

วัสดุเชิงประกอบที่เสริมความแข็งแรงด้วยเส้นใยธรรมชาติ

Natural Fiber Reinforced Composites

ศุภมา จิรวุฒิพงษ์
ศุภกิจ แซ่โฮ้ว
ศุภเมธ จามจิตวิโรจน์

ปริญญาานิพนธ์นี้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาค้นคว้าตามหลักสูตรปริญญาวิทยาศาสตรบัณฑิต

สาขาวิชาวิศวกรรมเครื่องกล

คณะวิศวกรรมศาสตร์

สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง

ปีการศึกษา 2556

วัสดุเชิงประกอบที่เสริมความแข็งแรงด้วยเส้นใยธรรมชาติ

Natural Fiber Reinforced Composites

ดนุชา จิรภูมิพจน์
สุกิจ แซ่โอ้ว
สุเมธ งามจิตวิรุฬห์

ปริญญานิพนธ์นี้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตรปริญญาวิศวกรรมศาสตรบัณฑิต
สาขาวิชาวิศวกรรมเครื่องกล
คณะวิศวกรรมศาสตร์
สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง
ปีการศึกษา 2556

NATURAL FIBER REINFORCED COMPOSITES

DANUCHA JIRAVUDTIPODE
SUKIT SAEO
SUMATE NGAMJITVIROON

A THESIS SUBMITTED IN PARTIAL FULFILLMENT
OF THE REQUIREMENT FOR THE DEGREE OF
BACHELOR OF ENGINEERING IN MECHANICAL ENGINEERING
FACULTY OF ENGINEERING
KING MONGKUT'S INSTITUTE OF TECHNOLOGY LADKRABANG
2013

ปริญญาโทปีการศึกษา 2556

สาขาวิชาวิศวกรรมเครื่องกล คณะวิศวกรรมศาสตร์

สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง

เรื่อง วัสดุเชิงประกอบที่เสริมความแข็งแรงด้วยเส้นใยธรรมชาติ

NATURAL FIBER REINFORCED COMPOSITES

ผู้จัดทำ

- | | |
|---------------------------|-----------------------|
| 1. นายตฤชา จิรวิมลพนธ์ | รหัสประจำตัว 53010533 |
| 2. นายสุกิจ แซ่ฮั่ว | รหัสประจำตัว 53011721 |
| 3. นายสุเมธ งามจิตวิรุฬห์ | รหัสประจำตัว 53011768 |



(ดร.บำรุง พ่วงเกิด)

อาจารย์ที่ปรึกษา

วัสดุเชิงประกอบที่เสริมความแข็งแรงด้วยเส้นใยธรรมชาติ

นายตุนุชา	จิรวุฒิพจน์	53010533
นายสุกิจ	แซ่ไฉ้ว	53011721
นายสุเมธ	งามจิตวิรุฬห์	53011768
ดร.บำรุง	พ่วงเกิด	อาจารย์ที่ปรึกษา ปีการศึกษา 2556

บทคัดย่อ

โครงการนี้ศึกษาคุณสมบัติในการต้านแรงดึงและพฤติกรรมของวัสดุเชิงประกอบประเภทเสริมเส้นใยสั้นของยาง NBR (Nitrile Butadiene Rubber) เสริมความแข็งแรงด้วยเส้นใยธรรมชาติ PALF (Pine Apple Leaf Fiber) [8] ในช่วงความเครียดต่ำ (น้อยกว่าระดับความเครียด 15%) โดยใช้ข้อมูลจากการทดสอบความแข็งแรงของวัสดุตามมาตรฐาน ASTM D412 เพื่อหาความสัมพันธ์ระหว่างความเค้นและความเครียดของวัสดุเชิงประกอบ เมื่อมีปริมาณเส้นใยที่เปลี่ยนไป โดยการศึกษาแบ่งเป็นสองส่วน ส่วนแรกเป็นการนำค่า Young's modulus ของยาง NBR ที่เป็นเนื้อวัสดุหลักและเส้นใยธรรมชาติ PALF ที่เป็นวัสดุเส้นใยมาใช้หาคุณสมบัติความในการต้านแรงดึงของวัสดุผสมที่ปริมาณเส้นใยต่างกัน โดยทดสอบใช้สมการ Halpin-Tsai สำหรับเส้นใยไม่ต่อเนื่องในการคำนวณ พบว่าค่า Young's modulus จากการใช้สมการ Halpin-Tsai นั้นมีความคลาดเคลื่อนจากการทดลองมาก จึงนำไปสู่การศึกษาในสองส่วนที่สอง คือ การนำข้อมูลผลการทดลองมาใช้ในการสร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์เพื่อทำนายค่า Young's modulus ของวัสดุเมื่อมีการเปลี่ยนแปลงปริมาณเส้นใย ซึ่งค่าที่ได้จากแบบจำลองทางคณิตศาสตร์นั้นมีความคลาดเคลื่อนเฉลี่ยจากการทดลองไม่เกิน 10% หลังจากนั้นศึกษาพฤติกรรมของวัสดุโดยเปรียบเทียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์โดยใช้ Kelvin-Voigt model ซึ่งมีความสอดคล้องกับผลการทดลองเป็นหลัก

NATURAL FIBER REINFORCED COMPOSITES

Danucha	Jiravudtipode	53010533
Sukit	Saeo	53011721
Sumate	Ngamjitviroon	53011768
Dr.Bumroong	Puangkird	Advisor
Year 2556		

ABSTRACT

Tensile properties and mechanical behaviors of NBR (Nitrile Butadiene Rubber) reinforced with short PALF (Pine Apple Leaf Fiber) composites [8] are studied within low strain range (below 15% strain). The experiments which are based on ASTM D412 material testing are performed to study the relation between stress and strain with various mass percentage of the fibers. In predicting Young's modulus of the composites from the matrix's (NBR) and the fiber's (PALF) Young's modulus, the Halpin-Tsai equation [9] is employed for the discontinuous fibers. The results from applying the Halpin-Tsai equation have shown a discrepancy with the experimental results. However, the results from mathematical modeling from experimental results has exhibited smaller average errors in Young's modulus. Finally, Kelvin-Voigt model is applying for characterize the mechanical behaviors of composite at different mass percentage of fiber with in-house finite element numerical scheme. The mathematical model has predicted Young's modulus more accurate than the Halpin-Tsai model.

กิตติกรรมประกาศ

ปริญญาานิพนธ์ฉบับนี้สำเร็จลงได้ด้วยดี จากการร่วมมือและความช่วยเหลือจากหลายฝ่าย โดยเฉพาะอย่างยิ่ง ดร.บำรุง พ่วงเกิด อาจารย์ที่ปรึกษาปริญญาานิพนธ์ ซึ่งให้ความช่วยเหลือและคำปรึกษาที่ดีตลอดมา ทั้งยังแนะนำหนังสือที่เป็นประโยชน์สำหรับการทำปริญญาานิพนธ์ ซึ่งต้องขอขอบพระคุณเป็นอย่างสูง

ทั้งนี้ยังต้องขอบพระคุณ รองศาสตราจารย์.ดร.ทวีชัย อมรศักดิ์ชัย ภาควิชาเคมี คณะวิทยาศาสตร์ มหาวิทยาลัยมหิดล สำหรับการผลิตและทดสอบวัสดุ รวมถึงคำแนะนำอันเป็นประโยชน์ต่างๆ

ขอขอบคุณ สาขาวิชาวิศวกรรมเครื่องกล คณะวิศวกรรมศาสตร์ สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง สำหรับความรู้และแรงบันดาลใจสำหรับวิทยานิพนธ์ฉบับนี้ รวมไปถึงเพื่อนๆ สาขาวิชาวิศวกรรมเครื่องกลสำหรับคำปรึกษาต่างๆ

ท้ายที่สุดนี้ขอขอบพระคุณบุคคลสำคัญที่สุดที่ทำให้ข้าพเจ้ามีวันนี้ ก็คือ บิดาและมารดา อันเป็นที่เคารพรักยิ่ง ซึ่งได้เลี้ยงดูผู้เขียนทั้งหมดมาเป็นอย่างดี พร้อมทั้งให้โอกาสในการศึกษาอย่างเต็มที่ และยังให้กำลังใจ เอาใจใส่เสมอมา ในทุก ๆ ด้านอันหาที่เปรียบมิได้ ข้าพเจ้าขอระลึกในพระคุณอันสุดประมาณ และขอกราบขอบพระคุณมา ณ ที่นี้

นายดนุชา	จิรวุฒิพจน์
นายสุกิจ	แซ่ไอ้ว
นายสุเมธ	งามจิตวิรุฬห์

สารบัญ

	หน้า
บทคัดย่อภาษาไทย	I
บทคัดย่อภาษาอังกฤษ	II
กิตติกรรมประกาศ	III
สารบัญ	IV
สารบัญตาราง	VII
สารบัญรูปภาพ	IX
บทที่ 1 บทนำ	
1.1 ความเป็นมาและความสำคัญของปัญหา	1
1.2 วัตถุประสงค์	1
1.3 ขอบเขตของปริญญานิพนธ์	2
1.4 ประโยชน์ที่คาดว่าจะได้รับ	2
บทที่ 2 ทฤษฎีและหลักการที่เกี่ยวข้อง	
2.1 วัสดุเชิงประกอบพอลิเมอร์	3
2.1.1 เมทริกซ์	3
2.1.2 ส่วนเสริมแรง	5
2.2 ยาง	8
2.2.1 สมบัติของยาง	9
2.2.2 ยางไนไตรล์	9
2.2.3 การเชื่อมโยงยาง	9
2.3 ไยธรรมชาติ	11
2.4 มาตรฐานในการทดสอบยางวัลคาไนซ์	12

สารบัญ (ต่อ)

	หน้า
2.5 ทฤษฎีความแข็งแรงของวัสดุ	13
2.5.1 พฤติกรรมความยืดหยุ่น	13
2.5.2 วัสดุยืดหยุ่นแบบเส้นตรง	14
2.5.3 วัสดุยืดหยุ่นแบบหนืด (Viscoelastic)	15
2.5.4 แบบจำลองสำหรับวัสดุแบบหนืด	16
2.5.4.1 Maxwell model	16
2.5.4.2 Kelvin-Voigt model	17
2.5.4.3 Standard Linear Solid Model	18
2.6 ความเค้นแบบระนาบของวัสดุแอนไอโซทรอปิก	19
2.7 การทำนายความแข็งแรงของวัสดุเชิงประกอบ ชนิดเส้นใยไม่ต่อเนื่องแบบมีทิศทาง	19
2.8 ระเบียบวิธีทางคอนจุกตเกรเดียนท์	20
2.8.1 Steepest descent method	21
2.8.2 Conjugate direction	22
2.8.3 Gramm Schmidt Conjugation	25
2.8.4 Method of Conjugate gradient	25
2.9 ระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์	26
2.9.1 Finite element of linear elasticity	27
2.9.1.1 สมดุลของแรงในวัตถุ	27
2.9.1.2 Strong and Weak form	29
บทที่ 3 วิธีการดำเนินงานวิจัย	
3.1 วัสดุเครื่องมือและโปรแกรมคอมพิวเตอร์	35
3.2 ขั้นตอนการดำเนินงาน	35

สารบัญ (ต่อ)

หน้า

บทที่ 4 ผลการทดลองและวิเคราะห์ผลการทดลอง	
4.1 การทดสอบดึงวัสดุในทิศทางขนานกับแนวการเรียงตัวของเส้นใย	38
4.2 การทดสอบในช่วง 15% strain ของวัสดุเชิงประกอบที่มีเมทริกซ์เป็นยาง NBR ที่มีการผสมเส้นใยสับปะรดในปริมาณที่แตกต่างกัน	39
4.3 การทดสอบในช่วง 15% strain ของวัสดุเชิงประกอบที่มีเมทริกซ์เป็นยาง NBR+BA ที่มีการผสมเส้นใยสับปะรดในปริมาณที่แตกต่างกัน	42
4.4 การหาจำนวนเอเลเมนต์ที่เหมาะสมในการสร้างแบบจำลอง	44
4.5 การทดสอบดึงวัสดุในทิศขวางแนวการเรียงตัวของเส้นใย	48
4.6 การทดสอบในช่วง 15% strain ของวัสดุเชิงประกอบที่มีเมทริกซ์เป็นยาง NBR ที่มีการผสมเส้นใยสับปะรดในปริมาณที่แตกต่างกัน	50
4.7 การทดลองในช่วง 15% strain ของวัสดุเชิงประกอบที่มีเมทริกซ์เป็นยาง NBR+BA ที่มีการผสมเส้นใยสับปะรดในปริมาณที่แตกต่างกัน	52
4.8 การใช้สมการ Halpin-Tsai ทำนายคุณสมบัติในช่วงยืดหยุ่นแบบเส้นตรง	58
4.9 สมการความสัมพันธ์ระหว่างมอดูลัสความยืดหยุ่นกับปริมาณเส้นใยและความหนืดกับปริมาณเส้นใย	61
4.10 การทดลอง Simulation ด้วยเงื่อนไขเดียวกับการทดสอบ	65
บทที่ 5 สรุปและวิจารณ์ผล	68
บรรณานุกรม	69
ภาคผนวก	70
ภาคผนวก ก	71
ภาคผนวก ข	93

สารบัญตาราง

	หน้า
ตารางที่ 2.1 ขนาดของชั้นทดสอบตามมาตรฐาน ASTM D412	13
ตารางที่ 2.2 เมทริกซ์ k ของเอเลเมนต์ใดๆ	34
ตารางที่ 4.1 แสดงผลการทำนายค่า E (Young's Modulus) ตามแนวการเรียงตัวของเส้นใย ของวัสดุเชิงประกอบ NBR ซึ่งเสริมแรงด้วยเส้นใยสับปะรด โดยสมการ Halpin-Tsai	59
ตารางที่ 4.2 แสดงผลการทำนายค่า E (Young's Modulus) ตามแนวการเรียงตัวของเส้นใย ของวัสดุเชิงประกอบ NBR ผสมสารเพิ่มความแข็งแรงซึ่งเสริมแรงด้วยเส้นใยสับปะรดโดยสมการ Halpin-Tsai	59
ตารางที่ 4.3 แสดงผลการทำนายค่า E (Young's Modulus) ตามแนวขวางการเรียงตัวของเส้นใยของวัสดุเชิงประกอบ NBR ซึ่งเสริมแรงด้วยเส้นใยสับปะรดโดยสมการ Halpin-Tsai	60
ตารางที่ 4.4 แสดงผลการทำนายค่า E (Young's Modulus) ตามแนวขวางการเรียงตัวของเส้นใยของวัสดุเชิงประกอบ NBR ผสมสารเพิ่มความแข็งแรงซึ่งเสริมแรงด้วยเส้นใยสับปะรดโดยสมการ Halpin-Tsai	60
ตารางที่ 4.5 แสดงผลการทำนายค่า E (Young's Modulus) ตามแนวการเรียงตัวของเส้นใยของวัสดุเชิงประกอบ NBR ซึ่งเสริมแรงด้วยเส้นใยสับปะรด โดยสมการ (4.1)	62
ตารางที่ 4.6 แสดงผลการทำนายค่า E (Young's Modulus) ตามแนวการเรียงตัวของเส้นใยของวัสดุเชิงประกอบ NBR ผสมสารเพิ่มความแข็งแรงซึ่งเสริมแรงด้วยเส้นใยสับปะรด โดยสมการ(4.2)	62
ตารางที่ 4.7 แสดงผลการทำนายค่า E (Young's Modulus) ตามแนวขวางการเรียงตัวของเส้นใยของวัสดุเชิงประกอบ NBR ซึ่งเสริมแรงด้วยเส้นใยสับปะรด โดยใช้สมการ (4.3)	63
ตารางที่ 4.8 แสดงผลการทำนายค่า E (Young's Modulus) ตามแนวขวางการเรียงตัวของเส้นใยของวัสดุเชิงประกอบ NBR ผสมสารเพิ่มความแข็งแรงซึ่งเสริมแรงด้วยเส้นใยสับปะรด โดยสมการ (4.4)	63

สารบัญตาราง (ต่อ)

	หน้า
ตารางที่ 4.9 แสดงผลการทำนายค่า η (viscosity) ตามแนวการเรียงตัวของเส้นใยของวัสดุเชิงประกอบ NBR ซึ่งเสริมแรงด้วยเส้นใยสับปะรดโดยสมการ (4.5)	64
ตารางที่ 4.10 แสดงผลการทำนายค่า η (viscosity) ตามแนวการเรียงตัวของเส้นใยของวัสดุเชิงประกอบ NBR ผสมสารเพิ่มความแข็งแรง ซึ่งเสริมแรงด้วยเส้นใยสับปะรด โดยสมการ (4.6)	64
ตารางที่ 4.11 แสดงผลการทำนายค่า η (viscosity) ตามแนวแนวขวางการเรียงตัวของเส้นใย ของวัสดุเชิงประกอบ NBR ซึ่งเสริมแรงด้วยเส้นใยสับปะรด โดยสมการ (4.7)	64
ตารางที่ 4.12 แสดงผลการทำนายค่า η (viscosity) ตามแนวแนวขวางการเรียงตัวของเส้นใยของวัสดุเชิงประกอบ NBR ซึ่งผสมสารเพิ่มความแข็งแรง ซึ่งเสริมแรงด้วยเส้นใยสับปะรด โดยสมการ (4.8)	65

สารบัญรูปภาพ

	หน้า
รูปที่ 2.1 การยืดติดระหว่างเส้นใยกับเมทริกซ์	4
รูปที่ 2.2 ประเภทของวัสดุเชิงประกอบ	7
รูปที่ 2.3 ลักษณะต่างๆของเฟสที่กระจายตัวอยู่ที่ส่งผลต่อสมบัติสุดท้ายของวัสดุเชิงประกอบ ได้แก่ความเข้มข้น (ปริมาณ) ขนาด รูปร่าง การกระจาย และการจัดเรียงตัว	8
รูปที่ 2.4 แสดงลักษณะโครงสร้างโมเลกุลของยาง NBR	9
รูปที่ 2.5 โครงสร้างยางก่อนทำการวัลคาไนซ์และหลังการวัลคาไนซ์	10
รูปที่ 2.6 ลักษณะของส่วนเสริมแรงแบบต่างๆ	11
รูปที่ 2.7 ลักษณะของชิ้นทดสอบตามวิธี Dumbbell and Straight Section Specimens ¹²	12
รูปที่ 2.8 การเคลื่อนที่ของโมเลกุลภายใต้ภาระแรง	13
รูปที่ 2.9 การเคลื่อนที่ของโมเลกุลภายใต้ Poisson's effect	14
รูปที่ 2.10 กราฟความเค้น ความเครียด ของวัสดุ	15
รูปที่ 2.11 Maxwell model	16
รูปที่ 2.12 การเสียรูปของวัสดุแบบ Maxwell เมื่ออยู่ภายใต้ความเครียดคงตัว	16
รูปที่ 2.13 Kelvin-Voigt Model	17
รูปที่ 2.14 การเสียรูปของวัสดุแบบ Kelvin-Voigt เมื่ออยู่ภายใต้ความเครียดคงตัว	17
รูปที่ 2.15 Standard Linear Solid Model	18
รูปที่ 2.16 แสดงการเสียรูปของวัสดุแบบ Standard Linear Solid Model เมื่ออยู่ภายใต้ความเครียดที่คงตัว	18
รูปที่ 2.17 แนวคิดของ Conjugate gradient ซึ่งมองสมการเชิงเส้นเป็น Gradient field	21
รูปที่ 2.18 แนวคิดของวิธี Steepest descent	22
รูปที่ 2.19 แนวคิดของ Conjugate direction คือการหา vector ที่สามารถลู่อู่เข้าคำตอบได้โดยการทำซ้ำเพียงครั้งเดียว	23
รูปที่ 2.20 ตัวอย่างการแก้ปัญหาด้วยวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์	26
รูปที่ 2.21 แผนภาพการพัฒนาโปรแกรมทางไฟไนต์เอลิเมนต์	27
รูปที่ 2.22 สมดุลของแรงใน 2 มิติ	27
รูปที่ 2.23 การแปลงคาร์ทีเซียนโคออร์ดิเนตเป็นโคออร์ดิเนตภายใน	30

สารบัญรูปภาพ (ต่อ)

	หน้า
รูปที่ 2.24 แสดงการแบ่งเอลิเมนต์สำหรับปัญหา 1 มิติ และเลขดัชนี	33
รูปที่ 2.25 แสดงการแบ่งเอลิเมนต์สำหรับปัญหา 2 มิติ และเลขดัชนีต่างๆ	34
รูปที่ 4.1 กราฟแสดงความสัมพันธ์ระหว่างความเค้น(MPa) ต่อความเครียด(%) ตามแนวการเรียงตัวของเส้นใยของวัสดุเชิงประกอบNBR	38
รูปที่ 4.2 กราฟแสดงความสัมพันธ์ระหว่างความเค้น(MPa) ต่อความเครียด(%) ตามแนวการเรียงตัวของเส้นใยของวัสดุเชิงประกอบNBR เมื่อผสมสาร เพิ่มความแข็งแรง	39
รูปที่ 4.3 กราฟแสดงความสัมพันธ์ระหว่างความเค้น(MPa) ต่อความเครียด(%) ตามแนวการเรียงตัวของเส้นใยของวัสดุ NBR ในช่วง 15% Strain	39
รูปที่ 4.4 กราฟแสดงความสัมพันธ์ระหว่างความเค้น(MPa) ต่อความเครียด(%) ตามแนวการเรียงตัวของเส้นใยของวัสดุเชิงประกอบNBR ที่ผสมใยสับปะรด 10%phrในช่วง 15% Strain	40
รูปที่ 4.5 กราฟแสดงความสัมพันธ์ระหว่างความเค้น(MPa) ต่อความเครียด(%) ตามแนวการเรียงตัวของเส้นใยของวัสดุเชิงประกอบNBR ที่ผสมใยสับปะรด 20%phrในช่วง 15% Strain	40
รูปที่ 4.6 กราฟแสดงความสัมพันธ์ระหว่างความเค้น(MPa) ต่อความเครียด(%) ตามแนวการเรียงตัวของเส้นใยของวัสดุเชิงประกอบNBR ที่ผสมใยสับปะรด 30%phrในช่วง 15% Strain	41
รูปที่ 4.7 กราฟแสดงความสัมพันธ์ระหว่างความเค้น(MPa) ต่อความเครียด(%) ตามแนวการเรียงตัวของเส้นใยของวัสดุ NBR ที่ผสมสารเพิ่มความแข็งแรง ในช่วง 15% Strain	42
รูปที่ 4.8 กราฟแสดงความสัมพันธ์ระหว่างความเค้น(MPa) ต่อความเครียด(%) ตามแนวการเรียงตัวของเส้นใยของวัสดุเชิงประกอบNBR ที่ผสมสาร เพิ่มความแข็งแรงและผสมเส้นใยสับปะรด 10%phrในช่วง 15% Strain	43
รูปที่ 4.9 กราฟแสดงความสัมพันธ์ระหว่างความเค้น(MPa) ต่อความเครียด(%) ตามแนวการเรียงตัวของเส้นใยของวัสดุเชิงประกอบNBR ที่ผสมสาร เพิ่มความแข็งแรงและผสมเส้นใยสับปะรด20%phrในช่วง 15% Strain	43

สารบัญรูปร่างภาพ (ต่อ)

	หน้า
รูปที่ 4.10 กราฟแสดงความสัมพันธ์ระหว่างความเค้น(MPa) ต่อความเครียด(%) ตามแนวการเรียงตัวของเส้นใยของวัสดุเชิงประกอบNBR ที่ผสมสารเพิ่มความแข็งแรงและผสมเส้นใยสับปะรด30%phrในช่วง 15% Strain	44
รูปที่ 4.11 Grid refinement	45
รูปที่ 4.12 กราฟแสดงความสัมพันธ์ระหว่างค่า Young's Modulus ต่อปริมาณของเส้นใยที่ผสมลงในวัสดุเชิงประกอบ NBRตามแนวการเรียงตัวของเส้นใย ซึ่งเปลี่ยนแปลงไปเนื่องจากการผสมเส้นใยในสัดส่วนต่างๆ	46
รูปที่ 4.13 กราฟแสดงความสัมพันธ์ระหว่างค่า Young's Modulus ต่อปริมาณของเส้นใยที่ผสมลงในวัสดุเชิงประกอบNBR ตามแนวการเรียงตัวของเส้นใย ผสมสารเพิ่มความแข็งแรง ซึ่งเปลี่ยนแปลงไปเนื่องจากการผสมเส้นใยในสัดส่วนต่างๆ	46
รูปที่ 4.14 กราฟแสดงค่า Viscosity ของวัสดุเชิงประกอบNBR ซึ่งเปลี่ยนแปลงไปเนื่องจากการผสมเส้นใยในสัดส่วนต่างๆ	47
รูปที่ 4.15 กราฟแสดงค่าViscosity ของวัสดุเชิงประกอบNBR ผสมสารเพิ่มความแข็งแรงซึ่งเปลี่ยนแปลงไปเนื่องจากการผสมเส้นใยในสัดส่วนต่างๆ	48
รูปที่ 4.16 กราฟแสดงความสัมพันธ์ระหว่างความเค้น(MPa) ต่อความเครียด(%) ตามแนวขวางการเรียงตัวของเส้นใยของวัสดุเชิงประกอบ NBR	49
รูปที่ 4.17 กราฟแสดงความสัมพันธ์ระหว่างความเค้น(MPa) ต่อความเครียด(%) ตามแนวขวางการเรียงตัวของเส้นใยของวัสดุเชิงประกอบ NBR เมื่อผสมสารเพิ่มความแข็งแรง	49
รูปที่ 4.18 กราฟแสดงความสัมพันธ์ระหว่างความเค้น(MPa) ต่อความเครียด(%) ตามแนวขวางการเรียงตัวของเส้นใยของวัสดุเชิงประกอบNBR ในช่วง 15% Strain	50
รูปที่ 4.19 กราฟแสดงความสัมพันธ์ระหว่างความเค้น(MPa) ต่อความเครียด(%) ตามแนวขวางการเรียงตัวของเส้นใยของวัสดุเชิงประกอบNBR ที่ผสมใยสับปะรด 10%phrในช่วง 15% Strain	51

สารบัญรูปภาพ (ต่อ)

	หน้า
รูปที่ 4.20 กราฟแสดงความสัมพันธ์ระหว่างความเค้น(MPa) ต่อความเครียด(%) ตามแนวขวางการเรียงตัวของเส้นใยของวัสดุเชิงประกอบNBR ที่ผสมใยสับปะรด 20%phrในช่วง 15% Strain	51
รูปที่ 4.21 กราฟแสดงความสัมพันธ์ระหว่างความเค้น(MPa) ต่อความเครียด(%) ตามแนวขวางการเรียงตัวของเส้นใยของวัสดุเชิงประกอบNBR ที่ผสมใยสับปะรด 30%phrในช่วง 15% Strain	52
รูปที่ 4.22 กราฟแสดงความสัมพันธ์ระหว่างความเค้น(MPa) ต่อความเครียด(%) ตามแนวขวางการเรียงตัวของเส้นใยของวัสดุเชิงประกอบNBR ที่ผสมสารปรับปรุงความแข็งแรง ในช่วง 15% Strain	53
รูปที่ 4.23 กราฟแสดงความสัมพันธ์ระหว่างความเค้น(MPa) ต่อความเครียด(%) ตามแนวขวางการเรียงตัวของเส้นใยของวัสดุเชิงประกอบNBR ที่ผสมสารปรับปรุงความแข็งแรง และผสมใยสับปะรด 10%phr ในช่วง 15% strain	53
รูปที่ 4.24 กราฟแสดงความสัมพันธ์ระหว่างความเค้น(MPa) ต่อความเครียด(%) ตามแนวขวางการเรียงตัวของเส้นใยของวัสดุเชิงประกอบNBR ที่ผสมสารปรับปรุงความแข็งแรง และผสมใยสับปะรด 20%phr ในช่วง 15% Strain	54
รูปที่ 4.25 กราฟแสดงความสัมพันธ์ระหว่างความเค้น(MPa) ต่อความเครียด(%) ตามแนวขวางการเรียงตัวของเส้นใยของวัสดุเชิงประกอบNBR ที่ผสมสารปรับปรุงความแข็งแรงและผสมใยสับปะรด 30%phr ในช่วง 15% Strain	55
รูปที่ 4.26 กราฟแสดงความสัมพันธ์ระหว่างค่า Young's Modulus ต่อปริมาณ ของเส้นใยที่ผสมลงในวัสดุเชิงประกอบ NBR ตามแนวการเรียงตัว ตามขวางของเส้นใย ซึ่งเปลี่ยนแปลงไปเนื่องจากการผสมเส้นใย ในสัดส่วนต่างๆ	56

สารบัญรูปภาพ (ต่อ)

	หน้า
รูปที่ 4.27 กราฟแสดงความสัมพันธ์ระหว่างค่า Young's Modulus ต่อปริมาณของเส้นใยที่ผสมลงในวัสดุเชิงประกอบNBR ตามแนวขวาง การเรียงตัวของเส้นใยผสมสารเพิ่มความแข็งแรง ซึ่งเปลี่ยนแปลงไปเนื่องจากการผสมเส้นใยในสัดส่วนต่างๆ	56
รูปที่ 4.28 กราฟแสดงค่า Viscosity ของวัสดุเชิงประกอบNBR ซึ่งเปลี่ยนแปลงไปเนื่องจากการผสมเส้นใยในสัดส่วนต่างๆ	57
รูปที่ 4.29 กราฟแสดงค่า Viscosity ของวัสดุเชิงประกอบNBR ผสมสารเพิ่มความแข็งแรงซึ่งเปลี่ยนแปลงไปเนื่องจากการผสมเส้นใยในสัดส่วนต่างๆ	58
รูปที่ 4.30 กราฟแสดงความสัมพันธ์ระหว่างความเค้น(MPa) ต่อความเครียด(%)ที่ได้จากโปรแกรม Simulation เทียบผลการทดลองของวัสดุเชิงประกอบNBR ที่ผสมเส้นใย PALF 20%phr	66
รูปที่ 4.31 กราฟแสดงความสัมพันธ์ระหว่างความเค้น(MPa) ต่อความเครียด(%)ที่ได้จากโปรแกรม Simulation เทียบผลการทดลองของวัสดุเชิงประกอบNBR+BA ที่ผสมเส้นใย PALF 20%phr	67

บทที่ 1

บทนำ

1.1 ความเป็นมาและความสำคัญของปัญหา

เนื่องจากความต้องการวัสดุที่เป็นมิตรต่อสิ่งแวดล้อมและทำมาจากวัสดุหมุนเวียนมากขึ้น ประกอบกับประเทศไทยเป็นประเทศเกษตรกรรม ทำให้มีเส้นใยจากของเหลือใช้ทางเกษตรกรรมเป็นปริมาณมาก โดยมีพื้นที่ในการเพาะปลูกสับปะรดเกือบ 600,000 ไร่ และแต่ละรอบมีการเหลือทิ้งใบสับปะรดกว่า 4,000 กิโลกรัมต่อไร่ และเส้นใยของใบสับปะรดมีองค์ประกอบที่เป็นเส้นใยคุณภาพสูงถึงร้อยละ 22 ของน้ำหนักใบแห้ง

จากความรู้ที่มีอัตราการเหลือใช้สูง และความต้องการในการหาวัสดุใหม่ๆ เพื่อนำมาผสมผสานให้ได้วัสดุเชิงประกอบที่มีความแข็งแรงที่สูงกว่า มีน้ำหนักที่เบา มีต้นทุนที่ต่ำ ใบสับปะรดจึงเป็นอีกหนึ่งตัวเลือกที่ถูกนำมาศึกษา เพื่อนำไปประยุกต์ใช้ผสมลงในพอลิเมอร์เพื่อให้ได้คุณสมบัติที่ดียิ่งขึ้น ในด้านต่างๆ อันได้แก่ น้ำหนักเบา ความหนาแน่นต่ำ อายุการใช้งานที่ยาวนาน ทนต่อการผุกร่อนและดูดซึมความชื้นได้น้อย การขึ้นรูปที่ง่าย มีความแข็งแรงและมีค่ามอดูลัสจำเพาะหรือมอดูลัสต่อน้ำหนักที่สูง เป็นต้น

โดยพอลิเมอร์ที่นำใบสับปะรดมาผสมชนิดหนึ่งคือยางไนไตรล์ (NBR) โดยต้องการให้มีคุณสมบัติที่ทนต่อการยืดตัว แต่ยังคงงอตัวได้เช่นเดิมเพื่อใช้ในอุตสาหกรรมเช่น ยางล้อ สายพาน ในการผลิตวัสดุผสมนั้น มีหลายเงื่อนไขที่ส่งผลต่อความแข็งแรงในการต้านแรงดึงของวัสดุ ดังนั้นจึงต้องมีการสร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์เพื่อใช้ในการทำนายและปรับปรุงความแข็งแรงของวัสดุผสมในเงื่อนไขต่างๆ

1.2 วัตถุประสงค์

- 1) เพื่อศึกษาวัสดุจำพวกพอลิเมอร์กลุ่มยาง
- 2) เพื่อศึกษาศึกษาวัสดุเชิงประกอบเสริมแรงด้วยเส้นใยธรรมชาติ
- 3) เพื่อศึกษาวัสดุยาง NBR เสริมแรงด้วยเส้นใยสับปะรด
- 4) เพื่อสร้างแบบจำลองในการทำนายคุณสมบัติที่อัตราส่วนผสมต่างๆ

1.3 ขอบเขตของปริญาานิพนธ์

- 1) ศึกษาคุณสมบัติเชิงกลของวัสดุเชิงประกอบของยางไนไตรล์ เสริมด้วยเส้นใยสับปะรด เพื่อให้ทราบถึงคุณสมบัติพื้นฐานของวัสดุที่นำมาศึกษา
- 2) สร้างโมเดลเพื่อทำนายคุณสมบัติในการต้านแรงดึงของวัสดุเชิงประกอบของยางไนไตรล์ ซึ่งเสริมแรงด้วยเส้นใยสับปะรด ที่มีการผสมเส้นใยในอัตราส่วนผสมที่ต่างกัน
- 3) เปรียบเทียบผลการทำนายจากโมเดลที่สร้างขึ้น กับการทำนายจากแบบโมเดลของ Halpin-Tsai
- 4) เปรียบเทียบผลของค่าความเค้นและความเครียดระหว่างซอฟต์แวร์ที่เขียนขึ้นใหม่กับผลการทดลองจริง

1.4 ประโยชน์ที่คาดว่าจะได้รับ

- 1) ทราบถึงคุณสมบัติเชิงกลของวัสดุเชิงประกอบของยางไนไตรล์ ซึ่งเสริมแรงด้วยเส้นใยสับปะรด
- 2) ทราบถึงขีดจำกัดในการนำโมเดล Halpin-Tsai มาใช้กับวัสดุเชิงประกอบของยางไนไตรล์ ซึ่งเสริมแรงด้วยเส้นใยสับปะรด
- 3) สามารถทำนายคุณสมบัติทางกลของวัสดุเชิงประกอบของยางไนไตรล์ซึ่งเสริมแรงด้วยเส้นใยสับปะรดด้วยโมเดลที่สร้างขึ้นจากผลการทดลอง

บทที่ 2

ทฤษฎีและหลักการที่เกี่ยวข้อง

2.1 วัสดุเชิงประกอบพอลิเมอร์

วัสดุเชิงประกอบพอลิเมอร์ (Polymer Composites) [1] หมายถึงวัสดุที่ประกอบด้วยส่วนประกอบอย่างน้อยสองชนิดที่มีสมบัติต่างกัน โดยแยกกันอยู่คนละเฟส และทำให้วัสดุที่ได้มีสมบัติดีขึ้น วัสดุประกอบ หรือวัสดุเชิงประกอบจัดเป็นวัสดุที่สำคัญมาก ในปัจจุบันเป็นที่นิยมและมีปริมาณการใช้เพิ่มขึ้นอย่างรวดเร็ว เนื่องจากวัสดุเชิงประกอบมีข้อดีหลายประการ เช่น มีน้ำหนักเบา มีความแข็งแรง มีค่ามอดูลัสต่อน้ำหนักสูง ขึ้นรูปง่าย ความเสถียรในรูปร่าง และมีต้นทุนการผลิตที่ต่ำ ทั้งยังสามารถประยุกต์ใช้แทนวัสดุอื่นๆได้ เช่น โลหะ เซรามิกส์ เป็นต้น วัสดุเชิงประกอบประกอบด้วย 2 ส่วนดังนี้

1. เมทริกซ์ (Matrix) เป็นวัสดุที่ทำหน้าที่ยึดส่วนเสริมแรงเข้าด้วยกัน ให้อยู่ในตำแหน่งและการเรียงตัวที่กำหนด โดยล้อมรอบและปกป้องส่วนเสริมแรงจากการเสียหายเนื่องจากสิ่งแวดล้อม เช่น อุณหภูมิสูง ความชื้น น้ำมัน เป็นต้น มักมีความแข็งแรงและมอดูลัสน้อยกว่าส่วนเสริมแรงเมทริกซ์ เป็นองค์ประกอบที่มีความต่อเนื่อง (Continuous phase) ทำหน้าที่เป็นตัวกลางถ่ายเทแรงที่ได้รับ (Load transfer medium) ไปสู่ส่วนเสริมแรง เมทริกซ์ที่นิยมใช้กันในปัจจุบันได้แก่

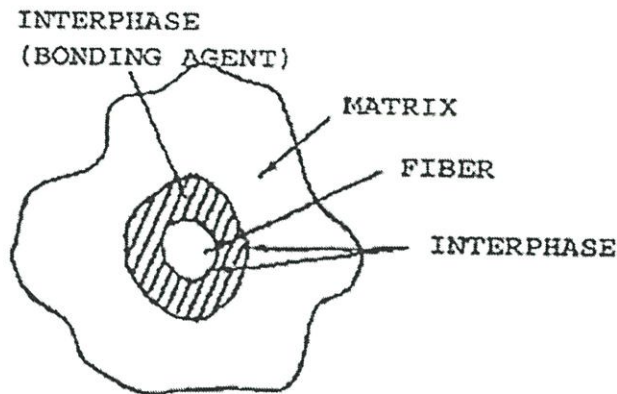
- พอลิเมอร์ เรียกวัสดุเชิงประกอบชนิดนี้ว่า “Polymer Composites” สามารถใช้ได้ทั้งพวกพอลิเมอร์ประเภทเทอร์โมพลาสติก (Thermoplastics) และเทอร์โมเซต (Thermosets)
- โลหะ เรียกวัสดุเชิงประกอบชนิดนี้ว่า “Metal Composites”
- เซรามิกส์ เรียกเซรามิกชนิดนี้ว่า “Ceramic Composites”

