

การแก้ปัญหาระบบสมการโซลิตอนคัปปลิงสำหรับการประยุกต์ใช้งาน
อุปกรณ์คัปเปิลเลอร์ 3 x 3

SOLVING OF COUPLING SOLITON EQUATIONS FOR 3x3 COUPLER
CHARACTERIZATION

วิเชียร โชติวัฒนา
WICHIEAN CHOTIWATTANA

วิทยานิพนธ์นี้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาคณะหลักสูตรปริญญาวิทยาศาสตรมหาบัณฑิต

สาขาวิชาคณิตศาสตร์ประยุกต์

บัณฑิตวิทยาลัย

สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง

พ.ศ. 2545

ISBN 974-648-919-4

สำนักหอสมุดกลาง พระจอมเกล้าลาดกระบัง

การแก้ปัญหาระบบสมการโซลิตอนคัปปลิงสำหรับการประยุกต์ใช้งาน
อุปกรณ์คัปเปิลเลอร์ 3x3

SOLVING OF COUPLING SOLITON EQUATIONS FOR 3x3 COUPLER
CHARACTERIZATION



วิเชียร โชติวัฒนา

WICHIEAN CHOTIWATTANA

วิทยานิพนธ์นี้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตรปริญญาวิทยาศาสตรมหาบัณฑิต
สาขาวิชาคณิตศาสตร์ประยุกต์
บัณฑิตวิทยาลัย
สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง

พ.ศ.2545

ISBN 974-648-919-4

SOLVING OF COUPLING SOLITON EQUATIONS FOR 3x3 COUPLER
CHARACTERIZATION

WICHIEAN CHOTIWATTANA

A THESIS SUBMITTED IN PARTIAL FULFILLMENT
OF THE REQUIREMENT FOR THE DEGREE OF
MASTER OF APPLIED MATHEMATICS
SCHOOL OF GRADUATE STUDIES
KING MONGKUT'S INSTITUTE OF TECHNOLOGY LADKRABANG
2002
ISBN 974-648-919-4

COPYRIGHT 2002

SCHOOL OF GRADUATE STUDIES

KING MONGKUT'S INSTITUTE OF TECHNOLOGY LADKRABANG

หัวข้อวิทยานิพนธ์

การแก้ปัญหาระบบสมการชโรดิเงอในคัปปลิงสำหรับการ
ประยุกต์ใช้งานอุปกรณ์คัปปลอร์ 3x3

นักศึกษา

นายวิเชียร โชติวัฒนนา

รหัสประจำตัว

42065309

ปริญญา

วิทยาศาสตร์มหาบัณฑิต

สาขาวิชา

คณิตศาสตร์ประยุกต์

พ.ศ.

2545

อาจารย์ผู้ควบคุมวิทยานิพนธ์

รศ.ผ่องพรรณ รัตนธนาวันต์

รศ.ดร.ปรีชา ฤพาพิน

บทคัดย่อ

งานวิจัยนี้รายงานถึงการศึกษาเชิงจำนวนของการส่งผ่านของพัลส์ชโรดิเงอในคัปปลอร์ใยแก้วนำแสงไม่เชิงเส้นสามแกนแบบสามเหลี่ยมด้านเท่า (three core optical fiber with a triangular coupler) ซึ่งถูกอธิบายโดยสมการชโรดิเงอแบบไม่เชิงเส้นคัปปลิงเชิงเส้นกับสามสมการ (three linearly coupled nonlinear Schrodinger equations) ระเบียบวิธีเชิงจำนวนที่ใช้คือระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์ (finite element method, FEM) ซึ่งอยู่บนพื้นฐานของระเบียบวิธีกาลเลอร์กิน (Galerkin method) ในอันดับแรกเราจะแบ่งโดเมนปัญหาตามทิศทางของเวลาโดยการใช้อิเลเมนต์เส้นตรงกำลังสอง (quadratic line elements) ต่อมาใช้เทคนิคการทำซ้ำ (iterative techniques) ที่ตำแหน่ง โดยตำแหน่งดังกล่าวจะขึ้นอยู่กับครึ่งหนึ่งของความยาวบีต (half-beat length, L_c) ในกรณีนี้ $L_c = \pi / (3\kappa)$ เมื่อ κ คือสัมประสิทธิ์ในการคัปปลิงเชิงเส้น เทคนิคการทำซ้ำที่ใช้คือระเบียบวิธีขั้นตอนที่ตา (θ scheme method) โดยเลือก $\theta = 1/2$ หรือที่เรียกว่าขั้นต่อนิวทอน-นิโคลสัน (Crank-Nicolson scheme) โดยแอมพลิจูดขึ้นอยู่กับสัมประสิทธิ์ในการคัปปลิงเชิงเส้นและสอดคล้องกับคุณสมบัติสมมาตร (symmetry property) การส่งผ่านสัญญาณ (transmission) ในกรณี $\kappa = 1.0$ ให้ผลที่ดีที่สุด ผลที่ได้แสดงถึงความเป็นไปได้ที่จะนำไปใช้ในการออกแบบอุปกรณ์สวิตชิงทางแสง (optical switching) ในเครือข่ายการส่งผ่านสัญญาณทางแสง (optical transmission network) โดยให้งบประมาณกำลังงาน (power budget) ที่เหมาะสม

| | |
|----------------|---|
| Thesis Title | SOLVING OF COUPLING SOLITON EQUATIONS FOR 3x3 COUPLER CHARACTERIZATION |
| Student | Mr.Wichiean Chotiwattana |
| Student ID. | 42065309 |
| Degree | Master of Science |
| Programme | Applied Mathematics |
| Year | 2002 |
| Thesis Advisor | Assoc.Prof.Pongpan Rattanathanawan Assoc.Prof.Dr.Preecha Yupapin |

ABSTRACT

Numerical study of soliton pulses in three core optical fiber with a triangular coupler device is presented. Such a device is modeled by three linearly coupled nonlinear Schrodinger equations. The numerical method used is the finite element method known as Galerkin method. Where the discrete time domain using quadratic line element is employed, then the iterative techniques are used to clarify the element position depending on the device half - beat length(L_c). In this case $L_c = \pi / (3\kappa)$, when κ is linear coupling coefficient. The iterative techniques use is θ scheme method, when $\theta = 1/2$ is known as the Crank – Nicolson scheme. By amplitude is dependent linear coupling coefficient and satisfy symmetry property. Case $\kappa = 1.0$ give the best transmission. Results have shown the potential of using such a device for optical switching in the optical transmission net - work with reasonable power budget.

กิตติกรรมประกาศ

วิทยานิพนธ์ฉบับนี้สำเร็จลุล่วงได้ด้วยคำแนะนำและปรึกษาจาก รศ.ผ่องพรรณ รัตนธนาวันต์ และ รศ.ดร.ปรีชา ยูพาพิน ซึ่งเป็นอาจารย์ผู้ควบคุมวิทยานิพนธ์

ขอขอบพระคุณ รศ.ดร.ปรีชา ยูพาพิน ที่แนะนำหนังสือใน[3] ซึ่งเป็นที่มาของหัวข้อของวิทยานิพนธ์ฉบับนี้ รวมทั้งให้คำแนะนำในส่วนเนื้อหา และบุคลากรที่เกี่ยวข้องทางด้านนี้

ขอขอบพระคุณ รศ.ดร.ทิพรัตน์ วงษ์เจริญ จากมหาวิทยาลัยกรุงเทพ ที่แนะนำ[14] ซึ่งเอกสารอ้างอิงนี้สามารถทำให้ได้เอกสารอ้างอิงที่สำคัญเช่น [5], [9], [10], [11] และ [13] รวมทั้งให้คำแนะนำในการทำวิจัยบางประการ

ขอขอบพระคุณ Prof. B. M. A. Rahman จาก City University กรุงลอนดอน ที่ให้เงื่อนไขขอบเขตในการทำงานวิจัยนี้

ขอขอบพระคุณ S. S. A. Obayya จาก City University กรุงลอนดอน ที่ช่วยอธิบายในส่วน of สมการไฟไนต์เอลิเมนต์ใน [14]

คุณค่าและประโยชน์อันพึงมีจากวิทยานิพนธ์ฉบับนี้ ผู้วิจัยขอขอบแต่ผู้มีพระคุณทุกท่าน

วิเชียร โชติวัฒนา

สารบัญ

| | หน้า |
|--|------|
| บทคัดย่อภาษาไทย..... | I |
| บทคัดย่อภาษาอังกฤษ..... | II |
| กิตติกรรมประกาศ..... | III |
| สารบัญ..... | IV |
| สารบัญภาพ..... | VII |
| สารบัญตาราง..... | IX |
| บทที่ 1 บทนำ..... | 1 |
| 1.1 ความสำคัญและที่มาของวิทยานิพนธ์..... | 2 |
| 1.2 วัตถุประสงค์ของงานวิจัย..... | 3 |
| 1.3 สมมุติฐานของการศึกษา..... | 3 |
| 1.4 ขอบเขตการศึกษา..... | 4 |
| 1.5 ขั้นตอนของการศึกษา..... | 4 |
| 1.6 ผลที่คาดว่าจะได้รับ..... | 5 |
| 1.7 โครงประกอบวิทยานิพนธ์..... | 5 |
| บทที่ 2 ความรู้พื้นฐานทางแสง..... | 6 |
| 2.1 ความรู้เบื้องต้นทางแสง..... | 6 |
| 2.2 โครงสร้างของใยแก้วนำแสง..... | 8 |
| 2.3 ชนิดของใยแก้วนำแสง..... | 9 |
| 2.4 การสื่อสารด้วยแสง..... | 10 |
| 2.5 การแพร่กระจายของคลื่น..... | 11 |
| 2.6 การเคลื่อนที่ของคลื่น..... | 13 |
| 2.7 โพลิตอนพื้นฐาน..... | 16 |
| 2.8 คัปเปิลอริยใยแก้วนำแสงไม่เชิงเส้นหลายแกน..... | 17 |
| 2.9 ครั้งหนึ่งของความยาวปิดในคัปเปิลอริยใยแก้วนำแสงไม่เชิงเส้นหลายแกน..... | 19 |
| บทที่ 3 ระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์..... | 20 |
| 3.1 ระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์คืออะไร..... | 20 |

สารบัญ(ต่อ)

| | หน้า |
|--|------|
| 3.2 ขั้นตอนทั่วไปของระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์..... | 20 |
| 3.3 ระเบียบวิธีการถ่วงน้ำหนักเศษตักข้าง..... | 23 |
| 3.4 การแปลงพิกัด..... | 25 |
| 3.5 โปรแกรมคอมพิวเตอร์..... | 29 |
| บทที่ 4 ระเบียบวิธีเชิงจำนวน..... | 31 |
| บทที่ 5 ขั้นตอนการดำเนินงานวิจัย..... | 36 |
| 5.1 ขั้นตอนดูพฤติกรรมแอมพลิจูด..... | 36 |
| 5.2 ขั้นตอนหาความสัมพันธ์ระหว่างการส่งผ่านสัญญาณกับพีคของกำลังงาน..... | 38 |
| บทที่ 6 ผลดำเนินงานวิจัย..... | 40 |
| 6.1 ขั้นตอนดูพฤติกรรมแอมพลิจูด..... | 40 |
| 6.1.1 กรณีอินพุตสัญญาณไปยังแกนที่หนึ่งส่วนอีกสองแกนไม่มีการอินพุต..... | 40 |
| 6.1.2 กรณีอินพุตสัญญาณไปยังแกนที่หนึ่งและสองส่วนแกนที่สามไม่มีการอินพุต..... | 44 |
| 6.1.3 กรณีอินพุตสัญญาณทั้งสามแกน..... | 48 |
| 6.2 ขั้นตอนหาความสัมพันธ์ระหว่างการส่งผ่านสัญญาณกับพีคอินพุต..... | 52 |
| บทที่ 7 การวิเคราะห์..... | 55 |
| 7.1 การทำงานบนเครื่องคอมพิวเตอร์..... | 55 |
| 7.2 หลักการครึ่งหนึ่งของความยาวบิต..... | 55 |
| 7.3 การดูพฤติกรรมแอมพลิจูด..... | 57 |
| 7.3.1 การถ่ายทอดของแอมพลิจูดระหว่างแกน..... | 58 |
| 7.3.2 พฤติกรรมของเอาต์พุต..... | 59 |
| 7.4 การส่งผ่านสัญญาณ..... | 59 |

สารบัญ(ต่อ)

| | หน้า |
|---|------|
| บทที่ 8 สรุปผลการวิจัยและข้อเสนอแนะ..... | 62 |
| 8.1 สรุปผลการวิจัย..... | 62 |
| 8.2 ข้อเสนอแนะ..... | 63 |
| เอกสารอ้างอิง..... | 65 |
| ภาคผนวก ก โปรแกรม..... | 67 |
| ก.1 โปรแกรมที่ใช้ในขั้นตอนดูพฤติกรรมแอมพลิฟูด(หัวข้อ 5.1)..... | 67 |
| ก.2 โปรแกรมที่ใช้ในขั้นตอนหาความสัมพันธ์ระหว่างการส่งผ่านสัญญาณ กับพีคกำลังงาน(หัวข้อ 5.2)..... | 76 |
| ประวัติผู้เขียน..... | 83 |

สารบัญรูป

| รูปที่ | หน้า |
|--|------|
| 2.1 แสดงการตกกระทบของแสง..... | 6 |
| 2.2 แสดงการเดินทางของแสงภายในใยแก้วนำแสงโดยอาศัยหลักการสะท้อนกลับหมด..... | 8 |
| 2.3 แสดงส่วนประกอบของใยแก้วนำแสง..... | 9 |
| 2.4 แสดงลักษณะของแสงที่เดินทางภายในของใยแก้วนำแสง..... | 10 |
| 2.5 แสดงความสัมพันธ์ของการแพร่กระจาย..... | 11 |
| 2.6 แสดงลักษณะของใยแก้วนำแสงหรือท่อนำแสง..... | 14 |
| 2.7 โพลิตอนพื้นฐาน..... | 17 |
| 2.8 คัปเปลอร์ใยแก้วนำแสงไม่เชิงเส้นสองแกน..... | 17 |
| 2.9 คัปเปลอร์ใยแก้วนำแสงไม่เชิงเส้นสามแกนแบบอะเรียรี่..... | 18 |
| 2.10 คัปเปลอร์ใยแก้วนำแสงไม่เชิงเส้นสามแกนแบบสามเหลี่ยมด้านเท่า..... | 18 |
| 3.1 การรูปร่างลักษณะของปัญหาออกเป็นเอลิเมนต์แบบต่าง ๆ..... | 21 |
| 3.2 เอลิเมนต์สามเหลี่ยม..... | 21 |
| 3.3 เอลิเมนต์เส้นตรง..... | 26 |
| 3.4 แผนภาพแสดงขั้นตอนการเขียนโปรแกรม..... | 29 |
| 5.1 โดเมนปัญหา..... | 37 |
| 5.2 แผนผังการทดลอง..... | 38 |
| 5.3 โดเมนปัญหา..... | 39 |
| 6.1 กราฟระหว่าง $ u ^2, v ^2$ และ $ w ^2$ โดย $\kappa=0.2$ ($L_c = \pi / 0.6$, $Ne=150$, $\Delta\xi = \pi / 150$)..... | 40 |
| 6.2 กราฟระหว่าง $ u ^2, v ^2$ และ $ w ^2$ โดย $\kappa=0.5$ ($L_c = \pi / 1.5$, $Ne=150$, $\Delta\xi = \pi / 150$)..... | 41 |
| 6.3 กราฟระหว่าง $ u ^2, v ^2$ และ $ w ^2$ โดย $\kappa=0.8$ ($L_c = \pi / 2.4$, $Ne=150$, $\Delta\xi = \pi / 150$)..... | 42 |
| 6.4 กราฟระหว่าง $ u ^2, v ^2$ และ $ w ^2$ โดย $\kappa=1.0$ ($L_c = \pi / 3.0$, $Ne=150$, $\Delta\xi = \pi / 150$)..... | 43 |
| 6.5 กราฟระหว่าง $ u ^2, v ^2$ และ $ w ^2$ โดย $\kappa=0.2$ ($L_c = \pi / 0.6$, $Ne=150$, $\Delta\xi = \pi / 150$)..... | 44 |

สารบัญรูป(ต่อ)

| รูปที่ | หน้า |
|--|------|
| 6.6 กราฟระหว่าง $ u ^2, v ^2$ และ $ w ^2$ โดย $\kappa=0.5$ ($L_c = \pi / 1.5$, $Ne=150$, $\Delta\xi = \pi / 150$)..... | 45 |
| 6.7 กราฟระหว่าง $ u ^2, v ^2$ และ $ w ^2$ โดย $\kappa=0.8$ ($L_c = \pi / 2.4$, $Ne=150$, $\Delta\xi = \pi / 150$)..... | 46 |
| 6.8 กราฟระหว่าง $ u ^2, v ^2$ และ $ w ^2$ โดย $\kappa=1.0$ ($L_c = \pi / 3.0$, $Ne=150$, $\Delta\xi = \pi / 150$)..... | 47 |
| 6.9 กราฟระหว่าง $ u ^2, v ^2$ และ $ w ^2$ โดย $\kappa=0.2$ ($L_c = \pi / 0.6$, $Ne=150$, $\Delta\xi = \pi / 150$)..... | 48 |
| 6.10 กราฟระหว่าง $ u ^2, v ^2$ และ $ w ^2$ โดย $\kappa=0.5$ ($L_c = \pi / 1.5$, $Ne=150$, $\Delta\xi = \pi / 150$)..... | 49 |
| 6.11 กราฟระหว่าง $ u ^2, v ^2$ และ $ w ^2$ โดย $\kappa=0.8$ ($L_c = \pi / 2.4$, $Ne=150$, $\Delta\xi = \pi / 150$)..... | 50 |
| 6.12 กราฟระหว่าง $ u ^2, v ^2$ และ $ w ^2$ โดย $\kappa=1.0$ ($L_c = \pi / 3.0$, $Ne=150$, $\Delta\xi = \pi / 150$)..... | 48 |
| 6.13 กราฟแสดงความสัมพันธ์ระหว่างอินพุตกำลังงานกับการส่งผ่านสัญญาณโดย $\kappa=0.5$ ($L_c = \pi / 1.5$, $Ne=100$, $\Delta\xi = \pi / 30$)..... | 51 |
| 6.14 กราฟแสดงความสัมพันธ์ระหว่างอินพุตกำลังงานกับการส่งผ่านสัญญาณโดย $\kappa=0.8$ ($L_c = \pi / 2.4$, $Ne=100$, $\Delta\xi = \pi / 30$)..... | 52 |
| 6.15 กราฟแสดงความสัมพันธ์ระหว่างอินพุตกำลังงานกับการส่งผ่านสัญญาณโดย $\kappa=1.0$ ($L_c = \pi / 3.0$, $Ne=100$, $\Delta\xi = \pi / 30$)..... | 53 |
| 7.1 ภาพส่วนกลับในกรณีหนึ่งที่หนึ่งของ $\kappa = 1.0$ | 56 |
| 7.2 แสดงถึงความยาวบิตของกรณีหนึ่งที่หนึ่งของ $\kappa = 1.0$ | 57 |
| 7.3 แสดงค่าสูงสุดและค่าต่ำสุดของการส่งผ่านสัญญาณในกรณี $\kappa = 1.0$ | 60 |

สารบัญตาราง

| ตารางที่ | หน้า |
|---|------|
| 2.1 ค่าดัชนีหักเหของแสงในตัวกลางต่าง ๆ..... | 7 |
| 3.1 ฟังก์ชันพื้นฐานสำหรับเอลิเมนต์เส้นตรงและอนุพันธ์..... | 28 |
| 7.1 ค่าสูงสุดที่จุด $\xi = L_c$ สำหรับกรณีที่หนึ่ง..... | 58 |
| 7.2 ค่าสูงสุดที่จุด $\xi = L_c$ สำหรับกรณีที่สอง..... | 58 |
| 7.3 ค่าสูงสุดและต่ำสุดของการส่งผ่านสัญญาณ..... | 60 |

บทที่ 1

บทนำ

1.1 ความสำคัญและที่มาของวิทยานิพนธ์

จุดประสงค์ของงานวิจัยนี้ทำขึ้นเพื่อหาผลเฉลยระบบสมการคัปปลิงโซลิตอนด้วยวิธีวิเคราะห์เชิงจำนวน (numerical analysis) โดยการใช้โปรแกรมทางคณิตศาสตร์ที่เรียกว่าระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์ (finite element method) ระเบียบวิธีข้างต้นเป็นวิธีการคำนวณที่ค่อนข้างใหม่ โดยพัฒนามาจากแรงผลักดันของงานวิจัยทางด้านอวกาศและการบิน เพราะว่ารูปร่างชิ้นงานของงานทางด้านนี้ค่อนข้างสลับซับซ้อน ซึ่งส่งผลให้การคำนวณออกแบบเป็นไปด้วยความยากลำบาก ความสามารถของระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์ หลังจากที่ได้ประยุกต์ขึ้นเป็นโปรแกรมคอมพิวเตอร์ ได้พิสูจน์ให้เห็นชัดเจนในการออกแบบชิ้นงานและโครงสร้างที่มีรูปร่างซับซ้อนได้อย่างมีประสิทธิภาพพร้อมทั้งมีความแม่นยำสูง ในปัจจุบันนี้ ระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์ได้เริ่มนำมาประยุกต์กับงานทางด้านอื่น ๆ โดยมีวัตถุประสงค์หลักคือ เพื่อลดค่าใช้จ่ายที่ปกติจำเป็นต้องใช้ในการทดลอง หรือนำมาใช้กับงานที่ไม่สามารถทำการทดลองอย่างสมบูรณ์ได้ เช่น นำมาประยุกต์ใช้คำนวณสภาวะของอากาศผ่านลำตัวรถยนต์ เครื่องบิน และกระสวยอวกาศ เป็นต้น จากประสิทธิภาพและความแม่นยำของระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์ที่สามารถแก้ปัญหาต่าง ๆ ดังกล่าว จึงทำให้ระเบียบวิธีนี้เริ่มเป็นที่ยอมรับอย่างมาก[1]

โซลิตอนเป็นปรากฏการณ์คลื่นที่มีลักษณะเฉพาะ คือเป็นคลื่นที่มีลักษณะพัลส์แคบ ๆ สั้น ๆ ที่สามารถเดินทางไปในตัวกลางคลื่นได้เป็นระยะทางไกล ๆ โดยมีการสูญเสียสัญญาณน้อยมาก ทั้งนี้เพราะว่าโซลิตอนเป็นคลื่นที่มีคุณสมบัติในการขยายสัญญาณได้ด้วยการมอดูเลตเฟส (self phase modulation, SPM) กับคุณสมบัติการแพร่กระจายของความเร็วกลุ่ม (group velocity dispersion, GVD) [2] ซึ่งทำให้ไม่มีการกระจายของคลื่น (non-dispersion) ในปัจจุบันนี้ได้มีการศึกษาคุณสมบัติของโซลิตอนอย่างกว้างขวางทั้งด้านฟิสิกส์, การนำไปใช้ประยุกต์ด้านการสื่อสารความเร็วสูง, การออกแบบระบบและอุปกรณ์ด้วยการวิเคราะห์เชิงคณิตศาสตร์ กอนนำไปประยุกต์ใช้ปฏิบัติจริง[3]

ในระบบสื่อสารแบบเครือข่ายเชิงแสงนั้นจำเป็นต้องใช้อุปกรณ์ประมวลสัญญาณต่าง ๆ ในระบบเชิงอุปกรณ์สวิตชิงเชิงแสง (optical switching) สำหรับการสับเปลี่ยนช่องทางของสัญญาณเป็นอุปกรณ์รวมอยู่ในระบบด้วย โดยทำหน้าที่เป็นอุปกรณ์ในการสับเปลี่ยนการเดินทางของสัญญาณแสง ซึ่งแบ่งได้เป็นสองประเภทใหญ่ ๆ คือ อุปกรณ์สวิตชิงเชิงกล (mechanic optical switching) และอุปกรณ์สวิตชิงไม่เชิงกล (non-mechanic optical switching) โดยอุปกรณ์สวิต-

ซึ่งเชิงแสงแต่ละชนิดนั้นมีคุณสมบัติ และโครงสร้างที่แตกต่างกันไปตามชนิดและลักษณะการใช้งานนั้น ๆ งานวิจัยนี้จะศึกษาถึงสวิตชิงที่มีอัตราความเร็วระดับ 10^9 หรือพิโควินาที (ps) โดยมีลักษณะเป็นสัญญาณพัลส์ที่เรียกว่าโซลิตอน เริ่มจากการกำเนิดสัญญาณพัลส์โซลิตอนเข้าไปยังอุปกรณ์รวมสัญญาณ (multiplex) ที่เรียกว่าคัปเปิลเลอร์ หรือคัปเปิลเลอร์ทางแสง (optical coupler) แล้วทำให้เกิดการรวม หรือหักล้างกันของสัญญาณแสง ทั้งนี้เป็นไปตามหลักการรวมได้ของแสงหรือคลื่น แล้วทำให้ได้สัญญาณเอาต์พุต (output) เป็นสัญญาณที่เป็นลักษณะของการสวิตชิงที่สามารถกำหนดหรือควบคุมได้ด้วยสัญญาณอินพุต (input) [3]

ในด้านฟิสิกส์ที่เกี่ยวกับโซลิตอน จากการศึกษาค้นคว้าพบว่าได้มีนักวิจัยได้ศึกษาเกี่ยวกับเรื่องนี้มามาก [4,5,6,7,8] โดยมีเนื้อหาโดยสรุปได้ดังนี้ โดยการใช้ลูพกระจก (loop - mirror) ทางแสงแบบไม่เชิงเส้นมีพฤติกรรมเช่นเดียวกับการใช้ตัวดูดซับอิ่มตัว (saturable absorbers) โดยใช้การส่งสัญญาณด้วยพัลส์โซลิตอนในระดับพิโควินาที ซึ่งมีการเลื่อนของเฟสแสง และการกรองของสัญญาณเกิดขึ้นโดยปราศจากการกระจาย (dispersion) ของคลื่นที่มีจุดศูนย์กลางของแถบความถี่ส่งผ่าน [4] การหาสถานะการคัปปลิงของโซลิตอนโดยการใช้เชิงวิเคราะห์และจำนวน ด้วยการใช้อุปกรณ์ใยแก้วนำแสงไม่เชิงเส้นสามแกนแบบสามเหลี่ยมด้านเท่า โดยการใช้แผนภาพไบฟูเคชัน (bifurcation diagram) เพื่อใช้ในการหาสถานะโซลิตอนชนิดใหม่ ๆ เช่น $A_1, A_2, B, C_1, C_2, D_1, D_2, E$ [5] ต่อมาโดยการนำเสนออุปกรณ์ที่สามารถสวิตชิงพัลส์ของสัญญาณที่มีระยะห่างเท่า ๆ กัน โดยมีระยะระหว่างเอาต์พุตสองเอาต์พุตหรือมากกว่า โดยสอดคล้องกับข้อมูลสวิตชิงที่ส่งมาจากพัลส์สัญญาณแรก รวมทั้งยังทำการศึกษารังแรงปฏิกิริยาที่เกิดขึ้นระหว่างโซลิตอนที่มีความสัมพันธ์ระหว่างระยะทางและเฟส [6] ในส่วนของการศึกษาการวิเคราะห์เชิงจำนวนของการสวิตชิงแสงในคัปเปิลเลอร์กับความไม่เป็นเชิงเส้นในสถานะอิ่มตัว ด้วยการนำเสนอที่เกี่ยวกับการอิ่มตัวของพัลส์เกาส์เซียน (Gaussian pulse) ได้ยืนยันถึงการใช้พัลส์เกาส์เซียนแทนพัลส์โซลิตอนได้ระหว่างแขนของคัปเปิลเลอร์ (coupler arm) ซึ่งสวิตชิงที่ไม่ค่อยสมบูรณ์อาจจะขึ้นกับอินพุตของกำลังและการอิ่มตัวของตัวแปรดัชนีหักเห [7] และได้มีผู้ศึกษาในกรณีทั่วไปของโซลิตอนที่เคลื่อนที่เข้าไปในใยแก้วนำแสงจำนวน n แกน โดยมีใยแก้วนำแสงจัดวางรูปแบบเป็นแบบอะเรย์ (array) และสมมาตร (symmetry) โดยการส่งผ่านสัญญาณระหว่างแกนใยแก้วนำแสงต่าง ๆ จะปรากฏเป็นลักษณะไบฟูเคชัน โดยมีผลเฉลยของระบบสมการนี้ แสดงได้ด้วยแผนภาพของกำลังสัญญาณกับความถี่ไบฟูเคชัน สำหรับ 3, 4 และ 5 แกน ทั้งยังให้คำตอบเชิงวิเคราะห์และจำนวนไว้ด้วย [8]

ในด้านฟิสิกส์ที่เกี่ยวกับสวิตชิงโซลิตอน นั้นได้มีการศึกษาทฤษฎีบทของปรากฏการณ์สวิตชิงโซลิตอนในคัปเปิลเลอร์สองโหมดแบบไม่เชิงเส้น [9] ในเวลาเดียวกันได้มีการศึกษาเชิงจำนวนของคลื่นต่อเนื่อง CW (continuous - wave, CW) และพัลส์ที่ส่งผ่านใยแก้วนำแสงไม่เชิงเส้นสามแกน [10] ติดตามด้วยการศึกษาคุณสมบัติสวิตชิงในอุปกรณ์ใยแก้วนำแสงไม่เชิงเส้นทั้งหมด [11] เท่าที่

ผ่านมาก็ได้มีการศึกษากรณีเฉพาะของใยแก้วนำแสงไม่เชิงเส้นสอง และสามแกนในการวิเคราะห์เชิงจำนวน โดยใช้ระเบียบวิธีแยกลำดับขั้นตอน (split - step method) ซึ่งใช้จำนวนกริด (grid) เท่ากับ 1024 กริด ในการวิเคราะห์ดังกล่าวข้างต้นให้ผลเปรียบเทียบของคัปเปิลอริใยแก้วนำแสงไม่เชิงเส้นสองกับสามแกนแบบอะเรย์และสามเหลี่ยมด้านเท่า ในส่วนของการส่งผ่านสัญญาณ (transmission) และอินพุตกำลังงาน (input power) [12]

