

การออกแบบรูปร่างที่เหมาะสมของอุปกรณ์สนามแม่เหล็ก
โดยวิธีการโหนดเคลื่อนที่

SHAPE DESIGN OPTIMIZATION OF MAGNETOSTATIC DEVICES USING
MOVING NODE TECHNIQUE

ต่อพงศ์ ยวงพานิช
TORPONG YUNGPANICH

วิทยานิพนธ์นี้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตรปริญญาวิศวกรรมศาสตรมหาบัณฑิต
สาขาวิชาวิศวกรรมไฟฟ้า
บัณฑิตวิทยาลัย

สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง

พ.ศ. 2548

ISBN 974-622-984-2

การออกแบบรูปร่างที่เหมาะสมของอุปกรณ์สนามแม่เหล็ก
โดยวิธีการโหนดเคลื่อนที่

SHAPE DESIGN OPTIMIZATION OF MAGNETOSTATIC DEVICES USING
MOVING NODE TECHNIQUE



ต่อพงษ์ ยวงพานิช

TORPONG YUNGPANICH

วิทยานิพนธ์นี้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตรปริญญาวิศวกรรมศาสตรมหาบัณฑิต
สาขาวิชาวิศวกรรมไฟฟ้า
บัณฑิตวิทยาลัย
สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง

พ.ศ.2543

ISBN 974-622-984-2

เลขหมู่.....
เลขทะเบียน..... 38532
วัน, เดือน, ปี..... 5 อ.ค. 2544

**SHAPE DESIGN OPTIMIZATION OF MAGNETOSTATIC DEVICES USING
MOVING NODE TECHNIQUE**

TORPONG YUNGPANICH

**A THESIS SUBMITTED IN PARTIAL FULFILLMENT
OF THE REQUIREMENT FOR THE DEGREE OF
MASTER OF ENGINEERING IN ELECTRICAL ENGINEERING
SCHOOL OF GRADUATE STUDIES
KING MONGKUT'S INSTITUTE OF TECHNOLOGY LADKRABANG**

2000

ISBN 974-622-984-2

COPYRIGHT 2000

SCHOOL OF GRADUATE STUDIES

KING MONGKUT'S INSTITUTE OF TECHNOLOGY LADKRABANG

หัวข้อวิทยานิพนธ์	การออกแบบรูปร่างที่เหมาะสมของอุปกรณ์สนามแม่เหล็ก โดยวิธีการโหนดเคลื่อนที่
นักศึกษา	นายต่อพงษ์ ขวงพานิช
รหัสประจำตัว	39061005
ปริญญา	วิศวกรรมศาสตรมหาบัณฑิต
สาขาวิชา	วิศวกรรมไฟฟ้า
พ.ศ.	2543
อาจารย์ผู้ควบคุมวิทยานิพนธ์	ผศ. ดร. ชัยวุฒิ ฉัตรอุทัย

บทคัดย่อ

วิทยานิพนธ์นี้นำเสนอแนวทางในการออกแบบรูปร่างที่เหมาะสมของอุปกรณ์สนามแม่เหล็กโดยวิธีการโหนดเคลื่อนที่ โดยมีวัตถุประสงค์เพื่อออกแบบให้ได้อุปกรณ์ที่มีคุณลักษณะทางด้านสนามแม่เหล็กเป็นไปตามที่ต้องการ ในวิทยานิพนธ์นี้จะกล่าวถึงการออกแบบรูปร่างที่เหมาะสมของขั้วแม่เหล็กของชุดแม่เหล็กไฟฟ้าเพื่อทำให้ได้ค่าความหนาแน่นเส้นแรงแม่เหล็กในบริเวณช่องอากาศที่กำหนดมีค่าเท่ากับตามค่าที่ต้องการ หลักการที่ใช้เป็นการพัฒนาโปรแกรมการออกแบบโดยใช้วิธีการหาค่าที่เหมาะสมแบบมีเงื่อนไขทำงานร่วมกับวิธีไฟไนท์อิลิเมนต์ ปัญหาที่ออกแบบกำหนดให้เป็นสนามแม่เหล็กแบบสมมาตร 2 มิติ การคำนวณหาค่าความหนาแน่นเส้นแรงแม่เหล็กใช้วิธีไฟไนท์อิลิเมนต์ และการคำนวณหารูปร่างที่เหมาะสมใช้วิธีการหาค่าที่เหมาะสมแบบดิเทอมินิสติกโดยใช้ร่วมกับวิธีการโหนดเคลื่อนที่ ในวิทยานิพนธ์นี้นำเสนอการเคลื่อนที่โหนด 3 แนวทางคือ เคลื่อนที่ในแนวแกนอน เคลื่อนที่ในแนวแกนอนและแนวแกนตั้ง และเคลื่อนที่ในแนวแกนอนพร้อมกับแนวแกนตั้งเพื่อแสดงให้เห็นถึงแนวทางที่สามารถใช้ในการออกแบบรูปร่างที่เหมาะสม มีการเปรียบเทียบรูปร่างที่เหมาะสมของขั้วแม่เหล็กที่ค่าความหนาแน่นเส้นแรงแม่เหล็กค่าต่าง ๆ ซึ่งคำนวณได้จากการออกแบบด้วยวิธีการโหนดเคลื่อนที่ทั้ง 3 วิธี จากผลการออกแบบพบว่าหลักการนี้สามารถทำให้ได้รูปร่างที่เหมาะสมของขั้วแม่เหล็กเพื่อทำให้ได้ค่าความหนาแน่นเส้นแรงแม่เหล็กตามที่ต้องการ โดยมีค่าความคลาดเคลื่อนที่ยอมรับได้

Thesis Title	SHAPE DESIGN OPTIMIZATION OF MAGNETOSTATIC DEVICES USING MOVING NODE TECHNIQUE
Student	Mr. Torpong Yungpanich
Student ID.	39061005
Degree	Master of Engineering
Programme	Electrical Engineering
Year	2000
Thesis Advisor	Asst.Prof. Dr. Chaiwut Chat-uthai

ABSTRACT

This thesis presents the shape design optimization of magnetostatic devices using structural moving node techniques. The objective is to design the devices having the magnetic field characteristic as the design requirements. The pole shape design optimization of an electromagnet in order to maintain the magnetic flux density constant in a specified air gap region is illustrated in this thesis. The concept is to develop the program based on a combination of numerical methods, e.g. the numerical constrained optimization techniques and the finite element methods. The design problem is defined as the two-dimensional magnetostatic problem, the magnetic flux density is calculated by using the finite element method and the optimal shape is calculated by using the optimization techniques based on deterministic methods performed with the moving node technique. Three techniques of moving node are discussed, e.g. moving in x axis, x and y axis and xy axis in order to show the applicability of the shape design optimization. The comparison of the optimal pole shape with various calculated magnetic flux density values using these three techniques of moving node are presented. The results show that the optimum pole shapes which have the acceptable error desired magnetic flux density can be obtained by using these moving node techniques.

กิตติกรรมประกาศ

ขอขอบพระคุณอย่างสูงต่อ ผศ. ดร. ชัยวุฒิ วัชรอุทัย อาจารย์ที่ปรึกษา ตลอดจนอาจารย์ทุกท่านที่ให้ความรู้ คำแนะนำที่เป็นประโยชน์ เป็นแนวทางในการทำวิจัยมาโดยตลอด จนทำให้วิทยานิพนธ์นี้สำเร็จลุล่วงไปด้วยดี

สุดท้ายนี้ขอกราบขอบพระคุณ บิดา มารดา และญาติพี่น้องทุกๆ คนที่เป็นผู้สนับสนุนและให้กำลังใจตั้งแต่เริ่มต้นจนสำเร็จสมความตั้งใจ

ต่อพงศ์ ขวงพานิช

สารบัญ

	หน้า
บทคัดย่อภาษาไทย.....	I
บทคัดย่อภาษาอังกฤษ.....	II
กิตติกรรมประกาศ.....	III
สารบัญ.....	IV
สารบัญตาราง.....	VIII
สารบัญรูป.....	XII
บทที่ 1 บทนำ.....	1
1.1 ความเป็นมาและความสำคัญของปัญหา.....	1
1.2 ความมุ่งหมายและวัตถุประสงค์ของการศึกษา.....	1
1.3 สมมติฐานของการศึกษา.....	2
1.4 ทฤษฎีที่ใช้ในการวิจัย.....	2
1.5 ขอบเขตการวิจัย.....	3
1.6 ขั้นตอนของการศึกษา.....	4
บทที่ 2 การออกแบบอุปกรณ์สนามแม่เหล็กไฟฟ้า.....	5
2.1 บทนำ.....	5
2.2 การออกแบบรูปร่างที่เหมาะสมของอุปกรณ์สนามแม่เหล็กไฟฟ้า.....	7
2.2.1 แบบดิเทอร์มินิสติก (deterministic).....	8
2.2.1.1 วิธีการเปลี่ยนรูปแบบ (Transformation).....	9
2.2.1.2 วิธีการทางตรง (Direct).....	9
2.2.2 แบบสโตคาสติก (stochastic).....	10
2.3 วิธีไฟไนท์อิลิเมนต์สำหรับการวิเคราะห์ค่าสนามแม่เหล็กไฟฟ้า.....	10
บทที่ 3 ทฤษฎีไฟไนท์อิลิเมนต์.....	12
3.1 บทนำ.....	12
3.2 การประมาณฟังก์ชันของศักย์แม่เหล็กในแต่ละอิลิเมนต์.....	14

สารบัญ (ต่อ)

	หน้า
3.3 การสร้างสมการไฟไนต์อิเลเมนต์แบบสองมิติโดยวิธีการแปรผัน.....	16
3.4 การกำหนดขอบเขตของปัญหา.....	19
3.5 การทำงานของโปรแกรมไฟไนต์อิเลเมนต์ (<i>FEM-2D code</i>).....	21
3.6 การทดสอบโปรแกรมไฟไนต์อิเลเมนต์.....	22
3.6.1 ดันแบบอิลีกโตรดทรงกระบอกซ้อนกันร่วม.....	22
3.6.2 ดันแบบอิลีกโตรดทรงกระบอกซ้อนกันร่วมฉนวน 2 ชั้น.....	25
3.6.3 ดันแบบมอเตอร์ไฟฟ้ากระแสตรง.....	27
บทที่ 4 ทฤษฎีวิธีเชิงตัวเลขสำหรับการหาค่าที่เหมาะสม.....	32
4.1 บทนำ.....	32
4.2 สมการทั่วไปของการหาค่าที่เหมาะสมแบบมีเงื่อนไข.....	33
4.3 สถานะของฟังก์ชันเงื่อนไข.....	35
4.4 เงื่อนไขที่จำเป็นสำหรับการหาค่าที่เหมาะสม.....	36
4.5 การสิ้นสุดกระบวนการ.....	37
4.6 การหาค่าเกรเดียน (Gradient Evaluations).....	38
4.6.1 วิธีการประมาณการแบบไฟไนต์ดิฟเฟอเรนซ์.....	38
4.6.2 วิธีการวิเคราะห์แบบเซ็นซิวิตี.....	40
4.7 การหาค่าที่เหมาะสมแบบมีเงื่อนไขโดยวิธีการเปลี่ยนรูปแบบ.....	44
4.7.1 การหาทิศทางของการพุ่งเข้า และขนาดระยะทางที่ต้องเคลื่อนที่.....	44
4.7.2 วิธีการเปลี่ยนรูปแบบโดยหลักการ <i>SUMT</i>	45
บทที่ 5 การออกแบบรูปร่างขั้วแม่เหล็กของชุดแม่เหล็กไฟฟ้า.....	48
5.1 บทนำ.....	48
5.2 การเปลี่ยนค่าความหนาแน่นของกระแสไฟฟ้า.....	51
5.3 การเปลี่ยนค่าซึมซาบแม่เหล็กของวัสดุ.....	55
5.4 การเปลี่ยนรูปร่างของขั้วแม่เหล็ก.....	58

สารบัญ (ต่อ)

	หน้า
5.4.1 การเปลี่ยนรูปร่างในแนวแกน x	59
5.4.2 การเปลี่ยนรูปร่างในแนวแกน y	62
5.5 วิธีการโหนดเคลื่อน.....	64
บทที่ 6 การออกแบบรูปร่างของขั้วแม่เหล็กโดยวิธีการ โหนดเคลื่อนที่.....	67
6.1 บทนำ.....	67
6.2 การออกแบบรูปร่างที่เหมาะสมของขั้วแม่เหล็กโดยใช้โครงสร้างตาข่ายแบบที่ 1.....	69
6.2.1 การออกแบบรูปร่างขั้วแม่เหล็กโดยวิธีการ โหนดเคลื่อนที่ในแนวแกน x (6 โหนด).....	73
6.2.2 การออกแบบรูปร่างขั้วแม่เหล็กโดยวิธีการ โหนดเคลื่อนที่ในแนวแกน x และ y (6 โหนด).....	74
6.2.3 การออกแบบรูปร่างขั้วแม่เหล็กโดยวิธีการ โหนดเคลื่อนที่ในแนวแกน xy (6 โหนด).....	75
6.3 การออกแบบรูปร่างที่เหมาะสมของขั้วแม่เหล็กโดยใช้โครงสร้างตาข่ายแบบที่ 2.....	79
6.3.1 การออกแบบรูปร่างขั้วแม่เหล็กโดยวิธีการ โหนดเคลื่อนที่ในแนวแกน x (12 โหนด).....	82
6.3.2 การออกแบบรูปร่างขั้วแม่เหล็กโดยวิธีการ โหนดเคลื่อนที่ในแนวแกน x และ y (12 โหนด).....	83
6.3.3 การออกแบบรูปร่างขั้วแม่เหล็กโดยวิธีการ โหนดเคลื่อนที่ในแนวแกน xy (12 โหนด).....	84
6.4 การวิเคราะห์ผลการทดสอบ.....	90
บทที่ 7 บทสรุป.....	95
เอกสารอ้างอิง.....	103

สารบัญ (ต่อ)

	หน้า
ภาคผนวก	
ภาคผนวก ก วิธีการหาทิศทางของการพุ่งเข้าและวิธีการเปลี่ยนรูป.....	105
ภาคผนวก ข ข้อมูลการออกแบบรูปร่างขั้วแม่เหล็กโดยวิธีการ โหนดเคลื่อนที่ (12 โหนด).....	112
ภาคผนวก ค ข้อมูลการออกแบบรูปร่างขั้วแม่เหล็กโดยวิธีการ โหนดเคลื่อนที่ (6 โหนด).....	140
ภาคผนวก ง บทความที่ได้รับการตีพิมพ์.....	156
ประวัติผู้เขียน.....	169

สารบัญตาราง

ตารางที่	หน้า
3.1 การเปรียบเทียบค่าสนามไฟฟ้าโดยวิธีการใช้โปรแกรมไฟไนท์อิลิเมนต์กับ วิธีการคำนวณของดัดแบบอิลีกโทรคทรจกระบอกซ้อนแกนร่วม.....	24
3.2 การเปรียบเทียบเวลาในการประมวลผลโดยวิธีการใช้โปรแกรมไฟไนท์อิลิเมนต์ เมื่อใช้วิธีการแก้สมการแบบต่าง ๆ ของดัดแบบอิลีกโทรคทรจกระบอกซ้อนแกนร่วม	25
3.3 การเปรียบเทียบค่าสนามไฟฟ้าโดยวิธีการใช้โปรแกรมไฟไนท์อิลิเมนต์กับ วิธีการคำนวณของดัดแบบอิลีกโทรคทรจกระบอกซ้อนแกนร่วม 2 ชั้น.....	27
5.1 การเปรียบเทียบค่าความหนาแน่นเส้นแรงแม่เหล็ก B บริเวณช่องอากาศ D ที่ค่าความหนาแน่นกระแส $J = 3.3445 \text{ A/mm}^2$ และ $\mu = 1000\mu_0$	52
5.2 การเปรียบเทียบค่าความหนาแน่นเส้นแรงแม่เหล็ก B บริเวณช่องอากาศ D ที่ค่าความหนาแน่นกระแส $J = 2.2297 \text{ A/mm}^2$ และ $\mu = 1000\mu_0$	53
5.3 การเปรียบเทียบค่าความหนาแน่นเส้นแรงแม่เหล็ก B บริเวณช่องอากาศ D ที่ค่าความหนาแน่นกระแส $J = 1.1148 \text{ A/mm}^2$ และ $\mu = 1000\mu_0$	54
5.4 การเปรียบเทียบค่าความหนาแน่นเส้นแรงแม่เหล็ก B บริเวณช่องอากาศ D ของ โครงค้ำแบบที่ 1 (164 โหนด 277 อิลิเมนต์) เมื่อเปลี่ยนค่าซึมซาบแม่เหล็ก ของแกนเหล็ก μ ที่ค่า $J = 3.3445 \text{ A/mm}^2$	56
5.5 การเปรียบเทียบค่าความหนาแน่นเส้นแรงแม่เหล็ก B บริเวณช่องอากาศ D ของ โครงค้ำแบบที่ 2 (195 โหนด 337 อิลิเมนต์) เมื่อเปลี่ยนค่าซึมซาบแม่เหล็ก ของแกนเหล็ก μ ที่ค่า $J = 3.3445 \text{ A/mm}^2$	57
5.6 การเปรียบเทียบค่าความหนาแน่นเส้นแรงแม่เหล็ก B บริเวณช่องอากาศ D ของ โครงค้ำแบบที่ 1 (164 โหนด 277 อิลิเมนต์) เมื่อเปลี่ยนตำแหน่งของโหนดที่ 5 ในแนวแกน x ที่ค่า $J = 3.3445 \text{ A/mm}^2$ และ $\mu = 1000\mu_0$	59
5.7 การเปรียบเทียบค่าความหนาแน่นเส้นแรงแม่เหล็ก B บริเวณช่องอากาศ D ของ โครงค้ำแบบที่ 2 (195 โหนด 337 อิลิเมนต์) เมื่อเปลี่ยนตำแหน่งของโหนดที่ 19 ในแนวแกน x ที่ค่า $J = 3.3445 \text{ A/mm}^2$ และ $\mu = 1000\mu_0$	60

สารบัญตาราง (ต่อ)

ตารางที่	หน้า
5.8 การเปรียบเทียบค่าความหนาแน่นเส้นแรงแม่เหล็ก B บริเวณช่องอากาศ D ของ โครงตาข่ายแบบที่ 1 (164 โหนด 277 อิลิเมนต์) เมื่อเปลี่ยนตำแหน่งของโหนดที่ 5 ในแนวแกน y ที่ค่า $J = 3.3445 \text{ A/mm}^2$ และ $\mu = 1000\mu_0$	62
5.9 การเปรียบเทียบค่าความหนาแน่นเส้นแรงแม่เหล็ก B บริเวณช่องอากาศ D ของ โครงตาข่ายแบบที่ 2 (195 โหนด 337 อิลิเมนต์) เมื่อเปลี่ยนตำแหน่งของโหนดที่ 19 ในแนวแกน y ที่ค่า $J = 3.3445 \text{ A/mm}^2$ และ $\mu = 1000\mu_0$	63
6.1 ค่าความหนาแน่นเส้นแม่เหล็กในช่องอากาศบริเวณ D ของด้นแบบที่ 1.....	71
6.2 ค่า B_c ในบริเวณช่องอากาศ D ที่ได้จากการออกแบบที่ค่า $B_d = 0.33 \text{ tesla}$ โดยวิธีการโหนดเคลื่อนที่ในแนวแกน x (6 โหนด).....	73
6.3 ค่า B_c ในบริเวณช่องอากาศ D ที่ได้จากการออกแบบที่ค่า $B_d = 0.33 \text{ tesla}$ โดยวิธีการโหนดเคลื่อนที่ในแนวแกน x และ y (6 โหนด).....	74
6.4 ค่า B_c ในบริเวณช่องอากาศ D ที่ได้จากการออกแบบที่ค่า $B_d = 0.33 \text{ tesla}$ โดยวิธีการโหนดเคลื่อนที่ในแนวแกน xy (6 โหนด).....	75
6.5 ตำแหน่งเริ่มต้นและตำแหน่งที่เหมาะสมของโหนดเคลื่อนที่ (6 โหนด) โดยวิธีการโหนดเคลื่อนที่ทั้ง 3 วิธีที่ค่า $B_d = 0.33 \text{ tesla}$	76
6.6 ค่าความหนาแน่นเส้นแม่เหล็กในช่องอากาศบริเวณ D ของด้นแบบที่ 2.....	80
6.7 ค่า B_c ในบริเวณช่องอากาศ D ที่ได้จากการออกแบบที่ค่า $B_d = 0.33 \text{ tesla}$ โดยวิธีการโหนดเคลื่อนที่ในแนวแกน x (12 โหนด).....	82
6.8 ค่า B_c ในบริเวณช่องอากาศ D ที่ได้จากการออกแบบที่ค่า $B_d = 0.33 \text{ tesla}$ โดยวิธีการโหนดเคลื่อนที่ในแนวแกน x และ y (12 โหนด).....	83
6.9 ค่า B_c ในบริเวณช่องอากาศ D ที่ได้จากการออกแบบที่ค่า $B_d = 0.33 \text{ tesla}$ โดยวิธีการโหนดเคลื่อนที่ในแนวแกน xy (12 โหนด).....	84
6.10 ตำแหน่งเริ่มต้นและตำแหน่งที่เหมาะสมของโหนดเคลื่อนที่ (12 โหนด) โดยวิธีการโหนดเคลื่อนที่ทั้ง 3 วิธีที่ค่า $B_d = 0.33 \text{ tesla}$	85

สารบัญตาราง (ต่อ)

ตารางที่	หน้า
ค.1 การออกแบบขั้วให้มีค่าเท่ากับ 0.30 T และ 0.31 T โดยการเคลื่อนที่โหนด ในแนวแกน x	142
ค.2 การออกแบบขั้วให้มีค่าเท่ากับ 0.32 T และ 0.33 T โดยการเคลื่อนที่โหนด ในแนวแกน x	143
ค.3 การออกแบบขั้วให้มีค่าเท่ากับ 0.34 T และ 0.35 T โดยการเคลื่อนที่โหนด ในแนวแกน x	144
ค.4 การออกแบบขั้วให้มีค่าเท่ากับ 0.36 T และ 0.37 T โดยการเคลื่อนที่โหนด ในแนวแกน x	145
ค.5 การออกแบบขั้วให้มีค่าเท่ากับ 0.30 T และ 0.31 T โดยการเคลื่อนที่โหนด ในแนวแกน $x - y$	147
ค.6 การออกแบบขั้วให้มีค่าเท่ากับ 0.32 T และ 0.33 T โดยการเคลื่อนที่โหนด ในแนวแกน $x - y$	148
ค.7 การออกแบบขั้วให้มีค่าเท่ากับ 0.34 T และ 0.35 T โดยการเคลื่อนที่โหนด ในแนวแกน $x - y$	149
ค.8 การออกแบบขั้วให้มีค่าเท่ากับ 0.36 T และ 0.37 T โดยการเคลื่อนที่โหนด ในแนวแกน $x - y$	150
ค.9 การออกแบบขั้วให้มีค่าเท่ากับ 0.30 T และ 0.31 T โดยการเคลื่อนที่โหนด ในแนวแกน xy	152
ค.10 การออกแบบขั้วให้มีค่าเท่ากับ 0.32 T และ 0.33 T โดยการเคลื่อนที่โหนด ในแนวแกน xy	153
ค.11 การออกแบบขั้วให้มีค่าเท่ากับ 0.34 T และ 0.35 T โดยการเคลื่อนที่โหนด ในแนวแกน xy	154
ค.12 การออกแบบขั้วให้มีค่าเท่ากับ 0.36 T และ 0.37 T โดยการเคลื่อนที่โหนด ในแนวแกน xy	155

สารบัญรูป

รูปที่	หน้า
2.1	แผนผังขั้นตอนการออกแบบทางวิศวกรรม.....5
2.2	แผนผังขั้นตอนการออกแบบรูปร่างของอุปกรณ์สนามแม่เหล็กไฟฟ้า โดยใช้ระบบ CAD.....6
2.3	การออกแบบรูปร่างขั้วแม่เหล็กของชุดแม่เหล็กไฟฟ้า.....7
2.4	วิธีเชิงตัวเลขสำหรับการหาค่าที่เหมาะสม..... 8
3.1	ปัญหาขอบเขตของวัตถุที่เป็นฉนวน 2 ชนิด โดยกำหนดค่าศักย์ไฟฟ้า ให้กับขอบเขต.....12
3.2	การสร้างโครงตาข่ายอติเม็นท์รูปสามเหลี่ยมบนขอบเขตที่มีศักย์ไฟฟ้า ที่ขอบเขตทั้งสองด้าน.....13
3.3	โครงตาข่ายอติเม็นท์ที่ถูกตัดโดยอติเม็นท์ทั้งหมดมีความสอดคล้องกัน.....13
3.4	โครงตาข่ายอติเม็นท์ที่ไม่ถูกตัดโดยอติเม็นท์บางส่วนมีความไม่สอดคล้องกัน.....13
3.5	โครงตาข่ายอติเม็นท์รูปสามเหลี่ยม.....14
3.6	ต้นแบบสนามแม่เหล็กไฟฟ้า 2 มิติ.....19
3.7	ต้นแบบสนามแม่เหล็กไฟฟ้าสมมาตรแบบที่ 1.....20
3.8	ต้นแบบสนามแม่เหล็กไฟฟ้าสมมาตรแบบที่ 2.....20
3.9	ขั้นตอนการทำงานของโปรแกรมไฟไนท์อติเม็นท์.....21
3.10	โครงสร้างต้นแบบอติเม็นท์โครงตาข่ายกรวยกรวยซ้อนกัน.....23
3.11	โครงตาข่ายอติเม็นท์ของอติเม็นท์โครงตาข่ายกรวยกรวยซ้อนกัน.....23
3.12	เส้นศักย์ไฟฟ้าเท่าของอติเม็นท์โครงตาข่ายกรวยกรวยซ้อนกัน.....24
3.13	โครงตาข่ายอติเม็นท์ของอติเม็นท์โครงตาข่ายกรวยกรวยซ้อนกันจำนวน 2 ชั้น.....26
3.14	เส้นศักย์ไฟฟ้าเท่าของอติเม็นท์โครงตาข่ายกรวยกรวยซ้อนกันจำนวน 2 ชั้น.....26
3.15	ต้นแบบโครงสร้างมอเตอร์ไฟฟ้ากระแสตรง โดยกำหนดทิศทางของ กระแสไฟฟ้าในขดลวดอาร์มาเจอร์และขดลวดสนาม.....28
3.16	โครงตาข่ายอติเม็นท์ในควอดเรนต์ที่ 1 ของต้นแบบโครงสร้าง มอเตอร์ไฟฟ้ากระแสตรง.....28
3.17	การกระจายของเส้นศักย์แม่เหล็กในมอเตอร์ไฟฟ้ากระแสตรง.....29
3.18	โครงตาข่ายอติเม็นท์ของต้นแบบโครงสร้างมอเตอร์ไฟฟ้ากระแสตรง.....31

สารบัญรูป (ต่อ)

รูปที่	หน้า
3.19 การกระจายของเส้นสัณยแม่เหล็กที่เกิดขึ้นในมอเตอร์ไฟฟ้ากระแสตรง ขณะใช้งาน.....	31
4.1 การจำแนกกลุ่มของวิธีเชิงตัวเลขสำหรับการหาค่าที่เหมาะสม.....	32
4.2 การจำแนกกลุ่มของวิธีการหาค่าที่เหมาะสมแบบมีเงื่อนไข.....	32
4.3 การจำแนกกลุ่มของวิธีการเปลี่ยนรูป (transformation methods).....	33
4.4 ขั้นตอนทั่วไปของวิธีการหาค่าที่เหมาะสม.....	34
4.5 สถานะของฟังก์ชันเงื่อนไขที่จุดออกแบบ a, b, c และ d	36
4.6 การกำหนดทิศทางพุ่งเข้าที่เป็นไปได้และใช้งานได้.....	36
4.7 ขอบเขตระยะช่วงของค่าความแตกต่าง.....	38
4.8 แนวทางการหาค่า h สำหรับวิธีการประมาณการแบบไฟไนต์ดิฟเฟอเรนซ์.....	40
4.9 ขั้นตอนการทำงานของโปรแกรม <i>GRAD-FE</i> code สำหรับการคำนวณค่า สนามแม่เหล็ก.....	43
4.10 วิธีการแบบต่าง ๆ สำหรับการหาทิศทางของการพุ่งเข้า.....	44
4.11 ขั้นตอนการพิจารณากำหนดขนาดระยะทางที่ต้องเคลื่อนที่ไปในทิศทาง ของการพุ่งเข้า.....	45
4.12 ขั้นตอนการหาค่าที่เหมาะสมแบบมีเงื่อนไขด้วยโปรแกรม <i>SUMT</i> code.....	46
5.1 ขอบเขตของต้นแบบ 2 มิติขนาดเศษหนึ่งส่วนสี่ของโครงสร้างขั้วแม่เหล็ก.....	48
5.2 โครงดาข่ายอิลิเมนต์แบบที่ 1 (164 โหนด 277 อิลิเมนต์).....	49
5.3 โครงดาข่ายอิลิเมนต์แบบที่ 2 (195 โหนด 337 อิลิเมนต์).....	49
5.4 รูปขยายโครงดาข่ายอิลิเมนต์แบบที่ 1 บริเวณช่องอากาศ (14 อิลิเมนต์) และขั้วแม่เหล็ก.....	50
5.5 รูปขยายโครงดาข่ายอิลิเมนต์แบบที่ 2 บริเวณช่องอากาศ (20 อิลิเมนต์) และขั้วแม่เหล็ก.....	51
5.6 การกระจายเส้นสัณยแม่เหล็กที่เท่ากัน ที่ค่าความหนาแน่นกระแส $J = 3.3445 \text{ A/mm}^2$	55

สารบัญรูป (ต่อ)

รูปที่	หน้า
5.7 การกระจายเส้นสัจแม่เหล็กที่เท่ากันที่ค่าความหนาแน่นกระแส $J = 3.3445 \text{ A/mm}^2$ เมื่อเปลี่ยนค่าซึมซาบแม่เหล็กของ แกนเหล็ก ก) $\mu = 1000\mu_0, 10000\mu_0$ ข) $\mu = 100\mu_0$	58
5.8 การกระจายเส้นสัจแม่เหล็กที่เท่ากันเมื่อเปลี่ยนแปลงตำแหน่งของ โหนดในแนวแกน x ที่ค่า $J = 3.3445 \text{ A/mm}^2$ และ $\mu = 1000\mu_0$ ก) เคลื่อนที่ทางซ้าย ข) เคลื่อนที่ทางขวา.....	61
5.9 แนวทางการเคลื่อนที่โหนด ก) แนวแกน x ข) แนวแกน x และ y ค) แนวแกน xy	65
5.10 รูปแบบโครงตาข่ายอติเมทริกซ์บริเวณรอยต่อระหว่างช่องอากาศ และขั้วแม่เหล็ก.....	65
6.1 ขั้นตอนการทำงานของกรอกแบบรูปร่างที่เหมาะสมโดยวิธีการโหนดเคลื่อนที่.....	68
6.2 โครงสร้างต้นแบบชุดแม่เหล็กไฟฟ้า.....	69
6.3 ขอบเขตของต้นแบบ 2 มิติขนาดเศษหนึ่งส่วนสี่ของโครงสร้างขั้วแม่เหล็ก.....	69
6.4 รูปขยายต้นแบบโครงตาข่ายอติเมทริกซ์แบบที่ 1 บริเวณช่องอากาศและขั้วแม่เหล็ก.....	70
6.5 ความแตกต่างของค่า B ที่เกิดขึ้นบริเวณช่องอากาศ D ในแนวแกน y ของต้นแบบที่ 1.....	70
6.6 รูปร่างขั้วแม่เหล็กที่ค่า $B_d = 0.33 \text{ tesla}$ โดยวิธีการโหนดเคลื่อนที่ในแนวแกน x (6 โหนด).....	73
6.7 รูปร่างขั้วแม่เหล็กที่ค่า $B_d = 0.33 \text{ tesla}$ โดยวิธีการโหนดเคลื่อนที่ในแนวแกน x และ y (6 โหนด).....	74
6.8 รูปร่างขั้วแม่เหล็กที่ค่า $B_d = 0.33 \text{ tesla}$ โดยวิธีการโหนดเคลื่อนที่ในแนวแกน xy (6 โหนด).....	75
6.9 ค่า B_c ที่เกิดขึ้นบริเวณช่องอากาศ D ในแนวแกน y โดยวิธีการโหนดเคลื่อนที่ ทั้ง 3 วิธี (6 โหนด) ที่ค่า $B_d = 0.33 \text{ tesla}$	77
6.10 ค่า B_c ที่เกิดขึ้นบริเวณช่องอากาศ D ในแนวแกน y เมื่อกำหนดค่า B_d ค่าต่าง ๆ โดยวิธีการโหนดเคลื่อนที่ในแนวแกน x (6 โหนด).....	77
6.11 ค่า B_c ที่เกิดขึ้นบริเวณช่องอากาศ D ในแนวแกน y เมื่อกำหนดค่า B_d ค่าต่าง ๆ โดยวิธีการโหนดเคลื่อนที่ในแนวแกน x และ y (6 โหนด).....	78

สารบัญรูป (ต่อ)

รูปที่	หน้า
6.12	ค่า B_c ที่เกิดขึ้นบริเวณช่องอากาศ D ในแนวแกน y เมื่อกำหนดค่า B_d ค่าต่าง ๆ โดยวิธีการโหนดเคลื่อนที่ในแนวแกน xy (6 โหนด).....78
6.13	รูปขยายต้นแบบโครงตาข่ายอิทธิพันธ์แบบที่ 2 บริเวณช่องอากาศและขั้วแม่เหล็ก.....79
6.14	ความแตกต่างของค่า B ที่เกิดขึ้นบริเวณช่องอากาศ D ในแนวแกน y ของต้นแบบที่ 2.....79
6.15	รูปร่างขั้วแม่เหล็กที่ค่า $B_d = 0.33$ tesla โดยวิธีการโหนดเคลื่อนที่ในแนวแกน x (12 โหนด).....82
6.16	รูปร่างขั้วแม่เหล็กที่ค่า $B_d = 0.33$ tesla โดยวิธีการโหนดเคลื่อนที่ในแนวแกน x และ y (12 โหนด).....83
6.17	รูปร่างขั้วแม่เหล็กที่ค่า $B_d = 0.33$ tesla โดยวิธีการโหนดเคลื่อนที่ในแนวแกน xy (12 โหนด).....84
6.18	ค่า B_c ที่เกิดขึ้นบริเวณช่องอากาศ D ในแนวแกน y โดยวิธีการโหนดเคลื่อนที่ทั้ง 3 วิธี (12 โหนด) ที่ค่า $B_d = 0.33$ tesla86
6.19	ค่า B_c ที่เกิดขึ้นบริเวณช่องอากาศ D ในแนวแกน y เมื่อกำหนดค่า B_d ค่าต่าง ๆ โดยวิธีการโหนดเคลื่อนที่ในแนวแกน x (12 โหนด).....87
6.20	ค่า B_c ที่เกิดขึ้นบริเวณช่องอากาศ D ในแนวแกน y เมื่อกำหนดค่า B_d ค่าต่าง ๆ โดยวิธีการโหนดเคลื่อนที่ในแนวแกน x และ y (12 โหนด).....87
6.21	ค่า B_c ที่เกิดขึ้นบริเวณช่องอากาศ D ในแนวแกน y เมื่อกำหนดค่า B_d ค่าต่าง ๆ โดยวิธีการโหนดเคลื่อนที่ในแนวแกน xy (12 โหนด).....88
6.22	ค่า B_c ที่เกิดขึ้นบริเวณช่องอากาศ D ในแนวแกน y ของแบบ 6 โหนด และ 12 โหนดเมื่อกำหนดค่า $B_d = 0.33$ tesla โดยวิธีการโหนดเคลื่อนที่ในแนวแกน x88
6.23	ค่า B_c ที่เกิดขึ้นบริเวณช่องอากาศ D ในแนวแกน y ของแบบ 6 โหนด และ 12 โหนดเมื่อกำหนดค่า $B_d = 0.33$ tesla โดยวิธีการโหนดเคลื่อนที่ในแนวแกน x และ y89
6.24	ค่า B_c ที่เกิดขึ้นบริเวณช่องอากาศ D ในแนวแกน y ของแบบ 6 โหนด และ 12 โหนดเมื่อกำหนดค่า $B_d = 0.33$ tesla โดยวิธีการโหนดเคลื่อนที่ในแนวแกน xy89

สารบัญรูป (ต่อ)

รูปที่	หน้า
6.25	รูปร่างที่เหมาะสมของขั้วแม่เหล็กโดยวิธีการโหนดเคลื่อนที่ในแนวแกน x ที่ค่า B_d เท่ากับ ก) 0.30 tesla ข) 0.35 tesla ค) 0.37 tesla91
6.26	รูปร่างที่เหมาะสมของขั้วแม่เหล็กโดยวิธีการโหนดเคลื่อนที่ในแนวแกน x และ y ที่ค่า B_d เท่ากับ ก) 0.30 tesla ข) 0.35 tesla ค) 0.37 tesla92
6.27	รูปร่างที่เหมาะสมของขั้วแม่เหล็กโดยวิธีการโหนดเคลื่อนที่ในแนวแกน xy ที่ค่า B_d เท่ากับ ก) 0.30 tesla ข) 0.35 tesla ค) 0.37 tesla93
7.1	การเปรียบเทียบรูปร่างที่เหมาะสมของขั้วแม่เหล็กที่ค่า $B_d = 0.3$ tesla ทั้ง 2 ดันแบบ ก) โหนดเคลื่อนที่แนวแกน x ข) โหนดเคลื่อนที่แนวแกน x และ y ค) โหนดเคลื่อนที่แนวแกน xy97
7.2	การเปรียบเทียบรูปร่างที่เหมาะสมของขั้วแม่เหล็กที่ค่า $B_d = 0.33$ tesla ทั้ง 2 ดันแบบ ก) โหนดเคลื่อนที่แนวแกน x ข) โหนดเคลื่อนที่แนวแกน x และ y ค) โหนดเคลื่อนที่แนวแกน xy98
7.3	การเปรียบเทียบรูปร่างที่เหมาะสมของขั้วแม่เหล็กที่ค่า $B_d = 0.37$ tesla ทั้ง 2 ดันแบบ ก) โหนดเคลื่อนที่แนวแกน x ข) โหนดเคลื่อนที่แนวแกน x และ y ค) โหนดเคลื่อนที่แนวแกน xy99
7.4	การเปรียบเทียบความคลาดเคลื่อนของค่า B_c บริเวณช่องอากาศ D ในแนวแกน y ของดันแบบ 6 โหนด และ 12 โหนด เมื่อกำหนดค่า $B_d = 0.33$ tesla โดยวิธีการโหนดเคลื่อนที่ในแนวแกน x100
7.5	การเปรียบเทียบความคลาดเคลื่อนของค่า B_c บริเวณช่องอากาศ D ในแนวแกน y ของดันแบบ 6 โหนด และ 12 โหนด เมื่อกำหนดค่า $B_d = 0.33$ tesla โดยวิธีการโหนดเคลื่อนที่ในแนวแกน x และ y101
7.6	การเปรียบเทียบความคลาดเคลื่อนของค่า B_c บริเวณช่องอากาศ D ในแนวแกน y ของดันแบบ 6 โหนด และ 12 โหนด เมื่อกำหนดค่า $B_d = 0.33$ tesla โดยวิธีการโหนดเคลื่อนที่ในแนวแกน xy101
ก.1	หลักการหาขนาดของการกระโดด (Step Size).....107
ก.2	ภาพประกอบของวิธีการฟังก์ชัน exterior penalty ได้นำมาใช้หาค่าฟังก์ชันค่าสุดของ 1 ตัวแปรที่ถูกจำกัดโดย 2 inequality Constraints.....108

สารบัญญรูป (ต่อ)

รูปที่	หน้า
ก.3 ภาพประกอบของวิธีการฟังก์ชัน exterior penalty ได้นำมาใช้หาค่าต่ำสุด ของ 1 ตัวแปรที่ถูกจำกัดโดย Single equality constraints.....	109
ก.4 ภาพประกอบขั้นตอนของวิธีการฟังก์ชัน interior penalty	110
ข.1 รูปร่างของข้อแม้เหล็กที่มีการออกแบบ โดยเทคนิคการเคลื่อนที่โหนด ในแนวแกน x	113
ข.2 รูปร่างของข้อแม้เหล็กที่มีการออกแบบ โดยเทคนิคการเคลื่อนที่โหนด ในแนวแกน $x - y$	122
ข.3 รูปร่างของข้อแม้เหล็กที่มีการออกแบบ โดยเทคนิคการเคลื่อนที่โหนด ในแนวแกน xy	131
ค.1 รูปร่างของข้อแม้เหล็กที่มีการออกแบบ โดยเทคนิคการเคลื่อนที่โหนด ในแนวแกน x	141
ค.2 รูปร่างของข้อแม้เหล็กที่มีการออกแบบ โดยเทคนิคการเคลื่อนที่โหนด ในแนวแกน $x - y$	146
ค.3 รูปร่างของข้อแม้เหล็กที่มีการออกแบบ โดยเทคนิคการเคลื่อนที่โหนด ในแนวแกน xy	151

1.3 สมมติฐานของการศึกษา

การออกแบบอุปกรณ์ทางด้านสนามแม่เหล็กคำนวณจากสมการทางคณิตศาสตร์ซึ่งจะมีความยุ่งยากและซับซ้อนโดยเฉพาะในส่วนของรูปร่างที่มีผลต่อการกระจายของเส้นแรงแม่เหล็ก ดังนั้นเพื่อให้การคำนวณออกแบบง่ายขึ้นจึงไม่พิจารณาผลของรูปร่างทำให้ค่าความหนาแน่นเส้นแรงแม่เหล็กบริเวณช่องอากาศไม่เป็นตามที่ต้องการออกแบบ วิทยานิพนธ์นี้นำเสนอแนวทางในการออกแบบค่าความหนาแน่นเส้นแรงแม่เหล็กบริเวณช่องอากาศของขั้วแม่เหล็กของชุดแม่เหล็กไฟฟ้าให้มีค่าที่เท่ากัน โดยที่นำผลของการเปลี่ยนแปลงรูปร่างของขั้วแม่เหล็กที่มีต่อการกระจายของเส้นแรงแม่เหล็กมาพิจารณาในการออกแบบ ในวิทยานิพนธ์นี้ได้นำเสนอถึงวิธีการออกแบบรูปร่างที่เหมาะสมของขั้วแม่เหล็กโดยวิธีการเคลื่อนที่โหนดที่อยู่บริเวณขั้วแม่เหล็ก เพื่อให้ค่าความหนาแน่นของเส้นแรงแม่เหล็กในช่องอากาศที่กำหนดมีการเปลี่ยนแปลงโดยใช้การวิเคราะห์ในระบบ 2 มิติซึ่งได้นำเสนอวิธีการโหนดเคลื่อนที่ 3 วิธีคือ การเคลื่อนที่โหนดในแนวแกน x การเคลื่อนที่โหนดในแนวแกน y และการเคลื่อนที่โหนดในแนวแกน xy พร้อมกัน

1.4 ทฤษฎีที่ใช้ในการวิจัย

การออกแบบรูปร่างที่เหมาะสมของขั้วแม่เหล็กแม่เหล็กโดยวิธีการโหนดเคลื่อนที่เป็นแนวทางหนึ่งในการออกแบบเพื่อให้ได้ตามวัตถุประสงค์ที่ต้องการ โดยจะประกอบด้วยขั้นตอนที่สำคัญ 2 ส่วนคือ การคำนวณเชิงตัวเลขวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์ และการคำนวณเชิงตัวเลขวิธีการหาค่าที่เหมาะสมแบบมีเงื่อนไข ซึ่งในแต่ละส่วนมีการทำงานดังนี้ วิธีไฟไนต์เอลิเมนต์ใช้ในการคำนวณค่าความหนาแน่นของเส้นแรงแม่เหล็กของต้นแบบ และวิธีการหาค่าที่เหมาะสมเป็นขั้นตอนการค้นหาค่าแห่งของโหนดที่ทำให้ได้ค่าความหนาแน่นของเส้นแรงแม่เหล็กตามวัตถุประสงค์ที่ต้องการ

วิธีไฟไนต์เอลิเมนต์เป็นวิธีการเชิงตัวเลขที่ใช้ในการหาค่าตอบของระบบที่เป็นสมการอนุพันธ์ของปัญหาที่เกี่ยวกับขอบเขต โดยการแบ่งขอบเขตที่มีขนาดใหญ่ไปสู่ออบเขตที่มีขนาดเล็กที่เรียกว่าเอลิเมนต์ซึ่งประกอบขึ้นด้วยโหนดต่าง ๆ รูปแบบของเอลิเมนต์จะเป็นการสร้างโครงตาข่ายบนขอบเขตที่ต้องการพิจารณา ในวิทยานิพนธ์นี้แสดงการใช้วิธีไฟไนต์เอลิเมนต์แบบวิธีการแปรผัน (variational approach) ซึ่งเหมาะสำหรับการคำนวณแบบสแตติก สำหรับวิธีการหาค่าที่เหมาะสมแบบมีเงื่อนไขสำหรับแก้ปัญหาการออกแบบจะเลือกใช้แบบดิเทอร์มินิสติก (deterministic) ด้วยวิธีการเปลี่ยนรูปแบบ (transformation method) ซึ่งเป็นการใช้พื้นฐานของแกรเดียนเป็นข้อมูลในการเคลื่อนที่สู่จุดที่เหมาะสม ขั้นตอนการทำงานของวิธีการนี้เป็นการนำเอาฟังก์ชันหลักและฟังก์ชันเงื่อนไขบังคับมารวมกันเป็นฟังก์ชันหลักแปลงซึ่งจะมีการกำหนดฟังก์ชันทำโทษที่อยู่ในเทอมของฟังก์ชันเงื่อนไขบังคับ

1.5 ขอบเขตการวิจัย

เป้าหมายของการออกแบบในวิทยานิพนธ์นี้คือการหารูปร่างที่เหมาะสมของขั้วแม่เหล็กของชุดแม่เหล็กไฟฟ้าที่จะทำให้ค่าความหนาแน่นของเส้นแรงแม่เหล็ก B มีค่าที่เท่ากัน (ใกล้เคียงกัน) ในบริเวณช่องอากาศ D ที่พิจารณา โดยที่กำหนดให้ใช้ค่าความหนาแน่นของกระแสไฟฟ้า $J = 3.3445 \text{ A/mm}^2$ และค่าความซึมซาบแม่เหล็กของขั้วแม่เหล็ก $\mu = 1000\mu_0$ ($\mu_r = 1000$) โดยจะทำการแสดงผลและเปรียบเทียบผลที่ได้จากการใช้วิธีการโหนดเคลื่อนที่ทั้ง 3 แนวทางคือวิธีการโหนดเคลื่อนที่ในแนวแกน x เป็นการหาจุดหรือตำแหน่งของโหนดบริเวณหน้าขั้วแม่เหล็ก โดยทำการเคลื่อนที่โหนดในแนวแกน x เท่านั้นซึ่งจะคำนวณโดยใช้ค่าเกรเดียนในแนวแกน x ส่วนวิธีการโหนดเคลื่อนที่ในแนวแกน x และ y เป็นการหาจุดหรือตำแหน่งของโหนดโดยทำการเคลื่อนที่โหนดในแนวแกน x และแกน y ซึ่งจะคำนวณโดยใช้ค่าเกรเดียนในแนวแกน x เพื่อหาตำแหน่งในแนวแกน x ก่อนจากนั้นทำการคำนวณโดยใช้ค่าเกรเดียนในแนวแกน y เพื่อหาตำแหน่งในแนวแกน y และสำหรับวิธีการโหนดเคลื่อนที่ในแนวแกน xy เป็นการหาจุดหรือตำแหน่งของโหนดโดยทำการเคลื่อนที่ในแนวแกน xy ซึ่งจะคำนวณโดยใช้ค่าเกรเดียนในแนวแกน x และแกน y เพื่อหาตำแหน่งในแนวแกน x และแกน y พร้อมกัน โดยที่ผลรวมของค่าฟังก์ชันหลักจะมีค่าคลาดเคลื่อนจากค่าที่ต้องการออกแบบ อยู่ที่ทศนิยมตำแหน่งที่สาม ซึ่งมีค่าคลาดเคลื่อนประมาณ ± 0.001

1.6 ขั้นตอนของการศึกษา

วิทยานิพนธ์นี้ดำเนินการวิจัยโดยมีการกำหนดขั้นตอนรายละเอียดต่าง ๆ เป็นลำดับดังนี้ บทที่ 2 จะเป็นกล่าวถึงแนวทางการออกแบบอุปกรณ์สนามแม่เหล็กไฟฟ้าทางด้านด้านอุตสาหกรรมกับแนวทางการออกแบบอุปกรณ์สนามแม่เหล็กไฟฟ้าที่ใช้ระบบ CAD (computer aided design) โดยมีการเสนอแนวความคิดการออกแบบรูปร่างที่เหมาะสมของอุปกรณ์สนามแม่เหล็กไฟฟ้าซึ่งจะใช้หลักการใช้ทฤษฎีไฟไนต์อิลิเมนต์ กับหลักการทฤษฎีการหาค่าที่เหมาะสม

บทที่ 3 จะกล่าวถึงหลักการของทฤษฎีไฟไนต์อิลิเมนต์แบบวิธีการแปรผันซึ่งเป็นการแก้ปัญหาโดยตรงกับสมการหลักมีลักษณะเป็นฟังก์ชันของพลังงานที่มีค่าน้อยที่สุด ขั้นตอนการทำงานของโปรแกรมคอมพิวเตอร์โดยวิธีไฟไนต์อิลิเมนต์สามารถใช้ในการคำนวณหาค่าต่าง ๆ ของสนามแม่เหล็กไฟฟ้าได้ โดยประกอบด้วยขั้นตอนหลัก 3 ขั้นตอนดังนี้ ขั้นตอนการเตรียมการ (pre-processing) ขั้นตอนการดำเนินงาน (processing) และขั้นตอนการนำไปใช้งาน (post-processing) มีการแสดงผลการเปรียบเทียบผลที่ได้จากการคำนวณโดยใช้โปรแกรมกับการคำนวณโดยสมการทั่วไปของต้นแบบการหาค่าสนามไฟฟ้า และสนามแม่เหล็ก

บทที่ 4 จะกล่าวถึงทฤษฎีวิธีเชิงตัวเลขแบบคิเทอมินิสติกซึ่งแบบวิธีที่มีเกรเดียนเป็นพื้นฐานในการหาทิศทางที่เหมาะสมซึ่งจะมีอยู่หลายวิธี มีการกล่าวถึงวิธีการวิเคราะห์แบบเซ็นซิวิตีวี่ซึ่งเป็นหลักการหาค่าเกรเดียนที่ใช้ทฤษฎีไฟไนท์อิลิเมนต์ร่วมกับทฤษฎีวิธีเชิงตัวเลขสำหรับการหาค่าที่เหมาะสม

บทที่ 5 จะกล่าวถึงการเปรียบเทียบค่าความหนาแน่นเส้นแรงแม่เหล็กของช่องอากาศที่กำหนดกับการเปลี่ยนค่าความหนาแน่นของกระแสของชุดแม่เหล็กไฟฟ้า การเปลี่ยนค่าความซับซ้อนแม่เหล็กของวัสดุชุดแม่เหล็กไฟฟ้า และ หลักการออกแบบรูปร่างขั้วแม่เหล็กของชุดแม่เหล็กไฟฟ้าทั้งในแกนตั้งและแกนนอน เพื่อหาวิธีที่เหมาะสมที่จะทำให้ค่าความหนาแน่นเส้นแรงแม่เหล็กของช่องอากาศที่กำหนดมีค่าตามที่ต้องการ

บทที่ 6 จะกล่าวถึงการคำนวณออกแบบรูปร่างของขั้วแม่เหล็กโดยใช้วิธีการคำนวณเชิงตัวเลขในการออกแบบและวิเคราะห์ได้แก่ วิธีไฟไนท์อิลิเมนต์ และวิธีการหาค่าที่เหมาะสม ในการคำนวณหารูปร่างที่เหมาะสมของขั้วแม่เหล็กจะใช้การเคลื่อนที่ของโหนดบริเวณขั้วแม่เหล็ก (moving node technique) ในบทนี้จะนำเสนอ 3 แนวทาง คือการเคลื่อนที่ของโหนดในแนวแกนเดียว วิธีการโหนดเคลื่อนที่ในแนวแกน 2 แกนซึ่งจะเป็นการเคลื่อนที่โหนดในแนวแกนนอนและแกนตั้งทีละแกน และวิธีการโหนดเคลื่อนที่ทั้ง 2 แนวแกนซึ่งจะเป็นการเคลื่อนที่โหนดในแนวแกนนอนและแกนตั้งพร้อมกัน

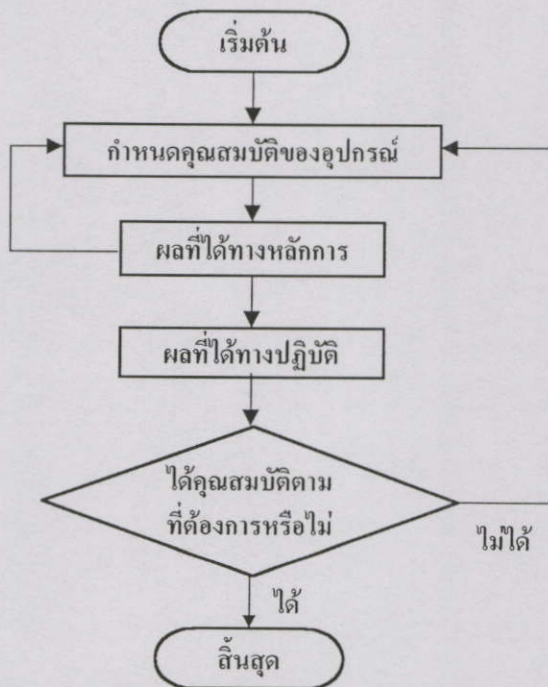
บทที่ 7 จะกล่าวถึงการสรุปผลการวิเคราะห์ผลงานวิจัยที่ได้จากวิทยานิพนธ์นี้โดยใช้หลักการวิธีไฟไนท์อิลิเมนต์ร่วมกับวิธีการหาค่าที่เหมาะสมซึ่งแสดงให้เห็นว่าสามารถนำไปประยุกต์ใช้งานในลักษณะอื่น ๆ ได้อีกโดยมีข้อเสนอแนะต่าง ๆ เพิ่มเติมสำหรับงานวิจัยต่อเนื่องในอนาคต

บทที่ 2

การออกแบบอุปกรณ์สนามแม่เหล็กไฟฟ้า

2.1 บทนำ

แนวความคิดในการออกแบบอุปกรณ์สนามแม่เหล็กไฟฟ้าทางด้านอุตสาหกรรมโดยทั่วไปจะขึ้นอยู่กับเงื่อนไขต่าง ๆ ได้แก่ งบประมาณการลงทุนที่กำหนดของผู้ผลิต (wealth creation objective) ซึ่งจะมีผลต่อแนวทางการออกแบบ กระบวนการผลิตที่ต้องการใช้ (process need) ผลกระทบต่อสภาพแวดล้อมโดยจะต้องคำนึงถึงการรบกวน อุณหภูมิ ความเข้มของสนามแม่เหล็กให้อยู่ในระดับที่ปลอดภัยสำหรับประชาชนและสิ่งแวดล้อม รายละเอียดของอุปกรณ์ที่ต้องการสร้าง แนวทางการออกแบบและสร้างต้นแบบ และค่าใช้จ่ายทั้งหมดของกระบวนการผลิต [1] โดยทั่วไปการออกแบบทางด้านวิศวกรรมจะมีขั้นตอนต่าง ๆ ดังรูปที่ 2.1 ซึ่งประกอบด้วย การกำหนดคุณสมบัติของอุปกรณ์ (device specification) การพิจารณาผลที่ได้จากหลักการทางทฤษฎี (conceptual solution) การพิจารณาผลที่ได้จากทางปฏิบัติ (practical solution) และการตรวจสอบคุณสมบัติของอุปกรณ์ที่ได้ออกแบบแล้ว จะเห็นได้ว่าผู้ออกแบบสามารถพิจารณาเปลี่ยนแปลงแก้ไขแนวทางการออกแบบได้ระหว่างขั้นตอนของการออกแบบจนทำให้ได้ผลลัพธ์ตามที่ต้องการ



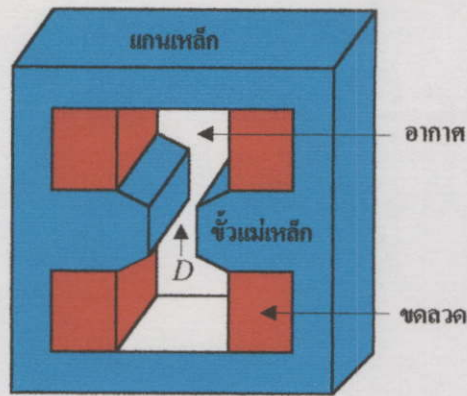
รูปที่ 2.1 แผนผังขั้นตอนการออกแบบทางวิศวกรรม

ในปัจจุบันการออกแบบอุปกรณ์สนามแม่เหล็กไฟฟ้าจะนิยมใช้ระบบ CAD (Computer Aided Design) เข้ามาช่วยในกระบวนการออกแบบ จากรูปที่ 2.2 แสดงขั้นตอนการออกแบบรูปร่างของอุปกรณ์สนามแม่เหล็กไฟฟ้าโดยใช้ระบบ CAD ซึ่งประกอบไปด้วยขั้นตอนต่าง ๆ ดังนี้ ขั้นตอนแรกเรียกว่าการเตรียมการ (pre-processing) ซึ่งเป็นส่วนที่กำหนดรูปแบบคุณลักษณะของอุปกรณ์เช่น รูปร่างและขนาดของอุปกรณ์ วัสดุที่ใช้ ค่ากระแสไฟฟ้าที่ใช้ เป็นต้น ในขั้นตอนที่สองเรียกว่าการดำเนินงาน (processing) ซึ่งเป็นส่วนที่กำหนดสมการที่ใช้อธิบายพฤติกรรมของอุปกรณ์ ซึ่งสามารถแก้สมการหาค่าต่าง ๆ ได้โดยวิธีเชิงตัวเลขเช่น วิธีไฟไนต์เอลิเมนต์ เป็นต้น ในขั้นตอนสุดท้ายเรียกว่าการนำไปใช้งาน (post-processing) ซึ่งเป็นส่วนที่นำผลลัพธ์ที่ได้ไปพิจารณาหาค่าต่าง ๆ เช่น ค่าความหนาแน่นเส้นแรงแม่เหล็ก การกระจายของสนามแม่เหล็ก แรงที่เกิดขึ้น เป็นต้น ในกรณีที่ถ้าผลที่ได้จากการออกแบบยังไม่ได้ตามความต้องการ ผู้ออกแบบสามารถที่จะเปลี่ยนแปลงค่าพารามิเตอร์ต่าง ๆ ในขั้นตอนการเตรียมการได้ใหม่จนทำให้ได้ตามเป้าหมายที่กำหนด [2]



รูปที่ 2.2 แผนผังขั้นตอนการออกแบบรูปร่างของอุปกรณ์สนามแม่เหล็กไฟฟ้าโดยใช้ระบบ CAD

ในรูปที่ 2.3 เป็นตัวอย่างการใช้งานระบบ CAD ในการออกแบบรูปร่างขั้วแม่เหล็กของชุดแม่เหล็กไฟฟ้า (electromagnet) เพื่อจะทำให้ได้ค่าความหนาแน่นของเส้นแรงแม่เหล็ก (B) ในช่องอากาศมีค่าคงที่ โดยที่โครงสร้างประกอบด้วยส่วนที่เป็นสารแม่เหล็ก (ferromagnetic) ส่วนที่เป็นขดลวด และส่วนที่เป็นช่องอากาศ จะเห็นได้ว่าในส่วนพื้นที่บริเวณช่องอากาศ D เป็นส่วนที่จะต้องการออกแบบให้ค่าความหนาแน่นของเส้นแรงแม่เหล็กมีค่าคงที่ โดยการกำหนดให้ค่าความหนาแน่นของกระแส J และคุณสมบัติของสารแม่เหล็กที่ใช้ทำแม่เหล็กไฟฟ้ามีค่าคงที่ [2]



รูปที่ 2.3 การออกแบบรูปร่างขั้วแม่เหล็กของชุดแม่เหล็กไฟฟ้า

โดยทั่วไปแล้วสามารถที่จะอธิบายพฤติกรรมของชุดแม่เหล็กไฟฟ้าโดยการพิจารณาใน 3 ลักษณะคือ สนามแม่เหล็กไฟฟ้า อุณหภูมิ และ โครงสร้าง ซึ่งมีส่วนสำคัญในการที่จะวิเคราะห์ผลของสนามที่มีการกระทำระหว่างกัน เช่น หม้อแปลง และเครื่องจักรไฟฟ้าหมุน

2.2 การออกแบบรูปร่างที่เหมาะสมของอุปกรณ์สนามแม่เหล็กไฟฟ้า

การอธิบายพฤติกรรมของชุดแม่เหล็กไฟฟ้าโดยการใช้ค่าสนามไฟฟ้า E และสนามแม่เหล็ก H ซึ่งเกิดจากค่าความหนาแน่นกระแส J ในส่วนของรูปร่างขั้วแม่เหล็กจะมีการกระจายโดยฟังก์ชันโพลีโนเมียล สามารถกำหนดเทอมของตัวแปรอิสระให้อยู่ในรูปค่า $\{p\}$ ซึ่งเป็นความสัมพันธ์ระหว่างค่า E, H และ $\{p\}$ ดังนี้

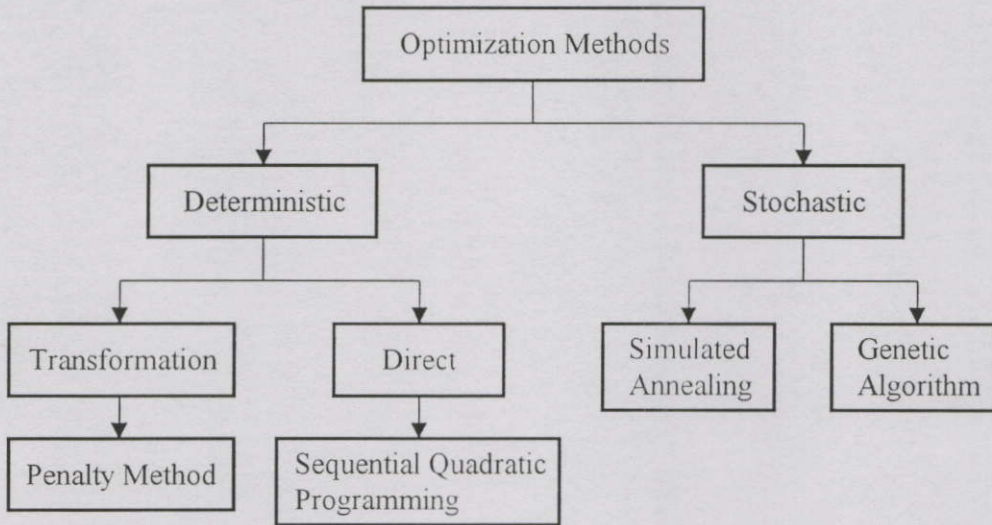
$$\text{ฟังก์ชันหลัก} \quad F = F(\{p\}, E, H) \quad (2.1)$$

$$\text{เงื่อนไข} \quad g = g(\{p\}, E, H) \quad (2.2)$$

เมื่อ F เป็นฟังก์ชันหลักที่ต้องการให้มีค่าน้อยที่สุด และ g เป็นฟังก์ชันเงื่อนไขบังคับ ซึ่งเป็นการบอกขอบเขตของฟังก์ชันหลัก F

รูปแบบทั่วไปของการหาค่าที่เหมาะสมสำหรับการแก้ปัญหาาระบบของสมการที่ 2.1 และ 2.2 สามารถแสดงเป็นขั้นตอนในการออกแบบรูปร่างประกอบด้วย 2 ขั้นตอน คือขั้นตอนการหาค่าที่เหมาะสม และขั้นตอนการวิเคราะห์เพื่อหาค่าต่ำสุดของฟังก์ชันของสนามแม่เหล็กไฟฟ้า วิธีเชิงตัวเลขสำหรับการหาค่าที่เหมาะสม (numerical optimization techniques) แบ่งออกเป็น 2 แบบคือแบบคิเทอมินิสติก (deterministic) และสโตคาสติก (stochastic) ดังรูปที่ 2.4 วิธีการเชิงตัวเลขทั้ง 2

แบบมีความแตกต่างกันโดยที่แบบดิเทอมินิสติกจะเป็นการใช้พื้นฐานของเกรเดียน (gradient) ซึ่งเกรเดียนของฟังก์ชันหลักจะเป็นข้อมูลในการเคลื่อนที่สู่จุดที่เหมาะสม สำหรับแบบสโตชาสติกเป็นการจะใช้ความน่าจะเป็น (probabilistic rules) เป็นพื้นฐานในการเข้าหาจุดที่เหมาะสม [3,4,5,6,7,8,9,10,11,12,13]



รูปที่ 2.4 วิธีเชิงตัวเลขสำหรับการหาค่าที่เหมาะสม

2.2.1 แบบดิเทอมินิสติก (deterministic)

แนวความคิดพื้นฐานของแบบดิเทอมินิสติกเป็นกระบวนการทำซ้ำของขั้นตอนในการหาทิศทาง (line search) เพื่อหาค่าของพารามิเตอร์ที่ต้องการออกแบบ (design parameter) $\{x\}$ จนกว่าจะได้ค่าที่เหมาะสม ซึ่งสมการทางคณิตศาสตร์สามารถแสดงได้ดังนี้

$$\{x\}^q = \{x\}^{q-1} + \alpha \{d\}^q \quad (2.3)$$

- เมื่อ q เป็นจำนวนกระบวนการทำซ้ำ
 α เป็นค่าตัวคูณสเกลลา
 d เป็นค่าทิศทางที่พุ่งเข้า (search direction)

วิธีการหาทิศทางที่พุ่งเข้า d หาได้จากเกรเดียนของฟังก์ชันหลักดังสมการ

$$\{d\}^q = \left\{ \frac{dF}{dx} \right\}^q + \beta^q \{d\}^{q-1} \quad (2-4)$$

จะเห็นว่าค่าสเกลลา β เป็นตัวกำหนดที่สำคัญในวิธีการนี้ ซึ่งเมื่อ $\beta = 0$ ทิศทางที่พุ่งเข้าหา d จะได้มาจากข้อมูลของเกรเดียนของฟังก์ชันหลักเพียงอย่างเดียวซึ่งสามารถอ้างอิงจากการใช้วิธี steepest descent และเมื่อ $\beta \neq 0$ ข้อมูลทิศทางที่พุ่งเข้าหา $\{d\}^{q-1}$ สามารถคำนวณหา $\{d\}^q$ ได้ โดยใช้วิธีการนี้อ้างอิงกับวิธีคอนจูเกตเกรเดียน (conjugate gradient) แบบดิเทอมินิสติกสามารถแบ่งออกเป็น 2 วิธีการดังนี้

2.2.1.1 วิธีการเปลี่ยนรูปแบบ (Transformation)

วิธีการเปลี่ยนรูปแบบเป็นการนำเอาฟังก์ชันหลักและฟังก์ชันเงื่อนไขบังคับมารวมกันเป็นฟังก์ชันหลักแปลง (pseudo - objective function) โดยใช้วิธีการเปลี่ยนรูปแบบ (transformation) ซึ่งจะมีการกำหนดฟังก์ชันพินอลตี้ P (penalty function) ที่อยู่ในเทอมของฟังก์ชันเงื่อนไขบังคับ โดยมีรูปแบบสมการดังนี้

$$\phi[\{x\}, \mathbf{r}_p] = F(\{x\}) + \mathbf{r}_p P(\{x\}) \quad (2.5)$$

เมื่อ ϕ เป็นฟังก์ชันหลักแปลง
 F เป็นฟังก์ชันหลัก
 \mathbf{r}_p เป็นค่าตัวคูณสเกลลา
 P เป็นฟังก์ชันพินอลตี้

2.2.1.2 วิธีการทางตรง (Direct)