2. ส่วนเสริมแรง (Reinforcement) คือส่วนที่เป็นโครงสร้างที่ให้ความแข็งแรงแก่วัสดุ วัสดุเชิงประกอบมีความแข็งแรงและมอดูลัสสูง ตัวอย่างของส่วนเสริมแรงที่สำคัญได้แก่ เส้นใย (Fibers) ชนิดต่างๆ เช่น เส้นใยแก้ว (Glass fibers) เส้นใยคาร์บอน (Carbon fibers) และเส้นใยธรรมชาติ (Natural Fibers) เป็นต้น โดยเป็นเส้นใยเดี่ยวยาว (Continuous Fibers) หรือเส้นใยสั้น (Discontinuous หรือ short fibers) และนอกจากนี้ยังมีแบบเป็นเส้นใยพันกันหรือทอ (Weaves) ให้มีโครงสร้างแบบต่างๆและมีการจัดเรียง (Orientation) ของส่วนเสริมแรงแบบต่างๆ โดยส่วนเสริมแรงเป็นส่วนรับแรงหลัก (Principle load-carrying members) ของวัสดุเชิงประกอบ

2.1.1 เมทริกซ์

เมทริกซ์ (Matrix) เป็นส่วนที่ช่วยหล่อหุ้ม และยึดส่วนเสริมแรงเข้าไว้ด้วยกันโดยทั่วไปเมทริกซ์

มักมีความเหนียวสูง ความแข็งแรง และมอดูลัสต่ำกว่าส่วนเสริมแรงดังรูปที่ 2.1 ซึ่งแสดงถึงการยึดติดระหว่างส่วนเสริมแรงกับเมทริกซ์



รูปที่ 2.1 การยึดติดระหว่างเส้นใยกับเมทริกซ์

หน้าที่ของเมทริกซ์ในวัสดุเชิงประกอบพอลิเมอร์ ได้แก่

- 1) รักษาความเสถียรในรูปร่าง และขนาดของวัสดุเชิงประกอบ
- 2) รักษาการกระจายตัวของเส้นใย และแยกไม่ให้เป็นใยมารวมกัน
- 3) ทำให้วัสดุเชิงประกอบสามารถทนต่อการเสียหายที่อุณหภูมิ หรือแรงกระทำระดับหนึ่งๆ
- 4) สามารถกระจาย หรือส่งถ่ายแรงที่ได้รับจากภายนอกไปยังเส้นใยได้
- 5) ช่วยให้ทนทานต่อสภาพแวดล้อมและมีความเสถียรในตัวกลางต่างๆ

เมทริกซ์มีหลายชนิด ได้แก่ คาร์บอน (Carbon matrix) เซรามิกส์ (Ceramic matrix) แก้ว (Glass matrix) และพอลิเมอร์ (Polymer matrix) โดยกล่าวถึงพอลิเมอร์เมทริกซ์เท่านั้น

พอลิเมอร์เมทริกซ์ที่ใช้โดยทั่วไปแบ่งเป็น 2 ประเภทตามการตอบสนองต่ออุณหภูมิ คือ

1) เทอร์โมพลาสติก (Thermoplastic) ละลายได้ดีในตัวทำละลายบางชนิด เมื่อถูกความร้อนสามารถหลอมตัวได้ เมื่อเย็นลงแล้วแข็งตัว สามารถหลอม และแข็งตัวหลายๆครั้งโดยไม่ทำให้สมบัติทางเคมีเปลี่ยนแปลงไป โดยสามารถแยกเป็น 2 กลุ่ม คือ กลุ่มเทอร์โมพลาสติกอสัณฐาน (Amorphous thermoplastic) และเทอร์โมพลาสติกที่มีผลึกบางส่วน (Semi-crystalline thermoplastic)

เทอร์โมพลาสติกไม่จำเป็นต้องทำให้เกิดการเชื่อมโยงก่อนการใช้งาน ดังนั้นความแข็งแรงเป็นผลโดยตรงจากสมบัติของหน่วยซ้ำหรือมอนอเมอร์และน้ำหนักโมเลกุลที่สูง เทอร์โมพลาสติกอสัณฐานและมีการพันกันของสายโซ่โมเลกุลซึ่งส่งผลคล้ายกับการเกิดการเชื่อมโยงและในพอลิเมอร์ที่

สามารถตกผลึกได้ทำให้มีการจัดเรียงตัวที่ดีทำให้เมทริกซ์มีความแข็งแรง สมบัติของเทอร์โมพลาสติกขึ้นกับองศาความเป็นผลึก สัณฐานวิทยา การจัดเรียงตัวของผลึก ซึ่งขึ้นกับสภาวะในการผลิต ตัวอย่างเทอร์โมพลาสติก เช่น พอลิเอไมด์ (PA) พอลิสไตรีน (PS) พอลิพรอพิลีน (PP) พอลิเอทิลีน (PE) เป็นต้น

2) เทอร์โมเซต (Thermoset) พอลิเมอร์กลุ่มนี้ผ่านกระบวนการวิธีผลิตมีรูปทรงถาวร ผลิตผลที่ได้นำไปหลอมขึ้นรูปใหม่ไม่ได้อีก และไม่ละลายในตัวทำละลาย คือไม่เกิดกระบวนการย้อนกลับสาเหตุที่เป็นเช่นนี้เพราะว่าก่อนผ่านกระบวนการโครงสร้างของพอลิเมอร์ยังไม่เป็นร่างแห แต่ผ่านกระบวนการให้ความร้อน หรือความดันเข้าไปมีการเปลี่ยนแปลงทางเคมีในโครงสร้างเกิดการเชื่อมโยง (Crosslinking) ระหว่างสายโซ่โมเลกุล มีลักษณะเป็นสามมิติ มีการสร้างพันธะโคเวเลนต์ระหว่างสายโซ่โมเลกุลทำให้ผลิตผลที่ได้มีความคงทนไม่หลอมละลาย ถ้าให้ความร้อนมากๆ ส่งผลให้ไหม้เกรียมและสมบัติเปลี่ยนไปจากเดิม

เทอร์โมเซตที่ใช้เป็นเมทริกซ์ส่วนใหญ่ ได้แก่ อีพอกซี พอลิเอสเทอร์ ไวนิลเอสเทอร์ รวมถึงพวกกลุ่มอีลาสโตเมอร์หรือยาง ซึ่งเป็นวัสดุเชิงประกอบประเภทหนึ่ง ส่วนใหญ่โครงสร้างโมเลกุลของยางมีองค์ประกอบหลักเป็นสายโซ่โมเลกุลไฮโดรคาร์บอนเป็นส่วนใหญ่ เหมือนกับพอลิเมอร์อื่นๆ แต่ยางมีคุณสมบัติที่แตกต่างจากพอลิเมอร์ชนิดอื่นคือ ยางสามารถเปลี่ยนรูปร่างหรือขนาด ยืดหรือหดได้หลายเท่า เมื่อทำการให้แรงดึงหรือกดอัดและสามารถหดกลับหรือขยายขนาด กลับคืนใกล้เคียงขนาดและรูปร่างเดิมอย่างรวดเร็วเมื่อปล่อยแรง

เมื่อเทอร์โมเซตที่หลอมเหลวเริ่มแข็งตัวและเกิดการเชื่อมโยงขึ้น ซึ่งทำให้เกิดรอยต่อที่แน่นอนของโครงสร้างสามมิติ การเกิดการเชื่อมโยงทำให้พอลิเมอร์แข็งตัว มีความแข็งแรงสูง มีความต้านทานสารละลาย มีเสถียรภาพทางความร้อน และต้านทานการเกิดออกซิเดชันได้ดี สมบัติเหล่านี้สัมพันธ์โดยตรงกับความหนาแน่นของการเกิดการเชื่อมโยง และน้ำหนักโมเลกุลของสายโซ่ระหว่างการเชื่อมโยง ถ้าเกิดการเชื่อมโยงส่งผลให้เมทริกซ์มีความแข็งแรงมาก หรือมีมอดูลัสยืดหยุ่นสูง แต่ถ้าเกิดการเชื่อมโยงมากแล้วน้ำหนักการเชื่อมโยงลดลง ซึ่งทำให้การเคลื่อนที่ของโมเลกุลเกิดได้ยาก เกิดความเปราะ มีความเครียดต่ำ มีความต้านทานต่อการกระแทกน้อย และไม่เหนียว

2.1.2 ส่วนเสริมแรง

ส่วนเสริมแรง (Reinforcement phase) มีลักษณะรูปร่างได้หลายแบบโดยเป็นแผ่น เส้นใย หรืออนุภาคเล็กๆก็ได้ ตัวเสริมแรงที่นิยมใช้มีลักษณะเป็นเส้นใย (Fibers) ซึ่งเป็นได้ทั้งเส้นใย

ต่อเนื่องหรือเส้นใยสั้น เส้นใยที่ใช้เสริมแรงในวัสดุเชิงประกอบพอลิเมอร์ เช่น เส้นใยแก้ว เส้นใยธรรมชาติ เป็นต้น

สมบัติของเส้นใยที่เหมาะสมสำหรับใช้เสริมแรงควรมีลักษณะดังนี้

- 1) เส้นใยควรมีมอดูลัสยืดหยุ่นสูงเพื่อประสิทธิภาพในการเสริมแรง
 - 2) เส้นใยควรมีความแข็งแรงสูง
 - 3) ความแข็งแรงของเส้นใยแต่ละเส้นไม่ควรแตกต่างกันมาก
 - 4) เส้นใยควรเสถียร และรับแรงขณะจัดเก็บและขึ้นรูปได้
 - 5) ขนาดเส้นผ่านศูนย์กลาง และพื้นผิวของเส้นใยควรมีลักษณะเหมือนกัน
- ปัจจัยสำคัญของเส้นใยที่มีผลต่อสมบัติของวัสดุเชิงประกอบ ได้แก่

- 1) เส้นผ่านศูนย์กลาง
- 2) ความยาวของเส้นใย
- 3) ปริมาตรของเส้นใย
- 4) ลักษณะรูปร่างของเส้นใย
- 5) การจัดเรียงตัวของเส้นใยในวัสดุเชิงประกอบ

โดยทั่วไปเส้นใยที่ใช้เป็นสารตัวเติมเสริมแรงในวัสดุเชิงประกอบ สามารถแบ่งเป็น

- 1) เส้นใยสังเคราะห์ เช่น เส้นใยคาร์บอน (Carbon fiber) เส้นใยแก้ว (Glass fiber) ผสมลงในพอลิเมอร์ทำให้ได้ความแข็งแรงของพอลิเมอร์สูงขึ้น
- 2) เส้นใยธรรมชาติ ได้พอลิเมอร์ที่มีความแข็งแรงและสามารถย่อยสลายได้ แต่ความแข็งแรงไม่ดีเท่ากับใยสังเคราะห์

การผสมเส้นใยช่วยเพิ่มสมบัติด้านต่างๆ ให้กับพอลิเมอร์เมทริกซ์เช่น

- 1) ความแข็งแรง
- 2) ความเหนียว
- 3) ความเสถียรภาพของรูปร่าง
- 4) ความทนทานต่อการใช้งาน

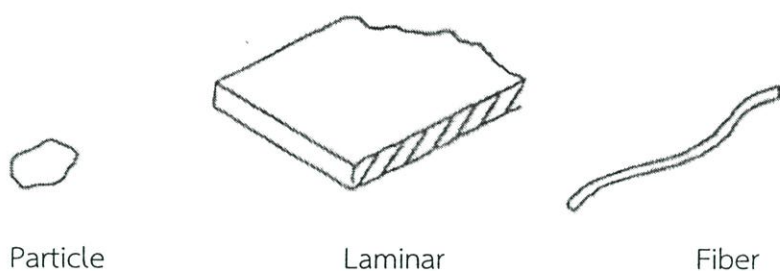
โดยวัสดุเชิงประกอบสามารถแบ่งออกเป็น 3 ประเภท ดังรูปที่ 2.2

- 1) วัสดุเชิงประกอบแบบเส้นใย (Fibrous composites) คือวัสดุเชิงประกอบที่มีส่วนเสริมแรงเป็นเส้นใย (Fibers) เป็นเส้นใยสั้น (Short fibers) หรือเส้นใยยาวต่อเนื่อง (Continuous Fibers) มักเป็นเส้นใยขนาดเล็ก มีความแข็งแรงและมอดูลัสสูง ทำให้วัสดุเชิงประกอบมีความแข็งแรงตามแนว

การเรียงตัวของเส้นใยสูงกว่าแนวอื่นๆ

2) วัสดุเชิงประกอบแบบแผ่นหรือลามิเนต (Laminar composites) คือวัสดุเชิงประกอบที่ประกอบด้วยชั้นหรือแผ่นของวัสดุที่ยึดติดกันด้วยตัวเชื่อมเมทริกซ์ มีลักษณะเป็นชั้นๆ คล้ายแซนวิชหรือโครงสร้างคล้ายรังผึ้ง

3) วัสดุเชิงประกอบแบบเป็นก้อน (Particulate composites) คือวัสดุเชิงประกอบที่มีส่วนเสริมแรงเป็นเม็ด (Beads) แผ่น (Flake) หรือผง (Powder) ที่มีขนาดเล็ก (มักมีขนาดเล็กกว่า 1 ไมครอน)



รูปที่ 2.2 ประเภทของวัสดุเชิงประกอบ

สมบัติของวัสดุเชิงประกอบพอลิเมอร์ขึ้นอยู่กับหลายปัจจัยดังแสดงในรูปที่ 2.3

1) การยึดเกาะระหว่างเมทริกซ์ และส่วนเสริมแรง

การยึดที่แข็งแรงทำให้ความแข็งแรงของวัสดุเชิงประกอบสูงขึ้นเพราะเมทริกซ์และเส้นใยขาดออกจากกันยากขึ้น

2) คุณสมบัติของเมทริกซ์ และส่วนเสริมแรง

ในเมทริกซ์ชนิดเดียวกันมีขีดจำกัดในการใช้ส่วนเสริมแรงอยู่ การใช้ส่วนเสริมแรงที่แข็งแรงนั้นทำให้วัสดุเชิงประกอบแข็งแรงขึ้นจนถึงขีดจำกัด เมื่อถึงขีดจำกัด แม้ใช้ส่วนเสริมแรงที่มีความแข็งแรงมากขึ้นก็ไม่ทำให้วัสดุเชิงประกอบแข็งแรงขึ้น

3) ปริมาณส่วนเสริมแรง

ปริมาณส่วนเสริมแรงที่มาก ทำให้วัสดุเชิงประกอบแข็งแรงขึ้น แต่มีขีดจำกัดของการใส่ส่วนเสริมแรงที่ไม่เกิน 40% โดยน้ำหนักส่วนเสริมแรงต่อน้ำหนักของเมทริกซ์ ปริมาณส่วนเสริมแรงที่มากเกินไปทำให้เชิงประกอบมีความแข็งแรงที่ลดลง

4) ขนาดและรูปร่างของส่วนเสริมแรง

กล่าวเฉพาะสารเสริมแรงที่เป็นเส้นใยเท่านั้น ซึ่งจะมีความยาวค่าหนึ่งซึ่งหากความยาวของเส้นใยต่ำกว่าค่าดังกล่าวจะทำให้ไม่สามารถเสริมแรงได้ และเส้นใยที่ยาวขึ้นจะทำให้วัสดุเชิงประกอบแข็งแรงขึ้น

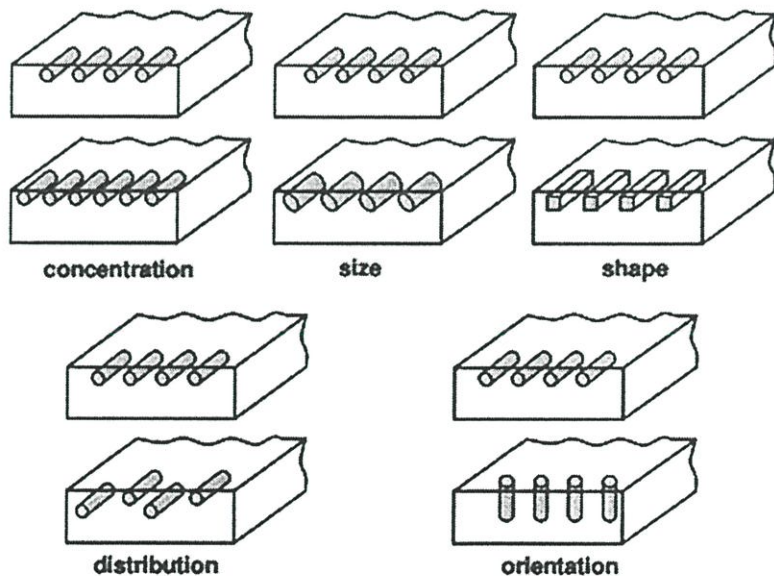
5) กระบวนการผลิต

6) การจัดเรียงตัวและการกระจายตัวของส่วนเสริมแรง

วัสดุเชิงประกอบนั้นไม่ใช่วัสดุเนื้อเดียว โดยการกระจายกระจายตัวของส่วนเสริมแรงให้ทั่วทำให้วัสดุเชิงประกอบมีความแข็งแรงเท่ากันในทุกบริเวณ หากการกระจายไม่ทั่วบริเวณส่งผลให้ความแข็งแรงในแต่ละบริเวณไม่เท่ากัน และจะส่งผลให้วัสดุเชิงประกอบมีความแข็งแรงลดลง

7) ตำหนิ (Flaws) ช่องว่าง (Voids) ภายในวัสดุเชิงประกอบ

ตำหนิในช่องว่างในเนื้อวัสดุเชิงประกอบทำให้ความแข็งแรงลดลง เนื่องจากตำหนิแบบช่องว่าง ทำให้เกิดจุดรวมของความเค้นที่บริเวณตำหนิมากกว่าทำให้บริเวณตำหนิเกิดการแตกหักได้ง่าย ซึ่งการแตกหักภายในเนื้อวัสดุส่งผลให้ความแข็งแรงลดลง



รูปที่ 2.3 ลักษณะต่างๆของเฟสที่กระจายตัวอยู่ที่ส่งผลต่อสมบัติสุดท้ายของวัสดุเชิงประกอบ ได้แก่ความเข้มข้น (ปริมาณ) ขนาด รูปร่าง การกระจาย และการจัดเรียงตัว

2.2 ยาง

ในอดีตคำว่า “ยาง” [2] ใช้เรียกเฉพาะยางธรรมชาติ (Natural rubbers) เท่านั้น แต่ในปัจจุบันสามารถใช้คำว่า “อีลาสโตเมอร์” หรือวัสดุยืดหยุ่นแทน ดังนั้นคำว่า “ยาง” หมายถึง

ทั้งยางธรรมชาติ (Natural rubbers หรือ NR) และยางสังเคราะห์ (Synthesis rubbers หรือ SR)

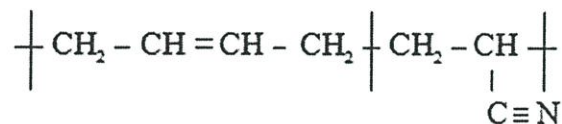
ในการใช้ประโยชน์จากยางธรรมชาติหรือยางสังเคราะห์ ต้องนำยางมาทำการวัลคาไนเซชัน (Vulcanization) เพื่อเปลี่ยนโครงสร้างของยาง โดยยางมีสมบัติที่ดีขึ้น กล่าวคือเปลี่ยนจากวัสดุอ่อนนุ่ม ยืดหยุ่นต่ำ ไม่แข็งแรง เหนียวติด และไม่มีเสถียรภาพของรูปร่าง ไหลได้เมื่อกดทิ้งไว้นาน กลายเป็นวัสดุที่แข็งแรง ยืดหยุ่นสูง มีเสถียรภาพของรูปร่าง และทนอุณหภูมิสูง

2.2.1 สมบัติของยาง

การที่ยางเป็นวัสดุที่นิยมใช้และมีการประยุกต์ใช้งานอย่างมาก เนื่องจากยางมีหลายชนิดทั้งยางธรรมชาติ (NR) และยางสังเคราะห์ (SR) แต่ละชนิดมีสมบัติที่เด่นชัดคือ มีสมบัติการยืดหด ยืดหยุ่น เหนียว แข็งแรง บางชนิดมีการซึมผ่านของน้ำและก๊าซต่ำ สามารถรับแรงดึงหรือกดได้มาก สามารถเปลี่ยนรูปร่างได้อย่างมาก และกลับคืนสู่รูปร่างเดิมได้อย่างรวดเร็วเมื่อปล่อยแรง นอกจากนี้ยังมียางบางชนิดที่มีสมบัติพิเศษ เช่นทนน้ำมัน ทนอุณหภูมิ อันได้แก่ยาง NBR (nitrile butadiene rubber)

2.2.2 ยางไนไตรล์

ยางไนไตรล์ (Nitrile Butadiene Rubber หรือ NBR) เป็นพอลิเมอร์ร่วม (Co-polymer) ของบิวตะไดอิน (Butadiene) และอะคริโลไนไตรล์ (acrylonitrile) อีกชื่อของยางไนไตรล์คือ ยางบิวตะไดอินอะคริโลไนไตรล์ (Butadiene Acrylonitrile rubber) โดยมีโครงสร้างโมเลกุลดังรูปที่ 2.4 ซึ่งยาง NBR ถูกใช้ในงานที่ต้องทนต่อน้ำมัน ทนต่อการขีดสี ป้องกันน้ำและความชื้น และยังสามารถใช้ได้ในช่วงอุณหภูมิจนถึง 150°C



รูปที่ 2.4 แสดงลักษณะโครงสร้างโมเลกุลของยาง NBR

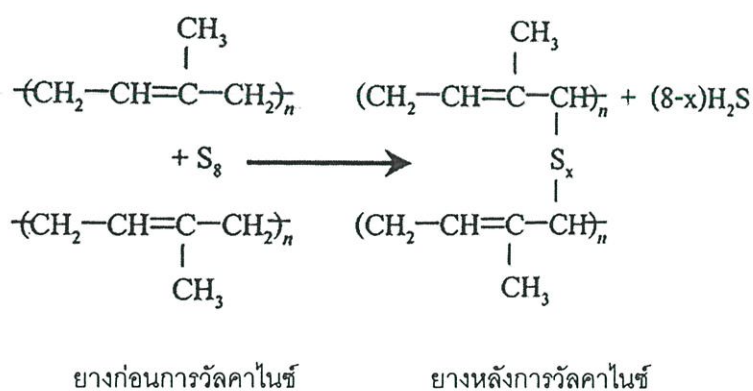
สมบัติของยางไนไตรล์ขึ้นอยู่กับปริมาณของ อะคริโลไนไตรล์ในโครงสร้าง ซึ่งอะคริโลไนไตรล์ หากยังมีมากก็เสมือนกับการลดความเป็นยาง เพิ่มความเป็นพลาสติก ความหนืดเพิ่มขึ้น ทำให้ความสามารถในการขึ้นรูปง่ายขึ้น และทำให้ยางทนน้ำมันมากขึ้น แข็งแรงมากขึ้น ความยืดหยุ่นลดลง

2.2.3 การเชื่อมโยงยาง

การเชื่อมโยงยางหรือกระบวนการวัลคาไนเซชัน (Vulcanization Process) เป็นสิ่งที่จำเป็น

ที่สุดอย่างหนึ่งของกระบวนการขึ้นรูปผลิตภัณฑ์ยาง เนื่องจากผลิตภัณฑ์ขึ้นรูปต่างๆของยางไม่สามารถใช้ประโยชน์ได้ถ้าหากยางไม่ผ่านกระบวนการทำให้ยางสุก หรือการวัลคาไนซ์ เพราะยางนั้นไม่แข็งตัว ไม่คงรูป เสื่อมสภาพ เหนียวติด ไม่สามารถรับแรงหรือทำให้เปลี่ยนรูปร่างอย่างมากได้

ในการนำยางธรรมชาติหรือยางสังเคราะห์ไปใช้ประโยชน์นั้น จำเป็นต้องนำยางมาผ่านกระบวนการเชื่อมโยง (Crosslinking) หรือการทำวัลคาไนซ์ (Vulcanization) บางครั้งเรียกว่าการทำให้ยางสุก (Curing) หรือทำให้ยางคงรูป ซึ่งเป็นขบวนการทางเคมีที่เปลี่ยนโครงสร้างของยางจากโซ่ตรง (Linear chains) เป็นโครงร่างแหสามมิติ (3-dimensional network) ดังรูปที่ 2.5 ทำให้ยางมีสมบัติที่ดีขึ้น กล่าวคือเปลี่ยนจากวัสดุที่นิ่มอ่อน ยืดหยุ่นต่ำ ไม่แข็งแรง เหนียวติด และไม่มีเสถียรภาพ ของรูปร่าง ไหลได้เมื่อทิ้งไว้นาน กลายเป็นวัสดุที่แข็งแรง ยืดหยุ่นสูง มีเสถียรภาพของรูปร่าง ไม่เหนียวติด และทนอุณหภูมิสูง การเชื่อมโยงนั้นสามารถทำได้โดยผสมสารเคมีคือ “สารเชื่อมโยง” (Vulcanizing agents) ได้แก่ กำมะถัน (Sulfur) เปอร์ออกไซด์ (Peroxides) หรือสารประกอบออกไซด์ของโลหะบางชนิด นิยมใช้สารเร่งปฏิกิริยาเชื่อมโยง (Accelerators) และสารกระตุ้นปฏิกิริยาเชื่อมโยง (Activators) ผสมเข้ากับยาง แล้วทำการให้อุณหภูมิสูงภายหลังการขึ้นรูปเป็นรูปร่างผลิตภัณฑ์ที่ต้องการ อุณหภูมิที่สูงทำให้สารเชื่อมโยงต่างๆ เกิดปฏิกิริยาวัลคาไนเซชันเชื่อมโยงโครงร่างโมเลกุลของยาง เปลี่ยนโครงร่างจากสายโซ่ตรง ให้เป็นโครงสร้งร่างแหสามมิติ มีเสถียรภาพของรูปร่างและมีสมบัติเชิงกลที่ดีขึ้น



รูปที่ 2.5 โครงสร้างยางก่อนทำการวัลคาไนซ์และหลังการวัลคาไนซ์

การเชื่อมโยงทำให้ยางมีสมบัติเปลี่ยนไป กล่าวคือ

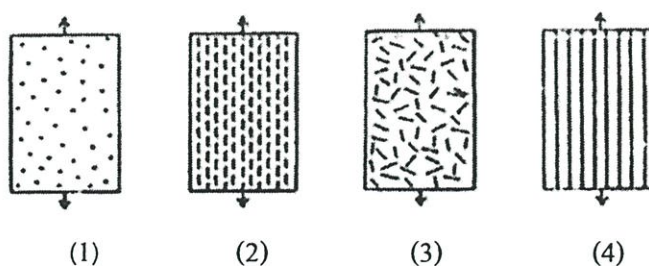
- 1) มีค่าความแข็งแรง (Strength) เพิ่มขึ้น
- 2) มีมอดูลัส (Modulus) เพิ่มขึ้น

- 3) มีความยืดหยุ่น (Elasticity) ต่ำขึ้น
- 4) การเปลี่ยนแปลงขนาดถาวรเมื่อได้รับแรงลดลงหรือมีเสถียรภาพของรูปร่างเพิ่มมากขึ้น
- 5) เหนียวติด (Sticky) น้อยลง
- 6) เปลี่ยนเป็นเทอร์โมเซต ไม่ละลายในตัวทำละลายใดๆ ทนต่อความร้อน แสงและการใช้งานนานขึ้น

2.3 โยธรรมชาติ

ใยธรรมชาติ (Natural fiber) [3] เป็นอินทรีย์วัสดุที่สำคัญที่ได้จากส่วนต่างๆของพืช เช่น ปอ ฝ้าย ป่าน ไบสับประรด เป็นต้น โดยในปัจจุบันได้มีการพัฒนาเทคโนโลยีในการนำเส้นใยธรรมชาติ มาใช้ทดแทนเส้นใยสังเคราะห์เพื่อการผลิตเป็นวัสดุเชิงประกอบ โดยได้มีการนำเส้นใยธรรมชาติมาใช้เป็นสารเติมแต่งหรือสารเสริมแรงในพลาสติกหรือพอลิเมอร์ เพื่อเป็นการลดต้นทุน เพิ่มปริมาณการผลิต ทั้งยังช่วยในการปรับปรุงเสริมแต่งคุณสมบัติต่างๆ ของพอลิเมอร์ให้ได้ดียิ่งขึ้น ส่งผลให้วัสดุเชิงประกอบที่ผลิตได้มีน้ำหนักเบาและสามารถลดปัญหาด้านสิ่งแวดล้อมได้ โดยเส้นใยที่นำมาใช้เป็นส่วนเสริมแรงมี 4 ลักษณะ ดังรูปที่ 2.6

- 1) ส่วนเสริมแรงเป็นอนุภาค (Particle)
- 2) ส่วนเสริมแรงเป็นเส้นใยสั้นไม่ต่อเนื่อง จัดเรียงตัวในทิศทางเดียวกัน (aligned discontinuous short fibers)
- 3) ส่วนเสริมแรงเป็นเส้นใยสั้นไม่ต่อเนื่อง จัดเรียงตัวไม่เป็นระเบียบ (randomly oriented discontinuous short fibers)
- 4) ส่วนเสริมแรงเป็นเส้นใยยาวต่อเนื่อง จัดเรียงตัวในทิศทางเดียวกัน (unidirectional continuous fibers)



รูปที่ 2.6 ลักษณะของส่วนเสริมแรงแบบต่างๆ 1) ส่วนเสริมแรงเป็นอนุภาค 2) ส่วนเสริมแรงเป็นเส้นใยสั้น ไม่ต่อเนื่อง จัดเรียงตัวในทิศทางเดียวกัน 3) ส่วนเสริมแรงเป็นเส้นใยสั้นไม่ต่อเนื่อง จัดเรียงตัวไม่เป็นระเบียบ 4) ส่วนเสริมแรงเป็นเส้นใยยาวต่อเนื่อง จัดเรียงตัวในทิศทางเดียวกัน

2.4 มาตรฐานในการทดสอบยางวัลคาไนซ์

มาตรฐานการทดสอบยางที่ผ่านการวัลคาไนซ์ต้องทำการทดสอบตามมาตรฐาน ASTM D412 [4] ซึ่งใช้เพื่อทดสอบหาค่าของสมบัติทางกลการต้านทานแรงดึง โดย ASTM D412 นั้นครอบคลุมถึงวัสดุประเภทต่างๆ ทั้งยางเทอร์โมเซตที่ผ่านการวัลคาไนซ์และเทอร์โมพลาสติกอีลาสโตเมอร์ ซึ่งหมายถึงยางไนไตรล์ที่ผ่านการวัลคาไนซ์ด้วยเช่นกัน โดยการทำการทดสอบนี้ไม่สามารถใช้กับยางแข็งที่มาจากการผสมยางกับกำมะถัน หรือวัสดุที่มีอัตราการยืดต่ำได้

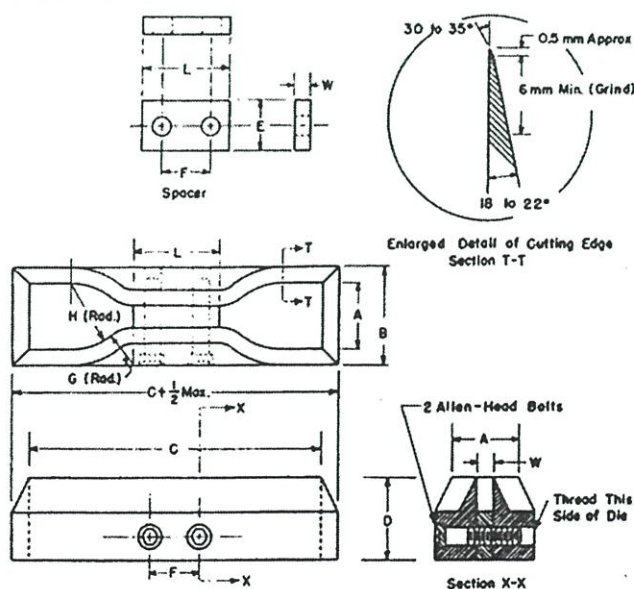
โดยมีการทดสอบเป็น 2 แบบคือ

- 1) Dumbbell and Straight Section Specimens
- 2) Cut Ring Specimens

โดยงานวิจัยนี้ได้ทำการทดสอบในแบบที่ 1) คือ Dumbbell and Straight Section Specimens

การทดสอบแบบ Dumbbell and Straight Section Specimens

ในการทดสอบยางด้วยวิธีนี้ยางที่นำมาทดสอบนั้นจำเป็นต้องมีความเรียบ (Flat) มีความหนาไม่ต่ำกว่า 1.5 มิลลิเมตร (0.06 นิ้ว) และหนาไม่เกิน 3 มิลลิเมตร (0.12 นิ้ว) และรูปร่างของตัวอย่างชิ้นยางทดสอบต้องถูกตัดด้วยหัวตัดมาตรฐานมีลักษณะดัมเบลล์ซึ่งมีขนาดรูปร่างและลักษณะกำหนด ดังรูปที่ 2.7 และขนาดตามมาตรฐานกำหนดในแต่ละแบบ ดังในตารางที่ 2.1 โดยการทดสอบด้วยวิธีนี้สามารถใช้เพื่อการหาค่าต่างๆ คือ ความเค้นดึง (Tensile stress) ความทนต่อแรงดึง (Tensile strength) ความเค้นจุดคราก (Yield point) การยืดสูงสุด (Ultimate elongation) และความเร็วในการดึงทดสอบชิ้นทดสอบยางนั้นความเร็วในการดึงต้องอยู่ที่ 500 มิลลิเมตรต่อนาที (20 นิ้วต่อนาที)



รูปที่ 2.7 ลักษณะของชิ้นทดสอบตามวิธี Dumbbell and Straight Section Specimens

Dimensions of Standard Dumbbell Dies*

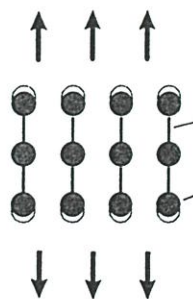
Dimension	Units	Tolerance	Die A	Die B	Die C	Die D	Die E	Die F
A	mm	± 1	25	25	25	16	16	16
	in.	± 0.04	1	1	1	0.62	0.62	0.62
B	mm	max	40	40	40	30	30	30
	in.	max	1.6	1.6	1.6	1.2	1.2	1.2
C	mm	min	140	140	115	100	125	125
	in.	min	5.5	5.5	4.5	4	5	5
D	mm	$\pm 6^b$	32	32	32	32	32	32
	in.	$\pm 0.25^b$	1.25	1.25	1.25	1.25	1.25	1.25
D-E	mm	± 1	13	13	13	13	13	13
	in.	± 0.04	0.5	0.5	0.5	0.5	0.5	0.5
F	mm	± 2	38	38	19	19	38	38
	in.	± 0.08	1.5	1.5	0.75	0.75	1.5	1.5
G	mm	± 1	14	14	14	14	14	14
	in.	± 0.04	0.56	0.56	0.56	0.56	0.56	0.56
H	mm	± 2	25	25	25	16	16	16
	in.	± 0.08	1	1	1	0.63	0.63	0.63
L	mm	± 2	59	59	33	33	59	59
	in.	± 0.08	2.32	2.32	1.31	1.31	2.32	2.32
W	mm	+0.05, -0.00	12	6	6	3	3	6
	in.	+0.002, -0.000	0.500	0.250	0.250	0.125	0.125	0.250

ตารางที่ 2.1 ขนาดของขึ้นทดสอบตามมาตรฐาน ASTM D412

2.5 ทฤษฎีความแข็งแรงของวัสดุ [5]

2.5.1 พฤติกรรมความยืดหยุ่น

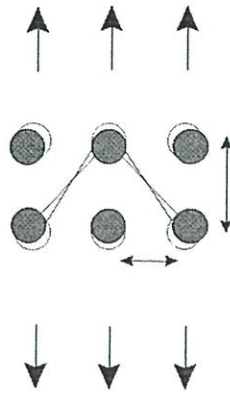
พฤติกรรมความยืดหยุ่นของวัสดุเปรียบได้กับพฤติกรรมของสปริงเมื่อได้รับแรงการเปลี่ยนแปลงรูปร่างนั้นเป็นที่สังเกตเห็นได้เมื่อใส่แรงและเอาแรงออกสปริงกลับคืนสู่ความยาวเดิม ความยืดหยุ่นของวัสดุทั้งหมดถูกอธิบายในทอมของสปริงปกติ อย่างที่ทราบกันอยู่แล้วว่าวัสดุประกอบไปด้วยโมเลกุลซึ่งยึดกันอยู่ด้วยแรงยึดเหนี่ยวระหว่างโมเลกุล เนื่องจากแรงยึดเหนี่ยวระหว่างโมเลกุลแปรผันกับระยะทางเป็นเส้นตรงจึงถือว่าเป็นสปริงขนาดเล็กชนิดหนึ่ง เมื่อได้รับแรงโมเลกุลเคลื่อนที่ห่างจากกันจนกระทั่งแรงยึดเหนี่ยวภายในเท่ากับแรงที่กระทำ ดังรูปที่ 2.8 และเมื่อแรงกระทำถูกนำออกไปโมเลกุลเคลื่อนที่กลับเข้าสู่ตำแหน่งเดิม



รูปที่ 2.8 การเคลื่อนที่ของโมเลกุลภายใต้ภาระแรง

ในข้างต้น พิจารณาพันธะโมเลกุลในทิศทางเดียวกันกับแรง แต่ในความเป็นจริงความสัมพันธ์ระหว่างโมเลกุลกับโมเลกุลข้างเคียงนั้นมีในทุกทิศทาง จึงพิจารณาโมเลกุลในลักษณะของสปริงอีกครั้ง

พบว่าเมื่อให้แรงแกว้ตฤเกิดการเคลื่อนที่ในทิศทางขนานและตั้งฉากกับวัตถุตั้งรูปที่ 2.9 ซึ่งเรียกว่า Poisson's effect



รูปที่ 2.9 การเคลื่อนที่ของโมเลกุลภายใต้ Poisson's effect

2.5.2 วัสดุยืดหยุ่นแบบเส้นตรง

สำหรับวัสดุยืดหยุ่นแบบเป็นเส้นตรง ความเค้น σ และความเครียด ϵ เป็นสัดส่วนกัน โดยตรง โดยที่

