การเปรียบเทียบวิธีการแก้ไขปัญหาอัตตสหสัมพันธ์อันดับหนึ่ง
ของความคลาดเคลื่อนในสมการถดถอยเชิงเส้นอย่างง่าย

COMPARISON OF REMEDIAL METHODS OF FIRST-ORDER AUTOREGRESSIVE ERROR IN SIMPLE LINEAR REGRESSION

ยุภาวดี สำราญฤทธิ์

YUPAWADEE SAMRANRIT

วิทยานิพนธ์นี้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตรปริญญาวิทยาศาสตรมหาบัณฑิต

สาขาวิชาสถิติประยุกต์

คณะวิทยาศาสตร์

สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง

พ.ศ. 2552

การเปรียบเทียบวิธีการแก้ไขปัญหาอัตตสหสัมพันธ์อันดับหนึ่งของความคลาดเคลื่อนในสมการถดถอยเชิงเส้นอย่างง่าย

COMPARISON OF REMEDIAL METHODS OF FIRST-ORDER AUTOREGRESSIVE ERROR IN SIMPLE LINEAR REGRESSION

ยุภาวดี สำราญฤทธิ์
YUPAWADEE SAMRANRIT

วิทยานิพนธ์นี้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตรปริญญาวิทยาศาสตรมหาบัณฑิต
สาขาวิชาสถิติประยุกต์
คณะวิทยาศาสตร์
สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง
พ.ศ. 2552

COMPARISON OF REMEDIAL METHODS OF FIRST-ORDER AUTOREGRESSIVE ERROR IN SIMPLE LINEAR REGRESSION

YUPAWADEE SAMRANRIT

A THESIS SUBMITTED IN PARTIAL FULFILLMENT

OF THE REQUIREMENT FOR THE DEGREE OF

MASTER OF SCIENCE PROGRAM IN APPLIED STATISTICS

FACULTY OF SCIENCE

KING MONGKUT'S INSTITUTE OF TECHNOLOGY LADKRABANG

2009

KMITL-2009-SC-M-050-006

หัวข้อวิทยานิพนธ์	การเปรียบเทียบวิธีการแก้ไขปัญหาอัตตสหสัมพันธ์อันดับหนึ่งของความคลาดเคลื่อนในสมการถดถอยเชิงเส้นอย่างง่าย
นักศึกษา	นางสาวยุภาวดี สำราญฤทธิ์
รหัสประจำตัว	49068202
ปริญญา	วิทยาศาสตรมหาบัณฑิต
สาขาวิชา	สถิติประยุกต์
พ.ศ.	2552
อาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์	ผศ.ดร.สมศรี บัณฑิตวิไล

บทคัดย่อ

การวิจัยครั้งนี้มีวัตถุประสงค์เพื่อเปรียบเทียบวิธีการแก้ไขปัญหาอัตตสหสัมพันธ์อันดับหนึ่งของความคลาดเคลื่อนในสมการถดถอยเชิงเส้นอย่างง่ายโดยใช้ 3 วิธี ได้แก่ วิธี Cochrane – Orcutt วิธี Prais – Winsten และวิธี Hildreth – Lu และตรวจสอบความเหมาะสมของการพยากรณ์ที่ได้จากแต่ละวิธี โดยกำหนดขนาดตัวอย่างเป็น 10 30 และ100 และระดับสัมประสิทธิ์อัตตสหสัมพันธ์เป็น 0.1, 0.2, 0.3, 0.4, 0.5, 0.6, 0.7, 0.8, 0.9 และ 1.0 ข้อมูลที่ใช้ในการศึกษานี้เป็นข้อมูลที่ได้จากการจำลองแบบด้วยเทคนิคมอนติคาร์โล รวม 30 กรณี แต่ละกรณีทำการจำลองซ้ำ 2,000 ครั้ง โดยใช้สถิติทดสอบเดอร์บิน - วัตสันในการตรวจสอบว่าความคลาดเคลื่อนมีอัตตสหสัมพันธ์หรือไม่ โดยเกณฑ์ที่ใช้ในการเปรียบเทียบความสามารถในการแก้ปัญหา คือ วิธีที่มีจำนวนชุดข้อมูลที่แก้ปัญหาอัตตสหสัมพันธ์ได้มากที่สุดจะเป็นวิธีที่แก้ปัญหาอัตตสหสัมพันธ์ของความคลาดเคลื่อนที่ดีที่สุด ส่วนเกณฑ์ที่ใช้ในการเปรียบเทียบความเหมาะสมในการพยากรณ์ คือ การพิจารณาค่าเฉลี่ยกำลังสองของความคลาดเคลื่อน วิธีใดที่ให้ค่าเฉลี่ยกำลังสองของความคลาดเคลื่อนโดยเฉลี่ยต่ำที่สุด จะเป็นวิธีที่เหมาะสมที่สุดในการพยากรณ์

ผลการวิจัยพบว่า

1. เมื่อขนาดตัวอย่างมีขนาดเท่ากับ 10 ความสามารถในการแก้ปัญหาอัตตสหสัมพันธ์ของวิธี Cochrane – Orcutt ดีที่สุดที่ระดับสัมประสิทธิ์อัตตสหสัมพันธ์ทุกระดับ ยกเว้นที่ระดับ 0.8 สามารถแก้ปัญหาได้มากกว่าร้อยละ 68.65 และวิธี Hildreth – Lu ดีที่สุดที่ระดับสัมประสิทธิ์อัตตสหสัมพันธ์เท่ากับ 0.8 สามารถแก้ปัญหาได้มากกว่าร้อยละ 69.65

2. เมื่อขนาดตัวอย่างมีขนาดเท่ากับ 30 ความสามารถในการแก้ปัญหาอัตตสหสัมพันธ์ของวิธี Cochrane – Orcutt ดีที่สุดที่ระดับสัมประสิทธิ์อัตตสหสัมพันธ์เท่ากับ 0.2 ถึง 1.0 สามารถแก้ปัญหาได้มากกว่าร้อยละ 88.00 และ วิธี Prais – Winsten ดีที่สุดที่ระดับสัมประสิทธิ์อัตตสหสัมพันธ์เท่ากับ 0.1 สามารถแก้ปัญหาได้มากกว่าร้อยละ 99.6

3. เมื่อขนาดตัวอย่างมีขนาดเท่ากับ 100 ความสามารถในการแก้ปัญหาอัตตสหสัมพันธ์ของวิธี Cochrane – Orcutt ดีที่สุดที่ระดับสัมประสิทธิ์อัตตสหสัมพันธ์ทุกระดับ ยกเว้นที่ระดับ 0.6 และ 0.9 สามารถแก้ปัญหาได้มากกว่าร้อยละ 90.05 และ วิธี Prais – Winsten ดีที่สุดที่ระดับสัมประสิทธิ์อัตตสหสัมพันธ์เท่ากับ 0.1, 0.2, 0.3, 0.6, 0.9 และ 1.0 สามารถแก้ปัญหาได้มากกว่าร้อยละ 90.05

4. วิธี Cochrane – Orcutt เป็นวิธีที่เหมาะสมที่สุดในการพยากรณ์ เมื่อขนาดตัวอย่าง 10 ที่ระดับสัมประสิทธิ์อัตตสหสัมพันธ์ 0.2, 0.3 และ 0.8 ส่วนวิธี Prais – Winsten เป็นวิธีที่เหมาะสมที่สุดในการพยากรณ์เมื่อขนาดตัวอย่าง 10 ที่ระดับสัมประสิทธิ์อัตตสหสัมพันธ์ 0.5, 0.7 และ 0.9 เมื่อขนาดตัวอย่าง 30 ที่ระดับสัมประสิทธิ์อัตตสหสัมพันธ์ 0.1 ถึง 0.4 และวิธี Hildreth – Lu เป็นวิธีที่เหมาะสมที่สุดในการพยากรณ์ เมื่อขนาดตัวอย่าง 10 ที่ระดับสัมประสิทธิ์อัตตสหสัมพันธ์0.1, 0.4, 0.6 และ 1.0 เมื่อขนาดตัวอย่าง 30 ที่ระดับสัมประสิทธิ์อัตตสหสัมพันธ์ 0.5 ถึง 1.0 และเมื่อขนาดตัวอย่าง 100 ที่ระดับสัมประสิทธิ์อัตตสหสัมพันธ์ 0.1 ถึง 1.0

Thesis	Comparison of Remedial Methods of First-Order Autoregressive Error in Simple Linear Regression
Student	Miss Yupawadee Samranrit
Student ID	49068202
Degree	Master of Science
Program	Applied Statistics
Year	2009
Thesis Advisor	Asst.Prof.Dr. Somsri Banditvilai

ABSTRACT

The purpose of this study is to compare the remedial methods of first-order autoregressive error in simple linear regression by three methods : 1. Cochrane – Orcutt, 2. Prais – Winsten , 3. Hildreth – Lu . By using three different sample sizes of 10 30 and 100 and in 10 levels of autocorrelation : 0.1, 0.2, 0.3, 0.4, 0.5, 0.6, 0.7, 0.8, 0.9 and 1.0, the data of this study are generated through the Monte Carlo simulation technique in 30 different cases. Each case repeats 2,000 times. The Durbin - Watson statistic is employed for detecting autocorrelation in errors. The method which gives highest percentage of data sets that can solve autocorrelation is the best method for solving autocorrelation of the problem. While the minimum average MSE is used as a criterion for choosing the method that gives best forecast.

The results of this research are as followed:

1. For n = 10 ; the best method for solving autocorrelation problem is Cochrane – Orcutt method, for all ρ except 0.8, which can solve more than 68.65% and Hildreth – Lu method, when $\rho =$ 0.8, which can solve more than 69.65%

2. For n = 30 ; the best method for solving autocorrelation problem is Cochrane – Orcutt method, when $\rho =$ 0.2 to 1.0, which can solve more than 88.00% and Prais – Winsten method, when $\rho =$ 0.1, which can solve more than 99.6%

3. For n = 100 ; the best method for solving autocorrelation problem is Cochrane – Orcutt method , for all ρ except 0.6 and 0.9, which can solve more than 90.05% and Prais – Winsten method, when $\rho =$ 0.1, 0.2, 0.3, 0.6, 0.9 and 1.0, which can solve more than 90.05%

4. Cochrane – Orcutt method gives the best forecast for n=10, when $\rho =$ 0.2, 0.3 and 0.8. Prais – Winsten method gives the best forecast for n = 10, when $\rho =$ 0.5, 0.7, 0.9, and for

n=30 , when $\rho = 0.1$ to 0.4. Hildreth – Lu gives the best forecast for n = 10, when $\rho = 0.1$, 0.4, 0.6, 1.0, and for n = 30, when $\rho = 0.5$ to 1.0, and for n=100, when $\rho = 0.1$ to 1.0.

กิตติกรรมประกาศ

วิทยานิพนธ์ฉบับนี้สำเร็จลุล่วงได้อย่างดีเนื่องจากได้รับการอนุเคราะห์จากอาจารย์ผู้ควบคุมวิทยานิพนธ์ ผศ.ดร.สมศรี บัณฑิตวิไล ที่กรุณาให้คำแนะนำ ให้คำปรึกษา ตรวจทานแก้ไขข้อบกพร่องต่างๆ เป็นอย่างดียิ่ง ข้าพเจ้ารู้สึกซาบซึ้งในความอนุเคราะห์จากท่านอาจารย์และขอกราบขอบพระคุณเป็นอย่างสูง

ขอกราบขอบพระคุณ ผศ.ดร.รุจิเรข บุศราวงศ์ ประธานกรรมการสอบวิทยานิพนธ์ ผศ.ดร. น้อมจิต กิตติโชติพาณิชย์ และรศ.สุมิตรา เรืองพีระกุล คณะกรรมการสอบวิทยานิพนธ์ที่ได้กรุณาให้คำแนะนำตลอดจนข้อชี้แนะจนวิทยานิพนธ์ฉบับนี้สำเร็จลุล่วงได้ด้วยดี

ขอกราบขอบพระคุณคณาจารย์ภาควิชาสถิติประยุกต์ คณะวิทยาศาสตร์ สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง ทุกๆ ท่านที่ได้ประสิทธิ์ประสาทวิชาความรู้ให้กับข้าพเจ้า

ขอขอบคุณ คุณสิทธิชาติ เทิดสิทธิกุล ที่คอยให้คำแนะนำในการใช้โปรแกรม และช่วยดูแลคอมพิวเตอร์ ในงานวิจัยนี้สำเร็จลุล่วงด้วยดี และขอบคุณเพื่อนๆ สาขาวิชาสถิติประยุกต์ทุกท่านที่ให้ความช่วยเหลือและเป็นกำลังใจในการทำวิทยานิพนธ์นี้ตลอดมา

สุดท้ายนี้ข้าพเจ้าขอกราบขอบพระคุณ บิดา มารดา และญาติพี่น้อง ของข้าพเจ้าที่คอยเป็นกำลังใจ และให้การสนับสนุนในทุก ๆ เรื่องด้วยดีเสมอมา

คุณค่าและประโยชน์อันพึงมาจากวิทยานิพนธ์ฉบับนี้ ข้าพเจ้าขอมอบแด่ผู้มีพระคุณทุกท่าน

ยุภาวดี สำราญฤทธิ์

สารบัญ

หน้า

บทคัดย่อภาษาไทย I

บทคัดย่อภาษาอังกฤษ III

กิตติกรรมประกาศ V

สารบัญ VI

สารบัญตาราง VIII

สารบัญรูป IX

บทที่ 1 บทนำ 1

1.1 ความเป็นมาและความสำคัญของปัญหา 1

1.2 วัตถุประสงค์ของการศึกษา 5

1.3 ข้อตกลงเบื้องต้น 5

1.4 ขอบเขตของการศึกษา 6

1.5 เกณฑ์การตัดสินใจ 6

1.6 ขั้นตอนของการศึกษา..7

1.7 คำจำกัดความที่ใช้ในการศึกษา 7

1.8 ประโยชน์ของการศึกษา 7

บทที่ 2 ทฤษฎีและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง 8

2.1 วิธีการตรวจสอบการเกิดปัญหาอัตตสหสัมพันธ์ 8

2.2 วิธีการที่ใช้ในการแก้ปัญหาอัตตสหสัมพันธ์ 9

2.3 วิธีกำลังสองน้อยที่สุด (Ordinary Least Squares: OLS) 12

2.4 คุณสมบัติของความคลาดเคลื่อน 15

2.5 การทดสอบการแจกแจงแบบปกติของ Shapiro และ Wilk.........................17

2.6 การทดสอบความแปรปรวนของค่าความคลาดเคลื่อนคงที่ 17

2.7 การตรวจสอบความเหมาะสมในการพยากรณ์ 18

2.8 กระบวนการผลิตตัวแปรสุ่ม 18

2.9 งานวิจัยที่เกี่ยวข้อง 20

สารบัญ (ต่อ)

หน้า

บทที่ 3 วิธีการดำเนินการวิจัย 24

3.1 การเก็บรวบรวมข้อมูล 24

3.2 การจำลองตัวแปรสุ่มที่มีการแจกแจงแบบปกติ 24

3.3 การจำลองค่าความคลาดเคลื่อน(ε_t)..25

3.4 การจำลองข้อมูล (X_t, Y_t) 25

3.5 ขั้นตอนดำเนินงานวิจัย 26

3.6 ผังงานดำเนินงานวิจัย 29

บทที่ 4 ผลการวิเคราะห์ 36

4.1 ผลจากการจำลองข้อมูล...36

4.2 ผลจากการใช้ข้อมูลจริง...54

บทที่ 5 สรุปผลการวิจัยและข้อเสนอแนะ 57

5.1 สรุปผลการวิจัย 57

5.2 ข้อเสนอแนะ 58

บรรณานุกรม 59

ภาคผนวก 61

ภาคผนวก ก. การวิเคราะห์กรณีศึกษา...62

ภาคผนวก ข. โปรแกรม MATLAB ที่ใช้ในการจำลอง..73

ประวัติผู้เขียน 101

สารบัญตาราง

ตารางที่ หน้า

4.1 จำนวนและร้อยละของชุดข้อมูลที่ได้รับการแก้ไขปัญหาอัตตสหสัมพันธ์ด้วย 3 วิธี ที่ จำแนกตามขนาดตัวอย่าง (n) และระดับอัตตสหสัมพันธ์ (ρ)..............................37

4.2 แสดงวิธีการแก้ไขปัญหาอัตตสหสัมพันธ์ที่ดีที่สุด จำแนกตามขนาดตัวอย่าง (n) และ ระดับอัตตสหสัมพันธ์(ρ) 39

4.3 แสดงค่าเฉลี่ยกำลังสองของความคลาดเคลื่อน โดยเฉลี่ย เมื่อแก้ปัญหาด้วย 3 วิธี ที่ จำแนกตามขนาดตัวอย่าง (n) และระดับอัตตสหสัมพันธ์ (ρ)..............................48

4.4 แสดงวิธีที่เหมาะสมที่สุดในการพยากรณ์จำแนกตามขนาดตัวอย่าง (n) และ ระดับอัตตสหสัมพันธ์ (ρ)..............................50

ก.1 แสดงข้อมูลสินค้านำเข้าและข้อมูลผลิตภัณฑ์มวลรวมภายในประเทศ (หน่วย : ล้านบาท) ซึ่งเก็บรวบรวมมาจากธนาคารแห่งประเทศไทย ตั้งแต่ปี พ.ศ. 2536 ถึง พ.ศ. 2550 มีขนาดตัวอย่างเท่ากับ 15..............................63

ก.2 แสดงการคำนวณที่ใช้ในการทดสอบด้วยสถิติทดสอบเดอร์บิน – วัตสัน..............................64

ก.3 แสดงขั้นตอนการคำนวณของวิธี Cochrane – Orcutt (รอบที่ 1) 66

ก.4 แสดงขั้นตอนการคำนวณของวิธี Cochrane – Orcutt (รอบที่ 2) 67

ก.5 แสดงขั้นตอนการคำนวณของวิธี Prais – Winsten (รอบที่ 1)..............................69

ก.6 แสดงขั้นตอนการคำนวณของวิธี Prais – Winsten (รอบที่ 2)..............................70

ก.7 การหา ρ ที่ทำให้ผลบวกกำลังสองของความคลาดเคลื่อน (SSE) ที่มีค่าน้อยที่สุด ของวิธี Hildreth – Lu 71

ก.8 แสดงขั้นตอนการคำนวณของวิธี Hildreth – Lu..............................72

สารบัญรูป

รูปที่ หน้า

2.1 แสดงลักษณะของค่าความคลาดเคลื่อนกรณีที่ค่าแปรปรวน (ก) คงที่ (ข) เพิ่มขึ้น และ(ค)ลดลง……...18

3.1 ผังงานการแก้ปัญหาอัตตสหสัมพันธ์ของความคลาดเคลื่อน โดยใช้เทคนิคการจำลองแบบของมอนติคาร์โล…………………..………………………………………………………30

3.3 ผังงานการแก้ปัญหาอัตตสหสัมพันธ์ของความคลาดเคลื่อนด้วยวิธี Cochrane – Orcutt……...31

3.4 ผังงานการแก้ปัญหาอัตตสหสัมพันธ์ของความคลาดเคลื่อนด้วยวิธี Prais – Winsten………...32

3.5 ผังงานการแก้ปัญหาอัตตสหสัมพันธ์ของความคลาดเคลื่อนด้วยวิธี Hildreth – Lu…………...33

3.6 ผังงานการคำนวณหาค่า $\hat{\rho}$ ที่ให้ค่า SSE ต่ำที่สุด ของวิธี Hildreth – Lu………………..…….34

3.1 ผังงานการแก้ปัญหาอัตตสหสัมพันธ์ของความคลาดเคลื่อน โดยใช้ข้อมูลจริงทางด้านเศรษฐกิจ…………………………………………………………………………....35

4.1 เปรียบเทียบร้อยละของชุดข้อมูลที่แก้ปัญหาด้วย 3 วิธี ที่ระดับอัตตสหสัมพันธ์ต่างกัน เมื่อ $n = 10$……..………………………………………………………………….....40

4.2 เปรียบเทียบร้อยละของชุดข้อมูลที่แก้ปัญหาด้วย 3 วิธี ที่ระดับอัตตสหสัมพันธ์ต่างกัน เมื่อ $n = 30$…………………………………………………………………………….41

4.3 เปรียบเทียบร้อยละของชุดข้อมูลที่แก้ปัญหาด้วย 3 วิธี ที่ระดับอัตตสหสัมพันธ์ต่างกัน เมื่อ $n = 100$……………………………………………………………………...……42

4.4 เปรียบเทียบร้อยละของชุดข้อมูลที่แก้ปัญหาด้วย 3 วิธี ที่มีขนาดตัวอย่างต่างกัน และมีระดับอัตตสหสัมพันธ์ ($\rho = 0.1$)……………..42

4.5 เปรียบเทียบร้อยละของชุดข้อมูลที่แก้ปัญหาด้วย 3 วิธี ที่มีขนาดตัวอย่างต่างกัน และมีระดับอัตตสหสัมพันธ์ ($\rho = 0.2$)……...43

4.6 เปรียบเทียบร้อยละของชุดข้อมูลที่แก้ปัญหาด้วย 3 วิธี ที่มีขนาดตัวอย่างต่างกัน และมีระดับอัตตสหสัมพันธ์ ($\rho = 0.3$)…..43

4.7 เปรียบเทียบร้อยละของชุดข้อมูลที่แก้ปัญหาด้วย 3 วิธี ที่มีขนาดตัวอย่างต่างกัน และมีระดับอัตตสหสัมพันธ์ ($\rho = 0.4$)…..44

4.8 เปรียบเทียบร้อยละของชุดข้อมูลที่แก้ปัญหาด้วย 3 วิธี ที่มีขนาดตัวอย่างต่างกัน และมีระดับอัตตสหสัมพันธ์ ($\rho = 0.5$)……...44

4.9 เปรียบเทียบร้อยละของชุดข้อมูลที่แก้ปัญหาด้วย 3 วิธี ที่มีขนาดตัวอย่างต่างกัน และมีระดับอัตตสหสัมพันธ์ ($\rho = 0.6$)…..45

สารบัญรูป(ต่อ)

รูปที่ หน้า

4.10 เปรียบเทียบร้อยละของชุดข้อมูลที่แก้ปัญหาด้วย 3 วิธี ที่มีขนาดตัวอย่างต่างกัน และมีระดับอัตตสหสัมพันธ์ ($\rho = 0.7$)……………………………………………………45

4.11 เปรียบเทียบร้อยละของชุดข้อมูลที่แก้ปัญหาด้วย 3 วิธี ที่มีขนาดตัวอย่างต่างกัน และมีระดับอัตตสหสัมพันธ์ ($\rho = 0.8$)……………………………………………………46

4.12 เปรียบเทียบร้อยละของชุดข้อมูลที่แก้ปัญหาด้วย 3 วิธี ที่มีขนาดตัวอย่างต่างกัน และมีระดับอัตตสหสัมพันธ์ ($\rho = 0.9$)……………………………………………………46

4.13 เปรียบเทียบร้อยละของชุดข้อมูลที่แก้ปัญหาด้วย 3 วิธี ที่มีขนาดตัวอย่างต่างกัน และมีระดับอัตตสหสัมพันธ์ ($\rho = 1.0$)……………………………………………………47

4.14 เปรียบเทียบค่าเฉลี่ยกำลังสองของความคลาดเคลื่อนโดยเฉลี่ยจากการแก้ปัญหาด้วย 3 วิธี ที่ระดับอัตตสหสัมพันธ์ต่างกัน เมื่อ $n = 10$……………………………………………51

4.15 เปรียบเทียบค่าเฉลี่ยกำลังสองของความคลาดเคลื่อนโดยเฉลี่ยจากการแก้ปัญหาด้วย 3 วิธี ที่ระดับอัตตสหสัมพันธ์ต่างกัน เมื่อ $n = 30$……………………………………………52

4.16 เปรียบเทียบค่าเฉลี่ยกำลังสองของความคลาดเคลื่อนโดยเฉลี่ยจากการแก้ปัญหาด้วย 3 วิธี ที่ระดับอัตตสหสัมพันธ์ต่างกัน เมื่อ $n = 100$……………………………………………53

4.17 การแจกแจงของความคลาดเคลื่อนจากการวิเคราะห์การถดถอย……………………………54

4.18 ความแปรปรวนของความคลาดเคลื่อนจากการวิเคราะห์การถดถอย…………………………55

บทที่ 1

บทนำ

1.1 ความเป็นมาและความสำคัญของปัญหา

ในปัจจุบันการพยากรณ์มีบทบาทสำคัญอย่างมากต่อหน่วยงานราชการหรือองค์กรเอกชน ข้อมูลทางเศรษฐศาสตร์มักจะเก็บรวบรวมตามลำดับเวลา หรือเรียกว่า ข้อมูลอนุกรมเวลา (Time Series Data) ลักษณะของข้อมูลมักจะเกิดปัญหาเกี่ยวกับค่าความคลาดเคลื่อนมีความสัมพันธ์กัน (Judge, George G. 1985) การศึกษาข้อมูลอนุกรมเวลามีหลายวัตถุประสงค์ด้วยกันแต่ที่นิยม คือ นำมาใช้ในการวิเคราะห์เพื่อการประมาณค่าหรือการพยากรณ์

การวิเคราะห์การถดถอย (Regression Analysis) เป็นวิธีการทางสถิติวิธีหนึ่งที่นิยมใช้ในการวิเคราะห์ข้อมูลเพื่อศึกษาความสัมพันธ์ระหว่างตัวแปรหรือพยากรณ์ค่าของตัวแปรที่สนใจศึกษา โดยกำหนดให้ตัวแปรที่ต้องการศึกษาการเปลี่ยนแปลงเป็นตัวแปรตาม (Dependent Variable) และตัวแปรอื่นที่เกี่ยวข้องที่มีอิทธิพลต่อตัวแปรตามเป็นตัวแปรอิสระ (Independent Variable) เพื่อศึกษาว่าตัวแปรอิสระมีอิทธิพลต่อการเปลี่ยนแปลงของตัวแปรตามหรือไม่ และตัวแปรอิสระมีส่วนในการอธิบายความผันแปรของตัวแปรตามได้มากน้อยเพียงใด

ในการวิเคราะห์การถดถอยเชิงเส้นอย่างง่าย (Simple Linear Regression Analysis) เป็นการศึกษาความสัมพันธ์ระหว่างตัวแปร 2 ตัว โดยมีลักษณะความสัมพันธ์เป็นแบบเส้นตรง ในบางกรณีศึกษาความสัมพันธ์ระหว่างตัวแปร 3 ตัวขึ้นไป โดยที่มีตัวแปรตามหนึ่งตัว และเป็นตัวแปรอิสระ ซึ่งมีจำนวนตั้งแต่ 2 ตัวขึ้นไป และในกรณีที่ตัวแปรอิสระเหล่านี้มีความสัมพันธ์เป็นเส้นตรงกับตัวแปรตาม เรียกว่า การวิเคราะห์การถดถอยเชิงเส้นพหุคูณ (Multiple Linear Regression Analysis)

ในการวิจัยครั้งนี้สนใจศึกษาการถดถอยเชิงเส้นอย่างง่าย ซึ่งมีรูปแบบดังนี้ คือ

$$Y_t = \beta_0 + \beta_1 X_t + \varepsilon_t \quad , t = 1,2,\ldots, n$$

โดยที่ Y_t คือ ค่าของตัวแปรตาม Y ณ เวลาที่ t

X_t คือ ค่าตัวแปรอิสระ X ณ เวลาที่ t

β_0 และ β_1 คือ ค่าสัมประสิทธิ์การถดถอย

ε_t คือ ตัวแปรสุ่มแทนความคลาดเคลื่อน(Error Term) ของค่าสังเกต ณ เวลาที่ t

โดยปกติการประมาณค่าพารามิเตอร์ผู้วิจัยนิยมใช้วิธีกำลังสองน้อยที่สุด(Ordinary Least Squares : OLS) ซึ่งเป็นวิธีที่ทำให้ได้ตัวประมาณที่มีคุณสมบัติเป็นตัวประมาณที่ไม่เอนเอียงเชิงเส้นที่ดีที่สุด (Best Linear Unbiased Estimator : BLUE) ตามทฤษฎีเกาส์ – มาร์คอฟ (Gauss – Markov Theorem) ทั้งนี้มีข้อสมมติเบื้องต้นของความคลาดเคลื่อน (ε_t) (Kunter, Michael H., Nachtsheim, Christopher J., Neter, John. 2004) ดังนี้

1. มีการแจกแจงแบบปกติและมีค่าคาดหวัง (Expected Value) เป็น 0 หรือ $E(\varepsilon_t) = 0$
2. ความแปรปรวนของความคลาดเคลื่อนมีค่าคงที่ $\sigma_{\varepsilon_t}^2 = \sigma^2$
3. ε_i และ ε_j ไม่มีอัตตสหสัมพันธ์กัน (เป็นอิสระกัน) หรือความแปรปรวนร่วมเป็น 0 หรือ $Cov(\varepsilon_i, \varepsilon_j) = 0$ สำหรับ $i \neq j$

ในทางปฏิบัติปัญหาที่พบมาก โดยเฉพาะเมื่อตัวแปรเป็นอนุกรมเวลาพบว่า ข้อมูลที่นำมาใช้ในการวิเคราะห์ไม่เป็นไปตามข้อสมมติเบื้องต้น ในงานวิจัยนี้จะศึกษาเฉพาะกรณีที่ข้อสมมติข้อที่ 3 ไม่เป็นจริง นั่นคือ ความคลาดเคลื่อนมีอัตตสหสัมพันธ์กัน หรือเรียกอีกอย่างหนึ่งว่าอัตตสหสัมพันธ์ของความคลาดเคลื่อน (Serial Correlation หรือ Autocorrelation) เมื่อเกิดกรณีเช่นนี้ ถ้าผู้วิจัยยังคงใช้การประมาณค่าพารามิเตอร์ด้วยวิธีกำลังสองน้อยที่สุด จะได้ตัวประมาณไม่เป็น BLUE (เริงชัย ตันสุชาติ. 2548) ถึงแม้จะเป็นตัวประมาณที่ไม่เอนเอียงก็ตาม เช่น ถ้าความคลาดเคลื่อนมีอัตตสหสัมพันธ์ทางบวก (Positive Autocorrelation) จะมีผลทำให้ค่าเฉลี่ยกำลังสองของความคลาดเคลื่อน (Mean Square Error : MSE) ซึ่งเป็นค่าประมาณของความแปรปรวนมีค่าต่ำกว่าความเป็นจริง ดังนั้นการทดสอบสมมติฐานของตัวประมาณอาจสรุปผลว่ามีนัยสำคัญ เมื่อความเป็นจริงไม่เป็นเช่นนั้น ซึ่งทำให้เกิดการอนุมานผิดพลาดจากความจริงและส่งผลต่อการพยากรณ์ที่ได้จากสมการไม่ถูกต้องแม่นยำ

การเกิดอัตตสหสัมพันธ์ของความคลาดเคลื่อนมักจะเกิดกับกรณีที่ค่าของตัวแปรตามและตัวแปรอิสระมีการเก็บข้อมูลตามลำดับเวลา จะเรียกข้อมูลประเภทนี้ว่า ข้อมูลอนุกรมเวลา ข้อมูลส่วนใหญ่ที่นำมาวิเคราะห์มักจะเป็นข้อมูลทางเศรษฐศาสตร์และธุรกิจ และลักษณะอัตตสหสัมพันธ์ของความคลาดเคลื่อนที่พบโดยทั่วไปจะเป็นอัตตสหสัมพันธ์ของความคลาดเคลื่อนอันดับหนึ่ง (First Order Autoregressive Model : AR (1)) ซึ่งจะเกิดขึ้นกับข้อมูลรายปี เช่น GNP ดัชนีราคา (Price Index) การผลิต(Production) การจ้างงาน(Employment) และการว่างงาน(Unemployment) เป็นต้น

สาเหตุของการเกิดอัตตสหสัมพันธ์ของความคลาดเคลื่อนนั้นเกิดขึ้นได้ทั้งในข้อมูลอนุกรมเวลาและข้อมูลภาคตัดขวาง (Cross Section Data) แต่มักจะพบในข้อมูลอนุกรมเวลามากกว่า โดยมีสาเหตุดังต่อไปนี้ (Gujarati, Damodar N. 1995)

1. การขาดตัวแปรอิสระที่สำคัญบางตัวในรูปแบบการถดถอย โดยทั่วไปผู้วิจัยจะหาตัวแปรอิสระที่เป็นปัจจัยมาอธิบายตัวแปรตามไม่ครบ และบางครั้งก็มีตัวแปรอิสระบางตัวที่สำคัญแต่นักวิจัย

ละเลยไม่ได้ใส่ไว้ในตัวแบบ จึงทำให้เกิดความคลาดเคลื่อนได้ ซึ่งความคลาดเคลื่อนเหล่านี้ก็จะไปปรากฏอยู่ที่ตัวแปรสุ่ม ε_t และทำให้ความคลาดเคลื่อนเหล่านี้ขาดความเป็นอิสระไป

2. การกำหนดรูปแบบการถดถอยผิดพลาด คือ การศึกษาความสัมพันธ์ระหว่างตัวแปรตามกับตัวแปรอิสระ ถ้าตัวแปรทั้งสองชุดมีความสัมพันธ์เป็นแบบเส้นตรง แต่กำหนดรูปแบบความสัมพันธ์เป็นแบบอื่น เช่น กำหนดให้เป็นแบบเส้นโค้ง เป็นต้น จึงทำให้เกิดความคลาดเคลื่อนของตัวแปรสุ่ม ε_t ทำให้ตัวแปรสุ่ม ε_t ขาดความเป็นอิสระกันและอาจเกิดปัญหาอัตตสหสัมพันธ์ขึ้นระหว่างค่าความคลาดเคลื่อน ณ เวลาที่ t ต่อเนื่องกัน

3. ข้อมูลมีความเฉื่อย ข้อมูลอนุกรมเวลาของตัวแปรทางเศรษฐศาสตร์ เช่น ผลิตภัณฑ์ประชาชาติเบื้องต้น ดัชนีราคา ผลผลิต การจ้างงาน การว่างงาน เป็นตัวแปรที่มีการเปลี่ยนแปลงหรือเคลื่อนไหวในลักษณะเป็นวัฏจักรและมีความเฉื่อยหรือเปลี่ยนแปลงช้า กล่าวคือ ข้อมูลเหล่านี้มีธรรมชาติของข้อมูลที่มีความเกี่ยวเนื่องในตัวเองตามช่วงเวลา ดังนั้นการวิเคราะห์การถดถอยโดยใช้ข้อมูลอนุกรมเวลาที่ค่าสังเกตมีความต่อเนื่องเกี่ยวข้องกันจึงเกิดปัญหาอัตตสหสัมพันธ์ของความคลาดเคลื่อน เพราะค่าสังเกตของตัวแปรมีความสัมพันธ์กัน อาจเรียกได้ว่า อัตตสหสัมพันธ์ของความคลาดเคลื่อน เป็นเรื่องปกติของข้อมูลอนุกรมเวลา การควบคุมหรือการสมมติให้ค่าความคลาดเคลื่อนเป็นอิสระกันจึงไม่เป็นไปตามลักษณะที่แท้จริงของข้อมูล

ผลของการเกิดปัญหาอัตตสหสัมพันธ์ของความคลาดเคลื่อน จะทำให้ตัวประมาณของพารามิเตอร์ β_i ไม่เป็นตัวประมาณที่ไม่เอนเอียงเชิงเส้นที่ดีที่สุด เนื่องจากมีค่าความแปรปรวนของตัวประมาณไม่ต่ำที่สุด ทำให้ได้ผลการอนุมานเกิดความผิดพลาดร้ายแรง มีผลทำให้การประมาณหรือการพยากรณ์จากสมการถดถอยไม่มีประสิทธิภาพและขาดความแม่นยำ

ดังนั้นปัญหาอัตตสหสัมพันธ์ของความคลาดเคลื่อนนับเป็นปัญหาที่ควรระวังเป็นอย่างยิ่ง จึงมีการตรวจสอบว่าข้อมูลที่นำมาวิเคราะห์นั้นค่าคลาดเคลื่อนมีอัตตสหสัมพันธ์กันหรือไม่ และสามารถสังเกตได้อย่างไร วิธีตรวจสอบมีหลายวิธีซึ่งมีทั้งวิธีตรวจสอบอย่างง่ายและวิธีตรวจสอบอย่างละเอียด วิธีตรวจสอบอย่างง่ายก็คือ การลงจุดคู่ลำดับระหว่างค่าคลาดเคลื่อน(แกนตั้ง) กับตัวแปรเวลา(แกนนอน) วิธีการตรวจสอบอย่างละเอียดมีหลายวิธีด้วยกันได้แก่ วิธีทดสอบของเดอร์บินวัตสัน (Durbin - Watson Test) วิธีทดสอบด้วยตัวทดสอบ H ของเดอร์บิน(Durbin's H Test) วิธีทดสอบของวอลลิส (Wallis Test) วิธีทดสอบของบ๊อกซ์และเพียซ (Box - Pierce Test) วิธีทดสอบด้วยตัวทดสอบ H-M (Modified Durbin's H Test) วิธีทดสอบ M (M-Test) และวิธีทดสอบของโทมัสและวอลลิส (Thomas-Wallis Test) ซึ่งโดยทั่วไปพบว่าอัตตสหสัมพันธ์ของความคลาดเคลื่อนมักจะมีรูปแบบความสัมพันธ์เป็นแบบAR(1) ดังนั้น การตรวจสอบอัตตสหสัมพันธ์ในความคลาดเคลื่อนจึงใช้วิธีของเดอร์บินและวัตสัน เนื่องจากเป็นวิธีที่ง่าย เหมาะสมกับข้อมูลที่มีขนาดเล็ก และเป็นวิธีที่มีประสิทธิภาพดี จึงนิยมใช้กันอย่างแพร่หลายสำหรับรูปแบบ AR(1)(เริงชัย ตันสุชาติ. 2548)