วิธีการทางตรงเป็นวิธีที่คำนวณโดยตรงจากสมการที่ 2.1 และ 2.2 โดยใช้วิธี sequential quadratic programming ซึ่งเป็นวิธีการหนึ่งที่ใช้หาทิศทางที่พุ่งเข้าหา d สามารถแสดงเป็นสมการคณิตศาสตร์ได้ดังนี้

$$Q(d) = F(\{x\}) + \nabla F(\{x\}) \cdot \mathbf{d} + \frac{1}{2} \mathbf{d}^T \mathbf{H} \mathbf{d} \quad (2.6)$$

$$\nabla g(\{x\}) \cdot \mathbf{d} + \delta g(\{x\}) \leq 0 \quad (2.7)$$

เมื่อ H เป็นเมตริกซ์เฮสเซียน (Hessian)

δ เป็นค่าพารามิเตอร์สเกลลา

2.2.2 แบบสโตซาสติก (stochastic)

แบบสโตซาสติกเป็นวิธีที่อาศัยหลักการพื้นฐานของความน่าจะเป็นซึ่งจะดีกว่าการใช้แบบ line search ในด้านที่จะได้คำตอบที่ถูกต้องมากกว่า การแก้ปัญหาการหาค่าที่เหมาะสมด้วยวิธีการแบบสโตซาสติก จะเห็นได้ว่าในทางทฤษฎีแล้วแบบสโตซาสติกจะใช้หลักการที่ตรงกันข้ามกับแบบดิทอมินิสติก แต่อย่างไรก็ตามวิธีการนี้จะใช้เวลาสำหรับการประมวลผลมากกว่าแบบดิทอมินิสติก

2.3 วิธีไฟไนต์อิลิเมนต์สำหรับการวิเคราะห์ค่าสนามแม่เหล็กไฟฟ้า

วิธีเชิงตัวเลขสำหรับการหาค่าที่เหมาะสมได้มีการใช้งานมานานกว่า 30 ปีแล้วซึ่งเป็นการนำมาใช้งานวิจัยขนาดใหญ่โดยจะใช้ร่วมกับวิธีการเชิงตัวเลขสำหรับการวิเคราะห์ค่าต่าง ๆ ในงานทางด้านโครงสร้างของวิศวกรรมโยธา วิศวกรรมเครื่องกล และงานทางด้านวิศวกรรมไฟฟ้า ซึ่งวิธีการเชิงตัวเลขที่นิยมใช้ ได้แก่วิธีไฟไนต์อิลิเมนต์ และวิธีบาวดาร์อิลิเมนต์ [14]

วิธีไฟไนต์อิลิเมนต์เป็นวิธีเชิงตัวเลขสำหรับการหาคำตอบของสมการอนุพันธ์ (differential) ซึ่งมีการนำมาใช้ในงานวิจัยออกแบบทางด้านวิศวกรรมไฟฟ้าอย่างมากในอดีต [15] ซึ่งวิธีนี้จะแก้ปัญหาโดยการแบ่งพื้นที่บริเวณที่ต้องการออกเป็นส่วนย่อยเรียกว่าอิลิเมนต์ (element) ซึ่งจะประกอบด้วยโหนด (node) ต่าง ๆ จากนั้นทำการกำหนดฟังก์ชันทดลอง (trial function) ขึ้นมา โดยที่ฟังก์ชันทดลองนี้จะเป็นเทอมของการกระจายแบบปกติของตัวแปรในสมการอนุพันธ์ที่โหนดต่าง ๆ การคำนวณหาค่าพารามิเตอร์อิสระ (free parameter) ที่โหนด จะมีด้วยกัน 2 วิธีคือวิธีการแปรผัน (variational approach) [16,17,18] และวิธีการของกาเลอกิน (galerkin approach) [16,17,18] ผลลัพธ์ที่ได้จะจัดอยู่ในรูปของสมการคณิตศาสตร์ได้ดังนี้

$$[K]\{V\} = \{R\} \quad (2.8)$$

เมื่อ $\{K\}$ เป็นเมตริกซ์ stiffness ซึ่งประกอบไปด้วยข้อมูลทางด้านเรขาคณิต และคุณสมบัติทางด้านกายภาพของอุปกรณ์

$\{V\}$ เป็นศักย์เวกเตอร์ (vector potential) ของตัวแปรที่ได้ตามค่าที่อยู่ในโดเมน (ทุกอิลิเมนต์)

$\{R\}$ เป็นเวกเตอร์ทางขวามือ

จากหัวข้อที่ 2.2 ได้นำเสนอการออกแบบรูปร่างที่เหมาะสมของอุปกรณ์สนามแม่เหล็กไฟฟ้าโดยจัดอยู่ในรูปของสมการใหม่ได้ดังนี้

$$\text{ฟังก์ชันหลัก} \quad F = F[\{p\}, \varphi(\{V\})] \quad (2.9)$$

$$\text{เงื่อนไข} \quad g = g[\{p\}, \varphi(\{V\})] \quad (2.10)$$

เมื่อ F เป็นฟังก์ชันหลัก g เป็นฟังก์ชันเงื่อนไข φ เป็นค่าสนามแม่เหล็กที่เปลี่ยนแปลง

จากสมการที่ 2.9 และ 2.10 สามารถหาผลลัพธ์ได้โดยใช้วิธีแบบดิเทอร์มินิสติกซึ่งใช้หลักการของ แกรเดียน จะเห็นได้ว่าจำเป็นต้องใช้ค่าอนุพันธ์ของฟังก์ชัน F และ g โดยเทียบกับ p_i ซึ่งจะทำให้ได้ทิศทางที่จะพุ่งเข้าสู่ค่าที่น้อยที่สุดในกระบวนการหาค่าที่เหมาะสม โดยแสดงได้ดังสมการ

$$\frac{dF[\{p\}, \varphi(\{V\})]}{dp_i} = \frac{\partial F}{\partial p_i} + \left\{ \frac{\partial F}{\partial \varphi} \right\}^T \left\{ \frac{\partial \varphi}{\partial p_i} \right\} \quad i = 1, 2, \dots, n \quad (2.11)$$

$$\frac{dg[\{p\}, \varphi(\{V\})]}{dp_i} = \frac{\partial g}{\partial p_i} + \left\{ \frac{\partial g}{\partial \varphi} \right\}^T \left\{ \frac{\partial \varphi}{\partial p_i} \right\} \quad i = 1, 2, \dots, n \quad (2.12)$$

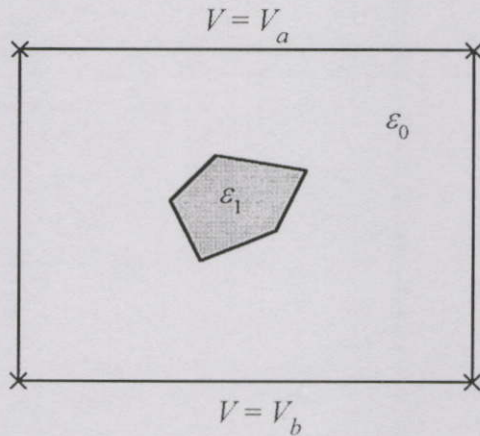
จะเห็นว่าฟังก์ชัน F และ g มีตัวแปรที่เป็นลักษณะแบบแฝง (implicit) ดังนั้นในขั้นตอนการหาค่าอนุพันธ์ของสมการที่ 2.11 และ 2.12 นั้น จำเป็นต้องใช้วิธีการวิเคราะห์แบบเซนซิวิตี (sensitivity analysis) ซึ่งจะกล่าวรายละเอียดในบทที่ 4

บทที่ 3

ทฤษฎีไฟไนต์เอลิเมนต์

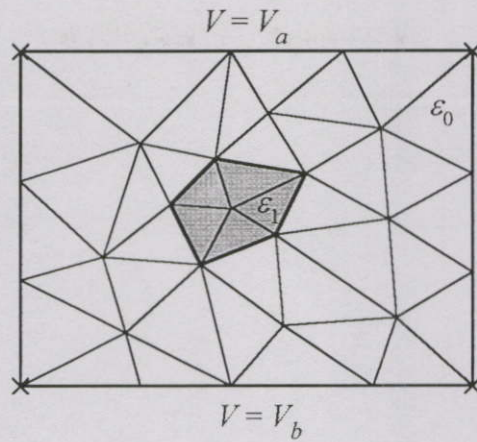
3.1 บทนำ

วิธีไฟไนต์เอลิเมนต์เป็นวิธีการเชิงตัวเลขที่ใช้ในการหาคำตอบของระบบที่เป็นสมการอนุพันธ์ของปัญหาที่เกี่ยวข้องกับขอบเขตดังรูปที่ 3.1 โดยการแบ่งขอบเขตที่มีขนาดใหญ่ไปสู่ขอบเขตที่มีขนาดเล็กที่เรียกว่าเอลิเมนต์ (element) ซึ่งประกอบขึ้นด้วยโหนด (node) ต่าง ๆ รูปแบบของเอลิเมนต์จะเป็นการสร้างโครงตาข่าย (mesh) บนขอบเขตที่ต้องการพิจารณาดังรูปที่ 3.2 การหาคำตอบระบบที่จะได้ค่าคำตอบที่ถูกต้องมากยิ่งขึ้นจะต้องทำให้เอลิเมนต์มีขนาดเล็ก โดยการสร้างโครงตาข่ายให้มีจำนวนเอลิเมนต์หนาแน่นมากขึ้น

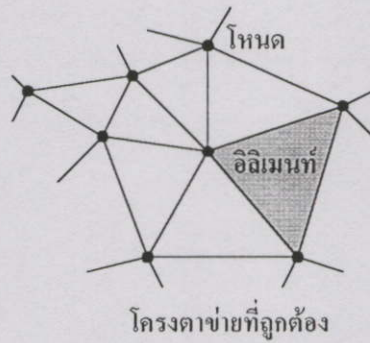


รูปที่ 3.1 ปัญหาขอบเขตของวัตถุที่เป็นฉนวน 2 ชนิด โดยกำหนดค่าศักย์ไฟฟ้าให้กับขอบเขต

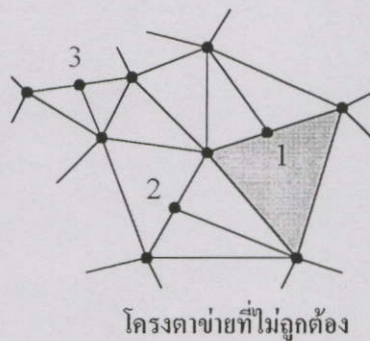
พิจารณาปัญหาของรูปที่ 3.1 กำหนดให้มีวัตถุที่เป็นฉนวนชนิดที่หนึ่ง (ϵ_0) ที่มีขอบเขตระหว่างระนาบทั้งสองมีศักย์ไฟฟ้าเป็น V_a และ V_b วัตถุที่เป็นฉนวนชนิดที่สอง (ϵ_1) อยู่บริเวณด้านในของขอบเขต เมื่อใช้วิธีไฟไนต์เอลิเมนต์เพื่อแก้ปัญหาลักษณะนี้ จำเป็นต้องทำให้ขอบเขตมีขนาดเล็กลงเป็นส่วนย่อย ๆ ในกรณีนี้กำหนดให้สร้างโครงตาข่ายเอลิเมนต์ที่มีรูปร่างเป็นรูปสามเหลี่ยมแสดงดังรูปที่ 3.2 ให้สังเกตว่าในหนึ่งเอลิเมนต์ไม่สามารถมีวัตถุต่างชนิดกันได้ ขอบเขตระหว่างวัตถุสองชนิดจะต้องเป็นขอบเขตของเอลิเมนต์ด้วย ดังนั้นจะเห็นได้ว่าการใช้เอลิเมนต์ที่มีรูปร่างเป็นรูปสามเหลี่ยมจะสามารถปรับแต่งรูปร่างของเอลิเมนต์ให้เข้ากับขอบเขตของปัญหาได้ง่ายขึ้น การสร้างโครงตาข่ายของเอลิเมนต์จะต้องมีการจัดเรียงเอลิเมนต์ที่มีความสอดคล้องกันดังรูปที่ 3.3



รูปที่ 3.2 การสร้างโครงตาข่ายอิลิเมนต์รูปสามเหลี่ยมบนขอบเขตที่มีศักย์ไฟฟ้าที่ขอบเขตทั้งสองด้าน



รูปที่ 3.3 โครงตาข่ายอิลิเมนต์ที่ถูกต้อง โดยอิลิเมนต์ทั้งหมดมีความสอดคล้องกัน



รูปที่ 3.4 โครงตาข่ายอิลิเมนต์ที่ไม่ถูกต้อง โดยอิลิเมนต์บางส่วนมีความไม่สอดคล้องกัน

โครงตาข่ายอิลิเมนต์ในรูปที่ 3.4 มีลักษณะที่อิลิเมนต์บางส่วนมีความไม่สอดคล้องกัน โดยพิจารณาได้จากโหนดเป็นจุดที่ต่อระหว่างด้านของสามเหลี่ยม จะเห็นได้ว่าจะมีโหนดที่ไม่ตรงกันพอดีกับจุดยอดของสามเหลี่ยม (โหนดที่ 1, 2 และ 3) ตำแหน่งของโหนดในลักษณะนี้จำเป็น

ต้องหลีกเลี่ยงเพราะจะทำให้กระบวนการหาคำตอบด้วยวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์ที่ได้ผลที่ไม่ถูกต้อง ใน
 บทนี้จะใช้วิธีการพื้นฐานที่เรียกว่าไฟไนต์เอลิเมนต์อันดับที่หนึ่ง ในเอลิเมนต์ชนิดนี้ศักย์ของเอลิ
 เมนต์ภายในจะแปรตามสมการ โพลีโนเมียล (polynomial) ดังนี้

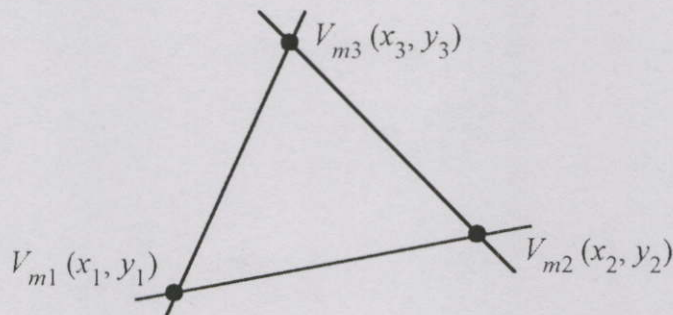
$$V_m(x, y) = a + bx + cy \quad (3.1)$$

เมื่อ V_m เป็นค่าศักย์แม่เหล็ก (magnetic potential) ที่โหนดใด ๆ

ไฟไนต์เอลิเมนต์อันดับที่หนึ่งนี้เป็นวิธีการที่นิยมใช้กันมากเพราะจะให้ผลลัพธ์ที่ถูกต้อง
 และสะดวก เหมาะสมสำหรับปัญหาที่ซับซ้อนเช่น การพิจารณาผลที่เกิดขึ้นบริเวณช่องอากาศที่มี
 ขนาดเล็กในเครื่องจักรกลไฟฟ้าซึ่งเป็นเรื่องยากที่จะหาคำตอบได้เนื่องจากต้องกระทำให้อิเล็กเมนต์มี
 ความเหมาะสมและพอดีกัน

3.2 การประมาณฟังก์ชันของศักย์แม่เหล็กในแต่ละเอลิเมนต์

จากการแบ่งขอบเขตของปัญหาเป็นโครงตาข่ายเอลิเมนต์รูปสามเหลี่ยมดังรูปที่ 3.5 จะ
 เห็นได้ว่าเอลิเมนต์รูปสามเหลี่ยมนี้จะสามารถประมาณฟังก์ชันของศักย์แม่เหล็ก (magnetic potential)
 [16,17,18] ที่จุดใด ๆ ในเอลิเมนต์ ได้โดยการใช้สมการ 3.1 ดังนี้



รูปที่ 3.5 โครงตาข่ายเอลิเมนต์รูปสามเหลี่ยม

โหนดที่ 1 $V_{m1}(x_1, y_1) = a + bx_1 + cy_1 \quad (3.2)$

โหนดที่ 2 $V_{m2}(x_2, y_2) = a + bx_2 + cy_2 \quad (3.3)$

โหนดที่ 3 $V_{m3}(x_3, y_3) = a + bx_3 + cy_3 \quad (3.4)$

จากสมการที่ 3.2 ถึง 3.4 สามารถเขียนให้อยู่ในรูปของเมตริกซ์ได้เป็น

$$\begin{cases} V_{m1} \\ V_{m2} \\ V_{m3} \end{cases} = \begin{bmatrix} 1 & x_1 & y_1 \\ 1 & x_2 & y_2 \\ 1 & x_3 & y_3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a \\ b \\ c \end{bmatrix} \quad (3.5)$$

จากสมการที่ 3.5 สามารถหาค่าของ a , b และ c ในรูปของเมตริกซ์ได้เป็น

$$\begin{bmatrix} a \\ b \\ c \end{bmatrix} = \frac{1}{2A} \begin{bmatrix} (x_2y_3 - x_3y_2) & (x_3y_1 - x_1y_3) & (x_1y_2 - x_2y_1) \\ (y_2 - y_3) & (y_3 - y_1) & (y_1 - y_2) \\ (x_3 - x_2) & (x_1 - x_3) & (x_2 - x_1) \end{bmatrix} \begin{cases} V_{m1} \\ V_{m2} \\ V_{m3} \end{cases} \quad (3.6)$$

เมื่อ $2A$ แทนค่า $\det \begin{bmatrix} 1 & x_1 & y_1 \\ 1 & x_2 & y_2 \\ 1 & x_3 & y_3 \end{bmatrix}$ และ A คือพื้นที่ของอิลิเมนต์รูปสามเหลี่ยม

จากสมการที่ 3.6 นำไปแทนค่าในสมการที่ 3.5 จะได้เป็น

$$V_m(x, y) = [N_1(x, y) \quad N_2(x, y) \quad N_3(x, y)] \begin{cases} V_{m1} \\ V_{m2} \\ V_{m3} \end{cases} \quad (3.7)$$

โดยที่ $[N]$ เรียกว่าเมตริกซ์ของการประมาณภายในอิลิเมนต์ (element interpolation matrix)

$$N_i(x, y) = \frac{1}{2A} (a_i + b_i x + c_i y) \quad \text{เมื่อ } i = 1, 2, 3 \quad (3.8)$$

โดยที่

$$\begin{aligned} a_1 &= (x_2y_3 - x_3y_2) & b_1 &= (y_2 - y_3) & c_1 &= (x_3 - x_2) \\ a_2 &= (x_3y_1 - x_1y_3) & b_2 &= (y_3 - y_1) & c_2 &= (x_1 - x_3) \\ a_3 &= (x_1y_2 - x_2y_1) & b_3 &= (y_1 - y_2) & c_3 &= (x_2 - x_1) \end{aligned} \quad (3.9)$$

3.3 การสร้างสมการไฟไนต์อิลิเมนต์แบบสองมิติโดยวิธีการแปรผัน

วิธีการแปรผัน (variational) เป็นแนวทางหนึ่งของการประยุกต์ใช้งานของไฟไนต์อิลิเมนต์ ซึ่งนิยมใช้ในการหาสมการของแม่เหล็กไฟฟ้า วิธีการแปรผันเป็นการแก้ปัญหาโดยตรงกับสมการหลัก (governing equation) ซึ่งเป็นฟังก์ชันพลังงานที่มีค่าน้อยที่สุด โดยแนวความคิดทางคณิตศาสตร์สามารถอธิบายได้จากตัวอย่างดังนี้

$$f(x) = \frac{ax^2}{2} + bx + c \quad (3.10)$$

สมมติให้ฟังก์ชันที่มีค่าน้อยที่สุดนั้นจะหาค่าที่ต่ำที่สุดได้จากจุดที่ $\frac{df}{dx} = 0$

$$\frac{df}{dx} = ax + b = 0 \quad (3.11)$$

หลักการสำคัญของวิธีการแปรผันคือ ต้องสร้างฟังก์ชันขึ้น ซึ่งเมื่อทำการหาค่าต่ำสุดของฟังก์ชันนั้นแล้วจะเป็นผลทำให้เกิดสมการเชิงอนุพันธ์ และเงื่อนไขขอบเขตที่สอดคล้องกับปัญหาที่ทำการแก้ไขอยู่ ในการใช้วิธีการแปรผันประยุกต์ใช้งานกับปัญหาทางด้านสนามแม่เหล็กนั้นจะพิจารณาจากสมการปัวซอง (Poisson equation) ซึ่งเป็นสมการอนุพันธ์ดังนี้

$$\nabla^2 V_m = \frac{\partial^2 V_m}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 V_m}{\partial y^2} = -\mu J \quad (3.12)$$

เมื่อ J เป็นความหนาแน่นกระแสไฟฟ้า (current density)

$$W_e(V_m) = \int_A \left[\frac{1}{2} \left(\frac{\partial V_m}{\partial x} \right)^2 + \frac{1}{2} \left(\frac{\partial V_m}{\partial y} \right)^2 - \mu J V_m \right] dx dy \quad (3.13)$$

ในการเลือกใช้อิลิเมนต์รูปสามเหลี่ยมที่มี 3 โหนดนั้น มีตัวแปรที่ไม่ทราบค่าคือ V_{m1}, V_{m2} และ V_{m3} จะได้สมการของอิลิเมนต์ทั้งหมด 3 สมการ ซึ่งได้จากการหาค่าต่ำสุดของฟังก์ชันแปรผัน $W_e(V_m)$ ที่เกี่ยวข้องกับตัวแปรที่ไม่ทราบค่าที่จุดโหนดทั้ง 3 นั้น เมื่อเริ่มทำการหาค่าต่ำสุดของฟังก์ชันแปรผัน $W_e(V_m)$ ที่เกี่ยวข้องกับ V_{m1} ได้เป็น

$$\frac{\partial W_e}{\partial V_{m1}} = \int_A \left[\left(\frac{\partial V_m}{\partial x} \right) \frac{\partial}{\partial V_{m1}} \left(\frac{\partial V_m}{\partial x} \right) + \left(\frac{\partial V_m}{\partial y} \right) \frac{\partial}{\partial V_{m2}} \left(\frac{\partial V_m}{\partial y} \right) - \mu J \frac{\partial V_m}{\partial V_{m1}} \right] dx dy = 0 \quad (3.14)$$

จากสมการที่ 3.7

$$V_m = N_1 V_{m1} + N_2 V_{m2} + N_3 V_{m3} \quad (3.15)$$

$$\frac{\partial V_m}{\partial x} = \frac{\partial N_1}{\partial x} V_{m1} + \frac{\partial N_2}{\partial x} V_{m2} + \frac{\partial N_3}{\partial x} V_{m3} \quad (3.16)$$

$$\frac{\partial}{\partial V_{m1}} \left(\frac{\partial V_m}{\partial x} \right) = \frac{\partial N_1}{\partial x} \quad (3.17)$$

แทนค่าสมการที่ 3.16 และ 3.17 ลงในสมการที่ 3.14

$$\int_A \left[\left(\frac{\partial N_1}{\partial x} V_{m1} + \frac{\partial N_2}{\partial x} V_{m2} + \frac{\partial N_3}{\partial x} V_{m3} \right) \left(\frac{\partial N_1}{\partial x} \right) + \left(\frac{\partial N_1}{\partial y} V_{m1} + \frac{\partial N_2}{\partial y} V_{m2} + \frac{\partial N_3}{\partial y} V_{m3} \right) \left(\frac{\partial N_1}{\partial y} \right) - \mu J N_1 \right] dx dy = 0 \quad (3.18)$$

จัดเรียงพจน์ใหม่ได้เป็น

$$\int_A \left(\frac{\partial N_1}{\partial x} \frac{\partial N_1}{\partial x} + \frac{\partial N_1}{\partial y} \frac{\partial N_1}{\partial y} \right) dx dy V_{m1} + \int_A \left(\frac{\partial N_1}{\partial x} \frac{\partial N_2}{\partial x} + \frac{\partial N_1}{\partial y} \frac{\partial N_2}{\partial y} \right) dx dy V_{m2} + \int_A \left(\frac{\partial N_1}{\partial x} \frac{\partial N_3}{\partial x} + \frac{\partial N_1}{\partial y} \frac{\partial N_3}{\partial y} \right) dx dy V_{m3} = \int_A \mu J N_1 dx dy \quad (3.19)$$

ซึ่งสมการนี้เป็นสมการแรกที่ได้จากการหาค่าต่ำสุดของฟังก์ชันแปรผัน $W_e(V_m)$ ที่มีความเกี่ยวข้องกับ V_{m1} ในทำนองเดียวกันก็สามารถหาสมการที่เหลืออีก 2 สมการได้โดยการหาค่าต่ำสุดของฟังก์ชันแปรผันที่เกี่ยวข้องกับ V_{m2} และ V_{m3} ตามลำดับ เมื่อได้ครบทั้ง 3 สมการแล้วก็สามารถเขียนสมการให้อยู่ในรูปแบบของเมทริกซ์ได้ดังนี้

$$\begin{bmatrix} K_{11}^{(e)} & K_{12}^{(e)} & K_{13}^{(e)} \\ K_{21}^{(e)} & K_{22}^{(e)} & K_{23}^{(e)} \\ K_{31}^{(e)} & K_{32}^{(e)} & K_{33}^{(e)} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} V_{m1}^{(e)} \\ V_{m2}^{(e)} \\ V_{m3}^{(e)} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} R_1^{(e)} \\ R_2^{(e)} \\ R_3^{(e)} \end{Bmatrix} \quad (3.20)$$

หรือ

$$[K]^{(e)} \{V\}^{(e)} = \{R\}^{(e)} \quad (3.21)$$

ซึ่งสมการที่ 3.20 เป็นสมการของแต่ละอิเลิเมนต์โดยที่

$$K_{ij} = \int_A \left(\frac{\partial N_i}{\partial x} \frac{\partial N_j}{\partial x} + \frac{\partial N_i}{\partial y} \frac{\partial N_j}{\partial y} \right) dx dy \quad (3.22)$$

จากสมการที่ 3.8 จะได้ว่า

$$\frac{\partial N_i}{\partial x} = \frac{b_i}{2A} \quad \text{และ} \quad \frac{\partial N_i}{\partial y} = \frac{c_i}{2A} \quad (3.23)$$

แทนค่ากลับในสมการ 3.22

$$K_{ij} = \int_A \left(\frac{b_i b_j}{2A 2A} + \frac{c_i c_j}{2A 2A} \right) dx dy = \frac{b_i b_j + c_i c_j}{4A^2} \int_A dx dy = \frac{(b_i b_j + c_i c_j)}{4A} \quad (3.24)$$

ส่วน $\{R\}$ เป็นเวกเตอร์ของฟังก์ชันกระตุ้นโดยที่

$$R_i = \int_A \mu J N_i dx dy = \frac{\mu J A}{3} \quad (3.25)$$

นั่นคือถ้าในส่วนของอิเลิเมนต์ใดที่มีค่า $J=0$ แล้ว ค่าของ $R_i=0$ ด้วย

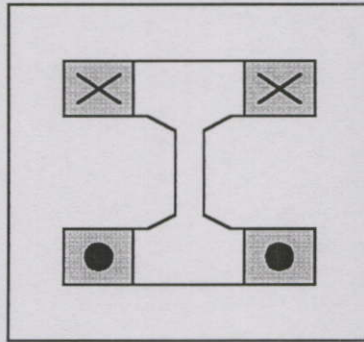
ขั้นตอนต่อไปเป็นการรวมสมการของแต่ละอิเลิเมนต์เข้าด้วยกันเพื่อให้เกิดเป็นระบบสมการรวมทั้งหมดของปัญหา ดังนั้นจะได้สมการรวมของระบบคือ

$$[K]_{sys} \{V_m\}_{sys} = \{R\}_{sys} \quad (3.26)$$

$[K]_{sys}$ จะเรียกว่าเป็นเมตริกซ์สัมประสิทธิ์รวมของระบบ (global coefficient matrix) ซึ่งเป็นการรวมกันของเมตริกซ์สัมประสิทธิ์ของแต่ละอิลิเมนต์ และ $\{R\}_{sys}$ จะเป็นเวกเตอร์ของฟังก์ชันกระตุ้นรวมของระบบ

3.4 การกำหนดขอบเขตของปัญหา

ในการวิเคราะห์ปัญหาสองมิติโดยวิธีไฟไนต์อิลิเมนต์สามารถนำมาใช้กับปัญหาที่มีลักษณะแกนสมมาตร สำหรับรูปร่างทางเรขาคณิตที่มีลักษณะเป็นแกนสมมาตรสามารถอธิบายหลักการดังนี้ ถ้ามองต้นแบบสนามแม่เหล็กไฟฟ้าดังรูปที่ 3.6 ในแนวพื้นที่หน้าตัดโดยที่มีแกนความยาวมีค่าเป็นอนันต์ เมื่อหมุนรอบแกนหนึ่ง ๆ แล้วไม่มีการเปลี่ยนรูปร่างจะเรียกว่ารูปร่างดังกล่าวมีความสมมาตร ดังนั้นในการคำนวณไฟไนต์อิลิเมนต์ของรูปร่างที่มีความสมมาตรนั้นสามารถที่จะลดจำนวนโหนดและอิลิเมนต์ลงได้จะทำให้ใช้เวลาในการคำนวณน้อยลง



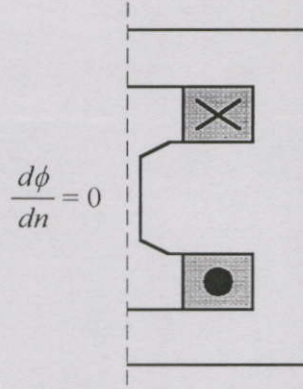
รูปที่ 3.6 ต้นแบบสนามแม่เหล็กไฟฟ้า 2 มิติ

ในการกำหนดเงื่อนไขของขอบเขต (boundary conditions) สำหรับปัญหารูปร่างที่มีความสมมาตรสามารถใช้เงื่อนไขขอบเขตดิริชเลท (Dirichlet) หรือ นิวแมน (Neumann) ในการพิจารณาได้ซึ่งสามารถแบ่งได้เป็น 2 กรณีดังนี้

3.4.1 สมมาตรแบบที่ 1

จากรูปที่ 3.7 จะเห็นว่าต้นแบบมีความสมมาตรกันทั้งหมดทั้งรูปร่างและทิศทางของฟังก์ชันกระตุ้น (function excitation) ซึ่งขอบเขตที่เกิดจากแกนสมมาตรจะใช้ขอบเขตนิวแมน

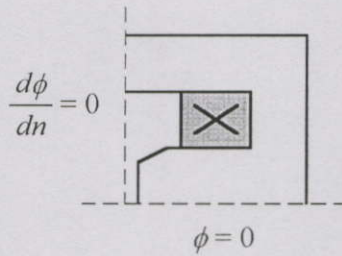
$$\frac{d\phi}{dn} = 0$$



รูปที่ 3.7 ต้นแบบสนามแม่เหล็กไฟฟ้าสมมาตรแบบที่ 1

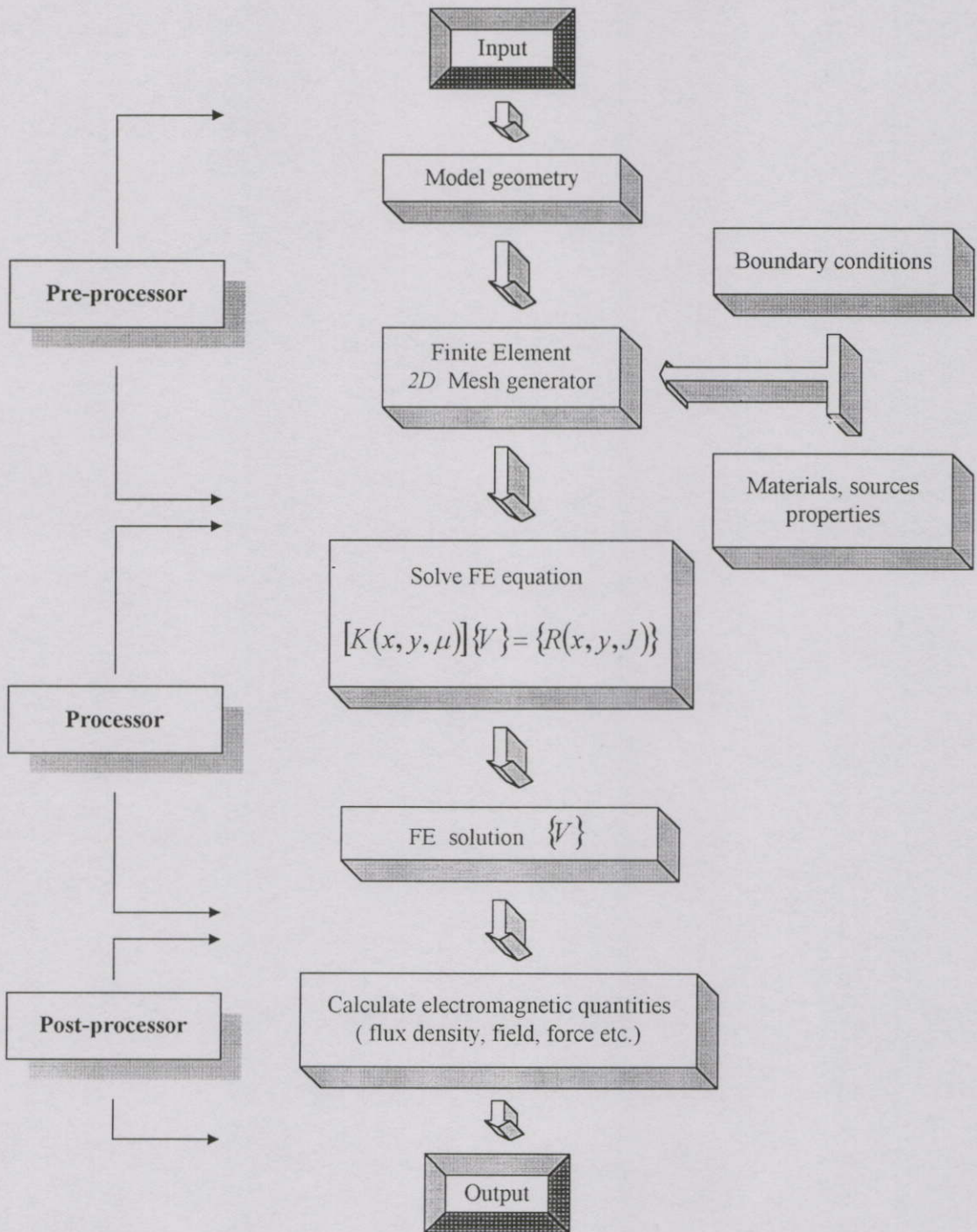
3.4.2 สมมาตรแบบที่ 2

จากรูปที่ 3.8 จะเห็นว่าต้นแบบมีความสมมาตรกันเฉพาะรูปร่าง แต่จะมีทิศทางของฟังก์ชันกระตุ้นของส่วนแกนสมมาตรข้างล่างตรงกันข้ามกับด้านบน ดังนั้นในการกำหนดขอบเขตที่เกิดแกนสมมาตรจะใช้ทั้งขอบเขตนิวแมนและดิริชเลท โดยที่แกนสมมาตรด้านซ้ายมือจะใช้ขอบเขตนิวแมน ส่วนแกนสมมาตรด้านล่างจะใช้ขอบเขตดิริชเลท โดยกำหนดให้ $\phi = 0$



รูปที่ 3.8 ต้นแบบสนามแม่เหล็กไฟฟ้าสมมาตรแบบที่ 2

3.5 การทำงานของโปรแกรมไฟไนต์อิลิเมนต์ (FEM-2D code)



รูปที่ 3.9 ขั้นตอนการทำงานของโปรแกรมไฟไนต์อิลิเมนต์

ขั้นตอนการทำงานของโปรแกรมคอมพิวเตอร์โดยวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์สามารถแสดงได้ดังรูปที่ 3.9 เรียกชื่อว่า *FEM-2D* code ซึ่งสามารถใช้ในการคำนวณหาค่าต่าง ๆ ของสนามแม่เหล็กไฟฟ้าได้ โปรแกรม *FEM-2D* code ประกอบด้วยขั้นตอนหลัก 3 ขั้นตอนดังนี้

ขั้นตอนการเตรียมการ (pre-processing) ซึ่งเป็นการกำหนดรูปแบบคุณลักษณะของอุปกรณ์ที่ต้องการออกแบบเช่น รูปร่าง ขนาดของอุปกรณ์ วัสดุที่ใช้ ค่ากระแสไฟฟ้าที่ใช้ ขอบเขตของปัญหา เป็นต้น ผลที่ได้จากขั้นตอนนี้คือการสร้างสมการที่ 3.26

ขั้นตอนที่สองเรียกว่าการดำเนินงาน (processing) ซึ่งเป็นส่วนที่ทำการแก้สมการเมตริกซ์ (สมการที่ 3.26) โดยวิธีเชิงตัวเลขต่าง ๆ เช่น วิธีโคเลสกี ดีคอมโพสิชัน (Cholesky decomposition) เป็นต้น เพื่อหาค่าศักย์เวกเตอร์ $\{V\}$ ที่โหนดต่าง ๆ ในบริเวณของปัญหาที่พิจารณา

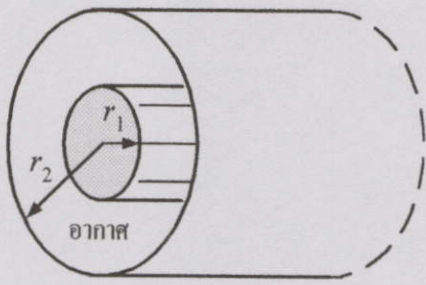
ขั้นตอนสุดท้ายเรียกว่าการนำไปใช้งาน (post-processing) ซึ่งเป็นส่วนที่นำผลลัพธ์ $\{V\}$ ที่ได้ ไปพิจารณาคำนวณหาค่าต่าง ๆ ของสนามแม่เหล็กไฟฟ้า เช่น ค่าความหนาแน่นเส้นแรงแม่เหล็ก การกระจายของสนามแม่เหล็ก แรงที่เกิดขึ้นจากสนามแม่เหล็ก เป็นต้น

3.6 การทดสอบโปรแกรมไฟไนต์เอลิเมนต์

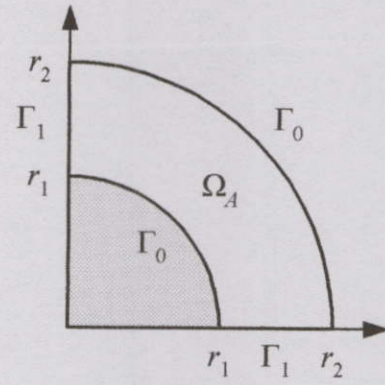
ในหัวข้อนี้จะเป็นการแสดงให้เห็นถึงการเปรียบเทียบผลที่ได้จากการคำนวณโดยใช้โปรแกรม *FEM-2D* code กับการคำนวณโดยสมการทั่วไปที่สามารถพิจารณาได้อย่างง่าย ๆ เพื่อเป็นการยืนยันว่าโปรแกรมไฟไนต์เอลิเมนต์สามารถนำไปใช้ในการคำนวณหาค่าต่าง ๆ ที่เกี่ยวข้องกับสนามแม่เหล็กไฟฟ้าได้อย่างสะดวกและมีความเชื่อถือได้ ต้นแบบที่เลือกใช้ในการเปรียบเทียบจะเป็นการหาค่าสนามไฟฟ้าของอิเล็กโทรด และการหาค่าสนามแม่เหล็กไฟฟ้าของมอเตอร์ไฟฟ้ากระแสตรง

3.6.1 ต้นแบบอิเล็กโทรดทรงกระบอกซ้อนแกนร่วม

โครงสร้างอิเล็กโทรด (electrode) ดังรูปที่ 3.10 ก) มีลักษณะเป็นทรงกระบอกวางซ้อนกันและมีแนวแกนร่วมกัน (concentric cylindrical) จากรูปที่ 3.10 ข) เป็นการพิจารณาเพียงเศษหนึ่งส่วนสี่ของโครงสร้างโดยให้เป็นรูปทรงแบบ 2 มิติ ($z = \infty$) [6,7,8] ที่มีความสมมาตรกันประกอบด้วยขอบเขต 2 ขอบเขตคือ r_1 (10 cm) และ r_2 (20 cm) โดยกำหนดให้พื้นที่ระหว่าง r_1 และ r_2 เป็นอากาศ (Ω_A) ที่ขอบเขต r_1 กำหนดให้มีค่าแรงดันไฟฟ้าเท่ากับ 100 V และที่ขอบเขต r_2 ต่ออยู่กับกราวด์ (ground) จากรูปที่ 3.11 เป็นโครงข่ายอิลิเมนต์ของอิเล็กโทรดที่ประกอบด้วยโหนดจำนวน 246 โหนด และอิลิเมนต์จำนวน 393 อิลิเมนต์ และรูปที่ 3.12 แสดงเส้นศักย์ไฟฟ้าของอิเล็กโทรดทรงกระบอกซ้อนแกนร่วม

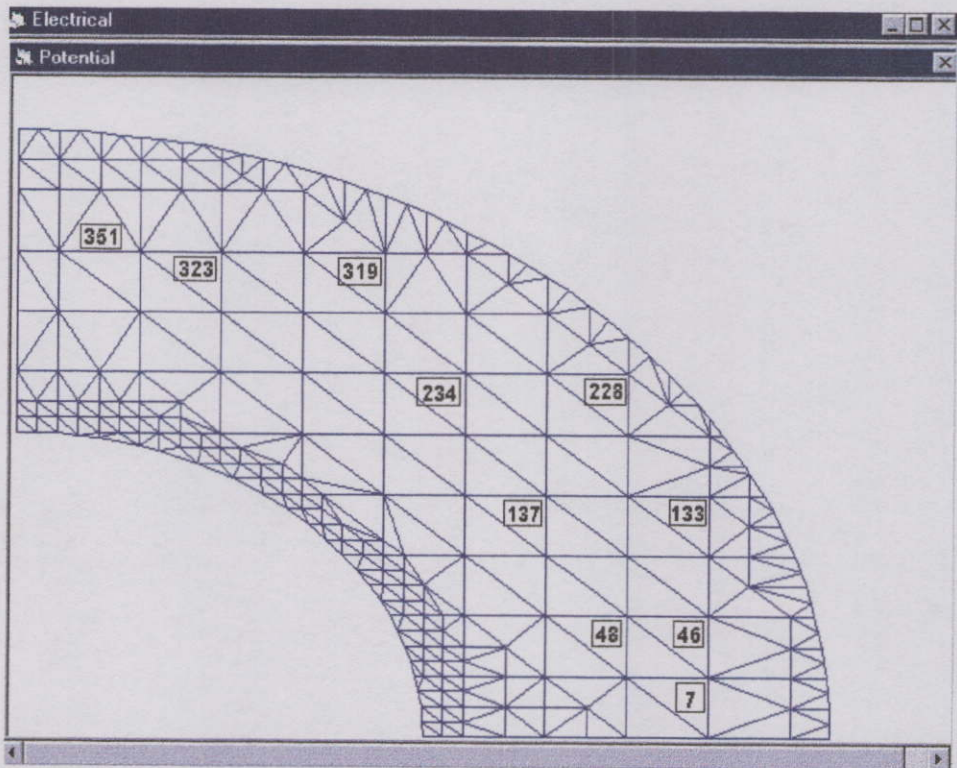


ก) โครงสร้างอิเล็กทรอนิกส์

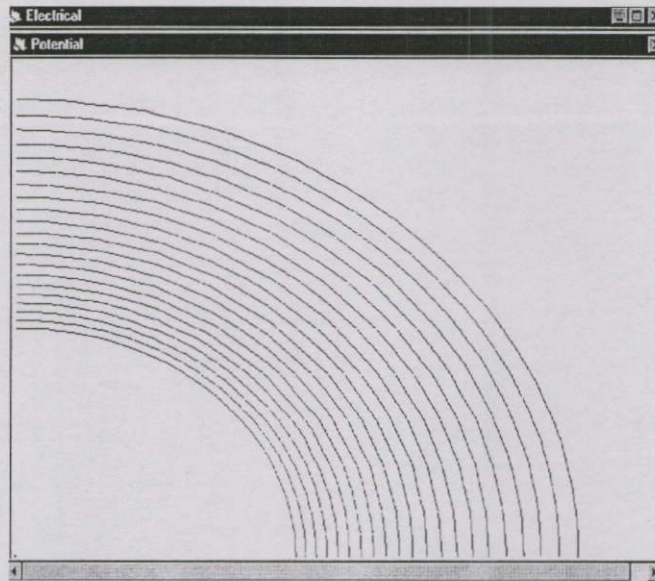


ข) ขอบเขต 2 มิติที่พิจารณา

รูปที่ 3.10 โครงสร้างต้นแบบอิเล็กทรอนิกส์ทรงกระบอกซ้อนกันแกนร่วม



รูปที่ 3.11 โครงตาข่ายอีลิเมนต์ของอิเล็กทรอนิกส์ทรงกระบอกซ้อนกันแกนร่วม



รูปที่ 3.12 เส้นศักย์ไฟฟ้าเท่าของอิเล็กโทรดทรงกระบอกซ้อนกันแนบร่วม

ตารางที่ 3.1 การเปรียบเทียบค่าสนามไฟฟ้าโดยวิธีการใช้โปรแกรมไฟในท้อลิเมนต์กับวิธีการคำนวณของต้นแบบอิเล็กโทรดทรงกระบอกซ้อนกันแนบร่วม

อิติเมนต์ลำดับที่	รัศมี r_x (cm)	โปรแกรม (V/cm)	การคำนวณ (V/cm)	คลาดเคลื่อน (%)
7	16.03	8.91	8.99	- 0.89
46	16.28	8.63	8.86	- 2.6
48	15	9.73	9.61	1.25
133	18.12	7.91	7.96	- 0.63
137	14.6	9.56	9.88	- 3.24
228	18.5	7.68	7.8	- 1.54
234	15.6	8.87	9.25	- 4.11
319	17	8.1	8.48	- 4.48
323	16	8.96	9.02	- 0.67
351	17.12	8.42	8.43	- 0.12

ตารางที่ 3.2 การเปรียบเทียบเวลาในการประมวลผลโดยวิธีการใช้โปรแกรมไฟไนท์อิลิเมนต์เมื่อใช้วิธีการแก้สมการแบบต่าง ๆ ของต้นแบบอิเล็กทรอนิกส์โทรดทรงกระบอกซ้อนกันแนวนอน

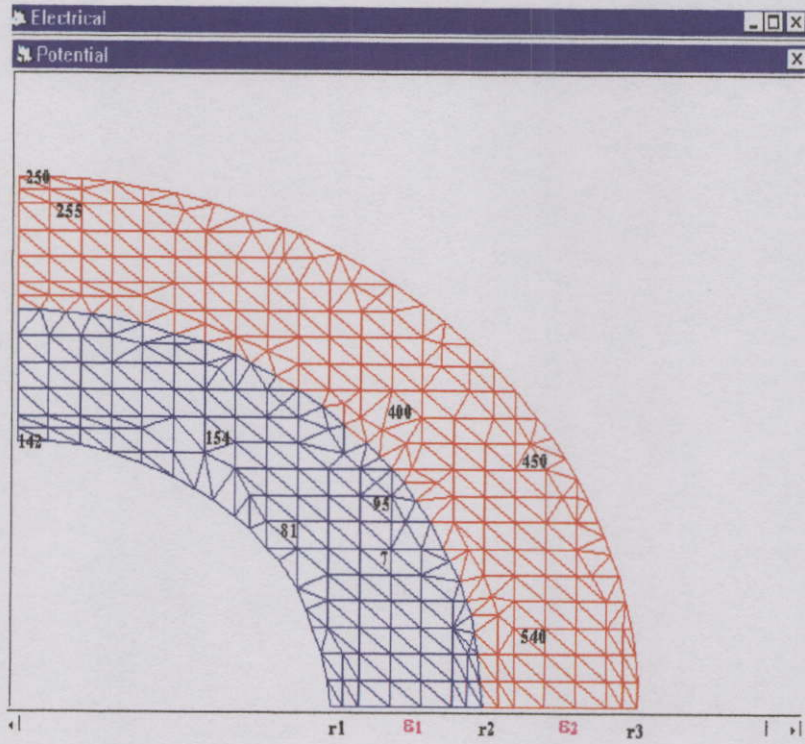
วิธีการแก้สมการ	เวลาที่ใช้ (นาท)
1. Cholesky	0.38
2. Conjugate	0.52
3. Gauss	1.14
4. Gauss Seidel	2.45
5. InverseMatrix	2.36
6. LU decomposition	1.00

ตารางที่ 3.1 แสดงผลการทดสอบโปรแกรมไฟไนท์อิลิเมนต์ในการคำนวณหาค่าสนามไฟฟ้าที่เกิดขึ้นในอิลิเมนต์ในส่วนช่องอากาศ จะเห็นได้ว่าสนามไฟฟ้า (E) ที่ได้จะมีค่าใกล้เคียงกันกับค่าที่ได้จากการคำนวณโดยใช้สมการ และเมื่อเปรียบเทียบเวลาที่ใช้ในการประมวลผลด้วยวิธีการแก้สมการไฟไนท์อิลิเมนต์ทั้ง 6 วิธี จากตารางที่ 3.2 พบว่าวิธีโซลีสกี้จะใช้เวลาในการประมวลผลน้อยที่สุด

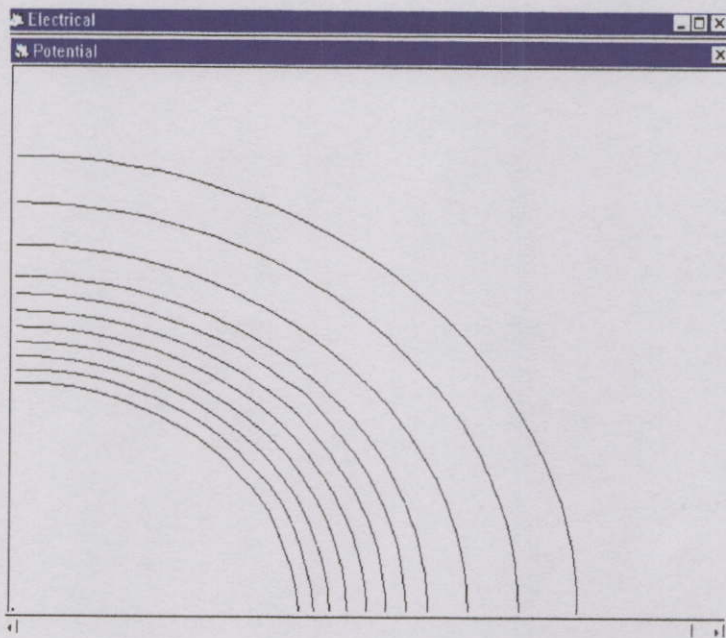
3.6.2 ต้นแบบอิเล็กทรอนิกส์โทรดทรงกระบอกซ้อนกันแนวนอน 2 ชั้น

โครงสร้างอิเล็กทรอนิกส์ ดังรูปที่ 3.13 มีลักษณะเป็นทรงกระบอกวางซ้อนกัน มีฉนวน 2 ชั้น และมีแนวแกนร่วมกัน เมื่อพิจารณาเพียงเศษหนึ่งส่วนสี่ของโครงสร้างโดยให้เป็นรูปทรงแบบ 2 มิติ ($z = \infty$) [6,7,8] ที่มีความสมมาตรกัน รัศมี r_1 , r_2 และ r_3 มีค่าเท่ากับ 10, 15 และ 20 cm ตามลำดับ ฉนวนชั้นที่ 1 อยู่ระหว่างรัศมี r_1 กับ r_2 มีค่าเปอร์มิตติวิตี (permittivity) เท่ากับ 1.0 ฉนวนชั้น 2 อยู่ระหว่างรัศมี r_2 กับ r_3 มีค่าเปอร์มิตติวิตีเท่ากับ 2.0 กำหนดให้รัศมี r_1 มีค่าแรงดันไฟฟ้าเท่ากับ 100 V และที่รัศมี r_3 ต่ออยู่กับกราวด์ จากรูปที่ 3.13 เป็นโครงตาข่ายอิลิเมนต์ของอิเล็กทรอนิกส์ที่ประกอบด้วยโหนดจำนวน 327 โหนด และอิลิเมนต์จำนวน 575 อิลิเมนต์ และรูปที่ 3.14 แสดงเส้นศักย์ไฟฟ้าเท่าของอิเล็กทรอนิกส์โทรดทรงกระบอกซ้อนกันแนวนอน 2 ชั้น

จากตารางที่ 3.3 แสดงผลการทดสอบโปรแกรมไฟไนท์อิลิเมนต์ในการคำนวณหาค่าสนามไฟฟ้าที่เกิดขึ้นในอิลิเมนต์ในส่วนฉนวนทั้ง 2 ชั้น จะเห็นได้ว่าสนามไฟฟ้า (E) ที่ได้จะมีค่าใกล้เคียงกันกับค่าที่ได้จากการคำนวณโดยใช้สมการเช่นเดียวกัน



รูปที่ 3.13 โครงตาข่ายอิลิเมนต์ของอิลีกโทรดทรงกระบอกร่วมแกนร่วมฉนวน 2 ชั้น



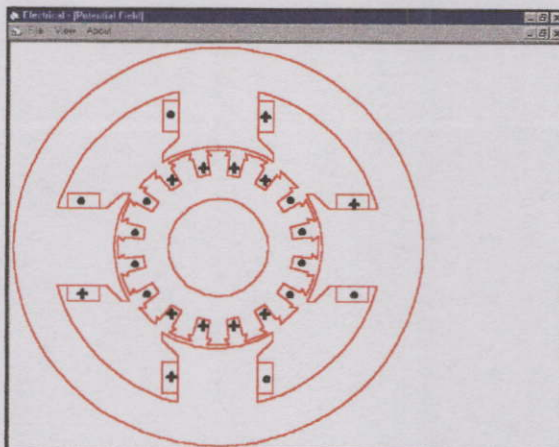
รูปที่ 3.14 เส้นศักย์ไฟฟ้าเท่าของอิลีกโทรดทรงกระบอกร่วมแกนร่วมฉนวน 2 ชั้น

ตารางที่ 3.3 การเปรียบเทียบค่าสนามไฟฟ้าโดยวิธีการใช้โปรแกรมไฟไนท์เอลิเมนต์กับวิธีการคำนวณของต้นแบบอิเล็กทรอนิกส์โดยตรงกระบอกซ้อนแกนร่วมฉนวน 2 ชั้น

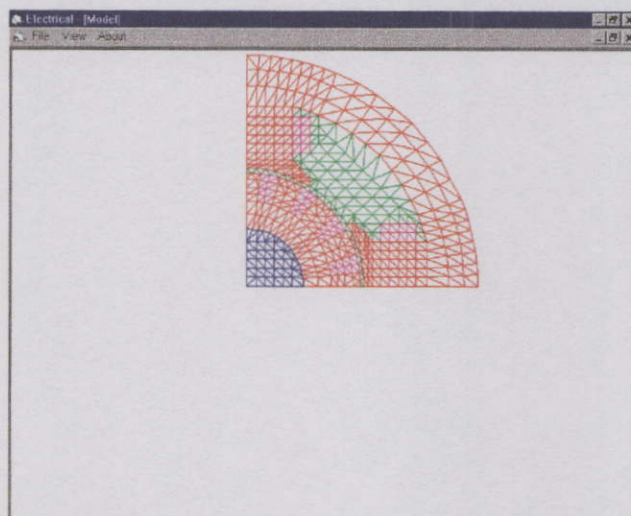
อิเลิเมนต์ลำดับที่	รัศมี r_x (cm)	โปรแกรม (V/cm)	การคำนวณ (V/cm)	คลาดเคลื่อน (%)
7	13	14.78	14.01	5.49
81	11	15.93	16.55	- 3.75
95	14	13.03	13.01	0.15
142	10	16.96	18.20	- 6.81
154	12	15.49	15.17	2.11
250	20	4.58	4.55	0.66
255	18.5	4.93	4.92	0.20
400	16.5	5.37	5.52	- 2.72
450	19	4.91	4.79	2.51
540	17	5.23	5.36	- 2.43

3.6.3 ต้นแบบมอเตอร์ไฟฟ้ากระแสตรง

ต้นแบบมอเตอร์ไฟฟ้ากระแสตรงสำหรับการเปรียบเทียบผลการคำนวณค่าสนามแม่เหล็กแสดงดังรูปที่ 3.15 ในการวิเคราะห์สามารถพิจารณาเพียงเศษหนึ่งส่วนสี่ของโครงสร้างได้ดังรูปที่ 3.16 เนื่องจากเป็นต้นแบบที่มีความสมมาตรกัน จากโครงคาน้ำยอิเลิเมนต์ในรูปที่ 3.16 สามารถแบ่งอิเลิเมนต์ของที่พิจารณาได้ 448 โหนด 822 อิเลิเมนต์ มีการกำหนดขนาดส่วนประกอบต่าง ๆ ของมอเตอร์เพื่อวิเคราะห์ปรากฏการณ์ที่เกิดขึ้นด้วยวิธีการไฟไนท์เอลิเมนต์ โดยกำหนดให้ต้นแบบเป็นมอเตอร์ไฟฟ้ากระแสตรงแบบ 4 ขั้ว อาร์มาเจอร์ (armature) มี 16 ช่องสลีต กระแสที่ขดลวดอาร์มาเจอร์ (armature winding) เท่ากับ 7.07 A กระแสที่ขดลวดสนาม (field winding) เท่ากับ 10 A ค่าความหนาแน่นกระแส J ของขดลวดอาร์มาเจอร์เท่ากับ $122,709 \text{ A/m}^2$ และขดลวดสนามเท่ากับ $125,000 \text{ A/m}^2$ ระยะช่องอากาศระหว่างขั้วแม่เหล็กกับอาร์มาเจอร์เท่ากับ 0.158 เซนติเมตร ค่าความซึมซาบแม่เหล็กสัมพัทธ์ (relative permeability) μ_r ของแกนเพลเท่ากับ 1000 แกนเหล็กสเตเตอร์และโรเตอร์ (stator and rotor) เท่ากับ 2000 และขดลวดอาร์มาเจอร์และขดลวดสนามเท่ากับ 1 เครื่องหมายกากบาท (cross) กำหนดทิศทางกระแสพุ่งเข้า และเครื่องหมายจุด (dot) กำหนดทิศทางกระแสพุ่งออกดังรูปที่ 3.15

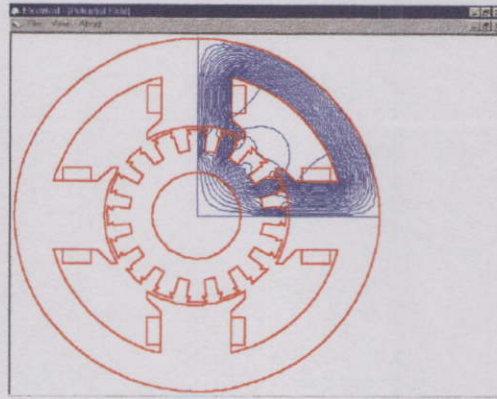


รูปที่ 3.15 ต้นแบบโครงสร้างมอเตอร์ไฟฟ้ากระแสตรง โดยกำหนดทิศทางของกระแสไฟฟ้าในขดลวดอาร์มาเจอร์และขดลวดสนาม

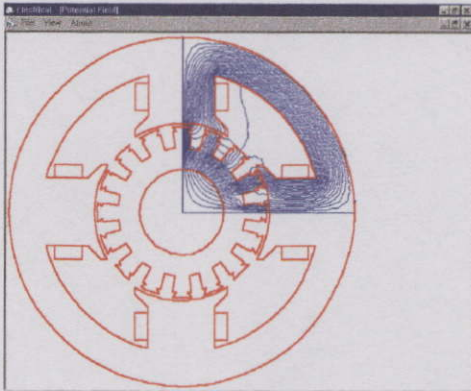


รูปที่ 3.16 โครงตาข่ายอิลิเมนต์ในควอดแรนต์ที่ 1 ของต้นแบบโครงสร้างมอเตอร์ไฟฟ้ากระแสตรง

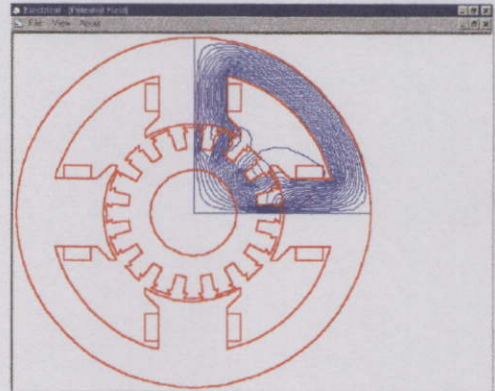
จะเห็นได้ว่าทิศทางสนามแม่เหล็กที่เกิดจากขดลวดอาร์มาเจอร์และขดลวดสนามจะขึ้นอยู่กับทิศทางของกระแสในขดลวด และสนามแม่เหล็กจะมีแนวของการครบวงจรแม่เหล็กรอบสเตเตอร์และโรเตอร์เนื่องจากแกนเหล็กมีค่า μ_r มากกว่าอากาศทำให้มีค่าความต้านทานแม่เหล็กน้อยกว่า มีผลทำให้สนามแม่เหล็กจะเกิดขึ้นเฉพาะบริเวณส่วนที่เป็นแกนเหล็ก (สเตเตอร์และโรเตอร์) และช่องอากาศระหว่างขั้วแม่เหล็กกับอาร์มาเจอร์ เมื่อพิจารณาการกระจายของเส้นศักย์แม่เหล็กที่เกิดขึ้นภายในมอเตอร์เนื่องจากมีกระแสในขดลวดอาร์มาเจอร์และขดลวดสนามสามารถแสดงได้ดังรูปที่ 3.17 จากต้นแบบรูปที่ 3.15 สามารถวิเคราะห์ผลได้ดังนี้



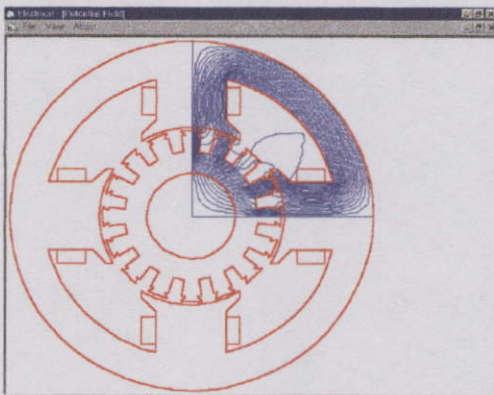
ก) ขดลวดสนามมีกระแสทิศทางพุ่งเข้า



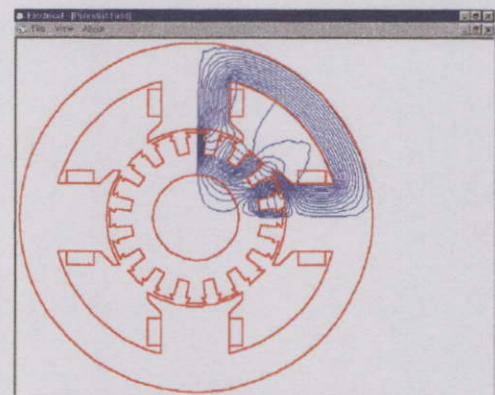
ข) ขดลวดอาร์มาเจอร์ส่วนที่มีกระแสทิศทางพุ่งเข้า



ค) ขดลวดอาร์มาเจอร์ส่วนที่มีกระแสทิศทางพุ่งออก



ง) ขดลวดอาร์มาเจอร์ส่วนที่มีกระแสทิศทางพุ่งเข้า
และขดลวดสนามมีทิศทางพุ่งเข้า (เสริมกัน)



จ) ขดลวดอาร์มาเจอร์ส่วนที่มีกระแสทิศทางพุ่งออก
และขดลวดสนามมีทิศทางพุ่งเข้า (หักล้างกัน)

รูปที่ 3.17 การกระจายของเส้นศักย์แม่เหล็กในมอเตอร์ไฟฟ้ากระแสตรง

1. ถ้ากำหนดให้มีกระแสในขดลวดสนามเพียงอย่างเดียว โดยให้มีกระแสทิศทางพุ่งเข้า จะเห็นได้ว่าการกระจายของเส้นสัจแม่เหล็กบริเวณขั้วแม่เหล็กที่อยู่ในแนวนอนและในแนวตั้งจะมีความสมมาตรกันและจะมีสนามแม่เหล็กรั่ว (leakage flux) บางส่วนบริเวณอากาศระหว่างขั้วแม่เหล็กดังรูปที่ 3.17 ก)

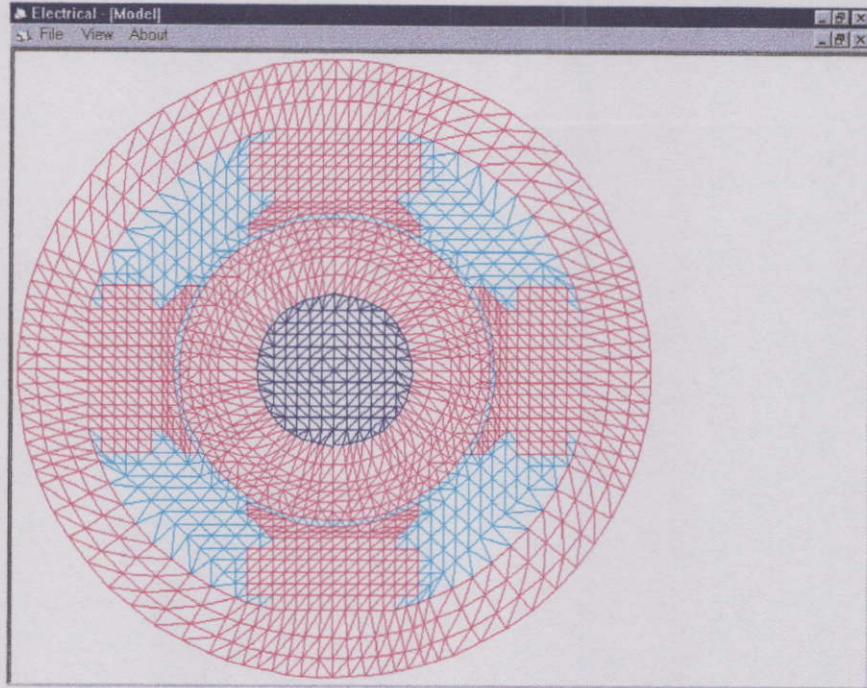
2. ถ้ากำหนดให้มีกระแสในขดลวดอาร์มาเจอร์เฉพาะส่วนที่มีทิศทางกระแสพุ่งเข้า (แนวตั้ง) เพียงอย่างเดียว จะเห็นได้ว่าการกระจายของเส้นสัจแม่เหล็กที่อาร์มาเจอร์บริเวณขั้วแม่เหล็กที่อยู่ในแนวตั้งจะมีความหนาแน่นมาก และจะมีสนามแม่เหล็กรั่วบางส่วนบริเวณอากาศที่ขั้วแม่เหล็กที่อยู่ในแนวตั้งดังรูปที่ 3.17 ข)

3. ถ้ากำหนดให้มีกระแสในขดลวดอาร์มาเจอร์เฉพาะส่วนที่มีทิศทางกระแสพุ่งออก (แนวนอน) เพียงอย่างเดียว จะเห็นได้ว่าการกระจายของเส้นสัจแม่เหล็กที่อาร์มาเจอร์บริเวณขั้วแม่เหล็กที่อยู่ในแนวนอนจะมีความหนาแน่นมาก และจะมีสนามแม่เหล็กรั่วบางส่วนบริเวณอากาศที่ขั้วแม่เหล็กที่อยู่ในแนวนอนดังรูปที่ 3.17 ค)