ในด้านระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์ การหาผลเฉลยของโซลิตอนในใยแก้วนำแสงโดยระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์สามารถหาได้ใน [2] ในปี ค.ศ. 1990 ได้มีการหาผลเฉลยของพัลส์โซลิตอนที่ส่งผ่านใยแก้วนำแสงไบรฟรินเจนซ์ (birefringence optical fiber) โดยการใช้อยู่ระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์ หลังจากนั้นก็ใช้กระบวนการแยกลำดับขั้นตอน (split - step procedure) เพื่อช่วยเพิ่มประสิทธิภาพในการคำนวณ [13] เมื่อไม่กี่ปีมานี้เองได้มีการใช้ระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์ในการหาผลเฉลยของโซลิตอนในคัปเปิลอริใยแก้วนำแสงไม่เชิงเส้นสามแกนแบบอะเรย์ โดยการใช้อยู่ระเบียบวิธีการทำซ้ำ (iterative techniques) ที่เรียกว่าขั้นตอนวิธีกฎสี่เหลี่ยมคางหมูเคร็งก์-นิโคลสันระดับชั้น z (trapezium rule Crank - Nickolson z - stepping) [14]

สำหรับงานวิจัยนี้ เริ่มจากการศึกษาหากระบวนการทางระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์ของโซลิตอนในคัปเปิลอริใยแก้วนำแสงไม่เชิงเส้นสามแกนแบบสามเหลี่ยมด้านเท่า เพื่อนำมาหาผลเฉลยเชิงจำนวน เมื่อได้ผลเฉลยดังกล่าวข้างต้นเราสามารถนำมาวิเคราะห์ถึงผลของการคัปปลิงระหว่างโซลิตอนในรูปแอมพลิจูด (amplitude) โดยทำการเปลี่ยนตัวแปรสัมประสิทธิ์การคัปปลิงเชิงเส้น (linear coupling coefficient, κ)

1.2 วัตถุประสงค์ของงานวิจัย

1. ศึกษาและเขียนโปรแกรมเพื่อนำมาแก้ปัญหาของการส่งผ่านพัลส์โซลิตอนไปยังคัปเปิลอริใยแก้วนำแสงไม่เชิงเส้นสามแกนแบบสามเหลี่ยมด้านเท่าด้วยระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์ โดยใช้โปรแกรมแมตแลบ (MATLAB program)
2. วิเคราะห์สัญญาณเอาต์พุตที่ได้ เพื่อศึกษาพฤติกรรมของแอมพลิจูด
3. ศึกษาการถ่ายทอดของโซลิตอนสวิตชิง
4. นำผลที่ได้จากการวิเคราะห์หากำลังงาน (power) ที่เหมาะสมในการสวิตชิง

1.3 สมมุติฐานของการศึกษา

หลักการครึ่งหนึ่งของความยาวบีต (half - beat length, L_c) เป็นระยะทางชนิดหนึ่งที่อยู่ภายใต้ปรากฏการณ์ของโซลิตอนสวิตชิงในคัปเปิลอริใยแก้วนำแสงไม่เชิงเส้นที่สำคัญ ครึ่งหนึ่งของความยาวบีตของคัปเปิลอริใยแก้วนำแสงไม่เชิงเส้นสามแกนแบบสามเหลี่ยมด้านเท่าคือ $L_c = \pi / 3\kappa$

เมื่อ κ คือสัมประสิทธิ์ในการคัปปลิงเชิงเส้น วิทยานิพนธ์ฉบับนี้ให้ความสำคัญกับครึ่งหนึ่งของความยาวปัด ครึ่งหนึ่งของความยาวปัดคือความยาวครึ่งหนึ่งที่เมื่ออินพุตสัญญาณไปยังแกนใดแกนหนึ่ง แล้วทำให้สัญญาณนั้นถูกถ่ายทอดไปยังแกนอื่นเกือบสมบูรณ์ ตัวอย่างเช่นคัปเปลอร์ใยแก้วนำแสงไม่เชิงเส้นสามแกนแบบสามเหลี่ยมด้านเท่า สมมติว่าเราให้ $\kappa = 1.0$ ($L_c = \pi/3$) และอินพุตสัญญาณไปยังแกนที่หนึ่ง แสดงว่าเมื่อถึงระยะ L_c สัญญาณในแกนที่หนึ่งจะถ่ายทอดไปยังแกนที่สองและสามเกือบสมบูรณ์

1.4 ขอบเขตการศึกษา

ระบบสมการชโรดิงเจอร์แบบไม่เชิงเส้น (nonlinear - Schrodinger equation, NLSE) ที่ใช้อธิบายโซลิตอนของการคัปปลิงของใยแก้วนำแสงสามแกนแบบสามเหลี่ยมด้านเท่า สามารถแบ่งได้เป็นสองกรณีคือ กรณีไม่มีการรบกวนกับมีการรบกวน ในงานวิจัยนี้ศึกษาเฉพาะกรณีไม่มีการรบกวน เพื่อดูเป็นแนวทางในการทำวิจัยในกรณีที่มีการรบกวนต่อไป

1.5 ขั้นตอนของการศึกษา

ในการศึกษาเริ่มจากการศึกษาสมการชโรดิงเจอร์แบบไม่เชิงเส้น ที่ใช้อธิบายโซลิตอนของการคัปปลิงของคัปเปลอร์ใยแก้วนำแสงไม่เชิงเส้นสามแกนแบบสามเหลี่ยมด้านเท่า และหาผลเฉลยของระบบสมการนี้โดยระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์ เหตุผลที่เลือกระเบียบวิธีดังกล่าวข้างต้นเป็นเพราะว่าจากเอกสารอ้างอิง [1], [16], [17] และ [20] ได้พูดถึงระเบียบวิธีดังกล่าวว่าเป็นระเบียบวิธีที่มีความแม่นยำสูงและค่อนข้างใหม่ ต่อไปใช้ระเบียบวิธีขั้นตอนที่ตา (θ scheme method) ที่ตาที่ใช้ $\theta = 1/2$ หรือเรียกว่าขั้นตอนแคร็งก์ - นิโคลสัน (Crank - Nicolson scheme) พร้อมทั้งวิเคราะห์ผลเฉลยโดยการเปลี่ยนตัวแปร κ และอินพุตสัญญาณในลักษณะต่าง ๆ โดยดูจากผลการทำการจำลอง (simulation) ซึ่งใช้โปรแกรมแมตแลบในการทำการจำลอง เหตุผลที่เลือกใช้โปรแกรมนี้ เพราะว่าเป็นโปรแกรมที่ใช้คำสั่งให้นำเสนอการจำลองหรือกราฟและใช้ในการแก้ปัญหาทางเมทริกซ์ได้ง่าย ซึ่งในขั้นตอนของการประมวลผลของระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์ต้องแก้ระบบสมการเมทริกซ์ขนาดใหญ่ จึงเป็นการง่ายในการเขียนโปรแกรม การวิเคราะห์ดังกล่าวสามารถนำมาใช้ในด้านออกแบบอุปกรณ์รวมสัญญาณโซลิตอน

1.6 ผลที่คาดว่าจะได้รับ

1. สามารถพยากรณ์ลักษณะแอมพลิจูดของเอาต์พุตจากการอินพุตสัญญาณในลักษณะต่าง ๆ ได้
2. สามารถสร้างโปรแกรมสำหรับคำนวณระบบสมการของการส่งผ่านพัลส์โซลิตอนไปยังคัปเปิลอริเยกัวน่าแสงไม่เชิงเส้นสามแกนแบบสามเหลี่ยมด้านเท่าได้ โดยใช้ระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์
3. สามารถรู้พฤติกรรมทางด้านแอมพลิจูด
4. สามารถรู้ความสัมพันธ์ระหว่างเอาต์พุตของการส่งผ่านสัญญาณ (transmission) กับพีคของกำลังงาน (peak power) ด้วยระยะทางครึ่งหนึ่งของความยาวบิต

1.7 โครงประกอบวิทยานิพนธ์

ในวิทยานิพนธ์ฉบับนี้มีรายละเอียดในแต่ละบทดังต่อไปนี้

บทที่ 1 ประกอบด้วย ความเป็นมาและความสำคัญของวิทยานิพนธ์, วัตถุประสงค์ของงานวิจัย, สมมุติฐานของการศึกษา, ขอบเขตการวิจัย, ขั้นตอนการศึกษา และผลที่คาดว่าจะได้รับ ดังนั้นบทนี้ให้ขอบเขตกว้าง ๆ ของวิทยานิพนธ์ฉบับนี้ทั้งหมด

บทที่ 2 ให้ความรู้พื้นฐานทางด้านแสงที่ใช้ในใยแก้วนำแสง, คัปเปิลอริเยกัวน่าแสงไม่เชิงเส้นหลายแกน และพูดถึงหลักการสำคัญที่ใช้ในงานวิจัยนี้คือหลักการครึ่งหนึ่งของความยาวบิต

บทที่ 3 ให้ความรู้พื้นฐานทางด้านระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์ ซึ่งเป็นระเบียบวิธีเชิงจำนวนที่ใช้ในงานวิจัยนี้

บทที่ 4 ประยุกต์ระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์ไปยังระบบสมการที่ใช้อธิบายคัปเปิลอริเยกัวน่าแสงไม่เชิงเส้นสามแกนแบบสามเหลี่ยมด้านเท่า ซึ่งเป็นกระบวนการที่สำคัญของวิทยานิพนธ์นี้

บทที่ 5 อธิบายถึงขั้นตอนที่ใช้ในงานวิจัยนี้ โดยแบ่งเป็นสองขั้นตอนคือ ขั้นตอนดูพฤติกรรมของแอมพลิจูดและการส่งผ่านสัญญาณ

บทที่ 6 แสดงผลการทำการจำลอง และคำอธิบายผลที่ได้ทั้งหมดของงานวิจัยนี้

บทที่ 7 วิเคราะห์ผลการทำการจำลองทั้งหมดในบทที่ 6

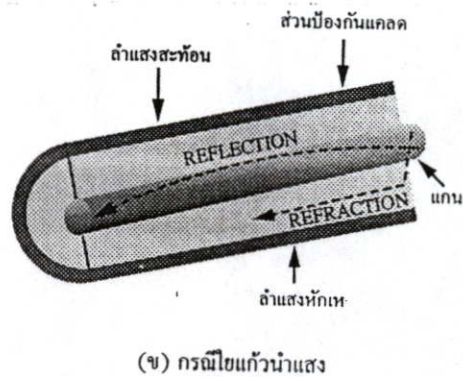
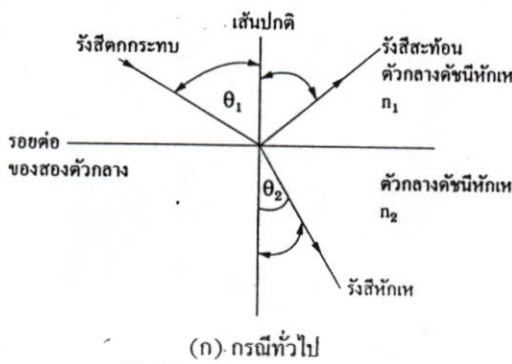
บทที่ 8 สรุปผลการดำเนินงานวิจัยและข้อเสนอแนะ รวมทั้งปัญหาและอุปสรรคในการวิจัยของวิทยานิพนธ์นี้

บทที่ 2 ความรู้พื้นฐานทางแสง

2.1 ความรู้เบื้องต้นทางแสง

ปรากฏการณ์ทางแสงที่จะอธิบายต่อไปนี้ กล่าวถึงเฉพาะปรากฏการณ์พื้นฐานที่สำคัญและเกี่ยวข้องกับการใช้งานใยแก้วนำแสง ตัวอย่างเช่นการหักเห (refraction) และการสะท้อนกลับหมด (total-internal reflection) ของแสงเป็นต้น

แสงเป็นคลื่นแม่เหล็กไฟฟ้าชนิดหนึ่ง que เดินทางด้วยความเร็วประมาณ 3×10^8 เมตร/วินาที ในสุญญากาศ ซึ่งความเร็วของแสงในสุญญากาศสำหรับทุก ๆ ความยาวคลื่นหรือความถี่นั้นมีความเท่ากัน อย่างไรก็ตามความเร็วของแสงจะมีค่าเปลี่ยนไป เมื่อแสงเคลื่อนที่จากตัวกลางหนึ่งไปยังอีกตัวกลางหนึ่งที่มีความหนาแน่นไม่เท่าเดิม จึงเป็นสาเหตุหนึ่งที่ทำให้แสงเกิดการหักเห คุณสมบัติการหักเหของแสงนี้เองที่ทำให้แสงมีพฤติกรรมต่าง ๆ ขณะที่เคลื่อนที่ผ่านตัวกลาง การเคลื่อนที่ของแสงในใยแก้วนำแสงก็อาศัยหลักการฟิสิกส์นี้เช่นกัน ดังแสดงในรูปที่ 2.1 เมื่อกำหนดให้ θ_1 และ θ_2 คือมุมตกกระทบและมุมหักเหที่ลำแสงกระทำกับเส้นปกติ (normal line) ตามลำดับ



รูปที่ 2.1 แสดงการตกกระทบของแสง

ดัชนีหักเหของแสงเกิดขึ้นจากการเปลี่ยนแปลงความเร็วของแสงในตัวกลาง ซึ่งจะมีค่ามากหรือน้อยขึ้นอยู่กับอัตราส่วนของความเร็วแสงในสุญญากาศกับความเร็วของแสงในตัวกลางที่แสงผ่าน ค่าของอัตราส่วนของความเร็วนี้เรียกว่าดัชนีหักเห (n) ซึ่งแทนด้วยความสัมพันธ์

$$n = \frac{c}{v} \tag{2.1}$$

เมื่อ c และ v คือความเร็วของแสงในสุญญากาศและในตัวกลางใด ๆ ตามลำดับ ดัชนีหักเหของแสงนั้นขึ้นอยู่กับความถี่ของแสงด้วย ทั้งนี้เพราะว่าความเร็วของแสงมีความสัมพันธ์กับความถี่และความยาวคลื่นคือ $\lambda = c / v$ เมื่อ v และ λ คือความถี่และความยาวคลื่นของแสง ตามลำดับ ข้อมูลต่าง ๆ แสดงในตารางที่ 2.1 ข้างล่างเป็นตัวอย่างของค่าดัชนีหักเหของแสงในตัวกลางชนิดต่าง ๆ ที่ความยาวคลื่น 589.29 นาโนเมตร

ตารางที่ 2.1 ค่าดัชนีหักเหของแสงในตัวกลางต่าง ๆ

| ตัวกลาง | ค่าดัชนีหักเห |
|---|---------------|
| สุญญากาศ | 1.00 |
| อากาศ | 1.0003 |
| น้ำ | 1.33 |
| เอทิล แอลกอฮอล์ (Ethy Alcohol) | 1.36 |
| ควอริต (Fused Quarts) | 1.46 |
| แก้ว (Glass Fiber) | 1.50-1.90 |
| เพชร | 2.00-2.42 |
| ซิลิคอน (Silicon) | 3.40 |
| แกเลียม อาร์เซไนด์ (Gallium-Arsenide) | 3.6 |

การสะท้อนกลับหมด เมื่อแสงเดินทางผ่านตัวกลางสองชนิดที่มีดัชนีหักเหต่างกันจะทำให้มีการหักเหของแสงเป็นไปตามกฎของสเนลล์ (Snell's law) คือ

$$\frac{\sin \theta_1}{\sin \theta_2} = \frac{n_2}{n_1} \quad (2.2)$$

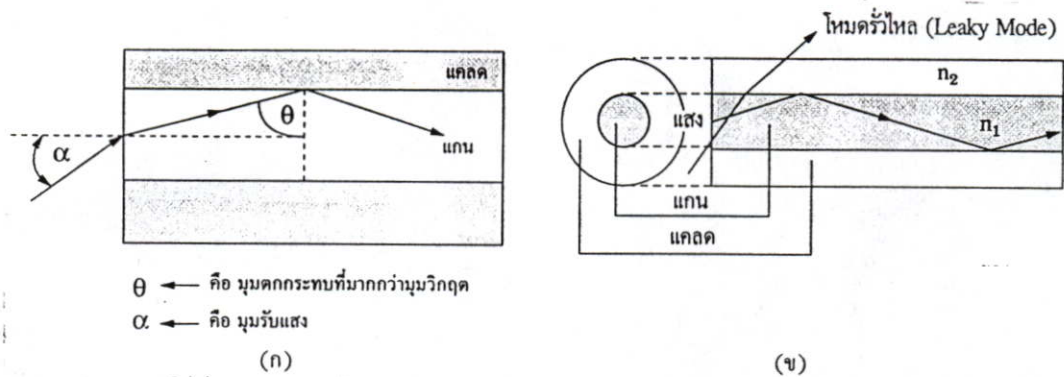
ในที่นี้ θ_1 และ θ_2 คือมุมตกกระทบและมุมหักเหที่ลำแสงทำกับเส้นปกติตามลำดับ บนพื้นผิวรอยต่อของตัวกลางทั้งสองนั้น ส่วน n_1 และ n_2 คือดัชนีหักเหของแสงของตัวกลางที่ 1 และตัวกลางที่ 2 ตามลำดับ ดังแสดงในรูปที่ 2.1

พิจารณากรณีแสงเดินทางจากตัวกลางที่มีดัชนีหักเหมากไปยังตัวกลางที่มีดัชนีหักเหน้อย กล่าวคือเมื่อมุมตกกระทบ θ_1 มีค่ามากขึ้นก็จะทำให้มุมหักเห θ_2 มีค่าเข้าใกล้ 90° เรียกมุมตกกระทบที่ทำให้มุมหักเหเท่ากับ 90° นี้ว่ามุมวิกฤติ (critical angle, θ_c) ดังสมการ (2.3) และหาก

มุมตกกระทบอีกจน ($\theta > \theta_c$) ก็จะทำให้แสงไม่สามารถที่จะเดินทางเข้าไปในตัวกลางที่สองได้เลย นั่นคือเกิดการสะท้อนกลับหมดภายในนั่นเอง

$$\theta_c = \sin^{-1} \left(\frac{n_{clad}}{n_{core}} \right) \quad (2.3)$$

เมื่อ n_{core} และ n_{clad} คือค่าดัชนีหักเหของแกน (core) และส่วนห่อหุ้ม (cladding) ของใยแก้วนำแสงตามลำดับ



รูปที่ 2.2 แสดงการเดินทางของแสงภายในเส้นใยแก้วนำแสงโดยอาศัยหลักการสะท้อนกลับหมด

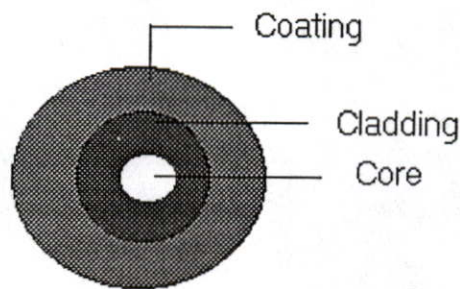
ในการนำแสงเข้าสู่เส้นใยแก้วนำแสงดังแสดงในรูปที่ 2.2 ทำได้โดยทำให้ดัชนีหักเหของแกนมีค่ามากกว่าดัชนีหักเหของส่วนห่อหุ้ม ซึ่งหุ้มส่วนของแกนไว้ โดยการอาศัยหลักการสะท้อนกลับหมดภายในของแสงดังกล่าวข้างต้นก็สามารถที่จะทำให้แสงที่ป้อนเข้าไปในแกนเดินทางไปมาภายในแกนอยู่ได้

2.2 โครงสร้างของใยแก้วนำแสง

ส่วนประกอบของใยแก้วนำแสงประกอบด้วยสองส่วนสำคัญคือ ส่วนที่เป็นแกนอยู่ตรงกลางหรือชั้นในและหุ้มด้วยส่วนห่อหุ้ม แล้วถูกหุ้มด้วยส่วนป้องกัน (coating) โดยที่แต่ละส่วนนั้นทำด้วยวัสดุที่มีค่าดัชนีหักเหของแสงที่มีค่าแตกต่างกัน เพราะจะต้องคำนึงถึงหลักการหักเหและสะท้อนกลับหมดของแสงดังที่ได้กล่าวไปแล้ว

แกน : เป็นส่วนตรงกลางของเส้นใยแก้วนำแสง และเป็นส่วนนำแสง โดยดัชนีหักเหของแสงในส่วนนี้ต้องมากกว่าของส่วนห่อหุ้ม แล้วลำแสงที่ผ่านไปในแกนจะถูกขังหรือเคลื่อนที่ไปตามเส้นใยแก้วนำแสงด้วยขบวนการสะท้อนกลับหมดภายใน (ดูรูปที่ 2.3)

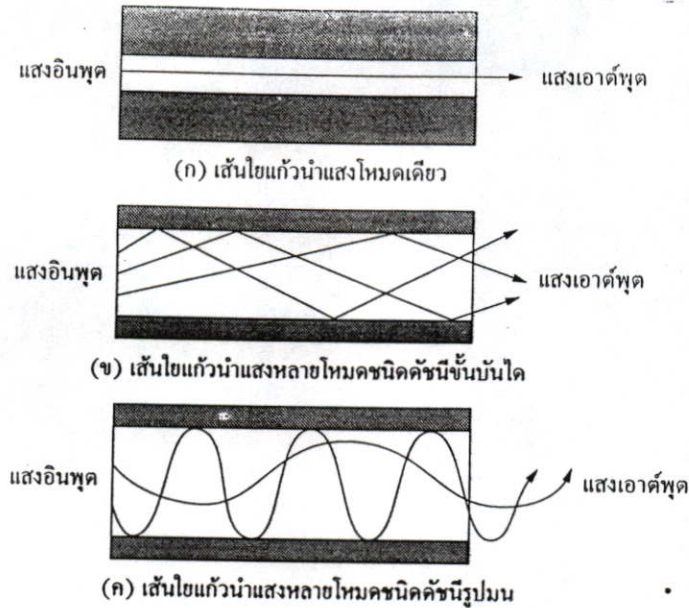
ส่วนป้องกัน : เป็นชั้นที่ต่อจากส่วนห่อหุ้มเป็นที่กันแสงจากภายนอกเข้าเส้นใยแก้วนำแสง และกันแสงจากเส้นใยแก้วนำแสงออกข้างนอก และใช้ประโยชน์เมื่อมีการเชื่อมต่อเส้นใยแก้วนำแสงโครงสร้างอาจจะประกอบไปด้วยชั้นของพลาสติกหลาย ๆ ชั้น นอกจากนั้นส่วนป้องกันยังทำหน้าที่เป็นตัวป้องกันการกระทำจากแรงภายนอกอีกด้วย ตัวอย่างของค่าดัชนีหักเหเช่น แกนมีค่าดัชนีหักเหประมาณ 1.48 ส่วนห่อหุ้มและป้องกันซึ่งทำหน้าที่ป้องกันแสงจากแกนออกภายนอก และป้องกันแสงภายนอกกระทบจนจะมีค่าดัชนีหักเหเป็น 1.46 และ 1.52 ตามลำดับ



รูปที่ 2.3 แสดงส่วนประกอบของใยแก้วนำแสง

2.3 ชนิดของใยแก้วนำแสง

ภายในเส้นใยแก้วนำแสงนั้นจำนวนลำแสงที่เดินทาง หรือเกิดขึ้นเป็นตัวบอกโหมดของแสงที่เดินทางภายในเส้นใยแก้วนำแสงนั้น กล่าวคือ ถ้ามีแนวลำแสงอยู่แนวเดียวเรียกว่าเส้นใยแก้วนำแสงโหมดเดียว (single mode fiber) แต่ในขณะเดียวกันถ้าภายในเส้นใยแก้วนำแสงนั้นมีแนวลำแสงอยู่เป็นจำนวนมากเรียกว่าเส้นใยแก้วนำแสงหลายโหมด (multimode fiber) ดูรูปที่ 2.4 นอกจากแบ่งชนิดใยแก้วนำแสงตามลักษณะของโหมดแล้วยังมีวิธีอื่นที่แบ่งโดยดูจากวัสดุที่ทำเช่น เส้นใยที่ทำจากแก้ว พลาสติก หรือโพลิเมอร์ และก็ยังสามารถแบ่งได้ตามลักษณะของรูปร่างลักษณะของดัชนีหักเหเช่น ใยแก้วชนิดดัชนีชั้นบันได (step index) หรือดัชนีรูปมน (Graded index) เป็นต้น



รูปที่ 2.4 แสดงลักษณะของแสงที่เดินทางภายในของใยแก้วนำแสง

2.4 การสื่อสารด้วยแสง

จากความเจริญก้าวหน้าทางเศรษฐกิจและสังคม ทำให้มีความต้องการในการแลกเปลี่ยนข่าวสารและข้อมูลเพิ่มขึ้น เพื่อเป็นการตอบสนองต่อความต้องการได้ทั้งปัจจุบันและอนาคต ระบบสื่อสารด้วยแสง (optical communication system) ซึ่งสามารถส่งข่าวสารและข้อมูลต่าง ๆ ได้เป็นจำนวนมากในเวลาเดียวกัน จึงได้ถูกนำมาใช้กันอย่างแพร่หลาย

ระบบการสื่อสารด้วยใยแก้วนำแสง เมื่อเปรียบเทียบกับระบบการสื่อสารที่ใช้สายเคเบิลที่ทำด้วยโลหะมีข้อดีดังต่อไปนี้

1. ให้แบนด์วิดท์ที่กว้าง กล่าวคือการใช้คลื่นพาหะที่มีความถี่สูงในระบบสื่อสารทำให้แบนด์วิดท์ของสัญญาณกว้างมากขึ้น การสื่อสารด้วยใยแก้วนำแสงนั้นขึ้นกับคลื่นพาหะที่มีความถี่ในช่วง 10^{13} - 10^{14} เฮิรตซ์ เมื่อเปรียบเทียบกับความถี่ของคลื่นวิทยุซึ่งมีความถี่ 10^6 - 10^9 เฮิรตซ์ แล้วจะเห็นว่าแบนด์วิดท์ของสัญญาณกว้างขึ้นถึงประมาณ 10^6 หรือ 1 ล้านเท่า

2. ขนาดเล็กและน้ำหนักเบา ใยแก้วนำแสงเพียงเส้นเดียวสามารถแทนคู่สายทองแดงขนาดใหญ่แต่ละคู่ได้เช่น สายเคเบิลทางโทรศัพท์ที่มี 1000 คู่สาย มีขนาดเส้นผ่านศูนย์กลางประมาณ 7-10 เซนติเมตร สามารถใช้เคเบิลใยแก้วนำแสงเพียงเส้นเดียวที่มีเส้นผ่านศูนย์กลาง 1.5 เซนติเมตร แทนได้ในการส่งช่องสัญญาณจำนวนที่เท่ากัน

3. การสูญเสียต่ำ ใยแก้วนำแสงมีค่าสูญเสียเนื่องจากการลดทอนน้อยกว่าสายเกลียวคู่ (twisted pair) หรือหุ้มฉนวน (coaxial cable)

4. ไม่ถูกรบกวนจากคลื่นแม่เหล็กไฟฟ้า เนื่องจากใยแก้วนำแสงไม่ได้สร้างจากเส้นลวดโลหะเหมือนสายเคเบิลโลหะแต่สร้างจากแก้ว (glass) หรือซิลิคอน (silicon) ดังนั้นจึงไม่ถูกรบกวนโดย

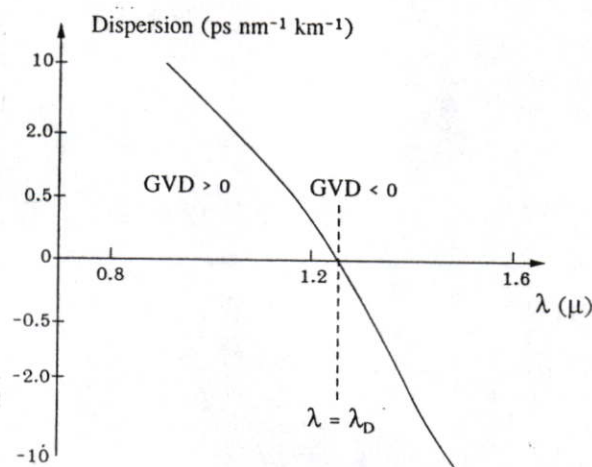
คลื่นแม่เหล็กไฟฟ้า และไม่ต้องการใช้เทคนิคป้องกันด้วยวิธีชิลด์ (shield) ที่มีราคาแพงและยังยุ่งยาก เพื่อป้องกันการรบกวนจากสนามแม่เหล็กไฟฟ้า

5. คงทนและไม่ถูกรบกวนโดยสภาพดินฟ้าอากาศ แก้วหรือซิลิคอนมีความแข็งแรงกว่าโลหะถึง 20 เท่า โดยที่ซิลิคอนหรือแก้วก็เป็นธาตุเฉื่อย ดังนั้นสภาพแวดล้อมจึงมีผลน้อยกว่าการใช้งานสายที่ทำด้วยโลหะ

6. มีความปลอดภัย ในระบบสายโลหะจำเป็นต้องป้องกันอันตรายให้กับอุปกรณ์หรือมนุษย์ จากไฟฟ้าลัดวงจรระหว่างสาย หรือระหว่างสายกับสายดิน ซึ่งเมื่อใช้เส้นใยแก้วนำแสงแล้วจะไม่มีปัญหากับสิ่งเหล่านี้

2.5 การแพร่กระจายของคลื่น

การแพร่กระจายของพัลส์ในใยแก้วนำแสงมีด้วยกัน 3 แบบคือ (1) การแพร่กระจายของความเร็วกลุ่ม หรือเชิงวัสดุที่เป็นผลมาจากความเร็วในการเดินทางของแสงที่มีความสัมพันธ์กับความยาวคลื่น ดังแสดงในรูปที่ 2.5 (2) การแพร่กระจายแบบท่อนำคลื่น (waveguide dispersion) และ (3) การแพร่กระจายแบบโหมด (mode dispersion) ซึ่งเป็นลักษณะที่เกิดขึ้นกับใยแก้วหลายโหมด



รูปที่ 2.5 แสดงความสัมพันธ์ของการแพร่กระจาย

การแพร่กระจายที่มีผลต่อการเคลื่อนที่ของพัลส์แสงมากและสำคัญที่สุดคือ GVD โดยมีบทบาทสำคัญที่พบเห็นอยู่ในเทอมของดัชนีหักเห (n_0) ที่มีความสำคัญคือ

$$n_0(\omega) = \frac{ck(\omega)}{\omega} \quad (2.4)$$

เมื่อ c คือความเร็วของแสง k คือเลขคลื่นที่สามารถกระจายออกเป็นอนุกรมได้ดังนี้

$$k(\omega) = k_0 + \left(\frac{\partial k}{\partial \omega}\right)(\omega - \omega_0) + \frac{1}{2} \left(\frac{\partial^2 k}{\partial \omega^2}\right)(\omega - \omega_0)^2 + \dots \quad (2.5)$$

เมื่อ $k = k_0$ จะได้

$$\left(\frac{\partial k}{\partial \omega}\right) = \frac{1}{V_g} = \frac{\partial}{\partial \omega} \left(\frac{\omega n_0(\omega)}{c} \right) = \frac{1}{c} \left(n_0(\omega) + \omega \frac{\partial n_0}{\partial \omega}(\omega) \right) \quad (2.6)$$

