

การรู้จำลายมือเขียนสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์
โดยใช้ฮาดอร์ฟอาร์ทแมพ

ON-LINE RECOGNITION MATHEMATICAL SYMBOLS
USING HAUSDORFF ARTMAP

สุขุมาล รักษ์กลุชน
SUKHUMAL RUKKUNCHON

วิทยานิพนธ์นี้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาค้นคว้าหลักสูตรปริญญาวิทยาศาสตรมหาบัณฑิต

สาขาวิชาเทคโนโลยีสารสนเทศ

บัณฑิตวิทยาลัย

สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง

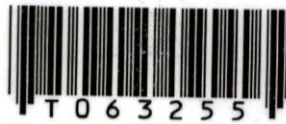
พ.ศ. 2549

ISBN 974-15-2489-7

สำนักหอสมุดกลาง พระจอมเกล้าลาดกระบัง

การรู้จำลายมือเขียนสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์
โดยใช้ฮาร์ดแวร์ฟอาร์ทแมพ

ON-LINE RECOGNITION MATHEMATICAL SYMBOLS
USING HAUSDORFF ARTMAP



สุขุมล รัชกุลชน

SUKHUMAL RUGKUNCHON

ฉพ.
๑๗๕๗
๒๕๔๙

เลขหมู่.....
เลขทะเบียน..... 63255
วัน,เดือน,ปี..... 25 ส.ค. 2549

b. 11634017
i.

วิทยานิพนธ์นี้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตรปริญญาวิทยาศาสตรมหาบัณฑิต

สาขาวิชาเทคโนโลยีสารสนเทศ

บัณฑิตวิทยาลัย

สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง

พ.ศ.2549

ISBN 974-15-2489-7

**ON-LINE RECOGNITION MATHEMATICAL SYMBOLS
USING HAUSDORFF ARTMAP**

SUKHUMAL RUGKUNCHON

**A THESIS SUBMITTED IN PARTIAL FULFILLMENT
OF THE REQUIREMENT FOR THE DEGREE OF
MASTER OF SCIENCE IN INFORMATION TECHNOLOGY
SCHOOL OF GRADUATE STUDIES
KING MONGKUT'S INSTITUTE OF TECHNOLOGY LADKRABANG**

2006

ISBN 974-15-2489-7

COPYRIGHT 2006

SCHOOL OF GRADUATE STUDIES

KING MONGKUT'S INSTITUTE OF TECHNOLOGY LADKRABANG

หัวข้อวิทยานิพนธ์	การรู้จำลายมือเขียนสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์โดยใช้
	ฮาดูคอร์ทอาร์ทแมพ
นักศึกษา	นางสาวสุชุมล รักย์กุลชน
รหัสนักศึกษา	44067469
ปริญญา	วิทยาศาสตรมหาบัณฑิต
สาขาวิชา	เทคโนโลยีสารสนเทศ
พ.ศ.	2549
อาจารย์ผู้ควบคุมวิทยานิพนธ์	รศ.ดร. อาริต ธรรมโน

บทคัดย่อ

ในปัจจุบันมีงานวิจัยเกี่ยวกับการรู้จำในแบบออนไลน์มากมายทั้งการรู้จำอักษรในภาษาไทย จีน และ ญี่ปุ่น แต่งานวิจัยที่เกี่ยวกับการรู้จำสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์นั้นยังมีไม่มากนักเมื่อเทียบกับ การรู้จำตัวอักษรในภาษาต่างๆ ทั้งยังกำหนดวิธีการในการเขียนสัญลักษณ์ไว้ทำให้ไม่สะดวกมากนักในการใช้งาน และเนื่องจากสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์นั้นมีความคล้ายคลึงกันมาก อีกทั้งในแต่ละสัญลักษณ์ยังประกอบไปด้วยจำนวนเส้นที่หลากหลายและลำดับการเขียนในแต่ละเส้นที่แตกต่างกันตามความถนัดของผู้เขียนแต่ละบุคคล ดังนั้นวิทยานิพนธ์ฉบับนี้จึงนำเสนอวิธีการใหม่ที่ให้อิสระในการเขียนสัญลักษณ์มากกว่างานวิจัยอื่นๆ โดยกำหนดเพียงจำนวนเส้นของแต่ละสัญลักษณ์เท่านั้น ส่วนลำดับในการเขียนแต่ละเส้นและทิศทางการลากเส้นนั้นแล้วแต่ผู้เขียนจะถนัด วิทยานิพนธ์ฉบับนี้เลือกใช้วิธีการผสมผสานกันของรูปแบบทางด้านออนไลน์และออฟไลน์ โดยใช้จำนวนเส้นและตำแหน่งเส้นของสัญลักษณ์เป็นอินพุทในแบบออนไลน์ และใช้ภาพบิตแมพเป็นอินพุทในแบบออฟไลน์ วิทยานิพนธ์ฉบับนี้เลือกใช้ตัววัดค่าความเหมือนฮาดูคอร์ทดิสแทนซ์ ซึ่งได้รับการยอมรับว่าเป็นตัววัดค่าความเหมือนที่มีประสิทธิภาพใกล้เคียงกับการมองเห็นของมนุษย์ร่วมกับกระบวนการเรียนรู้ด้วยโครงข่ายอาร์ทแมพ โดยอินพุทของโครงข่ายที่มีจำนวนเส้นเท่ากันก็จะถูกส่งเข้ายังโครงข่ายเดียวกัน อีกทั้งยังนำเสนอวิธีการลดจำนวนคโหนดที่ถูกสร้างขึ้นในโครงข่าย เพื่อช่วยเพิ่มประสิทธิภาพในการรู้จำให้มีความรวดเร็วมากยิ่งขึ้น

วิทยานิพนธ์ฉบับนี้ได้ทำการทดสอบแบบไม่อ้างอิงบุคคลโดยใช้สัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์จำนวน 89 สัญลักษณ์จากฐานข้อมูลลายมือเขียนคน 61 คน และทำการทดสอบโดยทำการสุ่มจากฐานข้อมูลออกมา 2,670 แพทเทิร์นเข้าไปเรียนรู้ในระบบ และใช้แพทเทิร์นจำนวน 2,759 แพทเทิร์นในการทดสอบ หลังการทดสอบพบว่า แม้ว่าจำนวนโหนดจะลดลงถึง 39% เปรอร์เซนต์แต่ความถูกต้องที่ได้รับก็ยังคงสูงถึง 85.3%

Thesis Title	On-line Recognition Mathematical Symbols using Hausdorff ARTMAP
Student	Miss Sukhumal Rugkunchon
Student ID.	44067469
Degree	Master of Science
Programme	Information Technology
Year	2006
Thesis Advisor	Assoc .Prof. Dr. Arit Thammano

ABSTRACT

Currently, there are several researches on on-line recognition such as on-line Thai handwritten character recognition, Chinese character recognition and Japanese character recognition. However, the number of researches concerning the mathematical symbol recognition is less than the others. Moreover, most of the researches impose restriction on how to write the symbols. Since many mathematic symbols are very similar to each other and have the difference number of lines and writing order. This thesis proposes the new handwritten mathematical symbol recognition system that is flexible enough to let the users write the symbols in their own ways. The new recognition system involves two main stages: online and offline. Number of lines and line position are the input of online stage. The bitmap image is used as input in offline stage. This thesis uses the similarity metric called "Hausdorff Distance" which receives wide acceptance as efficient and using the technique of ARTMAP as the learning process with input patterns that have the same number of lines are learned in the same network. Furthermore, this thesis presents the technique for increasing the efficiency and decreasing the testing process time by decreasing nodes that created in learning process.

In this thesis, the proposed model is trained to recognize 2,670 patterns and tested in a writer independent mode with 2,759 patterns of 89 different mathematic symbols from 61 people. In conclusion, the propose model can reduce the number of nodes by 39 percentages from the original algorithm; the recognition rate is about 85.3 percentages.

กิตติกรรมประกาศ

วิทยานิพนธ์ฉบับนี้สำเร็จได้อย่างดี ด้วยคำแนะนำ และคำปรึกษาจาก ผศ.ดร.อาริต ธรรมโน ซึ่งเป็นอาจารย์ผู้ควบคุมวิทยานิพนธ์ ข้าพเจ้ารู้สึกทราบบ้างในความอนุเคราะห์จากท่านอาจารย์และขอขอบพระคุณเป็นอย่างสูง

ขอขอบคุณคณาจารย์คณาจารย์ภาควิชาวิทยาการสารสนเทศ คณะเทคโนโลยีสารสนเทศ สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง ทุก ๆ ท่านที่ได้ประสิทธิ์ประสาทวิชาให้กับข้าพเจ้า

ขอขอบคุณเพื่อนๆห้องปฏิบัติการ Computational Intelligence Laboratory ที่คอยให้ความช่วยเหลือ, คำแนะนำ และให้กำลังใจซึ่งกันและกันตลอดมา

ขอขอบคุณ คุณมะลิวัลย์ ชัยลาภยศ และเพื่อนๆ พี่ๆ น้องๆ ที่ทำงานในกลุ่มบริษัทอุเบะกรุ๊ป, บริษัทโปรโมเทคคอนซัลติงจำกัด และบริษัทคิลลิกิแอนด์กิบบิ้นส์อินเตอร์เนชันแนลจำกัด ทุกคนที่ให้คำแนะนำ ความช่วยเหลือในการเก็บข้อมูล และให้กำลังใจตลอดมา

ขอขอบคุณบัณฑิตศึกษาและบัณฑิตวิทยาลัย คณะเทคโนโลยีสารสนเทศที่ให้ความช่วยเหลือในเรื่องต่างๆ

สุดท้ายนี้ข้าพเจ้าขอกราบขอบพระคุณ บิดา มารดา และครอบครัวของข้าพเจ้าที่เป็นกำลังใจ และให้การสนับสนุนในทุกๆเรื่อง ทำให้ข้าพเจ้าสามารถทำวิทยานิพนธ์ฉบับนี้สำเร็จลุล่วงด้วยดี คุณค่าและประโยชน์อันพึงมาจากวิทยานิพนธ์ฉบับนี้ ข้าพเจ้าขอบอบแด่ผู้มีพระคุณทุกท่าน

สุชุมาล รักษ์กุลชน

สารบัญ

	หน้า
บทคัดย่อภาษาไทย.....	I
บทคัดย่อภาษาอังกฤษ.....	II
กิตติกรรมประกาศ.....	III
สารบัญ.....	IV
สารบัญตาราง.....	VI
สารบัญรูป.....	VIII
บทที่ 1 บทนำ.....	1
1.1 ความเป็นมาและความสำคัญของปัญหา.....	1
1.2 ความมุ่งหมายและวัตถุประสงค์ของการศึกษา.....	1
1.3 สมมติฐานของการศึกษา.....	1
1.4 ทฤษฎีหรือแนวความคิดที่ใช้ในการวิจัย.....	2
1.5 ขอบเขตการวิจัย.....	2
1.6 ขั้นตอนการศึกษา.....	4
บทที่ 2 ทฤษฎีและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง.....	5
2.1 แนวคิด.....	5
2.2 ฮาอูสเตอร์ฟลิสแทนซ์.....	8
2.3 ซิมพลิไฟด์ฟิชเชอร์ทแมพ.....	8
2.3.1 ความรู้เบื้องต้นเกี่ยวกับอาร์ทและซิมพลิไฟด์ฟิชเชอร์ทแมพ.....	8
2.3.2 กระบวนการทำงานของซิมพลิไฟด์ฟิชเชอร์ทแมพ.....	10
2.4 ผลงานวิจัยที่ผ่านมา.....	12
บทที่ 3 การรู้จำโดยใช้ฮาอูสเตอร์ฟอาร์ทแมพ.....	16
3.1 การเก็บข้อมูลลายมือเขียน.....	16
3.1.1 กระบวนการหาตำแหน่งของเส้นแต่ละเส้น.....	18
3.1.2 กระบวนการลดขนาดพิกเซล.....	20
3.2 การหาค่าฮาอูสเตอร์ฟลิสแทนซ์ร่วมกับฟิชเชอร์ทแมพ.....	21
3.2.1 กระบวนการเรียนรู้.....	22

สารบัญ (ต่อ)

	หน้า
3.3 กระบวนการลดจำนวนโหนดในชั้นแคททากอรี.....	27
3.4 กระบวนการทดสอบและการนำไปใช้งาน.....	29
บทที่ 4 การทดลองและผลการทดลอง.....	30
4.1 กระบวนการเตรียมข้อมูล.....	31
4.2 ผลการทดลอง.....	34
บทที่ 5 สรุปผลการวิจัยและข้อเสนอแนะ.....	52
5.1 สรุปผลการวิจัย.....	52
5.2 ข้อเสนอแนะ.....	52
บรรณานุกรม.....	54
ภาคผนวก.....	55
ภาคผนวก ก. ตัวอย่างภาพบิตแมพขนาด 10x10 พิกเซลฐานข้อมูลที่ใช้ในงานวิจัย.....	56
ภาคผนวก ข. ผลงานวิจัยที่ได้รับการตีพิมพ์เผยแพร่.....	61
ประวัติผู้เขียน.....	63

สารบัญตาราง

ตารางที่	หน้า
1.1 แสดงสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์จำนวน 89 สัญลักษณ์.....	2
2.1 แสดงค่าความเหมือนที่ได้จากตัววัดค่าความเหมือนชนิดต่างๆ เมื่อเปรียบเทียบโดยใช้เลข “7” ในแบบต่างๆ.....	7
4.1 แสดงการแบ่งฐานข้อมูลลายมือเขียนสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์จำนวน 61 ชุดหรือจำนวน 5,429 แพทเทิร์นโดยแบ่งออกเป็นกลุ่มๆ กลุ่มละ 30 ชุดหรือ 2,670 แพทเทิร์นและ 31 ชุดหรือ 2,759 แพทเทิร์นเพื่อใช้ในกระบวนการเรียนรู้และทดสอบตามลำดับ.....	31
4.2 แสดงผลลัพธ์ในการรู้จำลายมือเขียนสัญลักษณ์ที่ผ่านกระบวนการเรียนรู้มาแล้วจำนวน 2,670 สัญลักษณ์ ก่อนผ่านกระบวนการลบโหนด.....	34
4.3 แสดงผลลัพธ์ในการรู้จำลายมือเขียนสัญลักษณ์ที่ผ่านกระบวนการเรียนรู้มาแล้วจำนวน 2,670 สัญลักษณ์ หลังผ่านกระบวนการลบโหนด.....	34
4.4 แสดงผลลัพธ์ในการรู้จำลายมือเขียนสัญลักษณ์ที่ไม่ถูกนำมาผ่านกระบวนการเรียนรู้จำนวน 2,759 สัญลักษณ์ ก่อนผ่านกระบวนการลบโหนด.....	35
4.5 แสดงผลลัพธ์ในการรู้จำลายมือเขียนสัญลักษณ์ที่ไม่ถูกนำมาผ่านกระบวนการเรียนรู้จำนวน 2,759 สัญลักษณ์ หลังผ่านกระบวนการลบโหนด.....	35
4.6 แสดงจำนวนโหนดที่ถูกสร้างขึ้นในชั้นคาแทอริ ทั้งก่อนและหลังผ่านกระบวนการลบโหนด โดยนำสัญลักษณ์จำนวน 2,670 สัญลักษณ์เข้าไปเรียนรู้ในกระบวนการรู้จำ.....	36
4.7 แสดงจำนวนแพทเทิร์นที่ไม่สามารถหาคำตอบที่ถูกต้องได้ภายใน 5 โหนดแรกของชั้นเอาท์พุท จากการทดสอบหลังผ่านกระบวนการลบโหนดของลายมือเขียนจำนวน 31x89 แพทเทิร์นหรือจำนวน 2,759 แพทเทิร์นที่ไม่ถูกนำมาผ่านกระบวนการเรียนรู้ก่อนการทดสอบ.....	38
4.8 แสดงตัวอย่างภาพบิตแมพและจำนวนแพทเทิร์นที่ค่าคิสแทนส์ของโหนดที่ให้คำตอบที่ถูกต้อง (D_c) แต่ไม่อยู่ใน 5 โหนดแรก มีค่าเท่ากับค่าคิสแทนส์ของโหนดที่ 5 ในชั้นเอาท์พุท (D_s) ของแพทเทิร์นที่ไม่สามารถหาคำตอบที่ถูกต้องภายใน 5 โหนดแรก และตัวอย่างภาพบิตแมพของคำตอบที่ตอบผิด.....	41

สารบัญตาราง (ต่อ)

ตารางที่	หน้า
4.9 แสดงจำนวนแพทเทิร์นที่ค่าคิสแทนส์ของโหนดที่ให้คำตอบที่ถูกต้อง (D_r) แต่ไม่อยู่ใน 5 โหนดแรก แต่มีค่าเท่ากับค่าคิสแทนส์ของโหนดที่ 5 ในชั้นเอาร์ทพุท (D_s) เทียบกับจำนวนแพทเทิร์นที่ผิดพลาดทั้งหมดในแต่ละครั้งของการทดลอง.....	49
4.10 แสดงจำนวนแพทเทิร์นถูกต้องเฉลี่ยและเปอร์เซ็นต์เฉลี่ยจาก 1 ถึง 5 โหนดแรกของชั้นเอาร์ทพุท.....	50
4.11 แสดงภาพก่อนและหลักการปรับค่าน้ำหนักของการทดลองทั้ง 5 ครั้ง.....	50

สารบัญรูป

รูปที่	หน้า
2.1 เลข “7” ในรูปแบบต่างๆ ที่ใช้ในการเปรียบเทียบประสิทธิภาพของตัววัดค่าความเหมือน.....	7
2.2 สถาปัตยกรรมของซิมพลิไฟด์พีซีอาร์ทแมพ.....	9
3.1 แสดงลำดับของกระบวนการต่างๆ.....	16
3.2 แสดงลายเส้นก่อนการปรับและหลังการปรับลายเส้นพร้อมตัวอย่าง (a) ในแนวนอน (b) ในแนวตั้ง.....	17
3.3 บล็อกไดอะแกรมตัวอย่างการหาจุดกึ่งกลางของแต่ละเส้นของสัญลักษณ์ที่มี 2 เส้น.....	19
3.4 ตัวอย่างการหาจุดกึ่งกลางรวมของสัญลักษณ์ที่มี 2 เส้นเพื่อหาตำแหน่งของแต่ละเส้น.....	19
3.5 แสดงการระบุตำแหน่งทั้ง 5 ตามช่วงมุม.....	20
3.6 แสดงลายเส้น (a) ก่อนการลดขนาด 120 x 120 พิกเซล.....	20
(b) หลังลดขนาดเหลือ 10 x 10 พิกเซล.....	20
(c) หลังการเปลี่ยนเป็นรหัส 0, 1.....	20
3.7 สถาปัตยกรรมของการรู้จำรูปแบบโดยใช้ฮิสโตแกรมอาร์ทแมพ.....	21
3.8 แสดงตัวอย่างการปรับค่าน้ำหนัก (a) เมื่อมีพิกเซลอยู่ในพื้นที่ S1.....	25
(b) เมื่อมีพิกเซลอยู่ในพื้นที่ S1 อีกรูปแบบหนึ่ง.....	25
(c) เมื่อมีพิกเซลอยู่ในพื้นที่ S2.....	25
3.9 ตัวอย่างพื้นที่ S1 และ S2 ของพิกเซลที่พิจารณา 2 แบบ.....	26
3.10 แสดงภาพจำลองการลบโหนด (a) ก่อนผ่านกระบวนการลบโหนด.....	28
(b) หลังผ่านกระบวนการลบโหนด.....	28
4.1 ภาพตัวอย่างสัญลักษณ์บน โปรแกรมที่พัฒนาบน Pocket PC (a) มีจำนวนเส้น 1 และ 2 เส้น (b) มีจำนวนเส้น 3 และ 4 เส้น.....	30
4.2 แสดงกราฟแสดงการเปรียบเทียบจำนวนโหนดก่อนและหลังกระบวนการลบโหนด.....	36
4.3 แสดงกราฟแสดงการเปรียบเทียบเปอร์เซ็นต์โหนดที่ลดลงเทียบกับเปอร์เซ็นต์ความถูกต้องในการรู้จำหลังผ่านกระบวนการลบโหนด.....	37

บทที่ 1

บทนำ

1.1 ความเป็นมาและความสำคัญของปัญหา

การพัฒนางานวิจัยทางด้านการรู้จำสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์นั้น ได้มีผู้เสนอไว้หลายวิธี ส่วนมากจะเป็นการวิจัยแบบออฟไลน์ ซึ่งการวิจัยแบบออฟไลน์นั้นไม่สะดวกในการใช้งานจริงเท่าแบบออนไลน์ ด้วยเหตุผลประการแรกคือเป็นการรู้จำตัวอักษรหรือสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ที่ถูกเขียนลงบนกระดาษ แล้วจึงมาผ่านการสแกนจากเครื่องมือสแกนเพื่อนำภาพที่ได้จากการสแกนมาทำการรู้จำ ประการที่สอง ปัญหาของการพิมพ์สูตรทางคณิตศาสตร์ผ่านทางคีย์บอร์ดนั้นก็ยังมีความยุ่งยากอยู่มาก ดังนั้นหากสามารถใช้ลายมือเขียนแทนการใช้คีย์บอร์ดได้นั้นจะช่วยให้การเขียนสูตรนั้นง่ายขึ้นมาก งานวิจัยนี้จึงมุ่งเน้นไปที่การพัฒนาการรู้จำแบบออนไลน์ในรูปแบบใหม่ เพื่อให้ได้คุณภาพของการรู้จำรวมถึงความเร็วในการรู้จำดีขึ้นเพื่อที่จะสามารถนำไปใช้งานได้จริง

1.2 ความมุ่งหมายและวัตถุประสงค์ของการศึกษา

1. เพื่อพัฒนากระบวนการรู้จำสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์แบบออนไลน์ในรูปแบบใหม่ โดยใช้การผสมผสานวิธีการทั้งในแบบออฟไลน์และแบบออนไลน์
2. กรรรมวิธีที่ใช้จะต้องไม่ขึ้นอยู่กับขนาดของตัวอักษรและตำแหน่งที่เริ่มต้นเขียน
3. เพื่อพัฒนาให้ได้กระบวนการรู้จำที่ ดำเนินการได้อย่างรวดเร็ว และให้ประสิทธิภาพในการรู้จำที่สูงขึ้น เพื่อให้เหมาะสมที่จะนำไปใช้งานได้จริง

1.3 สมมติฐานของการศึกษา

เนื่องจากลายมือเขียนสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ในแต่ละตัวนั้นมีความคล้ายคลึงกันมาก อีกทั้งสัญลักษณ์บางตัวก็ยังประกอบด้วยจำนวนเส้นมากกว่าหนึ่งเส้น ซึ่งแต่ละคนก็มีลำดับในการลากเส้นก่อนหลังและจุดเริ่มต้นในการลากเส้นของการเขียนสัญลักษณ์แต่ละตัวไม่เหมือนกัน และขนาดที่เขียนก็ยังแตกต่างกัน ดังนั้นโมเดลที่จะเลือกใช้ในการรู้จำนั้นควรมีจุดเด่นในเรื่องของการแยกแยะรูปแบบได้ดี และไม่สนใจขนาด, จุดเริ่มต้นและลำดับในการลากเส้นก่อนหลังของการเขียนสัญลักษณ์ต่างๆอีกด้วย รวมถึงคุณสมบัติที่สำคัญอีกอย่างหนึ่งที่โครงสร้างของกระบวนการรู้จำรูปแบบควรมี คือความสามารถในการเรียนรู้สิ่งใหม่พร้อมกับยังคงความรู้เก่าไว้

1.4 ทฤษฎีหรือแนวความคิดที่ใช้ในการวิจัย

จากปัญหาในการรู้จำลายมือเขียนที่พบในเรื่องของขนาดของสัญลักษณ์ ความคล้ายคลึงกันของสัญลักษณ์ และลำดับในการลากเส้นของสัญลักษณ์นั้น งานวิจัยนี้จึงมีแนวคิดในการนำกระบวนการรู้จำในแบบออฟไลน์มาผสมผสานกับการรู้จำในแบบออนไลน์ โดยเลือกวิธีการวัดค่าความเหมือนแบบฮาอูสดอร์ฟดิสแทนซ์ (hausdorff distance) ที่มีประสิทธิภาพและได้รับการยอมรับว่ามีความใกล้เคียงกับวิธีการรู้จำของมนุษย์มากที่สุดมาเป็นตัววัดค่าความเหมือนของรูปแบบ อีกทั้งยังนำเอาแนวทาง Adaptive Resonance Theory (ART) หรือที่เรียกว่าอาร์ทซึ่งมีคุณสมบัติในการรู้จำ คือ สามารถเรียนรู้สิ่งใหม่ได้พร้อมกับยังคงความรู้เก่าไว้ได้เป็นคุณสมบัติของการรู้จำของมนุษย์และแก้ปัญหาการจดจำรูปแบบที่มีหลายลักษณะได้ และเพื่อให้ความเร็วในการรู้จำรูปแบบไม่นานจนเกินไป งานวิจัยนี้จึงเลือกการเรียนรู้ของโมเดลเป็นแบบซูเปอร์ไวส์เลิร์นนิง (supervised learning) และเพิ่มกระบวนการในการลดจำนวนโหนดที่ถูกสร้างจากกระบวนการเรียนรู้เพื่อให้เวลาที่ใช้ในการรู้จำนั้นลดลง