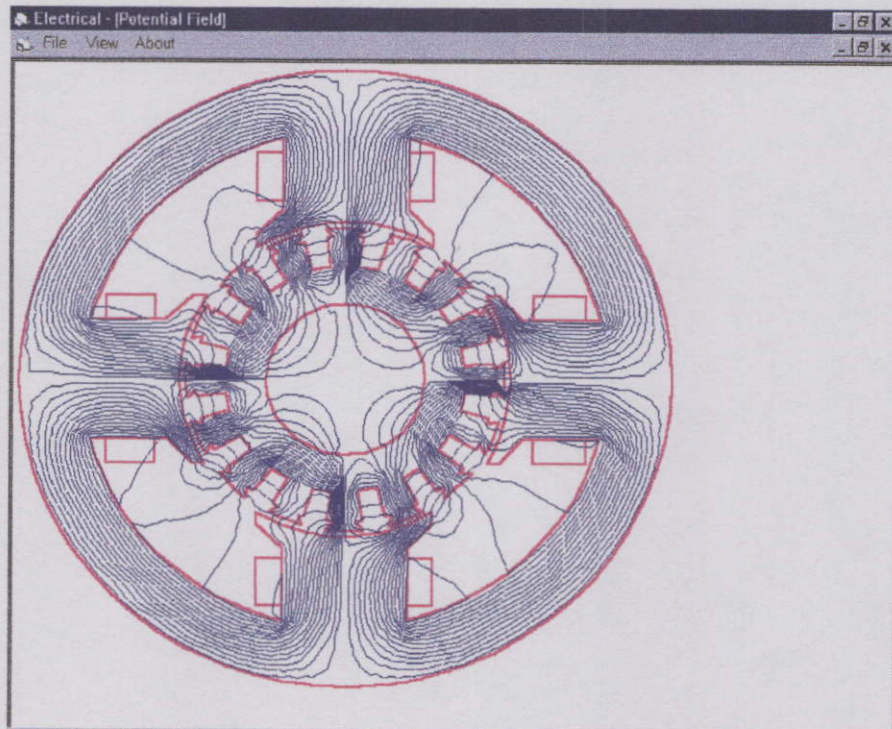
4. ถ้ากำหนดให้มีกระแสในขดลวดอาร์มาเจอร์เฉพาะส่วนที่มีทิศทางกระแสพุ่งเข้า (แนวตั้ง) และมีกระแสในขดลวดสนามมีทิศทางพุ่งเข้า จะเห็นได้ว่าการกระจายของเส้นสัจแม่เหล็กที่อาร์มาเจอร์บริเวณขั้วแม่เหล็กที่อยู่ในแนวตั้งจะมีความหนาแน่นมากขึ้นเนื่องจากสนามแม่เหล็กมีการเสริมกันและจะมีสนามแม่เหล็กรั่วบางส่วนบริเวณอากาศระหว่างขั้วแม่เหล็กดังรูปที่ 3.17 ง)

5. ถ้ากำหนดให้มีกระแสในขดลวดอาร์มาเจอร์เฉพาะส่วนที่มีทิศทางกระแสพุ่งออก (แนวนอน) และมีกระแสในขดลวดสนามมีทิศทางพุ่งเข้า จะเห็นได้ว่าการกระจายของเส้นสัจแม่เหล็กที่อาร์มาเจอร์บริเวณขั้วแม่เหล็กที่อยู่ในแนวนอนจะมีความหนาแน่นลดลงเนื่องจากสนามแม่เหล็กมีการหักล้างกันและจะมีสนามแม่เหล็กรั่วบางส่วนบริเวณอากาศที่ขั้วแม่เหล็กในแนวนอนดังรูปที่ 3.17 จ) การเกิดในลักษณะการหักล้างกันนี้เป็นสิ่งที่เกิดขึ้นจริงในการทำงานของมอเตอร์ไฟฟ้า กระแสตรงซึ่งเรียกว่าปฏิกิริยาอาร์มาเจอร์ (armature reaction)

เมื่อนำเอาผลของการกระจายของเส้นสัจแม่เหล็กที่เกิดขึ้นในแต่ละกรณีมาพิจารณาพร้อมกันโดยใช้ต้นแบบโครงตาข่ายอิเลเมนต์ดังรูปที่ 3.18 จะสามารถแสดงให้เห็นถึงการเปลี่ยนแปลงของความหนาแน่นเส้นสัจแม่เหล็กที่อาร์มาเจอร์ และขั้วแม่เหล็กบริเวณต่าง ๆ ได้ดังรูปที่ 3.19 ซึ่งแสดงให้เห็นถึงปรากฏการณ์ของปฏิกิริยาอาร์มาเจอร์ จะเห็นได้ว่าเกิดการกระจายของเส้นสัจแม่เหล็กที่ไม่สม่ำเสมอซึ่งผลทำให้ความหนาแน่นเส้นแรงแม่เหล็กที่ขั้วแม่เหล็กมีค่าลดลงขณะที่อาร์มาเจอร์มีกระแสเกิดขึ้นขณะใช้งาน



รูปที่ 3.18 โครงตาข่ายอิเลิเมนต์ของต้นแบบโครงสร้างมอเตอร์ไฟฟ้ากระแสตรง



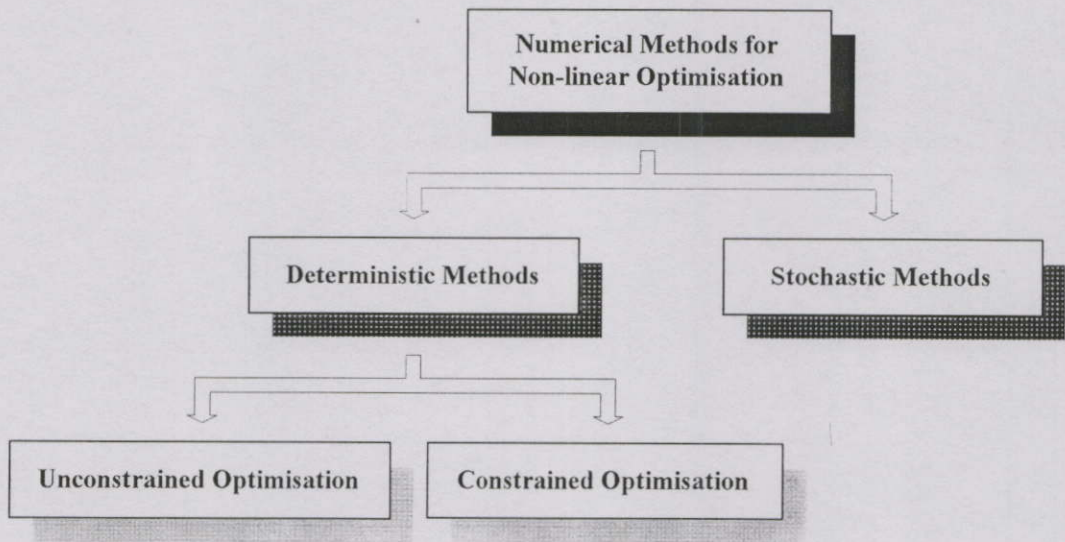
รูปที่ 3.19 การกระจายของเส้นศักย์แม่เหล็กที่เกิดขึ้นในมอเตอร์ไฟฟ้ากระแสตรงขณะใช้งาน

บทที่ 4

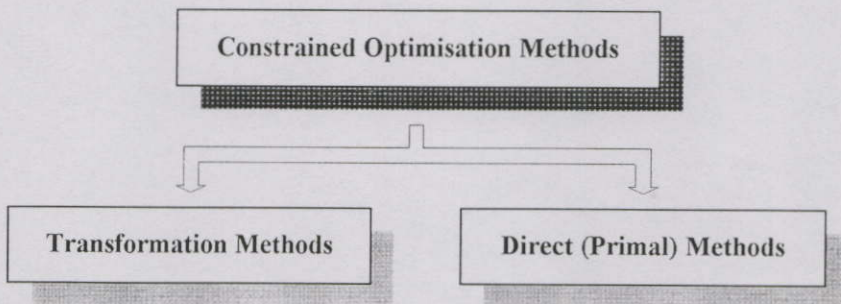
ทฤษฎีวิธีเชิงตัวเลขสำหรับการหาค่าที่เหมาะสม

4.1 บทนำ

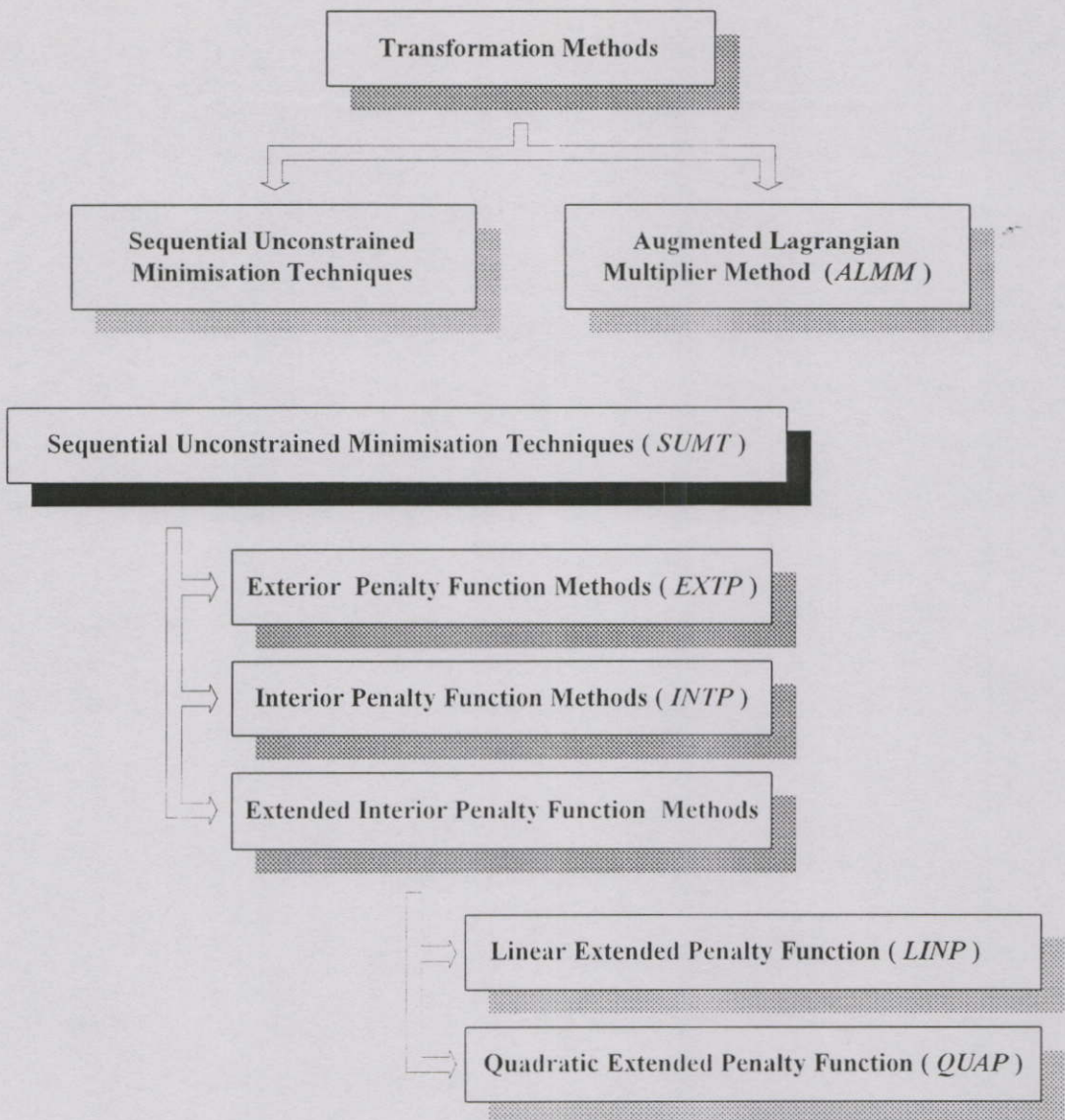
ในทางปฏิบัติการออกแบบส่วนใหญ่แล้วจะเกี่ยวข้องกับสภาพเงื่อนไขต่าง ๆ ของตัวแปร และคุณลักษณะของระบบซึ่งสามารถทำการออกแบบได้โดยใช้วิธีเชิงตัวเลขสำหรับการหาค่าที่เหมาะสมแบบมีเงื่อนไข (numerical constrained optimization methods) ซึ่งวิธีการนี้สามารถแบ่งออกเป็นกลุ่มต่าง ๆ แสดงได้ดังรูปที่ 4.1 ถึง 4.3 [12]



รูปที่ 4.1 การจำแนกกลุ่มของวิธีเชิงตัวเลขสำหรับการหาค่าที่เหมาะสม



รูปที่ 4.2 การจำแนกกลุ่มของวิธีการหาค่าที่เหมาะสมแบบมีเงื่อนไข



รูปที่ 4.3 การจำแนกกลุ่มของวิธีการเปลี่ยนรูป (transformation methods)

4.2 สมการทั่วไปของการหาค่าที่เหมาะสมแบบมีเงื่อนไข

โดยทั่วไปวิธีการหาค่าที่เหมาะสมแบบมีเงื่อนไข (constrained optimization techniques) สามารถจัดให้อยู่ในรูปสมการคณิตศาสตร์ได้ดังนี้

$$\text{Minimize } F(\mathbf{x}) \quad \text{Objective function} \quad (4.1)$$

Subject to

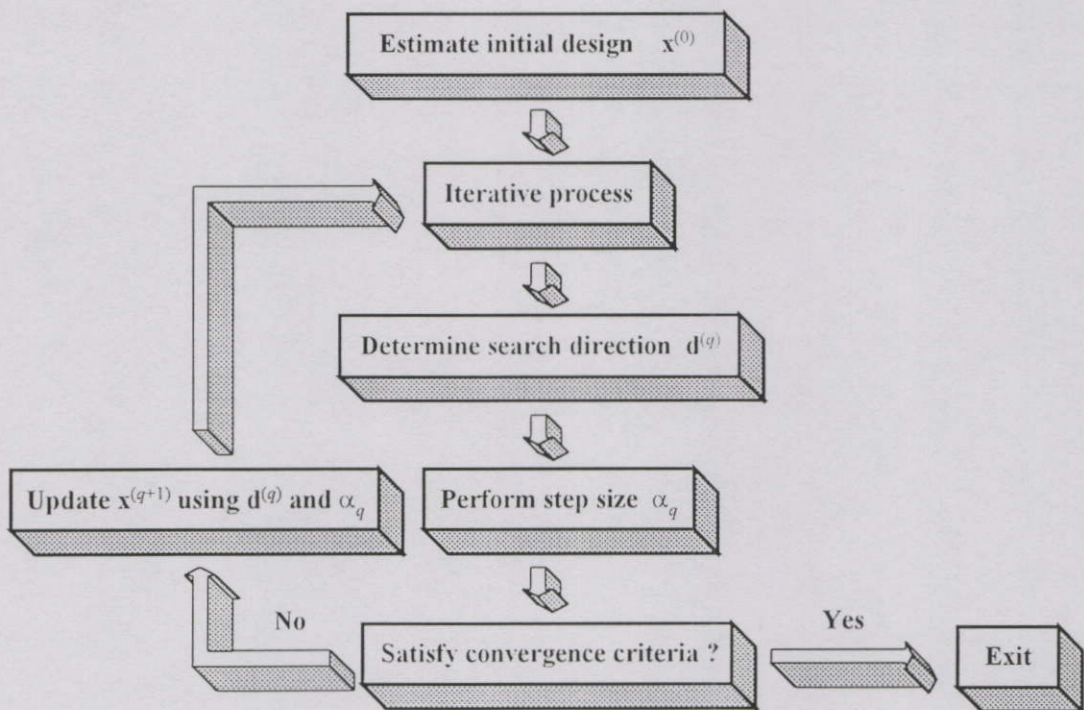
$$h_j(\mathbf{x}) = 0 \quad j = 1, \dots, m \quad \text{equality constraints} \quad (4.2)$$

$$g_k(\mathbf{x}) \leq 0 \quad k = 1, \dots, l \quad \text{inequality constraints} \quad (4.3)$$

$$x_i^L \leq x_i \leq x_i^U \quad i = 1, \dots, n \quad \text{side constraints} \quad (4.4)$$

เมื่อ $\mathbf{x} = (x_1, \dots, x_n)$ เป็นตัวแปรการออกแบบ (design variables) และเงื่อนไขตัวแปร (side constraints) เป็นขอบเขตที่ชัดเจนของตัวแปรการออกแบบ โดยที่ x_i^L และ x_i^U เป็นค่าต่ำสุดและสูงสุดของขอบเขตตามลำดับ

ฟังก์ชันหลัก (objective function) และฟังก์ชันเงื่อนไข (constraint functions) อาจจะเป็นฟังก์ชันเชิงเส้น (linear) หรือไม่เชิงเส้น (nonlinear) ก็ได้ ฟังก์ชันในสมการที่ 4.2 และ 4.3 เป็นสภาพเงื่อนไขต่าง ๆ ของตัวแปร และคุณลักษณะของระบบ และเงื่อนไขขอบเขตในสมการที่ 4.4 ถูกกำหนดให้เป็นขอบเขตของตัวแปรที่ออกแบบเพื่อที่จะป้องกันการได้ค่าตัวแปรที่เป็นไปไม่ได้ทางกายภาพ (non-physical values) การแก้ปัญหาที่มีเงื่อนไขอาจจะสามารถแปลงไปเป็นปัญหาที่ไม่มีเงื่อนไข (unconstrained problem) ได้โดยใช้ทฤษฎีการเปลี่ยนรูป (transformation method)



รูปที่ 4.4 ขั้นตอนทั่วไปของวิธีการหาค่าที่เหมาะสม

ขั้นตอนทั่วไปของวิธีการหาค่าที่เหมาะสมแสดงดังรูปที่ 4.4 ซึ่งประกอบด้วยขั้นตอนที่สำคัญ 3 ขั้นตอน ดังนี้

1. การหาทิศทางของการพุ่งเข้า \mathbf{d} (search direction)
2. การกำหนดขนาดระยะทางที่ต้องเคลื่อนที่ไปในทิศทาง \mathbf{d} (step size)

3. พิจารณาการสิ้นสุดกระบวนการเมื่อได้คำตอบที่ยอมรับได้ (convergence criteria)
ขั้นตอนวิธีการเริ่มต้นจากการกำหนดค่าเริ่มต้นของตัวแปรออกแบบ $\mathbf{x}^{(0)}$ และอาศัยข้อมูลจากจุด
เริ่มต้นทำการปรับเปลี่ยนค่าใหม่โดยการทำซ้ำ ๆ ดังรูปแบบสมการ

$$\mathbf{x}^{(q+1)} = \mathbf{x}^{(q)} + \alpha \mathbf{d}^{(q)} \quad (4.5)$$

เมื่อ q เป็นลำดับการทำซ้ำ \mathbf{d} เป็นทิศทางของการพุ่งเข้า และ α เป็นค่าขนาดระยะทางที่ต้องเคลื่อน
ที่ไปในทิศทาง \mathbf{d}

4.3 สถานะของฟังก์ชันเงื่อนไข

ในการหาค่าที่เหมาะสมแบบมีเงื่อนไขจำเป็นต้องพิจารณาถึงสถานะของฟังก์ชันเงื่อนไข
(status of constraints) ที่จุดออกแบบ จากรูปที่ 4.5 จะเห็นได้ว่าฟังก์ชันเงื่อนไข $g_k(\mathbf{x})$ จะแบ่ง
บริเวณที่ออกแบบเป็นบริเวณที่เป็นไปได้ (feasible region) และบริเวณที่เป็นไปไม่ได้ (infeasible
region) ดังนั้นสถานะของฟังก์ชันเงื่อนไขสามารถกำหนดได้ดังนี้

1. ฟังก์ชันเงื่อนไขแอคทีฟ (active constraint)

ฟังก์ชันเงื่อนไข $g_k(\mathbf{x}) \leq 0$ เรียกว่ามีสถานะแอคทีฟที่จุดออกแบบ $\mathbf{x}^{(q)}$

ถ้า $g_k(\mathbf{x}^{(q)}) = 0$

2. ฟังก์ชันเงื่อนไขอินแอคทีฟ (inactive constraint)

ฟังก์ชันเงื่อนไข $g_k(\mathbf{x}) \leq 0$ เรียกว่ามีสถานะอินแอคทีฟที่จุดออกแบบ $\mathbf{x}^{(q)}$

ถ้า $g_k(\mathbf{x})$ มีค่าเป็นลบนั้นคือ $g_k(\mathbf{x}^{(q)}) < 0$

3. ฟังก์ชันเงื่อนไขไวโอลेट (violated constraint)

ฟังก์ชันเงื่อนไข $g_k(\mathbf{x}) \leq 0$ เรียกว่ามีสถานะไวโอลेटที่จุดออกแบบ $\mathbf{x}^{(q)}$

ถ้า $g_k(\mathbf{x})$ มีค่าเป็นบวกนั้นคือ $g_k(\mathbf{x}^{(q)}) > 0$

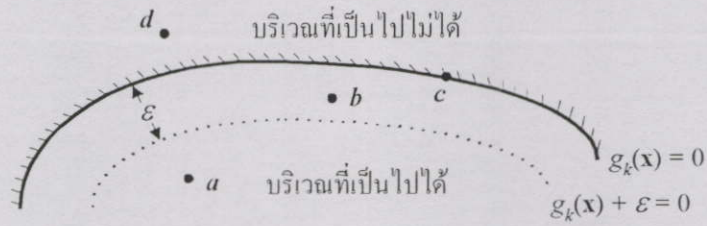
4. ฟังก์ชันเงื่อนไข ϵ -แอคทีฟ (ϵ -active constraint)

ฟังก์ชันเงื่อนไข $g_k(\mathbf{x}) \leq 0$ เรียกว่ามีสถานะ ϵ -แอคทีฟที่จุดออกแบบ $\mathbf{x}^{(q)}$

ถ้า $g_k(\mathbf{x}^{(q)}) < 0$ แต่ $g_k(\mathbf{x}^{(q)}) + \epsilon \geq 0$ เมื่อ $\epsilon > 0$ เป็นค่าน้อย ๆ

ซึ่งแสดงว่าจุดออกแบบอยู่ใกล้กับขอบเขตของบริเวณที่เป็นไปได้

สถานะของฟังก์ชันเงื่อนไข $g_k(\mathbf{x}) \leq 0$ ที่จุดออกแบบต่าง ๆ สามารถอธิบายได้โดยใช้
รูปที่ 4.5 ดังนี้ ที่จุดออกแบบ a $g_k(\mathbf{x}) < 0$ และ $g_k(\mathbf{x}) + \epsilon < 0$ จะมีสถานะอินแอคทีฟ ที่จุด
ออกแบบ b $g_k(\mathbf{x}) < 0$ แต่ $g_k(\mathbf{x}) + \epsilon > 0$ จะมีสถานะ ϵ -แอคทีฟ ที่จุดออกแบบ c
 $g_k(\mathbf{x}) = 0$ จะมีสถานะแอคทีฟ ที่จุดออกแบบ d $g_k(\mathbf{x}) > 0$ จะมีสถานะไวโอลेट



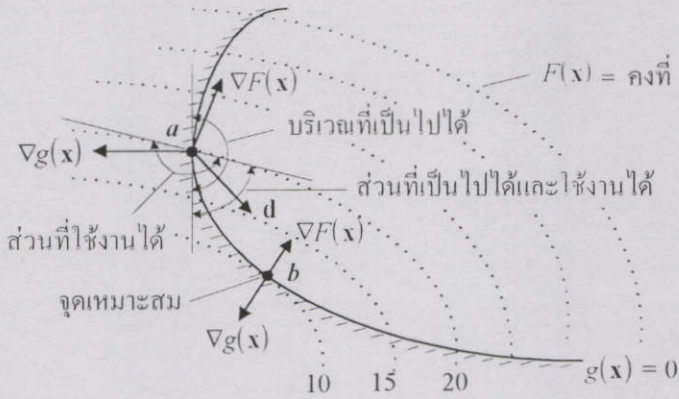
รูปที่ 4.5 สถานะของฟังก์ชันเงื่อนไขที่จุดออกแบบ a, b, c และ d

4.4 เงื่อนไขที่จำเป็นสำหรับการหาค่าที่เหมาะสม

พิจารณาที่จุดออกแบบ a ในรูปที่ 4.6 ซึ่งฟังก์ชันเงื่อนไขมีสถานะแอกทีฟ ในการหาค่าที่เหมาะสมจำเป็นต้องหาทิศทางของ d ที่ทำให้ได้ค่าฟังก์ชันหลักมีค่าลดลงและฟังก์ชันเงื่อนไขไม่อยู่ในสถานะไวโอเลตซึ่งสามารถแสดงความสัมพันธ์ลักษณะนี้ได้โดยสมการดังนี้

$$\text{ทิศทางที่ใช้งานได้} \quad \mathbf{d}^T \nabla F(\mathbf{x}) \leq 0 \tag{4.6}$$

$$\text{ทิศทางที่เป็นไปได้} \quad \mathbf{d}^T \nabla g_k(\mathbf{x}) \leq 0 \quad \text{all } k \text{ for which } g_k(\mathbf{x}) = 0 \tag{4.7}$$



รูปที่ 4.6. การกำหนดทิศทางพุ่งเข้าที่เป็นไปได้และใช้งานได้

ที่จุด b ในรูปที่ 4.6 ซึ่งเป็นจุดเหมาะสมในการออกแบบ จะเห็นได้ว่าเป็นตำแหน่งที่ค่าเกรเดียนของฟังก์ชันหลักและฟังก์ชันเงื่อนไขมีทิศทางตรงกันข้ามกัน ซึ่งทิศทางของ d สามารถที่ทำให้เกิดสภาพนี้ได้จะต้องเป็นไปตามสมการดังนี้

$$\nabla F(\mathbf{x}) + \sum_{k=1}^l \lambda_k \nabla g_k(\mathbf{x}) + \sum_{j=1}^m \lambda_{l+j} \nabla h_j(\mathbf{x}) = 0$$

$$\lambda_k \geq 0; \quad \lambda_{l+j} \text{ unrestricted in sign} \quad (4.8)$$

เมื่อค่า λ เป็นค่าตัวคูณลากรองจ์ (Lagrange multiplier) ดังนั้นสมการที่ 4.8 จะเป็นเงื่อนไขที่จำเป็นสำหรับการหาค่าที่เหมาะสม

4.5 การสิ้นสุดกระบวนการ

ขั้นตอนที่สำคัญมากของกระบวนการหาค่าที่เหมาะสมคือขั้นตอนพิจารณาการหยุดกระบวนการทิศทางของการพุ่งเข้า ซึ่งขั้นตอนนี้จะมีผลอย่างมากต่อประสิทธิภาพ และความเชื่อถือได้ของกระบวนการ ในการหาค่าที่เหมาะสมโดยทั่วไปจะกำหนดแนวทางการสิ้นสุดกระบวนการ (convergence criteria) ดังนี้

1. ค่าสูงสุดของการทำซ้ำ (maximum number of iteration) ถ้าค่าจำนวนการซ้ำ q มีค่ามากกว่าค่าสูงสุดที่กำหนด q_{\max} จะกำหนดให้กระบวนการทำซ้ำสิ้นสุดลงเพื่อป้องกันการดำเนินงานที่ไม่รู้จบเนื่องจากการผิดพลาดของโปรแกรม

2. การเปลี่ยนแปลงค่าของฟังก์ชันหลัก (absolute or relative change in the objective function) มีอยู่ 2 แนวทางดังนี้

- การเปรียบเทียบค่าสัมบูรณ์ของ $F(\mathbf{x})$

$$\left| F(\mathbf{x}^{(q-1)}) - F(\mathbf{x}^{(q)}) \right| \leq \varepsilon_A \quad (4.9)$$

เมื่อ ε_A เป็นค่าผิดพลาดที่กำหนด (specified tolerance) ซึ่งอาจจะเป็นค่าคงที่ หรือเป็นค่าเศษส่วนของค่าฟังก์ชันหลักที่ค่า $\mathbf{x}^{(0)}$ ตัวอย่างเช่นกำหนดค่า $\varepsilon_A = 0.001 \left| F(\mathbf{x}^{(0)}) \right|$

- การตรวจสอบค่าสัมพัทธ์ของการเปลี่ยนแปลงค่าของฟังก์ชันหลัก

$$\frac{2 \left| F(\mathbf{x}^{(q+1)}) - F(\mathbf{x}^{(q)}) \right|}{\left| F(\mathbf{x}^{(q+1)}) \right| + \left| F(\mathbf{x}^{(q)}) \right| + 10^{-10}} \leq \varepsilon_R \quad (4.10)$$

เมื่อ ε_R เป็นค่าเศษส่วนการเปลี่ยนแปลงที่กำหนด (specified fractional change)

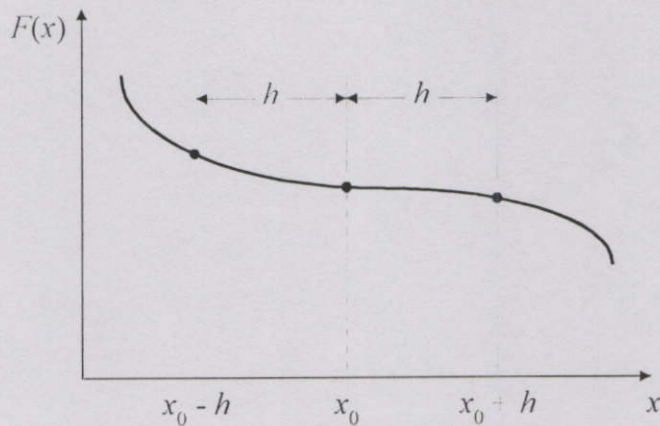
3. เงื่อนไขที่จำเป็นสำหรับการหาค่าที่เหมาะสม ถ้ากระบวนการได้ผลตามหัวข้อที่ 4.4 นั่นคือค่าเกรเดียนของฟังก์ชันหลักและฟังก์ชันเงื่อนไขมีค่าเข้าใกล้ศูนย์ หมายความว่ากระบวนการได้ค่าต่ำสุดแล้ว

4.6 การหาค่าเกรเดียน (Gradient Evaluations)

ขั้นตอนที่สำคัญอีกขั้นตอนหนึ่งของการหาค่าที่เหมาะสมคือการหาค่าประมาณของค่าอนุพันธ์ของฟังก์ชันหลักและฟังก์ชันเงื่อนไข ในกรณีของฟังก์ชันที่ไม่ซับซ้อน ค่าอนุพันธ์อาจหาคำนวณค่าได้อย่างง่าย ๆ โดยวิธีการใช้รูปแบบของสมการคณิตศาสตร์ อย่างไรก็ตามบางฟังก์ชันที่มีความซับซ้อนมากขึ้นอาจไม่สามารถหาค่าอนุพันธ์โดยวิธีการใช้รูปแบบของสมการคณิตศาสตร์ได้ ดังนั้นเพื่อความสะดวกจะนิยมใช้วิธีการไฟไนต์ดิฟเฟอเรนซ์ (finite difference approximation) ซึ่งเป็นวิธีเชิงตัวเลขในการประมาณหาค่าอนุพันธ์ของฟังก์ชันต่าง ๆ ได้ ปัญหาการออกแบบในทางปฏิบัติส่วนมากแล้วจะมีรูปแบบสมการที่มีตัวแปรเป็นลักษณะแฝง (implicit function) เช่นปัญหาการคำนวณค่าสนามแม่เหล็กไฟฟ้าที่ใช้วิธีไฟไนต์เอลิเมนต์ ในการหาค่าอนุพันธ์ของสมการลักษณะนี้จำเป็นต้องใช้วิธีการไฟไนต์ดิฟเฟอเรนซ์ร่วมกับวิธีการวิเคราะห์แบบเซ็นซิวิตี (sensitivity analysis)

4.6.1 วิธีการประมาณการแบบไฟไนต์ดิฟเฟอเรนซ์

จากรูปที่ 3.7 เป็นการพิจารณาฟังก์ชันที่มีตัวแปรเดียวแบบง่าย ๆ จะเห็นได้ว่าการกระจายเทเลอร์-ซีรีส์ (Taylor-series expansion) ของฟังก์ชันที่ x_0 สามารถแสดงได้ดังสมการ



รูปที่ 4.7 ขอบเขตระยะช่วงของค่าความแตกต่าง

$$F(x_0 + h) = F(x_0) + hF'(x_0) + \frac{1}{2}h^2F''(x_0) + \dots + \frac{1}{(r-1)!}h^{r-1}F^{(r-1)}(x_0) + o(h^r) \quad (4.11)$$

กำหนดให้ $|F^{(r)}(x_0)|$ มีขอบเขตอยู่ในช่วง $[x_0, x_0 + h]$ ในทางปฏิบัติจะพิจารณาเพียงสามเทอมแรกของฟังก์ชันการกระจายในสมการที่ 4.11 ดังนี้

$$F(x_0 + h) = F(x_0) + hF'(x_0) + \frac{1}{2}h^2F''(x_0) + o(h^3) \quad (4.12)$$

เมื่อพิจารณาหาค่า $F'(x_0)$ โดยไม่คิดเทอมลำดับสูง ๆ จะได้ว่า

$$F'(x_0) = \frac{F(x_0 + h) - F(x_0)}{h} + o(h) \quad (4.13)$$

เมื่อค่า $\frac{1}{2}hF''(\xi)$, $x_0 \leq \xi \leq x_0 + h$ เป็นค่าผิดพลาดจากการไม่คิดเทอมลำดับสูงของการกระจายเทเลอร์ (truncation error) วิธีการนี้เรียกว่าการประมาณหาค่าอนุพันธ์อันดับหนึ่งแบบฟอร์เวิร์ดดิฟเฟอเรนซ์ (forward difference)

ถ้าพิจารณาการกระจายที่ตำแหน่ง $x_0 - h$ จะได้วิธีการที่เรียกว่าการประมาณหาค่าอนุพันธ์อันดับหนึ่งแบบแบ็คเวิร์ดดิฟเฟอเรนซ์ (backward difference)

$$F(x_0 - h) = F(x_0) - hF'(x_0) + \frac{1}{2}h^2F''(x_0) + o(h^3) \quad (4.14)$$

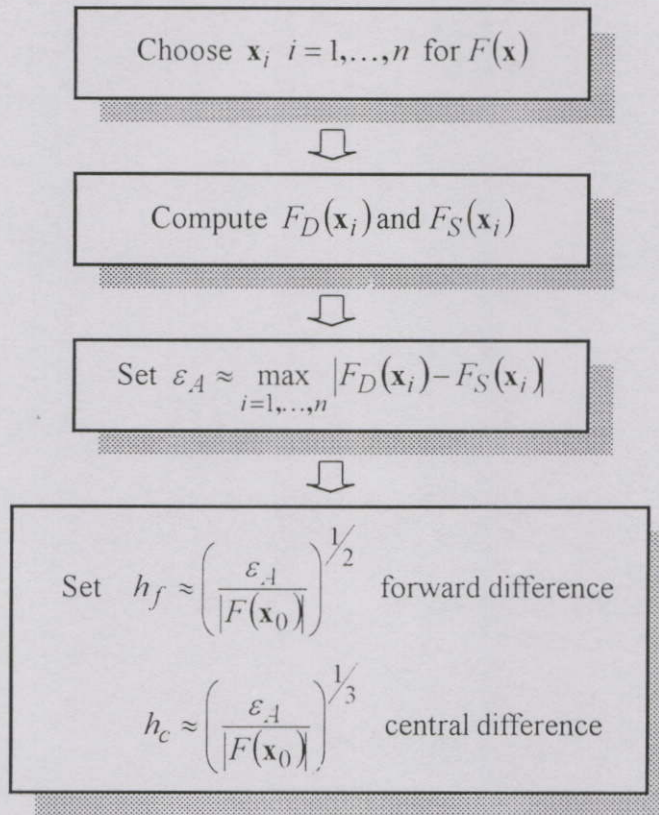
$$F'(x_0) = \frac{F(x_0) - F(x_0 - h)}{h} + o(h) \quad (4.15)$$

และเมื่อนำสมการที่ 4.12 ลบด้วยสมการ 4.14 จะได้วิธีการที่เรียกว่าการประมาณหาค่าอนุพันธ์อันดับหนึ่งแบบเซ็นทรัลดิฟเฟอเรนซ์ (central difference)

$$F'(x_0) = \frac{F(x_0 + h) - F(x_0 - h)}{2h} + o(h^2) \quad (4.16)$$

จากรูปที่ 4.8 แสดงแนวทางวิธีการหาค่า h ซึ่งแนะนำโดย Papalambros และ Wilde [9] โดยกำหนดให้ F_S และ F_D เป็นค่าที่ได้จากการคำนวณเชิงตัวเลขแบบความแม่นยำเดียวและคู่

(single and double precision) ตามลำดับ ในวิทยานิพนธ์นี้จะเลือกใช้โปรแกรม *GRAD-FD* code แบบเซ็นทรัลดิฟเฟอเรนซ์ ในการหาค่าอนุพันธ์ของฟังก์ชันทั่วไป



รูปที่ 4.8 แนวทางการหาค่า h สำหรับวิธีการประมาณการแบบไฟไนต์ดิฟเฟอเรนซ์

4.6.2 วิธีการวิเคราะห์แบบเซ็นซิวิตี

สำหรับปัญหาการออกแบบในทางปฏิบัติที่มีรูปแบบสมการที่มีตัวแปรการออกแบบเป็นลักษณะแฝง (implicit in design variables) ซึ่งเป็นสมการระบบที่ได้จากวิธีไฟไนต์อิลิเมนต์ การพิจารณาหาค่าอนุพันธ์อันดับหนึ่งของฟังก์ชันแบบแฝงจะต้องใช้วิธีการวิเคราะห์แบบเซ็นซิวิตี โดยเริ่มต้นจากสมการที่ 3.26 [8,9,10,19]

$$\mathbf{K}(\mathbf{p})\mathbf{V} = \mathbf{R}(\mathbf{p}) \quad (4.17)$$

เมื่อกำหนดให้ \mathbf{V} เป็นสัจยะเวกเตอร์จำนวน l เวกเตอร์ $\mathbf{K}(\mathbf{p})$ เป็นเมตริกซ์สัมประสิทธิ์รวมของระบบขนาด $l \times l$ และ $\mathbf{R}(\mathbf{p})$ เป็นเวกเตอร์ของฟังก์ชันกระตุ้นรวมของระบบจำนวน l เวกเตอร์ จะเห็นได้ว่าทั้ง $\mathbf{K}(\mathbf{p})$ และ $\mathbf{R}(\mathbf{p})$ สามารถหาค่าอนุพันธ์ได้โดยวิธีการประมาณการแบบไฟไนต์

ดิฟเฟอเรนซ์ ทั้งนี้เพราะขึ้นอยู่กับตัวแปรการออกแบบ \mathbf{p} อย่างชัดเจน (explicit) แต่สำหรับ \mathbf{V} จะขึ้นอยู่กับตัวแปรการออกแบบ \mathbf{p} แบบแฝง (implicit)

ถ้ากำหนดให้ฟังก์ชันหลักอยู่ในรูปแบบสมการของ $F(\mathbf{p}, \mathbf{V})$ ซึ่งมีลักษณะเป็นฟังก์ชันแฝง การหาค่าอนุพันธ์ของ $F(\mathbf{p}, \mathbf{V})$ เมื่อเทียบกับตัวแปรการออกแบบ \mathbf{p} จะได้ว่า

$$\frac{dF(\mathbf{p}, \mathbf{V})}{dp_i} = \frac{\partial F(\mathbf{p}, \mathbf{V})}{\partial p_i} + \frac{\partial F(\mathbf{p}, \mathbf{V})^T}{\partial \mathbf{V}} \frac{\partial \mathbf{V}}{\partial p_i} \quad i = 1, \dots, n \quad (4.18)$$

เมื่อ

$$\frac{\partial F(\mathbf{p}, \mathbf{V})}{\partial \mathbf{V}} = \left[\frac{\partial F(\mathbf{p}, \mathbf{V})}{\partial V_1} \quad \frac{\partial F(\mathbf{p}, \mathbf{V})}{\partial V_2} \quad \dots \quad \frac{\partial F(\mathbf{p}, \mathbf{V})}{\partial V_l} \right]^T \quad (4.19)$$

และ

$$\frac{\partial \mathbf{V}}{\partial p_i} = \left[\frac{\partial V_1}{\partial p_i} \quad \frac{\partial V_2}{\partial p_i} \quad \dots \quad \frac{\partial V_l}{\partial p_i} \right]^T \quad (4.20)$$

จะเห็นได้ว่าถ้าต้องการหาค่าอนุพันธ์ของ $\frac{dF(\mathbf{p}, \mathbf{V})}{dp_i}$ สามารถพิจารณาคำนวณได้จากสมการที่ 4.18

ซึ่งการหาค่า $\frac{\partial F(\mathbf{p}, \mathbf{V})}{\partial p_i}$ และ $\frac{\partial F(\mathbf{p}, \mathbf{V})^T}{\partial \mathbf{V}}$ จะคำนวณได้อย่างสะดวกโดยการใช้วิธีการประมาณ

การแบบไฟไนต์ดิฟเฟอเรนซ์ แต่สำหรับการหาค่า $\frac{\partial \mathbf{V}}{\partial p_i}$ จะมีความยุ่งยากเนื่องจากมีลักษณะเป็น

ฟังก์ชันแฝงจำเป็นต้องพิจารณาจากสมการที่ 4.17 ดังนี้

$$\frac{\partial \mathbf{K}(\mathbf{p})}{\partial p_i} \mathbf{V} + \mathbf{K}(\mathbf{p}) \frac{\partial \mathbf{V}}{\partial p_i} = \frac{\partial \mathbf{R}}{\partial p_i} \quad (4.21)$$

จัดรูปใหม่เป็น

$$\mathbf{K}(\mathbf{p}) \frac{\partial \mathbf{V}}{\partial p_i} = \frac{\partial \mathbf{R}}{\partial p_i} - \frac{\partial \mathbf{K}(\mathbf{p})}{\partial p_i} \mathbf{V} \quad (4.22)$$

ดังนั้นจะเห็นได้ว่าค่า $\frac{\partial \mathbf{V}}{\partial p_i}$ สามารถคำนวณหาได้จากการใช้สมการที่ 4.22 ในวิทยานิพนธ์นี้จะ

ใช้โปรแกรม *GRAD-FE* code ในการวิเคราะห์แบบเช่นซิติวิตี้ [19] สำหรับการหาค่าอนุพันธ์ของฟังก์ชันแฝง โดยมีขั้นตอนการพิจารณาจากสมการที่ 3.26 และ สมการที่ 4.22 ดังนี้

$$[K(x, y, \mu)] \left\{ \frac{\partial V}{\partial p_i} \right\} = \left\{ \frac{\partial R(x, y, J)}{\partial p_i} \right\} - \left[\frac{\partial K(x, y, J)}{\partial p_i} \right] \{V\} \quad i = 1, \dots, n \quad (4.23)$$

เมื่อ $\{p\} = \{p_1 \dots p_i \dots p_n\}^T$ เป็นตัวแปรในการออกแบบซึ่งเป็นค่าขนาดรูปร่างทางเรขาคณิตของอุปกรณ์ที่ต้องการออกแบบ จะเห็นได้ว่าค่า $\left\{ \frac{\partial V}{\partial p_i} \right\}$ สามารถคำนวณหาได้จากสมการที่ 4.23 และ $\{V\}$ สามารถคำนวณได้จากโปรแกรม FEM-2D code

จากความสัมพันธ์ของค่าสนามแม่เหล็ก

$$|B| = \sqrt{B_x^2 + B_y^2} \quad (4.24)$$

เมื่อทราบค่า $\left\{ \frac{\partial V}{\partial p_i} \right\}$ สามารถใช้การวิเคราะห์แบบเชิงคณิตศาสตร์ ในการคำนวณหาค่าอนุพันธ์ได้ดังนี้

$$\frac{\partial B_x}{\partial p_i} = \frac{\partial}{\partial p_i} \left(\frac{\partial V}{\partial y} \right) = \left\{ \frac{\partial c}{\partial p_i} \right\}^T \{V^e\} + \{c\}^T \left\{ \frac{\partial V^e}{\partial p_i} \right\} \quad (4.25)$$

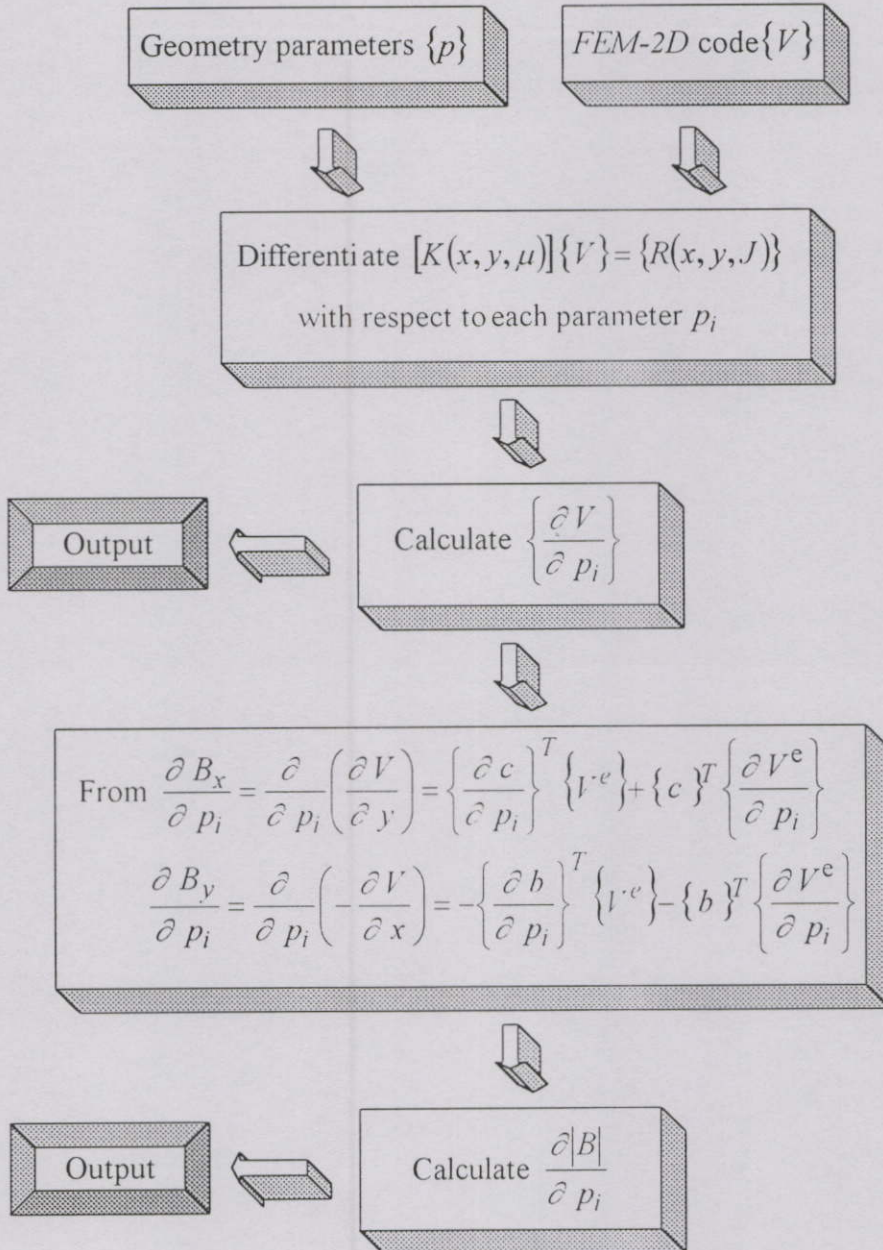
$$\frac{\partial B_y}{\partial p_i} = \frac{\partial}{\partial p_i} \left(-\frac{\partial V}{\partial x} \right) = -\left\{ \frac{\partial b}{\partial p_i} \right\}^T \{V^e\} + \{b\}^T \left\{ \frac{\partial V^e}{\partial p_i} \right\} \quad (4.26)$$

โดยที่ c หมายถึงอิทธิพันธ์ $\{V^e\}$ เป็นค่าสัจกั๋วเวกเตอร์แม่เหล็กของอิทธิพันธ์ และ $\{b\}$, $\{c\}$ เป็นค่าสัมประสิทธิ์ของเวกเตอร์อนุพันธ์ของอิทธิพันธ์รูปสามเหลี่ยม จากสมการที่ 4.25 และ 4.26 จะได้

$$\frac{\partial |B|}{\partial p_i} = \frac{\partial}{\partial p_i} \left(\{V^e\}^T [K^e] \{V^e\} \right)^{1/2} \quad (4.27)$$

$$\frac{\partial |B|}{\partial p_i} = \frac{1}{2|B|} \left(\{V^e\}^T \left[\frac{\partial K^e}{\partial p_i} \right] \{V^e\} + 2\{V^e\}^T [K^e] \left\{ \frac{\partial V^e}{\partial p_i} \right\} \right) \quad (4.28)$$

เมื่อ $[K^e]$ เป็นผลของการรวมค่าสัมประสิทธิ์ $\{b\}$ และ $\{c\}$ ขั้นตอนการทำงานของโปรแกรม GRAD-FE code แสดงดังรูปที่ 4.9



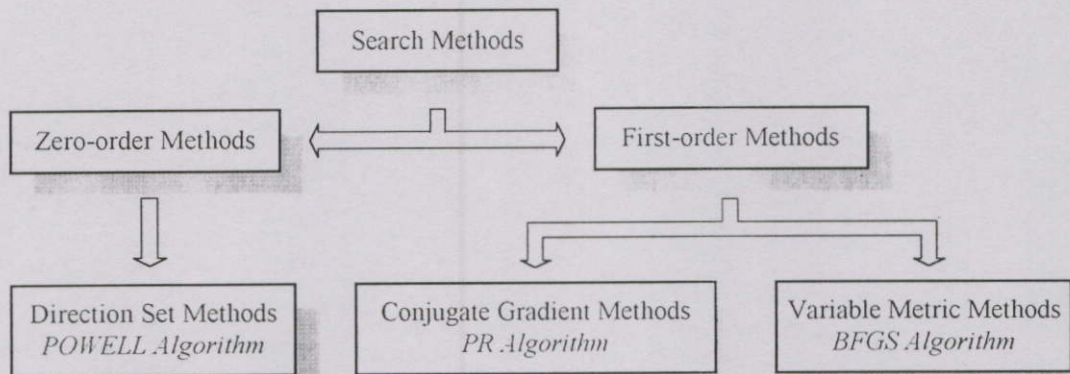
รูปที่ 4.9 ขั้นตอนการทำงานของโปรแกรม GRAD-FE code สำหรับการคำนวณค่าสนามแม่เหล็ก

4.7 การหาค่าที่เหมาะสมแบบมีเงื่อนไขโดยวิธีการเปลี่ยนรูปแบบ

ในวิทยานิพนธ์นี้ การหาค่าที่เหมาะสมแบบมีเงื่อนไขสำหรับแก้ปัญหาการออกแบบจะเลือกใช้แบบดิเทอมีนิสติกด้วยวิธีการเปลี่ยนรูปแบบ (transformation) ซึ่งเป็นการใช้พื้นฐานของเกรเดียน (gradient) เป็นข้อมูลในการเคลื่อนที่สู่จุดที่เหมาะสม ขั้นตอนการทำงานของวิธีการนี้เป็นการนำเอาฟังก์ชันหลักและฟังก์ชันเงื่อนไขบังคับมารวมกันเป็นฟังก์ชันหลักแปลงซึ่งจะมีการกำหนดฟังก์ชันพินอลดี P ที่อยู่ในทอมของฟังก์ชันเงื่อนไขบังคับ การกำหนดรูปแบบของฟังก์ชันพินอลดี P จะเลือกใช้หลักการที่เรียกว่า *SUMT* (sequential unconstrained minimization techniques) แบบ *QUAP* (quadratic extended penalty function) โดยมีรายละเอียดดังนี้

4.7.1 การหาทิศทางของการพุ่งเข้า และขนาดระยะทางที่ต้องเคลื่อนที่

จากหัวข้อที่ 4.2 ขั้นตอนที่สำคัญขั้นตอนหนึ่งของการหาค่าที่เหมาะสมคือการหาทิศทางของการพุ่งเข้า (search direction) และการกำหนดขนาดระยะทางที่ต้องเคลื่อนที่ไปในทิศทางนั้น (step size) ในการหาทิศทางของการพุ่งเข้ามีวิธีการต่าง ๆ แสดงดังรูปที่ 4.10



รูปที่ 4.10 วิธีการแบบต่าง ๆ สำหรับการหาทิศทางของการพุ่งเข้า

สำหรับวิทยานิพนธ์นี้เลือกใช้วิธี Variable Metric Method ซึ่งใช้แนวทางของ Broyden-Fletcher-Goldfarb-Shanno (*BFGS*) [12,20] โดยกำหนดการหาทิศทางของการพุ่งเข้าที่ลำดับการทำซ้ำ q จากสมการ

$$\mathbf{c}^{(q)} = \nabla F(\mathbf{x}^{(q)}) \quad (4.29)$$

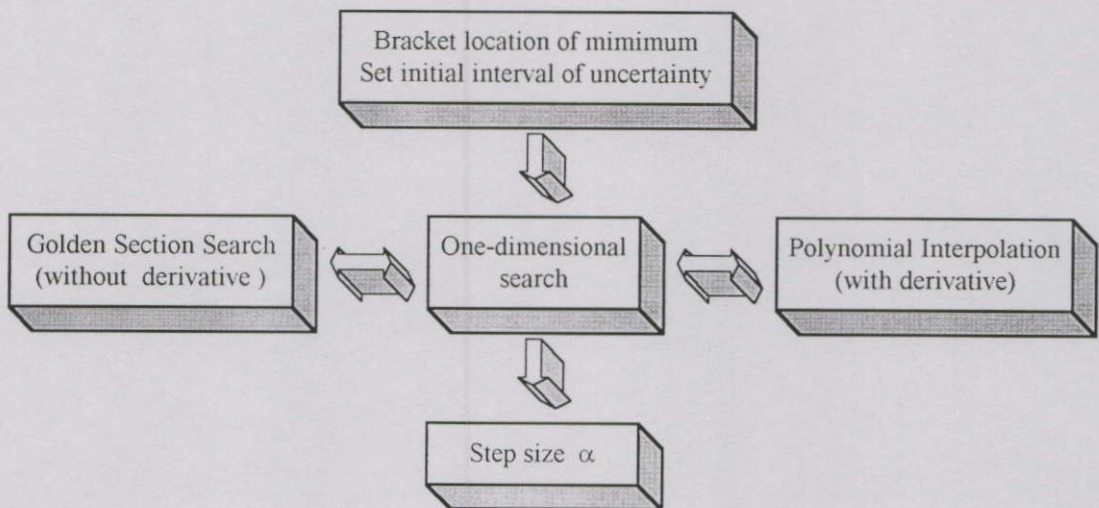
$$\mathbf{H}^{(q)} \mathbf{d}^{(q)} = -\mathbf{c}^{(q)} \quad (4.30)$$

เมื่อ \mathbf{H} เป็นเมตริกซ์เฮสเซียน (Hessian) แบบประมาณการซึ่งได้มาจากค่าอนุพันธ์อันดับหนึ่ง โดยตอนเริ่มต้นกำหนดให้เมตริกซ์ \mathbf{H} เท่ากับเมตริกซ์ \mathbf{I} (identity) และที่ลำดับการทำซ้ำ q เมตริกซ์ \mathbf{H} จะถูกปรับเปลี่ยนค่าใหม่เป็น

$$\mathbf{H}^{(q+1)} = \mathbf{H}^{(q)} + \mathbf{D}^{(q)} + \mathbf{E}^{(q)} \quad (4.31)$$

เมื่อเมตริกซ์ \mathbf{D} และ \mathbf{E} เป็นเมตริกซ์แก้ไขที่กำหนดโดย *BFGS*

หลังจากที่ได้ทิศทางของการพุ่งเข้าแล้วจะทำการพิจารณากำหนดขนาดระยะทางที่ต้องเคลื่อนที่ไปในทิศทางนั้นโดยมีขั้นตอนซึ่งใช้วิธีการต่าง ๆ ดังรูปที่ 4.11 และในวิทยานิพนธ์นี้เลือกใช้แบบ polynomial interpolation [20]



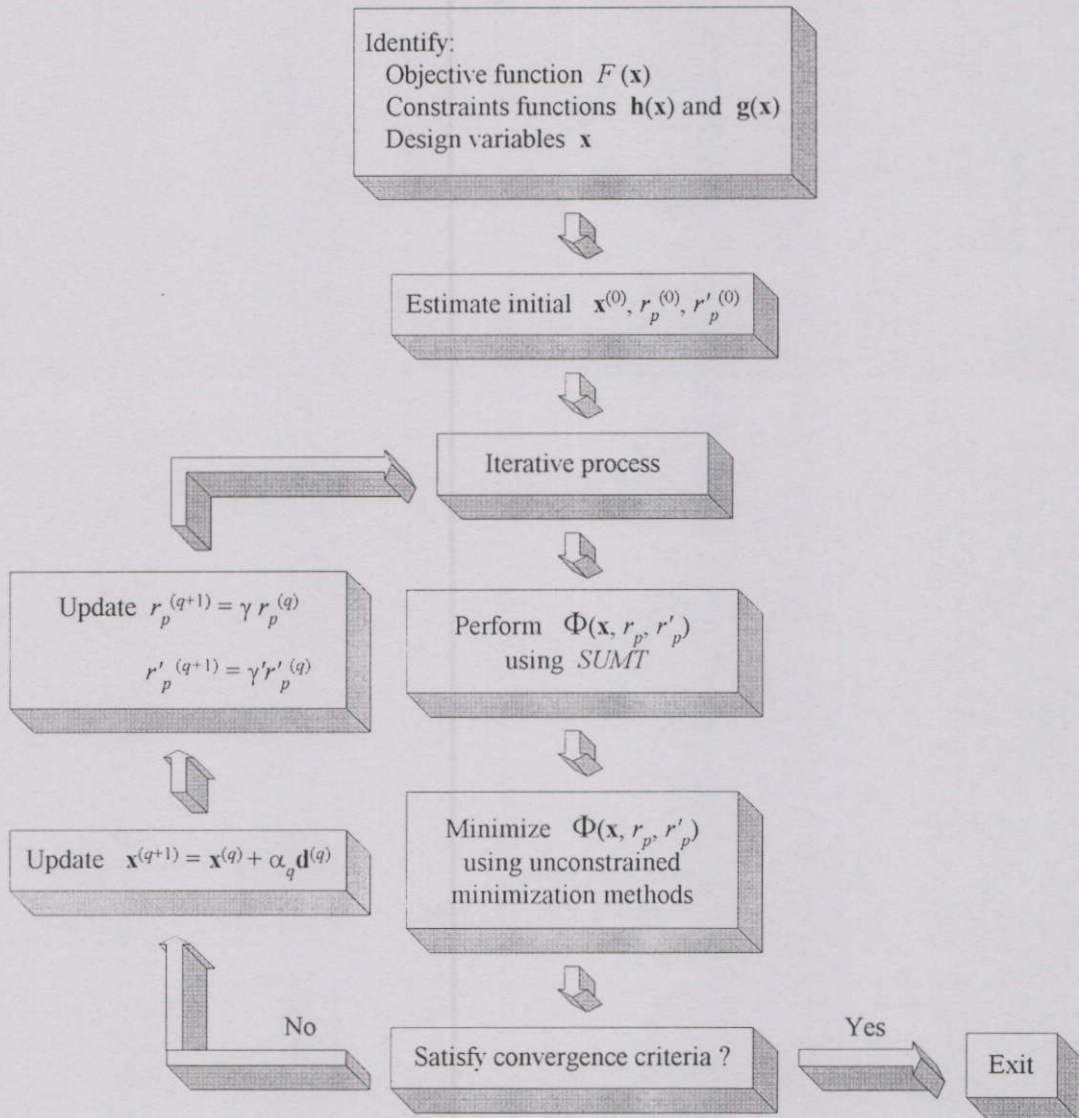
รูปที่ 4.11 ขั้นตอนการพิจารณากำหนดขนาดระยะทางที่ต้องเคลื่อนที่ไปในทิศทางของการพุ่งเข้า

4.7.2 วิธีการเปลี่ยนรูปแบบโดยหลักการ *SUMT*

วิธีการนี้เป็นการหาค่าที่เหมาะสมแบบมีเงื่อนไข โดยการเปลี่ยนรูปแบบสมการเดิมให้เป็นแบบไม่มีเงื่อนไขซึ่งขั้นตอนการทำงานของโปรแกรม *SUMT* code แสดงได้ดังรูปที่ 4.12 จะเห็นได้ว่าเป็นวิธีการนำเอาฟังก์ชันหลัก (สมการที่ 4.1) และฟังก์ชันเงื่อนไข (สมการที่ 4.2 และ 4.3) มารวมเป็นฟังก์ชันหลักแปลงซึ่งจะมีการกำหนดฟังก์ชันพีนอลตี้ P ที่อยู่ในเทอมของฟังก์ชันเงื่อนไขบังคับดังสมการ

$$\Phi(\mathbf{x}, \mathbf{r}) = F(\mathbf{x}) + P[\mathbf{h}(\mathbf{x}), \mathbf{g}(\mathbf{x}), \mathbf{r}] \quad (4.32)$$

เมื่อ \mathbf{r} เป็นค่าพารามิเตอร์ของฟังก์ชันพีนอลตี้ซึ่งต้องมีปรับเปลี่ยนค่าใหม่ในทุกลำดับการทำซ้ำ



รูปที่ 4.12 ขั้นตอนการหาค่าที่เหมาะสมแบบมีเงื่อนไขด้วยโปรแกรม SUMT code

การกำหนดรูปแบบของฟังก์ชันพีนอลตี้ P สามารถทำได้หลายรูปแบบดังรูปที่ 4.3 ในวิทยานิพนธ์นี้จะเลือกใช้หลักการแบบ $QUAP$ (quadratic extended penalty function) ซึ่งเป็นวิธีที่มีการใช้งานกันอย่างแพร่หลาย [12] โดยมีรูปแบบสมการดังนี้

$$P[\mathbf{h}(\mathbf{x}), \mathbf{g}(\mathbf{x}), r_p, r'_p] = r'_p \sum_{k=1}^l \tilde{g}_k(\mathbf{x}) + r_p \sum_{j=1}^m [h_j(\mathbf{x})]^2 \quad (4.33)$$

$$\bar{g}_k(\mathbf{x}) = -\frac{1}{g_k(\mathbf{x})} \quad \text{if } g_k(\mathbf{x}) \leq \varepsilon_e \quad (4.34)$$

$$\bar{g}_k(\mathbf{x}) = -\frac{1}{\varepsilon_e} \left\{ \left[\frac{g_k(\mathbf{x})}{\varepsilon_e} \right]^2 - 3 \left[\frac{g_k(\mathbf{x})}{\varepsilon_e} \right] + 3 \right\} \quad \text{if } g_k(\mathbf{x}) > \varepsilon_e \quad (4.35)$$

กำหนดให้ r_p เป็นค่าพารามิเตอร์ที่เริ่มต้นด้วยค่าน้อย ๆ และเพิ่มขึ้นทุกลำดับการทำซ้ำโดยใช้ค่าตัวคูณ γ ($\gamma > 1$) r'_p เป็นค่าพารามิเตอร์ที่เริ่มต้นด้วยค่ามาก ๆ และลดลงทุกลำดับการทำซ้ำโดยใช้ค่าตัวคูณ γ' ($\gamma' < 1$) และกำหนดให้ ε_e เป็นค่าลบค่าน้อย ๆ

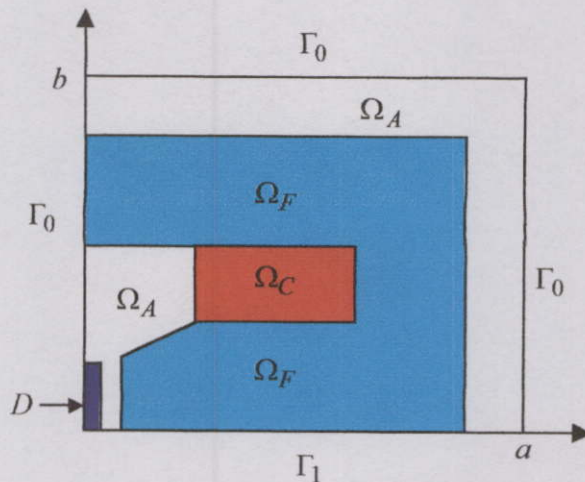
บทที่ 5

การออกแบบรูปร่างขั้วแม่เหล็กของชุดแม่เหล็กไฟฟ้า

5.1 บทนำ

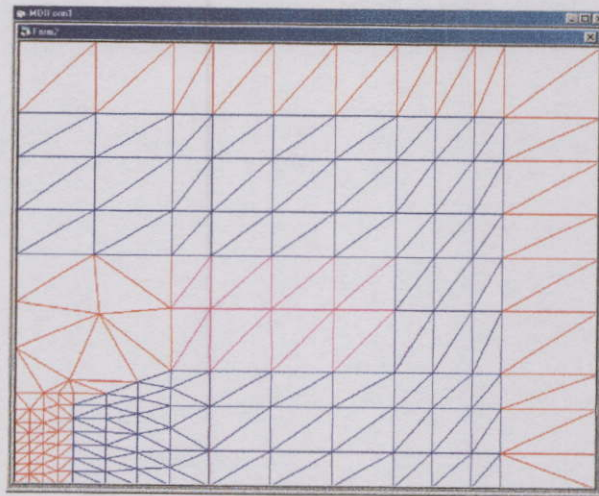
ในการออกแบบอุปกรณ์ที่เกี่ยวข้องกับสนามแม่เหล็กไฟฟ้ามักจะพบว่าปัญหาที่ออกแบบนั้นยังไม่มีที่เหมาะสมเพียงพอทางด้านวิศวกรรม จะเห็นว่าการออกแบบโครงสร้างทางด้านสนามแม่เหล็กไฟฟ้าที่เหมาะสมสามารถกระทำได้โดยข้อมูลต่าง ๆ ที่ได้จากทางกายภาพซึ่งข้อมูลดังกล่าวได้แก่ ค่าสนามกระตุ้น คุณสมบัติของวัสดุ และรูปร่างของอุปกรณ์ เป็นต้น แต่จะเห็นว่าสมการที่ใช้ในการออกแบบนั้นไม่ได้นำเอารูปร่างของอุปกรณ์มาร่วมพิจารณาด้วย ทั้งนี้เพราะการนำเอารูปร่างของอุปกรณ์มาร่วมวิเคราะห์ด้วยนั้นจะทำให้สมการมีความยุ่งยากมากขึ้น ในบทนี้จะเป็นการกล่าวถึงการออกแบบรูปร่างขั้วแม่เหล็กของชุดแม่เหล็กไฟฟ้าดังรูปที่ 2.3

จากโครงสร้างขั้วแม่เหล็กดังรูปที่ 5.1 ในการออกแบบสามารถพิจารณาเพียงเศษหนึ่งส่วนสี่ของ โครงสร้างขั้วแม่เหล็ก โดยอาศัยคุณสมบัติแกนสมมาตรจะเห็นได้ว่าขอบเขตที่พิจารณาประกอบด้วยส่วนที่เป็นแกนเหล็ก Ω_F ส่วนที่เป็นขดลวด Ω_C ส่วนที่เป็นช่องอากาศ Ω_A D เป็นส่วนช่องอากาศบริเวณขั้วแม่เหล็กที่พิจารณา Γ_0 เป็นเงื่อนไขขอบเขตครึ่งวงกลม Γ_1 เป็นเงื่อนไขขอบเขตนิวแมน μ เป็นค่าซึมซาบแม่เหล็กของแกนเหล็ก μ_C เป็นค่าซึมซาบแม่เหล็กของขดลวด และ μ_A เป็นค่าซึมซาบแม่เหล็กของช่องอากาศ

