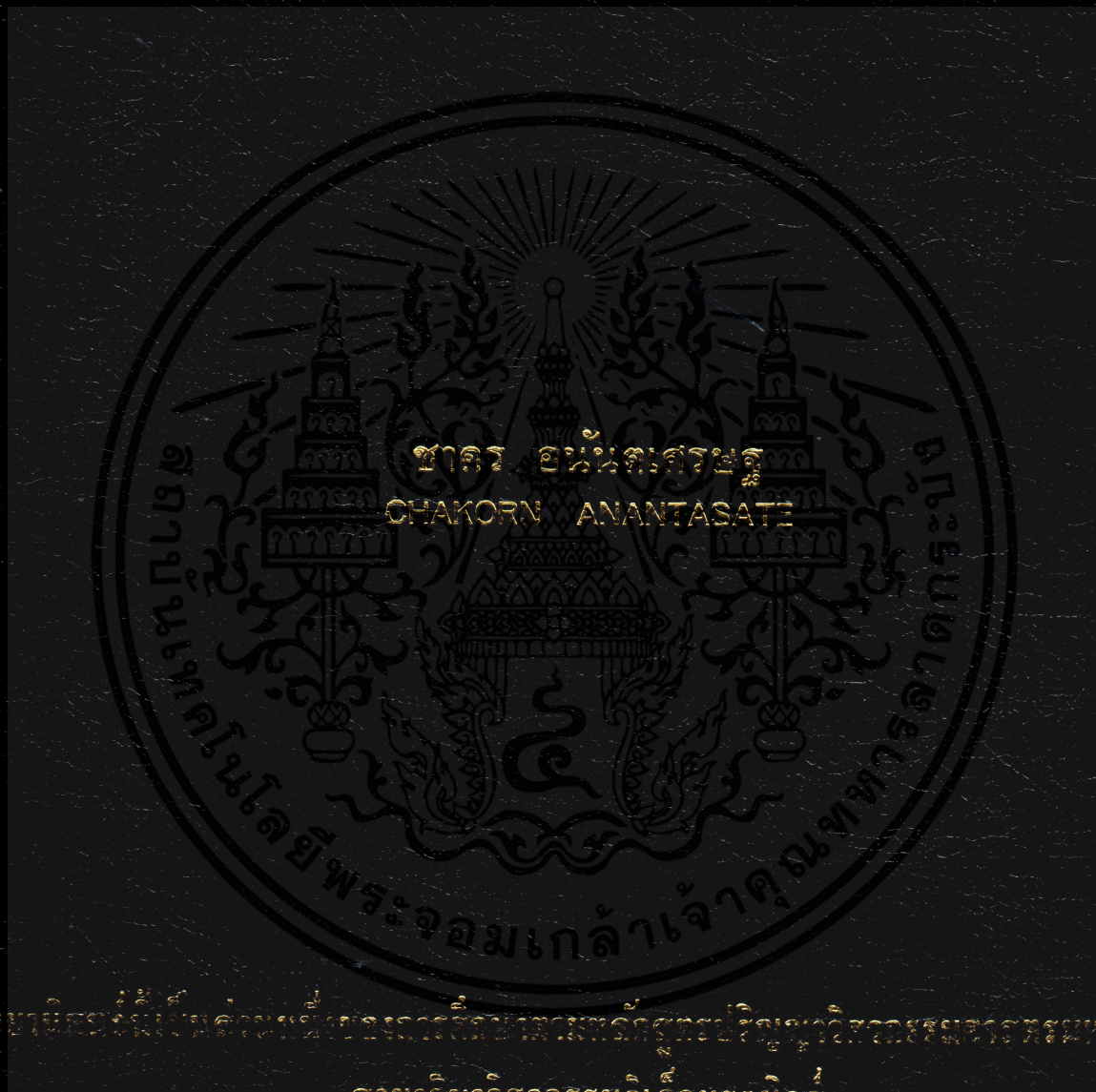


การปรับปรุงแบบจำลองพื้นผิวภาพใบหน้าแบบ 3 มิติด้วยการแปลง
บีสพายเชอร์เฟกเว็ปเล็ตและเทคนิคทินเพลทสปาย