1.5 ขอบเขตของการวิจัย

งานวิจัยนี้เน้นการพัฒนากระบวนการรู้จำสำหรับลายมือเขียนสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์จำนวน 89 สัญลักษณ์ ดังตารางที่ 1.1

ตารางที่ 1.1 แสดงสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์จำนวน 89 สัญลักษณ์

Symbol	Explanation	Symbol	Explanation
,	Prime	→	East(em direction)
„	Double prime	←	West(em direction)
,,,	Triple prime	↔	Equivalence
*	Multiplied by	↑	North(em direction)
°	Degrees	↓	East(em direction)
∂	Derivative (partial)	↕	logical implications.
\oplus	Direct sum	↕	logical implications.
\otimes	Kronecker product (or tensor product)	⇐	Implication by
\oint	Contour integral(or line integral)	⇒	Implication
\emptyset	Empty set	⇑	Logical implications
∞	Infinity	⇓	Logical implications

ตารางที่ 1.1 (ต่อ)

Symbol	Explanation	Symbol	Explanation
\propto	Proportional to	\sphericalangle	Angle
$\%$	Percent	\lfloor	Left floor brackets
Δ	Laplacian/Delta(or finite difference)	\perp	Perpendicular to
\sim	Similar to(or Asymptotically equal to)	\times	Multiplied by
\approx	Approximately equal to	$/$	Per, or Divided by
\cong	Congruent to	\setminus	Difference of (or set minus)
\int	Integral	$\sqrt{\quad}$	Square root of
\in	Member (or element)	\forall	Universal quantifier (For all ...)
\notin	Not a member (or element)	\wedge	Conjunction
\subset	Proper subset of(or contained in)	\vee	Disjunction
$\not\subset$	Not subset of(or contained in)	$ $	Divide symbol
\supset	Proper superset of(or does not contain)	\parallel	Parallel to (e.g., b h)
\cup	Union of	∇	Nabla(or del operator)
\cap	Intersection of	$[$	Left Bracket
\subseteq	Reflex subset of(or contained in or equals)	$]$	Right Bracket
\supseteq	Reflex superset of(or contains or equals)	\exists	Existential quantifier (For some ...)
\ni	Contains as a member(or element)	$\#$	Number sign
$($	Left parentheses	$\&$	Ampersand
$)$	Right parentheses	Σ	Summation
$\{$	Left Brace	π	Pi
$\}$	Right Brace	θ	Theta
$+$	Plus	f	function
$-$	Minus	Π	Product
\pm	Plus or Minus	Ω	Omega

ตารางที่ 1.1 (ต่อ)

Symbol	Explanation	Symbol	Explanation
\mp	Minus or plus	\triangleleft	Indicate that a group is a normal subgroup of another group
\div	Divided by	\triangleright	Indicate that a group is a normal subgroup of another group
$<$	Less than	\preceq	Precedence
\leq	Less than or equal to	\succ	Succession
$>$	Greater than	\downarrow	Carriage return
\geq	Greater than or equal to	\mapsto	Mapping
$=$	Equal to	\rfloor	Right floor brackets
\neq	Not equal to	\lceil	Left ceiling brackets
\equiv	Equivalent to	\rceil	Right ceiling brackets
\square	Square		

1.6 ขั้นตอนของการศึกษา

1. ศึกษากระบวนการแปลงลายเส้นเป็นภาพแบบ binary โดยใช้ภาษา Visual Basic dot net
2. ศึกษาวิธีการวัดความเหมือนแบบฮาอูสเตอร์ฟลิสแทนซ์และการปรับใช้งาน
3. ศึกษาวิธีการของ Adaptive Resonance Theory แบบต่างๆ และเลือกวิธีการที่เหมาะสม
4. ศึกษาวิธีการลดจำนวน โหนดที่สร้างขึ้นในกระบวนการเรียนรู้
5. ศึกษาและทดลองปรับแนวคิดทั้งหมดมาใช้ร่วมกันด้วยวิธีการต่างๆ
6. วิเคราะห์และสรุปผลเพื่อเลือกหาแนวทางในการสร้างรูปแบบการเรียนรู้ที่ประยุกต์เอาแนวคิดทั้งหมดมาใช้ร่วมกัน
7. สร้าง โครงสร้างและกระบวนการรู้จำแบบใหม่ตามแนวทางที่ได้
8. ทดลองและทดสอบกระบวนการรู้จำแบบใหม่กับข้อมูลลายมือเขียนสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์

บทที่ 2

ทฤษฎีและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

2.1 แนวคิด

การรู้จำรูปแบบนั้นสามารถแบ่งได้เป็น 2 ประเภทคือแบบออนไลน์ (on-line) และแบบออฟไลน์ (off-line) แบบออฟไลน์นั้นจะเก็บข้อมูลของรูปแบบจากการสแกนผ่านเครื่องสแกน (scanner) แต่แบบออนไลน์นั้นเก็บข้อมูลจากสายที่เป็นอินพุท ขณะที่สายถูกกวาดหรือเขียนลงบนอุปกรณ์ที่ใช้ในการเก็บอินพุท ซึ่งจะเห็นได้ว่าแบบออนไลน์นั้นสามารถเก็บรายละเอียดของข้อมูล ได้หลากหลายกว่าแบบออฟไลน์ ตัวอย่างเช่น จำนวนเส้นที่ลาก, ลำดับของจุดพิกัด (sequence of point's coordinates) ของแต่ละเส้นที่ถูกกวาด เป็นต้น ในงานวิจัยนี้ได้นำแนวคิดในการรู้จำซึ่งเป็นการนำวิธีการในแบบออนไลน์และแบบออฟไลน์มาใช้ร่วมกัน โดยนำข้อมูลที่ได้จากรูปแบบออนไลน์มาสร้างใหม่ในแบบออฟไลน์ เพื่อลดปัญหาความไม่ชัดเจนของภาพที่เกิดจากการสแกน

จากแนวคิดในการใช้งานร่วมกันของวิธีการในแบบออนไลน์และแบบออฟไลน์ดังกล่าวมาข้างต้น ในงานวิจัยนี้จึงได้นำวิธีการวัดค่าความเหมือน ฮาอูสดอร์ฟดิสแทนซ์ และการพิจารณาค่าแห่งการวางของเส้นแต่ละเส้นของแต่ละรูปแบบมาใช้ร่วมกับกระบวนการเรียนรู้ในแบบของโครงข่ายประสาทเทียมซึ่งในงานวิจัยนี้เลือกใช้ซิมพลิไฟด์พีชชีอาร์ทแมพมาเป็นกระบวนการเรียนรู้

2.2 ฮาอูสดอร์ฟดิสแทนซ์

ฮาอูสดอร์ฟดิสแทนซ์ (Hausdorff distance, HD) ได้รับการยอมรับว่าเป็นตัววัดค่าความเหมือน (similarity metric) ที่มีประสิทธิภาพและมีหลักการทำงานใกล้เคียงกับวิธีการของมนุษย์มากกว่าตัววัดค่าความเหมือนอื่นๆ ที่ใช้กับโครงข่ายประสาทเทียมในปัจจุบัน[3] ซึ่ง Rosandish [2] ได้ทำการเปรียบเทียบให้เห็นความสามารถดังกล่าวที่ดีกว่าของฮาอูสดอร์ฟดิสแทนซ์เมื่อเทียบกับตัววัดค่าความเหมือนอื่นๆ ฮาอูสดอร์ฟดิสแทนซ์นั้นเป็นการวัดระยะทางของแต่ละจุดในเซตของจุดอินพุท (input point set) ว่าอยู่ใกล้กับจุดบางจุดในเซตของจุดที่เป็น โมเดล (model point set) เป็นระยะทางเท่าใด

กำหนดให้ $A = \{a_1, \dots, a_p\}$ และ $B = \{b_1, \dots, b_q\}$ เป็นเซต 2 เซตของจุดที่มีจำนวนสมาชิกจำกัด (finite point sets) ซึ่งฮาอูสดอร์ฟดิสแทนซ์สามารถนิยามได้ว่าเป็นการหาระยะทางมากที่สุดของจุดในเซต A ซึ่งอยู่ห่างจากจุดในเซต B ที่ใกล้จุดนั้นที่สุด ดังแสดงในสมการที่ 2.1

$$H(A, B) = \max \{h(A, B), h(B, A)\} \quad (2.1)$$

เมื่อฟังก์ชัน $h(A, B)$ กำหนดมาจากไดเร็กต์แฮอูสดอร์ฟดิสแทนซ์ (directed hausdorff distance) จากเซต A ไปยังเซต B ดังสมการที่ 2.2

$$h(A, B) = \max_{a \in A} \{ \min_{b \in B} \{ \|a - b\| \} \} \quad (2.2)$$

เมื่อ $\|a - b\|$ ในที่นี้คือยูคลิเดียนดิสแทนซ์ (Euclidean distance) ระหว่างจุด a และ b

เพื่อแสดงให้เห็นความเหมาะสมในการเป็นตัววัดค่าความเหมือนของรูปภาพแบบไบนารี และประสิทธิภาพของแฮอูสดอร์ฟดิสแทนซ์ ดังนั้นจึงขอแสดงการเปรียบเทียบประสิทธิภาพของแฮอูสดอร์ฟดิสแทนซ์กับตัววัดค่าความเหมือนอีกสามชนิด คือ แฮมมิงดิสแทนซ์ (Hamming distance), คอทโปรดักท์ (dot product) และยูคลิเดียนดิสแทนซ์ (Euclidean distance) โดยวิธีการคำนวณเพื่อวัดค่าความเหมือนของเวกเตอร์ที่เป็นแบบไบนารี $\{0, 1\}$ ของตัววัดค่าความเหมือนทั้งสามประเภทนี้สามารถนิยามได้ดังต่อไปนี้ คือ

- ตัววัดค่าความเหมือนแบบแฮมมิง

$$1 - \frac{d}{n} \quad (2.3)$$

- ตัววัดค่าความเหมือนแบบคอทโปรดักท์

$$\frac{A \cdot W}{|A|} \quad (2.4)$$

- ตัววัดค่าความเหมือนแบบยูคลิเดียน

$$1 - \sqrt{\frac{d}{n}} \quad (2.5)$$

เมื่อ A คือ อินพุทเวกเตอร์

W คือ ค่าเวกเตอร์นำหนักของตัววัดค่าความเหมือนแต่ละตัว

d คือ จำนวนของอิลิเมนต์ (element) ที่มีค่าแตกต่างกันระหว่าง A และ W

n คือ จำนวนอิลิเมนต์ทั้งหมดใน A

$|A|$ คือ จำนวนของอิลิเมนต์ที่มีค่าเท่ากับ 1 ในเวกเตอร์ A

จากรูปที่ 2.1 กำหนดให้รูปแบบ (a) เป็นรูปแบบอ้างอิง โดยจะทำการเปรียบเทียบความเหมือนของรูปแบบอื่นๆ กับรูปแบบ (a) จากรูปเลข “7” ทั้งหมด 5 รูปดังแสดงดังรูปที่ 2.1 เมื่อมองด้วยตาของมนุษย์แล้วรูปแบบทั้ง 5 นี้มีความคล้ายกันแต่ในแต่ละรูปก็มีความแตกต่างกันในบางพิภพ จากผลการคำนวณค่าความเหมือนด้วยตัววัดค่าความเหมือนแบบต่างๆ ดังแสดงในตารางที่ 2.1 จะเห็นได้ว่ามีเพียงฮาอูสเตอร์ฟิสแทนซ์เท่านั้นที่สามารถวัดค่าความเหมือนออกมาได้ตามความรู้สึกของมนุษย์ คือ เลข “7” รูปแบบ (b) จะมีความเหมือนกันกับรูปแบบ (a) มากที่สุด รูปแบบ (c), (d), และ (e) จะมีความเหมือนกับรูปแบบ (a) น้อยลงตามลำดับ เมื่อพิจารณาค่าความเหมือนที่ได้จากวิธีแฮมมิง, คอทโพรดักท์ และยูคลิเดียนจะเห็นได้ว่าตัววัดค่าความเหมือนทั้งสามไม่สามารถแยกความแตกต่างระหว่างรูปแบบของเลข “7” ในแบบ (b), (c), และ (d) ได้เลย จากตารางที่ 2.1 จะเห็นได้ว่าตัววัดค่าความเหมือนทั้งสามจะให้ผลค่าความเหมือนของรูปแบบ (a) เมื่อเทียบกับรูปแบบ (b), (c), และ (d) เป็นค่าที่เท่ากัน



(a) (b) (c) (d) (e)

รูปที่ 2.1 เลข “7” ในรูปแบบต่างๆ ที่ใช้ในการเปรียบเทียบประสิทธิภาพของตัววัดค่าความเหมือน

ตารางที่ 2.1 แสดงค่าความเหมือนที่ได้จากตัววัดค่าความเหมือนชนิดต่างๆ เมื่อเปรียบเทียบโดยใช้เลข “7” ในแบบต่างๆ ดังในรูปที่ 2.1

Similarity metric	Pattern				
	a	b	c	d	e
Hamming	1.00	0.76	0.76	0.76	0.68
Dot product	1.00	0.67	0.67	0.67	0.56
Euclidean	1.00	0.51	0.51	0.51	0.43
Hausdorff	1.00	0.94	0.90	0.88	0.80

จากที่กล่าวมาข้างต้นนอกจากฮาอูสเตอร์ฟิสแทนซ์จะเป็นตัววัดค่าความเหมือนที่มีประสิทธิภาพใกล้เคียงกับมนุษย์แล้วจะเห็นได้ว่าฮาอูสเตอร์ฟิสแทนซ์มีคุณสมบัติอื่นๆ อันเหมาะสมที่จะนำไปใช้ในการรู้จำรูปแบบอีกด้วย ประการแรกคือเป็นการดำเนินการบนเซตแบบปิดและเป็นเซตจำกัด (มีขอบเขตแน่นอน) ประการต่อมาคือให้ค่าที่เป็นค่าบวกเสมอ นอกจากนี้แล้วยังมีคุณสมบัติ identity คือ ความสามารถที่รูปแบบแบบหนึ่งจะแสดงถึงรูปแบบชนิดนั้นได้

เพียงอย่างเดียว โดยไม่จำกัดรูปแบบชนิดอื่น คุณสมบัติ symmetry ที่แสดงว่าลำดับของการเปรียบเทียบกันระหว่างรูปแบบ 2 รูปแบบไม่มีผลต่อการวัดค่าความเหมือน และฮาอูสเตอร์ฟลิสแทนซ์ยังมีคุณสมบัติที่สำคัญอีกประการหนึ่งในการรู้จำรูปแบบคือ คุณสมบัติ triangle inequality ซึ่งหมายถึงถ้ารูปแบบสองรูปแบบมีความเหมือนกันน้อยมากก็เป็นไปไม่ได้ที่รูปแบบทั้งสองนี้ทั้งคู่จะมีความเหมือนกันกับรูปแบบที่สามหรือรูปแบบใดๆ ก็ตาม อีกทั้งจากการทดลองและสังเกตพบว่า ฮาอูสเตอร์ฟลิสแทนซ์ยังมีความสามารถในการทนต่อการหมุนและการย้ายตำแหน่งของรูปแบบได้เล็กน้อยอีกด้วย

2.3 ซิมพลิไฟด์ฟัชชีอาร์ทแมพ

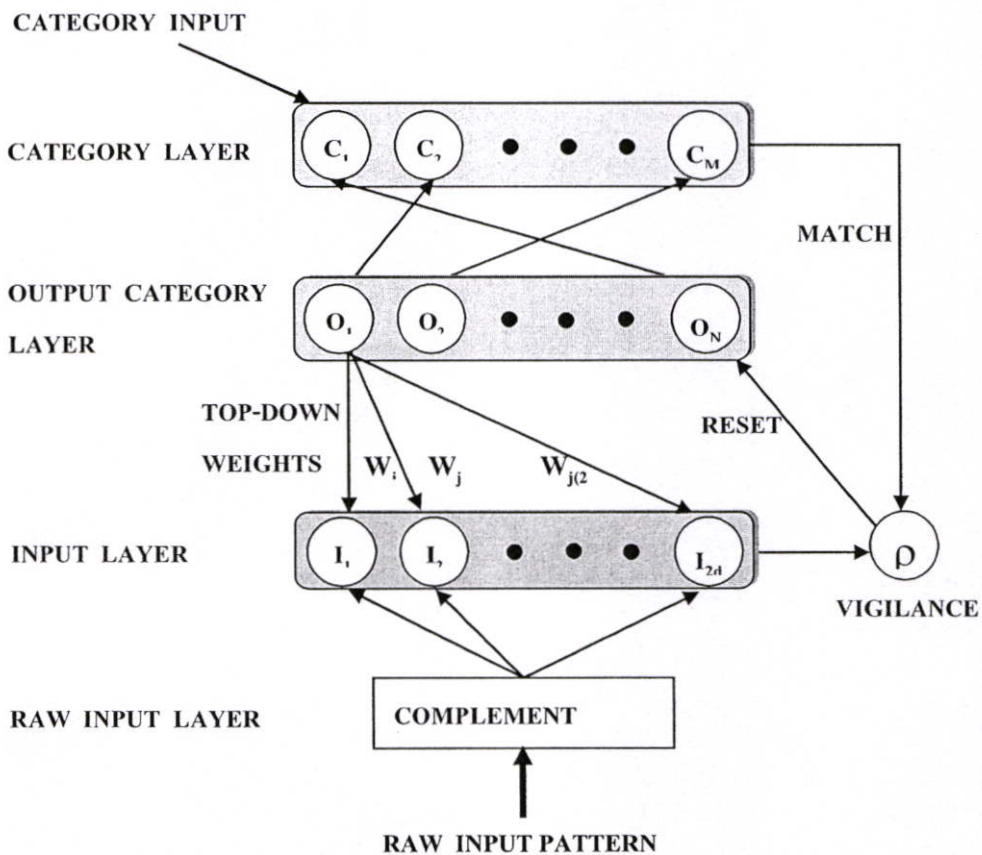
2.3.1 ความรู้เบื้องต้นเกี่ยวกับอาร์ทและซิมพลิไฟด์ฟัชชีอาร์ทแมพ

โครงข่ายประสาทเทียมส่วนใหญ่จะทำการปรับสิ่งที่เคยเรียนรู้ใหม่ทั้งหมดหรือเมื่อต้องการจะเพิ่มความรู้ใหม่เข้าไปในระบบ ก็จะลืมความรู้เก่าที่เคยเรียนรู้มาแล้ว ปัญหาที่เกิดขึ้นนี้เรียกว่า stability-plasticity dilemma [1] แต่สำหรับ Adaptive Resonance Theory (ART) ที่ได้รับการพัฒนาขึ้นโดย Carpenter และ Grossberg [9] เพื่อใช้ในการรู้จำรูปแบบสามารถที่จะแก้ไขปัญหาดังกล่าวข้างต้นได้ เนื่องจากอาร์ทมีคุณสมบัติสำคัญ 2 ประการ คือ สามารถคงความรู้ที่เคยเรียนรู้รูปแบบหรือชนิดของรูปแบบมาแล้วได้ (stability) และสามารถที่จะเรียนรู้รูปแบบใหม่ๆ ไปพร้อมกันได้ (plasticity) แนวทางอาร์ทนี้ประกอบไปด้วยหลากหลายประเภท เช่น ART1, ART2, fuzzy ART, fuzzy ARTMAP เป็นต้น แต่อย่างไรก็ตามอาร์ททุกประเภทก็ยังคงมีคุณสมบัติที่สำคัญทั้งสองข้อ ดังที่ได้กล่าวมาแล้วทั้งสิ้น [3] โดยอาร์ทจะทำการปรับน้ำหนัก (weight) ก็ต่อเมื่อรูปแบบอินพุตนั้นมีความเหมือนกับรูปแบบที่เคยเรียนรู้ไปแล้วมากเพียงพอ ซึ่งเรียกว่าเกิดเรโซแนนซ์ (resonance) และสำหรับรูปแบบอินพุตใหม่ที่ยังไม่เคยเรียนรู้มาก่อนอาร์ทจะสร้างเป็นนิวรอน (neuron) หรือ โหนด (node) ใหม่เพื่อไม่ให้ไปกระทบกับนิวรอนเดิม ทั้งนี้อาร์ทยังสามารถเรียนรู้ชนิดข้อมูลที่มีรูปแบบอยู่ในหลากหลายลักษณะได้อีกด้วย

ซิมพลิไฟด์ฟัชชีอาร์ทแมพ (simplified fuzzy ARTMAP, SFAM) เป็นอาร์ทประเภทหนึ่งที่ถูกปรับมาจากวิธีการของฟัชชีอาร์ทแมพเพื่อให้มีความง่ายมากขึ้น [1] คำว่า “ฟัชชี” ในซิมพลิไฟด์ฟัชชีอาร์ทแมพมีความหมายว่าโครงข่ายนี้ได้นำเอาฟัชชีลอจิกมาใช้ ส่วนคำว่า “อาร์ท” แสดงให้เห็นว่าซิมพลิไฟด์ฟัชชีอาร์ทแมพนั้นใช้แนวทางของอาร์ท และคำว่า “แมพ” หมายความว่าวิธีการนี้ได้ดำเนินการเรียนรู้เพื่อที่จะจับคู่หรือแมพจากอินพุตไปเป็นเอาต์พุตที่ต้องการ

โครงสร้างสถาปัตยกรรมของซิมพลิไฟด์ฟัชชีอาร์ทแมพแสดงไว้ในรูปที่ 2.2 อินพุตที่เข้าไปในโครงข่ายจะต้องผ่านตัวคอมพลิเมนต์โคเดอร์ (complement coder) ซึ่งจะเป็นผลให้ขนาดของอินพุตเพิ่มขึ้นเป็นสองเท่า จากนั้นอินพุตที่ได้รับการเพิ่มขนาด (I) จะถูกส่งต่อไปยังชั้นอินพุต

(input layer) ส่วนค่าน้ำหนัก (weight, w) จากแต่ละโหนดของเอาต์พุตแคททากอรีจะได้รับการเชื่อมต่อกับชั้นอินพุตโดยจะเรียกชื่อของค่าน้ำหนักนี้ว่า ค่าน้ำหนักแบบบนลงล่าง (top-down weights) ในชั้นแคททากอรี (category layer) จะเป็นชั้นที่บ่งบอกถึงประเภทของกลุ่มข้อมูลซึ่งโครงข่ายจะต้องทำการเรียนรู้จำนวนทั้งหมด M ชนิด เอาต์พุตโหนดหนึ่งโหนดจะถูกจัดให้อยู่ในประเภทใดประเภทหนึ่งได้เพียงประเภทเดียวเท่านั้น ดังนั้นจึงสามารถที่จะชี้ไปยังตำแหน่งในชั้นแคททากอรีได้เพียงตำแหน่งเดียวเท่านั้น แคททากอรีอินพุตสามารถที่จะเพิ่มเข้าไปในชั้นแคททากอรีได้เฉพาะในระหว่างการสอนโครงข่ายเท่านั้น ซึ่งการสอนโครงข่ายนี้เป็นการสอนแบบซูเปอร์ไวส์เลิร์นนิ่ง



รูปที่ 2.2 สถาปัตยกรรมของซิมพลิไฟด์ฟัซซีอาร์ทแมพ

จากสถาปัตยกรรมของซิมพลิไฟด์อาร์ทแมพสัญลักษณ์ ρ จะใช้แทนถึงค่าวิจิลแลนซ์ (vigilance) ซึ่งมีค่าได้ตั้งแต่ 0 ถึง 1 ค่าวิจิลแลนซ์จะเป็นค่าพารามิเตอร์เดียวที่ผู้ใช้สามารถกำหนดค่าเริ่มต้นได้ ค่าวิจิลแลนซ์จะเป็นตัวควบคุมการจัดกลุ่มของเอาต์พุตโหนดว่าอินพุตแพทเทิร์นจะต้องมีความคล้ายคลึงกันมากน้อยเพียงใดจึงจะสามารถจัดอยู่ในกลุ่มเอาต์พุตเดียวกันได้ ยิ่งค่าวิจิลแลนซ์

