การวิเคราะห์สมรรถนะของ MC DS-CDMA โดยใช้ช่องสัญญาณแบบ NAKAGAMI โดยใช้ผลลัพธ์เชิงเลข

PERFORMANCE ANALYSIS OF MC DS-CDMA ON NAKAGAMI FADING CHANNEL BASED ON NUMERICAL RESULTS

พิพัฒน์ ตราเกียรติกุล
PIPAT TARKIATKUL

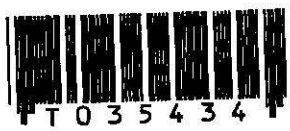
วิทยานิพนธ์นี้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตรปริญญาวิศวกรรมศาสตรมหาบัณฑิต
สาขาวิชาวิศวกรรมไฟฟ้า
บัณฑิตวิทยาลัย
สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง
พ.ศ. 2543

ISBN 974-622-692-4

สำนักหอสมุดกลาง พระจอมเกล้าลาดกระบัง

การวิเคราะห์สมรรถนะของ MC DS-CDMA โดยใช้ช่องสัญญาณแบบ NAKAGAMI โดยใช้ผลลัพธ์เชิงเลข

PERFORMANCE ANALYSIS OF MC DS-CDMA ON NAKAGAMI FADING CHANNEL BASED ON NUMERICAL RESULTS



พิพัฒน์ ตราเกียรติกุล

PIPAT TARKIATKUL

วิทยานิพนธ์นี้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตรปริญญาวิศวกรรมศาสตรมหาบัณฑิต

สาขาวิชาวิศวกรรมไฟฟ้า

บัณฑิตวิทยาลัย

สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง

พ.ศ.2543

ISBN 974-622-692-4

เลขหมู่.....
เลขทะเบียน 35434
วัน, เดือน, ปี 25 เม.ย. 2543

PERFORMANCE ANALYSIS OF MC DS-CDMA ON NAKAGAMI FADING CHANNEL BASED ON NUMERICAL RESULTS

PIPAT TARKIATKUL

A THESIS SUBMITTED IN PARTIAL FULFILLMENT

OF THE REQUIREMENT FOR THE DEGREE OF

MASTER OF ENGINEERING IN ELECTRICAL ENGINEERING

SCHOOL OF GRADUATE STUDIES

KING MONGKUT'S INSTITUTE OF TECHNOLOGY LADKRABANG

2000

ISBN 974-622-692-4

COPYRIGHT 2000

SCHOOL OF GRADUATE STUDIES

KING MONGKUT'S INSTITUTE OF TECHNOLOGY LADKRABANG

หัวข้อวิทยานิพนธ์	การวิเคราะห์สมรรถนะของ MC DS-CDMA โดยใช้ช่องสัญญาณแบบ Nakagami โดยใช้ผลลัพธ์เชิงเลข
นักศึกษา	นายพิพัฒน์ ตราเกียรติกุล
รหัสประจำตัว	40061037
ปริญญา	วิศวกรรมศาสตรมหาบัณฑิต
สาขาวิชา	วิศวกรรมไฟฟ้า
พ.ศ.	2543
อาจารย์ผู้ควบคุมวิทยานิพนธ์	รศ.ดร.กอบชัย เดชหาญ

บทคัดย่อ

เนื้อหาของวิทยานิพนธ์เล่มนี้ นำเสนอผลการวิเคราะห์สมรรถนะด้านอัตราความผิดพลาดบิตของระบบ MC DS-CDMA กำหนดให้ในแต่ละคลื่นพาห์จะมีความสัมพันธ์ในลักษณะตั้งฉากซึ่งกันและกัน (orthogonal) สัญญาณแต่ละคลื่นพาห์จะถูกรวมและส่งออกไปผ่านช่องสัญญาณเฟดดิงแบบ Nakagami ซึ่งเป็นแบบจำลองช่องสัญญาณที่สามารถใช้ในการอธิบายแบบจำลองช่องสัญญาณที่มีการแจกแจงแบบ Rayleigh แบบ Rice แบบเกาส์เซียนข้างเดียว และแบบล็อกนอร์มัลได้ ทำให้ได้ผลการวิเคราะห์ที่ครอบคลุม สัญญาณของแต่ละคลื่นพาห์ที่ผ่านเครื่องรับสหสัมพันธ์จะถูกนำมารวมกันแบบอัตราขยายเท่ากัน (EGC: Equal Gain Combiner) และนำผลลัพธ์ที่ได้ไปใช้ในการคำนวณหาค่าอัตราความผิดพลาดบิตของระบบที่ได้ทำการศึกษา ทำการเลียนแบบการทำงานโดยใช้โปรแกรม Matlab ผลการวิเคราะห์แสดงให้เห็นว่าค่าของตัวแปรเสริมเฟดดิงมีผลต่อสมรรถนะของระบบและไม่สามารถละเลยได้ โดยค่าตัวแปรเสริมเฟดดิงที่เพิ่มขึ้น จำนวนของคลื่นพาห์ที่เพิ่มขึ้นจะให้ค่าอัตราความผิดพลาดบิตที่น้อยลง

Thesis Title	Performance Analysis of MC DS-CDMA on Nakagami Fading Channel Based on Numerical Results
Student	Mr.Pipat Tarkiatkul
Student ID.	40061037
Degree	Master of Engineering
Programme	Electrical Engineering
Year	2000
Thesis Advisor	Assoc.Prof.Dr.Kobchai Dejhan

ABSTRACT

This paper proposes a performance analysis of MC DS-CDMA by assigning the carrier wave, in this analysis uses orthogonal in Nakagami fading channel. This channel model includes Rayleigh, Rician, one-sided Gaussian and log-normal distributions. The receiver provides a correlator for each carrier, and the outputs of the correlators are combined with a equal gain combiner. This analysis points out the system performance depending on the channel parameters and they cannot be neglected. The obtained results from MATLAB program show the increasing of the carriers number and the fading parameters, they can be improved by using the BER (Bit Error Rate) of this system.

กิตติกรรมประกาศ

การทำวิจัยนี้สำเร็จด้วยดี ผู้วิจัยขอกราบขอบพระคุณ รศ.ดร.กอบชัย เดชหาญ ซึ่งเป็นอาจารย์ควบคุมการวิจัยที่กรุณาให้แนวความคิดและคำปรึกษาแนะนำในการดำเนินงานวิจัย ตลอดจนการแก้ปัญหาต่างๆอันเป็นประโยชน์ต่องานวิจัย

ผู้วิจัยขอขอบพระคุณ บิดา-มารดา คุณไพบูรณ์ ตู้ประกาย คุณกฤษณ์ อ่างแก้ว ที่กรุณาให้คำปรึกษาและแนะนำการเขียนวิทยานิพนธ์ เพื่อน ๆ น้อง ๆ ภาควิชาวิศวกรรมโทรคมนาคมทุกท่านที่ให้ความช่วยเหลือในด้านต่าง ๆ ประโยชน์อันใดที่เกิดจากงานวิจัยนี้ย่อมเป็นผลมาจากความกรุณาของท่านดังกล่าวข้างต้น ผู้วิจัยรู้สึกซาบซึ้งเป็นอย่างยิ่งจึงใคร่ขอขอบพระคุณเป็นอย่างสูงไว้ ณ โอกาสนี้

สารบัญ

หน้า

บทคัดย่อภาษาไทย.....I

บทคัดย่อภาษาอังกฤษ.....II

กิตติกรรมประกาศ.....III

สารบัญ.....IV

สารบัญตาราง.....VII

สารบัญภาพ.....VIII

บทที่ 1. บทนำ.....1

1.1 ความเป็นมาและความสำคัญของปัญหา.....1

1.2 ความมุ่งหมายและวัตถุประสงค์ของการศึกษา.....3

1.3 สมมติฐานของการศึกษา.....3

1.4 ทฤษฎีหรือแนวคิดที่ใช้ในการวิจัย.....4

บทที่ 2. ระบบการเข้าถึงหลายทางแบบการแบ่งรหัสและเทคนิคการมอดูเลตแบบหลายคลื่นพาห์...5

2.1 ระบบการเข้าถึงช่องสัญญาณ.....5

2.1.1 การเข้าถึงหลายทางแบบแบ่งความถี่ (FDMA).....5

2.1.2 การเข้าถึงหลายทางแบบแบ่งเวลา (TDMA).....6

2.1.3 การเข้าถึงหลายทางแบบแบ่งรหัส (CDMA).....7

2.2 การมอดูเลตแบบสเปกตรัมแผ่.....9

2.2.1 การเข้าถึงหลายทางแบบแบ่งรหัสใช้วิธีการจัดลำดับโดยตรง.....9

2.2.1.1 คุณสมบัติของระบบ DS-CDMA.....11

2.2.2 การเข้าถึงหลายทางแบบแบ่งรหัสใช้วิธีการกระโดดของความถี่.....12

2.2.2.1 คุณสมบัติของระบบ FH-CDMA.....14

2.2.3 การเข้าถึงหลายทางแบบแบ่งรหัสใช้วิธีการกระโดดของเวลา.....15

2.2.3.1 คุณสมบัติของระบบ TH-CDMA.....16

2.2.4 การเข้าถึงหลายทางแบบแบ่งรหัสใช้วิธีการไฮบริด.....17

2.3 เทคนิคการมอดูเลตแบบหลายคลื่นพาห์เพื่อแก้ปัญหาการสื่อสารในช่องสัญญาณเฟดดิง.....18

2.3.1 ผลของการส่งสัญญาณผ่านช่องสัญญาณเฟดดิง.....18

สารบัญ (ต่อ)

หน้า

2.3.1.1 คุณลักษณะของช่องสัญญาณเฟดดิงแบบหลายวิถี.....18

2.3.1.2 ฟังก์ชันสหสัมพันธ์และกำลังเชิงสเปกตรัมของช่องสัญญาณ.....21

2.3.1.3 แบบจำลองทางสถิติสำหรับช่องสัญญาณ.....23

2.3.2 เทคนิคการมอดูเลตแบบหลายคลื่นพาห์.....24

2.3.2.1 DS-CDMA.....25

2.3.2.2 MC-CDMA.....26

2.3.2.3 MC DS-CDMA.....28

2.3.2.4 MT-CDMA.....29

บทที่ 3 อัตราความผิดพลาดบิตของระบบการเข้าถึงหลายทางแบบการแบ่งรหัสลำดับโดยตรง ในช่องสัญญาณเฟดดิง Nakagami โดยใช้เทคนิคการมอดูเลตแบบหลายคลื่นพาห์.....32

3.1 แบบจำลองเครื่องส่ง.....32

3.2 แบบจำลองช่องสัญญาณ.....35

3.3 แบบจำลองเครื่องรับ.....36

3.4 การวิเคราะห์สมรรถนะของระบบ.....42

3.4.1 การหาค่าเฉลี่ยของอัตราส่วนของพลังงานของสัญญาณต่อสัญญาณรบกวน.....42

3.4.2 การอัตราส่วนของพลังงานของสัญญาณต่อสัญญาณรบกวน.....43

3.5 อัตราความผิดพลาดบิตเฉลี่ยของระบบ.....44

บทที่ 4 ผลการวิเคราะห์เชิงเลข.....45

4.1 ผลของจำนวนคลื่นพาห์ที่ใช้ในการมอดูเลตและตัวแปรเสริมเฟดดิง แบบ Nakagami เมื่อไม่มีผลของสัญญาณแทรกสอดจากผู้ใช้งานอื่น.....46

4.1.1 ตัวแปรเสริมเฟดดิงแบบ Nakagami ที่มีค่ามากขึ้น อัตราความผิดพลาดบิตจะต่ำลง.....46

4.1.2 จำนวนคลื่นพาห์ที่ใช้ในการมอดูเลตที่เพิ่มขึ้น อัตราความผิดพลาดบิตจะต่ำลง.....50

4.2 ผลของจำนวนคลื่นพาห์ที่ใช้ในการมอดูเลตและตัวแปรเสริมเฟดดิง แบบ Nakagami เมื่อมีผลของสัญญาณแทรกสอดจากผู้ใช้งานอื่น.....53

สารบัญ (ต่อ)

หน้า

4.2.1 จำนวนคลื่นพาห์ที่ใช้ในการมอดูเลตที่เพิ่มขึ้น อัตราความผิดพลาดบิต จะต่ำลง (จำนวนผู้ใช้งานเท่ากับ 10).....53
4.2.2 จำนวนคลื่นพาห์ที่ใช้ในการมอดูเลตที่เพิ่มขึ้น อัตราความผิดพลาดบิต จะต่ำลง(จำนวนผู้ใช้งานเท่ากับ 15).....56
4.2.3 ตัวแปรเสริมเฟดดิงแบบ Nakagami ที่มีค่ามากขึ้นอัตราความผิดพลาดบิตจะน้อยลง (ที่จำนวนผู้ใช้งานเท่ากับ 10).....59
4.2.4 จำนวนผู้ใช้งานที่เพิ่มขึ้น อัตราความผิดพลาดบิตจะเพิ่มขึ้น ในลักษณะลอการิทึม.....62
4.3 จำนวนผู้ใช้งานที่สามารถรองรับได้ในระบบ เมื่อพิจารณาตัวแปรเสริมเฟดดิงแบบ Nakagami จำนวนคลื่นพาห์ที่ใช้ในการมอดูเลต และค่า SNR.....65
4.3.1 จำนวนคลื่นพาห์ที่ใช้ในการมอดูเลตที่เพิ่มขึ้น จำนวนผู้ใช้งานที่ระบบสามารถรองรับได้จะเพิ่มขึ้นที่ SNR=10 dB.....65
4.3.2 จำนวนคลื่นพาห์ที่ใช้ในการมอดูเลตที่เพิ่มขึ้น จำนวนผู้ใช้งานที่ระบบสามารถรองรับได้จะเพิ่มขึ้นที่ SNR=15 dB.....68
4.3.3 จำนวนคลื่นพาห์ที่ใช้ในการมอดูเลตที่เพิ่มขึ้น จำนวนผู้ใช้งานที่ระบบสามารถรองรับได้จะเพิ่มขึ้นที่ SNR=20 dB.....71

บทที่ 5 สรุปผลการวิเคราะห์.....74

เอกสารอ้างอิง.....76

ภาคผนวก.....78
ก. ทฤษฎีความน่าจะเป็น และ กระบวนการเฟ้นสุ่ม.....79
ข. สูตรทั่วไปของการแจกแจงความเข้มของสัญญาณ การแจกแจงแบบ Nakagami 91
ค. โปรแกรม.....101
ง. การเผยแพร่งานวิจัย.....108

ประวัติผู้เขียน.....110

สารบัญตาราง

ตารางที่ **หน้า**

ข.1 ผลการสังเกตและการทดลองของนาคากามิ.....94

สารบัญรูป

รูปที่ **หน้า**

2.1 หลักการการเข้าถึงหลายทางของระบบที่มีการแผ่สเปกตรัม.....8
2.2 การลดผลของการแทรกสอดของระบบ CDMA.....9
2.3 เครื่องส่งแบบ DS-CDMA.....9
2.4 เครื่องส่งแบบ DS-CDMA ที่ดัดแปลงแล้ว.....10
2.5 ลักษณะของสัญญาณในระบบ DS-CDMA.....10
2.6 เครื่องรับแบบ DS-CDMA.....11
2.7 เปรียบเทียบลักษณะของ เวลา/ความถี่ ของระบบ DS และ FH.....13
2.8 รูปเครื่องส่ง-รับ ของระบบ FH-CDMA.....13
2.9 บล็อคไดอะแกรมของเครื่องส่ง-รับของระบบ TH-CDMA.....16
2.10 แสดงความสัมพันธ์ระหว่างความถี่และเวลาที่ใช้ในระบบ TH-CDMA.....16
2.11 บล็อคไดอะแกรมของเครื่องส่งแบบไฮบริด DS-FH.....18
2.12 แสดงผลของการเปลี่ยนแปลงทางเวลาของช่องสัญญาณหลายวิถีที่เกิดจาก
สัญญาณพัลส์ที่แคบมากๆ.....19
2.13 แสดง MIP.....22
2.14 แสดงความสัมพันธ์ระหว่าง $\phi_c(\Delta f)$ และ $\phi_c(\tau)$.....23
2.15 (ก) เครื่องส่ง (ข) สเปกตรัมกำลังของสัญญาณที่ส่งออก (ค) เครื่องรับ
ของระบบ DS-CDMA.....26
2.16 (ก) เครื่องส่ง (ข) สเปกตรัมกำลังของสัญญาณที่ส่งออก (ค) เครื่องรับ
ของระบบ MC-CDMA.....28
2.17 (ก) เครื่องส่ง (ข) สเปกตรัมกำลังของสัญญาณที่ส่งออก (ค) เครื่องรับ
ของระบบ MC DS-CDMA.....29
2.18 (ก) เครื่องส่ง (ข) สเปกตรัมกำลังของสัญญาณที่ส่งออก (ค) เครื่องรับ
ของระบบ MT-CDMA.....31
3.1 แบบจำลองระบบ MC DS-CDMA ที่ศึกษา.....32
3.2 แบบจำลองเครื่องส่ง MC DS-CDMA ที่ศึกษา.....33
3.3 แบนด์วิดท์ของระบบคลื่นพาห์เดี่ยว และ ระบบหลายคลื่นพาห์ที่ใช้ในการวิเคราะห์.....34
3.4 แบบจำลองเครื่องรับ MC DS-CDMA ที่ศึกษา.....36

สารบัญรูป (ต่อ)

รูปที่ **หน้า**

4.1 แสดงความสัมพันธ์ระหว่างความน่าจะเป็นของอัตราความผิดพลาดบิตค่าเฉลี่ย กับ สัญญาณพลังงานต่อความหนาแน่นสัญญาณรบกวนใน 1 บิต โดยมีตัวแปรเสริม K=1 N_t=60 M=1 และตัวแปรเสริมเฟดดิงแบบ Nakagami ค่าต่างๆ.....46

4.2 แสดงความสัมพันธ์ระหว่างความน่าจะเป็นของอัตราความผิดพลาดบิตค่าเฉลี่ย กับ สัญญาณพลังงานต่อความหนาแน่นสัญญาณรบกวนใน 1 บิต โดยมีตัวแปรเสริม K=1, N_t=60 ,M=3 และตัวแปรเสริมเฟดดิงแบบ Nakagami ค่าต่างๆ.....47

4.3 แสดงความสัมพันธ์ระหว่างความน่าจะเป็นของอัตราความผิดพลาดบิตค่าเฉลี่ย กับ สัญญาณพลังงานต่อความหนาแน่นสัญญาณรบกวนใน 1 บิต โดยมีตัวแปรเสริม K=1, N_t=60 ,M=5 และตัวแปรเสริมเฟดดิงแบบ Nakagami ค่าต่างๆ.....48

4.4 แสดงความสัมพันธ์ระหว่างความน่าจะเป็นของอัตราความผิดพลาดบิตค่าเฉลี่ย กับ สัญญาณพลังงานต่อความหนาแน่นสัญญาณรบกวนใน 1 บิต โดยมีตัวแปรเสริม K=1, N_t=60 ,M=8 และตัวแปรเสริมเฟดดิงแบบ Nakagami ค่าต่างๆ.....49

4.5 แสดงความสัมพันธ์ระหว่างความน่าจะเป็นของอัตราความผิดพลาดบิตค่าเฉลี่ย กับ สัญญาณพลังงานต่อความหนาแน่นสัญญาณรบกวนใน 1 บิต โดยมีตัวแปรเสริม K=1, N_t=60 , m=0.5 และจำนวนคลื่นพาห์ค่าต่างๆ.....50

4.6 แสดงความสัมพันธ์ระหว่างความน่าจะเป็นของอัตราความผิดพลาดบิตค่าเฉลี่ย กับ สัญญาณพลังงานต่อความหนาแน่นสัญญาณรบกวนใน 1 บิต โดยมีตัวแปรเสริม K=1, N_t=60 , m=1.0 และจำนวนคลื่นพาห์ค่าต่างๆ.....51

4.7 แสดงความสัมพันธ์ระหว่างความน่าจะเป็นของอัตราความผิดพลาดบิตค่าเฉลี่ย กับ สัญญาณพลังงานต่อความหนาแน่นสัญญาณรบกวนใน 1 บิต โดยมีตัวแปรเสริม K=1, N_t=60 , m=2.0 และจำนวนคลื่นพาห์ค่าต่างๆ.....52

4.8 แสดงความสัมพันธ์ระหว่างความน่าจะเป็นของอัตราความผิดพลาดบิตค่าเฉลี่ย กับ สัญญาณพลังงานต่อความหนาแน่นสัญญาณรบกวนใน 1 บิต โดยมีตัวแปรเสริม K=10, N_t=60 ตัวแปรเสริมเฟดดิงแบบ Nakagami มีค่าเท่ากับ 0.5 และค่า M ต่างๆ.....53

4.9 แสดงความสัมพันธ์ระหว่างความน่าจะเป็นของอัตราความผิดพลาดบิตค่าเฉลี่ย กับ สัญญาณพลังงานต่อความหนาแน่นสัญญาณรบกวนใน 1 บิต โดยมีตัวแปรเสริม K=10, N_t=60 ตัวแปรเสริมเฟดดิงแบบ Nakagami มีค่าเท่ากับ 1.0 และค่า M ต่างๆ.....54

สารบัญรูป (ต่อ)

รูปที่ หน้า

4.10 แสดงความสัมพันธ์ระหว่างความน่าจะเป็นของอัตราความผิดพลาดบิตค่าเฉลี่ย กับ สัญญาณพลังงานต่อความหนาแน่นสัญญาณรบกวนใน 1 บิต โดยมีตัวแปรเสริม K=10, N_1=60 ตัวแปรเสริมเฟดดิงแบบ Nakagami มีค่าเท่ากับ 2.0 และค่า M ต่างๆ.....55

4.11 แสดงความสัมพันธ์ระหว่างความน่าจะเป็นของอัตราความผิดพลาดบิตค่าเฉลี่ย กับ สัญญาณพลังงานต่อความหนาแน่นสัญญาณรบกวนใน 1 บิต โดยมีตัวแปรเสริม K=15, N_1=60 ตัวแปรเสริมเฟดดิงแบบ Nakagami มีค่าเท่ากับ 0.5 และค่า M ต่างๆ.....56

4.12 แสดงความสัมพันธ์ระหว่างความน่าจะเป็นของอัตราความผิดพลาดบิตค่าเฉลี่ย กับ สัญญาณพลังงานต่อความหนาแน่นสัญญาณรบกวนใน 1 บิต โดยมีตัวแปรเสริม K=15, N_1=60 ตัวแปรเสริมเฟดดิงแบบ Nakagami มีค่าเท่ากับ 1.0 และค่า M ต่างๆ.....57

4.13 แสดงความสัมพันธ์ระหว่างความน่าจะเป็นของอัตราความผิดพลาดบิตค่าเฉลี่ย กับ สัญญาณพลังงานต่อความหนาแน่นสัญญาณรบกวนใน 1 บิต โดยมีตัวแปรเสริม K=15, N_1=60 ตัวแปรเสริมเฟดดิงแบบ Nakagami มีค่าเท่ากับ 2.0 และค่า M ต่างๆ.....58

4.14 แสดงความสัมพันธ์ระหว่างความน่าจะเป็นของอัตราความผิดพลาดบิตค่าเฉลี่ย กับ สัญญาณพลังงานต่อความหนาแน่นสัญญาณรบกวนใน 1 บิต โดยมีตัวแปรเสริม K=10 N_1=60 ,M=3 และตัวแปรเสริมเฟดดิงแบบ Nakagami มีค่าต่างๆ.....59

4.15 แสดงความสัมพันธ์ระหว่างความน่าจะเป็นของอัตราความผิดพลาดบิตค่าเฉลี่ย กับ สัญญาณพลังงานต่อความหนาแน่นสัญญาณรบกวนใน 1 บิต โดยมีตัวแปรเสริม K=10, N_1=60 ,M=5 และตัวแปรเสริมเฟดดิงแบบ Nakagami มีค่าต่างๆ.....60

4.16 แสดงความสัมพันธ์ระหว่างความน่าจะเป็นของอัตราความผิดพลาดบิตค่าเฉลี่ย กับ สัญญาณพลังงานต่อความหนาแน่นสัญญาณรบกวนใน 1 บิต โดยมีตัวแปรเสริม K=10, N_1=60 , M=8 และตัวแปรเสริมเฟดดิงแบบ Nakagami มีค่าต่างๆ.....61

4.17 แสดงความสัมพันธ์ระหว่างความน่าจะเป็นของอัตราความผิดพลาดบิตค่าเฉลี่ย กับ สัญญาณพลังงานต่อความหนาแน่นสัญญาณรบกวนใน 1 บิต โดยมีตัวแปรเสริม m=0.5, N_1=60 , M=3 และจำนวนผู้ใช้งานค่าต่างๆ.....62

4.18 แสดงความสัมพันธ์ระหว่างความน่าจะเป็นของอัตราความผิดพลาดบิตค่าเฉลี่ย กับ สัญญาณพลังงานต่อความหนาแน่นสัญญาณรบกวนใน 1 บิต โดยมีตัวแปรเสริม m=1.0, N_1=60 , M=3 และจำนวนผู้ใช้งานค่าต่างๆ.....63

สารบัญรูป (ต่อ)

รูปที่ **หน้า**

4.19 แสดงความสัมพันธ์ระหว่างความน่าจะเป็นของอัตราความผิดพลาดบิตค่าเฉลี่ย กับ สัญญาณพลังงานต่อความหนาแน่นสัญญาณรบกวนใน 1 บิต โดยมีตัวแปรเสริม m=2.0, N_t=60 ,M=3 และจำนวนผู้ใช้งานค่าต่างๆ.....64

4.20 แสดงความสัมพันธ์ระหว่างความน่าจะเป็นของอัตราความผิดพลาดบิตค่าเฉลี่ย กับ จำนวนผู้ใช้งานในระบบ โดยมีตัวแปรเสริม m=0.5 ,N_t=60 ,M=3 ,SNR=10 dB และจำนวนคลื่นพาห์ค่าต่างๆ.....65

4.21 แสดงความสัมพันธ์ระหว่างความน่าจะเป็นของอัตราความผิดพลาดบิตค่าเฉลี่ย กับ จำนวนผู้ใช้งานในระบบ โดยมีตัวแปรเสริม m=1.0 ,N_t=60 ,M=3 ,SNR=10 dB และจำนวนคลื่นพาห์ค่าต่างๆ.....66

4.22 แสดงความสัมพันธ์ระหว่างความน่าจะเป็นของอัตราความผิดพลาดบิตค่าเฉลี่ย กับ จำนวนผู้ใช้งานในระบบ โดยมีตัวแปรเสริม m=2.0 ,N_t=60 ,M=3 ,SNR=10 dB และจำนวนคลื่นพาห์ค่าต่างๆ.....67

4.23 แสดงความสัมพันธ์ระหว่างความน่าจะเป็นของอัตราความผิดพลาดบิตค่าเฉลี่ย กับ จำนวนผู้ใช้งานในระบบ โดยมีตัวแปรเสริม m=0.5 ,N_t=60 ,M=3 ,SNR=15 dB และจำนวนคลื่นพาห์ค่าต่างๆ.....68

4.24 แสดงความสัมพันธ์ระหว่างความน่าจะเป็นของอัตราความผิดพลาดบิตค่าเฉลี่ย กับ จำนวนผู้ใช้งานในระบบ โดยมีตัวแปรเสริม m=1.0 ,N_t=60 ,M=3 ,SNR=15 dB และจำนวนคลื่นพาห์ค่าต่างๆ.....69

4.25 แสดงความสัมพันธ์ระหว่างความน่าจะเป็นของอัตราความผิดพลาดบิตค่าเฉลี่ย กับ จำนวนผู้ใช้งานในระบบ โดยมีตัวแปรเสริม m=2.0 ,N_t=60 ,M=3 ,SNR=15 dB และจำนวนคลื่นพาห์ค่าต่างๆ.....70

4.26 แสดงความสัมพันธ์ระหว่างความน่าจะเป็นของอัตราความผิดพลาดบิตค่าเฉลี่ย กับ จำนวนผู้ใช้งานในระบบ โดยมีตัวแปรเสริม m=0.5 ,N_t=60 ,M=3 ,SNR=20 dB และจำนวนคลื่นพาห์ค่าต่างๆ.....71

4.27 แสดงความสัมพันธ์ระหว่างความน่าจะเป็นของอัตราความผิดพลาดบิตค่าเฉลี่ย กับ จำนวนผู้ใช้งานในระบบ โดยมีตัวแปรเสริม m=1.0 ,N_t=60 ,M=3 ,SNR=20 dB และจำนวนคลื่นพาห์ค่าต่างๆ.....72

สารบัญรูป (ต่อ)

รูปที่ **หน้า**

4.28 แสดงความสัมพันธ์ระหว่างความน่าจะเป็นของอัตราความผิดพลาดบิตค่าเฉลี่ย กับ จำนวนผู้ใช้งานในระบบ โดยมีตัวแปรเสริม m=2.0 ,N_i=60 ,M=3 ,SNR=20 dB และจำนวนคลื่นพาห์ค่าต่างๆ.....73

ข.1 การแจกแจงแบบ m 96

ข.2 ความสัมพันธ์ระหว่าง M(x,m,1) และตัวแปรสุ่ม (x).....97

ข.3 ความสัมพันธ์ระหว่าง f(m,n) กับ ตัวแปรเสริมเฟดดิง (m).....100

บทที่ 1
บทนำ

1.1 ความเป็นมาและความสำคัญของปัญหา

การมอดูเลตแบบสเปกตรัมแผ่ (Spread-Spectrum: SS) เริ่มถูกนำมาใช้ครั้งแรกในระบบสื่อสารทางทหาร หลังจากสงครามโลกครั้งที่ 2 ได้มีการวิเคราะห์การมอดูเลตแบบสเปกตรัมแผ่เพื่อใช้ในระบบที่ต้องการป้องกันการรบกวนจากสัญญาณภายนอกสูง (jamming signal) ซึ่งผลการวิเคราะห์ดังกล่าวทำให้ทราบถึงคุณสมบัติของการมอดูเลตแบบสเปกตรัมแผ่กล่าวคือการมอดูเลตดังกล่าวลดผลของการแทรกสอด และสัญญาณรบกวนอันเนื่องจากการสื่อสารในช่องสัญญาณหลายวิถี ซึ่งเป็นคุณสมบัติที่เหมาะสมในระบบการเข้าถึงหลายทาง (multiple access) ทำให้มีการพัฒนาเทคนิคการเข้าถึงหลายทางแบบแบ่งรหัส (Code Division Multiple Access : CDMA) ขึ้น โดยระบบ CDMA สามารถรองรับผู้ใช้งานได้มากกว่าทั้งระบบ TDMA และ FDMA เนื่องจากการเพิ่มผู้ใช้งานในระบบจะทำให้สมรรถนะของระบบลดลงเพียงเล็กน้อยเท่านั้น นอกจากนั้นระบบ CDMA ยังไม่จำเป็นที่จะต้องทราบเวลาและความถี่ในการเข้าถึงข้อมูลที่ถูกต้องและเที่ยงตรงในการใช้งานเหมือนกับระบบ TDMA และ FDMA รูปแบบการสื่อสาร CDMA ที่นิยมนำมาใช้งานในเชิงพาณิชย์มากที่สุดคือการจัดลำดับโดยตรง (Direct Sequence) แต่การสื่อสารข้อมูลแบบไร้สายจะมีปัญหาด้านการจางของสัญญาณ โดยมีบทความที่ทำการศึกษาได้ดังนี้ Gardner และ Orr [1] อธิบายผลของการจางที่มีผลต่อสมรรถนะของระบบ DS-CDMA ในช่องสัญญาณที่มีการเฟดแบบ Rayleigh แสดงนิพจน์ของอัตราส่วนกำลังสัญญาณต่อสัญญาณรบกวน (signal to noise ratio : SNR) และหาค่าเฉลี่ย ความแปรปรวนของสัญญาณ และสัญญาณรบกวน แสดงในพจน์รหัสการแผ่ออก (spreading code) และฟังก์ชันสหสัมพันธ์การจาง (fading correlation function) ผลการวิเคราะห์เชิงตัวเลขแสดงค่าความน่าจะเป็นของความผิดพลาดจะขึ้นอยู่กับลำดับรหัส (code sequence) กล่าวคือถ้ามีความยาวมากจะทำให้ความผิดพลาดมีค่าน้อยลง Turin [2] พิจารณาผลของการจางของสัญญาณสำหรับการสื่อสารแบบอะซิงโครนัส (asynchronous) ของระบบ DS-CDMA ด้วยการมอดูเลตเชิงเลขทางเฟสผลต่าง (differential phase shift keying : DPSK) ในกรณีของการส่งสัญญาณวิถีเดียว กำหนดให้ผู้ใช้งานส่งสัญญาณออกไปด้วยพลังงานเท่ากัน โดยมีการควบคุมกำลังงาน (power control) ที่เครื่องรับให้มีค่าเท่ากัน จำนวนของผู้ใช้งานมีค่าประมาณ 10-20 % ของค่าความกว้างรหัส (chip code) ของระบบ แต่กรณีการเฟดของสัญญาณในเมืองและชนบทที่ไม่มีการควบคุมกำลังที่เครื่องส่ง ทำให้เกิดการจางหลายวิถี เครื่องรับจะรับด้วยกำลังงานที่ไม่เท่ากันและจำนวนผู้ใช้งานที่มีค่ามากที่สุดมีค่าลดลงประมาณ 1-5% ของค่าความยาวรหัส ดังนั้นระบบ CDMA จะต้องมีการควบคุมกำลังส่งของ

สัญญาณ ช่องสัญญาณควรมีลักษณะที่เป็นการเปลี่ยนแปลงอย่างช้าๆค่อยเป็นค่อยไป และแสดงการหาค่า SNR สำหรับช่องสัญญาณในกรณีทั่วไป

เนื่องจากลักษณะการจางของสัญญาณมีหลายรูปแบบ Burth และ Pursley [3] นำเสนอการหาค่าสมรรถนะของระบบ DS-CDMA ในช่องสัญญาณการจางแบบ Rice โดยเอาต์พุตของช่องสัญญาณจะประกอบด้วยสัญญาณที่มีความคงทนและสัญญาณที่มีการผิดเพี้ยน และช่องสัญญาณควรมีลักษณะคงที่ในแนวกว้าง (wide sense stationary: WSS) ซึ่งแสดงลักษณะของการเลือกเฟ้นตามเวลา (time selectivity) และการเลือกเฟ้นทางความถี่ (frequency selectivity) ผลที่ได้รับจะแสดงค่าเฉลี่ยของ SNR ที่ด้านเครื่องรับ ซึ่งแสดงได้ในพจน์ลำดับรหัส และ ฟังก์ชันความแปรปรวนร่วมเกี่ยว (covariance function) ทำให้สามารถแบ่งคุณลักษณะของช่องสัญญาณได้ 2 แบบคือ ช่องสัญญาณการจางเปลี่ยนแปลงตามเวลา (time selective fading channel) และช่องสัญญาณการจางเปลี่ยนแปลงตามความถี่ (frequency selective channel) Nakagami [4] ได้อธิบายแบบจำลองช่องสัญญาณแบบ Nakagami ซึ่งจะสอดคล้องกับแบบจำลอง Rayleigh เมื่อตัวแปรเสริมเฟดดิงมีค่าเท่ากับ 1 และจากการทดลองแสดงให้เห็นว่าค่าตัวแปรเสริมเฟดดิงต้องมีค่ามากกว่าหรือเท่ากับ 0.5 นอกจากนี้ยังพบว่าแบบจำลอง Nakagami หรือการแจกแจงแบบ m จะสอดคล้องกับลักษณะทางกายภาพโดยมีตัวแปรเสริมเฟดดิงเป็นผลของการแจกแจงของแอมพลิจูดจากลักษณะดังกล่าวทำให้ช่องสัญญาณแบบ Nakagami สามารถใช้อธิบายผลของช่องสัญญาณที่มีการแจกแจงแบบ Rayleigh Rice เกาส์ข้างเดียว และแบบล็อคนอร์มัลได้โดยการเปลี่ยนแปลงค่าตัวแปรเสริมของการเฟดดิง Eng และ Milstein [5] ได้เสนอการวิเคราะห์สมรรถนะของระบบ DS-CDMA โดยใช้การดีมอดูเลตแบบร่วมนัยในช่องสัญญาณเฟดดิงในหลายวิถีแบบ Nakagami ที่ใช้ค่าตัวแปรเสริมในทุกวิถีเป็นค่าเดียวกันซึ่งจากผลการวิเคราะห์แสดงให้เห็นว่าค่าเฉลี่ยความน่าจะเป็นของความผิดพลาดที่เครื่องรับขึ้นอยู่กับจำนวนผู้ใช้งานในระบบ ค่าอัตราการสูญเสียพลังงานเฉลี่ย (average power decay) ค่า SNR และค่าตัวแปรเสริมเฟดดิง ต่อมา Efthymoglou, Helmken และ Aalo [6,7] ได้เสนอการวิเคราะห์สมรรถนะของระบบการเข้าถึงหลายทางแบบแบ่งลำดับรหัสโดยใช้การดีมอดูเลตแบบไม่ร่วมนัย และ แบบร่วมนัยตามลำดับ ในช่องสัญญาณเฟดดิงในหลายวิถีแบบ Nakagami ที่ใช้ค่าตัวแปรเสริมในทุกวิถีเป็นอิสระต่อกันพร้อมกับนำเสนอฟังก์ชันความหนาแน่นของความน่าจะเป็นสำหรับช่องสัญญาณจากผลการวิเคราะห์พบว่าเมื่อทำการวิเคราะห์โดยใช้ค่าตัวแปรเสริมเฟดดิงที่เป็นอิสระต่อกันจะให้ผลที่แตกต่างเมื่อใช้ค่าตัวแปรเสริมเฟดดิงเป็นค่าเดียวกัน Kondo และ Milstein [8] ได้เสนอผลการวิเคราะห์สมรรถนะของระบบการมอดูเลตแบบสเปกตรัมแผ่แบบแบ่งลำดับรหัสที่ใช้เทคนิคการมอดูเลตแบบหลายคลื่นพาห์ จากผลการวิเคราะห์พบว่าเทคนิคดังกล่าวให้ผลเช่นเดียวกับการใช้เครื่องรับแบบเรค (RAKE receiver) และสามารถลดผลของสัญญาณแทรกสอดแบบแถบแคบเช่นเดียวกับเมื่อใช้นอตช์ฟิลเตอร์ (notch filter) ต่อมา Sourour และ Nakagawa [9] ได้ทำการวิเคราะห์สมรรถนะของระบบการเข้าถึงหลายทางแบบแบ่งลำดับรหัสโดยใช้เทคนิค

การมอดูเลตแบบหลายคลื่นพาห์ ในช่องสัญญาณที่ไม่มีการเฟด และมีเฟดดิงแบบ Rayleigh โดยใช้แบบจำลองของระบบ 2 แบบ คือแบบที่มีการแปลงข้อมูลจากอนุกรมเป็นแบบขนานก่อนที่จะทำการมอดูเลตกับคลื่นพาห์และแบบที่ไม่ต้องทำการแปลงข้อมูลจากอนุกรมเป็นขนานก่อน ซึ่งจากผลการวิเคราะห์พบว่าระบบหลังให้สมรรถนะที่ดีกว่า

1.2 ความมุ่งหมายและวัตถุประสงค์ของการศึกษา

1) ศึกษาระบบการเข้าถึงหลายทางแบบแบ่งรหัสลำดับตรงโดยใช้เทคนิคการมอดูเลตแบบหลายคลื่นพาห์และสามารถอธิบายลักษณะของสัญญาณ การทำงานของระบบคือ เครื่องส่ง ช่องสัญญาณ เครื่องรับ โดยอธิบายหลักการและเหตุผลของแบบจำลองระบบ

2) ศึกษาผลของช่องสัญญาณแบบ Nakagami ต่อสมรรถนะของระบบ ซึ่งเป็นแบบจำลองที่มีความเหมาะสมและสามารถเปรียบเทียบกับแบบจำลองอื่นๆได้

3) ศึกษาสมรรถนะของระบบด้านอัตราความผิดพลาดบิตของระบบ DS-CDMA ที่ใช้เทคนิคการมอดูเลตแบบหลายคลื่นพาห์ในช่องสัญญาณเฟดดิง Nakagami

4) ศึกษาผลของตัวแปรเสริมเฟดดิง จำนวนผู้ใช้งานในระบบ จำนวนคลื่นพาห์ที่ใช้ในการมอดูเลต และค่า SNR ว่ามีผลต่อสมรรถนะของระบบอย่างไร พร้อมทั้งเปรียบเทียบกับระบบที่ใช้การมอดูเลตแบบคลื่นพาห์เดียว

1.3 สมมติฐานของการศึกษา

สมรรถนะของระบบที่ทำการศึกษาควรจะเปลี่ยนแปลงตามตัวแปรเหล่านี้คือ จำนวนผู้ใช้งานในระบบ ซึ่งถ้าหากจำนวนผู้ใช้งานในระบบเพิ่มขึ้นสมรรถนะของระบบควรจะลดลงอันเนื่องจากมีสัญญาณแทรกสอดที่เกิดจากผู้ใช้งานอื่นเพิ่มขึ้นเมื่อพิจารณาให้ผู้ใช้งานคนใดคนหนึ่งในระบบเป็นผู้ใช้งานอ้างอิง จำนวนคลื่นพาห์ที่ใช้หากเพิ่มขึ้นสมรรถนะของระบบควรจะดีขึ้นเพราะมีลักษณะการทำไดเวอซิตีทางความถี่ซึ่งหากมากขึ้นโอกาสที่สัญญาณจะเกิดการจางของสัญญาณอย่างรุนแรงในทุกคลื่นพาห์จะลดลง ทั้งนี้ค่า SNR มากขึ้นสมรรถนะของระบบจะดีขึ้นแต่จะเป็นการเปลืองพลังงานที่ใช้ในการส่งมากขึ้น ส่วนค่าตัวแปรเสริมของการเฟดหากมีค่าเพิ่มขึ้นสมรรถนะของระบบควรจะดีขึ้นเนื่องจากเมื่อค่าตัวแปรเสริมดังกล่าวมีค่าต่ำสุด (m=0.5) จะเกิดการจางของสัญญาณอย่างรุนแรงที่สุด และเมื่อค่าดังกล่าวมีค่าเข้าใกล้อนันต์จะตรงกับกรณีที่ไม่เกิดการจางของสัญญาณขึ้น

