

การจำลองการกลั่นโมเลกุลชนิดหมุนเหวี่ยง  
SIMULATION OF CENTRIFUGAL MOLECULAR DISTILLATION

วรพจน์ สีพานนท์  
YORAPOT SHAN

วิทยานิพนธ์นี้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตรปริญญาวิทยาศาสตรมหาบัณฑิต

สาขาวิชาวิศวกรรมเคมี

บัณฑิตวิทยาลัย

สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง

พ.ศ. 2551

KMITL-2008-EN-11-220-169

การจำลองการกลั่นโมเลกุลชนิดหมุนเหวี่ยง

SIMULATION OF CENTRIFUGAL MOLECULAR DISTILLATION



วรพจน์ สีหาอินทร์  
VORAPOT SIHAIN

02251  
2551  
เลขหมู่.....  
เลขทะเบียน..... 82730  
วัน,เดือน,ปี..... 22 ก.ค. 2551



วิทยานิพนธ์นี้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตรปริญญาวิศวกรรมศาสตรมหาบัณฑิต

สาขาวิชาวิศวกรรมเคมี

บัณฑิตวิทยาลัย

สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง

พ.ศ.2551

**SIMULATION OF CENTRIFUGAL MOLECULAR  
DISTILLATION**

**VORAPOT SIHAIN**

**A THESIS SUBMITTED IN PARTIAL FULFILMENT  
OF THE REQUIREMENT FOR THE DEGREE OF  
MASTER OF ENGINEERING IN CHEMICAL ENGINEERING  
SCHOOL OF GRADUATE STUDIES  
KING MONGKUT'S INSTITUTE OF TECHNOLOGY LADKRABANG**

**2008**

**KMITL-2008-EN-M-220-169**

**COPYRIGHT 2008**

**SCHOOL OF GRADUATE STUDIES**

**KING MONGKUT'S INSTITUTE OF TECHNOLOGY LADKRABANG**

หัวข้อวิทยานิพนธ์                      การจำลองการกลั่น โมเลกุลชนิดหมุนเหวี่ยง  
 นักศึกษา                                   นาย วรพจน์ สีหาอินทร์  
 รหัสประจำตัว                              48060106  
 ปริญญา                                      วิศวกรรมศาสตรมหาบัณฑิต  
 สาขาวิชา                                  วิศวกรรมเคมี  
 พ.ศ.    2551  
 อาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์        รศ.ดร. ประกอบ กิจไชยา

## บทคัดย่อ

งานวิจัยนี้ได้จำลองการกลั่นของเครื่องกลั่น โมเลกุลชนิดหมุนเหวี่ยง ตามแบบจำลองของ Bhandarkar และ Ferron (1988) โดยใช้ สมการการเคลื่อนที่ สมการความต่อเนื่อง และ สมการพลังงาน ในการอธิบาย โดยมีสภาวะขอบเขตที่ผิวระเหยมีอัตราการระเหยเป็นไปตามสมการของ Langmuir พบว่าผลการจำลองการกลั่นดังกล่าวสอดคล้องกับผลการทดลองในการกลั่นที่ความดันต่ำ แต่ในการกลั่นที่ความดันสูง มีอัตราการกลั่นที่คำนวณได้มากกว่าที่ได้จากการทดลอง ซึ่งเป็นผลเนื่องจากที่ความดันสูงมีการแพร่กลับของสารที่ระเหยได้ในวัฏภาคก๊าซ โดยอาศัยผลการทดลองของ Li และ Raj (2005) ที่สามารถหาอัตราการระเหยของสารที่ความดันต่างๆ ได้เป็น

$$E_{obs,i} = x_i P_i^s \sqrt{\frac{M_i}{2\pi RT_s}} \left( \frac{0.6702}{0.6108 + P^{0.2487}} \right)$$

นำสมการความสัมพันธ์ดังกล่าว มาประยุกต์ใช้ร่วมกับแบบจำลองของ Bhandarkar และ Ferron (1988) สามารถใช้ทำนายอัตราการระเหยได้ใกล้เคียงมากในทุกช่วงความดันของการกลั่น

การจำลองการกลั่น ของผสมระหว่าง เอทิลเฮกซิล พทาเลต (EHP) กับ เอทิลเฮกซิล เซบาเคน (EHS) เพื่อศึกษาผลของตัวแปรต่างๆ ที่ส่งผลต่ออัตราการระเหย และค่าการเลือกของการกลั่นบนจานหมุนขนาด 6.5 เซนติเมตร เช่น มุมของจานหมุน ความเร็วรอบของจานหมุน อัตราการป้อนสาร อุณหภูมิสารป้อนและอุณหภูมิผิวร้อน ผลจากการจำลองพบว่า เมื่อเพิ่มมุมของจานหมุน ส่งผลให้อัตราการระเหยมีค่าเพิ่มขึ้น โดยมุมของจานหมุนเพิ่มจาก 130 เป็น 170 องศา อัตราการระเหยเพิ่มขึ้นร้อยละ 12 แต่เมื่อเพิ่มความเร็วรอบของจานหมุน จาก 1,200 เป็น 1,600 รอบต่อนาที และเพิ่มอุณหภูมิของสารป้อน จาก 60 เป็น 100 องศาเซลเซียส มีผลต่ออัตราการระเหยน้อยมาก โดยมีอัตราการระเหยเพิ่มขึ้นเพียงร้อยละ 4 เมื่ออุณหภูมิผิวร้อนเพิ่มจาก 140 เป็น 170 องศาเซลเซียส ส่งผลให้อัตราการระเหยของสารเพิ่มมากถึง 5 เท่า แต่ค่าการเลือกของการกลั่นมีค่าลดลง จาก 3.2 เป็น 1.8 และอัตราการป้อนสารเพิ่มขึ้นส่งผลให้อัตราการระเหยมีค่าลดลง โดยอัตราการป้อนสารที่เพิ่มขึ้นจาก 0.6 เป็น 1.4 กรัมต่อวินาทีทำให้อัตราการระเหยมีค่าลดลงร้อยละ 50

<b>Thesis Title</b>	Simulation of Centrifugal Molecular Distillation
<b>Student</b>	Mr. Vorapot Sihain
<b>Student ID.</b>	48060106
<b>Degree</b>	Master of Engineering
<b>Program</b>	Chemical Engineering
<b>Year</b>	2008
<b>Thesis Advisor</b>	Assoc. Prof. Dr. Prakob Kitchaiya

## ABSTRACT

This research aims to simulate a molecular distillation in a centrifugal distillator. The model, developed by Bhandarkar and Ferron (1988), was modified and used for the simulation and it is composed of equation of motion, continuity and energy, with the Langmuir equation as the boundary condition at a hot evaporating surface. It was found that the simulation results agree well with the experimental molecular distillation results at low pressure. However, lower evaporation rate was found at high pressure and it could result from the diffusion of the vapor molecules back to the hot surface. Based on Li and Raj (2005) experimental results, the evaporation rate as a function of pressure could be modeled by the following equation;

$$E_{obs,j} = x_i P_i^s \sqrt{\frac{M_i}{2\pi RT_s}} \left( \frac{0.6702}{0.6108 + P^{0.2487}} \right). \text{ By using the proposed evaporation rate equation}$$

coupled with the Bhandarkar and Ferron's model, the predicted evaporation rates agreed well with the experimental results at all range of distillation pressure.

The evaporation rate and selectivity of molecular distillation of EHP and EHS were studied by varied some parameters such as cone angle, rotor speed, feed rate, feed temperature and rotor temperature. Simulation results showed that increases of cone angle from 130 to 170 degree could raise 12% of the evaporation rate. Rotor speed increase from 1,200 to 1,600 RPM as well as feed temperature increase from 60 to 100 °C slightly raised the evaporation rate at 4%. Raising rotor temperature from 140 to 170 °C the evaporation rate drastically increased more than 5 times. And selectivity decreased from 3.2 to 1.8. Increasing of feed rate from 0.6 to 1.4 g/s decreased the evaporation rate 50%.

## กิตติกรรมประกาศ

วิทยานิพนธ์นี้สำเร็จลุล่วงด้วยดีจากคำแนะนำและการแก้ไขข้อบกพร่องของ รศ.ดร. ประกอบ กิจไชยา อาจารย์ผู้ควบคุมวิทยานิพนธ์ ผู้วิจัยรู้สึกซาบซึ้งในความอนุเคราะห์ และขอกราบขอบพระคุณเป็นอย่างสูง

ขอกราบขอบพระคุณ ดร. นริศรา ทองบุญชู ดร. เกรียงศักดิ์ ไกรวัฒนวงศ์ ผศ.ดร. อภินันท์ นัมคณิสสรณ์ ผศ.ดร. สมหมาย ศิวสะอาด กรรมการสอบวิทยานิพนธ์ที่ได้กรุณาให้คำแนะนำ ตลอดจนข้อชี้แนะ ในการทำวิทยานิพนธ์ฉบับนี้ให้มีความสมบูรณ์มากยิ่งขึ้น

ขอขอบคุณสำนักงานกองทุนสนับสนุนการวิจัย (สกว.) สำนักงานคณะกรรมการวิจัยแห่งชาติ (วช.) และบริษัท สุขสมบูรณ์น้ำมันปาล์ม จำกัด ที่ให้เงินทุนสนับสนุนการวิจัยนี้

ขอกราบขอบพระคุณ คุณพ่อ คุณแม่ และทุกคนในครอบครัวที่คอยให้กำลังใจ ดูแลเอาใจใส่ และให้การสนับสนุนตลอดมา

ขอขอบคุณพี่ ๆ เพื่อน ๆ และน้อง ๆ ภาควิชาวิศวกรรมเคมี คณะวิศวกรรมศาสตร์ สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง ที่ให้ความช่วยเหลือด้านต่าง ๆ

คุณค่าและประโยชน์จากวิทยานิพนธ์ฉบับนี้ ผู้วิจัยขอบแต่ผู้มีพระคุณทุกท่าน หากมีข้อผิดพลาดประการใด ผู้วิจัยขอน้อมรับ ณ ที่นี้

วรพจน์ สีหาอินทร์

# สารบัญ

	หน้า
บทคัดย่อภาษาไทย.....	I
บทคัดย่อภาษาอังกฤษ.....	II
กิตติกรรมประกาศ.....	III
สารบัญ.....	IV
สารบัญตาราง.....	VII
สารบัญรูป.....	VIII
ตารางสัญลักษณ์.....	XII
บทที่ 1 บทนำ.....	1
1.1 ความเป็นมาของวิทยานิพนธ์.....	1
1.2 วัตถุประสงค์ของวิทยานิพนธ์.....	2
1.3 ขอบเขตของวิทยานิพนธ์.....	2
1.4 ประโยชน์ที่คาดว่าจะได้รับ.....	2
บทที่ 2 ทฤษฎีและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง.....	3
2.1 การกลั่น โมเลกุล (Molecular distillation).....	3
2.2 ชนิดของเครื่องกลั่น โมเลกุล.....	3
2.2.1 เครื่องกลั่น โมเลกุลชนิดหม้อกลั่น.....	4
2.2.2 เครื่องกลั่น โมเลกุลชนิดฟิล์มบาง.....	4
2.2.3 เครื่องกลั่น โมเลกุลชนิดหมุนเหวี่ยง.....	5
2.3 อัตราการระเหย สัมประสิทธิ์การระเหย และสัมประสิทธิ์การแยกของสาร (Evaporation rate, Evaporation coefficient and Separation factor).....	6
2.3.1 อัตราการระเหยในสภาวะความดันต่ำ (Evaporation rate in high vacuum).....	6
2.3.2 สัมประสิทธิ์การระเหย (Evaporation coefficient).....	8
2.3.3 สัมประสิทธิ์การแยกของสาร (Separation factor).....	9
2.4 แบบจำลองทางคณิตศาสตร์.....	10
2.4.1 สมการความต่อเนื่อง (Equation of continuity).....	11
2.4.2 สมการการเคลื่อนที่ (Equation of motion).....	12

## สารบัญ (ต่อ)

	หน้า
2.4.3 สมการความเร็วในแนวแกน $x$ .....	12
2.4.4 สมการความเร็วในแนวแกน $y$ .....	13
2.4.5 การหาค่าความหนาของชั้นฟิล์ม .....	14
2.4.6 การเปลี่ยนแปลงค่าความหนาของชั้นฟิล์มเทียบกับการเปลี่ยนแปลง ของ $x$ .....	17
2.4.7 โพรไฟล์ของอุณหภูมิ (Temperature profile).....	18
2.4.8 โพรไฟล์ของความเข้มข้น (Concentration profile).....	19
2.5 งานวิจัยที่เกี่ยวข้อง.....	19
<b>บทที่ 3</b> ขั้นตอนการคำนวณ.....	23
3.1 ขั้นตอนการทำงานของโปรแกรม.....	23
3.2 การแปลงสมการโดยใช้ระเบียบวิธีผลต่างอันดับ.....	25
3.2.1 ระเบียบวิธีผลต่างอันดับของอุณหภูมิ.....	26
3.2.2 ระเบียบวิธีผลต่างอันดับของความเข้มข้น.....	27
<b>บทที่ 4</b> ผลการจำลองการกลั่น โมเลกุลและอภิปรายผล.....	29
4.1 ผลการจำลองเปรียบเทียบกับผลการทดลองจากงานวิจัย.....	29
4.2 ผลการจำลองเพื่อศึกษาปัจจัยที่ส่งผลต่ออัตราการระเหยและค่าการเลือกของ การกลั่น.....	38
4.2.1 ผลของมุมและความเร็วรอบของจานหมุน.....	38
4.2.2 ผลของอุณหภูมิสารป้อน.....	40
4.2.3 ผลของอุณหภูมิผิวร้อน.....	43
4.2.4 ผลของอัตราการป้อนสาร.....	46
<b>บทที่ 5</b> สรุปผล.....	49
5.1 ตรวจสอบความถูกต้องของแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ที่ใช้และโปรแกรม การจำลองที่สร้างขึ้น.....	49
5.2 ปรับปรุงสมการอัตราการระเหย.....	49

## สารบัญ (ต่อ)

	หน้า
5.3 จำลองผลเพื่อศึกษาปัจจัยที่ส่งผลต่ออัตราการระเหย และค่าการเลือกของการ กลับ.....	50
5.4 ข้อเสนอแนะเพิ่มเติม.....	50
เอกสารอ้างอิง.....	51
ภาคผนวก ก.....	55
ภาคผนวก ข.....	65
ประวัติผู้เขียน.....	70

# สารบัญตาราง

ตารางที่		หน้า
2.1	ความหนาของชั้นฟิล์มและเวลาที่สารสัมผัสกับความร้อนของเครื่องกลั่นโมเลกุล.....	6
4.1	ผลการจำลองการกลั่นของผสมสองชนิดระหว่าง EHP กับ EHS เพื่อเปรียบเทียบกับผลการทดลองจากงานวิจัยของ Bhandarkar และ Ferron [12] โดยมีความดันของระบบขณะทำการกลั่นแยกอยู่ในช่วงระหว่าง 0.7 ถึง 1.0 ปาสคาล.....	37
ข.1	ความร้อนแฝงของการกลายเป็นไอ.....	66
ข.2	ความดันไอ.....	66
ข.3	ความหนาแน่นของของเหลว.....	67
ข.4	ความหนืด.....	67
ข.5	ความหนืด Kinematic.....	67
ข.6	ค่าการนำความร้อน.....	68
ข.7	ความจุความร้อนของของเหลว.....	68

# สารบัญรูป

รูปที่		หน้า
2.1	เครื่องกลั่น โมเลกุลชนิดหม้อกลั่น.....	4
2.2	เครื่องกลั่น โมเลกุลชนิดฟิล์มบาง.....	5
2.3	เครื่องกลั่น โมเลกุลชนิดหมุนเหวี่ยง.....	5
2.4	ลักษณะงานหมุนและระบบแกนของเครื่องกลั่น โมเลกุลชนิดหมุนเหวี่ยง.....	11
3.1	ขั้นตอนการทำงานของโปรแกรม.....	23
4.1	อัตราการระเหยของกลีเซอรินจากการจำลองเปรียบเทียบกับผลการทดลองของ Greenberg [18] โดยมีอัตราการป้อนสาร 0.36 กรัมต่อวินาที ความเร็วรอบของ งานหมุน 1,650 รอบต่อนาที ตำแหน่งป้อนสารและความยาวตามแนวรัศมีงาน หมุนมีค่าเท่ากับ 1.11 และ 5.66 เซนติเมตร ตามลำดับ.....	30
4.2	อัตราการระเหยของ EHP จากการจำลองเปรียบเทียบกับผลการทดลองของ Greenberg [18] โดยมีอัตราการป้อนสาร 0.2 กรัมต่อวินาที ความเร็วรอบของ งานหมุน 1,650 รอบต่อนาที ตำแหน่งป้อนสารและความยาวตามแนวรัศมีงาน หมุนมีค่าเท่ากับ 1.11 และ 5.66 เซนติเมตร ตามลำดับ.....	30
4.3	อัตราการระเหยของ EHP จากการจำลองเปรียบเทียบกับผลการทดลองของ Bhandarkar และ Ferron [12] โดยมีอัตราการป้อนสาร 0.492 กรัมต่อวินาที อุณหภูมิสารป้อน 35 องศาเซลเซียส ความเร็วรอบของงานหมุน 1,450 รอบต่อ นาที ตำแหน่งป้อนสารและความยาวตามแนวรัศมีงานหมุนมีค่าเท่ากับ 0.5 และ 6.5 เซนติเมตร ตามลำดับ.....	31
4.4	อัตราการระเหยของ DBP จากการจำลองเปรียบเทียบกับผลการทดลองของ Bhandarkar [24] โดยมีอัตราการป้อนสาร 0.5 กรัมต่อวินาที อุณหภูมิสารป้อน 35 องศาเซลเซียส ความเร็วรอบของงานหมุน 1,400 รอบต่อนาที ตำแหน่ง ป้อนสารและความยาวตามแนวรัศมีงานหมุนมีค่าเท่ากับ 0.5 และ 6.5 เซนติเมตร ตามลำดับ.....	31
4.5	อัตราการระเหยของไฮโดรคาร์บอนสังเคราะห์จากการทดลองเปรียบเทียบกับ อัตราการระเหยตามทฤษฎี จากงานวิจัยของ Li และ Raj [15].....	33
4.6	สัมประสิทธิ์การระเหยที่ความดันต่างๆ จากผลการทดลองในงานวิจัยของ Li และ Raj [15].....	34

## สารบัญรูป (ต่อ)

รูปที่		หน้า
4.7	อัตราภาระเหຍของกลีเซอรินจากการจำลองที่ทำการปรับปรุงอัตราภาระเหຍแล้วเปรียบเทียบกับผลการทดลองของ Greenberg [18] โดยมีสภาวะในการกลั่นเหมือนรูปที่ 4.1.....	35
4.8	อัตราภาระเหຍของ EHP จากการจำลองที่ทำการปรับปรุงอัตราภาระเหຍแล้วเปรียบเทียบกับผลการทดลองของ Greenberg [18] โดยมีสภาวะในการกลั่นเหมือนรูปที่ 4.2.....	35
4.9	อัตราภาระเหຍของ EHP จากการจำลองที่ทำการปรับปรุงอัตราภาระเหຍแล้วเปรียบเทียบกับผลการทดลองของ Bhandarkar และ Ferron [12] โดยมีสภาวะในการกลั่นเหมือนรูปที่ 4.3.....	36
4.10	อัตราภาระเหຍของ DBP จากการจำลองที่ทำการปรับปรุงอัตราภาระเหຍแล้วเปรียบเทียบกับผลการทดลองของ Bhandarkar [24] โดยมีสภาวะในการกลั่นเหมือนรูปที่ 4.4.....	36
4.11	ผลของมุมและความเร็วรอบของจานหมุนต่ออัตราภาระเหຍ โดยมีอัตราการป้อนสาร 1.0 กรัมต่อวินาที อุณหภูมิสารป้อน และอุณหภูมิผิวร้อนเท่ากับ 60 และ 160 องศาเซลเซียส ตามลำดับ.....	39
4.12	ผลของมุมและความเร็วรอบของจานหมุนต่อความหนาเริ่มต้นของชั้นฟิล์ม โดยมีอัตราการป้อนสาร 1.0 กรัมต่อวินาที อุณหภูมิสารป้อน และอุณหภูมิผิวร้อนเท่ากับ 60 และ 160 องศาเซลเซียส ตามลำดับ.....	39
4.13	ผลของมุมและความเร็วรอบของจานหมุนต่อเวลาที่สารสัมผัสกับผิวร้อน โดยมีอัตราการป้อนสาร 1.0 กรัมต่อวินาที อุณหภูมิสารป้อน และอุณหภูมิผิวร้อนเท่ากับ 60 และ 160 องศาเซลเซียส ตามลำดับ.....	40
4.14	อัตราภาระเหຍที่อุณหภูมิผิวร้อนและอุณหภูมิสารป้อนใดๆ บนจานหมุนโดยมีอัตราการป้อนสาร 1.0 กรัมต่อวินาที และความเร็วรอบของจานหมุนเท่ากับ 1,500 รอบต่อนาที.....	41
4.15	ค่าการเลือกของการกลั่นที่อุณหภูมิผิวร้อนและอุณหภูมิสารป้อนใดๆ โดยมีอัตราการป้อนสาร 1.0 กรัมต่อวินาที และความเร็วรอบของจานหมุนเท่ากับ 1,500 รอบต่อนาที.....	41

## สารบัญรูป (ต่อ)

รูปที่	หน้า	
4.16	การเปลี่ยนแปลงอุณหภูมิผิวระเหยที่ระยะใดๆ บนจานหมุน โดยมีอัตราการป้อนสาร 1.0 กรัมต่อวินาที อุณหภูมิผิวร้อน 170 องศาเซลเซียส และความเร็วรอบของจานหมุนเท่ากับ 1,500 รอบต่อนาที.....	42
4.17	อัตราการระเหยที่ระยะใดๆบนจานหมุน โดยมีอัตราการป้อนสาร 1.0 กรัมต่อวินาที อุณหภูมิผิวร้อน 170 องศาเซลเซียส และความเร็วรอบของจานหมุนเท่ากับ 1,500 รอบต่อนาที.....	42
4.18	อัตราการระเหยที่ระยะใดๆ บนจานหมุน โดยมีอัตราการป้อนสาร 1.0 กรัมต่อวินาที อุณหภูมิสารป้อน 60 องศาเซลเซียส และความเร็วรอบของจานหมุนเท่ากับ 1,500 รอบต่อนาที.....	44
4.19	อัตราการระเหยของ EHP กับ EHS ที่ระยะใดๆ บนจานหมุน โดยมีอัตราการป้อนสาร 1.0 กรัมต่อวินาที ความเร็วรอบของจานหมุน 1,500 รอบต่อนาที อุณหภูมิสารป้อน และอุณหภูมิผิวร้อนเท่ากับ 60 และ 140 องศาเซลเซียส ตามลำดับ.....	44
4.20	อัตราการระเหยของ EHP กับ EHS ที่ระยะใดๆ บนจานหมุน โดยมีอัตราการป้อนสาร 1.0 กรัมต่อวินาที ความเร็วรอบของจานหมุน 1,500 รอบต่อนาที อุณหภูมิสารป้อน และอุณหภูมิผิวร้อนเท่ากับ 60 และ 170 องศาเซลเซียส ตามลำดับ.....	45
4.21	การเปลี่ยนแปลงความเข้มข้นของ EHP ที่ผิวระเหยที่ระยะใดๆบนจานหมุน โดยมีอัตราการป้อนสาร 1.0 กรัมต่อวินาที ความเร็วรอบของจานหมุน 1,500 รอบต่อนาที และอุณหภูมิสารป้อนเท่ากับ 60 องศาเซลเซียส.....	45
4.22	สัมประสิทธิ์การแยกที่ระยะใดๆ บนจานหมุน โดยมีอัตราการป้อนสาร 1.0 กรัมต่อวินาที อุณหภูมิสารป้อน 60 องศาเซลเซียส และความเร็วรอบของจานหมุนเท่ากับ 1,500 รอบต่อนาที.....	46
4.23	อัตราการระเหยที่อัตราการป้อนสารใดๆ บนจานหมุน โดยมีอุณหภูมิสารป้อน 60 องศาเซลเซียส และความเร็วรอบของจานหมุนเท่ากับ 1,500 รอบต่อนาที....	47
4.24	ความหนาของชั้นฟิล์มที่ระยะใดๆ บนจานหมุน โดยมีอุณหภูมิสารป้อน อุณหภูมิผิวร้อนเท่ากับ 60 และ 160 องศาเซลเซียส ตามลำดับ และความเร็วรอบของจานหมุน 1,500 รอบต่อนาที.....	47

## สารบัญรูป (ต่อ)

รูปที่		หน้า
4.25	เวลาเฉลี่ยที่สารอยู่บนผิวร้อนที่อัตราการป้อนสารใดๆ โดยมีอุณหภูมิสารป้อน อุณหภูมิผิวร้อนเท่ากับ 60 และ 160 °C ตามลำดับ และความเร็วรอบของจาน หมุนเท่ากับ 1,500 รอบต่อนาที.....	48
4.26	การเปลี่ยนแปลงอุณหภูมิผิวระเหยที่ระยะใดๆ บนจานหมุน โดยมีอุณหภูมิผิว ร้อน 160 องศาเซลเซียส และความเร็วรอบของจานหมุนเท่ากับ 1,500 รอบต่อ นาที.....	48

## ตารางสัญลักษณ์

$A_c$	พื้นที่ผิวของผิวเย็น (ตารางเมตร)
$A_e$	พื้นที่ผิวของผิวร้อน (ตารางเมตร)
$C_i$	สัดส่วนโดยมวลของสาร $i$
$C_{i,0}$	สัดส่วนโดยมวลเริ่มต้นของสาร $i$
$c_A$	สัดส่วนโดยโมลของสาร $A$
$D$	สัมประสิทธิ์การแพร่ในของเหลว (ตารางเมตรต่อวินาที)
$d$	เส้นผ่านศูนย์กลางกลางของโมเลกุลก๊าซ (เมตร)
$E_{A,max}$	อัตราการระเหยสูงสุดของสาร $A$ (กิโลกรัมต่อตารางเมตรต่อวินาที)
$E_{obs}$	อัตราการระเหยที่ปรากฏของสาร (กิโลกรัมต่อตารางเมตรต่อวินาที)
$f_0$	อัตราการป้อนสารเริ่มต้นเชิงมวล (กิโลกรัมต่อชั่วโมง)
$k$	ค่าคงที่ของโบลทซ์มันน์ ( $1.381 \times 10^{-23}$ จูลต่อเคลวิน) (สมการ 2.1)
$k$	ค่าการนำความร้อน (จูลต่อวินาทีต่อเมตรต่อเคลวิน)
$l$	ระยะห่างระหว่างผิวร้อนกับผิวเย็น (เมตร)
$M_A$	มวลโมเลกุลของสาร $A$ (กิโลกรัมต่อกิโลกรัมโมล)
$P$	ความดันของระบบ (ปาสกาล)
$P_A^s$	ค่าความดันไอของสาร $A$ (ปาสกาล)
$P_{partial}$	ความดันย่อย (ปาสกาล)
$Q_0$	อัตราการป้อนสารเริ่มต้นเชิงปริมาตร (ลูกบาศก์เมตรต่อชั่วโมง)
$q_w$	ฟลักซ์ของความร้อนจากผิวร้อน (จูลต่อตารางเมตรต่อวินาที)
$R$	ค่าคงที่ของก๊าซ (8,314 จูลต่อกิโลกรัมโมลต่อเคลวิน)
$T$	อุณหภูมิ (เคลวิน)
$T_f$	อุณหภูมิสารป้อน (เคลวิน)
$T_r$	อุณหภูมิผิวร้อน (เคลวิน)
$T_s$	อุณหภูมิที่ผิวระเหย (เคลวิน)
$u$	ความเร็วตามทิศทางแกน $x$ (เมตรต่อวินาที)
$\bar{u}$	ความเร็วเฉลี่ยตามแนวแกน $x$ (เมตรต่อวินาที)
$x$	ระยะตามแนวรัศมีจากศูนย์กลาง (เมตร)
$x_A$	สัดส่วนโดยโมลของสาร $A$ ที่ผิวระเหย
$x_0$	ตำแหน่งป้อนสาร (เมตร)

$y$	ระยะตามแนวความหนาของชั้นฟิล์ม (เมตร)
$\delta(x)$	ความหนาของชั้นฟิล์มที่ระยะ $x$ ใด (เมตร)
$\delta_0$	ความหนาของชั้นฟิล์มที่ตำแหน่งป้อนสาร (เมตร)
$\phi$	ครึ่งมุมของจานหมุน (องศา)
$\lambda$	ค่าวิถีเสรีเฉลี่ยของก๊าซ (เมตร)
$\mu$	ความหนืด (กิโลกรัมต่อเมตรต่อวินาที)
$\rho$	ความหนาแน่น (กิโลกรัมต่อลูกบาศก์เมตร)
$\bar{\rho}$	ความหนาแน่นเฉลี่ย (กิโลกรัมต่อลูกบาศก์เมตร)
$v$	ความเร็วตามทิศทางแกน $y$ (เมตรต่อวินาที)
$\Delta H$	ค่าความร้อนแฝงในการกลายเป็นไอ (จุดต่อกิโลกรัม)
$\Gamma$	ค่าสัมประสิทธิ์การระเหย
$\Omega$	อัตราเร็วเชิงมุม (เรเดียนต่อวินาที)

# บทที่ 1

## บทนำ

### 1.1 ความเป็นมาของวิทยานิพนธ์

การแยกสารหลายประเภทจำเป็นต้องใช้เทคนิคการกลั่นเพื่อใช้ในการแยกสาร การกลั่นโมเลกุลเป็นเทคนิคหนึ่งที่ใช้ในการแยกสารที่มีค่าความดันไอต่ำ และมีความว่องไวต่อความร้อนสูง กระบวนการกลั่นแยกโดยทั่วไปนั้นมักดำเนินการในหอกลั่นซึ่งอาจเป็นหอแบบชั้น (Tray tower) หรือหอแบบบรรจุ (Packing tower) ซึ่งมีระยะเวลาที่สารสัมผัสกับความร้อนที่นาน เป็นนาทีหรือหลายชัณษาที และต้องใช้อุณหภูมิในการกลั่นแยกสูงเมื่อสารที่จะทำการกลั่นแยกมีค่าความดันไอต่ำ ดังนั้นเมื่อทำการกลั่นแยกสารที่มีความว่องไวต่อความร้อนสูง เช่น กลั่นแยกวิตามิน เอ และอี ออกจากผลิตภัณฑ์ของน้ำมันพืช ประเภทน้ำมันปาล์ม และถั่วเหลือง ส่งผลให้สารเกิดการสลายตัวของวิตามิน เอ และ อีได้ มีการคำนวณไว้ว่าถ้าทำการกลั่นแยกที่ความดันต่ำในช่วง 0.1 ถึง 1.0 ปาสคาล จะช่วยลดอุณหภูมิในการกลั่นได้มากถึง 250 องศาเซลเซียส เมื่อเทียบกับความดันบรรยากาศ

การกลั่นโมเลกุลมีข้อดี คือ สารมีเวลาที่สัมผัสกับความร้อนที่สั้นมากประมาณ 1 วินาทีหรือน้อยกว่า และมักดำเนินการกลั่นในช่วงความดันระหว่าง 0.01 ถึง 1.0 ปาสคาล ดังนั้นเครื่องกลั่นโมเลกุลจึงได้รับความนิยมกันอย่างแพร่หลายเพื่อใช้ในการกลั่นแยกสารที่มีความว่องไวต่อความร้อนสูง เช่นBatistella และคณะ [1, 2] ใช้เครื่องกลั่น โมเลกุลในการแยกแคโรทีนอยด์ออกจากเอทิลเอสเทอร์ของน้ำมันปาล์ม ได้ความเข้มข้นของแคโรทีนอยด์มากกว่า 30,000 ppm Posada และคณะ [3] ใช้เครื่องกลั่น โมเลกุลในการแยกวิตามินอีออกจาก กรดไขมันปาล์มที่ได้จากการกลั่น (PFAD) ได้ความเข้มข้นของวิตามินอีร้อยละ 8.83 จากวิตามินอีเริ่มต้นร้อยละ 0.5 Fregolente และคณะ [4] ทำโมโนกลีเซอไรด์ให้บริสุทธิ์ โดยใช้เครื่องกลั่น โมเลกุลแยกโมโนกลีเซอไรด์ออกจากผลิตภัณฑ์ร่วมโมโน ไค และไตรกลีเซอไรด์ ได้ความเข้มข้นของโมโนกลีเซอไรด์มากถึงร้อยละ 96.3 ซึ่งสารต่างๆเหล่านี้เป็นสารที่มีราคาแพง และส่วนใหญ่มีอยู่แล้วในประเทศไทยหรือสามารถสังเคราะห์ได้จากวัตถุดิบที่ใช้ในประเทศไทย จากการสืบค้นเอกสารทางวิชาการพบว่า การนำเครื่องกลั่น โมเลกุลมาใช้ในการแยกสารเหล่านี้ยังไม่ได้รับการพัฒนาให้เกิดขึ้นในเมืองไทย ดังนั้นงานวิจัยที่ทำการศึกษาการจำลองกระบวนการกลั่น โมเลกุลชนิดหมุนเหวี่ยง จึงมีความสำคัญเพราะต้องใช้ในการจำลองเพื่อหาภาวะที่เหมาะสมในการกลั่นแยก เช่น อัตราการป้อนสาร และอุณหภูมิในการกลั่นแยกที่เหมาะสม เพื่อให้การกลั่นแยกมีประสิทธิภาพสูง และลดเวลาที่ใช้ในการทดลองเพื่อหาภาวะในการกลั่นที่เหมาะสมได้