MODIFICATION OF 3-D FACIAL SURFACE MODEL USING B-SPLINE
SURFACE WAVELET AND THIN-PLATE SPLINE TECHNIQUE



วิทยานิพนธ์นี้เป็นส่วนหนึ่งของงานวิจัยทางเทคโนโลยีการประยุกต์วิศวกรรมศาสตร์มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง

สาขาวิชาวิศวกรรมอิเล็กทรอนิกส์

บัณฑิตวิทยาลัย

สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง

พ.ศ. 2549

สำนักหอสมุดกลาง พระจอมเกล้าลาดกระบัง

การปรับปรุงแบบจำลองพื้นผิวภาพใบหน้าแบบ 3 มิติด้วยการแปลง
บีสไปยเซอร์เฟทเวปเล็ทและเทคนิคทินเพลทสไปย

MODIFICATION OF 3-D FACIAL SURFACE MODEL USING B-SPLINE
SURFACE WAVELET AND THIN-PLATE SPLINE TECHNIQUE



เลขหมู่.....
เลขทะเบียน..... 69081
วัน,เดือน,ปี..... - 7 ก.พ. 2550

.b.....
.i.....

วิทยานิพนธ์นี้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตรปริญญาวิศวกรรมศาสตรมหาบัณฑิต
สาขาวิชาวิศวกรรมอิเล็กทรอนิกส์

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้ บัณฑิตวิทยาลัย เท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งสถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง รทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

**MODIFICATION OF 3-D FACIAL SURFACE MODEL USING B-SPLINE
SURFACE WAVELET AND THIN-PLATE SPLINE TECHNIQUE**



**A THESIS SUBMITTED IN PARTIAL FULFILMENT
OF THE REQUIREMENT FOR THE DEGREE OF
MASTER ENGINEERING IN ELECTRONIC ENGINEERING**

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับ **SCHOOL OF GRADUATE STUDIES** ให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น **KING MONGKUT'S INSTITUTE OF TECHNOLOGY LADKRABANG** ให้

2006



เอกสารนี้ **COPYRIGHT 2006** ทำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า

ไม่ว่ากรณี **SCHOOL OF GRADUATE STUDIES** และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

KING MONGKUT'S INSTITUTE OF TECHNOLOGY LADKRABANG

วิทยานิพนธ์	การปรับปรุงแบบจำลองพื้นผิวภาพใบหน้าแบบ 3 มิติด้วยการแปลงบีสปลายเซอร์เฟสเวปเล็ดและเทคนิคทินเพลทสพาย
นักศึกษา	นายชาคร อนันตเศรษฐ
รหัสนักศึกษา	47060418
ปริญญา	วิศวกรรมศาสตรมหาบัณฑิต
สาขาวิชา	วิศวกรรมอิเล็กทรอนิกส์
พ.ศ.	2549
อาจารย์ที่ปรึกษา	รศ.ดร. มนต์ สัจวรศิลป์