และ

$$\left(\frac{\partial^2 k}{\partial \omega^2}\right) = \beta = \frac{\partial}{\partial \omega} \left(\frac{1}{V_g} \right) = \frac{1}{V_g^2} \frac{\partial V_g}{\partial \omega} = \frac{1}{c} \left(2 \frac{\partial n_0}{\partial \omega}(\omega) + \omega \frac{\partial^2 n_0}{\partial \omega^2}(\omega) \right) \quad (2.7)$$

เมื่อ V_g เป็นความเร็วกลุ่ม และ β สอดคล้องกับการกระจายแบบความเร็วกลุ่ม ซึ่งไม่เพียงจะขึ้นอยู่กับการสมบัติของแก้วเท่านั้น แต่ยังขึ้นกับคุณสมบัติของท่อใยแก้วด้วย ปกติสามารถเขียนให้อยู่ในรูปแบบของความยาวคลื่น ($\lambda = 2\pi c / \omega$) ได้คือ

$$\frac{\partial n_0}{\partial \omega} = \frac{\partial n_0}{\partial \lambda} \frac{\partial \lambda}{\partial \omega} = \frac{-\lambda^2}{2\pi c} \frac{\partial n_0}{\partial \lambda} \quad (2.8)$$

และจากสมการ (2.6) ได้

$$\frac{1}{V_g} = \frac{1}{c} \left[n_0(\lambda) - \lambda \frac{\partial n_0}{\partial \lambda}(\lambda) \right] \quad (2.9)$$

และจากสมการ (2.7) ได้

$$\beta = \left(\frac{\partial^2 k}{\partial \omega^2}\right) = \frac{-\lambda^2}{2\pi c} \frac{\partial}{\partial \lambda} \left(\frac{1}{V_g} \right) = \frac{\lambda^2}{2\pi c} D \quad (2.10)$$

เมื่อ D คือพารามิเตอร์การแพร่กระจายที่แทนด้วยความสัมพันธ์

$$D = \frac{\lambda}{c} \frac{\partial^2 n_0}{\partial \lambda^2} (\lambda) \quad (2.11)$$

รูปที่ 2.5 เป็นกราฟของการแพร่กระจาย (D) ในหน่วยของ $\text{ps nm}^{-1} \text{ km}^{-1}$ ซึ่งเป็นฟังก์ชันของความยาวคลื่น (λ) ดังจะเห็นว่า D จะมีค่าต่ำเมื่อ $\lambda = \lambda_D \cong 1.3 \mu\text{m}$ และเมื่อ $\lambda < \lambda_D$ จะได้ GVD ตามสมการ (2.7) มีค่าเป็นบวกซึ่งกล่าวได้ว่ามีการแพร่กระจายปกติ ในทางตรงกันข้ามเมื่อ $\lambda > \lambda_D$ จะได้ GVD มีค่าเป็นลบ ซึ่งเป็นการกระจายไม่ปกติ ถ้าเลือกให้ $\lambda = 1.5 \mu$ และจากสมการ (2.6) และ (2.7) จะได้ $D = -10 \text{ ps nm}^{-1} \text{ km}^{-1}$ และสมการ (2.10) จะได้ $\beta = -8 \text{ ps}^2 \text{ km}^{-1}$ ซึ่งจะเห็นได้ว่าแม้พัลส์จะมีความกว้างเป็นพิโควินาที (ps) แต่ก็ทำให้เกิดความผิดพลาดได้เมื่อระยะทางในการส่งสัญญาณเป็นจำนวนกิโลเมตร

2.6 การเคลื่อนที่ของคลื่น

การส่งผ่านคลื่นในเชิงแสงอธิบายได้โดยสมการแมกซ์เวลล์ (Maxwell's equations) ซึ่งอยู่ในรูปแบบเวกเตอร์ สามารถเขียนได้ดังต่อไปนี้ สำหรับกระแสความหนาแน่นเป็นศูนย์ ($J = 0$)

$$\vec{\nabla} \times \vec{E} = -\frac{1}{c} \frac{\partial \vec{B}}{\partial t}, \quad (2.12 \text{ ก})$$

$$\vec{\nabla} \times \vec{H} = \frac{1}{c} \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}, \quad (2.12 \text{ ข})$$

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{D} = 0, \quad (2.12 \text{ ค})$$

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{B} = 0 \quad (2.12 \text{ ง})$$

ในที่นี้ \vec{D} เป็นการกระจัด (displacement) \vec{B} เป็นการเหนี่ยวนำแม่เหล็ก (magnetic induction) \vec{E} เป็นสนามไฟฟ้า และ \vec{H} เป็นสนามแม่เหล็ก

การตอบสนองของตัวกลางสารไดอิเล็กตริกที่มีสนามแม่เหล็กไฟฟ้าความเข้มสูงนั้น เริ่มแสดงคุณสมบัติไม่เป็นเชิงเส้น ขณะที่พัลส์ในใยแก้วนำแสงนั้นมีความไม่เป็นเชิงเส้นขึ้นอยู่กับการโพลาไรซ์ (polarized) ทางไฟฟ้าเหนี่ยวนำที่มีต่อสนามไฟฟ้า (\vec{E}) ซึ่งผลลัพธ์ขึ้นอยู่กับความเข้มของสนามไฟฟ้าที่หักเหที่มีรูปแบบสมการคือ

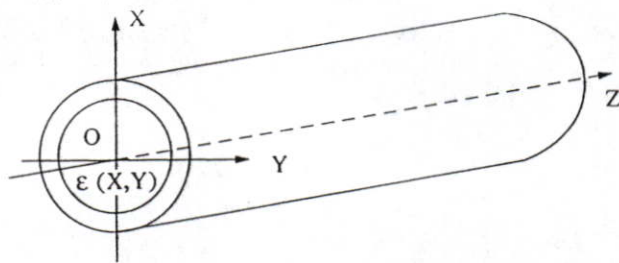
$$n(\omega, |\vec{E}|^2) = n_0(\omega) + n_2 |\vec{E}|^2 \quad (2.13)$$

ในที่นี้ n_0 เรียกว่าสัมประสิทธิ์ของเคอร์ (Kerr coefficient)

พิจารณากรอบของคลื่นหรือเอ็นเวลอป (envelope) โดยเริ่มจากสมการเม็ทซ์เวลล์ สามารถแสดงให้เห็นได้ว่าการเดินทางของคลื่นผ่านตัวกลางสามารถแทนได้ด้วยสมการ

$$\nabla^2 \vec{E} - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2} = \mu_0 \frac{\partial^2 \vec{P}}{\partial t^2} \quad (2.14)$$

โดยทั่วไปพิจารณาโพลาไรเซชัน (\vec{P}) ในส่วนที่เป็นเชิงเส้นและไม่เป็นเชิงเส้น ในที่นี้สมมุติว่าคลื่นโพลาไรซ์เชิงเส้นเดินทางในแนวแกน Z



เมื่อ $\varepsilon(x,y)$ คือเทอมของดัชนีหักเห

รูปที่ 2.6 แสดงลักษณะของใยแก้วนำแสงหรือท่อนำแสง

ซึ่งมีรูปแบบเป็นฟังก์ชันคลื่นคือ

$$\vec{E}(Z,t) = \frac{1}{2} [A(Z,t)e^{i(kz-\omega t)} + A^*(Z,t)e^{-i(kz-\omega t)}] \quad (2.15)$$

เมื่อกำหนดให้แกน Z เป็นทิศทางการเดินทางของคลื่น ในที่นี้ $A(Z,t)$ จะเปลี่ยนแปลงอย่างช้า ๆ ตามแนวขวางของสนามไฟฟ้า ซึ่งขึ้นอยู่กับค่า $Z = \varepsilon z$ และ $T = \varepsilon t$ โดยที่ A^* เป็นคอนจูเกตคอนจูเกต (complex conjugate) k เป็นเลขคลื่น และ ω คือความถี่เชิงมุม เมื่อทำการแทนค่าในสมการ (2.14) และ (2.15) โดยตัดทิ้งฮาร์โมนิคอันดับ 3 เป็นต้นไปจะได้สมการต่อไปนี้

$$\frac{c^2 k^2}{\omega} 1 + \chi_L(\omega) + 3\chi_{NL}|A|^2 = n^2(\omega) \quad (2.16)$$

เมื่อ χ_L และ χ_{NL} เป็นค่าไดอิเล็กตริกซ์เซฟติบิลิตี้ (susceptibility) ที่เป็นเชิงเส้นและไม่เชิงเส้นตามลำดับ โดยการใช้สมการ (2.14) และ (2.16) แล้วสมการของค่าดัชนีหักเหเขียนได้เป็น

$$n(\omega) = n_0(\omega) + n_2|A|^2 \quad (2.17)$$

ดังนั้นจากสมการ (2.13) และ (2.17) จะได้

$$n_0^2(\omega) \cong 1 + \chi_L(\omega) \quad (2.18)$$

เมื่อ $2n_0n_2 = 3\chi_{NL}$

จากความสัมพันธ์ตามสมการ (2.16) เขียนให้อยู่ในรูปไม่เป็นเชิงเส้นได้คือ

$$k = k(\omega, |A|^2) \quad (2.19)$$

จากสมการ (2.19) พิจารณาการกระจายอนุกรมเทย์เลอร์ถึงเทอมที่ไม่เป็นเชิงเส้นคือ $(\partial/\partial|A|^2)$ ซึ่งหาค่าที่แอมพลิจูด $|A_0|^2 = 0$ จะได้สมการใหม่เป็น

$$k - k_0 = \frac{\partial k}{\partial \omega}(\omega - \omega_0) + \frac{1}{2} \frac{\partial^2 k}{\partial \omega^2}(\omega - \omega_0)^2 + \frac{\partial k}{\partial |A|^2}(|A|^2) + \dots \quad (2.20)$$

ในที่นี้แทนค่า $(k - k_0) = k$ ด้วย $-i\varepsilon(\partial/\partial z)$ และ $(\omega - \omega_0) = \Omega$ ด้วย $i\varepsilon(\partial/\partial z)$ ที่มี A เป็นฟังก์ชันเชิงซ้อนได้ดังสมการ

$$\varepsilon i \left(\frac{\partial A}{\partial z} + \frac{1}{V_g} \frac{\partial A}{\partial T} \right) - \frac{1}{2} \varepsilon^2 \beta \frac{\partial^2 A}{\partial T^2} + \varepsilon^2 \frac{\partial k}{\partial |A|^2} |A|^2 A = 0 \quad (2.21)$$

เมื่อ V_g เป็นความเร็วกลุ่ม สมมุติให้เทอมที่ไม่เป็นเชิงเส้นมีขนาดเล็กคือ $O(\varepsilon^2)$ ค่าของ $1/V_g$ และ β เป็นไปตามสมการ (2.6) และ (2.7)

$$A = A(T - Z/V_g), S = \varepsilon Z = \varepsilon^2 z, t = T - Z/V_g = \varepsilon(t - z/V_g) \quad (2.21 ก)$$

ซึ่งทำให้สมการ (2.21) เปลี่ยนรูปเป็นสมการชโรดิงเจอร์แบบไม่เชิงเส้น(nonlinear Schrodinger equation, NSE) คือ

$$i \frac{\partial A}{\partial S} - \frac{1}{2} \beta \frac{\partial^2 A}{\partial t^2} + Q|A|^2 A = 0 \quad (2.22)$$

เมื่อ $Q = \partial k / \partial |A|^2$ โดยที่ $Q = n_2 k_0 / A_e$

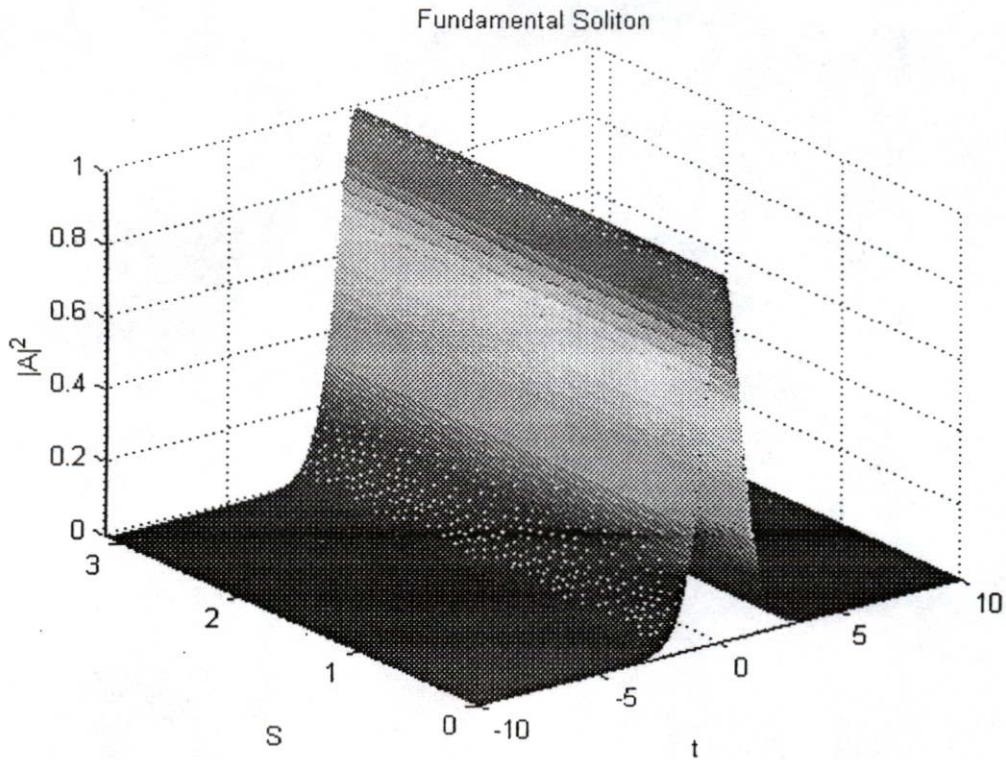
เมื่อ A_e คือเอฟเฟคทีฟ คอร์ แอเรีย(effective core area)

2.7 โซลิตอนพื้นฐาน(fundamental soliton)

สมการชโรดิงเจอร์แบบไม่เชิงเส้นสามารถหาคำเฉลยด้วยเทคนิคทางด้านคณิตศาสตร์ที่เรียกว่าระเบียบวิธีการกระเจิงกลับ(inverse scattering method, ISM) ในทางปฏิบัติเราสนใจในกรณี ที่ $\lambda = 1.5 \mu\text{m}$ ซึ่งตรงกับการสูญเสียที่ต่ำที่สุด และการขยายสัญญาณด้วยใยแก้วนำแสง ในการหาคำเฉลยของโซลิตอนพื้นฐาน หาได้จากสมการ (2.22) โดยระเบียบวิธีข้างต้นมีคำตอบดังต่อไปนี้

$$A(S, t) = \text{sech}(t) \exp(jS / 2) \quad (2.24)$$

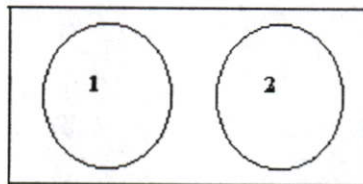
ดังแสดงในรูปที่ 2.6 โดยที่ $0 \leq S \leq \pi, -10 \leq t \leq 10$ ซึ่งจะเห็นได้ว่าพัลส์ไม่มีการเปลี่ยนรูปร่างตลอดการแพร่ของโซลิตอน



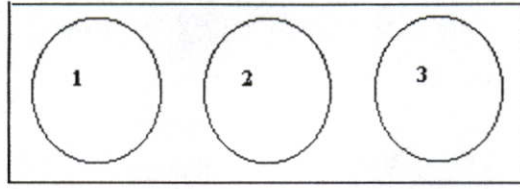
รูปที่ 2.7 โซลิตอนพื้นฐาน ($\Delta S = \pi / 200$, $\Delta t = 0.05$)

2.8 คัปเปิลอริเยกัวนำแสงไม่เชิงเส้นหลายแกน

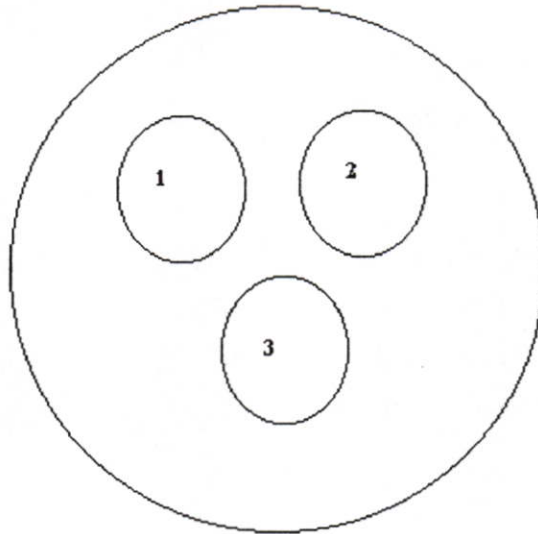
คัปเปิลอริเยกัวนำแสงไม่เชิงเส้นหลายแกนคือ การนำท่อนำคลื่น (waveguide) หลาย ๆ อัน มาวางใกล้ ๆ กันในอุปกรณ์คัปเปิลอร์ ซึ่งทำให้เกิดปรากฏการณ์ที่สำคัญคือเกิดการสวิตชิง ซึ่งภาพต่อไปนี้เป็นารแสดงรูปแบบของคัปเปิลอริเยกัวนำแสงไม่เชิงเส้นหลายแกน ในกรณีของคัปเปิลอริเยกัวนำแสงไม่เชิงเส้นสองแกน, สามแกนแบบอะเรย์และสามเหลี่ยมด้านเท่า



รูปที่ 2.8 คัปเปิลอริเยกัวนำแสงไม่เชิงเส้นสองแกน



รูปที่ 2.9 คัปเปลอร์ไอแคว์นำแสงไม่เชิงเส้นสามแกนแบบอะเรย์



รูปที่ 2.10 คัปเปลอร์ไอแคว์นำแสงไม่เชิงเส้นสามแกนแบบสามเหลี่ยมด้านเท่า

ระบบสมการสำหรับโซลิตอนที่ใช้อธิบายการคัปปลิงของคัปเปลอร์ไอแคว์นำแสงไม่เชิงเส้นสามแกนแบบสามเหลี่ยมด้านเท่า สามารถเขียนได้ดังนี้

$$i \frac{\partial u_1}{\partial \xi} = -\frac{1}{2} \frac{\partial^2 u_1}{\partial \tau^2} - \kappa(u_2 + u_3) - |u_1|^2 u_1, \quad (2.24 ก)$$

$$i \frac{\partial u_2}{\partial \xi} = -\frac{1}{2} \frac{\partial^2 u_2}{\partial \tau^2} - \kappa(u_1 + u_3) - |u_2|^2 u_2, \quad (2.24 ข)$$

$$i \frac{\partial u_3}{\partial \xi} = -\frac{1}{2} \frac{\partial^2 u_3}{\partial \tau^2} - \kappa(u_1 + u_2) - |u_3|^2 u_3 \quad (2.24 ค)$$

เมื่อ u_i ($i = 1, 2, 3$) คือองค์ประกอบของนอร์มัลไรซ์เอนเวล็อปของพัลส์ที่มีการเปลี่ยนแปลงอย่างช้า ๆ ในแกนเส้นใยแคว์นำแสง ξ คือโคออร์ดิเนตของตำแหน่ง τ คือเวลาที่เคลื่อนที่ในกรอบอ้างอิงของความเร็วกลุ่ม และ κ คือสัมประสิทธิ์ในการคัปปลิงเชิงเส้น

พารามิเตอร์ (parameter) ที่น่าสนใจของระบบสมการ (2.24 ก) - (2.24 ค) คือสัมประสิทธิ์ในการคับปลิงเชิงเส้น พารามิเตอร์ตัวนี้ในความหมายทางด้านฟิสิกส์หมายความว่าความถี่ระหว่างระนาบแกนใกล้เคียงเท่าไร ถ้าสัมประสิทธิ์ในการคับปลิงเชิงเส้นมีค่ามาก แสดงว่าระยะห่างระหว่างแกนใกล้เคียงกันมาก ช่วงของสัมประสิทธิ์ในการคับปลิงเชิงเส้นอยู่ในช่วง $0 < \kappa \leq 1$

ระบบสมการ (2.24 ก) - (2.24 ค) เป็นระบบสมการสำหรับคับเปลอริโยแก้วนำแสงไม่เชิงเส้นสามแกนแบบสามเหลี่ยมด้านเท่า ถ้าเราเซต $u_3 = 0$ ในสมการ (2.24 ก) และ (2.24 ข) โดยตัดสมการ (2.24 ค) เราจะได้ระบบสมการสำหรับคับเปลอริโยแก้วนำแสงไม่เชิงเส้นสองแกน (ดูรูปที่ 2.8) แต่ถ้าเราเซต $u_3 = 0$ ในสมการ (2.24 ก) และ $u_1 = 0$ ในสมการ (2.24 ค) เราจะได้ระบบสมการสำหรับคับเปลอริโยแก้วนำแสงไม่เชิงเส้นสามแกนแบบอะเรย์ (ดูรูปที่ 2.9)

หมายเหตุ ในวิทยานิพนธ์ฉบับนี้หาผลเฉลยของการส่งผ่านพัลส์โซลิตอนในคับเปลอริโยแก้วนำแสงไม่เชิงเส้นสามแกนแบบสามเหลี่ยมด้านเท่า

2.9 ครึ่งหนึ่งของความยาวบิตในคับเปลอริโยแก้วนำแสงไม่เชิงเส้นหลายแกน

ครึ่งหนึ่งของความยาวบิต (half-beat length, L_c) ในคับเปลอริโยแก้วนำแสงไม่เชิงเส้นหลายแกนคือ ความยาวครึ่งหนึ่งที่เมื่ออินพุตสัญญาณไปยังแกนใดแกนหนึ่ง แล้วทำให้สัญญาณนั้นถูกถ่ายทอดไปยังแกนอื่นเกือบสมบูรณ์ ตัวอย่างเช่น ครึ่งหนึ่งของความยาวบิตในคับเปลอริโยแก้วนำแสงไม่เชิงเส้นสองแกนคือ $L_c = \pi / (2\kappa)$ ส่วนคับเปลอริโยแก้วนำแสงไม่เชิงเส้นสามแกนแบบอะเรย์และสามเหลี่ยมด้านเท่าคือ $L_c = \pi / (\sqrt{2}\kappa)$ และ $L_c = \pi / (3\kappa)$ ตามลำดับ แสดงว่าครึ่งหนึ่งของความยาวบิตขึ้นกับสัมประสิทธิ์ในการคับปลิงเชิงเส้น โดยที่ถ้าสัมประสิทธิ์ในการคับปลิงเชิงเส้นมีค่ามากครึ่งหนึ่งของความยาวบิตจะมีระยะที่สั้นลง

- หมายเหตุ**
1. วิทยานิพนธ์ฉบับนี้ใช้ $L_c = \pi / (3\kappa)$
 2. รายละเอียดดูได้จาก [3], [8] และ [12]

บทที่ 3

ระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์

3.1 ระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์คืออะไร

ในการแก้ปัญหาใดปัญหาหนึ่ง ปัญหานั้นจะประกอบด้วยสมการเชิงอนุพันธ์และเงื่อนไขขอบเขต (boundary conditions) ที่กำหนดมาให้ ผลเฉลยแม่นยำ (exact solution) ของปัญหาดังกล่าวประกอบด้วยค่าของตัวแปรต่าง ๆ กันตามตำแหน่งต่าง ๆ ของรูปร่างลักษณะของปัญหานั้น หรือกล่าวอีกนัยหนึ่งก็คือ ผลเฉลยแม่นยำประกอบด้วยค่าต่าง ๆ ทั้งหมดนับเป็นจำนวนอนันต์ค่า แทนที่จะทำการหาค่าแม่นยำที่ประกอบด้วยค่าต่าง ๆ จำนวนมากมายเช่นนี้ ซึ่งสำหรับปัญหาในทางปฏิบัติจะทำได้ หลักการก็คือทำการเปลี่ยนค่าทั้งหมดที่มีจำนวนอนันต์ค่านั้นมาเป็นค่าโดยประมาณที่มีจำนวนที่นับได้ (finite) ด้วยการแทนรูปร่างลักษณะของปัญหาดังกล่าวด้วยเอลิเมนต์ (element) ซึ่งมีขนาดต่าง ๆ กัน

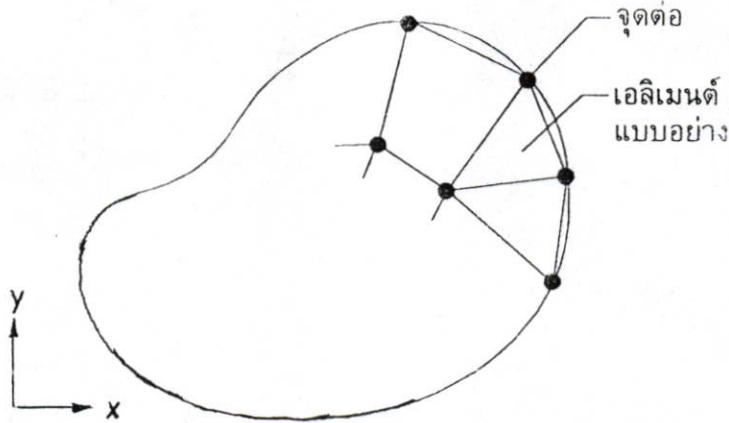
ระเบียบวิธีดังกล่าวข้างต้นซึ่งบ่งเป็นนัยว่าผลเฉลยของแต่ละเอลิเมนต์นั้นจำเป็นต้องสอดคล้อง (satisfy) กับสมการเชิงอนุพันธ์และเงื่อนไขขอบเขตที่กำหนดมาให้ในปัญหานั้น ๆ ซึ่งหมายความว่า หลักการของระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์เริ่มต้นจากการพิจารณาเอลิเมนต์ทีละเอลิเมนต์ โดยทำการสร้างสมการสำหรับแต่ละเอลิเมนต์ที่ตั้งอยู่บนรากฐานที่ว่าสมการที่สร้างขึ้นมานั้นจำเป็นต้องสอดคล้องกับสมการเชิงอนุพันธ์ของปัญหาที่ทำอยู่นั้น หลังจากนั้นจึงนำสมการของแต่ละเอลิเมนต์ที่สร้างขึ้นมาได้มาประกอบกันเข้าก่อให้เกิดระบบสมการชุดใหญ่ ซึ่งในความหมายทางกายภาพก็คล้ายกับการนำทุกเอลิเมนต์มาประกอบรวมเข้าด้วยกันก่อให้เกิดเป็นรูปร่างลักษณะทั้งหมดของปัญหาที่แท้จริง จากนั้นจึงทำการกำหนดเงื่อนไขขอบเขตที่ให้มาลงไปในระบบสมการชุดใหญ่นี้ แล้วจึงทำการแก้สมการดังกล่าว ซึ่งจะก่อให้เกิดผลเฉลยโดยประมาณที่ต้องการ ณ ตำแหน่งต่าง ๆ ของปัญหานั้น

ความแม่นยำของผลเฉลยที่คำนวณออกมาได้ขึ้นอยู่กับขนาดและจำนวนของเอลิเมนต์ที่ใช้ในการแก้ปัญหานั้น นอกจากนี้ที่กล่าวมานั้นยังขึ้นอยู่กับการสมมุติรูปแบบของฟังก์ชันการประมาณค่าภายใน (interpolation functions) ที่ใช้กับแต่ละเอลิเมนต์นั้น

3.2 ขั้นตอนทั่วไปของระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์

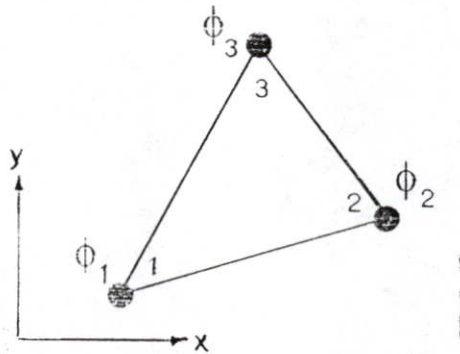
ระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์ประกอบด้วยขั้นตอนใหญ่ ๆ ทั้งหมด 6 ขั้นตอนดังต่อไปนี้

ขั้นตอนที่ 1 การแบ่งขอบเขตรูปร่างลักษณะของปัญหาที่ต้องการที่จะหาผลลัพธ์นั้นออกเป็นเอลิเมนต์ย่อย ๆ ดังแสดงในรูปที่ 3.1



รูปที่ 3.1 การแบ่งรูปร่างลักษณะของปัญหาออกเป็นเอลิเมนต์แบบต่าง ๆ

ขั้นตอนที่ 2 การเลือกฟังก์ชันประมาณค่าภายในเอลิเมนต์ (element interpolation function) เช่น เอลิเมนต์สามเหลี่ยม (เอลิเมนต์แบบอย่างดังแสดงในรูปที่ 3.1) เอลิเมนต์ดังกล่าวประกอบด้วย 3 จุดต่อที่มีหมายเลข 1, 2 และ 3 ดังแสดงในรูปที่ 3.2 โดยที่จุดต่อนี้เป็นตำแหน่งของตัวไม่รู้ค่า (nodal unknowns) ซึ่งคือ ϕ_1 , ϕ_2 และ ϕ_3



รูปที่ 3.2 เอลิเมนต์สามเหลี่ยม

ลักษณะการกระจายของตัวไม่รู้ค่าบนเอลิเมนต์นี้สามารถทำให้อยู่ในรูปของฟังก์ชันการประมาณภายในและตัวไม่รู้ค่าที่จุดต่อได้ดังนี้

$$\phi(x, y) = N_1(x, y)\phi_1 + N_2(x, y)\phi_2 + N_3(x, y)\phi_3 \quad (3.1)$$

โดย $N_i(x, y)$, $i = 1, 2, 3$ คือฟังก์ชันการประมาณภายในเอลิเมนต์ สมการ (3.1) สามารถเขียนให้อยู่ในรูปแบบของเมทริกซ์ได้ดังนี้

$$\begin{aligned} \phi(x, y) &= [N_1 \ N_2 \ N_3] \begin{Bmatrix} \phi_1 \\ \phi_2 \\ \phi_3 \end{Bmatrix} \\ &= [N] \{\phi\} \end{aligned} \quad (3.2)$$

(1x3)(3x1)

โดยที่ $[N]$ คือเมทริกซ์ของฟังก์ชันการประมาณภายในเอลิเมนต์ และ $\{\phi\}$ คือเวกเตอร์เมทริกซ์ที่ประกอบด้วยตัวไม่รู้ค่าที่จุดต่อของเอลิเมนต์นั้น