## 1.2 วัตถุประสงค์ของวิทยานิพนธ์

1. ศึกษาแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของเครื่องกลั่น โมเลกุลชนิดหมุนเหวี่ยง
2. ทำการจำลองการกลั่นของเครื่องกลั่น โมเลกุลชนิดหมุนเหวี่ยง
3. ศึกษาภาวะในการกลั่นที่ส่งผลต่ออัตราการระเหยและสัมประสิทธิ์การแยกโดยการจำลองการกลั่น โมเลกุล

## 1.3 ขอบเขตของวิทยานิพนธ์

1. ศึกษาแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของเครื่องกลั่น โมเลกุลชนิดหมุนเหวี่ยง
2. ศึกษาผลการจำลองการกลั่นของเครื่องกลั่น โมเลกุลชนิดหมุนเหวี่ยง
3. ปรับปรุงแบบจำลองให้สามารถใช้ได้กับทุกช่วงการกลั่น

## 1.4 ประโยชน์ที่คาดว่าจะได้รับ

1. มีความรู้ความเข้าใจเกี่ยวกับทฤษฎีการกลั่น โมเลกุล
2. สามารถทำการหาปัจจัยต่างๆที่มีผลต่อการกลั่นการกลั่น โดยใช้โปรแกรมการจำลองที่สร้างขึ้นได้
3. สามารถใช้โปรแกรมการจำลองที่สร้างขึ้นทำนายอัตราการกลั่น ได้ของสารที่นำมากลั่นได้

## บทที่ 2

# ทฤษฎีและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

### 2.1 การกลั่นโมเลกุล (Molecular distillation)

การกลั่นโมเลกุล หมายถึง กระบวนการกลั่นที่เกิดขึ้น เมื่อในวัฏภาคก๊าซไม่มีการขัดขวาง การเคลื่อนที่อันเนื่องมาจากเกิดการชนกันของโมเลกุลซึ่งเคลื่อนที่ออกจากผิวของวัฏภาค ของเหลวไปยังเครื่องควบแน่น (Condenser) และมีระยะห่างระหว่างผิวเครื่องระเหย (Evaporator) และผิวเครื่องควบแน่นน้อยกว่า 1 วิถีเสรีเฉลี่ย (Mean free path) ของโมเลกุลของสารที่ระเหยได้ [5] โดยค่าวิถีเสรีเฉลี่ย สำหรับก๊าซอุดมคติ [6] คือ

$$\lambda = \frac{kT}{(\sqrt{2}P\pi d^2)} \quad (2.1)$$

โดยที่ $\lambda$	คือ	ค่าวิถีเสรีเฉลี่ยของก๊าซ (เมตร)
$k$	คือ	ค่าคงที่ของโบลทซ์มันน์ ( $1.381 \times 10^{-23}$ จูลต่อเคลวิน)
$T$	คือ	อุณหภูมิ (เคลวิน)
$P$	คือ	ความดันของระบบ (ปาสคาล)
$d$	คือ	เส้นผ่านศูนย์กลางของโมเลกุลก๊าซ (เมตร)

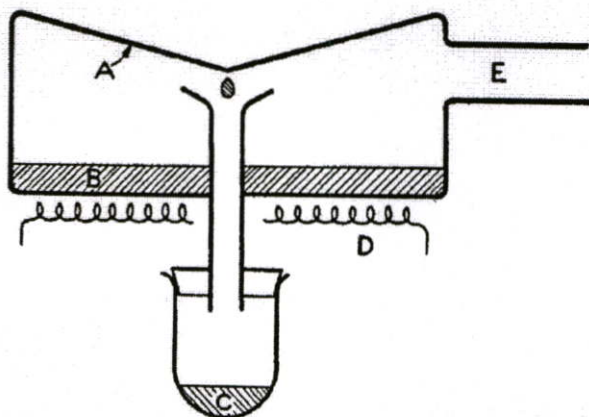
ที่ความดัน 1.0 ปาสคาล และอุณหภูมิ 400 เคลวิน เมื่อไดบิวทิลพทาเลต (DBP) มีเส้นผ่านศูนย์กลาง เท่ากับ  $7.5 \times 10^{-10}$  เมตร จากสมการที่ (2.1) จะได้ค่าวิถีเสรีเฉลี่ย เท่ากับ 2.2 มิลลิเมตร อย่างไรก็ตาม ระยะห่างระหว่างผิวร้อนกับผิวเย็น สำหรับเครื่องกลั่นโมเลกุลนั้นจะอยู่ระหว่าง 5 ถึง 10 เซนติเมตร

### 2.2 ชนิดของเครื่องกลั่นโมเลกุล

การกลั่นโมเลกุล ได้มีการพัฒนามากว่าครึ่งศตวรรษ โดยเกิดจากความพยายามที่จะลด อุณหภูมิที่ใช้ในการกลั่น และลดเวลาที่สารสัมผัสกับความร้อนให้สั้นลง ซึ่งการกลั่นโมเลกุลนั้นได้ มีวิวัฒนาการมาจาก เครื่องกลั่นโมเลกุลชนิดหม้อกลั่น (Pot still) และพัฒนามาสู่ เครื่องกลั่นโมเลกุลชนิดฟิล์มบาง (Falling film still) และ เครื่องกลั่นโมเลกุลชนิดหมุนเหวี่ยง (Centrifugal still) ตามลำดับ

### 2.2.1 เครื่องกลั่นโมเลกุลชนิดหม้อกลั่น

รูปที่ 2.1 แสดงลักษณะเครื่องกลั่น โมเลกุลชนิดหม้อกลั่น โดยประกอบด้วย A เป็นผิวเย็น (Condenser) B เป็นชั้นของของเหลวที่จะทำการกลั่น C เป็นถังเก็บผลิตภัณฑ์ที่ได้จากการกลั่น D เป็นเครื่องให้ความร้อนแก่หม้อกลั่น และ E คือ ส่วนที่ต่อเข้ากับปั๊มความดันต่ำ (Vacuum pump)



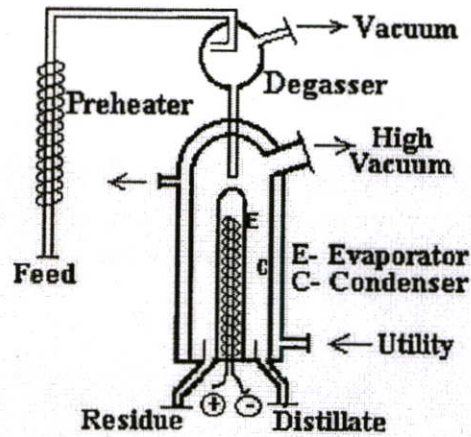
รูปที่ 2.1 เครื่องกลั่น โมเลกุลชนิดหม้อกลั่น [7]

ภายในหม้อกลั่นถูกทำให้อยู่ในสภาวะความดันต่ำ ของเหลวบริเวณ B ถูกทำให้ร้อนสารบางส่วนมีการระเหยขึ้นไปและเกิดการควบแน่นที่ผิวเย็น ผลิตภัณฑ์ที่ควบแน่นจะไหลไปรวมกันที่ถังเก็บ การกลั่นโมเลกุลโดยใช้หม้อกลั่นนี้ประสิทธิภาพในการกลั่นที่ได้จะต่ำ เนื่องจากที่บริเวณผิวระเหยอาจมีการสะสมของสิ่งสกปรก ส่งผลให้เกิดการขัดขวางการระเหย และในกรณีที่ทำการกลั่นของผสม ประสิทธิภาพในการกลั่นแยกจะไม่ดีเนื่องจากการกลั่นแบบหม้อกลั่นนี้ไม่มีการเปลี่ยนผิวระเหยใหม่ตลอดเวลา ส่งผลให้เมื่อเริ่มมีการระเหยอย่างรวดเร็วเกิดขึ้น ความเข้มข้นของสารระเหยง่ายที่บริเวณผิวระเหยมีค่าต่ำกว่าความเข้มข้นส่วนใหญ่ (Bulk concentration) ที่อยู่ชั้นล่าง เนื่องจากสารที่ระเหยง่ายแพร่ขึ้นมาที่ผิวระเหยไม่ทัน อย่างไรก็ตามเครื่องกลั่น โมเลกุลแบบหม้อกลั่นนี้ สามารถเพิ่มประสิทธิภาพในการกลั่นได้ โดยการทำให้ของเหลวบริเวณ B เป็นชั้นฟิล์มที่บาง

### 2.2.2 เครื่องกลั่นโมเลกุลชนิดฟิล์มบาง

เครื่องกลั่น โมเลกุลชนิดฟิล์มบางแสดงดังรูปที่ 2.2 โดยที่เครื่องกลั่นประกอบไปด้วย ท่อทรงกระบอกสองท่อซ้อนกัน โดยมีผิวชั้นนอกเป็นผิวเย็น (บริเวณ C) และผิวชั้นในเป็นผิวร้อน (บริเวณ E) ของเหลวจะถูกป้อนเข้าสู่ด้านบนตรงจุดกึ่งกลางท่อของผิวร้อน และจะไหลเป็นฟิล์มบางๆ ลงไปตามแนวความยาวท่อด้วยแรงโน้มถ่วงของโลก ของเหลวบางส่วนเมื่อได้รับความร้อน

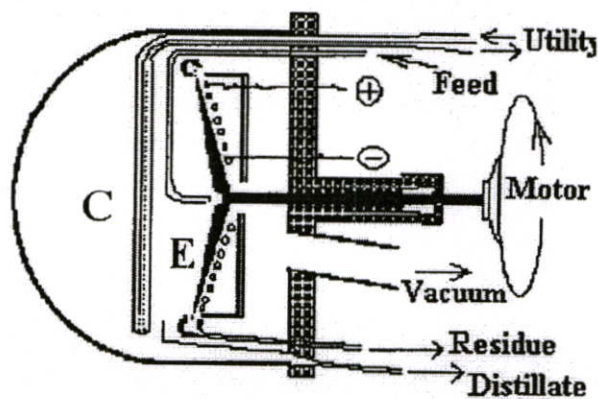
จะเกิดการระเหยแล้วควบแน่นที่ผิวเย็น และถูกดึงไปเก็บในถังเก็บ ส่วนที่ไม่ระเหยจะถูกแยกไปเก็บไว้ที่ถัง



รูปที่ 2.2 เครื่องกลั่น โมเลกุลชนิดฟิล์มบาง [8]

### 2.2.3 เครื่องกลั่นโมเลกุลชนิดหมุนเหวี่ยง

เครื่องกลั่นโมเลกุลชนิดหมุนเหวี่ยงแสดงดังรูปที่ 2.3 มีผิวร้อนเป็นรูปกรวยและถูกทำให้หมุนโดยมอเตอร์ ของเหลวที่จะทำการกลั่นถูกป้อนเข้าตรงจุดกึ่งกลางของจานหมุนแล้วถูกเหวี่ยงออกไปเป็นชั้นฟิล์มบางๆ ตามแนวรัศมีของจาน ของเหลวบางส่วนเมื่อได้รับความร้อนจะเกิดการระเหยแล้วควบแน่นที่ผิวเย็นเป็น Distillate และถูกดึงไปเก็บในถังเก็บ ส่วนที่ไม่ระเหย (Residue) จะถูกแยกไปเก็บไว้ที่ถัง



รูปที่ 2.3 เครื่องกลั่น โมเลกุลชนิดหมุนเหวี่ยง [8]

เครื่องกลั่น โมเลกุลทั้งแบบชนิดฟิล์มบางและชนิดหมุนเหวี่ยงนี้จะมีการเปลี่ยนผิวระเหยใหม่ตลอดเวลา อย่างไรก็ตามเครื่องกลั่น โมเลกุลชนิดหมุนเหวี่ยง จะมีการเปลี่ยนผิวระเหยใหม่ที่ดีกว่าเครื่องกลั่น โมเลกุลชนิดฟิล์มบาง [9] และเมื่อเปรียบเทียบค่าความหนาของชั้นฟิล์มและเวลาที่สารสัมผัสกับความร้อนพบว่า เครื่องกลั่น โมเลกุลชนิดหมุนเหวี่ยงมีชั้นฟิล์มที่บางกว่าและมีเวลาที่สารสัมผัสกับความร้อนสั้นกว่าเมื่อเทียบกับเครื่องกลั่น โมเลกุลชนิดฟิล์มบาง ดังแสดงในตารางที่ 2.1 ดังนั้น เครื่องกลั่น โมเลกุลชนิดหมุนเหวี่ยงจึงได้รับความนิยมในการใช้เพื่อกลั่นแยกสารที่มีความว่องไวต่อความร้อนสูง มากกว่าเครื่องกลั่น โมเลกุลชนิดฟิล์มบาง

ตารางที่ 2.1 ความหนาของชั้นฟิล์ม และเวลาที่สารสัมผัสกับความร้อนของเครื่องกลั่น โมเลกุล [10]

ชนิดของเครื่องกลั่น โมเลกุล	ความหนาของชั้นฟิล์ม (mm)	เวลาที่สารสัมผัสกับความร้อน
หม้อกลั่น (ขนาด ระดับห้องปฏิบัติการ)	10-50	1-5 ชั่วโมง
ชนิดฟิล์มบาง (ขนาด ระดับห้องปฏิบัติการ)	0.1-0.3	10-50 วินาที
ชนิดหมุนเหวี่ยง (ขนาด ระดับห้องปฏิบัติการ)	0.01-0.02	0.04-0.08 วินาที
ชนิดฟิล์มบาง (ขนาด ระดับอุตสาหกรรม)	1-3	120-600 วินาที
ชนิดหมุนเหวี่ยง (ขนาด ระดับอุตสาหกรรม)	0.03-0.06	0.1-1 วินาที

## 2.3 อัตราการระเหย สัมประสิทธิ์การระเหย และสัมประสิทธิ์การแยกของสาร

### (Evaporation rate, Evaporation coefficient and Separation factor)

จากที่ได้อธิบายขั้นตอนการกลั่นของเครื่องกลั่น โมเลกุลชนิดหมุนเหวี่ยงไปแล้วข้างต้นสามารถสรุปได้ทั้งหมด 4 ขั้นตอน คือ

1. ของเหลวถูกป้อนเข้าสู่ผิวร้อน และถูกเหวี่ยงออกไปเป็นชั้นฟิล์มบางๆ ตามแนวรัศมีจาน
2. โมเลกุลของสารเมื่อได้รับความร้อน บางส่วนมีการเคลื่อนที่ออกจากผิวของของเหลว (เกิดการระเหย)
3. โมเลกุลของสารที่ระเหยออกมาเคลื่อนที่ไปยังผิวเย็น
4. เกิดการควบแน่นที่ผิวเย็น

### 2.3.1 อัตราการระเหยในสภาวะความดันต่ำ (Evaporation rate in high vacuum)

Langmuir [11] ได้เสนอสมการอธิบายอัตราการระเหยสำหรับของเหลวและของแข็ง ในสภาวะความดันต่ำขึ้นมาโดยใช้สมมติฐานที่ว่า ทุกโมเลกุลของสารที่เคลื่อนที่ออกจากผิวของของเหลว จะไม่มีการขัดขวางการเคลื่อนที่เนื่องจากเกิดการชนกันของโมเลกุลในวัฏภาคก๊าซ ดังนั้น

จึงไม่มีโมเลกุลของสารที่ระเหยได้เคลื่อนที่กลับไปยังผิวระเหยอีกครั้ง โดยที่อัตราการระเหยที่ได้จะเป็นอัตราการระเหยสูงสุดของสารที่สามารถระเหยได้ แสดงดังสมการที่ 2.2

$$E_{A,\max} = x_A P_A^s \sqrt{\frac{M_A}{2\pi RT_s}} \quad (2.2)$$

- โดยที่  $E_{A,\max}$  คือ อัตราการระเหยสูงสุดของสาร  $A$  (กิโลกรัมต่อตารางเมตรต่อวินาที)  
 $P_A^s$  คือ ค่าความดันไอของสาร  $A$  (ปาสคาล)  
 $x_A$  คือ สัดส่วนโดยโมลของสาร  $A$  ที่ผิวระเหย  
 $T_s$  คือ อุณหภูมิที่ผิวระเหย (เคลวิน)  
 $M_A$  คือ มวลโมเลกุลของสาร  $A$  (กิโลกรัมต่อกิโลกรัม โมล)  
 $R$  คือ ค่าคงที่ของก๊าซ (8,314 จูลต่อกิโลกรัม โมลต่อเคลวิน)

จากสมการอัตราการระเหยในสมการที่ (2.2) พบว่าอัตราการระเหยของสารขึ้นอยู่กับอุณหภูมิ และความเข้มข้นที่ผิวระเหย ดังนั้นจากขั้นตอนการระเหยในขั้นตอนที่ 1 ถึงขั้นตอนที่ 4 พบว่ามีเพียงขั้นตอนที่ 2 และขั้นตอนที่ 3 เท่านั้นที่ส่งผลต่ออัตราการระเหยของสารในการกลั่นโมเลกุล ส่วนขั้นตอนที่ 4 นั้นจะมีผลต่อระบบก็ต่อเมื่อ เกิดการระเหยของสารที่ผิวเย็นทำให้มีโมเลกุลของสารที่ระเหยเคลื่อนที่สวนทางกลับมายังผิวร้อน อย่างไรก็ตามเราสามารถควบคุมอุณหภูมิที่ผิวเย็นให้ต่ำพอที่จะไม่ให้เกิดการระเหยเกิดขึ้นได้ ดังนั้นผลจากขั้นตอน 4 จึงไม่นำมาพิจารณา สำหรับขั้นตอนที่ 2 นั้นเป็นที่ทราบแล้วว่า อัตราการระเหยของสารขึ้นอยู่กับอุณหภูมิ และความเข้มข้นที่ผิวระเหย ดังนั้นการประมาณค่าความเข้มข้นและอุณหภูมิที่ผิวระเหยให้มีความแม่นยำนั้น จึงมีความสำคัญอย่างมาก ได้มีการนำเสนอแบบจำลองทางคณิตศาสตร์เพื่อประมาณค่าดังกล่าวไว้หลายแบบจำลอง โดยที่ในงานวิจัยนี้ได้เลือกใช้แบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของ Bhandakar และ Ferron [12] ซึ่งจะนำเสนอในหัวข้อต่อไป และเมื่อพิจารณาผลจากขั้นตอนที่ 3 พบว่า ในขั้นตอนนี้ตัวแปรที่จะส่งผลต่ออัตราการระเหยคือ ความดันของระบบ และระยะห่างระหว่างผิวร้อนกับผิวเย็น อย่างไรก็ตาม ระยะห่างระหว่างผิวร้อนกับผิวเย็นนั้น Lutisan และ Cvengros [13] ได้พบว่า ถ้าระยะห่างระหว่างผิวร้อนกับผิวเย็น น้อยกว่า 50 มิลลิเมตร จะไม่ส่งผลต่ออัตราการระเหยของสารมากนัก ในส่วนของผลจากความดันของระบบ Batistella และคณะ [14] ได้เสนอแบบจำลองโดยวิธี Monte-Carlo เพื่อศึกษาผลของความดันต่ออัตราการระเหย และพบว่าเมื่อความดันของระบบมีค่าเพิ่มขึ้นอัตราการระเหยที่ปรากฏมีค่าลดลง (เมื่อนำผลการจำลองดังกล่าวมาหาความสัมพันธ์ระหว่างอัตราการระเหยปรากฏของสาร  $i$  และความดันของระบบโดยวิธี

Monte-Carlo ของ Batistella และคณะ [14] ได้สมการความสัมพันธ์ดังนี้

$$E_{obs,i} = x_i P_i^s \sqrt{\frac{M_i}{2\pi RT_s}} \left( 0.7909 \left( \frac{P}{1.0409 \times 10^{-5} + P^{1.0457}} \right) \right) \text{ เมื่อ } P \text{ คือ ความดันของระบบ}$$

### 2.3.2 สัมประสิทธิ์การระเหย (Evaporation coefficient)

จากสมการอัตราการระเหยตามสมการของ Langmuir ได้ใช้สมมติฐานดังที่กล่าวไปแล้วข้างต้น ดังนั้นสมการอัตราการระเหยตามสมการที่ (2.2) สามารถใช้ได้จริงเมื่อ การเคลื่อนที่ของโมเลกุลของสารในวัฏภาคก๊าซเป็นการเคลื่อนที่แบบ Molecular-flow โดยที่การเคลื่อนที่แบบนี้จะเกิดขึ้น เมื่อค่าวิถีเสรีเฉลี่ยของก๊าซมีค่ามากกว่าระยะห่างระหว่างผิวร้อนกับผิวเย็น หรือที่ความดันของระบบน้อยกว่า  $1 \times 10^{-3}$  ปาสคาล ดังนั้นเมื่อความดันของระบบเพิ่มขึ้นมากกว่า  $1 \times 10^{-3}$  ปาสคาล จะมีผลเนื่องจากการชนกันของโมเลกุลของก๊าซที่อยู่ในระบบ ซึ่งการเคลื่อนที่ของก๊าซในช่วงนี้จะเป็นแบบ Viscous-flow ดังนั้นจึงส่งผลให้การระเหยของสารในช่วงนี้เป็นแบบการแพร่ (Diffusion) [15] สมการอัตราการระเหยของ Langmuir จึงไม่สามารถใช้ได้ทุกช่วงความดันของการกลั่น อย่างไรก็ตามได้มีการนำค่าสัมประสิทธิ์การระเหย มาใช้เพื่อปรับค่าให้อัตราการระเหยสูงสุดที่คำนวณจากสมการของ Langmuir ให้มีค่าใกล้เคียงกับอัตราการระเหยที่ปรากฏจากการทดลอง โดยค่าสัมประสิทธิ์การระเหยแสดงดังสมการที่ (2.3)

$$\Gamma = \frac{E_{obs}}{E_{max}} \quad (2.3)$$

เมื่อ  $\Gamma$  คือ ค่าสัมประสิทธิ์การระเหย

$E_{obs}$  คือ อัตราการระเหยที่ปรากฏของสาร (กิโลกรัมต่อตารางเมตรต่อวินาที)

Kaplon และคณะ [16] ได้นำเสนอค่าสัมประสิทธิ์การระเหยสำหรับเครื่องกลั่น โมเลกุลชนิดหมุนเหวี่ยง โดยได้ปรับปรุงมาจากสมการของ Burrows ปี 1960 โดยสมการที่ Kaplon ได้นำเสนอนั้น จะคิดผลเนื่องจาก พื้นที่ผิวของผิวเย็น และพื้นที่ผิวของผิวร้อน รวมทั้งผลของระยะห่างระหว่างผิวร้อนกับผิวเย็น แสดงดังสมการที่ (2.4)

$$\Gamma = F + (1 - F) (5e^{-N} - 10e^{-2N} + 10e^{-3N} - 5e^{-4N} - 5e^{-5N}) \quad (2.4)$$

และ  $F = \frac{A_c}{A_c + A_e} \quad (2.5)$

$$N = \frac{l}{k\lambda} \quad (2.6)$$

$$k = 0.2F + 1.38(F + 0.103)^4 \quad (2.7)$$

เมื่อ	$A_c$	คือ	พื้นที่ผิวของผิวเย็น (ตารางเมตร)
	$A_e$	คือ	พื้นที่ผิวของผิวร้อน (ตารางเมตร)
	$l$	คือ	ระยะห่างระหว่างผิวร้อนกับผิวเย็น (เมตร)

จากข้อมูลของเครื่องกลั่น โมเลกุลชนิดหมุนเหวี่ยง รุ่น CMS-5 [12] มีพื้นที่ของผิวเย็นเท่ากับ 0.051 ตารางเมตร พื้นที่ของผิวร้อนเท่ากับ 0.013 ตารางเมตร และระยะห่างระหว่างผิวร้อนกับผิวเย็นเท่ากับ 0.10 เมตร ดังนั้นจากสมการที่ (2.1) ที่ความดัน 1  $1 \times 10^{-2}$  และ  $1 \times 10^{-3}$  ปาสคาล เมื่อ DBP มีเส้นผ่าศูนย์กลางของโมเลกุลเท่ากับ  $7.5 \times 10^{-10}$  เมตร จะได้ค่าวิถีเสรีเฉลี่ยเท่ากับ 0.0022 0.22 และ 2.2 เมตรตามลำดับ และค่า  $F$  จากสมการ (2.5) มีค่าเท่ากับ 0.79 ดังนั้นสามารถคำนวณค่าสัมประสิทธิ์การระเหยตามสมการที่ (2.4) ที่ความดัน 1  $1 \times 10^{-2}$  และ  $1 \times 10^{-3}$  ปาสคาล ได้ค่าเท่ากับ 0.79 0.858 และ 0.0916 ตามลำดับ ซึ่งพบว่าเมื่อความดันของระบบลดลงถึง  $1 \times 10^{-3}$  ปาสคาล ส่งผลให้ค่าสัมประสิทธิ์การระเหยมีค่าลดลง ดังนั้นจากสมการที่ (2.3) อัตราการระเหยที่ได้จะมีค่าลดลงตามไปด้วย ซึ่งมีความขัดแย้งกับทฤษฎีที่ได้กล่าวมาแล้วข้างต้น สมการที่ Kaplon ได้นำเสนอนั้นจึงไม่สามารถใช้ได้ในทุกช่วงความดันในการกลั่น

### 2.3.3 สัมประสิทธิ์การแยกของสาร (Separation factor)

ค่าสัมประสิทธิ์การแยกของสารในสภาวะสมดุล สำหรับของผสมสองชนิด แสดงดังสมการที่ (2.8)

$$s = \left( \frac{y_A}{y_B} \right) \left( \frac{x_B}{x_A} \right) \quad (2.8)$$

เมื่อ	$x$	คือ	สัดส่วนโดยโมลของสารในวัฏภาคของเหลวที่ผิวระเหย
	$y$	คือ	สัดส่วนโดยโมลของสารในวัฏภาคก๊าซที่ผิวระเหย

อย่างไรก็ตามจากสมการที่ (2.8) นั้น เมื่อนำมาประยุกต์ใช้กับการกลั่น โมเลกุลต้องคำนึงถึงสภาวะสมดุลที่ไม่ได้เกิดขึ้นในระบบ เนื่องจาก โมเลกุลของสารที่เคลื่อนที่ออกจากผิวของของเหลวนั้นไม่มีการขัดขวางการเคลื่อนที่เนื่องจากวัฏภาคก๊าซ (Unobstructed-path) ดังนั้นการระเหยในเครื่องกลั่น โมเลกุลจึงเป็นการระเหยแบบไม่สมดุล (Non-equilibrium) [5]

Trevo [17] ได้เสนอสมการเพื่อคำนวณค่าสัมประสิทธิ์การแยก สำหรับการกลั่น โมเลกุล ขึ้นมา โดยคำนึงถึงผลที่ว่าอัตราการระเหยของสารขึ้นอยู่กับอุณหภูมิและความเข้มข้นของสารที่ผิว ระบาย เมื่อกำหนดให้  $y_i = (E_i / M_i) / \sum_{i=1}^n (E_i / M_i)$  จะได้

$$\frac{y_A}{y_B} = \left( \frac{E_A}{M_A} \right) \left( \frac{M_B}{E_B} \right) \quad (2.9)$$

และเมื่อ แทนค่า  $E_A$  และ  $E_B$  ตามสมการที่ (2.1) ลงในสมการที่ (2.9) จะได้ว่า

$$\frac{y_A}{y_B} = \left( \frac{x_A}{x_B} \right) \left( \frac{P_A^s}{P_B^s} \right) \sqrt{\frac{M_B}{M_A}} \quad (2.10)$$

ดังนั้นเมื่อแทนสมการที่ (2.10) ลงในสมการที่ (2.8) จะได้ค่าสัมประสิทธิ์การแยกของของผสมสอง ชนิด สำหรับการกลั่น โมเลกุล คือ

$$s = \left( \frac{P_A^s}{P_B^s} \right) \sqrt{\frac{M_B}{M_A}} \quad (2.11)$$

และค่าการเลือกของการกลั่น (Selectivity) [12] คือ

$$S_i = \left( \frac{c_A}{1-c_A} \right)_{\text{condensate}} \left( \frac{1-c_A}{c_A} \right)_{\text{feed}} \quad (2.12)$$

เมื่อ  $c_A$  คือ สัดส่วนโดยโมลของสาร A

## 2.4 แบบจำลองทางคณิตศาสตร์

ในหัวข้อนี้จะแสดงแบบจำลองทางคณิตศาสตร์เพื่ออธิบายการเปลี่ยนแปลงของความเร็ว การถ่ายเทมวล และการถ่ายเทพลังงานในชั้นของเหลวของของผสมบนเครื่องกลั่น โมเลกุลชนิด หมุนเหวี่ยงที่สภาวะความดันต่ำ โดยมีรูปแบบของแบบจำลองคล้ายคลึงกับของ Bhandakar และ Ferron [12]

### 2.4.1 สมการความต่อเนื่อง (Equation of continuity)

จากรูปที่ 2.4 ระบบแกนของงานหมุนสำหรับเครื่องกลั่นโมเลกุลชนิดหมุนเหวี่ยงที่ Bhandakar และ Ferron [12] ได้นำเสนอขึ้นมานั้นพบว่าระบบแกนดังกล่าวเป็นระบบแกนทรงกระบอก ดังนั้นเพื่อลดความซับซ้อนในขั้นตอนการคำนวณ Bhandakar และ Ferron [12] จึงได้ทำการเปลี่ยนระบบแกนดังกล่าวให้อยู่ในระบบแกนแบบพิกัดฉาก โดยที่สมมติให้ระบบแกนสมมาตร ดังนั้นสามารถเปลี่ยนจากระบบแกนทรงกระบอก  $(z, r)$  เป็นระบบแกนพิกัดฉาก  $(x, y)$  เมื่อ  $x = (z \cos \phi + r \sin \phi)$  และ  $y = (z \sin \phi - r \cos \phi)$  โดยที่การเปลี่ยนจากระบบแกนทรงกระบอกเป็นระบบแกนพิกัดฉากแสดงในภาคผนวก ก ดังนั้นสมการความต่อเนื่อง ซึ่งเขียนให้อยู่ในระบบพิกัดฉาก [12] แสดงได้ ดังนี้

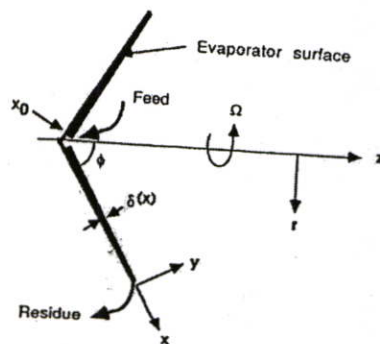
$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{u}{x} - \frac{v \cot \phi}{x} = 0 \quad (2.13)$$

เงื่อนไขขอบเขต คือ

$$u = u_0 \quad \text{ที่} \quad x = x_0$$

$$v = 0 \quad \text{ที่} \quad y = 0$$

- เมื่อ
- $x$  คือ ระยะตามแนวรัศมีงานหมุน (เมตร)
  - $y$  คือ ระยะตามแนวความหนาของชั้นฟิล์ม (เมตร)
  - $u$  คือ ความเร็วตามทิศทางแกน  $x$  (เมตรต่อวินาที)
  - $v$  คือ ความเร็วตามทิศทางแกน  $y$  (เมตรต่อวินาที)
  - $\phi$  คือ ครึ่งมุมของงานหมุน (องศา)



รูปที่ 2.4 ลักษณะงานหมุนและระบบแกนของเครื่องกลั่น โมเลกุลชนิดหมุนเหวี่ยง [12]

### 2.4.2 สมการการเคลื่อนที่ (Equation of motion)

การหาสมการการเคลื่อนที่ของของเหลวใช้สมมติฐาน คือ

1. ของเหลวมีสภาวะคงตัว
2. ไม่คำนึงถึงความดันเนื่องจากของเหลวและแรงดึงดูดของโลกที่กระทำต่อของเหลว
3. ผลการเปลี่ยนแปลงของอุณหภูมิ และความเข้มข้นตามแนวแกน  $y$  ที่ส่งผลต่อค่าความหนาแน่นและความหนืดมีค่าน้อยมาก