การแก้ไขปัญหาอัตตสหสัมพันธ์ของความคลาดเคลื่อนอันดับหนึ่ง AR(1) มี 3 วิธี คือ (1) เพิ่มตัวแปรอิสระที่มีความสำคัญต่อตัวแปรตามเข้าในสมการถดถอย (2) วิธีการแปลงข้อมูล และ (3) วิธีการประมาณค่า ซึ่งงานวิจัยนี้จะใช้วิธีการแปลงข้อมูลในการแก้ไขปัญหา

โชติรส เทียนถาวร (2544) ได้ทำการเปรียบเทียบประสิทธิภาพของการประมาณพารามิเตอร์ของตัวแบบการถดถอยที่มีอัตตสหสัมพันธ์ของความคลาดเคลื่อนอันดับที่หนึ่ง (AR(1)) โดยใช้การแปลงข้อมูล 3 วิธี คือ วิธี Cochrane-Orcutt วิธี Durbin และวิธี Prais – Winsten พบว่า วิธี Prais – Winsten ให้ประสิทธิภาพสูงสุด กรณีที่มีขนาดตัวอย่าง 20 และ 50 เมื่อ $\rho \geq 0.2$

อรจิรา คำหงส์สา (2547) ได้ทำการเปรียบเทียบวิธีการแก้ปัญหาอัตตสหสัมพันธ์ของความคลาดเคลื่อนที่มีสาเหตุมาจากธรรมชาติของข้อมูล ในการวิเคราะห์ถดถอยเชิงเส้นอย่างง่ายจากข้อมูลอนุกรมเวลาทางเศรษฐกิจที่สำคัญๆ โดยการแปลงข้อมูล 3 วิธี คือ วิธี Generalized differencing วิธี Durbin's Two-step และวิธี Cochrane-Orcutt iteration พบว่า วิธี Cochrane-Orcutt iteration เป็นวิธีที่เหมาะสมในการแก้ปัญหาอัตตสหสัมพันธ์ กรณีที่มีขนาดตัวอย่าง 10 และ 50 เมื่อ $0.5 \leq \rho \leq 0.99$ ขนาดตัวอย่าง 30 เมื่อ $0.1 \leq \rho \leq 0.49$ แต่วิธี Durbin's Two-step เป็นวิธีที่แก้ปัญหาที่ให้ค่าพยากรณ์ดีกว่า วิธี Cochrane-Orcutt iteration เมื่ออัตตสหสัมพันธ์อยู่ในระดับต่ำและกลาง

ปิยดา พฤกสวัสดิ์นนท์ (2548) ได้ทำการเปรียบเทียบวิธีการประมาณค่าพารามิเตอร์ ในสมการถดถอยเชิงเส้นพหุคูณ ที่มีอัตตสหสัมพันธ์ของความคลาดเคลื่อนอันดับที่1, 2 และ 3 โดยใช้วิธีการประมาณค่า 4 วิธี คือ วิธีกำลังสองน้อยที่สุด วิธี Cochrane-Orcutt วิธี Hildreth – Lu และวิธีผลต่างอันดับที่หนึ่ง พบว่า เมื่อเกิดความคลาดเคลื่อนอันดับที่หนึ่ง (AR(1)) ทุกขนาดตัวอย่าง $0.1 \leq \rho \leq 0.7$ วิธี Hildreth – Lu จะให้ค่า MSE ต่ำที่สุด เมื่อเกิดความคลาดเคลื่อนอันดับที่สอง (AR(2)) ตัวอย่างขนาดเล็ก วิธี Hildreth – Lu จะให้ค่า MSE ต่ำที่สุดทุกค่าอัตตสหสัมพันธ์ เมื่อเกิดความคลาดเคลื่อนอันดับที่สาม (AR(3)) ตัวอย่างขนาดเล็ก วิธี Hildreth – Lu จะให้ค่า MSE ต่ำที่สุดทุกค่าอัตตสหสัมพันธ์ ตัวอย่างขนาดใหญ่ วิธี Cochrane-Orcutt จะให้ค่า MSE ต่ำที่สุด ทุกค่าอัตตสหสัมพันธ์

จากงานวิจัยที่ได้กล่าวมาข้างต้นผู้วิจัยจึงสนใจศึกษาวิธีการแก้ไขปัญหาอัตตสหสัมพันธ์ของความคลาดเคลื่อนอันดับหนึ่ง (AR (1)) ในสมการถดถอยเชิงเส้นอย่างง่ายด้วยวิธีการแปลงข้อมูล 3 วิธี คือ วิธี Cochrane – Orcutt วิธี Prais – Winsten และวิธี Hildreth – Lu งานวิจัยนี้ผู้วิจัยจะศึกษาเพื่อหาวิธีการแก้ปัญหาอัตตสหสัมพันธ์ของความคลาดเคลื่อนอันดับหนึ่งที่ดีที่สุดและวิธีการแก้ปัญหาที่ให้ค่าพยากรณ์ที่ดีที่สุด

1.2 วัตถุประสงค์ของการศึกษา

1. เพื่อศึกษาวิธีการแก้ไขปัญหาอัตตสหสัมพันธ์ของความคลาดเคลื่อนอันดับหนึ่ง (AR(1)) ในสมการถดถอยเชิงเส้นอย่างง่าย ด้วย 3 วิธีดังต่อไปนี้

1.1 วิธี Cochrane – Orcutt

1.2 วิธี Prais – Winsten

1.3 วิธี Hildreth – Lu

2. เปรียบเทียบวิธีการแก้ปัญหาอัตตสหสัมพันธ์ว่าวิธีใดแก้ปัญหาอัตตสหสัมพันธ์ได้ดีที่สุด และวิธีใดที่เป็นวิธีที่เหมาะสมที่สุดในการพยากรณ์

1.3 ข้อตกลงเบื้องต้น

ในงานวิจัยนี้จะทำการศึกษาการแก้ปัญหาค่าความคลาดเคลื่อนมีอัตตสหสัมพันธ์กันในรูปแบบ AR(1) ของรูปแบบการถดถอยเชิงเส้นอย่างง่าย (Simple Linear Regression Model)

1.3.1 การถดถอยเชิงเส้นอย่างง่าย มีรูปแบบดังนี้

$$Y_t = \beta_0 + \beta_1 X_t + \varepsilon_t \quad , \ t = 1,2,\ldots,n$$

โดยที่ Y_t คือ ค่าของตัวแปรตาม Y ณ เวลาที่

X_t คือ ค่าตัวแปรอิสระ X ณ เวลาที่ t

β_0 และ β_1 คือ ค่าสัมประสิทธิ์การถดถอย

ε_t คือ ตัวแปรสุ่มแทนความคลาดเคลื่อน (Error Term) ของค่าสังเกตที่ t

1.3.2 ค่าความคลาดเคลื่อนมีอัตตสหสัมพันธ์กัน โดยมีรูปแบบความสัมพันธ์เป็นอัตตสหสัมพันธ์อันดับหนึ่ง (AR(1)) คือ

$$\varepsilon_t = \rho\varepsilon_{t-1} + v_t \quad , \ t = 1,2,\ldots,n$$

เมื่อ ε_t คือ ตัวแปรสุ่มแทนความคลาดเคลื่อน (Error term) ของค่าสังเกตที่ t

ρ คือ ค่าสัมประสิทธิ์อัตตสหสัมพันธ์ระหว่าง ε_t กับ ε_{t-1} มีค่า $-1 < \rho < 1$

v_t คือ ค่าความคลาดเคลื่อนที่ไม่มีอัตตสหสัมพันธ์

โดยมีข้อสมมติเบื้องต้นของ v_t คือ มีการแจกแจงแบบปกติ (Normal Distribution) และ $E(v_t) = 0$, $Var(v_t) = \sigma_v^2$, $Cov(v_t, v_j) = 0$; $i \neq j$

1.4 ขอบเขตของการศึกษา

ในงานวิจัยนี้จะทำการเปรียบเทียบวิธีการแก้ไขปัญหาอัตตสหสัมพันธ์อันดับหนึ่งของความคลาดเคลื่อนในสมการถดถอยเชิงเส้นอย่างง่าย โดยมีขอบเขตการศึกษาดังนี้

1.4.1 รูปแบบการถดถอยที่ใช้ในการศึกษาเป็นรูปแบบการถดถอยเชิงเส้นอย่างง่าย

1.4.2 กำหนดให้ค่าความคลาดเคลื่อนมีอัตตสหสัมพันธ์กัน โดยมีรูปแบบความสัมพันธ์เป็นอัตตสหสัมพันธ์อันดับหนึ่ง (AR (1))

1.4.3 กำหนดให้ตัวแปรอิสระ X และค่าความคลาดเคลื่อน v_t มีการแจกแจงแบบปกติ โดยมีค่าเฉลี่ยเท่ากับศูนย์ และความแปรปรวนเท่ากับหนึ่ง

1.4.4 เนื่องจาก Tse, Yiu Kuen (1984) ได้ทำการทดลอง ณ ค่าต่าง ๆ ของ β_0 และ β_1 พบว่า ไม่ว่า β_0 และ β_1 จะเป็นค่าใดก็ตาม ได้ผลสรุปไม่แตกต่างกัน ดังนั้นจึงกำหนดค่าให้กับ $\beta_0 = 0$ และ $\beta_1 = 1$ เพื่อความสะดวกในการวิเคราะห์

1.4.5 งานวิจัยนี้จะศึกษาเฉพาะปัญหาอัตตสหสัมพันธ์ของความคลาดเคลื่อนทางบวก เนื่องจากการประยุกต์ใช้ในด้านธุรกิจและเศรษฐกิจ ความคลาดเคลื่อนที่มีความสัมพันธ์กันมักจะเป็นความสัมพันธ์แบบบวก (วิรัชช พานิชวงศ์. 2549) โดยจำลองข้อมูลให้ค่าความคลาดเคลื่อนมีอัตตสหสัมพันธ์กันในรูปแบบ AR(1) ซึ่งมีระดับสัมประสิทธิ์อัตตสหสัมพันธ์ (ρ) 10 ระดับ (ρ = 0.1, 0.2, 0.3, 0.4, 0.5, 0.6, 0.7, 0.8, 0.9 และ 1.0) และขนาดตัวอย่าง 3 ขนาด (n = 10, 30 และ 100) สถานการณ์ที่นำมาศึกษาจึงมีทั้งสิ้น 30 สถานการณ์

1.4.6 ในงานวิจัยนี้จะใช้ระดับนัยสำคัญ 0.05 ในการทดสอบสมมติฐาน

1.4.7 โดยใช้วิธีการแปลงข้อมูล 3 วิธี คือ วิธี Cochrane – Orcutt วิธี Prais – Winsten และวิธี Hildreth – Lu

1.4.8 ในแต่ละสถานการณ์ทำการจำลองซ้ำ 2,000 ครั้ง

1.5 เกณฑ์การตัดสินใจ

1.5.1 การเปรียบเทียบวิธีการแก้ไขปัญหาอัตตสหสัมพันธ์ของความคลาดเคลื่อนอันดับที่หนึ่ง (AR (1)) ในสมการถดถอยเชิงเส้นอย่างง่าย พิจารณาโดยวิธีใดที่มีจำนวนชุดข้อมูลที่ยอมรับสมมติฐานหลัก $H_0: \rho = 0$ (ค่าความคลาดเคลื่อนไม่มีความสัมพันธ์กัน) มากที่สุด จะเป็นวิธีที่แก้ปัญหาอัตตสหสัมพันธ์ของความคลาดเคลื่อนที่ดีที่สุด

1.5.2 การเปรียบเทียบความเหมาะสมในการพยากรณ์ พิจารณาโดยใช้เกณฑ์ค่าเฉลี่ยกำลังสองของความคลาดเคลื่อน วิธีใดที่มีค่าเฉลี่ยกำลังสองของความคลาดเคลื่อนของการพยากรณ์โดยเฉลี่ยต่ำที่สุด จะเป็นวิธีที่เหมาะสมที่สุดในการพยากรณ์

1.6 ขั้นตอนของการศึกษา

1.6.1 สร้างข้อมูลที่มีอัตตสหสัมพันธ์ของความคลาดเคลื่อนในระดับต่าง ๆ และขนาดข้อมูลต่างๆ โดยใช้โปรแกรม MATLAB

1.6.2 นำข้อมูลที่สร้างขึ้นมาแก้ปัญหาอัตตสหสัมพันธ์ของความคลาดเคลื่อนด้วยวิธีการแก้ปัญหา 3 วิธี ได้แก่

1.6.2.1 วิธี Cochrane – Orcutt

1.6.2.2 วิธี Prais – Winsten

1.6.2.3 วิธี Hildreth – Lu

1.6.3 สรุปผลการวิจัยตามเกณฑ์การตัดสินใจข้างต้น

1.6.4 นำข้อมูลสินค้านำเข้าเป็นตัวแปรอิสระ และข้อมูลผลิตภัณฑ์มวลรวมภายในประเทศเป็นตัวแปรตาม (หน่วย: ล้านบาท) มาเป็นกรณีศึกษา ในการแก้ปัญหาด้วยวิธีทั้ง 3

1.7 คำจำกัดความที่ใช้ในการศึกษา

1.7.1 อัตตสหสัมพันธ์ (Autocorrelation) หมายถึง ตัวแปรสุ่ม ε ที่มีความสัมพันธ์กันหรือมีความแปรปรวนร่วมระหว่าง ε_i และ ε_j กล่าวคือ $Cov(\varepsilon_i, \varepsilon_j) \neq 0$ สำหรับบางค่า $i \neq j$

1.7.2 ค่าเฉลี่ยกำลังสองของความคลาดเคลื่อน (Mean Squared Error: MSE) หมายถึง ค่าวัดความถูกต้องของการพยากรณ์ที่วัดมาจากขนาดค่าความคลาดเคลื่อนของการพยากรณ์ ที่คำนวณได้จากผลรวมกำลังสองของค่าความคลาดเคลื่อน (ทรงศิริ แต้สมบัติ. 2549)

1.8 ประโยชน์ของการศึกษา

1.8.1 เป็นแนวทางในการเลือกวิธีการแก้ไขปัญหาอัตตสหสัมพันธ์ของความคลาดเคลื่อนอันดับที่หนึ่งในสมการถดถอยเชิงเส้นอย่างง่าย

1.8.2 ในกรณีที่ต้องการให้ค่าพยากรณ์ดีที่สุด ควรเลือกใช้วิธีการแก้ปัญหาอัตตสหสัมพันธ์ใด

บทที่ 2
ทฤษฎีและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

2.1 วิธีการตรวจสอบการเกิดปัญหาอัตตสหสัมพันธ์

วิธีตรวจสอบการเกิดปัญหาอัตตสหสัมพันธ์มีหลายวิธี สำหรับงานวิจัยนี้เลือกใช้วิธีของเดอร์บินและวัตสัน (Durbin – Watson Test) เนื่องจากเป็นวิธีการทดสอบที่ใช้พิจารณาค่าความคลาดเคลื่อนจากการประมาณค่าพารามิเตอร์ด้วยวิธีกำลังสองน้อยที่สุด

วิธีการของเดอร์บินและวัตสัน (Durbin – Watson Test)

ซึ่งเสนอโดย J.Durbin และ G.S. Watson วิธีการทดสอบนี้มีข้อสมมติว่า ความคลาดเคลื่อนมีรูปแบบเป็น AR(1) หรือที่มีตัวแปรอิสระเป็นค่าคงที่ (fixed) การพิจารณาในแง่ที่ว่าพารามิเตอร์ ρ ในการวิเคราะห์การถดถอยเป็นศูนย์หรือไม่ ถ้า $\rho = 0$ จะได้ $\varepsilon_t = v_t$ ดังนั้นความคลาดเคลื่อน ε_t จะเป็นอิสระกัน เนื่องจาก v_t เป็นอิสระกัน โดยปกติมักจะพิจารณาทดสอบอัตตสหสัมพันธ์แบบบวก (Kunter, Michael H., Nachtsheim, Christopher J., Neter, John. 2004)

สมมติฐานการทดสอบ

$H_0 : \rho = 0$ (ความคลาดเคลื่อนไม่มีความสัมพันธ์กัน)

$H_1 : \rho > 0$ (ความคลาดเคลื่อนมีความสัมพันธ์กันแบบบวก)

สถิติสำหรับการทดสอบคือ

$$d = \frac{\sum_{t=2}^{n}(e_t - e_{t-1})^2}{\sum_{t=1}^{n} e_t^2}$$

โดยที่ e_t คือ เศษตกค้าง (residual) ที่ t หรือ $Y_t - \hat{Y}_t$, $t = 1,2,\ldots,n$

n คือ จำนวนค่าสังเกต

เกณฑ์การตัดสินใจ

เพื่อสรุปผลการทดสอบ โดยนำค่า d ไปเปรียบเทียบกับค่า $d_{L,\alpha}$ และ $d_{U,\alpha}$ ดังนี้

1. ถ้าค่า $d < d_{L,\alpha}$ จะปฏิเสธสมมติฐาน H_0 แสดงว่ามีอัตตสหสัมพันธ์ทางบวกเกิดขึ้นในความคลาดเคลื่อน

2. ถ้าค่า $d > d_{U,\alpha}$ ยอมรับสมมติฐาน H_0 แสดงว่าไม่มีอัตตสหสัมพันธ์กันเกิดขึ้นในค่าความคลาดเคลื่อน

3. ถ้าค่า $d_{L,\alpha} < d < d_{U,\alpha}$ ไม่สามารถสรุปได้

เมื่อ $d_{L,\alpha}$ และ $d_{U,\alpha}$ เป็นค่าวิกฤตที่ได้จากการเปิดตารางค่าสถิติเดอร์บินและวัตสัน ที่ระดับนัยสำคัญ α

2.2 วิธีการที่ใช้ในการแก้ปัญหาอัตตสหสัมพันธ์

วิธีการแก้ไขปัญหาอัตตสหสัมพันธ์เมื่อความคลาดเคลื่อนมีอัตตสหสัมพันธ์อันดับหนึ่ง (AR(1)) ในที่นี้จะใช้วิธีการแก้ปัญหาอัตตสหสัมพันธ์ 3 วิธี ดังนี้

2.2.1 วิธี Cochrane – Orcutt

วิธี Cochrane – Orcutt เป็นวิธีการหนึ่งสำหรับการแปลงข้อมูลเพื่อแก้ไขปัญหาการเกิดอัตตสหสัมพันธ์ของความคลาดเคลื่อน (Gujarati, Damodar N. 1995) มีวิธีการดำเนินงาน 4 ขั้นตอนดังนี้คือ

2.2.1.1 การประมาณค่า ρ

ความคลาดเคลื่อนแบบมีอัตตสหสัมพันธ์อันดับหนึ่ง(AR(1)) ในรูปแบบการถดถอย $Y_t = \beta_0 + \beta_1 X_t + \varepsilon_t$ สามารถพิจารณาให้อยู่ในรูปของสมการถดถอยเชิงเส้นอย่างง่าย

$$\varepsilon_t = \rho \varepsilon_{t-1} + v_t \tag{2.1}$$

เมื่อ ε_t เป็นตัวแปรตาม ε_{t-1} เป็นตัวแปรอิสระ v_t เป็นความคลาดเคลื่อน และมี ρ เป็นความชันของเส้นตรง เนื่องจากไม่ทราบค่า ε_t และ ε_{t-1} จึงใช้เศษตกค้าง e_t และ e_{t-1} แทน เป็นตัวแปรตามและตัวแปรอิสระ ตามลำดับ เมื่อ $e_t = Y_t - \hat{Y}_t$ โดย $\hat{Y}_t = b_0 + b_1 X_t$ ซึ่งได้จากการประมาณโดยวิธีกำลังสองน้อยที่สุด (Ordinary Least Squares: OLS) เราสามารถประมาณค่าความชัน $\hat{\rho}$ จากสูตร

$$\hat{\rho} = \frac{\sum_{t=2}^{n} e_t e_{t-1}}{\sum_{t=2}^{n} e_{t-1}^2} \tag{2.2}$$

2.2.1.2 การสร้างสมการถดถอยจากข้อมูลที่แปลงแล้ว

จากสมการถดถอยเชิงเส้นอย่างง่าย

$$Y_t = \beta_0 + \beta_1 X_t + \varepsilon_t \tag{2.3}$$

ถ้าสมการนี้เป็นจริงที่เวลา t แล้ว จะเป็นจริงที่เวลา t-1 ดังนั้น

$$Y_{t\text{-}1} = \beta_0 + \beta_1 X_{t\text{-}1} + \varepsilon_{t\text{-}1} \tag{2.4}$$

คูณ (2.4) ด้วย ρ ทั้งสองข้าง จะได้

$$\rho Y_{t\text{-}1} = \rho\beta_0 + \rho\beta_1 X_{t\text{-}1} + \rho\varepsilon_{t\text{-}1} \tag{2.5}$$

ลบ (2.3) ด้วย (2.5) จะได้

$$Y_t - \rho Y_{t\text{-}1} = \beta_0(1-\rho) + \beta_1 X_t - \rho\beta_1 X_{t\text{-}1} + (\varepsilon_t - \rho\varepsilon_{t\text{-}1})$$

จาก $\varepsilon_t = \rho\varepsilon_{t-1} + v_t$ จะได้

$$Y_t - \rho Y_{t\text{-}1} = \beta_0(1-\rho) + \beta_1(X_t - \rho X_{t\text{-}1}) + v_t \tag{2.6}$$

เราสามารถเขียน (2.6) เป็น

$$Y_t' = \beta_0' + \beta_1' X_t' + v_t$$

เมื่อ $\beta_0' = \beta_0(1-\rho)$, $\beta_1' = \beta_1$, $Y_t' = (Y_t - \rho Y_{t\text{-}1})$ และ $X_t' = (X_t - \rho X_{t\text{-}1})$

ใช้ตัวประมาณค่า $\hat{\rho}$ ที่คำนวณได้จากสูตร (2.2) แปลงข้อมูลตัวแปรได้ Y_t' และ X_t' ตามสูตรดังนี้

$$Y_t' = Y_t - \hat{\rho} Y_{t-1} \tag{2.7ก}$$

$$X_t' = X_t - \hat{\rho} X_{t-1} \tag{2.7ข}$$

เมื่อแปลงข้อมูลแล้วนำข้อมูลเหล่านี้ไปสร้างสมการถดถอย โดยวิธีกำลังสองน้อยที่สุด จะได้สมการถดถอยคือ

$$\hat{Y}_t' = b_0' + b_1' X_t' \tag{2.8}$$

2.2.1.3 คำนวณค่าเศษตกค้างจากสมการถดถอยที่สร้างขึ้นจากข้อมูลที่แปลงแล้ว โดย $e_t = Y_t' - \hat{Y}_t'$ และนำมาทำการตรวจสอบค่าความคลาดเคลื่อนว่า มีอัตตสหสัมพันธ์หรือไม่ โดยใช้สถิติทดสอบเดอร์บิน – วัตสัน

2.2.1.4 ทำการแปลงสมการ $\hat{Y}_t' = b_0' + b_1' X_t'$ กลับไปเป็นสมการ $\hat{Y}_t = b_0 + b_1 X_t$ โดย $b_0 = \dfrac{b_0'}{1-\hat{\rho}}$ และ $b_1 = b_1'$

- ถ้าทดสอบแล้วพบว่าค่าคลาดเคลื่อนมีอัตตสหสัมพันธ์ ทำการประมาณค่า $\hat{\rho}$ ใหม่ตามขั้นตอน 2.2.1.1 – 2.2.1.4
- ถ้าทดสอบแล้วพบว่าค่าความคลาดเคลื่อนไม่มีอัตตสหสัมพันธ์ ก็จะสิ้นสุดวิธี

2.2.2 วิธี Prais – Winsten

จากวิธี Cochrane – Orcutt จะใช้การแปลงรูปข้อมูล ซึ่งผลจากการแปลงรูปทำให้จำนวนของค่าสังเกตลดลงจาก n เหลือ n-1 แม้ว่าผลจากจำนวนค่าสังเกตที่ลดลงจะไม่ส่งผลกระทบในกรณีที่มีตัวอย่างขนาดใหญ่ แต่อาจจะส่งผลต่อการประมาณค่าสำหรับตัวอย่างขนาดเล็กได้ เพรสและวินสเทน (Prais and Winsten 1954,quoted in Park and Mitchell 1980: 188) ได้เสนอให้ทำการแปลงรูปค่าสังเกตคู่แรกของตัวแปรตามและตัวแปรอิสระเป็นดังนี้ (Gujarati, Damodar N. 1995)

$$Y_1' = \sqrt{1-\hat{\rho}^2}\, Y_1$$
$$X_1' = \sqrt{1-\hat{\rho}^2}\, X_1$$

และสำหรับ $Y_t' = Y_t - \hat{\rho} Y_{t-1}$ และ $X_t' = X_t - \hat{\rho} X_{t-1}$ เมื่อ $t = 2,\ldots,n$ ค่าประมาณของ $\hat{\rho}$ สำหรับวิธี Prais – Winsten มีวิธีการคำนวณและขั้นตอนการแปลงเหมือนกับวิธี Cochrane – Orcutt แต่แตกต่างกันที่การถ่วงน้ำหนัก ค่าสังเกตคู่แรกด้วย $\sqrt{1-\hat{\rho}^2}$

2.2.3 วิธี Hildreth – Lu

2.2.3.1 หาค่า $\hat{\rho}$ ที่ทำให้ผลบวกกำลังสองของความคลาดเคลื่อน (SSE) มีค่าน้อยที่สุด(Ramanathan, Ramu. 1995)

2.2.3.2 แปลงข้อมูลตัวแปรได้ Y_t' และ X_t' ตามสมการ (2.7ก) และ (2.7ข)

2.2.3.3 นำข้อมูลที่แปลงแล้วไปสร้างสมการถดถอย โดยวิธีกำลังสองน้อยที่สุด จะได้สมการ (2.8)

2.2.3.4 คำนวณค่าเศษตกค้างจากสมการถดถอยที่สร้างขึ้นจากข้อมูลที่แปลงแล้ว โดย $e_t = Y_t' - \hat{Y}_t'$ และนำมาทำการตรวจสอบค่าความคลาดเคลื่อนว่า มีอัตตสหสัมพันธ์หรือไม่ โดยใช้สถิติทดสอบเดอร์บิน – วัตสัน

2.2.3.5 ทำการแปลงสมการ $\hat{Y}_t' = b_0' + b_1' X_t'$ กลับไปเป็นสมการ $\hat{Y}_t = b_0 + b_1 X_t$ โดย $b_0 = \dfrac{b_0'}{1-\hat{\rho}}$ และ $b_1 = b_1'$

- ถ้าทดสอบแล้วพบว่าค่าคลาดเคลื่อนมีอัตตสหสัมพันธ์ ทำการประมาณค่า $\hat{\rho}$ ใหม่
- ถ้าทดสอบแล้วพบว่าค่าความคลาดเคลื่อนไม่มีอัตตสหสัมพันธ์ ก็จะสิ้นสุดวิธี

2.3 วิธีกำลังสองน้อยที่สุด (Ordinary Least Squares: OLS)

วิธีกำลังสองน้อยที่สุด เป็นเทคนิคหาค่าประมาณพารามิเตอร์ของสมการถดถอยที่ให้คุณสมบัติ 3 ประการ คือ มีความเป็นเส้นตรง (linear) เป็นตัวประมาณค่าที่ไม่เอนเอียง (unbiased estimator) และมีความแปรปรวนต่ำที่สุด (minimum variance) ในตัวประมาณค่าที่ไม่เอนเอียงอื่นๆ (วิรัชช พานิชวงศ์. 2549) ดังนั้นจึงเป็นตัวประมาณค่าที่มีประสิทธิภาพ ซึ่งเรียกว่าเป็น BLUE (best linear unbiased estimator) แต่รูปแบบการถดถอย จะต้องเป็นไปตามข้อสมมติของ ε_t นั่นคือ (1) ε_t เป็นตัวแปรสุ่มที่มีการแจกแจงแบบปกติ (2) มีค่าเฉลี่ยเท่ากับศูนย์ $E(\varepsilon_t) = 0$ (3) ความแปรปรวนของความคลาดเคลื่อนมีค่าคงที่ $\sigma_{\varepsilon_t}^2 = \sigma^2$ (4) ε_i และ ε_j ไม่มีอัตตสหสัมพันธ์กัน (เป็นอิสระกัน) ทุกค่า i และ j เมื่อ $i \neq j$ นั่นคือ $Cov(\varepsilon_i, \varepsilon_j) = E(\varepsilon_i \varepsilon_j) = 0$

การประมาณค่าโดยวิธีกำลังสองน้อยที่สุดคือ การหาค่าประมาณของ β_0 และ β_1 ที่ทำให้ผลบวกกำลังสองของผลต่างระหว่างค่าสังเกต Y_t และ $\hat{Y}_t$ บนเส้นถดถอยมีค่าน้อยที่สุด

จากฟังก์ชันถดถอย

$$Y = \beta_0 + \beta_1 X_t + \varepsilon_t$$

เราสามารถประมาณค่าพารามิเตอร์ β_0 และ β_1 ได้โดยใช้ข้อมูลของตัวอย่าง ดังนี้

ให้สมการถดถอยเชิงเส้นอย่างง่ายของตัวอย่าง หรือ ที่จะประมาณ คือ

$$\hat{Y} = b_0 + b_1 X$$

เมื่อ $\hat{Y}$ คือ ค่าประมาณของ Y บนเส้นถดถอยเมื่อกำหนดค่า X

b_0 และ b_1 คือ ค่าประมาณของ β_0 และ β_1 ตามลำดับ

ผลต่างระหว่างค่าสังเกต Y_t และ $\hat{Y}_t$ เขียนแทนด้วย e_t เรียก เศษตกค้าง คือ

$$e_t = Y_t - \hat{Y}_t$$

เศษตกค้าง e_t สำหรับค่าสังเกตที่ t คือ ตัวประมาณค่าของความคลาดเคลื่อน ε_t เมื่อ

$$\varepsilon_t = Y_t - E(Y_t)$$

วิธีกำลังสองน้อยที่สุด คือ การหาค่า b_0 และ b_1 ที่ทำให้

$$\sum e_t^2 = \sum (Y_t - \hat{Y}_t)^2 = \sum (Y_t - b_0 - b_1 X_1)^2$$ มีค่าน้อยที่สุด

ให้ $Q = \sum (Y_t - b_0 - b_1 X_t)^2$

วิธีหาค่า b_0 และ b_1 ที่ทำให้ Q มีค่าน้อยที่สุด ทำได้โดยการหาอนุพันธ์ย่อยของ Q เทียบกับ b_0 และ b_1 แล้วให้ผลลัพธ์เท่ากับศูนย์

$$\frac{\partial Q}{\partial b_0} = -2\sum (Y_t - b_0 - b_1 X_t)$$
$$\frac{\partial Q}{\partial b_1} = -2\sum X_t (Y_t - b_0 - b_1 X_t)$$

ให้ $\dfrac{\partial Q}{\partial b_0} = 0$ และ $\dfrac{\partial Q}{\partial b_1} = 0$ จะได้

$$\sum (Y_t - b_0 - b_1 X_t) = 0$$
$$\sum X_t (Y_t - b_0 - b_1 X_t) = 0$$

จัดสมการใหม่ได้

$$nb_0 + b_1 \sum X_t = \sum Y_t$$
$$b_0 \sum X_t + b_1 \sum X_t^2 = \sum Y_t X_t \tag{2.9}$$

เราเรียกสมการ (2.9) ว่า สมการปกติ

เมื่อแก้สมการปกติ สามารถหาค่า b_0 และ b_1 ที่ทำให้ $\sum e_t^2$ มีค่าน้อยที่สุดได้จากสูตร

$$b_1 = \frac{\sum X_t Y_t - \dfrac{(\sum X_t)(\sum Y_t)}{n}}{\sum X_t^2 - \dfrac{(\sum X_t)^2}{n}} = \frac{\sum (X_t - \overline{X})(Y_t - \overline{Y})}{\sum (X_t - \overline{X})^2} \tag{2.10}$$

และ $\quad b_0 = \overline{Y} - b_1 \overline{X} \quad$ (2.11)

เมื่อ $\quad \overline{X} = \dfrac{\sum X_t}{n} \quad$ และ $\quad \overline{Y} = \dfrac{\sum Y_t}{n}$

เพื่อความสะดวกอาจให้

$$SS_{XY} = \sum (X_t - \overline{X})(Y_t - \overline{Y}) = \sum X_t Y_t - \frac{(\sum X_t)(\sum Y_t)}{n} = \sum X_t Y_t - n\overline{X}\overline{Y}$$

$$SS_{XX} = \sum (X_t - \overline{X})^2 = \sum X_t^2 - \frac{(\sum X_t)^2}{n} = \sum X_t^2 - n\overline{X}^2$$

$$SS_{YY} = \sum (Y_t - \overline{Y})^2 = \sum Y_t^2 - \frac{(\sum Y_t)^2}{n} = \sum Y_t^2 - n\overline{Y}^2$$

จะได้

$$b_1 = \frac{SS_{XY}}{SS_{XX}}$$

แทนค่า $b_0 = \overline{Y} - b_1\overline{X}$ ในสมการ $\hat{Y} = b_0 + b_1 X_t$ จะได้สมการถดถอยในรูป

$$\hat{Y} = \overline{Y} - b_1\overline{X} + b_1 X_t = \overline{Y} + b_1(X_t - \overline{X})$$

2.4 คุณสมบัติของความคลาดเคลื่อน

จากนิยามอัตตสหสัมพันธ์อันดับหนึ่ง (first - order autoregressive) ของความคลาดเคลื่อน ε_t

$$\varepsilon_t = \rho\varepsilon_{t-1} + v_t$$

ซึ่งเปลี่ยนแปลงไปตามเวลา t ณ เวลา t-1 จะได้ $\varepsilon_{t-1} = \rho\varepsilon_{t-2} + v_{t-1}$ เมื่อแทนค่าในสมการข้างต้นจะได้

$$\varepsilon_t = \rho(\rho\varepsilon_{t-2} + v_{t-1}) + v_t = \rho^2\varepsilon_{t-2} + \rho v_{t-1} + v_t$$

แทน ε_{t-2} ด้วย $\rho\varepsilon_{t-3} + v_{t-2}$ จะได้

$$\varepsilon_t = \rho^3\varepsilon_{t-3} + \rho^2 v_{t-2} + \rho v_{t-1} + v_t$$

ทำต่อไปเรื่อยๆ จะได้

$$\varepsilon_t = \sum_{s=0}^{\infty} \rho^S v_{t-S} \qquad (2.12)$$

ดังนั้น ε_t ในช่วงเวลา t คือ การรวมเชิงเส้น (linear combination) ของเทอมในปัจจุบันและความคลาดเคลื่อนของช่วงเวลาก่อน เมื่อ $-1 < \rho < 1$ (2.12) จะชี้ให้เห็นว่าเมื่อเวลาในอดีตยิ่งห่างไกล น้ำหนักของความคลาดเคลื่อน ε_t จะยิ่งเล็กลง

ค่าเฉลี่ยและความแปรปรวนของ ε_t สำหรับอัตตสหสัมพันธ์อันดับที่หนึ่ง ของรูปแบบ (2.1) คือ

$$E(\varepsilon_t) = 0 \qquad (2.13)$$

$$v(\varepsilon_t) = \frac{\sigma^2}{1-\rho^2} \qquad (2.14)$$

แสดงว่า ε_t มีค่าเฉลี่ยเป็นศูนย์และค่าความแปรปรวนคงที่ เช่นเดียวกับรูปแบบการถดถอยที่ความคลาดเคลื่อนไม่มีความสัมพันธ์กัน สิ่งที่แตกต่างจากรูปแบบการถดถอย คือ ความคลาดเคลื่อนสำหรับรูปแบบ (2.1) มีความสัมพันธ์กัน

ความแปรปรวนร่วม (covariance) ระหว่าง ε_t และ ε_{t-1} คือ

$$Cov(\varepsilon_t, \varepsilon_{t-1}) = \rho\left(\frac{\sigma^2}{1-\rho^2}\right) \tag{2.15}$$

เมื่อ ρ คือ สัมประสิทธิ์อัตตสหสัมพันธ์ระหว่าง ε_t และ ε_{t-1} เขียนแทนด้วย $\rho(\varepsilon_t, \varepsilon_{t-1})$ คือ

$$\rho(\varepsilon_t, \varepsilon_{t-1}) = \frac{\rho(\varepsilon_t, \varepsilon_{t-1})}{\rho(\varepsilon_t)\rho(\varepsilon_{t-1})} \tag{2.16}$$

เนื่องจากความแปรปรวนของแต่ละเทอมตามสมการ (2.16) เท่ากับ $\sigma^2/(1-\rho^2)$ จะได้สัมประสิทธิ์อัตตสหสัมพันธ์ คือ

$$\rho(\varepsilon_t, \varepsilon_{t-1}) = \frac{\rho\left(\frac{\sigma^2}{1-\rho^2}\right)}{\sqrt{\frac{\sigma^2}{1-\rho^2}}\sqrt{\frac{\sigma^2}{1-\rho^2}}} = \rho \tag{2.17}$$

ความแปรปรวนร่วม ระหว่าง ε_t ที่ห่างกัน S ช่วง คือ

$$Cov(\varepsilon_t, \varepsilon_{t-S}) = \rho^S\left(\frac{\sigma^2}{1-\rho^2}\right),\ S \neq 0 \tag{2.18}$$

และสัมประสิทธิ์อัตตสหสัมพันธ์ระหว่าง ε_t และ ε_{t-S} คือ

$$\rho(\varepsilon_t, \varepsilon_{t-S}) = \rho^S,\ S \neq 0 \tag{2.19}$$

ดังนั้นเมื่อ ρ มีค่าไม่เท่ากับ 0 แสดงว่าความคลาดเคลื่อนทั้งหมดจะมีความสัมพันธ์กัน แต่ถ้าช่วงเวลายิ่งห่างกันมากขึ้นความสัมพันธ์ของความคลาดเคลื่อนจะยิ่งลดน้อยลง จนกระทั่งเมื่อ $\rho = 0$ คือ ความคลาดเคลื่อนเป็นอิสระกัน

