

การศึกษาเชิงตัวเลขของผลของการปรับแต่งพื้นผิวของทรงโคจรโดยวิธีเจียนหน้าฟัน  
ต่อการหล่อลื่นแบบอีลาสโตไฮโดรไดนามิก

A NUMERICAL STUDY ON THE EFFECT OF SPUR GEAR TOOTH  
SHAVING ON ELASTOHYDRODYNAMIC LUBRICATION

อรุณทัฬหะ แสงคำ  
ARNUNTAPON SANKAM

วิทยานิพนธ์นี้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตรปริญญาวิศวกรรมศาสตรมหาบัณฑิต

สาขาวิชาวิศวกรรมเครื่องกล

บัณฑิตวิทยาลัย

สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง

พ.ศ. 2550

สำนักหอสมุดกลาง พระจอมเกล้าลาดกระบัง

การศึกษาเชิงตัวเลขของผลของการปรับแต่งฟันเฟืองตรงโดยวิธีเฉือนหน้าฟัน  
ต่อการหล่อลื่นแบบอีลาสโตไฮโดรไดนามิกส์

A NUMERICAL STUDY ON THE EFFECT OF SPUR GEAR TOOTH  
SHAVING ON ELASTOHYDRODYNAMIC LUBRICATION

อานันทพล แสนคำ

ARNUNTAPON SANKAM

เลขหมู่.....  
เลขทะเบียน..... 69060  
- 7 ก.พ. 2550  
วัน,เดือน,ปี.....

b.....
i.....

วิทยานิพนธ์นี้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตรปริญญาวิศวกรรมศาสตรมหาบัณฑิต

สาขาวิชาวิศวกรรมเครื่องกล

บัณฑิตวิทยาลัย

สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง

พ.ศ.2550

**A NUMERICAL STUDY ON THE EFFECT OF SPUR GEAR TOOTH  
SHAVING ON ELASTOHYDRODYNAMIC LUBRICATION**

**ARNUNTAPON SANKAM**

**A THESIS SUBMITTED IN PARTIAL FULFILLMENT  
OF THE REQUIREMENT FOR THE DEGREE OF  
MASTER OF ENGINEERING IN MECHANICAL ENGINEERING  
SCHOOL OF GRADUATE STUDIES  
KING MONGKUT'S INSTITUTE OF TECHNOLOGY LADKRABANG**

**2007**

**COPYRIGHT 2007**

**SCHOOL OF GRADUATE STUDIES**

**KING MONGKUT'S INSTITUTE OF TECHNOLOGY LADKRABANG**

หัวข้อวิทยานิพนธ์	การศึกษาเชิงตัวเลขของผลของการปรับแต่งพื้นผิวเพื่อตรงโดยวิธี เลื่อนหน้าพื้นต่อการหล่อขึ้นแบบอิลาสโตไฮโดรไดนามิกส์
นักศึกษา	นาย อานันท์พล แสนคำ
รหัสนักศึกษา	44611505
ปริญญา	วิศวกรรมศาสตรมหาบัณฑิต
สาขาวิชา	วิศวกรรมเครื่องกล
พ.ศ.	2550
อาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์	ผศ.ดร. มนต์ศักดิ์ พิมสาร

### บทคัดย่อ

วิทยานิพนธ์ฉบับนี้มีจุดมุ่งหมายเพื่อทำการศึกษาเชิงตัวเลข ผลของการปรับแต่งพื้นผิวเพื่อตรงโดยวิธีเลื่อนหน้าพื้น ต่อแรงพลวัตที่เกิดขึ้น และประสิทธิภาพของการหล่อขึ้น อันได้แก่ ความดันของฟิล์มของสารหล่อลื่นและความหนาฟิล์มต่ำสุดของสารหล่อลื่น ในการปรับแต่งพื้นผิวโดยวิธีเลื่อนหน้าพื้นตัวแปรที่เกี่ยวข้องมี 2 ตัวคือ ค่า Tip Relief และค่า Staring Angle ทฤษฎีที่ใช้ในการวิเคราะห์ประกอบด้วย พลศาสตร์ของระบบ พื้นผิวตรง และการหล่อขึ้นแบบอิลาสโตไฮโดรไดนามิกส์ ผลที่ได้จากการจำลองแสดงให้เห็นว่าผลจากการปรับแต่งพื้นผิวเพื่อตรงโดยวิธีเลื่อนหน้าพื้นที่เหมาะสม จะส่งผลให้แรงพลวัตที่เกิดขึ้นบนหน้าสัมผัสของพื้นผิวเพื่องมีค่าลดลง การลดลงของแรงพลวัตจะเป็นการลดลงอย่างมากเมื่อความเร็วรอบเท่ากับความเร็วธรรมชาติ ของระบบแต่แรงพลวัตจะสูงกว่าเดิมที่ความเร็วรอบสูงมากๆ ผลของการลดลงของแรงพลวัตจะส่งผลให้ความดันของสารหล่อลื่นที่จุดสัมผัสมีค่าลดลงและความหนาฟิล์มต่ำสุดจะเพิ่มขึ้น จากผลการจำลองยังสามารถบอกการกระจายของความดันและความหนาฟิล์มน้ำมันต่ำสุดที่ได้ ณ ตำแหน่งต่างๆ บนผิวหน้าสัมผัสของพื้นผิวเพื่อง ซึ่งจะทำให้เราสามารถบอกตำแหน่งที่จะเกิดความเสียหายมากที่สุด จากผลการจำลองพบว่า สำหรับระบบเพื่องที่ไม่มีการปรับแต่ง ณ ตำแหน่งก่อนหน้าและหลังจุดพิทซ์ความดันของสารหล่อลื่นมีค่าสูงสุดและความหนาฟิล์มจะบางที่สุด ดังนั้น ณ ตำแหน่งนี้จะเป็นตำแหน่งที่มีแนวโน้มต่อการเสียหายแบบบรอยนัม (Pitting Failure) มากที่สุดบนพื้นผิวเพื่อง ส่วนระบบเพื่องที่มีการปรับแต่งพื้นผิวพบว่า ณ ตำแหน่งจุดพิทซ์จะเป็นตำแหน่งที่มีแนวโน้มต่อการเสียหายแบบบรอยนัมมากที่สุดบนพื้นผิวเพื่อง

<b>Thesis</b>	A Numerical Study on the Effect of Spur Gear Tooth Shaving On Elastohydrodynamic Lubrication
<b>Student</b>	Mr. Arnuntapon Sankam
<b>Student ID.</b>	44611505
<b>Degree</b>	Master of engineering
<b>Program</b>	Mechanical Engineering
<b>Year</b>	2007
<b>Thesis Advisor</b>	Asst.Prof.Dr. Monsak Pimsarn

## **ABSTRACT**

The purpose of this thesis is to numerically investigate the effect of tooth shaving on dynamic tooth load and lubrication performance of spur gear system. The lubrication performance considered in this research consists of oil film pressure and minimum oil film thickness. The parameters of tooth shaving method are an amount of tip relief and a starting roll angle. The theory of 3-D spur gear dynamics and elastohydrodynamic lubrication are employed to evaluate dynamic tooth load and lubrication performance of the gear system, respectively. The simulated results indicate that the tooth shaving technique, with the proper amounts of tip relief and starting roll angle, can reduce dynamic tooth load. The reduction is mostly effective at the resonant speed of the gear system. However, the dynamic tooth load is increased when the gear system is operated at very high speed. With the reduction of dynamic tooth load, oil film pressure is reduced and minimum oil film thickness is increased. The calculated results are later plotted to display the oil film pressure and minimum oil film thickness distributions as a function of contacting point on gear tooth surface. From these curves, it is found that, in the unmodified gear system, oil film pressure is maximum and minimum oil film thickness is lowest at the locations before and after the pitch point. Therefore, surface pitting failure is likely to occur at these positions. On the other hand, in the modified gear system, surface pitting failure is likely to occur at the pitch point.

## กิตติกรรมประกาศ

วิทยานิพนธ์เล่มนี้สำเร็จได้ด้วยความกรุณาของอาจารย์ที่ปรึกษา ศศ.ดร.มนต์ศักดิ์ พิมสาร ที่ให้ความช่วยเหลือ ให้คำชี้แนะแก้ปัญหาตลอดจนให้ความรู้และประสบการณ์ที่ดีแก่ข้าพเจ้า

ขอขอบคุณ คุณสุทธิพันธ์ ศรีรัตวงษ์ ที่ให้ความช่วยเหลือในการสอนและให้คำปรึกษา ในทฤษฎีทางด้านอิลาสโตไฮโดรไดนามิกส์ ให้ตัวอย่างผลการศึกษาในงานวิจัย และแนะนำบทความและหนังสือที่เป็นประโยชน์ในการศึกษาด้านอิลาสโตไฮโดรไดนามิกส์ เป็นอย่างดี พร้อมกันนี้ยังได้แนะนำเทคนิคการคำนวณที่เหมาะสม และได้ให้คำแนะนำในการเขียนโปรแกรมคอมพิวเตอร์ แก่ข้าพเจ้า

ขอขอบคุณ กิตติ อนุศิษฏ์วิวัฒน์ สำนักวิจัยและบริการคอมพิวเตอร์ สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบังที่เอื้อเฟื้อ ในการให้ใช้คอมพิวเตอร์ในการจำลองผล

สำหรับคุณงามความดีอันใดที่เกิดจากวิทยานิพนธ์ฉบับนี้ ข้าพเจ้าขอมอบให้กับบิดามารดา ซึ่งเป็นที่รักและเคารพยิ่ง ตลอดจนครูและอาจารย์ที่เคารพทุกท่านที่ได้ประสิทธิ์ประสาทวิชาความรู้ และถ่ายทอดประสบการณ์ที่ดีให้แก่ข้าพเจ้า

อนันท์พล แสนคำ

# สารบัญ

	หน้า
บทคัดย่อภาษาไทย.....	I
บทคัดย่อภาษาอังกฤษ.....	II
กิตติกรรมประกาศ.....	III
สารบัญ.....	IV
สารบัญตาราง.....	VII
สารบัญรูป.....	VIII
รายการคำย่อและสัญลักษณ์.....	XIV
บทที่ 1 บทนำ.....	1
1.1 ความเป็นมาและความสำคัญของปัญหา.....	1
1.2 บทความวิจัยที่ผ่านมา.....	1
1.3 วัตถุประสงค์ของการศึกษาและวิจัย.....	3
1.4 ขอบเขตของงานวิจัย.....	3
1.5 ประโยชน์ที่คาดว่าจะได้รับ.....	4
บทที่ 2 เฟืองฟันตรง.....	5
2.1 บทนำ.....	5
2.2 คุณสมบัติทั่วไปของเฟืองฟันตรง.....	5
2.3 มาตรฐานการบอกฟันเฟือง.....	7
2.4 การขับเคลื่อนของฟันเฟืองและการทำงานของฟันเฟือง.....	7
2.5 ระยะเวลาการขบและอัตราการขบ.....	9
2.6 การขัดกัน.....	11
2.7 วิธีการผลิตเฟือง.....	12
2.8 ความคลาดเคลื่อนที่ยอมรับได้.....	16
2.9 การปรับแต่งฟันเฟืองโดยวิธีเลื่อนหน้าฟัน.....	17
บทที่ 3 แบบจำลองทางพลศาสตร์ของระบบฟันเฟืองตรง.....	20
3.1 บทนำ.....	20
3.2 การเคลื่อนที่เชิงมุมของวัตถุแข็งเกร็ง.....	20
3.3 แรงพลวัตของวัตถุแข็งเกร็ง.....	24

## สารบัญ(ต่อ)

	หน้า
3.4 แบบจำลองแรงพลวัตของระบบเฟือง.....	25
3.5 ขั้นตอนคำนวณหาแรงพลวัตในระบบฟันเฟือง.....	28
3.6 ผลการคำนวณ.....	30
3.7 สรุปผล.....	43
<b>บทที่ 4 ทฤษฎีการหล่อลื่นและความเสียหายบนพื้นเฟือง.....</b>	<b>44</b>
4.1 บทนำ.....	44
4.2 การหล่อลื่นแบบสมบูรณ์.....	45
4.3 การหล่อลื่นแบบไฮโดรสแตติก.....	45
4.4 การหล่อลื่นแบบไฮโดรไดนามิกส์.....	46
4.5 การหล่อลื่นแบบอิลาสโตไฮโดรไดนามิกส์.....	47
4.6 ความสัมพันธ์ระหว่างความเค้นเฉือน อัตราความเครียดเฉือน และความหนืด.....	48
4.7 ทฤษฎีการหล่อลื่นแบบอิลาสโตไฮโดรไดนามิกส์.....	50
4.8 ทฤษฎีความเสียหายบนพื้นเฟือง.....	57
4.9 ความเสียหายบนพื้นเฟืองแบบต่างๆ.....	58
<b>บทที่ 5 วิธีการคำนวณหาประสิทธิภาพในการหล่อลื่น.....</b>	<b>65</b>
5.1 สมการเรย์โนลด์สแบบไร้มิติ.....	65
5.2 วิธีนิวตัน-ราฟสัน.....	68
5.3 การอินทิเกรตเชิงตัวเลข.....	69
5.4 การคำนวณหาค่าความหนาฟิล์ม.....	72
5.5 ผลการคำนวณ.....	78
5.6 สรุปผล.....	120
<b>บทที่ 6 สรุปผลการวิจัยและข้อเสนอแนะ.....</b>	<b>121</b>
6.1 บทสรุป.....	121
6.2 ข้อเสนอแนะ.....	122
เอกสารอ้างอิง.....	123

## สารบัญ(ต่อ)

	หน้า
ภาคผนวก.....	125
ภาคผนวก ก    ผลงานวิจัยที่ได้รับการตีพิมพ์.....	125
ประวัติผู้เขียน.....	133

## สารบัญตาราง

ตารางที่	หน้า
2.1 ความคลาดเคลื่อนยอมให้.....	16
3.1 แสดงคุณสมบัติของเฟืองตรง .....	30
3.2 แสดงค่าการปรับแต่งฟันเฟืองตรง.....	30
5.1 แสดงคุณสมบัติของสารหล่อลื่นที่ใช้ในการศึกษา.....	78
5.2 คุณสมบัติของวัสดุ.....	78

## สารบัญรูป

รูปที่	หน้า
2.1. การเรียกชื่อส่วนต่างๆ ของฟันเฟืองตรง.....	5
2.2. การทำงานของฟันเฟืองที่ขบกัน.....	8
2.3. การเกิดเส้นโค้งอินโวลูต.....	9
2.4. ระยะเวลาสัมผัสของเฟือง.....	10
2.5. การตัดด้วยมีดลิ้ง.....	12
2.6. การตัดเจียนด้วยฮ้อบ.....	13
2.7. การตัดเฟืองด้วยเร็คคัตเตอร์ .....	13
2.8. การไส.....	14
2.9. การตัดเจียน.....	15
2.10 Dwell tooth broach .....	15
2.11 การปรับแต่งฟันเฟืองโดยวิธีเจียนหน้าฟัน.....	17
2.12. การกำหนดค่าการปรับแต่งฟันเฟือง.....	18
2.13. เส้นกราฟการปรับแต่งฟันที่มุมหมุนใดๆ.....	19
3.1 แสดงมุมของออยเลอร์ $Z - Y - X$ .....	20
3.2 การขบกันของฟันเฟืองตรง.....	25
3.3 สัญลักษณ์ที่ใช้แทนในระบบเฟืองตรง .....	25
3.4 แสดงกระบวนการการคำนวณแรงพลวัต.....	29
3.5 แสดงแรงพลวัตที่ความเร็วรอบ 1,500 รอบต่อนาที.....	30
3.6 แสดงค่า Dynamic Factor ที่ความเร็วรอบ 1,500 รอบต่อนาที.....	31
3.7 แสดงความเร็วเฉลี่ย 1,500 รอบต่อนาที.....	32
3.8 แสดง แรงพลวัตที่ความเร็วรอบ 3,500 รอบต่อนาที.....	32
3.9 แสดงค่า Dynamic Factor ที่ความเร็วรอบ 3,500 รอบต่อนาที.....	33
3.10 แสดงความเร็วเฉลี่ย 3,500 รอบต่อนาที.....	34
3.11 แสดงแรงพลวัตที่ความเร็วรอบ 6,500 รอบต่อนาที.....	34
3.12 แสดงค่า Dynamic Factor ที่ความเร็วรอบ 6,500 รอบต่อนาที.....	35
3.13 แสดงความเร็วเฉลี่ย 6,500 รอบต่อนาที.....	36
3.14 แสดงแรงพลวัตที่ความเร็วรอบ 9,000 รอบต่อนาที.....	36
3.15 แสดงค่า Dynamic Factor ที่ความเร็วรอบ 9,000 รอบต่อนาที.....	37

## สารบัญรูป(ต่อ)

รูปที่	หน้า
3.16 แสดงความเร็วเฉลี่ย 9,000 รอบต่อนาที.....	38
3.17 แสดงแรงพลวัตที่ความเร็วรอบ 12,000 รอบต่อนาที.....	38
3.18 แสดงค่า Dynamic Factor ที่ความเร็วรอบ 12,000 รอบต่อนาที.....	39
3.19 แสดงความเร็วเฉลี่ย 12,000 รอบต่อนาที.....	40
3.20 แสดงรัศมีอิน โวลูตของเฟืองขับ.....	40
3.21 แสดงแรงพลวัตในกรณีที่ไม่ปรับแต่ง.....	41
3.22 แสดงแรงพลวัตในกรณีที่ปรับแต่ง.....	42
4.1 เส้นโค้งสไตรเบ็ค.....	44
4.2 การหล่อลื่นแบบแห้ง .....	45
4.3 แสดงการเกิดการหล่อลื่นแบบไฮโดรไดนามิกส์.....	46
4.4 แสดงการกระจายของความดันในการเกิดไฮโดรไดนามิกส์ในแบร์ริงกาย .....	46
4.5 ความดันใน การเกิดไฮโดรไดนามิกส์ในช่องแคบระหว่างพื้นผิว .....	47
4.6 ลักษณะการเกิด EHD .....	47
4.7 แสดงตัวอย่างผิวสัมผัสแบบต่างๆ ที่เกิด EHD.....	48
4.8 แสดงความสัมพันธ์ระหว่างความเค้นเฉือนและอัตราความเครียดเฉือน .....	49
4.9 รูปแสดงระบบพิกัดและเงื่อนไขขอบเขตของสมการเรย์โนลด์ .....	51
4.10 ลักษณะการสึกหรอแบบปกติ .....	58
4.11 ลักษณะการเกิดตามค้ำขึ้นเริ่มต้น.....	59
4.12 การเกิดตามค้ำรุนแรง .....	59
4.13 ลักษณะการสึกหรอแบบขีดข่วน .....	60
4.14 การสึกหรอแบบยึดติดขั้นต้น .....	60
4.15 การเกิดรอยไหม้บนผิวฟันเฟือง .....	61
4.16 ลักษณะการเกิดการกลิ้งและการกระแทก .....	61
4.17 การแตกของฟันเฟือง .....	62
4.18 การบิ่นของฟันเฟืองจากการล้าตัว .....	63
4.19 การบิ่นจากภาระสูงเกินไป .....	63
4.20 การขีดสีของฟันเฟือง .....	64
4.21 การหลุดลอกของเนื้อฟัน .....	64
5.1 แสดงขนาดและความกว้างระหว่างโนด .....	65

## สารบัญรูป(ต่อ)

รูปที่	หน้า
5.2 แสดงการอินทิเกรตโดยกฎสี่เหลี่ยมคางหมู .....	70
5.3 แสดงการอินทิเกรตโดยกฎสี่เหลี่ยมคางหมูแบบแบ่งหลายจุด.....	70
5.4 แสดงการอินทิเกรตโดยใช้กฎของซิมสัน 1/3 .....	71
5.5 แสดงการอินทิเกรตโดยกฎของซิมสัน 1/3 แบบหลายช่วง .....	72
5.6 แสดงวิธีคำนวณหาการเปลี่ยนรูประหว่างที่มีความดันมากกระทำ $d\delta_{i,j}$ ที่โนด i ในช่วง $[X_{j-1}, X_{j+1}]$ .....	73
5.7 กระบวนการคำนวณความหนาฟิล์มและความดัน.....	77
5.8 แรงพลวัต(ไร้มิติ) ที่ความเร็วรอบ 1,500 รอบต่อนาที .....	78
5.9 การกระจายความดัน (ไร้มิติ) กรณีที่ไม่ปรับแต่ง ที่ความเร็วรอบ 1,500 รอบต่อนาที.....	79
5.10 การกระจายความหนาฟิล์ม (ไร้มิติ) กรณีที่ไม่ปรับแต่งที่ความเร็วรอบ 1,500 รอบต่อนาที.....	80
5.11 การกระจายความดันและความหนาฟิล์ม (ไร้มิติ) ในกรณีที่ไม่ปรับแต่งฟัน ที่ความเร็วรอบ 1,500 รอบต่อนาที.....	80
5.12 การกระจายความดัน (ไร้มิติ) กรณีที่ปรับแต่ง ที่ความเร็วรอบ 1,500 รอบต่อนาที.....	81
5.13 การกระจายความหนาฟิล์ม (ไร้มิติ) กรณีที่ปรับแต่งฟันที่ความเร็วรอบ 1,500 รอบต่อนาที.....	82
5.14 การกระจายความดันและความหนาฟิล์ม (ไร้มิติ) ในกรณีที่ปรับแต่งฟันที่ความเร็วรอบ 1,500 รอบต่อนาที.....	82
5.15 การกระจายความดัน(ไร้มิติ) กรณีที่ไม่ปรับแต่ง และปรับแต่งฟัน ที่ความเร็วรอบ 1,500 รอบต่อนาที.....	83
5.16 การกระจายความหนาฟิล์ม (ไร้มิติ) กรณีที่ไม่ปรับแต่งและปรับแต่งฟัน ที่ความเร็วรอบ 1,500 รอบต่อนาที .....	84
5.17 แสดงอัตราส่วนการกระจายความดัน ในกรณี ไม่ปรับแต่ง ที่ 1,500 รอบต่อนาที.....	84
5.18 แสดงอัตราส่วนการกระจายความดัน ในกรณี ที่ปรับแต่ง ที่ความเร็วรอบ 1,500 รอบต่อนาที.....	85
5.19 แสดงอัตราส่วนการกระจายความดัน ในกรณีปรับแต่งและไม่ปรับแต่ง ที่ความเร็วรอบ 1,500 รอบต่อนาที .....	86
5.20 แรงพลวัต (ไร้มิติ) ที่ความเร็วรอบ 3,500 รอบต่อนาที.....	87
5.21 การกระจายความดัน(ไร้มิติ) กรณีที่ไม่ปรับแต่งฟัน ที่ความเร็วรอบ 3,500 รอบต่อนาที.....	87
5.22 การกระจายความหนาฟิล์ม (ไร้มิติ) กรณีที่ไม่ปรับแต่ง ที่ความเร็วรอบ 3,500 รอบต่อนาที..	88



## สารบัญรูป(ต่อ)

รูปที่	หน้า
5.41 แสดงค่าอัตราส่วนการกระจายความดัน กรณีที่ไม่ปรับแต่ง ที่ความเร็วรอบ 6,500 รอบต่อนาที.....	101
5.42 แสดงค่าอัตราส่วนการกระจายความดัน กรณีที่ปรับแต่ง ที่ความเร็วรอบ 6,500 รอบต่อนาที.....	102
5.43 แสดงค่าอัตราส่วนการกระจายความดัน กรณีที่ปรับแต่งและไม่ปรับแต่ง ที่ความเร็วรอบ 6,500 รอบต่อนาที.....	102
5.44 แรงพลวัต(ไร้มิติ) ที่ความเร็วรอบ 9,000 รอบต่อนาที .....	103
5.45 การกระจายความดัน(ไร้มิติ) กรณีที่ไม่ปรับแต่งฟัน ที่ความเร็วรอบ 9,000 รอบต่อนาที .....	104
5.46 การกระจายความหนาฟิล์ม(ไร้มิติ) กรณีที่ไม่ปรับแต่ง ที่ความเร็วรอบ 9,000 รอบต่อนาที..	104
5.47 การกระจายความดันและความหนาฟิล์ม (ไร้มิติ) ในกรณีที่ปรับแต่งฟัน ที่ความเร็วรอบ 9,000 รอบต่อนาที .....	105
5.48 การกระจายความดัน(ไร้มิติ) กรณีที่ปรับแต่งฟัน ที่ความเร็วรอบ 9,000 รอบต่อนาที .....	106
5.49 การกระจายความหนาฟิล์ม(ไร้มิติ) กรณีที่ปรับแต่ง ที่ความเร็วรอบ 9,000 รอบต่อนาที .....	106
5.50 การกระจายความดันและความหนาฟิล์ม (ไร้มิติ) ในกรณีที่ปรับแต่งฟัน ที่ความเร็วรอบ 9,000 รอบต่อนาที .....	108
5.51 การกระจายความดัน(ไร้มิติ) กรณีที่ไม่ปรับแต่งฟันและปรับแต่งฟัน ที่ความเร็วรอบ 9,000 รอบต่อนาที.....	108
5.52 การกระจายความหนาฟิล์ม (ไร้มิติ) ในกรณีที่ปรับแต่งฟันและปรับแต่งฟันที่ความเร็วรอบ 9,000 รอบต่อนาที. ....	108
5.53 แสดงค่าอัตราส่วนการกระจายความดัน กรณีที่ไม่ปรับแต่ง ที่ความเร็วรอบ 9,000 รอบต่อนาที.....	109
5.54 แสดงค่าอัตราส่วนการกระจายความดัน กรณีที่ปรับแต่ง ที่ความเร็วรอบ 9,000 รอบต่อนาที.....	110
5.55 แสดงค่าอัตราส่วนการกระจายความดัน กรณีที่ปรับแต่งและไม่ปรับแต่ง ที่ความเร็วรอบ 9,000 รอบต่อนาที.....	110
5.56 แรงพลวัต(ไร้มิติ) ที่ความเร็วรอบ 12,000 รอบต่อนาที .....	111
5.57 การกระจายความดัน(ไร้มิติ) กรณีที่ไม่ปรับแต่งฟัน ที่ความเร็วรอบ 12,000 รอบต่อนาที...	112

## สารบัญรูป(ต่อ)

รูปที่	หน้า
5.58 การกระจายความหนาฟิล์ม(ไร้มิติ) กรณีที่ไม่ปรับแต่ง ที่ความเร็วรอบ 12,000 รอบต่อนาที .....	112
5.59 การกระจายความดันและความหนาฟิล์ม (ไร้มิติ) ในกรณีที่ไม่ปรับแต่งพื่น ที่ความเร็วรอบ 12,000 รอบต่อนาที .....	113
5.60 การกระจายความดัน(ไร้มิติ) กรณีที่ปรับแต่งพื่น ที่ความเร็วรอบ 12,000 รอบต่อนาที .....	114
5.61 การกระจายความหนาฟิล์ม(ไร้มิติ) กรณีที่ปรับแต่งพื่น ที่ความเร็วรอบ 12,000 รอบต่อนาที.....	114
5.62 การกระจายความดันและความหนาฟิล์ม (ไร้มิติ) ในกรณีที่ปรับแต่งพื่นที่ความเร็วรอบ 12,000 รอบต่อนาที .....	115
5.63 การกระจายความดัน(ไร้มิติ) กรณีที่ไม่ปรับแต่งพื่นและปรับแต่งพื่น ที่ความเร็วรอบ 12,000 รอบต่อนาที .....	116
5.64 การกระจายความหนาฟิล์ม (ไร้มิติ) ในกรณีที่ไม่ปรับแต่งพื่นและปรับแต่งพื่นที่ความเร็วรอบ 12,000 รอบต่อนาที .....	116
5.65 แสดงค่าอัตราส่วนการกระจายความดัน กรณีที่ไม่ปรับแต่ง ที่ความเร็วรอบ 12,000 รอบต่อนาที.....	117
5.66 แสดงค่าอัตราส่วนการกระจายความดัน กรณีที่ปรับแต่ง ที่ความเร็วรอบ 12,000 รอบต่อนาที.....	118
5.67 แสดงค่าอัตราส่วนการกระจายความดัน กรณีที่ปรับแต่งและไม่ปรับแต่ง ที่ความเร็วรอบ 12,000 รอบต่อนาที.....	118

## รายการคำย่อและสัญลักษณ์

$\varepsilon$	ความเครียด
$\sigma$	ความเค้น (Pa)
$\rho_f$	ความหนาแน่นสมบูรณ์
$\bar{\rho}$	ความหนาแน่นของน้ำมันหล่อลื่น ในรูปไร้มิติ
$\rho_0$	ความหนาแน่นของน้ำมันหล่อลื่นที่ความดันบรรยากาศและที่อุณหภูมิอ้างอิง( $\text{kg/m}^3$ )
$\rho$	ความหนาแน่นของน้ำมันหล่อลื่น( $\text{kg/m}^3$ )
$\tau_{zy}$	ความเค้นเฉือนในแนว zy (Pa)
$\tau_{zx}$	ความเค้นเฉือนในแนว zx (Pa)
$\tau$	ความเค้นเฉือน (Shear stress)
$\mu$	ค่าความหนืดสมบูรณ์ (Absolute viscosity)
$\bar{\mu}$	ค่าความหนืดไร้มิติ
$\mu_0$	ค่าความหนืดปรากฏของน้ำมันหล่อลื่นที่ความดันบรรยากาศและอุณหภูมิอ้างอิง (Pa.s)
$Z$	ดัชนีความหนืด-ความดัน
$E$	โมดูลัสความยืดหยุ่นของวัสดุ
$h$	ความหนาฟิล์มที่ตำแหน่งใดๆ
$H$	ความหนาฟิล์มไร้มิติ
$H_0$	ความหนาฟิล์มต่ำสุด
$I_2$	ค่ากำลังสองของอัตราความเค้นเฉือน
$K$	ค่าคงที่ในสมการเรย์โนลด์ $K = \frac{\pi^2 U}{16(W')^2}$
$m_0$	พาวเวอร์ลอร์เฟคเตอร์ที่อุณหภูมิอ้างอิง (Pa.s)
$n$	ดัชนีเพาเวอร์ลอร์
$p$	ความดัน (Pa)
$P$	ความดันไร้มิติ $P = \frac{p}{P_H}$
$P_H$	ความดันสูงสุดในการสัมผัสของ Hertz(Pa) $P_H = E' \left( \frac{W'}{2\pi} \right)^{0.5}$
$U$	พารามิเตอร์ความเร็วไร้มิติ $U = \frac{\mu_0 \bar{\mu}}{E'R}$
$w$	น้ำหนัก (N/m)
$W'$	น้ำหนักไร้มิติ $W' = \frac{w}{ER}$

# บทที่ 1

## บทนำ

### 1.1 ความเป็นมาและความสำคัญของปัญหา

ในการออกแบบและการใช้งานอุปกรณ์ทางด้านวิศวกรรม จำเป็นอย่างยิ่งในการพิจารณา ออกแบบให้มีความเหมาะสมและมีความคุ้มค่าในการใช้งาน (ทั้งในด้านอายุการใช้งานและใน ทางด้านการลงทุน) ในการออกแบบระบบเฟืองเป็นตัวอย่างหนึ่งที่พบว่า เฟืองรูปร่างมาตรฐานที่มี ใช้อยู่จะมีเสียงดัง และอายุการใช้งานที่สั้น สาเหตุหลักที่ทำให้เกิดสิ่งเหล่านี้ขึ้น เนื่องมาจากแรงพล วัตร์ และประสิทธิภาพของการหล่อลื่นที่เกิดขึ้น ดังนั้น วิทยานิพนธ์ฉบับนี้ได้นำเสนอ การปรับแต่ง ฟันเฟือง (ปรับรูปร่างฟันของเฟืองมาตรฐาน) โดยกรรมวิธีเฉือนหน้าฟัน มาศึกษาผลของมันต่อ แรงพลวัตร์ที่กระทำกับระบบเฟืองตรงและการหล่อลื่น โดยผลของการศึกษานี้ จะทำให้เราสามารถ นำผลมาเปรียบเทียบกับระบบฟันเฟืองมาตรฐานดูว่า ความทนทานของระบบเฟือง จะดีขึ้นหรือแย่ ลงกว่าเดิม อย่างไร

### 1.2 บทความวิจัยที่ผ่านมา

ในปี ค.ศ. 1786 Reynolds [1] ได้เขียนสมการที่แสดงถึงความสัมพันธ์ของการไหลและ ความหนาแน่นของสารหล่อลื่นและแรงดันของไหลและความหนาฟิล์มที่เกิดขึ้น โดยสารหล่อลื่น เป็นแบบนิวโทเนียนเพื่อใช้จำลองการหล่อลื่นแบบไฮโดรไดนามิกส์ และต่อมาในปี ค.ศ. 1896 Hertz ได้ประยุกต์ทฤษฎีความยืดหยุ่นเข้ากับสมการเรย์โนลด์ ทำให้งานวิจัยทางด้านออสโตไฮโดร ไดนามิกส์มีความก้าวหน้าไปอย่างมาก

ในปี ค.ศ. 1981 K.L.Wang และ H.S. Cheng [4] ได้แสดงถึงการใช้สมการเรย์โนลด์ในการ ประยุกต์ใช้กับฟันเฟืองชนิดตรงโดยพิจารณาหาค่าแรงพลวัตร์และค่าความหนาฟิล์ม และอุณหภูมิที่ เกิดขึ้นทำให้ทราบสถานะการทำงานของฟันเฟืองตรงที่มีการหล่อลื่นได้มากยิ่งขึ้น

ในปี ค.ศ. 1988 H-H.Lin , R.L. Huston และ J.J. Coy [6] ได้นำเสนอวิธีการหาค่าแรงพล วัตร์ที่เกิดขึ้นกับฟันเฟืองชนิดตรงเพื่อศึกษาผลของแรงเสียดและแรงพลวัตร์ที่เกิดขึ้นทำให้ทราบถึง ผลกระทบที่เกิดขึ้นในระบบฟันเฟืองตรง

ในปี ค.ศ. 1997 Roland Land [8] ได้ประยุกต์ใช้สมการของ Reynolds เข้ากับปัญหาของ ฟันเฟืองที่เป็นชนิดตรงโดยคิดกรณีที่สารหล่อลื่นเป็นแบบอนนิวโทเนียน ทำให้ได้ค่าที่เข้าใกล้ สภาวะการทำงานจริงมากยิ่งขึ้น

ในปี ค.ศ. 2004 Somnuk Yawong และ Mongkol Mongkolwongrojn และ Matee Limkul [18] ได้แสดงถึงพฤติกรรมทางสถิติของการหล่อลื่นแบบอิลาสโตไฮโดรไดนามิกส์ที่มีการสัมผัส แบบเส้น โดยใช้วิธีไฟไนซ์ดิฟเฟอเรนซ์ และวิธีนิวตันราฟสันร่วมกันในการแก้สมการเรย์โนลด์ส ประยุกต์สำหรับการสัมผัสแบบเส้นและสารหล่อลื่นจะมีพฤติกรรมเป็นแบบนิวโทเนียน ซึ่งทำให้ ทราบถึงผลของความเร็ว ภาระที่กระทำ ความหนืดของสารหล่อลื่นและวัสดุที่ใช้

ในปี ค.ศ. 2005 Sutthinan Sriratayawong [19] ได้แสดงถึงผลของความหยาบผิวที่มีต่อการ หล่อลื่นแบบเทอร์โมอิลาสโตไฮโดรไดนามิกส์ โดยที่มีการสัมผัสเป็นแบบเส้นภายใต้ภาวะโหลดที่ กระทำสูง โดยใช้วิธีนิวตันราฟสัน และวิธีมัลติกริด-มัลติเลเวลร่วมกันในการแก้ปัญหาที่จะจำลอง พฤติกรรมการหล่อลื่นแบบเทอร์โมอิลาสโตไฮโดรไดนามิกส์ในสถานะสถิตและพลวัต ซึ่งจะทำ การเปลี่ยนค่าภาระที่กระทำ ความเร็วในการหมุน ชนิดของสารหล่อลื่น การสลิป สไลด์และค่าวัสดุ จะทำให้ทราบพฤติกรรมการกระจายแรงดัน ความหนาฟิล์มของสารหล่อลื่น อุณหภูมิ ความ หนาแน่นและความหนืดของสารหล่อลื่น โดยจะใช้โมเดลทางคณิตศาสตร์ที่มีเทอมของความหยาบ รวมอยู่ด้วย

ในปี ค.ศ. 2005 Monsak Pimsam [10] ได้แสดงถึงแรงพลวัตที่เกิดขึ้นของฟันเฟืองที่เป็น ชนิดตรง โดยใช้วิธีการหาค่าแรงพลวัตโดยวิธี PISE (Pseudo – Interference Stiffness Estimation Method) และทำการปรับแต่งฟันเฟืองตรงโดยวิธี เงื่อนหน้าฟันซึ่งทำให้ทราบถึงแรงพลวัตที่เกิด ขึ้นกับระบบฟันเฟืองตรงที่มีการปรับแต่งและไม่ปรับแต่งฟัน

ในปี ค.ศ. 2006 Puttha Jenkour และ Mongkol Mongkolwongrojn [20] ได้แสดงถึง พฤติกรรมการหล่อลื่นแบบอิลาสโตไฮโดรไดนามิกส์ของฟันเฟืองชนิดตรง โดยคิดผลกระทบของ ภาระที่กระทำ ความเร็ว อัตราส่วนความโค้งที่ผิวสัมผัสที่เปลี่ยนแปลงตามเวลา ในกรณีที่สารหล่อ ลื่นมีพฤติกรรมเป็นแบบนิวโทเนียน ใช้วิธีจำลองเชิงตัวเลขโดยวิธีนิวตัน ราฟสัน เพื่อหาการ กระจายความดัน การกระจายความหนาฟิล์ม และการกระจายความหนืด เมื่อทำการเปลี่ยนแปลงค่า ความเร็วรอบของฟันเฟือง และเปลี่ยนแปลงภาระที่กระทำ ซึ่งทำให้ทราบถึงผลกระทบของสาร หล่อลื่นที่กระทำต่อเฟืองฟันตรง

ในปี ค.ศ. 2006 Puttha Jenkour [21] ได้เสนอผลการศึกษาพฤติกรรมการหล่อลื่นแบบอิลาสโตไฮโดรไดนามิกส์ของฟีนเฟืองตรงโดยพิจารณาถึงคุณสมบัติสารหล่อลื่นที่เป็นสารอนิวโทเนียนและผลกระทบจากความหยาบของผิวหน้าฟีนเฟืองขับและฟีนเฟืองตาม โดยทำการศึกษาการกระจายความดัน ความหนาของฟิล์มน้ำมัน ความหนืด และความหนาแน่นของฟิล์มน้ำมันเมื่อทำการเปลี่ยนค่า อัตราการส่งกำลัง ความเร็วรอบของฟีนเฟือง ขนาดของฟีนเฟือง จำนวนฟีนเฟืองขับ และทำการเปลี่ยนชนิดของสารน้ำมัน รวมถึงการหาค่าที่เหมาะสมที่สุดของฟีนเฟืองตรง โดยใช้วิธีการจำลองเชิงตัวเลขของวิธีนิวตัน ราฟสัน สำหรับแก้สมการอิลาสโตไฮโดรไดนามิกส์ของฟีนเฟืองตรง และใช้วิธีค้นหาทุกค่ารวมกับวิธีโบรเดน เฟลทเชอร์ โกลด์เฟรบ เซนโน (Broyden Fletcher Goldfarb Shanno) ในการหาค่าที่เหมาะสมของฟีนเฟืองตรง ซึ่งทำให้ทราบถึงค่าการกระจายความดัน ความหนาฟิล์มน้ำมัน ความหนืด ความหนาแน่น และค่าที่เหมาะสมที่สุดของฟีนเฟืองได้ตามที่ต้องการ

### 1.3 วัตถุประสงค์ของการศึกษาและวิจัย

วิทยานิพนธ์นี้มีวัตถุประสงค์เพื่อ

1.3.1. ทำการเปรียบเทียบแรงพลวัตของฟีนเฟืองตรงที่ไม่ทำการปรับแต่งและที่ทำการปรับแต่งโดยวิธีเฉือนหน้าฟีน

1.3.2. ศึกษาถึงพฤติกรรมการหล่อลื่นของฟีนเฟืองชนิดตรงที่มีการปรับแต่งฟีนเฟืองโดยวิธีเฉือนหน้าฟีน ต่อพฤติกรรมของการหล่อลื่นเป็นแบบอิลาสโตไฮโดรไดนามิกส์ โดยพิจารณาถึงการกระจายความดัน และความหนาฟิล์มที่เกิดขึ้น กับระบบฟีนเฟืองตรงเมื่อทำการเปลี่ยนความเร็วรอบ

1.3.3. เขียน โปรแกรมคอมพิวเตอร์เพื่อหาค่าการกระจายความดันและความหนาฟิล์มของน้ำมัน

### 1.4 ขอบเขตของงานวิจัย

จะทำการศึกษาพฤติกรรมการหล่อลื่นแบบอิลาสโตไฮโดรไดนามิกส์ของฟีนเฟืองชนิดตรง โดยจะทำการปรับเปลี่ยนค่าตัวแปรดังนี้

1.4.1. ทำการปรับเปลี่ยนความเร็วรอบของฟีนเฟืองที่ 1,500 รอบต่อนาทีที่ 3,500 รอบต่อนาทีที่ 6,500 รอบต่อนาทีที่ 9,000 รอบต่อนาที และที่ 12,000 รอบต่อนาที

1.4.2. ทำการศึกษาผลของการหล่อลื่นต่อระบบฟีนเฟืองตรงที่ยังไม่มีการปรับแต่งฟีนเฟือง

1.4.3. ทำการศึกษาผลของการหล่อลื่นต่อระบบฟันเฟืองตรงที่มีการปรับแต่งฟันเฟืองตรงโดยวิธีเลื่อนหน้าฟัน

1.4.4. เขียนโปรแกรมคอมพิวเตอร์โดยใช้วิธีนิวตัน-ราฟสัน และแก้สมการเพื่อศึกษาพฤติกรรมของการหล่อลื่นของฟันเฟืองชนิดตรง

## 1.5 ประโยชน์ที่คาดว่าจะได้รับ

ในงานวิจัยนี้ทำการศึกษาคุณสมบัติของการหล่อลื่นของฟันเฟืองตรงที่ไม่มีการปรับแต่งและทำการปรับแต่งฟัน ทำให้ทราบถึงผลของการกระจายแรงคั้นและความหนาฟิล์มที่เกิดขึ้นระหว่างฟันเฟือง ทำให้ทราบถึงความหนาฟิล์มที่เกิดขึ้นในช่วงมุมหมุนต่างๆ ของฟันเฟือง สามารถที่จะคาดการณ์ความเสียหายบนผิวฟันเฟืองตรงได้

## บทที่ 2

# เฟืองฟันตรง

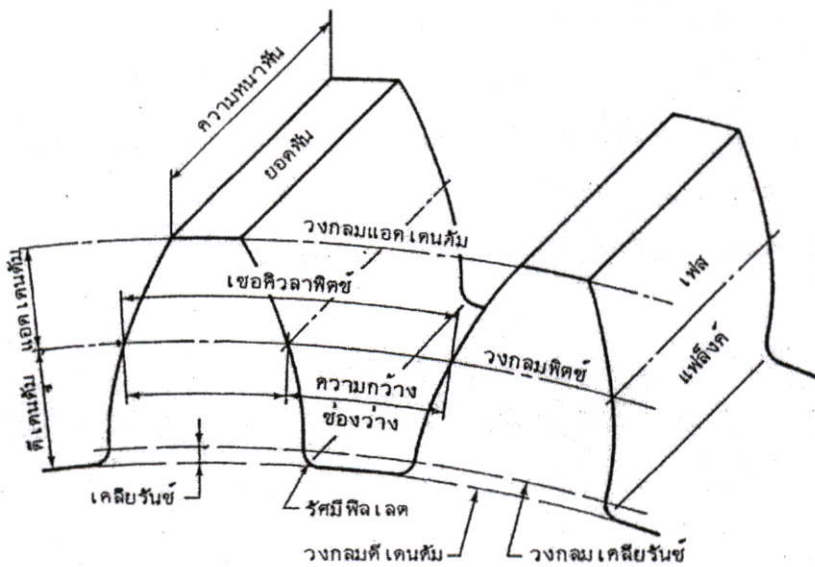
### 2.1 บทนำ

เมื่อมีล้อสองล้อสัมผัสกันและถูกกดให้ติดกัน สมมุติว่าที่ล้อแต่ละอันมีเพลายึดอยู่ ถ้าหมุนเพลาดัวใดตัวหนึ่ง จะพบว่าเพลาของอีกตัวหนึ่งก็จะหมุนตามไปด้วย เนื่องจากความฝืดของการสัมผัสเชิงเส้น (Line Contact) ของล้อทั้งสอง เครื่องมือที่ใช้ถ่ายถอดกำลัง และการหมุนระหว่างเพลาทิ้งสองนี้เรียกว่า ล้อความฝืด (Friction Wheel) แต่การถ่ายถอดแบบนี้ ใช้ได้แต่การถ่ายถอดกำลังน้อยๆ หรือการหมุนที่ไม่สู้จะสม่ำเสมอ

เพื่อให้ได้การถ่ายถอดการหมุนที่แม่นยำขึ้น และสามารถถ่ายถอดกำลังสูงๆ ระหว่างเพลาทิ้งสองได้ จึงได้มีการวางฟันไว้บนเส้นรอบวงของล้อทั้งสอง โดยให้ฟันแต่ละซี่ห่างกันด้วยระยะที่เท่าๆ กัน แล้วเรียกล้อที่มีฟันนี้เสียใหม่ว่า “เฟือง”

### 2.2. คุณสมบัติทั่วไปของเฟืองฟันตรง [12]

ในการให้คำจำกัดความเรียกชื่อส่วนต่างๆ ของเฟือง พิจารณาจากรูป 2.1



รูปที่ 2.1 การเรียกชื่อส่วนต่างๆ ของฟันเฟือง[12]

วงกลมพิทช์ (Pitch Circle) เป็นมิติหลักในการเรียกขนาดของเฟือง โดยบอกขนาดของเฟืองด้วยขนาดเส้นผ่าศูนย์กลางพิทช์ (Pitch Diameter) ในทางทฤษฎีแล้วเฟืองคู่ที่สัมผัสกันจะต้องมีเส้นสัมผัสกัน ณ วงกลมพิทช์

เซอร์คิวลาพิทช์ (Circular Pitch)  $p$  เป็นระยะที่วัดบนวงกลมพิทช์ จากจุดหนึ่งบนพื้นเฟืองไปยังอีกจุดหนึ่ง ณ ตำแหน่งเดียวกันบนฟันถัดไป จากรูปที่ 2.1 จะเห็นได้ว่าระยะนี้มีค่าเท่ากับผลรวมของความกว้างฟันและความกว้างช่องว่างระหว่างฟัน

โมดูล (Module)  $m$  เป็นอัตราส่วนระหว่างขนาดเส้นผ่าศูนย์กลางพิทช์กับจำนวนฟันบนเฟือง หน่วยที่ใช้วัดโมดูลคือมิลลิเมตร โมดูลนี้เป็นดัชนีสำหรับบอกขนาดของฟันเฟืองในระบบเอสไอ

ไดอะมิทรัลพิทช์ (Diametral Pitch)  $P$  เป็นอัตราส่วนระหว่างจำนวนฟันบนเฟืองกับขนาดเส้นผ่าศูนย์กลางพิทช์ ฉะนั้นจึงเป็นส่วนกลับของโมดูล ไดอะมิทรัลพิทช์นี้เป็นดัชนีสำหรับบอกขนาดของฟันเฟืองในระบบหน่วยอังกฤษ ซึ่งกำลังได้รับการเปลี่ยนแปลงให้เป็นระบบหน่วยเอสไออยู่ ดังนั้นความยาวของเส้นผ่าศูนย์กลางพิทช์จึงใช้บอกเป็นนิ้ว

แอดเดนดัม (Addendum)  $a$  หรือช่วงสูงบน เป็นระยะที่วัดในแนวรัศมีระหว่างยอดฟัน (top land) ถึงวงกลมพิทช์

ดีเดนดัม (Dedendum)  $d$  หรือช่วงสูงล่าง เป็นระยะที่วัดในแนวรัศมีระหว่างโคนฟัน (bottom land) ถึงวงกลมพิทช์ ฉะนั้นความสูงของฟันเฟืองคือ ผลรวมระหว่าง  $a$  หรือ  $d$

เคลียร์รันซ์ (Clearance)  $c$  ในการที่เฟืองสองอันขบกัน ดีเดนดัมของเฟืองหนึ่งต้องมีค่ามากกว่าแอดเดนดัมของอีกเฟืองหนึ่ง เพื่อที่จะไม่ให้เกิดการขัดกันขึ้น ผลต่างระหว่างค่าดีเดนดัมและแอดเดนดัมนี้เรียกว่าเคลียร์รันซ์  $c$  (ดังรูป 2.1)

แบ็คแลช (Backlash) คือผลต่างระหว่างความกว้างช่องว่างระหว่างฟันเฟืองหนึ่งกับความกว้างของฟันเฟืองอีกอันหนึ่งที่ขบกัน โดยวัดตามแนวเส้นวงกลมพิทช์ ฉะนั้นในการขับด้วยเฟืองที่มีแบ็คแลช เฟืองขับจะสามารถหมุนไปได้เป็นมุมเล็กน้อยก่อนที่เฟืองตามจะหมุนไป แบ็คแลชนี้จำเป็นต้องมีอยู่เสมอ ทั้งนี้เพื่อให้มีช่องว่างสำหรับน้ำมันหล่อลื่น และเพื่อให้เฟืองสามารถขยายตัวได้เมื่ออุณหภูมิสูงขึ้น ตลาดจนมีเผื่อเอาไว้สำหรับความผิดพลาดในการตัดรูปร่างของฟันเฟือง

ความหนาของฟัน (Face Width)  $b$  คือความหนาของฟันเฟืองวัดในทิศทางเดียวกับแนวแกนของเฟือง ซึ่งในที่นี้จะเรียกว่าความหนาเฟือง

แฟล็งก์ (Flank) คือผิวทางด้านข้างของฟันเฟือง ซึ่งอยู่ระหว่างวงกลมพิทช์กับวงกลมดีเดนดัม

อัตราทด (Velocity Ratio)  $m_\omega$  คืออัตราส่วนระหว่างความเร็วเชิงมุมของเฟืองขับต่อความเร็วเชิงมุมของเฟืองตาม ถ้าให้ “1” และ “2” แทนเฟืองขับและเฟืองตามตามลำดับ จากความรู้ทางกลศาสตร์ จะได้ว่า

$$m_{\omega} = \frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{n_1}{n_2} = \frac{d_2}{d_1} = \frac{N_2}{N_1} \quad (2.1)$$

โดยที่  $\omega$  = ความเร็วเชิงมุม (เรเดียนต่อวินาที)  
 $n$  = ความเร็วรอบ (รอบต่อนาที)  
 $d$  = เส้นผ่าศูนย์กลางพิตช์ (มิลลิเมตร หรือ นิ้ว)  
 $N$  = จำนวนฟัน

อัตราส่วนเฟือง (Gear Ratio)  $m_g$  คืออัตราส่วนระหว่างจำนวนฟันของเฟืองต่อจำนวนฟันของพีเนียน ถ้าพีเนียนเป็นตัวขับแล้วจะได้

$$m_g = m_{\omega} = \frac{N_2}{N_1} \quad (2.2)$$

### 2.3 มาตรฐานการบอกขนาดของฟัน

ตามที่ได้กล่าวมาแล้ว คำนี้นี้สำหรับบอกขนาดฟันเฟือง อาจจะบอกเป็นพิตช์ในระบบหน่วยอังกฤษ หรือบอกเป็น โมดูลในระบบหน่วยเอสไอ จากคำจำกัดความที่ผ่านมาจะได้ว่า

ไดอะมิทริคพิตช์  $P = \frac{N}{d} \quad (2.3)$

โดยที่  $d$  มีหน่วยเป็น นิ้ว

โมดูล  $m = \frac{d}{N} \quad (2.4)$

โดยที่  $d$  มีหน่วยเป็น มิลลิเมตร

และ เซอคิวลาพิตช์  $p = \frac{\pi d}{N} = \pi m \quad (2.5)$

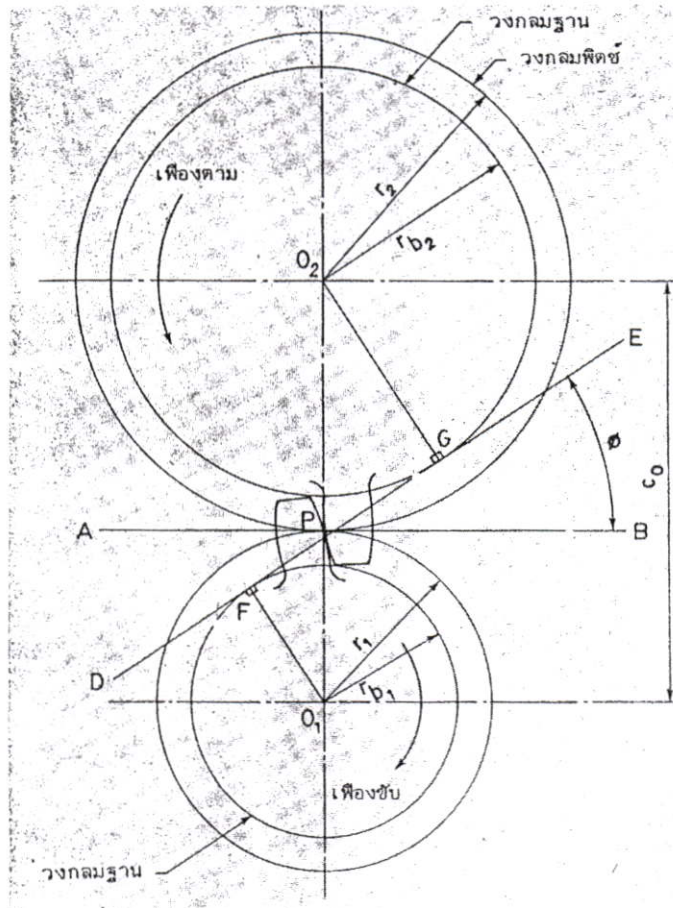
ดังนั้น  $Pp = \pi \quad (2.6)$

สำหรับเฟืองที่ผลิตโดยวิธีการหล่อ ควรจะใช้ค่าเซอคิวลาพิตช์ ทั้งนี้เพราะจะทำให้สามารถทำแบบหล่อได้สะดวก ส่วนเฟืองที่ผลิตโดยวิธีการตัดกลึง (Machined) มักจะเรียกเป็น ไดอะมิทริคพิตช์ หรือโมดูล เพราะมีอุปกรณ์ในการตัดฟันเฟืองเป็นมาตรฐานอยู่แล้ว

### 2.4 การขั้บกันของเฟืองและการทำงานของฟันเฟือง

เฟืองสองอันที่ขั้บกันจะทำให้อัตราทดคงที่ที่ต่อเมื่อเฟืองคู่หนึ่งเป็นไปตามกฎการขั้บกันของเฟือง ซึ่งกล่าวได้ว่า

รูปร่างของฟันเฟืองจะต้องทำให้เส้นตั้งฉากร่วม (Common Normal) ที่ลาก ณ จุดสัมผัสระหว่างฟันทั้งสองผ่านจุดคงที่จุดหนึ่ง ซึ่งอยู่บนเส้นที่โยงระหว่างจุดศูนย์กลางของฟันเฟืองทั้งสอง และจุดนี้เรียกว่าจุดพิตช์ (Pitch Point)



รูปที่ 2.2 การทำงานของฟันเฟืองที่ขบกัน[12]

ในการทำความเข้าใจกับข้อความนี้ให้พิจารณารูปที่ 2.2 จุดคงที่ดังกล่าวนี้คือจุด P ซึ่งอยู่บนเส้นที่โยงระหว่างจุดศูนย์กลาง  $O_1$  และ  $O_2$  ของเฟืองทั้งสอง รูปร่างของฟันเฟืองที่เป็นไปตามกฎการขบนี้เรียกว่า คอนจูเกตเคฟ (Conjugate Curves) และที่นิยมใช้กันมากก็คืออินโวลูตเคฟ (Involute curves) โดยเริ่มต้นจากวงกลมที่เรียกว่าวงกลมฐาน (Base Circle) เส้นตั้งฉากกับอินโวลูตเคฟ DE ในรูปที่ 2.2 เป็นแนวเส้นที่แรงปฏิกิริยาที่ฟันเฟืองกระทำ เรียกว่า แนวของเส้นการกระทำ (line of action) หรือแนวแรงกด (Pressure Line) และมุม  $\phi$  ในรูปเรียกว่ามุมกด (Pressure Angle)

จากการพิจารณารูปสามเหลี่ยม  $O_1FP$  และ  $O_2GP$  ในรูปที่ 2.2 จะพบว่ารัศมีของวงกลมฐานคือ

$$r_{b1} = r_1 \cos \phi \quad (2.7)$$

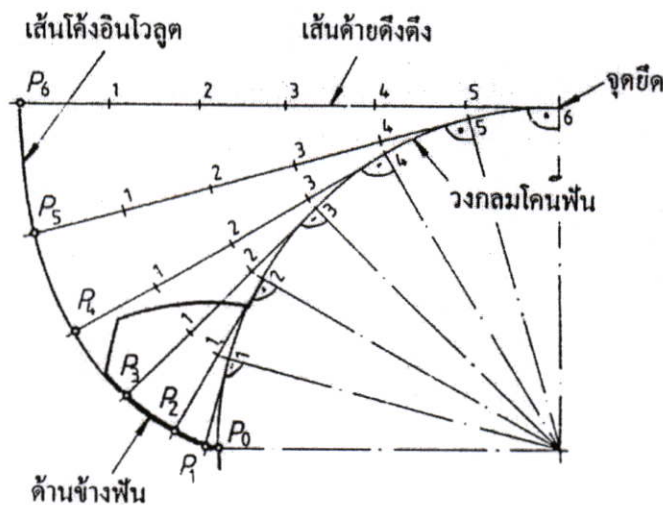
$$r_{b2} = r_2 \cos \phi \quad (2.8)$$

เขียนในรูปทั่วไป

$$r_b = r \cos \phi \quad (2.9)$$

ระยะทางที่วัดบนวงกลมฐานจากจุดหนึ่งบนฟันเฟืองหนึ่งไปยังจุดเดียวกันบนฟันเฟืองถัดไปเรียกว่า พิตช์ฐาน (Base Pitch) ซึ่งมีความสัมพันธ์กับเชอควลาพิตช์ คือ

$$P_b = p \cos \phi \quad (2.10)$$



รูปที่ 2.3 การเกิดเส้นโค้งอินโวลูต[2]

การเกิดเส้นโค้งอินโวลูตเคอฟ (Involute Curves) ดังแสดงในรูปที่ 2.3 จะเกิดจากการกลิ้งของเส้นเชือก (ตรง) ที่สัมผัสตั้งฉากกับแนวรัศมีบนเส้นรอบวงโคนฟันเฟืองไปยังจุด P ที่ต่อกันเป็นเส้นโค้งอินโวลูต

## 2.5 ระยะการขบและอัตราส่วนการขบ

เมื่อเฟืองอันหนึ่งขับเฟืองอีกอันหนึ่ง จุดสัมผัสระหว่างฟันเฟืองเริ่มขึ้นเมื่อผิวด้านข้างของฟันเฟืองขับสัมผัสกับปลายฟันเฟืองของเฟืองตาม และการสัมผัสจะสิ้นสุดลงเมื่อปลายฟันเฟืองของเฟืองขับสัมผัสกับผิวด้านข้างของฟันเฟืองตาม

เนื่องจากปลายฟันเฟืองอยู่บนวงกลมแอดเดนดัม การสัมผัสระหว่างฟันเฟืองเริ่มขึ้นเมื่อวงกลมแอดเดนดัมของเฟืองตามตัดกับแนวแรงกด และการสัมผัสสิ้นสุดลงเมื่อวงกลมแอดเดนดัม

ของเฟืองตามตัดกับแนวแรงกดอีกครั้งหนึ่ง ดังจุด A และ B ที่แสดงในรูปที่ 2.4 ระยะ AB นี้เรียกว่า ระยะการขบซึ่งมีค่าเท่ากับ

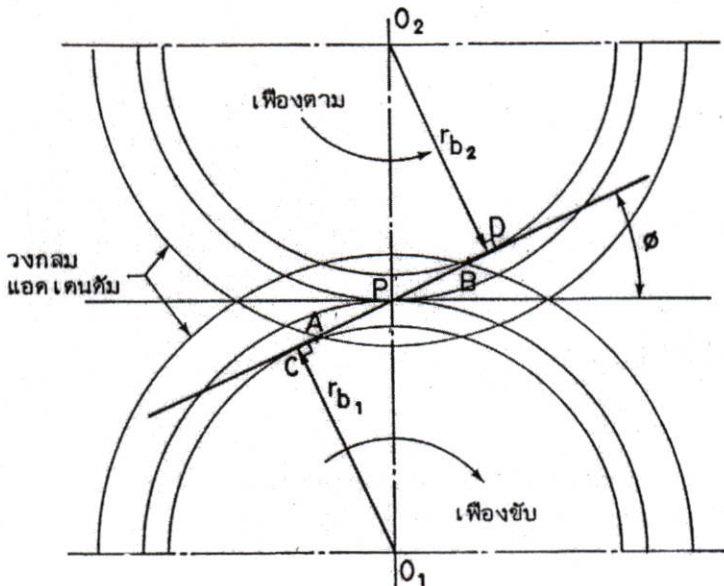
$$AB = \sqrt{(r_2 + a_2)^2 - (r_2 \cos \phi)^2} - r_2 \sin \phi + \sqrt{(r_1 + a_1)^2 - (r_2 \cos \phi)^2} - r_1 \sin \phi \quad (2.11)$$

โดยที่  $r$  เป็นรัศมีของวงกลมพิตซ์ และ  $a$  เป็นแอดเดนดัม

ในขณะที่เฟืองขบกันควรจะมีฟันอย่างน้อยหนึ่งคู่ที่ขบกันอยู่ตลอดเวลา โดยปกติแล้วการขบกันมักจะมีมากกว่าหนึ่งคู่ วิธีการบอกจำนวนฟันที่ขบกันจะบอกเป็นอัตราส่วนการขบ (Contact Ratio) ซึ่งมีนิยามว่า เป็นอัตราส่วนระหว่างระยะการขบ และพิตซ์ฐาน นั่นคือ อัตราส่วนการขบ

$$m_c = \frac{AB}{P_b} \quad (2.12)$$

เพื่อให้เฟืองทำงานได้อย่างราบรื่นดี อัตราส่วนการขบควรมีค่าอยู่ระหว่าง 1.2 ถึง 1.5 การที่เฟืองคู่ใดมีอัตราส่วนการขบน้อยกว่าหนึ่ง หมายความว่าฟันของเฟืองคู่หนึ่งจะจากกันก่อนที่ฟันอีกคู่หนึ่งจะเข้ามาขบกัน ในกรณีเช่นนี้จะทำให้การให้การทำงานของเฟืองไม่ราบรื่นทั้งนี้เพราะจะมีแรงเนื่องจากการกระทบ (Impact) เกิดขึ้นมาก



รูปที่ 2.4 ระยะการสัมผัสของเฟือง[12]

## 2.6 การขัดกัน

ในการสร้างฟันเฟืองอินโวลูตเคอฟ จะเริ่มจากวงกลมฐาน ฉะนั้นส่วนของฟันเฟืองที่อยู่ต่ำกว่าวงกลมฐานจึงไม่เป็นอินโวลูตเคอฟ นั่นคือจะใช้กฎการขับเฟืองกับฟันเฟืองส่วนนี้ไม่ได้ ดังนั้นถ้ามีการขบระหว่างฟันเฟืองที่ระยะต่ำกว่าวงกลมฐาน ก็อาจจะทำให้เกิดการขัดกัน (Interference) ได้ดังแสดงในรูปที่ 2.5 เป็นเฟืองที่มีการขัดกัน จุด A และจุด B เรียกว่าจุดขัดกัน (Interference Point) ถ้ามีการสัมผัสระหว่างฟันนอกจุดนี้ (ถ้าวงกลมแอดเคนดัม ตัดแนวแรงกคนนอกจุดนี้) ก็จะเกิดการขัดกันขึ้น เฟืองในรูป 2.5 มีการขัดกันเพราะว่าจุด C และ จุด D อยู่นอกจุด A และจุด B การจะรู้ว่าเฟืองคู่หนึ่งมีการขัดกันหรือไม่ ให้คำนวณหาระยะรัศมีของวงกลมแอดเคนดัม  $r_a$  ของเฟืองในรูปที่ 2.5 จะได้ว่า

$$r_a = \sqrt{(r \cos \phi)^2 + (c_0 \sin \phi)^2} \quad (2.13)$$

$$= \sqrt{r_b^2 + (c_0 \sin \phi)^2} \quad (2.14)$$

โดยที่

$r$  = รัศมีวงกลมพิตช์

$r_a$  = รัศมีของวงกลมแอดเคนดัม

$c_0$  = ระยะระหว่างจุดศูนย์กลางของเฟือง

วิธีที่จะป้องกันมิให้เกิดการขัดกันขึ้น ทำได้หลายวิธีดังต่อไปนี้คือ

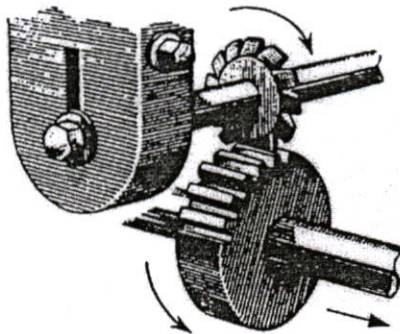
- 2.6.1 ใช้วิธีตัดเนื้อโลหะส่วนที่อยู่ต่ำกว่าวงกลมฐานออกบ้าง (Undercutting) ทั้งนี้เพื่อมิให้มีการสัมผัสระหว่างฟันเฟืองในบริเวณนี้ ข้อเสียในการทำเช่นนี้คือ ทำให้อัตราส่วนการขบลดลง และทำให้ฟันเฟืองบอบบางลง
- 2.6.2 ใช้วิธีตัดปลายฟันเฟืองให้สั้นลง (Stubbed teeth) ข้อเสียที่ตามมาคือทำให้อัตราส่วนการขบลดลง
- 2.6.3 การเพิ่มมุมกด  $\phi$  จะลดขนาดของวงกลมฐาน วิธีนี้ทำให้ส่วนที่เป็นอินโวลูตเคอฟของฟันเฟืองเพิ่มขึ้น จึงสามารถกำจัดการขัดกันได้ แต่การเพิ่มมุม  $\phi$  จะทำให้แรงปฏิกิริยา ณ ฟันเฟืองในแนวรัศมีของเฟือง (Separating force) เพิ่มขึ้น ทำให้การขบกันระหว่างฟันเฟืองมีความราบเรียบน้อยลง
- 2.6.4 การใช้เฟืองที่ไม่เป็นมาตรฐาน (Non - Interchangeable) กล่าวคือ ให้เฟืองอันเล็กมีแอดเคนดัมเพิ่มขึ้น (โดยลดคิเดนมตามส่วนที่เพิ่มขึ้น) และให้เฟืองอันใหญ่มีแอดเคนดัมลดลง ซึ่งก็ทำให้ราคาเฟืองแพงขึ้น และไม่สามารถใช้ขับเฟืองอื่นๆ ที่เป็นมาตรฐานได้