1.4 ทฤษฎีหรือแนวความคิดที่ใช้ในการวิจัย

วิทยานิพนธ์นี้นำเสนอการวิเคราะห์สมรรถนะด้านอัตราความผิดพลาดบิตของระบบ DS-CDMA ที่ใช้เทคนิคการมอดูเลตแบบหลายคลื่นพาห์ โดยกำหนดให้รูปแบบของข้อมูลและรหัสการแผ่เป็นแบบเลขฐานสอง เนื่องจากเป็นรูปแบบมาตรฐานของการส่งข้อมูล และจากเหตุผลทางด้านข้อจำกัดด้านแบนด์วิดท์ของช่องสัญญาณจึงกำหนดให้ใช้เทคนิคการมอดูเลตทางเลขเชิงเฟส ในระบบการสื่อสารช่องสัญญาณที่เกิดการเฟดดิงจะมีผลทำให้สมรรถนะของระบบแย่ลง โดยทั่วไปเมื่อกล่าวถึงระบบการเข้าถึงหลายทางแบบแบ่งรหัสลำดับโดยตรงจะทำการกำหนดให้ช่องสัญญาณเฟดดิงดังกล่าวเป็นแบบเลือกเฉพาะความถี่ทั้งนี้เนื่องจากแบนด์วิดท์ร่วมนัยของช่องสัญญาณจะมีค่าน้อยกว่าแบนด์วิดท์ของสัญญาณที่ใช้การมอดูเลตแบบแบ่งรหัสลำดับโดยตรง เครื่องรับแบบเรคที่มีหลักการเดียวกับเครื่องรับการรวมอัตราส่วนสูงสุด (Maximal Ratio Combining) จึงถูกนำมาใช้เพื่อแก้ปัญหาดังกล่าว ตัวแปรตัวหนึ่งที่มีผลต่อสมรรถนะของเครื่องรับแบบเรคก็คือการประมาณค่าถ่วงน้ำหนักของช่องสัญญาณ หากมีการประมาณค่าอย่างถูกต้องสมรรถนะของเครื่องรับก็จะดี แต่หากค่าดังกล่าวไม่ถูกต้องสมรรถนะของเครื่องรับจะลดลงอย่างมาก ดังนั้นเครื่องรับดังกล่าวจึงมีความซับซ้อนสูง ในวิทยานิพนธ์นี้จึงนำเสนอเทคนิคการมอดูเลตแบบหลายคลื่นพาห์ที่นำมาใช้ในระบบการเข้าถึงหลายทางแบบแบ่งรหัสลำดับโดยตรง ซึ่งแบนด์วิดท์ของคลื่นพาห์ย่อยแต่ละอันจะมีขนาดเล็กลงทำให้สามารถประมาณได้ว่าแบนด์วิดท์ร่วมนัยของช่องสัญญาณจะมีค่ามากกว่าแบนด์วิดท์ของสัญญาณที่ใช้การมอดูเลตแบบแบ่งรหัสโดยตรงช่องสัญญาณดังกล่าวจึงเป็นแบบไม่เลือกเฉพาะความถี่ ทางด้านเครื่องรับก็สามารถใช้เครื่องรับแบบสหสัมพันธ์ที่ไม่ต้องมีการประมาณค่าถ่วงน้ำหนักของช่องสัญญาณ ทำให้มีความซับซ้อนน้อยลง อีกทั้งเนื่องจากแบนด์วิดท์แต่ละคลื่นพาห์ย่อยมีขนาดลดลงทำให้คาบเวลาของรหัสการแผ่มีขนาดกว้างขึ้น การซิงโครไนซ์กับรหัสการแผ่ที่เครื่องรับจึงทำได้ง่ายขึ้นเช่นกัน ในวิทยานิพนธ์ฉบับนี้ยังใช้แบบจำลองช่องสัญญาณของ Nakagami เนื่องจากเป็นแบบจำลองที่มีความเหมาะสมคือเป็นแบบจำลองที่ได้มาจากการทดลองสามารถอธิบายสภาพแวดล้อมภายในเมือง ชนบท และเหมาะกับการสื่อสารแบบไร้สาย นอกจากนี้ยังสามารถอธิบายแบบจำลองอื่นๆได้ เช่น ในกรณีที่ตัวแปรเสริมเฟดดิงมีค่าเท่ากับ 0.5 สามารถอธิบายการแจกแจงแบบเกาส์เซียนข้างเดียว ถ้าตัวแปรเสริมเฟดดิงมีค่าเท่ากับ 1 สามารถอธิบายการแจกแจงแบบ Rayleigh และ ถ้าตัวแปรเสริมเฟดดิงมีค่าเข้าใกล้อนันต์ก็คือสภาวะที่ไม่มีการผิดเพี้ยนของสัญญาณ โดยทำการเปรียบเทียบสมรรถนะของระบบด้านอัตราความผิดพลาดบิตของระบบที่จำนวนคลื่นพาห์ค่าต่างๆ จำนวนผู้ใช้งานในระบบ และ ผลของตัวแปรเสริมเฟดดิง เพื่อนำไปสรุปผลของตัวแปรต่างๆดังกล่าวต่อสมรรถนะของระบบว่าเป็นไปในลักษณะใด

บทที่ 2
ระบบการเข้าถึงหลายทางแบบการแบ่งรหัส

2.1 ระบบการเข้าช่องสัญญาณ (Multiple access system)

ระบบสื่อสารอาจแบ่งได้เป็นระบบสื่อสารอนาล็อกและระบบสื่อสารดิจิตอล เมื่อระบบสื่อสารอนาล็อกเริ่มเกิดปัญหาเกี่ยวกับความจุช่องสัญญาณที่ไม่พอ ทำให้การติดต่อผ่านเครือข่ายระบบสื่อสารอนาล็อกเกิดปัญหาและหยุกชะงัก ดังนั้นจึงเริ่มมีการพัฒนาระบบสื่อสารดิจิตอลขึ้นมาเพื่อเพิ่มความจุของช่องสัญญาณให้มากขึ้น สามารถแบ่งวิธีการเข้าถึงระบบเครือข่ายช่องสัญญาณดังนี้

1) การเข้าถึงหลายทางแบบแบ่งความถี่ (Frequency Division Multiple Access: FDMA) แต่ละช่องสัญญาณจะผลัดเปลี่ยนกันใช้งานที่ความถี่ไม่ตรงกัน
2) การเข้าถึงช่องสัญญาณแบบแบ่งช่วงเวลา (Time Division Multiple Access : TDMA) แต่ละช่องสัญญาณจะผลัดเปลี่ยนกันใช้แบนด์วิดท์ที่มีช่วงคาบเวลา (Time-sharing) ไม่ตรงกัน
3) การเข้าถึงช่องสัญญาณแบบแยกความแตกต่างของรหัส (Code Division Multiple Access : CDMA) แต่ละช่องสัญญาณจะใช้แบนด์วิดท์เดียวกันและเวลาเดียวกันก็ได้และแต่ละช่องสัญญาณจะมีรหัสที่ต่างกัน
4) การเข้าถึงช่องสัญญาณแบ่งแยกด้วยโพลาไรซ์เซชั่น (Polarlization Division Multiple Access: PDMA) แต่ละช่องสัญญาณใช้โพลาไรซ์ต่างกัน ซึ่งวิธีนี้ไม่ถูกนำมาใช้กับระบบวิทยุโทรศัพท์เคลื่อนที่
5) การเข้าถึงช่องสัญญาณแบบแยกด้วยสเปซ (Space Division Multiple Access: SDMA) วิธีนี้ถูกกำหนดเพื่อนำมาใช้กับดาวเทียมที่มีสายอากาศแบบกำหนดตำแหน่งลำคลื่นได้ (spot beam) ซึ่งการติดต่อที่อยู่ในพื้นที่การควบคุมของลำคลื่นของสายอากาศต่างกัน สามารถใช้ความถี่เดียวกันก็ได้

2.1.1 การเข้าถึงช่องสัญญาณหลายทางแบบแบ่งความถี่ (FDMA)

FDMA เป็นระบบการเข้าถึงข้อมูลที่ใช้ในระบบอนาล็อกแบบแบ่งความถี่และใช้กันอย่างกว้างขวาง ในระบบดาวเทียมสื่อสารทั่วโลกหลายระบบด้วยกันรวมทั้งระบบอินเทลแซต โดยใช้การทำงานของโครงข่ายไมโครเวฟ ภาคพื้นดินแม้ว่าประสิทธิภาพการใช้วงจรจะต่ำก็ตาม จากการเข้าถึงหลายทางในระบบดาวเทียมอินเทลแซต IV-A ปรากฏว่าประสิทธิภาพ การใช้งานความถี่ของระบบการเข้าถึงหลายทางแบบแบ่งความถี่ผันแปรตามขนาดของคลื่นพาห์เช่น 9.6 ช่อง/MHz สำหรับตัวพาห์คลื่นเดียวที่มีความกว้างแถบ 2.5 MHz และ 31.7 ช่อง/MHz ที่มีความกว้างแถบ 25 MHz ปัจจุบันระบบอินเทลแซต ใช้ระบบคลื่นพาห์ปลายทาง (multi-destination carrier) ซึ่ง

สัญญาณเบสแบนด์หลายๆ สัญญาณที่จะส่งไปตามสถานีดมนาดมภาคพื้นดินจำนวนหนึ่งจะมอดูเลตคลื่นพาห์ร่วมกัน (common carrier) แล้วส่งไปโดยวิธีการของระบบนี้ อย่างไรก็ตามประสิทธิภาพของการใช้วงจรจะลดลงถ้าจำนวนสถานีดมนาดมภาคพื้นดินเพิ่มขึ้น ในกรณีของการสื่อสารที่ต้องการความจุต่ำ (low capacity traffic) เรานิยมใช้ระบบ FDMA ชนิด เอสซีพีซี (SCPC) ที่ใช้การกำหนดล่วงหน้าหรือ สเปด(Spade) ที่ใช้กำหนดตามคำขอเป็นเทคนิคการเข้าถึงแบบหลายทางที่นับได้ว่าเป็นมาตรฐานของระบบโทรศัพท์เคลื่อนที่ชนิดอนาล็อก เทคนิค FDMA กำหนดให้ผู้ใช้บริการรายหนึ่งครอบครองช่องสื่อสารวิทยุหนึ่งช่องไปตลอดเวลาที่มีการใช้

2.1.2 การเข้าถึงช่องสัญญาณหลายทางแบบแบ่งเวลา (TDMA)

ระบบ TDMA เป็นระบบที่พัฒนามาขึ้นมาเพื่อแก้ปัญหาที่เกิดจากการใช้ระบบ FDMA ในระบบนี้สัญญาณดิจิตอลที่เกิดจากการมัลติเพล็กซ์ โดยการแบ่งทางเวลาจะมอดูเลตตัวคลื่นพาห์คลื่นเดียวส่งและรับโดยสถานีดมนาดมภาคพื้นดินจำนวนหนึ่ง โดยผ่านทางทรานส์สปอนเดอร์ของดาวเทียมสื่อสารร่วมกัน แม้ว่าระบบจะต้องการเทคนิคการซิงโครไนซ์ และความกว้างแถบที่ใช้ความถี่กำหนดมาสามารถใช้อย่างมีประสิทธิภาพสูงได้เนื่องจากสามารถใช้เทคนิค DSI (Digital Speech Interpolation) ได้ง่ายกว่า ระบบนี้ให้ความคล่องตัวในการปฏิบัติการสื่อสาร เทคนิคการเข้าถึงแบบ TDMA เป็นระบบ IS-54 การแบ่งช่องสื่อสารวิทยุแต่ละช่องของเทคนิค TDMA กำหนดให้มีแบนด์วิดท์ช่องละ 30 kHz แต่จุดเด่นที่ระบบ IS-54 เหนือกว่าแบบ FDMA ก็คือในหนึ่งช่องสื่อสารวิทยุจะมีการแบ่งช่วงเวลาในการใช้งานออกเป็น 3 ช่วงสลับกันไป ทำให้สามารถรองรับผู้ใช้บริการได้ถึง 3 รายต่อหนึ่งช่องความถี่ การใช้งานของผู้ใช้บริการแต่ละรายจะเป็นไปตามช่วงเวลาที่ถูกกำหนดไว้เรียกว่าช่วงเวลา (time slot) หากพิจารณาให้ละเอียดจะพบว่าระบบโทรศัพท์เคลื่อนที่ซึ่งใช้เทคนิค TDMA ทุกระบบต่างก็ใช้เทคนิคของ FDMA เป็นพื้นฐาน เพราะยังมีการแบ่งช่องสื่อสารวิทยุออกเป็นช่อง ๆ ตามช่องความถี่ แล้วจึงนำแต่ละช่องมาแบ่งตามช่องเวลา

ภายในช่องสื่อสารวิทยุของระบบ IS-54 ซึ่งได้ประกอบไปด้วยเวลา 3 ช่องจะมีการแบ่งแต่ละช่องเวลาให้ผู้ใช้บริการแต่ละรายที่กำหนดโทรศัพท์ผู้ใช้แต่ละคนจะสามารถรับหรือส่งข้อความได้เฉพาะช่วงเวลาที่ตนได้รับสิทธิเท่านั้น ช่วงเวลาอื่นๆ จะถูกใช้งานโดยผู้ใช้บริการรายอื่น แต่เนื่องจากช่องเวลาแต่ละช่องกินเวลาระยะสั้นมากจนประสาทของมนุษย์ไม่สามารถแยกแยะได้ว่ามีการแบ่งเวลาออกเป็นช่วงให้ใช้งาน ทำให้ผู้ใช้โทรศัพท์สามารถใช้โทรศัพท์พูดคุยได้ตลอดเวลา ไม่มีการติดขัดแต่อย่างใด

ระบบโทรศัพท์เคลื่อนที่ GSM เป็นอีกระบบหนึ่งที่ใช้เทคนิค TDMA เพียงแต่แบนด์วิดท์ของช่องสัญญาณวิทยุแต่ละช่องมีขนาดเป็น 200 kHz และมีการแบ่งช่องสื่อสารวิทยุออกเป็น 8 ช่องเวลา เมื่อพิจารณาดูแล้วจะเห็นว่าระบบ GSM ก็มิได้เพิ่มประสิทธิภาพในการใช้ย่านความถี่ให้เหนือระบบอนาล็อกแต่ประการใดทั้งนี้เนื่องจากการใช้ย่านความถี่ความถี่กว้าง 200 kHz สำหรับรองรับผู้

ใช้บริการ 8 ราย ซึ่งก็เป็นตัวเลขเดียวกับระบบอนาล็อกซึ่งผู้ใช้บริการแต่ละรายใช้ช่องสื่อสารวิทยุขนาด 25 kHz รวม 8 ราย ก็ยังคงใช้แบนด์วิดท์ขนาด 200 Hz อยู่เช่นเดียวกัน

2.1.3 การเข้าถึงหลายทางแบบการแบ่งรหัส (CDMA)

ระบบ CDMA เป็นระบบที่มีคุณสมบัติของ การเข้าถึงหลายทางโดยการเข้ารหัส (Coding) โดยแต่ละผู้ใช้งานจะมีรหัสเฉพาะที่แตกต่างกันในแต่ละผู้ใช้งาน เพื่อใช้ในการเข้ารหัสข้อมูลที่ต้องการส่ง โดยที่เครื่องรับจะรู้รหัสของผู้ใช้งานและจะทำการถอดรหัสหลังจากรับสัญญาณได้และนำไปแปลงเพื่อให้ได้สัญญาณเดิมกลับมา เมื่อแบนด์วิดท์ของสัญญาณรหัสมากกว่าแบนด์วิดท์ของข้อมูลที่ต้องการส่ง ซึ่งการเข้ารหัสจะเป็นการแผ่สเปกตรัมของสัญญาณและเรียกว่า การมอดูเลตแบบสเปกตรัมแผ่ (Spread Spectrum modulation)

ข้อกำหนดในการบ่งบอกว่าเป็น การมอดูเลตแบบสเปกตรัมแผ่มี 2 ข้อ คือ

1) แบนด์วิดท์ของสัญญาณที่ส่งออกไปต้องมากกว่าแบนด์วิดท์ของข้อมูลที่ยังไม่เข้ารหัสสเปกตรัมแผ่
2) แบนด์วิดท์ของสัญญาณที่ส่งออกไปไม่ขึ้นอยู่กับข้อมูลที่ยังไม่เข้ารหัสสเปกตรัมแผ่

นั่นคือการมอดูเลตแบบสเปกตรัมแผ่จะแปลงสัญญาณข้อมูลข่าวสารไปเป็นสัญญาณส่งออกอากาศที่มีแบนด์วิดท์มากขึ้น ซึ่งทำได้โดยการเข้ารหัสสัญญาณข้อมูลโดยสัญญาณรหัสนี้จะไม่ขึ้นอยู่กับข้อมูลและมีความกว้างของสเปกตรัมมากกว่าสัญญาณข้อมูลและจะกระจายกำลังของสัญญาณตลอดช่วงแบนด์วิดท์กว้างทำให้ มีความหนาแน่นกำลังที่ต่ำ อัตราส่วนของแบนด์วิดท์ที่ทำการส่งกับแบนด์วิดท์ของข้อมูลเรียกว่า อัตราขยายประมวลผล (Processing Gain: Gp) ของระบบสเปกตรัมแผ่

$$G_p = \frac{B_t}{B_i}$$

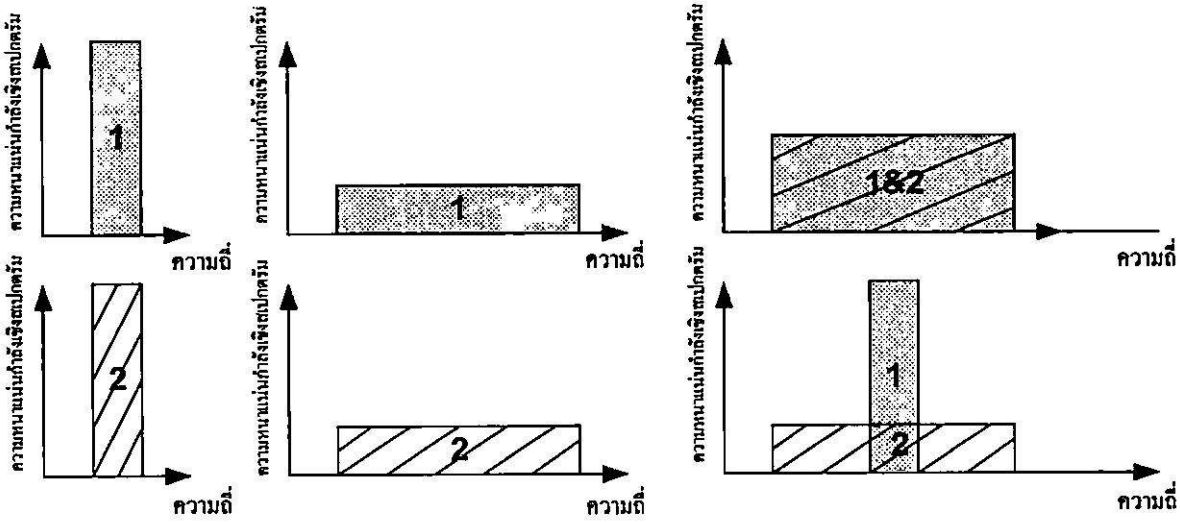
โดย B_t คือแบนด์วิดท์ที่ทำการส่งหลังการเข้ารหัส และ B_i คือแบนด์วิดท์ของข้อมูลก่อนการเข้ารหัส

ที่เครื่องรับจะเปรียบเทียบสัญญาณที่รับได้กับสัญญาณรหัสเพื่อให้ได้ข้อมูลเดิมก่อนการเข้ารหัสออกมานั่นคือเครื่องรับจะต้องรู้รหัสที่ใช้ในการมอดูเลตก่อน สัญญาณสเปกตรัมแผ่จะมีคุณสมบัติที่แตกต่างจากสัญญาณแถบแคบดังนี้

1) ความสามารถของการเข้าถึงหลายทาง

ถ้ามีการส่ง สัญญาณที่มีการแผ่สเปกตรัม เมื่อมี ผู้ใช้งานหลายคนในเวลาเดียวกัน ทางเครื่องรับก็สามารถแยกผู้ใช้งานแต่ละรายได้โดยใช้รหัสที่แตกต่างกันของแต่ละผู้ใช้งานซึ่งรหัสดังกล่าวต้องมีค่าสหสัมพันธ์ข้าม (Cross correlation) ที่ต่ำพอ การหาค่าสหสัมพันธ์ของสัญญาณที่รับได้ด้วยรหัสสเปกตรัมแผ่จะดีสเปสสัญญาณของผู้ใช้งานนั้นแต่จะทำการแผ่สเปกตรัมของสัญญาณของผู้ใช้รายอื่นแทน นั่นคือกำลังของสัญญาณในแบนด์วิดท์ของข้อมูลจะมากกว่ากำลังของสัญญาณการแทรกสอดซึ่งทำให้สามารถแยกสัญญาณที่ต้องการได้ โดยความสามารถของการเข้าถึงหลายทาง

แสดงในรูปที่ 2.1 โดยรูปที่ 2.1(ก) แสดงผู้ใช้งาน 2 ผู้ใช้งานสร้างสัญญาณที่มีการแผ่สเปกตรัม จากสัญญาณข้อมูลแถบแคบ ในรูปที่ 2.1(ข) ผู้ใช้งานทั้ง 2 ส่งสัญญาณที่มีการแผ่สเปกตรัมในเวลาเดียวกัน แต่สัญญาณจาก 1 เท่านั้นที่จะถูดีสเปสกลับมาที่เครื่องรับ



(ก) (ข)

รูปที่ 2.1 หลักการการเข้าถึงหลายทางของระบบที่มีการแผ่สเปกตรัม

2) การป้องกันการแทรกสอดแบบหลายวิถี

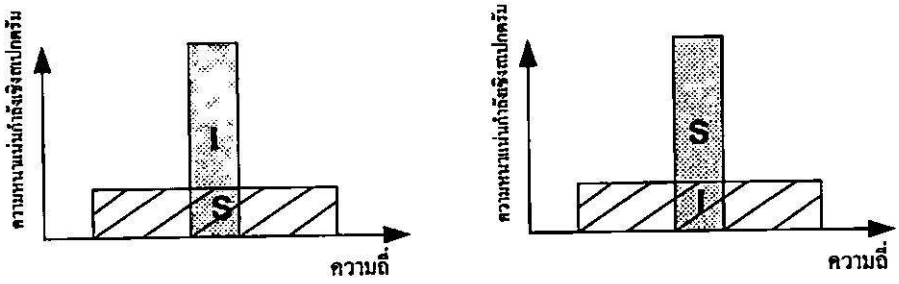
ในช่องสัญญาณวิทยุสัญญาณระหว่างเครื่องส่ง-รับจะมีจำนวนเส้นทางมากกว่า 1 วิถี อันเนื่องมาจากการสะท้อนและการหักเห ซึ่งสัญญาณในวิถีต่างๆ คือสัญญาณที่ถูกส่งมาต่างกันที่ขนาดแอมพลิจูดและเฟสเมื่อรวมสัญญาณดังกล่าวที่เครื่องรับก็จะเกิดการเสริมกันบางความถี่และหักล้างกันบางความถี่ ซึ่งการมอดูเลตแบบสเปกตรัมแผ่สามารถแก้ปัญหาดังกล่าวได้ โดยขึ้นกับชนิดของวิธีการมอดูเลตที่ใช้

3) เป็นระบบส่วนบุคคล

นั่นคือเครื่องรับจะดีสเปสได้ต้องรู้รหัสของสัญญาณที่ต้องการเท่านั้น

4) ลดผลจากการแทรกสอด

สหสัมพันธ์ข้ามของสัญญาณรหัสกับสัญญาณแถบแคบจะเป็นการกระจายกำลังงานของสัญญาณแถบแคบนั่นคือ ไปลดกำลังของสัญญาณแทรกสอดในแบนด์วิดท์ของข้อมูล ซึ่งแสดงดังรูปที่ 2.2 โดย สัญญาณที่มีการแผ่กระจายสเปกตรัม (S) กับ สัญญาณการแทรกสอดแถบแคบ (I) ที่เครื่องรับ สัญญาณที่มีการแผ่สเปกตรัมจะดีสเปสในขณะที่สัญญาณแทรกสอดจะถูกแผ่สเปกตรัมกลายเป็นสัญญาณรบกวนพื้นหลัง (background noise) เมื่อเทียบกับสัญญาณที่ดีสเปส



รูปที่ 2.2 การลดผลของการแทรกสอดของระบบ CDMA

2.2 การมอดูเลตแบบสเปกตรัมแผ่ (Spread Spectrum Modulation: SS Modulation)

ระบบ CDMA ใช้หลักการมอดูเลตแบบสเปกตรัมแผ่ ทำให้ข้อมูลสื่อสารที่ใช้ในการสื่อสารถูกแผ่กระจายไปบนแกนความถี่ทำให้มีแบนด์วิดท์กว้างกว่าแบนด์วิดท์ของสัญญาณข้อมูลที่ต้องการจะส่งมาก ซึ่งสามารถแบ่งได้ดังนี้

2.2.1 การจัดลำดับโดยตรง (Direct Sequence: DS) โดยสัญญาณข้อมูลจะถูกคูณโดยตรงกับรหัสข้อมูลที่มีความเร็วสูง

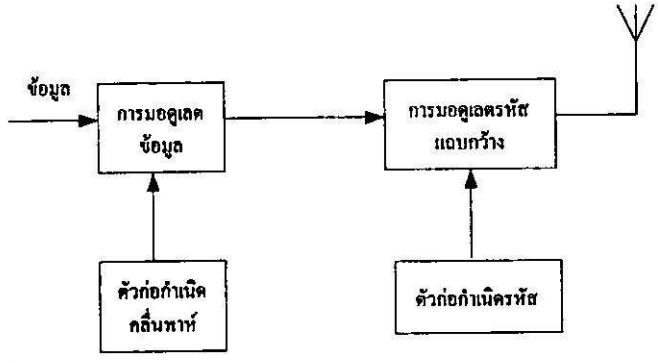
2.2.2 การกระโดดทางความที่ (Frequency Hopping: FH) โดยความถี่คลื่นพาห์ของสัญญาณข้อมูลที่ถูกส่งไปจะมีการเปลี่ยนแปลงอย่างรวดเร็วอันเนื่องมาจากรหัสข้อมูล

2.2.3 การกระโดดทางเวลา (Time Hopping: TH) สัญญาณข้อมูลไม่ได้ส่งอย่างต่อเนื่องแต่จะส่งเป็นเบิรสต์สั้นๆ โดยเวลาที่ส่งจะเป็นไปตามรหัสข้อมูล

2.2.4 วิธีมอดูเลตแบบไฮบริดเป็นการรวมเอาเทคนิค 2 หรือมากกว่าของเทคนิคที่กล่าวมาข้างต้น ใช้ด้วยกันเพื่อแก้ไขข้อบกพร่องของแต่ละวิธี

2.2.1 การจัดลำดับโดยตรง (Direct Sequence : DS)

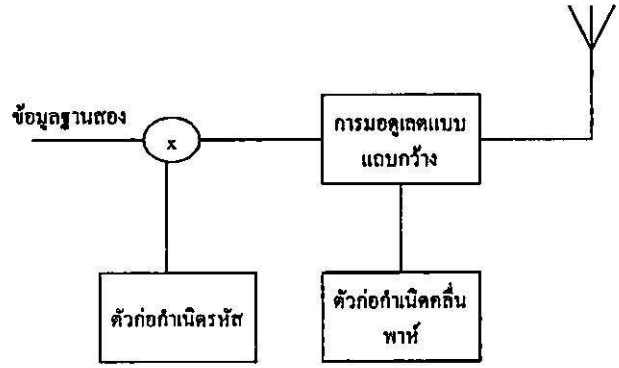
ใน DS-CDMA สัญญาณข้อมูลจะถูกมอดูเลตโดยตรงกับสัญญาณรหัสดิจิตอล โดยสัญญาณข้อมูลอาจจะเป็นสัญญาณดิจิตอลหรืออนาล็อกก็ได้ สัญญาณข้อมูลจะถูกคูณกับสัญญาณรหัสและได้สัญญาณที่มอดูเลตเป็นคลื่นพาห์แบบแถบกว้างซึ่งเป็นเหตุผลที่เรียกวิธีนี้ว่า DS-CDMA



รูปที่ 2.3 เครื่องส่งแบบ DS-CDMA

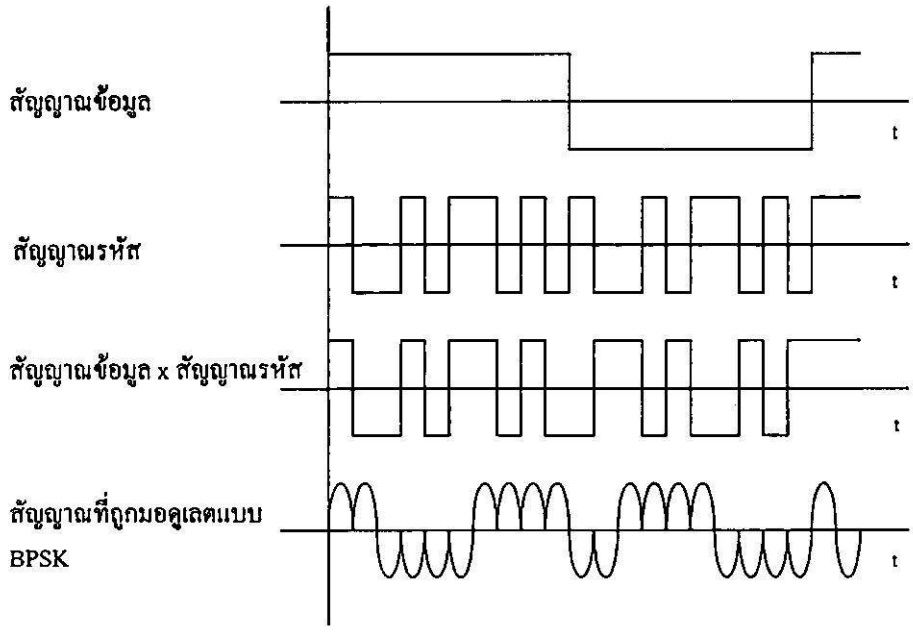
ในรูปที่ 2.3. แสดงบล็อคไดอะแกรม ของเครื่องส่ง DS-CDMA โดยข้อมูลฐานสองจะมอดูเลตกับคลื่นพาห์ RF แล้วจึงนำไปมอดูเลตกับสัญญาณรหัสอีกครั้งซึ่งสัญญาณรหัสจะประกอบไปด้วยบิทรหัส หรือ ชิป (Chips) ที่เป็น +1 หรือ-1 เพื่อให้เกิดการแผ่สเปกตรัมสำหรับส่วนของการมอดูเลตรหัส มีการนำเทคนิคการมอดูเลตหลายอย่างมาใช้ เช่น BPSK, DBPSK, QPSK หรือ MPSK

เมื่อไม่สนใจส่วนของการมอดูเลตข้อมูลและใช้เทคนิค BPSK สำหรับการมอดูเลต รหัส แสดงดังบล็อคไดอะแกรม ในรูปที่ 2.4



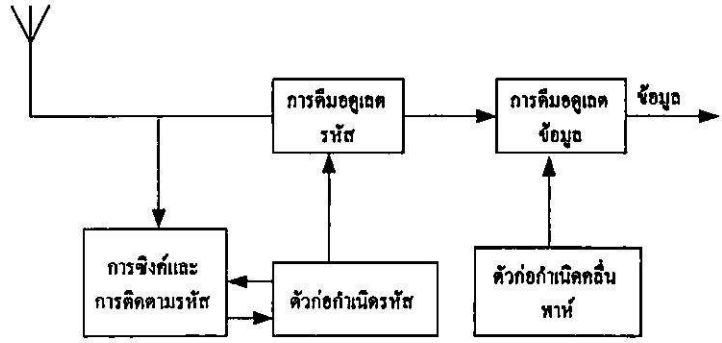
รูปที่ 2.4 เครื่องส่งแบบ DS-CDMA ที่ดัดแปลงแล้ว

สัญญาณ DS-SS ที่ได้จากเครื่องส่งดังกล่าว แสดงในรูปที่ 2.5 โดยใช้ รหัสข้อมูล 10 ชิปต่อสัญญาณข้อมูล 1 บิต ซึ่งมีอัตราขยายการประมวลผลเท่ากับ 10 ในทางปฏิบัติอัตราขยายการประมวลผลจะมากกว่านี้มาก (ระหว่าง 10^2 ถึง 10^3)



รูปที่ 2.5 ลักษณะของสัญญาณในระบบ DS-CDMA

ที่เครื่องรับดังรูปที่ 2.6 โดยใช้การดีมอดูเลตแบบร่วมนัย (Coherent) เพื่อดีสเปสสัญญาณสเปกตรัมแผ่โดยใช้ตัวกำเนิดลำดับรหัส ซึ่งกระบวนการดีสเปสทางเครื่องรับนอกจากนี้ต้องรู้รหัสแล้วรหัสที่ได้จากสัญญาณที่รับได้และที่สร้างใหม่ต้องซิงโครไนซ์กัน ซึ่งการซิงโครไนซ์นั้นจะต้องเริ่มตั้งแต่เริ่มรับสัญญาณได้และจะต้องซิงโครไนซ์ตลอดจนกว่าจะได้รับสัญญาณทั้งหมด ซึ่งส่วนของการซิงโครไนซ์และการติดตามของรหัส (synchronize/tracking code) จะทำหน้าที่ดังกล่าว หลังจากผ่านส่วน ดีสเปสและดีมอดูเลตแล้วจะได้สัญญาณเดิมกลับคืนมา



รูปที่ 2.6 เครื่องรับแบบ DS-CDMA

2.2.1.1 คุณสมบัติของระบบ DS-CDMA

1) การเข้าถึงหลายทาง

เมื่อมีผู้ใช้งานหลายคนใช้งานช่องสัญญาณพร้อมกันในเวลาเดียวกัน สัญญาณ DS จะเกิดการซ้อนทับกันในเวลาและความถี่ ที่เครื่องรับแบบร่วมนัยที่ถูกใช้ในการดีมอดูเลตส่วนของรหัสออกไป เมื่อพิจารณากำลังงานของผู้ใช้งานที่ต้องการในแบนด์วิดท์ของข้อมูล ถ้าสหสัมพันธ์ข้ามระหว่างรหัสของผู้ใช้งานที่ต้องการกับรหัสของสัญญาณแทรกสอดมีค่าน้อย การดีเทคแบบร่วมนัยจะทำให้เกิดกำลังงานของสัญญาณแทรกสอดในแบนด์วิดท์ของข้อมูลในขนาดที่ต่ำ

2) การแทรกสอดหลายวิถี

ถ้าลำดับรหัสมีคุณสมบัติอัตสหสัมพันธ์ (Autocorrelation) เป็นแบบอุดมคติ ซึ่งจะมีค่าเป็น 0 เมื่ออยู่นอก $[-T_c,T_c]$ โดย T_c คือค่าความกว้างของชิปนั่นคือถ้าสัญญาณที่ต้องการมีค่าประวิงเวลามากกว่า $2T_c$ การดีมอดูเลตแบบร่วมนัยจะทำให้สัญญาณดังกล่าวเป็นสัญญาณการแทรกสอด ซึ่งทำให้กำลังงานในแบนด์วิดท์ของข้อมูลมีขนาดที่ต่ำ

3) การแทรกสอดแบบแถบแคบ

การดีเทคแบบร่วมนัยที่เครื่องรับรวมถึงการคูณสัญญาณที่รับได้กับลำดับของรหัสที่สร้างขึ้นใหม่โดยแหล่งกำเนิดรหัส อย่างไรก็ดีที่เครื่องส่งการคูณสัญญาณแถบแคบด้วยรหัสแถบกว้างจะทำการแผ่สเปกตรัมสัญญาณแถบแคบ ดังนั้นกำลังงานในแบนด์วิดท์ของข้อมูลจะลดลงโดยตัวประกอบที่มีค่าเท่ากับอัตราขยายการประมวลผล

จากคุณสมบัติดังกล่าว สามารถสรุปถึง ข้อดี และข้อเสีย ของ DS-CDMA ได้ดังนี้

ข้อดี

1) สัญญาณรหัสสร้างได้ง่ายโดยการคูณธรรมดา
2) ใช้ความถี่คลื่นพาห์เพียงความถี่เดียวทำให้การสังเคราะห์ความถี่ทำได้ง่ายสร้างได้ง่าย
3) สามารถใช้ในการดีมอดูเลตแบบร่วมนัยได้

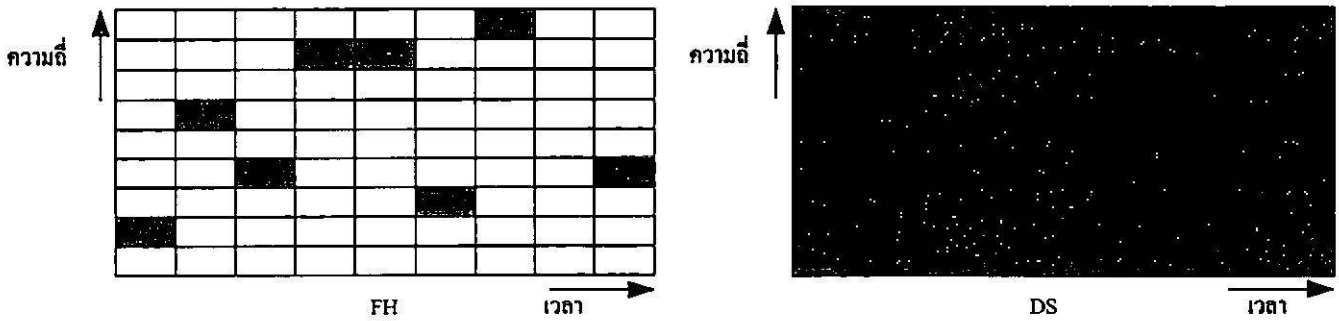
ข้อเสีย

1) การค้นเป้า (Acquire) และการรักษาสภาพการซิงโครไนซ์ (synchronize) ของสัญญาณที่รับได้และสัญญาณรหัสทำได้ยาก เนื่องจากต้องทำในขนาดความกว้างชิปซึ่งมีขนาดเล็ก
2) เนื่องจากการซิงโครไนซ์ของสัญญาณที่รับได้กับสัญญาณรหัสที่สร้างใหม่ทำได้ยากทำให้แบนด์วิดท์ทั้งหมดที่กระจายถูกจำกัดในช่วง 10 ถึง 20 MHz
3) กำลังงานที่รับได้จาก ผู้ใช้งานที่ใกล้สถานีฐาน (base station) มีค่ามากกว่าที่รับได้จากที่ที่ไกลกว่าทำให้ผู้ใช้งานที่ใกล้สถานีฐานจะสร้างสัญญาณแทรกสอดให้กับผู้ใช้งานที่อยู่ใกล้ออกไปทำให้รับสัญญาณได้ยากขึ้นซึ่งผลของความใกล้-ไกล (near-far effect) แก้ได้โดยการควบคุมกำลังงาน เพื่อให้ทุกสัญญาณจากทุกผู้ใช้งานมีกำลังงานเฉลี่ยที่เท่ากัน ที่สถานีฐานแต่อย่างไรก็ดี การควบคุมดัง กล่าวทำได้ยาก

2.2.2 วิธีการกระโดดของความถี่ (Frequency Hopping : FH)

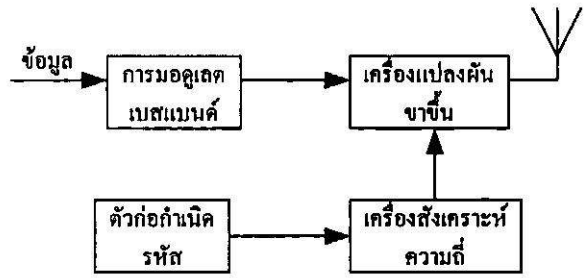
ในวิธีการนี้ความถี่คลื่นพาห์ของสัญญาณข่าวสารที่ถูกมอดูเลตจะไม่คงที่แต่จะเปลี่ยนไปในลักษณะที่มีคาบในช่วงเวลา T ความถี่คลื่นพาห์จะคงที่แต่จะเปลี่ยนไปในแต่ละช่วงเวลา ซึ่งรูปแบบการกระโดดนี้จะเป็นไปตามสัญญาณรหัสซึ่งเซตของความถี่ที่เป็นไปได้จะเรียกว่าเซตของการกระโดด (Hop-Set) ซึ่งการครอบครองความถี่จะแตกต่างกับกรณีของวิธีการจัดลำดับโดยตรง โดยวิธีดังกล่าวจะใช้แบนด์วิดท์ทั้งหมดเพื่อใช้ในการส่งข้อมูลในขณะที่วิธีการกระโดดความถี่จะใช้แบนด์วิดท์เพียงส่วนเล็กๆ เพื่อใช้ในการส่งแต่ความถี่จะเปลี่ยนไปในเวลาที่ต่างกัน

สมมุติว่าวิธีการกระโดดความถี่ส่งในความถี่ที่ 2 ในช่วงคาบเวลาแรกดังรูปที่ 2.7 ระบบ DS จะส่งในช่วงเวลาเดียวกัน ตลอดช่วงความถี่ ดังนั้น ค่ากำลังงานที่ส่งในช่วงความถี่ 1 จะน้อยกว่าในระบบ FH อย่างไรก็ดีระบบ DS ส่งความถี่ 1 ตลอดช่วงเวลา ในขณะที่ระบบ FH จะส่งในช่วงความถี่นี้ เฉพาะในช่วงเวลาเท่านั้น ในระบบทั้งสองจะมีค่ากำลังงานในช่วงความถี่เท่ากัน ความแตกต่างของการใช้ความถี่ในระบบ FH และ DS แสดงดังรูปที่ 2.7

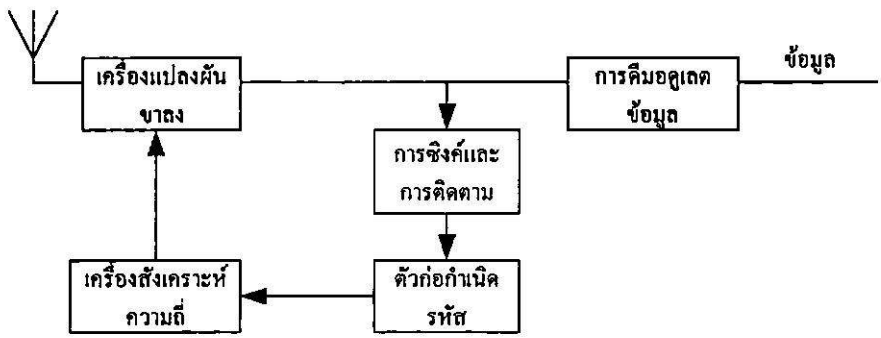


รูปที่ 2.7 เปรียบเทียบลักษณะของ เวลา/ความถี่ ของระบบ DS และ FH

สำหรับบล็อคไดอะแกรมของระบบ FH แสดงในรูปที่ 2.8



(ก) รูปเครื่องส่งแบบ FH-CDMA



(ข) รูปเครื่องรับแบบ FH-CDMA

รูปที่ 2.8 รูปเครื่องส่ง-รับ ของระบบ FH-CDMA

สัญญาณข้อมูลจะถูกมอดูเลตกับคลื่นพาห์ซึ่งนิยมใช้วิธีการมอดูเลตแบบ FM กับสัญญาณอนาล็อก และ GSK ในการมอดูเลตแบบดิจิตอลและใช้การสังเคราะห์ความถี่ที่ความเร็วสูงที่ถูกควบคุมโดยสัญญาณรหัสและความถี่คลื่นพาห์จะถูกแปลงความถี่ขึ้นกลายเป็นความถี่ที่ใช้ในการส่ง

ที่เครื่องรับโดยใช้แหล่งกำเนิดลำดับรหัส สัญญาณที่รับได้จะถูกแปลงความถี่เป็นสัญญาณเบสแบนด์ที่ถูกมอดูเลตกับคลื่นพาห์ ซึ่งข้อมูลดังกล่าวจะได้กลับมาหลังจากการดีมอดูเลต ส่วนของวงจรซิงโครไนซ์/ติดตาม (Synchronize/tracking) ทำให้แน่ใจว่าการกระโดดที่เกิดจากแหล่งกำเนิดคลื่นพาห์จะซิงโครไนซ์กับรูปแบบการกระโดดของคลื่นพาห์ที่รับได้เพื่อให้เกิดการดีสเปสที่ถูกต้อง

ในระบบกระโดดความถี่ของ CDMA ยังสามารถแบ่งได้ 2 ชนิด คือ ถ้าจำนวนของการกระโดดมากกว่าอัตราข้อมูล กล่าวได้ว่าเป็นการกระโดดแบบเร็ว (Fast Frequency Hop CDMA: F-FH CDMA) ในกรณีนี้ความถี่คลื่นพาห์จะเปลี่ยนหลายครั้งตลอดการส่ง 1 บิต นั่นคือข้อมูล 1 บิต จะถูกส่งในความถี่ที่ต่างกัน ถ้าจำนวนการกระโดดน้อยกว่าอัตราข้อมูลกล่าวได้ว่าเป็นการกระโดดแบบช้า (Slow Frequency Hop CDMA: S-FH CDMA) ในกรณีนี้ข้อมูลหลายบิตจะถูกส่งที่ความถี่เดียวกัน แบนด์วิดท์ ของสัญญาณในการกระโดดแต่ละครั้งจะขึ้นอยู่กับ แบนด์วิดท์ของสัญญาณข้อมูล และรูปร่างของ สัญญาณการกระโดด (Hopping signal) และ ความถี่การกระโดด (Hopping Frequency) ถ้ากรณีของการกระโดดแบบช้า แบนด์วิดท์ของสัญญาณจะเป็นตัวแปรสำคัญในการกำหนดขนาดของแบนด์วิดท์ที่ใช้งาน ถ้ากรณีการกระโดดแบบเร็วรูปร่างของสัญญาณการกระโดด (Hopping signal) จะเป็นตัวแปรสำคัญในการกำหนดขนาดของ แบนด์วิดท์ที่ใช้งานในการกระโดดแต่ละครั้ง

2.2.2.1 คุณสมบัติของระบบ FH-CDMA

1) การเข้าถึงหลายทาง

ในกรณีของการกระโดดแบบเร็วข้อมูลจำนวน 1 บิตจะถูกส่งในความถี่ที่แตกต่างกันหลายความถี่ ถ้าแถบความถี่ส่วนใหญ่ถูกใช้งานโดยผู้ใช้งานเดียวกำลังงานของสัญญาณที่รับได้จะมากกว่า กำลังงานของสัญญาณแทรกสอดและจะรับสัญญาณได้ถูกต้อง

ในกรณีของการกระโดดแบบช้าข้อมูลหลายบิตจะถูกส่งในความถี่เดียว ถ้าความน่าจะเป็นของผู้ใช้งานอื่นที่ส่งในแถบความถี่เดียวกันต่ำพอ สัญญาณของผู้ใช้งานที่ต้องการจะรับได้อย่างถูกต้อง หากเกิดมีสัญญาณแทรกสอดของผู้ใช้งานที่ส่งในช่วงเวลาดังกล่าว การใช้รหัสแก้ไขความผิดพลาด (Error-correcting code) จะทำให้ได้ข้อมูลที่ต้องการกลับคืนมา