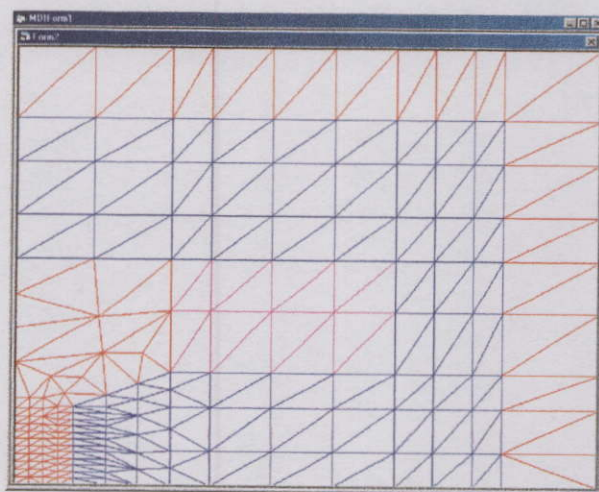


รูปที่ 5.1 ขอบเขตของต้นแบบ 2 มิติขนาดเศษหนึ่งส่วนสี่ของโครงสร้างขั้วแม่เหล็ก

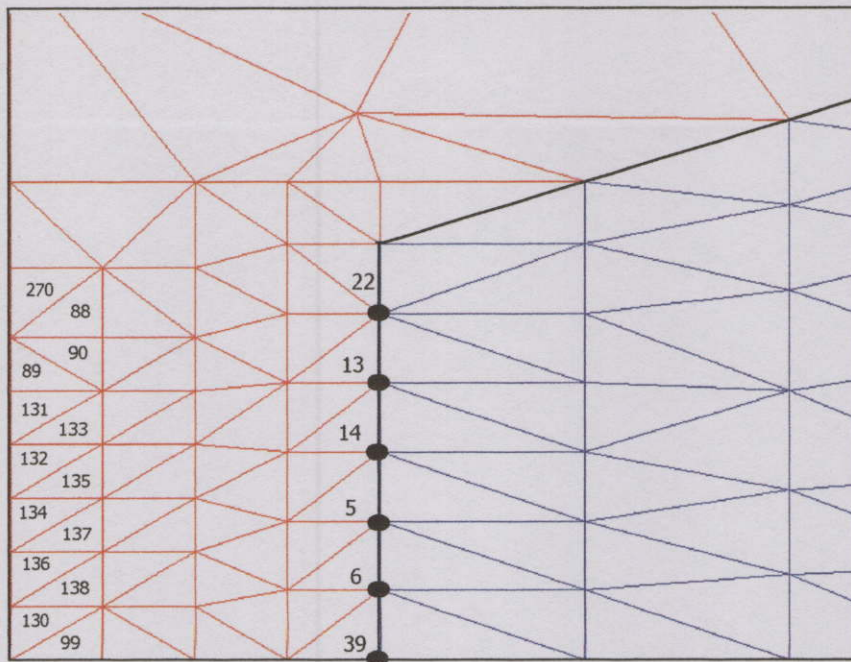
กำหนดให้ $\mu_C = \mu_A = \mu_0$, $\mu = \mu_r \mu_0$ ในส่วนขดลวด Ω_C มีค่าความหนาแน่นกระแสไฟฟ้า J และขอบเขต $\Omega = (0, a) \times (0, b) = (0, 0.12) \times (0, 0.10) \text{m}^2$ ในการพิจารณาคำนวณหาค่าต่าง ๆ โดยใช้วิธีไฟไนต์เอลิเมนต์ จะทำการเปรียบเทียบผลที่ได้จากการสร้างโครงตาข่ายเอลิเมนต์รูปสามเหลี่ยมที่มีความแตกต่างของจำนวนเอลิเมนต์ที่ช่องอากาศบริเวณขั้วแม่เหล็กเป็น 2 แบบคือมีจำนวนเอลิเมนต์น้อย และจำนวนเอลิเมนต์มาก เพื่อแสดงให้เห็นถึงความถูกต้องของการประมาณการค่าที่ได้จากเอลิเมนต์ที่มีขนาดแตกต่างกัน ในรูปที่ 5.2 เป็นโครงตาข่ายเอลิเมนต์แบบที่ 1 (จำนวนเอลิเมนต์น้อย) ประกอบด้วยโหนดจำนวน 164 โหนด และเอลิเมนต์จำนวน 277 เอลิเมนต์ และรูปที่ 5.3 เป็นโครงตาข่ายเอลิเมนต์แบบที่ 2 (จำนวนเอลิเมนต์มาก) ประกอบด้วยโหนดจำนวน 195 โหนด และเอลิเมนต์จำนวน 337 เอลิเมนต์



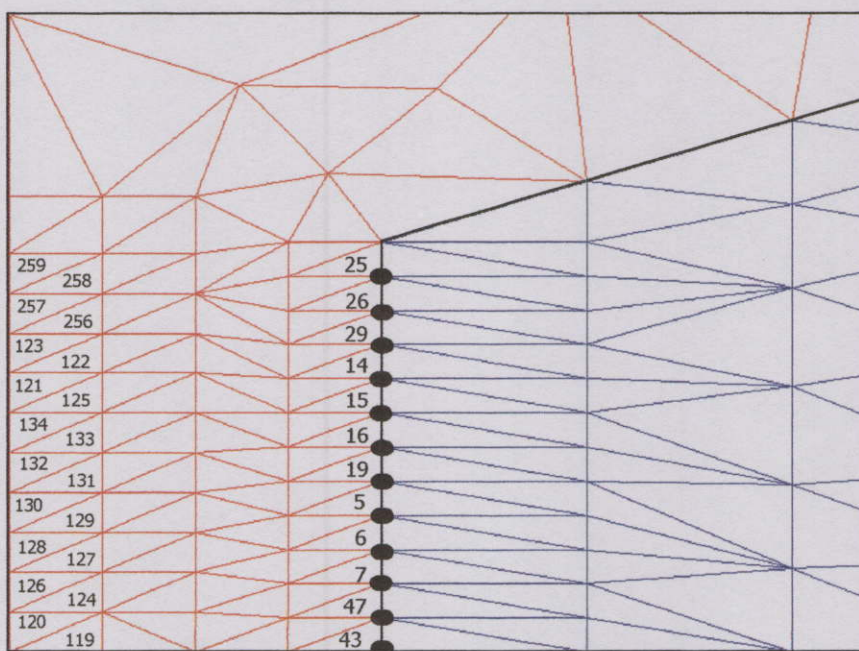
รูปที่ 5.2 โครงตาข่ายเอลิเมนต์แบบที่ 1 (164 โหนด 277 เอลิเมนต์)



รูปที่ 5.3 โครงตาข่ายเอลิเมนต์แบบที่ 2 (195 โหนด 337 เอลิเมนต์)



รูปที่ 5.4 รูปขยายโครงตาข่ายอิทธิเมนต์แบบที่ 1 บริเวณช่องอากาศ (14 อิทธิเมนต์) และขั้วแม่เหล็ก



รูปที่ 5.5 รูปขยายโครงตาข่ายอิทธิเมนต์แบบที่ 2 บริเวณช่องอากาศ (20 อิทธิเมนต์) และขั้วแม่เหล็ก

การออกแบบต้นแบบขั้วแม่เหล็กนี้จะเป็นการพิจารณาถึงค่าความหนาแน่นของเส้นแรงแม่เหล็ก B บริเวณช่องอากาศ D โดยที่ค่า B จะขึ้นอยู่กับค่าความหนาแน่นกระแส J , ค่าซึมซาบแม่เหล็กของวัสดุ μ_r และรูปร่างของขั้วแม่เหล็ก จากรูปขยายโครงตาข่ายอิทธิเมนต์แบบที่ 1 ดังแสดงในรูปที่ 5.4 จะเห็นว่าบริเวณช่องอากาศ D ประกอบด้วย 14 อิทธิเมนต์ได้แก่อิทธิเมนต์ที่ 270,

88, 90, 89, 131, 133, 132, 135, 134, 137, 136, 138, 130 และ 99 พิจารณาแบ่งออกเป็น 3 ส่วนคือ ส่วนบน (อิลิเมนต์ที่ 270, 88, 90 และ 89) ส่วนกลาง (อิลิเมนต์ที่ 131, 133, 132, 135, 134 และ 137) และส่วนล่าง (อิลิเมนต์ที่ 136, 138, 130 และ 99) จากรูปขยายโครงตาข่ายอิลิเมนต์แบบที่ 2 ดังแสดงในรูปที่ 5.5 จะเห็นว่าบริเวณช่องอากาศ D ประกอบด้วย 20 อิลิเมนต์ได้แก่อิลิเมนต์ที่ 119, 120, 124, 126, 127, 128, 129, 130, 131, 132, 133, 134, 125, 121, 122, 123, 256, 257, 258, 259 แบ่งออกเป็น 3 ส่วนคือ ส่วนบน (อิลิเมนต์ที่ 259, 258, 257, 256, 123 และ 122) ส่วนกลาง (อิลิเมนต์ที่ 121, 125, 134, 133, 132, 131, 130 และ 129) และส่วนล่าง (อิลิเมนต์ที่ 128, 127, 126, 124, 120 และ 119)

ในบทนี้จะแสดงให้เห็นถึงแนวทางการปรับค่าความหนาแน่นของเส้นแรงแม่เหล็ก B ในบริเวณช่องอากาศ D ของโครงตาข่ายอิลิเมนต์แบบที่ 1 และแบบที่ 2 ซึ่งจะสามารถพิจารณากระทำได้ 3 แนวทางคือ

1. การเปลี่ยนค่าความหนาแน่นของกระแสไฟฟ้า J
2. การเปลี่ยนค่าซึมซาบแม่เหล็กของวัสดุ μ
3. การเปลี่ยนรูปร่างของขั้วแม่เหล็ก

5.2 การเปลี่ยนค่าความหนาแน่นของกระแสไฟฟ้า

ในหัวข้อนี้จะแสดงถึงผลของค่าความหนาแน่นของเส้นแรงแม่เหล็ก B ในบริเวณช่องอากาศ D ที่ได้จากโครงตาข่ายอิลิเมนต์แบบที่ 1 และแบบที่ 2 เมื่อมีการเปลี่ยนแปลงค่าความหนาแน่นกระแส J ในขดลวดของชุดแม่เหล็กไฟฟ้าจำนวน 3 ค่า โดยที่กำหนดให้ค่า $\mu = 1000\mu_0$ จากตารางที่ 5.1 ถึง 5.3 จะเห็นได้ว่าค่า B ที่ได้จากโครงตาข่ายทั้ง 2 แบบจะมีค่าใกล้เคียงกันโดยที่แบบที่ 1 จะได้ค่า B ที่มากกว่าแบบที่ 2 เล็กน้อยเนื่องมาจากผลการประมาณการของอิลิเมนต์ที่มีขนาดใหญ่กว่า และจะเห็นได้ว่าเมื่อค่า J ลดลงจะทำให้ค่า B ในบริเวณช่องอากาศทั้งส่วนบน ส่วนกลาง และส่วนล่างมีค่าลดลงในอัตราส่วนที่ใกล้เคียงกันทั้งสองแบบ ในทางตรงกันข้ามถ้าเมื่อค่า J เพิ่มขึ้นจะทำให้ค่า B ในบริเวณช่องอากาศทั้งส่วนบน ส่วนกลาง และส่วนล่างมีค่าเพิ่มขึ้นในอัตราส่วนที่ใกล้เคียงกันทั้งสองแบบ

สำหรับลักษณะการกระจายของเส้นศักย์แม่เหล็กที่เท่ากัน (equipotential line) ที่เกิดขึ้นจากการเปลี่ยนแปลงค่า J จะเห็นได้ว่าเมื่อเปลี่ยนแปลงค่า J การกระจายของเส้นศักย์แม่เหล็กที่เท่ากันจะมีลักษณะที่คล้าย ๆ กัน ทั้งนี้เพราะเมื่อค่า J เปลี่ยนแปลงจะมีผลที่ทำให้ค่าศักย์แม่เหล็กเกิดการเปลี่ยนแปลงซึ่งจะไม่มีผลต่อการกระจายของเส้นศักย์แม่เหล็ก ค่า J ที่เพิ่มขึ้นจะทำให้ค่าศักย์แม่เหล็กเพิ่มขึ้น และค่า J ที่ลดลงจะทำให้ค่าศักย์แม่เหล็กลดลงตามซึ่งสามารถพิจารณาได้จากค่า B ในตารางที่ 5.1 ถึง 5.3 ลักษณะการกระจายของเส้นศักย์แม่เหล็กที่เท่ากันของโครงตาข่ายอิลิเมนต์ทั้งสองแบบที่ค่า $J = 3.3445 \text{ A/mm}^2$ และ $\mu = 1000\mu_0$ แสดงดังรูปที่ 5.6 ก) และ ข)

ตารางที่ 5.1 การเปรียบเทียบค่าความหนาแน่นเส้นแรงแม่เหล็ก B บริเวณช่องอากาศ D ที่ค่าความหนาแน่นกระแส $J = 3.3445 \text{ A/mm}^2$ และ $\mu = 1000\mu_0$

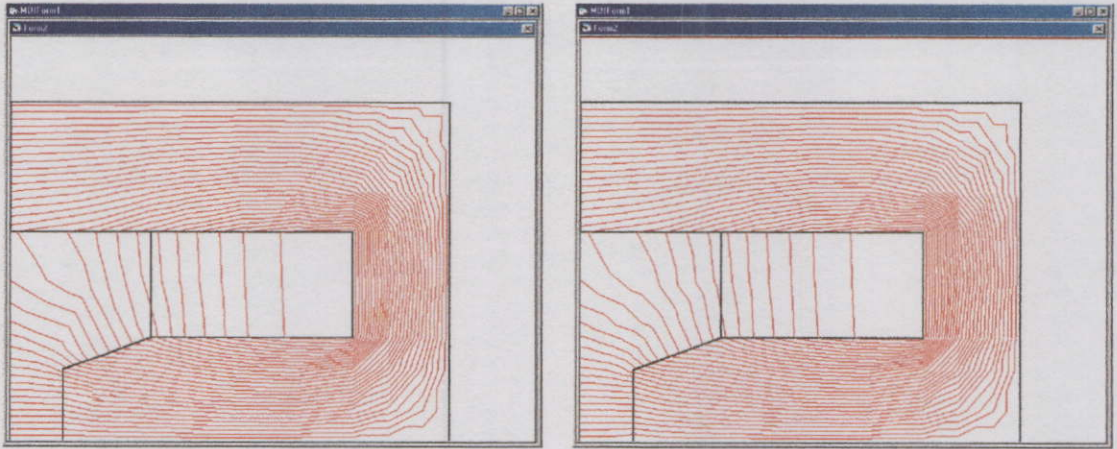
บริเวณ ช่องอากาศ D	โครงตาข่ายแบบที่ 1		โครงตาข่ายแบบที่ 2	
	อิลิเมนต์ที่	ค่า B (tesla)	อิลิเมนต์ที่	ค่า B (tesla)
			259	0.3506
	270	0.3617	258	0.3575
ส่วนบน	88	0.3705	257	0.3670
	90	0.3875	256	0.3732
	89	0.3817	123	0.3791
			122	0.3844
			121	0.3877
	131	0.3928	125	0.3919
	133	0.3965	134	0.4000
ส่วนกลาง	132	0.3993	133	0.4007
	135	0.4016	132	0.3996
	134	0.4030	131	0.4007
	137	0.4045	130	0.3996
			129	0.3995
			128	0.3989
	136	0.4051	127	0.3967
ส่วนล่าง	138	0.4060	126	0.3970
	130	0.4060	124	0.3935
	99	0.4067	120	0.3994
			119	0.3991

ตารางที่ 5.2 การเปรียบเทียบค่าความหนาแน่นเส้นแรงแม่เหล็ก B บริเวณช่องอากาศ D ที่ค่าความหนาแน่นกระแส $J = 2.2297 \text{ A/mm}^2$ และ $\mu = 1000\mu_0$

บริเวณ ช่องอากาศ D	โครงตาข่ายแบบที่ 1		โครงตาข่ายแบบที่ 2	
	อิเลิเมนต์ที่	ค่า B (tesla)	อิเลิเมนต์ที่	ค่า B (tesla)
			259	0.2337
	270	0.2411	258	0.2383
ส่วนบน	88	0.2470	257	0.2446
	90	0.2583	256	0.2488
	89	0.2544	123	0.2527
			122	0.2562
			121	0.2585
	131	0.2618	125	0.2612
	133	0.2643	134	0.2666
ส่วนกลาง	132	0.2662	133	0.2671
	135	0.2677	132	0.2664
	134	0.2687	131	0.2671
	137	0.2696	130	0.2664
			129	0.2663
			128	0.2659
	136	0.2700	127	0.2645
ส่วนล่าง	138	0.2707	126	0.2647
	130	0.2706	124	0.2623
	99	0.2711	120	0.2663
			119	0.2661

ตารางที่ 5.3 การเปรียบเทียบค่าความหนาแน่นเส้นแรงแม่เหล็ก B บริเวณช่องอากาศ D ที่ค่าความหนาแน่นกระแส $J = 1.1148 \text{ A/mm}^2$ และ $\mu = 1000\mu_0$

บริเวณ ช่องอากาศ D	โครงตาข่ายแบบที่ 1		โครงตาข่ายแบบที่ 2	
	อิทธิพันธ์ที่	ค่า B (tesla)	อิทธิพันธ์ที่	ค่า B (tesla)
			259	0.1168
	270	0.1205	258	0.1191
ส่วนบน	88	0.1235	257	0.1223
	90	0.1291	256	0.1244
	89	0.1272	123	0.1263
			122	0.1281
			121	0.1292
	131	0.1309	125	0.1306
	133	0.1321	134	0.1333
ส่วนกลาง	132	0.1331	133	0.1335
	135	0.1338	132	0.1332
	134	0.1343	131	0.1335
	137	0.1348	130	0.1332
			129	0.1331
			128	0.1329
	136	0.1350	127	0.1322
ส่วนล่าง	138	0.1353	126	0.1323
	130	0.1353	124	0.1311
	99	0.1355	120	0.1331
			119	0.1330



ก) โครงตาข่ายอิลิเมนต์แบบที่ 1
(164 โหนด 277 อิลิเมนต์)

ข) โครงตาข่ายอิลิเมนต์แบบที่ 2
(195 โหนด 337 อิลิเมนต์)

รูปที่ 5.6 การกระจายเส้นศักย์แม่เหล็กที่เท่ากัน ที่ค่าความหนาแน่นกระแส $J = 3.3445 \text{ A/mm}^2$

5.3 การเปลี่ยนค่าซึมซาบแม่เหล็กของวัสดุ

ในหัวข้อนี้จะแสดงถึงผลของค่าความหนาแน่นของเส้นแรงแม่เหล็ก B ในบริเวณช่องอากาศ D ที่ได้จากโครงตาข่ายอิลิเมนต์แบบที่ 1 และแบบที่ 2 เมื่อมีการเปลี่ยนแปลงค่าซึมซาบแม่เหล็กของวัสดุสารแม่เหล็ก μ ของชุดแม่เหล็กไฟฟ้าจำนวน 3 ค่า ($100 \mu_0$, $1,000 \mu_0$ และ $10,000 \mu_0$) โดยที่กำหนดให้ค่า $J = 3.3445 \text{ A/mm}^2$ จากตารางที่ 5.4 และ 5.5 จะเห็นได้ว่าเมื่อค่า μ ลดลงจะทำให้ค่า B ในบริเวณช่องอากาศทั้งส่วนบน ส่วนกลาง และส่วนล่างมีค่าลดลงในอัตราส่วนที่ใกล้เคียงกันทั้งสองแบบ และจะสังเกตเห็นได้จากตารางที่ 5.4 และ 5.5 ที่ค่า μ เท่ากับ $1,000 \mu_0$ และ $10,000 \mu_0$ ค่า B ที่ได้ในบริเวณช่องอากาศจะมีค่าที่แตกต่างกันน้อยเมื่อเทียบกับที่ค่า μ เท่ากับ $100 \mu_0$ ทั้งนี้เป็นผลมาจากการเกิดการรั่วไหลของเส้นแรงแม่เหล็ก

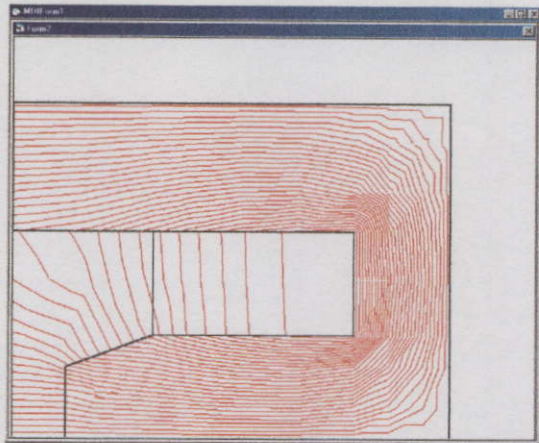
สำหรับลักษณะการกระจายของเส้นศักย์แม่เหล็กที่เท่ากัน เมื่อค่า μ มีค่าน้อยจะมีการกระจายเส้นแรงแม่เหล็กออกสู่อากาศมากกว่าที่ค่า μ มีค่ามาก การกระจายของเส้นศักย์แม่เหล็กที่เท่ากันที่เกิดขึ้นจากการเปลี่ยนแปลงค่า μ แสดงได้ดังรูปที่ 5.7 ก) และ ข) จากรูปจะสังเกตเห็นได้ว่าเมื่อมีการเปลี่ยนค่าจาก μ เท่ากับ $1,000 \mu_0$ เป็น $10,000 \mu_0$ ลักษณะการกระจายเส้นศักย์แม่เหล็กจะไม่มีการรั่วไหลของเส้นแรงแม่เหล็ก ซึ่งจะแตกต่างจากเมื่อค่า μ เท่ากับ $100 \mu_0$ จะเกิดการรั่วไหลของเส้นแรงแม่เหล็กมากซึ่งจะมีผลต่อค่า B ที่เกิดขึ้นในบริเวณช่องอากาศ

ตารางที่ 5.4 การเปรียบเทียบค่าความหนาแน่นเส้นแรงแม่เหล็ก B บริเวณช่องอากาศ D ของ
 โครงตาข่ายแบบที่ 1 (164 โหนด 277 อิลิเมนต์) เมื่อเปลี่ยนค่าซึมซาบแม่เหล็กของ
 แกนเหล็ก μ ที่ค่า $J = 3.3445 \text{ A/mm}^2$

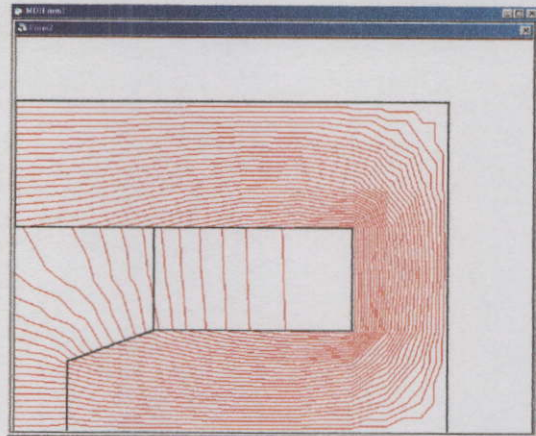
บริเวณช่องอากาศ D อิลิเมนต์ที่	ค่า B (tesla)		
	$\mu = 10000\mu_0$	$\mu = 1000\mu_0$	$\mu = 100\mu_0$
270	0.3699	0.3617	0.3006
ส่วนบน 88	0.3790	0.3705	0.3079
90	0.3963	0.3875	0.3220
89	0.3903	0.3817	0.3172
131	0.4017	0.3928	0.3265
133	0.4055	0.3965	0.3296
ส่วนกลาง 132	0.4083	0.3993	0.3320
135	0.4107	0.4016	0.3339
134	0.4122	0.4030	0.3352
137	0.4136	0.4045	0.3364
136	0.4142	0.4051	0.3370
ส่วนล่าง 138	0.4152	0.4060	0.3378
130	0.4152	0.4060	0.3378
99	0.4159	0.4067	0.3384

ตารางที่ 5.5 การเปรียบเทียบค่าความหนาแน่นเส้นแรงแม่เหล็ก B บริเวณช่องอากาศ D ของ
 โครงตาข่ายแบบที่ 2 (195 โหนด 337 อลิเมนต์) เมื่อเปลี่ยนค่าซึมซาบแม่เหล็กของ
 แกนเหล็ก μ ที่ค่า $J = 3.3445 \text{ A/mm}^2$

บริเวณช่องอากาศ D อลิเมนต์ที่	ค่า B (tesla)		
	$\mu = 10000\mu_0$	$\mu = 1000\mu_0$	$\mu = 100\mu_0$
259	0.3586	0.3506	0.2865
258	0.3658	0.3575	0.2922
ส่วนบน 257	0.3754	0.3670	0.3000
256	0.3818	0.3732	0.3051
123	0.3878	0.3791	0.3100
122	0.3932	0.3844	0.3142
121	0.3966	0.3877	0.3170
125	0.4009	0.3919	0.3204
134	0.4091	0.4000	0.3273
ส่วนกลาง 133	0.4099	0.4007	0.3279
132	0.4088	0.3996	0.3270
131	0.4098	0.4007	0.3278
130	0.4088	0.3996	0.3270
129	0.4086	0.3995	0.3268
128	0.4081	0.3989	0.3264
127	0.4058	0.3967	0.3244
ส่วนล่าง 126	0.4061	0.3970	0.3248
124	0.4025	0.3935	0.3218
120	0.4086	0.3994	0.3269
119	0.4082	0.3991	0.3266

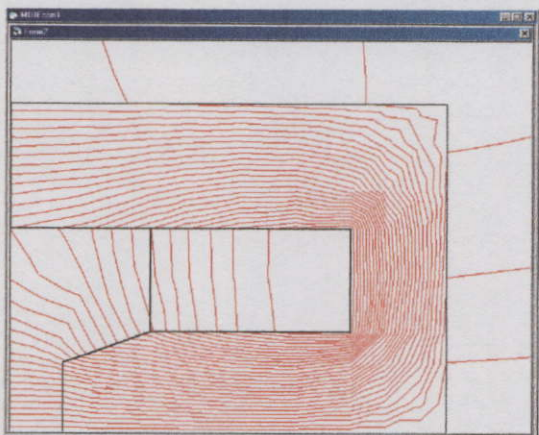


164 โหนด 277 อิลิเมนต์

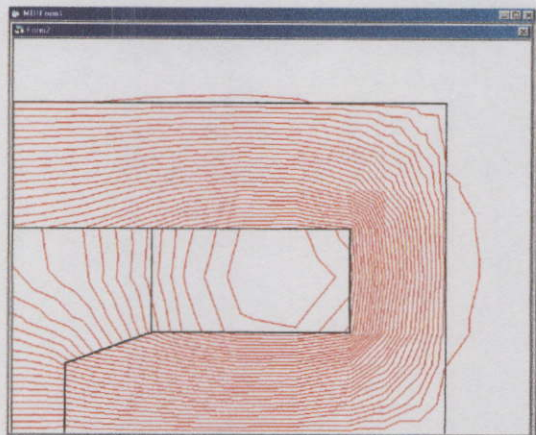


195 โหนด 337 อิลิเมนต์

ก) $\mu = 1000\mu_0, 10000\mu_0$



164 โหนด 277 อิลิเมนต์



195 โหนด 337 อิลิเมนต์

ข) $\mu = 100\mu_0$

รูปที่ 5.7 การกระจายเส้นตักย์แม่เหล็กที่เท่ากันที่ค่าความหนาแน่นกระแส $J = 3.3445 \text{ A/mm}^2$ เมื่อเปลี่ยนค่าซึมซาบแม่เหล็กของแกนเหล็ก
 ก) $\mu = 1000\mu_0, 10000\mu_0$
 ข) $\mu = 100\mu_0$

5.4 การเปลี่ยนรูปร่างของขั้วแม่เหล็ก

ในหัวข้อนี้จะแสดงถึงผลของค่าความหนาแน่นของเส้นแรงแม่เหล็ก B ในบริเวณช่องอากาศ D ที่ได้จากโครงตาข่ายอิลิเมนต์แบบที่ 1 และแบบที่ 2 เมื่อมีการเปลี่ยนแปลงรูปร่างของขั้วแม่เหล็กซึ่งสามารถพิจารณาได้ใน 2 ลักษณะคือการเปลี่ยนแปลงรูปร่างในแนวแกน x และในแนวแกน y โดยกำหนดให้ค่า $J = 3.3445 \text{ A/mm}^2$ และ $\mu = 1000\mu_0$ จะเห็นได้ว่าการเปลี่ยนแปลงรูปร่างเป็นการเปลี่ยนแปลงขอบเขตของปัญหาในด้าน โครงตาข่ายอิลิเมนต์ซึ่งจะต้องมีผลต่อค่า B ที่เกิดขึ้น

5.4.1 การเปลี่ยนรูปร่างในแนวแกน x

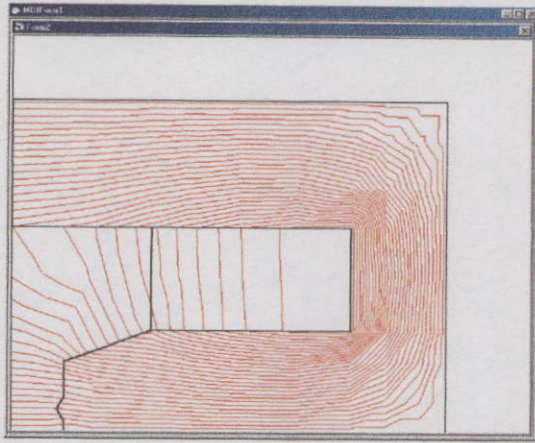
ในการเปลี่ยนแปลงรูปร่างนี้จะพิจารณาจากโครงตาข่ายอิเลิเมนต์โดยการเปลี่ยนตำแหน่งของโหนดบริเวณหัวแม่เหล็ก สำหรับโครงตาข่ายแบบที่ 1 ได้แก่โหนดที่ 22, 13, 14, 5, 6 และ 39 และโครงตาข่ายแบบที่ 2 ได้แก่โหนดที่ 25, 26, 29, 14, 15, 16, 19, 5, 6, 7, 47 และ 43 เพื่อเป็นการแสดงให้เห็นผลการเปลี่ยนแปลงรูปร่างของหัวแม่เหล็กอย่างชัดเจนจะใช้โหนดที่ 5 สำหรับโครงตาข่ายแบบที่ 1 และโหนดที่ 19 สำหรับโครงตาข่ายแบบที่ 2 เป็นโหนดที่เปลี่ยนแปลงในแนวแกน x

ตารางที่ 5.6 การเปรียบเทียบค่าความหนาแน่นเส้นแรงแม่เหล็ก B บริเวณช่องอากาศ D ของโครงตาข่ายแบบที่ 1 (164 โหนด 277 อิเลิเมนต์) เมื่อเปลี่ยนตำแหน่งของโหนดที่ 5 ในแนวแกน x ที่ค่า $J = 3.3445 \text{ A/mm}^2$ และ $\mu = 1000\mu_0$

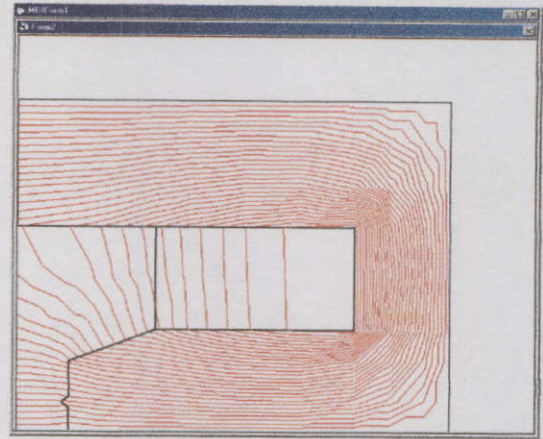
บริเวณช่องอากาศ D อิเลิเมนต์ที่		ค่า B (tesla)		
		รูปร่างเดิม	เคลื่อนที่ทางซ้าย	เคลื่อนที่ทางขวา
	270	0.3617	0.3657	0.3583
ส่วนบน	88	0.3705	0.3739	0.3677
	90	0.3875	0.3935	0.3824
	89	0.3817	0.3883	0.3761
	131	0.3928	0.4023	0.3846
	133	0.3965	0.4060	0.3884
ส่วนกลาง	132	0.3993	0.4119	0.3884
	135	0.4016	0.4153	0.3898
	134	0.4030	0.4174	0.3906
	137	0.4045	0.4201	0.3908
	136	0.4051	0.4196	0.3924
ส่วนล่าง	138	0.4060	0.4211	0.3928
	130	0.4060	0.4199	0.3939
	99	0.4067	0.4202	0.3951

ตารางที่ 5.7 การเปรียบเทียบค่าความหนาแน่นเส้นแรงแม่เหล็ก B บริเวณช่องอากาศ D ของ
 โครงตาข่ายแบบที่ 2 (195 โหนด 337 อิลิเมนต์) เมื่อเปลี่ยนตำแหน่งของโหนดที่ 19
 ในแนวแกน x ที่ค่า $J = 3.3445 \text{ A/mm}^2$ และ $\mu = 1000\mu_0$

บริเวณช่องอากาศ D อิลิเมนต์ที่	ค่า B (tesla)		
	รูปร่างเดิม	เคลื่อนที่ทางซ้าย	เคลื่อนที่ทางขวา
259	0.3506	0.3531	0.3489
258	0.3575	0.3597	0.3562
ส่วนบน 257	0.3670	0.3704	0.3647
256	0.3732	0.3763	0.3712
123	0.3791	0.3838	0.3760
122	0.3844	0.3888	0.3814
121	0.3877	0.3937	0.3836
125	0.3919	0.3981	0.3878
134	0.4000	0.4067	0.3955
ส่วนกลาง 133	0.4007	0.4085	0.3954
132	0.3996	0.4067	0.3949
131	0.4007	0.4095	0.3944
130	0.3996	0.4073	0.3944
129	0.3995	0.4086	0.3930
128	0.3989	0.4070	0.3933
127	0.3967	0.4047	0.3912
ส่วนล่าง 126	0.3970	0.4051	0.3914
124	0.3935	0.4007	0.3885
120	0.3994	0.4060	0.3950
119	0.3991	0.4052	0.3952

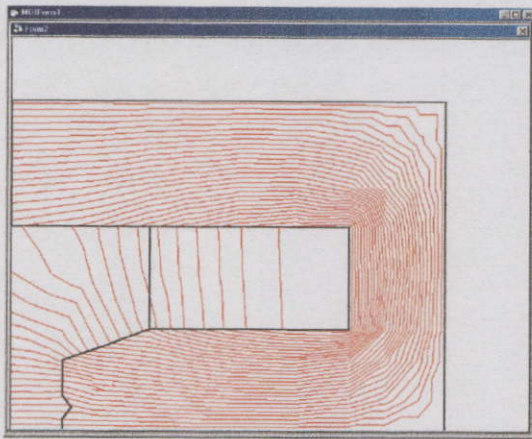


164 โหนด 277 อิลิเมนต์ (โหนดที่ 5)

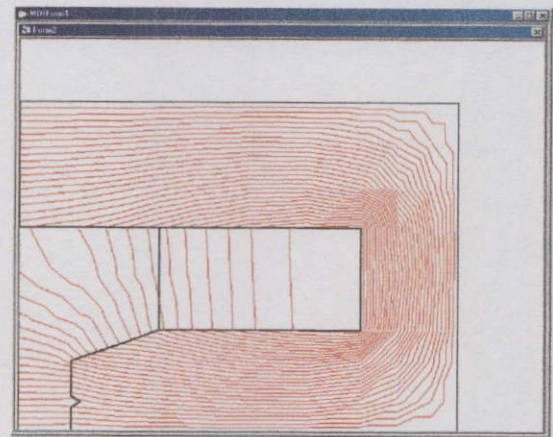


195 โหนด 337 อิลิเมนต์ (โหนดที่ 19)

ก) เคลื่อนที่ทางซ้าย



164 โหนด 277 อิลิเมนต์ (โหนดที่ 5)



195 โหนด 337 อิลิเมนต์ (โหนดที่ 19)

ข) เคลื่อนที่ทางขวา

รูปที่ 5.8 การกระจายเส้นศักย์แม่เหล็กที่เท่ากันเมื่อเปลี่ยนแปลงตำแหน่งของโหนดในแนวแกน x ที่ค่า $J = 3.3445 \text{ A/mm}^2$ และ $\mu = 1000\mu_0$

ก) เคลื่อนที่ทางซ้าย
ข) เคลื่อนที่ทางขวา

จากตารางที่ 5.6 และ 5.7 เป็นการเปรียบเทียบค่า B ในบริเวณช่องอากาศ D เมื่อมีการเปลี่ยนแปลงตำแหน่งในแนวแกน x ของโหนดที่ 5 (แบบที่ 1) หรือ โหนดที่ 19 (แบบที่ 2) ซึ่งเป็นโหนดที่อยู่บริเวณส่วนกลางของช่องอากาศ D จะเห็นได้ว่าเมื่อเคลื่อนที่โหนดไปทางซ้ายหรือขวา จากตำแหน่งเดิม ค่า B ในบริเวณช่องอากาศส่วนบน และส่วนล่างมีการเพิ่มขึ้นหรือลดลงในอัตราส่วนที่น้อยกว่าบริเวณส่วนกลาง ดังนั้นจะสรุปได้ว่าโหนดที่พิจารณาให้เคลื่อนที่ของทั้งสองแบบ จะมีผลต่ออิลิเมนต์ที่อยู่ในบริเวณช่องอากาศส่วนกลางมากกว่าส่วนบนและส่วนล่างเนื่องจาก

โหนดที่พิจารณาอยู่ใกล้กับบริเวณช่องอากาศส่วนกลางมากกว่าจึงมีผลกระทบมากกว่า ในทำนองเดียวกันเมื่อมีการเปลี่ยนตำแหน่งของโหนดที่ 22 (แบบที่ 1) หรือโหนดที่ 25 (แบบที่ 2) จะมีผลกระทบต่อบริเวณช่องอากาศส่วนบนมากกว่าส่วนกลางและส่วนล่าง รูปที่ 5.8 ก) และ ข) แสดงการกระจายเส้นสัจแม่เหล็กที่เท่ากันเมื่อเปลี่ยนแปลงตำแหน่งของโหนดในแนวแกน x ของโครงตาข่ายอิลิเมนต์ทั้งสองแบบซึ่งจะสังเกตเห็นได้ว่าเส้นสัจแม่เหล็กจะเกิดการเบี่ยงเบนเล็กน้อยบริเวณตำแหน่งที่เคลื่อนที่

5.4.2 การเปลี่ยนรูปร่างในแนวแกน y

ในการเปลี่ยนแปลงรูปร่างนี้จะพิจารณาจากใช้โหนดที่ 5 สำหรับโครงตาข่ายแบบที่ 1 และโหนดที่ 19 สำหรับโครงตาข่ายแบบที่ 2 เป็นโหนดที่เปลี่ยนแปลงในแนวแกน y

ตารางที่ 5.8 การเปรียบเทียบค่าความหนาแน่นเส้นแรงแม่เหล็ก B บริเวณช่องอากาศ D ของโครงตาข่ายแบบที่ 1 (164 โหนด 277 อิลิเมนต์) เมื่อเปลี่ยนตำแหน่งของโหนดที่ 5 ในแนวแกน y ที่ค่า $J = 3.3445 \text{ A/mm}^2$ และ $\mu = 1000\mu_0$

บริเวณช่องอากาศ D อิลิเมนต์ที่	ค่า B (tesla)		
	รูปร่างเดิม	เคลื่อนที่ขึ้นบน	เคลื่อนที่ลงล่าง
270	0.3617	0.3617	0.3617
ส่วนบน 88	0.3705	0.3705	0.3705
90	0.3875	0.3874	0.3874
89	0.3817	0.3816	0.3816
131	0.3928	0.3927	0.3927
133	0.3965	0.3964	0.3964
ส่วนกลาง 132	0.3993	0.3993	0.3993
135	0.4016	0.4015	0.4015
134	0.4030	0.4031	0.4031
137	0.4045	0.4045	0.4045

บริเวณช่องอากาศ D อิลิเมนต์ที่	ค่า B (tesla)		
	รูปร่างเดิม	เคลื่อนที่ขึ้นบน	เคลื่อนที่ลงล่าง
136	0.4051	0.4052	0.4051
ส่วนล่าง 138	0.4060	0.4061	0.4061
130	0.4060	0.4060	0.4060
99	0.4067	0.4068	0.4068

ตารางที่ 5.9 การเปรียบเทียบค่าความหนาแน่นเส้นแรงแม่เหล็ก B บริเวณช่องอากาศ D ของ
 โครงตาข่ายแบบที่ 2 (195 โหนด 337 อิลิเมนต์) เมื่อเปลี่ยนตำแหน่งของโหนดที่ 19
 ในแนวแกน y ที่ค่า $J = 3.3445 \text{ A/mm}^2$ และ $\mu = 1000\mu_0$

บริเวณช่องอากาศ D อิลิเมนต์ที่	ค่า B (tesla)		
	รูปร่างเดิม	เคลื่อนที่ขึ้นบน	เคลื่อนที่ลงล่าง
259	0.3506	0.3506	0.3506
258	0.3575	0.3575	0.3575
ส่วนบน 257	0.3670	0.3670	0.3670
256	0.3732	0.3732	0.3732
123	0.3791	0.3791	0.3791
122	0.3844	0.3844	0.3844
121	0.3877	0.3877	0.3877
125	0.3919	0.3919	0.3919
134	0.4000	0.4000	0.4000
ส่วนกลาง 133	0.4007	0.4007	0.4007
132	0.3996	0.3997	0.3996
131	0.4007	0.4007	0.4007
130	0.3996	0.3997	0.3996
129	0.3995	0.3995	0.3995

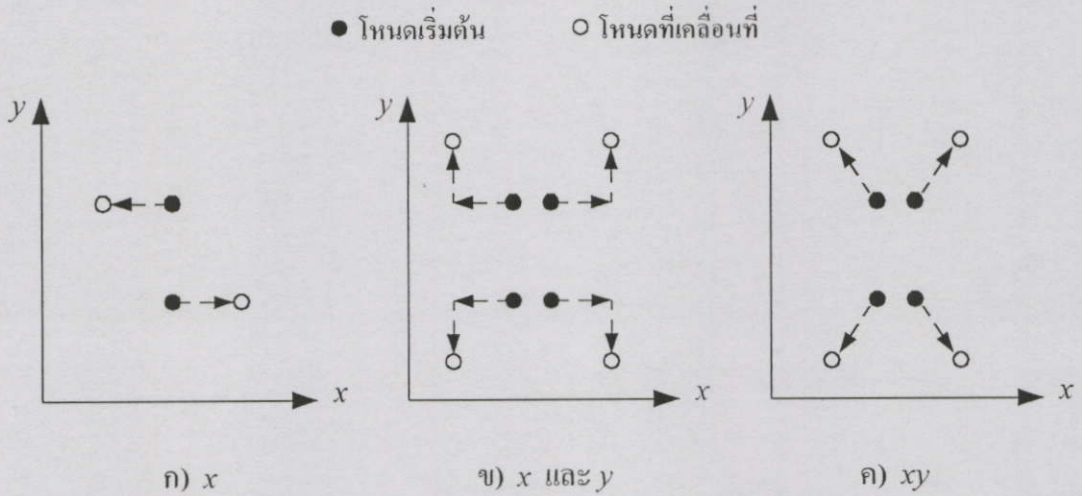
บริเวณช่องอากาศ D อิลิเมนต์ที่		ค่า B (tesla)		
		รูปร่างเดิม	เคลื่อนที่ขึ้นบน	เคลื่อนที่ลงล่าง
	128	0.3989	0.3989	0.3989
	127	0.3967	0.3967	0.3967
ส่วนล่าง	126	0.3970	0.3970	0.3970
	124	0.3935	0.3935	0.3935
	120	0.3994	0.3994	0.3994
	119	0.3991	0.3991	0.3991

จากตารางที่ 5.8 และ 5.9 เป็นการเปรียบเทียบค่า B ในบริเวณช่องอากาศ D เมื่อมีการเปลี่ยนแปลงตำแหน่งในแนวแกน y ของโหนดที่ 5 (แบบที่ 1) หรือ โหนดที่ 19 (แบบที่ 2) ซึ่งเป็นโหนดที่อยู่บริเวณส่วนกลางของช่องอากาศ D จะเห็นได้ว่าเมื่อเคลื่อนที่โหนดขึ้นบนและลงล่างจะทำให้ค่า B ในบริเวณช่องอากาศมีการเปลี่ยนแปลงน้อยมาก ทั้งนี้เพราะการเปลี่ยนแปลงตำแหน่งโหนดในแนวแกน y เป็นการเปลี่ยนแปลงขนาดของอิลิเมนต์เท่านั้นไม่มีการเปลี่ยนแปลงขอบเขตของปัญหา ดังนั้นสรุปได้ว่าการเปลี่ยนตำแหน่งโหนดในแนวแกน x จะมีผลต่อค่า B มากกว่าในแนวแกน y สำหรับการกระจายเส้นสัณฐานแม่เหล็กที่เท่ากันเมื่อเปลี่ยนแปลงตำแหน่งของโหนดในแนวแกน y ของโครงตาข่ายอิลิเมนต์ทั้งสองแบบจะมีการเปลี่ยนแปลงน้อยมาก

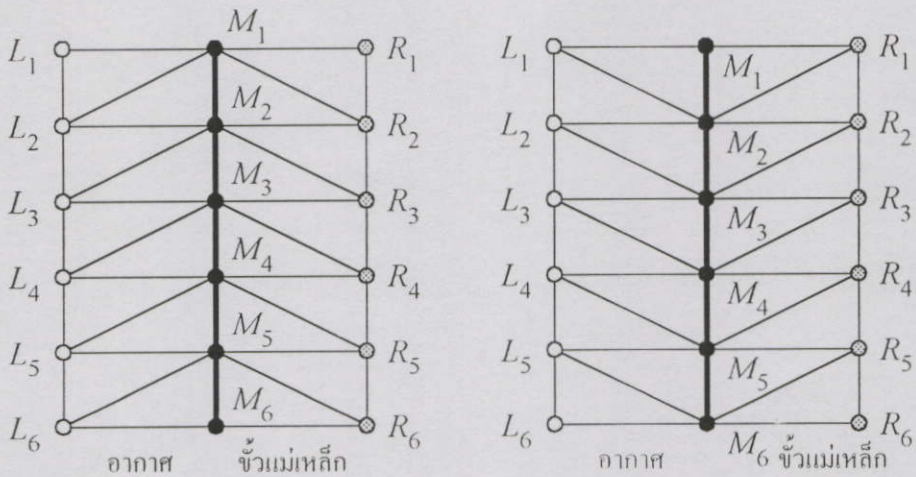
5.5 วิธีการโหนดเคลื่อนที่

การวิเคราะห์ผลของค่าความหนาแน่นเส้นแรงแม่เหล็ก B ของชุดแม่เหล็กไฟฟ้าสามารถพิจารณาได้จากค่าความหนาแน่นของกระแสไฟฟ้า J ค่าซึมซาบแม่เหล็กของวัสดุขั้วแม่เหล็ก μ และรูปร่างของขั้วแม่เหล็กดังที่ได้กล่าวมาแล้วในหัวข้อ 5.2 ถึง 5.4 โดยใช้การคำนวณเชิงตัวเลขแบบวิธีไฟไนต์อิลิเมนต์ ดังนั้นถ้ากำหนดปัญหาของการออกแบบชุดแม่เหล็กไฟฟ้าให้เป็นการออกแบบรูปร่างของขั้วแม่เหล็กที่เหมาะสม เพื่อที่จะทำให้ได้ค่าความหนาแน่นของเส้นแรงแม่เหล็กในอิลิเมนต์ของช่องอากาศ D มีค่าที่เท่ากัน (ใกล้เคียงกัน) ตามค่าที่ต้องการออกแบบ จะเห็นว่าปัญหานี้สามารถที่จะออกแบบได้ตามความต้องการเมื่อนำเอาหลักการเปลี่ยนแปลงรูปร่างของขั้วแม่เหล็กด้วยวิธีไฟไนต์อิลิเมนต์มาใช้ร่วมกับวิธีการหาค่าที่เหมาะสมแบบมีเงื่อนไขในบทที่ 4 ซึ่งจะเรียกว่าการออกแบบรูปร่างที่เหมาะสมโดยวิธีการ โหนดเคลื่อนที่ (moving node technique)

วิธีการโหนดเคลื่อนที่ในวิทยานิพนธ์นี้จะนำเสนอ 3 วิธีการ คือ การเคลื่อนที่โหนดในแนวแกน x , การเคลื่อนที่โหนดในแนวแกน x และ y และการเคลื่อนที่โหนดในแนวแกน xy ดังแสดงในรูปที่ 5.9 ซึ่งโหนดที่เคลื่อนที่จะอยู่บริเวณขั้วแม่เหล็กหรืออีกนัยหนึ่งเป็นการออกแบบรูปร่างของขั้วแม่เหล็กใหม่โดยที่การเคลื่อนที่ของโหนดต้องไม่ทำให้อิเลเมนต์บริเวณดังกล่าวเกิดการทับซ้อนกัน (overlap) ซึ่งสามารถแก้ปัญหาในกรณีนี้ได้โดยการสร้างอิเลเมนต์บริเวณที่โหนดเคลื่อนที่ให้มีลักษณะที่สมมาตรกันดังรูปที่ 5.10



รูปที่ 5.9 แนวทางการเคลื่อนที่โหนด ก) แนวแกน x ข) แนวแกน x และ y ค) แนวแกน xy



L_n : โหนดขอบเขตด้านซ้าย M_n : โหนดที่เคลื่อนที่ R_n : โหนดขอบเขตด้านขวา

รูปที่ 5.10 รูปแบบโครงตาข่ายอิเลเมนต์บริเวณรอยต่อระหว่างช่องอากาศและขั้วแม่เหล็ก

หลักการในการเคลื่อนที่โหนดจากรูปที่ 5.10 จะเห็นได้ว่าการสร้างอิลิเมนต์ในบริเวณที่โหนดมีการเคลื่อนที่ที่จะต้องสร้างแบบสมมาตรกันเพื่อป้องกันอิลิเมนต์ทับกัน ซึ่งจะมีผลทำให้การคำนวณเมตริกซ์มีความผิดพลาดเกิดขึ้น และการเคลื่อนที่ของโหนดที่อยู่ในแนวของขอบเขตนิวแมนในแต่ละวิธีจะเคลื่อนที่ได้ในแนวที่ขนานกับขอบเขตนิวแมนได้เท่านั้น เช่น จะเห็นได้ว่าโหนดที่ 39 (รูปที่ 5.4) หรือ โหนดที่ 43 (รูปที่ 5.5) อยู่ในแนวของขอบเขตนิวแมน Γ_1 ดังนั้น จะเคลื่อนที่ได้ในแนวแกน x ได้เท่านั้น

จากรูปที่ 5.10 โหนด M_n นั้นจะมีขอบเขตที่ควบคุมไม่ให้เกิดการทับกันของอิลิเมนต์ดังนี้ ในแนวแกน x ขอบเขตทางด้านซ้ายคือโหนด L_n ส่วนขอบเขตทางด้านขวาคือโหนด R_n ดังนั้นตำแหน่งการเคลื่อนที่ของโหนด M_n ต้องอยู่ระหว่างตำแหน่งของโหนด L_n กับโหนด R_n เท่านั้น ตัวอย่างเช่น ต้องการเคลื่อนที่โหนด M_4 โดยที่ตำแหน่งของโหนด L_4 และโหนด R_4 ในแกน x มีค่าเท่ากับ 0.01 และ 0.014 เมตรตามลำดับ จะเห็นได้ว่าตำแหน่งที่โหนด M_4 เคลื่อนที่ได้ต้องอยู่ระหว่าง 0.01 ถึง 0.014 เมตร เท่านั้น ($0.01 < x_{M_4} < 0.014$) ส่วนการเคลื่อนที่โหนด M_n ในแนวแกน y จะมีขอบเขตทางด้านบนคือโหนด M_n กับขอบเขตทางด้านล่างคือโหนด M_{n+1} ตำแหน่งการเคลื่อนที่ของโหนด M_n ต้องอยู่ระหว่างตำแหน่งของโหนด M_n กับ ตำแหน่งของโหนด M_{n+1} ตัวอย่างเช่น ต้องการเคลื่อนที่โหนด M_4 โดยที่ตำแหน่งของโหนด M_4 และโหนด M_5 ในแกน y มีค่าเท่ากับ 0.003 และ 0.0015 เมตรตามลำดับ จะเห็นได้ว่าตำแหน่งที่ M_4 เคลื่อนที่ได้ต้องอยู่ระหว่าง 0.0015 ถึง 0.003 เมตรเท่านั้น ($0.0015 < y_{M_4} \leq 0.003$)

จากรูปที่ 5.9 แสดงแนวทางการเคลื่อนที่โหนดในแนวแกน x การเคลื่อนที่โหนดในแกน x และ y และการเคลื่อนที่โหนดในแนวแกน xy ซึ่งเป็นการหาตำแหน่งของโหนดบริเวณหน้าขั้วแม่เหล็กที่มีผลทำให้อิลิเมนต์ต่าง ๆ บริเวณช่องอากาศ I มีค่าความหนาแน่นของเส้นแรงแม่เหล็กที่เท่ากันตามที่ต้องการ โดยมีหลักการในการหาตำแหน่งของโหนดที่เหมาะสมดังนี้

1. ในกรณีการเคลื่อนที่โหนดในแนวแกน x โหนดที่พิจารณาจะเคลื่อนที่ในแนวแกน x เท่านั้นซึ่งจะต้องคำนวณโดยใช้ค่าเกรเดียนในแนวแกน x เพื่อหาตำแหน่งที่เหมาะสม
2. ในกรณีการเคลื่อนที่โหนดในแนวแกน x และ y โหนดที่พิจารณาจะเคลื่อนที่ในแนวแกน x ก่อนซึ่งจะต้องคำนวณโดยใช้ค่าเกรเดียนในแนวแกน x เพื่อหาตำแหน่งที่เหมาะสมในแนวแกน x ก่อน จากนั้นจึงเคลื่อนที่ในแนวแกน y ซึ่งจะต้องคำนวณโดยใช้ค่าเกรเดียนในแนวแกน y เพื่อหาตำแหน่งที่เหมาะสมใหม่ในแนวแกน y
3. ในกรณีการเคลื่อนที่โหนดในแนวแกน xy โหนดที่พิจารณาจะเคลื่อนที่ในแนวแกน x และ y ในเวลาเดียวกันซึ่งจะต้องคำนวณโดยใช้ค่าเกรเดียนในแนวแกน x และ y พร้อมกันเพื่อหาตำแหน่งที่เหมาะสม

ดังนั้นจะเห็นได้ว่าสามารถนำเอาวิธีการนี้ไปใช้ในการออกแบบรูปร่างของขั้วแม่เหล็กที่เหมาะสมซึ่งจะกล่าวต่อไปในบทที่ 6

บทที่ 6

การออกแบบรูปร่างของขั้วแม่เหล็กโดยวิธีการโหนดเคลื่อนที่

6.1 บทนำ

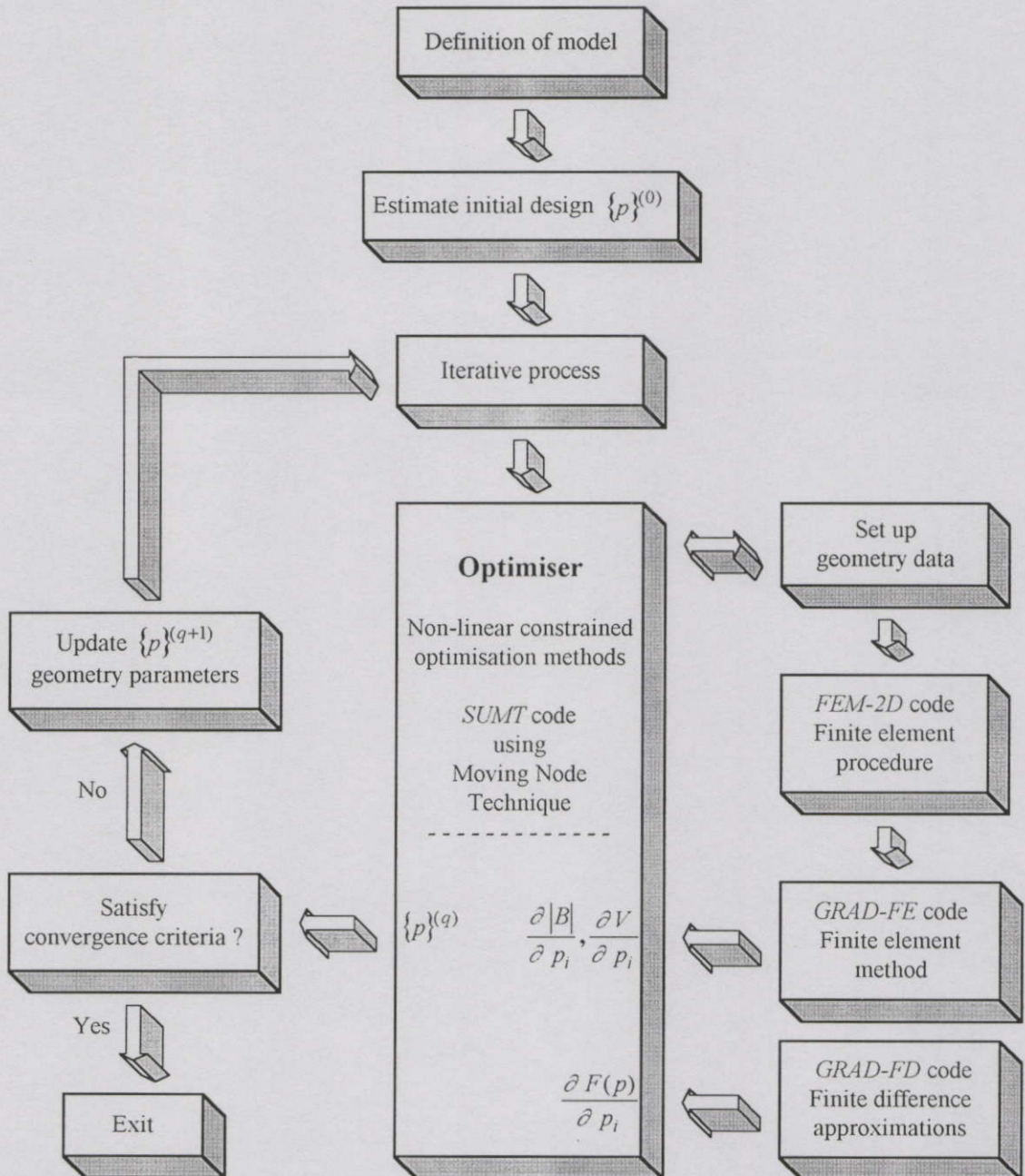
ในบทนี้จะเป็นการนำเสนอหลักการออกแบบรูปร่างที่เหมาะสมของขั้วแม่เหล็กโดยการนำหลักการเปลี่ยนแปลงรูปร่างของขั้วแม่เหล็กด้วยวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์ในบทที่ 5 มาใช้ร่วมกับวิธีการหาค่าที่เหมาะสมแบบมีเงื่อนไขในบทที่ 4 ซึ่งจะเรียกวิธีนี้ว่าการออกแบบรูปร่างที่เหมาะสมโดยวิธีการโหนดเคลื่อนที่ (shape design optimization using moving node technique) ในวิทยานิพนธ์นี้จะเลือกใช้ขูดแม่เหล็กไฟฟ้า (electromagnet) ซึ่งใช้ในสำหรับกระบวนการผลิตชิ้นส่วนแม่เหล็กถาวร หรือขูดหัวอ่านเทป (tape recorder head) เป็นอุปกรณ์ต้นแบบสำหรับการวิเคราะห์วิธีการ โดยจะนำเอาข้อมูลที่ได้จากโปรแกรม *FEM-2D* code มาเชื่อมต่อกับกระบวนการหาค่าที่เหมาะสมแบบมีเงื่อนไขซึ่งประกอบด้วยโปรแกรม *SUMT* code, *GRAD-FD* code และ *GRAD-FE* code ซึ่งมีขั้นตอนการทำงานแสดงได้ดังรูปที่ 6.1

เป้าหมายของการออกแบบในวิทยานิพนธ์นี้คือการหารูปร่างที่เหมาะสมของขั้วแม่เหล็กของขูดแม่เหล็กไฟฟ้าที่จะทำให้ค่าความหนาแน่นของเส้นแรงแม่เหล็ก B มีค่าที่เท่ากัน (ใกล้เคียงกัน) ในบริเวณช่องอากาศ D ที่พิจารณา โดยที่กำหนดให้ใช้ค่าความหนาแน่นของกระแสไฟฟ้า $J = 3.3445 \text{ A/mm}^2$ และค่าความซึมซาบแม่เหล็กของขั้วแม่เหล็ก $\mu = 1000\mu_0 (\mu)$ โดยจะทำการแสดงผลและเปรียบเทียบผลที่ได้จากการใช้วิธีการโหนดเคลื่อนที่ทั้ง 3 แนวทางดังกล่าวมาแล้วในบทที่ 5 ดังนี้

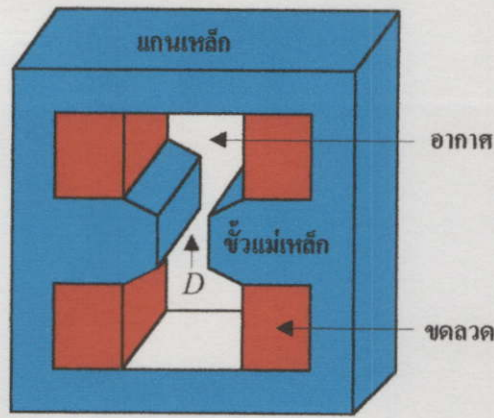
1. การเคลื่อนที่โหนดในแนวแกน x
2. การเคลื่อนที่โหนดในแนวแกน x และ y
3. การเคลื่อนที่โหนดในแนวแกน xy

จากรูปที่ 5.10 จะเห็นได้ว่าโหนดที่เคลื่อนที่จะอยู่บริเวณขอบเขตของขั้วแม่เหล็กและช่องอากาศ นั่นคือเป็นการออกแบบรูปร่างของขั้วแม่เหล็กใหม่เพื่อทำให้ได้ค่า B บริเวณช่องอากาศที่พิจารณาตามความต้องการ ซึ่งจำเป็นต้องควบคุมเงื่อนไขของการเคลื่อนที่ของโหนดที่จะต้องไม่ทำให้เอลิเมนต์บริเวณดังกล่าวเกิดการทับซ้อนกัน (overlap) ในการพิจารณาจะใช้ต้นแบบโครงตาข่ายเอลิเมนต์สามเหลี่ยมทั้ง 2 แบบคือ โครงตาข่ายแบบที่ 1 (จำนวนเอลิเมนต์น้อย) ประกอบด้วยโหนดจำนวน 164 โหนด และเอลิเมนต์จำนวน 277 เอลิเมนต์ (รูปที่ 5.2) และโครงตาข่ายแบบที่ 2 (จำนวนเอลิเมนต์มาก) ประกอบด้วยโหนดจำนวน 195 โหนด และเอลิเมนต์จำนวน 337 เอลิเมนต์ (รูปที่ 5.3) รูปที่ 6.2 แสดงโครงสร้างต้นแบบขูดแม่เหล็กไฟฟ้าที่พิจารณา ในการออกแบบสามารถพิจารณาเพียงเศษหนึ่งส่วนสี่ของโครงสร้างขั้วแม่เหล็กโดยอาศัยคุณสมบัติแกนสมมาตรจะเห็นได้ว่า

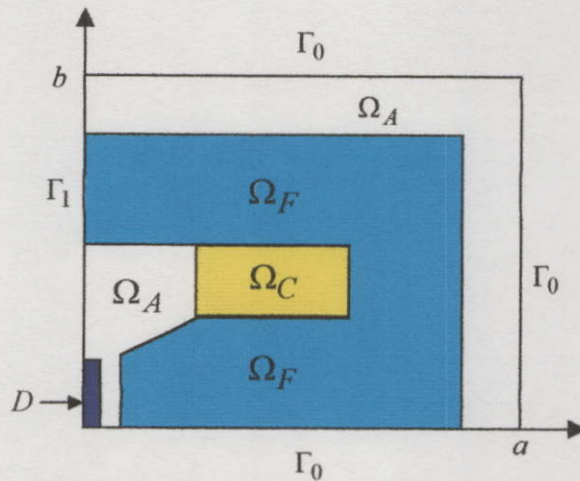
ขอบเขตที่พิจารณาประกอบด้วยส่วนที่เป็นแกนเหล็ก Ω_F ส่วนที่เป็นขดลวด Ω_C ส่วนที่เป็นช่องอากาศ Ω_A D เป็นส่วนช่องอากาศบริเวณขั้วแม่เหล็กที่พิจารณา Γ_0 เป็นเงื่อนไขขอบเขตดิริชเลท Γ_1 เป็นเงื่อนไขขอบเขตนิวแมน μ เป็นค่าซึมซาบแม่เหล็กของแกนเหล็ก μ_C เป็นค่าซึมซาบแม่เหล็กของขดลวด และ μ_A เป็นค่าซึมซาบแม่เหล็กของช่องอากาศแสดงดังรูปที่ 6.3



รูปที่ 6.1 ขั้นตอนการทำงานของ การออกแบบรูปร่างที่เหมาะสมโดยวิธีการโหนดเคลื่อนที่



รูปที่ 6.2 โครงสร้างต้นแบบขดแม่เหล็กไฟฟ้า



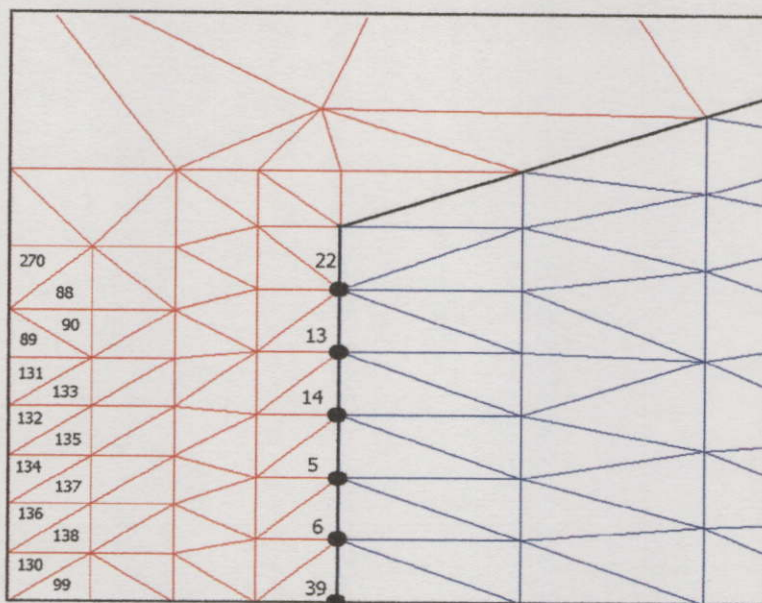
รูปที่ 6.3 ขอบเขตของต้นแบบ 2 มิติขนาดเศษหนึ่งส่วนสี่ของโครงสร้างขั้วแม่เหล็ก

จากรูปที่ 6.3 กำหนดขอบเขตปัญหาเป็น $\Omega = (0, a) \times (0, b) = (0, 0.12) \times (0, 0.10) \text{m}^2$ เงื่อนไขของขอบเขตคิริชเลท และนิวแมนแทนด้วย Γ_0 และ Γ_1 ตามลำดับ

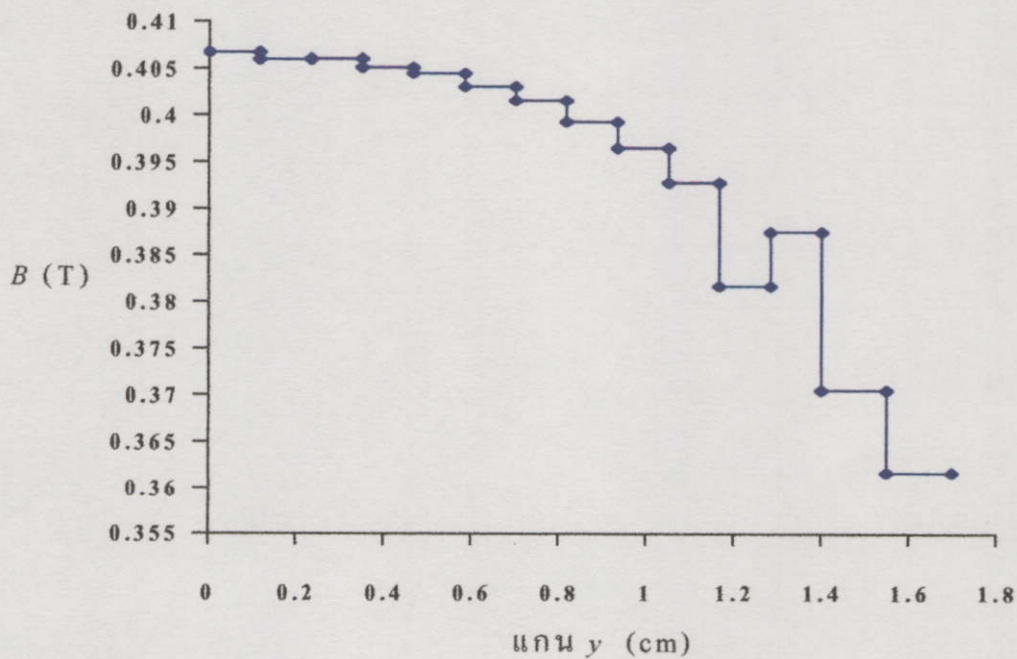
6.2 การออกแบบรูปร่างที่เหมาะสมของขั้วแม่เหล็กโดยใช้โครงสร้างตาข่ายแบบที่ 1

