

การออกแบบตัวควบคุมคงทนสำหรับพลานต์ที่มีความไม่แน่นอน

ROBUST CONTROLLER DESIGN FOR UNCERTAINLY PLANT

เรืองยศ เกตุรักษา  
RUANGYOS KETERUKSA

วิทยานิพนธ์นี้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตรปริญญาวิทยาศาสตรมหาบัณฑิต

สาขาวิชาวิศวกรรมการวัดคุม

บัณฑิตวิทยาลัย

สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง

พ.ศ. 2549

ISBN 974-15-2736-1

สำนักหอสมุดกลาง พระจอมเกล้าลาดกระบัง

การออกแบบตัวควบคุมคงทนสำหรับพลานต์ที่มีความไม่แน่นอน

**ROBUST CONTROLLER DESIGN FOR UNCERTAINLY PLANT**



เรืองยศ เกตุรักษา

**RUANGYOS KETERUKSA**

เลขหมู่.....  
เลขทะเบียน.....65483  
วัน,เดือน,ปี...11 ต.ค. 2549

b.....
i.....

วิทยานิพนธ์นี้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตรปริญญาวิศวกรรมศาสตรมหาบัณฑิต

สาขาวิชาวิศวกรรมการวัดคุม

บัณฑิตวิทยาลัย

สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง

พ.ศ.2549

ISBN 974-15-2738-1

**COPYRIGHT 2006**

**SCHOOL OF GRADUATE STUDIES**

**KING MONGKUT'S INSTITUTE OF TECHNOLOGY LADKABANG**

หัวข้อวิทยานิพนธ์      การออกแบบตัวควบคุมคงทนสำหรับพลาเน็ตที่มีความไม่แน่นอน  
นักศึกษา                    นายเรืองยศ เกตุรักษา  
รหัสนักศึกษา            45060410  
ปริญญา                    วิศวกรรมศาสตรมหาบัณฑิต  
สาขาวิชา                วิศวกรรมการวัดคุม  
พ.ศ.                        2549  
อาจารย์ผู้ควบคุมวิทยานิพนธ์    รศ.วิทยา ทิพย์สุวรรณพร

### บทคัดย่อ

วิทยานิพนธ์ฉบับนี้นำเสนอ การออกแบบตัวควบคุมคงทนสำหรับพลาเน็ตที่มีความไม่แน่นอน โดยแบ่งแนวความคิดเป็นสองประการคือ ประการแรกการออกแบบตัวควบคุมคงทนชนิดติดตามการควบคุมแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ (Robust Nominal Model Following Control : RNMFC) ซึ่งเป็นการพัฒนามาจากต้นแบบของ การควบคุมชนิดติดตามแบบจำลองที่ปรับตัวได้ (Adaptive Model Following Control : AMFC) โดยที่โครงสร้างของ RNMFC จะมีความแตกต่าง และมีความซับซ้อนน้อยกว่าโครงสร้างของ AMFC โดยวิธีการควบคุมดังกล่าวอาศัยหลักการสามอย่างที่สำคัญคือ การใช้แบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของพลาเน็ตเป็นแบบจำลองอ้างอิง การออกแบบตัวควบคุมแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ (Model Controller) เพื่อบรรลุข้อกำหนดการติดตามสัญญาณอ้างอิง และการรวมกลไกการปรับแก้ชนิดพีไอดี (PID Correction Mechanism) เข้ากับพลาเน็ตเพื่อลดค่าความผิดพลาดทางพลวัตระหว่างพลาเน็ตจริงกับแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ให้ได้มากที่สุด และประการที่สองการจำลองความไม่แน่นอนเชิงพารามิเตอร์ (Parametric Uncertainty) โดยการติดตั้งโพลที่แกนเพลลาของมอเตอร์ ซึ่งจะทำให้การควบคุมมีผลตอบสนองทางพลวัตที่ผิดเพี้ยนไปจากนั้นทำการทดลองโดยนำโครงสร้างของ RNMFC มาประยุกต์ใช้กับการจำลองความไม่แน่นอนเชิงพารามิเตอร์ของมอเตอร์ สุดท้ายผลการทดลองของพลาเน็ตจะแสดงให้เห็นถึงความมีประสิทธิภาพ และความคงทนต่อความไม่แน่นอน เมื่อพิจารณากรณีการควบคุมตำแหน่งของดีซีมอเตอร์

<b>Thesis Title</b>	ROBUST CONTROLLER DESIGN UNCERTAINLY PLANT
<b>Student</b>	Mr.Ruangyos Keteruksa
<b>Student ID.</b>	45060410
<b>Degree</b>	Master of Engineering
<b>Program</b>	Instrumentation Engineering
<b>Year</b>	2006
<b>Thesis Adviser</b>	Assoc.Prof.Vittaya Tipsuwanporn

## ABSTRACT

This Master thesis presents the Robust Controller Design Uncertainly Plant. The procedure can be done in two steps. First, an Robust Nominal Model Following Control (RNMFC) motivated by the Adaptive Model Following Control (AMFC) concept is proposed in this Thesis. The control structure of RNMFC is quite different from and much simpler than that of AMFC schemes. RNMFC has three main features: the use of a nominal model of the plant as a reference model, the design of a model controller which fulfills the reference tracking requirement and the inclusion of a simple PID correction mechanism which copes with all dynamic deviations of the real plant from its nominal model. Second, The Parametric Uncertainty Model. Then, the experimental results illustrate its effectiveness and robustness against plant with uncertainty of a position control of DC motor system.

## กิตติกรรมประกาศ

วิทยานิพนธ์ฉบับนี้สำเร็จได้ด้วยดี ผู้วิจัยขอกราบขอบพระคุณ รศ.วิทยา ทิพย์สุวรรณพร อาจารย์ที่ปรึกษาเป็นอย่างสูง สำหรับโอกาสที่ดีในชีวิต คำปรึกษาที่ก่อให้เกิดความคิดริเริ่ม ในการเขียนวิทยานิพนธ์ฉบับนี้ คำแนะนำในการแก้ไขปัญหา คำชี้แนะด้านทักษะแนวทางในการวิจัย ตลอดจนความเอาใจใส่สอบถามถึงความก้าวหน้า และปัญหาที่เกิดขึ้นอย่างสม่ำเสมอ ทำให้ผู้วิจัยได้ฝึกฝนด้านการบริหารงานอย่างเป็นระบบและบริหารการใช้เวลาอย่างมีประสิทธิภาพ

ขอกราบขอบพระคุณ รศ.ดร.ธนิตย์ ตรีสุวรรณวัฒน์ รศ.ดร.สาธิต อินทจักร์ รศ.วิริยะ กองรัตน์ และ ศศ.อาจินต์ น่วมสำราญ ประธานและคณะกรรมการสอบวิทยานิพนธ์ ที่ให้คำแนะนำในการแก้ไขวิทยานิพนธ์ฉบับนี้จนสมบูรณ์

ขอกราบขอบพระคุณ อาจารย์ถฤชชัย วิถีพานิช อาจารย์ประจำภาควิชาวิศวกรรมไฟฟ้า มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ (องครักษ์) ที่ให้คำแนะนำแนวทางแก้ไขปัญหา ตลอดจนให้คำปรึกษา เป็นกำลังใจ เอาใจใส่ช่วยเหลือในทุก ๆ ด้าน

ขอกราบขอบพระคุณ คณาจารย์ และสโตร์ประจำสาขาวิชาวิศวกรรมไฟฟ้า อ.ปัญญา มาลีวัตร อาจารย์ประจำสาขาวิชาวิศวกรรมอิเล็กทรอนิกส์ มหาวิทยาลัยเอเชียอาคเนย์ ที่ให้คำแนะนำ ให้คำปรึกษา ให้ยืมอุปกรณ์ ตลอดจนเอาใจใส่ช่วยเหลือ

ขอกราบขอบพระคุณ ทูนางประมาณประจำปี 2547 และทุนสนับสนุนการทำวิจัยประจำปี 2548 สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง

ขอกราบขอบพระคุณ เตี้ยจรัสกับแม่วารี คุณวานีรัตน์ คุณวารุณี และคุณสมมาต ที่ให้การสนับสนุนทั้งกำลังกาย กำลังใจ กำลังทรัพย์ สำหรับโอกาสทางการศึกษาของผู้วิจัยเป็นครั้งที่สอง

ขอขอบคุณ คุณพุ่มชัย เฉื่อยราษฎร์ คุณจิตรี อินทร์พุง เพื่อนร่วมโครงการปริญญาโทที่อนุญาตให้ใช้โครงการมาพัฒนาต่อ คุณชาญฤทธิ์ ธาราสันติสุข คุณวาทการ มูลไชยสุข สำหรับคำแนะนำ คุณศศิธร หาสิน คุณอภิวรรณ เดชสวัสดิ์ คุณฉัตรชัย ไพบูลย์ คุณจักรพงษ์ ศรีรักษาแก้ว คุณสุธี รุกขพันธ์ คุณเชิงชาย สงค์ประชา เพื่อน ๆ ที่ SAU.ทุกคน และที่ ๆ เพื่อน ๆ ห้องวิจัย INS 301 สำหรับกำลังใจ คำแนะนำเสมอมา จนสามารถจัดทำวิทยานิพนธ์ฉบับนี้สำเร็จสมบูรณ์

ขอขอบคุณ คุณสุวัฒน์ ศิริคุณูปการ คุณอนุพงษ์ วัฒนสกุลเกียรติ คุณเกรียงไกร วงษ์พรนิมิตร ที่เป็นแรงผลักดันให้เดินหน้าต่อไปได้อย่างมั่นคง

สุดท้ายคุณค่าและประโยชน์อันพึงมีจากวิทยานิพนธ์ฉบับนี้ผู้วิจัยขอบแต่ผู้มีพระคุณและผู้มีส่วนเกี่ยวข้องทุกท่าน

เรืองยศ เกตุรักษา

# สารบัญ

	หน้า
บทคัดย่อภาษาไทย.....	I
บทคัดย่อภาษาอังกฤษ.....	II
กิตติกรรมประกาศ.....	III
สารบัญ.....	IV
สารบัญตาราง.....	VII
สารบัญรูป.....	VII
คำย่อและสัญลักษณ์.....	XI
บทที่ 1 บทนำ.....	1
1.1 ความเป็นมาและความสำคัญของปัญหา.....	1
1.2 ความมุ่งหมายและวัตถุประสงค์ของการศึกษา.....	2
1.3 สมมุติฐานของการศึกษา.....	2
1.4 ทฤษฎีหรือแนวความคิดที่ใช้ในการวิจัย.....	3
1.5 ขอบเขตการวิจัย.....	3
1.6 ขั้นตอนของการศึกษา.....	4
บทที่ 2 การหาแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของการควบคุมดีซีมอเตอร์.....	5
2.1 ดีซีเซอร์โวมอเตอร์.....	5
2.1.1 โครงสร้างของดีซีมอเตอร์.....	5
2.2 การหาแบบจำลองทางคณิตศาสตร์.....	10
บทที่ 3 ทฤษฎีพื้นฐานสำหรับการออกแบบตัวควบคุมคอนท และการประมาณค่าความไม่ แน่นอนในการวัด.....	12
3.1 ทฤษฎีพื้นฐานสำหรับการออกแบบตัวควบคุมแบบดั้งเดิม.....	12
3.1.1 ชุดเปรียบเทียบสัญญาณ.....	12
3.1.1.1 การทำงานของชุดเปรียบเทียบสัญญาณ.....	13
3.1.2 ตัวควบคุมพีไอดี.....	13
3.1.2.1 การทำงานของตัวควบคุมพีไอดี.....	14
3.1.3 ชุดรวมสัญญาณ.....	15
3.1.3.1 การทำงานของชุดรวมสัญญาณ.....	15

## สารบัญ(ต่อ)

	หน้า
3.1.4 ชุดจับ.....	15
3.1.5 ภาคเพาเวอร์ซัพพลาย.....	17
3.1.6 ชุดตรวจจับสัญญาณ.....	17
3.2 ทฤษฎีพื้นฐานสำหรับการออกแบบตัวควบคุมวงจรถูก.....	18
3.2.1 การควบคุมที่ปรับตัวได้.....	19
3.2.2 การควบคุมวงจรถูกชนิดติดตามแบบจำลองทางคณิตศาสตร์.....	21
3.2.2.1 เงื่อนไขการติดตามแบบจำลองอย่างสมบูรณ์แบบ.....	23
3.3 การประมาณค่าความไม่แน่นอนในการวัด.....	26
3.3.1 หลักการในการประมาณค่าความไม่แน่นอนในการวัด.....	26
3.3.1.1 การประมาณค่าความไม่แน่นอนมาตรฐานชนิด A.....	27
3.3.1.2 การประมาณค่าความไม่แน่นอนมาตรฐานชนิด B.....	28
3.3.1.3 ความไม่แน่นอนมาตรฐานชนิด Combined.....	31
3.3.1.4 ความไม่แน่นอนชนิด Expanded.....	32
3.4 ตัวอย่างการประมาณค่าความไม่แน่นอนในการวัด.....	32
<b>บทที่ 4 การออกแบบตัวควบคุมวงจรถูก และการวิเคราะห์ค่าความไม่แน่นอนในแบบจำลอง</b>	
<b>พลวัต</b> .....	36
4.1 การออกแบบตัวควบคุมวงจรถูกชนิดติดตามแบบจำลองทางคณิตศาสตร์.....	36
4.1.1 การทดสอบเพื่อหาแบบจำลองทางคณิตศาสตร์.....	37
4.1.2 การออกแบบตัวควบคุมแบบจำลองทางคณิตศาสตร์.....	40
4.1.3 การทดสอบเพื่อหาตัวควบคุมปรับแก้ชนิดพีไอดีภายใต้เงื่อนไขความไม่แน่นอนกรณีเลวที่สุด.....	45
4.2 โครงสร้างของตัวควบคุมวงจรถูกชนิดติดตามการควบคุมแบบจำลองทางคณิตศาสตร์.....	48
4.3 บอร์ดวงจรถูกสำหรับใช้ทดลอง.....	49
4.4 การวิเคราะห์ความไม่แน่นอนในแบบจำลองพลวัต.....	50
<b>บทที่ 5 ขั้นตอนการทดลองและผลการทดลอง.....</b>	<b>57</b>
5.1 วัสดุอุปกรณ์ที่ใช้.....	57

## สารบัญ(ต่อ)

	หน้า
5.2 การทดสอบการควบคุมตำแหน่งดีซีมอเตอร์ด้วยตัวควบคุมแบบดั้งเดิมกรณีการทำงานปกติ.....	57
5.2.1 ขั้นตอนการทดลองที่ 1 การควบคุมตำแหน่งดีซีมอเตอร์ด้วยตัวควบคุมแบบดั้งเดิมกรณีการทำงานปกติ.....	57
5.3 การทดสอบการควบคุมตำแหน่งดีซีมอเตอร์ เพื่อเปรียบเทียบผลระหว่างตัวควบคุมแบบดั้งเดิมกับตัวควบคุมกึ่งอัตโนมัติตามการควบคุมแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ ทดสอบที่มีความไม่แน่นอนกรณีเลวที่สุด.....	62
5.3.1 ขั้นตอนการทดลองที่ 2 การทดสอบการควบคุมแบบดั้งเดิมกับการออกแบบตัวควบคุมกึ่งอัตโนมัติตามแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ที่มีความไม่แน่นอนกรณีเลวที่สุด.....	62
5.4 ตารางแสดงการเปรียบเทียบแรงดัน และช่วงเวลาในการไต่ระดับ ( $\Delta x$ ) ของตัวควบคุมในรูปแบบต่างๆ.....	69
บทที่ 6 สรุปผลการวิจัยและข้อเสนอแนะ.....	71
6.1 สรุปผลการทดลอง.....	71
6.2 ปัญหาและอุปสรรค.....	71
6.3 ข้อเสนอแนะสำหรับการพัฒนา.....	71
เอกสารอ้างอิง.....	73
ภาคผนวก.....	76
ภาคผนวก ก.บอร์ดวงจรอนุบาลอก,ตารางที่ ก. และรูปโครงงานจริง.....	77
ภาคผนวก ข.ผลงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับวิทยานิพนธ์และได้รับการตีพิมพ์.....	81
ประวัติผู้เขียน.....	95

# สารบัญตาราง

ตารางที่	หน้า
3.1 การเลือกค่าระดับความเชื่อมั่น.....	29
3.2 แสดงตัวอย่างการประมาณค่าการกระจายความน่าจะเป็นแบบสี่เหลี่ยมมุมฉาก .....	30
3.3 การประมาณค่าความไม่แน่นอนในการวัด.....	34
5.1 แสดงการเปรียบเทียบแรงดันของตัวควบคุมแบบดั้งเดิม กรณีการทำงานปกติ .....	69
5.2 แสดงการเปรียบเทียบช่วงเวลาในการได้ระดับ ( $\Delta x$ ) ของตัวควบคุมแบบดั้งเดิมกรณีการทำงานปกติ.....	69
5.3 แสดงการเปรียบเทียบแรงดันของตัวควบคุมแบบดั้งเดิม กรณีที่มีความไม่แน่นอน.....	69
5.4 แสดงการเปรียบเทียบช่วงเวลาในการได้ระดับ ( $\Delta x$ ) ของตัวควบคุมแบบดั้งเดิม กรณีที่มีความไม่แน่นอน.....	70
5.5 แสดงการเปรียบเทียบแรงดันของตัวควบคุมกฎทฤษฎีการควบคุมแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ กรณีที่มีความไม่แน่นอน.....	70
5.6 แสดงการเปรียบเทียบช่วงเวลาในการได้ระดับ ( $\Delta x$ ) ของตัวควบคุมกฎทฤษฎีการควบคุมแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ กรณีที่มีความไม่แน่นอน.....	70
ก. แสดงตัวอย่างการคูณจากตาราง t-Distribution.....	78

# สารบัญรูป

รูปที่	หน้า
2.1 แสดงวงจรสมมูลของดีซีมอเตอร์.....	6
2.2 บล็อกไดอะแกรมของดีซีมอเตอร์.....	6
2.3 บล็อกไดอะแกรมของการควบคุมตำแหน่งดีซีมอเตอร์ด้วยตัวควบคุมพีไอดี.....	9
2.4 วิธีการหาผลตอบสนองแบบขั้นบันได.....	10
3.1 แสดงบล็อกไดอะแกรมการทำงานที่ใช้ในการออกแบบตัวควบคุมแบบดั้งเดิม.....	12
3.2 แสดงโครงสร้างทางอิเล็กทรอนิกส์ของชุดเปรียบเทียบสัญญาณ.....	13
3.3 แสดงโครงสร้างทางอิเล็กทรอนิกส์ของชุดควบคุมแบบพีไอดี.....	14
3.4 แสดงโครงสร้างทางอิเล็กทรอนิกส์ของชุดรวมสัญญาณ.....	15
3.5 แสดงการทำงานของวงจรแอมพลิไฟแบบเต็ม 4 ครีอครันท์.....	16
3.6 แสดงวงจรไบโโคเรชันแนลแอมพลิไฟแบบไบโพลาร์แอมพลิไฟ.....	16
3.7 แสดงวงจรเพาเวอร์ซัพพลาย.....	17
3.8 บล็อกไดอะแกรมทั่วไปของการควบคุม.....	18
3.9 บล็อกไดอะแกรมของตัวควบคุมแบบที่ปรับตัวได้.....	19
3.10 บล็อกไดอะแกรมแสดงส่วนต่างๆ ของหลักการควบคุมแบบที่ปรับตัวได้.....	20
3.11 โครงสร้างของการออกแบบตัวควบคุมคงทนชนิดติดตามการควบคุมแบบจำลองทางคณิตศาสตร์.....	21
3.12 โครงสร้างอย่างง่ายของการออกแบบตัวควบคุมคงทนชนิดติดตามการควบคุมแบบจำลองทางคณิตศาสตร์.....	23
3.13 พลาเน็ต์ควบคุมป้อนกลับ.....	25
3.14 การกระจายความน่าจะเป็นแบบปกติ.....	29
3.15 การกระจายความน่าจะเป็นแบบสี่เหลี่ยมมุมฉาก.....	29
3.16 การกระจายความน่าจะเป็นแบบสามเหลี่ยม.....	30
3.17 การกระจายความน่าจะเป็นแบบยู.....	31
4.1 ผลตอบสนองรูปเปิดของพลาเน็ต์การควบคุมตำแหน่งของดีซีมอเตอร์.....	37
4.2 ผลตอบสนองรูปเปิดของพลาเน็ต์จากการจำลองด้วยโปรแกรม MATHLAB.....	38
4.3 วงจรอันดับหนึ่งของแบบจำลองทางคณิตศาสตร์.....	38
4.4 ผลตอบสนองรูปเปิดของแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ที่จำลองด้วยออปแอมป์.....	40
4.5 ตำแหน่งของโพลคู่ปิดหลัก.....	41
4.6 กราฟแสดงผลตอบสนองเมื่อ $K_v = 1$ .....	43

## สารบัญรูป (ต่อ)

รูปที่	หน้า
4.7 ผลตอบสนองของระบบเมื่อใช้ตัวควบคุมที่ออกแบบได้.....	44
4.8 ผลตอบสนองรูปเปิดของพลาเน็ตที่มีความไม่แน่นอนกรณีเลวที่สุด.....	45
4.9 ผลตอบสนองรูปเปิดของพลาเน็ตจากการจำลองด้วยโปรแกรม MATLAB .....	46
4.10 ผลตอบสนองจากการจำลองด้วยโปรแกรม MATLAB เมื่อใช้ตัวปรับแก้ชนิดพีไอดี.....	48
4.11 โครงสร้างของตัวควบคุมคงทนชนิดติดตามการควบคุมแบบจำลองทางคณิตศาสตร์.....	49
4.12 แนวคิดแบบบล็อกไดอะแกรมสำหรับใช้ทดลองจริง.....	50
4.13 โครงสร้างบอร์ควงจรมัลติเพลกซ์.....	50
4.14 แสดงโครงสร้างการควบคุมคงทนชนิดติดตามแบบจำลองโมเดลทางคณิตศาสตร์.....	52
4.15 แสดงการจำลองที่ขอบเขตต่ำสุด $G_p(s) = 1.8/0.02s + 1$ โดยที่ $K_m = 50\%$ .....	52
4.16 แสดงการจำลองที่ขอบเขตพลาเน็ตระบ $G_p(s) = 3.6/0.02s + 1$ .....	53
4.17 แสดงการจำลองที่ขอบเขตสูงสุด $G_p(s) = 5.2/0.02s + 1$ โดยที่ $K_m = 50\%$ .....	53
4.18 แสดงการจำลองที่ขอบเขตต่ำสุด $G_p(s) = 3.6/0.01s + 1$ โดยที่ $\tau_m = 50\%$ .....	54
4.19 แสดงการจำลองที่ขอบเขตพลาเน็ตระบ $G_p(s) = 3.6/0.02s + 1$ .....	54
4.20 แสดงการจำลองที่ขอบเขตสูงสุด $G_p(s) = 3.6/0.04s + 1$ โดยที่ $\tau_m = 50\%$ .....	55
5.1 ผลตอบสนองของตัวควบคุมแบบดั้งเดิม โดยป้อนสัญญาณเข้าแบบขั้นบันไดที่ตำแหน่ง 15° (ตามเข็มนาฬิกา) กรณีการทำงานปกติ.....	58
5.2 ผลตอบสนองของตัวควบคุมแบบดั้งเดิม โดยป้อนสัญญาณเข้าแบบขั้นบันไดที่ตำแหน่ง 15° (ทวนเข็มนาฬิกา) กรณีการทำงานปกติ.....	59
5.3 ผลตอบสนองของตัวควบคุมแบบดั้งเดิม โดยป้อนสัญญาณเข้าแบบขั้นบันไดที่ตำแหน่ง 90° (ตามเข็มนาฬิกา) กรณีการทำงานปกติ.....	59
5.4 ผลตอบสนองของตัวควบคุมแบบดั้งเดิม โดยป้อนสัญญาณเข้าแบบขั้นบันไดที่ตำแหน่ง 90° (ทวนเข็มนาฬิกา) กรณีการทำงานปกติ.....	60
5.5 ผลตอบสนองของตัวควบคุมแบบดั้งเดิม โดยป้อนสัญญาณเข้าแบบขั้นบันไดที่ตำแหน่ง 165° (ตามเข็มนาฬิกา) กรณีการทำงานปกติ.....	60
5.6 ผลตอบสนองของตัวควบคุมแบบดั้งเดิม โดยป้อนสัญญาณเข้าแบบขั้นบันไดที่ตำแหน่ง 165° (ทวนเข็มนาฬิกา) กรณีการทำงานปกติ.....	61
5.7 ผลตอบสนองของตัวควบคุมแบบดั้งเดิม โดยป้อนสัญญาณเข้าแบบขั้นบันไดที่ตำแหน่ง 15° (ตามเข็มนาฬิกา) กรณีที่มีความไม่แน่นอน.....	63



## สารบัญรูป (ต่อ)

รูปที่	หน้า
ก.1 แสดงบอร์ดวงจรนาฬิกา.....	79
ก.2 แสดงภาพถ่ายของมอเตอร์ที่ใช้ในการทดลองจริง.....	80
ก.3 แสดงภาพถ่ายของชุดทดลองและมอเตอร์ที่ใช้ในการทดลองจริง.....	80
ก.4 แสดงภาพถ่ายการต่อวงจรของชุดทดลองและมอเตอร์ที่ใช้ในการทดลองจริง.....	80

## คำย่อและสัญลักษณ์

$T$	คือ แรงบิดของเพลามีหน่วยเป็นนิวตัน – เมตร (N-m)
$\phi$	คือ เส้นแรงแม่เหล็กมีหน่วยเป็นเวเบอร์ (wb)
$I$	คือ กระแสเป็นแอมแปร์ (A)
$K$	คือ ค่าคงที่
$E$	คือ แรงดันย้อนกลับ เมื่อ <i>emf</i> มีหน่วยเป็น โวลท์ (V)
$\phi$	คือ เส้นแรงแม่เหล็กมีหน่วยเป็นเวเบอร์ (wb)
$\theta$	คือ ตำแหน่งของมอเตอร์มีหน่วยเป็นเรเดียน / วินาที (rad/sec)
$V$	คือ แรงดันที่ป้อนให้กลับมอเตอร์
$K_e$	คือ ค่าคงที่ของแรงดันย้อนกลับ
$L$	คือ อินдукแตนซ์ของอาร์เมเจอร์
$R$	คือ ความต้านทานที่ขั้วของมอเตอร์
$\zeta$	คือ ค่าแดมป์ปิ้งของการหน่วง
$K_m$	คือ ค่าคงที่ของมอเตอร์
$J$	คือ ความเฉื่อยของระบบ
$B$	คือ ค่าความหนืด
$\tau_a$	คือ ค่าเวลาคงตัวทางไฟฟ้า
$\tau_m$	คือ ค่าเวลาคงตัวทางกล
$k_{pa}$	คือ อัตราขยายของตัวปรับแก้ชนิดพีไอดี
$T_{ia}$	คือ ค่าเวลาอินทิกรัลของตัวปรับแก้พีไอดี
$T_{da}$	คือ ค่าเวลาอนุพันธ์ของตัวปรับแก้พีไอดี
$G_m(s)$	คือ อัตราการขยายของแบบจำลองอ้างอิง
$G_p(s, v)$	คือ อัตราการขยายของพลาเน็ต
$G_a(s)$	คือ อัตราการขยายของตัวปรับแก้ชนิดพีไอดี
$E(s)$	คือ ค่าความผิดพลาดของพลาเน็ตควบคุม
$R(s)$	คือ ตัวแปรอินพุตของพลาเน็ต
$U(s)$	คือ ตัวแปรเอาต์พุตของพลาเน็ต
$Y_m(s)$	คือ สัญญาณออกของแบบจำลองอ้างอิง
$Y_p(s)$	คือ สัญญาณออกของพลาเน็ต
$N_m(s)$	คือ เทอมเศษจากแบบจำลองอ้างอิง

## คำย่อและสัญลักษณ์(ต่อ)

$N_p(s)$	คือ เทอมเศษจากพลาเน็ต
$N_a(s)$	คือ เทอมเศษจากตัวปรับแก้พีไอดี
$D_m(s)$	คือ เทอมส่วนจากแบบจำลองอ้างอิง
$D_p(s)$	คือ เทอมส่วนจากพลาเน็ต
$D_a(s)$	คือ เทอมส่วนจากตัวปรับแก้ชนิดพีไอดี
$V_{input}$	คือ แรงดันอินพุต
$V_{sensor}$	คือ แรงดันจากตัวตรวจจับสัญญาณ
$\Delta x$	คือ อัตราการเปลี่ยนแปลงของช่วงเวลาในการไต่ระดับ
$C_i$	คือ Sensitivity Coefficient ซึ่งใช้สำหรับการแปลง อินพุตที่มีหน่วยต่างจากเอาต์พุต ให้เป็นหน่วยเดียวกัน
$u(x_i)$	คือ ความไม่แน่นอนที่เกิดจากปริมาณ อินพุตต่างๆ
$u_i(y)$	คือ ความไม่แน่นอนของ เอาต์พุตย่อยๆ แต่ละตัว
$U$	คือ ความไม่แน่นอนชนิด Expanded
$k$	คือ ตัวประกอบครอบคลุม ซึ่งมีค่าเท่ากับ $V_{eff}$
$U_c$	คือ ความไม่แน่นอนมาตรฐานชนิด Combined
$R_s$	คือ ค่าที่ได้จากการสอบเทียบ Standard Resistor
$R_d$	คือ ค่า Drift ของ Standard Resistor
$R_t$	คือ ค่าการเปลี่ยนแปลงของคือ Standard Resistor เนื่องจากอุณหภูมิในอ่างน้ำมัน
$V_x$	คือ แรงดันที่วัดได้ตกรวมความต้านทาน $R_x$
$V_s$	คือ แรงดันที่วัดได้ตกรวมความต้านทาน $R_s$

# บทที่ 1

## บทนำ

ปัจจุบันความเจริญก้าวหน้าทางด้านเทคโนโลยีทำให้เกิดหลักการและทฤษฎีการควบคุมแบบใหม่ๆ ขึ้นมาอย่างมากมาย โดยมีวัตถุประสงค์ก็เพื่อลดขั้นตอนความยุ่งยากและระยะเวลาของการควบคุมที่มีต่อพลาตันในภาคอุตสาหกรรม พลาตันต่างๆ ส่วนมากจะมีความซับซ้อนและไม่เป็นเชิงเส้นโดยมีการรบกวนจากสิ่งแวดล้อมภายนอก และมีการใช้งานในสภาพแวดล้อมที่มีการเปลี่ยนแปลงอยู่ตลอดเวลาทำให้การออกแบบตัวควบคุมโดยใช้วิธีการประมาณค่าแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของพลาตันทำได้ยาก ซึ่งถ้าการประมาณค่าแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของพลาตันเกิดการผิดพลาดจะทำให้เสถียรภาพและสมรรถนะในการควบคุมระบบลดลงตามไปด้วย

ในทางปฏิบัติการประมาณพลาตันโดยใช้แบบจำลองทางคณิตศาสตร์ที่เป็นเชิงเส้นแทนแบบจำลองของพลาตันทางกายภาพที่มีลักษณะที่ไม่เป็นเชิงเส้นนั้น สามารถทำให้การวิเคราะห์ของพลาตันและการสังเคราะห์ตัวควบคุมกระทำได้ง่าย แต่จะทำให้เกิดความแตกต่างระหว่างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์กับพลาตันจริง ซึ่งความแตกต่างเหล่านี้ต่อไปจะถูกเรียกแทนว่า “ความไม่แน่นอน” (uncertainty) นอกจากนี้ความไม่แน่นอนรวมถึงการเปลี่ยนแปลงในสภาวะการทำงานซึ่งอาจเกิดจากการสึกหรอของพลาตัน หรือความคลาดเคลื่อนของอุปกรณ์วัด และตัวกระทำที่ไม่ละเอียดพอ ความไม่แน่นอนนี้อาจทำให้พลาตันขาดเสถียรภาพและสมรรถนะที่ดี ดังนั้นจึงต้องมีการออกแบบตัวควบคุม เพื่อประกันเสถียรภาพและสมรรถนะที่ดีของพลาตัน เมื่อพิจารณากรณีที่มีความไม่แน่นอน ตัวควบคุมดังกล่าวเรียกว่า “ตัวควบคุมคงทน” (robust control) โดยในการออกแบบสิ่งที่สำคัญคือการรวมความไม่แน่นอนไว้กับแบบจำลองด้วย

### 1.1 ความเป็นมาและความสำคัญของปัญหา

การควบคุมแบบที่ปรับตัวได้ [1,2] เป็นที่รู้จักกันดีว่าเป็นวิธีการควบคุมขั้นสูงสำหรับพลาตันที่มีความไม่แน่นอน และยังสามารถสร้างกฎการควบคุมที่มีความซับซ้อนในทางปฏิบัติด้วยคอมพิวเตอร์ได้ กรณีในพลาตันของเซอร์โวมอเตอร์นั้นการควบคุมชนิดติดตามแบบจำลองที่ปรับตัวได้ ได้รับการพิสูจน์ว่าเป็นเทคนิคการควบคุมที่มีประสิทธิภาพ [3,4] และเนื่องจากอุปกรณ์ควบคุมขั้นสุดท้ายในพลาตันดังกล่าวมีผลตอบสนองทางพลวัตที่เร็ว ดังนั้นต่อมาตัวควบคุมที่มีผลตอบสนองที่เร็วจึงเป็นสิ่งที่ต้องการในการควบคุมพลาตัน ถึงแม้ว่าทฤษฎีการควบคุมชนิดติดตามแบบจำลองแบบที่ปรับตัวได้ จะได้รับการพัฒนามาอย่างต่อเนื่อง แต่โครงสร้างที่ง่ายของพลาตันควบคุม และการลดความซับซ้อนของกฎการปรับตัวก็ยังคงเป็นสิ่งที่ต้องการในการวิจัยเพิ่มเติมต่อไป ในปัจจุบันมีความพยายามอีกมากมายเพื่อจะหาวิธีในการเลือกแบบจำลองอ้างอิงที่เหมาะสม และลดความซับซ้อนของกฎการปรับตัว ดังนั้นวิทยานิพนธ์นี้จึงนำเสนอหลักการ

ควบคุมคงทนที่มีพื้นฐานบนหลักการการควบคุมชนิดติดตามแบบจำลองแบบที่ปรับตัวได้ นั่นคือ การออกแบบตัวควบคุมคงทนชนิดติดตามการควบคุมแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ วิธีการควบคุมดังกล่าวมีความแตกต่างและมีโครงสร้างการควบคุมพลาเน็ตที่ง่ายกว่า การควบคุมชนิดติดตามแบบจำลองแบบที่ปรับตัวได้เนื่องจากการใช้แบบจำลองทางคณิตศาสตร์ (Nominal model) ของพลาเน็ตเป็นแบบจำลองอ้างอิง (Model Reference) โดยตรงจากนั้นสัญญาณเข้าของแบบจำลองอ้างอิงและพลาเน็ตจะไม่ใช้สัญญาณที่ป้อนจากสัญญาณอ้างอิง แต่เป็นสัญญาณจากตัวควบคุมแบบจำลองซึ่งออกแบบโดยอาศัยแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของพลาเน็ต โดยเงื่อนไขการติดตามของพลาเน็ตกับแบบจำลองอ้างอิง เมื่อพิจารณาการควบคุมตำแหน่งดีซีมอเตอร์ที่มีความไม่แน่นอน ความไม่แน่นอนนี้สามารถที่จะประกันด้วยสัญญาณที่เพิ่มเข้ามา จากตัวปรับแก้ซึ่งมีโครงสร้างแบบพีไอดีพื้นฐาน ซึ่งสัญญาณอินพุตของกลไกการปรับแก้ดังกล่าวก็คือค่าความผิดพลาด (Error) ระหว่าง พลาเน็ตกับแบบจำลองอ้างอิงนั่นเอง

## 1.2 ความมุ่งหมายและวัตถุประสงค์ของการศึกษา

พลาเน็ตที่ใช้ในงานอุตสาหกรรมส่วนมากจะพบว่ามีการใช้ตัวควบคุมแบบพีไอดีสำหรับควบคุมระบบเป็นส่วนใหญ่ และเมื่อพิจารณากรณีที่พารามิเตอร์ของพลาเน็ตเกิดความแปรผันมากๆ จะส่งผลให้ผลตอบสนองของระบบเกิดความผิดเพี้ยนไปจากข้อกำหนดที่ต้องการ ซึ่งวัตถุประสงค์ของวิทยานิพนธ์นี้นำเสนอ โครงสร้างการออกแบบตัวควบคุมคงทนชนิดติดตามการควบคุมแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ ซึ่งสามารถทำให้พลาเน็ตมีเสถียรภาพคงทนต่อความไม่แน่นอนได้ดีกว่าพลาเน็ตที่ใช้เพียงตัวควบคุมชนิดพีไอดีอย่างเดียว โดยจะแสดงการเปรียบเทียบถึงผลตอบสนองของพลาเน็ต ระหว่างการออกแบบตัวควบคุมคงทนชนิดติดตามการควบคุมแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ กับการควบคุมแบบดั้งเดิมที่ใช้พีไอดีอย่างเดียว โดยพิจารณาพลาเน็ตการควบคุมตำแหน่งดีซีมอเตอร์ที่มีความไม่แน่นอน

## 1.3 สมมุติฐานของการศึกษา

วิทยานิพนธ์ฉบับนี้เป็นการนำเสนอ โครงสร้างการออกแบบตัวควบคุมคงทนชนิดติดตามการควบคุมแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ ซึ่งได้รับพัฒนามาจากต้นแบบของการควบคุมชนิดติดตามแบบจำลองที่ปรับตัวได้ โดยวิธีการศึกษาโครงสร้างดังกล่าวจะเริ่มจาก การทดสอบหาแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของพลาเน็ตเพื่อใช้เป็นแบบจำลองอ้างอิงในการควบคุมเพื่อบรรลุข้อกำหนดการติดตามสัญญาณอ้างอิง และการทดสอบหากลไกการปรับแก้ชนิดพีไอดีเพื่อลดค่าความผิดพลาดทางพลวัตระหว่างพลาเน็ตจริง กับแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ให้ได้มากที่สุด จากนั้นทำการทดลองโดยนำเอาโครงสร้างดังกล่าวมาประยุกต์ใช้กับพลาเน็ตของดีซีมอเตอร์ที่มีความไม่แน่นอน สุดท้ายผลการทดลองของพลาเน็ตจะแสดงให้เห็นถึงความมีประสิทธิภาพ และ

ความคงทนต่อความไม่แน่นอนของพลาเน็ต เมื่อพิจารณากรณีการควบคุมตำแหน่งของดีซีมอเตอร์ โดยแบบจำลองทางคณิตศาสตร์และกลไกการปรับแก้ จะถูกตรวจสอบด้วยการจำลองพลาเน็ตโดยโปรแกรม MATLAB เพื่อเปรียบเทียบผลของการทดสอบ สุดท้ายผลการทดลองจะแสดงให้เห็นถึงประสิทธิภาพของเทคนิคดังกล่าว

#### 1.4 ทฤษฎีหรือแนวความคิดที่ใช้ในการวิจัย

การควบคุมชนิดติดตามแบบจำลองที่ปรับตัวได้ ได้รับการพิสูจน์ว่าเป็นเทคนิคการควบคุมที่มีประสิทธิภาพ และเนื่องจากอุปกรณ์ควบคุมขั้นสุดท้ายในพลาเน็ตดังกล่าวมีผลตอบสนองทางพลวัตที่เร็ว ดังนั้นต่อมาตัวควบคุมที่มีผลตอบสนองเร็วจึงเป็นสิ่งที่ต้องการ ถึงแม้ว่าทฤษฎีการควบคุมชนิดติดตามแบบจำลองแบบที่ปรับตัวได้จะได้รับการพัฒนาอย่างต่อเนื่อง แต่โครงสร้างที่ง่ายของพลาเน็ตควบคุม และการลดความซับซ้อนของกฎการปรับตัวก็ยังคงเป็นสิ่งที่ต้องการในการวิจัยเพิ่มเติมต่อไป ในปัจจุบันมีความพยายามมากมายเพื่อหาวิธีในการเลือกแบบจำลองอ้างอิงที่เหมาะสมและลดความซับซ้อนของกฎการปรับตัว ดังนั้นวิทยานิพนธ์นี้นำเสนอการออกแบบตัวควบคุมคงทน ที่มีพื้นฐานบนหลักการการควบคุมชนิดติดตามแบบจำลองแบบที่ปรับตัวได้ ซึ่งการออกแบบสามารถทำได้ง่าย และโครงสร้างของการควบคุมที่ง่ายกว่าสามารถลดความซับซ้อนได้ดีกว่าการควบคุมแบบที่ปรับตัวได้ โดยสามารถค้นคว้าเพิ่มเติมจากเอกสารอ้างอิงที่แสดงไว้ในวิทยานิพนธ์