มีค่าสูงก็ยิ่งจะต้องมีความเหมือนกันมากจึงจะจัดอยู่ในกลุ่มเอาร์ทพุทเดียวกันได้ และเมื่อค่าวิจิเลนซ์มีค่าต่ำอินพุทที่มีความเหมือนกันน้อยก็สามารถจัดอยู่ในกลุ่มเดียวกันได้ ทั้งนี้ค่าวิจิเลนซ์ที่สูงก็จะยิ่งทำให้จำนวน โหนดของเอาร์ทพุทแคททากอรียิ่งมากขึ้นตามไปด้วย

ส่วนของการทำแมทซ์แทรคกิง (match tracking) เป็นส่วนที่โครงข่ายจะทำการปรับค่าวิจิเลนซ์ช่องระหว่างการเรียนรู้ โดยจะทำการเพิ่มค่าขึ้นจากค่าที่น้อยที่สุดที่ผู้ใช้เป็นคนกำหนดการเพิ่มค่าจะเกิดขึ้นเมื่อมีความผิดพลาดในการจำแนกชนิดข้อมูลในระหว่างช่วงของการสอน โครงข่ายในการทำแมทซ์แทรคกิงนั้น เพื่อให้มีการพิจารณาเพิ่มเอาร์ทพุท โหนดใหม่ขึ้นมาหรือก็คือการลดขนาดของขอบเขตของกลุ่มลง (ขอบเขตในการพิจารณาว่าแพทเทิร์นนั้นๆ อยู่ภายในกลุ่มเดียวกันหรือไม่จะมีขนาดเล็กลง)

2.3.2 กระบวนการทำงานของซิมพลิไฟด์พีซซีอาร์ทแมท

อินพุทที่เข้ามาจะต้องผ่านการทำคอมพลิเมนต์โคคดิง (complement coding) กล่าวคือ ถ้าอินพุทแพทเทิร์นเวกเตอร์ a มีจำนวนพีเจอร์ทั้งหมด d พีเจอร์ เวกเตอร์ที่ได้รับการทำคอมพลิเมนต์ \bar{a} สามารถกำหนดอยู่ในรูปสมการต่อไปนี้คือ

$$\bar{a} = 1 - a \quad (2.6)$$

เนื่องจากโครงข่ายนี้เป็นการดำเนินการที่ใช้พีซซีลอจิก ดังนั้นอินพุททั้งหมดในซิมพลิไฟด์พีซซีอาร์ทแมทจะมีค่าอยู่ระหว่าง 0 ถึง 1 อินพุทเวกเตอร์ที่ได้รับการดำเนินการคอมพลิเมนต์แล้วจะมีขนาดความยาวเป็นสองเท่าคือ $2d$ และสามารถแทนค่าของอินพุทได้ดังนี้

$$I = (a, \bar{a}) = (a_1, \dots, a_d, \bar{a}_1, \dots, \bar{a}_d) \quad (2.7)$$

$$|I| = |a, \bar{a}| = \sum_{i=1}^d a_i + (d - \sum_{i=1}^d a_i) = d \quad (2.8)$$

เมื่อค่า $| \cdot |$ สามารถคำนวณได้ดังนี้

$$|p| = \sum_{i=1}^d p_i \quad (2.9)$$

กระบวนการทำงานของโครงข่ายนี้จำเป็นต้องมีวิธีการในการที่จะกระตุ้นการตอบสนองของชั้นเอาร์ทพุทที่มีต่ออินพุทที่เข้ามาในโครงข่าย เมื่อ I คืออินพุทที่อยู่ในรูปที่ได้รับการทำคอม-

พลิเมนต์โคคดิงแล้ว ค่าการกระตุ้นของเอาท์พุทสำหรับเอาท์พุทโหนดลำดับที่ j สามารถเขียนแทนด้วย T_j และมีค่าน้ำหนัก w_j ฟังก์ชันในการคำนวณค่านี้นี้คือ

$$T_j(I) = \frac{|I \wedge w_j|}{\alpha + |w_j|} \quad (2.10)$$

ค่า α จะได้รับการกำหนดให้เป็นค่าที่น้อยมากๆ ที่มีค่าเข้าใกล้ 0 ปกติจะให้มีค่าประมาณ 0.0000001 เอาท์พุทโหนดที่จะเป็นโหนดชนะคือโหนดที่มีค่า T_j สูงที่สุด

$$\text{Winner} = \max(T_j) \quad (2.11)$$

ถ้ามี T_j ที่มีค่ามากที่สุดมากกว่า 1 ค่า จะเลือกเอาท์พุทโหนดของ โหนดที่ j ซึ่งเป็นโหนดแรกที่พบ (j มีค่าน้อยที่สุด) ชนิดของรูปแบบที่สัมพันธ์กับเอาท์พุทโหนดที่ชนะก็คือวิธีการจำแนกประเภทของรูปแบบอินพุทที่โครงข่ายนี้ดำเนินการนั่นเอง

แมตซ์ฟังก์ชัน (match function) เป็นการนำเอาอินพุทพีเจอร์มาเปรียบเทียบกับค่าน้ำหนัก โดยจะนำมาพิจารณาพร้อมกับค่าวิจิลแลนซ์ เพื่อดูว่าอินพุทมีความเหมือนกันกับเอาท์พุทโหนดที่เกี่ยวข้องเพียงพอรหรือไม่ หรือควรเพิ่มเอาท์พุทโหนดเข้าไปในโครงข่ายเพื่อเป็นตัวแทนของรูปแบบอินพุทนี้ กล่าวคือถ้าค่าแมตซ์ฟังก์ชันมีค่ามากกว่าค่าวิจิลแลนซ์แล้วแสดงว่าเกิดสถานะที่เรียกว่าเรโซแนนซ์ขึ้น ซึ่งเงื่อนไขนี้สามารถแสดงได้ดังต่อไปนี้

$$\frac{|I \wedge w_j|}{d} \geq \rho \quad (2.12)$$

การเกิดเรโซแนนซ์หมายถึงเอาท์พุทโหนดที่ j นั้นดีเพียงพอที่จะเป็นตัวแทนของอินพุท I ได้ (เอาท์พุทที่ j และอินพุทสามารถจัดอยู่ในกลุ่มเดียวกันได้) และจะทำการพิจารณาต่อไปว่าเอาท์พุทโหนด j นั้นให้คำตอบเป็นชนิดเดียวกับรูปแบบของอินพุท I นั้นหรือไม่ ค่าน้ำหนักของเอาท์พุทโหนด j จะได้รับการปรับค่าเพื่อทำการเรียนรู้โดยใช้อินพุท I ตัวนี้ แต่ถ้าค่าของชนิดของเอาท์พุทโหนดกับอินพุทไม่เหมือนกันค่าน้ำหนักจะไม่มีเปลี่ยนแปลงใดๆ โดยจะสังเกตได้ว่าเมื่อมีอินพุทตัวหนึ่งเข้ามาเพื่อให้ระบบทำการเรียนรู้จะมีเพียงเอาท์พุทโหนดโหนดเดียวเท่านั้นที่สามารถปรับค่าน้ำหนักได้

เมื่อโหนด j ซึ่งเป็นโหนดที่ชนะและผ่านเงื่อนไข (2.12) รวมถึงมีเอาท์พุทชนิดเดียวกันกับอินพุทโหนด I ด้วยแล้ว ค่าน้ำหนักจะได้รับการปรับค่าตามสมการต่อไปนี้

$$w_j^{\text{new}} = \beta(I \wedge w_j^{\text{old}}) + (1 - \beta)w_j^{\text{old}} \quad (2.13)$$

ค่า β คือค่าอัตราการเรียนรู้ซึ่งจะมีค่ามากกว่า 0 แต่ไม่ยกว่าหรือเท่ากับ 1 ถ้า β ยังมีค่ามากกว่าการเรียนรู้ก็จะรวดเร็วมากยิ่งขึ้น หากต้องการให้การปรับค่าน้ำหนักง่ายขึ้นจะให้ค่าอัตราการเรียนรู้เป็น 1 ดังนั้นการปรับค่าน้ำหนักจะสามารถเขียนอยู่ในรูปสมการได้ดังต่อไปนี้

$$w_j^{\text{new}} = (I \wedge w_j^{\text{old}}) \quad (2.14)$$

ในกรณีที่เงื่อนไข (2.14) เป็นเท็จ จะทำการเพิ่มค่าวิถึแลนซ์ขึ้นอีกเล็กน้อย และพิจารณาค่า T ของโหนดที่มีค่ามากที่สุดถัดไป ถ้าพิจารณาจนครบแล้วไม่มีค่า T ใดๆ ที่ผ่านเงื่อนไขเลยหรือกรณีที่ประเภทของอินพุต I กับประเภทที่ได้จากเอาท์พุทโหนด j ที่ขณะเป็นคนละชนิดกันจะทำการเพิ่มเอาท์พุทโหนดใหม่อีกหนึ่งโหนด โดยให้มีชนิดเป็นชนิดเดียวกันกับอินพุต I และมีค่าน้ำหนักเท่ากับค่าของอินพุต I ที่ได้รับการทำคอมพลิเมนต์แล้ว และกรณีที่อินพุตแรกหรืออินพุตนั้นเป็นชนิดที่ยังไม่ได้รับการเรียนรู้มาก่อนก็จะทำการสร้างเอาท์พุทโหนดใหม่ที่มีชนิดเป็นชนิดเดียวกับอินพุตนั้นและมีค่าน้ำหนักเท่ากับค่าของอินพุตนั้นที่ได้รับการทำคอมพลิเมนต์แล้ว

2.4 ผลงานวิจัยที่ผ่านมา

ที่ผ่านมาได้มีงานวิจัยที่เกี่ยวกับการรู้จำในแบบออนไลน์อยู่หลายวิธี ในที่นี้จะขอนำเสนองานวิจัยที่เกี่ยวกับการรู้จำในแบบออนไลน์ในแบบต่างๆ รวมทั้งนำเสนอการรู้จำที่ใช้การผสมผสานกันในแบบออนไลน์และแบบออฟไลน์ดังต่อไปนี้

2.4.1 ผลงานวิจัยของ Zhao Xuejun, Liu Xinyu, Zheng Shengling, Pan Baochang และ Yuan Y.Tang เรื่อง “On-line Recognition Handwritten Mathematical Symbols” สัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ที่อยู่ในขอบเขตของงานวิจัยนี้มีจำนวน 94 สัญลักษณ์ และใช้หลักการวิเคราะห์โครงสร้างของสัญลักษณ์เป็นหลัก กล่าวคือทำการดึงคุณลักษณะของอินพุตคือ ส่วนประกอบพื้นฐาน (element) และลักษณะการเชื่อมต่อของแต่ละส่วน, ความยาวของส่วนประกอบพื้นฐานและลำดับในการเขียนของแต่ละส่วนประกอบพื้นฐาน โดยส่วนประกอบพื้นฐานของแต่ละสัญลักษณ์นั้นแบ่งออกเป็น 10 ส่วนดังนี้ -, |, (,), ~, ^, O, /, \, * และในแต่ละส่วนจะมีเลขที่กำกับตั้งแต่ 0-9 ตามลำดับ, ตำแหน่งการเชื่อมต่อของแต่ละส่วนประกอบพื้นฐานถูกแบ่งออกเป็น 9 รูปแบบสำหรับเส้นที่ติดกัน (linking relation) และ 8 รูปแบบสำหรับเส้นที่ไม่ติดกัน (separating relation) จากนั้นผ่านการบวนการ Symbol Matching เพื่อนำมาเปรียบเทียบกับสัญลักษณ์

มาตรฐานเพื่อหาสัญลักษณ์พื้นฐานที่มีความใกล้เคียงกับอินพุตมากที่สุด งานวิจัยนี้ทำการทดสอบโดยใช้ลายมือเขียนของคน 20 คน และแต่ละคนเขียนสัญลักษณ์ทั้ง 94 สัญลักษณ์โดยเขียนสัญลักษณ์ละ 5 ครั้ง ความถูกต้องในการรู้จำที่ได้อยู่ที่ 90.52%

2.4.2 ผลงานวิจัยของ N. Gauthier, T. Artieres, B. Dorizzi และ P. Gallinari เรื่อง “Strategies for Combining On-Line and Off-Line Information in an On-Line Handwriting Recognition System” งานวิจัยนี้เป็นงานวิจัยที่นำรูปแบบการรู้จำแบบออนไลน์ฮิดเดนมาร์คอฟ (Hidden Markov Models, HMM) โมเดลและแบบออฟไลน์ฮิดเดนมาร์คอฟโมเดลมาทำงานร่วมกันและทำงานไปพร้อมๆกัน โดยทั้งออนไลน์และออฟไลน์ฮิดเดนมาร์คอฟนั้นใช้การเรียนรู้แบบ hybrid HMM-NN และใช้โทโพโลยีในแบบเดียวกันคือ Left-to-Right HMM แต่แตกต่างกันที่จำนวน สเตตส์ (states) และการคำนวณค่า emission probability density ของแต่ละสเตตส์ กล่าวคือ ออนไลน์ฮิดเดนมาร์คอฟนั้นมี 7 สเตตส์ และใช้วิธีการ Mixtures of Predictive Neural Networks (PNNs) ในการหาค่า emission probability density ส่วนออฟไลน์ฮิดเดนมาร์คอฟนั้นใช้ 5 สเตตส์และใช้ mixtures of three Gaussian laws ในการหาค่า emission probability density และก่อนที่จะเข้าสู่ขั้นตอนของฮิดเดนมาร์คอฟโมเดลนั้น จะต้องผ่านกระบวนการดึงคุณลักษณะเสียก่อน โดยคุณลักษณะที่จะถูกใช้สำหรับออนไลน์ฮิดเดนมาร์คอฟนั้นก็คือ จุดพิกัด x, y ที่ได้รับจากอุปกรณ์ที่ใช้ในการเก็บข้อมูล, ค่ามุมของส่วนโค้งที่ทำกับแกน X สำหรับออฟไลน์ฮิดเดนมาร์คอฟนั้นจะใช้ค่าลำดับของคุณลักษณะของแต่ละกรอบ (window of fixed width) เป็นอินพุต โดยแต่ละกรอบที่พิจารณานั้นจะพิจารณาจากภาพที่ถูกสร้างขึ้นจากจุดพิกัดในแบบออนไลน์ และจะทำการเลื่อนกรอบการพิจารณาไปที่ละกรอบจากซ้ายไปขวาในแนวแกน X ซึ่งแต่ละกรอบจะมีขนาด 6 พิกเซล และจะเลื่อนไปที่ละ 2 พิกเซล

ในส่วนของการทดสอบงานวิจัยนี้ทดสอบโดยใช้คำด้าเบส International UNIPEN ซึ่งเลือกใช้เฉพาะตัวอักษร lowercase โดยใช้ตัวอักษรจำนวน 5 หมื่นตัวอักษรจากจำนวนคนเขียน 256 คนในการเรียนรู้ และทดสอบโดยใช้จำนวนตัวอักษร 1 หมื่นตัวอักษรจากคนกลุ่มเดียวกับที่ใช้ในการเรียนรู้ ผลการรู้จำที่ได้รับอยู่ที่ 86% (จากหนึ่งคำตอบแรกของระบบ) และ 98.5% (จาก 5 คำตอบแรกของระบบ)

2.4.3 ผลงานวิจัยของ Stephen M. Watt and Xiaofang Xie เรื่อง “Recognition for Large Sets of Handwritten Mathematical Symbols” งานวิจัยนี้ได้นำเสนอวิธีการรู้จำลายมือเขียนสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ จำนวน 227 สัญลักษณ์ ซึ่งประกอบด้วย ตัวเลข ศูนย์ ถึง เก้า, ตัวอักษรภาษาอังกฤษพิมพ์เล็ก, ตัวอักษรภาษาอังกฤษพิมพ์ใหญ่, ตัวอักษร Greek, เครื่องหมายแทนการปฏิบัติการทางคณิตศาสตร์ (Operators) และเครื่องหมายลูกศรต่างๆ โดยแต่ละสัญลักษณ์จะถูกนำมาผ่านกระบวนการปรับลายเส้นด้วยวิธีการแทนที่จุดพิกัดที่อยู่ตรงกลางของทุกๆช่วงระยะ 3 พิกัด และทำการตัดปลายทั้งสองด้านของแต่ละเส้นออก โดยพิจารณาจาก 5 พิกัดสุดท้ายจากปลายของแต่ละ

ละเส้น แล้วนำมาพิจารณาว่ามีการเปลี่ยนแปลงของมุมเกิน 90 องศา หรือไม่ หากมีการเปลี่ยนแปลงของมุมเกิน 90 องศา ปลายด้านนั้นๆก็จะถูกตัดออก สัญลักษณ์ที่ผ่านกระบวนการปรับลายเส้นเรียบร้อยแล้ว จะถูกนำมาผ่านกระบวนการหาคุณลักษณะของสัญลักษณ์ ซึ่งงานวิจัยนี้ได้ใช้คุณลักษณะที่หลากหลายของสัญลักษณ์เช่น จำนวนวงปิด (Loop) , จำนวนจุดตัดกันของแต่ละเส้นของแต่ละสัญลักษณ์ (Intersections), จำนวนของจุดยอด (Cusps), จำนวนเส้น (Strokes), ความหนาแน่นของจุดพิกัด, ทิศทางของตำแหน่งเริ่มต้นและตำแหน่งสุดท้ายของสัญลักษณ์ รวมทั้งลักษณะอ้วนผอมของสัญลักษณ์ หลังจากกระบวนการดึงคุณลักษณะแล้วก็เข้าก็เข้าสู่กระบวนการของการรู้จำ ซึ่งงานวิจัยนี้ใช้วิธี Elastic Matching เป็นกระบวนการรู้จำ โดยใช้ค่า minimum distance ระหว่างสัญลักษณ์หนึ่งๆเทียบกับสัญลักษณ์ที่เป็นสัญลักษณ์อ้างอิง ซึ่งผลการรู้จำที่ได้รับประมาณ 91.9%.

2.4.4 ผลงานวิจัยของ Stephen J. Verzi, Gregory L. Heileman, Michael Georgiopoulos, Michael J. Healy เรื่อง “Boosted ARTMAP” งานวิจัยนี้ได้นำเสนอวิธีการที่เรียกว่า BARTMAP ซึ่งเป็นวิธีการที่ปรับปรุงมาจากโครงข่ายของพีชชีอาร์ทแมพ BARTMAP เป็นโครงข่ายที่อนุญาตให้มีความผิดพลาดเกิดขึ้นได้แต่ต้องน้อยกว่า 50% จากนั้นค่าความผิดพลาดจะถูกปรับให้ลดลงด้วยการปรับค่าวิจิลแลนส์ให้สูงขึ้นในกระบวนการ BARTMAP นั้นประกอบไปด้วย 2 BART ซึ่งแต่ละ BART นั้นถูกพัฒนามาจากพีชชีอาร์ท แต่ BART นั้นมีความแตกต่างจากพีชชีอาร์ทตรงที่แต่ละโหนดในชั้นคะเทกอรี ของ BART จะมีค่าวิจิลแลนส์พารามิเตอร์ที่แยกจากกัน ในขณะที่ค่าวิจิลแลนส์พารามิเตอร์ของพีชชีอาร์ทนั้นจะมีเพียงค่าเดียวสำหรับ BART หนึ่งโมดูล และค่าวิจิลแลนส์พารามิเตอร์นี้จะถูกปรับค่าในระหว่างกระบวนการเรียนรู้ ในส่วนของ BARTMAP นั้น Map Field จะทำหน้าที่นับจำนวนโหนดที่ถูกเลือกจาก BART_i ที่เชื่อมโยงไปยังโหนดที่อยู่ในชั้นคำตอบของ BART_j และแต่ละโหนดใน BART_j สามารถเชื่อมโยงไปยังโหนดใน BART_i ได้มากกว่า 1 โหนด และผลการทดสอบที่ได้รับนั้นจะเห็นได้ว่า งานวิจัยนี้ให้ผลการวิจัยที่ดีขึ้นถึง 35% เมื่อเทียบกับผลการทดสอบโดยใช้พีชชีอาร์ทแมพ

2.4.5 ผลงานวิจัยของ Yasuhisa Okazaki, Xiang Yang Feng, Masayoshi Okamoto, Hiroki Kondo เรื่อง “A Java Based On-line Handwriting Interface for an Intelligent Algebraic Calculation Tutoring System” งานวิจัยนี้ได้นำเสนออินเทอร์เฟซ (Interface) สำหรับลายมือเขียนสูตรทางคณิตศาสตร์ เพื่อใช้ในระบบสอนการคำนวณพีชคณิตอัจฉริยะ อินเทอร์เฟซนี้ถูกสร้างขึ้นด้วยภาษาจาวา (Java) เพื่อใช้ในการรับลายมือเขียนสูตรทางคณิตศาสตร์ และส่งกลุ่มของเส้นของแต่ละสัญลักษณ์ผ่านทางเว็บเบราว์เซอร์ (Web Browser) ไปยังเซิร์ฟเวอร์ (Server) ซึ่งมีโปรแกรมที่ถูกสร้างด้วยภาษาซี เพื่อทำการรู้จำสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ งานวิจัยนี้เลือกใช้วิธีการรู้จำที่เรียกว่า DDCPM (Directional and Direction –Change Pattern Matching) ซึ่งเป็นวิธีการที่ใช้ทิศทางของเส้นแต่ละเส้นของสัญลักษณ์เทียบกับสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ที่เป็นรูปแบบมาตรฐาน ซึ่ง

สัญลักษณ์มาตรฐานใดที่มีความเหมือนมากที่สุด ก็จะเป็นคำตอบของระบบ งานวิจัยนี้ทดสอบโดยใช้สัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์จำนวน 91 สัญลักษณ์ โดยใช้ผู้เขียนจำนวน 19 คน และเลือกข้อมูลของ 1 คนจาก 19 คนเพื่อทำการทดสอบ ซึ่งผลการรู้จำที่ได้รับประมาณ 79%

2.4.6 ผลงานวิจัยของ Hiroshi Tanaka, Naomi Iwayama and Katsuhiko Akiyama เรื่อง “Online Handwriting Recognition Technology and Its Applications” งานวิจัยนี้ได้อธิบายการทำงานของกรู้อาหลายมือเขียนตัวอักษรภาษาญี่ปุ่นของบริษัทฟูจิซี (OLCR) ซึ่งเป็นวิธีการที่ถูกพัฒนาบนพื้นฐานของกรู้อาแบบไฮบริด (Hybrid Character Recognition) และวิธีการ Bigram-based context processing การกรู้อาแบบไฮบริดนั้นเป็นการผสมผสานการทำงานระหว่างกรู้อาแบบออนไลน์และแบบออฟไลน์ ส่วนวิธีการ Bigram-based context processing นั้นเป็นวิธีการวิเคราะห์ตัวอักษรหนึ่งๆที่มีลักษณะที่คล้ายกันมากจากตัวอักษรที่อยู่ติดกัน เช่นตัวอักษร “/”, “1”, “|” นอกจากนั้นงานวิจัยนี้ยังนำวิธีการ Adaptive context processing และ Adaptive classification ซึ่งเป็นวิธีการปรับความผิดพลาดแล้วทำการปรับปรุงคิกชันนารีเพื่อป้องกันความผิดพลาดที่จะเกิดในครั้งต่อไป ผลการกรู้อาที่ได้รับประมาณ 94.6%