ขั้นตอนที่ 3 การสร้างสมการเอลิเมนต์ (element equations)

$$[K]_e \{\phi\}_e = \{F\}_e \quad (3.3)$$

ขั้นตอนที่ 3 นี้ถือว่าเป็นหัวใจสำคัญของระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์ การสร้างสมการเอลิเมนต์ที่อยู่ในรูปแบบของสมการ (3.3) สามารถทำได้โดย

ก.วิธีการโดยตรง (direct approach)

ข.วิธีการแปรผัน (variational approach)

ค.วิธีการถ่วงน้ำหนักเศษตกค้าง (method of weighted residuals)

หมายเหตุ ในบทที่ 3 นี้จะนำเสนอเพียงวิธีการถ่วงน้ำหนักเศษตกค้าง ซึ่งใช้ในวิทยานิพนธ์

ขั้นตอนที่ 4 การนำสมการแต่ละเอลิเมนต์ที่ได้มาประกอบกันก่อให้เกิดระบบสมการพร้อมกันขึ้น (system of simultaneous equations) ในรูปแบบดังนี้

$$\sum (\text{element equation}) \Rightarrow [K]_{sys} \{\phi\}_{sys} = \{F\}_{sys} \quad (3.4)$$

ขั้นตอนที่ 5 ทำการประยุกต์เงื่อนไขขอบเขตลงในสมการ (3.4) แล้วจึงทำการหาผลเฉลยของสมการนั้นเพื่อหา $\{\phi\}_{sys}$ อันประกอบด้วยตัวไม่รู้ค่าที่จุดต่อ

ขั้นตอนที่ 6 เมื่อคำนวณค่าต่าง ๆ ที่จุดต่อออกมาได้แล้วก็สามารถทำการหาค่าอื่น ๆ ที่ต้องการทราบออกมาได้

3.3 ระเบียบวิธีการถ่วงน้ำหนักเศษตกค้าง

การแก้ปัญหาไฟไนต์เอลิเมนต์โดยระเบียบวิธีการถ่วงน้ำหนักเศษตกค้างประกอบด้วยลำดับขั้นตอนที่สำคัญ 6 ขั้นตอนดังต่อไปนี้

ขั้นตอนที่ 1 แบ่งรูปร่างลักษณะของปัญหาที่กำหนดมาให้ออกเป็นเอลิเมนต์ย่อย จากนั้นให้ทำการหาสมการเชิงอนุพันธ์ที่สอดคล้องกับปัญหาที่ต้องการแก้ นั้น โดยที่สมการเชิงอนุพันธ์โดยทั่วไปสามารถเขียนให้อยู่ในรูป

$$L(\bar{\phi}) = 0 \quad (3.5)$$

โดย L คือตัวดำเนินการเชิงอนุพันธ์ (differential operator) และ $\bar{\phi}$ คือตัวแปรตามแน่นอนตรง

ขั้นตอนที่ 2 สมมุติลักษณะการกระจายของผลเฉลย โดยประมาณบนเอลิเมนต์ให้อยู่ในรูป

$$\phi = \phi(x, y) = \sum_{i=1}^m N_i \phi_i = [N] \{\phi\} \quad (3.6)$$

(1xm)(mx1)

โดย m คือจำนวนจุดต่อของเอลิเมนต์นั้น N_i คือฟังก์ชันการประมาณภายในเอลิเมนต์ และ ϕ_i คือตัวไม่รู้ค่าที่จุดต่อ

ขั้นตอนที่ 3 สร้างสมการไฟไนต์เอลิเมนต์โดยระเบียบวิธีการถ่วงน้ำหนักเศษตกค้าง หากเราทำการแทนผลเฉลยโดยประมาณดังแสดงในสมการ (3.6) ลงในสมการเชิงอนุพันธ์ (3.5) เราจะพบว่า $L(\phi) \neq 0$ แต่ $L(\phi) = R$ ซึ่ง R คือเศษตกค้าง (residual) นั้นหมายถึงถึง

$$R = L(\phi) = L([N] \{\phi\}) = L\left(\sum_{i=1}^m N_i \phi_i\right) \quad (3.7)$$

ซึ่งมีขั้นตอนโดยเริ่มจากการคูณเศษตกค้าง R ด้วยฟังก์ชันน้ำหนัก (weighting function) W จากนั้นจึงอินทิเกรตตลอดทั้งโดเมนของเอลิเมนต์นั้น แล้วกำหนดผลที่ได้ให้เท่ากับศูนย์ นั่นคือ

$$\int_{\Omega} W_i R d\Omega = 0 \quad (3.8)$$

$i = 1, 2, 3, \dots, m$ และโดยปกติเราจะเลือก $W_i = N_i$ ซึ่งเรียกว่าบับโนฟ - กาเลอร์กิน (Bubnov - Galerkin) แต่หากเราเลือก $W_i \neq N_i$ ซึ่งเรียกว่าเพทรอฟ - กาเลอร์กิน (Petrov - Galerkin)

ขั้นตอนที่ 4 อินทิเกรตทีละส่วน (integrate by parts) ซึ่งหากเราแทนสมการ (3.7) ลงใน (3.8) แล้วอินทิเกรตทีละส่วนจะได้

$$\begin{aligned} \int_{\Omega} W_i R d\Omega &= \int_{\Omega^e} W_i L \left(\sum_{i=1}^m N_i \phi_i \right) d\Omega \\ &= \int_{\Omega^e} (W_i, N_i, \phi_i) d\Omega + \int_{\Gamma^e} (W_i, N_i, \phi_i) d\Gamma = 0 \end{aligned}$$

พจน์ที่เกี่ยวข้องกับโดเมน พจน์ที่เกี่ยวข้องกับขอบเขต
ของเอลิเมนต์, Ω^e ของเอลิเมนต์, Γ^e

ขั้นตอนที่ 5 แทนพจน์ที่เกี่ยวข้องกับขอบเขตของเอลิเมนต์, Γ^e ด้วยภาวะขอบเขตอื่น ๆ ที่เกี่ยวข้อง ซึ่งจะก่อให้เกิดสมการของเอลิเมนต์ที่สมบูรณ์สำหรับปัญหานั้น

ขั้นตอนที่ 6 จากนั้นจึงเขียนสมการของเอลิเมนต์ ซึ่งมีทั้งหมด m สมการให้อยู่ในรูปของเมทริกซ์ นั่นคือ

$$\begin{aligned} [K]\{\phi\} &= \{F\} \\ (m \times m)(m \times 1) & (m \times 1) \end{aligned} \quad (3.9)$$

โดย $[K]$ คือเอลิเมนต์เมทริกซ์ของความแข็งแกร่ง (element stiffness matrix) $\{\phi\}$ คือเวกเตอร์ที่ประกอบด้วยตัวไม่รู้ค่าที่จุดต่างๆ ของเอลิเมนต์ และ $\{F\}$ คือโหนดเวกเตอร์ของเอลิเมนต์นั้น เมื่อได้สมการไฟไนต์เอลิเมนต์ดังเช่นแสดงในสมการ (3.9) แล้วทำเหมือนเดิม

3.4 การแปลงพิกัด(coordinate transformation)

พิจารณาเซตของพิกัดเฉพาะที่(local coordinates) ξ, η, ζ และสอดคล้องกับเซตของพิกัดวงกว้าง(global coordinates) x, y, z ต่อไปนี้

$$x = x(\xi, \eta, \zeta) \quad (3.10)$$

$$y = y(\xi, \eta, \zeta) \quad (3.11)$$

$$z = z(\xi, \eta, \zeta) \quad (3.12)$$

โดยใช้กฎของอนุพันธ์ย่อยเราสามารถเขียนความสัมพันธ์การแปลงสำหรับอนุพันธ์คือ

$$\begin{bmatrix} \partial / \partial \xi \\ \partial / \partial \eta \\ \partial / \partial \zeta \end{bmatrix} = [J] \begin{bmatrix} \partial / \partial x \\ \partial / \partial y \\ \partial / \partial z \end{bmatrix} \quad (3.13)$$

เมื่อ $[J]$ คือจาโคเบียนเมทริกซ์(Jacobian matrix) และให้โดย

$$[J] = \begin{bmatrix} \partial x / \partial \xi & \partial y / \partial \xi & \partial z / \partial \xi \\ \partial x / \partial \eta & \partial y / \partial \eta & \partial z / \partial \eta \\ \partial x / \partial \zeta & \partial y / \partial \zeta & \partial z / \partial \zeta \end{bmatrix} \quad (3.14)$$

ต่อไปหาอนุพันธ์วงกว้าง(global derivatives) โดยทำการผกผัน(inverse) $[J]$ และเขียน

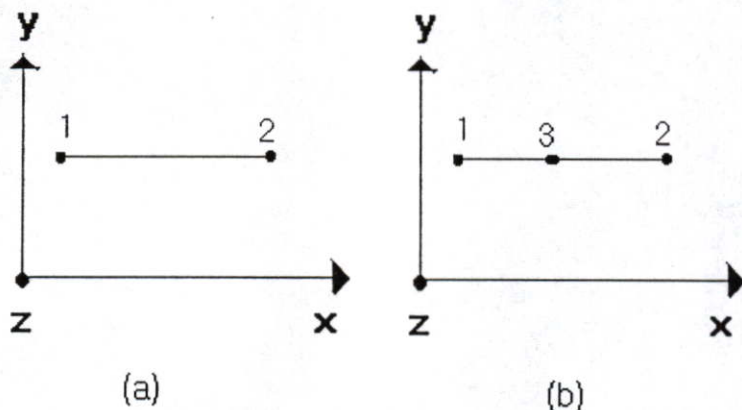
$$\begin{bmatrix} \partial / \partial x \\ \partial / \partial y \\ \partial / \partial z \end{bmatrix} = [J]^{-1} \begin{bmatrix} \partial / \partial \xi \\ \partial / \partial \eta \\ \partial / \partial \zeta \end{bmatrix} \quad (3.15)$$

เมื่อ $[J]^{-1}$ คือผกผันของจาโคเบียนเมทริกซ์ ความสัมพันธ์การแปลงสำหรับอินทิเกรตคือ

$$\iiint f(x, y, z) dx dy dz = \iiint f(\xi, \eta, \zeta) J(\xi, \eta, \zeta) d\xi d\eta d\zeta \quad (3.16)$$

เมื่อ $|J|$ คือดีเทอร์มิแนนต์ (determination) ของจาโคเบียนเมทริกซ์

ในปัญหาหนึ่งมิติ (one - dimensional problem) ตัวอย่างเอลิเมนต์ที่ใช้คือ เอลิเมนต์เส้นตรง (line elements) แสดงในรูปที่ 3.3 และกำหนดพิกัดเส้นตรง (line coordinates) คือ L_1, L_2



รูปที่ 3.3 เอลิเมนต์เส้นตรง (a) เอลิเมนต์เส้นตรงแบบเชิงเส้น (linear element)

(b) เอลิเมนต์เส้นตรงแบบกำลังสอง (quadratic element)

สมการความสัมพันธ์ระหว่างพิกัดเส้นตรงและพิกัดคาร์ทีเซียน (cartesian coordinates) ให้โดย

$$\begin{bmatrix} 1 \\ x \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ x_1 & x_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} L_1 \\ L_2 \end{bmatrix} \quad (3.17)$$

หรือ

$$\begin{bmatrix} L_1 \\ L_2 \end{bmatrix} = \frac{1}{l_e} \begin{bmatrix} x_1 & -1 \\ -x_1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ x \end{bmatrix} \quad (3.18)$$

เมื่อ x_k เป็นพิกัดคาร์ทีเซียนของด้าน k ($k = 1, 2$) ของเส้นตรงและความยาวของเอลิเมนต์ l_e คือ

$$l_e = x_2 - x_1 \quad (3.19)$$

นิยามพิกัดเฉพาะที่ ξ คือ

$$L_1 = \xi \quad (3.20)$$

$$L_2 = 1 - L_1 = 1 - \xi \quad (3.21)$$

ความสัมพันธ์การแปลงสำหรับอนุพันธ์ให้โดย

$$\frac{d}{d\xi} = -l_e \frac{d}{dx} \quad (3.22)$$

หรือ

$$\frac{d}{dx} = -\frac{1}{l_e} \frac{d}{d\xi} \quad (3.23)$$

ความสัมพันธ์การแปลงสำหรับอินทิเกรตให้โดย

$$\int_e^1 f(x) dx = l_e \int_0^1 f(\xi) d\xi \quad (3.24)$$

จากสมการ (3.20) ถึง (3.24) เราสามารถเขียนสูตรอนุพันธ์และอินทิเกรตคือ

$$\begin{aligned} \frac{df}{dx} &= -\frac{1}{l_e} \left(\frac{\partial f}{\partial L_1} \frac{\partial L_1}{\partial \xi} + \frac{\partial f}{\partial L_2} \frac{\partial L_2}{\partial \xi} \right) \\ &= \frac{1}{l_e} \left(-\frac{\partial f}{\partial L_1} + \frac{\partial f}{\partial L_2} \right) \end{aligned} \quad (3.25)$$

$$\begin{aligned} \int_e^1 L_1^k L_2^l dx &= l_e \int_0^1 \xi^k (1 - \xi)^l d\xi \\ &= l_e \frac{k! l!}{(k + l + 1)!} \end{aligned} \quad (3.26)$$

เวกเตอร์ฟังก์ชันพื้นฐาน (shape function) และอนุพันธ์สรุปในตารางที่ 3.1

ตารางที่ 3.1 ฟังก์ชันพื้นฐานสำหรับเอลิเมนต์เส้นตรงและอนุพันธ์

| เอลิเมนต์ | เลขที่ จุดต่อ | (L_1, L_2) | $\{N\}$ | $\{N_x\} = \frac{d\{N\}}{dx}$ |
|-----------|------------------|------------------------------|---|--|
| เชิงเส้น | 1 | (1,0) | $\begin{bmatrix} L_1 \\ L_2 \end{bmatrix}$ | $\frac{1}{l_e} \begin{bmatrix} -1 \\ 1 \end{bmatrix}$ |
| | 2 | (0,1) | | |
| กำลังสอง | 1 | (1,0) | $\begin{bmatrix} L_1(2L_1 - 1) \\ L_2(2L_2 - 1) \\ 4L_1L_2 \end{bmatrix}$ | $\frac{1}{l_e} \begin{bmatrix} 1 - 4L_1 \\ 4L_2 - 1 \\ 4(L_1 - L_2) \end{bmatrix}$ |
| | 2 | (0,1) | | |
| | 3 | $(\frac{1}{2}, \frac{1}{2})$ | | |

ในการสร้างสมการไฟไนต์เอลิเมนต์คำนวณได้ดังต่อไปนี้

(1) เอลิเมนต์เส้นตรงเชิงเส้น

$$\int_e \{N\}\{N\}^T dx = \frac{l_e}{6} \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 2 \end{bmatrix} \quad (3.27)$$

$$\int_e \{N_x\}\{N_x\}^T dx = \frac{1}{l_e} \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix} \quad (3.28)$$

$$\int_e \{N_x\}\{N\}^T dx = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} -1 & -1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} \quad (3.29)$$

(2) เอลิเมนต์เส้นตรงกำลังสอง

$$\int_e \{N\}\{N\}^T dx = \frac{l_e}{30} \begin{bmatrix} 4 & -1 & 2 \\ -1 & 4 & 2 \\ 2 & 2 & 16 \end{bmatrix} \quad (3.30)$$

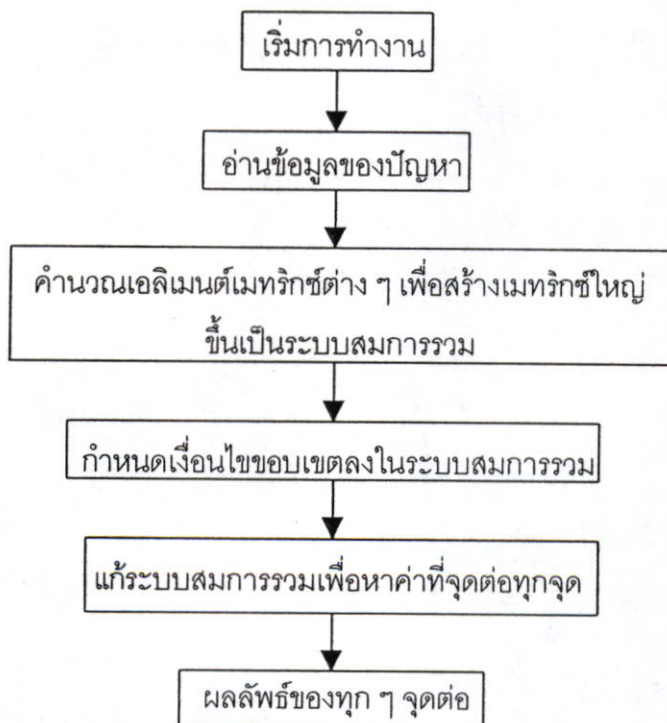
$$\int_e \{N_x\}\{N_x\}^T dx = \frac{1}{3l_e} \begin{bmatrix} 7 & 1 & -8 \\ 1 & 7 & -8 \\ -8 & -8 & 16 \end{bmatrix} \quad (3.31)$$

$$\int_0^1 \{W_x\} \{W_x\}^T dx = \frac{1}{6} \begin{bmatrix} -3 & 1 & -4 \\ -1 & 3 & 4 \\ 4 & -4 & 0 \end{bmatrix} \quad (3.32)$$

- หมายเหตุ 1. เมทริกซ์ $\{W_x\} \{W_x\}^T$ เป็นทรานสโพส (transpose) ของเมทริกซ์ $\{W_x\} \{W_x\}^T$
 2. ในวิทยานิพนธ์ฉบับนี้ใช้เอลิเมนต์เส้นตรงกำลังสอง

3.5 โปรแกรมคอมพิวเตอร์

ในการศึกษาระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์นั้น การทำความเข้าใจในการประดิษฐ์และใช้ไฟไนต์เอลิเมนต์โปรแกรมคอมพิวเตอร์เป็นสิ่งที่มีความสำคัญไม่น้อยไปกว่าทางด้านทฤษฎีของระเบียบวิธีนี้ ประสิทธิภาพของการคำนวณของโปรแกรมคอมพิวเตอร์นั้นขึ้นอยู่กับวิธีการเขียนโปรแกรมจากประสบการณ์ของผู้แต่งโปรแกรมนั้น ๆ โดยตรง ขนาดของโปรแกรมอาจมีขนาดเล็กสำหรับใช้ในการศึกษาและทำวิจัย ไปจนถึงขนาดใหญ่ที่ใช้ในการออกแบบในภาคอุตสาหกรรม อย่างไรก็ตามลักษณะของการประดิษฐ์โปรแกรมไม่ว่าจะเป็นโปรแกรมขนาดเล็กหรือใหญ่ จะประกอบด้วยขั้นตอนที่คล้ายคลึงกันอันประกอบด้วย การสร้างสมการไฟไนต์เอลิเมนต์สำหรับแต่ละเอลิเมนต์ การรวมสมการจากทุกเอลิเมนต์เข้าด้วยกันก่อให้เกิดระบบสมการรวม จากนั้นจึงประยุกต์เงื่อนไขขอบเขตก่อนทำการแก้ระบบสมการนั้นเพื่อหาผลลัพธ์ที่จุดต่อต่าง ๆ ดังแผนภาพต่อไปนี้



รูปที่ 3.4 แผนภาพแสดงขั้นตอนการเขียนโปรแกรม

- หมายเหตุ 1. วิทยานิพนธ์ฉบับนี้ใช้โปรแกรมแมตแลบ
2. รายละเอียดดูได้จาก [1] และ [2]

บทที่ 4

ระเบียบวิธีเชิงจำนวน

ระเบียบวิธีเชิงจำนวนที่ใช้ในการหาผลเฉลยของการส่งผ่านโซลิตอนของคัปเปิลอริโยแก้ว นำแสงไม่เชิงเส้นสามแกนแบบสามเหลี่ยมด้านเท่าคือ ระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์ที่อยู่บนพื้นฐานระเบียบวิธีกาลูเออร์คิน (Galerkin method) เพื่อนำมาหาผลเฉลยของระบบสมการต่อไปนี้

$$i \frac{\partial u_1}{\partial \xi} + \frac{1}{2} \frac{\partial^2 u_1}{\partial \tau^2} + \kappa(u_2 + u_3) + |u_1|^2 u_1 = 0 , \quad (4.1)$$

$$i \frac{\partial u_2}{\partial \xi} + \frac{1}{2} \frac{\partial^2 u_2}{\partial \tau^2} + \kappa(u_1 + u_3) + |u_2|^2 u_2 = 0 , \quad (4.2)$$

$$i \frac{\partial u_3}{\partial \xi} + \frac{1}{2} \frac{\partial^2 u_3}{\partial \tau^2} + \kappa(u_1 + u_2) + |u_3|^2 u_3 = 0 \quad (4.3)$$

$$0 < \kappa \leq 1$$

เงื่อนไขขอบเขต (boundary condition, B.C.)

$$\begin{aligned} \frac{\partial u_1}{\partial \tau} = \frac{\partial u_2}{\partial \tau} = \frac{\partial u_3}{\partial \tau} = 0 , \\ u_1(\xi, \tau = -\infty) = u_1(\xi, \tau = \infty) = 0 , \\ u_2(\xi, \tau = -\infty) = u_2(\xi, \tau = \infty) = 0 , \\ u_3(\xi, \tau = -\infty) = u_3(\xi, \tau = \infty) = 0 \end{aligned} \quad (4.4)$$

เมื่อ u_i , ($i = 1, 2, 3$) คือองค์ประกอบของนอร์มัลไรซ์เอนเวลลอปของพัลส์ที่มีการเปลี่ยนแปลงอย่างช้า ๆ ξ คือโคออร์ดิเนตของตำแหน่ง τ คือเวลาที่เคลื่อนที่ในกรอบอ้างอิงของความเร็วกลุ่ม κ คือสัมประสิทธิ์ในการคัปปลิงเชิงเส้น

หมายเหตุ τ ที่ใช้ข้างต้นไม่ใช่เป็นเวลาที่ใช้ในทางฟิสิกส์ แต่เป็นเวลาที่ใช้ทางระเบียบวิธีเชิงจำนวนเพื่อดูผลเฉลยทางด้านบวกและลบของ τ

ในงานวิจัยนี้ใช้ระเบียบวิธีการถ่วงน้ำหนักเศษตกร้าง โดยใช้เทคนิคบับโนฟ - กาเลอร์คิน เนื่องจากว่าปัญหาที่เราหาผลเฉลยนี้เป็นปัญหาที่ขึ้นกับตำแหน่ง ξ เพราะฉะนั้นเราจึงใช้เทคนิคการทำซ้ำ (iterative techniques) โดยใช้ระเบียบขั้นตอนที่ตา ในอันดับแรกเราจะแบ่งเอลิเมนต์ตามทิศทางของ τ โดยการใช้เอลิเมนต์เส้นตรงกำลังสอง และลักษณะการกระจายของผลเฉลยเป็นดังต่อไปนี้

$$u_1(\xi, \tau) = \{N(\tau)\}^T \{u(\xi)\}_e, \quad (4.5)$$

$$u_2(\xi, \tau) = \{N(\tau)\}^T \{v(\xi)\}_e, \quad (4.6)$$

$$u_3(\xi, \tau) = \{N(\tau)\}^T \{w(\xi)\}_e \quad (4.7)$$

โดยวิธีการถ่วงน้ำหนักเศษตกร้างเราจะได้ระบบสมการต่อไปนี้

$$\int_{\{N\}} \left[i \frac{\partial u_1}{\partial \xi} + \frac{1}{2} \frac{\partial^2 u_1}{\partial \tau^2} + \kappa(u_2 + u_3) + |u_1|^2 u_1 \right] d\tau = \{0\}, \quad (4.8)$$

$$\int_{\{N\}} \left[i \frac{\partial u_2}{\partial \xi} + \frac{1}{2} \frac{\partial^2 u_2}{\partial \tau^2} + \kappa(u_1 + u_3) + |u_2|^2 u_2 \right] d\tau = \{0\}, \quad (4.9)$$

$$\int_{\{N\}} \left[i \frac{\partial u_3}{\partial \xi} + \frac{1}{2} \frac{\partial^2 u_3}{\partial \tau^2} + \kappa(u_1 + u_2) + |u_3|^2 u_3 \right] d\tau = \{0\} \quad (4.10)$$

แทนสมการ (4.5) - (4.7) ลงในสมการ (4.8) - (4.10) และใช้เงื่อนไขขอบเขตในสมการ (4.4) ซึ่งทำให้ได้ระบบสมการเมทริกซ์ต่อไปนี้

$$i[M] \frac{d\{u\}}{d\xi} + [K]\{u\} + [N(u)]\{u\} + \kappa[M]\{\nu\} + \{w\} = \{0\}, \quad (4.11)$$

$$i[M] \frac{d\{\nu\}}{d\xi} + [K]\{\nu\} + [N(\nu)]\{\nu\} + \kappa[M]\{u\} + \{w\} = \{0\}, \quad (4.12)$$

$$i[M] \frac{d\{w\}}{d\xi} + [K]\{w\} + [N(w)]\{w\} + \kappa[M]\{u\} + \{\nu\} = \{0\} \quad (4.13)$$

เมื่อ

$$[M] = \sum_e \int_e \{N\} \{N\}^T d\tau,$$

$$[K] = \sum_e \int_e (-1/2) \{N_r\} \{N_r\}^T d\tau,$$

$$[N(u)] = \sum_e \int_e \{u\}^2 \{N\} \{N\}^T d\tau,$$

$$[N(\nu)] = \sum_e \int_e \{\nu\}^2 \{N\} \{N\}^T d\tau,$$

$$[N(w)] = \sum_e \int_e \{w\}^2 \{N\} \{N\}^T d\tau$$

โดยใช้ระเบียบวิธีขั้นตอนที่ตรงกับระบบสมการเมทริกซ์ (4.11) - (4.13) โดยให้

$$\frac{d\{u\}}{d\xi} = \frac{\{u\}_{i+1} - \{u\}_i}{\Delta\xi}, \quad (4.14)$$

$$\frac{d\{\nu\}}{d\xi} = \frac{\{\nu\}_{i+1} - \{\nu\}_i}{\Delta\xi}, \quad (4.15)$$

$$\frac{d\{w\}}{d\xi} = \frac{\{w\}_{i+1} - \{w\}_i}{\Delta\xi}, \quad (4.16)$$

$$\{u\} = \theta\{u\}_{i+1} + (1-\theta)\{u\}_i, \quad (4.17)$$

$$\{\nu\} = \theta\{\nu\}_{i+1} + (1-\theta)\{\nu\}_i, \quad (4.18)$$

$$\{w\} = \theta\{w\}_{i+1} + (1-\theta)\{w\}_i \quad (4.19)$$

นำสมการเมทริกซ์ (4.14) - (4.19) แทนในระบบสมการเมทริกซ์ (4.11) - (4.13) จะได้ระบบสมการเมทริกซ์ต่อไปนี้

$$[L(\theta)]_i \{u\}_{i+1} = [L(\theta - 1)]_i \{u\}_{i+1} - \Delta\xi\kappa[M](\{v\}_i + \{w\}_i) , \quad (4.20)$$

$$[Q(\theta)]_i \{v\}_{i+1} = [Q(\theta - 1)]_i \{v\}_i - \Delta\xi\kappa[M](\{u\}_i + \{w\}_i) , \quad (4.21)$$

$$[S(\theta)]_i \{w\}_{i+1} = [S(\theta - 1)]_i \{w\}_i - \Delta\xi\kappa[M](\{u\}_i + \{v\}_i) \quad (4.22)$$

เมื่อ

$$[L(\theta)]_i = i[M] + \theta\Delta\xi([K] + [N(u_i)]) ,$$

$$[Q(\theta)]_i = i[M] + \theta\Delta\xi([K] + [N(v_i)]) ,$$

$$[S(\theta)]_i = i[M] + \theta\Delta\xi([K] + [N(w_i)])$$

โดยที่ $0 \leq \theta \leq 1, i = 1, 2, 3, \dots$

หมายเหตุ การเรียกชื่อ θ ต่าง ๆ

วิธีที่ ค่า θ (ที่ตา) ชื่อเรียก

- | | | |
|---|-----|---|
| 1 | 0 | ออยเลอร์ (Euler) |
| 2 | 1/2 | แคร็งก์ - นิโคสัน (Crank - Nicolson) |
| 3 | 2/3 | กาลเออร์คิน (Galerkin) |
| 4 | 1 | ผลต่างสืบเนื่องย้อนหลัง (backward difference) |

ในงานวิจัยนี้เลือก $\theta = 1/2$ หรือขั้นตอนแคร็งก์ - นิโคสัน (Crank - Nicolson scheme) เหตุผลที่เลือกค่าที่ตานี้เพราะจากเอกสารอ้างอิง [2],[13],[14] เลือกค่าที่ตานี้ เพราะฉะนั้นระบบสมการเมทริกซ์ (4.16) - (4.18) จะกลายเป็นระบบสมการเมทริกซ์ต่อไปนี้

$$[L(1/2)]_i \{u\}_{i+1} = [L(-1/2)]_i \{u\}_i - \Delta\xi\kappa[M](\{v\}_i + \{w\}_i) , \quad (4.19)$$

$$[Q(1/2)]_i \{v\}_{i+1} = [Q(-1/2)]_i \{v\}_i - \Delta\xi\kappa[M](\{u\}_i + \{w\}_i) , \quad (4.20)$$

$$[S(1/2)]_i \{w\}_{i+1} = [S(-1/2)]_i \{w\}_i - \Delta\xi\kappa[M](\{u\}_i + \{v\}_i) \quad (4.21)$$

เมื่อ

$$\begin{aligned} [L(1/2)]_i &= i[M] + \frac{1}{2} \Delta \xi ([K] + [N(u_i)]) , \\ [L(-1/2)]_i &= i[M] - \frac{1}{2} \Delta \xi ([K] + [N(u_i)]) , \\ [Q(1/2)]_i &= i[M] + \frac{1}{2} \Delta \xi ([K] + [N(v_i)]) , \\ [Q(-1/2)]_i &= i[M] - \frac{1}{2} \Delta \xi ([K] + [N(v_i)]) , \\ [S(1/2)]_i &= i[M] + \frac{1}{2} \Delta \xi ([K] + [N(w_i)]) , \\ [S(-1/2)]_i &= i[M] - \frac{1}{2} \Delta \xi ([K] + [N(w_i)]) \end{aligned}$$

