาอิสระดังรูปที่ ค.2



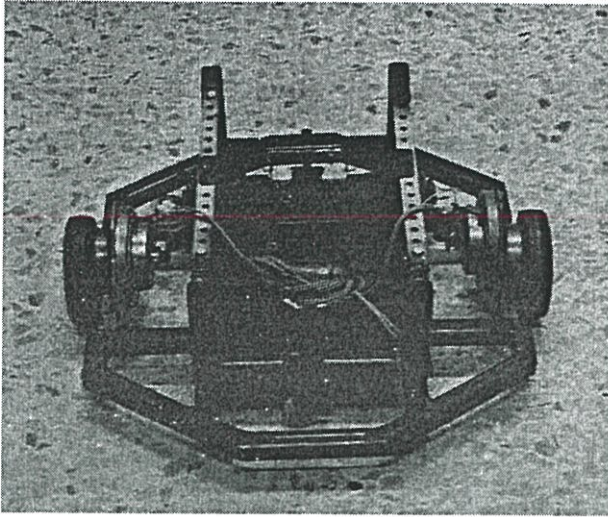
รูปที่ ค.2 แผงวงจร DsPIC30F2010 สร้างสัญญาณอลวน

อุปกรณ์ขับเคลื่อนมอเตอร์ใช้มอเตอร์เฟส IRF540 ต่อแบบบริดจ์สี่ตัว 2 ชุด สามารถหมุนไป กลับ ได้ดังรูปที่ ค.3

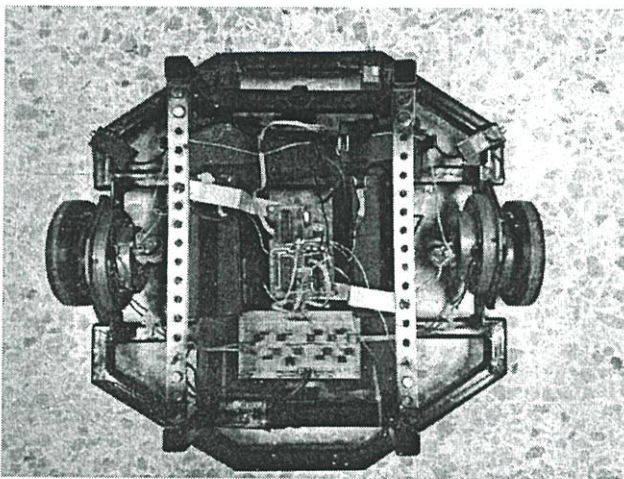


รูปที่ ค.3 แผงวงจร IRF540 ขับมอเตอร์

ต่อไปเป็นลักษณะของหุ่นยนต์ที่ใช้ในการทดลองเคลื่อนที่ดังรูปที่ ค.4 และรูปที่ ค.5



รูปที่ ค.4 โครงสร้างหุ่นยนต์สองล้อ

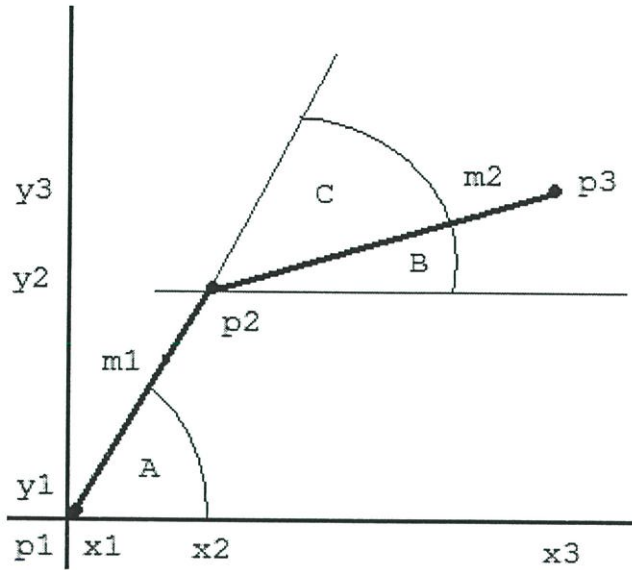


รูปที่ ค.5 หุ่นยนต์สองล้อที่ใช้ในการทดลอง

ภาคผนวก ง.

องศาเลี้ยวเบนและการสะท้อนกลับ

ง.1 องศาเลี้ยวเบน



รูปที่ ง.1 ตำแหน่งสามจุดสำหรับหาองศาเลี้ยวเบนของหุ่นยนต์

P1 คือ ตำแหน่งระนาบ X-Y ของหุ่นยนต์ก่อนหน้าหนึ่งตำแหน่ง

P2 คือ ตำแหน่งระนาบ X-Y ของหุ่นยนต์ปัจจุบัน

P3 คือ ตำแหน่งระนาบ X-Y ของหุ่นยนต์ที่จะเคลื่อนที่ต่อไป

A คือ องศาของเส้นตรงที่ 1 เมื่อจำลองเป็นสามเหลี่ยมมุมฉาก

B คือ องศาของเส้นตรงที่ 2 เมื่อจำลองเป็นสามเหลี่ยมมุมฉาก

C คือ องศาเลี้ยวเบนของหุ่นยนต์

m1 คือ ความชันของเส้นตรงที่ 1

m2 คือ ความชันของเส้นตรงที่ 2

ตารางที่ ง.1 ผลการปฏิบัติงานหุ่นยนต์แบบเป็นเส้นตรงจากจุดเริ่มถึงเป้าหมาย

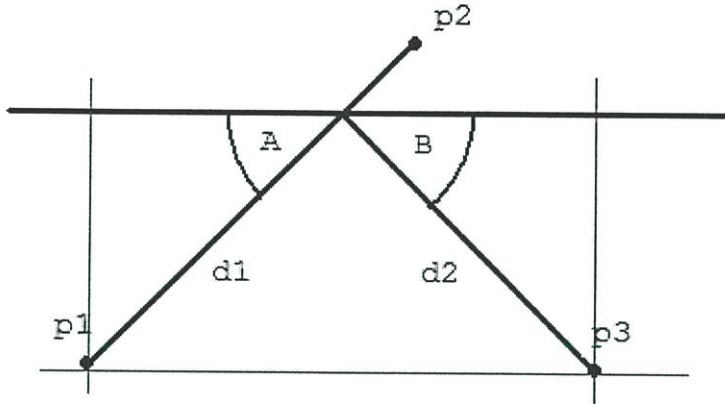
เครื่องหมาย หลัง y_2-y_1	เครื่องหมาย หลัง x_2-x_1	เครื่องหมาย หลัง y_3-y_2	เครื่องหมาย หลัง x_3-x_2	รูปแบบ การหมุน	องศา (C)
-	-	-	-	ปกติ	$ A-B $
-	-	-	+	กลับด้าน	$180-(A + B)$
-	-	+	-	ปกติ	$ A-B $
-	-	+	+	กลับด้าน	$270-(A + B)$
-	+	-	-	กลับด้าน	$180-(A + B)$
-	+	-	+	ปกติ	$B-A$
-	+	+	-	กลับด้าน	$180-(A + B)$
-	+	+	+	ปกติ	$B-A$
+	-	-	-	ปกติ	$ A-B $
+	-	-	+	กลับด้าน	$ B +(180- A)$
+	-	+	-	ปกติ	$A-B$
+	-	+	+	กลับด้าน	$180-(A + B)$
+	+	-	-	กลับด้าน	$ B +(180- A)$
+	+	-	+	ปกติ	$A-B$
+	+	+	-	กลับด้าน	$180-(A + B)$
+	+	+	+	ปกติ	$B-A$

ตารางที่ ง.2 ทิศทางเลี้ยวเบน

รูปแบบ การหมุน	เปรียบเทียบความชันของ เส้นตรงที่1 และ เส้นตรงที่2	ทิศทาง
ปกติ	$m_1 < m_2$	หมุนขวา
	$m_1 > m_2$	หมุนซ้าย
กลับด้าน	$m_1 < m_2$	หมุนซ้าย
	$m_1 > m_2$	หมุนขวา

ง.2 การสะท้อนกลับ

ในจำลองการเคลื่อนที่โดยคอมพิวเตอร์ได้ใช้วิธีการสะท้อนกลับแบบมุมสะท้อนเท่ากับมุมตกกระทบและมีระยะการเคลื่อนที่เท่ากับระยะเริ่มถึงจุดสะท้อน



รูปที่ ง.2 ลักษณะการสะท้อน

P1 คือ ตำแหน่งเริ่มของหุ่นยนต์

P2 คือ ตำแหน่งจบหุ่นยนต์

P3 คือ ตำแหน่งใหม่หลังการสะท้อน

A คือ องศาตกกระทบ

B คือ องศาสะท้อนจะเท่ากับองศาตกกระทบ

ภาคผนวก จ.