#### 1.5 ขอบเขตการวิจัย

ขอบเขตในการวิจัยแบ่งการทำงานออกเป็นสองส่วนคือ ส่วนแรกทำการออกแบบและสร้างการควบคุมตำแหน่งดีซีมอเตอร์ด้วยตัวควบคุมพีไอดี ส่วนที่สองทำการออกแบบและสร้างตัวควบคุมคงทนชนิดติดตามการควบคุมแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ โดยส่วนที่สองนี้ทำการหาแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของพลาเน็ต เพื่อใช้เป็นแบบจำลองอ้างอิงในการควบคุมเพื่อบรรลุข้อกำหนดการติดตามสัญญาณอ้างอิงของพลาเน็ต และทำการทดสอบหากลไกการปรับแก้ชนิดพีไอดีเพื่อลดค่าความผิดพลาดทางพลวัตระหว่างพลาเน็ตจริง กับแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ให้ได้มากที่สุด จากนั้นนำเอาโครงสร้างดังกล่าวทั้งสองมาประยุกต์ใช้กับระบบของการควบคุมตำแหน่งดีซีมอเตอร์ที่มีความไม่แน่นอน ซึ่งทำได้โดยการติดตั้งโพลให้กับเพลาของมอเตอร์ทำให้มอเตอร์มีความผิดเพี้ยนไปจากเดิม และนำผลการทดสอบที่ได้เปรียบเทียบกับระหว่างผลตอบสนองของพลาเน็ตและช่วงเวลาในการไต่ระดับ ซึ่งผลการทดลองจะแสดงให้เห็นถึงความมีประสิทธิภาพและความคงทนสำหรับพลาเน็ตที่มีความไม่แน่นอน

## 1.6 ขั้นตอนของการศึกษา

ในวิทยานิพนธ์นี้แบ่งขั้นตอนออกได้ 6 บท โดยมีรายละเอียดของแต่ละบทดังต่อไปนี้

บทที่ 1 กล่าวถึงเรื่องที่กำลังศึกษาซึ่งประกอบไปด้วยความเป็นมาและความสำคัญของปัญหา ความมุ่งหมายและวัตถุประสงค์ของการศึกษา สมมติฐานของการศึกษา ทฤษฎีหรือแนวความคิดในการวิจัย ขอบเขตของการวิจัย และขั้นตอนการศึกษา

บทที่ 2 กล่าวถึงเรื่องโครงสร้างโดยทั่วไปของพลาเน็ตการควบคุม ที่ใช้ในการศึกษาวิจัยในวิทยานิพนธ์ฉบับนี้ และวิธีการในการหาแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของพลาเน็ตการควบคุม

บทที่ 3 กล่าวถึงทฤษฎีพื้นฐานสำหรับการออกแบบตัวควบคุมเพื่อนำมาควบคุมพลาเน็ตดีไซมอเตอร์ โดยจะแบ่งการอธิบายทฤษฎีพื้นฐานออกเป็นสองส่วน ส่วนแรกจะอธิบายถึงทฤษฎีพื้นฐานสำหรับการออกแบบตัวควบคุมแบบดั้งเดิม ส่วนหลังจะอธิบายถึงทฤษฎีพื้นฐานสำหรับการออกแบบตัวควบคุมแบบคงทน และการประมาณค่าความไม่แน่นอนในการวัด

บทที่ 4 กล่าวถึงการออกแบบตัวควบคุมคงทนและการวิเคราะห์ความไม่แน่นอนในแบบจำลองพลวัต จะเริ่มจากการทดสอบหาแบบจำลองทางคณิตศาสตร์จากนั้นทำการออกแบบตัวควบคุมแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ซึ่งต้องอาศัยแบบจำลองในการออกแบบ ดังนั้นในขั้นตอนนี้จะเป็นการออกแบบโดยไม่พิจารณาความไม่แน่นอนของพลาเน็ต และการเปลี่ยนแปลงของโหลด แต่จะเป็นการออกแบบตัวควบคุมแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ เพื่อบรรลุสมรรถนะในการติดตามสัญญาณอ้างอิง และการออกแบบตัวควบคุมปรับแก้ชนิดพีไอดี จะเป็นการอาศัยเงื่อนไขการติดตามแบบจำลองอย่างสมบูรณ์แบบ และใช้กรณีเลวที่สุดของพลาเน็ตในการออกแบบเพื่อบรรลุเงื่อนไขให้เกิดสมรรถนะของความคงทนต่อความไม่แน่นอน ซึ่งการออกแบบที่แยกอิสระต่อกันระหว่างตัวควบคุมแบบจำลองทางคณิตศาสตร์และตัวปรับแก้ชนิดพีไอดี ซึ่งจะชี้ให้เห็นว่าไม่มีการรบกวนที่เกี่ยวข้องกันระหว่างการออกแบบทั้งสอง ดังนั้นสิ่งนี้จึงเป็นข้อดีที่เด่นชัดของการควบคุมคงทนชนิดติดตามการควบคุมแบบจำลองทางคณิตศาสตร์

บทที่ 5 กล่าวถึงขั้นตอนการทดลองและผลการทดลอง โดยจะแบ่งการทดลองออกเป็นสองการทดลอง โดยเริ่มจากการทดลองแรกคือการควบคุมตำแหน่งดีไซมอเตอร์ด้วยตัวควบคุมแบบดั้งเดิมกรณีที่การทำงานปกติ และบันทึกผลการทดลองเพื่อเป็นต้นแบบอ้างอิงจาก นั้นทำการทดลองที่สอง คือการควบคุมตำแหน่งดีไซมอเตอร์ด้วยตัวควบคุมแบบดั้งเดิมที่มีความไม่แน่นอนกรณีเลวที่สุด กับการควบคุมตำแหน่งดีไซมอเตอร์ด้วยตัวควบคุมคงทนชนิดติดตามแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ที่มีความไม่แน่นอนกรณีเลวที่สุด จากนั้นทำการบันทึกผลเพื่อเปรียบเทียบผลระหว่างตัวควบคุมแบบดั้งเดิม กับตัวควบคุมคงทนชนิดติดตามการควบคุมแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ที่มีความไม่แน่นอนกรณีเลวที่สุด โดยใช้สัญญาณทดสอบแบบขั้นบันได เพื่อพิจารณาผลของการติดตามสัญญาณตำแหน่งอ้างอิงที่สภาวะการทำงานตามเข็มนาฬิกา และทวนเข็มนาฬิกา

บทที่ 6 สรุปผลการวิจัยและข้อเสนอแนะ

## บทที่ 2

### การหาแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของการควบคุมดีซีมอเตอร์

ในบทนี้จะกล่าวถึงโครงสร้างโดยทั่วไปของพลาเน็ตการควบคุม ที่ใช้ในการศึกษาวิจัยในวิทยานิพนธ์ฉบับนี้ และวิธีการในการหาแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของพลาเน็ตการควบคุมดีซีมอเตอร์ซึ่งจะใช้เป็นพื้นฐานส่วนหนึ่งในการออกแบบตัวควบคุมต่อไป

#### 2.1 ดีซีเซอร์โวมอเตอร์

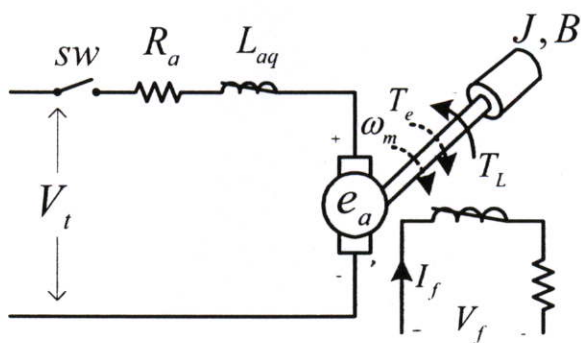
ในการประยุกต์ใช้ในการควบคุมในหลายๆ ประเภทนั้น ต้องการที่จะได้รับแรงบิด (Torque) ที่สูง และยิ่งไปกว่านั้นยังต้องการทั้งความถูกต้องของตำแหน่ง และความเร็วในสภาวะที่แรงบิดสูงๆ ซึ่งคุณสมบัติดังกล่าวที่ต้องการจะสามารถหาได้จากดีซีเซอร์โวมอเตอร์

คุณสมบัติของเซอร์โวมอเตอร์ที่แตกต่างจากมอเตอร์อุตสาหกรรมทั่ว ๆ ไปคือ

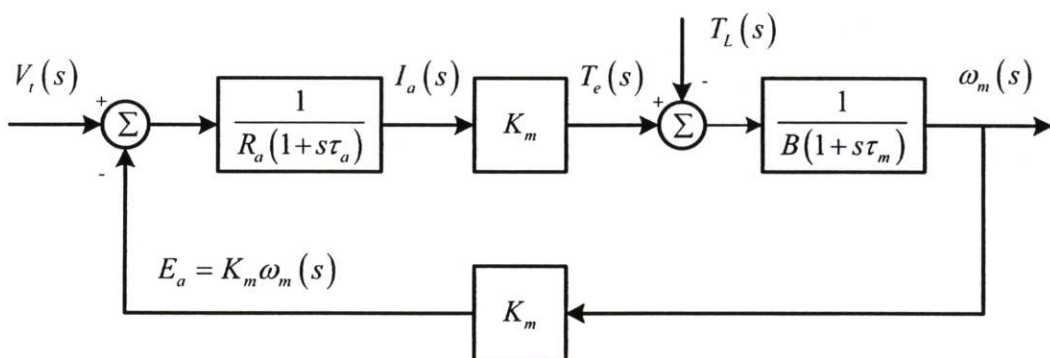
- จะให้แรงบิดที่สูงทุกค่าความเร็ว
- สามารถรักษาตำแหน่งเดิมไว้ได้
- ขณะที่เซอร์โวมอเตอร์อยู่ในสภาวะความเร็วต่ำ หรือหยุดหมุนจะไม่ส่งผลกระทบในเรื่องของความร้อน
- สามารถกลับทิศทางการหมุนได้อย่างรวดเร็ว
- สามารถไปถึงตำแหน่ง หรือความเร็วพิกัดได้อย่างรวดเร็ว อีกทั้งยังสามารถเพิ่มหรือลดขนาดของตำแหน่งและความเร็วได้อย่างรวดเร็ว
- เซอร์โวมอเตอร์จะหมุนกลับไปยังตำแหน่งที่ถูกกำหนดได้ครั้งแล้วครั้งเล่า โดยที่ไม่ขยับหรือเลื่อน

##### 2.1.1 โครงสร้างของดีซีมอเตอร์

ดีซีมอเตอร์ได้ถูกนำมาประยุกต์ใช้กันอย่างมาก เนื่องจากการควบคุมความเร็ว และแรงบิดสามารถควบคุมได้ในช่วงกว้าง โดยความเร็วสามารถควบคุมด้วยการปรับแรงดันที่ขั้ว ซึ่งจะศึกษาผลที่เกิดจากสภาวะทรานส์เซียนในวงจรรออาร์เมเจอร์ และทรานส์เซียนทางกล รูปที่ 2.1 แสดงวงจรสมมูลของมอเตอร์ และรูปที่ 2.2 แสดงบล็อกไคอะแกรมของดีซีมอเตอร์



รูปที่ 2.1 แสดงวงจรสมมูลของดีซีมอเตอร์



รูปที่ 2.2 บล็อกไดอะแกรมของดีซีมอเตอร์

พลาเน็ตดีซีมอเตอร์ดังรูปที่ 2.1 มีสมการพื้นฐานดังนี้คือ

$$e_a = K_f i_f \omega_m = K_f \omega_m \tag{2.1}$$

$$T_e = K_f i_f i_a = K_m i_a \tag{2.2}$$

เมื่อ  $K_m = K_f i_f$  คือค่าคงที่ ซึ่งเท่ากับอัตราส่วน  $\frac{e_a}{\omega_m}$  แรงดันอาร์เมเจอร์  $e_a$  จะสัมพันธ์กับกระแสในขดลวดสนาม  $i_f$  ที่ความเร็ว  $\omega_m$  ทำการแปลงลาปลาซของสมการ (2.1) และ (2.2)

$$E_a = K_m \omega_m(s) \tag{2.3}$$

$$T(s) = K_m I_a(s) \quad (2.4)$$

ในรูปที่ 2.1 เมื่อสวิตช์ปิดที่เวลา  $t = 0$  จะได้สมการแรงดันที่ขั้วตามกฎของ KVL (Kirchhoff's Voltage Law) ดังสมการ

$$V_t = K_m \omega_m + R_a i_a + L_{aq} \frac{di_a}{dt} \quad (2.5)$$

ทำการแปลงลาปลาซของสมการ (2.5) จากเงื่อนไขเริ่มต้นเป็นศูนย์จะได้

$$V_t(s) = K_m \omega_m(s) + I_a(s) R_a (1 + s\tau_a) \quad (2.6)$$

เมื่อ  $\tau_a = \frac{L_{aq}}{R_a}$  คือค่าเวลาคงตัวของมอเตอร์

สำหรับสมการทางพลวัตของพลานต์ทางกลกำหนดได้ดังนี้

$$T = K_m i_a = J \frac{d\omega_m}{dt} + B\omega_m + T_L \quad (2.7)$$

ทำการแปลงลาปลาซของสมการ (2.7)

$$T(s) = K_m I_a(s) = Js\omega_m(s) + B\omega_m(s) + T_L(s) \quad (2.8)$$

จากสมการ (2.8) และ (2.1) จะได้สมการของความเร็วดีซีมอเตอร์กำหนดได้ดังนี้

$$\omega_m = \frac{T(s) - T_L(s)}{B(1 + sJ/B)} = \frac{K_m I_a - T_L(s)}{B(1 + s\tau_m)} \quad (2.9)$$

เมื่อ  $\tau_m = \frac{J}{B}$  คือ ค่าเวลาคงตัวทางกลของพลานต์

และจากค่าของแรงบิดของโหลดจะเป็นสัดส่วนกับความเร็วโรตอร์ได้ว่า

$$T_L = B_L \omega_m \quad (2.10)$$

และกำหนดให้  $J$  คือผลรวมของความเฉื่อยทั้งพลาตันต์

$$J = J_{motor} + J_{load} \quad (2.11)$$

และจากสมการที่ (2.8) จะได้สมการทางพลวัตใหม่ดังนี้

$$K_m I_a(s) = Js\omega_m(s) + B_m \omega_m(s) + B_L \omega_m(s) \quad (2.12)$$

และเมื่อกำหนดให้  $B = (B_m + B_L)$  จากสมการที่ (2.12) จะได้สมการใหม่ดังนี้

$$K_m I_a(s) = Js\omega_m(s) + B\omega_m(s) \quad (2.13)$$

เมื่อทำการใส่โหลดให้กับพลาตันต์ จะทำให้แรงเสียดทานเนื่องจากความฝืดของพลาตันต์ทางกลเพิ่มขึ้นและจากสมการ (2.6) และ (2.13) จะได้สมการแรงดันใหม่ดังนี้

$$V_t(s) = K_m \omega(s) + \frac{BR_a}{K_m} (1 + s\tau_m)(1 + s\tau_a) \omega_m(s) \quad (2.14)$$

ดังนั้นอัตราส่วนของความเร็วโรตอร์ต่อแรงดันที่ขั้วจะหาได้ตามสมการ ดังนี้

$$\frac{\omega_m(s)}{V_t(s)} = \frac{1}{K_m + \frac{BR_a}{K_m} (1 + s\tau_m)(1 + s\tau_a)} \quad (2.15)$$

โดยในวิทยานิพนธ์นี้จะไม่คิดค่าความเหนี่ยวนำเนื่องจากมีค่าน้อยนั่นคือค่าของ  $\tau_a = 0$  และจากสมการที่ (2.15) จะได้สมการอัตราส่วนของความเร็วโรตอร์ต่อแรงดันที่ขั้วคือ

$$\frac{\omega_m(s)}{V_t(s)} = \left( \frac{K_m}{K_m^2 + R_a B} \right) \left( \frac{1}{(1 + s\tau_m)} \right) \quad (2.16)$$

จากสมการที่ (2.16) เมื่อกำหนดให้

$$\tau'_m = \frac{R_a B}{K_m^2 + R_a B} \tau_m \quad (2.17)$$

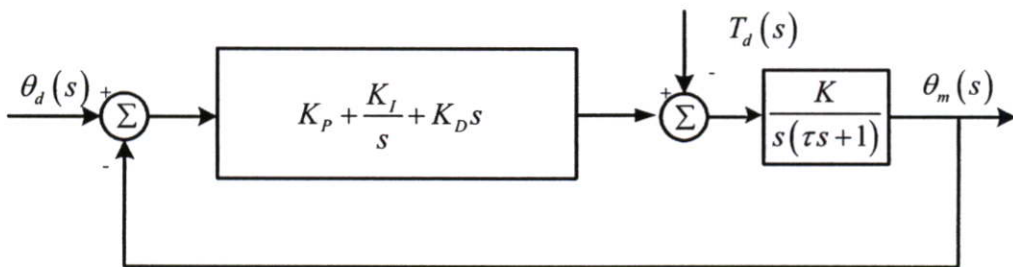
และ

$$K'_m = \frac{1}{K_m^2 + R_a B} \quad (2.18)$$

ดังนั้นจะได้อัตราส่วนระหว่างความเร็วดีซีมอเตอร์ต่อแรงดันที่ขั้วอินพุตหนึ่งดังต่อไปนี้

$$G_m(s) = \frac{\omega_m(s)}{V_i(s)} = \frac{K'_m}{\tau'_m s + 1} \quad (2.19)$$

เมื่อต้องการพิจารณาการควบคุมตำแหน่งดีซีมอเตอร์ด้วยตัวควบคุมพีไอดีสามารถเขียนบล็อกไดอะแกรมของดีซีมอเตอร์ได้ใหม่เป็น



รูปที่ 2.3 บล็อกไดอะแกรมของการควบคุมตำแหน่งดีซีมอเตอร์ด้วยตัวควบคุมพีไอดี

ดังนั้นสมการทรานเฟอร์ฟังก์ชันเอาต์พุตต่ออินพุตจะเป็น

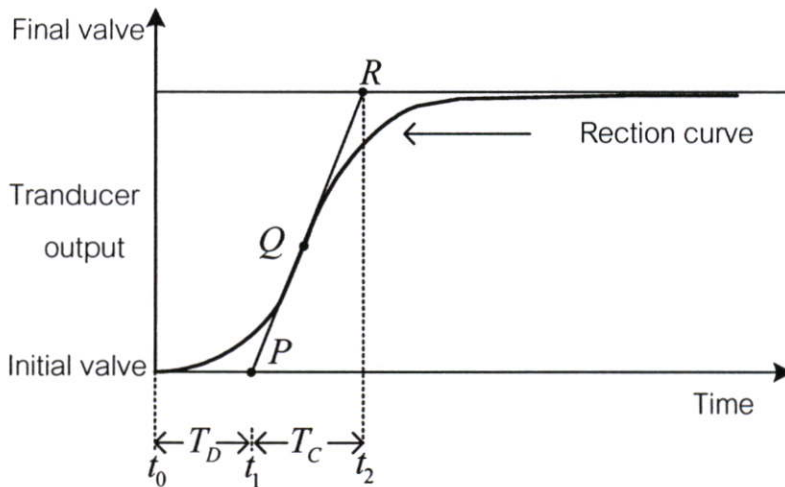
$$\frac{\theta_d(s)}{\theta_m(s)} = \frac{K_m (K_D s^2 + K_p s + K_I)}{\tau_m s^3 + (1 + K_m K_D) s^2 + K_m K_p s + K_m K_I} \quad (2.20)$$

จากสมการที่ (2.20) สามารถจัดรูปสมการใหม่ได้ดังนี้

$$\frac{T_d(s)}{\theta_d(s)} = \frac{K_m s}{\tau_m s^3 + (1 + K_m K_D) s^2 + K_m K_P s + K_m K_I} \quad (2.21)$$

## 2.2 การหาแบบจำลองทางคณิตศาสตร์

การหาแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของพลาเน็ตการควบคุม ในวิทยานิพนธ์ฉบับนี้เลือกใช้วิธีการทดสอบโดยการหาฟังก์ชันถ่ายโอนของพลาเน็ตการควบคุม [1,2] ด้วยการป้อนสัญญาณแบบขั้นบันไดให้กับพลาเน็ตการควบคุม เพราะสามารถที่จะใช้อธิบายถึงการเปลี่ยนแปลงของค่าพารามิเตอร์ภายในตัวของพลาเน็ตที่มีค่าความไม่แน่นอนได้ และในหัวข้อนี้จะถูกใช้อ้างอิงในการหาฟังก์ชันถ่ายโอนของดีซีมอเตอร์ในลำดับต่อไป



รูปที่ 2.4 วิธีการหาผลตอบสนองแบบขั้นบันได

การทดสอบหาฟังก์ชันถ่ายโอนของพลาเน็ต [2] มีขั้นตอนดังต่อไปนี้

- ป้อนสัญญาณอินพุตแบบขั้นบันไดเข้าสู่พลาเน็ตรูปเปิด และวัดผลตอบสนองที่ได้
- จากรูปที่ 2.4 เป็นผลตอบสนองที่ได้ ขั้นตอนต่อไปคือลากเส้น  $PR$  สัมผัสตำแหน่งกราฟที่มีความชันมากที่สุด ซึ่งก็คือจุด  $Q$  แล้วลากไปตัดกับเส้นค่าสุดท้ายของผลตอบสนองที่จุด  $R$
- ลากเส้นตั้งฉากระหว่างค่าเริ่มต้น และตำแหน่งที่เส้นค่าสุดท้ายตัดกับเส้น  $PR$  นั่นคือจุด  $R$
- จากกราฟจะได้ค่า  $T_D$  และค่า  $T_C$  โดยที่  $T_D$  เป็นค่าตั้งแต่  $t_0$  ถึง  $t_1$  และ  $T_C$  เป็นค่าตั้งแต่  $t_1$  ถึง  $t_2$
- จะได้ค่าเวลาคงตัว ( $\tau$ ) ก็คือ  $t_2$

- *D.C. Gain* ;  $K'_m$  คือผลตอบสนองที่สภาวะคงตัว
- กระบวนการที่ใช้ในวิทยานิพนธ์นี้ เป็นกระบวนการอันดับหนึ่ง ที่มีค่าหน่วงเวลาซึ่งมีฟังก์ชันถ่ายโอนดังรูปฟอร์มต่อไปนี้

$$G_p(s) = \frac{K'_m}{\tau'_m s + 1} \quad (2.22)$$

โดยที่อัตราขยายของมอเตอร์ ( $K'_m$ ) หาได้จากสมการ

$$K'_m = \frac{\text{Output}}{\text{Input}} \quad (2.23)$$

และค่าเวลาคงตัวของมอเตอร์ ( $\tau'_m$ ) ซึ่งโดยปกติการหาค่าเวลาคงตัวจะคิดที่ 63.2 %

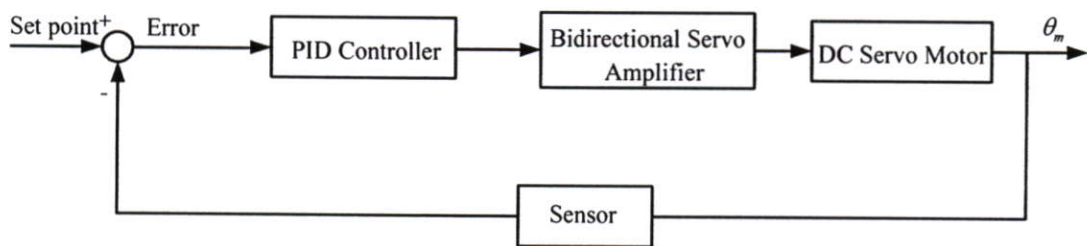
### บทที่ 3

## ทฤษฎีพื้นฐานสำหรับการออกแบบตัวควบคุม และการประมาณค่าความไม่แน่นอนในการวัด

ในบทนี้จะกล่าวถึงทฤษฎีพื้นฐานสำหรับการออกแบบตัวควบคุมเพื่อนำมาควบคุมพลานต์ ดีไซน์มอเตอร์ โดยจะแบ่งการอธิบายทฤษฎีพื้นฐานออกเป็นสองส่วน ส่วนแรกจะอธิบายถึงทฤษฎีพื้นฐานสำหรับการออกแบบตัวควบคุมแบบดั้งเดิม และส่วนหลังจะอธิบายถึงทฤษฎีพื้นฐานสำหรับการออกแบบตัวควบคุมแบบคงทน และการประมาณค่าความไม่แน่นอนในการวัด

### 3.1 ทฤษฎีพื้นฐานสำหรับการออกแบบตัวควบคุมแบบดั้งเดิม

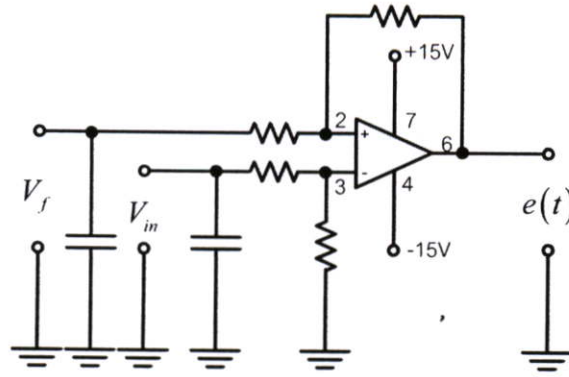
อุปกรณ์ควบคุมอัตโนมัติที่มีตัวควบคุมแบบพีไอดี (PID - Controller) เป็นตัวควบคุมในวงการอุตสาหกรรมยังคงมีใช้กันอยู่อย่างแพร่หลาย ในการศึกษาที่เราสามารถที่จะนำเอาออปแอมป์ (Op - Amp) มาสร้างเป็นตัวควบคุมพีไอดีได้ แนวคิดนี้จึงถูกใช้เป็นตัวแบบเพื่อช่วยออกแบบตัวควบคุมแบบดั้งเดิมที่ใช้ในงานวิจัย เพื่อให้ง่ายและลดความซับซ้อน จึงนำเสนออยู่ในรูปบล็อกไดอะแกรม (Block Diagram) ซึ่งโครงสร้างการทำงานจะอธิบายไว้เป็นลำดับตามหัวข้อต่างๆ ตามลำดับก่อนและหลังดังนี้



รูปที่ 3.1 แสดงบล็อกไดอะแกรมการทำงานที่ใช้ในการออกแบบตัวควบคุมแบบดั้งเดิม

#### 3.1.1 ชุดเปรียบเทียบสัญญาณ (Differential)

จากลำดับการทำงานในบล็อกไดอะแกรม ส่วนแรกที่พบคือชุดเปรียบเทียบสัญญาณ โดยหัวข้อนี้จะอธิบายถึงโครงสร้างทางอิเล็กทรอนิกส์ของชุดเปรียบเทียบสัญญาณ และการทำงานของชุดเปรียบเทียบสัญญาณ



รูปที่ 3.2 แสดงโครงสร้างทางอิเล็กทรอนิกส์ของชุดเปรียบเทียบสัญญาณ

จากรูปที่ 3.2

$$e(t) = V_{in} - V_f \quad (3.1)$$

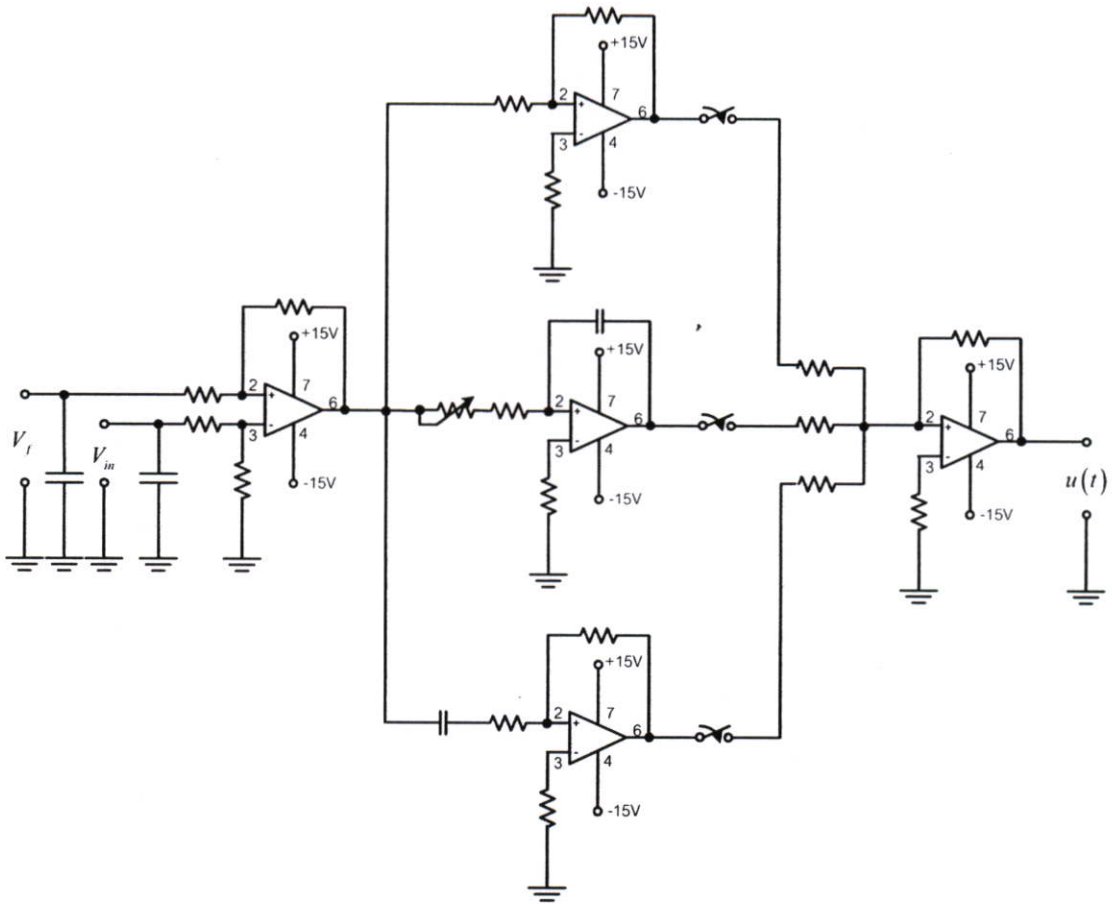
เมื่อ R เท่ากันทุกตัว

### 3.1.1.1 การทำงานของชุดเปรียบเทียบสัญญาณ

การทำงานของชุดเปรียบเทียบสัญญาณ จะเป็นการเปรียบเทียบสัญญาณเอาต์พุตที่ได้จากดีซีมอเตอร์ ซึ่งสอดคล้องกับตำแหน่งของมอเตอร์กับสัญญาณอินพุตโดยใช้ IC เบอร์ 741 โดยสัญญาณเอาต์พุตของชุดเปรียบเทียบสัญญาณ คือสัญญาณค่าความคลาดเคลื่อนนั่นเอง

### 3.1.2 ตัวควบคุมแบบพีไอดี (PID – Controller)

ในหัวข้อนี้แสดงโครงสร้างทางอิเล็กทรอนิกส์ของตัวควบคุมแบบพีไอดี และรวมถึงการอธิบายวิธีการทำงานของตัวควบคุมแบบพีไอดี



รูปที่ 3.3 แสดงโครงสร้างทางอิเล็กทรอนิกส์ของตัวควบคุมแบบพีไอดี

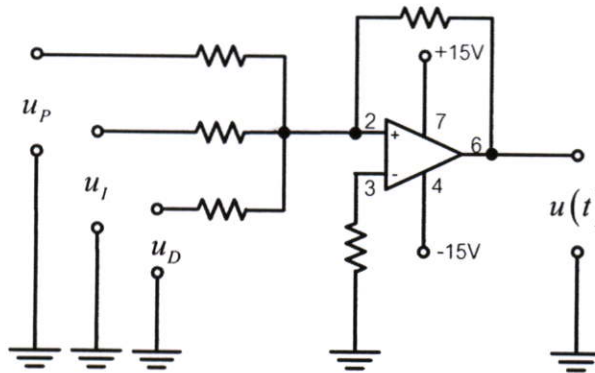
### 3.1.2.1 การทำงานของตัวควบคุมชนิดพีไอดี

การทำงานของตัวควบคุมชนิดพีไอดี เป็นตัวควบคุมสามารถแยกกล่าวได้เป็นตัวควบคุมแบบพี (P – Controller) ใช้วงจรอินเวอร์ตติ้งแอมป์ลิไฟ (Inverting Amplifier) ตัวควบคุมแบบไอ (I – Controller) ใช้วงจรอินทิเกรตติ้งแอมป์ลิไฟ (Integrating Amplifier) ตัวควบคุมแบบดี (D – Controller) ใช้วงจรดิฟเฟอเรนเชียลแอมป์ลิไฟ (Differential Amplifier) ตัวควบคุมชนิดพีไอดีนี้จะมีทรานเฟอร์ฟังก์ชัน (Transfer Function) เป็น  $K_p + K_I + K_D$  จากวงจรจะเห็นได้ว่าการปรับค่าตัวควบคุม  $K_p$  (Proportional Constant) ,  $K_I$  (Integration Constant) ,  $K_D$  (Derivative Constant) การปรับค่าตัวควบคุม  $K_p, K_I, K_D$  ที่เหมาะสมจะทำให้พลาตันั้นเสถียรอยู่ได้ ผลตอบสนองที่ได้จากตัวควบคุมนั้นขึ้นอยู่กับกระบวนการว่าเป็นแบบใดแล้วต้องการควบคุมปรับค่าตัวควบคุม  $K_p, K_I, K_D$  อย่างไรจึงจะได้ผลตอบสนองที่ดีที่สุด (ดูจากผลการทดลอง) การจะกล่าวว่าผลการตอบสนองการควบคุมนั้นดีหรือใช้ได้เราดูจากตัวควบคุมพีไอดีการแกว่ง หรือมีโอเวอร์ชูด (Overshoot) ถ้ามีก็ให้น้อยที่สุดและมีค่าใกล้เคียงกับค่าเป้าหมายให้มากที่สุดจึงเรียกว่าเป็นการปรับค่าที่เหมาะสมที่สุด

สรุปได้ว่าพลาเน็ตควบคุมที่ดีจะต้องมีคุณสมบัติ คือพลาเน็ตนั้นจะต้องมีเสถียรภาพ และมีผลตอบสนองที่รวดเร็ว และไม่มีการเกิดออฟเซต (Offset)

### 3.1.3 ชุดรวมสัญญาณ (Summing)

ในหัวข้อนี้เป็นชุดรวมสัญญาณที่ได้จากตัวควบคุมพีไอดี ซึ่งได้แสดงโครงสร้างทางอิเล็กทรอนิกส์ และการทำงานของชุดรวมสัญญาณ



รูปที่ 3.4 แสดงโครงสร้างทางอิเล็กทรอนิกส์ของชุดรวมสัญญาณ

จากรูปที่ 3.4

$$u_{(t)} = -(u_p + u_I + u_D) \quad (3.2)$$

เมื่อ R ทุกตัวเท่ากัน

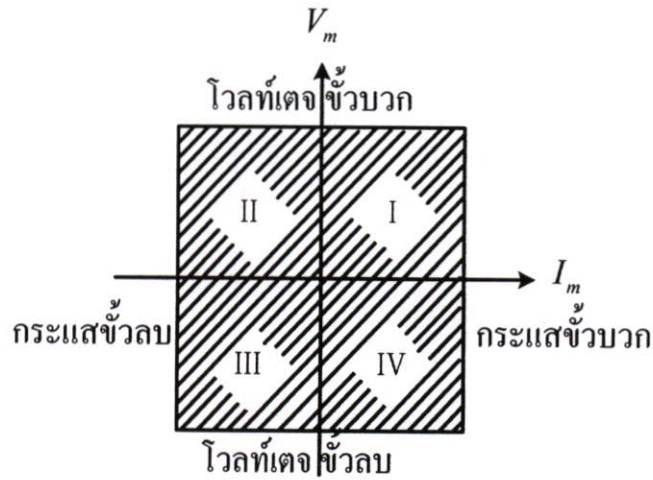
#### 3.1.3.1 การทำงานของชุดรวมสัญญาณ

การทำงานของชุดรวมสัญญาณ เป็นชุดการรวมสัญญาณเอาต์พุตที่มาจากตัวควบคุมพีไอดี เพื่อที่จะนำไปควบคุมชุดคิซิมอเตอร์ ชุดรวมสัญญาณนี้ใช้วงจรรวมแรงดัน (Voltage) โดยใช้ไอซีเบอร์ 741 โดยมีอินพุต 3 ชุด คือมาจากตัวควบคุมพี (P – Element) , ตัวควบคุมไอ (I – Element) , ตัวควบคุมดี (D – Element) นำสัญญาณที่ถูกปรับอัตราขยายต่างกัน ก็จะได้สัญญาณเอาต์พุตออกมานำไปควบคุมชุดคิซิมอเตอร์

#### 3.1.4 ชุดขับ (Driver)

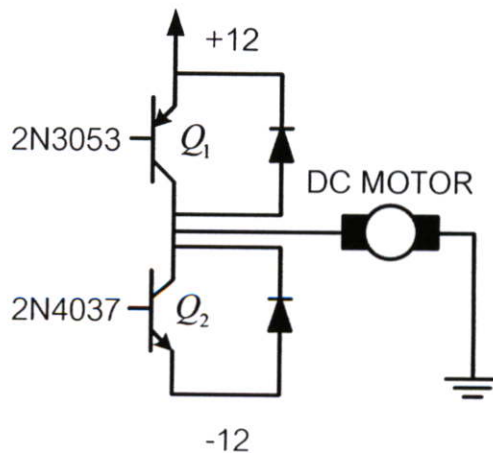
ชุดขับหรือลิเนียร์เซอร์โวแอมป์ลิไฟ โดยปกติจะสร้างขึ้นเพื่อให้เป็นอุปกรณ์ขยายแบบลิเนียร์เช่นเดียวกับออปแอมป์ หรือดิฟเฟอเรนเชียลแอมป์ลิไฟ ที่ใช้ไปกระตุ้นภาคเพาเวอร์ซัพพลาย (Power Supply) ให้ไปขับมอเตอร์ ซึ่งภาคเพาเวอร์ซัพพลายจะมีการป้อนกลับแบบลูปปิด (Closed Loop) เพื่อให้ได้พารามิเตอร์ที่ต้องการ เนื่องจากสัญญาณควบคุมที่ออกจากชุดควบคุม

มีสัญญาณที่เป็นทั้งบวกและลบ ดังนั้นจึงเลือกวงจรถิณีสร์แบบไบไดเรกชันแนลเซอร์โวแอมพลิไฟ (Bidirectional Servo Amplifier) เพราะสามารถทำให้มอเตอร์ทำงานได้ทั้งสองทิศทาง และมีลิเนียร์ทรานสเฟอร์ฟังก์ชันตลอดถึงช่วงความเร็วเป็นศูนย์ แอมพลิไฟแบบนี้สามารถบังคับได้เต็มทั้ง 4 ควอเตอร์ ดังรูปที่ 3.5 และสามารถป้อนแรงดัน กระแสทั้งขั้วบวกและลบ ให้กับมอเตอร์ได้



รูปที่ 3.5 แสดงการทำงานของวงจรถิณีสร์แอมพลิไฟแบบเต็ม 4 ควอเตอร์

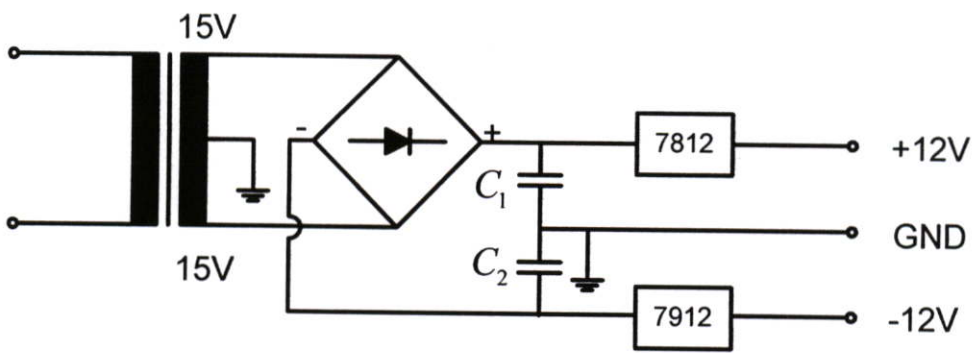
วงจรถิณีสร์แนลแอมพลิไฟที่เลือกใช้เป็นแบบไบโพลาร์แอมพลิไฟ โดยจะใช้เพาเวอร์ซัพพลาย ทั้งสองลักษณะสำหรับการทำงานแบบตามเข็มนาฬิกาและทวนเข็มนาฬิกา แรงดันที่ป้อนให้มอเตอร์เท่ากับ ผลต่างระหว่างซัพพลายแรงดันไฟฟ้าและแรงดันไฟฟ้าตกคร่อมคอลเลกเตอร์อิมิตเตอร์ของ  $Q_1$  หรือ  $Q_2$  ในขณะที่ตัวหนึ่งตัวไดนากระแส ดังแสดงในรูปที่ 3.6