ระบบสมการเมทริกซ์ (4.19) – (4.21) ใช้เป็นขั้นตอนวิธี (algorithm) ในการเขียนโปรแกรม (ดูได้จากภาคผนวก ก) เพื่อทำการจำลอง (simulation) เมทริกซ์ $[M]$ และ $[K]$ เป็นเมทริกซ์ค่าคงที่ ส่วนเมทริกซ์ $[N(u_i)]$, $[N(v_i)]$ และ $[N(w_i)]$ เป็นเมทริกซ์ที่ขึ้นกับค่าของ u_i , v_i และ w_i ตามลำดับ ดังนั้นเมทริกซ์ดังกล่าวเป็นเมทริกซ์ไม่คงที่และไม่เชิงเส้น ในขั้นตอนวิธีข้างต้น เมทริกซ์ $[N(u_i)]$, $[N(v_i)]$ และ $[N(w_i)]$ เป็นส่วนที่ยากที่สุดและเสียเวลาในการประมวลผลมากที่สุด เพราะเราจะต้องสร้างเมทริกซ์ $[N(u_i)]$, $[N(v_i)]$ และ $[N(w_i)]$ ตามค่าที่เปลี่ยนแปลงของ u_i , v_i และ w_i ตามลำดับ

บทที่ 5

ขั้นตอนการดำเนินงานวิจัย

งานวิจัยนี้แบ่งขั้นตอนการดำเนินงานวิจัยออกเป็นสองขั้นตอนใหญ่ ๆ คือ ขั้นตอนดูพฤติกรรมของแอมพลิจูด และขั้นตอนหาความสัมพันธ์ระหว่างเอาต์พุตของการส่งผ่านสัญญาณ (transmission) กับพีคของกำลังงาน (peak power) ด้วยระยะทางครึ่งของความยาวปิด

จากระบบสมการเมทริกซ์ (4.19) – (4.21) ซึ่งเป็นระบบสมการเมทริกซ์ที่ใช้เป็นขั้นตอนวิธีในการเขียนโปรแกรม จะเห็นได้ว่ามีพารามิเตอร์อยู่สี่ตัวที่นำมาพิจารณา คือสัมประสิทธิ์ในการคัปปลิงเชิงเส้น (κ), ช่วงระยะของ ξ ($\Delta\xi$), จำนวนเอลิเมนต์ (Ne) และจำนวนจุดต่อ (node number, Nn) ซึ่งสามารถคำนวณได้ดังต่อไปนี้

$$Nn = 2 \times Ne + 1 \quad (5.1)$$

โดยสัมประสิทธิ์ในการคัปปลิงเชิงเส้นอยู่ในช่วง $0 < \kappa \leq 1$ ในงานวิจัยนี้เลือกใช้ $\kappa = 0.2, 0.5, 0.8, 1.0$ เพื่อดูผลกระทบจากการเลือกใช้ค่าของสัมประสิทธิ์ในการคัปปลิงเชิงเส้นต่าง ๆ ค่าของสัมประสิทธิ์ในการคัปปลิงเชิงเส้นส่งผลต่อระยะของครึ่งหนึ่งของความยาวปิด กล่าวคือถ้าค่าของสัมประสิทธิ์ในการคัปปลิงเชิงเส้นน้อยส่งผลให้ระยะของครึ่งหนึ่งของความยาวปิดมาก ซึ่งทำให้การประมวลผลมากขึ้น $\Delta\xi$ เป็นช่วงระยะทางที่ใช้ในการประมวลผลในช่วง $0 \leq \xi \leq L_c$ โดยที่ L_c คือครึ่งหนึ่งของความยาวปิด ถ้าเลือก $\Delta\xi$ น้อยการประมวลผลจะใช้ระยะเวลาที่มาก จำนวนเอลิเมนต์ส่งผลต่อจำนวนจุดต่อ โดยสังเกตจากสมการ (5.1) ได้ว่าถ้าจำนวนเอลิเมนต์มากส่งผลให้จำนวนจุดต่อมาก ซึ่งจำนวนจุดต่อยิ่งมากเราจะต้องแก้ระบบสมการเมทริกซ์ที่ใหญ่ เพราะขนาดเมทริกซ์ของ $[M]$, $[K]$, $[N(u_i)]$, $[N(v_i)]$ และ $[N(w_i)]$ ในระบบสมการเมทริกซ์ (4.19) – (4.21) คือ $Nn \times Nn$ ดังนั้นในการเลือกค่าพารามิเตอร์ต่าง ๆ จึงขึ้นอยู่กับว่าในขั้นตอนของการดำเนินงานวิจัยนั้นใช้การประมวลผลมากน้อยขนาดไหน

5.1 ขั้นตอนดูพฤติกรรมแอมพลิจูด

โดเมนปัญหาที่ใช้ในงานวิจัยนี้เป็นช่วงของ τ โดยใช้ช่วง $-10 \leq \tau \leq 10$, $0 \leq \xi \leq L_c$, $\Delta\xi = \pi / 150$, $L_c = \pi / (3\kappa)$ และใช้เงื่อนไขขอบเขตต่อไปนี้

$$\begin{aligned} \frac{\partial u_1}{\partial \tau} = \frac{\partial u_2}{\partial \tau} = \frac{\partial u_3}{\partial \tau} &= 0, \\ u_1(\xi, \tau = -10) = u_1(\xi, \tau = 10) &= 0, \\ u_2(\xi, \tau = -10) = u_2(\xi, \tau = 10) &= 0, \\ u_3(\xi, \tau = -10) = u_3(\xi, \tau = 10) &= 0 \end{aligned} \quad (5.2)$$

โดยแบ่งเอลิเมนต์ดังแสดงในรูปที่ 5.1



รูปที่ 5.1 โดเมนปัญหา

จากรูปที่ 5.1 ใช้เอลิเมนต์ 150 เอลิเมนต์ ดังนั้นจุดต่อทั้งหมด 301 จุดต่อ แบ่งการพิจารณาเป็นสามกรณีต่อไปนี้

กรณีอินพุตสัญญาณไปยังแกนที่หนึ่งส่วนอีกสองแกนไม่มีการอินพุต
เงื่อนไขเริ่มต้น(initial condition, I.C.) :

$$\begin{aligned} u_1(\xi = 0, \tau) &= \sec h(\tau), \\ u_2(\xi = 0, \tau) = u_3(\xi = 0, \tau) &= 0 \end{aligned} \quad (5.3)$$

$$\kappa = 0.2, 0.5, 0.8, 1.0$$

กรณีอินพุตสัญญาณไปยังแกนที่หนึ่งและสองส่วนแกนที่สามไม่มีการอินพุต
I.C. :

$$\begin{aligned} u_1(\xi = 0, \tau) &= \sec h(\tau), \\ u_2(\xi = 0, \tau) &= \sec h(\tau), \\ u_3(\xi = 0, \tau) &= 0 \end{aligned} \quad (5.4)$$

$$\kappa = 0.2, 0.5, 0.8, 1.0$$

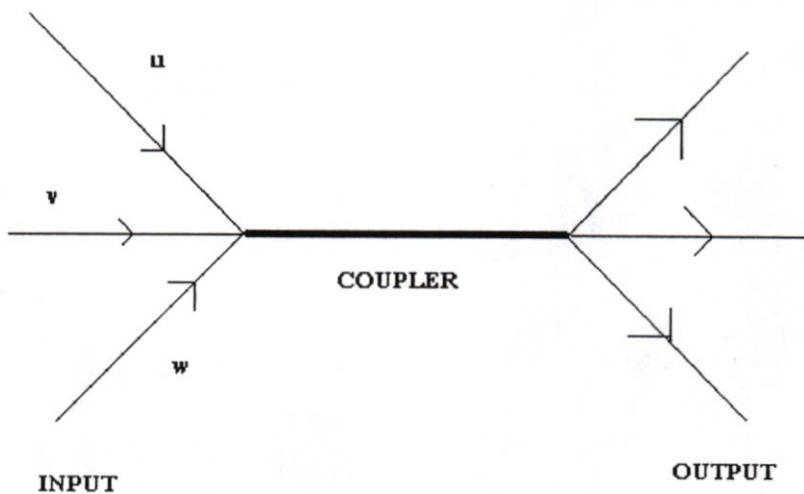
กรณีอินพุตสัญญาณทั้งสามแกน

I.C. :

$$\begin{aligned} u_1(\xi = 0, \tau) &= \sec h(\tau) , \\ u_2(\xi = 0, \tau) &= \sec h(\tau) , \\ u_3(\xi = 0, \tau) &= \sec h(\tau) \end{aligned} \quad (5.5)$$

$$\kappa = 0.2, 0.5, 0.8, 1.0$$

จากกรณีทั้งสามเราจะได้อุบัติการณ์ของแอมพลิจูดที่เกิดจากการสวิตชิงโซลิตอนของการส่งผ่านสัญญาณในลักษณะต่าง ๆ ที่ส่งไปยังแต่ละแกน โดยมีแผนผังของการทดลองดังแสดงในรูปที่ 5.2 ในส่วนของการวิเคราะห์จะแบ่งออกเป็นสองส่วนคือการถ่ายทอดของแอมพลิจูดระหว่างแกนและพฤติกรรมของเอาต์พุต



รูปที่ 5.2 แผนผังการทดลอง

จากรูปที่ 5.2 แสดงถึงการส่งผ่านสัญญาณเข้าไปในคัปเปิลอริเยกัวน่าแสงไม่เชิงเส้นสามแกนแบบสามเหลี่ยมด้านเท่า โดยที่ u , v และ w แทนสัญญาณที่ถูกส่งไปยังแกนที่ 1, 2 และ 3 ตามลำดับ ผลสุดท้ายจะได้สัญญาณเอาต์พุตสามสัญญาณ

5.2 ขั้นตอนหาความสัมพันธ์ระหว่างการส่งผ่านสัญญาณกับพิกกำลังงาน

โดเมนปัญหาที่ใช้ในการหาความสัมพันธ์ดังกล่าวเป็นช่วงของ τ โดยใช้ช่วง $-10 \leq \tau \leq 10$, $0 \leq \xi \leq L_c$, $\Delta\xi = \pi/30$, $L_c = \pi/(3\kappa)$ และเงื่อนไขขอบเขตเช่นเดียวกับสมการ(5.2) โดยแบ่งเอลิเมนต์ดังแสดงในรูปที่ 5.3



รูปที่ 5.3 โดเมนปัญหา

จากรูปที่ 5.3 ใช้เอลิเมนต์ 100 เอลิเมนต์ ดังนั้นจุดต่อทั้งหมด 201 จุดต่อ
เงื่อนไขเริ่มต้นที่ใช้ในขั้นตอนนี้เป็น

$$\begin{aligned} u_1(\xi = 0, \tau) &= \sqrt{P_{\max}} \operatorname{sech}(\tau), \\ u_2(\xi = 0, \tau) &= u_3(\xi = 0, \tau) = 0 \end{aligned} \quad (5.6)$$

เมื่อ P_{\max} คืออินพุตกำลังงาน ในวิทยานิพนธ์นี้ใช้ช่วงของ P_{\max} ดังต่อไปนี้ $0.1 \leq P_{\max} \leq 8$ และ

$$\Delta P_{\max} = 0.1$$

ค่าการส่งผ่านสัญญาณหาได้จากสูตรต่อไปนี้

$$T = \frac{\int_{-\infty}^{\infty} |u_i(\xi = L_c, \tau)|^2 d\tau}{\int_{-\infty}^{\infty} (|u_1(\xi = L_c, \tau)|^2 + |u_2(\xi = L_c, \tau)|^2 + |u_3(\xi = L_c, \tau)|^2) d\tau} \quad (5.7)$$

เมื่อ $i = 1, 2, 3$ แทนแกนในแต่ละแกน T คือค่าการส่งผ่านสัญญาณ ในขั้นตอนนี้จะให้กำลังงานที่เหมาะสมในการสวิตชิงโซลิตอนในแต่ละแกนของคัปเปิลอริโยแก้วนำแสงไม่เชิงเส้นสามแกนแบบสามเหลี่ยมด้านเท่า เนื่องจากเราใช้ช่วง τ ต่อไปนี้ $-10 \leq \tau \leq 10$ ดังนั้นสูตรค่าการส่งผ่านสัญญาณ (5.7) จะกลายเป็น

$$T = \frac{\int_{-10}^{10} |u_i(\xi = L_c, \tau)|^2 d\tau}{\int_{-10}^{10} (|u_1(\xi = L_c, \tau)|^2 + |u_2(\xi = L_c, \tau)|^2 + |u_3(\xi = L_c, \tau)|^2) d\tau} \quad (5.8)$$

เทคนิคอินทิเกรตที่ใช้คือเทคนิคอินทิเกรตโดยใช้กฎสี่เหลี่ยมคางหมู (trapezoidal rule) ซึ่งในโปรแกรมแมตแล็บ มีฟังก์ชันดังกล่าวแล้วจึงทำให้เกิดความสะดวกในการเขียนโปรแกรม

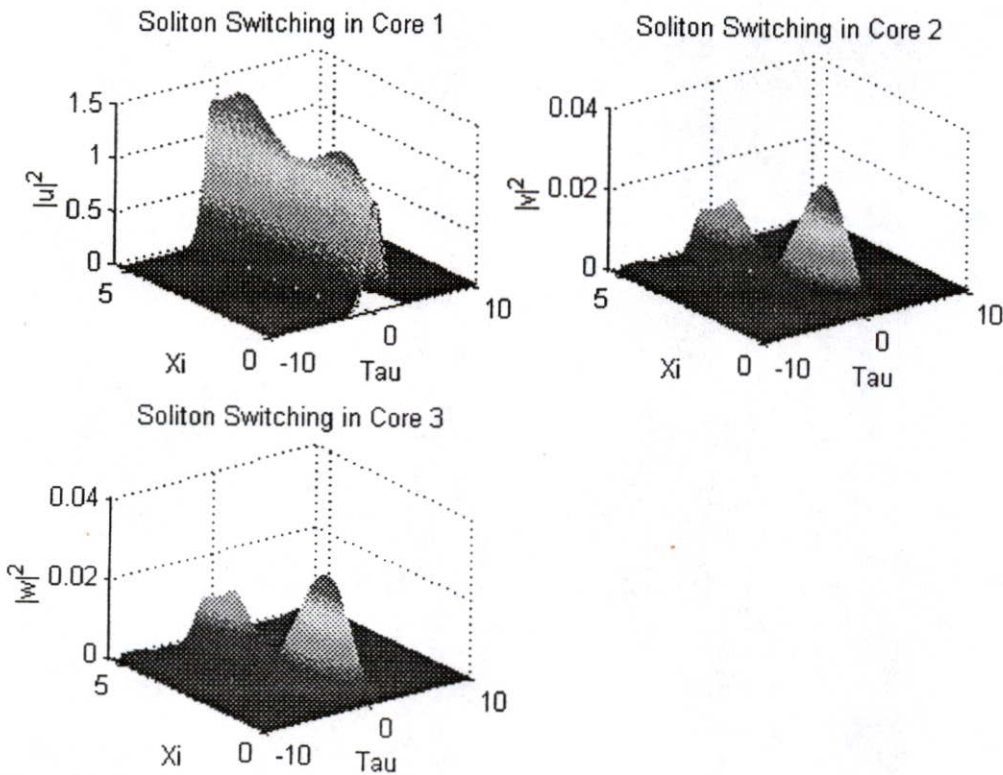
บทที่ 6

ผลการดำเนินงานวิจัย

จากการกำหนดค่าพารามิเตอร์ต่าง ๆ เช่น ระยะของ ξ ช่วงของ τ จำนวนเอลิเมนต์จากขั้นตอนในการดำเนินงานวิจัยในบทที่ 5 ดังที่ได้กล่าวมาแล้ว ดังนั้นในบทนี้จะทำการจำลองผลเฉลยระบบสมการ (4.1)-(4.3) จากบทที่ 4 โดยต่อไปนี้จะให้ $\tau = \tau$ และ $\xi = \xi$ ซึ่งจากผลของการจำลองเหล่านี้จะนำไปอธิบายความหมายในการนำไปใช้งานในบทที่ 7

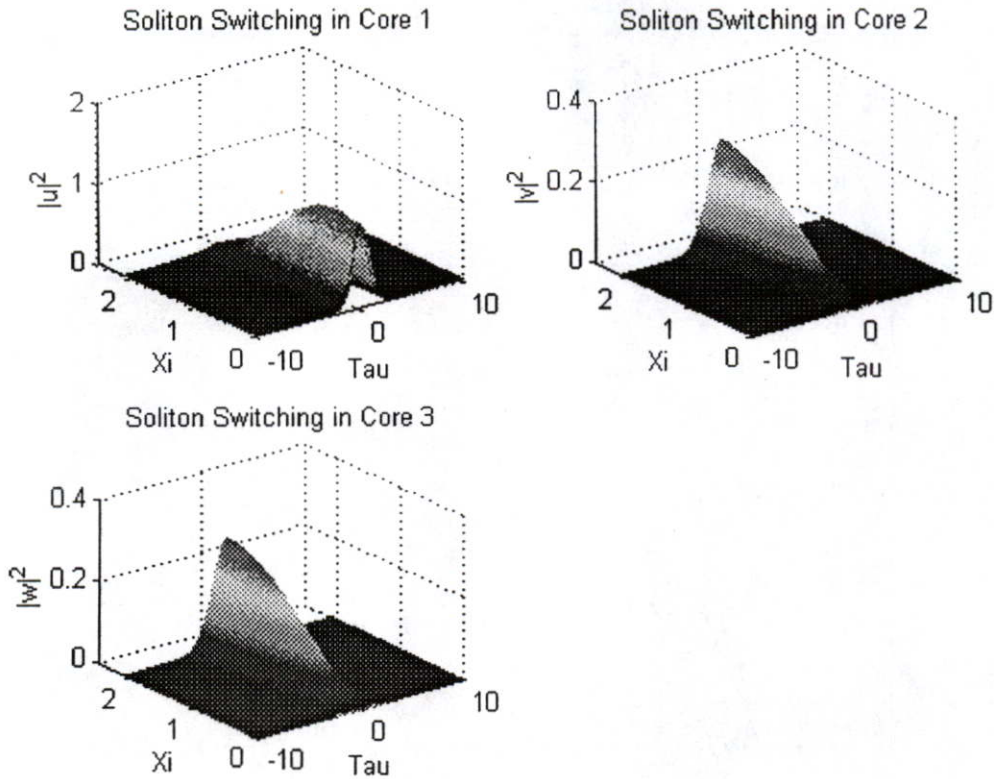
6.1 ชั้นตอนดูพฤติกรรมแอมพลิจูด

6.1.1 กรณีอินพุตสัญญาณไปยังแกนที่หนึ่งส่วนอีกสองแกนไม่มีการอินพุต



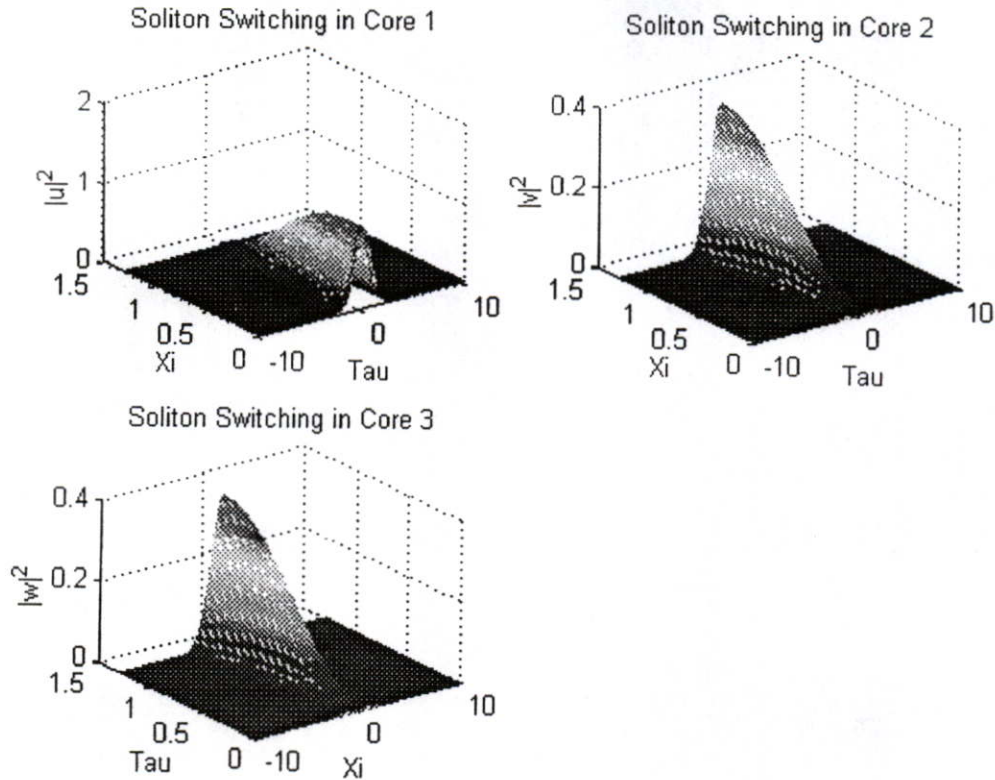
รูปที่ 6.1 กราฟระหว่าง $|u|^2$, $|v|^2$ และ $|w|^2$ โดย $\kappa = 0.2$ ($L_c = \pi / 0.6$, $Ne = 150$
 $\Delta\xi = \pi / 150$)

จากรูปที่ 6.1 สังเกตได้ว่าแอมพลิจูดในแต่ละแกนมีการขึ้นลงของแอมพลิจูดตลอดระยะของ ξ ซึ่งไม่ตรงกับหลักการครึ่งหนึ่งของความยาวปัด



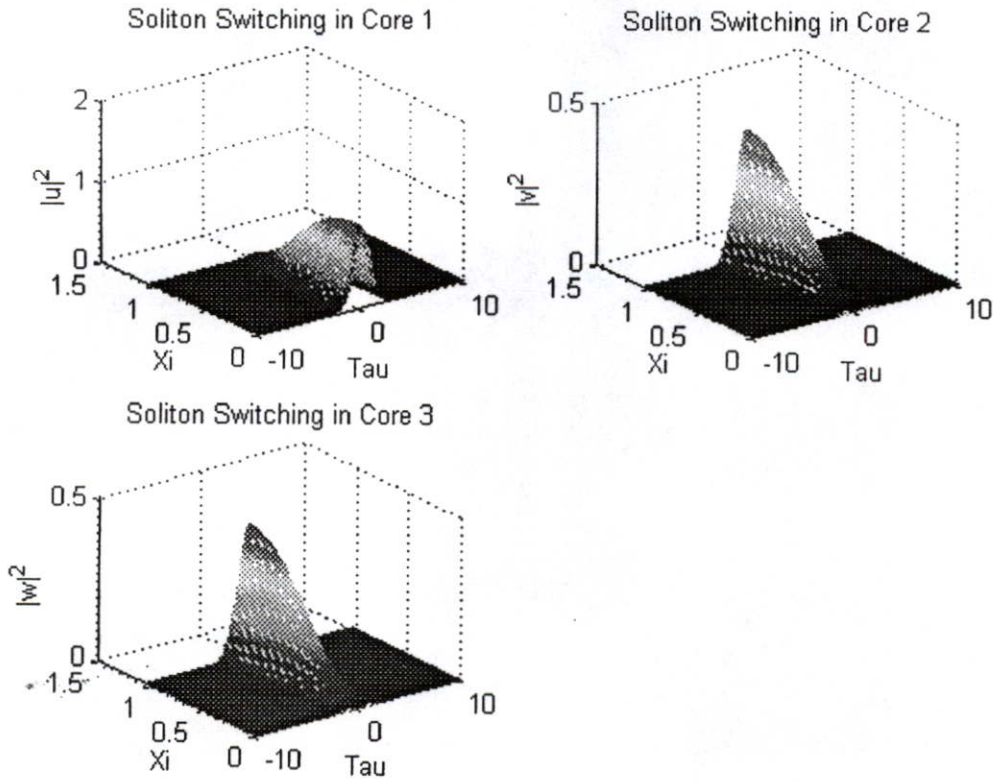
รูปที่ 6.2 กราฟระหว่าง $|u|^2$, $|v|^2$ และ $|w|^2$ โดย $\kappa = 0.5$ ($L_c = \pi / 1.5$, $Ne = 150$, $\Delta\xi = \pi / 150$)

จากรูปที่ 6.2 แอมพลิจูดของแกนที่หนึ่งลดลงตลอดระยะของ ξ ส่วนแกนที่สองและสามเพิ่มขึ้นตลอดระยะของ ξ ที่ภาวะเริ่มต้นแกนที่หนึ่งแอมพลิจูดเป็นฟังก์ชันของ $\sec h(\tau)$ โดยมีค่าสูงสุดของแอมพลิจูดเท่ากับ 1 ส่วนแกนที่สองและสามมีแอมพลิจูดเป็นศูนย์ เมื่อถึงระยะครึ่งหนึ่งของความยาวปีต ($L_c = 2.094$) ค่าแอมพลิจูดของแกนที่หนึ่งมีค่าลดลง โดยที่ค่าสูงสุดของแอมพลิจูดเท่ากับ 0.0671 ส่วนค่าแอมพลิจูดของแกนที่สองและสามมีค่าเพิ่มขึ้น โดยที่ค่าสูงสุดของแอมพลิจูดเท่ากับ 0.2649 ทั้งสองแกน ซึ่งตรงกับหลักการครึ่งหนึ่งของความยาวปีต



รูปที่ 6.3 กราฟระหว่าง $|u|^2$, $|v|^2$ และ $|w|^2$ โดย $\kappa = 0.8$ ($L_c = \pi / 2.4$, $Ne = 150$, $\Delta\xi = \pi / 150$)

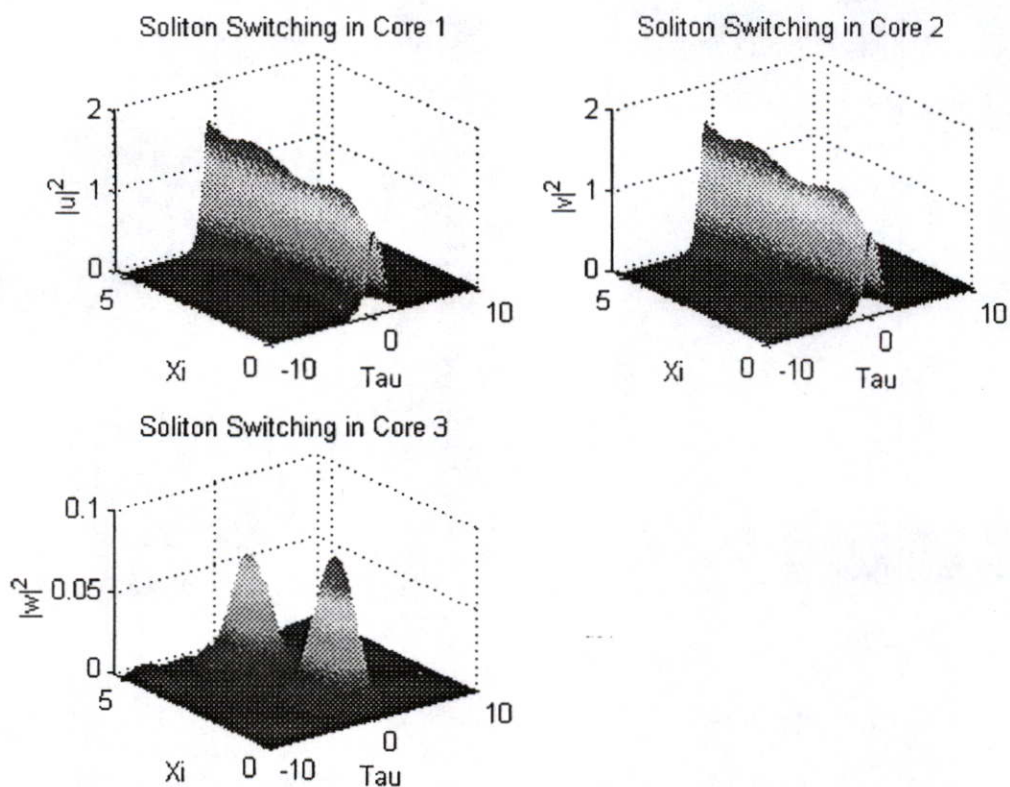
จากรูปที่ 6.3 แอมพลิจูดของแกนที่หนึ่งลดลงตลอดระยะเวลาของ ξ ส่วนแกนที่สองและสามเพิ่มขึ้นตลอดระยะเวลาของ ξ ที่ภาวะเริ่มต้นแกนที่หนึ่งแอมพลิจูดเป็นฟังก์ชันของ $\sec h(\tau)$ โดยมีค่าสูงสุดของแอมพลิจูดเท่ากับ 1 ส่วนแกนที่สองและสามมีแอมพลิจูดเป็นศูนย์ เมื่อถึงระยะครึ่งหนึ่งของความยาวบิต ($L_c = 1.309$) ค่าแอมพลิจูดของแกนที่หนึ่งมีค่าลดลง โดยที่ค่าสูงสุดของแอมพลิจูดเท่ากับ 0.0259 ส่วนค่าแอมพลิจูดของแกนที่สองและสามมีค่าเพิ่มขึ้น โดยที่ค่าสูงสุดของแอมพลิจูดเท่ากับ 0.3684 ทั้งสองแกน ซึ่งตรงกับหลักการครึ่งหนึ่งของความยาวบิต



รูปที่ 6.4 กราฟระหว่าง $|u|^2$, $|v|^2$ และ $|w|^2$ โดย $\kappa = 1.0$ (L_c , $Ne = 150$,
 $\Delta\xi = \pi / 150$)