## 2.7 วิธีการผลิตเฟือง [14]

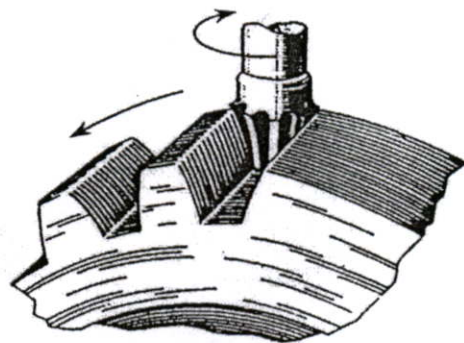
ในหัวข้อนี้จะกล่าวถึงวิธีการผลิตเฟืองบางวิธี และการผลิตเฟืองขั้นสำเร็จ (Finishing Gear) ตลอดจนผลของวิธีการผลิตนั้นๆ

### 2.7.1 วิธีการผลิต

1. มิลลิ่ง (Milling) วิธีนี้ใช้มีดตัดมิลลิ่ง (Milling cutter) ซึ่งมีรูปร่างตามลักษณะของร่องฟัน ดังรูปที่ 2.5 หลังจากตัดร่องฟันเสร็จหนึ่งร่องแล้ว เฟืองก็จะหมุนไปยังตำแหน่งการตัดถัดไปเรื่อยๆ ด้วยอุปกรณ์แบ่งฟัน (Index mechanism) ดังนั้นมิลลิ่งแต่ละอันจะตัดเฟืองได้เฉพาะจำนวนฟันและพิตช์ที่ต้องการเท่านั้นวิธีนี้จึงต้องใช้มีดตัดเฉพาะสำหรับเฟืองแต่ละอัน ในทางปฏิบัติอาจจะใช้มีดตัดอันเดียวตัดเฟืองที่มีจำนวนฟันแตกต่างกันได้ตามจำนวนช่วงฟันที่กำหนดของมีดตัดตัด (เช่น เบอร์ 5 นั้นได้ 21-25 ฟัน) มีดตัดจะตัดได้ฟันเฟืองถูกต้องสำหรับจำนวนฟันต่ำสุดของช่วงฟันที่กำหนดไว้ นอกนั้นรูปร่างของฟันจะคลาดเคลื่อนไปเล็กน้อย ตัดเฟืองที่มีพิตช์หยาบได้ทั้งการตัดหยาบและการตัดขั้นสำเร็จ ตลาดจนการตัดขั้นสำเร็จของเฟืองที่มีพิตช์ละเอียดปกติความหยาบของผิวฟันเฟืองอยู่ในช่วง 6.35-0.8 ไมโครเมตร (ความหยาบ rms) ตัดเฟืองที่มีความแข็งสูงสุด 43 Rc ผลิตได้ถึงขั้นคุณภาพ AGMA 6

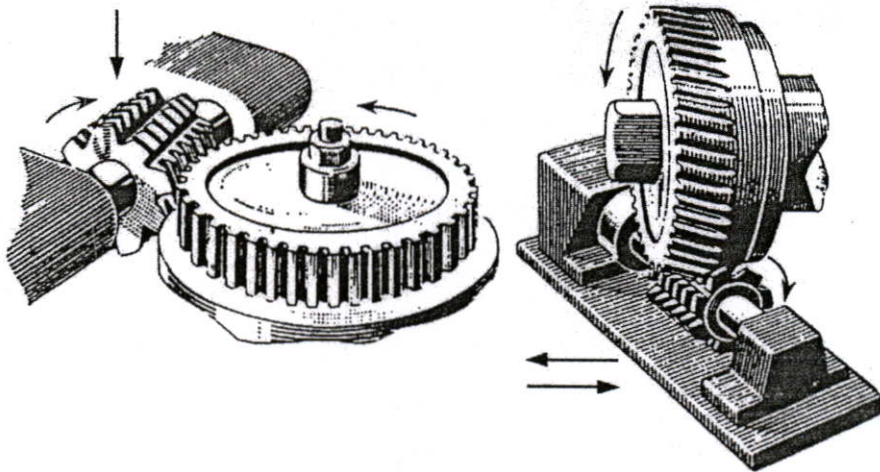


(ก) slotting cutter



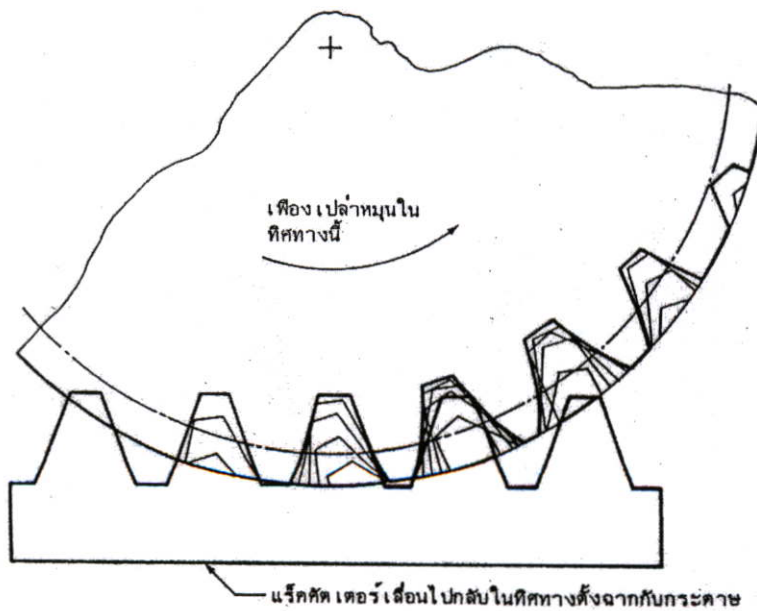
(ข) end mill

รูปที่ 2.5 การตัดด้วยมิลลิ่ง[14]



รูปที่ 2.6 การตัดเฟืองด้วยฮีบ[14]

2. แร็คคัตเตอร์ (Rack Cutter) ในวิธีนี้ ตัวตัดฟันเฟืองเป็นแร็คหรือเฟืองซึ่งไม่มีความโค้งนั่นเอง (อาจเรียกว่า เฟืองสะพานหรือเฟืองบรรทัด) ดังแสดงในรูป 2.7 ในการทำงานคัตเตอร์จะเลื่อนไปกลับ (Reciprocation) เพื่อค่อยๆ ตัดเนื้อโลหะออกจากเฟืองเปล่า (Gear Blank) ซึ่งก็คือเฟืองที่ไม่มีฟัน จนกระทั่งวงกลมพิตช์ของเฟืองและคัตเตอร์สัมผัสกัน (วงกลมพิตช์ของแร็คเป็นเส้นตรง) จากนั้นเฟืองเปล่าก็เลื่อนไปสู่ตำแหน่งถัดไปของฟัน และวิธีการตัดก็กระทำซ้ำเช่นเดิม วิธีการนี้จะได้ฟันเฟืองที่เข้าใกล้รูปร่างที่ต้องการมาก ข้อเสียก็คือ ต้องใช้เวลาในการตัดเฟืองมาก เฟืองอันใหญ่มักจะนิยมใช้ตัดด้วยแร็คคัตเตอร์ ทั้งนี้เพราะมีประสิทธิภาพสูงกว่าการตัดด้วยวิธีอื่นๆ



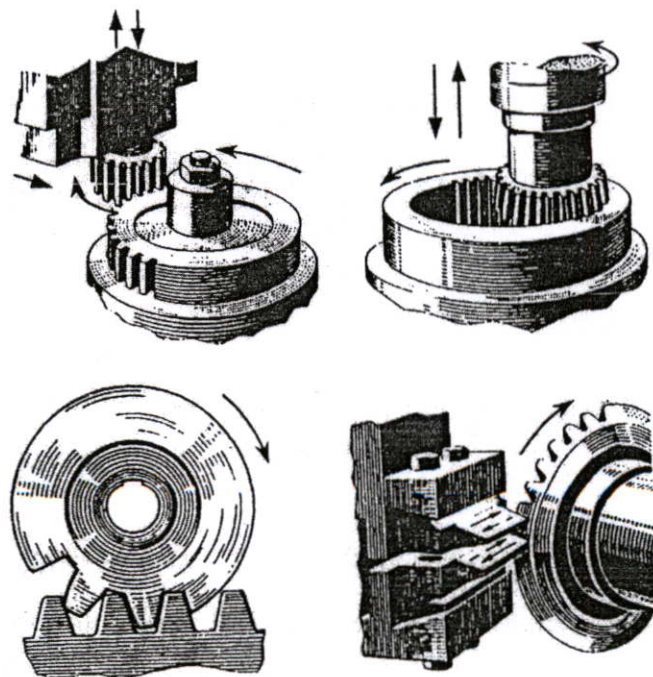
รูปที่ 2.7 การตัดเฟืองด้วยแร็คคัตเตอร์[12]

3. ฮีบบิง (Hobbing) วิธีนี้ใช้มีดตัดรูปทรงกระบอกคล้ายเฟืองหนอนดังแสดงในรูปที่ 2.8 มีดตัดหรือฮีบบิงและเฟืองเปล่า (Gear Blank) จะหมุนไปพร้อมกันและต่อเนื่องด้วยอัตราความเร็วเชิงมุมที่เหมาะสม เพื่อให้ตรงกับร่องฟันที่ต้องการตัดพอดี ใช้มีดตัดอันเดียวสำหรับแต่ละขนาดของพิตช์และมุมกดคัน วิธีนี้ใช้ตัดเฟืองนอก ทำงานได้เร็ว ปกติความหยาบของผิวฟันเฟืองอยู่ในช่วง 3.175 – 0.41 ไมโครเมตร ตัดเฟืองที่มีความแข็งสูงสุด 43 Rc ถึง 48 Rc ผลิตได้ถึงชั้นคุณภาพ AGMA 12

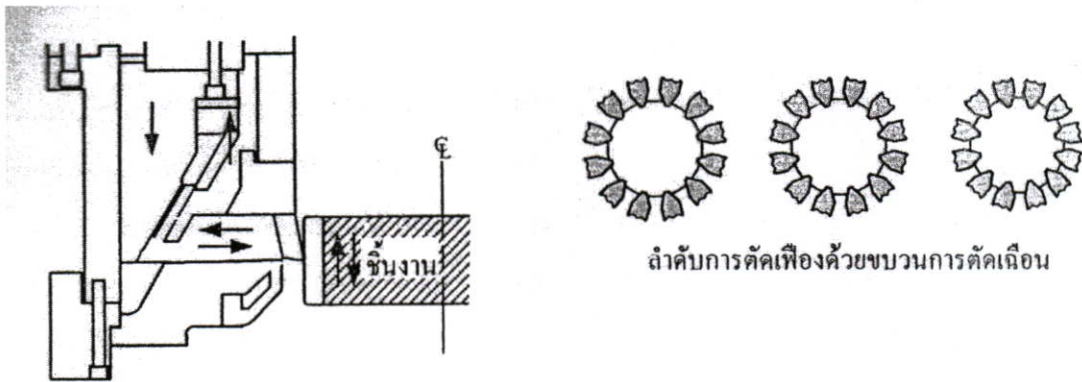
4. การไส (Shaping) วิธีนี้ใช้มีดตัดที่เป็นพีเนียนหรือ (rack) ดังแสดงในรูป 2.8 มีดตัดพีเนียนและเฟืองเปล่าหมุนไปเช่นเดียวกับเฟืองขบกัน มีดตัดพีเนียนเคลื่อนขึ้นลงตามแกนแนวคิง ตัดไสร่องฟันตามความลึกที่ปรับแต่ละครั้งเมื่อเฟืองหมุนครบหนึ่งรอบ วิธีนี้ใช้ตัดได้ทั้งเฟืองนอกและเฟืองใน ปกติความหยาบของผิวฟันอยู่ในช่วง 3.175-0.51 ไมโครเมตร ตัดเฟืองที่มีความแข็งสูงสุด 43 Rc ผลิตได้ถึงชั้นคุณภาพ AGMA 12

5. การตัดเฉือน (Shear Cutting) วิธีนี้ใช้ตัดได้ทุกฟันพร้อมกันทีเดียว จำนวนของมีดตัดเท่ากับจำนวนฟันของเฟืองที่ต้องการตัดและยึดในแนวรัศมีด้วยที่ยึดมีดตัด ดังรูปที่ 2.9 วิธีตัดเคลื่อนเฟืองเปล่าผ่านมีดตัดตามความลึกของการตัดที่ปรับแต่ละครั้ง วิธีนี้เหมาะสำหรับการผลิตจำนวนมาก ตัดได้ทั้งเฟืองนอกและเฟืองใน ปกติความหยาบของผิวฟันอยู่ในช่วง 1.27 ไมโครเมตร

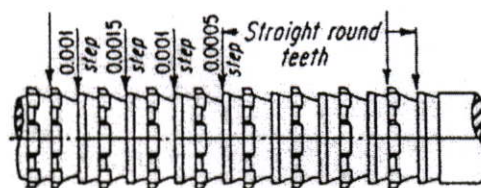
6. โบรชชิ่ง (Broaching) วิธีนี้ใช้ตัดได้ทุกฟันพร้อมกันทีเดียว โดยการกดมีดตัด รูปที่ 2.10 เคลื่อนผ่านเฟืองเปล่า เหมาะสำหรับการผลิตจำนวนมาก ตามปกติผลิตเฟืองใน ตัดเฟืองที่มีความแข็งสูงสุด 12 Rc ถึง 22 Rc ผลิตได้ถึงชั้นคุณภาพ AGMA10



รูปที่ 2.8 การไส[14]



รูปที่ 2.9 การตัดเฉือน[14]



รูปที่ 2.10 Dwell tooth broach[14]

7. แม่พิมพ์ (Dies) ได้แก่ การหล่อ การอัดรีด (Extrusion) การตอกเจาะ (Punching) เหมาะสำหรับเฟืองที่รับ โหลดเบาและหรือถ่ายทอดการเคลื่อนที่

### 2.7.2 การผลิตเฟืองขั้นสำเร็จ

1. เจียรระไน (Grinding) วิธีนี้ใช้สำหรับการตัดฟันพิทช์ละเอียด ตัดขั้นสำเร็จได้ทุกขนาดของฟันที่ชุบแข็ง (หลังจากผ่านกรรมวิธีทางความร้อนซึ่งทำให้เกิดการแปรรูป) บางครั้งใช้ตัดเฟืองพิทช์ละเอียดจากเฟืองเปล่าถ้าความแข็งมากกว่า 40Rc ปกติความหยาบผิวฟันอยู่ในช่วง 0.8-0.1 ไมโครเมตร ตัดเฟืองที่มีความแข็งสูงสุด 70Rc ผลิตได้ถึงขั้นคุณภาพ AGMA15

2. ฮอนนิง (Honing) ให้เฟืองที่ชุบแข็งขั้วเฟืองพลาสติกที่เคลือบผงขัดด้วยความเร็วสูง ขจัดรอยแหวน ขอบหยาบ และความผิดพลาดเล็กน้อยตลอดจนปรับความเรียบของผิว ผลิตได้ถึงขั้นคุณภาพ AGMA15

3. การขูดลอก (Shaving) วิธีนี้ให้เฟืองขั้วกับเฟืองหรือเรีคที่มีมิดตัดพิเศษบนหน้าฟันในแนวความกว้าง มิดตัดบนหน้าฟันจะทำหน้าที่ขูดลอกหน้าฟันของเฟืองอีกตัวออกเป็นสะเก็ด (Chip) เส้นบางๆ คล้ายเส้นผมละเอียด ทำการขูดลอกก่อนการชุบแข็งเพื่อขจัดชั้นของความเค้นตกค้างทำให้ลดการแปรรูประหว่างกรรมวิธีทางความร้อน ปกติความหยาบของผิวฟันอยู่ในช่วง 0.6-0.2 ไมโครเมตร ตัดเฟืองที่มีความแข็งสูงสุด 40Rc ผลิตได้ถึงขั้นคุณภาพ AGMA14

4. แลปปีง (Lapping) ให้เฟืองขับกับ Gear Shaped Lapping Tool ในตัวกลางที่มีผงขัดหรือบางครั้งเฟืองสองตัวขับกันและเคลื่อนสัมพันธ์กันในแนวแกน (ฟันตรงและฟันฮีลิก) ขจัด การแปรรูปเล็กน้อยที่เกิดจากกรรมวิธีทางความร้อนและปรับปรุงความเรียบของผิว การทำแลปปีง มากเกินพอ สามารถทำความเสียหายต่อโค้งอินโวลูตได้ ปกติความหยาบของผิวฟันอยู่ในช่วง 0.2-0.1 ไมโครเมตร ผลิตได้ถึงชั้นคุณภาพ AGMA15

## 2.8 ความคลาดเคลื่อนที่ยอมรับได้ (Tolerances)

ในการออกแบบให้สมรรถนะสูง ต้องการความคลาดเคลื่อนที่ยอมรับได้ซึ่งกำหนดโดย การทำงานของเฟือง ส่วนการออกแบบเฟืองทั่วไป ความคลาดเคลื่อนที่ยอมรับได้ตามปกติขึ้นอยู่กับ วิธีการผลิตในโรงงานเอง ตารางที่ 2.1 แสดงความคลาดเคลื่อนที่ยอมรับได้

ตารางที่ 2.1 ความคลาดเคลื่อนที่ยอมรับได้

ชั้น	ชั้นคุณภาพ	ความคลาดเคลื่อนที่ยอมรับได้ของ			ความคลาดเคลื่อน ในการกระทำ
		ระยะจุดศูนย์กลาง, C มิลลิเมตร			
	AGMA	25-150	150-300	300-600	e (มิลลิเมตร)
1. พาณิชย์	3-7	0.076	0.127	0.254	$e > 0.0508$
2. ความประณีตสูง	6-9	0.051	0.076	0.152	0.0254-0.0610
3. ความเที่ยงตรง	8-12	0.025	0.051	0.051	0.0127-0.0305
4. ความเที่ยงตรงสูงมาก	12-15	0.051	0.051	0.076	$e < 0.0127$

ชั้น 1 พาณิชย์ (Commercial) เป็นเฟืองที่ได้จากการตัดด้วยมิลลิ่ง ฮีบหรือการไส ความหยาบของผิวฟันระหว่าง 1.62-6.35 ไมโครเมตร ใช้สำหรับเครื่องจักรกลทั่วไป ความเร็วใช้งานต่ำ

$$V < 10 \text{ เมตร/วินาที}$$

ชั้น 2 เฟืองตัดด้วยความประณีตสูง (Gear Cut With Great Care) ตัดด้วยฮีบหรือตัดไส (อาจจะมีการชุดลอกและ/หรือแลปปีง) ความหยาบของผิวฟันระหว่าง 0.61-2.03 ไมโครเมตร ใช้สำหรับชิ้นส่วนเครื่องมือที่ต้องใช้ความระมัดระวังในการตรวจปรับค่า เครื่องใช้ภายในบ้าน ความเร็วใช้งานปานกลาง

$$V < 20 \text{ เมตร/วินาที}$$

ชั้น 3 ความเที่ยงตรง (Precision) ตัดด้วยฮีบหรือตัดไสแล้วชุดลอกและ/หรือเจียรใน แลปปีง ฯลฯ ความหยาบของผิวฟันระหว่าง 0.20-0.80 ไมโครเมตร ราคาแพง ใช้สำหรับชิ้นส่วน

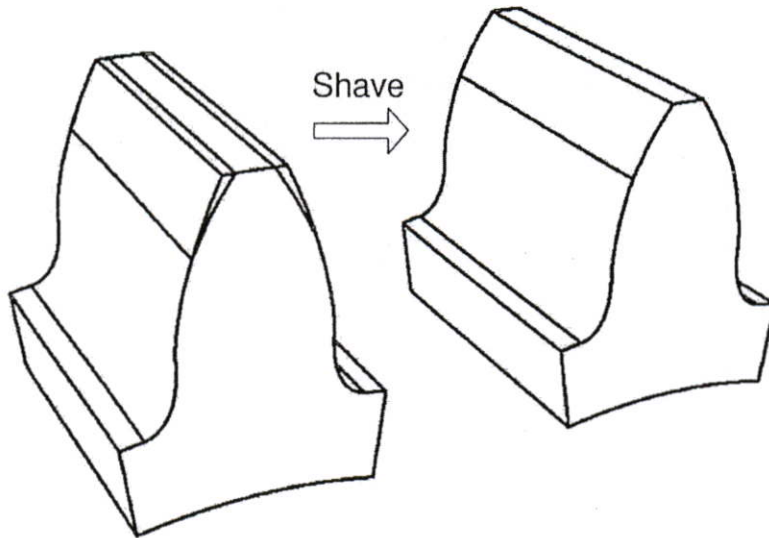
เครื่องมือกลที่ต้องใช้ความระมัดระวังในการตรวจปรับ กังหันไอน้ำและเครื่องบินต่ออากาศยาน  
ความเร็วในงานสูง

$$V < 100 \text{ เมตร/วินาที}$$

ขั้น 4 ความเที่ยงตรงสูง (Ultra precision) ตัดด้วยฮ็อบหรือตัดไสด้วยความประณีตสูงแล้ว  
ขูดลอกและเจียรระไนด้วยความประณีต ความหยาบของผิวพื้นระหว่าง 0.10-0.40 ไมโครเมตร ราคา  
แพงมาก ใช้สำหรับ Master Index Gear, Guidance System ความเร็วใช้งานสูงมาก

## 2.9 การปรับแต่งฟันเฟืองโดยวิธีเฉือนหน้าฟัน [10]

กระบวนการปรับแต่งฟันเฟืองที่นิยมแพร่หลายในวงการอุตสาหกรรมได้อธิบายและมีตัว  
แปรที่มีผลกระทบอย่างมากโดยเฉพาะต่อแรงพลวัต



รูปที่ 2.11 การปรับแต่งฟันเฟืองโดยวิธีเฉือนหน้าฟัน[10]

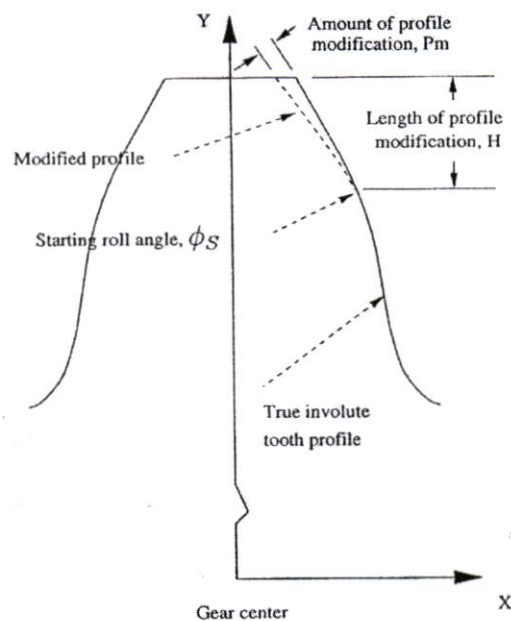
ในการปรับแต่งจะแบ่งได้เป็น 2 กรณี โดยทั่วไปที่พบในวงการอุตสาหกรรม กรณีแรก คือ  
การปรับแต่งโดยวิธีเฉือนหน้าฟันซึ่งจะทำการนำเนื้อวัสดุออกด้านข้างของฟันเฟืองทั้งสองข้างตาม  
แนวหน้าฟันเฟือง จนถึงด้านบนของฟันหรือด้านปลายฟัน และความยาวการปรับแต่ง (หรือมุม  
หมุนเริ่มต้น) ซึ่งแสดงในรูปที่ 2.11 ซึ่งผลรวมของการปรับแต่งและความยาวการปรับแต่ง(หรือมุม  
หมุนเริ่มต้น) ได้แสดงเห็นถึงตัวแปรสองตัวสำหรับการปรับแต่งโดยวิธีเฉือนหน้าฟัน ดังแสดงใน  
รูปที่ 2.12 ผลรวมของปลายฟันจะเป็นเชิงเส้น หรือพาราโบลา สำหรับการปรับแต่งโดยวิธีเฉือน  
หน้าฟัน ซึ่งมีผลอย่างมากในการทำงานของเฟืองที่ทำการปรับแต่ง ในการศึกษา การปรับแต่งฟัน  
โดยเป็นรูปแบบพาราโบลาโบลิกที่เลือกใช้ในการศึกษานี้ มีผลต่อการทำงานของภาระที่เกิดขึ้นใน  
ขอบเขตที่กว้างและ วัตถุประสงค์สูญเสีย ในการเปลี่ยนภาระที่กระทำ ผลรวมของการปรับแต่งปลาย

ฟันและความยาวในการปรับแต่ง กว่าเพียงกับการปรับแต่งเชิงเส้นถึงจุดปลาย จากรูปที่ 2.13 แสดงให้เห็นถึงรูปร่างการปรับแต่งฟันเพียงจากมุมหมุนเริ่มต้นจนถึงจุดปลาย ผลรวมของการปรับแต่งจนถึงจนปลาย  $P_{m_i}$  ที่ตำแหน่ง  $i$  ใดๆ โดยกำหนดได้จากสมการ

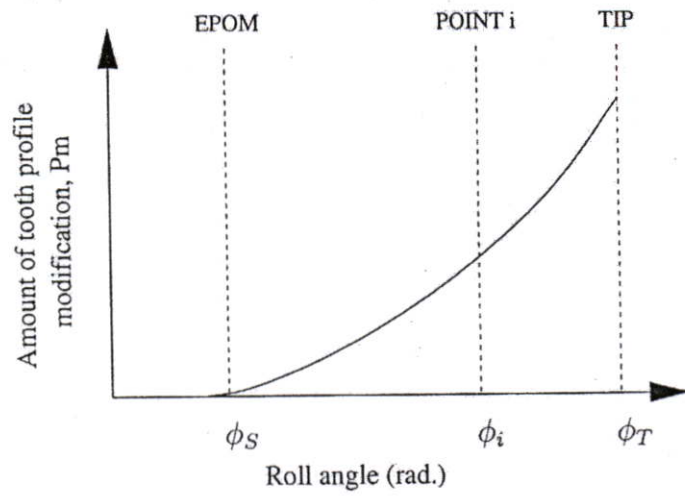
$$P_{m_i}(\phi) = P_m \left( \frac{\phi - \phi_S}{\phi_T - \phi_S} \right)^2 \quad (2.15)$$

เมื่อ  $P_m$  คือผลรวมของการปรับแต่งฟันเพียงที่จุดปลาย,  $\phi_T$  และ  $\phi_S$  คือมุมหมุนที่จุดปลายและจุดเริ่มต้นของการปรับแต่งฟันเพียงตามลำดับ

จากสมการที่ 2.15 นำมาซึ่งผลสรุปทำให้การส่งถ่ายที่ราบเรียบจากไม่ปรับแต่งอินโวลูต ถึงปรับแต่งอินโวลูต เครื่องหมายทางคณิตศาสตร์ จุดความชันที่  $\phi_S^+$  และ  $\phi_S^-$  มีค่าเท่ากัน



รูปที่ 2.12 การกำหนดค่าการปรับแต่งฟันเพียง[10]



รูปที่ 2.13 เส้นกราฟการปรับแต่งฟันที่มุมหมุนใดๆ[10]

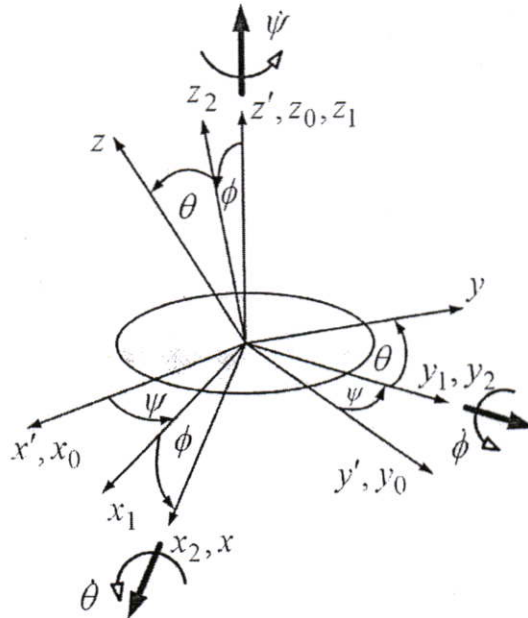
### บทที่ 3

## แบบจำลองทางพลศาสตร์ของระบบพื้นผิวดวง

### 3.1 บทนำ

วัตถุประสงค์ในบทนี้คือการพัฒนารูปแบบพลวัตของวัตถุแข็งเกร็งในสามทิศทางของการขบกันของพื้นผิวดวง ซึ่งแต่ละมวลของเฟืองยอมให้มีการส่งถ่ายและหมุน ในการพลิกหมุนของวัตถุใช้รูปแบบของ มุมออยเลอร์ (Euler Angle) ในสมการการเคลื่อนที่ได้แสดงในรูปของ ออยเลอร์-นิวตัน แรงสัมผัสระหว่างเฟืองเป็นการประมาณโดยใช้วิธี PISE [10] รวมทั้ง แรงหน่วง และแรงเสียดทานที่เพิ่มเข้าในรูปแบบของการเคลื่อนที่ รวมทั้งวิธีการอินทิเกรตเชิงตัวเลข โดยใช้วิธีลูกกวดตา นำมารวมในกระบวนการนี้ จากหลักการในรูปแบบนี้ยึดเอาไปทำการประยุกต์ในระบบเฟืองตรง ที่ไม่มีการปรับแต่งและปรับแต่งพื้นเพื่อทำการประเมินค่าแรงพลวัตที่พื้นเฟือง

### 3.2 การเคลื่อนที่เชิงมุมของวัตถุแข็งเกร็ง [10]



รูปที่ 3.1 แสดงมุมของออยเลอร์ Z-Y-X [10]

ในวิทยานิพนธ์นี้ ได้นำการกำหนดการเคลื่อนที่ของวัตถุโดย มุมของออยเลอร์ ซึ่งมุมออยเลอร์ได้แสดงดังในรูป (3.1) ที่มีมุม  $\varphi, \phi$  และ  $\theta$  แสดงการพลิกมุมในวัตถุที่มี 3 แกน  $x-y-z$  และเปลี่ยนไปเป็น  $x'-y'-z'$  ซึ่งขนานกับแนวแกนคงที่  $X-Y-Z$  และจุดเริ่มต้นคือจุดศูนย์กลางมวลของวัตถุ ซึ่งจะทำให้การแปลงค่าต่างๆ ในโคออดิเนตอยู่ในรูปเมตริกซ์ ในลำดับแรก

กำหนดให้โคออดิเนต  $x_0 - y_0 - z_0$  ซึ่งเริ่มต้นเท่ากับค่าโคออดิเนต  $x' - y' - z'$  การหมุนผ่านมุม  $\psi$  ของ  $z'$  ได้มาซึ่งระบบโคออดิเนต  $x_1 - y_1 - z_1$  ลำดับสอง การหมุนผ่านมุม  $\phi$  ของแกน  $y_1$  ได้มาซึ่งระบบโคออดิเนต  $x_2 - y_2 - z_2$  และลำดับสุดท้ายวัดดูองที่จะได้โคออดิเนต  $x - y - z$  ซึ่งได้มาโดยการหมุน  $\theta$  ของแกน  $x_2$  ของระบบโคออดิเนต  $x_2 - y_2 - z_2$  ซึ่งลำดับการเคลื่อนที่ที่สามารถเขียนแทนได้ด้วย เมตริกซ์การเคลื่อนที่มุมออยเลอร์ ที่  $X - Y - Z$  ซึ่งจะได้

$$[R] = [R_{\psi, \phi, \theta}] = [R_{\theta, x_2}] [R_{\phi, y_1}] [R_{\psi, z'}] \quad (3.1)$$

เมื่อ  $[R_{\psi, z'}]$ ,  $[R_{\phi, y_1}]$  และ  $[R_{\theta, x_2}]$  คือ เมตริกซ์การหมุนของ  $z'$ ,  $y_1$  และ  $x_2$  ตามลำดับและสามารถเขียนได้ดังนี้

$$[R_{\psi, z'}] = \begin{bmatrix} \cos(\psi) & \sin(\psi) & 0 \\ -\sin(\psi) & \cos(\psi) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (3.2)$$

$$[R_{\phi, y_1}] = \begin{bmatrix} \cos(\phi) & 0 & -\sin(\phi) \\ 0 & 1 & 0 \\ \sin(\phi) & 0 & \cos(\phi) \end{bmatrix} \quad (3.3)$$

$$[R_{\theta, x_2}] = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos(\theta) & \sin(\theta) \\ 0 & -\sin(\theta) & \cos(\theta) \end{bmatrix} \quad (3.4)$$

จากสมการที่ (3.2), (3.3) และ (3.4) แทนในสมการที่ (3.1) จะได้

$$[R] = \begin{bmatrix} C(\psi)C(\phi) & S(\psi)C(\phi) & -S(\phi) \\ -S(\psi)C(\theta) + C(\psi)S(\phi)S(\theta) & C(\psi)C(\theta) + S(\psi)S(\phi)S(\theta) & C(\phi)S(\theta) \\ S(\psi)S(\theta) + C(\psi)S(\phi)C(\theta) & -C(\psi)S(\theta) + S(\psi)S(\phi)C(\theta) & C(\phi)C(\theta) \end{bmatrix} \quad (3.5)$$

$$\begin{aligned} \text{เมื่อ } C(\psi) &= \cos(\psi), \quad S(\psi) = \sin(\psi) \\ C(\phi) &= \cos(\phi), \quad S(\phi) = \sin(\phi) \\ C(\theta) &= \cos(\theta), \quad S(\theta) = \sin(\theta) \end{aligned} \quad (3.6)$$

ส่วนหนึ่งลำดับมุมที่เลือกมาอธิบายการพลิกหมุนของวัตถุ ในลำดับต่อไปจะแสดงถึงความเร็วเชิงมุมสมบูรณ์  $\vec{\omega}^B$  ของวัตถุ ความเร็วเชิงมุมสมบูรณ์ของวัตถุสามารถแทนค่าด้วยผลรวมความเร็วเชิงมุมของทุกแกน

$$\vec{\omega}^B = \dot{\psi}\vec{z}_1 + \dot{\phi}\vec{y}_2 + \dot{\theta}\vec{x} \quad (3.7)$$

เมื่อ  $\dot{\psi}$ ,  $\dot{\phi}$  และ  $\dot{\theta}$  คือการหมุนของแกน  $z_1, y_2$  และ  $x$  โดยกำหนดคั่งรูป (3.1) เราสามารถเขียนในรูปเวกเตอร์หนึ่งหน่วย  $\vec{z}_1$  ในรูปโคออดิเนตเวกเตอร์ยึดแน่นในแนว  $x-y-z$  ดังนี้

$$\vec{z}_1 = \cos(\phi)\vec{z}_2 - \sin(\phi)\vec{x}_2 = \cos(\phi)\vec{z}_2 - \sin(\phi)\vec{x}$$

แต่  $\vec{z}_2 = \cos(\theta)\vec{z} + \sin(\theta)\vec{y}$

แทนค่าในสมการก่อนหน้า จะได้

$$\vec{z}_1 = \cos(\phi)[\cos(\theta)\vec{z} + \sin(\theta)\vec{y}] - \sin(\phi)\vec{x} \quad (3.8)$$

จากรูป 3.1 จะได้ว่า

$$\vec{y}_2 = \cos(\theta)\vec{y} - \sin(\theta)\vec{z} \quad (3.9)$$

ทำการแทนค่าสมการที่ (3.8) และ (3.9) ลงในสมการที่ (3.7) จะได้ความเร็วเชิงมุมสมบูรณ์ดังนี้

$$\vec{\omega}^B = (\dot{\theta} - \dot{\psi}\sin(\phi))\vec{x} + (\dot{\psi}\cos(\phi)\sin(\theta) + \dot{\phi}\cos(\theta))\vec{y} + (\dot{\psi}\cos(\phi)\cos(\theta) - \dot{\phi}\sin(\theta))\vec{z} \quad (3.10)$$

เขียนในรูปเมตริกซ์ จะได้

$$\vec{\omega}^B = \begin{Bmatrix} \omega_x \\ \omega_y \\ \omega_z \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \dot{\theta} - \dot{\psi}\sin(\phi) \\ \dot{\psi}\cos(\phi)\sin(\theta) + \dot{\phi}\cos(\theta) \\ \dot{\psi}\cos(\phi)\cos(\theta) - \dot{\phi}\sin(\theta) \end{Bmatrix} \quad (3.11)$$

หรือสามารถเขียนได้อีกรูปแบบ คือ

$$\vec{\omega}^B = \begin{bmatrix} -\sin(\phi) & 0 & 1 \\ \cos(\phi)\sin(\theta) & \cos(\theta) & 0 \\ \cos(\phi)\cos(\theta) & -\sin(\theta) & 0 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{\psi} \\ \dot{\phi} \\ \dot{\theta} \end{Bmatrix} = [B]\{\dot{\Lambda}\} \quad (3.12)$$

เมื่อ  $\dot{\Lambda}$  คืออนุพันธ์อันดับหนึ่งของมุมออยเลอร์  $\{\dot{\psi}, \dot{\phi}, \dot{\theta}\}^T$  โดยทำการ คิฟ สมการ (3.12) ความเร่ง  
สมบูรณ์  $\dot{\omega}^B$  ที่ได้คือ

$$\dot{\omega}^B = \{\dot{\omega}^B\} = [\dot{B}]\{\dot{\Lambda}\} + [B]\{\ddot{\Lambda}\} \quad (3.13)$$

เมื่อ  $\ddot{\Lambda}$  คืออนุพันธ์อันดับสองของมุมออยเลอร์  $\{\ddot{\psi}, \ddot{\phi}, \ddot{\theta}\}^T$  ซึ่งสามารถเขียนให้อยู่ในรูปอนุพันธ์อันดับสองของมุมออยเลอร์ จะได้

$$\{\ddot{\Lambda}\} = \begin{Bmatrix} \ddot{\psi} \\ \ddot{\phi} \\ \ddot{\theta} \end{Bmatrix} = [B]^{-1} [\{\dot{\omega}^B\} - [\dot{B}]\{\dot{\Lambda}\}] \quad (3.14)$$

เมื่อ

$$[\dot{B}] = \begin{bmatrix} -\dot{\phi}\cos(\phi) & 0 & 0 \\ -\dot{\phi}\sin(\phi)\sin(\theta) + \dot{\theta}\cos(\phi)\cos(\theta) & -\dot{\theta}\sin(\theta) & 0 \\ -\dot{\phi}\sin(\phi)\cos(\theta) - \dot{\theta}\cos(\phi)\sin(\theta) & -\dot{\theta}\cos(\theta) & 0 \end{bmatrix} \quad (3.15)$$

### 3.3 แรงพลวัตของวัตถุแข็งเกร็ง

สมการเวกเตอร์พื้นฐานได้แสดงถึงการเคลื่อนที่โดยทั่วไปของวัตถุดังต่อไปนี้ สำหรับการส่งถ่ายการเคลื่อนที่ของจุดศูนย์กลางมวลจะได้

$$\vec{F}^{ext} = m\vec{a}_{cm} \quad (3.16)$$

สำหรับเคลื่อนที่แบบหมุนของวัตถุจะได้

$$\vec{M}_{CM}^{ext} = ([I_{CM}] \dot{\vec{\omega}}^B)_{xyz} + \vec{\Omega} \times [I_{CM}] \vec{\omega}^B \quad (3.17)$$

เมื่อ

$\vec{a}_{CM}$  คือ ความเร่งเชิงเส้นที่จุดศูนย์กลางมวลของวัตถุ

$\vec{F}^{ext}$  คือ ผลรวมของแรงภายนอกที่กระทำกับวัตถุ

$\vec{\Omega}$  คือ ความเร็วเชิงมุมสมบูรณ์ของแกน  $x-y-z$

$\vec{\omega}^B$  คือ ความเร็วเชิงมุมสมบูรณ์ของวัตถุ

$[I_{CM}]$  คือ โมเมนต์เฉื่อยมวลและผลของความเฉื่อยของวัตถุ วัดกับแกน  $x-y-z$  และจุดเริ่มของแกนที่บริเวณจุดศูนย์กลางมวล

$\vec{M}_{CM}^{ext}$  คือ ผลรวมของโมเมนต์ รอบจุดศูนย์กลางมวล ที่กระทำกับวัตถุ

ในเทอมของ  $(\ )_{xyz}$  ซึ่งถึงการวัดอ้างอิงถึงแกน  $x-y-z$  ถ้า แกน  $x-y-z$  บิดคงที่ ดังนั้น  $\vec{\Omega} = \dot{\vec{\omega}}^B$

และสมการที่ (3.17) จะได้

$$\vec{M}_{CM}^{ext} = [I_{CM}] \dot{\vec{\omega}}^B + \vec{\omega}^B \times [I_{CM}] \vec{\omega}^B \quad (3.18)$$

หรือทำการเขียนใหม่จะได้

$$\dot{\vec{\omega}}^B = [I_{CM}]^{-1} [\vec{M}_{CM}^{ext} - \vec{\omega}^B \times [I_{CM}] \vec{\omega}^B] \quad (3.19)$$

แทนสมการ (3.19) ลงในสมการที่ (3.14) จะได้

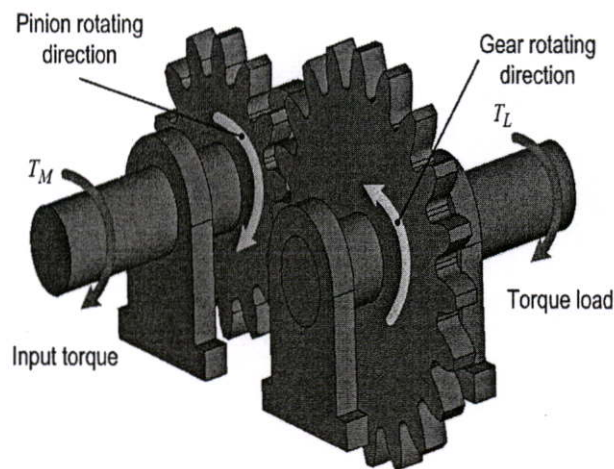
$$\{\ddot{\Lambda}\} = [B]^{-1} [[I_{CM}]^{-1} [\vec{M}_{CM}^{ext} - \vec{\omega}^B \times [I_{CM}] \vec{\omega}^B] - [\dot{B}]\{\dot{\Lambda}\}] \quad (3.20)$$

การใช้สมการ (3.20) เป็นรูปแบบในระบบแกน โคออดิเนต  $x-y-z$  พจน์ทางซ้ายมือของสมการเป็นอนุพันธ์อันดับสองของมุมออยเลอร์ อย่างไรก็ตาม เราสามารถอินทิเกรตสมการนี้เพื่อหาขนาด

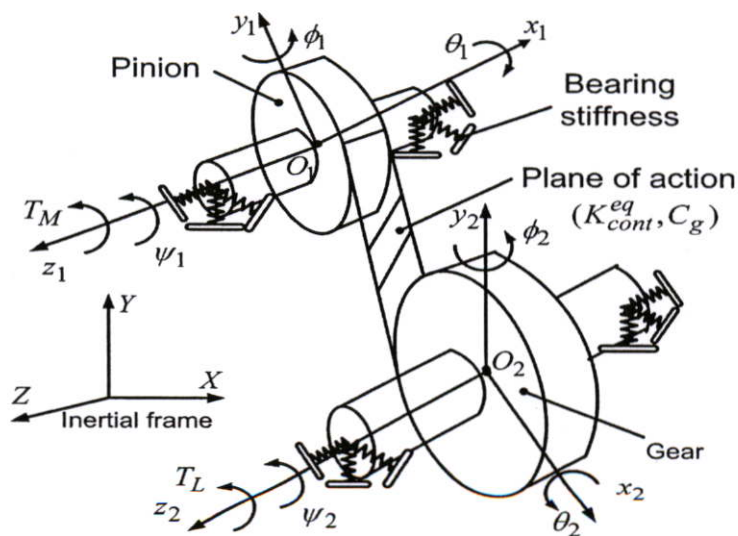
แรงที่เกิดขึ้น และสภาวะเริ่มต้น เช่น แรงภายนอก, โมเมนต์ภายนอก, ตำแหน่ง, ความเร็ว, ความเร่ง, และคุณสมบัติของความเฉื่อย สามารถอินทิเกรตสมการนี้ในการทำนายตำแหน่งและความเร็วที่เวลาถัดไป

### 3.4 แบบจำลองแรงพลวัตของระบบเฟือง[10]

พิจารณาถึงกายภาพในปัจจุบัน ของรูปแบบการขบกันของระบบเฟืองตรง ดังแสดงในรูป (3.2) เพลาขับแข็งเกร็งรองรับภาระที่ส่งแรงบิด  $T_M$  และรองรับโดยแบร็ง ที่ต่อกับเฟืองขับในระบบเฟือง



รูปที่ 3.2 การขบกันของฟันเฟืองตรง



รูปที่ 3.3 สัญลักษณ์ที่ใช้แทนในระบบเฟืองตรง

สมการเคลื่อนที่เบื้องต้น และสภาวะเริ่มต้น ดังเช่น แรงภายนอก โมเมนต์ภายนอก ตำแหน่งความเร็ว ความเร่ง และคุณสมบัติภายใน ซึ่งสามารถอินทิเกรต สมการเหล่านี้ เพื่อทำนาย ตำแหน่งและความเร็ว ในช่วงเวลาต่อไป ดังนั้น เราประยุกต์สมการ (3.16) และสมการ (3.20) ของ เฟืองขับ และเฟืองตาม ตามข้อสมมุติฐาน

1. แรง ที่กระทำเฟืองทั้งสอง จะมีแรงกระทำจากแบร์ริง การกระแทก การสัมผัสและแรงเสียดทาน ที่จุดสัมผัสบนพื้นผิวฟันเฟือง
2. แรงกระแทก คืออ้างอิงจากข้อแตกต่างของความเร็วเชิงมุมของแกน  $z_1$  และ  $z_2$  ของเฟืองขับและเฟืองตาม
3. ความเร็วลื่นไถล ซึ่งอ้างอิงความเร็วแตกต่างของระนาบที่อยู่คนละมุมตั้งแต่ความเร็วเชิงมุมในแกนเฟือง ที่มีอิทธิพลต่อส่วนประกอบ ความเร็วเชิงมุมส่วนที่เหลือ
4. แรงกระแทกและแรงเสียดทานที่ปกติและเป็นมุมที่พื้นผิวสัมผัสเริ่มต้น (ก่อนการเปลี่ยนแปลง) ที่จุดสัมผัส
5. แรงสัมผัส สมมุติฐาน โดยวิธี PISE ซึ่งปกติที่พื้นผิวสัมผัสจุดเริ่มต้น

ซึ่งสมมุติฐานเบื้องต้น แรงที่กระทำบนเฟืองขับและเฟืองตาม สามารถเขียนตามได้ ดังนี้

โดยตัวห้อย 1 และ 2 แทนเฟืองขับและเฟืองตาม

แรงสัมผัส

$$\vec{F}_{cont_1} = -F_{cont} \vec{n}_1 \quad (3.21)$$

$$\vec{F}_{cont_2} = -F_{cont} \vec{n}_2 \quad (3.22)$$

เมื่อ  $F_{cont}$  คือ ขนาดของแรงสัมผัสซึ่งประเมินจากวิธี PISE [15] และ  $\vec{n}_1, \vec{n}_2$  คือ เวกเตอร์ปกติของพื้นผิวที่จุดขบกันของฟันเฟืองตามลำดับ

แรงกระแทก

$$\vec{F}_{d_1} = C_g (\dot{\psi}_1 - \dot{\psi}_2) \vec{n}_1 \quad (3.23)$$

$$\vec{F}_{d_2} = -\vec{F}_{d_1} \quad (3.24)$$

ผลกระทบของการกระแทก ของการขบกันของเฟืองได้จาก

$$C_g = 2\xi \left[ \frac{K_{cont}^{eq} R_{b_1}^2 R_{b_2}^2 I_{z_1} I_{z_2}}{R_{b_1}^2 I_{z_1} + R_{b_2}^2 I_{z_2}} \right]^{1/2} \quad (3.25)$$

เมื่อ

- $\xi$  คือ อัตราส่วนการกระแทก  
 $K_{cont}^{eq}$  คือ ความยืดหยุ่นเทียบเท่าของการขบกัน[15]  
 $R_{b_1}$  คือ รัศมีวงกลมฐานของเฟืองขับ  
 $R_{b_2}$  คือ รัศมีวงกลมฐานของเฟืองตาม  
 $I_{z_1}$  คือ โมเมนต์ความเฉื่อยเชิงมวลของเฟืองขับ  
 $I_{z_2}$  คือ โมเมนต์ความเฉื่อยเชิงมวลของเฟืองตาม

จากการวัดค่ารายงานจากการวิจัย [4] ค่า  $\xi$  มีค่าระหว่าง 0.3 ถึง 0.17

แรงเสียดทาน

$$\vec{F}_{f_1} = \text{sign}(\vec{V}_s) \mu (|\vec{F}_{cont_1} + \vec{F}_{d_1}|) \vec{F}_1 \quad (3.26)$$

$$\vec{F}_{f_2} = -\vec{F}_{f_1} \quad (3.27)$$

ทิศทางของแรงเสียดทานกำหนดโดยเครื่องหมายของความแตกต่างของความเร็ว ของเฟืองขับ และเฟืองตาม ที่จุดขบกัน และเวกเตอร์ทิศทางพื้นผิวสัมผัส  $\vec{i}_1$  และ  $\vec{i}_2$  ค่าสัมประสิทธิ์แรงเสียดทาน  $\mu$  หาได้จาก [2]

$$\mu = 0.05e^{-0.125|\vec{V}_s|} + 0.002\sqrt{|\vec{V}_s|} \quad (3.28)$$

เมื่อ  $\vec{V}_s$  คือเวกเตอร์ของความเร็วลื่นไหล วัดในหน่วย in/sec ที่จุดขบกัน

แรงกระทำแบริง

$$\vec{F}_{K_1} = -K_{x_1} \delta_{x_1} \vec{i}_1 - K_{y_1} \delta_{y_1} \vec{j}_1 - K_{z_1} \delta_{z_1} \vec{k}_1 \quad (3.29)$$

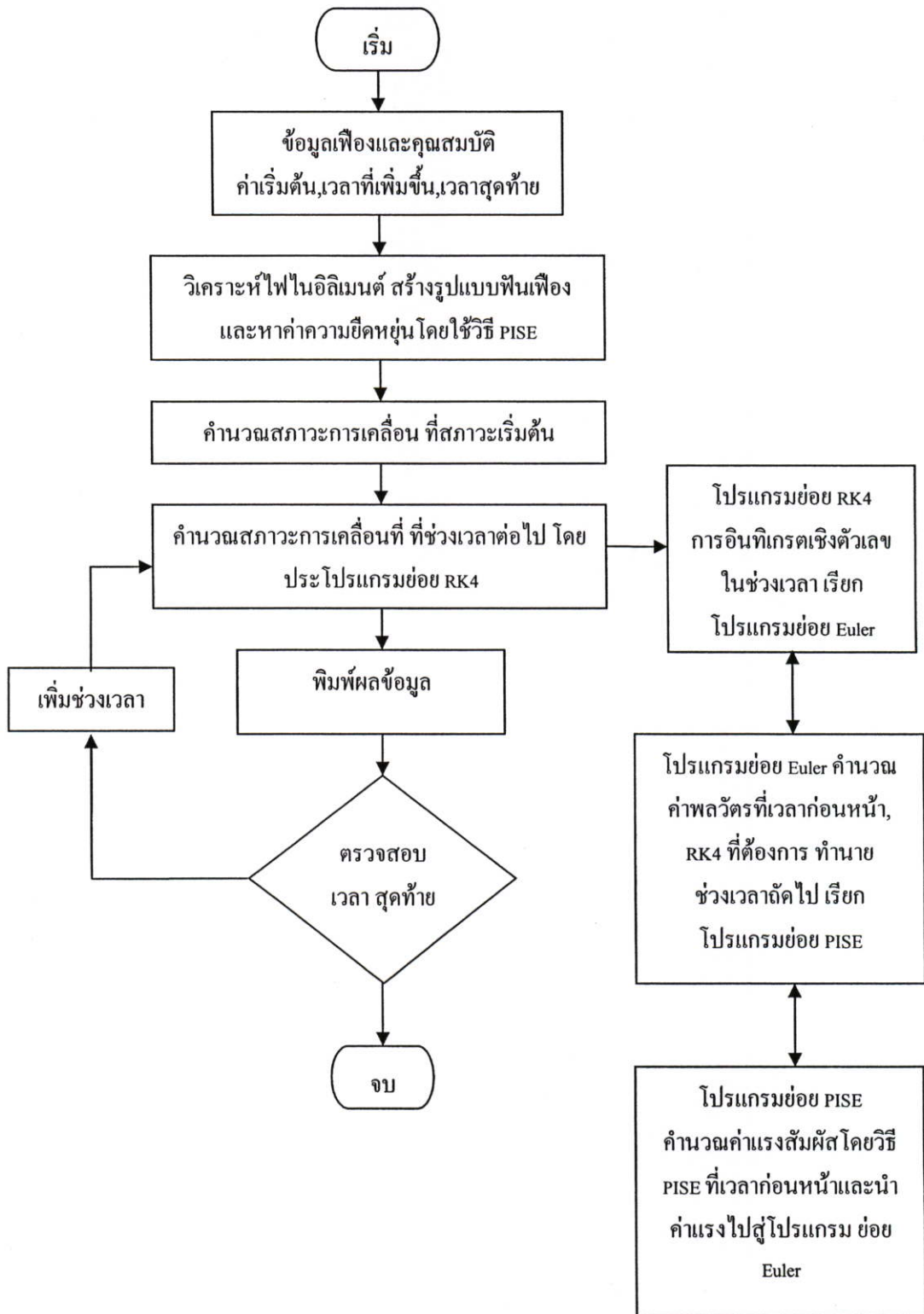
$$\vec{F}_{K_2} = -K_{x_2} \delta_{x_2} \vec{i}_2 - K_{y_2} \delta_{y_2} \vec{j}_2 - K_{z_2} \delta_{z_2} \vec{k}_2 \quad (3.30)$$

$K_x, K_y$  และ  $K_z$  คือค่าสัมประสิทธิ์ความยืดหยุ่นของสปริงในทิศทาง  $x, y$  และ  $z$  ซึ่ง  $\delta_x, \delta_y$  และ  $\delta_z$  คือระยะยืดของสปริงในทิศทาง  $x, y$  และ  $z$  เวกเตอร์  $\vec{i}, \vec{j}$  และ  $\vec{k}$  คือเวกเตอร์หนึ่งหน่วยของแกน  $x-y-z$  หลังจากู้แรงเบื้องต้น โมเมนต์ที่เกิดโดยแรงเหล่านี้ สามารถประเมินอย่างง่ายโดยข้ามตำแหน่งเวกเตอร์ กับ แรงเวกเตอร์

### 3.5 ขั้นตอนในการคำนวณแรงพลวัตในระบบเฟืองตรง

กระบวนการคำนวณ โดยรวมทั้งหมดดังแสดงในรูปที่ 3.4 สามารถอธิบายได้ดังนี้

1. กระบวนการเริ่มต้น ของโปรแกรมย่อย INPUT ซึ่งเป็นการป้อนค่าทั้งหมดของฟันเฟือง คุณสมบัติของวัสดุ และสภาวะการทำงาน เช่น ความเร็ว และ ภาระที่กระทำ
2. โปรแกรมสร้าง ไฟล์ข้อมูลในการวิเคราะห์ไฟไนต์เอลิเมนต์ และยอมรับไฟล์ ABAQUS ในการวิเคราะห์ค่าการบิดตัวของฟันเฟือง โปรแกรมใช้ข้อมูลในการหาค่าความยืดหยุ่นของฟันเฟืองหนึ่งตัว
3. โปรแกรมคำนวณค่าปริมาณแรงพลวัตเริ่มต้น ซึ่งสามารถใช้วิธีการ อินทิเกรตเชิงตัวเลข
4. การอินทิเกรตเชิงตัวเลขของสมการเริ่ม และลอง ในการทำนายปริมาณแรงพลวัตที่เกิด ในเวลาต่อไป ในระหว่างดำเนินการ ทำตามขั้นตอนในโปรแกรมย่อยให้สำเร็จ
5. โปรแกรมย่อย RK4 เป็นวิธีการอินทิเกรตเชิงตัวเลข
6. โปรแกรมย่อย EULER เป็นการเรียก ค่าโดย RK4 ในการประเมินความเร่งที่เวลาต่างๆ
7. โปรแกรมย่อย PISE เป็นการนำมาโดย EULER ถึงการหาค่าแรงสัมผัส ที่ตำแหน่งเวลาต่างๆ ของระบบเฟือง



รูปที่ 3.4 แสดงกระบวนการการคำนวณแรงพลวัต

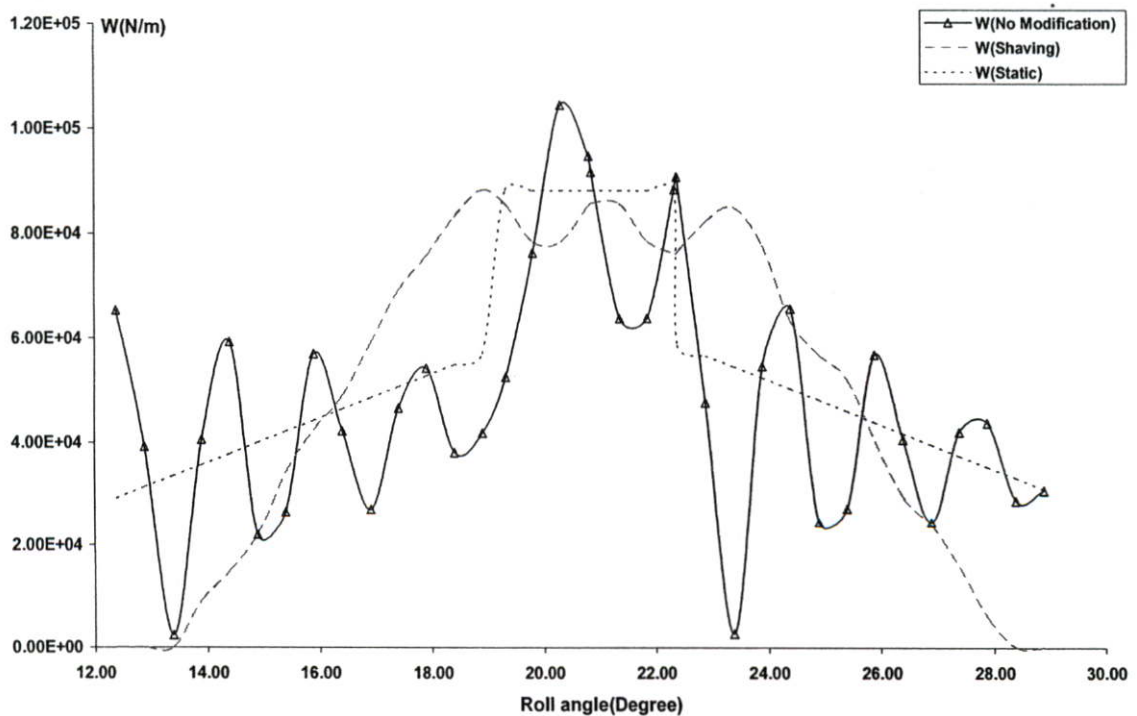
### 3.6 ผลการทดลอง

ตารางที่ 3.1 แสดงคุณสมบัติของเฟืองตรง

โมดูล (มม.)	3.175
จำนวนฟันของเฟืองขับ,เฟืองตาม (มม.)	36,36
มุมกด (องศา)	20
โมดูลัสความยืดหยุ่น (นิวตัน/เมตร)	$207 \times 10^9$
อัตราส่วนปัวซอง	0.3
แรงบิด (นิวตัน.เมตร)	112.98
ความกว้างหน้าฟัน (มม.)	25.4

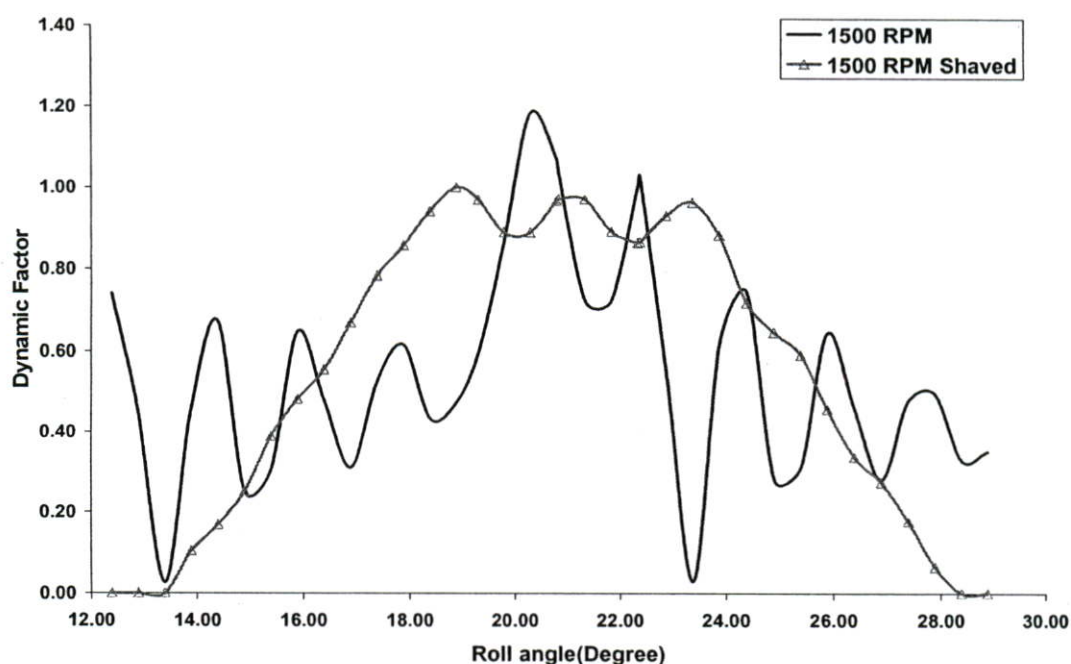
ตารางที่ 3.2 แสดงค่าการปรับแต่งฟันเฟืองตรง

เฟืองขับ	$P_{m1}$ (in)	$3.67 \times 10^{-4}$
	$\phi_{S1}$ (rad)	0.36397
เฟืองตาม	$P_{m1}$ (in)	$3.67 \times 10^{-4}$
	$\phi_{S1}$ (rad)	0.36397



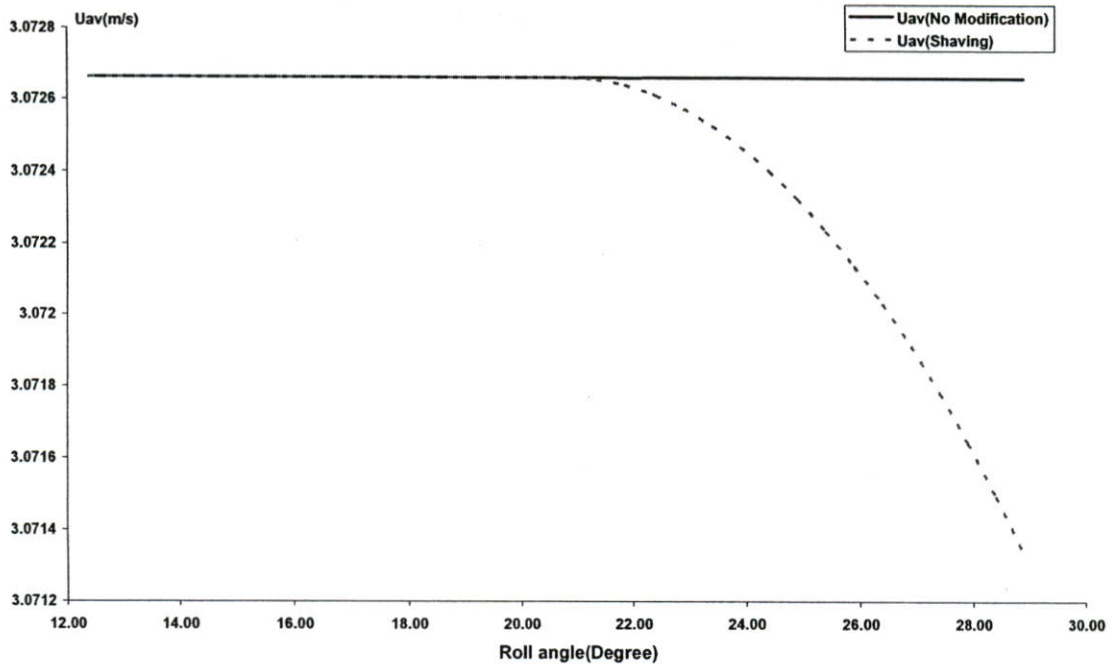
รูปที่ 3.5 แสดงแรงพลวัตที่ความเร็วรอบ 1,500 รอบต่อนาที

จากรูปที่ 3.5 แสดงถึงการเกิดแรงพลวัตกระทำต่อหน้าฟันที่ตำแหน่งมุมหมุนต่างๆ จากรูปจะเห็นว่าแรงที่กระทำต่อหน้าฟันเพียง 3 แรงคือ แรงพลวัตที่ไม่มีการปรับแต่งฟันเพียง แรงพลวัตที่มีการปรับแต่งฟันเพียง และ แรงสถิต(Static) ซึ่ง แรงพลวัตที่กระทำต่อหน้าฟัน ในกรณีที่ไม่มีการปรับแต่งจะมีการสวิงขึ้นลง ในทุกๆ ช่วงของมุมหมุน ส่วนแรงพลวัตในกรณีที่มีการปรับแต่งฟันจะพบว่าค่อยๆ เพิ่มขึ้นในช่วงมุมหมุนที่ 13 จนถึง 19 องศา และจะมีการสวิงเล็กน้อย ในช่วงที่ฟันเพียงมีการขบกัน หนึ่งคู่ฟันเพียง (มุมหมุนที่ 19 ถึง 23 องศา) และจะค่อยๆ ลดลง



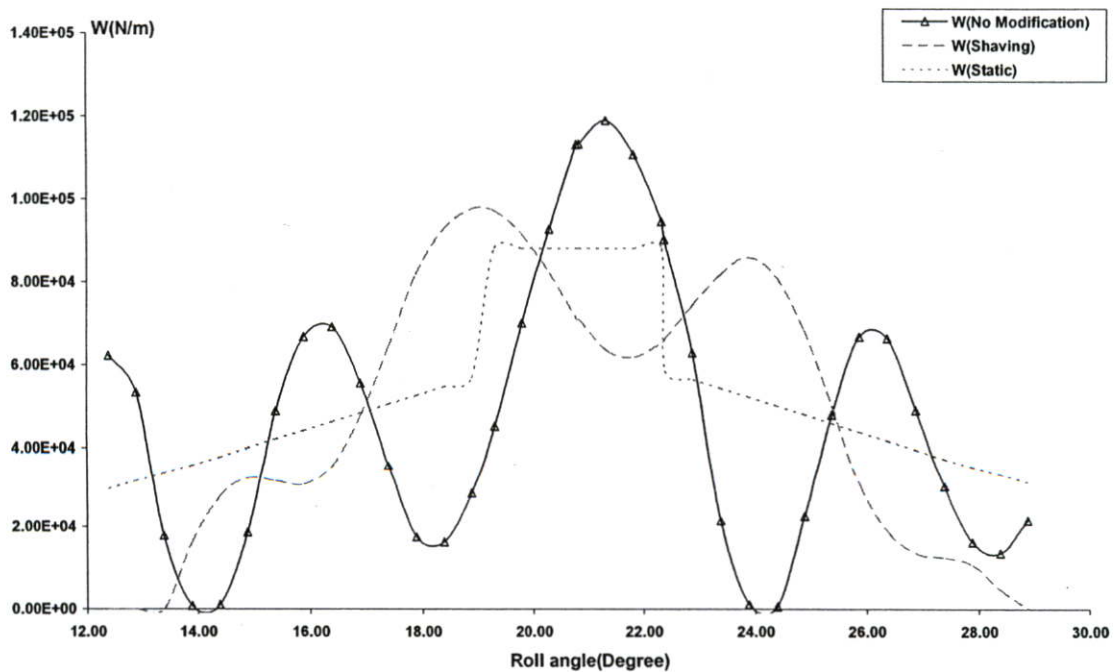
รูปที่ 3.6 แสดงค่า Dynamic Factor ที่ความเร็วรอบ 1,500 รอบต่อนาที