2) การแทรกสอดแบบหลายวิถี

ในกรณีของการกระโดดแบบเร็ว ความถี่คลื่นพาห์จะเปลี่ยนหลายครั้งในช่วง 1 บิต ดังนั้นสัญญาณจะถูกมอดูเลตและถูกส่งไปบนความถี่คลื่นพาห์หลายความถี่ ผลของการแทรกสอดหลายวิถีจะแตกต่างกันในความถี่คลื่นพาห์ที่แตกต่างกัน นั่นคือสัญญาณจะถูกขยายที่ความถี่หนึ่งแต่จะถูกลดทอนที่อีกความถี่หนึ่ง ที่เครื่องรับผลตอบสนองที่ความถี่ที่แตกต่างกันจะถูกเฉลี่ยทำให้ลดผลของการแทรกสอดหลายวิถี ซึ่งในระบบ DS-CDMA จะลดส่วนการแทรกสอดหลายวิถีได้ดีกว่า

3) สัญญาณการแทรกสอดแบบแถบแคบ

สมมติให้เกิดการแทรกสอดแบบแถบแคบที่ความถี่หนึ่งในความถี่ของการกระโดด ถ้าให้ G_p คือความถี่ของการกระโดด (G_p คือ อัตราขยายการประมวลผล) ผู้ใช้งานที่ต้องการส่งจะใช้ความถี่การกระโดด โดยการแทรกสอดจะมีโอกาสเกิด 1/ G_p ที่เวลาใดๆ ซึ่งการแทรกสอดดังกล่าว จะลดลงด้วยตัวประกอบ G_p

4) ความน่าจะเป็นของการถูกดักจับของสัญญาณมีค่าต่ำ (LPI)

ความยากในการรับสัญญาณของระบบ FH ไม่ได้ขึ้นอยู่กับการมีกำลังส่งที่ต่ำเหมือนในระบบ DS-CDMA แต่อาศัยความถี่ที่สัญญาณทำการส่งซึ่งต้องรู้ล่วงหน้าและช่วงเวลาในการส่งแต่ละความถี่มีค่าน้อย

จากคุณสมบัติดังกล่าวสามารถสรุปถึงข้อดีและข้อเสียของ FH-CDMA ได้ดังนี้

ข้อดี

1) การซิงโครไนซ์ในระบบ FH-CDMA จะง่ายกว่าในระบบ DS-CDMA เนื่องจากในระบบ FH-CDMA การซิงโครไนซ์จะขึ้นอยู่กับช่วงเวลาในการกระโดดเมื่อการกระจายทางสเปกตรัมไม่ขึ้นอยู่กับการกระโดดที่ความถี่สูงแต่ขึ้นอยู่กับเซตของการกระโดดที่มาก ซึ่งช่วงเวลาการกระโดดจะมีค่ามากกว่าช่วงเวลาของชิปของระบบ DS-CDMA ดังนั้นระบบ FH-CDMA จึงยอมให้มีความผิดพลาดของการซิงโครไนซ์ได้มากกว่า

2) เนื่องจาก FH-CDMA มีความน่าจะเป็นที่ผู้ใช้งานต่างกันจะใช้ช่วงความถี่เดียวกันในเวลาเดียวกันมีค่าต่ำ นั่นคือถ้าผู้ใช้งานที่ไกลจากสถานีฐานส่งข้อมูลมาและที่สถานีฐานได้รับพร้อมกันสัญญาณของผู้ใช้งานที่ใกล้กับสถานีฐานส่งมา แต่โอกาสที่จะเกิดในช่วงความถี่เดียวกันและในเวลาเดียวกันต่ำ นั่นคือจะลดผลของใกล้-ไกล (near-far effect) ได้

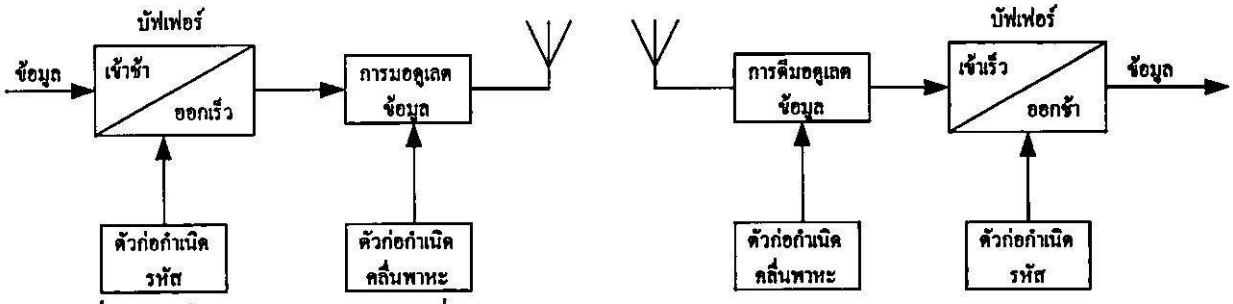
ข้อเสีย

1) ต้องใช้การสังเคราะห์ความถี่ที่มีความซับซ้อนสูง

2) การใช้การดีมอดดูเลตแบบโคฮีเรนท์ทำได้ยากเนื่องจากมีปัญหาที่ต้องรักษาความสัมพันธ์ของเฟสในช่วงการกระโดด

2.2.3 วิธีการกระโดดของเวลา (Time Hopping: TH)

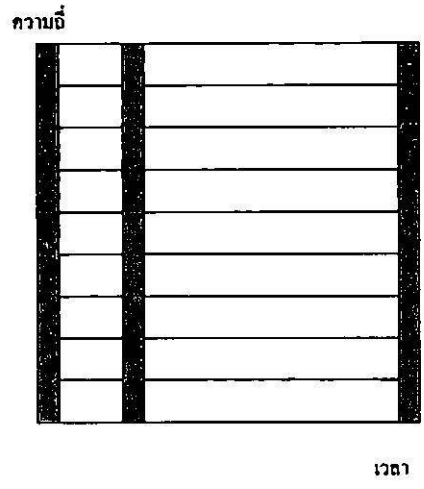
ในระบบ TH-CDMA สัญญาณข้อมูลจะถูกส่งในช่วงเวลาที่กำหนดโดยรหัสของผู้ใช้งานแต่ละคน



รูปที่ 2.9 บล็อคไดอะแกรมของเครื่องส่ง-รับของระบบ TH-CDMA

แกนของเวลาจะถูกแบ่งเป็นเฟรมและแต่ละเฟรมจะถูกแบ่งออกเป็น M ไทม์สล็อต ผู้ใช้งานแต่ละคนจะส่งเฟรมในไทม์สล็อตใดใน M ไทม์สล็อต จะขึ้นอยู่กับรหัสที่กำหนดให้ในแต่ละผู้ใช้งาน เมื่อผู้ใช้งานสามารถส่งข้อมูลทั้งหมดได้ใน 1 ไทม์สล็อต ความถี่ที่ใช้ในการส่งจะเพิ่มขึ้นด้วยตัวประกอบ M โดยรูปที่ 2.9 แสดงบล็อคไดอะแกรมของระบบ TH-CDMA

รูปที่ 2.10 แสดงกราฟในแกนของเวลาและความถี่ของระบบ TH-CDMA ทำการเปรียบเทียบรูปที่ 2.10 กับรูปที่ 2.7 จะเห็นได้ว่าในระบบ TH-CDMA จะใช้สเปกตรัมแถบกว้างในช่วงเวลาสั้นๆ แทนที่จะใช้ทุกช่วงเวลา



รูปที่ 2.10 แสดงความสัมพันธ์ระหว่างความถี่และเวลาที่ใช้ในระบบ TH-CDMA

2.2.3.1 คุณสมบัติของระบบ TH-CDMA

1) การเข้าถึงหลายทาง

โดยกำหนดให้ความน่าจะเป็นของการส่งในช่วงเวลาเดียวกันของผู้ใช้งานมีค่าต่ำ โดยการกำหนดรหัสที่แตกต่างกันในแต่ละผู้ใช้งาน หากเกิดการส่งพร้อมกันเกิดขึ้นการใช้รหัสแก้ความผิด

สำนักหอสมุดกลาง พระจอมเกล้าลาดกระบัง

พลาด (Error-detecting and feedback) จะทำให้ได้สัญญาณเดิมกลับคืนมา

2) การแทกสอดแบบแถบแคบ

สัญญาณ TH-CDMA จะถูกส่งโดยใช้เวลาที่น้อยลง ซึ่งจะลดลงเท่ากับ 1/ G_p โดย G_p คืออัตราขยายการประมวลผล ที่เครื่องรับจะรับสัญญาณการแทรกสอด ในช่วงที่รับสัญญาณที่ต้องการเท่านั้น ดังนั้นจะรับสัญญาณการแทรกสอดในช่วงเวลาที่เป็น 1/ G_p เปอร์เซ็นต์ของเวลา ซึ่งลดลงกำลังของการแทรกสอดด้วยตัวแปรเสริม G_p

3) ความน่าจะเป็นของการถูกดักจับของสัญญาณมีค่าต่ำ (LPI)

ในระบบ TH-CDMA ความถี่ของแต่ละผู้ใช้งานที่ใช้ส่งจะคงที่ แต่จะแตกต่างกันที่เวลาและช่วงเวลาที่ใช้ในการส่งก็จะสั้นและเมื่อมีผู้ใช้งานหลายคนส่งจะทำให้เครื่องรับยากในการหาช่วงเริ่มต้นและช่วงสิ้นสุดของการส่งและยากที่จะรู้ว่าผู้ใช้งานไหนส่งมา

จากคุณสมบัติดังกล่าวสามารถแสดงข้อดีและข้อเสีย ของระบบ TH-CDMA ได้

ข้อดี

1) ง่ายในการสร้างกว่าระบบ FH-CDMA

2) มีประโยชน์เมื่อข้อมูลถูกส่งในกำลังงานเฉลี่ยแบบจำกัดแต่ไม่จำกัด กำลังค่าสูงสุด (peak power) เมื่อข้อมูลถูกส่งแบบเบิรสต์สั้นๆที่กำลังสูงๆ

3) ระบบ TH-CDMA ก็ลดผลของความใกล้ไกล (near-far effect) เช่นเดียวกับระบบ FH-CDMA เนื่องจากความน่าจะเป็นที่ผู้ใช้งานที่ต่างกัน จะใช้ช่วงเวลาเดียวกันมีค่าต่ำนั่นคือผู้ใช้งานที่ใกล้กับสถานีฐานและไกลจากสถานีฐานจะมีรูปแบบของการกระโดดทางเวลาที่แตกต่างกัน จึงลดผลของความใกล้ไกล (near-far effect) ได้

ข้อเสีย

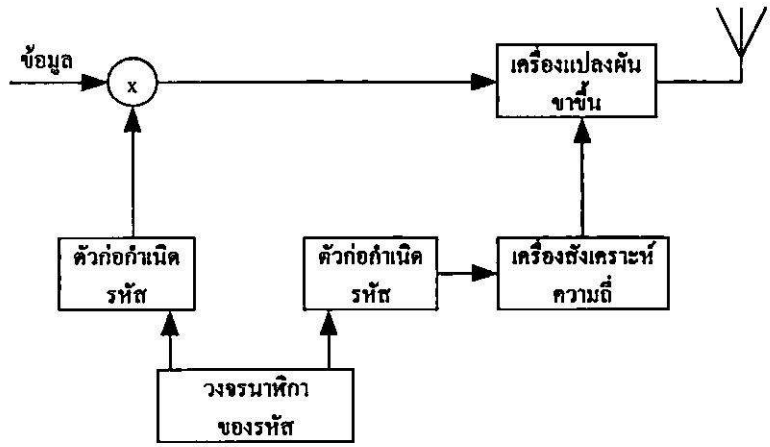
1) หากมีการส่งพร้อมกันเกิดขึ้นจะเกิดการสูญเสียข้อเสียข้อมูลมากจึงต้องใช้ รหัสแก้ไขความผิดพลาด และการวางสลับ (Interleave) ที่ดี

2.2.4 ระบบ ไฮบริด (Hybrid System)

ระบบไฮบริดจะเป็นการรวมเทคนิคการมอดดูเลตแบบสเปกตรัมแผ่ 2 เทคนิคหรือมากกว่าเข้าด้วยกัน หากพิจารณาแค่ DS-CDMA FH-CDMA และ TH-CDMA สามารถมีไฮบริดได้ถึง 4 แบบ คือ DS/FH -CDMA DS/TH-CDMA FH/TH-CDMA และ DS/FH/TH-CDMA

ซึ่งไฮบริดเป็นการนำข้อดีของระบบที่จะนำมารวมกันเข้าด้วยกันเช่น DS/FH-CDMA ได้คุณสมบัติส่วนที่ดีของ DS-CDMA คือ การลดผลของช่องสัญญาณแบบหลายวิถี และ FH-CDMA คือ การลดผลของความใกล้ไกล (near-far effect) แต่ความซับซ้อนของเครื่องส่งและเครื่องรับจะเพิ่มขึ้น รูปที่ 2.11 แสดงบล็อคไดอะแกรมของเครื่องส่งแบบไฮบริด DS/FH-CDMA

35434



รูปที่ 2.11 บล็อคไดอะแกรมของเครื่องส่งแบบไฮบริด DS-FH

โดยสัญญาณข้อมูลจะถูกแผ่สเปกตรัมก่อนโดยใช้ รหัสของส่วนของ DS และถูกมอดดูเลตกับคลื่นพาห์ที่เกิดจากการกระโดดทางความถี่ที่สอดคล้องกับรหัส การใช้รหัสสัญญาณนาฬิกาจะช่วยให้ความสัมพันธ์ระหว่างรหัสทั้ง 2 คงที่

2.3 เทคนิคการมอดูเลตแบบหลายคลื่นพาห์เพื่อแก้ปัญหาการสื่อสารในช่องสัญญาณเฟดดิง

2.3.1 ผลของการส่งสัญญาณผ่านช่องสัญญาณเฟดดิง

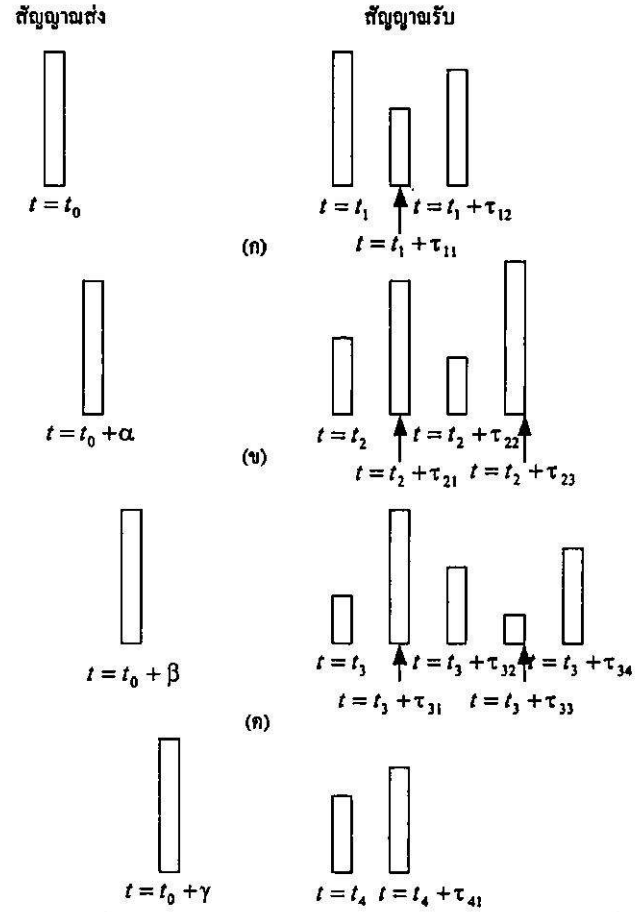
2.3.1.1 คุณลักษณะของช่องสัญญาณเฟดดิงแบบหลายวิถี

หากทำการส่งสัญญาณอิมพัลส์ไปบนช่องสัญญาณหลายวิถีที่มีการเปลี่ยนแปลงตามเวลา สัญญาณที่รับได้จะประกอบไปด้วยขบวนของสัญญาณอิมพัลส์ที่ส่งมานั่นเอง กล่าวได้ว่าคุณลักษณะอันหนึ่งของตัวกลางแบบหลายวิถีคือการแผ่ของเวลา (Time spread) ของสัญญาณที่ส่งมาทางช่องสัญญาณ ดังรูปที่ 2.12

คุณลักษณะอย่างหนึ่งคือการเปลี่ยนแปลงของโครงสร้างของตัวกลางทางเวลาที่เปลี่ยนไป นั่นคือหากส่งสัญญาณไปในเวลาที่แตกต่างกัน ผลคือสัญญาณที่รับได้ก็จะมีผลที่แตกต่างกันในด้านขนาด จำนวน และค่าหน่วงเวลา ดังรูปที่ 2.12 และการเปลี่ยนแปลงดังกล่าวไม่สามารถทำนายได้ล่วงหน้า ซึ่งเป็นเหตุผลที่ทำให้ต้องอธิบายคุณลักษณะของการเปลี่ยนแปลงทางเวลาของช่องสัญญาณหลายวิถีในเชิงสถิติ

โดยทำการสมมติสัญญาณด้านส่งเป็น

$$s(t) = \mathrm{Re}\left[s_l(t)e^{j2\pi f_C t}\right] \tag{2.1}$$



รูปที่ 2.12 แสดงผลของการเปลี่ยนแปลงทางเวลาของช่องสัญญาณหลายวิถีที่เกิดจากสัญญาณพัลส์ที่แคบมากๆ

สมมติให้ส่งไปในช่องสัญญาณหลายวิถี โดยแต่ละเส้นทางจะประกอบไปด้วยเวลาประวิงการแพร่กระจาย (Propagation delay) และ ตัวประกอบการลดทอน (attenuation factor) ค่าดังกล่าวเป็นค่าที่เปลี่ยนแปลงตามเวลา ซึ่งเกิดจากการเปลี่ยนแปลงโครงสร้างของตัวกลาง ดังนั้นสัญญาณที่รับได้คือ

$$x(t) = \sum_n \alpha_n(t)s(t - \tau_n(t)) \tag{2.2}$$

โดย $\alpha_n(t)$ คือค่าตัวประกอบการลดทอนของสัญญาณในเส้นทางที่ n และ $\tau_n(t)$ คือ ค่าเวลาประวิงการแพร่กระจาย (propagation delay) ในเส้นทางที่ n แทนค่า s(t) จากสมการที่ 2.1 ในสมการที่ 2.2 ดังนั้น

$$x(t) = Re\left[r_l(t)e^{j2\pi f_c t}\right] \tag{2.3}$$

โดย $r_l(t) = \left[\sum_n \alpha_n(t)e^{-j2\pi f_c \tau_n(t)} s_l\left(t-\tau_n(t)\right)\right]$

จาก 2.3 $r_l(t)$ คือผลตอบสนองของช่องสัญญาณความถี่ต่ำผ่านเสมือน (Equivalent lowpass channel) ของสัญญาณความถี่ต่ำผ่านเสมือน (equivalent lowpass signal) $s_l(t)$ ทำให้ได้ค่าช่องสัญญาณความถี่ต่ำผ่านเสมือน (equivalent lowpass channel) ที่ถูกอธิบายโดยผลตอบสนองของอิมพัลส์ที่มีการเปลี่ยนแปลงทางเวลา (time-variant impulse response) ดังนี้

$$c(\tau;t) = \sum_n \alpha_n(t)e^{-j2\pi f_c \tau_n(t)}\delta\left(\tau-\tau_n(t)\right) \tag{2.4}$$

ในบางครั้งสัญญาณที่รับได้จะประกอบไปด้วยส่วนของสัญญาณที่เป็นแบบต่อเนื่องดังนั้น x(t) แสดงได้โดย

$$x(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} \alpha(\tau;t)s(t-\tau)d\tau \tag{2.5}$$

โดย $\alpha(\tau;t)$ คือตัวประกอบการลดทอนของสัญญาณที่หน่วงเวลาไป τ และที่เวลา t ทำการแทน s(t) จากสมการที่ 2.1 ลงในสมการที่ 2.5 จะได้ว่า

$$x(t) = \mathrm{Re}\left\{\left[\int_{-\infty}^{+\infty} \alpha(\tau;t)e^{-j2\pi f_c \tau} s_l\left(t-\tau\right)d\tau\right]e^{j2\pi f_c t}\right\} \tag{2.6}$$

โดยสมการที่ 2.6 เป็นการแสดงการคอนโวลูชันของสัญญาณ $s_l(t)$ กับ $c(\tau;t)$ นั่นคือ

$$c(\tau;t) = \alpha(\tau;t)e^{-j2\pi f_c \tau} \tag{2.7}$$

โดย $c(\tau;t)$ แสดงผลตอบสนองของช่องสัญญาณที่เวลา t เนื่องจากอิมพัลส์ในเวลา $t-\tau$ ดังนั้นสมการที่ 2.7 จะเหมาะสมกับช่องสัญญาณแบบต่อเนื่อง ส่วนสมการที่ 2.4 จะเหมาะสมกับช่องสัญญาณหลายวิถีที่ประกอบไปด้วยส่วนประกอบแบบดิสครีต

พิจารณาการส่งสัญญาณคลื่นพาห์ที่ไม่ผ่านการมอดูเลตกับข้อมูลที่ความถี่ f_c คือ $s_l(t) = 1$ สำหรับทุก t และสัญญาณที่รับได้เมื่อผ่านช่องสัญญาณหลายวิถีแบบดิสครีตแสดงได้ดังนี้

$$r(t) = \sum_n \alpha_n(t) e^{-j\theta_n(t)} \tag{2.8}$$

โดย $\theta_n(t)=2\pi f_c \tau_n(t)$ เมื่อเกิดเฟดดิงซึ่งเป็นผลจากการเปลี่ยนแปลงทางเวลาของเฟส $\{\theta_n(t)\}$ ซึ่งทำให้สัญญาณที่รับจะหักล้างหรือเสริมกันขึ้นกับเวลาที่เปลี่ยนแปลงไป

2.3.1.2 ฟังก์ชันสหสัมพันธ์และกำลังเชิงสเปกตรัมของช่องสัญญาณ

ในส่วนนี้จะกล่าวถึงคุณลักษณะของช่องสัญญาณการจางแบบหลายวิถี โดยใช้ค่าฟังก์ชันสหสัมพันธ์และฟังก์ชันความหนาแน่นกำลังเชิงสเปกตรัม โดยกำหนดให้ $c(\tau;t)$ เป็นผลตอบสนองอิมพัลส์ที่เป็นกระบวนการสุ่มที่มีค่าเป็นเชิงซ้อน ในตัวแปร t โดยสมมุติว่า $c(\tau;t)$ เป็นช่องสัญญาณที่มีลักษณะคงที่ในแนวกว้าง (wide-sense-stationary) ซึ่งค่าฟังก์ชันอัตสหสัมพันธ์ของ $c(\tau;t)$ คือ

$$\phi_c(\tau_1,\tau_2;\Delta t) = \frac{1}{2} E\left[c^*(\tau_1;t)c(\tau_{21};t+\Delta t)\right] \tag{2.9}$$

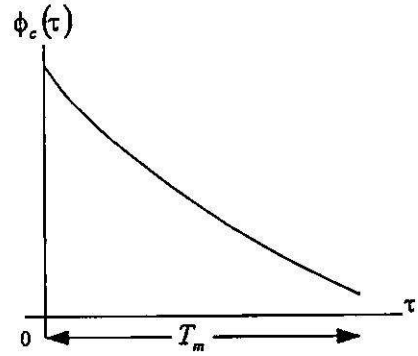
โดยกำหนดให้ค่าการลดทอน และ มุมเฟสที่มีการประวิงเวลา ของช่องสัญญาณที่มีค่าหน่วงเวลา τ_1 และ τ_2 มีลักษณะไม่สหสัมพันธ์กัน (uncorrelate) กัน ดังนั้นสมการที่ 2.9 เขียนได้เป็น

$$\frac{1}{2} E\left[c^*(\tau_1;t)c(\tau_2;t+\Delta t)\right] = \phi_c(\tau_1;\Delta t)\delta(\tau_1-\tau_2) \tag{2.10}$$

หากกำหนดให้ $\Delta t = 0$ ค่าฟังก์ชันการลดทอน $\phi_c(\tau;0) \equiv \phi_c(\tau)$ คือค่ากำลังงานเอาท์พุตเฉลี่ยของช่องสัญญาณที่มีค่าการประวิงเวลา τ โดย $\phi_c(\tau)$ คือ MIP (multipath intensity profile) หรือกำลังงานเชิงสเปกตรัมที่มีการประวิงทางเวลา โดยทั่วไป $\phi_c(\tau;\Delta t)$ คือค่า กำลังงานเอาท์พุตเฉลี่ย ที่ขึ้นกับค่าการประวิงเวลา τ และ Δt

ค่า $\phi_c(\tau;\Delta t)$ สามารถวัดได้โดยการส่งพัลส์ที่แคบมากๆและทำการวัดค่าสหสัมพันธ์ข้ามของสัญญาณที่รับได้กับสัญญาณที่เกิดการหน่วง โดยค่า $\phi_c(\tau)$ แสดงได้ดังรูปที่ 2.13 โดย T_m คือค่าการแผ่หลายวิถี (multipath spread) ของช่องสัญญาณ

$$C(f:t) = \int_{-\infty}^{\infty} c(\tau;t) e^{-j2\pi ft} d\tau \tag{2.11}$$



รูปที่ 2.13 แสดง MIP

เมื่อกำหนดให้ช่องสัญญาณเป็นมีลักษณะคงที่ในแนวกว้าง (Wide-sense-stationary) ทำการหาค่าฟังก์ชันอัตสหสัมพันธ์ได้โดย

$$\phi_c(f_1, f_2; \Delta t) = \frac{1}{2} E\left[C^*(f_1, t) C(f_2, t + \Delta t)\right] \tag{2.12}$$

แทนสมการที่ 2.11 ในสมการที่ 2.12 ดังนั้น

$$\phi_c(f_1, f_2; \Delta t) = \frac{1}{2} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} E\left[C^*(\tau_1, t) C(\tau_2, t + \Delta t)\right] e^{j2\pi(f_1\tau_1 - f_2\tau_2)} d\tau_1 d\tau_2 \tag{2.13}$$

โดย $\Delta f = f_2 - f_1$ จากสมการที่ 2.13 เห็นว่า $\phi_c(\Delta f; \Delta t)$ คือผลการแปลงฟูริเยร์ของ MIP เรียก $\phi_c(\Delta f; \Delta t)$ ว่าฟังก์ชันสหสัมพันธ์ของการกระจายทางความถี่และทางเวลาของช่องสัญญาณ

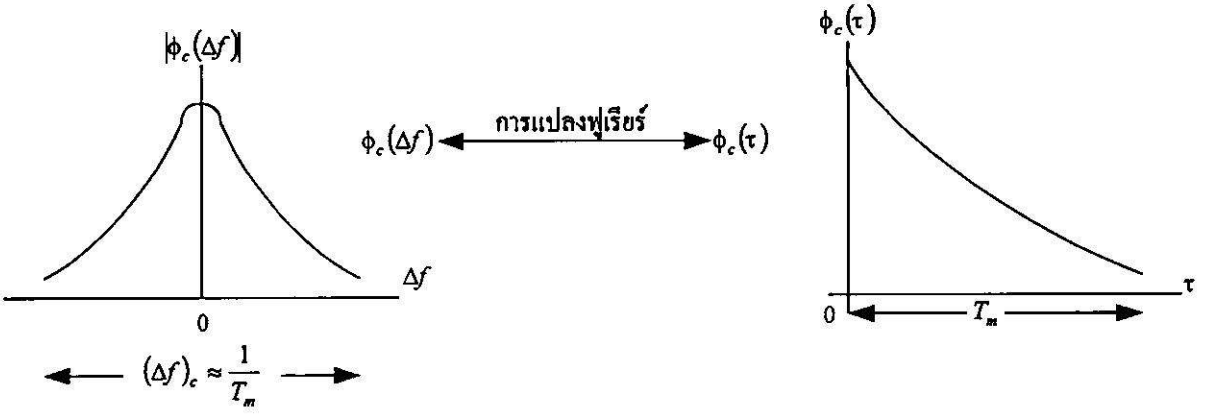
แทนค่า $\Delta t = 0$ ในสมการที่ 2.13 จะได้ $\phi_c(\Delta f; 0) \equiv \phi_c(\Delta f)$ และ $\phi_c(\tau; 0) \equiv \phi_c(\tau)$ ดังนั้น

$$\phi_c(\Delta f) = \int_{-\infty}^{\infty} \phi_c(\tau) e^{-j2\pi\Delta f\tau} d\tau \tag{2.14}$$

ความสัมพันธ์ข้างต้นแสดงในรูปที่ 2.14 จากรูปค่าแบนด์วิดท์ร่วมนัย (coherent bandwidth) แสดงได้โดย

$$(\Delta f)_c \approx \frac{1}{T_m} \tag{2.15}$$

โดย $(\Delta f)_c$ เป็นค่าแบนด์วิดท์ร่วมนัยถ้าค่า $(\Delta f)_c$ มีค่าน้อยกว่าค่าแบนด์วิดท์ของช่องสัญญาณที่ส่งออกมา ช่องสัญญาณดังกล่าวจะเรียกว่าเป็นช่องสัญญาณแบบเปลี่ยนแปลงตามความถี่ ในทางกลับกันถ้า $(\Delta f)_c$ มีค่ามากกว่าค่าแบนด์วิดท์ของสัญญาณที่ส่งออกมา ช่องสัญญาณดังกล่าวจะเรียกว่าเป็นช่องสัญญาณแบบไม่เปลี่ยนแปลงตามความถี่



รูปที่ 2.14 แสดงความสัมพันธ์ระหว่าง $\phi_c(\Delta f)$ และ $\phi_c(\tau)$

2.3.1.3 แบบจำลองทางสถิติสำหรับช่องสัญญาณ

คุณลักษณะทางสถิติของช่องสัญญาณอธิบายได้โดยฟังก์ชันความหนาแน่นของความน่าจะเป็น (pdf.) ของช่องสัญญาณนั้น เมื่อในช่องสัญญาณนั้นมีตัวสะท้อนหลายตัว ซึ่งประกอบกันเป็นสัญญาณที่ด้านรับ เมื่อผลตอบสนองอิมพัลส์ของช่องสัญญาณเป็นแบบกระบวนการแบบเกาส์ โดยใช้ทฤษฎีของการจำกัดเข้าสู่ศูนย์กลาง (central limit theory) ถ้ากระบวนการดังกล่าวมีค่ากลางเป็น 0 ดังนั้นเอนเวโลปของผลตอบสนองของช่องสัญญาณที่เวลาใดๆจะมีการแจกแจงของความน่าจะเป็นแบบ Rayleigh และมีการแจกแจงทางเฟสเป็นแบบเอกรูป (uniform) ในช่วง $(0,2\pi)$ นั่นคือ

$$p_R(r) = \frac{2r}{\Omega} e^{-r^2/\Omega}, r \geq 0 \qquad \text{โดย} \qquad \Omega = E\left(R^2\right) \quad (2.16)$$

แบบจำลองทางสถิติสำหรับเอนเวโลปของผลตอบสนองของช่องสัญญาณอีกแบบหนึ่งคือแบบจำลองของ Nakagami ซึ่งมี pdf แสดงดังสมการ

$$p_R(r) = \frac{2}{\Gamma(m)}\left(\frac{m}{\Omega}\right)^m r^{2m-1} e^{-mr^2/\Omega}, r \geq 0 \qquad (2.17)$$

โดย $\Omega = E\left(R^2\right)$ และ m คือค่าการแจกแจงของแอมพลิจูดซึ่งมีค่าเท่ากับ

$$m = \frac{\Omega^2}{E\left[\left(R^2 - \Omega\right)^2\right]}, m \geq \frac{1}{2} \tag{2.18}$$

โดยถ้า m=1 จะตรงกับการแจกแจงแบบ Rayleigh ซึ่งการแจกแจงแบบ Nakagami ที่มีการแจกแจงแบบ m ประกอบด้วยตัวแปร 2 ตัวคือ m และ $\Omega = E\left(R^2\right)$

การแจกแจงแบบ Rice ก็ประกอบด้วยตัวแปร 2 ตัวเช่นกันดังสมการ

$$p_R(r) = \frac{r}{\sigma^2} e^{-\left(r^2+s^2\right)/2\sigma^2} I_0\left(\frac{rs}{\sigma^2}\right), r \geq 0 \tag{2.19}$$

พารามิเตอร์ทั้ง 2 คือ s และ σ^2 เรียก s^2 ว่าตัวแปรไร้ศูนย์กลาง (noncentrality parameter) ในการแจกแจงไคกำลังสองเสมือน (equivalent chi-square distribution)

2.3.2 เทคนิคการมอดูเลตแบบหลายคลื่นพาห์

การสื่อสารไร้สายในปัจจุบันได้มีการนำเอาเทคนิค CDMA และ OFDM มาใช้ร่วมกันซึ่งเรียกว่าเทคนิค MC-CDMA (Multi-carrier CDMA) เพื่อใช้ลดผลจากการแทรกสอดแบบแถบแคบ (narrow band interference) ผลการเฟดดิงของสัญญาณ และใช้อัตราชิปของรหัสที่ต่ำกว่า ซึ่งจะส่งผลให้เครื่องรับทำการซิงโครไนซ์ได้ง่ายเมื่อเปรียบเทียบกับกรณีคลื่นพาห์เดี่ยว โดยทั่วไป CDMA แบบคลื่นพาห์เดี่ยว แบนด์วิดท์ของสัญญาณที่ส่งออกไปจะมากกว่าแบนด์วิดท์ร่วมนัยของช่องสัญญาณ การเกิดเฟดดิงดังกล่าวเป็นแบบเจาะจงความถี่ (frequency selective fading channel) ทางด้านเครื่องรับใช้แบบเรค (RAKE receiver) ซึ่งเป็นเครื่องรับที่มีความซับซ้อนมาก ในกรณีของ MC-CDMA แบนด์วิดท์ของแต่ละคลื่นพาห์ย่อยจะน้อยกว่าแบนด์วิดท์ร่วมนัยของช่องสัญญาณ การเกิดเฟดดิงดังกล่าวเป็นแบบไม่เจาะจงความถี่ (frequency non-selective fading channel) ทางด้านเครื่องรับใช้แบบเครื่องรับสหสัมพันธ์ซึ่งมีความซับซ้อนน้อยกว่า ระบบ MC CDMA แบ่งได้ 3 ประเภท คือ

1) Multi-carrier CDMA
2) Multi-carrier DS-CDMA
3) Multitone CDMA

ในตอนต้นจะขอกล่าวถึง DS-CDMA ก่อนเพื่อให้ง่ายต่อการเปรียบเทียบกับระบบข้างต้นดังนี้

2.3.2.1 DS-CDMA (Direct Sequence CDMA)

เครื่องส่งแบบ DS-CDMA จะทำการแผ่สเปกตรัมของข้อมูลเริ่มต้น โดยใช้โดเมนทางเวลา ความสามารถการลดผลการแทรกสอดจากผู้ใช้งานอื่นอธิบายโดยคุณลักษณะสหสัมพันธ์ข้าม (cross correlation) ของรหัสการแผ่ การเกิดเฟดดิงเป็นแบบเจาะจงความถี่ถูกอธิบายโดยการซ้อนทับ (superimposition) ของสัญญาณที่มีค่าหน่วงเวลาที่แตกต่างกันและความสามารถในการแยกแยะแต่ละสัญญาณในสัญญาณรวมที่รับได้อธิบายโดยคุณลักษณะอัตสหสัมพันธ์ (auto-correlation) ของรหัสการแผ่

รูปที่ 2.15 (ก) และ (ข) แสดงเครื่องส่งของ DS-CDMA ที่ใช้เทคนิค CBPSK (binary phase shift keying/coherent detection) และสเปกตรัมกำลังของสัญญาณที่ถูกส่งซึ่งมีค่าอัตราขยายประมวลผล (G_{DS}) เท่ากับ 4 ตามลำดับ

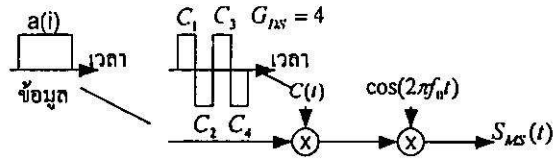
สัญญาณที่ถูกส่งของผู้ใช้งานที่ j แสดงได้โดย

$$s_{DS}^{j}(t) = \sum_{i=-\infty}^{+\infty}\sum_{m=1}^{G_{DS}} a^{j}(i)c_{m}^{j}p_{c}(t-(m-1)T_{c}-iT_{s})\cos(2\pi f_{0}t) \qquad (2.20)$$

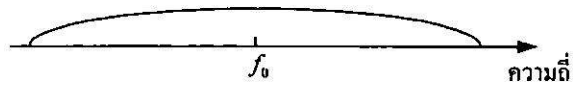
โดย $a^{j}(i)$=+1 หรือ –1 และ c_{m}^{j} คือข้อมูลลำดับที่ i และชิปที่ m สำหรับผู้ใช้งานที่ j ตามลำดับ $T_{s}, T_{c}(=T_{s}/G_{DS})$ และ f_0 คือความกว้างของซิมโบล (symbol duration) ความกว้างของชิป และความถี่คลื่นพาห์ตามลำดับ และ $p_{c}(t)$ คือพัลส์ ซึ่งอธิบายในสมการที่ 2.21

$$p_{c}(t) = \begin{cases} 1 & (0 \le t \le T_{c}) \\ 0 & (otherwise) \end{cases} \qquad (2.21)$$

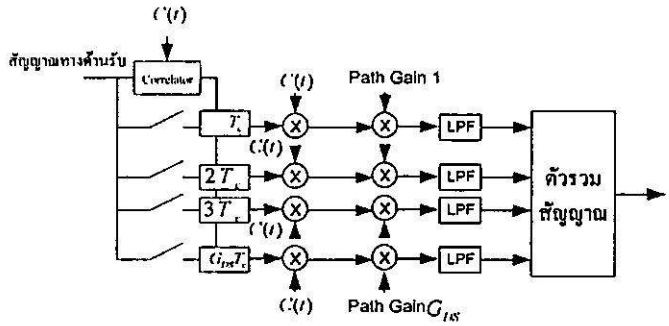
ทางด้านเครื่องรับใช้เครื่องรับแบบเรคซึ่งประกอบไปด้วยเครื่องรับแบบสหสัมพันธ์หลายตัว แต่ละตัวจะซิงโครไนซ์กับแต่ละส่วนประกอบของสัญญาณรวมที่รับได้ แสดงดังรูป 2.15(ค) สมรรถนะของระบบขึ้นอยู่กับจำนวนสาขาของเครื่องรับแบบเรค โดยปกติจะเป็น 1 2 3 หรือ 4 สาขาขึ้นอยู่กับข้อจำกัดทางฮาร์ดแวร์ ในระบบ DS-CDMA ที่ใช้เครื่องรับแบบเรคนั้นจำนวนผู้ใช้งานขึ้นอยู่กับการรบกวนเนื่องจากการแทรกสอดระหว่างกัน (self interference: SI) และการแทรกสอดจากการเข้าถึงหลายทาง (multiple access interference: MAI) ซึ่งเป็นผลจากการมีคุณลักษณะของอัตสหสัมพันธ์และสหสัมพันธ์ข้ามที่ไม่สมบูรณ์ของรหัสการแผ่



(ก)



(ข)



(ค)

รูปที่ 2.15 (ก) เครื่องส่ง (ข) สเปกตรัมกำลังของสัญญาณที่ส่งออก
(ค) เครื่องรับ ของระบบ DS-CDMA

2.3.2.2 MC-CDMA (Multi-carrier CDMA)

ทางด้านเครื่องส่งจะทำการแผ่สเปกตรัมของข้อมูลเดิมไปบนคลื่นพาห์ย่อยที่แตกต่างกันโดยใช้รหัสการแผ่ในโดเมนความถี่ ในช่องสัญญาณการสื่อสารด้านขาลงของโทรศัพท์เคลื่อนที่ การใช้รหัส Hadamard Walsh ทำให้ไม่ต้องสนใจถึงคุณลักษณะอัตสหสัมพันธ์ของรหัสการแผ่

รูปที่ 2.16 (ก) และ (ข) แสดงเครื่องส่ง MC-CDMA สำหรับ CBPSK และสเปกตรัมกำลังของสัญญาณที่ส่งออกไปโดยมีจำนวนคลื่นพาห์ย่อย (N_c) เท่ากับ 4 และอัตราขยายประมวลผล (G_{MC}) เท่ากับ 4 (=N_c) ตามลำดับ

สัญญาณที่ส่งออกไปสำหรับผู้ใช้งานที่ j คือ

$$s_{MC}^{j}(t)=\sum_{i=-\infty}^{+\infty}\sum_{m=1}^{G_{IS}}a^{j}(i)c_m^{j}p_s(t-iT_s)\cos\{2\pi(f_0+m\Delta f)t\} \qquad (2.22)$$

โดย $\Delta f=(1/T_s)$ คือระยะห่างระหว่างคลื่นพาห์ย่อยและ $p_s(t)$ คือพัลส์ แสดงดังสมการที่ 2.23

$$p_s(t)=\begin{cases}1 & (0\le t\le T_s)\\ 0 & (otherwise)\end{cases} \tag{2.23}$$

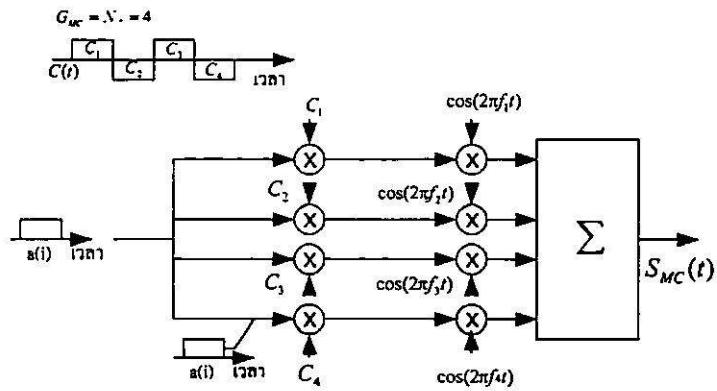
รูปที่ 2.16 (ค) แสดงเครื่องรับของผู้ใช้งานที่ j หลังจากการดีมอดูเลตกับคลื่นพาห์ย่อยแล้วจะถูกคูณด้วยอัตราขยาย q_m เพื่อรวมพลังงานที่ถูกกระจายในโดเมนความถี่ ตัวแปรตัดสินใจสามารถแสดงได้ดังนี้

$$D^j=\sum_{m=1}^{G_{MC}} q_m^j y_m \tag{2.24}$$

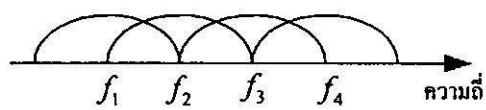
$$y_m=\sum_{j=1}^{J} z_m^j a^j c_m^j + n_m \tag{2.25}$$

โดย y_m และ n_m คือส่วนประกอบเบสแบนด์เชิงซ้อนของสัญญาณที่รับได้หลังจากการแปลงขาลงด้วยความถี่คลื่นพาห์ย่อยที่ซิงโครไนซ์และสัญญาณรบกวนเกาส์เซียนแบบบวกเชิงซ้อนที่คลื่นพาห์ย่อยที่ m ตามลำดับ z_m^j คือเอนเวลโลปเชิงซ้อนของคลื่นพาห์ย่อยที่ m สำหรับผู้ใช้งานที่ j ซึ่งสามารถสมมติให้ $z_m^j=z_m$ (j=1,2,...,J) ในช่องสัญญาณขาลง โดยค่า q_m^j มีค่า

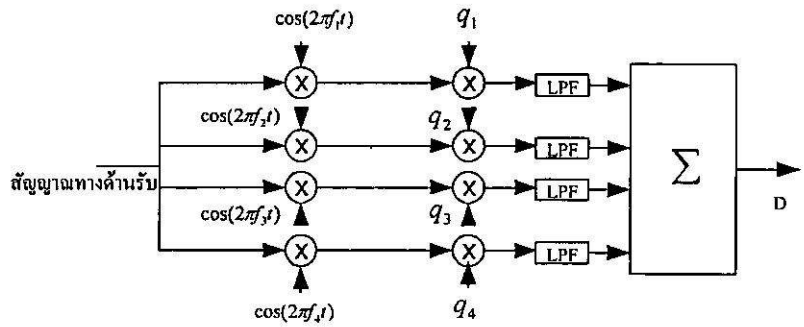
$$q_m^j=\begin{cases}c_m^j z_m^{j*}/\left|z_m^j\right| & (EGC)\\ c_m^j z_m^{j*} & (MRC)\end{cases} \tag{2.26}$$