รูปขยายของต้นแบบโครงตาข่ายแบบที่ 1 แสดงดังรูปที่ 6.4 จากรูปจะกำหนดให้โหนดที่เคลื่อนที่ในการออกแบบจำนวน 6 โหนดคือ โหนดที่ 22, 13, 14, 5, 6 และ 39 และอิติเม้นท์บริเวณช่องอากาศ D ที่พิจารณาจำนวน 14 อิติเม้นท์คือ อิติเม้นท์ที่ 270, 88, 90, 89, 131, 133, 132, 135, 134, 137, 136, 138, 130 และ 99 ผลการคำนวณค่า B ที่บริเวณช่องอากาศ D ของต้นแบบที่ 1 แสดงดังรูปที่ 6.5 และ ตารางที่ 6.1 จากรูปที่ 6.5 แสดงให้เห็นถึงความแตกต่างของค่า B ที่เกิดขึ้น

บริเวณช่องอากาศโดยเปรียบเทียบกับแนวแกน y ของคั่นแบบรูปที่ 6.4 และตารางที่ 6.1 แสดงค่า B ในอิลิเมนต์ที่พิจารณาจำนวน 14 อิลิเมนต์



รูปที่ 6.4 รูปขยายคั่นแบบโครงตาข่ายอิลิเมนต์แบบที่ 1 บริเวณช่องอากาศและหัวแม่เหล็ก



รูปที่ 6.5 ความแตกต่างของค่า B ที่เกิดขึ้นบริเวณช่องอากาศ D ในแนวแกน y ของคั่นแบบที่ 1

ตารางที่ 6.1 ค่าความหนาแน่นเส้นแม่เหล็กในช่องอากาศบริเวณ D ของต้นแบบที่ 1

อิลิเมนต์ที่	B (tesla)	อิลิเมนต์ที่	B (tesla)
270	0.3617	135	0.4016
88	0.3705	134	0.4030
90	0.3875	137	0.4045
89	0.3817	136	0.4051
131	0.3928	138	0.4060
133	0.3965	130	0.4060
132	0.3993	99	0.4067

การวิเคราะห์ปัญหาของการออกแบบคือการหาตำแหน่งที่เหมาะสมของโหนดที่เคลื่อนที่ทั้ง 6 โหนดเพื่อทำให้เกิดค่า B_c ในอิลิเมนต์ต่าง ๆ บริเวณช่องอากาศจำนวน 14 อิลิเมนต์มีค่า B_d ตามความต้องการที่จะออกแบบ ซึ่งการแก้ปัญหาลักษณะนี้สามารถกระทำได้โดยการจัดอยู่ในรูปสมการการหาค่าที่น้อยที่สุดของฟังก์ชันหลักดังนี้

$$F[\{p_x, p_y\}, V(\{p_x, p_y\})] = \sum_{i=1}^{14} |B_{c_i} - B_{d_i}|^2 \quad (6.1)$$

โดยมีเงื่อนไขของขอบเขต ($j = 1, \dots, 6$)

$$g_{x_j}(\{p_x\}) = \frac{p_{x_j}^2 - p_{x_j}(p_{x_j}^L - p_{x_j}^R) + p_{x_j}^L p_{x_j}^R}{(p_{x_j}^R - p_{x_j}^L)^2} \leq 0 \quad (6.2)$$

$$g_{y_j}(\{p_y\}) = \frac{p_{y_j}^2 - p_{y_j}(p_{y_j}^L - p_{y_j}^R) + p_{y_j}^L p_{y_j}^R}{(p_{y_j}^R - p_{y_j}^L)^2} \leq 0 \quad (6.3)$$

เมื่อ $p_{x_j}^L$ และ $p_{x_j}^R$ เป็นขอบเขตแนวแกน x ทางด้านซ้ายและทางด้านขวาตามลำดับ และตำแหน่งแนวแกน x กำหนดให้มามีค่าดังนี้

$$0.105 \leq p_{x_j} \leq 0.175 \text{ cm} \quad (6.4)$$

เมื่อ $p_{y_j}^L$ และ $p_{y_j}^R$ เป็นขอบเขตแนวแกน y ทางด้านล่างและทางด้านบนตามลำดับ และตำแหน่งแนวแกน y กำหนดให้มามีค่าดังนี้

$$0.125 \leq p_{y_1} \leq 0.150 \text{ cm}$$

$$0.095 \leq p_{y_2} \leq 0.120 \text{ cm}$$

$$0.065 \leq p_{y_3} \leq 0.09 \text{ cm}$$

$$0.035 \leq p_{y_4} \leq 0.06 \text{ cm}$$

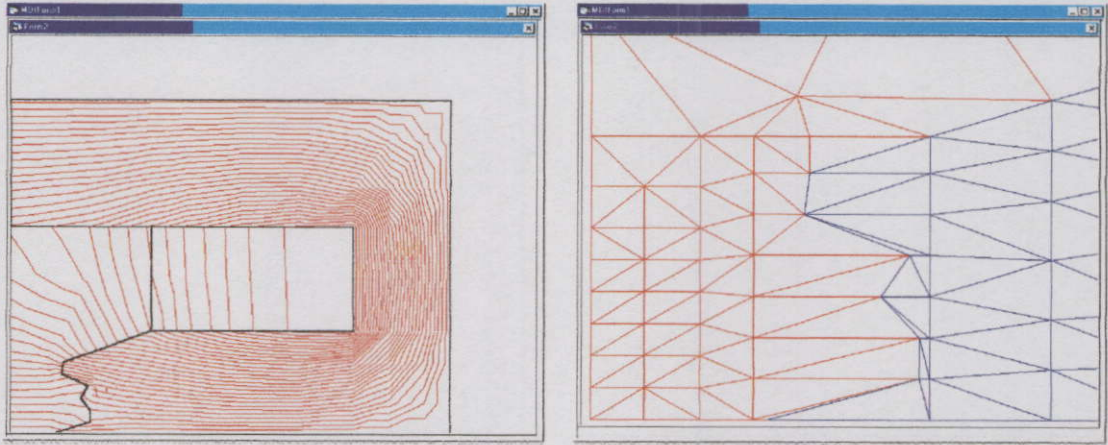
$$0.005 \leq p_{y_5} \leq 0.03 \text{ cm}$$

$$p_{y_6} = 0 \text{ cm} \quad (6.5)$$

สำหรับการเคลื่อนที่โหนดในแนวแกน x จะใช้ฟังก์ชันเงื่อนไขคือสมการที่ 6.2 และ 6.4 เท่านั้น สำหรับการเคลื่อนที่โหนดในแนวแกน x และ y และในแนวแกน xy จะใช้ฟังก์ชันเงื่อนไขคือสมการที่ 6.2 ถึง 6.5

การออกแบบรูปร่างที่เหมาะสมของขั้วแม่เหล็กในหัวข้อนี้อาจจะกำหนดให้ค่าความหนาแน่นเส้นแรงแม่เหล็กที่ต้องการในบริเวณช่องอากาศ B_d มีค่าคงที่เท่ากับ 0.33 tesla

6.2.1 การออกแบบรูปร่างขั้วแม่เหล็กโดยวิธีการโหนดเคลื่อนที่ในแนวแกน x
(6 โหนด)

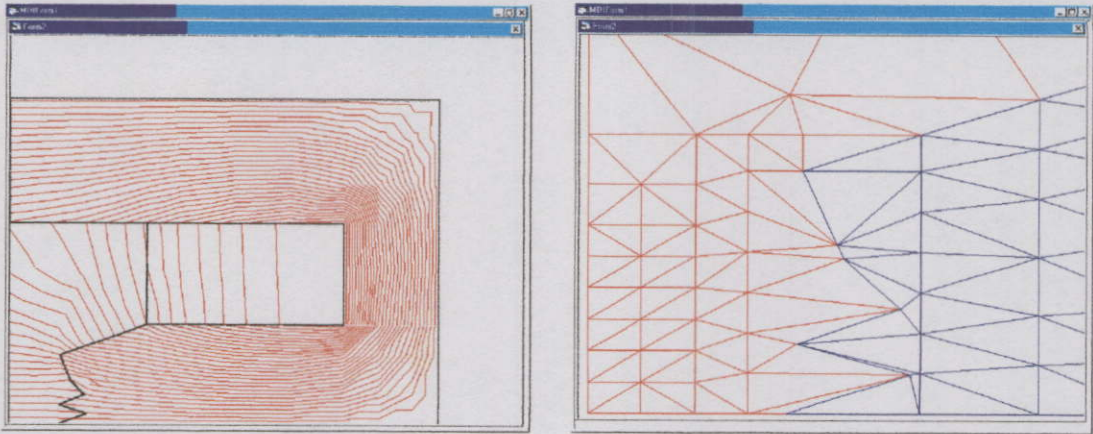


รูปที่ 6.6 รูปร่างขั้วแม่เหล็กที่ค่า $B_d = 0.33$ tesla โดยวิธีการโหนดเคลื่อนที่ในแนวแกน x
(6 โหนด)

ตารางที่ 6.2 ค่า B_c ในบริเวณช่องอากาศ D ที่ได้จากการออกแบบที่ค่า $B_d = 0.33$ tesla
โดยวิธีการโหนดเคลื่อนที่ในแนวแกน x (6 โหนด)

อิติเมนท์ที่	B (tesla)	อิติเมนท์ที่	B (tesla)	ค่าฟังก์ชันน้อยที่สุด
270	0.3242	135	0.329	7.86882E-05
88	0.3342	134	0.3296	
90	0.3335	137	0.329	
89	0.3296	136	0.3307	
131	0.3298	138	0.3305	
133	0.3304	130	0.3318	
132	0.3294	99	0.3327	

6.2.2 การออกแบบรูปร่างขั้วแม่เหล็กโดยวิธีการโหนดเคลื่อนที่ในแนวแกน x และ y (6 โหนด)

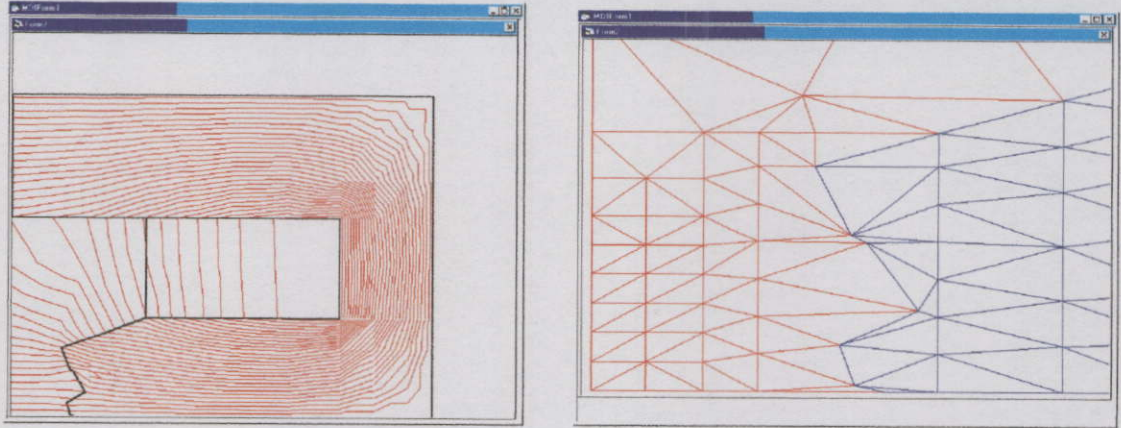


รูปที่ 6.7 รูปร่างขั้วแม่เหล็กที่ค่า $B_d = 0.33$ tesla โดยวิธีการโหนดเคลื่อนที่ในแนวแกน x และ y (6 โหนด)

ตารางที่ 6.3 ค่า B_c ในบริเวณช่องอากาศ D ที่ได้จากการออกแบบที่ค่า $B_d = 0.33$ tesla โดยวิธีการโหนดเคลื่อนที่ในแนวแกน x และ y (6 โหนด)

อิติเม้นท์ที่	B (tesla)	อิติเม้นท์ที่	B (tesla)	ค่าฟังก์ชันน้อยที่สุด
270	0.3209	135	0.3342	2.289783E-04
88	0.33	134	0.3327	
90	0.3361	137	0.3325	
89	0.3309	136	0.3319	
131	0.3337	138	0.3316	
133	0.3361	130	0.3317	
132	0.3336	99	0.3314	

6.2.3 การออกแบบรูปร่างขั้วแม่เหล็กโดยวิธีการโหนดเคลื่อนที่ในแนวแกน xy
(6 โหนด)



รูปที่ 6.8 รูปร่างขั้วแม่เหล็กที่ค่า $B_d = 0.33$ tesla โดยวิธีการโหนดเคลื่อนที่ในแนวแกน xy
(6 โหนด)

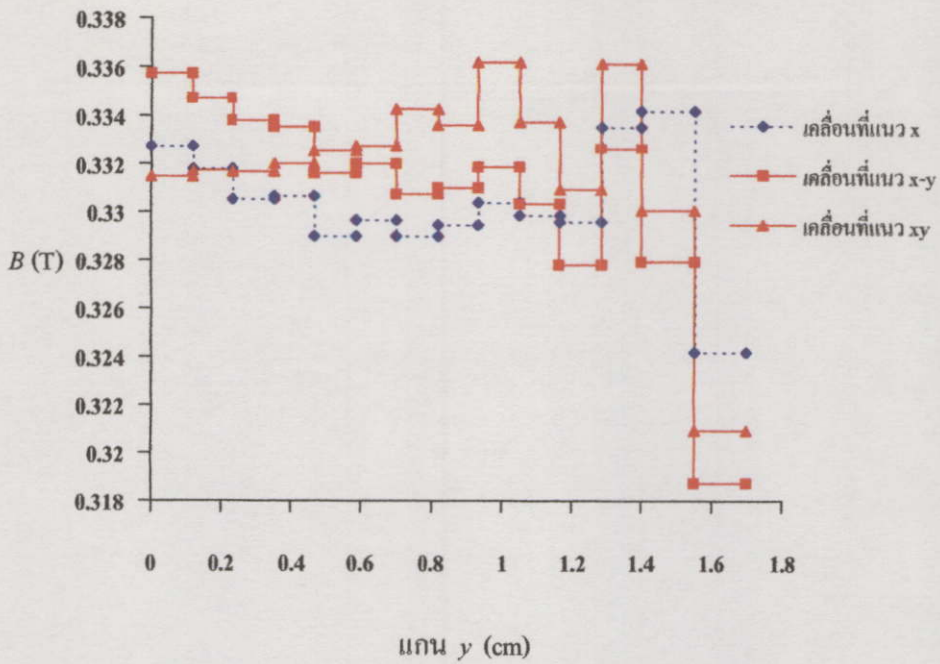
ตารางที่ 6.4 ค่า B_c ในบริเวณช่องอากาศ D ที่ได้จากการออกแบบที่ค่า $B_d = 0.33$ tesla
โดยวิธีการโหนดเคลื่อนที่ในแนวแกน xy (6 โหนด)

อิติเมนท์ที่	B (tesla)	อิติเมนท์ที่	B (tesla)	ค่าฟังก์ชันน้อยที่สุด
270	0.3242	135	0.329	2.369096E-04
88	0.3342	134	0.3296	
90	0.3335	137	0.329	
89	0.3296	136	0.3307	
131	0.3298	138	0.3305	
133	0.3304	130	0.3318	
132	0.3294	99	0.3327	

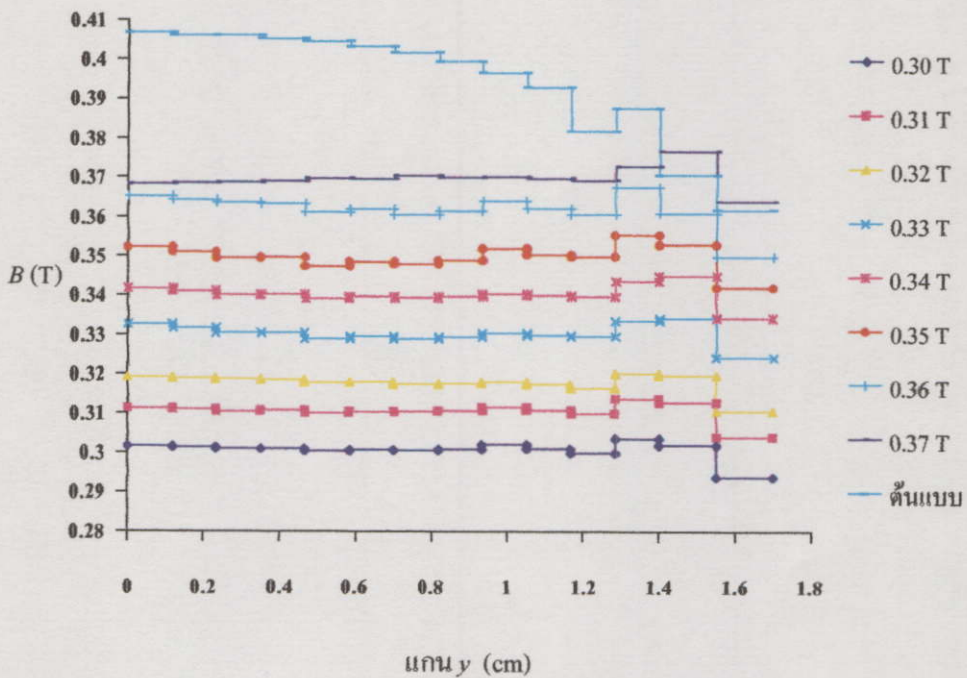
ตารางที่ 6.5 ตำแหน่งเริ่มต้นและตำแหน่งที่เหมาะสมของโหนดเคลื่อนที่ (6 โหนด) โดยวิธีการโหนดเคลื่อนที่ทั้ง 3 วิธีที่ค่า $B_d = 0.33$ tesla

วิธีการ โหนดเคลื่อนที่	โหนดที่	เริ่มต้น	เหมาะสม	เริ่มต้น	เหมาะสม
		แกน x (cm)	แกน x (cm)	แกน y (cm)	แกน y (cm)
แกน x	22	1.20	1.17	1.50	1.50
	13	1.20	1.75	1.20	1.20
	14	1.20	1.59	0.90	0.90
	5	1.20	1.81	0.60	0.60
	6	1.20	1.81	0.30	0.30
	39	1.20	0.98	0	0
แกน x และ y	22	1.20	1.40	1.50	1.25
	13	1.20	1.44	1.20	1.15
	14	1.20	1.75	0.90	0.78
	5	1.20	1.17	0.60	0.52
	6	1.20	1.81	0.30	0.29
	39	1.20	1.11	0	0
แกน xy	22	1.20	1.40	1.50	1.25
	13	1.20	1.48	1.20	1.19
	14	1.20	1.76	0.90	0.65
	5	1.20	1.34	0.60	0.37
	6	1.20	1.42	0.30	0.05
	39	1.20	1.58	0	0

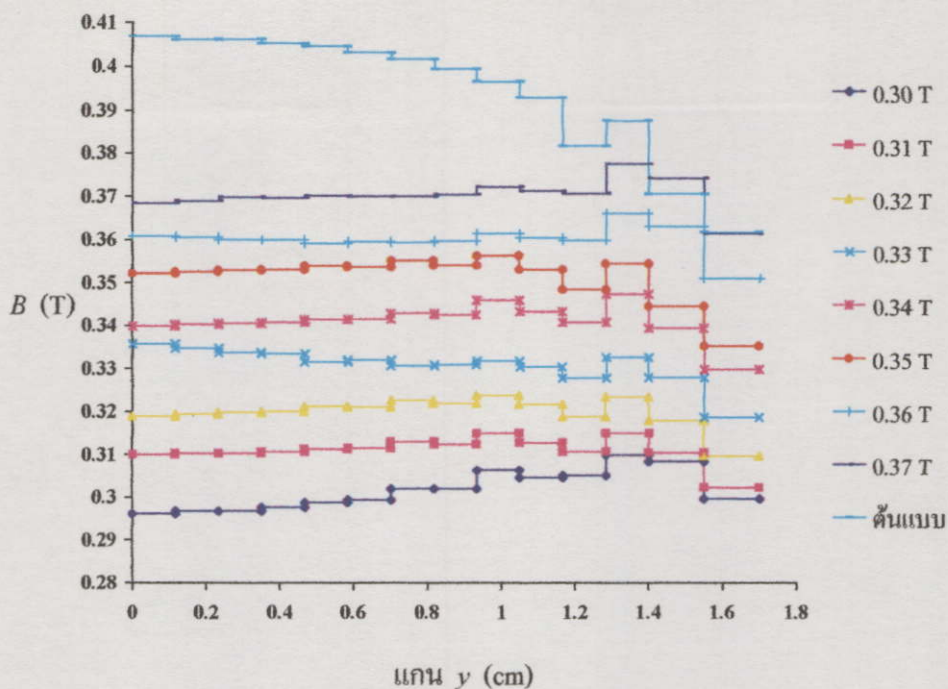
จากรูปที่ 6.6 ถึง 6.9 และตารางที่ 6.2 ถึง 6.5 แสดงให้เห็นจากผลการออกแบบรูปร่างของขั้วแม่เหล็กโดยวิธีการโหนดเคลื่อนที่ทั้ง 3 วิธี พบว่าตำแหน่งของโหนดของแต่ละวิธีจะมีค่าแตกต่างกันดังตารางที่ 6.5 แม้ว่าจะออกแบบค่า $B_d = 0.33$ tesla เดียวกัน ผลที่ได้คือรูปร่างของขั้วแม่เหล็กที่แตกต่างกันซึ่งแสดงให้เห็นว่าการออกแบบที่ให้ค่า B_d ตามที่ต้องการไม่จำเป็นต้องมีเพียงรูปร่างแบบเดียวเสมอไป ทั้งนี้ขึ้นอยู่กับวิธีการที่เลือกใช้ในการคำนวณหาตำแหน่งที่เหมาะสม



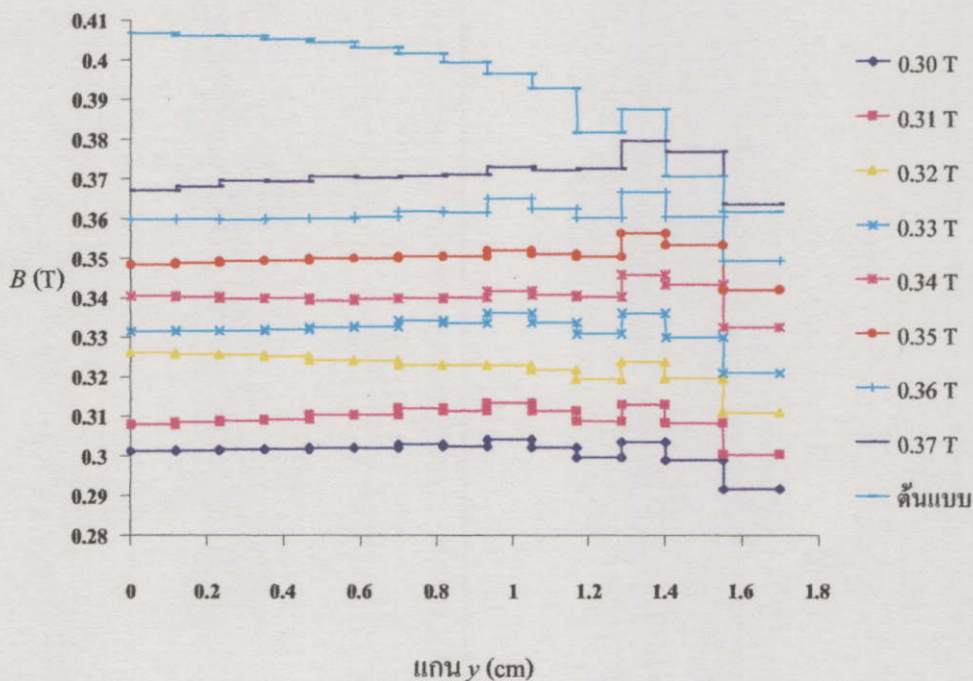
รูปที่ 6.9 ค่า B_c ที่เกิดขึ้นบริเวณช่องอากาศ D ในแนวแกน y โดยวิธีการโหนดเคลื่อนที่ทั้ง 3 วิธี (6 โหนด) ที่ค่า $B_d = 0.33$ tesla



รูปที่ 6.10 ค่า B_c ที่เกิดขึ้นบริเวณช่องอากาศ D ในแนวแกน y เมื่อกำหนดค่า B_d ค่าต่างๆ โดยวิธีการโหนดเคลื่อนที่ในแนวแกน x (6 โหนด)

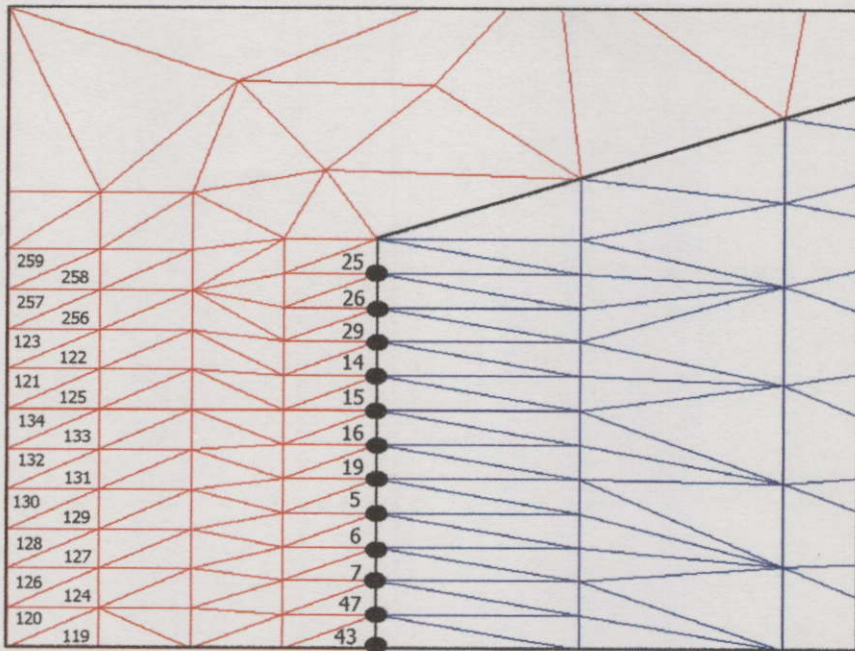


รูปที่ 6.11 ค่า B_c ที่เกิดขึ้นบริเวณช่องอากาศ D ในแนวแกน y เมื่อกำหนดค่า B_d ค่าต่างๆ โดยวิธีการโหนดเคลื่อนที่ในแนวแกน x และ y (6 โหนด)

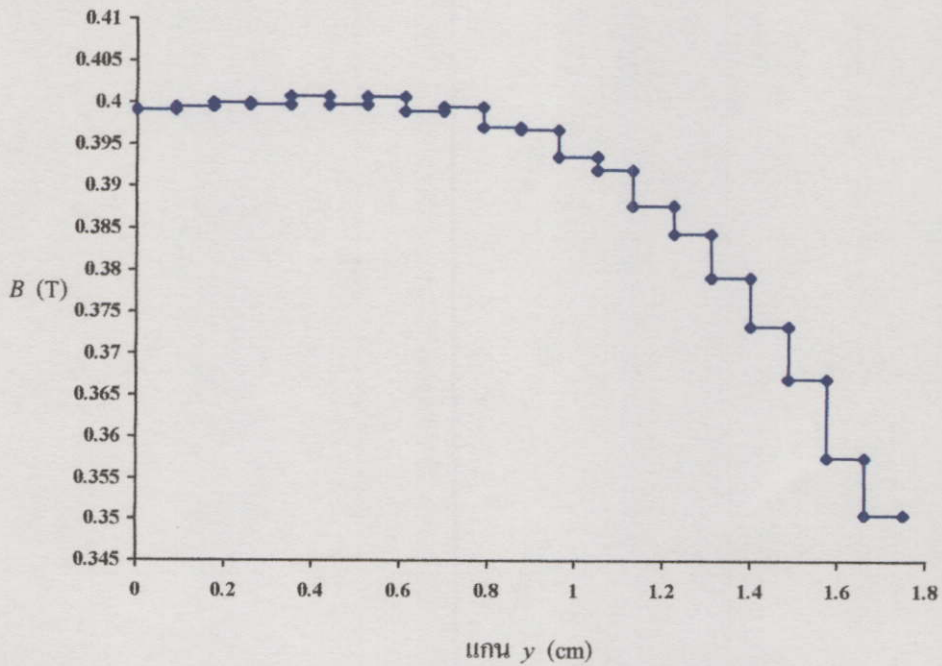


รูปที่ 6.12 ค่า B_c ที่เกิดขึ้นบริเวณช่องอากาศ D ในแนวแกน y เมื่อกำหนดค่า B_d ค่าต่างๆ โดยวิธีการโหนดเคลื่อนที่ในแนวแกน xy (6 โหนด)

6.3 การออกแบบรูปร่างที่เหมาะสมของขั้วแม่เหล็กโดยใช้โครงสร้างตาข่ายแบบที่ 2



รูปที่ 6.13 รูปขยายต้นแบบโครงตาข่ายอิลิเมนต์แบบที่ 2 บริเวณช่องอากาศและขั้วแม่เหล็ก



รูปที่ 6.14 ความแตกต่างของค่า B ที่เกิดขึ้นบริเวณช่องอากาศ D ในแนวแกน y ของต้นแบบที่ 2

รูปขยายของต้นแบบโครงตาข่ายแบบที่ 2 แสดงดังรูปที่ 6.13 จากรูปจะกำหนดให้โหนดที่เคลื่อนที่ในการออกแบบจำนวน 12 โหนดคือ โหนดที่ 25, 26, 29, 14, 15, 16, 19, 5, 6, 7, 47 และ 43 และอิติเม้นท์บริเวณช่องอากาศ D ที่พิจารณาจำนวน 20 อิติเม้นท์คือ อิติเม้นท์ที่ 119, 120, 124, 126, 127, 128, 129, 130, 131, 132, 133, 134, 125, 121, 122, 123, 256, 257, 258 และ 259 ผลการคำนวณค่า B ที่ได้บริเวณช่องอากาศ D ของต้นแบบที่ 2 แสดงดังรูปที่ 6.14 และ ตารางที่ 6.6 จากรูปที่ 6.14 แสดงให้เห็นถึงความแตกต่างของค่า B ที่เกิดขึ้นบริเวณช่องอากาศโดยเปรียบเทียบกับแนวแกน y ของต้นแบบรูปที่ 6.13 และตารางที่ 6.6 แสดงค่า B ในอิติเม้นท์ที่พิจารณาจำนวน 20 อิติเม้นท์

ตารางที่ 6.6 ค่าความหนาแน่นเส้นแม่เหล็กในช่องอากาศบริเวณ D ของต้นแบบที่ 2

อิติเม้นท์ที่	B (tesla)	อิติเม้นท์ที่	B (tesla)
119	0.3991	133	0.4007
120	0.3994	134	0.4000
124	0.3935	125	0.3919
126	0.3970	121	0.3877
127	0.3967	122	0.3844
128	0.3989	123	0.3791
129	0.3995	256	0.3732
130	0.3996	257	0.3670
131	0.4007	258	0.3575
132	0.3996	259	0.3506

การวิเคราะห์ปัญหาของการออกแบบคือการหาตำแหน่งที่เหมาะสมของโหนดที่เคลื่อนที่ทั้ง 12 โหนดเพื่อทำให้เกิดค่า B_c ในอิติเม้นท์ต่าง ๆ บริเวณช่องอากาศจำนวน 20 อิติเม้นท์มีค่า B_d ตามความต้องการที่จะออกแบบ ซึ่งการแก้ปัญหานี้สามารถทำได้โดยการจัดอยู่ในรูปสมการการหาค่าที่น้อยที่สุดของฟังก์ชันหลักดังนี้

$$F[\{p_x, p_y\} V(\{p_x, p_y\})] = \sum_{i=1}^{20} |B_{c_i} - B_{d_i}|^2 \quad (6.6)$$

โดยมีเงื่อนไขของขอบเขต ($j = 1, \dots, 12$)

$$g_{x_j}(\{p_x\}) = \frac{p_{x_j}^2 - p_{x_j}(p_{x_j}^L - p_{x_j}^R) + p_{x_j}^L p_{x_j}^R}{(p_{x_j}^R - p_{x_j}^L)^2} \leq 0 \quad (6.7)$$

$$g_{y_j}(\{p_y\}) = \frac{p_{y_j}^2 - p_{y_j}(p_{y_j}^L - p_{y_j}^R) + p_{y_j}^L p_{y_j}^R}{(p_{y_j}^R - p_{y_j}^L)^2} \leq 0 \quad (6.8)$$

เมื่อ $p_{x_j}^L$ และ $p_{x_j}^R$ เป็นขอบเขตแนวแกน x ทางด้านซ้ายและทางด้านขวาตามลำดับ และตำแหน่งแนวแกน x กำหนดให้มามีค่าดังนี้

$$0.105 \leq p_{x_j} \leq 0.175 \text{ cm} \quad (6.9)$$

เมื่อ $p_{y_j}^L$ และ $p_{y_j}^R$ เป็นขอบเขตแนวแกน y ทางด้านล่างและทางด้านบนตามลำดับ และตำแหน่งแนวแกน y กำหนดให้มามีค่าดังนี้

$$0.155 \leq p_{y_1} \leq 0.165 \text{ cm}$$

$$0.140 \leq p_{y_2} \leq 0.150 \text{ cm}$$

$$0.125 \leq p_{y_3} \leq 0.135 \text{ cm}$$

$$0.110 \leq p_{y_4} \leq 0.120 \text{ cm}$$

$$0.095 \leq p_{y_5} \leq 0.105 \text{ cm}$$

$$0.08 \leq p_{y_6} \leq 0.09 \text{ cm}$$

$$0.065 \leq p_{y_7} \leq 0.075 \text{ cm}$$

$$0.05 \leq p_{y_8} \leq 0.06 \text{ cm}$$

$$0.035 \leq p_{y_9} \leq 0.045 \text{ cm}$$

$$0.02 \leq p_{y_{10}} \leq 0.03 \text{ cm}$$

$$0.005 \leq p_{y_{11}} \leq 0.015 \text{ cm}$$

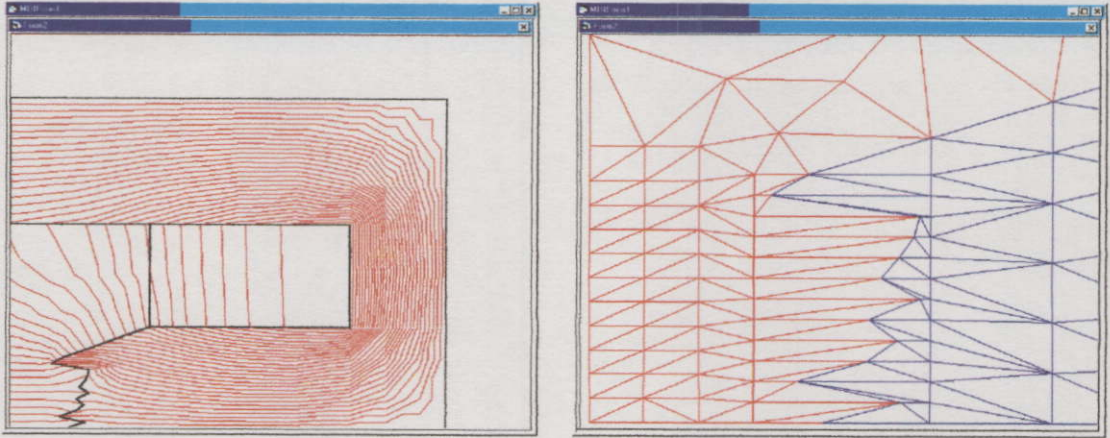
$$p_{y_{12}} = 0 \text{ cm}$$

$$(6.10)$$

สำหรับการเคลื่อนที่โหนดในแนวแกน x จะใช้ฟังก์ชันเงื่อนไขคือสมการที่ 6.7 และ 6.9 เท่านั้น สำหรับการเคลื่อนที่โหนดในแนวแกน x และ y และในแนวแกน xy จะใช้ฟังก์ชันเงื่อนไขคือสมการที่ 6.7 ถึง 6.10

การออกแบบรูปร่างที่เหมาะสมของขั้วแม่เหล็กในหัวข้อนี้อาจกำหนดให้ค่าความหนาแน่นเส้นแรงแม่เหล็กที่ต้องการในบริเวณช่องอากาศ B_d มีค่าคงที่เท่ากับ 0.33 tesla

6.3.1 การออกแบบรูปร่างขั้วแม่เหล็กโดยวิธีการโหนดเคลื่อนที่ในแนวแกน x (12 โหนด)

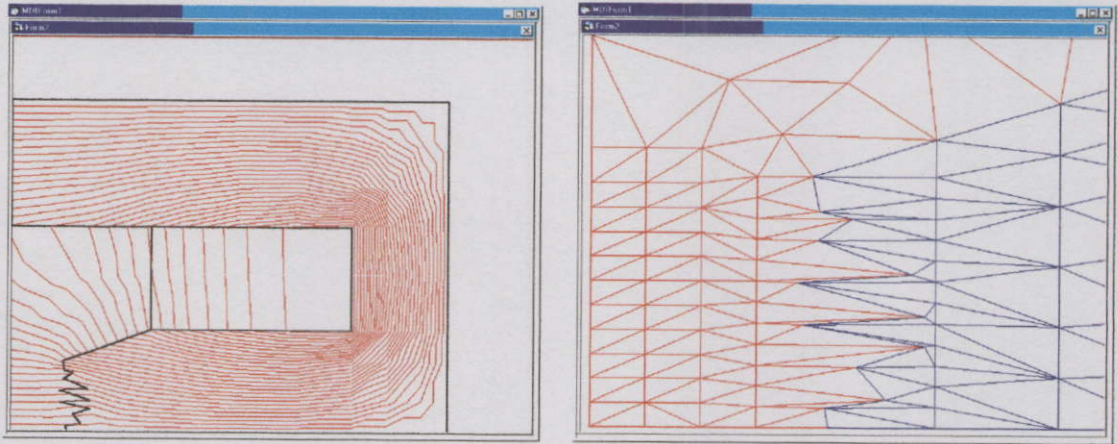


รูปที่ 6.15 รูปร่างขั้วแม่เหล็กที่ค่า $B_d = 0.33$ tesla โดยวิธีการโหนดเคลื่อนที่ในแนวแกน x
(12 โหนด)

ตารางที่ 6.7 ค่า B_c ในบริเวณช่องอากาศ D ที่ได้จากการออกแบบที่ค่า $B_d = 0.33$ tesla โดยวิธีการโหนดเคลื่อนที่ในแนวแกน x (12 โหนด)

อิติเม้นท์ที่	B (tesla)	อิติเม้นท์ที่	B (tesla)	ค่าฟังก์ชันน้อยที่สุด
259	0.324	132	0.3303	7.138898E-05
258	0.3344	131	0.3302	
257	0.3284	130	0.3303	
256	0.333	129	0.3295	
123	0.3297	128	0.3301	
122	0.3314	127	0.3295	
121	0.3298	126	0.3298	
125	0.3302	124	0.3297	
134	0.3303	120	0.3302	
133	0.3307	119	0.3301	

6.3.2 การออกแบบรูปร่างขั้วแม่เหล็กโดยวิธีการโหนดเคลื่อนที่ในแนวแกน x และ y
(12 โหนด)

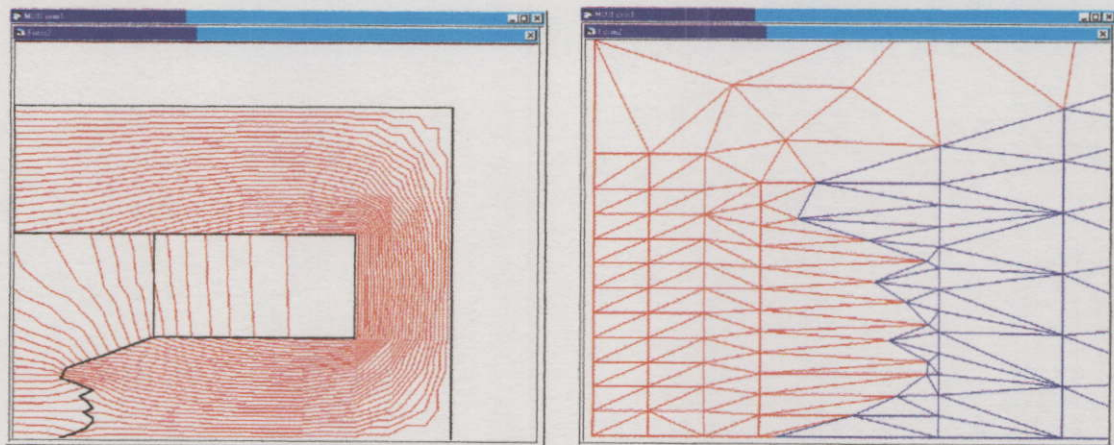


รูปที่ 6.16 รูปร่างขั้วแม่เหล็กที่ค่า $B_d = 0.33$ tesla โดยวิธีการโหนดเคลื่อนที่ในแนวแกน x และ y
(12 โหนด)

ตารางที่ 6.8 ค่า B_c ในบริเวณช่องอากาศ D ที่ได้จากการออกแบบที่ค่า $B_d = 0.33$ tesla
โดยวิธีการโหนดเคลื่อนที่ในแนวแกน x และ y (12 โหนด)

อิติเม้นท์ที่	B (tesla)	อิติเม้นท์ที่	B (tesla)	ค่าฟังก์ชันน้อยที่สุด
259	0.3189	132	0.3318	3.022038E-04
258	0.3274	131	0.3311	
257	0.3279	130	0.3317	
256	0.3349	129	0.3317	
123	0.3322	128	0.3317	
122	0.3369	127	0.3332	
121	0.3332	126	0.3321	
125	0.3355	124	0.3328	
134	0.3319	120	0.3318	
133	0.3315	119	0.3318	

6.3.3 การออกแบบรูปร่างขั้วแม่เหล็กโดยวิธีการโหนดเคลื่อนที่ในแนวแกน xy (12 โหนด)



รูปที่ 6.17 รูปร่างขั้วแม่เหล็กที่ค่า $B_d = 0.33$ tesla โดยวิธีการโหนดเคลื่อนที่ในแนวแกน xy
(12 โหนด)

ตารางที่ 6.9 ค่า B_c ในบริเวณช่องอากาศ D ที่ได้จากการออกแบบที่ค่า $B_d = 0.33$ tesla
โดยวิธีการโหนดเคลื่อนที่ในแนวแกน xy (12 โหนด)

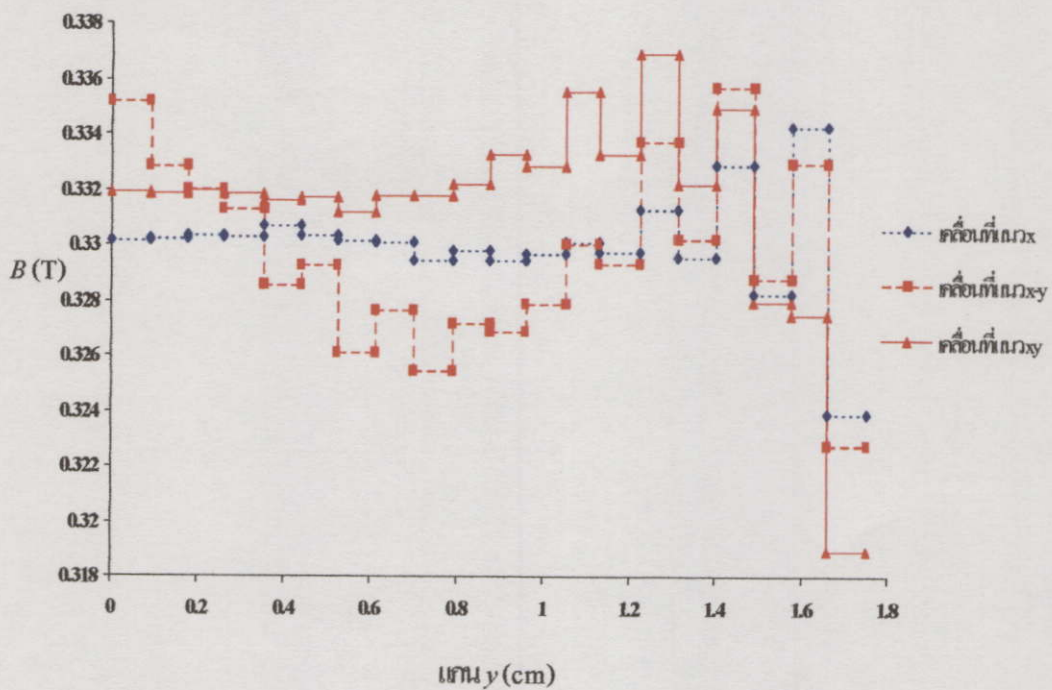
อิติเม้นท์ที่	B (tesla)	อิติเม้นท์ที่	B (tesla)	ค่าฟังก์ชันน้อยที่สุด
259	0.3251	132	0.3322	2.692417E-04
258	0.3355	131	0.3282	
257	0.3316	130	0.3306	
256	0.3388	129	0.3284	
123	0.3332	128	0.3297	
122	0.3367	127	0.3303	
121	0.3324	126	0.3298	
125	0.3335	124	0.3309	
134	0.3326	120	0.3334	
133	0.3297	119	0.3352	

ตารางที่ 6.10 ตำแหน่งเริ่มต้นและตำแหน่งที่เหมาะสมของโหนดเคลื่อนที่ (12 โหนด)

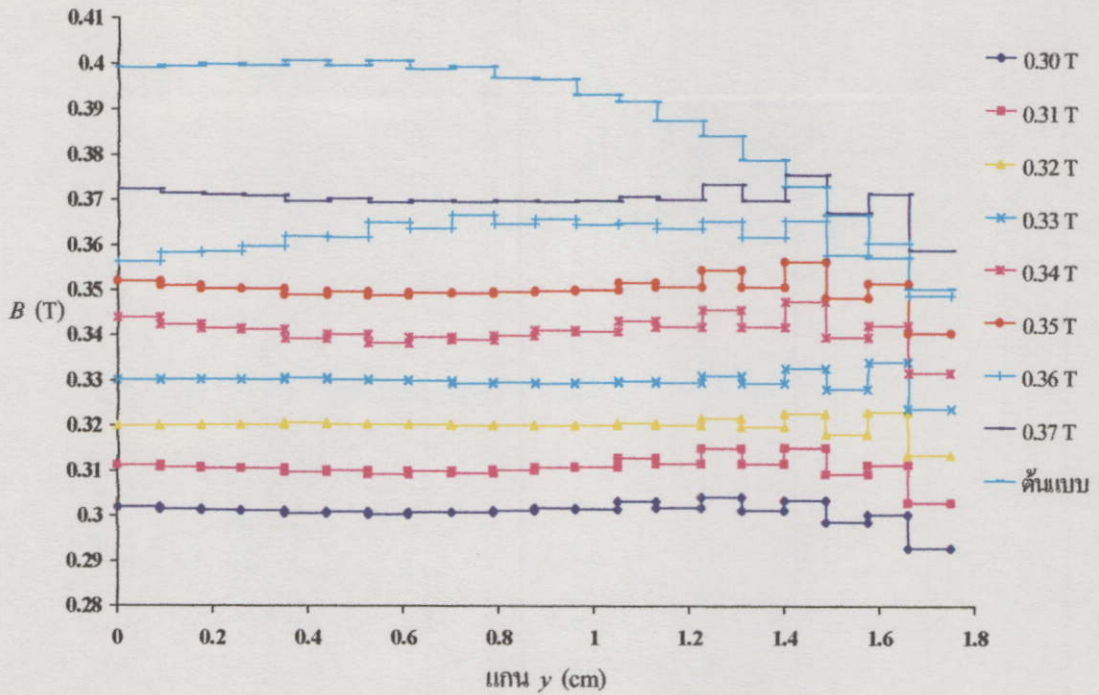
โดยวิธีการโหนดเคลื่อนที่ทั้ง 3 วิธีที่ค่า $B_d = 0.33$ tesla

วิธีการ โหนดเคลื่อนที่	โหนดที่	เริ่มต้น	เหมาะสม	เริ่มต้น	เหมาะสม
		แกน x (cm)	แกน x (cm)	แกน y (cm)	แกน y (cm)
แกน x	25	1.20	0.99	1.65	1.65
	26	1.20	1.81	1.50	1.50
	29	1.20	1.78	1.35	1.35
	14	1.20	1.70	1.20	1.20
	15	1.20	1.60	1.05	1.05
	16	1.20	1.81	0.90	0.90
	19	1.20	1.53	0.75	0.75
	5	1.20	1.69	0.60	0.60
	6	1.20	1.52	0.45	0.45
	7	1.20	1.14	0.30	0.30
	47	1.20	1.71	0.15	0.15
	43	1.20	1.28	0	0
แกน x และ y	25	1.20	1.24	1.65	1.55
	26	1.20	1.41	1.50	1.50
	29	1.20	1.23	1.35	1.34
	14	1.20	1.74	1.20	1.10
	15	1.20	1.12	1.05	1.04
	16	1.20	1.81	0.90	0.80
	19	1.20	1.15	0.75	0.74
	5	1.20	1.81	0.60	0.59
	6	1.20	1.44	0.45	0.44
	7	1.20	1.60	0.30	0.20
	47	1.20	1.27	0.15	0.14
	43	1.20	1.29	0	0

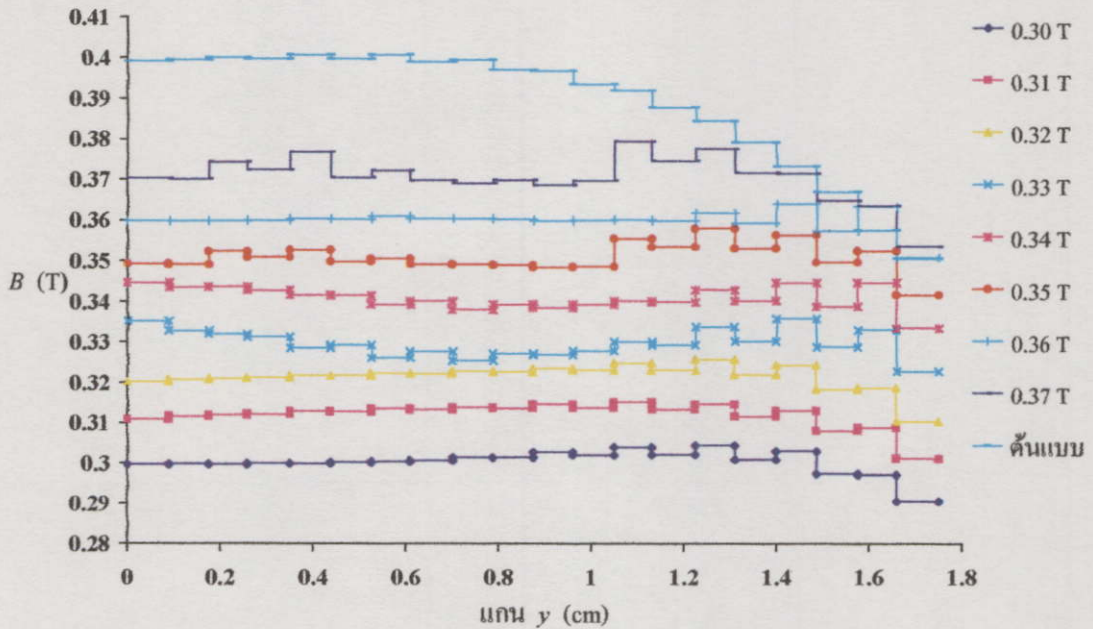
วิธีการ โหนดเคลื่อนที่	โหนดที่	เริ่มต้น	เหมาะสม	เริ่มต้น	เหมาะสม
		แกน x (cm)	แกน x (cm)	แกน y (cm)	แกน y (cm)
แกน xy	25	1.20	1.10	1.65	1.55
	26	1.20	1.48	1.50	1.40
	29	1.20	1.80	1.35	1.25
	14	1.20	1.52	1.20	1.10
	15	1.20	1.69	1.05	0.96
	16	1.20	1.81	0.90	0.80
	19	1.20	1.60	0.75	0.69
	5	1.20	1.81	0.60	0.54
	6	1.20	1.80	0.45	0.45
	7	1.20	1.64	0.30	0.29
	47	1.20	1.40	0.15	0.16
	43	1.20	0.99	0	0



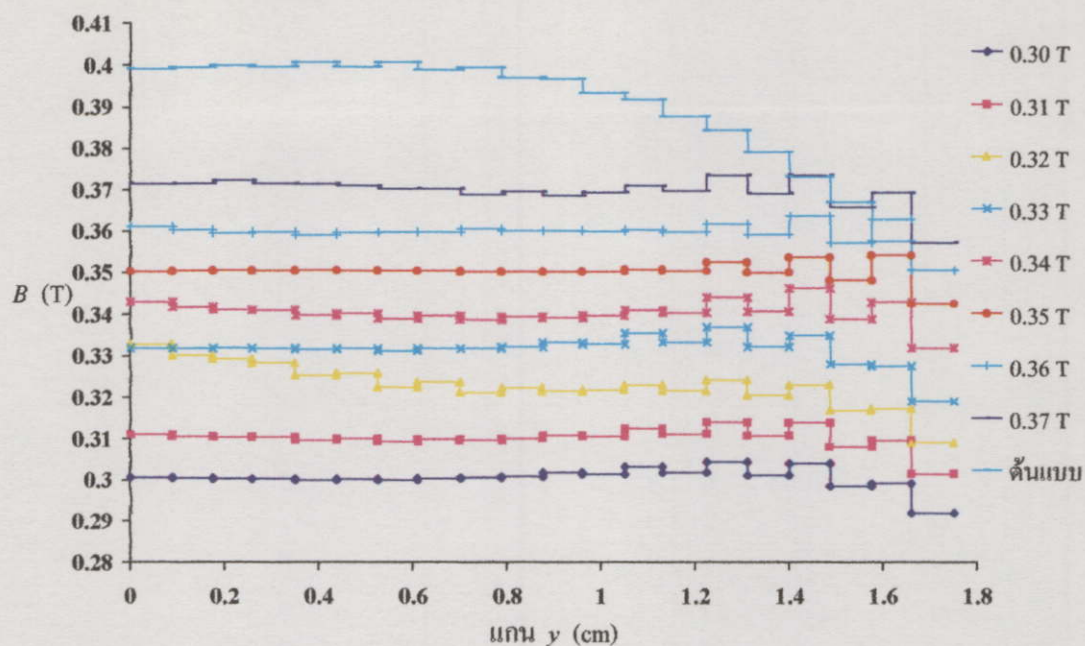
รูปที่ 6.18 ค่า B_c ที่เกิดขึ้นบริเวณช่องอากาศ D ในแนวแกน y โดยวิธีการโหนดเคลื่อนที่ทั้ง 3 วิธี (12 โหนด) ที่ค่า $B_d = 0.33$ tesla



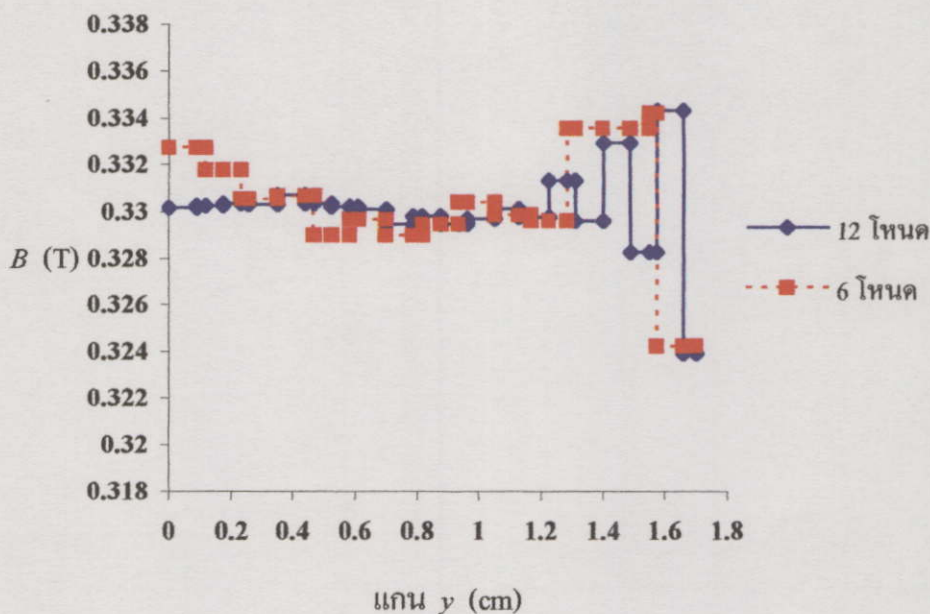
รูปที่ 6.19 ค่า B_c ที่เกิดขึ้นบริเวณช่องอากาศ D ในแนวแกน y เมื่อกำหนดค่า B_d ค่าต่าง ๆ โดยวิธีการโหนดเคลื่อนที่ในแนวแกน x (12 โหนด)



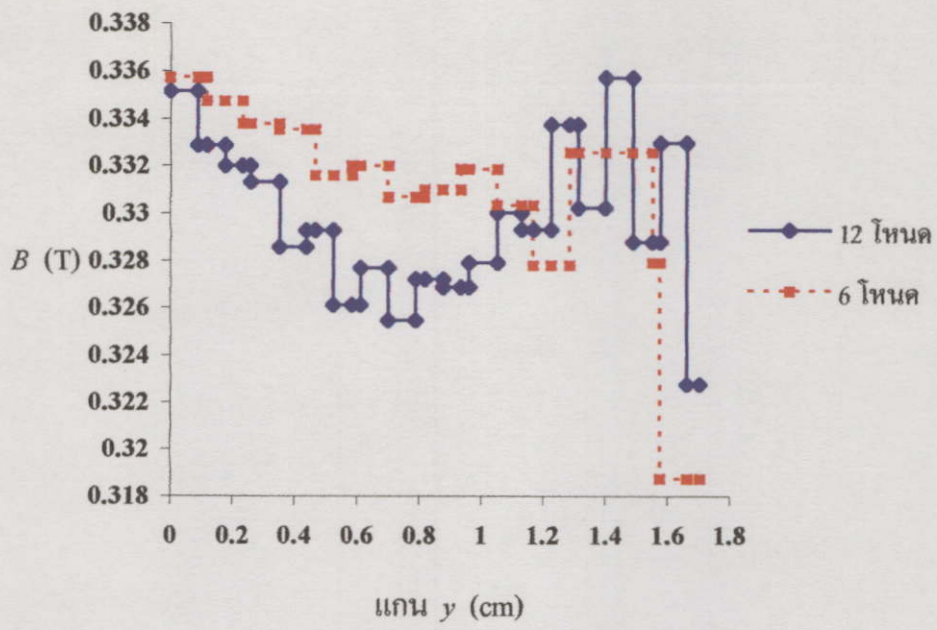
รูปที่ 6.20 ค่า B_c ที่เกิดขึ้นบริเวณช่องอากาศ D ในแนวแกน y เมื่อกำหนดค่า B_d ค่าต่าง ๆ โดยวิธีการโหนดเคลื่อนที่ในแนวแกน x และ y (12 โหนด)



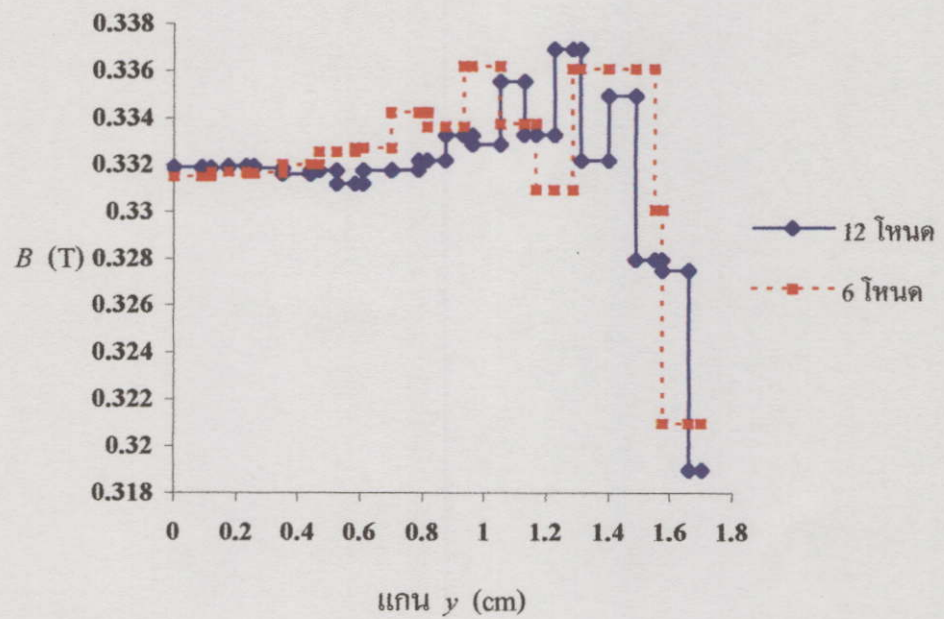
รูปที่ 6.21 ค่า B_c ที่เกิดขึ้นบริเวณช่องอากาศ D ในแนวแกน y เมื่อกำหนดค่า B_d ค่าต่าง ๆ โดยวิธีการโทนครเคลื่อนที่ในแนวแกน xy (12 โหนด)



รูปที่ 6.22 ค่า B_c ที่เกิดขึ้นบริเวณช่องอากาศ D ในแนวแกน y ของแบบ 6 โหนด และ 12 โหนด เมื่อกำหนดค่า $B_d = 0.33$ tesla โดยวิธีการโทนครเคลื่อนที่ในแนวแกน x



รูปที่ 6.23 ค่า B_c ที่เกิดขึ้นบริเวณช่องอากาศ D ในแนวแกน y ของแบบ 6 โหนด และ 12 โหนด เมื่อกำหนดค่า $B_d = 0.33$ tesla โดยวิธีการโหนดเคลื่อนที่ในแนวแกน x และ y



รูปที่ 6.24 ค่า B_c ที่เกิดขึ้นบริเวณช่องอากาศ D ในแนวแกน y ของแบบ 6 โหนด และ 12 โหนด เมื่อกำหนดค่า $B_d = 0.33$ tesla โดยวิธีการโหนดเคลื่อนที่ในแนวแกน xy

จากรูปที่ 6.10 ถึง 6.12 และรูปที่ 6.19 ถึง 6.21 แสดงให้เห็นถึงค่า B_c ที่เกิดขึ้นบริเวณช่องอากาศ D ในแนวแกน y ของโครงตาข่ายอิลิเมนต์ที่ทั้ง 2 แบบ โดยใช้วิธีการโหนดเคลื่อนที่ทั้ง 3 วิธี จากการเปรียบเทียบค่าความหนาแน่นเส้นแรงแม่เหล็กที่คำนวณได้ B_c จากต้นแบบที่มีโหนดเคลื่อนที่จำนวน 6 โหนดกับต้นแบบที่มีโหนดเคลื่อนที่จำนวน 12 โหนดดังรูปที่ 6.22 ถึง 6.24 จะพบว่าเมื่อใช้วิธีการโหนดเคลื่อนที่ทั้ง 3 วิธีนั้นค่าความหนาแน่นเส้นแรงแม่เหล็กที่เกิดขึ้น B_c ในอิลิเมนต์บริเวณช่องอากาศ D ในแนวแกน y ของต้นแบบที่มีโหนดเคลื่อนที่ 12 โหนด จะมีค่าความหนาแน่นเส้นแรงแม่เหล็กที่ใกล้เคียงกว่าต้นแบบที่มีโหนดเคลื่อนที่ 6 โหนด ทั้งนี้เนื่องมาจากการที่มีโหนดเคลื่อนที่มากจะทำให้สามารถหาค่าที่เหมาะสมได้ละเอียดมากกว่าการที่มีโหนดเคลื่อนที่น้อย เมื่อต้องการออกแบบให้มีค่า B_d ตั้งแต่ 0.30 – 0.37 tesla ซึ่งผลจากการออกแบบจะมีค่าที่ได้ใกล้เคียงตามที่ต้องการ สำหรับรูปร่างที่เหมาะสมของขั้วแม่เหล็กที่ค่า B_d ต่าง ๆ (0.30 tesla และ 0.37 tesla) สามารถแสดงได้ดังรูปที่ 6.25 ถึง 6.27 และรายละเอียดผลของค่าความหนาแน่นเส้นแรงแม่เหล็กที่คำนวณได้ B_c จากต้นแบบทั้งหมดจะแสดงไว้ในภาคผนวก

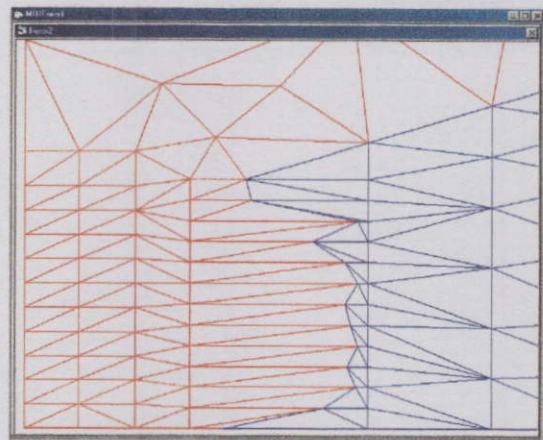
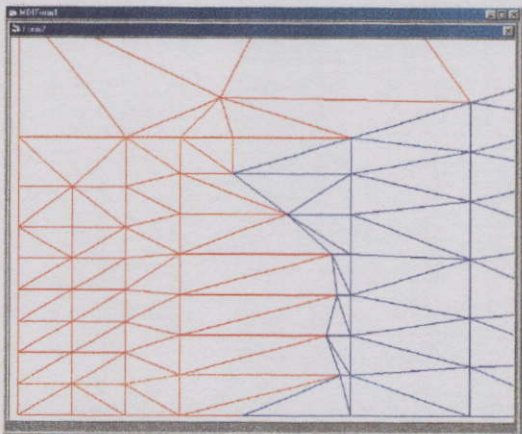
6.4 การวิเคราะห์ผลการทดสอบ

การออกแบบรูปร่างที่เหมาะสมของขั้วแม่เหล็กของชุดแม่เหล็กไฟฟ้าเพื่อให้ได้ค่าความหนาแน่นเส้นแรงแม่เหล็กในบริเวณช่องอากาศ D มีค่าคงที่ตามที่ต้องการออกแบบโดยใช้วิธีการโหนดเคลื่อนที่ทั้ง 3 วิธีดังที่ได้กล่าวมาแล้วในหัวข้อที่ 6.2 และ 6.3 นั้น จะเห็นได้ว่าสามารถได้ผลการออกแบบที่มีค่าใกล้เคียงกับค่าที่ต้องการออกแบบในทุกอิลิเมนต์ของบริเวณช่องอากาศที่กำหนดซึ่งสามารถวิเคราะห์ผลการออกแบบได้ดังนี้