จากสมมติฐานข้างต้นสามารถหา Kinematic viscosity ( $\bar{\nu}(x)$ )เฉลี่ย ตามแนวความหนาชั้นฟิล์มได้โดย

$$\bar{\nu}(x) \equiv \frac{\int_0^{\delta(x)} \nu(x, y) dy}{\delta(x)} \quad (2.14)$$

เมื่อ  $\delta(x)$  คือ ความหนาของชั้นฟิล์มที่ระยะ  $x$  ใด (เมตร)

เมื่อกำหนดให้ ความหนาของชั้นฟิล์มมีค่าน้อยมากเมื่อเทียบกับความยาวตามแนวรัศมีของจาน ( $L$ ) หรือ  $\delta(x) \ll L$  ดังนั้นจะได้ สมการการเคลื่อนที่ตามแนวแกน  $x$  [12] คือ

$$\bar{\nu}(x) \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = -\Omega^2 x \sin^2 \phi \quad (2.15)$$

เงื่อนไขขอบเขต คือ

$$u = 0 \quad \text{ที่ } y = 0$$

$$\frac{\partial u}{\partial y} = 0 \quad \text{ที่ } y = \delta(x)$$

เมื่อ  $\Omega$  คือ อัตราเร็วเชิงมุม (เรเดียนต่อวินาที)

### 2.4.3 สมการความเร็วในแนวแกน $x$

การหาสมการความเร็วในแนวแกน  $x$  สามารถหาได้จากสมการการเคลื่อนที่ของของเหลวบนผิวร่อนซึ่งแสดงดังสมการที่ (2.15) โดยทำการหาปริพันธ์ (Integrate) และใช้เงื่อนไขขอบเขต จะได้

$$\frac{\partial u}{\partial y} = \frac{-\Omega^2 (\sin^2 \phi) xy}{\bar{v}} + c_1 \quad (2.16)$$

$$u = \frac{-\Omega^2 (\sin^2 \phi) xy^2}{2\bar{v}} + c_1 y + c_2 \quad (2.17)$$

ใช้เงื่อนไขขอบเขต  $u = 0$  ที่  $y = 0$  แทนลงในสมการที่ (2.17) จะได้  $c_2 = 0$  และใช้เงื่อนไขขอบเขต  $\frac{\partial u}{\partial y} = 0$  ที่  $y = \delta(x)$  แทนในสมการที่ (2.16) จะได้

$$c_1 = \frac{\Omega^2 x (\sin^2 \phi) \delta(x)}{\bar{v}} \quad (2.18)$$

ดังนั้นเมื่อแทนค่า  $c_1$  และ  $c_2$  ลงในสมการที่ (2.17) จะได้สมการความเร็วในแนวแกน  $x$  คือ

$$u = \frac{\Omega^2 x (\sin^2 \phi) \delta(x) y}{\bar{v}} - \frac{\Omega^2 x (\sin^2 \phi) y^2}{2\bar{v}} \quad (2.19)$$

จัดรูปใหม่ได้เป็น

$$u = \frac{\Omega^2 (\sin^2 \phi) xy}{\bar{v}} \left[ \delta(x) - \frac{y}{2} \right] \quad (2.20)$$

#### 2.4.4 สมการความเร็วในแนวแกน $y$

จากสมการความต่อเนื่องในสมการที่ (2.13) สามารถหาค่าความเร็วในแนวแกน  $y$  ได้ เมื่อทราบค่าความเร็วในแนวแกน  $x$  และค่าการเปลี่ยนแปลงความเร็วในแนวแกน  $x$  เทียบกับการเปลี่ยนแปลงของ  $x$  ( $\partial u / \partial x$ ) ดังนั้นจากความเร็วในแนวแกน  $x$  ในสมการที่ (2.20) จะได้

$$\frac{\partial u}{\partial x} = \frac{\partial}{\partial x} \left[ \frac{\Omega^2 x (\sin^2 \phi) \delta(x) y}{\bar{v}} - \frac{\Omega^2 x (\sin^2 \phi) y^2}{2\bar{v}} \right] \quad (2.21)$$

ดังนั้น

$$\frac{\partial u}{\partial x} = \frac{\Omega^2 xy (\sin^2 \phi) \delta'(x)}{\bar{v}} + \frac{\Omega^2 y (\sin^2 \phi) \delta(x)}{\bar{v}} - \frac{\Omega^2 y^2 \sin^2 \phi}{2\bar{v}} \quad (2.22)$$

จะได้

$$\frac{\partial u}{\partial x} = \frac{\Omega^2 (\sin^2 \phi) y}{\bar{v}} \left[ x \delta'(x) + \delta(x) - \frac{y}{2} \right] \quad (2.23)$$

แทนสมการที่ (2.20) และ สมการที่ (2.23) ลงใน สมการที่ (2.13) จะได้

$$\frac{\Omega^2 (\sin^2 \phi) y}{\bar{v}} \left[ x\delta'(x) + \delta(x) - \frac{y}{2} \right] + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\Omega^2 (\sin^2 \phi) xy}{x\bar{v}} \left[ \delta(x) - \frac{y}{2} \right] - \frac{v \cot \phi}{x} = 0 \quad (2.24)$$

$$\frac{\partial v}{\partial y} - \frac{v \cot \phi}{x} = -\frac{\Omega^2 (\sin^2 \phi) y}{\bar{v}} [x\delta'(x) + 2\delta(x) - y] \quad (2.25)$$

เมื่อพิจารณาสมการที่ (2.25) พบว่าสมการเป็นสมการอนุพันธ์ย่อยเชิงเส้นแบบวิวิธพันธ์ (Nonhomogeneous Linear PDE) ดังนั้นการแก้ปัญหของสมการนี้สามารถทำได้โดย

$$y' + P(x)y = r(x) \quad (2.26)$$

$$y(x) = e^{-h} \left[ \int e^h r(x) dx + c \right] \quad (2.27)$$

เมื่อ  $h = \int P(x) dx$

ดังนั้น จะได้  $-\int \frac{\cot \phi}{x} dy = \frac{-\cot \phi}{x} y$

เนื่องจาก  $\frac{\cot \phi}{x} y \ll 1$  ดังนั้น  $e^{-h} \approx 1$  เพราะฉะนั้น จากสมการที่ (2.27) จะได้

$$v = -\int \frac{\Omega^2 (\sin^2 \phi) y}{\bar{v}} [x\delta'(x) + 2\delta(x) - y] dy \quad (2.28)$$

$$v = -\frac{\Omega^2 \sin^2 \phi}{\bar{v}} \left[ \frac{x\delta'(x)y^2}{2} + \delta(x)y^2 - \frac{y^3}{3} \right] + c \quad (2.29)$$

จากเงื่อนไขขอบเขต  $v=0$  ที่  $y=0$  ดังนั้นค่า  $c$  จากสมการที่ (2.29) มีค่าเท่ากับ 0 จะได้สมการความเร็วในแนวแกน  $y$  คือ

$$v = \frac{\Omega^2 \sin^2 \phi}{\bar{v}} y^2 \left[ \frac{y}{3} - \frac{x\delta'(x)}{2} - \delta(x) \right] \quad (2.30)$$

#### 2.4.5 การหาค่าความหนาของชั้นฟิล์ม

การหาค่าความหนาของชั้นฟิล์มเมื่อพิจารณาที่จุดป้อนสาร ( $x_0$ ) โดยมีอัตราการไหลเชิงปริมาตรเริ่มต้นของสารเท่ากับ  $Q_0$  จะได้

$$Q_0 = 2\pi x_0 (\sin \phi) \bar{v} \delta_0 \quad (2.31)$$

ดังนั้นจากสมการ(2.31) สามารถเขียนให้อยู่ในรูปอัตราการไหลเชิงมวล ( $f_0$ ) ได้เป็น

$$f_0 = Q_0 \bar{\rho} = 2\pi x_0 (\sin \phi) \bar{u} \bar{\rho} \delta_0 \quad (2.32)$$

- เมื่อ  $f_0$  คือ อัตราการป้อนสารเริ่มต้นเชิงมวล (กิโลกรัมต่อชั่วโมง)  
 $Q_0$  คือ อัตราการป้อนสารเริ่มต้นเชิงปริมาตร (ลูกบาศก์เมตรต่อชั่วโมง)  
 $\delta_0$  คือ ความหนาของชั้นฟิล์มที่ตำแหน่งป้อนสาร (เมตร)  
 $\bar{u}$  คือ ความเร็วเฉลี่ยตามแนวแกน  $x$  (เมตรต่อวินาที)  
 $\bar{\rho}$  คือ ความหนาแน่นเฉลี่ย (กิโลกรัมต่อลูกบาศก์เมตร)

ในการคำนวณคุณสมบัติทางเคมี และคุณสมบัติทางกายภาพเฉลี่ยของสาร จำเป็นต้องใช้ความเข้มข้น และอุณหภูมิเฉลี่ยที่ ระยะ  $x$  ใดๆ ในการคำนวณ โดยที่ค่าความเข้มข้น และอุณหภูมิเฉลี่ยสามารถคำนวณโดยวิธี Mixing cup คือ

สัดส่วนโดยมวลเฉลี่ย ( $\bar{x}_A$ ) คำนวณได้จาก

$$\bar{x}_A = \frac{\int_0^{\delta(x)} x_A u dy}{\bar{u} \delta(x)} \quad (2.33)$$

อุณหภูมิเฉลี่ย ( $\bar{T}$ ) คำนวณได้จาก

$$\bar{T} = \frac{\int_0^{\delta(x)} T u dy}{\bar{u} \delta(x)} \quad (2.34)$$

โดยที่ความเร็วเฉลี่ยตามแนวแกน  $x$  ( $\bar{u}$ ) สามารถหาได้จาก

$$\bar{u} = \frac{\int_0^{\delta(x)} u dy}{\delta(x)} \quad (2.35)$$

เมื่อแทนความเร็วในแนวแกน  $x$  จากสมการที่ (2.20) ลงในสมการที่ (2.35) จะได้ว่า

$$\bar{u} = \frac{\int_0^{\delta(x)} \left( \frac{\Omega^2 (\sin^2 \phi) xy \left[ \delta(x) - \frac{y}{2} \right] \right)}{\bar{v}} dy}{\delta(x)} \quad (2.36)$$

$$\bar{u} = \left( \frac{\Omega^2 (\sin^2 \phi) x \left[ \frac{\delta(x)y^2}{2} - \frac{y^3}{6} \right] \right) \Bigg|_0^{\delta(x)} \quad (2.37)$$

$$\bar{u} = \frac{\Omega^2 (\sin^2 \phi) x \left[ \frac{\delta^3(x)}{2} - \frac{\delta^3(x)}{6} \right]}{\bar{v}\delta(x)} \quad (2.38)$$

เมื่อจัดรูปสมการที่ (2.38) ใหม่จะได้ความเร็วเฉลี่ยตามแนวแกน  $x$  คือ

$$\bar{u} = \frac{\Omega^2 (\sin^2 \phi) x \delta^2(x)}{3\bar{v}} \quad (2.39)$$

แทนค่า  $\bar{u}$  จากสมการที่ (2.39) ลงในสมการที่ (2.32) เพื่อหาค่าความหนาเริ่มต้นของชั้นฟิล์มจะได้

$$f_0 = 2\pi x_0 (\sin \phi) \bar{\rho} \delta_0 \left( \frac{\Omega^2 (\sin^2 \phi) x_0 \delta_0^2}{3\bar{v}} \right) \quad (2.40)$$

จัดรูปสมการที่ (2.40) ใหม่ได้เป็น

$$\delta_0^3 = \frac{3\bar{v} f_0}{2\pi x_0^2 \Omega^2 \bar{\rho} \sin^3 \phi} \quad (2.41)$$

ดังนั้นค่าความหนาเริ่มต้นของชั้นฟิล์ม คือ

$$\delta_0 = \frac{1}{\sin \phi} \left[ \frac{3\bar{v} f_0}{2\pi x_0^2 \Omega^2 \bar{\rho}} \right]^{\frac{1}{3}} \quad (2.42)$$

และค่าความหนาของชั้นฟิล์มที่ระยะ  $x$  ใดๆ มีค่าเท่ากับ

$$\delta(x) = \frac{1}{\sin \phi} \left[ \frac{3\bar{v} f(x)}{2\pi x^2 \Omega^2 \bar{\rho}} \right]^{\frac{1}{3}} \quad (2.43)$$

เมื่อ  $f(x)$  คือ อัตราการไหลเชิงมวลที่ระยะ  $x$  ใดๆ (กิโลกรัมต่อชั่วโมง)

2.4.6 การเปลี่ยนแปลงค่าความหนาของชั้นฟิล์มเทียบกับการเปลี่ยนแปลงของ  $x$

จากสมการที่ (2.43) หาค่าการเปลี่ยนแปลงความหนาของชั้นฟิล์มเมื่อเทียบกับการเปลี่ยนแปลงของ  $x$  ( $\delta'(x)$ ) จากสมการความหนาของชั้นฟิล์มที่ระยะ  $x$  ใดๆ ได้เป็น

$$\delta'(x) = \frac{d}{dx} \left( \left[ \frac{3\bar{v} f(x)}{2\pi x^2 \Omega^2 \bar{\rho} \sin^3 \phi} \right]^{\frac{1}{3}} \right) \quad (2.44)$$

อัตราการไหลเชิงมวลของสารที่ระยะ  $x$  ใดๆ มีค่าเท่ากับ ผลต่างของอัตราการไหลเชิงมวลของสารที่ระยะก่อนหน้า และอัตราการระเหยของสาร ดังนั้น จะได้ค่าอัตราการไหลของสารที่ระยะ  $x$  ใดๆ เป็น

$$f(x) = f(x - \Delta x) - E \Delta x 2\pi x \sin \phi \quad (2.45)$$

เมื่อ  $E$  คือ อัตราการระเหยรวมของสาร มีค่าเท่ากับผลรวมของอัตราการระเหยของสารทุกสาร ( $E = \sum_{i=1}^n E_i$ ) และเมื่อแทนค่าสมการที่ (2.45) ลงในสมการที่ (2.44) จะได้

$$\delta'(x) = \frac{d}{dx} \left( \left[ \frac{3\bar{v} (f(x - \Delta x) - E \Delta x 2\pi x \sin \phi)}{2\pi x^2 \Omega^2 \bar{\rho} \sin^3 \phi} \right]^{\frac{1}{3}} \right) \quad (2.46)$$

ดังนั้น

$$\delta'(x) = \frac{1}{3} \left[ \frac{3\bar{v} (f(x - \Delta x) - E \Delta x 2\pi x \sin \phi)}{2\pi x^2 \Omega^2 \bar{\rho} \sin^3 \phi} \right]^{-\frac{2}{3}} \frac{d}{dx} \left[ \frac{3\bar{v} (f(x - \Delta x) - E \Delta x 2\pi x \sin \phi)}{2\pi x^2 \Omega^2 \bar{\rho} \sin^3 \phi} \right] \quad (2.47)$$

แทนค่า  $f(x)$  จากสมการที่ (2.45) ลงในพจน์แรกทางด้านขวามือของสมการที่ (2.47) และจัดรูปใหม่โดยใช้สมการที่ (2.43) จะได้

$$\delta'(x) = \frac{1}{3\delta^2(x)} \left( \frac{3\bar{v}}{2\pi \Omega^2 \bar{\rho} \sin^3 \phi} \right) \left[ (f(x - \Delta x)) \frac{d}{dx} \left( \frac{1}{x^2} \right) - (2\pi \Delta x (\sin \phi) E) \frac{d}{dx} \left( \frac{1}{x} \right) \right] \quad (2.48)$$

$$\delta'(x) = \frac{1}{3\delta^2(x)} \left( \frac{3\bar{v}}{2\pi \Omega^2 \bar{\rho} \sin^3 \phi} \right) \left[ \left( \frac{-2(f(x - \Delta x))}{x^3} \right) + \left( \frac{(2\pi \Delta x (\sin \phi) E)}{x^2} \right) \right] \quad (2.49)$$

$$\delta'(x) = \left[ \frac{-2}{3\delta^2(x)} \left( \frac{3\bar{v}(f(x-\Delta x))}{2\pi\Omega^2\bar{\rho}(\sin^3\phi)x^3} \right) \right] + \left[ \frac{1}{3\delta^2(x)} \left( \frac{3\bar{v}(\Delta x 2\pi(\sin\phi)E)}{2\pi\Omega^2\bar{\rho}(\sin^3\phi)x^2} \right) \right] \quad (2.50)$$

จัดรูปสมการที่ (2.50) ใหม่จะได้ค่าการเปลี่ยนแปลงความหนาของชั้นฟิล์มเมื่อเทียบกับการเปลี่ยนแปลงของ  $x$  คือ

$$\delta'(x) = \left[ \frac{1}{\delta^2(x)} \left( \frac{\bar{v}(\Delta x E)}{\Omega^2\bar{\rho}(\sin^2\phi)x^2} \right) \right] - \left[ \frac{2\delta^3(x-\Delta x)}{3x\delta^2(x)} \right] \quad (2.51)$$

#### 2.4.7 โพรไฟล์ของอุณหภูมิ (Temperature profile)

สมการดุลพลังงาน ซึ่งแสดงโพรไฟล์ของอุณหภูมิ ( $T$ ) ในชั้นฟิล์มของของเหลวบนผิวร้อน [12] แสดงดังสมการที่ (2.52)

$$u \frac{\partial T}{\partial x} + v \frac{\partial T}{\partial y} = \alpha \left( \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + \frac{1}{x} \frac{\partial T}{\partial x} - \frac{\cot\phi}{x} \frac{\partial T}{\partial y} \right) \quad (2.52)$$

เงื่อนไขขอบเขต คือ

$$T = T_f \quad \text{ที่ } x = x_0$$

$$T = T_r \quad \text{หรือ} \quad \frac{\partial T}{\partial y} = 0 \quad \text{ที่ } y = 0$$

$$\text{และ} \quad \frac{-k}{[1+(\delta'(x))^2]^{\frac{1}{2}}} \frac{\partial T}{\partial y} = \sum_{i=1}^n (E_i \Delta H_i) \quad \text{ที่ } y = \delta(x)$$

- เมื่อ
- $T$  คือ อุณหภูมิ (เคลวิน)
  - $T_f$  คือ อุณหภูมิสารป้อน (เคลวิน)
  - $T_r$  คือ อุณหภูมิผิวร้อน (เคลวิน)
  - $k$  คือ ค่าการนำความร้อน (จุดต่อวินาทีต่อเมตรต่อเคลวิน)
  - $\Delta H$  คือ ค่าความร้อนแฝงในการกลายเป็นไอ (จุดต่อกิโลกรัม)

### 2.4.8 โพรไฟล์ของความเข้มข้น (Concentration profile)

สมการการถ่ายเทมวลของของผสมซึ่งแสดงโพรไฟล์ของความเข้มข้น ( $C$ ) ในชั้นฟิล์มของของเหลว [12] คือ

$$u \frac{\partial C_i}{\partial x} + v \frac{\partial C_i}{\partial y} = D \left( \frac{\partial^2 C_i}{\partial y^2} + \frac{1}{x} \frac{\partial C_i}{\partial x} - \frac{\cot \phi}{x} \frac{\partial C_i}{\partial y} \right) \quad (2.53)$$

เงื่อนไขขอบเขต คือ

$$C_i = C_{i,0} \quad \text{ที่ } x = x_0$$

$$\frac{\partial C_i}{\partial y} = 0 \quad \text{ที่ } y = 0$$

และ 
$$\frac{-D\rho}{\left[1+(\delta'(x))^2\right]^{\frac{1}{2}}} \frac{\partial C_i}{\partial y} = E_i - C_i \left( \sum_{i=1}^n E_i \right) \quad \text{ที่ } y = \delta(x)$$

เมื่อ  $C_i$  คือ สัดส่วนโดยมวลของสาร  $i$

$D$  คือ สัมประสิทธิ์การแพร่ในของเหลว (ตารางเมตรต่อวินาที)

### 2.5 งานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

Greenberg [18] ได้เสนอแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ เพื่ออธิบายการเปลี่ยนแปลงความหนาของชั้นฟิล์มบนผิวงานหมุน และการเคลื่อนที่ของของไหลบนผิวงานหมุนสำหรับเครื่องกลั่นโมเลกุลชนิดหมุนเหวี่ยง โดยแบบจำลองของ Greenberg ที่ได้เสนอนั้นไม่คำนึงถึงความเร็วเทนเจนต์ (Tangential velocity) ของสารบนงานหมุน โดยสมการการเคลื่อนที่ ในงานวิจัย Greenberg ที่มีระบบแกนตามรูปที่ 2.4 แสดงได้ดังสมการที่ (2.54)

$$-g \sin \phi + (2\pi\Omega)^2 r \sin \phi + v \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = 0 \quad (2.54)$$

เงื่อนไขขอบเขต คือ

$$u = 0 \quad \text{ที่ } y = 0$$

$$\frac{\partial u}{\partial y} = 0 \quad \text{ที่ } y = \delta$$

อย่างไรก็ดี จากงานวิจัยของ Greenberg ไม่ได้มีการนำเสนอแบบจำลองเพื่ออธิบายการถ่ายเทพลังงาน และการถ่ายเทมวลในชั้นฟิล์มไว้ โดยที่ Greenberg พิจารณาการถ่ายเทพลังงานจากผิวร้อน ไปยังผิวเย็นเป็นเพียงการนำความร้อนเท่านั้น และ Greenberg ได้เสนอแนะว่า การเปลี่ยนแปลงอุณหภูมิที่ผิวระเหย กับอุณหภูมิผิวร้อนมีค่าที่แตกต่างกันน้อยมาก ดังนั้นแบบจำลองที่ Greenberg ได้นำเสนอขึ้นมานั้นจะสามารถใช้ได้ดีเมื่ออุณหภูมิสารป้อนมีค่าเท่ากับอุณหภูมิผิวร้อน ซึ่งหมายความว่าที่ผิวระเหยของชั้นฟิล์มไม่มีการเย็นตัวลงเนื่องจากการสูญเสียความร้อนจากการระเหย อย่างไรก็ตามในทางปฏิบัติ ส่วนมากอุณหภูมิสารป้อนมักจะต่ำกว่าอุณหภูมิผิวร้อน ดังนั้นแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของ Greenberg จึงไม่สามารถนำมาใช้ได้เมื่ออุณหภูมิสารป้อนมีค่าต่ำกว่าอุณหภูมิผิวร้อน จากผลการทดลองที่ Greenberg ได้รายงานไว้ แบบจำลองทางคณิตศาสตร์ที่สร้างขึ้น สามารถทำนายอัตราการระเหยของ EHP และ EHS ได้ใกล้เคียง แต่ไม่สามารถทำนายอัตราการระเหยของกลีเซอรินโดยใช้แบบจำลองทางคณิตศาสตร์ที่สร้างขึ้นได้

Rees [19-20] ได้ออกแบบเครื่องกลั่น โมเลกุลชนิดหมุนเหวี่ยง โดยอาศัยแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของ Greenberg [18] โดยพัฒนาเครื่องกลั่น โมเลกุลชนิดหมุนเหวี่ยงขนาดเล็ก (Model CM-5) ให้มีขนาดใหญ่ขึ้น (Model CM-15) และได้้นำเครื่องกลั่น โมเลกุลชนิดหมุนเหวี่ยงที่ได้พัฒนาขึ้นมานี้ ทำการกลั่นเพื่อผลิตน้ำมันซิลิโคน (Silicone oil) เปรียบเทียบกับการกลั่นแบบลดความดันผ่านหอกลั่นชนิดบรรจุ จากการพิจารณาเปรียบเทียบต้นทุนในการผลิตจากกระบวนการทั้งสองพบว่า การกลั่นโดยใช้เครื่องกลั่น โมเลกุลชนิดหมุนเหวี่ยงมีประสิทธิภาพมากกว่าการกลั่นแบบลดความดัน

Inuzuka และคณะ [9] ได้นำเสนอแบบจำลองทางคณิตศาสตร์เพื่ออธิบายการถ่ายเทมวล และพลังงาน สำหรับสารบริสุทธิ์ในชั้นฟิล์มบนผิวงานหมุนของเครื่องกลั่น โมเลกุลชนิดหมุนเหวี่ยง โดยที่สมการของ Inuzuka และคณะ ได้นำเสนอขึ้นมานั้นประกอบไปด้วย สมการความต่อเนื่อง สมการการเคลื่อนที่ และสมการดุลพลังงาน โดยสมการอัตราการระเหยใช้ตามสมการของ Langmuir [11] (สมการที่ (2.2)) ซึ่งสมการความต่อเนื่องแสดงดังสมการที่ (2.55)

$$\rho \frac{dQ}{dx} + 2\pi x (\sin \phi) E = 0 \quad (2.55)$$

สมการการเคลื่อนที่ เป็น

$$\mu \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \rho (\sin^2 \phi) x \Omega^2 = 0 \quad (2.56)$$

เงื่อนไขขอบเขตสำหรับสมการที่ (2.55) และ (2.56) คือ

$$Q = Q_0 \quad \text{ที่} \quad x = x_0$$

$$u = 0 \quad \text{ที่} \quad y = 0$$

$$\frac{\partial u}{\partial y} = 0 \quad \text{ที่} \quad y = \delta$$

และสมการดุลพลังงานแสดงดังสมการที่ (2.57)

$$\frac{d}{dx} \int_0^\delta \rho c_p u T (\sin \phi) dy = \sin \phi (q_w - (\Delta H + c_p T_s) E) x \quad (2.57)$$

เงื่อนไขขอบเขต คือ

$$T = T_f \quad \text{ที่} \quad x = x_0$$

$$-k \frac{\partial T}{\partial y} = q_w = \text{const} \quad \text{ที่} \quad y = 0$$

และ

$$-k \frac{\partial T}{\partial y} = E \Delta H \quad \text{ที่} \quad y = \delta(x)$$

เมื่อ  $q_w$  คือ ฟลักซ์ของความร้อนจากผิวร้อนซึ่งมีค่าคงที่ (จุดต่อตารางเมตรต่อวินาที)

อย่างไรก็ตามสมการการดุลพลังงานในสมการ (2.57) ซึ่ง Inuzuka และคณะ ได้นำเสนอขึ้นมาเพื่อใช้ในการประมาณค่าอุณหภูมิที่ผิวระเหย จากสมการดังกล่าวสามารถใช้ทำการประมาณค่าอุณหภูมิที่ผิวระเหยได้ เมื่อค่า Prandtl number (Pr) มีค่าน้อยกว่า 100 โดยค่า Pr แสดงดังสมการที่ (2.58)

$$\text{Pr} = \frac{(c_p \mu)}{k} \quad (2.58)$$

Ruckenstein และ คณะ [21] ได้นำเสนอแบบจำลองทางคณิตศาสตร์เพื่ออธิบายการถ่ายเทมวลและพลังงานในของผสมสำหรับเครื่องกลั่นโมเลกุลชนิดฟิล์มบาง และเครื่องกลั่นโมเลกุลชนิดหมุนเหวี่ยง โดยที่ Ruckenstein และ คณะ ได้ใช้แบบจำลองที่สร้างขึ้นทำการจำลองผลเพื่อศึกษาผลจากความต้านทานในการถ่ายเทมวลโดยพิจารณาผลของความต้านทานในการแพร่ของมวลในภูมิภาคของเหลว ที่ส่งผลต่ออัตราการระเหยของสารในเครื่องกลั่นโมเลกุลทั้งสองชนิด จากผลการจำลองที่ได้รายงานไว้พบว่า ไม่มีความต้านทานในการแพร่ของมวลสำหรับเครื่องกลั่นโมเลกุลชนิดหมุนเหวี่ยง อย่างไรก็ตามผลการจำลองที่ Ruckenstein และคณะ ได้รายงานไว้ นั้น ไม่มีความถูกต้องมากนัก เนื่องจากค่าสัมประสิทธิ์การแพร่ของมวลในภูมิภาคของเหลวที่ใช้ในการจำลองมีค่ามากถึง  $4 \times 10^{-3}$  ตารางเซนติเมตรต่อวินาที ที่ 500 เคลวิน ดังนั้นผลการจำลองที่ได้จึงไม่มีผลของความต้านทานเนื่องจากการแพร่ของมวล ในขณะที่ค่าสัมประสิทธิ์การแพร่ของมวลในภูมิภาคของเหลว

สำหรับการกลั่นโมเลกุลส่วนมากมักอยู่ในช่วง  $1 \times 10^{-6}$  ถึง  $1 \times 10^{-5}$  ตารางเซนติเมตรต่อวินาที อย่างไรก็ตามแบบจำลองที่ Ruckenstein และ คณะ ได้นำเสนอไว้ นั้นยังคงมีข้อจำกัดเหมือนกับงานวิจัยอื่นๆ ดังอธิบายในข้างต้น กล่าวคือ เพื่อให้การคำนวณการถ่ายเทพลังงานในชั้นฟิล์มไม่มีความซับซ้อน Ruckenstein และ คณะ จึงยังคงใช้สมมติฐานที่ว่า อุณหภูมิที่ผิวระเหยมีค่าเท่ากับอุณหภูมิสารป้อน และการถ่ายเทพลังงานในชั้นฟิล์มเป็นเพียงการนำความร้อนเท่านั้น

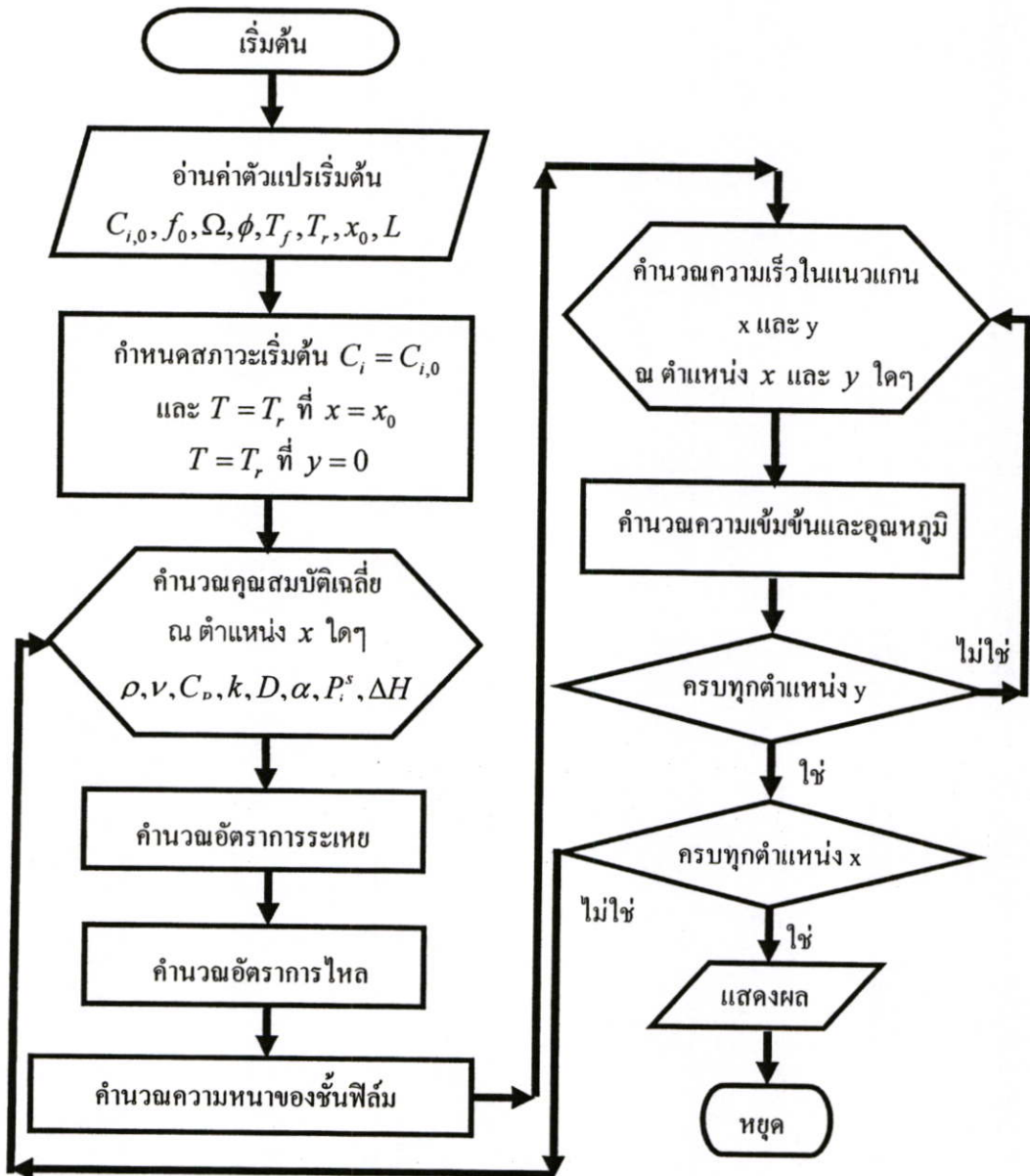
Batistella และ Maciel [22] ได้ทำการจำลองผลเพื่อเปรียบเทียบสมรรถนะของเครื่องกลั่นโมเลกุลชนิดฟิล์มบาง กับเครื่องกลั่นโมเลกุลชนิดหมุนเหวี่ยง โดยใช้แบบจำลองทางคณิตศาสตร์สำหรับเครื่องกลั่นโมเลกุลชนิดฟิล์มบางจาก Kawala และ Stephan ปี 1989 และใช้แบบจำลองทางคณิตศาสตร์สำหรับเครื่องกลั่นโมเลกุลชนิดหมุนเหวี่ยงจาก Bhandakar และ Ferron [12] การเปรียบเทียบสมรรถนะของเครื่องกลั่นโมเลกุลทั้งสองชนิดโดยการจำลองพบว่า เครื่องกลั่นโมเลกุลชนิดหมุนเหวี่ยงมีเวลาที่สารสัมผัสกับความร้อนที่สั้นกว่าเครื่องกลั่นโมเลกุลชนิดฟิล์มบางถึง 40 เท่า ส่งผลให้เครื่องกลั่นโมเลกุลชนิดหมุนเหวี่ยงสามารถใช้อุณหภูมิในการกลั่นแยกได้สูงกว่าเครื่องกลั่นโมเลกุลชนิดฟิล์มบาง ดังนั้นอัตราการกลั่นได้ของสารสำหรับเครื่องกลั่นโมเลกุลชนิดหมุนเหวี่ยงจึงสูงกว่า เครื่องกลั่นโมเลกุลชนิดฟิล์มบาง