ผลงานทางวิชาการที่ได้รับการตีพิมพ์

- [1] A. Jansri, K. Klomkarn, and P. Sooraksa “On Comparison of Attractor for Chaotic Mobile Robots” *The 30th Annual Conference of the IEEE Industrial Electronics Society (IECON 2004)*, Vol. 3, 2-6 November 2004, pp. 2536- 2541, Digital Object Identifier 10.1109/IECON.2004.1432201.
- [2] A. Jansri, K. Klomkarn, and P. Sooraksa “Further Investigation on Trajectory of Chaotic Guiding Signal for Robotic Systems” *IEEE International Symposium on Communications and Information Technology*, 2004. ISCIT 2004. Vol.2, 26-29 October 2004, pp. 1166 – 1170.

On Comparison of Attractors for Chaotic Mobile Robots

Anurak Jansri, Kitdakorn Klomkarn and Pitikhate Sooraksa

Department of Information Engineering, Faculty of Engineering,
King Mongkut's Institute of Technology Ladkrabang,
Chalongkrung Rd., Ladkrabang, 10520 Thailand
E-mail: anurak_j@yahoo.com, kkkitdak@kmitl.ac.th, kspitikh@kmitl.ac.th

Abstract— In case of no map, trajectory planning could be a difficult task for robot motions to navigate around the assigned patrol areas. Chaotic mobile robots that move in chaotic patterns can be used to solve this problem. This paper is motivated by the question in seeking for suitable chaotic pattern for the aforementioned problem. Twenty-five chaotic patterns generated from various chaotic signals for the robot's path are compared by computer simulation under given conditions.

I. INTRODUCTION

A chaotic mobile robot using non-attractor type was presented in [10]. The robot path in chaotic pattern has proved to be higher dispersed than the random walk [10]. This implies many advantages in implementation of navigating behaviors in unknown terrain of the mobile robot such as de-mining, cleaning, patrolling, and grass-cutting tasks. However, in [10], the chaotic paths using chaotic attractors have still left out for further investigation. Thus this paper is somewhat an extended work of [10] to investigate the robot path generated from various attractors.

Briefly about chaos, chaos refers to one type of the complex dynamical behaviors that possesses some of the very special features such as extreme sensitivity to tiny variations of initial conditions, long-term unpredictation, bounded and unbounded trajectories in the space, bifurcation, fractions and strange attractors [4, 5, 6, 7, and 8]. Examples of chaotic systems include n-body problem, turbulent flow of fluids, liquid mix, chemical reactions, biological systems (in the human brain, heart beat), and economic systems.

In short, there are three-essential components used to distinguish a chaotic system:

1. The time-evolution equation.
2. The values of the parameters describing the system.
3. The initial conditions.

In this research, twenty-five chaotic systems have been used to investigate potential candidates for mobile robot paths mentioned above. The type of chaotic patterns employed to generate the robot trajectory are Chen's [1], Chua's [4], Lorenz's [4], Rossler's [4], Genesis-Tesi's [9], Rucklidge's [9], Shimizu-Morioka's [9], Wenbo Liu's [2,3], Sprott-Linz's [9], and Posch's systems[9]. These three-dimensional chaotic systems will then be mapped into two-dimensional space, representing surface on terrain, for comparison.

A chaotic system on three dimensions can be described in general form by

$$\begin{aligned}\dot{x} &= f(x, y, z) \\ \dot{y} &= g(x, y, z) \\ \dot{z} &= h(x, y, z)\end{aligned}\quad (1)$$

For detail representation in mathematical models of each chaotic system in (1), the readers are referred to the given references. For example, Chua's attractor in three- and on two-dimensional space can be described by Figs 2, and 3, respectively. Figure 4 shows a periodic trajectory on two dimensions when adjusting parameters of the system. Compared Fig. 2 and Fig. 3, it is easy to see that, in our case, we prefer chaotic trajectory than the periodic counterpart. All parameters used here are exactly the same as ones used in [4].

Trajectories on two dimensions can be described by state equations of two-wheel mobile robots [10].

$$\begin{pmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \\ \dot{\theta} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos \theta & 0 \\ \sin \theta & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} v \\ \omega \end{pmatrix}\quad (2)$$

where velocity of the robot v [m/s] and angular velocity ω [rad/s] are the inputs of the system.

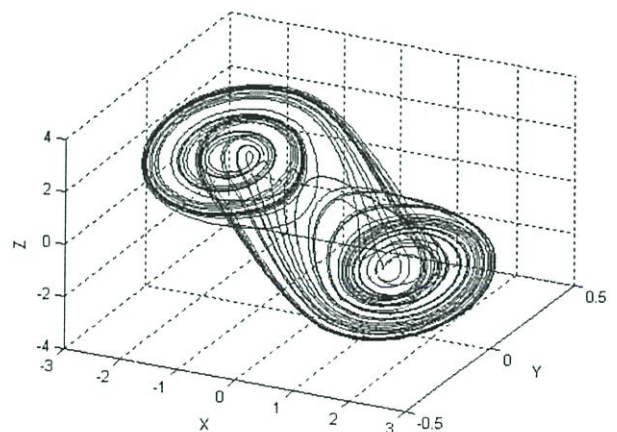


Fig. 1. Chua's attractor in three dimensions

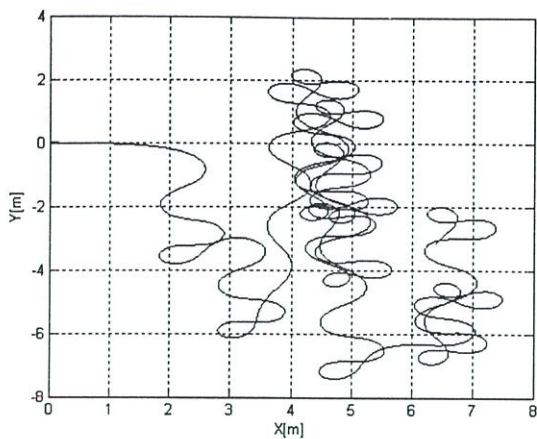


Fig. 2. Chaotic trajectory on two dimensions

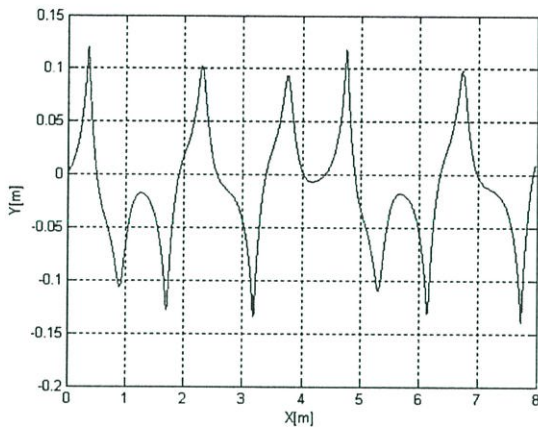


Fig. 3. Periodic trajectory on two dimensions

Note that this paper is adopted methodology in [10] to investigate various attractor types of the chaotic robot. Next section presents criteria for evaluation.