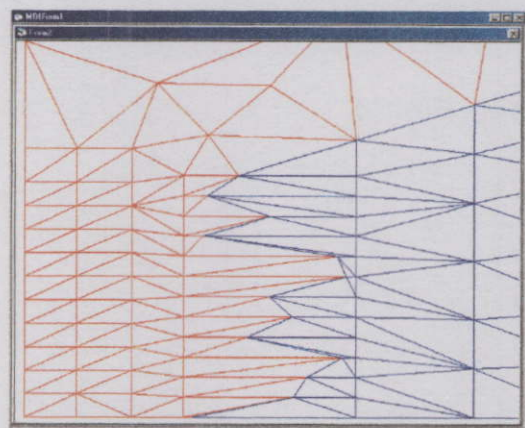
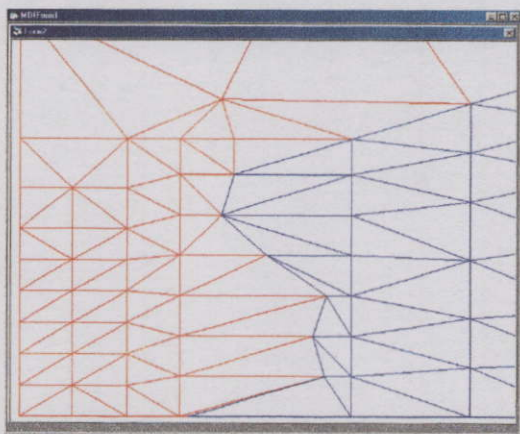
1. ค่าความคลาดเคลื่อนที่เกิดขึ้นในการออกแบบจะขึ้นอยู่กับลักษณะของการกำหนดโครงตาข่ายอิลิเมนต์ (จำนวนโหนด และจำนวนอิลิเมนต์) และจำนวนโหนดที่กำหนดให้เคลื่อนที่จากรูปที่ 6.9 และ 6.18 เป็นการออกแบบค่าความหนาแน่นเส้นแรงแม่เหล็กในบริเวณช่องอากาศ D ให้มีค่าเท่ากับ 0.33 tesla ซึ่งสามารถเปรียบเทียบผลการออกแบบที่ได้จากโครงตาข่ายอิลิเมนต์แบบที่ 1 (164 โหนด 277 อิลิเมนต์ โหนดเคลื่อนที่ 6 โหนด) และโครงตาข่ายอิลิเมนต์แบบที่ 2 (195 โหนด 337 อิลิเมนต์ โหนดเคลื่อนที่ 12 โหนด) จะพบว่าต้นแบบที่มีโหนดเคลื่อนที่ 12 โหนด จะมีค่าความหนาแน่นของเส้นแรงแม่เหล็กที่สม่ำเสมอมากกว่าต้นแบบที่มีโหนดเคลื่อนที่ 6 โหนด เพราะต้นแบบที่มีโหนดเคลื่อนที่ 12 โหนดสามารถที่จะออกแบบรูปร่างที่เหมาะสมของขั้วแม่เหล็กได้ละเอียดกว่า (ความคลาดเคลื่อนน้อยกว่า) ต้นแบบที่มีโหนดเคลื่อนที่เพียง 6 โหนดเนื่องจากมีจำนวนอิลิเมนต์ที่มากกว่า (ขนาดอิลิเมนต์เล็กกว่า)

โครงตาข่ายอิลิเมนต์แบบ 6 โหนด

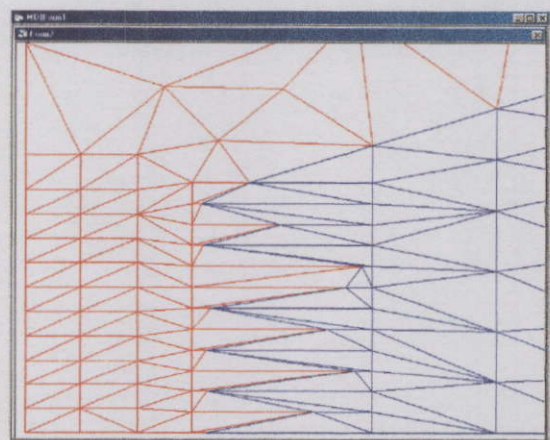
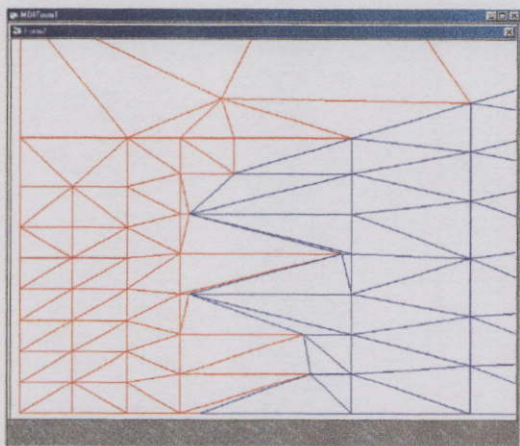
โครงตาข่ายอิลิเมนต์แบบ 12 โหนด



ก) ค่า B_d เท่ากับ 0.3 tesla



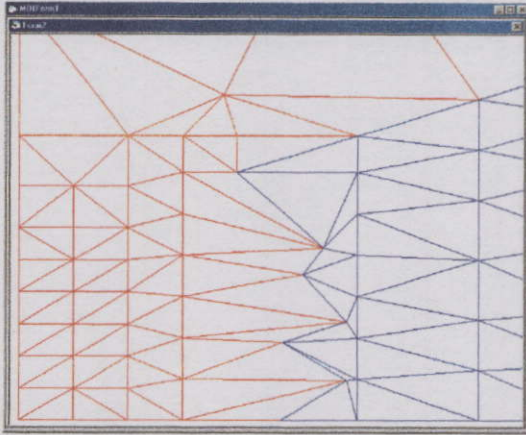
ข) ค่า B_d เท่ากับ 0.35 tesla



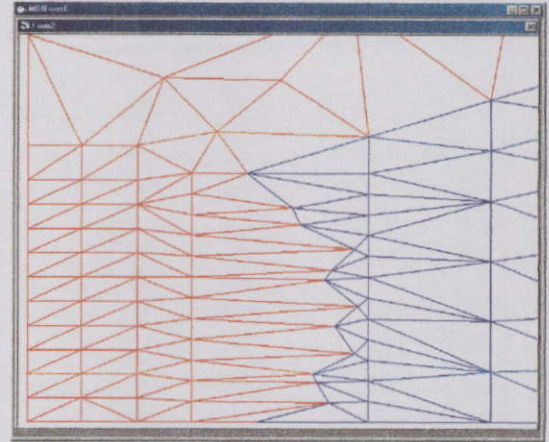
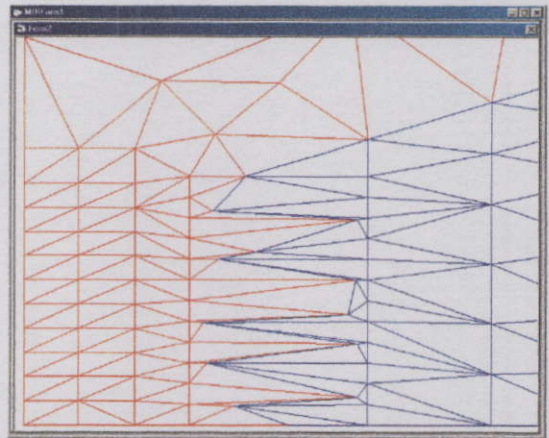
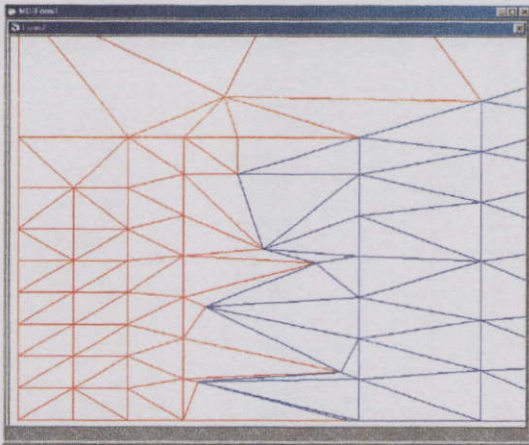
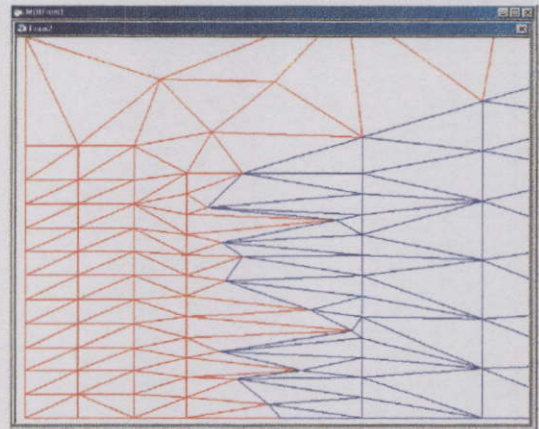
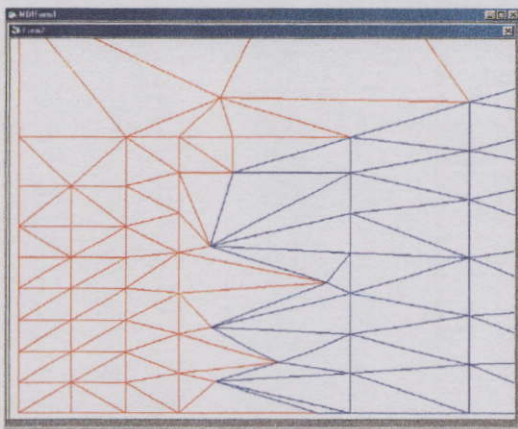
ค) ค่า B_d เท่ากับ 0.37 tesla

รูปที่ 6.25 รูปร่างที่เหมาะสมของขั้วแม่เหล็กโดยวิธีการโหนดเคลื่อนที่ในแนวแกน x ที่ค่า B_d เท่ากับ ก) 0.30 tesla ข) 0.35 tesla ค) 0.37 tesla

โครงตาข่ายอิเลเมนต์แบบ 6 โหนด

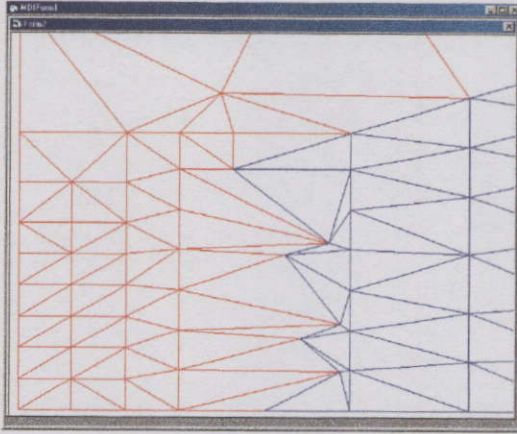


โครงตาข่ายอิเลเมนต์แบบ 12 โหนด

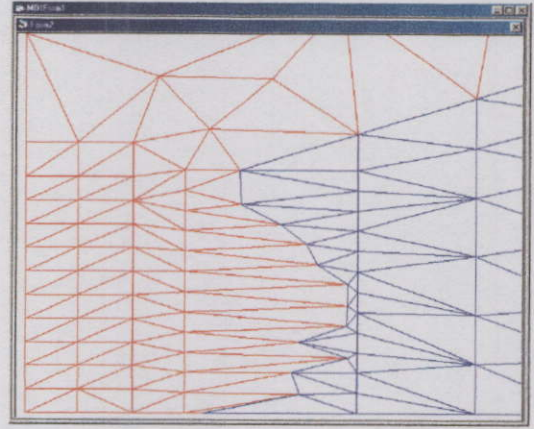
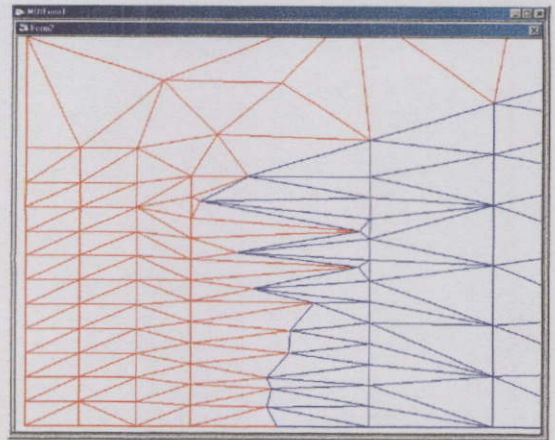
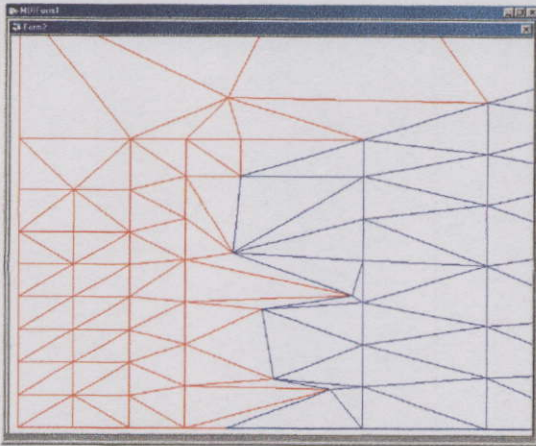
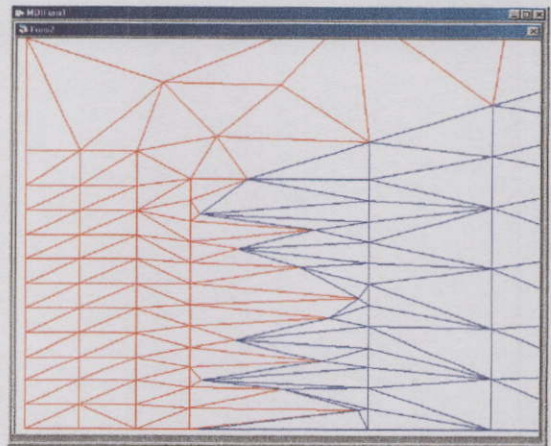
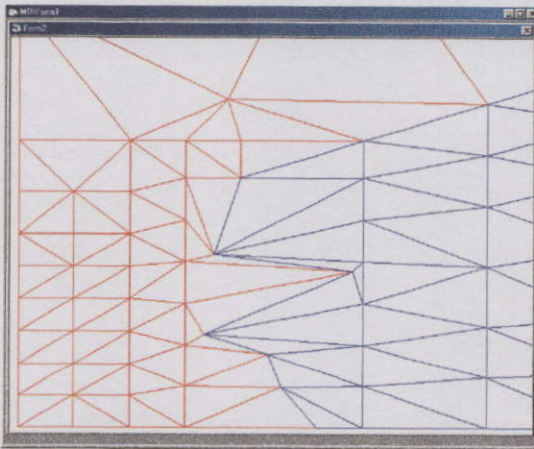
ก) ค่า B_d เท่ากับ 0.3 teslaข) ค่า B_d เท่ากับ 0.35 teslaค) ค่า B_d เท่ากับ 0.37 tesla

รูปที่ 6.26 รูปร่างที่เหมาะสมของขั้วแม่เหล็กโดยวิธีการโหนดเคลื่อนที่ในแนวแกน x และ y ที่ค่า B_d เท่ากับ ก) 0.30 tesla ข) 0.35 tesla ค) 0.37 tesla

โครงตาข่ายอิเลเมนต์แบบ 6 โหนด



โครงตาข่ายอิเลเมนต์แบบ 12 โหนด

ก) ค่า B_d เท่ากับ 0.3 teslaข) ค่า B_d เท่ากับ 0.35 teslaค) ค่า B_d เท่ากับ 0.37 tesla

รูปที่ 6.27 รูปร่างที่เหมาะสมของขั้วแม่เหล็กโดยวิธีการโหนดเคลื่อนที่ในแนวแกน xy
ที่ค่า B_d เท่ากับ ก) 0.30 tesla ข) 0.35 tesla ค) 0.37 tesla

2. เมื่อเปรียบเทียบลักษณะของการกระจายเส้นสัณฐานแม่เหล็กในบริเวณช่องอากาศ D ของต้นแบบเดิมกับผลที่ได้จากการออกแบบโดยวิธีการโหนดเคลื่อนที่พบว่าลักษณะของการกระจายเส้นสัณฐานแม่เหล็กที่ได้จากการออกแบบจะเป็นแนวเส้นตรงขนานกับแกน x ในบริเวณช่องอากาศที่กำหนด ในขณะที่ต้นแบบเดิมจะมีแนวเส้นสัณฐานแม่เหล็กที่เป็นเส้นตรงที่มีทั้งขนานและไม่ขนานกับแกน x ซึ่งหมายความว่า การกระจายเส้นสัณฐานแม่เหล็กของขั้วแม่เหล็กที่ออกแบบรูปร่างที่เหมาะสมจะมีการกระจายเส้นสัณฐานแม่เหล็กที่มีความสม่ำเสมอดีกว่าต้นแบบเดิม

3. จากผลการออกแบบรูปร่างที่เหมาะสมของขั้วแม่เหล็กโดยวิธีการโหนดเคลื่อนที่ทั้ง 3 วิธีพบว่าสามารถออกแบบได้ตามเป้าหมายที่ต้องการโดยมีค่าความคลาดเคลื่อนที่ยอมรับได้ซึ่งสามารถพิจารณาได้จากค่าฟังก์ชันน้อยที่สุดในตารางที่ 6.2 ถึง 6.4 (แบบ 6 โหนด) และตารางที่ 6.7 ถึง 6.9 (แบบ 12 โหนด) และจากค่า B_c ที่เกิดขึ้นบริเวณช่องอากาศ D ในแนวแกน y เมื่อกำหนดค่า B_d ค่าต่าง ๆ ในรูปที่ 6.10 ถึง 6.12 (แบบ 6 โหนด) และรูปที่ 6.19 ถึง 6.21 (แบบ 12 โหนด) จะเห็นได้ว่าผลที่ได้จากการออกแบบโดยวิธีการโหนดเคลื่อนที่ทั้ง 3 วิธีนั้นยังไม่สามารถสรุปได้อย่างชัดเจนว่าวิธีการใดเป็นวิธีที่ดีที่สุด เนื่องมาจากการออกแบบลักษณะนี้มีตัวแปรหลายอย่างในกระบวนการออกแบบเช่น รูปร่างโครงตาข่ายอิทธิเมนท์ของต้นแบบ ($FEM-2D$), ค่าตัวคูณต่าง ๆ ในขั้นตอนของการหาค่าที่เหมาะสม ($SUMT$) และค่าความคลาดเคลื่อนที่ยอมรับได้ (convergence criteria) เป็นต้น อย่างไรก็ตามสิ่งที่สามารถสรุปได้ในวิทยานิพนธ์นี้คือหลักการโหนดเคลื่อนที่ทั้ง 3 วิธีนี้สามารถนำมาใช้วิเคราะห์ผลสำหรับการออกแบบรูปร่างที่เหมาะสมของขั้วแม่เหล็กโดยที่สามารถออกแบบให้ได้ค่าความหนาแน่นเส้นแรงแม่เหล็กในบริเวณช่องอากาศ D มีค่าคงที่ได้ตามความต้องการโดยมีค่าความคลาดเคลื่อนที่ยอมรับได้

บทที่ 7

บทสรุป

แนวความคิดในการออกแบบรูปร่างที่เหมาะสมของอุปกรณ์สนามแม่เหล็กไฟฟ้าทางด้านอุตสาหกรรมโดยทั่วไปจะขึ้นอยู่กับเงื่อนไขต่าง ๆ ซึ่งโดยทั่วไปการออกแบบทางด้านวิศวกรรมจะมีขั้นตอนต่าง ๆ ดังรูปที่ 2.1 ซึ่งประกอบด้วยการกำหนดคุณสมบัติของอุปกรณ์ที่ต้องการออกแบบ การพิจารณาผลที่ได้จากหลักการทางทฤษฎี, การพิจารณาผลที่ได้จากทางปฏิบัติ และการตรวจสอบคุณสมบัติของอุปกรณ์ที่ได้ออกแบบแล้ว จะเห็นได้ว่าผู้ออกแบบสามารถที่จะพิจารณาเปลี่ยนแปลงแก้ไขแนวทางการออกแบบได้ในระหว่างขั้นตอนของการออกแบบ จนทำให้ได้ผลลัพธ์ตามที่ต้องการ ซึ่งจากขั้นตอนดังกล่าวจะพบว่าการออกแบบตามหลักการทางทฤษฎีอาจจะให้ผลที่เป็นไปตามที่ต้องการได้ยาก ทั้งนี้เพราะสมการหรือสูตรที่ใช้กันยังไม่สามารถอธิบายปรากฏการณ์ได้ทั้งหมดเช่น การกระจายของเส้นแรงแม่เหล็กระหว่างวัสดุ 2 ชนิดที่มีค่าความซึมซาบแม่เหล็กแตกต่างกันนั้นยังไม่มีสูตรหรือสมการที่สามารถใช้อธิบายได้ เป็นต้น ในปัจจุบันการออกแบบอุปกรณ์สนามแม่เหล็กไฟฟ้าจะนิยมใช้ระบบ CAD เข้ามาช่วยในกระบวนการออกแบบ จากรูปที่ 2.2 แสดงให้เห็นถึงขั้นตอนการออกแบบรูปร่างของอุปกรณ์สนามแม่เหล็กไฟฟ้าโดยใช้ระบบ CAD สำหรับในวิทยานิพนธ์นี้ได้นำเสนอการออกแบบรูปร่างที่เหมาะสมของอุปกรณ์สนามแม่เหล็กไฟฟ้าโดยใช้ระบบ CAD โดยจะใช้หลักการคำนวณเชิงตัวเลขด้วยวิธีไฟไนต์อิเลเมนต์ (FEM-2D) และวิธีการหาค่าที่เหมาะสม (SUMT)

วิธีไฟไนต์อิเลเมนต์เป็นวิธีการเชิงตัวเลขที่ใช้ในการหาคำตอบของระบบที่เป็นสมการอนุพันธ์ของปัญหาที่เกี่ยวข้องกับขอบเขตดังรูปที่ 3.1 โดยการแบ่งขอบเขตที่มีขนาดใหญ่ไปสู่ออบเขตที่มีขนาดเล็กที่เรียกว่าอิเลเมนต์ซึ่งประกอบขึ้นด้วยโหนดต่าง ๆ รูปแบบของอิเลเมนต์จะเป็นการสร้างโครงตาข่ายบนขอบเขตที่ต้องการพิจารณาดังรูปที่ 3.2 ในวิทยานิพนธ์นี้แสดงการใช้วิธีไฟไนต์อิเลเมนต์แบบวิธีการแปรผันซึ่งเหมาะสำหรับการคำนวณแบบสถิตย์ (static) ดังที่ได้กล่าวมาแล้วในบทที่ 3 สำหรับวิธีการหาค่าที่เหมาะสมแบบมีเงื่อนไขสำหรับแก้ปัญหาการออกแบบจะเลือกใช้แบบคิเทอมินิสติกด้วยวิธีการเปลี่ยนรูปแบบซึ่งเป็นการใช้พื้นฐานของเกรเดียนเป็นข้อมูลในการเคลื่อนที่สู่จุดที่เหมาะสม ขั้นตอนการทำงานของวิธีการนี้เป็นการนำเอาฟังก์ชันหลักและฟังก์ชันเงื่อนไขบังคับมารวมกันเป็นฟังก์ชันหลักแปลงซึ่งจะมีการกำหนดฟังก์ชันทำโทษที่อยู่ในเทอมของฟังก์ชันเงื่อนไขบังคับ การกำหนดรูปแบบของฟังก์ชันทำโทษจะเลือกใช้หลักการที่เรียกว่า SUMT แบบ QUAP ดังที่ได้กล่าวมาแล้วในบทที่ 4 การออกแบบรูปร่างที่เหมาะสมของอุปกรณ์แม่เหล็กไฟฟ้าโดยวิธีการโหนดเคลื่อนที่เป็นแนวทางหนึ่งในการออกแบบเพื่อให้ได้ตามวัตถุประสงค์ที่ต้องการโดยจะประกอบด้วยขั้นตอนที่สำคัญ 2 ส่วนคือ การคำนวณเชิงตัวเลขวิธีไฟไนต์อิเลเมนต์

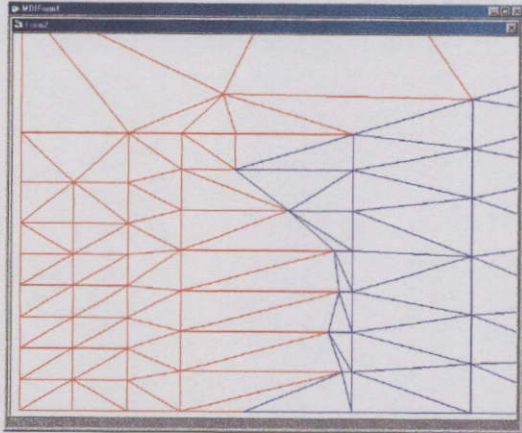
และการคำนวณเชิงตัวเลขวิธีการหาค่าที่เหมาะสม ซึ่งแต่ละส่วนมีการทำงานดังนี้ วิธีไฟไนต์อิลลิเมนต์ที่ใช้ในการคำนวณหาค่าความหนาแน่นของเส้นแรงแม่เหล็กของคั่นแบบ และวิธีการหาค่าที่เหมาะสมเป็นขั้นตอนการค้นหาค่าแห่งของโหนดที่ทำให้ได้ค่าความหนาแน่นของเส้นแรงแม่เหล็กตามวัตถุประสงค์ที่ต้องการ

ในวิทยานิพนธ์นี้ได้นำเสนอถึงวิธีการออกแบบรูปร่างที่เหมาะสมของขั้วแม่เหล็กของชุดแม่เหล็กไฟฟ้าโดยวิธีการโหนดเคลื่อนที่เพื่อให้ค่าความหนาแน่นของเส้นแรงแม่เหล็กในช่องอากาศที่กำหนดมีค่าคงที่โดยใช้การวิเคราะห์ในระบบ 2 มิติซึ่งได้นำเสนอวิธีการโหนดเคลื่อนที่ 3 วิธีคือ การเคลื่อนที่โหนดในแนวแกน x การเคลื่อนที่โหนดในแนวแกน x และ y และการเคลื่อนที่โหนดในแนวแกน xy โดยใช้คั่นแบบโครงตาข่ายอิลลิเมนต์ 2 แบบซึ่งมีรูปร่างและขนาดเดียวกันแต่มีจำนวนโหนดและอิลลิเมนต์ที่ต่างกันซึ่งคั่นแบบที่ 1 มีจำนวน 164 โหนด 277 อิลลิเมนต์และคั่นแบบที่ 2 มีจำนวน 195 โหนด 337 อิลลิเมนต์ดังรูปที่ 5.2 และ 5.3 ตามลำดับ วิธีการโหนดเคลื่อนที่ในแนวแกน x เป็นการหาจุดหรือตำแหน่งของโหนดบริเวณหน้าขั้วแม่เหล็กที่จะมีผลทำให้อิลลิเมนต์ของบริเวณช่องอากาศที่กำหนดมีค่าความหนาแน่นของเส้นแรงแม่เหล็กเท่ากับค่าที่ต้องการออกแบบโดยทำการเคลื่อนที่โหนดในแนวแกน x เท่านั้นซึ่งจะคำนวณโดยใช้ค่าเกรเดียนในแนวแกน x ส่วนวิธีการโหนดเคลื่อนที่ในแนวแกน x และ y เป็นการหาจุดหรือตำแหน่งของโหนดโดยทำการเคลื่อนที่โหนดในแนวแกน x และแกน y ซึ่งจะคำนวณโดยใช้ค่าเกรเดียนในแนวแกน x เพื่อหาค่าแห่งในแนวแกน x ก่อนจากนั้นทำการคำนวณโดยใช้ค่าเกรเดียนในแนวแกน y เพื่อหาค่าแห่งในแนวแกน y และสำหรับวิธีการโหนดเคลื่อนที่ในแนวแกน xy เป็นการหาจุดหรือตำแหน่งของโหนดโดยทำการเคลื่อนที่ในแนวแกน xy ซึ่งจะคำนวณโดยใช้ค่าเกรเดียนในแนวแกน x และแกน y เพื่อหาค่าแห่งในแนวแกน x และแกน y พร้อมกัน

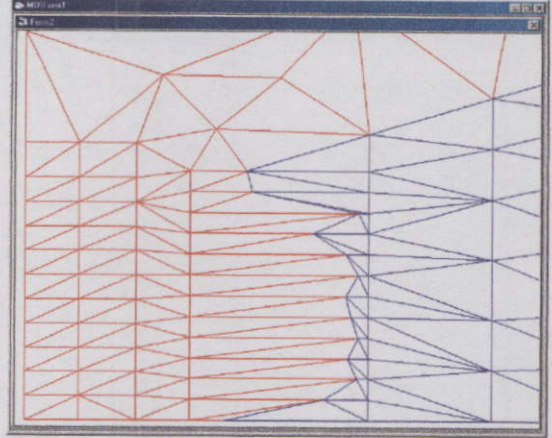
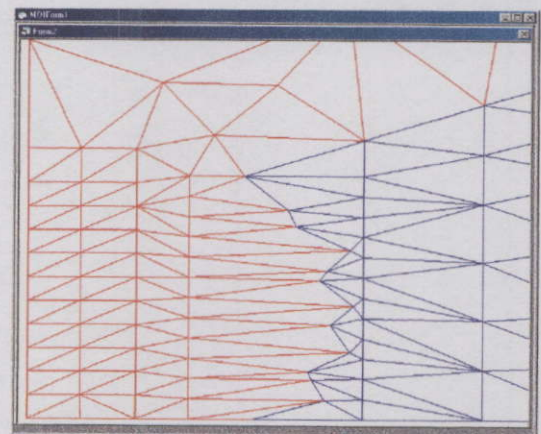
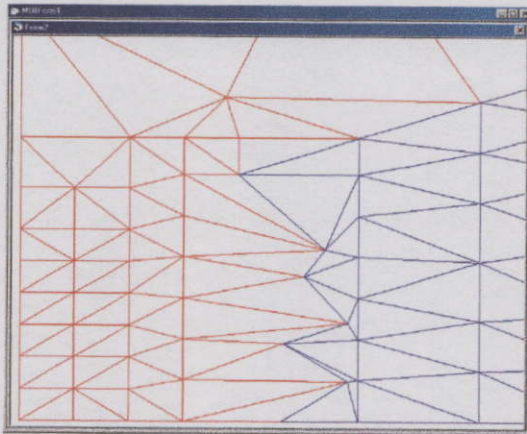
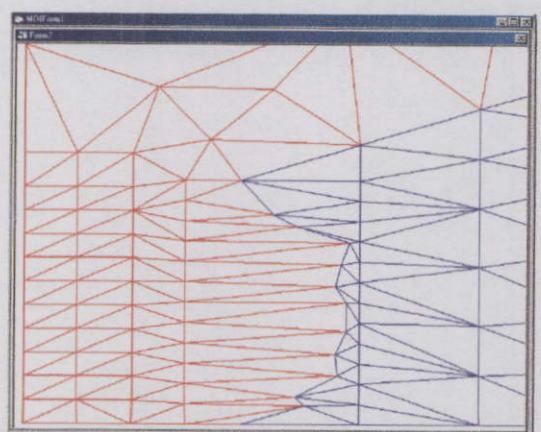
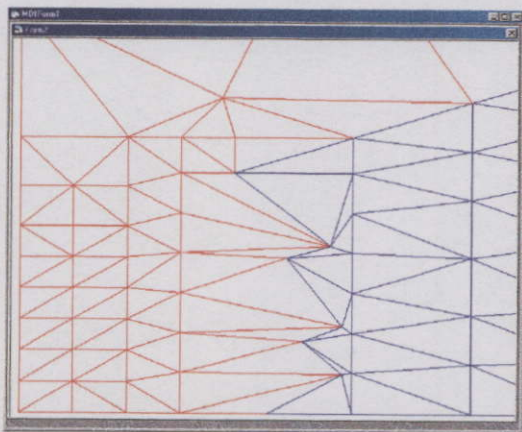
จากผลการออกแบบรูปร่างที่เหมาะสมของขั้วแม่เหล็กโดยวิธีการโหนดเคลื่อนที่เพื่อทำให้ได้ค่าความหนาแน่นของเส้นแรงแม่เหล็กในช่องอากาศมีค่า 0.30 - 0.37 tesla ตามที่ต้องการดังที่กล่าวมาแล้วในบทที่ 6 จะเห็นได้ว่าวิธีการโหนดเคลื่อนที่ทั้ง 3 วิธีสามารถออกแบบให้ได้ผลตามที่ต้องการซึ่งสามารถสรุปผลการวิเคราะห์ที่ได้จากวิทยานิพนธ์ดังนี้

1. การออกแบบรูปร่างที่เหมาะสมของขั้วแม่เหล็กโดยวิธีการโหนดเคลื่อนที่ทั้ง 3 วิธีให้ผลค่าความคลาดเคลื่อนที่ใกล้เคียงกันซึ่งแสดงผลในบทที่ 6 โดยที่รูปร่างของขั้วแม่เหล็กที่ได้ในแต่ละวิธีจะมีรูปร่างที่ไม่เหมือนกันทั้งนี้เนื่องมาจากคั่นแบบโครงตาข่ายอิลลิเมนต์ที่มีลักษณะที่แตกต่างกันและในการหาค่าที่เหมาะสม ค่าฟังก์ชันที่น้อยที่สุด (ค่าเหมาะสม) อาจมีอยู่หลายค่าไม่จำกัดว่าต้องมีค่าเดียวเสมอ เนื่องจากขั้นตอนของการหาค่าที่เหมาะสมใช้เป็นแบบดิเทอมินิสติกซึ่งคำตอบที่ได้จะเป็นค่าแบบโลคอลล (local minimum) ไม่ใช่แบบโกลบอล (global minimum) ซึ่งจะทำให้มีโอกาสที่มีคำตอบที่เหมาะสมได้หลายค่าซึ่งสามารถเปรียบเทียบผลได้ดังรูปที่ 7.1 ถึง 7.3

โครงตาข่ายอิเลิเมนต์แบบ 6 โหนด



โครงตาข่ายอิเลิเมนต์แบบ 12 โหนด

ก) โหนดเคลื่อนที่แนวแกน x ข) โหนดเคลื่อนที่แนวแกน x และ y ค) โหนดเคลื่อนที่แนวแกน xy

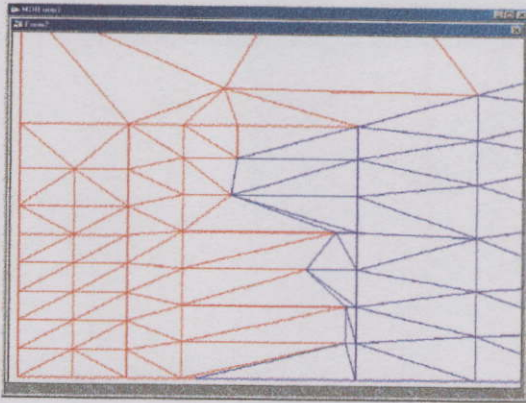
รูปที่ 7.1 การเปรียบเทียบรูปร่างที่เหมาะสมของขั้วแม่เหล็กที่ค่า $B_d = 0.3$ tesla ทั้ง 2 ด้านแบบ

ก) โหนดเคลื่อนที่แนวแกน x

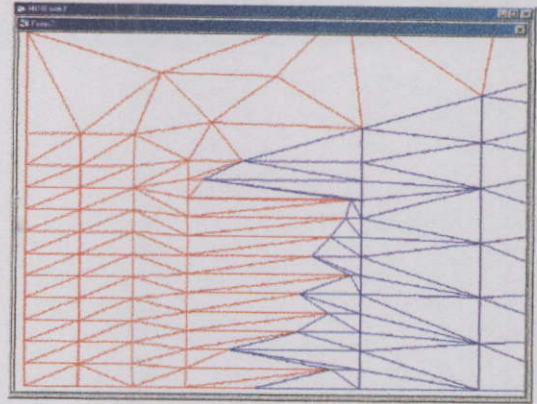
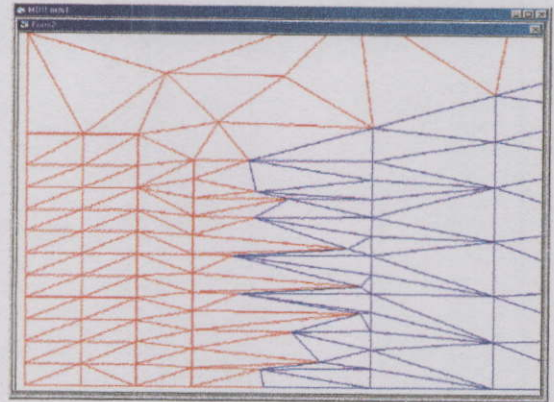
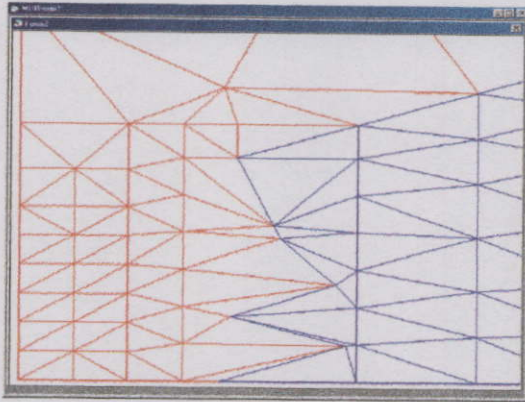
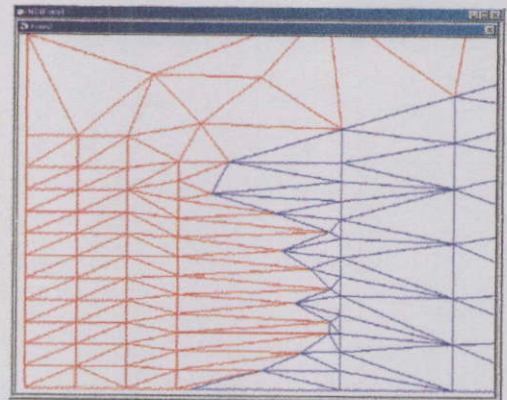
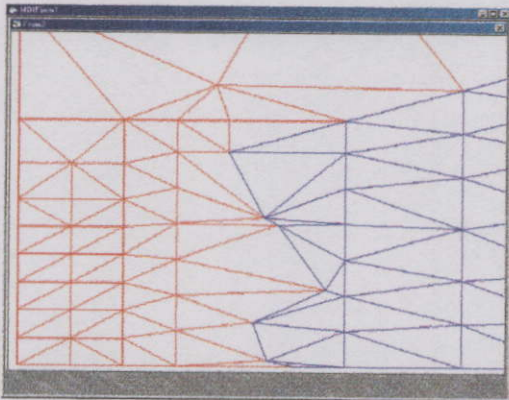
ข) โหนดเคลื่อนที่แนวแกน x และ y

ค) โหนดเคลื่อนที่แนวแกน xy

โครงตาข่ายอิเลิเมนต์แบบ 6 โหนด



โครงตาข่ายอิเลิเมนต์แบบ 12 โหนด

ก) โหนดเคลื่อนที่แนวแกน x ข) โหนดเคลื่อนที่แนวแกน x และ y ค) โหนดเคลื่อนที่แนวแกน xy

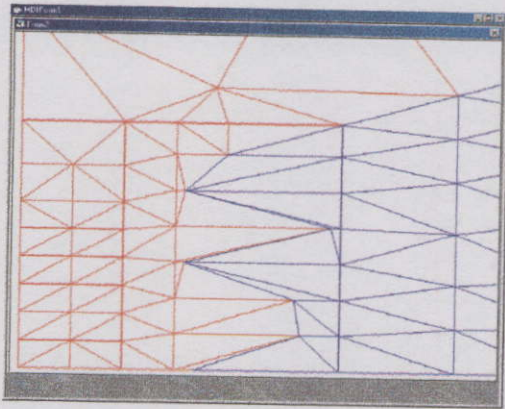
รูปที่ 7.2 การเปรียบเทียบรูปร่างที่เหมาะสมของขั้วแม่เหล็กที่ค่า $B_d = 0.33$ tesla ทั้ง 2 ดันแบบ

ก) โหนดเคลื่อนที่แนวแกน x

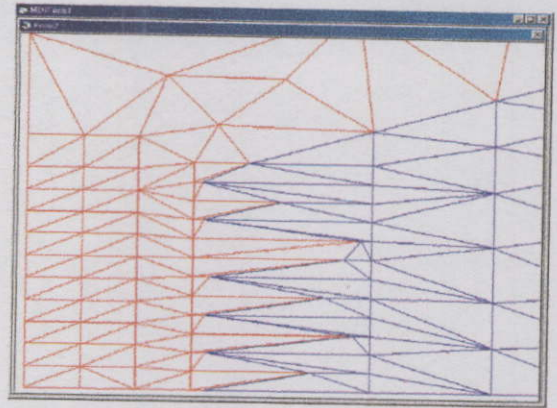
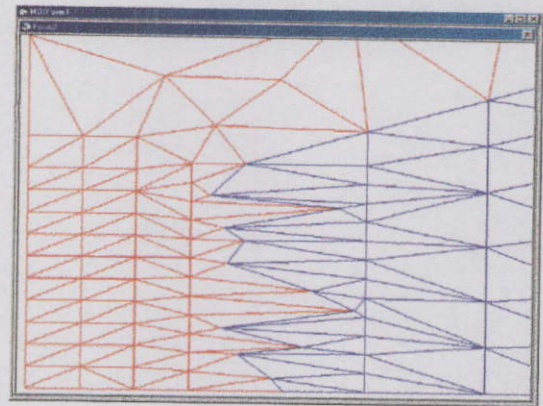
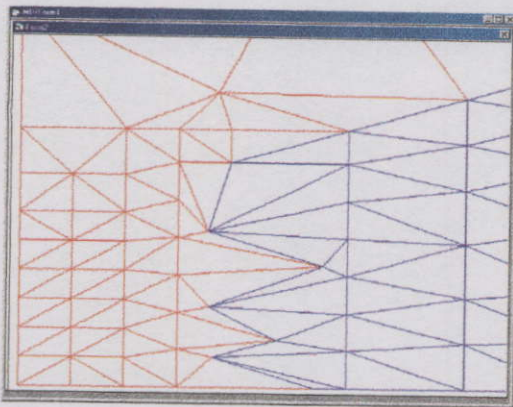
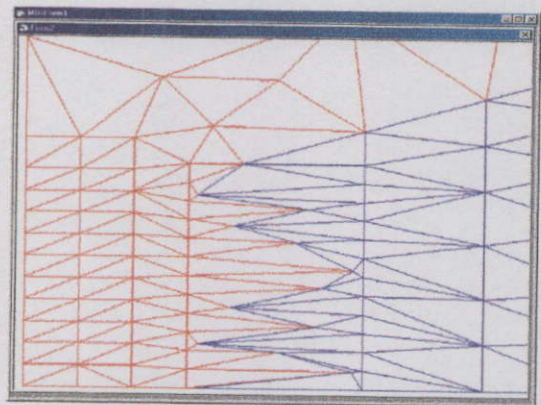
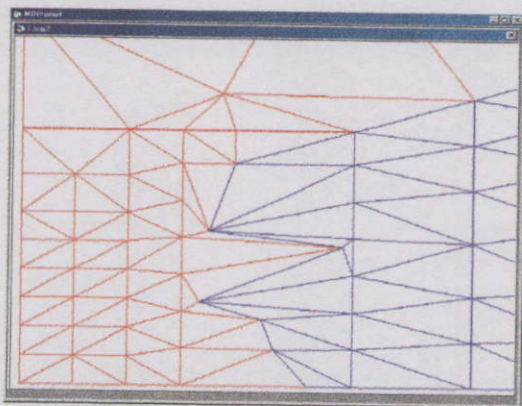
ข) โหนดเคลื่อนที่แนวแกน x และ y

ค) โหนดเคลื่อนที่แนวแกน xy

โครงตาข่ายอิเลเมนต์แบบ 6 โหนด



โครงตาข่ายอิเลเมนต์แบบ 12 โหนด

ก) โหนดเคลื่อนที่แนวแกน x ข) โหนดเคลื่อนที่แนวแกน x และ y ค) โหนดเคลื่อนที่แนวแกน xy

รูปที่ 7.3 การเปรียบเทียบรูปร่างที่เหมาะสมของขั้วแม่เหล็กที่ค่า $B_d = 0.37$ tesla ทั้ง 2 ต้นแบบ

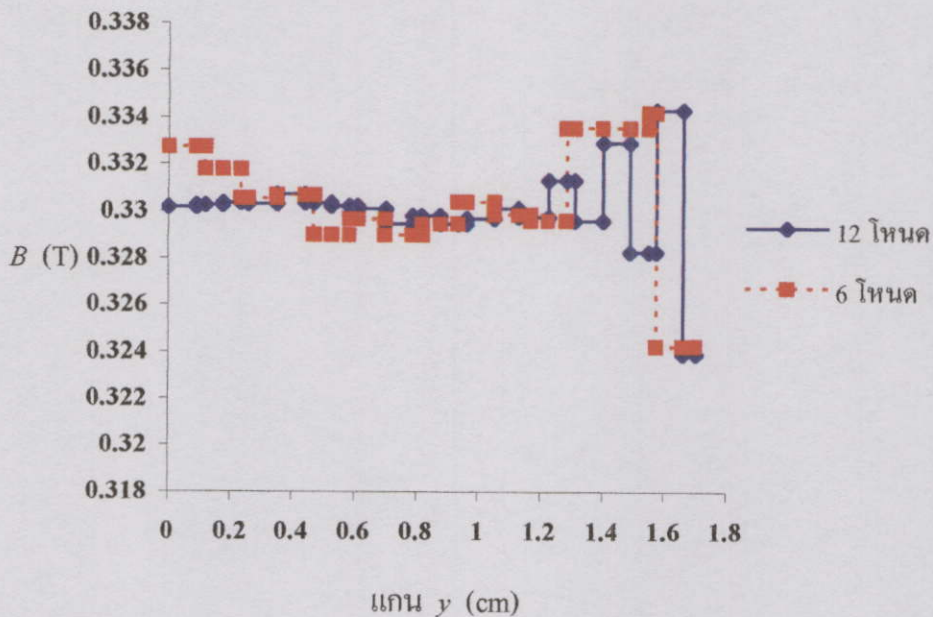
ก) โหนดเคลื่อนที่แนวแกน x

ข) โหนดเคลื่อนที่แนวแกน x และ y

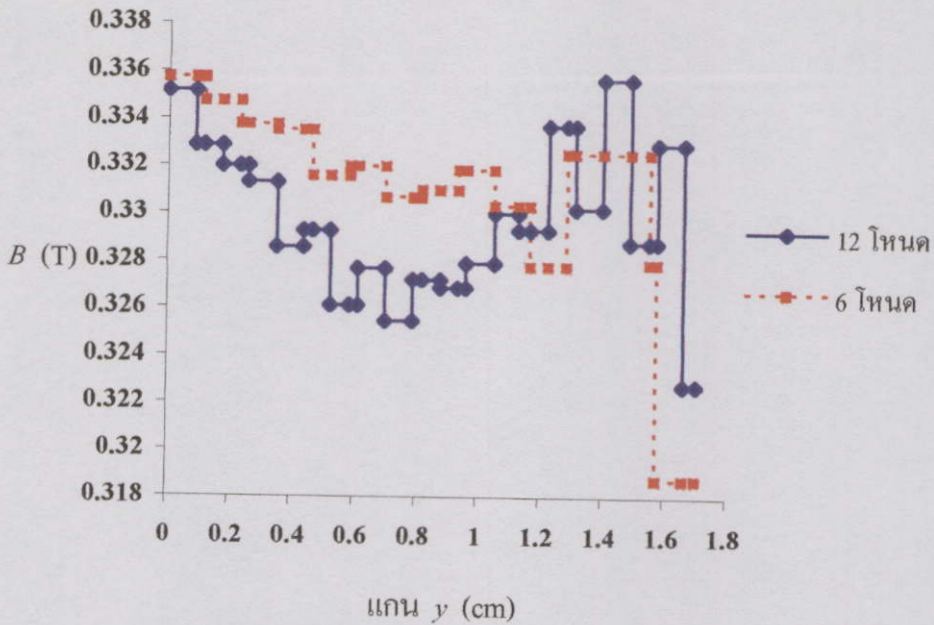
ค) โหนดเคลื่อนที่แนวแกน xy

2. ค่าความคลาดเคลื่อนของวิธีการ โหนดเคลื่อนที่ในแนวแกน x จะมีค่าน้อยกว่าวิธีการอื่น ๆ ทั้งนี้มาเนื่องจากลักษณะของต้นแบบที่ใช้ ทำให้การเคลื่อนที่โหนดในแนวแกน x จะมีผลต่อค่าสนามแม่เหล็กมากกว่าการเคลื่อนที่ในแนวแกน y ดังรูปที่ 7.4 ถึง 7.6

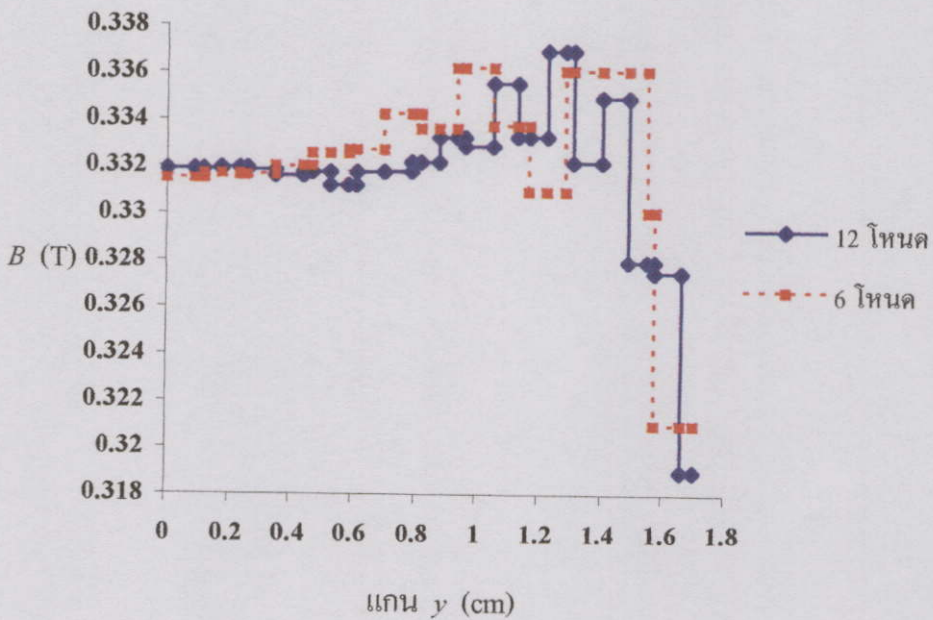
3. จำนวนโหนดเคลื่อนที่บริเวณขั้วแม่เหล็ก และจำนวนอิลิเมนต์ของบริเวณช่องอากาศ D จะมีผลกระทบต่อค่าความคลาดเคลื่อนของการออกแบบดังนี้ โหนดเคลื่อนที่จำนวน 12 โหนด และอิลิเมนต์ของบริเวณช่องอากาศ D จำนวน 20 อิลิเมนต์ จะมีค่าความคลาดเคลื่อนน้อยกว่า โหนดเคลื่อนที่จำนวน 6 โหนดและอิลิเมนต์ของบริเวณช่องอากาศ D จำนวน 14 อิลิเมนต์ ทั้งนี้เพราะการที่มีจำนวนโหนดเคลื่อนที่มากจะทำให้การเคลื่อนที่เข้าสู่ตำแหน่งที่เหมาะสมได้ละเอียดกว่า และแต่ละ โหนดจะมีผลกระทบต่อค่าความหนาแน่นของเส้นแรงแม่เหล็กน้อยกว่าการที่มีจำนวนโหนดเคลื่อนที่น้อย และสำหรับการที่มีจำนวนอิลิเมนต์มาก (อิลิเมนต์มีขนาดเล็กกลง) จะทำให้การคำนวณค่าด้วยวิธีไฟไนท์อิลิเมนต์ซึ่งเป็นวิธีการประมาณค่ามีความคลาดเคลื่อนที่น้อยกว่าการที่มีจำนวนอิลิเมนต์น้อย (อิลิเมนต์มีขนาดใหญ่) ซึ่งสามารถเปรียบเทียบผลกระทบดังกล่าวได้ดังรูปที่ 7.4 ถึง 7.6



รูปที่ 7.4 การเปรียบเทียบความคลาดเคลื่อนของค่า B_c บริเวณช่องอากาศ D ในแนวแกน y ของต้นแบบ 6 โหนด และ 12 โหนด เมื่อกำหนดค่า $B_d = 0.33$ tesla โดยวิธีการโหนดเคลื่อนที่ในแนวแกน x



รูปที่ 7.5 การเปรียบเทียบความคลาดเคลื่อนของค่า B_c บริเวณช่องอากาศ D ในแนวแกน y ของต้นแบบ 6 โหนด และ 12 โหนด เมื่อกำหนดค่า $B_d = 0.33$ tesla โดยวิธีการโหนดเคลื่อนที่ในแนวแกน x และ y



รูปที่ 7.6 การเปรียบเทียบความคลาดเคลื่อนของค่า B_c บริเวณช่องอากาศ D ในแนวแกน y ของต้นแบบ 6 โหนด และ 12 โหนด เมื่อกำหนดค่า $B_d = 0.33$ tesla โดยวิธีการโหนดเคลื่อนที่ในแนวแกน xy

4. การเคลื่อนที่โหนดในแนวแกน x หรือในแนวแกน y จะมีความเหมาะสมขึ้นอยู่กับลักษณะของโหนดเคลื่อนที่ในต้นแบบที่มีผลต่อแนวแกนใดแนวแกนหนึ่งเท่านั้น ส่วนการเคลื่อนที่โหนดในแนวแกน x และแนวแกน y จะมีความเหมาะสมขึ้นอยู่กับลักษณะของโหนดเคลื่อนที่ในต้นแบบที่มีผลต่อทั้งแนวแกน x และแนวแกน y และสำหรับการเคลื่อนที่โหนดในแนวแกน xy จะมีความเหมาะสมขึ้นอยู่กับลักษณะของโหนดเคลื่อนที่ในต้นแบบที่มีผลต่อแนวรัศมี

จากผลงานวิจัยที่ได้จากวิทยานิพนธ์นี้โดยใช้หลักการวิธีไฟไนท์อิลิเมนต์ร่วมกับวิธีการหาค่าที่เหมาะสมที่ได้กล่าวมาแล้วสามารถนำไปประยุกต์ใช้งานในลักษณะอื่น ๆ ได้อีกโดยมีข้อเสนอแนะดังนี้

1. ทฤษฎีการหาค่าที่เหมาะสมแบบมีเงื่อนไขที่อธิบายไว้ในวิทยานิพนธ์นี้ใช้วิธีดิเทอมีนัสติกแบบวิธีการเปลี่ยนรูปแบบ (SUMT) ซึ่งในการคำนวณจะใช้พื้นฐานของค่าเกรเดียนของฟังก์ชันผลลัพธ์ที่ได้จะมีโอกาสเกิดขึ้นได้หลายค่าทั้งนี้ขึ้นอยู่กับขั้นตอนวิธีการเปลี่ยนรูปแบบ และการหาทิศทางที่พุ่งเข้าหาจุดที่เหมาะสมเนื่องจากในขั้นตอนต่าง ๆ จะมีค่าตัวคูณ (ค่าคงที่) ซึ่งมีอยู่หลายค่า

2. ทฤษฎีการหาค่าที่เหมาะสมแบบต่างๆ สามารถนำมาพัฒนาใช้งานได้เช่น การหาค่าที่เหมาะสมด้วยวิธีสโตคาสติกแบบจินดิก (genetic) ซึ่งใช้พื้นฐานของความน่าจะเป็น ก็สามารถนำมาประยุกต์ใช้งานในลักษณะนี้ได้

3. การลดค่าความคลาดเคลื่อนให้มีค่าน้อยลงในขั้นตอนของวิธีไฟไนท์อิลิเมนต์สามารถกระทำได้โดยการเลือกใช้วิธีการแก้สมการเชิงเส้นที่เหมาะสม และการกำหนดขนาดของอิลิเมนต์ที่ถ้าขนาดของอิลิเมนต์มีขนาดเล็ก ค่าที่คำนวณได้ก็จะมีค่าที่คลาดเคลื่อนต่ำกว่าที่ขนาดอิลิเมนต์ที่ใหญ่กว่า แต่อย่างไรก็ตามถ้าจำนวนอิลิเมนต์มากจะต้องใช้เวลาในการคำนวณมากขึ้น

4. วิธีการโหนดเคลื่อนที่จะมีจุดด้อยอยู่ตรงที่รูปร่างและขนาดของอิลิเมนต์บริเวณหน้าขั้วแม่เหล็กที่พิจารณาจะมีรูปแบบที่ไม่สม่ำเสมอ และรูปร่างที่เหมาะสมของขั้วแม่เหล็กจะมีลักษณะที่เป็นรอยหยักซึ่งทำให้ไม่สะดวกในการสร้างต้นแบบในทางปฏิบัติ แนวทางแก้ไขอาจกระทำได้โดยการเพิ่มเงื่อนไขการควบคุมรูปร่างของขั้วแม่เหล็กในขั้นตอนการเคลื่อนที่โหนดให้เป็นแนวเส้นโค้ง

5. สามารถนำวิธีการนี้ไปประยุกต์ใช้ในการออกแบบในลักษณะอื่น ๆ ได้เช่น การออกแบบรูปร่างที่เหมาะสมของฉนวนแบบถูกถ้วยเพื่อลดค่าความเครียดของสนามไฟฟ้า

6. พัฒนาโปรแกรมไฟไนท์อิลิเมนต์ในการออกแบบให้เป็นโครงตาข่ายแบบอิลิเมนต์แบบ 3 มิติ ซึ่งจะทำให้ได้ค่าผลลัพธ์ที่ถูกต้องแม่นยำกว่าแบบ 2 มิติ

7. ค่าความคลาดเคลื่อนที่เกิดจากการสร้างโครงตาข่ายอิลิเมนต์ของต้นแบบ สามารถลดได้โดยใช้โปรแกรมสร้างโครงตาข่ายอิลิเมนต์อัตโนมัติ (Automesh Generation)

เอกสารอ้างอิง

- [1] Schwarz K.K. **Design of Industrial Electric Motor Drives** . 1st Edition . London : Butterworth Heinemann Ltd . 1991
- [2] Hoole S.R.H. **Computer-Aided Analysis and Design of Electromagnetic Devices**. New York :Elsevier. 1989.
- [3] Eiselt H.A., Pederzoli G., Sandblom C.L. **Continuous Optimization Models** . New York : Walter de Gruyter. Berlin . 1987.
- [4] Gitosusaatro S., Coulomb J.L., Sabonnadiere J.C. "Performance Derivative Calculation and Optimization Process" . IEEE Trans. On Mag., vol.Mag 25, no 4 ,July.1989. pp.2834-2839.
- [5] Gitosusaatro, S. "Analysis de Sensibilite et Optimization par Rapport aux Parametres de Construction dans des Systemes Electromagnetiques" . Thesis de Doctorat d'Ingenieur INPG Grenoble France. 1988
- [6] Gottvattd A., Preis, K., Magele C., Biro O., Savini A. "Global Optimization Method for Computation Electromagnetics". IEEE Trans. On Mag., vol.Mag 28 , no 2 ,March. 1992. pp.1537-1540.
- [7] Papalambros P.Y., Wilde D.J. **Principle of Optimal Design** . Cambridge : Cambridge University Press . 1988.
- [8] Park I.H., Lee B.T., Hahn S.Y. "Design Sensitivity Analysis for Nonlinear Magnetostatic Problem Using Finite element Method". IEEE Trans. On Mag., vol.Mag 28, no 2 ,March. 1992. pp.1522-1536.
- [9] Park I.H., Lee B.T., Hahn S.Y. "Implementation of Continuum Sensitivity Analysis with Existing Finite Element Code". IEEE Trans. On Mag., vol.Mag 29, no 2, March. 1993. pp.1787-1790.
- [10] Park I.H., Lee B.T., Hahn S.Y. "Sensitivity Analysis Based on Analytic Approach for Shape Optimization of Electromagnetic Devices". Interface Problem of Iron and Air. IEEE Trans. On Mag., vol.Mag 27 , no5 , September.1991. pp.4142-4145.
- [11] Russenschuck S. "Mathematical Optimization Techniques for the Design of Permanent Magnet Synchronous Machines Based on Numerical Field Calculations". IEEE Trans. On Mag., vol.Mag 26, no 2 ,March. 1990. pp.638-641.

- [12] Vanderplaats, G.N. **Numerical Optimization Techniques for Engineering Design with Applications** . New York . McGraw-Hill. 1984.
- [13] Sadanha R.R., Coulomb J.L., Sabonnadiere J.C. "An Ellipsoid Algorithm for the Optimum Design of Magnetostatic Problem". IEEE Trans. On Mag., vol.Mag 28, no 2 ,March. 1992. pp.1573-1576.
- [14] Zienkiewicz O.C., Morgan K. **Finite Elements and Approximation** . John Wiley & Sons . 1983.
- [15] Matthew N.O. Sadiku. **Numerical Techniques in Electromagnetics** . CRC Press Inc . 1992.
- [16] Nathan Ida. **Numerical Modeling for Electromagnetic Non-Destructive Evaluation** . Chapman & Hall . 1995.
- [17] Nathan Ida., Joao P.A. Bostos. **Electromagnetics and Calculation of Field** . Springer-Verleg . 1997.
- [18] Silvester P.P., Ferrari R.L. **Finite Element for Electrical Engineers** . Second Edition. Cambridge University Press . 1990.
- [19] Salon S.J.&Istfan B. "Inverse Non-Linear Finite Element Problems". IEEE Trans. On Mag., vol.Mag 22, no 5 ,March. 1986. pp.817-818.
- [20] William H. Press, Saul A. Teukolsky, William T. Vetterling, Brian P. Flannery, **Numerical Recipes in Fortran** . Second Edition .Cambridge University Press. 1992.