### บทที่ 3

## ขั้นตอนการคำนวณ

### 3.1 ขั้นตอนการทำงานของโปรแกรม

จากแบบจำลองการกลั่น โมเลกุลในบทที่ 2 เมื่อนำมาเขียน โปรแกรมการจำลองการกลั่น โมเลกุล เพื่อคำนวณหาตัวแปรต่างๆที่สนใจ โดยใช้โปรแกรมภาษาฟอร์แทรน จะมีขั้นตอนการ ทำงานของโปรแกรมหาดังแสดงไว้ในรูปที่ 3.1



รูปที่ 3.1 ขั้นตอนการทำงานของโปรแกรม

จากรูปที่ 3.1 ซึ่งแสดงขั้นตอนการทำงานของโปรแกรมการจำลองการกลั่น โมเลกุลที่สร้างขึ้นสามารถอธิบายขั้นตอนต่างๆ ในการคำนวณได้ดังนี้

ขั้นที่ 1 โปรแกรมทำการอ่านค่าตัวแปรเริ่มต้นที่กำหนดให้เพื่อใช้ในการจำลอง ได้แก่ มุมของจานหมุน ความเร็วรอบของจานหมุน ตำแหน่งป้อนสาร ความยาวตามแนวรัศมีของจานหมุน อุณหภูมิสารป้อน อุณหภูมิผิวร้อน อัตราการป้อนสาร และในกรณีสารป้อนเป็นของผสมจะเพิ่มค่าความเข้มข้นของสารป้อน

ขั้นที่ 2 โปรแกรมกำหนดสถานะเริ่มต้น เพื่อเริ่มขั้นตอนการคำนวณ โดย ใช้ค่าเริ่มต้นที่อ่านได้จากขั้นตอนที่ 1 สถานะเริ่มต้นที่กำหนดได้แก่  $\theta$  ตำแหน่งป้อนสารจะมี ความเข้มข้นและอุณหภูมิ ที่ตำแหน่งใดๆ ตามแนวแกน  $y$  มีค่าเท่ากับความเข้มข้น และอุณหภูมิสารป้อน ยกเว้นที่ตำแหน่ง  $y = 0$  อุณหภูมิจะมีค่าเท่ากับอุณหภูมิผิวร้อน และกำหนดสถานะขอบเขตเพื่อใช้ในการคำนวณที่ระยะ  $x$  ใดๆ ที่ตำแหน่ง  $y = 0$  อุณหภูมิมีค่าเท่ากับอุณหภูมิผิวร้อน

ขั้นที่ 3 โปรแกรมทำการคำนวณคุณสมบัติทางเคมีและกายภาพของสาร โดยที่ตำแหน่งป้อนสาร ใช้ค่าอุณหภูมิสารป้อนและความเข้มข้นเริ่มต้นของสารในการคำนวณ และที่ระยะ  $x$  ใดๆ คำนวณค่าความเข้มข้นและอุณหภูมิเฉลี่ยตามสมการที่ (2.33) และ (2.34) โดยคุณสมบัติทางเคมีและกายภาพที่ทำการคำนวณได้แก่ ความหนืด ความหนาแน่น ค่าความจุความร้อน ค่าการนำความร้อน ค่าความร้อนในการกลายเป็นไอ ค่าความดันไอ ค่าสัมประสิทธิ์การแพร่ของมวล และความร้อน

ขั้นที่ 4 คำนวณอัตราการระเหย ในขั้นตอนนี้โปรแกรมทำการคำนวณอัตราการระเหยของสารโดยใช้ค่าความเข้มข้น และอุณหภูมิที่ผิวระเหยในการคำนวณ

ขั้นที่ 5 คำนวณอัตราการไหล การคำนวณอัตราการไหลของสารที่ระยะ  $x$  ใดๆ ทำได้โดยการทำสมดุลมวลที่ระยะ  $x$  ใดๆ ซึ่งอัตราการไหลที่ระยะ  $x$  ใดๆ มีค่าเท่ากับอัตราการไหลที่ระยะก่อนหน้าลบด้วยอัตราการระเหย

ขั้นที่ 6 คำนวณความหนาของชั้นฟิล์ม การคำนวณความหนาของชั้นฟิล์มที่ระยะ  $x$  ใดๆ ตามสมการที่ 2.43 นั้น โปรแกรมสามารถคำนวณได้โดยใช้ค่าอัตราการไหลจากขั้นตอนที่ 5 ใช้ค่าความหนืด และความหนาแน่นเฉลี่ยที่ได้จากขั้นตอนที่ 3 การคำนวณค่าการเปลี่ยนแปลงความหนาของชั้นฟิล์มเมื่อเทียบกับการเปลี่ยนแปลงของ  $x$  ( $\delta'(x)$ ) ตามสมการที่ (2.51) โปรแกรมจะใช้ค่าความหนาของชั้นฟิล์มที่คำนวณได้ในขั้นนี้มาใช้ในการคำนวณค่า  $\delta'(x)$

ขั้นที่ 7 คำนวณความเร็วในแนวแกน  $x$  และ  $y$  การคำนวณค่าความเร็วในแนวแกน  $x$  และ  $y$  ตามสมการที่ (2.20) และ (2.30) ต้องใช้ค่าความหนืดที่คำนวณได้จากขั้นตอนที่ 3 และค่าความหนาของชั้นฟิล์มรวมทั้งค่า  $\delta'(x)$  ที่ได้จากขั้นตอนที่ 6 มาใช้ในการคำนวณ

ขั้นที่ 8 คำนวณความเข้มข้นและอุณหภูมิ โปรแกรมสามารถทำการคำนวณความเข้มข้นและอุณหภูมิที่ตำแหน่งใดๆ ตามแนวแกน  $y$  ได้ โดยใช้ค่าความเร็วในแนวแกน  $x$  และ  $y$  ที่คำนวณได้จากขั้นตอนที่ 6 มาใช้ในการคำนวณ

เมื่อโปรแกรมคำนวณได้ความเข้มข้นและอุณหภูมิที่ตำแหน่ง  $y$  แล้ว หลังจากนั้น โปรแกรมจะทำการตรวจสอบว่าคำนวณครบทุกตำแหน่ง  $y$  หรือไม่ ถ้าคำนวณยังไม่ครบทุกตำแหน่งของ  $y$  โปรแกรมจะทำการคำนวณซ้ำในขั้นที่ 7 และขั้นที่ 8 จนกระทั่งครบทุกตำแหน่ง  $y$  และเมื่อโปรแกรมทำการคำนวณครบทุกตำแหน่ง  $y$  แล้ว จะทำการตรวจสอบว่าคำนวณครบทุกตำแหน่ง  $x$  หรือไม่ หากคำนวณยังไม่ครบทุกตำแหน่งของ  $x$  โปรแกรมจะใช้ค่าอุณหภูมิ และความเข้มข้นที่คำนวณได้ในขั้นตอนนี้ เพื่อใช้เป็นข้อมูลสำหรับการคำนวณที่ตำแหน่ง  $x$  ถัดไป โดยจะทำการคำนวณซ้ำในขั้นตอนที่ 3 ถึงขั้นตอนที่ 8 จนกระทั่งครบทุกตำแหน่ง  $x$  และโปรแกรมทำการแสดงผลการคำนวณที่ได้ และหยุดโปรแกรม

### 3.2 การแปลงสมการโดยใช้ระเบียบวิธีผลต่างอันดับ

ในการคำนวณเชิงตัวเลขของแบบจำลองการกลั่น โมเลกุลในบทที่ 2 จะทำการแปลงสมการอนุพันธ์ย่อยให้อยู่ในรูปสมการผลต่างอันดับ (Finite Difference Equations, FDEs) เช่น การแปลงสมการอนุพันธ์ย่อยอันดับ 1 ในสมการที่ (2.52) และ (2.53) ให้อยู่ในรูปสมการผลต่างอันดับ [23] โดย สามารถทำได้ดังนี้

$$\frac{\partial F}{\partial x} = \frac{(F_i^j - F_{i-1}^j)}{\Delta x} \quad (3.1)$$

และ

$$\frac{\partial F}{\partial y} = \frac{(F_{i-1}^{j+1} - F_{i-1}^j)}{\Delta y} \quad (3.2)$$

การเปลี่ยนสมการอนุพันธ์ย่อยอันดับ 2 ให้อยู่ในรูปสมการผลต่างอันดับ ใช้ระเบียบวิธีของแครงค์-นิโคลสัน (Crank-Nicolson Method) [23] โดยมีสมการ คือ

$$\frac{\partial^2 F}{\partial y^2} = \frac{1}{2} \left( \frac{F_i^{j+1} - 2F_i^j + F_i^{j-1}}{\Delta y^2} + \frac{F_{i-1}^{j+1} - 2F_{i-1}^j + F_{i-1}^{j-1}}{\Delta y^2} \right) \quad (3.3)$$

### 3.2.1 ระเบียบวิธีผลต่างอันดับของอุณหภูมิ

จากสมการที่ (2.52) ทำการจัดรูปใหม่ และกำหนดค่าให้

$$A_1 = \left( \frac{u}{\alpha} - \frac{1}{x} \right) \quad (3.4)$$

$$A_2 = \left( \frac{v}{\alpha} + \frac{\cot \phi}{x} \right) \quad (3.5)$$

ดังนั้นสมการที่ (2.52) สามารถเขียนใหม่ได้เป็น

$$\frac{\partial^2 T}{\partial y^2} = A_1 \frac{\partial T}{\partial x} + A_2 \frac{\partial T}{\partial y} \quad (3.6)$$

จากสมการที่ (3.1) ถึง (3.3) สามารถเปลี่ยนสมการที่ (3.6) ให้อยู่ในรูปสมการผลต่างอันดับได้เป็น

$$\frac{1}{2} \left[ \frac{T_i^{j+1} - 2T_i^j + T_i^{j-1}}{\Delta y^2} + \frac{T_{i-1}^{j+1} - 2T_{i-1}^j + T_{i-1}^{j-1}}{\Delta y^2} \right] = A_1 \frac{(T_i^j - T_{i-1}^j)}{\Delta x} + A_2 \frac{(T_{i-1}^{j+1} - T_{i-1}^j)}{\Delta y} \quad (3.7)$$

$$\frac{T_i^{j+1}}{2} - T_i^j + \frac{T_i^{j-1}}{2} + \frac{T_{i-1}^{j+1}}{2} - T_{i-1}^j + \frac{T_{i-1}^{j-1}}{2} = \left( \frac{\Delta y^2 A_1}{\Delta x} \right) T_i^j - \left( \frac{\Delta y^2 A_1}{\Delta x} \right) T_{i-1}^j + (\Delta y A_2) T_{i-1}^{j+1} - (\Delta y A_2) T_{i-1}^j \quad (3.8)$$

$$-T_i^j - \left( \frac{\Delta y^2 A_1}{\Delta x} \right) T_i^j = -\frac{T_{i-1}^{j-1}}{2} + T_{i-1}^j - \left( \frac{\Delta y^2 A_1}{\Delta x} \right) T_{i-1}^j - (\Delta y A_2) T_{i-1}^j + (\Delta y A_2) T_{i-1}^{j+1} - \frac{T_{i-1}^{j+1}}{2} - \frac{T_i^{j-1}}{2} - \frac{T_i^{j+1}}{2} \quad (3.9)$$

$$-\left( 1 + \left( \frac{\Delta y^2 A_1}{\Delta x} \right) \right) T_i^j = -\frac{T_{i-1}^{j-1}}{2} - \left( \left( \frac{\Delta y^2 A_1}{\Delta x} \right) + (\Delta y A_2) - 1 \right) T_{i-1}^j - \left( \frac{1}{2} - (\Delta y A_2) \right) T_{i-1}^{j+1} - \frac{T_i^{j-1}}{2} - \frac{T_i^{j+1}}{2} \quad (3.10)$$

ดังนั้น จะได้

$$\left( 1 + \left( \frac{\Delta y^2 A_1}{\Delta x} \right) \right) T_i^j = \frac{T_{i-1}^{j-1}}{2} + \left( \left( \frac{\Delta y^2 A_1}{\Delta x} \right) + (\Delta y A_2) - 1 \right) T_{i-1}^j + \left( \frac{1}{2} - (\Delta y A_2) \right) T_{i-1}^{j+1} + \frac{T_i^{j-1}}{2} + \frac{T_i^{j+1}}{2} \quad (3.11)$$

กำหนดให้

$$F_1 = \left( 1 + \left( \frac{\Delta y^2 A_1}{\Delta x} \right) \right) \quad (3.12)$$

$$F_2 = \left( \left( \frac{\Delta y^2 A_1}{\Delta x} \right) + (\Delta y A_2) - 1 \right) \quad (3.13)$$

$$F_3 = \left( \frac{1}{2} - (\Delta y A_2) \right) \quad (3.14)$$

แทนสมการที่ (3.12) ถึง (3.14) ลงในสมการที่ (3.11) จะได้สมการโพรงไฟล์ของอุณหภูมิที่เขียนให้อยู่ในรูปสมการผลต่างอันตะเป็น

$$(F_1)T_i^j = \frac{T_{i-1}^{j-1}}{2} + (F_2)T_{i-1}^j + (F_3)T_{i-1}^{j+1} + \frac{T_i^{j-1}}{2} + \frac{T_i^{j+1}}{2} \quad (3.15)$$

### 3.2.2 ระเบียบวิธีผลต่างอันตะของความเข้มข้น

จากสมการที่ (2.53) ทำการจัดรูปใหม่ และกำหนดให้

$$A'_1 = \left( \frac{u}{D} - \frac{1}{x} \right) \quad (3.16)$$

$$A'_2 = \left( \frac{v}{D} + \frac{\cot \phi}{x} \right) \quad (3.17)$$

ดังนั้นสมการที่ (2.53) สามารถเขียนใหม่ได้เป็น

$$\frac{\partial^2 C}{\partial y^2} = A'_1 \frac{\partial C}{\partial x} + A'_2 \frac{\partial C}{\partial y} \quad (3.18)$$

จากสมการที่ (3.1) ถึง (3.3) สามารถเปลี่ยนสมการที่ (3.18) ให้อยู่ในรูปสมการผลต่างอันตะได้เป็น

$$\frac{1}{2} \left[ \frac{C_i^{j+1} - 2C_i^j + C_i^{j-1}}{\Delta y^2} + \frac{C_{i-1}^{j+1} - 2C_{i-1}^j + C_{i-1}^{j-1}}{\Delta y^2} \right] = A'_1 \frac{(C_i^j - C_{i-1}^j)}{\Delta x} + A'_2 \frac{(C_{i-1}^{j+1} - C_{i-1}^j)}{\Delta y} \quad (3.19)$$

$$\frac{C_i^{j+1}}{2} - C_i^j + \frac{C_i^{j-1}}{2} + \frac{C_{i-1}^{j+1}}{2} - C_{i-1}^j + \frac{C_{i-1}^{j-1}}{2} = \left( \frac{\Delta y^2 A'_1}{\Delta x} \right) C_i^j - \left( \frac{\Delta y^2 A'_1}{\Delta x} \right) C_{i-1}^j + (\Delta y A'_2) C_{i-1}^{j+1} - (\Delta y A'_2) C_{i-1}^j \quad (3.20)$$

$$-C_i^j - \left( \frac{\Delta y^2 A'_1}{\Delta x} \right) C_i^j = -\frac{C_{i-1}^{j-1}}{2} + C_{i-1}^j - \left( \frac{\Delta y^2 A'_1}{\Delta x} \right) C_{i-1}^j - (\Delta y A'_2) C_{i-1}^j + (\Delta y A'_2) C_{i-1}^{j+1} - \frac{C_{i-1}^{j+1}}{2} - \frac{C_i^{j-1}}{2} - \frac{C_i^{j+1}}{2} \quad (3.21)$$

$$-\left( 1 + \left( \frac{\Delta y^2 A'_1}{\Delta x} \right) \right) C_i^j = -\frac{C_{i-1}^{j-1}}{2} - \left( \left( \frac{\Delta y^2 A'_1}{\Delta x} \right) + (\Delta y A'_2) - 1 \right) C_{i-1}^j - \left( \frac{1}{2} - (\Delta y A'_2) \right) C_{i-1}^{j+1} - \frac{C_i^{j-1}}{2} - \frac{C_i^{j+1}}{2} \quad (3.22)$$

ดังนั้น จะได้

$$\left( 1 + \left( \frac{\Delta y^2 A'_1}{\Delta x} \right) \right) C_i^j = \frac{C_{i-1}^{j-1}}{2} + \left( \left( \frac{\Delta y^2 A'_1}{\Delta x} \right) + (\Delta y A'_2) - 1 \right) C_{i-1}^j + \left( \frac{1}{2} - (\Delta y A'_2) \right) C_{i-1}^{j+1} + \frac{C_i^{j-1}}{2} + \frac{C_i^{j+1}}{2} \quad (3.23)$$

กำหนดให้

$$F'_1 = \left( 1 + \left( \frac{\Delta y^2 A'_1}{\Delta x} \right) \right) \quad (3.24)$$

$$F'_2 = \left( \left( \frac{\Delta y^2 A'_1}{\Delta x} \right) + (\Delta y A'_2) - 1 \right) \quad (3.25)$$

$$F'_3 = \left( \frac{1}{2} - (\Delta y A'_2) \right) \quad (3.26)$$

แทนสมการที่ (3.24) ถึง (3.26) ลงในสมการที่ (3.23) จะได้สมการ โพรไฟล์ของความเข้มข้นที่เขียนให้อยู่ในรูปสมการผลต่างอันตะเป็น

$$(F'_1) C_i^j = \frac{C_{i-1}^{j-1}}{2} + (F'_2) C_{i-1}^j + (F'_3) C_{i-1}^{j+1} + \frac{C_i^{j-1}}{2} + \frac{C_i^{j+1}}{2} \quad (3.27)$$

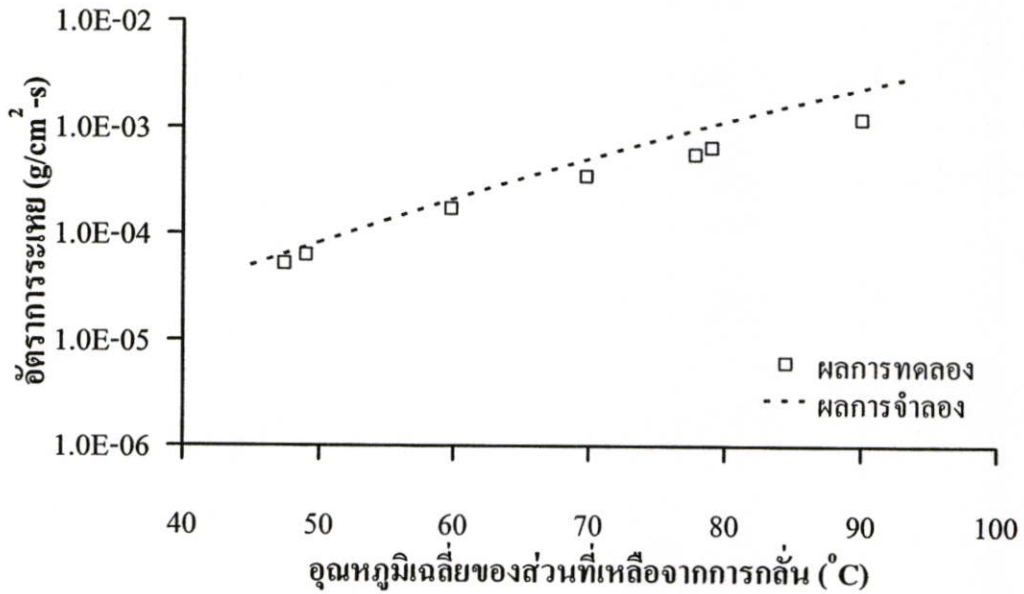
## บทที่ 4

# ผลการจำลองการกลั่นโมเลกุลและอภิปรายผล

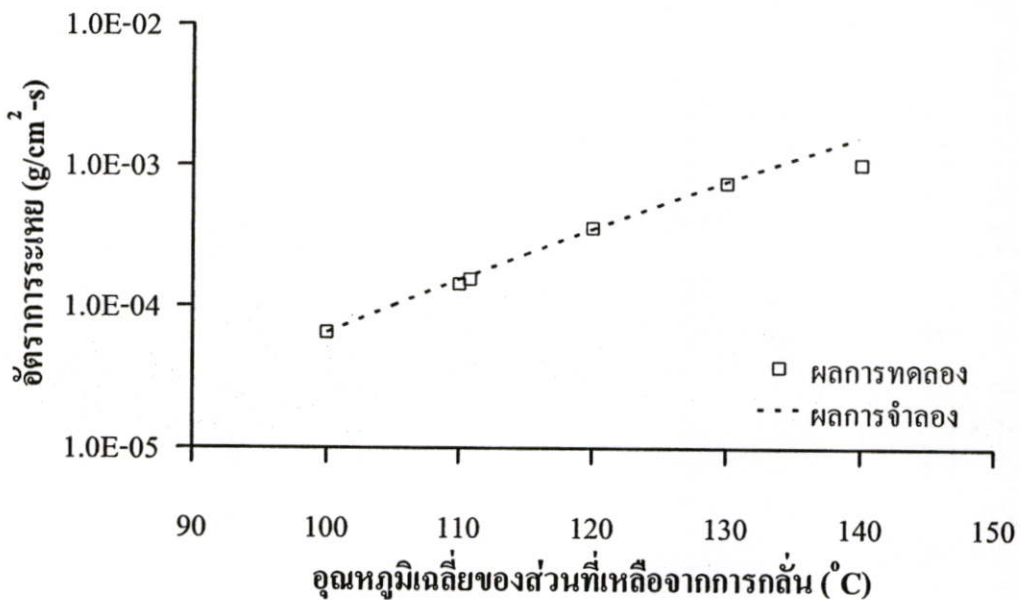
บทนี้แสดงผลการจำลองการกลั่นโมเลกุลของเครื่องกลั่นโมเลกุลชนิดหมุนเหวี่ยง โดยนำเสนอผลการจำลองเป็นสองขั้นตอนคือ ขั้นแรกผลที่นำเสนอเป็นการตรวจสอบความถูกต้องของแบบจำลองโปรแกรมการจำลองที่สร้างขึ้น โดยเปรียบเทียบผลที่ได้จากการจำลองกับผลการทดลองจากงานวิจัย และในส่วนหลังของขั้นแรกนี้นำเสนอการปรับแก้สมการอัตราการระเหยให้สามารถใช้ได้กับทุกค่าความดันของระบบขณะทำการกลั่น โดยใช้ค่าสัมประสิทธิ์การระเหยที่สร้างสมการความสัมพันธ์ขึ้นมาในงานวิจัยนี้ และขั้นที่สองนำเสนอการจำลองผลเพื่อศึกษาปัจจัยที่ส่งผลต่ออัตราการระเหยและค่าการเลือกของการกลั่น

### 4.1 ผลการจำลองเปรียบเทียบกับผลการทดลองจากงานวิจัย

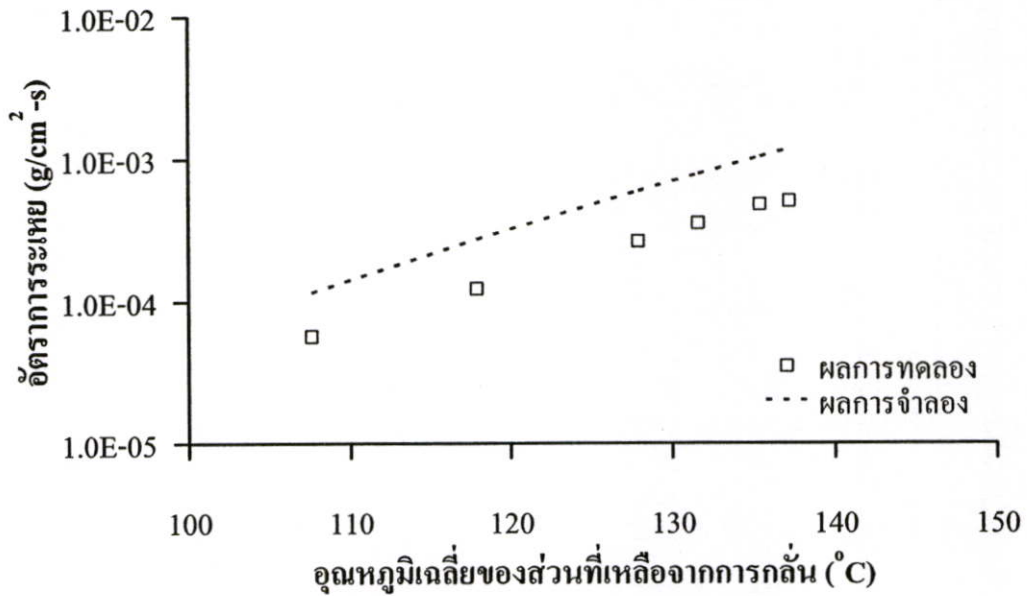
ในขั้นแรกนี้จะแสดงผลการจำลองจากโปรแกรมการจำลองที่สร้างขึ้นโดยใช้สมการอัตราการระเหยตามสมการของ Langmuir [11] (สมการที่ 2.2) เพื่อเปรียบเทียบกับผลการทดลองจากงานวิจัย โดยในรูปที่ 4.1 และ 4.2 แสดงผลการจำลองการกลั่นกลีเซอริน และ 2,2-diethylhexyl phthalate (EHP) บริสุทธิ์ เปรียบเทียบกับผลการทดลองของ Greenberg [18] โดยที่ Greenberg ได้รายงานค่าความดันของระบบขณะทำการกลั่น มีค่าอยู่ระหว่าง 0.06 ถึง 0.4 ปาสคาล ผลการเปรียบเทียบพบว่า อัตราการระเหยที่ได้จากการจำลองโดยใช้อัตราการระเหยตามสมการของ Langmuir สามารถทำนายอัตราการระเหยของกลีเซอรินเปรียบเทียบกับผลการทดลองของ Greenberg ได้ดี ดังแสดงในรูปที่ 4.1 และสามารถทำนายอัตราการระเหย EHP ได้อย่างแม่นยำ ดังแสดงในรูปที่ 4.2 แต่ผลการจำลองโดยใช้สมการอัตราการระเหยตามสมการของ Langmuir ไม่สามารถทำนายผลการกลั่น EHP เมื่อนำมาเทียบกับผลการทดลองของ Bhandarkar และ Ferron [12] และไม่สามารถทำนายผลการกลั่น Dibutyl Phthalate (DBP) เทียบกับผลการทดลองของ Bhandarkar [24] ได้ ดังแสดงในรูปที่ 4.3 และ 4.4 ตามลำดับ ซึ่งเป็นผลเนื่องมาจากขณะทำการกลั่นมีค่าความดันของระบบที่สูง โดยที่ Bhandarkar และ Ferron [12] ได้รายงานค่าความดันของระบบขณะทำการกลั่น EHP ไว้ว่า มีค่าอยู่ระหว่าง 0.7 ถึง 1.0 ปาสคาล และค่าความดันของระบบที่ Bhandarkar [24] ได้รายงานไว้เพื่อกลั่น DBP มีค่าอยู่ระหว่าง 0.95 ถึง 1.2 ปาสคาล ดังนั้นเมื่อระบบมีค่าความดันที่สูงอัตราการระเหยตามสมการของ Langmuir จึงไม่สามารถใช้ได้จริง โดยที่ข้อจำกัดของสมการ Langmuir และผลของความดัน ได้อธิบายไว้แล้วในหัวข้อ 2.3.1 และ 2.3.2



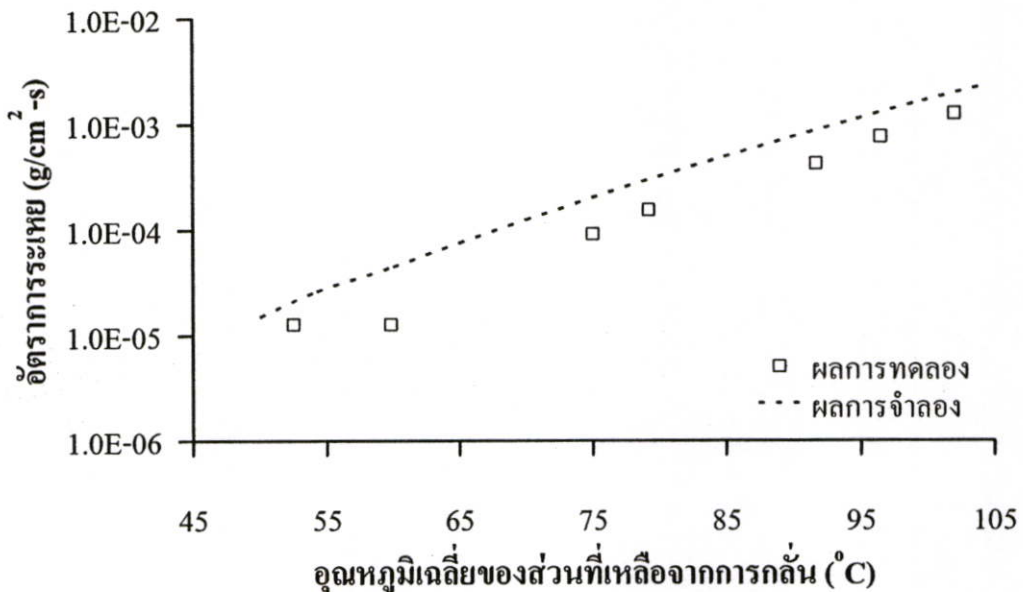
**รูปที่ 4.1** อัตราการระเหยของกลีเซอรินจากการจำลองเปรียบเทียบกับผลการทดลองของ Greenberg [18] โดยมีอัตราการป้อนสาร 0.36 กรัมต่อวินาที ความเร็วรอบของจานหมุน 1,650 รอบต่อ นาที ตำแหน่งป้อนสารและความยาวตามแนวรัศมีจานหมุนมีค่าเท่ากับ 1.11 และ 5.66 เซนติเมตร ตามลำดับ



**รูปที่ 4.2** อัตราการระเหยของ EHP จากการจำลองเปรียบเทียบกับผลการทดลองของ Greenberg [18] โดยมีอัตราการป้อนสาร 0.2 กรัมต่อวินาที ความเร็วรอบของจานหมุน 1,650 รอบต่อ นาที ตำแหน่งป้อนสารและความยาวตามแนวรัศมีจานหมุนมีค่าเท่ากับ 1.11 และ 5.66 เซนติเมตร ตามลำดับ



**รูปที่ 4.3** อัตราการระเหยของ EHP จากการจำลองเปรียบเทียบกับผลการทดลองของ Bhandarkar และ Ferron [12] โดยมีอัตราการป้อนสาร 0.492 กรัมต่อวินาที อุณหภูมิสารป้อน 35 องศาเซลเซียส ความเร็วรอบของงานหมุน 1,450 รอบต่อนาที ตำแหน่งป้อนสารและความยาวตามแนวรัศมีงานหมุนมีค่าเท่ากับ 0.5 และ 6.5 เซนติเมตร ตามลำดับ