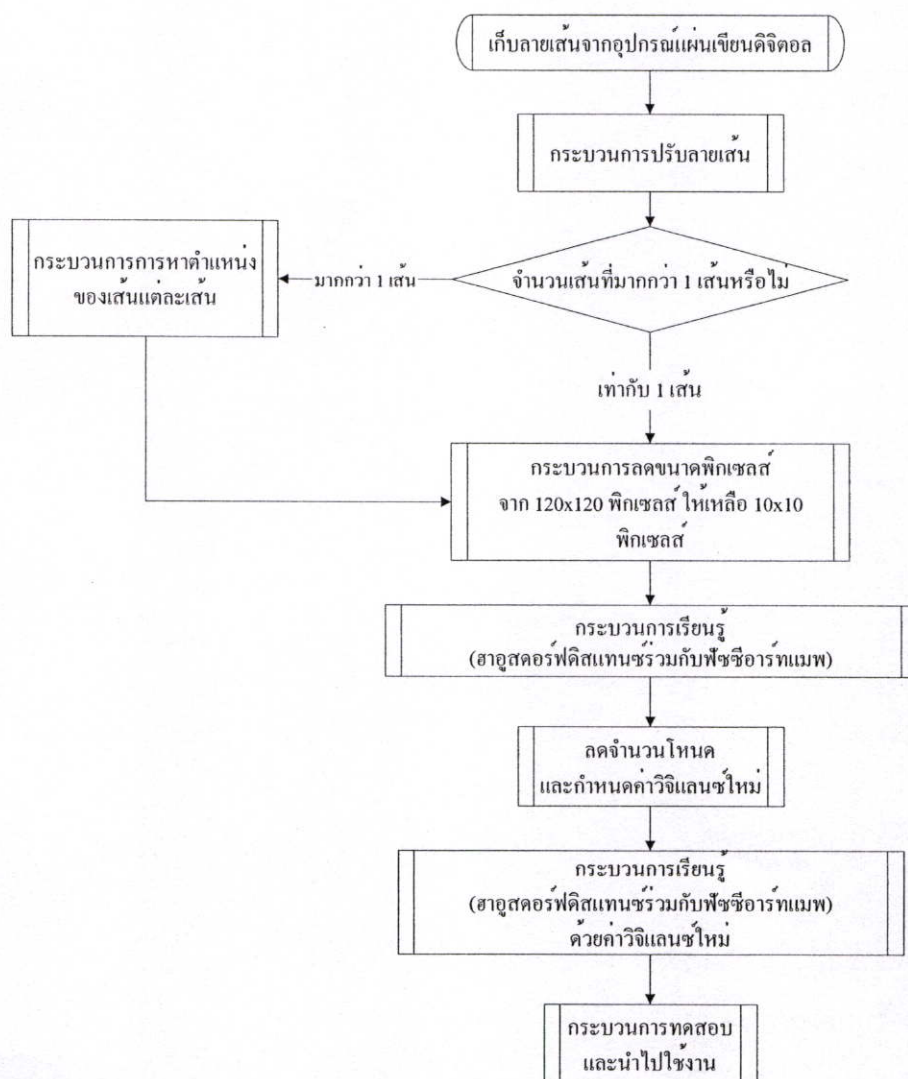
2.4.7 ผลงานวิจัยของ Hiroshi Tanaka, Kenji Nakajima, Kazushi Ishigaki, Katsuhiko Akiyama, Masaki Nakagawa เรื่อง “Hybrid Pen-Input Character Recognition System Based on Integration of Online-Offline Recognition” งานวิจัยนี้นำเสนอวิธีการกรู้อาซึ่งเป็นวิธีที่ใช้การผสมผสานกันของกรู้อาในแบบออนไลน์และแบบออฟไลน์ โดยมีค่าพิกัด X, Y เป็นค่าอินพุทของวิธีการในแบบออนไลน์ และมีรูปบิตแมพเป็นค่าอินพุทของวิธีการในแบบออฟไลน์ ในขั้นตอนของกรู้อาแบบออฟไลน์ นั้นเริ่มด้วยการนำรูปบิตแมพมาทำการลดขนาดของรูปจาก 100 x 100 พิกเซลส์ ลงเหลือ 48 x 48 พิกเซลส์ จากนั้นนำอินพุทที่ถูกลดขนาดแล้วผ่านกระบวนการดึงคุณลักษณะ โดยทำการแบ่งรูปบิตแมพออกเป็น 72 * 4 หรือ 288 ส่วน ซึ่งแต่ละ 72 ส่วนได้มาจากการแบ่งรูปบิตแมพออกเป็น 6 * 12 ส่วน จากนั้นทำการหมุนอินพุทไปในมุม 45, -45 และ 90 องศาเพื่อให้ได้ ส่วนที่เหลืออีก 216 ส่วน จากนั้นนำเวกเตอร์ที่มี 288 ไคเมนชันที่ได้มาทำการลดขนาดไคเมนชันลงเหลือ 16 ไคเมนชันก่อนที่จะเข้าสู่กระบวนการกรู้อา (Pattern Matching) ผลการทดสอบการกรู้อาเฉพาะแบบออฟไลน์นั้นอยู่ที่ประมาณ 73.8% ในส่วนของการกรู้อาแบบออนไลน์ งานวิจัยนี้นำเสนอวิธีการที่เรียกว่า LTM ซึ่งเป็นวิธีการแบบ อีลาสติก แมทซิง (Elastic Matching) แบบหนึ่ง ซึ่งใช้วิธีการคำนวณค่า แมทซิง ระหว่างอินพุทและตัวอักษรในคิกชันนารี เพื่อหาคำตอบที่มีค่าแมทซิงที่น้อยที่สุด ผลการทดสอบการกรู้อาเฉพาะออนไลน์นั้นอยู่ที่ประมาณ 84.8 % จากนั้นนำผลที่ได้จากทั้งวิธีการแบบออฟไลน์และออนไลน์ มาผ่านการทำ Score normalization เพื่อที่จะได้สามารถทำนำผลที่ได้จากทั้ง 2 วิธีมาเปรียบเทียบกัน ซึ่งผลการทดลองที่ได้รับหลังจากนำวิธีการแบบออฟไลน์และออนไลน์มาใช้งานรวมแล้วอยู่ที่ประมาณ 87.6 %

บทที่ 3

การรู้จำโดยใช้ฮาอูสเตอร์ฟอาร์ทแมพ

3.1 การเก็บข้อมูลลายมือเขียน

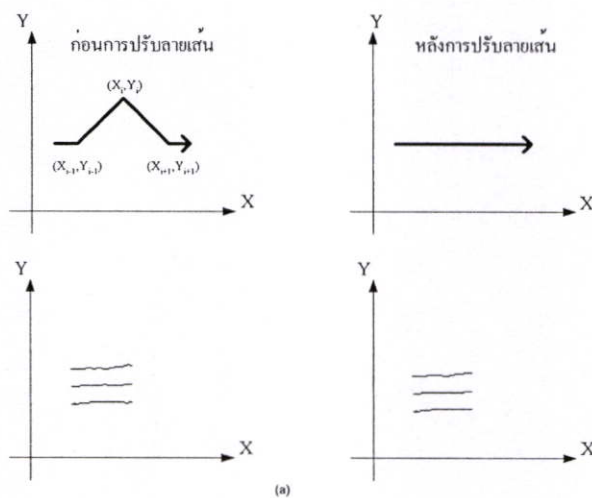
การเก็บข้อมูลในงานวิจัยนี้ ผู้วิจัยได้ใช้อุปกรณ์แผ่นเขียนดิจิทัล โดยลากเส้นบนแผ่นดิจิทัลแทนการลากเส้นด้วยเมาส์ในกรอบช่องว่างที่กำหนดไว้ และข้อมูลที่จะได้จากการลากเส้นบนอุปกรณ์แผ่นเขียนดิจิทัลนั้น ก็จะมีทั้งจำนวนเส้นที่ถูกลากและจุดพิกัดต่างๆ ของเส้นที่ถูกลาก ซึ่งในงานวิจัยนี้กำหนดกรอบช่องว่างไว้ที่ 120 x 120 พิกเซล และจำนวนจุดพิกัดที่เก็บได้นั้นก็ขึ้นอยู่กับความเร็วในการลากเส้นของแต่ละคน ถ้าลากเส้นเร็วก็จะส่งผลให้จำนวนจุดที่เก็บได้มีจำนวนน้อยกว่าลากเส้นเร็ว



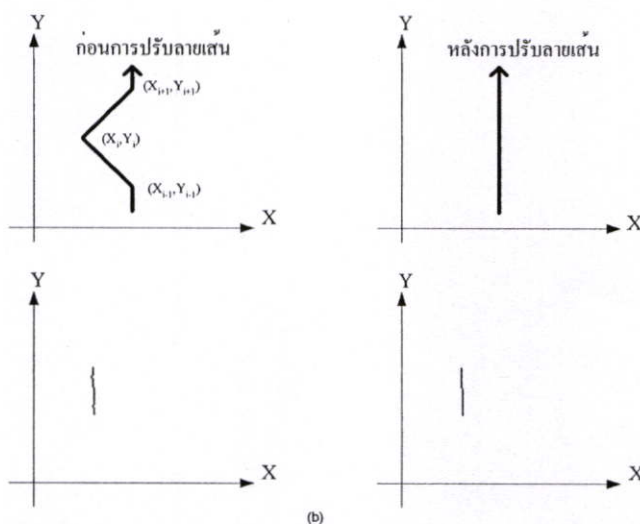
รูปที่ 3.1 แสดงลำดับของกระบวนการต่างๆ

ในส่วนของสัญลักษณ์ต่างๆที่อยู่ในขอบข่ายของงานวิจัยนี้ มีทั้งสัญลักษณ์ที่มีจำนวนเส้นเดียวและสัญลักษณ์ที่มีจำนวนเส้นที่มากกว่าหนึ่งเส้น ดังนั้นก่อนที่จะเข้าสู่กระบวนการรู้จำสัญลักษณ์ที่มีจำนวนเส้นที่มากกว่าหนึ่งเส้นจึงต้องถูกนำมาผ่านกระบวนการหาตำแหน่งของแต่ละเส้นเสียก่อน ซึ่งจะกล่าวต่อไปในหัวข้อที่ 3.1.1 เนื่องจากตำแหน่งของแต่ละเส้นที่ได้ จะถูกนำไปใช้ในกระบวนการรู้จำต่อไป

หากจำนวนพิกเซลมาก จะส่งผลให้มีการคำนวณมากตามไปด้วย ซึ่งในงานวิจัยนี้กรอบที่กำหนดไว้มีขนาด 120 x 120 พิกเซล ซึ่งเป็นขนาดที่ใหญ่เกินไปสำหรับกระบวนการรู้จำ ดังนั้นจึงต้องทำการลดจำนวนพิกเซลลง และก่อนที่จะทำการลดจำนวนพิกเซลลงนั้นจะต้องทำการปรับลายเส้นเสียก่อนเพื่อลด noise ที่เกิดขึ้นในขณะที่ลากเส้นบนอุปกรณ์แผ่นเขียนดิจิทัล ดังตัวอย่างในรูปที่ 3.2



รูปที่ 3.2 (a) แสดงลายเส้นก่อนการปรับและหลังการปรับลายเส้นพร้อมตัวอย่างในแนวนอน



รูปที่ 3.2 (b) แสดงลายเส้นก่อนการปรับและหลังการปรับลายเส้นพร้อมตัวอย่างในแนวตั้ง

การปรับลายเส้นในรูปแบบต่างๆ

1. กรณีลายเส้นที่ต้องการปรับอยู่ในแนวนอน และ $Y_{i-1} = Y_{i+1}$ แต่ $Y_i \neq Y_{i-1}$ และ $Y_i \neq Y_{i+1}$

$$Y_i = Y_{i-1} = Y_{i+1} \quad (3.1)$$

2. กรณีลายเส้นที่ต้องการปรับอยู่ในแนวตั้ง และ $X_{i-1} = X_{i+1}$ แต่ $X_i \neq X_{i-1}$ และ $X_i \neq X_{i+1}$

$$X_i = X_{i-1} = X_{i+1} \quad (3.2)$$

เมื่อ

X_i = พิกัดบนแกน X ของจุดที่พิจารณา

Y_i = พิกัดบนแกน Y ของจุดที่พิจารณา

X_{i-1} = พิกัดบนแกน X ของจุดที่อยู่ก่อนหน้าจุดที่พิจารณา

Y_{i-1} = พิกัดบนแกน Y ของจุดที่อยู่ก่อนหน้าจุดที่พิจารณา

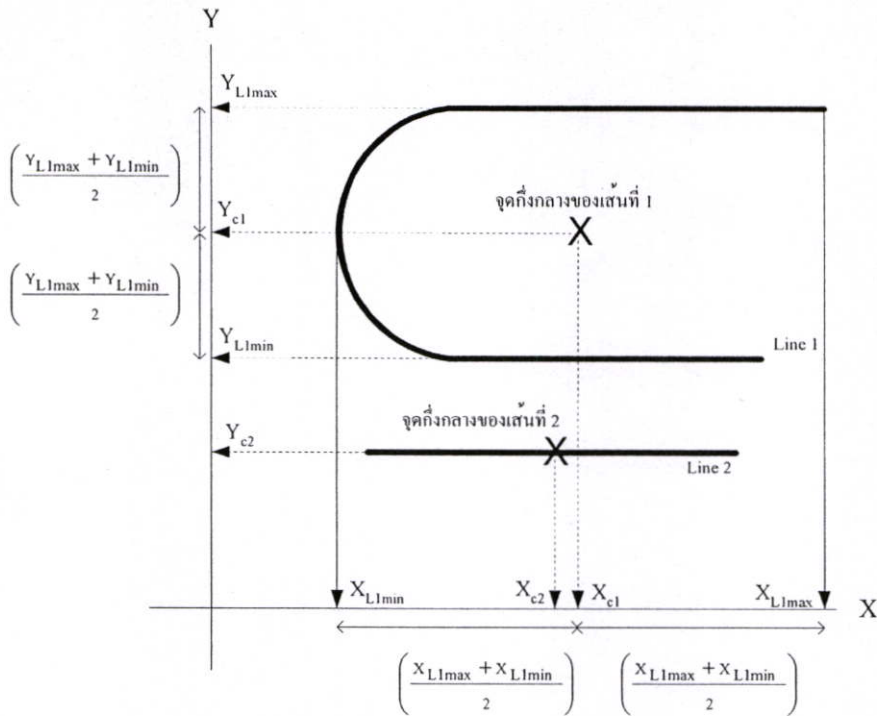
X_{i+1} = พิกัดบนแกน X ของจุดที่อยู่ถัดจากจุดที่พิจารณา

Y_{i+1} = พิกัดบนแกน Y ของจุดที่อยู่ถัดจากจุดที่พิจารณา

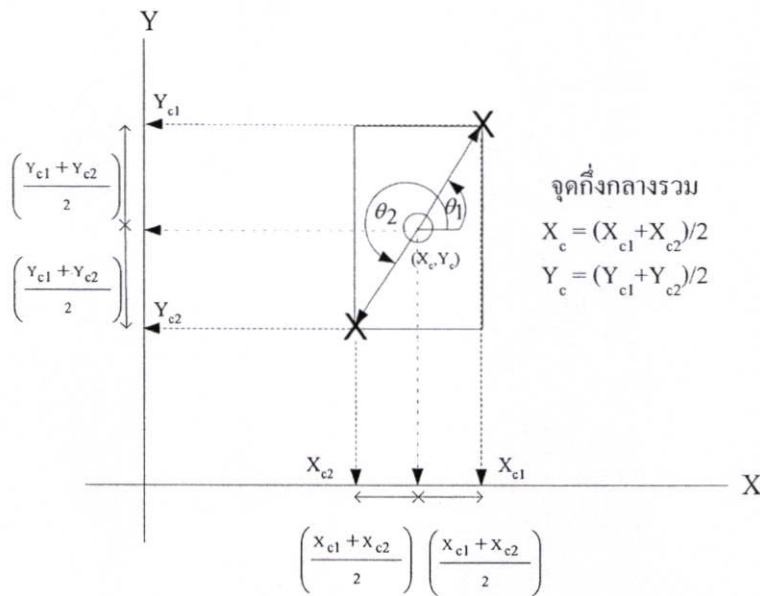
3.1.1 กระบวนการหาตำแหน่งของเส้นแต่ละเส้น (Line Position)

อินพุทที่ประกอบด้วยจำนวนเส้นมากกว่าหนึ่งเส้นจะต้องผ่านกระบวนการหาตำแหน่งของเส้นแต่ละเส้น ซึ่งหาได้ตามขั้นตอนดังต่อไปนี้

1. หาจุดกึ่งกลางของแต่ละเส้น โดยนำค่า X ที่ต่ำที่สุด และค่า X ที่สูงที่สุดมาบวกกันแล้วหารด้วย 2 ในส่วนของค่า Y ก็ทำเช่นเดียวกับค่า X ดังแสดงในรูปที่ 3.3 จากนั้นนำจุดกึ่งกลางของแต่ละเส้นที่หาได้ มาหาจุดจุดกึ่งกลางรวมของหนึ่งสัญลักษณ์ โดยนำค่า X และ Y ของจุดกึ่งกลางของทุกเส้นมาหาจุดที่ต่ำสุดและสูงที่สุดของบนแกน X และ Y จากนั้นนำค่า X, Y ที่ต่ำที่สุดมาบวกกับค่าที่สูงที่สุดแล้วหารด้วย 2 ค่า X และ Y ที่ได้จะเป็นค่า X และ Y ของจุดกึ่งกลางรวม (X_c, Y_c) ของสัญลักษณ์นั้น ดังแสดงในรูปที่ 3.4



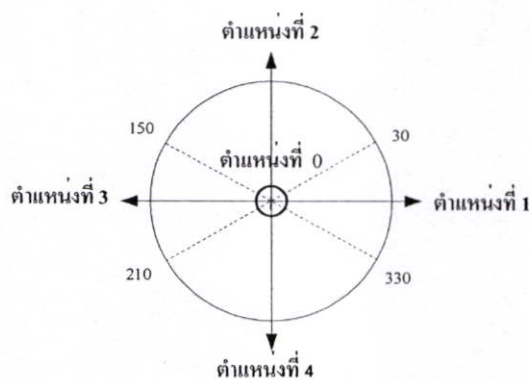
รูปที่ 3.3 ตัวอย่างการหาจุดกึ่งกลางของแต่ละเส้นของสัญลักษณ์ที่มี 2 เส้น



รูปที่ 3.4 ตัวอย่างการหาจุดกึ่งกลางรวมของสัญลักษณ์ที่มี 2 เส้นเพื่อหาคำแหน่งของแต่ละเส้น

2. หาค่ามุมระหว่างจุดกึ่งกลางของแต่ละเส้นกับจุดกึ่งกลางรวม แล้วนำค่ามุมที่ได้มาเทียบหาคำแหน่งของแต่ละเส้นว่าแต่ละเส้นอยู่ที่ตำแหน่งใด ในงานวิจัยนี้แบ่งตำแหน่งของเส้นออกเป็น 5 ตำแหน่งตามช่วงของมุม ดังแสดงในรูปที่ 3.5

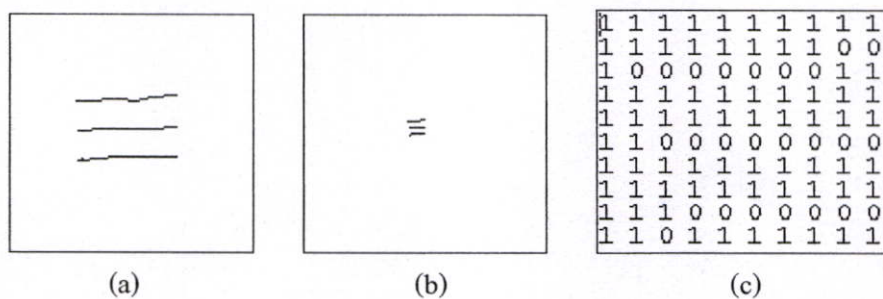
- ตำแหน่งที่ 1 หมายถึง มุมอยู่ในช่วงระหว่าง $[0, 30]$ และ $[330, 360]$ องศา
- ตำแหน่งที่ 2 หมายถึง มุมอยู่ในช่วงระหว่าง $[31, 149]$ องศา
- ตำแหน่งที่ 3 หมายถึง มุมอยู่ในช่วงระหว่าง $[150, 210]$ องศา
- ตำแหน่งที่ 4 หมายถึง มุมอยู่ในช่วงระหว่าง $[211, 329]$ องศา
- ตำแหน่งที่ 0 หมายถึง ระยะห่างระหว่างจุดกึ่งกลางรวมกับจุดกึ่งกลางของเส้นนั้นมีค่าน้อยกว่า 5 พิกเซล



รูปที่ 3.5 แสดงการระบุตำแหน่งทั้ง 5 ตามช่วงมุม

3.1.2 กระบวนการลดขนาดพิกเซล

ในการวิจัยนี้ได้กำหนดขนาด พิกเซลที่ใช้สำหรับการรู้จำไว้ที่ 10×10 พิกเซล โดยในส่วนของ การแปลงลดขนาดพิกเซลจาก 120×120 ลงเหลือ 10×10 พิกเซล ดังแสดงในรูปที่ 3.6 นั้น จะ พิจารณาจุดพิกัดที่ต่ำสุด, สูงที่สุด, ซ้ายสุด และ ขวาสุด ก่อนทำการแปลง จากนั้นทำการเทียบ บรรทัดไตรยางค์เพื่อให้ได้จุดพิกัดใหม่ในขนาด 10×10 พิกเซลเพื่อใช้ในการหาค่าฮามิลตันฟรอสต์ แทนซ์



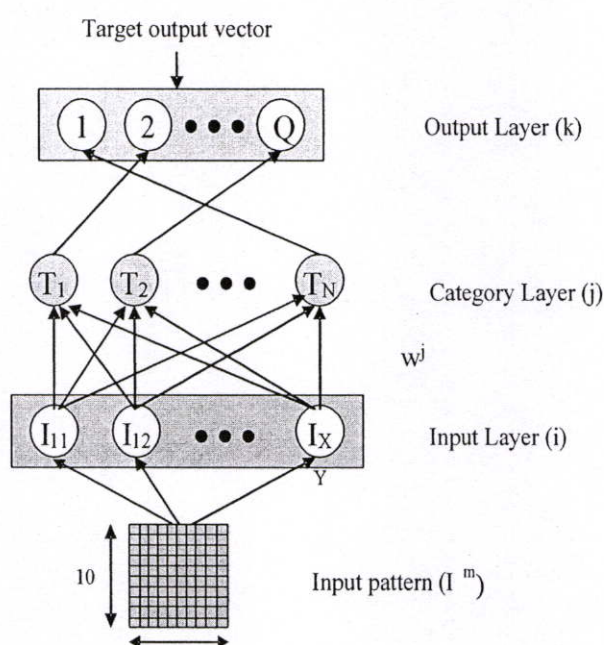
รูปที่ 3.6 (a) แสดงลายเส้นก่อนการลดขนาด 120×120 พิกเซล

3.6 (b) แสดงลายเส้นที่ลดขนาดเหลือ 10×10 พิกเซล

3.6 (c) แสดงลายเส้นหลังการเปลี่ยนเป็นรหัส 0, 1

3.2 การหาค่าฮาสเตอร์ฟิดิสแทนซ์ร่วมกับพีชชีอาร์ทแมพ

กระบวนการใหม่นี้ได้ปรับเอาฮาสเตอร์ฟิดิสแทนซ์เข้ามาใช้ร่วมกับซิมพลิไฟด์พีชชีอาร์ทแมพ โดยนำเอาแนวคิดของฮาสเตอร์ฟิดิสแทนซ์มาใช้แทนการดำเนินการแบบพีชชี เมื่อฮาสเตอร์ฟิดิสแทนซ์มีค่าเท่ากับ 0 แสดงว่ารูปแบบที่นำมาเปรียบเทียบกับ โมเดลสามารถแมทช์กันได้พอดี คือ มีความเหมือนกันทุกประการ คำนวณน้ำหนักในกระบวนการนี้มีลักษณะเป็นโมเดลอ้างอิง (reference model) ที่เป็นแบบไบนารีในวิธีการจับคู่รูปแบบ (pattern matching) โดยทั่วไป แต่แนวคิดนี้ต้องการสร้างโมเดลให้ครอบคลุมและเป็นตัวแทนที่ดีของกลุ่มข้อมูลได้ อีกทั้งสามารถปรับปรุงให้โมเดลนั้นมีคุณภาพที่ดียิ่งขึ้นได้อีกด้วย เนื่องจากแนวทางของอาร์ทสามารถสร้างโหนดเพิ่มขึ้นและคำนวณน้ำหนักก็สามารถที่จะปรับเปลี่ยนได้ในกระบวนการเรียนรู้ สถาปัตยกรรมของกระบวนการรู้จำแบบใหม่นี้สามารถแสดงได้ดังรูปที่ 3.7



รูปที่ 3.7 สถาปัตยกรรมของการรู้จำรูปแบบ โดยใช้ฮาสเตอร์ฟิดิสแทนซ์ร่วมกับพีชชีอาร์ทแมพ

ฮาสเตอร์ฟิดิสแทนซ์เป็นโครงข่ายประสาทเทียมที่ประกอบไปด้วย 3 ระดับชั้น ชั้นแรกคือชั้นอินพุท (input layer) ซึ่งในชั้นนี้ประกอบไปด้วยโหนดจำนวน 10×10 โหนด แต่ละโหนดในชั้นอินพุทจะแทนพิกเซลแต่ละพิกเซลของรูปแบบอินพุท ชั้นที่สองคือชั้นแคททากอรี (category layer) โหนดในชั้นที่สองจะถูกสร้างขึ้นในระหว่างกระบวนการเรียนรู้ แต่ละโหนดในชั้นแคททากอรีนี้จะเชื่อมต่อแบบทั่วถึงกับโหนดในชั้นอินพุท โดยจะเชื่อมกันผ่านทางน้ำหนัก w^j ซึ่งน้ำหนัก w^j จะมีขนาดมิติเท่ากับรูปแบบอินพุท และน้ำหนักนี้จะเป็นตัวแทนของรูปแบบ