II. PERFORMANCE INDEX

Chaotic patterns passing through coordinates (x, y) in Section 1 are applied to guide angle (θ) in the state equation (2) of a two-wheel mobile robot. Since the objective of implementation of chaotic mobile robot is to use the robot for navigation in no-map areas, the areas that the trajectory passed through can be used to indicate the roaming performance. Here we define a performance index R represented a ratio of areas that the trajectory passing through or used space, A_u , over the total working area A_t or the total space at a given time t . The index is defined as

$$R = \frac{A_u}{A_t} \quad (3).$$

Similarly, for the sake of simplicity, let us consider an area in rectangular shape. The total area can be partitioned into four quarters. Each quarter assigns to adopt notation Q for a Q th quadrant. The quantitative measurement of trajectory can be evaluated by using equation below:

$$R_Q = \frac{A_{uQ}}{A_{tQ}}$$

(4),

where R_Q is the performance index of the Q th quadrant, A_{uQ} is the area used by the trajectory in the Q th quadrant, and A_{tQ} is the total area of the Q th quadrant. In our case, we have

$$A_{tQ} = \frac{A_t}{4} \quad (5).$$

Equations (3)-(5) will be used as performance indices in Section 4.

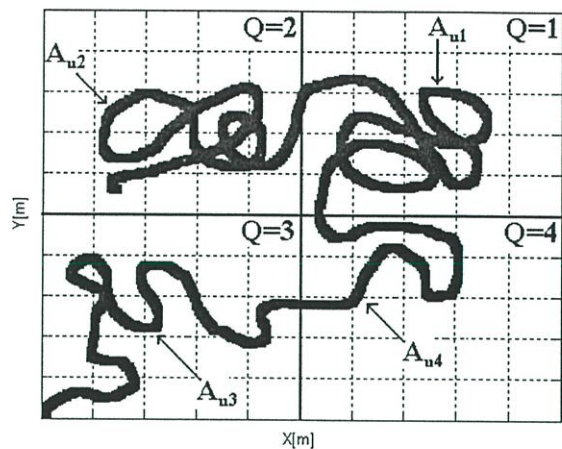
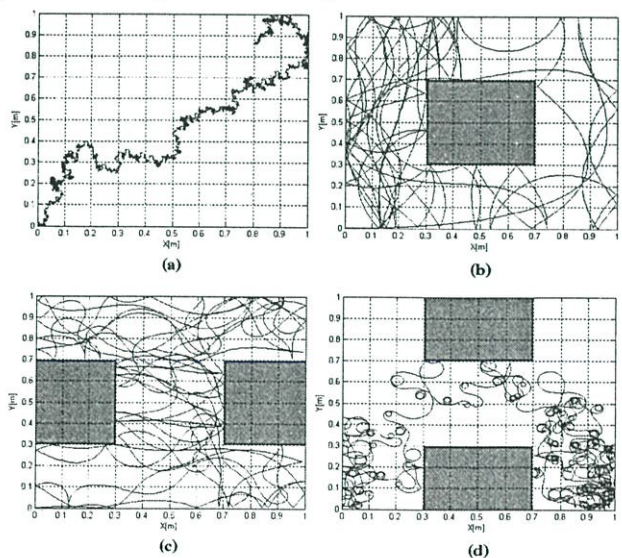


Fig. 4. Partition of the area

III. COMPUTER SIMULATION

In this section, conditions for simulation are discussed. An area of 1m x 1m rectangle is used as a working space in computer simulation. Five scenarios are given to evaluate the performance of various chaotic candidates. Remark that all parameters used in chaotic attractors are exactly the same as those appeared in the references of Section 7. Examples of the simulation are given in Fig. 5. The qualitative comparison will be presented in Section 4.



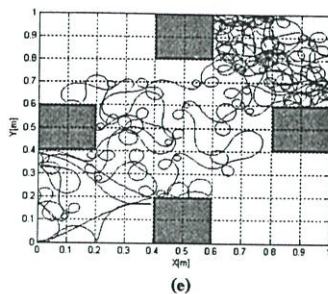


Fig. 5. Five-scenarios are given for selected candidate systems: (a) from Chen's system, (b) from Chua's system, (c) from Posch's system7, (d) from Rossler's system and (e) from Posch's system11.

IV. SIMULATION RESULTS

The objective for the simulation is to find the outperformed among candidate systems. In doing so, we must find the best combination (x-x, x-y, x-z, y-x, y-y, y-z, z-x, z-y or z-z) from various chaotic systems by inputting to two angles using state equation (2) corresponding to the left and the right wheels of the mobile robot in order to generate chaotic trajectories. Based on our prior inspections, the best views of projection plans of dispersed trajectory for each attractor are summarized in Table 1. Only 12 out of 25 candidates passed the inspection. The rest seems to be periodic patterns in two dimension rather than chaotic ones.

Table 1. The best views of projection plans survived from the preliminary inspection.

System	θ_1	θ_2
Chen	x	z
Chua	x	x
Lorenz	z	x
Rossler	y	y
Rucklidge	y	y
Wenbo Liu	x	x
Posch1	x	y
Posch7	z	z
Posch9	y	z
Posch11	z	z
Posch13	y	y
Posch15	z	x

Note from Table 1 that θ_1 is angle obtained from data of the i -th dimension corresponding to $\dot{x} = v * \cos(\theta)$ and so as θ_2 which corresponds to $\dot{y} = v * \sin(\theta)$.

In computer simulation, two sets of run times for 100 and 300 seconds are used in comparison. Scenes 1 to 5 shown in Fig. 5 are employed. The results are shown in Tables 2 to 11 which each table corresponds to each scenario. The first and the second winners are highlight by using underline.

Table 2. Use Scenario 1 and set run time for 100 seconds.

System	% of R	% of Q=1	% of Q=2	% of Q=3	% of Q=4
Chen	6	0	0	24	0
Chua	<u>45.25</u>	35	57	45	44
Lorenz	7.5	0	0	30	0
Rossler	24.25	5	63	29	0
Rucklidge	38.25	56	5	46	46
Wenbo Liu	18	0	0	69	3
Posch1	42.5	41	49	42	38
Posch7	<u>42.25</u>	44	39	38	48
Posch9	20	5	37	37	1
Posch11	34	47	20	15	54
Posch13	39.5	55	28	50	25
Posch15	40	26	44	51	39

Table 3. Use Scenario 1 and set run time for 300 seconds.

System	% of R	% of Q=1	% of Q=2	% of Q=3	% of Q=4
Chen	18.5	37	0	32	5
Chua	<u>86.75</u>	82	86	96	85
Lorenz	22.75	5	42	44	0
Rossler	44.5	59	82	37	0
Rucklidge	68.75	58	68	61	88
Wenbo Liu	46	40	0	70	74
Posch1	82.25	88	95	76	70
Posch7	<u>84.75</u>	77	83	90	89
Posch9	48	14	37	81	60
Posch11	66.75	54	68	62	83
Posch13	83	84	88	82	78
Posch15	80.25	79	89	74	79

Table 4. Use Scenario 2 and set run time for 100 seconds.