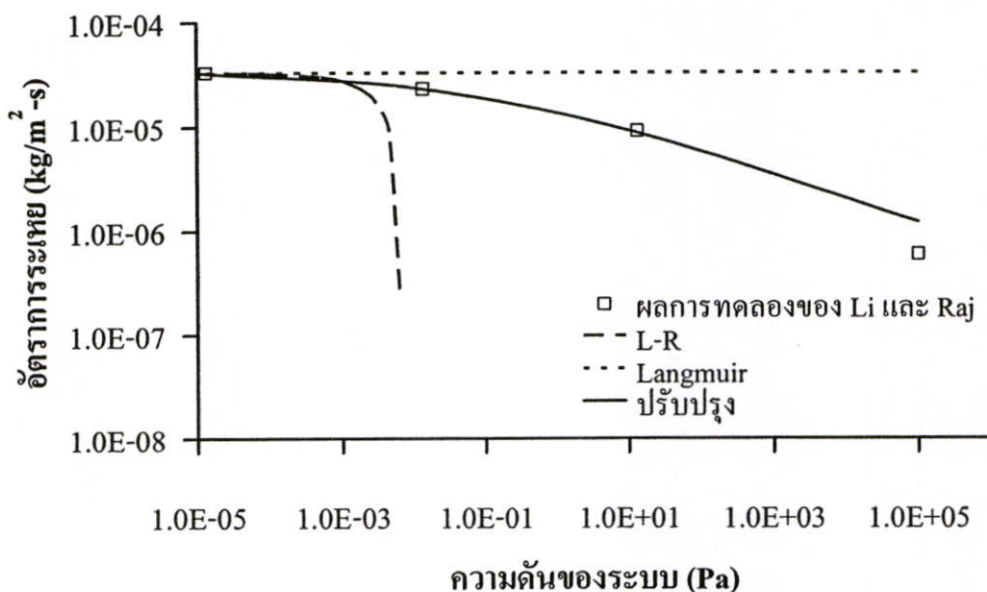


**รูปที่ 4.4** อัตราการระเหยของ DBP จากการจำลองเปรียบเทียบกับผลการทดลองของ Bhandarkar [24] โดยมีอัตราการป้อนสาร 0.5 กรัมต่อวินาที อุณหภูมิสารป้อน 35 องศาเซลเซียส ความเร็วรอบของงานหมุน 1,400 รอบต่อนาที ตำแหน่งป้อนสารและความยาวตามแนวรัศมีงานหมุนมีค่าเท่ากับ 0.5 และ 6.5 เซนติเมตร ตามลำดับ

ดังนั้นในงานวิจัยนี้ได้ทำการปรับปรุงอัตราการระเหยตามสมการของ Langmuir ให้สามารถใช้ได้กับทุกช่วงความดันในการกลั่น ซึ่งจะใช้ค่าสัมประสิทธิ์การระเหยที่ได้สร้างความสัมพันธ์ขึ้นมาใหม่ จากข้อมูลผลการทดลองของ Li และ Raj [15] Li และ Raj ได้ทำการทดลอง เพื่อหาอัตราการระเหยของสารที่ระดับความดัน  $1.013 \times 10^5$ ,  $1.333 \times 10^4$ ,  $1.333 \times 10^{-2}$  และ  $1.333 \times 10^{-5}$  ปาสคาล ซึ่งความดันที่ได้ทำการศึกษานั้นครอบคลุมทุกช่วงความดันที่ใช้ในการกลั่น โมเลกุล โดยสารที่ได้นำมาทดสอบประกอบไปด้วย สารไฮโดรคาร์บอนสังเคราะห์ (Synthetic hydrocarbon) ที่มีน้ำหนักโมเลกุลเท่ากับ 596 (AMU) และ สารเปอร์ฟลูออโรโพลีเอเทอร์ (Perfluoropolyether (PFPE) oils) ที่มีน้ำหนักโมเลกุลเท่ากับ 4,950 และ 8,250 (AMU) โดยทำการทดลองเพื่อศึกษาอัตราการระเหยของสารที่อุณหภูมิ 125 องศาเซลเซียส และทำการทดลองในเซลล์รูปทรงกระบอก (Cylindrical cells) หรือ นูดเซนเซลล์ (Knudsen cell) ที่มีเส้นผ่านศูนย์กลางภายในเท่ากับ 0.0178 เมตร โดยที่เซลล์รูปทรงกระบอกนี้จะถูกปิดด้วยแผ่นที่มีรูเปิด ขนาดเส้นผ่านศูนย์กลางเท่ากับ 0.0041 เมตร ซึ่งนูดเซนเซลล์นี้นิยมใช้ทำการวิจัยเพื่อศึกษาค่าความดันไอของสาร โดยทำการวัดจากอัตราการระเหย และคำนวณค่าความดันไอจากสมการของ Langmuir Li และ Raj ได้เสนอแนะว่าสมการของ Langmuir จะเหมาะสมกับการใช้งานเมื่อความดันต่ำมากๆ หรือ ความดันของระบบแทบไม่มีผลเนื่องมาจากความดันของสารที่ต้องการระเหย อย่างไรก็ตาม เมื่อระบบมีความดันย่อยของสารที่สนใจอยู่ Li และ Raj ได้เสนอว่าอัตราการระเหย ( $E_{L-R}$ ) ควรจะคำนวณได้จากสมการต่อไปนี้

$$E_{L-R} = (4.376 \times 10^{-3}) \left( \frac{T}{M} \right)^{-(1/2)} (P^s - P_{partial}) \quad (4.1)$$

เมื่อ  $P_{partial}$  คือความดันย่อย (ปาสคาล) ซึ่งในงานวิจัยของ Li และ Raj [15] กำหนดให้  $P_{partial}$  มีค่าเท่ากับความดันของระบบขณะทำการศึกษาอัตราการระเหย ดังนั้นจากสมการที่ 4.1 ถ้าความดันของระบบไม่มีผลต่ออัตราการระเหยของสาร อัตราการระเหยที่ได้จากการทดลองต้องมีค่าเท่ากับอัตราการระเหยที่ได้ตามทฤษฎีที่คำนวณจากสมการที่ 4.1 แต่จากผลการทดลองที่แสดงในรูปที่ 4.5 อัตราการระเหยที่ได้จากการทดลองมีค่าใกล้เคียงกับอัตราการระเหยตามทฤษฎี เมื่อความดันของระบบมีค่าน้อยกว่า  $1.0 \times 10^{-3}$  ปาสคาล แต่เมื่อระบบมีค่าความดันเพิ่มขึ้นมากกว่า  $1.0 \times 10^{-3}$  ปาสคาล สมการที่ (4.1) ไม่สามารถใช้ทำนายอัตราการระเหยได้ อย่างไรก็ตาม Li และ Raj ไม่ได้เสนอแนะถึงวิธีการที่สามารถทำการปรับค่าให้อัตราการระเหยตามสมการที่ 4.1 สามารถใช้ได้จริงเมื่อความดันของระบบมีค่าที่สูง



รูปที่ 4.5 อัตราการระเหยของไฮโดรคาร์บอนสังเคราะห์จากการทดลองเปรียบเทียบกับอัตราการระเหยตามทฤษฎี จากงานวิจัยของ Li และ Raj [15]

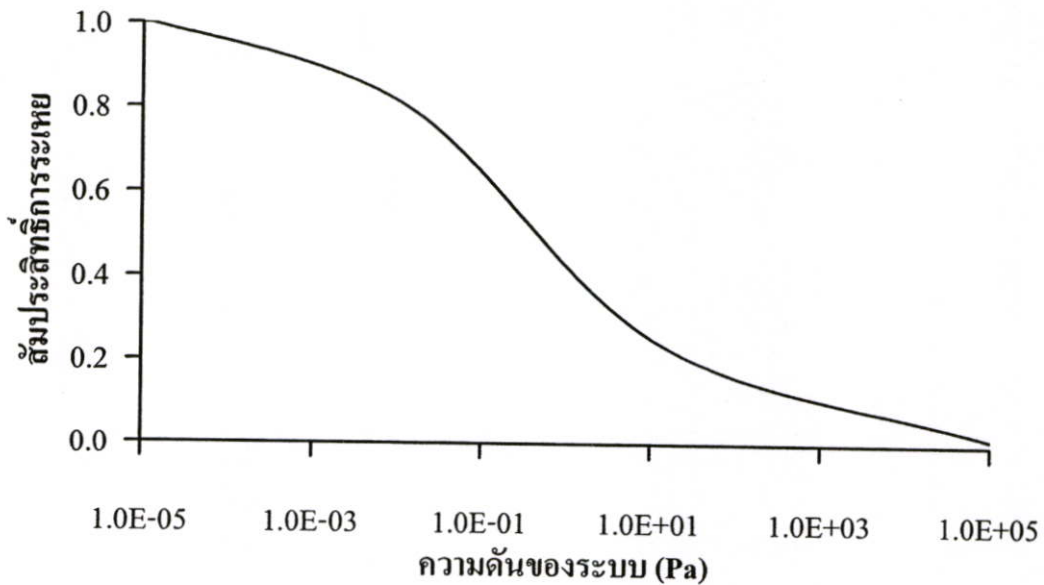
ดังนั้น ในงานวิจัยนี้จึงนำข้อมูลผลการทดลองการหาอัตราการระเหยที่ความดันต่างๆ ในรูปที่ 4.5 มาทำการหาความสัมพันธ์ระหว่างอัตราการระเหยที่ปรากฏ เทียบกับอัตราการระเหยสูงสุดตามสมการของ Langmuir และคำนวณความสัมพันธ์ดังกล่าวให้อยู่ในรูปสัมประสิทธิ์การระเหย ตามสมการที่ (2.3) และแสดงไว้ในรูปที่ 4.6 จากเส้นกราฟในรูปดังกล่าว สามารถหาความสัมพันธ์ระหว่าง สัมประสิทธิ์การระเหย และความดันของระบบได้ โดยใช้วิธีการถดถอยแบบไม่เชิงเส้น (Nonlinear regression) โดยใช้โปรแกรมโพลีเมท ได้เป็น

$$\Gamma = \left( \frac{0.6702}{0.6108 + P^{0.2487}} \right) \quad (4.2)$$

เมื่อ  $P$  คือ ความดันของระบบ (ปาสกาล)

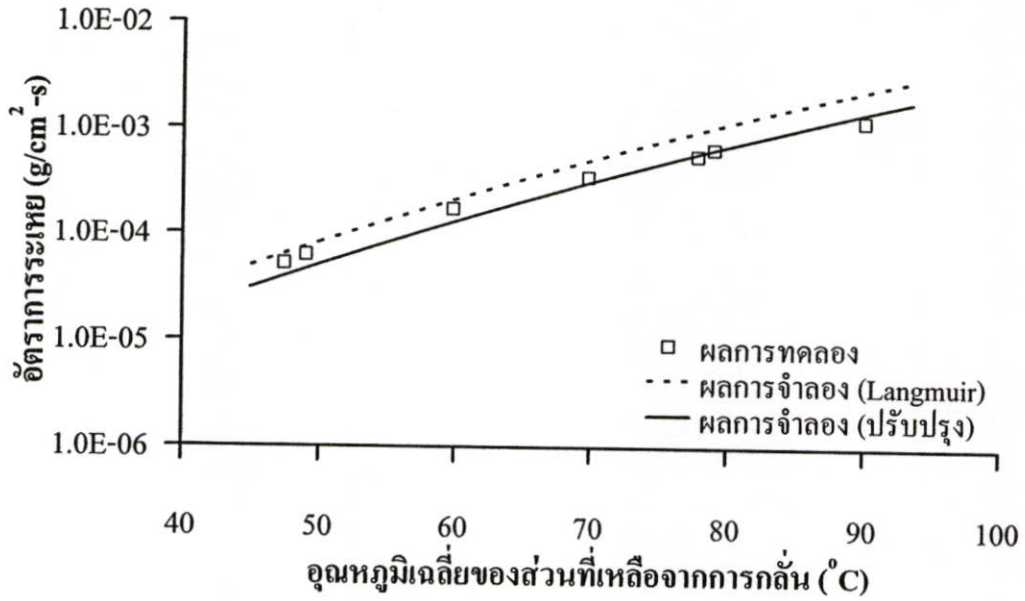
ดังนั้นจากสมการที่ (2.2) และ (2.3) สามารถคำนวณอัตราการระเหยของสารที่ปรากฏ สำหรับการกลั่น โมเลกุลโดยมีความสัมพันธ์กับความดันของระบบได้เป็น

$$E_{obs,i} = x_i P_i^s \sqrt{\frac{M_i}{2\pi RT_s}} \left( \frac{0.6702}{0.6108 + P^{0.2487}} \right) \quad (4.3)$$

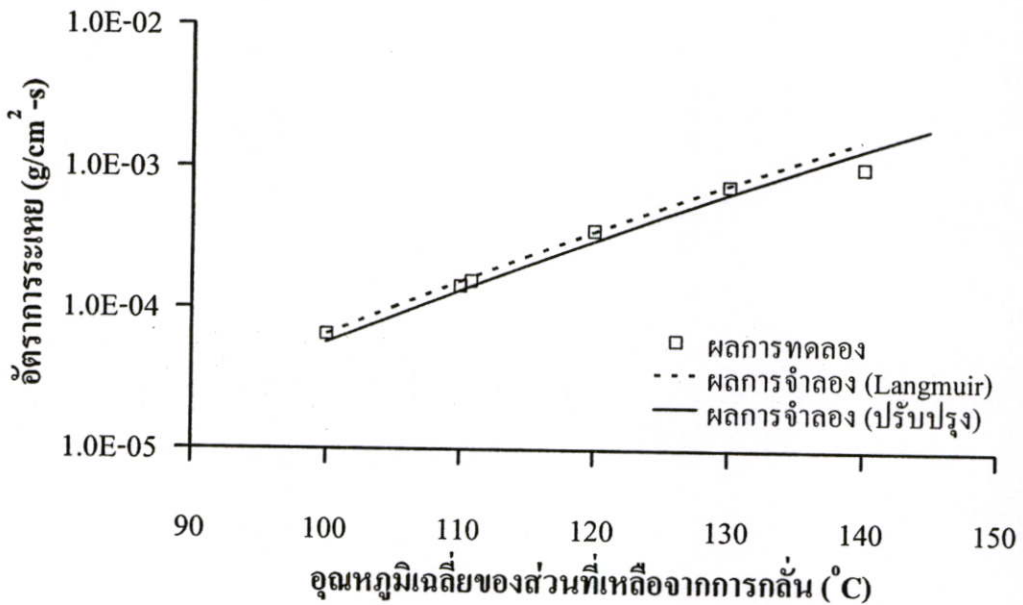


รูปที่ 4.6 สัมประสิทธิ์การระเหยที่ความดันต่างๆ จากผลการทดลองในงานวิจัยของ Li และ Raj [15]

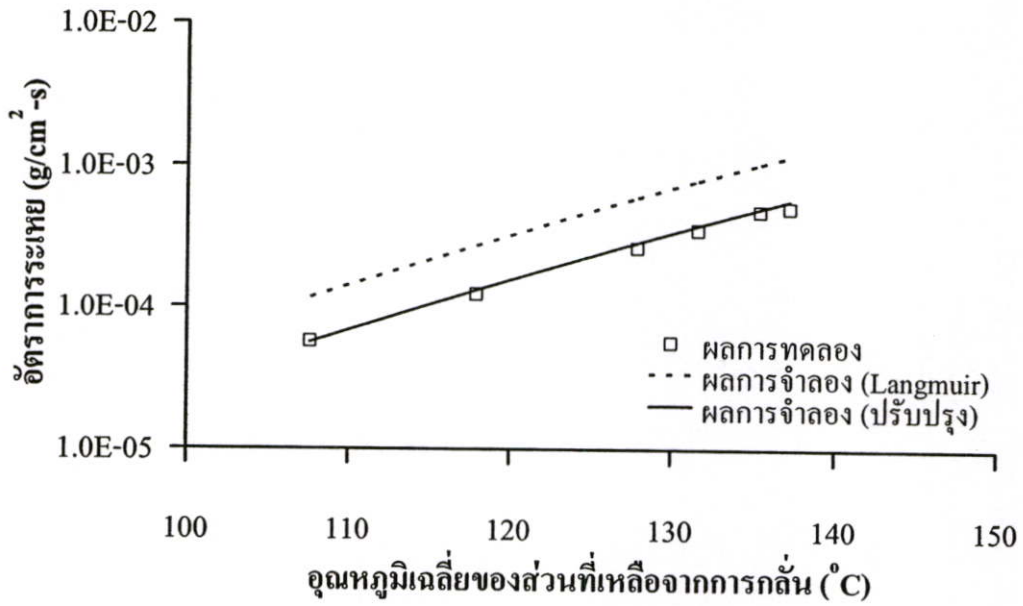
เมื่อนำสมการอัตราการระเหยที่ได้ทำการปรับปรุงให้มีความสัมพันธ์กับความดันของระบบ ดังแสดงในสมการที่ (4.3) มาใช้ในการจำลองการกลั่นกลีเซอริน และ EHP ที่ความดันต่ำ โดยค่าความดันของระบบที่ใช้ในการจำลองมีค่าเท่ากับ 0.23 ปาสคาล (ค่าความดันนี้เป็นค่าความดันเฉลี่ยจากการทดลองของ Greenberg ดังได้รายงานไว้ในข้างต้น) ผลจากการจำลองที่ได้พบว่าสามารถทำนายอัตราการระเหยของ กลีเซอริน และ EHP ได้ใกล้เคียงกับผลการทดลองของ Greenberg [18] ดังแสดงในรูปที่ 4.7 และ 4.8 และเมื่อนำสมการอัตราการระเหยในสมการที่ (4.3) มาคำนวณผลการจำลองการกลั่น EHP เพื่อเปรียบเทียบกับผลการทดลองของ Bhandarkar และ Ferron [12] โดยใช้ค่าความดันเฉลี่ยของระบบในการจำลองมีค่าเท่ากับ 0.85 ปาสคาล แสดงดังรูปที่ 4.9 จากกราฟในรูปดังกล่าวพบว่าสมการอัตราการระเหยที่ปรับปรุงขึ้นสามารถทำนายอัตราการระเหยของ EHP เปรียบเทียบกับผลการทดลองของ Bhandarkar และ Ferron ได้อย่างแม่นยำ และรูปที่ 4.10 แสดงผลการจำลองการกลั่น DBP เพื่อเปรียบเทียบกับผลการทดลองของ Bhandarkar [24] โดยใช้สมการอัตราการระเหยที่ปรับปรุงขึ้น และใช้ค่าความดันเฉลี่ยของระบบในการจำลองมีค่าเท่ากับ 1.0 ปาสคาล จากกราฟพบว่าผลการจำลองที่ได้สามารถทำนายอัตราการระเหยของ DBP เปรียบเทียบกับผลการทดลองของ Bhandarkar ได้ใกล้เคียงเป็นอย่างดี



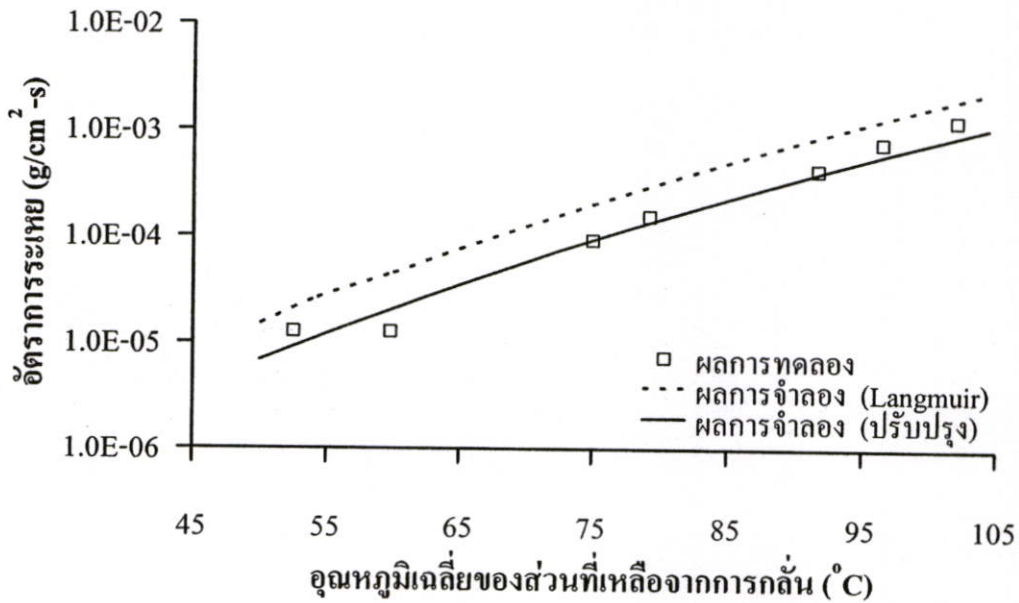
รูปที่ 4.7 อัตราการระเหยของกลีเซอรินจากการจำลองที่ทำการปรับปรุงอัตราการระเหยแล้ว เปรียบเทียบกับผลการทดลองของ Greenberg [18] โดยมีสถานะในการกลั่นเหมือนรูปที่ 4.1



รูปที่ 4.8 อัตราการระเหยของ EHP จากการจำลองที่ทำการปรับปรุงอัตราการระเหยแล้ว เปรียบเทียบกับผลการทดลองของ Greenberg [18] โดยมีสถานะในการกลั่นเหมือนรูปที่ 4.2



รูปที่ 4.9 อัตราการระเหยของ EHP จากการจำลองที่ทำการปรับปรุงอัตราการระเหยแล้ว เปรียบเทียบกับผลการทดลองของ Bhandarkar และ Ferron [12] โดยมีสภาวะในการกลั่นเหมือนรูปที่ 4.3



รูปที่ 4.10 อัตราการระเหยของ DBP จากการจำลองที่ทำการปรับปรุงอัตราการระเหยแล้ว เปรียบเทียบกับผลการทดลองของ Bhandarkar [24] โดยมีสภาวะในการกลั่นเหมือนรูปที่ 4.4

อย่างไรก็ตามผลการจำลองการกลั่นเมื่อเปรียบเทียบกับผลการทดลองที่ได้จากงานวิจัยที่แสดงและอภิปรายผลไว้ในข้างต้นนั้น เป็นเพียงการจำลองผลเพื่อเปรียบเทียบกับผลการกลั่นสารบริสุทธิ์ จึงได้ทำการศึกษาการกลั่นของของผสม โดยทำการจำลองการกลั่นของผสมระหว่าง EHP กับ 2,2-diethylhexyl sebacate (EHS) เพื่อเปรียบเทียบกับผลการทดลองจากงานวิจัยของ Bhandarkar และ Ferron [12] โดยใช้สมการอัตราการระเหยตามสมการของ Langmuir และสมการอัตราการระเหยที่ปรับปรุงขึ้นตามสมการที่ (4.3) ดังแสดงในตารางที่ 4.1 จากตารางพบว่าอัตราการระเหยตามสมการของ Langmuir ที่คำนวณได้ มีค่ามากกว่าอัตราการระเหยที่ได้จากการทดลองมากถึง 2 เท่า ทั้งนี้เป็นผลเนื่องมาจากความดันของระบบที่สูงขณะทำการกลั่นแยก แต่เมื่อใช้สมการอัตราการระเหยที่ทำการปรับปรุงขึ้นมาในงานวิจัยนี้ ผลการจำลองที่ได้พบว่าสามารถทำนายอัตราการระเหยได้ใกล้เคียงมากกับอัตราการระเหยที่ได้จากการทดลอง เมื่อพิจารณาค่าการเลือกของการกลั่น พบว่า ค่าการเลือกของการกลั่นที่ได้จากการจำลองมีค่าที่ใกล้เคียงกันกับค่าที่ได้จากการทดลองของ Bhandarkar และ Ferron และจากตารางดังกล่าวพบว่าค่าการเลือกของการกลั่นมีค่าลดลงเมื่ออุณหภูมิของส่วนที่เหลือจากการกลั่นเพิ่มสูงขึ้น โดยที่การลดลงของค่าการเลือกของการกลั่นนั้นหมายถึง ประสิทธิภาพในการกลั่นแยกที่ได้มีค่าลดลง ทั้งนี้เป็นผลเนื่องมาจากความเข้มข้นของสารระเหยง่ายที่บริเวณผิวระเหยมีการลดลงอย่างรวดเร็วเมื่อเพิ่มอุณหภูมิในการกลั่นแยก โดยที่ผลจากการลดลงของค่าการเลือกของการกลั่นเมื่อเพิ่มอุณหภูมิในการกลั่นแยกนี้จะอธิบายโดยละเอียดในหัวข้อ 4.2.3 ซึ่งจะนำเสนอต่อไป

**ตารางที่ 4.1** ผลการจำลองการกลั่นของผสมสองชนิดระหว่าง EHP กับ EHS เพื่อเปรียบเทียบกับผลการทดลองจากงานวิจัยของ Bhandarkar และ Ferron [12] โดยมีความดันของระบบขณะทำการกลั่นแยกอยู่ในช่วงระหว่าง 0.7 ถึง 1.0 ปาสคาล

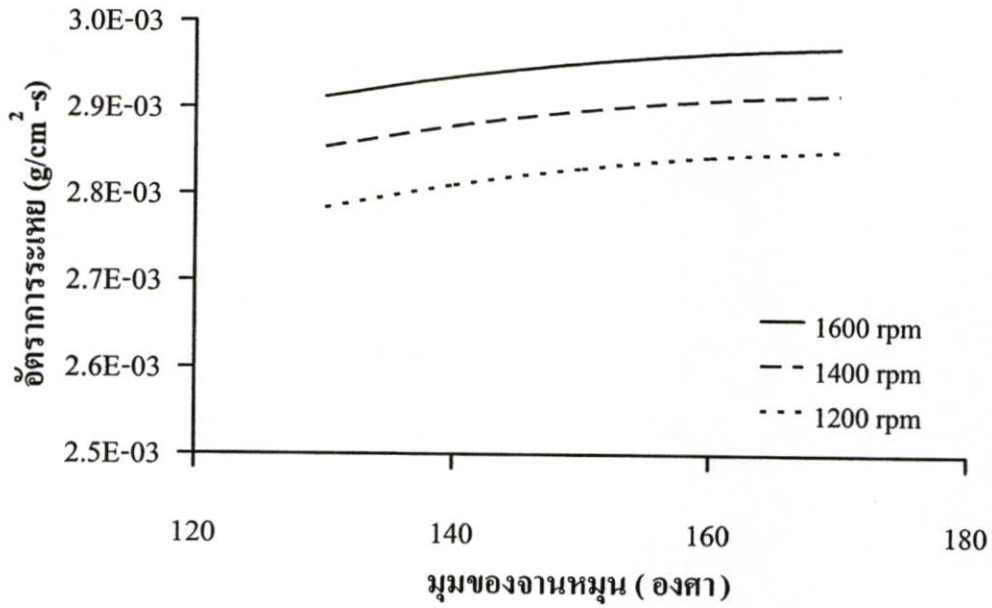
อุณหภูมิ (°C)		สัดส่วนโดยโมล EHP (สารป้อน)	อัตราการระเหย $\times 10^5$ (g/cm <sup>2</sup> -s)			ค่าการเลือกของการกลั่น	
สารป้อน	ส่วนที่เหลือ จากการกลั่น		ผลการทดลอง	ผลการจำลอง (แลงเมียร์)	ผลการจำลอง (ปรับปรุง)	ผลการทดลอง	ผลการจำลอง (ปรับปรุง)
34.1	107.1	0.497	3.42	6.92	3.36	4.62	4.26
36.2	111.6	0.496	5.17	10.14	4.93	4.32	4.14
31.6	115.3	0.489	7.8	13.62	6.64	4.28	4.05
35.1	127.5	0.483	16.27	35.52	17.48	3.77	3.73
35.5	137.2	0.464	32.96	70.69	35.34	3.25	3.43
42.1	145.0	0.491	63.04	123.38	63.52	2.87	3.14

## 4.2 ผลการจำลองเพื่อศึกษาปัจจัยที่ส่งผลต่ออัตราการระเหยและค่าการเลือกของการกลั่น

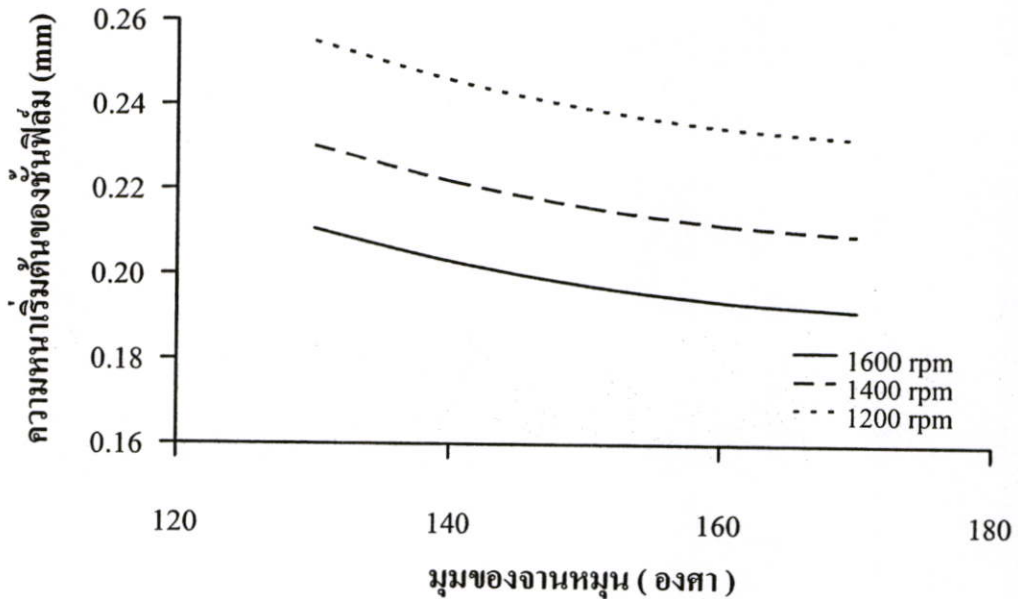
การจำลองผลการกลั่น โมเลกุลของเครื่องกลั่น โมเลกุลชนิดหมุนเหวี่ยง โดยใช้โปรแกรมการจำลองผลที่สร้างขึ้น เพื่อศึกษาภาวะที่ส่งผลต่ออัตราการกลั่นได้ และค่าการเลือกของการกลั่น โดยตัวแปรที่ทำการศึกษาคือ มุม ความเร็วรอบของจานหมุน อัตราการป้อนสาร อุณหภูมิสารป้อน และอุณหภูมิผิวร้อน โดยเลือกใช้สารสำหรับการจำลองผลเป็นของผสมสองชนิดระหว่าง EHP และ EHS เนื่องจาก EHP และ EHS เป็นสารมาตรฐานที่นิยมใช้ทดสอบสำหรับการกลั่น โมเลกุล โดยขนาดจานหมุนที่ใช้ในการจำลองมีความยาวตามแนวรัศมีของจาน 6.5 เซนติเมตร ตำแหน่งป้อนสารเท่ากับ 0.5 เซนติเมตร จากจุดศูนย์กลางของจานหมุน โดยมีสัดส่วนโดยโมลของ EHP ในสารป้อนเริ่มต้นเท่ากับ 0.5 พบว่า ปัจจัยต่างๆที่ส่งผลต่ออัตราการระเหย และการแยกดังนี้