ค่า E (มอดูลัสความยืดหยุ่น หรือ Young's Modulus) ถูกนิยามโดย

$$E = \frac{\sigma}{\epsilon} \quad (2.1)$$

ค่า ν (อัตราส่วนปัวซอง หรือ Poisson's ratio) ถูกนิยามโดย

$$\nu = -\frac{\epsilon_L}{\epsilon_T} \quad (2.2)$$

โดยที่

ϵ_L คือ ความเครียดตามแนวยาว

ϵ_T คือ ความเครียดตามแนวขวาง

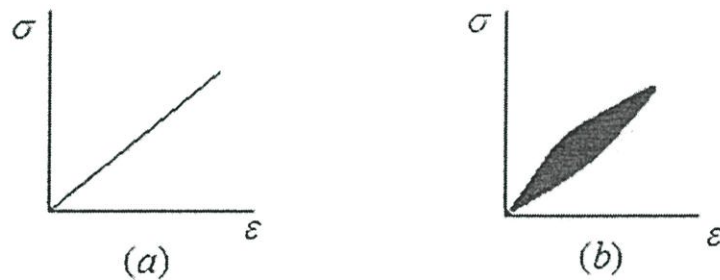
และในบางกรณีหากมีการเสียรูปแบบเฉือนมีค่ามอดูลัสการเฉือนเข้ามาเกี่ยวข้องด้วย โดยที่ค่า G (มอดูลัสการเฉือน หรือ Shear Modulus) สำหรับวัสดุที่คุณสมบัติไม่ขึ้นกับทิศทาง (Isotropic) นิยามโดย

$$G = \frac{E}{2(1+\nu)} \quad (2.3)$$

ค่ามอดูลัสความยืดหยุ่นที่สูงหมายถึงความเค้นที่ต้องการสำหรับความเครียดที่ระดับต่างๆ ต้องมีค่าที่สูง วัสดุที่มีค่ามอดูลัสความยืดหยุ่นที่สูงนั้นมีความคงตัวสูง การทำให้วัสดุเหล่านี้เสียรูปต้องใช้แรงกระทำที่สูงกว่าวัสดุที่มีมอดูลัสความยืดหยุ่นที่ต่ำ

2.5.3 วัสดุยืดหยุ่นแบบหนืด (Viscoelastic)

คุณสมบัติของวัสดุยืดหยุ่นแบบหนืดคือ ในช่วงของการยึดตัวมีความคืบ (Creep) เกิดขึ้นซึ่งเป็นผลมาจากความหนืดของวัสดุที่ต้านการเคลื่อนที่ในช่วงต้นทำให้ ต้องใช้ความเค้นที่สูงในการเริ่มการเสียรูปของวัสดุและในช่วงของการคืนตัวเกิดการคลายตัว (Relaxation) ทำให้ความเค้นในช่วงการคืนตัวต่ำกว่าในช่วงที่เสียรูป ความแตกต่างระหว่างพลังงานทั้งสองช่วงแสดงออกในรูปของพลังงานความร้อน ความแตกต่างระหว่างวัสดุยืดหยุ่นเป็นเส้นตรงและวัสดุยืดหยุ่นแบบหนืดแสดงดังรูปที่ 2.10 โดยภาพ (a) แสดงถึงวัสดุยืดหยุ่นแบบเส้นตรงและ (b) แสดงถึงวัสดุยืดหยุ่นแบบหนืด ซึ่งมีพลังงานที่คายออกมาในรูปของความร้อนเท่ากับพื้นที่ที่บีบ



รูปที่ 2.10 กราฟความเค้น ความเครียด ของวัสดุ

(a) ยืดหยุ่นแบบเส้นตรง (b) ยืดหยุ่นแบบหนืด

สำหรับวัสดุยืดหยุ่นแบบหนืดความเค้นและความเครียดเป็นส่วนผสมระหว่าง ความยืดหยุ่นแบบเส้นตรงและยืดหยุ่นแบบหนืดดังสมการ

$$\sigma = \sigma_L + \sigma_v \quad (2.4)$$

$$\sigma_L = E\varepsilon \quad (2.5)$$

$$\sigma_v = \eta \frac{d\varepsilon}{dt} \quad (2.6)$$

โดยที่

σ_L = ความเค้นของวัสดุยืดหยุ่นแบบเส้นตรง

σ_v = ความเค้นของวัสดุยืดหยุ่นแบบหนึ่ง

η = ความหนืดของวัสดุ

2.5.4 แบบจำลองสำหรับวัสดุแบบหนึ่ง

2.5.4.1 Maxwell model

โมเดลของ Maxwell ประกอบไปด้วยตัวหน่วง (Damper) และสปริง ประกอบกันแบบอนุกรมดังรูปที่ 2.11

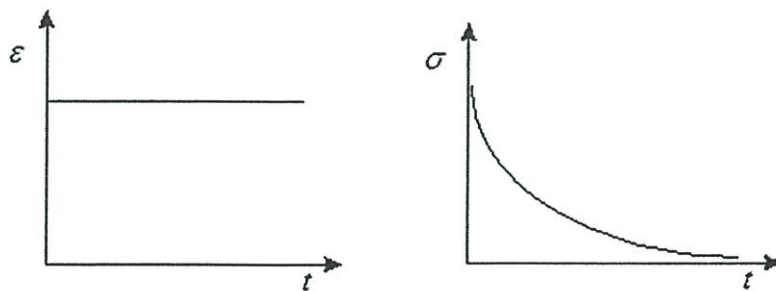


รูปที่ 2.11 Maxwell Model

ซึ่งสามารถเขียนสมการอธิบายความสัมพันธ์ได้ว่า

$$\frac{d\varepsilon_{total}}{dt} = \frac{\sigma}{\eta} + \frac{1}{E} \frac{d\sigma}{dt} \quad (2.7)$$

จากเงื่อนไขของโมเดล เมื่อวัสดุอยู่ภายใต้ความเครียดคงที่ ความเค้นค่อยๆ คลายตัว ดังแสดงในรูปที่ 2.12



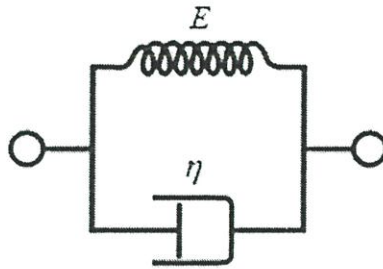
รูปที่ 2.12 การเสีรูปของวัสดุแบบ Maxwell เมื่ออยู่ภายใต้ความเครียดคงตัว

โมเดลของ Maxwell เหมาะสำหรับใช้กับวัสดุประเภท ของแข็งอ่อน เทอร์โมพลาสติกที่มีอุณหภูมิใกล้จุดหลอมเหลว คอนกรีตที่ยังไม่แห้งและโลหะที่อุณหภูมิใกล้จุดหลอมเหลว

2.5.4.2 Kelvin-Voigt model

โมเดลของ Voigt ประกอบไปด้วยตัวหน่วงและสปริงประกอบกันแบบขนานดังแสดงในรูปที่

2.13

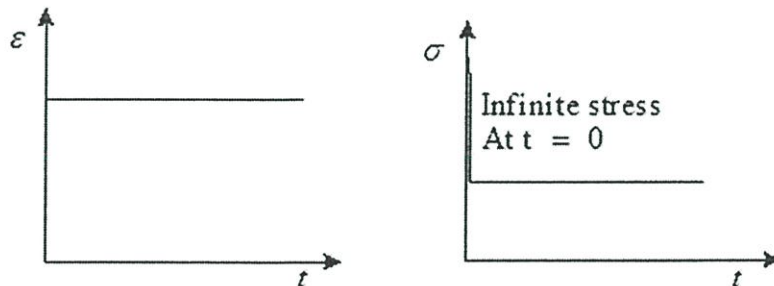


รูปที่ 2.13 Kelvin-Voigt Model

ซึ่งสามารถเขียนสมการอธิบายความสัมพันธ์ได้ว่า

$$\sigma(t) = E\varepsilon(t) + \eta \frac{d\varepsilon(t)}{dt} \quad (2.8)$$

จากเงื่อนไขของโมเดล เมื่อวัสดุอยู่ภายใต้ความเครียดคงที่ ความเค้นคลายตัว ดังแสดงในรูปที่ 2.14

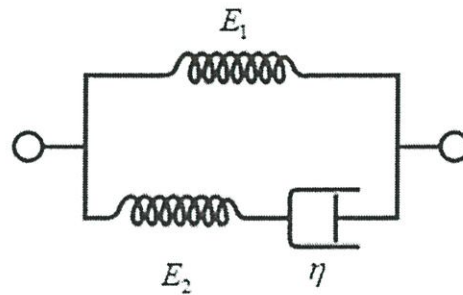


รูปที่ 2.14 การเสียรูปของวัสดุแบบ Kelvin-Voigt เมื่ออยู่ภายใต้ความเครียดคงตัว

Kelvin-Voigt เป็นโมเดลที่เหมาะสมสำหรับใช้กับวัสดุประเภท Organic Polymer ยาง และไม้ ภายใต้ภาระแรงที่ไม่สูงมากนัก

2.5.4.3 Standard Linear Solid Model

Standard Linear Solid Model หรือ Zener model ประกอบไปด้วยตัวหน่วงและ สปริง ประกอบกันแบบอนุกรม และมีสปริงอีกตัวหนึ่งต่อขนานอยู่ ดังแสดงในรูปที่ 2.15

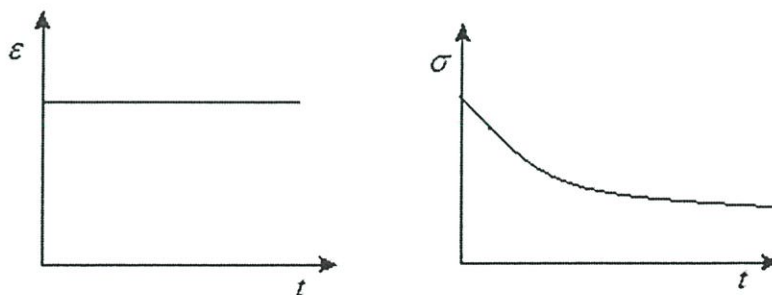


รูปที่ 2.15 Standard Linear Solid Model

ซึ่งสามารถเขียนสมการอธิบายความสัมพันธ์ได้ว่า

$$\frac{d\varepsilon(t)}{dt} = (E_1 + E_2)^{-1} \left[\frac{d\sigma(t)}{dt} + \frac{E_2}{\eta} \sigma(t) - \frac{E_1 E_2}{\eta} \varepsilon(t) \right] \quad (2.9)$$

จากเงื่อนไขของโมเดล เมื่อวัสดุอยู่ภายใต้ความเค้นคงที่ ความเค้นจะคลายตัวดังแสดงในรูปที่ 2.16



รูปที่ 2.16 แสดงการเสียรูปของวัสดุแบบ Standard Linear Solid Model เมื่ออยู่ภายใต้ความเค้นที่คงตัว

Standard Linear Solid Model ซึ่งเป็นการรวมกันของทั้ง Kelvin-Voigt model และ Maxwell model ให้ผลการคำนวณ Stress-Strain Curve ที่ถูกต้อง แต่มีจุดอ่อนสำหรับการอธิบายการรับแรงแบบทันทีทันใด และการอธิบายพฤติกรรมเมื่อเวลาผ่านไปนาน และไม่เหมาะสำหรับการนำไปทำแบบจำลอง

2.6 ความเค้นแบบระนาบของวัสดุแอนไอโซทรอปิก

วัสดุแอนไอโซทรอปิก (Anisotropic) คือวัสดุที่มีคุณสมบัติของวัสดุที่ไม่เท่ากันทุกทิศทาง และวัสดุประเภทวัสดุเชิงประกอบเสริมแรงด้วยเส้นใยนั้นมักแสดงคุณสมบัติเป็นแอนไอโซทรอปิกออกมา

เพื่อที่ทำการคำนวณด้วยระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์นั้นจำเป็นต้องมีเมตริกซ์ซึ่งเป็นสมการที่ควบคุมลักษณะคุณสมบัติของวัสดุ สำหรับวัสดุยึดหยุ่นแบบเส้นตรงสามารถแสดงได้โดย

$$[\sigma] = [H][\varepsilon] \quad (2.10)$$

โดยที่

$[\sigma]$ = เมตริกซ์ของความเค้นมิติขนาด 3×1 ใน 2 มิติ

$[\varepsilon]$ = เมตริกซ์ของความเครียดมิติขนาด 3×1 ใน 2 มิติ

$[H]$ = เมตริกซ์สมการความสัมพันธ์ระหว่างความเค้นและความเครียด ขนาดมิติ 3×3 และสมมาตร ใน 2 มิติ

ซึ่งสามารถเขียนเมตริกซ์ในรูปแบบเต็มได้ว่า

$$\begin{bmatrix} \sigma_{LL} \\ \sigma_{TT} \\ \sigma_{LT} \end{bmatrix} = \frac{1}{1 - \nu_{LT}\nu_{TL}} \begin{bmatrix} E_L & \nu_{TL}E_T & 0 \\ \nu_{LT}E_L & E_T & 0 \\ 0 & 0 & G_{LT} \end{bmatrix} \quad (2.11)$$

$$G_{LT} = \frac{E_L}{2(1 + \nu_{LT})} \quad (2.12)$$

โดยที่

G_{LT} คือมอดูลัสการเฉือนทิศทางตามยาวต่อทิศทางตามขวาง

ν_{LT} คืออัตราส่วนปัวซองของทิศทางตามยาวต่อทิศทางตามขวาง

2.7 การทำนายความแข็งแรงของวัสดุเชิงประกอบชนิดเส้นใยไม่ต่อเนื่องแบบมีทิศทาง

แบบจำลองมาตรฐานซึ่งใช้ในการทำนายคุณสมบัติของวัสดุผสม คือสมการของ Halpin-Tsai ใช้สำหรับการทำนายผลของค่ามอดูลัสของเส้นใยสั้นที่ไม่ต่อเนื่องและเรียงตัวไปในทิศทางเดียวกัน

$$E_L = E_{Lm} \frac{(1 + \zeta \eta \nu_f)}{(1 - \eta \nu_f)} \quad (2.13)$$

$$\eta = \frac{(E_{L_f} - E_{L_m})}{(E_{L_f} + \xi E_{L_m})} \quad (2.14)$$

$$\xi_{E_L} = 2 \left(\frac{l}{d} \right) + 40v_f^{10} \quad (2.15)$$

$$\xi_{E_T} = 2 + 40v_f^{10} \quad (2.16)$$

$$\xi_{G_{LT}} = 1 + 40v_f^{10} \quad (2.17)$$

โดยที่

E_L = Young's Modulus ของวัสดุผสมในทิศทางที่เส้นใยเรียงตัว

E_{L_m} = Young's Modulus ของเมทริกในทิศทางที่เส้นใยเรียงตัว

E_{L_f} = Young's Modulus ของเส้นใยในทิศทางที่เส้นใยเรียงตัว

E_T = Young's Modulus ในทิศทางตั้งฉากกับที่เส้นใยเรียงตัว

v_f = อัตราส่วนโดยปริมาตรของการเส้นใย

G_{LT} = ความเค้นเฉือนในระนาบตั้งฉากกับการเรียงตัวของเส้นใย

2.8 ระเบียบวิธีทางคอนจูเกตเกรเดียนท์

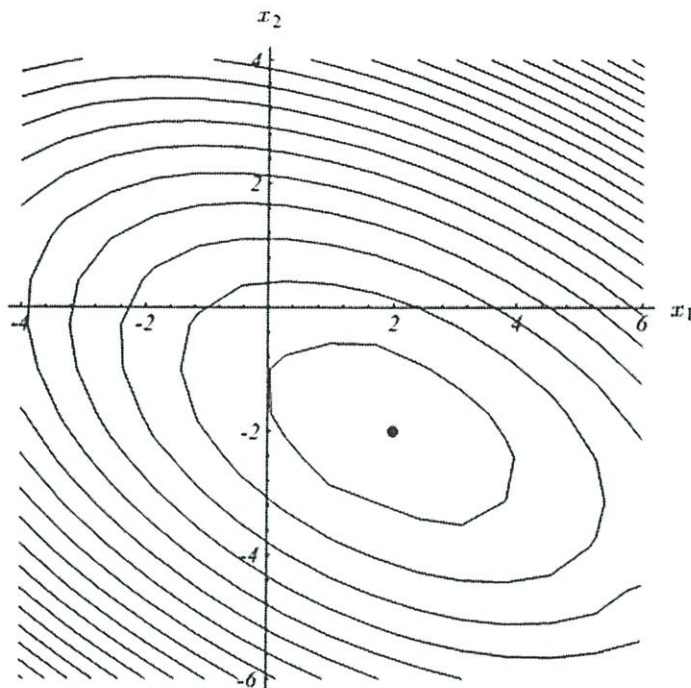
ระเบียบวิธีทางคอนจูเกตเกรเดียนท์ (Conjugate gradient method) [6] เป็นวิธีที่ใช้แก้ระบบสมการเชิงเส้นแบบกระจัดกระจาย (Sparse matrix) ในส่วนก่อนที่มาเป็นสมการสำหรับใช้งาน โดยในการพิสูจน์มองเมทริกซ์อยู่ในรูปของเวกเตอร์ดังรูปที่ 2.17 โดยเริ่มจากแนวคิดเรื่อง quadratic forms หลังจากนั้นพัฒนาแนวคิดไปยัง Steepest descent method แล้วจึงเป็น Conjugate direction และต่อมาจึงเป็น Conjugate gradient

แนวคิดเริ่มที่การแก้ระบบสมการเชิงเส้น $\mathbf{Ax} = \mathbf{b}$ โดยที่ \mathbf{A} คือ เมทริกซ์จัตุรัส เมทริกซ์สมมาตรและเป็นบวกแน่นอน (symmetric and positive definite) โดยที่ \mathbf{x} คือ unknown vector และ \mathbf{b} คือ vector ที่ทราบค่า ซึ่งการทำเมทริกซ์ใดๆให้สมมาตรนั้นสามารถทำได้โดย $\mathbf{A}^T \mathbf{Ax} = \mathbf{A}^T \mathbf{b}$ และเมทริกซ์บวกแน่นอนต้องมีลักษณะคือ $\mathbf{x}^T \mathbf{Ax} > 0$

เริ่มต้นจากการมองสมการเชิงเส้นที่อยู่ในรูปของ $\mathbf{f}(\mathbf{x}) = \mathbf{Ax} - \mathbf{b}$ ให้เป็น Gradient fields โดยสิ่งที่ต้องการทราบค่าคือค่า \mathbf{x} ที่ทำให้สมการอยู่ในรูป $\mathbf{Ax} = \mathbf{b}$ หรือค่า \mathbf{x} ที่ทำให้ $\mathbf{f}(\mathbf{x}) = \mathbf{0}$ และค่า \mathbf{x} เรียกว่า จุดคำตอบ (static point) โดยมีค่าต่างๆ นิยามเพิ่มเติมดังนี้

1) $\mathbf{r}_i = \mathbf{b} - \mathbf{Ax}_i$ ซึ่งเรียกว่า Residual เป็นค่าที่บอกกว่าค่า \mathbf{x} ที่ใช้นั้นทำให้คำตอบอยู่ห่างจากค่า \mathbf{b} เท่าไร

- 2) $e_i = x_i - x$ เรียกว่า error เป็นค่าที่บอกว่าค่า x ที่ใช้นั้นอยู่ห่างจากคำตอบมากเท่าไร
- 3) $x_i = e_i + x$
- 4) $r_i = -Ae_i$



รูปที่ 2.17 แนวคิดของ Conjugate gradient ซึ่งมองสมการเชิงเส้นเป็น Gradient field

2.8.1 Steepest descent method

โดยแนวคิดคือการเลือกจุดเริ่มต้นขึ้นมาจุดหนึ่ง แล้วลากเส้นสมมติขึ้นมา ดังนั้นมีจุดหนึ่งที่เส้นนั้นตั้งฉากกับ gradient หลังจากนั้นสร้างเส้นใหม่ไปตามแนวตั้งฉากกับเส้นเดิมนั้นจนเจอจุดที่ตั้งฉากกับ gradient แล้วทำแบบเดิมซ้ำอีกจนกระทั่งเจอคำตอบดังรูปที่ 2.18 โดยที่

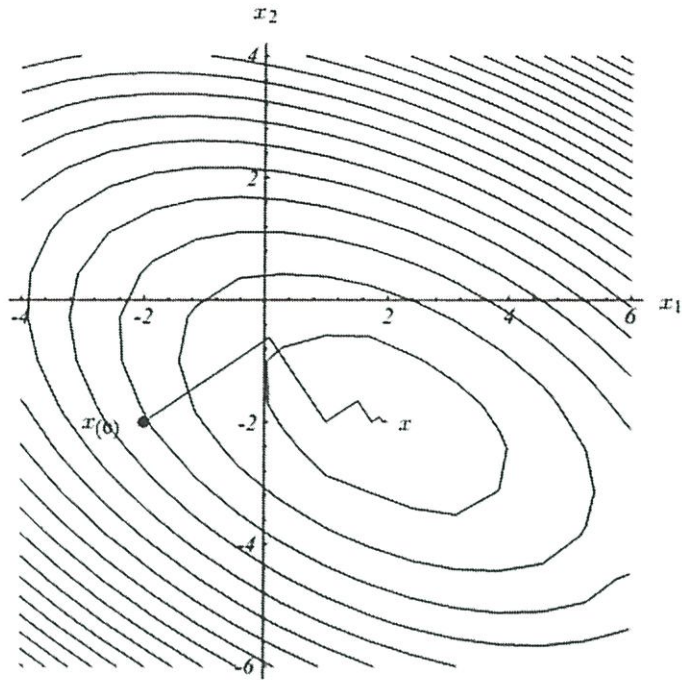
$$r_i = b - Ax_i$$

$$x_{i+1} = x_i + \alpha_i r_i$$

$$-r_{i+1} = x_i + \alpha_i r_i$$

$$\alpha_i = \frac{r_i^T r_i}{r_i^T A r_i}$$

ข้อเสียของวิธีนี้คือการลู่เข้าสู่คำตอบที่ช้าหากเลือกจุดเริ่มต้นที่ไกลจากคำตอบ



รูปที่ 2.18 แนวคิดของวิธี Steepest descent หากเลือกจุดเริ่มต้นไกลเกินไป ทำให้ลู่เข้าหาคำตอบช้า

2.8.2 Conjugate direction

ใช้เพื่อการแก้ปัญหาในเรื่องของการเลือกจุดเริ่มต้น วิธีนี้มีไว้เพื่อการเลือกจุดเริ่มต้นแล้วสามารถลู่เข้าหาคำตอบโดยไม่มีการทำซ้ำ โดยแนวคิดแสดงดังรูปที่ 2.19 โดยมี search direction ซึ่ง search direction $\mathbf{d}_0, \mathbf{d}_1, \mathbf{d}_2, \dots$ นั้นนิยามว่าเป็นเวกเตอร์ซึ่งตั้งฉากกับ error ของคำตอบโดยมีสมการคือ

$$\mathbf{x}_{i+1} = \mathbf{x}_i + \alpha \mathbf{d}_i$$

เมื่อเวกเตอร์ตั้งฉากกัน ดังนั้นจึงมีคุณสมบัติของการตั้งฉากกันคือ

$$\mathbf{d}_i^T \mathbf{e}_{i+1} = 0$$

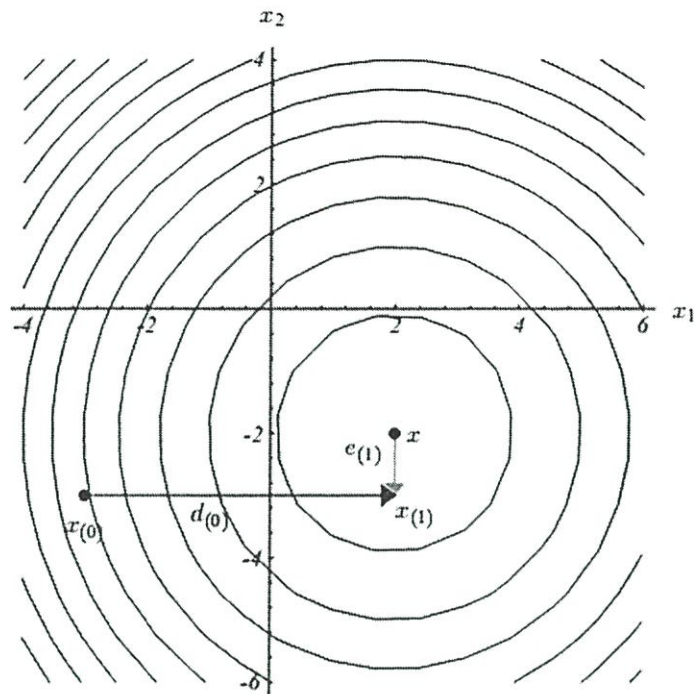
ดังนั้น

$$\mathbf{d}_i^T (\mathbf{e}_{i+1} \alpha \mathbf{d}_i) = 0 \quad (2.18)$$

โดยที่

$$\alpha_i = \frac{\mathbf{d}_i^T \mathbf{e}_i}{\mathbf{d}_i^T \mathbf{d}_i} \quad (2.19)$$

แต่วิธีนี้ใช้ได้ก็ต่อเมื่อรู้ค่า error ซึ่งหมายความว่ารู้คำตอบแล้ว



รูปที่ 2.19 แนวคิดของ Conjugate direction คือการหา vector ที่สามารถลู่เข้าคำตอบได้โดยการทำซ้ำเพียงครั้งเดียว

นิยามของ A-Orthogonal หรือ Conjugate คือเมื่อ vector \mathbf{d}_i และ \mathbf{d}_j A-Orthogonal หรือ Conjugate กัน ได้ว่า

$$\mathbf{d}_i^T \mathbf{A} \mathbf{d}_j = 0 \quad (2.20)$$

ดังนั้นถ้าให้ \mathbf{d}_i conjugate กับ \mathbf{e}_{i+1} ได้ว่า

$$\mathbf{d}_i^T \mathbf{A} (\mathbf{e}_i + \alpha_i \mathbf{d}_i) = 0 \quad (2.21)$$

และ

$$\alpha_i = -\frac{\mathbf{d}_i^T \mathbf{A} \mathbf{e}_i}{\mathbf{d}_i^T \mathbf{A} \mathbf{d}_i} = \frac{\mathbf{d}_i^T \mathbf{r}_i}{\mathbf{d}_i^T \mathbf{A} \mathbf{d}_i} \quad (2.22)$$

เมื่อกำหนดให้ error เป็น linear combination ของ search direction ดังนั้นได้ว่า

$$\mathbf{e}_0 = \sum_{j=0}^{n-1} \delta_j \mathbf{d}_j \quad (2.23)$$

$$\mathbf{d}_k^T \mathbf{e}_0 = \sum_j \delta_j \mathbf{d}_k^T \mathbf{A} \mathbf{d}_j \quad (2.24)$$

ซึ่งได้ว่า

$$\mathbf{d}_k^T \mathbf{e}_0 = \delta_k \mathbf{d}_k^T \mathbf{A} \mathbf{d}_k \quad \delta_k = \frac{(\mathbf{d}_k^T \mathbf{e}_0)}{(\mathbf{d}_k^T \mathbf{A} \mathbf{d}_k)} \quad (2.25)$$

$$\delta_k = \frac{(\mathbf{d}_k^T \mathbf{e}_0)}{(\mathbf{d}_k^T \mathbf{A} \mathbf{d}_k)} \quad (2.26)$$

เนื่องจากสมบัติของ A-Orthogonal ดังนั้นค่าที่เป็นไปได้ค่าเดียวสำหรับ δ_k คือ

$$\delta_k = \frac{\mathbf{d}_k^T \mathbf{e}_k}{\mathbf{d}_k^T \mathbf{A} \mathbf{d}_k}$$

โดยที่

$$\mathbf{e}_k = \mathbf{e}_0 + \sum_{i=0}^{k-1} \alpha_i \mathbf{d}_i \quad (2.27)$$

จาก (2.20) (2.24) และ (2.21) ได้ว่า $\alpha_i = -\delta_i$ และ $\mathbf{e}_0 = \sum_{j=0}^{n-1} \delta_j \mathbf{d}_j$ ได้ว่า

$$\mathbf{e}_i = \sum_{j=0}^{n-1} \delta_j \mathbf{d}_j + \sum_{j=0}^i \delta_j \mathbf{d}_j \quad (2.28)$$

เพราะฉะนั้น

$$\mathbf{e}_i = \sum_{j=0}^{n-1} \delta_j \mathbf{d}_j \quad (2.29)$$

2.8.3 Gramm Schmidt Conjugation

Conjugate Gramm-Schmidt process คือกระบวนการในการสร้างเซตของ search direction โดยสร้างจาก linear combination ของ Axial unit vector

$$\mathbf{d}_i = \mathbf{u}_i + \sum_{k=0}^{i-1} \beta_{ik} \mathbf{d}_k \quad (2.30)$$

โดยที่ \mathbf{u}_i คือ Axial unit vector

β_{ik} มีค่าเมื่อ $i > k$

จาก

$$\mathbf{d}_i^T \mathbf{A} \mathbf{d}_j = \mathbf{u}_i^T \mathbf{A} \mathbf{d}_j + \sum_{k=0}^{i-1} \beta_{ik} \mathbf{d}_k^T \mathbf{A} \mathbf{d}_j \quad (2.31)$$

$$\mathbf{0} = \mathbf{u}_i^T \mathbf{A} \mathbf{d}_j + \beta_{ij} \mathbf{d}_j^T \mathbf{A} \mathbf{d}_j \quad \text{เมื่อ } i > j \quad (2.32)$$

และ

$$\beta_{ij} = -\frac{\mathbf{u}_i^T \mathbf{A} \mathbf{d}_j}{\mathbf{d}_j^T \mathbf{A} \mathbf{d}_j} \quad (2.33)$$

2.8.4 Method of Conjugate gradient

โดยใช้ residual ในการสร้างเซตของ search direction แทน axial unit vector ดังนั้น search direction จึงเกิดจาก linear combination ของ residual

จาก

$$\mathbf{d}_{i+1} = \mathbf{r}_{i+1} + \beta_{i+1} \mathbf{d}_i \quad (2.34)$$

$$\mathbf{d}_0 = \mathbf{r}_0 = \mathbf{b} - \mathbf{A} \mathbf{x}_0 \quad (2.35)$$

โดยที่ \mathbf{d}_0 คือ search direction ตัวแรก เกิดจากการสุ่มค่า \mathbf{x}_0

และ

$$\alpha_i = \frac{\mathbf{r}_i^T \mathbf{r}_i}{\mathbf{d}_i^T \mathbf{A} \mathbf{d}_i} \quad (2.36)$$

ซึ่ง

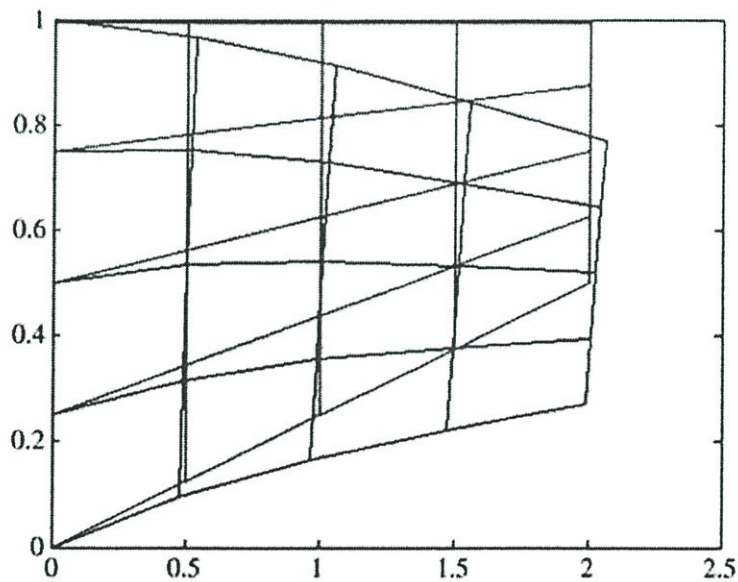
$$\mathbf{x}_{i+1} = \mathbf{x}_i + \alpha_i \mathbf{d}_i \quad (2.37)$$

$$\mathbf{r}_{i+1} = \mathbf{r}_i - \alpha_i \mathbf{d}_i \quad (2.38)$$

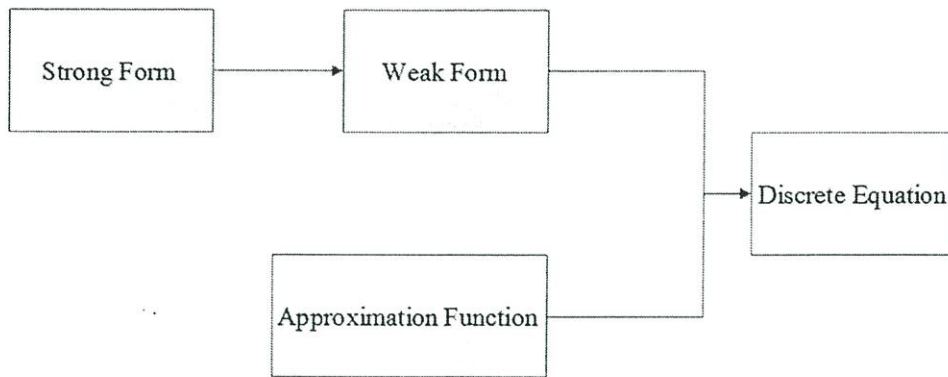
$$\beta_{i+1} = \frac{\mathbf{r}_{i+1}^T \mathbf{r}_{i+1}}{\mathbf{r}_i^T \mathbf{r}_i} \quad (2.39)$$

2.9 ระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์

ไฟไนต์เอลิเมนต์ (Finite element method) [7] คือ เทคนิคการวิเคราะห์เชิงตัวเลข เพื่อหาคำตอบสำหรับปัญหาเงื่อนไขขอบเขต ของสมการเชิงปริพันธ์ โดยใช้วิธีการทางคณิตศาสตร์ต่างๆ เพื่อลดความคลาดเคลื่อนและสร้างคำตอบซึ่งมีเสถียรภาพ ซึ่งรวมไปถึงกระบวนการกำจัดเทอมอนุพันธ์ด้วยวิธีการปริพันธ์เชิงตัวเลข การแบ่งชิ้นส่วนขนาดใหญ่และซับซ้อนลงเป็นชิ้นส่วนเล็กๆ ในการคำนวณ (Meshing) ดังรูปที่ 2.20 เป็นการแก้ปัญหายืดหยุ่นแบบเส้นตรงใน 2 มิติ โดยใช้เอลิเมนต์แบบ 4 จุดคำนวณต่อ 1 เอลิเมนต์



รูปที่ 2.20 ตัวอย่างการแก้ปัญหาด้วยวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์

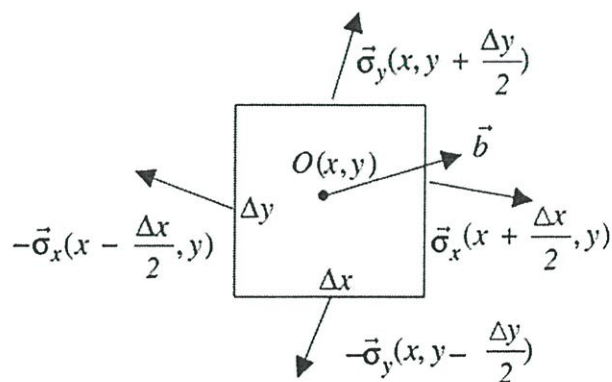


รูปที่ 2.21 แผนภาพการพัฒนาโปรแกรมทางไฟไนต์เอลิเมนต์

รูปที่ 2.21 อธิบายถึงกระบวนการทางไฟไนต์เอลิเมนต์ ซึ่งต้องมีการแปลงสมการซึ่งโดยปกติแล้วอยู่ในลักษณะอนุพันธ์ (Strong form) ให้มาอยู่ในลักษณะการหาอนุพันธ์โดยการคูณด้วยฟังก์ชันถ่วงน้ำหนัก (Weak form) จากนั้นจึงทำการสร้างสมการย่อยของแต่ละเอลิเมนต์ (Discrete equation) โดยการใช้สมการถ่วงน้ำหนักร่วมกับฟังก์ชันการประมาณค่าภายในเอลิเมนต์ ซึ่งเป็นตัวกำกับลักษณะการประมาณค่าในตำแหน่งที่อยู่ระหว่างจุดคำนวณ

2.9.1 Finite element of linear elasticity

2.9.1.1 สมดุลของแรงในวัตถุ



รูปที่ 2.22 สมดุลของแรงใน 2 มิติ

รูปที่ 2.22 เมื่อวัตถุมีแรงกระทำเราสามารถเขียนความเค้นที่แต่ละด้านของวัตถุได้ดังรูป ซึ่งเมื่อนำความเค้นในแต่ละแนวแกนมาเขียนเป็นสมการสมดุลความเค้นแล้วจะได้สมการ

$$\frac{\partial \sigma_{xx}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_{xy}}{\partial y} + b_x = 0 \quad (2.40)$$

$$\frac{\partial \sigma_{yx}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_{yy}}{\partial y} + b_y = 0 \quad (2.41)$$

$$\nabla_S^T = \begin{bmatrix} \frac{\partial}{\partial x} & 0 & \frac{\partial}{\partial y} \\ 0 & \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial x} \end{bmatrix} \quad (2.42)$$

$$\sigma = \begin{bmatrix} \sigma_{xx} \\ \sigma_{yy} \\ \sigma_{xy} \end{bmatrix} \quad (2.43)$$

$$\nabla_S^T \sigma + b = 0 \quad (2.44)$$

สมการควบคุม

$$\sigma = D\varepsilon \quad (2.45)$$

$$D = \frac{1}{1 - \nu_{LT}\nu_{TL}} \begin{bmatrix} E_x & E_y \nu_{TL} & 0 \\ E_x \nu_{LT} & E_y & 0 \\ 0 & 0 & G_{LT} \end{bmatrix} \quad (2.46)$$

เงื่อนไขขอบเขตของแรง

$$\bar{\sigma}_x \bar{n} = \bar{t}_x \quad \bar{\sigma}_y \bar{n} = \bar{t}_y \quad \text{หรือ} \quad \Gamma_t$$

เงื่อนไขขอบเขตของการเสียรูป

$$\bar{u} = \bar{u} \quad \text{หรือ} \quad \Gamma_d$$

ซึ่ง

$$\Gamma_t \cap \Gamma_d = 0$$

2.9.1.2 Strong and Weak form

Strong form

$$\nabla_s^T \sigma + b = 0 \quad (2.47)$$

$$\sigma = D \nabla_T u \quad (2.48)$$

$$\bar{\sigma}_x \bar{n} = \bar{t}_x \quad \bar{\sigma}_y \bar{n} = \bar{t}_y \quad \text{หรือ } \Gamma_t \quad (2.49)$$

$$\bar{u} = \bar{u} \quad \text{หรือ } \Gamma_d \quad (2.50)$$

Weak form

โดยจาก (2.40) และ (2.41) ทำการอินทิเกรตด้วยวิธีเชิงตัวเลข

$$\int_{\Omega} w_x \bar{\nabla} \bar{\sigma}_x d\Omega + \int_{\Omega} w_x b_x d\Omega = 0 \quad (2.51)$$

$$\int_{\Omega} w_y \bar{\nabla} \bar{\sigma}_y d\Omega + \int_{\Omega} w_y b_y d\Omega = 0 \quad (2.52)$$

$$\int_{\Gamma_t} w_x (\bar{t}_x - \bar{\sigma}_x \bar{n}) d\Gamma = 0 \quad (2.53)$$

$$\int_{\Gamma_t} w_y (\bar{t}_y - \bar{\sigma}_y \bar{n}) d\Gamma = 0 \quad (2.54)$$

$$\int_{\Omega} (\nabla_s w)^T \sigma d\Omega = \int_{\Gamma_t} w^T \bar{t} d\Gamma + \int_{\Omega} w^T b d\Omega \quad (2.55)$$