System	% of R	% of Q=1	% of Q=2	% of Q=3	% of Q=4
Chen	6.85	0	0	27.38	0
Chua	<u>46.4</u>	29.76	61.9	53.57	40.48
Lorenz	8.93	0	0	35.71	0
Rossler	25.89	0	69.0	34.52	0
Rucklidge	41.07	25	47.6	25	66.67
Wenbo Liu	17.56	0	0	64.29	5.95
Posch1	45.2	44.04	48.8	47.62	40.48
Posch7	<u>47.9</u>	70.24	35.7	26.2	59.52
Posch9	24.4	47.62	22.6	27.38	0
Posch11	3.75	36.9	0	34.52	78.57
Posch13	30.65	0	0	61.9	60.7
Posch15	31.25	0	0	66.67	58.33

Table 5. Use Scenario 2 and set run time for 300 seconds.

System	% of R	% of $Q=1$	% of $Q=2$	% of $Q=3$	% of $Q=4$
Chen	20.23	2.38	0	32.14	46.43
Chua	<u>77.7</u>	52.38	94.05	92.86	71.83
Lorenz	23.5	0	42.86	51.19	0
Rosslor	50.6	78.57	80.95	34.52	8.53
Rucklidge	63.99	91.67	72.62	25	66.67
Wenbo Liu	36.9	0	51.2	90.48	5.95
Posch1	84.2	94.04	92.86	78.57	71.43
Posch7	<u>88.7</u>	86.9	92.56	89.29	85.71
Posch9	43.5	59.52	86.9	27.38	0
Posch11	77.7	91.66	54.76	72.62	91.66
Posch13	79.5	72.62	67.86	88.1	88.1
Posch15	74.7	71.43	65.48	82.14	79.76

Table 6. Use Scenario 3 and set run time for 100 seconds.

System	% of R	% of $Q=1$	% of $Q=2$	% of $Q=3$	% of $Q=4$
Chen	7.2	0	0	28.95	30.26
Chua	46.1	25	72.37	43.42	92.11
Lorenz	6.58	0	0	25	22.37
Rosslor	17.77	0	0	65.79	89.47
Rucklidge	<u>48.35</u>	63.16	55.26	38.16	50
Wenbo Liu	23.68	0	17.1	73.68	15.79
Posch1	33.88	0	0	69.74	84.21
Posch7	<u>49.3</u>	67.11	51.32	25	93.42
Posch9	16.45	0	0	59.21	67.11
Posch11	42.4	53.95	28.95	46.05	88.16
Posch13	43.1	30.26	56.58	42.11	89.47
Posch15	44.4	21.1	50	48.68	92.11

Table 7. Use Scenario 3 and set run time for 300 seconds.

System	% of R	% of $Q=1$	% of $Q=2$	% of $Q=3$	% of $Q=4$
Chen	19.4	1.32	9.21	36.84	30.26
Chua	78.3	30.26	94.73	96.05	92.11
Lorenz	20.1	0	0	56.58	22.37
Rosslor	51.6	18.42	6.58	90.79	89.47
Rucklidge	74	90.79	93.42	61.84	50
Wenbo Liu	51	34.21	78.94	75	15.79
Posch1	83.88	76.31	82.89	92.1	84.21
Posch7	<u>91.1</u>	93.42	92.11	84.21	93.42
Posch9	36.8	0	0	80.26	67.11
Posch11	78.95	76.32	96.05	55.26	88.16
Posch13	<u>89.8</u>	81.58	93.42	94.73	89.47
Posch15	85.5	82.89	81.58	85.53	92.11

Table 8. Use Scenario 4 and set run time for 100 seconds.

System	% of R	% of $Q=1$	% of $Q=2$	% of $Q=3$	% of $Q=4$
Chen	7.6	0	0	30.26	0
Chua	<u>41.1</u>	7.89	20.26	75	1.32
Lorenz	8.9	0	0	35.53	0
Rosslor	25.3	6.58	25	68.42	1.32
Rucklidge	36.8	63.16	3.95	78.94	1.32
Wenbo Liu	25.7	0	23.68	75	3.95
Posch1	39.5	31.58	59.21	59.21	7.89
Posch7	<u>39.5</u>	80.26	25	44.74	7.89
Posch9	23.4	0	59.21	34.21	0
Posch11	27.3	0	30.26	77.63	0
Posch13	33.6	15.79	7.89	82.89	27.63
Posch15	37.5	25	26.32	81.58	17.11

Table 9. Use Scenario 4 and set run time for 300 seconds.

System	% of R	% of $Q=1$	% of $Q=2$	% of $Q=3$	% of $Q=4$
Chen	22.4	0	32.89	47.36	7.89
Chua	<u>90.5</u>	93.42	86.84	92.11	89.47
Lorenz	22.7	0	44.74	46.05	0
Rosslor	51.3	32.89	25	68.42	78.94
Rucklidge	69.1	76.32	94.74	86.84	19.74
Wenbo Liu	66.4	80.26	65.79	77.63	42.11
Posch1	76	81.58	89.47	97.37	35.53
Posch7	<u>87.2</u>	96.05	85.53	73.68	93.42
Posch9	29.6	0	80.26	38.16	0
Posch11	57.6	27.63	32.89	85.53	82.89
Posch13	69.1	84.21	42.11	100	50
Posch15	77.6	69.74	84.21	97.37	59.21

Table 10. Use Scenario 5 and set run time for 100 seconds.

System	% of R	% of $Q=1$	% of $Q=2$	% of $Q=3$	% of $Q=4$
Chen	5.95	0	0	23.81	0
Chua	<u>41.4</u>	10.7	71.43	63.1	20.24
Lorenz	8	0	0	32.14	0
Rosslor	21.4	1.19	3.57	75	5.95
Rucklidge	36.9	52.38	14.28	64.28	16.67
Wenbo Liu	18.8	0	0	71.43	3.57
Posch1	41.1	41.67	9.52	82.14	30.95
Posch7	<u>42.9</u>	64.28	72.62	34.52	0
Posch9	18.5	0	41.67	30.95	0
Posch11	34.2	41.67	26.19	67.86	1.19
Posch13	34.8	75	9.52	54.76	0
Posch15	40.5	2.38	20.24	72.62	59.52

Table 11. Use Scenario 5 and set run time for 300 seconds.

System	% of R	% of $Q=1$	% of $Q=2$	% of $Q=3$	% of $Q=4$
Chen	12.2	0	0	48.81	0
Chua	<u>86</u>	77.38	86.9	100	79.76
Lorenz	24.1	7.14	2.38	63.09	23.81
Rosler	45.5	1.19	9.52	95.23	76.19
Rucklidge	76.5	57.14	80.95	82.14	85.71
Wenbo Liu	51.5	64.29	0	75	66.67
Posch1	84.2	86.9	76.19	95.24	78.57
Posch7	85.1	88.09	77.38	80.95	94.05
Posch9	49.4	51.19	70.24	72.62	2.38
Posch11	63.1	91.67	44.05	86.9	29.76
Posch13	67.6	96.43	36.9	91.67	45.24
Posch15	<u>85.71</u>	78.57	84.52	95.23	83.33

V. DISCUSSION AND CONCLUSION

To summarize Section 4, in the preliminary step, we first inspect the best view of candidate systems among various combination of the three dimensional axes forming trajectory planes. We then obtain pairs of coordinate from chaotic system as inputs for angles of left and right wheels of mobile robots. According to Tables 2-11, apparently, three chaotic systems are remarkably interesting. These systems are Chua's, Posch1's and Posch7's systems. Overall performance derived from averaging five scenarios in light of covered area and diversity of the trajectory in each quadrant is summarized in Table 12.

Table 12. Percent of area used and trajectory dispersion

System	Covered Area	Diversity
Chua	83.95%	81.242%
Posch1	82.09%	77.902%
Posch7	87.37%	87.373%

In spite of Posch7 system has the highest scores in both covered area and diversity; we cannot conclude that the system is perfectly well suited for implementation. Further investigation needs to be carried out before deploying the construction of the real robots. The criteria used here are easy-to-build of the electronic circuits and mechanical hardware realization of the body.