จากรูปที่ 3.6 แสดงค่า Dynamic Factor ( $\text{Dynamic Factor} = \text{Dynamic Force} / \text{Static Force}$ ) ของแรงที่กระทำต่อฟันเพียงตรงในกรณีที่ไม่มีการปรับแต่งฟันเพียงและกรณีที่มีการปรับแต่งฟันเพียง ซึ่งจากรูปจะเห็นได้ว่าการปรับแต่งฟันเพียงมีผลทำให้การสวิงของค่า Dynamic Factor น้อยลงโดยมีค่าค่อยๆ เพิ่มขึ้น (ในช่วงที่มีการขบกัน 2 คู่ฟันเพียง) จนถึงช่วงที่มีการขบกัน 1 คู่ฟันเพียง ค่า Dynamic Factor จะมีค่าสวิงเล็กน้อย และค่อยๆ ลดลง จากรูป 3.6 จะเห็นได้ว่า ฟันเพียงที่ไม่ปรับแต่ง ค่า Dynamic Factor จะมีค่าสูงสุดประมาณ 1.20 ในช่วงที่มีการขบกัน 1 คู่ฟันเพียง ที่มุมหมุนประมาณ 21 องศา แต่เมื่อทำการปรับแต่งฟันเพียง จะมีค่า ค่า Dynamic Factor ลดลงเป็นประมาณ 1.00 ที่มุมหมุนประมาณ 19 องศา



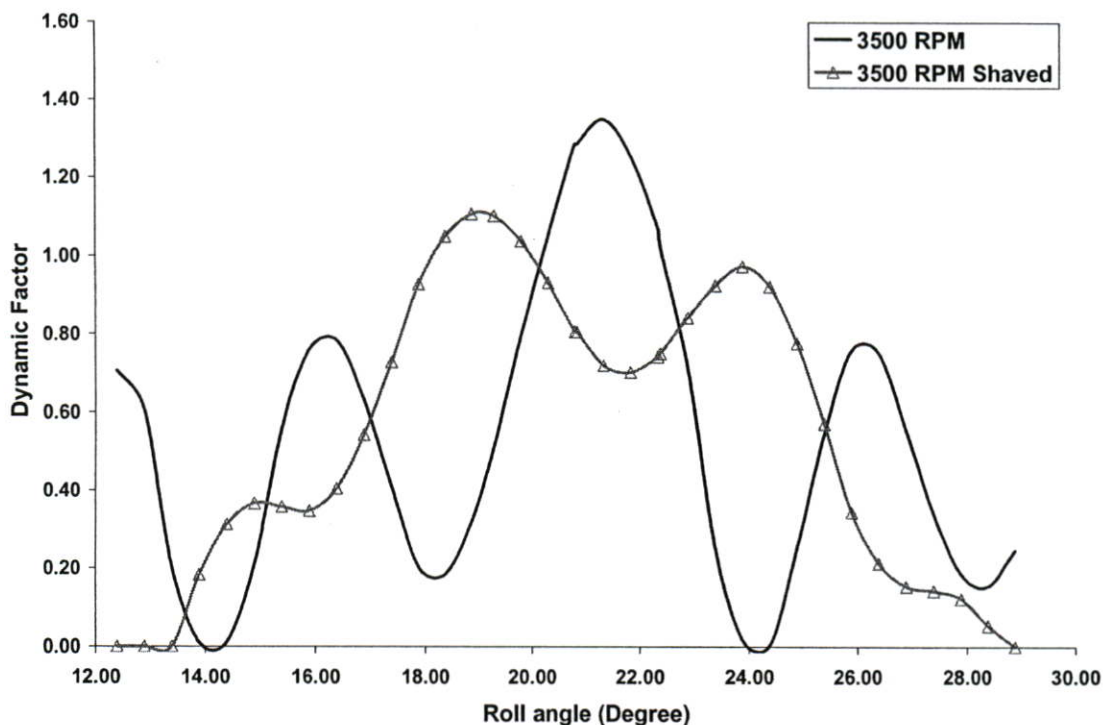
รูปที่ 3.7 แสดงความเร็วเฉลี่ย 1,500 รอบต่อนาที

จากรูปที่ 3.7 แสดงถึงความเร็วเฉลี่ยของฟันเฟืองตรงที่มีการปรับแต่งฟันเฟือง และไม่มี การปรับแต่ง จะเห็นได้ว่า ในช่วงที่ไม่มีมีการปรับแต่ง ความเร็วเฉลี่ยมีค่าประมาณ 3 เมตรต่อวินาที แต่เมื่ออยู่ในช่วงการเลือนหน้าฟัน ความเร็วเฉลี่ยที่เกิดขึ้นจะมีค่าลดลง นั่นแสดงว่าความเร็วในการ เข้าสัมผัสกันของฟันเฟืองตรง ที่มีการปรับแต่งจะมีความเร็วที่น้อยกว่า ความเร็วของฟันเฟืองที่ไม่ ปรับแต่ง



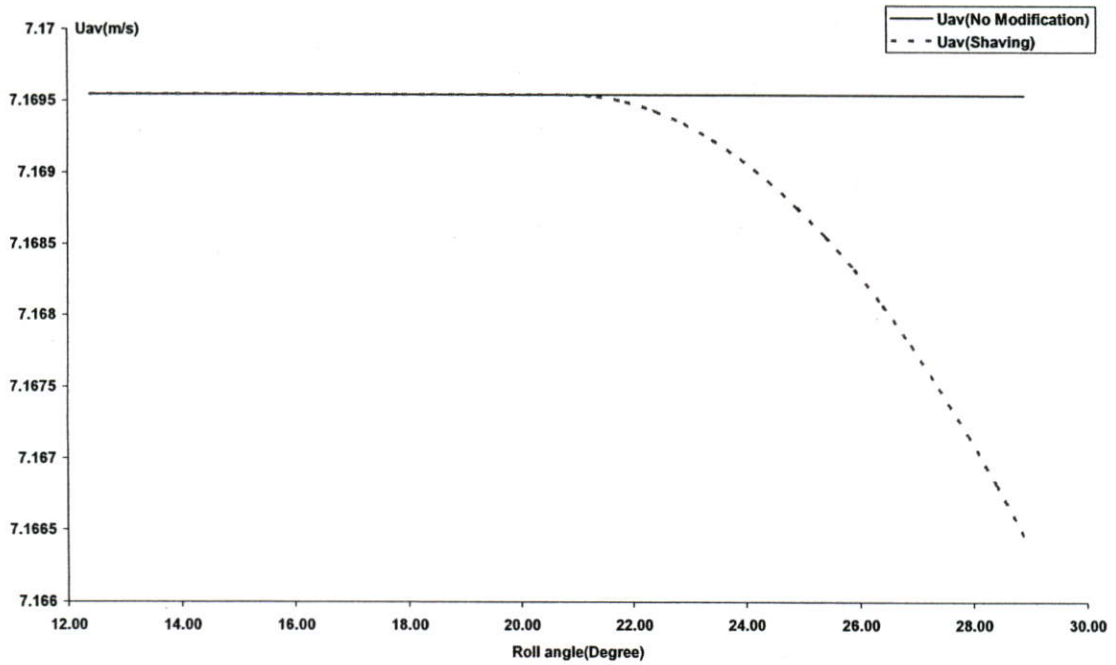
รูปที่ 3.8 แสดง แรงพลวัตที่ความเร็วรอบ 3,500 รอบต่อนาที

จากรูปที่ 3.8 แสดงถึงแรงพลวัตที่กระทำต่อหน้าฟันเฟืองที่ความเร็วรอบ 3,500 รอบต่อนาที จะเห็นได้ว่า แรงพลวัตที่เกิดขึ้นในกรณีที่มีการปรับแต่งฟันเฟือง แรงพลวัตที่เกิดขึ้นมีค่าน้อยกว่า แรงพลวัตที่เกิดขึ้นในกรณีที่ไม่ปรับแต่งฟันเฟือง ซึ่งจากรูปที่ 3.8 แรงพลวัตสูงสุดในกรณีที่ไม่ปรับแต่งฟันเฟืองจะเกิดในช่วงที่ฟันเฟืองมีการขบกัน 1 คู่ฟันเฟือง



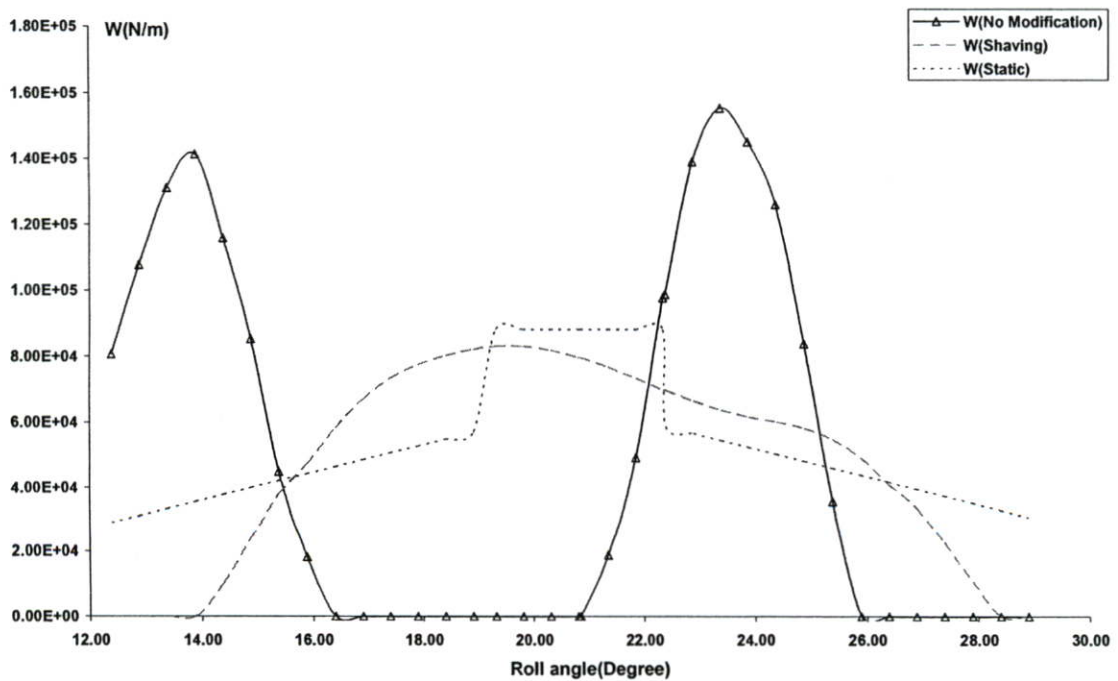
รูปที่ 3.9 แสดงค่า Dynamic Factor ที่ความเร็วรอบ 3,500 รอบต่อนาที

จากรูปที่ 3.9 แสดงค่า Dynamic Factor ของฟันเฟืองตรงที่ไม่มีการปรับแต่ง และที่ปรับแต่งฟันเฟือง จะเห็นได้ว่าค่า Dynamic Factor สูงสุดเกิดขึ้นในกรณีที่ไม่ปรับแต่งฟันเฟือง และมีค่าสูงสุดอยู่ในช่วง ที่ฟันเฟืองมีการขบกัน 1 คู่ฟันเฟือง ที่ประมาณ 1.40 มุมหมุนที่ประมาณ 21 องศา แต่เมื่อทำการปรับแต่งฟันเฟืองค่า Dynamic Factor จะมีค่าลดลงที่ประมาณ 1.20 นั้นแสดงว่า เมื่อปรับแต่งฟันเฟือง แรงที่กระทำต่อฟันเฟืองจะมีค่าลดลง



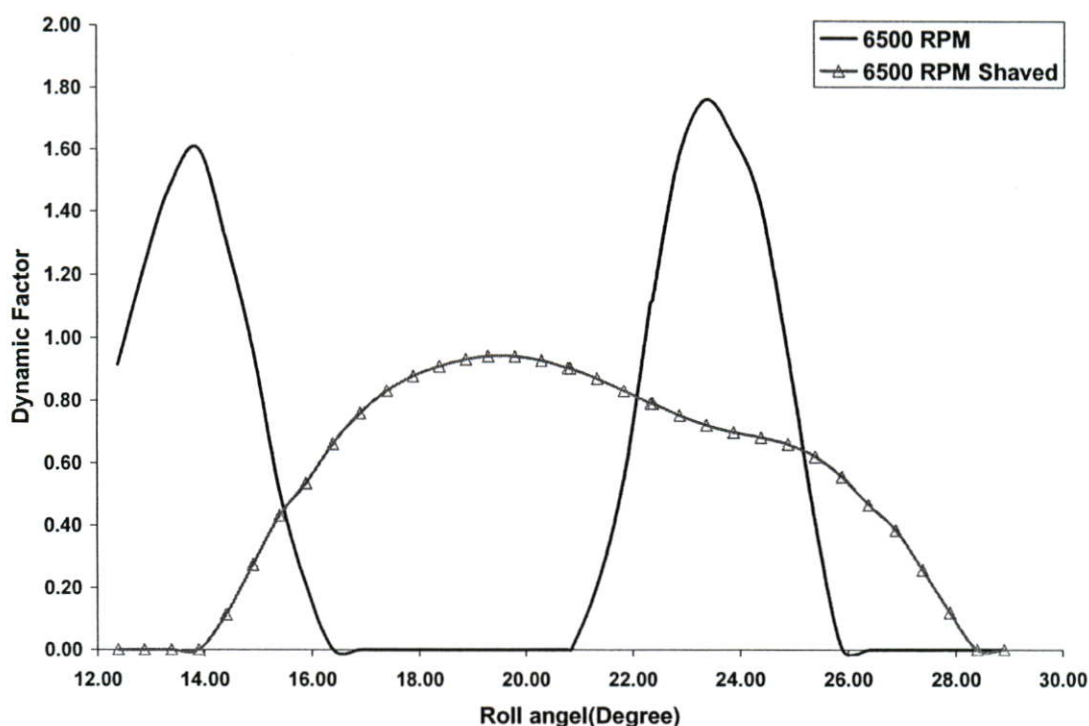
รูปที่ 3.10 แสดงความเร็วเฉลี่ย 3,500 รอบต่อนาที

จากรูปที่ 3.10 แสดงความเร็วเฉลี่ยที่เกิดขึ้นระหว่างฟันเฟืองที่มีการปรับแต่งฟันและไม่มี การปรับแต่ง จะเห็นว่า ในกรณีที่ไม่มีการปรับแต่งความเร็วเฉลี่ยประมาณ 7.2 เมตรต่อวินาที แต่ ในช่วงที่มีการปรับแต่งฟันเฟือง จะเห็นได้ว่า ความเร็วเฉลี่ยมีค่าลดลง นั่นแสดงว่าการปรับแต่ง ฟันเฟืองมีผลทำให้ความเร็วในช่วงที่ปรับแต่งลดลง



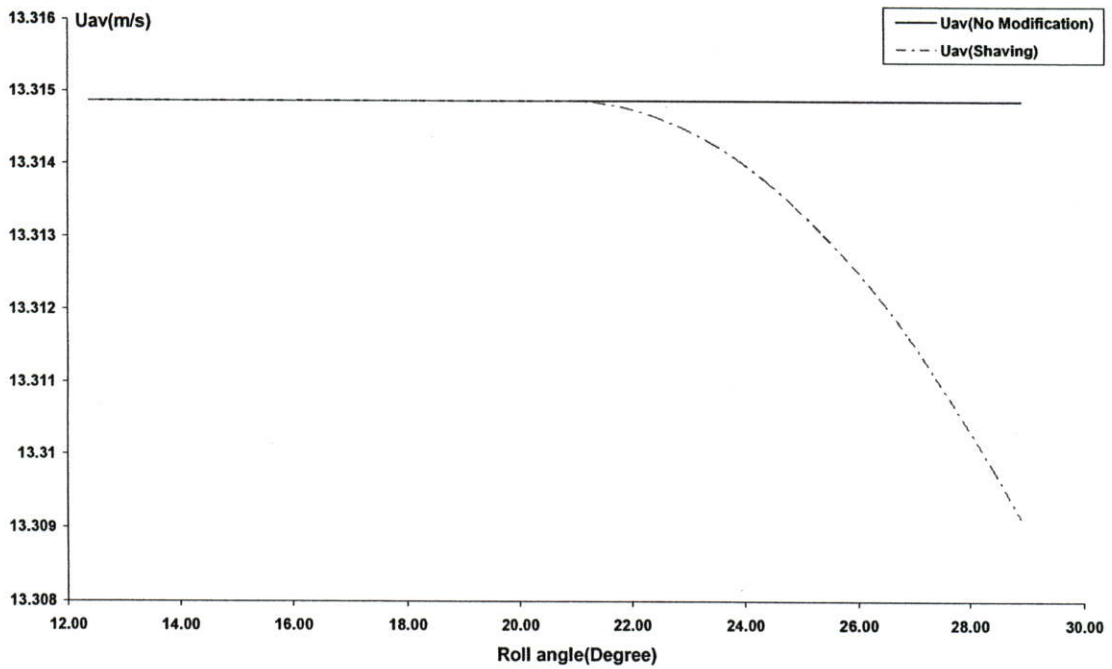
รูปที่ 3.11 แสดงแรงพลวัตที่ความเร็วรอบ 6,500 รอบต่อนาที

จากรูปที่ 3.11 แสดงแรงพลวัตกระทำต่อพื้นเพื่องที่มีการปรับแต่งและไม่ปรับแต่งที่ความเร็วรอบ 6,500 รอบต่อนาที จะเห็นได้ว่า ในกรณีที่มีการปรับแต่งพื้นเพื่องแรงพลวัตที่เกิดขึ้นมีค่าลดลงเมื่อเปรียบเทียบกับแรงพลวัตสูงสุดที่เกิดขึ้นในกรณีที่ไม่มีการปรับแต่งพื้นเพื่อง จากรูปจะเห็นว่า ที่มุมหมุนที่ 16.5 ถึง 21 องศา แรงพลวัตของกรณีไม่ปรับแต่งพื้นเพื่องจะเป็นศูนย์ แสดงว่าไม่มีแรงพลวัตกระทำต่อพื้นเพื่องในช่วงมุมหมุนนี้ และเมื่อมีแรงกระทำอีกครั้งจะพบว่า มีแรงพลวัตที่กระทำสูงมากเนื่องจากการเข้าสัมผัสกันอีกครั้งของพื้นเพื่องจะเข้าสัมผัสกันจะเกิดแรงกระแทกทำให้เกิดแรงพลวัตสูงขึ้นอย่างมาก



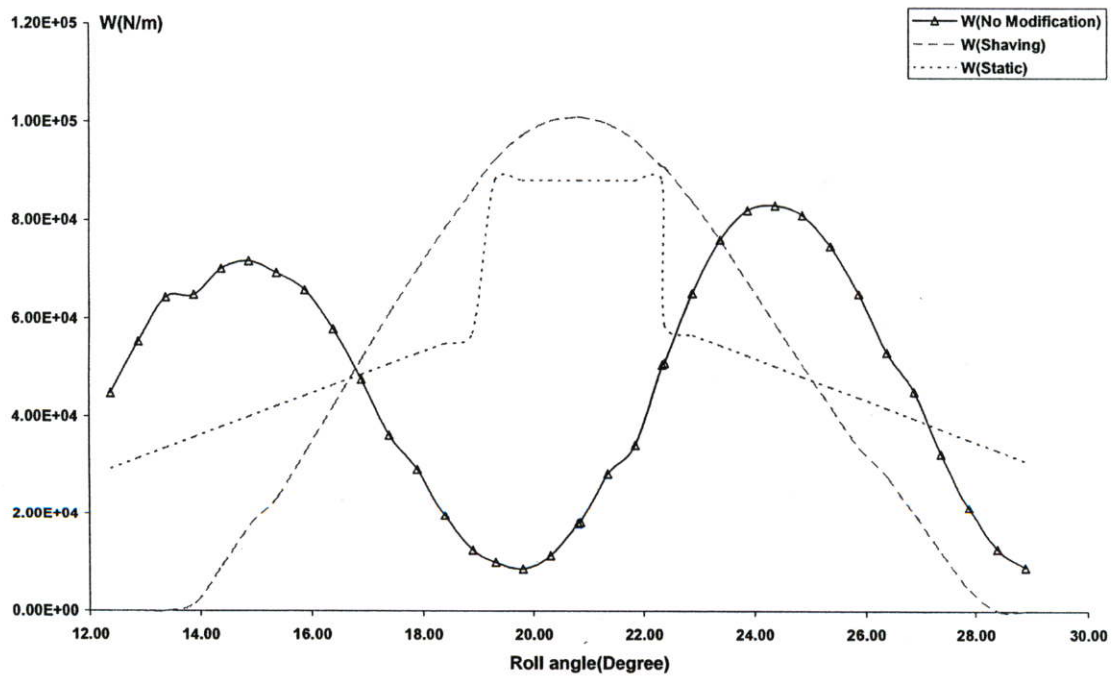
รูปที่ 3.12 แสดงค่า Dynamic Factor ที่ความเร็วรอบ 6,500 รอบต่อนาที

จากรูปที่ 3.12 แสดงถึงแสดงค่า Dynamic Factor ของพื้นเพื่องตรงที่ไม่มีการปรับแต่ง และที่ปรับแต่งพื้นเพื่อง ที่ความเร็วรอบ 6,500 รอบต่อนาที จะเห็นว่าเมื่อทำการปรับแต่งพื้นเพื่องตรง โดยวิธีเฉือนหน้าพื้นค่า Dynamic Factor ที่เกิดขึ้นจะลดลงและมีการกระจายที่มุมหมุนต่างๆ บนหน้าพื้นเพื่องสม่ำเสมอ ซึ่งจะเห็นได้ว่าเมื่อปรับแต่งการสัมผัสของพื้นเพื่องจะมีการสัมผัสกันอย่างต่อเนื่องทำให้เกิดการเคลื่อนที่อย่างราบรื่น



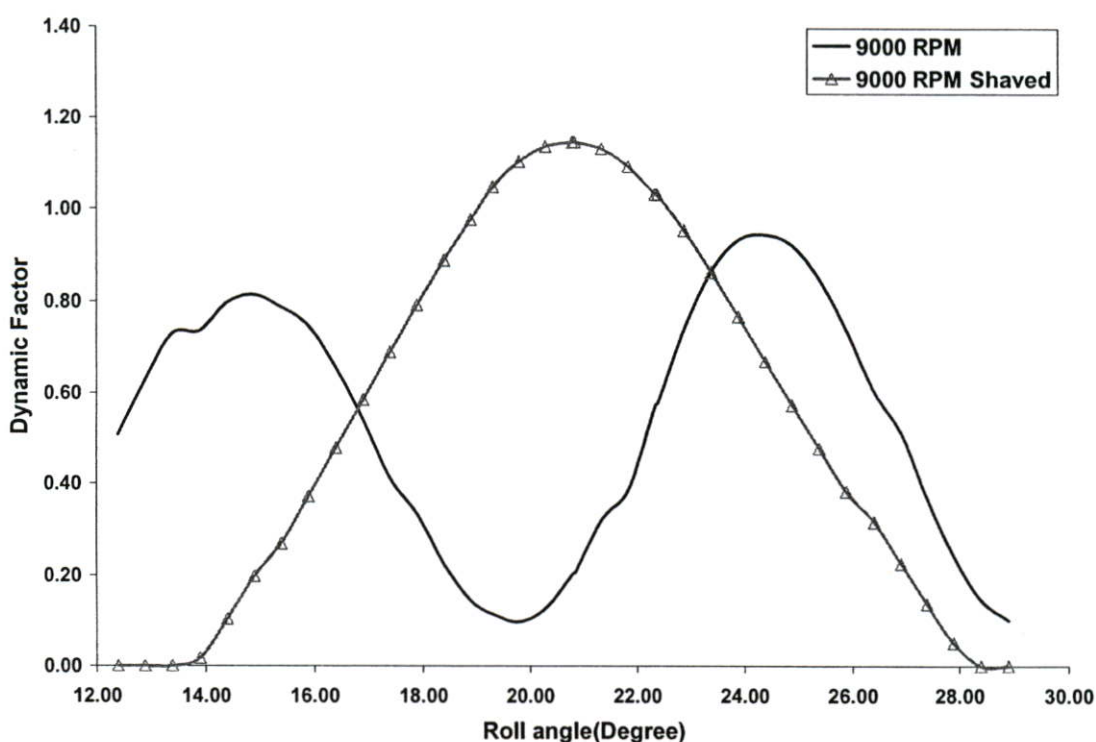
รูปที่ 3.13 แสดงความเร็วเฉลี่ย 6,500 รอบต่อนาที

จากรูปที่ 3.13 แสดงความเร็วเฉลี่ยที่เกิดขึ้นระหว่างฟันเฟืองที่มีการปรับแต่งฟันและไม่มี การปรับแต่ง จะเห็นว่า ในกรณีที่ไม่มีการปรับแต่งจะมีความเร็วเฉลี่ยประมาณ 13.3 เมตรต่อนาที และจะมีความเร็วเฉลี่ยลดลง ในช่วงที่เริ่มมีการเฉือนหน้าฟัน



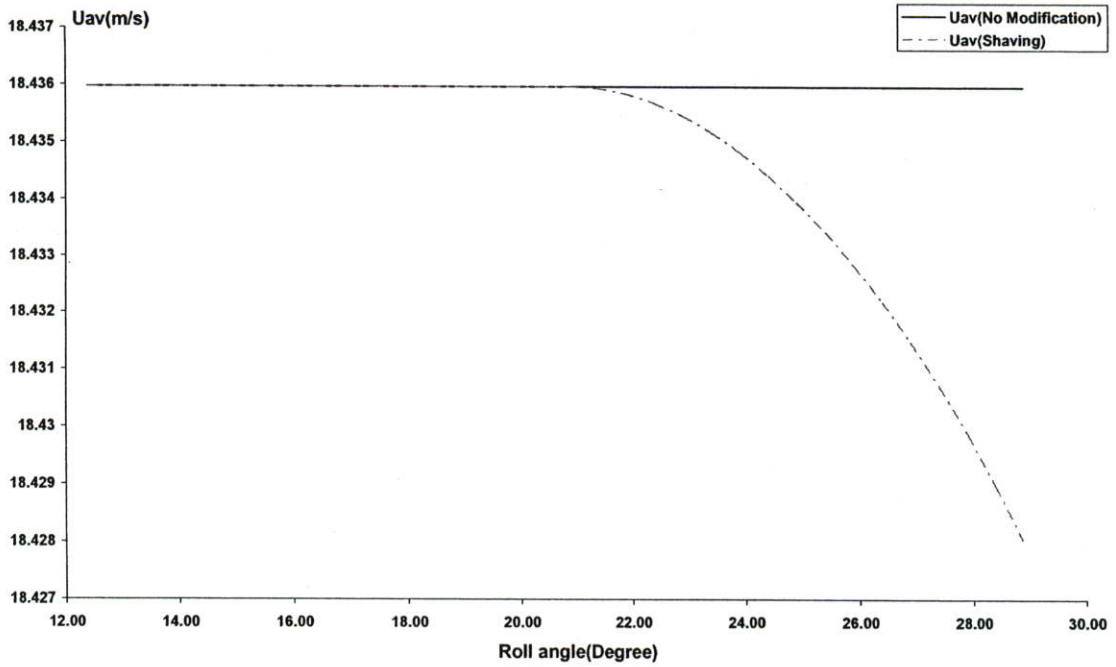
รูปที่ 3.14 แสดงแรงพลวัตที่ความเร็วรอบ 9,000 รอบต่อนาที

จากรูปที่ 3.14 แสดงแรงพลวัตกระทำต่อฟินเฟืองที่มีการปรับแต่งและไม่ปรับแต่งที่ความเร็วรอบ 9,000 รอบต่อนาทีจากรูปจะเห็นได้ว่า เมื่อทำการปรับแต่งฟินเฟืองแรงพลวัตที่เกิดขึ้นมีค่าที่สูงกว่าในกรณีที่ไม่ปรับแต่ง ในช่วงที่ฟินเฟืองมีการขบกันแบบ 1 คู่ฟินเฟือง ซึ่งแสดงให้เห็นได้ว่า การปรับแต่งฟินเฟืองไม่ทำให้แรงพลวัตมีค่าลดลงในความเร็วรอบ ที่ 9,000 รอบต่อนาที เนื่องจากความเร็วรอบที่สูงมากและแรงพลวัตมีค่าสูง ทำให้การปรับแต่งไม่ลดลงในช่วงความเร็วรอบนี้



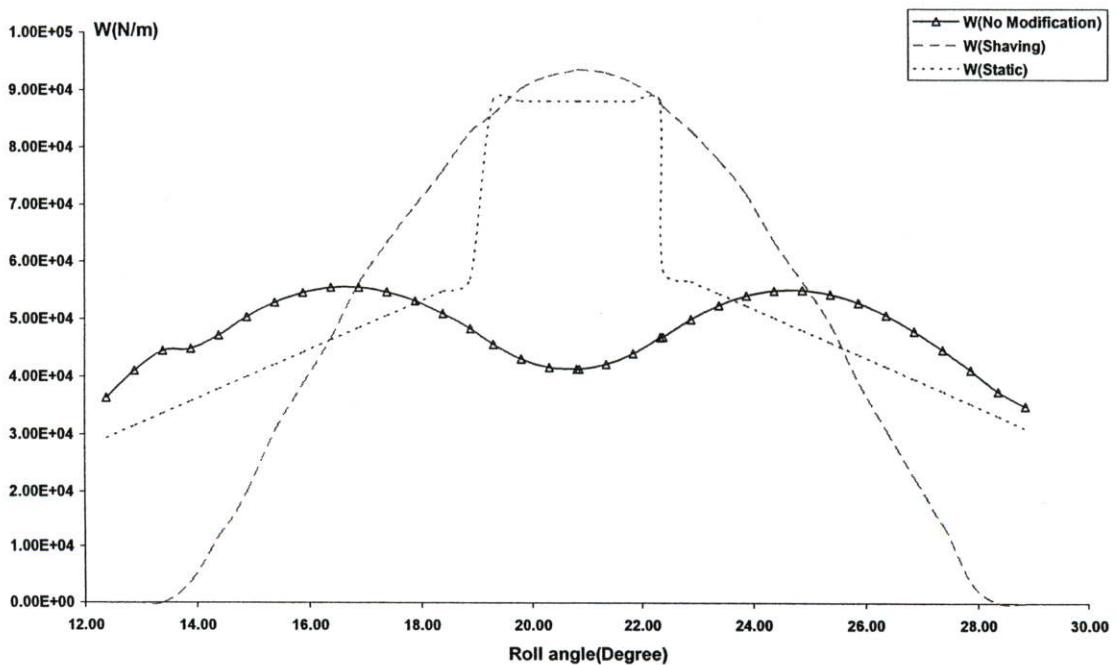
รูปที่ 3.15 แสดงค่า Dynamic Factor ที่ความเร็วรอบ 9,000 รอบต่อนาที

จากรูปที่ 3.15 แสดงถึงค่า Dynamic Factor ของฟินเฟืองตรงที่ไม่มีการปรับแต่ง และที่ปรับแต่งฟินเฟือง ที่ความเร็วรอบ 9,000 รอบต่อนาที จะเห็นว่าเมื่อทำการปรับแต่งฟินเฟืองตรงโดยวิธีเฉือนหน้าฟินค่า Dynamic Factor ในช่วงที่ฟินเฟืองขบกัน 1 คู่ฟินเฟืองจะมีค่าที่มากกว่า ในกรณีที่ไม่มีการปรับแต่งฟินเฟือง



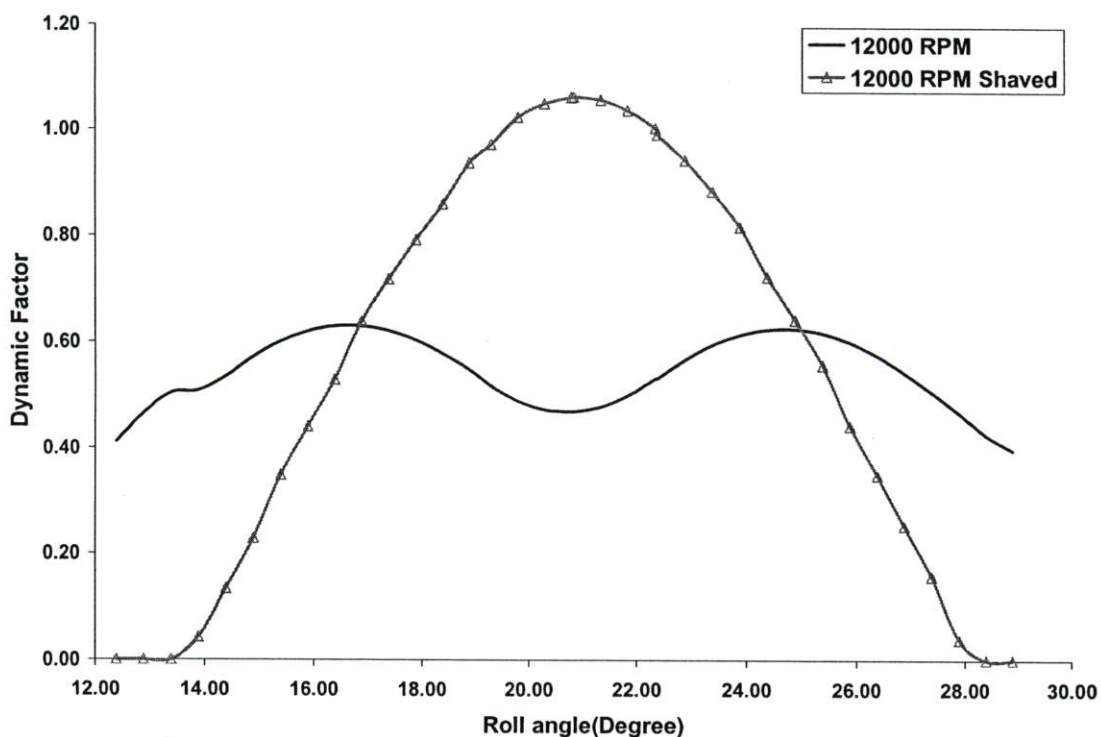
รูปที่ 3.16 แสดงความเร็วเฉลี่ย 9,000 รอบต่อนาที

จากรูปที่ 3.16 แสดงความเร็วเฉลี่ยที่เกิดขึ้นระหว่างฟันเฟืองที่มีการปรับแต่งฟันและไม่มี การปรับแต่ง จะเห็นว่า ในกรณีที่ไม่มีการปรับแต่ง ฟันเฟืองจะมีความเร็วเฉลี่ยประมาณ 18.4 เมตร ต่อวินาที และในช่วงที่เริ่มมีการเฉือนหน้าฟัน และจะเห็นได้ว่า ความเร็วเฉลี่ยลดลง เมื่อทำการ ปรับแต่งฟันเฟือง



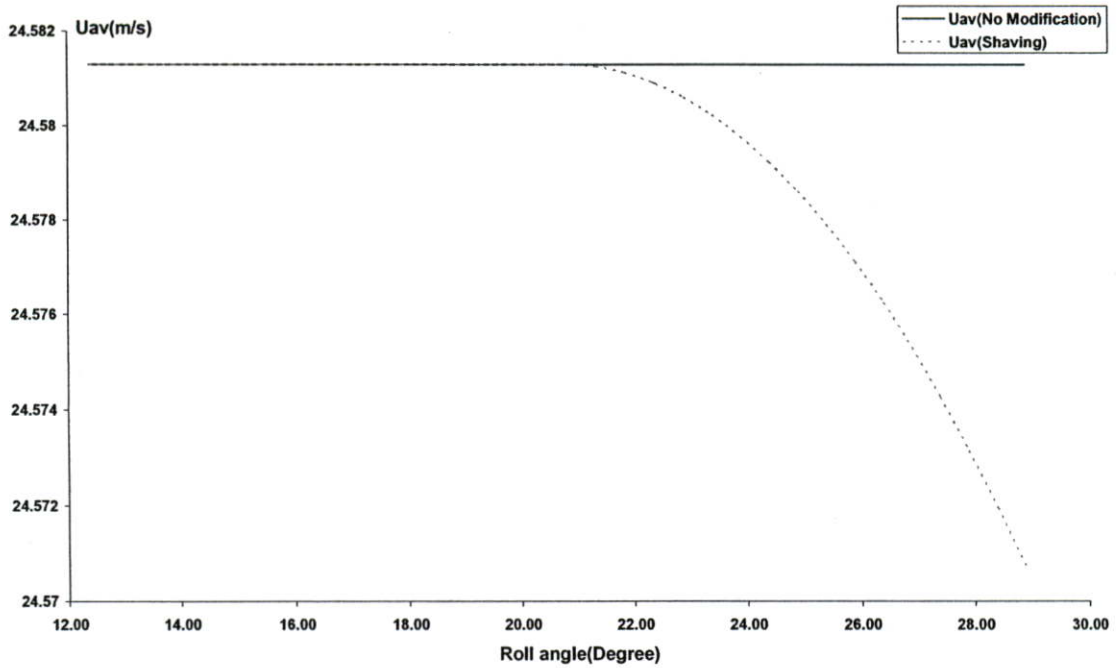
รูปที่ 3.17 แสดงแรงพลวัตที่ความเร็วรอบ 12,000 รอบต่อนาที

จากรูปที่ 3.17 แสดงแรงพลวัตกระทำต่อพื้นเฟืองที่มีการปรับแต่งและไม่ปรับแต่งที่ความเร็วรอบ 12,000 รอบต่อนาที จากรูปจะเห็นได้ว่า เมื่อทำการปรับแต่งพื้นเฟืองแรงพลวัตที่เกิดขึ้นมีค่าที่สูงกว่าในกรณีที่ไม่มีปรับแต่ง ในช่วงที่พื้นเฟืองมีการขบกันแบบ 1 คู่พื้นเฟือง ซึ่งแสดงให้เห็นได้ว่า การปรับแต่งพื้นเฟืองไม่ทำให้แรงพลวัตมีค่าลดลงในความเร็วรอบ ที่ 12,000 รอบต่อนาที



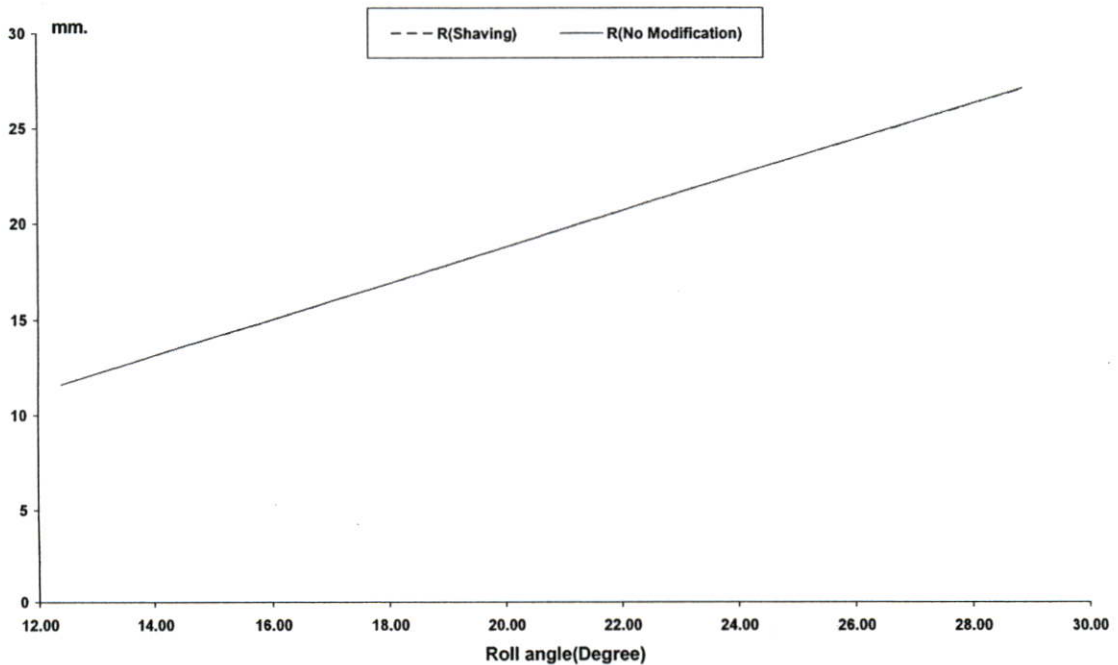
รูปที่ 3.18 แสดงค่า Dynamic Factor ที่ความเร็วรอบ 12,000 รอบต่อนาที

จากรูปที่ 3.18 แสดงถึงค่า Dynamic Factor ของพื้นเฟืองตรงที่ไม่มีมีการปรับแต่ง และที่ปรับแต่งพื้นเฟือง ที่ความเร็วรอบ 12,000 รอบต่อนาที จะเห็นว่าเมื่อทำการปรับแต่งพื้นเฟืองตรง โดยวิธีเลื่อนหน้าฟันค่า Dynamic Factor ในช่วงที่พื้นเฟืองขบกัน 1 คู่พื้นเฟืองจะมีค่าที่มากกว่า ในกรณีที่ไม่มีมีการปรับแต่งพื้นเฟือง



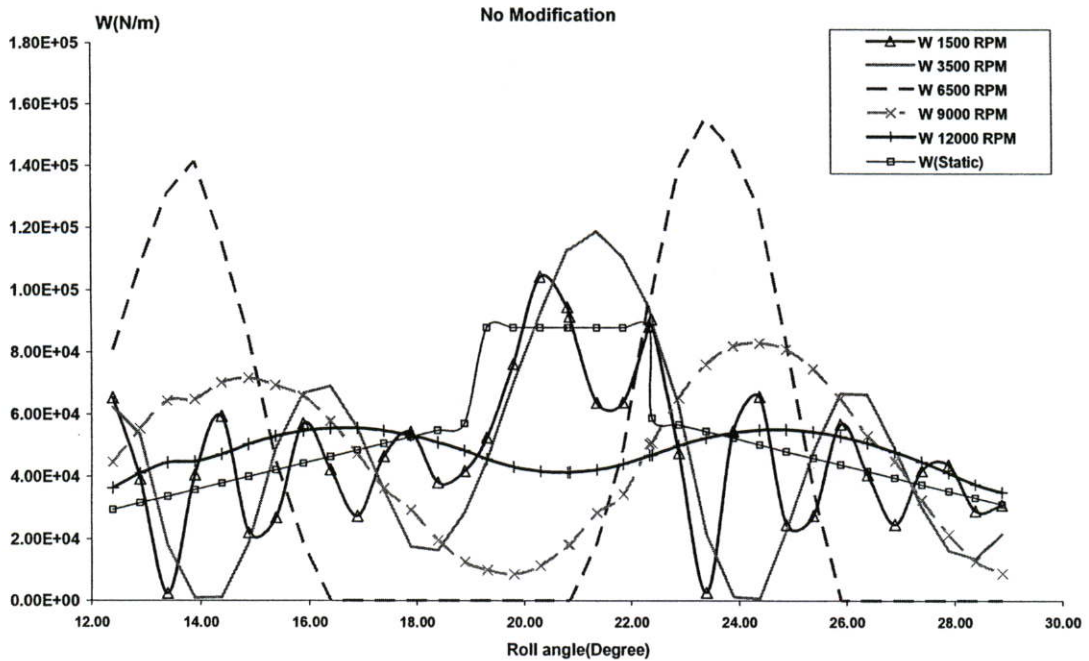
รูปที่ 3.19 แสดงความเร็วเฉลี่ย 12,000 รอบต่อวินาที

จากรูปที่ 3.19 แสดงความเร็วเฉลี่ยที่เกิดขึ้นระหว่างฟันเฟืองที่มีการปรับแต่งฟันและไม่มี การปรับแต่ง จะเห็นว่า ในกรณีที่ไม่มี การปรับแต่ง จะมีความเร็วเฉลี่ยประมาณ 24.5 เมตรต่อวินาที และ ในช่วงที่เริ่มมีการเฉือนหน้าฟัน และจะเห็นได้ว่า ความเร็วเฉลี่ยลดลง



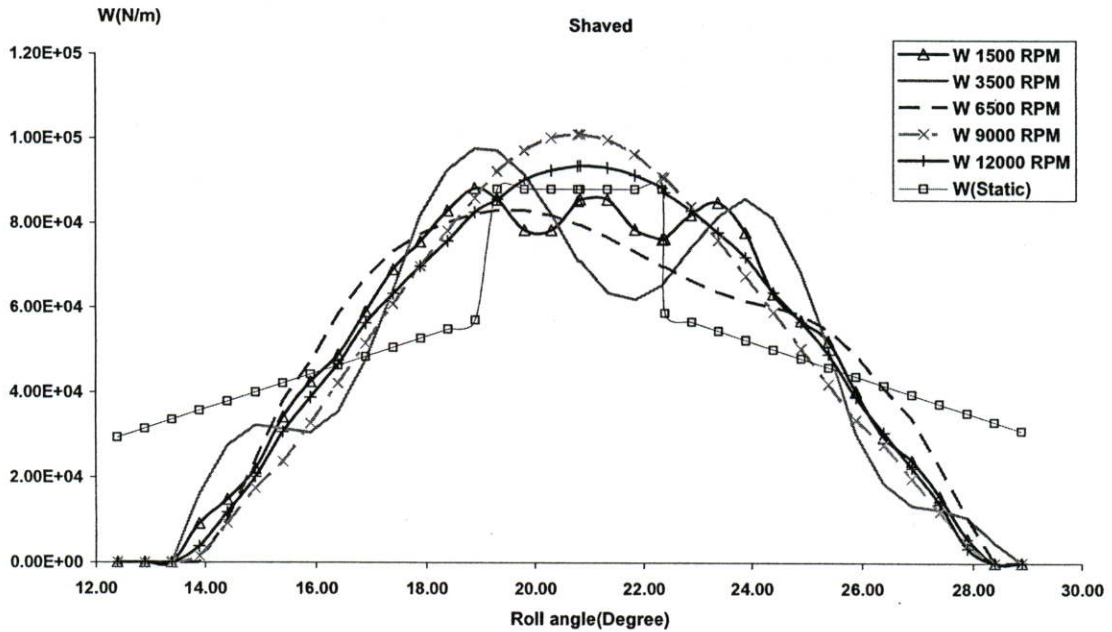
รูปที่ 3.20 แสดงรัศมีอิน โวลูตของเฟืองขับ

จากรูปที่ 3.20 แสดงถึงรัศมีอินโวลูตของพื้นเฟืองขับ เปรียบเทียบระหว่าง กรณีที่ไม่มีการปรับแต่งพื้น และในกรณีที่มีการปรับแต่งพื้นเพียง จะเห็นได้ว่า รัศมีอินโวลูตของพื้นเฟืองที่ทำการปรับแต่งพื้น เมื่อเปรียบเทียบกับ กรณีที่ไม่ปรับแต่ง มีความแตกต่างกันน้อยมาก



รูปที่ 3.21 แสดงแรงพลวัตในกรณีที่ไม่ปรับแต่ง

จากรูปที่ 3.21 แสดงถึงแรงพลวัตในกรณีที่ไม่ปรับแต่งพื้นเฟืองที่ความเร็วรอบที่ 1,500 รอบต่อนาทีที่ 3,500 รอบต่อนาทีที่ 6,500 รอบต่อนาทีที่ 9,000 รอบต่อนาที และที่ 12,000 รอบต่อนาที จะได้ว่า ในกรณีที่ไม่มีการปรับแต่งพื้นเฟือง แรงพลวัตที่ความเร็วรอบ 6,500 รอบต่อนาที จะมีค่ามากที่สุด ที่มุมหมุน ประมาณ 23 องศา และที่ความเร็วรอบ 3,500 รอบต่อนาที ที่มุมหมุน ประมาณ 21 องศา ที่ความเร็วรอบ 1,500 รอบต่อนาที ที่มุมหมุนประมาณ 20 องศา ที่ความเร็วรอบ 9,000 รอบต่อนาที ที่มุมหมุนประมาณ 24 องศา และที่ความเร็วรอบที่ 12,000 รอบต่อนาที ที่มุมหมุนประมาณ 25 องศา ตามลำดับ



รูปที่ 3.22 แสดงแรงพลวัตในกรณีที่ปรับแต่ง

จากรูปที่ 3.22 แสดงถึงแรงพลวัตในกรณีที่ปรับแต่งฟันเฟืองที่ความเร็วรอบที่ 1,500 รอบต่อนาทีที่ 3,500 รอบต่อนาทีที่ 6,500 รอบต่อนาทีที่ 9,000 รอบต่อนาทีที่ และ 12,000 รอบต่อนาที จะได้ว่า ในกรณีที่มีการปรับแต่งฟันเฟือง แรงพลวัตที่สูงมากจะเกิดที่ความเร็วรอบที่ 9,000 รอบต่อนาที ที่มุมหมุนประมาณ 21 องศา ที่ความเร็วรอบ 3,500 รอบต่อนาทีที่มุมหมุนประมาณ 19 องศา ที่ความเร็วรอบที่ 12,000 รอบต่อนาที ที่มุมหมุนประมาณ 21 องศา ที่ความเร็วรอบ 1,500 รอบต่อนาทีที่มุมหมุนประมาณ 19 องศา และที่ความเร็วรอบ 6,500 รอบต่อนาทีจะมีค่าแรงพลวัตน้อยที่สุดที่มุมหมุนประมาณ 20 องศา ตามลำดับ

### 3.7 สรุปผลการทดลอง

จากผลการปรับแต่งฟันเฟืองตรงโดยวิธีเลื่อนหน้าฟันมีผลต่อแรงพลวัตที่กระทำกับฟันเฟืองสรุปได้ดังนี้

- 3.7.1 ฟันเฟืองที่ไม่มีการปรับแต่งฟัน แรงพลวัตที่เกิดขึ้นจะพบว่า ที่ความเร็วรอบ 6,500 รอบต่อนาทีจะมีแรงพลวัตสูงสุดกระทำต่อฟันเฟือง
- 3.7.2 ฟันเฟืองที่ไม่มีการปรับแต่งฟัน จะมีช่วงที่แรงพลวัตมีค่าเป็นศูนย์ ที่ความเร็วรอบ 6,500 รอบต่อนาที และที่ 3,500 รอบต่อนาที
- 3.7.3 ฟันเฟืองที่ไม่มีการปรับแต่ง แรงพลวัตสูงสุดที่เกิดขึ้นในแต่ละความเร็วรอบ จะเห็นว่า ที่ความเร็วรอบ 6,500 รอบต่อนาทีที่มีค่าสูงสุด รองลงมาคือที่ความเร็วรอบ 3,500 รอบต่อนาที ที่ 1,500 รอบต่อนาที ที่ 9,000 รอบต่อนาที และที่ 12,000 รอบต่อนาทีตามลำดับ
- 3.7.4 ฟันเฟืองที่มีการปรับแต่งจะเห็นว่า ในทุกๆความเร็วรอบ แรงพลวัตที่เกิดขึ้นจะมีค่าค่อนข้างสม่ำเสมอไม่มีการแกว่งของแรงพลวัตมาก
- 3.7.5 ฟันเฟืองที่มีการปรับแต่งจะเห็นว่า แรงพลวัตสูงสุดที่เกิดขึ้น มีค่าลดลงในเฉพาะการปรับแต่งที่ความเร็วรอบ 1,500 รอบต่อนาที ที่ 3,500 รอบต่อนาที และที่ 6,500 รอบต่อนาที ส่วนที่ความเร็วรอบ 9,000 รอบต่อนาทีและที่ 12,000 รอบต่อนาที แรงพลวัตสูงสุดที่เกิดจากการปรับแต่งไม่มีค่าสูงขึ้น
- 3.7.6 การปรับแต่งฟันเฟืองโดยวิธีเลื่อนหน้าฟันมีผลทำให้แรงพลวัตลดลงอย่างมากที่ความเร็วรอบ 6,500 รอบต่อนาที
- 3.7.7 การปรับแต่งฟันเฟืองจะมีค่าที่ทำให้แรงพลวัตลดลงที่ความเร็วรอบช่วงหนึ่งๆ เท่านั้น ไม่สามารถลดแรงพลวัตสูงสุดได้ในทุกๆความเร็วรอบ

## บทที่ 4

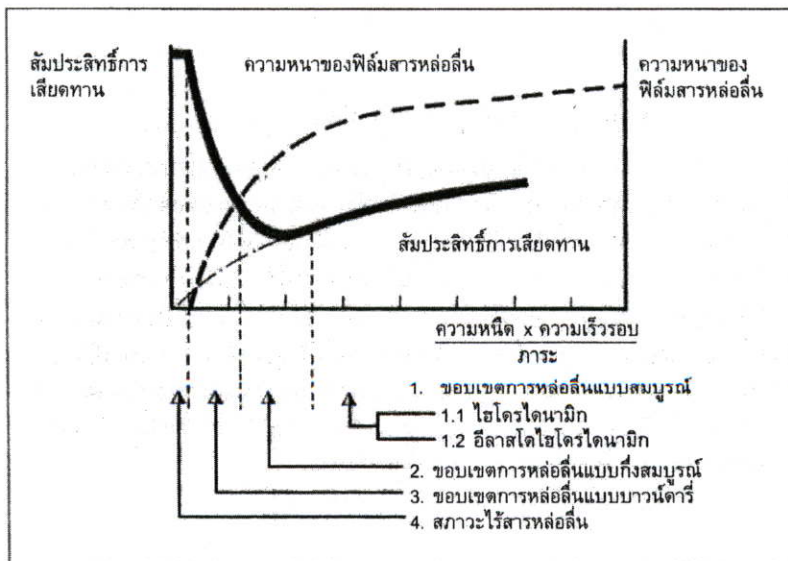
# ทฤษฎีการหล่อลื่นและความเสียหายบนพื้นเฟือง

### 4.1 บทนำ

แนวคิดเบื้องต้นของสารหล่อลื่น คือ การทำให้ชิ้นส่วนที่รับภาระ เช่น เพลา ฟันเฟือง คลับ ลูกปืน เป็นต้น มีการลื่นไถลไปบนชั้นฟิล์มของสารหล่อลื่น โดยทำให้เกิดการเสียดทาน และการสึกหรอให้ต่ำที่สุด วัสดุที่เป็นองค์ประกอบของสารหล่อลื่นนั้นอาจจะเป็นไปได้ทั้งสารหล่อลื่นประเภทของแข็ง กึ่งของแข็ง กึ่งของเหลว ของเหลว หรือแม้กระทั่งสภาวะของก๊าซ วัตถุประสงค์หลักของสิ่งเหล่านี้ คือ ต้องทำหน้าที่เพื่อการหล่อลื่น

ปัจจุบันนี้การหล่อลื่นไม่ได้ถูกจำกัดอยู่เพียงเพื่อหล่อลื่นคลับลูกปืน ลูกสูบเครื่องยนต์ รางเลื่อนเครื่องจักรกล ระบบเฟืองทด และเครื่องต้นกำลังต่างๆ เท่านั้น การหล่อลื่นยังถูกนำไปใช้ในกระบวนการทางการตัดเฉือนทางกล และการขึ้นรูปโลหะอีกด้วย ซึ่งหากสามารถเลือกใช้สารหล่อลื่นที่ถูกต้องและเหมาะสมแล้ว จะสามารถทำให้เราใช้เพียงชิ้นส่วนขนาดเล็กในการรับภาระ หรือรองรับชิ้นงานที่มีน้ำหนักมากๆ ให้เคลื่อนที่ได้

การเลือกสารหล่อลื่นใดๆ ให้เหมาะสมนั้น จำเป็นต้องมีความรู้พื้นฐานของขอบเขตการหล่อลื่นที่เกิดขึ้นในสถานการณ์นั้นๆ ซึ่งเส้นกราฟที่ได้รับการยอมรับมากที่สุดที่ใช้กันเพื่อระบุขอบเขตการหล่อลื่นคือ เส้นโค้งสไตรเบ็ค (Stribeck Curve) ดังแสดงในรูป 4.1 โดยหลักการแล้วจะสามารถแบ่งขอบเขตการหล่อลื่นใหญ่ๆ ออกเป็น 4 ขอบเขตหลักๆ ซึ่งแต่ละขอบเขตนั้นก็จำเป็นที่จะต้องนิยามและปริมาณสารหล่อลื่นที่เหมาะสมในแต่ละช่วงดังกล่าวด้วย

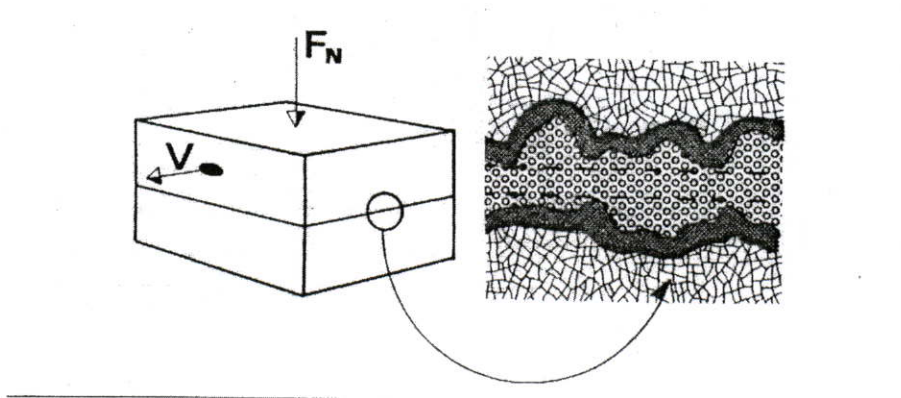


รูปที่ 4.1 เส้นโค้งสไตรเบ็ค[15]

## 4.2 การหล่อลื่นแบบสมบูรณ์[15]

เป็นขอบเขตที่มีการใช้สารหล่อลื่น และทำให้เกิดฟิล์มน้ำมันหนาพอที่จะแยกผิวคู่วัสดุที่มีการเคลื่อนที่ให้แยกออกจากกันได้โดยสิ้นเชิง ดังแสดงในรูป 4.2 บางครั้งเรียกกันว่าขอบเขตของ “การสึกหรอเป็นศูนย์ (Zero Wear)” สัมประสิทธิ์การเสียดทานที่เกิดขึ้นในกรณีนี้จะขึ้นอยู่กับค่าของสัมประสิทธิ์การเสียดทานของชั้นสารหล่อลื่นขึ้นกับค่าความหนืดของสารหล่อลื่นนั้นเพียงอย่างเดียว

ภายใต้สภาวะการหล่อลื่นในแบบเต็มฟิล์มนั้นแรงกระทำในแนวตั้งถูกรองรับโดยสารหล่อลื่นโดยตรง ผิวคู่สัมผัสที่มีการเคลื่อนที่ที่จะถูกแยกออกจากกันโดยสิ้นเชิงด้วยตัวของสารหล่อลื่น ดังนั้นจึงไม่มีการเกิดการสัมผัสกันโดยตรงของผิววัสดุด้วย สัมประสิทธิ์การเสียดทานที่เกิดขึ้นทั้งหมดจึงมีเฉพาะสัมประสิทธิ์การเสียดทานในสารหล่อลื่นเท่านั้น



รูปที่ 4.2 การหล่อลื่นแบบแห้ง[15]

การเกิดลักษณะการหล่อลื่นแบบเต็มฟิล์มอาจจะเกิดขึ้นได้โดยการใช้การบีบอัดสารหล่อลื่นเข้าไประหว่างผิวสัมผัสที่จะเริ่มมีการเคลื่อนที่โดยการบีบอัด ลักษณะเช่นนี้มักถูกเรียกกันว่าไฮโดรสแตติก (Hydrostatic) ซึ่งการทำเช่นนี้เสียค่าใช้จ่ายค่อนข้างสูงและทำเฉพาะกรณีพิเศษเท่านั้น เช่น เพลาขับของเครื่องกำเนิดไฟฟ้าในโรงงานไฟฟ้า เป็นต้น ทั่วไปมักจะเป็นการหล่อลื่นแบบเต็มฟิล์มในลักษณะของไฮโดรไดนามิกส์ (Hydrodynamic) ซึ่งมีการใช้กันมากมายสำหรับชิ้นส่วนเครื่องจักรกลอุตสาหกรรม ในการหล่อลื่นเพื่อช่วยยืดอายุการใช้งาน

## 4.3 การหล่อลื่นแบบไฮโดรสแตติก (Hydrostatic)[15]

การพยายามแยกผิวหน้าคู่สัมผัสการเคลื่อนที่ที่ ความเร็วต่ำๆ ภายใต้ภาระสูงๆ นั้น จำเป็นต้องทำให้สารหล่อลื่นมีแรงดันสูงมากๆ โดยอาศัยแรงดันจากภายนอก ซึ่งจะสามารถทำได้ ในขณะที่เพลายู่กับที่หรือเริ่มต้นที่จะเคลื่อนที่ก็ได้ ในสภาวะการทำงานแบบนี้จะไม่มีการเกิดการ

สึกหรอได้เลย ไม่ว่าจะเริ่มทำงาน กำลังทำงานหรือหยุดทำงาน ปกติแรงดันสารหล่อลื่นเพื่อการนี้ จะอยู่ที่ประมาณ 200 ถึง 300 บาร์

#### 4.4 การหล่อลื่นแบบไฮโดรไดนามิกส์ (Hydrodynamic)[15]

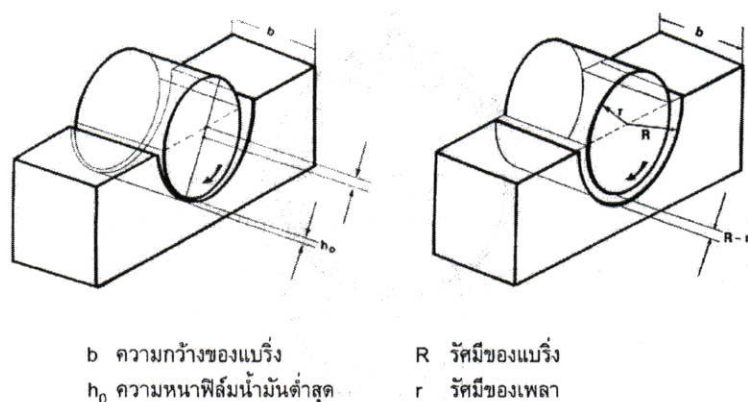
ต้องมีองค์ประกอบ 3 ส่วนหลักที่มีส่วนให้เกิดขอบเขตการหล่อลื่นแบบนี้

4.4.1 ต้องมีสารหล่อลื่นถูกบีบให้เข้าสู่ช่องแคบๆ

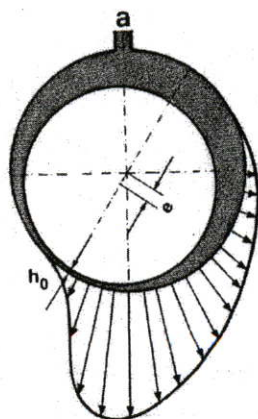
4.4.2 กู๊วสตั้มพ์สที่มีการเคลื่อนที่ซึ่งต้องมีการเฉือนตัวไปในแนวรัศมี

4.4.3 ต้องมีปริมาณการหล่อลื่นมากพอ

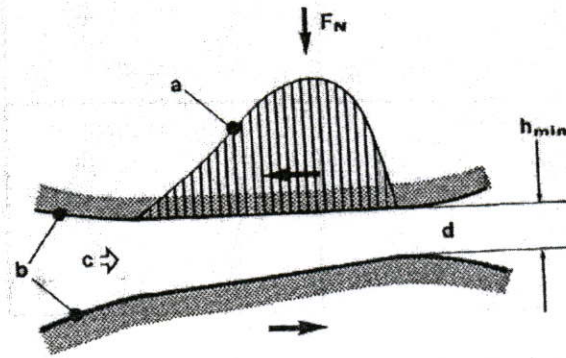
ในจังหวะช่องทางเข้า น้ำมันหล่อลื่นจะไหลเข้าได้มากกว่าช่องแคบตรงทางออก น้ำมันหล่อลื่นที่อยู่ในระหว่างช่องดังกล่าวนี้จะเกิดแรงดันขึ้นภายใน ลักษณะเช่นนี้เรียกว่า “ไฮโดรไดนามิกส์” ดังแสดงในรูป 4.3 (กลไกการหล่อลื่นและลักษณะการกระจายแรงดันน้ำมันหล่อลื่น)



รูปที่ 4.3 แสดงการเกิดการหล่อลื่นแบบไฮโดรไดนามิกส์[15]



รูปที่ 4.4 แสดงการกระจายของความดันในการเกิดไฮโดรไดนามิกส์ในแบริ่งกาน[15]



a ค่าการกระจายของความดัน b ทางเข้า c ทิศทางการไหลของน้ำมันหล่อลื่น  
d ช่องทางออก  $h_{min}$  ความหนาของฟิล์มน้ำมันที่ต่ำที่สุด

รูปที่ 4.5 ความดันในการเกิดไฮโดรไดนามิกส์ในช่องแบริ่งระหว่างพื้นผิว

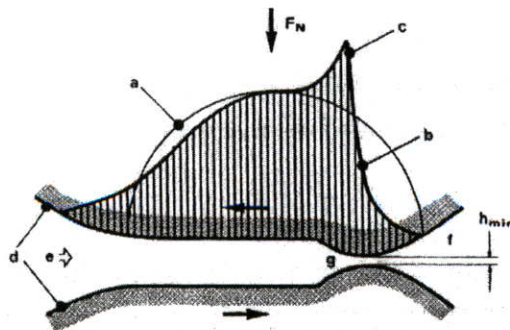
#### 4.5 การหล่อลื่นแบบอีลาสโตไฮโดรไดนามิกส์ (Elastohydrodynamic: EHD)

EHD เกิดขึ้นในคู่สัมผัส ซึ่งมีลักษณะเป็นการถ่ายทอดแรงเป็นจุดหรือเป็นเส้น (ไม่เป็นผิวสัมผัสที่โค้งตามกัน) และมีการยืดหยุ่นตัวในวงจำกัด โดยสามารถอธิบายสถานะการเกิดขอบเขตการหล่อลื่น EHD ในคู่สัมผัสดังกล่าวซึ่งเป็นกระบวนการที่มีการยืดหยุ่นกลับคืนตัวได้ของเนื้อวัสดุคือ