Finite element discretization

สำหรับระบบ 2 มิติ มี 2 องศาอิสระสำหรับแต่ละจุดคำนวณ และเมทริกซ์ของการเคลื่อนที่เขียนได้โดย

$$d = [u_{x1} u_{y1} \dots u_{xnp} u_{ynp}]^T \quad (2.56)$$

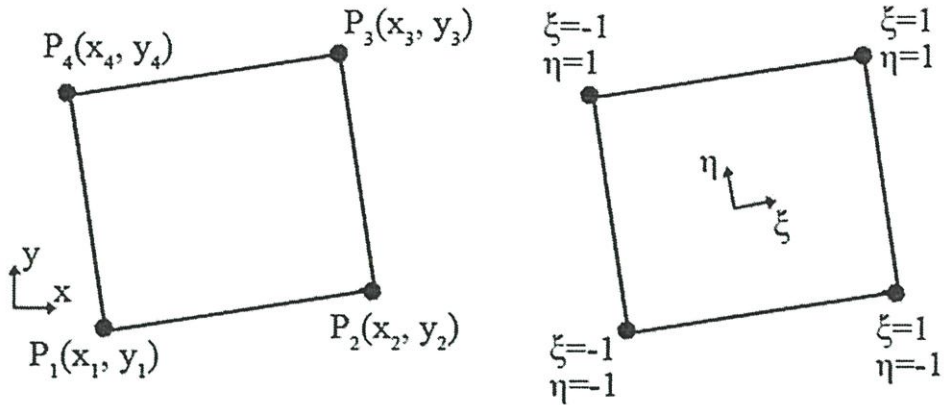
เมื่อ n_p คือ จำนวนจุดบนรูปทรง

สามารถเขียนตัวประมาณการของการเคลื่อนที่ และตัวถ่วงน้ำหนักในรูป ฟังก์ชันรูปทรงได้

เมื่อ e คือ เลขดัชนีแสดงเอลเมนต์ที่คำนวณ ดังนี้

$$u(x, y) = N^e(x, y) d^e(x, y) \in \mathcal{S}$$

$$w^T(x, y) = w^{eT} N^e(x, y)(x, y) \in e$$



รูปที่ 2.23 การแปลงคาร์ทีเซียนโคออร์ดิเนตเป็นโคออร์ดิเนตภายใน

โดยฟังก์ชันรูปทรงคือสมการที่กำหนดการประมาณค่าของคำตอบที่ตำแหน่งใดภายในเอเลเมนต์ที่ไม่ใช่จุดคำนวณ การสร้างฟังก์ชันรูปทรงทำได้โดย

1. กำหนดจำนวนสมการ โดยจำนวนสมการของฟังก์ชันรูปทรงจะเท่ากับจำนวนจุดต่อ 1 เอเลเมนต์สำหรับเอเลเมนต์แบบ 4 จุดจะประกอบไปด้วย 4 สมการ N_1, N_2, N_3, N_4
2. กำหนดรูปแบบฟังก์ชัน สำหรับเส้นตรง $N_i = a_i + a_2x_i + a_3y_i + a_4x_iy_i$ หรือ $N_i = a_i + a_2\xi_i + a_3\eta_i + a_4\xi_i\eta_i$ โดยสามารถดูการแปลงโคออร์ดิเนตจาก $(x, y) \rightarrow (\xi, \eta)$ ได้จากรูปที่ 2.23
3. กำหนดเงื่อนไขขอบ $N_i = 1$ at (ξ_i, η_i)
4. จากเงื่อนไขขอบทำการหาค่าตัวแปร a_1, a_2, a_3, a_4
5. จะได้ฟังก์ชันรูปทรงสำหรับปัญหายืดหยุ่นแบบเส้นตรงในสองมิติ ที่ใช้เอเลเมนต์แบบ 4 จุดดังนี้

$$N_1(\xi, \eta) = \frac{1}{4}(1-\xi)(1-\eta) \quad (2.57)$$

$$N_2(\xi, \eta) = \frac{1}{4}(1+\xi)(1-\eta) \quad (2.58)$$

$$N_3(\xi, \eta) = \frac{1}{4}(1+\xi)(1+\eta) \quad (2.59)$$

$$N_4(\xi, \eta) = \frac{1}{4}(1-\xi)(1+\eta) \quad (2.60)$$

$$N^e = \begin{bmatrix} N_1 & 0 & \dots & N_{n_{en}} & 0 \\ 0 & N_1 & \dots & 0 & N_{n_{en}} \end{bmatrix} \quad (2.61)$$

$$d^e = [u_{x1}^e u_{y1}^e \dots u_{xn_{en}}^e u_{yn_{en}}^e]^T \quad (2.62)$$

$$w^e = [w_{x1}^e w_{y1}^e \dots w_{xn_{en}}^e w_{yn_{en}}^e]^T \quad (2.63)$$

เมื่อ n_{en} คือ จำนวนจุดต่อ 1 เอลเมนต์

$$\sum_{e=1}^{n_{el}} \left\{ \int_{\Omega} \nabla_s w^{eT} D^e \nabla_s u^e d\Omega - \int_{\Gamma_i} w^{eT} \bar{t} d\Gamma + \int_{\Omega} w^{eT} b d\Omega \right\} \quad (2.64)$$

เมื่อ n_{el} คือจำนวนเอลเมนต์

ซึ่งสามารถนิยามแต่ละเทอมในสมการได้ดังนี้

1) เทอมอนุพันธ์ของการเคลื่อนที่สามารถจัดรูปเป็น

$$\varepsilon = \begin{bmatrix} \varepsilon_{xx} \\ \varepsilon_{yy} \\ \gamma_{xy} \end{bmatrix} \approx \nabla_s u^e = \nabla_s N^e d^e = B^e d^e \quad (2.65)$$

$$B^e = \nabla_s N^e = \begin{bmatrix} \frac{\partial N_1^e}{\partial x} & 0 & \dots & \frac{\partial N_{nen}^e}{\partial x} & 0 \\ 0 & \frac{\partial N_1^e}{\partial y} & \dots & 0 & \frac{\partial N_{nen}^e}{\partial y} \\ \frac{\partial N_1^e}{\partial y} & \frac{\partial N_1^e}{\partial x} & \dots & \frac{\partial N_{nen}^e}{\partial y} & \frac{\partial N_{nen}^e}{\partial x} \end{bmatrix} \quad (2.66)$$

2) อนุพันธ์ของฟังก์ชันถ่วงน้ำหนัก คือ

$$(\nabla_s e^e)^T = (B^e w^e)^T = w^{eT} B^{eT} \quad (2.67)$$

แทนที่

$$d^e = L^e d$$

$$w^{eT} = w^T L^{eT}$$

ได้

$$w^T \left\{ \sum_{e=1}^{nel} L^{eT} \left[\int_{\Omega} B^{eT} D^e B^e d \Omega d - \int_{\Gamma_i} N^{eT} \bar{t} d\Gamma - \int_{\Omega} N^{eT} b d \Omega \right] \right\} = 0 \quad (2.68)$$

หรือลดรูปรวมได้ว่า

$$K = \int_{\Omega^e} B^{eT} D^e B^e d\Omega \quad (2.69)$$

โดยที่

$$\int_{\Omega^e} d\Omega = \int_{-1}^1 \int_{-1}^1 |j^e| d\xi d\eta \quad (2.70)$$

และ $|j^e|$ คือ jacobian matrix ที่ใช้ในการแปลงโคออร์ดิเนต

$$j^e = \begin{bmatrix} \frac{\partial N_1}{\partial \xi} & \frac{\partial N_2}{\partial \xi} & \frac{\partial N_3}{\partial \xi} & \frac{\partial N_4}{\partial \xi} \\ \frac{\partial N_1}{\partial \eta} & \frac{\partial N_2}{\partial \eta} & \frac{\partial N_3}{\partial \eta} & \frac{\partial N_4}{\partial \eta} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1^e & y_1^e \\ x_2^e & y_2^e \\ x_3^e & y_3^e \\ x_4^e & y_4^e \end{bmatrix} \quad (2.71)$$

$$f_r^e = \int_{\Gamma_r^e} N^{eT} t d\Gamma \quad (2.72)$$

โดยที่

$$\int_{\Omega^e} d\Gamma = \int_{-1}^1 l d\xi \quad (2.73)$$

และ

$$N_1^\Gamma = 1 - \xi \quad (2.74)$$

$$N_2^\Gamma = \xi \quad (2.75)$$

$$f_\Omega^e = \int_{\Omega^e} N^{eT} b d\Omega \quad (2.76)$$

$$f^e = f_\Gamma^e + f_\Omega^e \quad (2.77)$$

ในแก้มการที่ติดอนุพันธ์จะใช้วิธีของ Gauss quadrature ซึ่งเป็นหนึ่งในวิธีการคำนวณอนุพันธ์เชิงตัวเลขที่สะดวกและเหมาะสมต่อระบบโคออร์ดิเนตภายในของระเบียบวิธีไฟไนต์เอลเมนต์ โดย

$$\int_{-1}^1 \int_{-1}^1 f(\xi, \eta) d\xi d\eta = \sum_{m=1}^{gp} \sum_{n=1}^{gp} c_m c_n f(x_m, x_n) \quad (2.78)$$

โดยที่ตัวแปร c_m, c_n, x_m, x_n สามารถดูได้จากตารางมาตรฐานและ gp คือ จำนวนจุด Gauss ซึ่งขึ้นอยู่กับผู้ใช้เป็นคนกำหนด

ดังนั้นรูปสมการสุดท้ายเป็นดังนี้

$$w^T \left[\left(\sum_{e=1}^{n_{el}} L^{eT} K L^e \right) d - \left(\sum_{e=1}^{n_{el}} L^{eT} f^e \right) \right] = 0 \quad (2.79)$$

โดย L^e คือ เมทริกซ์ประกอบสำหรับการรวมสมการย่อยของแต่ละเอเลเมนต์เข้าด้วยกัน ยกตัวอย่าง เช่น ใน 1 มิติ



รูปที่ 2.24 แสดงการแบ่งเอเลเมนต์สำหรับปัญหา 1 มิติ และเลขดัชนี

จากรูปที่ 2.24 จะเขียนเมตริกประกอบได้ดังนี้

$$L^1 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \quad (2.80)$$

$$L^2 = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (2.81)$$

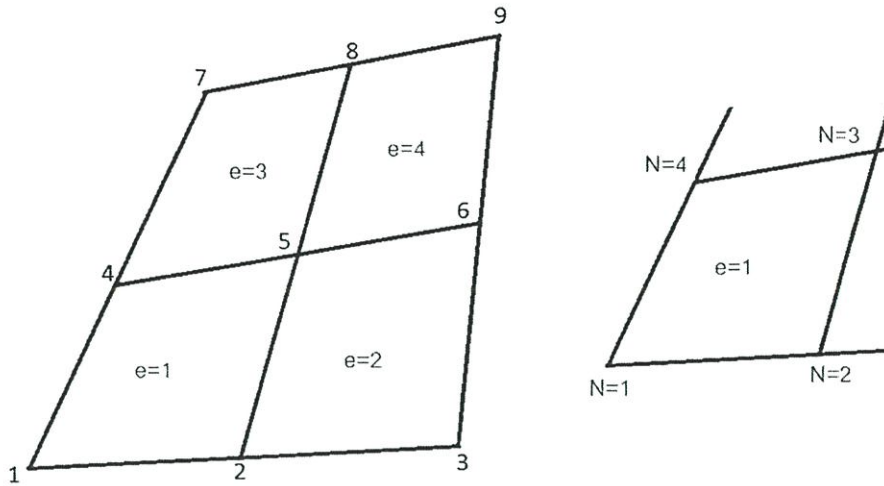
เนื่องจาก

$$d^1 = L^1 d \quad (2.82)$$

ดังนั้น

$$\begin{bmatrix} u_1^1 \\ u_2^1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \\ u_3 \end{bmatrix} \quad (2.83)$$

สำหรับปัญหา 2 มิติ เอเลเมนต์แบบ 4 จุดคำนวณ



รูปที่ 2.25 แสดงการแบ่งเอลเมนต์สำหรับปัญหา 2 มิติ และเลขดัชนีต่างๆ

	u_1	v_1	u_2	v_2	u_3	v_3	u_4	v_4	
$\underline{k} =$	k_{11}	k_{12}	k_{13}	k_{14}	k_{15}	k_{16}	k_{17}	k_{18}	u_1
	k_{21}	k_{22}	k_{23}	k_{24}	k_{25}	k_{26}	k_{27}	k_{28}	v_1
	k_{31}	k_{32}	k_{33}	k_{34}	k_{35}	k_{36}	k_{37}	k_{38}	u_2
	k_{41}	k_{42}	k_{43}	k_{44}	k_{45}	k_{46}	k_{47}	k_{48}	v_2
	k_{51}	k_{52}	k_{53}	k_{54}	k_{55}	k_{56}	k_{57}	k_{58}	u_3
	k_{61}	k_{62}	k_{63}	k_{64}	k_{65}	k_{66}	k_{67}	k_{68}	v_3
	k_{71}	k_{72}	k_{73}	k_{74}	k_{75}	k_{76}	k_{77}	k_{78}	u_4
	k_{81}	k_{82}	k_{83}	k_{84}	k_{85}	k_{86}	k_{87}	k_{88}	v_4

ตารางที่ 2.2 เมทริกซ์ k ของเอลเมนต์ใดๆ

รูปที่ 2.25 และ ตารางที่ 2.2 ซึ่งเป็นปัญหา 2 มิติ L^1 จะมีขนาด 8×18 เนื่องจาก 1 เอลเมนต์ มี 8 องศาอิสระ และ 1 จุดค่านวมมี 2 องศาอิสระ ทำให้ขนาดของเมทริกซ์ k ที่ผ่านการประกอบแล้ว มีขนาดเท่ากับจุดค่านวม คูณด้วย องศาอิสระต่อจุดค่านวม

$$w^T (Kd - f) = 0 \quad (2.84)$$

$$[K][d] = [f] \quad (2.85)$$

บทที่ 3

วิธีการดำเนินงานวิจัย

3.1 วัสดุเครื่องมือและโปรแกรมคอมพิวเตอร์

3.1.1 วัสดุ

3.1.1.1 ยางไนไตรล์ JSR N230SL (Nitrile Butadiene Rubber หรือ NBR)

3.1.1.2 เส้นใยใบสับปะรด (Pineapple Leaf Fiber หรือ PALF)

3.1.1.3 สารเพิ่มความแข็งแรง (Bonding Agent หรือ BA) (Resorcinol : Hexamine : Silica 10 : 6 : 5 โดยน้ำหนัก)

3.1.2 เครื่องมือ

3.1.2.1 เครื่องทดสอบแรงดึง Instron 5569 (High Wycombe, UK)

3.1.2.2 เครื่องบดแบบลูกบอล (ขนาดเส้นผ่านศูนย์กลาง 120 มิลลิเมตร ความยาว 300 มิลลิเมตร ขนาดลูกเหล็ก 25.4 มิลลิเมตร จำนวน 50 ลูก)

3.1.2.3 เครื่องบดแบบจานคู่ ขนาด 150 มิลลิเมตร

3.1.2.4 เครื่องบดละเอียด (Hao Peng, China)

3.1.2.5 เครื่องบดยาง ชนิดสองลูกกลิ้ง (Two-roll mill)

3.1.2.6 โปรแกรม MATLAB

3.2 ขั้นตอนการดำเนินงาน

3.2.1 การเตรียมเส้นใยใบสับปะรด

เริ่มจากเก็บสับปะรดที่เหลือทิ้งจากการทำเกษตรจากตำบลคอกควาย อำเภอบ้านไร่ จังหวัดอุทัยธานี แล้วจึงนำใบสับปะรดไปตัดให้ได้ความยาว 5-8 มิลลิเมตร โดยปกติแล้วใบสับปะรดเหล่านี้มีความชื้นอยู่ภายในประมาณ 80% โดยน้ำหนัก ถัดมาจึงนำมาบดโดยเครื่องบด 2 ชนิด โดยวิธีที่ 1 ใช้เครื่องบดแบบลูกบอล และอีกวิธีหนึ่งคือใช้เครื่องบดแบบจานคู่

เครื่องบดแบบลูกบอล ทำขึ้นจากท่อ PVC แข็งขนาดเส้นผ่านศูนย์กลาง 120 มิลลิเมตร ยาว 300 มิลลิเมตร โดยมีลูกเหล็กกลมขนาด 50 ลูก ขนาด 25.4 มิลลิเมตร อยู่ภายใน โดยมีความเร็วในการหมุน 60 รอบต่อนาที เป็นเวลา 6 ชั่วโมง

เครื่องบดแบบจานคู่ โดยมีด้านหนึ่งหมุน อีกด้านหนึ่งอยู่นิ่ง ความเร็วในการหมุน 7700 รอบต่อนาที เป็นเวลา 10 วินาที เมื่อบดแล้วเสร็จมีน้ำจากใบสับปะรดปนออกมาด้วย

เมื่อทำการบดแล้วเสร็จ เส้นใยถูกล้างด้วยน้ำประปา และปล่อยให้แห้งในพื้นที่ที่อุณหภูมิห้องเป็นเวลา 3 วัน จากนั้นเพื่อให้ได้เป็น PALF ใช้เครื่องบดละเอียดเพื่อแยกเศษใยก้อนใหญ่ให้เป็นก้อนเล็ก โดยเครื่องบดหมุนที่ความเร็วรอบ 25,000 รอบต่อนาที เป็นเวลา 30 วินาที จึงได้เป็น PALF ออกมา

3.2.2 การผสมวัสดุเชิงประกอบ

NBR และ PALF ถูกผสมโดยใช้เครื่องบดยาง ชนิดสองลูกกลิ้ง เป็นเวลาทั้งสิ้น 20 นาที โดยการจัดเรียงตัวของ PALF เป็นผลมาจากช่องแคบของลูกกลิ้ง ซึ่งทำให้เส้นใยมีแนวโน้มเรียงตัวไปตามแนวความยาว แล้วจึงนำวัสดุเชิงประกอบที่ได้ไปทำการวัลคาไนซ์ที่อุณหภูมิ 150 °C ด้วยเวลาในการบ่มที่เหมาะสม

3.2.3 ขั้นตอนในการทดสอบโดยเครื่องทดสอบ (Instron.5569 High Wycombe UK)

การทดสอบแรงดึงเป็นการทดสอบเพื่อหาค่าความเค้นดึง (Tensile stress) ที่ความยาว (ถึง15%strain) และปริมาณเส้นใยที่ค่าต่างๆ (10%phr 20%phr 30%phr) ค่ามอดูลัสความยืดหยุ่น (Young's modulus) ที่ปริมาณเส้นใยที่ค่าต่างๆ (10%phr 20%phr 30%phr) ความเค้นที่จุดคราก (Yield point) และการยืดสูงสุด (Ultimate elongation) โดยดำเนินการทดสอบตามแบบมาตรฐานของ ASTM D412 ซึ่งใช้ในการทดสอบวัสดุประเภทยางวัลคาไนซ์

3.2.3.1 การเตรียมวัสดุเพื่อทดสอบตามมาตรฐาน ASTM D412

ในการทดสอบตามมาตรฐาน ASTM D412 ใช้การทดสอบแบบ Dumbbell and Straight Section Specimens method โดยวัสดุทดสอบถูกตัดโดยหัวมาตรฐาน C (Die C)

3.2.3.2 การเดินเครื่องทดสอบ

ในการทดสอบเพื่อหาค่าความเค้นดึง ความทนต่อแรงดึงและความเค้นจุดคราก โดยนำวัสดุทดสอบยึดกับแขนยึดเพื่อดึงวัสดุทดสอบ เริ่มการดึงโดยความเร็วในการดึงทดสอบใช้ความเร็วในการดึง 500 มิลลิเมตรต่อนาที (20 นิ้วต่อนาที)

3.2.3.3 บันทึกผลจากการทดสอบ

บันทึกผลการทดสอบเพื่อนำไปใช้ในการเปรียบเทียบและวิเคราะห์ผล เพื่อนำไปใช้ในการทำนายโดยสมการและแบบจำลองต่อไป

3.2.4 วิเคราะห์ผลการทดลอง

เมื่อได้ผลจากการทดสอบด้วยเครื่องแล้ว ทำการวิเคราะห์ผลการทดลองเพื่อดูสมบัติทางกลของวัสดุว่ามีสมบัติเป็นไปในทางใด เพื่อนำไปใช้ในการเลือกใช้สมการในการทำนายผลได้อย่างถูกต้อง

3.2.5 ทดสอบผลการทดลองด้วยสมการ Halpin-Tsai

ทำการทดลองทำนายผลโดยใช้สมการ Halpin-Tsai เพื่อทำนายค่าของคุณสมบัติของวัสดุคือค่ามอดูลัส โดยเมื่อได้ผลการทำนายแล้ว ทำการนำผลที่ได้ไปทำการเปรียบเทียบกับผลการทดสอบจริงและสมการที่สร้างขึ้นเพื่อดูความถูกต้องของผลการทำนายระหว่างผลการทดสอบจริง ผลจากการทำนายโดยซอฟต์แวร์และการใช้สมการ Halpin-Tsai

3.2.6 เปรียบเทียบผลการทำนายจากสมการ Halpin-Tsai กับผลการทดลอง

นำผลการทำนายด้วยสมการ Halpin-Tsai นำค่ามอดูลัสที่ได้จากสมการมาทำการเปรียบเทียบกันระหว่างผลการทดลองจริงและผลจากการใช้สมการ Halpin-Tsai

3.2.7 สร้างสมการทางคณิตศาสตร์เพื่อทำนายคุณสมบัติ

การสร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ทำนายคุณสมบัติ โดยทำการสร้างในช่วงที่มีคุณสมบัติยืดหยุ่นแบบเส้นตรง ที่ปริมาณเส้นใยในวัสดุในปริมาณต่างๆ (10%phr 20%phr 30%phr) เพื่อทำนายค่ามอดูลัส และค่าความหนืด โดยมีเป้าหมายค่าความคลาดเคลื่อนเทียบกับผลการทดลองจริงไม่เกิน 10%

3.2.8 เปรียบเทียบผลการทำนายจากสมการที่สร้างขึ้นกับผลการทดลอง

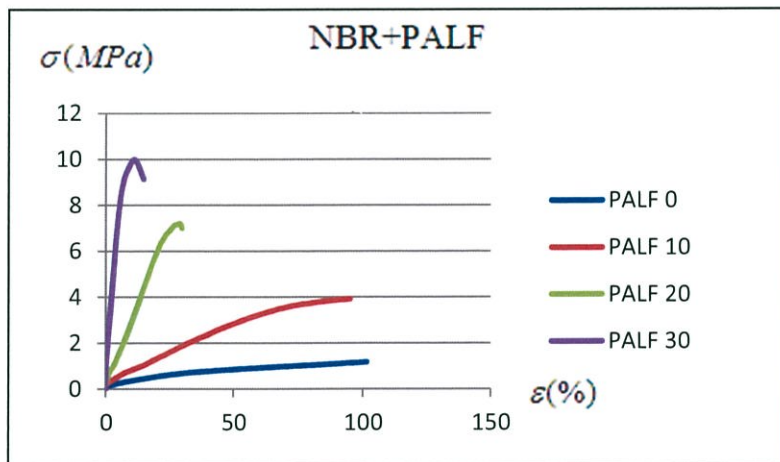
นำผลการทำนายด้วยแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ที่สร้างขึ้นโดยวิธีการ Curve Fitting ที่ได้จากการทดลองที่ปริมาณเส้นใยในวัสดุในปริมาณต่างๆ (10%phr 20%phr 30%phr) โดยนำค่ามอดูลัสและค่าความหนืด (Viscosity) มาทำการเปรียบเทียบกันระหว่างผลการทดสอบจริงและผลจากการใช้แบบจำลองที่สร้างขึ้น

บทที่ 4

ผลการทดลองและวิเคราะห์ผลการทดลอง

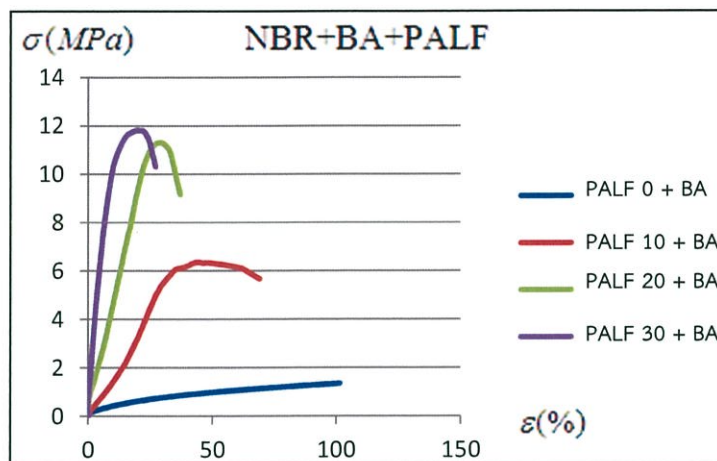
4.1 การทดสอบดึงวัสดุในทิศทางขนานกับแนวการเรียงตัวของเส้นใย

การทดสอบดึงวัสดุในทิศทางขนานกับแนวการเรียงตัวของเส้นใย โดยเป็นการดึงขึ้นตัวอย่างรูปทรงดัมเบล ตามมาตรฐาน ASTM D412 ด้วยอัตราเร็วคงที่ 500 มิลลิเมตรต่อนาที โดยมีวัสดุเชิงประกอบสองชนิด ชนิดแรกมีเมทริกซ์เป็นยาง NBR และชนิดที่สองมีเมทริกซ์เป็นยาง NBR ผสมสารเพิ่มความแข็งแรง NBR+BA



รูปที่ 4.1 กราฟแสดงความสัมพันธ์ระหว่างความเค้น (MPa) ต่อความเครียด (%) ตามแนวการเรียงตัวของเส้นใยของวัสดุเชิงประกอบ NBR

จากรูปที่ 4.1 พบว่าการเพิ่มปริมาณเส้นใยในวัสดุเชิงประกอบ ที่มีเมทริกซ์ เป็นยาง NBR ส่งผลให้ความแข็งแรงเพิ่มสูงขึ้นอย่างเห็นได้ชัดทั้งในส่วนของคุณค่า E (Young's Modulus) และ ความแข็งแรง ณ จุดคราก Tensile Strength แต่ในขณะเดียวกันก็ทำให้การยืดตัว ณ จุดครากลดลงมากเช่นกัน

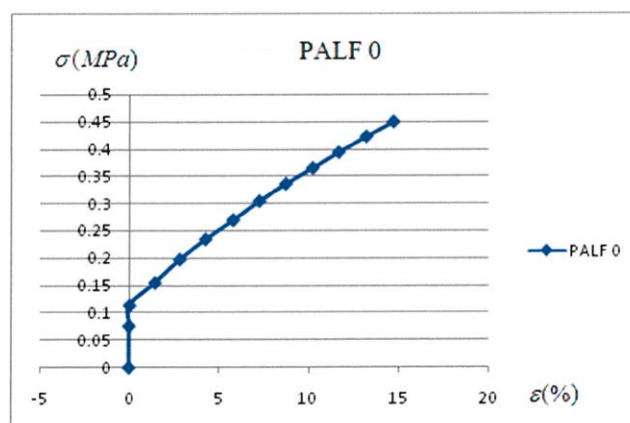


รูปที่ 4.2 กราฟแสดงความสัมพันธ์ระหว่างความเค้น (MPa) ต่อความเครียด (%) ตามแนวการเรียงตัวของเส้นใยของวัสดุเชิงประกอบ NBR เมื่อผสมสารเพิ่มความแข็งแรง

ผลการทดสอบพบว่า การเพิ่มปริมาณของเส้นใยส่งผลให้ความแข็งแรงเพิ่มขึ้นอย่างชัดเจน และเพิ่มขึ้นสูงมากในวัสดุที่มีเมทริกซ์เป็น NBR+BA ดังแสดงในรูปที่ 4.2

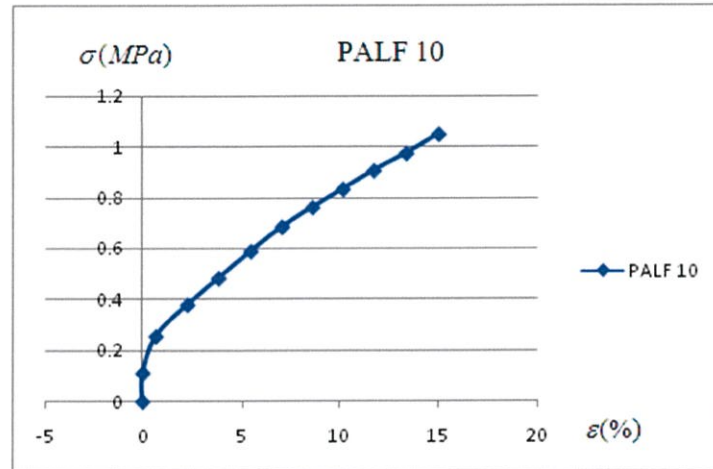
การพิจารณาที่ 15% Strain ซึ่งเป็นช่วงการใช้งานของวัสดุพบว่าวัสดุแสดงคุณสมบัติของ Kelvin-Voigt Material ที่ทุกปริมาณเส้นใย ทั้งในวัสดุเชิงประกอบที่มีเมทริกซ์เป็นยาง NBR และยาง NBR+BA

4.2 การทดสอบในช่วง 15% strain ของวัสดุเชิงประกอบที่มีเมทริกซ์เป็นยาง NBR ที่มีการผสมเส้นใยสับปะรดในปริมาณที่แตกต่างกัน



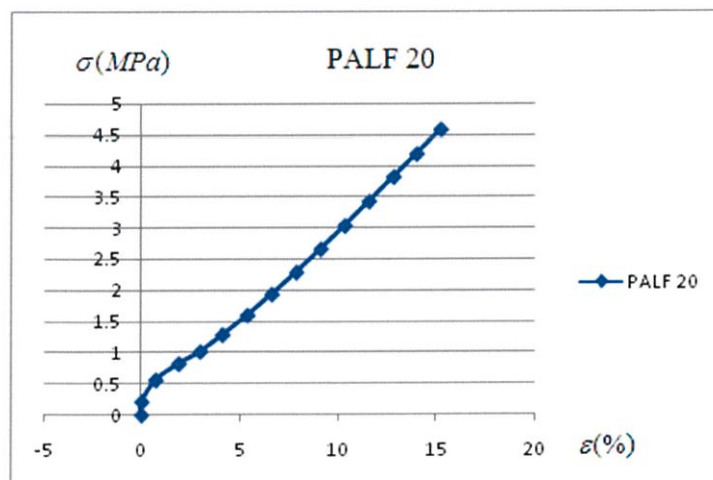
รูปที่ 4.3 กราฟแสดงความสัมพันธ์ระหว่างความเค้น (MPa) ต่อความเครียด (%) ตามแนวการเรียงตัวของเส้นใยของวัสดุ NBR ในช่วง 15% Strain

จากรูปที่ 4.3 พบว่าวัสดุเชิงประกอบ NBR มีลักษณะกราฟความเค้น ความเครียด ในช่วงความเครียดต่ำเป็นเส้นตรงที่มีการเลื่อนกราฟขึ้น ซึ่งสอดคล้องกับวัสดุแบบ Kelvin-Voigt



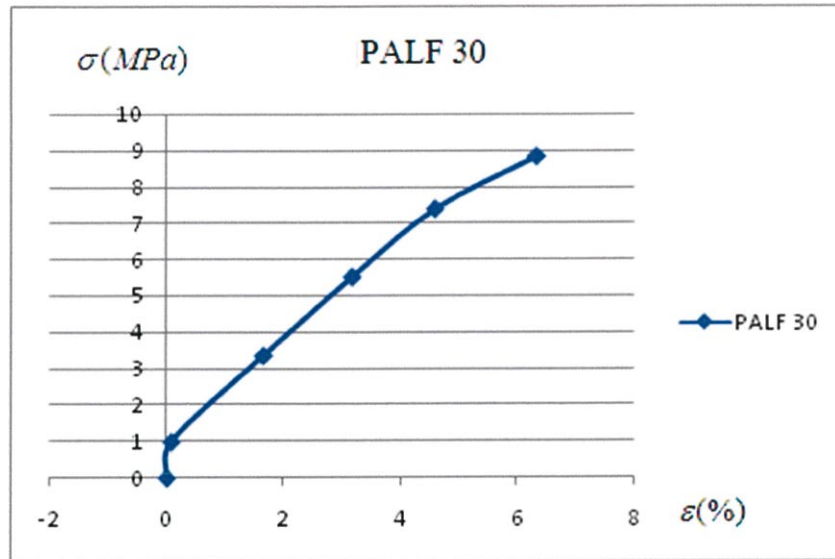
รูปที่ 4.4 กราฟแสดงความสัมพันธ์ระหว่างความเค้น (MPa) ต่อความเครียด (%) ตามแนวการเรียงตัวของเส้นใยของวัสดุเชิงประกอบ NBR ที่ผสมใยสับปะรด 10 %phr ในช่วง 15% Strain

จากรูปที่ 4.4 พบว่าวัสดุประกอบยาง NBR ผสมเส้นใยสับปะรด 10 %phr มีลักษณะกราฟความเค้น ความเครียด ในช่วงความเครียดต่ำเป็นเส้นตรงที่มีการเลื่อนกราฟขึ้น ซึ่งสอดคล้องกับวัสดุแบบ Kelvin-Voigt เช่นเดียวกับ วัสดุเชิงประกอบ NBR ดังรูป 4.3



รูปที่ 4.5 กราฟแสดงความสัมพันธ์ระหว่างความเค้น (MPa) ต่อความเครียด (%) ตามแนวการเรียงตัวของเส้นใยของวัสดุเชิงประกอบ NBR ที่ผสมใยสับปะรด 20 %phr ในช่วง 15% Strain

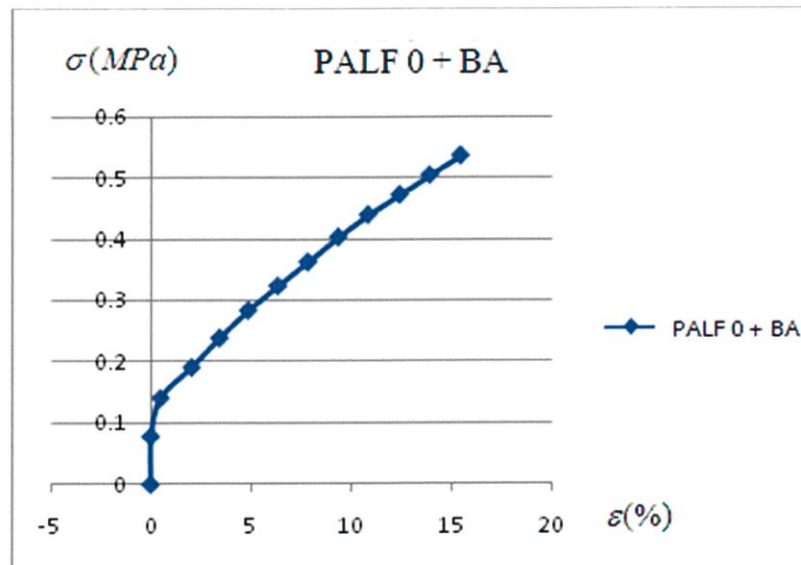
รูปที่ 4.5 พบว่าวัสดุเชิงประกอบยาง NBR ผสมเส้นใยสับปะรด 20 %phr มีลักษณะกราฟความเค้น-ความเครียด ในช่วงความเครียดต่ำเป็นเส้นตรงที่มีการเลื่อนกราฟขึ้น ซึ่งสอดคล้องกับวัสดุแบบ Kelvin-Voigt เช่นเดียวกับ วัสดุเชิงประกอบยาง NBR ผสมเส้นใยสับปะรด 10 %phr ดังรูปที่ 4.4



รูปที่ 4.6 กราฟแสดงความสัมพันธ์ระหว่างความเค้น (MPa) ต่อความเครียด (%) ตามแนวการเรียงตัวของเส้นใยของวัสดุเชิงประกอบ NBR ที่ผสมใยสับปะรด 30 %phr ในช่วง 15% Strain

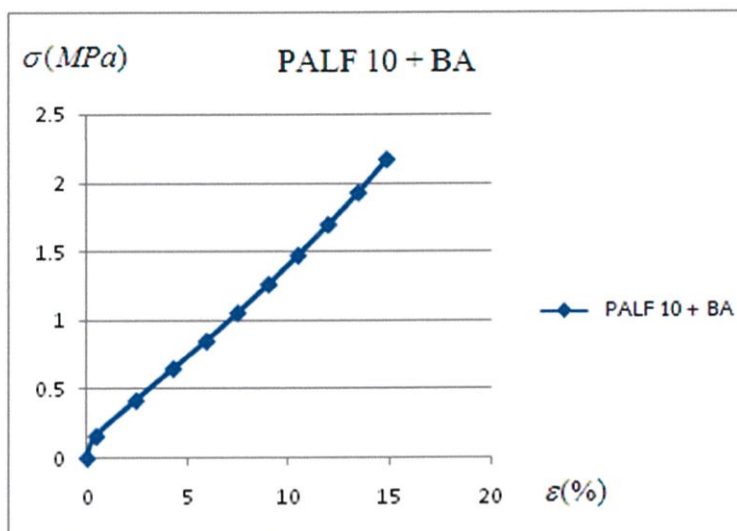
จากรูปที่ 4.6 พบว่าวัสดุประกอบยาง NBR ผสมเส้นใยสับปะรด 30 %phr มีลักษณะกราฟความเค้น-ความเครียด ในช่วงความเครียดต่ำเป็นเส้นตรงที่มีการเลื่อนกราฟขึ้น ซึ่งสอดคล้องกับวัสดุแบบ Kelvin-Voigt เช่นเดียวกับ วัสดุเชิงประกอบยาง NBR ผสมเส้นใยสับปะรด 20 %phr ดังรูปที่ 4.5

4.3 การทดสอบในช่วง 15% strain ของวัสดุเชิงประกอบที่มีเมทริกซ์เป็นยาง NBR+BA ที่มีการผสมเส้นใยสับปะรดในปริมาณที่แตกต่างกัน