By doing so, we observe chaotic patterns of all three outstanding candidates in 10x10 working space for 1,000 seconds. The results are shown in Figs. 7-10. Using the above evaluation criteria, we prefer to select Chua's system over the rest because of two reasons. First, Chua's circuits are easy-to-implemented and well documented in many literatures [11,12]. Second, the smooth trajectory and wide turning points in Fig. 7 implies possible patterns for the robot's wheels which is easier for building the hardware than those of Posch1 and Posch7 in Figs. 8 and 9,

respectively. However, Posch7 would be the second choice in consideration.

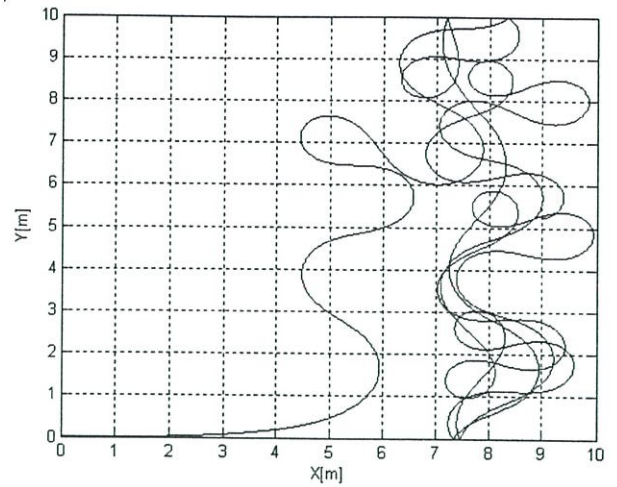


Fig. 7. Trajectory of mobile robot using Chua's system

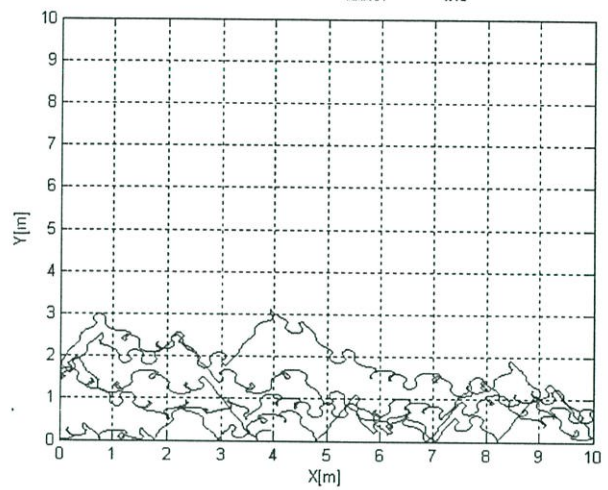


Fig. 8. Trajectory of the mobile robot using Posch1's system

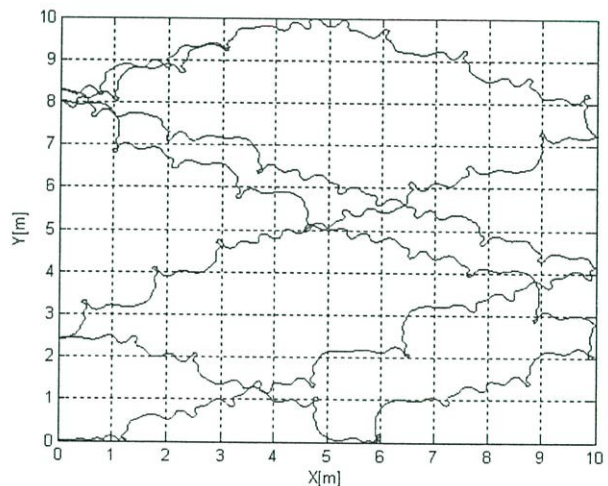


Fig. 9. Trajectory the mobile robot using Posch7's system

VI. ACKNOWLEDGEMENT

This paper is supported in part by the Thailand Research Fund under grant RSA4680007 and by Faculty Engineering, KMITL, under grant 2547.

VII. REFERENCE

- [1] G. Chen and T. Ueta, "Bifurcation and chaos of Chen's equation," *IEEE International Symposium on Circuits and Systems, 2000*, 505-508
- [2] W. Liu and G. Chen, "A new chaotic system and its generation," *International Journal of Bifurcation and Chaos, Vol. 13, No. 1, 2003*, 261-267
- [3] W. Liu and G. Chen, "Can a Three-Dimensional Smooth Autonomous Quadratic Chaotic System Generate a Signal Four-Scroll Attractor," *Int. J. of Bifurcation and Chaos, vol. 14, No. 4, April 2004*
- [4] K.T. Alligood and T.D. Sauer and J.A. Yorke, *Chaos and introduction to dynamical systems*, Springer-Verlag, New York, 1997
- [5] S.N. Elaydi, *Discrete chaos*, Chapman & Hall/CRC, USA, 2000
- [6] G.L. Baker and J.P. Gollub, *Chaotic Dynamics on introduction*, Cambridge University Press, 1990
- [7] R.C. Hilborn, *Chaos and Nonlinear Dynamics*, Oxford University Press, 2000
- [8] F.C. Moon, *Chaotic and Fractal Dynamics*, A Wiley-Interscience Publication, 1992
- [9] J. Lu, G. Chen and D Z. Cheng, "A new chaotic system and beyond: the general Lorenz-like system," *Int. J. of Bifurcation and Chaos, Vol. 14, No. 5, 2004*
- [10] A. Sekiguchi, and Y. Nakamura, "The chaotic mobile robot," *IEEE Trans. On Robotic and Automation, Vol. 17, No. 6, 2001*, pp. 898-904.
- [11] G. Chen and X. Dong "Ordering Chaos of Chua's Circuit," *IEEE International Symposium on Circuits and Systems*, 3-6 May 1993 , 2604-2606
- [12] R.N. Madan, *Chua's circuit: A paradigm for chaos*, World scientific publishing Co. Pte. Ltd., Singapore, 1993

Further Investigation on Trajectory of Chaotic Guiding Signals for Robotic Systems

Anurak Jansri Kitdakorn Klomkarn and Pitikhate Sooraksa

Department of Information Engineering, Faculty of Engineering,

King Mongkut's Institute of Technology Ladkrabang,

Chalongkrung Rd., Ladkrabang, 10520 Thailand

E-mail: anurak_j@yahoo.com, kkkitdak@kmitl.ac.th, kspitikh@kmitl.ac.th

Abstract— Chaotic signals have been used and can be generated by a chaotic circuit for controlling trajectories of mobile robots. Application of chaotically robotic systems may be employed for cleaning and patrolling tasks, when information of areas at work is not available. This paper presents an investigation on trajectory of chaotic guiding signals generated by Chua's attractor and Arnold's non-attractor in five given situations. According to the simulation, with best adjusting parameters for both signals, the trajectory generated from Chua's pattern has covered more areas than that of Arnold's counterpart for all testing cases.

I. INTRODUCTION

In the work of Sekiguchi and Nagamura in Reference [1], the trajectory of a robot is guided by chaotic signal and proved to be higher dispersed than the random walk technique. The use of chaotic signals in mobile robots is advantage for navigating behaviors in unknown terrain such as de-mining, cleaning, patrolling, and grass-cutting tasks. However, in [1], the chaotic path is non-attractor type, which is namely Arnold's chaotic pattern. The guiding signal for the trajectory by an attractor has still left out for further investigation. Hence, this paper is an extended work of Ref. [1]. Obviously, the objective of this work is to investigate the robot path generated from a well-known attractor and easy-to-implement hardware, which is a Chua's attractor generated by Chua's circuits in Ref. [2]-[4].