2.5 การทดสอบการแจกแจงแบบปกติของค่าความคลาดเคลื่อน

โดยงานวิจัยนี้ใช้วิธี Shapiro และ Wilk เป็นวิธีทดสอบการแจกแจงแบบปกติของค่าความคลาดเคลื่อน วิธีนี้จะใช้กับข้อมูลที่มีขนาด (n) ไม่เกิน 50 ที่ไม่กำหนดค่า μ และ σ^2 ในสมมติฐานหลัก (ทรงศิริ แต้สมบัติ. 2548)

สถิติสำหรับการทดสอบ คือ

$$W = \frac{\left(\sum_{i=1}^{k} a_i (X_{(n-i+1)} - X_{(i)})\right)^2}{\sum_{i=1}^{n} (X_{(i)} - \bar{X})^2}$$

เมื่อ	$\bar{X}$	คือ	ค่าเฉลี่ย
	$X_{(i)}$	คือ	ค่าสังเกตลำดับที่ i
	$a_i,\ldots,a_k$	คือ	ค่าสัมประสิทธิ์ a_i สำหรับการทดสอบ Shapiro และ Wilk

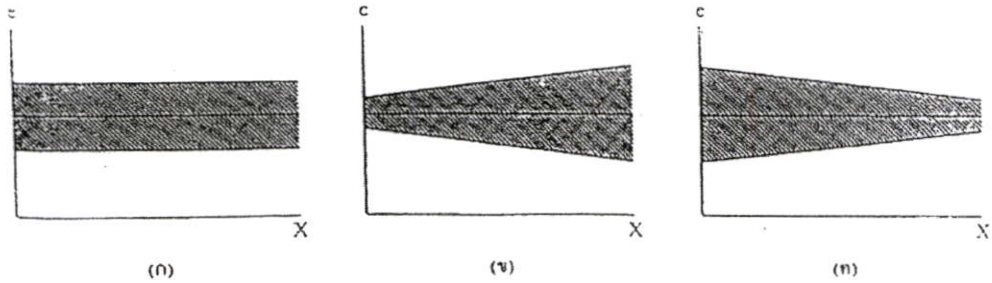
ซึ่ง k เท่ากับ $n/2$ เมื่อ n เป็นเลขคู่และเท่ากับ $(n-1)/2$ เมื่อ n เป็นเลขคี่

ตัวสถิติทดสอบ W เป็นกำลังสองของค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ระหว่าง $X_{(i)}$ และ a_i ซึ่ง a_i เป็นค่าลำดับที่ i จากประชากรที่มีการแจกแจงแบบปกติดังนั้น ตัวสถิติทดสอบ W จะมีค่าเข้าใกล้ 1 เมื่อมีการแจกแจงแบบปกติ และมีค่าเข้าใกล้ 0 เมื่อไม่มีการแจกแจงแบบปกติ ที่ระดับนัยสำคัญ α จะปฏิเสธสมมติฐานที่ว่า ประชากรมีการแจกแจงแบบปกติ เมื่อ $W \le W_{\alpha,n}$ ซึ่ง $W_{\alpha,n}$ ได้จากตาราง Shapiro และ Wilk

2.6 การทดสอบความแปรปรวนของค่าความคลาดเคลื่อนมีค่าคงที่

กรณีที่ความแปรปรวนของค่าคลาดเคลื่อนไม่คงที่ นั่นคือ $V(\varepsilon_t) = \sigma_t^2$ สำหรับ $t = 1,2,\ldots,n$ ช่วงความเชื่อมั่นและการทดสอบที่กล่าวถึงข้างต้นจะไม่ถูกต้อง เนื่องจากช่วงความเชื่อมั่นและการทดสอบทำภายใต้ข้อสมมติว่าความแปรปรวนของค่าความคลาดเคลื่อนมีค่าคงที่ ดังนั้นก่อนการวิเคราะห์การถดถอยควรตรวจสอบความแปรปรวนของค่าคลาดเคลื่อนว่ามีค่าคงที่หรือไม่ ซึ่งการตรวจสอบความแปรปรวนของค่าความคลาดเคลื่อน ทำได้โดยการพล๊อตค่าเศษตกค้าง (e_t) กับค่าประมาณ $\hat{Y}_t$ ถ้าความแปรปรวนของค่าความคลาดเคลื่อนคงที่ จะพบว่าจุดต่าง ๆ ในแผนภาพการกระจายเป็นแถบขนาน ดังแสดงในรูปที่ 2.1(ก) แต่ถ้าความแปรปรวนของค่า

ความคลาดเคลื่อนไม่คงที่ จะพบว่าจุดต่าง ๆ ในแผนภาพการกระจายเป็นรูปทรงอื่น ๆ ดังแสดงใน รูป 2.1(ข) และ 2.1(ค) (ทรงศิริ แต้สมบัติ. 2548)



รูปที่ 2.1 แสดงลักษณะของค่าความคลาดเคลื่อนกรณีที่ค่าความแปรปรวน
(ก) คงที่ (ข) เพิ่มขึ้น และ (ค) ลดลง

2.7 การตรวจสอบความเหมาะสมในการพยากรณ์

ในการวัดความแม่นยำในการพยากรณ์ จะใช้ค่าเฉลี่ยกำลังสองของความคลาดเคลื่อน (MSE) ซึ่งสามารถนิยามในเทอมของผลบวกกำลังสองของความคลาดเคลื่อน (SSE) ได้ดังนี้

$$MSE = \frac{SSE}{n}$$

$$SSE = \sum_{t=1}^{n} e_t^2$$

โดยที่ e_t คือ เศษตกค้าง ที่ t หรือ $Y_t - \hat{Y}_t$, $t = 1,2,\ldots,n$

n คือ ขนาดตัวอย่าง

2.8 กระบวนการผลิตตัวแปรสุ่ม

สำหรับการผลิตตัวแปรสุ่ม ซึ่งมีการแจกแจงที่กล่าวข้างต้น จะต้องอาศัยวิธีการในการผลิตตัวแปรสุ่มโดย Law, Averill M. (2007) ซึ่งได้เสนอวีธีการในการผลิตตัวแปรสุ่มดังนี้ (1) Inverse Transformation Method (2) Composition method (3) Convolution Method (4) Acceptance Rejection Method และ (5) Special Properties Method โดยแต่ละวิธีจะมีความเหมาะสมกับการแจกแจงและขนาดของค่าพารามิเตอร์ที่แตกต่างกัน ในที่นี้ผู้วิจัยเลือกใช้วิธี Inverse Transformation

Method มาใช้ในการผลิตตัวแปรสุ่มที่มีการแจกแจงแบบปกติ ซึ่งเป็นวิธีที่สะดวกและมีความเหมาะสม และง่ายต่อการเขียนโปรแกรมจำลองระบบ

วิธีในการผลิตตัวแปรสุ่มที่มีการแจกแจงแบบปกติ (Normal Distribution) ดังนี้

1. ผลิตตัวเลขสุ่ม u_i มาจำนวน n ตัว ;$0 < u_i < 1$
2. เมื่อ n มีขนาดใหญ่โดยทฤษฎีขีดจำกัดกลาง (Central Limit Theorem) $\sum_{i=1}^{n} u_i$ จะมีการแจกแจงใกล้เคียงการแจกแจงแบบปกติ จะได้ $\sum_{i=1}^{n} u_i \sim N\left(\frac{n}{2}, \frac{n}{12}\right)$
3. ให้ Z มีการแจกแจงแบบปกติมาตรฐาน

$$Z = \frac{\sum_{i=1}^{n} u_i - n/2}{\sqrt{n/12}}$$

$$Z = \frac{M - \mu_M}{\sigma_M} \quad ; M = \sum_{i=1}^{n} u_i$$

จะได้ $$M = Z\sigma_M + \mu_M$$

$$M = \left(\frac{\sum_{i=1}^{n} u_i - n/2}{\sqrt{n/12}} \right) \sigma_M + \mu_M$$

ทำการผลิตตัวแปรสุ่ม M ที่มีการแจกแจงแบบปกติที่มีค่าเฉลี่ย μ_M และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน σ_M

โดยกำหนดให้ $n = 12$ จะได้

$$M = \left(\sum_{i=1}^{12} u_i - 6 \right) \sigma_M + \mu_M$$

2.9 ผลงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

วีรนุช กิจสุขจิต (2534) ศึกษาเปรียบเทียบตัวสถิติทดสอบอัตตสหสัมพันธ์ตำแหน่งที่หนึ่งของความคลาดเคลื่อนในการวิเคราะห์ถดถอยเชิงเส้นอย่างง่าย 3 ตัว คือ สถิติทดสอบเดอร์บิน-วัตสัน สถิติทดสอบอัตราส่วนวอนนัวแมน และสถิติทดสอบเกียรี่ โดยศึกษาความสามารถในการควบคุมความผิดพลาดประเภทที่ 1 และอำนาจการทดสอบ ภายใต้เงื่อนไขของค่าอัตตสหสัมพันธ์ ขนาดตัวอย่าง รูปแบบของตัวแปรอิสระ และลักษณะการแจกแจงของความคลาดเคลื่อน ข้อมูลที่ใช้ในการวิจัยได้จากการทดลองด้วยเทคนิคมอนติคาร์โล จำนวน 1,000 ครั้ง สำหรับแต่ละสถานการณ์ ที่ระดับนัยสำคัญ 0.05 สรุปได้ว่า ความสามารถในการควบคุมความผิดพลาดประเภทที่ 1 ของตัวสถิติทดสอบ ตัวสถิติทดสอบอัตราส่วนวอนนัวแมน สามารถควบคุมความผิดพลาดประเภทที่ 1 ได้ทุกสถานการณ์ ส่วนอำนาจการทดสอบ เมื่อตัวอย่างขนาดใหญ่ (n = 50) ตัวสถิติทดสอบเดอร์บิน-วัตสันและตัวสถิติทดสอบอัตราส่วนวอนนัวแมน จะให้อำนาจการทดสอบใกล้เคียงกันหรือเท่ากันในทุกระดับค่าอัตตสหสัมพันธ์(0.1-0.9) ทุกรูปแบบของตัวแปรอิสระ และทุกรูปแบบการแจกแจงของความคลาดเคลื่อนสุ่ม เมื่อตัวอย่างมีขนาดกลาง (n = 30) ตัวสถิติทดสอบเดอร์บิน-วัตสันและตัวสถิติทดสอบอัตราส่วนวอนนัวแมนจะให้อำนาจการทดสอบใกล้เคียงกัน ในทุกระดับค่าอัตตสหสัมพันธ์(0.1-0.9) ทุกรูปแบบของตัวแปรอิสระ และทุกรูปแบบการแจกแจงของความคลาดเคลื่อนสุ่มแบบสมมาตร และตัวสถิติทดสอบอัตราส่วนวอนนัวแมนจะให้อำนาจการทดสอบสูงสุด เมื่อค่าอัตตสหสัมพันธ์อยู่ในระดับต่ำ (0.1-0.3) ทุกรูปแบบของตัวแปรอิสระ และทุกรูปแบบการแจกแจงของความคลาดเคลื่อนสุ่มเป็นแบบเบ้หรือหางยาว

รุ่งรวี จุลเจนวิทย์ (2538) ศึกษาวิธีการประมาณค่าพารามิเตอร์ เมื่อทราบและไม่ทราบข้อมูลเบื้องต้นเกี่ยวกับพารามิเตอร์ ในสมการถดถอยเชิงเส้นอย่างง่าย เมื่อความคลาดเคลื่อนมีอัตตสหสัมพันธ์ของวิธีการประมาณ 4 วิธี คือ วิธีกำลังสองน้อยที่สุด วิธี Prais – Winsten ตัวประมาณเบส์ และตัวพยากรณ์ผสม ทำการเปรียบเทียบภายใต้เงื่อนไขของค่าอัตตสหสัมพันธ์ ที่ระดับ 0.2,0.4,0.6,0.8,0.9 และ 0.95 ขนาดตัวอย่างที่ศึกษาเท่ากับ 15,30,50 และ 70 และรูปแบบของตัวแปรอิสระ 4 รูปแบบ คือ รูปแบบเส้นตรงตามเวลา รูปแบบแนวโน้มไม่คงที่ รูปแบบแนวโน้มตามคาบเวลาและ รูปแบบอัตตสหสัมพันธ์อันดับหนึ่ง ข้อมูลที่ใช้ในการวิจัยได้จากการทดลองด้วยเทคนิคมอนติคาร์โล จำนวน 300 ครั้ง ในแต่ละสถานการณ์ เพื่อคำนวณค่าเฉลี่ยของความคลาดเคลื่อนกำลังสองของการพยากรณ์ (MSFE) ผลที่ได้ คือ กรณีอัตตสหสัมพันธ์ระดับต่ำ (0.2) ในทุกขนาดตัวอย่างและทุกรูปแบบตัวแปรอิสระ วิธี Prais – Winsten และวิธีกำลังสองน้อยที่สุด จะให้ค่าเฉลี่ยของความคลาดเคลื่อนกำลังสองของการพยากรณ์อยู่ในระดับใกล้เคียงกัน ส่วนตัวประมาณเบส์ และตัวพยากรณ์ผสม จะให้ค่าเฉลี่ยของความคลาดเคลื่อนกำลังสองของการพยากรณ์สูงขึ้นตามลำดับ กรณีอัตตสหสัมพันธ์ระดับกลาง (0.4 และ 0.6) ในทุกรูปแบบตัวแปรอิสระ ตัว

พยากรณ์ผสม จะให้ค่าเฉลี่ยของความคลาดเคลื่อนกำลังสองของการพยากรณ์ต่ำสุดเมื่อขนาดตัวอย่างมีขนาดเล็ก ขณะที่วิธี Prais – Winsten จะให้ค่าเฉลี่ยของความคลาดเคลื่อนกำลังสองของการพยากรณ์ต่ำสุดเมื่อขนาดตัวอย่างมีขนาดใหญ่ สำหรับตัวประมาณเบส์และวิธีกำลังสองน้อยที่สุด ให้ค่าเฉลี่ยของความคลาดเคลื่อนกำลังสองของการพยากรณ์สูงขึ้นตามลำดับ กรณีอัตตสหสัมพันธ์ระดับสูง (0.8) ในทุกขนาดตัวอย่างและทุกรูปแบบตัวแปรอิสระ ตัวพยากรณ์ผสม จะให้ค่าเฉลี่ยของความคลาดเคลื่อนกำลังสองของการพยากรณ์ต่ำสุด สำหรับตัวประมาณเบส์และวิธี Prais – Winsten จะให้ค่าเฉลี่ยของความคลาดเคลื่อนกำลังสองของการพยากรณ์สูงใกล้เคียงกันและวิธีกำลังสองน้อยที่สุดจะให้ค่าสูงสุด ส่วนกรณีอัตตสหสัมพันธ์ระดับสูงมาก (0.9 และ 0.95) ในทุกขนาดตัวอย่างและทุกรูปแบบตัวแปรอิสระ ตัวประมาณเบส์ จะให้ค่าเฉลี่ยของความคลาดเคลื่อนกำลังสองของการพยากรณ์ต่ำสุด สำหรับตัวพยากรณ์ผสม วิธี Prais – Winsten และวิธีกำลังสองน้อยที่สุด จะให้ค่าเฉลี่ยของความคลาดเคลื่อนกำลังสองของการพยากรณ์สูงขึ้นตามลำดับ

ชุติมา ศรีศันสนีย (2543) ได้ศึกษาวิธีการแก้ปัญหาเมื่อความคลาดเคลื่อนมีอัตตสหสัมพันธ์อันดับที่ 1 ในการวิเคราะห์การถดถอยเชิงเส้นอย่างง่าย โดยทำการเปรียบเทียบความสามารถในการแก้ปัญหาอัตตสหสัมพันธ์ด้วยวิธีการต่าง ๆ 3 วิธีได้แก่ วิธีที่ 1 เป็นวิธีการสร้างรูปแบบการถดถอยใหม่ด้วยการปรับค่า Y และ X ด้วยค่า Y และ X ที่อยู่ก่อนหน้า วิธีที่ 2 เป็นวิธีสร้างรูปแบบการถดถอยใหม่ด้วยเปอร์เซ็นต์การเปลี่ยนแปลงของ Y และ X และวิธีที่ 3 เป็นวิธีสร้างรูปแบบการถดถอยใหม่ด้วยการปรับค่า Y ด้วยค่า Y ที่อยู่ก่อนหน้า โดยขนาดตัวอย่างเท่ากับ 10, 20 และ 30 ระดับสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ เท่ากับ 0.1, 0.3,0.5,0.7 และ 0.9 ลักษณะของตัวแปรอิสระ 3 รูปแบบ ได้แก่ รูปแบบที่ 1 ตัวแปรอิสระมีความสัมพันธ์กับเวลาโดยตรง รูปแบบที่ 2 ตัวแปรอิสระมีความสัมพันธ์กับตัวแปรเวลาและค่าความคลาดเคลื่อน และรูปแบบที่ 3 ตัวแปรอิสระขึ้นอยู่กับตัวแปรอิสระก่อนหน้าและค่าคลาดเคลื่อน ข้อมูลที่ใช้ในการทดลองสร้างโดยเทคนิคมอนติคาร์โล รวม 54 กรณี แต่ละกรณีทำการทดลองจำนวน 2,000 ครั้ง ผลการวิจัยสรุปได้ว่า เมื่อลักษณะตัวแปรอิสระเป็นรูปแบบที่ 1 ที่ระดับสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ เท่ากับ 0.1, 0.5 และ 0.7 ขนาดตัวอย่างเท่ากับ 10 วิธีที่ 2 สามารถแก้ปัญหาได้ดีที่สุด รองลงมาคือวิธีที่ 3 และวิธีที่ 1 ขนาดตัวอย่างเท่ากับ 20 และ 50 วิธีที่ 2 สามารถแก้ปัญหาได้ดีที่สุด รองลงมาคือวิธีที่ 1 และวิธีที่ 3 และที่ระดับสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์เท่ากับ 0.3 และ 0.9 ทุกขนาดตัวอย่าง วิธีที่ 2 สามารถแก้ปัญหาได้ดีที่สุด รองลงมาคือวิธีที่ 1 และวิธีที่ 3 เมื่อลักษณะตัวแปรอิสระเป็นรูปแบบที่ 2 ที่ทุกระดับสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ ขนาดตัวอย่างเท่ากับ 10 วิธีที่ 2 สามารถแก้ปัญหาได้ดีที่สุด รองลงมาคือวิธีที่ 3 และวิธีที่ 1 ขนาดตัวอย่างเท่ากับ 20 และ 50 วิธีที่ 2 สามารถแก้ปัญหาได้ดีที่สุด รองลงมาคือวิธีที่ 1 และวิธีที่ 3 เมื่อลักษณะตัวแปรอิสระเป็นรูปแบบที่ 3 ที่ทุกระดับสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ ขนาดตัวอย่างเท่ากับ 10 และ 20 วิธีที่ 2 สามารถแก้ปัญหาได้ดีที่สุดรองลงมาคือวิธีที่ 3 และวิธีที่ 1 ขนาดตัวอย่างเท่ากับ 50 วิธีที่ 2 สามารถแก้ปัญหาได้ดีที่สุดรองลงมาคือวิธี ที่ 1 และวิธีที่ 3

โชติรส เทียนถาวร (2544) ได้ศึกษาเปรียบเทียบประสิทธิภาพของการประมาณพารามิเตอร์ของตัวแบบการถดถอยที่มีความคลาดเคลื่อนแบบอัตตสหสัมพันธ์ 3 วิธี คือ วิธี Cochrane-Orcutt วิธี Durbin และวิธี Prais – Winsten เปรียบเทียบอัตราการขจัดอัตตสหสัมพันธ์ของวีธีการทั้ง 3 ทั้งนี้ทำการศึกษาภายใต้เงื่อนไข 3 กรณี คือ สัมประสิทธิ์อัตตสหสัมพันธ์ (ρ) ที่มีหลายระดับ รูปแบบของตัวแปรอิสระ ที่แตกต่างกัน และขนาดตัวอย่าง 2 ขนาด คือ ขนาดเล็กและขนาดใหญ่ ข้อมูลที่ใช้ในการวิจัยสำหรับแต่ละเงื่อนไขที่กำหนด ได้จากการสร้างโดยเทคนิคมอนติคาร์โล โดยจำลองซ้ำ 2,000 ครั้งและทำการทดสอบการขจัดอัตตสหสัมพันธ์โดยใช้สถิติทดสอบเดอร์บิน-วัตสัน สรุปได้ว่า วิธี Prais – Winsten ให้ประสิทธิภาพสูงสุด $\rho \geq 0.2$ ในทุกรูปแบบของตัวแปรอิสระ และทั้งสองขนาดตัวอย่าง สำหรับการทดสอบการขจัดอัตตสหสัมพันธ์ ในทุกรูปแบบของตัวแปรอิสระกรณีขนาดตัวอย่างขนาดเล็ก วิธีประมาณทั้ง 3 มีอัตราการขจัดอัตตสหสัมพันธ์สูง คิดเป็นร้อยละ 90 ขึ้นไป และอัตราดังกล่าวจะเพิ่มสูงขึ้นในกรณีตัวอย่างขนาดใหญ่

อรจิรา คำหงส์สา (2547) ศึกษาการเปรียบเทียบวิธีการแก้ปัญหาอัตตสหสัมพันธ์ของความคลาดเคลื่อนที่มีสาเหตุมาจากธรรมชาติของข้อมูล ในการวิเคราะห์ถดถอยเชิงเส้นอย่างง่ายจากข้อมูลอนุกรมเวลาทางเศรษฐกิจที่สำคัญๆ เปรียบเทียบ 3 วิธี คือ วิธี Generalized differencing วิธี Durbin's Two-step และ วิธี Cochrane-Orcutt iteration และตรวจสอบความเหมาะสมของการพยากรณ์ที่ได้จากแต่ละวิธี โดยกำหนดขนาดตัวอย่างเท่ากับ 10,30 และ 50 ระดับอัตตสหสัมพันธ์ 3 ระดับ คือ ต่ำ กลาง และสูง แต่ละระดับอัตตสหสัมพันธ์จะสุ่มค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ (ρ) มาศึกษา 3 ค่า ข้อมูลที่ใช้ในการศึกษาสร้างโดยเทคนิคมอนติคาร์โลรวม 27 กรณี แต่ละกรณีทำการทดลองซ้ำ 1,000 ครั้ง โดยใช้การทดสอบของเดอร์บิน-วัตสัน ตรวจสอบว่าความคลาดเคลื่อนมีอัตตสหสัมพันธ์กันหรือไม่โดยเกณฑ์ที่ใช้ในการเปรียบเทียบความสามารถในการแก้ปัญหา คือ วิธีที่มีจำนวนชุดข้อมูลที่ยอมรับสมมติฐานหลัก H_0: $\rho = 0$ (ค่าความคลาดเคลื่อนไม่มีความสัมพันธ์กัน) มากที่สุดจะเป็นวิธีที่แก้ปัญหาอัตตสหสัมพันธ์ของความคลาดเคลื่อนที่ดีที่สุด ส่วนเกณฑ์ที่ใช้ในการเปรียบเทียบความเหมาะสมในการพยากรณ์ คือ การพิจารณาค่าเฉลี่ยกำลังสองของความคลาดเคลื่อน(MSE) วิธีใดที่มีค่า MSE ของการพยากรณ์โดยเฉลี่ยต่ำที่สุดจะเป็นวิธีที่เหมาะสมที่สุดในการพยากรณ์ สรุปได้ว่า ข้อมูลอนุกรมเวลาทางเศรษฐกิจที่สำคัญๆ ส่วนใหญ่เป็นข้อมูลที่มีอัตตสหสัมพันธ์ของความคลาดเคลื่อนอยู่ในระดับกลางถึงระดับสูง เมื่อขนาดตัวอย่างเท่ากับ 10 ความสามารถในการแก้ปัญหาทั้ง 3 วิธีไม่แตกต่างกัน เมื่อขนาดตัวอย่างเท่ากับ 30 และอัตตสหสัมพันธ์ของความคลาดเคลื่อนอยู่ในระดับต่ำ ความสามารถในการแก้ปัญหาทั้ง 3 วิธีไม่แตกต่างกัน เมื่ออัตตสหสัมพันธ์ของความคลาดเคลื่อนอยู่ในระดับสูง วิธี Generalized differencing และ วิธี Cochrane-Orcutt iteration แก้ปัญหาได้ดีที่สุด เมื่อขนาดตัวอย่างเท่ากับ 50 วิธี Generalized differencing และ วิธี Cochrane-Orcutt iteration เป็นวิธีที่แก้ปัญหาได้ดีที่สุดทุกระดับอัตตสหสัมพันธ์ เมื่อพิจารณาความเหมาะสมในการพยากรณ์ พบว่า วิธี Durbin's Two-stepเป็นวิธีที่

เหมาะสมที่สุดในการพยากรณ์สำหรับอัตตสหสัมพันธ์ระดับต่ำและกลาง และวิธี Cochrane-Orcutt iteration เป็นวิธีที่เหมาะสมที่สุดในการพยากรณ์สำหรับอัตตสหสัมพันธ์ระดับสูง

ปิยดา พฤกสวัสดิ์นนท์ (2548) ศึกษาเปรียบเทียบวิธีการประมาณค่าพารามิเตอร์ ในสมการถดถอยเชิงเส้นพหุคูณ ที่มีเทอมความคลาดเคลื่อนแบบออโตรีเกรซซีฟ อันดับที่ 1, 2 และ 3 โดยใช้วิธีการประมาณค่า 4 วิธี คือ วิธีกำลังสองน้อยที่สุด วิธี Cochrane-Orcutt วิธี Hildreth – Lu และวิธีผลต่างอันดับที่หนึ่ง เกณฑ์การเปรียบเทียบใช้ค่าเฉลี่ยกำลังสองของความคลาดเคลื่อนและค่าสัมประสิทธิ์การตัดสินใจ การเปรียบเทียบ การเปรียบเทียบกระทำภายใต้เงื่อนไขของค่าอัตตสหสัมพันธ์ ขนาดตัวอย่างและรูปแบบตัวแปรอิสระที่ไม่คงที่ ข้อมูลที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้ได้จากเทคนิคมอนติคาร์โลและทำการทดลองซ้ำ 1,000 ครั้ง ในแต่ละสถานการณ์ที่กำหนด พบว่า เมื่อความคลาดเคลื่อนเกิดอัตตสหสัมพันธ์อันดับที่หนึ่ง (AR(1)) สำหรับทุกขนาดตัวอย่าง ที่ค่าอัตตสหสัมพันธ์ 0.1 ถึง 0.7 วิธี Hildreth – Lu จะให้ค่าเฉลี่ยกำลังสองของความคลาดเคลื่อนต่ำที่สุด ส่วนที่ค่าอัตตสหสัมพันธ์ 0.9 วิธีผลต่างอันดับที่หนึ่งจะให้ค่าเฉลี่ยกำลังสองของความคลาดเคลื่อนใกล้เคียงกับวิธี Hildreth – Lu เมื่อค่าความคลาดเคลื่อนเกิดอัตตสหสัมพันธ์อันดับที่สอง (AR(2)) สำหรับตัวอย่างขนาดเล็ก วิธี Hildreth – Lu จะให้ค่าเฉลี่ยกำลังสองของความคลาดเคลื่อนต่ำที่สุดทุกค่าอัตตสหสัมพันธ์ ส่วนตัวอย่างขนาด 40 ที่อัตตสหสัมพันธ์ระดับต่ำ วิธี Cochrane-Orcutt จะให้ค่าเฉลี่ยกำลังสองของความคลาดเคลื่อนต่ำที่สุด แต่เมื่ออัตตสหสัมพันธ์อยู่ในระดับปานกลางและสูง วิธี Hildreth – Lu จะให้ค่าเฉลี่ยกำลังสองของความคลาดเคลื่อนต่ำที่สุด และสำหรับขนาดตัวอย่าง 60 วิธี Cochrane-Orcutt จะให้ค่าเฉลี่ยกำลังสองของความคลาดเคลื่อนต่ำที่สุด เมื่อค่าความคลาดเคลื่อนเกิดอัตตสหสัมพันธ์อันดับที่สาม (AR(3)) สำหรับตัวอย่างขนาดเล็ก วิธี Hildreth – Lu จะให้ค่าเฉลี่ยกำลังสองของความคลาดเคลื่อนต่ำที่สุด ทุกค่าอัตตสหสัมพันธ์ และสำหรับตัวอย่างขนาดใหญ่ วิธี Cochrane-Orcutt จะให้ค่าเฉลี่ยกำลังสองของความคลาดเคลื่อนต่ำที่สุด ทุกค่าอัตตสหสัมพันธ์ นอกจากนี้ ค่าเฉลี่ยกำลังสองของความคลาดเคลื่อนของวิธีกำลังสองน้อยที่สุด วิธี Cochrane-Orcutt และวิธี Hildreth – Lu จะแปรผันตามค่าอัตตสหสัมพันธ์และขนาดตัวอย่าง ส่วนค่าสัมประสิทธิ์การตัดสินใจจะแปรผันกับค่าอัตตสหสัมพันธ์ แต่จะแปรผันตามขนาดตัวอย่าง ส่วนวิธีผลต่างอันดับที่หนึ่งค่าเฉลี่ยกำลังสองของความคลาดเคลื่อนจะแปรผกผันกับค่าอัตตสหสัมพันธ์ แต่จะแปรผันตามขนาดตัวอย่าง

บทที่ 3

วิธีดำเนินการวิจัย

การวิจัยนี้เป็นการศึกษาโดยใช้เทคนิคการจำลองของมอนติคาร์โล (Monte Carlo Simulation Technique) ด้วยคอมพิวเตอร์โดยใช้โปรแกรม MATLAB ดังที่ได้กำหนดไว้ในขอบเขตของการศึกษา มีขั้นตอนในการวิจัยดังนี้

3.1 การเก็บรวบรวมข้อมูล

ข้อมูลในการวิจัยครั้งนี้แบ่งเป็น 2 ส่วน คือ

ส่วนที่ 1 ข้อมูลที่ได้จากการจำลอง ทำการสร้างข้อมูลที่มีอัตตสหสัมพันธ์ของความคลาดเคลื่อน 10 ระดับ คือ 0.1, 0.2, 0.3, 0.4, 0.5, 0.6, 0.7, 0.8, 0.9 และ 1.0 กำหนดขนาดตัวอย่าง 3 ขนาด คือ 10, 30 และ 100

ส่วนที่ 2 ข้อมูลที่นำมาใช้เป็นกรณีศึกษา เป็นข้อมูลทุติยภูมิ คือ ข้อมูลสินค้านำเข้าเป็นตัวแปรอิสระ และข้อมูลผลิตภัณฑ์มวลรวมภายในประเทศเป็นตัวแปรตาม (หน่วย : ล้านบาท) ซึ่งเก็บรวบรวมมาจากธนาคารแห่งประเทศไทย ตั้งแต่ปี พ.ศ. 2536 ถึง พ.ศ. 2550

3.2 การจำลองตัวแปรสุ่มที่มีการแจกแจงแบบปกติ

เราสามารถจำลองตัวแปรสุ่ม M ที่มีการแจกแจงแบบปกติที่มีค่าเฉลี่ย μ_M และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน σ_M ได้จากสมการ

$$M = \left(\sum_{i=1}^{12} u_i - 6 \right) \sigma_M + \mu_M$$

3.2.1 สร้างค่าความคลาดเคลื่อน (v_t) ที่ไม่มีอัตตสหสัมพันธ์ โดยที่ $v_t \sim N(0,1)$ จาก

$$v_t = \left(\sum_{i=1}^{12} u_i - 6 \right) \sigma_{v_t} + \mu_{v_t} \quad \text{เนื่องจาก } \mu_{v_t} = 0 \text{ และ } \sigma_{v_t} = 1$$

ดังนั้น

$$v_t = \sum_{i=1}^{12} u_i - 6$$

3.2.2 สร้างค่า X_t ที่มีการแจกแจงแบบปกติ มีค่าเฉลี่ยเท่ากับ 0 และความแปรปรวนเท่ากับ 1 ได้จากสมการ

$$X_t = \sum_{i=1}^{12} u_i - 6$$

3.3 การจำลองค่าความคลาดเคลื่อน (ε_t)

โดยกำหนดให้ v_t มีการแจกแจงแบบปกติ โดยมีค่าเฉลี่ยเท่ากับ 0 ความแปรปรวนเท่ากับ 1 ขั้นตอนการจำลอง ε_t มีดังนี้

3.3.1 กำหนดค่าเริ่มต้นของ $\varepsilon_0 = 0$

3.3.2 อัตตสหสัมพันธ์ของความคลาดเคลื่อน 10 ระดับ คือ 0.1, 0.2, 0.3, 0.4, 0.5, 0.6, 0.7, 0.8, 0.9 และ 1.0

3.3.3 จำลองค่า ε_t ; $t = 1,2,\ldots,n$ จากรูปแบบความสัมพันธ์ $\varepsilon_t = \rho\varepsilon_{t-1} + v_t$

$$\begin{aligned}
\varepsilon_1 &= \rho\varepsilon_0 + v_1 \\
\varepsilon_2 &= \rho\varepsilon_1 + v_2 \\
\vdots \quad & \quad \vdots \quad \vdots \\
\varepsilon_t &= \rho\varepsilon_{t-1} + v_t
\end{aligned}$$

3.4 การจำลองข้อมูล (X_t, Y_t)

โดยการจำลองค่า X_t ซึ่งเป็นตัวแปรอิสระมีการแจกแจงแบบปกติ มีค่าเฉลี่ยเท่ากับ 0 และความแปรปรวนเท่ากับ 1

เมื่อได้ค่า X_t แล้วนำค่าที่ได้มาสร้างข้อมูลคู่ลำดับ (X_t, Y_t) จากความสัมพันธ์เชิงเส้น ซึ่งจะได้ค่า Y_t ตามสมการนี้

$$Y_t = \beta_0 + \beta_1 X_t + \varepsilon_t \ , t = 1,2,\ldots,n \quad \text{เนื่องจาก } \beta_0 = 0 \text{ และ } \beta_1 = 1$$

ดังนั้น

$$Y_t = X_t + \varepsilon_t$$

โดย ε_t เป็นค่าความคลาดเคลื่อนที่มีอัตตสหสัมพันธ์ตามรูปแบบ $\varepsilon_t = \rho\varepsilon_{t-1} + v_t$

3.5 ขั้นตอนการดำเนินการวิจัย

ขั้นตอนการดำเนินการวิจัยแบ่งเป็น 5 ขั้นตอนหลักคือ

3.5.1 สร้างข้อมูลที่มีอัตตสหสัมพันธ์ของความคลาดเคลื่อนในระดับ (ρ = 0.1, 0.2, 0.3, 0.4, 0.5, 0.6, 0.7, 0.8, 0.9 และ 1.0) และขนาดตัวอย่าง(n = 10, 30 และ100) โดยใช้โปรแกรม MATLAB ตามขั้นตอนดังนี้

3.5.1.1 สร้างความคลาดเคลื่อน (ε_t) ที่มีอัตตสหสัมพันธ์อันดับหนึ่ง (AR(1)) โดยความสัมพันธ์

$$\varepsilon_t = \rho\varepsilon_{t-1} + v_t$$

โดยที่ ρ คือ สัมประสิทธิ์อัตตสหสัมพันธ์

t = 1, …, n

v_t คือ ค่าความคลาดเคลื่อนที่ไม่มีอัตตสหสัมพันธ์กัน $v_t \sim N(0,1)$

3.5.1.2 สร้างข้อมูล (X_t, Y_t) ให้มีความสัมพันธ์เชิงเส้นตรง เนื่องจาก $\beta_0 = 0$ และ $\beta_1 = 1$ จึงได้รูปแบบเป็น $Y_t = X_t + \varepsilon_t$

3.5.1.3 นำข้อมูลที่สร้างไปทดสอบด้วยสถิติทดสอบเดอร์บิน – วัตสัน

$$d = \frac{\sum_{t=2}^{n}(e_t - e_{t-1})^2}{\sum_{t=1}^{n} e_t^2}$$

โดยที่ e_t คือ เศษตกค้าง (residual) ที่ t หรือ $Y_t - \hat{Y}_t$, $t = 1,2,\ldots,n$

n คือ จำนวนค่าสังเกต

เกณฑ์การตัดสินใจเพื่อสรุปผลการทดสอบ โดยนำค่า d ไปเปรียบเทียบกับค่า $d_{L,\alpha}$ และ $d_{U,\alpha}$ ดังนี้

ถ้าค่า $d < d_{L,\alpha}$ แสดงว่ามีอัตตสหสัมพันธ์ทางบวกเกิดขึ้นในความคลาดเคลื่อน

ถ้าค่า $d > d_{U,\alpha}$ แสดงว่าไม่มีอัตตสหสัมพันธ์กันเกิดขึ้นในความคลาดเคลื่อน

ถ้าค่า $d_{L,\alpha} < d < d_{U,\alpha}$ ไม่สามารถสรุปได้ เมื่อ $d_{L,\alpha}$ และ $d_{U,\alpha}$ เป็นค่าวิกฤตที่ได้จากการเปิดตารางค่าสถิติเดอร์บินและวัตสัน ที่ระดับนัยสำคัญ α

- ถ้าทดสอบแล้วพบว่าไม่มีอัตตสหสัมพันธ์ของความคลาดเคลื่อน ให้กลับไปทำการจำลองข้อมูลตามขั้นตอนที่ 3.5.1.1 และ 3.5.1.2 ใหม่

- ถ้าทดสอบแล้วพบว่ามีอัตตสหสัมพันธ์ของความคลาดเคลื่อน ก็นำข้อมูลชุดนั้นไปแก้ปัญหาด้วยวิธีทั้ง 3 ตามขั้นตอนที่ 3.5.2

3.5.2 นำข้อมูลที่สร้างขึ้นมาแก้ปัญหาอัตตสหสัมพันธ์ของความคลาดเคลื่อนด้วยวิธีการแก้ปัญหา 3 วิธี ได้แก่