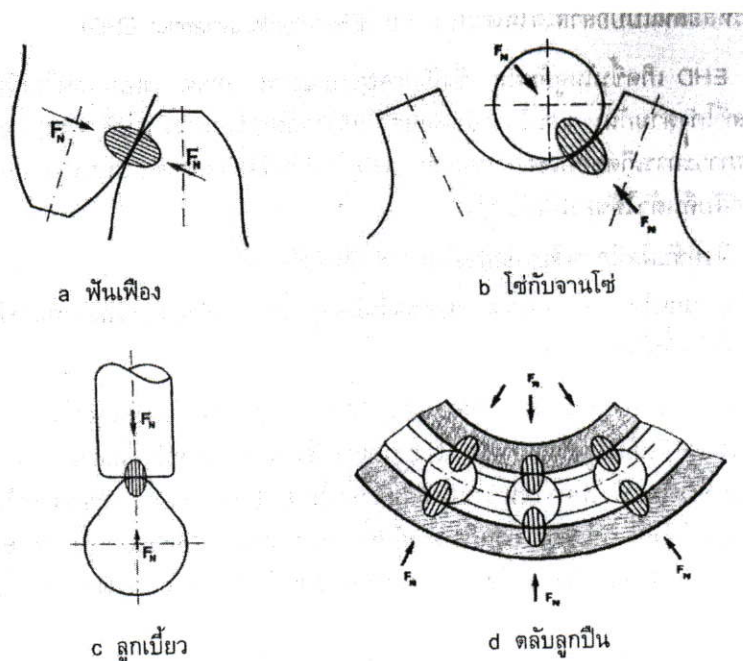
4.5.1 ผิวคู่สัมผัสมีการเสียรูปอย่างไม่ถาวร (คืนตัวได้)

4.5.2 ความหนืดในจุดสัมผัสของสารหล่อลื่นมีค่าสูงขึ้นอย่างยิ่งยวด เนื่องจากแรงดันยิ่งยวดที่เกิดขึ้นในชั้นสารหล่อลื่น

ลักษณะของคู่สัมผัสของ EHD ที่อาจจะมีแรงกดสูงถึง 1,000 บาร์ ซึ่งทำให้ความหนืดมีค่าสูงขึ้นอย่างมากโดยรวดเร็ว ซึ่งแนวทางดังกล่าวไม่สามารถอธิบายโดยทฤษฎีของไฮโดรไดนามิกส์ โดยทั่วไปความหนาของฟิล์มน้ำมันใน EHD จะมีค่าประมาณหลายพันเท่าของความยาวฟิล์มน้ำมันตัวอย่างเช่น หากใช้น้ำมันความหนืด SAE 30 ที่สภาวะ EHD จะมีความหนืดสูงถึง 350 MPa.s



รูปที่ 4.6 ลักษณะการเกิด EHD [15]



รูปที่ 4.7 แสดงตัวอย่างผิวสัมผัสแบบต่างๆ ที่เกิด EHD [15]

#### 4.6 ความสัมพันธ์ระหว่างความเค้นเฉือน อัตราความเครียดเฉือน และความหนืด

เมื่อพิจารณาถึงความสัมพันธ์ระหว่างความเค้นเฉือนและอัตราความเครียดเฉือนแล้ว เราสามารถแบ่งของไหลออกเป็น 2 ประเภท

##### 4.6.1 ของไหลแบบนิวโตเนียน (Newtonian fluid)

ของไหลที่มีความสัมพันธ์ระหว่างความเค้นเฉือนและอัตราความเครียดเฉือนเป็นสัดส่วนโดยตรงหรือเป็นเชิงเส้น เราจะเรียกว่า ของไหลแบบนิวโตเนียนซึ่งสามารถเขียนอยู่ในรูปสมการได้

$$\tau = \mu \frac{du}{dy} \quad (4.1)$$

สมการที่ (4.1) เรียกว่ากฎของนิวตันสำหรับความหนืด (Newton's law of viscosity) โดย  $\tau$  คือความเค้นเฉือน (Shear stress),  $\frac{du}{dy}$  คืออัตราความเครียดเฉือน (Shear strain rate) และ  $\mu$  คือความหนืดสมบูรณ์ (Absolute Viscosity)

##### 4.6.2 ของไหลแบบนอน นิวโตเนียน (Non-Newtonian fluid)

ของไหลที่มีความสัมพันธ์ระหว่างความเค้นเฉือนและอัตราความเครียดเฉือนไม่เป็นเชิงเส้นเราจะเรียกว่าของไหลแบบนอนนิวโตเนียนซึ่งสามารถเขียนอยู่ในรูปสมการได้ดังนี้

$$\tau = m \left( \frac{du}{dy} \right)^n \quad (4.2)$$

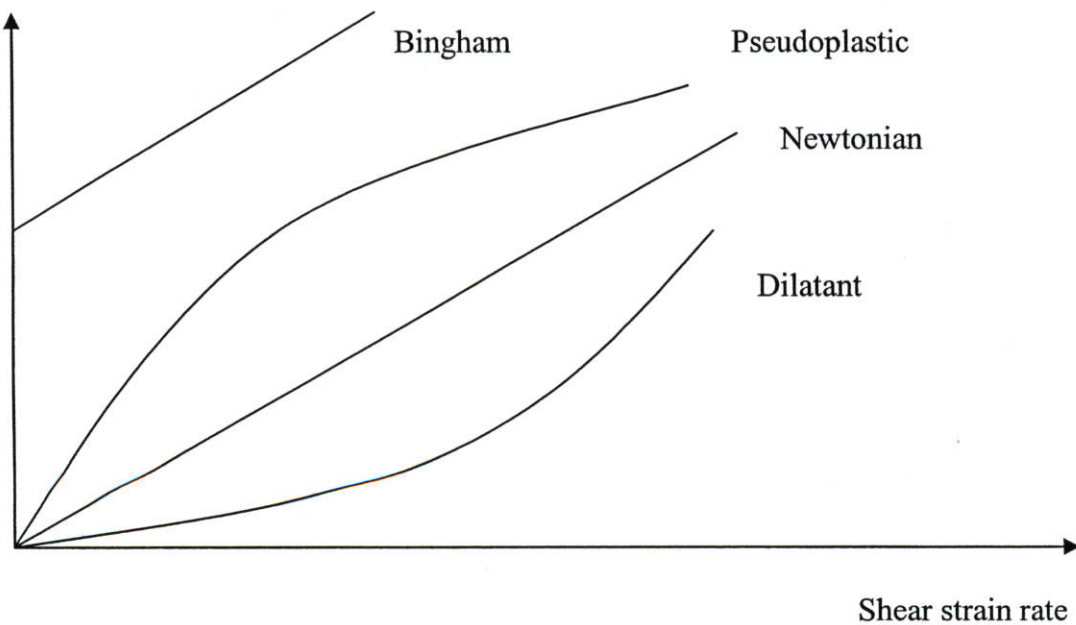
$$\tau + k\tau^3 = \mu \frac{du}{dy} \quad (4.3)$$

$$\tau = \tau_y + \mu_p \frac{du}{dy} \quad (4.4)$$

ในสมการที่ (4.2) ถ้า  $n=1$  ของไหลนั้นจะเป็นของไหลนิวโตเนียน และถ้า  $n > 1$  ของไหลนั้นจะเป็นของไหลนอนนิวโตเนียนชนิด ไดลาแตนท์(Dilatant) หรือถ้า  $n < 1$  ของไหลนั้นจะเป็นของไหลนอนนิวโตเนียน ชนิดซูโดพลาสติก (Pseudo plastic) ส่วนในสมการที่ (4.3) ถ้า  $k = 0$  ของไหลนั้นจะเป็นของไหลนิวโตเนียน และถ้า  $k > 0$  ของไหลนั้นจะเป็นของไหลนอนนิวโตเนียนชนิด ซูโดพลาสติกหรือ ถ้า  $k < 0$  ของไหลนั้นจะเป็น ของไหลนอนนิวโตเนียนชนิด ไดลาแตนท์

สำหรับสมการที่ (4.4) เราเรียกของไหลชนิดนี้ว่าของไหลชนิดพลาสติกบิงแฮม ซึ่งจะมีความสัมพันธ์ระหว่างค่าความเค้นเฉือนกับอัตราความเครียดเฉือนเป็นแบบเชิงเส้นเหมือนกับของไหลนิวโตเนียน แต่จะต่างกับสารหล่อลื่นนิวโตเนียนตรงที่ค่าความเค้นเฉือนเริ่มต้นของของไหลไม่เริ่มต้นที่ศูนย์ ซึ่งเราเรียกค่าความเค้นเฉือนที่จุดเริ่มต้นนี้ว่า ความเค้นเฉือนที่จุดคราก (Yield point)  $\tau_y$  โดยถ้า  $\tau_y = 0$  จะมีคุณสมบัติเป็นสารหล่อลื่นแบบนิวโตเนียน

Shear stress,  $\tau$



รูปที่ 4.8 แสดงความสัมพันธ์ระหว่างความเค้นเฉือนและอัตราความเครียดเฉือน

## 4.7 ทฤษฎีการหล่อลื่นแบบอีลาสโตไฮดรอดนามิกส์ [16]

### 4.7.1. สมการเรย์โนลด์

สมการเรย์โนลด์เป็นสมการที่ใช้ในการหาการกระจายความดันในฟิล์มน้ำมันซึ่งมีสมมุติฐานดังนี้

1. การไหลเป็นของไหลแบบราบเรียบ
2. ของไหลที่ใช้เป็นน้ำมันหล่อลื่นมีคุณสมบัติเป็นของไหลแบบนอนนิวโตเนียน
3. ไม่คิดแรงเนื่องจากน้ำหนักของของไหลและแรงทางแม่เหล็กไฟฟ้าที่กระทำบนของไหล
4. ไม่มีการลื่นไถลของของไหลที่ผิวสัมผัสทั้งสอง
5. ความหนาฟิล์มบางมากเมื่อเปรียบเทียบกับด้านอื่น ดังนั้นการเปลี่ยนแปลงความดันตลอดความหนาฟิล์มของของไหลจึงมีผลน้อย
6. ไม่คิดถึงผลของความโค้งของผิวสัมผัสเนื่องจากความหนาฟิล์มมีขนาดน้อยมาก
7. แรงเฉื่อยของของไหลมีผลน้อยมาก เนื่องจากมีค่าน้อยเมื่อเปรียบเทียบกับเทอมของผลต่างของความดันรวมทั้งไม่คิดความเร่งของของไหล

จากสมการโมเมนตัม และจากสมมุติฐาน ที่ 1,2,3 และ 7 ตามแนวแกน  $x$  และ  $z$  จะลดรูปเหลือ

$$\frac{\partial \tau_{xy}}{\partial y} = \frac{\partial p}{\partial x} \quad (4.5)$$

$$\frac{\partial \tau_{zy}}{\partial y} = \frac{\partial p}{\partial z} \quad (4.6)$$

จากสมการการไหลของสารแบบนอนนิวโตเนียนคือ

$$\tau_{xy} = \mu^* \frac{\partial u}{\partial y} \quad (4.7)$$

$$\tau_{zy} = \mu^* \frac{\partial w}{\partial y} \quad (4.8)$$

เมื่อ  $\mu^* = \mu^*(I_2)$  และ  $(I_2)$  คือ Second invariant of strain rate หาได้จาก

$$I_2 = \left( \frac{\partial u}{\partial y} \right)^2 + \left( \frac{\partial w}{\partial y} \right)^2 \quad (4.9)$$

แทนค่าสมการ (4.7) ลงในสมการ (4.5) แล้วทำการอินทิเกรตสมการ (4.5)

$$\frac{\partial u}{\partial y} = \frac{1}{\mu^*} \frac{\partial p}{\partial y} y + \frac{c_1}{\mu^*} \quad (4.10)$$

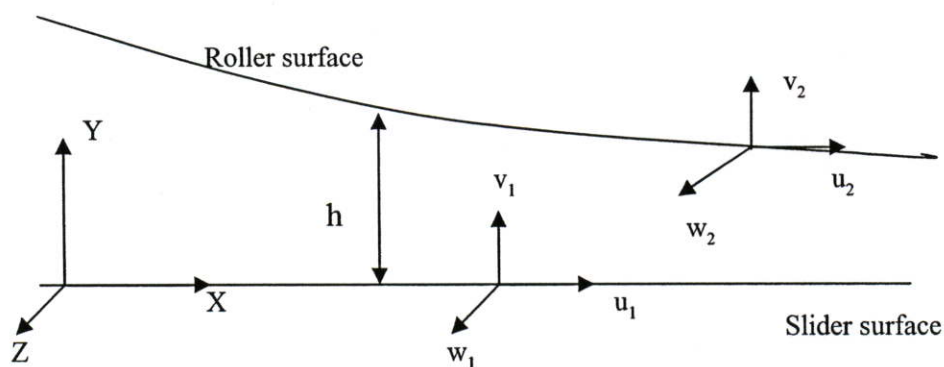
แล้วทำการอินทิเกรตสมการ (4.10) อีกครั้งจะได้

$$u = \frac{\partial p}{\partial x} \int \frac{y}{\mu^*} dy + c_1 \int \frac{dy}{\mu^*} + c_2 \quad (4.11)$$

ในทำนองเดียวกันแทนค่าสมการ (4.8) ลงในสมการ (4.6) แล้วทำการอินทิเกรตสมการ (4.6)

$$\frac{\partial w}{\partial y} = \frac{1}{\mu^*} \frac{\partial p}{\partial z} y + \frac{c_3}{\mu^*} \quad (4.12)$$

$$w = \frac{\partial p}{\partial z} \int \frac{y}{\mu^*} dy + c_3 \int \frac{dy}{\mu^*} + c_4 \quad (4.13)$$



รูปที่ 4.9 รูปแสดงระบบพิกัดและเงื่อนไขขอบเขตของสมการเรย์โนลด์ [16]

จากรูปที่ 4.9 เงื่อนไขขอบเขต คือ

$$y = 0, \quad u = u_1, \quad v = 0, \quad w = 0 \quad (4.14 \text{ ก.})$$

$$y = h, \quad u = u_2, \quad v = v_2, \quad w = 0 \quad (4.14 \text{ ข.})$$

แทนค่าเงื่อนไขของเขตของสมการ(4.14 ก.) และ (4.14 ข.) ลงในสมการ(4.11) และ(4.13) ดังนี้

$$u = \left( \int \frac{y}{\mu^*} dy - h \frac{\mu_{e,0}}{\mu_{e,1}} \int \frac{dy}{\mu^*} \right) \frac{\partial p}{\partial x} + \frac{u_2 - u_1}{h} \mu_{e,0} \int \frac{dy}{\mu^*} + u_1 \quad (4.15)$$

$$w = \left( \int \frac{y}{\mu^*} dy - h \frac{\mu_{e,0}}{\mu_{e,1}} \int \frac{dy}{\mu^*} \right) \frac{dp}{dz} \quad (4.16)$$

โดยที่อัตราความเครียดเฉือน (Shear strain rate) คือ

$$\frac{\partial u}{\partial y} = \left( \frac{y}{\mu^*} - \frac{h}{\mu^*} \frac{\mu_{e,0}}{\mu_{e,1}} \right) \frac{\partial p}{\partial x} + \frac{u_2 - u_1}{h} \frac{\mu_{e,0}}{\mu^*} \quad (4.17)$$

$$\frac{\partial w}{\partial y} = \left( \frac{y}{\mu^*} - \frac{h}{\mu^*} \frac{\mu_{e,0}}{\mu_{e,1}} \right) \frac{\partial p}{\partial z} \quad (4.18)$$

โดยที่

$$\frac{1}{\mu_{e,i}} = \frac{1}{h^{i+1}} \int_0^h \frac{y^i}{\mu^*} dy \quad \text{เมื่อ } i = 0,1,2 \quad (4.19)$$

สำหรับการไหลในสองมิติเราสามารถเขียนสมการความต่อเนื่อง(Continuity equation) ได้ดังนี้

$$\frac{\partial}{\partial x}(\rho u) + \frac{\partial}{\partial y}(\rho v) + \frac{\partial}{\partial z}(\rho w) = 0 \quad (4.20)$$

อินทิเกรตสมการ (4.20) เทียบกับ  $y$  ตลอดความหนาฟิล์มจาก 0 ถึง  $h$  ดังนี้

$$\frac{\partial}{\partial x} \left( \rho \int_0^h u dy \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left( \rho \int_0^h w dy \right) = - \int_0^h d(\rho v) \quad (4.21)$$

เทอมทางขวามือของสมการ (4.21) เกิดจากการเคลื่อนที่ขึ้น-ลงของลูกกลิ้งในแนวตั้งฉากเป็นผลทำให้ความหนาฟิล์มมีการเปลี่ยนแปลงตามเวลาหาได้จาก

$$\rho V_2 = \frac{\partial}{\partial t}(\rho h) \quad (4.22)$$

Najji[5] ได้ทำการหาสมการเรย์โนลด์ส์สำหรับแบบจำลองใดๆ โดยอินทิเกรตสมการ (4.15) และ (4.16) ตลาความหนาฟิล์มจาก 0 ถึง  $h$  ได้

$$\int_0^h u dy = - \left( \frac{h^3}{\mu_{e,2}} - h^3 \frac{\mu_{e,0}}{\mu_{e,1}^2} \right) \frac{dp}{dx} + h(u_2 - u_1) \left( 1 - \frac{\mu_{e,0}}{\mu_{e,1}} \right) + u_1 h \quad (4.23)$$

$$\int_0^h w dy = - \left( \frac{h^3}{\mu_{e,2}} - h^3 \frac{\mu_{e,0}}{\mu_{e,1}^2} \right) \frac{dp}{dz} \quad (4.24)$$

แทนค่าสมการ(4.23),(4.24) และ (4.22) ลงในสมการ (4.21)จะได้สมการเรย์โนลด์ส์สำหรับของไหลแบบนอนนิวโตเนียนคือ

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial x} \left[ \rho h^3 \left( \frac{1}{\mu_{e,2}} - \frac{\mu_{e,0}}{\mu_{e,1}^2} \right) \frac{\partial p}{\partial x} \right] + \frac{\partial}{\partial z} \left[ \rho h^3 \left( \frac{1}{\mu_{e,2}} - \frac{\mu_{e,0}}{\mu_{e,1}^2} \right) \frac{\partial p}{\partial z} \right] = \\ \left( \frac{u_2 + u_1}{2} \right) \frac{\partial}{\partial x} (\rho h) + \left( \frac{u_2 - u_2}{2} \right) \frac{\partial}{\partial x} \left[ \rho h \left( 1 - 2 \frac{\mu_{e,0}}{\mu_{e,1}} \right) \right] + \frac{\partial}{\partial t} (\rho h) \end{aligned} \quad (4.25)$$

สำหรับปัญหาแบบลูกกลิ้งและแผ่นเลื่อน เนื่องจากความยาวของลูกกลิ้งจะยาวมากเมื่อเทียบกับความกว้างของการสัมผัส ดังนั้นสมการการไหลของสารหล่อลื่นในแนวแกนของ  $z$  จะมีการไหลน้อยกว่าในแนวแกน  $x$  สมการ(4.25) จึงลดรูปเป็น

$$\frac{\partial}{\partial x} \left[ \rho h^3 \left( \frac{1}{\mu_{e,2}} - \frac{\mu_{e,0}}{\mu_{e,1}^2} \right) \frac{\partial p}{\partial x} \right] = \left( \frac{u_2 + u_1}{2} \right) \frac{\partial}{\partial x} (\rho h) + \left( \frac{u_2 - u_2}{2} \right) \frac{\partial}{\partial x} \left[ \rho h \left( 1 - 2 \frac{\mu_{e,0}}{\mu_{e,1}} \right) \right] + \frac{\partial}{\partial t} (\rho h) \quad (4.26)$$

ในการวิเคราะห์ทางกลศาสตร์นั้นนิยมทำให้สมการมีรูปแบบไร้มิติโดยกำหนดให้

$$\begin{aligned} p &= p_H P & p_H &= E' \left( \frac{W'}{2\pi} \right)^{0.5} & \frac{1}{E'} &= \frac{1}{2} \left( \frac{1 - \nu_1^2}{E_1} + \frac{1 - \nu_2^2}{E_2} \right) \\ h &= \frac{8RW'}{\pi} H & w &= E'RW' \\ x &= bX & b &= R \left( \frac{8W'}{\pi} \right)^{0.5} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 y = hY & & y = \frac{8RW'}{\pi}HY & & (4.27) \\
 T^* = T_0T & & \rho = \rho_0\bar{\rho} \\
 \mu = \mu_0\bar{\mu} & & S = 2\left(\frac{u_2 - u_1}{u_2 + u_1}\right) \\
 u = \bar{u}u^* & & \bar{u} = \left(\frac{u_2 + u_1}{2}\right) \\
 t = \frac{R}{\bar{u}}t^*
 \end{aligned}$$

แทนค่าสมการ(4.27) ลงในสมการ(4.15),(4.17),(4.19) และ(4.26) จะได้สมการความเร็วไร้มิติในแนวแกน X คือ

$$u^* = \frac{16}{U} \left( \frac{W'H}{\pi} \right)^2 \left[ \int \frac{Y}{\bar{\mu}^*} dY - \frac{\bar{\mu}_{e,0}}{\bar{\mu}_{e,1}} \int \frac{dY}{\bar{\mu}^*} \right] \frac{dP}{dX} + S\bar{\mu}_{e,0} \int \frac{dY}{\bar{\mu}^*} + \left( 1 - \frac{S}{2} \right) \quad (4.28)$$

สมการอัตราความเครียดเฉือนไร้มิติคือ

$$\frac{\partial u^*}{\partial Y} = \frac{16}{U} \left( \frac{W'H}{\pi} \right)^2 \left[ \frac{Y}{\bar{\mu}^*} - \frac{1}{\bar{\mu}^*} \frac{\bar{\mu}_{e,0}}{\bar{\mu}_{e,1}} \right] \frac{dP}{dX} + S \frac{\bar{\mu}_{e,0}}{\bar{\mu}^*} \quad (4.29)$$

เมื่อ  $U$  คือพารามิเตอร์ความเร็วไร้มิติ (dimensionless speed parameter) =  $\frac{\mu_0\bar{u}}{E'R}$

สมการ (4.19) จะกลายเป็น

$$\frac{1}{\bar{\mu}_{e,i}} = \int_0^1 \frac{Y^i}{\bar{\mu}^*} dY \quad \text{เมื่อ } i = 0,1,2 \quad (4.30)$$

สมการเรย์โนลด์ไร้มิติ คือ

$$\frac{\partial}{\partial X} \left[ \bar{\rho}H^3 \left( \frac{1}{\bar{\mu}_{e,2}} - \frac{\bar{\mu}_{e,0}}{\bar{\mu}_{e,1}^2} \right) \frac{\partial P}{\partial X} \right] = K \frac{\partial}{\partial X} (\bar{\rho}H) + K \frac{S}{2} \frac{\partial}{\partial X} \left[ \bar{\rho}H \left( 1 - 2 \frac{\bar{\mu}_{e,0}}{\bar{\mu}_{e,1}} \right) \right] + K \frac{\partial}{\partial t^*} (\bar{\rho}H) \quad (4.31)$$

เมื่อ  $K$  คือค่าคงที่ =  $\frac{\pi^2 U}{16(W')^2}$

#### 4.7.2 สมมุติฐานของ Hertz

Hertz ได้ทำการพิจารณาความเค้นและการเสียรูปของวงทรงกลมรี(Ellipsoidal) สองอัน สัมผัสกัน โดยทั้งสองผิวมีผิวเรียบ โดยประยุกต์ทฤษฎีความยืดหยุ่นเพื่อกำหนดรูปแบบของปัญหา สำหรับการคำนวณชิ้นส่วนเครื่องจักรกล เช่น แบริ่งทรงกลม แบริ่งลูกกลิ้ง เฟืองและลูกเบี้ยว โดยสมมุติฐานดังนี้

1. วัสดุที่ใช้จะเป็นวัสดุเนื้อเดียวกันและอยู่ในช่วงที่วัสดุยืดหยุ่น
2. ไม่มีแรงตามแนวสัมผัสระหว่างของแข็ง
3. ช่วงของการสัมผัสจะมีขนาดเล็กเมื่อเปรียบเทียบกับรัศมี
4. ของแข็งจะอยู่กับที่และอยู่ในสภาวะสมดุล

#### สมการความหนาฟิล์ม

เนื่องจากในปัญหาของฟิสิกส์เพื่อการหล่อลื่นจะเป็นแบบฟิล์มน้ำมันที่บางมากๆ หรือเป็นแบบอีลาสโตไฮโดรไดนามิกส์ ทำให้ผิวพื้นเพียงมีการเสียรูป หรือมี Deformation ทำให้สมการของความหนาฟิล์มน้ำมันมีผลจากการเสียรูปของพื้นเพียงด้วยในที่นี้จะใช้โมเดลจาก Bernard J.Hamrock

$$h(x) = h_0 + \frac{x^2}{2R} - \frac{2}{\pi E'} \int_{x_{im}}^{x_{out}} p \ln(x-x')^2 dx' \quad (4.32)$$

#### สมการความหนาฟิล์มในรูปไร้มิติ

$$H = H_0 + \frac{X^2}{2} - \frac{1}{2\pi} \int_{X_{in}}^{X_{out}} P \ln(X-X') dX' \quad (4.33)$$

#### สมการความหนาแน่น

สมการความหนาแน่นของน้ำมันจะขึ้นอยู่กับความดันที่เปลี่ยนไป อันเนื่องมาจากน้ำมันเป็นสารที่อัดตัวได้ (Compressible fluid) โดย Dowson และ Higginson ได้ทำการเขียนสมการความหนาแน่นของน้ำมันได้ดังสมการ

$$\rho = \rho_0 \left[ 1 + \frac{0.6 \times 10^{-9} p}{1 + 1.7 \times 10^{-9} p} \right] \quad (4.34)$$

เมื่อ  $\rho_0$  คือ ความหนาแน่นของน้ำมันหล่อลื่นที่ความดันบรรยากาศและที่อุณหภูมิอ้างอิง

สมการความหนาแน่นไรริมิตี

$$\bar{\rho} = \left[ 1 + \frac{0.6 \times 10^{-9} p_H P}{1 + 1.7 \times 10^{-9} p_H P} \right] \quad (4.35)$$

สมการความหนืด

ความหนืดของน้ำมันจะมีพฤติกรรมโดยขึ้นอยู่กับความดันที่เปลี่ยนไป ในงานวิจัยนี้จะสมมติว่าผลกระทบของอุณหภูมิที่กระทำต่อน้ำมันมีน้อยมาก เพราะฉะนั้นความหนืดของน้ำมันจะมีค่าเป็นไปตามสมการ

$$\mu^* = m_0 \left| \frac{\partial u}{\partial y} \right|^{n-1} \exp \left\{ \left[ \ln(\mu_0) + 9.67 \left[ -1 + \left( 1 + 5.1 \times 10^{-9} p \right)^2 \right] \right] \right\} \quad (4.36)$$

สมการความหนืดไรริมิตี

$$\bar{\mu}^* = \frac{m_0}{\mu_0} \left| \frac{\bar{u} \pi}{8RWH} \right|^{n-1} \left| \frac{\partial u^*}{\partial Y} \right|^{n-1} \exp \left\{ \left[ \ln(\mu_0) + 9.67 \left[ -1 + \left( 1 + 5.1 \times 10^{-9} p_H P \right)^2 \right] \right] \right\} \quad (4.37)$$

สมการสมดุลแรง

เนื่องจากแรงที่กดลงมาจากการกดทับของฟันเฟืองจะต้องเท่ากับผลรวมการกระจายความดันที่เกิดขึ้นบนฟิล์มน้ำมัน

$$w = \int_{x_{in}}^{x_{out}} p_i dx \quad (4.38)$$

## 4.8 ทฤษฎีความเสียหายบนพื้นเฟือง (Gear Failure Analysis)[10]

ลักษณะการสึกหรอของฟันเฟืองตามมาตรฐาน AGMA (AMERICAN GEAR MANUFACTURES ASSOCIATION) สมาคมผู้ผลิตฟันเฟืองของสหรัฐอเมริกา

### 4.8.1 ความเสียหายจากรอยบุ่ม (Pitting fatigue)

เป็นปรากฏการณ์ที่อนุภาคเล็กๆ หลุดออกจากพื้นผิวของฟันเฟืองเพราะว่าความเค้นสัมผัสสูง ระหว่างที่ฟันเฟืองขบกัน มักจะพบปรากฏการณ์มากที่ความถี่ที่วงกลมพิตซ์ ที่มีการถื่นไถลของฟันเฟืองเป็นศูนย์ และการสูญเสียการหล่อลื่น ซึ่ง ความเค้นของเฮิร์ตซ์ (Hertzain Contact Stress) ที่ได้แสดงการเสียหายโดยวิธีนี้ ค่าความเสียหายที่เกิดขึ้นบนเส้นสัมผัสสามารถหาได้จากสมการ

$$\sigma_{H_0} = \sqrt{\frac{F_{dyn} E_r}{2\pi R^*}} \quad (4.39)$$

$$R^* = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} \quad (4.40)$$

$$E_r = \frac{2E_1 E_2}{E_2(1 - \nu_1^2) + E_1(1 - \nu_2^2)} \quad (4.41)$$

เมื่อ	$F_{dyn}$	คือแรงพลวัตบนฟันเฟือง
	$E_1$	คือ ค่ายังโมดูลัสของเฟืองขับ
	$E_2$	คือ ค่ายังโมดูลัสของเฟืองตาม
	$\nu_1$	คือ อัตราส่วนปัวซองของเฟืองขับ
	$\nu_2$	คือ อัตราส่วนปัวซองของเฟืองตาม
	$R_1$ และ $R_2$	คือ รัศมีที่จุดสัมผัสของเฟืองขับและเฟืองตาม

ในสมการสมมุติ การสัมผัสของฟันเฟืองเป็นเส้นการสัมผัส หรือการสัมผัสระหว่าง 2 ทรงกระบอก  $F_{dyn}$  เปลี่ยนแปลงตามเส้นการสัมผัส

### 4.8.2 ความเสียหายจากการคัด

เป็นความเสียหายของฟันเฟืองที่ระยะการรับภาระ ช่วงหนึ่ง ภาระที่แรงกระทำคือ การส่งถ่ายภาระระหว่างฟันเฟือง ค่าความเค้นคัด คืออัตราส่วนแฟกเตอร์ที่ใช้ชี้บ่งความเสี่ยงในรูปแบบความเสียหายและสามารถคำนวณได้จากสมการ

$$\sigma_b = K_f \sigma_{b_{nom}} \quad (4.42)$$

เมื่อ  $K_f$  คือแฟกเตอร์ความเข้มข้นของความเสียหาย  
 $\sigma_{b_{nom}}$  คือ ความเค้นปกติ ซึ่งหาได้จาก

$$\sigma_{b_{nom}} = \frac{F_{dyn} \cos \alpha P_d}{FY} \quad (4.43)$$

เมื่อ  $F$  คือ พื้นที่หน้ากว้าง  
 $Y$  คือ Lewis form factor  
 $P_d$  คือ เส้นผ่านศูนย์กลางพิตช์

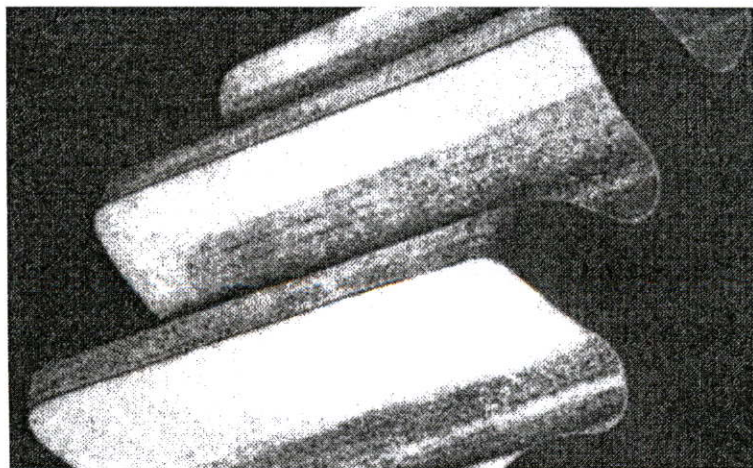
เช่นเดียวกัน 
$$K_f = q(K_t - 1) + 1 \quad (4.44)$$

เมื่อ  $K_t$  คือ ความเข้มข้นทางทฤษฎีของความเค้น [17]  
 $q$  คือ ค่าความไวรอยบาก (ซึ่งขึ้นอยู่กับชนิดของวัสดุ) [17]  
 ซึ่งจากสมการที่ (4.42) สามารถหาค่าความเสียหายจากการตัดได้

## 4.9 ความเสียหายของฟันเฟืองแบบต่างๆ[15]

### 4.9.1 การสึกหรอปกติ

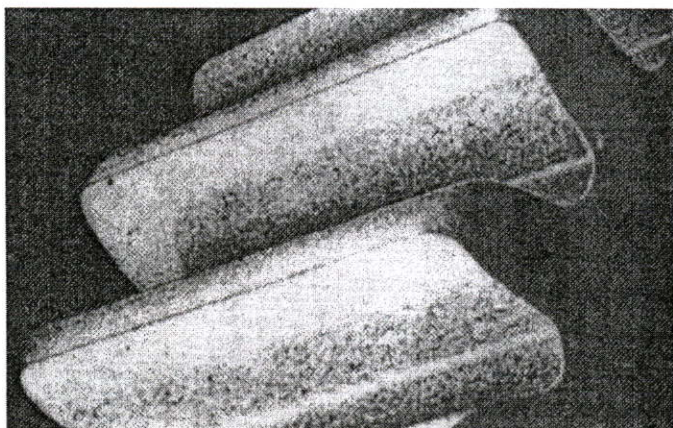
การสึกหรอเป็นคำจำกัดความทั่วไป ที่ครอบคลุมถึงการขัดถูกันของเนื้อโลหะ หรือการขูดขีดของเนื้อโลหะหรือสิ่งสกปรก ผ่นละออง ซึ่งทำให้เกิดรอยขีดสี การสึกหรอแบบปกติ เป็นลักษณะการสูญเสียเนื้อโลหะบริเวณผิวฟันเฟือง ซึ่งเป็นการสึกหรอปกติที่หลีกเลี่ยงไม่ได้จากการเคลื่อนที่ของฟันเฟือง ซึ่งหากมีการสึกหรอในระดับปกติ ก็จะไม่ส่งผลร้ายต่อการใช้ตามปกติ และมีอายุการใช้งานยาวนานตามที่ออกแบบไว้



รูปที่ 4.10 ลักษณะการสึกหรอแบบปกติ

#### 4.9.2 การเกิดตามคั้งเริ่มต้น

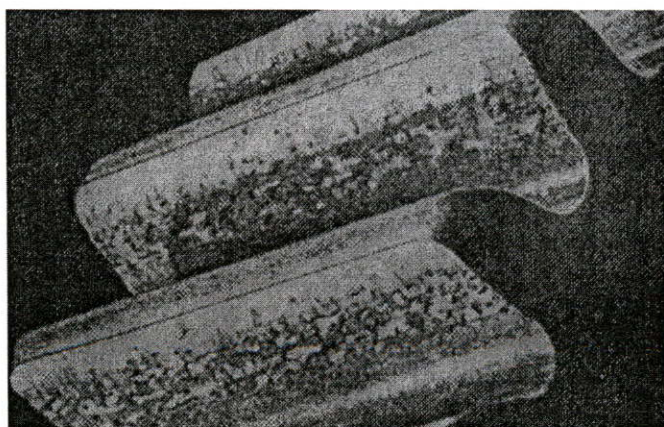
ลักษณะการสึกหรอแบบนี้อาจจะเกิดขึ้นเมื่อเริ่มมีการใช้งานฟันเฟืองในครั้งแรก และอาจจะสึกหรอแบบนี้ไประยะเวลาหนึ่ง จนกระทั่งผิวฟันเฟืองที่ขรุขระมีความราบเรียบมากขึ้น (หลังผ่านระยะรันอิน) ทำให้มีพื้นที่ผิวฟันเฟืองที่สามารถรองรับภาระได้อย่างสมบูรณ์ (โดยไม่มี การเสียรูปของผิวฟันเฟืองอย่างรุนแรงอีก) ลักษณะการสึกหรอแบบนี้โดยทั่วไปแล้วไม่ได้เป็นการ สึกหรอแบบรุนแรง และเป็นลักษณะการสึกหรอที่ค่อนข้างเป็นปกติ และจะไม่สึกลามเพิ่มขึ้น



รูปที่ 4.11 ลักษณะการเกิดตามคั้งเริ่มต้น

#### 4.9.3 การเกิดตามครุนแรง

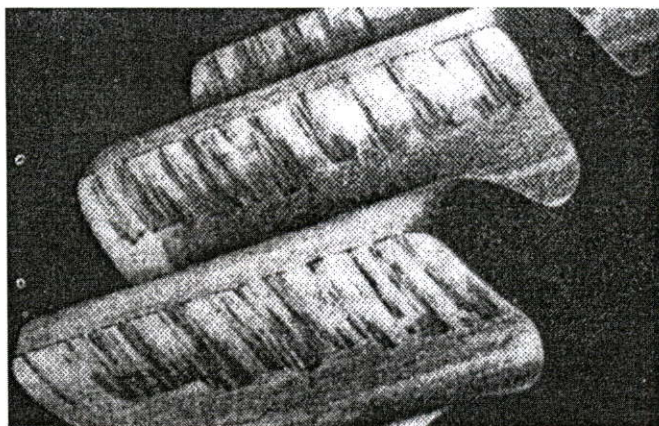
การสึกหรอในลักษณะนี้เป็นชนิดที่ค่อนข้าง ลุกลามมากขึ้นเรื่อยๆ หลังผ่านช่วงรัน-อินของฟันเฟือง และอาจจะทำให้มีผลต่อพื้นที่รับภาระของผิวฟันเฟืองที่ไม่เพียงพอต่อภาระใช้งาน และหากใช้งานฟันเฟืองในลักษณะนี้ต่อไป อาจจะทำให้ฟันเฟืองแตกหักได้



รูปที่ 4.12 การเกิดตามคั้งรุนแรง

#### 4.9.4 การสึกหรอแบบขีดข่วน

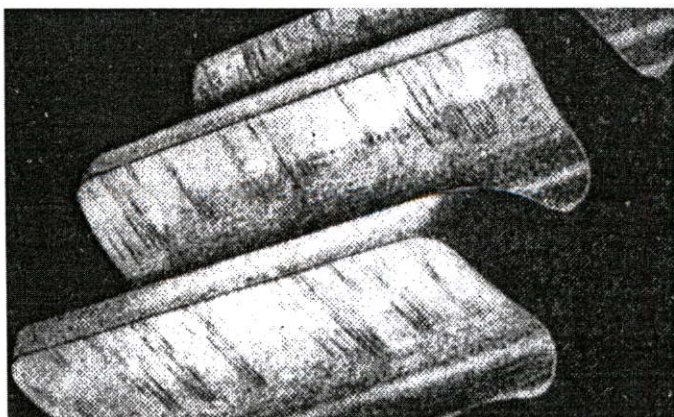
การสึกหรอแบบนี้ทำให้ผิวพื้นเพียงชำรุดเสียหาย ซึ่งเกิดจากสิ่งสกปรก,ฝุ่นละออง หรือเศษโลหะขนาดเล็กที่ปะปนอยู่กับน้ำมันหล่อลื่นหรือฝัगतัวอยู่บนผิวพื้นเพียง โดยเศษโลหะ อาจจะเป็นเศษโลหะที่ร้อนหลุดออกมาจากผิวพื้นเพียงหรือผิวตลับลูกปืนหรือสิ่งสกปรกที่ชะล้าง ออกไม่หมดในช่วงการประกอบชุดเฟืองหรือเป็นเม็ดทรายหรือสิ่งสกปรกจากการหล่อเฟือง หรือ จากสิ่งสกปรกจากสิ่งแวดล้อมภายนอก



รูปที่ 4.13 ลักษณะการสึกหรอแบบขีดข่วน

#### 4.9.5 การสึกหรอแบบยึดติดขั้นต้น

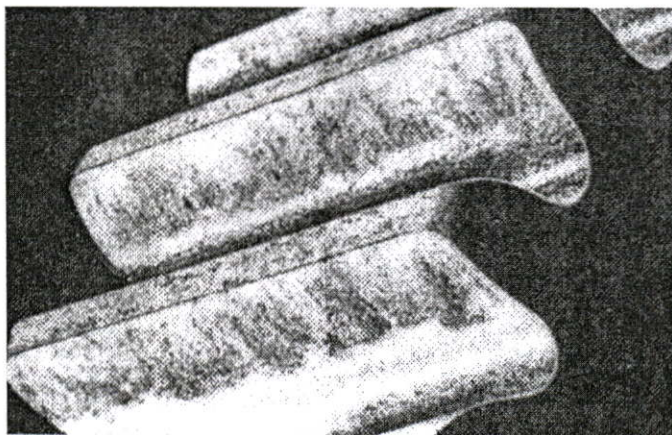
การสึกหรอแบบนี้เป็นการสึกหรอขั้นต้น(ที่ไม่รุนแรง) ของผิวพื้นเพียง ซึ่งเกิดจากการ “เชื่อมติด” กันของผิวเนื้อพื้นเพียงในระหว่างการใช้งาน ลักษณะผิวพื้นเพียงจะเห็นถึงการ เฉือนตัวออกไปของเนื้อผิวพื้นเพียงรวมถึงรอยขีดข่วนในทิศทางการลื่นไถลของพื้นเพียง ซึ่ง ลักษณะดังกล่าวจะเห็นได้ชัดเจนในบริเวณอยู่ใกล้ๆ กับปลายพื้นเพียง (เนื่องจากเป็นจุดที่มีการลื่น ไถลค่อนข้างสูง) (คำว่า “SCORING” ถูกเลือกใช้โดย AGMA ซึ่งมีนิยามเช่นเดียวกับคำว่า SCUFFING, SEIZING, GALLING, POPING เป็นต้น ซึ่งหมายถึงการสึกหรอแบบยึดติดทั้งนั้น)



รูปที่ 4.14 การสึกหรอแบบยึดติดขั้นต้น

#### 4.9.6 การเกิดรอยไหม้

การเกิดรอยไหม้เป็นลักษณะที่ผิวเฟืองมีการเปลี่ยนสีไปจากเดิมและมีผลทำให้ความแข็งของฟันเฟืองลดลงเนื่องมาจากอุณหภูมิที่สูงมากๆ อันเกิดจากแรงเสียดทาน (เนื่องมาจากภาระการใช้งานที่สูงเกินไป ความเร็วรอบที่สูงเกินไป ระยะเวลาคลอน (Backlash) ที่น้อยเกินไปหรือการหล่อลื่นด้วยสารหล่อลื่นที่ไม่เหมาะสม)

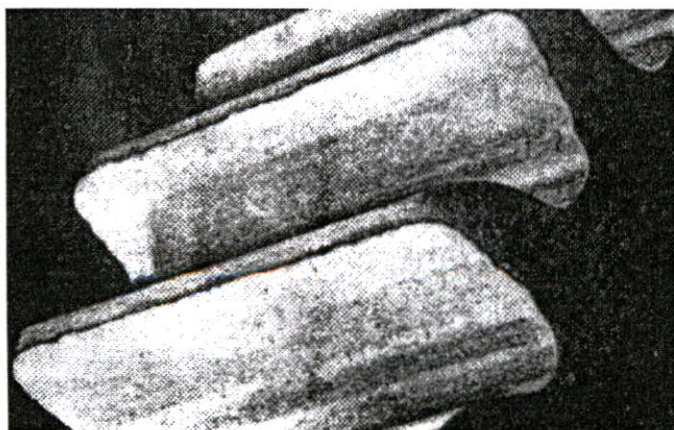


รูปที่ 4.15 การเกิดรอยไหม้บนผิวฟันเฟือง

#### 4.9.7 การสึกหรอจากการกัดตัว

เป็นลักษณะการสึกหรอที่ค่อนข้างปกติมีผลทำให้เนื้อผิวฟันเฟืองร้อนหลุดออกไปเนื่องมาจากภาระสูงๆ ที่มีการกระจายตัวอย่างสม่ำเสมอตลอดผิวหน้าฟันเฟือง ซึ่งมีทั้งการ ลื่นไถลและการกัดตัว บริเวณเหนือและใต้เส้นสัมผัส (Pitch Line)

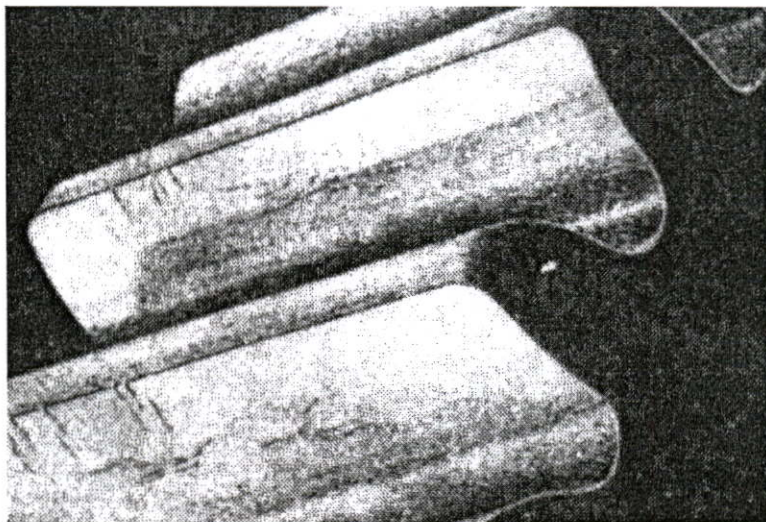
การสึกหรอจากการกระแทกของฟันเฟืองเป็นลักษณะการสึกหรอของเนื้อผิวฟันเฟืองที่เกิดจากการกระแทกกันของฟันเฟืองหรือภาระหนักๆ ที่มีการกระจายของภาระที่ไม่สม่ำเสมอตลอดผิวสัมผัสหรือการมีภาระกระแทก (Shock)



รูปที่ 4.16 ลักษณะการเกิดการกัดและการกระแทก

#### 4.9.8 การเกิดรอยแตก

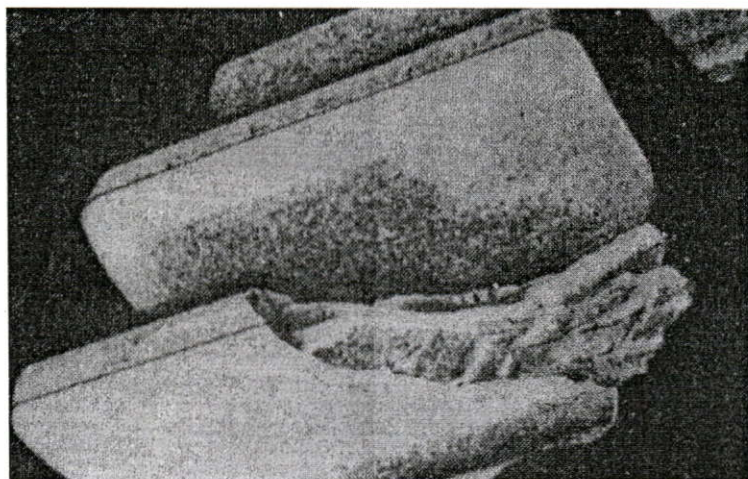
การเกิดรอยแตกบนผิวเนื้อฟืนเฟืองอาจเกิดจากความเค้นตกค้าง (Residual Stresses) ที่เกิดขึ้นที่ผิวเฟืองที่ผ่านการชุบแข็ง ที่มีขั้นตอนไม่ถูกต้องหรือจากสภาวะการทำงานของฟืนเฟืองที่ไม่เหมาะสม สาเหตุอีกส่วนหนึ่งคือเนื้อในของฟืนเฟืองที่นั้มเกินไปหรือการอบชุบผิคนั่นเอง การร่อนหลุดออกไปเป็นแผ่นๆ หรือเกิดจากการกระแทกออกไปของเนื้อฟืนเฟืองหรือเกิดรอยแตกบนเนื้อฟืนเฟือง เป็นอาการของการสึกหรอแบบนี้



รูปที่ 4.17 การแตกของฟืนเฟือง

#### 4.9.9 การบิ่นของฟืนเฟืองจากการล้าตัว

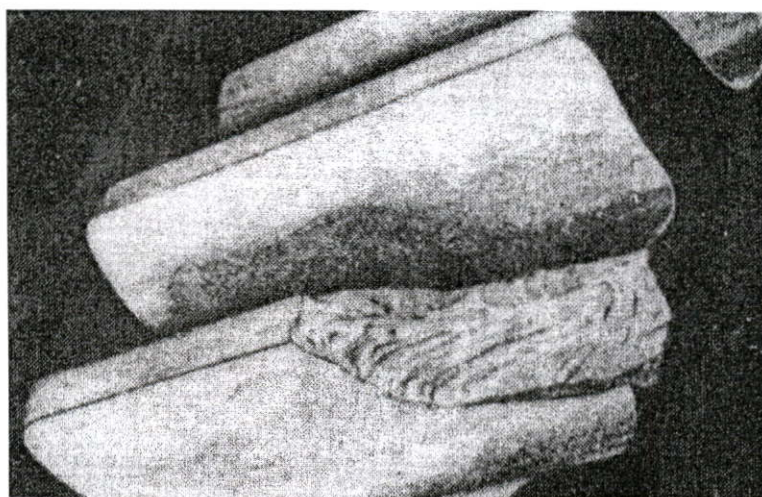
การบิ่นของฟืนเฟืองมีสาเหตุมาจากการรับภาระซ้ำๆ กันเป็นวงรอบเป็นระยะเวลานาน (ซึ่งจะแตกต่างไปจากการบิ่นของฟืนเฟืองที่เกิดจากภาระสูงมากๆ เพียงครั้งเดียว) การแตกหักหรือบิ่นของเนื้อฟืนเฟืองจะเป็นแบบค่อยเป็นค่อยไป ซึ่งจะเริ่มต้นจากรอยแตกเล็กๆ และค่อยๆ ขยายตัวออกเป็นรอยแตกขนาดใหญ่หรือร้าวจนทั่วฟืนเฟือง และทำให้เกิดตัวบ่งชี้ถึงการบิ่นของฟืนเฟืองแบบล้าตัว บางครั้งการบิ่นของฟืนเฟืองในลักษณะการล้าตัวนี้จะเห็นเป็นวงๆ ซ้อนกันอยู่และค่อยๆ ขยายวงโตขึ้นๆ จากจุดเริ่มต้นเล็กๆ เพียงจุดเดียว ผิวเนื้อตรงจุดเริ่มต้นจะค่อนข้างเรียบกว่าผิวเนื้อบริเวณที่ฟืนเฟืองมีการบิ่นแตกออกมา (คล้ายกับลักษณะวงปีของต้นไม้ใหญ่)



รูปที่ 4.18 การบิ่นของพื้นเฟืองจากการล้าตัว

#### 4.9.10 การบิ่นของพื้นเฟืองจากภาวะที่สูงเกินไป

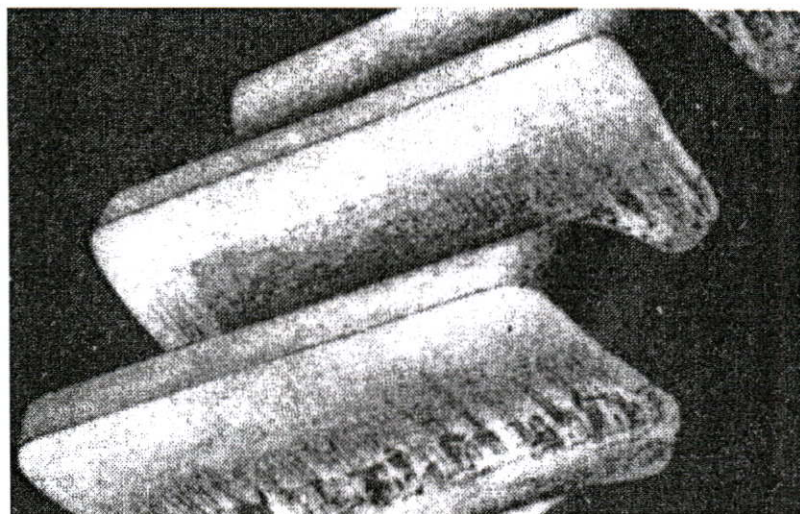
การบิ่นของพื้นเฟืองในลักษณะนี้เกิดจากการที่มีภาวะกระแทก(ช็อก) ที่สูงเกินไป เช่นการเกิดการขาดตัวของเพลลา การออกแบบหรือการผลิตพื้นเฟืองที่ไม่ถูกต้อง



รูปที่ 4.19 การบิ่นจากภาวะที่สูงเกินไป

#### 4.9.11 การขีดสีเนื่องจากระยะขบตัวมากเกินไป

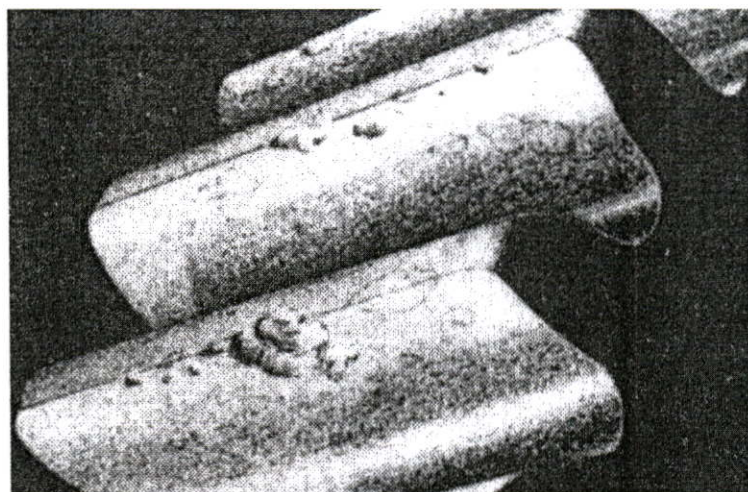
การชำรุดแบบนี้เนื่องมาจากการที่มีภาวะกระทำต่อพื้นเฟืองที่จุดสัมผัสที่สูงเกินไป ในพื้นที่จำกัดอันอาจเกิดจากการใช้งานที่ไม่ถูกต้องของพื้นเฟือง เช่น การเกิดภาวะกระทำที่จุดสัมผัสที่สูงเกินไประหว่างปลายพื้นกับโคนพื้นของกลุ่มพื้นเฟือง ซึ่งจะทำให้เกิดการขีดสีอย่างรุนแรงระหว่างปลายพื้นกับโคนพื้นของกลุ่มพื้นเฟือง ซึ่งสาเหตุอาจจะเกิดจากการประกอบ, การออกแบบหรือการผลิตที่ไม่ถูกต้อง ซึ่งมีผลทำให้กลุ่มพื้นเฟืองถูกประกอบให้มีระยะห่างระหว่างศูนย์กลางเพลลา (พื้นเฟือง) ที่น้อยเกินไป และทำให้เกิดการขีดสี และบิดตัวของพื้นเฟืองได้



รูปที่ 4.20 การขัดสีของฟันเฟือง

#### 4.9.12 การหลุดลอกของเนื้อฟันเฟือง

ลักษณะการสึกหรอแบบนี้เป็นลักษณะการชำรุดที่รุนแรงอันเกิดจากการล้าตัวของผิวเนื้อฟันเฟือง ซึ่งมีผลทำให้เนื้อวัสดุหลุดออกจากไปจากผิวสัมผัส มีผลทำให้พื้นที่รับภาระมีค่าน้อยลงมาก และทำให้มีการร่อนหลุดออกไปอย่างต่อเนื่องของผิวฟันเฟือง โดยทั่วไปไม่เกิดกับฟันเฟืองที่มีการชุบแข็งบริเวณผิวเนื้อฟันเฟือง (Case Hardened) การหลุดลอกของเนื้อฟันเฟืองอาจจะเริ่มต้นจากการที่มีรอยแตกขนาดเล็กๆ เหมือนกับกรณีของตามด



รูปที่ 4.21 การหลุดลอกของเนื้อฟัน

## บทที่ 5

### วิธีการคำนวณหาประสิทธิภาพในการหล่อลื่น

จากการวิเคราะห์ปัญหาจะเห็นว่าสมการเรย์โนลด์เป็นสมการเชิงอนุพันธ์แบบไม่เชิงเส้น ดังนั้นการแก้สมการโดยวิธีการหาค่าผลเฉลยแบบแม่นยำจะยังทำการหาค่าไม่ได้ เมื่อเปรียบเทียบกับวิธีประมาณค่าเชิงตัวเลขแล้วไม่ยากเท่ากับวิธีการหาผลเฉลยแบบแม่นยำ

#### 5.1 สมการเรย์โนลด์แบบไร้มิติ[16]

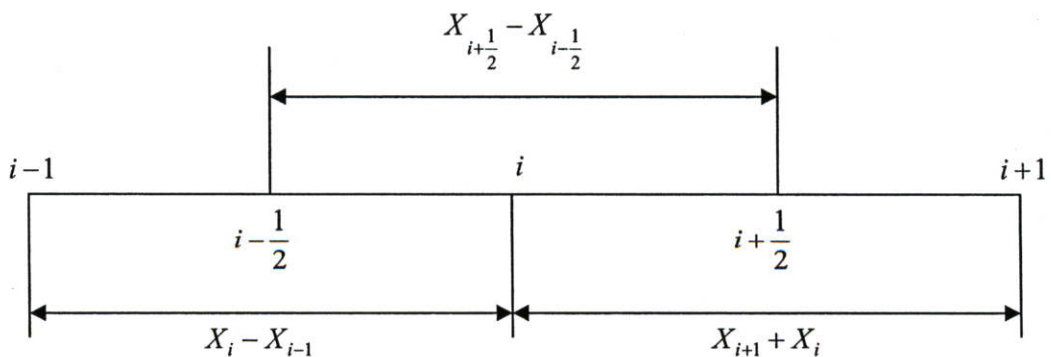
$$\frac{\partial}{\partial X} \left[ \bar{\rho} H^3 \left( \frac{1}{\bar{\mu}_{e,2}} - \frac{\bar{\mu}_{e,0}}{\bar{\mu}_{e,1}^2} \right) \frac{\partial P}{\partial X} \right] = K \frac{\partial}{\partial X} (\bar{\rho} H) + K \frac{S}{2} \frac{\partial}{\partial X} \left[ \bar{\rho} H \left( 1 - 2 \frac{\bar{\mu}_{e,0}}{\bar{\mu}_{e,1}} \right) \right] + K \frac{\partial}{\partial t^*} (\bar{\rho} H) \quad (5.1)$$

เมื่อ  $\varepsilon = \bar{\rho} H^3 \left( \frac{1}{\bar{\mu}_{e,2}} - \frac{\bar{\mu}_{e,0}}{\bar{\mu}_{e,1}^2} \right)$

ดังนั้นจะได้

$$\frac{\partial}{\partial X} \left[ \varepsilon \frac{\partial P}{\partial X} \right] = K \frac{\partial}{\partial X} (\bar{\rho} H) + K \frac{S}{2} \frac{\partial}{\partial X} \left[ \bar{\rho} H \left( 1 - 2 \frac{\bar{\mu}_{e,0}}{\bar{\mu}_{e,1}} \right) \right] + K \frac{\partial}{\partial t^*} (\bar{\rho} H) \quad (5.2)$$

การแก้สมการเรย์โนลด์โดยวิธีผลต่างสี่เหลี่ยม (Finite Difference Method) สามารถแก้ได้โดยพิจารณาจากรูป 5.1



รูปที่ 5.1 แสดงขนาดและความกว้างระหว่างโนด

ที่ตำแหน่ง  $i$  พจน์ทางซ้ายมือของสมการที่ (5.1) จะแทนค่าด้วยผลต่างแบบกึ่งกลาง (Central Difference) และพจน์ทางขวามือจะแทนด้วยผลต่างแบบถอยหลัง (Backward Difference) จะได้

$$\frac{\varepsilon \frac{dP}{dX} \Big|_{i+\frac{1}{2}}^{-\varepsilon} \frac{dP}{dX} \Big|_{i-\frac{1}{2}}^{-1}}{X_{i+\frac{1}{2}} - X_{i-\frac{1}{2}}} = K \left[ \frac{\rho_i H_i - \rho_{i-1} H_{i-1}}{X_i - X_{i-1}} \right] + K \frac{S}{2} \left[ \frac{\bar{\rho}_i H_i \left( 1 - \frac{2\bar{\mu}_{e,0}}{\mu_{e,1}} \right)_i - \bar{\rho}_{i-1} H_{i-1} \left( 1 - \frac{2\bar{\mu}_{e,0}}{\mu_{e,1}} \right)_{i-1}}{X_i - X_{i-1}} \right] \quad (5.3)$$

$$+ K \left[ \frac{\bar{\rho}_i H_i - \bar{\rho}_i^0 H_i^0}{\Delta t^*} \right]$$

เมื่อตัวอักษรยก 0 ในพจน์สุดท้ายแทนค่าที่เวลาเก่า แทนค่าผลต่างแบบกึ่งกลางของ  $\frac{dP}{dX}$  จะได้

$$P_{i+1} \left( \frac{\varepsilon_{i+\frac{1}{2}}}{X_{i+1} - X_i} \right) - P_i \left[ \frac{\varepsilon_{i+\frac{1}{2}}}{X_{i+1} - X_i} + \frac{\varepsilon_{i-\frac{1}{2}}}{X_i - X_{i-1}} \right] + P_{i-1} \left( \frac{\varepsilon_{i-\frac{1}{2}}}{X_i - X_{i-1}} \right) =$$

$$K \left( X_{i+\frac{1}{2}} - X_{i-\frac{1}{2}} \right) \left[ \frac{\rho_i H_i - \rho_{i-1} H_{i-1}}{X_i - X_{i-1}} \right] + K \frac{S}{2} \left( X_{i+\frac{1}{2}} - X_{i-\frac{1}{2}} \right) \quad (5.4)$$

$$\left[ \frac{\bar{\rho}_i H_i \left( 1 - \frac{2\bar{\mu}_{e,0}}{\mu_{e,1}} \right)_i - \bar{\rho}_{i-1} H_{i-1} \left( 1 - \frac{2\bar{\mu}_{e,0}}{\mu_{e,1}} \right)_{i-1}}{X_i - X_{i-1}} \right] + K \left( X_{i+\frac{1}{2}} - X_{i-\frac{1}{2}} \right) \left[ \frac{\bar{\rho}_i H_i - \bar{\rho}_i^0 H_i^0}{\Delta t^*} \right]$$

นำ  $\left( X_{i+\frac{1}{2}} - X_{i-\frac{1}{2}} \right)$  หารตลอดสมการจะได้

$$P_{i+1} \left( \frac{\varepsilon_{i+\frac{1}{2}}}{\left( X_{i+\frac{1}{2}} - X_{i-\frac{1}{2}} \right) (X_{i+1} - X_i)} \right) - P_i \left[ \frac{\varepsilon_{i+\frac{1}{2}}}{\left( X_{i+\frac{1}{2}} - X_{i-\frac{1}{2}} \right) (X_{i+1} - X_i)} + \frac{\varepsilon_{i-\frac{1}{2}}}{\left( X_{i+\frac{1}{2}} - X_{i-\frac{1}{2}} \right) (X_i - X_{i-1})} \right] +$$

$$P_{i-1} \left( \frac{\varepsilon_{i-\frac{1}{2}}}{\left( X_{i+\frac{1}{2}} - X_{i-\frac{1}{2}} \right) (X_i - X_{i-1})} \right) = \quad (5.5)$$

$$K \left[ \frac{\rho_i H_i - \rho_{i-1} H_{i-1}}{X_i - X_{i-1}} \right] + K \frac{S}{2} \left[ \frac{\bar{\rho}_i H_i \left( 1 - \frac{2\bar{\mu}_{e,0}}{\mu_{e,1}} \right)_i - \bar{\rho}_{i-1} H_{i-1} \left( 1 - \frac{2\bar{\mu}_{e,0}}{\mu_{e,1}} \right)_{i-1}}{X_i - X_{i-1}} \right]$$

$$+ K \left[ \frac{\bar{\rho}_i H_i - \bar{\rho}_i^0 H_i^0}{\Delta t^*} \right]$$

แทนค่า  $\varepsilon_{i+\frac{1}{2}}$  และ  $\varepsilon_{i-\frac{1}{2}}$

เมื่อ  $\varepsilon_{i+\frac{1}{2}} = \left( \frac{\varepsilon_i + \varepsilon_{i+1}}{2} \right)$  และ  $\varepsilon_{i-\frac{1}{2}} = \left( \frac{\varepsilon_i + \varepsilon_{i-1}}{2} \right)$  จะได้

$$f_i = -P_{i+1} \left[ \frac{\varepsilon_i + \varepsilon_{i+1}}{2 \left( X_{i+\frac{1}{2}} - X_{i-\frac{1}{2}} \right) (X_{i+1} - X_i)} \right] + P_i \left[ \frac{\varepsilon_i + \varepsilon_{i+1}}{2 \left( X_{i+\frac{1}{2}} - X_{i-\frac{1}{2}} \right) (X_{i+1} - X_i)} + \frac{\varepsilon_i + \varepsilon_{i-1}}{2 \left( X_{i+\frac{1}{2}} - X_{i-\frac{1}{2}} \right) (X_i - X_{i-1})} \right]$$

$$- P_{i-1} \left[ \frac{\varepsilon_i + \varepsilon_{i-1}}{2 \left( X_{i+\frac{1}{2}} - X_{i-\frac{1}{2}} \right) (X_i - X_{i-1})} \right] + K \left[ \frac{\bar{\rho}_i H_i - \bar{\rho}_{i-1} H_{i-1}}{X_i - X_{i-1}} \right] + K \frac{S}{2} \left[ \frac{\bar{\rho}_i H_i \left( 1 - 2 \frac{\bar{\mu}_{e,0}}{\bar{\mu}_{e,1}} \right)_i - \bar{\rho}_{i-1} H_{i-1} \left( 1 - 2 \frac{\bar{\mu}_{e,0}}{\bar{\mu}_{e,1}} \right)_{i-1}}{X_i - X_{i-1}} \right]$$

$$+ K \left[ \frac{\bar{\rho}_i H_i - \bar{\rho}_i^0 H_i^0}{\Delta t^*} \right] \quad (5.6)$$

โดยที่เงื่อนไขขอบเขตของสมการเรย์โนลด์คือ

$$X = X_{in} \quad P = 0$$

$$X = X_{out} \quad P = 0, \quad \frac{dP}{dX} = 0$$

เมื่อแทนค่า  $i$  เป็นค่าหมายเลขใน โหนดต่างๆ ตั้งแต่ 1 ถึง  $n$  และแทนค่าเงื่อนไขขอบลงไปจะได้ระบบสมการไม่เชิงเส้นซึ่งสามารถจัดอยู่ในรูปเมทริกซ์ได้ดังนี้

$$[A]\{P\} = \{B\} \quad (5.7)$$

## 5.2 วิธีนิวตัน-ราฟสัน (Newton-Raphson method)[11]

ระเบียบวิธีนิวตัน-ราฟสัน (Newton-Raphson method) เป็นวิธีที่มีรากฐานมาจากอนุกรมเทย์เลอร์ โดยอนุกรมเทย์เลอร์เป็นอนุกรมที่ใช้ในการหาค่าฟังก์ชันที่ตำแหน่ง  $X_0$  จากค่าของฟังก์ชันและค่าอนุพันธ์ (derivatives) ที่มีอันดับต่างๆกันของฟังก์ชันนั้นที่ตำแหน่ง  $X_0$  ซึ่งจะหาได้ดังนี้

$$f(x) \cong f(x_0) + (x - x_0)f'(x_0) \quad (5.8)$$

ดังนั้นสมการ (5.8) จึงเปรียบเสมือนสมการเส้นตรงและจะให้ค่าที่ถูกต้องเสมอหากฟังก์ชันนั้นมีการเปลี่ยนแปลงในลักษณะเชิงเส้นตรง ในทำนองเดียวกันหากฟังก์ชันที่กำหนดให้เป็นฟังก์ชันที่ไม่สามารถเขียนเป็นฟังก์ชันสมการพหุนามได้ ก็จะต้องถูกรวมเทอมของเทย์เลอร์ถึงพจน์อนันต์ แต่ในวิธีนิวตัน-ราฟสันจะหารากของสมการ  $f(x) = 0$  โดยใช้การประมาณฟังก์ชันด้วยอนุกรมเทย์เลอร์ที่ประกอบด้วยพจน์เพียง 2 พจน์ ดังแสดงในสมการ ต่อไปนี้

$$f(x) = f(x_0) + (x - x_0)f'(x_0) = 0 \quad (5.9)$$

หรือ

$$x - x_0 = -\frac{f(x_0)}{f'(x_0)} \quad (5.10)$$

โดยจะคำนวณซ้ำระหว่างค่าเก่ากับค่าใหม่ที่ได้จากสมการ(5.10)

$$x_{k+1} = x_k + \Delta x_{k+1} \quad (5.11)$$

$$\Delta x_{k+1} = -\frac{f(x_k)}{f'(x_k)} \quad (5.12)$$

ทำการตรวจสอบความถูกต้องโดยเช็คจากสมการ (5.11),(5.12) จะได้

$$\left| \frac{X_{k+1} - X_k}{X_{k+1}} \right| \times 100\% < 0.001 \quad (5.13)$$