To begin with, let us start with three-dimensional chaotic systems, which will then be mapped into two-dimensional space, representing surface on the working areas for the robot. We now briefly review description of chaotic signals under investigation:

The Arnold's equation can be described in the form of

$$\begin{aligned}\dot{x} &= A \sin(z) + C \cos(y) \\ \dot{y} &= B \sin(x) + A \cos(z) \\ \dot{z} &= C \sin(y) + B \cos(x)\end{aligned}\quad (1),$$

where the initial conditions and parameters in Ref. [1], $x=4$ $y=3.5$ $z=0$ $A=0.27$ $B=0.135$ $C=0.135$, which can be illustrated by Fig. 1.

Here, the Chua's equation is

$$\begin{aligned}\dot{x} &= A(y - x - f(x)) \\ \dot{y} &= B(x - y + z) \\ \dot{z} &= -Cy\end{aligned}\quad (2),$$

where our best adjusting parameters are $x=0.1$ $y=0.1$ $z=0.1$ $A=0.39$ $B=0.025$ $C=0.6395$ $m_0=-8/7$ $m_1=-5/7$, illustrated by Fig. 2.

The two equations will be used as models for chaotic generators. For detail representation in mathematical models of chaotic system, the readers are referred to the given references. Note that trajectories on two dimensions can be described by the state equation of two-wheel mobile robots [1],

$$\begin{pmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \\ \dot{\theta} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos \theta & 0 \\ \sin \theta & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} v \\ \omega \end{pmatrix}\quad (3),$$

where velocity of the robot v [m/s] and angular velocity ω [rad/s] are inputs of the system. Note that this paper is adopted methodology in [1] to investigate an easy-to-

This paper is supported in part by the Thailand Research Fund under grant RSA4680007 and by Faculty Engineering, KMITL, under grant of 2547

implement non-attractor types of the chaotic robot. Projecting the trajectories of Fig. 1-2 on the x-y plane, using equations (1-3), we then have Fig. 3-4. for Arnold's and Chua's chaotic trajectory on two-dimension, respectively. Next section presents criteria for evaluation of the trajectories.

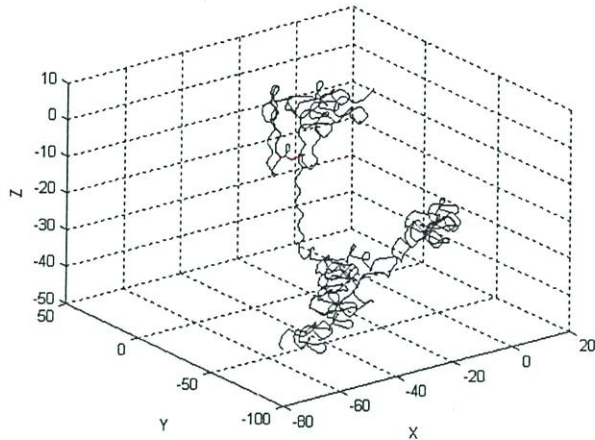


Fig. 1. Arnold's pattern in three dimensions

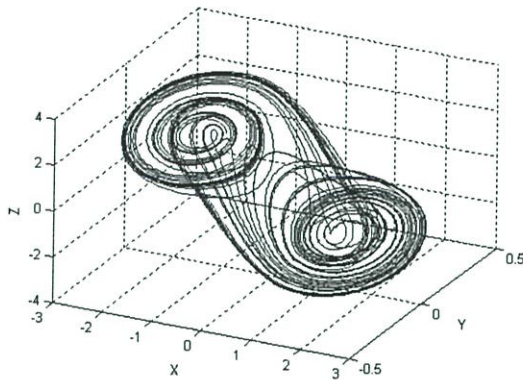


Fig. 2. Chua's pattern in three dimensions

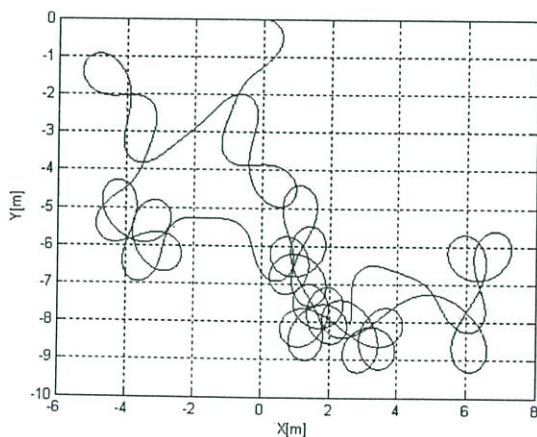


Fig. 3. Arnold's trajectory on two dimensions, where time sampling is 0.1 seconds, the robot speed is 0.12 m/sec and runtime is 1000 iterations.

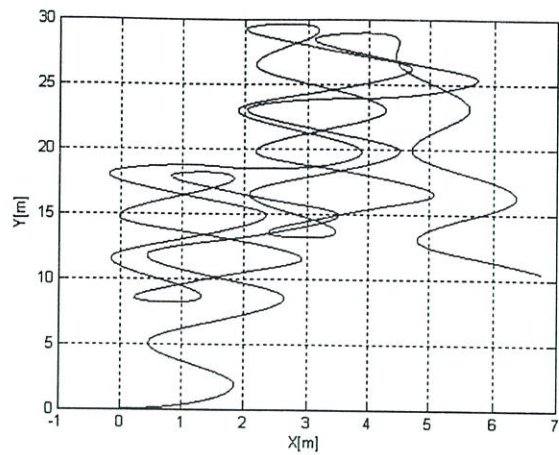


Fig. 4. Chua's trajectory on two dimensions, where time sampling is 0.1 seconds, the robot speed is 0.12 m/sec and runtime is 1000 iterations.

II. EVALUATION CRITERIA

To set evaluation criteria, we have to consider the purpose of the engineering application. Since we would like to use the robot in wandering around in the areas of no maps, the chaotic patterns should cover the entire areas of patrolling as much as possible. We now need an index to serve the purpose.

Chaotic patterns passing through coordinates (x, y) in Section 1 are applied to guide angle (θ) in the state equation (3). Since the objective of implementation of chaotic mobile robot is to use the robot for navigation in no-map areas, the areas that the trajectory passed through can be used to indicate the roaming performance. Here we define a performance index R represented a ratio of areas that the trajectory passing through or used space, A_u , over the total working area A_t or the total space at a given time t . The index is defined as

$$R = \frac{A_u}{A_t} \quad (4)$$

Similarly, for the sake of simplicity, let us consider an area in rectangular shape. The total area can be partitioned into four quarters. Each quarter assigns to adopt notation Q for a Qth quadrant. The quantitative measurement of trajectory can be evaluated by using equation below:

$$R_Q = \frac{A_{uQ}}{A_{tQ}} \quad (5),$$

where R_Q is the performance index of the Qth quadrant, A_{uQ} is the area used by the trajectory in the Qth quadrant, and A_{tQ} is the total area of the Qth quadrant. In our case, we have

$$A_{tQ} = \frac{A_t}{4} \quad (6).$$

Equations (4)-(6) will be used as performance indices in Section 3.