อ้างอิงของโหนดที่ j ในชั้นแคททากอรี ชั้นสุดท้ายคือชั้นเอาต์พุต (output layer) แต่ละโหนดในชั้นนี้จะเป็นตัวแทนแสดงถึงแต่ละประเภทหรือชนิด (class) ของรูปแบบซึ่งฮาอูสเตอร์ฟาร์ทแมพ จะต้องการเรียนรู้ ในกระบวนการเรียนรู้แบบ supervised รูปแบบอินพุตแบบไบนารีจะถูกส่งเข้าไปยังโครงข่ายพร้อมกับคำตอบซึ่งก็คือชนิดของรูปแบบอินพุตนั้นนั่นเอง (target output vector)

3.2.1 กระบวนการเรียนรู้

ในกระบวนการเรียนรู้รูปแบบอินพุตแบบไบนารี (I^m) ซึ่งเป็นรูปภาพขาวดำของลายเส้นที่ส่งเข้ามาในระบบสามารถแสดงอยู่ในรูปแบบดังต่อไปนี้

$$I_{x,y}^m = \{1,0\} \quad : x=1,2,\dots,10; y=1,2,\dots,10 \quad (3.3)$$

เมื่อ 10×10 คือมิติของรูปแบบอินพุต และ m แสดงลำดับของรูปแบบอินพุตที่ส่งไปยังโครงข่าย

เมื่อมีรูปแบบอินพุต (I^m) ใดๆ เข้ามายังระบบ ระบบก็จะดำเนินการคำนวณค่าชอยซ์ฟังก์ชัน (choice function) ของแต่ละโหนดลำดับที่ j ในชั้นแคททากอรี โดยค่าชอยซ์ฟังก์ชันสามารถคำนวณได้ดังนี้

$$T_j(I^m) = H(I^m, w^j) \quad (3.4)$$

เมื่อ $H(I^m, w^j)$ คือ ค่าฮาอูสเตอร์ฟลิตแทนซ์ระหว่างรูปแบบอินพุต I^m กับรูปแบบอ้างอิงหรือก็คือค่าน้ำหนักของโหนดลำดับที่ j (w^j) แล้วทำการเลือกโหนดที่ชนะ (โหนด J) เพื่อเป็นคำตอบของระบบ โดยพิจารณาเลือกจากโหนดในชั้นแคททากอรีที่มีค่าชอยซ์ฟังก์ชันน้อยที่สุดเมื่อเทียบกับโหนดอื่นๆ ในชั้นนี้ เพราะในแนวคิดนี้ค่าชอยซ์ฟังก์ชันยังมีค่าน้อยแสดงว่ายังมีความเหมือนกันระหว่างรูปแบบอินพุตและรูปแบบอ้างอิงมากขึ้นเท่านั้น และถ้าค่าชอยซ์ฟังก์ชันมีค่ามากแสดงว่ารูปแบบทั้งสองก็มีความเหมือนกันน้อย เมื่อโหนดที่ชนะแทนด้วยโหนดที่ J ดังนั้น

$$T_j(I^m) = \min \{T_j(I^m)\}, j=1\dots N \quad (3.5)$$

เมื่อ N คือ จำนวนโหนดทั้งหมดในชั้นแคททากอรี กรณีที่มีโหนดซึ่งมีค่าชอยซ์ฟังก์ชันน้อยที่สุดมากกว่าหนึ่งโหนดให้เลือกโหนดที่มีลำดับน้อยที่สุดเป็นโหนดที่ชนะ จากนั้นจะต้องดำเนินการตรวจสอบค่าชอยซ์ฟังก์ชันของโหนดที่ชนะ (ระดับความแตกต่างระหว่างรูปแบบอินพุตกับรูปแบบ

อ้างอิงของชนิดข้อมูลที่ถูกเลือกเป็นคำตอบของระบบ) ว่าอยู่ในระดับที่ยอมรับได้หรือไม่ โดยใช้การพิจารณาค่าวิจแลนซ์พารามิเตอร์ (ρ) ตามเงื่อนไข (3.6) และ (3.7)

$$T_J(I^m) \leq \rho \quad (3.6)$$

$$\{\text{ค่าตำแหน่งของแต่ละเส้นของอินพุท}\} = \{\text{ค่าตำแหน่งของแต่ละเส้นของโหนด J}\} \quad (3.7)$$

ถ้า ρ จะมีค่าอยู่ระหว่าง 0 ถึง 14.14 ซึ่งก็คือค่าความยาวของเส้นทแยงมุมของรูปแบบอินพุทขนาด 10 x 10 พิกเซลนั่นเอง ซึ่งในกระบวนการหาฮูสเตอร์ฟาร์ทแมพนี้ค่า ρ มีค่าน้อยเท่าใด ข้อมูลที่ถูกจัดอยู่ในกลุ่มเดียวกันได้นั้นยังต้องมีความเหมือนกันมากเท่านั้น

กรณีเงื่อนไขที่ (3.6) ไม่เป็นจริงจะไม่ต้องทำการเพิ่มค่า ρ และหาค่าชอยซ์ฟังก์ชันตัวที่น้อยที่สุดถัดมาพิจารณาอีกเหมือนในซิมพลิไฟด์พีซซีอาร์ทแมพ เพราะในแนวทางนี้ค่าชอยซ์ฟังก์ชันและค่าความเหมาะสมในการจัดกลุ่มข้อมูลหรือค่าระดับความแตกต่างกันระหว่างรูปแบบอินพุทกับรูปแบบอ้างอิง ใช้ค่าเดียวกันคือค่าที่ได้จากการคำนวณฮูสเตอร์ฟลิสแทนซ์ ดังนั้นโหนดที่ชนะจึงเป็นโหนดที่มีการจัดกลุ่มข้อมูลที่ดีที่สุดด้วย กล่าวคือถ้าโหนดที่ชนะนี้ไม่ผ่านเงื่อนไขที่ (3.6) โหนดอื่นๆ ก็จะไม่สามารถผ่านเงื่อนไขนี้ได้เช่นกัน ฉะนั้นกรณีเงื่อนไขที่ (3.6) ไม่เป็นจริง จึงทำการเพิ่มโหนด J ใหม่เข้าไปในชั้นแคททากอรีในโครงข่ายนี้เพื่อเป็นตัวแทนอ้างอิงของรูปแบบอินพุทนั้นได้เลย และกำหนดค่าเริ่มต้นให้กับค่าน้ำหนักของโหนด J โหนดใหม่นี้ดังสมการต่อไปนี้

$$w^J = I^m \quad (3.8)$$

โหนด J ที่สร้างขึ้นใหม่นี้จะทำให้เงื่อนไขที่ (3.6) เป็นจริงโดยอัตโนมัติ จากนั้นระบบจะเชื่อมโยงโหนด J ซึ่งเป็นโหนดที่ชนะเข้ากับชนิดคำตอบที่แท้จริงและกำหนดค่าเซตของตำแหน่งเส้นของสัญลักษณ์นั้นๆ ในชั้นเอาต์พุท

กรณีเงื่อนไขที่ (3.6) เป็นจริง จะนำผลลัพธ์ซึ่งเป็นคำตอบที่สัมพันธ์กับโหนดที่ชนะไปเปรียบเทียบกับคำตอบที่แท้จริงของอินพุทนั้น ถ้าผลลัพธ์ที่ได้จากโครงข่ายไม่ถูกต้องตรงกับชนิดของอินพุท หรือ เงื่อนไขที่ (3.7) ไม่เป็นจริง กล่าวคือเซตของตำแหน่งของเส้นทั้งหมดของอินพุทไม่เท่ากับเซตของตำแหน่งของเส้นทั้งหมดของโหนดที่ชนะ ให้กลับไปเลือกโหนดที่เหลือในชั้นแคททากอรีที่มีค่าชอยซ์ฟังก์ชันน้อยที่สุดลำดับถัดไปมาเป็นโหนดที่ชนะโหนดใหม่ และดำเนินการพิจารณาเงื่อนไข (3.6) ดังกระบวนการที่กล่าวมาข้างต้น แต่ถ้าคำตอบของระบบ (คำตอบในชั้นเอาต์พุทที่เชื่อมโยงกันกับโหนดที่ชนะในชั้นแคททากอรี) ตรงกันกับคำตอบที่ถูกต้อง

แสดงว่าเกิดเรโซแนนซ์ขึ้น ในวิธีการนี้จะทำการปรับค่าน้ำหนักโหนดที่ J (w^J) ซึ่งเป็นโหนดที่ชนะตามสมการที่ 3.9 ซึ่งมีขั้นตอนการปรับดังต่อไปนี้

กำหนดให้ S หมายถึงเลขจำนวนเต็มบวกซึ่งจะเป็นค่าที่บ่งบอกว่าจะพิจารณาพิภเซลล์ในพื้นที่รอบพิภเซลล์ที่พิจารณาในตำแหน่ง x, y ออกไปเป็นจำนวนเท่าไร โดยในกรณีที่ค่านี้มีค่าเท่ากับ S แสดงว่าจะต้องพิจารณาจุดใน I^m ทั้งหมด $(2S+1)^2$ พิกเซล งานวิจัยนี้กำหนดค่า S ให้มีค่าเท่ากับ 2 ดังนั้น แสดงว่าจะต้องพิจารณาพิภเซลล์ใน I^m ทั้งหมด 25 พิกเซล ส่วนค่าน้ำหนักเดิม $w_{x,y}^{J^{old}}$ หมายถึงค่าน้ำหนักในตำแหน่งพิภเซลล์ x, y ของค่าน้ำหนักเดิมของโหนดที่ J

กล่าวคือต้องการพิจารณาจุดภายในพื้นที่ขนาด $(2S+1) \times (2S+1)$ รอบพิภเซลล์ที่พิจารณาในตำแหน่ง x, y ของรูปแบบอินพุต I^m ว่ามีพิภเซลล์ใดๆ บ้างหรือไม่ที่มีค่าเท่ากับ 1 ถ้ามีพิภเซลล์ที่มีค่าเท่ากับ 1 อยู่ในบริเวณพื้นที่ $S1$ และ $w_{x,y}^{J^{old}}$ ก็มีค่าเท่ากับ 1 แล้ว $w_{x,y}^{J^{new}}$ จะมีค่าเท่ากับ 1 ด้วยดังแสดงในรูปที่ 3.8ก และ 3.8ข แต่หากว่าไม่มีพิภเซลล์ที่มีค่าเท่ากับ 1 อยู่ในบริเวณพื้นที่ $S1$ ก็ให้พิจารณาพื้นที่ $S2$ ซึ่งแสดงไว้ในรูปที่ 3.9 คือถ้ามีพิภเซลล์ที่มีค่าเท่ากับ 1 อยู่ในบริเวณนี้ และ $w_{x,y}^{J^{old}}$ ก็มีค่าเท่ากับ 1 แล้ว $w_{x,y}^{J^{new}}$ จะมีค่าเท่ากับ 1 บนพิกัด x, y ใหม่ ซึ่งสามารถคำนวณพิกัด x, y ใหม่ได้จากการหาค่าเฉลี่ยของพิกัด x, y ของพิภเซลล์ที่อยู่ในบริเวณ $S2$ ดังแสดงในรูป 3.8ค

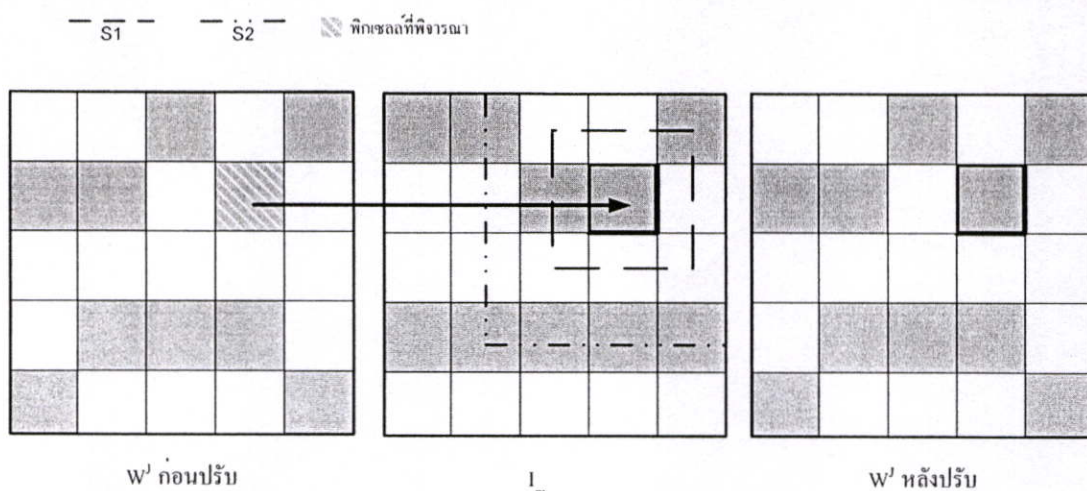
ส่วนกรณีอื่นๆ ให้ $w_{x,y}^{J^{new}}$ มีค่าเท่ากับ 0 จุดประสงค์เพื่อพิจารณาว่ามีพิภเซลล์ซึ่งเป็นอยู่ติดกับ $I_{x,y}^m$ ที่มีค่าเท่ากับ 1 ภายในระยะ S หรือไม่ ถ้าไม่มีก็แสดงว่าพิภเซลล์ของ $w_{x,y}^{J^{old}}$ ที่มีค่าเท่ากับ 1 นั้นน่าจะเป็นพิภเซลล์ที่เป็น noise เนื่องจากเมื่อพิจารณาพื้นที่รอบๆ พิกเซลนั้นใน I^m ซึ่งเป็นรูปแบบที่มีความเหมือนกันมากแล้วยังไม่พบพิภเซลล์ใดๆ ที่มีค่าเท่ากับ 1 ในบริเวณนี้เลย ดังนั้นจึงควรกำจัดค่าพิภเซลล์นี้ออกไปโดยกำหนดให้พิภเซลล์ของ $w_{x,y}^{J^{new}}$ มีค่าเท่ากับ 0

$$\begin{array}{ll}
 w_{x,y}^{J^{new}} = w_{x,y}^{J^{old}} & \text{เมื่อ } w_{x,y}^{J^{old}} = 0 \\
 w_{x,y}^{J^{new}} = w_{x,y}^{J^{old}} & \text{เมื่อ } w_{x,y}^{J^{old}} = I_{(x,y)}^m = 1 \\
 w_{x,y}^{J^{new}} = w_{x,y}^{J^{old}} & \text{เมื่อ } [w_{x,y}^{J^{old}} = 1] \wedge [I_{(x,y)}^m = 0] \wedge [I_{(C_1, D_1)}^m = 1] \\
 w_{x,y}^{J^{new}} = \left(\frac{\sum C_2}{\sum I_{(C_2, D_2)}^m}, \frac{\sum D_2}{\sum I_{(C_2, D_2)}^m} \right) = 1 & \text{เมื่อ } [w_{x,y}^{J^{old}} = 1] \wedge [I_{(x,y)}^m = 0] \wedge [I_{(C_1, D_1)}^m = 0] \wedge [I_{(C_2, D_2)}^m = 1]
 \end{array} \quad (3.9)$$

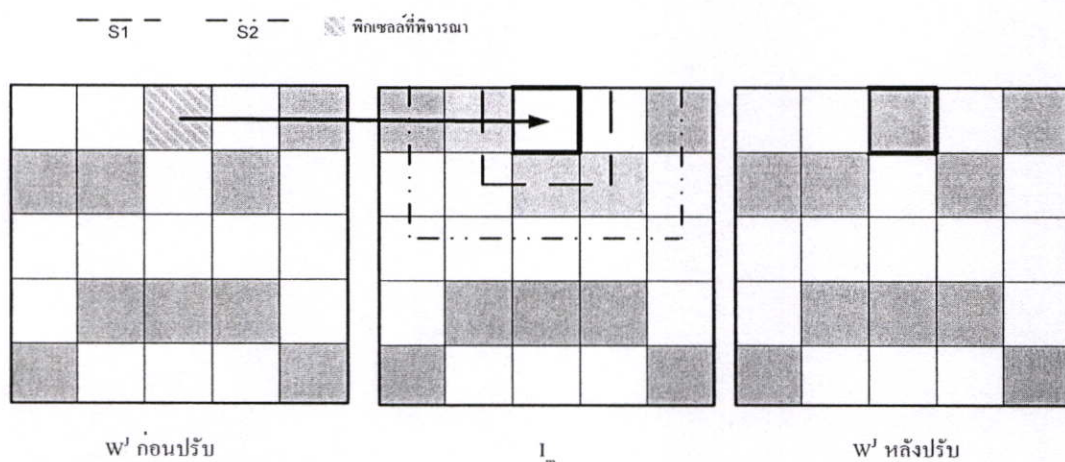
เมื่อ

(C_1, D_1) คือพิกัดที่อยู่ในบริเวณ $S1$

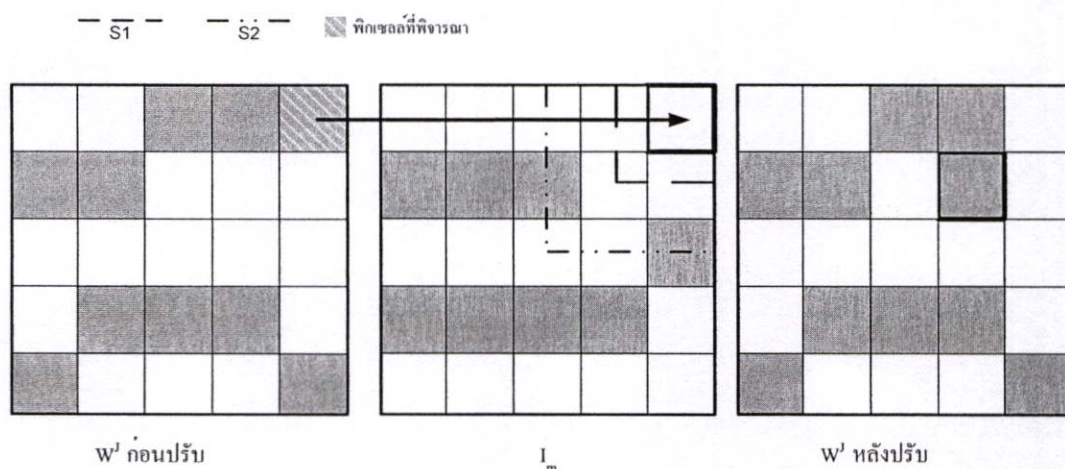
(C_2, D_2) คือพิกัดที่อยู่ในบริเวณ $S2$



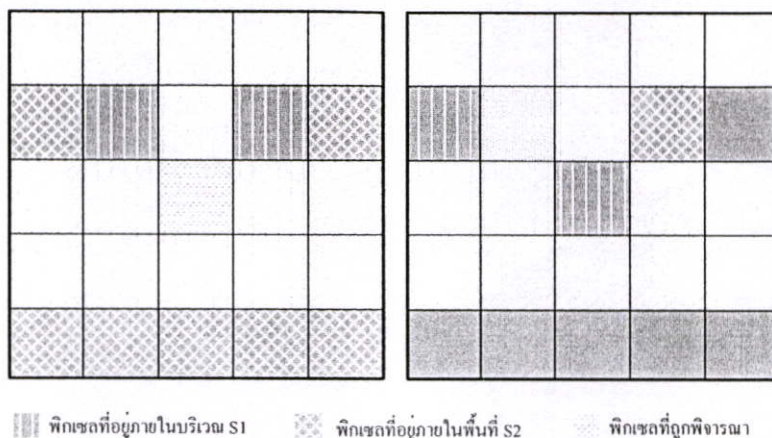
รูปที่ 3.8ก แสดงตัวอย่างการปรับค่าน้ำหนักเมื่อมีพิกเซลอยู่ตำแหน่งเดียวกับพิกเซลที่พิจารณา



รูปที่ 3.8ข แสดงตัวอย่างการปรับค่าน้ำหนักเมื่อมีพิกเซลอยู่ภายในพื้นที่ $S1$ อีกรูปแบบหนึ่ง



รูปที่ 3.8ค แสดงตัวอย่างการปรับค่าน้ำหนักเมื่อมีพิกเซลอยู่ภายในพื้นที่ $S2$



รูปที่ 3.9 แสดงตัวอย่างพื้นที่ S1 และ S2 ของพิกเซลที่พิจารณา 2 แบบ

กระบวนการเรียนรู้ของฮาอูสเตอร์ฟอาร์ทเมพสามารถสรุปเป็นขั้นตอนได้ดังนี้ คือ สำหรับทุกรูปแบบอินพุตที่ต้องการทำการเรียนรู้ให้ดำเนินการดังนี้

1. ส่งรูปแบบอินพุตและชนิดคำตอบของรูปแบบอินพุตไปยังระบบซึ่งในงานวิจัยนี้ ได้ทำการแบ่งกลุ่มของอินพุตตามจำนวนเส้นอินพุตซึ่งแบ่งได้เป็น 4 กลุ่มคือ กลุ่มที่มีเส้น 1, 2, 3, 4 เส้น
2. ถ้าเป็นอินพุตแรกของระบบ กล่าวคือยังไม่มีโหนดในชั้นแคททากอรีของแต่ละกลุ่ม ให้ทำการสร้างโหนดใหม่ในชั้นแคททากอรีเพื่อเป็นรูปแบบอ้างอิงของอินพุต โดยให้ค่าน้ำหนักเริ่มต้นของโหนดใหม่นี้มีค่าเท่ากับรูปแบบอินพุต และให้โหนดใหม่นี้ชี้ไปยังคำตอบในชั้นเอาต์พุตที่เป็นชนิดเดียวกันกับอินพุตและกำหนดค่าเซตของตำแหน่งเส้นเท่ากับอินพุตนี้ด้วย จากนั้นเริ่มพิจารณารูปแบบอินพุตใหม่ต่อไป
3. อินพุตที่ไม่ใช่อินพุตแรกของระบบ ให้คำนวณหาค่าชอยซ์ฟังก์ชันของทุกๆ โหนดในชั้นแคททากอรีกับรูปแบบอินพุตนี้ตามสมการ (3.4)
4. เลือกโหนดในชั้นแคททากอรีที่มีค่าชอยซ์ฟังก์ชันน้อยที่สุดเป็น โหนดที่ชนะซึ่งจะได้โหนดที่ชนะตามสมการ (3.5)
5. โหนดที่ชนะจะถูกนำไปตรวจสอบเงื่อนไข ถ้าเงื่อนไข (3.6) เป็นเท็จให้ทำการสร้างโหนดใหม่เพิ่มเข้าไปในชั้นแคททากอรีเพื่อเป็นรูปแบบอ้างอิงของอินพุต โดยให้ค่าน้ำหนักเริ่มต้นของโหนดใหม่นี้มีค่าเท่ากับรูปแบบอินพุต และให้โหนดใหม่นี้ชี้ไปยังคำตอบในชั้นเอาต์พุตที่เป็นชนิดเดียวกันกับอินพุตและกำหนดค่าเซตของตำแหน่งเส้นให้เท่ากับอินพุต แล้วจึงเริ่มพิจารณารูปแบบ

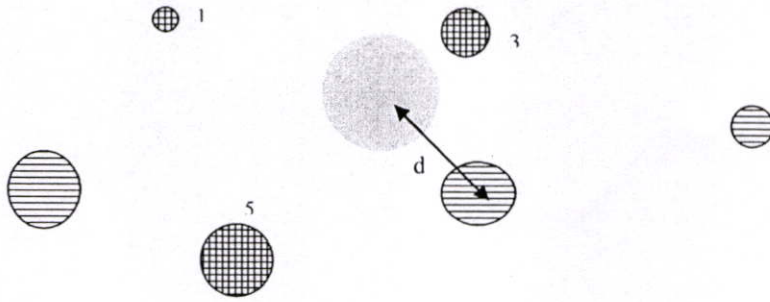
อินพุทใหม่ต่อไป แต่ถ้าเงื่อนไข (3.6) เป็นจริงให้ทำการตรวจสอบว่าคำตอบของ โหนดที่ชนะเป็นคำตอบของรูปแบบอินพุทนี้หรือไม่

6. ถ้าโหนดที่ชนะให้คำตอบเดียวกันกับคำตอบของรูปแบบอินพุทนี้ และเซตของ คำตำแหน่งของเส้นของอินพุทเท่ากับเซตของค่าของตำแหน่งของโหนดที่ชนะ ให้ทำการปรับค่าน้ำหนักแล้วจึงทำการพิจารณารูปแบบอินพุทใหม่ต่อไป แต่ถ้า คำตอบที่ได้จากระบบกับคำตอบที่แท้จริงของรูปแบบอินพุทไม่ตรงกัน ให้ กลับไปเลือกโหนดในลำดับถัดไปในชั้นแคททากอรีที่มีค่าชอยซ์ฟังก์ชันน้อย ที่สุด แล้วให้โหนดนี้เป็นโหนดที่ชนะโหนดใหม่ และกลับไปดำเนินการใน ข้อ 5.