บทคัดย่อ

การวิเคราะห์ลักษณะใบหน้าจากภาพเป็นหัวข้อการวิจัยที่ได้รับความสนใจในงานเกี่ยวกับการรู้จำรูปแบบ, การประมวลผลและวิเคราะห์ภาพรวมทั้ง งานเกี่ยวกับ ภาพและกราฟิกทางคอมพิวเตอร์อื่นๆอีกด้วย โดยความสนใจในแนวทางนี้ได้มีผลทำให้เกิดงานในเชิงประยุกต์อื่นๆ เช่น การระบุลักษณะตัวบุคคล, ระบบควบคุมการผ่านเข้าออก, การสื่อสารการประชุมทางไกล, ปฏิสัมพันธ์ระหว่างมนุษย์และคอมพิวเตอร์ และ อุปกรณ์ตรวจตราแบบอัตโนมัติ ดังนั้นงานวิจัยเกี่ยวกับการสร้างแบบจำลองใบหน้า 3 มิติ, การประมาณการวางตำแหน่งและการเคลื่อนไหวแบบ 3 มิติและ การติดตามตำแหน่งใบหน้าจากภาพจึงเป็นหัวข้องานวิจัยที่มีการวิจัยกันมาตลอด โดยในวิทยานิพนธ์ฉบับนี้ทำการอธิบายการสร้างแบบจำลองใบหน้าภาพใบหน้าคน 3 มิติจากภาพเป้าหมายที่เป็นภาพใบหน้าคน 2 มิติโดยใช้การแก้ไขปรับปรุงจากแบบจำลองใบหน้า 3 มิติมาตรฐาน เทคนิคทินเพลทสพายได้ถูกนำมาใช้ในการปรับปรุงแก้ไขภาพใบหน้า 3 มิติมาตรฐานให้เหมือนกับภาพเป้าหมายทำให้สามารถหาโครงสร้างใบหน้าของภาพเป้าหมายได้ซึ่งทำให้เราสามารถสร้างฐานข้อมูลใบหน้าบุคคลแบบ 3 มิติเพื่อใช้ในการระบุตัวบุคคลจากภาพถ่ายมุมใดมุมหนึ่งหรือหลายๆมุมได้ โดยในวิทยานิพนธ์ฉบับนี้ยังได้นำหลักการในการวิเคราะห์พื้นผิวที่ความละเอียดหลายระดับของเทคนิคบีสปลายเซอร์เฟสเวปเล็ดมาช่วยในการแสดงผลภาพ 3 มิติที่ความละเอียดระดับต่ำเพื่อง่ายต่อการปรับแก้แบบจำลองต้นแบบให้เหมาะกับภาพต้นแบบแล้วจึงนำแบบจำลองที่ผ่านการแก้ไขให้เหมาะกับภาพเป้าหมายแล้วมาทำการแสดงผลที่ความละเอียดระดับสูงโดยเทคนิคบีสปลายเซอร์เฟสเวปเล็ดอีกทีหนึ่ง

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้คัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

Thesis	MODIFICATION OF 3-D FACIAL SURFACE MODEL USING B-SPLINE SURFACE WAVELET AND THIN-PLATE SPLINE TECHNIQUE
Student	Mr. Chakorn Anantasate
Student ID.	47060418
Degree	Master of Engineering
Program	Electronics Engineering
Year	2006
Thesis Advisor	Assc. Prof. Dr. Manas Sangworasil

ABSTRACT

Face-analysis from images has received an increasing attention from pattern recognition, image processing and analysis, computer vision and computer graphics communities. This interest is motivated by a broad range of potential applications including, for example, personal identification and access control, low-bandwidth communication for teleconference, human-computer interaction and automated surveillance. Tasks such as the creation of 3D facial models, 3D-pose estimation, 3D-motion estimation and tracking are active research topics. In this thesis we describe a novel approach for modeling a 3D-face structure to fit a 2D image view of a human face taken at a priori unknown poses by appropriately morphing a generic wire-frame 3D-face model. A Thin-plate spline morphing in 3D is used to morph a generic face into the specific face structure. This allows the creation of a database of 3D faces that is used in identifying a person in the database from one (or more) arbitrary image view. We also exploit multi-resolution surface representation of B-spline wavelet technique to represent the 3D generic wire-frame face at a lower resolution and then morphs to fit the 2D image with Thin-plate spline before reconstructing to a high resolution level by B-spline wavelet.