รูปที่ 3.6 แสดงวงจรถิณีสร์แนลแอมพลิไฟแบบไบโพลาร์แอมพลิไฟ

**3.1.5 ภาคเพาเวอร์ซัพพลาย (Power Supply)**

วงจรนี้ทำงานโดยเริ่มต้น ด้วยการใช้น้อแปลงไฟฟ้าเพื่อลดระดับแรงดันไฟฟ้ากระแสสลับขนาด 220V ให้เป็น 15V , 0V , -15V จากนั้นเราจะใช้บริดจ์ไดโอด (Bridge Diode) ต่อเข้าไปเพื่อให้ไฟฟ้ากระแสตรงที่ได้มีความเรียบยิ่งขึ้น และอาจเป็นผลให้แรงดันไฟฟ้ากระแสตรงนี้มีค่าสูงกว่า 12V DC ดังนั้นจึงใช้ไอซีเรกกูเลต (IC Regulated) ต่อเข้าไปเพื่อให้ระดับแรงดัน 12V DC และไอซีที่ใช้คือ IC เบอร์ 7812 และ 7912 จากนั้นจะกรองความถี่ด้วยคาปาซิเตอร์อีกครั้งหนึ่ง แล้วเราจะได้เพาเวอร์ซัพพลายกระแสตรงขนาด 12V , 0V , -12V เพื่อป้อนให้ชุดขับ ซึ่งวงจรเพาเวอร์ซัพพลายนี้จะแสดงในรูปที่ 3.7



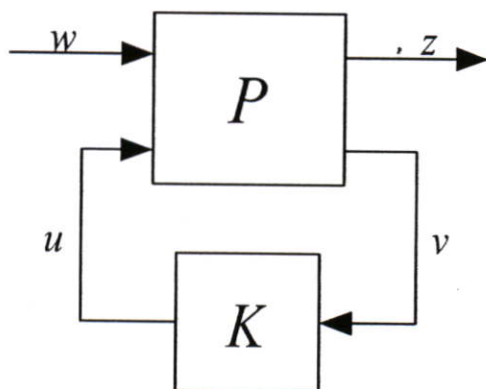
รูปที่ 3.7 แสดงวงจรภาคเพาเวอร์ซัพพลาย

**3.1.6 ชุดตรวจจับสัญญาณ (Sensor)**

ชุดตรวจจับสัญญาณที่ใช้ในวิทยานิพนธ์นี้ คือโพเทนชิโอมิเตอร์มีลักษณะการทำงานแบบแบ่งแรงดันไฟฟ้า (Voltage Divider) โดยต่อกับเพลลาของคิซิมอเตอร์และโพเทนซิโอมิเตอร์จะถูกใช้เป็นตัวรับรู้สัญญาณเอาต์พุต ซึ่งเป็นระยะทางเชิงมุมแล้วนำสัญญาณป้อนกลับไปเปรียบเทียบกับตำแหน่งของโพลกับตำแหน่งอ้างอิงที่ต้องการ ซึ่งผลต่างที่ได้จากการเปรียบเทียบโพเทนซิโอมิเตอร์ จะกำเนิดสัญญาณค่าความผิดพลาดออกมาเป็นแรงดันนำไปขับเคลื่อนมอเตอร์และไปขับโพลให้อยู่ในตำแหน่งที่ต้องการ

### 3.2 ทฤษฎีพื้นฐานสำหรับการออกแบบตัวควบคุมคงทน

ในหัวข้อนี้จะอธิบายถึงทฤษฎีพื้นฐานสำหรับการออกแบบตัวควบคุมคงทน ซึ่งจะใช้เป็นตัวควบคุมสำหรับพลาเน็ตการควบคุมดิซิมอเตอร์



รูปที่ 3.8 บล็อกไดอะแกรมทั่วไปของการควบคุมคงทน

จากบล็อกไดอะแกรมทั่วไปของการควบคุมคงทน ดังรูปที่ 3.8 ซึ่งประกอบไปด้วยส่วนของพลาเน็ต  $P$  และส่วนตัวควบคุม  $K$  ในส่วนของพลาเน็ตจะมีสัญญาณอินพุต 2 อินพุต และสัญญาณเอาต์พุต 2 เอาต์พุต โดยมีสัญญาณอินพุต  $u$  เป็นสัญญาณควบคุม (Control input) จากตัวควบคุม และสัญญาณอินพุต  $w$  เป็นสัญญาณรบกวนต่างๆ (Exogenous input) ที่มีผลต่อระบบควบคุม เช่น สิ่งรบกวนจากภายนอก และสัญญาณรบกวนที่เกิดขึ้นจากตัวรับรู้ ในส่วนของสัญญาณเอาต์พุตของพลาเน็ต จะมีสัญญาณเอาต์พุต  $v$  เป็นสัญญาณที่วัดได้ (Observed output) จากตัวรับรู้ โดยที่สัญญาณที่วัดได้จากตัวรับรู้นี้จะถูกนำไปใช้เป็นสัญญาณอินพุตให้แก่ส่วนของตัวควบคุมด้วยสัญญาณเอาต์พุต  $z$  เป็นสัญญาณเอาต์พุตที่ถูกควบคุม (Controlled output) หรือบางครั้งเรียกว่าสัญญาณเอาต์พุตคงค่า (Regulated Output)

ดังนั้นสมการฟังก์ชันถ่ายโอนวงรอบปิดระหว่างสัญญาณเอาต์พุต  $z$  และสัญญาณอินพุต  $w$  มีค่าเป็น

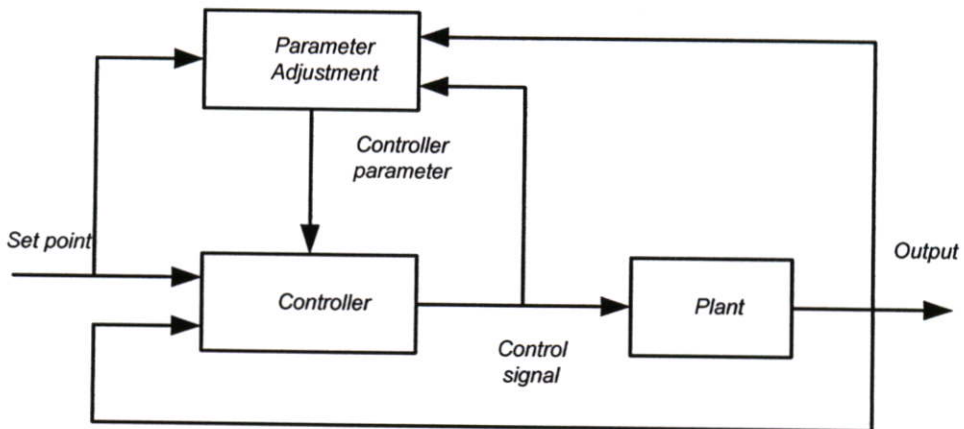
$$T_{zw} = P_{zw} + P_{zu} K (I - P_{yu} K)^{-1} P_{yw} \quad (3.3)$$

โดยที่  $z = T_{zw} w$  สมการฟังก์ชันถ่ายโอนวงรอบปิด ที่ได้เรียกว่าลิเนียร์แฟรคชันนัลทรานส์ฟอร์มเมชัน (Linear Fractional Transformation) ซึ่งเป็นวิธีการหาค่าสมการฟังก์ชันถ่ายโอนของระบบที่มี 2 ทางเข้าออกดังแสดงในรูปที่ 3.8 ซึ่งวิธีการออกแบบตัวควบคุมจะมุ่งเน้นการแก้ปัญหาด้วยวิธีการควบคุมแบบ  $H_\infty$  และทำการแปลงรูปบล็อกไดอะแกรมให้อยู่ในรูปสมการปริภูมิสถานะ

ด้วยเหตุผลนี้ผู้วิจัยจึงพยายามหลีกเลี่ยงและนำเสนอวิธีการควบคุมแนวทางอื่นๆ ที่สามารถลดรูปแบบการควบคุมที่ซับซ้อนลงให้ได้มากที่สุด จึงเลือกวิธีการควบคุมแบบที่ปรับตัวได้มาประยุกต์ใช้และเป็นต้นแบบในการออกแบบตัวควบคุมคงทนชนิดติดตามการควบคุมแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ ซึ่งแสดงไว้ในวิทยานิพนธ์ฉบับนี้แล้วในลำดับต่อไป

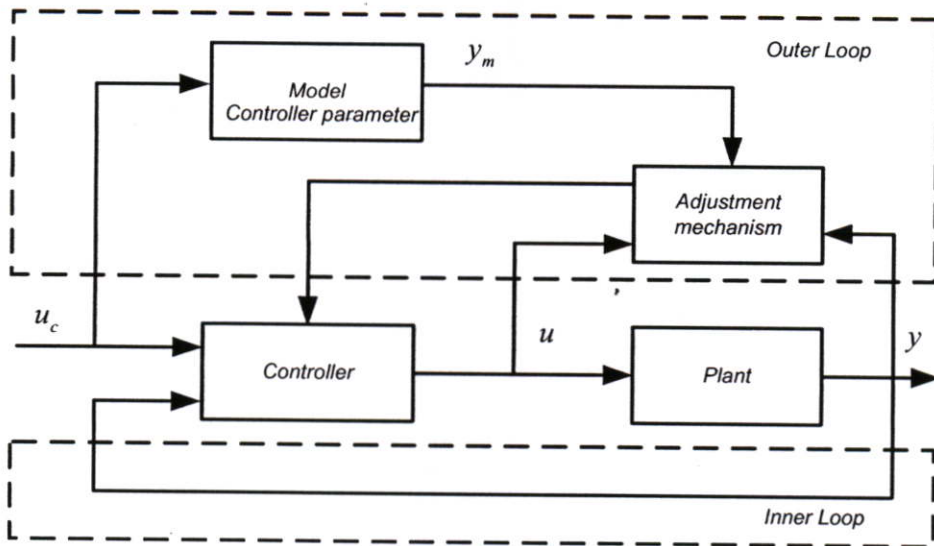
### 3.2.1 การควบคุมแบบที่ปรับตัวได้

การควบคุมแบบที่ปรับตัวได้คือ การควบคุมที่สามารถปรับค่าพารามิเตอร์ของตัวควบคุมได้ เมื่อพารามิเตอร์ของพลานต์มีความไม่แน่นอนซึ่งสามารถแสดงได้ดังบล็อกไดอะแกรมของตัวควบคุมแบบที่ปรับตัวได้ดังรูปที่ 3.9



รูปที่ 3.9 แสดงบล็อกไดอะแกรมของตัวควบคุมแบบที่ปรับตัวได้

จากบล็อกไดอะแกรมดังรูปที่ 3.9 สามารถแยกพิจารณาส่วนประกอบของบล็อกไดอะแกรมได้เป็นสองวงรอบ ซึ่งประกอบ ด้วยวงรอบใน (Inner Loop) และวงรอบนอก (Outer Loop) ดังแสดงในรูปที่ 3.10



รูปที่ 3.10 บล็อกไดอะแกรมแสดงส่วนต่างๆ ของหลักการควบคุมแบบที่ปรับตัวได้

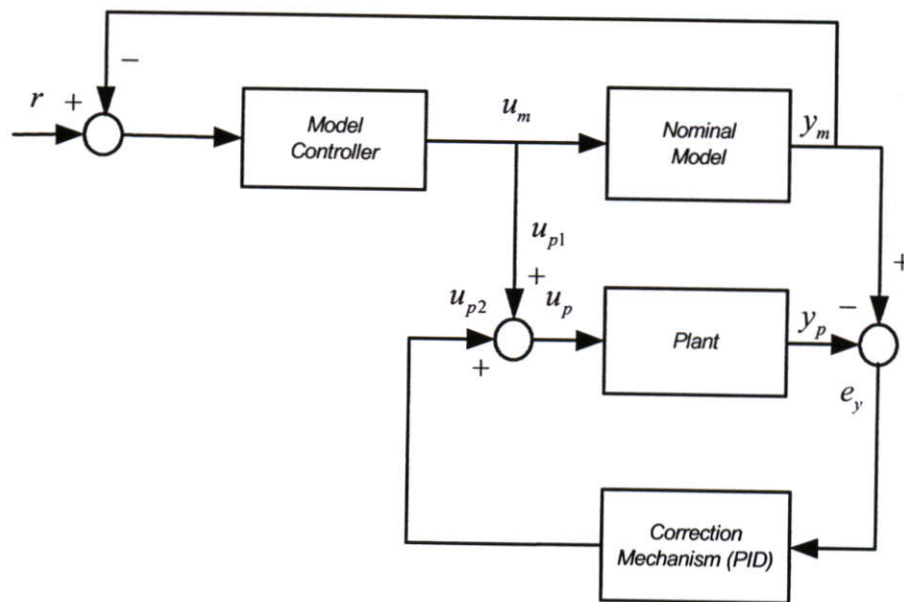
จากบล็อกไดอะแกรมรูปที่ 3.10 จะประกอบด้วยวงรอบในมีหน้าที่เป็นชุดควบคุมแบบป้อนกลับ เพื่อปรับปรุงเสถียรภาพของพลานต์ ซึ่งจะมีสมรรถภาพการควบคุมตามค่าพารามิเตอร์ของตัวควบคุม และวงรอบนอกจะมีหน้าที่รับค่าจากการเปลี่ยนแปลงค่าพารามิเตอร์ของพลานต์ มาเปรียบเทียบกับค่าของแบบจำลองอ้างอิงที่กำหนดไว้ โดยค่านี้ผู้ออกแบบจะเป็นผู้กำหนดแล้ว นำค่าผลต่างนี้ไปปรับค่าพารามิเตอร์ของตัวควบคุมเพื่อให้ส่วนของลูปใน ทำการปรับปรุงเสถียรภาพของระบบตามการเปลี่ยนแปลงของสัญญาณรบกวน หรือการเปลี่ยนแปลงของพลานต์ ซึ่งส่วนของแบบจำลองอ้างอิงนี้ ถือเป็นส่วนที่สำคัญมากของพลานต์ของตัวควบคุมแบบที่ปรับตัวได้

ดังนั้นการควบคุมชนิดที่ปรับตัวได้ เป็นวิธีการควบคุมที่เหมาะสมกับพลานต์ที่มีความไม่แน่นอน พลานต์ที่ต้องการขอบเขตการควบคุมที่กว้าง และมีประสิทธิภาพของการควบคุมเสถียรภาพของพลานต์ได้ดี แม้ว่าพลานต์จะเปลี่ยนแปลงในลักษณะไม่คงตัวและไม่เป็นเชิงเส้น เนื่องจากการควบคุมชนิดปรับตัวได้นี้จะมีการเปรียบเทียบค่าสัญญาณออกของพลานต์ กับแบบจำลองอ้างอิงอยู่อย่างต่อเนื่อง แล้วนำค่าผลต่างของการเปรียบเทียบดังกล่าวไปปรับเปลี่ยนค่าพารามิเตอร์ของตัวควบคุมจึงทำให้พลานต์มีเสถียรภาพและความยืดหยุ่นสูง

แม้ว่าตัวควบคุมแบบที่ปรับตัวได้จะมีข้อดีดังที่ได้กล่าวมาข้างต้น แต่ข้อเสียของตัวควบคุมแบบที่ปรับตัวได้นี้คือ การออกแบบจำลองอ้างอิงให้เหมาะสมกับกฎการปรับตัวที่เคร่งครัดของการติดตามแบบจำลองแบบที่ปรับตัวได้เป็นสิ่งที่กระทำได้ค่อนข้างยาก พลานต์จะมีความซับซ้อนและผลตอบสนองทางพลวัตจะช้ากว่า เมื่อเปรียบเทียบกับพลานต์การควบคุมแบบคงทน

### 3.2.2 การควบคุมคงทฤษฎีติดตามการควบคุมแบบจำลองทางคณิตศาสตร์

ในหัวข้อนี้จะอธิบายถึงแนวความคิดในการเลือกใช้แบบจำลองของพลานต์ เป็นแบบจำลองทางคณิตศาสตร์อ้างอิงโดยตรงเป็นสิ่งที่น่าสนใจ ในวิทยานิพนธ์ฉบับนี้นำเสนอการพัฒนาแนวคิดนี้เป็นการออกแบบตัวควบคุมคงทฤษฎีติดตามการควบคุมแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ ซึ่งมีโครงสร้างที่แตกต่างไปมาก เมื่อเปรียบเทียบกับโครงสร้างเดิมของการควบคุมคงทฤษฎีติดตามแบบจำลองที่ปรับตัวได้ โดยค่ากลางที่ได้จากการจำลองของพลานต์ จะทำหน้าที่เป็นแบบจำลองอ้างอิงในพลานต์ ตัวควบคุม แบบจำลอง (Model Controller) คือตัวควบคุมที่ออกแบบมาจากแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ โดยสามารถเลือกใช้เทคนิคในการออกแบบใดๆ ก็ได้ และมีหน้าที่หลักสองประการคือ เพื่อประกันสัญญาณออก  $y_m$  ให้เป็นไปตามข้อกำหนดทางสมรรถนะทั้งหมดที่ตั้งโดยผู้ออกแบบ อีกหน้าที่หนึ่งก็จะเป็นส่วนในการสร้างสัญญาณเข้าเพื่อใช้ควบคุม พลานต์ และตัวปรับแก้ชนิดพีไอดี (PID Correction Mechanism) จะเป็นตัวสร้างสัญญาณเพิ่มเข้ามาในพลานต์ เพื่อปรับแก้ให้สัญญาณออกของพลานต์จริงยังคงติดตามสัญญาณออกของแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ โดยพิจารณาในรูปค่าความผิดพลาดของแบบจำลองทางคณิตศาสตร์



รูปที่ 3.11 โครงสร้างของการออกแบบตัวควบคุมคงทฤษฎีติดตามการควบคุมแบบจำลองทางคณิตศาสตร์

จากรูปที่ 3.11 กำหนดให้  $y_p = y_m$  นั่นคือพลาเน็ตติดตามแบบจำลองอ้างอิงอย่างสมบูรณ์แบบ และทำให้  $e_y = 0$   $u_{p2} = 0$  และ  $u_p = u_{p1} = u_m$  ดังนั้นสามารถกล่าวได้ว่า  $u_{p2}$  คือสัญญาณการติดตามแบบจำลองที่สมบูรณ์แบบ ในขณะที่  $u_{p2}$  ซึ่งเป็นสัญญาณปรับแก้ที่เพิ่มเข้าจะมีค่าเป็น ศูนย์ เนื่องจากการพิจารณากรณีพลาเน็ตทางคณิตศาสตร์ เมื่อเปรียบเทียบกับ การควบคุมชนิดติดตามแบบจำลองแบบที่ปรับตัวได้จะพบว่าจุดที่คล้ายคลึงกับ การออกแบบตัวควบคุมคงทนชนิดติดตามการควบคุมแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ คือสัญญาณเข้าของพลาเน็ตจริงจะประกอบ ด้วยสองสัญญาณคือ ส่วนการติดตามแบบจำลองที่สมบูรณ์แบบ  $u_{p1}$  และสัญญาณปรับแก้ที่เพิ่มเข้ามา  $u_{p2}$  โดยสัญญาณการติดตามแบบจำลองที่สมบูรณ์แบบ  $u_{p1}$  จะเท่ากับสัญญาณเข้าเพื่อควบคุมแบบจำลองทางคณิตศาสตร์  $u_m$  และสัญญาณปรับแก้ที่เพิ่มเข้ามา  $u_{p2}$  จะถูกสร้างโดย ตัวปรับแก้สัญญาณปรับแก้ดังกล่าวมีหน้าที่ทำให้ สัญญาณออกของพลาเน็ต  $y_p$  ติดตามสัญญาณออกของแบบจำลอง  $y_m$  เมื่อพิจารณารวมความไม่แน่นอนเชิงพารามิเตอร์ของพลาเน็ตด้วย

โดยหลักการแล้วตัวปรับแก้ที่เพิ่มเข้ามาในพลาเน็ตนั้นสามารถออกแบบด้วยเทคนิคใดก็ได้เพื่อประกันการติดตามแบบจำลองที่สมบูรณ์แบบ ดังได้กล่าวไว้จากหลายๆ บทความ [1,2-6] ถึงความยากและความซับซ้อนต่างๆ ของกฎการปรับตัวซึ่งรวมถึงการสร้างจริงที่ต้องใช้เวลา มากของการควบคุมชนิดติดตามแบบจำลองแบบที่ปรับตัวได้ ดังนั้นเพื่อลดขั้นตอนในการออกแบบ ตัวปรับแก้จึงเลือกใช้หลักการควบคุมแบบพีไอดี ซึ่งเป็นเทคนิคที่ง่ายและเป็นที่ยอมรับกันดีมาประยุกต์ใช้ในการออกแบบตัวปรับแก้ โดยตัวปรับแก้ชนิดพีไอดีมีโครงสร้างดังนี้

$$u_{p2} = k_{pa} \left( e_y + \frac{1}{T_{ia}} \int e_y d\tau + T_{da} \frac{de_y}{dt} \right) \quad (3.4)$$

เมื่อ  $k_{pa}$  คืออัตราขยายของตัวปรับแก้ชนิดพีไอดี

$T_{ia}$  คือค่าเวลาอินทิกรัลของตัวปรับแก้พีไอดี

$T_{da}$  คือค่าเวลาอนุพันธ์ของตัวปรับแก้พีไอดี

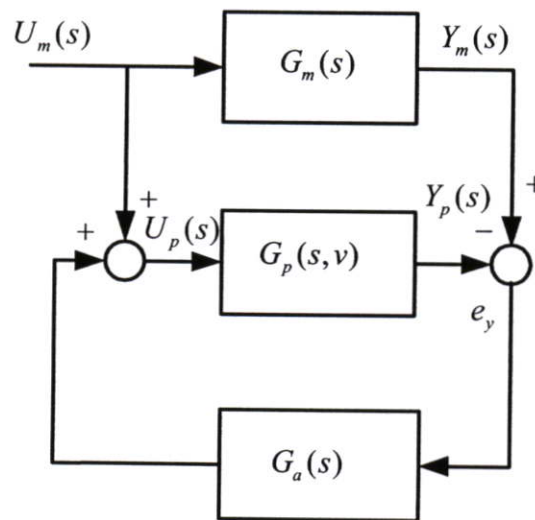
เมื่อเปรียบเทียบกับ การควบคุมชนิดติดตามแบบจำลองแบบที่ปรับตัวได้ จะพบข้อแตกต่างระหว่างการควบคุมดังกล่าวกับ การออกแบบตัวควบคุมคงทนชนิดติดตามการควบคุมแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ดังนี้

- การเลือกแบบจำลองอ้างอิงสามารถทำได้ง่าย เนื่องจากสามารถใช้แบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของพลาเน็ตโดยตรง และแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของพลาเน็ตสามารถทดสอบหาได้ง่ายไม่ว่าจะเป็นวิธีทางโดเมนเวลา หรือทางความถี่
- ตัวปรับแก้อาศัยเพียงค่าผิดพลาดระหว่างสัญญาณออกของพลาเน็ต กับแบบจำลองทางคณิตศาสตร์เท่านั้น

- ตัวปรับแก้ชนิดพีไอดีมีลักษณะเป็นเชิงเส้นและสร้างได้ง่าย
- การสังเคราะห์การควบคุมเพื่อติดตามสัญญาณอ้างอิง และการสังเคราะห์ความคงทนของพลาเน็ตที่สามารถแยกการพิจารณาออกจากกันได้อย่างเป็นอิสระ นั่นคือสมรรถนะในการติดตาม สัญญาณอ้างอิงซึ่งจะถูกประกัน โดยการออกแบบตัวควบคุมแบบจำลองที่ดีโดยอาศัยแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ และความคงทนของพลาเน็ตจะถูกประกันโดย ตัวปรับแก้ชนิดพีไอดีที่เหมาะสมเมื่อพิจารณาความไม่แน่นอนของพลาเน็ต

### 3.2.2.1 เงื่อนไขการติดตามแบบจำลองอย่างสมบูรณ์แบบ

กำหนดให้แบบจำลองอ้างอิง พลาเน็ต และตัวปรับแก้ชนิดพีไอดี สามารถแทนด้วยฟังก์ชันถ่ายโอน  $G_m(s)$ ,  $G_p(s, v)$  และ  $G_a(s)$  ตามลำดับดังแสดงในรูปที่ 3.12 โดย  $v$  แทนเวกเตอร์พารามิเตอร์ของพลาเน็ต



รูปที่ 3.12 โครงสร้างอย่างง่ายของการออกแบบตัวควบคุมคงทนชนิดติดตามการควบคุมแบบจำลองทางคณิตศาสตร์

### ทฤษฎีเงื่อนไขการติดตามแบบจำลองอย่างสมบูรณ์แบบ

- สัญญาณออกของพลาเน็ต  $y_p(t)$  จะติดตามสัญญาณออกของแบบจำลอง  $y_m(t)$
- เงื่อนไขที่ 1 เมื่อแบบจำลองและพลาเน็ตจะต้องไม่รวมโพลที่อยู่ในระนาบฝั่งขวา และที่อยู่บนแกนจินตภาพ โดยยกเว้นกรณีที่มีจุดออริจิน
- เงื่อนไขที่ 2 พลาเน็ตควบคุมป้อนกลับซึ่งประกอบด้วยพลาเน็ตและตัวปรับแก้ชนิดพีไอดี ดังกล่าว ซึ่งทำหน้าที่เป็นตัวควบคุมป้อนกลับมี “เสถียรภาพ”
- เงื่อนไขที่ 3 สัญญาณออกของตัวควบคุมแบบจำลองมีขอบเขตเมื่อเข้าสู่อนันต์ หรือ

$$\lim_{t \rightarrow \infty} u_m(t) = k, \quad (3.5)$$

ข้อพิสูจน์ จากรูปที่ 3.12

$$Y_m(s) = G_m(s)U_m(s), \quad (3.6)$$

$$Y_p(s) = G_p(s, v)[U_m(s) + G_a(s)e_y(s)], \quad (3.7)$$

$$e_y(s) = Y_m(s) - Y_p(s) \quad (3.8)$$

ดังนั้นฟังก์ชันการถ่ายโอนของค่าผิดพลาดสัญญาณออก  $e_y(s)$  ต่อสัญญาณเข้าของแบบจำลอง  $U_m(s)$  คือ

$$\frac{e_y(s)}{U_m(s)} = \frac{G_m(s) - G_p(s, v)}{1 + G_p(s, v)G_a(s)} \quad (3.9)$$

กำหนดให้

$$G_m(s) = \frac{N_m(s)}{D_m(s)} \quad (3.10)$$

$$G_p(s, v) = \frac{N_p(s, v)}{D_p(s, v)} \quad (3.11)$$

$$G_a(s) = \frac{N_a(s)}{D_a(s)} \quad (3.12)$$

และจากเงื่อนไขสามารถแสดงในเทอมของส่วนคือ

$$D_m(s) = s^n D'_m(s), \quad (3.13)$$

$$D_p(s, v) = s^n D'_p(s, v), \quad (3.14)$$

เมื่อ  $n$  คือจำนวนเต็มที่มีค่ามากกว่าหรือเท่ากับศูนย์ โดยในที่นี้กำหนดให้พหุนาม และแบบจำลอง มีจำนวนของโพลที่ออริจินเท่ากัน และ  $D'_m(s)$ ,  $D'_p(s)$  คือ โพลีโนเมียลที่เสถียร จากนั้นสมการที่ (3.9) สามารถแสดงในเทอมของโพลีโนเมียลข้างต้นนี้

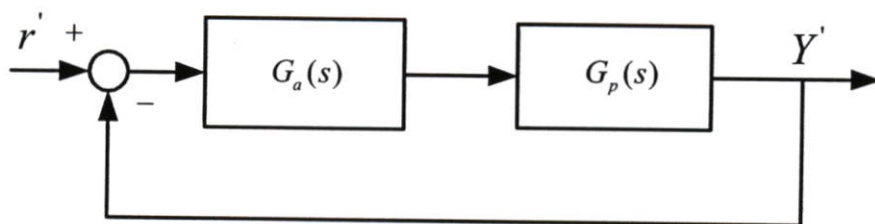
$$\frac{e_y(s)}{U_m(s)} = \frac{D_a(s) [D_p'(s, v)N_m(s) - D_m'(s)N_p(s, v)]}{D_m'(s) [D_p(s, v)D_a(s) + N_p(s, v)N_a(s)]} \quad (3.15)$$

กำหนดพลาตต์ป้อนกลับพลาตต์หนึ่งซึ่งประกอบด้วยพลาตต์ และตัวปรับแก้พีไอดีซึ่งทำหน้าที่เป็นตัวควบคุมป้อนกลับดังแสดงในรูปที่ 3.13 และมีฟังก์ชันถ่ายโอนวงรอบปิดดังนี้

$$\frac{Y'(s)}{r'(s)} = \frac{N_p(s, v)N_a(s)}{D_p(s, v)D_a(s) + N_p(s, v)N_a(s)} \quad (3.16)$$

เนื่องจาก  $D_m'(s)$  คือโพลีโนเมียลที่เสถียร ดังนั้นจากสมการที่ (3.15) และ (3.16) พบว่าค่าความผิดพลาดของสัญญาณออก  $e_y$  ในตัวควบคุมคงทนชนิดติดตามการควบคุมแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ก็มีคุณสมบัติของความเสถียร เช่นเดียวกับพลาตต์ควบคุมป้อนกลับ ซึ่งประกอบด้วยพลาตต์และตัวปรับแก้ชนิดพีไอดีที่เหมือนกันดังแสดงในรูปที่ 3.13 นั่นคือถ้าพลาตต์ควบคุมป้อนกลับดังกล่าวเสถียรและค่าความผิดพลาดของสัญญาณออก  $e_y$  ในตัวควบคุมคงทนชนิดติดตามการควบคุมแบบจำลองทางคณิตศาสตร์จะได้สมการใหม่คือ

$$\lim_{s \rightarrow 0} s e_y(s) = \lim_{s \rightarrow 0} \frac{D_a(s) [D_p'(s, v)N_m(s) - D_m'(s)N_p(s, v)]}{D_m'(s) [D_p(s, v)D_a(s) + N_p(s, v)N_a(s)]} s U_m(s) \quad (3.17)$$



รูปที่ 3.13 พลาตต์ควบคุมป้อนกลับ

เมื่อพิจารณาเงื่อนไข สามารถเรียบเรียงสมการที่ (3.17) ได้ใหม่ดังนี้

$$\lim_{s \rightarrow 0} s e_y(s) = \lim_{s \rightarrow 0} \frac{D_a(s) [D_p'(s, v)N_m(s) - D_m'(s)N_p(s, v)]}{D_m'(s) [D_p(s, v)D_a(s) + N_p(s, v)N_a(s)]} \lim_{s \rightarrow 0} s U_m(s) \quad (3.18)$$

และจากสมการที่ (3.7) เทอมของส่วนของตัวปรับแก้ชนิด พีไอดีคือ

$$u_{p2} = k_{pa} \left( e_y + \frac{1}{T_{ia}} \int_0^1 e_y d\tau + T_{da} \frac{de_y}{dt} \right) \quad \text{นั่นคือ } D_a(s) = T_{ia}(s). \quad (3.19)$$

ดังนั้น  $\lim_{s \rightarrow 0} s e_y(s) = 0$  (3.20)

จากเงื่อนไขและสมการที่ (3.15) จะปรากฏขอบเขตที่จำกัดบนค่าความผิดพลาดของสัญญาณออก  $e_y(t)$  เมื่อเวลาเข้าสู่อนันต์ดังนั้น

$$\lim_{t \rightarrow \infty} e_y(t) = \lim_{s \rightarrow 0} s e_y(s) = 0 \quad (3.21)$$

เพราะฉะนั้นคือ ด้วยเงื่อนไขตามทฤษฎีตัวควบคุมคงทนชนิดติดตามการควบคุมแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ สามารถบรรลุเงื่อนไข การติดตามแบบจำลองที่สมบูรณ์แบบ

จากทฤษฎีพื้นฐานสำหรับการออกแบบตัวควบคุมดั้งเดิม และทฤษฎีพื้นฐานสำหรับการออกแบบตัวควบคุมแบบคงทนจะใช้เป็นพื้นฐานในการออกแบบตัวควบคุมคงทนสำหรับพลานต์ที่มีความไม่แน่นอนในวิทยานิพนธ์ฉบับนี้

### 3.3 การประมาณค่าความไม่แน่นอนในการวัด[30]

ความไม่แน่นอนของการวัด คือ ค่าของผลการประมาณที่เจาะจงไปที่คุณสมบัติเฉพาะ ในช่วงที่คาดว่าค่าจริงของสิ่งที่วัดนั้นเป็นอยู่ โดยทั่วไปจะระบุพร้อมด้วยค่าความน่าจะเป็นไปได้ด้วยค่าระดับความมั่นใจ (Confidence Level)

#### 3.3.1 หลักการในการประมาณค่าความไม่แน่นอนในการวัด[30,31-35]

วิธีที่ง่ายที่สุดคือ การนำค่าความไม่แน่นอนย่อยๆ มาบวกกันโดยตรง อย่างไรก็ตามการบวกกันโดยตรงในลักษณะนี้มีข้อเสียบางประการ ทำให้มีความพยายามที่จะหาวิธีการประมาณค่าความไม่แน่นอนในการวัดที่มีความถูกต้องมากขึ้น โดยวิธีที่เป็นที่ยอมรับมากที่สุดขณะนี้ได้แก่วิธีตามที่กำหนดไว้ใน ISO/TAG 4 “Guide to the Expression of Uncertainty in Measurement [31]” ซึ่งมีขั้นตอนหลักๆ ในการประมาณค่าความไม่แน่นอนในการวัด ดังนี้

1. หาความสัมพันธ์ทางคณิตศาสตร์ระหว่างปริมาณเอาต์พุตต่อปริมาณอินพุต ทั้งนี้ความสัมพันธ์ในเชิงปริมาณที่ทำการวัดและความสัมพันธ์ในเชิงตัวเลขที่ได้ จากการวัดแสดงได้ดังนี้

ความสัมพันธ์ในเชิงปริมาณที่ทำการวัด ซึ่งได้มาจากปริมาณที่เกี่ยวข้องต่างๆ

$$Y = f(x_1, x_2, x_3, \dots, x_n) \quad (3.22)$$

โดยที่

$Y$  คือ ค่าปริมาณเอาต์พุต

$f$  คือ ค่าฟังก์ชันความสัมพันธ์ทางคณิตศาสตร์ระหว่างปริมาณเอาต์พุตต่อปริมาณอินพุต  
ในเชิงปริมาณที่ทำการวัดตั้งแต่  $x_1, x_2, x_3, \dots, x_n$

2. ประมาณค่าความไม่แน่นอนมาตรฐานแบบ Type A
3. ประมาณค่าความไม่แน่นอนมาตรฐานแบบ Type B
4. ประมาณค่าความไม่แน่นอนมาตรฐานแบบ Combined
5. ประมาณค่าความไม่แน่นอนแบบ Expanded

### 3.3.1.1 การประมาณค่าความไม่แน่นอนมาตรฐานแบบ Type A

การประมาณค่าความไม่แน่นอนมาตรฐานแบบ Type A เป็นการนำเอาหลักการทางสถิติมาใช้ โดยการประมาณค่าเป็นการดูถึงความซ้ำค่า ของค่าที่วัดได้จากพลาเน็ตซึ่งเป็นค่าความไม่แน่นอนแบบสุ่ม (Random Uncertainty)

การประมาณค่าความไม่แน่นอนมาตรฐานแบบ Type A มีขั้นตอนโดยสรุปดังนี้

1. หาค่าเฉลี่ยของความสัมพันธ์ระหว่างการวัดปริมาณ โดยที่ปริมาณ  $x$  เป็นค่าสังเกตที่เป็นอิสระต่อกันจำนวน  $n$  ครั้ง ค่าเฉลี่ยจะประมาณได้จาก

$$\bar{X} = \frac{x_1 + x_2 + x_3 + \dots + x_n}{n} \quad (3.23)$$

โดยที่

$\bar{X}$  คือ ค่าเฉลี่ยของผลการวัดจากจำนวน  $n$  ครั้ง

$n$  คือ จำนวนครั้งของการวัด

$x_i$  คือ ค่าที่วัดได้ เมื่อ  $i$  เป็นจำนวนครั้ง (1, 2, 3, ...,  $n$ )

2. การประมาณค่ากระจายของข้อมูลโดยประมาณจากค่าความเบี่ยงเบนมาตรฐาน จะได้

$$S = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{X})^2}{n-1}} \quad (3.24)$$

โดยที่

$S$  คือ ค่าเบี่ยงเบนมาตรฐานของการวัด

### 3. หาค่าความเบี่ยงเบนมาตรฐานของค่าเฉลี่ย

ถ้าการวัดที่สภาวะคงที่และการวัดที่มีการดำเนินการแบบต่อเนื่องไปเรื่อยๆ จะทำให้ค่าเฉลี่ยและค่าเบี่ยงเบนมาตรฐานดังกล่าวเปลี่ยนแปลงไป ซึ่งสามารถประมาณค่าเบี่ยงเบนมาตรฐานของค่าเฉลี่ยได้จาก

$$\sigma(\bar{X}) = \frac{S}{\sqrt{n}} \quad (3.25)$$

เพราะฉะนั้นค่าความเบี่ยงเบนมาตรฐานที่ประมาณได้นี้ เรียกว่า ค่าความไม่แน่นอนมาตรฐานแบบ Type A

$$U_A(x) \equiv \sigma(\bar{X}) \quad (3.26)$$

โดยที่

$U_A$  คือ ค่าความไม่แน่นอนของการวัดแบบ Type A

#### 3.3.1.2 การประมาณค่าความไม่แน่นอนมาตรฐานแบบ Type B

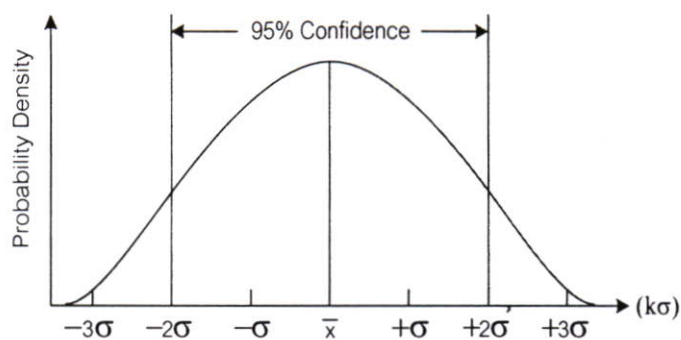
การประมาณค่าความไม่แน่นอนของการวัดแบบ Type B (Type B Standard Uncertainty) เป็นการประมาณค่าโดยการใช้ข้อมูลจากแหล่งต่างๆ เช่น

- ค่าที่ได้จากการสอบเทียบเครื่องมือวัด
- การเลื่อนค่า (Drift) ของเครื่องมือวัด
- ค่าความละเอียดที่อ่านได้ของเครื่องมือวัด (Resolution)
- วิธีการวัด
- สภาวะแวดล้อมในการวัด

ผู้ทำการวัดจะประมาณค่าความไม่แน่นอนในการวัดแบบ Type B โดยพิจารณาจากรูปแบบการกระจายค่าความไม่แน่นอน (The Probability of the Uncertainty) [35] ดังนี้

##### 1. การกระจายความน่าจะเป็นแบบปกติ (Normal Probability Distribution)

ค่าที่ได้จากการวัดใดๆ จะมีการกระจายตัวใกล้เคียงกับค่าเฉลี่ย และจะลดน้อยลงไปเรื่อยๆ ดังรูปที่ 3.14 ซึ่งลักษณะการกระจายตัวคล้ายรูประฆังคว่ำ เรียกรูปแบบการกระจายนี้เป็น Normal Probability Distribution โดยค่าความไม่แน่นอนของการวัดแบบ Type B จะมีขนาดเท่ากับ Uncertainty / k โดยการพิจารณาค่า k จากตารางที่ 3.1



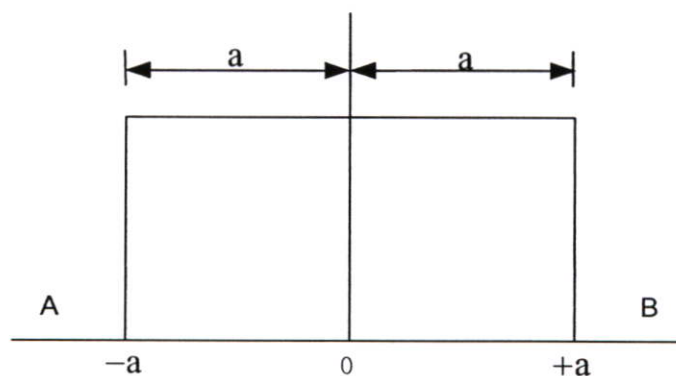
รูปที่ 3.14 การกระจายความน่าจะเป็นแบบปกติ

ตารางที่ 3.1 การเลือกค่าระดับความเชื่อมั่น

ระดับความเชื่อมั่น (Confidence Level)	ค่า k
95%	1.96
ค่าประมาณ 95%	2
99%	2.58
ค่าประมาณ 99%	3

2. การกระจายความน่าจะเป็นแบบสี่เหลี่ยมมุมฉาก (Rectangular Probability Distribution)

ค่าที่ได้จากการวัดใดๆ ที่มีลักษณะเป็นค่าสูงสุดเท่ากันทุกค่า จะเป็นการกระจายความน่าจะเป็นแบบสี่เหลี่ยมมุมฉาก ค่าความไม่แน่นอนของการวัดแบบ Type B จะมีขนาดเท่ากับ  $a/\sqrt{3}$  เมื่อ  $a$  เป็นครึ่งหนึ่งของค่าการกระจายนั้น ดังรูปที่ 3.15