3.5.2.1 วิธี Cochrane – Orcutt มีขั้นตอนดังนี้

3.5.2.1.1 ทำการประมาณค่า $\hat{\rho}$ ด้วยวิธีกำลังสองน้อยที่สุด

$$\hat{\rho} = \frac{\sum_{t=2}^{n} e_t e_{t-1}}{\sum_{t=2}^{n} e_{t-1}^2}$$

3.5.2.1.2 ทำการแปลงข้อมูลใหม่เป็น

$$Y_t' = Y_t - \hat{\rho} Y_{t\text{-}1}$$
$$X_t' = X_t - \hat{\rho} X_{t\text{-}1}$$

3.5.2.1.3 สร้างสมการถดถอยโดยวิธีกำลังสองน้อยที่สุด จากข้อมูลของตัวแปรที่แปลงแล้ว ได้สมการ $\hat{Y}_t' = b_0' + b_1' X_t'$

3.5.2.1.4 คำนวณค่าเศษตกค้างจากสมการถดถอยที่สร้างขึ้นจากข้อมูลที่แปลงแล้ว โดย $e_t = Y_t' - \hat{Y}_t'$ และนำมาทำการตรวจสอบค่าความคลาดเคลื่อนว่ามีอัตตสหสัมพันธ์หรือไม่ โดยใช้สถิติทดสอบเดอร์บิน – วัตสัน

3.5.2.1.5 ทำการแปลงสมการ $\hat{Y}_t' = b_0' + b_1' X_t'$ กลับไปเป็นสมการ $\hat{Y}_t = b_0 + b_1 X_t$ โดย $b_0 = \dfrac{b_0'}{1 - \hat{\rho}}$ และ $b_1 = b_1'$

- ถ้าทดสอบแล้วพบว่าค่าคลาดเคลื่อนมีอัตตสหสัมพันธ์ ทำการประมาณค่า $\hat{\rho}$ ใหม่ ตามขั้นตอน 3.5.2.1.1 – 3.5.2.1.5

- ถ้าทดสอบแล้วพบว่าค่าความคลาดเคลื่อนไม่มีอัตตสหสัมพันธ์ ก็จะสิ้นสุดวิธี

3.5.2.2 วิธี Prais – Winsten ทำคล้ายกับวิธี Cochrane – Orcutt โดย

$$Y_1' = \sqrt{1-\hat{\rho}^2}\,Y_1 \quad \text{และ} \quad X_1' = \sqrt{1-\hat{\rho}^2}\,X_1 \quad \text{เมื่อ } t = 1$$

$$Y_t' = Y_t - \hat{\rho}Y_{t-1} \quad \text{และ} \quad X_t' = X_t - \hat{\rho}X_{t-1} \quad \text{เมื่อ } t = 2,\ldots,n$$

3.5.2.3 วิธี Hildreth – Lu ทำคล้ายกับวิธี Cochrane – Orcutt แต่เพิ่มเติมขั้นตอนการหาค่า $\hat{\rho}$ ที่ทำให้ผลบวกกำลังสองของความคลาดเคลื่อน (SSE) ที่มีค่าน้อยที่สุด โดยจะทำการแปลงข้อมูลเพียง 1 รอบเท่านั้น

3.5.3. เมื่อทดสอบค่าความคลาดเคลื่อนหลังจากทำการแก้ปัญหาอัตตสหสัมพันธ์ของแต่ละวิธี ในกรณีที่แก้ปัญหาอัตตสหสัมพันธ์ของความคลาดเคลื่อนได้ จะคำนวณค่าเฉลี่ยกำลังสองของความคลาดเคลื่อน (MSE) โดยสมการ

$$MSE = \frac{\sum_{t=1}^{n} e_t^2}{n}$$

วิธีใดที่มีค่าเฉลี่ยกำลังสองของความคลาดเคลื่อนของการพยากรณ์โดยเฉลี่ยต่ำที่สุด จะเป็นวิธีที่เหมาะสมที่สุดในการพยากรณ์

3.5.4. สรุปผลการวิจัยมีเกณฑ์การตัดสินใจ คือ การเปรียบเทียบวิธีการแก้ไขปัญหาอัตตสหสัมพันธ์ของความคลาดเคลื่อนอันดับที่หนึ่ง พิจารณาโดยวิธีใดที่มีจำนวนชุดข้อมูลที่ยอมรับสมมติฐานหลักมากที่สุด จะเป็นวิธีที่แก้ปัญหาอัตตสหสัมพันธ์ของความคลาดเคลื่อนที่ดีที่สุด

การเปรียบเทียบความเหมาะสมในการพยากรณ์ พิจารณาโดยใช้เกณฑ์ค่าเฉลี่ยกำลังสองของความคลาดเคลื่อน โดยวิธีใดที่มีค่าเฉลี่ยกำลังสองของความคลาดเคลื่อนของการพยากรณ์โดยเฉลี่ยต่ำที่สุดจะเป็นวิธีที่เหมาะสมที่สุดในการพยากรณ์

3.5.5. นำข้อมูลสินค้านำเข้า เป็นตัวแปรอิสระ และข้อมูลผลิตภัณฑ์มวลรวมภายในประเทศเป็นตัวแปรตาม (หน่วย : ล้านบาท) มาเป็นกรณีศึกษา ในการแก้ปัญหาด้วยวิธีทั้ง 3

3.6 ผังงานการดำเนินการ

ในการแก้ปัญหาอัตตสหสัมพันธ์ของความคลาดเคลื่อนโดยเทคนิคการจำลองแบบของมอนติคาร์โล สามารถสรุปได้ตามแผนผังดังต่อไปนี้

รูปที่ 3.1 ผังงานการแก้ปัญหาอัตตสหสัมพันธ์ของความคลาดเคลื่อนโดยใช้เทคนิคการจำลองแบบของมอนติคาร์โล

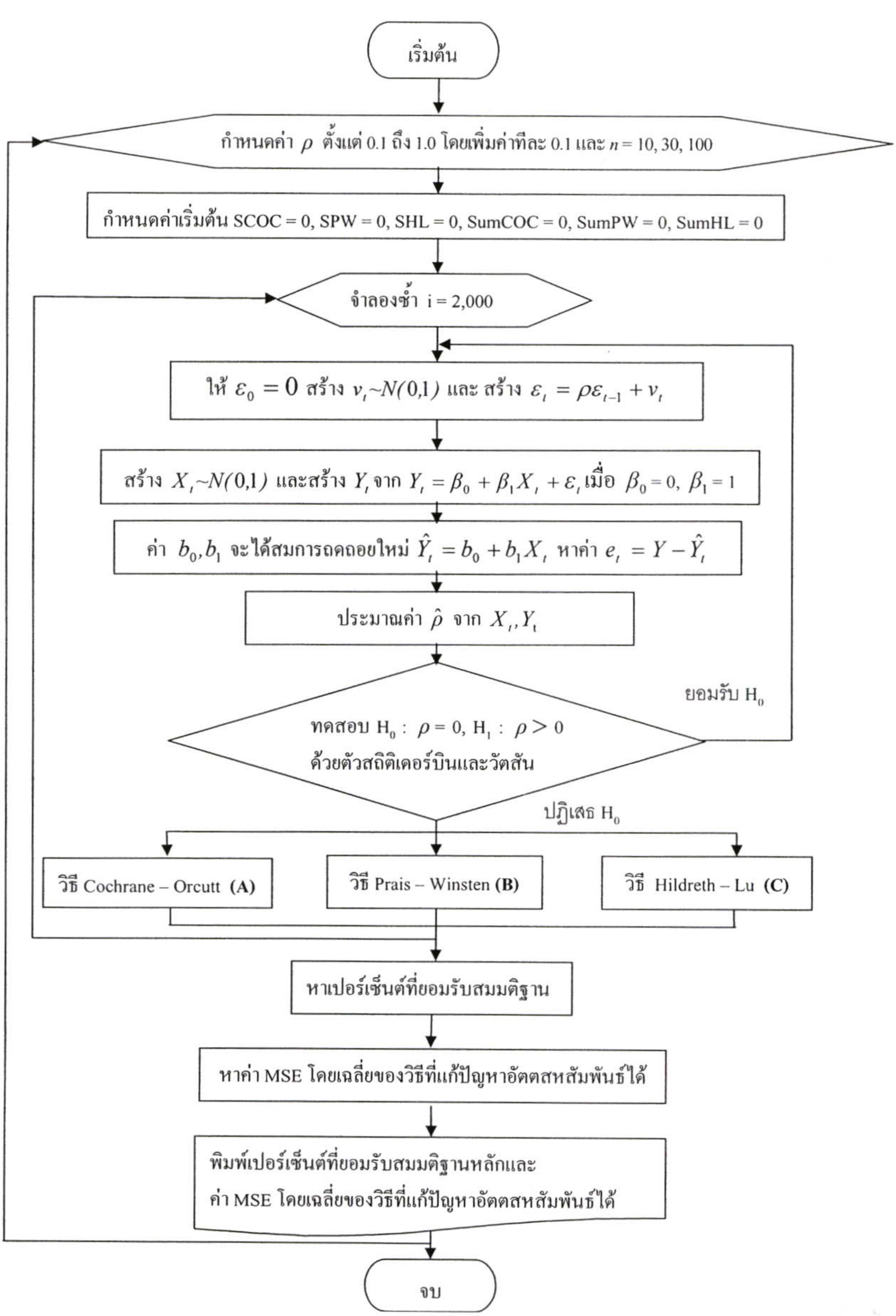
รูปที่ 3.2 ผังงานการแก้ปัญหาอัตตสหสัมพันธ์ของความคลาดเคลื่อนด้วยวิธี Cochrane – Orcutt

รูปที่ 3.3 ผังงานการแก้ปัญหาอัตตสหสัมพันธ์ของความคลาดเคลื่อนด้วยวิธี Prais – Winsten

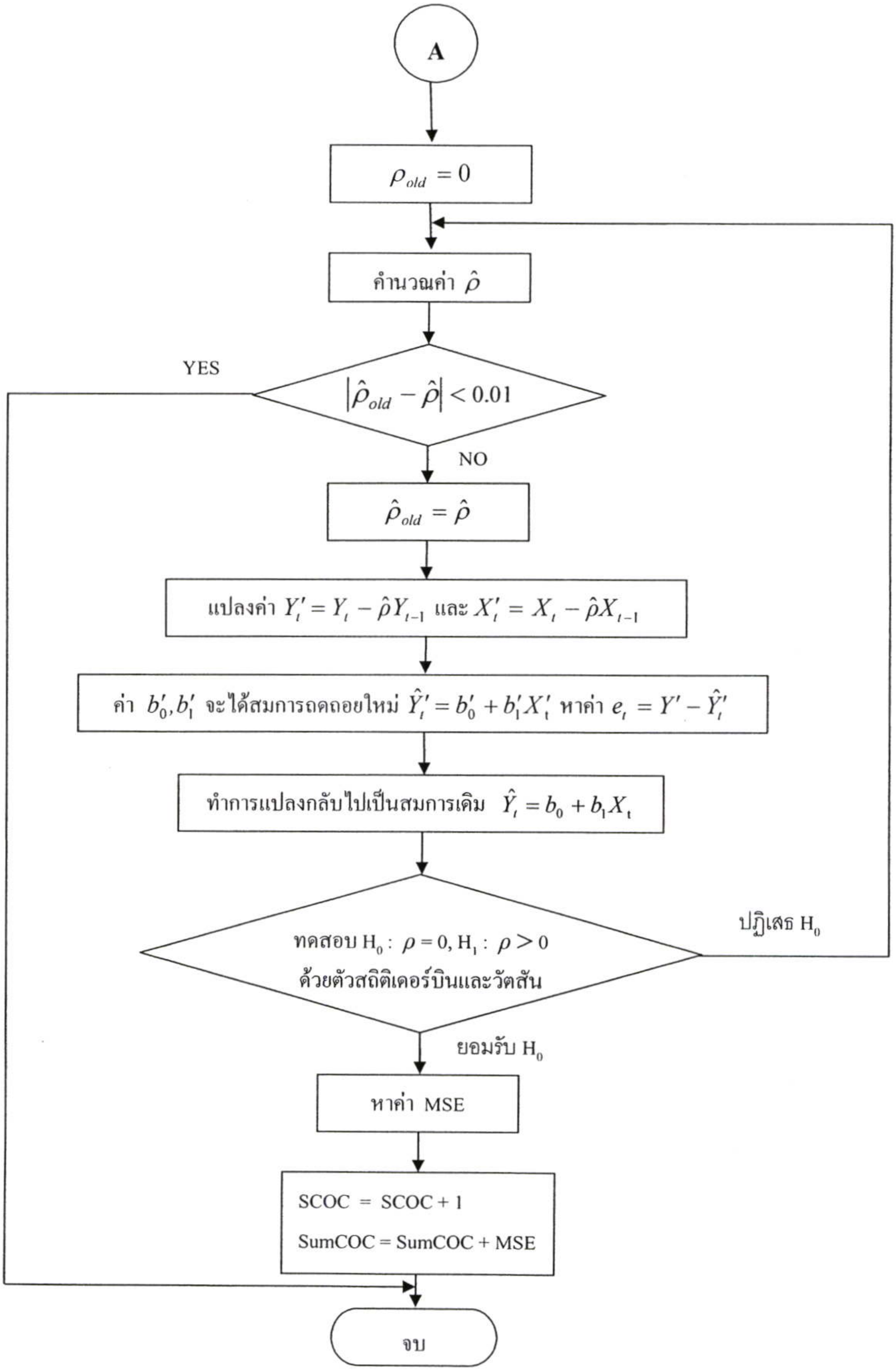
รูปที่ 3.4 ผังงานการแก้ปัญหาอัตตสหสัมพันธ์ของความคลาดเคลื่อนด้วยวิธี Hildreth – Lu

รูปที่ 3.5 ผังงานการคำนวณหาค่า $\hat{\rho}$ ที่ให้ค่า SSE ต่ำที่สุด ของวิธี Hildreth – Lu

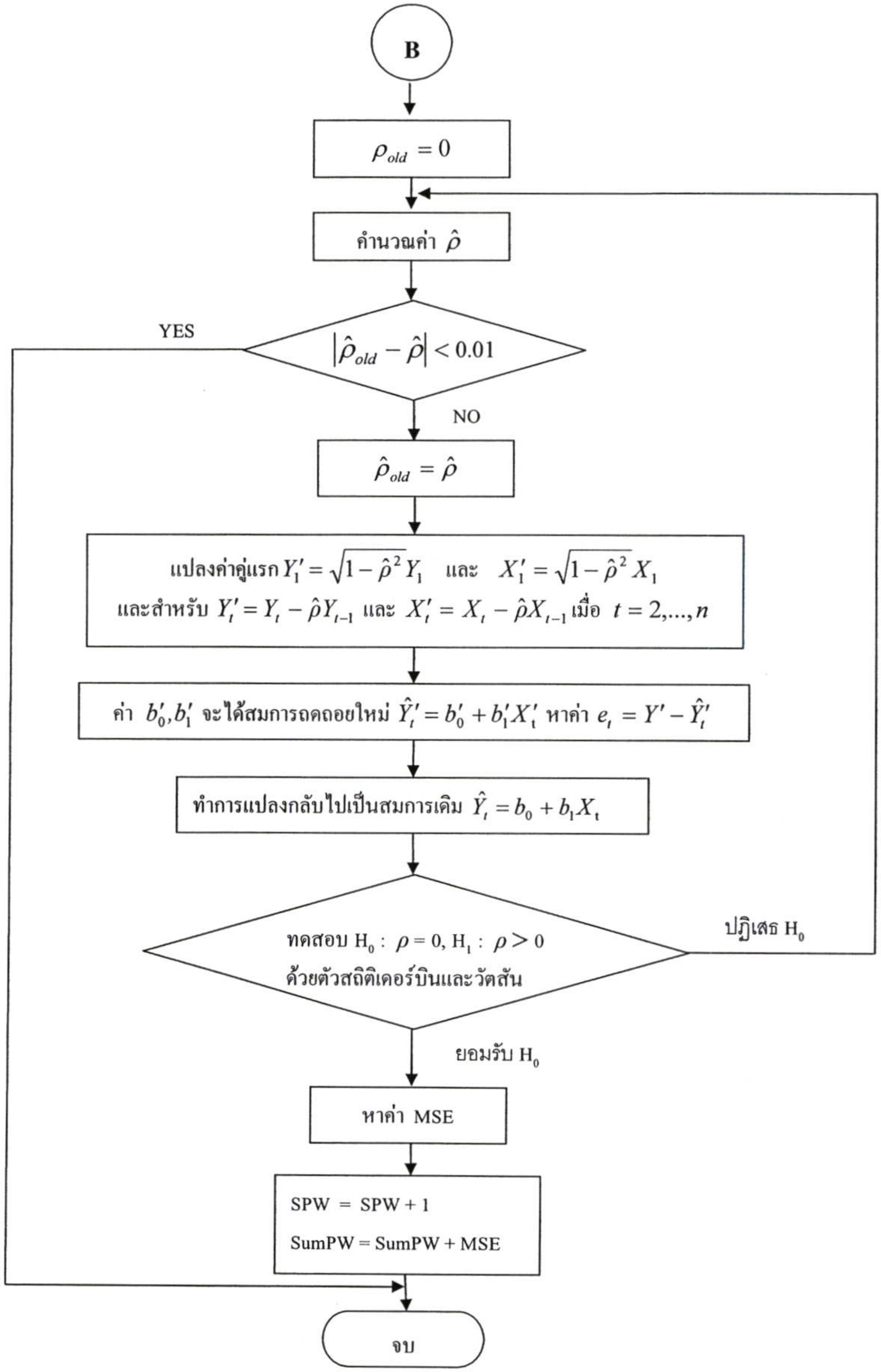
รูปที่ 3.6 ผังงานการแก้ปัญหาอัตตสหสัมพันธ์ของความคลาดเคลื่อนโดยใช้ข้อมูลจริงทางด้านเศรษฐกิจ



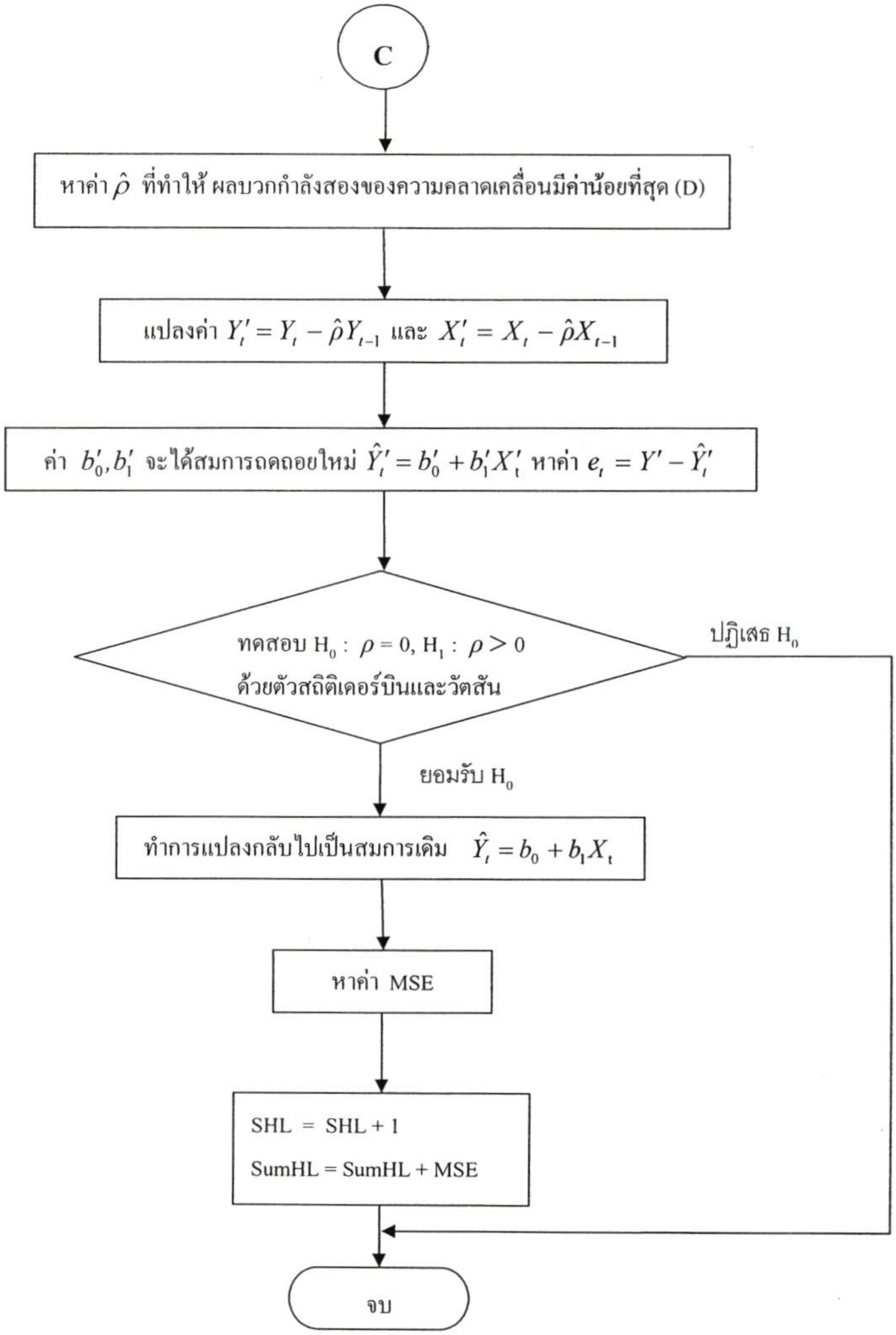
รูปที่ 3.1 ผังงานการแก้ปัญหาอัตตสหสัมพันธ์ของความคลาดเคลื่อนโดยใช้เทคนิคการจำลองแบบของมอนติคาร์โล



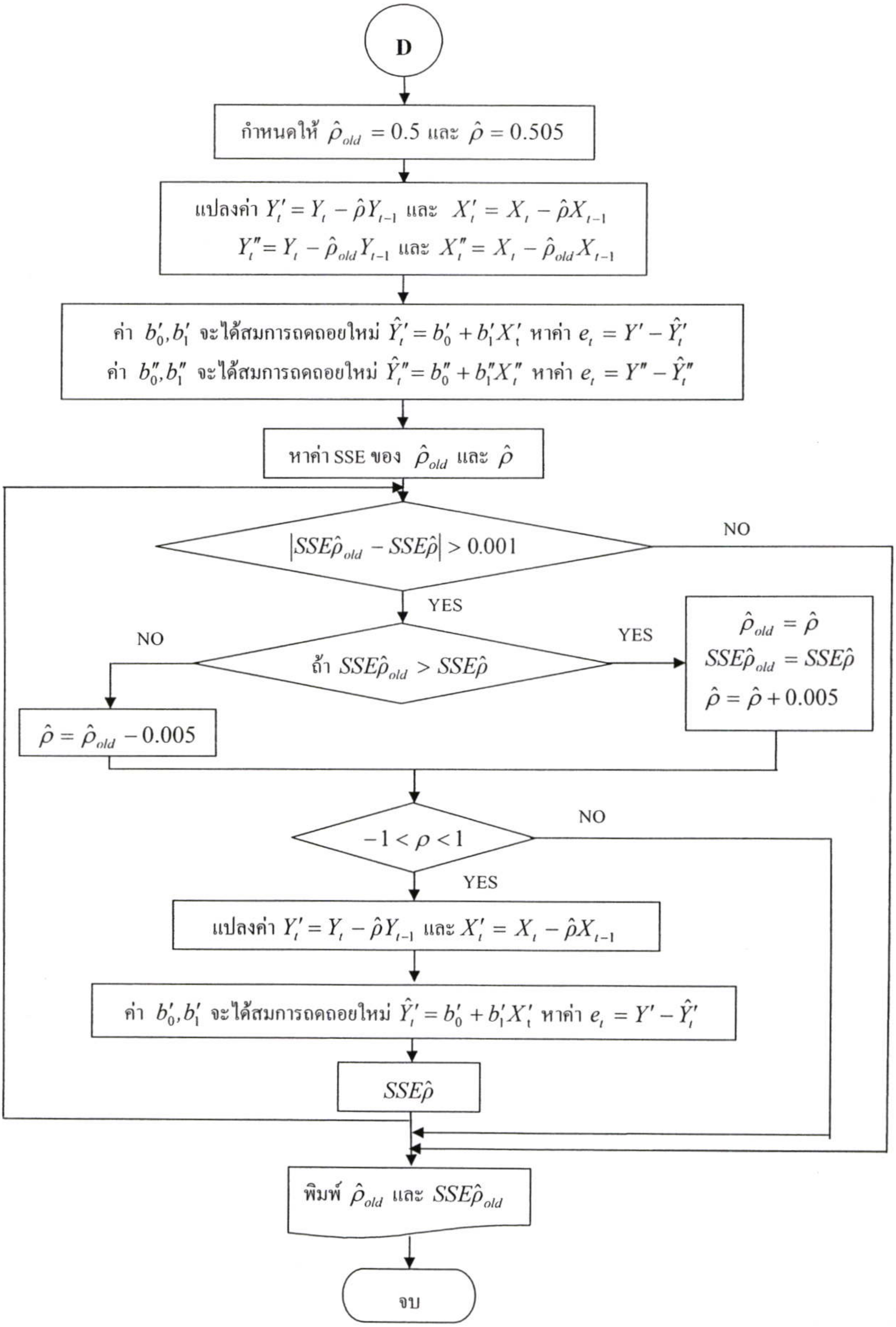
รูปที่ 3.2 ผังงานการแก้ปัญหาอัตตสหสัมพันธ์ของความคลาดเคลื่อนด้วยวิธี Cochrane – Orcutt



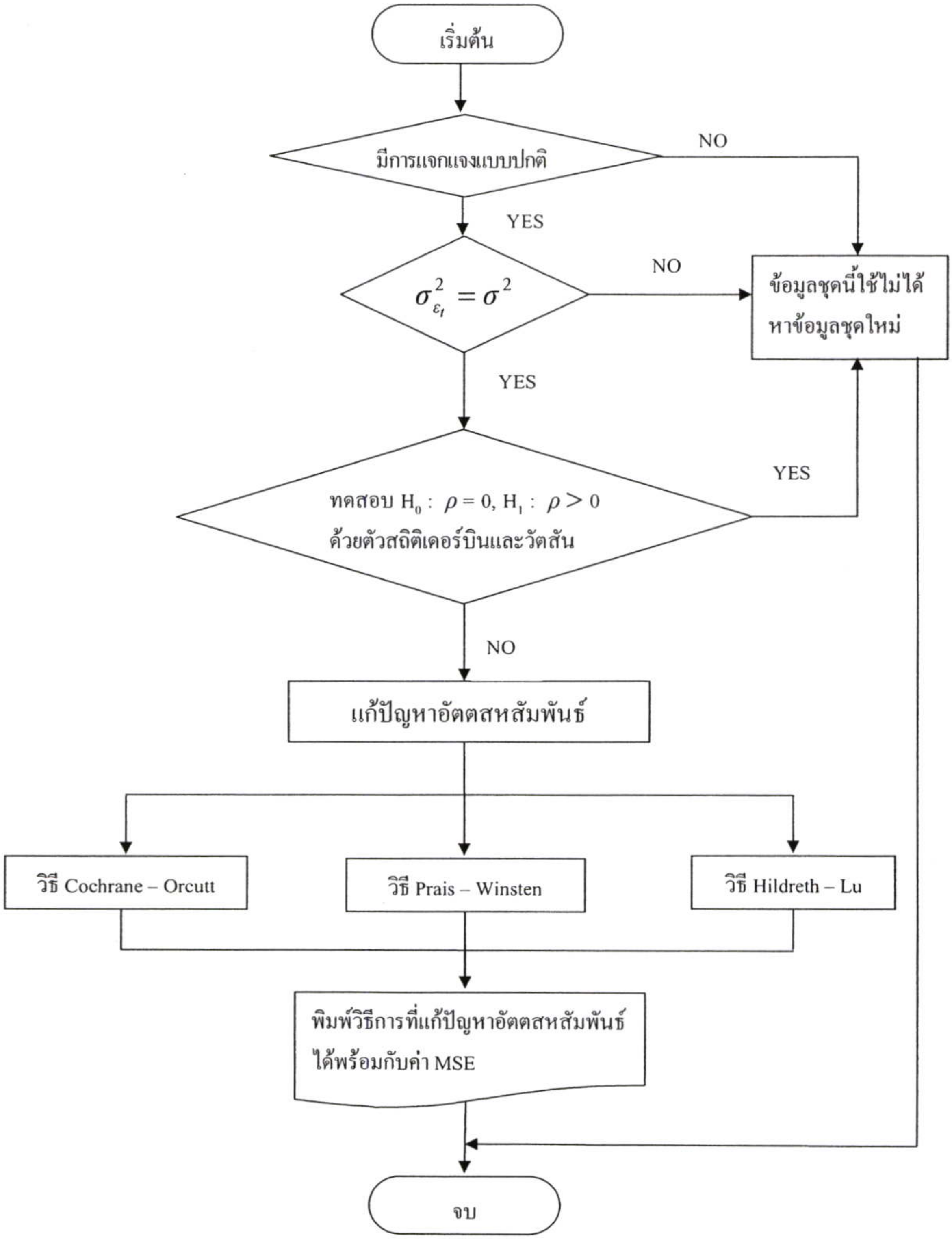
รูปที่ 3.3 ผังงานการแก้ปัญหาอัตตสหสัมพันธ์ของความคลาดเคลื่อนด้วยวิธี Prais – Winsten



รูปที่ 3.4 ผังงานการแก้ปัญหาอัตตสหสัมพันธ์ของความคลาดเคลื่อนด้วยวิธี Hildreth – Lu



รูปที่ 3.5 ผังงานการคำนวณหาค่า $\hat{\rho}$ ที่ให้ค่า SSE ต่ำที่สุด ของวิธี Hildreth – Lu



รูปที่ 3.6 ผังงานการแก้ปัญหาอัตตสหสัมพันธ์ของความคลาดเคลื่อนโดยใช้ข้อมูลจริงทางด้านเศรษฐกิจ

บทที่ 4
ผลการวิเคราะห์

การวิจัยครั้งนี้มีวัตถุประสงค์เพื่อศึกษาเปรียบเทียบวิธีการแก้ไขปัญหาอัตตสหสัมพันธ์ของความคลาดเคลื่อนอันดับหนึ่ง(AR(1)) ในสมการถดถอยเชิงเส้นอย่างง่ายด้วย 3 วิธี ได้แก่ วิธี Cochrane – Orcutt วิธี Prais – Winsten และวิธี Hildreth – Lu โดยใช้การทดสอบของเดอร์บินและวัตสันเพื่อตรวจสอบค่าความคลาดเคลื่อนว่ามีอัตตสหสัมพันธ์กันหรือไม่ เกณฑ์ที่ใช้ในการเปรียบเทียบความสามารถในการแก้ปัญหา คือ วิธีใดที่มีจำนวนชุดข้อมูลที่ยอมรับสมมติฐานหลัก $H_0: \rho = 0$ (ค่าความคลาดเคลื่อนไม่มีความสัมพันธ์กัน) มากที่สุด จะเป็นวิธีที่แก้ปัญหาอัตตสหสัมพันธ์ของความคลาดเคลื่อนที่ดีที่สุด และเกณฑ์ที่ใช้ในการเปรียบเทียบความเหมาะสมในการพยากรณ์ คือ การพิจารณาค่าเฉลี่ยกำลังสองของความคลาดเคลื่อน วิธีใดที่มีค่าเฉลี่ยกำลังสองของความคลาดเคลื่อนของการพยากรณ์โดยเฉลี่ยต่ำที่สุด จะเป็นวิธีที่เหมาะสมที่สุดในการพยากรณ์

วิธีการดำเนินการวิจัยครั้งนี้ใช้เทคนิคการจำลองของมอนติคาร์โลโดยทำซ้ำ 2,000 ชุดในแต่ละสถานการณ์ ซึ่งผลที่ได้จะนำเสนอในรูปแบบตารางดังนี้

4.1 ผลจากการจำลองข้อมูล

4.1.1 การเปรียบเทียบความสามารถในการแก้ปัญหา

ผลการวิจัยจะแสดงถึงจำนวนและร้อยละ ของชุดข้อมูลที่ได้รับการแก้ไขปัญหาอัตตสหสัมพันธ์ของความคลาดเคลื่อนโดยวิธีการทั้ง 3 รายละเอียดดังตารางที่ 4.1 – 4.2

ตารางที่ 4.1 จำนวนและร้อยละของชุดข้อมูลที่ได้รับการแก้ไขปัญหาอัตตสหสัมพันธ์ด้วย 3 วิธี ที่จำแนกตามขนาดตัวอย่าง (n) และระดับอัตตสหสัมพันธ์ (ρ)

ρ	n	วิธี Cochrane – Orcutt		วิธี Prais – Winsten		วิธี Hildreth – Lu	
		จำนวน	ร้อยละ	จำนวน	ร้อยละ	จำนวน	ร้อยละ
0.1	10	**1556**	**77.80**	1372	68.60	1542	77.10
	30	1990	99.50	**1992**	**99.60**	554	27.70
	100	**2000**	**100.00**	**2000**	**100.0**	412	20.60
0.2	10	**1540**	**77.00**	1314	65.70	1517	75.85
	30	**1987**	**99.35**	1986	99.30	446	22.30
	100	**2000**	**100.00**	**2000**	**100.0**	394	19.70
0.3	10	**1544**	**77.20**	1319	65.95	1509	75.45
	30	**1986**	**99.30**	1980	99.00	423	21.15
	100	**1999**	**99.95**	**1999**	**99.95**	395	19.75
0.4	10	**1470**	**73.50**	1221	61.05	1459	72.95
	30	**1972**	**98.60**	1967	98.35	361	18.05
	100	**2000**	**100.00**	1999	99.95	364	18.20
0.5	10	**1477**	**73.85**	1244	62.20	1459	72.95
	30	**1954**	**97.70**	1953	97.65	333	16.65
	100	**1992**	**99.60**	1991	99.55	300	15.00
0.6	10	**1451**	**72.55**	1244	62.20	1443	72.15
	30	**1928**	**96.40**	1916	95.80	231	11.55
	100	1965	98.25	**1969**	**98.45**	274	13.70
0.7	10	**1410**	**70.50**	1218	60.90	1403	70.15
	30	**1895**	**94.75**	1875	93.75	147	7.35
	100	**1940**	**97.00**	1934	96.70	235	11.75
0.8	10	1373	68.65	1201	60.05	**1393**	**69.65**
	30	**1841**	**92.05**	1817	90.85	91	4.55
	100	**1891**	**94.55**	1885	94.25	161	8.05
0.9	10	**1382**	**69.10**	1221	61.05	1379	68.95
	30	**1792**	**89.60**	1777	88.85	53	2.65
	100	1834	91.70	**1840**	**92.00**	98	4.90
1.0	10	**1373**	**68.65**	1318	65.90	1344	67.20
	30	**1760**	**88.00**	1752	87.60	17	0.85
	100	**1801**	**90.05**	**1801**	**90.05**	375	18.75

จากตารางที่ 4.1 พบว่า ที่ระดับสัมประสิทธิ์อัตตสหสัมพันธ์เท่ากับ 0.1 เมื่อขนาดตัวอย่างเท่ากับ 10 วิธี Cochrane – Orcutt เป็นวิธีที่สามารถแก้ปัญหาอัตตสหสัมพันธ์ได้ดีที่สุด โดยแก้ได้ร้อยละ 77.80 เมื่อขนาดตัวอย่างเท่ากับ 30 วิธี Prais – Winsten เป็นวิธีที่สามารถแก้ปัญหาอัตตสหสัมพันธ์ได้ดีที่สุด โดยแก้ได้ร้อยละ 99.60 และเมื่อขนาดตัวอย่างเท่ากับ 100 วิธี Cochrane – Orcutt และ วิธี Prais – Winsten เป็นวิธีที่สามารถแก้ปัญหาอัตตสหสัมพันธ์ได้ดีที่สุด โดยแก้ได้ร้อยละ 100

ที่ระดับสัมประสิทธิ์อัตตสหสัมพันธ์เท่ากับ 0.2 เมื่อขนาดตัวอย่างเท่ากับ 10 และ 30 วิธี Cochrane – Orcutt เป็นวิธีที่สามารถแก้ปัญหาอัตตสหสัมพันธ์ได้ดีที่สุด โดยแก้ได้ร้อยละ 77.00 และ 99.35 ตามลำดับ เมื่อขนาดตัวอย่างเท่ากับ 100 วิธี Cochrane – Orcutt และ วิธี Prais – Winsten เป็นวิธีที่สามารถแก้ปัญหาอัตตสหสัมพันธ์ได้ดีที่สุด โดยแก้ได้ร้อยละ 100

ที่ระดับสัมประสิทธิ์อัตตสหสัมพันธ์เท่ากับ 0.3 เมื่อขนาดตัวอย่างเท่ากับ 10 และ 30 วิธี Cochrane – Orcutt เป็นวิธีที่สามารถแก้ปัญหาอัตตสหสัมพันธ์ได้ดีที่สุด โดยแก้ได้ร้อยละ 77.20 และ 99.30 ตามลำดับ เมื่อขนาดตัวอย่างเท่ากับ 100 วิธี Cochrane – Orcutt และ วิธี Prais – Winsten เป็นวิธีที่สามารถแก้ปัญหาอัตตสหสัมพันธ์ได้ดีที่สุด โดยแก้ได้ร้อยละ 99.95

ที่ระดับสัมประสิทธิ์อัตตสหสัมพันธ์เท่ากับ 0.4 เมื่อขนาดตัวอย่างเท่ากับ 10 30 และ 100 วิธี Cochrane – Orcutt เป็นวิธีที่สามารถแก้ปัญหาอัตตสหสัมพันธ์ได้ดีที่สุด โดยแก้ได้ร้อยละ 73.50 98.60 และ 100 ตามลำดับ