(ก)



(ข)



(ค)

รูปที่ 2.16 (ก) เครื่องส่ง (ข) สเปกตรัมกำลังของสัญญาณที่ส่งออก
(ค) เครื่องรับ ของระบบ MC-CDMA

2.3.2.3 MC DS-CDMA (Multi-carrier direct sequence CDMA)

ทางเครื่องส่งจะมีการแปลงข้อมูลจาก อนุกรม-ขนาน ก่อนทำการแผ่ทางสเปกตรัมโดยใช้รหัสการแผ่ในโดเมนทางเวลา สเปกตรัมที่ได้ของแต่ละคลื่นพาห์ย่อยจะมีคุณสมบัติตั้งฉากในเชิงความถี่ (Orthogonal) โดยมีระยะห่างระหว่างความถี่ต่ำสุด วิธีการนี้ความกว้างของชิปที่กว้างขึ้นทำให้ง่ายต่อการซิงโครไนซ์กับรหัสการแผ่

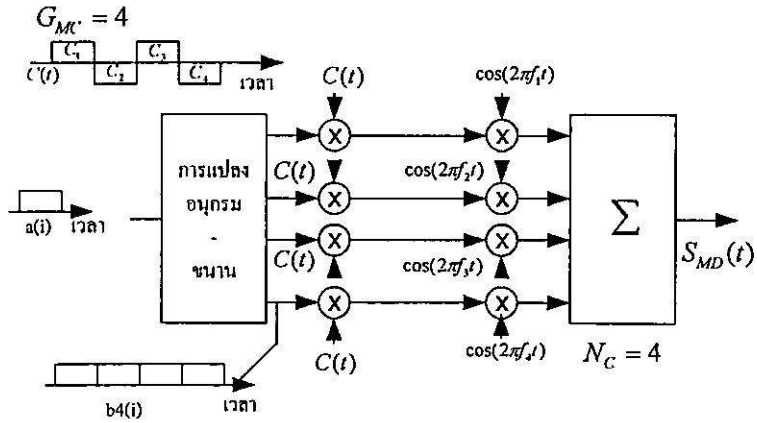
รูปที่ 2.17 (ก) และ (ข) แสดงเครื่องส่งและสเปกตรัมกำลังของสัญญาณที่ส่งออกโดยมีจำนวนคลื่นพาห์ย่อยเท่ากับ 4 และอัตราขยายการประมวลผล (G_{MD}) เท่ากับ 4 ตามลำดับ

สัญญาณที่ส่งออกไปแสดงได้โดย

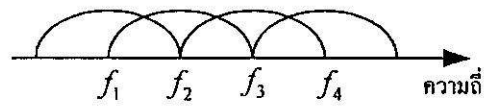
$$s_{MD}^{j}(t) = \sum_{i=-\infty}^{+\infty} \sum_{k=1}^{N_{cc}} \sum_{m=1}^{G_{DS}} b_k^j(i) c_m^j p_c(t-(m-1)T_c - iT_s) \cos\{2\pi(f_0 + k\Delta f')t\} \qquad (2.27)$$

โดย $b_k^j(i)$ คือ บิตข้อมูลลำดับที่ i ที่คลื่นพาห์ย่อย k (หลังจากผ่านการแปลง อนุกรม-ขนาน) $T_s'(=N_c T_s)$ และ $T_c(=T_s'/G_{MD})$ คือ ความกว้างของซิมโบลและความกว้างชิปของแต่ละคลื่นพาห์ย่อยตามลำดับ และ $\Delta f'$ $(=1/T_c)$ คือระยะห่างระหว่างคลื่นพาห์ย่อย

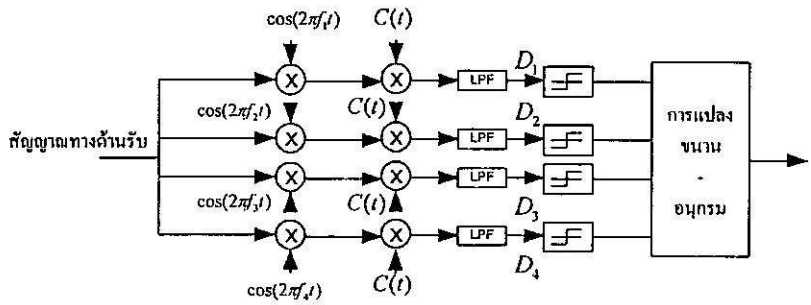
รูปที่ 2.17 (ค) แสดงเครื่องรับ โดยปกติจะประกอบไปด้วยเครื่องรับที่มีจำนวน N_c สาขาเนื่องจากแต่ละคลื่นพาห์ย่อยจะเกิดการเฟดดิงแบบไม่เจาะจงความถี่



(ก)



(ข)



(ค)

รูปที่ 2.17 (ก) เครื่องส่ง (ข) สเปกตรัมกำลังของสัญญาณที่ส่งออก
(ค) เครื่องรับ ของระบบ MC DS-CDMA

2.3.2.4 MT-CDMA (Multitone CDMA)

ทางเครื่องส่งทำการแปลงข้อมูลจาก อนุกรม-ขนาน และทำการแผ่สเปกตรัมโดยใช้รหัสการแผ่ในโดเมนทางเวลา ดังนั้นสเปกตรัมของแต่ละคลื่นพาห์ย่อยก่อนจะทำการแผ่ทางสเปกตรัมจะมีเงื่อนไขตั้งฉากทางความถี่โดยมีระยะห่างทางความถี่ต่ำสุด ดังนั้นผลของสเปกตรัมที่ได้ของแต่ละคลื่นพาห์ย่อยเงื่อนไขตั้งฉากทางความถี่จะคลาดเคลื่อนไป MT-CDMA จะใช้รหัสการแผ่ที่ยาวเป็น

สัดส่วนกับจำนวนคลื่นพาห์ย่อยเมื่อเปรียบเทียบกับกรณี DS-CDMA ทำให้ MT-CDMA รองรับผู้ใช้งานได้มากกว่า DS-CDMA

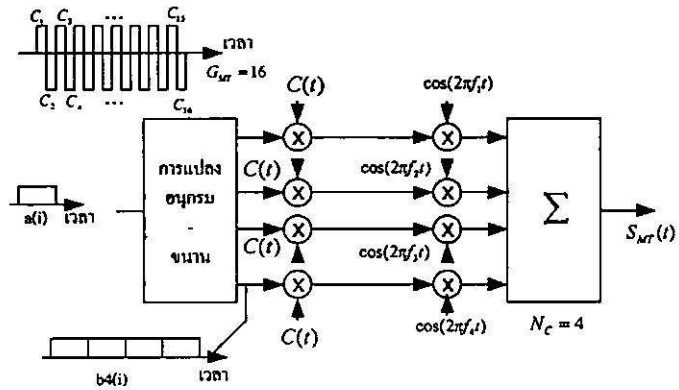
รูปที่ 2.18 (ก) และ (ข) แสดงเครื่องส่งของระบบ MT-CDMA สำหรับ CBPSK และสเปกตรัมกำลังของสัญญาณที่ส่งออกไป โดยมีจำนวนคลื่นพาห์ย่อย (N_c) เท่ากับ 4 และอัตราขยายการประมวลผล (G_{MD}) เท่ากับ 16 ตามลำดับ

สัญญาณที่ส่งออกไปแสดงได้โดย

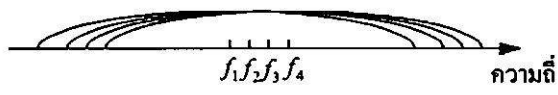
$$s_{MD}^{j}(t)=\sum_{i=-\infty}^{+\infty}\sum_{k=1}^{N_{cc}}\sum_{m=1}^{G_{MT}} b_k^j(i)c_m^j p_c(t-(m-1)T_c-iT_s)\cos\{2\pi(f_0+k\Delta f'')t\} \quad (2.28)$$

โดย Δf^{*} (=1/T_c) คือระยะห่างระหว่างคลื่นพาห์ย่อย

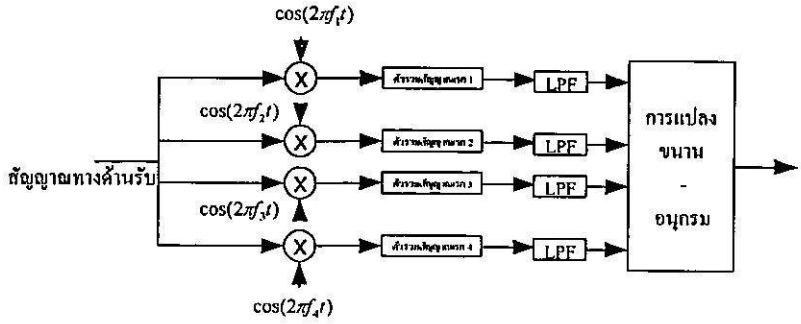
รูปที่ 2.18 (ค) แสดงเครื่องรับที่ประกอบไปด้วยเครื่องรับแบบเรคจำนวน N_c เครื่อง ซึ่งเป็นโครงสร้างที่ดีที่สุดในช่องสัญญาณเกาส์ขาวแบบบวก โดย MT-CDMA จะมีสัญญาณรบกวนการแทรดสอดจากคลื่นพาห์อื่นสูงในขณะที่การใช้รหัสการแผ่ที่มีความยาวจะช่วยลดผลของ SI และ MAI



(ก)



(ข)



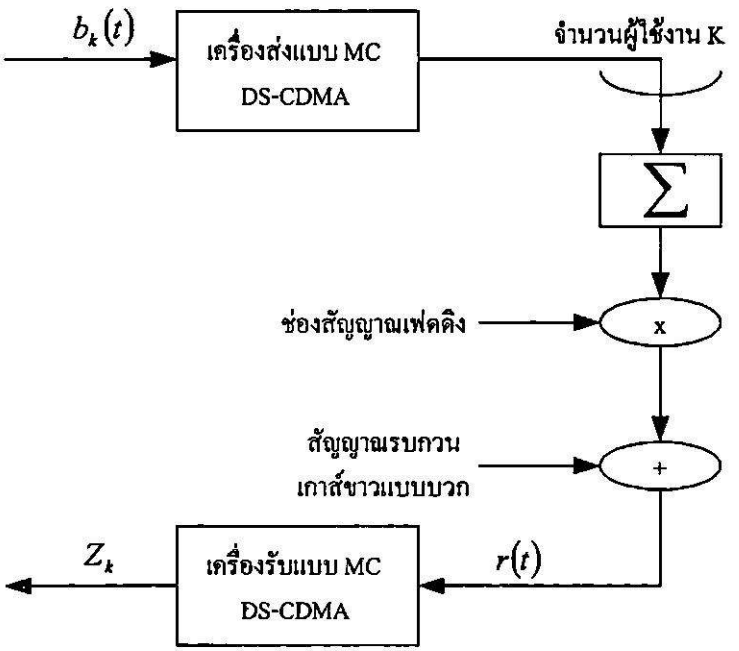
(ค)

รูปที่ 2.18 (ก) เครื่องส่ง (ข) สเปกตรัมกำลังของสัญญาณที่ส่งออก
(ค) เครื่องรับ ของระบบ MT-CDMA

บทที่ 3

อัตราความผิดพลาดบิตของระบบการเข้าถึงหลายทางแบบการแบ่งรหัสลำดับโดยตรงในช่องสัญญาณเฟดดิง Nakagami โดยใช้เทคนิคการมอดูเลตแบบหลายคลื่นพาห์

ระบบ MC DS-CDMA ที่ศึกษาประกอบด้วยเครื่องส่ง ช่องสัญญาณ และเครื่องรับ แสดงด้วยบล็อกไดอะแกรมดังรูปที่ 3.1



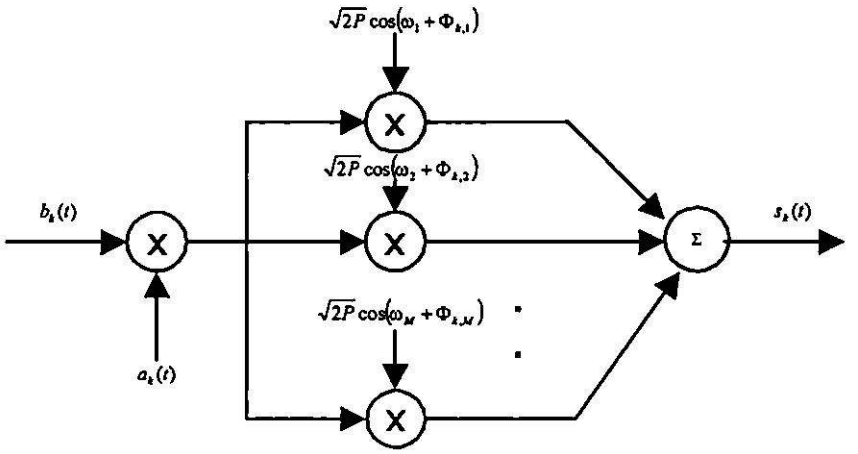
รูปที่ 3.1 แบบจำลองระบบ MC DS-CDMA ที่ศึกษา

3.1 แบบจำลองเครื่องส่ง (Transmitter model)

ระบบ MC DS-CDMA ที่ทำการศึกษากำหนดให้มีจำนวนผู้ใช้งานเท่ากับ K และกำหนดให้ข้อมูลกับรหัสการแผ่สเปกตรัมที่พิจารณาเป็นแบบเลขฐานสอง หลักการของ MC DS-CDMA จะนำลำดับรหัส (code sequence) และลำดับข้อมูล (data sequence) มาทำการคูณกัน หลังจากนั้นทำการมอดูเลตเชิงเลขทางเฟส (phase shift keying) กับคลื่นพาห์จำนวนทั้งหมด M โดยคลื่นพาห์ดังกล่าวมีคุณสมบัติเชิงตั้งฉาก (orthogonal) ซึ่งกันและกัน [10]

$$\int_0^T \cos(\omega_i t + \Phi_i)\cos(\omega_j t + \Phi_j)dt = 0 \quad \text{เมื่อ } i \neq j \tag{3.1}$$

แบบจำลองเครื่องส่ง MC DS-CDMA สำหรับผู้ใช้งานที่ k แสดงดังรูปที่ 3.2



รูปที่ 3.2 แบบจำลองเครื่องส่ง MC DS-CDMA ที่ศึกษา

สัญญาณที่ถูกส่งออกไปสำหรับผู้ใช้งานที่ k แสดงในสมการที่ 3.2 ดังนี้

$$s_k(t) = \sqrt{2P}\sum_{i=1}^{M} a_k(t)b_k(t)\cos(\omega_i t + \Phi_{k,i}) \tag{3.2}$$

โดย $a_k(t)$ คือลำดับรหัส (code sequence) ของผู้ใช้งานลำดับที่ k แสดงได้โดย

$$a_k(t) = \sum_{j=-\infty}^{+\infty} a_{k,j}\, p_a(t - jT_c) \qquad , a_{k,j} \in \{-1,+1\} \tag{3.3}$$

โดย $b_k(t)$ คือลำดับข้อมูล (data sequence) ที่ต้องการส่งของผู้ใช้งานลำดับที่ k ซึ่งสามารถแสดงได้โดย

$$b_k(t) = \sum_{j=-\infty}^{+\infty} b_{k,j}\, p_b(t - jT) \quad , b_{k,j} \in \{-1,+1\} \tag{3.4}$$

ในสมการที่ 3.2 ค่าแอมพลิจูดของสัญญาณมีค่าคงตัวเท่ากับ $\sqrt{2P}$

โดย P คือ ค่ากำลังงานส่งเฉลี่ยที่มีค่าเท่ากันสำหรับผู้ใช้งานทุกคนและทุกคลื่นพาห์อันเนื่องมาจากการควบคุมพลังงานที่สมบูรณ์

ω_i คือ ความถี่เชิงมุมของคลื่นพาห์ที่ i โดย $1 \le i \le M$ ซึ่งมีคุณสมบัติตั้งฉากซึ่งกันและกัน

M คือ จำนวนคลื่นพาห์ทั้งหมดในระบบ

$\Phi_{k,i}$ คือ มุมเฟสของการมอดูเลตสำหรับผู้ใช้งานที่ k คลื่นพาห์ที่ i ซึ่งสมมติให้เป็นตัวแปรสุ่มที่

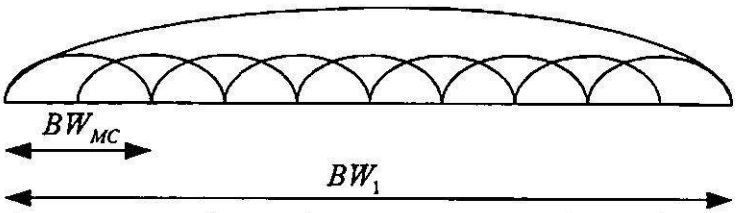
มีการแจกแจงแบบเอกรูป (uniform) ในช่วง $[0,2\pi)$ และ i.i.d (Identical Independent Distribution) สำหรับทุกผู้ใช้งาน และทุกคลื่นพาห์

T_C คือ ค่าความกว้างของชิปของลำดับรหัส

T คือ ค่าความกว้างของลำดับข้อมูล

$p_a(t)$ และ $p_b(t)$ คือพัลส์รูปสี่เหลี่ยมที่มีความสูง 1 หน่วยและมีค่าความกว้างเท่ากับ T_C และ T ตามลำดับ

N_M คือ ค่าอัตราขยายการประมวลผล (processing gain) ของระบบ MC DS-CDMA ซึ่งมีความสัมพันธ์กับค่าอัตราขยายการประมวลผลของกรณีคลื่นพาห์เดี่ยว N_1 เมื่อทำการกำหนดให้คลื่นพาห์ของระบบ MC DS-CDMA มีการเหลื่อมทับกัน 50 % ดังรูปที่ 3.3



รูปที่ 3.3 แบนด์วิดท์ของระบบคลื่นพาห์เดี่ยว และ ระบบหลายคลื่นพาห์ที่ใช้ในการวิเคราะห์

กำหนดให้แบนด์วิดท์ของระบบทั้งสองมีค่าเท่ากันและมีค่าคงที่ โดยแบนด์วิดท์แถบผ่าน ศูนย์ ถึง ศูนย์ (pass-band null-to-null) ของระบบคลื่นพาห์เดี่ยวมีค่าเท่ากับ $2/T_{C1}$ และเมื่อกำหนดให้คลื่นพาห์แต่ละอันในระบบการมอดูเลตหลายคลื่นพาห์มีแบนด์วิดท์เหลื่อมทับกัน 50 % ดังนั้น

$$BW_1 = (M+1)BW_{MC} \tag{3.5}$$

$$\frac{2}{T_{c1}} = (M+1)\frac{1}{T_c}$$

$$T_c = \frac{(M+1)}{2}T_{c1} \tag{3.6}$$

$$N_M = \frac{2}{(M+1)}N_1$$

เมื่อ BW_1 คือ แบนด์วิดท์แถบผ่าน ศูนย์ ถึง ศูนย์ กรณีคลื่นพาห์เดี่ยว

BW_{MC} คือ แบนด์วิดท์ทั้งหมดกรณีหลายคลื่นพาห์เมื่อคลื่นพาห์แต่ละอันเหลื่อมทับกัน 50 %

T_{C1} คือ ค่าความกว้างของชิปของลำดับรหัสกรณีคลื่นพาห์เดี่ยว

3.2 แบบจำลองของช่องสัญญาณ

สัญญาณที่ทำการพิจารณากำหนดให้มีการเปลี่ยนแปลงอย่างช้าๆค่อยเป็นค่อยไปและไม่เปลี่ยนแปลงค่าตามเวลา ช่องสัญญาณดังกล่าวเป็นแบบไม่เจาะจงความถี่ (Frequency nonselective) และให้แต่ละช่องความถี่เกิดการจางที่เป็นอิสระต่อกัน โดยวงจรกรองความถี่ต่ำซึ่งสอดคล้องกับผลตอบสนองอิมพัลส์ (impulse response) สำหรับผู้ใช้งานที่ k แสดงดังสมการที่ 3.7

$$h_{k,i}(t) = \alpha_{k,i} e^{j\gamma_{k,i}} \delta(t - \tau_k) \tag{3.7}$$

โดย i คือ ค่าลำดับของคลื่นพาห์ที่ i มีค่าอยู่ระหว่าง 1 ถึง M

$\alpha_{k,i}$ คือ อัตราการลดทอนของแอมพลิจูด ของผู้ใช้งานที่ k และคลื่นพาห์ที่ i ซึ่งเป็นตัวแปรสุ่มแบบไม่เจาะจง

$\gamma_{k,i}$ คือ มุมเฟสที่มีการประวิงเวลาของผู้ใช้งานที่ k คลื่นพาห์ที่ i และ เป็นตัวแปรสุ่มที่มีการแจกแจง แบบเอกรูปในช่วง $[0,2\pi)$

τ_k คือ การประวิงเวลาของผู้ใช้งานที่ k และ เป็นตัวแปรสุ่มที่มีการแจกแจง แบบเอกรูปในช่วง [0,T)

ในวิทยานิพนธ์ฉบับนี้ได้ใช้ช่องสัญญาณแบบ Nakagami โดยฟังก์ชันความหนาแน่นความน่าจะเป็น (probability density function: pdf) สำหรับคลื่นพาห์ที่ i แสดงได้ดังนี้ [4]

$$p(s) = \left(\frac{m_i}{\Omega_i}\right)^{m_i} \frac{s^{m_i-1}}{\Gamma(m_i)} \exp\left(-\frac{m_i}{\Omega_i} s\right), s \geq 0 \tag{3.8}$$

และตัวแปรเสริมเฟดดิงกำหนดด้วยความสัมพันธ์

$$m_i = \frac{\Omega_i^2}{E[(\alpha_i^2 - \Omega_i)^2]} \geq 0.5, \Omega_i = E[\alpha_i^2] \tag{3.9}$$

โดยที่ $\Gamma(m)$ คือ ฟังก์ชันแกมมา(Gamma function)

Ω_i คือ โมเมนต์อันดับที่สอง (Second moment) แสดงถึงค่าพลังงานเฉลี่ยของสัญญาณที่เครื่องรับ

m_i คือ การแจกแจงของแอมพลิจูดในช่องสัญญาณที่มีการเฟดในคลื่นพาห์ที่ i และมีค่าเท่ากับอัตราส่วนของค่าโมเมนต์อันดับที่สองยกกำลังสอง ต่อค่าของความแปรปรวน

จาก [4] m=1.0 คือ การแจกแจงแบบ Rayleigh

m=0.5 คือ การแจกแจงแบบเกาส์เซียนข้างเดียว

$m \rightarrow \infty$ คือ กรณีในอุดมคติที่ไม่มีการผิดเพี้ยนของสัญญาณ

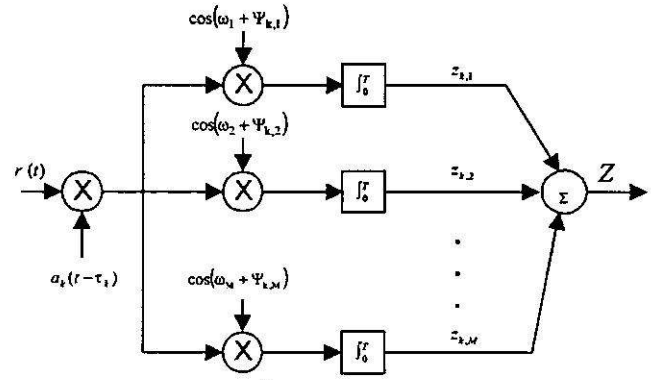
การแจกแจงแบบ Rice และ แบบลอกนอร์มัลจะสอดคล้องกับการแจกแจงแบบ Nakagami เมื่อตัวแปรเสริมเฟดดิง m>1 ความสัมพันธ์ระหว่างการแจกแจงแบบ Rice แสดงด้วยค่าคงตัวของ Rice (Rice factor:K) กับการแจกแจงแบบ Nakagami (m) แสดงได้ด้วยความสัมพันธ์ [6]

$$m = \frac{1}{1-\left(\frac{K}{1+K}\right)^2} \tag{3.10}$$

ในสมการที่ 3.10 จะเห็นได้ว่าไม่ใช่สมการเชิงเส้นแต่สามารถประมาณเป็นแบบเชิงเส้นระหว่าง m และ K เมื่อ $K \geq 2$

3.3 แบบจำลองเครื่องรับ

แบบจำลองเครื่องรับ MC DS-CDMA สำหรับผู้ใช้งานที่ k แสดงดังรูปที่ 3.4



รูปที่ 3.4 แบบจำลองเครื่องรับ MC DS-CDMA ที่ศึกษา

กำหนดให้ระบบที่ทำการพิจารณาเป็นระบบแบบอะซิงโครนัสที่มีผู้ใช้งานคนที่ 1 เป็นผู้ใช้งานอ้างอิง โดยสัญญาณที่รับได้ที่เครื่องรับจะประกอบไปด้วยสัญญาณที่มาจากผู้ใช้หลายๆคน และเกิดการเฟดในแต่ละคลื่นพาห์จำนวนทั้งหมด M เนื่องจากช่องสัญญาณจะเป็นฟังก์ชันของอัตราการลดทอนของแอมพลิจูด การประวิงเวลา และการประวิงทางเฟส ดังนั้นสัญญาณที่รับได้ของผู้ใช้งานที่ k จะเกิดการประวิงเวลาไป τ_k และแอมพลิจูดของช่องสัญญาณก็จะเปลี่ยนแปลงด้วยตัวคูณด้านอัตราการลดทอนของแอมพลิจูด ($\alpha_{k,i}$) ดังนั้นสัญญาณที่รับได้จากผู้ใช้หลายๆคนสามารถแสดงได้ดังสมการ 3.11

$$r(t) = \sqrt{2P}\sum_{k=1}^{K}\sum_{i=1}^{M}\alpha_{k,i}a_k(t-\tau_k)b_k(t-\tau_k)\cos(\omega_i t + \Psi_{k,i}) + N(t) \qquad (3.11)$$

โดยที่ r(t) คือ สัญญาณที่รับได้ที่เครื่องรับ

N(t) คือ สัญญาณรบกวนเกาส์ขาวแบบบวก (Additive White Gaussian Noise : AWGN) ซึ่งมีค่ากลางเป็น 0 และค่าความหนาแน่นสเปกตรัมกำลังของสัญญาณเท่ากับ $\eta_o/2$

$\Psi_{k,i}$ คือ มุมเฟสของเฟดดิงคลื่นพาห์ที่ i ของผู้ใช้งานที่ k มีค่าเท่ากับ $\Phi_{k,i} - \omega_i\tau_k$

K คือ จำนวนผู้ใช้งานทั้งหมดในระบบ

เพื่อความสะดวกในการคำนวณจะทำการกำหนดให้การเฟดของสัญญาณในแต่ละคลื่นพาห์เป็นอิสระต่อกัน และไม่ขึ้นแก่กัน ในที่นี้จะทำการกำหนดให้มุมเฟสในคลื่นพาห์ที่ i ของผู้ใช้งานที่ k หรือ $\Psi_{k,i}$ มีการแจกแจงแบบเอกรูปในช่วง $[0,2\pi]$ และการประวิงเวลาของผู้ใช้งานที่ k หรือ τ_k จะเป็นอิสระต่อกันและมีการแจกแจงแบบเอกรูปในช่วง [0,T]

ในการวิเคราะห์นี้กำหนดให้ผู้ใช้งานที่พิจารณาคือผู้ใช้งานที่ 1 (k=1) เป็นผู้ใช้งานอ้างอิง พิจารณาคลื่นพาห์ที่ q ที่เครื่องรับโดย $1 \le q \le M$ ผลที่ได้จากการที่สัญญาณ $r(t)$ ผ่านไปยังเครื่องรับแบบสหสัมพันธ์ของคลื่นพาห์ที่ q สามารถแสดงได้โดย

$$Z_q = \int_{\tau_1}^{T+\tau_1} r(t)a_1(t-\tau_1)\cos(\omega_q t + \Psi_{1,q})dt \qquad (3.12)$$

ผลลัพธ์ของสัญญาณที่ได้จากตัวรวมสัญญาณที่เครื่องรับสามารถแสดงได้โดย

$$\begin{aligned} Z &= \sum_{q=1}^{M} Z_q \qquad (3.13) \\ &= D + I_1 + I_2 + I_n \end{aligned}$$

โดย D คือ ส่วนสัญญาณที่ต้องการของผู้ใช้งานอ้างอิง (ผู้ใช้งานที่1)

I_1 คือ ส่วนของสัญญาณรบกวนอันเนื่องมาจากผู้ใช้งานอื่นที่ความถี่คลื่นพาห์เดียวกัน

I_2 คือ ส่วนของสัญญาณรบกวนอันเนื่องมาจากผู้ใช้งานอื่นที่ความถี่คลื่นพาห์ต่างกัน

I_n คือ ส่วนของสัญญาณ AWGN หลังจากผ่านส่วนของเครื่องรับแบบสหสัมพันธ์

ทำการกำหนดให้ I_1 และ I_2 เป็นสัญญาณรบกวนแบบเกาส์ที่มีค่ากลางเป็น 0

พิจารณาสัญญาณ D ซึ่งหาได้โดยกำหนดให้ $k = 1, q = i$ แทนเงื่อนไขดังกล่าวลงในสมการที่ 3.11 ดังนั้นสมการที่ 3.12 เขียนใหม่ได้ว่า

$$Z_{D,q} = \sqrt{2P}\sum_{\substack{i=1\\ i=q}}^{M}\alpha_{1,i}\int_{\tau_1}^{\tau_1+T} a_1(t-\tau_1)a_1(t-\tau_1)b_1(t-\tau_1)\cos(\omega_i t+\Psi_{1,i})\cos(\omega_i t+\Psi_{1,q})dt \quad (3.14)$$

เนื่องจากเป็นการส่งแบบอะซิงโครนัสจึงทำการกำหนดค่าการประวิงเวลาของผู้ใช้งานอ้างอิงเป็น 0 นั่นคือ $\tau_1 = 0$ ดังนั้นสมการที่ 3.14 เขียนได้เป็น

$$\begin{aligned} Z_{D,q} &= \sqrt{2P}\sum_{\substack{i=1\\ i=q}}^{M}\alpha_{1,q}\int_{0}^{T} a_1(t)a_1(t)b_1(t)\cos(\omega_i t+\Psi_{1,i})\cos(\omega_q t+\Psi_{1,q})dt \quad (3.15)\\ &= \sqrt{2P}\sum_{\substack{i=1\\ i=q}}^{M}\alpha_{1,q}\int_{0}^{T} b_1(t)\cos^2(\omega_i t+\Psi_{1,i})dt \\ &= \sqrt{2P}\sum_{\substack{i=1\\ i=q}}^{M}\alpha_{1,q}\int_{0}^{T} b_1(t)\left(\frac{1+\cos(2\omega_i t+2\Psi_{1,i})}{2}\right)dt \\ &= \sqrt{2P}\sum_{\substack{i=1\\ i=q}}^{M}\alpha_{1,q}b_1^0\frac{T}{2} \\ &= \sqrt{\frac{P}{2}}\sum_{\substack{i=1\\ i=q}}^{M}\alpha_{1,q}b_1^0 T \end{aligned}$$

นำค่า $Z_{D,q}$ จากสมการที่ 3.15 ไปแทนในสมการที่ 3.13 เพื่อหาค่า D ได้ดังนี้

$$\begin{aligned} D &= \sum_{q=1}^{M} Z_{D,q} \quad (3.16)\\ &= \sqrt{\frac{P}{2}}b_1^0 T\sum_{\substack{q=1\\ q=i}}^{M}\alpha_{1,q} \end{aligned}$$

I_1 คือส่วนของสัญญาณรบกวนอันเนื่องมาจากผู้ใช้งานอื่นที่ความถี่คลื่นพาห์เดียวกันหาได้โดยให้ $k>1, q=i$ แทนเงื่อนไขดังกล่าวลงในสมการที่ 3.11 และ 3.12 จะได้ว่า

$$\begin{aligned} Z_{I_1,q} &= \sqrt{2P}\sum_{k=2}^{K}\alpha_{k,q}\int_{0}^{T} a_k(t-\tau_k)a_1(t)b_k(t-\tau_k)\cos\left(\omega_q t+\Psi_{k,q}\right)\cos\left(\omega_q t+\Psi_{1,q}\right)dt \quad (3.17)\\ &= \sqrt{2P}\sum_{k=2}^{K}\alpha_{k,q}\int_{0}^{T} a_k(t-\tau_k)a_1(t)b_k(t-\tau_k)\left(\frac{\cos\left(\Psi_{k,q}-\Psi_{1,q}\right)+\cos\left(2\omega_q t+\Psi_{k,q}+\Psi_{1,q}\right)}{2}\right)dt \\ &= \sqrt{\frac{P}{2}}\sum_{k=2}^{K}\alpha_{k,q}\cos\left(\Psi_{k,q}-\Psi_{1,q}\right)\int_{0}^{T} a_k(t-\tau_k)a_1(t)b_k(t-\tau_k)dt \end{aligned}$$

โดยพจน์อินทิเกรต $\int_0^T a_k(t-\tau_k)a_1(t)dt$ คือค่าอัตราสหอัตสัมพันธ์ (autocorrelation) ของสัญญาณ จาก[11]

$$R_{k,l} = \int_0^{\tau_k} a_k(t-\tau_k)a_1(t)dt \tag{3.18}$$

และ

$$\hat{R}_{k,l} = \int_{\tau_k}^{T} a_k(t-\tau_k)a_1(t)dt \tag{3.19}$$

คือค่าสหสัมพันธ์ข้ามของรหัสสเปกตรัมแผ่ของระหว่างผู้ใช้งานที่ k และผู้ใช้งานที่ 1 ดังนั้น

$$Z_{I_{1,q}} = \sqrt{\frac{P}{2}}\sum_{k=2}^{K}\alpha_{k,q}\cos\left(\Psi_{k,q}-\Psi_{1,q}\right)\left(b_k^{-1}R_{k,1}(\tau_k)+b_k^0\,\hat{R}_{k,1}(\tau_k)\right) \tag{3.20}$$

นำ $Z_{I_1,q}$ ในสมการที่ 3.20 ลงในสมการที่ 3.13 ดังนั้นจะได้ว่า

$$I_1 = \sum_{q=1}^{M} Z_{I_1,q} \tag{3.21}$$

ทำการหาค่าความแปรปรวนของ I_1 จาก

$$Var(I_1) = E(I_1^2) - E^2(I_1)$$

โดยกำหนดให้เป็นสัญญาณรบกวนเกาส์ ซึ่งมีค่ากลางเป็นศูนย์ ดังนั้น

$$Var(I_1) = E(I_1^2)$$

จาก [6] ทำการสมมติว่าค่าคาบเวลาของรหัสสเปกตรัมแผ่มีค่ามากกว่าอัตราขยายการประมวลผล ดังนั้นรหัสสเปกตรัมแผ่สามารถกำหนดให้เป็นลำดับของรหัสแบบสุ่ม (random binary sequence) ที่มีค่าสหสัมพันธ์ข้ามเฉลี่ย $r_{k1} \cong 2N_M^2$ และทำการสมมติให้ผู้ใช้งานทุกคนมีพลังงานเฉลี่ยของสัญญาณที่เครื่องรับเท่ากันหมดอันเนื่องมาจากการควบคุมพลังงานอย่างสมบูรณ์ นอกจากนั้นยังกำหนดให้ MIP ของช่องสัญญาณนี้มีลักษณะคงที่สำหรับทุกคลื่นพาห์ ดังนั้น $\Omega_{k,q}=\Omega$

$$Var(I_1) = \frac{P}{2}\sum_{q=1}^{M}\sum_{k=2}^{K} E\left(\alpha_{k,q}^2\right)E\left[\cos^2(\Psi_{k,q}-\Psi_{1,q})\right]E\left[b_k^{-1}R_{k,1}(\tau_k)+b_k^0\,\hat{R}_{k,1}(\tau_k)\right]^2 \qquad (3.22)$$

$$= \frac{P}{2}\sum_{q=1}^{M}\sum_{k=2}^{K} E\left(\alpha_{k,q}^2\right)E\left[\frac{1+\cos 2(\Psi_{k,q}-\Psi_{1,q})}{2}\right]E\left[b_k^{-1}R_{k,1}(\tau_k)+b_k^0\,\hat{R}_{k,1}(\tau_k)\right]^2$$

$$= \frac{P}{2}\sum_{q=1}^{M}\sum_{k=2}^{K}\Omega_{k,q}\left(\frac{1}{2}\right)\left(\frac{T^2 r_{k,1}}{3N_M^3}\right)$$

$$= \frac{PT^2}{12N_M^3}\sum_{q=1}^{M}\left(\sum_{k=2}^{K} r_{k,1}\right)\Omega_{k,q};\Omega_{k,q}=\Omega, r_{k,1}=2N_M^2$$

$$= \frac{PMT^2}{6N_M}(K-1)\Omega$$

I_2 คือส่วนของสัญญาณรบกวนอันเนื่องมาจาก ผู้ใช้งานอื่นที่ความถี่คลื่นพาห์ต่างกันหาได้โดยให้ $k>1, q\neq i$ แทนเงื่อนไขดังกล่าวลงในสมการที่ 3.11 และ 3.12 จะได้ว่า

$$Z_{I_{2,q}} = \sqrt{2P}\sum_{k=2}^{K}\sum_{\substack{i=1\\ i\neq q}}^{M}\alpha_{k,i}\int_0^T a_k(t-\tau_k)a_1(t)b_k(t-\tau_k)\cos(\omega_q t+\Psi_{k,q})\cos(\omega_i t+\Psi_{1,i})dt \qquad (3.23)$$

$$= \sqrt{\frac{P}{2}}\sum_{k=2}^{K}\sum_{\substack{i=1\\ i\neq q}}^{M}\alpha_{k,i}\int_0^T a_k(t-\tau_k)a_1(t)b_k(t-\tau_k)\cos[(\omega_i-\omega_q)t+(\Psi_{k,i}-\Psi_{1,q})]dt$$

จาก [9,12] $\int_0^T a_k(t-\tau_k)a_1(t)b_k(t-\tau_k)\cos[(\omega_i-\omega_q)t+(\Psi_{k,i}-\Psi_{1,q})]dt$ มีค่าเท่ากับ

$$I_2 = \left\{b_k^{-1}\left[C_{k,1}(f_k+1-N_M)-C_{k,1}(f_k-N_M)\right]+b_k^0\left[C_{k,1}(f_k+1)-C_{k,1}(f_k)\right]\right\}x_k\,\mathrm{sinc}\left(\frac{x_k\omega}{2}\right)\cos\left(\frac{x_k\omega}{2}+\Psi\right) \qquad (3.24)$$

โดย $C_{k,1}(f)$ คือ ฟังก์ชันสหสัมพันธ์ข้ามแบบไม่ต่อเนื่อง (Discrete Cross-Correlation function)

$$x_k = \tau_k - f_k T_C$$

$$f_k = \lfloor \tau_k / T_C \rfloor$$

$$\omega = (\omega_i - \omega_q)$$

$$\Psi = (\Psi_{k,i} - \Psi_{1,q})$$

เพราะฉะนั้น

$$I_2 = \sum_{q=1}^{M} Z_{I_{2,q}} \qquad (3.25)$$

ทำการหาค่าความแปรปรวน ของ I_2

$$Var(I_2) = \frac{P}{2}\sum_{q=1}^{M}\sum_{k=2}^{K}\sum_{\substack{i=1 \\ i\neq q}}^{M} E\left(\alpha_{k,i}^2\right)E\left(I_2^{'}\right)^2 \qquad (3.26)$$

$$= \frac{P}{2}\sum_{q=1}^{M}\sum_{k=2}^{K}\sum_{\substack{i=1 \\ i\neq q}}^{M} \Omega_{k,i}E\left(I_2^{'}\right)^2$$

จาก [9,12] $E(I_2^{'})^2 = \frac{T^2}{2\pi^2 N_M^3}\left\{\frac{\mu_{k,1}(0)-\mu_{k,1}(1)}{(i-q)^2}\right\}$ แทนค่าลงไปในสมการที่ 3.26 จะได้ว่า

$$Var(I_2) = \frac{PT^2}{4\pi^2 N_M^3}\Omega\sum_{k=2}^{K}\left[\mu_{k,1}(0)-\mu_{k,1}(1)\right]\sum_{q=1}^{M}\sum_{\substack{i=1 \\ i\neq q}}^{M}\frac{1}{(i-q)^2} \qquad (3.27)$$

$$= \frac{PT^2\Omega}{4\pi^2 N_M^3}\sum_{k=2}^{K}\left[\mu_{k,1}(0)-\mu_{k,1}(1)\right]\sum_{q=1}^{M}\sum_{\substack{i=1 \\ i\neq q}}^{M}\frac{1}{(i-q)^2};\left[\mu_{k,1}(0)-\mu_{k,1}(1)\right] = N_M^2$$

$$= \frac{PT^2\Omega}{4\pi^2 N_M}(K-1)\sum_{q=1}^{M}\sum_{\substack{i=1 \\ i\neq q}}^{M}\frac{1}{(i-q)^2}$$

I_{nq} คือส่วนของสัญญาณ AWGN หลังจากผ่านเครื่องรับแบบสหสัมพันธ์ กำหนดให้ N(t) เป็นสัญญาณรบกวนเกาส์ขาวแบบบวกซึ่งมีค่าเฉลี่ยเป็นศูนย์ดังนั้น

$$I_{nq} = \int_0^T N(t)a_1(t)\cos(\omega_{1,q}t + \Psi_{1,q})dt \qquad (3.28)$$

ความแปรปรวนของ I_{nq} หาได้ดังนี้

$$Var\left(I_{nq}\right) = E\left(I_{nq}^2\right)$$

$$
\begin{aligned}
Var(I_{nq}) &= E\left(\int_0^T N^2(t)a^2(t)\cos^2\left(\omega_{1,q}t+\Psi_{1,q}\right)dt\right) \\
&= E\left(\int_0^T N^2(t)(1)\left(\frac{1+\cos 2\left(\omega_{1,q}t+\Psi_{1,q}\right)}{2}\right)dt\right) \\
&= E\left(\frac{1}{2}T\frac{\eta_0}{2}\right) \\
&= \frac{\eta_0 T}{4}
\end{aligned}
$$

โดยที่ $Var(I_{nq}) = \frac{\eta_0 T}{4}$ ดังนั้น

$$
\begin{aligned}
I_n &= \sum_{q=1}^{M}\frac{\eta_0 T}{4} \\
&= \frac{M\eta_0 T}{4}
\end{aligned}
\tag{3.29}
$$

3.4 การวิเคราะห์สมรรถนะของระบบ

3.4.1 การหาค่าเฉลี่ยของอัตราส่วนของพลังงานของสัญญาณต่อสัญญาณรบกวน

ค่าเฉลี่ยของอัตราส่วนของสัญญาณต่อสัญญาณรบกวนหาได้จาก

$$
\overline{\gamma_b} = \frac{1}{2}\left\{\frac{\frac{PT^2}{2}E\left(\sum_{q=1}^{M}\alpha_{1,q}\right)^2}{\frac{M\eta_0 T}{4}}\right\} \tag{3.30}
$$

จาก [9] และ [13]

$$
E\left(\alpha^n\right) = \frac{\Gamma\left(m+\frac{1}{2}n\right)}{\Gamma(m)}\left(\frac{\Omega}{m}\right)^{n/2} \tag{3.31}
$$

กำหนดให้ $\alpha_{1,q}$ มีลักษณะเป็น i.i.d (independent identical distribution) แทนผลจากสมการที่ 3.31 ลงในสมการที่ 3.30

$$\overline{\gamma_b} = \frac{E_b}{M\eta_0} E\left(\sum_{q=1}^{M}\alpha_{1,q}\right)^2 ; E_b = PT \tag{3.32}$$

$$= \frac{E_b}{M\eta_0}\left\{ME\left(\alpha_{1,q}^2\right)+2\binom{M}{2}E\left(\alpha_{1,q}\right)E\left(\alpha_{1,q'}\right)\right\}$$

$$= \frac{E_b}{M\eta_0}\left\{ME\left(\alpha_{1,q}^2\right)+2\frac{M!}{2!(M-2)!}E\left(\alpha_{1,q}\right)E\left(\alpha_{1,q'}\right)\right\}$$

$$= \frac{E_b}{M\eta_0}\left\{M\Omega+M(M-1)\left[\frac{\Gamma(m+1/2)}{\Gamma(m)}\left(\frac{\Omega}{m}\right)^{1/2}\right]\left[\frac{\Gamma(m+1/2)}{\Gamma(m)}\left(\frac{\Omega}{m}\right)^{1/2}\right]\right\}$$

$$= \frac{E_b\Omega}{\eta_0}\left\{1+\left(\frac{M-1}{m}\right)\left[\frac{\Gamma(m+1/2)}{\Gamma(m)}\right]^2\right\}$$

$$= \frac{E_b\Omega V}{\eta_0} ; V = 1+\left(\frac{M-1}{m}\right)\left[\frac{\Gamma(m+1/2)}{\Gamma(m)}\right]^2$$