รูปที่ 3.15 การกระจายความน่าจะเป็นแบบสี่เหลี่ยมมุมฉาก

จากรูปที่ 3.15 สามารถหาคำนวนหาค่าตามการกระจายความน่าจะเป็นแบบสี่เหลี่ยมมุมฉากได้ดังนี้

$$f(x) = \frac{1}{(B-A)}; A < x < B$$

$$\sigma^2 = \int_A^B \left[ x - \frac{A+B}{2} \right]^2 \frac{1}{(B-A)} dx = \frac{(B-A)^2}{12}; A = -a; B = +a \quad (3.27)$$

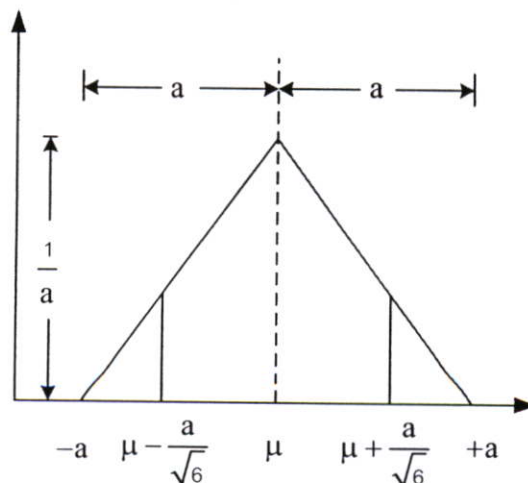
$$\sigma = \frac{a}{\sqrt{3}}$$

ตารางที่ 3.2 แสดงตัวอย่างการประมาณค่าการกระจายความน่าจะเป็นแบบสี่เหลี่ยมมุมฉาก

ชื่อ	ค่าที่บอก	ค่าครึ่งช่วง	$a/\sqrt{3}$	ตัวย่อ
Accuracy	$\pm 0.05\%$	0.05%	$0.05/\sqrt{3}$	U(A)
Resolution	1 °C	0.5 °C	$0.5/\sqrt{3}$	U(B)
Drift	$\pm 0.01^\circ\text{C}$	0.01 °C	$0.01/\sqrt{3}$	U(D)

### 3. การกระจายความน่าจะเป็นแบบสามเหลี่ยม (Triangular Probability Distribution)

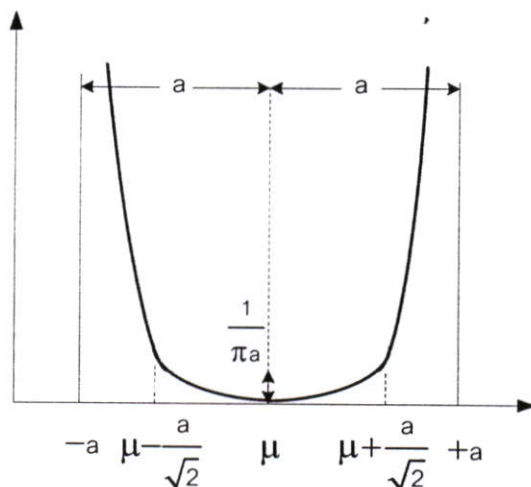
ค่าที่ได้จากการวัดใดๆ ให้ค่าที่มีลักษณะการกระจายความน่าจะเป็นแบบสามเหลี่ยม ก็คือกรณีที่รู้ค่าที่ได้จากการวัดส่วนใหญ่จะอยู่ใกล้เคียงกับค่าเฉลี่ยของการกระจาย ดังรูปที่ 3.16 สามารถคำนวณค่าความไม่แน่นอนแบบนี้ได้คือ  $a/\sqrt{6}$  เมื่อ  $a$  เป็นครึ่งหนึ่งของค่าการกระจาย



รูปที่ 3.16 การกระจายความน่าจะเป็นแบบสามเหลี่ยม

#### 4. การกระจายความน่าจะเป็นแบบยู (U-Shape Probability Distribution)

ค่าที่ได้จากการวัดใดๆ เกิดความไม่เข้ากัน หรือไม่สอดคล้องกันของตัวส่ง กับตัวรับ ใดๆ (เช่น เครื่องส่งวิทยุ กับตัวรับวิทยุ) ค่าความไม่แน่นอนของการวัดแบบ Type B จะมีขนาดเท่ากับ  $a/\sqrt{2}$  เมื่อ  $a$  เป็นครึ่งหนึ่งของค่าการกระจายนั้น ดังรูปที่ 3.17



รูปที่ 3.17 การกระจายความน่าจะเป็นแบบยู

#### 3.3.1.3 ความไม่แน่นอนมาตรฐานแบบ Combined

ผลรวมของการประมาณค่าความไม่แน่นอนของการวัดทั้งหมด หรือ Combined Standard Uncertainty เป็นการรวมเอาค่าความไม่แน่นอนของการวัดแบบ Type A และ ค่าความไม่แน่นอนของการวัดแบบ Type B โดยวิธีการรวมค่าความไม่แน่นอนในการวัดที่ได้จากทั้งสองกลุ่ม เพื่อให้ได้ค่าความไม่แน่นอนของการวัดทั้งหมด ได้แสดงเป็นสมการ ดังนี้

$$U_c(y) = \sqrt{\sum_{i=1}^N C_i^2 u^2(x_i)} \equiv \sqrt{\sum_{i=1}^N u_i^2(y)} \quad (3.28)$$

โดยที่

- $C_i$  คือ Sensitivity Coefficient ซึ่งใช้สำหรับการแปลงอินพุต ที่มีหน่วยต่างๆ จากเอาต์พุต ให้เป็นหน่วยเดียวกัน หรือใช้ขยายปริมาณของ อินพุตให้เหมาะสมกับเอาต์พุต
- $u(x_i)$  คือ ความไม่แน่นอนที่เกิดจากปริมาณอินพุตต่างๆ
- $u_i(y)$  คือ ความไม่แน่นอนของเอาต์พุตย่อยๆ แต่ละตัว

### 3.3.1.4 ค่าความไม่แน่นอนแบบ Expanded

ค่าความไม่แน่นอนของการวัดทั้งหมดที่ประมาณได้มีความเชื่อถือได้ในระดับหนึ่ง แต่ยังไม่มีความมั่นใจมากพอสำหรับเครื่องมือวัดในอุตสาหกรรมที่ต้องการความถูกต้องอย่างสูง จึงควรเลือกค่าความไม่แน่นอนของการวัดที่ระดับความเชื่อมั่น 95% ของค่าความไม่แน่นอนของการวัดทั้งหมดที่ประเมินได้ โดยจะต้องคูณด้วยค่าตัวประกอบครอบคลุม (Coverage Factor)  $k$  เพื่อให้เป็นค่าความไม่แน่นอนขยาย (Expanded  $\cdot$  Uncertainty) หรือที่เรียกสั้นๆ ว่า Uncertainty

$$U = kU_c \quad (3.29)$$

โดยที่

- $U$  คือ ค่าความไม่แน่นอน
- $k$  คือ ตัวประกอบครอบคลุม ซึ่งมีค่าเท่ากับ  $V_{eff}$
- $U_c$  คือ ค่าความไม่แน่นอนของการวัดทั้งหมด

ระดับความเชื่อมั่นในการสอบเทียบ จะสามารถเลือกที่ค่าใดก็ได้ตามระดับความเชื่อมั่นที่เป็นที่ยอมรับ ได้แก่ ความเชื่อมั่นที่ระดับเท่ากับ 95% และโดยปกติจะอนุโลมค่าระดับความเชื่อมั่น 95.45% ว่าเป็น 95% โดยที่ระดับความเชื่อมั่น 95.45% นี้จะสามารถกำหนดตัวคูณเมื่อ Effective Degree of Freedom เท่ากับ  $\infty$  ได้ง่าย ๆ ว่าเท่ากับ 2

## 3.4 ตัวอย่าง การประมาณค่าความไม่แน่นอนในการวัด[30]

การประมาณค่าความไม่แน่นอนในการวัดสำหรับการสอบเทียบความต้านทาน โดยในการสอบเทียบความต้านทานที่  $10 \text{ k}\Omega$  โดยใช้โวลต์มิเตอร์วัดแรงดันตกคร่อมความต้านทานที่ต้องการวัดและวัดแรงดันตกคร่อมความต้านทานมาตรฐานที่ต่ออนุกรมกันอยู่ ซึ่งจะได้ลักษณะความสัมพันธ์ทางคณิตศาสตร์

$$R_x = (R_s + R_d + R_r) V_x / V_s$$

เมื่อ

- $R_s$  คือ ค่าที่ได้จากการสอบเทียบ Standard Resistor
- $R_d$  คือ ค่า Drift ของ Standard Resistor
- $R_r$  คือ ค่าการเปลี่ยนแปลงของค่า Standard Resistor เนื่องจากอุณหภูมิในห้อง
- $V_x$  คือ แรงดันที่วัดได้ตกคร่อมความต้านทาน  $R_x$
- $V_s$  คือ แรงดันที่วัดได้ตกคร่อมความต้านทาน  $R_s$

ข้อมูลที่ได้จากการสอบเทียบและผลการประเมิน

1. ผลการวัดอัตราส่วนของ  $V_x/V_s$  จำนวน 5 ครั้ง 10.4, 10.7, 10.6, 10.3, 10.5
2. การประมาณค่าความไม่แน่นอนแบบ Type A

$$\bar{V} = \frac{10.4+10.7+10.6+10.3+10.5}{5} = 10.5$$

$$s(V) = \sqrt{(10.4-10.5)^2 + (10.7-10.5)^2 + (10.6-10.5)^2 + (10.3-10.5)^2 + (10.5-10.5)^2}$$

$$= 0.158$$

$$U_A(V) = s(V) / \sqrt{5} = 0.158 / \sqrt{5} = 0.0706$$

3. แหล่งและขนาดของความไม่แน่นอน
  - 3.1 ใบแสดงผลการสอบเทียบ Standard Resistor ระบุค่าความไม่แน่นอนในการวัด 1.5 ที่ 95%(k=2)
  - 3.2 ประมาณค่าความผิดพลาดเนื่องจากการ Drift ของ  $R_s$  เท่ากับ 2.0
  - 3.3 ประมาณค่าความผิดพลาดเนื่องจากการเปลี่ยนแปลงของอุณหภูมิในห้องเท่ากับ 0.5
  - 3.4 ประมาณค่าความผิดพลาดโวลต์มิเตอร์ในการอ่านค่า  $V_x$  เนื่องจาก Linearity และ Resolution เท่ากับ 0.2
  - 3.5 ประมาณค่าความผิดพลาดโวลต์มิเตอร์ในการอ่านค่า  $V_s$  เนื่องจาก Linearity และ Resolution เท่ากับ 0.2

ตารางที่ 3.3 การประมาณค่าความไม่แน่นอนในการวัด

สัญลักษณ์ (1)	แหล่งของความไม่ แน่นอน (2)	ขนาดของความ ไม่แน่นอน (3)	Probability Distribution (4)	Divisor (5)	$C_i$ (6)	$U_i(R_x)$ (7)	$v_i$ or $v_{eff}$ (8)
$R_x$	จากข้อ 3.1	1.5	Normal	2.0	1.0	0.75	$\infty$
$R_y$	จากข้อ 3.2	2.0	Rectangular	$\sqrt{3}$	1.0	1.155	$\infty$
$R_z$	จากข้อ 3.3	0.5	Rectangular	$\sqrt{3}$	1.0	0.289	$\infty$
$V_s$	จากข้อ 3.4	0.2	Rectangular	$\sqrt{3}$	1.0	0.115	$\infty$
$V_x$	จากข้อ 3.5	0.2	Rectangular	$\sqrt{3}$	1.0	0.115	$\infty$
$V$	จากข้อ 2	0.071	Normal	1.0	1.0	0.071	4
$u(R_x)$	ความไม่แน่นอน มาตรฐานชนิด Combined		Normal			1.418	>500
$U$	จากข้อ 3.1		Normal (k=2)			2.836	>500

สรุป ตารางที่ 3.1[30] สำหรับประมาณค่าความไม่แน่นอนในการสอบเทียบดังกล่าว เป็นตารางที่เอกสารของ UKAS M3003 ใช้สำหรับช่วยให้การประมาณค่าทำได้สะดวกขึ้นซึ่งห้องปฏิบัติการสอบเทียบอาจนำไปใช้ดัดแปลงให้เหมาะสมกับลักษณะงานของแต่ละห้องปฏิบัติการ เมื่อดูจากตารางจะเห็นว่าตารางการประมาณค่าดังกล่าวมีช่องทั้งหมด 8 คอลัมน์ ซึ่งใช้ในความหมายต่าง ๆ ดังนี้

- คอลัมน์ที่ 1 ใส่สัญลักษณ์ของแหล่งความไม่แน่นอนย่อย
- คอลัมน์ที่ 2 ใส่รายละเอียดของแหล่งความไม่แน่นอน
- คอลัมน์ที่ 3 ใส่ขนาดของแหล่งความไม่แน่นอนที่ประมาณได้
- คอลัมน์ที่ 4 ใส่ลักษณะการกระจายของข้อมูลจากแหล่งความไม่แน่นอนในคอลัมน์ที่แล้ว การประมาณลักษณะการกระจายในคอลัมน์นี้จะทำให้ได้ตัวหารในคอลัมน์ที่ 5 ถัดไปด้วย
- คอลัมน์ที่ 5 ใส่ขนาดของตัวหารเพื่อจะทำได้ Standard Uncertainty ของแต่ละตัว
- คอลัมน์ที่ 6 ใส่ค่า Sensitivity Coefficient เพื่อที่จะคูณกับผลหารที่ได้จากคอลัมน์ที่ 3 หารด้วยคอลัมน์ที่ 5 ค่า Sensitivity Coefficient อาจมีหน่วยหรือไม่มีหน่วยก็ได้ โดยปกติมักจะเท่ากับ 1

- คอลัมน์ที่ 7 ใส่ค่าความไม่แน่นอนในการวัดที่คำนวณได้ของแต่ละตัวและคำนวณค่า Root Sum Square :RSS (ทำได้โดยนำแต่ละค่ามายกกำลังสอง นำมาบวกกัน และถอดรูดที่สอง) เพื่อใส่ในแถวของความไม่แน่นอนมาตรฐานแบบ Combined
- คอลัมน์ที่ 8 ใส่ค่า Degree of Freedom ของแต่ละตัวในแต่ละแถว และประมาณค่า Effective Degree of Freedom ใส่แถวของความไม่แน่นอนมาตรฐานแบบ Combined

ค่า Effective Degree of Freedom ที่ได้ในคอลัมน์ที่ 8 นี้เมื่อนำไปใช้ร่วมกับ Confidence Level ในตาราง t-distribution [แสดงไว้ในภาคผนวก ก.] จะทำให้ได้ตัวคูณที่เหมาะสม (สำหรับการสอบเทียบโดยทั่วไปค่าตัวคูณนี้มักจะได้ออกมาเท่ากับ 2) นำค่าตัวคูณนี้ไปใส่ในคอลัมน์ที่ 4 แถว ความไม่แน่นอนแบบ Expanded และนำตัวคูณนี้ไปคูณกับค่าความไม่แน่นอนมาตรฐานแบบ Combined ที่ได้ ใส่ในคอลัมน์ที่ 8 ของแถวความไม่แน่นอนแบบ Expanded ผลที่ได้จะเป็นค่า ความไม่แน่นอนที่ต้องการ

ความหมายของค่าความไม่แน่นอนในการวัดในตัวอย่างการสอบเทียบความต้านทานนี้ค่า  $\pm 0.03 \Omega$  ที่แสดงไว้ต่อจากค่าเฉลี่ยเป็นการแสดงถึงคุณภาพและความเชื่อถือได้ของการสอบเทียบ Standard Resistor โดยเป็นการแจ้งข้อมูลให้ผู้ใช้ผลการสอบเทียบได้ทราบว่าผู้สอบเทียบประมาณค่าความต้านทานที่วัดได้ที่เท่ากับ  $10\,000.11 \Omega$  อย่งไรก็ดี ผู้สอบเทียบไม่ทราบค่าที่ถูกต้องของ Standard Resistor นี้ชัดเจน แต่จากระบบคุณภาพและความสามารถในการสอบเทียบ ผู้สอบเทียบเชื่อว่าเมื่อทำการสอบเทียบ Standard Resistor นี้ซ้ำค่าของ Standard Resistor จะถูกต้องไม่น้อยกว่า 95 ครั้งในการวัด 100 ครั้ง

## บทที่ 4

### การออกแบบตัวควบคุมคอน

### และการวิเคราะห์ความไม่แน่นอนในแบบจำลองทางคณิตศาสตร์

ในบทนี้จะกล่าวถึงการออกแบบตัวควบคุมคอนชนิดติดตามการควบคุมแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ จะเริ่มจากการทดสอบหาแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ จากนั้นทำการออกแบบตัวควบคุมแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ซึ่งต้องอาศัยแบบจำลองในการออกแบบ ดังนั้นในขั้นตอนนี้จะเป็นการออกแบบโดยไม่พิจารณาความไม่แน่นอนของพลานต์ และการเปลี่ยนแปลงของโหลด แต่จะเป็นการออกแบบตัวควบคุมแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ เพื่อบรรลุสมรรถนะในการติดตามสัญญาณอ้างอิง และการออกแบบตัวควบคุมปรับแก้ชนิดพีไอดี จะเป็นการอาศัยเงื่อนไขการติดตามแบบจำลองอย่างสมบูรณ์แบบ และใช้กรณีเลวที่สุดของพลานต์ในการออกแบบเพื่อบรรลุเงื่อนไขให้เกิดสมรรถนะของความคอนต่อความไม่แน่นอน ซึ่งการออกแบบที่แยกอิสระต่อกันระหว่างตัวควบคุมแบบจำลองทางคณิตศาสตร์และตัวปรับแก้ชนิดพีไอดี ซึ่งจะชี้ให้เห็นว่าไม่มีการรบกวนที่เกี่ยวข้องกันระหว่างการออกแบบทั้งสอง ดังนั้นสิ่งนี้จึงเป็นข้อดีที่เด่นชัดของการควบคุมคอนชนิดติดตามการควบคุมแบบจำลองทางคณิตศาสตร์

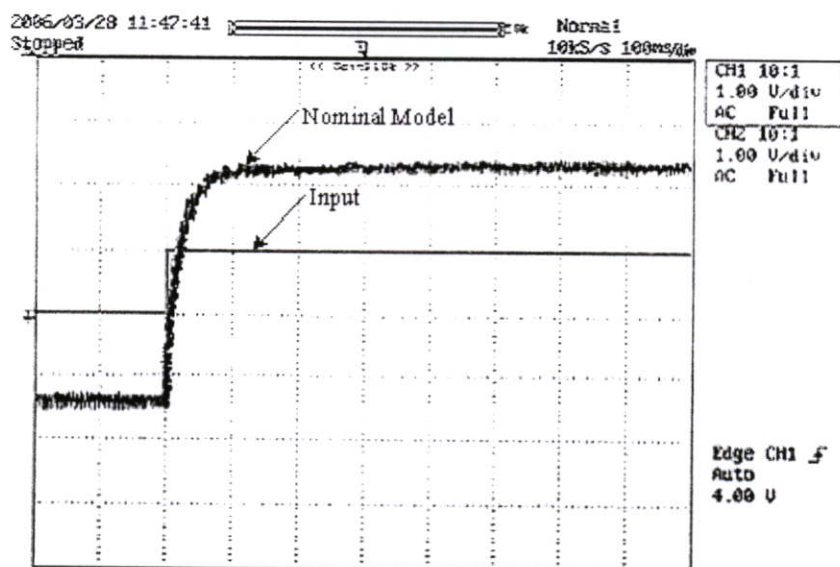
ผลจากการทดสอบแบบจำลองที่ได้ในแต่ละส่วน จะทำการอ้างอิงผลกับการจำลองด้วยโปรแกรม MATLAB เพื่อประกันให้เป็นไปในแนวทางเดียวกันกับสิ่งที่ทำการทดสอบได้ และต่อมาจะกล่าวถึงการวิเคราะห์ความไม่แน่นอนในแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ ซึ่งสมรรถนะของการออกแบบตัวควบคุมคอนชนิดติดตามแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ จะแสดงไว้ในส่วนของผลการทดลอง

#### 4.1 การออกแบบตัวควบคุมคอนชนิดติดตามการควบคุมแบบจำลองทางคณิตศาสตร์

ในหัวข้อนี้จะกล่าวถึง การออกแบบตัวควบคุมคอนชนิดติดตามการควบคุมแบบจำลองทางคณิตศาสตร์โดยเริ่มจากการทดสอบหาแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ การออกแบบตัวควบคุมแบบจำลองทางคณิตศาสตร์และการออกแบบตัวควบคุมปรับแก้ชนิดพีไอดี เพื่อนำส่วนต่างๆ มาประกอบรวมเป็นโครงสร้าง ของตัวควบคุมคอนชนิดติดตามการควบคุมแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ และจากผลการทดสอบที่ได้จะทำการอ้างอิงเพื่อเปรียบเทียบผลกับโปรแกรม MATLAB

#### 4.1.1 การทดสอบเพื่อหาแบบจำลองทางคณิตศาสตร์

การทดสอบเพื่อหาแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของพลาเน็ตการควบคุมดีซีมอเตอร์ ซึ่งอยู่ในรูปฟังก์ชันถ่ายโอนอันดับหนึ่ง ทำโดยการป้อนสัญญาณทดสอบแบบขั้นบันไดด้วย แรงดันขนาด 1 โวลต์ให้กับพลาเน็ตการควบคุมดีซีมอเตอร์ (ซึ่งได้อ้างอิงวิธีการทดสอบไว้ใน หัวข้อที่ 2.2) แล้ววัดผลตอบสนองซึ่งจะได้ผลตอบสนองดังรูปที่ 4.1



รูปที่ 4.1 ผลตอบสนองรูปเปิดของพลาเน็ตการควบคุมตำแหน่งของดีซีมอเตอร์

จากผลตอบสนองในรูปที่ 4.1 เมื่อป้อนสัญญาณทดสอบแบบขั้นบันไดด้วยแรงดันขนาด 1 โวลต์ สามารถหาค่าพารามิเตอร์ต่างๆ ของพลาเน็ตการควบคุมดีซีมอเตอร์ ได้จากทฤษฎีการหาฟังก์ชันถ่ายโอน (แสดงไว้ในหัวข้อที่ 2.2) มีสมการดังต่อไปนี้

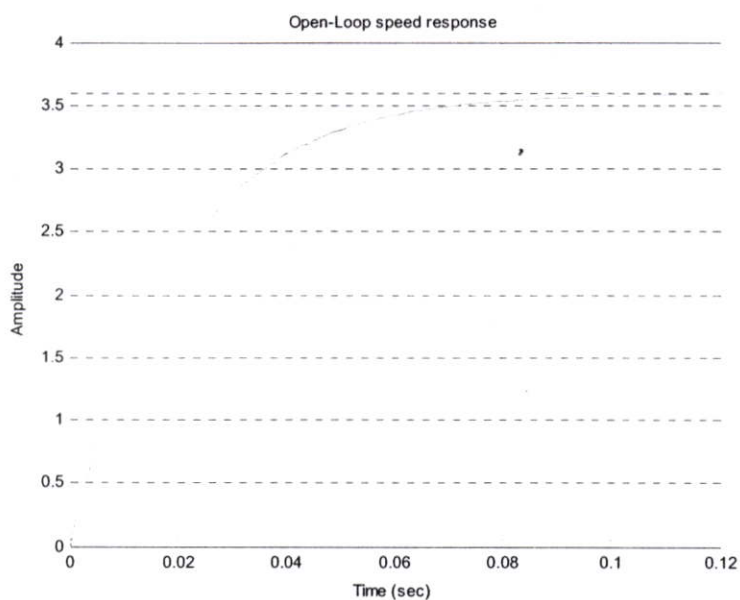
$$G_m(s) = \frac{K'_m}{\tau'_m s + 1} = \frac{3.6}{0.02s + 1} \quad (4.1)$$

เมื่ออ่านค่าพารามิเตอร์ต่าง ๆ ของพลาเน็ตได้แทนค่าลงในสมการต่อไปนี้

$$K'_m = \frac{\text{Output}}{\text{Input}} = \frac{14.5}{4} = 3.6 \quad (4.2)$$

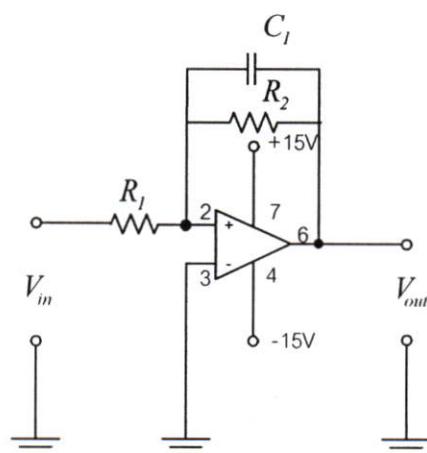
$$\tau'_m = 0.02 \quad (4.3)$$

จากค่าพารามิเตอร์ต่างๆ จำลองด้วยโปรแกรม MATLAB ซึ่งจะได้ผลตอบสนองดังรูปที่ 4.2



รูปที่ 4.2 ผลตอบสนองรูปเปิดของพลาเน็ตจากการจำลองด้วยโปรแกรม MATLAB

และจากผลตอบสนองของการทดสอบหาแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ เราสามารถที่จะออกแบบการจำลองพลาเน็ตการควบคุมดิซิมอเตอร์ด้วยออปแอมป์ ซึ่งอยู่ในรูปฟังก์ชันถ่ายโอนอันดับหนึ่งแบบแอกทีฟโลพาสฟิวส์เตอร์ (Active Low Pass Filter) โดยมีวงจรแสดงดังรูปที่ 4.3



รูปที่ 4.3 วงจรอันดับหนึ่งของแบบจำลองทางคณิตศาสตร์

จากรูปที่ 4.3 จะได้ฟังก์ชันถ่ายโอนดังนี้

$$\frac{V_{out}}{V_{in}} = \frac{R_2}{R_1} \cdot \frac{1}{R_2 C_1 s + 1} \quad (4.4)$$

เราสามารถที่จะหาค่าอุปกรณ์ต่าง ๆ ได้จากสมการพื้นฐานดังต่อไปนี้

ค่าคงที่ของมอเตอร์  $K'_m = \frac{R_2}{R_1} \quad (4.5)$

และค่าเวลาลงตัวของมอเตอร์  $\tau'_m = R_2 C_1 \quad (4.6)$

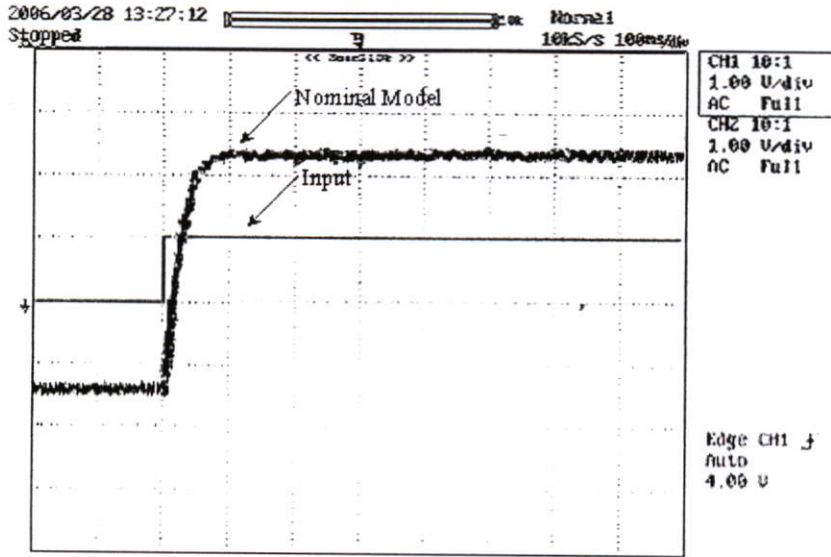
และจากการออกแบบจะกำหนดค่าของตัวคาปาซิเตอร์  $C_1 = 10 \mu F$  จะได้ค่าของ  $R_1$  และ  $R_2$  จากการคำนวณตามสมการข้างต้นดังนี้

$$R_2 = \frac{\tau'_m}{C_1} = \frac{0.02}{10 \times 10^{-6}} = 2k\Omega \quad (4.7)$$

และ

$$R_1 = \frac{R_2}{K'_m} = \frac{2 \times 10^3}{3.6} = 555.5\Omega \quad (4.8)$$

จากนั้นทำการทดสอบผลตอบสนองของแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ ที่จำลองด้วยออปแอมป์โดยการป้อนสัญญาณทดสอบแบบขั้นบันไดด้วยแรงดันขนาด 1 โวลต์ ทำการวัดผลตอบสนองจะได้ผลตอบสนองดังแสดงในรูปที่ 4.4 และจะพบว่าผลตอบสนองมีความคล้ายคลึงกันกับต้นแบบที่ได้จำลองไว้เบื้องต้น ซึ่งสามารถที่จะประกันได้ว่าการจำลองด้วยออปแอมป์สามารถที่จะทำงานแทนแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ได้



รูปที่ 4.4 ผลตอบสนองรูปเปิดของแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ที่จำลองด้วยออปแอมป์

#### 4.1.2 การออกแบบตัวควบคุมแบบจำลองทางคณิตศาสตร์

เมื่อได้แบบจำลองทางคณิตศาสตร์แล้ว ขั้นตอนต่อไปเป็นการออกแบบตัวควบคุมแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ ซึ่งตัวควบคุมแบบจำลองทางคณิตศาสตร์สามารถออกแบบด้วยวิธีใดก็ได้ โดยในวิทยานิพนธ์ฉบับนี้จะเลือกวิธีการออกแบบด้วยตัวควบคุมพีไอดี ซึ่งเป็นตัวควบคุมที่ใช้กันอย่างแพร่หลายในอุตสาหกรรม และมีโครงสร้างที่ง่ายต่อการสร้างและการปรับจูนค่าพารามิเตอร์ โดยข้อกำหนดต่างๆ ที่ใช้ในการออกแบบคือ

$$\text{Settling time} \leq 0.08 \text{ sec.}$$

$$\text{Maximum overshoot} \leq 20\%$$

และจากสมการ

$$\zeta \geq \frac{-\ln(\%mp/100)}{\sqrt{\pi^2 + (\ln(\%mp/100))^2}} \quad (4.9)$$

แทนค่าจากข้อกำหนดต่างๆ จะได้

$$\zeta \geq 0.456 \quad (4.10)$$

และ

$$\alpha = \cos^{-1} \zeta \quad (4.11)$$

จะได้

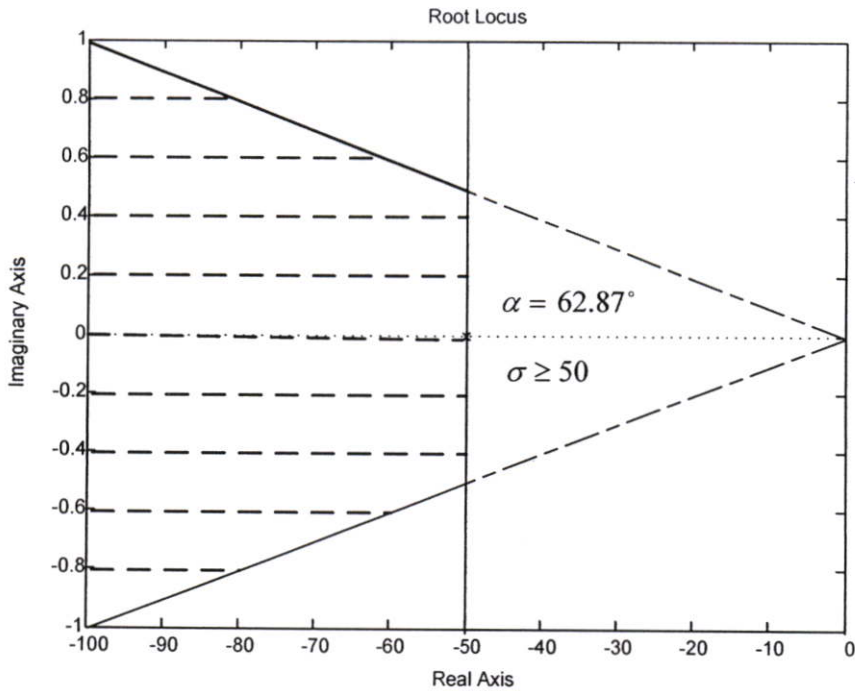
$$\alpha = 62.87^\circ \quad (4.12)$$

และจุดตัดบนแกนจริง 
$$\sigma = \zeta\omega_n \geq \frac{4}{ts} \quad (4.13)$$

จากข้อกำหนดที่ *Settling time*  $\leq 0.08$  sec. จะได้

$$\sigma \geq 50 \quad (4.14)$$

ทำการจำลองด้วยโปรแกรม MATLAB จะได้ตำแหน่งของโพลลูบปิดหลัก ดังรูปที่ 4.5



รูปที่ 4.5 ตำแหน่งของโพลลูบปิดหลัก

จากรูปที่ 4.5 จะพบว่า ส่วนที่มีความเสถียรภาพทางสมรรถนะจะอยู่ทางด้านซ้ายของระนาบและที่ได้ทำการแรเงา คือ  $\sigma \geq 50$  โดยเทคนิคในการออกแบบตัวควบคุมพีไอดี ทางโดเมนเวลานั้นมีอยู่ด้วยกันหลายวิธี โดยในวิทยานิพนธ์นี้เลือกใช้วิธีการออกแบบเชิงวิเคราะห์ (Analytical Design)[5] ซึ่งเป็นวิธีที่ต้องอาศัยแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของพลานต์ โดยการเริ่มจากการเลือกตำแหน่งของโพลลูบปิดหลัก  $s_1$  ให้สอดคล้องกับข้อกำหนดต่างๆ โดยผู้ออกแบบผู้ออกแบบดังสมการต่อไปนี้

$$s_1 = |s_1| e^{j\beta} \quad (4.15)$$

และ

$$G_p(s_1)H(s_1) = |G_p(s_1)H(s_1)| e^{j\psi} \quad (4.16)$$

ซึ่งจะได้สมการเพื่อหาค่า  $K_p$  และ  $K_D$  ดังนี้

$$K_p = \frac{-\sin(\beta + \psi)}{|G_p(s_1)H(s_1)| \sin \beta} - \frac{2K_I \cos \beta}{|s_1|} \quad (4.17)$$

$$K_D = \frac{-\sin \psi}{|s_1| |G_p(s_1)H(s_1)| \sin \beta} + \frac{K_I}{|s_1|^2} \quad (4.18)$$

โดยทำการเลือกค่า  $K_I$  ที่ค่าต่างๆ จนได้ผลตอบสนองตามข้อกำหนดที่วางไว้ โดยจะได้ตำแหน่งโพลลูบปิดหลักที่สอดคล้องกับข้อกำหนดต่างๆ ทางสมรรถนะตามสมการข้างต้น

จากนั้นเราทำการเลือกตำแหน่งของโพลลูบปิดหลัก  $s_1$  ให้สอดคล้องกับข้อกำหนดโดยเลือกโพลลูบปิดหลักที่ตำแหน่ง  $s_1 = -54 + j37$  ดังนั้น

$$s_1 = |s_1| e^{j\beta} = -54 + j37 = 64.46 e^{j145.58} \quad (4.19)$$

และ

$$\begin{aligned} G_p(s_1)H(s_1) &= |G_p(s_1)H(s_1)| e^{j\psi} = \frac{3.6}{-0.08 + j0.74} \\ &= 4.84 \angle -96.17 \end{aligned} \quad (4.20)$$

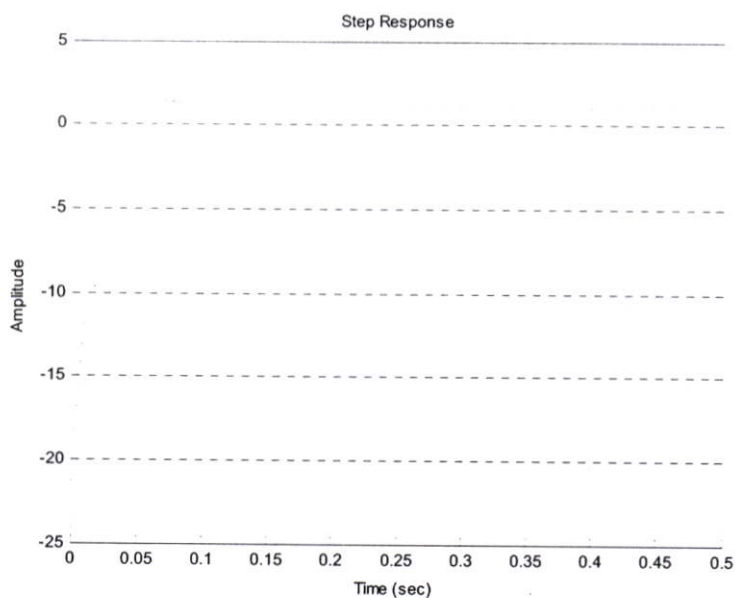
และจากนั้นเลือก  $K_I = 1$  จะได้  $\beta = 145.58$  และ  $\psi = -96.17$  ดังนั้น

$$\begin{aligned} K_p &= \frac{-\sin(\beta + \psi)}{|G_p(s_1)H(s_1)| \sin \beta} - \frac{2K_I \cos \beta}{|s_1|} = \frac{-\sin(49.41^\circ)}{4.84(\sin 145.58^\circ)} - \frac{2(\cos 145.58^\circ)}{64.46} \\ &= -0.2776 + 0.026 = -0.2516 \end{aligned} \quad (4.21)$$

$$K_D = \frac{-\sin \psi}{|s_1| |G_p(s_1)H(s_1)| \sin \beta} + \frac{K_I}{|s_1|^2} = \frac{-\sin(-96.17^\circ)}{64.46 \times 4.84(\sin 145.58^\circ)} + \frac{1}{4155.09}$$

$$= -0.0092 + 0.00024 = -0.0089 \quad (4.22)$$

จากการออกแบบและคำนวณด้วยมือพบว่า เมื่อเลือกค่าพารามิเตอร์  $K_I = 1$  จะทำให้ค่าพารามิเตอร์ของตัวควบคุม  $K_p = -0.2516$  และ  $K_D = -0.0089$  มีค่าติดลบ และเมื่อทำการจำลองผลด้วยโปรแกรม MATLAB ได้ผลตอบสนองดังรูปที่ 4.6



รูปที่ 4.6 กราฟแสดงผลตอบสนองเมื่อ  $K_I = 1$

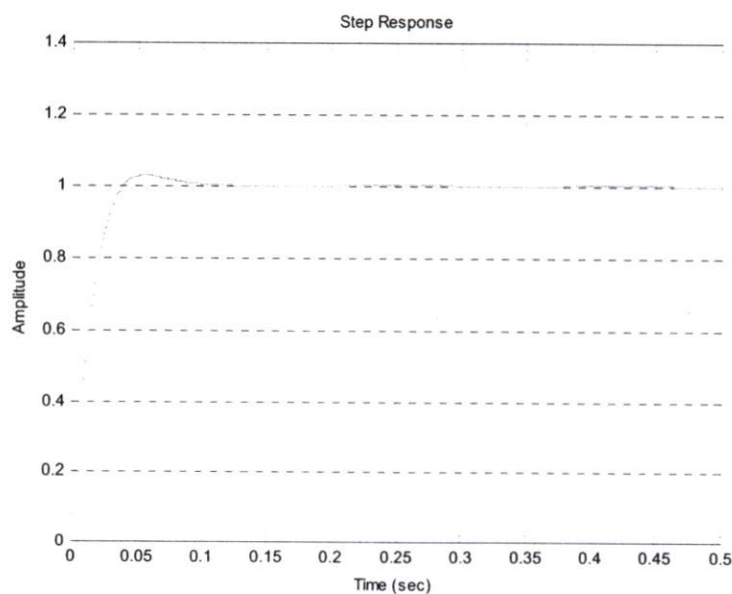
จากรูปที่ 4.6 จะพบว่าจากกราฟผลตอบสนองโดยการจำลองด้วยโปรแกรม MATLAB ผลตอบสนองที่ได้มีค่าติดลบจะเห็นได้ว่าถ้าใช้ค่าของ  $K_I = 1$  จะทำให้ค่าของ  $K_p$  และ  $K_D$  มีค่าเป็นลบซึ่งจะใช้ในการควบคุมพลานต์ของมอเตอร์ไม่ได้ เนื่องจากผลตอบสนองที่ได้จากการจำลองมีช่วงเวลาในการไต่ระดับชั่วขณะ แล้วสัญญาณก็ตกลงมาเป็นศูนย์ ดังนั้นจึงต้องทำการคำนวณใหม่ แต่เพื่อลดระยะเวลาในการคำนวณด้วยมือและหากราฟผลตอบสนอง เราทำการใช้โปรแกรม MATLAB เข้ามาช่วยในการคำนวณและหาผลตอบสนอง ซึ่งจากการเขียนโปรแกรมจะมีโครงร่างดังนี้

```

Editor - C:\Progra-1\MATLAB7\work\Design.m*
File Edit Text Cell Tools Debug Desktop Window Help
1 - KI=[1];
2 - Gp=tf([0.7],[1.77 1]);
3 - s1=-54+j*37;
4 - beta=angle(s1);
5 - smag=abs(s1);
6 - Gps1=evalfr(Gp,s1);
7 - psi=angle(Gps1);
8 - Gps1mag=abs(Gps1);
9 - t=0:0.0001:0.5;
10 - KP=-sin(beta+psi)/(Gps1mag*sin(beta))-2*KI*cos(beta)/smag;
11 - KD=sin(psi)/(smag*Gps1mag*sin(beta))+KI/smag^2;
12 - Gc=tf([KD KP KI],[0 1 0]);
13 - T=Gc*Gp/(1+Gc*Gp);
14 - P=pole(T),z=zero(T)
15 - [KP KI KD]
16 - step(T,t)
17 - grid
script Ln 1 Col 6