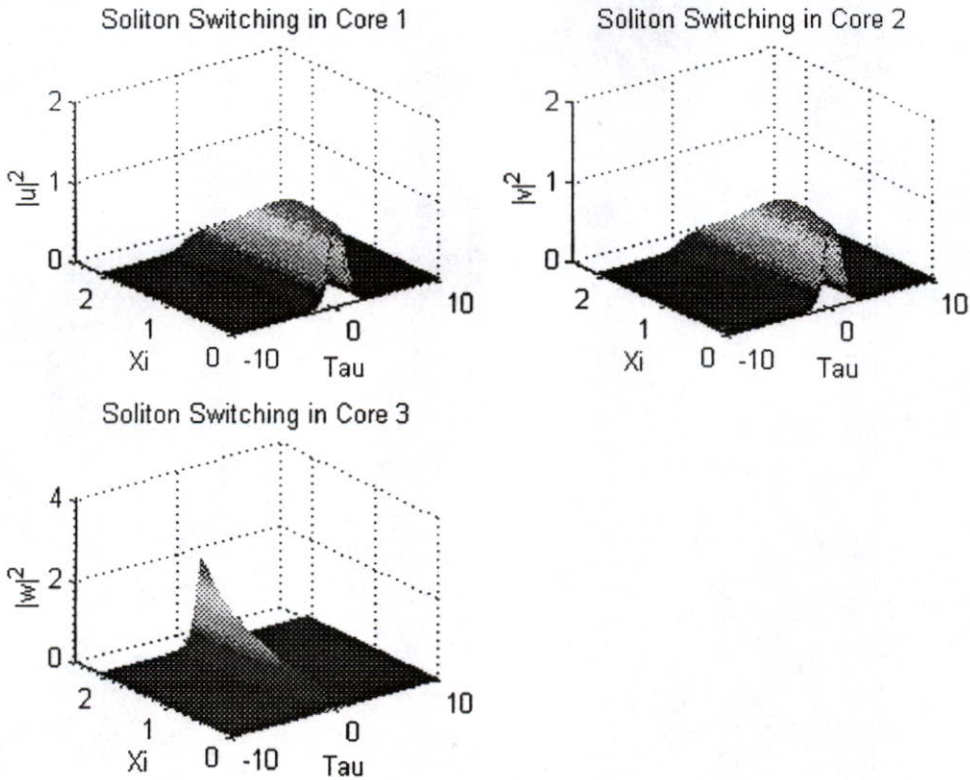
จากรูปที่ 6.4 แอมพลิจูดของแกนที่หนึ่งลดลงตลอดระยะของ ξ ส่วนแกนที่สองและสามเพิ่มขึ้นตลอดระยะของ ξ ที่ภาวะเริ่มต้นแกนที่หนึ่งมีแอมพลิจูดเป็นฟังก์ชันของ $\sec h(\tau)$ โดยมีค่าสูงสุดของแอมพลิจูดเท่ากับ 1 ส่วนแกนที่สองและสามมีแอมพลิจูดเป็นศูนย์ เมื่อถึงระยะครึ่งหนึ่งของความยาวบิต ($L_c = 1.047$) ค่าแอมพลิจูดของแกนที่หนึ่งมีค่าลดลง โดยที่ค่าสูงสุดของแอมพลิจูดเท่ากับ 0.0349 ส่วนค่าแอมพลิจูดของแกนที่สองและสามมีค่าเพิ่มขึ้น โดยที่ค่าสูงสุดของแอมพลิจูดเท่ากับ 0.4023 ทั้งสองแกน ซึ่งตรงกับหลักการครึ่งหนึ่งของความยาวบิต

6.1.2 กรณีอินพุตสัญญาณไปยังแกนที่หนึ่งและสองส่วนแกนที่สามไม่มีการอินพุต



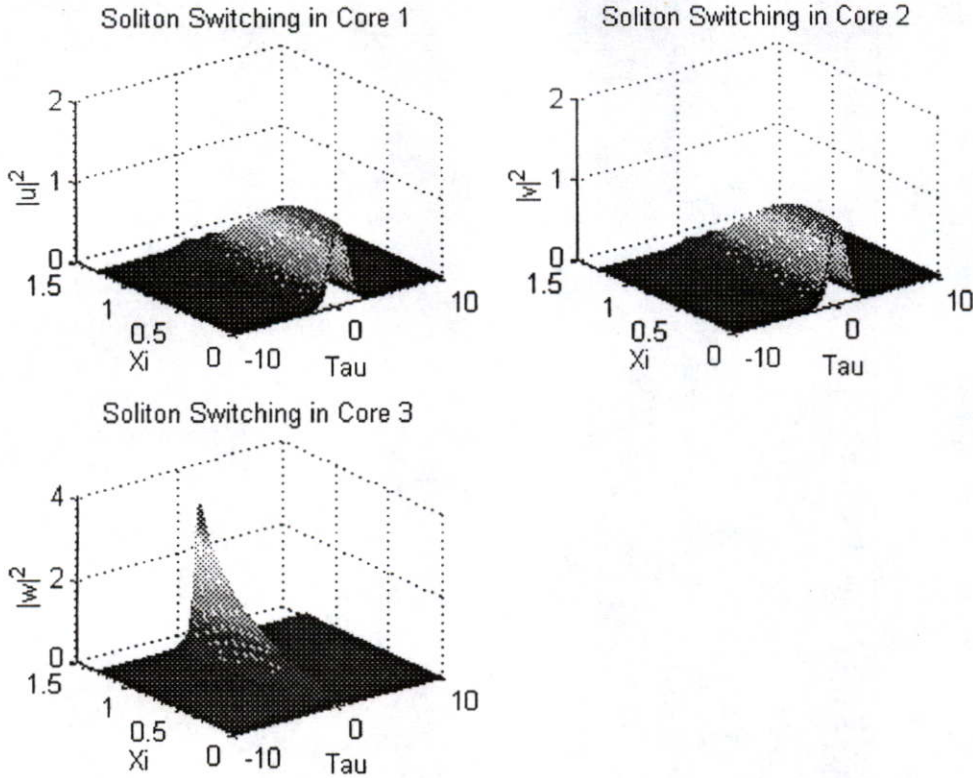
รูปที่ 6.5 กราฟระหว่าง $|u|^2$, $|v|^2$ และ $|w|^2$ โดย $\kappa = 0.2$ ($L_c = \pi / 0.6$, $N_e = 150$, $\Delta\xi = \pi / 150$)

จากรูปที่ 6.5 สังเกตได้ว่าแอมพลิจูดในแต่ละแกนมีการขึ้นลงของแอมพลิจูดตลอดระยะของ ξ ซึ่งไม่ตรงกับหลักการครั้งหนึ่งของความยาวบีต



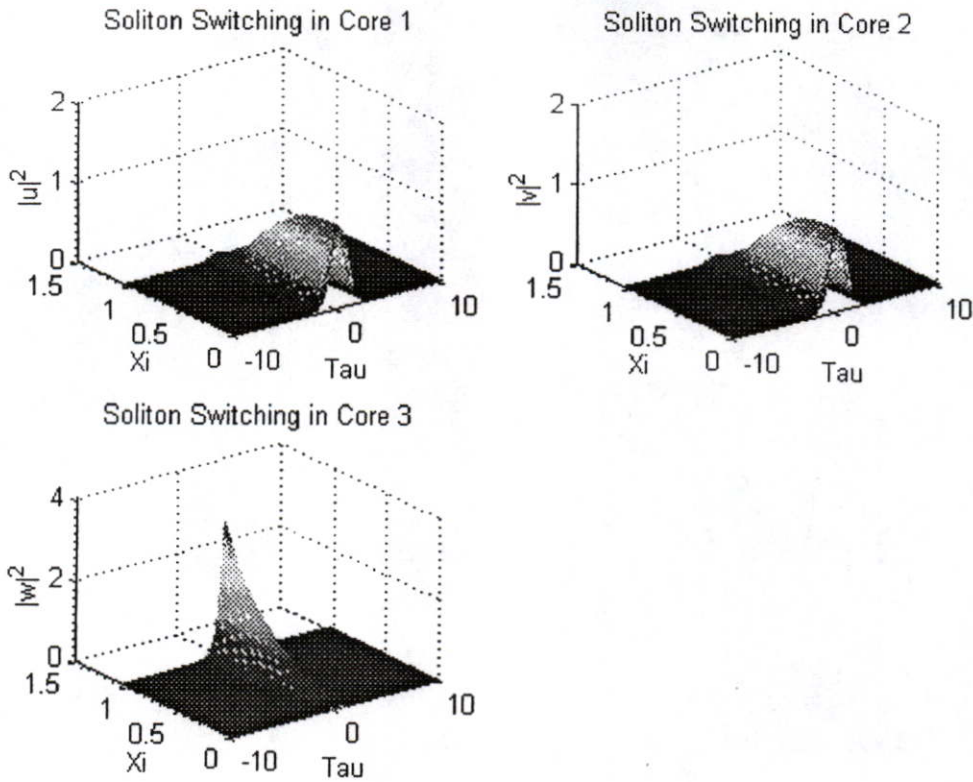
รูปที่ 6.6 กราฟระหว่าง $|u|^2$, $|v|^2$ และ $|w|^2$ โดย $\kappa = 0.5$ ($L_c = \pi / 1.5$, $Ne = 150$, $\Delta\xi = \pi / 150$)

จากรูปที่ 6.6 แอมพลิจูดของแกนที่หนึ่งและสองลดลงตลอดระยะของ ξ ส่วนแกนที่สามเพิ่มขึ้นตลอดระยะของ ξ ที่ภาวะเริ่มต้นแกนที่หนึ่งและสองมีแอมพลิจูดเป็นฟังก์ชันของ $\sec h(\tau)$ โดยมีค่าสูงสุดของแอมพลิจูดเท่ากับ 1 ส่วนแกนที่สามมีแอมพลิจูดเป็นศูนย์ เมื่อถึงระยะครึ่งหนึ่งของความยาวบิต ($L_c = 2.094$) ค่าแอมพลิจูดของแกนที่หนึ่งและสองมีค่าลดลง โดยที่ค่าสูงสุดของแอมพลิจูดเท่ากับ 0.2039 ทั้งสองแกน ส่วนค่าแอมพลิจูดของแกนที่สามมีค่าเพิ่มขึ้น โดยที่ค่าสูงสุดของแอมพลิจูดเท่ากับ 2.0284 ซึ่งตรงกับหลักการครึ่งหนึ่งของความยาวบิต



รูปที่ 6.7 กราฟระหว่าง $|u|^2$, $|v|^2$ และ $|w|^2$ โดย $\kappa = 0.8$ ($L_c = \pi / 2.4$, $Ne = 150$, $\Delta\xi = \pi / 150$)

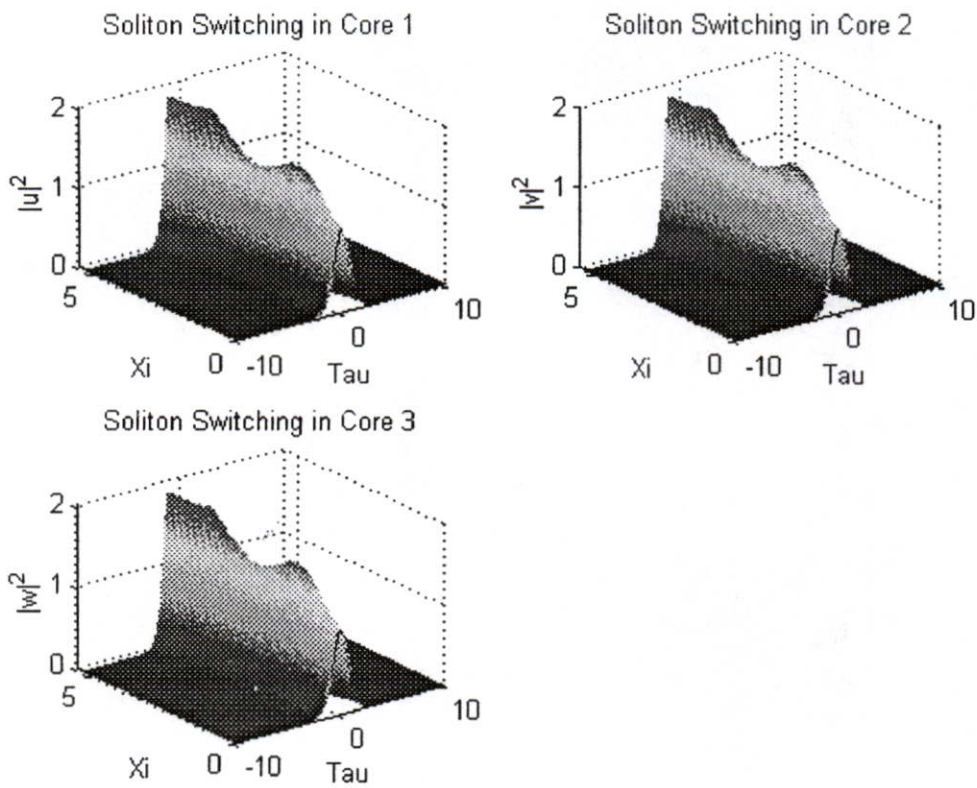
จากรูปที่ 6.7 แอมพลิจูดของแกนที่หนึ่งและสองลดลงตลอดระยะของ ξ ส่วนแกนที่สามเพิ่มขึ้นตลอดระยะของ ξ ที่ภาวะเริ่มต้นแกนที่หนึ่งและสองมีแอมพลิจูดเป็นฟังก์ชันของ $\sec h(\tau)$ โดยมีค่าสูงสุดของแอมพลิจูดเท่ากับ 1 ส่วนแกนที่สามมีแอมพลิจูดเป็นศูนย์ เมื่อถึงระยะครึ่งหนึ่งของความยาวบิต ($L_c = 1.309$) ค่าแอมพลิจูดของแกนที่หนึ่งและสองมีค่าลดลง โดยที่ค่าสูงสุดของแอมพลิจูดเท่ากับ 0.0843 ทั้งสองแกน ส่วนค่าแอมพลิจูดของแกนที่สามมีค่าเพิ่มขึ้น โดยที่ค่าสูงสุดของแอมพลิจูดเท่ากับ 3.3408 ซึ่งตรงกับหลักการครึ่งหนึ่งของความยาวบิต



รูปที่ 6.8 กราฟระหว่าง $|u|^2$, $|v|^2$ และ $|w|^2$ โดย $\kappa = 1.0$ ($L_c = \pi / 3.0$, $Ne = 150$, $\Delta\xi = \pi / 150$)

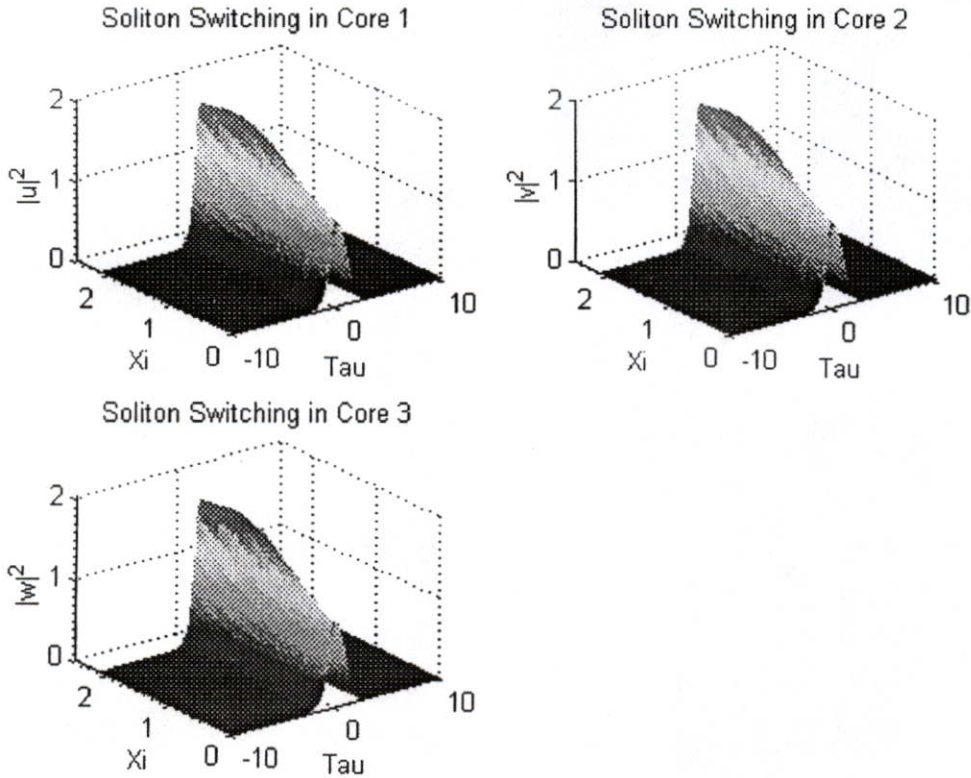
จากรูปที่ 6.8 แอมพลิจูดของแกนที่หนึ่งและสองลดลงตลอดระยะของ ξ ส่วนแกนที่สามเพิ่มขึ้นตลอดระยะของ ξ ที่ภาวะเริ่มต้นแกนที่หนึ่งและสองมีแอมพลิจูดเป็นฟังก์ชันของ $\sec h(\tau)$ โดยมีค่าสูงสุดของแอมพลิจูดเท่ากับ 1 ส่วนแกนที่สามมีแอมพลิจูดเป็นศูนย์ เมื่อถึงระยะครึ่งหนึ่งของความยาวบิต ($L_c = 1.047$) ค่าแอมพลิจูดของแกนที่หนึ่งและสองมีค่าลดลง โดยที่ค่าสูงสุดของแอมพลิจูดเท่ากับ 0.0834 ทั้งสองแกน ส่วนค่าแอมพลิจูดของแกนที่สามมีค่าเพิ่มขึ้น โดยที่ค่าสูงสุดของแอมพลิจูดเท่ากับ 3.0736 ซึ่งตรงกับหลักการครึ่งหนึ่งของความยาวบิต

6.1.3 กรณีอินพุตสัญญาณทั้งสามแกน



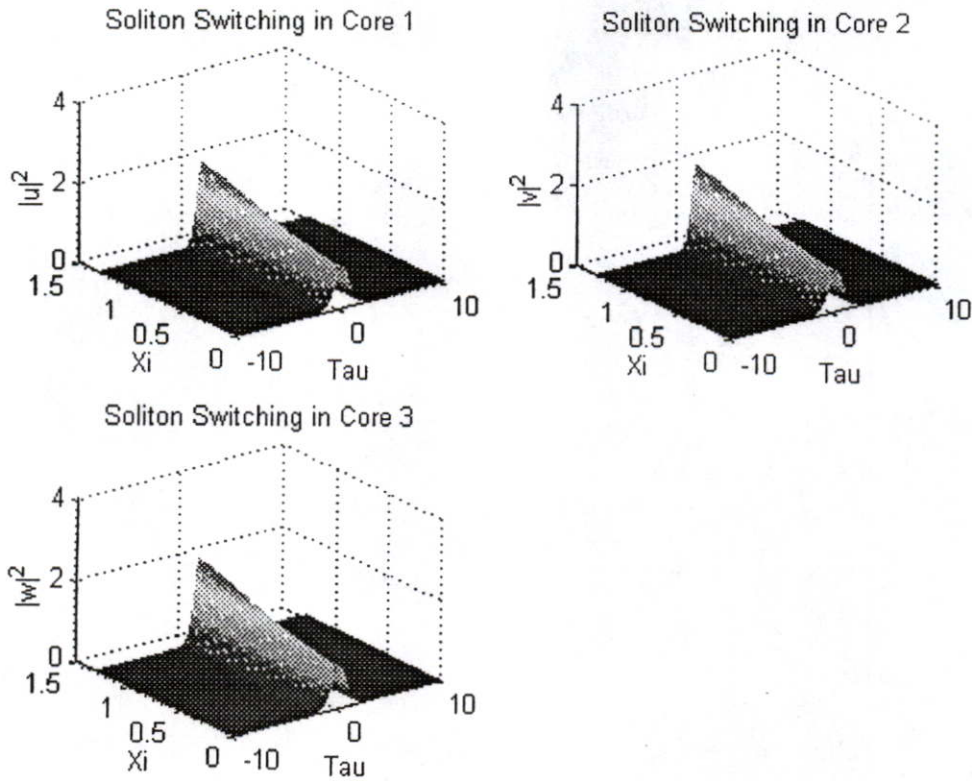
รูปที่ 6.9 กราฟระหว่าง $|u|^2$, $|v|^2$ และ $|w|^2$ โดย $\kappa = 0.2$ ($L_c = \pi / 0.6$, $N_e = 150$, $\Delta\xi = \pi / 150$)

จากรูปที่ 6.9 จะเห็นได้ว่าลักษณะของแอมพลิจูดเหมือนกัน และค่าของแอมพลิจูดมีการเพิ่มขึ้นและลดลงตลอดระยะทางของ ξ



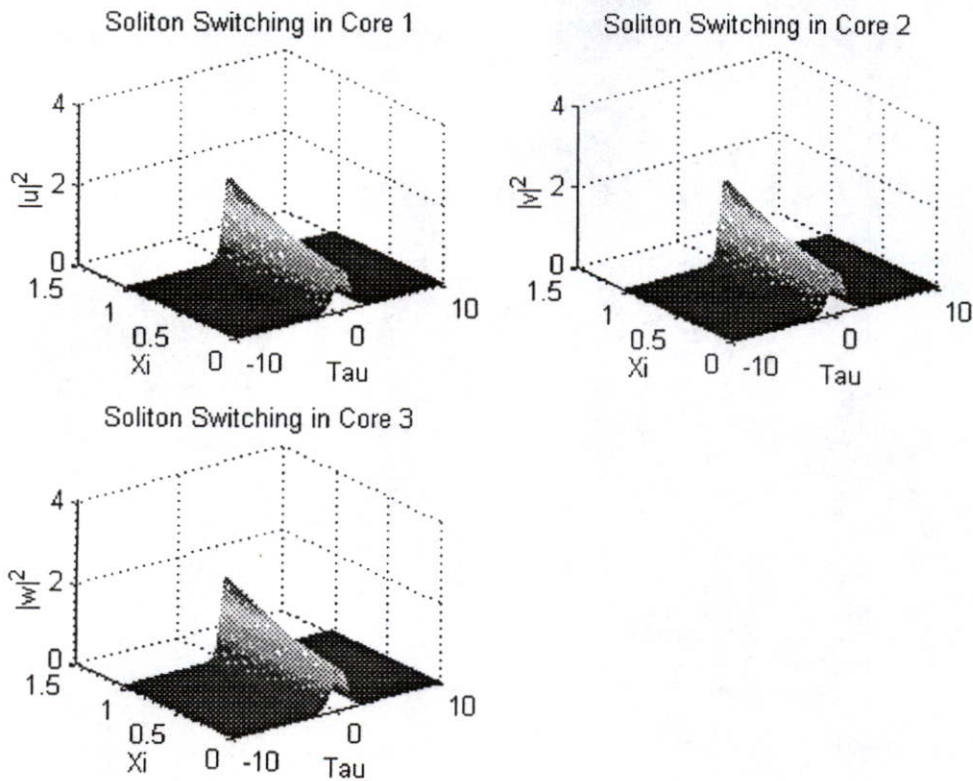
รูปที่ 6.10 กราฟระหว่าง $|u|^2$, $|v|^2$ และ $|w|^2$ โดย $\kappa = 0.5$ ($L_c = \pi / 1.5$, $Ne = 150$, $\Delta\xi = \pi / 150$)

จากรูปที่ 6.10 จะเห็นได้ว่าลักษณะของแอมพลิจูดเหมือนกัน ค่าของแอมพลิจูดมีการเพิ่มขึ้นตลอดระยะทางของ ξ ที่ภาวะเริ่มต้นทั้งสามแกนมีค่าแอมพลิจูดเป็นฟังก์ชัน $\sec h(\tau)$ โดยมีค่าสูงสุดของแอมพลิจูดเท่ากับ 1 เมื่อถึงระยะทางครึ่งหนึ่งของความยาวปัด ($L_c = 2.094$) ค่าของแอมพลิจูดเพิ่มขึ้น โดยมีค่าสูงสุดของแอมพลิจูดเท่ากับ 1.7440



รูปที่ 6.11 กราฟระหว่าง $|u|^2$, $|v|^2$ และ $|w|^2$ โดย $\kappa = 0.8$ ($L_c = \pi / 2.4$, $Ne = 150$, $\Delta\xi = \pi / 150$)

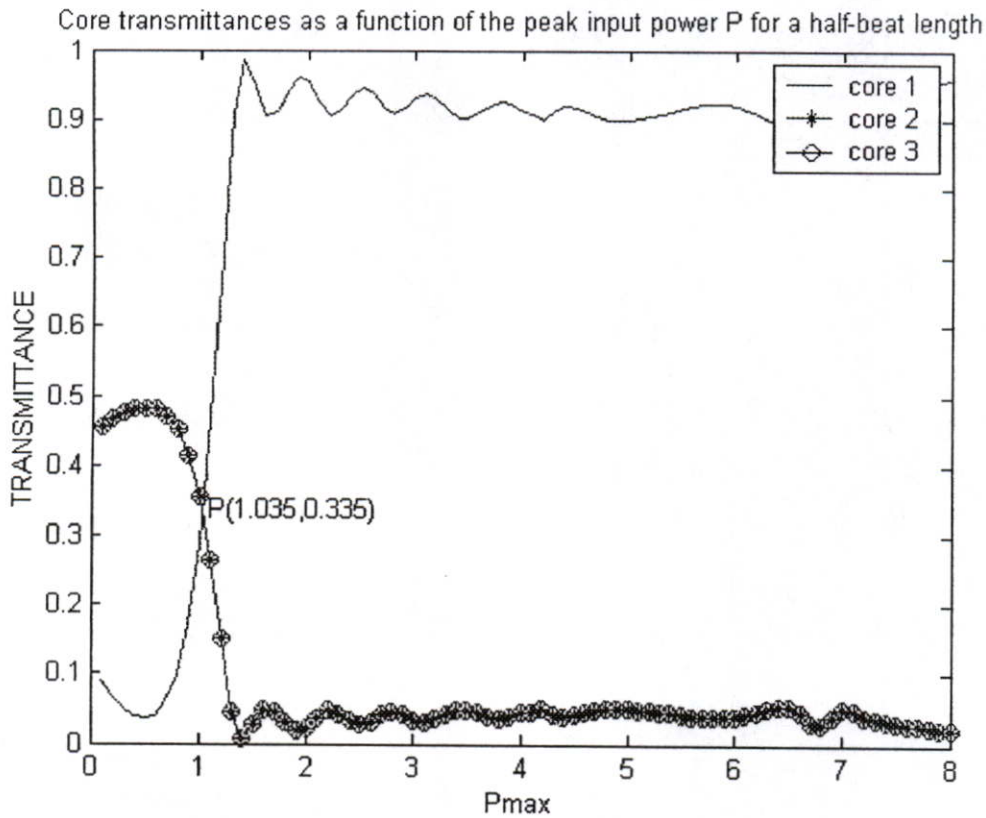
จากรูปที่ 6.11 จะเห็นได้ว่าลักษณะของแอมพลิจูดเหมือนกัน ค่าของแอมพลิจูดมีการเพิ่มขึ้นตลอดระยะทางของ ξ ที่ภาวะเริ่มต้นทั้งสามแกนมีค่าแอมพลิจูดเป็นฟังก์ชัน $\sec h(\tau)$ โดยมีค่าสูงสุดของแอมพลิจูดเท่ากับ 1 เมื่อถึงระยะทางครึ่งหนึ่งของความยาวมีด ($L_c = 1.309$) ค่าของแอมพลิจูดเพิ่มขึ้น โดยมีค่าสูงสุดของแอมพลิจูดเท่ากับ 2.0508



รูปที่ 6.12 กราฟระหว่าง $|u|^2$, $|v|^2$ และ $|w|^2$ โดย $\kappa = 1.0$ ($L_c = \pi / 2.4$, $N_e = 150$, $\Delta\xi = \pi / 150$)

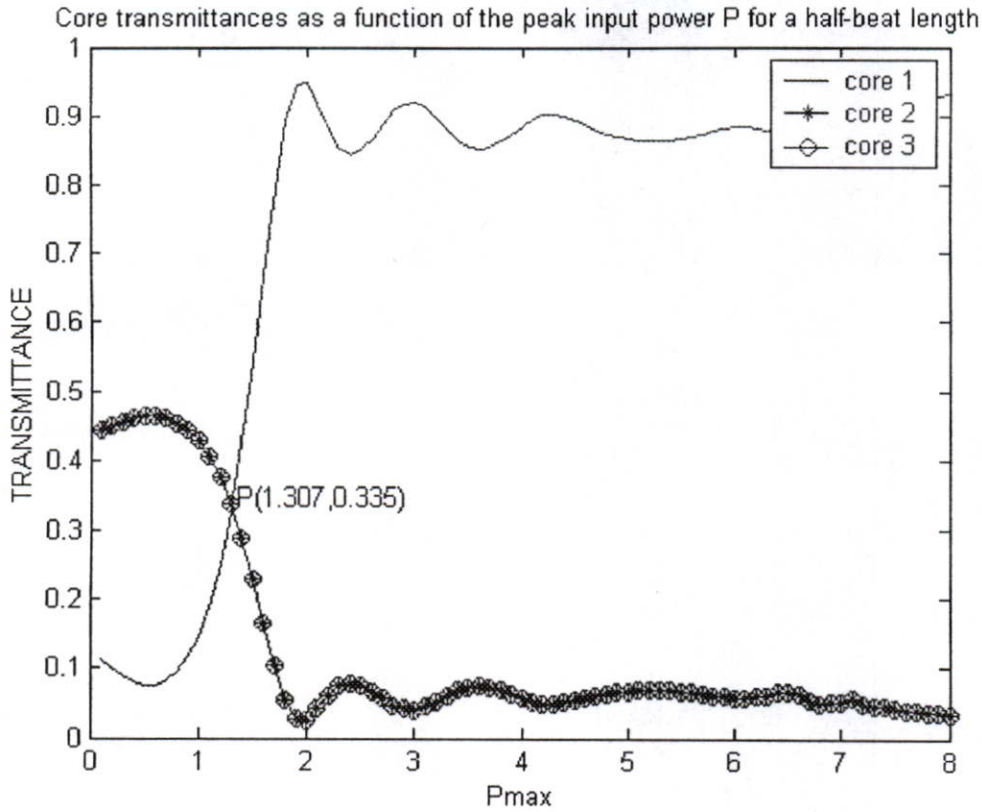
จากรูปที่ 6.12 จะเห็นได้ว่าลักษณะของแอมพลิจูดเหมือนกัน ค่าของแอมพลิจูดมีการเพิ่มขึ้นตลอดระยะทางของ ξ ที่ภาวะเริ่มต้นทั้งสามแกนมีค่าแอมพลิจูดเป็นฟังก์ชัน $\sec h(\tau)$ โดยมีค่าสูงสุดของแอมพลิจูดเท่ากับ 1 เมื่อถึงระยะทางครึ่งหนึ่งของความยาวบีต ($L_c = 1.047$) ค่าของแอมพลิจูดเพิ่มขึ้น โดยมีค่าสูงสุดของแอมพลิจูดเท่ากับ 2.0194