### 4.2.1 ผลของมุมและความเร็วรอบของจานหมุน

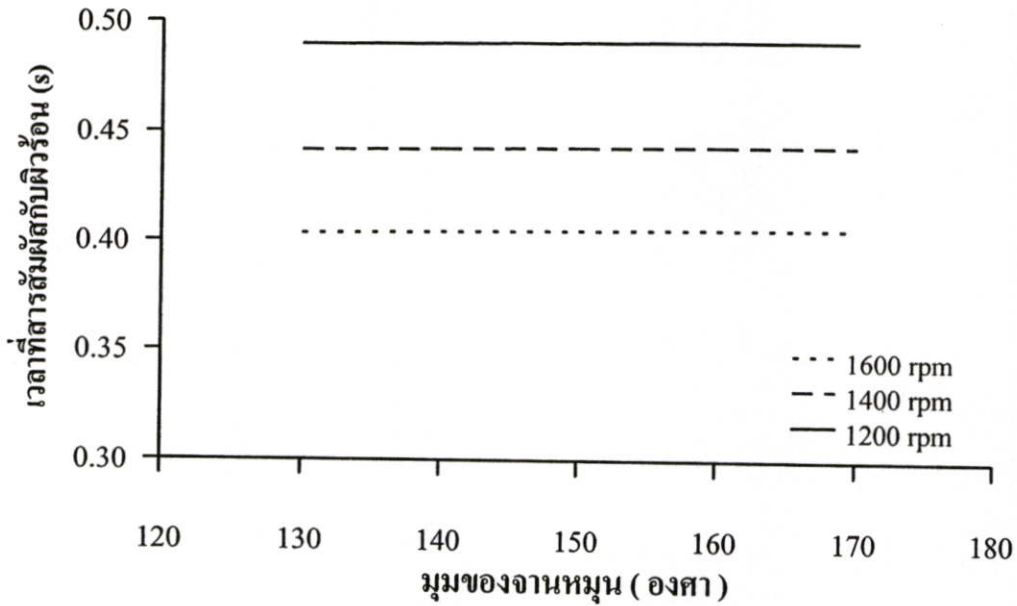
การจำลองผลเพื่อศึกษาผลของมุม และความเร็วรอบของจานหมุนที่ส่งผลต่ออัตราการระเหยของสารนั้น เลือกใช้มุมของจานหมุนสำหรับทำการจำลองผลมีค่าอยู่ระหว่าง 130 ถึง 170 องศา ในขณะที่ ความเร็วรอบของจานหมุนที่ใช้ในการจำลองผลมีค่าอยู่ระหว่าง 1,200 ถึง 1,600 รอบต่อนาที จากรูปที่ 4.11 พบว่า เมื่อมุม และความเร็วรอบของจานหมุนเพิ่มขึ้นอัตราการระเหยของสารมีค่าเพิ่มขึ้นเล็กน้อย เมื่อพิจารณาผลจากการเพิ่มขึ้นของมุม และความเร็วรอบของจานหมุนที่ส่งผลต่อค่าความหนาเริ่มต้นของชั้นฟิล์มพบว่า ที่ความเร็วรอบใดๆของจานหมุนเมื่อมุมของจานหมุนเพิ่มขึ้นจาก 130 เป็น 170 องศา ความหนาเริ่มต้นของชั้นฟิล์มลดลงร้อยละ 9 และที่มุมใดๆของจานหมุนเมื่อความเร็วรอบของจานหมุนเพิ่มจาก 1,200 เป็น 1,600 รอบต่อนาที ส่งผลให้ความหนาเริ่มต้นของชั้นฟิล์มลดลงมากถึงร้อยละ 17 ดังแสดงในรูปที่ 4.12 ดังนั้นผลจากมุมและความเร็วรอบของจานหมุนที่เพิ่มขึ้นส่งผลให้เกิดการกระจายตัวเป็นชั้นฟิล์มของของเหลวได้ดี เกิดเป็นฟิล์มของเหลวที่บาง ทำให้มีการถ่ายเทพลังงานจากผิวร้อนไปยังผิวระเหยรวดเร็วขึ้น ดังนั้นอัตราการระเหยจึงเพิ่มขึ้น และเมื่อพิจารณาผลจากมุมและความเร็วรอบของจานหมุนต่อเวลาที่สารสัมผัสกับความร้อนพบว่า มุมของจานหมุนที่เพิ่มขึ้นไม่ส่งผลต่อเวลาที่สารสัมผัสกับความร้อน แต่เวลาที่สารสัมผัสกับความร้อนจะสั้นลงเมื่อเพิ่มความเร็วรอบของจานหมุน ดังแสดงในรูปที่ 4.13



รูปที่ 4.11 ผลของมุมและความเร็วรอบของจานหมุนต่ออัตราการระเหย โดยมีอัตราการป้อนสาร 1.0 กรัมต่อวินาที อุณหภูมิสารป้อน และอุณหภูมิผิวร้อนเท่ากับ 60 และ 160 องศาเซลเซียส ตามลำดับ



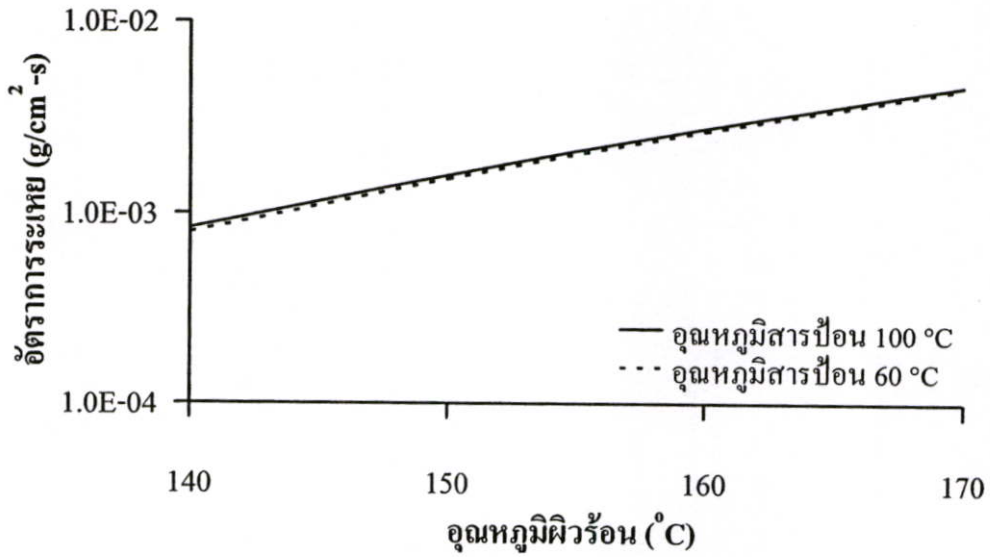
รูปที่ 4.12 ผลของมุมและความเร็วรอบของจานหมุนต่อความหนาเริ่มต้นของชั้นฟิล์ม โดยมีอัตราการป้อนสาร 1.0 กรัมต่อวินาที อุณหภูมิสารป้อน และอุณหภูมิผิวร้อนเท่ากับ 60 และ 160 องศาเซลเซียส ตามลำดับ



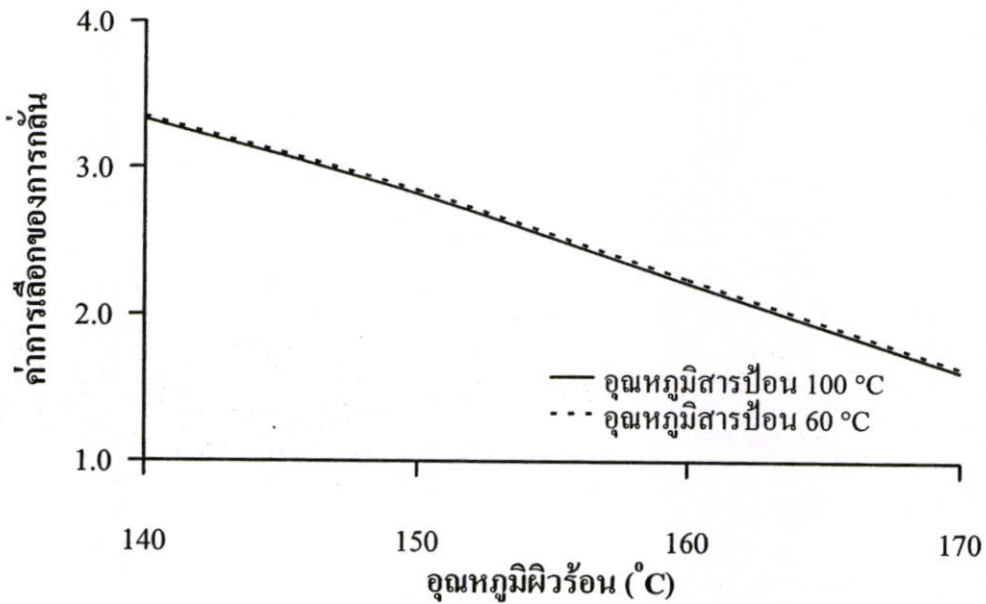
รูปที่ 4.13 ผลของมุมและความเร็วรอบของจานหมุนต่อเวลาที่สารสัมผัสกับฝิวร้อน โดยมีอัตราการป้อนสาร 1.0 กรัมต่อวินาที อุณหภูมิสารป้อน และอุณหภูมิฝิวร้อนเท่ากับ 60 และ 160 องศาเซลเซียส ตามลำดับ

#### 4.2.2 ผลของอุณหภูมิสารป้อน

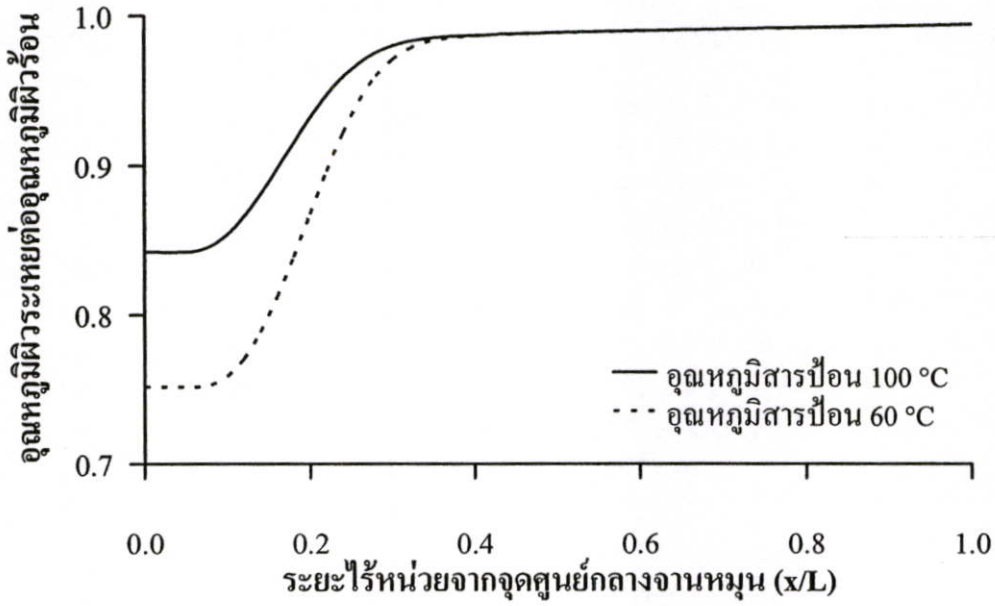
เครื่องกลั่น โมเลกุลส่วนมากมักถูกนำไปใช้สำหรับการแยกสารที่มีความว่องไวต่อความร้อนสูง ดังนั้นเพื่อลดการสลายตัวของสารที่จะทำการกลั่นแยกอันเนื่องมาจากการถูกอุ่นให้ร้อนก่อนทำการกลั่นแยก อย่างไรก็ตามสารที่จะทำการกลั่นแยกไม่ควรมีความหนืดที่สูงเกินไป ซึ่งอาจส่งผลกระทบต่อกรกระจายตัวเป็นชั้นฟิล์มของของเหลวบนฝิวจานหมุน ดังนั้นในงานวิจัยนี้ จึงทำการศึกษาผลจากอุณหภูมิสารป้อนที่ส่งผลต่ออัตราการระเหยและค่าการเลือกของการกลั่น อยู่ในช่วงระหว่าง 60 ถึง 100 องศาเซลเซียส ผลของอุณหภูมิสารป้อนที่ส่งผลต่ออัตราการระเหยและค่าการเลือกของการกลั่นแสดงดังรูปที่ 4.14 – 4.17 จากรูปที่ 4.14 และ 4.15 พบว่าที่อุณหภูมิฝิวร้อนใดๆ เมื่อเพิ่มอุณหภูมิสารป้อนจาก 60 องศาเซลเซียส เป็น 100 องศาเซลเซียส มีผลต่ออัตราการระเหยและค่าการเลือกของการกลั่นที่แตกต่างกันน้อยมาก ทั้งนี้เป็นผลเนื่องมาจากการเพิ่มขึ้นของอุณหภูมิสารป้อนนั้น ส่งผลต่ออัตราการระเหยในช่วงกลางจานหมุน ( $x/L$  น้อยกว่า 0.4) เท่านั้น กล่าวคือ เมื่อพิจารณาจากรูปที่ 4.16 พบว่า ในช่วงกลางจานอุณหภูมิฝิวระเหยมีค่าต่ำ ส่งผลให้อัตราการระเหยของสารในช่วงนี้มีค่าน้อย ในขณะที่ในช่วงขอบจานหมุน ( $x/L$  มากกว่า 0.4) อุณหภูมิที่ฝิวระเหยมีค่าใกล้เคียงกับอุณหภูมิฝิวร้อนและในช่วงนี้สารมีอัตราการระเหยที่สูง ดังแสดงในรูปที่ 4.17 ดังนั้นอุณหภูมิสารป้อนที่ต่างกันจึงส่งผลต่อการระเหยในช่วงกลางจานเท่านั้น อัตราการระเหยจึงเพิ่มขึ้นเล็กน้อยเมื่อเพิ่มอุณหภูมิสารป้อน



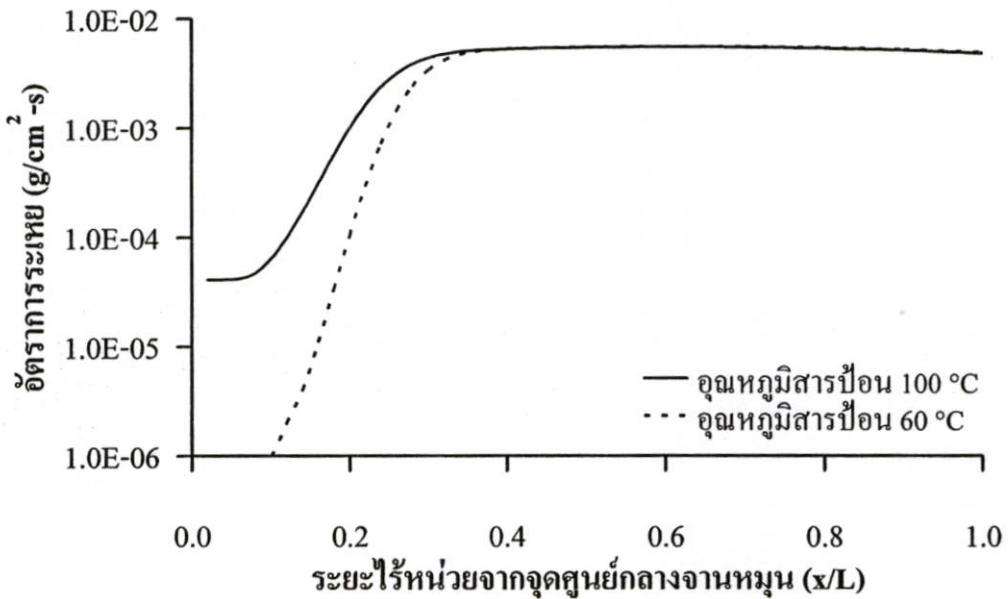
รูปที่ 4.14 อัตราการระเหยที่อุณหภูมิผิวร้อนและอุณหภูมิสารป้อนใดๆ โดยมีอัตราการป้อนสาร 1.0 กรัมต่อวินาที และความเร็วรอบของจานหมุนเท่ากับ 1,500 รอบต่อนาที



รูปที่ 4.15 ค่าการเลือกของการกลั่นที่อุณหภูมิผิวร้อนและอุณหภูมิสารป้อนใดๆ โดยมีอัตราการป้อนสาร 1.0 กรัมต่อวินาที และความเร็วรอบของจานหมุนเท่ากับ 1,500 รอบต่อนาที



รูปที่ 4.16 การเปลี่ยนแปลงอุณหภูมิผิวระเหยที่ระยะใดๆ บนผิวจานหมุน โดยมีอัตราการป้อนสาร 1.0 กรัมต่อวินาที อุณหภูมิผิวร้อน 170 องศาเซลเซียส และความเร็วยรอบของจานหมุนเท่ากับ 1,500 รอบต่อนาที

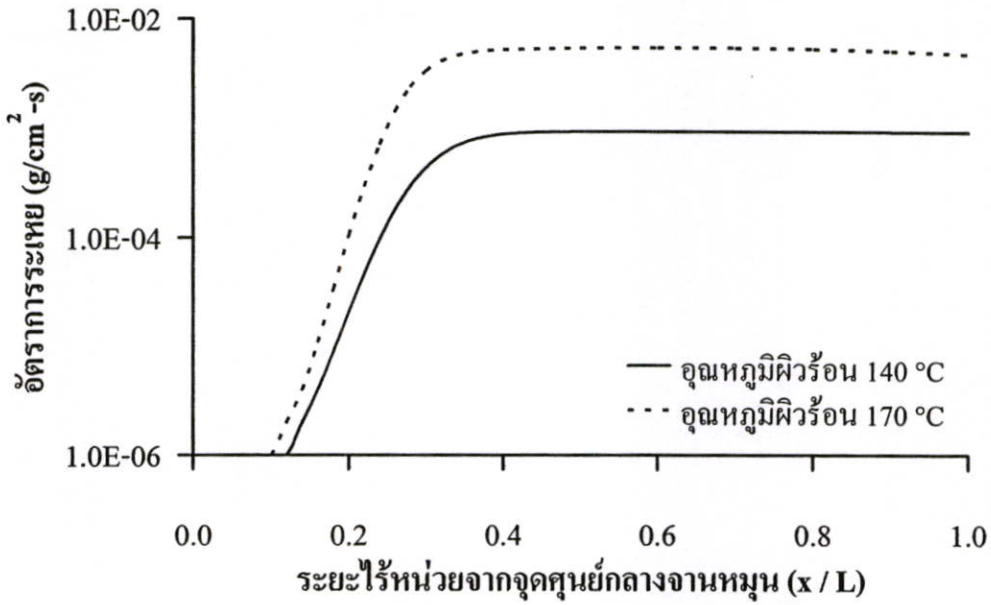


รูปที่ 4.17 อัตราการระเหยที่ระยะใดๆ บนผิวจานหมุน โดยมีอัตราการป้อนสาร 1.0 กรัมต่อวินาที อุณหภูมิผิวร้อน 170 องศาเซลเซียส และความเร็วยรอบของจานหมุนเท่ากับ 1,500 รอบต่อ นาที

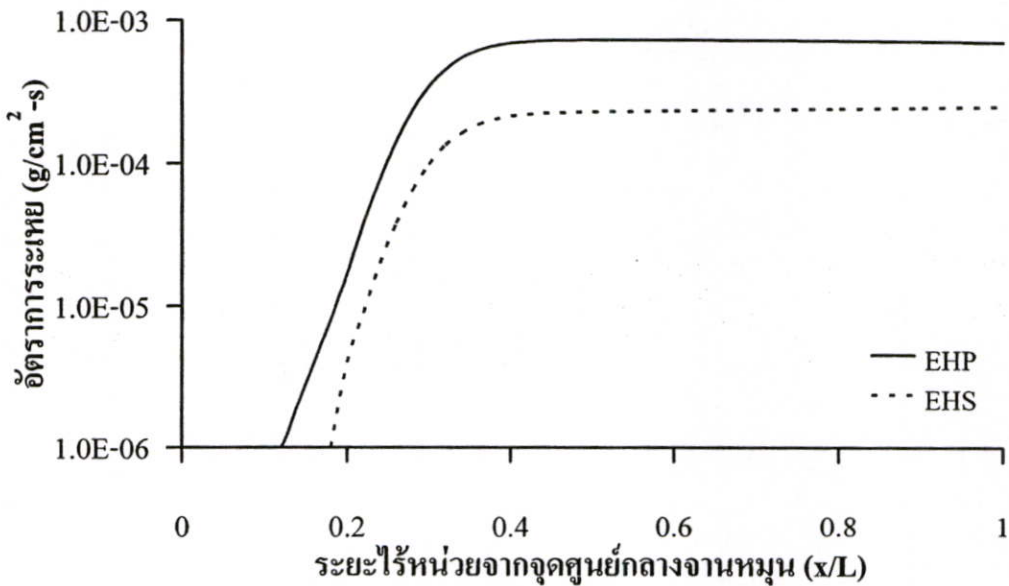
### 4.2.3 ผลของอุณหภูมิผิวร้อน

การเพิ่มขึ้นของอุณหภูมิผิวร้อนส่งผลให้อัตราการระเหยสูงขึ้น ในขณะที่ค่าการเลือกของการกลั่นมีค่าลดลงอย่างรวดเร็ว ดังแสดงจากรูปที่ 4.14 และ 4.15 เป็นผลจากอัตราการระเหยของสารขึ้นอยู่กับอุณหภูมิที่ผิวระเหยดังได้กล่าวไว้แล้วในหัวข้อที่ 2.3.1 จากรูปที่ 4.18 แสดงอัตราการระเหยของสารที่ระยะใดๆ จากจุดศูนย์กลางของจานหมุน ที่อุณหภูมิผิวร้อน 140 และ 170 องศาเซลเซียส จากกราฟพบว่า ในช่วงกลางจานหมุนอัตราการระเหยของสารที่ได้ไม่แตกต่างกันมากนัก เนื่องจากอุณหภูมิผิวระเหยในช่วงนี้ยังมีค่าน้อย แต่ในช่วงกลางถึงขอบจานหมุนเมื่ออุณหภูมิที่ผิวระเหยเพิ่มสูงขึ้นจนมีค่าใกล้เคียงกับอุณหภูมิผิวร้อนอัตราการระเหยที่ได้ในช่วงนี้มีค่าที่แตกต่างจากในช่วงกลางจานหมุนเป็นอย่างมาก ดังนั้นอัตราการระเหยจึงเพิ่มสูงมากเมื่อเพิ่มอุณหภูมิผิวร้อน

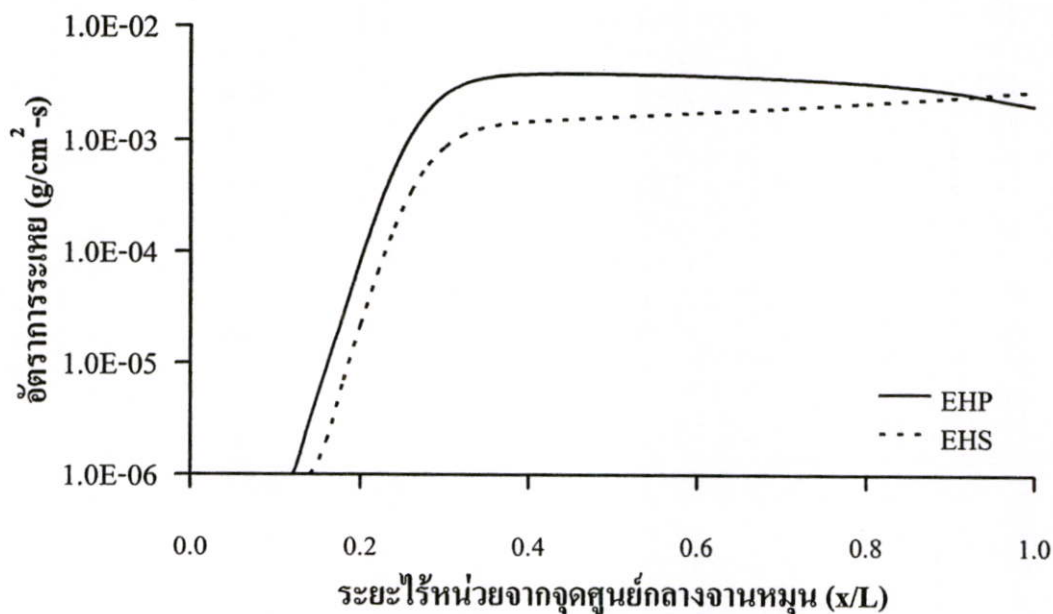
พิจารณาผลจากการเพิ่มอุณหภูมิผิวร้อนที่ส่งผลต่อค่าการเลือกของการกลั่น พบว่าอุณหภูมิผิวร้อนที่สูงขึ้นส่งผลให้ค่าการเลือกของการกลั่นลดลง ดังแสดงจากรูปที่ 4.15 ทั้งนี้เป็นผลเนื่องจาก ค่าการเลือกของการกลั่นขึ้นอยู่กับสัดส่วนโดยโมลของสารระเหยง่ายที่ได้จากการกลั่น ดังแสดงในสมการที่ (2.12) เมื่อพิจารณาที่อุณหภูมิผิวร้อน 140 องศาเซลเซียส ในรูปที่ 4.19 จากกราฟพบว่า สารที่ระเหยง่าย (EHP) และสารที่ระเหยยาก (EHS) ยังมีอัตราการระเหยที่ต่ำ (น้อยกว่า  $1.0 \times 10^{-3}$  กรัมต่อตารางเซนติเมตรต่อวินาที) ในขณะที่เมื่ออุณหภูมิผิวร้อนมีค่ามาก (170 องศาเซลเซียส) อัตราการระเหยของสารระเหยง่ายมีการเพิ่มขึ้นอย่างรวดเร็วและมีอัตราการระเหยที่สูง (มากกว่า  $1.0 \times 10^{-3}$  กรัมต่อตารางเซนติเมตรต่อวินาที) ดังแสดงไว้ในรูป 4.20 เป็นผลให้ความเข้มข้นบริเวณผิวระเหยของสารระเหยง่าย ลดลงอย่างรวดเร็ว ดังแสดงในรูปที่ 4.21 ดังนั้นผลเนื่องจากที่ผิวระเหยสารระเหยง่ายมีการลดลงของความเข้มข้นอย่างรวดเร็ว ส่งผลให้อัตราการระเหยของสารระเหยง่ายมีค่าลดลง ดังจะเห็นได้จากรูปที่ 4.20 ที่ระยะสุดท้ายของช่วงขอบจานหมุนอัตราการระเหยของสารระเหยง่ายมีการลดต่ำกว่าสารที่ระเหยยาก และเมื่อพิจารณาค่าสัมประสิทธิ์การแยก ดังแสดงในรูปที่ 4.22 พบว่าเมื่ออุณหภูมิสูงขึ้นค่าสัมประสิทธิ์การแยกของสารมีค่าลดต่ำลงอย่างรวดเร็ว เนื่องจากเมื่อพิจารณาค่าสัมประสิทธิ์การแยกที่แสดงดังสมการที่ 2.11 พบว่าค่าสัมประสิทธิ์การแยกของสารนั้นขึ้นอยู่กับอุณหภูมิที่ผิวระเหย โดยที่ค่าความดันไอของสารนั้นขึ้นอยู่กับอุณหภูมิ ดังนั้นเมื่ออุณหภูมิเพิ่มสูงขึ้นส่งผลให้ค่าความดันไอของสารเพิ่มสูงขึ้น แต่ค่าความดันไอของสารที่ระเหยยากมีอัตราการเพิ่มขึ้นที่รวดเร็วกว่าค่าความดันไอของสารที่ระเหยง่าย [25] ค่าสัมประสิทธิ์การแยกของสารที่ระยะใดๆ บนผิวจานหมุน ดังแสดงในรูปที่ 4.22 จึงมีค่าลดลงเมื่อเพิ่มอุณหภูมิผิวร้อน ดังนั้นผลจากการลดลงของความเข้มข้นที่ผิวระเหยของสารระเหยง่าย และผลจากค่าความดันไอของสารที่ระเหยยากมีการเพิ่มขึ้นที่รวดเร็วกว่าสารระเหยง่าย ส่งผลให้อัตราการระเหยของสารระเหยง่ายและสารระเหยยากมีอัตราการระเหยที่ใกล้เคียงกันค่าการเลือกของการกลั่นจึงมีค่าลดลงเมื่อเพิ่มอุณหภูมิผิวร้อนดังแสดงจากรูปที่ 4.15



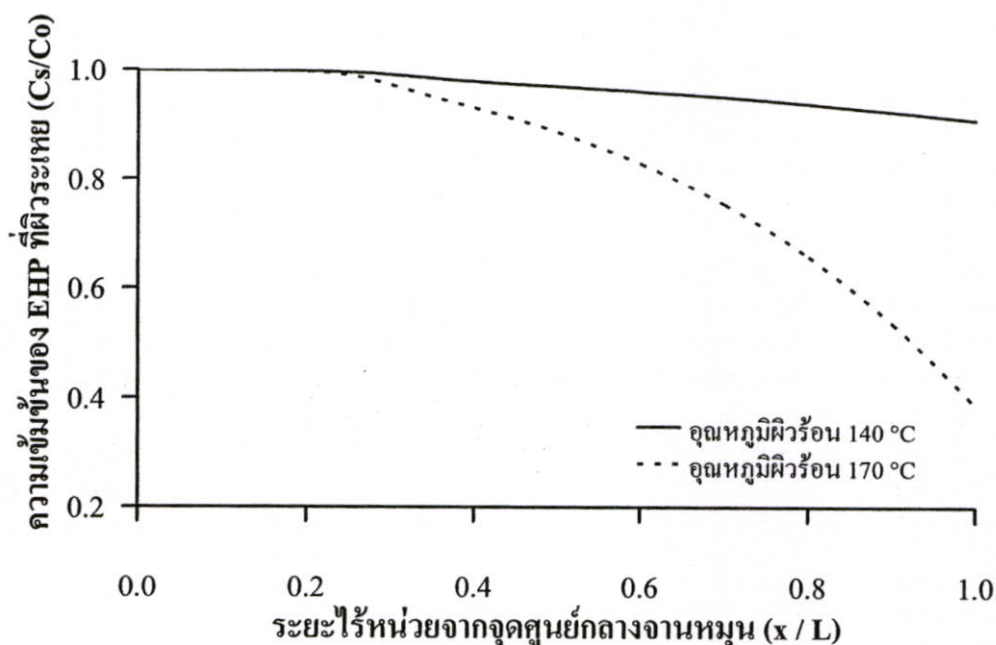
รูปที่ 4.18 อัตราการระเหยที่ระยะใดๆ บนผิวงานหมุน โดยมีอัตราการป้อนสาร 1.0 กรัมต่อวินาที อุณหภูมิสารป้อน 60 องศาเซลเซียส และความเร็วรอบของงานหมุนเท่ากับ 1,500 รอบต่อ นาที



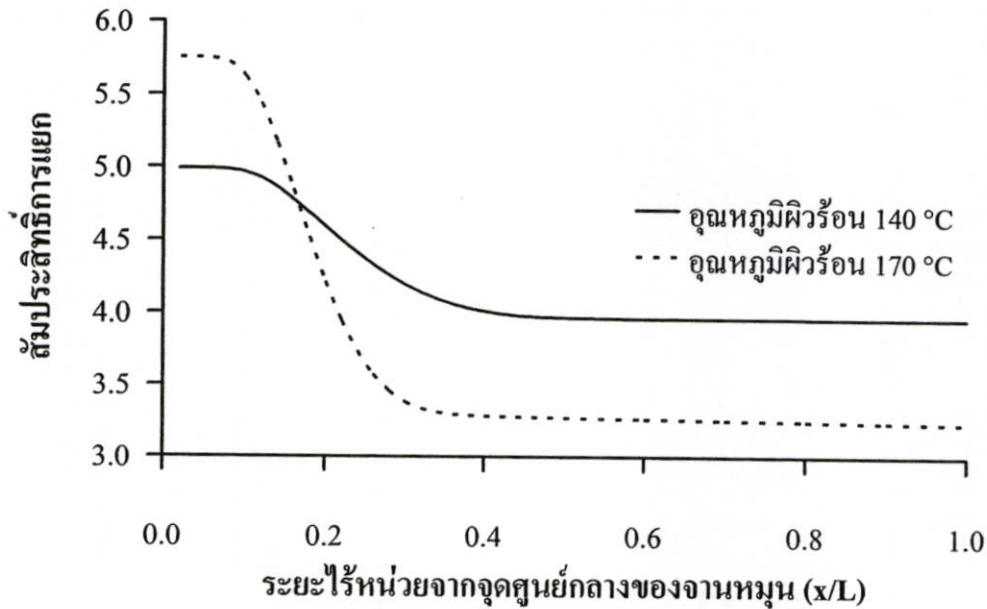
รูปที่ 4.19 อัตราการระเหยของ EHP กับ EHS ที่ระยะใดๆ บนผิวงานหมุน โดยมีอัตราการป้อนสาร 1.0 กรัมต่อวินาที ความเร็วรอบของงานหมุน 1,500 รอบต่อนาที อุณหภูมิสารป้อน และอุณหภูมิผิวร้อนเท่ากับ 60 และ 140 องศาเซลเซียส ตามลำดับ



รูปที่ 4.20 อัตราการระเหยของ EHP กับ EHS ที่ระยะใดๆ บนผิวงานหมุน โดยมีอัตราการป้อนสาร 1.0 กรัมต่อวินาที ความเร็วรอบของงานหมุน 1,500 รอบต่อนาที อุณหภูมิสารป้อน และ อุณหภูมิผิวร้อนเท่ากับ 60 และ 170 องศาเซลเซียส ตามลำดับ