```

จากการออกแบบโดยใช้โปรแกรม MATLAB ที่สร้างขึ้นเข้าช่วยในการคำนวณและหาผลตอบสนอง โดยยังเลือกตำแหน่งโพลคู่ปิดหลักที่จุด  $s_1 = -54 + j37$  เราสามารถแทนค่า  $K$ , ด้วยวิธีการสุ่มค่าจากโปรแกรม MATLAB เพื่อหาผลตอบสนองของพารามิเตอร์ให้เป็นไปตามข้อกำหนดและเงื่อนไขทางสมรรถนะ ซึ่งเมื่อเลือกค่าพารามิเตอร์สุดท้ายของ  $K_p = 24.00$  จะพบว่าพารามิเตอร์ของตัวควบคุม  $K_p = 0.3271$  และ  $K_D = 0.00$  ซึ่งไม่ติดลบและสามารถควบคุมได้จริง และใช้โปรแกรม MATLAB ทำการจำลองผลตอบสนองที่สามารถควบคุมได้ ดังแสดงในรูปที่ 4.7



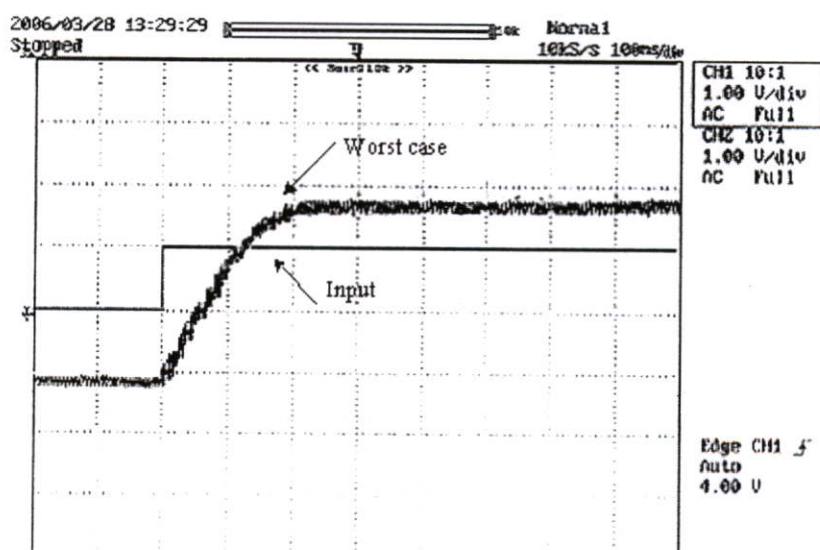
รูปที่ 4.7 ผลตอบสนองของระบบเมื่อใช้ตัวควบคุมที่ออกแบบได้

จากรูปที่ 4.7 เมื่อโปรแกรม MATLAB ทำการคำนวณและหาผลตอบสนองของพารามิเตอร์ที่เป็นไปตามเงื่อนไขทางสมรรถนะ เราจะสามารถหาฟังก์ชันถ่ายโอนของตัวควบคุมพีไอดี จากการทดสอบแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ เพื่อใช้เป็นตัวควบคุมแบบจำลองทางคณิตศาสตร์แสดงได้ดังโครงสร้างของฟังก์ชันถ่ายโอนที่มีอัตราขยายของตัวควบคุม  $K_p = 0.3271$ ,  $K_I = 24$ ,  $K_D = 0.00$  โดยสมการตัวควบคุมแบบจำลองทางคณิตศาสตร์เขียนในรูปของสมการฟังก์ชันถ่ายโอนที่มีอัตราขยายคือ

$$G_c = 0.3271 + \frac{24}{s} + 0.0s \quad (4.23)$$

#### 4.1.3 การทดสอบเพื่อหาตัวควบคุมปรับแก้ชนิดพีไอดีภายใต้เงื่อนไขความไม่แน่นอนกรณีเลวที่สุด

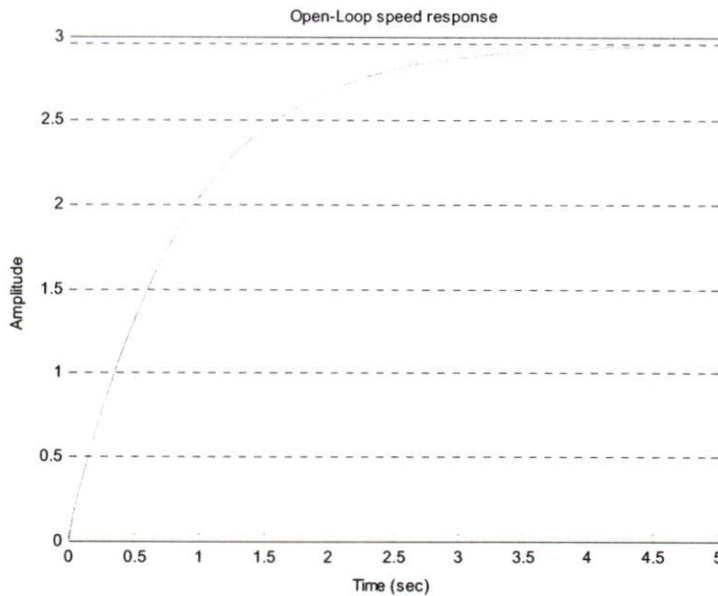
การทดสอบเพื่อหาผลตอบสนองของพลาเน็ตการควบคุมดิซิมอเตอร์ เมื่อเกิดความไม่แน่นอนกรณีเลวที่สุด วัตถุประสงค์เพื่อหาค่าพารามิเตอร์ของพลาเน็ตระบบ แล้วนำค่าที่หาได้ไปออกแบบตัวควบคุมปรับแก้ชนิดพีไอดี ซึ่งผลตอบสนองของพลาเน็ตจะอยู่ในรูปแบบของฟังก์ชันถ่ายโอนอันดับหนึ่งทำได้โดยการติดตั้งโหลดขนาดเท่ากับพิกัดแรงดันของมอเตอร์เข้าที่แกนเพลลา จากนั้นป้อนสัญญาณทดสอบแบบขั้นบันไดด้วยแรงดันขนาด 1 โวลต์ให้กับพลาเน็ตการควบคุม ซึ่งจะได้ผลตอบสนองด้านเอาต์พุตเทียบกับสัญญาณด้านอินพุตของพลาเน็ต ในรูปของฟังก์ชันถ่ายโอนอันดับหนึ่ง ดังรูปที่ 4.8



รูปที่ 4.8 ผลตอบสนองรูปเปิดของพลาเน็ตที่มีความไม่แน่นอนกรณีเลวที่สุด

จากผลตอบสนองในรูปที่ 4.8 เมื่อป้อนสัญญาณทดสอบแบบขั้นบันไดด้วยแรงดันขนาด 1 โวลต์ สามารถหาค่าเวลาคงตัวทางเวลา  $\tau_m'$  ได้จากการหาช่วงเวลาที่ผลการตอบสนอง หรือเอาต์พุตของระบบมีค่าเพิ่มขึ้นจนถึง 63.2% ของค่าสุดท้ายของเอาต์พุต และหาค่าอัตราขยายของพลานต์  $K_m'$  ได้จากการหารเอาต์พุตที่ค่าสุดท้ายด้วยอินพุตอ้างอิงแล้วเขียนฟังก์ชันถ่ายโอนได้จากสมการที่ (4.24)

$$G_m(s, \Delta) = \frac{K_m'}{\tau_m' s + 1} = \frac{2.96}{0.85s + 1} \quad (4.24)$$



รูปที่ 4.9 ผลตอบสนองรูปเปิดของพลานต์จากการจำลองด้วยโปรแกรม MATLAB

จากค่าพารามิเตอร์จากการทดสอบกระบวนการ นำมาทดสอบเพื่อเปรียบเทียบกับผลการจำลองด้วยโปรแกรมทางวิศวกรรม จะได้ผลตอบสนองดังรูปที่ 4.9

และในหัวข้อนี้ จะทำการออกแบบตัวควบคุมปรับแก้ชนิดพีไอดีสำหรับพลานต์ที่มีความไม่แน่นอนกรณีเลวที่สุด ซึ่งจะใช้ข้อกำหนดเดิมจากการออกแบบตัวควบคุมแบบจำลองโดยใช้โปรแกรม MATLAB ในหัวข้อที่ผ่านมา และทำการเลือกโพลรูปปิดหลัก  $s_1 = -59 + j55$  ดังนั้น

$$s_1 = |s_1| e^{j\beta} = -59 + j55 = 80.65^{j137} \quad (4.25)$$

และ 
$$G_p(s_1)H(s_1) = |G_p(s_1)H(s_1)| e^{j\psi} = \frac{2.96}{-49.15 + j46.75}$$

$$= 0.0436 \angle -136.433 \quad (4.26)$$

และจากนั้นเลือก  $K_I = 1$  จะได้  $\beta = 137$  และ  $\psi = -136.433$  ดังนั้น

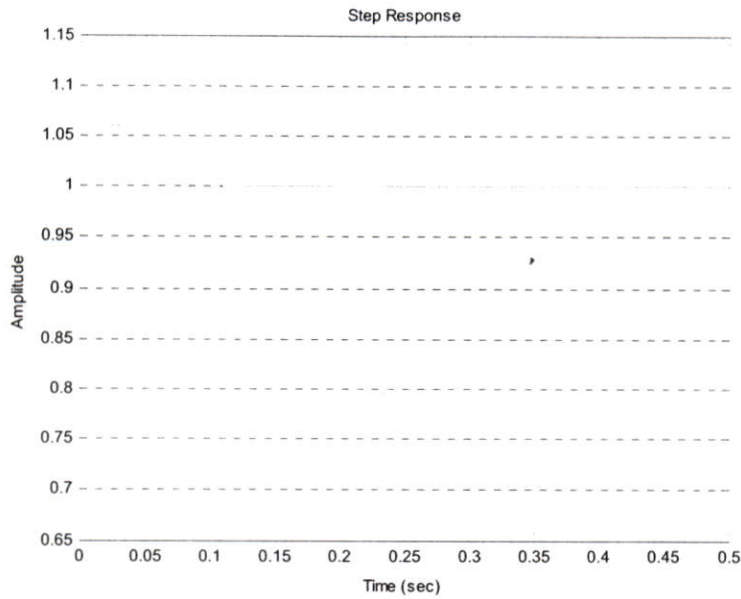
$$K_p = \frac{-\sin(\beta + \psi)}{|G_p(s_1)H(s_1)|\sin\beta} - \frac{2K_I \cos\beta}{|s_1|} = \frac{-\sin(9.147^\circ)}{0.0436(\sin 145.58^\circ)} - \frac{2(\cos 145.58^\circ)}{80.65}$$

$$= -6.462 - 0.020 = -6.482 \quad (4.27)$$

$$K_D = \frac{-\sin\psi}{|s_1||G_p(s_1)H(s_1)|\sin\beta} + \frac{K_I}{|s_1|^2} = \frac{\sin(-136.433^\circ)}{80.65 \times 0.0436(\sin 145.58^\circ)} + \frac{1}{6504.42}$$

$$= -0.3467 + 0.00015 = -0.3465 \quad (4.28)$$

จากข้อกำหนดทางสมรรถนะ โดยเลือกตำแหน่งโพลคู่ปิดหลักที่จุด  $s_1 = -59 + j55$  และทำการออกแบบโดยใช้โปรแกรม MATLAB เข้าช่วยจะพบว่าเมื่อเลือกค่า  $K_I = 1$  ทำให้พารามิเตอร์ของตัวควบคุมมีค่าติดลบดังนั้นจึงใช้โปรแกรม MATLAB เข้ามาช่วยในการคำนวณและหาผลตอบสนองและเมื่อเลือกพารามิเตอร์สุดท้ายของ  $K_I = 6000$  จะได้พารามิเตอร์ของตัวควบคุมปรับแก้ชนิดพีไอดี ดังนี้  $K_p = 108.5$   $K_I = 6000$   $K_D = 0.6$  จากนั้นใช้โปรแกรม MATLAB ทำการจำลองผลของระบบจะได้ผลตอบสนองของพลานต์ที่มีความไม่แน่นอนกรณีเลขที่สุ่ม ซึ่งจะได้ผลตอบสนองดังรูปที่ 4.10



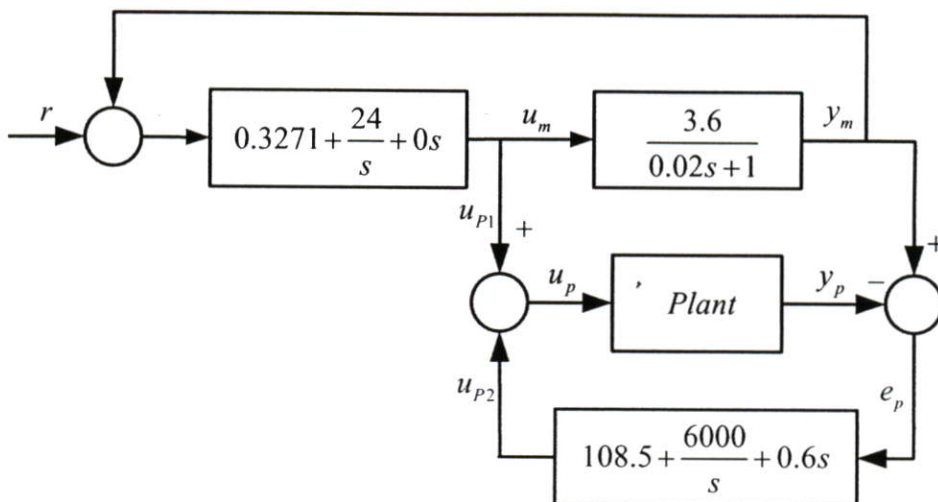
รูปที่ 4.10 ผลตอบสนองจากการจำลองด้วยโปรแกรม MATLAB เมื่อใช้ตัวปรับแก้ชนิดพีไอดี

และจะได้ฟังก์ชันถ่ายโอนของตัวปรับแก้ในรูปอัตราขยายชนิดพีไอดี ดังนี้

$$G_c = 108.5 + \frac{6000}{s} + 0.6s \quad (4.29)$$

## 4.2 โครงสร้างของตัวควบคุมคอนทนต์ติดตามการควบคุมแบบจำลองทางคณิตศาสตร์

จากการทดสอบหาแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ การออกแบบตัวควบคุมแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ การออกแบบตัวควบคุมปรับแก้ชนิดพีไอดี และจากการทดสอบจะได้ค่า พารามิเตอร์ของตัวควบคุมต่างๆ ซึ่งนำมาประกอบรวมเป็นโครงสร้างของตัวควบคุมคอนทนต์ติดตามการควบคุมแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ ซึ่งหลักการและทฤษฎีการทำงานของโครงสร้างนี้ได้อธิบายไว้แล้วใน หัวข้อที่ 3.2 ซึ่งโครงสร้างดังกล่าวแสดงได้ดังรูปที่ 4.11

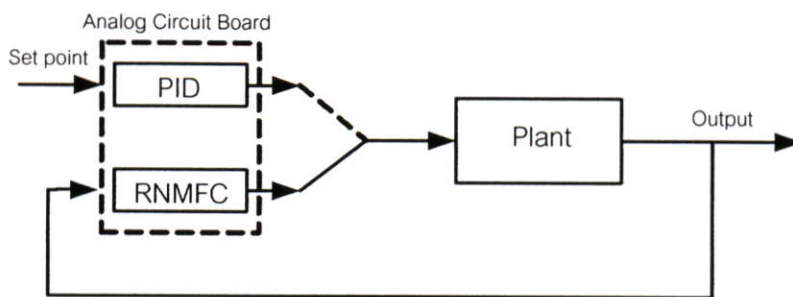


รูปที่ 4.11 โครงสร้างของตัวควบคุมคงทนชนิดติดตามการควบคุมแบบจำลองทางคณิตศาสตร์

หลักการการทำงานของโครงสร้างนี้จะเริ่มจาก เมื่อไม่มีค่าความผิดพลาดของสัญญาณจากพลานต์  $e_y$  จะทำให้รูปของสัญญาณปรับแก้  $u_{p2}$  เท่ากับศูนย์ เพราะฉะนั้นจะมีผลให้รูปสัญญาณออกของพลานต์  $y_p$  เท่ากับสัญญาณออกของแบบจำลองทางคณิตศาสตร์  $y_m$  แต่เมื่อมีค่าความผิดพลาดของสัญญาณจากพลานต์  $e_y$  เกิดขึ้นทำให้รูปของสัญญาณปรับแก้  $u_{p2}$  ไม่เท่ากับศูนย์จะส่งผลให้สัญญาณของพลานต์จริง  $u_p$  สัญญาณการติดตามแบบจำลอง  $u_{p1}$  และสัญญาณปรับแก้  $u_{p2}$  ไม่มีค่าเท่ากับศูนย์ไปด้วย ทำให้สัญญาณออกของพลานต์  $y_p$  จะเท่ากับสัญญาณของพลานต์จริง  $u_p$  รวมกับสัญญาณการติดตามแบบจำลอง  $u_{p1}$  โดยที่สัญญาณปรับแก้  $u_{p2}$  จะเพิ่มสัญญาณปรับแก้เพื่อให้สัญญาณออกของพลานต์  $y_p$  มีหน้าที่ติดตามสัญญาณออกของแบบจำลอง  $y_m$  ต่อไป

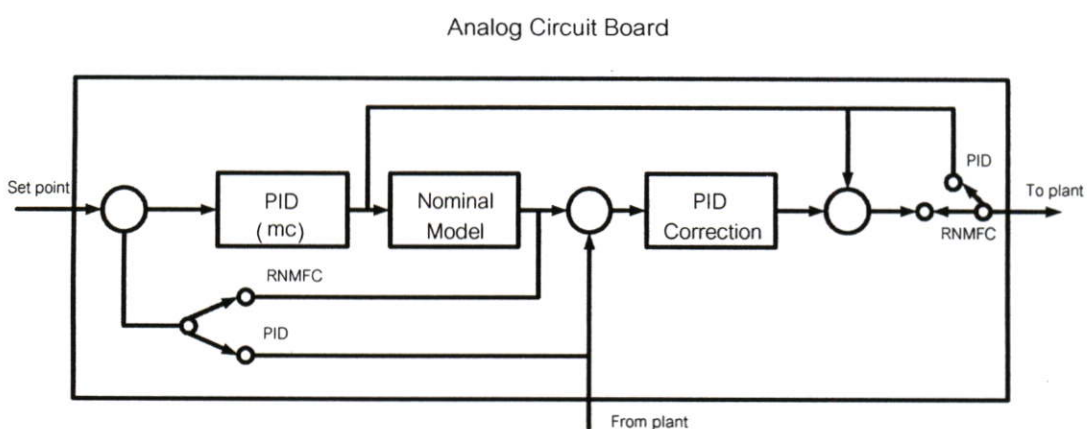
### 4.3 บอร์ดวงจรถอดลอกสำหรับใช้ทดลอง

ในหัวข้อนี้จะกล่าวถึงลำดับหน้าที่ และโครงสร้างของการออกแบบบอร์ดวงจรถอดลอกที่ใช้สำหรับการทดลองตามที่ได้ออกแบบไว้แล้วตามลำดับ โดยบอร์ดดังกล่าวสามารถใช้ทดสอบได้ทั้งกรณีที่เป็น โครงสร้าง ของตัวควบคุมแบบดั้งเดิมที่ใช้เพียงตัวควบคุมที่ไอดีเพียงอย่างเดียว และ โครงสร้างของตัวควบคุมคงทนชนิดติดตามการควบคุมแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ ซึ่งลำดับหน้าที่และโครงสร้างทางออปแอมป์ได้แสดงไว้ในวิทยานิพนธ์ฉบับนี้แล้วตามลำดับ และเพื่อทำการเปรียบเทียบผลจากการทดลอง โดยใช้หลักการเบื้องต้นของบอร์ดดังกล่าวที่แสดงได้ด้วยบล็อกไดอะแกรม ดังรูปที่ 4.12



รูปที่ 4.12 แนวคิดแบบบล็อกไดอะแกรมสำหรับใช้ทดลองจริง

ลักษณะโครงสร้างภายในของบอร์ดที่จะนำมาออกแบบแสดงได้ดังรูปที่ 4.13 (ดูจากภาคผนวก ก. ประกอบด้วย)



รูปที่ 4.13 โครงสร้างบอร์ดวงจรถอนาล็อก

จากโครงสร้างของการออกแบบ ด้วยวงจรถอนาล็อกที่ใช้สำหรับการทดลองตามที่ได้ออกแบบไว้แล้ว เพื่ออธิบายถึงคุณภาพในด้านความถูกต้อง และความเชื่อถือได้ของอุปกรณ์ วิธีการวัดดังนั้นในหัวข้อต่อไปจะเป็นการกล่าวถึงเรื่อง ความสำคัญของการใช้ความไม่แน่นอนในการวัด

#### 4.4 การวิเคราะห์ความไม่แน่นอนในแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ [30, 31-33]

จากทฤษฎีพื้นฐานการประมาณค่าความไม่แน่นอนในบทที่ 3 นั้น เราสามารถนำประยุกต์เพื่ออธิบายเรื่องของการวิเคราะห์ความไม่แน่นอนในแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ โดยอ้างอิงจาก[34] ซึ่งสามารถอธิบายได้เป็น 3 ขั้นตอนดังนี้

- ขั้นตอนที่ 1. พิจารณาขอบเขตของความไม่แน่นอนในแบบจำลองทางคณิตศาสตร์
- ขั้นตอนที่ 2. กำหนดค่าพารามิเตอร์พลาเนตาระบุ
- ขั้นตอนที่ 3. การคำนวณค่าพารามิเตอร์เบี่ยงเบนจากแบบจำลองทางคณิตศาสตร์

ขั้นตอนที่ 1. พิจารณาขอบเขตของความไม่แน่นอนในแบบจำลองทางคณิตศาสตร์

จากข้อมูลการทดสอบ เพื่อหาแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของพลาเน็ตการควบคุมดีซีมอเตอร์ในสมการที่ (4.1) เมื่อทำการพิจารณาขอบเขตความไม่แน่นอนที่เกิดขึ้นสามารถแบ่งการศึกษาได้เป็น 2 กรณีคือ

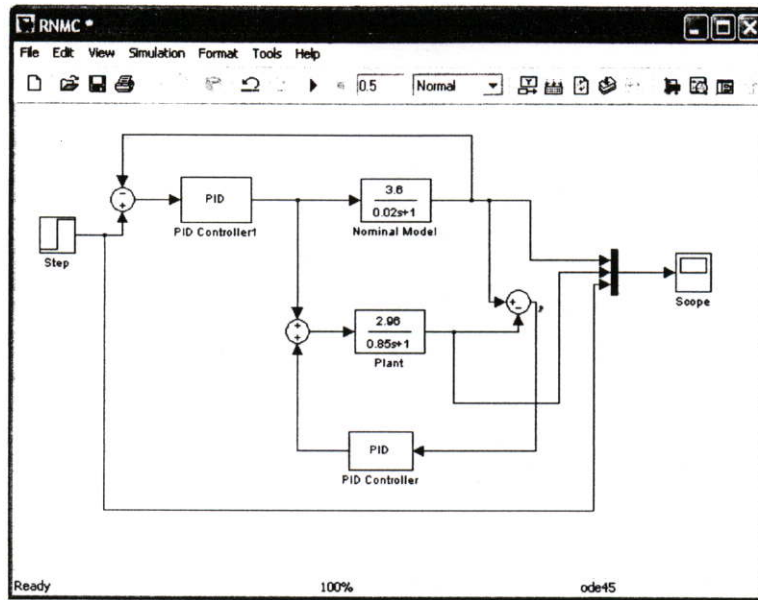
1. กรณีแปรค่าอัตราขยายของมอเตอร์ โดยกำหนดให้สมการที่ (4.1) เป็นข้อมูลที่ต้องการพิจารณาและต่อไปจะเรียกแทนว่า พลาเน็ตระบุ ที่สามารถเปลี่ยนแปลงได้ในขอบเขต  $K'_m \in (K'_{\min}, K'_{\max})$  ซึ่งจากข้อมูลที่ต้องการพิจารณาต้องการเพิ่มขอบเขตของความไม่แน่นอนไปอีก  $\pm 100\%$  เพื่อครอบคลุมค่าสูงสุดของพารามิเตอร์ และค่าต่ำสุดของพารามิเตอร์ซึ่งจะได้ขอบเขตของความไม่แน่นอนที่ต้องการพิจารณาเป็น

$$\begin{array}{c}
 \begin{array}{c}
 \xleftarrow{\quad 50\% \quad} \quad \xleftarrow{\quad 50\% \quad} \xrightarrow{\quad} \\
 | \quad \quad \quad | \quad \quad \quad | \\
 K'_{\min} = 1.8 \quad K'_m = 3.6 \quad K'_{\max} = 5.4
 \end{array} \\
 (4.29)
 \end{array}$$

2. กรณีแปรค่าเวลาคงตัวของมอเตอร์ โดยกำหนดให้สมการที่ (4.1) เป็นข้อมูลที่ต้องการพิจารณาและต่อไปจะเรียกแทนว่า พลาเน็ตระบุ ที่สามารถเปลี่ยนแปลงได้ในขอบเขต  $\tau'_m \in (\tau'_{\min}, \tau'_{\max})$  ซึ่งจากข้อมูลที่ต้องการพิจารณาต้องการเพิ่มขอบเขตของความไม่แน่นอนไปอีก  $\pm 100\%$  เพื่อครอบคลุมค่าสูงสุดของพารามิเตอร์ และค่าต่ำสุดของพารามิเตอร์ ซึ่งจะได้ขอบเขตของความไม่แน่นอนที่ต้องการพิจารณาเป็น

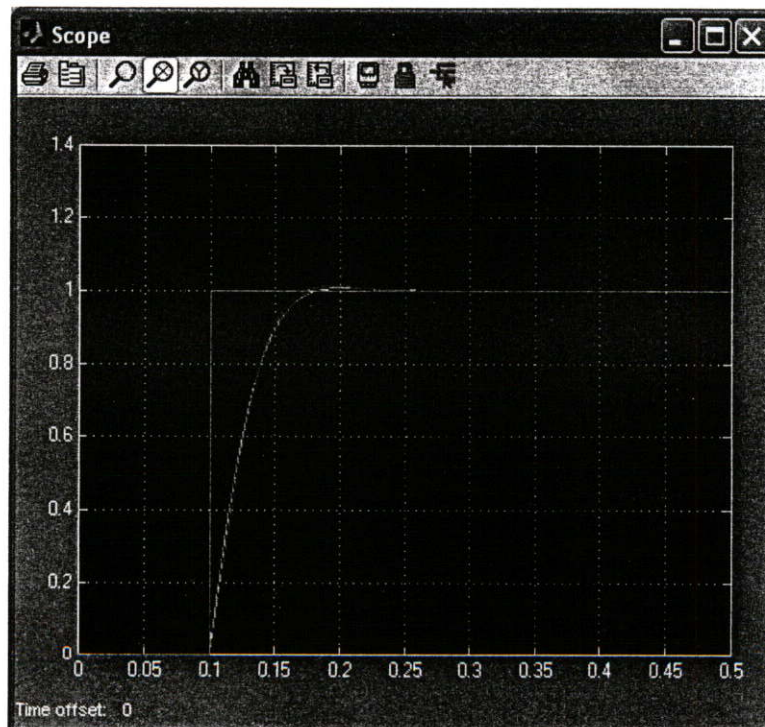
$$\begin{array}{c}
 \begin{array}{c}
 \xleftarrow{\quad 50\% \quad} \quad \xleftarrow{\quad 50\% \quad} \xrightarrow{\quad} \\
 | \quad \quad \quad | \quad \quad \quad | \\
 \tau'_{\min} = 0.01 \quad \tau'_m = 0.02 \quad \tau'_{\max} = 0.03
 \end{array} \\
 (4.30)
 \end{array}$$

จากขั้นตอนที่ 1. นี้เราสามารถที่จะทำการพิจารณาความไม่แน่นอนเชิงพารามิเตอร์ได้โดยใช้โปรแกรม MATLAB ดังนี้

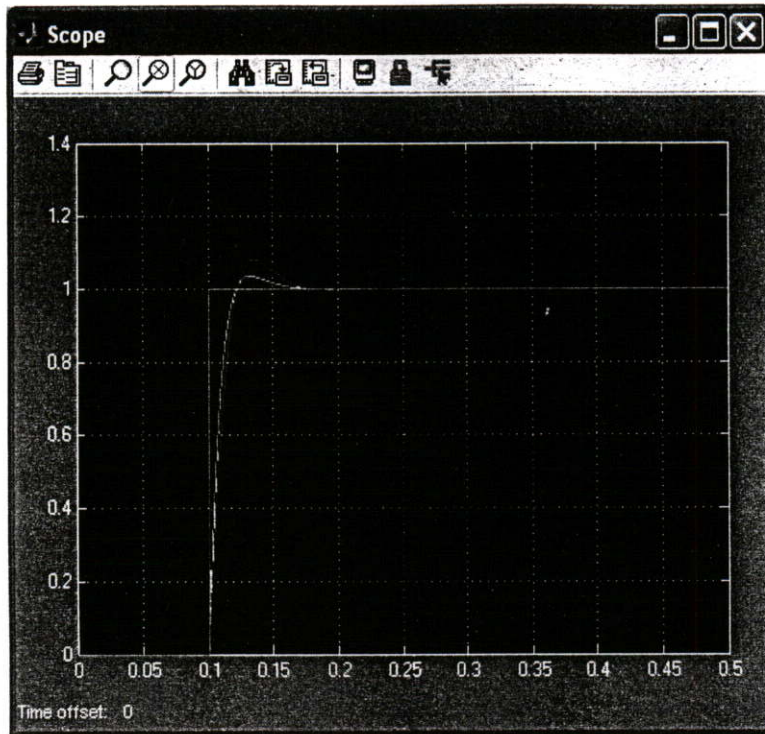


รูปที่ 4.14 โครงสร้างการควบคุมคงทนชนิดติดตามแบบจำลองโมเดลทางคณิตศาสตร์

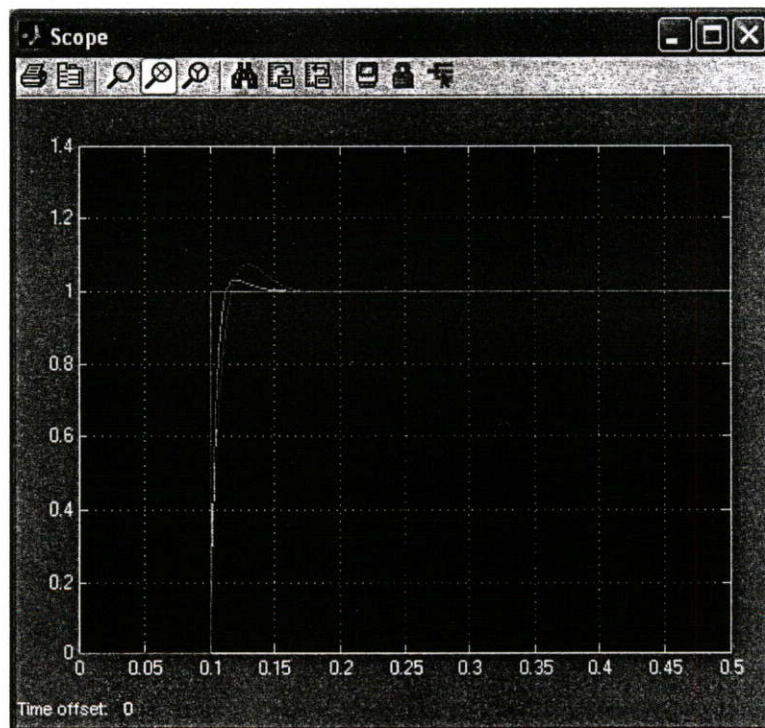
กรณีที่ 1 ทำการจำลองที่อัตราขยายต่างๆ



รูปที่ 4.15 แสดงการจำลองที่ขอบเขตต่ำสุด  $G_p(s) = \frac{1.8}{0.02s+1}$  โดยที่  $K_m = 50\%$

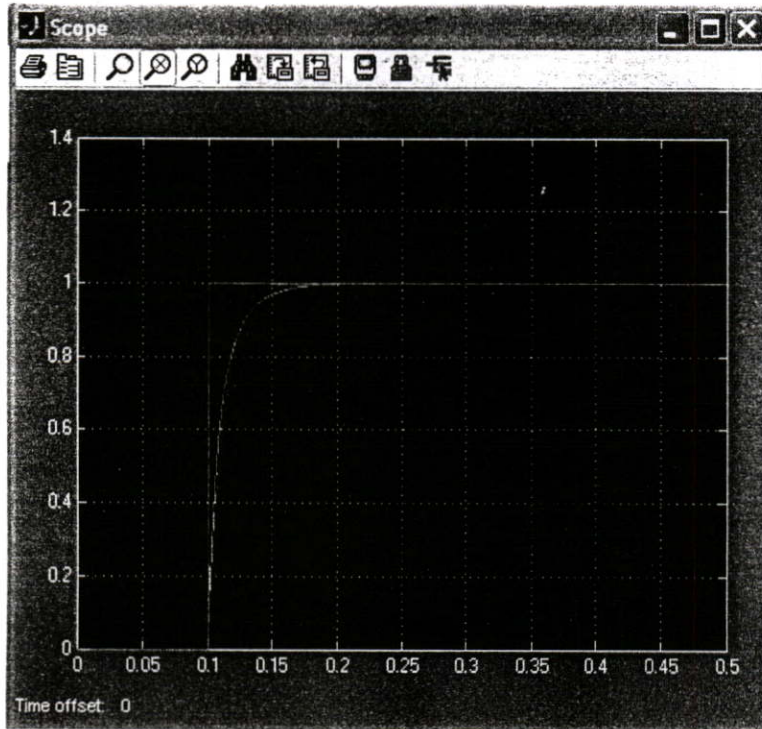


รูปที่ 4.16 แสดงการจำลองที่ขอบเขตพลาตร์ระบบ  $G_p(s) = \frac{3.6}{0.02s+1}$

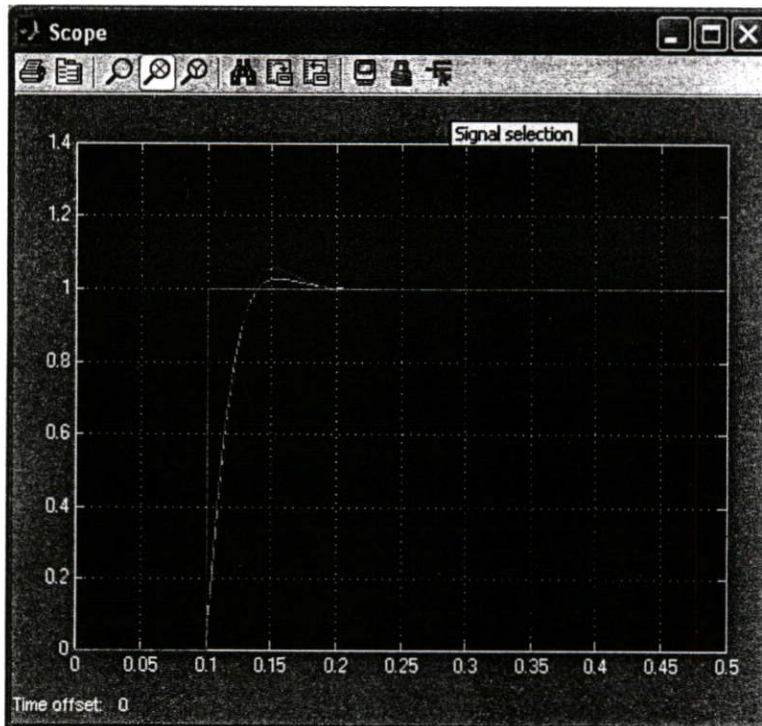


รูปที่ 4.17 แสดงการจำลองที่ขอบเขตสูงสุด  $G_p(s) = \frac{5.4}{0.02s+1}$  โดยที่  $K_m = 50\%$

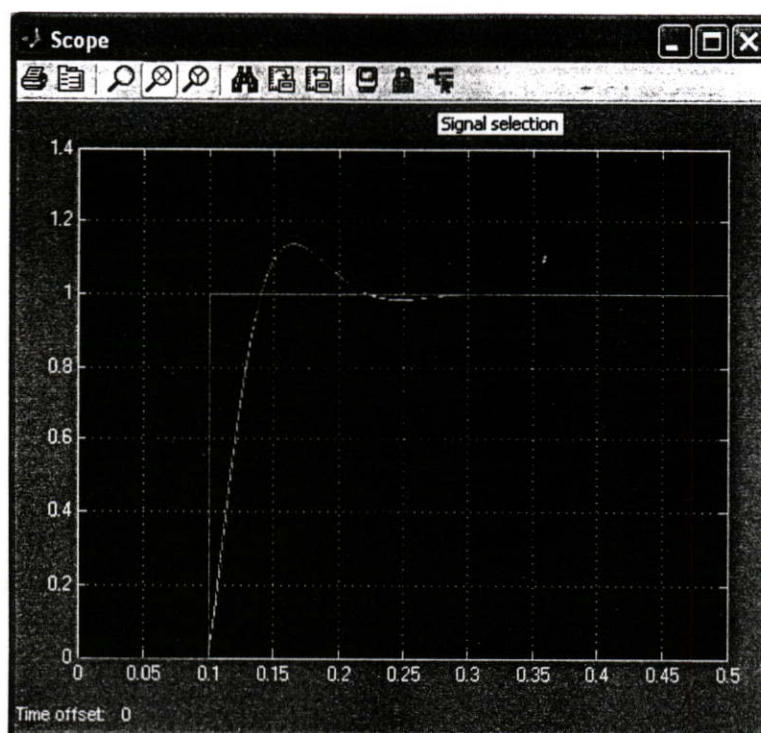
กรณีที่ 2 เป็นการจำลองที่ค่าเวลาคงตัวของมอเตอร์ที่เวลาต่าง ๆ



รูปที่ 4.18 แสดงการจำลองที่ขอบเขตต่ำสุด  $G_p(s) = \frac{3.6}{0.01s+1}$  โดยที่  $\tau_m = 50\%$



รูปที่ 4.19 แสดงการจำลองที่ขอบเขตพลาตันี่ระบุ  $G_p(s) = \frac{3.6}{0.02s+1}$



รูปที่ 4.20 แสดงการจำลองที่ขอบเขตสูงสุด  $G_p(s) = \frac{3.6}{0.03s+1}$  โดยที่  $\tau_m = 50\%$

### สรุปผลการวิเคราะห์ผลการจำลองด้วยโปรแกรม MATLAB

การวิเคราะห์ผลการจำลองขอบเขตความไม่แน่นอนในแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ด้วยโปรแกรม MATLAB โดยกำหนดให้มีการเปลี่ยนแปลงค่าความไม่แน่นอนอยู่ในขอบเขตดังกล่าวพบว่าเมื่อทำการออกแบบ และหาพลาเน่ระดับเป็นแบบจำลองอ้างอิงนั้นผลตอบสนองของระบบที่ดีที่สุดตามเงื่อนไขของวิธีการควบคุม เมื่อทำการขยายขอบเขตของความไม่แน่นอนออกไปหนึ่งเท่าก็ยังสามารถควบคุมได้ดี เพราะเนื่องมาจากการออกแบบตัวควบคุมที่รวมเอาความไม่แน่นอนไว้กับการออกแบบด้วย

ขั้นตอนที่ 2. กำหนดค่าพารามิเตอร์ที่พลาเน่ระดับ

กรณีการเลือกค่าพารามิเตอร์ที่พลาเน่ระดับเป็นค่ากึ่งกลาง นั้นเนื่องจากต้องการควบคุมผลของสัญญาณรบกวนจากอินพุตที่มีผลต่อสัญญาณเอาต์พุตให้มีค่าน้อยที่สุด และจากสมการที่ (4.29) และ (4.30) ได้ทำการเลือกค่าพารามิเตอร์ที่พลาเน่ระดับ คือ  $K'_m = 3.6$  และ  $\tau'_m = 0.02$

ขั้นตอนที่ 3. การคำนวณค่าพารามิเตอร์เบี่ยงเบนจากแบบจำลองทางคณิตศาสตร์มีขั้นตอนดังนี้