ภาคผนวก ก

วิธีการหาทิศทางของการพุ่งเข้าและวิธีการเปลี่ยนรูป

ก.1 วิธีการหาทิศทางของการพุ่งเข้า (Direction Set Methods)

วิธี Golden Section search จะคำนวณหาทิศทางของการพุ่งเข้า ซึ่งเป็นเวกเตอร์เดอร์หนึ่งหน่วย (unit vector) e_1, e_2, \dots, e_n หลังจากนั้นจะเคลื่อนที่ไปตามทิศทางที่พุ่งเข้าเพื่อไปสู่ค่าน้อยที่สุดของทิศทางนั้น จนกระทั่งค่าของฟังก์ชันไม่สามารถลดค่าลงได้อีก ซึ่งเทคนิคนี้จะเห็นว่าเป็นต้องกำหนดจุดเริ่มต้นให้ดี Powell ค้นพบวิธีการหาทิศทางของการพุ่งเข้า ซึ่งเป็นพื้นฐานของ conjugate direction โดยทิศทาง d^i และ d^j เป็น conjugate กัน ถ้า

$$(d^i)^T S d^j = 0 \quad (\text{ก.1})$$

ซึ่ง S เป็นเมตริกซ์เอกลักษณะที่เริ่มต้นและ d^i โดยที่ $i = 1, \dots, n$ เป็นทิศทางร่วม (coordinate direction)

- ทฤษฎี Conjugate Gradient Method

ทฤษฎี conjugate gradient Method พัฒนาจากทฤษฎี steep descent ซึ่งส่วนที่สำคัญที่สุดของ conjugate gradient คือ ทฤษฎี Fletcher-Reeves และทฤษฎี Polak-Ribiere เวกเตอร์ทิศทางของการพุ่งเข้าจะหาได้จากฟังก์ชันหลักน้อยที่สุดแบบ 1 มิติ ซึ่งเป็นกระบวนการทำซ้ำจะได้สมการดังนี้

$$d^{(q)} = -\nabla F(x^{(q)}) - \beta_q d^{(q-1)} \quad (\text{ก.2})$$

$$\beta_q = \frac{|\nabla F(x^{(q)})|^2}{|\nabla F(x^{(q-1)})|^2} \quad (\text{ก.3})$$

- ทฤษฎี Variable Metric Methods

ทฤษฎี variable metric methods บางทีอาจจะเรียกว่า quasi-Newton method โดยไม่แตกต่างไปจาก conjugate gradient แทนที่ข้อมูลจะอยู่ในรูปแบบ single scalar ข้อมูลจะถูกเก็บในรูปแบบ array n มิติ ซึ่งเป็นกระบวนการทำซ้ำจะได้สมการดังนี้

$$C^{(q)} = \nabla F(x^{(q)}) \quad (\text{ก.4})$$

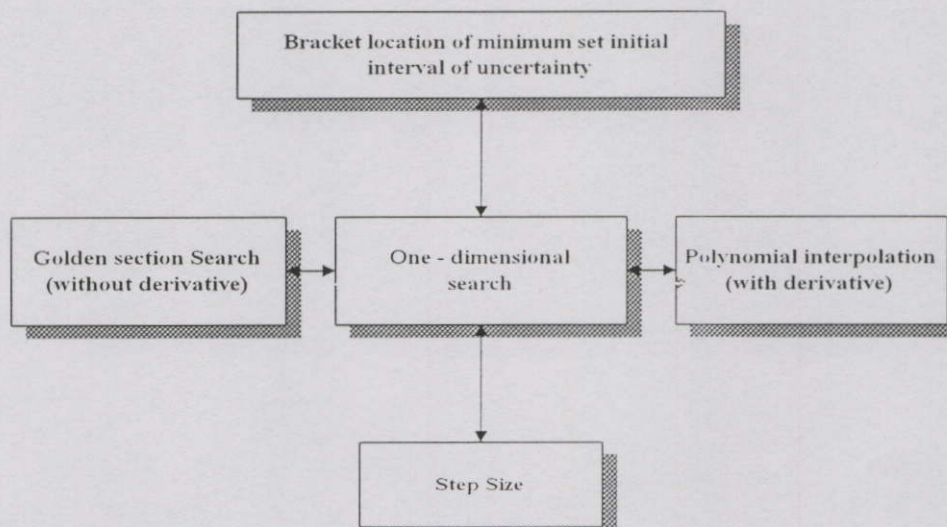
$$H^{(q)} d^{(q)} = -C^{(q)} \quad (\text{ก.5})$$

ซึ่ง H คือ เมตริกซ์ Hessian ของฟังก์ชันที่สนใจ ซึ่งสามารถหาได้จากอนุพันธ์อันดับหนึ่งของฟังก์ชัน แต่อย่างไรก็ตามทฤษฎีเหล่านี้จะมีลักษณะการลู่เข้าเหมือนกับอนุพันธ์อันดับสอง ที่จุดเริ่มต้นของเมตริกซ์ H โดยกำหนดเป็นเมตริกซ์เอกลักษณ์ $H = 1$ กระบวนการทำซ้ำที่ q ค่า H ใหม่จะได้เป็น

$$H^{(q-1)} = H^{(q)} - D^{(q)} - E^{(q)} \quad (ก.6)$$

ซึ่ง D และ E เป็นเมตริกซ์ symmetric correction มี 2 ทฤษฎีที่ใช้ในการเปลี่ยนเมตริกซ์ คือ Davidon -Fletcher -Powell (DFP code) และ Broyden -Fletcher-Golfarb-Shanno ซึ่งทฤษฎีทั้งสองแตกต่างกันในรายละเอียดเท่านั้น เช่น ค่า round-off error และ convergence tolerances

ขบวนการเบื้องต้นของการหาขนาดการกระโดด (step size) โดยอาศัยอัลกอริทึม (algorithms) ในรูปที่ ก.1 มารวมแบ่งเป็น 2 ขั้นตอน โดยในขั้นตอนแรก จะแบ่งขอบเขตของเส้นทางเริ่มต้นในการหาจุดต่ำสุด ส่วนในขั้นตอนที่สอง ในเส้นทางที่กำหนดจะถูกปรับโดยการตัดพื้นที่ในส่วนที่ไม่ได้ให้ค่าต่ำสุดออก ในที่สุดก็จะได้ขนาดการกระโดดที่เหมาะสม สิ่งที่น่าสังเกตคือ วิธี Golden Section เป็นวิธีที่มีประสิทธิภาพสำหรับ Nonderivative แต่วิธีนี้ต้องการฟังก์ชันเป็นจำนวนมากในการคำนวณ ซึ่งวิธีนี้จะไม่เหมาะสมในทางปฏิบัติ แต่วิธีแบบ polynomial interpolation มีประสิทธิภาพดีกว่า



รูปที่ ก.1 หลักการหาขนาดของการกระโดด (Step Size)

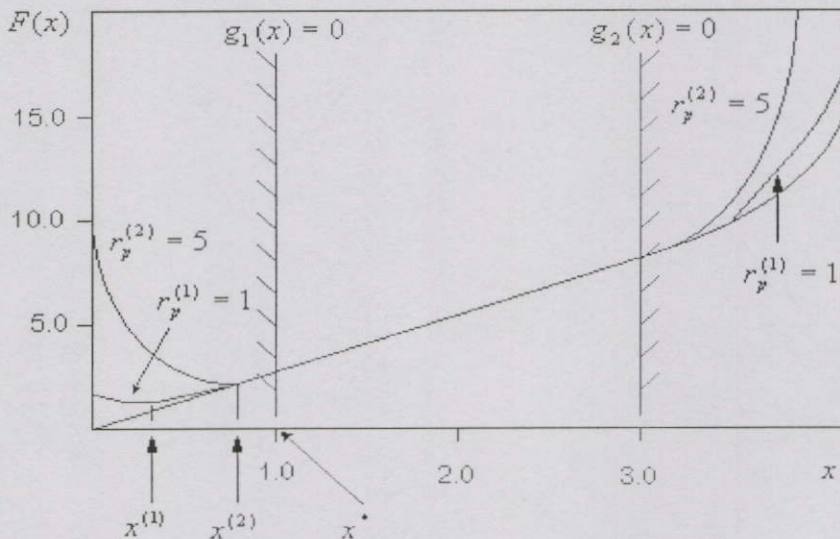
ก.2 วิธีการเปลี่ยนรูป

- วิธีการ Exterior Penalty Function

วิธีนี้เป็นวิธีที่ง่ายที่สุดจะรวมเอากระบวนที่เหมาะสมเข้าไว้ด้วยกัน เพราะมันจะบังคับแค่ศู โดฟังก์ชันเท่านั้น การปฏิบัติได้ถูกพัฒนาเพื่อใช้ควบคุมค่า equality และ inequality ดังนี้

$$P[h(x), g(x), r_p] = r_p \left\{ \sum_{k=1}^l [\max\{0, g_k(x)\}]^2 + \sum_{j=1}^m [h_j(x)]^2 \right\} \quad (ก.7)$$

จากสมการที่ (ก.7) ฟังก์ชันทำโทษ ไม่ถูกบังคับถ้า Constraints ทั้งหมดเป็นที่น่าพอใจ พารามิเตอร์ r_p เป็นค่าเริ่มต้นที่มีค่าน้อย ($r_p = 1$) และจะถูกเปลี่ยนค่าโดยแฟคเตอร์ตัวคูณ γ ($\gamma > 1$) รูปที่ ก.2 และ ก.3 แสดงตัวอย่างเพื่อสาธิตเทคนิคให้ดู มันมีค่าต่ำสุดที่ดีและง่ายในการใช้ โพลีโนเมียล แต่มีค่าที่เหมาะสมคือ ค่าภายนอกขอบเขตที่น่าเป็นไปได้สังเกตได้ว่า เมื่อ r_p มีค่า เพิ่มขึ้น ฟังก์ชันจะเพิ่มขึ้นอย่างไม่เป็นเชิงเส้น เพราะการออกแบบค่าที่เหมาะสมจากช่วงที่เป็นไป 'ไม่ได้' ดังนั้นมันจึงไม่เกิดประโยชน์ เพราะถ้ากระบวนการหยุดก่อนถึงเวลาอันควร การออกแบบก็ 'ไม่สามารถใช้' ได้ อย่างไรก็ตามเทคนิคนี้สามารถเริ่มกระบวนการด้วยการออกแบบค่าดั้งเดิมที่เป็น 'ไปไม่ได้'



รูปที่ ก.2 ภาพประกอบของวิธีการฟังก์ชัน exterior penalty ได้นำมาใช้หาค่า ฟังก์ชันต่ำสุดของ 1 ตัวแปรที่ถูกจำกัดโดย 2 inequality Constraints

- วิธีการ Interior Penalty Function

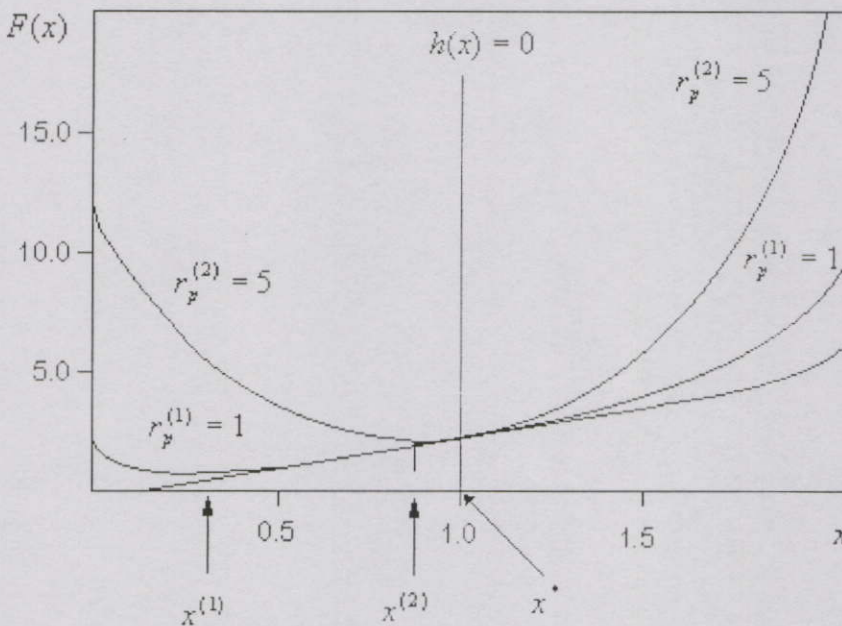
วิธีการนี้จะออกแบบเพื่อปรับปรุงค่าที่เป็นไปได้ โดยการใช้อยู่รูปแบบที่แตกต่างกันของ

ฟังก์ชัน ทำโทษ ประยุกต์เข้ากับ inequality constraints และเก็บค่า equality constraints ก่อนพารามิเตอร์ ทำโทษ จะถูกลดลงแทนที่จะเพิ่มขึ้นระหว่างขบวนการ วิธีนี้ไม่เหมาะกับค่า equality constraints เพราะไม่ทางแน่ใจว่า x^* เป็นที่นำพอใจของ equality constraints หรือไม่

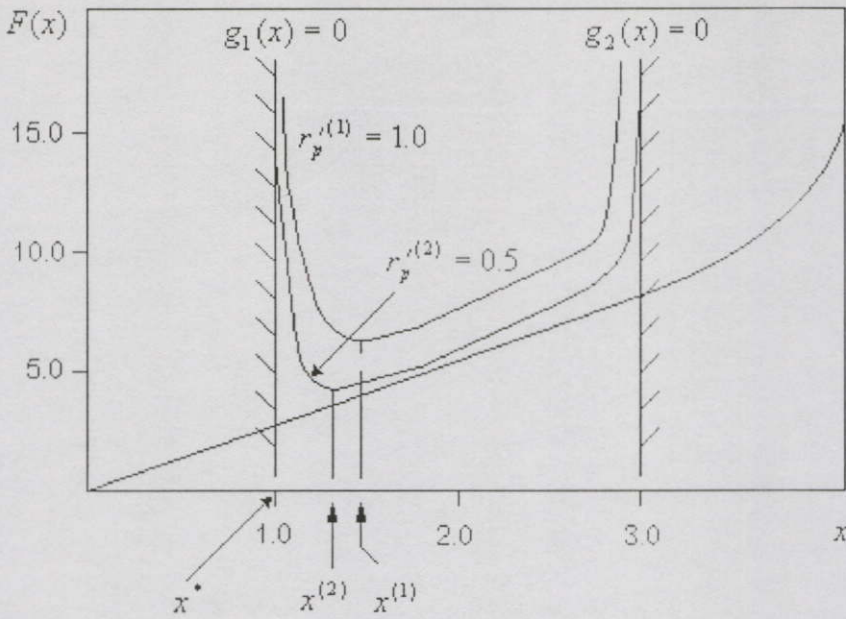
$$P[h(x), g(x), r_p'] = r_p' \sum_{k=1}^l [-1/g_k(x)] \quad (\text{ก.8})$$

$$P[h(x), g(x), r_p'] = r_p' \sum_{k=1}^l -\log[-g_k(x)] \quad (\text{ก.9})$$

ในกรณีที่ r_p' เริ่มต้นมีค่าบวกและลงมา r_p' ถูกคูณด้วย γ' ($\gamma' < 1$) สังเกตได้ว่าสมการ (ก.7) สามารถนำมาใช้เมื่อ $g_k(x)$ มีค่าบวกหรือลบค่าใดค่าหนึ่ง แต่สมการที่ (ก.9) สามารถนำมาใช้เมื่อ $g_k(x)$ เป็นลบเท่านั้น แต่อัลกอริทึมนี้ไม่สามารถใช้ได้กับ numerical ที่ยากๆ เมื่อ $g_k(x) \rightarrow 0$ เพราะค่า ทำโทษ จะเข้าใกล้อินฟินิตี้ดังแสดงในรูปที่ ก.4



รูปที่ ก.3 ภาพประกอบของวิธีการฟังก์ชัน exterior penalty ได้นำมาใช้หาค่าต่ำสุดของ 1 ตัวแปรที่ถูกจำกัดโดย Single equality constraints



รูปที่ ก.4 ภาพประกอบขั้นตอนของวิธีการฟังก์ชัน interior penalty

- วิธีการ Extended Interior Penalty

เทคนิคเหล่านี้สามารถนำไปใช้ร่วมกับวิธีการภายในและภายนอกได้ดีที่สุดในส่วนนี้จะนำเสนอเทคนิค 2 อย่างที่ใช้ได้ดี ฟังก์ชัน ทำโทษ สำหรับ equality constraints ก็ยังคงเหมือนก่อน รูปแบบของ ทำโทษ ของ inequality constraints เท่านั้น จะแตกต่างกันออกไปดังนี้

1. ฟังก์ชันเชิงเส้น Extended Penalty

$$P[h(x), g(x), r_p, r_p'] = r_p' \sum_{k=1}^l \bar{g}_k(x) - r_p \sum_{j=1}^l [h_j(x)]^2 \tag{ก.10}$$

$$\bar{g}_k(x) = |-1/g_k(x)| \text{ if } g_k(x) \leq \epsilon_e \tag{ก.11}$$

$$\bar{g}_k(x) = -[2\epsilon_e - g_k(x)] \epsilon_e^2 \text{ if } g_k(x) > \epsilon_e \tag{ก.12}$$

$$\epsilon_e = -c_e (r_p')^{-a} \quad 1/3 \leq a_e \leq 1/2 \tag{ก.13}$$

เมื่อ ϵ_e คือค่าลบน้อย ๆ ซึ่งเปลี่ยนค่าจาก interior penalty เป็น extended penalty และค่า c_e คือค่าคงที่

2. ฟังก์ชัน Quadratic Extended Penalty

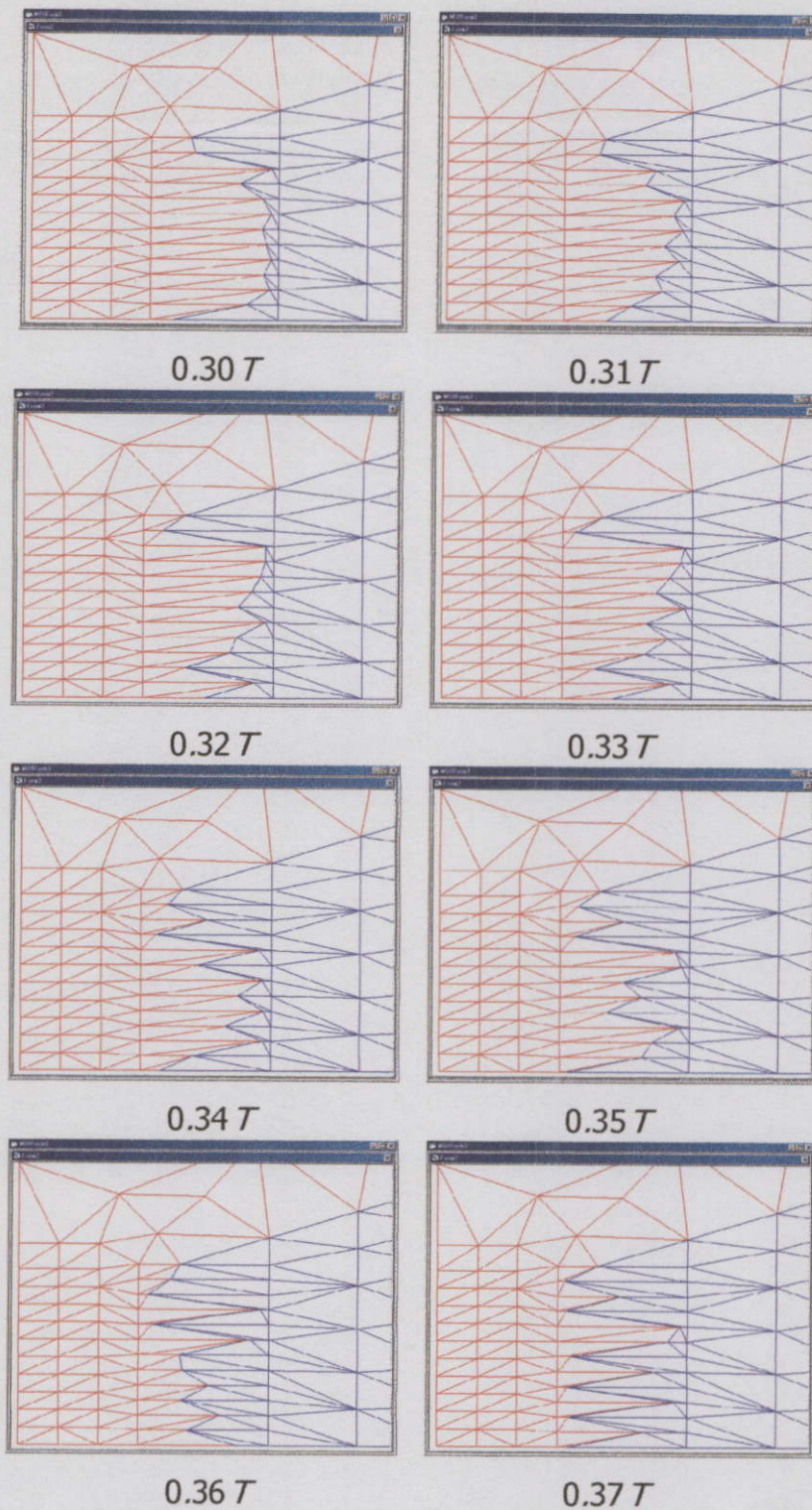
$$\bar{g}_k(x) = [-1/g_k(x)] \text{ if } g_k(x) \leq \varepsilon_e \quad (\text{ก.14})$$

$$\bar{g}_k(x) = -1/\varepsilon_e \left\{ [g_k(x)/\varepsilon_e]^2 - 3[g_k(x)/\varepsilon_e] - 3 \right\} \text{ if } g_k(x) > \varepsilon_e \quad (\text{ก.15})$$

ฟังก์ชันเชิงเส้น extended penalty มีค่า ต่อเนื่อง และต่อเนื่องใน first derivatives ที่ $g_k(x) = \varepsilon_e$ อย่างไรก็ตามถ้าเป็น secondary derivatives จะไม่ต่อเนื่อง ดังนั้นการประมาณค่าโดยใช้วิธี secondary order ซึ่งใช้หา unconstrained minimization ควรใช้วิธีการฟังก์ชัน quadratic extended penalty เทคนิคนี้ได้เคยนำมาใช้ออกแบบหาค่าต่าง ๆ ที่เหมาะสมสำหรับวงจรแม่เหล็ก

ภาคผนวก ข

ข้อมูลการออกแบบรูปร่างขั้วแม่เหล็กโดยวิธีการโหนดเคลื่อนที่ (12 โหนด)



รูปที่ ข.1 รูปร่างของขั้วแม่เหล็กที่มีการออกแบบ โดยเทคนิคการเคลื่อนที่โหนดในแนวแกน x

ตารางที่ ข.1 การออกแบบขั้วให้มีความเท่ากับ 0.30 T โดยการเคลื่อนที่โหนดในแนวแกน x

$B_d = 0.30 T$				
อิเลิเมนต์	Bx	By	B	ค่าฟังก์ชันน้อยที่สุด
119	-0.302	0	0.302	1.194788E-04
120	-0.3015	0.0002	0.3015	
124	-0.3016	-0.0002	0.3016	
126	-0.3011	-0.0004	0.3011	
127	-0.3018	-0.0004	0.3018	
128	-0.3008	-0.0002	0.3008	
129	-0.3008	-0.0002	0.3008	
130	-0.3009	0	0.3009	
131	-0.3003	0	0.3003	
132	-0.3012	0.0002	0.3012	
133	-0.3005	0.0002	0.3005	
134	-0.3013	0.0002	0.3013	
125	-0.3032	0.0002	0.3032	
121	-0.3019	0.0005	0.3019	
122	-0.3042	0.0005	0.3042	
123	-0.3013	0.0022	0.3013	
256	-0.3035	0.0022	0.3035	
257	-0.2987	0.005	0.2987	
258	-0.3003	0.005	0.3004	
259	-0.2927	0.0095	0.2929	

ตารางที่ ข.2 การออกแบบขั้วให้มีค่าเท่ากับ $0.31 T$ โดยการเคลื่อนที่โหนดในแนวแกน x

$B_d = 0.31 T$				
อิเลิเมนต์	Bx	By	B	ค่าฟังก์ชันน้อยที่สุด
119	-0.3115	0	0.3115	1.388724E-04
120	-0.3113	0.0001	0.3113	
124	-0.3116	-0.0005	0.3116	
126	-0.311	-0.0005	0.311	
127	-0.3117	-0.0005	0.3117	
128	-0.3107	-0.0002	0.3107	
129	-0.3105	-0.0002	0.3105	
130	-0.3108	0	0.3108	
131	-0.3102	0	0.3102	
132	-0.3111	0.0002	0.3111	
133	-0.3106	0.0002	0.3106	
134	-0.3112	0.0001	0.3112	
125	-0.3134	-0.0005	0.3134	
121	-0.3122	0.0001	0.3122	
122	-0.3153	0.0001	0.3153	
123	-0.312	0.002	0.312	
256	-0.3152	0.002	0.3152	
257	-0.3096	0.0053	0.3096	
258	-0.3118	0.0053	0.3118	
259	-0.3034	0.0102	0.3035	

ตารางที่ ข.3 การออกแบบขั้วให้มีค่าเท่ากับ $0.32 T$ โดยการเคลื่อนที่โหนดในแนวแกน x

$B_d = 0.32 T$				
อิเลิเมนต์	Bx	By	B	ค่าฟังก์ชันน้อยที่สุด
119	-0.32	0	0.32	6.702139E-05
120	-0.3201	0	0.3201	
124	-0.3202	0	0.3202	
126	-0.3202	0	0.3202	
127	-0.3202	0	0.3202	
128	-0.3204	0	0.3204	
129	-0.3201	0	0.3201	
130	-0.3204	0	0.3204	
131	-0.3202	0	0.3202	
132	-0.3203	-0.0001	0.3203	
133	-0.3207	0	0.3207	
134	-0.3202	0	0.3202	
125	-0.3207	0	0.3207	
121	-0.3202	0.0002	0.3202	
122	-0.3218	0.0002	0.3218	
123	-0.3199	0.0013	0.3199	
256	-0.3229	0.0013	0.3229	
257	-0.3183	0.004	0.3183	
258	-0.3231	0.004	0.3231	
259	-0.3135	0.0097	0.3136	

ตารางที่ ข.4 การออกแบบขั้วให้มีค่าเท่ากับ $0.33 T$ โดยการเคลื่อนที่โหนดในแนวแกน x

$B_d = 0.33 T$				
อิเลิเมนต์	Bx	By	B	ค่าฟังก์ชันน้อยที่สุด
119	-0.3301	0	0.3301	6.702139E-05
120	-0.3302	0	0.3302	
124	-0.3297	0	0.3297	
126	-0.3298	0	0.3298	
127	-0.3295	0	0.3295	
128	-0.3301	0.0002	0.3301	
129	-0.3295	0.0002	0.3295	
130	-0.3303	0.0001	0.3303	
131	-0.3302	0.0001	0.3302	
132	-0.3303	0	0.3303	
133	-0.3307	0	0.3307	
134	-0.3303	0	0.3303	
125	-0.3302	0	0.3302	
121	-0.3298	0.0001	0.3298	
122	-0.3314	0.0001	0.3314	
123	-0.3297	0.0011	0.3297	
256	-0.333	0.0011	0.333	
257	-0.3283	-0.0038	0.3284	
258	-0.3344	-0.0038	0.3344	
259	-0.3238	0.01	0.324	

ตารางที่ ข.5 การออกแบบขั้วให้มีค่าเท่ากับ $0.34 T$ โดยการเคลื่อนที่โหนดในแนวแกน x

$B_d = 0.34 T$				
อิเลิเมนต์	Bx	By	B	ค่าฟังก์ชันน้อยที่สุด
119	-0.3439	0	0.3439	2.16639E-04
120	-0.3424	0.0008	0.3424	
124	-0.341	-0.0008	0.341	
126	-0.34	-0.0008	0.34	
127	-0.3411	-0.0008	0.3411	
128	-0.3396	-0.0002	0.3396	
129	-0.339	-0.0002	0.339	
130	-0.34	0.0004	0.3402	
131	-0.3383	0.0004	0.3383	
132	-0.3413	0.0009	0.3413	
133	-0.3393	0.0009	0.3393	
134	-0.3415	0.0008	0.3415	
125	-0.3433	-0.0008	0.3433	
121	-0.342	0	0.342	
122	-0.3458	0	0.3458	
123	-0.3421	0.002	0.3421	
256	-0.3477	0.002	0.3477	
257	-0.3396	0.0067	0.3397	
258	-0.3423	0.0067	0.3424	
259	-0.3317	0.0129	0.332	

ตารางที่ ข.6 การออกแบบขั้วให้มีค่าเท่ากับ $0.35 T$ โดยการเคลื่อนที่โหนดในแนวแกน x

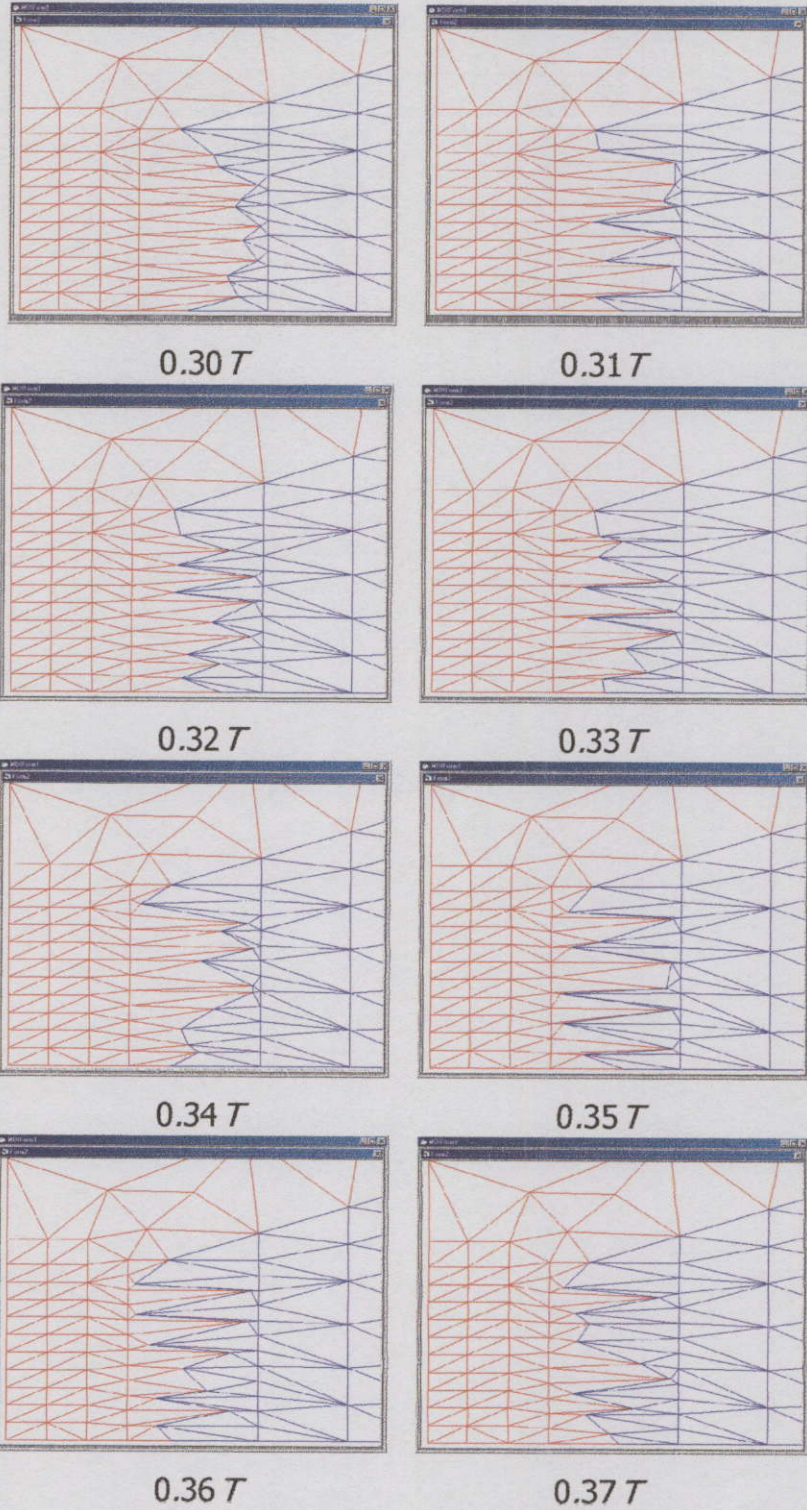
$B_d = 0.35 T$				
อิทธิพล	Bx	By	B	ค่าฟังก์ชันน้อยที่สุด
119	-0.3519	0	0.3519	1.701801E-04
120	-0.351	0.0005	0.351	
124	-0.3503	-0.0005	0.3503	
126	-0.3498	-0.0004	0.3498	
127	-0.35	-0.0004	0.35	
128	-0.3496	-0.0001	0.3496	
129	-0.3494	-0.0001	0.3494	
130	-0.3497	0.0001	0.3497	
131	-0.349	0.0001	0.349	
132	-0.3504	0.0005	0.3504	
133	-0.3491	0.0005	0.3491	
134	-0.3504	0.0005	0.3504	
125	-0.3519	-0.0005	0.3519	
121	-0.3509	0	0.3509	
122	-0.3547	0	0.3547	
123	-0.351	0.0021	0.351	
256	-0.3566	0.0021	0.3566	
257	-0.3485	0.0068	0.3485	
258	-0.3517	0.0068	0.3518	
259	-0.3405	0.0134	0.3407	

ตารางที่ ข.7 การออกแบบขั้วให้มีค่าเท่ากับ $0.36 T$ โดยการเคลื่อนที่โหนดในแนวแกน x

$B_d = 0.36 T$				
อิเลเมนต์	Bx	By	B	ค่าฟังก์ชันน้อยที่สุด
119	-0.3563	0	0.3563	4.265356E-04
120	-0.3583	-0.0011	0.3583	
124	-0.3647	0.0007	0.3647	
126	-0.3649	0.0001	0.3649	
127	-0.3658	0.0001	0.3658	
128	-0.3638	-0.0009	0.3638	
129	-0.3667	-0.0009	0.3667	
130	-0.3618	-0.0017	0.3618	
131	-0.3652	-0.0017	0.3652	
132	-0.3597	-0.0018	0.3597	
133	-0.362	-0.0018	0.362	
134	-0.3586	-0.0011	0.3586	
125	-0.3651	0.0007	0.3651	
121	-0.3638	0.0015	0.3638	
122	-0.3655	0.0015	0.3655	
123	-0.3621	0.0034	0.3621	
256	-0.3656	0.0034	0.3657	
257	-0.358	0.0079	0.3581	
258	-0.3605	0.0079	0.3606	
259	-0.3488	0.0147	0.3491	

ตารางที่ ข.8 การออกแบบขั้วให้มีค่าเท่ากับ $0.37 T$ โดยการเคลื่อนที่โหนดในแนวแกน x

$B_d = 0.37 T$				
อิทธิเมนต์	Bx	By	B	ค่าฟังก์ชันน้อยที่สุด
119	-0.3723	0	0.3723	1.844582E-04
120	-0.3715	0.0004	0.3715	
124	-0.3699	-0.0001	0.3699	
126	-0.3698	0	0.3698	
127	-0.3698	0	0.3698	
128	-0.3699	0	0.3699	
129	-0.3696	0	0.3696	
130	-0.3702	0.0003	0.3702	
131	-0.3694	0.0003	0.3694	
132	-0.3709	0.0006	-0.3694	
133	-0.3697	0.0006	0.3697	
134	-0.3711	0.0004	0.3711	
125	-0.3708	-0.0001	0.3708	
121	-0.3702	0.0001	0.3702	
122	-0.3735	0.0001	0.3735	
123	-0.37	0.0022	0.37	
256	-0.3758	0.0022	0.3758	
257	-0.3673	0.0072	0.3674	
258	-0.3716	0.0072	0.3716	
259	-0.3589	0.0146	0.3592	



รูปที่ ข.2 รูปร่างของขั้วแม่เหล็กที่มีการออกแบบ โดยเทคนิคการเคลื่อนที่โหนดในแนวแกน $x - y$

ตารางที่ ข.9 การออกแบบขั้วให้มีค่าเท่ากับ $0.30 T$ โดยการเคลื่อนที่โหนดในแนวแกน $x - y$

$B_d = 0.30 T$				
อิติเมนต์	Bx	By	B	ค่าฟังก์ชันน้อยที่สุด
119	-0.2997	0	0.2997	1.725579E-04
120	-0.2999	0	0.2999	
124	-0.302	-0.0001	0.302	
126	-0.3014	-0.0005	0.3014	
127	-0.3028	-0.0005	0.3028	
128	-0.3007	-0.0005	0.3007	
129	-0.3014	-0.0005	0.3014	
130	-0.3003	-0.0004	0.3003	
131	-0.3005	-0.0004	0.3005	
132	-0.3	-0.0002	0.3	
133	-0.2999	-0.0002	0.2999	
134	-0.2998	0	0.2998	
125	-0.304	-0.0001	0.304	
121	-0.302	0.0009	0.302	
122	-0.3044	0.0009	0.3044	
123	-0.301	0.0029	0.301	
256	-0.303	0.0029	0.303	
257	-0.2975	0.0062	0.2976	
258	-0.2972	0.0062	0.2973	
259	-0.2903	0.0102	0.2904	

ตารางที่ ข.10 การออกแบบขั้วให้มีค่าเท่ากับ $0.31 T$ โดยการเคลื่อนที่โหนดในแนวแกน $x - y$

$B_d = 0.31 T$				
อิทธิเมนต์	Bx	By	B	ค่าฟังก์ชันน้อยที่สุด
119	-0.3108	0	0.3108	2.637293E-04
120	-0.3116	-0.0004	0.3116	
124	-0.3137	0.0003	0.3137	
126	-0.3135	-0.0001	0.3135	
127	-0.3145	-0.0001	0.3145	
128	-0.3132	-0.0002	0.3132	
129	-0.3137	-0.0002	0.3137	
130	-0.3127	-0.0004	0.3127	
131	-0.3134	-0.0004	0.3134	
132	-0.3121	-0.0005	0.3121	
133	-0.3128	-0.0005	0.3128	
134	-0.3119	-0.0004	0.3119	
125	-0.315	0.0003	0.315	
121	-0.3132	0.0014	0.3132	
122	-0.3145	0.0014	0.3145	
123	-0.3116	0.0037	0.3116	
256	-0.3129	0.0031	0.3129	
257	-0.308	0.006	0.308	
258	-0.3087	0.006	0.3088	
259	-0.3009	0.0105	0.3011	

ตารางที่ ข.11 การออกแบบขั้วให้มีความเท่ากับ 0.32 T โดยการเคลื่อนที่โหนดในแนวแกน $x - y$

$B_d = 0.32 T$				
อิติเม้นต์	Bx	By	B	ค่าฟังก์ชันน้อยที่สุด
119	-0.3203	0	0.3203	2.418338E-04
120	-0.3208	-0.0003	0.3208	
124	-0.323	0	0.323	
126	-0.3226	-0.0003	0.3226	
127	-0.3234	-0.0003	0.3234	
128	-0.3222	-0.0003	0.3222	
129	-0.3228	-0.0003	0.3228	
130	-0.3217	-0.0004	0.3217	
131	-0.3223	-0.0004	0.3223	
132	-0.3212	-0.0004	0.3212	
133	-0.3217	-0.0004	0.3217	
134	-0.3211	-0.0003	0.3211	
125	-0.3248	0	0.3248	
121	-0.3231	0.0009	0.3231	
122	-0.3257	0.0009	0.3257	
123	-0.3219	0.0032	0.3219	
256	-0.3243	0.0032	0.3244	
257	-0.3182	0.0068	0.3182	
258	-0.3187	0.0068	0.3187	
259	-0.3102	0.0117	0.3105	

ตารางที่ ข.12 การออกแบบขั้วให้มีค่าเท่ากับ $0.33 T$ โดยการเคลื่อนที่โหนดในแนวแกน $x - y$

$B_d = 0.33 T$				
อิทธิพันธ์	Bx	By	B	ค่าฟังก์ชันน้อยที่สุด
119	-0.3318	0	0.3318	3.022013E-04
120	-0.3318	0	0.3318	
124	-0.3328	-0.0003	0.3328	
126	-0.3321	-0.0005	0.3321	
127	-0.3332	-0.0005	0.3332	
128	-0.3317	-0.0003	0.3317	
129	-0.3317	-0.0003	0.3317	
130	-0.3317	0	0.3317	
131	-0.3311	0	0.3311	
132	-0.3318	0	0.3318	
133	-0.3315	0	0.3315	
134	-0.3319	0	0.3319	
125	-0.3355	-0.0003	0.3355	
121	-0.3332	0.0009	0.3332	
122	-0.3369	0.0009	0.3369	
123	-0.3321	0.0037	0.3322	
256	-0.3349	0.0037	0.3349	
257	-0.3278	0.0078	0.3279	
258	-0.3274	0.0078	0.3274	
259	-0.3187	0.0129	0.3189	

ตารางที่ ข.13 การออกแบบขั้วให้มีค่าเท่ากับ $0.34 T$ โดยการเคลื่อนที่โหนดในแนวแกน $x - y$

$B_d = 0.34 T$				
อิเลเมนต์	Bx	By	B	ค่าฟังก์ชันน้อยที่สุด
119	-0.3446	0	0.3446	1.617873E-04
120	-0.3435	0.0006	0.3435	
124	-0.3391	-0.0004	0.3391	
126	-0.3391	0	0.3391	
127	-0.3383	0	0.3383	
128	-0.34	0.0007	0.34	
129	-0.3378	0.0007	0.3378	
130	-0.3414	0.0012	0.3414	
131	-0.3392	0.0012	0.3392	
132	-0.3427	0.0011	0.3427	
133	-0.3415	0.0011	0.3415	
134	-0.3436	0.0006	0.3436	
125	-0.3398	-0.0004	0.3398	
121	-0.3396	-0.0003	0.3396	
122	-0.3425	-0.0003	0.3425	
123	-0.3399	0.0011	0.3399	
256	-0.3443	0.0011	0.3443	
257	-0.3386	0.0004	0.3386	
258	-0.3446	0.0004	0.3447	
259	-0.3332	0.0111	0.3334	

ตารางที่ ข.14 การออกแบบขั้วให้มีความเท่ากับ $0.35 T$ โดยการเคลื่อนที่โหนดในแนวแกน $x - y$

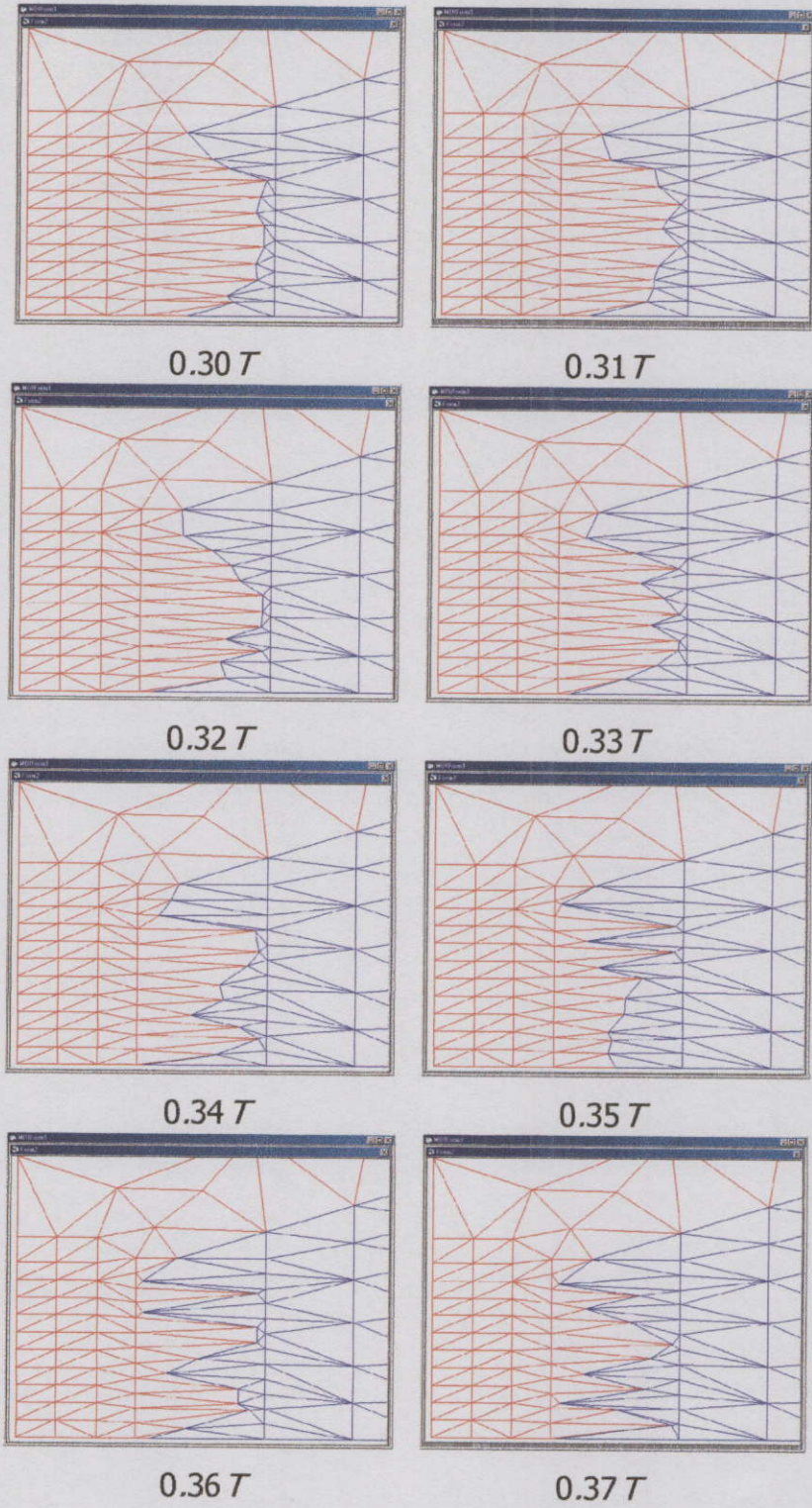
$B_d = 0.35 T$				
อิติเมนต์	Bx	By	B	ค่าฟังก์ชันน้อยที่สุด
119	-0.3492	0	0.3492	2.559949E-04
120	-0.3491	0.0001	0.3491	
124	-0.3523	-0.0009	0.3523	
126	-0.3509	-0.0011	0.3509	
127	-0.3527	-0.0011	0.3527	
128	-0.3497	-0.0009	0.3497	
129	-0.3506	-0.0009	0.3506	
130	-0.3491	-0.0005	0.3491	
131	-0.349	-0.0005	0.349	
132	-0.3489	-0.0001	0.3489	
133	-0.3484	-0.0001	0.3484	
134	-0.3485	0.0001	0.3485	
125	-0.3554	-0.0009	0.3554	
121	-0.3534	0.0002	0.3534	
122	-0.358	0.0002	0.358	
123	-0.3531	0.003	0.3531	
256	-0.3563	0.003	0.3563	
257	-0.3495	0.007	0.3496	
258	-0.3523	0.007	0.3524	
259	-0.3413	0.0134	0.3415	

ตารางที่ ข.15 การออกแบบขั้วให้มีค่าเท่ากับ $0.36 T$ โดยการเคลื่อนที่โหนดในแนวแกน $x - y$

$B_d = 0.36 T$				
อิทธิเมนต์	Bx	By	B	ค่าฟังก์ชันน้อยที่สุด
119	-0.3598	0	0.3598	1.2421E-04
120	-0.3599	0	0.3599	
124	-0.36	0.0001	0.36	
126	-0.3603	0.0002	0.3603	
127	-0.3598	0.0002	0.3598	
128	-0.3604	0.0001	0.3604	
129	-0.3604	0.0001	0.3604	
130	-0.3603	0.0001	0.3603	
131	-0.361	0.0001	0.361	
132	-0.36	-0.0002	0.36	
133	-0.36	-0.0002	0.36	
134	-0.3598	0	0.3598	
125	-0.3601	0.0001	0.3601	
121	-0.3598	0.0003	0.3598	
122	-0.3618	0.0003	0.3618	
123	-0.3593	0.0017	0.3594	
256	-0.364	0.0017	0.364	
257	-0.3573	0.0057	0.3573	
258	-0.3633	0.0057	0.3633	
259	-0.3506	0.0131	0.3508	

ตารางที่ ข.16 การออกแบบขั้วให้มีความเท่ากับ $0.37 T$ โดยการเคลื่อนที่โหนดในแนวแกน $x - y$

$B_d = 0.37 T$				
อิเลิเมนต์	Bx	By	B	ค่าฟังก์ชันน้อยที่สุด
119	-0.3705	0	0.3705	5.907303E-04
120	-0.3701	0.0001	0.3701	
124	-0.3743	-0.0002	0.3743	
126	-0.3724	-0.0016	0.3724	
127	-0.3767	-0.0016	0.3767	
128	-0.3706	-0.0015	0.3706	
129	-0.3722	-0.0015	0.3722	
130	-0.3699	-0.0006	0.3699	
131	-0.369	-0.0006	0.369	
132	-0.3699	0	0.3699	
133	-0.3687	0	0.3687	
134	-0.3697	0.0001	0.3697	
125	-0.3794	-0.0002	0.3794	
121	-0.3746	0.0025	0.3746	
122	-0.3775	0.0025	0.3775	
123	-0.3716	0.0059	0.3717	
256	-0.3714	0.0059	0.3715	
257	-0.3647	0.0098	0.3648	
258	-0.3634	0.0098	0.3635	
259	-0.3531	0.0158	0.3535	



รูปที่ ข.3 รูปร่างของข้ามแม่เหล็กที่มีการออกเบบ โดยเทคนิคการเคลื่อนที่โหนดในแนวแกน xy

ตารางที่ ข.17 การออกแบบขั้วให้มีค่าเท่ากับ 0.30 T โดยการเคลื่อนที่โหนดในแนวแกน xy

$B_d = 0.30 \text{ T}$				
อิติเม้นต์	Bx	By	B	ค่าฟังก์ชันน้อยที่สุด
119	-0.3007	0	0.3007	1.321239E-04
120	-0.3006	0	0.3006	
124	-0.3016	-0.0003	0.3016	
126	-0.301	0	0.301	
127	-0.301	0	0.301	
128	-0.3005	-0.0003	0.3005	
129	-0.3007	-0.0003	0.3007	
130	-0.3004	-0.0003	0.3004	
131	-0.3001	-0.0001	0.3001	
132	-0.3005	0	0.3005	
133	-0.3001	0	0.3001	
134	-0.3004	0	0.3004	
125	-0.3034	-0.0003	0.3034	
121	-0.3019	0.0005	0.3019	
122	-0.3045	0.0005	0.3045	
123	-0.3013	0.0024	0.3013	
256	-0.3041	0.0024	0.3041	
257	-0.2985	0.0057	0.2985	
258	-0.2992	0.0057	0.2993	
259	-0.2918	0.01	0.292	

ตารางที่ ข.18 การออกแบบขั้วให้มีค่าเท่ากับ $0.31 T$ โดยการเคลื่อนที่โหนดในแนวแกน xy

$B_d = 0.31 T$				
อิติเมนต์	Bx	By	B	ค่าฟังก์ชันน้อยที่สุด
119	-0.311	0	0.311	1.192697E-04
120	-0.3105	0.0002	0.3105	
124	-0.3105	-0.0003	0.3105	
126	-0.31	-0.0004	0.31	
127	-0.3106	-0.0004	0.3106	
128	-0.3097	-0.0001	0.3097	
129	-0.3095	-0.0001	0.3095	
130	-0.3099	0.0001	0.3099	
131	-0.3092	0.0001	0.3092	
132	-0.3103	0.0003	0.3103	
133	0.3096	0.0003	-0.3096	
134	-0.3104	0.0002	0.3104	
125	-0.3123	-0.0003	0.3123	
121	-0.311	0.0003	0.311	
122	-0.3139	0.0003	0.3139	
123	-0.3106	0.0023	0.3106	
256	-0.3137	0.0023	0.3137	
257	-0.3078	0.0057	0.3079	
258	-0.3094	0.0057	0.3094	
259	-0.3011	0.0105	0.3013	

ตารางที่ ข.19 การออกแบบขั้วให้มีค่าเท่ากับ $0.32 T$ โดยการเคลื่อนที่โหนดในแนวแกน xy

0.32 T				
อิเลิเมนต์	Bx	By	B	ค่าฟังก์ชันน้อยที่สุด
119	-0.325	0	0.325	2.829797E-04
120	-0.3238	0.0006	0.3238	
124	-0.3222	-0.0008	0.3222	
126	-0.3214	-0.0006	0.3214	
127	-0.3219	-0.0006	0.3219	
128	-0.3214	0	0.3214	
129	-0.3203	0	0.3203	
130	-0.322	0	0.322	
131	-0.3203	0	0.3203	
132	-0.3231	0.0008	0.3231	
133	-0.3215	0.0008	0.3215	
134	-0.3234	0.0006	0.3234	
125	-0.3248	-0.0008	0.3248	
121	-0.3232	0	0.3232	
122	-0.3272	0	0.3272	
123	-0.3232	0.0023	0.3232	
256	-0.3273	0.0023	0.3273	
257	-0.3204	0.0063	0.3205	
258	-0.3221	0.0063	0.3221	
259	-0.313	0.0116	0.3132	

ตารางที่ ข.20 การออกแบบขั้วให้มีค่าเท่ากับ $0.33 T$ โดยการเคลื่อนที่โหนดในแนวแกน xy

$B_d = 0.33 T$				
อิติเม้นต์	Bx	By	B	ค่าฟังก์ชันน้อยที่สุด
119	-0.3352	0	0.3352	2.692415E-04
120	-0.3334	0.001	0.3334	
124	-0.3309	-0.0012	0.3309	
126	-0.3298	-0.0009	0.3298	
127	-0.3303	-0.0009	0.3303	
128	-0.3297	0	0.3297	
129	-0.3284	0	0.3284	
130	-0.3306	0.0007	0.3306	
131	-0.3282	0.0007	0.3282	
132	-0.3322	0.0013	0.3322	
133	-0.3297	0.0013	0.3297	
134	-0.3326	0.001	0.3326	
125	-0.3335	-0.0012	0.3335	
121	-0.3324	-0.0006	0.3324	
122	-0.3367	-0.0006	0.3367	
123	-0.3332	0.0014	0.3332	
256	-0.3388	0.0014	0.3388	
257	-0.3315	0.0056	0.3316	
258	-0.3354	0.0056	0.3355	
259	-0.3249	0.0118	0.3251	

ตารางที่ ข.21 การออกแบบขั้วให้มีค่าเท่ากับ $0.34 T$ โดยการเคลื่อนที่โหนดในแนวแกน xy

$B_d = 0.34 T$				
อิเลิเมนต์	Bx	By	B	ค่าฟังก์ชันน้อยที่สุด
119	-0.3429	0	0.3429	1.508533E-04
120	-0.3417	0.0006	0.3417	
124	-0.3397	-0.0005	0.3397	
126	-0.3394	-0.0002	0.3394	
127	-0.3391	-0.0002	0.3391	
128	-0.3396	0.0001	0.3396	
129	-0.3387	0.0001	0.3387	
130	-0.3401	0.0004	0.3401	
131	-0.339	0.0004	0.339	
132	-0.341	0.0007	0.341	
133	-0.3397	0.0007	0.3397	
134	-0.3411	0.0006	0.3411	
125	-0.3409	-0.0005	0.3409	
121	-0.3403	-0.0002	0.3403	
122	-0.3439	-0.0002	0.3439	
123	-0.3406	0.0016	0.3406	
256	-0.3462	0.0016	0.3462	
257	-0.3387	0.006	0.3387	
258	-0.3428	0.006	0.3428	
259	-0.3316	0.0126	0.3318	

ตารางที่ ข.22 การออกแบบขั้วให้มีค่าเท่ากับ $0.35 T$ โดยการเคลื่อนที่โหนดในแนวแกน xy

$B_d = 0.35 T$				
อิทธิเมนต์	Bx	By	B	ค่าฟังก์ชันน้อยที่สุด
119	-0.3503	0	0.3503	9.958922E-05
120	-0.3504	0	0.3504	
124	-0.3503	0	0.3503	
126	-0.3503	0	0.3503	
127	-0.3502	0	0.3502	
128	-0.3504	0	0.3504	
129	-0.3501	0	0.3501	
130	-0.3505	0	0.3505	
131	-0.3504	0	0.3504	
132	-0.3504	0	0.3504	
133	-0.3506	0	0.3506	
134	-0.3505	0	0.3505	
125	-0.3508	0	0.3508	
121	-0.3503	0.0002	0.3503	
122	-0.3524	0.0002	0.3524	
123	-0.35	0.0016	0.35	
256	-0.3536	0.0016	0.3536	
257	-0.348	0.0049	0.3481	
258	-0.3541	0.0049	0.3541	
259	-0.3423	0.0118	0.3425	

ตารางที่ ข.23 การออกแบบขั้วให้มีค่าเท่ากับ $0.36 T$ โดยการเคลื่อนที่โหนดในแนวแกน xy

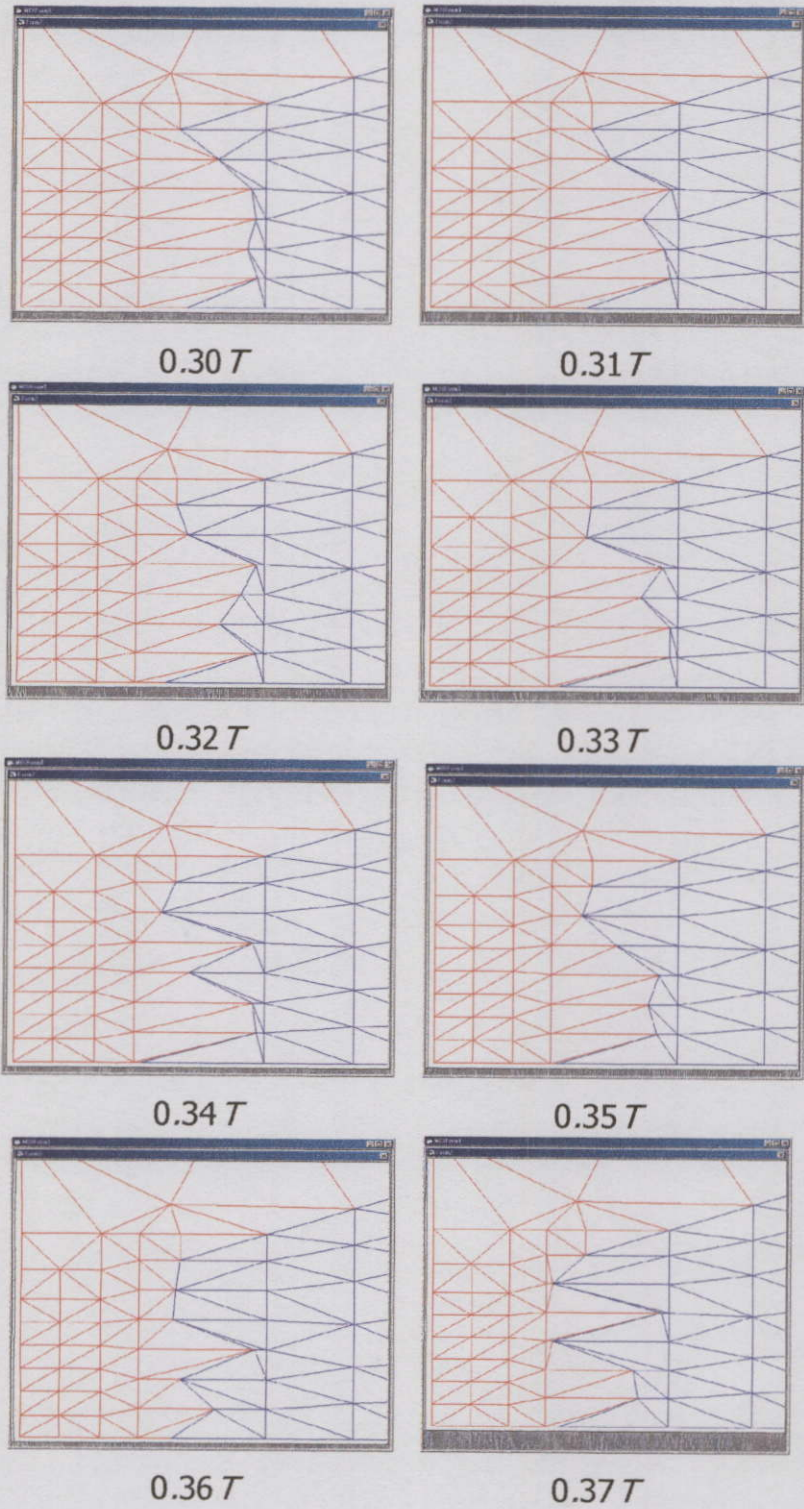
$B_d = 0.36 T$				
อิเลเมนต์	Bx	By	B	ค่าฟังก์ชันน้อยที่สุด
119	-0.3611	0	0.3611	1.26295E-04
120	-0.3604	0.0004	0.3604	
124	-0.36	0.0001	0.36	
126	-0.3601	0	0.3601	
127	-0.3601	0	0.3601	
128	-0.3599	-0.0001	0.3599	
129	-0.3605	-0.0001	0.3605	
130	-0.3597	-0.0001	0.3597	
131	-0.3598	-0.0001	0.3598	
132	-0.3599	0.0001	0.3599	
133	-0.3591	0.0001	0.3591	
134	-0.3595	0.0004	0.3595	
125	-0.3603	0.0001	0.3603	
121	-0.3598	0.0004	0.3598	
122	-0.3617	0.0004	0.3617	
123	-0.3592	0.0019	0.3592	
256	-0.3636	0.0019	0.3637	
257	-0.357	0.0057	0.3571	
258	-0.3629	0.0057	0.3629	
259	-0.3503	0.0131	0.3505	

ตารางที่ ข.24 การออกแบบขั้วให้มึค่าเท่ากับ $0.37 T$ โดยการเคลื่อนที่โหนดในแนวแกน xy

$B_d = 0.37 T$				
อิเลิเมนต์	Bx	By	B	ค่าฟังก์ชันน้อยที่สุด
119	-0.3715	0	0.3715	2.287074E-04
120	-0.3715	0	0.3715	
124	-0.3694	-0.0002	0.3694	
126	-0.3696	0.0001	0.3696	
127	-0.3686	0.0001	0.3686	
128	-0.3703	0.0006	0.3703	
129	-0.3688	0.0006	0.3688	
130	-0.3711	0.0006	0.3711	
131	-0.3703	0.0006	0.3703	
132	-0.3715	0.0004	0.3715	
133	-0.3715	0.0004	0.3715	
134	-0.3723	0	0.3723	
125	-0.3709	-0.0002	0.3709	
121	-0.3697	0.0004	0.3697	
122	-0.3735	0.0004	0.3735	
123	-0.3692	0.0029	0.3692	
256	-0.3735	0.0029	0.3735	
257	-0.3657	0.0075	0.3658	
258	-0.3692	0.0075	0.3693	
259	-0.3569	0.0147	0.3572	

ภาคผนวก ก

ข้อมูลการออกแบบรูปร่างขั้วแม่เหล็กโดยวิธีการโหนดเคลื่อนที่ (6 โหนด)



รูปที่ ค.1 รูปร่างของขั้วแม่เหล็กที่มีการออกแบบ โดยเทคนิคการเคลื่อนที่โหนดในแนวแกน x

ตารางที่ ค.1 การออกแบบขั้วให้มีค่าเท่ากับ 0.30 T และ 0.31 T โดยการเคลื่อนที่โหนดในแนวแกน x

$B_d = 0.30 \text{ T}$				
อิติเมนต์	Bx	By	B	ค่าฟังก์ชันน้อยที่สุด
270	-0.2936	0.0118	0.2938	6.742524E-05
88	-0.3018	0.0035	0.3018	
90	-0.3036	0.0035	0.3036	
89	-0.2999	0.0006	0.2999	
131	-0.3009	0.0006	0.3009	
133	-0.302	-0.0001	0.302	
132	-0.3007	-0.0001	0.3007	
135	-0.3006	0	0.3006	
134	-0.3006	0	0.3006	
137	-0.3003	0.0001	0.3003	
136	-0.3009	0.0001	0.3009	
138	-0.3009	0.0002	0.3009	
130	-0.3013	0.0002	0.3013	
99	-0.3016	0	0.3016	
$B_d = 0.31 \text{ T}$				
อิติเมนต์	Bx	By	B	ค่าฟังก์ชันน้อยที่สุด
270	-0.3038	0.0123	0.304	6.432956E-05
88	-0.3127	0.0034	0.3127	
90	-0.3137	0.0034	0.3137	
89	-0.3099	0.0005	0.3099	
131	-0.3107	0.0005	0.3107	
133	-0.3116	-0.0001	0.3116	
132	-0.3105	-0.0001	0.3105	
135	-0.3105	0	0.3105	
134	-0.3104	0	0.3104	
137	-0.3101	0.0001	0.3101	
136	-0.3106	0.0001	0.3106	
138	-0.3105	0.0002	0.3105	
130	-0.311	0.0002	0.311	
99	-0.3113	0	0.3113	

ตารางที่ ค.2 การออกแบบขั้วให้มีค่าเท่ากับ 0.32 T และ 0.33 T โดยการเคลื่อนที่โหนดในแนวแกน x

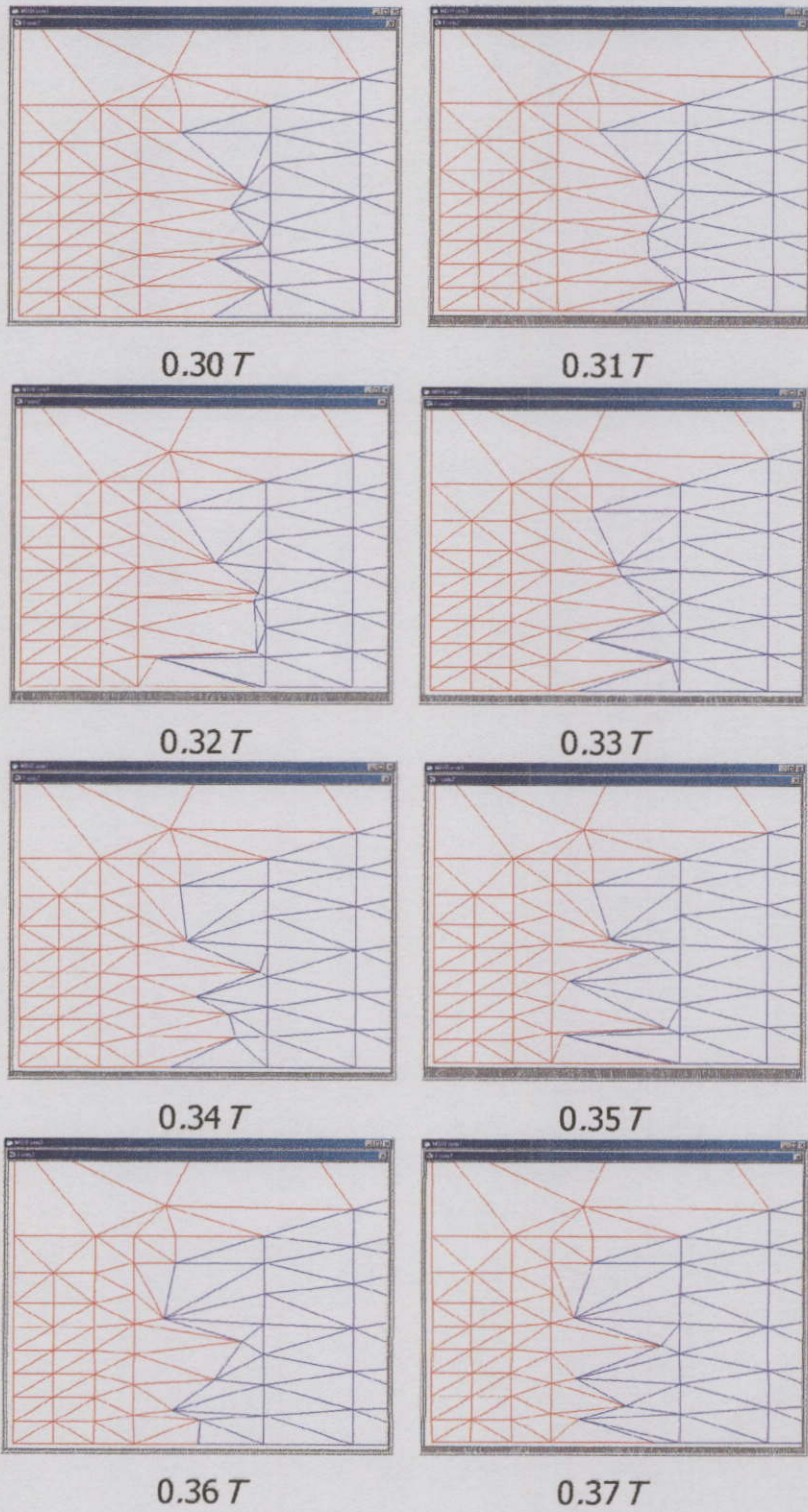
$B_d = 0.32 T$				
อิเลิเมนต์	Bx	By	B	ค่าฟังก์ชันน้อยที่สุด
270	-0.3102	0.0127	0.3105	9.052833E-04
88	-0.3195	0.0034	0.3195	
90	-0.3201	0.0034	0.3201	
89	-0.3164	0.0006	0.3164	
131	-0.3173	0.0006	0.3173	
133	-0.3179	0.0001	0.3179	
132	-0.3175	0.0001	0.3175	
135	-0.3173	0.0002	0.3173	
134	-0.3179	0.0002	0.3179	
137	-0.3178	0.0003	0.3178	
136	-0.3185	0.0003	0.3185	
138	-0.3186	0.0002	0.3186	
130	-0.3189	0.0002	0.3189	
99	-0.3192	0	0.3192	
$B_d = 0.33 T$				
อิเลิเมนต์	Bx	By	B	ค่าฟังก์ชันน้อยที่สุด
270	-0.3239	0.0134	0.3242	7.86882E-05
88	-0.3342	0.0032	0.3342	
90	-0.3335	0.0032	0.3335	
89	-0.3296	0.0001	0.3296	
131	-0.3298	0.0001	0.3298	
133	-0.3304	-0.0002	0.3304	
132	-0.3294	-0.0002	0.3294	
135	-0.329	0.0001	0.329	
134	-0.3296	0.0001	0.3296	
137	-0.329	0.0006	0.329	
136	-0.3307	0.0006	0.3307	
138	-0.3305	0.0007	0.3305	
130	-0.3318	0.0007	0.3318	
99	-0.3327	0	0.3327	

ตารางที่ ค.3 การออกแบบขั้วให้มีค่าเท่ากับ 0.34 T และ 0.35 T โดยการเคลื่อนที่โหนดในแนวแกน x

$B_d = 0.34 T$				
อิเลเมนต์	Bx	By	B	ค่าฟังก์ชันน้อยที่สุด
270	-0.3339	0.0141	0.3342	7.582951E-05
88	-0.3448	0.0031	0.3448	
90	-0.3435	0.0001	0.3435	
89	-0.3396	0.0001	0.3396	
131	-0.3398	0.0001	0.3398	
133	-0.3402	-0.0001	0.3402	
132	-0.3395	-0.0001	0.3395	
135	-0.3392	0	0.3392	
134	-0.3395	0	0.3395	
137	-0.339	0.0004	0.339	
136	-0.3401	0.0004	0.3401	
138	-0.34	0.0005	0.34	
130	-0.341	0.0005	0.341	
99	-0.3417	0	0.3417	
$B_d = 0.35 T$				
อิเลเมนต์	Bx	By	B	ค่าฟังก์ชันน้อยที่สุด
270	-0.3415	0.0158	0.3419	1.271594E-04
88	-0.3527	0.0046	0.3528	
90	-0.3553	0.0046	0.3553	
89	-0.3497	0.0031	0.3497	
131	-0.3502	0.0031	0.3502	
133	-0.3518	-0.0009	0.3518	
132	-0.3487	-0.0009	0.3488	
135	-0.3478	-0.0002	0.3478	
134	-0.3484	-0.0002	0.3484	
137	-0.3472	0.0007	0.3472	
136	-0.3495	0.0007	0.3495	
138	-0.3494	0.0008	0.3494	
130	-0.3509	0.0008	0.3509	
99	-0.352	0	0.352	

ตารางที่ ๓.๔ การออกแบบขั้วให้มีค่าเท่ากับ 0.36 T และ 0.37 T โดยการเคลื่อนที่โหนดในแนวแกน x

$B_d = 0.36 T$				
อิทธิพล	Bx	By	B	ค่าฟังก์ชันน้อยที่สุด
270	-0.3493	0.0177	0.3498	2.56874E-04
88	-0.3608	0.0063	0.3608	
90	-0.3674	0.0063	0.3674	
89	-0.3605	0.001	0.3605	
131	-0.3621	0.001	0.3621	
133	-0.3639	-0.0004	0.3639	
132	-0.3614	-0.0004	0.3614	
135	-0.3604	0.0002	0.3604	
134	-0.3618	0.0002	0.3618	
137	-0.3611	0.0008	0.3611	
136	-0.3632	0.0008	0.3632	
138	-0.3635	0.0006	0.3635	
130	-0.3642	0.0006	0.3642	
99	-0.3651	0	0.3651	
$B_d = 0.37 T$				
อิทธิพล	Bx	By	B	ค่าฟังก์ชันน้อยที่สุด
270	-0.3634	0.0162	0.3637	9.83866E-05
88	-0.3765	0.0031	0.3765	
90	-0.3726	0.0031	0.3726	
89	-0.369	0.0003	0.369	
131	-0.3696	0.0003	0.3696	
133	-0.3699	0.0001	0.3699	
132	-0.3698	0.0001	0.3698	
135	-0.3703	-0.0002	0.3703	
134	-0.3694	-0.0002	0.3694	
137	-0.3696	-0.0003	0.3696	
136	-0.3688	-0.0003	0.3688	
138	-0.3686	-0.0001	0.3686	
130	-0.3685	-0.0001	0.3685	



รูปที่ ค.2 รูปร่างของจัวแม่เหล็กที่มีการออกแบบ โดยเทคนิคการเคลื่อนที่โหนดในแนวแกน $x - y$

ตารางที่ ค.5 การออกแบบขั้วให้มีค่าเท่ากับ 0.30 T และ 0.31 T โดยการเคลื่อนที่โหนดในแนวแกน $x - y$

$B_d = 0.30 T$				
อิทธิเมนต์	Bx	By	B	ค่าฟังก์ชันน้อยที่สุด
270	-0.2954	0.0125	0.2956	3.997735E-04
88	-0.3032	0.0046	0.3032	
90	-0.3078	0.0046	0.3078	
89	-0.3037	0.0014	0.3037	
131	-0.306	0.0014	0.306	
133	-0.308	0	0.308	
132	-0.3059	0	0.3059	
135	-0.3064	-0.0005	0.3064	
134	-0.305	-0.0005	0.305	
137	-0.305	-0.0004	0.305	
136	-0.3043	-0.0004	0.3043	
138	-0.304	-0.0002	0.304	
130	-0.3039	-0.0002	0.3039	
99	-0.3036	0	0.3036	
$B_d = 0.31 T$				
อิทธิเมนต์	Bx	By	B	ค่าฟังก์ชันน้อยที่สุด
270	-0.3016	0.013	0.3019	1.358068E-04
88	-0.31	0.0047	0.31	
90	-0.3143	0.0047	0.3143	
89	-0.3101	0.0001	0.3101	
131	-0.3124	0.0001	0.3124	
133	-0.3142	0	0.3142	
132	-0.3126	0	0.3126	
135	-0.3133	-0.0004	0.3133	
134	-0.3119	-0.0004	0.3119	
137	-0.312	-0.0005	0.312	
136	-0.3109	-0.0005	0.3109	
138	-0.3107	-0.0004	0.3107	
130	-0.3103	-0.0004	0.3103	
99	-0.3098	0	0.3098	