3.4.2 การหาอัตราส่วนของพลังงานของสัญญาณต่อสัญญาณรบกวน

$$\gamma_b = \frac{\frac{PT^2}{4}\left(\sum_{q=1}^{M}\alpha_{1,q}\right)^2}{\left\{\frac{PMT^2\Omega}{6N_M}(K-1)+\frac{PT^2\Omega}{4\pi^2N_M}(K-1)\sum_{q=1}^{M}\sum_{\substack{i=1\\i\neq q}}^{M}\frac{1}{(i-q)^2}+\frac{MT\eta_0}{4}\right\}} \tag{3.33}$$

$$= \frac{\frac{1}{M}\left(\sum_{q=1}^{M}\alpha_{1,q}\right)^2}{\left\{\frac{2(K-1)}{3N_M}+\frac{(K-1)}{\pi^2N_MM}\sum_{q=1}^{M}\sum_{\substack{i=1\\i\neq q}}^{M}\frac{1}{(i-q)^2}+\frac{\eta_0}{E_b\Omega}\right\}}$$

$$= \frac{\frac{1}{M}\left(\sum_{q=1}^{M}\alpha_{1,q}\right)^2}{\left\{\frac{2(K-1)}{3N_M}+\frac{(K-1)}{\pi^2N_MM}\sum_{q=1}^{M}\sum_{\substack{i=1\\i\neq q}}^{M}\frac{1}{(i-q)^2}+V\overline{\gamma_b}^{-1}\right\}}$$

โดยกำหนดให้

$$V = 1+\frac{(M-1)}{2m}\left(\frac{\Gamma(m+1/2)}{\Gamma(m)}\right)^2 \tag{3.34}$$

$$Y = \left\{\frac{2(K-1)}{3N_M}+\frac{(K-1)}{\pi^2N_MM}\sum_{q=1}^{M}\sum_{\substack{i=1\\i\neq q}}^{M}\frac{1}{(i-q)^2}+V\overline{\gamma_b}^{-1}\right\}^{-1} \tag{3.35}$$

3.5 อัตราความผิดพลาดบิตเฉลี่ยของระบบ

สมมติให้ทำการมอดูเลตแบบ BPSK และทำการดีมอดูเลตแบบร่วมนัย (coherent) ดังนั้นจาก [6] ค่า $P_e(s)$ แสดงดังสมการที่ 3.36

$$P_e(s) = \frac{\Gamma(1/2, Ys)}{2\sqrt{\pi}} \tag{3.36}$$

$$p(s) = \left(\frac{m_T}{\Omega_T}\right)^{m_T} \frac{s^{m_T-1}}{\Gamma(m_T)} \exp\left(-\frac{m_T}{\Omega_T} s\right) \tag{3.37}$$

โดย $m_T = M(m), \Omega_T = M\Omega\left(\frac{5m-1}{5m}\right)$ และ $s = \frac{1}{M}\left(\sum_{q=1}^{M} \alpha_{1,q}\right)^2$

จาก [4] สมการที่ 3.37 คือค่า p.d.f ของผลรวมของ ตัวแปรสุ่มที่มี p.d.f เป็นแบบ Nakagami และแบบ i.i.d จำนวน M ตัวแปร นำสมการที่ 3.36 และ 3.37 มาแทนในสมการที่ 3.38 เพื่อหาค่าเฉลี่ยของความน่าจะเป็นของความผิดพลาดของข้อมูล

$$\bar{P}_e = \int_0^{\infty} P_e(s)\rho(s)ds \tag{3.38}$$

$$\bar{P}_e = \frac{1}{2\Gamma(m_T)\sqrt{\pi}} \left(\frac{m_T}{\Omega_T}\right)^{m_T} \int_0^{\infty} \Gamma(1/2, Ys) s^{m_T-1} \exp\left(-\frac{m_T}{\Omega_T} s\right) ds \tag{3.39}$$

จาก [14] จะได้ว่า

$$\int_0^{\infty} x^{\mu-1} e^{-\beta x} \Gamma(\nu, \alpha x) dx = \frac{\alpha^{\nu}\Gamma(\mu+\nu)}{\mu(\alpha+\beta)^{\mu+\nu}} {}_2F_1\left(1, \mu+\nu; \mu+1; \frac{\beta}{\alpha+\beta}\right) \tag{3.40}$$

โดยที่ $\{\mathrm{Re}(\alpha+\beta)>0, \mathrm{Re}(\mu)>0, \mathrm{Re}(\mu+\nu)>0\}\nu = 1/2, \alpha = Y, \mu = m_T, \beta = m_T/\Omega_T$ นำสมการที่ 3.40 แทนลงในสมการที่ 3.39 ได้สมการที่จะนำไปใช้ในการวิเคราะห์สมรรถนะของระบบดังนี้

$$\bar{P}_e = \frac{(m_T)^{m_T-1}(\Omega_T)^{1/2} Y^{1/2}}{2\sqrt{\pi}\Gamma(m_T)} \left\{\frac{\Gamma(m_T+1/2)}{(Y\Omega_T+m_T)^{m_T+1/2}}\right\} {}_2F_1\left(1, m_T+1/2 : m_T+1 : \frac{m_T}{m_T+Y\Omega_T}\right) \tag{3.41}$$

โดย ${}_2F_1(a,b;c;z)$ คือฟังก์ชันไฮเปอร์จีออเมตริก (Hypergeometric function)

บทที่ 4
ผลการวิเคราะห์เชิงเลข

บทนี้จะนำเสนอผลการวิเคราะห์เชิงเลข โดยใช้โปรแกรม MATLAB ในการเลียนแบบการทำงาน อัตราความผิดพลาดบิตของระบบ MC DS-CDMA สามารถคำนวณได้จากสมการที่ 3.41 ซึ่งในวิทยานิพนธ์ฉบับนี้ได้ศึกษาผลของตัวแปรเสริมเฟดดิงแบบ Nakagami จำนวนคลื่นพาห์ที่ใช้ในการมอดูเลต จำนวนผู้ใช้งานในระบบ และค่าของ SNR ซึ่งมีผลต่อค่าสมรรถนะของระบบโดยแบ่งตามหัวข้อที่ทำการวิเคราะห์ได้ดังนี้ได้ดังนี้

4.1 กำหนดให้จำนวนผู้ใช้งานในระบบมีค่าเท่ากับ 1 นั่นคือจะไม่มีผลของการแทรกสอดอันเนื่องจากผู้ใช้งานอื่น จากนั้นทำการเปลี่ยนแปลงค่าตัวแปรเสริมเฟดดิงแบบ Nakagami และจำนวนคลื่นพาห์ที่เพิ่มขึ้น เพื่อดูการเปลี่ยนแปลงสมรรถนะของระบบ

4.1.1 ตัวแปรเสริมเฟดดิงแบบ Nakagami ที่เพิ่มขึ้น ทำให้อัตราความผิดพลาดบิตมีค่าน้อยลง

4.1.2 จำนวนคลื่นพาห์ที่เพิ่มขึ้น ทำให้อัตราความผิดพลาดบิตมีค่าน้อยลง

4.2 กำหนดให้จำนวนผู้ใช้งานในระบบมีค่ามากกว่า 1 เพื่อดูสมรรถนะของระบบเมื่อมีการแทรกสอดอันเนื่องมาจากผู้ใช้งานอื่น โดยพิจารณาผลของตัวแปรเสริมเฟดดิงแบบ Nakagami และจำนวนคลื่นพาห์ที่เพิ่มขึ้น เพื่อดูผลที่เกิดขึ้นต่อสมรรถนะของระบบ

4.2.1 จำนวนคลื่นพาห์ที่เพิ่มขึ้น ทำให้อัตราผิดพลาดบิตน้อยลง (ที่จำนวนผู้ใช้งานเท่ากับ 10)

4.2.2 จำนวนคลื่นพาห์ที่เพิ่มขึ้น ทำให้อัตราผิดพลาดบิตน้อยลง (ที่จำนวนผู้ใช้งานเท่ากับ 15)

4.2.3 ค่าตัวแปรเสริมเฟดดิงที่เพิ่มขึ้น ทำให้อัตราผิดพลาดบิตน้อยลง (ที่จำนวนผู้ใช้งานเท่ากับ 10)

4.2.4 จำนวนผู้ใช้งานที่เพิ่มขึ้น ทำให้อัตราผิดพลาดบิตเพิ่มขึ้นในลักษณะลอการิทึม

4.3 ในส่วนนี้จะแสดงจำนวนผู้ใช้งานที่สามารถรองรับได้ในระบบ ตัวแปรที่เกี่ยวข้องที่เพิ่มขึ้นมาคือ SNR โดยในส่วนนี้จะแสดงผลของตัวแปรเสริมเฟดดิงแบบ Nakagami จำนวนคลื่นพาห์และค่า SNR ที่มีผลต่อสมรรถนะของระบบ

4.3.1 จำนวนคลื่นพาห์ที่ใช้ในการมอดูเลตเพิ่มขึ้น จำนวนผู้ใช้งานที่ระบบสามารถรองรับได้จะเพิ่มขึ้นที่ SNR=10 dB

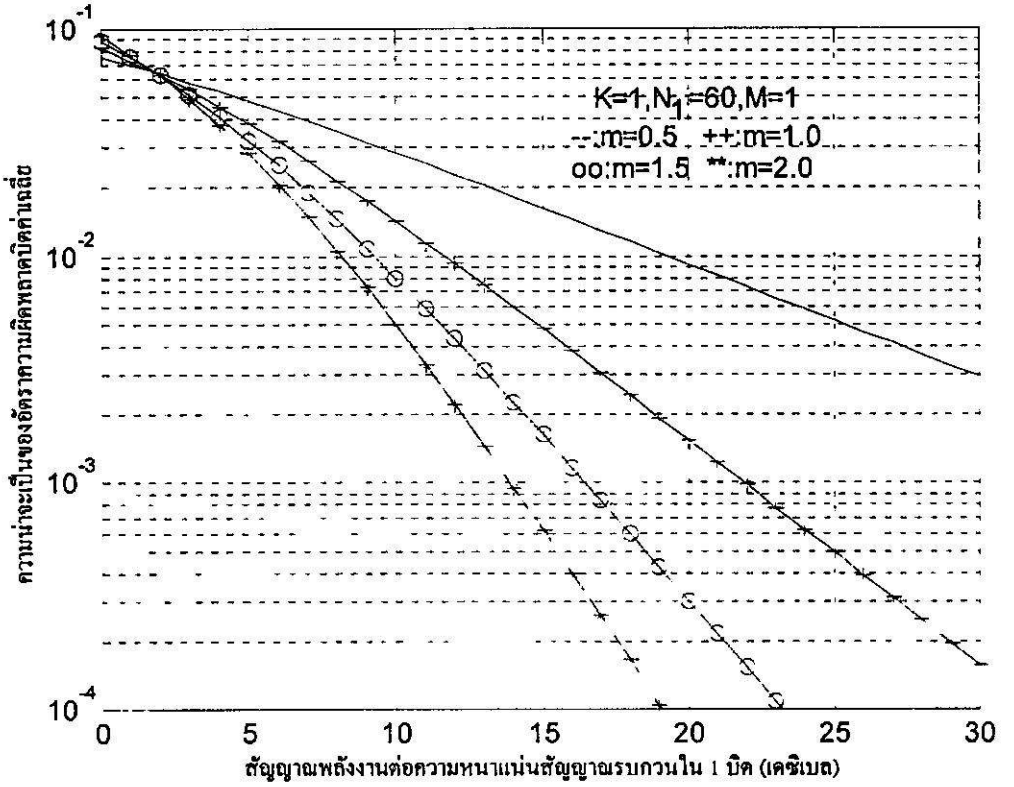
4.3.2 จำนวนคลื่นพาห์ที่ใช้ในการมอดูเลตเพิ่มขึ้น จำนวนผู้ใช้งานที่ระบบสามารถรองรับได้จะเพิ่มขึ้นที่ SNR=15 dB

4.3.3 จำนวนคลื่นพาห์ที่ใช้ในการมอดูเลตเพิ่มขึ้น จำนวนผู้ใช้งานที่ระบบสามารถรองรับได้จะเพิ่มขึ้นที่ SNR=20 dB

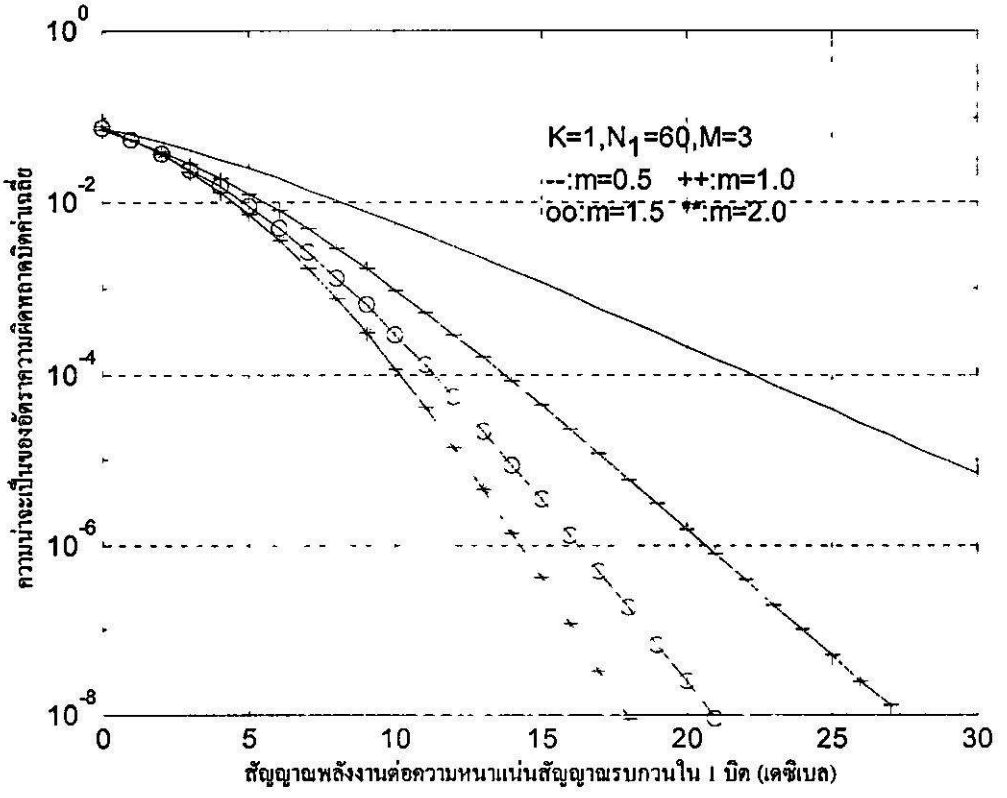
4.1 สมรรถนะของระบบเมื่อไม่มีผลจากการแทรกสอดจากจำนวนผู้ใช้งานอื่น (จำนวนผู้ใช้งานมีค่าเท่ากับ 1)

4.1.1 ตัวแปรเสริมเฟดดิงแบบ Nakagami ที่เพิ่มขึ้น ทำให้อัตราความผิดพลาดบิตมีค่าน้อยลง

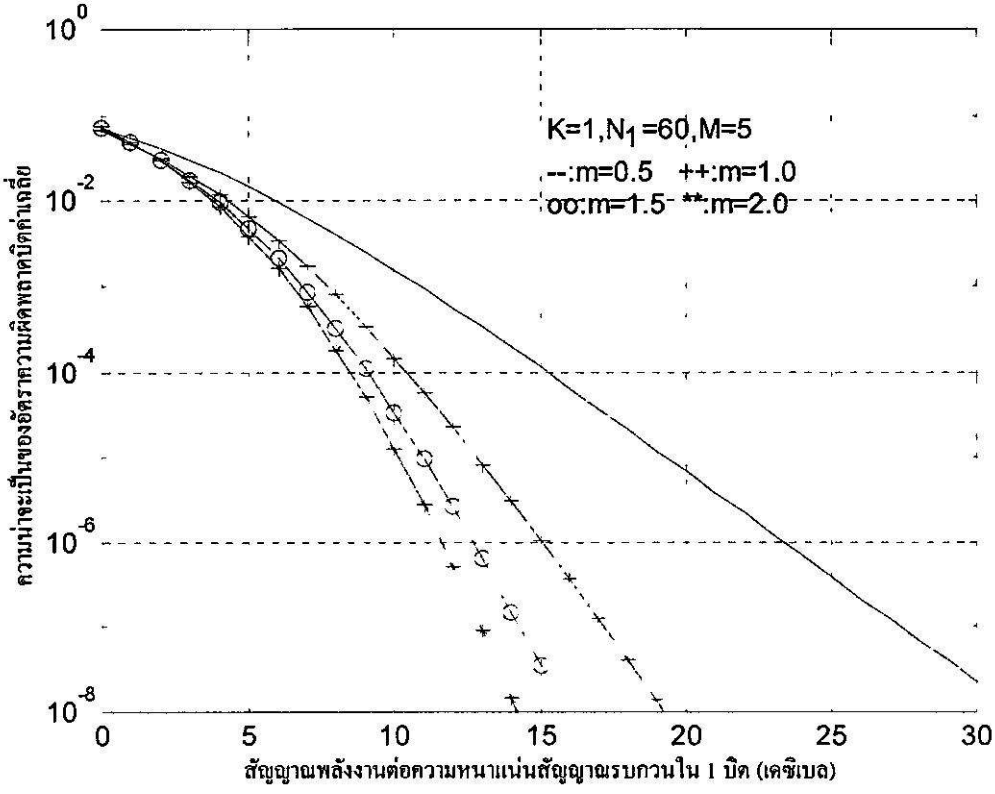
รูปที่ 4.1-4.4 แสดงระบบที่มีจำนวนผู้ใช้งาน (K) เท่ากับ 1 โดยมีตัวแปรเสริม อัตราการขยายประมวลผลสำหรับคลื่นพาห์เดี่ยว (N_1) เท่ากับ 60 จำนวนคลื่นพาห์ (M) ที่ใช้ในการมอดูเลตเท่ากับ 1 3 5 และ 8 ตามลำดับ จากผลการวิเคราะห์เชิงเลขแสดงให้เห็นว่าอัตราผิดพลาดบิตของระบบขึ้นอยู่กับ ตัวแปรเสริมเฟดดิงแบบ Nakagami และจำนวนคลื่นพาห์ที่ใช้ในการมอดูเลต โดยตัวแปรเสริมเฟดดิง Nakagami และจำนวนคลื่นพาห์ที่เพิ่มขึ้นทำให้อัตราผิดพลาดบิตน้อยลง



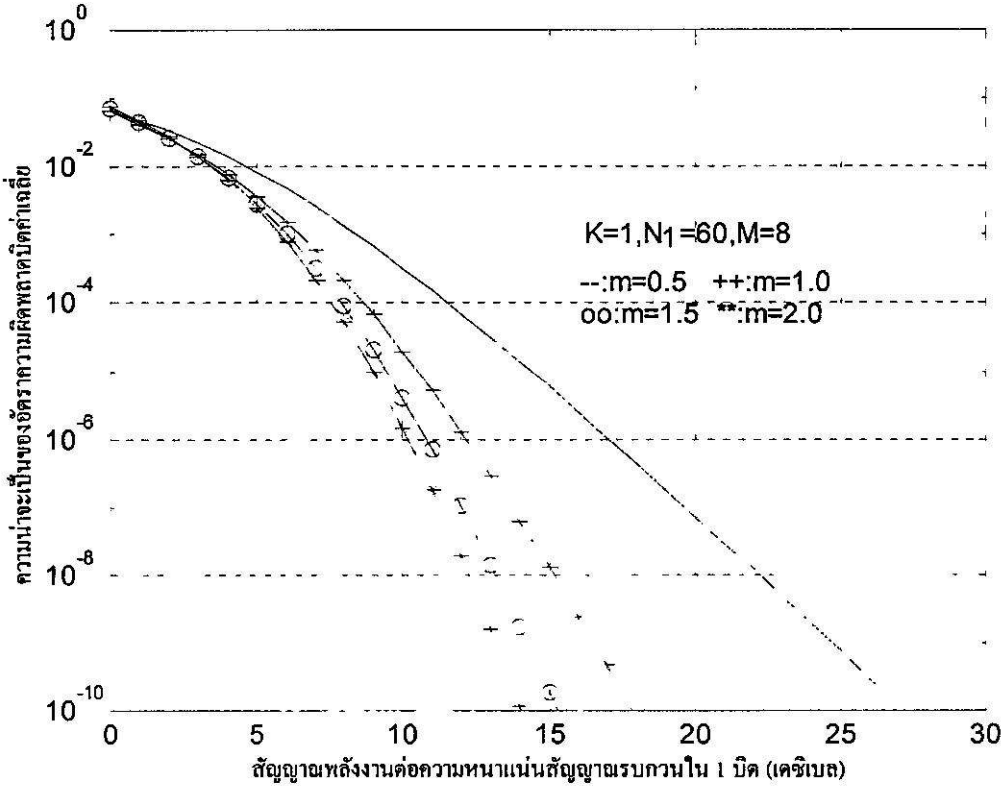
รูปที่ 4.1 แสดงความสัมพันธ์ระหว่างความน่าจะเป็นของอัตราความผิดพลาดบิตค่าเฉลี่ย กับ สัญญาณพลังงานต่อความหนาแน่นสัญญาณรบกวนใน 1 บิต โดยมีตัวแปรเสริม K=1 , N_1=60, M=1 และตัวแปรเสริมเฟดดิงแบบ Nakagami ค่าต่างๆ



รูปที่ 4.2 แสดงความสัมพันธ์ระหว่างความน่าจะเป็นของอัตราความผิดพลาดบิตค่าเฉลี่ย กับสัญญาณพลังงานต่อความหนาแน่นสัญญาณรบกวนใน 1 บิต โดยมีตัวแปรเสริม K=1 , N_1=60, M=3 และตัวแปรเสริมเฟดดิงแบบ Nakagami ค่าต่างๆ



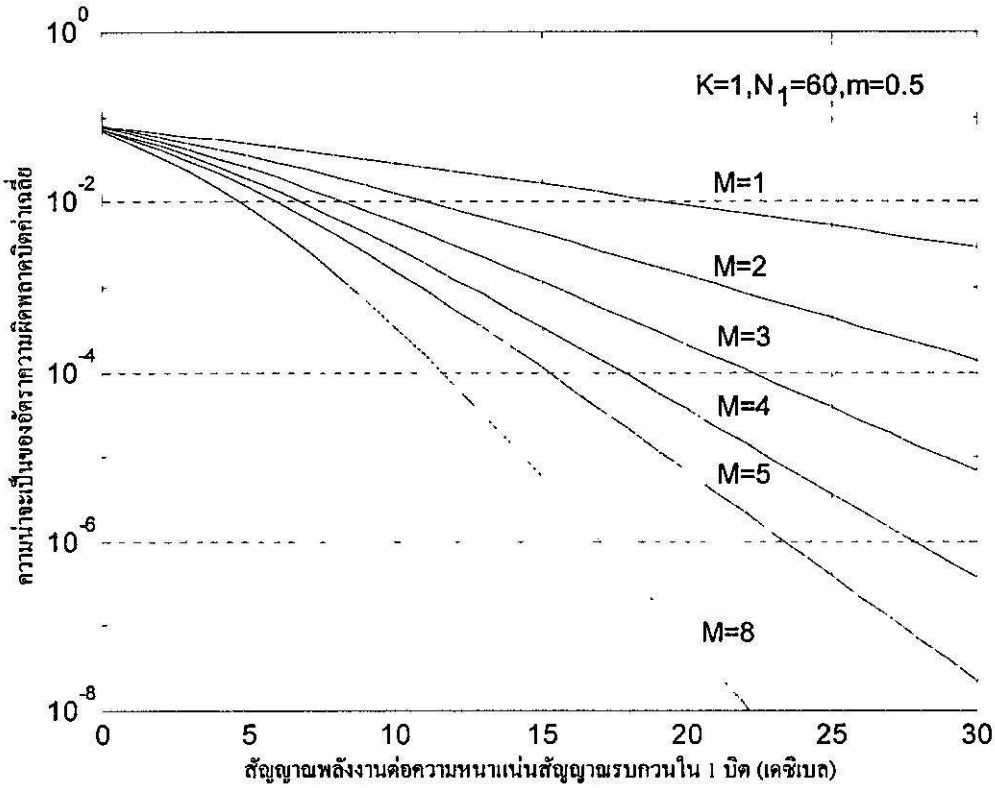
รูปที่ 4.3 แสดงความสัมพันธ์ระหว่างความน่าจะเป็นของอัตราความผิดพลาดบิตค่าเฉลี่ย กับสัญญาณพลังงานต่อความหนาแน่นสัญญาณรบกวนใน 1 บิต โดยมีตัวแปรเสริม K=1 , N_1=60, M=5 และตัวแปรเสริมเฟดดิงแบบ Nakagami ค่าต่างๆ



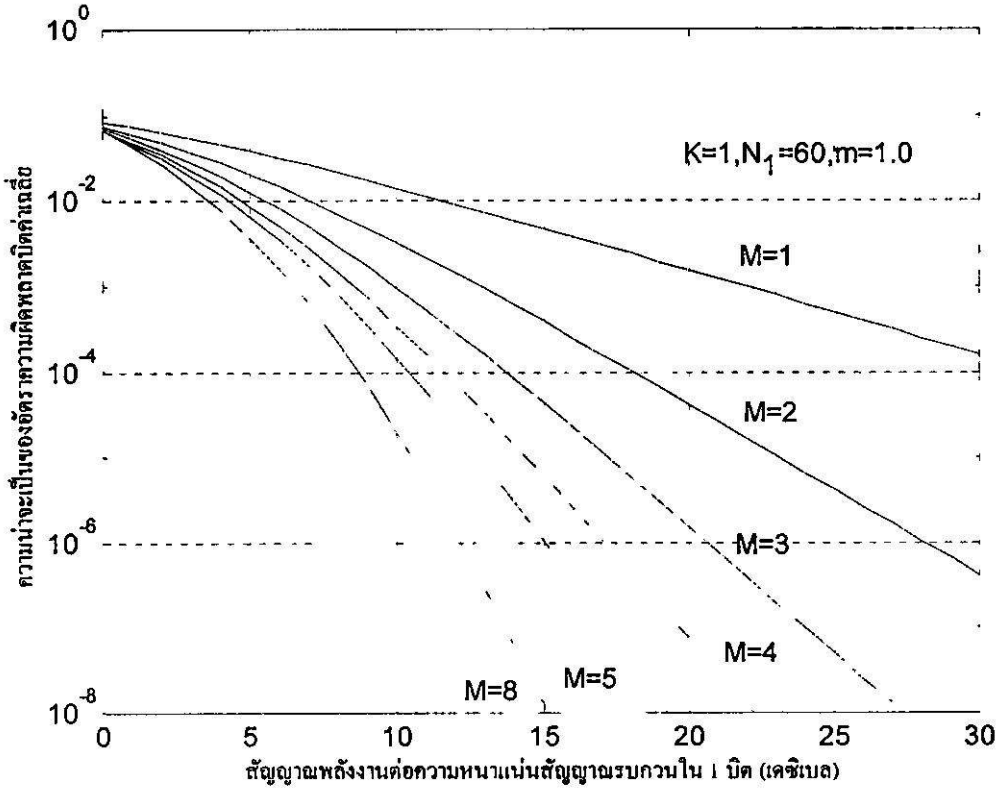
รูปที่ 4.4 แสดงความสัมพันธ์ระหว่างความน่าจะเป็นของอัตราความผิดพลาดบิตค่าเฉลี่ย กับสัญญาณพลังงานต่อความหนาแน่นสัญญาณรบกวนใน 1 บิต โดยมีตัวแปรเสริม K=1 , N_1=60, M=8 และตัวแปรเสริมเฟดดิงแบบ Nakagami ค่าต่างๆ

4.1.2 จำนวนคลื่นพาห์ที่เพิ่มขึ้น ทำให้อัตราความผิดพลาดบิตมีค่าน้อยลง

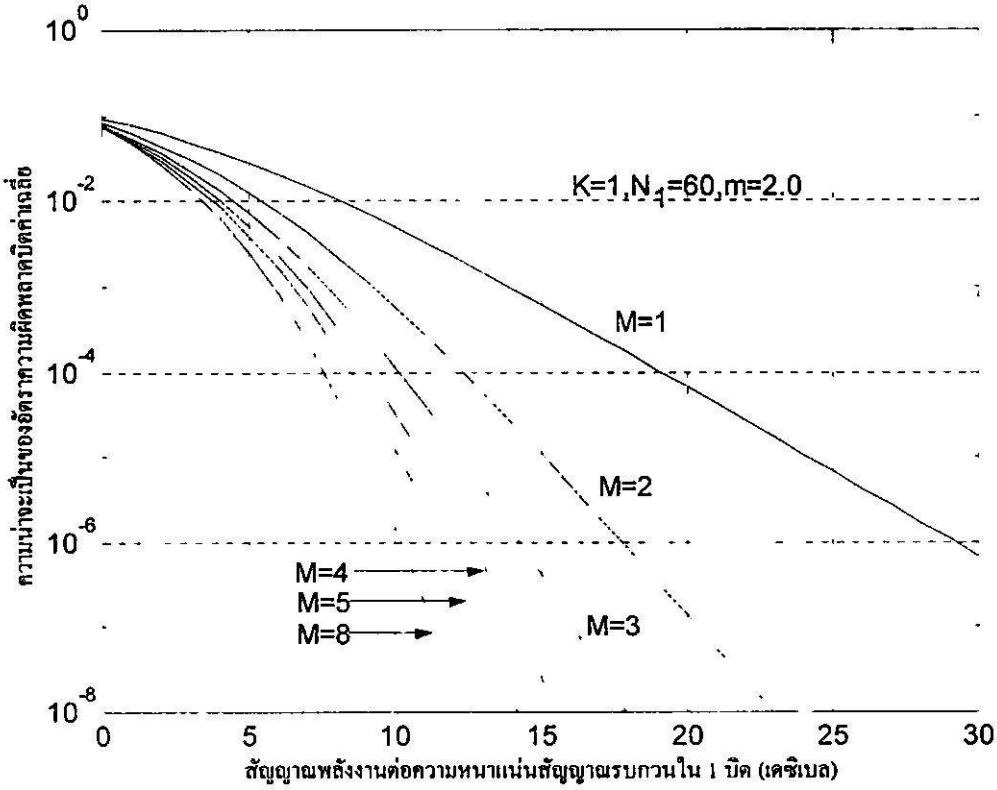
รูปที่ 4.5-4.7 แสดงให้เห็นผลของจำนวนคลื่นพาห์ที่เพิ่มขึ้นต่อสมรรถนะของระบบ เมื่อกำหนดให้ตัวแปรเสริมเฟดดิงแบบ Nakagami (m) เท่ากับ 0.5 1.0 (รายเลย์เฟดดิง) และ 2.0 ตามลำดับ อัตราขยายการประมวลผลสำหรับคลื่นพาห์เดี่ยว (N_1) เท่ากับ 60 และจำนวนผู้ใช้งาน (K) ในระบบเท่ากับ 1 จากผลการวิเคราะห์แสดงให้เห็นว่าจำนวนคลื่นพาห์ที่เพิ่มขึ้นจะทำให้อัตราความผิดพลาดบิตมีค่าน้อยลง และจะเปลี่ยนแปลงอย่างมากเมื่อจำนวนคลื่นพาห์เปลี่ยนจาก 1 เป็น 2



รูปที่ 4.5 แสดงความสัมพันธ์ระหว่างความน่าจะเป็นของอัตราความผิดพลาดบิตค่าเฉลี่ย กับสัญญาณพลังงานต่อความหนาแน่นสัญญาณรบกวนใน 1 บิต โดยมีตัวแปรเสริม K=1 , N_1=60, m=0.5 และจำนวนคลื่นพาห์ค่าต่างๆ



รูปที่ 4.6 แสดงความสัมพันธ์ระหว่างความน่าจะเป็นของอัตราความผิดพลาดบิตค่าเฉลี่ย กับสัญญาณพลังงานต่อความหนาแน่นสัญญาณรบกวนใน 1 บิต โดยมีตัวแปรเสริม K=1 , N_1=60, m=1.0 และจำนวนคลื่นพาห์ค่าต่างๆ

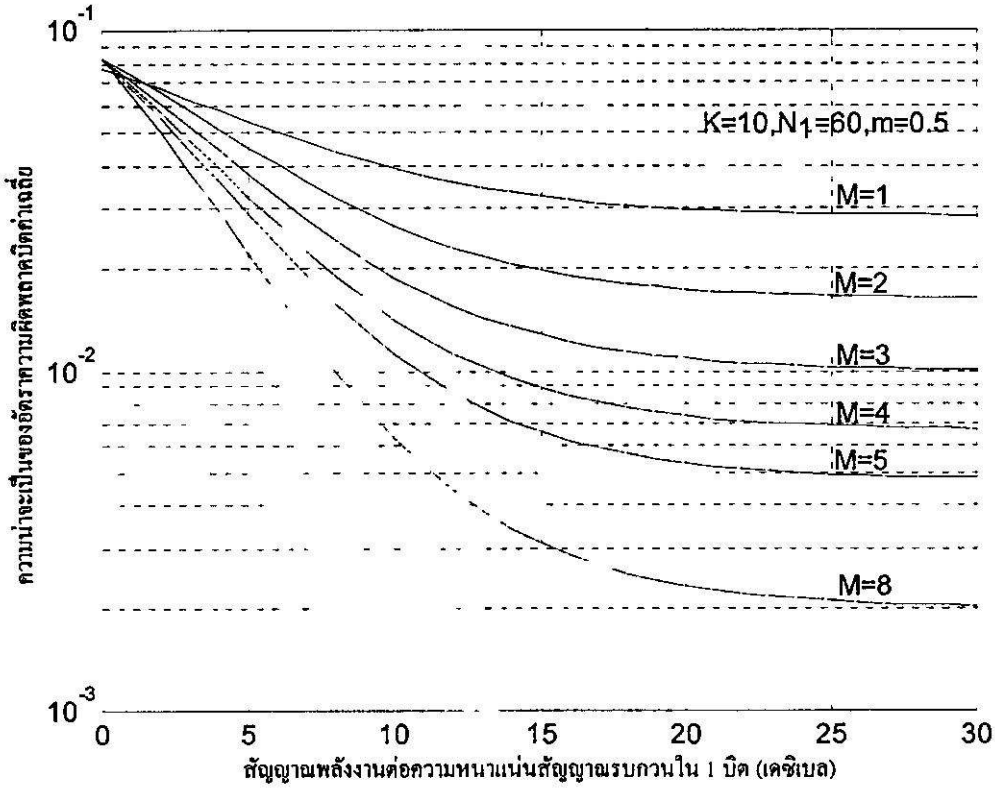


รูปที่ 4.7 แสดงความสัมพันธ์ระหว่างความน่าจะเป็นของอัตราความผิดพลาดบิตค่าเฉลี่ย กับสัญญาณพลังงานต่อความหนาแน่นสัญญาณรบกวนใน 1 บิต โดยมีตัวแปรเสริม K=1 , N_1=60, m=2.0 และจำนวนคลื่นพาห์ค่าต่างๆ

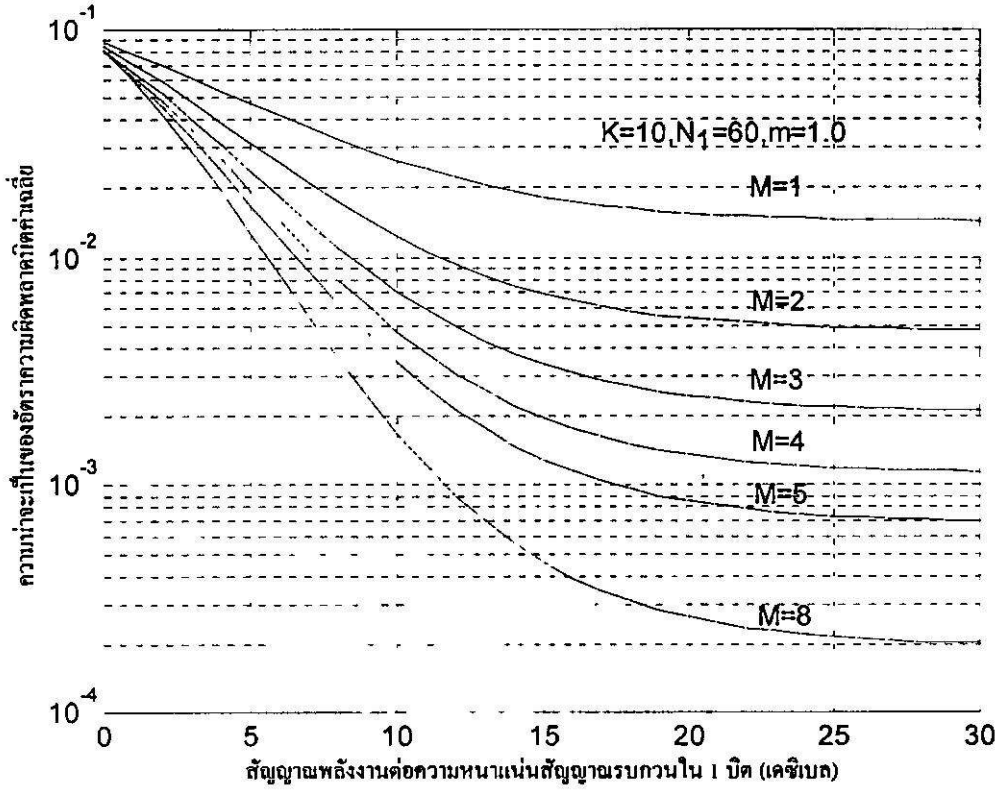
4.2 สมรรถนะของระบบเมื่อมีผลของการแทรกสอดอันเนื่องมาจากผู้ใช้งานอื่น(ผู้ใช้งานมากกว่า 1)

4.2.1 จำนวนคลื่นพาห์ที่เพิ่มขึ้น ทำให้อัตราผิดพลาดบิตน้อยลง (ที่จำนวนผู้ใช้งานเท่ากับ 10)

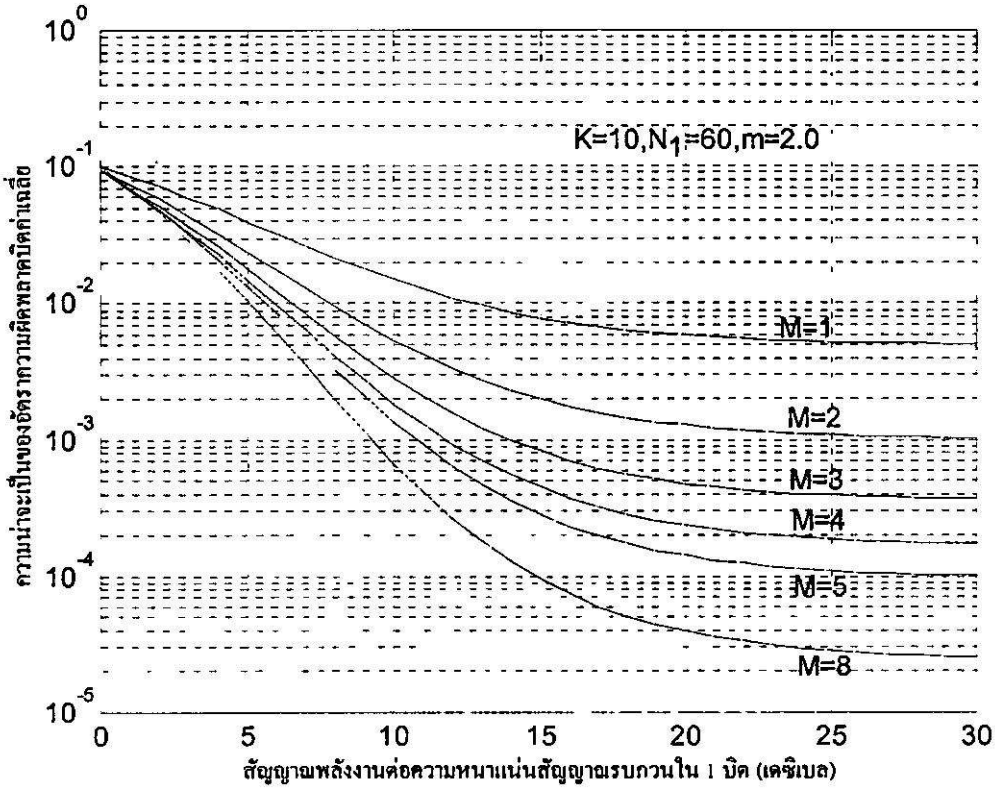
รูปที่ 4.8-4.10 แสดงระบบที่มีจำนวนผู้ใช้งานเท่ากับ 10 โดยมีตัวแปรเสริมเฟดดิงแบบ Nakagami เท่ากับ 0.5 1.0 และ 2.0 ตามลำดับ อัตราการขยายประมวลผลสำหรับคลื่นพาห์เดี่ยวเท่ากับ 60 และทำการเปลี่ยนแปลงจำนวนคลื่นพาห์ที่ใช้ในการมอดูเลต จากผลการวิเคราะห์เชิงเลขแสดงให้เห็นว่า จำนวนคลื่นพาห์ที่เพิ่มขึ้นส่งผลให้สมรรถนะของระบบดีขึ้นและจะเพิ่มอย่างมากเมื่อ M เพิ่มจาก 1 เป็น 2 เช่นเดียวกับกรณีที่จำนวนผู้ใช้งานเท่ากับ 1 และตัวแปรเสริมเฟดดิงแบบ Nakagami ที่เพิ่มขึ้นทำให้อัตราผิดพลาดบิตลดลง



รูปที่ 4.8 แสดงความสัมพันธ์ระหว่างความน่าจะเป็นของอัตราความผิดพลาดบิตค่าเฉลี่ย กับสัญญาณพลังงานต่อความหนาแน่นสัญญาณรบกวนใน 1 บิต โดยมีตัวแปรเสริม K=10 , N_1=60 ตัวแปรเสริมเฟดดิงแบบนาคากามีค่าเท่ากับ 0.5 และค่า M ต่างๆ



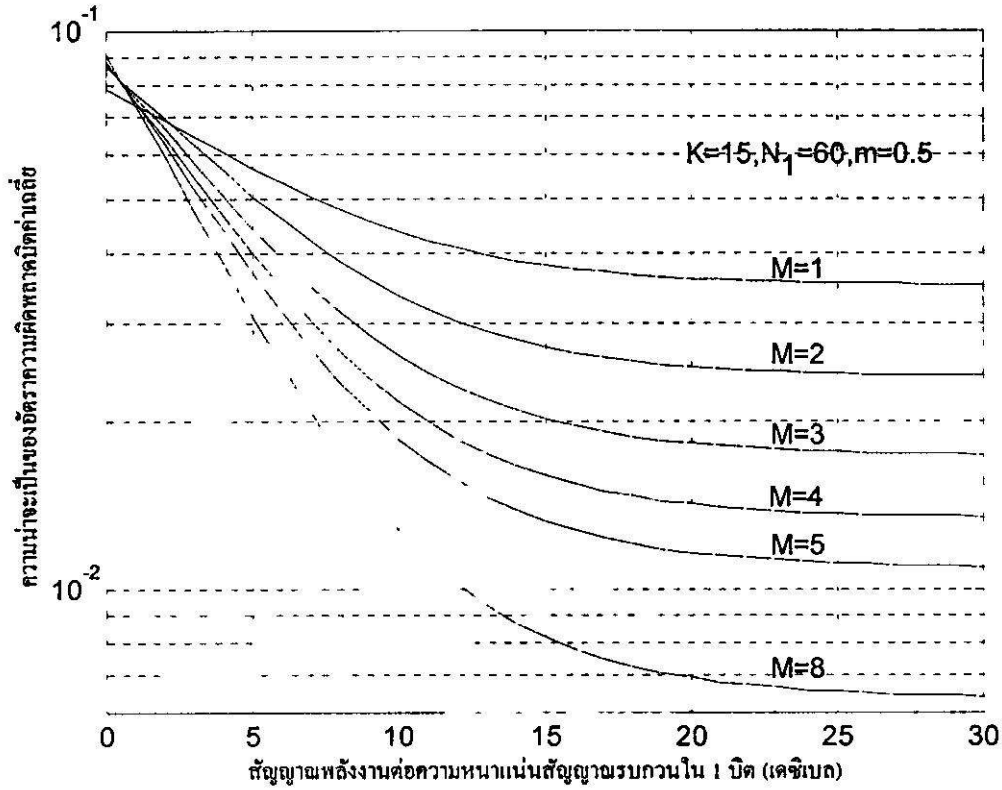
รูปที่ 4.9 แสดงความสัมพันธ์ระหว่างความน่าจะเป็นของอัตราความผิดพลาดบิตค่าเฉลี่ย กับสัญญาณพลังงานต่อความหนาแน่นสัญญาณรบกวนใน 1 บิต โดยมีตัวแปรเสริม K=10 , N_1=60 ตัวแปรเสริมเฟดดิงแบบนาคากามีค่าเท่ากับ 1.0 และค่า M ต่างๆ