1. การหาค่าเฉลี่ย,  $\bar{X}$
2. การหาค่าเบี่ยงเบนมาตรฐาน,  $S$
3. การหาค่าความเบี่ยงเบนมาตรฐานของค่าพลาตันต์ระนุ,  $\sigma(\bar{X})$

เมื่อทำการพิจารณาจากรูปที่ 4.16 เราสามารถที่จะพิจารณาค่าพารามิเตอร์เบี่ยงเบนจากแบบจำลองได้สองกรณีคือ 1. ค่าพารามิเตอร์เบี่ยงเบนไปเนื่องจากอัตราการขยายเปลี่ยนแปลงโดยอ้างอิงจากสมการที่ (4.29) 2. ค่าพารามิเตอร์เบี่ยงเบนไปเนื่องจากค่าเวลาคงตัวของมอเตอร์เปลี่ยนแปลงโดยอ้างอิงจากสมการที่ (4.30)

กรณีที่ 1. การคำนวณค่าพารามิเตอร์เบี่ยงเบนไปเนื่องจากอัตราการขยายเปลี่ยนแปลง

พิจารณาจากการกำหนดขอบเขตค่าอัตราการขยายของมอเตอร์ 1.8, 3.6, 5.4

1. การหาค่าเฉลี่ย 
$$\bar{X} = \frac{1.8+3.6+5.4}{3} = 3.6$$

2. การหาค่าเบี่ยงเบนมาตรฐาน

$$S = \sqrt{\frac{(1.8-3.6)^2 + (3.6-3.6)^2 + (5.4-3.6)^2}{3-1}} = 1.8$$

3. การหาค่าความเบี่ยงเบนมาตรฐานของค่าพลาตันต์ระนุ  $\sigma(\bar{X}) = 1.8/\sqrt{3} = 1.03923$

กรณีที่ 2. การคำนวณค่าพารามิเตอร์เบี่ยงเบนไปเนื่องจากค่าเวลาคงตัวของมอเตอร์เปลี่ยนแปลง

พิจารณาจากการกำหนดขอบเขตค่าเวลาคงตัวของมอเตอร์ 0.01, 0.02, 0.03

1. การหาค่าเฉลี่ย 
$$\bar{X} = \frac{0.01+0.02+0.03}{3} = 0.02$$

2. การหาค่าเบี่ยงเบนมาตรฐาน

$$S = \sqrt{\frac{(0.01-0.02)^2 + (0.02-0.02)^2 + (0.03-0.02)^2}{3-1}} = 0.01$$

3. การหาค่าความเบี่ยงเบนมาตรฐานของค่าพลาตันต์ระนุ  $\sigma(\bar{X}) = 0.01/\sqrt{3} = 0.057735$

## บทที่ 5

### ขั้นตอนการทดลองและผลการทดลอง

ในบทนี้เป็นการนำเสนอขั้นตอนการทดลองและผลการทดลอง โดยจะแบ่งการทดลองออกเป็นสองการทดลอง โดยเริ่มจากการทดลองแรกคือการควบคุมตำแหน่งดีซีมอเตอร์ด้วยตัวควบคุมแบบดั้งเดิมกรณีการทำงานปกติ และบันทึกผลการทดลองเพื่อเป็นต้นแบบอ้างอิง จากนั้นทำการทดลองที่สองคือการควบคุมตำแหน่งดีซีมอเตอร์ด้วยตัวควบคุมแบบดั้งเดิมที่มีความไม่แน่นอนกรณีเลวที่สุด กับการควบคุมตำแหน่งดีซีมอเตอร์ด้วยตัวควบคุมคงทวนชนิดติดตามแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ที่มีความไม่แน่นอนกรณีเลวที่สุด จากนั้นทำการบันทึกผลเพื่อเปรียบเทียบผลระหว่างตัวควบคุมแบบดั้งเดิม กับตัวควบคุมคงทวนชนิดติดตามการควบคุมแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ที่มีความไม่แน่นอนกรณีเลวที่สุด โดยใช้สัญญาณทดสอบแบบขั้นบันได เพื่อพิจารณาผลของการติดตามสัญญาณตำแหน่งอ้างอิงที่สภาวะการทำงานตามเข็มนาฬิกา และทวนเข็มนาฬิกา

#### 5.1 วัสดุอุปกรณ์ที่ใช้

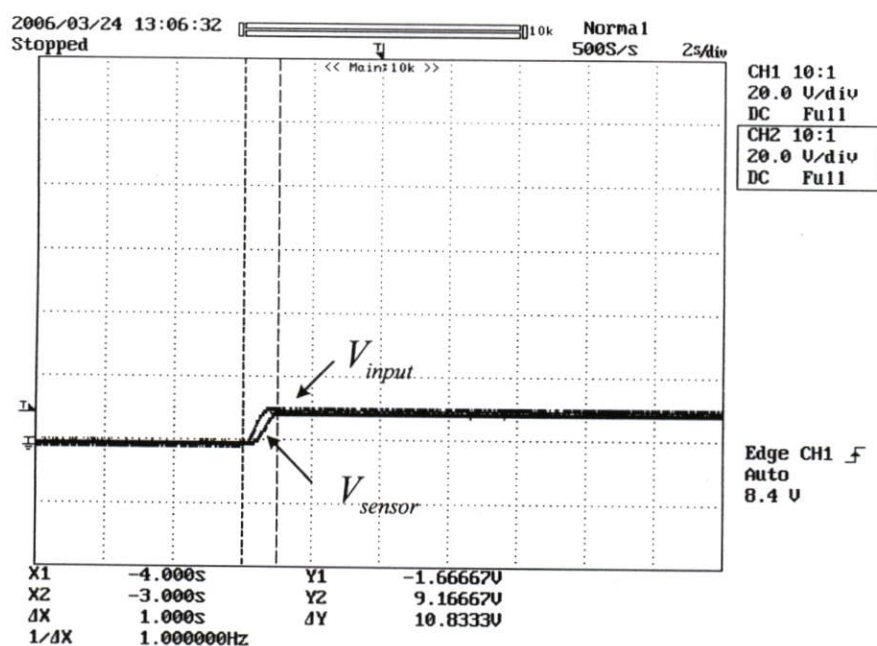
- ชุดทดลองที่ใช้ในการควบคุมตำแหน่งดีซีมอเตอร์
- ดีซีมอเตอร์ที่ใช้ในห้องปฏิบัติการ สาขาวิชาวิศวกรรมไฟฟ้า
- ดีซีเพาเวอร์ซัพพลาย  $\pm 15V$  สำหรับดีซีมอเตอร์ 1 ชุด
- ออสซิโรสโคป (Oscilloscope) 1 ชุด
- ดีซีเพาเวอร์ซัพพลาย  $\pm 15V$  4 เครื่อง
- สายต่อวงจร

#### 5.2 การทดสอบการควบคุมตำแหน่งดีซีมอเตอร์ด้วยตัวควบคุมแบบดั้งเดิมกรณีการทำงานปกติ

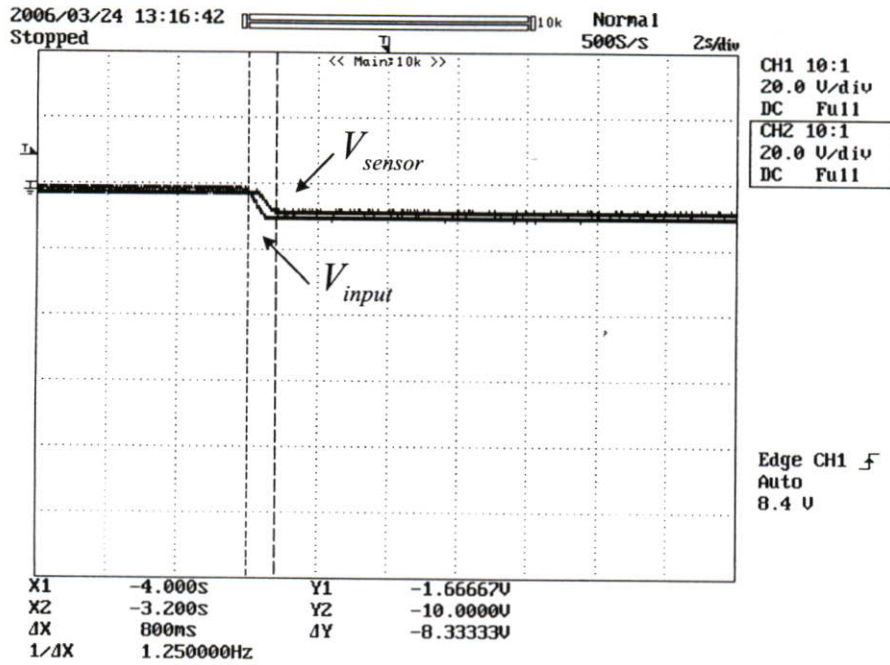
##### 5.2.1 ขั้นตอนการทดลองที่ 1 การควบคุมตำแหน่งดีซีมอเตอร์ด้วยตัวควบคุมแบบดั้งเดิมกรณีการทำงานปกติ

- ทำการต่อวงจรดังรูปที่ ก.1 ซึ่งรายละเอียดของวงจรอปแอมป์สามารถที่จะแสดงได้ดังส่วนต่างๆ ที่แสดงไว้ในวิทยานิพนธ์ทั้งหมด
- ปรับแรงดันอ้างอิง ( $V_{ref}(t)$ ) จากฟังก์ชันเจนเนอเรเตอร์ (Function Generator) [สัญญาณแบบขั้นบันได ขนาด  $5V_p$  ความถี่ 2kHz ปรับออฟเซต (Offset) ให้ปรากฏเพียงซีกบวก ที่สมนัยกับสัญญาณ]

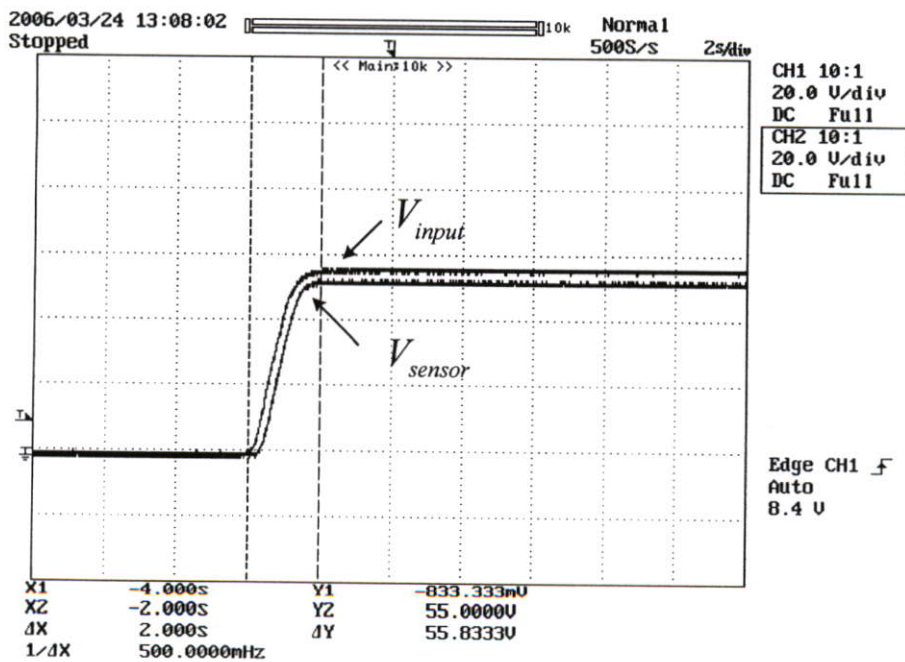
3. ปรับสวิตช์  $S_a$  ไปที่ตำแหน่ง PID สวิตช์  $S_b$  ให้ลอยไว้ สำหรับการทดลองกรณีการทำงานปกติ
4. ปรับเซตพอยต์ (Setpoint) จากชุดทดลองไปที่  $15^\circ$ ,  $90^\circ$ ,  $165^\circ$
5. ใช้สโคปสัญญาณที่ 1 (Scope ch1.) วัดสัญญาณแรงดันอินพุต ( $V_{input}$ )
6. ใช้สโคปสัญญาณที่ 2 (Scope ch2.) วัดสัญญาณแรงดันอ้างอิง ( $V_{sensor}$ )
7. บันทึกผลการทดลอง



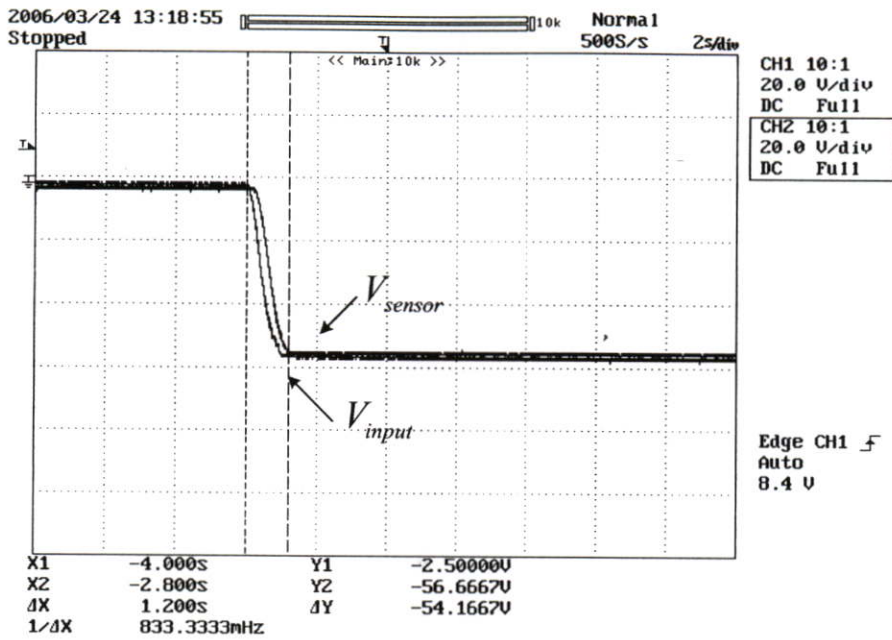
รูปที่ 5.1 ผลตอบสนองของตัวควบคุมแบบดั้งเดิม โดยป้อนสัญญาณอินพุตแบบขั้นบันไดที่ตำแหน่ง  $15^\circ$  (ตามเข็มนาฬิกา) กรณีการทำงานปกติ



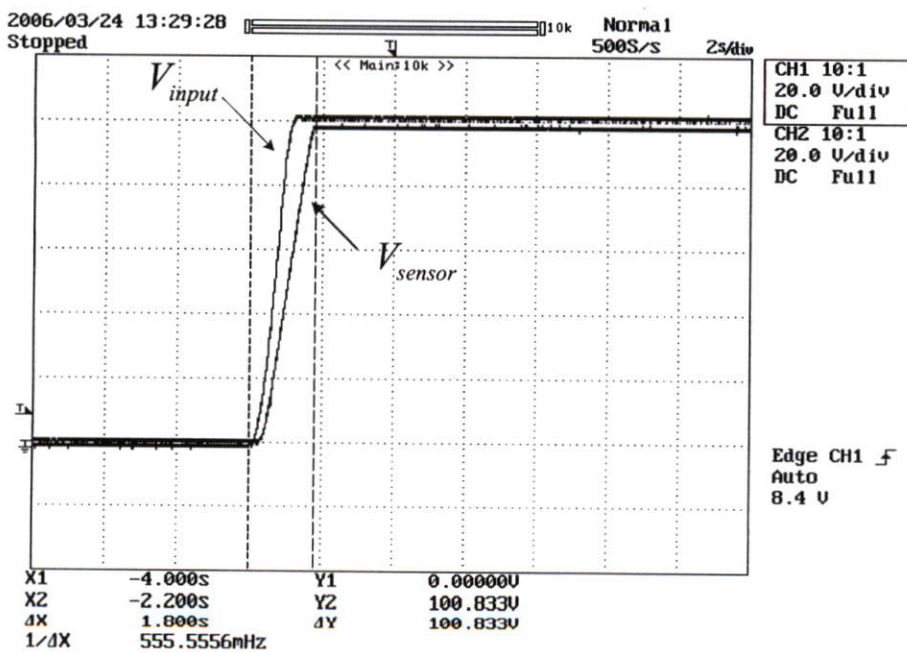
รูปที่ 5.2 ผลตอบสนองของตัวควบคุมแบบดั้งเดิม โดยป้อนสัญญาณอินพุตแบบขั้นบันไดที่ตำแหน่ง  $15^\circ$  (ทวนเข็มนาฬิกา) กรณีการทำงานปกติ



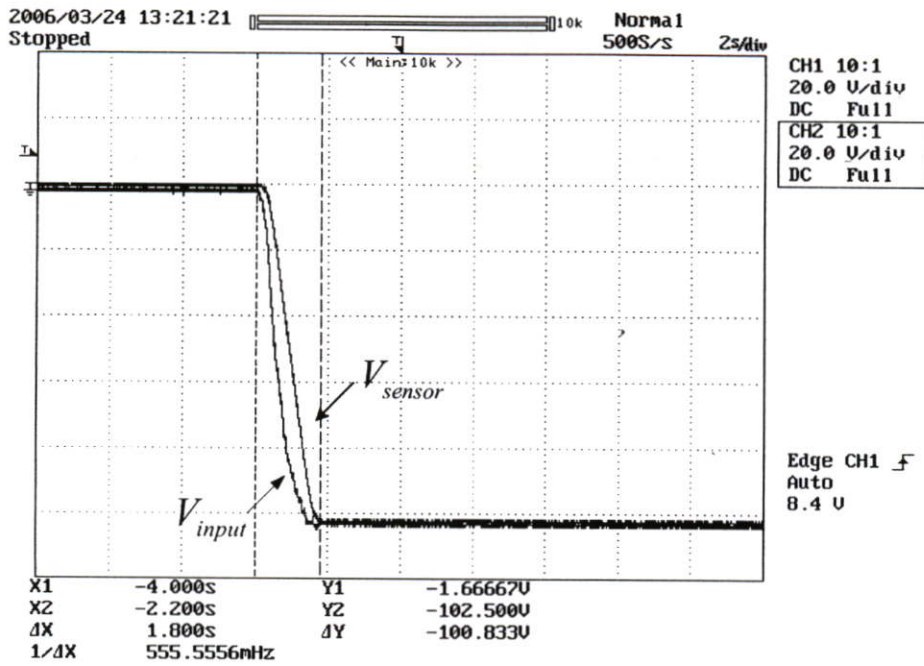
รูปที่ 5.3 ผลตอบสนองของตัวควบคุมแบบดั้งเดิม โดยป้อนสัญญาณอินพุตแบบขั้นบันไดที่ตำแหน่ง  $90^\circ$  (ตามเข็มนาฬิกา) กรณีการทำงานปกติ



รูปที่ 5.4 ผลตอบสนองของตัวควบคุมแบบดั้งเดิม โดยป้อนสัญญาณอินพุตแบบขั้นบันไดที่ตำแหน่ง  $90^\circ$  (ทวนเข็มนาฬิกา) กรณีการทำงานปกติ



รูปที่ 5.5 ผลตอบสนองของตัวควบคุมแบบดั้งเดิม โดยป้อนสัญญาณอินพุตแบบขั้นบันไดที่ตำแหน่ง  $165^\circ$  (ตามเข็มนาฬิกา) กรณีการทำงานปกติ



รูปที่ 5.6 ผลตอบสนองของตัวควบคุมแบบดั้งเดิม โดยป้อนสัญญาณอินพุตแบบขั้นบันไดที่ตำแหน่ง  $165^\circ$  (ทวนเข็มนาฬิกา) กรณีการทำงานปกติ

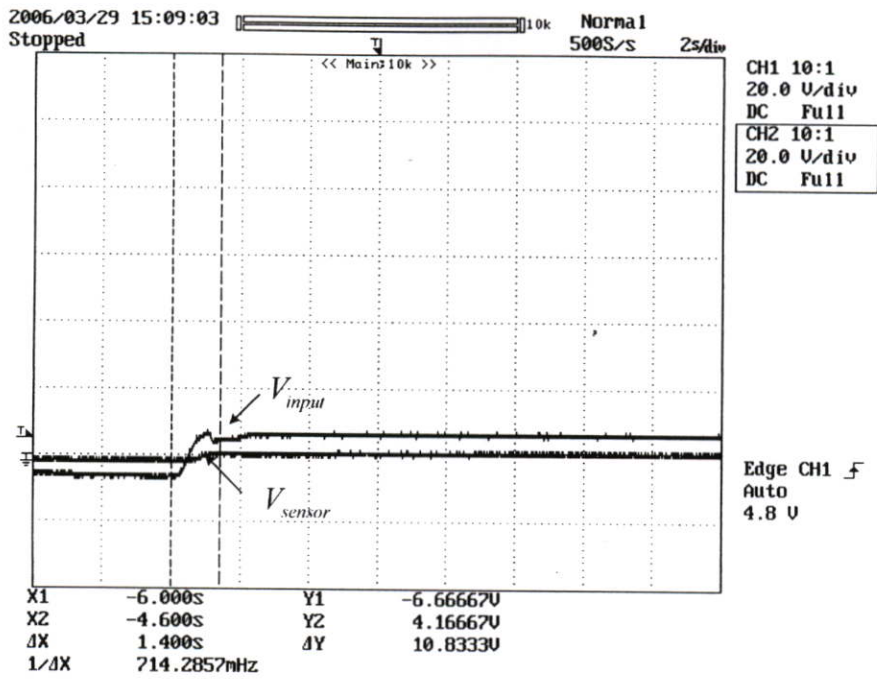
### วิเคราะห์ผลการทดลอง

จากผลการทดลองการควบคุมตำแหน่งของดีซีมอเตอร์แบบวงรอบปิดด้วยตัวควบคุมพีไอดี เมื่อกำหนดค่าอัตราขยาย  $K_p$ ,  $K_i$  และ  $K_d$  คงที่ ตามที่ได้ออกแบบไว้แล้ว แล้วทำการปรับค่าตำแหน่งองศาให้มีค่าที่ตำแหน่งต่างๆ พบว่าค่าแรงดันเอาต์พุตของดีซีมอเตอร์นั้นจะมีการเปลี่ยนแปลงค่าไปตามองศาต่างๆ เมื่อองศามากขึ้น แรงดันเอาต์พุตก็จะมากขึ้นตามไปด้วย

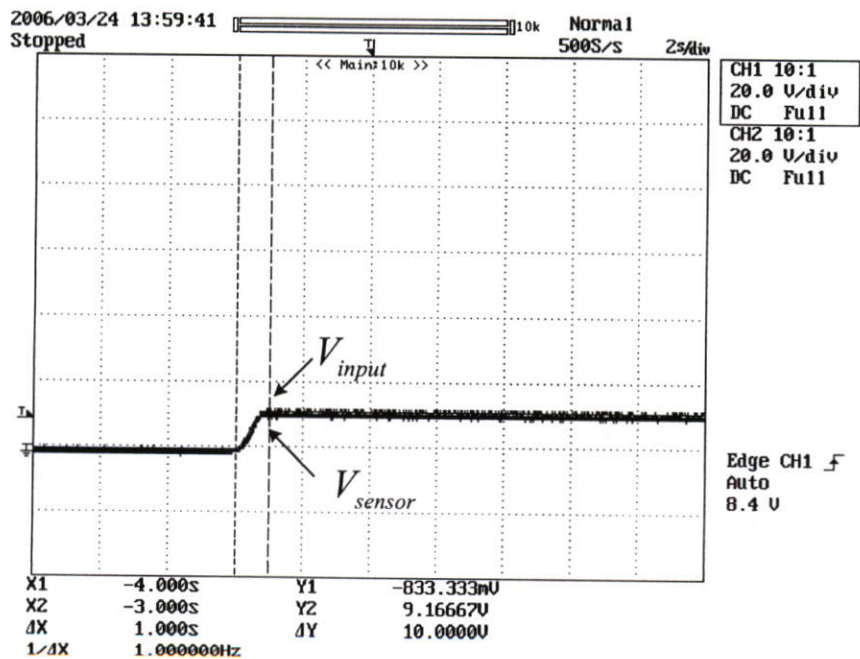
### 5.3 การทดสอบการควบคุมตำแหน่งดีซีมอเตอร์เพื่อเปรียบเทียบผลระหว่างตัวควบคุมแบบดั้งเดิมกับตัวควบคุมคอนทนต์ติดตามการควบคุมแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ทดสอบที่มีความไม่แน่นอนกรณีเลวที่สุด

#### 5.3.1 ขั้นตอนการทดลองที่ 2 การทดสอบการควบคุมแบบดั้งเดิม กับการออกแบบตัวควบคุมคอนทนต์ติดตามการควบคุมแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ที่มีความไม่แน่นอนกรณีเลวที่สุด

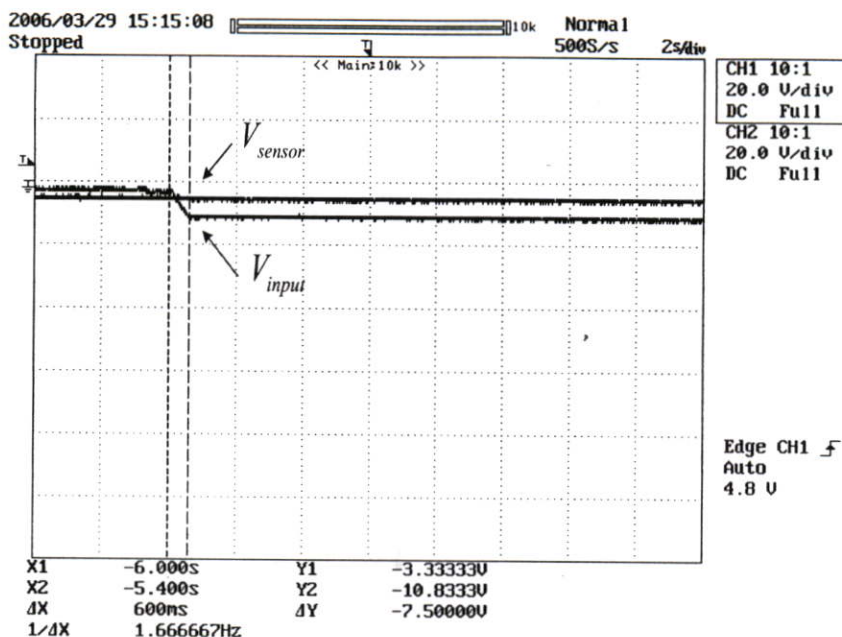
1. ทำการต่อวงจรดังรูปที่ ก.1 ซึ่งรายละเอียดของวงจรออปแอมป์สามารถที่จะแสดงได้ดังส่วนต่างๆ ที่แสดงไว้ในวิทยานิพนธ์ทั้งหมด
2. ปรับแรงดันอ้างอิง  $V_{ref}(t)$  จากฟังก์ชันเจนเนอเรเตอร์ (Function Generator) [สัญญาณแบบซึ้นบันได ขนาด  $5V_p$  ความถี่ 2kHz ปรับออฟเซต (Offset) ให้ปรากฏเพียงซีกบวก ที่สมนัยกับสัญญาณ]
3. ปรับสวิทช์  $S_a$  ไปที่ตำแหน่งพีไอดี เพื่อจะทดลองการควบคุมแบบดั้งเดิม และในทางตรงกันข้ามปรับสวิทช์  $S_b$  ไปที่ตำแหน่ง RNMFC เพื่อจะทดลองการออกแบบตัวควบคุมคอนทนต์ติดตามการควบคุมแบบจำลองทางคณิตศาสตร์
4. ติดตั้งโหลดให้กับเพลลาของมอเตอร์ด้วยน้ำหนัก 0.25 kg เมื่อจะทำการทดสอบกรณีที่มีความไม่แน่นอน
5. ปรับเซตพอยต์ (set point) จากชุดทดลองไปที่  $15^\circ, 90^\circ, 165^\circ$
6. ใช้สโคปสัญญาณที่ 1 (scope ch1.) วัดสัญญาณแรงดันอินพุต ( $V_{input}$ )
7. ใช้สโคปสัญญาณที่ 2 (scope ch2.) วัดสัญญาณแรงดันอ้างอิง ( $V_{sensor}$ )
8. บันทึกผลการทดลอง



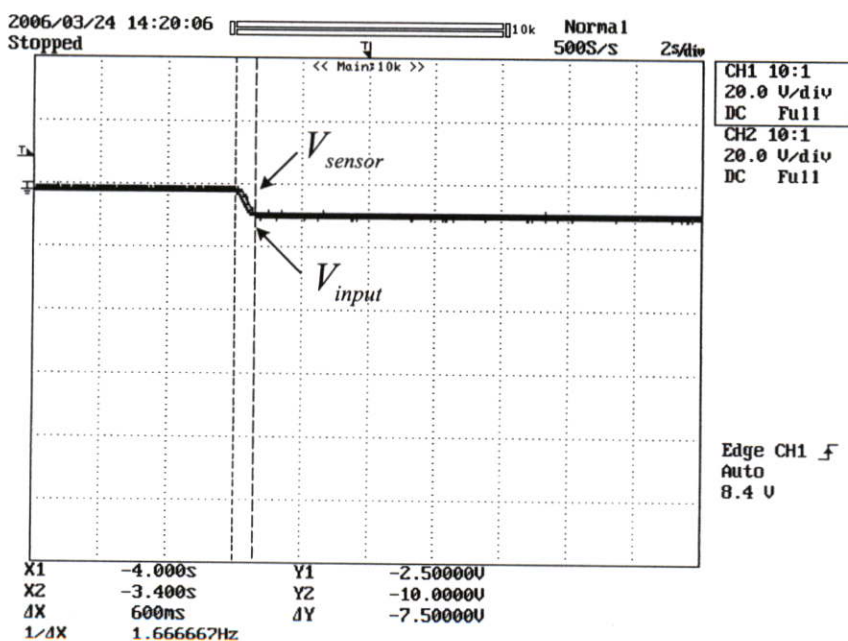
รูปที่ 5.7 ผลตอบสนองของตัวควบคุมแบบดั้งเดิม โดยป้อนสัญญาณอินพุตแบบขั้นบันไดที่ตำแหน่ง  $15^\circ$  (ตามเข็มนาฬิกา) ที่มีความไม่แน่นอนกรณีเลวที่สุด



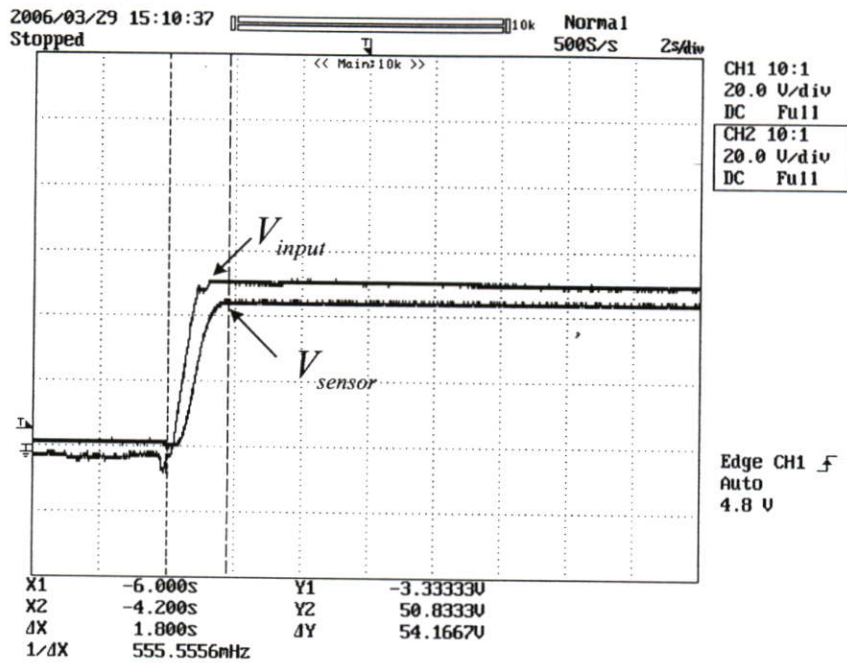
รูปที่ 5.8 ผลตอบสนองของตัวควบคุมกนทชนิดติดตามการควบคุมแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ โดยป้อนสัญญาณอินพุตแบบขั้นบันไดที่ตำแหน่ง  $15^\circ$  (ตามเข็มนาฬิกา) ที่มีความไม่แน่นอนกรณีเลวที่สุด



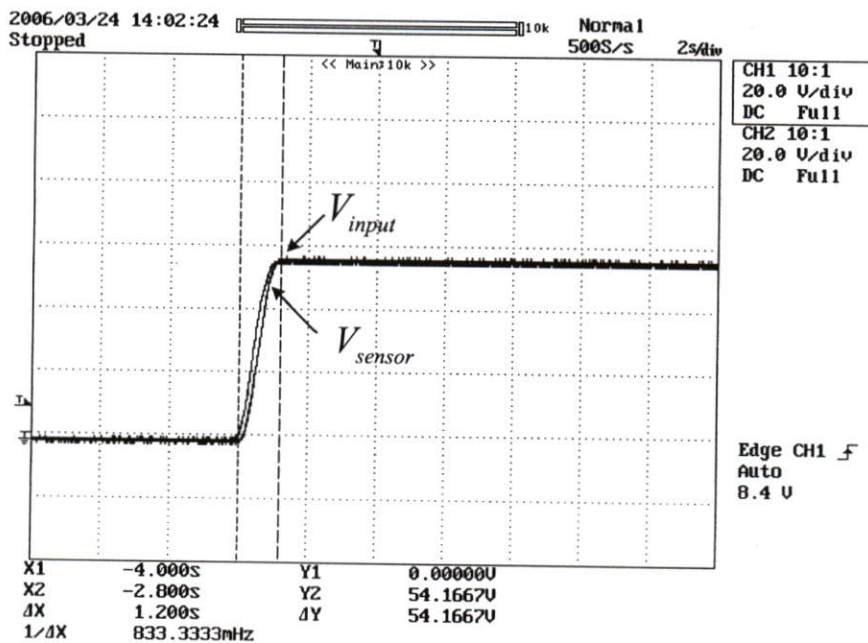
รูปที่ 5.9 ผลตอบสนองของตัวควบคุมแบบดั้งเดิม โดยป้อนสัญญาณอินพุตแบบขั้นบันไดที่ตำแหน่ง  $15^\circ$  (ทวนเข็มนาฬิกา) ที่มีความไม่แน่นอนกรณีเลวที่สุด



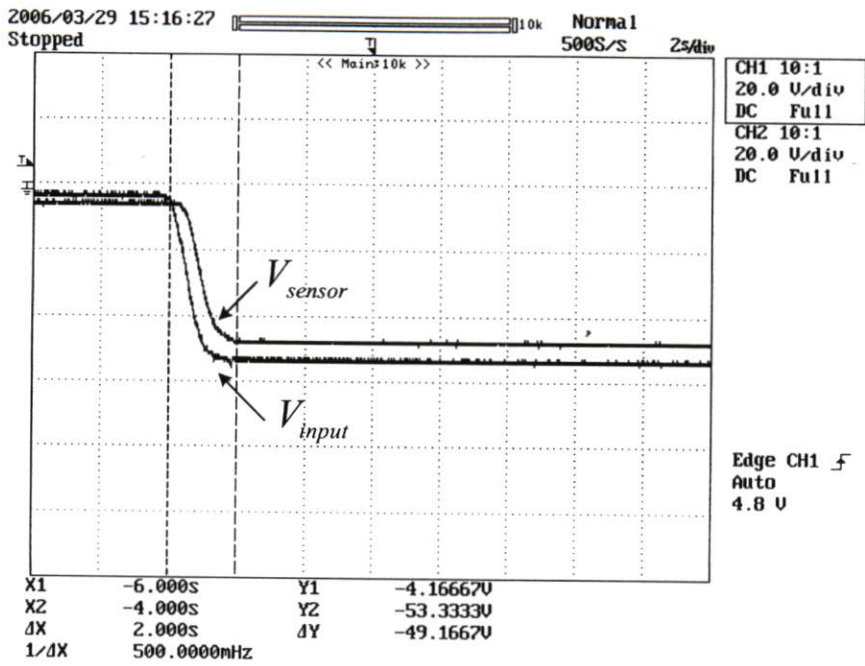
รูปที่ 5.10 ผลตอบสนองของตัวควบคุมคงทวนชนิดติดตามการควบคุมแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ โดยป้อนสัญญาณอินพุตแบบขั้นบันได ที่ตำแหน่ง  $15^\circ$  (ทวนเข็มนาฬิกา) ที่มีความไม่แน่นอนกรณีเลวที่สุด



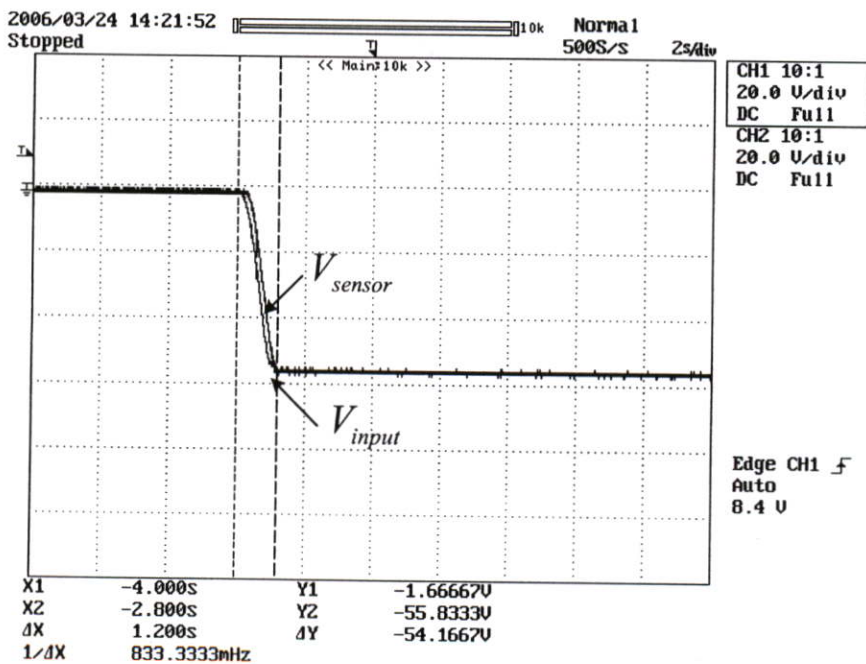
รูปที่ 5.11 ผลตอบสนองของตัวควบคุมแบบดั้งเดิม โดยป้อนสัญญาณอินพุตแบบขั้นบันไดที่ตำแหน่ง  $90^\circ$  (ตามเข็มนาฬิกา) ที่มีความไม่แน่นอนอนกรณิเลวที่สุด



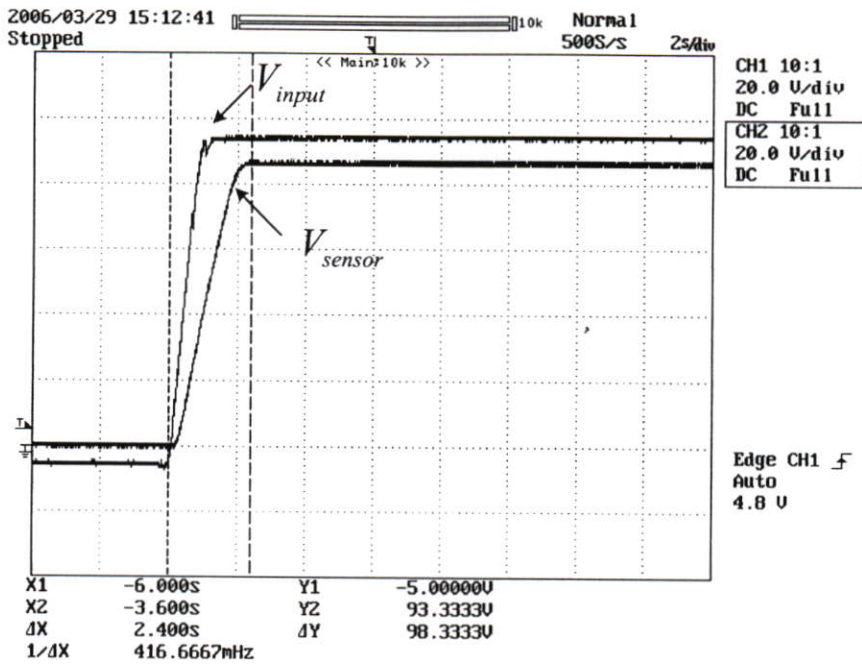
รูปที่ 5.12 ผลตอบสนองของตัวควบคุมคงทนชนิดติดตามการควบคุมแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ โดยป้อนสัญญาณอินพุตแบบขั้นบันไดที่ตำแหน่ง  $90^\circ$  (ตามเข็มนาฬิกา) ที่มีความไม่แน่นอนอนกรณิเลวที่สุด