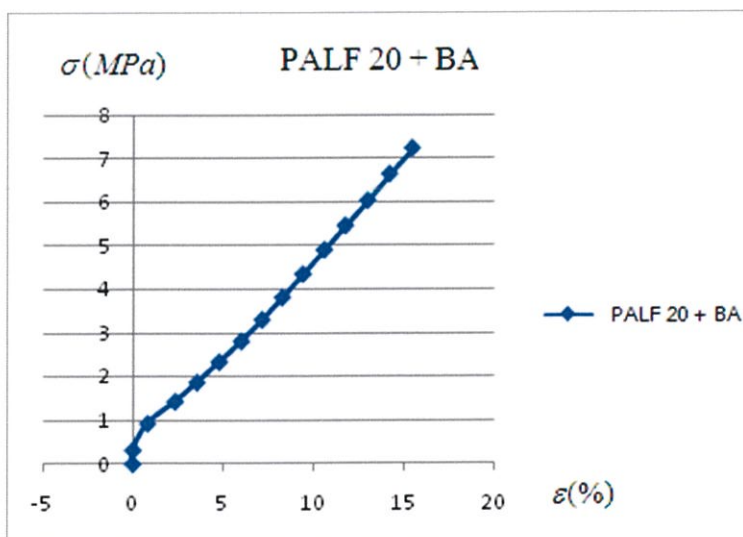
รูปที่ 4.7 กราฟแสดงความสัมพันธ์ระหว่างความเค้น (MPa) ต่อความเครียด (%) ตามแนวการเรียงตัวของเส้นใยของวัสดุ NBR ที่ผสมสารเพิ่มความแข็งแรงในช่วง 15% Strain

จากรูปที่ 4.7 พบว่าวัสดุเชิงประกอบ NBR+BA มีลักษณะกราฟความเค้น ความเครียด ในช่วงความเครียดต่ำเป็นเส้นตรงที่มีการเลื่อนกราฟขึ้น ซึ่งสอดคล้องกับวัสดุแบบ Kelvin-Voigt Voigt เช่นเดียวกับวัสดุเชิงประกอบ NBR ดังรูปที่ 4.3



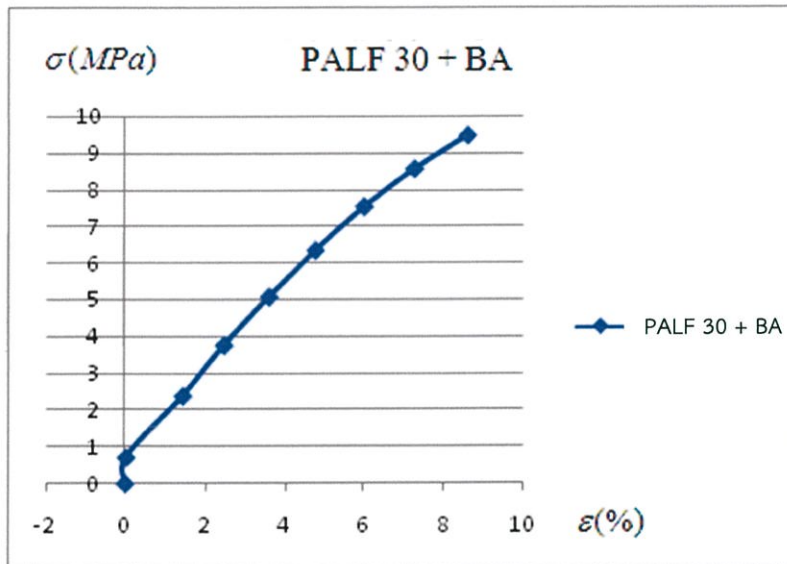
รูปที่ 4.8 กราฟแสดงความสัมพันธ์ระหว่างความเค้น (MPa) ต่อความเครียด (%) ตามแนวการเรียงตัวของเส้นใยของวัสดุเชิงประกอบ NBR ที่ผสมสารเพิ่มความแข็งแรงและผสมเส้นใยสับปะรด 10 %phr ในช่วง 15% Strain

จากรูปที่ 4.8 พบว่าวัสดุเชิงประกอบยาง NBR+BA ผสมเส้นใยสับปะรด 10 %phr มีลักษณะกราฟความเค้น ความเครียด ในช่วงความเครียดต่ำเป็นเส้นตรงที่มีการเลื่อนกราฟขึ้น ซึ่งสอดคล้องกับวัสดุแบบ Kelvin-Voigt เช่นเดียวกับ วัสดุยาง NBR ดังรูปที่ 4.7



รูปที่ 4.9 กราฟแสดงความสัมพันธ์ระหว่างความเค้น (MPa) ต่อความเครียด (%)ตามแนวการเรียงตัวของเส้นใยของวัสดุเชิงประกอบ NBR ที่ผสมสารเพิ่มความแข็งแรงและผสมเส้นใยสับปะรด 20 %phr ในช่วง 15% Strain

จากรูปที่ 4.9 พบว่าวัสดุเชิงประกอบยาง NBR+BA ผสมเส้นใยสับปะรด 20 %phr มีลักษณะกราฟความเค้น ความเครียด ในช่วงความเครียดต่ำเป็นเส้นตรงที่มีการเลื่อนกราฟขึ้น ซึ่งสอดคล้องกับวัสดุแบบ Kelvin-Voigt เช่นเดียวกับ วัสดุประกอบยาง NBR+BA ผสมเส้นใยสับปะรด 10 %phr ดังรูปที่ 4.4

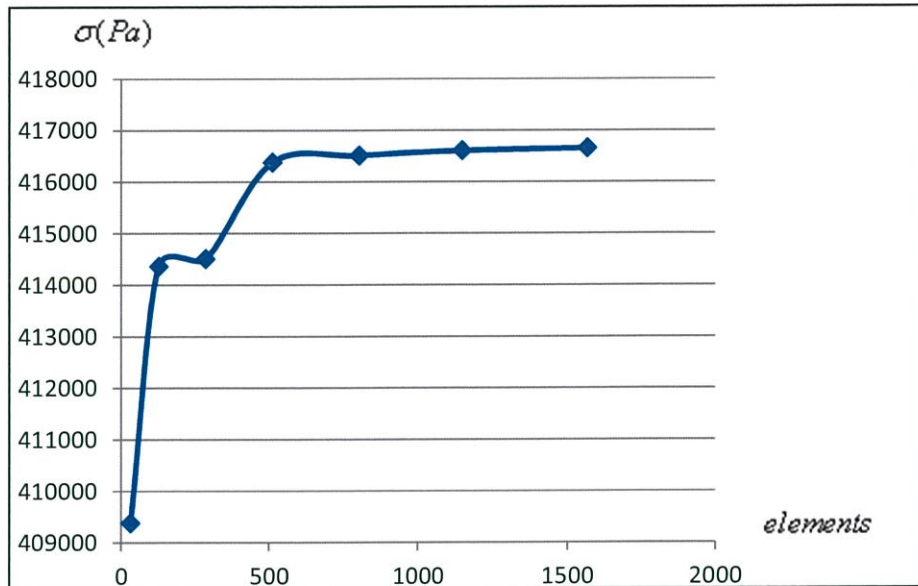


รูปที่ 4.10 กราฟแสดงความสัมพันธ์ระหว่างความเค้น (MPa) ต่อความเครียด (%) ตามแนวการเรียงตัวของเส้นใยของวัสดุเชิงประกอบ NBR ที่ผสมสารเพิ่มความแข็งแรงและผสมเส้นใยสับปะรด 30 %phr ในช่วง 15% Strain

จากรูปที่ 4.10 พบว่าวัสดุเชิงประกอบยาง NBR+BA ผสมเส้นใยสับปะรด 30 %phr มีลักษณะกราฟความเค้น ความเครียด ในช่วงความเครียดต่ำเป็นเส้นตรงที่มีการเลื่อนกราฟขึ้น ซึ่งสอดคล้องกับวัสดุแบบ Kelvin-Voigt เช่นเดียวกับ วัสดุเชิงประกอบยาง NBR+BA ผสมเส้นใยสับปะรด 20 %phr ดังรูปที่ 4.9

4.4 การหาจำนวนเอลเมนต์ที่เหมาะสมในการสร้างแบบจำลอง

ทำการสร้างแบบจำลองทางไฟไนต์เอลเมนต์ด้วยโปรแกรม MATLAB จาก Kelvin-Voigt model และจากเงื่อนไขในการทดลอง จากนั้นทำการหาจำนวนเอลเมนต์ที่เหมาะสมก่อนการเริ่มการทำนายค่า E (Young's Modulus หรือ มอดูลัสความยืดหยุ่น) และค่า η (Viscosity หรือความหนืด)



รูปที่ 4.11 Grid refinement

รูปที่ 4.11 แสดงให้เห็นถึงค่าของผลลัพธ์เมื่อทำการเปลี่ยนแปลงจำนวนเอลเมนต์ ที่ใช้ในการคำนวณ โดยจะพบว่าผลลัพธ์เข้าสู่เมื่อจำนวนเอลเมนต์ มากกว่า 500 เอลเมนต์ขึ้นไป

จาก Kelvin-Voigt Model

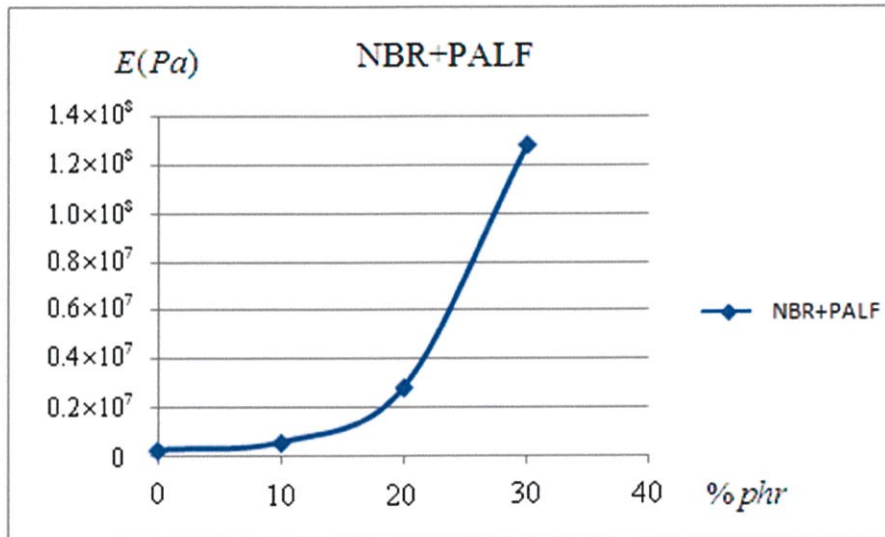
$$\sigma(t) = E\varepsilon(t) + \eta \frac{d\varepsilon}{dt}$$

พบว่าการเลื่อนขึ้นของกราฟในช่วงต้นของการทดลอง เป็นผลมาจากพจน์ความหนืดในสมการ ซึ่งเมื่อตัดช่วงการเลื่อนเนื่องจากความหนืดออกแล้ว ก็ทำให้สามารถ นำข้อมูลของ $\sigma(t)$ $\varepsilon(t)$ มาคำนวณหาค่า E (Young's Modulus) ได้

โดยสมการลดรูปเหลือ

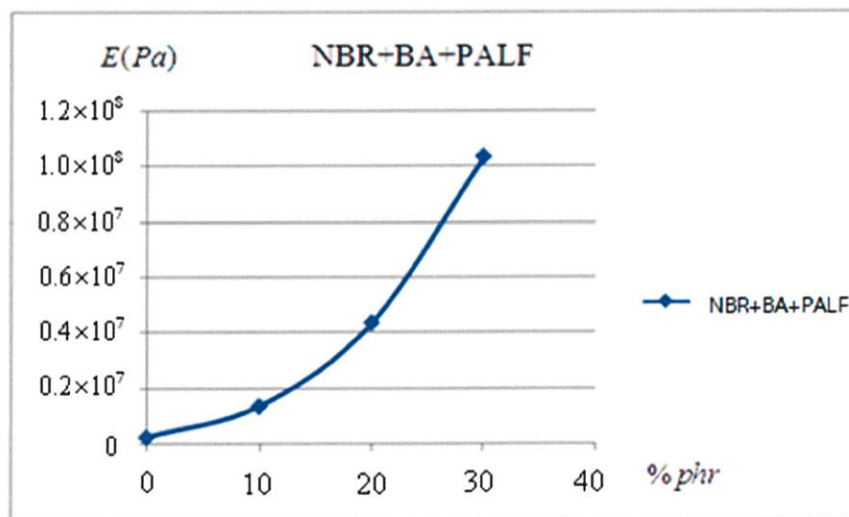
$$\sigma(t) = E\varepsilon(t) + C$$

เมื่อนำค่า E (Young's Modulus) ที่ได้จากผลการทดสอบ ที่แต่ละปริมาณเส้นใยมาทำการสร้างกราฟโดยให้แกนนอนเป็นปริมาณเส้นใย และแกนตั้ง เป็น E (Young's Modulus) ของวัสดุทำให้เห็นแนวโน้มการเพิ่มขึ้นของความแข็งแรงเมื่อเพิ่มปริมาณเส้นใย โดยมีลักษณะเว้าขึ้น โดยอัตราการเพิ่มขึ้นของยาง NBR+BA สูงกว่า



รูปที่ 4.12 กราฟแสดงความสัมพันธ์ระหว่างค่า Young's Modulus ต่อปริมาณของเส้นใยที่ผสมลงในวัสดุเชิงประกอบ NBR ตามแนวการเรียงตัวของเส้นใย ซึ่งเปลี่ยนแปลงไปเนื่องจากการผสมเส้นใยในสัดส่วนต่างๆ

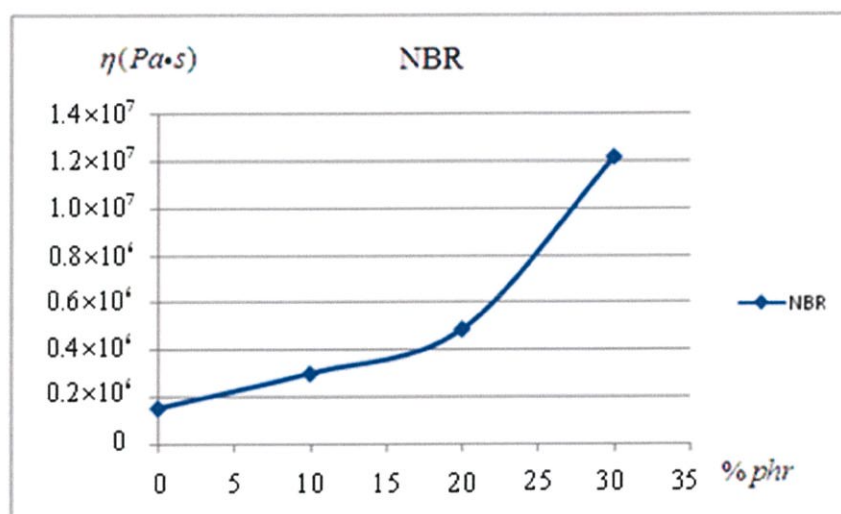
จากรูปที่ 4.12 แสดงให้เห็นการเพิ่มขึ้นของค่า E (Young's Modulus) เมื่อเพิ่มปริมาณเส้นใยสับ-ปะรดลงในวัสดุเชิงประกอบ NBR มีลักษณะการเพิ่มขึ้นแบบเว้าขึ้น



รูปที่ 4.13 กราฟแสดงความสัมพันธ์ระหว่างค่า Young's Modulus ต่อปริมาณของเส้นใยที่ผสมลงในวัสดุเชิงประกอบ NBR ตามแนวการเรียงตัวของเส้นใย ผสมสารเพิ่มความแข็งแรง ซึ่งเปลี่ยนแปลงไปเนื่องจากการผสมเส้นใยในสัดส่วนต่างๆ

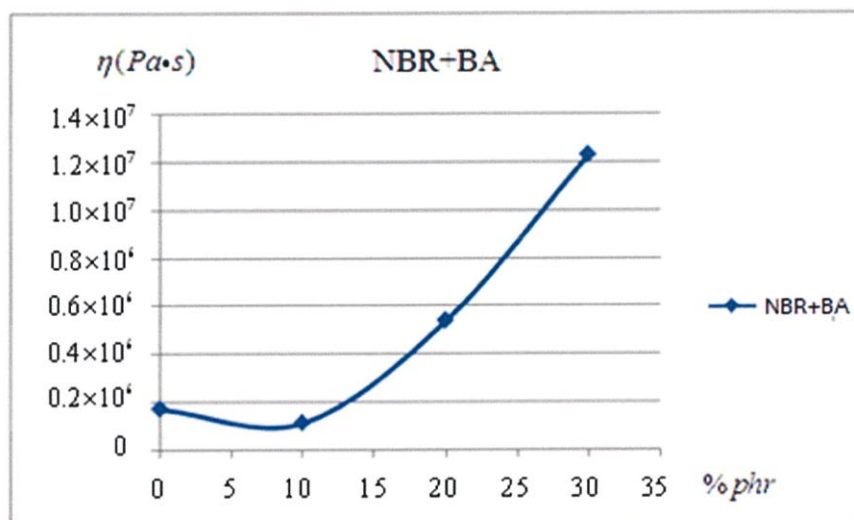
จากรูปที่ 4.13 แสดงให้เห็นการเพิ่มขึ้นของค่า E (Young's Modulus) เมื่อเพิ่มปริมาณเส้นใยสับปะรดลงในวัสดุเชิงประกอบ NBR+BA มีลักษณะการเพิ่มขึ้นแบบเว้าขึ้นและมีอัตราการเพิ่มขึ้นที่สูงกว่าการเพิ่มปริมาณเส้นใยสับปะรดลงในวัสดุเชิงประกอบ NBR ดังรูปที่ 4.12

เมื่อได้ค่า E (Young's Modulus) ของวัสดุมาแล้ว สามารถสร้างกราฟหาจุดตัดเพื่อคำนวณหาค่า η (Viscosity) ได้และสามารถนำมาสร้างกราฟ โดยให้แกนนอนเป็นปริมาณเส้นใยและแกนตั้ง เป็นค่าความหนืดของวัสดุ ทำให้เห็นแนวโน้มการเพิ่มขึ้นของค่าคงที่ความหนืดเมื่อเพิ่มเปอร์เซ็นต์เส้นใย



รูปที่ 4.14 กราฟแสดงค่า Viscosity ของวัสดุเชิงประกอบ NBR ซึ่งเปลี่ยนแปลงไปเนื่องจากการผสมเส้นใยในสัดส่วนต่างๆ

จากรูปที่ 4.14 แสดงให้เห็นการเพิ่มขึ้นของค่า η (Viscosity) เมื่อเพิ่มปริมาณเส้นใยสับปะรดลงในวัสดุเชิงประกอบ NBR มีลักษณะการเพิ่มขึ้นแบบเว้าขึ้น

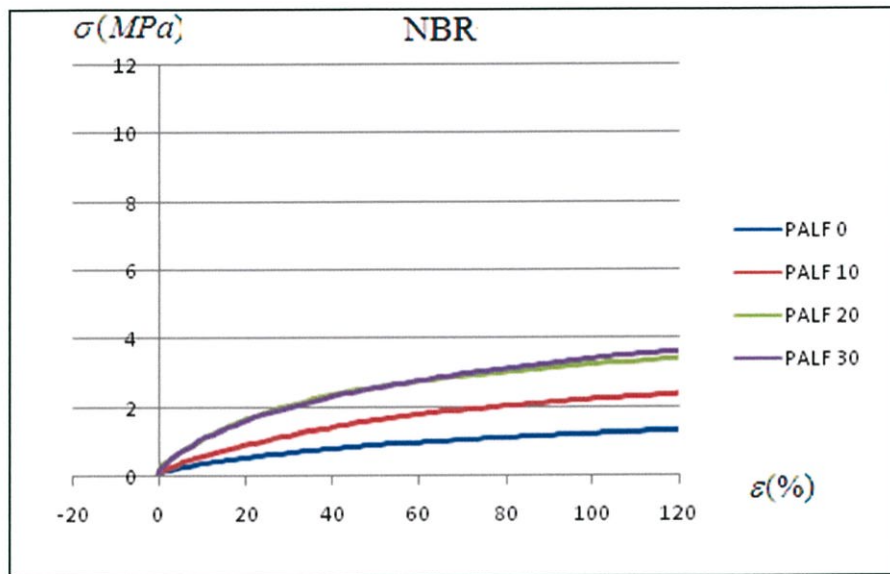


รูปที่ 4.15 กราฟแสดงค่า Viscosity ของวัสดุเชิงประกอบ NBR ผสมสารเพิ่มความแข็งแรงซึ่งเปลี่ยนแปลงไปเนื่องจากการผสมเส้นใยในสัดส่วนต่างๆ

จากรูปที่ 4.15 แสดงให้เห็นการเพิ่มขึ้นของค่า η (Viscosity) เมื่อเพิ่มปริมาณเส้นใยสับปะรดลงในวัสดุเชิงประกอบ NBR+BA มีลักษณะการเพิ่มขึ้นแบบเว้าขึ้น เช่นเดียวกับการเพิ่มปริมาณเส้นใยสับปะรดลงในวัสดุเชิงประกอบ NBR ดังรูปที่ 4.13

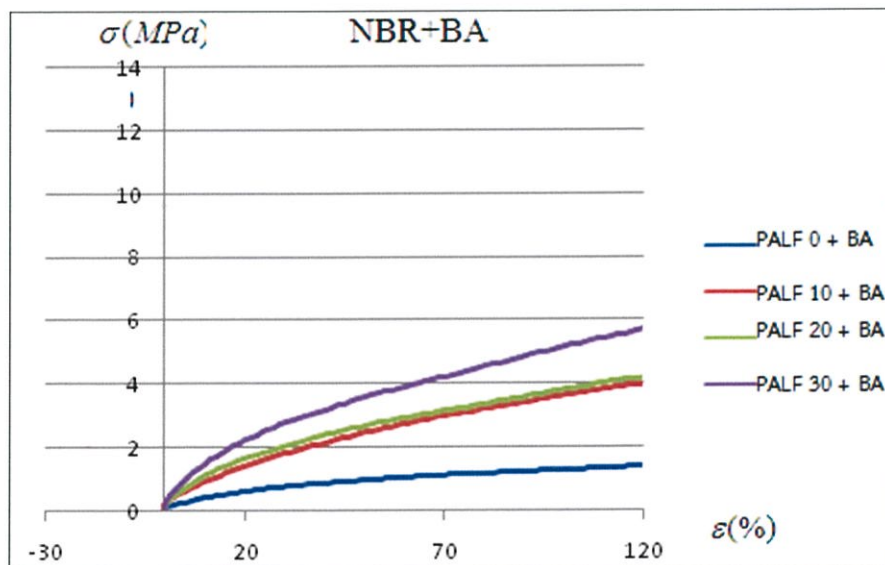
4.5 การทดสอบดึงวัสดุในทิศขวางแนวการเรียงตัวของเส้นใย

ทดสอบโดยวิธีการดึงขึ้นตัวอย่างรูปทรงดัมเบล ตามมาตรฐาน ASTM D412 ด้วยอัตราเร็วคงที่ 500 มิลลิเมตรต่อนาที โดยมีวัสดุเชิงประกอบสองชนิด ชนิดแรกมีเมทริกซ์เป็นยาง NBR และชนิดที่สองมีเมทริกซ์เป็นยาง NBR ผสมสารเพิ่มความแข็งแรง (NBR+BA)



รูปที่ 4.16 กราฟแสดงความสัมพันธ์ระหว่างความเค้น (MPa) ต่อความเครียด (%) ตามแนวทางการเรียงตัวของเส้นใยของวัสดุเชิงประกอบ NBR

จากรูปที่ 4.16 พบว่าการเพิ่มปริมาณเส้นใยในวัสดุเชิงประกอบ ที่มีเมทริกซ์เป็น NBR ส่งผลให้ความแข็งแรงเพิ่มสูงขึ้นทั้งในส่วนของคุณค่า E (Young's Modulus) และ ความแข็งแรง ณ จุดคราก (Tensile Strength) แต่เพิ่มขึ้นในระดับที่ต่ำกว่าในแนวขนานกับการเรียงตัวของเส้นใย ดังรูปที่ 4.16

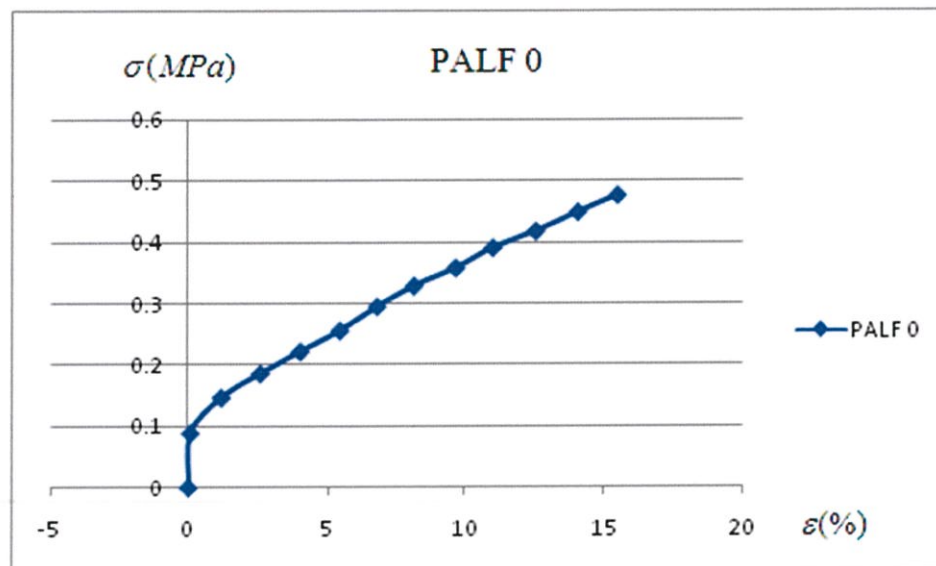


รูปที่ 4.17 กราฟแสดงความสัมพันธ์ระหว่างความเค้น (MPa) ต่อความเครียด (%) ตามแนวทางการเรียงตัวของเส้นใยของวัสดุเชิงประกอบ NBRเมื่อผสมสารเพิ่มความแข็งแรง

จากรูปที่ 4.17 พบว่าการเพิ่มปริมาณเส้นใยในวัสดุเชิงประกอบ ที่มีเมทริกซ์ เป็นยาง NBR ส่งผลให้ความแข็งแรงเพิ่มสูงขึ้นทั้งในส่วนของคุณค่า E (Young's Modulus) และ ความแข็งแรง ณ จุดคราก Tensile Strength โดยเพิ่มสูงขึ้นมากกว่าวัสดุเชิงประกอบที่มีเมทริกซ์เป็นยาง NBR (รูปที่ 4.16) อย่างเห็นได้ชัด แต่เพิ่มขึ้นในระดับที่ต่ำกว่าในแนวนานกับการเรียงตัวของเส้นใย (รูปที่ 4.2)

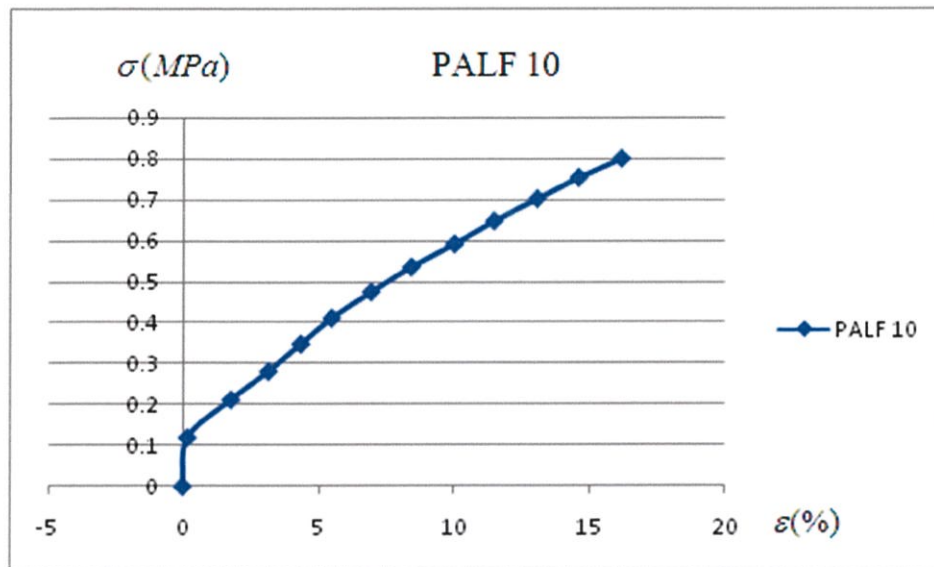
4.6 การทดสอบในช่วง 15% strain ของวัสดุเชิงประกอบที่มีเมทริกซ์เป็นยาง NBR ที่มีการผสมเส้นใยสับปะรดในปริมาณที่แตกต่างกันไป

พิจารณาในช่วง 15% Strain ซึ่งเป็นช่วงการใช้งานของวัสดุเพื่อหาคุณสมบัติเชิงกลของวัสดุว่าเป็นแบบใด



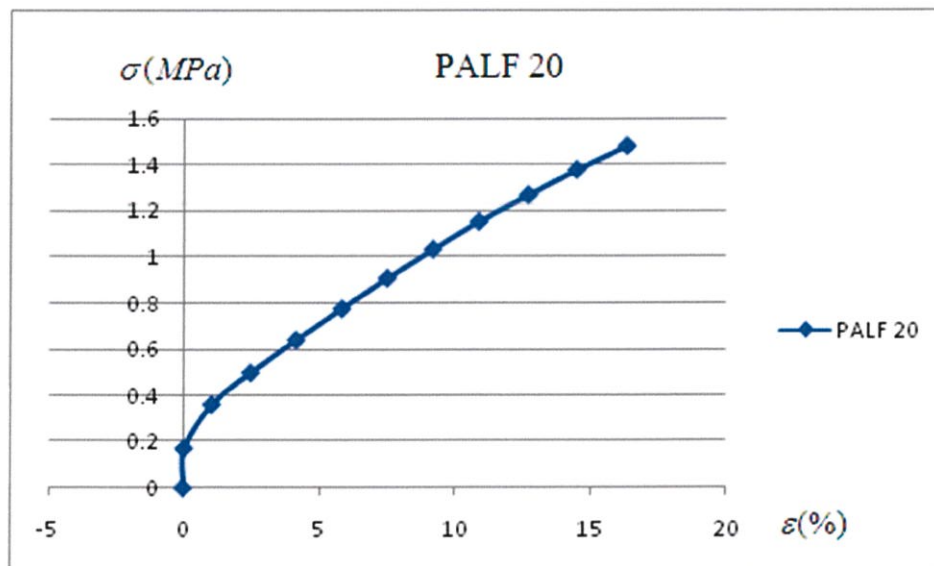
รูปที่ 4.18 กราฟแสดงความสัมพันธ์ระหว่างความเค้น (MPa) ต่อความเครียด (%) ตามแนวขวางการเรียงตัวของเส้นใยของวัสดุเชิงประกอบ NBR ในช่วง 15% Strain

จากรูปที่ 4.18 พบว่าวัสดุเชิงประกอบ NBR มีลักษณะกราฟความเค้น ความเครียด ในช่วงความเครียดต่ำเป็นเส้นตรงที่มีการเลื่อนกราฟขึ้น ซึ่งสอดคล้องกับวัสดุแบบ Kelvin-Voigt เช่นเดียวกับในแนวนานกับการเรียงตัวของเส้นใย ดังรูปที่ 4.3



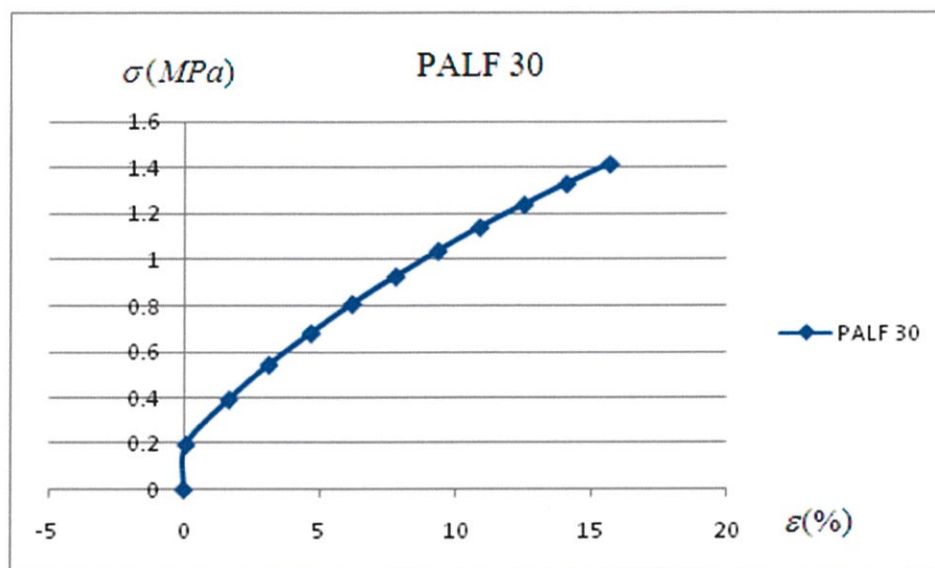
รูปที่ 4.19 กราฟแสดงความสัมพันธ์ระหว่างความเค้น (MPa) ต่อความเครียด (%) ตามแนวขวางการเรียงตัวของเส้นใยของวัสดุเชิงประกอบ NBR ที่ผสมใยสับปะรด 10 %phr ในช่วง 15% Strain

จากรูปที่ 4.19 พบว่าวัสดุเชิงประกอบ NBR ผสมเส้นใยสับปะรด 10 %phr มีลักษณะกราฟความเค้น ความเครียด ในช่วงความเครียดต่ำเป็นเส้นตรงที่มีการเลื่อนกราฟขึ้น ซึ่งสอดคล้องกับวัสดุแบบ Kelvin-Voigt เช่นเดียวกับ วัสดุเชิงประกอบ NBR ดังรูปที่ 4.18



รูปที่ 4.20 กราฟแสดงความสัมพันธ์ระหว่างความเค้น (MPa) ต่อความเครียด (%) ตามแนวขวางการเรียงตัวของเส้นใยของวัสดุเชิงประกอบ NBR ที่ผสมใยสับปะรด 20 %phr ในช่วง 15% Strain

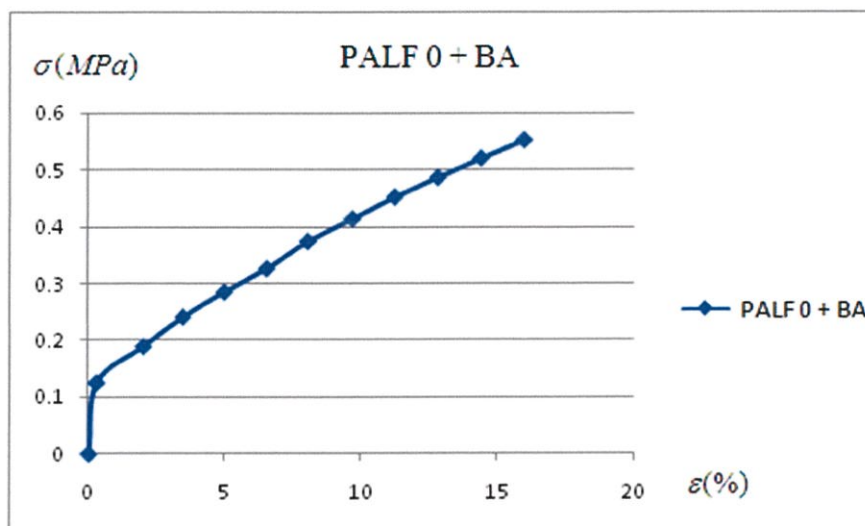
จากรูปที่ 4.20 พบว่าวัสดุเชิงประกอบ NBR ผสมเส้นใยสับปะรด 20 %phr มีลักษณะกราฟความเค้น ความเครียด ในช่วงความเครียดต่ำเป็นเส้นตรงที่มีการเลื่อนกราฟขึ้น ซึ่งสอดคล้องกับวัสดุแบบ Kelvin-Voigt เช่นเดียวกับ วัสดุเชิงประกอบยาง NBR ผสมเส้นใยสับปะรด 10 %phr ดังรูปที่ 4.19



รูปที่ 4.21 กราฟแสดงความสัมพันธ์ระหว่างความเค้น (MPa) ต่อความเครียด (%) ตามแนวทางการเรียงตัวของเส้นใยของวัสดุเชิงประกอบ NBR ที่ผสมใยสับปะรด 30 %phr ในช่วง 15% Strain

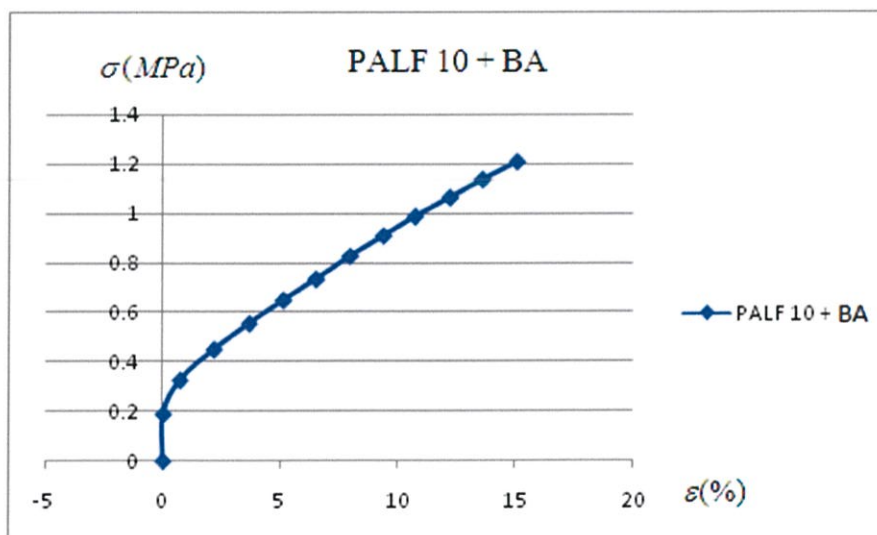
จากรูปที่ 4.21 พบว่าวัสดุประกอบยาง NBR ผสมเส้นใยสับปะรด 30 %phr มีลักษณะกราฟความเค้น ความเครียด ในช่วงความเครียดต่ำเป็นเส้นตรงที่มีการเลื่อนกราฟขึ้น ซึ่งสอดคล้องกับวัสดุแบบ Kelvin-Voigt เช่นเดียวกับ วัสดุประกอบยาง NBR ผสมเส้นใยสับปะรด 20 %phr ดังรูปที่ 4.20

4.7 การทดลองในช่วง 15% strain ของวัสดุเชิงประกอบที่มีเมทริกซ์เป็นยาง NBR+BA ที่มีการผสมเส้นใยสับปะรดในปริมาณที่แตกต่างกันไป