จากสมการ(5.10),(5.11),(5.12)จะได้ว่า

$$f_i^{new} = f_i^{old} + \frac{\partial f_i}{\partial P_i} \Delta P_i \quad (5.14)$$

$$\Delta P_i = \frac{f_i^{new} - f_i^{old}}{\frac{\partial f_i}{\partial P_i}} \quad (5.15)$$

$$P_i^{new} = P_i^{old} + \omega \Delta P_i \quad (5.16)$$

ทำการดิฟสมการ (5.6) เทียบ  $P_i$  โดยใช้วิธีกฏลูกโซ่ จะได้

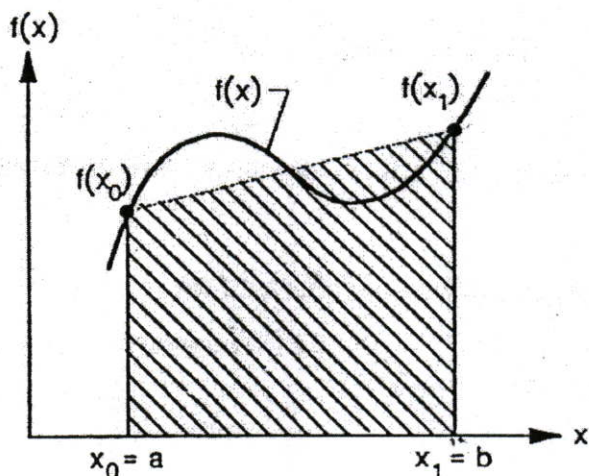
$$\begin{aligned} \frac{\partial f_i}{\partial P_i} = & \frac{\partial f_i}{\partial P_i} \Big|_{P_i} + \frac{\partial f_i}{\partial \rho_i} \frac{\partial \rho_i}{\partial P_i} + \frac{\partial f_i}{\partial H_i} \frac{\partial H_i}{\partial P_i} + \frac{\partial f_i}{\partial H_{i-1}} \frac{\partial H_{i-1}}{\partial P_i} + \frac{\partial f_i}{\partial \varepsilon_i} \frac{\partial \varepsilon_i}{\partial P_i} + \frac{\partial f_i}{\partial \varepsilon_{i-1}} \frac{\partial \varepsilon_{i-1}}{\partial P_i} + \frac{\partial f_i}{\partial \varepsilon_{i+1}} \frac{\partial \varepsilon_{i+1}}{\partial P_i} \\ & + \frac{\partial f_i}{\partial \left( \frac{1}{\bar{\mu}_{e0,i}} \right)} \frac{\partial \left( \frac{1}{\bar{\mu}_{e0,i}} \right)}{\partial P_i} + \frac{\partial f_i}{\partial \left( \frac{1}{\bar{\mu}_{e1,i}} \right)} \frac{\partial \left( \frac{1}{\bar{\mu}_{e1,i}} \right)}{\partial P_i} + \frac{\partial f_i}{\partial \left( \frac{1}{\bar{\mu}_{e0,i-1}} \right)} \frac{\partial \left( \frac{1}{\bar{\mu}_{e0,i-1}} \right)}{\partial P_i} + \frac{\partial f_i}{\partial \left( \frac{1}{\bar{\mu}_{e1,i-1}} \right)} \frac{\partial \left( \frac{1}{\bar{\mu}_{e1,i-1}} \right)}{\partial P_i} \end{aligned} \quad (5.17)$$

### 5.3 การอินทิเกรตเชิงตัวเลข[11]

จากสมการที่ (4.33) จะเห็นว่าในสมการมีการอินทิเกรตจำกัดเขตอยู่ในสมการซึ่งการอินทิเกรตโดยวิธีการธรรมดาจะไม่สามารถทำได้เนื่องจากสมการเหล่านั้นมีความซับซ้อนและความยุ่งยากในการอินทิเกรตหรือไม่ก็ไม่สามารถอินทิเกรตได้ จึงจำเป็นต้องมีการอินทิเกรตเชิงตัวเลขขึ้นมา โดยการอินทิเกรตเชิงตัวเลขที่ใช้ในการแก้ปัญหาในที่นี้มีอยู่ 2 วิธีคือ

5.3.1 การอินทิเกรตเชิงตัวเลขโดยใช้กฎสี่เหลี่ยมคางหมู(Numerical Intigation by Trapezoidal rule)

วิธีการอินทิเกรตเชิงตัวเลขโดยกฎสี่เหลี่ยมคางหมูสามารถหาได้จากสูตรการหาพื้นที่สี่เหลี่ยมคางหมูทางคณิตศาสตร์ เมื่อนำมาประยุกต์ใช้กับการอินทิเกรตสามารถพิจารณาได้จากรูปที่ 5.2 คือ

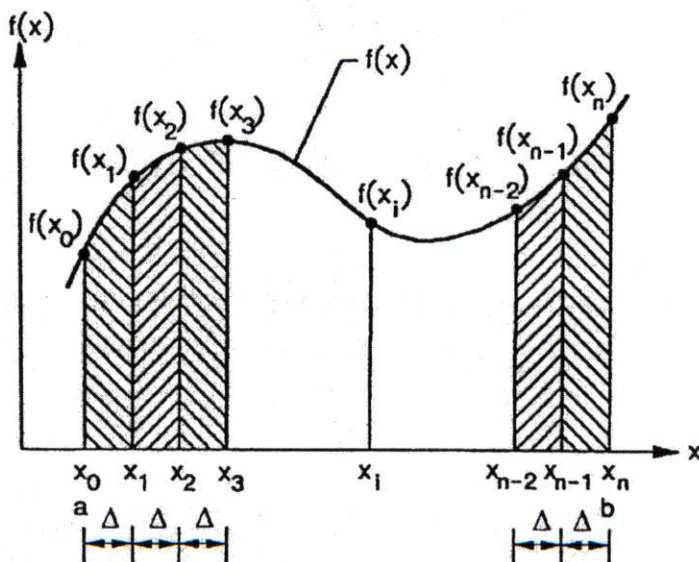


รูปที่ 5.2 แสดงการอินทิเกรตโดยกฎสี่เหลี่ยมคางหมู

จากรูปที่ 5.2 สามารถเขียนสูตรการอินทิเกรตเชิงตัวเลขโดยกฎสี่เหลี่ยมคางหมูได้โดย

$$I = \left(\frac{b-a}{2}\right)(f(x_1) + f(x_2)) \quad (5.18)$$

เนื่องจากการแบ่งจุดโนดบนขอบเขตของปัญหาจะมีการแบ่งออกเป็นจำนวนมากจะนำสมการที่ (5.18) มาทำการบวกไปเรื่อยๆจนครบจำนวนช่องของการแบ่งจุดโนดโดยสามารถดูได้จากรูปที่ 5.3



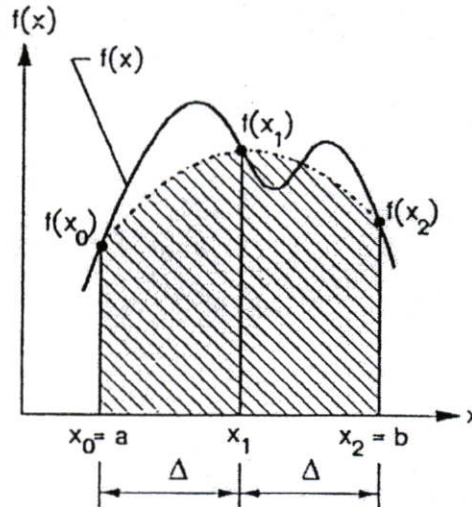
รูปที่ 5.3 แสดงการอินทิเกรตโดยกฎสี่เหลี่ยมคางหมูแบบแบ่งหลายจุด

ดังนั้นสูตรการอินทิเกรตเชิงตัวเลขโดยกฎสี่เหลี่ยมคางหมูแบบแบ่งหลายจุดสามารถเขียนได้ดังนี้

$$I = \frac{\Delta}{2} \left( f(x_0) + 2 \sum_{i=1}^{n-1} f(x_i) + f(x_n) \right) \quad (5.19)$$

5.3.2 การอินทิเกรตเชิงตัวเลขโดยกฎของซิมสัน 1/3 (Numerical integration by Simpson's 1/3 rule)

วิธีการอินทิเกรตโดยกฎของซิมสัน 1/3 เป็นอีกวิธีการหนึ่งที่ยอมรับใช้เนื่องจากมีความแม่นยำสูงกว่ากฎสี่เหลี่ยมคางหมู โดยพิจารณาดังรูปที่ 5.4

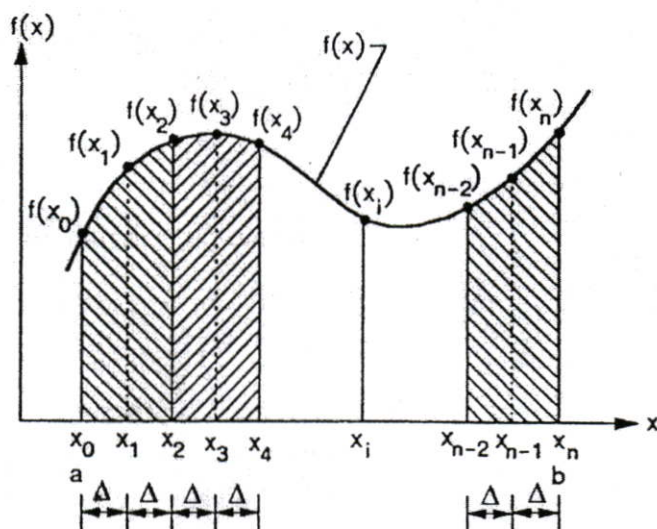


รูปที่ 5.4 แสดงการอินทิเกรตโดยใช้กฎของซิมสัน 1/3

จากรูปที่ 5.4 แสดงลักษณะการกระจายของฟังก์ชัน  $f(x)$  ในช่วง  $a \leq x \leq b$  และจากรูป 5.4 เราจะประมาณค่าฟังก์ชัน  $f(x)$  ที่แท้จริงด้วยฟังก์ชันพหุนามอันดับสองที่แสดงด้วยเส้นประโดยอาศัยฟังก์ชันพหุนามอันดับสองของลากรองจ์ (second order Lagrange polynomial) และทำการอินทิเกรตฟังก์ชันพหุนามอันดับสองของลากรองจ์ จะได้

$$I = \frac{\Delta}{3} (f(x_1) + 4f(x_2) + f(x_3)) \quad (5.20)$$

ในทำนองเดียวกันถ้าแบ่งจำนวนจุดโนดหลายจุดโนดก็จะได้กฎของซิมสัน 1/3 สามารถอธิบายได้จากรูปที่ 5.5



รูปที่ 5.5 แสดงการอินทิเกรตโดยกฎของซิมสัน 1/3 แบบหลายช่วง

ดังนั้นสูตรการอินทิเกรตโดยกฎของซิมสัน 1/3 แบบหลายช่วงคือ

$$I = \frac{\Delta}{3} \left( f(x_0) + 4 \sum_{i=1,3,5}^{n-1} f(x_i) + 2 \sum_{j=2,4,6}^{n-2} f(x_j) + f(x_n) \right) \quad (5.21)$$

#### 5.4 การคำนวณหาค่าความหนาฟิล์ม[2]

จากสมการความหนาฟิล์มรูปแบบไร้มิติคือ

$$H = H_0 + \frac{X^2}{2} - \frac{1}{2\pi} \int_{X_{in}}^{X_{out}} P \ln(X - X') dX' \quad (4.33)$$

จากสมการที่ (4.33) จะสังเกตเห็นได้ว่าพจน์สุดท้ายทางขวามือนั้น เราจะทำการอินทิเกรตเชิงตัวเลข โดยใช้กฎสี่เหลี่ยมคางหมูหรือกฎของซิมสัน 1/3 ไม่ได้ ดังนั้น Hamrock [2] ได้ทำการนำเสนอวิธีการประมาณค่าพจน์นี้โดยกำหนดให้

$$\delta = -\frac{1}{2\pi} \int_{X_{in}}^{X_{out}} P \ln(X - X') dX' \quad (5.22)$$

ทำการอินทิเกรตทีละส่วนสมการที่ (5.22) จะทำให้

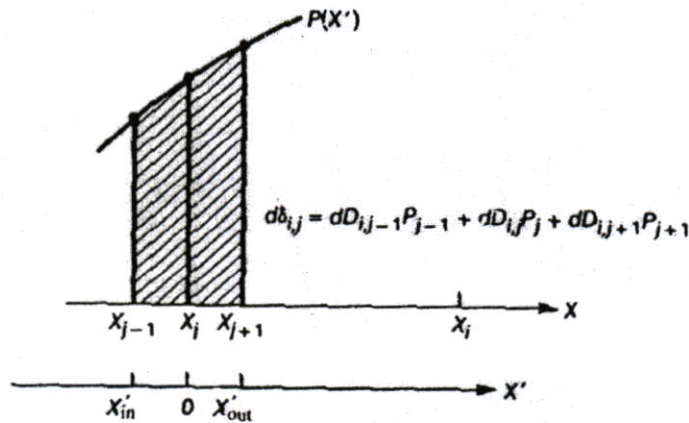
$$\delta = -\frac{1}{2\pi} \left. PI_1 \right|_{X_{in}}^{X_{out}} + \frac{1}{2\pi} \int_{X_{in}}^{X_{out}} \frac{dp}{dX'} I_1 dX' \quad (5.23)$$

เมื่อ

$$I_1 = -(X - X')^2 [\ln(X - X')^2 - 2] \quad (5.24)$$

ทำการตัดพจน์แรกทางขวาของสมการที่ (5.23) ออกเนื่องจากเงื่อนไขค่าของเขตของสมการเรย์โนลด์ทำให้มีค่าเป็น 0 ดังนั้นสมการที่ (5.23) จะกลายเป็น

$$\delta = -\frac{1}{2\pi} \int_{X_{in}}^{X_{out}} \frac{dP}{dX'} (X - X')^2 [\ln(X - X')^2 - 2] dX' \quad (5.25)$$



รูปที่ 5.6 แสดงวิธีคำนวณหาการเปลี่ยนแปลงรูประหว่างที่มีความดันมากกระทำ  $d\delta_{i,j}$  ที่โนด  $i$  ในช่วง  $[X_{j-1}, X_{j+1}]$

จากสมการที่ (5.25) ช่วงของขอบเขต  $[X_{in}, X_{out}]$  สามารถแบ่งออกเป็นช่วงย่อยๆ คือ  $[X_{j-1}, X_{j+1}]$  ดังนั้นการเปลี่ยนแปลงรูป  $\delta_i$  จึงเป็นผลรวมของการเปลี่ยนแปลงรูปในช่วงย่อยๆ  $d\delta_{i,j}$  ที่โนด  $i$  ซึ่งกำหนดอยู่ในช่วง  $[X_{j-1}, X_{j+1}]$

$$\delta_i = \sum_{j=1,3,5}^{n-1} d\delta_{i,j} \quad (5.26)$$

ในช่วงย่อยๆ เหล่านี้ค่าของ  $dP/dX'$  จะสมมติว่ามีการเปลี่ยนแปลงเป็นเชิงเส้นกับ  $X'$  และ  $X'$  จะถูกเปลี่ยนแปลงระหว่าง  $X'_{j-1}$  และ  $X'_j$  และระหว่าง  $X'_j$  และ  $X'_{j+1}$  ดังรูปที่ 5.6 เมื่อช่วงย่อยๆ เหล่านี้ อยู่ในระยะ  $X_j$  และ  $X_j$  เพื่อให้ง่ายขึ้นจะให้อยู่ในรูป

$$d\delta_{i,j} = -\frac{1}{2\pi} \int_{X_{j-1} \rightarrow X_j}^{X_{j+1} \rightarrow X_j} \frac{dP}{dX'} (X_i - X_j - X') [\ln(X_i - X_j - X')^2 - 2] dX' \quad (5.27)$$

การกระจายเชิงเส้นของ  $dP/dX'$  คือ

$$\frac{dP}{dX'} = (a_1 X' + a_2) P_{j-1} + (a_3 X' + a_4) P_j + (a_5 X' + a_6) P_{j+1} \quad (5.28)$$

เมื่อ

$$a_1 = \frac{2}{(X_{j-1} - X_j)(X_{j-1} - X_{j+1})} \quad (5.29)$$

$$a_2 = -\frac{(X_j + X_{j+1})}{(X_{j-1} - X_j)(X_{j-1} - X_{j+1})} + a_1 X_j \quad (5.30)$$

$$a_3 = \frac{2}{(X_j - X_{j-1})(X_j - X_{j+1})} \quad (5.31)$$

$$a_4 = -\frac{(X_{j+1} + X_{j-1})}{(X_j - X_{j-1})(X_j - X_{j+1})} + a_3 X_j \quad (5.32)$$

$$a_5 = \frac{2}{(X_{j+1} - X_{j-1})(X_{j+1} - X_j)} \quad (5.33)$$

$$a_6 = -\frac{(X_j + X_{j-1})}{(X_{j+1} - X_{j-1})(X_{j+1} - X_j)} + a_5 X_j \quad (5.34)$$

จากการกระจาย  $dP/dX'$  ในทำนองเดียวกันก็สามารถกระจาย  $d\delta_{i,j}$  ได้คือ

$$d\delta_{i,j} = dD_{i,j-1} P_{j-1} + dD_{i,j} P_j + dD_{i,j+1} P_{j+1} \quad (5.35)$$

เมื่อ  $dD$  สามารถคำนวณได้จาก

$$dD_{i,j-1} = -\frac{1}{2\pi} \int_{X_{j-1} \rightarrow X_j}^{X_{j+1} \rightarrow X_j} (a_1 X + a_2) (X_i - X_j - X') [\ln(X_i - X_j - X')^2 - 2] dX' \quad (5.36)$$

ทำการแปลงโคออร์ดิเนตโดยกำหนดให้

$$\begin{aligned} Z &= X_i - X_j - X' , \quad Z_{\min} = X_i - X_{j-1} , \quad Z_{mzx} = X_i - X_{j+1} \\ b_2 &= a_1(X_i - X_j) + a_2 , \quad dZ = -dX' \end{aligned} \quad (5.37)$$

ดังนั้น  $dD_{i,j-1}$  สามารถคำนวณได้ด้วย

$$\begin{aligned} dD_{i,j-1} &= -\frac{1}{2\pi} \int_{Z_{\min}}^{Z_{\max}} (a_1 Z + b_2) Z (\ln Z^2 - 2) dZ \\ &= -\frac{1}{2\pi} (-2b_2) \int_{Z_{\min}}^{Z_{\max}} Z \ln Z dZ + a_1 \int_{Z_{\min}}^{Z_{\max}} Z^2 \ln Z^2 dZ + 2b_2 \left[ \frac{Z^2}{2} \right]_{Z_{\min}}^{Z_{\max}} - 2a_1 \left[ \frac{Z^3}{3} \right]_{Z_{\min}}^{Z_{\max}} \\ &= -\frac{1}{2\pi} \left[ -2b_2 \frac{Z^2}{4} (\ln Z^2 - 1) + 2a_1 \frac{Z^3}{9} (\ln|Z|^3 - 1) + 2b_2 \frac{Z^2}{2} - 2a_1 \frac{Z^3}{3} \right]_{Z_{\min}}^{Z_{\max}} \end{aligned} \quad (5.38)$$

เนื่องจากความสัมพันธ์ของสัมประสิทธิ์  $dD_{i,j}$  และ  $dD_{i,j+1}$  มีความสัมพันธ์คล้ายกันกับ  $dD_{i,j-1}$  จึงสามารถใช้สมการ (5.38) เพื่อแปลงโคออร์ดิเนตและใช้วิธีการคำนวณแบบเดียวกันดังนั้น

$$dD_{i,j-1} = -\frac{1}{2\pi} \left( a_1 K_1 + a_2 \frac{K_2}{2} \right) \quad (5.39)$$

$$dD_{i,j} = -\frac{1}{2\pi} \left( a_3 K_1 + a_4 \frac{K_2}{2} \right) \quad (5.40)$$

$$dD_{i,j+1} = -\frac{1}{2\pi} \left( a_5 K_1 + a_6 \frac{K_2}{2} \right) \quad (5.41)$$

เมื่อ

$$K_1 = K_2 \frac{X_i - X_j}{2} + \frac{2K_3}{9} \quad (5.42)$$

$$K_2 = Z_{\min}^2 (\ln Z_{\min}^2 - 3) - Z_{\min}^2 (\ln Z_{mzx}^2 - 3) \quad (5.43)$$

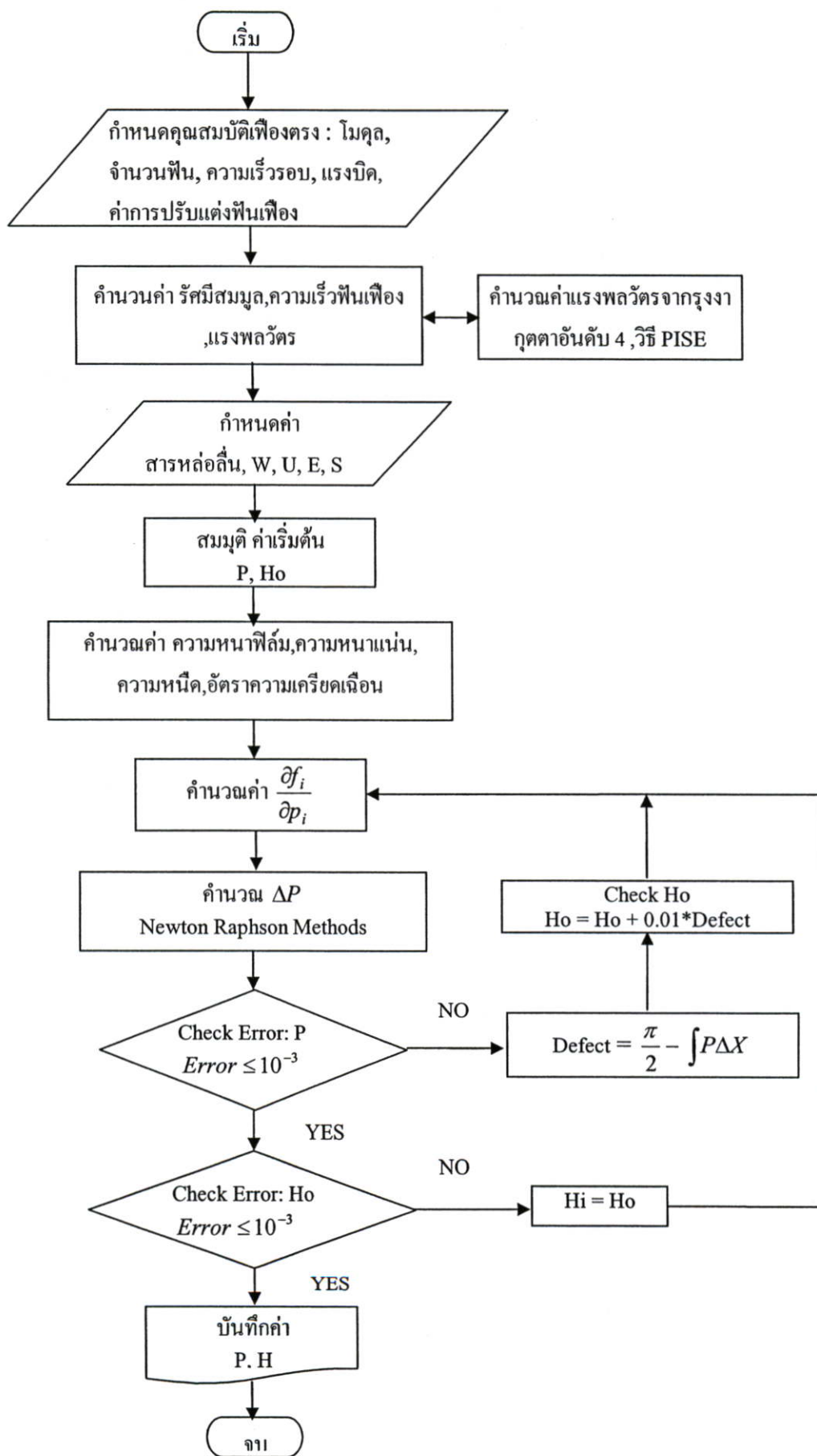
$$K_3 = Z_{\max}^3 (\ln|Z_{mzx}^3| - 4) - Z_{\min}^3 (\ln|Z_{\min}^3| - 4) \quad (5.44)$$

แทนค่าสมการ (5.35) ลงในสมการ (5.26) ทำให้ได้สมการการเปลี่ยนรูปเมื่อมีความดันมากกระทำคือ

$$\delta_i = \sum_{j=1,3,5,\dots}^{n-1} (dD_{i,j-1}P_{j-1} + dD_{i,j}P_j + dD_{i,j+1}P_{j+1}) \quad (5.45)$$

ดังนั้นสมการความหนาฟิล์มที่โนดต่างๆ คือ

$$H_i = H_0 + \frac{X_i^2}{2} + \sum_{j=1,3,5,\dots}^{n-1} (dD_{j,j-1}P_{j-1} + dD_{i,j}P_j + dD_{i,j+1}P_{j+1}) \quad (5.46)$$



รูปที่ 5.7 กระบวนการคำนวณความหนาฟิล์มและความดัน

## 5.5 ผลการคำนวณ

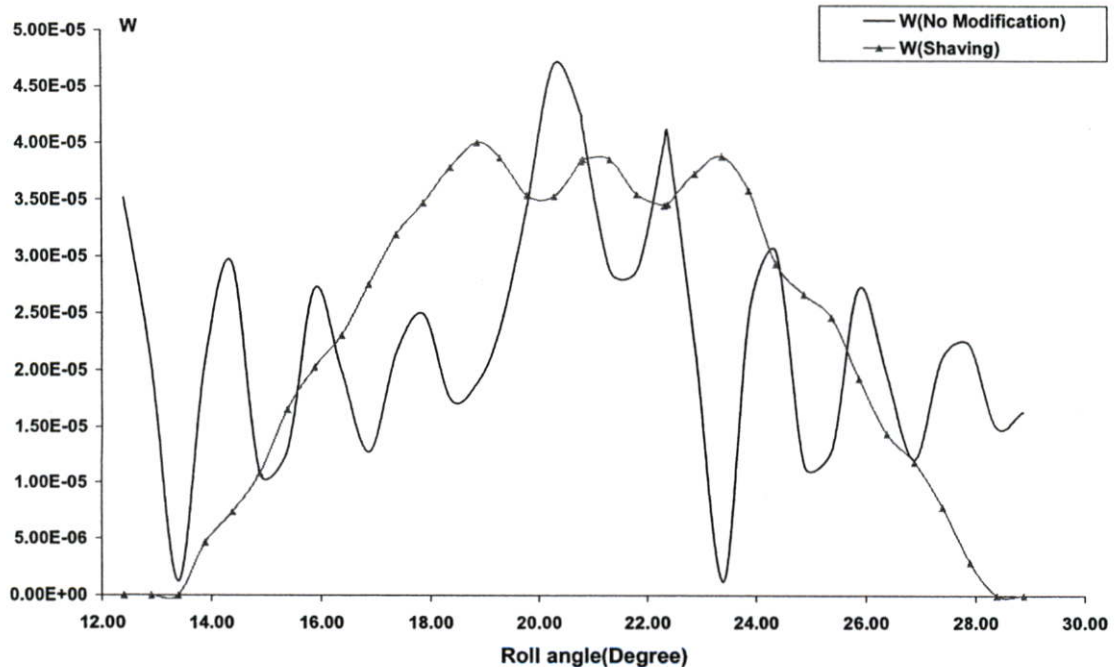
ตารางที่ 5.1 คุณสมบัติของสารหล่อลื่นที่ใช้ในการศึกษา

คุณสมบัติสารหล่อลื่น	SAE90
ความหนาแน่น ( $\text{kg/m}^3$ )	892.8
ความหนืดสมบูรณ์ ที่ $P = 0$ ,(Pa.s)	0.1946304
ดัชนีความหนืด-ความดันสารหล่อลื่น(Z)	0.511
ดัชนีเพาเวอร์ลอร์ (n)	1

ตารางที่ 5.2 คุณสมบัติวัสดุ

โมดูลัสความยืดหยุ่น (นิวตัน/เมตร)	$207 \times 10^9$
อัตราส่วนปัวซอง	0.3

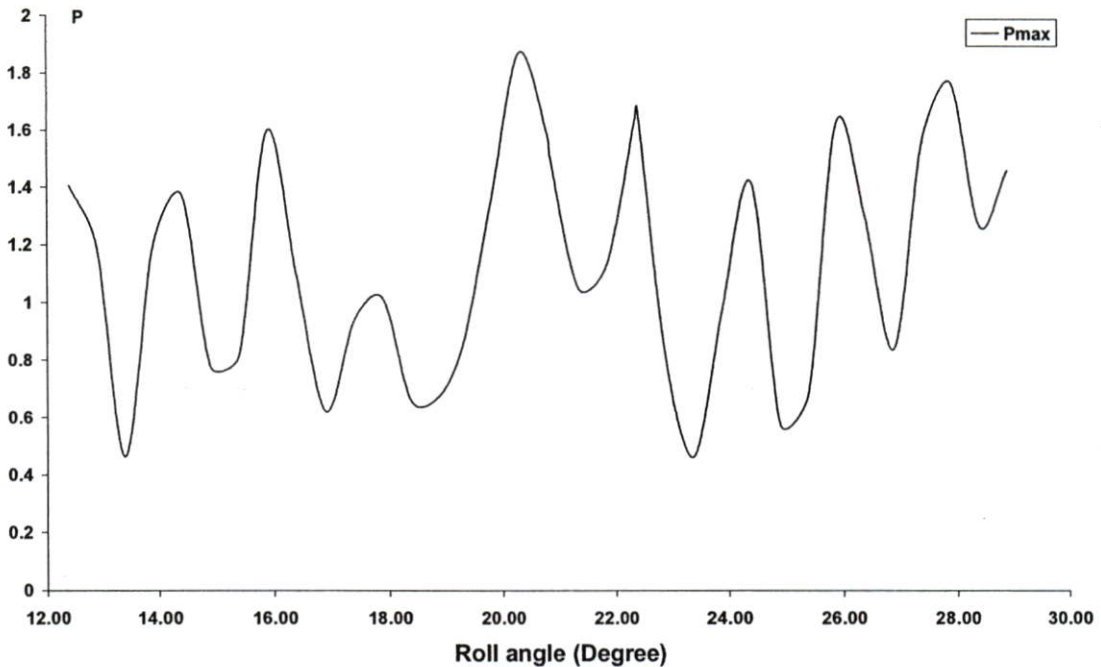
5.5.1 พฤติกรรมของการกระจายความดันและความหนาฟิล์มต่อฟันเฟืองตรงที่ไม่ปรับแต่ง ที่ความเร็วรอบ 1,500 รอบต่อนาที



รูปที่ 5.8 แรงพลวัต(ไร้มิติ) ที่ความเร็วรอบ 1,500 รอบต่อนาที

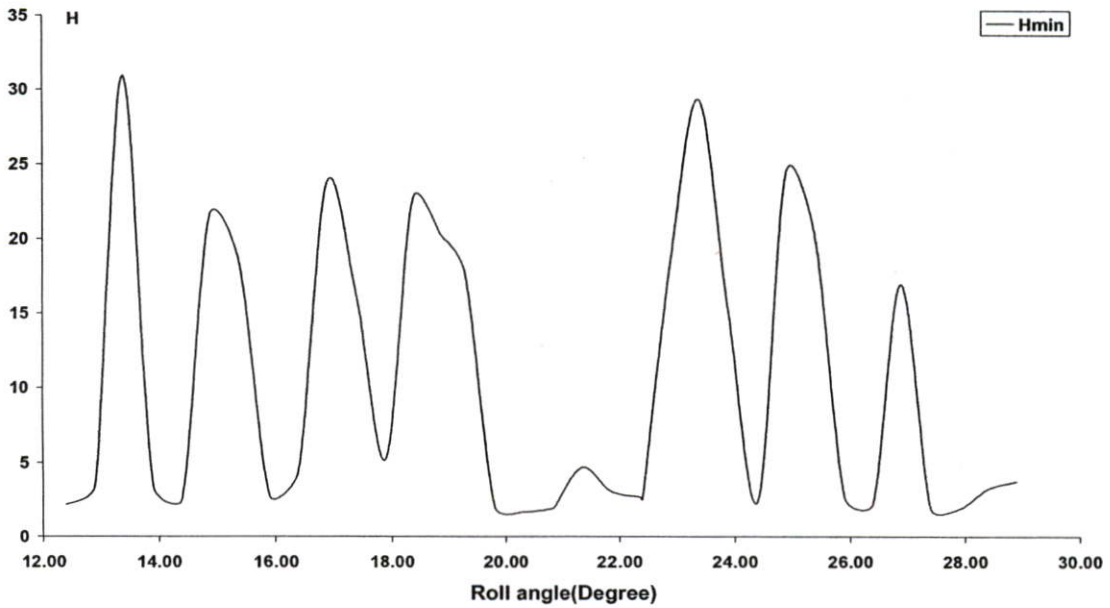
จากรูป 5.8 แสดงค่าแรงพลวัตแบบไร้มิติที่เกิดขึ้น บนหน้าผิวฟันเฟืองตรง หนึ่งคู่ ฟันที่ไม่ได้ทำการปรับแต่งฟัน และแบบที่ทำการปรับแต่งฟันโดยวิธีเฉือนหน้าฟัน จะเห็นได้ว่าในกรณีที่

ไม่ปรับแต่งพิน จะมีการกระจายแรงพลวัตในแต่ละมุมหมุนที่ค่อนข้างเพิ่มขึ้น และลดลงอย่างรวดเร็ว ส่วนกรณีที่มีการปรับแต่งจะทำให้แรงพลวัตเกิดขึ้นค่อนข้างจะค่อยๆ เพิ่มขึ้นตามมุมหมุนที่เกิดขึ้นในช่วงขบกัน สองคู่พินเฟือง ขาเข้า และจะเริ่มค่อนข้างคงที่ในช่วง ขบกัน หนึ่งคู่พินเฟือง และ เริ่มลดลงเมื่อมุมหมุนในช่วง ขบกันสองคู่พินเฟืองขาออก



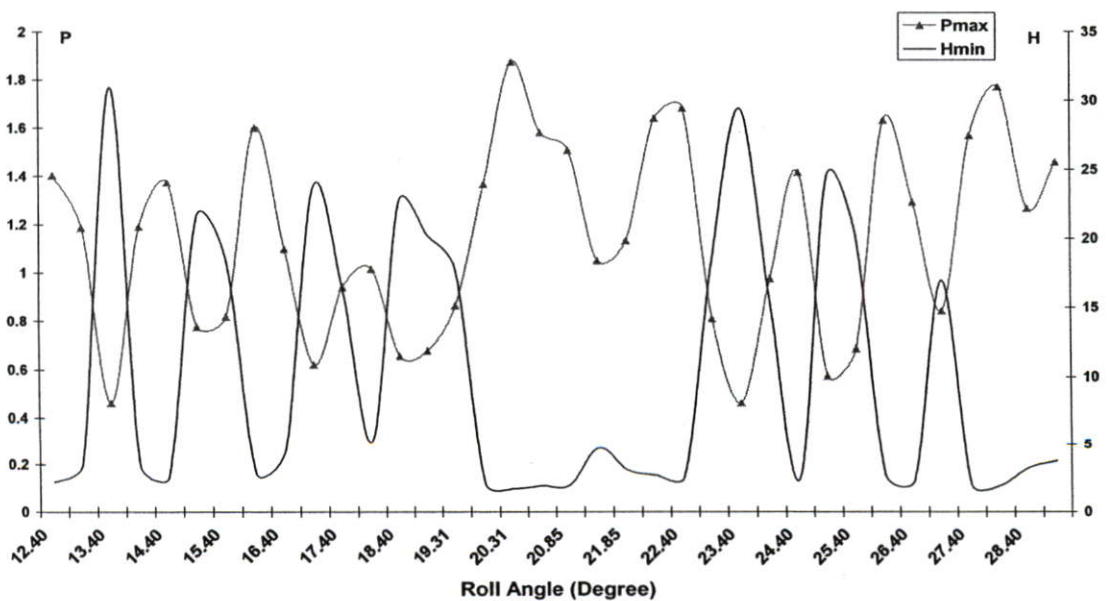
รูปที่ 5.9 การกระจายความดัน (ไร้มิติ) กรณีที่ไม่ปรับแต่ง ที่ความเร็วรอบ 1,500 รอบต่อนาที

จากรูป 5.9 แสดงการกระจายความดันไร้มิติ ที่เกิดขึ้นบนพินเฟืองหนึ่ง คู่พินเฟือง จะเห็นได้ว่ามีลักษณะการกระจายความดันเป็นไปลักษณะใกล้เคียงกับการเกิดแรงพลวัตในพินเฟือง นั่นคือ เมื่อไม่มีการปรับแต่งพินความดันที่กระทำต่อพินเฟือง ในช่วงที่มีการขบกันหนึ่งคู่พินเฟืองจะมีความดันสูงกว่าในทุกๆ ช่วงมุมหมุน เนื่องจาก พินเฟืองที่มีการขบกันเพียง หนึ่งคู่พินเฟืองจะมีการรับแรงที่เกิดขึ้นสูงกว่าในช่วงที่มีการขบกัน สองคู่พินเฟือง และจากรูปจะเห็นว่ามีลักษณะการกระจายความดันที่ขึ้นลงซึ่งเป็นผลมาจากการที่มีแรงพลวัตที่ไม่สม่ำเสมอ กระทำต่อพินเฟืองที่ไม่ปรับแต่ง



รูปที่ 5.10 การกระจายความหนาฟิล์ม (ไร้มิติ) กรณีที่ไม่ปรับแต่ง ที่ความเร็วรอบ 1,500 รอบต่อนาที

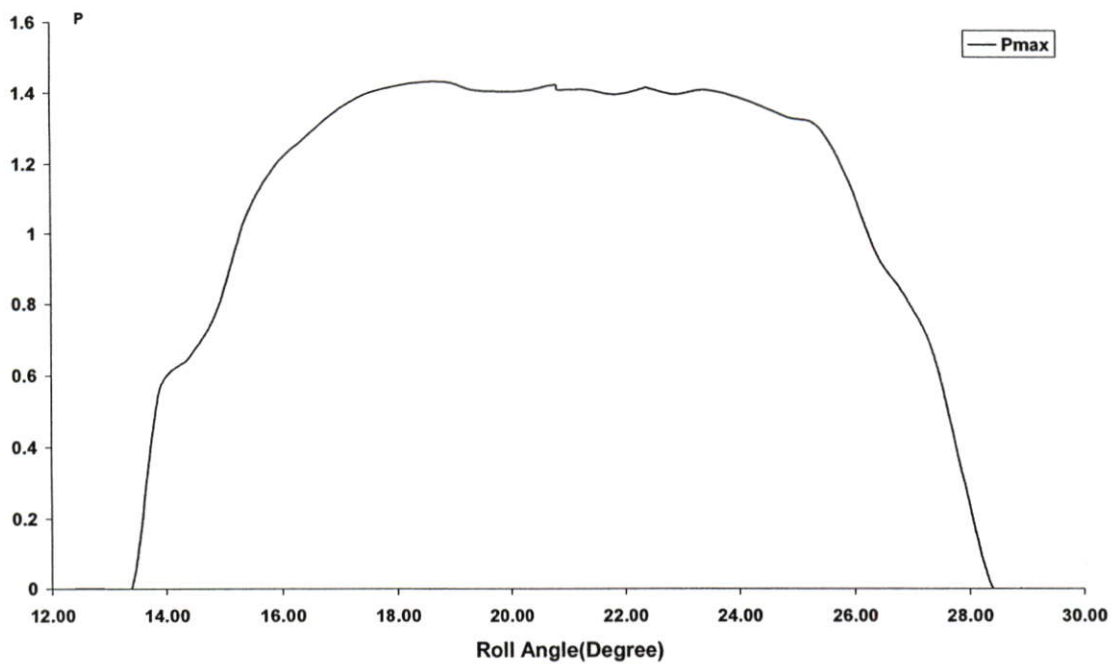
จากรูป 5.10 แสดงการกระจายความหนาฟิล์มแบบไร้มิติ ที่เกิดขึ้นกับพื้นผิวตรงที่ขบกัน หนึ่งคู่ จะเห็นได้ว่า การกระจายความหนาฟิล์มที่เกิดขึ้น จะมีลักษณะการกระจายความหนาฟิล์มที่หนาและบาง ขึ้นอยู่กับความดันที่กระทำ นั่นคือเมื่อมีความดันกระทำมาก จะทำให้ความหนาฟิล์มที่เกิดขึ้นมีความหนาน้อยลง ซึ่งในช่วงมุมหมุนที่มีการขบกัน หนึ่งคู่พื้นผิว จะมีความดันกระทำมากและทำให้ความหนาฟิล์ม น้อยลงอย่างมาก



รูปที่ 5.11 การกระจายความดันและความหนาฟิล์ม (ไร้มิติ) ในกรณีที่ไม่ปรับแต่งพื้น ที่ความเร็วรอบ 1,500 รอบต่อนาที

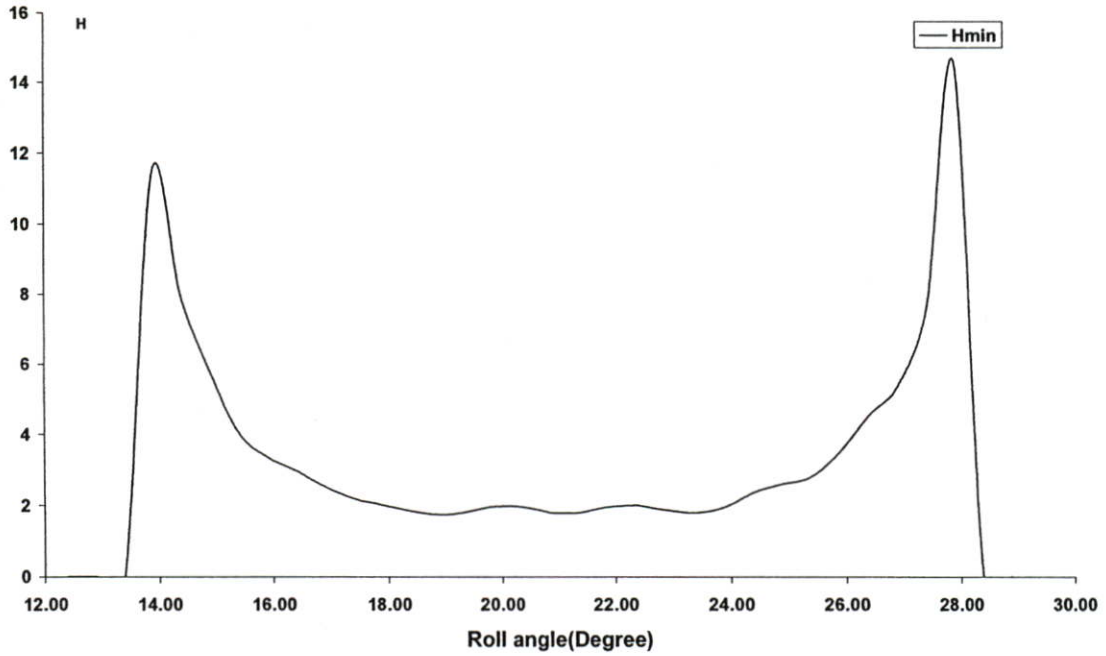
จากรูป 5.11 แสดงความสัมพันธ์ระหว่าง ความดันและความหนาฟิล์มแบบไร้มิติที่เกิดขึ้น ซึ่งจะเห็นได้ว่าเมื่อความดันสูงจะทำให้ความหนาฟิล์มบางลง และช่วงที่มีความดันสูงจะเกิดขึ้นในช่วงที่พื้นเพียงมีการขบกัน หนึ่งคู่พื้นเพียง

5.5.2 พฤติกรรมของการกระจายความดันและความหนาฟิล์มต่อพื้นเพียงตรงที่ ปรับแต่ง ที่ความเร็วรอบ 1,500 รอบต่อนาที



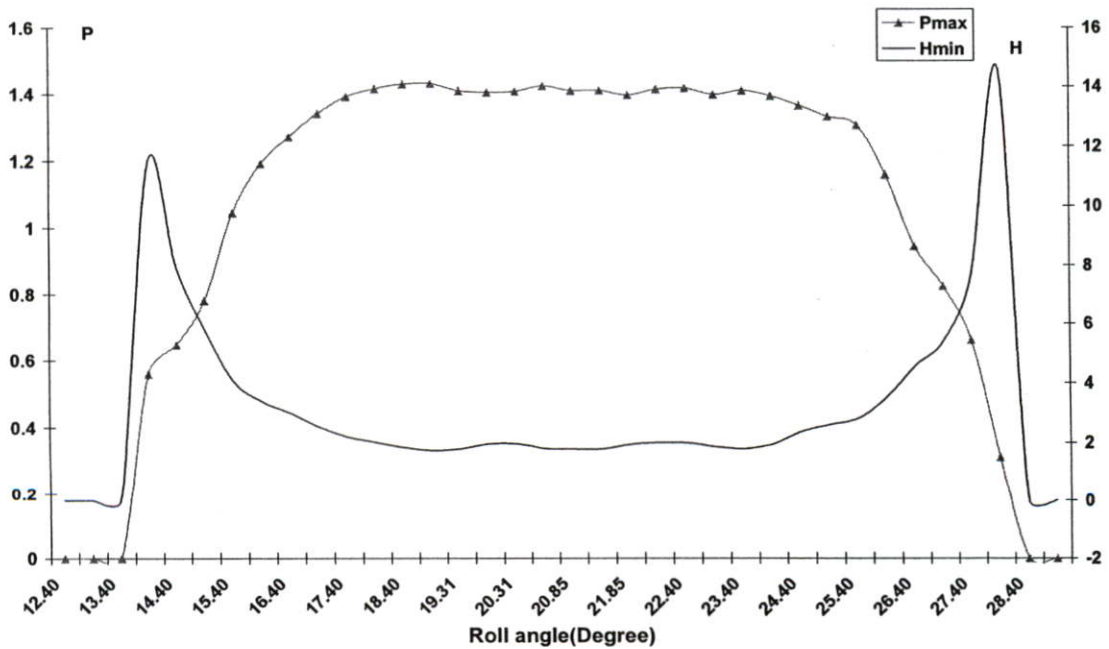
รูปที่ 5.12 การกระจายความดัน (ไร้มิติ) กรณีที่ปรับแต่ง ที่ความเร็วรอบ 1,500 รอบต่อนาที

จากรูป 5.12 แสดงถึงการกระจายความดันแบบไร้มิติ ในกรณีที่มีการปรับแต่งพื้นเพียงตรงโดยวิธีเลื่อนหน้าพื้น ซึ่งจะเห็นได้ว่า เมื่อทำการปรับแต่งพื้นเพียง ความดันที่เกิดขึ้นจะเกิดเป็นรูปค่อนข้างจะเป็นรูปประฆังคว่ำ และจะมีค่าสูงในช่วงที่มีการขบกัน หนึ่งคู่พื้นเพียง แสดงให้เห็นว่ามีความดันกระทำสูงสุดในช่วงนี้



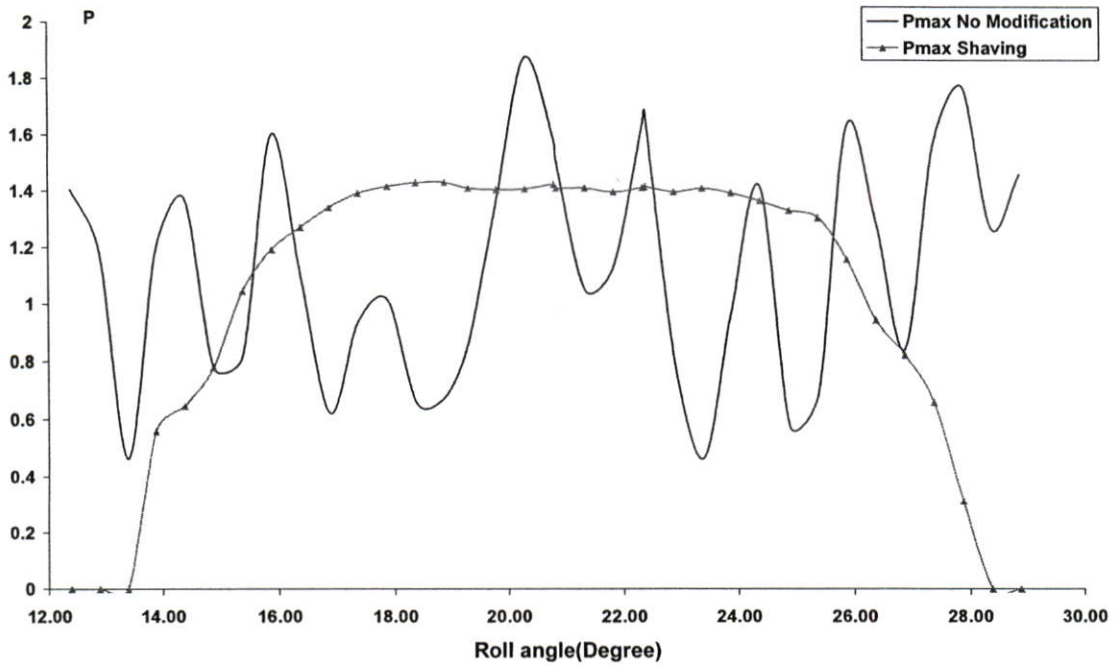
รูปที่ 5.13 การกระจายความหนาฟิล์ม (ไร้มิติ) กรณีที่ปรับแต่งพื่น ที่ความเร็วรอบ 1,500 รอบต่อนาที

จากรูป 5.13 แสดงถึงความหนาฟิล์มที่เกิดขึ้นในกรณีที่มีการปรับแต่งพื่นเพียง จะเห็นได้ว่า เมื่อทำการปรับแต่งพื่นเพียง โดยวิธีเฉือนหน้าพื่น แล้ว จะทำให้ลักษณะของการกระจายความหนาฟิล์มที่เกิดขึ้นมีค่าความหนาฟิล์มน้อยมากในช่วงที่มีการขบกัน หนึ่งคู่พื่นเพียง



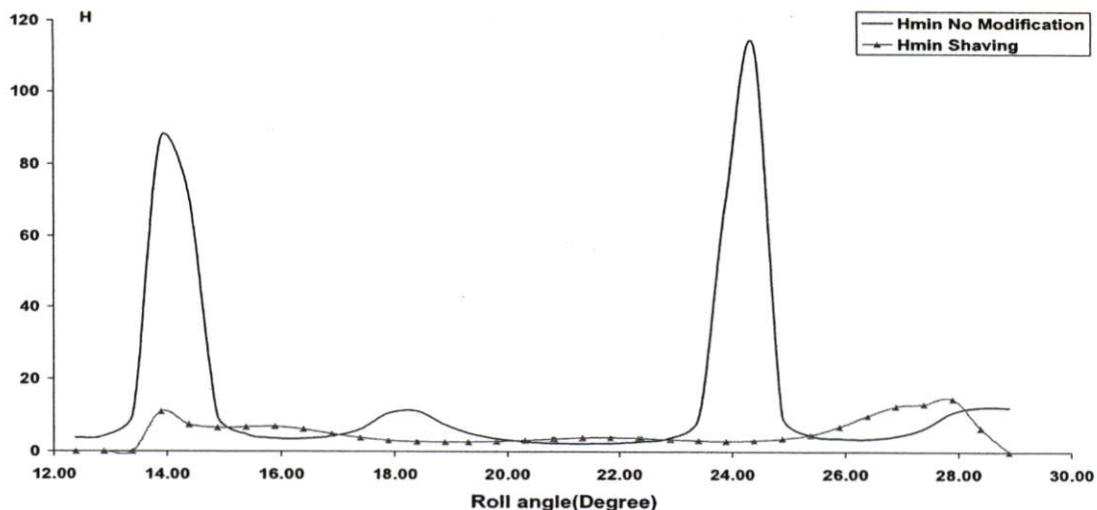
รูปที่ 5.14 การกระจายความดันและความหนาฟิล์ม (ไร้มิติ) ในกรณีที่ปรับแต่งพื่น ที่ความเร็วรอบ 1,500 รอบต่อนาที

จากรูป 5.14 แสดงความสัมพันธ์ระหว่างการกระจายความดันและความหนาฟิล์มแบบไร้มิติในกรณีที่ปรับแต่งฟัน จะเห็นได้ว่าเมื่อทำการปรับแต่งฟันความดันที่เกิดขึ้นจะเกิดขึ้นสูงอย่างมากในช่วงที่ฟันเพียงมีการขบกัน หนึ่งคู่ฟันเพียง และจะทำให้ผลของการกระจายความหนาฟิล์มที่เกิดขึ้น ความหนาฟิล์มจะบางลง อยากมากในช่วงนี้



รูปที่ 5.15 การกระจายความดัน(ไร้มิติ) กรณีที่ไม่ปรับแต่ง และปรับแต่งฟัน ที่ความเร็วรอบ 1,500 รอบต่อนาที

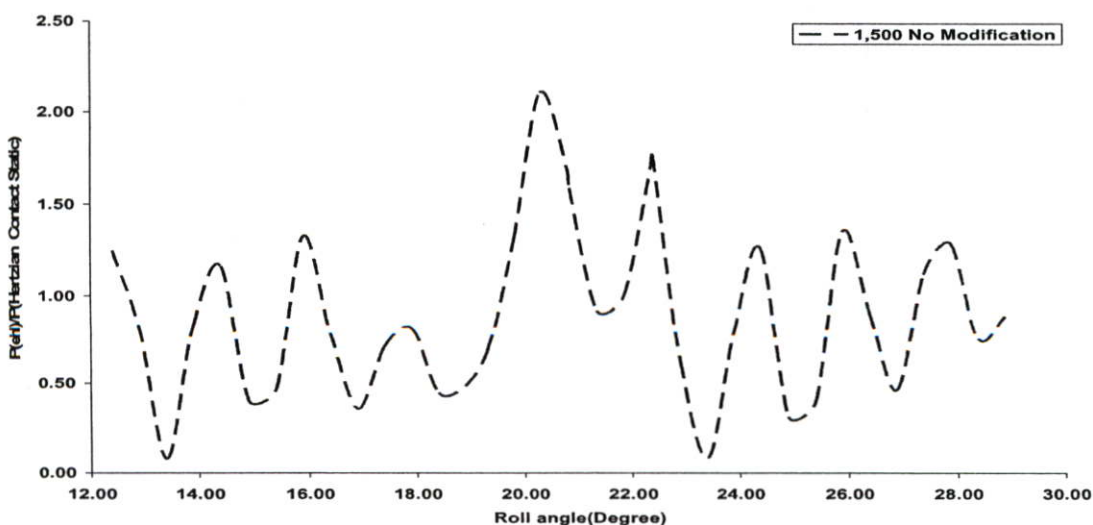
จากรูปที่ 5.15 แสดงถึงความสัมพันธ์ระหว่างการกระจายแรงดันที่เกิดขึ้นในกรณีปรับแต่งฟันเพียงตรงและในกรณีที่ไม่มีการปรับแต่ง จะเห็นได้ว่า การกระจายแรงดันที่เกิดขึ้นในกรณีที่มีการปรับแต่งจะมีการกระจายแรงดันที่น้อยกว่าในช่วงที่มีการขบกันหนึ่งคู่ฟันเพียง ซึ่งแสดงได้ว่า เมื่อทำการปรับแต่งฟันเพียงตรงจะมีการกระจายแรงดันที่ลดลงในช่วงการขบกันหนึ่งคู่ฟันเพียง



รูปที่ 5.16 การกระจายความหนาฟิล์ม (ไร้มิติ) กรณีที่ไม่ปรับแต่งและปรับแต่งฟัน ที่ความเร็วรอบ 1,500 รอบต่อนาที

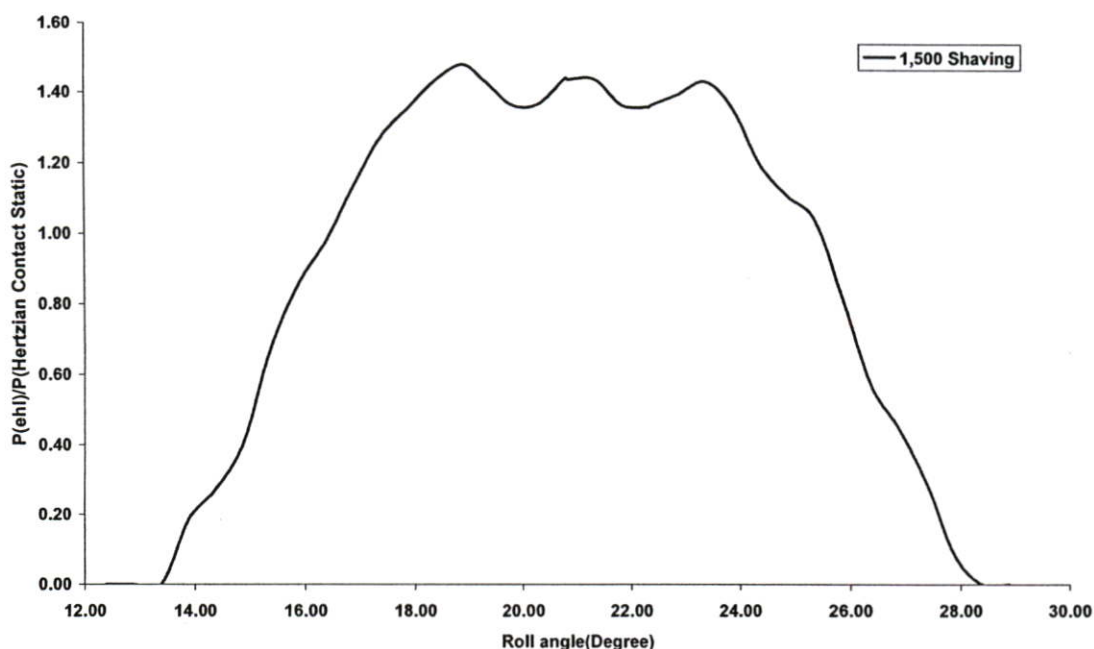
จากรูปที่ 5.16 แสดงถึงการกระจายความหนาฟิล์มที่เกิดขึ้นระหว่างฟันเฟืองที่ไม่มีการปรับแต่งและที่มีการปรับแต่ง โดยวิธีเฉือนหน้าฟัน จะเห็นได้ว่า ความหนาฟิล์มในกรณีที่มีการปรับแต่งจะมีความหนาฟิล์มที่มากกว่ากรณีที่ไม่ปรับแต่งในช่วงที่มีการขบกัน หนึ่งคู่ฟันเพียงช่วงหนึ่ง ประมาณมุมหมุนที่ 20 ถึง 23 องศา นั้นแสดงให้เห็นได้ว่าเมื่อความหนาฟิล์มน้อยลงหรือฟิล์มน้ำมันบางลงมีโอกาสที่จะเกิดความเสียหายของฟันเฟืองได้ ณ ตำแหน่งนั้นๆ

5.5.3 แสดงถึงอัตราส่วนการกระจายความดันและ Hertzian contact stress (static) ที่ความเร็วรอบ 1,500 รอบต่อนาที



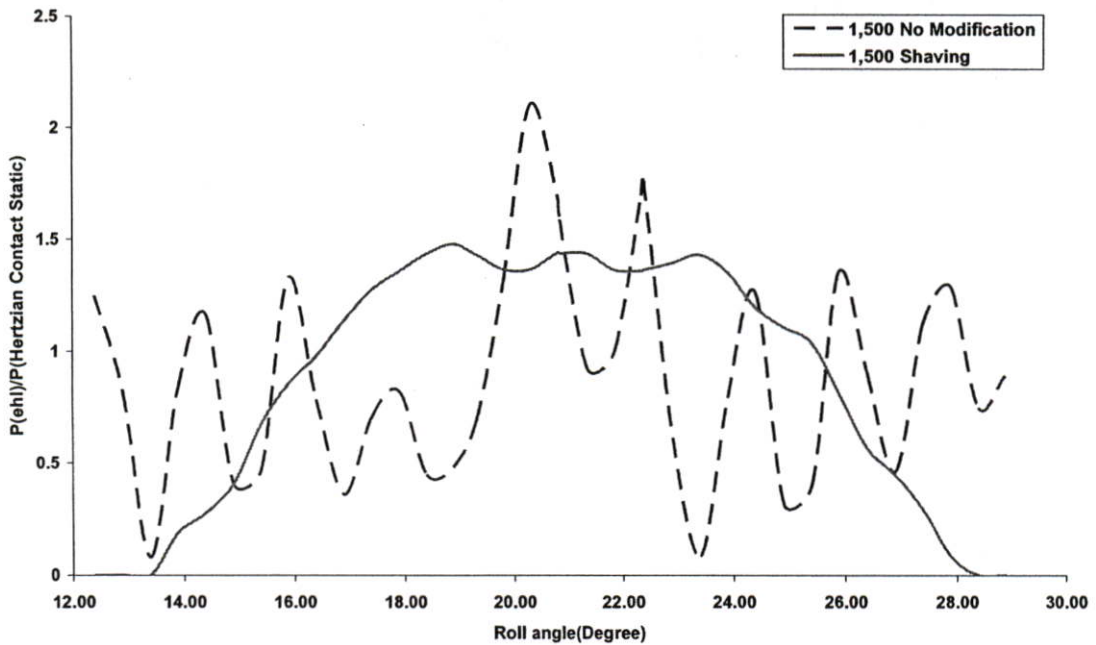
รูปที่ 5.17 แสดงอัตราส่วนการกระจายความดัน ในกรณี ไม่ปรับแต่ง ที่ 1,500 รอบต่อนาที

จากรูปที่ 5.17 แสดงอัตราส่วนการกระจายความดันที่เกิดจากการหล่อลื่นแบบ อิลาสโตโรไฮโดรไดนามิกส์ และความดันที่เกิดขึ้นสูงสุดในแบบสถิตของฟันเฟืองตรง ในรูปแบบของความสัมพันธ์ของความเค้นแบบสัมผัสของเฮิร์ตซ์ ในกรณีไม่ปรับแต่งฟันเฟือง จะเห็นได้ว่าการอัตราส่วนความดันที่เกิดขึ้นจะมีค่ามากบริเวณที่มีการขบกัน หนึ่งคู่ฟันเฟือง และมีลักษณะการกระจายขึ้นๆ ลงๆ อย่างชัดเจน



รูปที่ 5.18 แสดงอัตราส่วนการกระจายความดัน ในกรณี ที่ปรับแต่ง ที่ความเร็วรอบ 1,500 รอบต่อนาที

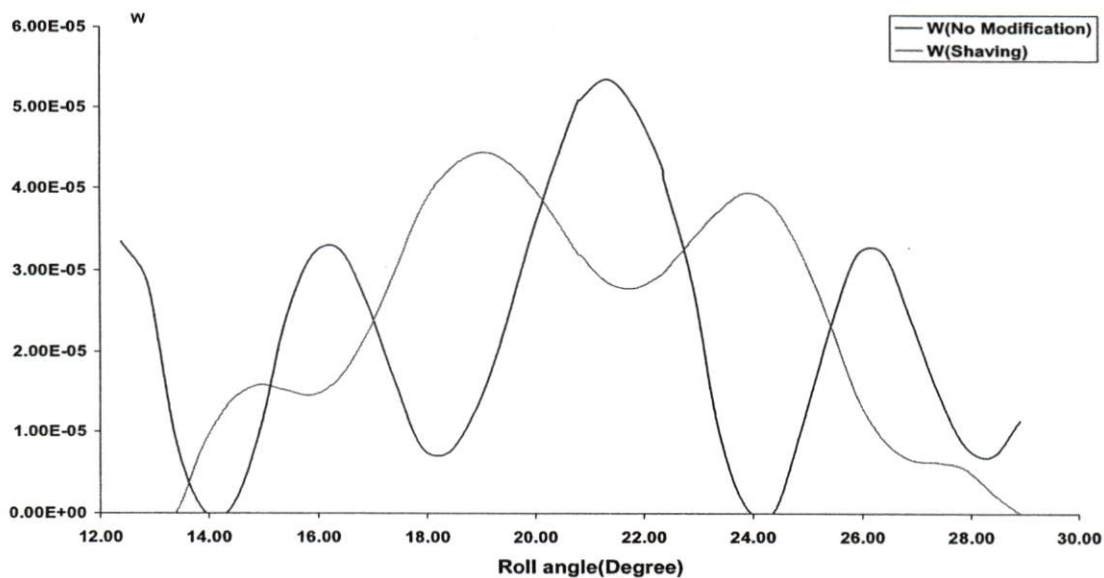
จากรูปที่ 5.18 แสดงอัตราส่วนการกระจายความดันที่เกิดจากการหล่อลื่นแบบ อิลาสโตโรไฮโดรไดนามิกส์และความดันที่เกิดขึ้นสูงสุดในแบบสถิตของฟันเฟืองตรง ในรูปแบบของความสัมพันธ์ของความเค้นแบบสัมผัสของเฮิร์ตซ์ ในกรณีปรับแต่งฟันเฟือง จะเห็นได้ว่า เมื่อทำการปรับแต่งฟันเฟืองลักษณะอัตราส่วนแรงดันที่เกิดขึ้นในแต่ละมุมหมุนจะมีค่าค่อยๆ เพิ่มขึ้นในช่วงสองคู่ฟันเฟืองในช่วงขาเข้าและมีค่ามากที่สุดในช่วงที่มีการขบกันหนึ่งคู่ฟันเฟือง และเริ่มลดลงในช่วงที่มีการขบกันสองคู่ฟันเฟืองในช่วงขาออก



รูปที่ 5.19 แสดงอัตราส่วนการกระจายความดัน ในกรณีปรับแต่งและไม่ปรับแต่ง ที่ความเร็วรอบ 1,500 รอบต่อนาที