ที่ระดับสัมประสิทธิ์อัตตสหสัมพันธ์เท่ากับ 0.5 เมื่อขนาดตัวอย่างเท่ากับ 10 30 และ 100 วิธี Cochrane – Orcutt เป็นวิธีที่สามารถแก้ปัญหาอัตตสหสัมพันธ์ได้ดีที่สุด โดยแก้ได้ร้อยละ 73.85 97.70 และ 99.60 ตามลำดับ

ที่ระดับสัมประสิทธิ์อัตตสหสัมพันธ์เท่ากับ 0.6 เมื่อขนาดตัวอย่างเท่ากับ 10 และ 30 วิธี Cochrane – Orcutt เป็นวิธีที่สามารถแก้ปัญหาอัตตสหสัมพันธ์ได้ดีที่สุด โดยแก้ได้ร้อยละ 72.55 และ 96.40 ตามลำดับ เมื่อขนาดตัวอย่างเท่ากับ 100 วิธี Prais – Winsten เป็นวิธีที่สามารถแก้ปัญหาอัตตสหสัมพันธ์ได้ดีที่สุด โดยแก้ได้ร้อยละ 98.45

ที่ระดับสัมประสิทธิ์อัตตสหสัมพันธ์เท่ากับ 0.7 เมื่อขนาดตัวอย่างเท่ากับ 10 30 และ 100 วิธี Cochrane – Orcutt เป็นวิธีที่สามารถแก้ปัญหาอัตตสหสัมพันธ์ได้ดีที่สุด โดยแก้ได้ร้อยละ 70.50 94.75 และ 97.00 ตามลำดับ

ที่ระดับสัมประสิทธิ์อัตตสหสัมพันธ์เท่ากับ 0.8 เมื่อขนาดตัวอย่างเท่ากับ 10 วิธี Hildreth – Lu เป็นวิธีที่สามารถแก้ปัญหาอัตตสหสัมพันธ์ได้ดีที่สุด โดยแก้ได้ร้อยละ 69.65 เมื่อขนาดตัวอย่างเท่ากับ 30 และ 100 วิธี Cochrane – Orcutt เป็นวิธีที่สามารถแก้ปัญหาอัตตสหสัมพันธ์ได้ดีที่สุด โดยแก้ได้ร้อยละ 92.05 และ 94.55 ตามลำดับ

ที่ระดับสัมประสิทธิ์อัตตสหสัมพันธ์เท่ากับ 0.9 เมื่อขนาดตัวอย่างเท่ากับ 10 และ 30 วิธี Cochrane – Orcutt เป็นวิธีที่สามารถแก้ปัญหาอัตตสหสัมพันธ์ได้ดีที่สุด โดยแก้ได้ร้อยละ 69.10

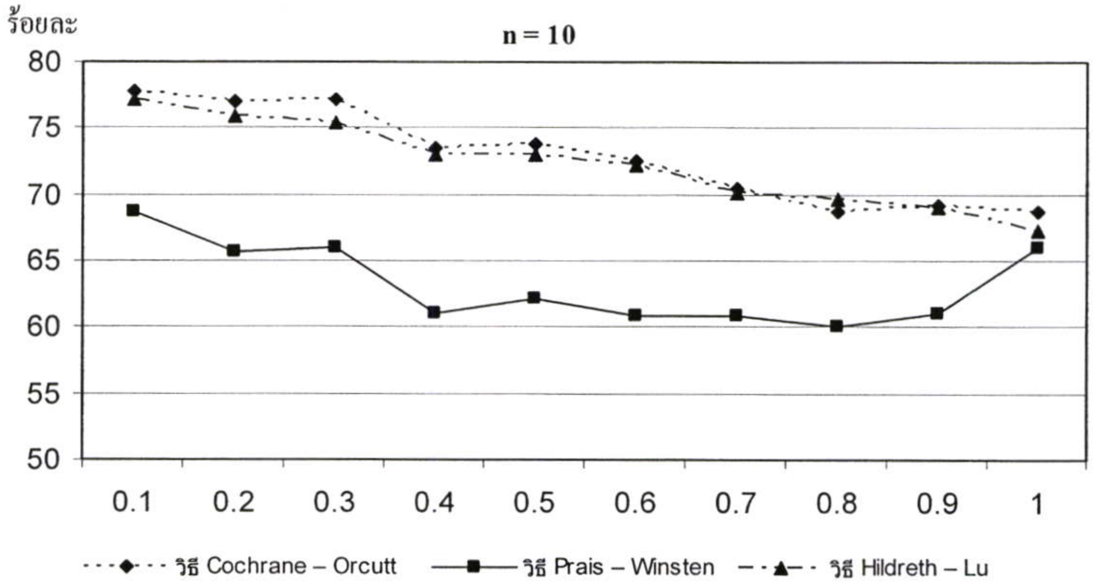
และ 89.60 ตามลำดับ เมื่อขนาดตัวอย่างเท่ากับ 100 วิธี Prais – Winsten เป็นวิธีที่สามารถแก้ปัญหาอัตตสหสัมพันธ์ได้ดีที่สุด โดยแก้ได้ร้อยละ 92.00

ที่ระดับสัมประสิทธิ์อัตตสหสัมพันธ์เท่ากับ 1.0 เมื่อขนาดตัวอย่างเท่ากับ 10 และ 30 วิธี Cochrane – Orcutt เป็นวิธีที่สามารถแก้ปัญหาอัตตสหสัมพันธ์ได้ดีที่สุด โดยแก้ได้ร้อยละ 68.65 และ 88.00 ตามลำดับ เมื่อขนาดตัวอย่างเท่ากับ 100 วิธี Cochrane – Orcutt และ วิธี Prais – Winsten เป็นวิธีที่สามารถแก้ปัญหาอัตตสหสัมพันธ์ได้ดีที่สุด โดยแก้ได้ร้อยละ 90.05

จากที่กล่าวมาสามารถสรุปวิธีการแก้ปัญหาอัตตสหสัมพันธ์ได้ดีที่สุดจำแนกตามขนาดตัวอย่าง (*n*) และระดับอัตตสหสัมพันธ์(ρ) ได้ดังตารางที่ 4.2

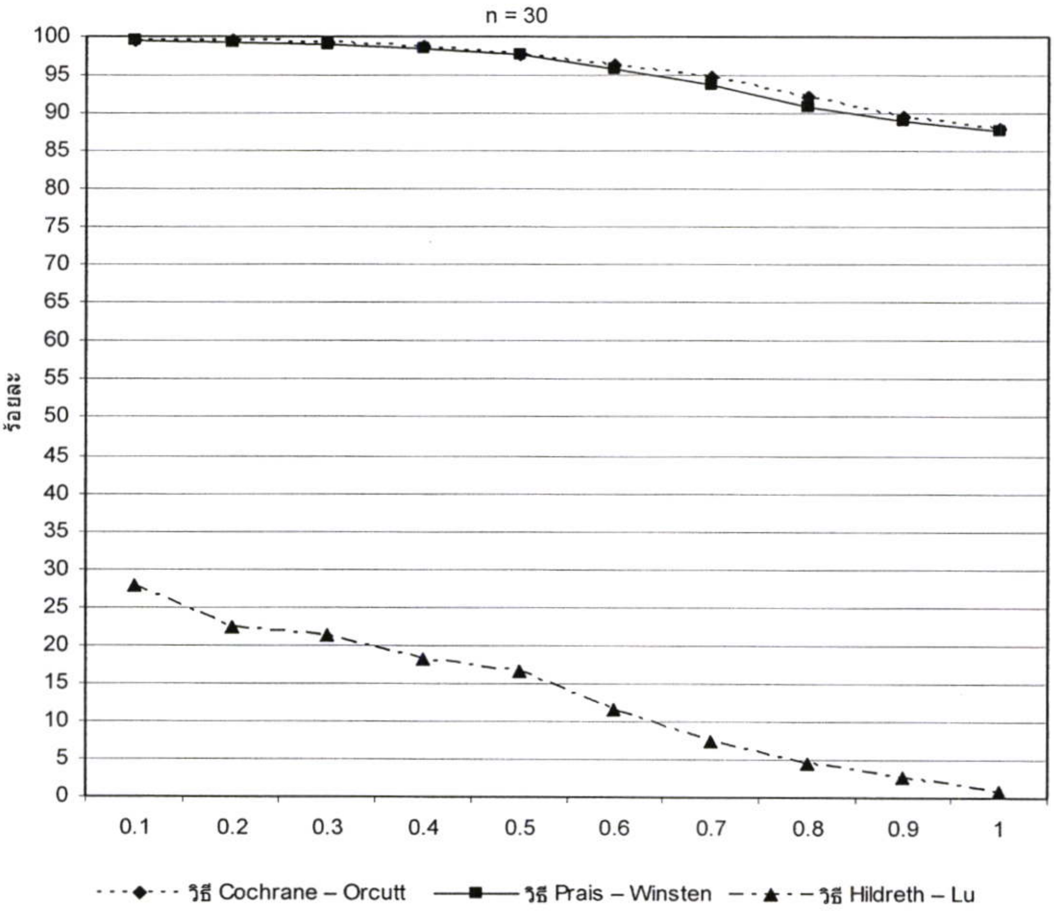
ตารางที่ 4.2 วิธีการแก้ไขปัญหาอัตตสหสัมพันธ์ที่ดีที่สุด จำแนกตามขนาดตัวอย่าง (*n*) และระดับอัตตสหสัมพันธ์(ρ)

ρ	**ขนาดตัวอย่าง**		
	10	**30**	**100**
0.1	วิธี Cochrane – Orcutt	วิธี Prais – Winsten	วิธี Cochrane – Orcutt วิธี Prais – Winsten
0.2	วิธี Cochrane – Orcutt	วิธี Cochrane – Orcutt	วิธี Cochrane – Orcutt วิธี Prais – Winsten
0.3	วิธี Cochrane – Orcutt	วิธี Cochrane – Orcutt	วิธี Cochrane – Orcutt วิธี Prais – Winsten
0.4	วิธี Cochrane – Orcutt	วิธี Cochrane – Orcutt	วิธี Cochrane – Orcutt
0.5	วิธี Cochrane – Orcutt	วิธี Cochrane – Orcutt	วิธี Cochrane – Orcutt
0.6	วิธี Cochrane – Orcutt	วิธี Cochrane – Orcutt	วิธี Prais – Winsten
0.7	วิธี Cochrane – Orcutt	วิธี Cochrane – Orcutt	วิธี Cochrane – Orcutt
0.8	วิธี Hildreth – Lu	วิธี Cochrane – Orcutt	วิธี Cochrane – Orcutt
0.9	วิธี Cochrane – Orcutt	วิธี Cochrane – Orcutt	วิธี Prais – Winsten
1.0	วิธี Cochrane – Orcutt	วิธี Cochrane – Orcutt	วิธี Cochrane – Orcutt วิธี Prais – Winsten



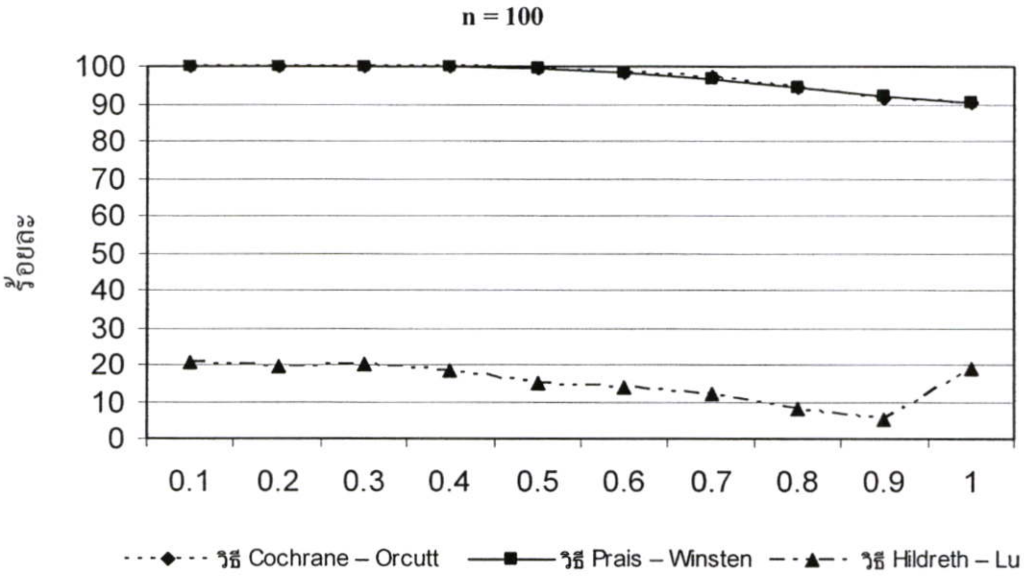
รูปที่ 4.1 เปรียบเทียบร้อยละของชุดข้อมูลที่แก้ปัญหาด้วย 3 วิธี ที่ระดับอัตตสหสัมพันธ์ต่างกัน เมื่อ $n = 10$

จากรูปที่ 4.1 พบว่า เมื่อระดับอัตตสหสัมพันธ์เพิ่มขึ้น ร้อยละของชุดข้อมูลที่แก้ปัญหาด้วยวิธี Cochrane – Orcutt และวิธี Hildreth – Lu มีแนวโน้มลดลง ส่วนวิธี Prais – Winsten มีแนวโน้มขึ้นลงไม่คงที่ และจะเห็นว่าวิธี Cochrane – Orcutt และวิธี Hildreth – Lu แก้ปัญหาอัตตสหสัมพันธ์ได้ดีกว่าวิธี Prais – Winsten



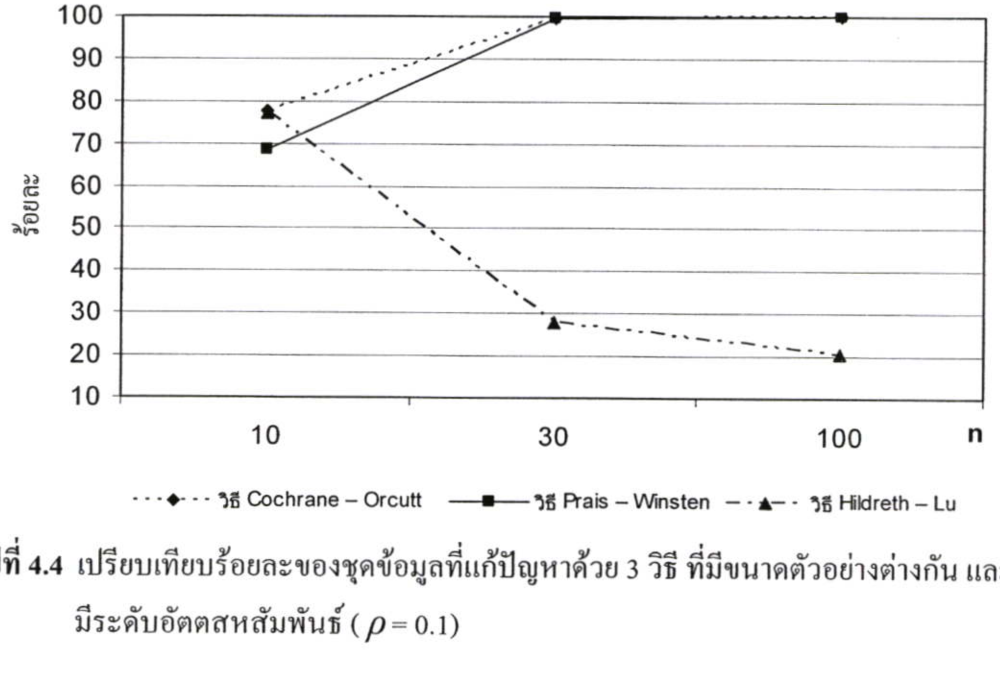
รูปที่ 4.2 เปรียบเทียบร้อยละของชุดข้อมูลที่แก้ปัญหาด้วย 3 วิธี ที่ระดับอัตตสหสัมพันธ์ต่างกัน เมื่อ $n = 30$

จากรูปที่ 4.2 พบว่า เมื่อระดับอัตตสหสัมพันธ์เพิ่มขึ้น ร้อยละของชุดข้อมูลที่แก้ปัญหาด้วยวิธี Cochrane – Orcutt วิธี Prais – Winsten และวิธี Hildreth – Lu มีแนวโน้มลดลง และจะเห็นว่าวิธี Cochrane – Orcutt และวิธี Prais – Winsten แก้ปัญหาอัตตสหสัมพันธ์ได้ดีกว่าวิธี Hildreth – Lu

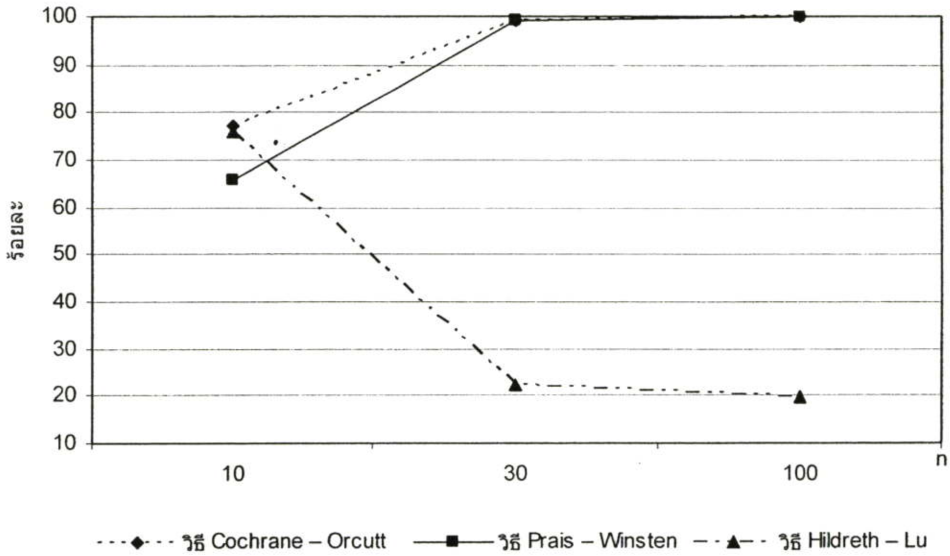


รูปที่ 4.3 เปรียบเทียบร้อยละของชุดข้อมูลที่แก้ปัญหาด้วย 3 วิธี ที่ระดับอัตตสหสัมพันธ์ต่างกัน เมื่อ $n = 100$

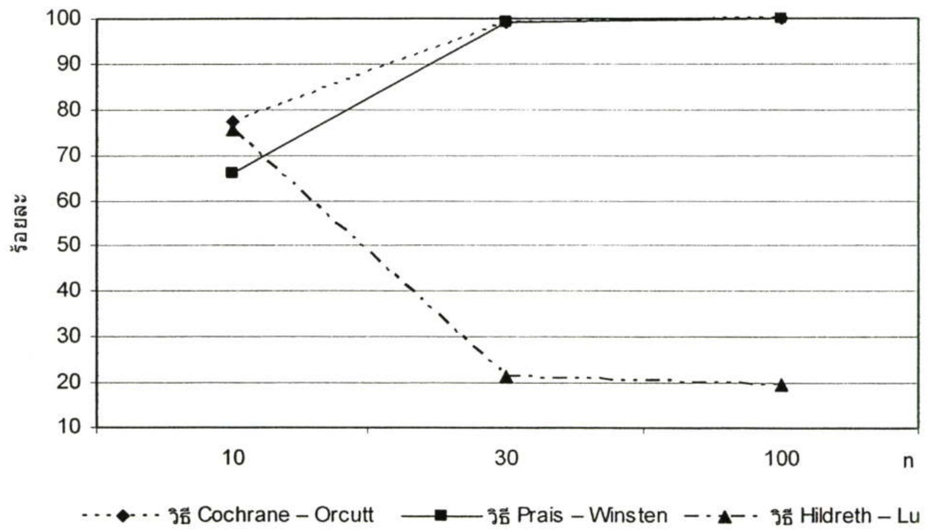
จากรูปที่ 4.3 พบว่า เมื่อระดับอัตตสหสัมพันธ์เพิ่มขึ้น ร้อยละของชุดข้อมูลที่แก้ปัญหาด้วยวิธี Cochrane – Orcutt และวิธี Prais – Winsten มีแนวโน้มลดลงเล็กน้อย ส่วนวิธี Hildreth – Lu มีแนวโน้มลดลงเช่นเดียวกัน แต่ที่ระดับอัตตสหสัมพันธ์เท่ากับ 1.0 มีแนวโน้มเพิ่มขึ้น และจะเห็นว่าวิธี Cochrane – Orcutt และวิธี Prais – Winsten แก้ปัญหาอัตตสหสัมพันธ์ได้ดีกว่าวิธี Hildreth – Lu



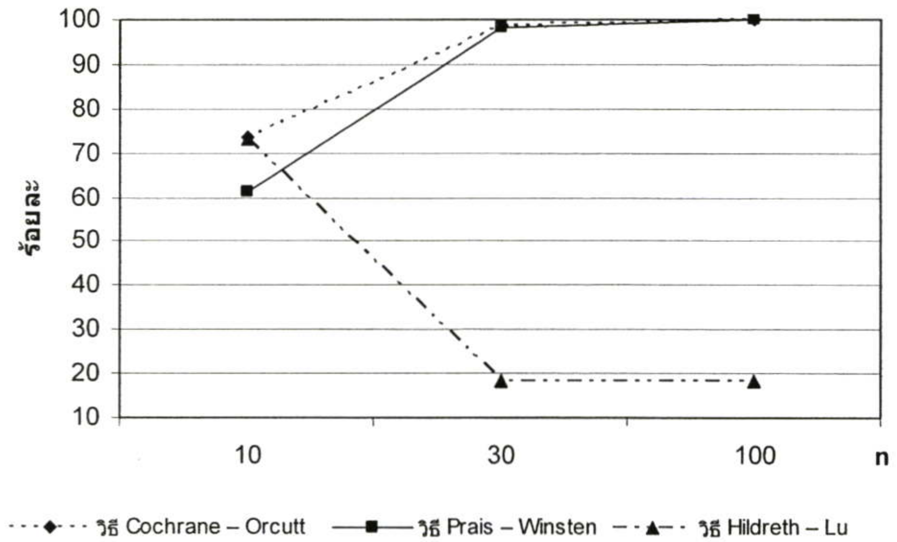
รูปที่ 4.4 เปรียบเทียบร้อยละของชุดข้อมูลที่แก้ปัญหาด้วย 3 วิธี ที่มีขนาดตัวอย่างต่างกัน และมีระดับอัตตสหสัมพันธ์ ($\rho = 0.1$)



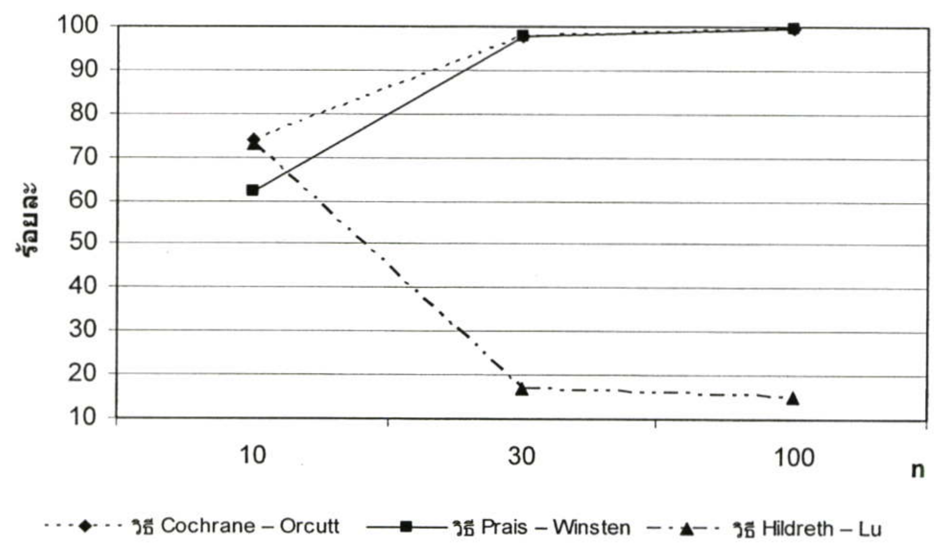
รูปที่ 4.5 เปรียบเทียบร้อยละของชุดข้อมูลที่แก้ปัญหาด้วย 3 วิธี ที่มีขนาดตัวอย่างต่างกัน และมีระดับอัตตสหสัมพันธ์ ($\rho = 0.2$)



รูปที่ 4.6 เปรียบเทียบร้อยละของชุดข้อมูลที่แก้ปัญหาด้วย 3 วิธี ที่มีขนาดตัวอย่างต่างกัน และมีระดับอัตตสหสัมพันธ์ ($\rho = 0.3$)

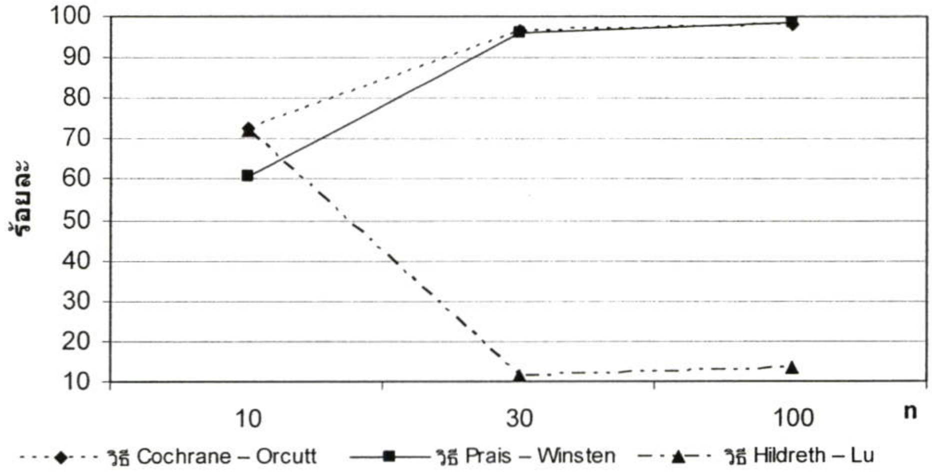


รูปที่ 4.7 เปรียบเทียบร้อยละของชุดข้อมูลที่แก้ปัญหาด้วย 3 วิธี ที่มีขนาดตัวอย่างต่างกัน และมีระดับอัตตสหสัมพันธ์ ($\rho = 0.4$)

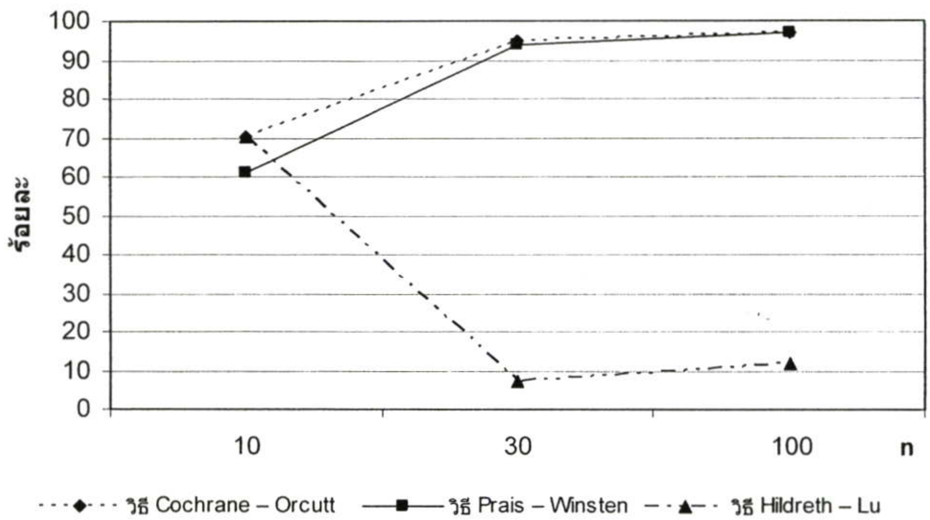


รูปที่ 4.8 เปรียบเทียบร้อยละของชุดข้อมูลที่แก้ปัญหาด้วย 3 วิธี ที่มีขนาดตัวอย่างต่างกัน และมีระดับอัตตสหสัมพันธ์ ($\rho = 0.5$)

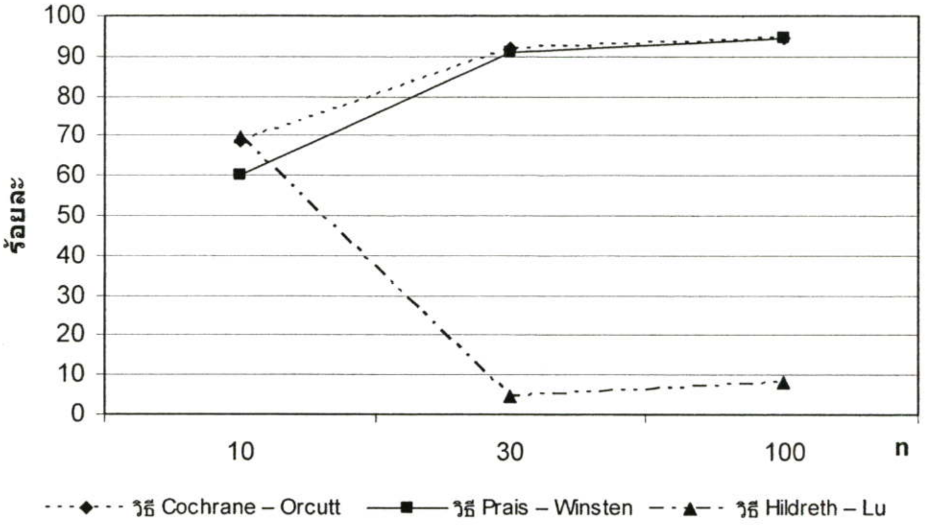
จากรูปที่ 4.4 ถึง 4.8 พบว่า เมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้น ร้อยละของชุดข้อมูลที่แก้ปัญหาด้วยวิธี Cochrane – Orcutt และวิธี Prais – Winsten มีแนวโน้มเพิ่มขึ้นทุกระดับอัตตสหสัมพันธ์ $(0.1 \le \rho \le 0.5)$ แต่วิธี Hildreth – Lu มีแนวโน้มลดลงทุกระดับอัตตสหสัมพันธ์ $(0.1 \le \rho \le 0.5)$



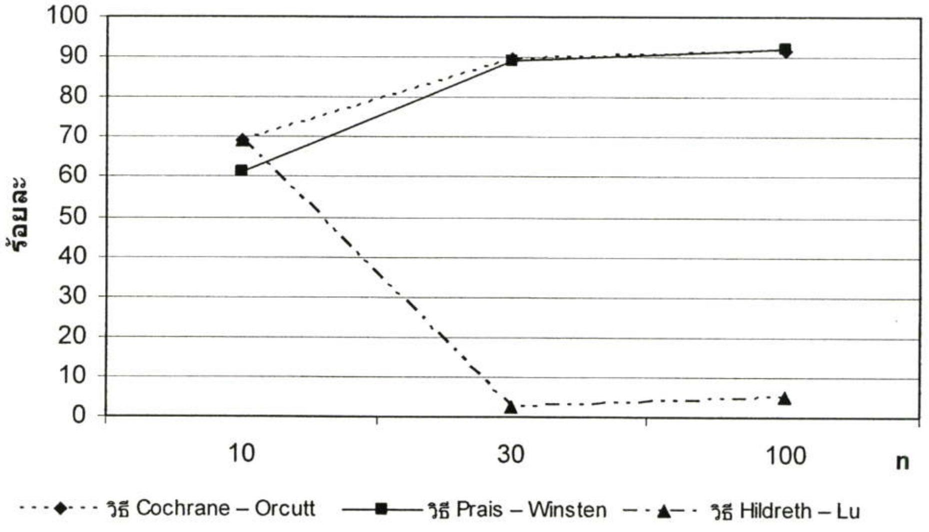
รูปที่ 4.9 เปรียบเทียบร้อยละของชุดข้อมูลที่แก้ปัญหาด้วย 3 วิธี ที่มีขนาดตัวอย่างต่างกัน และมีระดับอัตตสหสัมพันธ์ ($\rho = 0.6$)



รูปที่ 4.10 เปรียบเทียบร้อยละของชุดข้อมูลที่แก้ปัญหาด้วย 3 วิธี ที่มีขนาดตัวอย่างต่างกัน และมีระดับอัตตสหสัมพันธ์ ($\rho = 0.7$)

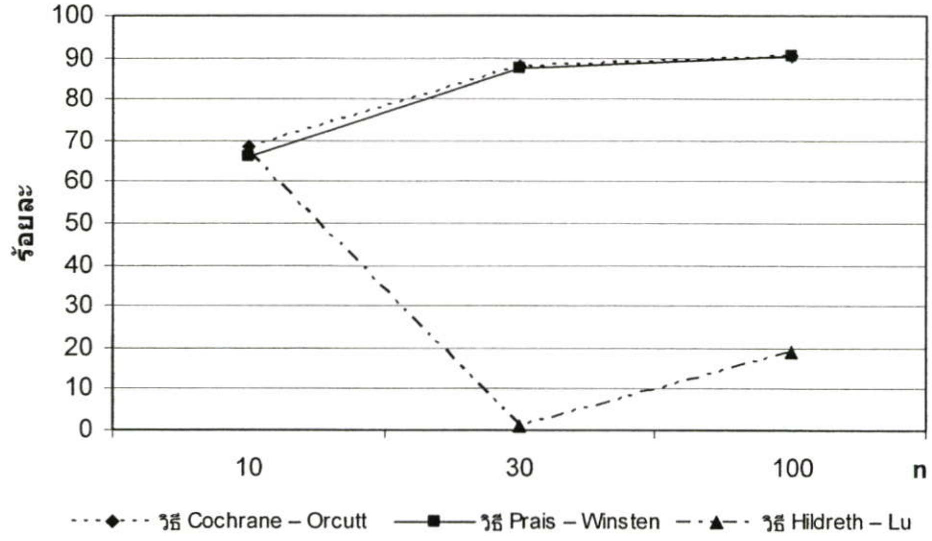


รูปที่ 4.11 เปรียบเทียบร้อยละของชุดข้อมูลที่แก้ปัญหาด้วย 3 วิธี ที่มีขนาดตัวอย่างต่างกัน และมีระดับอัตตสหสัมพันธ์ ($\rho = 0.8$)



รูปที่ 4.12 เปรียบเทียบร้อยละของชุดข้อมูลที่แก้ปัญหาด้วย 3 วิธี ที่มีขนาดตัวอย่างต่างกัน และมีระดับอัตตสหสัมพันธ์ ($\rho = 0.9$)

จากรูปที่ 4.9 ถึง 4.12 พบว่า เมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้น ร้อยละของชุดข้อมูลที่แก้ปัญหาด้วยวิธี Cochrane – Orcutt และ วิธี Prais – Winsten มีแนวโน้มเพิ่มขึ้นทุกระดับอัตตสหสัมพันธ์ $(0.6 \le \rho \le 0.9)$ แต่วิธี Hildreth – Lu เมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มจาก 10 เป็น 30 มีแนวโน้มลดลง และเมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มจาก 30 เป็น 100 มีแนวโน้มเพิ่มขึ้นเล็กน้อย ทุกระดับอัตตสหสัมพันธ์ $(0.6 \le \rho \le 0.9)$



รูปที่ 4.13 เปรียบเทียบร้อยละของชุดข้อมูลที่แก้ปัญหาด้วย 3 วิธี ที่มีขนาดตัวอย่างต่างกัน และมีระดับอัตตสหสัมพันธ์ (ρ = 1.0)

จากรูปที่ 4.13 พบว่า เมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้น ร้อยละของชุดข้อมูลที่แก้ปัญหาด้วยวิธี Cochrane – Orcutt และวิธี Prais – Winsten มีแนวโน้มเพิ่มขึ้น แต่วิธี Hildreth – Lu เมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มจาก 10 เป็น 30 จะมีแนวโน้มลดลง และเมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มจาก 30 เป็น 100 จะมีแนวโน้มเพิ่มขึ้น

4.1.2 การเปรียบเทียบความเหมาะสมในการพยากรณ์

ผลการวิจัยจะแสดงค่าเฉลี่ยกำลังสองของความคลาดเคลื่อนโดยเฉลี่ย เมื่อแก้ปัญหาด้วย 3 วิธี ที่จำแนกตามขนาดตัวอย่าง (n) และระดับอัตตสหสัมพันธ์ (ρ) รายละเอียดดังตารางที่ 4.3 และ 4.4

ตารางที่ 4.3 ค่าเฉลี่ยกำลังสองของความคลาดเคลื่อนโดยเฉลี่ย เมื่อแก้ปัญหาด้วย 3 วิธี จำแนกตามขนาดตัวอย่าง (*n*) และระดับอัตตสหสัมพันธ์ (ρ)

ρ	*n*	**วิธี Cochrane – Orcutt**	**วิธี Prais – Winsten**	**วิธี Hildreth – Lu**
0.1	10	20.358	22.802	**9.210**
	30	0.991	**0.986**	1.026
	100	1.016	1.025	**0.993**
0.2	10	**6.702**	7.474	8.882
	30	1.058	**1.053**	1.129
	100	1.043	1.053	**1.027**
0.3	10	**9.861**	10.818	14.884
	30	1.118	**1.112**	1.169
	100	1.081	1.09	**1.05**
0.4	10	225.746	270.82	**21.344**
	30	1.199	**1.193**	1.217
	100	1.157	1.166	**1.121**
0.5	10	4.08	**4.055**	21.078
	30	1.26	1.253	**1.25**
	100	1.285	1.293	**1.245**
0.6	10	996.135	1161	**30.666**
	30	1.381	1.371	**1.306**
	100	1.479	1.488	**1.388**
0.7	10	6.609	**6.569**	40.100
	30	1.634	1.618	**1.423**
	100	1.821	1.829	**1.739**
0.8	10	**35.394**	39.746	68.074
	30	1.989	1.967	**1.588**
	100	2.468	2.473	**2.253**
0.9	10	83.731	**42.26**	94.288
	30	15.76	15.459	**1.681**
	100	4.209	4.209	**3.776**
1.0	10	482.908	501.68	**253.424**
	30	145.981	146.94	**1.61**
	100	3019.3	3028.8	**125.729**