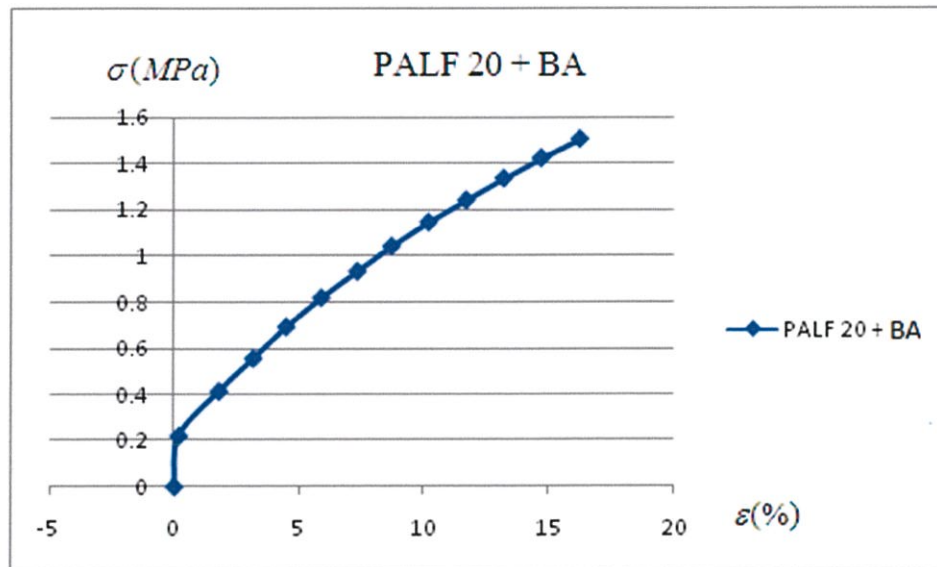
รูปที่ 4.22 กราฟแสดงความสัมพันธ์ระหว่างความเค้น (MPa) ต่อความเครียด (%) ตามแนวขวางการเรียงตัวของเส้นใยของวัสดุเชิงประกอบ NBR ที่ผสมสารปรับปรุงความแข็งแรง ในช่วง 15% Strain

จากรูปที่ 4.22 พบว่าวัสดุเชิงประกอบ NBR+BA มีลักษณะกราฟความเค้น ความเครียด ในช่วงความเครียดต่ำเป็นเส้นตรงที่มีการเลื่อนกราฟขึ้น ซึ่งสอดคล้องกับวัสดุแบบ Kelvin-Voigt เช่นเดียวกับในแนวขนานกับการเรียงตัวของเส้นใย ดังรูปที่ 4.7



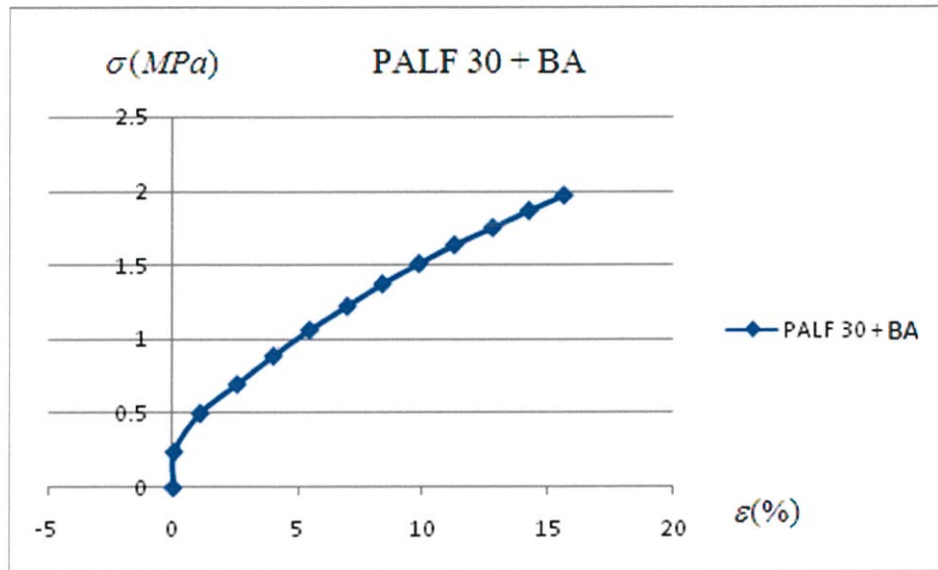
รูปที่ 4.23 กราฟแสดงความสัมพันธ์ระหว่างความเค้น (MPa) ต่อความเครียด (%) ตามแนวขวางการเรียงตัวของเส้นใยของวัสดุเชิงประกอบ NBR ที่ผสมสารปรับปรุงความแข็งแรง และผสมใยสับปรด 10 %phr ในช่วง 15% strain

จากรูปที่ 4.23 พบว่าวัสดุเชิงประกอบ NBR+BA ผสมเส้นใยสับปะรด 10 %phr มีลักษณะกราฟความเค้น ความเครียด ในช่วงความเครียดต่ำเป็นเส้นตรงที่มีการเลื่อนกราฟขึ้น ซึ่งสอดคล้องกับวัสดุแบบ Kelvin-Voigt เช่นเดียวกับ วัสดุเชิงประกอบ NBR+BA ดังรูปที่ 4.22



รูปที่ 4.24 กราฟแสดงความสัมพันธ์ระหว่างความเค้น (MPa) ต่อความเครียด (%) ตามแนวทางการเรียงตัวของเส้นใยของวัสดุเชิงประกอบ NBR ที่ผสมสารปรับปรุงความแข็งแรง และผสมใยสับปะรด 20 %phr ในช่วง 15% Strain

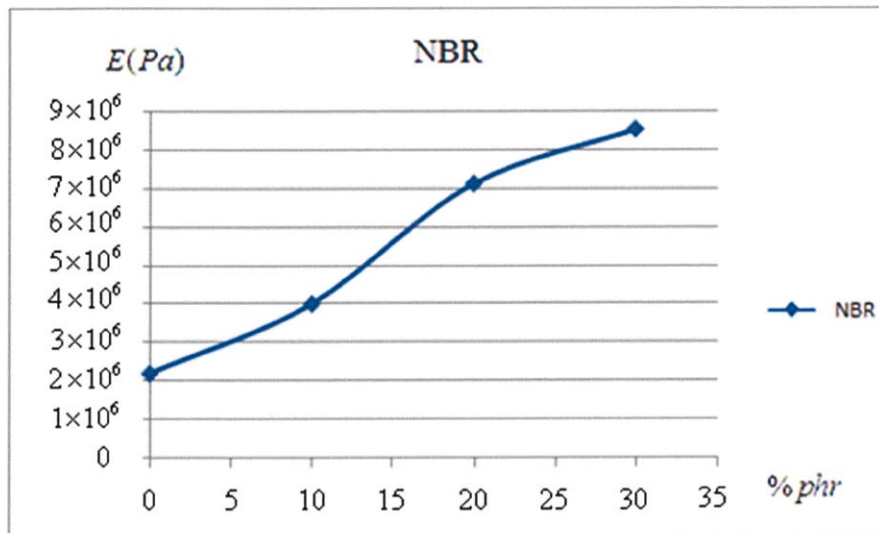
รูปที่ 4.24 พบว่าวัสดุเชิงประกอบ NBR+BA ผสมเส้นใยสับปะรด 20 %phr มีลักษณะกราฟความเค้น ความเครียด ในช่วงความเครียดต่ำเป็นเส้นตรงที่มีการเลื่อนกราฟขึ้น ซึ่งสอดคล้องกับวัสดุแบบ Kelvin-Voigt เช่นเดียวกับ วัสดุเชิงประกอบ NBR+BA ผสมเส้นใยสับปะรด 10 %phr ดังรูปที่ 4.23



รูปที่ 4.25 กราฟแสดงความสัมพันธ์ระหว่างความเค้น (MPa) ต่อความเครียด (%)ตามแนวขวางการเรียงตัวของเส้นใยของวัสดุเชิงประกอบ NBR ที่ผสมสารปรับปรุงความแข็งแรงและผสมใยสับปะรด 30 %phr ในช่วง 15% Strain

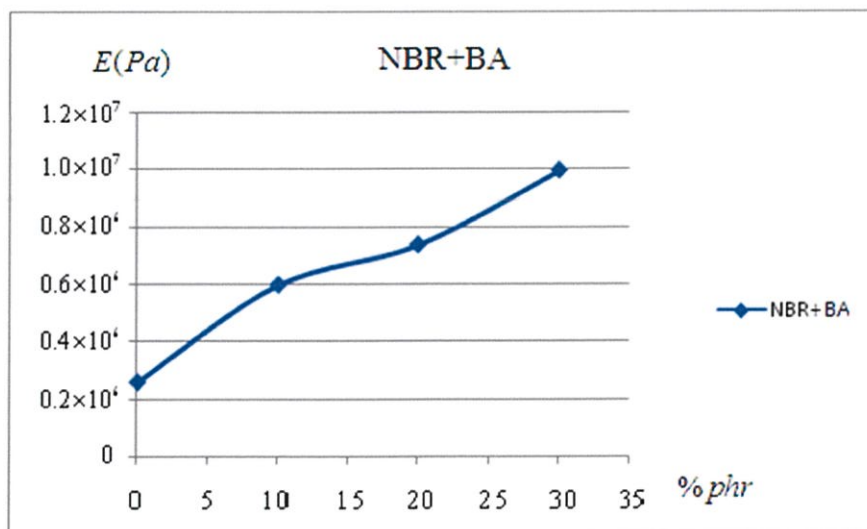
จากรูปที่ 4.25 พบว่าวัสดุเชิงประกอบ NBR+BA ผสมเส้นใยสับปะรด 30 %phr มีลักษณะกราฟความเค้น ความเครียด ในช่วงความเครียดต่ำเป็นเส้นตรงที่มีการเลื่อนกราฟขึ้น ซึ่งสอดคล้องกับวัสดุแบบ Kelvin-Voigt เช่นเดียวกับ วัสดุเชิงประกอบ NBR+BA ผสมเส้นใยสับปะรด 20 %phr ดังรูปที่ 4.24

เมื่อนำค่า E (Young's Modulus) ที่ได้จากการทดสอบที่แต่ละปริมาณเส้นใยมาทำการสร้างกราฟโดยให้แกนนอน เป็นปริมาณเส้นใยและแกนตั้งเป็นค่า E (Young's Modulus) ของวัสดุทำให้เห็นแนวโน้มการเพิ่มขึ้นของความแข็งแรงเมื่อเพิ่มปริมาณเส้นใย



รูปที่ 4.26 กราฟแสดงความสัมพันธ์ระหว่างค่า Young's Modulus ต่อปริมาณของเส้นใยที่ผสมลงในวัสดุเชิงประกอบ NBR ตามแนวการเรียงตัวของเส้นใย ซึ่งเปลี่ยนแปลงไปเนื่องจากการผสมเส้นใยในสัดส่วนต่างๆ

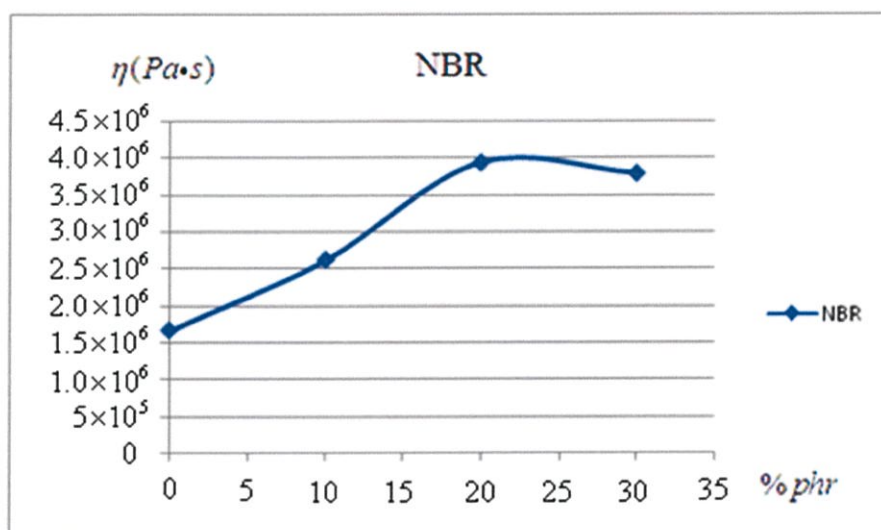
จากรูปที่ 4.26 แสดงให้เห็นการเพิ่มขึ้นของค่า E (Young's Modulus) เมื่อเพิ่มปริมาณเส้นใยสับปะรดลงในวัสดุเชิงประกอบ NBR มีลักษณะการเพิ่มขึ้นแบบเส้นตรงและอัตราการเพิ่มขึ้น น้อยกว่าในแนวนอนกับการเรียงตัวของเส้นใย ดังรูปที่ 4.12



รูปที่ 4.27 กราฟแสดงความสัมพันธ์ระหว่างค่า Young's Modulus ต่อปริมาณของเส้นใยที่ผสมลงในวัสดุเชิงประกอบ NBR ตามแนวขวางการเรียงตัวของเส้นใยผสมสารเพิ่มความแข็งแรง ซึ่งเปลี่ยนแปลงไปเนื่องจากการผสมเส้นใยในสัดส่วนต่างๆ

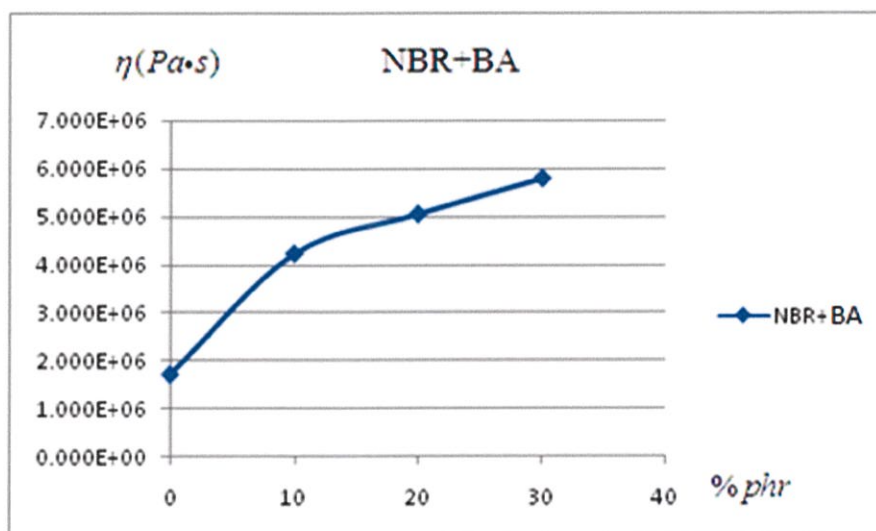
จากรูปที่ 4.27 แสดงให้เห็นการเพิ่มขึ้นของค่า E (Young's Modulus) เมื่อเพิ่มปริมาณเส้นใยสับ-ปะรดลงในวัสดุเชิงประกอบ NBR+BA มีลักษณะการเพิ่มขึ้นแบบเว้าขึ้นและมีอัตราการเพิ่มขึ้นที่สูงกว่า การเพิ่มปริมาณเส้นใยสับปะรดลงในวัสดุเชิงประกอบ NBR ดังรูปที่ 4.26

เมื่อได้ค่า E (Young's Modulus) ของวัสดุมาแล้วทำให้สามารถสร้างกราฟหาจุดตัด เพื่อคำนวณหาค่า η (Viscosity) ได้และสามารถนำมาสร้างกราฟ โดยให้แกนนอนเป็นปริมาณเส้นใยและแกนตั้ง เป็นค่า η (Viscosity) ของวัสดุ ทำให้เห็นแนวโน้มการเพิ่มขึ้นของค่าคงที่ความหนืดเมื่อเพิ่มปริมาณเส้นใย



รูปที่ 4.28 กราฟแสดงค่า Viscosity ของวัสดุเชิงประกอบ NBR ซึ่งเปลี่ยนแปลงไปเนื่องจากการผสมเส้นใยในสัดส่วนต่างๆ

จากรูปที่ 4.28 แสดงให้เห็นการเพิ่มขึ้นของค่า η (Viscosity) เมื่อเพิ่มปริมาณเส้นใยสับปะรดลงในวัสดุเชิงประกอบ NBR มีลักษณะการเพิ่มขึ้นแบบเส้นตรง



รูปที่ 4.29 กราฟแสดงค่า Viscosity ของวัสดุเชิงประกอบ NBR ผสมสารเพิ่มความแข็งแรงซึ่งเปลี่ยนแปลงไปเนื่องจากการผสมเส้นใยในสัดส่วนต่างๆ

จากรูปที่ 4.29 แสดงให้เห็นการเพิ่มขึ้นของค่า η (Viscosity) เมื่อเพิ่มปริมาณเส้นใยสับปรดลงในวัสดุเชิงประกอบ NBR+BA มีลักษณะการเพิ่มขึ้นแบบเอกซ์โพเนนเชียล ต่างจากการเพิ่มปริมาณเส้นใยสับปรดลงในวัสดุ ยาง NBR ดังรูปที่ 4.28

4.8 การใช้สมการ Halpin-Tsai ทำนายคุณสมบัติในช่วงยืดหยุ่นแบบเส้นตรง

เพื่อทำนายค่า E (Young' Modulus) ของวัสดุเชิงประกอบ ที่มีส่วนผสมปริมาณเส้นใยต่างๆ จากสมการของ Halpin-Tsai

$$E_L = E_{Lm} \frac{(1 + \zeta \eta v_f)}{(1 - \eta v_f)} \quad (2.13)$$

$$\eta = \frac{(E_{Lf} - E_{Lm})}{(E_{Lf} + \xi E_{Lm})} \quad (2.14)$$

$$\xi_{E_L} = 2 \left(\frac{l}{d} \right) + 40 v_f^{10} \quad (2.15)$$

$$\xi_{E_L} = 2 + 40 v_f^{10} \quad (2.16)$$

ซึ่งมีค่าที่ใช้ต่างๆดังนี้

ความยาวของเส้นใย (l) = 0.0065 m

เส้นผ่านศูนย์กลางกลางของเส้นใย (d) = 0.00006343 m

ความหนาแน่นของเส้นใย = 1440 kg/m³

ความหนาแน่นของยาง = 1200 kg/m³

ค่ามอดูลัส (E_{Lm}) = 2.2 MPa สำหรับวัสดุเชิงประกอบ NBR

ค่ามอดูลัส (E_{Lm}) = 2.6 MPa สำหรับวัสดุเชิงประกอบ NBR ผสมสารเพิ่มความ

แข็งแรง

ค่ามอดูลัส (E_{Lf}) = 60 GPa สำหรับเส้นใยสับปะรด

ตารางที่ 4.1 แสดงผลการทำนายค่า E (Young's Modulus) ตามแนวการเรียงตัวของเส้นใย ของวัสดุเชิงประกอบ NBR ซึ่งเสริมแรงด้วยเส้นใยสับปะรด โดยสมการ Halpin-Tsai

	Test data	Halpin-Tsai	%Error
0% phr	2.2 MPa	2.2 MPa	0
10% phr	5.4 MPa	42.7 MPa	691.4
20% phr	28.1 MPa	92.5 MPa	229.1
30% phr	127.8 MPa	154.0 MPa	20.77
			Average = 313.76

จากตารางที่ 4.1 พบว่าการใช้สมการ Halpin-Tsai ทำนายค่า E (Young's Modulus) ของวัสดุเชิงประกอบ NBR ผสมเส้นใยสับปะรดมีความคลาดเคลื่อนสูงมาก

ตารางที่ 4.2 แสดงผลการทำนายค่า E (Young's Modulus) ตามแนวการเรียงตัวของเส้นใย ของวัสดุเชิงประกอบ NBR ผสมสารเพิ่มความแข็งแรงซึ่งเสริมแรงด้วยเส้นใยสับปะรด โดยสมการ Halpin-Tsai

	Test data	Halpin-Tsai	%Error
0% phr	2.6 MPa	2.6 MPa	0
10% phr	13.7 MPa	50.5 MPa	268.6
20% phr	43.7 MPa	109.3 MPa	150.1
30% phr	103.3 MPa	182.4 MPa	76.6
			Average = 165.1

จากตารางที่ 4.2 พบว่าการใช้สมการ Halpin-Tsai ทำนายค่า E (Young's Modulus) ของวัสดุเชิงประกอบ NBR+BA ผสมเส้นใยสับปะรดมีความคลาดเคลื่อนสูงมาก เช่นเดียวกับการประมาณค่าของวัสดุเชิงประกอบ NBR ผสมเส้นใยสับปะรด ดังตารางที่ 4.1

ตารางที่ 4.3 แสดงผลการทำนายค่า E (Young's Modulus) ตามแนวทางการเรียงตัวของเส้นใยของวัสดุเชิงประกอบ NBR ซึ่งเสริมแรงด้วยเส้นใยสับปะรด โดยสมการ Halpin-Tsai

	Test data	Halpin-Tsai	%Error
0% phr	2.20 MPa	2.20 MPa	0
10% phr	4.00 MPa	3.43 MPa	14.36
20% phr	7.10 MPa	6.29 MPa	11.37
30% phr	8.50 MPa	11.30 MPa	33.31
			Average = 19.68

จากตารางที่ 4.3 พบว่าการใช้สมการ Halpin-Tsai ทำนายค่า E (Young's Modulus) ของวัสดุเชิงประกอบ NBR ผสมเส้นใยสับปะรดมีความคลาดเคลื่อนสูงมาก เช่นเดียวกับการทำนายค่าของวัสดุเชิงประกอบ NBR ผสมเส้นใยสับปะรดตามแนวขนานกับการเรียงตัวของเส้นใย ดังตารางที่ 4.1

ตารางที่ 4.4 แสดงผลการทำนายค่า E (Young's Modulus) ตามแนวทางการเรียงตัวของเส้นใยของวัสดุเชิงประกอบ NBR ผสมสารเพิ่มความแข็งแรงซึ่งเสริมแรงด้วยเส้นใยสับปะรด โดยสมการ Halpin-Tsai

	Test data	Halpin-Tsai	%Error
0% phr	2.60 MPa	2.60 MPa	0
10% phr	6.00 MPa	4.05 MPa	32.52
20% phr	7.40 MPa	7.44 MPa	0.49
30% phr	10.00 MPa	13.4 MPa	33.92
			Average = 22.31

จากตารางที่ 4.4 พบว่าการใช้สมการ Halpin-Tsai ทำนายค่า E (Young's Modulus) ของวัสดุเชิงประกอบ NBR+BA ผสมเส้นใยสับปะรด มีความคลาดเคลื่อนสูงมาก เช่นเดียวกับการประมาณค่าของวัสดุเชิงประกอบ NBR+BA ผสมเส้นใยสับปะรดตามแนวขนานกับการเรียงตัวของเส้นใย ดังตารางที่ 4.2

4.9 สมการความสัมพันธ์ระหว่างมอดูลัสความยืดหยุ่นกับปริมาณเส้นใยและความหนืดกับปริมาณเส้นใย

เพื่อใช้สำหรับทำนายค่า E ของวัสดุและค่า η ที่ส่วนผสมปริมาณเส้นใยที่ต่างกัน โดยวิธี Curve fitting จากผลการทดลองโดยตั้งเป้าหมายที่ค่าความคลาดเคลื่อนเฉลี่ยต่ำกว่า 10 เปอร์เซ็นต์ การทำนายค่า E (Young's Modulus) ตามแนวการเรียงตัวของเส้นใย ของวัสดุเชิงประกอบ NBR ซึ่งเสริมแรงด้วยเส้นใยสับปะรด โดยใช้สมการ

$$E = (2.2 \times 10^6 \times e^{0.138F}) - (3.3 \times 10^5 \times F) \quad (4.1)$$

การทำนายค่า E (Young's Modulus) ตามแนวการเรียงตัวของเส้นใย ของวัสดุเชิงประกอบ NBR ผสมสารเพิ่มความแข็งแรง ซึ่งเสริมแรงด้วยเส้นใยสับปะรด โดยใช้สมการ

$$E = (2.6 \times 10^6 \times e^{0.117F}) - (6.4 \times 10^5 \times F) \quad (4.2)$$

การทำนายค่า E (Young's Modulus) ตามแนวการเรียงตัวตามขวางของเส้นใย ของวัสดุเชิงประกอบ NBR ซึ่งเสริมแรงด้วยเส้นใยสับปะรด ใช้สมการ

$$E = (2.6 \times 10^6) + (2.6 \times 10^5 \times F) \quad (4.3)$$

การทำนายค่า E (Young's Modulus) ตามแนวการเรียงตัวตามขวางของเส้นใย ของวัสดุเชิงประกอบ NBR ผสมสารเพิ่มความแข็งแรง ซึ่งเสริมแรงด้วยเส้นใยสับปะรด โดยใช้สมการ

$$E = (2.2 \times 10^6) + (2.1 \times 10^5 \times F) \quad (4.4)$$

การทำนายค่า η (viscosity) ตามแนวการเรียงตัวของเส้นใย ของวัสดุเชิงประกอบ NBR ซึ่งเสริมแรงด้วยเส้นใยสับปะรด โดยใช้สมการ

$$\eta = (1.56 \times 10^6 \times e^{0.076F}) - (1 \times 10^5 \times F) \quad (4.5)$$

การทำนายค่า η (viscosity) ตามแนวการเรียงตัวของเส้นใย ของวัสดุเชิงประกอบ NBR ผสมสารเพิ่มความแข็งแรง ซึ่งเสริมแรงด้วยเส้นใยสับปะรด โดยใช้สมการ

$$\eta = (1.766 \times 10^6 \times e^{0.113F}) - (3.2 \times 10^5 \times F) \quad (4.6)$$

การทำนายค่า η (viscosity) ตามแนวการเรียงตัวตามขวางของเส้นใยของวัสดุเชิงประกอบ NBR ซึ่งเสริมแรงด้วยเส้นใยสับปะรด โดยใช้สมการ

$$\eta = (1.66 \times 10^6) + (0.9 \times 10^5 \times F) \quad (4.7)$$

การทำนายค่า η (viscosity) ตามแนวการเรียงตัวตามขวางของเส้นใย ของวัสดุเชิงประกอบ NBR ผสมสารเพิ่มความแข็งแรง ซึ่งเสริมแรงด้วยเส้นใยสับปะรด โดยใช้สมการ

$$\eta = (1.61 \times 10^6 \times \ln(F + e)) + 0.112 \times 10^6 \quad (4.8)$$

โดยที่ F คือ เปอร์เซ็นต์ของเส้นใย ($F = \%phr$) (part per hundred rubber)

ตารางที่ 4.5 แสดงผลการทำนายค่า E (Young's Modulus) ตามแนวการเรียงตัวของเส้นใยของวัสดุเชิงประกอบ NBR ซึ่งเสริมแรงด้วยเส้นใยสับปะรด โดยสมการ (4.1)

	Test data	Model	%Error
0% phr	2.20 MPa	2.20 MPa	0
10% phr	5.40 MPa	5.44 MPa	0.85
20% phr	28.10 MPa	28.20 MPa	0.21
30% phr	127.80 MPa	128.00 MPa	0.36
			Average = 0.47

จากตารางที่ 4.5 พบว่าการใช้สมการที่สร้างขึ้นจากผลการทดลองสามารถทำนายค่า E (Young's Modulus) ของวัสดุเชิงประกอบ NBR ผสมเส้นใยสับปะรดได้โดยมีความคลาดเคลื่อนอยู่ในระดับต่ำ

ตารางที่ 4.6 แสดงผลการทำนายค่า E (Young's Modulus) ตามแนวการเรียงตัวของเส้นใยของวัสดุเชิงประกอบ NBR ผสมสารเพิ่มความแข็งแรง ซึ่งเสริมแรงด้วยเส้นใยสับปะรด โดยใช้สมการ (4.2)

	Test data	Model	%Error
0% phr	2.6 MPa	2.6 MPa	0
10% phr	13.7 MPa	14.8 MPa	7.86
20% phr	43.7 MPa	39.8 MPa	8.94
30% phr	103.3 MPa	106.0 MPa	3.07
			Average = 6.63

จากตารางที่ 4.6 พบว่าการใช้สมการที่สร้างขึ้นจากผลการทดลองสามารถทำนายค่า E (Young's Modulus) ของวัสดุเชิงประกอบ NBR+BA ผสมเส้นใยสับปะรดได้โดยมีความคลาดเคลื่อนอยู่ในระดับต่ำ

ตารางที่ 4.7 แสดงผลการทำนายค่า E (Young's Modulus) ตามแนวทางการเรียงตัวของเส้นใยของเชิงประกอบ NBR ซึ่งเสริมแรงด้วยเส้นใยสับปะรด โดยใช้สมการ (4.3)

	Test data	Model	%Error
0% phr	2.2 MPa	2.2 MPa	0
10% phr	4.0 MPa	4.3 MPa	7.50
20% phr	7.1 MPa	6.4 MPa	9.86
30% phr	8.5 MPa	8.5 MPa	0.00
			Average = 5.74

จากตารางที่ 4.7 พบว่าการใช้สมการที่สร้างขึ้นจากผลการทดลองสามารถทำนายค่า E (Young's Modulus) ของวัสดุเชิงประกอบ NBR ผสมเส้นใยสับปะรดตามแนวทางการเรียงตัวของเส้นใย ได้โดยมีความคลาดเคลื่อนอยู่ในระดับต่ำเช่นเดียวกับการทำนายค่าตามแนวขนานกับการเรียงตัวของเส้นใยดังตารางที่ 4.5

ตารางที่ 4.8 แสดงผลการทำนายค่า E (Young's Modulus) ตามแนวทางการเรียงตัวของเส้นใยของวัสดุเชิงประกอบ NBR ผสมสารเพิ่มความแข็งแรง ซึ่งเสริมแรงด้วยเส้นใยสับปะรด โดยใช้สมการ (4.4)

	Test data	Model	%Error
0% phr	2.60 MPa	2.60 MPa	0
10% phr	6.00 MPa	5.20 MPa	13.33
20% phr	7.40 MPa	7.80 MPa	5.41
30% phr	10.00 MPa	10.40 MPa	4.00
			Average = 7.58

จากตารางที่ 4.8 พบว่าการใช้สมการที่สร้างขึ้นจากผลการทดลองสามารถทำนายค่า E (Young's Modulus) ของวัสดุเชิงประกอบ NBR+BA ผสมเส้นใยสับปะรดตามแนวทางการเรียงตัวของเส้นใยได้โดยมีความคลาดเคลื่อนอยู่ในระดับต่ำ เช่นเดียวกับการทำนายค่าตามแนวขนานกับการเรียงตัวของเส้นใยดังตารางที่ 4.6

ตารางที่ 4.9 แสดงผลการทำนายค่า η (viscosity) ตามแนวการเรียงตัวของเส้นใยของวัสดุเชิงประกอบ NBR ซึ่งเสริมแรงด้วยเส้นใยสับปะรด โดยสมการ (4.5)

	Test data	Model	%Error
0% phr	1.55 MPa	1.55 MPa-s	0
10% phr	3.02 MPa	2.34 MPa-s	22.60
20% phr	4.89 MPa	5.13 MPa-s	4.97
30% phr	12.20 MPa	12.30 MPa-s	0.66
			Average = 9.41

จากตารางที่ 4.9 พบว่าการใช้สมการที่สร้างขึ้นจากการทดลองสามารถทำนายค่า η (viscosity) ของวัสดุเชิงประกอบ NBR ผสมเส้นใยสับปะรดได้โดยมีความคลาดเคลื่อนอยู่ในระดับต่ำ

ตารางที่ 4.10 แสดงผลการทำนายค่า η (viscosity) ตามแนวการเรียงตัวของเส้นใยของวัสดุเชิงประกอบ NBR ผสมสารเพิ่มความแข็งแรง ซึ่งเสริมแรงด้วยเส้นใยสับปะรด โดยใช้สมการ (4.6)

	Test data	Model	%Error
0% phr	1.76 MPa	1.76 MPa-s	0
10% phr	1.18 MPa	1.23 MPa-s	4.85
20% phr	5.41 MPa	3.54 MPa-s	34.53
30% phr	12.30 MPa	11.9 MPa-s	3.14
			Average = 14.18

จากตารางที่ 4.10 พบว่าการใช้สมการที่สร้างขึ้นจากการทดลองสามารถทำนายค่า η (viscosity) ของวัสดุเชิงประกอบ NBR+BA ผสมเส้นใยสับปะรดได้โดยมีความคลาดเคลื่อนอยู่ในระดับต่ำ

ตารางที่ 4.11 แสดงผลการทำนายค่า η (viscosity) ตามแนวแนวขวางการเรียงตัวของเส้นใย ของวัสดุเชิงประกอบ NBR ซึ่งเสริมแรงด้วยเส้นใยสับปะรด โดยสมการ (4.7)

	Test data	Model	%Error
0% phr	1.66 MPa	1.66 MPa-s	0
10% phr	2.62 MPa	2.56 MPa-s	2.36
20% phr	3.94 MPa	3.46 MPa-s	12.17
30% phr	3.79 MPa	4.36 MPa-s	15.00
			Average = 9.85

จากตารางที่ 4.11 พบว่าการใช้โมเดลที่สร้างขึ้นจากผลการทดลองสามารถทำนายค่า η (viscosity) ของวัสดุเชิงประกอบ NBR ผสมเส้นใยสับปะรดตามแนวขวางการเรียงตัวของเส้นใย ได้โดยมีความคลาดเคลื่อนอยู่ในระดับต่ำ เช่นเดียวกับการทำนายค่าตามแนวขนานกับการเรียงตัวของเส้นใย ดังตารางที่ 4.9

ตารางที่ 4.12 แสดงผลการทำนายค่า η (viscosity) ตามแนวขวางการเรียงตัวของเส้นใย ของวัสดุเชิงประกอบ NBR ซึ่งผสมสารเพิ่มความแข็งแรง ซึ่งเสริมแรงด้วยเส้นใยสับปะรด โดยสมการ (4.8)

	Test data	Model	%Error
0% phr	1.73 MPa	1.72 MPa-s	0.29
10% phr	4.23 MPa	4.18 MPa-s	1.26
20% phr	5.05 MPa	5.11 MPa-s	1.12
30% phr	5.79 MPa	5.69 MPa-s	1.71
			Average = 1.09

จากตารางที่ 4.12 พบว่าการใช้โมเดลที่สร้างขึ้นจากผลการทดลองสามารถทำนายค่า η (viscosity) ของวัสดุเชิงประกอบ NBR+BA ผสมเส้นใยสับปะรดตามแนวขวางการเรียงตัวของเส้นใย ได้โดยมีความคลาดเคลื่อนอยู่ในระดับต่ำเช่นเดียวกับการทำนายค่าตามแนวขนานกับการเรียงตัวของเส้นใย ดังตารางที่ 4.10

4.10 การทดลอง Simulation ด้วยเงื่อนไขเดียวกับการทดสอบ

โดยให้ Strain rate เป็นค่าคงที่และใช้คุณสมบัติต่างๆ จากผลการทดสอบดังนี้

4.10.1 ปัญหาที่ 1 วัสดุเชิงประกอบ NBR ที่ผสมเส้นใย PALF 20 %phr

ซึ่งใช้ค่าต่างๆดังนี้

$$E_L = 28.1$$

$$E_T = 7.1$$

$$\nu_{LT} = \nu_{TL} = 0.499$$

$$\eta = 4.89$$

$$\frac{d\varepsilon}{dt} = 0.0725$$

4.10.2 ปัญหาที่ 2 วัสดุเชิงประกอบ NBR+BA ที่ผสมเส้นใย PALF 20 %phr

ซึ่งใช้ค่าต่างๆดังนี้

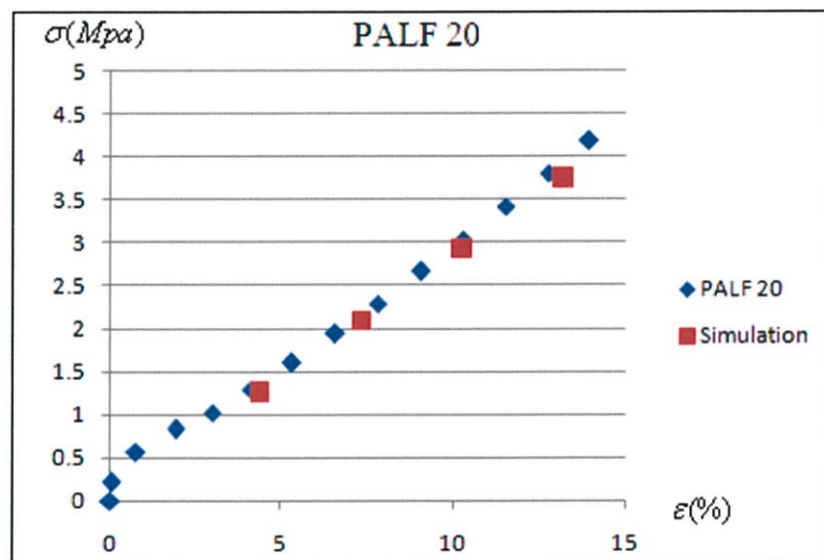
$$E_L = 43.7$$

$$E_T = 7.4$$

$$\nu_{LT} = \nu_{TL} = 0.499$$

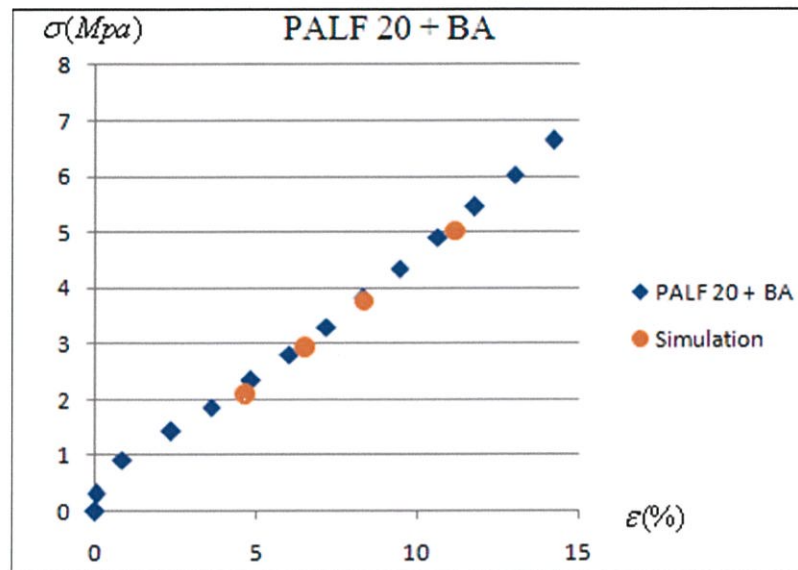
$$\eta = 5.41$$

$$\frac{d\varepsilon}{dt} = 0.0725$$



รูปที่ 4.30 กราฟแสดงความสัมพันธ์ระหว่างความเค้น (MPa) ต่อความเครียด (%) ที่ได้จากโปรแกรม Simulation เทียบผลการทดลองของวัสดุเชิงประกอบ NBR ที่ผสมเส้นใย PALF 20 %phr