3.3 กระบวนการลดจำนวนโหนดในชั้นแคททากอรี

เนื่องจากกระบวนการเรียนรู้ฮาลูสคอร์ฟอาร์ทแมพที่กล่าวมาข้างต้น ระบบจะทำการ สร้างโหนดในชั้นแคททากอรีเพิ่มขึ้น ซึ่งจำนวนโหนดที่ถูกสร้างเพิ่มมากขึ้นจะเป็นผลให้ กระบวนการทดสอบใช้เวลามากเกินไป ดังนั้นในงานวิจัยนี้จึงเพิ่มกระบวนการ การลดจำนวน โหนดเพื่อลดเวลาในการคำนวณในกระบวนการทดสอบ แต่ยังคงความถูกต้องเท่าเดิมหรืออาจ น้อยกว่านิดหน่อย

ในขั้นตอนนี้จะเกิดขึ้นหลังกระบวนการเรียนรู้ โดยจะนำจำนวนโหนดทั้งหมดที่ถูกสร้าง ขึ้นในกระบวนการเรียนรู้ มาทำการเรียงลำดับ ซึ่งจะเรียงลำดับจากโหนดที่มีจำนวนสมาชิกมาก ไปหาน้อย จากนั้นเริ่มทำการลดจำนวนโหนดด้วยการนำโหนดที่มีจำนวนสมาชิกมากที่สุดมาทำการ หาค่าฮาลูสคอร์ฟดิสแทนซ์ เทียบกับโหนดอื่นๆที่เหลือ ซึ่งจะมีทั้งโหนดที่มีคำตอบเดียวกันและ คำตอบที่ต่างกัน แล้วหาค่าฮาลูสคอร์ฟดิสแทนซ์ที่น้อยที่สุดของโหนดที่มีคำตอบที่ต่างกัน เพื่อนำมาเปรียบเทียบกับค่าฮาลูสคอร์ฟดิสแทนซ์ของโหนดที่มีคำตอบเหมือนกัน ดังแสดงในรูปที่ 3.10ก โดยโหนดใดที่มีค่าฮาลูสคอร์ฟดิสแทนซ์น้อยกว่าค่าฮาลูสคอร์ฟดิสแทนซ์ที่น้อยที่สุดของ โหนดที่มีคำตอบที่ต่างกันและมีจำนวนสมาชิกน้อยกว่าหรือเท่ากับ 3 โหนดนั้นก็จะถูกลบออกจาก ระบบ ดังแสดงในรูปที่ 3.10ข และค่า ρ ของลัญลักษณ์ที่ตรงกับคำตอบของโหนดที่มีจำนวน สมาชิกมากที่สุดก็จะถูกนำมาพิจารณาปรับค่า ρ ซึ่งค่า ρ จะถูกปรับก็ต่อเมื่อค่า ρ ใหม่มีค่า มากกว่า ρ เดิมเท่านั้น และค่า ρ ใหม่จะมีค่าเท่ากับค่าฮาลูสคอร์ฟดิสแทนซ์ที่น้อยกว่าค่าฮาลู สคอร์ฟดิสแทนซ์ที่น้อยที่สุดของโหนดที่มีคำตอบที่ต่างกัน จากนั้นให้นำโหนดที่เหลืออยู่ที่มี จำนวนสมาชิกที่มากที่สุดรองลงมา มาผ่านกระบวนการลดโหนดดังที่กล่าวมาข้างต้นจนครบทุก โหนด



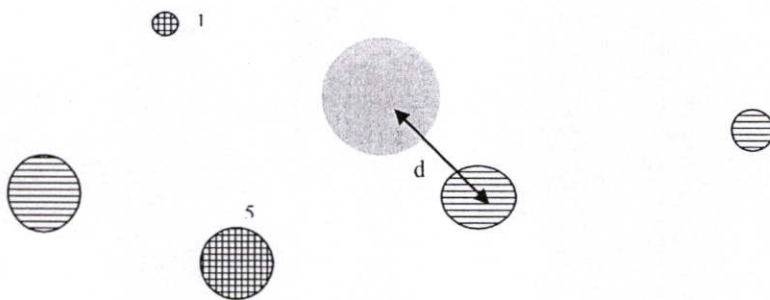
d = ค่าฮามิลตันฟิสแทนซ์ที่น้อยที่สุดของโหนดที่มีคำตอบที่ต่างกัน

▣ = โหนดที่มีคำตอบเหมือนกัน

▨ = โหนดที่มีคำตอบต่างกัน

◐ = โหนดที่มีจำนวนสมาชิกมากที่สุด

รูปที่ 3.10ก แสดงภาพจำลองการลบโหนดก่อนผ่านกระบวนการลบโหนด



d = ค่าฮามิลตันฟิสแทนซ์ที่น้อยที่สุดของโหนดที่มีคำตอบที่ต่างกัน

▣ = โหนดที่มีคำตอบเหมือนกัน

▨ = โหนดที่มีคำตอบต่างกัน

◐ = โหนดที่มีจำนวนสมาชิกมากที่สุด

รูปที่ 3.10ข แสดงภาพจำลองการลบโหนดหลังผ่านกระบวนการลบโหนด

หลังจากกระบวนการลบโหนดเสร็จสิ้นให้กลับไปทำกระบวนการเรียนรู้อีกครั้ง โดยในกระบวนการเรียนรู้ครั้งใหม่นี้จะนำเฉพาะรูปแบบอินพุตที่เป็นสมาชิกของโหนดที่ถูกลบและรูปแบบตัวแทนของโหนดที่ถูกลบ เพื่อทำการจัดกลุ่มใหม่ให้กับรูปแบบอินพุตที่ถูกลบออกไป โดยในกระบวนการเรียนรู้ครั้งใหม่นี้จะให้ค่า ρ ใหม่ที่ได้จากกระบวนการลบโหนด

3.4 กระบวนการทดสอบและการนำไปใช้งาน

ในส่วนของการทดสอบนี้เป็นการตรวจสอบว่าระบบที่ผ่านการเรียนรู้มาแล้วนั้นสามารถที่จะให้ผลความถูกต้องในการรู้จำมากน้อยเพียงใด ในการหาคำตอบของระบบทำได้โดยการคำนวณหาค่าชอยซ์ฟังก์ชันจากสมการ (3.4) จากนั้นทำการเรียงลำดับค่าชอยซ์ฟังก์ชันจากน้อยไปหามาก แล้วทำการนับจำนวนคำตอบที่ซ้ำกัน โดยนับจาก 10 โหนดแรกที่มีค่าชอยซ์ฟังก์ชันที่น้อยที่สุด คำตอบใดที่มีจำนวนเกิน 70% หรือจำนวนโหนดที่เป็นคำตอบนี้มีจำนวนมากกว่าหรือเท่ากับ 7 โหนดใน 10 โหนดก็จะถือว่าเป็นคำตอบของระบบ แต่หากไม่มีคำตอบใดที่มีจำนวนมากกว่าหรือเท่ากับ 7 โหนด ให้นำค่าตำแหน่งเส้นที่ได้จากการคำนวณในหัวข้อ 3.1.2 ของ 5 โหนดแรกที่มีค่าชอยซ์ฟังก์ชันน้อยที่สุดมาตรวจสอบตำแหน่งของแต่ละเส้นของรูปแบบอินพุทเทียบกับตำแหน่งของแต่ละเส้นของโหนดที่ชนะในชั้นแคททากอรี หากจำนวนความถูกต้องของตำแหน่งของเส้นของรูปแบบอินพุทเมื่อเทียบกับโหนดต่างๆ ในชั้นแคททากอรีหารด้วยจำนวนเส้นทั้งหมดของสัญลักษณ์นั้นๆ คูณด้วยอัตราส่วนค่าชอยซ์ฟังก์ชันของโหนดนั้นเทียบกับค่าชอยซ์ฟังก์ชันที่มากที่สุด ใน 5 โหนดแรกที่มีค่าชอยซ์ฟังก์ชันน้อยที่สุด ถือว่าเป็นโหนดชนะ ดังแสดงในสมการที่ 3.10

$$i^* = \arg \min_{i=1 \text{ to } 5} \left\{ \left(\frac{L - RL + 0.0001}{L} \right) * \left(\frac{T_i(I^m)}{T_{\max[1,5]}(I^m)} \right) \right\} \quad (3.10)$$

เมื่อ i^* = โหนดที่ชนะ

$i = 1, 2, 3, 4, 5$

L = จำนวนเส้นของหนึ่งสัญลักษณ์

RL = จำนวนเส้นของรูปแบบอินพุทที่มีตำแหน่งตรงกับตำแหน่งของเส้นของโหนดในชั้นเอาต์พุท 5 โหนดแรกที่มีค่าชอยซ์ฟังก์ชันน้อยที่สุด

T_i = ค่าชอยซ์ฟังก์ชันของแต่ละโหนดในชั้นเอาต์พุท

$T_{\max[1,5]}$ = ค่าชอยซ์ฟังก์ชันที่มากที่สุดของ 5 โหนดแรกในชั้นเอาต์พุท

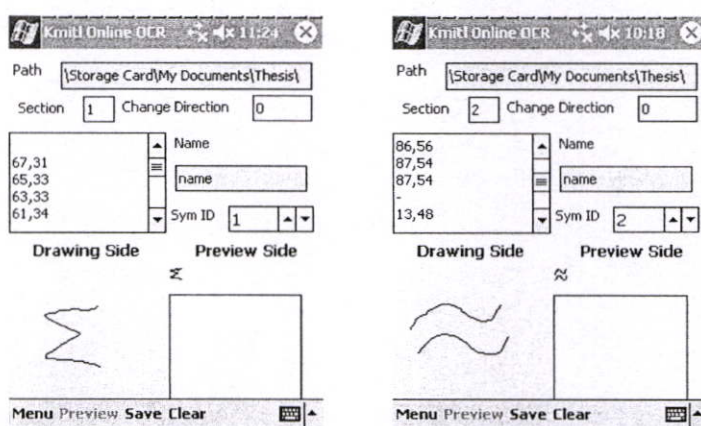
ชนิดของรูปแบบในชั้นอินพุทที่สัมพันธ์กับโหนดที่ชนะจะถือเป็นคำตอบของระบบแล้วเปรียบเทียบกับคำตอบที่แท้จริงกับผลลัพธ์ที่ได้จากระบบเพื่อวัดอัตราความถูกต้องในการรู้จำ และต้องทำการทดลองปรับค่า ρ เป็นค่าต่างๆ เพื่อหาค่า ρ ที่เหมาะสมเพื่อให้ได้ผลความถูกต้องในการรู้จำที่ดีที่สุด

การนำไปใช้งานจริงผลในการทำนาย คือ คำตอบที่ได้จากระบบซึ่งเป็นคำตอบของโหนดในชั้นเอาต์พุทที่สัมพันธ์กับโหนดที่ชนะในชั้นแคททากอรี

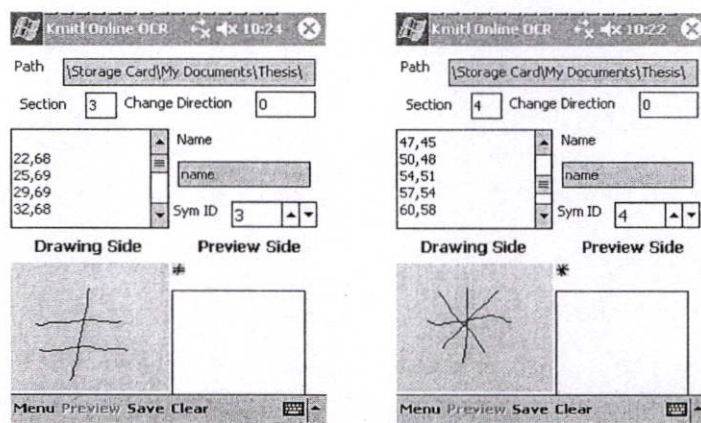
บทที่ 4

การทดลองและผลการทดลอง

งานวิจัยนี้ได้นำเอาวิธีการรู้จำรูปแบบแนวทางใหม่นี้มาทดลองกับฐานข้อมูลสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์จำนวน 89 สัญลักษณ์ ซึ่งผู้ทำการวิจัยได้ทำการรวบรวมลายมือเขียนสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์จากบุคคลต่างๆ ที่มีอายุอยู่ระหว่าง 10-45 ปี จำนวน 61 คน และแต่ละบุคคลจะเขียนสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ลงบน Pocket PC โดยใช้โปรแกรมที่ผู้ทำการวิจัยได้ทำการพัฒนาขึ้นเพื่อใช้ในการเก็บลายมือเขียน โดยเฉพาะดังแสดงในรูปที่ 4.1



รูปที่ 4.1ก ภาพตัวอย่างสัญลักษณ์ที่มีจำนวนเส้น 1 และ 2 เส้น บนโปรแกรมที่พัฒนาบน Pocket PC



รูปที่ 4.1ข ภาพตัวอย่างสัญลักษณ์ที่มีจำนวนเส้น 3 และ 4 เส้น บนโปรแกรมที่พัฒนาบน Pocket PC

โปรแกรมนี้ถูกพัฒนาโดยใช้ภาษาวิชวลเบสิก คอทเน็ต (Visual Basic .net 2003) บน คอทเน็ต เฟรมเวิร์ค (.Net Framework) เวอร์ชัน 1.1 และอุปกรณ์ที่ใช้ในการเก็บข้อมูล เป็น Pocket PC รุ่น HP ipaq 1940 ซึ่งมีความเร็วในการประมวลผลเท่ากับ 266 MHz

4.1 กระบวนการเตรียมข้อมูล

ในการเก็บลายมือเขียนสัญลักษณ์นั้น ผู้เขียนจะทำการเขียนสัญลักษณ์ลงบนพื้นที่ซึ่งถูก กำหนดขอบเขตไว้ ซึ่งก็หมายถึงบริเวณพื้นที่สี่เหลี่ยมที่อยู่ด้านล่างซ้ายของหน้าจอ Pocket PC ดัง แสดงในรูปที่ 4.1 และขนาดพื้นที่ที่กำหนดไว้ในงานวิจัยนี้คือ 120 x 120 พิกเซล ซึ่งโปรแกรมจะ ทำการเก็บพิกัด x, y ของสัญลักษณ์นั้นๆ ลงบนเท็กซ์ไฟล์ (Text File) และจะถูกเก็บไว้ใน Pocket PC เพื่อรอที่จะถ่ายโอนมาทำการทดสอบบนเครื่องคอมพิวเตอร์เดสทอปต่อไป

งานวิจัยนี้ใช้ฐานข้อมูลลายมือเขียนจากบุคคลทั้งหมด 61 คนและแต่ละคนจะเขียน สัญลักษณ์จำนวน 89 สัญลักษณ์ ดังนั้นงานวิจัยนี้จึงมีแพทเทิร์นจำนวน 5,429 แพทเทิร์นมาใช้ในการ ทดลอง โดยทำการทดลองแบบไม่ขึ้นกับบุคคล (Writer independent) จำนวน 5 ครั้ง และใน การทดลองแต่ละครั้งของการทดลองได้ทำการแบ่งข้อมูลทั้งหมดออกเป็น 2 กลุ่มด้วยการสุ่มจาก 5,429 แพทเทิร์น โดยกลุ่มแรกประกอบไปด้วยแพทเทิร์นจำนวน 2,670 แพทเทิร์นหรือจำนวน 30 ชุดข้อมูลเพื่อส่งเข้าไปเรียนรู้ในโครงข่าย ส่วนกลุ่มที่สองประกอบด้วยแพทเทิร์นจำนวน 2,759 แพทเทิร์นหรือจำนวน 31 ชุดข้อมูลเพื่อใช้ในการทดสอบความถูกต้อง การแบ่งกลุ่มข้อมูลของทั้ง 5 ครั้งการทดลองแสดงไว้ดังตาราง ที่ 4.1

ตารางที่ 4.1 แสดงการแบ่งฐานข้อมูลลายมือเขียนสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์จำนวน 61 ชุดหรือ จำนวน 5,429 แพทเทิร์น โดยแบ่งออกเป็นกลุ่มๆ กลุ่มละ 30 ชุดหรือ 2,670 แพทเทิร์น และ 31 ชุดหรือ 2,759 แพทเทิร์นเพื่อใช้ในกระบวนการเรียนรู้และทดสอบตามลำดับ

ชุดที่	ชื่อชุด	จำนวนสัญลักษณ์ ต่อชุด	การนำไปใช้ในกระบวนการของแต่ละครั้ง				
			ครั้งที่1	ครั้งที่2	ครั้งที่3	ครั้งที่4	ครั้งที่5
1	Ak1	89	เรียนรู้	ทดสอบ	ทดสอบ	เรียนรู้	ทดสอบ
2	An1	89	เรียนรู้	ทดสอบ	ทดสอบ	เรียนรู้	ทดสอบ
3	Ar1	89	เรียนรู้	ทดสอบ	ทดสอบ	เรียนรู้	ทดสอบ
4	Be1	89	เรียนรู้	ทดสอบ	ทดสอบ	เรียนรู้	ทดสอบ
5	Bo1	89	เรียนรู้	ทดสอบ	ทดสอบ	เรียนรู้	ทดสอบ
6	Bo2	89	เรียนรู้	ทดสอบ	ทดสอบ	เรียนรู้	ทดสอบ
7	Ch1	89	เรียนรู้	ทดสอบ	ทดสอบ	เรียนรู้	ทดสอบ

ตารางที่ 4.1 (ต่อ)

ชุดที่	ชื่อชุด	จำนวนสัญลักษณ์ ต่อชุด	การนำไปใช้ในกระบวนการของแต่ละครั้ง				
			ครั้งที่1	ครั้งที่2	ครั้งที่3	ครั้งที่4	ครั้งที่5
8	Ch2	89	เรียนรู้	ทดสอบ	ทดสอบ	เรียนรู้	ทดสอบ
9	Da1	89	เรียนรู้	ทดสอบ	ทดสอบ	เรียนรู้	เรียนรู้
10	Ea1	89	เรียนรู้	ทดสอบ	ทดสอบ	เรียนรู้	เรียนรู้
11	Fo1	89	เรียนรู้	ทดสอบ	ทดสอบ	เรียนรู้	เรียนรู้
12	Fs1	89	เรียนรู้	ทดสอบ	ทดสอบ	เรียนรู้	เรียนรู้
13	Go1	89	เรียนรู้	ทดสอบ	ทดสอบ	เรียนรู้	เรียนรู้
14	Go2	89	เรียนรู้	ทดสอบ	ทดสอบ	เรียนรู้	เรียนรู้
15	Ja1	89	เรียนรู้	ทดสอบ	ทดสอบ	เรียนรู้	เรียนรู้
16	Ja2	89	เรียนรู้	ทดสอบ	เรียนรู้	ทดสอบ	เรียนรู้
17	Ji1	89	เรียนรู้	ทดสอบ	เรียนรู้	ทดสอบ	เรียนรู้
18	Ju1	89	เรียนรู้	ทดสอบ	เรียนรู้	ทดสอบ	เรียนรู้
19	Le1	89	เรียนรู้	ทดสอบ	เรียนรู้	ทดสอบ	เรียนรู้
20	Ma1	89	เรียนรู้	ทดสอบ	เรียนรู้	ทดสอบ	เรียนรู้
21	Mo1	89	เรียนรู้	ทดสอบ	เรียนรู้	ทดสอบ	เรียนรู้
22	Mo2	89	เรียนรู้	ทดสอบ	เรียนรู้	ทดสอบ	เรียนรู้
23	Na1	89	เรียนรู้	ทดสอบ	เรียนรู้	ทดสอบ	เรียนรู้
24	Na2	89	เรียนรู้	ทดสอบ	เรียนรู้	ทดสอบ	ทดสอบ
25	Ni1	89	เรียนรู้	ทดสอบ	เรียนรู้	ทดสอบ	ทดสอบ
26	No1	89	เรียนรู้	ทดสอบ	เรียนรู้	ทดสอบ	ทดสอบ
27	No2	89	เรียนรู้	ทดสอบ	เรียนรู้	ทดสอบ	ทดสอบ
28	No3	89	เรียนรู้	ทดสอบ	เรียนรู้	ทดสอบ	ทดสอบ
29	Oo1	89	เรียนรู้	ทดสอบ	เรียนรู้	ทดสอบ	ทดสอบ
30	Pe1	89	เรียนรู้	ทดสอบ	เรียนรู้	ทดสอบ	ทดสอบ
31	Pi1	89	ทดสอบ	เรียนรู้	ทดสอบ	เรียนรู้	ทดสอบ
32	Pl1	89	ทดสอบ	เรียนรู้	ทดสอบ	เรียนรู้	ทดสอบ
33	Po1	89	ทดสอบ	เรียนรู้	ทดสอบ	เรียนรู้	ทดสอบ

ตารางที่ 4.1 (ต่อ)

ชุดที่	ชื่อชุด	จำนวนสัญลักษณ์ ต่อชุด	การนำไปใช้ในกระบวนการของแต่ละครั้ง				
			ครั้งที่1	ครั้งที่2	ครั้งที่3	ครั้งที่4	ครั้งที่5
34	Po2	89	ทดสอบ	เรียนรู้	ทดสอบ	เรียนรู้	ทดสอบ
35	Pu1	89	ทดสอบ	เรียนรู้	ทดสอบ	เรียนรู้	ทดสอบ
36	Su1	89	ทดสอบ	เรียนรู้	ทดสอบ	เรียนรู้	ทดสอบ
37	Su2	89	ทดสอบ	เรียนรู้	ทดสอบ	เรียนรู้	ทดสอบ
38	Ta1	89	ทดสอบ	เรียนรู้	ทดสอบ	เรียนรู้	ทดสอบ
39	Ta2	89	ทดสอบ	เรียนรู้	ทดสอบ	เรียนรู้	เรียนรู้
40	Ta3	89	ทดสอบ	เรียนรู้	ทดสอบ	เรียนรู้	เรียนรู้
41	Ta4	89	ทดสอบ	เรียนรู้	ทดสอบ	เรียนรู้	เรียนรู้
42	Tb1	89	ทดสอบ	เรียนรู้	ทดสอบ	เรียนรู้	เรียนรู้
43	Td1	89	ทดสอบ	เรียนรู้	ทดสอบ	เรียนรู้	เรียนรู้
44	Te1	89	ทดสอบ	เรียนรู้	ทดสอบ	เรียนรู้	เรียนรู้
45	Te2	89	ทดสอบ	เรียนรู้	ทดสอบ	เรียนรู้	เรียนรู้
46	Tf1	89	ทดสอบ	เรียนรู้	เรียนรู้	ทดสอบ	เรียนรู้
47	Th1	89	ทดสอบ	เรียนรู้	เรียนรู้	ทดสอบ	เรียนรู้
48	Tk1	89	ทดสอบ	เรียนรู้	เรียนรู้	ทดสอบ	เรียนรู้
49	Tk2	89	ทดสอบ	เรียนรู้	เรียนรู้	ทดสอบ	เรียนรู้
50	Tm1	89	ทดสอบ	เรียนรู้	เรียนรู้	ทดสอบ	เรียนรู้
51	Tn1	89	ทดสอบ	เรียนรู้	เรียนรู้	ทดสอบ	เรียนรู้
52	Tn1	89	ทดสอบ	เรียนรู้	เรียนรู้	ทดสอบ	เรียนรู้
53	To1	89	ทดสอบ	เรียนรู้	เรียนรู้	ทดสอบ	เรียนรู้
54	Tp1	89	ทดสอบ	เรียนรู้	เรียนรู้	ทดสอบ	ทดสอบ
55	Tr1	89	ทดสอบ	เรียนรู้	เรียนรู้	ทดสอบ	ทดสอบ
56	Tr2	89	ทดสอบ	เรียนรู้	เรียนรู้	ทดสอบ	ทดสอบ
57	Ts1	89	ทดสอบ	เรียนรู้	เรียนรู้	ทดสอบ	ทดสอบ
58	Tt1	89	ทดสอบ	เรียนรู้	เรียนรู้	ทดสอบ	ทดสอบ
59	Tu1	89	ทดสอบ	เรียนรู้	เรียนรู้	ทดสอบ	ทดสอบ