จากตารางที่ 4.3 พบว่า ที่ระดับสัมประสิทธิ์อัตตสหสัมพันธ์เท่ากับ 0.1 เมื่อขนาดตัวอย่างเท่ากับ 10 และ 100 วิธี Hildreth – Lu เป็นวิธีที่เหมาะสมที่สุดในการพยากรณ์ มีค่าเฉลี่ยกำลังสองของความคลาดเคลื่อนโดยเฉลี่ยเท่ากับ 9.210 และ0.993 ตามลำดับ และเมื่อขนาดตัวอย่างเท่ากับ 30 วิธี Prais – Winsten เป็นวิธีที่เหมาะสมที่สุดในการพยากรณ์ มีค่าเฉลี่ยกำลังสองของความคลาดเคลื่อนโดยเฉลี่ยเท่ากับ 0.986

ที่ระดับสัมประสิทธิ์อัตตสหสัมพันธ์เท่ากับ 0.2 เมื่อขนาดตัวอย่างเท่ากับ 10 วิธี Cochrane – Orcutt เป็นวิธีที่เหมาะสมที่สุดในการพยากรณ์ มีค่าเฉลี่ยกำลังสองของความคลาดเคลื่อนโดยเฉลี่ยเท่ากับ 6.702 เมื่อขนาดตัวอย่างเท่ากับ 30 วิธี Prais – Winsten เป็นวิธีที่เหมาะสมที่สุดในการพยากรณ์ มีค่าเฉลี่ยกำลังสองของความคลาดเคลื่อนโดยเฉลี่ยเท่ากับ 1.053 และเมื่อขนาดตัวอย่างเท่ากับ 100 วิธี Hildreth – Lu เป็นวิธีที่เหมาะสมที่สุดในการพยากรณ์ มีค่าเฉลี่ยกำลังสองของความคลาดเคลื่อนโดยเฉลี่ยเท่ากับ 1.027

ที่ระดับสัมประสิทธิ์อัตตสหสัมพันธ์เท่ากับ 0.3 เมื่อขนาดตัวอย่างเท่ากับ 10 วิธี Cochrane – Orcutt เป็นวิธีที่เหมาะสมที่สุดในการพยากรณ์ มีค่าเฉลี่ยกำลังสองของความคลาดเคลื่อนโดยเฉลี่ยเท่ากับ 9.861 เมื่อขนาดตัวอย่างเท่ากับ 30 วิธี Prais – Winsten เป็นวิธีที่เหมาะสมที่สุดในการพยากรณ์ มีค่าเฉลี่ยกำลังสองของความคลาดเคลื่อนโดยเฉลี่ยเท่ากับ 1.112 และเมื่อขนาดตัวอย่างเท่ากับ 100 วิธี Hildreth – Lu เป็นวิธีที่เหมาะสมที่สุดในการพยากรณ์ มีค่าเฉลี่ยกำลังสองของความคลาดเคลื่อนโดยเฉลี่ยเท่ากับ 1.05

ที่ระดับสัมประสิทธิ์อัตตสหสัมพันธ์เท่ากับ 0.4 เมื่อขนาดตัวอย่างเท่ากับ 10 และ100 วิธี Hildreth – Lu เป็นวิธีที่เหมาะสมที่สุดในการพยากรณ์ มีค่าเฉลี่ยกำลังสองของความคลาดเคลื่อนโดยเฉลี่ยเท่ากับ 21.344 และ 1.121 ตามลำดับ และเมื่อขนาดตัวอย่างเท่ากับ 30 วิธี Prais – Winsten เป็นวิธีที่เหมาะสมที่สุดในการพยากรณ์ มีค่าเฉลี่ยกำลังสองของความคลาดเคลื่อนโดยเฉลี่ยเท่ากับ 1.193

ที่ระดับสัมประสิทธิ์อัตตสหสัมพันธ์เท่ากับ 0.5 เมื่อขนาดตัวอย่างเท่ากับ 10 วิธี Prais – Winsten เป็นวิธีที่เหมาะสมที่สุดในการพยากรณ์ มีค่าเฉลี่ยกำลังสองของความคลาดเคลื่อนโดยเฉลี่ยเท่ากับ 4.055 เมื่อขนาดตัวอย่างเท่ากับ 30 และ 100 วิธี Hildreth – Lu เป็นวิธีที่เหมาะสมที่สุดในการพยากรณ์ มีค่าเฉลี่ยกำลังสองของความคลาดเคลื่อนโดยเฉลี่ยเท่ากับ 1.25 และ 1.245 ตามลำดับ

ที่ระดับสัมประสิทธิ์อัตตสหสัมพันธ์เท่ากับ 0.6 เมื่อขนาดตัวอย่างเท่ากับ 10, 30 และ 100 วิธี Hildreth – Lu เป็นวิธีที่เหมาะสมที่สุดในการพยากรณ์ มีค่าเฉลี่ยกำลังสองของความคลาดเคลื่อนโดยเฉลี่ยเท่ากับ 30.666, 1.306 และ 1.388 ตามลำดับ

ที่ระดับสัมประสิทธิ์อัตตสหสัมพันธ์เท่ากับ 0.7 เมื่อขนาดตัวอย่างเท่ากับ 10 วิธี Prais – Winsten เป็นวิธีที่เหมาะสมที่สุดในการพยากรณ์ มีค่าเฉลี่ยกำลังสองของความคลาดเคลื่อนโดยเฉลี่ย

เท่ากับ 6.569 เมื่อขนาดตัวอย่างเท่ากับ 30 และ 100 วิธี Hildreth – Lu เป็นวิธีที่เหมาะสมที่สุดในการพยากรณ์ มีค่าเฉลี่ยกำลังสองของความคลาดเคลื่อนโดยเฉลี่ยเท่ากับ 1.423 และ 1.739 ตามลำดับ

ที่ระดับสัมประสิทธิ์อัตตสหสัมพันธ์เท่ากับ 0.8 เมื่อขนาดตัวอย่างเท่ากับ 10 วิธี Cochrane – Orcutt เป็นวิธีที่เหมาะสมที่สุดในการพยากรณ์ มีค่าเฉลี่ยกำลังสองของความคลาดเคลื่อนโดยเฉลี่ยเท่ากับ 35.394 เมื่อขนาดตัวอย่างเท่ากับ 30 และ 100 วิธี Hildreth – Lu เป็นวิธีที่เหมาะสมที่สุดในการพยากรณ์ มีค่าเฉลี่ยกำลังสองของความคลาดเคลื่อนโดยเฉลี่ยเท่ากับ 1.588 และ 2.253 ตามลำดับ

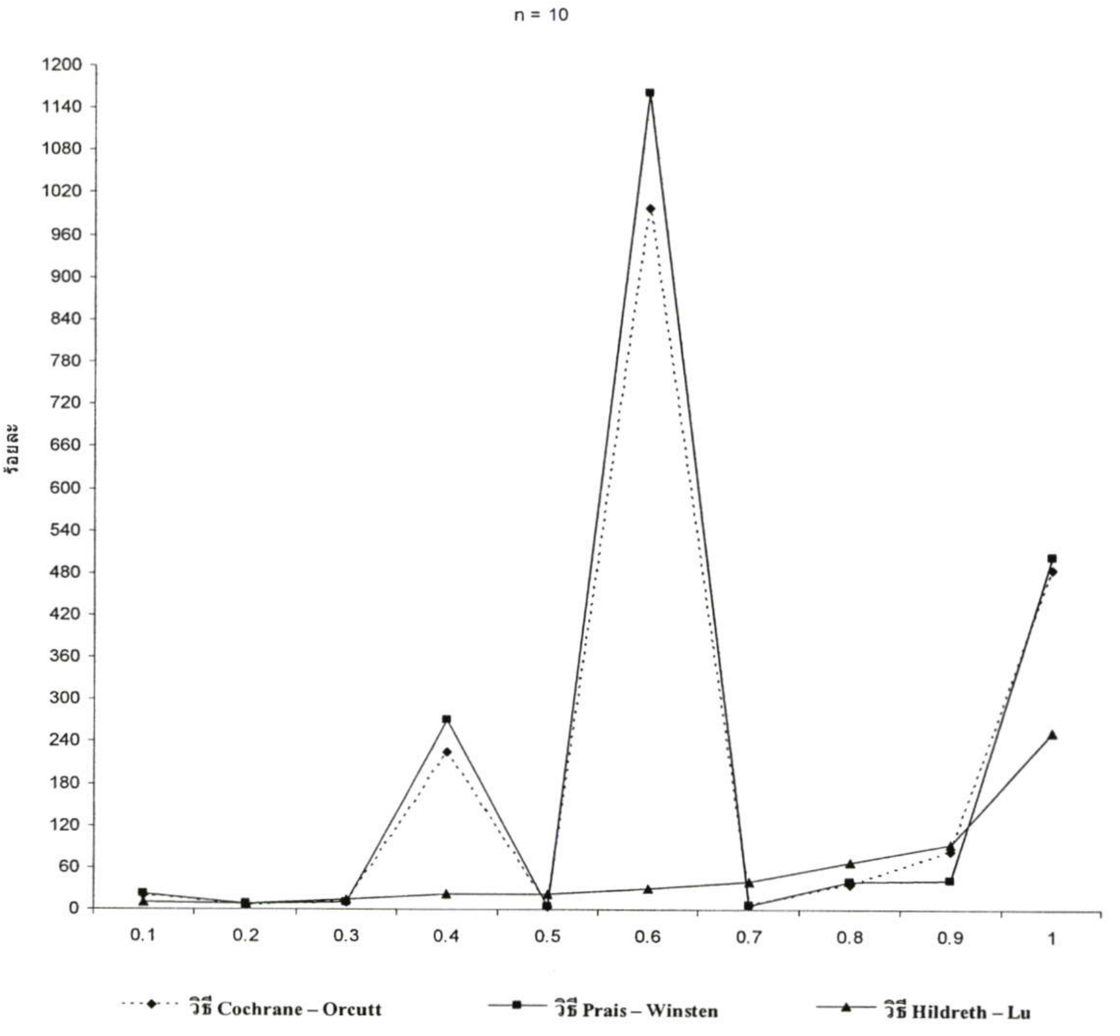
ที่ระดับสัมประสิทธิ์อัตตสหสัมพันธ์เท่ากับ 0.9 เมื่อขนาดตัวอย่างเท่ากับ 10 วิธี Prais – Winsten เป็นวิธีที่เหมาะสมที่สุดในการพยากรณ์ มีค่าเฉลี่ยกำลังสองของความคลาดเคลื่อนโดยเฉลี่ยเท่ากับ 42.26 เมื่อขนาดตัวอย่างเท่ากับ 30 และ 100 วิธี Hildreth – Lu เป็นวิธีที่เหมาะสมที่สุดในการพยากรณ์ มีค่าเฉลี่ยกำลังสองของความคลาดเคลื่อนโดยเฉลี่ยเท่ากับ 1.681 และ 3.776 ตามลำดับ

ที่ระดับสัมประสิทธิ์อัตตสหสัมพันธ์เท่ากับ 1.0 เมื่อขนาดตัวอย่างเท่ากับ 10, 30 และ 100 วิธี Hildreth – Lu เป็นวิธีที่เหมาะสมที่สุดในการพยากรณ์ มีค่าเฉลี่ยกำลังสองของความคลาดเคลื่อนโดยเฉลี่ยเท่ากับ 253.424, 1.61 และ 125.729 ตามลำดับ

จากที่กล่าวมาสามารถสรุปวิธีที่เหมาะสมที่สุดในการพยากรณ์ จำแนกตามขนาดตัวอย่าง (n) และระดับอัตตสหสัมพันธ์(ρ) ได้ดังตารางที่ 4.4

ตารางที่ 4.4 วิธีที่เหมาะสมที่สุดในการพยากรณ์จำแนกตามขนาดตัวอย่าง (n) และระดับอัตตสหสัมพันธ์ (ρ)

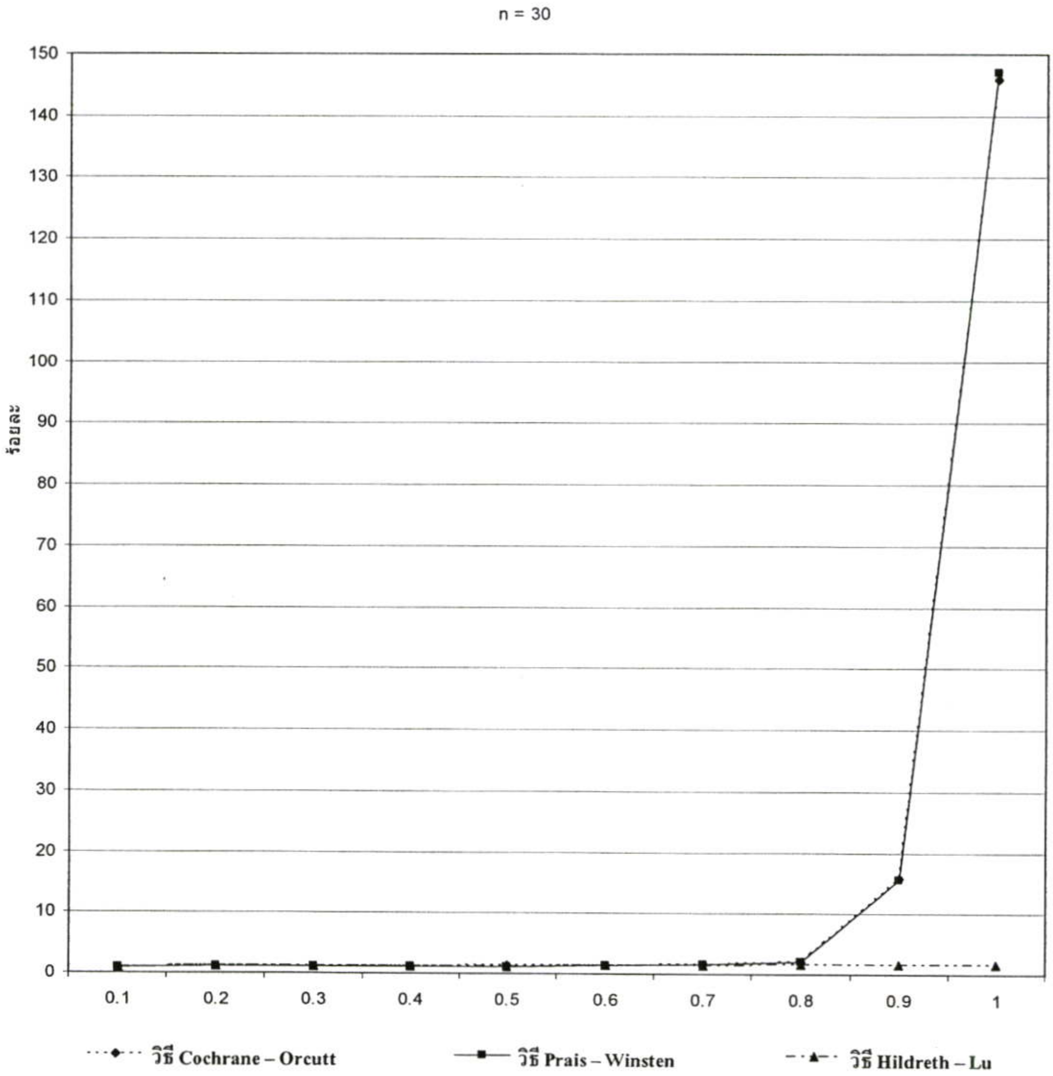
ρ	**ขนาดตัวอย่าง**		
	10	**30**	**100**
0.1	วิธี Hildreth – Lu	วิธี Prais – Winsten	วิธี Hildreth – Lu
0.2	วิธี Cochrane – Orcutt	วิธี Prais – Winsten	วิธี Hildreth – Lu
0.3	วิธี Cochrane – Orcutt	วิธี Prais – Winsten	วิธี Hildreth – Lu
0.4	วิธี Hildreth – Lu	วิธี Prais – Winsten	วิธี Hildreth – Lu
0.5	วิธี Prais – Winsten	วิธี Hildreth – Lu	วิธี Hildreth – Lu
0.6	วิธี Hildreth – Lu	วิธี Hildreth – Lu	วิธี Hildreth – Lu
0.7	วิธี Prais – Winsten	วิธี Hildreth – Lu	วิธี Hildreth – Lu
0.8	วิธี Cochrane – Orcutt	วิธี Hildreth – Lu	วิธี Hildreth – Lu
0.9	วิธี Prais – Winsten	วิธี Hildreth – Lu	วิธี Hildreth – Lu
1.0	วิธี Hildreth – Lu	วิธี Hildreth – Lu	วิธี Hildreth – Lu



รูปที่ 4.14 เปรียบเทียบค่าเฉลี่ยกำลังสองของความคลาดเคลื่อนโดยเฉลี่ย จากการแก้ปัญหาด้วย 3 วิธี ที่ระดับอัตตสหสัมพันธ์ต่างกัน เมื่อ $n = 10$

จากรูปที่ 4.14 พบว่า เมื่อระดับอัตตสหสัมพันธ์เพิ่มขึ้น ค่าเฉลี่ยกำลังสองของความคลาดเคลื่อนโดยเฉลี่ย ที่แก้ปัญหาด้วยวิธี Hildreth – Lu มีแนวโน้มเพิ่มขึ้น ส่วนวิธี Cochrane – Orcutt และวิธี Prais – Winsten มีแนวโน้มขึ้นลงไม่คงที่

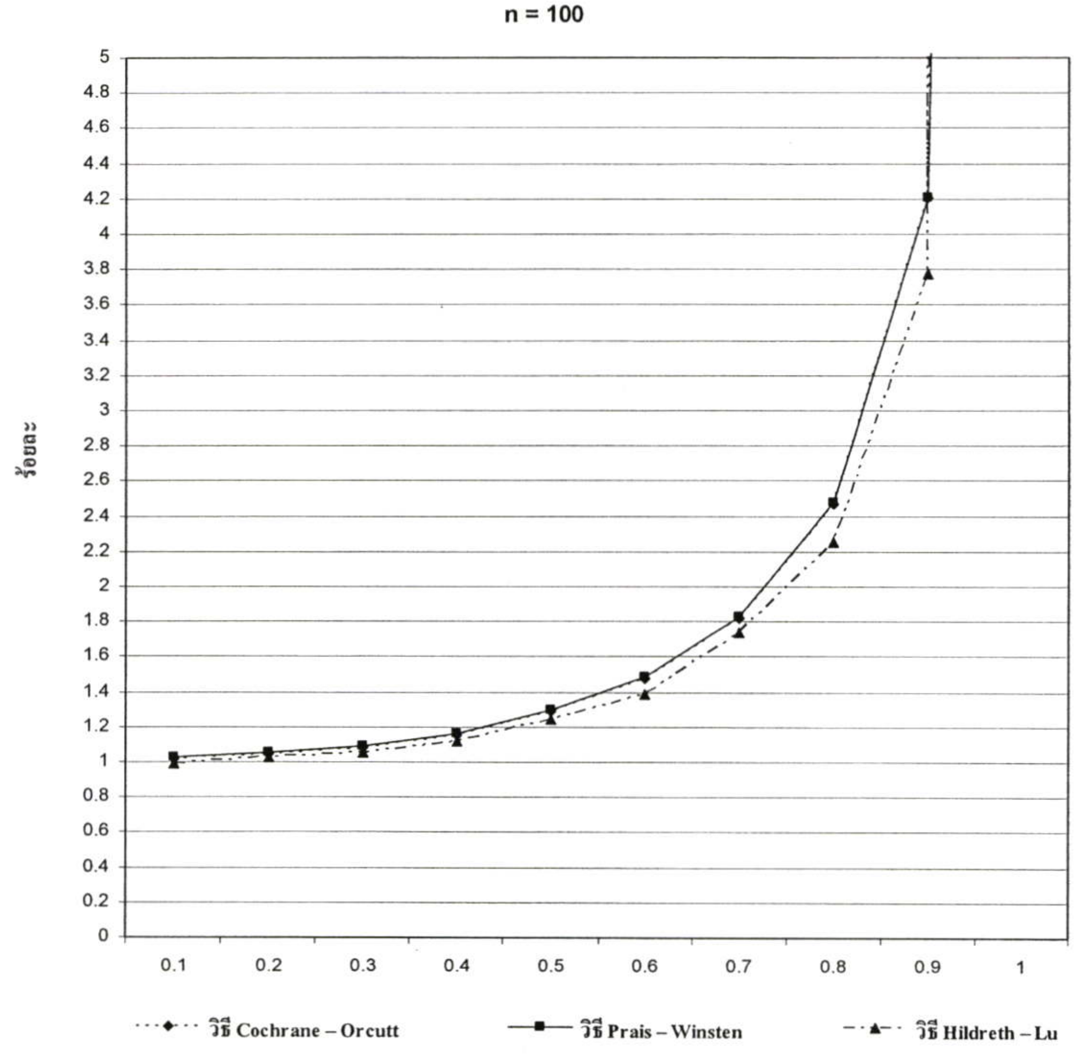
จะเห็นว่า วิธี Hildreth – Lu เป็นวิธีที่เหมาะสมที่สุดในการพยากรณ์ เมื่อระดับอัตตสหสัมพันธ์ เท่ากับ 0.1, 0.4, 0.6 และ 1.0 วิธี Cochrane – Orcutt เป็นวิธีที่เหมาะสมที่สุดในการพยากรณ์ เมื่อระดับอัตตสหสัมพันธ์ เท่ากับ 0.2, 0.3 และ 0.8 และวิธี Prais – Winsten เป็นวิธีที่เหมาะสมที่สุดในการพยากรณ์ เมื่อระดับอัตตสหสัมพันธ์ เท่ากับ 0.5, 0.7 และ 0.9



รูปที่ 4.15 เปรียบเทียบค่าเฉลี่ยกำลังสองของความคลาดเคลื่อนโดยเฉลี่ย จากการแก้ปัญหาด้วย 3 วิธี ที่ระดับอัตตสหสัมพันธ์ต่างกัน เมื่อ $n = 30$

จากรูปที่ 4.15 พบว่า เมื่อระดับอัตตสหสัมพันธ์เพิ่มขึ้น ค่าเฉลี่ยกำลังสองของความคลาดเคลื่อนโดยเฉลี่ย ที่แก้ปัญหาด้วยวิธี Hildreth – Lu มีแนวโน้มเพิ่มขึ้นเล็กน้อย ส่วนวิธี Cochrane – Orcutt และวิธี Prais – Winsten เมื่อระดับอัตตสหสัมพันธ์เท่ากับ 0.1 ถึง 0.8 มีแนวโน้มเพิ่มขึ้นเล็กน้อย และที่ระดับอัตตสหสัมพันธ์เท่ากับ 0.9 และ 1.0 มีแนวโน้มเพิ่มขึ้นอย่างรวดเร็ว

จะเห็นว่า วิธี Prais – Winsten เป็นวิธีที่เหมาะสมที่สุดในการพยากรณ์ เมื่อระดับอัตตสหสัมพันธ์เท่ากับ 0.1 ถึง 0.4 และวิธี Hildreth – Lu เป็นวิธีที่เหมาะสมที่สุดในการพยากรณ์ เมื่อระดับอัตตสหสัมพันธ์เท่ากับ 0.5 ถึง 1.0



รูปที่ 4.16 เปรียบเทียบค่าเฉลี่ยกำลังสองของความคลาดเคลื่อนโดยเฉลี่ย จากการแก้ปัญหาด้วย 3 วิธี ที่ระดับอัตตสหสัมพันธ์ต่างกัน เมื่อ $n = 100$

จากรูปที่ 4.16 พบว่า เมื่อระดับอัตตสหสัมพันธ์เพิ่มขึ้น ค่าเฉลี่ยกำลังสองของความคลาดเคลื่อนโดยเฉลี่ย ที่แก้ปัญหาด้วยวิธี Cochrane – Orcutt วิธี Prais – Winsten และวิธี Hildreth – Lu มีแนวโน้มเพิ่มขึ้นแบบเอกซ์โปเนนเชียล

จะเห็นว่า วิธี Hildreth – Lu เป็นวิธีที่เหมาะสมที่สุดในการพยากรณ์ ในทุกระดับอัตตสหสัมพันธ์

4.2 ผลจากการใช้ข้อมูลจริง

เมื่อนำข้อมูลทางเศรษฐศาสตร์มาเป็นกรณีศึกษาในงานวิจัยนี้ ได้แก่ ข้อมูลผลิตภัณฑ์มวลรวมภายในประเทศเป็นตัวแปรตาม และข้อมูลสินค้านำเข้าเป็นตัวแปรอิสระ (หน่วย : ล้านบาท) ซึ่งเก็บรวบรวมมาจากธนาคารแห่งประเทศไทย ตั้งแต่ปี พ.ศ. 2536 ถึง พ.ศ. 2550 มีขนาดตัวอย่างเท่ากับ 15 โดยใช้โปรแกรม Minitab ในการวิเคราะห์ผล

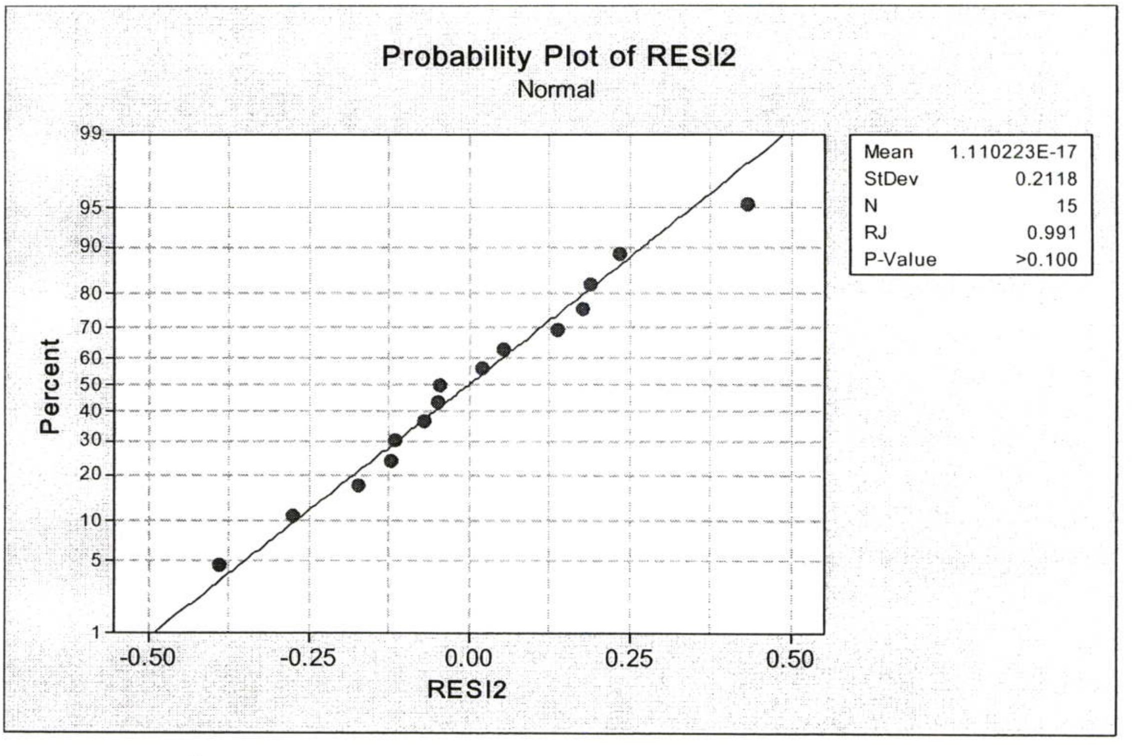
ทำการตรวจสอบข้อสมมติเบื้องต้นของความคลาดเคลื่อนทั้ง 3 ข้อ

1. การตรวจสอบการแจกแจงของความคลาดเคลื่อนว่ามีการแจกแจงแบบปกติหรือไม่ โดยทดสอบจาก Probability Plot

สมมติฐานของการทดสอบ คือ

H_0 : ความคลาดเคลื่อนมีการแจกแจงแบบปกติ

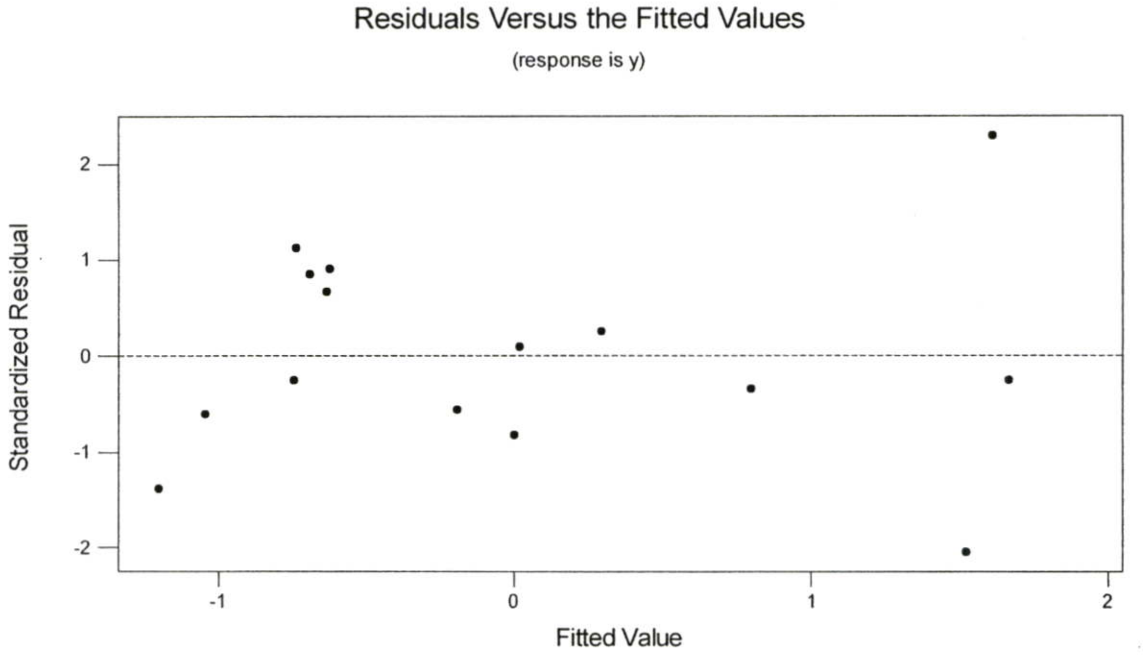
H_1 : ความคลาดเคลื่อนไม่มีการแจกแจงแบบปกติ



รูปที่ 4.17 การแจกแจงของความคลาดเคลื่อนจากการวิเคราะห์การถดถอย

จากรูปที่ 4.17 จะเห็นได้ว่า จุดต่างๆ มีแนวโน้มเป็นเส้นตรง และใช้สถิติทดสอบ Shapiro – Wilk พบว่าค่า P-Value > 0.100 จึงยอมรับ H_0 ณ ระดับนัยสำคัญ 0.05 นั่นคือ ความคลาดเคลื่อนมีการแจกแจงแบบปกติ มีค่าเฉลี่ยและส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับ 1.110×10^{-17} และ 0.2118 ตามลำดับ

2. การตรวจสอบความแปรปรวนของความคลาดเคลื่อนว่าคงที่หรือไม่ โดยทดสอบจาก Residual Plot



รูปที่ 4.18 ความแปรปรวนของความคลาดเคลื่อนจากการวิเคราะห์การถดถอย

จากรูปที่ 4.18 จะเห็นว่าความคลาดเคลื่อนมีการกระจายแบบสุ่มอยู่ในช่วง -2.5 ถึง 2.5 และมีการกระจายอยู่รอบเส้นศูนย์ ซึ่งมีลักษณะเป็นแถบขนานกับแกน $\hat{Y}$ จึงสรุปได้ว่าความแปรปรวนของความคลาดเคลื่อนมีค่าคงที่

3. การตรวจสอบความเป็นอิสระของความคลาดเคลื่อนจากการทดสอบด้วยสถิติทดสอบ เดอร์บิน – วัตสัน

สมมติฐานของการทดสอบคือ

$H_0 : \rho = 0$ (ความคลาดเคลื่อนไม่มีความสัมพันธ์กัน)

$H_1 : \rho > 0$ (ความคลาดเคลื่อนมีความสัมพันธ์กัน)

สถิติทดสอบ Durbin –Watson

$$d = \frac{\sum_{t=2}^{n}(e_t - e_{t-1})^2}{\sum_{t=1}^{n} e_t^2} = \frac{0.6653}{0.6278} = 1.06$$

ค่าเดอร์บิน – วัตสัน เท่ากับ 1.06 และจากตารางเดอร์บิน – วัตสัน ขนาดตัวอย่างเท่ากับ 15 ที่ $\alpha = 0.05$ จะได้ค่า d_U = 1.36 และ $d_L = 1.08$ เนื่องจาก d = 1.06 น้อยกว่า d_L จึงปฏิเสธ H_0 ณ ระดับนัยสำคัญ 0.05 นั่นคือความคลาดเคลื่อนมีความสัมพันธ์กัน

ซึ่งข้อมูลชุดนี้เป็นไปตามข้อสมมติเบื้องต้นของความคลาดเคลื่อนทั้ง 2 ข้อ ยกเว้นข้อ 3 คือ เกิดอัตตสหสัมพันธ์ของความคลาดเคลื่อน ที่ ρ = 0.37 จึงทำการแก้ปัญหาด้วย วิธี Cochrane – Orcutt วิธี Prais – Winsten และวิธี Hildreth – Lu ดูรายละเอียดการวิเคราะห์ได้ในภาคผนวก ก

จากผลการวิเคราะห์ พบว่า วิธี Cochrane – Orcutt และวิธี Prais – Winsten สามารถแก้ไขปัญหาอัตตสหสัมพันธ์ของความคลาดเคลื่อนได้ แต่วิธี Hildreth – Lu ไม่สามารถแก้ไขปัญหาอัตตสหสัมพันธ์ของความคลาดเคลื่อนได้ โดยวิธี Cochrane – Orcutt และวิธี Prais – Winsten มีค่าเฉลี่ยกำลังสองของความคลาดเคลื่อน เท่ากับ 5.47×10^{-12} และ 5.04×10^{-12} ตามลำดับ

บทที่ 5
สรุปผลการวิจัยและข้อเสนอแนะ

วิทยานิพนธ์ฉบับนี้มีวัตถุประสงค์เพื่อศึกษาเปรียบเทียบวิธีการแก้ไขปัญหาอัตตสหสัมพันธ์ของความคลาดเคลื่อนอันดับหนึ่ง(AR(1)) และวิธีที่เหมาะสมที่สุดในการพยากรณ์

5.1 สรุปผลการวิจัย

5.1.1 การเปรียบเทียบวิธีการแก้ปัญหา เมื่อพิจารณาวิธีการแก้ไขปัญหาอัตตสหสัมพันธ์ของความคลาดเคลื่อนอันดับหนึ่ง ในการวิเคราะห์ถดถอยเชิงเส้นอย่างง่าย ด้วยวิธี Cochrane – Orcutt วิธี Prais – Winsten และวิธี Hildreth – Lu สรุปได้ดังนี้

เมื่อขนาดตัวอย่างมีขนาดเท่ากับ 10 ความสามารถในการแก้ปัญหาอัตตสหสัมพันธ์ของวิธี Cochrane – Orcutt ดีที่สุดที่ระดับสัมประสิทธิ์อัตตสหสัมพันธ์เท่ากับ 0.1, 0.2, 0.3, 0.4, 0.5, 0.6, 0.7, 0.9 และ 1.0 สามารถแก้ปัญหาได้มากกว่าร้อยละ 68.65 และวิธี Hildreth – Lu ดีที่สุดที่ระดับสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์เท่ากับ 0.8 สามารถแก้ปัญหาได้มากกว่าร้อยละ 69.65

เมื่อขนาดตัวอย่างมีขนาดเท่ากับ 30 ความสามารถในการแก้ปัญหาอัตตสหสัมพันธ์ของวิธี Cochrane – Orcutt ดีที่สุดที่ระดับสัมประสิทธิ์อัตตสหสัมพันธ์เท่ากับ 0.2 ถึง 1.0 สามารถแก้ปัญหาได้มากกว่าร้อยละ 88.00 และ วิธี Prais – Winsten ดีที่สุดที่ระดับสัมประสิทธิ์อัตตสหสัมพันธ์เท่ากับ 0.1 สามารถแก้ปัญหาได้มากกว่าร้อยละ 99.6

เมื่อขนาดตัวอย่างมีขนาดเท่ากับ 100 ความสามารถในการแก้ปัญหาอัตตสหสัมพันธ์ของวิธี Cochrane – Orcutt ดีที่สุดที่ระดับสัมประสิทธิ์อัตตสหสัมพันธ์เท่ากับ 0.1, 0.2, 0.3, 0.4, 0.5, 0.7, 0.8 และ 1.0 สามารถแก้ปัญหาได้มากกว่าร้อยละ 90.05 และ วิธี Prais – Winsten ดีที่สุดที่ระดับสัมประสิทธิ์อัตตสหสัมพันธ์เท่ากับ 0.1, 0.2, 0.3, 0.6, 0.9 และ 1.0 สามารถแก้ปัญหาได้มากกว่าร้อยละ 90.05

เมื่อพิจารณาจากผลสรุปแล้ววิธีที่แก้ไขปัญหาอัตตสหสัมพันธ์ของความคลาดเคลื่อนอันดับหนึ่งได้ดีที่สุด ในแต่ละระดับอัตตสหสัมพันธ์และขนาดตัวอย่างจะพบว่า โดยส่วนใหญ่แล้ววิธี Cochrane – Orcutt เป็นวิธีที่แก้ไขปัญหาอัตตสหสัมพันธ์ได้ดีที่สุด

5.1.2 การเปรียบเทียบการพยากรณ์ เมื่อพิจารณาวิธีที่เหมาะสมที่สุดในการพยากรณ์ สรุปได้ว่า วิธี Cochrane – Orcutt เป็นวิธีที่เหมาะสมที่สุดในการพยากรณ์ เมื่อขนาดตัวอย่าง 10 ที่ระดับสัมประสิทธิ์อัตตสหสัมพันธ์ 0.2, 0.3 และ 0.8 ส่วนวิธี Prais – Winsten เป็นวิธีที่เหมาะสมที่สุดใน

การพยากรณ์เมื่อขนาดตัวอย่าง 10 ที่ระดับสัมประสิทธิ์อัตตสหสัมพันธ์ 0.5, 0.7 และ 0.9 เมื่อขนาดตัวอย่าง 30 ที่ระดับสัมประสิทธิ์อัตตสหสัมพันธ์ 0.1 ถึง 0.4 และวิธี Hildreth – Lu เป็นวิธีที่เหมาะสมที่สุดในการพยากรณ์ เมื่อขนาดตัวอย่าง 10 ที่ระดับสัมประสิทธิ์อัตตสหสัมพันธ์ 0.1, 0.4, 0.6 และ 1.0 เมื่อขนาดตัวอย่าง 30 ที่ระดับสัมประสิทธิ์อัตตสหสัมพันธ์ 0.5 ถึง 1.0 และเมื่อขนาดตัวอย่าง 100 ที่ระดับสัมประสิทธิ์อัตตสหสัมพันธ์ 0.1 ถึง 1.0

5.1.3 จากกรณีศึกษา ที่ขนาดตัวอย่างเท่ากับ 15 ค่า ρ = 0.37 จะได้ว่า วิธี Cochrane – Orcutt และวิธี Prais – Winsten สามารถแก้ไขปัญหาอัตตสหสัมพันธ์ของความคลาดเคลื่อนได้ ซึ่งสอดคล้องกับผลสรุปที่ได้จากการจำลอง โดยวิธี Cochrane – Orcutt และวิธี Prais – Winsten มีค่าเฉลี่ยกำลังสองของความคลาดเคลื่อนแตกต่างกันน้อยมาก ดังนั้น วิธี Cochrane – Orcutt และวิธี Prais – Winsten จึงเป็นวิธีการที่เหมาะสมในการพยากรณ์

5.2 ข้อเสนอแนะ

งานวิจัยนี้ทำการศึกษาเปรียบเทียบวิธีการแก้ปัญหาอัตตสหสัมพันธ์ของความคลาดเคลื่อน โดยกำหนดรูปแบบการถดถอยที่ใช้เป็นรูปแบบการถดถอยเชิงเส้นอย่างง่าย และระดับความคลาดเคลื่อนมีอัตตสหสัมพันธ์อันดับหนึ่ง (AR(1)) ดังนั้นผู้วิจัยที่สนใจดำเนินการวิจัยเรื่องนี้ต่อไป อาจทำการแก้ไขปัญหาอัตตสหสัมพันธ์ของความคลาดเคลื่อน ด้วยวิธีการประมาณค่าแบบอื่นๆ หรือ ทำการศึกษากรณีรูปแบบการถดถอยเชิงเส้นแบบพหุที่ความคลาดเคลื่อนเกิดปัญหาอัตตสหสัมพันธ์กันในอันดับที่สูงขึ้นเช่น AR(2), AR(3) และอื่นๆ

บรรณานุกรม

ชุติมา ศรีศันสนีย. 2543. **“การแก้ปัญหาเมื่อความคลาดเคลื่อนมีอัตตสหสัมพันธ์ในการวิเคราะห์การถดถอยเชิงเส้นอย่างง่าย.”** วิทยานิพนธ์วิทยาศาสตรมหาบัณฑิต สาขาสถิติ ภาควิชาสถิติ บัณฑิตวิทยาลัย, มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์.