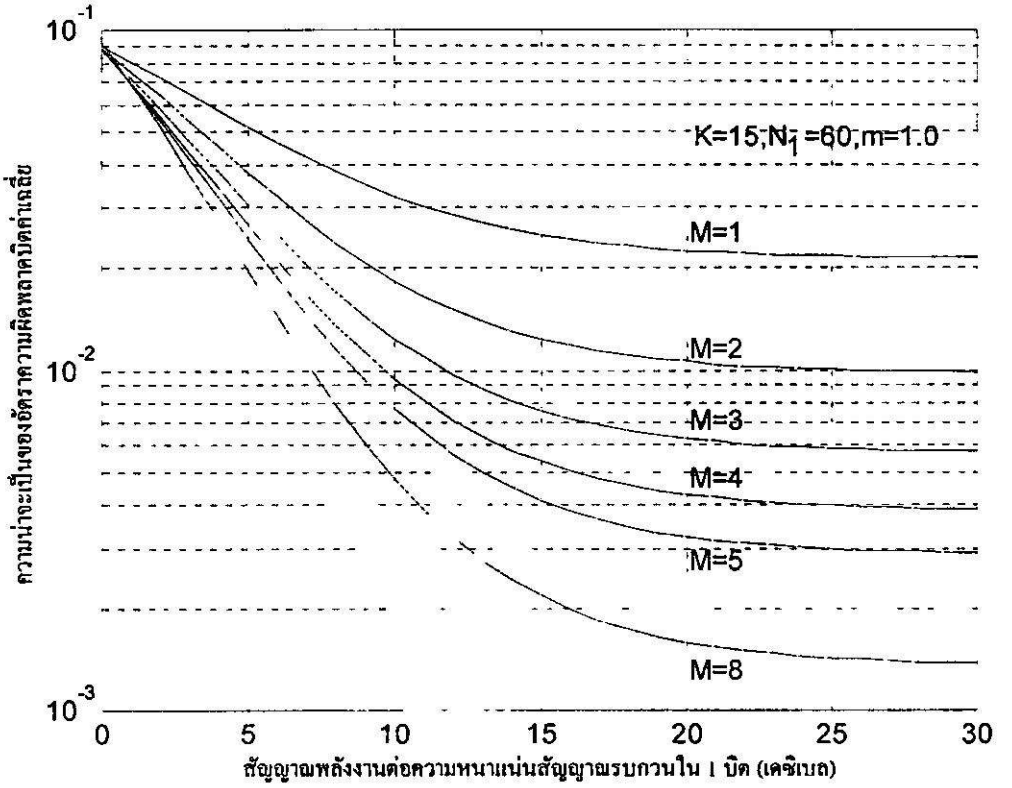
รูปที่ 4.10 แสดงความสัมพันธ์ระหว่างความน่าจะเป็นของอัตราความผิดพลาดบิตค่าเฉลี่ย กับสัญญาณพลังงานต่อความหนาแน่นสัญญาณรบกวนใน 1 บิต โดยมีตัวแปรเสริม K=10 , N_1=60 ตัวแปรเสริมเฟดดิงแบบนาคากามีค่าเท่ากับ 2.0 และค่า M ต่างๆ

4.2.2 จำนวนคลื่นพาห์ที่เพิ่มขึ้น ทำให้อัตราผิดพลาดบิตน้อยลง (ที่จำนวนผู้ใช้งานเท่ากับ 15)

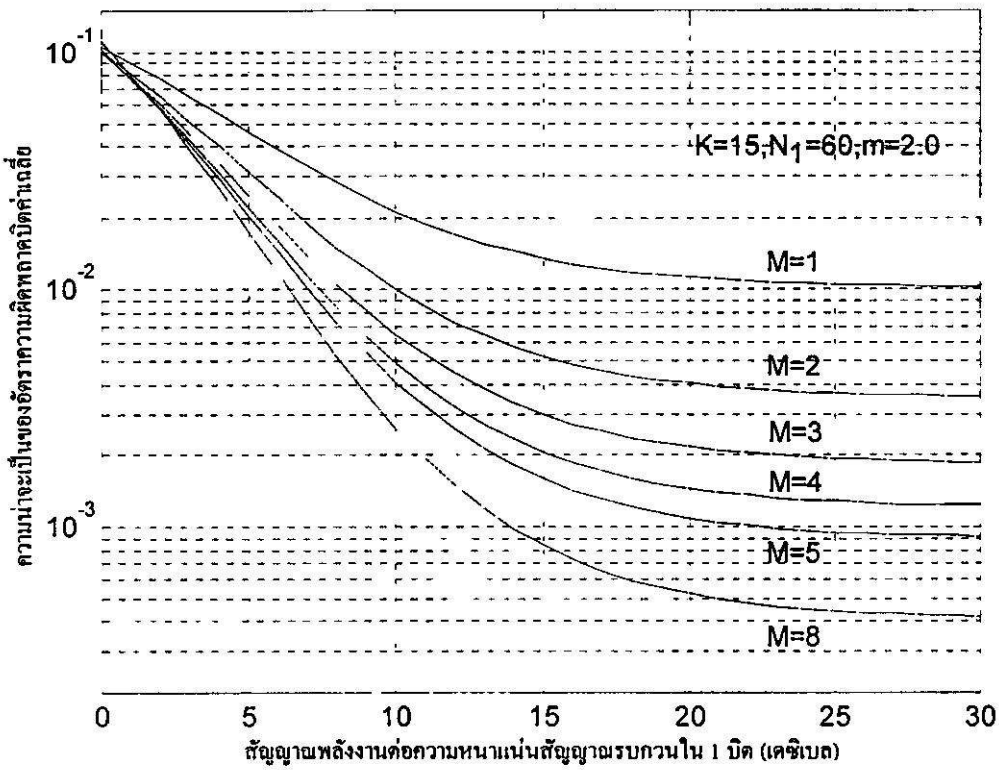
รูปที่ 4.11-4.13 แสดงระบบที่มีจำนวนผู้ใช้งานเท่ากับ 15 โดยมีตัวแปรเสริมเฟดดิงแบบ Nakagami เท่ากับ 0.5 1.0 และ 2.0 ตามลำดับ อัตราการขยายประมวลผลสำหรับคลื่นพาห์เดี่ยวเท่ากับ 60 และทำการเปลี่ยนแปลงจำนวนคลื่นพาห์ที่ใช้ในการมอดูเลต จากผลการวิเคราะห์เชิงเลขเมื่อเปรียบเทียบกับรูปที่ 4.4 แสดงให้เห็นว่าจำนวนผู้ใช้งานที่เพิ่มขึ้นส่งผลให้ค่าอัตราผิดพลาดบิตเพิ่มขึ้น



รูปที่ 4.11 แสดงความสัมพันธ์ระหว่างความน่าจะเป็นของอัตราความผิดพลาดบิตค่าเฉลี่ย กับสัญญาณพลังงานต่อความหนาแน่นสัญญาณรบกวนใน 1 บิต โดยมีตัวแปรเสริม K=15 , N_1=60 ตัวแปรเสริมเฟดดิงแบบนาคากามีค่าเท่ากับ 0.5 และค่า M ต่างๆ



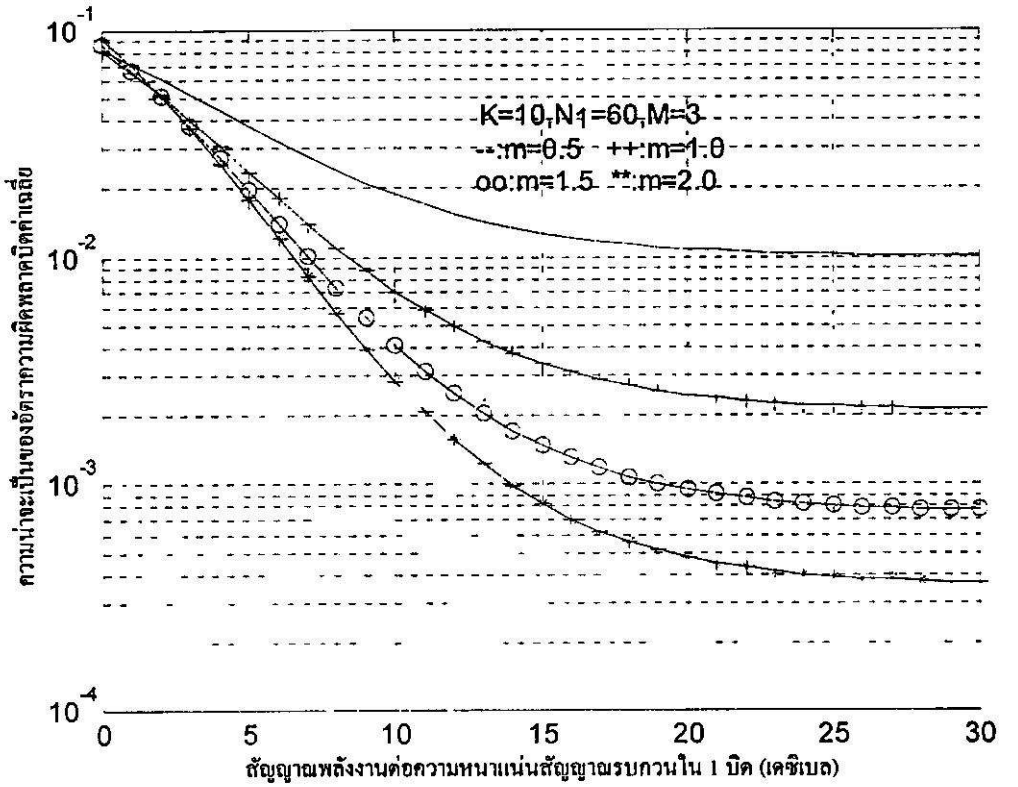
รูปที่ 4.12 แสดงความสัมพันธ์ระหว่างความน่าจะเป็นของอัตราความผิดพลาดบิตค่าเฉลี่ย กับสัญญาณพลังงานต่อความหนาแน่นสัญญาณรบกวนใน 1 บิต โดยมีตัวแปรเสริม K=15 , N_1=60 ตัวแปรเสริมเฟดดิงแบบนาคากามีค่าเท่ากับ 1.0 และค่า M ต่างๆ



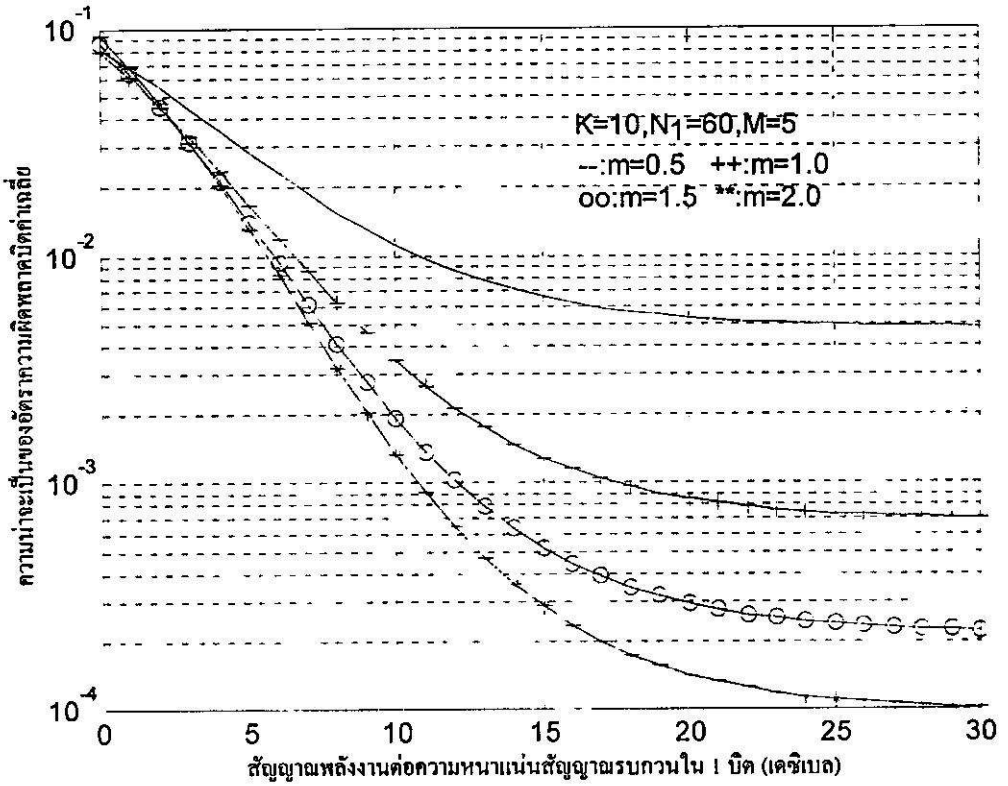
รูปที่ 4.13 แสดงความสัมพันธ์ระหว่างความน่าจะเป็นของอัตราความผิดพลาดบิตค่าเฉลี่ย กับสัญญาณพลังงานต่อความหนาแน่นสัญญาณรบกวนใน 1 บิต โดยมีตัวแปรเสริม K=15 , N_1=60 ตัวแปรเสริมเฟดดิงแบบนาคากามีค่าเท่ากับ 2.0 และค่า M ต่างๆ

4.2.3 ค่าตัวแปรเสริมเฟดดิงที่เพิ่มขึ้น ทำให้อัตราผิดพลาดบิตน้อยลง (ที่จำนวนผู้ใช้งานเท่ากับ 10)

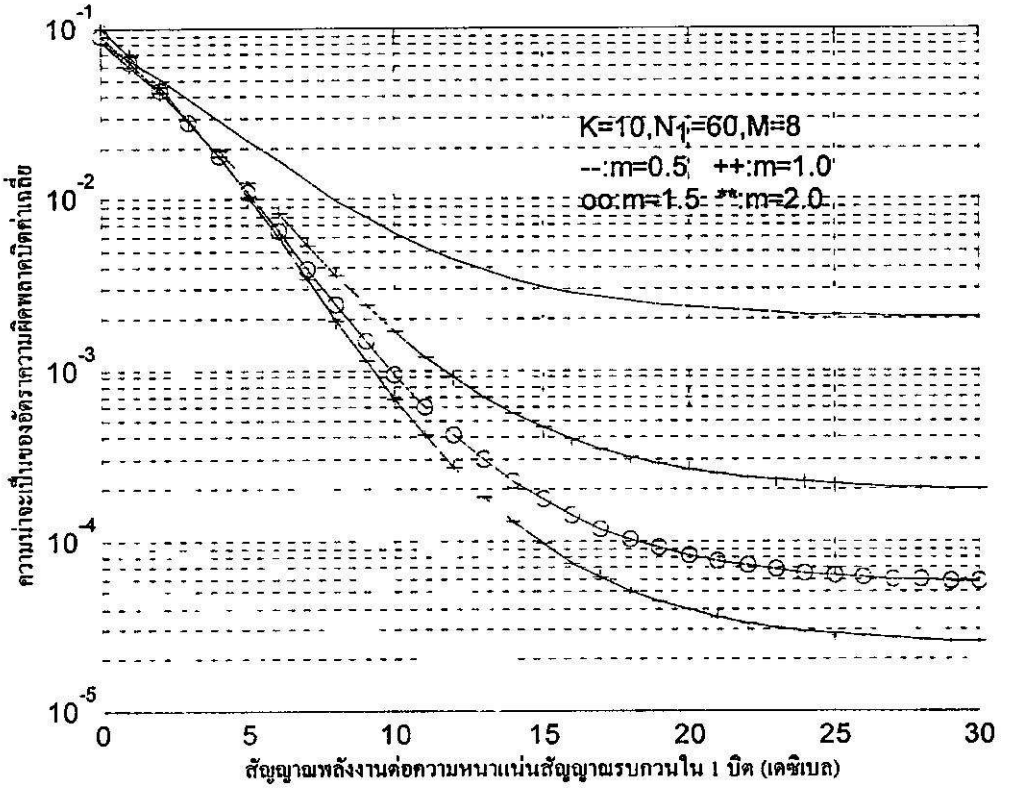
รูปที่ 4.14-4.16 แสดงให้เห็นผลของตัวแปรเสริมเฟดดิงแบบ Nakagami ค่าต่างๆ โดยจำนวนผู้ใช้งานในระบบเท่ากับ 10 อัตราขยายการประมวลผลสำหรับคลื่นพาห์เดี่ยวเท่ากับ 60 จำนวนคลื่นพาห์ที่ใช้ในการมอดูเลตเท่ากับ 3 5 และ 8 ตามลำดับ จากผลการวิเคราะห์แสดงให้เห็นว่าค่าตัวแปรเสริมเฟดดิงที่เพิ่มขึ้นจะทำให้อัตราความผิดพลาดบิตมีค่าน้อยลง



รูปที่ 4.14 แสดงความสัมพันธ์ระหว่างความน่าจะเป็นของอัตราความผิดพลาดบิตค่าเฉลี่ย กับสัญญาณพลังงานต่อความหนาแน่นสัญญาณรบกวนใน 1 บิต โดยมีตัวแปรเสริม K=10 , N_1=60, M=3 และตัวแปรเสริมเฟดดิงแบบนาคากามีค่าต่างๆ



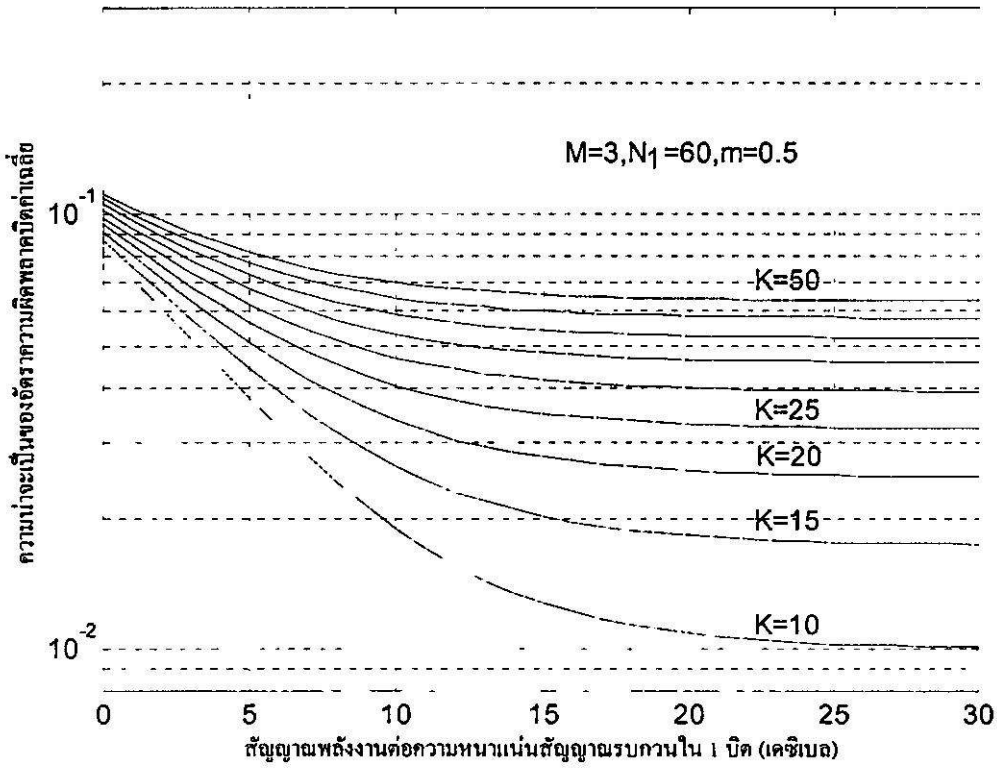
รูปที่ 4.15 แสดงความสัมพันธ์ระหว่างความน่าจะเป็นของอัตราความผิดพลาดบิตค่าเฉลี่ย กับสัญญาณพลังงานต่อความหนาแน่นสัญญาณรบกวนใน 1 บิต โดยมีตัวแปรเสริม K=10 , N_1=60, M=5 และตัวแปรเสริมเฟดดิงแบบนาคากามีค่าต่างๆ



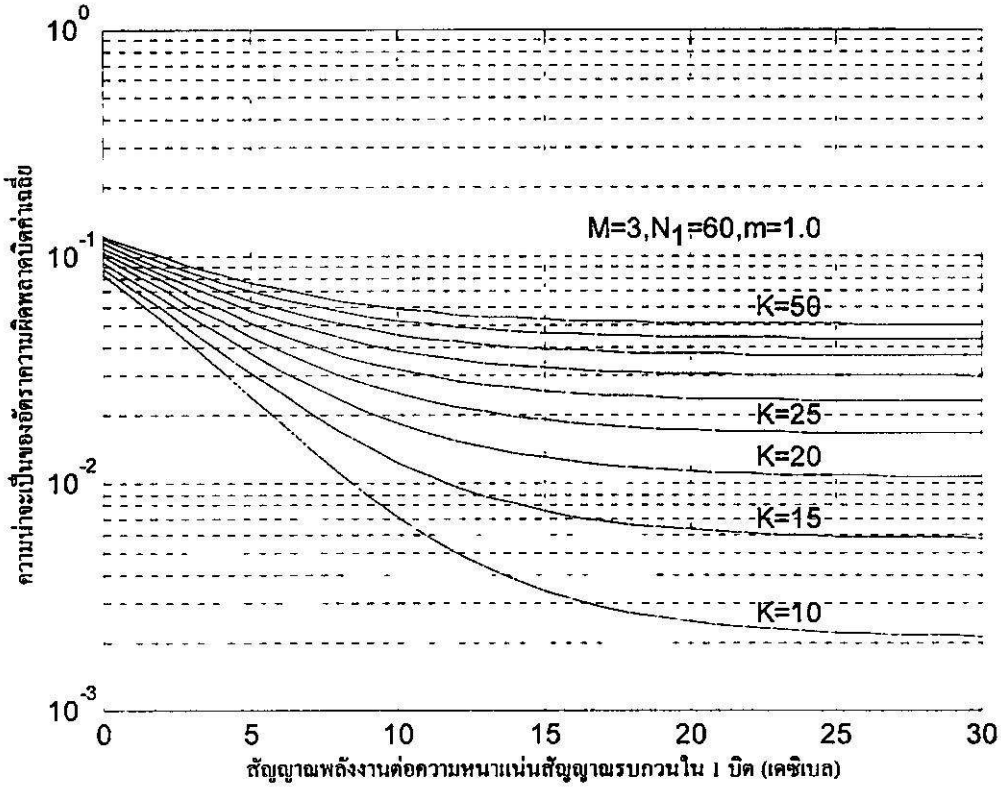
รูปที่ 4.16 แสดงความสัมพันธ์ระหว่างความน่าจะเป็นของอัตราความผิดพลาดบิตค่าเฉลี่ย กับสัญญาณพลังงานต่อความหนาแน่นสัญญาณรบกวนใน 1 บิต โดยมีตัวแปรเสริม K=10 , N_1=60, M=8 และตัวแปรเสริมเฟดดิงแบบนาคากามีค่าต่างๆ

4.2.4 จำนวนผู้ใช้งานที่เพิ่มขึ้น ทำให้อัตราผิดพลาดบิตเพิ่มขึ้นในลักษณะลอการิทึม

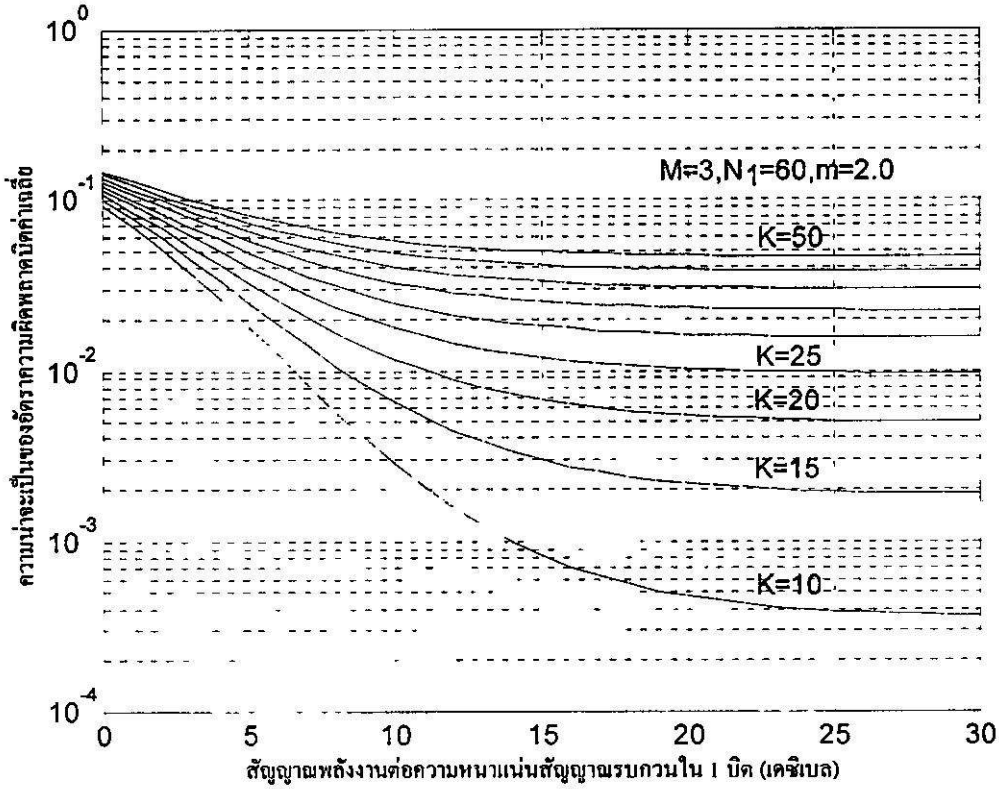
รูปที่ 4.17-4.19 แสดงให้เห็นผลของจำนวนผู้ใช้งานที่มีผลต่ออัตราผิดพลาดบิต โดยอัตราขยายการประมวลผลสำหรับคลื่นพาห์เดี่ยวเท่ากับ 60 จำนวนคลื่นพาห์ที่ใช้ในการมอดูเลตเท่ากับ 3 และตัวแปรเสริมเฟดดิงแบบนาคากาที่ค่า 0.5 1.0 และ 2.0 ตามลำดับ จากผลการวิเคราะห์แสดงให้เห็นว่าจำนวนผู้ใช้งานที่เพิ่มขึ้นส่งผลให้อัตราผิดพลาดบิตเพิ่มขึ้นในลักษณะลอการิทึม (logarithm)



รูปที่ 4.17 แสดงความสัมพันธ์ระหว่างความน่าจะเป็นของอัตราความผิดพลาดบิตค่าเฉลี่ย กับสัญญาณพลังงานต่อความหนาแน่นสัญญาณรบกวนใน 1 บิต โดยมีตัวแปรเสริม m=0.5 , N_1=60, M=3 และจำนวนผู้ใช้งานค่าต่างๆ



รูปที่ 4.18 แสดงความสัมพันธ์ระหว่างความน่าจะเป็นของอัตราความผิดพลาดบิตค่าเฉลี่ย กับสัญญาณพลังงานต่อความหนาแน่นสัญญาณรบกวนใน 1 บิต โดยมีตัวแปรเสริม m=1.0 , N_1=60, M=3 และจำนวนผู้ใช้งานค่าต่างๆ

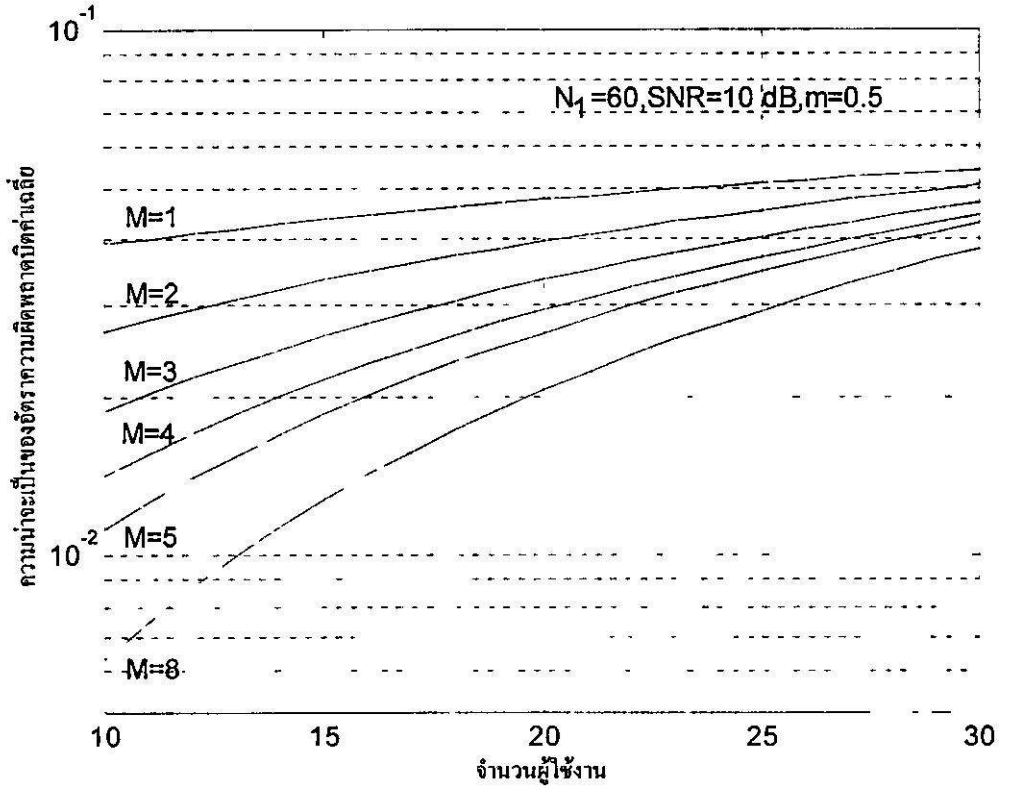


รูปที่ 4.19 แสดงความสัมพันธ์ระหว่างความน่าจะเป็นของอัตราความผิดพลาดบิตค่าเฉลี่ย กับสัญญาณพลังงานต่อความหนาแน่นสัญญาณรบกวนใน 1 บิต โดยมีตัวแปรเสริม m=2.0 , N_1=60, M=3 และจำนวนผู้ใช้งานค่าต่างๆ

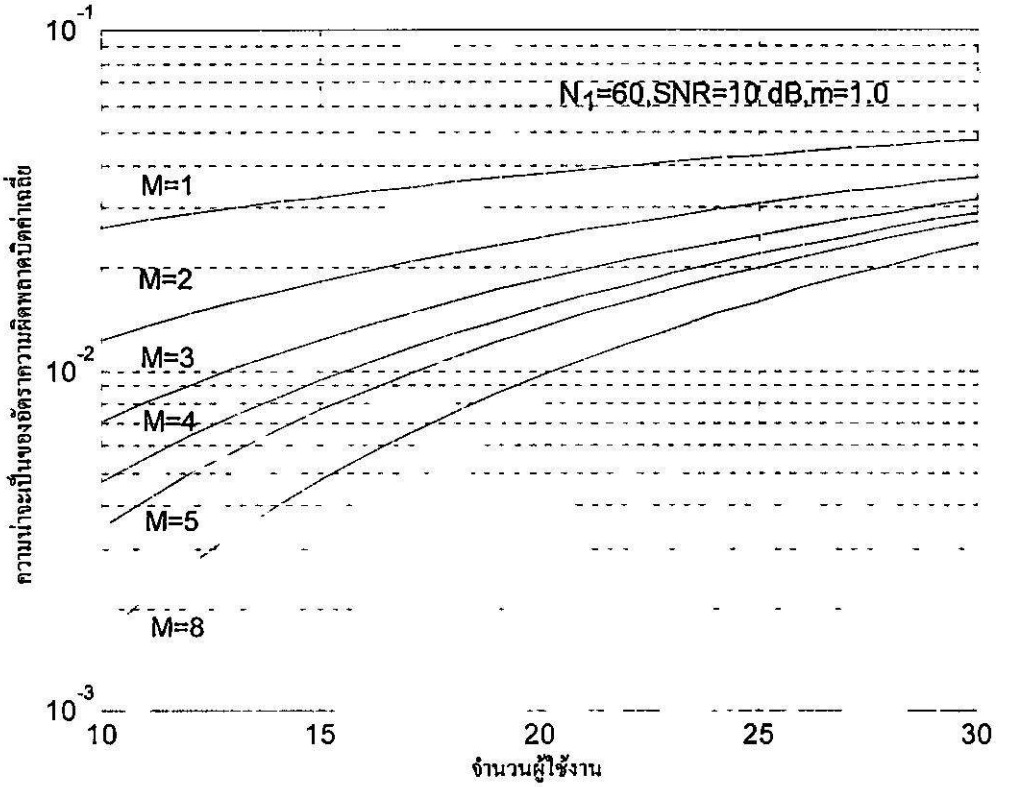
4.3 จำนวนผู้ใช้งานที่สามารถรองรับได้ในระบบ เมื่อพิจารณาตัวแปรเสริมเฟดดิงแบบ Nakagami จำนวนคลื่นพาห์ที่ใช้ในการมอดูเลต และค่า SNR

4.3.1 จำนวนคลื่นพาห์ที่ใช้ในการมอดูเลตเพิ่มขึ้น จำนวนผู้ใช้งานที่ระบบสามารถรองรับได้จะเพิ่มขึ้นพิจารณาที่ค่า SNR=10 dB

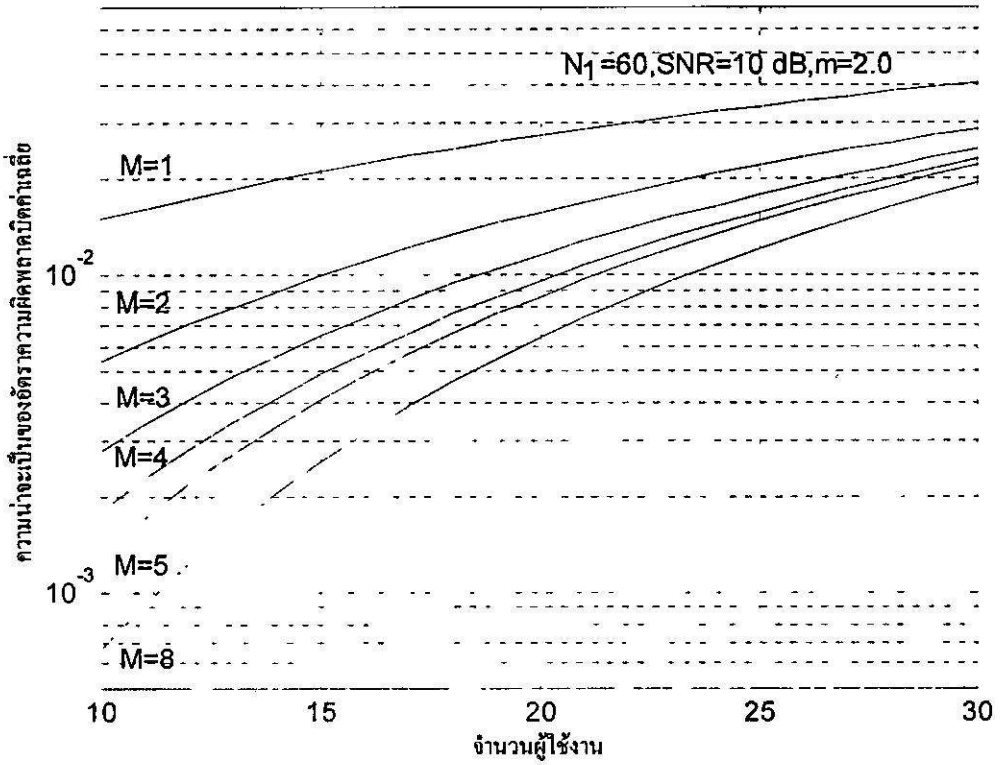
รูปที่ 4.20-4.22 แสดงระบบที่มีค่า SNR เท่ากับ 10 dB โดยแต่ละรูปจะทำการเปลี่ยนแปลงค่าตัวแปรเสริมเฟดดิงแบบ Nakagami ซึ่งมีค่าเท่ากับ 0.5 1.0 และ 2.0 ตามลำดับ และจำนวนคลื่นพาห์ที่ใช้ในการมอดูเลตเท่ากับ 1 2 3 4 5 และ 8 โดยมีอัตราการขยายประมวลผลสำหรับคลื่นพาห์เดี่ยวเท่ากับ 60 จากผลการวิเคราะห์เชิงเลขแสดงให้เห็นว่า จำนวนคลื่นพาห์ ตัวแปรเสริมเฟดดิงแบบ Nakagami ที่เพิ่มขึ้นส่งผลให้จำนวนผู้ใช้งานที่ระบบสามารถรองรับได้เพิ่มขึ้น



รูปที่ 4.20 แสดงความสัมพันธ์ระหว่างความน่าจะเป็นของอัตราความผิดพลาดบิตค่าเฉลี่ย กับจำนวนผู้ใช้งานในระบบ โดยมีตัวแปรเสริม m=0.5, N_1=60, M=3, SNR=10 dB และจำนวนคลื่นพาห์ค่าต่างๆ



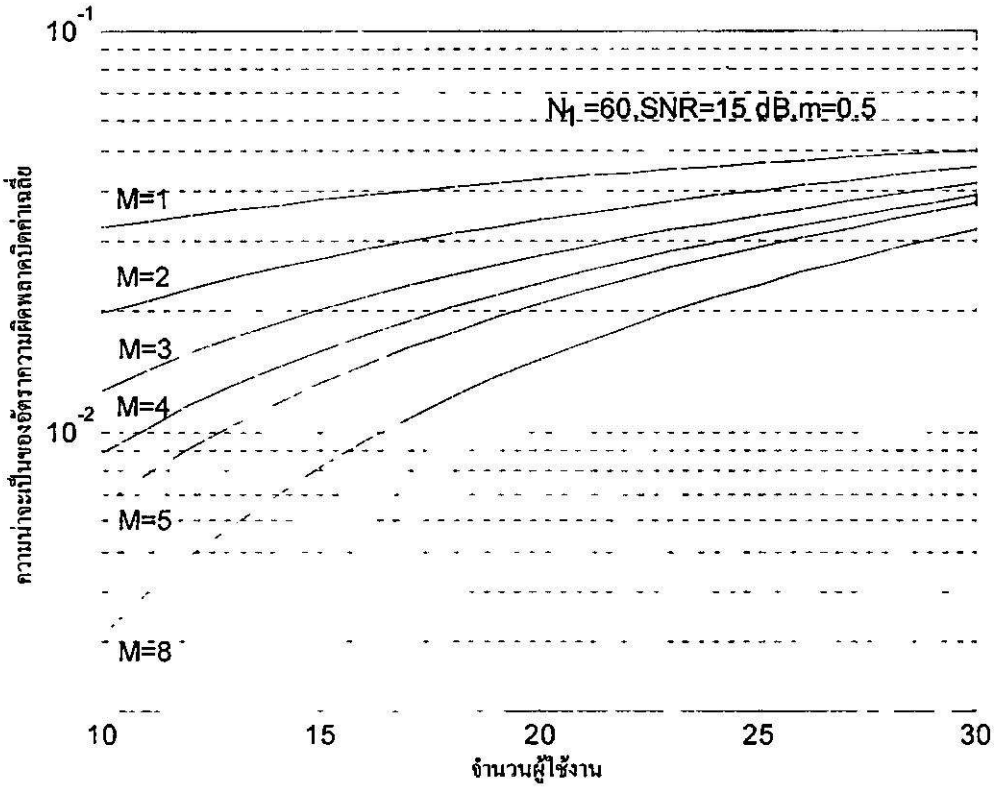
รูปที่ 4.21 แสดงความสัมพันธ์ระหว่างความน่าจะเป็นของอัตราความผิดพลาดบิตค่าเฉลี่ย กับจำนวนผู้ใช้งานในระบบ โดยมีตัวแปรเสริม m=1.0, N_1=60, M=3, SNR=10 dB และจำนวนคลื่นพาห์ค่าต่างๆ



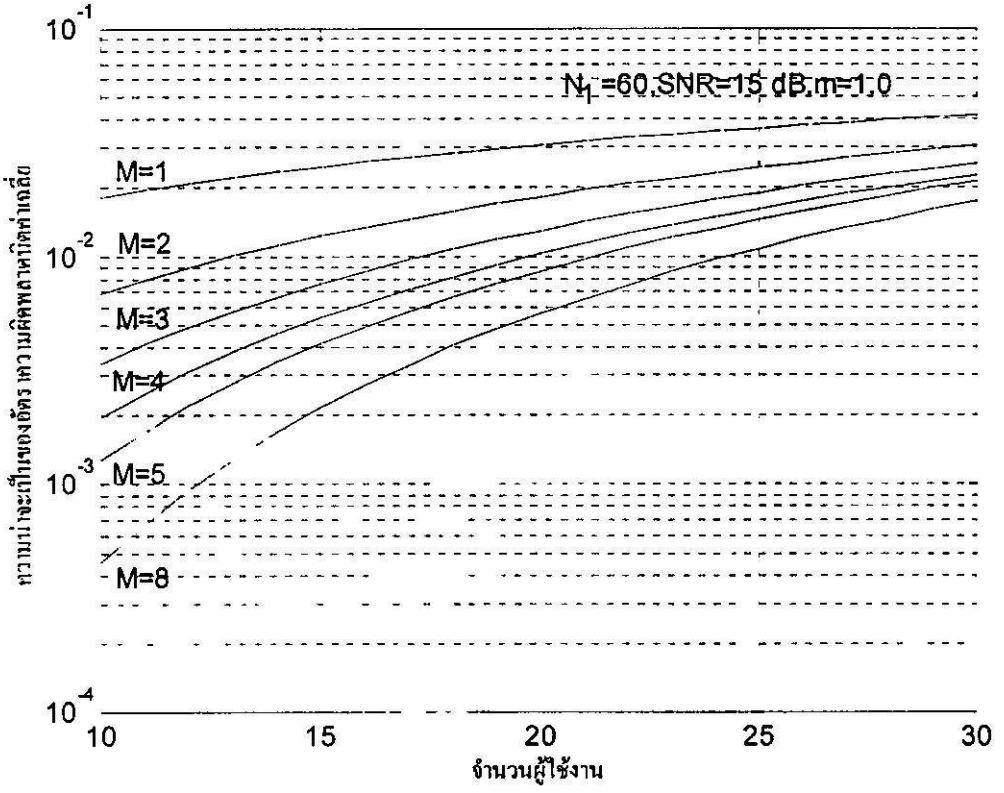
รูปที่ 4.22 แสดงความสัมพันธ์ระหว่างความน่าจะเป็นของอัตราความผิดพลาดบิตค่าเฉลี่ย กับจำนวนผู้ใช้งานในระบบ โดยมีตัวแปรเสริม m=2.0, N_1=60, M=3, SNR=10 dB และจำนวนคลื่นพาห์ค่าต่างๆ

4.3.2 จำนวนคลื่นพาห์ที่ใช้ในการมอดูเลตเพิ่มขึ้น จำนวนผู้ใช้งานที่ระบบสามารถรองรับได้จะเพิ่มขึ้นพิจารณาที่ค่า SNR=15 dB