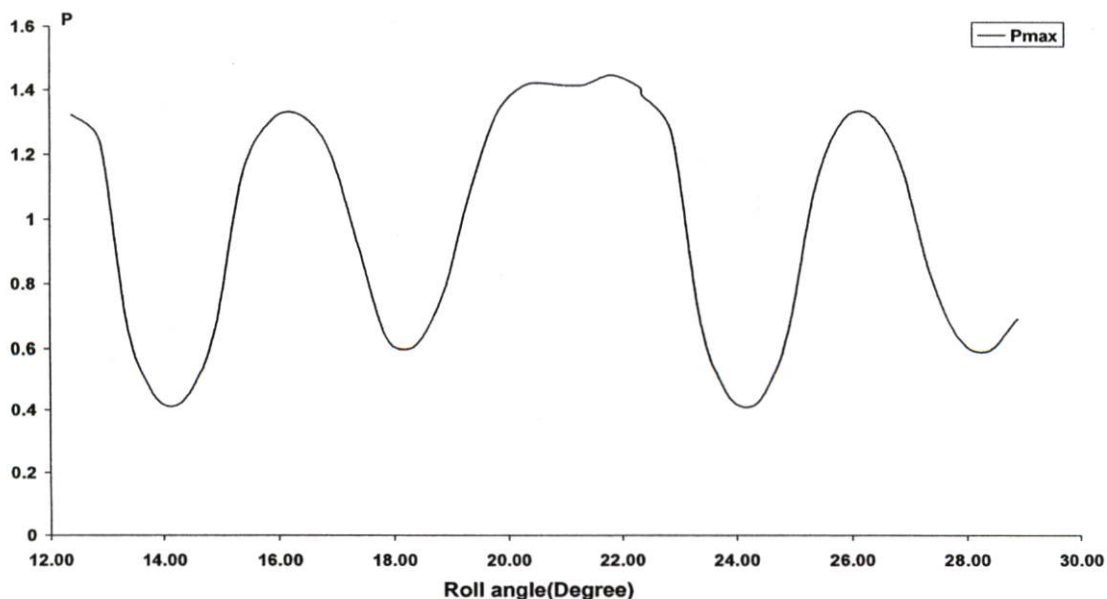
จากรูปที่ 5.19 แสดงอัตราส่วนการกระจายความดันที่เกิดจากการหล่อลื่นแบบ ฮิสเทโรไลโครไดนามิกส์และความดันที่เกิดขึ้นสูงสุดในแบบสถิตของฟันเฟืองตรงในรูปแบบของความสัมพันธ์ของความเค้นแบบสัมผัสของเฮิร์ซ จะเห็นได้ว่า อัตราส่วนแรงดันในกรณีที่มีการปรับแต่งฟันเฟืองจะมีค่าที่ลดลง ในช่วงที่มีการขบกัน หนึ่งคู่ฟันเฟือง ซึ่งแสดงให้เห็นว่าการปรับแต่งฟันเฟืองทำให้แรงดันที่กระทำมีค่าลดลง

5.5.4 พฤติกรรมของการกระจายความดันและความหนาฟิล์มต่อฟันเฟืองตรงที่ไม่ปรับแต่ง ที่ความเร็วรอบ 3,500 รอบต่อนาที



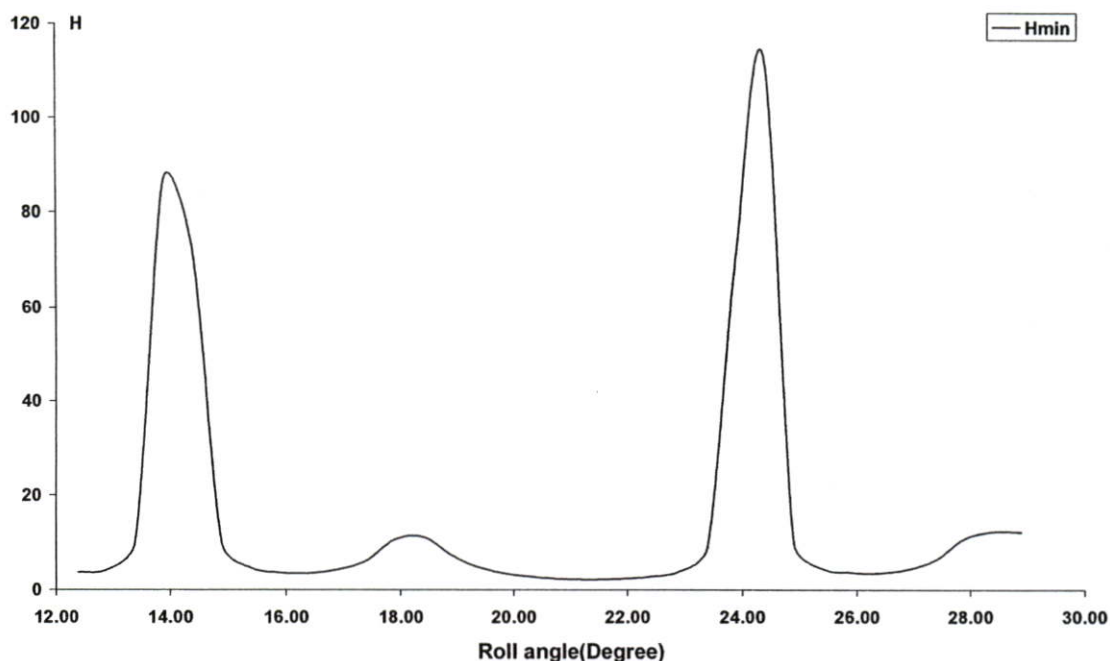
รูปที่ 5.20 แรงพลวัต (ไร้มิติ) ที่ความเร็วรอบ 3,500 รอบต่อนาที

จากรูปที่ 5.20 แสดงแรงพลวัตที่กระทำบนฟันเฟืองแบบไร้มิติที่เกิดขึ้น บนหน้าผิวฟันเฟืองตรง หนึ่งคู่ จะเห็นได้ว่าในกรณีที่ไม่มีปรับแต่งฟัน จะมีการกระจายแรงพลวัตที่สูงมาก ในช่วงที่มีการขบกันหนึ่งคู่ฟันเฟือง ที่มุมหมุนประมาณ 21 องศา แต่เมื่อมีการปรับแต่งจะทำให้ค่าการกระจายแรงพลวัตที่เกิดขึ้นสูงสุด มีค่าน้อยลง



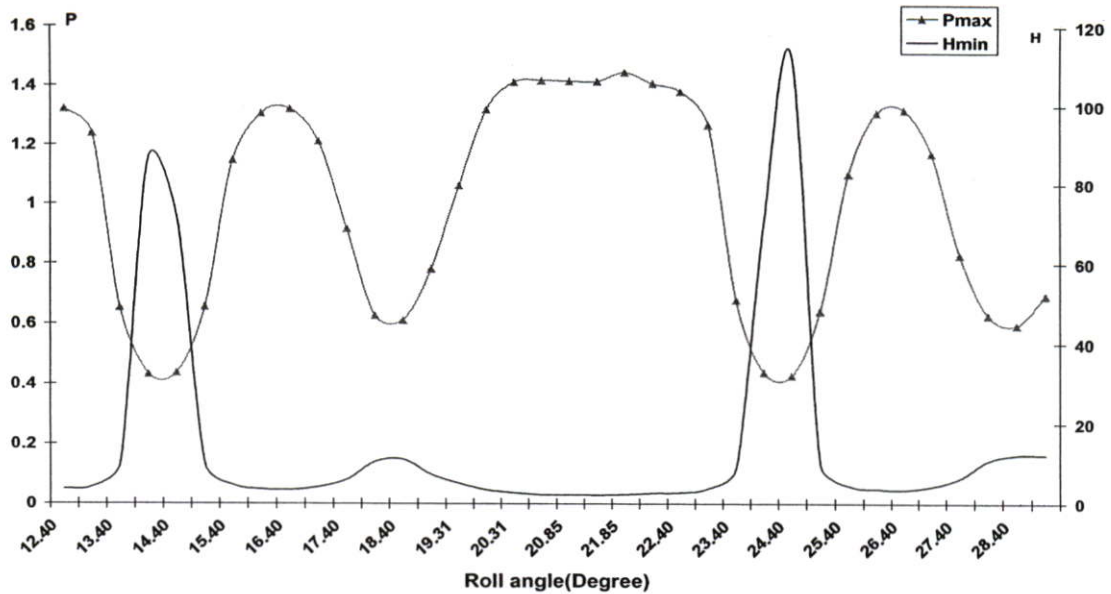
รูปที่ 5.21 การกระจายความดัน(ไร้มิติ) กรณีที่ไม่มีปรับแต่งฟันที่ความเร็วรอบ 3,500 รอบต่อนาที

จากรูปที่ 5.21 แสดงถึงการกระจายความดันแบบไร้มิติของพื้นเฟืองตรงในกรณีที่ไม่มีการปรับแต่ง จะเห็นได้ว่าการกระจายแรงดันมีค่าเพิ่มขึ้นและลดลงในช่วงที่มีการเคลื่อนที่เข้าขบกันสองคู่พื้นเฟือง และมีค่าเพิ่มขึ้นในช่วงที่มีการขบกันแบบหนึ่งคู่พื้นเฟือง จะเพิ่มสูงอีกครั้งในช่วงเคลื่อนที่ออก ในการขบกันสองคู่พื้นเฟือง ซึ่งจะเห็นว่ามีค่าเพิ่มขึ้น และลดลงของการกระจายแรงดันในแต่ละช่วงของการขบกันของพื้นเฟือง



รูปที่ 5.22 การกระจายความหนาฟิล์ม (ไร้มิติ) กรณีที่ไม่ปรับแต่ง ที่ความเร็วรอบ 3,500 รอบต่อนาที

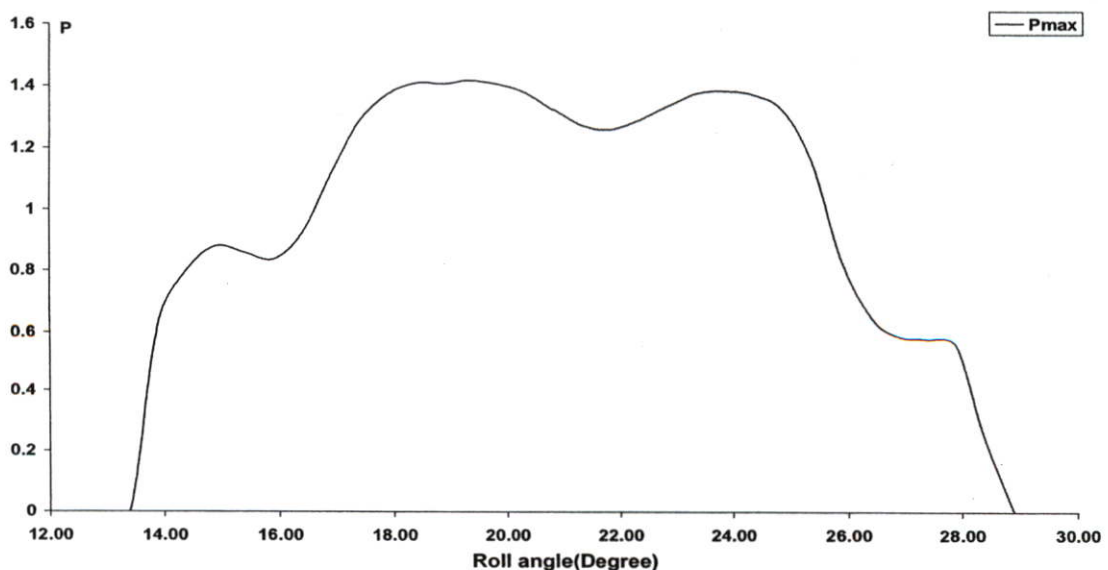
จากรูปที่ 5.22 แสดงการกระจายความหนาฟิล์มแบบไร้มิติ ในกรณีที่ไม่มีการปรับแต่งพื้นเฟือง จะเห็นได้ว่า ค่าความหนาฟิล์มจะมีค่าสูงมากในช่วงมุมหมุนที่มีการกระจายความดันที่ต่ำ และมีค่าบางลงในช่วงที่มีการกระจายความดันสูงและจะมีค่าความหนาฟิล์มหนามากที่สุดที่มุมหมุน 14 องศา และ 24 องศา ตามลำดับ



รูปที่ 5.23 การกระจายความดันและความหนาฟิล์ม (ไร้มิติ) ในกรณีที่ไม่ปรับแต่งฟัน ที่ความเร็วรอบ 3,500 รอบต่อนาที

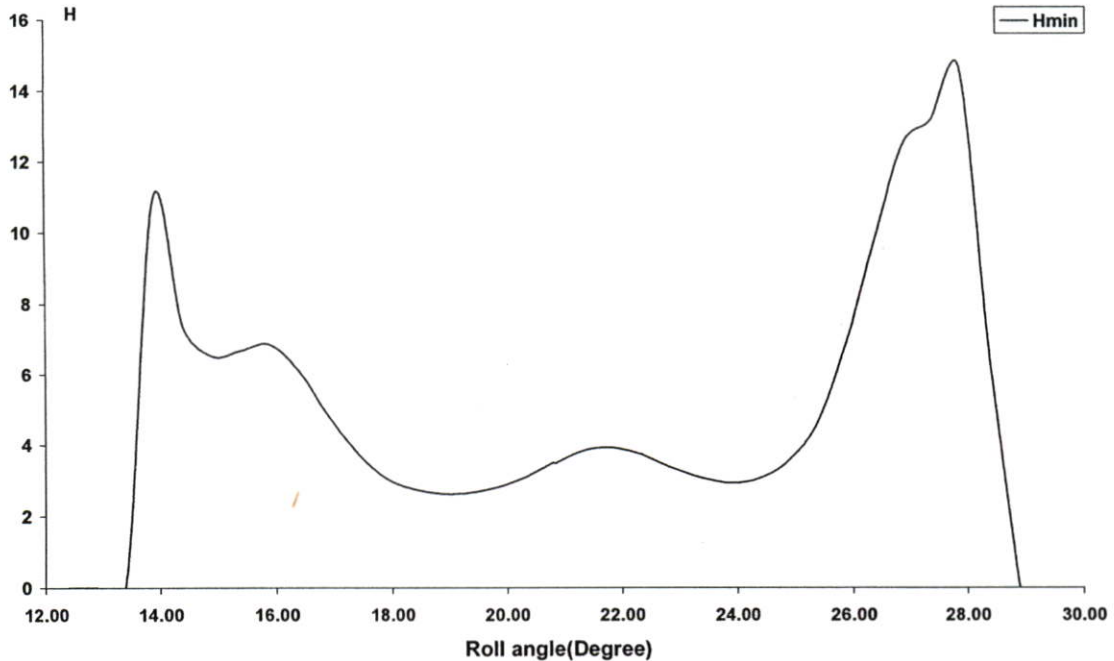
จากรูปที่ 5.23 แสดงการกระจายความดันและความหนาฟิล์มแบบไร้มิติ ในกรณีที่ไม่มีการปรับแต่งฟันเพียง จะได้ได้ว่า การกระจายความหนาฟิล์มที่เกิดขึ้นมีค่าความหนาฟิล์มที่บางเมื่อมีการกระจายความดันสูง และจะมีค่าความหนาฟิล์มหนา ขึ้นเมื่อมีการกระจายความดันน้อย ซึ่งจากรูปจะเห็นได้ว่า ที่มุมหมุน 14 องศา และ 24 องศา มีค่าความหนาฟิล์มหนาและมีการกระจายความดันต่ำ

5.5.5 พฤติกรรมของการกระจายความดันและความหนาฟิล์มต่อฟันเฟืองตรงที่ ปรับแต่ง ที่ความเร็วรอบ 3,500 รอบต่อนาที



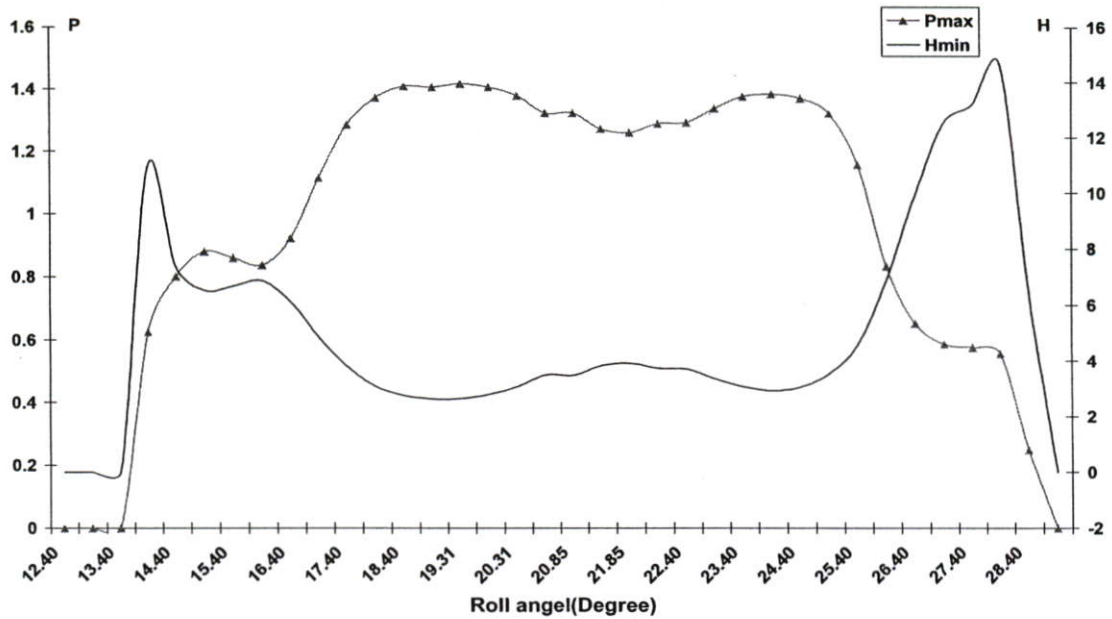
รูปที่ 5.24 การกระจายความดัน(ไร้มิติ) กรณีที่ปรับแต่งฟัน ที่ความเร็วรอบ 3,500 รอบต่อนาที

จากรูปที่ 5.24 แสดงการกระจายความดัน ไร้มิติ ในกรณีที่มีการปรับแต่งฟินเพียง จะเห็นได้ว่า เมื่อทำการปรับแต่งฟินเพียงค่าการกระจายแรงดันที่เกิดขึ้นจะมีค่ามากบริเวณมุมหมุนที่ประมาณ 18 ถึง 26 องศา



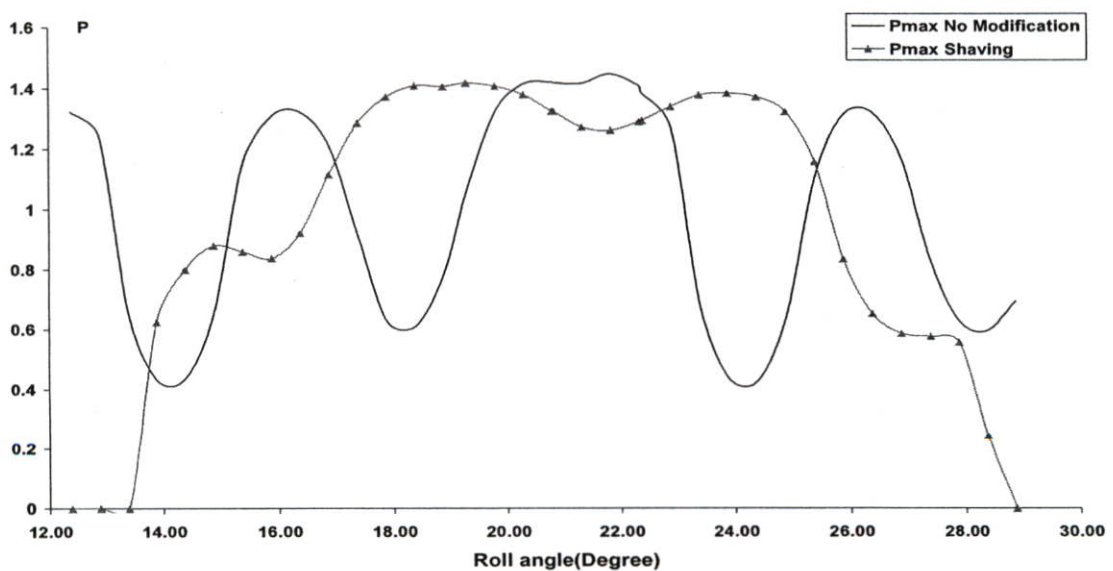
รูปที่ 5.25 การกระจายความหนาฟิล์ม (ไร้มิติ) กรณีที่ปรับแต่งฟิน ที่ความเร็วรอบ 3,500 รอบต่อนาที

จากรูปที่ 5.25 แสดงการกระจายความหนาฟิล์มแบบ ไร้มิติ ในกรณีที่มีการปรับแต่ง จะเห็นได้ว่าค่าความหนาฟิล์มที่ได้จะมีค่าน้อยในช่วงมุมหมุนที่ 18 ถึง 26 องศา และจะมีค่าความหนาฟิล์มที่หนา มากในช่วงเริ่มเข้าขบกันของฟินเพียง และในช่วงที่เคลื่อนที่ออกจากกันของฟินเพียง



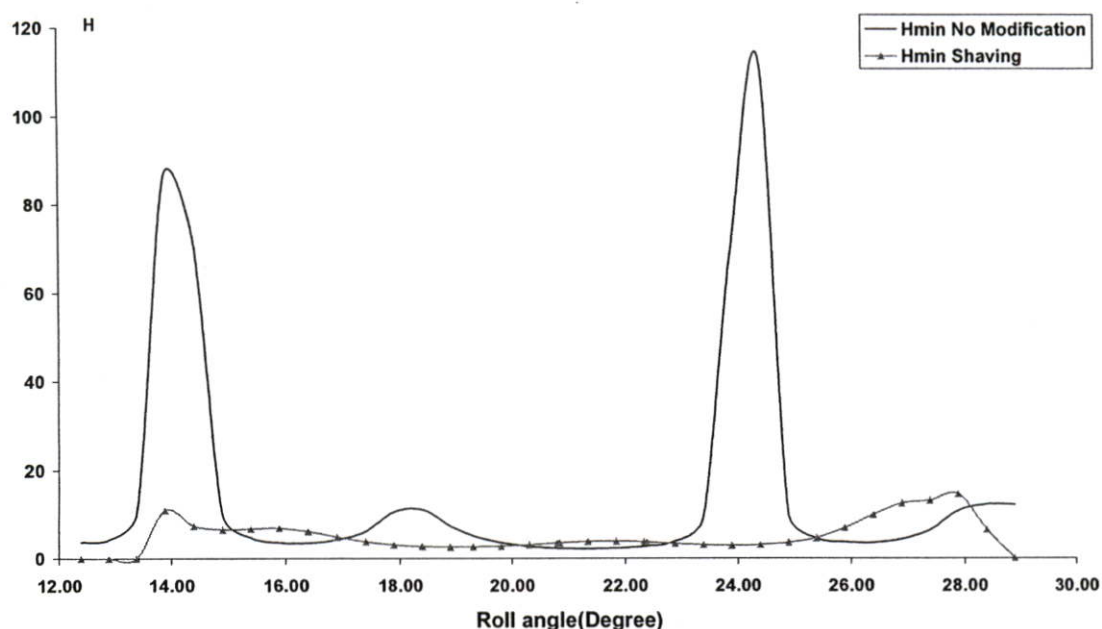
รูปที่ 5.26 การกระจายความดันและความหนาฟิล์ม (ไร้มิติ) ในกรณีที่ปรับแต่งฟัน ที่ความเร็วรอบ 3,500 รอบต่อนาที

จากรูปที่ 5.26 แสดงถึงการกระจายความดันและความหนาฟิล์มแบบไร้มิติ ในกรณีที่มีการปรับแต่งฟันเพียงจะเห็นได้ว่า การกระจายความดันที่เกิดขึ้นเมื่อการกระจายความดันมีค่ามากจะทำให้ความหนาฟิล์มบางลง และเช่นเดียวกันเมื่อการกระจายความดันน้อย จะทำให้ค่าการกระจายความหนาฟิล์มมีค่า หนาขึ้น ซึ่งจากรูปค่าการกระจายความดันจะมีค่าสูงในช่วงมุมหมุนที่ 18 ถึง 26 องศา



รูปที่ 5.27 การกระจายความดัน (ไร้มิติ) กรณีที่ไม่ปรับแต่งและปรับแต่งฟันที่ความเร็วรอบ 3,500 รอบต่อนาที

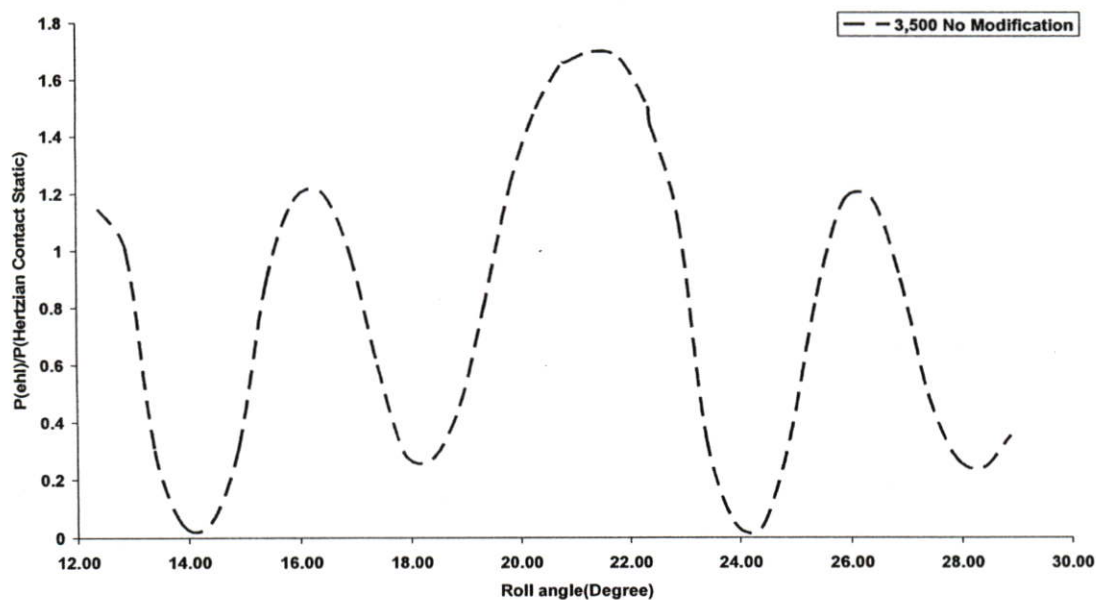
จากรูปที่ 5.28 แสดงค่าการกระจายความดันแบบไร้มิติที่มีการปรับแต่งและไม่ปรับแต่ง ฟันเฟือง จะเห็นได้ว่าเมื่อทำการปรับแต่งฟันเฟืองค่าการกระจายความดันไม่ลดลง จากกรณีที่ไม่ปรับแต่งมากนัก แต่จะมีลักษณะการกระจายความดันที่สูงและยาวนานขึ้นในช่วงมุมหมุนที่ 18 ถึง 26 องศา



**รูปที่ 5.28** การกระจายความหนาฟิล์ม (ไร้มิติ) ในกรณีที่ไม่ปรับแต่งฟันเฟืองและปรับแต่งฟันเฟืองที่ความเร็ว รอบ 3,500 รอบต่อนาที

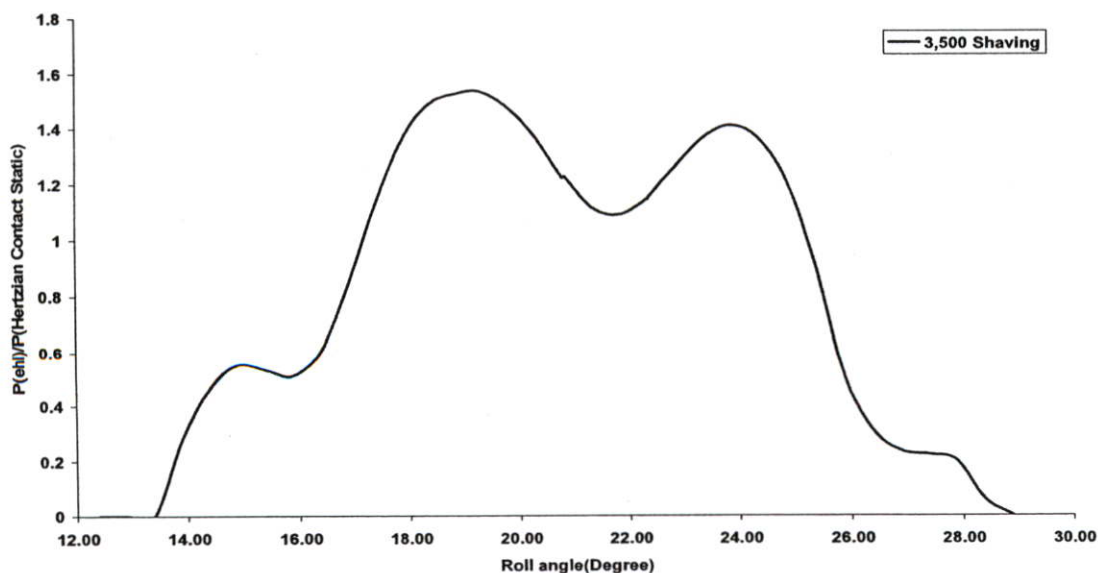
รูปที่ 5.28 แสดงการกระจายความหนาฟิล์มแบบไร้มิติในกรณีที่ไม่ทำการปรับแต่งฟันเฟืองและที่ทำการปรับแต่งฟันเฟือง จะเห็นได้ว่าค่าความหนาฟิล์ม ที่มีการปรับแต่งจะมีค่าบางกว่า ความหนาฟิล์มในกรณีที่ไม่ปรับแต่ง ซึ่งจากรูปที่มุมหมุนประมาณ 14 และ 24 องศา จะมีค่าการกระจายความหนาฟิล์มที่หนามาก และในช่วงมุมหมุนที่ 18 องศา ค่าการกระจายความหนาฟิล์มของกรณีที่ไม่ปรับแต่ง ก็มีค่าความหนาฟิล์มที่หนากว่า กรณีที่ปรับแต่ง

5.5.6 แสดงถึงอัตราส่วนการกระจายความดันและ Hertzian contact stress (static) ที่ความเร็วรอบ 3,500 รอบต่อนาที



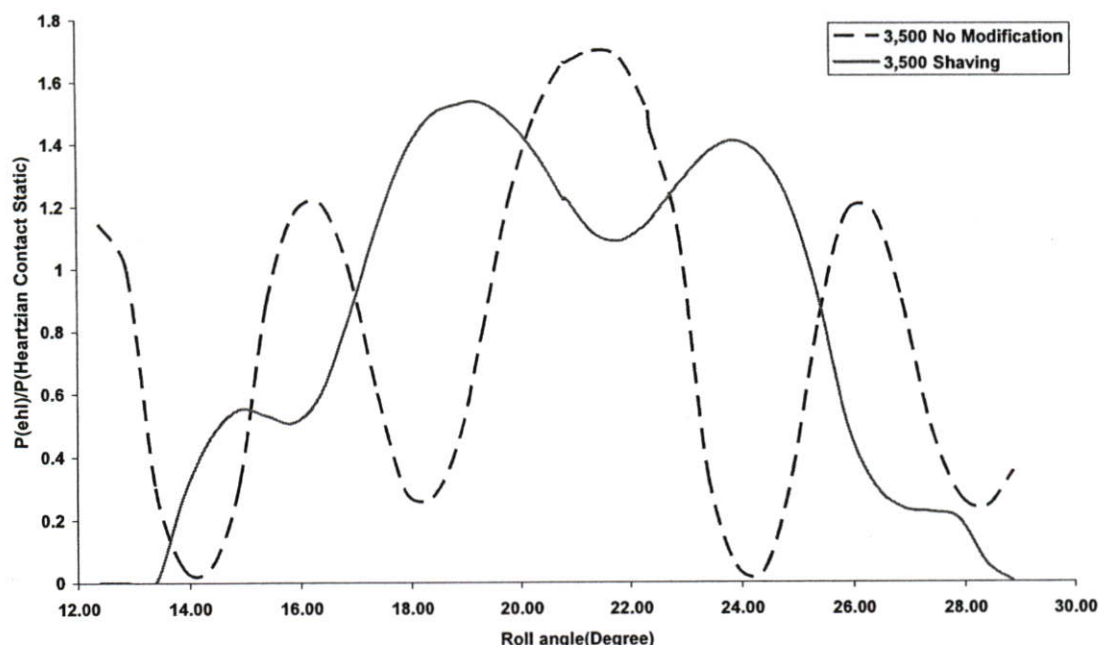
รูปที่ 5.29 แสดงค่าอัตราส่วนการกระจายความดัน ไม่ปรับแต่ง ที่ความเร็วรอบ 3,500 รอบต่อนาที

จากรูปที่ 5.29 แสดงอัตราส่วนการกระจายความดันที่เกิดจากการหล่อลื่นแบบ อีลาสโตโรไฮโดรไดนามิกส์และความดันที่เกิดขึ้นสูงสุดในแบบสถิตของฟันเฟืองตรงในรูปแบบของความสัมพันธ์ของความเค้นแบบสัมผัสของเฮิร์ซ ในกรณีไม่ปรับแต่งฟันเฟือง จะเห็นได้ว่าการอัตราส่วนความดันที่เกิดขึ้น มีค่าสูงในมุมหมุนที่ประมาณ 16 องศา 21 องศา และ 26 องศา



รูปที่ 5.30 แสดงค่าอัตราส่วนการกระจายความดัน ปรับแต่ง ที่ความเร็วรอบ 3,500 รอบต่อนาที

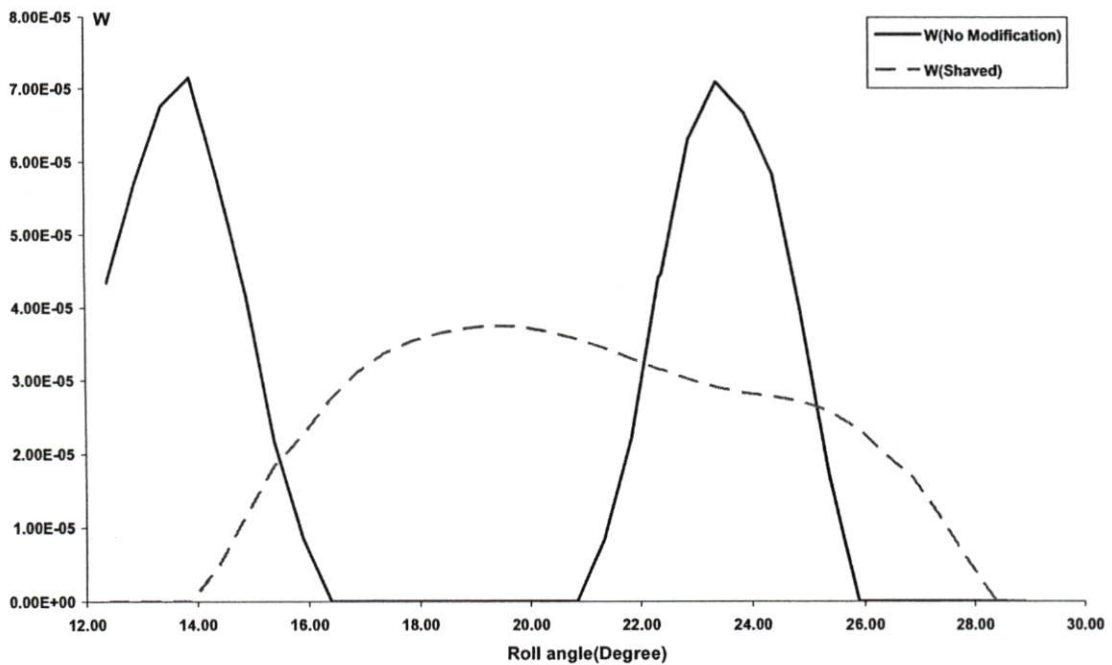
จากรูปที่ 5.30 แสดงอัตราส่วนการกระจายความดันที่เกิดจากการหล่อลื่นแบบ อิลาสโตโรไฮโดรไดนามิกส์และความดันที่เกิดขึ้นสูงสุดในแบบสถิตของฟันเฟืองตรงในรูปแบบของความสัมพันธ์ของความเค้นแบบสัมผัสของเฮิร์ตซ์ ในกรณีที่มีการปรับแต่งฟัน จะเห็นได้ว่าอัตราส่วนความดันที่เกิดขึ้นจะเกิดขึ้นในช่วงมุมหมุนที่ 19 องศาและ ลดลงเล็กน้อยที่ มุมหมุน 24 องศา



รูปที่ 5.31 แสดงค่าอัตราส่วนการกระจายความดัน กรณีที่ปรับแต่งและไม่ปรับแต่ง ที่ความเร็วรอบ 3,500 รอบต่อนาที

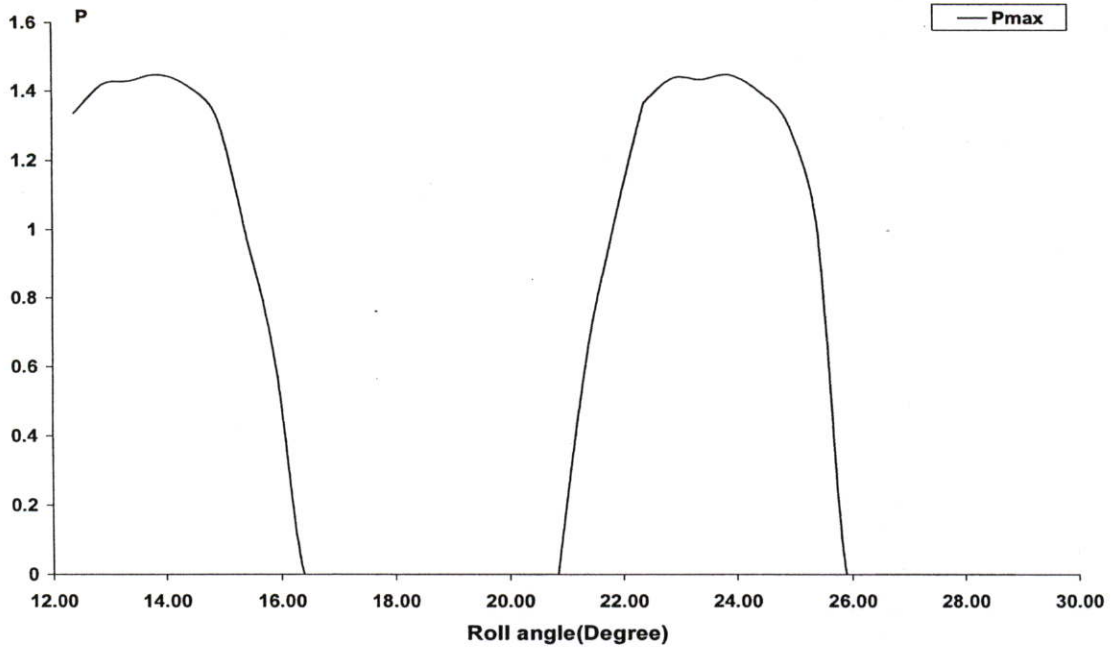
จากรูปที่ 5.31 แสดงอัตราส่วนการกระจายความดันที่เกิดจากการหล่อลื่นแบบ อิลาสโตโรไฮโดรไดนามิกส์และความดันที่เกิดขึ้นสูงสุดในแบบสถิตของฟันเฟืองตรงในรูปแบบของความสัมพันธ์ของความเค้นแบบสัมผัสของเฮิร์ตซ์ ในกรณีที่ไม่มี การปรับแต่งฟันและมีการปรับแต่งฟันเฟือง จะเห็นได้ว่าอัตราส่วนความดันที่เกิดขึ้น ในกรณีที่ไม่มี การปรับแต่งจะมีค่าสูงกว่าในกรณีที่มีการปรับแต่ง ที่มุมหมุน 22 องศา ซึ่งแสดงให้เห็นได้ว่า เมื่อทำการปรับแต่งฟันเฟืองโดยวิธีเฉือนหน้าฟัน จะทำให้อัตราส่วนความดันมีค่าน้อยลง ในช่วงมุมหมุน 22 องศา

### 5.5.7 พฤติกรรมของการกระจายความดันและความหนาฟิล์มต่อพื้นเฟืองตรงที่ไม่ปรับแต่ง ที่ความเร็วรอบ 6,500 รอบต่อนาที



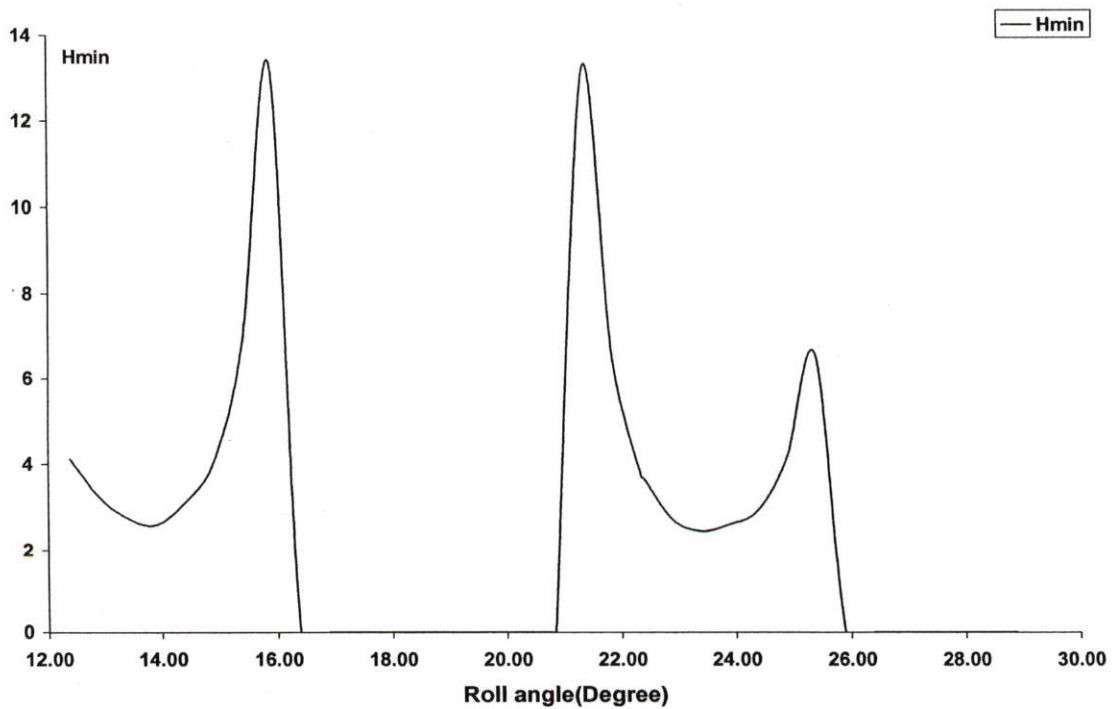
รูปที่ 5.32 แรงพลวัต(ไร้มิติ) ที่ความเร็วรอบ 6,500 รอบต่อนาที

จากรูปที่ 5.32 แสดงแรงพลวัตที่กระทำบนพื้นเฟืองแบบไร้มิติที่เกิดขึ้น บนหน้าผิวพื้นเฟืองตรง หนึ่งคู่ จะเห็นได้ว่าในกรณีที่ไม่ปรับแต่งพื้นแรงพลวัตที่กระทำต่อพื้นเฟืองจะมีค่าสูงมากในช่วงเริ่มขบกัน และจะไม่มีแรงพลวัตกระทำต่อผิวพื้นเฟืองที่มุมหมุนที่ประมาณ 16.5 ถึง 21 องศา และจะมีค่าแรงพลวัตเพิ่มสูงขึ้นทันทีทันใดในช่วงมุมหมุนที่ประมาณ 24 องศา แต่เมื่อทำการปรับแต่งพื้นเฟืองโดยวิธีเลื่อนหน้าพื้นจะเห็นได้ว่า ค่าแรงพลวัตที่เกิดขึ้นมีค่าลดลงอย่างมาก และจะมีค่าแรงพลวัตเกิดขึ้นในช่วง 16.5 ถึง 21 องศา ซึ่งแสดงให้เห็นว่าในช่วงที่ไม่มีแรงพลวัตเกิดเนื่องจากในช่วงที่มีการขบกันสองคู่พื้นเฟือง แล้วเริ่มขบกัน พื้นเฟืองจะมีการแยกจากกันแล้วเข้าสัมผัสกันอีกครั้ง ซึ่งในช่วงนี้จะไม่เกิดการสัมผัสกันของพื้นเฟืองแต่ เมื่อพื้นเฟืองเข้าสัมผัสกันอีกครั้งทำให้แรงพลวัตที่เกิดขึ้นสูงขึ้นอย่างทันทีทันใด แต่เมื่อทำการปรับแต่งพื้นเฟือง จะทำให้พื้นเฟืองมีการสัมผัสกันอย่างต่อเนื่องและสม่ำเสมอ ดังแสดงให้เห็นว่า แรงพลวัตที่เกิดขึ้นมีค่าในทุกๆ ช่วงมุมหมุน และมีค่าภาระที่น้อย ลงจากกรณีที่ไม่ปรับแต่ง



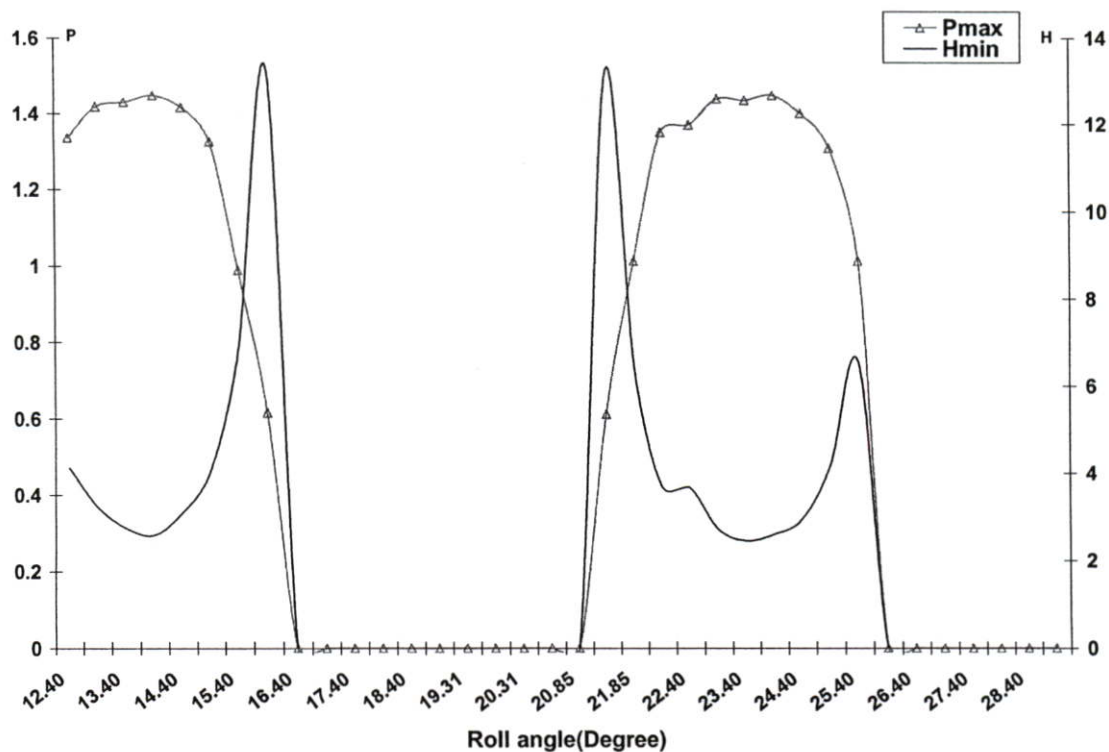
รูปที่ 5.33 การกระจายความคั่น(ไรริมิตี) กรณีที่ไม่ปรับแต่ง ที่ความเร็วรอบ 6,500 รอบต่อนาที

จากรูปที่ 5.33 แสดงการกระจายความคั่นแบบไรริมิตี ในกรณีที่ไม่ปรับแต่งจะเห็นได้ว่า ความคั่นมีค่าสูงในช่วงมุมหมุนที่ 14 และ 24 องศา ซึ่งเป็นช่วงที่มีการขบกันสองคู่ฟันเฟืองและมีช่วงที่ไม่มีความคั่นเกิดขึ้นที่ มุมหมุนประมาณ 16.5 ถึง 21 องศา



รูปที่ 5.34 การกระจายความหนาฟิล์ม(ไรริมิตี) กรณีที่ไม่ปรับแต่ง ที่ความเร็วรอบ 6,500 รอบต่อนาที

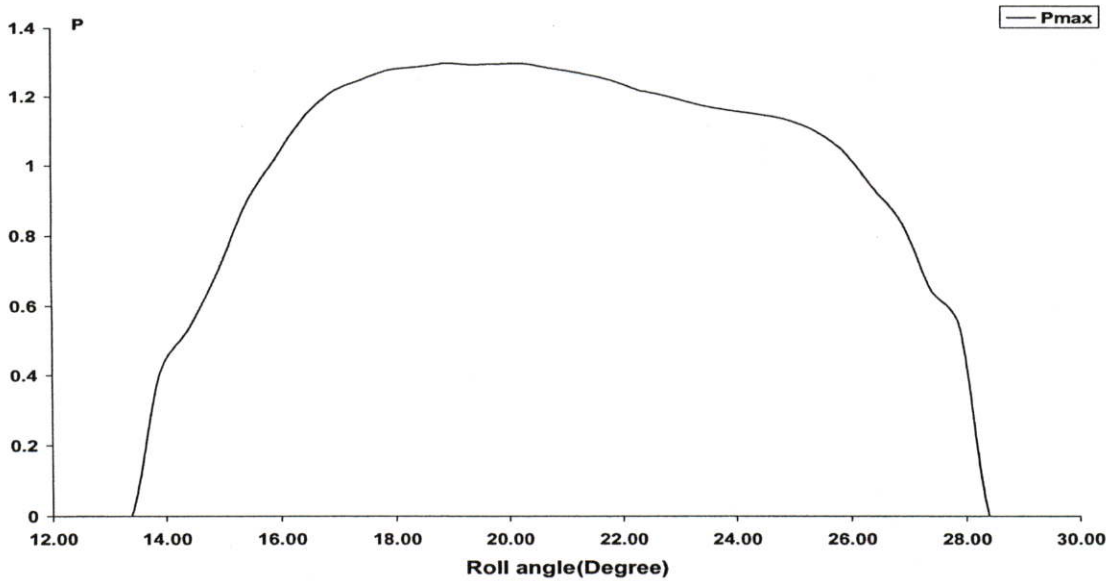
จากรูปที่ 5.34 แสดงการกระจายความหนาฟิล์มแบบไร้มิติในกรณีที่ไม่ปรับแต่งฟินจะเห็นว่าความหนาฟิล์มมีค่าที่บางในช่วงที่มีความดันสูง และในช่วงที่ไม่เกิดแรงดันกระทำ ทำให้ไม่เกิดความหนาฟิล์ม (จากการคำนวณจะพบว่าไม่สามารถระบุค่าความหนาฟิล์มได้เนื่องจากไม่มีภาระกระทำในช่วงมุมหมุนดังกล่าว)



รูปที่ 5.35 การกระจายความดันและความหนาฟิล์ม (ไร้มิติ) ในกรณีที่ไม่ปรับแต่งฟิน ที่ความเร็วรอบ 6,500 รอบต่อนาที

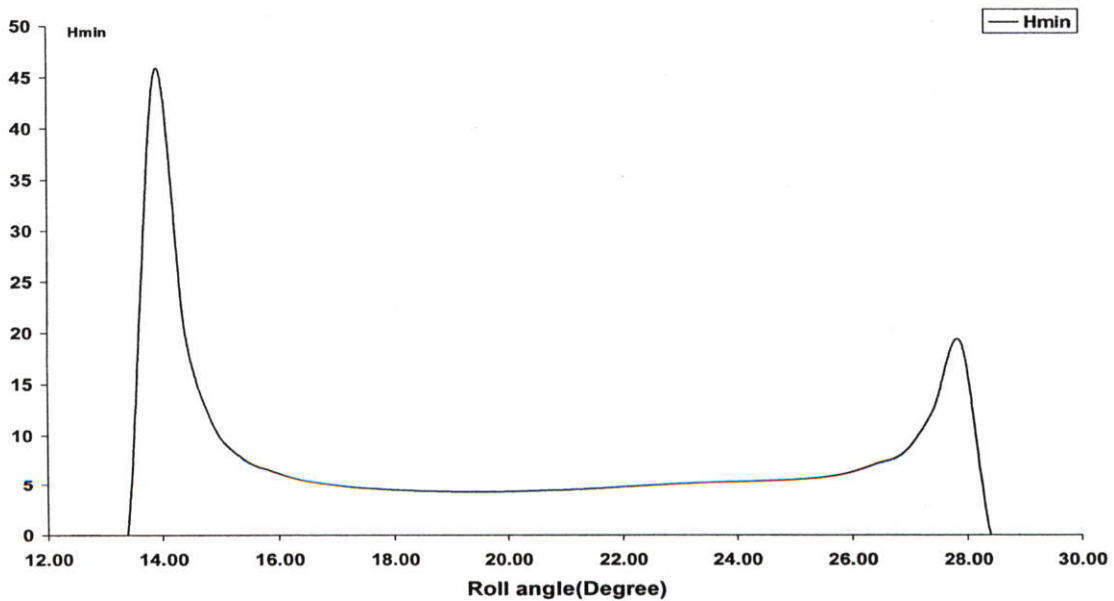
จากรูปที่ 5.35 แสดงการกระจายความดันและความหนาฟิล์มแบบไร้มิติ ในกรณีที่ไม่ปรับแต่งฟิน จะเห็นได้ว่า ค่าความหนาฟิล์มมีค่าความหนาฟิล์มน้อยลง(บาง) เมื่อมีความดันกระทำสูง จากรูปจะเห็นว่าที่มุมหมุนประมาณ 13.5 องศา มีค่าความหนาฟิล์มบางสุดในช่วงเริ่มขบกันของฟินเฟือง และที่มุมหมุนประมาณ 23.5 องศา มีค่าความหนาฟิล์มบางสุดในช่วงที่ฟินเฟืองเริ่มเคลื่อนที่จากกัน

5.5.8 พฤติกรรมของการกระจายความดันและความหนาฟิล์มต่อพื้นผิวของตรงที่ปรับแต่งพื้น  
ที่ความเร็วรอบ 6,500 รอบต่อนาที



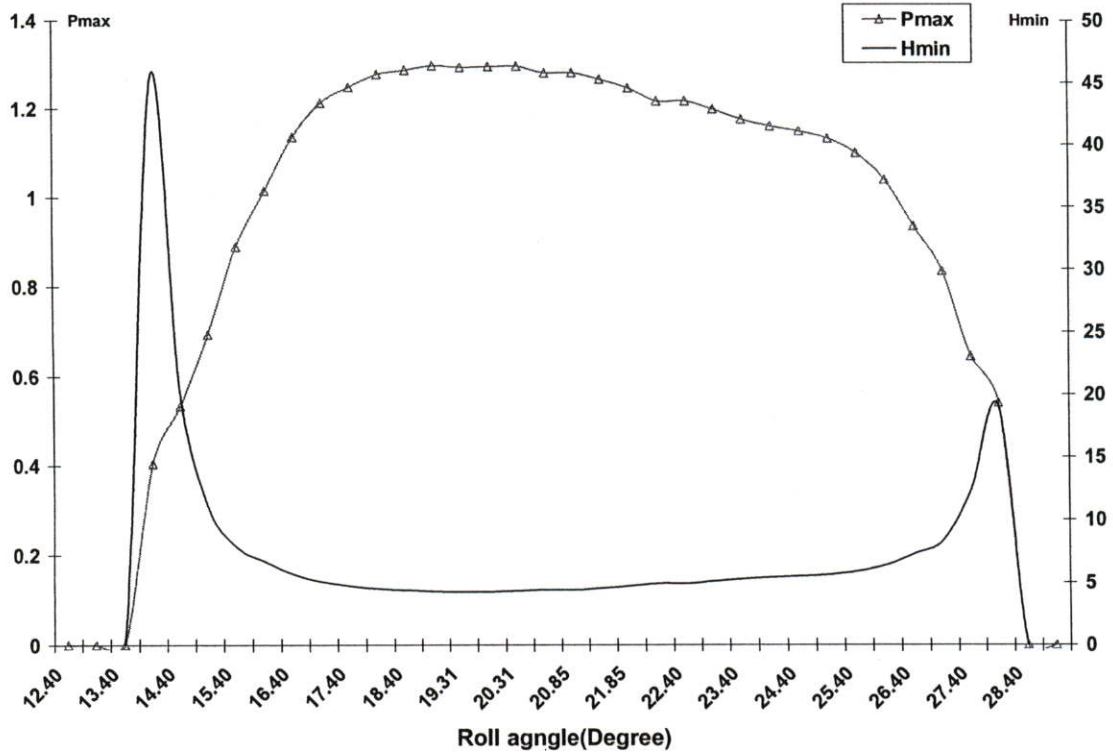
รูปที่ 5.36 การกระจายความดัน (ไร้มิติ) กรณีที่ปรับแต่ง ที่ความเร็วรอบ 6,500 รอบต่อนาที

จากรูปที่ 5.36 แสดงการกระจายความดันแบบไร้มิติในกรณีที่ปรับแต่งพื้นผิว จะเห็นได้  
ว่าความดันที่เกิดขึ้นมีค่าสูงในช่วงที่มุมหมุนประมาณ 16 ถึง 21 องศา และค่อยๆ ลดลง ซึ่งจะเห็น  
ได้ว่าความดันที่เกิดขึ้นมีค่าค่อนข้างสม่ำเสมอ



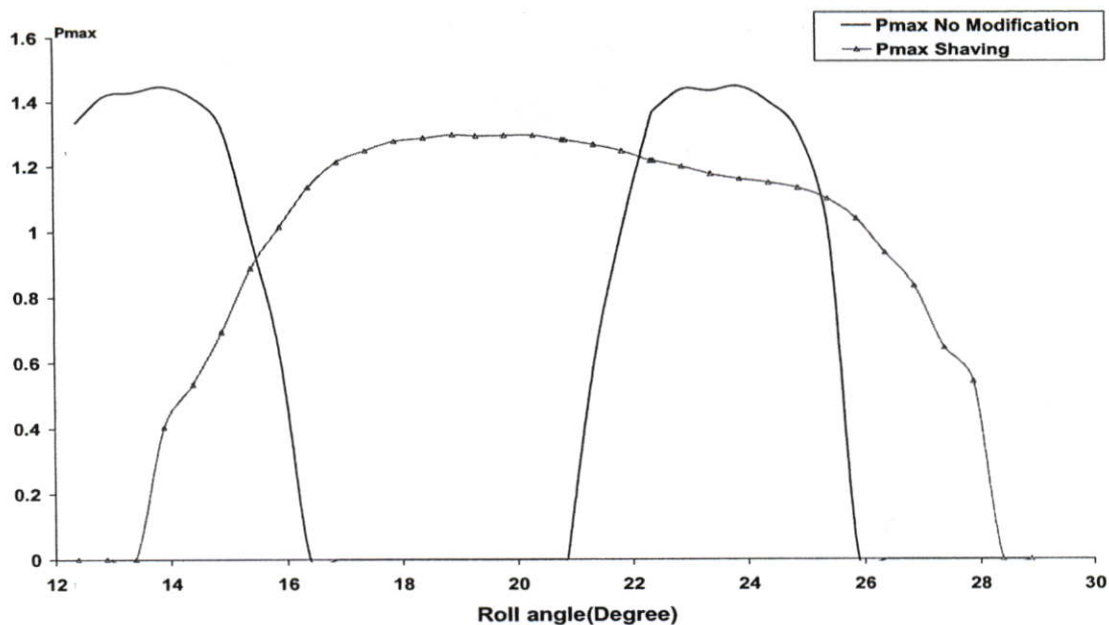
รูปที่ 5.37 การกระจายความหนาฟิล์ม (ไร้มิติ) กรณีที่ปรับแต่งพื้น ที่ความเร็วรอบ 6,500  
รอบต่อนาที

จากรูปที่ 5.37 แสดงการกระจายความหนาฟิล์มแบบไร้มิติ ในกรณีที่มีการปรับแต่งฟิน จะเห็นได้ว่าความหนาฟิล์มที่เกิดขึ้นในช่วงที่มีการมีแรงดันกระทำสูงจะมีความหนาฟิล์มที่บางลง ซึ่งในรูปแสดงให้เห็นในช่วงมุมหมุนที่ประมาณ 15 ถึง 27 องศา



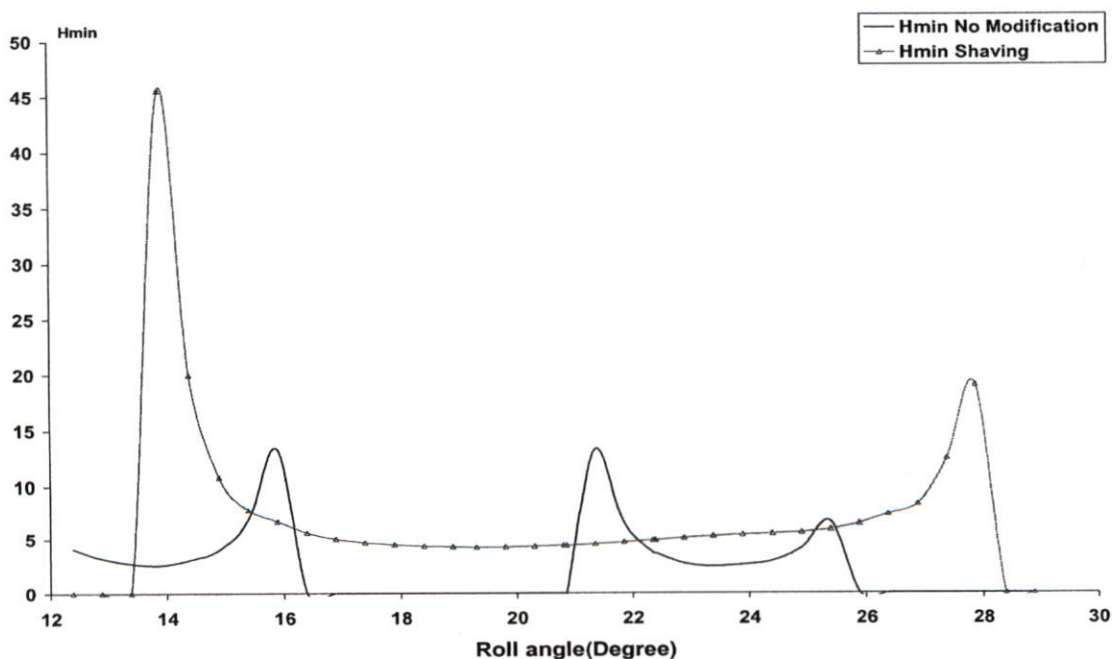
รูปที่ 5.38 การกระจายความดันและความหนาฟิล์ม (ไร้มิติ) ในกรณีที่มีการปรับแต่งฟิน ที่ความเร็วรอบ 6,500 รอบต่อนาที

จากรูปที่ 5.38 แสดงการกระจายความดันและความหนาฟิล์มแบบไร้มิติในกรณีที่มีการปรับแต่งฟิน จะเห็นได้ว่าเมื่อความดันสูงกระทำจะทำให้ความหนาฟิล์มมีค่าบางลง ซึ่งในรูปจะเห็นว่าที่มุมหมุน 16 องศา ถึง 26 องศาจะมีช่วงความหนาฟิล์มบางค่อนข้างสม่ำเสมอ



รูปที่ 5.39 การกระจายความคั่น(ไร้มิติ) กรณีที่ไม่ปรับแต่งฟันและปรับแต่งฟัน ที่ความเร็วรอบ 6,500 รอบต่อนาที

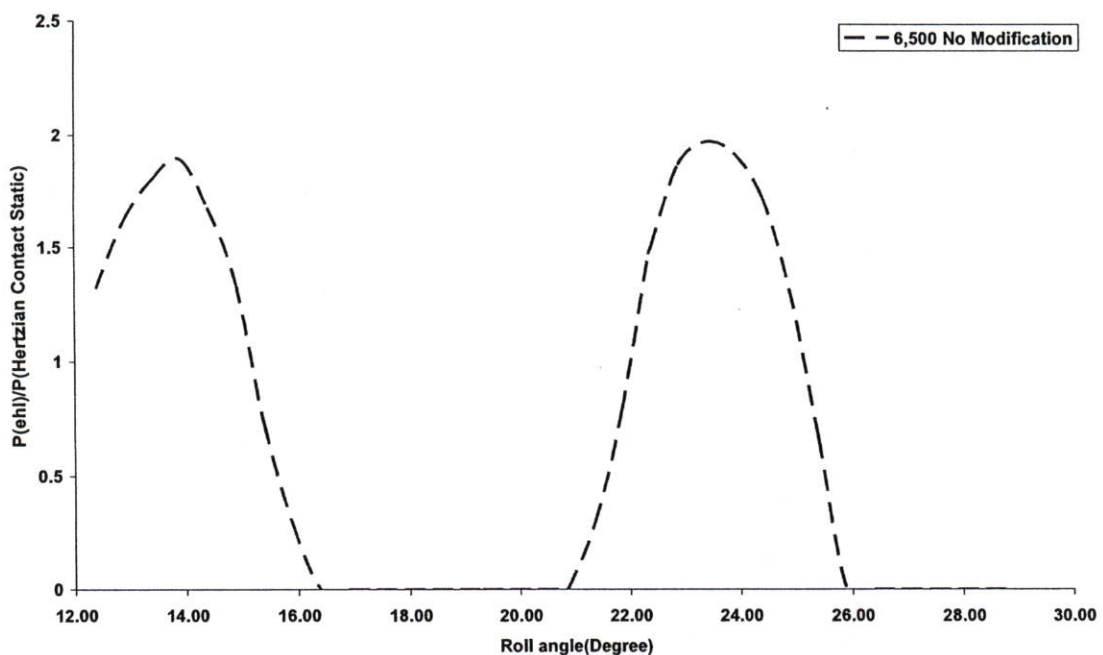
จากรูปที่ 5.39 แสดงการกระจายความคั่นแบบไร้มิติ ในกรณีที่ไม่มีการปรับแต่งฟันและปรับแต่งฟันเพียง จะเห็นได้ว่า ความคั่นสูงสุดที่เกิดในในกรณีที่ทำกรปรับแต่งฟันเพียง มีค่าน้อยกว่ากรณีที่ไม่มีการปรับแต่งฟัน แต่ทว่า เมื่อทำการปรับแต่งฟันเพียงในช่วงมุมหมุนที่ประมาณ 16.5 ถึง 21 องศา จะมีค่ามากขึ้นอย่างชัดเจน



รูปที่ 5.40 การกระจายความหนาฟิล์ม(ไร้มิติ) กรณีที่ไม่ปรับแต่งฟันและปรับแต่งฟัน ที่ความเร็วรอบ 6,500 รอบต่อนาที