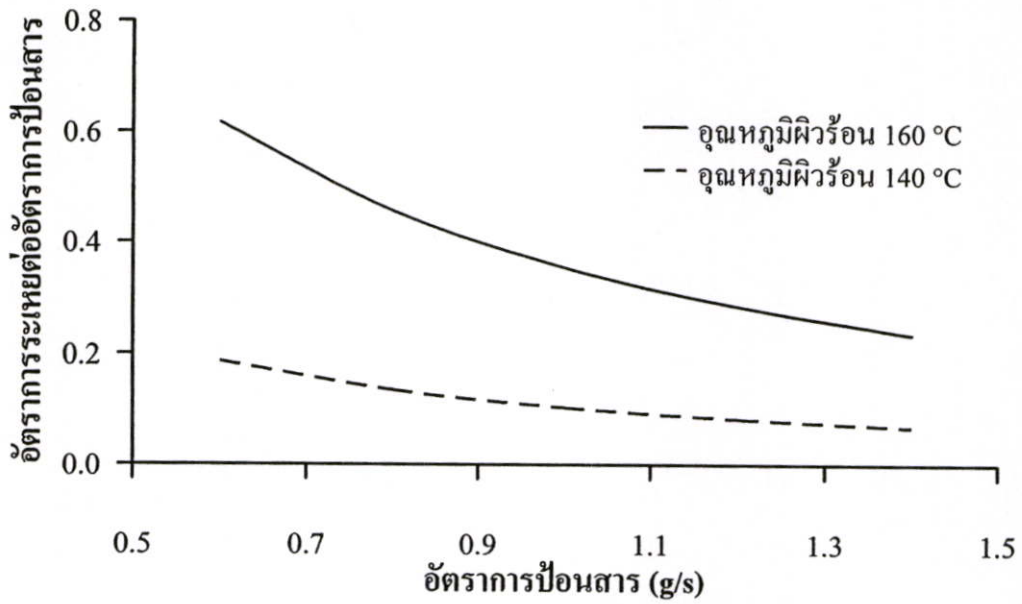
รูปที่ 4.21 การเปลี่ยนแปลงความเข้มข้นของ EHP ที่ผิวระเหยที่ระยะใดๆ บนผิวงานหมุน โดยมี อัตราการป้อนสาร 1.0 กรัมต่อวินาที ความเร็วรอบของงานหมุน 1,500 รอบต่อนาที และ อุณหภูมิสารป้อนเท่ากับ 60 องศาเซลเซียส



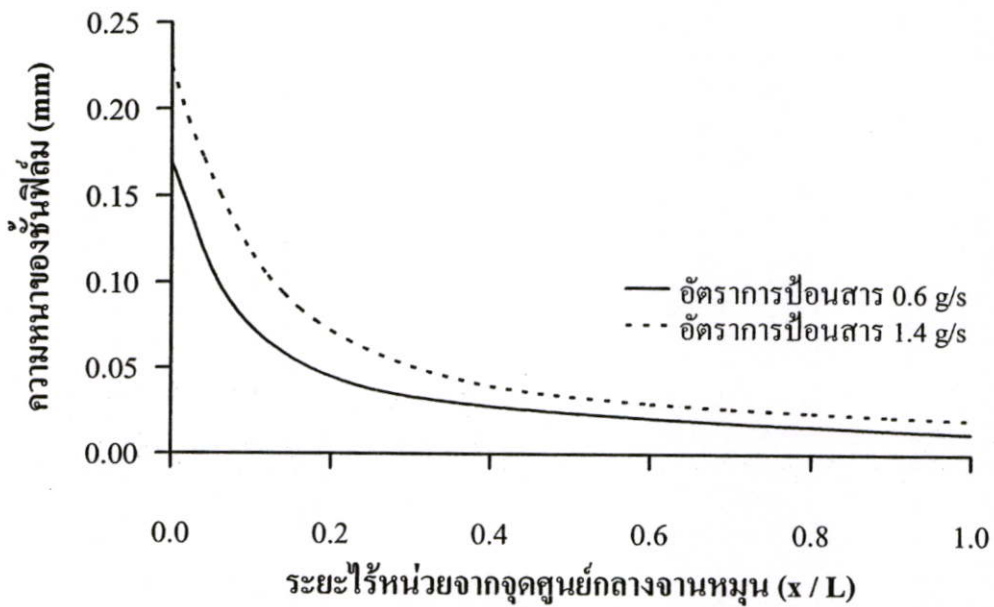
รูปที่ 4.22 สัมประสิทธิ์การแยกที่ระยะใดๆ บนผิวจานหมุน โดยมีอัตราการป้อนสาร 1.0 กรัมต่อวินาที อุณหภูมิสารป้อน 60 องศาเซลเซียส และความเร็วรอบของจานหมุนเท่ากับ 1,500 รอบต่อนาที

#### 4.2.4 ผลของอัตราการป้อนสาร

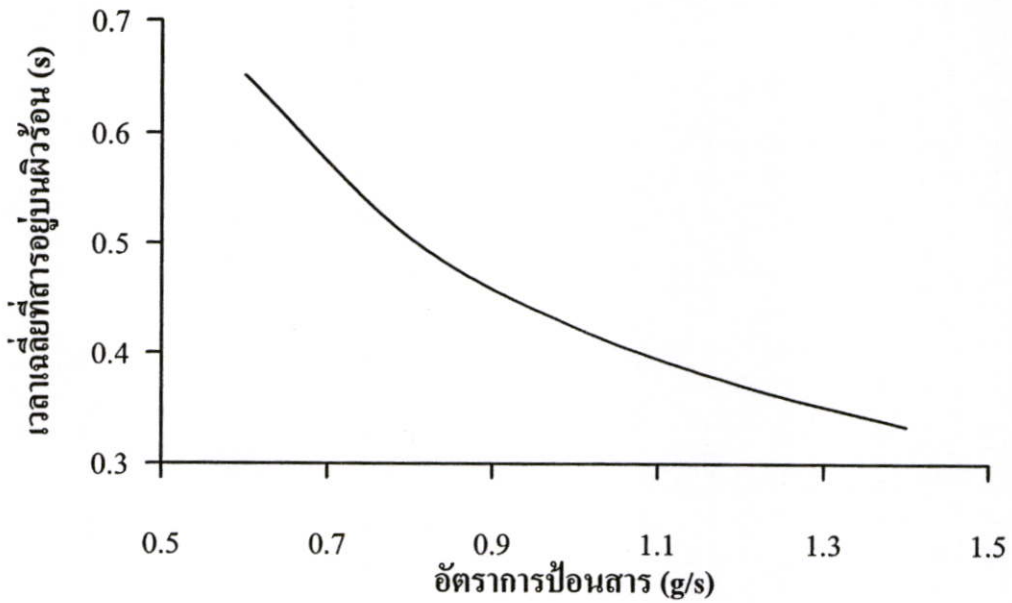
รูปที่ 4.23 แสดงผลจากการเพิ่มอัตราการป้อนสารที่ส่งผลต่ออัตราการระเหย พบว่า อัตราการป้อนสารเพิ่มขึ้นทำให้อัตราการระเหยลดลง โดยมีแนวโน้มเหมือนกันทุกอุณหภูมิผิวร้อน เป็นผลเนื่องมาจากเมื่อเพิ่มอัตราการป้อนสาร ส่งผลให้ความหนาของชั้นฟิล์มมีค่าเพิ่มขึ้น ดังแสดงในรูปที่ 4.24 และเมื่ออัตราการป้อนสารเพิ่มขึ้นเปรียบเสมือนการลดเวลาที่สารอยู่บนผิวร้อนให้สั้นลง ดังรูปที่ 4.25 โดยที่ผลจากการเพิ่มขึ้นของความหนาของชั้นฟิล์มและสารมีเวลาที่สัมผัสกับความร้อนที่สั้นลงเมื่อเพิ่มอัตราการป้อนสารนี้ ส่งผลให้การถ่ายเทพลังงานจากผิวร้อนไปยังผิวระเหยไม่ดี อุณหภูมิผิวระเหยเพิ่มขึ้นในอัตราที่ช้าลงเมื่อเพิ่มอัตราการป้อนสาร ดังแสดงในรูปที่ 4.26 ดังนั้น อัตราการระเหยจึงมีค่าลดลงเมื่อเพิ่มอัตราการป้อนสาร



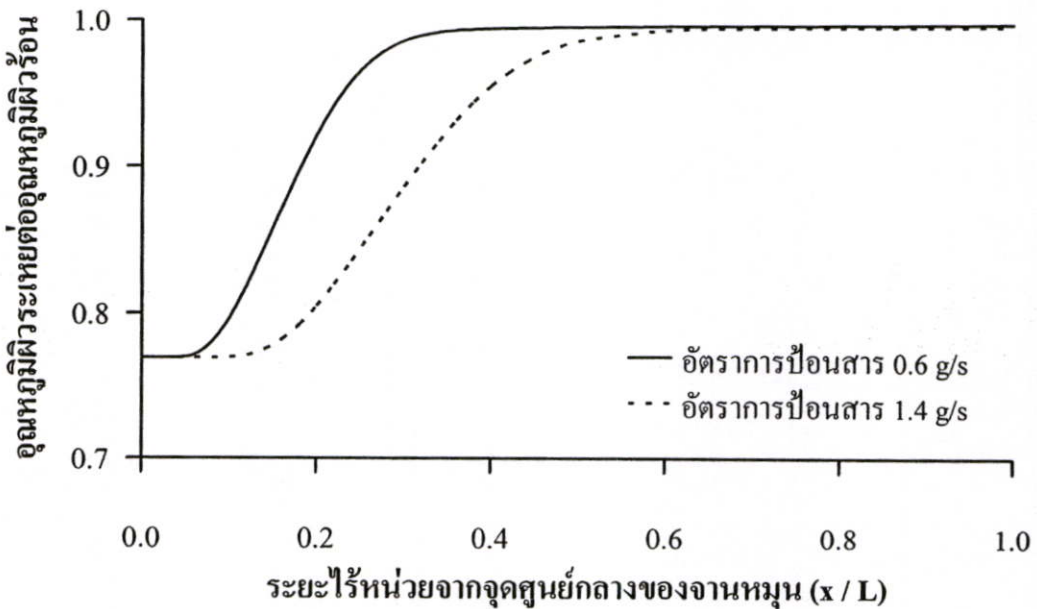
รูปที่ 4.23 อัตราการระเหยที่อัตราการป้อนสารใดๆ โดยมีอุณหภูมิสารป้อน 60 องศาเซลเซียส และความเร็วรอบของจานหมุนเท่ากับ 1,500 รอบต่อนาที



รูปที่ 4.24 ความหนาของชั้นฟิล์มที่ระยะใดๆ บนผิวจานหมุน โดยมีอุณหภูมิสารป้อน อุณหภูมิผิวร้อนเท่ากับ 60 และ 160 องศาเซลเซียส ตามลำดับ และความเร็วรอบของจานหมุน 1,500 รอบต่อนาที



รูปที่ 4.25 เวลาเฉลี่ยที่สารอยู่บนผิวร้อนที่อัตราการป้อนสารใดๆ โดยมีอุณหภูมิสารป้อน อุณหภูมิผิวร้อนเท่ากับ 60 และ 160 °C ตามลำดับ และความเร็วรอบของจานหมุนเท่ากับ 1,500 รอบต่อนาที



รูปที่ 4.26 การเปลี่ยนแปลงอุณหภูมิผิวระเหยที่ระยะใดๆ บนผิวจานหมุน โดยมีอุณหภูมิสารป้อน อุณหภูมิผิวร้อนเท่ากับ 60 และ 160 องศาเซลเซียส ตามลำดับ และความเร็วรอบของจานหมุนเท่ากับ 1,500 รอบต่อนาที

## บทที่ 5

### สรุปผล

จากโปรแกรมการจำลองของเครื่องกลั่น โมเลกุลชนิดหมุนเหวี่ยงที่สร้างขึ้น เมื่อนำมาจำลองผลการกลั่นสามารถสรุปผลได้ดังนี้

#### 5.1 การตรวจสอบความถูกต้องของแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ที่เลือกใช้ และโปรแกรมการจำลองที่สร้างขึ้น

โปรแกรมการจำลองของเครื่องกลั่น โมเลกุลชนิดหมุนเหวี่ยงที่สร้างขึ้น โดยอาศัยแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของ Bhandarkar และ Ferron [12] และใช้สมการอัตราการระเหยตามสมการของ Langmuir [11] สามารถใช้ทำนายอัตราการระเหยของสารได้ใกล้เคียงเมื่อระบบมีค่าความดันขณะทำการกลั่นที่ต่ำกว่า 0.1 Pa แต่เมื่อความดันของระบบขณะทำการกลั่นมีค่าสูงกว่า 0.1 Pa สมการอัตราการระเหยของ Langmuir ไม่สามารถใช้งานได้

#### 5.2 การปรับปรุงสมการอัตราการระเหย

จากข้อจำกัดของสมการอัตราการระเหยของ Langmuir ที่ไม่สามารถใช้งานได้เมื่อระบบมีค่าความดันที่สูง สมการอัตราการระเหยที่ปรับปรุงใหม่ในงานวิจัยนี้เพื่อแสดงความสัมพันธ์กับความดันของระบบขณะทำการกลั่น โดยอาศัยผลการทดลองของ Li และ Raj [15] คือ

$$E_{obs,i} = x_i P_i^s \sqrt{\frac{M_i}{2\pi RT_s}} \left( \frac{0.6702}{0.6108 + P^{0.2487}} \right)$$

เมื่อนำสมการอัตราการระเหยดังกล่าวไปประยุกต์ใช้ร่วมกับแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของ Bhandarkar และ Ferron [12] ที่ปรับปรุงแล้ว สามารถใช้ทำนายอัตราการกลั่นของสาร ได้ใกล้เคียงมากในช่วงความดันของการกลั่นมีค่าระหว่าง 0.1 – 1.0 Pa

### 5.3 การจำลองผลเพื่อศึกษาปัจจัยที่ส่งผลต่ออัตราการระเหย และค่าการเลือกของการกลั่น

ผลของตัวแปรที่ส่งผลต่ออัตราการระเหยและค่าการเลือกของการกลั่น EHP กับ EHS จากการจำลองพบว่า เมื่อเพิ่มมุมของจานหมุนส่งผลให้อัตราการระเหยมีค่าเพิ่มขึ้น โดยมุมของจานหมุนเพิ่มจาก 130 เป็น 170 องศา อัตราการระเหยเพิ่มขึ้นร้อยละ 12 ในส่วนความเร็วรอบของจานหมุน และอุณหภูมิสารป้อนมีผลต่ออัตราการระเหยน้อยมาก โดยเมื่อความเร็วรอบของจานหมุน เพิ่มจาก 1,200 รอบต่อนาที เป็น 1,600 รอบต่อนาที ตลอดทั้งอุณหภูมิของสารป้อน เพิ่มจาก 60 องศาเซลเซียส เป็น 100 องศาเซลเซียส ส่งผลให้อัตราการระเหยเพิ่มขึ้นร้อยละ 4 ผลจากการเพิ่มอุณหภูมิมีวุ้นร้อนมีผลต่ออัตราการระเหยและค่าการเลือกของการกลั่นเป็นอย่างมาก เมื่อเพิ่มอุณหภูมิ จาก 140 องศาเซลเซียส เป็น 170 องศาเซลเซียส ส่งผลให้อัตราการระเหยของสารเพิ่มมากถึง 5 เท่า แต่ค่าการเลือกของการกลั่นมีค่าลดลงจาก 3.2 เป็น 1.8 และเมื่ออัตราการป้อนสารเพิ่มขึ้นส่งผลให้อัตราการระเหยมีค่าลดลง โดยเมื่อเพิ่มอัตราการป้อนสารจาก 0.6 เป็น 1.4 กรัมต่อวินาที ทำให้อัตราการระเหยมีค่าลดลงร้อยละ 50

### 5.4 ข้อเสนอแนะเพิ่มเติม

การคำนวณสมการการเคลื่อนที่ตามแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของ Bhandarkar และ Ferron [12] ที่ได้นำเสนอไว้ นั้น จะใช้ค่าความหนืดเฉลี่ยในการคำนวณ แต่ที่ตำแหน่งป้อนสารถึงระยะช่วงกลางจานหมุน อุณหภูมิที่ผิวร้อนและผิวระเหยมีค่าที่แตกต่างกันมาก เป็นผลให้การใช้ค่าความหนืดเฉลี่ยเพื่อคำนวณค่าความเร็ว อาจมีความผิดพลาด ดังนั้นสมการการเคลื่อนที่ของของเหลวบนผิวจานหมุนจึงควรมีการปรับปรุง โดยใช้ค่าความหนืดที่ตำแหน่งใดๆตามแนวความหนาของชั้นฟิล์ม เพื่อให้การคำนวณค่าความเร็วมีความถูกต้องแม่นยำมากขึ้น

เมื่อพิจารณาสมการอัตราการระเหยที่ได้เสนอแนะขึ้นมาใหม่ในงานวิจัยนี้ โดยเป็นสูตรอย่างง่ายที่ได้จากการคำนวณแบบการลดรอบแบบไม่เชิงเส้นพบว่า เลขชี้กำลังของค่าความดันในสมการดังกล่าว มีค่าประมาณเศษหนึ่งส่วนสี่ ซึ่งอาจมีความหมายทางกายภาพ และอธิบายได้โดยทฤษฎีหรือแบบจำลองจลนพลศาสตร์ของก๊าซ ที่ควรได้รับการศึกษาเพิ่มเติม

## เอกสารอ้างอิง

- [1] Batistella, C.B., and Maciel, M.R.W. 1998. "Recovery of Carotenoids from Palm Oil by Molecular Distillation." **Computers and Chemical Engineering**. 22 : S53-S60.
- [2] Batistella, C.B., Moraes, E. B., Filho, R. M., and Maciel, M.R.W., 2002. "Molecular Distillation Process for Recovering Biodiesel and Carotenoids from Palm Oil." **Applied Biochemistry and Biotechnology**. 98-100 : 1149-1159.
- [3] Posada, L R., Shi, J., Kakuda, Y., and Xue, S. J. 2007. "Extraction of Trocoterienols from Palm Fatty acid Distillates using Molecular Distillation." **Separation and Purification Technology**. 57 : 218-227.
- [4] Fregolente, L.V., Batistella, C.B., Filho, R.M., and Maciel, M.R.W. 2005. "Response Surface Methodology Applied to Optimization of Distilled Monoglycerides Production." **JAOCs**. 82(9) : 673-678.
- [5] Perry, R. H. and Chilton, C. H. 1973. **Chemical Engineers' Handbook**. 5<sup>th</sup> ED. Kogakusha : Mc Graw-Hill. section. 13 : 55-60.
- [6] Present, R. D. 1958. **Kinetic Theory of Gas**. New York : Mc Graw-Hill. pp. 30-32.
- [7] Embree, N. D. 1941. "The Separation of Natural Components of Fats and Oil by Molecular Distillation." **Chemical Reviews**. 29(2) : 317-332.
- [8] Batistella, C.B., Moraes, E. B., Filho, R. M., and Maciel, M.R.W. 2002. "Molecular Distillation." **Applied Biochemistry and Biotechnology**. 98-100 : 1187-1206.
- [9] Inuzuka, M., Sugiyama, R., Saito, I., Yamada, I., Hiraoka, S., Ishikawa, H., and Banno, I. 1986. "Analysis of Heat and Mass Transfer in A Molecular Still." **Journal of Chemical Engineering of Japan**. 19(1) : 14-20.
- [10] Hickman, K. C. D. 1944. "High-Vacuum Short-Parth Distillation A Review." **Chemical Reviews**. 31(1) : 51-105.
- [11] Langmuir, I. 1913. "The Vapor Pressure of Metallic Tungsten." **The Physical Review**. 2(5) : 329-342.
- [12] Bhandakar, M., and Ferron, J.R. 1988. "Transport Processes in Thin Liquid Films during High-Vacuum Distillation." **Ind. Eng. Chem. Res.** 27 : 1016-1024.
- [13] Lutisan, J., and Cvengros, J. 1995. "Mean Free Path of Molecules on Molecular Distillation." **The Chemical Engineering Journal**. 56 : 39-50.

- [14] Batistella, C. B., Maciel, M.R.W., and , Filho, R. M. 2000. "Rigorous Modeling and Simulation of Molecular Distillators: Development of A Simulator under Conditions of Non Ideality of the Vapor Phase." **Computers and Chemical Engineering.** 24 :1309-1315.
- [15] Li, Z., and Raj, K. 2005. "Effect of Vacuum Level on Evaporation rate of Magnetic Fluids." **Journal of Magnetism and Magnetic Material.** 289 : 43-46.
- [16] Kaplon, J., Kawala, Z., and Skoczylas, A. 1986. "Evaporation rate of A Liquid from the Surface of A rotating Disc in High Vacuum." **Chemical Engineering Science.** 41(3) : 519-522
- [17] Trevoy, D. J. 1952. "Projective and Equilibrium Vapor-Liquid Relationship for two Binary Systems over an Extended Range." **Ind. Eng. Chem.** 44(8) :1888-1892.
- [18] Greenberg, D. 1972. "A Theoretical and Experimental Study of the Centrifugal Molecular Still." **AIChE Journal.** 18(2) : 269-276.
- [19] Rees, G. J. 1980. "Centrifugal Molecular Distillation-I." **Chemical Engineering Science.** 35 : 834-840.
- [20] Rees, G. J. 1980. "Centrifugal Molecular Distillation-II." **Chemical Engineering Science.** 35 : 841-845.
- [21] Ruckenstein, E., Hassink, W. J., and Gourisannkar, S. M. V. 1983. "The Combined Effect of Diffusion and Evaporation on the Molecular Distillation of Ideal Binary Liquid Mixtures." **Separation Science and Technology.** 18(6) : 523-545.
- [22] Batistella, C. B., and Maciel, M.R.W. 1996. "Modeling, Simulation and Analysis of Molecular Distillator: Centrifugal and Falling Film." **Computers and Chemical Engineering.** 20 : S19-S24.
- [23] Hoffman, J. D. 2001. **Numerical Methods for Engineers and Scientists.** New York : Marcel Dekker, Inc., 2<sup>nd</sup> ED. pp. 587-650.
- [24] Bhandakar, M. 1985. "Improved Analysis of the Centrifugal Molecular Still." Master thesis, University of Rochester, Rochester. pp. 66
- [25] Kister, H. Z. 1992. **Distillation Design.** New York : Mc Graw-Hill., pp. 7-10.
- [26] Bird, R. B., Stewart, W. E., and, Lighfoot, E. N. 2007. **Transport Phenomena.** 2<sup>nd</sup> ED. New York : John Wiley & Sons. pp 807-871.
- [27] Yaws, C. L. 1999. **Chemical Properties Handbook.** New York : Mc Graw-Hill.

- [28] Perry, E. S., and Weber, W. H. 1949. "Vapor Pressures of Phlegmatic Liquids II High Molecular Weight Esters and Silicone Oils." **Journal of the American Chemical Society**. 71 : 3726-3730.
- [29] Ihmels, E. C., and Gmehling, J. 2003. "Extension and Revision of the Group Contribution Method GCVOL for the Prediction of Pure Compound Liquid Densities." **Ind. Eng. Chem. Res.** 42 : 408-412
- [30] Bried, E. M., Kidder, H. F., Murphy, C. M., and Zisman, W. A. 1947. "Synthetic Lubricant Fluids from Branched-Chain Diesters." **Ind. Eng. Chem.** 39(4) : 484-491.
- [31] Sinnott, R. K. 2005. **Coulson&Richardson's Chemical Engineering : Chemical Engineering Design**, vol. 6, 4<sup>th</sup>. ED, New York : Elsevier Butterworth-Heinemann. Pp. 321.
- [32] Cvengros, J., Micov, M., and Lutisan, L. 2000. "Modelling of Fractionation in a Molecular Evaporator with Divided Condenser." **Chemical Engineering and Processing**. 39(3) :191-199.
- [33] Reddy, K. A., and Doraiswamy, L. K. 1967. "Estimating Liquid Diffusivity." **Ind. Eng. Chem. Fund.** 6(1) : 77-79.
- [34] Leffler, J., and Cullinan, H. T. 1970. "Variation of Liquid Diffusion Coefficient with Composition." **Ind. Eng. Chem. Fund.** 9(1) : 84-88.

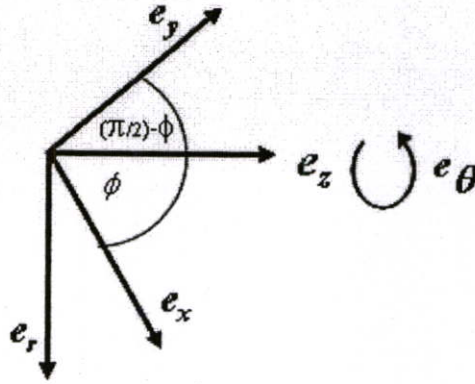
ภาคผนวก

ภาคผนวก ก

**การเปลี่ยนระบบทรงกระบอกเป็นระบบพิกัดฉาก**

### ก.1 ความสัมพันธ์ของระบบแกนทรงกระบอกรับกับระบบแกนพิกัดฉาก

เมื่อพิจารณาจากรูปที่ 2.4 จะได้ความสัมพันธ์ของเวกเตอร์หนึ่งหน่วย (Unit vectors) แสดงดังรูป ก.1



รูปที่ ก.1 ระบบแกนของเครื่องกลั่น โมเลกุลชนิดหมุนเหวี่ยง

การเปลี่ยนระบบแกนจากระบบแกนทรงกระบอกรับเป็นระบบแกนพิกัดฉาก ต้องทำการเปลี่ยนเวกเตอร์หนึ่งหน่วยและสมการอนุพันธ์ย่อย ดังนั้นจากรูป ก.1 จะได้ความสัมพันธ์ คือ

$$e_x = e_z \cos \phi + e_r \sin \phi \quad (\text{ก.1})$$

$$e_y = e_z \sin \phi - e_r \cos \phi \quad (\text{ก.2})$$

$$e_r = e_x \sin \phi - e_y \cos \phi \quad (\text{ก.3})$$

$$e_z = e_x \cos \phi + e_y \sin \phi \quad (\text{ก.4})$$

โดยที่ สมการอนุพันธ์ย่อยของ  $e_x, e_y, e_\theta$  เมื่อเทียบกับ  $x$  หรือ  $y$  จะมีค่าเท่ากับ 0 และเมื่อเทียบกับ  $\theta$  แสดงได้ดังนี้

$$\frac{\partial e_x}{\partial \theta} = \sin \phi \frac{\partial e_r}{\partial \theta} = e_\theta \sin \phi \quad (\text{ก.5})$$

$$\frac{\partial e_y}{\partial \theta} = -\cos \phi \frac{\partial e_r}{\partial \theta} = e_\theta (-\cos \phi) \quad (\text{ก.6})$$

$$\frac{\partial e_\theta}{\partial \theta} = -e_r = e_y \cos \phi - e_x \sin \phi \quad (\text{ก.7})$$

จากสมการ (ก.5) ถึง (ก.7) เป็นจริงเมื่อระบบแกนเป็นทรงกระบอกรับ  $(r, \theta, z)$  โดยมีค่าสมการอนุพันธ์ย่อยของ  $e_r, e_\theta$  เมื่อเทียบกับ  $\theta$  เป็น

$$\frac{\partial e_r}{\partial \theta} = e_\theta \quad \text{และ} \quad \frac{\partial e_\theta}{\partial \theta} = -e_r$$

## ก.2 ความสัมพันธ์ของสมการความต่อเนื่อง

สมการความต่อเนื่อง [26] แสดงดังสมการ (ก.8)

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot \rho V = 0 \quad (\text{ก.8})$$

เมื่อระบบมีสถานะคงที่ และ  $\rho$  คงที่ สมการ(ก.8) สามารถลดรูปได้เป็น

$$\nabla \cdot V = 0 \quad (\text{ก.9})$$

โดยที่ Vector differential operator ( $\nabla$ ) สำหรับระบบแกนทรงกระบอก [26] คือ

$$\nabla = e_r \frac{\partial}{\partial r} + e_\theta \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial \theta} + e_z \frac{\partial}{\partial z} \quad (\text{ก.10})$$

จากความสัมพันธ์สำหรับระบบแกนทรงกระบอกและระบบแกนพิกัดฉากดังแสดงในรูป ก.1 เมื่อ  $\psi(r, \theta, z) = \chi(x, y, \theta)$  จากกฎลูกโซ่ (Chain rule) [26] จะได้

$$\left( \frac{\partial \psi}{\partial r} \right)_{\theta, z} = \left( \frac{\partial \chi}{\partial r} \right)_{\theta, z} \left( \frac{\partial \chi}{\partial x} \right)_{y, \theta} + \left( \frac{\partial \chi}{\partial r} \right)_{\theta, z} \left( \frac{\partial \chi}{\partial y} \right)_{x, \theta} + \left( \frac{\partial \chi}{\partial r} \right)_{\theta, z} \left( \frac{\partial \chi}{\partial \theta} \right)_{x, y} \quad (\text{ก.11})$$

ดังนั้น สามารถเปลี่ยนสมการอนุพันธ์ย่อยจากระบบแกนทรงกระบอก ให้อยู่ในระบบแกนพิกัดฉาก โดยอาศัยความสัมพันธ์จากกฎลูกโซ่ ได้เป็น

$$\frac{\partial}{\partial r} = \sin \phi \frac{\partial}{\partial x} - \cos \phi \frac{\partial}{\partial y} + (0) \frac{\partial}{\partial \theta} = \sin \phi \frac{\partial}{\partial x} - \cos \phi \frac{\partial}{\partial y} \quad (\text{ก.12})$$

$$\frac{\partial}{\partial z} = \cos \phi \frac{\partial}{\partial x} + \sin \phi \frac{\partial}{\partial y} + (0) \frac{\partial}{\partial \theta} = \cos \phi \frac{\partial}{\partial x} + \sin \phi \frac{\partial}{\partial y} \quad (\text{ก.13})$$

แทนสมการ (ก.3) (ก.4) (ก.12) และ(ก.13) ลงในสมการ (ก.10) สามารถเปลี่ยน  $\nabla$  จากระบบแกนทรงกระบอกให้อยู่ในระบบแกนพิกัดฉากได้ดังนี้

$$\nabla = (e_x \sin \phi - e_y \cos \phi) \left( \sin \phi \frac{\partial}{\partial x} - \cos \phi \frac{\partial}{\partial y} \right) + (e_x \cos \phi + e_y \sin \phi) \left( \cos \phi \frac{\partial}{\partial x} + \sin \phi \frac{\partial}{\partial y} \right) + \left( \frac{e_\theta}{r} \frac{\partial}{\partial \theta} \right) \quad (\text{ก.14})$$

$$\nabla = e_x \sin^2 \phi \frac{\partial}{\partial x} - e_y (\cos \phi) \sin \phi \frac{\partial}{\partial x} - e_x (\cos \phi) \sin \phi \frac{\partial}{\partial y} + e_y \cos^2 \phi \frac{\partial}{\partial y} + \frac{e_\theta}{r} \frac{\partial}{\partial \theta} + e_x \cos^2 \phi \frac{\partial}{\partial x} - e_y (\cos \phi) \sin \phi \frac{\partial}{\partial x} - e_x (\cos \phi) \sin \phi \frac{\partial}{\partial y} + e_y \sin^2 \phi \frac{\partial}{\partial y} \quad (\text{ก.15})$$

ดังนั้นจะได้  $\nabla$  ที่เปลี่ยนจากระบบแกนทรงกระบอกให้อยู่ในระบบแกนพิกัดฉากโดยมีระบบแกนแสดงดังรูป ก.1 ได้เป็น

$$\nabla = e_x \frac{\partial}{\partial x} + e_y \frac{\partial}{\partial y} + \frac{e_\theta}{r} \frac{\partial}{\partial \theta} \quad (\text{ก.16})$$

จากสมการ (ก.16) เมื่อ  $V = (e_x u + e_y v + e_\theta w)$  จะได้ ไดเวอร์เจนซ์ของ  $V$  ( $\nabla \cdot V$ ) คือ

$$\nabla \cdot V = \left( e_x \frac{\partial}{\partial x} + e_y \frac{\partial}{\partial y} + \frac{e_\theta}{r} \frac{\partial}{\partial \theta} \right) \cdot (e_x u + e_y v + e_\theta w) \quad (\text{ก.17})$$

$$\nabla \cdot V = e_x \cdot e_x \frac{\partial u}{\partial x} + e_y \cdot e_x \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{e_\theta}{r} \frac{\partial}{\partial \theta} (e_x u) + e_x \cdot e_y \frac{\partial v}{\partial x} + e_y \cdot e_y \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{e_\theta}{r} \frac{\partial}{\partial \theta} (e_y v) + e_x \cdot e_\theta \frac{\partial w}{\partial x} + e_y \cdot e_\theta \frac{\partial w}{\partial y} + \frac{e_\theta}{r} \frac{\partial}{\partial \theta} (e_\theta w) \quad (\text{ก.18})$$

$$\nabla \cdot V = \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{e_\theta \cdot e_x}{r} \frac{\partial u}{\partial \theta} + \frac{e_\theta \cdot e_\theta u \sin \phi}{r} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{e_\theta \cdot e_y}{r} \frac{\partial v}{\partial \theta} + \frac{e_\theta \cdot e_\theta (-\cos \phi) v}{r} + \frac{e_\theta \cdot e_\theta}{r} \frac{\partial w}{\partial \theta} + \frac{w}{r} e_\theta (e_y \cos \phi - e_x \sin \phi) \quad (\text{ก.19})$$