6.2 ขั้นตอนหาความสัมพันธ์ระหว่างการส่งผ่านสัญญาณกับพิกัดอินพุต



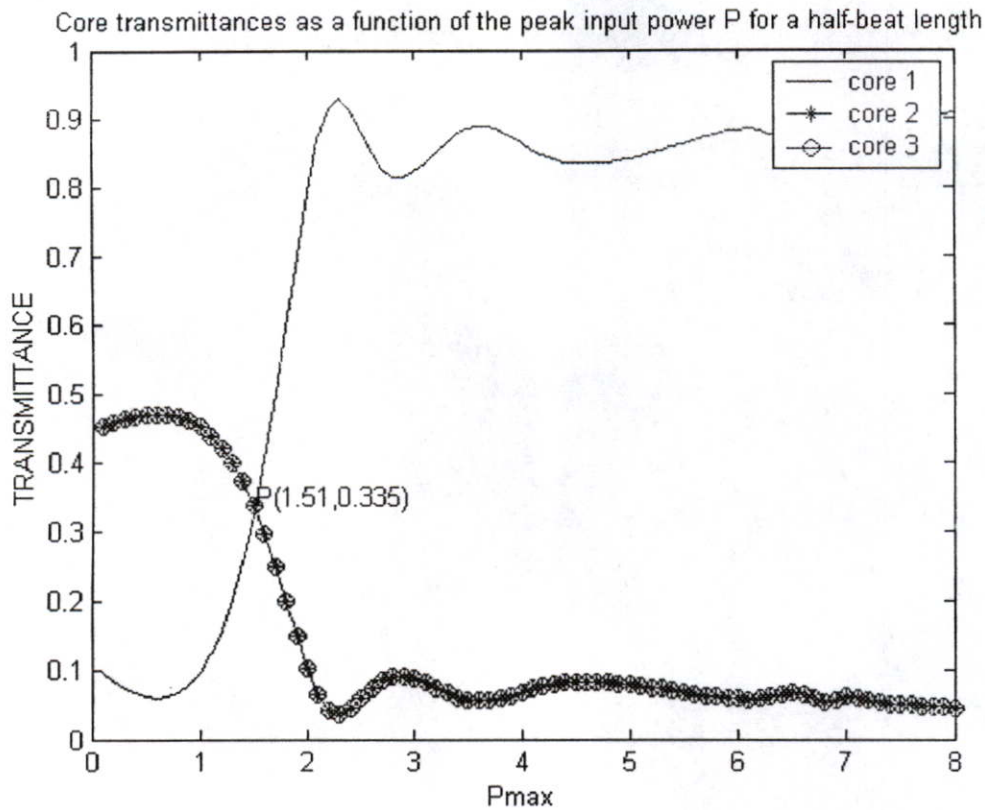
รูปที่ 6.13 กราฟแสดงความสัมพันธ์ระหว่างอินพุตกำลังงานกับการส่งผ่านสัญญาณโดย $\kappa = 0.5$ ($L_c = \pi / 1.5$, $N_e = 100$, $\Delta\xi = \pi / 30$)

จากรูปที่ 6.13 เส้นการส่งผ่านสัญญาณของแกนที่สองและสามทับกัน ที่จุดเริ่มต้นเส้นการส่งผ่านสัญญาณของแกนที่หนึ่งต่ำกว่าเส้นการส่งผ่านสัญญาณของแกนที่สองและสาม แต่เมื่อเลยจุดตัด (P) เส้นการส่งผ่านสัญญาณของแกนที่หนึ่งสูงกว่าแกนที่สองและสาม ซึ่งที่จุด P ตัดกันที่อินพุตกำลังงาน (P_{max}) เท่ากับ 1.035 กับค่าการส่งผ่านสัญญาณเท่ากับ 0.335



รูปที่ 6.14 กราฟแสดงความสัมพันธ์ระหว่างอินพุตกำลังงานกับการส่งผ่านสัญญาณโดย $\kappa=0.8$ ($L_c = \pi / 2.4$, $N_e=100$, $\Delta\xi = \pi / 30$)

จากรูปที่ 6.14 เส้นการส่งผ่านสัญญาณของแกนที่สองและสามทับกัน ที่จุดเริ่มต้นเส้นการส่งผ่านสัญญาณของแกนที่หนึ่งต่ำกว่าเส้นการส่งผ่านสัญญาณของแกนที่สองและสาม แต่เมื่อเลยจุดตัด (P) เส้นการส่งผ่านสัญญาณของแกนที่หนึ่งสูงกว่าแกนที่สองและสาม ซึ่งที่จุด P ตัดกันที่อินพุตกำลังงาน (P_{max}) เท่ากับ 1.307 กับค่าการส่งผ่านสัญญาณเท่ากับ 0.335



รูปที่ 6.15 กราฟแสดงความสัมพันธ์ระหว่างอินพุตกำลังงานกับการส่งผ่านสัญญาณโดย $\kappa=1.0$ ($L_c = \pi / 1.5$, $N_e=100$, $\Delta\xi = \pi / 30$)

จากรูปที่ 6.15 เส้นการส่งผ่านสัญญาณของแกนที่สองและสามทับกัน ที่จุดเริ่มต้นเส้นการส่งผ่านสัญญาณของแกนที่หนึ่งต่ำกว่าเส้นการส่งผ่านสัญญาณของแกนที่สองและสาม แต่เมื่อเลยจุดตัด (P) เส้นการส่งผ่านสัญญาณของแกนที่หนึ่งสูงกว่าแกนที่สองและสาม ซึ่งที่จุด P ตัดกันที่อินพุตกำลังงาน (P_{max}) เท่ากับ 1.51 กับค่าการส่งผ่านสัญญาณเท่ากับ 0.335

บทที่ 7 การวิเคราะห์

การวิเคราะห์ในบทนี้แบ่งออกเป็นสี่ส่วนใหญ่ ๆ คือการทำงานบนเครื่องคอมพิวเตอร์, หลักการครั้งหนึ่งของความยาวบิต, การดูพฤติกรรมแอมพลิจูด และการส่งผ่านสัญญาณ

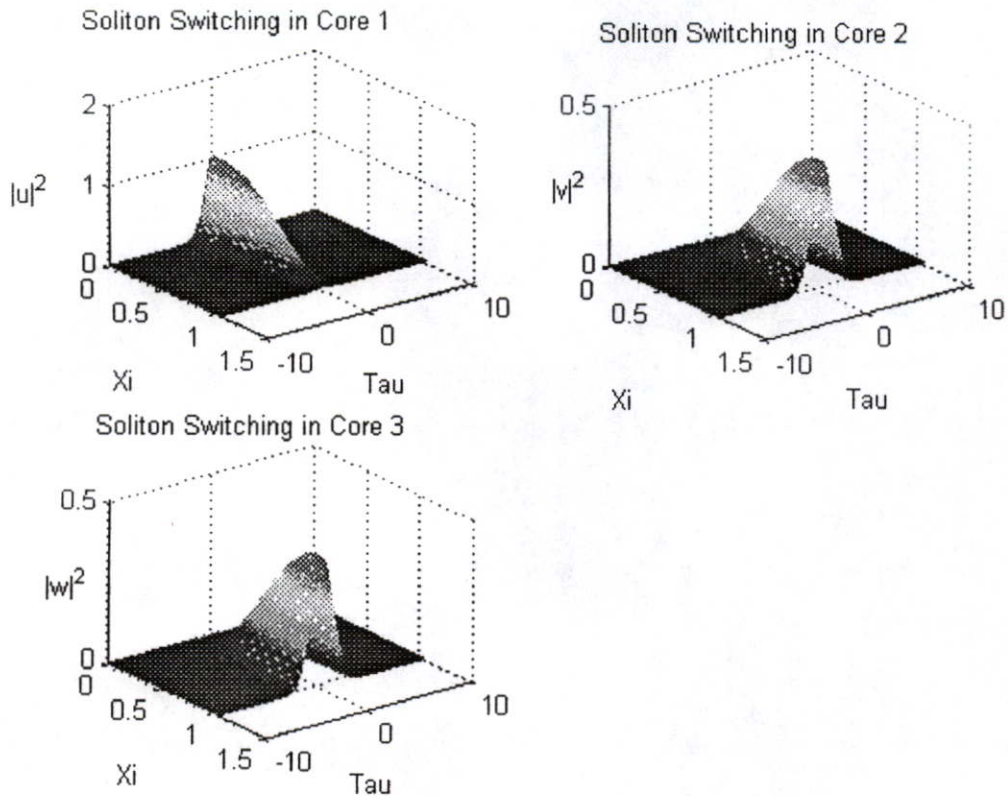
ต่อไปเราให้ **กรณีที่หนึ่ง** คือกรณีอินพุตสัญญาณไปยังแกนที่หนึ่งส่วนอีกสองแกนไม่มีการอินพุต **กรณีที่สอง** คือกรณีอินพุตสัญญาณไปยังแกนที่หนึ่งและสองส่วนแกนที่สามไม่มีการอินพุต **กรณีที่สาม** คือกรณีอินพุตสัญญาณทั้งสามแกน

7.1 การทำงานบนเครื่องคอมพิวเตอร์

ในส่วนของเวลาที่ใช้ในการประมวลผลทางคอมพิวเตอร์มีพารามิเตอร์อยู่หลายตัวที่ส่งผลต่อเวลาที่ใช้ในการประมวลผลเช่น จำนวนของเอลิเมนต์ (Ne) ค่าของสัมประสิทธิ์ในการค้ำปลิงเชิงเส้น (κ) และ ช่วงระยะทาง ($\Delta\xi$) พารามิเตอร์ที่มีผลกระทบต่อการทำงานประมวลผลทางคอมพิวเตอร์มากที่สุดคือ จำนวนของเอลิเมนต์ เพราะยิ่งจำนวนเอลิเมนต์ยิ่งมากเท่าไรคอมพิวเตอร์จะต้องแก้ระบบสมการเมทริกซ์ที่ใหญ่ตามไปด้วย ตัวอย่างเช่น ถ้าใช้จำนวนของเอลิเมนต์เป็น 500 เอลิเมนต์เราจะใช้จำนวนจุดต่อถึง 1001 จุดต่อ เพราะฉะนั้นคอมพิวเตอร์ต้องแก้ระบบสมการเมทริกซ์ขนาด 1001×1001 ซึ่งเป็นกระบวนการที่เสียเวลามาก สัมประสิทธิ์ในการค้ำปลิงเชิงเส้นส่งผลต่อครั้งหนึ่งของความยาวบิต เพราะว่าครั้งหนึ่งของความยาวบิตขึ้นกับสัมประสิทธิ์ในการค้ำปลิงเชิงเส้น ($L_c = \pi / (3\kappa)$) กล่าวคือถ้าค่าของสัมประสิทธิ์ในการค้ำปลิงเชิงเส้นน้อยจะส่งผลให้ระยะครั้งหนึ่งของความยาวบิตมีค่ามาก ซึ่งทำให้เวลาในการประมวลผลมากตามไปด้วย $\Delta\xi$ มีผลต่อการประมวลผลทางคอมพิวเตอร์ในแง่ของระยะทาง กล่าวคือในระยะทางเดียวกัน ถ้าใช้ค่า $\Delta\xi$ น้อยจะส่งผลให้การประมวลผลใช้เวลามาก ถ้าให้จำนวนเอลิเมนต์เท่ากันและ $\Delta\xi$ เดียวกัน กรณี $\kappa = 0.2$ จะใช้เวลาในการประมวลผลที่มากที่สุด

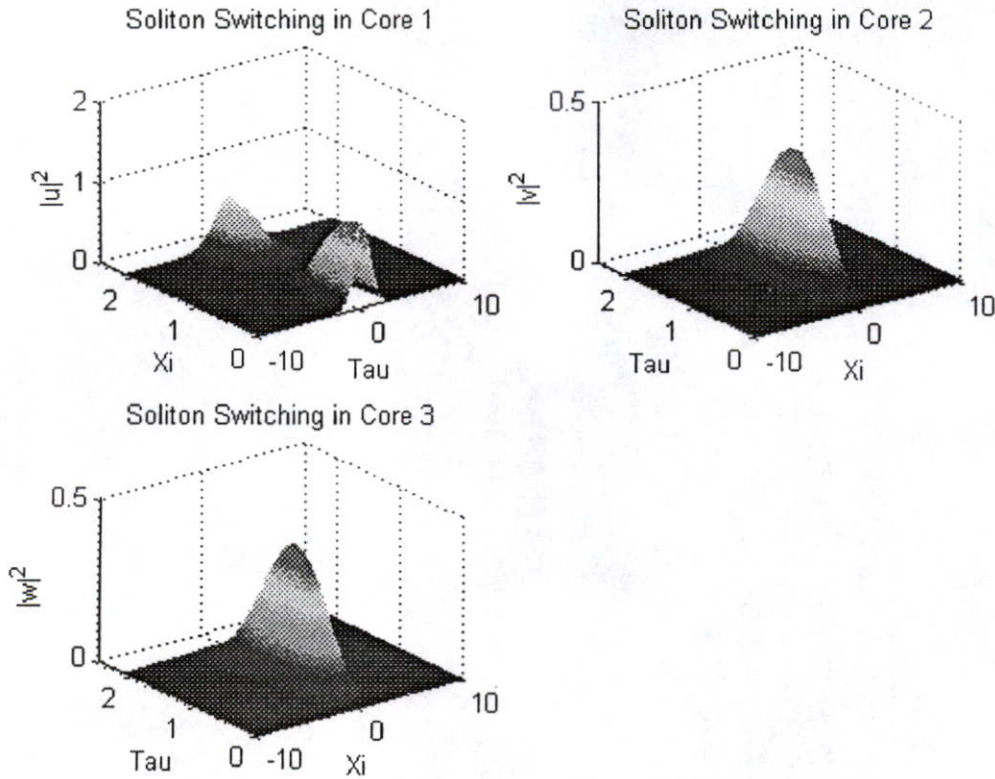
7.2 หลักการครั้งหนึ่งของความยาวบิต

ภาพต่อไปนี้แสดงถึงหลักการครั้งหนึ่งของความยาวบิต ในกรณีที่หนึ่งของ $\kappa = 1.0$ เพื่อให้เห็นภาพของหลักการนี้ได้ชัดเจนยิ่งขึ้น



รูปที่ 7.1 ภาพส่วนกลับในกรณีหนึ่งหนึ่งของ $\kappa = 1.0$

จากรูปที่ 7.1 เป็นส่วนกลับของรูปที่ 6.4 จะสังเกตได้ว่าที่ตำแหน่ง $L_c = 1.0472$ แอมพลิจูดของแกนที่หนึ่งลดลงจนเกือบจะสมบูรณ์ ส่วนแกนที่สองและสามแอมพลิจูดเพิ่มขึ้นมากเมื่อเทียบกับภาวะเริ่มต้น หรืออีกนัยหนึ่ง กล่าวได้ว่าแกนที่หนึ่งถ่ายทอดแอมพลิจูดไปยังแกนที่สองและสามเกือบสมบูรณ์ ซึ่งตรงกับสมมุติฐานของหลักการครึ่งหนึ่งของความยาวบีตที่ตั้งไว้ในหัวข้อที่ 1.3 อีกตำแหน่งหนึ่งที่น่าสนใจคือ ตำแหน่งความยาวบีต (beat length, $2 \times L_c$) ในกรณีนี้มีความยาวเท่ากับ 2.0944 ดังแสดงได้ดังภาพต่อไปนี้



รูปที่ 7.2 แสดงถึงความยาวปิดของกรณีหนึ่งที่หนึ่งของ $\kappa = 1.0$

จากรูปที่ 7.2 จะสังเกตได้ว่าที่ $\xi = 2.0944$ แอมพลิจูดของทั้งสามแกนกลับคืนสู่ภาวะเดิมและรูปภาพเหมือนกับกราฟของครึ่งหนึ่งของความยาวปิดในช่วงแรก กล่าวคือแกนที่หนึ่งมีแอมพลิจูดเป็นฟังก์ชัน $\sec h(\tau)$ ส่วนแกนที่สองและสามมีแอมพลิจูดเป็นศูนย์ นั้นแสดงว่าโซลิตอนสวิตซิงครบคาบเมื่อมีความยาวเท่ากับความยาวปิด (beat length) ในกรณี $\kappa = 0.2$ ไม่เป็นไปตามหลักการของครึ่งหนึ่งของความยาวปิด กล่าวคือมีการเพิ่มขึ้นและลดลงทั้งสามแกน ที่ตำแหน่งครึ่งหนึ่งของความยาวปิดแกนที่ถูกอินพุตแอมพลิจูดเข้าไปไม่มีการลดลงของแอมพลิจูดดูได้จากรูปที่ 6.1, 6.5 และ 6.9 เป็นเพราะว่าในการทำจำลองยังไม่ละเอียดพอ ถ้าต้องการให้ผลดังกล่าวเป็นไปตามหลักของครึ่งหนึ่งของความยาวปิดต้องใช้เฮลิเมนต์อย่างน้อย 1,000 เฮลิเมนต์ ซึ่งคอมพิวเตอร์ของผู้วิจัยมีแรม (RAM) อยู่ 64 MB ทำให้ไม่สามารถที่จะรันผลดังกล่าวได้ เพราะต้องใช้เวลาในการทำจำลองจำนวนมาก แต่ในกรณี $\kappa = 0.5, 0.8, 1.0$ ของทั้งสามกรณีเป็นไปตามหลักของครึ่งหนึ่งของความยาวปิด ดังนั้นในงานวิจัยนี้จะวิเคราะห์ในกรณีของ $\kappa = 0.5, 0.8, 1.0$ เท่านั้น

7.3 การดูพฤติกรรมแอมพลิจูด

การวิเคราะห์ในหัวข้อนี้แบ่งออกเป็นสองส่วนคือ การถ่ายทอดของแอมพลิจูดระหว่างแกน และพฤติกรรมของเอาต์พุต

7.3.1 การถ่ายทอดของแอมพลิจูดระหว่างแกน

กรณีทีหนึ่ง แกนที่หนึ่งถ่ายทอดแอมพลิจูดไปยังแกนที่สองและแกนที่สาม(ดูรูปที่ 6.2-6.4) เพราะที่ $\xi = 0$ แกนที่หนึ่งมีแอมพลิจูดเป็นรูป $\sec h(\tau)$ แกนที่สองและสามมีแอมพลิจูดเป็นศูนย์ แต่เมื่อมาดูที่ $\xi = L_c$ จะเห็นได้ว่าแอมพลิจูดของแกนที่หนึ่งลดลงจนเกือบจะเป็นศูนย์ แต่แกนที่สองและสามมีแอมพลิจูดที่เพิ่มขึ้นเมื่อเทียบกับที่ตำแหน่งเริ่มต้น

กรณีที่สอง แกนที่หนึ่งและสองถ่ายทอดแอมพลิจูดไปยังแกนที่สาม(ดูรูปที่ 6.6 - 6.8) เพราะที่ $\xi = 0$ แกนที่หนึ่งและสองมีแอมพลิจูดเป็นรูป $\sec h(\tau)$ แกนที่สามมีแอมพลิจูดเป็นศูนย์ แต่เมื่อมาดูที่ $\xi = L_c$ จะเห็นได้ว่าแอมพลิจูดของแกนที่หนึ่งและสองลดลงจนเกือบจะเป็นศูนย์ แต่แกนที่สามมีแอมพลิจูดที่เพิ่มขึ้นเมื่อเทียบกับที่ตำแหน่งเริ่มต้น

ในส่วนตัว่ากรณีใดมีการถ่ายทอดของแอมพลิจูดมากน้อยเพียงใด เราจะมาดูที่ค่าสูงสุดของแอมพลิจูดที่จุด $\xi = L_c$ ทั้งสามแกน โดยพิจารณากรณีทีหนึ่ง และกรณีที่สองดังแสดงในตารางต่อไปนี้

ตารางที่ 7.1 ค่าสูงสุดที่จุด $\xi = L_c$ สำหรับกรณีทีหนึ่ง

| κ | $ u ^2$ | $ v ^2$ | $ w ^2$ |
|----------|---------|---------|---------|
| 0.5 | 0.0671 | 0.2649 | 0.2649 |
| 0.8 | 0.0259 | 0.3684 | 0.3684 |
| 1.0 | 0.0349 | 0.4023 | 0.4023 |

ตารางที่ 7.2 ค่าสูงสุดที่จุด $\xi = L_c$ สำหรับกรณีที่สอง

| κ | $ u ^2$ | $ v ^2$ | $ w ^2$ |
|----------|---------|---------|---------|
| 0.5 | 0.2039 | 0.2039 | 2.0284 |
| 0.8 | 0.0843 | 0.0843 | 3.3408 |
| 1.0 | 0.0834 | 0.0834 | 3.0736 |

เมื่อพิจารณตารางที่ 7.1 จะเห็นได้ว่าค่าแอมพลิจูดสูงสุดของแกนที่หนึ่งของ $\kappa = 0.8$ มีค่าต่ำสุด แสดงว่า $\kappa = 0.8$ มีการถ่ายทอดของแอมพลิจูดมากที่สุด ส่วนในขณะที่แกนที่สองและสามมีค่าแอมพลิจูดมากที่สุดเมื่อ $\kappa = 1.0$ แสดงว่า $\kappa = 1.0$ มีการดูดซับแอมพลิจูดมากที่สุด

เมื่อพิจารณตารางที่ 7.2 จะเห็นได้ว่าค่าแอมพลิจูดสูงสุดของแกนที่หนึ่งและแกนที่สองของ $\kappa = 1.0$ มีค่าต่ำสุด แสดงว่า $\kappa = 1.0$ มีการถ่ายทอดของแอมพลิจูดมากที่สุด ส่วนในแกนที่สามมีค่าแอมพลิจูดมากที่สุดเมื่อ $\kappa = 0.8$ แสดงว่า $\kappa = 0.8$ มีการดูดซับแอมพลิจูดมากที่สุด

7.3.2 พฤติกรรมของเอาต์พุต

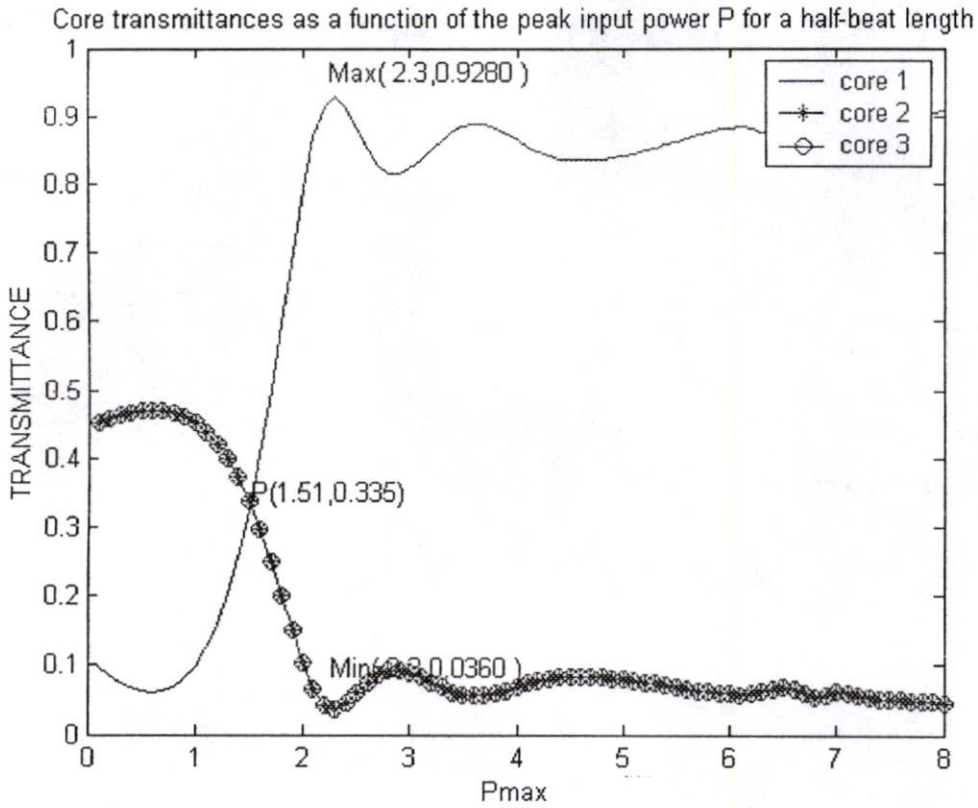
จากรูปในบทที่ 6 จะเห็นได้ว่าเมื่อเราอินพุตแอมพลิจูดด้วยค่าที่เหมือนกันผลของเอาต์พุตจะได้ค่าเหมือนกัน(ดูรูปที่ 6.1 - 6.12) ตัวอย่างเช่น กรณีที่หนึ่งเมื่อแกนที่สองและสามอินพุตด้วยค่าเดียวกันคือ อินพุตศูนย์ ผลเอาต์พุตจะได้เหมือนกัน(ดูรูปที่ 6.1 - 6.4) กรณีที่สองเมื่อแกนที่หนึ่งและสองอินพุตด้วยค่าเดียวกัน ผลเอาต์พุตจะได้เหมือนกัน(ดูรูปที่ 6.5 - 6.8) กรณีที่สามเมื่อทั้งสามแกนอินพุตด้วยค่าเดียวกัน ผลเอาต์พุตได้เหมือนกัน(ดูรูปที่ 6.9 - 6.12) ซึ่งสอดคล้องกับคุณสมบัติสมมาตร(symmetry property) ทั้งสามกรณี

7.4 การส่งผ่านสัญญาณ

การขาดหายไป(absence) ของการส่งผ่านสัญญาณอ่อน ๆ ในคัปเปิลอริเยแก้วนำแสงไม่เชิงเส้นถูกเตรียมในสถานะไม่เสถียร(unstable state) กับการส่งผ่านสัญญาณที่แรงกว่า ในสถานะนี้ได้จากการตัดกันของเส้นกราฟของการส่งผ่านสัญญาณ(core transmittance) ของแกนที่ 1, 2 และ 3 ซึ่งดูได้จากรูปที่ 6.13 - 6.15

จากรูปที่ 6.13 - 6.15 จุดที่ตัดกันคือจุด P สิ่งที่น่าสนใจอีกอย่างหนึ่งนอกจากการตัดกันของเส้นกราฟคือ เมื่อพิจารณา $\kappa = 0.5, 0.8, 1.0$ ในรูปที่ 6.13 - 6.15 จะเห็นได้ว่าในภาวะเริ่มต้นค่าการส่งผ่านสัญญาณของแกนที่สองและสามจะสูงกว่าแกนที่หนึ่ง แต่เมื่อเลยจุด P ค่าการส่งผ่านสัญญาณของแกนที่หนึ่งจะสูงกว่าแกนที่สองและสามไปตลอด เมื่อมาดูที่จุด P ของทั้ง $\kappa = 0.5, 0.8, 1.0$ จะเห็นได้ว่าค่าการส่งผ่านสัญญาณโดยประมาณมีค่าเท่ากันคือ 0.335 แต่จะมีอินพุตกำลังที่ต่างกันคือ $\kappa = 0.5$ มีอินพุตกำลัง 1.035, $\kappa = 0.8$ มีอินพุตกำลัง 1.307 และ $\kappa = 1.0$ มีอินพุตกำลัง 1.51 ซึ่งจะเห็นได้ว่า $\kappa = 1.0$ ใช้อินพุตกำลังมากที่สุดคือ 1.51 แสดงว่ากรณี $\kappa = 1.0$ เหมาะสมในการนำไปออกแบบอุปกรณ์ทางแสง

เมื่อพิจารณารูปที่ 6.13 - 6.15 หลังจุดตัด P จะพบว่าแกนการส่งผ่านสัญญาณของแกนที่หนึ่งจะได้ค่าสูงสุด ส่วนแกนที่สองและสามให้ค่าต่ำสุด ณ ที่ตำแหน่งอินพุตกำลังเดียวกัน เพื่อให้เห็นภาพได้ชัดเจนยิ่งขึ้น โดยให้ Max และ Min แทนค่าสูงสุดและต่ำสุดของการส่งผ่านสัญญาณในกรณี $\kappa = 1.0$ ตามลำดับ ดังแสดงในรูปต่อไปนี้



รูปที่ 7.3 แสดงค่าสูงสุดและค่าต่ำสุดของการส่งผ่านสัญญาณในกรณี $\kappa = 1.0$

โดยมีค่าสูงสุดและต่ำสุดของกรณี $\kappa = 0.5, 0.8, 1.0$ ดังแสดงในตารางที่ 7.3 ต่อไปนี้

ตารางที่ 7.3 ค่าสูงสุดและต่ำสุดของการส่งผ่านสัญญาณ

| κ | ค่าสูงสุดของการส่งผ่านสัญญาณในแกนที่หนึ่ง | ค่าต่ำสุดของการส่งผ่านสัญญาณในแกนที่สองและสาม | อินพุตกำลังงาน |
|----------|---|---|----------------|
| 0.5 | 0.9872 | 0.0064 | 1.4 |
| 0.8 | 0.9502 | 0.0249 | 2.0 |
| 1.0 | 0.9280 | 0.0360 | 2.3 |

จากตารางที่ 7.3 สังเกตได้ว่าเมื่อ κ เพิ่มขึ้น ค่าสูงสุดของการส่งผ่านสัญญาณในแกนที่หนึ่งลดลง ส่วนค่าต่ำสุดของการส่งผ่านสัญญาณในแกนที่สองและสามและอินพุตกำลังงานมีค่าเพิ่มขึ้น ค่าสูงสุดและต่ำสุดของการส่งผ่านสัญญาณดังกล่าวบ่งบอกได้ว่า ค่าการส่งผ่านสัญญาณในแกนที่หนึ่งเป็นตัวบ่งชี้ถึง ความเป็นไปได้ในการนำไปออกแบบอุปกรณ์เครือข่ายการส่งผ่านสัญญาณเชิงแสง (optical transmission network) และความสามารถในการส่งผ่านสัญญาณ ส่วนการส่งผ่านสัญญาณในแกนที่สองและสาม ซึ่งให้ค่าการส่งผ่านสัญญาณต่ำสุดแสดงถึงสัญญาณรบกวน

(noise signal) ที่เกิดขึ้นในเครือข่ายการส่งผ่านสัญญาณเชิงแสง จากตารางที่ 7.3 จะเห็นได้ว่า $\kappa = 0.5$ ให้ค่าการส่งผ่านสัญญาณของแกนที่หนึ่งสูงกว่ากรณี $\kappa = 0.8, 1.0$ ส่วนค่าการส่งผ่านสัญญาณต่ำสุดของแกนที่สองและสามให้ค่าต่ำกว่ากรณี $\kappa = 0.8, 1.0$ ดังนั้นกรณี $\kappa = 0.5$ ให้สัญญาณรบกวนต่ำกว่ากรณี $\kappa = 0.8, 1.0$ เพราะฉะนั้นกรณี $\kappa = 0.5$ มีความเหมาะสมที่จะนำมาออกแบบอุปกรณ์เครือข่ายการส่งผ่านสัญญาณเชิงแสง