ตารางที่ ค.6การออกแบบขั้วให้มีความเท่ากับ 0.32 T และ 0.33 T โดยการเคลื่อนที่โหนดในแนวแกน $x - y$

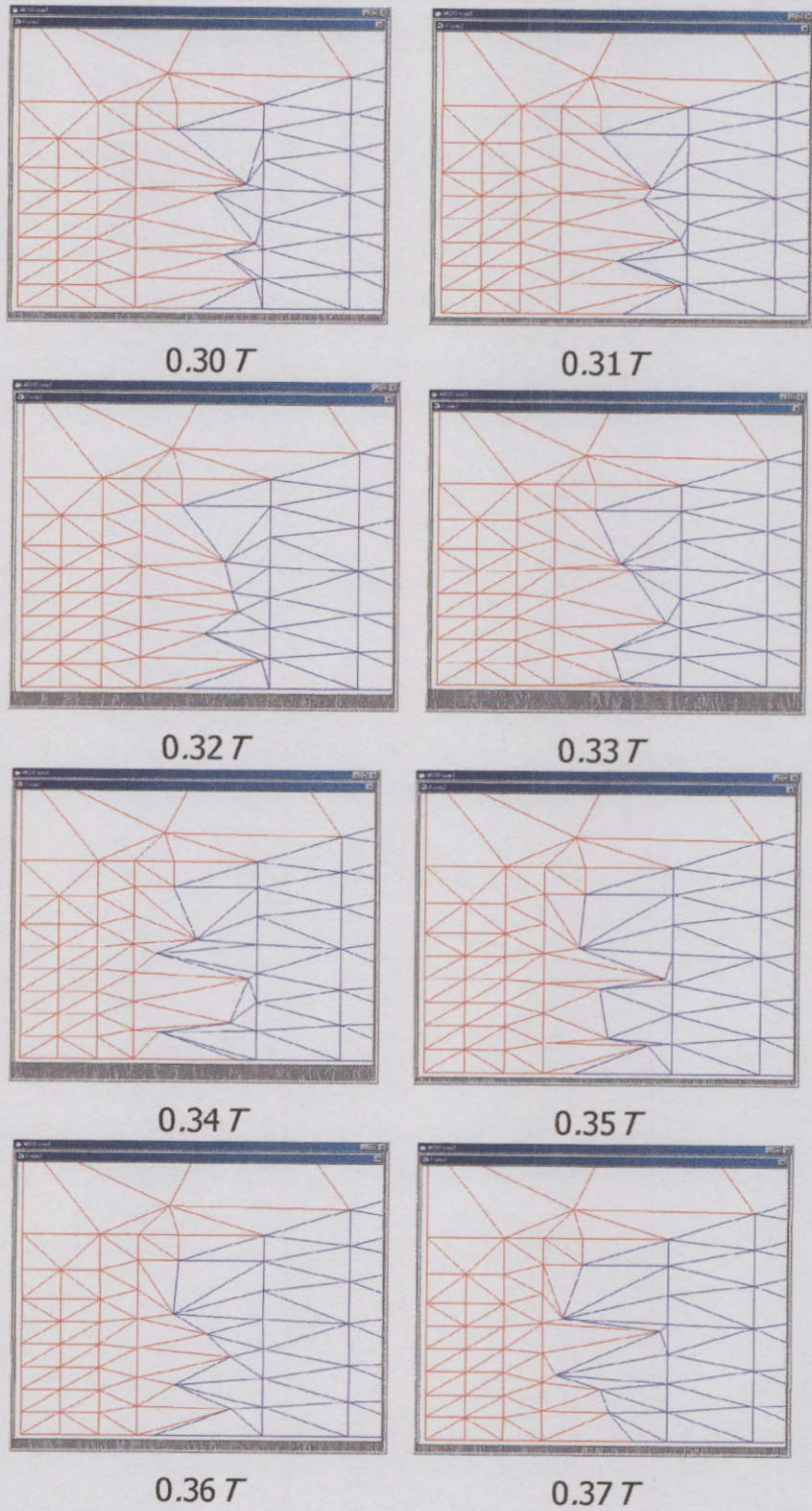
$B_d = 0.32 T$				
อิทธิมันต์	Bx	By	B	ค่าฟังก์ชันน้อยที่สุด
270	-0.3105	0.0139	0.3108	2.906641E-04
88	-0.3195	0.0049	0.3195	
90	-0.3237	0.0049	0.3238	
89	-0.3193	0.0015	0.3193	
131	-0.3218	0.0015	0.3218	
133	-0.3229	0.0007	0.3229	
132	-0.323	0.0007	0.323	
135	-0.323	0.0007	0.323	
134	-0.3241	0.0007	0.3241	
137	-0.3242	0.0006	0.3242	
136	-0.3251	0.0006	0.3251	
138	-0.3255	0.0003	0.3255	
130	-0.3256	0.0003	0.3256	
99	-0.3261	0	0.3261	
$B_d = 0.33 T$				
อิทธิมันต์	Bx	By	B	ค่าฟังก์ชันน้อยที่สุด
270	-0.3206	0.0152	0.3209	2.289783E-04
88	-0.33	0.0058	0.33	
90	-0.336	0.0058	0.3361	
89	-0.3309	0.0018	0.3309	
131	-0.3337	0.0018	0.3337	
133	-0.3361	0	0.3361	
132	-0.3336	0	0.3336	
135	-0.3342	-0.0005	0.3342	
134	-0.3327	-0.0005	0.3327	
137	-0.3325	-0.0004	0.3325	
136	-0.3319	-0.0004	0.3319	
138	-0.3316	-0.0001	0.3316	
130	-0.3317	-0.0001	0.3317	
99	-0.3314	0	0.3314	

ตารางที่ ค.7 การออกแบบขั้วให้มีความเท่ากับ 0.34 T และ 0.35 T โดยการเคลื่อนที่โหนดในแนวแกน $x - y$

$B_d = 0.34 T$				
อิเลิเมนต์	Bx	By	B	ค่าฟังก์ชันน้อยที่สุด
270	-0.3322	0.0156	0.3326	1.052102E-04
88	-0.3433	0.0045	0.3434	
90	-0.3458	0.0045	0.3458	
89	-0.3403	0.0003	0.3403	
131	-0.3408	0.0003	0.3408	
133	-0.3417	-0.0004	0.3417	
132	-0.3401	-0.0004	0.3401	
135	-0.3399	-0.0002	0.3399	
134	-0.3398	-0.0002	0.3398	
137	-0.3394	0	0.3394	
136	-0.3399	0	0.3399	
138	-0.3398	0.0002	0.3398	
130	-0.3403	0.0002	0.3403	
99	-0.3405	0	0.3405	
$B_d = 0.35 T$				
อิเลิเมนต์	Bx	By	B	ค่าฟังก์ชันน้อยที่สุด
270	-0.3347	0.0172	0.3352	4.135196E-04
88	-0.3444	0.0076	0.3445	
90	-0.3542	0.0076	0.3542	
89	-0.3483	0.003	0.3483	
131	-0.353	0.003	0.353	
133	-0.3561	0.0006	0.3561	
132	-0.3539	0.0006	0.3539	
135	-0.355	-0.0002	0.355	
134	-0.3536	-0.0002	0.3536	
137	-0.3538	-0.0004	0.3538	
136	-0.3529	-0.0004	0.3529	
138	-0.3528	-0.0003	0.3528	
130	-0.3524	-0.0003	0.3524	
99	-0.352	0	0.352	

ตารางที่ ค.8 การออกแบบขั้วให้มีค่าเท่ากับ 0.36 T และ 0.37 T โดยการเคลื่อนที่โหนดในแนวแกน $x - y$

$B_d = 0.36 T$				
อิติเมนต์	Bx	By	B	ค่าฟังก์ชันน้อยที่สุด
270	-0.3506	0.0175	0.351	1.300423E-04
88	-0.363	0.0051	0.363	
90	-0.3659	0.0051	0.3659	
89	-0.3598	0.0003	0.3598	
131	-0.3604	0.0003	0.3604	
133	-0.3614	-0.0004	0.3614	
132	-0.3597	-0.0004	0.3597	
135	-0.3593	-0.0001	0.3593	
134	-0.3595	-0.0001	0.3595	
137	-0.359	0.0002	0.359	
136	-0.3599	0.0002	0.3599	
138	-0.3598	0.0003	0.3598	
130	-0.3604	0.0003	0.3604	
99	-0.3608	0	0.3608	
$B_d = 0.37 T$				
อิติเมนต์	Bx	By	B	ค่าฟังก์ชันน้อยที่สุด
270	-0.3609	0.0187	0.3614	1.582674E-04
88	-0.3741	0.0055	0.3741	
90	-0.3774	0.0055	0.3775	
89	-0.3707	0.0002	0.3707	
131	-0.3711	0.0002	0.3711	
133	-0.3722	-0.0005	0.3722	
132	-0.3703	-0.0005	0.3703	
135	-0.37	-0.0002	0.37	
134	-0.37	-0.0002	0.37	
137	-0.37	-0.0002	0.37	
136	-0.3696	-0.0002	0.3696	
138	-0.3698	-0.0004	0.3698	
130	-0.3689	-0.0004	0.3689	
99	-0.3684	0	0.3684	



รูปที่ ก.3 รูปร่างของขั้วแม่เหล็กที่มีการออกเบบ โดยเทคนิคการเคลื่อนที่โหนดในแนวแกน xy

ตารางที่ ค.9 การออกแบบขั้วให้มีค่าเท่ากับ 0.30 T และ 0.31 T โดยการเคลื่อนที่โหนดในแนวแกน xy

$B_d = 0.30 T$				
อิเลิเมนต์	Bx	By	B	ค่าฟังก์ชันน้อยที่สุด
270	-0.2918	0.0121	0.292	1.808507E-04
88	-0.2992	0.0047	0.2992	
90	-0.3041	0.0047	0.3041	
89	-0.3002	0.0017	0.3002	
131	-0.3029	0.0017	0.3029	
133	-0.3049	0.0002	0.3049	
132	-0.3033	0.0002	0.3033	
135	-0.3039	-0.0002	0.3039	
134	-0.3029	-0.0002	0.3029	
137	-0.303	-0.0002	0.303	
136	-0.3025	-0.0002	0.3025	
138	-0.3024	-0.0001	0.3024	
130	-0.3023	-0.0001	0.3023	
99	-0.302	0	0.302	
$B_d = 0.31 T$				
อิเลิเมนต์	Bx	By	B	ค่าฟังก์ชันน้อยที่สุด
270	-0.3019	0.0131	0.3022	1.374119E-04
88	-0.3102	0.0048	0.3102	
90	-0.315	0.0048	0.315	
89	-0.3105	0.0014	0.3105	
131	-0.3127	0.0014	0.3128	
133	-0.3149	-0.0002	0.3149	
132	-0.3124	-0.0002	0.3124	
135	-0.3129	-0.0006	0.3129	
134	-0.3114	-0.0006	0.3114	
137	-0.3112	-0.0005	0.3112	
136	-0.3106	-0.0005	0.3106	
138	-0.3102	-0.0002	0.3102	
130	-0.3102	-0.0002	0.3102	
99	-0.3099	0	0.3099	

ตารางที่ ค.10 การออกแบบขั้วให้มีค่าเท่ากับ 0.32 T และ 0.33 T โดยการเคลื่อนที่โหนดในแนวแกน xy

$B_d = 0.32 T$				
อิเลิเมนต์	Bx	By	B	ค่าฟังก์ชันน้อยที่สุด
270	-0.3093	0.014	0.3096	1.582965E-04
88	-0.318	0.0053	0.318	
90	-0.3235	0.0053	0.3235	
89	-0.3189	0.0018	0.3189	
131	-0.3217	0.0018	0.3217	
133	-0.3239	0.0001	0.3239	
132	-0.3219	0.0001	0.3219	
135	-0.3228	-0.0004	0.3228	
134	-0.3212	-0.0004	0.3212	
137	-0.3213	-0.0006	0.3213	
136	-0.3202	-0.0006	0.3202	
138	-0.32	-0.0003	0.32	
130	-0.3196	-0.0003	0.3196	
99	-0.3191	0	0.3191	
$B_d = 0.33 T$				
อิเลิเมนต์	Bx	By	B	ค่าฟังก์ชันน้อยที่สุด
270	-0.3183	0.0147	0.3187	2.369036E-04
88	-0.3278	0.0053	0.3279	
90	-0.3325	0.0053	0.3325	
89	-0.3278	0.0016	0.3278	
131	-0.3303	0.0016	0.3303	
133	-0.3318	0.0004	-0.3303	
132	-0.3309	0.0004	0.3309	
135	-0.3307	0.0006	0.3307	
134	-0.332	0.0006	0.332	
137	-0.3315	0.0009	0.3315	
136	-0.3335	0.0009	0.3335	
138	-0.3337	0.0007	0.3337	
130	-0.3347	0.0007	0.3347	
99	-0.3357	0	0.3357	

ตารางที่ ค.11 การออกแบบขั้วให้มีค่าเท่ากับ 0.34 T และ 0.35 T โดยการเคลื่อนที่โหนดในแนวแกน xy

$B_d = 0.34 T$				
อิเลิเมนต์	Bx	By	B	ค่าฟังก์ชันน้อยที่สุด
270	-0.3294	0.0163	0.3298	2.215659E-04
88	-0.3393	0.0064	0.3393	
90	-0.347	0.0064	0.3471	
89	-0.3408	0.0015	0.3408	
131	-0.3432	0.0015	0.3432	
133	-0.3458	-0.0004	0.3458	
132	-0.3425	-0.0004	0.3425	
135	-0.3428	-0.0006	0.3428	
134	-0.3415	-0.0006	0.3415	
137	-0.3413	-0.0004	0.3413	
136	-0.3407	-0.0004	0.3407	
138	-0.3405	-0.0003	0.3405	
130	-0.3402	-0.0003	0.3402	
99	-0.3398	0	0.3398	
$B_d = 0.35 T$				
อิเลิเมนต์	Bx	By	B	ค่าฟังก์ชันน้อยที่สุด
270	-0.3454	0.0171	0.3458	5.559734E-04
88	-0.3572	0.0053	0.3573	
90	-0.3607	0.0053	0.3607	
89	-0.3549	0.0008	0.3549	
131	-0.3563	0.0008	0.3563	
133	-0.3572	0.0001	0.3572	
132	-0.3566	0.0001	0.3566	
135	-0.3573	-0.0003	0.3573	
134	-0.3561	-0.0003	0.3561	
137	-0.3567	-0.0007	0.3567	
136	-0.3549	-0.0007	0.3549	
138	-0.3549	-0.0007	0.3549	
130	-0.3537	-0.0007	0.3537	
99	-0.3527	0	0.3527	

ตารางที่ ค.12 การออกแบบขั้วให้มีค่าเท่ากับ 0.36 T และ 0.37 T โดยการเคลื่อนที่โหนดในแนวแกน xy

$B_d = 0.36 T$				
อิทธิพล	Bx	By	B	ค่าฟังก์ชันน้อยที่สุด
270	-0.3488	0.0179	0.3493	1.970711E-04
88	-0.3604	0.0063	0.3604	
90	-0.3665	0.0063	0.3666	
89	-0.3602	0.0014	0.3602	
131	-0.3625	0.0014	0.3625	
133	-0.3651	-0.0005	0.3651	
132	-0.3616	-0.0005	0.3616	
135	-0.3617	-0.0006	0.3617	
134	-0.3605	-0.0006	0.3605	
137	-0.36	-0.0003	0.36	
136	-0.36	-0.0003	0.36	
138	-0.3596	-0.0005	0.3596	
130	-0.3599	-0.0005	0.3599	
99	-0.3598	0	0.3598	
$B_d = 0.37 T$				
อิทธิพล	Bx	By	B	ค่าฟังก์ชันน้อยที่สุด
270	-0.3631	0.0188	0.3636	2.140437E-04
88	-0.3767	0.0052	0.3768	
90	-0.3795	0.0052	0.3795	
89	-0.3725	-0.0001	0.3725	
131	-0.3722	-0.0001	0.3722	
133	-0.373	-0.0007	0.373	
132	-0.371	-0.0007	0.371	
135	-0.3707	-0.0004	0.3707	
134	-0.3703	-0.0004	0.3703	
137	-0.3705	-0.0006	0.3705	
136	-0.3693	-0.0006	0.3693	
138	-0.3695	-0.0008	0.3695	
130	-0.368	-0.0008	0.368	
99	-0.367	0	0.367	

ภาคผนวก ง
บทความที่ได้รับการตีพิมพ์



การประชุมวิชาการ ทางวิศวกรรมไฟฟ้า ครั้งที่ 20

20th Electrical Engineering Conference (EECON-20)

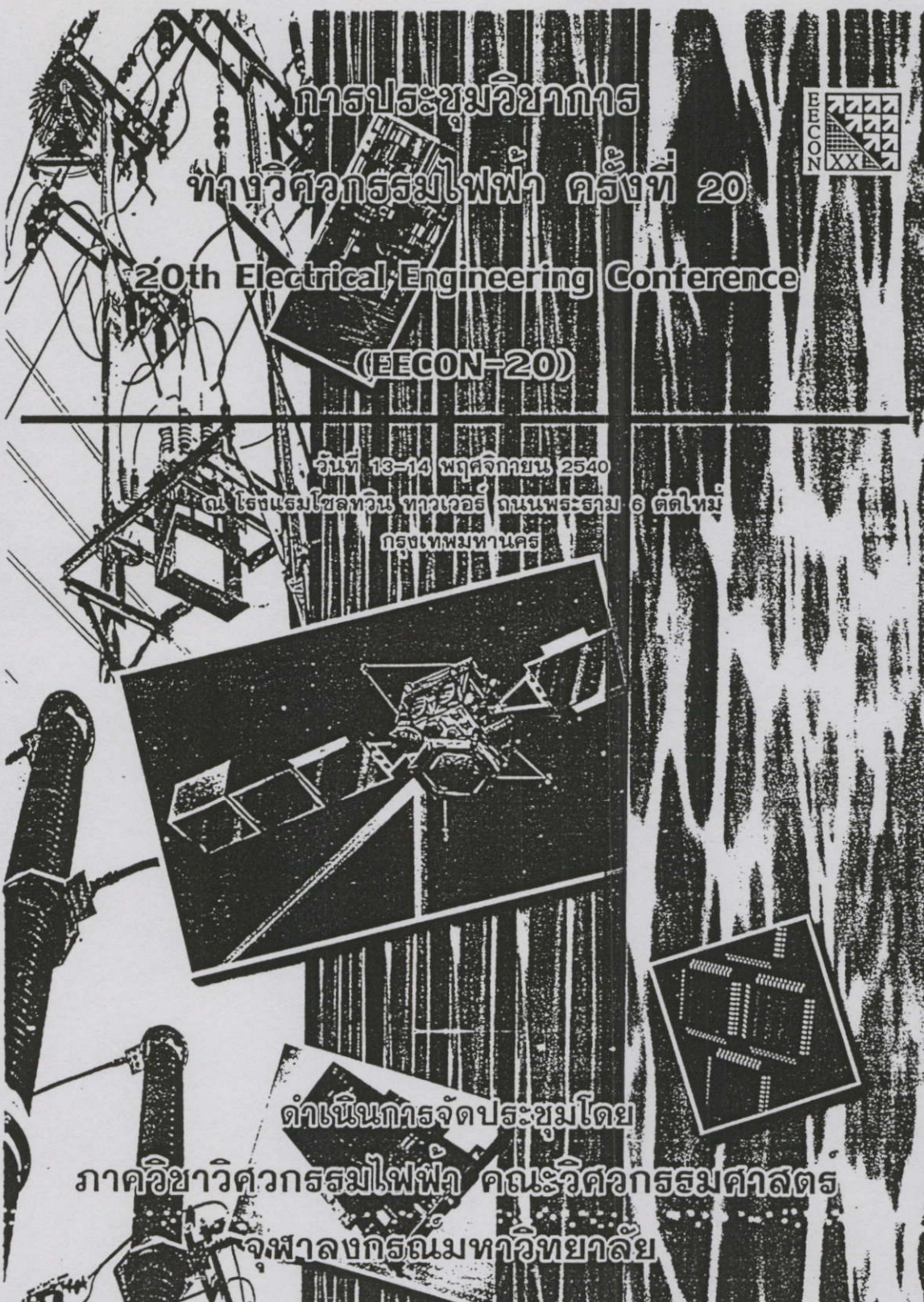
วันที่ 13-14 พฤศจิกายน 2540

ณ โรงแรมโซลทวิน ทาวเวอร์ ถนนพระราม 6 ตัดใหม่
กรุงเทพมหานคร

ดำเนินการจัดประชุมโดย

ภาควิชาวิศวกรรมไฟฟ้า คณะวิศวกรรมศาสตร์

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย



การเปรียบเทียบวิธีการแก้สมการไฟไนต์เอลิเมนต์สำหรับการคำนวณ
ค่าสนามแม่เหล็กสแตติก และสนามไฟฟ้าสแตติกแบบ 2 มิติ
Comparison of Methods for Solution of Finite Element Equation
for 2D Magnetostatic and Electrostatic Computations

ค้อหงษ์ ยวงพานิช* ชัยวุฒิ ฉัตรอุทัย**

ภาควิชาวิศวกรรมไฟฟ้า คณะวิศวกรรมศาสตร์ สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง

บทคัดย่อ

บทความนี้นำเสนอการเปรียบเทียบวิธีการต่าง ๆ ที่ใช้สำหรับหาคำตอบของสมการไฟไนต์เอลิเมนต์ซึ่งอยู่ในรูปสมการเชิงเส้น โดยจะเปรียบเทียบในด้านเวลาที่ใช้ในการประมวลผลค่าสนามแม่เหล็กสแตติก และสนามไฟฟ้าสแตติกแบบ 2 มิติ ในบทความนี้เลือกใช้โครงสร้างแม่เหล็กไฟฟ้าและอิเล็กทรอนิกส์เป็นต้นแบบทดสอบ ผลการเปรียบเทียบแสดงให้เห็นว่าการเลือกใช้วิธีการที่เหมาะสมจะสามารถลดเวลาที่ใช้คำนวณในการออกแบบได้

Abstract

This paper presents the comparison of various methods for solving the finite element equation that has a form of linear algebraic equations. The objective is to compare the time consumption of these methods for two-dimensional magnetostatic and electrostatic computations. In this paper, an electromagnet and a electrode models are chosen to be the test problems. The results show that the selection of the suitable method can minimize the computational time of the design.

* นักศึกษาปริญญาโท ** อาจารย์ประจำ
ภาควิชาวิศวกรรมไฟฟ้า คณะวิศวกรรมศาสตร์
สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง

Tel - Fax : (662) 326-7985 Email : kechaiwu@kmitl.ac.th

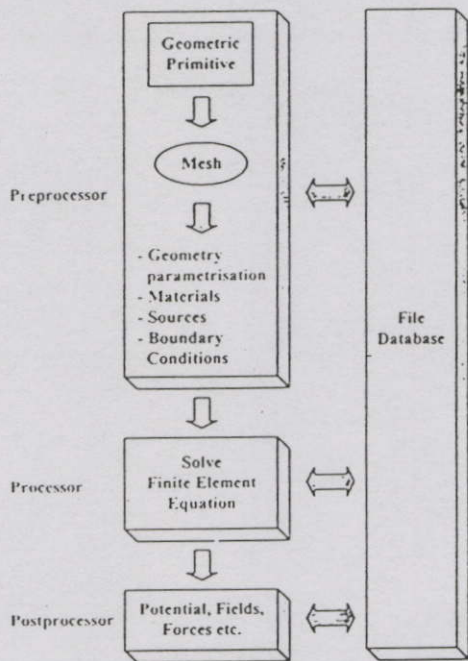
1. บทนำ

ในปัจจุบันระบบ CAD (Computer Aided Design) นับว่ามีบทบาทอย่างมากในการออกแบบสนามแม่เหล็กไฟฟ้า ผู้ออกแบบสามารถสร้างต้นแบบโดยใช้คอมพิวเตอร์ซึ่งทำให้ง่ายในการกำหนดเงื่อนไขต่าง ๆ ในการออกแบบเช่น ขนาด รูปร่าง วัสดุที่ใช้ กระแส และแรงดัน เป็นต้น อีกทั้งสามารถเปลี่ยนแปลงค่าต่าง ๆ ได้อย่างสะดวก และรวดเร็ว ในการคำนวณค่าที่ต้องการออกแบบเช่น ค่าสนามแม่เหล็ก สนามไฟฟ้า แรงที่เกิดขึ้น อุณหภูมิ เป็นต้น จะใช้วิธีการเชิงตัวเลข (numerical techniques) ซึ่งในปัจจุบันวิธีที่นิยมใช้กันมาก และมีประสิทธิภาพสูงมีอยู่ด้วยกัน 2 วิธีได้แก่ วิธีไฟไนต์เอลิเมนต์ (finite element method) และวิธีบานด์รีโอลิเมนต์ (boundary element method) บทความนี้จะกล่าวถึงเฉพาะการคำนวณด้วยวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์ โดยจะพิจารณาถึงเวลาที่ควรใช้ในการคำนวณสมการไฟไนต์เอลิเมนต์เมื่อใช้วิธีการแก้สมการเชิงเส้นแบบต่าง ๆ ทั้งนี้เนื่องจากหลักการของวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์จะเกี่ยวข้องกับการคำนวณแมทริกซ์ ซึ่งอาจจะมีขนาดใหญ่มากทำให้ต้องใช้เวลาในการประมวลผลมาก โดยเฉพาะอย่างยิ่งในกรณีการออกแบบรูปร่างที่เหมาะสม (shape optimization) จำเป็นต้องมีการคำนวณสมการไฟไนต์เอลิเมนต์หลายครั้งซึ่งจะทำให้ใช้เวลาในการประมวลผลมาก [1] ดังนั้นการเลือกใช้วิธีการแก้สมการเชิงเส้นที่เหมาะสมจะสามารถทำให้ประหยัดเวลาในการออกแบบได้อย่างมาก และเป็นการเพิ่มประสิทธิภาพของการใช้วิธีไฟไนต์เอลิเมนต์ได้อีกด้วย

2. การคำนวณโดยวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์

วิธีไฟไนต์เอลิเมนต์เป็นวิธีการเชิงตัวเลขที่ใช้สำหรับหาคำตอบของสมการอนุพันธ์ (differential equation) [2-4] โดยเริ่มต้นจากการกำหนดขอบเขตที่ต้องการพิจารณา จากนั้นทำการแบ่งขอบเขตนั้นออกเป็นส่วนย่อย ๆ เรียกว่าเอลิเมนต์ (element) ซึ่งมีลักษณะเป็นเอลิเมนต์รูปสามเหลี่ยม (first order triangular element) ประกอบด้วยโนด (node) 3 โนด เอลิเมนต์แบบนี้เป็นที่นิยมใช้กันมากเพราะสามารถใช้กับขอบเขตที่มีรูปร่างต่างๆ ได้อย่างสะดวก และง่ายต่อการสร้างโปรแกรมการคำนวณ ขั้นตอนต่อไปคือการกำหนดค่าฟังก์ชันที่อยู่ในเทอมตัวแปรของสมการที่พิจารณาตามโนดต่างๆ และทำการคำนวณหาค่าตัวแปรภายใต้เงื่อนไขที่เหมาะสมตามต้องการ โดยทั่วไปแล้ววิธีไฟไนต์เอลิเมนต์สามารถแสดงในรูปสมการ

$$[K] \{P\} = \{R\} \tag{1}$$



รูปที่ 1 ขั้นตอนการคำนวณด้วยวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์

[K] เป็นเมทริกซ์ $n \times n$ ของฟังก์ชันรูปร่าง (shape function) ซึ่งมีขนาดขึ้นอยู่กับจำนวนโนดทั้งหมด (n) ภายในขอบเขตที่พิจารณา {P} เป็นค่าศักย์เวกเตอร์ (vector potential) ของตัวแปร และ {R} เป็นเวกเตอร์ฟังก์ชันกระตุ้นที่กำหนด ขั้นตอนการคำนวณด้วยวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์สามารถอธิบายดังรูปที่ 1

ขั้นตอน Preprocessor เป็นการกำหนดขอบเขตของคั่นแบบที่จะพิจารณา ทำการสร้างเมช (mesh) ภายในขอบเขต โดยการกำหนดตำแหน่งของโนด และสร้างเอลิเมนต์ ทำการกำหนดคุณสมบัติของวัสดุต่าง ๆ โดยแยกออกเป็น ส่วน ๆ เช่น อากาศ เหล็ก เป็นต้น พร้อมทั้งกำหนดเงื่อนไขของขอบเขต (boundary conditions) ได้แก่ขอบเขตดิริชเลท (dirichlet) และขอบเขตนิวแมน (neumann) ขั้นตอน Processor เป็นการสร้างเมทริกซ์ [K] เวกเตอร์ {P} และ {R} จากนั้นทำการแก้สมการเชิงเส้น (สมการที่ 1) หาค่า {P} ขั้นตอน Postprocessor ในส่วนนี้เป็นการนำค่า {P} ที่ได้มาคำนวณหาค่าต่าง ๆ เช่นค่าสนามแม่เหล็ก สนามไฟฟ้า เป็นต้น

3. วิธีการแก้สมการเชิงเส้น

จากขั้นตอนการคำนวณด้วยวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์พบว่าขั้นตอนการแก้สมการเชิงเส้น จะใช้เวลาในการคำนวณมากกว่าขั้นตอนการสร้างฟังก์ชันรูปร่าง ดังนั้นการจะทำให้เวลาที่ใช้ในการคำนวณน้อยลง จึงจำเป็นต้องพิจารณาถึงวิธีการแก้ปัญหาสมการเชิงเส้นที่เหมาะสมซึ่งมีอยู่หลายวิธี โดยทั่วไปสมการเชิงเส้นแสดงโดยรูปแบบดังนี้

$$\begin{matrix} a_{11}x_1 & a_{12}x_2 & \dots & a_{1n}x_n & b_1 \\ a_{21}x_1 & a_{22}x_2 & \dots & a_{2n}x_n & b_2 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ a_{n1}x_1 & a_{n2}x_2 & \dots & a_{nn}x_n & b_n \end{matrix} = \tag{2}$$

$$[A]\{x\} = \{b\} \tag{3}$$

สำหรับในบทความนี้จะนำเสนอการเปรียบเทียบวิธีการทั้งแบบโดยตรง (direct methods) และแบบทำซ้ำ (iterative methods) ซึ่งเป็นขั้นตอนที่ใช้เพียง 6 วิธีดังนี้ [5-7]

3.1 Gauss Elimination (GE)

วิธีนี้เป็นวิธีมาตรฐานที่ใช้กันอยู่ทั่วไปสำหรับการแก้สมการเชิงเส้น [5] ซึ่งมีขั้นตอนดังนี้

Forward Elimination

$$a'_{kj} = \frac{a_{kj}}{a_{kk}}, \quad b'_k = \frac{b_k}{a_{kk}} \quad j = k, k+1, \dots, n \quad (4)$$

$$a'_{ij} = a_{ij} - a_{ik}a'_{kj} \quad i = k+1, \dots, n \quad (5)$$

$$b'_i = b_i - a_{ik}b'_k \quad i = k+1, \dots, n \quad (6)$$

Backward Substitution

$$x_i = b'_i - \sum_{j=i+1}^n a'_{ij}x_j \quad (7)$$

3.2 LU Decomposition (LU)

เป็นวิธีที่ปรับปรุงมาจากวิธี GE โดยที่เมตริกซ์ $[A]$ ในสมการที่ 3 สามารถกำหนดให้อยู่ในรูป

$$[A] = [L][U] \quad (8)$$

เมื่อ $[L]$ และ $[U]$ เป็นเมตริกซ์สามเหลี่ยมด้านล่าง และบนตามลำดับ [5] ทำการหาค่า $\{c\}$ จากสมการ

$$[L]\{c\} = \{b\} \quad (9)$$

จะได้ค่า $\{x\}$ จาก

$$[U]\{x\} = \{c\} \quad (10)$$

3.3 Cholesky (Ch)

ใช้ได้เฉพาะเมตริกซ์ที่เป็น nonsingular symmetric และ positive definite เท่านั้น $([A] = [A]^T)$ โดยมีหลักการเช่นเดียวกับวิธี LU แต่แตกต่างกันตรงที่สามารถกำหนดให้

$$[U] = [L]^T \quad (11)$$

ซึ่งจะได้ว่า

$$[A] = [L][L]^T \quad (12)$$

วิธีนี้จะใช้ขั้นตอนน้อยกว่าวิธี GE และ LU

3.4 Inverse Matrix (IM)

ถ้า $[A]$ เป็นเมตริกซ์จัตุรัส และ nonsingular จะได้ว่า $[A]^{-1}$ เป็น inverse ของ $[A]$ ทำให้

$$[A][A]^{-1} = [A]^{-1}[A] = [I] \quad (13)$$

เมื่อ $[I]$ เป็นเมตริกซ์เอกลักษณ์ (unit matrix) [5] ดังนั้นจะได้

$$\{x\} = [A]^{-1}\{b\} \quad (14)$$

3.5 Gauss-Seidel (GS)

วิธีการนี้ใช้หลักการแบบทำซ้ำ โดยใช้ค่าของ x_i ที่ได้จาก iteration ลำดับ k มาใช้ในการคำนวณค่าที่ iteration ลำดับ $k+1$

$$x_i^{k+1} = \frac{1}{a_{ii}} \left(b_i - \sum_{j=1}^{i-1} a_{ij}x_j^{k+1} - \sum_{j=i+1}^n a_{ij}x_j^k \right) \quad (15)$$

จะเห็นได้ว่าจำเป็นจะต้องมีการขั้นตอนการตรวจการดูเข้าของการเปลี่ยนแปลงของค่า x_i ที่ iteration ลำดับ k กับ iteration ลำดับต่อไปซึ่งทำให้ต้องใช้เวลาค่อนข้างมาก ในบทความนี้ใช้ค่า convergence เท่ากับ 5×10^{-5} [6]

3.6 Conjugate Gradients (CG)

วิธีนี้เป็นวิธีการแบบทำซ้ำเช่นเดียวกับวิธี GS ใช้หลักการพื้นฐานของการหาค่าต่ำที่สุดของฟังก์ชัน (minimization of function) โดยเริ่มต้นจากการกำหนดสมการของค่าผิดพลาด (error function) จากนั้นให้ทำการลดค่าผิดพลาดนี้ลงเรื่อยๆ โดยวิธีใช้ทิศทางของเวกเตอร์ที่มีทิศทางไปทางด้านที่มีการเปลี่ยนแปลงมากที่สุด (gradient method) ในบทความนี้ใช้ค่า convergence เท่ากับ 1×10^{-6} [7]

4. การเปรียบเทียบเวลาในการคำนวณ

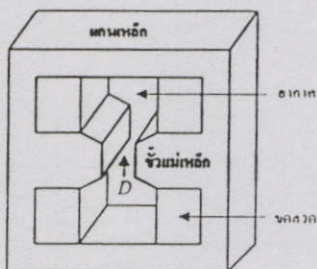
ในหัวข้อนี้เป็นการเปรียบเทียบเวลาที่ใช้ในการคำนวณค่าสนามแม่เหล็ก (B) ที่เกิดขึ้นในช่องอากาศของแม่เหล็กไฟฟ้า และค่าสนามไฟฟ้า (E) ที่เกิดขึ้นในบริเวณส่วนที่เป็นอากาศของเครื่องวัดด้วยวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์โดยใช้วิธีแก้สมการเชิงเส้นแบบต่างๆ

4.1 ตัวอย่างการคำนวณสนามแม่เหล็ก

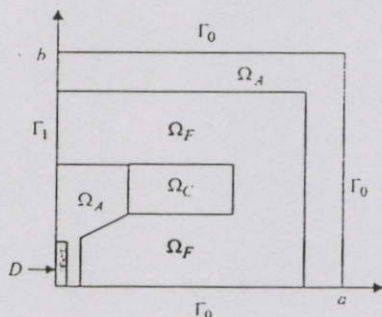
สมการของสนามแม่เหล็กแบบสแตติก 2 มิติ (two dimensional magnetostatic) สามารถจัดให้อยู่ในรูปของสมการ Poisson 2 มิติได้ดังนี้

$$-\frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{1}{\mu_r} \frac{\partial P_z}{\partial x} \right) - \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{1}{\mu_r} \frac{\partial P_z}{\partial y} \right) = \mu_0 J_z \quad (16)$$

J เป็นค่าความหนาแน่นกระแสไฟฟ้า P เป็นค่าศักย์เวกเตอร์ของสนามแม่เหล็ก (magnetic vector potential) และ μ_r เป็นค่าซึมซาบแม่เหล็กสัมพัทธ์ของตัวกลาง (relative permeability)



รูปที่ 2 โครงสร้างแม่เหล็กไฟฟ้า

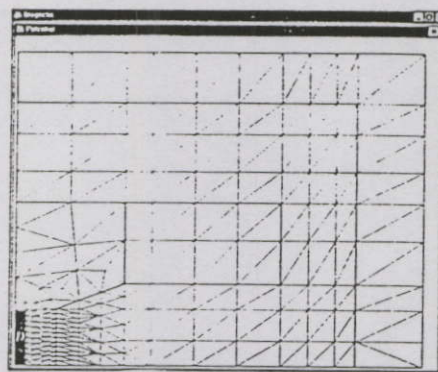


รูปที่ 3 ขอบเขต 2 มิติของแม่เหล็กไฟฟ้าที่พิจารณา

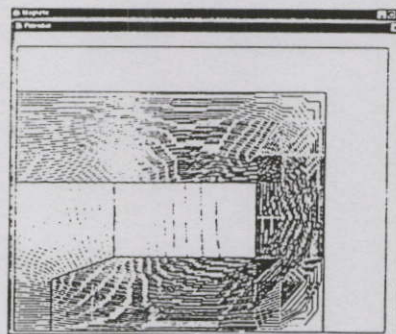
โครงสร้างแม่เหล็กไฟฟ้า (electromagnet) ดังรูปที่ 2 ประกอบด้วยส่วนแกนเหล็ก Ω_F ส่วนขดลวด Ω_C และส่วนช่องอากาศ Ω_A จากรูปที่ 3 เป็นต้นแบบที่พิจารณาเพียงเศษหนึ่งส่วนสี่ของโครงสร้าง โดยใช้หลักการแอมสมมาตรกัน (symmetry) และ D เป็นส่วนช่องอากาศบริเวณขั้วแม่เหล็กที่

พิจารณา Γ_0 เป็นเงื่อนไขขอบเขตดิริชเลท ($\Gamma_0 = 0$) และ Γ_1 เป็นเงื่อนไขขอบเขตนิวแมน ในการคำนวณกำหนดให้ค่า $\mu_C = \mu_A = \mu_0$ และ $\mu_F = 1000\mu_0$ ในส่วนขดลวดมีค่าความหนาแน่นกระแส $J = 1000 \text{ A/cm}^2$ และขอบเขตที่พิจารณา $\Omega = (0, a) \times (0, b) = (0, 0.12) \times (0, 0.10) \text{ m}^2$ จากรูปที่ 4 เป็นโครงสร้างเมชที่ประกอบด้วยโนดจำนวน 195 โหนด และอิลิเมนต์จำนวน 337 อิลิเมนต์

ตารางที่ 1 เป็นผลการทดสอบโปรแกรมการคำนวณหาค่าความหนาแน่นสนามแม่เหล็กที่เกิดขึ้นในอิลิเมนต์ในส่วนช่องอากาศ D โดยใช้วิธีการแก้สมการไฟไนต์อิลิเมนต์ทั้ง 6 วิธี จะเห็นได้ว่าค่า B ที่ได้มีค่าเท่ากัน (แตกต่างกันที่ทศนิยมตำแหน่งที่ 6) และจากตารางที่ 2 พบว่าวิธี Cholesky ใช้เวลาในการประมวลผลน้อยที่สุด (0.25 นาที) และวิธี Gauss-scidel ใช้เวลามากที่สุด



รูปที่ 4 โครงสร้างเมชของต้นแบบแม่เหล็กไฟฟ้า



รูปที่ 5 ค่าศักย์สนามแม่เหล็กคำนวณโดยวิธีไฟไนต์อิลิเมนต์

ตารางที่ 1 การเปรียบเทียบค่าสนามแม่เหล็ก B (Tesla) ที่เกิดขึ้นในอิลิเมนต์ในส่วนช่องอากาศ D โดยใช้วิธีการต่างๆ

อิลิเมนต์ลำดับที่	GE-Ch-LU-IM-GS-CG
120	0.399
122	0.384
125	0.392
130	0.399
133	0.400
256	0.373
257	0.366
258	0.357
259	0.350

ตารางที่ 2 การเปรียบเทียบเวลาที่ใช้ในการประมวลผลตัวอย่างสนามแม่เหล็กด้วยวิธีการต่างๆ (Pentium-133 MHz, RAM 32 M, Visual Basic 4.0 on Windows 95)

วิธี	เวลาที่ใช้ (นาฬิกา)
GE	1.05
Ch	0.25
LU	0.56
IM	2.34
GS	24.42
CG	2.29

4.2 ตัวอย่างการคำนวณสนามไฟฟ้า

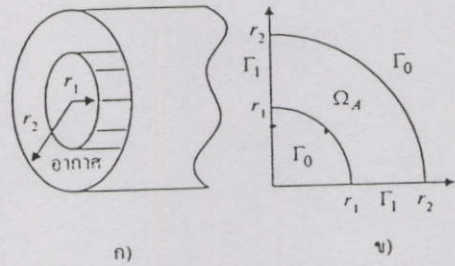
สมการของสนามไฟฟ้าแบบสแตติก 2 มิติ (two dimensional electrostatic) สามารถจัดให้อยู่ในรูปของสมการ Poisson 2 มิติได้ดังนี้

$$-\frac{\partial}{\partial x} \left(\epsilon_r \frac{\partial \phi}{\partial x} \right) - \frac{\partial}{\partial y} \left(\epsilon_r \frac{\partial \phi}{\partial y} \right) = \frac{\rho}{\epsilon_0} \quad (17)$$

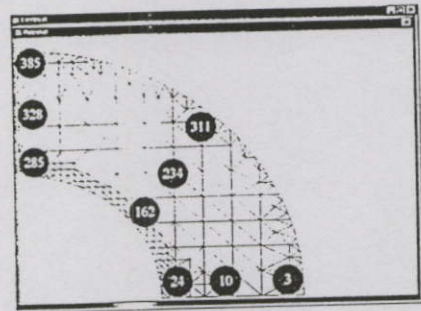
เมื่อ ρ เป็นค่าความหนาแน่นประจุ ϕ เป็นค่าศักย์ของสนามไฟฟ้า และ ϵ_r เป็นค่าสภาพความยอมสนามไฟฟ้าของตัวกลาง (permittivity)

โครงสร้างอิเล็กโทรด (electrode) ดังรูปที่ 6 ก) มีลักษณะเป็นทรงกระบอกวางซ้อนกัน และมีแนวแกนร่วมกัน (concentric cylindrical) จากรูปที่ 6 ข) เมื่อพิจารณาเพียงเศษหนึ่งส่วนสี่ของโครงสร้างให้เป็นรูปทรง 2 มิติ ($z = \infty$) ที่มีความสมมาตรกันประกอบด้วยขอบเขต 2 ขอบเขตคือ รัศมี r_1 (0.01 m) และ r_2 (0.02 m) โดยพื้นที่ระหว่างรัศมี r_1 และ r_2 เป็นอากาศ Ω_A กำหนดให้ที่รัศมี r_1 มีค่าแรงดันไฟฟ้าเท่ากับ 100 V ($\Gamma_0 = 100$ V) และที่รัศมี r_2 ติดอยู่กับกราวด์ ($\Gamma_0 = 0$ V) จากรูปที่ 7 เป็นโครงสร้างเมชของอิเล็กโทรดที่ประกอบด้วยโหนดจำนวน 246 โหนด และอิลิเมนต์จำนวน 393 อิลิเมนต์

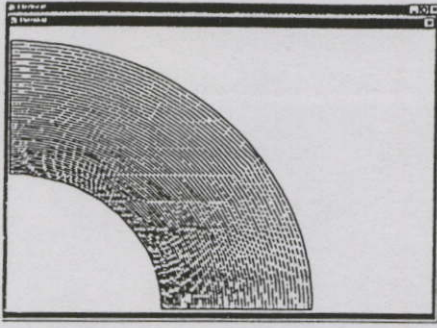
ตารางที่ 3 เป็นผลการทดสอบโปรแกรมการคำนวณหาค่าความสนามไฟฟ้าที่เกิดขึ้นในอิลิเมนต์ในส่วนช่องอากาศ โดยใช้วิธีการแก้สมการไฟไนท์อิลิเมนต์ทั้ง 6 วิธี จะเห็นได้ว่าค่า E ที่ได้มีค่าเท่ากับ (แตกต่างกันที่ทศนิยมตำแหน่งที่ 6) และจากตารางที่ 4 พบว่าวิธี Cholesky ใช้เวลาในการประมวลผลน้อยที่สุด (0.31 นาฬิกา) ส่วนวิธี Gauss-seidel ใช้เวลามากที่สุด



รูปที่ 6 ก) โครงสร้างอิเล็กโทรด ข) ขอบเขต 2 มิติที่พิจารณา



รูปที่ 7 โครงสร้างเมชของต้นแบบอิเล็กโทรด



รูปที่ 8 ค่าศักย์สนามไฟฟ้าคำนวณโดยวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์

ตารางที่ 3 การเปรียบเทียบค่าสนามไฟฟ้า E (V/m) ที่เกิดขึ้นในเอลิเมนต์ในส่วนช่องอากาศ Ω_4 โดยใช่วิธีการต่างๆ

เอลิเมนต์ลำดับที่	GE-Ch-LU-IM-GS-CG
3	75.440
10	98.860
24	140.531
162	142.337
234	88.646
311	73.443
285	141.127
328	96.354
385	74.376

ตารางที่ 4 การเปรียบเทียบเวลาที่ใช้ในการประมวลผลตัวอย่างสนามไฟฟ้าด้วยวิธีการต่างๆ (Pentium-133 MHz, RAM 32 M, Visual Basic 4.0 on Windows 95)

วิธี	เวลาที่ใช้ (นาท)
GE	1.22
Ch	0.31
LU	1.05
IM	3.16
GS	3.19
CG	2.22

5. บทสรุป

ในการคำนวณค่าสนามแม่เหล็กไฟฟ้าสแตติกแบบ 2 มิติ โดยใช่วิธีไฟไนต์เอลิเมนต์ที่อยู่ในรูปของสมการเชิงเส้นที่เกี่ยวข้องกับเมทริกซ์ของฟังก์ชันรูปร่างที่มีคุณสมบัติเป็น non-singular symmetric และ positive definite เท่านั้น จากตารางที่ 2 และ 4 แสดงให้เห็นได้ว่าวิธีการแก้สมการไฟไนต์เอลิเมนต์ด้วยวิธี Cholesky ใช้เวลาในการคำนวณน้อยที่สุด ผลเช่นนี้จะทำให้เกิดประโยชน์อย่างมากเมื่อนำเอาวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์ไปใช้ในการออกแบบรูปร่างที่เหมาะสมของคันแบบ ทั้งนี้เนื่องจากจะมีการเปลี่ยนแปลงเมทริกซ์ของฟังก์ชันรูปร่างตลอดเวลา ซึ่งทำให้สามารถประหยัดเวลาในการออกแบบลงได้ถ้ามีการคำนึงถึงวิธีการแก้สมการที่เหมาะสม สำหรับวิธีการแบบทำซ้ำ (GS และ CG) จะใช้เวลาค่อนข้างมาก และยังมีปัญหาเกี่ยวกับการกำหนดเงื่อนไขของจุดเริ่มต้น และการสิ้นสุด อย่างไรก็ตามในการคำนวณค่าสนามแม่เหล็กไฟฟ้าที่มีค่าเวลาเข้ามาเกี่ยวข้องด้วย (time variation) เมทริกซ์ของฟังก์ชันรูปร่างจะมีลักษณะไม่เป็น symmetric เนื่องจากจะมีเทอมของจำนวนจริงและจำนวนจินตภาพ ในกรณีนี้วิธี Cholesky ไม่สามารถใช้ได้

เอกสารอ้างอิง

- [1] C. Chat-uthai, J.A. Ramirez and E.M. Freeman, "An Improved Constrained Quasi-Newton Method for the Solution of Inverse Electromagnetic Problems", IEEE Transaction. on Magnetics, Vol. 32, No.3, May 1996, pp.1318-1321.
- [2] S. Ratnajeevan H. Hoole, "Computer-Aided Analysis and Design of Electromagnetic Devices", Elsevier Science Publishing, New York, 1989.
- [3] P.P. Silvester and R.L. Ferrari, "Finite Elements for Electrical Engineers", Cambridge University Press, Cambridge (UK), 2nd Edition, 1990.
- [4] N. Ida and J.P.A. Bastos, "Electromagnetics and Calculation of Fields", Springer-Verlag, New York, 1992.
- [5] E. Kreyszig, "Advanced Engineering Mathematics", John Wiley & Sons, New York, 1988.
- [6] N. Ida, "Numerical Modeling for Electromagnetic Non-Destructive Evaluation", Chapman & Hall, London, 1995.
- [7] J. Jianming, "The Finite Element Method in Electromagnetics", John Wiley & Sons, New York, 1993.

การประชุมวิชาการ
ทางวิศวกรรมไฟฟ้า ครั้งที่ 21

21st Electrical Engineering Conference
(EECON-21)

วันที่ 12-13 พฤศจิกายน 2548
ณ มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีพระจอมเกล้าธนบุรี
อ.สุขสวัสดิ์ 43 เขตทุ่งครุ กรุงเทพมหานคร

THE JOHNS UNIVERSITY OF TECHNOLOGY

ดำเนินการจัดการประชุมโดย

ภาควิชาวิศวกรรมคอมพิวเตอร์ คณะวิศวกรรมศาสตร์

Structural Moving Nodes Techniques for Shape Design Optimization of Electromagnet

Topong Yungpanich and Chaiwut Chat-uthai

Department of Electrical Engineering, Faculty of Engineering,
King Mongkut's Institute of Technology Chaokhunthaharn Ladkrabang, Bangkok, Thailand 10520
Tel.-Fax. : (662) 326-7985 Email : kcchaiwu@kmitl.ac.th

Abstract

This paper presents the shape design optimization of electromagnet using structural moving nodes techniques based on a combination of numerical methods, e.g. the optimization and the finite element methods. The optimization problem is solved using deterministic methods in which the magnetic field problem is treated as a subproblem of the optimization process. The magnetic field problem is calculated using the finite element method. The search direction for the optimization is found by direct differentiation of the finite element matrices. Three techniques of moving nodes are discussed in order to show the applicability of the shape design optimization of the devices

1. Introduction

The design of electromagnetic devices, such as electromagnets, electrical machines etc., has always been a challenge for electrical engineers. This process normally involves the determination of the shapes, dimensions, position of the core, permanent magnets and windings of the device, amongst other factors, which may produce prescribed electromagnetic quantities such as flux distributions, forces and torques. After the advent of the computer in the fifties, the whole process of design has been changed. Then it is now possible to analyse electromagnetic devices using computer aided design (CAD) techniques [1-2].

In finite element field computation, the magnetic field problem is generally formulated in terms of the magnetic vector potential A as the state variable, and this is computed from a matrix equation of the form

$$[K(x, y, \mu)]\{A\} = \{R(x, y, J)\} \quad (1)$$

where the matrix $[K]$ and the column vector $\{R\}$ are assembled from permeabilities μ , field excitations J (the current density) and the geometry of the solution region [3]. Once the magnetic potential has been determined, quantities such as the magnetic flux density, force are computed directly from A . For geometric parameters, both the coefficient matrix $[K]$ and the field excitation vector $\{R\}$ are functions of the design variables p , which implies that the solution $A(p)$ is also design dependent.

The determination of the optimal shape (the optimal values of the geometric parameters p) requires the minimization of an objective function subject to the

constraints for fields and parameter values. In general case, this objective function depends on the design parameters p both explicitly and also implicitly through the design dependence of the state variable $A(p)$ as

$$\text{Minimize} \quad F = F[p, A(p)] \quad (2)$$

$$\text{Subject to} \quad g_j[p, A(p)] \leq 0 \quad j = 1, \dots, l \quad (3)$$

$$h_k[p, A(p)] = 0 \quad k = 1, \dots, m \quad (4)$$

where F represents the objective function, g_j are the inequality constraints and h_k are the equality constraints.

2. Design Sensitivity Analysis

The objective of design sensitivity analysis is to calculate quantitative information on how the performance of the device is affected by changes in the variables p . In the direct differentiation methods, the total derivative of F with respect to the parameters p may be calculated as

$$\frac{dF[p, A(p)]}{dp} = \frac{\partial F}{\partial p} + \frac{\partial F}{\partial A} \frac{\partial A}{\partial p} \quad (5)$$

Let $\{p\} = \{p_1 \dots p_l \dots p_n\}^T$ be a vector of n design optimization parameters which are geometric dimensions of a device. The design dependence of the field distributions represented by the partial derivative of the state variable $\{\partial A / \partial p_i\}$ can be obtained by directly differentiating Eq. (1) as

$$[K] \left\{ \frac{\partial A}{\partial p_i} \right\} = \left\{ \frac{\partial R}{\partial p_i} \right\} - \left[\frac{\partial K}{\partial p_i} \right] \{A\} \quad i = 1, \dots, n \quad (6)$$

Since the matrix $[K]$ and the vector $\{R\}$ are expressed in terms of geometric dimensions $\{p\}$, e.g. x and y , and material characteristics, their derivatives with respect to any parameter of $\{p\}$ are expressed by direct differentiation of the element matrices. The known potential solution of $\{A\}$ from the finite element procedure is then used in the calculation of Eq. (6).

Once $\{\partial A / \partial p_i\}$ is known, the sensitivity of the two-dimensional planar component can be calculated as

$$\frac{\partial B_x}{\partial p_i} = \frac{\partial}{\partial p_i} \left(\frac{\partial A}{\partial y} \right) = \left\{ \frac{\partial c}{\partial p_i} \right\}^T \{A^e\} + \{c\}^T \left\{ \frac{\partial A^e}{\partial p_i} \right\} \quad (7)$$

$$\frac{\partial B_y}{\partial p_i} = \frac{\partial}{\partial p_i} \left(-\frac{\partial A}{\partial x} \right) = -\left\{ \frac{\partial b}{\partial p_i} \right\}^T \{A^e\} + \{b\}^T \left\{ \frac{\partial A^e}{\partial p_i} \right\} \quad (8)$$

where superscripts *e* denotes element quantities, a vector $\{A^e\}$ represents a contribution of magnetic vector potential *A* over the three nodes of one element, coefficients $\{b\}$ and $\{c\}$ are the differentiation vectors of first-order triangular elements.

3. Numerical Optimization Techniques

Classically Eq. (2) to (4) may be solved by using either stochastic or deterministic methods. Stochastic methods are based on probabilistic rules, i.e. they attempt to achieve the solution by exhaustive evaluations of the objective function. This feature is often seen as an advantage of these methods since a global optimum may be achieved theoretically. However, in many cases that same feature is regarded as a major drawback since the computational cost may become prohibitive [4].

Deterministic methods, on the other hand, are based on an iterative line search where the design parameters *p* are varied systematically until an optimum value is found. The process can be mathematically expressed by

$$\{p\}^{q+1} = \{p\}^q + \alpha_q \{s\}^q \quad (9)$$

where *q* is the iteration number, α stands for the step size and $\{s\}$ stands for the search direction which is calculated by

$$\{s\}^q = -\left\{ \frac{dF}{dp} \right\}^q + \beta_q \{s\}^{q-1} \quad (10)$$

where in the conjugate gradient method $\beta_q \neq 0$. It can be seen that the calculation of $\{s\}$ requires the total differentiation of *F* in Eq. (5).

In this paper, the solution of shape optimization of electromagnet is achieved by combining the deterministic method, which is used for the optimization process, with the FE method, which is used for solving the field problem. For the constrained optimization problems, the transformation methods, i.e. sequential unconstrained minimization technique (Quadratic Extended Penalty Function *QUAP*) is chosen to represent the deterministic approach [5].

4. Structural Moving Nodes Technique

The analysis of a given electromagnetic device to determine the performance from its physical description is now a well known and developed. Given a geometric

dimensions of device, the performance can be determined numerically by methods like finite element analysis and optimization techniques. In this paper, an electromagnet shown in Fig. 1 is chosen to be the example of optimizing the shape of the pole face contour of a magnetic circuit in order to achieve a uniform flux density distribution in the air gap. The 2-D model used in the analysis is given in Fig. 2. The model domain

$\Omega = (0, a) \times (0, b) = (0, 0.12) \times (0, 0.10) \text{ m}^2$ is made up of three main regions defined as Ω_F, Ω_C and Ω_A which represent the ferromagnetic, coil and air regions respectively. The Dirichlet and Neumann boundary conditions are imposed on Γ_0 and on Γ_1 respectively.

The mesh used in the simulations consisting of 164 nodes and 277 elements is illustrated in Fig. 3. The data of the material and excitation are given as follows :

$$\mu_F = 1000\mu_0, \mu_C = \mu_A = \mu_0, \text{ and } J = 10 \text{ A/mm}^2$$

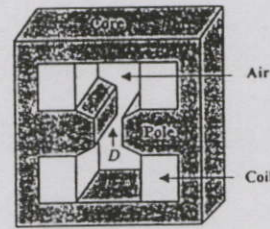


Figure 1 Electromagnet configuration

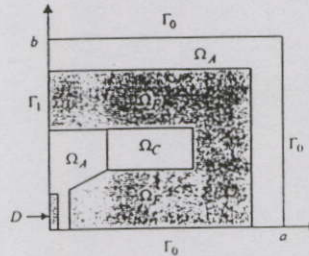


Figure 2 Two-dimensional model of an electromagnet

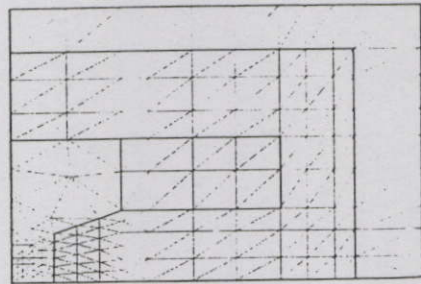


Figure 3 Original mesh used in the simulation

The aim of this problem is to find the optimum position of the moving nodes indicated in Fig. 4, the design variables p_i , which set up the shape in the pole of the electromagnet that insure a given constant flux density B_d over the region D (6 elements). The value of flux densities in the elements over the region D of the original model are computed by using *FEM-2D* code. All algorithms are implemented using *Visual Basic 4.0* on Windows 95 and the simulations are computed on PC Pentium-133 MHz, RAM 32 M. Table 1 shows the results of flux densities over the region D .

Table 1 Original results of flux densities in the elements

Element no.	B (Tesla)	Element no.	B (Tesla)
93	0.3816	137	0.3965
135	0.3928	139	0.4016
136	0.3994	142	0.4061

In structural moving nodes techniques, the coordinates of selected nodes (6 nodes) of the geometric shape are defined as the design variables. The selecting nodes can be moved in the direction of x and y as shown in Fig. 5. The technique of moving in x direction (x) as in Fig. 5a was subsequently used for shape optimization by Chat-uthai *et al* [6].

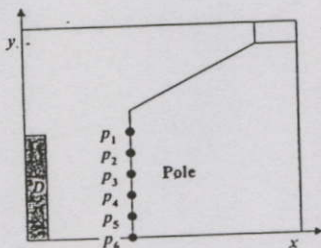


Figure 4 Zoom in the pole showing the moving nodes

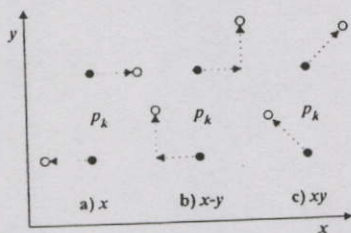


Figure 5 Structural moving nodes techniques

In this paper, two developed techniques are presented as follows: move in x direction then move in y direction (Fig. 5b) and move in xy direction (Fig. 5c). In the first technique ($x-y$), the conjugate gradient search in x direction is computed to find the optimum value in x -

axis first and then the conjugate gradient search in y direction is computed to find the new optimum value in y -axis. The second technique (xy) is to find the new optimum value by computing the conjugate gradient search in both x and y directions.

5. Shape Design Optimization of Electromagnet

2-D magnetostatic systems are governed by the Poisson equation [6] as

$$-\frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{1}{\mu_r} \frac{\partial A_z}{\partial x} \right) - \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{1}{\mu_r} \frac{\partial A_z}{\partial y} \right) = \mu_0 J_z \quad (11)$$

in which A represents the magnetic vector potential.

Mathematically the problem in Fig. 1 to 4 can be defined as

Minimize $F(\{p\}, A(\{p\})) = \sum_{j=1}^6 |B_c - B_d|^2 \quad (12)$

Subject to

$$g_k(\{p\}) = \frac{p_k^2 - (p_k^U + p_k^L)p_k + p_k^U p_k^L}{(p_k^U - p_k^L)^2} \leq 0 \quad (13)$$

$$0.010 \leq p_k \leq 0.018 \text{ m}; \quad k = 1, \dots, 6 \text{ (node)} \quad (14)$$

where $|B_c|$ and $|B_d|$ are the magnitude of the calculated and desired magnetic flux densities respectively. The parameters p_k^U and p_k^L represent the upper and lower bounds of the design variables respectively.

Each component of the gradient vector ∇F is obtained as a summation of terms of the form

$$\frac{dF}{dp_k} = \frac{\partial F}{\partial p_k} + \frac{\partial F}{\partial |B_c|} \frac{\partial |B_c|}{\partial p_k} = 2|B_c - B_d| \frac{\partial |B_c|}{\partial p_k} \quad (15)$$

The term $\partial |B_c| / \partial p_k$ is calculated using the formulation presented in Section 2.

Table 2 Final result for $B_d = 0.3$ Tesla

Element no.	B_c (Tesla)		
	x	$x-y$	xy
93	0.2977	0.2988	0.2996
135	0.2994	0.3009	0.3015
136	0.3005	0.3003	0.3007
137	0.2998	0.3030	0.3037
139	0.2995	0.3007	0.3012
142	0.2992	0.2984	0.2981

Table 2 shows the results of the techniques of structural moving nodes for desired magnetic flux density: $B_d = 0.3$ Tesla. The optimal shape of the pole

face computed by using various techniques are shown in Fig. 6. to 8.

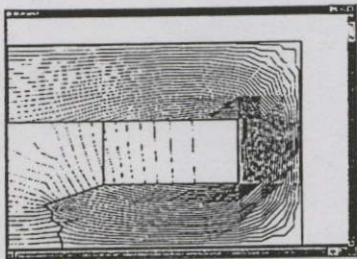


Figure 6 Optimal shape obtained using x technique for $B_d = 0.3$ Tesla

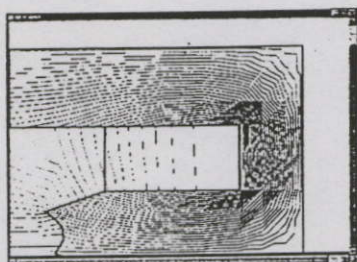


Figure 7 Optimal shape obtained using x-y technique for $B_d = 0.3$ Tesla

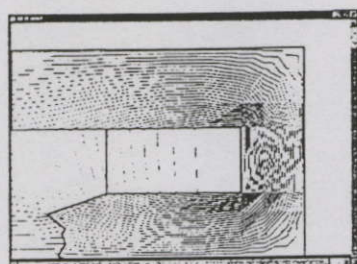


Figure 8 Optimal shape obtained using xy technique for $B_d = 0.3$ Tesla

Table 3 Final result for $B_d = 0.345$ Tesla

Element no.	B_c (Tesla)	
	x-y	xy
93	0.3452	0.3459
135	0.3454	0.3453
136	0.3445	0.3441
137	0.3464	0.3457
139	0.3436	0.3440
142	0.3454	0.3422

Table 3 shows the results of the techniques of structural moving nodes for desired magnetic flux density $B_d = 0.345$ Tesla. This desired flux density value is an impracticable design. These results are presented here in order to show the applicability of the shape design optimization using the structural moving nodes techniques based on a combination of the optimization and the finite element methods. It can be noted that the process can converge rapidly to an acceptable solution. This represents substantial saving in computational costs.

6. Conclusions

This paper shows how the shape optimization of electromagnetic devices may be solved by using the deterministic methods (QUAP) combined with the finite element approach. In particular, it has been shown how to obtain the equations concerning the search direction which are essential for the optimization process by using the direct differentiation of the finite element matrices. The deterministic methods have the advantage of using the information from one iteration to move to another therefore the techniques of moving nodes (x, x-y and xy direction) can be applied to the gradient of the objective function in the search direction process. Because of the discontinuities in the objective and constraint functions due to the finite element discretization in the field analysis, most optimization algorithms based on the gradient methods often result in nonsmooth geometric shapes. The optimal shapes presented in Fig. 6 to 8 show the jagged geometry contours that are evidently not manufacturable, although the objectives are met. Thus, the geometric parametrization has to impose constraints on the smoothness of the geometric contour or it has to use a formulation that allows only shapes which are at least manufacturable.

References

- [1] S. Ratnajeevan H. Hoole, "Computer-Aided Analysis and Design of Electromagnetic Devices", Elsevier Science Publishing, New York, 1989.
- [2] P.P. Silvester and R.L. Ferrari, "Finite Elements for Electrical Engineers", Cambridge University Press, Cambridge (UK), 2nd Edition, 1990.
- [3] N. Ida, "Numerical Modeling for Electromagnetic Non-Destructive Evaluation", Chapman & Hall, London, 1995.
- [4] J. Simkin and C.W. Trowbridge, "Optimizing EM Devices Combining Direct Search Methods with Simulated Annealing", *IEEE Transaction on Magnetics*, Vol. 28, No.2, March 1992, pp.1545-1548.
- [5] G.N. Vanderplaats, "Numerical Optimization Techniques for Engineering Design:with Applications", McGraw-Hill, New York, 1984.
- [6] C. Chat-uthai, J.A. Ramirez and E.M. Freeman, "An Improved Constrained Quasi-Newton Method for the Solution of Inverse Electromagnetic Problems", *IEEE Transaction on Magnetics*, Vol. 32, No.3, May 1996, pp.1318-1321.

ประวัติผู้เขียน

นายต่อพงษ์ ขวงพานิช เกิดเมื่อวันที่ 30 ตุลาคม 2516 ที่กรุงเทพมหานคร สำเร็จการศึกษา วิศวกรรมศาสตรบัณฑิต สาขาวิศวกรรมไฟฟ้า จากสถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง ปีการศึกษา 2538 มีผลงานวิจัยทางวิชาการทางด้านการวิเคราะห์และออกแบบอุปกรณ์สนามแม่เหล็กโดยวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์และออฟทีไมเซชัน ที่ได้รับการตีพิมพ์เผยแพร่ และได้เข้าร่วมนำเสนอผลงานในการประชุมวิชาการทางวิศวกรรมไฟฟ้า ผลงานวิจัยทางวิชาการขณะกำลังศึกษามีดังนี้

1. “ การเปรียบเทียบวิธีการแก้สมการไฟไนต์เอลิเมนต์สำหรับการคำนวณค่าสนามแม่เหล็กสแตติกและสนามไฟฟ้าสแตติกแบบ 2 มิติ “ การประชุมวิชาการทางวิศวกรรมไฟฟ้า ครั้งที่ 20 , 2540 .
2. “ Structural Moving Nodes Techniques for Shape Design Optimization of Electromagnet “ การประชุมวิชาการทางวิศวกรรมไฟฟ้า ครั้งที่ 21 , 2541 .
3. “ การออกแบบรูปร่างแม่เหล็กไฟฟ้าแบบสนามแม่เหล็กสแตติก 2 มิติ โดยวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์ “ การประชุมวิชาการทางวิศวกรรมไฟฟ้า ครั้งที่ 21 , 2541 .