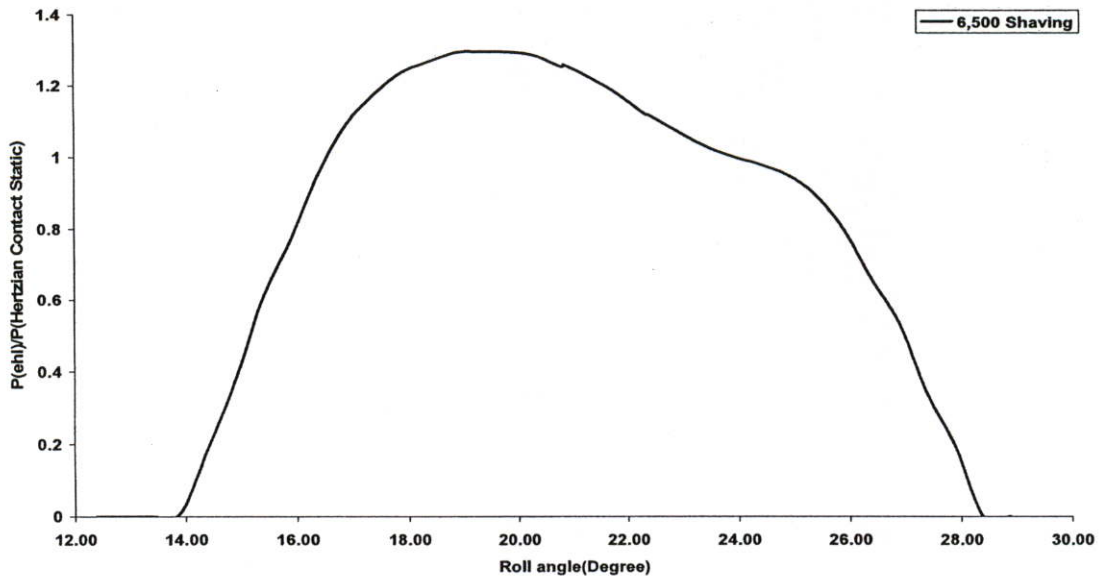
จากรูปที่ 5.40 แสดงการกระจายความหนาฟิล์มแบบไร้มิติกรณีที่ไม่ปรับแต่งและปรับแต่ง ฟัน จะเห็นได้ว่าการกระจายความหนาฟิล์มในกรณีการปรับแต่งมีค่าค่อนข้างสม่ำเสมอ จะมีค่าความหนาฟิล์มสูงมากในช่วงมุมหมุนที่ 14 และ 28 องศา นั้นแสดงว่าความดันที่กระทำในช่วงมุม หมุนนี้มีค่าน้อยมาก แต่ทว่าในช่วงมุมหมุนที่ประมาณ 16 ถึง 27 องศา มีค่าความดันกระทำต่อ ฟันเพียงที่มีการปรับแต่งทำให้ความหนาฟิล์มที่ได้มีค่าค่อนข้างสม่ำเสมอ แต่ในกรณีที่ไม่ปรับแต่ง จะเห็นว่าในช่วงมุมหมุนที่ไม่มีความหนาฟิล์ม เนื่องจากไม่มีความดันที่กระทำต่อฟันเพียงในช่วง ดังกล่าว (จากการคำนวณจะพบว่าไม่สามารถระบุค่าความหนาฟิล์มได้เนื่องจากไม่มีภาวะกระทำให้ ช่วงมุมหมุนดังกล่าว)

5.5.9 แสดงถึงอัตราส่วนการกระจายความดันและ Hertzian contact stress (static) ที่ ความเร็วรอบ 6,500 รอบต่อนาที



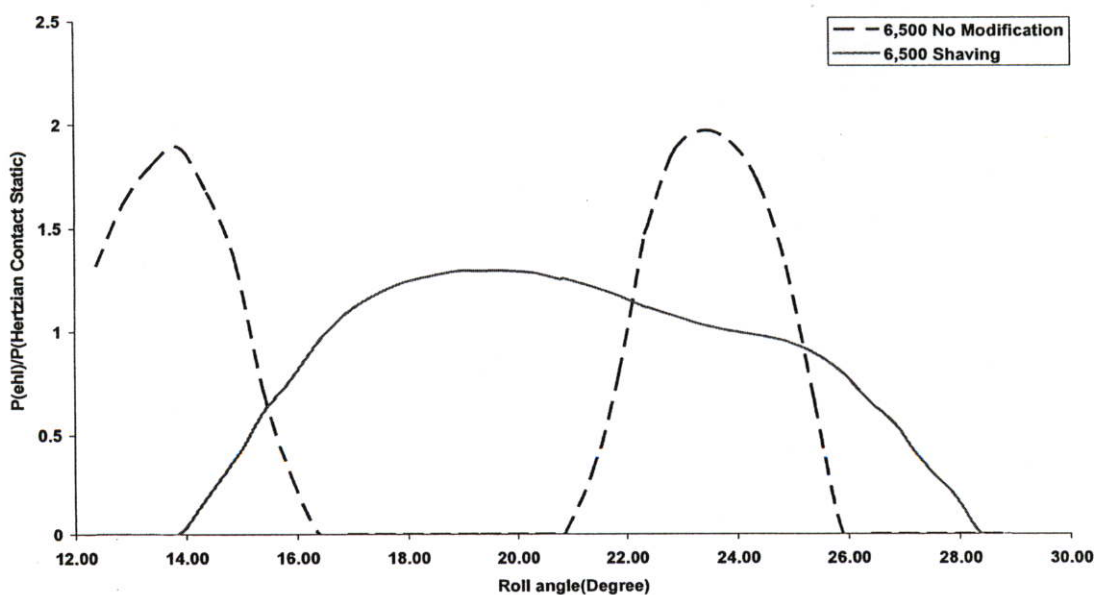
รูปที่ 5.41 แสดงค่าอัตราส่วนการกระจายความดัน กรณีที่ไม่ปรับแต่ง ที่ความเร็วรอบ 6,500 รอบต่อนาที

จากรูปที่ 5.41 แสดงอัตราส่วนการกระจายความดันที่เกิดจากการหล่อลื่นแบบ อีลาสโตโร ไฮโดรไดนามิกส์ และความดันที่เกิดขึ้นสูงสุดในแบบสถิตของฟันเฟืองตรง ในรูปแบบของ ความสัมพันธ์ของความเค้นแบบสัมผัสของเฮิร์ซในกรณีไม่ปรับแต่งฟันเฟืองจะเห็นได้ว่าอัตราส่วน ความดันที่เกิดขึ้นนี้มีค่าสูงสุดที่มุมหมุนประมาณ 14 องศา และที่ 24 องศา



รูปที่ 5.42 แสดงค่าอัตราส่วนการกระจายความดัน กรณีที่ปรับแต่ง ที่ความเร็วรอบ 6,500 รอบต่อนาที

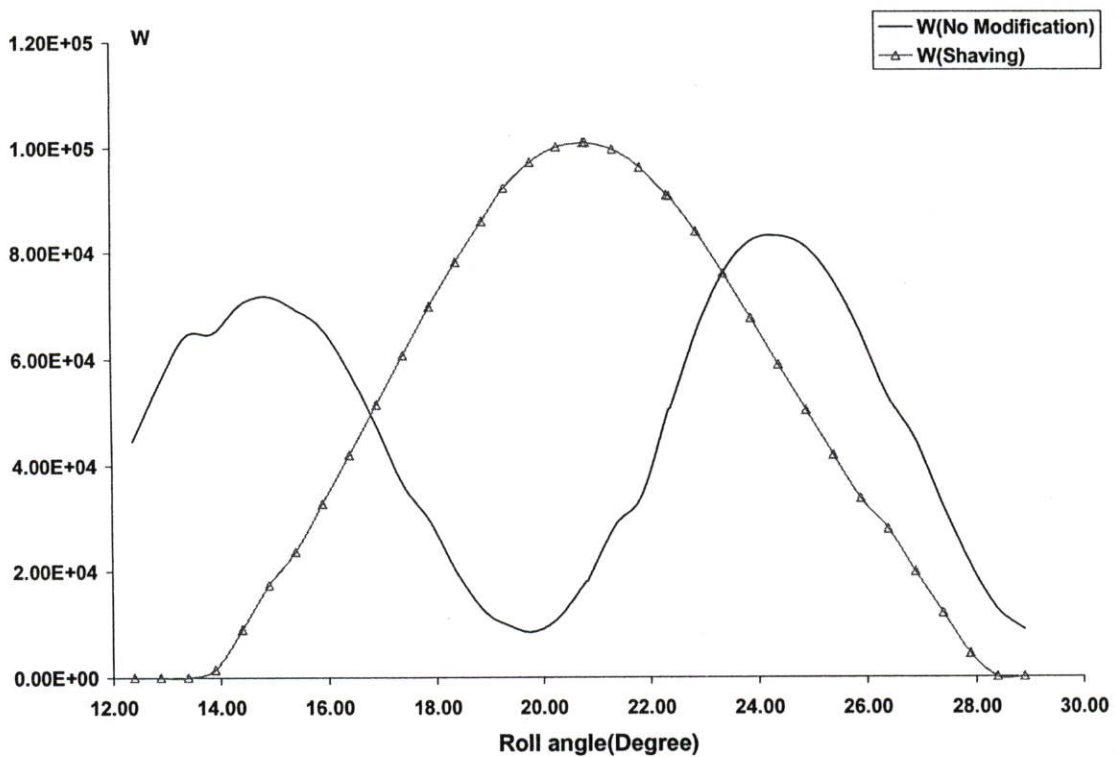
จากรูปที่ 5.42 แสดงอัตราส่วนการกระจายความดันที่เกิดจากการหล่อลื่นแบบ อิลาสโตโรไฮโดรไดนามิกส์และความดันที่เกิดขึ้นสูงสุดในแบบสถิตของฟันเฟืองตรงในรูปแบบของความสัมพันธ์ของความเค้นแบบสัมผัสของเฮิร์ซ ในกรณีที่ปรับแต่งฟันเฟือง จะเห็นได้ว่าอัตราส่วนความดันที่เกิดขึ้นนี้มีค่าสูงสุดที่มุมหมุน 19 องศา และมีค่าค่อยลดลงในช่วงมุมหมุนที่ 20 ถึง 26 องศา



รูปที่ 5.43 แสดงค่าอัตราส่วนการกระจายความดัน กรณีที่ปรับแต่งและไม่ปรับแต่ง ที่ความเร็วรอบ 6,500 รอบต่อนาที

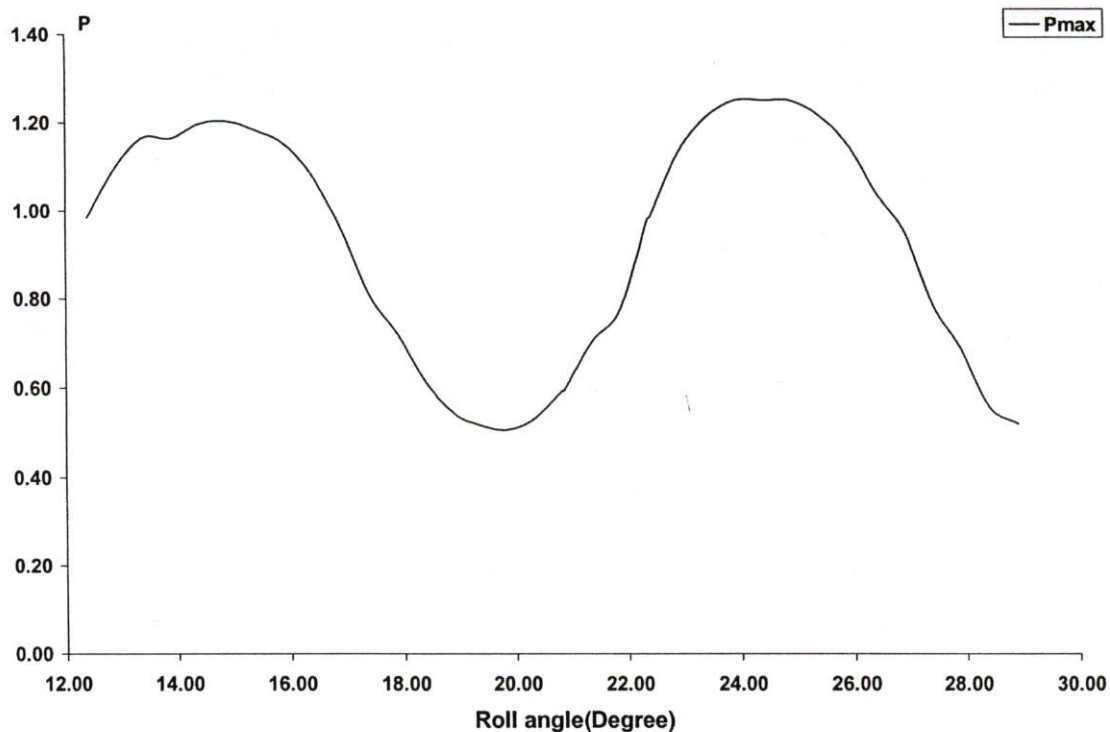
จากรูปที่ 5.43 แสดงอัตราส่วนการกระจายความดันที่เกิดจากการหล่อขึ้นแบบ อีลาสโตโรไฮโดรไดนามิกส์และความดันที่เกิดขึ้นสูงสุดในแบบสถิตของพื้นเพียงพอตรงในรูปแบบของความสัมพันธ์ของความเค้นแบบสัมผัสของเฮิร์ซ ในกรณีที่ไม่นับปรับแต่งพื้นเพียงพอและปรับแต่งพื้น จะเห็นได้ว่าอัตราส่วนความดันที่เกิดขึ้นนี้เมื่อทำการปรับแต่งพื้น จะมีค่าอัตราส่วนความดันที่ลดลงกว่าค่าสูงสุดของกรณีที่ไม่นับปรับแต่งซึ่งจะเห็นได้ว่าถ้าทำการปรับแต่งพื้นเพียงพอ จะทำให้อัตราส่วนความดันลดลง แสดงว่า แรงที่กระทำต่อพื้นเพียงพอที่ไม่นับปรับแต่งจะมีค่าที่น้อยลง

5.5.10 พฤติกรรมของการกระจายความดันและความหนาฟิล์มต่อพื้นเพียงพอตรงที่ไม่นับปรับแต่งพื้น ที่ความเร็วรอบ 9,000 รอบต่อนาที



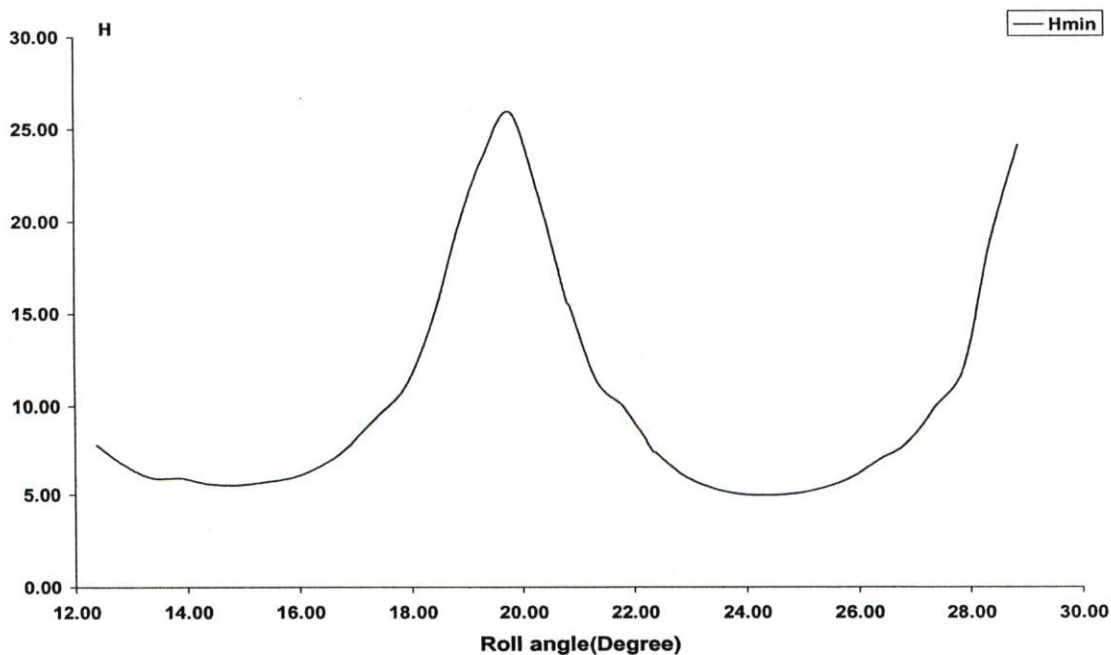
รูปที่ 5.44 แรงพลวัต (ไร้มิติ) ที่ความเร็วรอบ 9,000 รอบต่อนาที

จากรูปที่ 5.44 แสดงถึงแรงพลวัตแบบไร้มิติของพื้นเพียงพอที่ไม่นับปรับแต่งและทำการปรับแต่ง จะเห็นได้ว่าแรงพลวัตที่ไม่มีปรับแต่งจะมีค่าสูงสุดน้อยกว่า ในกรณีที่มีการปรับแต่ง ซึ่งการปรับแต่งจะมีค่าแรงพลวัตสูงสุดในช่วงมุมหมุนที่ 20 องศา แสดงให้เห็นว่าการปรับแต่งพื้นเพียงพอในความเร็วรอบนี้ไม่ได้ทำให้แรงพลวัตลดลงได้



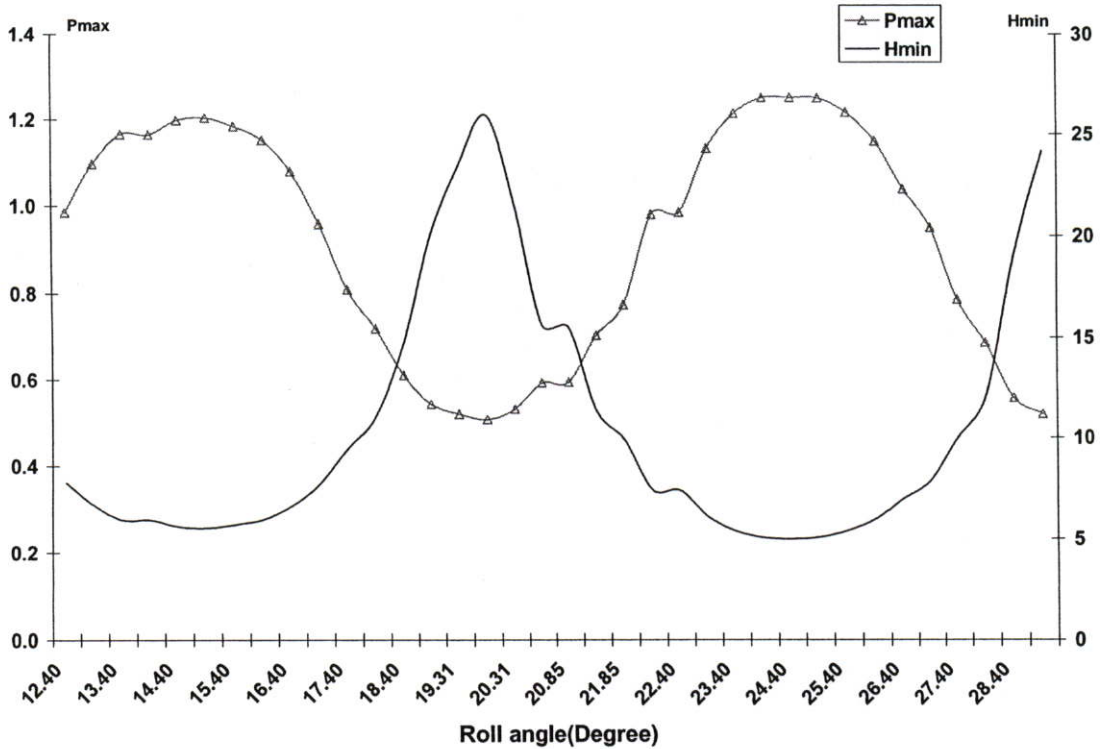
รูปที่ 5.45 การกระจายความดัน(ไร้มิติ) กรณีที่ไม่ปรับแต่งพื่นที่ความเร็วรอบ 9,000 รอบต่อนาที

จากรูปที่ 5.45 แสดงถึงการกระจายความดันแบบไร้มิติ ในกรณีที่ไม่ปรับแต่งพื่นที่เองจะเห็นได้ว่าการกระจายแรงดันนี้จะมีค่ามากในมุมหมุนที่ 15 องศาและ 26 องศา ซึ่งจะเกิดขึ้นในช่วงที่มีพื่นที่เองมีการขบกันสองคู่พื่นที่เองในช่วงการเริ่มเคลื่อนที่เข้า และ ที่ช่วงพื่นที่เองขบกันสองคู่พื่นที่เองในช่วงเริ่มเคลื่อนที่จากกัน



รูปที่ 5.46 การกระจายความหนาฟิล์ม(ไร้มิติ) กรณีที่ไม่ปรับแต่ง ที่ความเร็วรอบ 9,000 รอบต่อนาที

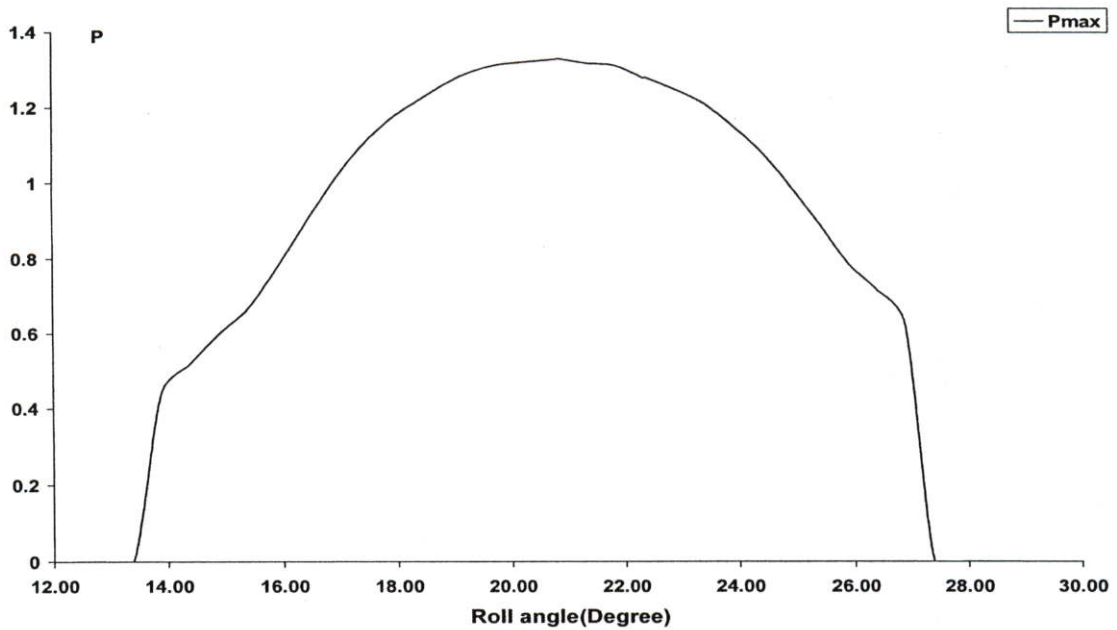
จากรูปที่ 5.46 แสดงถึงการกระจายความหนาฟิล์มแบบไร้มิติที่ไม่มีการปรับแต่งพื้น จะเห็นว่า ความหนาฟิล์มมีค่ามากในช่วงมุมหมุนที่ประมาณ 20 องศา และจะมีค่าความหนาฟิล์มที่น้อยในช่วงที่พื้นเพียงเคลื่อนที่เข้าขบกัน ในช่วงที่มีการขบกันสองคู่พื้นเพียงและในช่วงที่มีการเคลื่อนที่จากกัน



รูปที่ 5.47 การกระจายความดันและความหนาฟิล์ม (ไร้มิติ) ในกรณีที่ไม่ปรับแต่งพื้น ที่ความเร็วรอบ 9,000 รอบต่อนาที

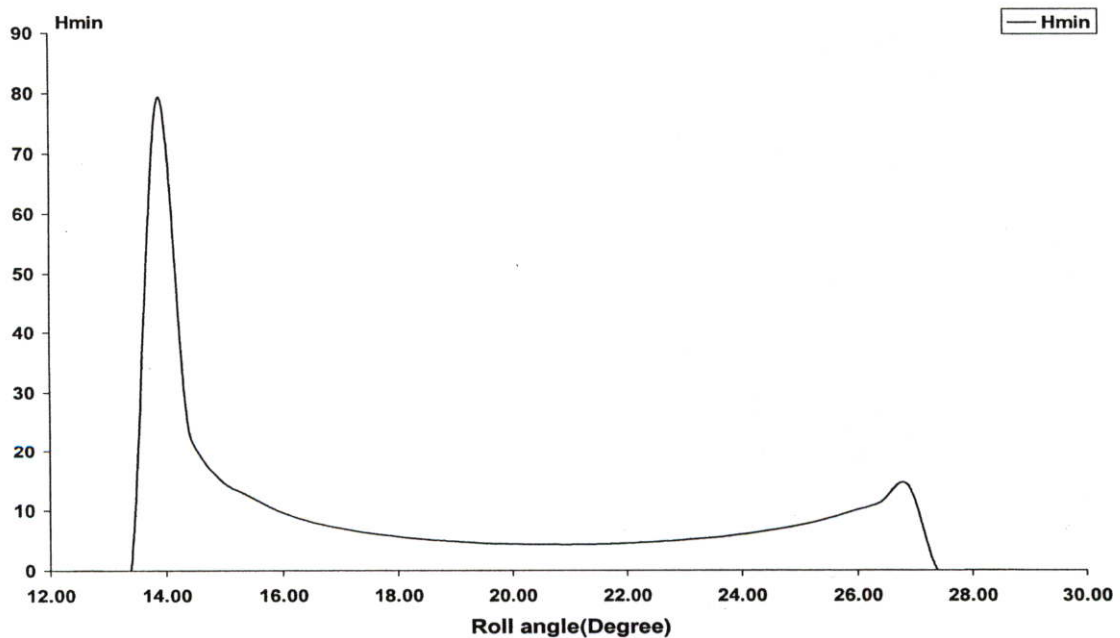
จากรูปที่ 5.47 แสดงการกระจายความดันและความหนาฟิล์มแบบไร้มิติ ในกรณีที่ไม่มีการปรับแต่งพื้น จะเห็นได้ว่าการกระจายความดันและความหนาฟิล์มมีความสัมพันธ์เมื่อมีการกระจายความดันสูง ค่าความหนาฟิล์มก็จะบาง ดังรูปจะเห็นได้ว่าที่มุมหมุนที่ 15 องศาจะมีการกระจายความดันสูงและความหนาฟิล์มบาง ในช่วงที่พื้นเพียงเริ่มเคลื่อนที่เข้าขบกัน และ ที่มุมหมุน 20 องศาจะมีการกระจายความดันต่ำซึ่งทำให้ฟิล์มมีความหนามาก และที่มุมหมุนที่ 24 องศาจะมีการกระจายความดันสูงและความหนาฟิล์มบางในช่วงที่พื้นเพียงเริ่มเคลื่อนที่จากกัน

5.5.11 พฤติกรรมของการกระจายความดันและความหนาฟิล์มต่อพื้นเฟืองตรงที่ปรับแต่งพื้น ที่ความเร็วรอบ 9,000 รอบต่อนาที



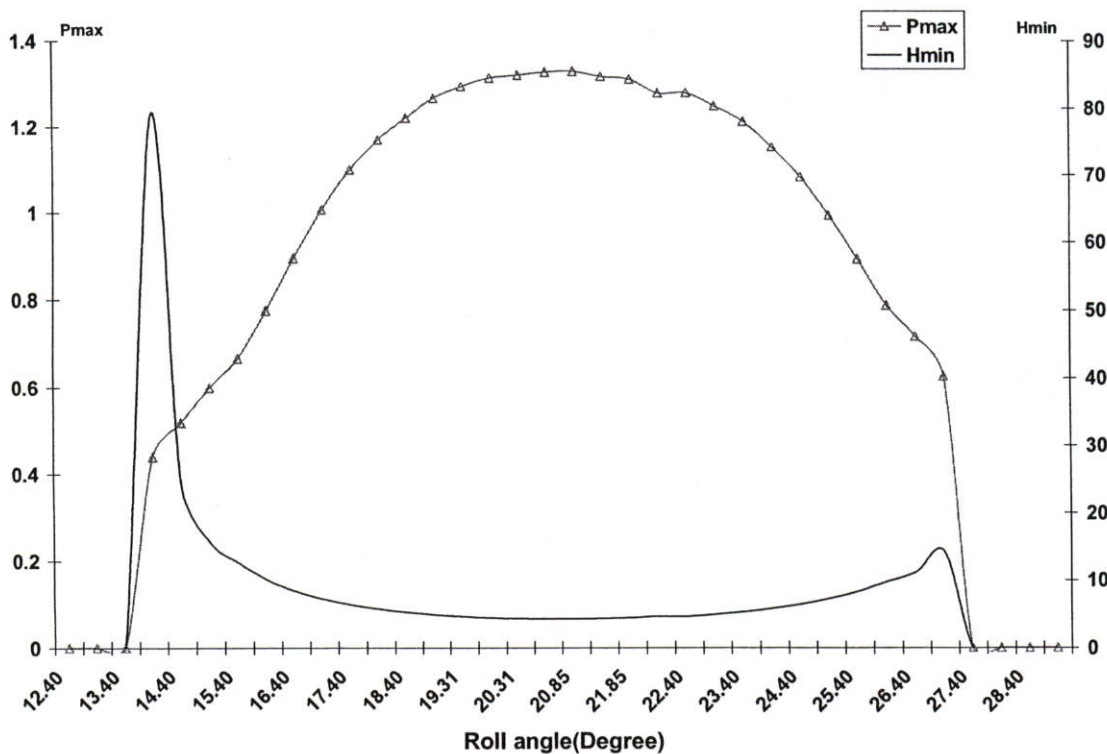
รูปที่ 5.48 การกระจายความดัน(ไร้มิติ) กรณีที่ปรับแต่งพื้น ที่ความเร็วรอบ 9,000 รอบต่อนาที

จากรูปที่ 5.48 แสดงการกระจายความดันแบบไร้มิติในกรณีที่ปรับแต่งพื้นเฟืองจะเห็นได้ว่าเมื่อทำการปรับแต่งพื้นค่าการกระจายความดันจะมีค่าที่มากที่สุดในช่วงมุมหมุนที่ 21 องศา และการกระจายความดันมีลักษณะโค้งคล้ายระฆังคว่ำ



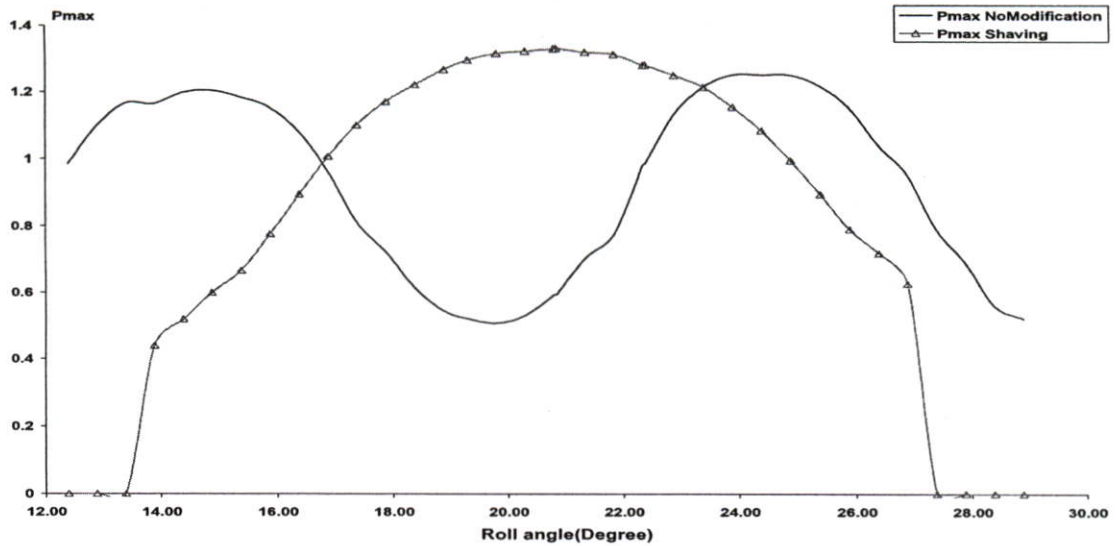
รูปที่ 5.49 การกระจายความหนาฟิล์ม(ไร้มิติ) กรณีที่ปรับแต่ง ที่ความเร็วรอบ 9,000 รอบต่อนาที

จากรูปที่ 5.49 แสดงการกระจายความหนาฟิล์มแบบ ไร้มิติ ในกรณีที่มีการปรับแต่ง ฟันเฟืองจะเห็นได้ว่า ในช่วงที่ฟันเฟืองเริ่มขบกันที่มุมหมุนประมาณ 14 องศา จะมีความหนาฟิล์ม หนามาก และจะบางลงในช่วงมุมหมุนอื่นๆ ความหนาฟิล์มที่มีค่าสูงมากในช่วงที่มุมหมุนประมาณ 14 องศา เนื่องจาก จะสังเกตเห็นว่า ที่มุมหมุนนี้จะมีการกระจายความดันที่น้อยมากซึ่งเป็นผลจาก การปรับแต่งฟันเฟือง จะทำให้การกระจายความดันในช่วงเริ่มขบกันของฟันเฟือง จะมีค่าน้อยมาก และจะมีค่าการกระจายความดันน้อยอีกครั้งในช่วงที่ฟันเฟืองเริ่มเคลื่อนที่จาก ที่มุมหมุนประมาณ 27 องศา



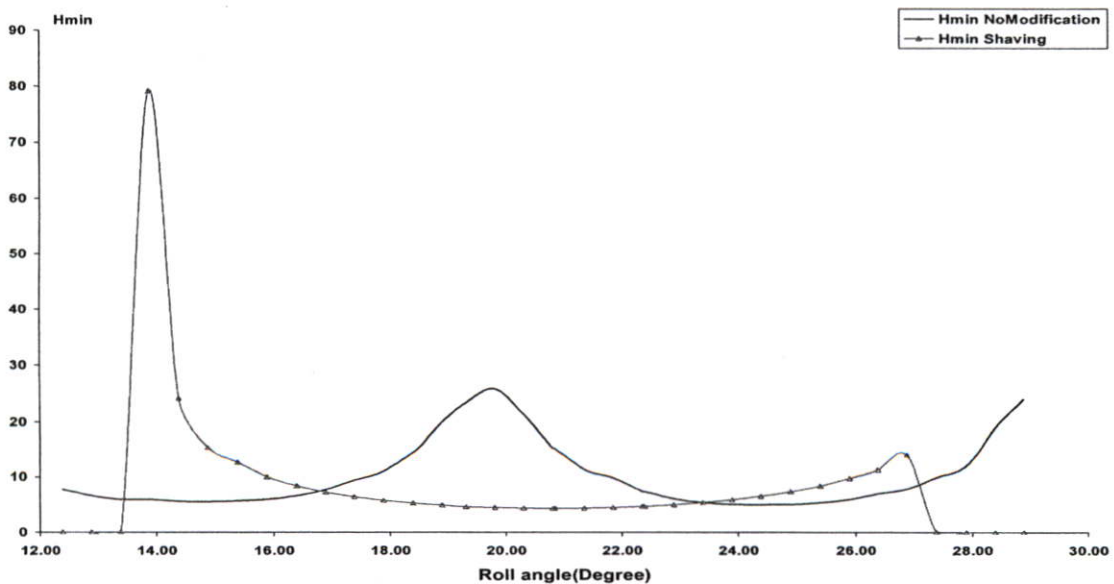
รูปที่ 5.50 การกระจายความดันและความหนาฟิล์ม (ไร้มิติ) ในกรณีที่ปรับแต่งฟัน ที่ความเร็วรอบ 9,000 รอบต่อนาที

จากรูปที่ 5.50 แสดงค่าการกระจายความดันและความหนาฟิล์มแบบ ไร้มิติ ในกรณีที่ ปรับแต่งฟัน ซึ่งจากความสัมพันธ์จะเห็นได้ว่าเมื่อการกระจายความดันสูงการกระจายความหนา ฟิล์มจะบาง จากรูปการกระจายความดันมากสุดอยู่ในช่วงที่มุมหมุนที่ 21 องศา ซึ่งจะมีความหนา ฟิล์มบางสุดด้วย และจากรูปจะเห็นได้ว่าค่าความหนาฟิล์มที่เกิดขึ้นที่มุมหมุนประมาณ 14 องศา จะ มีค่าความหนาฟิล์ม หนามากซึ่งจะพบได้ว่าที่มุมหมุนนี้จะมีค่าการกระจายความดันที่ต่ำ ทำให้ความ ดันที่กระทำต่อฟันเฟืองในช่วงมุมหมุนนี้น้อยทำให้เกิดความหนาฟิล์มหนา



รูปที่ 5.51 การกระจายความดัน(ไร้มิติ) กรณีที่ไม่ปรับแต่งฟันและปรับแต่งฟัน ที่ความเร็วรอบ 9,000 รอบต่อนาที

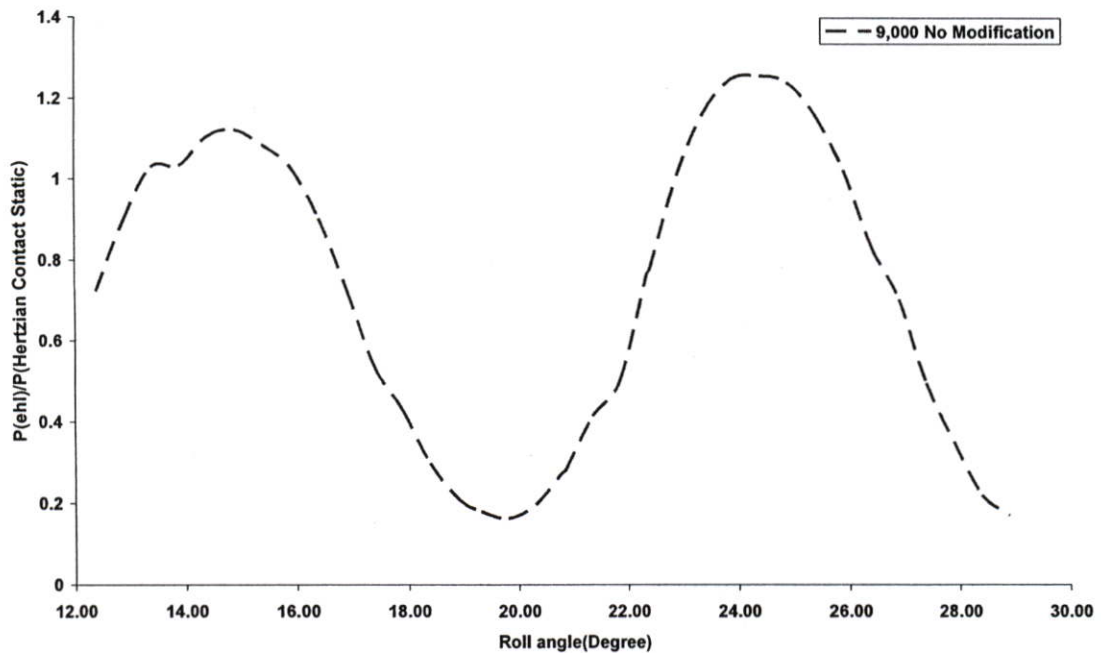
จากรูปที่ 5.51 แสดงการกระจายความดันแบบไร้มิติในกรณีที่ไม่ปรับแต่งและปรับแต่งฟันเพียง จะเห็นได้ว่าการปรับแต่งฟันเพียงจะมีค่าการกระจายความดันที่สูงขึ้นอย่างมากในช่วงมุมหมุนที่ 17 ถึง 21 องศา และการปรับแต่งฟันเพียงจะมีค่าการกระจายความดันสูงกว่าในกรณีที่ไม่ปรับแต่งฟัน เนื่องจากเมื่อทำการปรับแต่งฟันเพียงที่ความเร็วรอบนี้เนื่องจากการสัมผัสของหน้าฟันเพื่อที่เกิดจากการปรับแต่งมีการสัมผัสกันอย่างสม่ำเสมอและผลจากความเร็วยุโรปนี้ทำให้การกระจายแรงดันที่เกิดขึ้นในช่วงที่มีการขบกันเพียงหนึ่งคู่ฟันเพียงมีค่าสูง



รูปที่ 5.52 การกระจายความหนาฟิล์ม (ไร้มิติ) ในกรณีที่ไม่ปรับแต่งฟันและปรับแต่งฟัน ที่ความเร็วรอบ 9,000 รอบต่อนาที

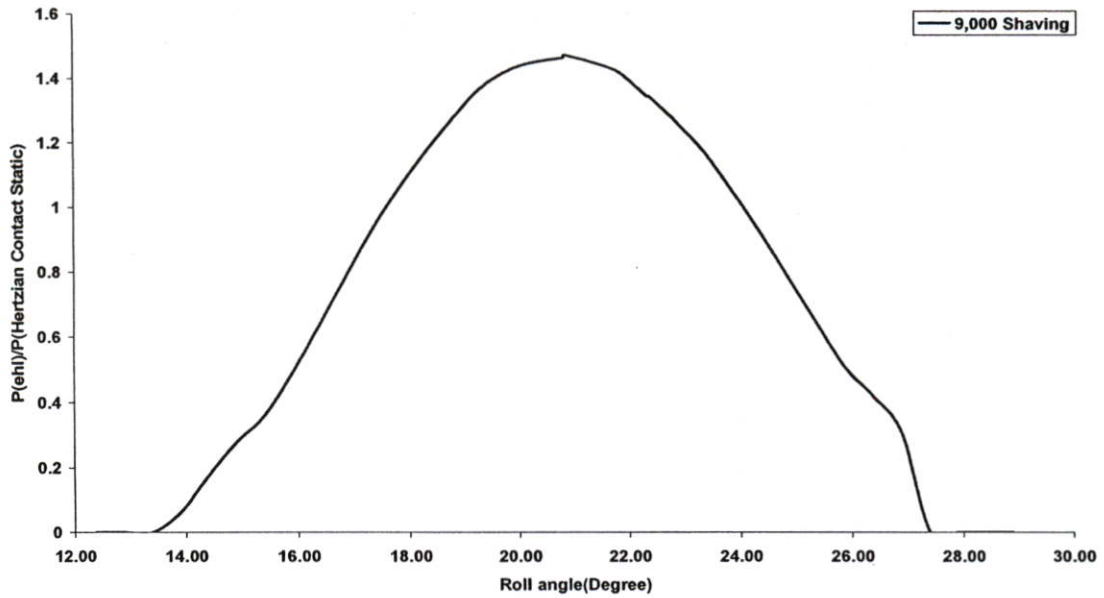
จากรูปที่ 5.52 แสดงการกระจายความหนาฟิล์มแบบไร้มิติในกรณีที่ไม้ปรับแต่งพื้นและปรับแต่งพื้น จะเห็นได้ว่าที่มุมหมุน 14 องศา ความหนาฟิล์มในกรณีที่ปรับแต่งจะสูงกว่าที่ไม่ปรับแต่งและที่มุมหมุนที่ 20 องศา ความหนาฟิล์มในกรณีที่ไม้ปรับแต่งจะสูงกว่า และจากรูปจะเห็นว่า ความหนาฟิล์มของกรณีที่ปรับแต่งจะมีค่าสูงมากในช่วงเริ่มขบกัน คือมุมหมุนที่ประมาณ 14 องศา เนื่องจากเมื่อทำการปรับแต่งพื้นจะทำให้แรงพลวัตที่กระทำต่อพื้นเพื่อมีค่าลดลงและมีผลทำให้การกระจายความดันลดลง ซึ่งทำให้การกระจายความหนาฟิล์มมีค่าสูง เนื่องจากมีความดันกระทำน้อย ซึ่งในทำนองเดียวกัน ที่มุมหมุนประมาณ 20 องศา กรณีไม้ปรับแต่งจะมีความหนาฟิล์มหนากว่า เพราะมีแรงกระทำน้อยกว่าในกรณีที่ปรับแต่ง

5.5.12 แสดงถึงอัตราส่วนการกระจายความดันและ Hertzian contact stress (static) ที่ความเร็วรอบ 9,000 รอบต่อนาที



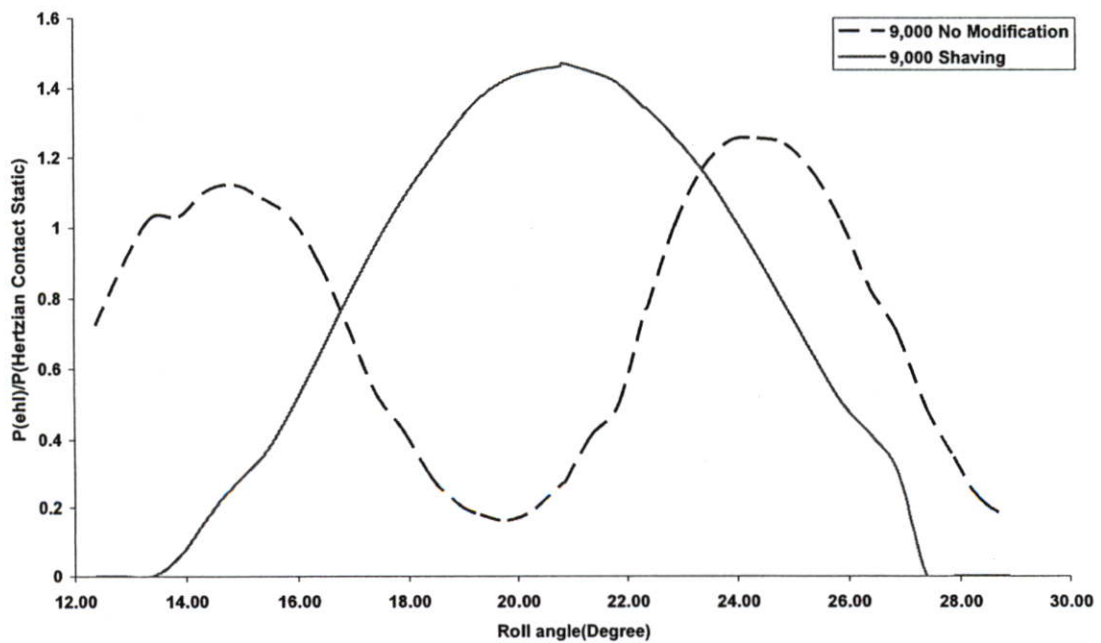
รูปที่ 5.53 แสดงค่าอัตราส่วนการกระจายความดัน กรณีที่ ไม้ปรับแต่ง ที่ความเร็วรอบ 9,000 รอบต่อนาที

จากรูปที่ 5.29 แสดงอัตราส่วนการกระจายความดันที่เกิดจากการหล่อลื่นแบบ อิลาสโตไฮโดรไดนามิกส์ และความดันที่เกิดขึ้นสูงสุดในแบบสถิตของพื้นเฟืองตรงในรูปแบบของความสัมพันธ์ของความเค้นแบบสัมผัสของเฮิร์ซ ในกรณีไม้ปรับแต่งพื้นเฟือง จะเห็นได้ว่าการอัตราส่วนความดันที่เกิดขึ้น มีค่าสูงในมุมหมุนที่ประมาณ 15 และ 24 องศา



รูปที่ 5.54 แสดงค่าอัตราส่วนการกระจายความดัน กรณีที่ปรับแต่ง ที่ความเร็วรอบ 9,000 รอบต่อนาที

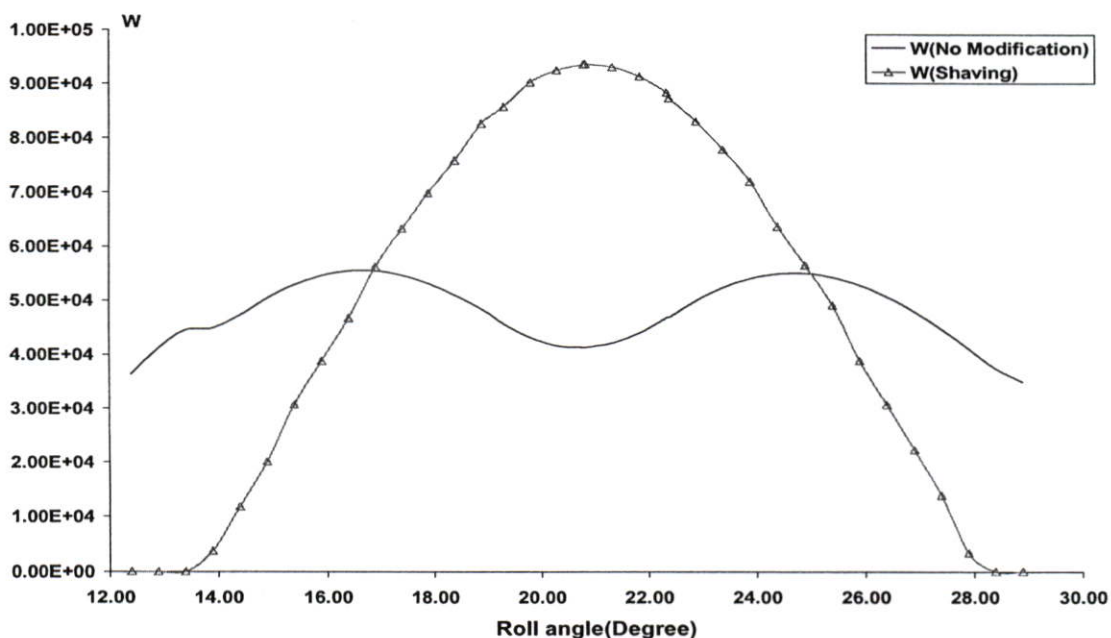
จากรูปที่ 5.54 แสดงอัตราส่วนการกระจายความดันที่เกิดจากการหล่อลื่นแบบ อิลาสโตโรไฮโดรไดนามิกส์ และความดันที่เกิดขึ้นสูงสุดในแบบสถิตของพื้นเฟืองตรงในรูปแบบของความสัมพันธ์ของความเค้นแบบสัมผัสของเฮิรซ์ ในกรณีปรับแต่งพื้นเฟือง จะเห็นได้ว่า อัตราส่วนการกระจายความดันสูงสุดที่มุมหมุน 21 องศา



รูปที่ 5.55 แสดงค่าอัตราส่วนการกระจายความดัน กรณีที่ปรับแต่งและไม่ปรับแต่ง ที่ความเร็วรอบ 9,000 รอบต่อนาที

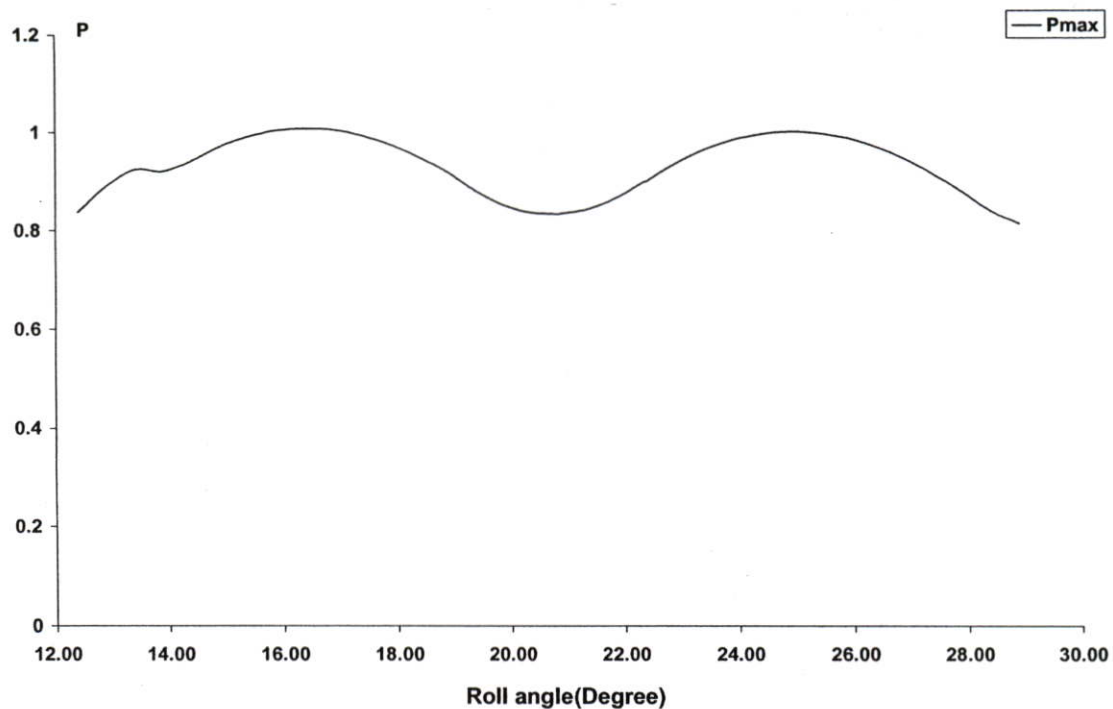
จากรูปที่ 5.55 แสดงอัตราส่วนการกระจายความดันที่เกิดจากการหล่อขึ้นแบบ อีลาสโตโรไฮโดรไดนามิกส์ และความดันที่เกิดขึ้นสูงสุดในแบบสถิตของพื้นเฟืองตรงในรูปแบบของความสัมพันธ์ของความเค้นแบบสัมผัสของเฮิร์ซ ในกรณีที่ไม่ปรับแต่งพื้นเฟือง และปรับแต่งพื้นเฟือง จะเห็นได้ว่า อัตราส่วนการกระจายความดันของการปรับแต่งจะมีค่ามากกว่าในกรณีที่ไม่มีการปรับแต่ง นั้นแสดงให้เห็นว่าที่ความเร็วรอบนี้ การปรับแต่งพื้นเฟืองไม่ทำให้สัดส่วนความดันลดลงในช่วงของมุมหมุน 17 ถึง 24 องศา

5.5.13 พฤติกรรมของการกระจายความดันและความหนาฟิล์มต่อพื้นเฟืองตรงที่ไม่ปรับแต่งพื้น ที่ความเร็วรอบ 12,000 รอบต่อนาที



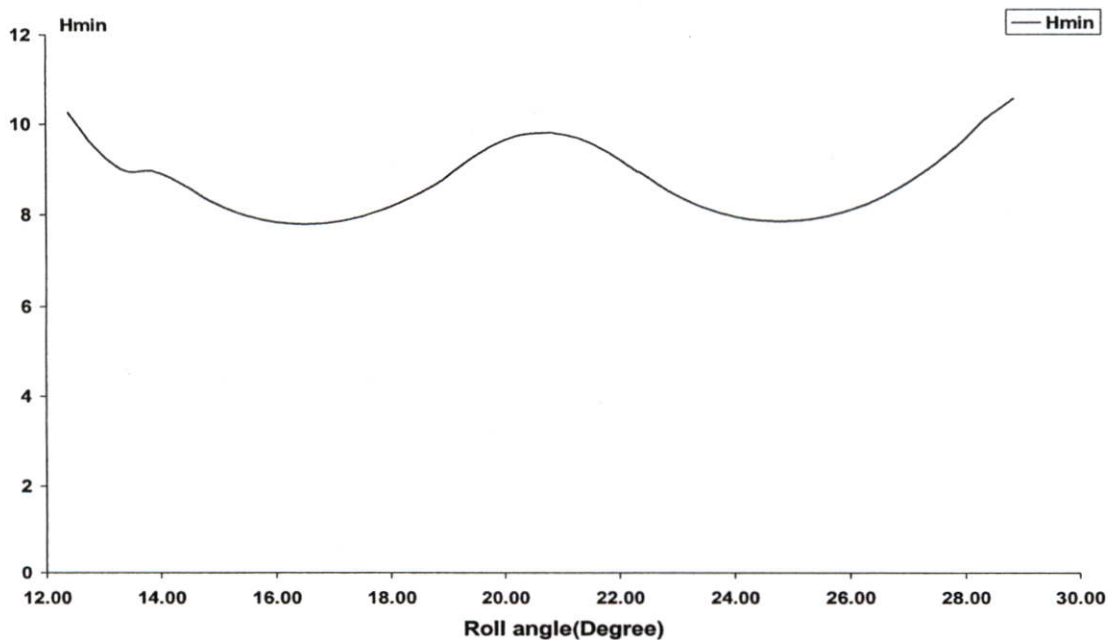
รูปที่ 5.56 แรงพลวัต (ไร้มิติ) ที่ความเร็วรอบ 12,000 รอบต่อนาที

จากรูปที่ 5.56 แสดงถึงแรงพลวัตแบบไร้มิติที่ไม่ปรับแต่งพื้นเฟือง จะเห็นได้ว่าการปรับแต่งพื้นเฟืองจะทำให้แรงพลวัตเพิ่มสูงขึ้นมากในช่วงมุมหมุนที่ 17 ถึง 25 องศา ซึ่งแสดงให้เห็นว่าที่ความเร็วรอบนี้ การปรับแต่งพื้นเฟืองจะไม่ทำให้มีแรงพลวัตลดลง



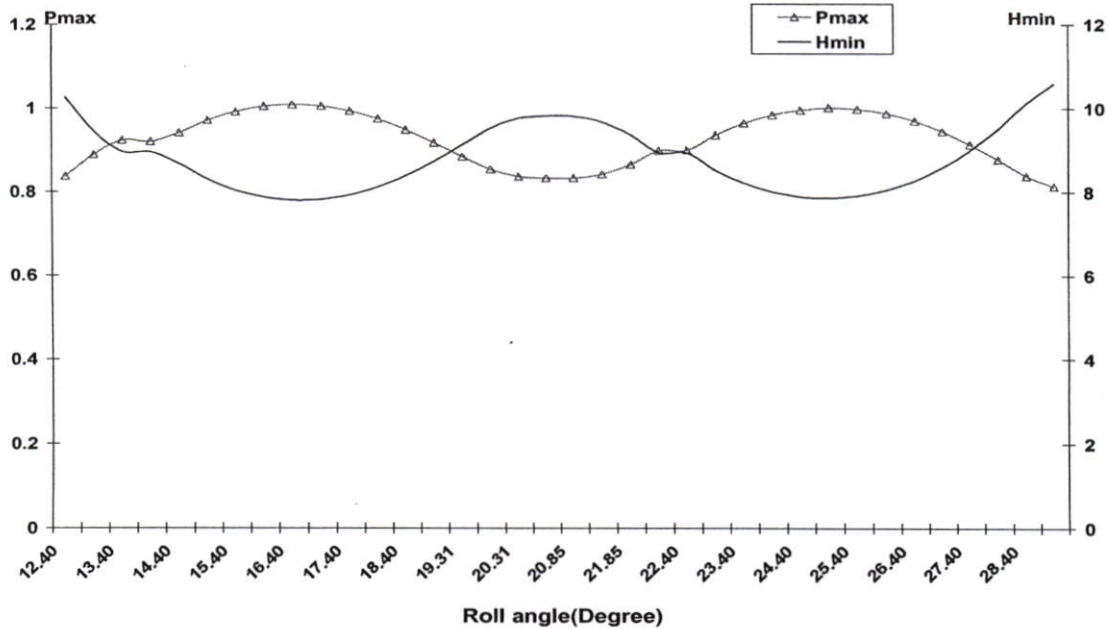
รูปที่ 5.57 การกระจายความดัน(ไร้มิติ) กรณีที่ไม่ปรับแต่งฟิน ที่ความเร็วรอบ 12,000 รอบต่อนาที

จากรูปที่ 5.57 แสดงการกระจายความดัน ไร้มิติ ในการที่ไม่ปรับแต่งฟินเพียง จะเห็นได้ว่าการกระจายความดันที่ได้จะมีค่าเพิ่มขึ้นและลดลงไม่แตกต่างกันมากนัก และมีค่ามากในช่วงมุมหมุนที่ 16 และ 26 องศา



รูปที่ 5.58 การกระจายความหนาฟิล์ม(ไร้มิติ) กรณีที่ไม่ปรับแต่ง ที่ความเร็วรอบ 12,000 รอบต่อนาที

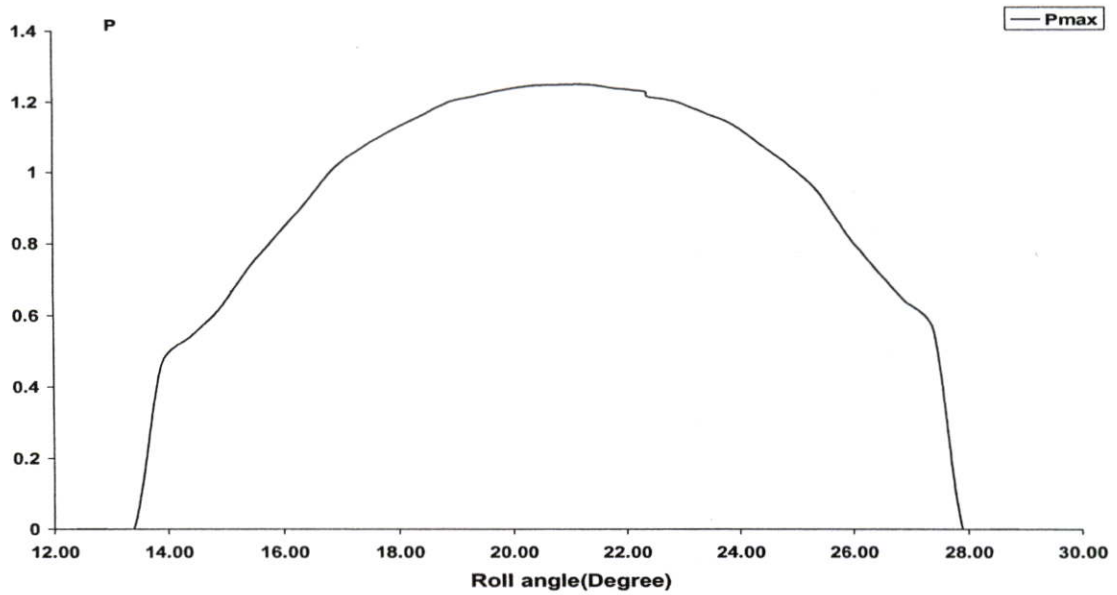
จากรูปที่ 5.58 แสดงการกระจายความหนาฟิล์มแบบไร้มิติ ในกรณีที่ไม่ปรับแต่ง จะเห็นได้ว่าความหนาฟิล์มที่ได้มีค่าความหนาฟิล์มบางลงที่มุมหมุนที่ 16 และ 26 ซึ่งเป็นช่วงที่มีการขบกันสองคู่ฟันเฟือง



รูปที่ 5.59 การกระจายความดันและความหนาฟิล์ม (ไร้มิติ) ในกรณีที่ไม่ปรับแต่งฟัน ที่ความเร็วรอบ 12,000 รอบต่อนาที

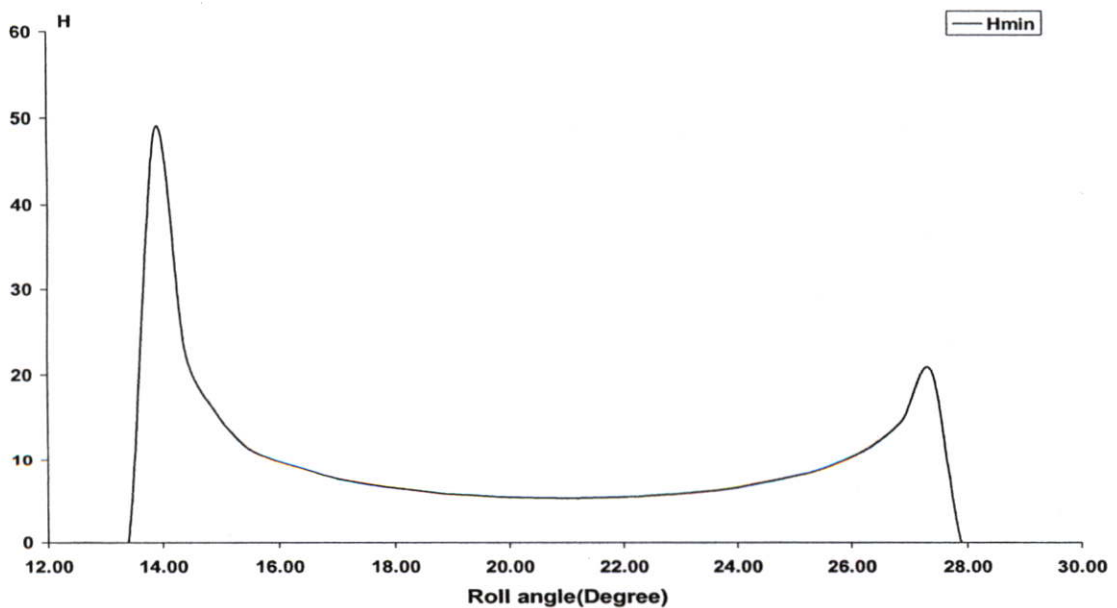
จากรูปที่ 5.59 แสดงการกระจายความดันและความหนาฟิล์มแบบไร้มิติ ในกรณีที่ไม่ปรับแต่งฟันจะเห็นได้ว่าเมื่อการกระจายความดันสูง ค่าความหนาฟิล์มจะบางลง และที่การกระจายความดันน้อย ค่าความหนาฟิล์มจะหนา จากรูปที่มุมหมุน 16 และ 26 จะมีค่าการกระจายความดันสูงและความหนาฟิล์มบาง และที่มุมหมุนประมาณ 20 องศา จะมีค่าการกระจายความดันต่ำและความหนาฟิล์มจะสูง

5.5.14 พฤติกรรมของการกระจายความดันและความหนาฟิล์มต่อฟันเฟืองตรงที่ปรับแต่งฟัน ที่ความเร็วรอบ 12,000 รอบต่อนาที



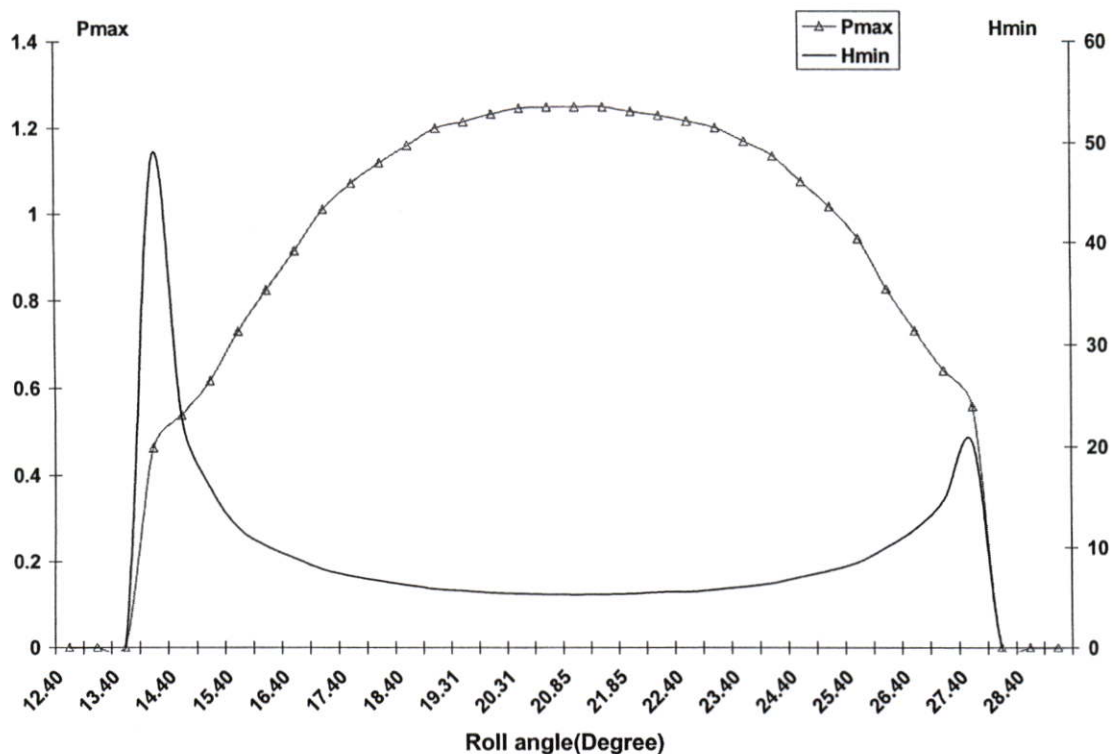
รูปที่ 5.60 การกระจายความดัน(ไร้มิติ) กรณีที่ปรับแต่งฟัน ที่ความเร็วรอบ 12,000 รอบต่อนาที