จากรูปที่ 4.30 พบว่าเมื่อใช้ข้อมูลคุณสมบัติจากการทดลอง ร่วมกับ Kelvin-Voigt Model ที่โหลดต่างๆ ค่า Stress Strain ที่ได้จากการ Simulation วัสดุเชิงประกอบ NBR ผสมเส้นใยสับปะรด 20%phr มีค่าใกล้เคียงกับผลการทดลองมาก



รูปที่ 4.31 กราฟแสดงความสัมพันธ์ระหว่างความเค้น (MPa) ต่อความเครียด (%) ที่ได้จากโปรแกรม Simulation เทียบผลการทดลองของวัสดุเชิงประกอบ NBR+BA ที่ผสมเส้นใย PALF 20%phr

จากรูปที่ 4.31 พบว่าเมื่อใช้ข้อมูลคุณสมบัติจากการทดลอง ร่วมกับ Kelvin-Voigt Model ที่โหลดต่างๆ ค่า Stress Strain ที่ได้จากการ Simulation วัสดุเชิงประกอบ NBR+BA ผสมเส้นใยสับปะรด 20 %phr มีค่าใกล้เคียงกับผลการทดลองมาก เช่นเดียวกับวัสดุประกอบ ยาง NBR ผสมเส้นใยสับปะรด 20 %phr ในรูปที่ 4.30

บทที่ 5

สรุปและวิจารณ์ผล

ผลการทดลองวัสดุเชิงประกอบของยางไนไตรล์ วัสดุเชิงประกอบของยางไนไตรล์ผสมเส้นใยสับปะรด วัสดุเชิงประกอบของยางไนไตรล์เติมสารเพิ่มความแข็งแรงและวัสดุเชิงประกอบของยางไนไตรล์เติมสารเพิ่มความแข็งแรงผสมเส้นใยสับปะรดนั้น วัสดุแสดงคุณสมบัติที่ช่วงความเครียดต่ำเป็นลักษณะของ Kelvin-Voigt Material

การเพิ่มขึ้นของค่ามอดูลัสและความหนืดของวัสดุเพิ่มขึ้นในลักษณะเอกซ์โพเนนเชียลเมื่อเพิ่มปริมาณของเส้นใยสับปะรดในเมทริกซ์ของยางไนไตรล์และในยางไนไตรล์ที่เติมสารเพิ่มความแข็งแรง เมื่อทำการทดสอบการดึงตามแนวการเรียงตัวของเส้นใย

การเพิ่มขึ้นของค่ามอดูลัสและความหนืดของวัสดุเพิ่มขึ้นในลักษณะเป็นเส้นตรงเมื่อเพิ่มปริมาณของเส้นใยสับปะรดในเมทริกซ์ของยางไนไตรล์และในยางไนไตรล์ที่เติมสารเพิ่มความแข็งแรง เมื่อทดสอบ การดึงตามแนวขวางการเรียงตัวของเส้นใย

ค่าความหนืดเพิ่มขึ้นในลักษณะเอกซ์โพเนนเชียลในวัสดุเชิงประกอบยางไนไตรล์ผสมสารเพิ่มความแข็งแรงในการทดสอบการดึงตามแนวขวางการเรียงตัวของเส้นใยเมื่อเส้นใยมีปริมาณเพิ่มขึ้น

การทดลองด้วยสมการของ Halpin-Tsai เปรียบเทียบกับผลการทดสอบ แสดงให้เห็นถึงความคลาดเคลื่อนอย่างมาก เนื่องจากสมการ Halpin-Tsai อยู่บนการสมมติโดยให้เส้นใยมีลักษณะเป็นทรงกระบอกสมบูรณ์ โดยไม่ได้คำนึงถึงความขรุขระของพื้นผิวและความสามารถในการยึดเกาะระหว่างเมทริกซ์และเส้นใย

ผลการทดลองด้วยการใช้สมการจากวิธี Curve fitting ซึ่งสามารถทำนายค่ามอดูลัสและค่าความหนืดที่ค่าปริมาณเส้นใยต่างๆในวัสดุเชิงประกอบยางไนไตรล์และในยางไนไตรล์ผสมสารเพิ่มความแข็งแรงด้วยค่าความคลาดเคลื่อนที่น้อยกว่า 10%

การวิเคราะห์ผลการทดลองด้วยวิธีการไฟไนต์เอเลเมนต์ โดยใช้ Kelvin-Voigt model สามารถให้ค่าผลการทำนายซึ่งมีค่าความคลาดเคลื่อนน้อยกว่า 10%

ภาคผนวก

ภาคผนวก ก

ผลการทดลองตั้งขึ้นทดสอบ

ตาราง ก-1 ผลการทดลองดึงขึ้นทดสอบ วัสดุเชิงประกอบ NBR

Strain (%)	Stress (MPa)	Strain (%)	Stress (MPa)	Strain (%)	Stress (MPa)
0	0	61.46744	61.51644	129.5788	129.6278
0.07036	0.11936	63.19887	63.24787	131.2316	131.2806
1.18757	1.23657	64.79242	64.84142	132.8984	132.9474
2.59026	2.63926	66.52331	66.57231	134.6348	134.6838
4.02844	4.07744	68.28509	68.33409	136.0996	136.1486
5.46188	5.51088	69.96963	70.01863	137.7225	137.7715
6.8259	6.8749	71.72095	71.76995	139.435	139.484
8.17946	8.22846	73.50062	73.54962	141.1757	141.2247
9.70548	9.75448	75.07733	75.12633	142.7736	142.8226
11.02229	11.07129	76.81086	76.85986	144.6234	144.6724
12.56096	12.60996	78.70563	78.75463	146.1031	146.1521
14.09501	14.14401	80.43424	80.48324	147.8008	147.8498
15.5373	15.5863	82.13426	82.18326	149.6722	149.7212
17.07584	17.12484	83.78797	83.83697	151.2845	151.3335
18.61724	18.66624	85.59853	85.64753	152.992	153.041
20.15306	20.20206	87.11603	87.16503	154.67	154.719
21.76385	21.81285	88.91569	88.96469	156.0392	156.0882
23.35242	23.40142	90.51761	90.56661	157.7431	157.7921
24.91279	24.96179	92.31612	92.36512	159.2298	159.2788
26.5428	26.5918	94.01997	94.06897	161.038	161.087
28.20776	28.25676	95.76269	95.81169	162.8112	162.8602
29.77534	29.82434	97.5244	97.5734	164.2988	164.3478
31.37565	31.42465	99.13022	99.17922	165.9852	166.0342
33.07614	33.12514	100.9104	100.9594	167.6382	167.6872
34.73423	34.78323	102.6224	102.6714	169.2493	169.2983
36.50551	36.55451	104.3249	104.3739	170.7836	170.8326
38.10014	38.14914	105.9582	106.0072	172.4207	172.4697
39.60536	39.65436	107.6109	107.6599	173.8993	173.9483
41.12633	41.17533	109.4419	109.4909	175.5233	175.5723
42.76184	42.81084	110.8843	110.9333	177.2057	177.2547
44.39629	44.44529	112.7033	112.7523	178.8561	178.9051
45.9951	46.0441	114.4639	114.5129	180.6124	180.6614
47.49279	47.54179	116.018	116.067	182.085	182.134
49.26867	49.31767	117.9036	117.9526	183.6898	183.7388
50.9372	50.9862	119.5937	119.6427	185.1188	185.1678
52.59997	52.64897	121.028	121.077	186.8643	186.9133
54.08962	54.13862	122.9376	122.9866	188.4944	188.5434
55.68861	55.73761	124.5012	124.5502	190.0324	190.0814
57.57907	57.62807	126.1919	126.2409	191.5763	191.6253
59.77619	59.82519	127.9304	127.9794	193.1631	193.2121

ตาราง ก-1 (ต่อ)

Strain (%)	Stress (MPa)	Strain (%)	Stress (MPa)	Strain (%)	Stress (MPa)
194.5724	194.6214	255.6049	255.6539	310.8115	310.8605
196.1711	196.2201	257.0237	257.0727	312.0967	312.1457
197.8078	197.8568	258.4284	258.4774	313.2634	313.3124
199.3338	199.3828	259.7008	259.7498	314.4478	314.4968
200.6328	200.6818	261.1315	261.1805	315.8166	315.8656
202.3809	202.4299	262.3725	262.4215	317.0975	317.1465
203.8081	203.8571	263.8624	263.9114	318.4341	318.4831
205.2727	205.3217	265.0089	265.0579	319.6338	319.6828
207.0834	207.1324	266.5223	266.5713	320.7883	320.8373
208.6841	208.7331	267.5203	267.5693	322.077	322.126
210.2991	210.3481	269.0517	269.1007	323.4368	323.4858
211.7532	211.8022	271.2008	271.2498	324.6686	324.7176
213.2606	213.3096	272.3903	272.4393	325.8091	325.8581
214.8895	214.9385	274.0543	274.1033		
216.3694	216.4184	275.4906	275.5396		
217.8585	217.9075	276.92	276.969		
219.3627	219.4117	278.3804	278.4294		
220.9979	221.0469	279.7939	279.8429		
222.3868	222.4358	281.2943	281.3433		
224.0862	224.1352	282.6725	282.7215		
225.6216	225.6706	284.0975	284.1465		
227.2007	227.2497	285.4094	285.4584		
228.7018	228.7508	286.8336	286.8826		
230.1876	230.2366	288.2626	288.3116		
231.7015	231.7505	289.5338	289.5828		
233.3172	233.3662	290.8097	290.8587		
234.7779	234.8269	292.3173	292.3663		
236.3481	236.3971	293.6019	293.6509		
237.9293	237.9783	294.881	294.93		
239.4592	239.5082	296.254	296.303		
241.0278	241.0768	297.7314	297.7804		
242.6737	242.7227	298.974	299.023		
244.1244	244.1734	300.2536	300.3026		
245.6414	245.6904	301.6756	301.7246		
247.0839	247.1329	302.8477	302.8967		
248.4524	248.5014	304.2298	304.2788		
249.8038	249.8528	305.6033	305.6523		
251.1879	251.2369	306.8134	306.8624		
252.9313	252.9803	308.0905	308.1395		
254.2794	254.3284	309.3763	309.4253		

ตาราง ก-2 ผลการทดลองดึงขึ้นทดสอบ วัสดุเชิงประกอบ NBR
ผสมเส้นใยลึบประรด 10 %phr ตามแนวการเรียงตัวของเส้นใย

Strain (%)	Stress (MPa)	Strain (%)	Stress (MPa)	Strain (%)	Stress (MPa)
0	0	61.48774	3.28002		
0.00982	0.11171	63.29844	3.34129		
0.67824	0.25541	65.13971	3.40293		
2.2711	0.37931	66.96695	3.46789		
3.83315	0.48401	68.95364	3.51427		
5.44302	0.58994	70.91807	3.57197		
7.01678	0.68602	72.8726	3.61836		
8.58514	0.76243	74.9196	3.65342		
10.15598	0.83391	77.01024	3.69685		
11.73218	0.90662	79.17308	3.71949		
13.36406	0.97453	81.32445	3.76009		
15.00228	1.0497	83.4748	3.78888		
16.56232	1.13989	85.67698	3.82505		
18.12395	1.23314	87.99487	3.84719		
19.71507	1.31607	90.29072	3.87512		
21.26197	1.40687	92.62575	3.89345		
22.9075	1.48856	94.96436	3.9172		
24.43924	1.57677				
26.00439	1.6565				
27.42066	1.73954				
28.91356	1.82283				
30.45862	1.9017				
31.96143	1.98167				
33.50264	2.05955				
35.07878	2.13878				
36.62866	2.21838				
38.18235	2.29072				
39.81567	2.36823				
41.36513	2.44599				
42.8431	2.52694				
44.48453	2.5999				
46.12228	2.67581				
47.70128	2.7436				
49.36418	2.80856				
51.03616	2.87906				
52.71862	2.9514				
54.41312	3.02461				
56.20685	3.08969				
57.97457	3.15662				
59.71256	3.21297				

ตาราง ก-3 ผลการทดลองดึงขึ้นทดสอบ วัสดุเชิงประกอบ NBR
ผสมเส้นใยลัมบ์ประรด 10 %phr ขวางแนวการเรียงตัวของเส้นใย

Strain (%)	Stress (MPa)	Strain (%)	Stress (Mpa)	Strain (%)	Stress (Mpa)
0	0	59.02421	59.07321	129.5845	129.6335
0.17357	0.22257	60.75652	60.80552	131.3375	131.3865
1.78549	1.83449	62.33497	62.38397	133.1201	133.1691
3.15909	3.20809	63.93108	63.98008	134.9199	134.9689
4.35832	4.40732	65.47828	65.52728	136.6739	136.7229
5.49833	5.54733	67.19754	67.24654	138.3819	138.4309
6.96143	7.01043	69.02883	69.07783	140.1678	140.2168
8.44043	8.48943	70.74166	70.79066	141.8741	141.9231
10.04334	10.09234	72.50032	72.54932	143.5872	143.6362
11.51122	11.56022	74.28297	74.33197	145.3389	145.3879
13.08628	13.13528	76.00205	76.05105	147.0746	147.1236
14.6162	14.6652	77.73692	77.78592	148.8827	148.9317
16.20498	16.25398	79.46984	79.51884	150.6732	150.7222
17.70061	17.74961	81.31103	81.36003	152.4942	152.5432
19.15375	19.20275	82.97358	83.02258	154.3733	154.4223
20.58196	20.63096	84.70573	84.75473	156.0988	156.1478
22.13115	22.18015	86.43163	86.48063	157.9324	157.9814
23.60465	23.65365	88.17615	88.22515	159.6587	159.7077
25.07541	25.12441	89.96006	90.00906	161.4299	161.4789
26.61158	26.66058	91.73088	91.77988	163.2557	163.3047
28.10083	28.14983	93.44841	93.49741	165.0251	165.0741
29.62469	29.67369	95.23532	95.28432	166.9369	166.9859
31.10365	31.15265	96.92104	96.97004	168.7329	168.7819
32.62535	32.67435	98.64344	98.69244	170.6226	170.6716
34.06355	34.11255	100.508	100.557	172.4481	172.4971
35.62109	35.67009	102.2478	102.2968	174.265	174.314
37.08376	37.13276	104.0353	104.0843	175.9609	176.0099
38.61755	38.66655	105.9979	106.0469	177.7393	177.7883
40.12803	40.17703	107.7872	107.8362	179.5725	179.6215
41.64423	41.69323	109.6411	109.6901	181.3862	181.4352
43.12877	43.17777	111.5327	111.5817	183.2542	183.3032
44.66037	44.70937	113.3407	113.3897	185.0785	185.1275
46.22434	46.27334	115.1531	115.2021	186.9139	186.9629
47.77788	47.82688	116.8609	116.9099	188.7895	188.8385
49.35884	49.40784	118.7777	118.8267	190.6584	190.7074
50.92547	50.97447	120.5304	120.5794	192.5369	192.5859
52.6034	52.6524	122.412	122.461	194.3492	194.3982
54.15161	54.20061	124.2114	124.2604	196.2074	196.2564
55.77066	55.81966	125.9185	125.9675	198.0625	198.1115
57.40366	57.45266	127.7912	127.8402	199.9472	199.9962

ตาราง ก-3 (ต่อ)

Strain (%)	Stress (MPa)	Strain (%)	Stress (MPa)	Strain (%)	Stress (MPa)
201.7898	201.8388	274.7173	274.7663		
203.6794	203.7284	276.5101	276.5591		
205.4196	205.4686	278.2484	278.2974		
207.3893	207.4383	279.9794	280.0284		
209.2015	209.2505	281.689	281.738		
211.2036	211.2526	283.4587	283.5077		
213.0907	213.1397	285.2724	285.3214		
214.932	214.981	287.0199	287.0689		
216.8257	216.8747	288.7328	288.7818		
218.6273	218.6763	290.4246	290.4736		
220.5113	220.5603	292.1952	292.2442		
222.338	222.387	293.9382	293.9872		
224.1582	224.2072	295.6863	295.7353		
226.0586	226.1076	297.4195	297.4685		
227.9068	227.9558	299.1344	299.1834		
229.7656	229.8146	300.8575	300.9065		
231.6017	231.6507	302.669	302.718		
233.3978	233.4468				
235.2127	235.2617				
236.9932	237.0422				
238.7998	238.8488				
240.6981	240.7471				
242.5265	242.5755				
244.2896	244.3386				
246.0662	246.1152				
247.9527	248.0017				
249.7431	249.7921				
251.656	251.705				
253.3905	253.4395				
255.2001	255.2491				
256.9742	257.0232				
258.7649	258.8139				
260.5664	260.6154				
262.3537	262.4027				
264.1478	264.1968				
265.9106	265.9596				
267.6877	267.7367				
269.4476	269.4966				
271.1935	271.2425				
272.9293	272.9783				

ตาราง ก-5 ผลการทดลองดึงขึ้นทดสอบ วัสดุเชิงประกอบ NBR
ผสมเส้นใยสับปะรด 20 %phr ขวางแนวการเรียงตัวของเส้นใย

Strain (%)	Stress (MPa)	Strain (%)	Stress (MPa)	Strain (%)	Stress (MPa)
0	0	76.447	76.496	162.8033	162.8523
0.02734	0.07634	78.69566	78.74466	164.9136	164.9626
1.04759	1.09659	80.90612	80.95512	167.0035	167.0525
2.4821	2.5311	83.09175	83.14075	169.1251	169.1741
4.14871	4.19771	85.34602	85.39502	171.232	171.281
5.83007	5.87907	87.57687	87.62587	173.3566	173.4056
7.50413	7.55313	89.73973	89.78873	175.477	175.526
9.18734	9.23634	91.9692	92.0182	177.6088	177.6578
10.87769	10.92669	94.25499	94.30399	179.79	179.839
12.69184	12.74084	96.49854	96.54754	181.9153	181.9643
14.46635	14.51535	98.6878	98.7368	184.0161	184.0651
16.30823	16.35723	100.9016	100.9506	186.2169	186.2659
18.2243	18.2733	103.1489	103.1979	188.3561	188.4051
20.14571	20.19471	105.3345	105.3835	190.5445	190.5935
22.01885	22.06785	107.3677	107.4167	192.7129	192.7619
23.98518	24.03418	109.6045	109.6535	194.8651	194.9141
25.71581	25.76481	111.7663	111.8153	197.0908	197.1398
27.67309	27.72209	114.0291	114.0781	199.2917	199.3407
29.5461	29.5951	116.2666	116.3156	201.5023	201.5513
31.58043	31.62943	118.4833	118.5323	203.7158	203.7648
33.59868	33.64768	120.6654	120.7144	205.79	205.839
35.61225	35.66125	122.8203	122.8693	208.063	208.112
37.54848	37.59748	124.9136	124.9626	210.2503	210.2993
39.52653	39.57553	127.0747	127.1237	212.4187	212.4677
41.58458	41.63358	129.1411	129.1901	214.592	214.641
43.61896	43.66796	131.2718	131.3208	216.7892	216.8382
45.64182	45.69082	133.2879	133.3369	219.0005	219.0495
47.72747	47.77647	135.434	135.483	221.1748	221.2238
49.92546	49.97446	137.5177	137.5667	223.3314	223.3804
51.98971	52.03871	139.655	139.704	225.5004	225.5494
54.22804	54.27704	141.8013	141.8503	227.638	227.687
56.38622	56.43522	143.9166	143.9656	229.8175	229.8665
58.6326	58.6816	146.0219	146.0709	232.0017	232.0507
60.82339	60.87239	148.0683	148.1173	234.1713	234.2203
63.01934	63.06834	150.1327	150.1817	236.3457	236.3947
65.20605	65.25505	152.2274	152.2764	238.5658	238.6148
67.38079	67.42979	154.3342	154.3832	240.7124	240.7614
69.6218	69.6708	156.4225	156.4715	242.9454	242.9944
71.8815	71.9305	158.4826	158.5316	245.0712	245.1202
74.13209	74.18109	160.6525	160.7015	247.5183	247.5673

ตาราง ก-7 ผลการทดลองดึงขึ้นทดสอบ วัสดุเชิงประกอบ NBR
ผสมเส้นใยสับปะรด 30 %phr ขวางแนวการเรียงตัวของเส้นใย

Strain (%)	Stress (MPa)	Strain (%)	Stress (MPa)	Strain (%)	Stress (MPa)
0	0	63.14657	63.19557	134.0001	134.0491
0.08728	0.13628	64.86288	64.91188	135.8049	135.8539
1.6749	1.7239	66.55317	66.60217	137.5841	137.6331
3.15452	3.20352	68.28365	68.33265	139.4215	139.4705
4.70521	4.75421	70.01077	70.05977	141.2716	141.3206
6.21273	6.26173	71.78943	71.83843	143.1049	143.1539
7.79008	7.83908	73.51461	73.56361	144.9449	144.9939
9.34288	9.39188	75.31833	75.36733	146.7106	146.7596
10.90042	10.94942	77.07578	77.12478	148.5009	148.5499
12.55125	12.60025	78.82969	78.87869	150.3115	150.3605
14.10512	14.15412	80.60375	80.65275	152.1111	152.1601
15.67291	15.72191	82.40391	82.45291	153.9517	154.0007
17.29956	17.34856	84.10366	84.15266	155.7607	155.8097
18.86916	18.91816	85.91369	85.96269	157.6121	157.6611
20.46355	20.51255	87.66532	87.71432	159.4648	159.5138
22.08938	22.13838	89.39253	89.44153	161.3811	161.4301
23.74271	23.79171	91.27533	91.32433	163.2668	163.3158
25.30762	25.35662	93.01272	93.06172	165.1425	165.1915
27.01915	27.06815	94.80077	94.84977	166.9941	167.0431
28.60847	28.65747	96.60867	96.65767	168.8856	168.9346
30.13362	30.18262	98.32868	98.37768	170.8898	170.9388
31.7846	31.8336	100.1085	100.1575	172.981	173.03
33.42899	33.47799	101.8737	101.9227		
34.99834	35.04734	103.6789	103.7279		
36.60225	36.65125	105.4473	105.4963		
38.21704	38.26604	107.1981	107.2471		
39.80152	39.85052	109.0248	109.0738		
41.41735	41.46635	110.7181	110.7671		
43.05698	43.10598	112.4742	112.5232		
44.69609	44.74509	114.2622	114.3112		
46.32669	46.37569	116.0269	116.0759		
48.0126	48.0616	117.8096	117.8586		
49.68025	49.72925	119.6158	119.6648		
51.31905	51.36805	121.3729	121.4219		
53.02749	53.07649	123.1407	123.1897		
54.69106	54.74006	124.9216	124.9706		
56.4199	56.4689	126.8317	126.8807		
58.05823	58.10723	128.6062	128.6552		
59.74736	59.79636	130.4084	130.4574		
61.43265	61.48165	132.2095	132.2585		

ตาราง ก-8 ผลการทดลองดึงขึ้นทดสอบ วัสดุเชิงประกอบ NBR+BA

Strain (%)	Stress (MPa)	Strain (%)	Stress (MPa)	Strain (%)	Stress (MPa)
0	0	63.16225	63.22925	131.1847	131.2517
0.28068	0.34768	64.75785	64.82485	132.8446	132.9116
1.985	2.052	66.57955	66.64655	134.596	134.663
3.45577	3.52277	68.11837	68.18537	136.2903	136.3573
4.98761	5.05461	69.71567	69.78267	137.8648	137.9318
6.55456	6.62156	71.27802	71.34502	139.5522	139.6192
8.04382	8.11082	72.85506	72.92206	141.1685	141.2355
9.65295	9.71995	74.55301	74.62001	142.7709	142.8379
11.20376	11.27076	76.5363	76.6033	144.3889	144.4559
12.80401	12.87101	78.31689	78.38389	146.0611	146.1281
14.39592	14.46292	80.16077	80.22777	147.6679	147.7349
15.97556	16.04256	81.90786	81.97486	149.3073	149.3743
17.57515	17.64215	83.64652	83.71352	151.002	151.069
19.14155	19.20855	85.39649	85.46349	152.6265	152.6935
20.72507	20.79207	87.06666	87.13366	154.2807	154.3477
22.42842	22.49542	88.83284	88.89984	155.863	155.93
24.06757	24.13457	90.52792	90.59492	157.4825	157.5495
25.64006	25.70706	92.19697	92.26397	159.009	159.076
27.27819	27.34519	93.95752	94.02452	160.6522	160.7192
28.94826	29.01526	95.72766	95.79466	162.2419	162.3089
30.57962	30.64662	97.46089	97.52789	163.8578	163.9248
32.33696	32.40396	99.12211	99.18911	165.4005	165.4675
33.96929	34.03629	100.84	100.907	167.0343	167.1013
35.68356	35.75056	102.5518	102.6188	168.6228	168.6898
37.3403	37.4073	104.2688	104.3358	170.2676	170.3346
38.9423	39.0093	105.9904	106.0574	171.9453	172.0123
40.64284	40.70984	107.6561	107.7231	173.5002	173.5672
42.34712	42.41412	109.2955	109.3625	175.0351	175.1021
44.0095	44.0765	110.9759	111.0429	176.5431	176.6101
45.54317	45.61017	112.697	112.764	178.0023	178.0693
47.29461	47.36161	114.4317	114.4987	179.5447	179.6117
48.98186	49.04886	116.1037	116.1707	181.1261	181.1931
50.56086	50.62786	117.7802	117.8472	182.7148	182.7818
52.27108	52.33808	119.3868	119.4538	184.2829	184.3499
53.95016	54.01716	121.0369	121.1039	185.8946	185.9616
55.36766	55.43466	122.7988	122.8658	187.4652	187.5322
56.87862	56.94562	124.4888	124.5558	189.0968	189.1638
58.50048	58.56748	126.2031	126.2701	190.6673	190.7343
60.01944	60.08644	127.863	127.93	192.243	192.31
61.58451	61.65151	129.5347	129.6017	193.7124	193.7794

ตาราง ก-8 (ต่อ)

Strain (%)	Stress (MPa)	Strain (%)	Stress (MPa)	Strain (%)	Stress (MPa)
195.3295	195.3965	249.9682	250.0352	294.3101	294.3771
196.7655	196.8325	251.2765	251.3435	295.3529	295.4199
198.1577	198.2247	252.5048	252.5718	296.4207	296.4877
199.7024	199.7694	253.7695	253.8365	297.4207	297.4877
201.1609	201.2279	254.9768	255.0438	298.4323	298.4993
202.679	202.746	256.2366	256.3036	299.4737	299.5407
204.0923	204.1593	257.4328	257.4998	300.3709	300.4379
205.5524	205.6194	258.636	258.703	301.4192	301.4862
207.0669	207.1339	259.7795	259.8465	302.405	302.472
208.5418	208.6088	260.9979	261.0649	303.316	303.383
209.89	209.957	262.2191	262.2861	304.2992	304.3662
211.3376	211.4046	263.3463	263.4133	305.3115	305.3785
212.7288	212.7958	264.5334	264.6004	306.3153	306.3823
214.1372	214.2042	265.6735	265.7405	307.2876	307.3546
215.4702	215.5372	266.8422	266.9092	308.1807	308.2477
216.9901	217.0571	268.0255	268.0925	309.137	309.204
218.3848	218.4518	269.1811	269.2481	310.1209	310.1879
219.8069	219.8739	270.4101	270.4771	310.9825	311.0495
221.1877	221.2547	271.5303	271.5973	311.9202	311.9872
222.5429	222.6099	272.6209	272.6879	312.8697	312.9367
223.9069	223.9739	273.7284	273.7954	313.764	313.831
225.2957	225.3627	274.7858	274.8528	314.6171	314.6841
226.6581	226.7251	275.8911	275.9581	315.4952	315.5622
227.8781	227.9451	277.0098	277.0768	316.4017	316.4687
229.1919	229.2589	278.0338	278.1008	317.2654	317.3324
230.4888	230.5558	279.0694	279.1364	318.2022	318.2692
231.8621	231.9291	280.1231	280.1901	319.0452	319.1122
233.1693	233.2363	281.0975	281.1645	319.9207	319.9877
234.5759	234.6429	282.2224	282.2894	320.8028	320.8698
235.8318	235.8988	283.2131	283.2801	321.7215	321.7885
237.1201	237.1871	284.2942	284.3612	322.6159	322.6829
238.4058	238.4728	285.2327	285.2997	323.4903	323.5573
239.7652	239.8322	286.1796	286.2466	324.4364	324.5034
241.0686	241.1356	287.0953	287.1623	325.3183	325.3853
242.4128	242.4798	288.102	288.169	326.2066	326.2736
243.6906	243.7576	289.0584	289.1254	327.0997	327.1667
244.9372	245.0042	289.9866	290.0536	328.0144	328.0814
246.1434	246.2104	290.9635	291.0305	328.8461	328.9131
247.4319	247.4989	291.9667	292.0337	329.7368	329.8038
248.7202	248.7872	293.1504	293.2174	330.6197	330.6867

ตาราง ก-8 (ต่อ)

Strain (%)	Stress (MPa)	Strain (%)	Stress (MPa)	Strain (%)	Stress (MPa)
331.5337	331.6007	363.0102	363.0772	391.112	391.179
332.3773	332.4443	363.7413	363.8083	391.7304	391.7974
333.2204	333.2874	364.4504	364.5174	392.412	392.479
334.0903	334.1573	365.1513	365.2183	393.121	393.188
334.8991	334.9661	366.0377	366.1047	393.7911	393.8581
335.7692	335.8362	366.7651	366.8321	394.4951	394.5621
336.6167	336.6837	367.5262	367.5932	395.181	395.248
337.4633	337.5303	368.2558	368.3228	395.781	395.848
338.3125	338.3795	369.0116	369.0786	396.5029	396.5699
339.1501	339.2171	369.756	369.823	397.2113	397.2783
340.061	340.128	370.4859	370.5529	397.8834	397.9504
340.7927	340.8597	371.2143	371.2813	398.589	398.656
341.6465	341.7135	371.95	372.017	399.2708	399.3378
342.4474	342.5144	372.6396	372.7066	399.8718	399.9388
343.2688	343.3358	373.3077	373.3747	400.5937	400.6607
344.0723	344.1393	374.0563	374.1233	401.1977	401.2647
344.8897	344.9567	374.7711	374.8381	401.857	401.924
345.7099	345.7769	375.4043	375.4713	402.468	402.535
346.5474	346.6144	376.0883	376.1553	403.1485	403.2155
347.3452	347.4122	376.7901	376.8571	403.8648	403.9318
348.1221	348.1891	377.4844	377.5514	404.4447	404.5117
348.9154	348.9824	378.1642	378.2312	405.0957	405.1627
349.7263	349.7933	378.8359	378.9029	405.7325	405.7995
350.5071	350.5741	379.472	379.539	406.3802	406.4472
351.2853	351.3523	380.1691	380.2361	406.959	407.026
352.0601	352.1271	380.8308	380.8978	407.5987	407.6657
352.7727	352.8397	381.5172	381.5842	408.1538	408.2208
353.577	353.644	382.1446	382.2116	408.7353	408.8023
354.3039	354.3709	382.8897	382.9567	409.2417	409.3087
355.055	355.122	383.5798	383.6468	409.7711	409.8381
355.8362	355.9032	384.2968	384.3638	410.3045	410.3715
356.5418	356.6088	384.9566	385.0236	410.9018	410.9688
357.3092	357.3762	385.6106	385.6776	411.4551	411.5221
358.0181	358.0851	386.2967	386.3637	412.0611	412.1281
358.7439	358.8109	386.9663	387.0333	412.6055	412.6725
359.4576	359.5246	387.6387	387.7057	413.2216	413.2886
360.1619	360.2289	388.327	388.394	413.7623	413.8293
360.8713	360.9383	388.9926	389.0596	414.3742	414.4412
361.6478	361.7148	389.6965	389.7635	414.9208	414.9878
362.2822	362.3492	390.3762	390.4432		

ตาราง ก-9 ผลการทดลองดึงขึ้นทดสอบ วัสดุเชิงประกอบ NBR+BA
ผสมเส้นใยสับปรด 10 %phr ตามแนวการเรียงตัวของเส้นใย

Strain (%)	Stress (MPa)	Strain (%)	Stress (MPa)	Strain (%)	Stress (MPa)
0	0				
0.45032	0.15887				
2.4041	0.41474				
4.25718	0.64643				
5.91433	0.8451				
7.45233	1.04983				
8.97888	1.25556				
10.44244	1.46658				
11.91106	1.68794				
13.38524	1.91975				
14.79957	2.16088				
16.117	2.41222				
17.37526	2.67162				
18.65422	2.94576				
19.9219	3.22431				
21.09896	3.50917				
22.28935	3.79654				
23.37269	4.09184				
24.48126	4.37039				
25.72183	4.63156				
26.79675	4.91729				
28.0587	5.15742				
29.37582	5.3915				
30.78567	5.58009				
32.3345	5.75836				
33.9461	5.95641				
35.58913	6.08328				
37.55334	6.12006				
39.60834	6.19263				
41.64404	6.28296				
43.72588	6.35603				
46.09421	6.32668				
48.49915	6.33852				
51.12478	6.29291				
53.84829	6.26356				
56.59924	6.2138				
59.47623	6.16239				
62.39692	6.07647				
65.72283	5.86633				
69.20242	5.66866				

ตาราง ก-10 ผลการทดลองดึงขึ้นทดสอบ วัสดุเชิงประกอบ NBR+BA
ผสมเส้นใยสับปะรด 10 %phr ขวางแนวการเรียงตัวของเส้นใย

Strain (%)	Stress (MPa)	Strain (%)	Stress (MPa)	Strain (%)	Stress (MPa)
0	0	56.3273	56.3943	119.1919	119.2589
0.01106	0.07806	57.83741	57.90441	120.8428	120.9098
0.73177	0.79877	59.32603	59.39303	122.4617	122.5287
2.20088	2.26788	60.82506	60.89206	124.0691	124.1361
3.71183	3.77883	62.30254	62.36954	125.6951	125.7621
5.16763	5.23463	63.85814	63.92514	127.3799	127.4469
6.53541	6.60241	65.42274	65.48974	129.1133	129.1803
7.96659	8.03359	66.91956	66.98656	130.7909	130.8579
9.37744	9.44444	68.4319	68.4989	132.4529	132.5199
10.73756	10.80456	69.94512	70.01212	134.1098	134.1768
12.23466	12.30166	71.56429	71.63129	135.7682	135.8352
13.63337	13.70037	73.21469	73.28169	137.4038	137.4708
15.1084	15.1754	74.80592	74.87292	139.0601	139.1271
16.50253	16.56953	76.47513	76.54213	140.7203	140.7873
17.87708	17.94408	78.09575	78.16275	142.3961	142.4631
19.32052	19.38752	79.61297	79.67997	144.0534	144.1204
20.72199	20.78899	81.18791	81.25491	145.7355	145.8025
22.16026	22.22726	82.78602	82.85302	147.4037	147.4707
23.59367	23.66067	84.3893	84.4563	149.1499	149.2169
25.06353	25.13053	85.9863	86.0533	150.8408	150.9078
26.49256	26.55956	87.59886	87.66586	152.592	152.659
27.94705	28.01405	89.09894	89.16594	154.374	154.441
29.3989	29.4659	90.65011	90.71711	156.1139	156.1809
30.88385	30.95085	92.2038	92.2708	157.8395	157.9065
32.38467	32.45167	93.6924	93.7594	159.5917	159.6587
33.84145	33.90845	95.25191	95.31891	161.2849	161.3519
35.28265	35.34965	96.84419	96.91119	163.0475	163.1145
36.8243	36.8913	98.40581	98.47281	164.8047	164.8717
38.33956	38.40656	100.0014	100.0684	166.5479	166.6149
39.90118	39.96818	101.6147	101.6817	168.2759	168.3429
41.36688	41.43388	103.2348	103.3018	170.0151	170.0821
42.81258	42.87958	104.8143	104.8813	171.7804	171.8474
44.2789	44.3459	106.4072	106.4742	173.5438	173.6108
45.81018	45.87718	107.9959	108.0629	175.2865	175.3535
47.35404	47.42104	109.5875	109.6545	177.1064	177.1734
48.84346	48.91046	111.2145	111.2815	178.8672	178.9342
50.35794	50.42494	112.7849	112.8519	180.6563	180.7233
51.81151	51.87851	114.3643	114.4313	182.4538	182.5208
53.31509	53.38209	115.9836	116.0506	184.2674	184.3344
54.7524	54.8194	117.5748	117.6418	186.1019	186.1689

ตาราง ก-10 (ต่อ)

Strain (%)	Stress (MPa)	Strain (%)	Stress (MPa)	Strain (%)	Stress (MPa)
187.8561	187.9231	260.4035	260.4705	333.5861	333.6531
189.6834	189.7504	262.2519	262.3189	335.3723	335.4393
191.4457	191.5127	264.063	264.13	337.187	337.254
193.2034	193.2704	265.9078	265.9748	338.9866	339.0536
194.966	195.033	267.7452	267.8122	340.759	340.826
196.7667	196.8337	269.5762	269.6432	342.5785	342.6455
198.4637	198.5307	271.4095	271.4765	344.3339	344.4009
200.2364	200.3034	273.2417	273.3087	346.1193	346.1863
202.0267	202.0937	275.084	275.151	347.9421	348.0091
203.8157	203.8827	276.946	277.013	349.7225	349.7895
205.6007	205.6677	278.7552	278.8222	351.5586	351.6256
207.4209	207.4879	280.5723	280.6393	353.3611	353.4281
209.1714	209.2384	282.3866	282.4536	355.2201	355.2871
211.0156	211.0826	284.2141	284.2811	357.017	357.084
212.8413	212.9083	286.0142	286.0812	358.8621	358.9291
214.6254	214.6924	287.8149	287.8819	360.7338	360.8008
216.488	216.555	289.659	289.726	362.646	362.713
218.2725	218.3395	291.4658	291.5328		
220.0961	220.1631	293.3162	293.3832		
221.9245	221.9915	295.174	295.241		
223.7586	223.8256	296.9867	297.0537		
225.6029	225.6699	298.8378	298.9048		
227.4156	227.4826	300.6344	300.7014		
229.2331	229.3001	302.5126	302.5796		
231.0507	231.1177	304.3762	304.4432		
232.9064	232.9734	306.2217	306.2887		
234.7464	234.8134	308.0274	308.0944		
236.5363	236.6033	309.8922	309.9592		
238.3922	238.4592	311.7866	311.8536		
240.1903	240.2573	313.6001	313.6671		
242.0441	242.1111	315.4309	315.4979		
243.8362	243.9032	317.2393	317.3063		
245.6731	245.7401	319.1073	319.1743		
247.4919	247.5589	320.9443	321.0113		
249.3635	249.4305	322.74	322.807		
251.2122	251.2792	324.5466	324.6136		
253.0246	253.0916	326.3835	326.4505		
254.8747	254.9417	328.197	328.264		
256.7669	256.8339	329.9961	330.0631		
258.5617	258.6287	331.7887	331.8557		