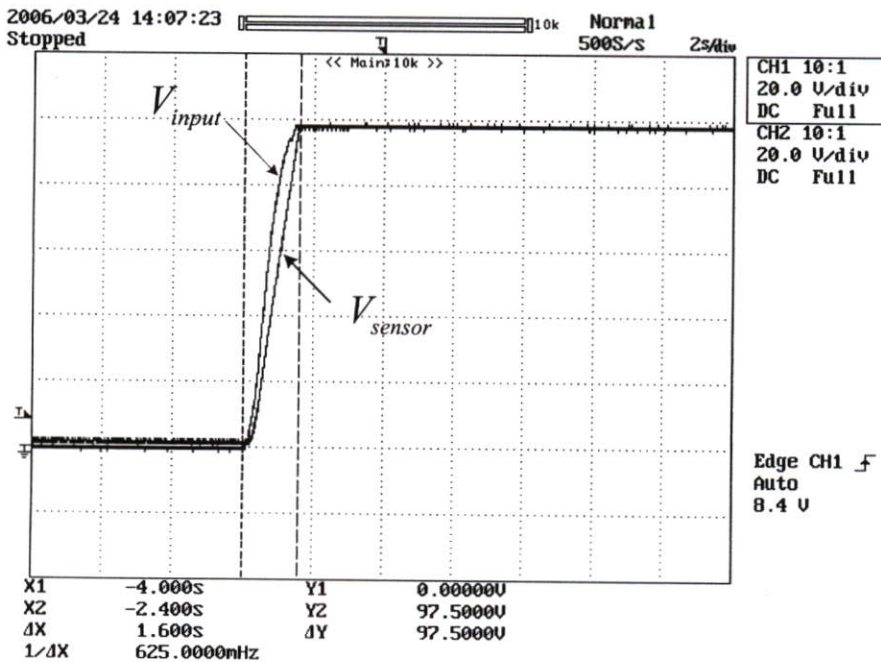
รูปที่ 5.13 ผลตอบสนองของตัวควบคุมแบบดั้งเดิม โดยป้อนสัญญาณอินพุตแบบขั้นบันไดที่ตำแหน่ง  $90^\circ$  (ทวนเข็มนาฬิกา) ที่มีความไม่แน่นอนอนกรณีเร็วที่สุด



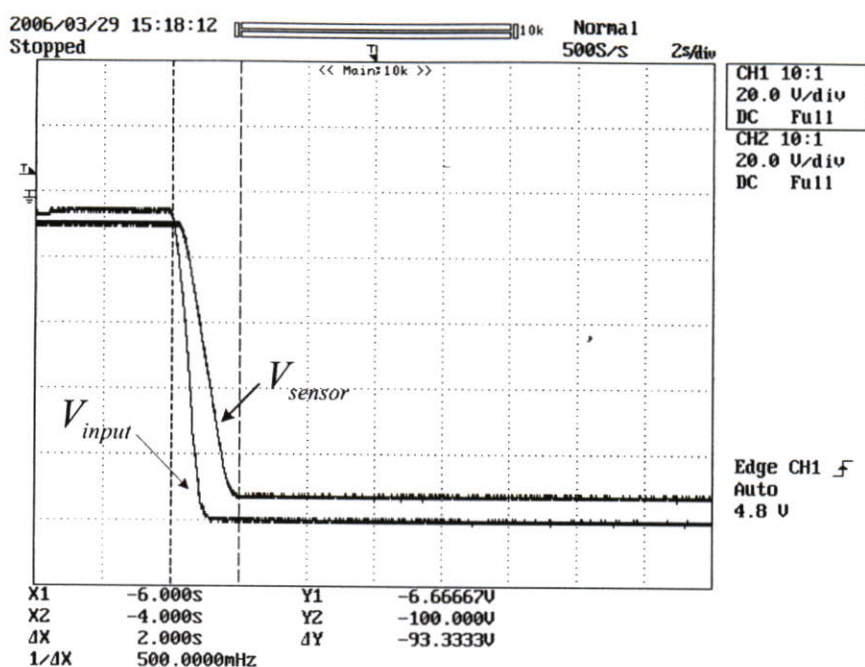
รูปที่ 5.14 ผลตอบสนองของตัวควบคุมกฎทวนชนิดติดตามการควบคุมแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ โดยป้อนสัญญาณอินพุตแบบขั้นบันไดที่ตำแหน่ง  $90^\circ$  (ทวนเข็มนาฬิกา) ที่มีความไม่แน่นอนอนกรณีเร็วที่สุด



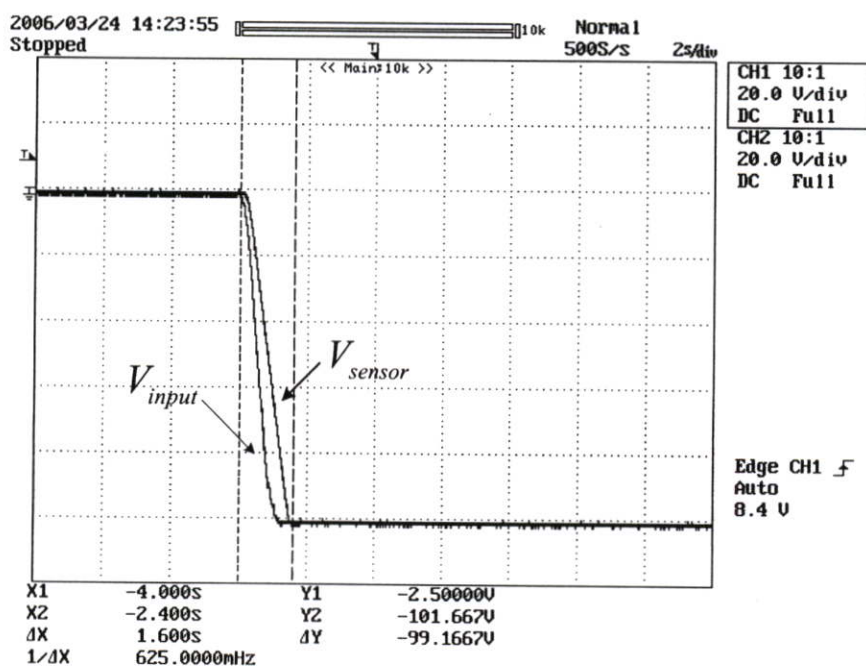
รูปที่ 5.15 ผลตอบสนองของตัวควบคุมแบบดั้งเดิม โดยป้อนสัญญาณอินพุตแบบขั้นบันไดที่ตำแหน่ง  $165^\circ$  (ตามเข็มนาฬิกา) ที่มีความไม่แน่นอนกรณีเลวที่สุด



รูปที่ 5.16 ผลตอบสนองของตัวควบคุมคงทนชนิดติดตามการควบคุมแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ โดยป้อนสัญญาณอินพุตแบบขั้นบันไดที่ตำแหน่ง  $165^\circ$  (ตามเข็มนาฬิกา) ที่มีความไม่แน่นอนกรณีเลวที่สุด



รูปที่ 5.17 ผลตอบสนองของตัวควบคุมแบบดั้งเดิม โดยป้อนสัญญาณอินพุตแบบขั้นบันไดที่ตำแหน่ง  $165^\circ$  (ทวนเข็มนาฬิกา) ที่มีความไม่แน่นอนอนกรณีเลวที่สุด



รูปที่ 5.18 ผลตอบสนองของตัวควบคุมคอนทนต์ติดตามการควบคุมแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ โดยป้อนสัญญาณอินพุตแบบขั้นบันไดที่ตำแหน่ง  $165^\circ$  (ทวนเข็มนาฬิกา) ที่มีความไม่แน่นอนอนกรณีเลวที่สุด

## วิเคราะห์ผลการทดลอง

จากการทดลองพบว่า เมื่อกำหนดค่าอัตราขยาย  $K_p$ ,  $K_I$  และ  $K_D$  คงที่ ตามที่ได้ ออกแบบไว้ นั้น ช่วงเวลาในการไต่ระดับ ( $\Delta x$ ) ของตัวควบคุมคอนทนต์ติดตามแบบจำลองทาง คณิตศาสตร์นั้น มีช่วงเวลาในการไต่ระดับที่ดีกว่า การควบคุมแบบดั้งเดิมทั้ง 2 กรณี คือการ ควบคุมแบบดั้งเดิมกรณีการทำงานปกติ และการควบคุมแบบดั้งเดิมที่มีความไม่แน่นอนกรณี เลวที่สุด ดังนั้นจึงสรุปได้ว่าการออกแบบตัวควบคุมคอนทนต์ติดตามการควบคุมแบบจำลองทาง คณิตศาสตร์นั้น ทำให้ระบบมีความคงทนต่อความไม่แน่นอนเชิงเลขของพลานต์ที่มีความไม่ แน่นอนกรณีเลวที่สุด (ดูผลการเปรียบเทียบแรงดันและช่วงเวลาในการไต่ระดับประกอบ)

## 5.4 ตารางแสดงการเปรียบเทียบแรงดัน และช่วงเวลาในการไต่ระดับ ( $\Delta x$ ) ของตัว ควบคุมในรูปแบบต่าง ๆ

ตารางที่ 5.1 แสดงการเปรียบเทียบแรงดันของตัวควบคุมแบบดั้งเดิม กรณีการทำงานปกติ

องศา (ตาม)	0°	15°	90°	165°
$V_{in}$	0	1.2	6.6	12
$V_{sensor}$	0	1.2	6.6	12

องศา (ทวน)	0°	15°	90°	165°
$V_{in}$	0	1.2	6.6	12
$V_{sensor}$	0	0.9	6.4	12

ตารางที่ 5.2 แสดงการเปรียบเทียบช่วงเวลาในการไต่ระดับ ( $\Delta x$ ) ของตัวควบคุมแบบดั้งเดิมกรณี การทำงานปกติ

$\Delta x$ (ตาม)	0°	15°	90°	165°
วินาที	0	1	2	1.8

$\Delta x$ (ทวน)	0°	15°	90°	165°
วินาที	0	0.8	1.2	1.8

ตารางที่ 5.3 แสดงการเปรียบเทียบแรงดันของตัวควบคุมแบบดั้งเดิม ที่มีความไม่แน่นอนกรณีเลว ที่สุด

องศา (ตาม)	0°	15°	90°	165°
$V_{in}$	0	1.2	6.6	12
$V_{sensor}$	0	2.3	11.3	20.5

องศา (ทวน)	0°	15°	90°	165°
$V_{in}$	0	1.2	6.6	12
$V_{sensor}$	0	1.6	10.2	19.5

ตารางที่ 5.4 แสดงการเปรียบเทียบช่วงเวลาในการไต่ระดับ ( $\Delta x$ ) ของตัวควบคุมแบบดั้งเดิม ที่มีความไม่แน่นอนอนกรณิเลวที่สุด

$\Delta x$ (ตาม)	0°	15°	90°	165°
วินาที	0	1.4	1.8	2.4

$\Delta x$ (ทวน)	0°	15°	90°	165°
วินาที	0	1.5	2	2

ตารางที่ 5.5 แสดงการเปรียบเทียบแรงดัน ตัวควบคุมคงทนชนิดติดตามการควบคุมแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ ที่มีความไม่แน่นอนอนกรณิเลวที่สุด

องศา (ตาม)	0°	15°	90°	165°
$V_{in}$	0	1.2	6.6	12
$V_{sensor}$	0	1.2	6.5	11.6

องศา (ทวน)	0°	15°	90°	165°
$V_{in}$	0	1.2	6.6	12
$V_{sensor}$	0	0.9	6.5	11.8

ตารางที่ 5.6 แสดงการเปรียบเทียบช่วงเวลาในการไต่ระดับ ( $\Delta x$ ) ของตัวควบคุมคงทนชนิดติดตาม การควบคุมแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ ที่มีความไม่แน่นอนอนกรณิเลวที่สุด

$\Delta x$ (ตาม)	0°	15°	90°	165°
วินาที	0	1	1.2	1.6

$\Delta x$ (ทวน)	0°	15°	90°	165°
วินาที	0	0.6	1.2	1.6

## บทที่ 6

# สรุปผลการวิจัยและข้อเสนอแนะ

### 6.1 สรุปผลการทดลอง

ในวิทยานิพนธ์ฉบับนี้ได้ดำเนินการบรรลุลักษณะของตัวควบคุมด้วยงานวิจัยเป็นการออกแบบควบคุมตำแหน่งดีซีมอเตอร์ ด้วยเทคนิคการออกแบบตัวควบคุมคอนโทรลตามการควบคุมแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ ซึ่งเป็นการควบคุมที่มีพื้นฐานมาจาก การควบคุมแบบที่ปรับตัวได้จากการทดลอง พบว่าการออกแบบตัวควบคุมคอนโทรลตามแบบจำลองทางคณิตศาสตร์สามารถที่จะลดค่าความผิดพลาดทางพลวัตของพลาเน็ตจริงแรงดันของตัวควบคุมแบบดั้งเดิม ที่มีความไม่แน่นอนกรณีเลวที่สุด ได้มาก และสามารถที่จะควบคุมตำแหน่งของดีซีมอเตอร์ได้เป็นอย่างดี ซึ่งมีความแตกต่างจากการป้อนกลับโดยตัวควบคุมชนิดพีไอดีเพียงอย่างเดียว เพราะว่าเมื่อเกิดกรณีความไม่แน่นอน ขึ้นในระบบนั้นระบบมีผลตอบสนองที่ช้าลงมาก ซึ่งเป็นสิ่งที่ไม่ปรารถนาของการควบคุมแบบป้อนกลับ ดังนั้นการควบคุมโดยใช้หลักการนี้จึงเหมาะสมที่จะนำไปใช้ควบคุมพลาเน็ตในงานอุตสาหกรรม กรณีเกิดความไม่แน่นอนของค่าพารามิเตอร์ต่างๆ ได้เป็นอย่างดี เพราะมีการออกแบบที่ง่าย โครงสร้างไม่ซับซ้อน และยังคงรักษาความมีเสถียรภาพของระบบให้มีความคงทนต่อความไม่แน่นอนเชิงพารามิเตอร์ได้เป็นอย่างดี

### 6.2 ปัญหาและอุปสรรค

การหาแบบจำลองทางคณิตศาสตร์นั้นทำการทดสอบได้ลำบาก เนื่องจากตัวเพลลาของมอเตอร์สามารถเปลี่ยนแปลงตำแหน่งได้ จึงทำให้การหาพารามิเตอร์ของแบบจำลองค่อนข้างที่จะมีความคลาดเคลื่อนซึ่งจะส่งผลต่อการควบคุม การควบคุมตำแหน่งควบคุมได้อยู่ในช่วงตั้งแต่ 0 องศา ถึง  $\pm 165$  องศา เนื่องมาจากโพเทนทิโอมิเตอร์มีย่านที่ใช้งานจำกัด และค่าของความต้านทานแบบปรับค่าได้มีค่าไม่ละเอียดพอ ค่าความต้านทานอาจมีค่าผิดพลาดเมื่ออุณหภูมิสูง

### 6.3 ข้อเสนอแนะสำหรับการพัฒนา

1. การทดสอบหาพารามิเตอร์ต้องกำหนดระยะของเพลลาให้คงที่ที่ค่าหนึ่ง หรือออกแบบให้มีการเชื่อมต่อระหว่างตัวมอเตอร์กับเครื่องมือวัดให้มีค่าความคลาดเคลื่อนน้อยที่สุด เท่าที่จะทำได้
2. การทดสอบหาแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของพลาเน็ต และการทดสอบพลาเน็ต เมื่อเกิดความไม่แน่นอนจะต้องมีการทำซ้ำ ๆ หลาย ๆ ค่าเนื่องจากการหาค่าที่แน่นอนของพลาเน็ตนั้นทำได้ลำบาก จึงต้องหาค่าใกล้เคียงที่สุด

3. การออกแบบตัวควบคุมแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ และตัวปรับแก้โดยการใช้โปรแกรม MATLAB ในการออกแบบผลตอบสนองที่ได้จากการออกแบบ เมื่อทำการเปรียบเทียบผลตอบสนองที่ได้จากการควบคุม จะได้ผลตอบสนองที่มีความแตกต่างกันจึงมีการปรับจูนค่าพารามิเตอร์ของตัวควบคุม และตัวปรับแก้ ให้ได้ผลตอบสนองเป็นไปตามข้อกำหนด

4. ไม่ควรเปิดเครื่องทิ้งไว้หรือทำการทดลองติดต่อกันเป็นเวลานานๆ

5. ค่าเปอร์เซ็นต์ความผิดพลาดในตัวต้านทาน อาจมีผลต่อการทดลองควรเลือกค่าความต้านทานที่มีค่าเปอร์เซ็นต์ความผิดพลาดต่ำๆ

6. ค่าความต้านทานแบบปรับค่าได้ที่มีค่าสูงๆ หากปรับค่าอาจไม่เป็นเชิงเส้น ดังนั้นควรเลือกใช้ความต้านทานแบบปรับค่าได้ที่มีมาตรฐาน

## เอกสารอ้างอิง

- [1] K. S. Narendra, A. M. Annaswamy, *Stable Adaptive System*, Prentice Hall, New Jersey, 1989.
- [2] K. J. Astrom, B. Wittenmark, *Adaptive Control*, Addison Wesley 1994.
- [3] S. Weerasooriya, M. A. EI-Sharkawi, "Adaptive Tracking Control for High Performance DC Drives," *IEEE Trans. Energy Conver.*, Vol. 4, pp. 502-508, 1989.
- [4] E. Cerruto, A. Consoli, A. Raciti, A. Testa, "A Robust Adaptive Controller for PM Motor Drives in Robotic Application," *IEEE Trans. Power Electron.*, Vol. 10, pp.62-71, 1995
- [5] F. J. Lin, C. . Liaw. "Reference Model selection and Adaptive Control for Induction Motor Drives," *IEEE Trans. Auto.Contr.*, Vol. 38, pp. 1594-1600.1993.
- [6] J. Ackermann, *Robust Control: Systems with Uncertain Physical Parameters*, Springer-Verlag, London, 2001.
- [7] K. J. Astrom, T. Hagglund, *PID Controller: Theory, Design and Tuning*, Instrument Society of America, Research Triangle Park, NC, 1995.
- [8] P. Varaiya and J. Walrand, *High-Performance Communication Network*, Morgan Kaufmann Publishers, San Francisco, CA: 1996.
- [9] R. Izmailov, "Analysis and optimization of feed-back control algorithms for data transfers in high-speed network," *SIAM Journal on Control and Optimization*, vol. 34, no.5, 1767 - 1780.
- [10] S. Mascolo, "Congestion control in high-speed communication networks using the Smith principle," *Automatica*, vol. 35, no.12, 1999, 1921-1935.
- [11] P. F. Quet, B. Atalar, A. Iftar, H. Ozbay, S. Kalyanaraman and T. Kang, "Rate-based flow controllers for communication networks in the presence of uncertain time-varying multiple time-delays," *Automatica*, vol. 38, no. 6, 2002, 917-928.
- [12] F. Gmez-Stern, J.M. Fornes and F.R. Rubio, "Dead-time compensation for ABR traffic control over ATM networks," *Control Engineering Practice*, vol. 10, no.5, 2002, 481-491.
- [13] F. Goktas, J.M. Smith and R. Bajcsy. "  $\mu$  - synthesis for distributed control systems with network - induced delays," in *Proceeding of the 35<sup>th</sup> Conference on Decision and Control*, 1996, 813-814.

- [14] F. Goktas, J.M. Smith and R. Bajcsy, "Telrobotics over communication networks," *in Proceeding of the 36<sup>th</sup> Conference on Decision and Control*, 1997, 2399-2404.
- [15] Y. H. Kim, W.H. Kwon and H.S. Park, "Stability and scheduling method for network – based control systems," *in IECON Proceedings*, 1996, 934-939.
- [16] G. C. Walsh, O. Beldiman and L. Bushnell, "Asymptotic behavior of networked control systems," *in Proceeding of the Conference on Control Applications*, 1999, 1448-1453.
- [17] K. Gu, "Discretized LMI set in the stability problem of linear uncertain time-delay systems," *International Journal of Control*, vol. 68, 1997, 923-934.
- [18] S. I. Niculescu, "A model transformation class for delay-dependent stability analysis," *in Proceedings of the American Control Conference*, 1999, 314-318.
- [19] P. G. Park, "A delay-dependent stability criterion for system with uncertain time invariant delay," *IEEE Transactions on Automatic Control*, vol.44, 1999, 876-877
- [20] H. Kokame, H. Kobayashi and T. Mori, "Robust  $H_{\infty}$  performance for linear delay-differential systems with time-varying uncertainties," *IEEE Transactions on Automatic Control*, vol.43, no.2, 1998, 223-226.
- [21] T. E. Djaferis, "Controller design for a distributed architecture," *in Proceedings of the American Control Conference*, 2003, 5011-5016.
- [22] Y. D. Landau, *Adaptive Control-The Model Reference Approach*, Marcel Dekker, New York: 1979.
- [23] J. C. Juang and J. S. Sheu, "On adaptive speed design in optical disc servo systems," *IEEE Transactions on Control System Technology*, vol.8 ,2000, 971-978.
- [24] H. T. Camara, E.G. Caarti, H.L. Hey, H. Pinheiro, J.R. Pinheiro and H. A. Grundling , "Speed and position servo for induction motor using robust model reference adaptive control," *in IECON Proceedings*, 2002, 1721-1727.
- [25] K. Ogata, *Modern Control Engineering*, Prentice Hall, Englewood Cliffs, New Jersey : 1990.
- [26] J. C. Doyle, B. A. Francis and A. R. Tennenbaum, *Feedback Control Theory*, Macmilian, New York: 1992.
- [27] A. Tsoukkas, Procedure for Identifying Permanent Magnet Dc Motors, University of Virginia, Virginia.[Online]available:[http://mechatronics.me.vy.edu/book/Section3/motor\\_modelling.html](http://mechatronics.me.vy.edu/book/Section3/motor_modelling.html)

- [28] International Organization for Standardization/International Electrotechnical Commission ISO/IEC Standard 17025:1999 “*General requirements for the competence of testing and calibration laboratories*”
- [29] International Organization for Standardization ISO 10012-1:1992 “*Quality assurance requirements for measuring equipment-Part 1:Metrological confirmation system for measuring equipment*”
- [30] United Kingdom Accreditation Service UKAS M3003:1997 “*The Expression of Uncertainty and Confidence in Measurement*”
- [31] International Organization for Standardization ISO/TAG 4:1993 “*Guide to the Expression of Uncertainty in Measurement*”
- [32] W. Coleman – Hugh, W. Glenn Stelle, Jr, *Experimentation and Uncertainty Analysis for Engineers*. John Wiley & Sons.1989.
- [33] D. Banjerdpongchai, *Parametric Robust Controller Synthesis Using Linear Matrix Inequalities*. PhD thesis, Stanford University, Stanford, October 1997.
- [34] J. Jeeranuch, *Analysis of Uncertainties in dynamical models and Robust controller design for load frequency control*. Master thesis, Chulalongkorn University, Bangkok, 2547.
- [35] “*Uncertainty of Measurement (Theory & Case Study)*” Technology Promotion Institute, Education and Training Department, 19-20 September 1998.

**ภาคผนวก**

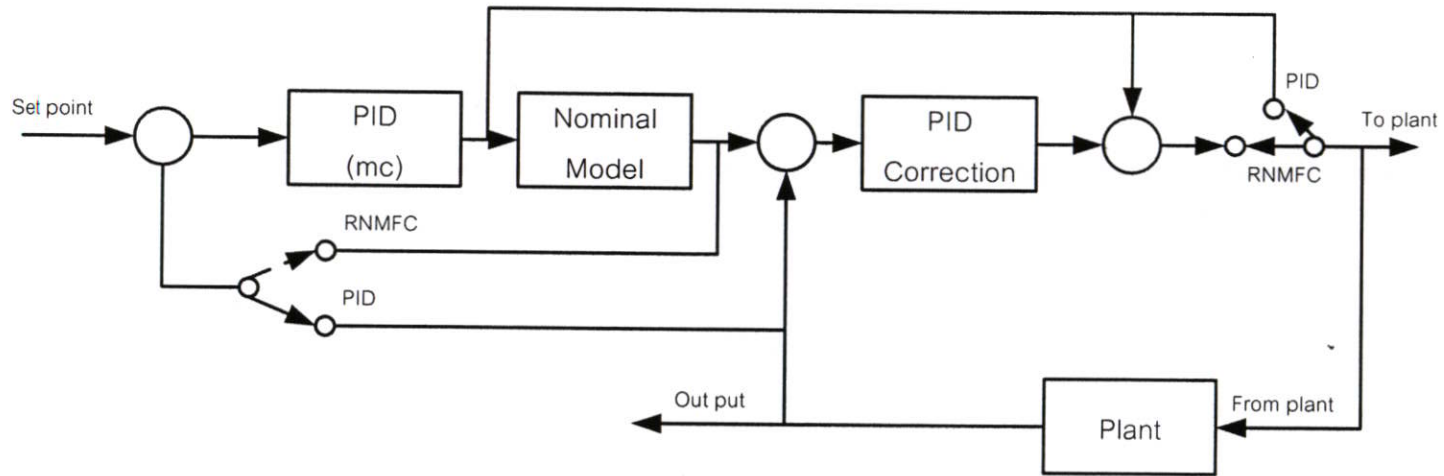
## ภาคผนวก ก.

ตารางที่ ก, แสดงบอร์ดวงจรถอดออก , และรูปโครงงานจริง

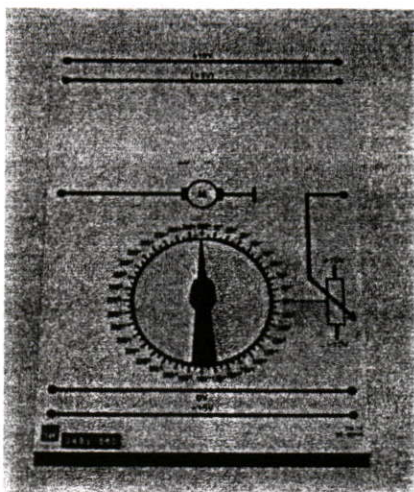
ตารางที่ ก. แสดงตัวอย่างตัวคูณจากตาราง t-Distribution

Degree of freedom , V	% ของข้อมูลที่ต้องการ (Confidence Level)					
	68.27	90	95	95.45	99	99.73
1	1.84	6.31	12.71	13.97	63.66	235.80
2	1.32	2.92	4.30	4.53	9.92	19.21
3	1.20	2.35	3.18	3.31	5.84	9.22
4	1.14	2.13	2.78	2.87	4.60	6.62
5	1.11	2.02	2.57	2.65	4.03	5.51
10	1.05	1.81	2.23	2.28	3.17	3.96
30	1.02	1.70	2.04	2.09	2.75	3.27
$\infty$	1.000	1.645	1.960	2.000	2.576	3.000

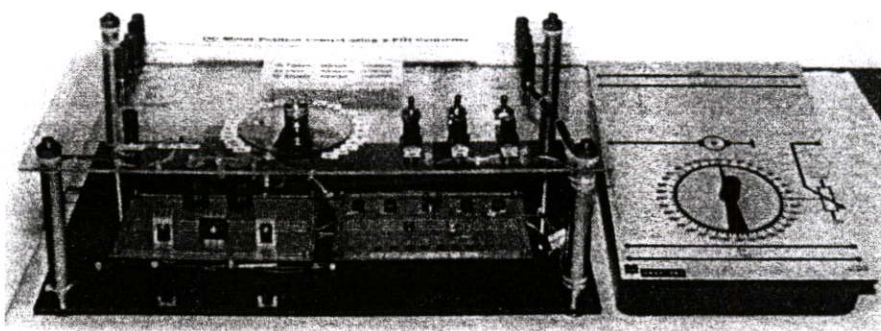
ภาคผนวก ก.  
บอร์ดวงจรถอนาลอก



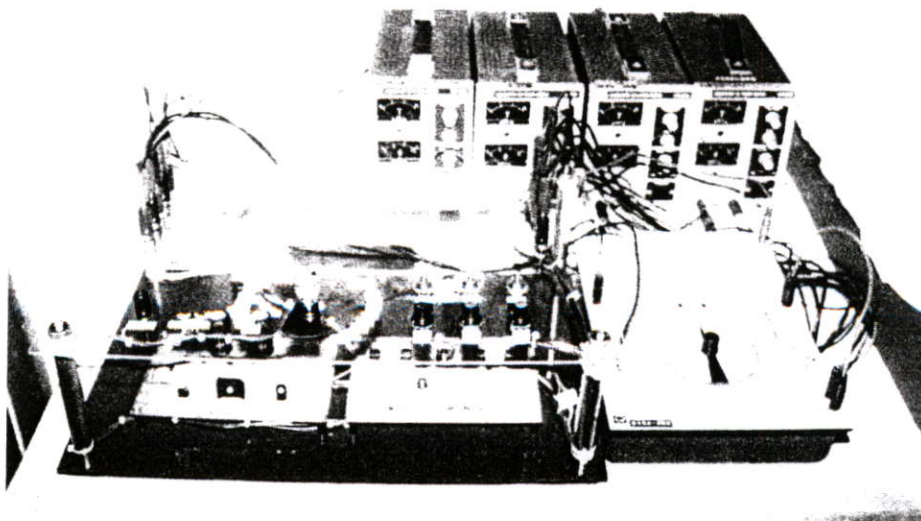
รูปที่ ก.1 แสดงบอร์ดวงจรถอนาลอก



รูปที่ ก.2 แสดงภาพถ่ายของมอเตอร์ที่ใช้ในการทดลองจริง



รูปที่ ก.3 แสดงภาพถ่ายของชุดทดลองและมอเตอร์ที่ใช้ในการทดลองจริง

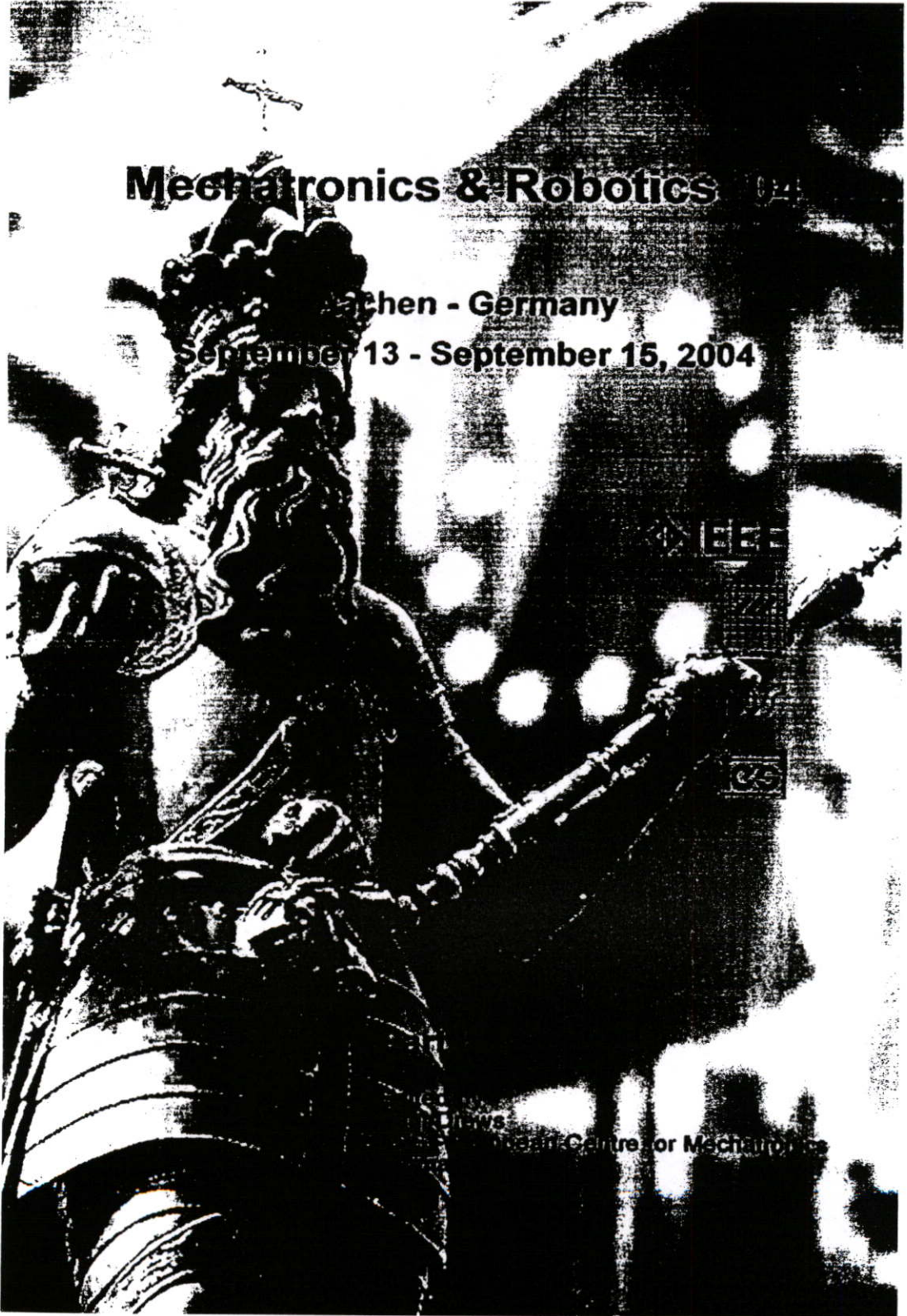


รูปที่ ก.4 แสดงภาพถ่ายการต่อวงจรของชุดทดลองและมอเตอร์ที่ใช้ในการทดลองจริง

## ภาคผนวก ข.

### ผลงานวิจัยที่ได้รับการตีพิมพ์เผยแพร่

1. K. Withephanich, W. Piyarat, **R. Keteruksa**, and V. Tipsuwanporn, “**Robustly Stabilizing Controller Design for Networked Control Systems Considering Plant Uncertainties,**” Mechatronics & Robotics ‘04, pp. 50-55, Germany, September 13-15, 2004.
2. K. Withephanich, W. Piyarat, V. Tipsuwanporn, and **R. Keteruksa**, “**Robust Controller Synthesis for Robustness Property Enhancement,**” 25<sup>th</sup> Electrical Engineering Conference (EECON-25), pp. 26-30, Thailand, November 21-22, 2002.



**Mechatronics & Robotics 04**

**Aachen - Germany**

**September 13 - September 15, 2004**

ILWS  
International Centre for Mechatronics

## Robustly Stabilizing Controller Design for Networked Control Systems Considering Plant Uncertainties

Kritchai Withephanich and Wakhin Piyarat  
Department of Electrical Engineering  
Srinakharinwirot University, Ongkharak  
Nakhonnayok, 26120  
THAILAND  
*kritchai@swu.ac.th*

Ruangyos Keteruksa and Vittaya Tipsuwanporn  
Department of Instrumentation Engineering  
Faculty of Engineering  
King Mongkut's Institute of Technology Ladkrabang  
THAILAND  
*kvittay@kmitl.ac.th*

**Abstract**— There is increasing interest in controlling systems over communication networks. Using a Robust Model Following Control (RMFC) scheme, this paper proposes robustly stabilizing loop controller designed and then added to local location of a distributed system to cope with the plant uncertainties. A systematic design methodology is established and it is linked to the conventional control system design. The robust loop controller designs for differently distributed architectures are shown to illustrate the benefits of the proposed technique with a number of simulation examples.

### I. INTRODUCTION

In recent years, there has been increasing interest in controlling systems over communication networks because communication networks [1] are among the fastest-growing areas in engineering. These systems are frequently modeled from the control point of view as time-delay systems because of the inherent propagation delays; see, for example, [2, 3]. These delays are crucial to the system stability and the quality-of-service (QoS). As is well known, the presence of delays makes the control design and system analysis much more complicated. For details on the control of communication networks, see [2, 3, 4, 5] and the references therein.

Continuous-time networked control system models were considered by [6, 7, 8, 9, 10]. Goktas et al. used a modified Pade approximation and considered the network delay as an uncertainty. They designed a robust controller to compensate for the uncertain delay in an ATM network. Kim et al. used a Lyapunov approach to obtain the maximum allowable delay bound for the stability of a network delayed system. A scheduling algorithm for determining the sampling rate and allocating bandwidth was also provided. Walsh et al. also adopted the Lyapunov approach on a continuous-time model to obtain the maximum allowable transfer interval and to analyze the stability of the closed-loop system. They further analyzed the impact of different scheduling algorithms on the maximum transfer allowable transfer interval. Nevertheless, only a conservative delay bound is obtained. The impact of delay variance on control performance is discussed in these works, but is not formally characterized.

It is obvious from these references that the robust stability analysis of time-delay systems is not well established and has become a very active research field in recent years. Current efforts can be divided into two categories: delay-dependent stability criteria [11, 12, 13] and delay-independent stability

criteria [14]. In addition, one concept that emerged in the context of controller design for a distributed architecture is that of the controller to be "split" in two components [15]. One is local to the plant and this component affects the plant directly. The other portion of the control signal is generated at a remote location and reaches the plant after some communication delay. However, one can immediately notice that no explicit design methodology is currently available to simultaneously design local system control structure that meets the robust stability for the range of plant uncertainties. Therefore, in this paper, we further explore the idea of control with networks and propose a technique of designing local control structure, robust loop controller, connected to each other by a network. This technique uses the fundamental of model following control scheme that can be applied with the other developed techniques to network-based control.

Adaptive Model Following Control (AMFC) is proven to be an effective and preferred control strategy [16, 17]. Although adaptive model following control theory has been well developed, the simplification of control structure and the relaxation of strict assumptions still need further research. In recent years, many efforts have been made to the selection of appropriate reference model and the elimination of requirement for full state information which is usually difficult to acquire [18]. Thus, in this paper, a robust control approach based on the adaptive model following concept called Robust Model Following Control (RMFC) is proposed to design the local control configuration. The approach is quite different from and much simpler than existing AMFC schemes.

The paper is organized as follows. In section II we present RMFC scheme and in section III present controller architecture. Numerical examples are given in section IV.

### II. ROBUST MODEL FOLLOWING CONTROL SCHEME

Perfect model following is an ideal case of model following control systems. In fact, due to parameter variations and load disturbance in the real plant, the asymptotic model following based on adaptive ideas is more practical. Generally, an AMFC system includes a reference model which prescribes the dynamic behavior of the model and reflects the expected performance of the controlled plant, and an adaptation mechanism which generates a correction signal to force the plant to follow the model.

Since it is not easy to select an appropriate reference model which matching conditions of AMFC scheme, one may

wonder why not to directly use a nominal model of the plant as a reference model. This question has in fact motivated the development of the underlying RMFC. Certainly, the direct use of the nominal model of the plant as reference model requires great revolution of present architectures of AMFC schemes.

Fig. 1 shows the principle diagram of the proposed RMFC scheme. The block nominal model denotes a mathematical description of the plant in the nominal case and acts as a reference model in the system. The model controller is designed from the nominal model and it can be any type of controller. The model controller has two tasks. One is to ensure a desired reference output trajectory  $y_m$  for the plant to follow which satisfies all performance specifications required by the designer, and the other is to provide part of control input for the plant. The correction mechanism generates an additional correction signal so that the output of the real plant can still follow the desired reference output trajectory in the presence of modeling errors.

In principle, the correction mechanism can be of any type as long as it guarantees asymptotic model following. As aforementioned [16], the adaptation law developed by means of hyperstability theory is very complicated and quite time-consuming in the implementation and it may also introduce poorly matched initial values of controller parameters. In order to reduce the computation in the correction mechanism, well-developed conventional control techniques may be employed. A simple PID correction mechanism is here adopted.

#### A. Asymptotic model following conditions

Assume that the plant parameters are unknown but constant or slow time-varying. The input-output relationship of the plant can then be approximated by a transfer function with a variable parameter vector. The reference model, the plant and the PID correction mechanism are represented in terms of transfer functions as shown in Fig. 2, where  $G_m(s)$ ,  $G_p(s, v)$  and  $G_a(s)$  denote the transfer functions of the reference model, plant and PID correction mechanism respectively, and  $v$  is the parameter vector of the plant.

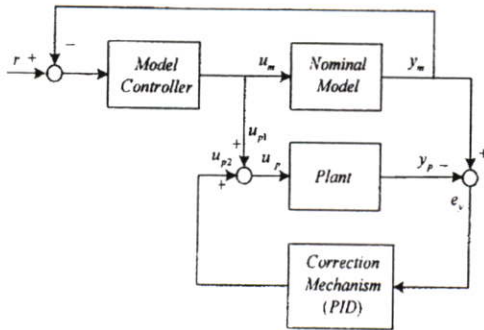


Fig. 1 Principle block diagram of RMFC scheme

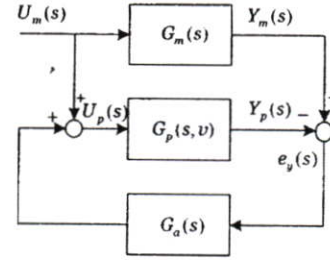


Fig. 2 Simplified diagram of RMFC scheme in terms of transfer functions

Asymptotic model following conditions for the proposed RMFC scheme are stated as follows:

**Theorem:** The plant output  $y_p(t)$  asymptotically follows the model output  $y_m(t)$  if

- (1) the model and the plant do not include any poles in the right half plane and on the imaginary axis with an exception at the origin,
- (2) the closed loop system of the plant is stable if the same PID correction mechanism is taken as a feedback controller,
- (3) there is a limit on the output of the model controller when the time approaches infinity, i.e.

$$\lim_{t \rightarrow \infty} u_m(t) = k, \quad (1)$$

where  $k$  is an arbitrary constant.