จากรูปที่ 5.60 แสดงค่าการกระจายความดันแบบไร้มิติ ในกรณีที่ปรับแต่งฟัน จะเห็นได้ว่าลักษณะการกระจายความดันเมื่อทำการปรับแต่ง จะเห็นได้ว่าที่มุมหมุนประมาณ 21 องศา มีค่าการกระจายความดันสูงสุด และลักษณะการกระจายความดันเป็นลักษณะคล้ายระฆังคว่ำ



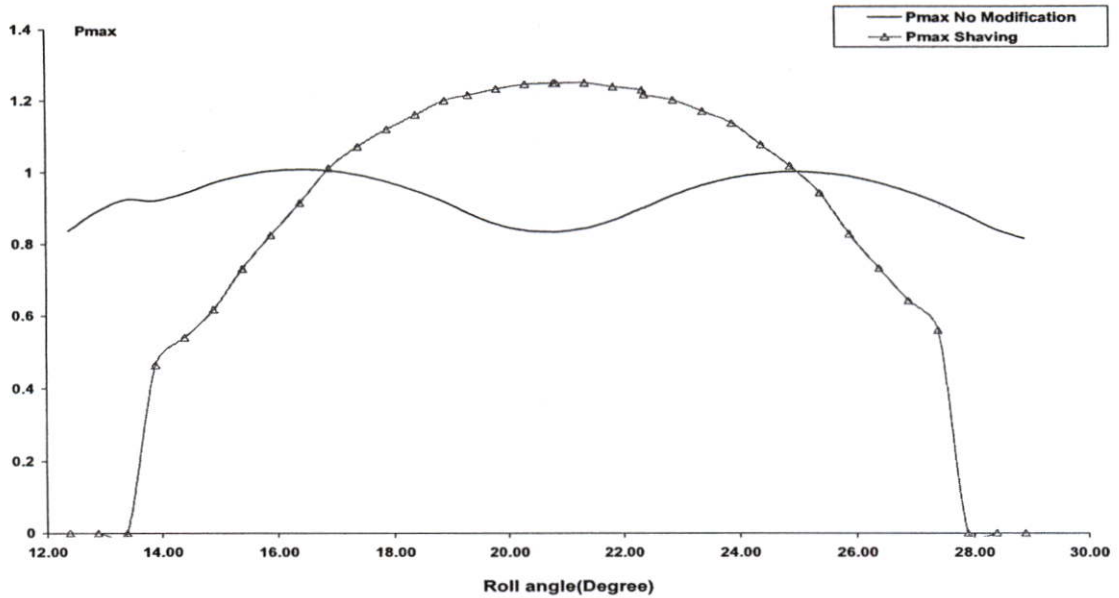
รูปที่ 5.61 การกระจายความหนาฟิล์ม(ไร้มิติ) กรณีที่ปรับแต่งฟัน ที่ความเร็วรอบ 12,000 รอบต่อนาที

จากรูปที่ 5.61 แสดงการกระจายความหนาฟิล์มแบบไร้มิติ ในกรณีที่ปรับแต่งพิน จะเห็นได้ว่าความหนาฟิล์มจะหนามากในช่วงเริ่มขบกันและเริ่มเคลื่อนที่ออก จากการ จากรูปที่มุมหมุน 14 และ 27 องศา



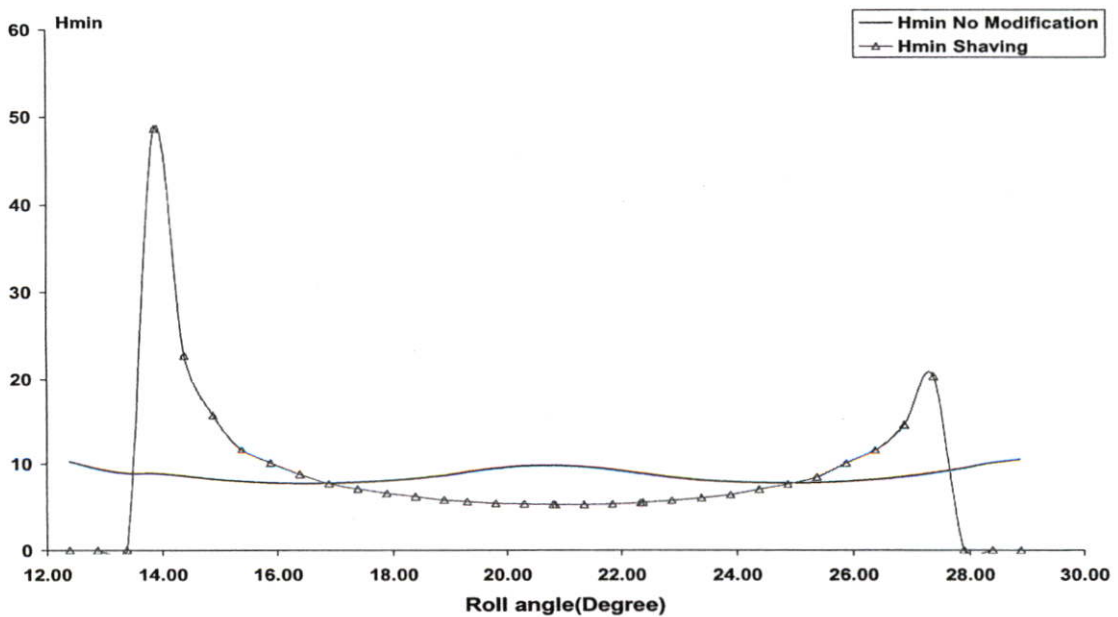
รูปที่ 5.62 การกระจายความดันและความหนาฟิล์ม (ไร้มิติ) ในกรณีที่ปรับแต่งพิน ที่ความเร็วรอบ 12,000 รอบต่อนาที

จากรูปที่ 5.62 แสดงการกระจายความดันและความหนาฟิล์มแบบไร้มิติ ในกรณีที่ปรับแต่งพินเพียง จะเห็นได้ว่า ความสัมพันธ์เมื่อความดันสูงขึ้นความหนาฟิล์มจะบางลง ดังรูปในช่วงมุมหมุน 15.5 องศา จะมีความหนาฟิล์มเริ่มบางลงและการกระจายความดันจะเริ่มสูงขึ้น และสูงสุดในช่วงมุมหมุน 21 องศาและเริ่มลดลง จนกระทั่งถึงมุมหมุนที่ 26 องศา และจากรูปจะเห็นได้ว่าค่าความหนาฟิล์มที่เกิดขึ้นที่มุมหมุนประมาณ 14 องศา จะมีค่าความหนาฟิล์ม หนามากซึ่งจะพบได้ว่าที่มุมหมุนนี้จะมีค่าการกระจายความดันที่ต่ำ ทำให้ความดันที่กระทำต่อพินเพียงในช่วงมุมหมุนนี้ น้อยทำให้เกิดความหนาฟิล์มหนา



รูปที่ 5.63 การกระจายความดัน (ไร้มิติ) กรณีที่ไม่ปรับแต่งฟันและปรับแต่งฟัน ที่ความเร็วรอบ 12,000 รอบต่อนาที

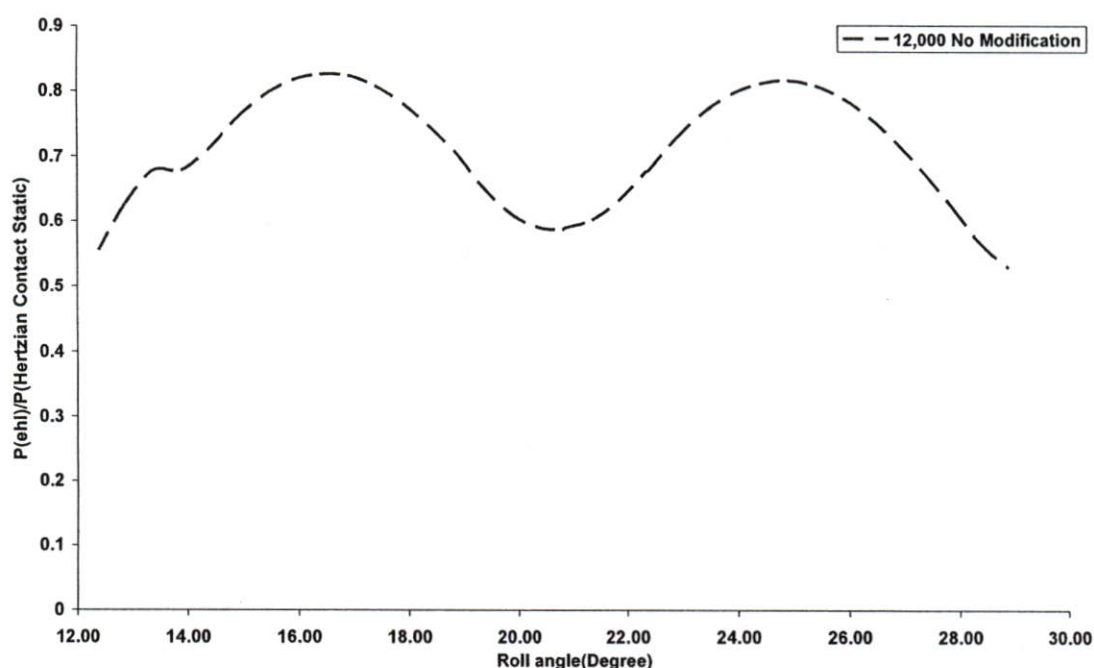
จากรูปที่ 5.63 แสดงการกระจายความดันแบบไร้มิติ ในกรณีที่ไม่ปรับแต่งและปรับแต่งฟันเพียง จะเห็นได้ว่าในกรณีที่ปรับแต่งจะมีการกระจายแรงดันสูงกว่าในกรณีที่ไม่ปรับแต่ง เนื่องจากเมื่อทำการปรับแต่งฟันเพียงมีผลทำให้ฟันเพียงมีการขบกันที่สม่ำเสมอมากกว่าในกรณีที่ไม่ปรับแต่ง ซึ่งเป็นผลให้ลักษณะการกระจายแรงพลวัตที่เกิดขึ้นเป็นลักษณะระฆังคว่ำ มีผลทำให้การกระจายความดันมีค่าสูงมากในช่วงที่มีการขบกันหนึ่งคู่ฟันเพียง ซึ่งจากรูปที่ความเร็วรอบนี้การปรับแต่งไม่ทำให้การกระจายความดันสูงสุดมีค่าลดลง



รูปที่ 5.64 การกระจายความหนาฟิล์ม (ไร้มิติ) ในกรณีที่ไม่ปรับแต่งฟันและปรับแต่งฟัน ที่ความเร็วรอบ 12,000 รอบต่อนาที

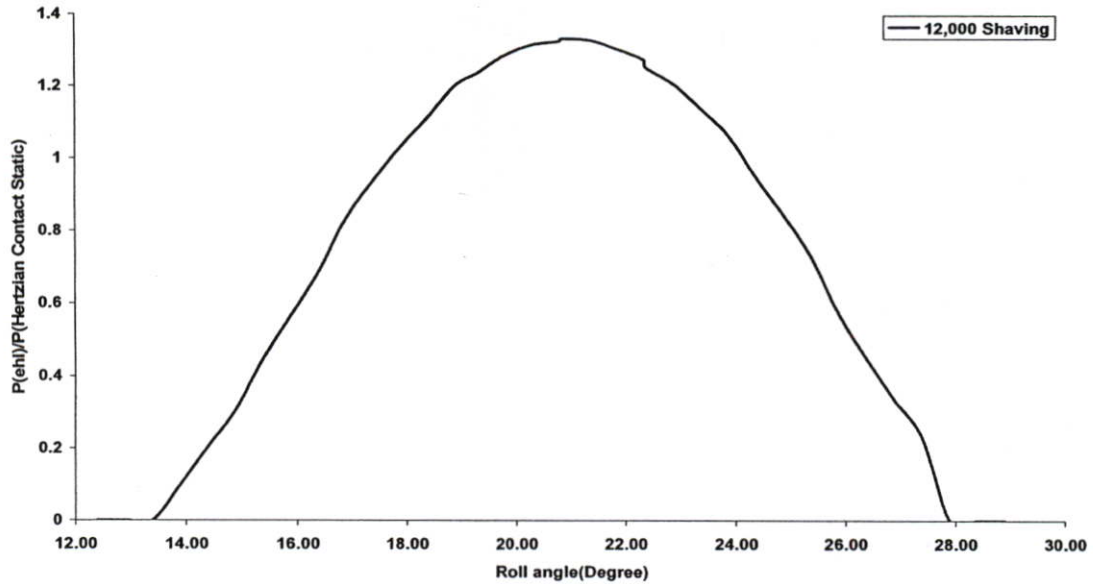
จากรูปที่ 5.64 แสดงการกระจายความหนาฟิล์มแบบไร้มิติ ในกรณีที่ไม่มีการปรับแต่งพื้นผิวและมีการปรับแต่ง จะเห็นได้ว่า ในช่วงมุมหมุนที่ 17 ถึง 25 ค่าความหนาฟิล์มที่ปรับแต่งจะมีค่าที่ต่ำกว่าในกรณีที่ไม่ปรับแต่ง เนื่องจากแรงดันกระทำที่มากกว่า แสดงให้เห็นว่า การปรับแต่งพื้นผิวในช่วงความเร็วรอบนี้ไม่ได้ทำให้ความดันที่กระทำต่อพื้นผิวลดลง และจากรูปจะเห็นว่า ความหนาฟิล์มของกรณีที่ปรับแต่งจะมีค่าสูงมากในช่วงเริ่มขบกัน คือมุมหมุนที่ประมาณ 14 องศา เนื่องจากเมื่อทำการปรับแต่งพื้นผิวจะทำให้แรงพลวัตที่กระทำต่อพื้นผิวมีค่าลดลงและมีผลทำให้การกระจายความดันลดลง ซึ่งทำให้การกระจายความหนาฟิล์มมีค่าสูง เนื่องจากมีความดันกระทำน้อย ซึ่งในทำนองเดียวกัน ที่มุมหมุนประมาณ 27 องศา กรณีที่ปรับแต่งจะมีความหนาฟิล์มหนากว่า เพราะมีแรงกระทำน้อยกว่าในกรณีที่ไม่ปรับแต่ง

5.5.15 แสดงถึงอัตราส่วนการกระจายความดันและ Hertzian contact stress (static) ที่ความเร็วรอบ 12,000 รอบต่อนาที



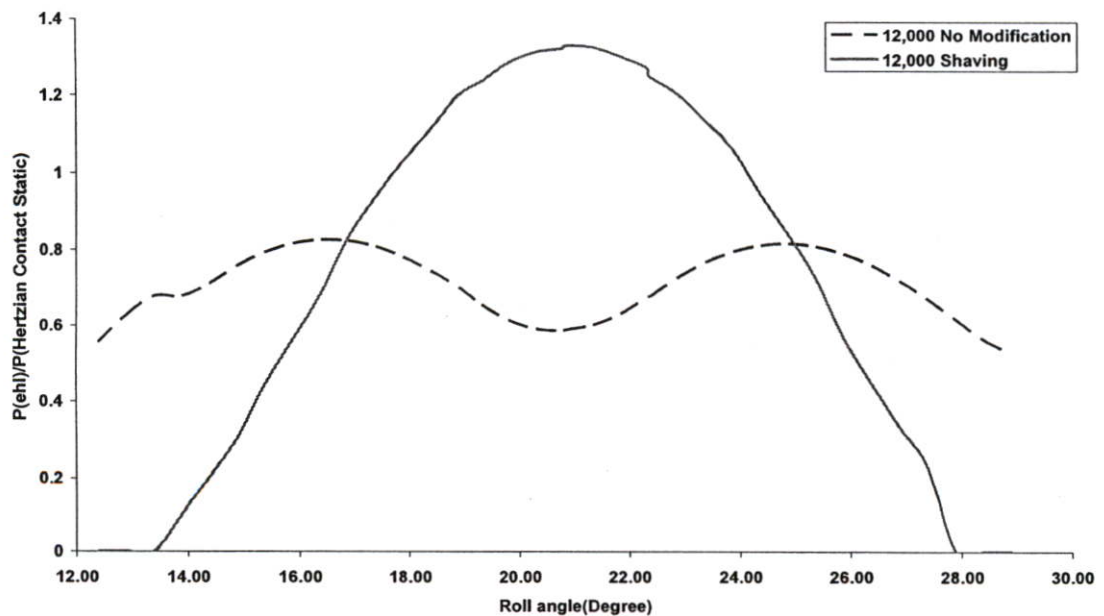
รูปที่ 5.65 แสดงค่าอัตราส่วนการกระจายความดัน กรณีที่ไม่ปรับแต่ง ที่ความเร็วรอบ 12,000 รอบต่อนาที

จากรูปที่ 5.65 แสดงอัตราส่วนการกระจายความดันที่เกิดจากการหล่อลื่นแบบฮิสเทรีซิสไฮโดรไดนามิกส์ และความดันที่เกิดขึ้นสูงสุดในแบบสถิตของพื้นผิวตรง ในรูปแบบของความสัมพันธ์ของความเค้นแบบสัมผัสของเฮิร์ซ ในกรณีไม่ปรับแต่งพื้นผิว จะเห็นได้ว่าการอัตราส่วนความดันที่เกิดขึ้น มีค่าสูงในมุมหมุนที่ประมาณ 15 และ 24 องศา



รูปที่ 5.66 แสดงค่าอัตราส่วนการกระจายความดัน กรณีที่ปรับแต่ง ที่ความเร็วรอบ 12,000 รอบต่อนาที

จากรูปที่ 5.66 แสดงอัตราส่วนการกระจายความดันที่เกิดจากการหล่อลื่นแบบ ฮีลาสโตรไฮโดรไดนามิกส์ และความดันที่เกิดขึ้นสูงสุดในแบบสถิตของพื้นเฟืองตรง ในรูปแบบของความสัมพันธ์ของความเค้นแบบสัมผัสของเฮิร์ซ ในกรณีปรับแต่งพื้นเฟือง จะเห็นได้ว่าสัดส่วนความดันสูงสุดที่เกิดขึ้นเกิดขึ้นที่มุมหมุน 21 องศา



รูปที่ 5.67 แสดงค่าอัตราส่วนการกระจายความดัน กรณีที่ปรับแต่งและไม่ปรับแต่ง ที่ความเร็วรอบ 12,000 รอบต่อนาที

รูปที่ 5.67 แสดงอัตราส่วนการกระจายความดันที่เกิดจากการหล่อลื่นแบบฮิดราสโตรไฮโดรไดนามิกส์ และความดันที่เกิดขึ้นสูงสุดในแบบสถิตของฟีนเฟืองตรง ในรูปแบบของความสัมพันธ์ของความเค้นแบบสัมผัสของเฮิร์ซ ในกรณีที่ไม่ปรับแต่งและไม่ปรับแต่ง จะเห็นได้ว่า อัตราส่วนความดันของการปรับแต่งฟีนเฟืองที่เกิดขึ้นมีค่ามากกว่าอัตราส่วนความดันที่ไม่ปรับแต่งฟีนเฟืองในช่วงที่มุมหมุน 17 องศา ถึง 25 องศา แสดงให้เห็นได้ว่า การปรับแต่งฟีนเฟือง ในความเร็วรอบนี้ ไม่ได้ทำให้อัตราส่วนความดันลดลง

## 5.6 สรุปผลและวิจารณ์

จากรูปกราฟแสดงพฤติกรรมการกระจายความดันและความหนาฟิล์มที่ความเร็วรอบต่างๆ ดังนี้ ที่ 1,500 รอบต่อนาทีที่ 3,500 รอบต่อนาทีที่ 6,500 รอบต่อนาทีที่ 9,000 รอบต่อนาทีและที่ 12,000 รอบต่อนาที จะสรุปได้ว่า

- 5.6.1 แรงพลวัตที่กระทำกับหน้าผิวสัมผัสเพียงมากจะทำให้เกิดแรงดันที่กระทำ ณ จุดที่เพียงสัมผัสกันมากเช่นเดียวกัน
- 5.6.2 ที่ความเร็วรอบ 6,500 รอบต่อนาทีการปรับแต่งพื้นผิวจะมีผลทำให้แรงพลวัตลดลงและทำให้แรงดันที่กระทำกับพื้นผิวมีค่าลดลง พร้อมทั้งความหนาฟิล์มที่จุดสัมผัสกันระหว่างพื้นผิวจะมีความหนาขึ้น
- 5.6.3 ที่ความเร็วรอบสูงมาก จะเห็นว่าแรงพลวัตสูงสุดจากการปรับแต่งพื้นผิวโดยวิธีเลื่อนหน้าพื้นผิวไม่ลดลง นั่นแสดงว่าการปรับแต่งพื้นผิวที่ทำให้แรงพลวัตลดลง จะเกิดขึ้นในช่วงความเร็วรอบช่วงหนึ่งเท่านั้น
- 5.6.4 จากการกระจายความดันและความหนาฟิล์มที่เกิดขึ้น จะเห็นได้ว่า การปรับแต่งพื้นผิวโดยวิธีเลื่อนหน้าพื้นผิวไม่ได้ช่วยให้ลดความดันที่กระทำต่อพื้นผิวในทุกๆ ความเร็วรอบ แต่จะมีผลทำให้มีความดันลดลงมากที่สุดในการที่ความเร็วรอบที่ 6,500 รอบต่อนาที
- 5.6.5 การกระจายความดันและความหนาฟิล์มที่เกิดขึ้นในแต่ละความเร็วรอบจะเห็นได้ว่าเมื่อมีความดันที่กระทำมากจะทำให้ความหนาฟิล์มบางลง และเมื่อมีความดันที่กระทำน้อยความหนาฟิล์มก็จะหนาขึ้น ซึ่งจากพฤติกรรมนี้จะทำให้คาดการณ์ได้ว่าที่ความหนาฟิล์มบางจะมีโอกาสที่เพียงเกิดความเสียหายที่ผิวพื้นผิวได้มากกว่าในกรณีที่ฟิล์มหนา

## บทที่ 6

### บทสรุปและข้อเสนอแนะ

#### 6.1 สรุปผลการทดลอง

ในวิทยานิพนธ์ฉบับนี้ได้ทำการศึกษาถึงผลของการปรับแต่งฟันเฟือง โดยวิธีเลื่อนหน้าฟัน ต่อการหล่อลิ้นแบบอิลาสโตไฮโดรไดนามิกส์ การคำนวณเป็นการคำนวณเชิงตัวเลขและจำลองผล ซึ่งจากพฤติกรรมและผลการทดลองสามารถสรุปได้ดังนี้

##### 6.1.1 ผลการปรับแต่งฟันเฟืองโดยวิธีเลื่อนหน้าฟัน

6.1.1.1 การปรับแต่งฟันเฟืองที่ความเร็วรอบ 1,500 รอบนาที และที่ 3,500 รอบต่อนาทีจะพบว่าแรงพลวัตสูงสุดที่เกิดขึ้นกับฟันเฟืองมีค่าลดลง

6.1.1.2 การปรับแต่งฟันเฟืองตรงโดยวิธีเลื่อนหน้าฟัน จะเห็นได้ว่าแรงพลวัตสูงสุดที่เกิดขึ้นกับเฟืองที่มีการปรับแต่งมีค่าลดลงในช่วงความเร็วรอบที่ 6,500 รอบต่อนาที

6.1.1.3 การปรับแต่งฟันเฟืองที่ความเร็วรอบสูงมากๆ จะไม่ทำให้แรงพลวัตลดลงแต่จะมีการเกิดแรงพลวัตที่เป็นส่วนโค้งสม่ำเสมอ

6.1.1.4 การปรับแต่งฟันเฟืองโดยวิธีเลื่อนหน้าฟันจะทำให้การเกิดแรงพลวัตที่กระทำกับฟันเฟืองมีค่าที่สม่ำเสมอ เป็นผลจากการที่ความเร็วเฉลี่ยในการเข้าสัมผัสมีค่าลดลง ทำให้การเข้าสัมผัสกันระหว่างฟันเฟือง(ทั้งเฟืองขับ และเฟืองตาม)เข้าสัมผัสกันนุ่มนวลขึ้น

##### 6.1.2 พฤติกรรมการหล่อลิ้นแบบอิลาสโตไฮโดรไดนามิกส์ของผลการปรับแต่งฟันเฟืองตรง

จากรูปกราฟแสดงพฤติกรรมการกระจายความดันและความหนาฟิล์มที่ความเร็วรอบต่างๆ ที่ 1,500 รอบต่อนาทีที่ 3,500 รอบต่อนาทีที่ 6,500 รอบต่อนาทีที่ 9,000 รอบต่อนาทีที่ 12,000 รอบต่อนาที จะสรุปได้ว่า

6.1.2.1 แรงพลวัตที่กระทำกับหน้าผิวสัมผัสเฟืองมากจะทำให้เกิดแรงดันที่กระทำ ณ จุดที่เฟืองสัมผัสกันมากเช่นเดียวกัน

6.1.2.2 ที่ความเร็วรอบ 1,500 และ 3,500 รอบต่อนาทีการปรับแต่งฟันเฟืองจะมีผลทำให้แรงพลวัตสูงสุดที่เกิดขึ้นมีค่าลดลงมีผลทำให้ความดันที่เกิดกับฟันเฟืองลดลง

6.1.2.3 ที่ความเร็วรอบ 6,500 รอบต่อนาทีการปรับแต่งฟันเฟืองจะมีผลทำให้แรงพลวัตลดลงและทำให้แรงดันที่กระทำกับฟันเฟืองมีค่าลดลง พร้อมทั้งความหนาฟิล์มที่จุดสัมผัสกันระหว่างฟันเฟืองจะมีความหนาขึ้น

6.1.2.4 ที่ความเร็วรอบสูงมาก(9,000 รอบต่อนาที และ 12,000 รอบต่อนาที) จะเห็นว่าแรงพลวัตสูงสุดจากการปรับแต่งฟันเฟือง โดยวิธีเฉือนหน้าฟัน ไม่ลดลง นั่นแสดงว่าการปรับแต่ง

6.1.2.5 ฟันเฟืองที่ทำให้แรงพลวัตลดลง จะเกิดขึ้นในช่วงความเร็วรอบช่วงหนึ่งเท่านั้น (6,500 รอบต่อนาที)

6.1.2.6 การกระจายความดันและความหนาฟิล์มที่เกิดขึ้นในแต่ละความเร็วรอบจะเห็นว่าเมื่อมีความดันที่กระทำมากจะทำให้ความหนาฟิล์มบางลง และเมื่อมีความดันที่กระทำน้อย ความหนาฟิล์มก็จะหนาขึ้น ซึ่งจากพฤติกรรมนี้จะทำให้คาดการณ์ได้ว่าที่ความหนาฟิล์มบางจะมีโอกาสที่เฟืองเกิดความเสียหายที่ผิวฟันเฟืองได้มากกว่าในกรณีที่ฟิล์มหนา

## 6.2 ข้อเสนอแนะ

ในวิทยานิพนธ์เล่มนี้ได้มีข้อสมมุติฐานคือทำการศึกษาในกรณีที่ไม่คิดผลกระทบของอุณหภูมิซึ่งในการทำงานจริงของฟันเฟือง อุณหภูมิจะมีผลต่อความหนืดของน้ำมันที่ใช้ ดังนั้นเพื่อความถูกต้องควรคิดผลกระทบของอุณหภูมิด้วย

ในการหาค่าแรงพลวัตจะเห็นว่าเมื่อทราบผลจากแรงพลวัตที่ได้จะสามารถทำนายค่าความเสียหายของฟันเฟืองได้ซึ่งในการออกแบบควรพิจารณาเพื่อให้ได้ค่าที่ถูกต้องที่สุด

ในการทดลองนี้ได้พิจารณาเพียงการปรับแต่งฟันเฟืองโดยวิธีเฉือนหน้าฟัน แต่ในการปรับแต่งฟันเฟืองมีการปรับแต่งหลายแบบซึ่งสามารถนำไปพิจารณาและเปรียบเทียบถึงผลที่เกิดขึ้นได้โดยการศึกษาหรือทดลองที่การปรับแต่งแบบอื่นๆ

## เอกสารอ้างอิง

- [1] Reynolds, O. “**On the Theory of Lubrication and its Application to Mr. Beachamp Tower’s Experiments**”. Phil.Trans.Roy.Soc. 177. 1886
- [2] Bernard J.Hamrock. **Fundamental of Fluid Film Lubrication**. New York: McGraw – Hill Inc. 1944
- [3] Dowson,D., and Higginson,G.R. **Elastohydrodynamic Lubrication : The Fundamental of Roller and Gear Lubrication**. Pergamon. Oxford. 1966.
- [4] K.L Wang, H.S.Cheng. “A Numerical Solution to the Dynamic Load, Film Thickness, And Surface Temperatures in Spur Gear, Part I Analysis” **Journal of Mechanical Design**. vol.103. January 1981. pp.177-187.
- [5] K.L Wang, H.S.Cheng. “A Numerical Solution to the Dynamic Load, Film Thickness, And Surface Temperatures in Spur Gear, Part II Results” **Journal of Mechanical Design**. vol.103. January 1981. pp.188-194.
- [6] H-H. Lin, R.L.Huston, J.J. Coy “On Dynamic Loads in Parallel Shaft Transmissions: Part I-Modelling and Analysis” **Journal of Mechanisms, Transmissions, and Automation in Design**. vol.110. June 1988. pp.221-225.
- [7] H-H. Lin, R.L.Huston, J.J. Coy “On Dynamic Loads in Parallel Shaft Transmissions: Part II-Parameter Study” **Journal of Mechanisms, Transmissions, and Automation in Design**. vol.110. June 1988. pp.226-229.
- [8] Roland Larsson. “Transient non-Newtonian elastohydrodynamic lubrication analysis of an Involute spur gear” **WEAR**. vol.207. 1997. pp.67-73.
- [9] Pimsarn M. “Effect of Tooth Modification on Durability of Spur Gear Teeth” **ICRAMME 05**. May 2005. Paper No.224
- [10] Pimsarn M. “**Tooth Profile Modification for Optimum Dynamic Load in Spur Gear Base on Pseudo-Interference Stiffness Estimation Method**” Ph.D. Thesis of the University of Connecticut. 2005
- [11] ปราโมทย์ เคะชะอำไพ. **ระเบียบวิธีเชิงตัวเลขในงานวิศวกรรม**. พิมพ์ครั้งที่ 1. สำนักพิมพ์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย. 2538
- [12] วรวิทย์ อึ้งภากรณ์, ชาญ ถนัดงาน. **การออกแบบเครื่องจักรกล**. ซีเอ็ด บุ๊คส์. 2541

- [13] มานพ ตันตระบัณฑิตย์, ลำลี แสงห้าว, สุทิน จิตรเจริญ. **ชิ้นส่วนเครื่องจักรกล**, สมาคมส่งเสริมเทคโนโลยี (ไทย-ญี่ปุ่น). 2538
- [14] จำรูญ ตันติพิศาลกุล. **การออกแบบเครื่องจักรกล 1**. พิมพ์ครั้งที่ 3. ซีเอ็ด ยูเคชั่น. 2545
- [15] สุรพล ราษฎร์นุ้ย. **วิศวกรรมกลหล่อขึ้นเบื้องต้น**. ซีเอ็ด ยูเคชั่น. 2549
- [16] เกษม ธรรมโกศล. “**อิทธิพลของสารหล่อลื่นของแข็งต่อการหล่อขึ้นแบบเทอร์โมอิลาสโตไฮโดรไดนามิกส์**” วิทยานิพนธ์วิศวกรรมศาสตรมหาบัณฑิต สาขาวิชาวิศวกรรมเครื่องกล บัณฑิตวิทยาลัย, สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง, 2546
- [17] Collins, J.A. **Mechanical Design of Machine Elements and Machines**. New York: John Wiley & Sons Inc. NY. 2003
- [18] สมนึก ขะวงษ์, มงคล มงคลวงษ์โรจน์ และ เมธี ลิ้มกุล. “**พฤติกรรมแบบสถิตของการหล่อขึ้นแบบอิลาสโตไฮโดรไดนามิกส์ของการสัมผัสแบบเส้น**” **การประชุมวิชาการเครือข่ายวิศวกรรมเครื่องกลแห่งประเทศไทยครั้งที่ 18**. 18-20 ตุลาคม 2547. หน้า 196-201
- [19] สุทินันท์ ศรีรัตยาวงษ์. “**อิทธิพลของความหยาบของผิวต่อการหล่อขึ้นแบบอิลาสโตไฮโดรไดนามิกส์ของสองผิวที่มีการสัมผัสเป็นเส้นตรง**” วิทยานิพนธ์วิศวกรรมศาสตรมหาบัณฑิต สาขาวิศวกรรมเครื่องกล บัณฑิตวิทยาลัย, สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง, 2548
- [20] พุทธา จินคร้ว, มงคล มงคลวงษ์โรจน์. “**การศึกษาพฤติกรรมกลหล่อขึ้นแบบอิลาสโตไฮโดรไดนามิกส์ของฟันเฟืองตรง**” **การประชุมวิชาการของมหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์ ครั้งที่ 44**. 30 มกราคม – 2 กุมภาพันธ์ 2549. หน้า 203-208
- [21] พุทธา จินคร้ว. “**การศึกษาพฤติกรรมกลหล่อขึ้นแบบอิลาสโตไฮโดรไดนามิกส์ของฟันเฟืองชนิดตรง**” วิทยานิพนธ์วิศวกรรมศาสตรมหาบัณฑิต สาขาวิศวกรรมเครื่องกล บัณฑิตวิทยาลัย, สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง, 2549

ภาคผนวก ก  
ผลงานวิจัยที่ได้รับการตีพิมพ์



ISSN 0125-1724

วิศวกรรม

# ลาดกระบัง

ภาควิชาวิศวกรรมศาสตร์ สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง

## LADKRABANG ENGINEERING JOURNAL

ปีที่ 23 ฉบับที่ 3

กันยายน 2549

1. ข้อมูลสมมูลของการสกัดน้ำมันงาโดยใช้เทอร์มอลเอกเซนเป็นตัวทำละลาย  
รินฤดี เบญจางคประเสริฐ 1
2. การกำจัดสีย้อมฟาสต์บลูบีในน้ำเสียสังเคราะห์ด้วยวิธีโอโซน  
สุธาสินี เนรมิตตทพงศ์ อาทิตย์ เนรมิตตทพงศ์ 7
3. การศึกษาพื้นที่โวลุ่มประสิทธิผลของซิลิโคนฟอสโฟไรต์ชนิด p-g แบบพลาแนร์  
คงศักดิ์ อิมอุไร สมเกียรติ ศุภเดช 13
4. แบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของเซลล์แสงอาทิตย์สำหรับแบบจำลองแหล่งจ่ายไฟจากเซลล์แสงอาทิตย์  
ที่ถูกต้อง  
เอก เอื้อตระกูลวิวัฒน์ วิมลชัย ชูรักษ์ วิจิตร กิณเรศ 18
5. วงจรกำเนิดสัญญาณไซน์หลายเฟสแบบปรับค่าด้วยวิธีทางอิเล็กทรอนิกส์โดยใช้ไอทีเอแบบหลาย  
เอาต์พุต  
สฤดี จินตนปัญญา กอบรัช เดชนาถ 24
6. การพยากรณ์ความต้องการใช้พลังงานไฟฟ้าสูงสุดระยะยาวของระบบ กทม. โดยใช้โครงข่ายประสาทเทียม  
จตุพร ธรรมเจริญ สมชาติ จิรวิภากร 30
7. การทำนายค่าความสูญเสียในหม้อแปลงจำหน่ายโดยวิธีโครงข่ายประสาทเทียมชนิดแพร่ค่าย้อนกลับ  
บุษทีตา สุทธิสินทอง มณฑล สีสัจจินดาไกรฤกษ์ 36
8. อินเวอร์เตอร์หลายระดับชนิดแคสเคดแหล่งจ่ายที่มีการส่งผ่านกำลังไฟฟ้าสมดุลโดยใช้เทคนิคการกำจัด  
ฮาร์มอนิกส์ที่เหมาะสม  
สิทธิพร เจียรนนทพิสุทธิ์ วิจิตร กิณเรศ 42
9. การศึกษาเชิงตัวเลขของผลของการปรับแต่งพื้นเพืองตรงโดยวิธีเงื่อนไขพื้นที่ต่อการห่อหุ้มแบบ  
อิลาสโตไดนามิกส์  
อานันทพล แสนคำ มนต์ศักดิ์ ทิมสาร 48

# การศึกษาเชิงตัวเลขของผลของการปรับแต่งฟันเฟืองตรงโดยวิธี เฉือนหน้าฟันต่อการหล่อลื่นแบบอีลาสโตไฮโดรไดนามิกส์

## A Numerical Study on the Effect of Spur Gear Tooth Shaving On Elastohydrodynamic Lubrication

อานันท์พล แสนคำ, มงคลศักดิ์ ทิมสาร

ภาควิชาวิศวกรรมเครื่องกล คณะวิศวกรรมศาสตร์ สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง

### บทคัดย่อ

บทความนี้มีจุดมุ่งหมายเพื่อทำการศึกษาระดับตัวเลข ผลของการปรับแต่งฟันเฟืองตรงโดยวิธีเฉือนหน้าฟัน ต่อแรงพลวัตที่เกิดขึ้น และประสิทธิภาพของการหล่อลื่น อันได้แก่ ความดันของฟิล์มของสารหล่อลื่นและความหนาฟิล์มต่ำสุดของสารหล่อลื่น ในการปรับแต่งฟันเฟืองตรงโดยวิธีเฉือนหน้าฟันจะมีตัวแปรที่เกี่ยวข้องอยู่ 2 ตัวคือ ค่า Tip Relief และค่า Starting Angle ทฤษฎีที่ใช้ในการวิเคราะห์ประกอบด้วย พลศาสตร์ของระบบ เฟืองฟันตรง และการหล่อลื่นแบบอีลาสโตไฮโดรไดนามิกส์ ที่ความเร็วรอบสูง ผลที่ได้จากการจำลองที่ความเร็วรอบที่ 9,000 และ 12,000 รอบต่อนาที แสดงให้เห็นว่าผลจากการปรับแต่งฟันเฟืองตรงโดยวิธีเฉือนหน้าฟัน จะส่งผลให้แรงพลวัตที่เกิดขึ้นบนหน้าสัมผัสของฟันเฟืองมีค่าเพิ่มขึ้น ผลของการเพิ่มขึ้นของแรงพลวัตจะส่งผลให้ความดันของสารหล่อลื่นที่จุดสัมผัสมีค่าเพิ่มขึ้นและความหนาฟิล์มต่ำสุดจะน้อยลง จากผลการจำลองยังสามารถบอกการกระจายของความดันและความหนาฟิล์มที่ต่ำสุดที่ได้ ณ ตำแหน่งต่างๆ บนผิวหน้าสัมผัสของฟันเฟือง ซึ่งจะช่วยให้เราสามารถทำนายตำแหน่งที่จะเกิดความเสียหายมากที่สุด จากผลการจำลองพบว่า ถ้าสำหรับระบบเฟืองที่ไม่มีมีการปรับแต่ง ณ ตำแหน่งก่อนหน้าและหลังจุดพิทซ์ความดันของสารหล่อลื่นมีค่าสูงสุดและความหนาฟิล์มจะบางที่สุด ดังนั้น ณ ตำแหน่งนี้จะเป็ตำแหน่งที่มีแนวโน้มต่อการเสียหายแบบรอยบุ๋ม (pitting failure) มากที่สุดบนฟันเฟือง ส่วนระบบเฟืองที่มีการปรับแต่งฟันพบว่า ณ บริเวณจุดพิทซ์จะเป็นตำแหน่งที่มีแนวโน้มต่อการเสียหายแบบรอยบุ๋มมากที่สุดบนฟันเฟือง

### Abstract

The purpose of this article is to numerically investigate the effect of tooth shaving on dynamic tooth load and lubrication performance of spur gear system. The lubrication performance considered in this research consists of oil film pressure and minimum oil film thickness. The parameters of tooth shaving method are an amount of tip relief and a starting roll angle. The theory of 3-D spur gear dynamics and elastohydrodynamic lubrication are employed to evaluate dynamic tooth load and lubrication performance of the gear system, respectively. The gear operating speeds used in this paper is 9,000 rpm and 12,000 rpm. The simulated results indicate that, the dynamic tooth load is increased when the gear system is operated at these speeds. With the increased of dynamic tooth load, oil film pressure is increased and

minimum oil film thickness is reduced. The calculated results are later plotted to display the oil film pressure and minimum oil film thickness is distributions as a function of contacting point on gear tooth surface. From these curves, it is found that, in the unmodified gear system, oil film pressure is maximum and minimum oil film thickness is lowest at the locations before and after the pitch point. Therefore, surface pitting failure is likely to occur at these positions. On the other hand, in the modified gear system, surface pitting failure is likely to occur at the pitch region.

1. บทนำ

การใช้งานเฟืองตรงในงานอุตสาหกรรมต่างๆ มีอย่างมากมาย ซึ่งการที่เฟืองจะใช้การไม่ได้จะเกิดจากการที่พื้นเฟืองได้รับความเสียหาย ซึ่งเกิดจากความเสียหายจากการคดโค้ง (Bending stress) หรือความเสียหายเนื่องจากรอยรูด ความเสียหายของพื้นเฟืองเกิดได้หลายกรณี เช่น การใช้วัสดุที่ไม่ดี การออกแบบไม่เหมาะสม หรือการใช้งานเกินกำลัง อย่างไรก็ตามการยืดอายุการใช้งานของเฟือง ทางหนึ่งคือการลดแรงพลวัตที่กระทำกับเฟืองให้ต่ำลงและมีผลกระทบต่อฟันที่ดี ซึ่งวิธีการปรับแต่งรูปร่างฟัน โดยการเจียนหน้าฟัน เป็นการอธิบายและนำค่าที่มีผลกระทบต่อแรงพลวัตของพื้นเฟือง โดยเฉพาะมาพิจารณา การปรับแต่งนี้เป็นการปรับแต่งโดยเอาเนื้อด้านข้างของหน้าฟันเฟืองออก

2. ทฤษฎี

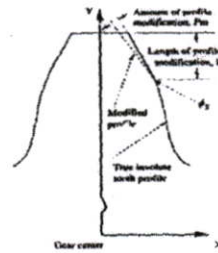
2.1 การปรับแต่งพื้นเฟืองตรง

การปรับแต่งพื้นเฟืองตรงนี้ใช้วิธีการเจียนหน้าฟัน ซึ่งจะอธิบายค่าพารามิเตอร์ต่างๆที่มีความสำคัญ ซึ่งมีผลกระทบต่อแรงพลวัตของพื้นเฟืองโดยเฉพาะ ซึ่งการเจียนหน้าฟันจะทำการนำเนื้อพื้นเฟืองออกด้านข้างในแนวตรงทั้งสองข้างเท่าๆกัน จุดที่ทำการเริ่มเจียนไปจนถึงจุดปลายของพื้นเฟืองดังแสดงในรูปที่ 1 ซึ่งแสดงการปรับแต่งพื้นเฟืองจากจุดเริ่มหมุนถึงจุดปลาย ผลรวมของส่วนปลายฟันที่ปรับแต่ง  $P_m$  ที่จุด  $i$  ต่างๆ ได้กำหนดโดยสมการที่(1)

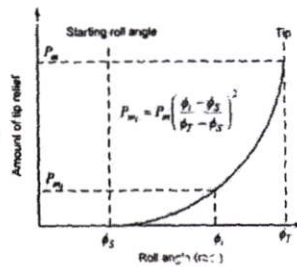
$$P_m(\phi) = P_m \left( \frac{\phi - \phi_s}{\phi_r - \phi_s} \right)^2 \tag{1}$$

เมื่อ

$P_m$  คือ ผลรวมของพื้นเฟืองที่ทำการปรับแต่งที่จุดปลาย  
 $\phi_s$  คือ มุมหมุนที่จุดเริ่มของการปรับแต่งพื้น  
 $\phi_r$  คือ มุมหมุนที่จุดปลายของการปรับแต่งพื้นเฟือง  
 ซึ่งสมการที่ (1) นี้ นำมาซึ่ง ผลรวมการส่งถ่ายที่มุมวงจกรการปรับแต่งพื้นเฟือง(1)



รูปที่ 1 แสดงรูปร่างการปรับแต่งพื้นเฟือง(1)



รูปที่ 2 แสดงฟังก์ชันการปรับแต่งพื้นเฟือง(1)

2.2 แรงพลวัต

แรงที่กระทำกับระบบพื้นเฟืองที่ส่งถ่ายการเคลื่อนที่ระหว่างพื้นเฟืองสองฟันในการขบกันจะมีแรงกระทำเกิดขึ้นซึ่งเรียกว่าแรงพลวัตที่เกิดกับคู่พื้นเฟือง ซึ่งจะ

พิจารณาจากพลศาสตร์การเคลื่อนที่ของพื้นเฟืองตรงจะ  
ได้สมการดังนี้[1]

$$\sum \vec{F}^{ext} = m\vec{a}_{cm} \quad (2)$$

$$\sum \vec{M}_{cm}^{ext} = \dot{\vec{H}}_{cm} \quad (3)$$

เมื่อ  $\vec{F}^{ext}$  คือ แรงภายนอกที่กระทำต่อเฟือง

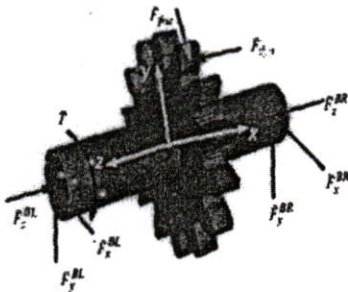
$m$  คือ มวลของพื้นเฟือง

$\vec{a}_{cm}$  คือ ความเร่งของจุดศูนย์กลางมวลของพื้นเฟือง

$\vec{M}_{cm}^{ext}$  คือ โมเมนต์รอบจุดศูนย์กลางมวลของเฟือง

$\dot{\vec{H}}_{cm}$  คือ อัตราการเปลี่ยนแปลงโมเมนตัมเชิงมุม  
รอบจุดศูนย์กลางมวล

ซึ่งพลศาสตร์ของพื้นเฟืองตรงจะมีแรงที่กระทำดังแสดง  
ในรูปที่ 3



รูปที่ 3 แสดงถึงแรงที่กระทำต่อระบบเฟืองตรง[1]

เมื่อ  $\vec{F}_{dyn}$  แรงพลวัตที่พื้นเฟือง

$\vec{F}_{fric}$  แรงเสียดทานที่พื้นเฟือง

$\vec{F}_x^{BL}, \vec{F}_y^{BL}, \vec{F}_z^{BL}$  คือแรงจากเบร็กรองรับด้านซ้าย

$\vec{F}_x^{BR}, \vec{F}_y^{BR}, \vec{F}_z^{BR}$  คือแรงจากเบร็กรองรับด้านขวา

$\vec{T}$  คือแรงบิดที่กระทำกับเพลา

แรงพลวัต จะได้จากสมการ [1]

$$\vec{F}_{d,y} = \vec{F}_{cont} + \vec{F}_{damp} \quad (4)$$

เมื่อ  $\vec{F}_{cont}$  คือแรงสัมผัสกันระหว่างพื้นเฟือง

$\vec{F}_{damp}$  คือแรงหน่วงระหว่างพื้นเฟือง

ในการสัมผัสกันระหว่างพื้นเฟืองสองพื้นประมาณว่า

เป็นการสัมผัสระหว่างทรงกระบอกสองอันที่มีรัศมี

ต่างกัน ซึ่งรัศมีที่เปลี่ยนไปตามเส้นแนวการกระทำจะ  
ได้ว่า[2]

$$\rho_r = \frac{\rho_1 \rho_2}{\rho_2 + \rho_1} \quad (5)$$

เมื่อ  $\rho_r$  คือ รัศมีสมมูลของตัวโค้ง ณ จุดสัมผัสของคู่  
พื้นเฟือง

$\rho_1$  คือ รัศมีตัวโค้งของเฟืองขับ

$\rho_2$  คือ รัศมีตัวโค้งของเฟืองตาม

พื้นเฟืองที่ขบกัน ณ จุดสัมผัส จะมีการหมุน  
และการสั่นไถลแต่ในกรณีนี้พิจารณาเพียงสถานะที่มีการ  
หมุนเพียงอย่างเดียว ซึ่งจะให้ความเร็วของผิวพื้นเฟือง  
ดังนี้ [2]

$$v_{r1} = \omega_1 \rho_1 \quad (6)$$

$$v_{r2} = \omega_2 \rho_2 \quad (7)$$

เมื่อ

$v_{r1}, v_{r2}$  คือ ความเร็วการหมุนเฟืองขับและเฟืองตาม

$\omega_1, \omega_2$  คือ ความเร็วเชิงมุมของเฟืองขับและเฟืองตาม

### 2.3 อิลาสโตไฮโดรไดนามิกส์

ในการหาค่าอินทิกรัลแบบอิลาสโตไฮโดรไดนามิกส์จะใช้  
สมการเรย์โนลด์ประยุกต์, สมการความหนาฟิล์ม, สมการ  
ความสัมพันธ์ของค่าความหนืดและความดัน และสมการ  
บาลานซ์ภาระในการแก้มการ ซึ่งสมการเรย์โนลด์เป็น  
สมการที่ใช้ในการอธิบายการเกิดความดันของของไหล  
ในขณะที่ของไหลไหลเป็นแผ่นบาง โดยที่ของไหลนี้มี  
พื้นที่หน้าตัดเล็กกลวงคานทิศทางไหลซึ่งลักษณะเช่นนี้  
จะทำให้เกิดความดันขึ้นในของไหล ในกรณีนี้ประยุกต์  
สมการเรย์โนลด์กับสภาวะการหล่อลื่นแบบอิลาสโต  
ไฮโดรไดนามิกส์ของวัสดุทรงกระบอกสัมผัสกัน โดยตั้ง  
สมมติฐานว่าความยาวถูกค้ำจะยาวนานเมื่อเทียบกับ  
ความกว้างของหน้าสัมผัส ดังนั้นการไหลในแนวแกน  
Z จึงไม่พิจารณา จะได้สมการเรย์โนลด์ประยุกต์ ดังนี้ [3]

$$\frac{\partial}{\partial x} \left[ \rho h^3 \left( \frac{1}{\mu_{e,2}} - \frac{\mu_{e,0}}{\mu_{e,1}^2} \right) \frac{\partial p}{\partial x} \right] = \quad (8)$$

$$\left( \frac{\mu_2 + \mu_1}{2} \right) \frac{\partial}{\partial x} (\rho h) + \left( \frac{\mu_2 - \mu_1}{2} \right) \frac{\partial}{\partial x} \left[ \rho h \left( 1 - 2 \frac{\mu_{e,0}}{\mu_{e,1}} \right) \right] + \frac{\partial}{\partial x} (\rho h)$$

จากสมมุติฐานของเอิร์ท สมการความหนาฟิล์มจะ ได้[4]

$$h(x) = h_0 + \frac{x^2}{2R} - \frac{2}{\pi E'} \int_{x_m}^{x_m} p \ln(x-x')^2 dx' \quad (9)$$

สมการความหนาแน่น โดย Dowson-Higginson [3] จะ ได้

$$\rho = \rho_0 \left[ 1 + \frac{0.6 \times 10^{-9} p}{1 + 1.7 \times 10^{-9} p} \right] \quad (10)$$

สมการความหนืด โดย Roelands [3] จะ ได้

$$\mu' = m_0 \left| \frac{\partial \mu}{\partial y} \right|^{n-1} \exp \left\{ \ln(\mu_0) + 9.67 \left[ -1 + (1 + 5.1 \times 10^{-9} p)^6 \right] \right\} \quad (11)$$

การกระจายความดันที่เกิดขึ้นสามารถคำนวณจากสมการ มาลาณซ์ภาวะได้ ดังนี้[3]

$$w = \int_{x_m}^{x_{out}} p_i dx \quad (12)$$

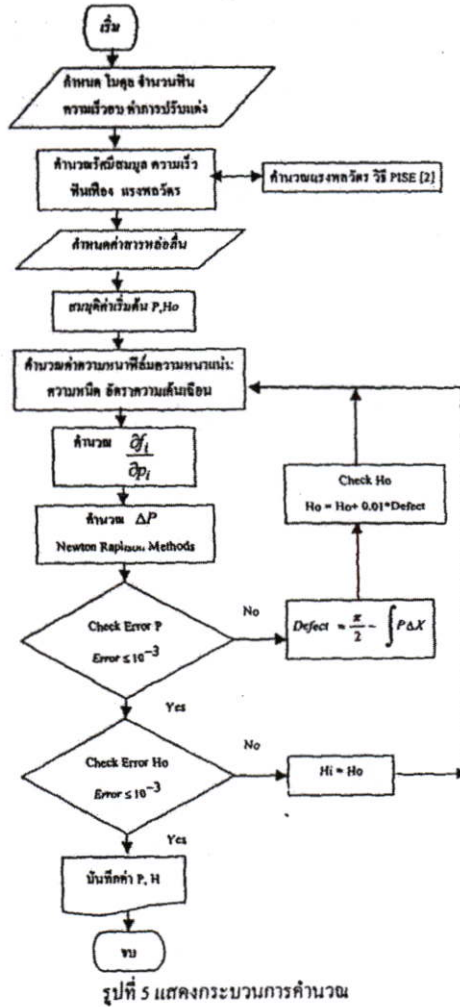
ซึ่งในการวิเคราะห์ทางกลศาสตร์นั้นนิยมทำให้สมการมี รูปแบบไร้มิติซึ่งอ้างอิงจากเอกสารอ้างอิง[3]

3. กระบวนการคำนวณ

กระบวนการคำนวณดังแสดงในรูปที่ 5 จากระบบ ฟันเฟืองตรงทำการหาค่าแรงพลวัตจากวิธี PISE [1] ที่ มุมหมุนที่มีการปรับแต่งฟัน และ ไม่มีการปรับแต่งฟัน นำค่าแรงพลวัตที่ได้ พร้อมทั้งรัศมีสมมูล และความเร็ว ฟันเฟือง มาพิจารณาการหล่อลื่น โดยการแก้สมการเรย์ โนลด์ประยุกต์ใช้วิธีการแก้สมการโคชวิธี่ผลต่าง สิบเนื่อง ซึ่งจะแบ่งกริด ของการสัมผัสออกเป็น 256 กริด และใช้ วิธีการผลต่างสิบเนื่องแบบตรงกลาง, แบบไปข้างหน้า และแบบย้อนหลังในการแก้สมการ และใช้วิธีเว้าฟัน-ราฟฟันในการพิจารณาค่าในแต่ละจุด ซึ่งการแก้สมการ นิยมทำในรูปแบบของคอมพิวเตอร์ไร้มิติ

4. ผลจากการจำลอง

ในจำลองนี้ใช้สารหล่อลื่น SAE90 และไม่พิจารณา อุณหภูมิที่เกิดขึ้นในกระบวนการหล่อลื่นระบบเฟือง



4.1 ข้อมูลเฟืองตรง

ข้อมูลที่ใช้ในตารางการปรับแต่งมาจากการทำ ออกฟิดโมเซชันของแรงพลวัตที่น้อยที่สุด[1]

ตารางที่ 4.1 ข้อมูลการปรับแต่งฟันเฟือง [1]

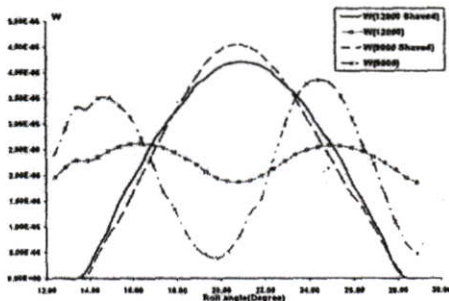
เฟืองขับ	$P_{m1}$ (in)	$3.67 \times 10^{-4}$
	$\phi_{S1}$ (rad)	0.36397
เฟืองตาม	$P_{m1}$ (in)	$3.67 \times 10^{-4}$
	$\phi_{S1}$ (rad)	0.36397

ตารางที่ 4.2 ข้อมูลเฟืองตรง

ข้อมูลเฟืองตรงมาตรฐานฟันลึกเต็ม	
โมดูล (มม.)	3.175
จำนวนฟันของเฟืองขับ,เฟืองตาม (มม.)	36,36
มุมกด (องศา)	20
โมดูลัสความยืดหยุ่น (นิวตัน/เมตร)	$207 \times 10^9$
อัตราส่วนปีวของ	0.3
แรงบิด (นิวตัน.เมตร)	112.98
ความกว้างหน้าฟัน (มม.)	25.4
ความเร็วรอบ (รอบ/นาที)	9,000
ความเร็วรอบ (รอบ/นาที)	12,000

ตารางที่ 4.3 ข้อมูลสารหล่อลื่น[3]

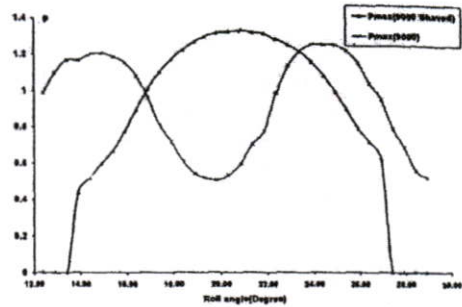
คุณสมบัติ	SAE90
ความหนาแน่น ( $kg/m^3$ )	892.8
ความหนืดสมบูรณ์ ที่ $P = 0$ (Pa.s)	0.1946304
ดัชนีความหนืด-ความดันสารหล่อลื่น(Z)	0.511
ดัชนีเทนาเวอร์ลอร์ (n)	1



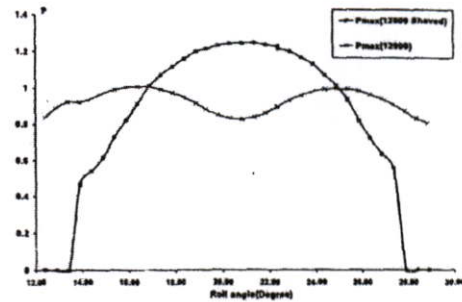
รูปที่ 6 แสดงแรงพลวัต(ไร้มิติ) ที่มุมหมุนต่างๆ

รูปที่ 6 จะเห็นว่าแรงพลวัตที่ความเร็วรอบ 9,000 รอบต่อนาที ในกรณีที่ไม่มีการปรับแต่งฟัน จะมีค่ามากกว่าที่มีการปรับแต่ง และถ้าจะองเดียวกัน ที่ความเร็วรอบ 12,000 รอบต่อนาที แรงพลวัตของกรณีที่ไม่ปรับแต่งฟันจะมีค่าน้อยกว่าในกรณีที่ปรับแต่งฟัน ซึ่งพิจารณาได้ว่า ที่ความเร็วรอบสูงมาก การปรับแต่งฟันเฟืองจะลดแรงพลวัตที่เกิดขึ้นได้ในช่วงมุมหมุนเริ่มต้น(12-16 องศา)และมุมท้ายๆ(26-29 องศา) เนื่องจากว่าการเข้าขบกันของฟันเฟืองที่มีการปรับแต่ง

จะมีความนุ่มนวลในการเข้าขบกันมากกว่าเฟืองที่ไม่ปรับแต่ง

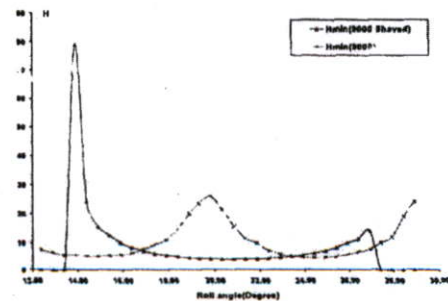


รูปที่ 7 การกระจายความดัน(ไร้มิติ) 5,000 RPM

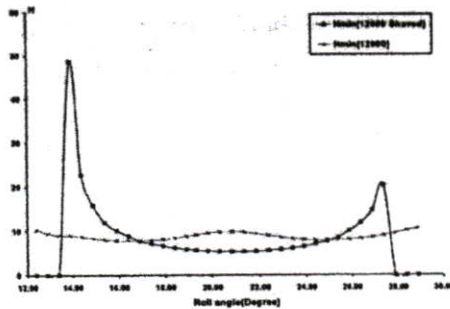


รูปที่ 8 การกระจายความดัน(ไร้มิติ)12,000 RPM

จากรูปที่ 7 และ 8 จะเห็นว่าเมื่อมีการปรับแต่งฟัน การกระจายความดันที่เกิดขึ้นจะมีค่ามากกว่าการกระจายความดันของการไม่ปรับแต่ง ซึ่งพิจารณาได้ว่า ที่มุมหมุนช่วงเริ่มต้น(12-16 องศา) การกระจายแรงดันของฟันเฟืองที่ปรับแต่งจะน้อยกว่า ฟันเฟืองที่ไม่ปรับแต่งเป็นผลเนื่องมาจากขนาดแรงพลวัต ในทำนองเดียวกัน ในช่วงท้ายของมุมหมุน(26-29 องศา) แรงพลวัตของการปรับแต่งฟันเฟืองก็น้อยกว่าฟันเฟืองที่ไม่ปรับแต่ง เป็นผลให้การกระจายแรงดันน้อยกว่า



รูปที่ 9 การกระจายความหนาพิสัมพันธ์(ไร้มิติ) 9,000 RPM



รูปที่ 10 การกระจายความหนาฟิล์ม (ไร้มิติ) 12,000 RPM  
 จากรูปที่ 9 และ 10 จะเห็นได้ว่าการกระจายความหนาฟิล์มที่ได้จากการปรับแต่งจะมีความการกระจายความหนาฟิล์มที่บางกว่า แบบที่ไม่ปรับแต่งฟัน ซึ่งจะเห็นว่าความหนาฟิล์มจะมีความหนาฟิล์มน้อยมากเมื่อมีความดันกระทำมากขึ้น ซึ่งความหนาฟิล์มของฟันเฟืองที่มีการปรับแต่งจะมีความหนาฟิล์ม หนามากในช่วงมุมหมุนประมาณ 14 องศา ซึ่งเป็นผลมาจากการที่แรงพลวัตที่เกิดขึ้นจากการปรับแต่งฟันเฟืองมีค่าลดลงอย่างมาก เป็นผลให้มีความดันที่กระทำกับฟันเฟืองที่ปรับแต่งน้อยลง

## 5. สรุปและวิจารณ์ผล

จากผลการจำลองจะพบว่าความหนาฟิล์มที่เกิดขึ้นจะมีความสัมพันธ์กับความดันที่เกิดขึ้นนั่นคือเมื่อมีความดันสูงขึ้นจะทำให้การกระจายความหนาฟิล์มบางลง และจากการจำลองจะพบว่าเมื่อมีการปรับแต่งฟันเฟืองแรงพลวัตที่เกิดขึ้นจะมีค่าสูงขึ้นกว่าที่ไม่ปรับแต่งฟันเฟือง ซึ่งแสดงให้เห็นว่า ที่ความเร็วรอบสูง (12,000 rpm) การปรับแต่งฟันเฟืองจะไม่ลดแรงพลวัตที่เกิดขึ้นกับฟันเฟืองบริเวณจุดพิทซ์ ดังนั้น ความหนาฟิล์มบริเวณจุดพิทซ์ ที่ความเร็วรอบสูง จะบางกว่าที่ความเร็วรอบต่ำ (9,000 rpm) นั่นแสดงว่าโอกาสที่จะเกิดความสึกหรอของฟันเฟืองที่บริเวณจุดพิทซ์ในการทำงานที่ความเร็วรอบสูง จะมีมากกว่าที่ความเร็วรอบต่ำ การเปลี่ยนแปลงแรงพลวัตของฟันเฟือง แต่ในกรณีที่ปรับแต่งฟันเฟืองจะลดแรงพลวัตในช่วงมุมหมุนเริ่มต้น (12-14 องศา) และมุมหมุนท้ายๆ (26-29 องศา) เนื่องมาจากการเข้าขบกันของฟันเฟืองมีความนุ่มนวลกว่าที่ไม่มีการ

ปรับแต่ง จากการจำลองผลนี้ การปรับแต่งฟันที่ความเร็วรอบสูงไม่ทำให้แรงพลวัตที่บริเวณจุดพิทซ์ที่กระทำกับฟันเฟืองมีค่าลดลง ซึ่งนั่นแสดงว่าการปรับแต่งฟันเฟืองโดยวิธีเดือนหน้าฟันจะเหมาะสมกับค่าความเร็วรอบอื่นๆ ซึ่งจะมีการศึกษาเพิ่มเติมในส่วนความเร็วรอบอื่นๆ ต่อไป

## 6. กิตติกรรมประกาศ

คณะผู้วิจัยขอขอบคุณ สำนักวิจัยและบริการคอมพิวเตอร์ของ สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง ที่ให้ความอนุเคราะห์ในการใช้เครื่องคอมพิวเตอร์ในการประมวลผลการจำลอง และคุณกิตติ อนุศิษย์ผู้วิวัฒน์ ที่คอยอำนวยความสะดวกโดยตลอด

## 7. เอกสารอ้างอิง

- [1] M. Fimsarn., 2005. "Effect of Tooth Modification on Durability of Spur Gear Teeth." ICRAMME 05, Paper No.224, Kuala Lumpur, Malaysia, 30-31 May 2005.
- [2] American Gear Manufacturers Association, Fundamental Rating Factors and Calculation Methods for Involute Spur and Helical Gear Teeth, Revision of AGMA 2001-B88 , April 1944
- [3] เกษม ชรรณโกศล "อิทธิพลของสารหล่อลื่นของแข็งต่อการหล่อลื่นแบบเทอร์โมอีลาโตโตไฮโดรไดนามิกส์", วิทยานิพนธ์ วิศวกรรมศาสตรมหาบัณฑิต, สาขาวิศวกรรมเครื่องกล, บัณฑิตวิทยาลัย, สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง, 2545
- [4] B. J. Hamrock, "Fundamentals of fluid film Lubrication", 1994

## ประวัติผู้เขียน

ชื่อผู้เขียน นาย อานันทพล แสนคำ  
 วัน เดือน ปีเกิด 3 กรกฎาคม 2520  
 สถานที่อยู่ 103 ม.4 ต.เชียงยืน อ.เชียงยืน จ.มหาสารคาม 44160  
 วุฒิกการศึกษา วิศวกรรมศาสตรบัณฑิต สาขาวิศวกรรมเครื่องกล  
 มหาวิทยาลัยวงษ์ชวลิตกุล 2543

### ประวัติการทำงาน

2543 – 2545 วิศวกรเครื่องกล  
 บริษัท ไคเร็กซ์แพลน จำกัด  
 2547 – 2548 วิศวกรฝ่ายขาย  
 บริษัท เคทีเอสซี จำกัด  
 2549 – ปัจจุบัน วิศวกรเครื่องกล  
 บริษัท ซิดเอ็น จำกัด

### ผลงานที่ได้รับการตีพิมพ์

2549 การศึกษาเชิงตัวเลขของผลของการปรับแต่งพื้นเฟืองตรงโดยวิธีเฉือน  
 หน้าฟันต่อการหล่อขึ้นแบบอิลาสโตไฮโดรไดนามิกส์