ตารางที่ 4.1 (ต่อ)

ชุดที่	ชื่อชุด	จำนวนสัญลักษณ์ ต่อชุด	การนำไปใช้ในกระบวนการของแต่ละครั้ง				
			ครั้งที่1	ครั้งที่2	ครั้งที่3	ครั้งที่4	ครั้งที่5
60	Tu2	89	ทดสอบ	เรียนรู้	เรียนรู้	ทดสอบ	ทดสอบ
61	Wu1	89	ทดสอบ	ทดสอบ	ทดสอบ	ทดสอบ	ทดสอบ

4.2 ผลการทดลอง

งานวิจัยนี้ได้ทำการทดลอง โดยการทดลองปรับค่าพารามิเตอร์ต่างๆ ได้แก่ ค่าวิจิลแลนซ์ (ρ) และค่า S ที่ใช้ในกระบวนการปรับค่าน้ำหนัก ซึ่งจากผลการทดลองพบว่า ค่าวิจิลแลนซ์ที่ทำให้ค่าความถูกต้องที่สูงที่สุด คือค่าวิจิลแลนซ์ที่ 0.95 และ ค่า $S=2$

ผลการรู้จำลายมือเขียนสัญลักษณ์ทั้งก่อนและหลังผ่านกระบวนการลบ โหนดของการทดลองนำกลุ่มข้อมูลที่ถูกส่งเข้าไปเรียนรู้ใน โครงข่าย แสดงดังตารางที่ 4.2 และ 4.3 ตามลำดับ

ตารางที่ 4.2 แสดงผลลัพธ์ในการรู้จำลายมือเขียนสัญลักษณ์ที่ผ่านกระบวนการเรียนรู้มาแล้วจำนวน 2,670 สัญลักษณ์ ก่อนผ่านกระบวนการลบ โหนด

ครั้งที่	จำนวนแพทเทิร์นที่ต้องจาก 1 ถึง 5 โหนดแรกของชั้นเอาต์พุท				
	1 โหนดแรก	2 โหนดแรก	3 โหนดแรก	4 โหนดแรก	5 โหนดแรก
1	2,733	2,736	2,737	2,740	2,740
2	2,726	2,730	2,732	2,732	2,732
3	2,728	2,732	2,735	2,735	2,735
4	2,727	2,734	2,737	2,737	2,737
5	2,726	2,731	2,732	2,732	2,732
เฉลี่ย	2,728	2,733	2,735	2,735	2,735
เปอร์เซ็นต์	98.9	99.0	99.1	99.1	99.1

ตารางที่ 4.3 แสดงผลลัพธ์ในการรู้จำลายมือเขียนสัญลักษณ์ที่ผ่านกระบวนการเรียนรู้มาแล้วจำนวน 2,670 สัญลักษณ์ หลังผ่านกระบวนการลบ โหนด

ครั้งที่	จำนวนแพทเทิร์นที่ต้องจาก 1 ถึง 5 โหนดแรกของชั้นเอาต์พุท				
	1 โหนดแรก	2 โหนดแรก	3 โหนดแรก	4 โหนดแรก	5 โหนดแรก
1	2,651	2,721	2,734	2,737	2,738

ตารางที่ 4.3 (ต่อ)

ครั้งที่	จำนวนแพทเทิร์นที่ถูกต้องจาก 1 ถึง 5 โหนดแรกของชั้นเอาท์พุท				
	1 โหนดแรก	2 โหนดแรก	3 โหนดแรก	4 โหนดแรก	5 โหนดแรก
2	2,637	2,702	2,721	2,727	2,729
3	2,633	2,709	2,724	2,729	2,732
4	2,624	2,711	2,731	2,741	2,743
5	2,642	2,715	2,726	2,731	2,735
เฉลี่ย	2,637	2,712	2,727	2,733	2,735
เปอร์เซ็นต์	95.6	98.3	98.8	99.1	99.1

ส่วนผลการรู้จำลายมือเขียนสัญลักษณ์ทั้งก่อนและหลังผ่านกระบวนการลบโหนดของกลุ่มข้อมูลที่ไม่เคยถูกส่งเข้าไปเรียนรู้ในโครงข่าย แสดงดังตารางที่ 4.4 และ 4.5 ตามลำดับ

ตารางที่ 4.4 แสดงผลลัพธ์ในการรู้จำลายมือเขียนสัญลักษณ์ที่ไม่ถูกนำมาผ่านกระบวนการเรียนรู้ จำนวน 2,759 สัญลักษณ์ ก่อนผ่านกระบวนการลบโหนด

ครั้งที่	จำนวนแพทเทิร์นที่ถูกต้องจาก 1 ถึง 5 โหนดแรกของชั้นเอาท์พุท				
	1 โหนดแรก	2 โหนดแรก	3 โหนดแรก	4 โหนดแรก	5 โหนดแรก
1	2,408	2,587	2,635	2,665	2,673
2	2,379	2,564	2,629	2,646	2,656
3	2,412	2,568	2,637	2,659	2,678
4	2,404	2,562	2,629	2,659	2,678
5	2,422	2,592	2,643	2,668	2,678
เฉลี่ย	2,405	2,575	2,635	2,660	2,673
เปอร์เซ็นต์	87.2	93.3	95.5	96.4	96.9

ตารางที่ 4.5 แสดงผลลัพธ์ในการรู้จำลายมือเขียนสัญลักษณ์ที่ไม่ถูกนำมาผ่านกระบวนการเรียนรู้ จำนวน 2,759 สัญลักษณ์ หลังผ่านกระบวนการลบโหนด

ครั้งที่	จำนวนแพทเทิร์นที่ถูกต้องจาก 1 ถึง 5 โหนดแรกของชั้นเอาท์พุท				
	1 โหนดแรก	2 โหนดแรก	3 โหนดแรก	4 โหนดแรก	5 โหนดแรก
1	2,304	2,559	2,624	2,654	2,666

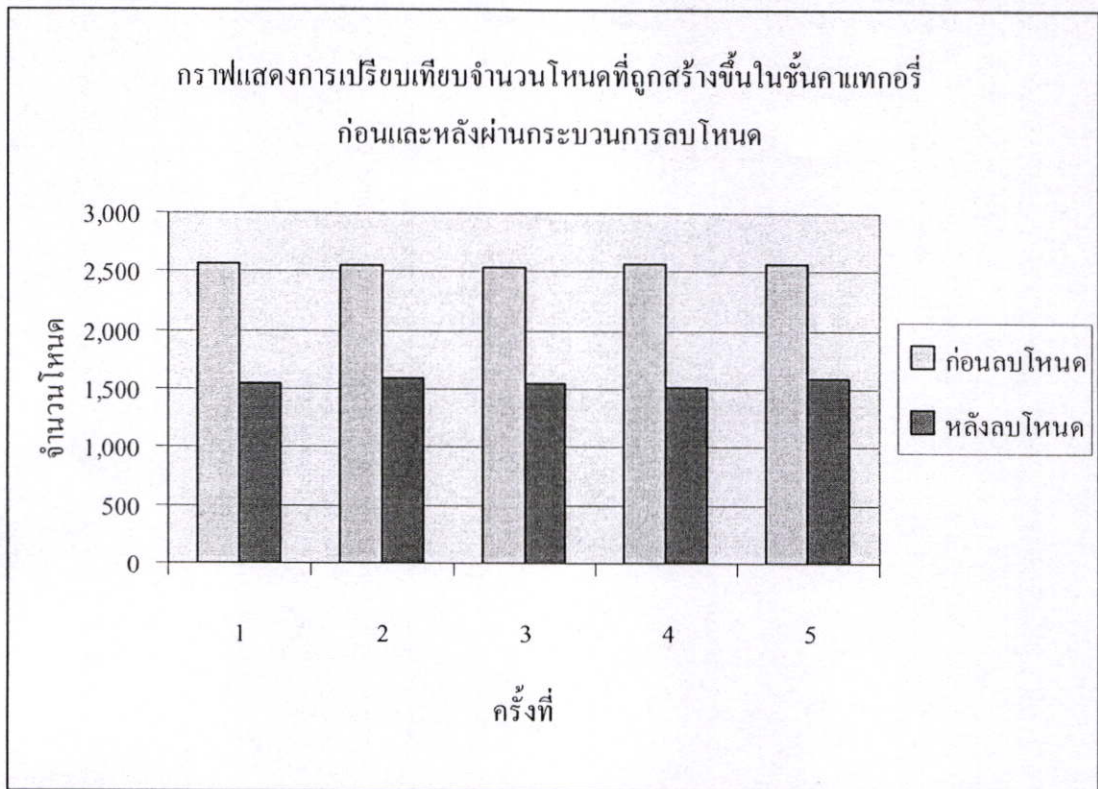
ตารางที่ 4.5 (ต่อ)

ครั้งที่	จำนวนแพทเทิร์นที่ถูกต้องจาก 1 ถึง 5 โหนดแรกของชั้นเอาท์พุท				
	1 โหนดแรก	2 โหนดแรก	3 โหนดแรก	4 โหนดแรก	5 โหนดแรก
2	2,337	2,543	2,612	2,642	2,654
3	2,340	2,535	2,596	2,637	2,655
4	2,346	2,558	2,626	2,655	2,670
5	2,370	2,562	2,629	2,652	2,662
เฉลี่ย	2,340	2,552	2,618	2,648	2,662
เปอร์เซ็นต์	84.8	92.5	94.9	96.0	96.5

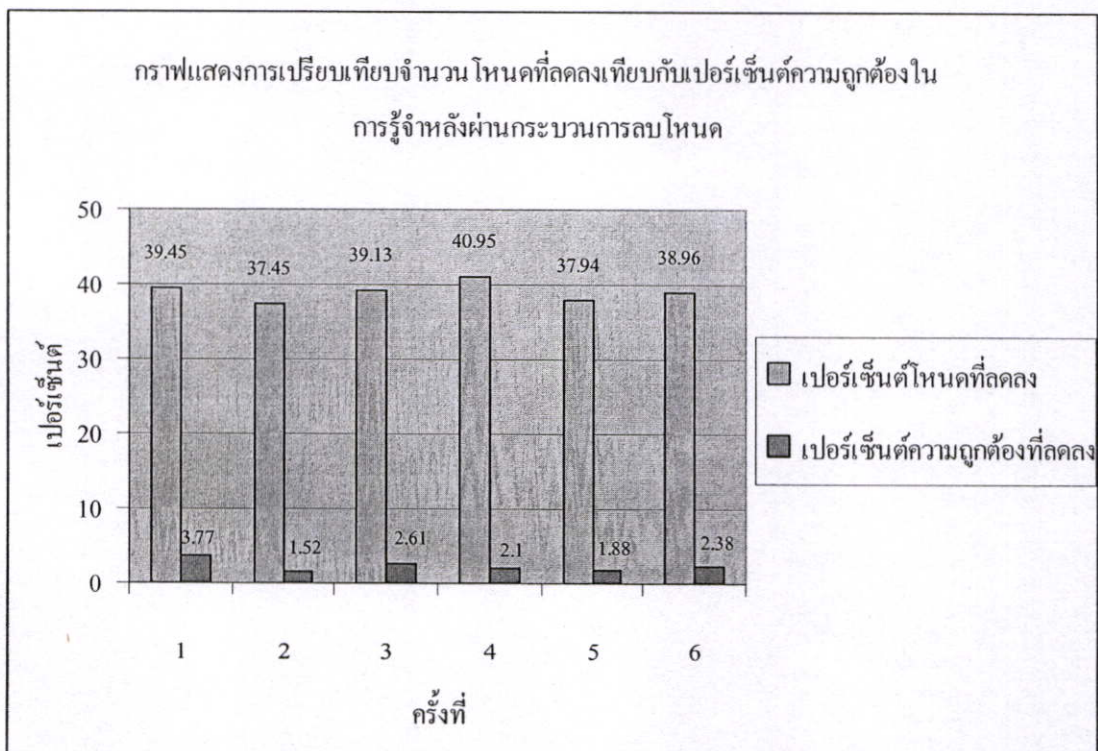
จากผลการทดลองข้างต้น แสดงให้เห็นว่าเปอร์เซ็นต์ความถูกต้องเฉลี่ยของการรู้จำนั้น ลดลงเพียง 2.38 เปอร์เซ็นต์ ซึ่งเป็นค่านี้น้อยมากเมื่อเทียบกับค่าเปอร์เซ็นต์เฉลี่ยของจำนวนโหนดใน ชั้นคาแทกอรีที่ลดลงมากถึง 38.96 เปอร์เซ็นต์ของจำนวนโหนดที่ถูกสร้างทั้งหมด ดังแสดงใน ตารางที่ 4.6 และในรูปที่ 4.2 และ 4.3

ตารางที่ 4.6 แสดงจำนวนโหนดที่ถูกสร้างขึ้นในชั้นคาแทกอรี ทั้งก่อนและหลังผ่านกระบวนการ ลบโหนด โดยนำสัญลักษณ์จำนวน 2,670 สัญลักษณ์เข้าไปเรียนรู้ในกระบวนการรู้จำ

ครั้งที่	จำนวนโหนดที่สร้าง		จำนวนโหนด ที่ลดลง	เปอร์เซ็นต์ โหนด ที่ลดลง	เปอร์เซ็นต์ ความ ถูกต้องที่ ลดลง
	ก่อนผ่านกระบวนการลบโหนด	หลังผ่านกระบวนการลบโหนด			
1	2,563	1,554	1,009	39.45	3.77
2	2,553	1,596	957	37.45	1.52
3	2,544	1,553	991	39.13	2.61
4	2,564	1,513	1,051	40.95	2.10
5	2,571	1,594	977	37.94	1.88
เฉลี่ย	2,559	1,562	997	38.96	2.38



รูปที่ 4.2 แสดงกราฟแสดงการเปรียบเทียบจำนวนโหนดก่อนและหลังกระบวนการลบโหนด



รูปที่ 4.3 แสดงกราฟแสดงการเปรียบเทียบเปอร์เซ็นต์โหนดที่ลดลงเทียบกับเปอร์เซ็นต์ความถูกต้องในการรู้จำหลังผ่านกระบวนการลบโหนด

จากตารางที่ 4.7 และ 4.8 แสดงให้เห็นผลการทดลองทั้ง 5 ครั้ง ว่ามีสัญลักษณ์จำนวน 20 สัญลักษณ์ ($\oplus \Delta \subset \cup + - \div \square \rightarrow \updownarrow / \setminus \forall \wedge \vee \parallel \nabla \# \theta \triangleleft$) จากทั้งหมด 89 สัญลักษณ์ ที่ทุกแพทเทิร์นที่ส่งเข้าไปทดสอบแล้วให้คำตอบที่ถูกต้องทั้งหมด และมีสัญลักษณ์จำนวน 10 สัญลักษณ์ ($* \% \cong \subseteq \notin \ni \{ \equiv \pi f$) ที่พบแพทเทิร์นที่ให้คำตอบที่ผิดทั้ง 5 ครั้งการทดลอง

จากตารางที่ 4.9 แสดงให้เห็นว่า 61.7% ของแพทเทิร์นที่ให้คำตอบผิดพลาดในแต่ละครั้งของการทดลองนั้น มีสาเหตุมาจากการที่มีโหนดในชั้นเอาต์พุตมากกว่า 5 โหนดขึ้นไปที่ทำให้ค่าฮายูสเตอร์ฟิดิสแทนซ์ที่น้อยที่สุดเท่ากัน ซึ่งในงานวิจัยนี้ได้เลือกใช้วิธีการเรียงลำดับจากชื่อของแพทเทิร์นที่เป็นแพทเทิร์นอ้างอิงของแต่ละโหนดโดยจะเลือกมาเพียง 5 โหนดแรกที่ทำให้ค่าฮายูสเตอร์ฟิดิสแทนซ์ที่น้อยที่สุดมาคำนวณร่วมกับอัตราส่วนจำนวนความถูกต้องของตำแหน่งของเส้นของรูปแบบอิทพุทเมื่อเทียบกับโหนดต่างๆ ในชั้นเลททากอเรียหารด้วยจำนวนเส้นทั้งหมดของสัญลักษณ์นั้นๆ ดังสมการที่ 3.9 ที่กล่าวไว้แล้วในบทที่ 3

ตารางที่ 4.7 แสดงจำนวนแพทเทิร์นที่ไม่สามารถหาคำตอบที่ถูกต้องได้ภายใน 5 โหนดแรกของชั้นเอาต์พุท จากการทดสอบหลังผ่านกระบวนการลบโหนดของลายมือเขียนจำนวน 31 x 89 แพทเทิร์นหรือจำนวน 2,759 แพทเทิร์นที่ไม่ถูกนำมาผ่านกระบวนการเรียนรู้ก่อนการทดสอบ

สัญลักษณ์	จำนวนแพทเทิร์นที่ไม่สามารถหาคำตอบที่ถูกต้องภายใน 5 โหนดแรก ของการทดลองแต่ละครั้ง				
	ครั้งที่ 1	ครั้งที่ 2	ครั้งที่ 3	ครั้งที่ 4	ครั้งที่ 5
,	1	0	0	2	4
„	0	1	0	2	0
„„	1	3	1	0	2
*	21	23	23	17	21
o	0	2	0	1	2
o	0	1	0	1	2
\oplus	ไม่พบแพทเทิร์นที่ตอบผิด				
\otimes	0	1	0	0	1
g	1	2	0	1	5
ϕ	0	3	1	1	1
∞	0	0	1	0	1

ตารางที่ 4.7 (ต่อ)

สัญลักษณ์	จำนวนแพทเทิร์นที่ไม่สามารถหาคำตอบที่ถูกต้อง ภายใน 5 โหนดแรก ของการทดลองแต่ละครั้ง				
	ครั้งที่ 1	ครั้งที่ 2	ครั้งที่ 3	ครั้งที่ 4	ครั้งที่ 5
α	1	0	1	2	3
%	2	2	6	3	2
Δ	ไม่พบแพทเทิร์นที่ตอบผิด				
\sim	2	1	1	0	2
\approx	6	3	0	4	4
\cong	2	5	4	4	2
\int	0	0	0	1	0
\in	1	0	0	1	2
\notin	4	2	1	1	2
\subset	ไม่พบแพทเทิร์นที่ตอบผิด				
$\not\subset$	1	1	0	1	0
\supset	0	0	0	1	0
\cup	ไม่พบแพทเทิร์นที่ตอบผิด				
\cap	0	0	2	0	0
\subseteq	1	1	3	3	1
\supseteq	7	5	5	1	0
\exists	1	1	1	2	1
(0	0	1	0	1
)	0	0	0	1	5
{	1	4	4	2	3
}	3	4	3	0	4
+	ไม่พบแพทเทิร์นที่ตอบผิด				
-	ไม่พบแพทเทิร์นที่ตอบผิด				
\pm	0	1	3	3	0
\mp	0	2	1	0	0
\div	ไม่พบแพทเทิร์นที่ตอบผิด				
<	0	0	1	1	0

ตารางที่ 4.7 (ต่อ)

สัญลักษณ์	จำนวนแพทเทิร์นที่ไม่สามารถหาคำตอบที่ถูกต้อง ภายใน 5 โหนดแรก ของการทดลองแต่ละครั้ง				
	ครั้งที่ 1	ครั้งที่ 2	ครั้งที่ 3	ครั้งที่ 4	ครั้งที่ 5
\leq	0	0	0	2	0
$>$	0	2	0	1	1
\geq	3	0	0	3	1
$=$	1	1	1	0	1
\neq	1	1	1	2	0
\equiv	1	3	3	2	4
\square	ไม่พบแพทเทิร์นที่ตอบผิด				
\rightarrow	ไม่พบแพทเทิร์นที่ตอบผิด				
\leftarrow	0	0	3	1	1
\leftrightarrow	0	2	0	1	1
\uparrow	2	0	2	0	0
\downarrow	3	0	2	0	0
\updownarrow	0	1	1	1	1
\updownarrow	ไม่พบแพทเทิร์นที่ตอบผิด				
\leftleftarrows	0	1	2	2	1
\rightrightarrows	0	4	1	0	1
\upuparrows	1	2	0	2	1
\downdownarrows	0	0	1	0	0
\sphericalangle	0	0	0	1	0
\llcorner	0	1	1	0	0
\lrcorner	0	1	2	0	0
\times	0	1	0	0	0
$/$	ไม่พบแพทเทิร์นที่ตอบผิด				
\backslash	ไม่พบแพทเทิร์นที่ตอบผิด				
\surd	1	0	0	0	0
∇	ไม่พบแพทเทิร์นที่ตอบผิด				
\wedge	ไม่พบแพทเทิร์นที่ตอบผิด				

ตารางที่ 4.7 (ต่อ)

สัญลักษณ์	จำนวนแพทเทิร์นที่ไม่สามารถหาคำตอบที่ถูกต้อง ภายใน 5 โหนดแรก ของการทดลองแต่ละครั้ง				
	ครั้งที่ 1	ครั้งที่ 2	ครั้งที่ 3	ครั้งที่ 4	ครั้งที่ 5
∨	ไม่พบแพทเทิร์นที่ตอบผิด				
	0	0	0	1	0
	ไม่พบแพทเทิร์นที่ตอบผิด				
∇	ไม่พบแพทเทิร์นที่ตอบผิด				
[0	0	0	0	1
]	0	1	1	0	0
∃	0	1	1	1	0
#	ไม่พบแพทเทิร์นที่ตอบผิด				
&	1	0	0	0	1
∑	2	2	1	1	0
π	2	2	3	2	1
θ	ไม่พบแพทเทิร์นที่ตอบผิด				
f	1	2	1	1	2
Π	2	0	0	1	1
Ω	0	1	0	2	0
△	0	0	0	1	0
▽	ไม่พบแพทเทิร์นที่ตอบผิด				
∩	1	2	1	0	1
∪	0	4	0	0	0
↙	1	0	2	2	0
↘	0	1	1	0	0
└	0	0	2	0	2
┌	0	0	1	0	1
┐	0	4	0	1	3
รวม	79	108	97	87	97
เปอร์เซ็นต์	2.86	3.91	3.52	3.15	3.52

ตารางที่ 4.8 แสดงตัวอย่างภาพบิตแมพและจำนวนแพทเทิร์นที่ค่าดีสแทนส์ของ โหนดที่ให้คำตอบ ที่ถูกต้อง (D_r) แต่ไม่อยู่ใน 5 โหนดแรก มีค่าเท่ากับค่าดีสแทนส์ของ โหนดที่ 5 ในชั้น เอาท์พุท (D_5) ของแพทเทิร์นที่ไม่สามารถหาคำตอบที่ถูกต้องภายใน 5 โหนดแรก และ ตัวอย่างภาพบิตแมพของคำตอบที่ตอบผิด

สัญลักษณ์	ตัวอย่างภาพบิตแมพ (จากการทดลองทั้ง 5 ครั้ง)			จำนวนแพทเทิร์น (จากการทดลองทั้ง 5 ครั้ง)	
	แพทเทิร์น ทดสอบ	คำตอบผิด ที่ได้รับ	คำตอบที่ถูก แต่ไม่อยู่ใน 5 โหนดแรก	หาคำตอบที่ ถูกต้องไม่ได้ ภายใน 5 โหนดแรก	$D_r = D_5$
,				7	6
”				3	3
””				7	6
*				105	27
o				5	5
o				4	4
⊕	ไม่พบแพทเทิร์นที่ตอบผิด				
⊗				2	2
f				9	6
φ				6	3
∞				2	2
α				7	6
%				15	12

ตารางที่ 4.8 (ต่อ)

สัญลักษณ์	ตัวอย่างภาพบิทแมพ (จากการทดลองทั้ง 5 ครั้ง)			จำนวนแพทเทิร์น (จากการทดลองทั้ง 5 ครั้ง)	
	แพทเทิร์น ทดสอบ	คำตอบผิด ที่ได้รับ	คำตอบที่ถูก แต่ไม่อยู่ใน 5 โหนดแรก	หาคำตอบที่ ถูกต้องไม่ได้ ภายใน 5 โหนดแรก	$D_r = D_s$
Δ	ไม่พบแพทเทิร์นที่ตอบผิด				
\sim				6	4
\approx				17	15
\equiv				17	13
\int				1	1
\in				4	4
\notin				10	9
\subset	ไม่พบแพทเทิร์นที่ตอบผิด				
$\not\subset$				3	2
\supset				1	1
\cup	ไม่พบแพทเทิร์นที่ตอบผิด				
\cap				2	1

ตารางที่ 4.8 (ต่อ)