ดังนั้น  $\nabla \cdot V$  เป็น

$$\nabla \cdot V = \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{u \sin \phi}{r} + \frac{\partial v}{\partial y} - \frac{v \cos \phi}{r} + \frac{1}{r} \frac{\partial w}{\partial \theta} \quad (\text{ก.20})$$

แทนค่าสมการ(ก.20) ลงในสมการ (ก.9) จะได้สมการความต่อเนื่อง ดังนี้

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{u \sin \phi}{r} + \frac{\partial v}{\partial y} - \frac{v \cos \phi}{r} + \frac{1}{r} \frac{\partial w}{\partial \theta} = 0 \quad (\text{ก.21})$$

สมมติให้ ระบบสมมาตร จะได้  $\frac{1}{r} \frac{\partial w}{\partial \theta} = 0$  และความหนาของชั้นฟิล์มมีค่าน้อยมากเมื่อเทียบกับ ความยาวตามแนวรัศมีงานหมุน จะได้  $r = x \sin \phi$  ดังนั้นจะได้สมการความต่อเนื่องในระบบพิกัดฉากเป็น

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{u}{x} + \frac{\partial v}{\partial y} - \frac{v \cot \phi}{x} = 0 \quad (\text{ก.22})$$

### ก.3 ความสัมพันธ์ของสมการการเคลื่อนที่

สมการนาเวีย สโตกส์ (Navier-Stokes equation) [26] แสดงดังสมการ (ก.23)

$$\rho \left( \frac{\partial V}{\partial t} + V \cdot \nabla V \right) = -\nabla P + \nabla \cdot \mu \nabla V + \rho g \quad (\text{ก.23})$$

จากสมการ (ก.23) เมื่อกำหนดให้ระบบมีสถานะคงที่ ผลจากแรงโน้มถ่วงของโลกที่กระทำต่อของเหลวมีค่าน้อยมาก ไม่มีเกรเดียนต์ของความดัน และค่าความหนืดไม่มีการเปลี่ยนแปลง ดังนั้นสามารถลดรูปสมการนาเวีย สโตกส์ ในสมการ (ก.23) ได้เป็น

$$\rho(V \cdot \nabla V) = \mu(\nabla^2 V) \quad (\text{ก.24})$$

จาก  $\nabla$  ในสมการ (ก.16) จะได้เกรเดียนต์ของเวกเตอร์ ( $\nabla V$ ) เป็น

$$\nabla V = \left( e_x \frac{\partial}{\partial x} + e_y \frac{\partial}{\partial y} + \frac{e_\theta}{r} \frac{\partial}{\partial \theta} \right) (e_x u + e_y v + e_\theta w) \quad (\text{ก.25})$$

$$\begin{aligned} \nabla V = & e_x \frac{\partial(e_x u)}{\partial x} + e_x \frac{\partial(e_y v)}{\partial x} + e_x \frac{\partial(e_\theta w)}{\partial x} + e_y \frac{\partial(e_x u)}{\partial y} + e_y \frac{\partial(e_y v)}{\partial y} + e_y \frac{\partial(e_\theta w)}{\partial y} + \\ & \frac{e_\theta}{r} \frac{\partial}{\partial \theta} (e_x u) + \frac{e_\theta}{r} \frac{\partial}{\partial \theta} (e_y v) + \frac{e_\theta}{r} \frac{\partial}{\partial \theta} (e_\theta w) \end{aligned} \quad (\text{ก.26})$$

$$\nabla V = e_x e_x \frac{\partial u}{\partial x} + e_x e_y \frac{\partial v}{\partial x} + e_x e_\theta \frac{\partial w}{\partial x} + e_y e_x \frac{\partial u}{\partial y} + e_y e_y \frac{\partial v}{\partial y} + e_y e_\theta \frac{\partial w}{\partial y} + \frac{e_\theta e_x}{r} \frac{\partial u}{\partial \theta} + \frac{e_\theta e_\theta (u \sin \phi)}{r} + \frac{e_\theta e_y}{r} \frac{\partial v}{\partial \theta} - \frac{e_\theta e_\theta (v \cos \phi)}{r} + \frac{e_\theta e_\theta}{r} \frac{\partial w}{\partial \theta} - \frac{e_\theta e_r}{r} \frac{w}{r} \quad (\text{ก.27})$$

ดังนั้นจะได้  $\nabla V$  เป็น

$$\nabla V = e_x e_x \frac{\partial u}{\partial x} + e_x e_y \frac{\partial v}{\partial x} + e_x e_\theta \frac{\partial w}{\partial x} + e_y e_x \frac{\partial u}{\partial y} + e_y e_y \frac{\partial v}{\partial y} + e_y e_\theta \frac{\partial w}{\partial y} + \frac{e_\theta e_x}{r} \frac{\partial u}{\partial \theta} + \frac{e_\theta e_\theta (u \sin \phi)}{r} + \frac{e_\theta e_y}{r} \frac{\partial v}{\partial \theta} - \frac{e_\theta e_\theta (v \cos \phi)}{r} + \frac{e_\theta e_\theta}{r} \frac{\partial w}{\partial \theta} + e_\theta e_y \frac{w \cos \phi}{r} - e_\theta e_x \frac{w \sin \phi}{r} \quad (\text{ก.28})$$

จากสมการ(ก.28)จะได้  $V \cdot \nabla V$  คือ

$$V \cdot \nabla V = (e_x u + e_y v + e_\theta w) \cdot \left[ e_x e_x \frac{\partial u}{\partial x} + e_x e_y \frac{\partial v}{\partial x} + e_x e_\theta \frac{\partial w}{\partial x} + e_y e_x \frac{\partial u}{\partial y} + e_y e_y \frac{\partial v}{\partial y} + e_y e_\theta \frac{\partial w}{\partial y} + \frac{e_\theta e_x}{r} \frac{\partial u}{\partial \theta} + \frac{e_\theta e_\theta (u \sin \phi)}{r} + \frac{e_\theta e_y}{r} \frac{\partial v}{\partial \theta} - \frac{e_\theta e_\theta (v \cos \phi)}{r} + \frac{e_\theta e_\theta}{r} \frac{\partial w}{\partial \theta} + e_\theta e_y \frac{w \cos \phi}{r} - e_\theta e_x \frac{w \sin \phi}{r} \right] \quad (\text{ก.29})$$

$$V \cdot \nabla V = e_x u \frac{\partial u}{\partial x} + e_y u \frac{\partial v}{\partial x} + e_\theta u \frac{\partial w}{\partial x} + e_x v \frac{\partial u}{\partial y} + e_y v \frac{\partial v}{\partial y} + e_\theta v \frac{\partial w}{\partial y} + e_x \frac{w}{r} \frac{\partial u}{\partial \theta} - e_x \frac{w^2}{r} \sin \phi + e_y \frac{w}{r} \frac{\partial v}{\partial \theta} + e_y \frac{w^2}{r} \cos \phi + e_\theta \frac{w u}{r} \sin \phi - e_\theta \frac{w v}{r} \cos \phi + e_\theta \frac{w}{r} \frac{\partial w}{\partial \theta} \quad (\text{ก.30})$$

จาก  $\nabla$  แสดงดังสมการ (ก.16) จะได้  $\nabla \cdot \nabla$  หรือ  $\nabla^2$  เป็น

$$\nabla^2 = \left( e_x \frac{\partial}{\partial x} + e_y \frac{\partial}{\partial y} + \frac{e_\theta}{r} \frac{\partial}{\partial \theta} \right) \cdot \left( e_x \frac{\partial}{\partial x} + e_y \frac{\partial}{\partial y} + \frac{e_\theta}{r} \frac{\partial}{\partial \theta} \right) \quad (\text{ก.31})$$

$$\nabla^2 = e_x \frac{\partial}{\partial x} \left( e_x \frac{\partial}{\partial x} \right) + e_x \frac{\partial}{\partial x} \left( e_y \frac{\partial}{\partial y} \right) + e_x \frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{e_\theta}{r} \frac{\partial}{\partial \theta} \right) + e_y \frac{\partial}{\partial y} \left( e_x \frac{\partial}{\partial x} \right) + e_y \frac{\partial}{\partial y} \left( e_y \frac{\partial}{\partial y} \right) + e_y \frac{\partial}{\partial y} \left( \frac{e_\theta}{r} \frac{\partial}{\partial \theta} \right) + \frac{e_\theta}{r} \frac{\partial}{\partial \theta} \left( e_x \frac{\partial}{\partial x} \right) + \frac{e_\theta}{r} \frac{\partial}{\partial \theta} \left( e_y \frac{\partial}{\partial y} \right) + \frac{e_\theta}{r} \frac{\partial}{\partial \theta} \left( \frac{e_\theta}{r} \frac{\partial}{\partial \theta} \right) \quad (\text{ก.32})$$

ดังนั้นจะได้  $\nabla^2$  คือ

$$\nabla^2 = \left( \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\sin \phi}{r} \frac{\partial}{\partial x} - \frac{\cos \phi}{r} \frac{\partial}{\partial y} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2}{\partial \theta^2} \right) \quad (\text{ก.33})$$

และ ลาปลาเซียนของสนามเวกเตอร์ (Laplacian of vector field,  $\nabla^2 V$ ) แสดงดังนี้

$$\nabla^2 V = \left( \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\sin \phi}{r} \frac{\partial}{\partial x} - \frac{\cos \phi}{r} \frac{\partial}{\partial y} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2}{\partial \theta^2} \right) (e_x u + e_y v + e_\theta w) \quad (\text{ก.34})$$

$$\begin{aligned} \nabla^2 V = & \left( e_x \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{e_x \partial^2 u}{\partial y^2} + \frac{e_x \sin \phi}{r} \frac{\partial u}{\partial x} - \frac{e_x \cos \phi}{r} \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 (e_x u)}{\partial \theta^2} \right) + \\ & \left( e_y \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{e_y \partial^2 v}{\partial y^2} + \frac{e_y \sin \phi}{r} \frac{\partial v}{\partial x} - \frac{e_y \cos \phi}{r} \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 (e_y v)}{\partial \theta^2} \right) + \\ & \left( e_\theta \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \frac{e_\theta \partial^2 w}{\partial y^2} + \frac{e_\theta \sin \phi}{r} \frac{\partial w}{\partial x} - \frac{e_\theta \cos \phi}{r} \frac{\partial w}{\partial y} + \frac{e_\theta}{r^2} \frac{\partial^2 w}{\partial \theta^2} \right) \end{aligned} \quad (\text{ก.35})$$

$$\begin{aligned} \nabla^2 V = & \left( e_x \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{e_x \partial^2 u}{\partial y^2} + \frac{e_x \sin \phi}{r} \frac{\partial u}{\partial x} - \frac{e_x \cos \phi}{r} \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{u}{r^2} \frac{\partial}{\partial \theta} \left( \frac{\partial e_x}{\partial \theta} \right) + \frac{e_x}{r^2} \frac{\partial}{\partial \theta} \left( \frac{\partial u}{\partial \theta} \right) \right) + \\ & \left( e_y \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{e_y \partial^2 v}{\partial y^2} + \frac{e_y \sin \phi}{r} \frac{\partial v}{\partial x} - \frac{e_y \cos \phi}{r} \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{v}{r^2} \frac{\partial}{\partial \theta} \left( \frac{\partial e_y}{\partial \theta} \right) + \frac{e_y}{r^2} \frac{\partial}{\partial \theta} \left( \frac{\partial v}{\partial \theta} \right) \right) + \\ & \left( e_\theta \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \frac{e_\theta \partial^2 w}{\partial y^2} + \frac{e_\theta \sin \phi}{r} \frac{\partial w}{\partial x} - \frac{e_\theta \cos \phi}{r} \frac{\partial w}{\partial y} + \frac{e_\theta}{r^2} \frac{\partial^2 w}{\partial \theta^2} \right) \end{aligned} \quad (\text{ก.36})$$

$$\begin{aligned} \nabla^2 V = & \left( e_x \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{e_x \partial^2 u}{\partial y^2} + \frac{e_x \sin \phi}{r} \frac{\partial u}{\partial x} - \frac{e_x \cos \phi}{r} \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{u \sin \phi}{r^2} \frac{\partial e_\theta}{\partial \theta} + \frac{e_x}{r^2} \frac{\partial^2 u}{\partial \theta^2} \right) + \\ & \left( e_y \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{e_y \partial^2 v}{\partial y^2} + \frac{e_y \sin \phi}{r} \frac{\partial v}{\partial x} - \frac{e_y \cos \phi}{r} \frac{\partial v}{\partial y} - \frac{v \cos \phi}{r^2} \frac{\partial e_\theta}{\partial \theta} + \frac{e_y}{r^2} \frac{\partial^2 v}{\partial \theta^2} \right) + \\ & \left( e_\theta \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \frac{e_\theta \partial^2 w}{\partial y^2} + \frac{e_\theta \sin \phi}{r} \frac{\partial w}{\partial x} - \frac{e_\theta \cos \phi}{r} \frac{\partial w}{\partial y} + \frac{e_\theta}{r^2} \frac{\partial^2 w}{\partial \theta^2} \right) \end{aligned} \quad (\text{ก.37})$$

$$\begin{aligned} \nabla^2 V = & \left( e_x \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{e_x \partial^2 u}{\partial y^2} + \frac{e_x \sin \phi}{r} \frac{\partial u}{\partial x} - \frac{e_x \cos \phi}{r} \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{u \sin \phi}{r^2} (e_y \cos \phi - e_x \sin \phi) + \frac{e_x}{r^2} \frac{\partial^2 u}{\partial \theta^2} \right) + \\ & \left( e_y \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{e_y \partial^2 v}{\partial y^2} + \frac{e_y \sin \phi}{r} \frac{\partial v}{\partial x} - \frac{e_y \cos \phi}{r} \frac{\partial v}{\partial y} - \frac{v \cos \phi}{r^2} (e_y \cos \phi - e_x \sin \phi) + \frac{e_y}{r^2} \frac{\partial^2 v}{\partial \theta^2} \right) + \\ & \left( e_\theta \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \frac{e_\theta \partial^2 w}{\partial y^2} + \frac{e_\theta \sin \phi}{r} \frac{\partial w}{\partial x} - \frac{e_\theta \cos \phi}{r} \frac{\partial w}{\partial y} + \frac{e_\theta}{r^2} \frac{\partial^2 w}{\partial \theta^2} \right) \end{aligned} \quad (ก.38)$$

ดังนั้นเมื่อแทนสมการ (ก.30) และ (ก.38) ลงในสมการ (ก.24) จะได้สมการการเคลื่อนที่ในแนวแกน x เป็น

$$\rho \left( u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{w}{r} \frac{\partial u}{\partial \theta} - \frac{w^2}{r} \sin \phi \right) = \mu \left[ \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \frac{\sin \phi}{r} \frac{\partial u}{\partial x} - \frac{\cos \phi}{r} \frac{\partial u}{\partial y} - \frac{u \sin^2 \phi}{r^2} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 u}{\partial \theta^2} + \frac{v(\cos \phi) \sin \phi}{r^2} \right] \quad (ก.39)$$

สมการการเคลื่อนที่ในแนวแกน y เป็น

$$\rho \left( u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{w}{r} \frac{\partial v}{\partial \theta} + \frac{w^2}{r} \cos \phi \right) = \mu \left[ \frac{u(\sin \phi) \cos \phi}{r^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} + \frac{\sin \phi}{r} \frac{\partial v}{\partial x} - \frac{\cos \phi}{r} \frac{\partial v}{\partial y} - \frac{v \cos^2 \phi}{r^2} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 v}{\partial \theta^2} \right] \quad (ก.40)$$

จากสมการการเคลื่อนที่ในแนวแกน x ในสมการ (ก.39) เมื่อระบบแกนสมมาตร ค่าความหนาของชั้นฟิล์มมีค่าน้อยมากเมื่อเทียบกับความยาวตามแนวรัศมีงานหมุน และกำหนดให้  $w = \Omega x \sin \phi$  จะได้

$$\rho \left( u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} - \frac{(\Omega x \sin \phi)^2}{x \sin \phi} \sin \phi \right) = \mu \left[ \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \frac{\sin \phi}{x \sin \phi} \frac{\partial u}{\partial x} - \frac{\cos \phi}{x \sin \phi} \frac{\partial u}{\partial y} - \frac{u \sin^2 \phi}{(x \sin \phi)^2} + \frac{v(\cos \phi) \sin \phi}{(x \sin \phi)^2} \right] \quad (ก.41)$$

$$\rho \left( u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} - (\Omega \sin \phi)^2 x \right) = \mu \left( \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \frac{1}{x} \frac{\partial u}{\partial x} - \frac{\cot \phi}{x} \frac{\partial u}{\partial y} - \frac{u}{(x)^2} + \frac{v(\cot \phi)}{(x)^2} \right) \quad (ก.42)$$

จากสมการ (ก.42) เมื่อพิจารณาพจน์ทางด้านซ้ายมือของสมการจะพบว่า  $u \frac{\partial u}{\partial x}, v \frac{\partial u}{\partial y} \ll (\Omega \sin \phi)^2 x$  และเมื่อพิจารณาพจน์ทางด้านขวามือของสมการดังกล่าว พบว่า

$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}, \frac{1}{x} \frac{\partial u}{\partial x}, \frac{\cot \phi}{x} \frac{\partial u}{\partial y}, \frac{u}{(x)^2}, \frac{v(\cot \phi)}{(x)^2} \ll \frac{\partial^2 u}{\partial y^2}$  ดังนั้นจากสมการ (ก.42) จะได้สมการการเคลื่อนที่ตามแนวแกน x ที่เขียนให้อยู่ในระบบพิกัดฉากโดยมีระบบแกนแสดงดังรูป ก.1 ได้เป็น

$$\rho \left( -(\Omega \sin \phi)^2 x \right) = \mu \left( \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \right) \quad (\text{ก.43})$$

#### ก.4 สมการดุลพลังงาน

สมการสำหรับอธิบายการดุลพลังงาน[26] แสดงดังสมการ (ก.44)

$$V \cdot \nabla T = \alpha \nabla^2 T \quad (\text{ก.44})$$

จากสมการ (ก.16) จะได้  $V \cdot \nabla T$  เป็น

$$V \cdot \nabla T = (e_x u + e_y v + e_\theta w) \cdot \left( e_x \frac{\partial T}{\partial x} + e_y \frac{\partial T}{\partial y} + \frac{e_\theta}{r} \frac{\partial T}{\partial \theta} \right) \quad (\text{ก.45})$$

$$V \cdot \nabla T = \left( u \frac{\partial T}{\partial x} + v \frac{\partial T}{\partial y} + \frac{w}{r} \frac{\partial T}{\partial \theta} \right) \quad (\text{ก.46})$$

และจากสมการ(ก.33) จะได้  $\nabla^2 T$  เป็น

$$\nabla^2 T = \left( \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + \frac{\sin \phi}{r} \frac{\partial T}{\partial x} - \frac{\cos \phi}{r} \frac{\partial T}{\partial y} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 T}{\partial \theta^2} \right) \quad (\text{ก.47})$$

แทนสมการที่ (ก.46) และ (ก.47) ลงในสมการ(ก.44) จะได้ สมการการดุลพลังงานเป็น

$$\left( u \frac{\partial T}{\partial x} + v \frac{\partial T}{\partial y} + \frac{w}{r} \frac{\partial T}{\partial \theta} \right) = \alpha \left( \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + \frac{\sin \phi}{r} \frac{\partial T}{\partial x} - \frac{\cos \phi}{r} \frac{\partial T}{\partial y} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 T}{\partial \theta^2} \right) \quad (\text{ก.48})$$

จากสมมติฐาน ระบบแกนสมมาตร ค่าความหนาของชั้นฟิล์มมีค่าน้อยมากเมื่อเทียบกับความยาวตามแนวรัศมีงานหมุน และ  $\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} \ll \frac{\partial^2 T}{\partial y^2}$  ดังนั้นจากสมการ(ก.48)จะได้สมการดุลพลังงานที่เปลี่ยนจากระบบแกนทรงกระบอกที่มีระบบแกนแสดงดังรูปที่ ก.1 ให้อยู่ในระบบแกนพิกัดฉากได้เป็น

$$\left( u \frac{\partial T}{\partial x} + v \frac{\partial T}{\partial y} \right) = \alpha \left( \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + \frac{1}{x} \frac{\partial T}{\partial x} - \frac{\cot \phi}{x} \frac{\partial T}{\partial y} \right) \quad (\text{ก.49})$$

### ก.5 สมการดุลมวล

สมการสำหรับอธิบายการดุลมวลสำหรับของผสม[26] แสดงดังสมการ (ก.50)

$$V \cdot \nabla C_i = D \nabla^2 C_i \quad (\text{ก.50})$$

จากสมการ (ก.16) จะได้  $V \cdot \nabla C$  เป็น

$$V \cdot \nabla C_i = (e_x u + e_y v + e_\theta w) \cdot \left( e_x \frac{\partial C_i}{\partial x} + e_y \frac{\partial C_i}{\partial y} + \frac{e_\theta}{r} \frac{\partial C_i}{\partial \theta} \right) \quad (\text{ก.51})$$

$$V \cdot \nabla C_i = \left( u \frac{\partial C_i}{\partial x} + v \frac{\partial C_i}{\partial y} + \frac{w}{r} \frac{\partial C_i}{\partial \theta} \right) \quad (\text{ก.52})$$

และจากสมการ(ก.33) จะได้  $\nabla^2 C_i$  เป็น

$$\nabla^2 C_i = \left( \frac{\partial^2 C_i}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 C_i}{\partial y^2} + \frac{\sin \phi}{r} \frac{\partial C_i}{\partial x} - \frac{\cos \phi}{r} \frac{\partial C_i}{\partial y} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 C_i}{\partial \theta^2} \right) \quad (\text{ก.53})$$

แทนสมการ (ก.52) และ (ก.53) ลงในสมการ(ก.50) จะได้ สมการการดุลมวลของของผสมเป็น

$$\left( u \frac{\partial C_i}{\partial x} + v \frac{\partial C_i}{\partial y} + \frac{w}{r} \frac{\partial C_i}{\partial \theta} \right) = D \left( \frac{\partial^2 C_i}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 C_i}{\partial y^2} + \frac{\sin \phi}{r} \frac{\partial C_i}{\partial x} - \frac{\cos \phi}{r} \frac{\partial C_i}{\partial y} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 C_i}{\partial \theta^2} \right) \quad (\text{ก.54})$$

จากสมมติฐาน คือ ระบบแกนสมมาตร ค่าความหนาของชั้นฟิล์มมีค่าน้อยมากเมื่อเทียบกับความยาวตามแนวรัศมีงานหมุน และ  $\frac{\partial^2 C_i}{\partial x^2} \ll \frac{\partial^2 C_i}{\partial y^2}$  ดังนั้นจากสมการ(ก.54)จะได้สมการดุลมวลของของผสมที่เปลี่ยนจากระบบแกนทรงกระบอกที่มีระบบแกนแสดงดังรูปที่ ก.1 ให้อยู่ในระบบแกนพิกัดฉากได้เป็น

$$\left( u \frac{\partial C_i}{\partial x} + v \frac{\partial C_i}{\partial y} \right) = D \left( \frac{\partial^2 C_i}{\partial y^2} + \frac{1}{x} \frac{\partial C_i}{\partial x} - \frac{\cot \phi}{x} \frac{\partial C_i}{\partial y} \right) \quad (\text{ก.55})$$

ภาคผนวก ข

คุณสมบัติทางเคมี และกายภาพของสาร

## ข.1 ความร้อนแฝงของการกลายเป็นไอ

ตารางที่ ข.1 ความร้อนแฝงของการกลายเป็นไอ

สาร	ความร้อนแฝงของการกลายเป็นไอ (kJ/mol, T(K))
กลีเซอริน [27]	$\Delta H = 104.153 \left( 1 - \frac{T}{723.00} \right)^{0.301}$
ไดบิวทิว พทาเลต [27]	$\Delta H = 121.495 \left( 1 - \frac{T}{781.00} \right)^{0.433}$
เอทิลเฮกซิล พทาเลต [28]	$\Delta H = \left( \frac{305.362}{Mw} \right) \times 1000$
เอทิลเฮกซิล เซบาเคน [28]	$\Delta H = \left( \frac{292.203}{Mw} \right) \times 1000$

## ข.2 ความดันไอ

ตารางที่ ข.2 ความดันไอ

สาร	ความดันไอ (mmHg, T(K))
กลีเซอริน [27]	$\log_{10} P = -62.7929 - \frac{3.6585 \times 10^3}{T} + 34.249 \log_{10} T$ $- 5.1940 \times 10^{-2} T + 2.2830 \times 10^{-5} T^2$
ไดบิวทิว พทาเลต [27]	$\log_{10} P = \left( 152.6750 - \frac{1.0754 \times 10^4}{T} - 51.170 \log_{10} T \right)$ $+ (1.6933 \times 10^{-2} T + 2.4948 \times 10^{-14} T^2)$
เอทิลเฮกซิล พทาเลต [28]	$P = \left( 10^{(14.62 - (\frac{5440}{T}))} \right) / 1000$
เอทิลเฮกซิล เซบาเคน [28]	$P = \left( 10^{(14.9 - (\frac{5780}{T}))} \right) / 1000$

### ข.3 ความหนาแน่นของของเหลว

ตารางที่ ข.3 ความหนาแน่นของของเหลว

สาร	ความหนาแน่น (g/cm <sup>3</sup> , T(K))
กลีเซอริน [27]	$\rho = 0.34908 \times (0.24902)^{\left(1 - \frac{T}{723.00}\right)^{0.15410}}$
ไดบิวทิว พทาเลต [27]	$\rho = 0.32901 \times 0.25148^{\left(1 - \frac{T}{781.00}\right)^{0.37367}}$
เอทิลเฮกซิล พทาเลต [29]	$\rho = \frac{Mw}{(213.534 + 0.26994 \times T + (7.616 \times 10^{-4}) \times T^2)}$
เอทิลเฮกซิล เซบาเลต [29]	$\rho = \frac{Mw}{(342.254 + 0.39526 \times T)}$

### ข.4 ความหนืด

ตารางที่ ข.4 ความหนืด

สาร	ความหนืด (cP, T(K))
กลีเซอริน [27]	$\mu = -18.2152 \frac{4.2305 \times 10^3}{T} + 2.8705 \times 10^{-2} T - 1.8648 \times 10^{-5} T^2$
ไดบิวทิว พทาเลต [27]	$\mu = -16.7220 \frac{3.2816 \times 10^3}{T} + 2.9364 \times 10^{-2} T - 1.9331 \times 10^{-5} T^2$

### ข.5 ความหนืด Kinematic

ตารางที่ ข.5 ความหนืด Kinematic

สาร	ความหนืด (cm <sup>2</sup> /s, T(K))
เอทิลเฮกซิล พทาเลต [30]	$\nu = 10000 \times \exp\left(-29.241579 + \frac{5826.5086}{T}\right)$
เอทิลเฮกซิล เซบาเลต [30]	$\nu = 10000 \times \exp\left(-22.646715 + \frac{3533.7962}{T}\right)$

## ข.6 ค่าการนำความร้อน

ตารางที่ ข.6 ค่าการนำความร้อน

สาร	ค่าการนำความร้อน (W/m·K, T(K))
กลีเซอริน [27]	$\log k = -0.3550 - 0.2097 \left(1 - \frac{T}{723.00}\right)^{\frac{2}{7}}$
ไดบิวทิล พทาเลต [27]	$\log k = -1.6470 - 0.8980 \left(1 - \frac{T}{781.00}\right)^{\frac{2}{7}}$
เอทิลเฮกซิล พทาเลต [31]	$k = (3.56 \times 10^{-6}) \times C_p \times \left(\frac{(\rho \times 1000)^4}{M_w}\right)^{\frac{1}{3}}$
เอทิลเฮกซิล เซบาเคต [31]	$k = (3.56 \times 10^{-6}) \times C_p \times \left(\frac{(\rho \times 1000)^4}{M_w}\right)^{\frac{1}{3}}$

การคำนวณค่าการนำความร้อนของ เอทิลเฮกซิล พทาเลต และ เอทิลเฮกซิล เซบาเคต ในตาราง ข.6 ใช้ค่าความจุความร้อน ( $C_p$ ) ในหน่วยจูลต่อโมลต่อเคลวิน ค่าความหนาแน่น ( $\rho$ ) ในหน่วย กรัมต่อลูกบาศก์เซนติเมตร และใช้ค่าน้ำหนักโมเลกุล ( $M_w$ ) ของสารในหน่วย กรัมต่อโมล

## ข.7 ความจุความร้อนของของเหลว

ตารางที่ ข.7 ความจุความร้อนของของเหลว

สาร	ความจุความร้อน (J/mol·K, T(K))
กลีเซอริน [27]	$C_p = 132.145 + 0.86007T - 1.9745 \times 10^{-3}T^2 + 1.8068 \times 10^{-6}T^3$
ไดบิวทิล พทาเลต [27]	$C_p = 230.175 + 1.5996T - 3.4574 \times 10^{-3}T^2 + 3.4963 \times 10^{-6}T^3$
เอทิลเฮกซิล พทาเลต [32]	$C_p = 612$
เอทิลเฮกซิล เซบาเคต [32]	$C_p = 742$

### ข.8 สัมประสิทธิ์การแพร่ของมวลในวัฏภาคของเหลว

Reddy และ Doraiswamy [33] ได้เสนอสมการการแพร่ของมวลในวัฏภาคของเหลวสำหรับของผสมสองชนิด ( $D_{AB}^0$ ) ดังแสดงในสมการ ข.1

$$D_{AB}^0 = c \left( \frac{M_B^{1/2} T}{\mu_B V_A^{1/3} V_B^{1/3}} \right) \quad (\text{ข.1})$$

โดยที่ค่า  $c$  ตามสมการ (ข.1) จะพิจารณาจากอัตราส่วนของ  $\frac{V_B}{V_A}$  ดังนี้จะได้

$$\frac{V_B}{V_A} \leq 1.5 \quad \text{ค่า } c \text{ มีค่าเท่ากับ } 10 \times 10^{-8}$$

และ

$$\frac{V_B}{V_A} > 1.5 \quad \text{ค่า } c \text{ มีค่าเท่ากับ } 8.5 \times 10^{-8}$$

- เมื่อ  $D_{AB}^0$  คือ สัมประสิทธิ์การแพร่ของสาร A ใน สาร B (ตารางเซนติเมตรต่อวินาที)  
 $M_B$  คือ น้ำหนักโมเลกุลของตัวทำละลาย (กรัมต่อโมล)  
 $T$  คือ น้ำหนักโมเลกุลของตัวถูกละลาย (เคลวิน)  
 $\mu_B$  คือ ค่าความหนืดของตัวทำละลาย (เซนติพอยท์)  
 $V_A$  คือ ปริมาตร โมเลกุลของตัวถูกละลาย (ลูกบาศก์เซนติเมตรต่อกรัม โมล)  
 $V_B$  คือ ปริมาตร โมเลกุลของตัวทำละลาย (ลูกบาศก์เซนติเมตรต่อกรัม โมล)

ค่าสัมประสิทธิ์การแพร่ของมวลในวัฏภาคของเหลวสำหรับของผสมสองชนิด ( $D_{AB}$ ) ที่ขึ้นอยู่กับความเข้มข้นและค่าความหนืด Leffler และ Cullinan [34] ได้นำเสนอไว้แสดงดังสมการ (ข.2)

$$D_{AB} \mu = (D_{AB}^0 \mu_A)^{x_A} (D_{AB}^0 \mu_B)^{x_B} \quad (\text{ข.2})$$

- เมื่อ  $D_{AB}$  คือ สัมประสิทธิ์การแพร่ของสาร A ใน สาร B (ตารางเซนติเมตรต่อวินาที)  
 $\mu$  คือ ค่าความหนืดของสารละลาย (เซนติพอยท์)  
 $x_A$  คือ สัดส่วนโดยโมลของสาร A ในสารละลาย  
 $x_B$  คือ สัดส่วนโดยโมลของสาร B ในสารละลาย

## ประวัติผู้เขียน

ชื่อผู้เขียน

นายวรพจน์ สีหาอินทร์

วันเดือนปีเกิด

วันที่ 11 ตุลาคม 2525

ที่อยู่

19 ซ. นครสวรรค์ 18/4 ถ. นครสวรรค์ ต.ตลาด อ. เมือง  
มหาสารคาม จ. มหาสารคาม 44000 โทร. 0851683256

วุฒิการศึกษาระดับปริญญาตรี

วิศวกรรมศาสตรบัณฑิต สาขาวิศวกรรมเคมี

สถานที่สำเร็จการศึกษา

สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหาร

ลาดกระบัง จังหวัดกรุงเทพฯ

ปีที่สำเร็จการศึกษา

2548

ผลงานทางวิชาการ

“การจำลองการกลั่นโมเลกุล” วารสารวิศวกรรมลาดกระบัง,  
ปีที่ 24 ฉบับที่ 4 หน้า 37-42 2550