โชติรส เทียนถาวร. 2544. **“การเปรียบเทียบประสิทธิภาพของการประมาณพารามิเตอร์ของตัวแบบการถดถอยที่มีความคลาดเคลื่อนแบบอัตตสหสัมพันธ์.”** วิทยานิพนธ์วิทยาศาสตรมหาบัณฑิต สาขาวิชาสถิติประยุกต์ บัณฑิตวิทยาลัย, มหาวิทยาลัยศิลปากร.

ทรงศิริ แต้สมบัติ. 2548. **การวิเคราะห์การถดถอย.** พิมพ์ครั้งที่ 3. กรุงเทพฯ : สำนักพิมพ์มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์.

ธนาคารแห่งประเทศไทย. 2551. [Online]. Available : http://www.bot.or.th/BOThomeage/atabank/EconData/EconFinance/index04.htm

ปิยดา พฤกสวัสดิ์นนท์. 2548. **“การเปรียบเทียบวิธีการประมาณค่าพารามิเตอร์การถดถอยเชิงเส้นพหุคูณ ที่มีเทอมความเคลื่อนแบบออโตรีเกรซซีฟอันดับที่ 1, 2 และ 3”.** วิทยานิพนธ์วิทยาศาสตรมหาบัณฑิต สาขาวิชาสถิติประยุกต์ บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยเชียงใหม่.

รุ่งรวี จุลเจนวิทย์. 2538. **“วิธีการประมาณค่าพารามิเตอร์ เมื่อทราบและไม่ทราบข้อมูลเบื้องต้นเกี่ยวกับพารามิเตอร์ ในสมการถดถอยเชิงเส้นอย่างง่าย เมื่อความคลาดเคลื่อนมีอัตตสหสัมพันธ์.”** วิทยานิพนธ์วิทยาศาสตร์ มหาบัณฑิต สาขาวิชาสถิติ บัณฑิตวิทยาลัย, จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.

เริงชัย ตันสุชาติ. 2548. **เศรษฐมิติ.** พิมพ์ครั้งที่ 1. เชียงใหม่ : โรงพิมพ์โทนคัลเลอร์.

วิรัชช พานิวงศ์. 2549. **การวิเคราะห์ถดถอย.** พิมพ์ครั้งที่ 4. กรุงเทพฯ : ศูนย์ผลิตตำราเรียน สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าพระนครเหนือ.

วิโรจน์ มงคลเทพ. 2548. “**ประสิทธิภาพของตัวประมาณในสมการพหุคูณ กรณีความคลาดเคลื่อนมีความแปรปรวนไม่คงที่และมีอัตตสหสัมพันธ์.”** วิทยานิพนธ์ปริญญามหาบัณฑิต สาขาวิชาสถิติประยุกต์ บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยเชียงใหม่.

วีรนุช กิจสุขจิต. 2534. **“การเปรียบเทียบตัวสถิติทดสอบอัตตสหสัมพันธ์ตำแหน่งที่หนึ่งของความคลาดเคลื่อนในการวิเคราะห์ถดถอยเชิงเส้นอย่างง่าย.”** วิทยานิพนธ์วิทยาศาสตรมหาบัณฑิต สาขาวิชาสถิติ บัณฑิตวิทยาลัย, จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.

อรจิรา คำหงส์สา. 2547. **"การเปรียบเทียบวิธีการแก้ปัญหาอัตตสหสัมพันธ์ของความคลาดเคลื่อนที่มีสาเหตุมาจากธรรมชาติของข้อมูล."** วิทยานิพนธ์วิทยาศาสตรมหาบัณฑิต สาขาสถิติ ภาควิชาสถิติ บัณฑิตวิทยาลัย, มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์.

Gujarati, Damodar N. 1995. **Basic Econometrics**. 3rd ed. New York : McGraw-Hell.

Judge, George G. 1985. **The Theory and practice of econometrics**. 2nd ed. New York : John Wiley and Sons.

Kunter, Nachtsheim and Neter. 2004. **Applied Linear Regression Model.** 4th ed. McGraw-Hill/Irwin.

Law, Averill M. 2007. **Simulation Modeling and Analysis**. 4th ed. Singapore : McGraw-Hill.

Ramanathan, Ramu. 1995. **Introductory econometrics with applications**. 3rd ed. Fort worth : Dryden Press

Tse, Yiu Kuen. 1984. **"An empirical comparison of small sample distributions of estimators of the first order autoregression"**. Journal of Statistical Computation and Simulation. 19: 227-236 .

ภาคผนวก

ภาคผนวก ก

การวิเคราะห์กรณีศึกษา

การวิเคราะห์กรณีศึกษา

ข้อมูลสินค้านำเข้า และข้อมูลผลิตภัณฑ์มวลรวมภายในประเทศ มีขนาดตัวอย่างเท่ากับ 15 ตัวแปรที่ใช้ได้แก่

ตัวแปรตาม ข้อมูลผลิตภัณฑ์มวลรวมภายในประเทศ

ตัวแปรอิสระ ข้อมูลสินค้านำเข้า

ตารางที่ ก.1 แสดงข้อมูลสินค้านำเข้า และข้อมูลผลิตภัณฑ์มวลรวมภายในประเทศ (หน่วย : ล้านบาท) ซึ่งเก็บรวบรวมมาจากธนาคารแห่งประเทศไทย ตั้งแต่ปี พ.ศ. 2536 ถึง พ.ศ. 2550 มีขนาดตัวอย่างเท่ากับ 15

ปี	สินค้านำเข้า	ผลิตภัณฑ์มวลรวมภายในประเทศ	X_t	Y_t
2536	1166595	3165222	-1.2305	-1.4781
2537	1369037	3629341	-1.0732	-1.1702
2538	1763591	4186212	-0.7668	-0.8007
2539	1832825	4611041	-0.7131	-0.5189
2540	1924283	4732610	-0.6421	-0.4382
2541	1774066	4626447	-0.7587	-0.5086
2542	1907391	4637079	-0.6552	-0.5016
2543	2494141	4922731	-0.1995	-0.3121
2544	2752346	5133502	0.0010	-0.1722
2545	2774840	5450643	0.0185	0.0382
2546	3138776	5917369	0.3011	0.3478
2547	3801067	6489476	0.8154	0.7274
2548	4754025	7095619	1.5554	1.1295
2549	4942923	7830329	1.7021	1.6169
2550	4870186	8469060	1.6456	2.0407

จากนั้นทำการแปลงข้อมูล X และ Y ให้อยู่ในรูปมาตรฐาน โดย

$$X_t = \frac{X-\overline{X}}{S_x}, S_x = \frac{\sqrt{\sum_{i=1}^{n}\left(X-\overline{X}\right)^2}}{n-1} \qquad Y_t = \frac{Y-\overline{Y}}{S_y}, S_y = \frac{\sqrt{\sum_{i=1}^{n}\left(Y-\overline{Y}\right)^2}}{n-1}$$

X_t คือ ข้อมูลสินค้านำเข้าที่ทำการแปลง

Y_t คือ ข้อมูลผลิตภัณฑ์มวลรวมภายในประเทศที่ทำการแปลง

ตารางที่ ก.2 แสดงการคำนวณที่ใช้ในการทดสอบด้วยสถิติทดสอบเดอร์บิน – วัตสัน

t	Y_t	X_t	$\hat{Y}_t$	$e_t = Y_t - \hat{Y}_t$	$(e_t - e_{t-1})^2$	e_t^2	$e_{t-1}e_t$	e_{t-1}^2
1	-1.4781	-1.2305	-1.2026	-0.2755	-	0.0759		
2	-1.1702	-1.0732	-1.0489	-0.1212	0.0238	0.0147	0.0334	0.0759
3	-0.8007	-0.7668	-0.7495	-0.0512	0.0049	0.0026	0.0062	0.0147
4	-0.5189	-0.7131	-0.6969	0.1780	0.0526	0.0317	-0.0091	0.0026
5	-0.4382	-0.6421	-0.6275	0.1893	0.0001	0.0358	0.0337	0.0317
6	-0.5086	-0.7587	-0.7415	0.2329	0.0019	0.0542	0.0441	0.0358
7	-0.5016	-0.6552	-0.6403	0.1387	0.0089	0.0192	0.0323	0.0542
8	-0.3121	-0.1995	-0.1950	-0.1171	0.0654	0.0137	-0.0162	0.0192
9	-0.1722	0.0010	0.0010	-0.1732	0.0032	0.0300	0.0203	0.0137
10	0.0382	0.0185	0.0180	0.0201	0.0374	0.0004	-0.0035	0.0300
11	0.3478	0.3011	0.2943	0.0536	0.0011	0.0029	0.0011	0.0004
12	0.7274	0.8154	0.7969	-0.0695	0.0152	0.0048	-0.0037	0.0029
13	1.1295	1.5554	1.5202	-0.3906	0.1031	0.1526	0.0272	0.0048
14	1.6169	1.7021	1.6635	-0.0466	0.1184	0.0022	0.0182	0.1526
15	2.0407	1.6456	1.6083	0.4324	0.2294	0.1870	-0.0201	0.0022

จาก X_t และ Y_t นำไปหาสมการถดถอยเชิงเส้นเชิงเส้นอย่างง่าย ด้วยวิธีกำลังสองน้อยที่สุด สมการถดถอย คือ

$$\hat{Y}_t = 0.000 + 0.977X_t$$

จากสมการถดถอยหาเศษตกค้าง จากสูตร $e_t = Y_t - \hat{Y}_t$

ทดสอบความเป็นอิสระของความคลาดเคลื่อนด้วยสถิติทดสอบเดอร์บิน – วัตสัน

$H_0: \rho = 0$ ความคลาดเคลื่อนไม่มีความสัมพันธ์กัน

$H_1: \rho > 0$ ความคลาดเคลื่อนมีความสัมพันธ์กัน

สถิติทดสอบ Durbin –Watson

$$d = \frac{\sum_{t=2}^{n}(e_t - e_{t-1})^2}{\sum_{t=1}^{n}e_t^2} = \frac{0.6653}{0.6278} = 1.06$$

ค่า Durbin –Watson เท่ากับ 1.06 และจากตาราง Durbin –Watson ขนาดตัวอย่างเท่ากับ 15 ที่ $\alpha = 0.05$ จะได้ค่า d_u = 1.36 และ $d_L = 1.08$ เนื่องจาก d = 1.06 น้อยกว่า d_L จึงปฏิเสธ H_0 ณ ระดับนัยสำคัญ 0.05 นั่นคือ ความคลาดเคลื่อนมีความสัมพันธ์กัน

จึงนำข้อมูลมาแก้ปัญหาอัตตสหสัมพันธ์ของความคลาดเคลื่อนด้วยวิธีการแก้ปัญหา 3 วิธี คือ วิธี Cochrane – Orcutt วิธี Prais – Winsten และ วิธี Hildreth – Lu แสดงดังต่อไปนี้

1.วิธี Cochrane – Orcutt มีขั้นตอนดังนี้

1.1 จากตารางภาคผนวกที่ 2 ทำการประมาณค่า $\hat{\rho}$ ด้วยวิธีกำลังสองน้อยที่สุด

$$\hat{\rho} = \frac{\sum_{t=2}^{n} e_t e_{t-1}}{\sum_{t=2}^{n} e_{t-1}^2} = \frac{0.1637}{0.4408} = 0.37$$

1.2 ทำการแปลงข้อมูลใหม่เป็น

$$Y_t' = Y_t - 0.37Y_{t-1}$$
$$X_t' = X_t - 0.37X_{t-1}$$

1.3 สร้างสมการถดถอยโดยวิธีกำลังสองน้อยที่สุด จากข้อมูลของตัวแปรที่แปลงแล้ว ได้สมการ $\hat{Y}_t' = 0.0368 + 0.9345X_t'$

1.4 คำนวณค่าเศษตกค้างจากสมการถดถอยที่สร้างขึ้นจากข้อมูลที่แปลงแล้ว โดย $e_t = Y_t' - \hat{Y}_t'$ และนำมาทำการตรวจสอบค่าความคลาดเคลื่อนว่ามีอัตตสหสัมพันธ์หรือไม่ โดยใช้สถิติทดสอบเดอร์บิน – วัตสัน

$$d = \frac{\sum_{t=2}^{n} (e_t - e_{t-1})^2}{\sum_{t=1}^{n} e_t^2} = \frac{0.5533}{0.4675} = 1.1835$$

ค่า Durbin –Watson เท่ากับ 1.1835 และจากตาราง Durbin –Watson ขนาดตัวอย่างเท่ากับ 14 ที่ $\alpha = 0.05$ จะได้ค่า d_u = 1.35 และ $d_L = 1.05$ เนื่องจาก $d_L < 1.1835 < d_U$ จึงสรุปผลไม่ได้

1.5 ทำการแปลงสมการ $\hat{Y}_t' = 0.0368 + 0.9345X_t'$ กลับไปเป็นสมกา $\hat{Y}_t = b_0 + b_1 X_t$

โดย $b_0 = \frac{b_0'}{1-\hat{\rho}} = \frac{0.0368}{1-0.37} = 0.0584$ และ $b_1 = b_1' = 0.9345$

ได้สมการถดถอยที่อยู่ในรูปตัวแปรเดิม $\hat{Y}_t = 0.0584 + 0.9345X_t$

ตารางที่ ก.3 แสดงขั้นตอนการคำนวณของวิธี Cochrane – Orcutt (รอบที่ 1)

t	Y'_t	X'_t	$\hat{Y}'_t$	$e_t = Y'_t - \hat{Y}'_t$	$(e_t - e_{t-1})^2$	e_t^2	$\hat{Y}_t$
1							-1.0915
2	-0.6213	-0.6163	-0.5392	-0.0821		0.0067	-0.9446
3	-0.3662	-0.3683	-0.3074	-0.0588	0.0005	0.0035	-0.6582
4	-0.2215	-0.4283	-0.3635	0.1420	0.0403	0.0202	-0.6080
5	-0.2455	-0.3773	-0.3158	0.0702	0.0051	0.0049	-0.5416
6	-0.3459	-0.5203	-0.4494	0.1035	0.0011	0.0107	-0.6506
7	-0.3127	-0.3734	-0.3122	-0.0005	0.0108	0.0000	-0.5539
8	-0.1258	0.0438	0.0777	-0.2035	0.0412	0.0414	-0.1281
9	-0.0563	0.0751	0.1070	-0.1633	0.0016	0.0267	0.0593
10	0.1021	0.0181	0.0537	0.0484	0.0448	0.0023	0.0756
11	0.3336	0.2942	0.3117	0.0219	0.0007	0.0005	0.3397
12	0.5982	0.7036	0.6943	-0.0961	0.0139	0.0092	0.8204
13	0.8594	1.2526	1.2074	-0.3480	0.0635	0.1211	1.5119
14	1.1975	1.1245	1.0876	0.1099	0.2096	0.0121	1.6490
15	1.4402	1.0135	0.9839	0.4563	0.1200	0.2082	1.5962

เนื่องจากทดสอบค่าคลาดเคลื่อนแล้วพบว่าไม่สามารถสรุปผลได้ จึงเริ่มทำขั้นตอนที่ 1.1-1.4 ใหม่ เป็นรอบที่ 2 โดยใช้ $\hat{Y}_t$ แทน Y_t ตัวเดิม และยังคงใช้ X_t ตัวเดิม ได้ดังนี้

สมการถดถอย คือ

$$\hat{Y}_t = 0.0584 + 0.9345 X_t$$

ทดสอบความเป็นอิสระของความคลาดเคลื่อนด้วยสถิติทดสอบเดอร์บิน – วัตสัน

$H_0 : \rho = 0$ ความคลาดเคลื่อนไม่มีความสัมพันธ์กัน

$H_1 : \rho > 0$ ความคลาดเคลื่อนมีความสัมพันธ์กัน

สถิติทดสอบ Durbin –Watson

$$d = \frac{\sum_{t=2}^{n}(e_t - e_{t-1})^2}{\sum_{t=1}^{n} e_t^2} = \frac{2.12 \times 10^{-10}}{8.2 \times 10^{-11}} = 2.58$$

ค่า Durbin –Watson เท่ากับ 2.58 และจากตาราง Durbin –Watson ขนาดตัวอย่างเท่ากับ 15 ที่ $\alpha = 0.05$ จะได้ค่า d_u = 1.36 และ $d_L = 1.08$ เนื่องจาก d = 2.58 มากกว่า d_U จึงยอมรับ H_0 ณ ระดับนัยสำคัญ 0.05 นั่นคือ ความคลาดเคลื่อนไม่มีความสัมพันธ์กัน

ตารางที่ ก.4 แสดงขั้นตอนการคำนวณของวิธี Cochrane – Orcutt (รอบที่ 2)

t	$\hat{Y}_t$	X_t	e_t	$e_t - e_{t-1}$	$(e_t - e_{t-1})^2$	e_t^2	$e_{t-1}e_t$	e_{t-1}^2
1	-1.0915	-1.2305	0.000002	-	-	4 x10^{-12}		
2	-0.9446	-1.0732	-0.000001	-0.000003	9x10^{-12}	1 x10^{-12}	-2 x10^{-12}	4 x10^{-12}
3	-0.6582	-0.7668	-0.000001	0.000000	0.000000	1 x10^{-12}	1 x10^{-12}	1 x10^{-12}
4	-0.6080	-0.7131	0.000001	0.000002	4 x10^{-12}	1 x10^{-12}	-1 x10^{-12}	1 x10^{-12}
5	-0.5416	-0.6421	0.000003	0.000002	4 x10^{-12}	9 x10^{-12}	3 x10^{-12}	1 x10^{-12}
6	-0.6506	-0.7587	0.000002	-0.000001	1 x10^{-12}	4 x10^{-12}	6 x10^{-12}	9 x10^{-12}
7	-0.5539	-0.6552	-0.000006	-0.000009	8.1 x10^{-11}	3.6 x10^{-11}	-1.2 x10^{-11}	4 x10^{-12}
8	-0.1281	-0.1995	-0.000001	0.000006	3.6 x10^{-11}	1 x10^{-12}	6 x10^{-12}	3.6 x10^{-11}
9	0.0593	0.0010	0.000004	0.000004	1.6 x10^{-11}	1.6 x10^{-11}	-4 x10^{-12}	1 x10^{-12}
10	0.0756	0.0185	-0.000002	-0.000006	3.6 x10^{-11}	4 x10^{-12}	-8 x10^{-12}	1.6 x10^{-11}
11	0.3397	0.3011	0.000000	0.000002	4 x10^{-12}	0.0000	0.0000	4 x10^{-12}
12	0.8204	0.8154	-0.000002	-0.000002	4 x10^{-12}	4 x10^{-12}	0.0000	0.0000
13	1.5119	1.5554	0.000001	0.000004	1.6 x10^{-11}	1 x10^{-12}	-2 x10^{-12}	4 x10^{-12}
14	1.6490	1.7021	0.000000	-0.000001	1 x10^{-12}	0.0000	0.0000	1 x10^{-12}
15	1.5962	1.6456	0.000000	0.000000	0.000000	0.0000	0.0000	0.0000

เมื่อทดสอบแล้วความคลาดเคลื่อนไม่มีความสัมพันธ์กัน ขั้นต่อไปทำการวัดความแม่นยำในการพยากรณ์ จะใช้ค่าเฉลี่ยกำลังสองของความคลาดเคลื่อน (MSE) ซึ่งมีสูตรดังนี้

$$MSE = \frac{\sum_{t=1}^{n} e_t^2}{n} = \frac{8.2 \times 10^{-11}}{15} = 5.47 \times 10^{-12}$$

จะเห็นว่าวิธี Cochrane – Orcutt สามารถแก้ไขปัญหาอัตตสหสัมพันธ์ของความคลาดเคลื่อนได้ และมีค่าเฉลี่ยกำลังสองของความคลาดเคลื่อน เท่ากับ 5.47 x10^{-12}

2. **วิธี Prais – Winsten มีขั้นตอนดังนี้**

2.1 จากตารางภาคผนวกที่ 5 ทำการประมาณค่า $\hat{\rho}$ ด้วยวิธีกำลังสองน้อยที่สุด

$$\hat{\rho} = \frac{\sum_{t=2}^{n} e_t e_{t-1}}{\sum_{t=2}^{n} e_{t-1}^2} = \frac{0.1637}{0.4408} = 0.37$$

2.2 ทำการแปลงข้อมูลใหม่เป็น

$$Y_1' = \sqrt{1\text{-}0.137} \times Y_1 \text{ และ } X_1' = \sqrt{1\text{-}0.137} \times X_1 \quad \text{เมื่อ } t = 1$$

$$Y_t' = Y_t - 0.37Y_{t-1} \quad \text{และ } X_t' = X_t - 0.37X_{t-1} \quad \text{เมื่อ } t = 2,\ldots,n$$

2.3 สร้างสมการถดถอยโดยวิธีกำลังสองน้อยที่สุด จากข้อมูลของตัวแปรที่แปลงแล้ว ได้สมการ $\hat{Y}_t' = 0.0287 + 0.9959X_t'$

2.4 คำนวณค่าเศษตกค้างจากสมการถดถอยที่สร้างขึ้นจากข้อมูลที่แปลงแล้ว โดย $e_t = Y_t' - \hat{Y}_t'$ และนำมาทำการตรวจสอบค่าความคลาดเคลื่อนว่ามีอัตตสหสัมพันธ์หรือไม่ โดยใช้สถิติทดสอบเดอร์บิน – วัตสัน

$$d = \frac{\sum_{t=2}^{n} (e_t - e_{t-1})^2}{\sum_{t=1}^{n} e_t^2} = \frac{0.6593}{0.5574} = 1.1828$$

ค่า Durbin –Watson เท่ากับ 1.1828 และจากตาราง Durbin –Watson ขนาดตัวอย่างเท่ากับ 14 ที่ $\alpha = 0.05$ จะได้ค่า $d_u = 1.35$ และ $d_L = 1.05$ เนื่องจาก $d_L < 1.1828 < d_U$ จึงสรุปผลไม่ได้

2.5 ทำการแปลงสมการ $\hat{Y}_t' = 0.0287 + 0.9959X_t'$ กลับไปเป็นสมการ $\hat{Y}_t = b_0 + b_1X_t$ โดย $b_0 = \frac{b_0'}{1-\hat{\rho}} = \frac{0.0287}{1-0.37} = 0.0456$ และ $b_1 = b_1' = 0.9959$

ได้สมการถดถอยที่อยู่ในรูปตัวแปรเดิม $\hat{Y}_t = 0.0456 + 0.9959X_t$

ตารางที่ ก.5 แสดงขั้นตอนการคำนวณของวิธี Prais – Winsten (รอบที่ 1)

t	Y_t'	X_t'	$\hat{Y}_t'$	$e_t = Y_t' - \hat{Y}_t'$	$(e_t - e_{t-1})^2$	e_t^2	$\hat{Y}_t$
1	-1.3724	-1.1425	-1.1091	-0.2633		0.0693	-1.1798
2	-0.6213	-0.6163	-0.5851	-0.0362	0.0516	0.0013	-1.0232
3	-0.3662	-0.3683	-0.3381	-0.0281	0.0001	0.0008	-0.7181
4	-0.2215	-0.4283	-0.3979	0.1764	0.0418	0.0311	-0.6645
5	-0.2455	-0.3773	-0.3470	0.1015	0.0056	0.0103	-0.5938
6	-0.3459	-0.5203	-0.4895	0.1435	0.0018	0.0206	-0.7100
7	-0.3127	-0.3734	-0.3432	0.0305	0.0128	0.0009	-0.6069
8	-0.1258	0.0438	0.0723	-0.1981	0.0523	0.0392	-0.1531
9	-0.0563	0.0751	0.1035	-0.1598	0.0015	0.0255	0.0466
10	0.1021	0.0181	0.0467	0.0554	0.0463	0.0031	0.0640
11	0.3336	0.2942	0.3217	0.0119	0.0019	0.0001	0.3455
12	0.5982	0.7036	0.7294	-0.1312	0.0205	0.0172	0.8577
13	0.8594	1.2526	1.2762	-0.4168	0.0816	0.1738	1.5948
14	1.1975	1.1245	1.1486	0.0489	0.2169	0.0024	1.7409
15	1.4402	1.0135	1.0381	0.4021	0.1248	0.1617	1.6846

เนื่องจากทดสอบค่าคลาดเคลื่อนแล้วพบว่าไม่สามารถสรุปผลได้ จึงเริ่มทำขั้นตอนที่ 2.1-2.4 ใหม่ เป็นรอบที่ 2 โดยใช้ $\hat{Y}_t$ แทน Y_t ตัวเดิม และยังคงใช้ X_t ตัวเดิม ได้ดังนี้

สมการถดถอย คือ

$$\hat{Y}_t = 0.0457 + 0.9959X_t$$

ทดสอบความเป็นอิสระของความคลาดเคลื่อนด้วยสถิติทดสอบเดอร์บิน – วัตสัน

$H_0: \rho = 0$ ความคลาดเคลื่อนไม่มีความสัมพันธ์กัน

$H_1: \rho > 0$ ความคลาดเคลื่อนมีความสัมพันธ์กัน

จากสูตร Durbin –Watson

$$d = \frac{\sum_{t=2}^{n}(e_t - e_{t-1})^2}{\sum_{t=1}^{n} e_t^2} = \frac{1.5906\times10^{-10}}{7.556\times10^{-11}} = 2.11$$

ค่า Durbin –Watson เท่ากับ 2.11 และจากตาราง Durbin –Watson ขนาดตัวอย่างเท่ากับ 15 ที่ $\alpha = 0.05$ จะได้ค่า d_u = 1.36 และ $d_L = 1.08$ เนื่องจาก d = 2.11 มากกว่า d_U จึงยอมรับ H_0 ณ ระดับนัยสำคัญ 0.05 นั่นคือความคลาดเคลื่อนไม่มีความสัมพันธ์กัน

ตารางที่ ก.6 แสดงขั้นตอนการคำนวณของวิธี Prais – Winsten (รอบที่ 2)

t	$\hat{Y}_t$	X_t	e_t	$e_t - e_{t-1}$	$(e_t - e_{t-1})^2$	e_t^2	$e_{t-1}e_t$	e_{t-1}^2
1	-1.1798	-1.2305	-0.0000005	-	-	2.5×10^{-13}		
2	-1.0232	-1.0732	-0.000001	-0.0000005	2.5×10^{-13}	1×10^{-12}	5×10^{-13}	2.5×10^{-13}
3	-0.7181	-0.7668	-0.000005	-0.000004	1.6×10^{-11}	2.5×10^{-11}	5×10^{-12}	1×10^{-12}
4	-0.6645	-0.7131	0.000004	0.000009	8.1×10^{-11}	1.6×10^{-11}	-2×10^{-11}	2.5×10^{-11}
5	-0.5938	-0.6421	0.000003	-0.000001	1×10^{-12}	9×10^{-12}	1.2×10^{-11}	1.6×10^{-11}
6	-0.7100	-0.7587	-0.000002	-0.000005	2.5×10^{-11}	4×10^{-12}	-6×10^{-12}	9×10^{-12}
7	-0.6069	-0.6552	-0.0000004	0.0000016	2.56×10^{-12}	1.6×10^{-13}	-8×10^{-13}	4×10^{-12}
8	-0.1531	-0.1995	0.000003	0.0000034	1.156×10^{-11}	9×10^{-12}	1.2×10^{-12}	1.6×10^{-13}
9	0.0466	0.0010	-0.000001	-0.000004	1.6×10^{-11}	1×10^{-12}	-3×10^{-12}	9×10^{-12}
10	0.0640	0.0185	-0.0000002	0.0000008	6.4×10^{-13}	4×10^{-14}	2×10^{-13}	1×10^{-12}
11	0.3455	0.3011	-0.0000006	-0.0000007	4.9×10^{-13}	3.6×10^{-13}	1.2×10^{-13}	4×10^{-14}
12	0.8577	0.8154	0.000001	0.0000016	2.56×10^{-12}	1×10^{-12}	6×10^{-13}	3.6×10^{-13}
13	1.5948	1.5554	0.000002	0.000001	1×10^{-12}	4×10^{-12}	2×10^{-12}	1×10^{-12}
14	1.7409	1.7021	-0.000002	0.000000	0.000000	4×10^{-12}	-4×10^{-12}	4×10^{-12}
15	1.6846	1.6456	-0.000001	0.000001	1×10^{-12}	1×10^{-12}	2×10^{-12}	4×10^{-12}

เมื่อทดสอบแล้วความคลาดเคลื่อนไม่มีความสัมพันธ์กัน ขั้นต่อไปทำการวัดความแม่นยำในการพยากรณ์ จะใช้ค่าเฉลี่ยกำลังสองของความคลาดเคลื่อน (MSE) ซึ่งมีสูตรดังนี้

$$MSE = \frac{\sum_{t=1}^{n} e_t^2}{n} = \frac{7.556 \times 10^{-11}}{15} = 5.04 \times 10^{-12}$$

จะเห็นว่าวิธี Prais – Winsten สามารถแก้ไขปัญหาอัตตสหสัมพันธ์ของความคลาดเคลื่อนได้ และ มีค่าเฉลี่ยกำลังสองของความคลาดเคลื่อน เท่ากับ 5.04×10^{-12}

3. วิธี Hildreth – Lu มีขั้นตอนดังนี้

3.1 ทำการหาค่า ρ ที่ทำให้ผลบวกกำลังสองของความคลาดเคลื่อน (SSE) ที่มีค่าน้อยที่สุด

3.2 ทำการแปลงข้อมูลใหม่เป็น

$$Y_t' = Y_t - \rho Y_{t-1} \text{ และ } X_t' = X_t - \rho X_{t-1}$$

ดังนั้น เราจึงใช้ $\rho = 1$ เพราะให้ผลบวกกำลังสองของความคลาดเคลื่อน (SSE) น้อยที่สุด

$$Y_t' = Y_t - Y_{t-1} \text{ และ } X_t' = X_t - X_{t-1}$$

ตารางที่ ก.7 การหา ρ ที่ทำให้ผลบวกกำลังสองของความคลาดเคลื่อน (SSE) ที่มีค่าน้อยที่สุด ของวิธี Hildreth – Lu

ρ	**SSE**
0.1	0.5070
0.2	0.4860
0.3	0.4726
0.4	0.4664
0.5	0.4661
0.6	0.4691
0.7	0.4689
0.8	0.4511
0.9	0.3921
1.0	0.2929

3.3 สร้างสมการถดถอยโดยวิธีกำลังสองน้อยที่สุด จากข้อมูลของตัวแปรที่แปลงแล้ว ได้สมการ $\hat{Y}_t' = 0.1905 + 0.2959X_t'$

3.4 คำนวณค่าเศษตกค้างจากสมการถดถอยที่สร้างขึ้นจากข้อมูลที่แปลงแล้ว โดย $e_t = Y_t' - \hat{Y}_t'$ และนำมาทำการตรวจสอบค่าความคลาดเคลื่อนว่ามีอัตตสหสัมพันธ์หรือไม่ โดยใช้สถิติทดสอบเดอร์บิน – วัตสัน

$$d = \frac{\sum_{t=2}^{n}(e_t - e_{t-1})^2}{\sum_{t=1}^{n} e_t^2} = \frac{0.1451}{0.293} = 0.5127$$

ค่า Durbin –Watson เท่ากับ 0.5127 และจากตาราง Durbin –Watson ขนาดตัวอย่างเท่ากับ 14 ที่ $\alpha = 0.05$ จะได้ค่า d_u = 1.35 และ $d_L = 1.05$ เนื่องจาก 0.5127 < d_L จึงปฏิเสธ H_0 ณ ระดับนัยสำคัญ 0.05 นั่นคือ ความคลาดเคลื่อนมีความสัมพันธ์กัน

ตารางที่ ก.8 แสดงขั้นตอนการคำนวณของวิธี Hildreth – Lu

t	Y_t'	X_t'	$\hat{Y}_t'$	e_t	$(e_t - e_{t-1})^2$	e_t^2	$\hat{Y}_t$	$e_t^2 = (\hat{Y}_t' - \hat{Y}_t)^2$
1	0.3079	0.1572	0.2371	0.0708		0.0050	0.0465	0.0683
2	0.3695	0.3064	0.2812	0.0882	0.0003	0.0078	0.0907	0.0777
3	0.2819	0.0538	0.2065	0.0754	0.0002	0.0057	0.0159	0.0707
4	0.0807	0.0710	0.2116	-0.1309	0.0426	0.0171	0.0210	0.0036
5	-0.0704	-0.1167	0.1560	-0.2265	0.0091	0.0513	-0.0345	0.0013
6	0.0071	0.1035	0.2212	-0.2141	0.0002	0.0458	0.0306	0.0006
7	0.1895	0.4557	0.3254	-0.1359	0.0061	0.0185	0.1348	0.0030
8	0.1398	0.2005	0.2499	-0.1101	0.0007	0.0121	0.0593	0.0065
9	0.2104	0.0175	0.1957	0.0147	0.0156	0.0002	0.0052	0.0421
10	0.3096	0.2826	0.2742	0.0355	0.0004	0.0013	0.0836	0.0511
11	0.3796	0.5143	0.3427	0.0368	0.0000	0.0014	0.1522	0.0517
12	0.4021	0.7400	0.4095	-0.0074	0.0020	0.0001	0.2190	0.0335
13	0.4874	0.1467	0.2340	0.2535	0.0681	0.0643	0.0434	0.1972
14	0.4238	-0.0565	0.1738	0.2499	0.0000	0.0625	-0.0167	0.1940
15	0.3079	0.1572	0.2371	0.0708	0.0003	0.0050	0.0465	0.0683

ดังนั้นจะเห็นว่าวิธี Hildreth – Lu ไม่สามารถแก้ไขปัญหาอัตตสหสัมพันธ์ของความคลาดเคลื่อนได้ จึงหยุดการวิเคราะห์