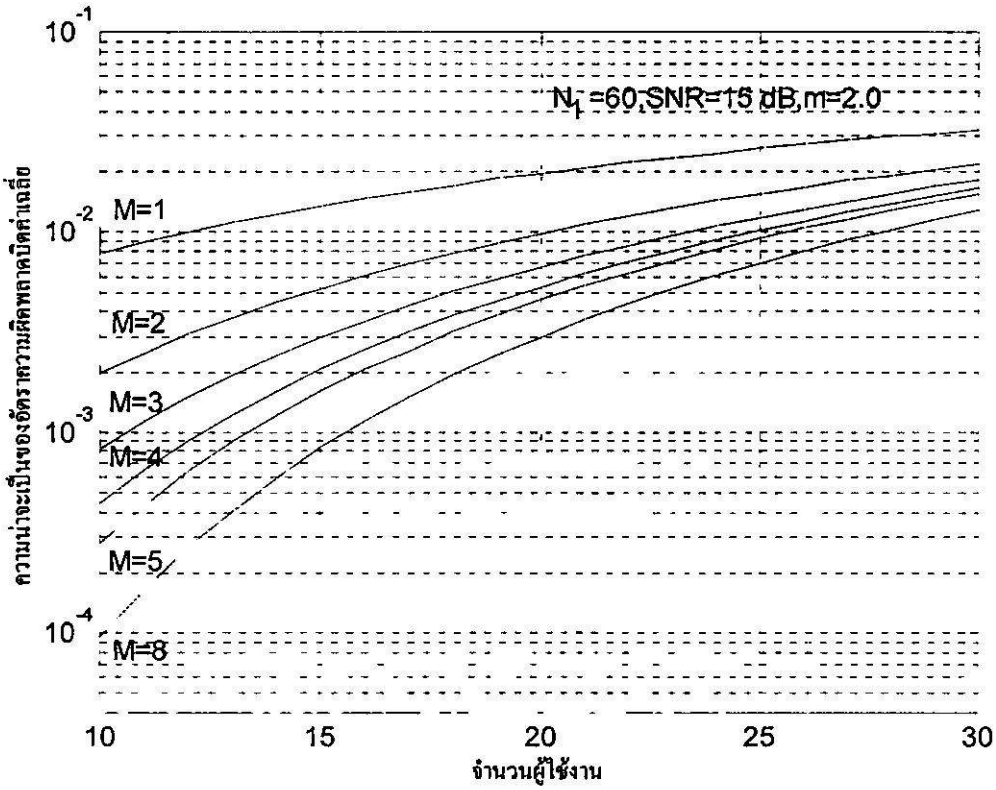
รูปที่ 4.23-4.25 แสดงระบบที่มีค่า SNR เท่ากับ 15 dB โดยแต่ละรูปจะทำการเปลี่ยนแปลงค่าตัวแปรเสริมเฟดดิงแบบ Nakagami ซึ่งมีค่าเท่ากับ 0.5 1.0 และ 2.0 ตามลำดับ และจำนวนคลื่นพาห์ที่ใช้ในการมอดูเลตเท่ากับ 1 2 3 4 5 และ 8 โดยมีอัตราการขยายประมวลผลสำหรับคลื่นพาห์เดี่ยวเท่ากับ 60 จากผลการวิเคราะห์เชิงเลขแสดงให้เห็นว่า จำนวนคลื่นพาห์ ตัวแปรเสริมเฟดดิงแบบ Nakagami ที่เพิ่มขึ้นส่งผลให้จำนวนผู้ใช้งานที่ระบบสามารถรองรับได้เพิ่มขึ้น และเมื่อทำการเปรียบเทียบกับรูปที่ 4.20-4.22 พบว่าค่า SNR ที่เพิ่มขึ้นจำนวนผู้ใช้งานที่ระบบสามารถรองรับจะได้เพิ่มขึ้นเช่นกัน



รูปที่ 4.23 แสดงความสัมพันธ์ระหว่างความน่าจะเป็นของอัตราความผิดพลาดบิตค่าเฉลี่ย กับจำนวนผู้ใช้งานในระบบ โดยมีตัวแปรเสริม m=0.5, N_1=60, M=3, SNR=15 dB และจำนวนคลื่นพาห์ค่าต่างๆ



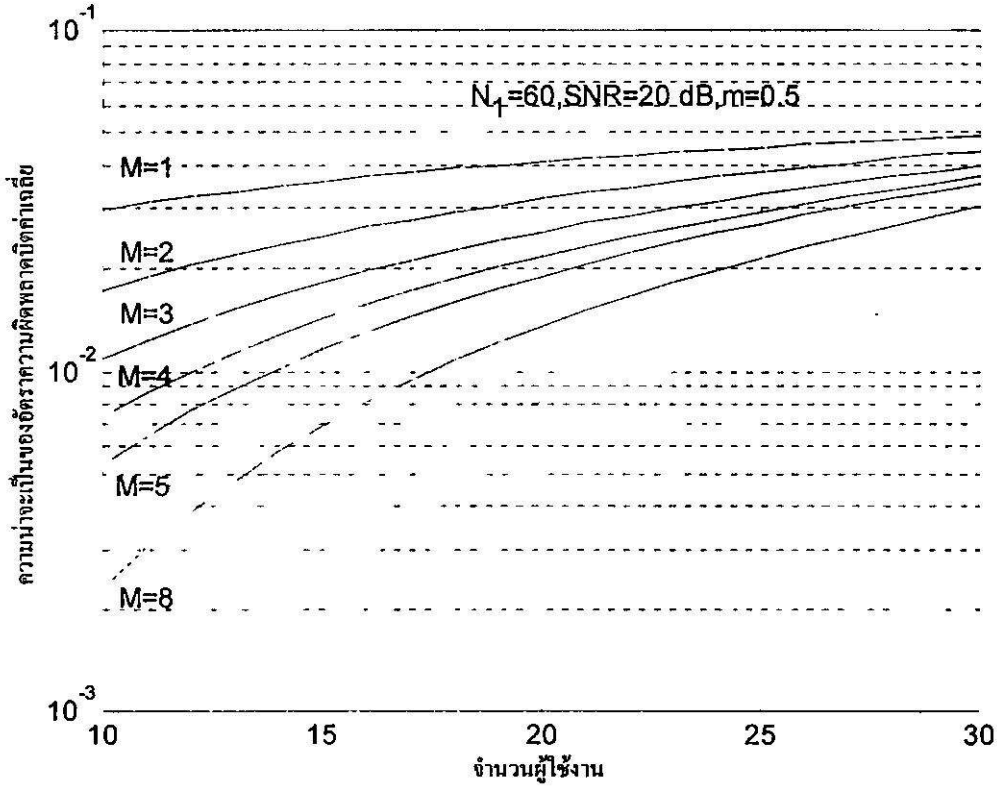
รูปที่ 4.24 แสดงความสัมพันธ์ระหว่างความน่าจะเป็นของอัตราความผิดพลาดบิตค่าเฉลี่ย กับจำนวนผู้ใช้งานในระบบ โดยมีตัวแปรเสริม m=1.0, N_1=60, M=3, SNR=15 dB และจำนวนคลื่นพาห์ค่าต่างๆ



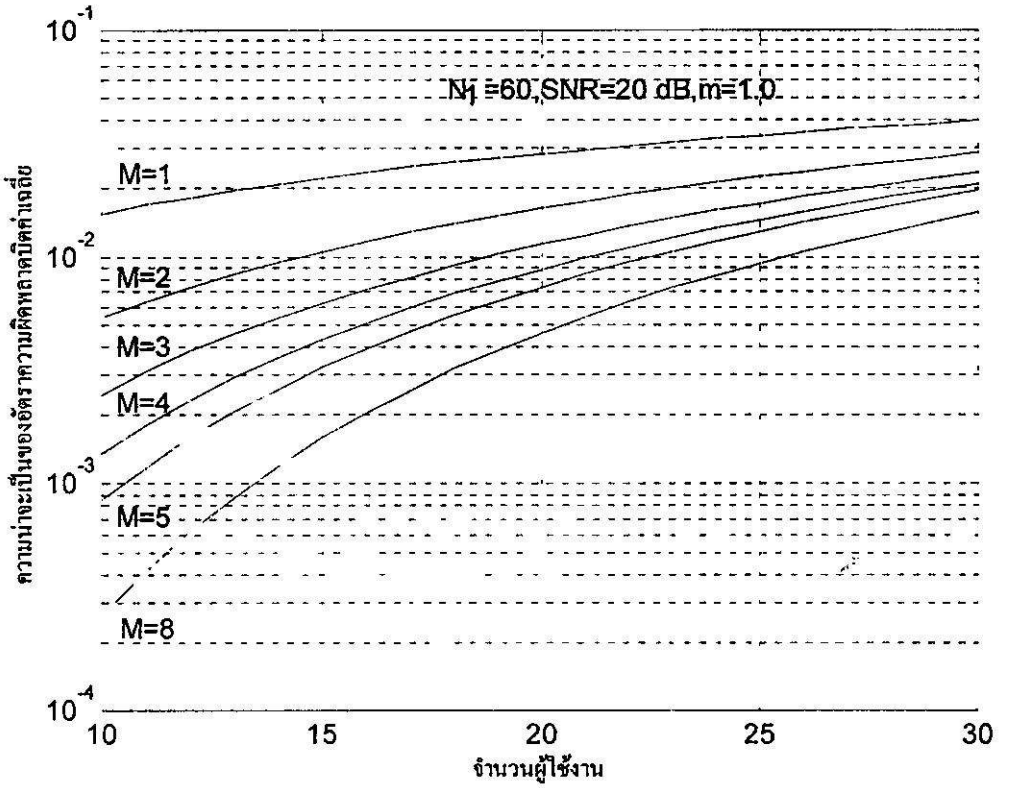
รูปที่ 4.25 แสดงความสัมพันธ์ระหว่างความน่าจะเป็นของอัตราความผิดพลาดบิตค่าเฉลี่ย กับจำนวนผู้ใช้งานในระบบ โดยมีตัวแปรเสริม m=2.0, N_I=60, M=3, SNR=15 dB และจำนวนคลื่นพาห์ค่าต่างๆ

4.3.3 จำนวนคลื่นพาห์ที่ใช้ในการมอดูเลตเพิ่มขึ้น จำนวนผู้ใช้งานที่ระบบสามารถรองรับได้จะเพิ่มขึ้นพิจารณาที่ค่า SNR=20 dB

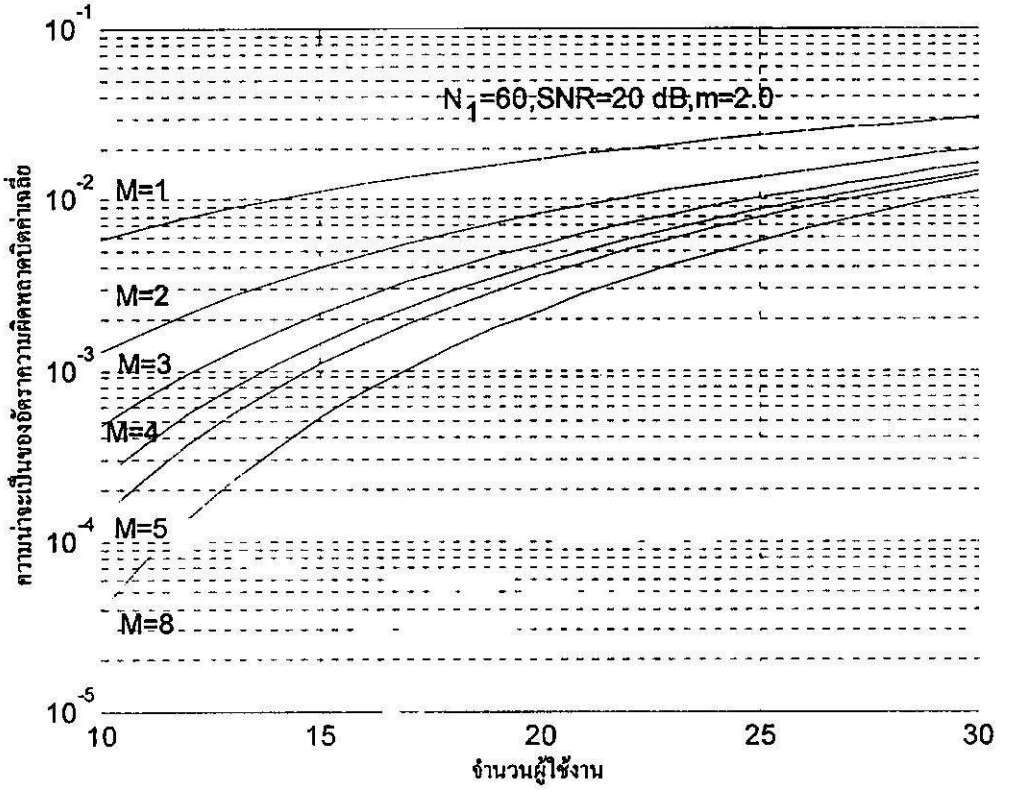
รูปที่ 4.26-4.28 แสดงระบบที่มีค่า SNR เท่ากับ 20 dB โดยแต่ละรูปจะทำการเปลี่ยนแปลงค่าตัวแปรเสริมเฟดดิงแบบ Nakagami ซึ่งมีค่าเท่ากับ 0.5 1.0 และ 2.0 ตามลำดับ และจำนวนคลื่นพาห์ที่ใช้ในการมอดูเลตเท่ากับ 1 2 3 4 5 และ 8 โดยมีอัตราการขยายประมวลผลสำหรับคลื่นพาห์เดี่ยวเท่ากับ 60 จากผลการวิเคราะห์เชิงเลขแสดงให้เห็นว่า จำนวนคลื่นพาห์ ตัวแปรเสริมเฟดดิงแบบ Nakagami ที่เพิ่มขึ้นส่งผลให้จำนวนผู้ใช้งานที่ระบบสามารถรองรับได้เพิ่มขึ้น และเมื่อทำการเปรียบเทียบกับรูปที่ 4.20-4.25 พบว่าค่า SNR ที่เพิ่มขึ้นจำนวนผู้ใช้งานที่ระบบสามารถรองรับจะได้เพิ่มขึ้น



รูปที่ 4.26 แสดงความสัมพันธ์ระหว่างความน่าจะเป็นของอัตราความผิดพลาดบิตค่าเฉลี่ย กับจำนวนผู้ใช้งานในระบบ โดยมีตัวแปรเสริม m=0.5, N_1=60, M=3, SNR=20 dB และจำนวนคลื่นพาห์ค่าต่างๆ



รูปที่ 4.27 แสดงความสัมพันธ์ระหว่างความน่าจะเป็นของอัตราความผิดพลาดบิตค่าเฉลี่ย กับจำนวนผู้ใช้งานในระบบ โดยมีตัวแปรเสริม m=1.0, N_t=60, M=3, SNR=20 dB และจำนวนคลื่นพาห์ค่าต่างๆ



รูปที่ 4.28 แสดงความสัมพันธ์ระหว่างความน่าจะเป็นของอัตราความผิดพลาดบิตค่าเฉลี่ย กับจำนวนผู้ใช้งานในระบบ โดยมีตัวแปรเสริม m=2.0, N_1=60, M=3, SNR=20 dB และจำนวนคลื่นพาห์ค่าต่างๆ

บทที่ 5
สรุปผลการวิเคราะห์

5.1 สรุปผลการวิเคราะห์

ระบบ CDMA เป็นระบบที่มีคุณสมบัติในการเลือกการส่ง และ การรับ การดักฟังทำได้ยาก สามารถป้องกันและแยกสัญญาณรบกวนออกไปได้ ป้องกันการแทรกสอดสัญญาณได้ดี มีความปลอดภัยของข้อมูลสูง เป็นต้น ในวิทยานิพนธ์ฉบับนี้ในนำเทคนิคการมอดูเลตแบบหลายคลื่นพาห์มาประยุกต์ใช้กับระบบ CDMA โดยวิธีการมอดูเลตแบบสเปกตรัมแผ่ที่ใช้คือแบบวิธีจัดลำดับโดยตรง ซึ่งระบบ MC DS-CDMA ที่ทำการศึกษาจะประกอบไปด้วย เครื่องส่ง ช่องสัญญาณ และเครื่องรับ โดยเครื่องส่งจะประกอบไปด้วยลำดับข้อมูลซึ่งจะถูกคูณกับรหัสการแผ่สเปกตรัม ซึ่งมีรูปแบบเป็นเลขฐานสอง ผลคูณที่ได้จะถูกนำไปมอดูเลตกับคลื่นพาห์จำนวนทั้งหมด M คลื่นพาห์ ซึ่งคลื่นพาห์แต่ละอันจะมีลักษณะตั้งฉากซึ่งกันและกัน (orthogonal) โดยกำหนดให้ใช้การมอดูเลตแบบ BPSK เนื่องจากใช้กำลังส่งที่มีค่าน้อยและเหมาะสมกับการสื่อสารปัจจุบันที่มีข้อจำกัดด้านแบนด์วิดท์ของช่องสื่อสาร จากนั้นสัญญาณที่ได้จากการมอดูเลตทั้งหมดจะถูกนำมารวมกันเพื่อส่งออกอากาศต่อไป จากนั้นสัญญาณจะถูกส่งผ่านช่องสัญญาณซึ่งก็คืออากาศ ซึ่งจะเกิดการเฟดของสัญญาณ ทำให้ขนาดของสัญญาณมีการผิดเพี้ยนไป และในวิทยานิพนธ์ฉบับนี้ใช้แบบจำลองช่องสัญญาณของ Nakagami เนื่องจากเป็นแบบจำลองที่ได้มาจากการทดลอง สอดคล้องทั้งสภาพแวดล้อมภายในเมือง ชนบท และเมืองใหญ่ เป็นแบบจำลองที่สอดคล้องกับการแจกแจงของแอมพลิจูด สามารถอธิบายการเฟดแบบอื่นๆได้ด้วยค่าตัวแปรเสริมเฟดดิง เช่นกรณีที่ค่าตัวแปรเสริมเฟดดิงมีค่าเท่ากับ 0.5 จะสอดคล้องกับการแจกแจงแบบเกาส์เซียนข้างเดียวซึ่งเป็นกรณีการเกิดเฟดดิงที่เลวร้ายที่สุด กรณีที่ค่าตัวแปรเสริมเฟดดิงมีค่าเท่ากับ 1.0 จะสอดคล้องกับการแจกแจงแบบ Rayleigh และกรณีที่ตัวแปรเสริมเฟดดิงมีค่าเข้าใกล้อนันต์คือสภาวะที่ไม่มีการลดทอนของสัญญาณ โดยให้ช่องสัญญาณดังกล่าวมีลักษณะเปลี่ยนแปลงอย่างค่อยเป็นค่อยไป ไม่เปลี่ยนแปลงตามเวลา และมีลักษณะไม่เจาะจงความถี่ (frequency nonselective) กำหนดให้ช่องสัญญาณดังกล่าวมีสัญญาณรบกวนซึ่งในที่นี้กำหนดให้เป็นสัญญาณรบกวนเกาส์ขาวแบบบวก จากนั้นสัญญาณจะส่งไปที่เครื่องรับโดยสัญญาณที่รับได้จะประกอบไปด้วยสัญญาณจากผู้ใช้งานอื่นในระบบทั้งหมด โดยสัญญาณดังกล่าวจะถูกคูณกับรหัสการแผ่สเปกตรัมซึ่งจะต้องมีรหัสตรงกับทางด้านส่ง จากนั้นจะผ่านส่วนของตัวรับสัญญาณแบบสหสัมพันธ์ซึ่งมีจำนวนทั้งหมด M สาขา โดยแต่ละสาขาจะสอดคล้องกับคลื่นพาห์ที่ใช้ในการมอดูเลตของทางด้านเครื่องส่ง จากนั้นสัญญาณที่ได้ทั้งหมดจะถูกนำมารวมกันโดยใช้วิธีรวมสัญญาณแบบ EGC (equal Gain Combining) ที่มีโครงสร้างที่ไม่ซับซ้อนและไม่ต้องมีการประมาณค่าถ่วงน้ำหนักของช่องสัญญาณ นำผลที่ได้ไป

วิเคราะห์สมรรถนะของระบบ MC DS-CDMA ซึ่งจากผลการวิเคราะห์จะพบว่าจะมีนิพจน์ของสัญญาณรบกวน 3 นิพจน์คือ สัญญาณแทรกสอดจากผู้ใช้งานอื่นที่ความถี่คลื่นพาห์เดียวกัน สัญญาณแทรกสอดจากผู้ใช้งานอื่นที่ความถี่คลื่นพาห์ต่างกัน และสัญญาณรบกวนรบกวนอันเนื่องมาจากสัญญาณรบกวนเกาส์ขาวแบบบวก ในการวิเคราะห์นี้กำหนดให้ใช้การดีมอดูเลตแบบร่วมนัย จะได้ค่าความน่าจะเป็นของความผิดพลาดข้อมูลเฉลี่ย จากนั้นนำผลที่ได้มาเลียนแบบการทำงานโดยใช้โปรแกรม MATLAB

จากผลการวิเคราะห์เชิงเลขแสดงให้เห็นตัวแปรที่มีผลต่อสมรรถนะของระบบคือ ตัวแปรเสริมเฟดดิงแบบ Nakagami จำนวนคลื่นพาห์ที่ใช้ในการมอดูเลต จำนวนผู้ใช้งานในระบบ และค่า SNR ที่ใช้ในระบบ โดยจากผลการวิเคราะห์เชิงเลขแสดงให้เห็นว่าจำนวนคลื่นพาห์ที่ใช้ในการมอดูเลตเพิ่มขึ้นจะทำให้สมรรถนะของระบบดีขึ้น เนื่องจากระบบ MC DS-CDMA ที่ทำการวิเคราะห์มีลักษณะของการทำไดเวอร์ซิตีทางความถี่ โดยจะเห็นการเปลี่ยนแปลงอย่างชัดเจนเมื่อจำนวนคลื่นพาห์ที่ใช้ในการมอดูเลตเปลี่ยนจาก 1 เป็น 2 นั่นคือระบบการมอดูเลตแบบหลายคลื่นพาห์จะให้ผลด้านอัตราความผิดพลาดบิตของข้อมูลดีกว่าระบบการมอดูเลตแบบคลื่นพาห์เดียว ทั้งนี้อัตราความผิดพลาดบิตของข้อมูลยังขึ้นอยู่กับค่าตัวแปรเสริมเฟดดิงโดยจะให้ผลที่เลวร้ายที่สุดเมื่อค่าตัวแปรเสริมเฟดดิงมีค่าเท่ากับ 0.5 (สอดคล้องกับการแจกแจงแบบเกาส์ข้างเดียว) และเมื่อค่าตัวแปรเสริมเฟดดิงเพิ่มขึ้นจะส่งผลให้ค่าอัตราความผิดพลาดบิตของข้อมูลดีขึ้น นั่นคือค่าตัวแปรเสริมเฟดดิงนั้นมีผลต่ออัตราความผิดพลาดบิตของข้อมูลและไม่สามารถละเลยได้ จำนวนผู้ใช้งานในระบบก็มีผลต่อค่าอัตราความผิดพลาดบิตของข้อมูลเช่นกันโดยเมื่อกำหนดให้จำนวนผู้ใช้งานในระบบเพิ่มขึ้นจะส่งผลให้สมรรถนะของระบบลดลงในลักษณะล็อกการิทึม โดยสามารถชดเชยค่าอัตราความผิดพลาดบิตของข้อมูลได้โดยการเพิ่มจำนวนคลื่นพาห์ที่ใช้ในการมอดูเลตขึ้น จากผลการวิเคราะห์ยังแสดงให้เห็นอีกว่าลักษณะของค่าอัตราความผิดพลาดบิตของข้อมูลกรณีมีผู้ใช้งานรายเดียวในระบบกับกรณีที่มีผู้ใช้งานหลายรายในระบบจะมีลักษณะที่แตกต่างกันทั้งนี้เนื่องมาจากผลของสัญญาณแทรกสอดอันเนื่องจากผู้ใช้งานอื่น (ซึ่งผลของสัญญาณการแทรกสอดนี้จะไม่มีในกรณีที่มีผู้ใช้งานรายเดียวในระบบ) ตัวแปรสุดท้ายที่มีผลต่ออัตราความผิดพลาดบิตของข้อมูลคือค่า SNR โดยค่า SNR ที่เพิ่มขึ้น จะส่งผลให้ค่าอัตราความผิดพลาดบิตของข้อมูลลดลง และจำนวนผู้ใช้งานที่ระบบสามารถรองรับได้เพิ่มขึ้น ทั้งนี้ค่าอัตราความผิดพลาดบิตของข้อมูล และจำนวนผู้ใช้งานที่ระบบสามารถรองรับได้ยังขึ้นอยู่กับจำนวนคลื่นพาห์ที่ใช้ในการมอดูเลต และค่าตัวแปรเสริมเฟดดิง โดยค่าอัตราความผิดพลาดบิตของข้อมูล และค่าจำนวนผู้ใช้งานที่ระบบสามารถรองรับได้จะเพิ่มขึ้นเมื่อจำนวนคลื่นพาห์ที่ใช้ในการมอดูเลต และค่าตัวแปรเสริมเฟดดิง เพิ่มขึ้น

เอกสารอ้างอิง

[1] C.S. Gardner and J.A. Orr "Fading Effect on the Performance of Spread Spectrum Multiple Access Communication System," IEEE Trans. Communication, Vol. COMM-27, pp.43-49, January 1979.

[2] G.L. Turin "The Effects of Multipath and Fading on the performance of Direct Sequence CDMA Systems," IEEE J. Select Areas Communication, Vol.COMM-35, pp. 1189-1198,November 1987.

[3] D.E. Borth and M.B. Pursley "Analysis of Direct Sequence Spread Spectrum Multiple Access Communication Over Rician Fading Channels," IEEE Trans. Communication, Vol. COMM-27, pp.1566-1577, October 1979.

[4] N.Nakagami, "The m-distribution a general formula for intensity distribution of rapid fading," in Statistical method in radio wave propagation, W.G Hoffman, Ed.Oxford, England: Pergamon, 1960, pp.3-36.

[5] T. Eng and L.B. Milstein "Coherent DS-CDMA Performance in Nakagami Multipath Fading," IEEE Trans. Communication, Vol. COMM-43, N0. 2-4, pp.1134-1143, August 1995.

[6] G. Efthymoglou and V. Aalo "Performance analysis of Coherent DS-CDMA Systems in a Nakagami Fading Channel with Arbitrary Parameters," IEEE Transaction on Vehicular Technology, Vol. 46, No.2, pp.289-297, May 1997.

[7] G. Efthymoglou, H. Helmken and V. Aalo "Performance analysis of noncoherent DS-CDMA systems in a Nakagami fading channel with arbitrary parameters" IEE Proc. Communication, Vol.144, No.3, pp.166-172, June 1997.

[8] S. Kondo and L. B. Milstein "Performance of Multicarrier DS CDMA Systems" IEEE Trans. Communications, Vol.44, No.2, pp.238-246, February 1996.

[9] E. Sourour and M. Nakagawa, "Performance of orthogonal multi-carrier CDMA in a nonfading and frequency non-selective fading channels," Proc. 1994 ISSSTA, University of Oulu, Oulu, Finland, pp.203-207, July 1994.

[10] S. Kondo and L. B. Milstein "On the use of multicarrier direct sequence spread spectrum systems," in Proc. IEEE MILCOM '93 ,Boston, MA, pp.52-56, Oct. 1993.

[11] M. Pursley "Performance evaluation for phase coded spread spectrum multiple access communication-Part 1:System Analysis," IEEE Trans. Communication, Vol. COM-25, No.8, pp.795-799, August 1977, .

[12] E. Sourour and M. Nakagawa "Performance of orthogonal multicarrier CDMA in a multipath fading channel," IEEE Trans. Communication, Vol.44, No.3, pp.356-367, March 1996.

[13] J. G. Proakis. Digital Communications. Third Edition : McGraw-Hill. 1995.

[14] I. S. Gradshteyn and I. M. Ryzhik. Table of Integrals, Series and Products. New York : Academic. 1980.

ภาคผนวก

ภาคผนวก ก.

ทฤษฎีความน่าจะเป็น และ กระบวนการเฟ้นสุ่ม

ก.1 ทฤษฎีความน่าจะเป็น และ กระบวนการเฟ้นสุ่ม

ทฤษฎีความน่าจะเป็นและกระบวนการเฟ้นสุ่ม (stochastic process) เป็นเครื่องมือทางคณิตศาสตร์ที่สำคัญในการออกแบบระบบสื่อสารแบบดิจิตอล ซึ่งเป็นส่วนสำคัญในแบบจำลองทางสถิติของแหล่งกำเนิดที่สร้างข้อมูล ในการแปลงเป็นเชิงเลข (digitization) ของแหล่งกำเนิดเอาต์พุต (output) ในการอธิบายคุณสมบัติของช่องสัญญาณที่ทำการส่งสัญญาณทางดิจิตอลออกไป ในการออกแบบเครื่องรับที่จะทำการประมวลผลข้อมูลที่ผ่านทางช่องสัญญาณและในการหาค่าสมรรถนะของระบบสื่อสาร ในหัวข้อนี้จะทำการกล่าวถึงคำนิยามและพื้นฐานของทฤษฎีความน่าจะเป็นและ กระบวนการเฟ้นสุ่มและกล่าวถึงส่วนที่มีความสำคัญในการออกแบบระบบสื่อสารดิจิตอลที่มีคุณภาพและในการวิเคราะห์ค่าสมรรถนะของระบบ

ก.1.1 ความน่าจะเป็น

พิจารณาการทดลองโดยการทอดลูกเต๋ากับจำนวนผลลัพธ์ที่เป็นไปได้ในเอกภพสัมพันธ์ s ของการทดลองประกอบไปด้วย เซต ที่ประกอบไปด้วยสมาชิกที่เป็นผลลัพธ์ที่เป็นไปได้ในที่นี้

$$s = \{1,2,3,4,5,6\} \tag{ก.1}$$

โดยที่จำนวนเต็ม 1,...,6 แสดงถึงจำนวนจุดบนหน้าลูกเต๋าซึ่งค่าทั้ง 6 นี้เป็นสมาชิกในเอกภพสัมพันธ์ของการทดลอง เหตุการณ์ที่เป็นเซตย่อยของ s ประกอบด้วยสมาชิกที่เป็นส่วนหนึ่งของเอกภพสัมพันธ์ของการทดลอง ตัวอย่างเช่นพิจารณาเหตุการณ์ A

$$A = \{2,4\} \tag{ก.2}$$

ซึ่งประกอบไปด้วยสมาชิกคือ {2,4} คอมพลีเมนต์ของ A เขียนเป็น $\overline{A}$ คือสมาชิกที่อยู่ใน s แต่ไม่อยู่ใน A เขียนได้เป็น

$$\overline{A} = \{1,3,5,6\} \tag{ก.3}$$

เหตุการณ์ 2 เหตุการณ์กล่าวว่าจะเป็น เหตุการณ์ไม่เกิดร่วม (mutually exclusive event) กันถ้าเหตุการณ์ทั้ง 2 ไม่มีสมาชิกร่วมกัน เช่นถ้าเหตุการณ์ B คือ

$$B = \{1,3,6\} \qquad (ก.4)$$

นั่นคือเหตุการณ์ A และ B เป็น เหตุการณ์ไม่เกิดร่วม ต่อกัน ในทำนองเดียวกัน A และ $\overline{A}$ ก็เป็นเหตุการณ์ที่ เหตุการณ์ไม่เกิดร่วม ต่อกัน

การยูเนี่ยนของเหตุการณ์ 2 เหตุการณ์ จะเป็นเหตุการณ์ที่ประกอบไปด้วยสมาชิกรวมของเหตุการณ์ทั้ง 2 เช่นกำหนดเหตุการณ์ C เป็น

$$C = \{1,2,3\} \qquad (ก.5)$$

ให้ D เป็นผลของการยูเนี่ยนเหตุการณ์ B และ C จะได้ว่า

$$\begin{aligned} D &= B \cup C \\ D &= \{1,2,3,6\} \end{aligned} \qquad (ก.6)$$

ในทำนองเดียวกัน $A \cup \overline{A} = s$ จะได้เอกภพสัมพันธ์ของเหตุการณ์ ในทางกลับกันการ อินเตอร์เซกชัน ของเหตุการณ์ 2 เหตุการณ์ จะได้เหตุการณ์ที่เป็นสมาชิกร่วมของเหตุการณ์ทั้ง 2 เช่น ถ้าให้ $E = B \cap C$ จะได้ว่า

$$E = \{1,3\} \qquad (ก.7)$$

เมื่อเหตุการณ์ทั้ง 2 เป็น เหตุการณ์ไม่เกิดร่วมกันผลของการอินเตอร์เซกชันจะได้เซตว่าง ϕ เช่น $A \cap B = \phi$ ซึ่งผลของการยูเนี่ยนและอินเตอร์เซกชันสามารถนำไปใช้กับกรณีที่มากกว่า 2 เหตุการณ์ได้เช่นกัน

โอกาสของการเกิดเหตุการณ์ใดๆคือค่าความน่าจะเป็นของเหตุการณ์นั้น ซึ่งสอดคล้องกับสัจพจน์ดังต่อไปนี้

สัจพจน์ที่ 1 $P(A) \geq 0$ สำหรับทุกเหตุการณ์ A

สัจพจน์ที่ 2 $P(s) = 1$ สำหรับทุกเหตุการณ์ s

ถ้า A_i,I=1,2,... เป็นเหตุการณ์ที่เป็นเหตุการณ์ไม่เกิดร่วมกัน ทั้งหมดในเอกภพสัมพันธ์ s นั่นคือ

$$A_i \cap A_j = \phi \qquad (ก.8)$$

โดยที่ i≠j=1,2,... ดังนั้นความน่าจะเป็นของยูเนี่ยนของเหตุการณ์ที่เป็นเหตุการณ์ไม่เกิดร่วมดังกล่าวจะมีเงื่อนไขดังนี้

$$P\left(\bigcup_i A_i\right)=\sum_i P(A_i) \qquad (ก.9)$$

ก.1.2. เหตุการณ์ร่วมและความน่าจะเป็นร่วม (joint events and joint probability)

เมื่อทำการทดลอง 2 การทดลองและพิจารณาผลลัพธ์ที่ได้เช่นการทดลองทั้งสองอาจเป็นการทอดลูกเต๋าลูกเดียว 2 ครั้ง หรือการทอดลูกเต๋า 2 ลูก 1 ครั้ง ในแต่ละกรณีเอกภพสัมพันธ์ s จะประกอบไปด้วยสมาชิก 36 สมาชิก ซึ่งแสดงได้โดยพิกัด (i,j) โดย i,j=1,2,...6 ถ้ากำหนดให้ลูกเต๋าดังกล่าวมีความน่าจะเป็นของการเกิดหน้าต่างๆเท่ากัน ดังนั้นแต่ละสมาชิกในเอกภพสัมพันธ์ จะมีความน่าจะเป็นเท่ากับ 1/36 เราอาจพิจารณาถึงเหตุการณ์ร่วมเช่น { i เป็นจำนวนคู่,j=3} และหาความน่าจะเป็นของเหตุการณ์ดังกล่าวได้

โดยทั่วไปการทดลองที่ 1 มีผลลัพธ์ที่ได้คือ A_i,i=1,2,...,n และการทดลองที่ 2 มีผลลัพธ์ที่ได้คือ B_j,j=1,2,...,m ดังนั้นการทดลองร่วมจะได้ผลลัพธ์คือ (A_i, B_j),i=1,2,...,n และ j=1,2,...,m ให้ความน่าจะเป็นของผลลัพธ์ร่วม (A_i, B_j) คือ $P(A_i, B_j)$ ซึ่งตรงกับเงื่อนไขดังนี้คือ

$$0 \le P(A_i, B_j) \le 1 \qquad (ก.10)$$

สมมติให้ผลลัพธ์ B_j,j=1,2,...,m เป็นเหตุการณ์ไม่เกิดร่วมจะได้ว่า

$$\sum_{j=1}^{m} P(A_i, B_j) = P(A_i) \qquad (ก.11)$$

ในทำนองเดียวกัน A_i,i=1,2,...,n เป็นเหตุการณ์ไม่เกิดร่วมจะได้ว่า

$$\sum_{i=1}^{n} P(A_i, B_j) = P(B_j) \qquad (ก.12)$$

และถ้าผลลัพธ์ของการทดลองทั้ง 2 เป็นเหตุการณ์ไม่เกิดร่วมกันดังนั้น

$$\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{M} P(A_i, B_j) = 1 \qquad (ก.13)$$

ซึ่งสามารถนำไปใช้กับการทดลองมากกว่า 2 การทดลองได้

ก.1.3 ความน่าจะเป็นแบบมีเงื่อนไข

พิจารณาเหตุการณ์ร่วมที่มีความน่าจะเป็นคือ P(A,B) สมมติให้เหตุการณ์ B เกิดขึ้นแล้วและต้องการแสดงความน่าจะเป็นของการเกิดเหตุการณ์ A เรียกว่าความน่าจะเป็นแบบมีเงื่อนไขของเหตุการณ์ A เมื่อเกิดเหตุการณ์ B ขึ้นแสดงได้โดย

$$P(A|B)=\frac{P(A,B)}{P(B)} \qquad \text{โดย P(B) >0} \qquad \text{(ก.14)}$$

ในทำนองเดียวกันความน่าจะเป็นของเหตุการณ์ B เมื่อเกิดเหตุการณ์ A ขึ้นคือ

$$P(B|A)=\frac{P(A,B)}{P(A)} \qquad \text{โดย P(A) >0} \qquad \text{(ก.15)}$$

ความสัมพันธ์ของเหตุการณ์ทั้ง 2 แสดงได้โดย

$$P(A,B)=P(A|B)P(B)=P(B|A)P(A) \qquad \text{(ก.16)}$$

ก.1.4 การมีอิสระเชิงสถิติ (Statistical Independence)

พิจารณาเหตุการณ์ A และ B และความน่าจะเป็นแบบมีเงื่อนไข P(A|B) สมมติว่าเหตุการณ์ A ไม่ขึ้นอยู่กับเหตุการณ์ B จะได้ว่า

$$\begin{aligned} P(A|B)&=P(A)\\ P(A,B)&=P(A)P(B) \end{aligned} \qquad \text{(ก.17)}$$

เมื่อเหตุการณ์ A และ B เป็นไปตามเงื่อนไขดังกล่าว เหตุการณ์ A และ B จะเป็นเหตุการณ์อิสระเชิงสถิติต่อกัน

ก.1.5 ตัวแปรสุ่ม การแจกแจงของความน่าจะเป็น และความหนาแน่นของการแจกแจงของความน่าจะเป็น

พิจารณาการทดลองที่มีเอกภพสัมพันธ์ S และให้ $s \in S$ กำหนดให้ X(s) มีโดเมนคือ S ซึ่งมีพิสัย (range) คือเซตของจำนวนจริง ดังนั้นเรียก X(s) ว่าตัวแปรสุ่ม เช่นทำการทอยเหรียญผลลัพธ์ที่เป็นไปได้จะเป็นหัว (H) และก้อย (T) ดังนั้น S ประกอบไปด้วยสมาชิก 2 ตัวคือ H และ T สมมติให้ X (s) คือ

$$X(s) = \begin{cases} 1, (s = H) \\ -1, (s = T) \end{cases} \quad \text{(ก.18)}$$

ดังนั้นสามารถโยงผลลัพธ์ที่เป็นไปได้ทั้งสองของการทอยเหรียญกับจุดทั้งสอง (1 –1) บนแกนจำนวนจริงได้

พิจารณาตัวแปรสุ่ม X ที่เหตุการณ์ $\{X \leq x\}$ โดย x คือจำนวนจริงใดๆ ในช่วง $(-\infty,+\infty)$ ดังนั้นความน่าเป็นของเหตุการณ์ดังกล่าวแสดงได้โดย $P(X \leq x)$ หรือ F(x) นั่นคือ

$$F(x) = P(X \leq x), (-\infty < x < \infty) \quad \text{(ก.19)}$$

เรียก F(x) ว่าฟังก์ชันการแจกแจงของความน่าจะเป็น (Probability Distribution Function) ของตัวแปรสุ่ม X หรือเรียกอีกอย่างได้ว่า ฟังก์ชันการแจกแจงสะสม (Cumulative Distribution Function:CDF)

คุณสมบัติของ F(x)

1) $0 \leq F(x) \leq 1$

2) $F(x_1) \leq F(x_2)$ ถ้า $x_1 \leq x_2$

3) $F(-\infty) = 0$

4) $F(+\infty) = 1$

เมื่อทำการหาค่าเชิงอนุพันธ์ของ F(x) แสดงได้โดย p(x) ซึ่งเรียกว่าความหนาแน่นของการแจกแจงของความน่าจะเป็น (Probability Density Function:PDF) ของตัวแปรสุ่ม X ดังนั้น

$$p(x) = \frac{dF(x)}{dx}, (-\infty < x < +\infty) \quad \text{(ก.20)}$$

หรือ

$$F(x) = \int_{-\infty}^{x} p(x)dx, (-\infty < x < +\infty) \quad \text{(ก.21)}$$

และ

$$p(x_1 \leq X \leq x_2) = p(X \leq x_2) - p(X \leq x_1) \quad \text{(ก.22)}$$

$$= F(x_2) - F(x_1)$$
$$= \int_{x_1}^{x_2} p(x)dx$$

คุณสมบัติของ PDF

1) $p(x) \geq 0$

2) $\int_{-\infty}^{+\infty} p(x)dx = F(+\infty) - F(-\infty) = 1$

ก.1.6 การหาค่าเฉลี่ยทางสถิติของตัวแปรสุ่ม

พิจารณาตัวแปรสุ่ม X ซึ่งมี PDF คือ p(x) ค่าเฉลี่ยหรือค่าคาดคะเนของ X แสดงได้โดย

$$E(x) \equiv m_x = \int_{-\infty}^{\infty} xp(x)dx \qquad \text{(ก.23)}$$

โดย E() แสดงถึงค่าคาดคะเน ซึ่งเป็นโมเมนต์แรกของตัวแปรสุ่ม X สำหรับกรณีของโมเมนต์ที่ m แสดงได้โดย

$$E(x^n) = \int_{-\infty}^{+\infty} x^n p(x)dx \qquad \text{(ก.24)}$$

กำหนดให้ Y=g(X) โดย g(X) คือ ฟังก์ชันใดๆของตัวแปรสุ่ม X ค่าคาดคะเนของ Y คือ

$$E(y) = E[g(x)] = \int_{-\infty}^{+\infty} g(x)p(x)dx \qquad \text{(ก.25)}$$

ถ้าให้ $Y=(x-x_0)^n$ จะได้ว่า

$$E[(x-x_0)^n] = \int_{-\infty}^{+\infty} (x-x_0)^n p(x)dx \qquad \text{(ก.26)}$$

ถ้า x_0 เป็นค่าคาดคะเนของตัวแปรสุ่ม X หรือ m_x แทนค่าลงไปจะได้ว่า

$$E[(x-m_x)^n] = \int_{-\infty}^{+\infty}(x-m_x)^n\, p(x)dx \qquad (ก.27)$$

เรียกสมการที่ ก.27 ว่าเป็นค่าโมเมนต์กลางของตัวแปรสุ่ม X

ถ้าให้ n=2 สมการที่ ก.27 จะเรียกว่า ความแปรปรวน (variance) ของตัวแปรสุ่มแสดงได้โดย σ_X^2 นั่นคือ

$$\sigma_X^2 = \int_{-\infty}^{+\infty}(x-m_X)^2\, p(x)dx = E(X^2) - m_X^2 \qquad (ก.28)$$

ในกรณีของตัวแปรสุ่ม 2 ตัว X_1 และ X_2 ซึ่งมี PDF ร่วมคือ $p(x_1,x_2)$ ทำการแสดงโมเมนต์ร่วมคือ

$$E\left[\left(X_1^k X_2^n\right)\right] = \int_{-\infty}^{+\infty}\int_{-\infty}^{+\infty} x_1^k x_2^n\, p(x_1,x_2)dx_1dx_2 \qquad (ก.29)$$

และโมเมนต์ศูนย์กลางร่วมคือ

$$E\left[(X_1-m_1)^k(X_2-m_2)^n\right] = \int_{-\infty}^{+\infty}\int_{-\infty}^{+\infty}(x_1-m_1)^k(x_2-m_2)^n\, p(x_1,x_2)dx_1dx_2 \qquad (ก.30)$$

โดย $m_i=E(X_i)$ ในกรณีที่ k=n=1 สมการ ก.29 และ ก.30 จะเรียกว่า สหสัมพันธ์ (correlation) และความแปรปรวนร่วมเกี่ยว (covariance) ของตัวแปรสุ่ม x_1 และ x_2 ตามลำดับ

ถ้าตัวแปรสุ่มทั้งสองไม่สหสัมพันธ์กัน (uncorrelated) คือ $E(X_1X_2)=E(X_1)\,E(X_2)=m_1m_2$ ซึ่งทำให้ค่า ความแปรปรวนร่วมเกี่ยว นั่นคือถ้าตัวแปรสุ่ม X_1 และ X_2 เป็นอิสระต่อกันและถ้า $E(X_1X_2)=0$ กล่าวว่าตัวแปรสุ่ม X_1 และ X_2 มีลักษณะเชิงตั้งฉากต่อกัน (orthogonal)

ก.1.7 ฟังก์ชันของ สหสัมพันธ์ และ ความหนาแน่นกำลังเชิงสเปกตรัมโดยการหาค่าเฉลี่ยทั้งชุดเชิงสถิติ (Correlation and Power Spectrum Density Function by Ensemble Averaging)

โดยปกติทั่วไปตัวแปรสุ่มมักขึ้นอยู่กับเวลาตัวอย่างเช่น สัญญาณรบกวนที่เกิดในตัวความต้านทานของอุปกรณ์ อีเลคทรอนิคส์ ซึ่งจะขึ้นอยู่กับเวลา สัญญาณเอาท์พุตของแหล่งกำเนิดที่สร้างข้อมูลซึ่งเป็นลักษณะตัวแปรสุ่มที่ขึ้นอยู่กับเวลาเช่นกัน หรือ สัญญาณเสียงที่ส่งที่ส่งไปยังช่องสัญญาณ