บทที่ 8

สรุปผลการวิจัยและข้อเสนอแนะ

8.1 สรุปผลการวิจัย

ระบบสมการโซลิตอนถูกศึกษาโดยการใช้ระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์ เพื่อแก้ปัญหาและดูคุณสมบัติของระบบสมการโซลิตอนทางแสง ซึ่งอยู่บนพื้นฐานของระเบียบวิธีกาลิเลอริคิน โดเมนปัญหาของงานวิจัยอยู่บนช่วงของ τ เทคนิคการทำซ้ำที่ใช้คือระเบียบวิธีขั้นตอนที่ตา โดยเลือก $\theta = 1/2$ งานวิจัยนี้ให้ความสำคัญกับครึ่งหนึ่งของความยาวบิต (L_c) ดังนั้นช่วงของ ξ ที่ใช้คือ $0 \leq \xi \leq L_c$ ผลการจำลองโซลิตอนสวิตชิง (soliton switching) $\kappa = 0.2$ ของทั้งสามกรณีไม่เป็นไปตามหลักการครึ่งหนึ่งของความยาวบิต ส่วน $\kappa = 0.5, 0.8, 1.0$ เป็นไปตามหลักการครึ่งหนึ่งของความยาวบิต เป็นเพราะว่าคอมพิวเตอร์ของผู้วิจัยมีแรมน้อย (64 MB) ผิดกับผู้ใช้โปรแกรมแมตแลบ (โปรแกรมดูได้จากภาคผนวก ก) ในการทำการจำลองหรือกราฟ ซึ่งโปรแกรมหดงกล่าวต้องใช้แรมจำนวนมากในการทำการจำลองโดยใช้ระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์ ซึ่งเป็นข้อจำกัดข้อหนึ่งของวิทยานิพนธ์ฉบับนี้ ข้อจำกัดอีกประการหนึ่งคือเทคนิคการทำซ้ำที่ใช้ในงานวิจัยนี้ยังไม่ดีพอ แต่เป็นเทคนิคที่ง่ายและทำความเข้าใจได้ง่ายด้วย ฉะนั้นคอมพิวเตอร์ที่ใช้ในการทำวิจัยที่เกี่ยวกับโซลิตอนสวิตชิงควรมีแรมและประสิทธิภาพที่สูง และใช้เทคนิคการทำซ้ำที่ดีกว่าที่ใช้ในงานวิจัยนี้ แต่ผลที่ได้นี้สามารถนำไปเป็นแนวทางในการทำวิจัยต่อไปได้ ในการดูพฤติกรรมแอมพลิจูดให้ผลที่สำคัญอยู่สองประการคือ การสวิตชิงทางแสงขึ้นอยู่กับการใช้สัมประสิทธิ์ในการคัปปลิงเชิงเส้น (κ) ที่เหมาะสม และตัวพฤติกรรมของเอาต์พุตที่ได้จากทั้งสามกรณีสอดคล้องกับคุณสมบัติสมมาตร (symmetry property) กล่าวคือเมื่อเราอินพุตด้วยค่าเริ่มต้นเดียวกัน ผลของเอาต์พุตจะออกมาเหมือนกัน ในส่วนการวิเคราะห์ของการส่งผ่านสัญญาณของ $\kappa = 0.5, 0.8, 1.0$ ให้ผลที่ชัดเจนคือการส่งผ่านสัญญาณในสถานะไม่เสถียรมีค่าโดยประมาณเท่ากันคือ 0.335 ส่วนของอินพุตกำลังของ $\kappa = 1.0$ มีค่ามากที่สุดคือ 1.51 ซึ่งทำให้นำไปใช้ในการออกแบบอุปกรณ์ทางแสงได้เหมาะสมกว่า $\kappa = 0.5, 0.8$ เพราะสัมประสิทธิ์ในการคัปปลิงเชิงเส้นดังกล่าวมีอินพุตกำลังที่ต่ำกว่า ส่วนในการออกแบบอุปกรณ์ในเครือข่ายการส่งผ่านสัญญาณเชิงแสง กรณี $\kappa = 0.5$ มีความเหมาะสมที่สุดในการนำไปออกแบบอุปกรณ์ในเครือข่ายการส่งผ่านสัญญาณเชิงแสง เพราะให้ค่าการส่งผ่านสัญญาณของแกนที่หนึ่งมากที่สุดคือ 0.9872 และให้ค่าสัญญาณรบกวนของแกนที่สองและสามต่ำที่สุดคือ 0.0064

8.2 ข้อเสนอนี้

ขอบเขตของวิทยานิพนธ์นี้ทำในกรณีไม่มีการรบกวนเท่านั้น ซึ่งในกรณีที่มีการรบกวนเป็นงานวิจัยที่น่าสนใจ เพราะมีความเป็นไปได้ในการนำไปใช้ออกแบบอุปกรณ์ทางแสงมากกว่ากรณีไม่มีการรบกวน ตัวอย่างเช่น อุปกรณ์คัปเปลอร์ที่ได้ไปด้วยสารเออร์เบียม(erbium) โดยมีระบบสมการต่อไปนี้ [2]

$$i \frac{\partial u}{\partial \xi} + \frac{1}{2} \frac{\partial^2 u}{\partial \tau^2} + \kappa v + |u|^2 u = i \frac{1}{2} g L_D \left(u + \tau_2^2 \frac{\partial^2 u}{\partial \tau^2} \right), \quad (8.1)$$

$$i \frac{\partial v}{\partial \xi} + \frac{1}{2} \frac{\partial^2 v}{\partial \tau^2} + \kappa(u + w) + |v|^2 v = 0, \quad (8.2)$$

$$i \frac{\partial w}{\partial \xi} + \frac{1}{2} \frac{\partial^2 w}{\partial \tau^2} + \kappa v + |w|^2 w = i \frac{1}{2} g L_D \left(w + \tau_2^2 \frac{\partial^2 w}{\partial \tau^2} \right) \quad (8.3)$$

เมื่อ u, v และ w คือองค์ประกอบของนอร์มัลไรซ์เฮนเวลล์ของพัลส์ที่มีการเปลี่ยนแปลงอย่างช้า ๆ ในแกนเส้นใน, แกนเส้นกลาง และแกนเส้นนอก ตามลำดับ โดยให้ u และ w คือแอมพลิจูดในแกนพาสซิฟหรือแกนนอกทั้งสองด้าน โดยมีแกนกลางเป็นแกนแอคทีฟ เมื่อแกนพาสซิฟคือแกนที่ไม่ได้ได้ปัสสารเออร์เบียม ส่วนแกนแอคทีฟคือแกนที่ได้ปัสสารเออร์เบียม ξ คือโคออร์ดิเนตของตำแหน่ง τ คือเวลาที่เคลื่อนที่ในกรอบอ้างอิงของความเร็วกลุ่ม κ คือสัมประสิทธิ์ในการคัปปลิงเชิงเส้น L_D คือระยะทางในการกระจาย τ_2 คืออัตราขยายของแบนด์วิดท์ และ g คืออัตราขยายขณะอิมพัลส์ และ $g = g_0 \exp(E_p / E_{sat})$ โดย g_0 คือสัมประสิทธิ์ของอัตราขยายไม่อิมพัลส์ E_p คือกำลังงานของพัลส์ และ E_{sat} คือกำลังงานของพัลส์ขณะอิมพัลส์ โดยมีเงื่อนไขเริ่มต้นต่อไปนี้

$$\begin{aligned} u(\xi = 0, \tau) &= \sqrt{P_{\max}} \operatorname{sech} h(\tau) \\ v(\xi = 0, \tau) &= w(\xi = 0, \tau) = 0 \end{aligned} \quad (8.4)$$

เมื่อ P_{\max} คือพีคกำลังอินพุต

ระบบสมการ (8.1) – (8.3) คล้ายกับระบบสมการที่ใช้ในวิทยานิพนธ์ฉบับนี้ และใช้เงื่อนไขเริ่มต้นชนิดเดียวกัน ดังนั้นจึงสามารถใช้ระเบียบวิธีที่ใช้ในงานวิจัยนี้ได้ แต่ต้องทำความเข้าใจกับพารามิเตอร์บางตัวเช่น L_D , τ_2 และ g เพิ่มเติม เพื่อให้ได้ผลที่ถูกต้อง ความสัมพันธ์ที่น่าสนใจ

ของระบบสมการดังกล่าวคือ ความสัมพันธ์ระหว่างการส่งผ่านสัญญาณกับ P_{\max} ซึ่งนำไปช่วยในการออกแบบอุปกรณ์ทางแสงได้ เช่นอุปกรณ์ขยายสัญญาณโซลิตอน

เอกสารอ้างอิง

- [1] ปราโมทย์ เตชะอำไพ. ไฟไนต์เอลิเมนต์ในงานวิศวกรรม. จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย. พ.ศ. 2537.
- [2] M. Koshiba. Optical Waveguide Theory by the Finite Element Method. KTK Scientific. 1992.
- [3] ปรีชา ชูพาพิน. เครือข่ายใยแก้วนำแสง. ส.ส.ท.. พิมพ์ครั้งที่ 2. พ.ศ. 2543.
- [4] N. J. Smith and N. J. Doran. "Picosecond Soliton Transmission Using Concatenated Nonlinear Optical Loop Mirror Intensity Filter." J. Opt. Soc. Am. B, Vol. 12, 1995, pp.1117 - 1125.
- [5] N. N. Akhmediev and A. V. Buryak. "Soliton States and Bifurcation Phenomena in Three-Core Nonlinear Fiber Couplers." J. Opt. Soc. B, Vol. 11, 1994, pp. 804-809.
- [6] F. Garzia, C. Sibilio and M. Bertolotti. "All - Optical Serial Switcher." Opt. Quantum Electron., Vol. 32, 2000, pp. 781-798.
- [7] H. Hatami-Hanza, P. L. Chu, and G. D. Peng. "Optical Switching in a Coupler with Saturable Nonlinearity." Opt. Quantum Electron., Vol. 26, 1994, pp. S365-S372.
- [8] A. V. Buryak and N. N. Akhmediev. "Stationary Pulse Propagation in N - Core Nonlinear Couplers." IEEE J. Quantum Electron., Vol. 31, 1995, pp. 682-688.
- [9] M. Romagnoli, S. Trillo, and S. Wabritz. "Soliton Switching in Nonlinear Couplers." Opt. Quantum Electron., Vol. 24, 1992, pp. 1237-1267.
- [10] P. E. Lan Gridge and W. J. Firth. "Continuous Wave and Pulse Propagation in Three-Core Fiber Nonlinear Directional Couplers." Opt. Quantum Electron., Vol. 24, 1992, pp. 1315-1323.
- [11] J. Wilson and G. I. Stegeman. "All - Optical Switching of Soliton in an Active Non-linear Directional Coupler." Opt. Quantum Electron., Vol. 24, pp. 1325-1336.
- [12] J. M. Soto-Crespo and E. M. Wright. "All - Optical Switching of Solitons in Two- and Three-Core Nonlinear Fiber Couplers." J. Appl. Phys., Vol. 70, 1991, pp.7240-7243.
- [13] E. M. Eguchi, K. Hayata, and M. Koshiba. "Analysis of Soliton Pulse Propagation in a Birefringent Optical Fiber Using the Finite-Element Method." Electron. Commun. Jpn., Part 2, Vol. 73, 1990, pp. 50-59.

- [14] P. A. Buah, B. M. A. Rahman, and K. T. V. Grattan. " Numerical Study of Soliton Switching in Active Three -Core Nonlinear Fiber Couplers." IEEE J. Quantum Electron., Vol. 33, 1997, pp. 874-878.
- [15] P. Saucez, A. Vande Wouwer, and W. E. Schiesser. " Some Observations on Static Spatial Remeshing Method Based on Equidistribution Principles," J. of Computational Physics, Vol. 128, pp. 274-288, 1996.
- [16] E. B. Becker, G. F. Carey, and J. T. oden. Finite Elements an Introduction: Volume 1. Prentice-Hall, 1981.
- [17] J. N. Reddy. An Introduction to The Finite Element Method. McGraw-Hill. 2nd Ed.. 1993.
- [18] N. N. Akhmediev and A. Ankiewicz. Soliton : Nonlinear Pulses and Beams. CHAPMAN & HALL. 1997.
- [19] W. L. Wood. Practical Time-Stepping Schemes. Clarendon Press-Oxford. 1990.
- [20] Y. W. Kwon and H. Bang. The Finite Element Method Using MATLAB. CRC Press. 2nd Ed.. 2000.
- [21] A. Cavallo, R. Setola, and F. Vassa. Using MATLAB : Simulink and Control System Toolbox a Practical Approach. Prentice Hall. 1990.
- [22] B. D Hahn. Essential MATLAB for Scientists and Engineers. ARNOLD. 1997.
- [23] R. L. Burden and J. D. Faires. Numerical Analysis. 5th Ed. PWS. 1993.
- [24] G. J. Borse. Numerical Methods with MATLAB. PWS. 1997.
- [25] มนต์ สังวรศิลป์ และ วรรัตน์ ภัทรอมรกุล. คู่มือการใช้งาน MATLAB. อินโฟเพรส. พ.ศ. 2543.
- [26] ปรีชา ยุพาพิน. วิศวกรรมโยธาก้าวหน้าแสง. สำนักพิมพ์ ส.ส.ท.. พ.ศ. 2544.

ภาคผนวก ก

โปรแกรม

ก.1 โปรแกรมที่ใช้ในขั้นตอนการแก้สมการเชิงอนุพันธ์ (หัวข้อ 5.1)

โปรแกรมต่อไปนี้ใช้หาผลเฉลยในกรณีอินพุตสัญญาณไปยังแกนที่หนึ่งส่วนอีกสองแกนไม่มีการอินพุต

```

%-----
%This program to solve three linearly coupled nonlinear Schrodinger equation
%using quadratic line element.
%Programer: Wichiean Chotiwattana
%
%Variable descriptions
%K = element matrix
%M = element matrix
%KK = system matrix
%MM = system matrix
%Nu = nonlinear element matrix of u
%Nv = nonlinear element matrix of v
%Nw = nonlinear element matrix of w
%NU = nonlinear system matrix of u
%NV = nonlinear system matrix of v
%NW = nonlinear system matrix of w
%index = a vector containing system dofs associated with each element
%bcdof = a vector containing dofs associated with boundary conditions
%bcval = a vector containing boundary condition values associated with the dofs in
        bcdof
%-----
%
```

```

%-----
%input data for control parameter
%-----

nel=150; %number of element
nnel=3; %number of node per element
ndof=1; %number of dofs per node
nnode=2*nel+1; %total number of nodes in system
sdof=nnode*ndof; %total system dofs
Kappa=0.2; %linear coupling coefficient
Lc=pi/(3*Kappa); %half-beat length
s=0;f=Lc;

deltaXi=pi/150; %delta xi
NdeltaXi=fix((f-s)/deltaXi); %number of xi
%
%-----
%input data for nodal coordinate values
%-----

gcoord(1)=-10;
for i=2:299
    gcoord(i)=gcoord(i-1)+0.06;
end
gcoord(300)=gcoord(299)+1.06;
gcoord(301)=gcoord(300)+1.06;
%
%-----
%input data for nodal connectivity for each element
%-----

k=0;
for iel=1:nel
    nodes(iel,1)=iel+k;
    nodes(iel,2)=iel+k+2;

```

```

nodes(iel,3)=iel+k+1;
    k=k+1;
end
%
%-----
%input data for boundary conditions
%-----
bcdof(1)=1;                                %first node is constrained
bcval(1)=0;                                %whose described value is 0
bcdof(2)=nnode;                            %final node is constrained
bcval(2)=0;                                %whose described value is 0
%
%-----
%initialization of matrices and vectors
%-----
KK=zeros(sdof,sdof);                       %initialization of system matrix
MM=zeros(sdof,sdof);                       %initialization of system matrix
NU=zeros(sdof,sdof);                       %initialization of system matrix
NV=zeros(sdof,sdof);                       %initialization of system matrix
NW=zeros(sdof,sdof);                       %initialization of system matrix
u=zeros(sdof,1);                           %initialization of vector
v=zeros(sdof,1);                           %initialization of vector
w=zeros(sdof,1);                           %initialization of vector
index=zeros(nnel*ndof,1);                  %initialization of index vector
%
%-----
%computation of element matrices and vectors and their assembly
%-----
for iel=1:nel                               %loop for the total number of elements
    nl=nodes(iel,1);nr=nodes(iel,2);        %extract nodes for (iel)-th element
    xl=gcoord(nl);xr=gcoord(nr);           %extact nodal coord values

```

```

le=xr-xl;                                     %element length
index=feeldof1(iel,nnel,ndof);                %extract system dofs associated
M=fesoliton1(le);                             %compute element matrix
K=fesoliton4(le);                             %compute element matrix
KK=feasmb1(KK,K,index);                       %assemble element matrix
MM=feasmb1(MM,M,index);                       %assemble element matrix
end
%
%-----
%input initial condition
%-----
Xi=0;
for b=1:nnode
    u(b)=sech(gcoord(b));                     %case input signal into core 1
end
for c=1:nnode
    U(1,c)=(abs(u(c)))^2;
    V(1,c)=(abs(v(c)))^2;
    W(1,c)=(abs(w(c)))^2;
    Ggcoord(1,c)=gcoord(c);
    Gxi(1,c)=Xi;
end
%
%-----
%solve soliton swiching equation
%-----
for x=2:NdeltaXi+1
    Xi=Xi+deltaXi;
    for iel=1:nel                             %loop for the total number of elements
        nl=nodes(iel,1);nr=nodes(iel,2);     %extract nodes for (iel)-th element
        xl=gcoord(nl);xr=gcoord(nr);        %extract nodal coord values
    end
end

```

```

le=xr-xl;                                     %element length
index=feeldof1(iel,nnel,ndof);               %extract system dofs associated
e=length(index);
for l=1:e
    o=index(l);
    g(l)=u(o);
    q(l)=v(o);
    r(l)=w(o);
end
Nu=fesoliton3(le,g);                          %compute element matrix
Nv=fesoliton3(le,q);                          %compute element matrix
Nw=fesoliton3(le,r);                          %compute element matrix
NU=feasmb1(NU,Nu,index);                      %assemble element matrix
NV=feasmb1(NV,Nv,index);                      %assemble element matrix
NW=feasmb1(NW,Nw,index);                      %assemble element matrix
end
LTheta1=j*MM+0.5*deltaXi*(KK+NU);
LTheta2=j*MM-0.5*deltaXi*(KK+NU);
QTheta1=j*MM+0.5*deltaXi*(KK+Nv);
QTheta2=j*MM-0.5*deltaXi*(KK+Nv);
STheta1=j*MM+0.5*deltaXi*(KK+Nw);
STheta2=j*MM-0.5*deltaXi*(KK+Nw);
fn1=LTheta2*u-deltaXi*Kappa*MM*(v+w);
fn2=QTheta2*v-deltaXi*Kappa*MM*(u+w);
fn3=STheta2*w-deltaXi*Kappa*MM*(u+v);
[LTheta1,fn1]=feaplyc2(LTheta1,fn1,bcdof,bcval);
[QTheta1,fn2]=feaplyc2(QTheta1,fn2,bcdof,bcval);
[STheta1,fn3]=feaplyc2(STheta1,fn3,bcdof,bcval);
u=LTheta1\fn1;
v=QTheta1\fn2;
w=STheta1\fn3;

```

```

for y=1:nnode
    U(x,y)=(abs(u(y)))^2;
    V(x,y)=(abs(v(y)))^2;
    W(x,y)=(abs(w(y)))^2;
    Ggcoord(x,y)=gcoord(y);
    Gxi(x,y)=Xi;
end
NU=zeros(sdof,sdof);
NV=zeros(sdof,sdof);
NW=zeros(sdof,sdof);
end
%
%-----
%mesh of solution
%-----
subplot(2,2,1);
mesh(Ggcoord,Gxi,U);
subplot(2,2,2);
mesh(Ggcoord,Gxi,V);
subplot(2,2,3);
mesh(Ggcoord,Gxi,W);
%-----

function [index]=feeldof1(iel,nnel,ndof)
%-----
%Purpose:
%Compute system dofs associated with each element in one-dimension problem
%
%Synopsis:
%[index]=feeldof1(iel,nnel,ndof)
%
```

%Variable Description:

%index-system dof vector associated with element iel

%iel-element number whose system dofs are to be determined

%nnel-number of nodes per element

%ndof-number of dofs per node

%-----

%

edof=nnel*ndof;

start=(iel-1)*(nnel-1)*ndof;

for i=1:edof

 index(i)=start+i;

end

%-----

function [M]=fesoliton1(le)

%-----

%Purpose:

%Compute element matrix

%

%Synopsis:

%[M]=fesoliton1(le)

%

%Variable Description:

%le = element length

%-----

%

M=(le/30)*[4 -1 2;

 -1 4 2;

 2 2 16];

%-----

```
function [K]=fesoliton4(le)
```

```
%-----
```

```
%Purpose:
```

```
%Compute element matrix
```

```
%
```

```
%Synopsis:
```

```
%[K]=fesoliton4(le)
```

```
%
```

```
%Variable Description:
```

```
%le = element length
```

```
%-----
```

```
%
```

```
K=(-0.5)*(1/(3*le))*[7 1 -8;
```

```
1 7 -8;
```

```
-8 -8 16];
```

```
%-----
```

```
function [KK]=feasmb1(KK,K,index)
```

```
%-----
```

```
%Purpose:
```

```
%Assembly of element matrices into the system matrix
```

```
%
```

```
%Synopsis:
```

```
%[KK]=feasmb1(KK,K,index)
```

```
%
```

```
%Variable Description:
```

```
%KK-system matrix
```

```
%K-element matrix
```

```
%index-dof vector associated with an element
```

```
%-----
```

```
%
```

```

edof=length(index);
for i=1:edof
    ii=index(i);
    for j=1:edof
        jj=index(j);
        KK(ii,jj)=KK(ii,jj)+K(i,j);
    end
end
end

```

```

%-----

```

```

function Nu=fesoliton3(le,g)

```

```

%-----

```

```

%Purpose:

```

```

%Compute element matrix

```

```

%

```

```

%Synopsis:

```

```

%[Nu]=fesoliton3(le,g)

```

```

%

```

```

%Variable Description:

```

```

%le = element length

```

```

%g = value of position

```

```

%-----

```

```

%

```

```

Nu=abs(g)*abs(g')*(le1/30)*[4 -1 2;

```

```

-1 4 2;

```

```

2 2 16];

```

```

%-----

```

```

function [kk,ff]=feaplyc2(kk,ff,bcdof,bcval)

```

```

%-----

```

```

%Purpose:

```

```
%Apply constraints to matrix equation [kk]x=ff
```

```
%
```

```
%Synopsis:
```

```
 %[kk,ff]=feapplybc(kk,ff,bcdof,bcval)
```

```
%
```

```
%Variable Description:
```

```
%kk-system matrix before applying constraints
```

```
%ff-system vector before applying constraints
```

```
%bcdof-a vector containing constrained dof
```

```
%bcval-a vector constrained value
```

```
%-----
```

```
%
```

```
n=length(bcdof);
```

```
sdof=size(kk);
```

```
for i=1:n
```

```
    c=bcdof(i);
```

```
    for j=1:sdof
```

```
        kk(c,j)=0;
```

```
    end
```

```
    kk(c,c)=1;
```

```
    ff(c)=bcval(i);
```

```
end
```

```
%-----
```

ก.2 โปรแกรมที่ใช้ในขั้นตอนหาความสัมพันธ์ระหว่างการส่งผ่านสัญญาณกับ พิกกำลังงาน(หัวข้อ 5.2)

```
%-----
```

```
%This program to solve three linearly coupled nonlinear Schrodinger equation
```

```
%using quadratic line element.
```

```
%Programer: Wichiean Chotiwattana
```

```

%
%Variable descriptions
%K = element matrix
%M = element matrix
%KK = system matrix
%MM = system matrix
%Nu = nonlinear element matrix of u
%Nv = nonlinear element matrix of v
%Nw = nonlinear element matrix of w
%NU = nonlinear system matrix of u
%NV = nonlinear system matrix of v
%NW = nonlinear system matrix of w
%index = a vector containing system dofs associated with each element
%bcdof = a vector containing dofs associated with boundary conditions
%bcval = a vector containing boundary condition values associated with the dofs in
        bcdof
%-----
%
%-----
%input data for control parameter
%-----
nel=100;                                %number of element
nnel=3;                                  %number of node per element
ndof=1;                                   %number of dofs per node
nnode=2*nel+1;                           %total number of nodes in system
sdof=nnode*ndof;                          %total system dofs
Kappa=0.8;                                %linear coupling coefficient
Lc=pi/(3*Kappa);                          %half-beat length
s=0;f=Lc;
sP=0.1;fP=8;
deltaXi=pi/30;                            %delta xi

```

```

deltaP=0.1; %delta power
NdeltaXi=fix((f-s)/deltaXi); %number of xi
NdeltaP=fix((fP-sP)/deltaP); %number of power
%
%-----
%input data for nodal coordinate values
%-----
gcoord(1)=-10;
for i=2:201
    gcoord(i)=gcoord(i-1)+0.1;
end
%
%-----
%input data for nodal connectivity for each element
%-----
k=0;
for iel=1:nel
    nodes(iel,1)=iel+k;
    nodes(iel,2)=iel+k+2;
    nodes(iel,3)=iel+k+1;
    k=k+1;
end
%
%-----
%input data for boundary conditions
%-----
bcdof(1)=1; %first node is constrained
bcval(1)=0; %whose described value is 0
bcdof(2)=nnode; %final node is constrained
bcval(2)=0; %whose described value is 0
%

```

```

%-----
%initialization of matrices and vectors
%-----

KK=zeros(sdof,sdof);           %initialization of system matrix
MM=zeros(sdof,sdof);         %initialization of system matrix
NU=zeros(sdof,sdof);         %initialization of system matrix
NV=zeros(sdof,sdof);         %initialization of system matrix
NW=zeros(sdof,sdof);         %initialization of system matrix
u=zeros(sdof,1);             %initialization of vector
v=zeros(sdof,1);             %initialization of vector
w=zeros(sdof,1);             %initialization of vector
index=zeros(nnel*ndof,1);    %initialization of index vector
%
%-----
%computation of element matrices and vectors and their assembly
%-----

for iel=1:nel                 %loop for the total number of elements
    nl=nodes(iel,1);nr=nodes(iel,2); %extract nodes for (iel)-th element
    xl=gcoord(nl);xr=gcoord(nr);    %extract nodal coord values
    le=xr-xl;                       %element length
    index=feeldof1(iel,nnel,ndof);  %extract system dofs associated
    M=fesoliton1(le);               %compute element matrix
    K=fesoliton4(le);               %compute element matrix
    KK=feasmb1(KK,K,index);         %assemble element matrix
    MM=feasmb1(MM,M,index);         %assemble element matrix
end
%
P=sP;
for k=1:NdeltaP+1
    Xi=0;

```

```

%-----
%input initial condition
%-----
for b=1:nnode
    u(b)=sqrt(P)*sech(gcoord(b));
    v(b)=0;w(b)=0;
end
for c=1:nnode
    U(1,c)=(abs(u(c)))^2;
    V(1,c)=(abs(v(c)))^2;
    W(1,c)=(abs(w(c)))^2;
    Ggcoord(1,c)=gcoord(c);
    Gxi(1,c)=Xi;
end
%
%-----
%solve soliton switching equation
%-----
for x=2:NdeltaXi+1
    Xi=Xi+deltaXi;
    for iel=1:nel
        nl=nodes(iel,1);nr=nodes(iel,2);
        xl=gcoord(nl);xr=gcoord(nr);
        le=xr-xl;
        index=feeldof1(iel,nnel,ndof);
        e=length(index);
        for l=1:e
            o=index(l);
            g(l)=u(o);
            q(l)=v(o);
            r(l)=w(o);
        end
    end
end

```

%loop for the total number of elements

%extract nodes for (iel)-th element

%extact nodal coord values

%element length

%extract system dofs associated

```

end

    Nu=fesoliton3(le,g);           %compute element matrix
    Nv=fesoliton3(le,q);         %compute element matrix
    Nw=fesoliton3(le,r);         %compute element matrix
    NU=feasmb11(NU,Nu,index);    %assemble element matrix
    NV=feasmb11(NV,Nv,index);    %assemble element matrix
    NW=feasmb11(NW,Nw,index);    %assemble element matrix

end

LTheta1=j*MM+0.5*deltaXi*(KK+NU);
LTheta2=j*MM-0.5*deltaXi*(KK+NU);
QTheta1=j*MM+0.5*deltaXi*(KK+Nv);
QTheta2=j*MM-0.5*deltaXi*(KK+Nv);
STheta1=j*MM+0.5*deltaXi*(KK+Nw);
STheta2=j*MM-0.5*deltaXi*(KK+Nw);
fn1=LTheta2*u-deltaXi*Kappa*MM*(v+w);
fn2=QTheta2*v-deltaXi*Kappa*MM*(u+w);
fn3=STheta2*w-deltaXi*Kappa*MM*(u+v);
[LTheta1,fn1]=feaplyc2(LTheta1,fn1,bcdof,bcval);
[QTheta1,fn2]=feaplyc2(QTheta1,fn2,bcdof,bcval);
[STheta1,fn3]=feaplyc2(STheta1,fn3,bcdof,bcval);
u=LTheta1\fn1;
v=QTheta1\fn2;
w=STheta1\fn3;
for y=1:nnode
    U(x,y)=(abs(u(y)))^2;
    V(x,y)=(abs(v(y)))^2;
    W(x,y)=(abs(w(y)))^2;
    Ggcoord(x,y)=gcoord(y);
    Gxi(x,y)=Xi;
end
NU=zeros(sdof,sdof);

```

```

NV=zeros(sdof,sdof);
    NW=zeros(sdof,sdof);
end
UVW=U(NdeltaXi,:)+V(NdeltaXi,:)+W(NdeltaXi,:);           %total energy
T=trapz(gcoord,UVW);
TU(k)=(1/T)*trapz(gcoord,U(NdeltaXi,:));                 %transmission of core 1
TV(k)=(1/T)*trapz(gcoord,V(NdeltaXi,:));                 %transmission of core 2
TW(k)=(1/T)*trapz(gcoord,W(NdeltaXi,:));                 %transmission of core 3
P=P+deltaP;
end
%-----
%plot transmission and input power
%-----
Pmax=sP:deltaP:8;
plot(Pmax,TU);
hold on;
plot(Pmax,TV,'-*');
hold on;
plot(Pmax,TW,'-o');
legend('core 1','core 2','core 3')
%-----

```

ประวัติผู้เขียน

นายวิเชียร โชติวัฒน์นา เกิดวันที่ 7 เมษายน 2518 ที่จังหวัดสงขลา ได้รับการศึกษาในระดับมัธยมศึกษาตอนต้นและปลายที่โรงเรียนนวมินทร์ทราวุฒิศ มัชฌิม ที่จังหวัดนครสวรรค์ สำเร็จการศึกษาวิทยาศาสตร์บัณฑิต(คณิตศาสตร์) จากมหาวิทยาลัยรามคำแหง ปีการศึกษา 2541 บางส่วนของวิทยานิพนธ์ฉบับนี้ได้รับการตีพิมพ์ใน KMITL SCIENCE JOURNAL โดยมีเอกสารอ้างอิงต่อไปนี้ "W. Chotiwattana, P. P. Yupapin, and P. Rattanathanawan. " The Coupling Soliton Equations For 3x3 Optical Coupler Characterization. " KMITL SCIENCE JOURNAL, Vol.1 No. 1, pp.51-55, 2001."