ภาคผนวก ข

โปรแกรม MATLAB ที่ใช้ในการจำลอง

โปรแกรม MATLAB ที่ใช้ในการจำลอง

```
%โปรแกรมนี้ใช้สำหรับ n = 10
% n    แทน    ขนาดตัวอย่าง
% a    คือ    ค่าสัมประสิทธิ์อัตตสหสัมพันธ์

function nnn10(n,a)
   SCOC = 0; SHL = 0;  SPW = 0; SumCOC = 0; SumHL = 0; SumPW = 0;
   AvgCOC = 0; AvgHL = 0; AvgPW = 0;

for i = 1:2000

[Result, ResultH, ResultPW, MSEC, MSEH, MSEP] = test(n,a);
SCOC = SCOC + Result;
SHL = SHL + ResultH;
SPW = SPW + ResultPW;
SumCOC = SumCOC + MSEC;
SumHL = SumHL + MSEH;
SumPW = SumPW + MSEP;
end %for

AvgCOC = SumCOC/SCOC;
AvgHL = SumHL/SHL;
AvgPW = SumPW/SPW;

disp('Number of COC Success'), disp(SCOC);
disp('Number of Hildreth Lu Success'), disp(SHL);
disp('Number of Praise Winsten Success'), disp(SPW);
disp('Number of AvgCOC'), disp(AvgCOC);
disp('Number of AvgHL'), disp(AvgHL);
disp('Number of AvgPW'), disp(AvgPW);

end %function

function [Result, ResultH, ResultPW, MSEC,MSEH, MSEP] = test(n,a)
DW=2.0;
while (DW>=0.879)&(DW<=3.121)
for i = 1:10
   P(i) = i/10 ;
end
```

```
 V = randn(n,1);

E(1) = V(1) ;

for k = 2:n
   E(k) = P(a)*E(k-1) + V(k) ;
end

   X = randn(n,1);

for s= 1:n
   Y(s) = X(s) + E(s) ;
end

for d = 1:n
   XY(d) = X(d)*Y(d) ;
   X2(d) = X(d)^2 ;
end

BB1 = (sum(XY)-((sum(X)*sum(Y))/n))/(sum(X2)-(((sum(X))^2)/n)) ;
BB0 = (sum(Y)/n)-(BB1*(sum(X)/n)) ;

for w = 1:n
   YY(w) = BB0+(BB1*X(w));
   SSEE(w) = Y(w)-YY(w);
   SSEEe(w)= SSEE(w)^2 ;
end

for f = 2:n
   EEee(f) = SSEE(f)-SSEE(f-1) ;
   EEee2(f) = EEee(f)^2 ;
end

DW = sum(EEee2)/sum(SSEEe) ;
end      % end while  random data
disp('DW success');
```

%Cochron Orcutt

```
% initial variable
Result = 0;
B01=1;
B00 = 1;
Pco_old = 1;  % old Rho
Pco = 2;      % new Rho
DWcoc=0;

% save  residual in SSE  and residual square in SSEe
for o=1:n
   SSEecoc(o)=SSEE(o);
   SSEecoc2(o)=SSEEe(o);
end

% check to terminal while loop  when Rho change less than 0.01
while ((abs(Pco_old - Pco)>= 0.01) & (Result == 0))
Pco_old = Pco;

for q = 2:n
  Etcoc(q) = SSEecoc(q-1)*SSEecoc(q) ;
  Ecoc(q) = SSEecoc2(q-1);
end

% find new Rho
Pco = sum(Etcoc)/sum(Ecoc) ;
disp('Pco =') , disp(Pco);
% xxx : x'
% yyy : y'

for g = 2:n
   xxx(g) =  X(g)-(Pco*X(g-1)) ;
   yyy(g) =  Y(g)-(Pco*Y(g-1)) ;
end

for h = 1:n
   XYc(h) = xxx(h)*yyy(h) ;
   X2c(h) = xxx(h)^2 ;
end
```

```
B01 = (sum(XYc)-((sum(xxx)*sum(yyy))/n))/(sum(X2c)-(((sum(xxx))^2)/n));
B00 = (sum(yyy)/n)-(B01*(sum(xxx)/n)) ;

% Calculate  Ycoc : Y hat
for aa = 1:n
  Ycoc(aa) = B00+(B01*xxx(aa)) ;
  SSEecoc(aa) = yyy(aa)-Ycoc(aa) ;
  SSEecoc2(aa) = SSEecoc(aa)^2 ;
end

% Calculate DW
for bb = 2:n
  Eeecoc2(bb) = SSEecoc(bb)-SSEecoc(bb-1) ;
  Eeecoc2n(bb) = Eeecoc2(bb)^2 ;
end

DWcoc = sum(Eeecoc2n)/sum(SSEecoc2) ;
disp('DWcoc =') , disp(DWcoc);

if (n==10)&(DWcoc>=1.32)&(DWcoc<=2.68)
   Result = 1;
else
   Result= 0;
end

% find MSEC
n_Bc0 = B00/(1-Pco);

for j = 1:n
     Y_hat(j) = n_Bc0 + (B01*X(j));
     SSEecoc(j) = Y(j) - Y_hat(j);
     SSEecoc2(j) = SSEecoc(j)^2;
end % end for
end    % end while Cochron Orcutt

if (Result == 1)
   disp('Coc Success');
   disp('DWcoc ='),disp(DWcoc);
   MSEC = sum(SSEecoc2)/n;
```

```
else
   disp('Coc Fail');
   disp('DWcoc ='),disp(DWcoc);
   MSEC = 0;
end  % end if
disp('MSEC'),disp(MSEC);
```

%Hildreth-Lu

```
for e = 1:n
   XHil(e) =  X(e) ;
   YHil(e) =  Y(e) ;
end

MinSSE = 1000000;
lo = 0.5;  loP = 0.505;
Bh0= 1;
Bh1= 1;
SSEhh = 100;
SSEhhP =500;
MinLo = 0.5;

% loop to find  Minimum SSE  (vary Rho from -1<lo<-1)
while (abs(SSEhh - SSEhhP)>0.001) & (lo >-1) & ( lo < 1)

for rr = 2:n
   XXHip(rr) =  XHil(rr)-(lo*XHil(rr-1)) ;
   YYHip(rr) =  YHil(rr)-(lo*YHil(rr-1)) ;
   XXHipP(rr) =  XHil(rr)-(loP*XHil(rr-1)) ;
   YYHipP(rr) =  YHil(rr)-(loP*YHil(rr-1)) ;
end

for dd = 1:n
   XYh(dd) = XXHip(dd)*YYHip(dd) ;
   Xh2(dd) = XXHip(dd)^2 ;
   XYhP(dd) = XXHipP(dd)*YYHipP(dd) ;
   Xh2P(dd) = XXHipP(dd)^2 ;
end
```

```
Bh1 = (sum(XYh)-((sum(XXHip)*sum(YYHip))/n))/(sum(Xh2)-(((sum(XXHip))^2)/n)) ;
Bh0 = (sum(YYHip)/n)-(Bh1*(sum(XXHip)/n)) ;
Bh1P= (sum(XYhP)-((sum(XXHipP)*sum(YYHipP))/n))/(sum(Xh2P)-(((sum(XXHipP))^2)/n)) ;
Bh0P = (sum(YYHipP)/n)-(Bh1P*(sum(XXHipP)/n)) ;

for ww = 1:n
   YH(ww) = Bh0+(Bh1*XXHip(ww));
   SSEh(ww) = YYHip(ww)-YH(ww);
   SSEeh(ww)= SSEh(ww)^2 ;
   YHP(ww) = Bh0P+(Bh1P*XXHipP(ww));
   SSEhP(ww) = YYHipP(ww)-YHP(ww);
   SSEehP(ww)= SSEhP(ww)^2 ;
end

SSEhh = sum(SSEeh) ;
SSEhhP = sum(SSEehP) ;

% compare to find minimum Rho
if SSEhh >SSEhhP
   % increase Rho
  MinLo = loP;  MinSSE = SSEhhP;
  lo = loP + 0.005;   loP = loP + 0.01;
else
   % decrease Rho
  MinLo = lo;  MinSSE = SSEhh;
  lo = lo -0.01;    loP = lo -0.005;
end   % end if
end  %end while Hidreth Lu
disp('MinLo = '); disp(MinLo);

for Z = 2:n
   XXHip(Z) =  XHil(Z)-(MinLo*XHil(Z-1)) ;
   YYHip(Z) =  YHil(Z)-(MinLo*YHil(Z-1)) ;
end
for dd = 1:n
   XYh(dd) = XXHip(dd)*YYHip(dd) ;
   Xh2(dd) = XXHip(dd)^2 ;
end
```

```
Bh1 = (sum(XYh)-((sum(XXHip)*sum(YYHip))/n))/(sum(Xh2)-(((sum(XXHip))^2)/n)) ;
Bh0 = (sum(YYHip)/n)-(Bh1*(sum(XXHip)/n)) ;

for ww = 1:n
   YH(ww) = Bh0+(Bh1*XXHip(ww));
   SSEh(ww) = YYHip(ww)-YH(ww);
   SSEeh(ww)= SSEh(ww)^2 ;
end

% find DW
for ff = 2:n
   EEHe(ff) = SSEh(ff)-SSEh(ff-1) ;
   EEHe2(ff) = EEHe(ff)^2 ;
end
DWHil= sum(EEHe2)/sum(SSEeh) ;
if (DWHil>=1.32)&(DWHil<=2.68)
  ResultH = 1;
else
  ResultH = 0;
end

% find MSEH
n_Bh0 = Bh0/(1-MinLo);
    if (ResultH == 1)
   disp('Hidreth Lu Success');
   disp('DWHil ='),disp(DWHil);
    for ji = 1:n
     Y_Hhat(ji) = n_Bh0 + (Bh1*XHil(ji));
     etH(ji) = YHil(ji) - Y_Hhat(ji);
     SSEetH(ji) = etH(ji)^2;
   end % end for
   MSEH = sum(SSEetH)/n;
else
   disp('Hidreth Lu Fail');
   disp('DWHil ='),disp(DWHil);
   MSEH = 0;
end  % end if
disp('MSEH'),disp(MSEH);
```

% Prais Winsten

```
DWPPW = 0;
ResultPW = 0;
Ppw_old = 2;
Ppw = 1;
Bp0 =1;
Bp1=1;
for ro=1:n
   SEepw(ro)=SSEE(ro);
   SEepw2(ro)=SSEEe(ro);
end
% check to terminal while loop  when Rho change less than 0.01
while ((abs(Ppw_old - Ppw) >= 0.01)& (ResultPW ==0))
Ppw_old = Ppw;
for qa = 2:n
  Etpw(qa) = SEepw(qa-1)*SEepw(qa) ;
  Epw(qa) = SEepw2(qa-1);
end
%find new rho
Ppw = sum(Etpw)/sum(Epw) ;
Ppw2= Ppw^2;
% XPWW : x'      % YPWW : y'
XPWW(1) = (sqrt(1-Ppw2))*X(1) ;
YPWW(1) = (sqrt(1-Ppw2))*Y(1) ;
for Li = 2:n
   XPWW(Li) =  X(Li)-(Ppw*X(Li-1)) ;
   YPWW(Li) =  Y(Li)-(Ppw*Y(Li-1)) ;
end
for b = 1:n
   XYpw(b) = XPWW(b)*YPWW(b) ;
   X2pw(b) = XPWW(b)^2 ;
end
Bp1 = (sum(XYpw)-((sum(XPWW)*sum(YPWW))/n))/(sum(X2pw)-(((sum(XPWW))^2)/n)) ;
Bp0 = (sum(YPWW)/n)-(Bp1*(sum(XPWW)/n)) ;
% Calculate YPw : Y hat
for t = 1:n
```

```
  YPw(t) = Bp0+(Bp1*XPWW(t)) ;
  SEepw(t) = YPWW(t)-YPw(t) ;
  SEepw2(t) = SEepw(t)^2 ;
end
% Calculate DWPW
for u = 2:n
  Eeepw2(u) = SEepw(u)-SEepw(u-1) ;
  Eeepw2n(u) = Eeepw2(u)^2 ;
end
DWPPW = sum(Eeepw2n)/sum(SEepw2) ;
if (DWPPW>=1.32)&(DWPPW<=2.68)
  ResultPW = 1;
else
  ResultPW= 0;
end
n_Bp0 = Bp0/(1-Ppw);
for j = 1:n
    Y_Phat(j) = n_Bp0 + (Bp1*X(j));
    SEepw(j) = Y(j) - Y_Phat(j);
    SEepw2(j) = SEepw(j)^2;
end % end for
end  % while PW
% find MSEP
disp('Ppw =') , disp(Ppw);
if (ResultPW == 1)
  disp('PW Success');
  disp('DWPW ='),disp(DWPPW);
  MSEP = sum(SEepw2)/n;
else
  disp('PW Fail');
  disp('DWPW ='),disp(DWPPW);
  MSEP = 0;
end  % end if
disp('MSEP'),disp(MSEP);


end  % end function
```

```
%โปรแกรมนี้ใช้สำหรับ n = 30
% n    แทน    ขนาดตัวอย่าง
% a    คือ    ค่าสัมประสิทธิ์อัตตสหสัมพันธ์

function nnn30(n,a)
   SCOC = 0; SHL = 0;  SPW = 0; SumCOC = 0; SumHL = 0; SumPW = 0;
   AvgCOC = 0; AvgHL = 0;  AvgPW = 0;

for i = 1:2000

[Result, ResultH, ResultPW, MSEC, MSEH, MSEP] = test(n,a);
SCOC = SCOC + Result;
SHL = SHL + ResultH;
SPW = SPW + ResultPW;
SumCOC = SumCOC + MSEC;
SumHL = SumHL + MSEH;
SumPW = SumPW + MSEP;
end %for

AvgCOC = SumCOC/SCOC;
AvgHL = SumHL/SHL;
AvgPW = SumPW/SPW;

disp('Number of COC Success'), disp(SCOC);
disp('Number of Hildreth Lu Success'), disp(SHL);
disp('Number of Praise Winsten Success'), disp(SPW);
disp('Number of AvgCOC'), disp(AvgCOC);
disp('Number of AvgHL'), disp(AvgHL);
disp('Number of AvgPW'), disp(AvgPW);

end %function

function [Result, ResultH, ResultPW, MSEC,MSEH, MSEP] = test(n,a)

DW=2.0;
while (DW>=1.352)&(DW<=2.648)
for i = 1:10
  P(i) = i/10 ;
end
 V = randn(n,1);
```

```
E(1) = V(1) ;

for k = 2:n
   E(k) = P(a)*E(k-1) + V(k) ;
end

   X = randn(n,1);

for s= 1:n
   Y(s) = X(s) + E(s) ;
end

for d = 1:n
   XY(d) = X(d)*Y(d) ;
   X2(d) = X(d)^2 ;
end

BB1 = (sum(XY)-((sum(X)*sum(Y))/n))/(sum(X2)-(((sum(X))^2)/n)) ;
BB0 = (sum(Y)/n)-(BB1*(sum(X)/n)) ;

for w = 1:n
   YY(w) = BB0+(BB1*X(w));
   SSEE(w) = Y(w)-YY(w);
   SSEEe(w)= SSEE(w)^2 ;
end

for f = 2:n
   EEee(f) = SSEE(f)-SSEE(f-1) ;
   EEee2(f) = EEee(f)^2 ;
end

DW = sum(EEee2)/sum(SSEEe) ;

end     % end while  random data

disp('DW success');
```

%Cochron Orcutt

```
% initial variable
Result = 0;
B01=1;
B00 = 1;
Pco_old = 1;  % old Rho
Pco = 2;      % new Rho
DWcoc=0;

% save  residual in SSE  and residual square in SSEe
for o=1:n
   SSEecoc(o)=SSEE(o);
   SSEecoc2(o)=SSEEe(o);
end

% check to terminal while loop  when Rho change less than 0.01
while ((abs(Pco_old - Pco)>= 0.01) & (Result == 0))
Pco_old = Pco;

for q = 2:n
  Etcoc(q) = SSEecoc(q-1)*SSEecoc(q) ;
  Ecoc(q) = SSEecoc2(q-1);
end

% find new Rho
Pco = sum(Etcoc)/sum(Ecoc) ;
disp('Pco =') , disp(Pco);
% xxx : x'
% yyy : y'

for g = 2:n
   xxx(g) =  X(g)-(Pco*X(g-1)) ;
   yyy(g) =  Y(g)-(Pco*Y(g-1)) ;
end

for h = 1:n
   XYc(h) = xxx(h)*yyy(h) ;
   X2c(h) = xxx(h)^2 ;
end
```

```
B01 = (sum(XYc)-((sum(xxx)*sum(yyy))/n))/(sum(X2c)-(((sum(xxx))^2)/n));
B00 = (sum(yyy)/n)-(B01*(sum(xxx)/n)) ;

% Calculate  Ycoc : Y hat
for aa = 1:n
  Ycoc(aa) = B00+(B01*xxx(aa)) ;
  SSEecoc(aa) = yyy(aa)-Ycoc(aa) ;
  SSEecoc2(aa) = SSEecoc(aa)^2 ;
end

% Calculate DW
for bb = 2:n
  Eeecoc2(bb) = SSEecoc(bb)-SSEecoc(bb-1) ;
  Eeecoc2n(bb) = Eeecoc2(bb)^2 ;
end
DWcoc = sum(Eeecoc2n)/sum(SSEecoc2) ;
disp('DWcoc ='), disp(DWcoc);
if (n==30)&(DWcoc>=1.483)&(DWcoc<=2.517)
  Result = 1;
else
  Result= 0;
end

% find MSEC
n_Bc0 = B00/(1-Pco);
for j = 1:n
    Y_hat(j) = n_Bc0 + (B01*X(j));
    SSEecoc(j) = Y(j) - Y_hat(j);
    SSEecoc2(j) = SSEecoc(j)^2;
end % end for
end   % end while coc

if (Result == 1)
  disp('Coc Success');
  disp('DWcoc ='),disp(DWcoc);
  MSEC = sum(SSEecoc2)/n;
else
  disp('Coc Fail');
```

```
   disp('DWcoc ='),disp(DWcoc);
   MSEC = 0;
end  % end if
disp('MSEC'),disp(MSEC);
```

%Hildreth-Lu

```
for e = 1:n
   XHil(e) =  X(e) ;
   YHil(e) =  Y(e) ;
end

MinSSE = 1000000;
lo = 0.5;  loP = 0.505;
Bh0= 1;
Bh1= 1;
SSEhh = 100;
SSEhhP =500;
MinLo = 0.5;
% loop to find  Minimum SSE  (vary Rho from -1<lo<-1
while (abs(SSEhh - SSEhhP)>0.001) & (lo >-1) & ( lo < 1)

for rr = 2:n
   XXHip(rr) =  XHil(rr)-(lo*XHil(rr-1)) ;
   YYHip(rr) =  YHil(rr)-(lo*YHil(rr-1)) ;
   XXHipP(rr) =  XHil(rr)-(loP*XHil(rr-1)) ;
   YYHipP(rr) =  YHil(rr)-(loP*YHil(rr-1)) ;
end

for dd = 1:n
   XYh(dd) = XXHip(dd)*YYHip(dd) ;
   Xh2(dd) = XXHip(dd)^2 ;
   XYhP(dd) = XXHipP(dd)*YYHipP(dd) ;
   Xh2P(dd) = XXHipP(dd)^2 ;
end

Bh1 = (sum(XYh)-((sum(XXHip)*sum(YYHip))/n))/(sum(Xh2)-(((sum(XXHip))^2)/n)) ;
Bh0 = (sum(YYHip)/n)-(Bh1*(sum(XXHip)/n)) ;
```

```
Bh1P= (sum(XYhP)-((sum(XXHipP)*sum(YYHipP))/n))/(sum(Xh2P)-(((sum(XXHipP))^2)/n)) ;
Bh0P = (sum(YYHipP)/n)-(Bh1P*(sum(XXHipP)/n)) ;

for ww = 1:n
   YH(ww) = Bh0+(Bh1*XXHip(ww));
   SSEh(ww) = YYHip(ww)-YH(ww);
   SSEeh(ww)= SSEh(ww)^2 ;
   YHP(ww) = Bh0P+(Bh1P*XXHipP(ww));
   SSEhP(ww) = YYHipP(ww)-YHP(ww);
   SSEehP(ww)= SSEhP(ww)^2 ;
end

SSEhh = sum(SSEeh) ;
SSEhhP = sum(SSEehP) ;

% compare to find minimum Rho
if  SSEhh >SSEhhP
   % increase Rho
  MinLo = loP;  MinSSE = SSEhhP;
  lo = loP + 0.005;   loP = loP + 0.01;
else
   % decrease Rho
  MinLo = lo;  MinSSE = SSEhh;
  lo = lo -0.01;    loP = lo -0.005;
end   % end if
end  %end while Hidreth Lu
disp('MinLo = '); disp(MinLo);


for Z = 2:n
   XXHip(Z) =  XHil(Z)-(MinLo*XHil(Z-1)) ;
   YYHip(Z) =  YHil(Z)-(MinLo*YHil(Z-1)) ;
end


for dd = 1:n
   XYh(dd) = XXHip(dd)*YYHip(dd) ;
   Xh2(dd) = XXHip(dd)^2 ;
end
```

```
Bh1 = (sum(XYh)-((sum(XXHip)*sum(YYHip))/n))/(sum(Xh2)-(((sum(XXHip))^2)/n)) ;
Bh0 = (sum(YYHip)/n)-(Bh1*(sum(XXHip)/n)) ;


for ww = 1:n
   YH(ww) = Bh0+(Bh1*XXHip(ww));
   SSEh(ww) = YHil(ww)-YH(ww);
   SSEeh(ww)= SSEh(ww)^2 ;
end
% find DW
for ff = 2:n
   EEHe(ff) = SSEh(ff)-SSEh(ff-1) ;
   EEHe2(ff) = EEHe(ff)^2 ;
end
DWHil= sum(EEHe2)/sum(SSEeh) ;
if (DWHil>=1.489)&(DWHil<=2.511)
  ResultH = 1;
else
  ResultH = 0;
end
% find MSEH
n_Bh0 = Bh0/(1-MinLo);
if (ResultH == 1)
   disp('Hidreth Lu Success');
   disp('DWHil ='),disp(DWHil);
    for ji = 1:n
      Y_Hhat(ji) = n_Bh0 + (Bh1*XHil(ji));
      etH(ji) = YHil(ji) - Y_Hhat(ji);
      SSEetH(ji) = etH(ji)^2;
   end % end for
   MSEH = sum(SSEetH)/n;
else
   disp('Hidreth Lu Fail');
   disp('DWHil ='),disp(DWHil);
   MSEH = 0;
end  % end if
disp('MSEH'),disp(MSEH);
```

% Prais Winsten

```
DWPPW = 0;
ResultPW = 0;
Ppw_old = 2;
Ppw = 1;
Bp0 =1;
Bp1=1;
for ro=1:n
   SEepw(ro)=SSEE(ro);
   SEepw2(ro)=SSEEe(ro);
end
% check to terminal while loop  when Rho change less than 0.01
while ((abs(Ppw_old - Ppw) >= 0.01)& (ResultPW ==0))
Ppw_old = Ppw;
for qa = 2:n
  Etpw(qa) = SEepw(qa-1)*SEepw(qa) ;
  Epw(qa) = SEepw2(qa-1);
end
%find new rho
Ppw = sum(Etpw)/sum(Epw) ;
Ppw2= Ppw^2;
% YPWW : y'
XPWW(1) = (sqrt(1-Ppw2))*X(1) ;
YPWW(1) = (sqrt(1-Ppw2))*Y(1) ;

for Li = 2:n
   XPWW(Li) =  X(Li)-(Ppw*X(Li-1)) ;
   YPWW(Li) =  Y(Li)-(Ppw*Y(Li-1)) ;
end
for b = 1:n
   XYpw(b) = XPWW(b)*YPWW(b) ;
   X2pw(b) = XPWW(b)^2 ;
end
Bp1 = (sum(XYpw)-((sum(XPWW)*sum(YPWW))/n))/(sum(X2pw)-(((sum(XPWW))^2)/n)) ;
Bp0 = (sum(YPWW)/n)-(Bp1*(sum(XPWW)/n)) ;
% Calculate YPw : Y hat
for t = 1:n
```

```
  YPw(t) = Bp0+(Bp1*XPWW(t)) ;
  SEepw(t) = YPWW(t)-YPw(t) ;
  SEepw2(t) = SEepw(t)^2 ;
end
% Calculate DWPW
for u = 2:n
  Eeepw2(u) = SEepw(u)-SEepw(u-1) ;
  Eeepw2n(u) = Eeepw2(u)^2 ;
end
DWPPW = sum(Eeepw2n)/sum(SEepw2) ;
if (DWPPW>=1.489)&(DWPPW<=2.511)
  ResultPW = 1;
else
  ResultPW= 0;
end
n_Bp0 = Bp0/(1-Ppw);
for j = 1:n
    Y_Phat(j) = n_Bp0 + (Bp1*X(j));
    SEepw(j) = Y(j) - Y_Phat(j);
    SEepw2(j) = SEepw(j)^2;
end % end for
end  % while PW
% find MSEP
disp('Ppw ='), disp(Ppw);
if (ResultPW == 1)
   disp('PW Success');
   disp('DWPW ='),disp(DWPPW);
   MSEP = sum(SEepw2)/n;
else
   disp('PW Fail');
   disp('DWPW ='),disp(DWPPW);
   MSEP = 0;
end  % end if
disp('MSEP'),disp(MSEP);


end  % end function
```

```
%โปรแกรมนี้ใช้สำหรับ n = 100
% n      แทน      ขนาดตัวอย่าง
% a      คือ      ค่าสัมประสิทธิ์อัตตสหสัมพันธ์

function nnn100(n,a)
    SCOC = 0; SHL = 0;  SPW = 0; SumCOC = 0; SumHL = 0; SumPW = 0;
    AvgCOC = 0; AvgHL = 0; AvgPW = 0;

for i = 1:2000

[Result, ResultH, ResultPW, MSEC, MSEH, MSEP] = test(n,a);
SCOC = SCOC + Result;
SHL = SHL + ResultH;
SPW = SPW + ResultPW;
SumCOC = SumCOC + MSEC;
SumHL = SumHL + MSEH;
SumPW = SumPW + MSEP;
end %for

AvgCOC = SumCOC/SCOC;
AvgHL = SumHL/SHL;
AvgPW = SumPW/SPW;

disp('Number of COC Success'), disp(SCOC);
disp('Number of Hildreth Lu Success'), disp(SHL);
disp('Number of Praise Winsten Success'), disp(SPW);
disp('Number of AvgCOC'), disp(AvgCOC);
disp('Number of AvgHL'), disp(AvgHL);
disp('Number of AvgPW'), disp(AvgPW);
end %function

function [Result, ResultH, ResultPW, MSEC,MSEH, MSEP] = test(n,a)

DW=2.0;
while (DW>=1.654)&(DW<=2.346)
for i = 1:10
   P(i) = i/10 ;
end
 V = randn(n,1);
```

```
E(1) = V(1) ;

for k = 2:n
   E(k) = P(a)*E(k-1) + V(k) ;
end

 X = randn(n,1);

for s= 1:n
   Y(s) = X(s) + E(s) ;
end

for d = 1:n
   XY(d) = X(d)*Y(d) ;
   X2(d) = X(d)^2 ;
end

BB1 = (sum(XY)-((sum(X)*sum(Y))/n))/(sum(X2)-(((sum(X))^2)/n)) ;
BB0 = (sum(Y)/n)-(BB1*(sum(X)/n)) ;

for w = 1:n
   YY(w) = BB0+(BB1*X(w));
   SSEE(w) = Y(w)-YY(w);
   SSEEe(w)= SSEE(w)^2 ;
end

for f = 2:n
   EEee(f) = SSEE(f)-SSEE(f-1) ;
   EEee2(f) = EEee(f)^2 ;
end

DW = sum(EEee2)/sum(SSEEe) ;

end     % end while  random data
disp('DW success');
```

%Cochron Orcutt

```
% initial variable

Result = 0;

B01=1;

B00 = 1;

Pco_old = 1;  % old Rho

Pco = 2;      % new Rho

DWcoc=0;

% save  residual in SSE  and residual square in SSEe

for o=1:n

   SSEecoc(o)=SSEE(o);

   SSEecoc2(o)=SSEEe(o);

end

% check to terminal while loop  when Rho change less than 0.01

while ((abs(Pco_old - Pco)>= 0.01) & (Result == 0))

Pco_old = Pco;

for q = 2:n

  Etcoc(q) = SSEecoc(q-1)*SSEecoc(q) ;

  Ecoc(q) = SSEecoc2(q-1);

end

% find new Rho

Pco = sum(Etcoc)/sum(Ecoc) ;

disp('Pco =') , disp(Pco);

% xxx : x'

% yyy : y'

for g = 2:n

   xxx(g) =  X(g)-(Pco*X(g-1)) ;

   yyy(g) =  Y(g)-(Pco*Y(g-1)) ;

end

for h = 1:n

   XYc(h) = xxx(h)*yyy(h) ;

   X2c(h) = xxx(h)^2 ;

end
```

```
B01 = (sum(XYc)-((sum(xxx)*sum(yyy))/n))/(sum(X2c)-(((sum(xxx))^2)/n));
B00 = (sum(yyy)/n)-(B01*(sum(xxx)/n)) ;

% Calculate  Ycoc : Y hat
for aa = 1:n
   Ycoc(aa) = B00+(B01*xxx(aa)) ;
   SSEecoc(aa) = yyy(aa)-Ycoc(aa) ;
   SSEecoc2(aa) = SSEecoc(aa)^2 ;
end

% Calculate DW
for bb = 2:n
   Eeecoc2(bb) = SSEecoc(bb)-SSEecoc(bb-1) ;
   Eeecoc2n(bb) = Eeecoc2(bb)^2 ;
end

DWcoc = sum(Eeecoc2n)/sum(SSEecoc2) ;
disp('DWcoc =') , disp(DWcoc);

if (n==100)&(DWcoc>=1.694)&(DWcoc<=2.306)
   Result = 1;
else
   Result= 0;
end

% find MSEC
n_Bc0 = B00/(1-Pco);
for j = 1:n
      Y_hat(j) = n_Bc0 + (B01*X(j));
      SSEecoc(j) = Y(j) - Y_hat(j);
      SSEecoc2(j) = SSEecoc(j)^2;
end % end for
end    % end while coc

if (Result == 1)
   disp('Coc Success');
   disp('DWcoc ='),disp(DWcoc);
   MSEC = sum(SSEecoc2)/n;
else
```

```
    disp('Coc Fail');
    disp('DWcoc ='),disp(DWcoc);
    MSEC = 0;
end  % end if
disp('MSEC'),disp(MSEC);
```

%Hildreth-Lu

```
for e = 1:n
    XHil(e) =  X(e) ;
    YHil(e) =  Y(e) ;
end

MinSSE = 1000000;
lo = 0.5;  loP = 0.505;
Bh0= 1;
Bh1= 1;
SSEhh = 100;
SSEhhP =500;
MinLo = 0.5;

% loop to find  Minimum SSE  (vary Rho from -1<lo<-1)
while (abs(SSEhh -SSEhhP)>0.001) & (lo >-1) & ( lo < 1)

for rr = 2:n
    XXHip(rr) =  XHil(rr)-(lo*XHil(rr-1)) ;
    YYHip(rr) =  YHil(rr)-(lo*YHil(rr-1)) ;
    XXHipP(rr) =  XHil(rr)-(loP*XHil(rr-1)) ;
    YYHipP(rr) =  YHil(rr)-(loP*YHil(rr-1)) ;
end

for dd = 1:n
    XYh(dd) = XXHip(dd)*YYHip(dd) ;
    Xh2(dd) = XXHip(dd)^2 ;
    XYhP(dd) = XXHipP(dd)*YYHipP(dd) ;
    Xh2P(dd) = XXHipP(dd)^2 ;
end
```

```
Bh1 = (sum(XYh)-((sum(XXHip)*sum(YYHip))/n))/(sum(Xh2)-(((sum(XXHip))^2)/n)) ;
Bh0 = (sum(YYHip)/n)-(Bh1*(sum(XXHip)/n)) ;
Bh1P= (sum(XYhP)-((sum(XXHipP)*sum(YYHipP))/n))/(sum(Xh2P)-(((sum(XXHipP))^2)/n)) ;
Bh0P = (sum(YYHipP)/n)-(Bh1P*(sum(XXHipP)/n)) ;

for ww = 1:n
   YH(ww) = Bh0+(Bh1*XXHip(ww));
   SSEh(ww) = YYHip(ww)-YH(ww);
   SSEeh(ww)= SSEh(ww)^2 ;
   YHP(ww) = Bh0P+(Bh1P*XXHipP(ww));
   SSEhP(ww) = YYHipP(ww)-YHP(ww);
   SSEehP(ww)= SSEhP(ww)^2 ;
end

SSEhh = sum(SSEeh) ;
SSEhhP = sum(SSEehP) ;

% compare to find minimum Rho
if SSEhh >SSEhhP
   % increase Rho
  MinLo = loP;  MinSSE = SSEhhP;
  lo = loP + 0.005;   loP = loP + 0.01;
else
   % decrease Rho
  MinLo = lo;  MinSSE = SSEhh;
  lo = lo -0.01;    loP = lo -0.005;
end   % end if
end  %end while Hidreth Lu
disp('MinLo = '); disp(MinLo);

for Z = 2:n
   XXHip(Z) =  XHil(Z)-(MinLo*XHil(Z-1)) ;
   YYHip(Z) =  YHil(Z)-(MinLo*YHil(Z-1)) ;
end

for dd = 1:n
   XYh(dd) = XXHip(dd)*YYHip(dd) ;
   Xh2(dd) = XXHip(dd)^2 ;
end
```

```
Bh1 = (sum(XYh)-((sum(XXHip)*sum(YYHip))/n))/(sum(Xh2)-(((sum(XXHip))^2)/n)) ;
Bh0 = (sum(YYHip)/n)-(Bh1*(sum(XXHip)/n)) ;

for ww = 1:n
   YH(ww) = Bh0+(Bh1*XXHip(ww));
   SSEh(ww) = YYHip(ww)-YH(ww);
   SSEeh(ww)= SSEh(ww)^2 ;
end

% find DW
for ff = 2:n
   EEHe(ff) = SSEh(ff)-SSEh(ff-1) ;
   EEHe2(ff) = EEHe(ff)^2 ;
end
DWHil= sum(EEHe2)/sum(SSEeh) ;
if (DWHil>=1.694)&(DWHil<=2.306)
  ResultH = 1;
else
  ResultH = 0;
end

% find MSEH
n_Bh0 = Bh0/(1-MinLo);
   if (ResultH == 1)
  disp('Hidreth Lu Success');
  disp('DWHil ='),disp(DWHil);
   for ji = 1:n
     Y_Hhat(ji) = n_Bh0 + (Bh1*XHil(ji));
     etH(ji) = YHil(ji) - Y_Hhat(ji);
     SSEetH(ji) = etH(ji)^2;
  end % end for
  MSEH = sum(SSEetH)/n;
else
  disp('Hidreth Lu Fail');
  disp('DWHil ='),disp(DWHil);
  MSEH = 0;
end  % end if
disp('MSEH'),disp(MSEH);
```

% Prais Winsten

```
DWPPW = 0;
ResultPW = 0;
Ppw_old = 2;
Ppw = 1;
Bp0 =1;
Bp1=1;
for ro=1:n
   SEepw(ro)=SSEE(ro);
   SEepw2(ro)=SSEEe(ro);
end
% check to terminal while loop  when Rho change less than 0.01
while ((abs(Ppw_old - Ppw) >= 0.01)& (ResultPW ==0))
Ppw_old = Ppw;

for qa = 2:n
  Etpw(qa) = SEepw(qa-1)*SEepw(qa) ;
  Epw(qa) = SEepw2(qa-1);
end
%find new rho
Ppw = sum(Etpw)/sum(Epw) ;
Ppw2= Ppw^2;
XPWW(1) = (sqrt(1-Ppw2))*X(1) ;
YPWW(1) = (sqrt(1-Ppw2))*Y(1) ;

for Li = 2:n
   XPWW(Li) =  X(Li)-(Ppw*X(Li-1)) ;
   YPWW(Li) =  Y(Li)-(Ppw*Y(Li-1)) ;
end
for b = 1:n
   XYpw(b) = XPWW(b)*YPWW(b) ;
   X2pw(b) = XPWW(b)^2 ;
end
BBp1 = (sum(XYpw)-((sum(XPWW)*sum(YPWW))/n))/(sum(X2pw)-(((sum(XPWW))^2)/n)) ;
Bp0 = (sum(YPWW)/n)-(Bp1*(sum(XPWW)/n)) ;
% Calculate YPw : Y hat
for t = 1:n
```

```
  YPw(t) = Bp0+(Bp1*XPWW(t)) ;
  SEepw(t) = YPWW(t)-YPw(t) ;
  SEepw2(t) = SEepw(t)^2 ;
end
% Calculate DWPW
for u = 2:n
  Eeepw2(u) = SEepw(u)-SEepw(u-1) ;
  Eeepw2n(u) = Eeepw2(u)^2 ;
end
DWPPW = sum(Eeepw2n)/sum(SEepw2) ;
if (DWPPW>=1.694)&(DWPPW<=2.306)
  ResultPW = 1;
else
  ResultPW= 0;
end
n_Bp0 = Bp0/(1-Ppw);
for j = 1:n
     Y_Phat(j) = n_Bp0 + (Bp1*X(j));
     SEepw(j) = Y(j) - Y_Phat(j);
     SEepw2(j) = SEepw(j)^2;
end % end for
end  % while PW
% find MSEP
disp('Ppw =') , disp(Ppw);
if (ResultPW == 1)
   disp('PW Success');
   disp('DWPW ='),disp(DWPPW);
   MSEP = sum(SEepw2)/n;
else
   disp('PW Fail');
   disp('DWPW ='),disp(DWPPW);
   MSEP = 0;
end  % end if
disp('MSEP'),disp(MSEP);


end  % end function
```

ประวัติผู้เขียน

ชื่อ-นามสกุล	นางสาวยุภาวดี สำราญฤทธิ์
วัน เดือน ปีเกิด	6 เมษายน 2527 ที่จังหวัดกำแพงเพชร
ที่อยู่	202/2 ม.5 ต.ศาลเจ้าไก่ต่อ อ.ลาดยาว จ.นครสวรรค์
	โทร. 08-9496-2054 E-Mail yupa_poy@hotmail.com

ประวัติการศึกษา

พ.ศ.2549	สำเร็จการศึกษาวิทยาศาสตรบัณฑิต สาขาวิชาสถิติประยุกต์ จาก มหาวิทยาลัยราชภัฏสวนสุนันทา
พ.ศ.2549	ศึกษาต่อระดับปริญญามหาบัณฑิต สาขาวิชาสถิติประยุกต์ สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง และสำเร็จการศึกษาในปี 2552