สัญลักษณ์	ตัวอย่างภาพบิทแมพ (จากการทดลองทั้ง 5 ครั้ง)			จำนวนแพทเทิร์น (จากการทดลองทั้ง 5 ครั้ง)	
	แพทเทิร์น ทดสอบ	คำตอบผิด ที่ได้รับ	คำตอบที่ถูกแต่ ไม่อยู่ใน 5 โหนดแรก	หาคำตอบที่ ถูกต้องไม่ได้ ภายใน 5 โหนดแรก	$D_r = D_5$
\subseteq				9	7
\supseteq				18	13
\supset				6	6
$($				2	1
$)$				6	3
$\{$				14	8
$\}$				14	8
$+$	ไม่พบแพทเทิร์นที่ตอบผิด				
$-$	ไม่พบแพทเทิร์นที่ตอบผิด				
\pm				7	5
\mp				3	1
\div	ไม่พบแพทเทิร์นที่ตอบผิด				
$<$				2	2
\leq				2	1

ตารางที่ 4.8 (ต่อ)

สัญลักษณ์	ตัวอย่างภาพบิทแมพ (จากการทดลองทั้ง 5 ครั้ง)			จำนวนแพทเทิร์น (จากการทดลองทั้ง 5 ครั้ง)	
	แพทเทิร์น ทดสอบ	คำตอบผิด ที่ได้รับ	คำตอบที่ถูกแต่ ไม่อยู่ใน 5 โหนดแรก	หาคำตอบที่ ถูกต้องไม่ได้ ภายใน 5 โหนดแรก	$D_r = D_5$
>				4	2
≥				7	6
=				4	4
≠				5	5
≡				13	12
□	ไม่พบแพทเทิร์นที่ตอบผิด				
→	ไม่พบแพทเทิร์นที่ตอบผิด				
←				5	2
↔				4	2
↑				4	1
↓				5	2
↕				4	4

ตารางที่ 4.8 (ต่อ)

สัญลักษณ์	ตัวอย่างภาพบิตแมพ (จากการทดลองทั้ง 5 ครั้ง)			จำนวนแพทเทิร์น (จากการทดลองทั้ง 5 ครั้ง)	
	แพทเทิร์น ทดสอบ	คำตอบผิด ที่ได้รับ	คำตอบที่ถูก แต่ไม่อยู่ใน 5 โหนดแรก	หาคำตอบที่ ถูกต้องไม่ได้ ภายใน 5 โหนดแรก	$D_r = D_5$
\updownarrow	ไม่พบแพทเทิร์นที่ตอบผิด				
\leftarrow				6	5
\rightarrow				6	5
\uparrow				6	6
\downarrow				1	1
\angle				1	0
\perp				2	0
\top				3	3
\times				1	1
$/$	ไม่พบแพทเทิร์นที่ตอบผิด				
\backslash	ไม่พบแพทเทิร์นที่ตอบผิด				
\surd				1	0
∇	ไม่พบแพทเทิร์นที่ตอบผิด				

ตารางที่ 4.8 (ต่อ)

สัญลักษณ์	ตัวอย่างภาพบิทแมพ (จากการทดลองทั้ง 5 ครั้ง)			จำนวนแพทเทิร์น (จากการทดลองทั้ง 5 ครั้ง)	
	แพทเทิร์น ทดสอบ	คำตอบผิด ที่ได้รับ	คำตอบที่ถูกแต่ ไม่อยู่ใน 5 โหนดแรก	หาคำตอบที่ ถูกต้องไม่ได้ ภายใน 5 โหนดแรก	$D_r = D_5$
∧	ไม่พบแพทเทิร์นที่ตอบผิด				
∨	ไม่พบแพทเทิร์นที่ตอบผิด				
	{	{ { { { {		1	1
	ไม่พบแพทเทิร์นที่ตอบผิด				
∇	ไม่พบแพทเทิร์นที่ตอบผิด				
[[{ r {	[1	1
]	ง } อ > ง } } }	> > > อ > ง } } }]]	2	1
∃	จ อ	จ อ π จ π ∃	∃ ∃	3	3
#	ไม่พบแพทเทิร์นที่ตอบผิด				
&	๕	๑๔๕ ๐๔	๕	2	2
Σ	Σ π ๕	๕๖& { { { Δ&	Σ π ๕	6	1
π	๕ π	↓ ≡ ≡ ≡ ≡ ๐ π π ๐ π	๕ π	10	5
θ	ไม่พบแพทเทิร์นที่ตอบผิด				

ตารางที่ 4.8 (ต่อ)

สัญลักษณ์	ตัวอย่างภาพบิตแมพ (จากการทดลองทั้ง 5 ครั้ง)			จำนวนแพทเทิร์น (จากการทดลองทั้ง 5 ครั้ง)	
	แพทเทิร์น ทดสอบ	คำตอบผิด ที่ได้รับ	คำตอบที่ถูก แต่ไม่อยู่ใน 5 โหนดแรก	หาคำตอบที่ ถูกต้องไม่ได้ ภายใน 5 โหนดแรก	$D_r = D_5$
f	f f	f f f f f f f f f f	f f	7	2
π	π π	π π π π π π π π π	π π	4	4
Ω	Ω Ω	Ω Ω Ω Ω Ω Ω Ω Ω Ω	Ω Ω	3	3
Δ	Δ	Δ Δ Ω Δ Δ	Δ	1	1
▽	ไม่พบแพทเทิร์นที่ตอบผิด				
∧	∧ ∨	Δ Δ ∨ ∧ ∨ Δ ∨ ∨ ∨ ∨ ∨ ∨	∧ ∨	5	3
∨	∨ ∨	∨ ∨ ∨ ∨ ∨ ∨ ∨ ∨ ∨	∨ ∨ ∨	4	1
⊥	⊥ ⊥	⊥ ⊥ ⊥ ⊥ ⊥ ⊥ ⊥ ⊥ ⊥	⊥ ⊥ ⊥	5	3
→	→ →	→ → → → → → → → →	→ →	2	2
┘	┘ ┘	┘ ┘ ⊥ ┘ ┘) ┘ ┘ ⊥	┘ ┘	4	2

ตารางที่ 4.8 (ต่อ)

สัญลักษณ์	ตัวอย่างภาพบิตแมพ (จากการทดลองทั้ง 5 ครั้ง)			จำนวนแพทเทิร์น (จากการทดลองทั้ง 5 ครั้ง)	
	แพทเทิร์น ทดสอบ	คำตอบผิด ที่ได้รับ	คำตอบที่ถูก แต่ไม่อยู่ใน 5 โหนดแรก	หาคำตอบที่ ถูกต้องไม่ได้ ภายใน 5 โหนดแรก	$D_r = D_5$
┌	┌┌	┌┌┌ ┌	┌┌	2	2
└	└└ └	└└└ └└└ └└└	└└└	8	4
จำนวนสัญลักษณ์ที่ไม่พบแพทเทิร์นที่ตอบผิด = 20 สัญลักษณ์					

ตารางที่ 4.9 แสดงจำนวนแพทเทิร์นที่ค่าคิสแทนส์ของโหนดที่ให้คำตอบที่ถูกต้อง (D_r) แต่ไม่อยู่ใน 5 โหนดแรก แต่มีค่าเท่ากับค่าคิสแทนส์ของโหนดที่ 5 ในชั้นเอาท์พุท (D_5) เทียบกับจำนวนแพทเทิร์นที่ผิดพลาดทั้งหมดในแต่ละครั้งของการทดลอง

ครั้งที่	จำนวนแพทเทิร์นทั้งหมดที่ไม่สามารถหาคำตอบที่ถูกต้องภายใน 5 โหนดแรก	จำนวนแพทเทิร์นที่มีค่า $D_r = D_5$
1	79	42
2	108	65
3	97	59
4	87	59
5	97	62
เฉลี่ย	94	58
เปอร์เซ็นต์	-	61.70

เนื่องจากโครงข่ายที่เลือกใช้เป็นโครงข่ายประสาทเทียมแบบหนึ่ง ดังนั้นการปรับค่าน้ำหนักในระหว่างกระบวนการเรียนรู้จึงเป็นขั้นตอนที่สำคัญที่ควรนำมาพิจารณา ผลการรู้จำก่อนและหลังปรับค่าน้ำหนักแสดงดังตารางที่ 4.10 และตัวอย่างภาพบิตแมพก่อนและหลังปรับค่าน้ำหนักแสดงดังตารางที่ 4.11

ตารางที่ 4.10 แสดงจำนวนแพทเทิร์นที่ต้องเฉลี่ยและเปอร์เซ็นต์เฉลี่ยจาก 1 ถึง 5 โหนดแรกของ
ชั้นเอาท์พุท

1 - 5 โหนดแรก	จำนวนแพทเทิร์นที่ต้องเฉลี่ยและเปอร์เซ็นต์จาก 1 - 5 โหนดแรก			
	มีการปรับค่าน้ำหนัก		ไม่มีการปรับค่าน้ำหนัก	
	เฉลี่ย	เปอร์เซ็นต์	เฉลี่ย	เปอร์เซ็นต์
1	2,409	87.3	2,405	87.2
2	2,578	93.4	2,575	93.3
3	2,634	95.5	2,635	95.5
4	2,659	96.4	2,660	96.4
5	2,674	96.9	2,673	96.9

ตารางที่ 4.11 แสดงภาพก่อนและหลังการปรับค่าน้ำหนักของการทดลองทั้ง 5 ครั้ง

ครั้งที่	ก่อนการปรับค่าน้ำหนัก		หลังการปรับค่าน้ำหนัก	
1	<pre>0000000000 0010010000 0001010010 0000110100 0100011000 0011111110 0000111001 0001010100 0010010010 0000010000</pre>	<pre>0000000000 0000011000 0000100100 000100010 0011000101 0001000100 0101000101 0010100110 0001100100 0000011000</pre>	<pre>0000000000 00000011000 0000010000 0000110100 0001011010 0011111110 0001111000 0001011100 0001011100 0000010100 0000000000</pre>	<pre>0000000000 0000011000 000100100 000100010 0001000101 0001000100 0101000100 0010100110 0001100100 0000110000</pre>
2	<pre>0000000000 0000000000 0000010000 0001011100 0000111110 0011110000 0000110000 0001011000 0001000000 0000000000</pre>	<pre>0000000000 0000000000 0000101000 0000101000 0000101010 0011111100 0011111000 0000101110 0000001000 0000000000</pre>	<pre>0000000000 0000000000 0000010000 0001011100 0000111110 0011110000 0000110000 0001011000 0000010000 0000000000</pre>	<pre>0000000000 0000000000 0000101000 0000101000 0000101010 0011111110 0011111000 0000101000 0000001000 0000000000</pre>
3	<pre>0000000000 0001111110 0001000000 0001000000 0001000000 0001000000 0001000000 0001000000 0001000000 0001000000</pre>	<pre>0000000000 0000000000 0001111100 0000000100 0000000100 0000000100 0000000100 0000000100 0000000100 0000000000</pre>	<pre>0000000000 0001111110 0001000000 0001000000 0000000000 0010000000 0000000000 0000000000 0100000000 0100000000 0100000000</pre>	<pre>0000000000 0000000000 0001111100 0000000100 0000000000 0000000010 0000000000 0000000001 0000000100 0000000000 0000000000</pre>

บทที่ 5

สรุปผลการวิจัยและข้อเสนอแนะ

5.1 สรุปผลการวิจัย

งานวิจัยนี้เป็นงานวิจัยที่นำเสนอกระบวนการรู้จำสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์แบบออนไลน์แนวทางใหม่โดยใช้การผสมผสานวิธีการทั้งในแบบออฟไลน์และแบบออนไลน์ ซึ่งในงานวิจัยนี้ได้นำตัววัดค่าความเหมือนฮาอูสเตอร์ฟาร์ทแมพซึ่งเป็นวิธีการแบบออฟไลน์และได้รับการยอมรับว่าเป็นตัววัดค่าความเหมือนที่มีการทำงานและให้ประสิทธิภาพใกล้เคียงกับมนุษย์มาใช้ในการคำนวณหาค่าชอยซ์ฟังก์ชันของการเรียนรู้แบบโครงข่ายประสาทเทียมซิมพลิไฟด์พีซซีอาร์ทแมพ และได้้นำจำนวนเส้นของแต่ละสัญลักษณ์รวมถึงตำแหน่งของเส้นต่างๆของแต่ละสัญลักษณ์ซึ่งเป็นวิธีการแบบออนไลน์เข้ามาใช้ในกระบวนการเรียนรู้อีกด้วย อีกทั้งยังได้ทำการปรับค่านำหนักเพื่อเป็นการปรับให้ได้รูปแบบอ้างอิงที่เหมาะสมมากขึ้น และเนื่องจากงานวิจัยนี้มุ่งเน้นที่จะพัฒนาการรู้จำในแบบออนไลน์เพื่อให้สามารถนำไปใช้งานจริงได้ จึงได้นำเสนอวิธีการใหม่ในการลดจำนวนโหนดที่ถูกสร้างขึ้นในชั้นคาเทกอรีลงเพื่อเป็นการลดระยะเวลาที่จะถูกใช้ในกระบวนการทดสอบ

งานวิจัยนี้เลือกทำการทดลอง 5 ครั้ง จากฐานข้อมูลลายมือเขียนของบุคคลต่างทั้งชายและหญิงที่มีอายุแตกต่างกันจำนวน 61 คน เพื่อให้ได้ผลการทดลองที่ถูกต้องมากขึ้น เนื่องจากกลุ่มข้อมูลที่ใช้กระบวนการเรียนรู้ที่แตกต่างกันย่อมมีผลให้ผลการทดลองที่ได้แตกต่างกัน จากการทดลองทั้ง 5 ครั้งพบว่า มีเพียง 20 สัญลักษณ์จาก 89 สัญลักษณ์ที่ทุกแพทเทิร์นให้คำตอบที่ถูกต้องทั้งหมด 5 ครั้ง และมีจำนวนมากถึง 62% ของจำนวนแพทเทิร์นทั้งหมดที่ตอบผิด เนื่องจากค่าฮาอูสเตอร์ฟลิสแทนซ์ที่น้อยที่สุดที่ได้มีค่าที่เท่ากันมากกว่า 5 โหนดขึ้นไป ส่วนสาเหตุที่ส่งผลให้โหนดต่างๆ มีค่าฮาอูสเตอร์ฟลิสแทนซ์ที่เท่ากันหลายโหนดนั้น อาจเนื่องมาจากการลดขนาดของภาพบิตแมพที่ถูกลดขนาดลงถึง 12 เท่าคือลดจาก 120 x 120 พิกเซลลงเหลือเพียง 10 x 10 พิกเซลและจำนวนโหนดที่ลดลงมากถึง 39% หลังผ่านกระบวนการลบโหนด

5.2 ข้อเสนอแนะ

1. ในงานวิจัยนี้ยังมีข้อด้อยที่ควรทำการปรับปรุงในกระบวนการรู้จำหากมีจำนวนโหนดมากกว่า 1 โหนดที่ให้ค่าฮาอูสเตอร์ฟลิสแทนซ์ที่น้อยที่สุดเท่ากัน โดยอาจนำพีเจอร์ต่างๆ ในรูปแบบออนไลน์ เช่น จำนวนรูป หรือจำนวนมุมของแต่ละสัญลักษณ์ เข้ามาวิเคราะห์ด้วยเพื่อช่วยให้การได้ผลการรู้จำที่ดีขึ้น

2. จากผลการทดลองในบทที่ 4 ตารางที่ 4.10 แสดงให้เห็นว่า การปรับค่าน้ำหนักที่นำมาใช้นั้นยังมีข้อบกพร่องที่ควรนำมาปรับปรุงต่อไป ซึ่งสาเหตุที่การปรับค่าน้ำหนักด้วยวิธีการที่นำเสนอไปไม่ได้ช่วยให้เปอร์เซ็นต์ความถูกต้องเพิ่มขึ้นมากนัก ส่วนหนึ่งมาจากค่าน้ำหนักหลังการปรับค่าน้ำหนักเพี้ยนไปมากเกินไป และเนื่องจากการปรับค่าน้ำหนักเป็นการปรับภาพที่เป็นไบนารี ดังนั้นจึงทำให้ไม่สามารถนำค่าน้ำหนักหรือระดับของสีในภาพมาร่วมในการพิจารณาปรับค่าน้ำหนักได้ ดังนั้นอาจนำการถ่วงน้ำหนักค่าพิกเซลด้วยค่าความถี่ที่เกิดขึ้นกับพิกเซลในตำแหน่งนั้นๆ (weight matrix) มาประยุกต์ใช้ในการปรับค่าน้ำหนักเพื่อเพิ่มประสิทธิภาพในการรู้จำให้ดีขึ้น

บรรณานุกรม

- [1] Kasuba, T. "Simplified Fuzzy ARTMAP.", **AI Expert**, vol. 8, Nov, 1993. pp. 18-25.
- [2] Ryan G. Rosandich, "HAVNET: A New Neural Network Architecture for Pattern Recognition", **Neural Networks**, Vol. 10, No. 1, Pergamon Press, 1997, pp. 139-151
- [3] Thammano, A., Rungruang, C., "Hausdorff ARTMAP for Human Face Recognition", **WSEAS Transactions on Computers**, Vol. 3, No. 3, 2004, pp. 667-672
- [4] Zhao Xuejin, Liu Xinyu, Zheng Shengling, Pan Baochang Tang, Y.Y. "On-line recognition handwritten mathematical symbols", **Document Analysis and Recognition, Proceedings of the Fourth International Conference on**, Vol. 2, 1997, pp. 645 – 648
- [5] Verzi Verzi, S.J., Heileman, G.L., Georgiopoulos, M., Healy, M.J., "Boosted ARTMAP", **IEEE World Congress on Computational Intelligence**, Vol. 1, 1998, pp. 396 – 401
- [6] Watt, S.M., Xiaofang Xie, "Recognition for Large Sets of Handwritten Mathematical Symbols", **Proceedings Eighth International Conference on Document Analysis and Recognition**, 2005, pp. 740 – 744
- [7] Tanaka, H., Nakajima, K., Ishigaki, K., Akiyama, K., Nakagawa, M., "Hybrid pen-input character recognition system based on integration of online-offline recognition", **Document Analysis and Recognition, 1999. ICDAR '99. Proceedings of the Fifth International Conference on**, 1999, pp. 209 – 212
- [8] Hiroshi Tanaka, Naomi Iwayama, Katsuhiko Akiyama, "Online Handwriting Recognition Technology and Its Applications", **FUJITSU Sci. Tech. J.**, 2004, pp. 170 – 178
- [9] Carpenter G.A., Grossberg S. "A massively parallel architecture for a self-organization neural pattern recognition machine." **Computer Vision, Graphics and Image Processing**. vol. 37, 1987. pp. 54-115.
- [10] Eduardo Gomez-Sanchez, Yannis A. Dimitriadis, Jose Manuel Cano-Izquierdo, Juan Lopez-Coronado, " μ ARTMAP: Use of Mutual Information for Category Reduction in Fuzzy ARTMAP", **IEEE Transactions on neural networks**, Vol. 13, No. 1, 2002, pp. 58-69

ภาคผนวก

ภาคผนวก ก.

ตัวอย่างภาพปิดแมพขนาด 10 x 10 พิกเซลฐานข้อมูลที่ใช้ในงานวิจัย

สัญลักษณ์	ตัวอย่างภาพบิตแมพขนาด 10 x 10 พิกเซล
)))))))))))))))
{	{ { { { { { { { { { { { { { {
}	} } } } } } } } } } } } } }
+	+ + + + + + + + + + + + + +
-	- - - - - - - - - - - - - -
±	± ± ± ± ± ± ± ± ± ± ± ± ± ±
+	+ + + + + + + + + + + + + +
÷	÷ ÷ ÷ ÷ ÷ ÷ ÷ ÷ ÷ ÷ ÷ ÷ ÷ ÷
<	< < < < < < < < < < < < <
≤	≤ ≤ ≤ ≤ ≤ ≤ ≤ ≤ ≤ ≤ ≤ ≤ ≤ ≤
>	> > > > > > > > > > > > >
≥	≥ ≥ ≥ ≥ ≥ ≥ ≥ ≥ ≥ ≥ ≥ ≥ ≥ ≥
=	= = = = = = = = = = = = = = =
≠	≠ ≠ ≠ ≠ ≠ ≠ ≠ ≠ ≠ ≠ ≠ ≠ ≠ ≠
≡	≡ ≡ ≡ ≡ ≡ ≡ ≡ ≡ ≡ ≡ ≡ ≡ ≡ ≡
□	□ □ □ □ □ □ □ □ □ □ □ □ □ □
→	→ → → → → → → → → → → → → →
←	← ← ← ← ← ← ← ← ← ← ← ← ← ←
↔	↔ ↔ ↔ ↔ ↔ ↔ ↔ ↔ ↔ ↔ ↔ ↔ ↔ ↔
↑	↑ ↑ ↑ ↑ ↑ ↑ ↑ ↑ ↑ ↑ ↑ ↑ ↑ ↑
↓	↓ ↓ ↓ ↓ ↓ ↓ ↓ ↓ ↓ ↓ ↓ ↓ ↓ ↓
↕	↕ ↕ ↕ ↕ ↕ ↕ ↕ ↕ ↕ ↕ ↕ ↕ ↕ ↕
↔	↔ ↔ ↔ ↔ ↔ ↔ ↔ ↔ ↔ ↔ ↔ ↔ ↔ ↔
⇒	⇒ ⇒ ⇒ ⇒ ⇒ ⇒ ⇒ ⇒ ⇒ ⇒ ⇒ ⇒ ⇒ ⇒
⇑	⇑ ⇑ ⇑ ⇑ ⇑ ⇑ ⇑ ⇑ ⇑ ⇑ ⇑ ⇑ ⇑ ⇑
⇓	⇓ ⇓ ⇓ ⇓ ⇓ ⇓ ⇓ ⇓ ⇓ ⇓ ⇓ ⇓ ⇓ ⇓
∠	∠ ∠ ∠ ∠ ∠ ∠ ∠ ∠ ∠ ∠ ∠ ∠ ∠ ∠
┌	┌ ┌ ┌ ┌ ┌ ┌ ┌ ┌ ┌ ┌ ┌ ┌ ┌ ┌

สัญลักษณ์	ตัวอย่างภาพบิตแมพขนาด 10 x 10 พิกเซล
┌	┌┌┌┌┌┌┌┌┌┌┌┌
└	└└└└└└└└└└└└

ภาคผนวก ข.

ผลงานวิจัยที่ได้รับการตีพิมพ์เผยแพร่

A. Thammano, S. Rugkunchon "A Neural Network Model for Online Handwritten Mathematical Symbol Recognition." Proceedings of the 2006 International Conference on Intelligent Computing, Kunming, China, August 16-19, 2006

ประวัติผู้เขียน

นางสาวสุขุมล รัชกุลชน เกิดเมื่อวันที่ 2 กันยายน พ.ศ.2518 ที่จังหวัดนครปฐม สำเร็จการศึกษาปริญญาตรีวิศวกรรมศาสตรบัณฑิต สาขาวิศวกรรมไฟฟ้า จากภาควิชาวิศวกรรมไฟฟ้า คณะวิศวกรรมศาสตร์ มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์ ในปีการศึกษา 2541 และในปี พ.ศ. 2542 ได้เข้าทำงานในตำแหน่งวิศวกรระบบคอมพิวเตอร์ (System Engineer) ให้กับ บริษัท ยางสังเคราะห์ไทยจำกัด (Thai Synthetic Rubbers Co., Ltd) เป็นเวลา 2 ปี แล้วจึงเข้าศึกษาต่อในระดับปริญญาโท หลักสูตรวิทยาศาสตรมหาบัณฑิต สาขาเทคโนโลยีสารสนเทศ คณะเทคโนโลยีสารสนเทศ สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง ในปีการศึกษา 2544 และในปี พ.ศ. 2546 ได้ย้ายเข้าทำงานในตำแหน่งนักพัฒนาโปรแกรม (Application Developer) ให้กับ บริษัท โปรโมเทคคอนซัลติ้งจำกัด (Promotech Consulting Co., Ltd) เป็นเวลา 2 ปี จากนั้นในปี พ.ศ. 2548 ได้ย้ายเข้าทำงานในบริษัท ทีเลก้าแอนด์กิบบิ้นส์อินเตอร์เนชันแนลจำกัด (Tilleke & Gibbins International Ltd) ในตำแหน่ง นักพัฒนาเว็บ (Web Developer) เป็นเวลา 7 เดือน และตั้งแต่ปี พ.ศ. 2549 ได้เข้าทำงานในตำแหน่งวิศวกรซอฟต์แวร์อาวุโส (Senior Software Engineer) ให้กับ บริษัทลิปเปอร์ รอยเตอร์จำกัด (Lipper, A Reuters Company) จนถึงปัจจุบัน