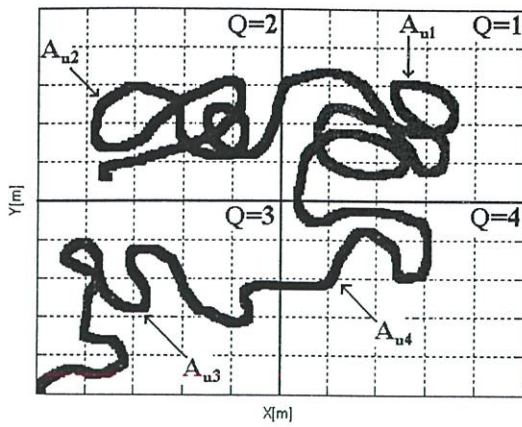


Fig. 5. Partition of the area

III. COMPUTER SIMULATION

In this section, we investigate the two-chaotic patterns guiding the robot's motion in 5-testing conditions shown in Fig. 6. The areas used in this simulation have three; which are 3mx3m, 5mx5m, and 10mx10m for the work space in rectangular shape. To transform 3-D chaotic signals into 2-D ones, the technique is summarized in Table 1. Note from Table 1. that θ_1 is an angle obtained from data of the i -th dimension, $I \in \{x,y\}$, corresponding to $\dot{x} = v * \cos(\theta)$ and so as θ_2 which corresponds to $\dot{y} = v * \sin(\theta)$. The results of the investigation present in Tables 2-31., where various run time ranging from 500 - 7,000 seconds have been set.

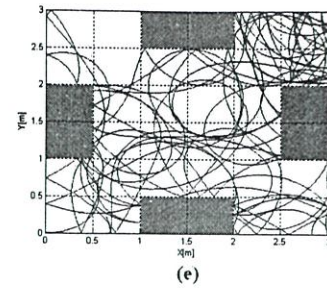
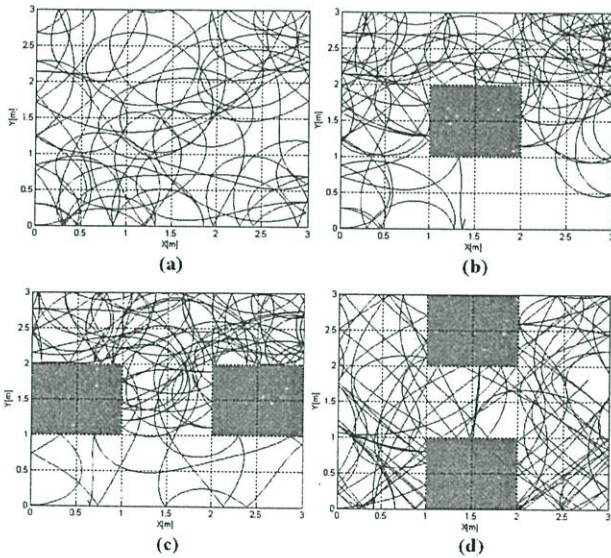


Fig. 6. Five testing conditions.

Table 1. The corresponding mapping parameters from 3-D chaotic patterns into 2-D one.

System	θ_1	θ_2
Arnold	z	z
Chua	z	x

Table 2. Case (a), 3mx3m, and set run time for 500 seconds.

System	% of R	% of Q=1	% of Q=2	% of Q=3	% of Q=4
Arnold	57.22	43.11	46.66	72.88	66.22
Chua	<u>66.00</u>	71.55	57.77	69.77	64.88

Table 3. Case (a), 3mx3m, and set run time for 1000 seconds.

System	% of R	% of Q=1	% of Q=2	% of Q=3	% of Q=4
Arnold	82.66	88.00	79.11	88.88	74.66
Chua	<u>87.00</u>	93.33	77.77	85.77	91.11

Table 4. Case (b), 3mx3m, and set run time for 500 seconds.

System	% of R	% of Q=1	% of Q=2	% of Q=3	% of Q=4
Arnold	50.12	74.00	77.50	26.50	22.50
Chua	<u>64.63</u>	68.00	57.50	62.00	71.00

Table 5. Case (b), 3mx3m, and set run time for 1000 seconds.

System	% of R	% of Q=1	% of Q=2	% of Q=3	% of Q=4
Arnold	71.50	96.00	91.50	67.50	31.00
Chua	<u>85.75</u>	82.50	77.00	90.00	93.50

Table 6. Case (c), 3mx3m, and set run time for 500 seconds.

System	% of R	% of Q=1	% of Q=2	% of Q=3	% of Q=4
Arnold	50.00	70.85	89.71	34.29	5.14
Chua	<u>65.14</u>	89.14	38.85	63.43	69.14

Table 7. Case (c), 3mx3m, and set run time for 1000 seconds.

System	% of R	% of Q=1	% of Q=2	% of Q=3	% of Q=4
Arnold	75.57	96.00	96.00	56.00	54.29
Chua	<u>90.86</u>	94.86	87.43	93.71	87.43

Table 8. Case (d), 3mx3m, and set run time for 500 seconds.

System	% of R	% of $Q=1$	% of $Q=2$	% of $Q=3$	% of $Q=4$
Arnold	<u>64.28</u>	70.82	52.57	76.57	57.71
Chua	59.71	41.14	80.57	88.00	29.14

Table 9. Case (d), 3mx3m, and set run time for 1000 seconds.

System	% of R	% of $Q=1$	% of $Q=2$	% of $Q=3$	% of $Q=4$
Arnold	77.14	86.86	52.57	76.57	92.57
Chua	<u>90.57</u>	92.00	86.28	92.57	91.42

Table 10. Case (e), 3mx3m, and set run time for 500 seconds.

System	% of R	% of $Q=1$	% of $Q=2$	% of $Q=3$	% of $Q=4$
Arnold	45.43	88.00	32.57	40.00	21.14
Chua	<u>62.86</u>	59.43	76.00	92.57	23.43

Table 11. Case (e), 3mx3m, and set run time for 1000 seconds.

System	% of R	% of $Q=1$	% of $Q=2$	% of $Q=3$	% of $Q=4$
Arnold	80.43	91.43	55.43	86.28	88.57
Chua	<u>89.43</u>	93.14	83.43	96.57	84.57

Table 12. Case (a), 5mx5m, and set run time for 2000 seconds.

System	% of R	% of $Q=1$	% of $Q=2$	% of $Q=3$	% of $Q=4$
Arnold	64.24	84.32	68.16	52.48	52.00
Chua	<u>66.00</u>	83.04	49.28	48.48	84.48

Table 13. Case (a), 5mx5m, and set run time for 3000 seconds.

System	% of R	% of $Q=1$	% of $Q=2$	% of $Q=3$	% of $Q=4$
Arnold	78.16	91.04	87.84	66.24	67.52
Chua	<u>83.6</u>	93.12	72.64	75.52	93.12

Table 14. Case (b), 5mx5m, and set run time for 2000 seconds.

System	% of R	% of $Q=1$	% of $Q=2$	% of $Q=3$	% of $Q=4$
Arnold	<u>71.57</u>	54.66	91.43	77.52	62.66
Chua	71.24	64.19	74.09	92.19	54.48

Table 15. Case (b), 5mx5m, and set run time for 3000 seconds.

System	% of R	% of $Q=1$	% of $Q=2$	% of $Q=3$	% of $Q=4$
Arnold	<u>86.76</u>	78.47	95.24	88.57	84.76
Chua	84.38	83.43	84.95	97.90	71.24

Table 16. Case (c), 5mx5m, and set run time for 2000 seconds.

System	% of R	% of $Q=1$	% of $Q=2$	% of $Q=3$	% of $Q=4$
Arnold	74.84	52.84	77.89	88.42	80.21
Chua	<u>82.37</u>	82.53	84.63	75.79	86.53

Table 17. Case (c), 5mx5m, and set run time for 3000 seconds.

System	% of R	% of $Q=1$	% of $Q=2$	% of $Q=3$	% of $Q=4$
Arnold	87.94	77.89	91.78	95.16	86.94
Chua	<u>90.53</u>	91.16	97.26	81.26	92.42

Table 18. Case (d), 5mx5m, and set run time for 2000 seconds.

System	% of R	% of $Q=1$	% of $Q=2$	% of $Q=3$	% of $Q=4$
Arnold	71.58	81.89	69.89	91.16	43.37
Chua	<u>76.58</u>	67.16	89.26	90.32	59.58

Table 19. Case (d), 5mx5m, and set run time for 3000 seconds.