โทรศัพท์ก็เป็นตัวแปรสุ่มที่ขึ้นอยู่กับเวลาเช่นกัน ดังนั้นจึงต้องพิจารณาถึงคุณสมบัติของตัวแปรสุ่มที่ขึ้นอยู่กับเวลา ดังนี้

ค่าคาดคะเนของตัวแปรสุ่ม X(t)

$$\mu_X(t) = E[X(t)] = \int_{-\infty}^{+\infty} x(t) p_x[x(t)] d[x(t)] \qquad \text{(ก.31)}$$

ค่าฟังก์ชันอัตสหสัมพันธ์ (Autocorrelation function) ของตัวแปรสุ่ม X(t) แสดงได้โดย $R_{XX}(t_1,t_2)$

$$R_{XX}(t_1,t_2) = E[X(t_1)X(t_2)] = \int_{-\infty}^{+\infty} x(t_1)x(t_2)p_x(x(t_1),x(t_2))dx(t_1)dx(t_2) \qquad \text{(ก.32)}$$

ค่าความแปรปรวนร่วมเกี่ยวตัวเอง (Autocovariance function) ของตัวแปรสุ่ม X(t) แสดงได้โดย $Cov_{XX}(t,t+\tau)$

$$\begin{aligned} Cov_{XX}(t,t+\tau) &= E[(X(t)-\mu_X(t))(X(t+\tau)-\mu_X(t+\tau))] \\ &= R_{XX}(t,t+\tau) - \mu_X(t)\mu_X(t+\tau) \\ &= \sigma^2_{XX}(t,t+\tau) \end{aligned} \qquad \text{(ก.33)}$$

ค่าสัมประสิทธิ์อัตสหสัมพันธ์ (Autocorrelation coefficient) ของตัวแปรสุ่ม X(t)

$$\rho_{XX}(t,t+\tau) = \frac{Cov_{XX}(t,t+\tau)}{[Cov_{XX}(t,t)Cov_{XX}(t+\tau,t+\tau)]^{\frac{1}{2}}} \qquad \text{(ก.34)}$$

ก.2.กระบวนการเฟ้นสุ่ม

ตัวแปรสุ่มที่มีความต่อเนื่องทางเวลา X(t) เป็นตัวแปรสุ่มที่ไม่แปรตามเวลา(Stationary) แบบคงที่ในแนวแคบ (narrow sense stationary) ถ้าที่ทุกจำนวนเต็มบวก n ค่า pdf. กำลังที่ n ไม่ขึ้นอยู่กับเวลาที่เลื่อนไป τ นั่นคือที่ $n \geq 1$

$$P_x[x(t_1),x(t_2),...,x(t_n)] = P_x[x(t_1+\tau),x(t_2+\tau),...,x(t_n+\tau)] \qquad \text{(ก.35)}$$

ดังนั้น คุณสมบัติทางสถิติจะไม่ขึ้นอยู่กับเวลา เนื่องจาก pdf. ร่วม ไม่ขึ้นอยู่กับเวลาเริ่มต้นนั่นเอง แต่จะขึ้นอยู่กับความแตกต่างของเวลาที่ใช้ในการสังเกต

ตัวแปรสุ่มที่มีความต่อเนื่องทางเวลา X(t) เป็นแบบคงที่ในแนวกว้าง (wide sense stationary) จะมีค่าคาดคะเนที่ไม่ขึ้นอยู่กับเวลา และค่าฟังก์ชันอัตสหสัมพันธ์ที่ขึ้นอยู่กับความแตกต่างของเวลา t_1 และ t_2 เท่านั้น นั่นคือ

$$\mu_x(t) = \mu_x \qquad \text{โดยที่ } \mu_x \text{ มีค่าคงที่}$$

$$R_{XX}(t, t+\tau) = R_{XX}(\tau) \text{ สำหรับทุก t และ } \tau$$

กล่าวได้ว่าทุกกระบวนการสุ่มแบบคงที่ (strict sense stationary random process) เป็นตัวแปรสุ่มที่ไม่แปรตามเวลาในแนวกว้างและในทางกลับกันถ้ากระบวนการสุ่มไม่เป็นตัวแปรสุ่มที่ไม่แปรตามเวลาในแนวกว้างก็จะเป็นตัวแปรสุ่มแบบไม่คงที่ (nonstationary)

ถ้า τ=0

$$R_{XX}(0) = E\left[X^2(t)\right] \tag{ก.36}$$

ซึ่งให้ค่าพลังงานเฉลี่ยของกระบวนการสุ่มค่าความแปรปรวนร่วมเกี่ยวตัวเอง (auto covariance) สำหรับกระบวนการสุ่มแบบคงที่แนวกว้าง คือ

$$Cov_{XX}(\tau) = R_{XX}(\tau) - \mu_X^2 = \sigma_{XX}^2(\tau) \tag{ก.37}$$

ค่า สัมประสิทธิ์อัตสหสัมพันธ์ (autocorrleation coefficient) สำหรับกระบวนการสุ่มแบบคงที่แนวกว้าง คือ

$$p_{XX}(\tau) = \frac{\sigma_{XX}^2(\tau)}{\sigma_{XX}(0)\sigma_{XX}(0)} = \frac{\sigma_{XX}^2(\tau)}{\sigma_{XX}^2(0)} \tag{ก.38}$$

โดย $Cov_{XX}(t,t) = Cov_{XX}(t+\tau, t+\tau) = Cov_{XX}(0,0) = \sigma_{XX}^2(0)$ สำหรับกระบวนการสุ่มแบบคงที่แนวกว้าง

คุณสมบัติของฟังก์ชันสหสัมพันธ์

1) ค่าอัตสหสัมพันธ์ ที่ τ=0 จะเป็นค่ากำลังเฉลี่ยของ กระบวนการสุ่ม
2) ค่าอัตสหสัมพันธ์ ของตัวแปรสุ่มจำนวนจริงแบบคงที่แนวกว้าง เป็นฟังก์ชันคู่คือ

$$R_{XX}(\tau) = R_{XX}(-\tau)$$

3) ค่าอัตสหสัมพันธ์ ของตัวแปรสุ่มจำนวนจริงแบบคงที่ในแนวกว้างจะให้ค่าสูงสุดที่จุดกำเนิด คือ

$$|R_{XX}(\tau)| \le R_{XX}(0)$$

4) ค่าคาดคะเนของตัวแปรสุ่มที่ต่อเนื่องทางเวลา X(t) และ Y(t) เรียกว่า ฟังก์ชันสหสัมพันธ์ข้ามระหว่างตัวแปรสุ่มทั้งสอง

$$R_{XY}(t,t+\tau)=E[X(t)Y(t+\tau)]=\int_{-\infty}^{+\infty}\int_{-\infty}^{+\infty}X(t)Y(t+\tau)p_{XY}(X(t),Y(t+\tau))dX(t)dY(t+\tau) \quad \text{(ก.39)}$$

และ

$$R_{YX}(t,t+\tau)=E[Y(t)X(t++\tau)] \quad \text{(ก.40)}$$

5) ค่า ความแปรปรวนร่วมเกี่ยวข้าม (Cross Covariance) คือ

$$\begin{aligned} Cov_{XY}(t,t+\tau) &= E[(X(t)-\mu_X(t))(Y(t+\tau)-\mu_Y(t+\tau))] \\ &= R_{XY}(t,t+\tau)-\mu_X(t)\mu_Y(t+\tau) \\ &= \sigma^2_{XY}(t,t+\tau) \end{aligned} \quad \text{(ก.41)}$$

6) ค่าสัมประสิทธิ์ความแปรปรวนร่วมเกี่ยวข้าม สำหรับตัวแปรสุ่มที่มีความต่อเนื่องทางเวลา คือ

$$p_{XY}(t,t+\tau)=\frac{Cov_{XY}(t,t+\tau)}{[Cov_{XY}(t,t)Cov_{XY}(t+\tau,t+\tau)]^{1/2}} \quad \text{(ก.42)}$$

7) ตัวแปรสุ่ม X(t) และ Y(t) จะมีลักษณะคงที่ร่วมแบบแท้จริง ถ้าทุกจำนวนเต็ม n ค่า pdf. ลำดับที่ n ไม่ขึ้นอยู่กับเวลาที่เลื่อนไป τ ถ้าตัวแปรสุ่มทั้ง 2 เป็นคงที่ร่วมแบบแท้จริงดังนั้น แต่ละตัวจะมีลักษณะคงที่แบบแท้จริง

8) ตัวแปรสุ่ม X(t) และ Y(t) จะเป็นมีลักษณะคงที่ร่วมในแนวกว้างถ้ามีเงื่อนไขดังนี้

8.1) ทั้ง X(t) และ Y(t) ต่างมีลักษณะคงที่ในแนวกว้าง

8.2) $R_{XY}(t,t+\tau)=R_{XY}(\tau)$

ถ้าตัวแปรสุ่มทั้ง 2 มีลักษณะคงที่ในแนวกว้างดังนั้นแต่ละตัวแปรจะไม่ขึ้นกับเวลาในแนวกว้าง

คุณสมบัติของฟังก์ชันสหสัมพันธ์โดยสมมติให้ตัวแปรสุ่มทั้ง 2 มีลักษณะคงที่ร่วมในแนวกว้าง

1) $R_{XY}(\tau)=R_{XY}(-\tau)$ เป็น ปฏิสมมาตร (Antisymmetric)

2) $|R_{XY}(\tau)| \le \frac{1}{2}[R_{XX}(0) + R_{YY}(0)]$

3) $|R_{XY}(\tau)|^2 \le R_{XX}(0) + R_{YY}(0)$

4)ค่า ฟังก์ชันสหสัมพันธ์ข้าม ที่ตำแหน่ง τ=0 จะไม่ใช่ค่าสูงสุด

5)ตัวแปรสุ่ม X(t) และ Y(t) มีความสัมพันธ์แบบไม่สหสัมพันธ์ (Uncorrelation). ถ้า $Cov_{XY}(t,t+\tau) = 0$ สำหรับทุก t และ τ นั่นคือ $R_{XY}(t,t+\tau) = \mu_X(t)\mu_X(t+\tau)$ สำหรับทุก t และ τ

ก.3 ฟังก์ชันความหนาแน่นกำลังเชิงสเปกตรัม (Power Spectral Density Function: psd)

psd สำหรับกระบวนการสุ่มแบบคงที่ในแนวกว้างแบบต่อเนื่องทางเวลาและเป็นจำนวนจริง X (t) คือผลการแปลงฟูเรียร์ของ ฟังก์ชันอัตสหสัมพันธ์ตัวเอง ของ กระบวนการสุ่ม คือ

$$S_{XX}(\omega) = S_{XX}(2\pi f) = \int_{-\infty}^{+\infty} R_{XX}(\tau) e^{j\omega\tau} d\tau \qquad \text{(ก.43)}$$

โดย

$$R_{XX}(\tau) = \int_{-\infty}^{+\infty} S_{XX}(f) e^{j\omega\tau} df = \frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{+\infty} S_{XX}(\omega) e^{j\omega\tau} d\omega \qquad \text{(ก.44)}$$

ซึ่งมีคุณสมบัติดังนี้

1)psd เป็นฟังก์ชันคู่ เป็นจำนวนจริง และเป็นค่าบวก

2)ค่ากำลังเฉลี่ย ของ X(t) คือ

$$R_{XX}(0) = \int_{-\infty}^{+\infty} S_{XX}(f) df = \frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{+\infty} S_{XX}(\omega) d\omega \ge 0 \qquad \text{(ก.45)}$$

นั่นคือค่ากำลังเฉลี่ยของกระบวนการสุ่มคืออินทิกรัลของ psd ตลอดช่วงความถี่ดังนั้น psd จึงมีหน่วยเป็นกำลังต่อเฮิรตซ์

ภาคผนวก ข.

สูตรทั่วไปของการแจกแจงความเข้มของสัญญาณ การแจกแจงแบบ Nakagami

การแจกแจงแบบ Nakagami เสนอแนวคิดและหลักการทั่วไปของการศึกษาด้านความเข้มของสัญญาณและเกิดการเฟดดิงของสัญญาณ วิธีการได้มาของการแจกแจงนี้ได้มาจากทดลองย่านความถี่สูง การแจกแจงแบบนี้จะเหมาะกับชั้นบรรยากาศไอโอโนสเฟียร์ และโทรโพสเฟียร์ สามารถยืนยันได้ว่ามาจากการทดลองและการสังเกต โดยทฤษฎีของการแจกแจงแบบล็อกนอร์มัลเป็นรูปแบบหนึ่งของการแจกแจงแบบ Nakagami นอกจากนี้วิธีการที่นำเสนอจะปรับปรุงเป็นสูตรทั่วไปในการอธิบายการแจกแจงแบบอื่นๆ สุดท้ายแสดงความสัมพันธ์แบบอื่นๆกับการแจกแจงแบบ Nakagami ด้วยสูตรของ m และอธิบายค่าตัวแปรเสริมของการแจกแจงแบบ Nakagami

ข.1 บทนำ

ปัจจุบันวิศวกรสื่อสารได้ศึกษาและเน้นความสำคัญรายละเอียดไม่เพียงแต่ด้านความเข้มของสัญญาณ แต่จะมุ่งเน้นผลของการเฟดของสัญญาณทางสถิติ ซึ่งมีการศึกษาทดลองไว้เป็นจำนวนมากและรองรับด้วยทฤษฎีทางด้านความเข้มของสัญญาณภายใต้การเกิดเฟดดิงของสัญญาณ ซึ่งได้มีการอธิบายการแจกแจงด้านความเข้มของสัญญาณ ดังนี้

การแจกแจงแบบ Rayleigh

$$p(R) = \frac{2}{R}\exp(-R^2/\Omega) \qquad (ข.1)$$

โดยที่ $\Omega=<R^2>$ เป็นค่าเฉลี่ยของ R^2 ซึ่งค้นพบโดย Lord Rayleigh [4] และการทดลองของ Pawsey [4] พิสูจน์ด้วยการทดลองยืนยันการแจกแจงแบบ Rayleigh ในโหมดของการแจกแจง และการกระจายคลื่น

การแจงแจงแบบล็อกนอร์มัล

$$p(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_x} e^{-(x-\bar{x})^2/2\sigma_x^2} \qquad (ข.2)$$

โดยที่ x คือความเข้มของสัญญาณในเทอมเดซิเบล (dB) ค้นพบโดย Grosskopf [4] ซึ่งได้มาจากสังเกตในช่วงเวลาที่นานๆ โดยมีค่าทางทฤษฎีสนับสนุนได้ว่าเป็นการแจกแจงซึ่งมีคุณสมบัติของล็อกการิทึมของจำนวนเต็มบวกค่าต่างๆกัน และการแจกแจงแบบ m ได้นำเสนอโดย Nakagami ซึ่งอธิบายการแจกแจงของสัญญาณในเทอมของค่าเฉลี่ยความเข้มของสัญญาณซึ่งอธิบายการศึกษาของ Grosskopf และใช้ได้ในช่วงที่กว้างกว่า มีสมการดังนี้

$$p(R) = \frac{2m^m R^{2m-1}}{\Gamma(m)\Omega^m} e^{-(m/\Omega)R^2} \qquad (ข.3)$$

โดยที่ $\Omega = \langle R^2 \rangle$ และ

$$m = \frac{(\overline{R^2})^2}{(R^2 - \overline{R^2})^2} \geq \frac{1}{2} \qquad (ข.4)$$

เมื่อ m เป็นค่าส่วนกลับของค่านอร์แมลไลซ์ของแวเรียนซ์ของ R^2 ซึ่งค้นพบโดย Nakagami โดยใช้ในช่วงกว้างของการทดลองย่านความถี่สูง และซึ่งได้ยืนยันผลการศึกษาโดย Wambeck และ Ross [4] โดยการค้นพบนี้ทำให้ยืนยันได้ว่า การแจกแจงแบบ Rayleigh เหมือนการแจกแจงแบบ Nakagami เมื่อ m=1 และแสดงได้ในรูปแบบดังนี้

$$p(R) = \frac{2R}{\sigma} e^{-(R^2+R_0^2)/\sigma} I_0\left(\frac{2RR_0}{\sigma}\right) \qquad (ข.5)$$

และ

$$p(R) = \frac{2R}{\sqrt{\alpha\beta}} e^{-(R^2/2)\left(\frac{1}{\alpha}+\frac{1}{\beta}\right)} I_0\left[\frac{R^2}{2}\left(\frac{1}{\beta}-\frac{1}{\alpha}\right)\right] \qquad (ข.6)$$

ค้นพบโดย Nakagami และ Nakagami กับ Sasaki [4] ตามลำดับ สำหรับในทางทฤษฎีเรียกปัญหาที่พบว่าการแทรกแซงแบบสุ่ม ซึ่งเป็นปัญหาหลักของการเฟดของสัญญาณ ในทางวิศวกรรมสื่อสารแล้ว เรียกว่าการแจกแจงแบบ n และการแจกแจงแบบ q ตามลำดับ นอกจากนี้แล้ว Nakagami Wada และ Fujimura [4] ได้พิสูจน์ว่าการแจกแจงแบบ m จะเป็นผลเฉลยทั่วไปในการแก้ปัญหาทางเวกเตอร์สุ่ม นอกจากนี้แล้วการการแจกแจงแบบ Nakagami m สามารถอธิบายการแจกแจงแบบ n และ q ได้ดี และมีความเหมาะสมโดยที่การแจกแจงแบบ m จะเป็นฟังก์ชันการแจกแจงร่วม (joint distribution) ของตัวแปร 2 ค่าและเป็นไปตามการแจกแจงแบบ m

ข.2 การได้มาซึ่งการแจกแจงแบบ m และคุณสมบัติพื้นฐาน

ข.2.1 การได้มาซึ่งการแจกแจงแบบ m

ข.2.1.1 ช่วงเวลาของการสังเกต

การสังเกตผลของการเฟดดิงของสัญญาณตามลำพัง ตัวอย่างเช่นการไม่คิดผลของการเฟดดิงอย่างช้าๆระยะเวลาของการสังเกต ควรจะเลือกให้เหมาะสมเนื่องจากผลของเฟดดิงอย่างช้าๆจะมีลักษณะเด่นเมื่อเวลาในการศึกษามีค่ามากๆดังนั้นในทางสถิติควรจะเลือกช่วงเวลาให้มีค่าน้อยๆซึ่งทางปฏิบัติต้องพยายามเลือกช่วงเวลาให้เหมาะสม และความยาวของช่วงเวลานี้จะขึ้นอยู่กับหลายปัจจัยเช่น ความถี่ เส้นทาง ช่วงเวลาในวันนั้นๆ หลังจากทำการศึกษาแล้วจะพบว่าในการทดลองหนึ่งๆค่าเวลาที่เหมาะสมคือ 3-7 นาที

ข.2.1.2 เครื่องมือ

ในการทดลองใช้สายอากาศแบบตั้งซึ่งมีความยาว 1.5 เมตร และเอาต์พุตที่ได้จะมีการขยาย การบีบอัดตัวแบบล็อก และการดีเทคชันของด้วยแผ่นบ่ายเบน (deflecting plate) ของหลอดรังสีแคโทด (cathode ray tube) ซึ่งจะมีการเคลื่อนตำแหน่งของจุดบนจอฟลูออเรสเซนต์ ซึ่งก็คือการแปรผันของสัญญาณ และทำการบันทึกบนแผ่นของจอภาพด้านหน้าของจอ และการแจกแจงแบบนี้ได้มาจากการวัดค่าความหนาแน่นของน้ำยาเคลือบฟิล์มของแผ่น ซึ่งจะได้ค่าคงตัวทางเวลามีค่ามากที่สุดเท่ากับ 2 ms ตัวอย่างผลการสังเกตและการทดลองแสดงดังตาราง

ตารางที่ ข.1 ผลการสังเกตและการทดลองของ Nakagami

สถานี	ระยะทาง (km)	สัญญาณ	ความถี่ (kHz)	วันที่	จำนวนแผ่น	จำนวนแผ่น m<0.5
Changehum	1,500	JMP2	10,065	Apr.1941	34	0
Pulau	3,200	JRAK	11,740	Oct.1941	15	0
San Francisco	3,240	KNY/	19.080	Nov.1940-Oct.1941	67	1
		KGEN/	9,670	Oct.1941	17	0
		KWU	15,355	Oct.1941	14	0
Berlin	8,900	DFZ	20,020	Apr.1941	19	0
Taipei	2,200	JIB	10,535	Oct.1941-Dec.1941	265	0

ข.2.1.3 การได้มาของฟังก์ชันการแจกแจง

จากผลการทดลองนำไปแสดงความสัมพันธ์ด้วยกราฟในแกนล็อก-ล็อก ซึ่งก็คือพิกัดที่หนึ่งและพิกัดที่สอง ซึ่งแทนด้วยเส้นตรงที่มีความชันเป็นค่า m ต่างๆดังรูป ข.1 ซึ่งแสดงฟังก์ชันได้ดังนี้

$$p'(x) = \exp\left[m\left(1 + \frac{2x}{m} - e^{2x/m} \right) \right] \qquad \text{(ข.7)}$$

โดยที่ x คือ ความเข้มของสัญญาณเป็น เดซิเบล

M คือ $20\log_{10} e = 8.686$

ทำการนอร์แมลไลซ์สมการที่ (ข.7) แล้วแปลงเป็น เดซิเบล จะได้

$$p(x) = \frac{2m^m}{M\Gamma(m)} \exp\left[m\left(\frac{2x}{M} - e^{2x/m} \right) \right] \qquad \text{(ข.8)}$$

จากตารางที่ ข.1 จะเห็นได้ว่ามีค่า m ที่เป็นไปตามเงื่อนไขคือ

$$m \geq \frac{1}{2} \qquad \text{(ข.9)}$$

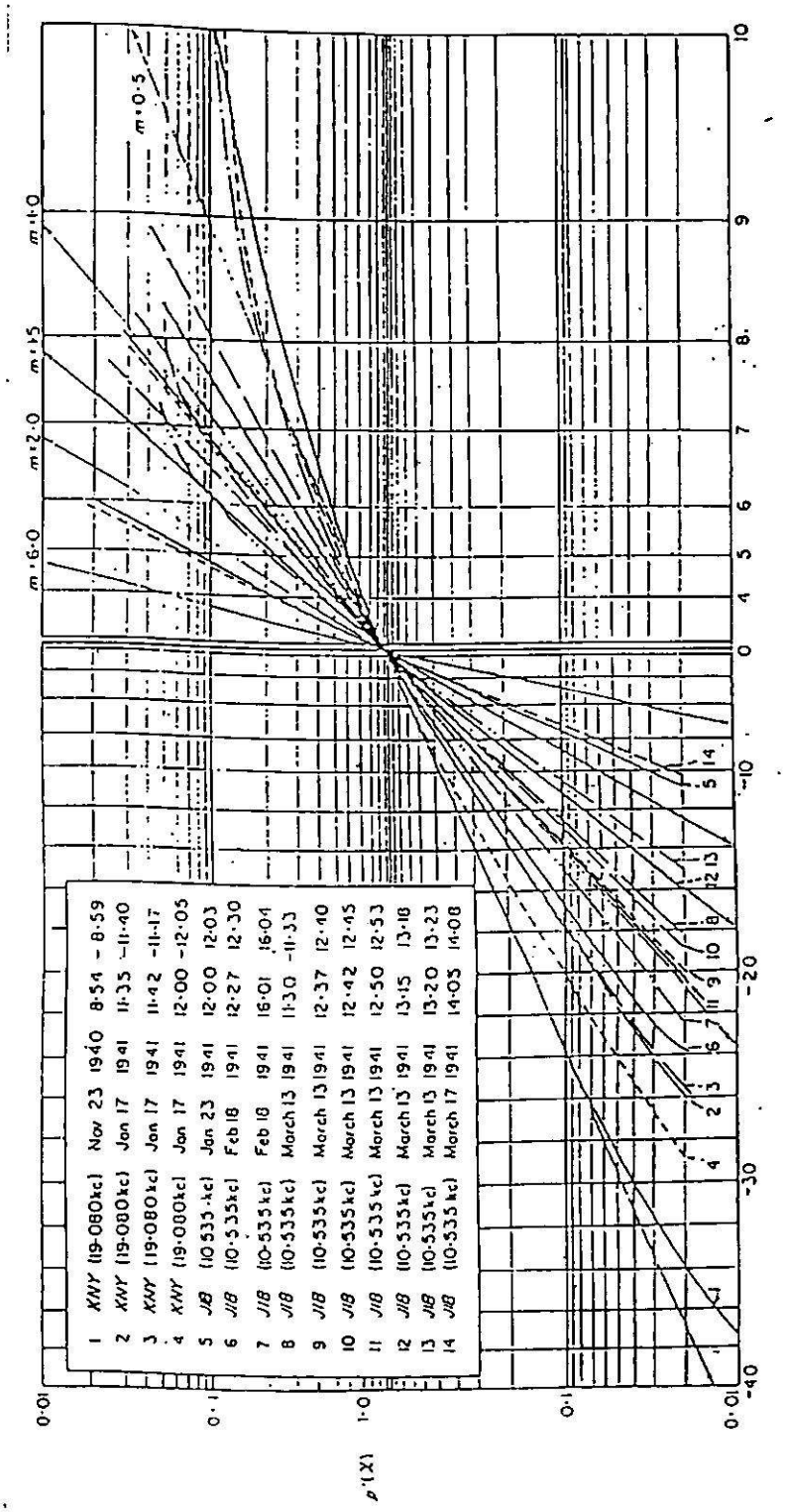
โดยการแปลงจาก $e^{x/M} = X = R/\Omega^{1/2}$ ซึ่ง $\Omega = \langle R^2 \rangle$ เป็นค่าเฉลี่ยของค่ากำลังสองของความเข้มของสัญญาณ สุดท้ายจะได้การแจกแจงดังนี้

$$p(x) = \frac{2m^m x^{2m-1} e^{-mx^2}}{\Gamma(m)} = M(x, m, 1) \qquad \text{(ข.10)}$$

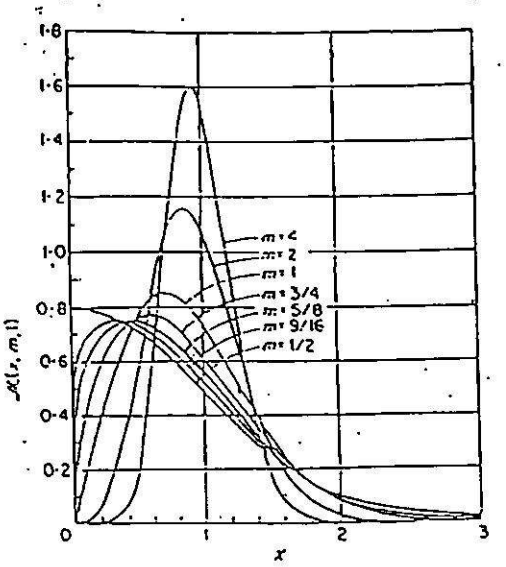
โดยความสัมพันธ์ระหว่าง M(x,m,1) และตัวแปรสุ่ม (x) แสดงได้ดังรูปที่ ข.2 และสมการที่ ข.10 จัดรูปใหม่ได้ว่า

$$p(R) = \frac{2m^m R^{2m-1} e^{-(m/\Omega)R^2}}{\Gamma(m)\Omega^m} = M(R, m, \Omega) \qquad \text{(ข.11)}$$

โดยสมการที่ ข.11 เป็นการรวมกรณีที่เป็นการแจกแจงแบบเกาส์เซียนข้างเดียว เมื่อ m=0.5 และการแจกแจงแบบ Rayleigh เมื่อ m=1 ตามลำดับ



รูปที่ ข.1 การแจกแจงแบบ m



รูปที่ ข.2 ความสัมพันธ์ระหว่าง M(x,m,1) และตัวแปรสุ่ม (x)

ข.3 คุณสมบัติของการแจกแจงแบบ m

ข.3.1 ค่ามากที่สุดของ $M_z(x,m,0)$

$$p(0) = \frac{2m^m}{M\Gamma(m)e^m} = \frac{1}{M}\sqrt{\frac{2m}{\pi}} \qquad \text{(ข.12)}$$

ที่ x=0 หรือ $R=\Omega^{1/2}$

จากสมการที่ ข.12 ถ้า $x \leq M$ ทำให้ $M_z(x,m,0)$ มีค่าเข้าใกล้การแจกแจงแบบล็อกนอร์มัล

$$p(x) = \frac{1}{M}\sqrt{\frac{2m}{\pi}}\exp\left[-2m\left(\frac{x}{M}\right)^2\right] \qquad \text{(ข.13)}$$

นอกจากนี้ $M_z(x,m,0)$ สามารถแสดงได้ในรูปแบบทั่วไปดังนี้

$$p(\tau) = \frac{2m^m}{M\Gamma(m)}\exp\left[m\left(\frac{2(\tau-\tau_0)}{M} - \exp\left(2(\tau-\tau_0)/M\right)\right)\right] = u_{\tau}(\tau, m, \tau_0) \qquad \text{(ข.14)}$$

โดยที่ τ และ τ_0 เป็นความเข้มของสัญญาณใน dB และ R=$\Omega^{1/2}$ ซึ่งมีค่าความเข้มเป็น 1 และฟังก์ชันการแจกแจงรวม จะกำหนดดังนี้

$$M(x,m)=\int_{-\infty}^{x} M_z(x,m,0)dx \qquad (ข.15)$$

สมการฟังก์ชันคุณลักษณะ

$$\Phi(z)=\int_{-\infty}^{\infty} u_z(x,m,0)e^{-2x}dx=\frac{\Gamma\left(m-\frac{M}{2}z\right)}{\Gamma(m)}m^{\left(\frac{M}{2}\right)z} \qquad (ข.16)$$

โมเมนต์และแวเรียนซ์

$$\overline{R^{n'}}=\frac{\Gamma\left(m+\frac{n'}{2}\right)}{\Gamma(m)}\left(\frac{\Omega}{m}\right)^{\frac{n}{2}},\overline{R^{2n}}=\left(\frac{\Omega}{m}\right)^{n}\left(m+\overline{n-1}\right)\left(m+\overline{n-2}\right)..m \qquad (ข.17)$$

$$V\left(R^2\right)=\frac{\Omega^2}{m},V(R)=\Omega\left[1-\left(\frac{\Gamma\left(m+\frac{1}{2}\right)}{\sqrt{m}\Gamma(m)}\right)^2\right]\cong\frac{\Omega}{5m} \qquad (ข.18)$$

โดยที่ n' และ n เป็นจำนวนเต็มบวก

สำหรับโมเมนต์และแวเรียนซ์จัดรูปในหน่วย dB แสดงได้ดังนี้

$$\bar{x}=\frac{M}{2}\left\{\varphi(m)-\log_e m\right\} \qquad (ข.19)$$

$$\overline{x^2}=\left(\frac{M}{2}\right)^2\left\{\varphi(m)-\log_e m\right\}^2+\varphi'(m) \qquad (ข.20)$$

$$\overline{x^3}=\left(\frac{M}{2}\right)^3\left\{\left[\varphi(m)-\log_e m\right]^3+3\varphi'(m)\left[\varphi(m)-\log_e m\right]+\varphi''(m)\right\} \qquad (ข.21)$$

โดยที่ $\varphi(x),\varphi(x)'$ และ $\varphi(x)''$ คือ ฟังก์ชันแกมมาลำดับที่สอง แกมมาลำดับที่สาม และ แกมมาลำดับที่สี่ ตามลำดับ

ข.3.2 ตัวแปรเสริม m

ตัวแปรเสริม m แสดงได้ในพจน์ดังนี้

$$m = \frac{\Omega^2}{V(R^2)} = \frac{1}{V_N(R^2)} \qquad \text{(ข.22)}$$

โดย $V_N(R^2)$ คือ นอร์แมลไลซ์แวเรียนซ์ของ R^2 ดังนั้น m คือส่วนกลับค่านอร์แมลไลซ์แวเรียนซ์ของ R^2 ความสัมพันธ์ในการเฟดของสัญญาณในช่วง N(P) หรือ X_2-X_1

$$P = \int_{-\infty}^{x_1} M_Z(x,m,0)dx = \int_{x_2}^{\infty} M_z(x,m,0)dx \qquad \text{(ข.23)}$$

จากการวิเคราะห์เชิงตัวเลขได้ว่า

$$N(P) = 10\left(\frac{1}{m} + 0.2\right)\log_{10}\frac{1}{P} + 1.5dB, (m < 8) \qquad \text{(ข.24)}$$

จะเห็นได้ว่า N(P) เป็นสัดส่วนเชิงเส้นกับ 1/m หรือรูปร่างเฟดดิง (fading figure)

ข.3.3 การแจกแจงของผลรวมของตัวแปร m

พิจารณาผลรวมของตัวแปรอิสระ (Independent variables) m ตัวแปร

$$R = r_1 + r_2 + ... + r_n \qquad \text{(ข.25)}$$

โดย r_i มีการแจกแจงแบบ m คือ $M(R,m,\Omega)$ ทำให้ได้ค่า p.d.f ดังต่อไปนี้

$$p(R) \approx M(R,{}_0m,{}_0\Omega) \qquad \text{(ข.26)}$$

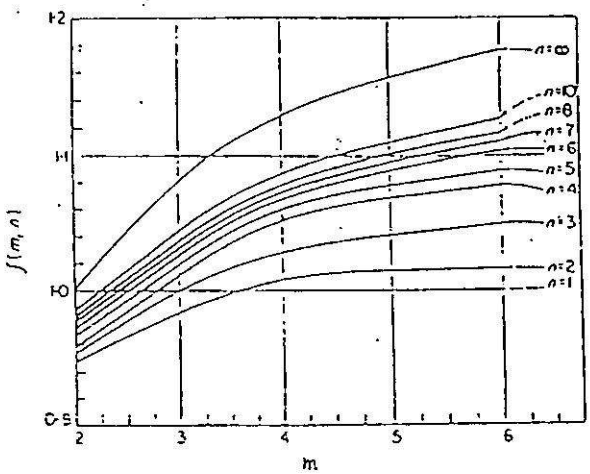
โดยค่าของ ${}_0\Omega$ และ ${}_0$m มีค่าประมาณได้ดังนี้

$$ {}_0\Omega = \overline{R^2} = n\Omega + n(n-1)\Omega \frac{\Gamma^2\left(m+\frac{1}{2}\right)}{m\Gamma^2(m)} \approx n^2\Omega\left(1-\frac{1}{5m}\right) \qquad \text{(ข.27)} $$

$$ {}_0m = \frac{\left(\overline{R^2}\right)^2}{\left(\overline{R^2 - \overline{R^2}}\right)^2} = f(m,n)mn $$

โดยฟังก์ชัน f(m,n) มีค่าเชิงเลขเข้าใกล้ 1 สำหรับทุกค่าของ m และ n ดังแสดงในรูปที่ ข.3 ดังนั้นค่าตัวแปรเสริมในสมการที่ ข.27 มีค่าประมาณได้เป็น

$$ {}_0m \approx mn, {}_0\Omega \approx n^2\Omega \qquad \text{(ข.28)} $$



รูปที่ ข.3 ความสัมพันธ์ระหว่าง f(m,n) กับ ตัวแปรเสริมเฟดดิง (m)

ภาคผนวก ค.

โปรแกรม

```
%*************************************************************************
%โปรแกรมหลักที่ใช้หาความสัมพันธ์ระหว่าง สัญญาณพลังงานต่อความหนาแน่นสัญญาณรบกวน
%ใน 1 บิต กับ ความน่าจะเป็นของอัตราความผิดพลาดบิตค่าเฉลี่ย
%*************************************************************************
%** K คือจำนวนผู้ใช้งานในระบบ **
%** M คือ จำนวนคลื่นพาห์ที่ใช้ในการมอดูเลต **
%** m คือ ตัวแปรเสริมเฟดดิงของ Nakagami  m=[0.5 1.0 2.0] **
%** N1 คือ อัตราขยายการประมวลผลของระบบคลื่นพาห์เดี่ยว **
%** N คือ อัตราขยายการประมวลผลของระบบหลายคลื่นพาห์ **
%** Ebdb คือ สัญญาณพลังงานต่อความหนาแน่นสัญญาณรบกวนใน 1 บิต (เดซิเบล)
%** K=1;        %สำหรับผลการวิเคราะห์รูปที่ 4.1-4.7 **
%** K=[10 15]; %สำหรับผลการวิเคราะห์รูปที่ 4.9-4.16 **
%** K=[10 15 20 25 30 35 40 45 50]      %สำหรับผลการวิเคราะห์รูปที่ 4.17-4.19 **
%*************************************************************************
K=1;
M=3;
N1=60;
N=ceil(2*N1/(M+1));
m=0.5;
%** ทำการวิเคราะห์ที่ค่า SNR=0 dB ถึง 30 dB **
Ebdb=[0:1:30];
for z=1:31
  Eb(z)=10^(Ebdb(z)/10);
end
%*************************************************************************
mT=mpara(M,m); % เรียกใช้ฟังก์ชันชื่อ mpara(x,y)
oT=omegat(M,m); % เรียกใช้ฟังก์ชันชื่อ omegat(x,y)
%*************************************************************************
```

ทำการวิเคราะห์หาค่าความน่าจะเป็นของอัตราความผิดพลาดบิตค่าเฉลี่ยโดยใช้สมการ

$$\overline{P}_e = \frac{(m_T)^{m_T-1}(\Omega_T)^{1/2}Y^{1/2}}{2\sqrt{\pi}\Gamma(m_T)}\left\{\frac{\Gamma(m_T+1/2)}{(Y\Omega_T+m_T)^{m_T+1/2}}\right\}\cdot{}_2F_1\left(1,m_T+1/2;m_T+1;\frac{m_T}{m_T+Y\Omega_T}\right)$$

```
P1=sqrt(oT)*(mT^(mT-1))/(2*sqrt(pi)*gamma(mT));
for x=1:31
        SNR=snr(K,N,M,m,Eb(x)); % เรียกใช้ ฟังก์ชันชื่อ snr(a,b,c,d,e)
        Hyp=hyper(SNR,mT,oT); % เรียกใช้ ฟังก์ชันชื่อ hyper(a,b,c)
        P2=gamma(mT+0.5)/((mT+SNR*oT)^(mT+0.5));
        P(x)=sqrt(SNR)*P1*P2*Hyp;
end
semilogy(Ebdb,P);
ylabel('ความน่าจะเป็นของอัตราความผิดพลาดบิตค่าเฉลี่ย');
xlabel('สัญญาณพลังงานต่อความหนาแน่นสัญญาณรบกวนใน 1 บิต (เดซิเบล)');
hold on;
```

```
%*************************************************************************
%โปรแกรมหลักที่ใช้หาความสัมพันธ์ระหว่าง จำนวนผู้ใช้งานในระบบ กับ ความน่าจะเป็นของ
% อัตราความผิดพลาดบิตค่าเฉลี่ย
%*************************************************************************
%** K คือจำนวนผู้ใช้งานในระบบ **
%** M คือ จำนวนคลื่นพาห์ที่ใช้ในการมอดูเลต **
%** m คือ ตัวแปรเสริมเฟดดิงของ Nakagami  m=[0.5 1.0 2.0] **
%** N1 คือ อัตราขยายการประมวลผลของระบบคลื่นพาห์เดี่ยว **
%** N คือ อัตราขยายการประมวลผลของระบบหลายคลื่นพาห์ **
%** Ebdb คือ สัญญาณพลังงานต่อความหนาแน่นสัญญาณรบกวนใน 1 บิต (เดซิเบล)
%*************************************************************************
%** พิจารณาผู้ใช้งานตั้งแต่ 10 ถึง 30 **
Ebdb=15;
Eb=10^(Ebdb/10);
N1=60;
N=ceil(2*N1/(M+1));
M=8;
m=0.5;
K=[10:1:30];
%*************************************************************************
mTk=mpara(M,m); % เรียกใช้ ฟังก์ชันชื่อ mpara(x,y)
oTk=omegat(M,m); % เรียกใช้ ฟังก์ชันชื่อ omegat(x,y)
%*************************************************************************
ทำการวิเคราะห์หาค่าความน่าจะเป็นของอัตราความผิดพลาดบิตค่าเฉลี่ยโดยใช้สมการ
```

$$\overline{P}_e = \frac{(m_T)^{m_T-1}(\Omega_T)^{1/2}Y^{1/2}}{2\sqrt{\pi}\Gamma(m_T)}\left\{\frac{\Gamma(m_T+1/2)}{(Y\Omega_T+m_T)^{m_T+1/2}}\right\}_2F_1\left(1,m_T+1/2;m_T+1;\frac{m_T}{m_T+Y\Omega_T}\right)$$

```
%*************************************************************************
Pk1=sqrt(oTk)*(mTk^(mTk-1))/(2*sqrt(pi)*gamma(mTk));

for x=1:21
```

```
    SNRk=snr(K(x),N,M,m,Eb); % เรียกใช้ ฟังก์ชันชื่อ snr(a,b,c,d,e)
    Hypk=hyper(SNRk,mTk,oTk); % เรียกใช้ ฟังก์ชันชื่อ hyper(a,b,c)
    Pk2=gamma(mTk+0.5)/((mTk+SNRk*oTk)^(mTk+0.5));
    Pk(x)=sqrt(SNRk)*Pk1*Pk2*Hypk;
end
semilogy(K,Pk);
ylabel('ความน่าจะเป็นของอัตราความผิดพลาดบิตค่าเฉลี่ย');
xlabel('จำนวนผู้ใช้งาน');
hold on;
```

```
%*************************************************************************
% ฟังก์ชัน mapara(x,y) เพื่อใช้ในการหาค่า
% m_T = mM
%*************************************************************************
function mt=mpara(M,m)
mt=M*m;

%*************************************************************************
% ฟังก์ชัน omegat(x,y) เพื่อใช้ในการหาค่า
% Ω_T = ΩM((5m-1)/5m)
%*************************************************************************
function ot=omegat(M,m)
ot1=M;
ot2=(5*m-1)/(5*m);
ot=ot1*ot2;

%*************************************************************************
%ฟังก์ชัน hyper(a,b,c) คำนวณหาค่า Gauss Hypergeomatric function
% 2F1(1,p+q;p+1;x) = p/x^p (1-x)^-q B_x(p,q) โดยที่ 0≤x≤1; p,q>0
%*************************************************************************
function hyp=hyper(y,mt,ot)
x=mt/(mt+y*ot);
inc_beta=betainc(x,mt,0.5);
hy_tmp1=mt/(x^mt);
hy_tmp2=sqrt(1/(1-x));
hyp=hy_tmp1*hy_tmp2*inc_beta;
```

```
%*****************************************************************************
```

%ฟังก์ชัน snr(a,b,c,d,e) คำนวณหาค่า SNR

$$\%\ Y = \left\{ \frac{2(K-1)}{3N_M} + \frac{(K-1)}{\pi^2 N_M M} \sum_{q=1}^{M} \sum_{\substack{i=1 \\ i \neq q}}^{M} \frac{1}{(i-q)^2} + V\gamma_b^{-1} \right\}^{-1}$$

```
%*****************************************************************************
function Y=snr(K,N,M,m,Eb)
snr1=2*(K-1)/(3*N);
sum=0;
for q=1:1:M
    for i=1:1:M
        if i~=q
            sum=sum+1/((i-q)^2);
        end
    end
end
snr2=sum*(K-1)/(pi*pi*M*N);
snr3=avesnr(M,m)/(Eb);
Y=1/(snr1+snr2+snr3);

%*****************************************************************************
```

%ฟังก์ชัน ave(x,y) คำนวณหาค่า average SNR

$$\%\ V = 1 + \left(\frac{M-1}{2m} \right) \left[\frac{\Gamma(m+1/2)}{\Gamma(m)} \right]^2$$

```
%*****************************************************************************
function ave=avesnr(M,m)
gam1=gamma(m+0.5)/gamma(m);
ave_tmp=(M-1)/(2*m);
ave=1+ave_tmp*(gam1^2);
```

ภาคผนวก ง.

การเผยแพร่ผลงานวิจัย

1. Kobchai Dejhan, Pipat Tarkiatkul, Fusak Cheevasuvit, Napat Sra-Ium, Phichet Moungnoul and Chatcharin Soonyeekan , "Performance Analysis of MC DS-CDMA in Nakagami Fading Channel Based on Numerical Results," IEEE International Symposium on Intelligent Signal Processing and Communication Systems (ISPACS) Proceedings, pp.573-576 1999, Phuket, Thailand, 8-10 December

ประวัติผู้เขียน

นายพิพัฒน์ ตราเกียรติกุล เกิดเมื่อวันที่ 30 ธันวาคม 2518 ที่จังหวัดกรุงเทพฯ สำเร็จการศึกษาวิศวกรรมศาสตรบัณฑิตสาขาวิชาวิศวกรรมโทรคมนาคม จากภาควิชาวิศวกรรมโทรคมนาคม คณะวิศวกรรมศาสตร์ สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง ปีการศึกษา 2539 ปัจจุบันทำงานอยู่ในตำแหน่งวิศวกรระบบที่ บริษัทวิทยุการบินแห่งประเทศไทยจำกัด