**Proof:**

From Fig. 2, it follows that

$$Y_m(s) = G_m(s)U_m(s), \quad (2)$$

$$Y_p(s) = G_p(s, v)[U_m(s) + G_a(s)e_y(s)], \quad (3)$$

$$e_y(s) = Y_m(s) - Y_p(s) \quad (4)$$

Hence, the transfer function of the generalized output error  $e_y(s)$  to the model input  $U_m(s)$  is

$$\frac{e_y(s)}{U_m(s)} = \frac{G_m(s) - G_p(s, v)}{1 + G_p(s, v)G_a(s)} \quad (5)$$

Condition (1) implies that

$$D_m(s) = s^n D_m^*(s), \quad (6)$$

$$D_p(s, v) = s^n D_p^*(s, v), \quad (7)$$

where  $n$  is integer equal to or larger than zero (note that the

plant and its nominal model are supposed to have the same number of poles located at the origin) and  $D_m^*(s)$  and  $D_p^*(s, v)$  are stable polynomials.

Equation (5) can then be expressed in terms of polynomials stated above as

$$\frac{e_y(s)}{U_m(s)} = \frac{D_a(s)[D_p^*(s, v)N_m(s) - D_m^*(s)N_p(s, v)]}{D_m^*(s)[D_p(s, v)D_a(s) + N_p(s, v)N_a(s)]} \quad (8)$$

The closed loop system formed by the plant and the same PID correction mechanism as the feedback controller is shown in Fig. 3. Its closed loop transfer function can be written as

$$\frac{Y(s)}{r(s)} = \frac{N_p(s, v)N_a(s)}{D_p(s, v)D_a(s) + N_p(s, v)N_a(s)} \quad (9)$$

Because  $D_m^*(s)$  is a stable polynomial, it can be seen from (8) and (9) that the dynamics of the generalized output error  $e_y$  in the RMFC scheme has the same stability property as the closed loop system formed by the plant and the same PID correction mechanism as shown in Fig. 3. If the closed loop system as shown Fig. 3 is stable, the dynamics of the generalized output error  $e_y$  in the RMFC scheme must be stable.

From (8), it follows that

$$\lim_{s \rightarrow 0} s e_y(s) = \lim_{s \rightarrow 0} \frac{D_a(s)[D_p^*(s, v)N_m(s) - D_m^*(s)N_p(s, v)]}{D_m^*(s)[D_p(s, v)D_a(s) + N_p(s, v)N_a(s)]} s U_m(s) \quad (10)$$

Considering condition (3), one can rewrite (10) as

$$\lim_{s \rightarrow 0} s e_y(s) = \lim_{s \rightarrow 0} \frac{D_a(s)[D_p^*(s, v)N_m(s) - D_m^*(s)N_p(s, v)]}{D_m^*(s)[D_p(s, v)D_a(s) + N_p(s, v)N_a(s)]} \lim_{s \rightarrow 0} s U_m(s) \quad (11)$$

For the PID-type correction mechanism

$$u_{p2} = k_{p2} \left( e_r + \frac{1}{T_{i2}} \int_0^t e_r dt + T_{d2} \frac{de_r}{dt} \right) \quad (12)$$

That is,  $D_a(s) = T_{i2}(s)$ . Hence

$$\lim_{s \rightarrow 0} s e_y(s) = 0 \quad (13)$$

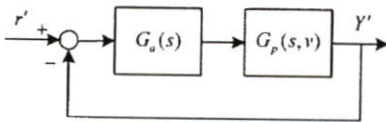


Fig. 3 Feedback control system of plant with PID correction mechanism as

controller.

From conditions (2) and (3) and Eq. (8), there must exist a limit on the generalized output error  $e_y(t)$  when  $t$  approaches infinity. Therefore,

$$\lim_{t \rightarrow \infty} e_y(t) = \lim_{s \rightarrow 0} s e_y(s) = 0 \quad (14)$$

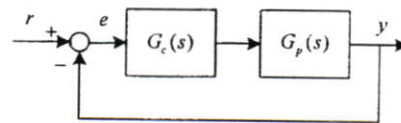
That is, asymptotic model following is achieved.

### III. CONTROLLER ARCHITECTURE

The manner in which a control algorithm will be implemented for a particular application gives rise to a corresponding system architecture. Consider the case where one decides to implement a feedback controller in a centralized manner. Specifically, all measurement data is collected at a specific location and the control action is computed at this location with all available sensor data. The actuation signal is then directly given to the plant. This gives rise to the "standard" unity feedback configuration (i.e., system architecture) depicted in Fig. 4. In these diagrams sensor dynamics are not explicitly shown but are assumed to be included in the "plant" block.

An architecture that more appropriately addresses the constraints found in systems controlled over networks is shown in Fig. 5 [10,19]. In this situation there is a delay associated with measurements (represented by the delay block  $\Delta_1$ ) and a different delay associated with the transfer of the controller output to the plant (represented by the delay block  $\Delta_2$ ). The delay blocks  $\Delta_1, \Delta_2$  represent communication delays. All information obtained from measurements is available to the controller (albeit delayed), the control computation is done in a centralized manner and the controller output reaches the plant after some delay.

For networked controlled systems in the context of plant uncertainties one can also regard systems where the architecture shown in Fig. 6 may be appropriate. Such systems have the feature that a robust loop controller is added to local location in order to cope with the plant uncertainties at the same time. The model controller can be considered as "remote", receives a delayed measurement (through  $\Delta_1$ ) from the nominal model output and delivers a delayed command signal to the plant (through  $\Delta_2$ ). This architecture will definitely have better "robustness" characteristics with respect to plant uncertainties when compared with an implementation based on Fig. 5. The next section draws attention to this architecture by considering two motivating examples.



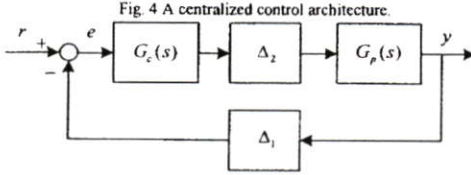


Fig. 5 A Networked Control System.

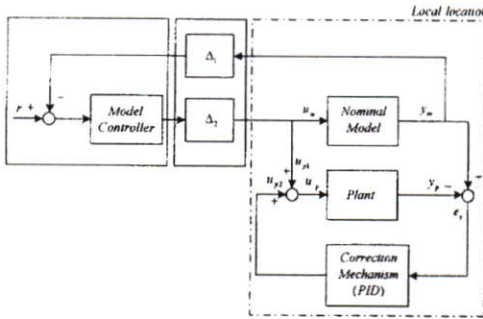


Fig. 6 Block diagram of control over networks with RMFC scheme.

#### IV. NUMERICAL EXAMPLES

##### A. Distributed architecture [10, 19] with RMFC

Consider a distributed control system as in Fig. 6 where we assume that the delay lies in some interval  $0 \leq \tau \leq 1$  sec. Consider the example of a nominal model of the plant, dc motor modeled using the second order transfer function [22]:

$$G_m(s) = \frac{\omega(s)}{V_a(s)} = \frac{1/K_b}{(\tau_1 s + 1)(\tau_2 s + 1)} = \frac{0.02513}{(8.21 \cdot 10^{-3} s + 1)(0.322 \cdot 10^{-3} s + 1)} \quad (15)$$

After the nominal model of the plant is determined, the model controller is designed in the approach proceeding in two steps. As previously mentioned, any design technique can be used to construct the model controller. First, a PID controller  $G_{c1}(s)$  is designed for a system without the presence of a delay using root locus method in this paper [20]. The transfer function of the designed PID controller is expressed as

$$G_{c1}(s) = 41.354 \left( 1 + \frac{1}{8.53 \cdot 10^{-3} s} + 3.1 \cdot 10^{-4} s \right) \quad (16)$$

Second, the following controller  $G_{c2}(s)$  cascaded with  $G_{c1}(s)$  is modified employing loopshaping technique [21] to handle

delays:

$$G_{c2}(s) = \frac{5.287 \cdot 10^{-5} s^3 + 0.1706 s^2 + 20s}{0.000169 s^4 + 0.5286 s^3 + 82.41 s^2 + 2469 s + 0.1228} \quad (17)$$

As stated in section II, the design of the PID controller part is equivalent to the design of a PID feedback controller of the plant in the worst case of parameter variations. The transfer function of the plant in the considered worst case is here evaluated as

$$G_p(s) = \frac{0.08}{(0.03284 s + 1)(1.288 \cdot 10^{-3} s + 1)} \quad (18)$$

The PID control part can then be designed also using root locus method as

$$G_u(s) = 7.606 \left( 1 + \frac{1}{0.038 s} \right) \quad (19)$$

In Fig. 7 we show Simulink simulations of the closed loop system with transport delay  $\tau = 1$  sec. There are two step responses with no plant uncertainties shown in Fig. 7(a) one for the distributed architecture without RMFC and one for the distributed architecture with RMFC. Whereas there are two step responses with the worst case of parameter variations shown in Fig. 7(b) one for the distributed architecture without RMFC and one for the distributed architecture with RMFC. The results indicate that significant robustness characteristic enhancement with respect to plant uncertainties in the speed response by proposed technique is achieved.

##### B. Split-controller architecture [15] with RMFC

Consider a distributed controller system from [15] as in Fig. 8 and the example of a nominal model of the plant:

$$G_m(s) = \frac{10}{s^2 + s} \quad (20)$$

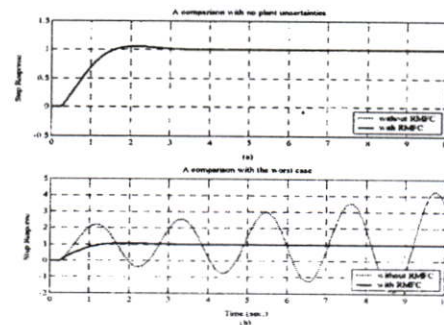


Fig. 7 A comparison (a) with no plant uncertainties (b) with the worst case.

Djafaris proposed such system that can allow the controller to be split in two components. One is a local controller  $G_{c1}(s)$  and the other  $G_{c2}(s)$  can be considered as remote. Clearly, this architecture was effective for better robustness characteristics with respect to delays when compared with an implementation based on Fig. 5.

Therefore, in this example, the RMFC scheme is applied with the split-controller architecture to demonstrate the benefits of the proposed technique that is very flexible to other architectures. Again, after the nominal model of the plant is determined, the model controller used in this example is components  $G_{c1}(s)$  and  $G_{c2}(s)$  derived from [15]. Then, the transfer function of the plant in the considered worst case is here evaluated as

$$G_p(s) = \frac{9.7}{(5s^2 + s)} \quad (21)$$

The PID control part can then be designed also using root locus method as

$$G_o(s) = 682.995 \left( 1 + \frac{1}{6829.95s} + 0.053s \right) \quad (22)$$

In Fig. 9 we show Simulink simulations of the closed loop system with transport delay  $\tau = 1 \text{ sec}$ . There are three step responses with no plant uncertainties shown in Fig. 9(a) one for the distributed architecture without RMFC, one for the split-controller architecture without RMFC, and one for the split-controller architecture with RMFC. Whereas there are three step responses with the worst case of parameter variations shown in Fig. 9(b) one for the distributed architecture without RMFC, one for the split-controller architecture without RMFC, and one for the split-controller architecture with RMFC. The results indicate that significant robustness characteristic improvement with respect to plant uncertainties in the response by proposed technique is accomplished.

## V. CONCLUSIONS

In this paper, the robust stability of the systems in the presence of plant uncertainties controlled over the network is further considered using the RMFC scheme. The RMFC methodology is derived. Then, the robust loop controller based on the proposed technique is designed in order to add to the local location of differently distributed architectures. It is revealed that the proposed method is very effective in the robustness characteristic enhancement of the distributed control systems in the presence of plant uncertainties.

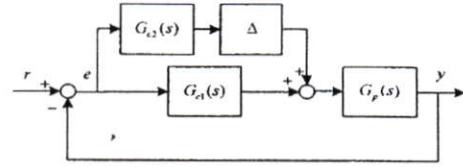


Fig. 8 A split-controller architecture

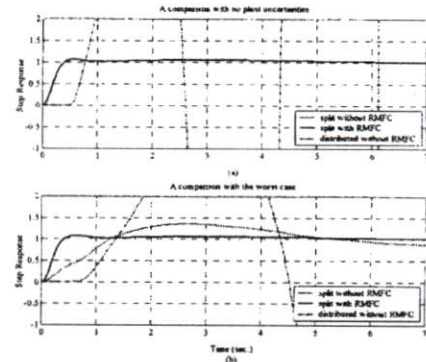


Fig. 9 A comparison (a) with no plant uncertainties (b) with the worst case.

## VI. REFERENCES

- [1] P. Varaiya and J. Walrand, *High-Performance Communication Networks*, Morgan Kaufmann Publishers, San Francisco, CA: 1996.
- [2] R. Izmailov, "Analysis and optimization of feed-back control algorithms for data transfers in high-speed networks," *SIAM Journal on Control and Optimization*, vol. 34, no. 5, 1996, 1767-1780.
- [3] S. Mascolo, "Congestion control in high-speed communication networks using the Smith principle," *Automatica*, vol. 35, no. 12, 1999, 1921-1935.
- [4] P.-F. Quet, B. Atalar, A. Iftar, H. Ozbay, S. Kalyanaraman and T. Kang, "Rate-based flow controllers for communication networks in the presence of uncertain time-varying multiple time-delays," *Automatica*, vol. 38, no. 6, 2002, 917-928.
- [5] F. Gomez-Stern, J. M. Fomes and F. R. Rubio, "Dead-time compensation for ABR traffic control over ATM networks," *Control Engineering Practice*, vol. 10, no. 5, 2002, 481-491.
- [6] F. Goktas, J. M. Smith and R. Bajcsy, " $\mu$ -synthesis for distributed control systems with network-induced delays," in *Proceedings of the 35th Conference on Decision and Control*, 1996, 813-814.
- [7] F. Goktas, J. M. Smith and R. Bajcsy, "Telerobotics over communication networks," in *Proceedings of the 36th Conference on Decision and Control*, 1997, 2399-2404.
- [8] Y. H. Kim, W. H. Kwon and H. S. Park, "Stability and scheduling method for network-based control systems," in *IECON Proceedings*, 1996, 934-939.
- [9] G. C. Walsh, O. Beldiman and L. Bushnell, "Asymptotic behavior of networked control systems," in *Proceedings of the Conference on Control Applications*, 1999, 1448-1453.
- [10] G. C. Walsh, H. Ye and L. Bushnell, "Stability analysis of networked control systems," in *Proceedings of the American Control Conference*, 1999, 2876-2889.
- [11] K. Gu, "Discretized LMI set in the stability problem of linear uncertain time-delay systems," *International Journal of Control*, vol. 68, 1997, 923-934.
- [12] S.-I. Niculescu, "A model transformation class for delay-dependent stability analysis," in *Proceedings of the American Control Conference*, 1999, 314-318.

- [13] P. G. Park, "A delay-dependent stability criterion for systems with uncertain time-invariant delays," *IEEE Transactions on Automatic Control*, vol. 44, no. 4, 1999, 876-877.
- [14] H. Kokame, H. Kobayashi and T. Mori, "Robust  $H_\infty$  performance for linear delay-differential systems with time-varying uncertainties," *IEEE Transactions on Automatic Control*, vol. 43, no. 2, 1998, 223-226.
- [15] T. E. Djaferis, "Controller design for a distributed architecture," in *Proceedings of the American Control Conference*, 2003, 5011-5016.
- [16] Y. D. Landau, *Adaptive Control-The Model Reference Approach*, Marcel Dekker, New York, 1979.
- [17] J. C. Juang and J. S. Sheu, "On adaptive speed design in optical disc servo systems," *IEEE Transactions on Control System Technology*, vol. 8, 2000, 971-978.
- [18] H. T. Camara, E. G. Carati, H. L. Hey, H. Pinheiro, J. R. Pinheiro and H. A. Grundling, "Speed and position servo for induction motor using robust model reference adaptive control," in *IECON Proceedings*, 2002, 1721-1727.
- [19] M. S. Branicky, S. M. Phillips and W. Zhang, "Stability of networked control systems," in *Proceedings of the American Control Conference*, 2000, 2352-2357.
- [20] K. Ogata, *Modern Control Engineering*. Prentice Hall, Englewood Cliffs, New Jersey, 1990.
- [21] J. C. Doyle, B. A. Francis and A. R. Tennenbaum, *Feedback Control Theory*, Macmillan, New York, 1992.
- [22] A. Tsoukkas, Procedure for Identifying Permanent Magnet DC Motors, University of Virginia, Virginia. [Online] available: <http://mechatronics.me.vt.edu/book/Section3/motormodelling.html>

## Robust Controller Synthesis for Robustness Property Enhancement

K. Witheephanich\*, W. Piyarat\*, V. Tipsuwanporn\*\* and R. Keteruksa \*\*

\*Dept. of Electrical Engineering, Faculty of Engineering,  
Srinakharinwirot University, Nakornnayok, Thailand.

Phone (66-0)2664-1000 Ext. 2051, Fax (66-0)3732-2605 E-mail: kritchai@swu.ac.th

\*\*Department of Instrumentation Engineering, Faculty of Engineering,  
King Mongkut's Institute of Technology Ladkrabang,  
Bangkok 10520, Thailand.

Phone (66-0)2739-2406-7 Ext. 102, Fax (66-0)2739-2406-7 Ext. 103 E-mail: ktvittay@kmitl.ac.th

### Abstract

The control system design problem is the ability to synthesize controller that achieve robust stability and robust performance. This paper explains the Finite Inclusions Theorem (FIT) by the procedure namely FIT synthesis developed for synthesizing robustly stabilizing controller for systems with parametric uncertainty. The basic problem is to determine that all the polynomials in a given family is Hurwitz. By FIT, it can prove this problem from only approximate knowledge of the location of a finite number of polynomial value sets at appropriately chosen frequencies.

The procedure can be done in two steps. First, an initial robustly stabilizing controller constructed by any techniques with respect to an initial region of uncertainty. Second, the FIT is applied to enlarge the uncertainty region for which robust stability can be achieved. In the process of expanding the region of uncertainty, the controller is redesigned. Results from example show that the controller synthesized by FIT synthesis is better than by  $H_\infty$  synthesis with parametrically uncertain system as well as satisfied the objectives for considerably larger range of uncertainties.

**Keywords:** robust controller, systems with parametric uncertainty, robustness property enhancement.

### 1. Introduction

Modeling uncertainties affect the system in many different ways: degradation of the system performance and destabilization are the two most important adverse effects. In this paper we deal with the linear time-invariant single-input single-output problem of controller synthesis for guaranteed robust stability and performance when the system includes parameter uncertainty [1]. One method of incorporating uncertainty in system models is by using a parametric description [1,2]. Recent development in the analysis of systems with parametric uncertainty has been implied by Kharitonov's theorem [3].

Let  $\phi(s, a)$  be the closed loop characteristic polynomial with coefficients that depend on the vector parameter  $a$ , which lies in a some set:  $\Omega_a = \{ a \in \mathbb{R}^k \mid \bar{a}_i \leq a_i \leq \underline{a}_i, 1 \leq i \leq k \}$ ,  $\underline{a}_i < 0$ ,  $\bar{a}_i > 0$ ,  $1 \leq i \leq k$ , of a unity feedback configuration. A recent result, the Finite Inclusions Theorem (FIT) [2], shows that robust stability of a polynomial family can be

determined from the location of a finite number of the value set  $\phi(j\omega, \Omega_a)$  at appropriately chosen frequencies.

We will first state the FIT and present an iterative synthesis algorithm based on FIT. Controller parameters improved at each iteration are computed by solving linear inequalities [6]. First of all there is a trade off between conservativeness of the solution and the number of the inequalities to be solved by a computer that can be controlled by the designer. The controller order may be fixed ahead of time, so we can avoid high order controllers usually generated by  $H_\infty$ . An example will be used to demonstrate the procedure.

### 2. Formulation

**Theorem 1 (Robust stability)** Let  $p(s, a) = \sum_{j=0}^n p_j(a)s^j$ ,  $a \in \Omega_a$ ,  $n \geq 0$  and  $p_i: \Omega_a \rightarrow \mathbb{C}$ . Further, Let  $\Gamma \subset \mathbb{C}$  be a closed Jordan curve such that  $\text{int } \Gamma$  is convex. Then for all  $a \in \Omega_a$ ,  $p(s, a)$  is of degree  $n$  and has all its roots in  $\text{int } \Gamma$  if there exists  $m \geq 1$  intervals  $(c_k, d_k) \subset \mathbb{R}$  and a real  $\omega_k$ ,  $1 \leq k \leq m$  such that:

$$0 \leq \omega_1 \leq \omega_2 \leq \omega_3 \leq \dots \leq \omega_m$$

$$\frac{-\pi n}{2} - \pi \leq c_1 < d_1 \leq \frac{-\pi n}{2} + \pi$$

$$\frac{\pi n}{2} - \pi \leq c_m < d_m \leq \frac{\pi n}{2} + \pi$$

$$\forall 1 \leq k \leq m \max \{ d_k - c_{k+1}, d_{k+1} - c_k \} \leq \pi$$

$$\forall 1 \leq k \leq m \ p(j\omega_k, \Omega_a) \in \{ re^{j\theta} \mid r > 0, c_k < \theta < d_k \}$$

Let  $C(s) = \frac{n_c(s)}{d_c(s)}$  is a proper controller. The sensitivity

transfer function is given by  $S(s, a) = (1 + P(s, a) C(s))^{-1}$  where  $\phi(s, a) = d_c(s)d_p(s, a) + n_c(s)n_p(s, a)$  is a closed loop characteristic polynomial. For robust asymptotic tracking one has design specification: Find a controller  $C(s)$  that robustly stabilizes the loop and guarantees that  $|S(j\omega, a)| < |W_1(j\omega)|^{-1}$ ,  $\forall \omega \in [0, \infty)$  and  $a \in \Omega_a$ .

$W_1(s) = \frac{n_w(s)}{d_w(s)}$  is a given strictly proper, stable, minimum

phase, transfer function which weights the sensitivity transfer function. This requirement can be equivalently stated as

$$|W_1(j\omega)S(j\omega, a)| < 1 \quad \forall \omega \in [0, \infty), a \in \Omega_u$$

After several steps [2] one can show that a necessary and sufficient condition for robust asymptotic tracking is the stability of the polynomial family

$$\psi(s, a, r, \alpha) = re^{j\alpha} n_w(s) d_c(s) d_p(s, a) + d_w(s) \phi(s, a)$$

for all  $\alpha \in [0, 2\pi)$ ,  $r \in [0, 1]$  and  $a \in \Omega_u$ . Let  $\Omega_q = \{q = (a, r, \alpha) \mid a \in \Omega_u, r \in [0, 1], \alpha \in [0, 2\pi)\}$ .

Stability of  $\psi(s, a, r, \alpha)$  is necessary as well. In view of Theorem 1 and the above discussion we have

**Theorem 2 (Robust performance)** *A degree  $q$  proper controller  $C(s)$  with monic denominator robustly stabilizes the family of degree  $n$  plants*

$$P(s, a) = \frac{n_p(s, a)}{d_p(s, a)} \text{ and makes } |W_1(j\omega)S(j\omega, a)| < 1,$$

$\forall \omega \in [0, \infty)$  and  $a \in \Omega_u$  if for some  $m \geq 1$  there exist real  $\omega_k, c_k, d_k, c_k < d_k, 1 \leq k \leq m$  such that:

$$\begin{aligned} 0 &\leq \omega_1 \leq \omega_2 \leq \omega_3 \leq \dots \leq \omega_m \\ \frac{-\pi n}{2} - \pi &\leq c_1 < d_1 \leq -\frac{\pi n}{2} + \pi \\ \frac{\pi n}{2} - \pi &\leq c_m < d_m \leq \frac{\pi n}{2} + \pi \end{aligned}$$

$$\forall 1 \leq k \leq m \max\{d_k - c_{k+1}, d_{k+1} - c_k\} \leq \pi$$

$$\forall 1 \leq k \leq m \psi(j\omega_k, \Omega_k) \in \{re^{j\theta} \mid r > 0, c_k < \theta < d_k\}$$

**3. An algorithm for robust performance synthesis**

From theorem 2, let the order  $q$  controller be parameterized as

$$C(s) = \frac{x_{2q+1}s^q + x_{2q}s^{q-1} + \dots + x_{q+1}}{s^q + x_q s^{q-1} + x_{q-1} s^{q-2} + \dots + x_1} = \frac{n_c(s)}{d_c(s)}$$

where  $\mathbf{x} = (x_1, x_2, \dots, x_{2q+1}) \in \mathbb{R}^d$  and  $d = 2q + 1$ . Robust performance will be achieved, if the polynomial family

$$\psi(s, a, b) = b n_w(s) d_c(s) n_p(s, a) + d_w(s) \phi(s, a)$$

is simultaneously stabilized for  $a \in \Omega_u$  and  $\mathbf{b}$  in the unit disc. Since  $\mathbf{b}$  takes values in the unit disc the value sets for  $\phi(s, a)$  will not be polygonal. A FIT based algorithm can be computationally enhanced, if these value sets are polygonal at each frequency. This can be easily achieved, if

some polygonal overbound is employed for the unit disc. This can be done arbitrarily closely by using higher order polygonal overbounds. Here we will use the simplest one (see Fig. 1), the unit square  $\Omega_b$ , where the complex number  $\mathbf{b} = b_1 + jb_2$

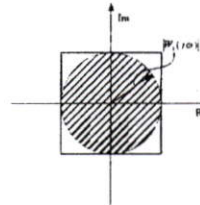


Fig. 1. Square overbound of a disc.

Another (better) type of overbounding is an octagon overbounding.

**3.1 Algorithm**

**STEP 1** Let  $\mathbf{x}^{(1)} \in \mathbb{R}^d$  and  $\Omega_{ob}^{(1)} \subset \Omega_{ob}$  be until  $\phi(s, \Omega_{ob}^{(1)}, \mathbf{x}^{(1)})$  is stable and set  $j := 1$ .

**STEP 2** Determine  $m^{(j)} \geq 1$  sectors  $S_k^{(j)}, 1 \leq k \leq m^{(j)}$  and frequencies  $\omega_k^{(j)}$  along the  $j\omega$  axis until  $\phi(\omega_k^{(j)}, Ext\Omega_{ob}^{(j)}, \mathbf{x}^{(j)}) \subset S_k^{(j)}$ . By FIT,  $\phi(s, \Omega_{ob}^{(j)}, \mathbf{x}^{(j)})$  is stable. Each  $\omega_k^{(j)}$  should roughly center (angularly) the set  $\phi(\omega_k^{(j)}, Ext\Omega_{ob}^{(j)}, \mathbf{x}^{(j)})$  in  $S_k^{(j)}$ .

**STEP 3** Choose a slightly larger set  $\Omega_{ob}^{(j+1)} \supset \Omega_{ob}^{(j)}$ . First this should affect the  $\mathbf{b}$  parameters. When (if)  $\Omega_b^{(j)} \supset \Omega_b$ , the enlargement in the  $\mathbf{b}$ -direction terminates and the enlargement in the  $\mathbf{a}$ -direction commences.

**STEP 4** Compute a new vector of controller parameters  $\mathbf{x}^{(j+1)}$  until  $\phi(j\omega_k^{(j)}, Ext\Omega_{ob}^{(j+1)}, \mathbf{x}^{(j+1)}) \subset S_k^{(j)}$  for all  $k$ . Note, this is equivalent to solving a system of linear inequalities in  $\mathbf{x}^{(j+1)}$ . If no solutions exist to this system of inequalities, return to step 3 and choose a smaller  $\Omega_{ob}^{(j+1)}$ .

**STEP 5** Let  $j := j + 1$ , and if  $\Omega_{ob}^{(j)} \supset \Omega_{ob}$ , stop; otherwise, go to Step 2.

**4. Example**

Consider the parametrically uncertain system. We now want to find a controller which also satisfies a robust performance objective. The following system is nominal plant

$$P_0(s) = \frac{s-1}{(s-0.1)(s+5)}$$

with multiplicative uncertainty

$$\Delta_w(s, a) = \frac{a_1(0.5s^1 + 2.22s^2 + 40s + 1.5) + a_2(0.5s^1 + 48.31s^2 + 10s - 3.5)}{(s+1)(s+5)(s+20)}$$

where  $P(s, a) = P_0(s)(1 + \Delta_m(s, a))$ ,  $\mathbf{a} = (a_1, a_2)$  lies in the rectangle  $\Omega_a = \{(a_1, a_2) \mid -\alpha < a_1 < \alpha, -\alpha < a_2 < \alpha\}$ .

The positive parameter  $\alpha$  regulates the size of the rectangle. The performance objectives are robust stability and robust asymptotic tracking where the bound on the sensitivity transfer function is generated by

$$W_1^{-1}(s) = 0.25(20s + 1)^2$$

We would like to achieve these objectives for as large a value of  $\alpha$  as possible. As mentioned in the introduction we would like to compare FIT synthesis with other methodologies and in this paper we choose  $H_\infty$ . The following steps show the procedure of  $H_\infty$  synthesis.

Consider the transfer function of a family plant with multiplicative uncertainty  $P(s) = P_0(s)(1 + \Delta W_2(s))$  where  $W_2(s)$  is some given minimum phase stable transfer function which weights the complementary sensitivity transfer function  $T(s)$  and  $\Delta$  is any arbitrary stable and proper transfer function with  $|\Delta(j\omega)| \leq 1$ , for all  $\omega \in [0, \infty)$ . A necessary and sufficient condition for robust stability is  $|W_2(j\omega)T(j\omega)| < 1$ , for all  $\omega \in [0, \infty)$ . This elegant characterization of robust stability allows for controller synthesis as a solution to a Nevanlinna-Pick method [4,5].

A bound  $W_2(j\omega)$  for the magnitude of  $\Delta_m(j\omega, a_1, a_2)$  can be generated from

$$W_2(s) = \frac{5(10s+1)(s+1)(0.02s+1)}{(s+1)(s+5)(s+20)}$$

A necessary and sufficient condition for robust stability and performance for the loop with norm bounded uncertainty (assuming nominal stability) is

$$\|W_1(j\omega)S(j\omega) + |W_2(j\omega)T(j\omega)|\| < 1 \quad \forall \omega \in [0, \infty)$$

In our case we want to find the largest  $\alpha$  for which robust stability and robust performance can be achieved. This was accomplished by multiplying  $W_2(s)$  by  $\alpha$ , solving the corresponding  $H_\infty$  problem. The controller for the largest  $\alpha$  was found to be

$$n_{c\infty}(s) = -9.109662631429664e + 8s^5 - 2.746405689450915e + 10s^4 - 2.090253769285538e + 11s^3 - 4.860534335524977e + 11s^2 - 6.901113303089560e + 10s - 3.172574753113884e + 9$$

$$d_{c\infty}(s) = s^6 + 3.130239742867528e + 6s^5 + 5.102955059702278e + 9s^4 + 2.296790103468943e + 11s^3 + 3.667229018018945e + 11s^2 + 3.495224898229753e + 10s + 8.594831784125749e + 8$$

for the parameter set:

$$\Omega_a = \{a \in \mathbb{R}^2 \mid a_1 \in [-3.1289, 3.1289], a_2 \in [-3.1289, 3.1289]\}$$

Figure 2 and 3 show the plots of the magnitude  $W_1(j\omega)$  against  $S(j\omega)$ , and the magnitude of  $W_2(j\omega)$  against  $T(j\omega)$  respectively.

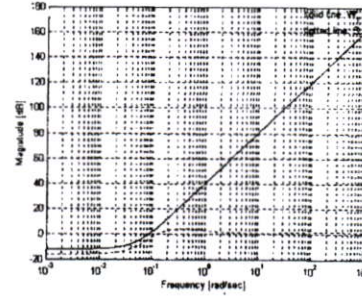


Fig. 2. the plot of the magnitude of  $W_1(j\omega)$  against  $S(j\omega)$ .

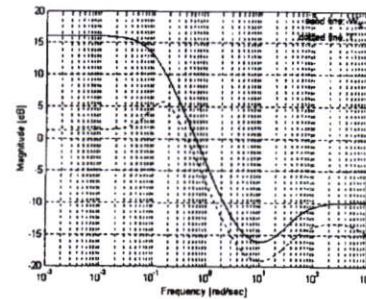


Fig. 3. the plot of the magnitude of  $W_2(j\omega)$  against  $T(j\omega)$ .

The following steps show the procedure of FIT synthesis. For this example the polynomial  $\psi(s, a, b)$  that needs to be robustly stabilized is given by

$$\psi(s, a, b) = d_c(s)d_p(s, a, b) + n_c(s)n_p(s, a, b)$$

where

$$n_p(s, a, b) = (2000a_1 + 2000a_2 + 4000)s^6 + (7080a_1 - 19504a_2 + 100400)s^5 + (151813a_1 + 213721a_2 + 406010)s^4 - (1388708a_1 + 311641a_2 + 60150)s^3 - (210222a_1 - 91831a_2 + 409010)s^2 - (985a_1 - 1265a_2 + 40250)s - 15a_1 + 35a_2 - 1000$$

$$d_p(s, a, b) = 4000s^7 + 124000s^6 + (40b + 1019970)s^5 + (1236b + 2899069)s^4 + (10076b + 1992319)s^3 + (27980b - 22005)s^2 + (17100b - 15725)s - 2000b - 500$$

The Algorithm requires that an initial stabilizing controller be entered. That is

$$C(s) = \frac{(-0.106719s^3 - 3.201557s^2 - 24.011677s - 53.359282)}{(s^2 + 48.307927s + 62.054492)\left(\frac{s}{10000} + 1\right)}$$

**4.1 Square overbounding – third order controller**  
The resulting controller is

$$n_{cFIT}(s) = 4.86275020e + 4s^3 - 1.76974310e + 5s^2 - 3.24824016e + 5s - 1.95099408e + 6$$

$$d_{cFIT}(s) = s^3 + 1.00023156e + 4s^2 + 4.83127819e + 5s + 5.26571259e + 5$$

for the parameter set:

$$\Omega_a = \{a \in R^2 \mid a_1 \in [-0.4837, 0.4837], a_2 \in [-0.4837, 0.4837]\}$$

Figure 4 shows the most critical value sets for this case.

**4.2 Square overbounding - high order controller**

In this case we used a proper sixth order initial controller matching the structure of the one obtained from  $H_\infty$ . The resulting controller is

$$n_{cFIT}(s) = 2.8190150e + 7s^5 + 1.6039105e + 7s^4 - 3.5156129e + 7s^3 - 8.6797967e + 7s^2 - 1.3577211e + 7s - 6.2714599e + 5$$

$$d_{cFIT}(s) = s^6 + 1.0025699e + 6s^5 + 5.1835484e + 7s^4 + 9.5681291e + 7s^3 + 6.9692153e + 7s^2 + 6.2775291e + 6s + 1.5128244e + 5$$

for the parameter set:

$$\Omega_a = \{a \in R^2 \mid a_1 \in [-1.9649, 1.9649], a_2 \in [-1.9649, 1.9649]\}$$

Figure 5 shows the most critical value sets for this case.

**4.3 Octagon overbounding – high order controller (sector size  $7\pi/8$ )**

In this case we increase the sector size to  $7\pi/8$  and employ octagon overbounding. The resulting controller is

$$n_{cFIT}(s) = -1.08510509e + 9s^5 - 4.00821736e + 10s^4 - 1.34430894e + 11s^3 - 5.5969669e + 11s^2 - 8.27020644e + 10s - 3.36460074e + 9$$

$$d_{cFIT}(s) = s^6 + 3.13058617e + 6s^5 + 4.74938641e + 9s^4 + 2.74266126e + 11s^3 + 4.37415000e + 11s^2 + 4.16333429e + 10s + 1.02302322e + 9$$

for the parameter set:

$$\Omega_a = \{a \in R^2 \mid a_1 \in [3.7992, 3.7992], a_2 \in [-3.7992, 3.7992]\}$$

Figure 6 shows the most critical value sets for this case.

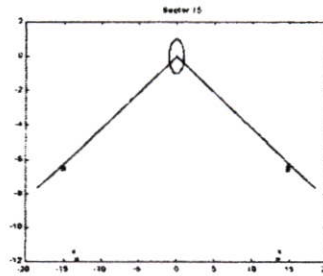
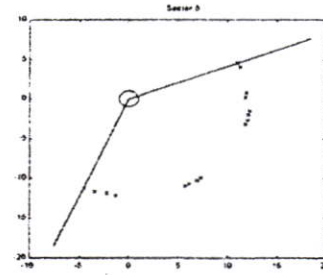


Fig. 4. Value sets in sectors 8,15 for positive frequencies.

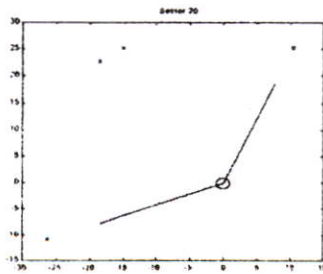
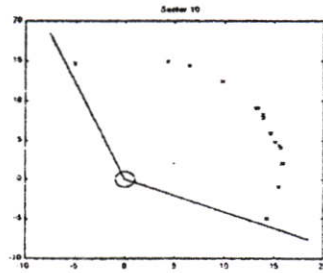


Fig. 5. Value sets in sectors 10,20 for positive frequencies.

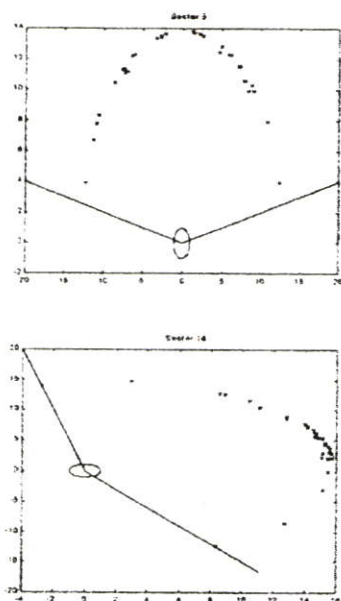


Fig. 6. Value sets in sectors 5,18 for positive frequencies.

## 5. Conclusion

The synthesized robust controller based on the Finite Inclusions Theorem has been proposed in this paper. In example this method provides good results when compared with  $H_\infty$  synthesis. The controller can also be synthesized to satisfy the desired specifications.

## References

- [1] J. Ackermann, *Robust Control; Systems with Uncertain Physical Parameters*, Springer-Verlag, London, 1993.
- [2] T. E. Djaferis, *Robust Control Design : A Polynomial Approach*, Kluwer Academic Publishers, Boston, 1995.
- [3] B. R. Barmish, *New Tools for Robustness of Linear Systems*, McMillan, New York, 1993.
- [4] J. C. Doyle, B. A. Francis, A. R. Tannenbaum, *Feedback Control Theory*, Macmillan, New York, 1992.
- [5] J. C. Doyle, J. E. Wall, G. Stein, "Robustness and Performance Analysis for structured Uncertainty," Proceedings IEEE CDC, Orlando, FL, 1982, pp. 624-636.
- [6] S. Agmon, "The Relaxation Method for Linear Inequalities," Canadian Journal of Mathematics, vol. 6, 1954, pp. 382-392.



**Kritchai Withephanich** has received the M. Eng. degree in Electrical Engineering from the King Mongkut's Institute of Technology Ladkrabang (KMITL), Thailand 2001. Since 2001, he has been an instructor at the Department of Engineering, Srinakharinwirot University, Thailand. His research interests include Control system design and Controller synthesis.



**Wakbin Piyarat** received the B.Eng. (EE) degree from South-East Asia university, Thailand, in 1994, and received the M.Eng (EE) degree from King Mongkut's Institute of Technology Ladkrabang (KMITL), Thailand, in 1998. He is currently an Instructor in the Department of Electrical Engineering at Srinakharinwirot University. His research of interests are control system, power electronics and drives.



**Vittaya Tipsuwanporn** received the B. Ind and M. Eng. Degree in electrical engineering from the King Mongkut's Institute of Technology Ladkrabang (KMITL), Thailand, in 1985 and 1989, respectively. Since 1986, he has been instructor at the Department of Industrial Instrumentation Technology of KMITL. He was Assistance Professor and Associate Professor in 1995 and 1998, respectively. His research interests include measurement and control system and non-linear dynamics in power electronics.



**Ruangyos Keteruksa** received the B.Eng. (EE) degree from South-East Asia university, Thailand, in 2000. He is currently working toward the M. Eng. degree in Electrical Engineering, the King Mongkut's Institute of Technology Ladkrabang (KMITL), Thailand. His main interests are simultaneous stabilization and control systems.

## ประวัติผู้เขียน

นายเรืองยศ เกตุรักษา เกิดที่จังหวัดนครปฐม สำเร็จการศึกษาปริญญาตรีวิศวกรรมศาสตรบัณฑิต สาขาวิชาวิศวกรรมไฟฟ้า คณะวิศวกรรมศาสตร์ มหาวิทยาลัยเอเชียอาคเนย์ ในปีการศึกษา 2543 และเข้าศึกษาต่อในระดับปริญญาโท หลักสูตรวิศวกรรมศาสตรมหาบัณฑิต สาขาวิศวกรรมการวัดคุม ภาควิชาวิศวกรรมการวัดคุม คณะวิศวกรรมศาสตร์ สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง ในปีการศึกษา 2545