System	% of R	% of $Q=1$	% of $Q=2$	% of $Q=3$	% of $Q=4$
Arnold	83.21	93.68	80.84	94.31	64.00
Chua	<u>88.53</u>	85.05	94.53	95.58	78.94

Table 20. Case (e), 5mx5m, and set run time for 2000 seconds.

System	% of R	% of $Q=1$	% of $Q=2$	% of $Q=3$	% of $Q=4$
Arnold	68.12	78.35	98.35	69.64	26.11
Chua	<u>81.29</u>	91.76	78.82	64.71	89.88

Table 21. Case (e), 5mx5m, and set run time for 3000 seconds.

System	% of R	% of $Q=1$	% of $Q=2$	% of $Q=3$	% of $Q=4$
Arnold	77.47	92.00	99.29	80.23	38.35
Chua	<u>92.88</u>	96.47	89.64	93.41	92.00

Table 22. Case (a), 10mx10m, and set run time for 5000 seconds.

System	% of R	% of $Q=1$	% of $Q=2$	% of $Q=3$	% of $Q=4$
Arnold	43.44	33.60	77.20	46.20	16.76
Chua	<u>51.79</u>	28.32	77.76	71.36	29.72

Table 23. Case (a), 10mx10m, and set run time for 7000 seconds.

System	% of R	% of $Q=1$	% of $Q=2$	% of $Q=3$	% of $Q=4$
Arnold	58.42	60.84	81.16	49.36	42.32
Chua	<u>70.10</u>	59.12	77.76	71.64	71.88

Table 24. Case (b), 10mx10m, and set run time for 5000 seconds.

System	% of R	% of $Q=1$	% of $Q=2$	% of $Q=3$	% of $Q=4$
Arnold	52.20	64.17	33.76	48.30	62.59
Chua	<u>54.97</u>	36.40	80.48	67.74	35.25

Table 25. Case (b), 10mx10m, and set run time for 7000 seconds.

System	% of R	% of $Q=1$	% of $Q=2$	% of $Q=3$	% of $Q=4$
Arnold	60.57	74.33	33.75	51.74	82.46
Chua	<u>67.21</u>	52.62	82.46	79.25	54.50

Table 26. Case (c), 10mx10m, and set run time for 5000 seconds.

System	% of R	% of Q=1	% of Q=2	% of Q=3	%of Q=4
Arnold	50.27	80.94	60.94	51.42	7.78
Chua	<u>58.70</u>	62.79	44.63	76.63	50.73

Table 27. Case (c), 10mx10m, and set run time for 7000 seconds.

System	% of R	% of Q=1	% of Q=2	% of Q=3	%of Q=4
Arnold	61.75	90.94	77.89	58.10	20.05
Chua	<u>68.59</u>	75.89	52.37	86.53	59.53

Table 28. Case (d), 10mx10m, and set run time for 5000 seconds.

System	% of R	% of Q=1	% of Q=2	% of Q=3	%of Q=4
Arnold	49.80	7.84	61.36	89.68	40.32
Chua	<u>57.99</u>	83.16	33.94	32.63	82.21

Table 29. Case (d), 10mx10m, and set run time for 7000 seconds.

System	% of R	% of Q=1	% of Q=2	% of Q=3	%of Q=4
Arnold	60.19	51.00	68.89	86.15	34.73
Chua	<u>73.34</u>	85.94	65.05	61.21	84.89

Table 30. Case (e), 10mx10m, and set run time for 5000 seconds.

System	% of R	% of Q=1	% of Q=2	% of Q=3	%of Q=4
Arnold	58.01	78.35	77.35	45.35	31.00
Chua	<u>67.41</u>	50.06	81.71	70.94	66.94

Table 31. Case (e), 10mx10m, and set run time for 7000 seconds.

System	% of R	% of Q=1	% of Q=2	% of Q=3	%of Q=4
Arnold	69.29	83.41	85.82	73.12	34.82
Chua	<u>76.26</u>	52.52	91.53	90.94	70.06

IV. DISCUSSION AND CONCLUSION

In Section 3, we have thoroughly investigated chaotic path generated from Arnold's and Chua's patterns for a mobile robot. To view a global picture obtained from 5 cases, Tables 32-34 are created to serve the purpose. Again it is easy to see that the Chua's trajectory outperforms that of the Arnold for all cases and all run time conditions. It is implied that the Chua's circuits is appropriated to be used, besides easy-to-implement circuitry, for generating chaotic trajectories of mobile robots in patrolling-like situation.

Table 32. For 3mx3m, percent of area used and the trajectory dispersion

System	Covered Area	Diversity
Arnold	77.46%	73.28%
Chua	88.72%	88.27%

Table 33. For 5mx5m, percent of area used and the trajectory dispersion

System	Covered Area	Diversity
Arnold	80.71%	79.99%
Chua	87.98%	87.41%

Table 34. For 10mx10m, percent of area used and the trajectory dispersion

System	Covered Area	Diversity
Arnold	62.04%	59.19%
Chua	71.10%	70.21%

REFERENCES

- [1] A. Sekiguchi, and Y. Nakamura, "The chaotic mobile robot," *IEEE Trans. On Robotic and Automation*, Vol. 17, No. 6, pp. 898-904, Dec 2001.
- [2] R.N. Madan, *Chua's circuit: A paradigm for chaos*, World scientific publishing Co. Pte. Ltd., Singapore, 1993
- [3] G. Chen, and X. Dong, "Ordering Chaos of Chua's Circuit," pp. 2604-2606, 1998.
- [4] K.T. Alligood, T.D. Sauer, and J.A. Yorke, *Chaos and introduction to dynamical systems*, Springer-Verlag, New York, 1997

ประวัติผู้เขียน

- ชื่อ-นามสกุล นายอนุรักษ์ จันทร์ศรี
- วัน เดือน ปีเกิด 27 ธันวาคม 2521 ที่เชียงใหม่
- ที่อยู่ 31/3 บ้านสวนทองทา หมู่3 ถ.อ่อนนุช-ลาดกระบัง
แขวงลาดกระบัง เขตลาดกระบัง กรุงเทพฯ 10520
- ประวัติการศึกษา 2545 วิศวกรรมศาสตรบัณฑิต สาขาวิชาเทคโนโลยีโทรคมนาคม
สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง
- ความชำนาญเฉพาะด้าน 1.) โปรแกรมคอมพิวเตอร์และโปรแกรมคอนไมโครคอนโทรลเลอร์
2.) การออกแบบวงจรไมโครคอนโทรลเลอร์
3.) การออกแบบวงจรอิเล็กทรอนิกส์กำลัง
- ประสบการณ์การทำงานและรางวัล
- พ.ศ.2545-2546 ลูกจ้างชั่วคราวบริษัทเทเลคอมเอเชียในหน่วยงาน Public Phone
- ผลงานสร้างหุ่นยนต์ประชาสัมพันธ์
- พ.ศ.2545 รางวัลอันดับที่3 การแข่งขันหุ่นยนต์เตะฟุตบอลของสมาคมหุ่นยนต์ไทย
- พ.ศ.2546 รางวัลอันดับที่2 การแข่งขันหุ่นยนต์นานาชาติที่ประเทศลาว
- พ.ศ.2546 รางวัลอันดับที่3 การแข่งขันหุ่นยนต์เตะฟุตบอลของสมาคมหุ่นยนต์ไทย
- พ.ศ.2547 รางวัลอันดับที่2 การแข่งขันหุ่นยนต์เตะฟุตบอลของสมาคมหุ่นยนต์ไทย
- ปัจจุบัน พนักงานบริษัทโทเทิลแอสเสทคอมมูนิเคชั่น (DTAC)