ตาราง ก-12 ผลการทดลองดึงขึ้นทดสอบ วัสดุเชิงประกอบ NBR+BA
ผสมเส้นใยลึบประรด 20 %phr ขวางแนวการเรียงตัวของเส้นใย

Strain (%)	Stress (MPa)	Strain (%)	Stress (MPa)	Strain (%)	Stress (MPa)
0	0	62.8	62.867	130.4264	130.4934
0.17998	0.24698	64.5316	64.5986	132.1635	132.2305
1.78066	1.84766	66.29491	66.36191	133.7584	133.8254
3.15762	3.22462	68.05328	68.12028	135.3616	135.4286
4.49646	4.56346	69.74292	69.80992	136.9569	137.0239
5.91492	5.98192	71.4774	71.5444	138.5503	138.6173
7.37122	7.43822	73.17774	73.24474	140.1224	140.1894
8.74648	8.81348	74.97121	75.03821	141.7187	141.7857
10.22192	10.28892	76.73016	76.79716	143.3336	143.4006
11.71659	11.78359	78.50844	78.57544	144.916	144.983
13.2275	13.2945	80.159	80.226	146.5244	146.5914
14.73957	14.80657	81.8577	81.9247	148.1864	148.2534
16.30027	16.36727	83.47869	83.54569	149.803	149.87
17.86514	17.93214	85.15296	85.21996	151.5568	151.6238
19.45302	19.52002	86.81364	86.88064	153.175	153.242
21.08093	21.14793	88.4852	88.5522	154.9295	154.9965
22.7258	22.7928	90.15452	90.22152	156.6257	156.6927
24.34533	24.41233	91.92289	91.98989	158.3281	158.3951
26.0201	26.0871	93.62242	93.68942	159.9968	160.0638
27.62238	27.68938	95.29187	95.35887	161.6558	161.7228
29.27652	29.34352	97.02422	97.09122	163.3459	163.4129
30.85572	30.92272	98.59399	98.66099	164.989	165.056
32.42496	32.49196	100.2745	100.3415	166.6592	166.7262
34.17206	34.23906	102.0202	102.0872	168.4287	168.4957
35.7865	35.8535	103.6593	103.7263	170.1318	170.1988
37.43146	37.49846	105.2506	105.3176	171.7989	171.8659
38.9249	38.9919	106.8411	106.9081	173.4728	173.5398
40.37871	40.44571	108.5104	108.5774	175.0998	175.1668
41.88876	41.95576	110.1144	110.1814	176.7633	176.8303
43.49609	43.56309	111.6863	111.7533	178.3988	178.4658
45.23656	45.30356	113.2516	113.3186	180.045	180.112
46.98303	47.05003	114.8904	114.9574	181.6981	181.7651
48.70972	48.77672	116.5294	116.5964	183.3596	183.4266
50.34098	50.40798	118.4068	118.4738	184.9327	184.9997
52.05897	52.12597	120.1834	120.2504	186.5538	186.6208
53.75965	53.82665	121.8813	121.9483	188.1812	188.2482
55.53962	55.60662	123.603	123.67	189.8074	189.8744
57.28881	57.35581	125.3228	125.3898	191.3732	191.4402
59.10462	59.17162	127.0238	127.0908	193.0126	193.0796
60.87467	60.94167	128.7343	128.8013	194.6098	194.6768

ตาราง ก-12 (ต่อ)

Strain (%)	Stress (MPa)	Strain (%)	Stress (MPa)	Strain (%)	Stress (MPa)
196.2693	196.3363	263.4676	263.5346		
197.8638	197.9308	265.1887	265.2557		
199.5547	199.6217	266.9078	266.9748		
201.1134	201.1804	268.6181	268.6851		
202.7062	202.7732	270.325	270.392		
204.4158	204.4828	272.076	272.143		
206.0201	206.0871	273.8341	273.9011		
207.7598	207.8268	275.5629	275.6299		
209.4123	209.4793	277.2741	277.3411		
211.068	211.135	279.0624	279.1294		
212.6592	212.7262	280.7965	280.8635		
214.3711	214.4381	282.511	282.578		
216.0432	216.1102	284.2054	284.2724		
217.6931	217.7601	285.9161	285.9831		
219.383	219.45	287.6235	287.6905		
221.0379	221.1049	289.3679	289.4349		
222.7689	222.8359	291.0433	291.1103		
224.4756	224.5426	292.7764	292.8434		
226.2185	226.2855	294.5282	294.5952		
227.8889	227.9559	296.2951	296.3621		
229.5589	229.6259	298.0133	298.0803		
231.2483	231.3153	299.7191	299.7861		
232.873	232.94	301.4966	301.5636		
234.5468	234.6138	303.2757	303.3427		
236.283	236.35	304.9983	305.0653		
237.9914	238.0584	306.7695	306.8365		
239.6538	239.7208	308.5353	308.6023		
241.3181	241.3851	310.2852	310.3522		
242.9963	243.0633	312.016	312.083		
244.7135	244.7805	313.8121	313.8791		
246.4337	246.5007	315.5772	315.6442		
248.206	248.273	317.3985	317.4655		
249.8795	249.9465	319.2229	319.2899		
251.527	251.594	321.0731	321.1401		
253.2903	253.3573	322.894	322.961		
254.9865	255.0535	324.8018	324.8688		
256.6817	256.7487	326.7676	326.8346		
258.3734	258.4404				
260.0349	260.1019				
261.785	261.852				

ตาราง ก-14 ผลการทดลองดึงขึ้นทดสอบ วัสดุเชิงประกอบ NBR
ผสมเส้นใยสับปะรด 30 %phr ขวางแนวการเรียงตัวของเส้นใย

Strain (%)	Stress (MPa)	Strain (%)	Stress (MPa)	Strain (%)	Stress (MPa)
0	0	60.1323	60.1993	126.4977	126.5647
0.03181	0.09881	61.84065	61.90765	128.1642	128.2312
1.08351	1.15051	63.52704	63.59404	129.8666	129.9336
2.55708	2.62408	65.21525	65.28225	131.6669	131.7339
4.00336	4.07036	66.84036	66.90736	133.3775	133.4445
5.45467	5.52167	68.52857	68.59557	135.065	135.132
6.97913	7.04613	70.28461	70.35161	136.7847	136.8517
8.38498	8.45198	71.94567	72.01267	138.4796	138.5466
9.83541	9.90241	73.60957	73.67657	140.1778	140.2448
11.24459	11.31159	75.24132	75.30832	141.8473	141.9143
12.75316	12.82016	76.8487	76.9157	143.548	143.615
14.20048	14.26748	78.50594	78.57294	145.2785	145.3455
15.60067	15.66767	80.10906	80.17606	147.0234	147.0904
16.94125	17.00825	81.76557	81.83257	148.7704	148.8374
18.40313	18.47013	83.3686	83.4356	150.5482	150.6152
19.84024	19.90724	85.08367	85.15067	152.2597	152.3267
21.33393	21.40093	86.72697	86.79397	154.0311	154.0981
22.81261	22.87961	88.37367	88.44067	155.7549	155.8219
24.11593	24.18293	89.96279	90.02979	157.4895	157.5565
25.44477	25.51177	91.60269	91.66969	159.2069	159.2739
26.923	26.99	93.20081	93.26781	160.9758	161.0428
28.48348	28.55048	94.87877	94.94577	162.7196	162.7866
30.10107	30.16807	96.56391	96.63091	164.4182	164.4852
31.69601	31.76301	98.19939	98.26639	166.2051	166.2721
33.40195	33.46895	99.92343	99.99043	168.0146	168.0816
35.04468	35.11168	101.6116	101.6786	169.7411	169.8081
36.71599	36.78299	103.2226	103.2896	171.4738	171.5408
38.38997	38.45697	104.8763	104.9433	173.1733	173.2403
40.0463	40.1133	106.5153	106.5823	174.8965	174.9635
41.71376	41.78076	108.217	108.284	176.6674	176.7344
43.41671	43.48371	109.8985	109.9655	178.3804	178.4474
45.0586	45.1256	111.5464	111.6134	180.1166	180.1836
46.68378	46.75078	113.1094	113.1764	181.828	181.895
48.34161	48.40861	114.8081	114.8751	183.546	183.613
50.03871	50.10571	116.4313	116.4983	185.2829	185.3499
51.72113	51.78813	118.0711	118.1381	187.0601	187.1271
53.35581	53.42281	119.7797	119.8467	188.7829	188.8499
55.07319	55.14019	121.4634	121.5304	190.3725	190.4395
56.82264	56.88964	123.1467	123.2137	192.2153	192.2823
58.458	58.525	124.8181	124.8851	193.9248	193.9918

ภาคผนวก ข

MATLAB code

elasticity2D.m

```

clc
clear all;
close all;

% include global variables
include_flags;

% Preprocessing
[K,f,d] = preprocessor;

% Assembly
for e = 1:nel
    [ke, fe] = elast2Delem(e);
    [K,f] = assembly(K,f,e,ke,fe);
end

% Compute and assemble nodal boundary force vector and point forces
f = point_and_trac(f);

% Solution Phase
[d,f_E] = solvedr(K,f,d);

% Postprocessor
postprocessor(d);

% Get stress strain from center of specimen
Result(N_X, nnp, y, ynewTrue, nodestress);

```

Include_flags.m

```

% File to include global variables
global ndof nnp nel nen nsd neq ngp nee neq
global nd e_bc P b D
global LM ID IEN flags n_bc
global x y nbe counter nodestress
global compute_stress plot_mesh plot_disp plot_nod
global plot_stress_yy plot_mises fact
global visco StR YY ynewTrue
global nodeVoigt N_X N_Y

```

preprocessor.m

```
function [K,f,d] = preprocessor;
include_flags;

%read input file
input_file;

% generate ID array and LM arrays
d = setup_ID_LM(d);
```

input_file.m

```
% material properties
%viscosity
visco = 4.89e6;
%Strain rate
StR = 0.0725;
EL = 43.7e6;      % Young's modulus
ET = 7.44e6;
ne = 0.499;      % Poisson's ratio
D = 1/(1-ne^2) * [ET    EL*ne    0                % constitutive matrix
                  ET*ne  EL      0
                  0      0      ET*(1-ne)/2];

% mesh specifications
N_X=8;           %number of element on x axis
N_Y=8;           %number of element on y axis
nsd = 2;         % number of space dimensions
nnp = ((N_X+1)*((8*N_Y)+1)); % number of nodal nodes
nel = (N_X*(N_Y*8)); % number of elements
nen = 4;         % number of element nodes
ndof = 2;        % degrees of freedom per node
neq = nnp*ndof; % number of equations

f = zeros(neq,1); % initialize nodal force vector
d = zeros(neq,1); % initialize nodal displacement matrix
K = zeros(neq);  % initialize stiffness matrix

counter = zeros(nnp,1); % counter of nodes for the stress plots
nodestress = zeros(nnp,3); % stresses at nodes for the stress plots
[sxx syy sxy]

flags = zeros(neq,1); % array to set B.C flags
e_bc = zeros(neq,1); % essential B.C array
n_bc = zeros(neq,1); % natural B.C array

P = zeros(neq,1); % point forces applied at nodes
b = zeros(nen*ndof,nel); % body forces defined at nodes

ngp = 2; % number of gauss points in each direction
```

```

nd      = (N_X+1)+(N_Y*8+1);      % number of essential boundary
conditions

% essential B.C.
ind1 = 2:2:(N_X+1)*2;      % all y dofs along the line y=0
ind2 = (N_X/2)+(N_X/2)+1:(N_X+1)*2:(N_X+1)*((8*N_Y)+1)*2;  % all x
dofs
flags(ind1) = 2;      e_bc(ind1) = 0.0;
flags(ind2) = 2;      e_bc(ind2) = 0.0;

% plots
plot_mesh      = 'no';
%plot_nod      = 'yes';
plot_disp      = 'yes';
compute_stress = 'yes';
plot_stress_yy = 'yes';
plot_mises     = 'yes';
fact          = 1;      % factor for scaled displacements plot

% natural B.C - defined on edges
Force = 2400000;
n_bc=zeros(6,N_X)
for i=1:6
    for j=1:N_X

        if i<=2
            n_bc(i,j)=((N_X+1)*(8*N_Y))+j+(1*(i-1));
        end

        if i==4
            n_bc(i,j)=Force;
        end
        if i==6
            n_bc(i,j)=Force;
        end

    end
end

nbe = N_X;

% mesh generation
[IEN,x,y]=Call_Mesh(N_X,N_Y);

```

Call_Mesh.m

```

function [IEN,x,y]=Call_Mesh(NN_XX,NN_YY)
N_E=(NN_XX)*(NN_YY);
N_D=(NN_XX+1)*(NN_YY+1);
[E(:, :, 1),D(:, :, 1)] = MEU(0,0,25,0,0,19.44,25,19.44,NN_XX,NN_YY);
ip2 = [NN_XX,NN_YY,D((N_D-NN_XX),1,1),D((N_D-
NN_XX),2,1),D(N_D,1,1),D(N_D,2,1),25,33.55,180,-
1,0,1,25,19.44,0,19.44];
[E(:, :, 2),D(:, :, 2)]=MEEU(ip2);
ip3 = [NN_XX,NN_YY,D((N_D-NN_XX),1,2),D((N_D-
NN_XX),2,2),D(N_D,1,2),D(N_D,2,2),14,33.55,(0-33.55),1,(180+33.55),-
1,-7.5,41,32.5,41];
[E(:, :, 3),D(:, :, 3)]=MEEU(ip3);
[E(:, :, 4),D(:, :, 4)] = MEU(D((N_D-NN_XX),1,3),D((N_D-
NN_XX),2,3),D(N_D,1,3),D(N_D,2,3),D((N_D-NN_XX),1,3),D((N_D-
NN_XX),2,3)+16.5,D(N_D,1,3),D(N_D,2,3)+16.5,NN_XX,NN_YY);
[E(:, :, 5),D(:, :, 5)] = MEU(D((N_D-NN_XX),1,4),D((N_D-
NN_XX),2,4),D(N_D,1,4),D(N_D,2,4),D((N_D-NN_XX),1,4),D((N_D-
NN_XX),2,4)+16.5,D(N_D,1,4),D(N_D,2,4)+16.5,NN_XX,NN_YY);
ip6 = [NN_XX,NN_YY,D((N_D-NN_XX),1,5),D((N_D-
NN_XX),2,5),D(N_D,1,5),D(N_D,2,5),14,33.55,0,1,180,-1,-
7.5,74,32.5,74];
[E(:, :, 6),D(:, :, 6)]=MEEU(ip6);
ip7=[NN_XX,NN_YY,D((N_D-NN_XX),1,6),D((N_D-
NN_XX),2,6),D(N_D,1,6),D(N_D,2,6),25,33.55,(180+33.55),-1,(360-
33.55),1,25,95.56,0,95.56];
[E(:, :, 7),D(:, :, 7)]=MEEU(ip7);
[E(:, :, 8),D(:, :, 8)] = MEU(D((N_D-NN_XX),1,7),D((N_D-
NN_XX),2,7),D(N_D,1,7),D(N_D,2,7),D((N_D-NN_XX),1,7),D((N_D-
NN_XX),2,7)+19.44,D(N_D,1,7),D(N_D,2,7)+19.44,NN_XX,NN_YY);

EX=zeros(N_E*8,4);
DD=(NN_XX+1)*(8*NN_YY+1);
DX=zeros(DD,2);

%Assembly element
for i=1:N_E*8
    for k=1:4
        x=ceil(i/N_E);
        y=(N_E)*(x-1);
        z=i-y;
        if x==1
            EX(i,k)=E(z,k,x);
        else
            EX(i,k)=E(z,k,x)+EX(N_E*(x-1)-NN_XX,3);
        end
    end
end

end

%Assembly node
for i=1:DD
    for j=1:2
        u=N_D-(NN_XX+1);
        v=ceil(i/u);
        w=i-((v-1)*u);
        x=u+w;
        if v==9
            v=8;
        end
    end
end

```

```

        DX(i,j)=D(x,j,v);
        else
        DX(i,j)=D(w,j,v);
        end
    end
end

IEN=EX';
x=DX(:,1)';
y=DX(:,2)';

```

MEU.m

```

%Generating mesh from 4 corner point
function [E,D2] = MEU(x1,y1,x2,y2,x3,y3,x4,y4,N_X,N_Y)
XX(1,:) = [x1 x2];
YY(1,:) = [y1 y2];
XX(2,:) = [x1,x3];
YY(2,:) = [y1 y3];
XX(3,:) = [x3 x4];
YY(3,:) = [y3 y4];
XX(4,:) = [x2 x4];
YY(4,:) = [y2 y4];

for i=1:4
line(XX(i,:),YY(i,:)); hold on
end

C_A_S_E=1;           %Case for call function
NN_X = N_X+1;       %Number of node on x axis
NN_Y = N_Y+1;       %Number of node on y axis
N_E = N_Y*N_X;      %Number of total element
N_D = (NN_Y)*(NN_X);%Number of node
dX(1) = abs(XX(1,1)-XX(1,2))/N_X;   %Lenght of bottom edge
dX(2) = abs(XX(3,1)-XX(3,2))/N_X;   %Lenght of top edge
dY(1) = abs(YY(2,1)-YY(2,2))/N_Y;   %Width of left edge
dY(2) = abs(YY(4,1)-YY(4,2))/N_Y;   %Width of right edge
Bias_x = 0;           %Bias on x axis
Bias_y = 0;           %Bias on y axis

for i=1:2
BiasXi(i) =0;         %Bias in x axis index
BiasYi(i) =0;         %Bias in y axis index
dXB(i,1)=0;          %Distance from node 1 to node 2
dYB(i,1)=0;          %Distance from node 1 to node 3
dXBi(i,1)=0;         %Distance from node to coordinate
dYBi(i,1)=0;         %Distance from node to coordinate
end

for j=1:2
for i=1:N_X
    BiasX(j,i)=(1+i*Bias_x)*dX(j);
    BiasXi(j)=BiasXi(j)+BiasX(j,i)*dX(j);
end
end
end

```

```

for j=1:2
for i=1:N_Y
    BiasY(j,i)=(1+i*Bias_y)*dY(j);
    BiasYi(j)=BiasYi(j)+BiasY(j,i)*dY(j);
end
end

for j=1:2
for i=1:N_X
    dXB(j,i+1)=(BiasX(j,i)/BiasXi(j))*dX(j);
end
end

for j=1:2
for i=1:N_Y
    dYB(j,i+1)=(BiasY(j,i)/BiasYi(j))*dY(j);
end
end

for k=1:2
for i=1:N_X
    for j=i;
        dXBi(k,i+1)=dXBi(k,i)+dXB(k,i+1);
    end
end
end

for k=1:2
for i=1:N_Y
    for j=1:i
        dYBi(k,i+1)=dYBi(k,i)+dYB(k,i+1);
    end
end
end

for j=1:2
for i=1:NN_X
    DE1(1,i,j)=XX(2*j-1,1)+dXBi(1,i)*((XX(2*j-1,2)-XX(2*j-1,1)));
    DE1(2,i,j)=YY(2*j-1,1)+((YY(2*j-1,2)-YY(2*j-1,1))/(XX(2*j-1,2)-
XX(2*j-1,1)))*(DE1(1,i,j)-DE1(1,1,j));
end
end

for j=1:2
for i=1:NN_Y
    DE(2,i,j)=YY(2*j,1)+dYBi(1,i)*((YY(2*j,2)-YY(2*j,1)));
    DE(1,i,j)=XX(2*j,1)+((XX(2*j,2)-XX(2*j,1))/(YY(2*j,2)-
YY(2*j,1)))*(DE(2,i,j)-DE(2,1,j));
end
end

for i=1:NN_X
    for j=1:NN_Y
        DP(2,j,i)=DE1(2,i,1)+dYBi(1,j)*((DE1(2,i,2)-DE1(2,i,1)));
        DP(1,j,i)=DE1(1,i,1)+((DE1(1,i,2)-DE1(1,i,1))/(DE1(2,i,2)-
DE1(2,i,1)))*(DP(2,j,i)-DP(2,1,i));
    end
end
for i=1:N_D

```

```

    D2(i,1)=DP(1,ceil(i/NN_X),i-((ceil(i/NN_X))-1)*NN_X);
    D2(i,2)=DP(2,ceil(i/NN_X),i-((ceil(i/NN_X))-1)*NN_X);
end

%for i=1:N_D
%   D(i,1)=D2((ceil(i/NN_X)+(i-1-NN_X*(ceil(i/NN_X)-1))*NN_X),1);
%   D(i,2)=D2((ceil(i/NN_X)+(i-1-NN_X*(ceil(i/NN_X)-1))*NN_X),2);
%end

for i=1:N_E
    E(i,1)=((ceil(i/N_X)-1)*(NN_X))+i-((ceil(i/N_X)-1)*N_X);
    E(i,2)=E(i,1)+1;
    E(i,3)=E(i,1)+NN_X+1;
    E(i,4)=E(i,3)-1;
end

for i=1:N_X*N_Y
    XX=[D2(E(i,1),1) D2(E(i,2),1)];
    YY=[D2(E(i,1),2) D2(E(i,2),2)];
    line(XX,YY); hold on
    XX=[D2(E(i,2),1) D2(E(i,3),1)];
    YY=[D2(E(i,2),2) D2(E(i,3),2)];
    line(XX,YY); hold on
    XX=[D2(E(i,3),1) D2(E(i,4),1)];
    YY=[D2(E(i,3),2) D2(E(i,4),2)];
    line(XX,YY); hold on
    XX=[D2(E(i,1),1) D2(E(i,4),1)];
    YY=[D2(E(i,1),2) D2(E(i,4),2)];
    line(XX,YY); hold on
end

```

MEEU.m

```

%Generatemesh with curve edge
function [E2,D2]=MEEU(ip)
N_X=ip(1);
N_Y2=ip(2);
x1=ip(3);
y1=ip(4);
x2=ip(5);
y2=ip(6);
Flet=ip(7);
Dcet=ip(8);
Sc1=ip(9);
p1=ip(10);
Sc2=ip(11);
p2=ip(12);
o11=ip(13);
o12=ip(14);
o21=ip(15);
o22=ip(16);

NN_X = N_X + 1 ;
NN_Y2 = N_Y2 + 1 ;
FP = (NN_X*(NN_Y2-1))+1;
NN_Y2 = N_Y2+1 ;
DCeta = (Dcet/N_Y2)*pi/180 ;

```

```

FPT(1)=x1;
FPT(2)=y1;
FLT(1)=x2;
FLT(2)=y2;
L2 = zeros(NN_Y2,2) ;
L2(1,1) = FPT(1,1);
L2(1,2) = FPT(1,2);

R2 = zeros(NN_Y2,2) ;
R2(1,1) = FLT(1,1);
R2(1,2) = FLT(1,2);

for i = 2 : NN_Y2
    for j = 1 : 2
        if j == 1
            L2(i,j) = (Flet * cos((Sc1*pi/180)+(p1)*(DCeta*(i-1))))+o11;
        else
            L2(i,j) = (Flet * sin((Sc1*pi/180)+(p1)*(DCeta*(i-1))))+o12;
        end
    end
end

for i = 2 : NN_Y2
    for j = 1 : 2
        if j == 1
            R2(i,j) = (Flet * cos((Sc2*pi/180)+(p2)*(DCeta*(i-1))))+o21;
        else
            R2(i,j) = (Flet * sin((Sc2*pi/180)+(p2)*(DCeta*(i-1))))+o22;
        end
    end
end

E2 = zeros(N_X*N_Y2,4);
for i=1:N_X*N_Y2
    E2(i,1)=((ceil(i/N_X)-1)*(NN_X))+i-((ceil(i/N_X)-1)*N_X);
    E2(i,2)=E2(i,1)+1;
    E2(i,3)=E2(i,1)+NN_X+1;
    E2(i,4)=E2(i,3)-1;
end
D = zeros(NN_X*NN_Y2,2);
for i=1:NN_X*NN_Y2
    D2(i,1)=L2(ceil(i/NN_X),1)+((R2(ceil(i/NN_X),1)-L2(ceil(i/NN_X),1))/N_X)*((i-1)-NN_X*(ceil(i/NN_X)-1)));
    D2(i,2)=L2(ceil(i/NN_X),2);
end

for i=1:N_X*N_Y2
    XX = [D2(E2(i,1),1) D2(E2(i,2),1)];
    YY = [D2(E2(i,1),2) D2(E2(i,2),2)];
    line(XX,YY); hold on
    XX = [D2(E2(i,2),1) D2(E2(i,3),1)];
    YY = [D2(E2(i,2),2) D2(E2(i,3),2)];
    line(XX,YY); hold on
    XX = [D2(E2(i,3),1) D2(E2(i,4),1)];
    YY = [D2(E2(i,3),2) D2(E2(i,4),2)];
    line(XX,YY); hold on
end

```

```

        XX = [D2(E2(i,1),1) D2(E2(i,4),1)];
        YY = [D2(E2(i,1),2) D2(E2(i,4),2)];
        line(XX,YY); hold on
    end

```

setup_ID_LM.m

```

function d=setup_ID_LM(d);
include_flags;

count = 0; count1 = 0;
for i = 1:neg
    if flags(i) == 2 % check if node on essential boundary
        count = count + 1;
        ID(i) = count; % arrange essential B.C nodes first
        d(count) = e_bc(i); % store reordered essential B.C
    else
        count1 = count1 + 1;
        ID(i) = nd + count1;
    end
end
end

for e = 1:nel
    n = 1;
    for j = 1:nen
        blk = ndof*(IEN(j,e)-1);
        for k = 1:ndof
            LM(n,e) = ID( blk + k ); % create the LM matrix
            n = n + 1;
        end
    end
end
end

```

elast2Delem.m

```

%Generate K matrix
function [ke, fe] = elast2Delem(e)
include_flags;

ke = zeros(nen*ndof,nen*ndof); % initialize element stiffness
fe = zeros(nen*ndof,1); % initialize element force vector

% get coordinates of element nodes
je = IEN(:,e);
C = [x(je); y(je)]';

[w,gp] = gauss(ngp); % get gauss points and weights

% compute element stiffness matrix and element nodal force vector
for i=1:ngp
    for j=1:ngp

```

```

    eta = gp(i);
    psi = gp(j);

    N          = NmatElast2D(eta,psi);          % shape functions
matrix [B, detJ] = BmatElast2D(eta,psi,C);    % derivative of
the shape functions

    ke = ke + w(i)*w(j)*B'*D*B*detJ;        % element conductance
matrix
    be = N*b(:,e);                          % interpolate body forces
using element shape functions
    fe = fe + w(i)*w(j)*N'*be*detJ;        % element nodal force
vector

    end
end

```

gauss.m

```

% Function to get Gauss points and weights

function [w,gp] = gauss(ngp)

if ngp == 1
    gp = 0;
    w = 2;
elseif ngp == 2 % four gauss points (two in each direction)
    gp = [-0.57735027, 0.57735027 ];
    w = [1, 1 ];
end

```

NmatElast2D.m

```

% Shape function for 2D elasticity
function N = NmatElast2D(eta,psi)

N1 = 0.25*(1-psi)*(1-eta);
N2 = 0.25*(1+psi)*(1-eta);
N3 = 0.25*(1+psi)*(1+eta);
N4 = 0.25*(1-psi)*(1+eta);

N = [N1 0 N2 0 N3 0 N4 0;
     0 N1 0 N2 0 N3 0 N4];

```

BmatElast2D.m

```

% B matrix function for 2D elasticity
function [B, detJ] = BmatElast2D(eta,psi,C)

% Calculate the Grad(N) matrix
GN    = 0.25 * [eta-1  1-eta  1+eta  -eta-1;
               psi-1  -psi-1  1+psi   1-psi];
J      = GN*C;          % Compute Jacobian matrix

detJ   = det(J);       % Jacobian

BB     = J\GN;         % compute the derivative of the shape
functions

B1x    = BB(1,1);
B2x    = BB(1,2);
B3x    = BB(1,3);
B4x    = BB(1,4);
B1y    = BB(2,1);
B2y    = BB(2,2);
B3y    = BB(2,3);
B4y    = BB(2,4);

B = [ B1x    0    B2x    0    B3x    0    B4x    0
      ;
      0    B1y    0    B2y    0    B3y    0
B4y;
      B1y    B1x    B2y    B2x    B3y    B3x    B4y
B4x];

```

Assembly.m

```

% assemble element matrices and vectors
function [K,f] = assembly(K,f,e,ke,fe)
include_flags;

for loop1 = 1:nen*ndof
    i = LM(loop1,e);
    f(i) = f(i) + fe(loop1); % assemble element vectors
    for loop2 = 1:nen*ndof
        j = LM(loop2,e);
        K(i,j) = K(i,j) + ke(loop1,loop2); % assemble element
matrices
    end
end
end

```

point_and_trac.m

```

% compute and assemble nodal boundary force vector and point forces
function f = point_and_trac(f);
include_flags;

% Assemble point forces
f(ID) = f(ID) + P(ID);

% Compute nodal boundary force vector
for i = 1:nbe

    ft      = [0 0 0 0]';          % initialize nodal boundary force
vector      node1    = n_bc(1,i);      % first node
            node2    = n_bc(2,i);      % second node
            n_bce    = n_bc(3:6,i);    % traction value at node1

            x1 = x(node1); y1=y(node1); % coord of the first node
            x2 = x(node2); y2=y(node2); % coord of the second node

            leng = sqrt((x2-x1)^2 + (y2-y1)^2); % edge length
            J    = leng/2;                % Jacobian

            [w,gp] = gauss(ngp);          % get gauss points and
weights      direction (1D integration)

            for i=1:ngp                  % integrate in psi
                psi = gp(i);
                N    = 0.5*[1-psi    0    1+psi    0; % 1D shape
functions x-component      0    1-psi    0    1+psi]; % 1D shape
functions y-component

                T    = N * n_bce;

                ft = ft + w(i)*N' *T *J;    % nodal bounbdary force
vector      end

            % Assemble nodal boundary force vector
            ind1 = ndof*(node1-1)+1;      % pointer to first node
            ind2 = ndof*(node2-1)+1;      % pointer to second node

            f(ID(ind1)) = f(ID(ind1)) + ft(1) ;
            f(ID(ind1+1)) = f(ID(ind1+1)) + ft(2) ;
            f(ID(ind2)) = f(ID(ind2)) + ft(3) ;
            f(ID(ind2+1)) = f(ID(ind2+1)) + ft(4);

end
end

```

solvers.m

```

% partition and solve the system of equations
function [d,f_E] = solvedr(K,f,d)
include_flags;

% partition the matrix K, vectors f and d
K_E = K(1:nd,1:nd); % Extract K_E matrix
K_F = K(nd+1:neq,nd+1:neq); % Extract K_E matrix
K_EF = K(1:nd,nd+1:neq); % Extract K_EF matrix
f_F = f(nd+1:neq); % Extract f_F vector
d_E = d(1:nd); % Extract d_E vector

% solve for d_F
%d_F =K_F\ ( f_F - K_EF'* d_E);

[d_F] = cg(K_F,f_F-K_EF'*d_E,neq-(N_X+1)-(8*N_Y+1));
% reconstruct the global displacement d
d = [d_E
     d_F];

% compute the reaction f_E
f_E = K_E*d_E+K_EF*d_F;

% write to the workspace
solution_vector_d = d
reactions_vector = f_E

```

cg.m

```

%Solve by conjugate gradient
function [u] = cg(AA,ff,NDOF)
count=0;
while count<1
n=NDOF;
k=0;
for i=1:n
    for j=1:n
        if AA(i,j)==AA(j,i)
            k=k+1;
        else
            k=k;
        end
    end
end
k;
if k==n*n
    w=1;
else
    w=0;
end
w;

if w==1

```

```

        A=AA
        f=ff
    else
        A=AA'*AA;
        f=AA'*ff;
    end

    test_vector=rand(n,1);
    positive=test_vector'*A*test_vector;
    if positive>0
        count=1
    else
        count=0
    end
end

maxiter=35000;
s=zeros(NDOF,1);

tol=0.000005;
% SOLVECG Conjugate Gradients method.
%
% Input parameters:
%     A : Symmetric, positive definite NxN matrix
%     f : Right-hand side Nx1 column vector
%     s : Nx1 start vector (the initial guess)
%     tol : relative residual error tolerance for break
%           condition
%     maxiter : Maximum number of iterations to perform
%
% Output parameters:
%     u : Nx1 solution vector
%     niter : Number of iterations performed
%     flag : 1 if convergence criteria specified by TOL could
%           not be fulfilled within the specified maximum
%           number of iterations, 0 otherwise (= iteration
%           successful).

% Author : Andreas Klimke, Universit"t Stuttgart
% Version: 1.0
% Date   : May 13, 2003

u = s           % Set u_0 to the start vector s
r = f - A*s;   % Compute first residuum
p = r;
rho = r'*r;
niter = 0;     % Init counter for number of iterations
flag = 0;     % Init break flag
uold=zeros(n,1);
% Compute norm of right-hand side to take relative residuum as
% break condition.
normf = norm(f);
if normf < eps % if the norm is very close to zero, take the
               % absolute residuum instead as break condition
               % ( norm(r) > tol ), since the relative
               % residuum will not work (division by zero).
    warning(['norm(f) is very close to zero, taking absolute residuum'
...
           ' as break condition.']);

```

```

    normf = 1;
end

while norm(r)> tol    % Test break condition
    uold=u;
    a = A*p;
    alpha = rho/(a'*p);
    u = u + alpha*p;
    r = r - alpha*a;
    rho_new = r'*r;
    p = .r + rho_new/rho * p;
    rho = rho_new;
    niter = niter + 1;
    if (niter == maxiter)    % if max. number of iterations
        flag = 1;           % is reached, break.
        break
    end
    if norm(r) < tol
        break
    end
end
niter
u;
zz=inv(AA)*ff;
for i=1:NDOF
    qq=u(i,1)
    hh=zz(i,1)
end
niter

```

postprocessor.m

```

% plot deformed configuration and print stresses in gauss points
function postprocessor(d);
include_flags

% plot the deformed configuration
displacements(d);

% Compute strains and stresses at gauss points
s = zeros(neq,1);
if strcmpi(compute_stress,'yes')==1;
    fprintf(1,'\n                Stress at Gauss Points \n')
    fprintf(1,'-----\n')
    ----- \n')
    for e=1:nel
        fprintf(1,'Element  %d \n',e)
        fprintf(1,'-----\n')
            get_stress(d,e);
            nodal_stress(d,e);
        end
    global sxx
    stress_contours;
end
end

```

displacement.m

```

% scale and plot the deformed configuration
function displacements(d);
include_flags;

if strcmpi(plot_disp, 'yes')==1;
    YY=zeros(2);
    displacement=d(ID)
% Deformed coordinates
    j = 1;
    for i = 1:ndof:nnp*ndof
        xnew(j) = x(j) + displacement(i);
        xnewTrue(j) = x(j) + displacement(i)/fact;
        ynew(j) = y(j) + displacement(i+1);
        ynewTrue(j) = y(j) + displacement(i+1)/fact;
        j = j + 1;
    end
% plot deformed shape over the initial configuration
    for e = 1:nel
        XXnew = [xnew(IEN(1,e)) xnew(IEN(2,e)) xnew(IEN(3,e))
xnew(IEN(4,e)) xnew(IEN(1,e))];
        YYnew = [ynew(IEN(1,e)) ynew(IEN(2,e)) ynew(IEN(3,e))
ynew(IEN(4,e)) ynew(IEN(1,e))];
        plot(XXnew,YYnew, 'k');hold on;
    end
    title('Initial and deformed structure'); xlabel('X'); ylabel('Y');
end

```

get_stress.m

```

% compute the strains and stress at element gauss points
function get_stress(d,e);
include_flags;

de = d(LM(:,e)); % extract element nodal displacements

% get coordinates of element nodes
je = IEN(:,e);
C = [x(je); y(je)]';

[w,gp] = gauss(ngp); % get gauss points and weights

% compute strains and stress at the gauss points
ind = 1;
for i=1:ngp
    for j=1:ngp
        eta = gp(i); psi = gp(j);

        N = NmatElast2D(eta,psi);

```



```

end
e_xx = strain(1,:); e_yy = strain(2,:); e_xy = strain(3,:); %
strains at gauss points
s_xx = stress(1,:); s_yy = stress(2,:); s_xy = stress(3,:); %
stress at gauss points

counter(je) = counter(je) + ones(nen,1); % count the time a
stress is added to a node
nodestress(je,:) = [s_xx' s_yy' s_xy']; % add the stresses
to the appropriate nodes

nodeVoigt(je) = nodestress(je,2)+(visco*StR);

```

Strss_contours.m

```

function stress_contours;
include_flags;

if strcmpi(plot_stress_yy,'yes')==1;
figure(2);
for e=1:nel
XX = [x(IEN(1,e)) x(IEN(2,e)) x(IEN(3,e)) x(IEN(4,e))
x(IEN(1,e))];
YY = [y(IEN(1,e)) y(IEN(2,e)) y(IEN(3,e)) y(IEN(4,e))
y(IEN(1,e))];

syy = nodestress(IEN(:,e),2)./counter(IEN(:,e));
dd = [syy' syy(1)];
patch(XX,YY,dd);hold on;
end
title('\sigma_y_y contours'); xlabel('X'); ylabel('Y'); colorbar
end

if strcmpi(plot_mises,'yes')==1;
for e=1:nel
XX = [x(IEN(1,e)) x(IEN(2,e)) x(IEN(3,e)) x(IEN(4,e))
x(IEN(1,e))];
YY = [y(IEN(1,e)) y(IEN(2,e)) y(IEN(3,e)) y(IEN(4,e))
y(IEN(1,e))];

sxx = nodestress(IEN(:,e),1)./counter(IEN(:,e));
syy = nodestress(IEN(:,e),2)./counter(IEN(:,e));
sxy = nodestress(IEN(:,e),3)./counter(IEN(:,e));

S1 = 0.5*(sxx+syy) + sqrt( (0.5*(sxx-syy)).^2 + sxy.^2);
S2 = 0.5*(sxx+syy) - sqrt( (0.5*(sxx-syy)).^2 + sxy.^2);

mises = sqrt( S1.^2 + S2.^2 - S1.*S2 ); % for the plane-
stress case

dd = [mises' mises(1)];

```

```

    figure(3);
    patch(XX,YY,dd);hold on;

    end
    title('Von Mises \sigma contours'); xlabel('X'); ylabel('Y');
colorbar
end

```

Result.m

```

function Result(N_X, nnp, y, ynewTrue, nodestress);
    G2=0;
for i=1:(N_X+1)
    G= nodestress((ceil(nnp/2) - (N_X/2) + (i-1)), 2);
    G2 = G2 + G;

end

Resultance1 = G2/(N_X+1)
ST=y(ceil(nnp/2)+N_X) - y(ceil(nnp/2) - N_X);
ST2=ynewTrue(ceil(nnp/2)+N_X) - ynewTrue(ceil(nnp/2) - N_X);
ST3=100*((ST2-ST)/ST);
Resultance2=ST3
end

```