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้คัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

กิตติกรรมประกาศ

วิทยานิพนธ์ฉบับนี้สำเร็จได้ด้วยความกรุณาจากอาจารย์ที่ปรึกษา รศ.ดร.มนัส สังวรศิลป์ ที่ได้ให้ความช่วยเหลือและคำชี้แนะช่วยแก้ปัญหาตลอดจนให้ความรู้และประสบการณ์ที่ดีแก่ข้าพเจ้า ขอขอบพระคุณ สำนักวิจัยการสื่อสารและเทคโนโลยีสารสนเทศ (ReCCIT) ที่การสนับสนุนเครื่องมือ สถานที่ หนังสือ และข้อมูลต่างๆ

สุดท้ายต้องขอขอบพระคุณบิดาและมารดา ผู้ซึ่งอบรมสั่งสอน เลี้ยงดู ตลอดจนให้กำลังใจ และสนับสนุนในด้านการศึกษาแก่ข้าพเจ้าตลอดมา

ชาคร อนันตเศรษฐ



เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้คัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

สารบัญ

	หน้า
บทคัดย่อภาษาไทย.....	I
บทคัดย่อภาษาอังกฤษ.....	II
กิตติกรรมประกาศ.....	III
สารบัญ.....	IV
สารบัญตาราง.....	VIII
สารบัญรูป.....	IX
บทที่ 1 บทนำ.....	1
1.1 ความเป็นมาและความสำคัญของปัญหา.....	1
1.2 วัตถุประสงค์ของงานวิจัย.....	4
1.3 สมมติฐานของการศึกษา.....	4
1.4 แนวทางที่ใช้ในการแก้ปัญหา.....	4
1.5 ขอบเขตของงานวิจัย.....	5
1.6 โครงสร้างวิทยานิพนธ์.....	5
บทที่ 2 การแปลงภาพโดยการมอร์ฟ.....	6
2.1 บทนำ.....	6
2.2 อัลกอริทึมของการมอร์ฟ.....	7
2.2.1 Mesh Morphing.....	7
2.2.2 Field Morphing.....	9
2.2.3 Radial Basic Function and Thin-Plate Spline (TPS).....	12
2.2.4 Energy Minimization.....	15
2.2.5 Multiple Free-Form Deformation (MFFD).....	15
2.3 Transition Control (TC).....	16
บทที่ 3 เส้นโค้งบีสไปปลน์.....	17
3.1 เส้นโค้งแบบสไปปลน์.....	17
3.2 เส้นโค้งแบบบีสไปปลน์.....	17

สารบัญ

	หน้า
3.3 การสร้างเส้นโค้งแบบบีสไปลน์โดยใช้ Knot Vector.....	18
3.4 ฟังก์ชันพื้นฐานบีสไปลน์ (B-Spline Basis Functions).....	18
3.4.1 นิยามของฟังก์ชันพื้นฐานบีสไปลน์	18
3.4.2 คุณสมบัติของฟังก์ชันพื้นฐานบีสไปลน์.....	23
3.4.3 อนุพันธ์ของฟังก์ชันพื้นฐานบีสไปลน์.....	25
3.5 ทฤษฎีเส้นโค้งบีสไปลน์.....	25
3.5.1 นิยามของเส้นโค้งบีสไปลน์.....	25
3.5.2 คุณสมบัติของเส้นโค้งบีสไปลน์.....	27
3.5.3 อนุพันธ์ของเส้นโค้งบีสไปลน์.....	30
3.6 การประมาณเส้นโค้งด้วยบีสไปลน์.....	31
3.6.1 การกำหนดค่าพารามิเตอร์ (\tilde{u}_k).....	31
3.6.2 Knot vector.....	33
3.6.3 หาจุดควบคุมจากการประมาณเส้นโค้งบีสไปลน์ด้วยวิธี Least Squares Error.....	33
บทที่ 4 เวฟเล็ต.....	36
4.1 บทนำ.....	36
4.2 ทฤษฎีพื้นฐานของการแปลงเวฟเล็ต.....	36
4.2.1 การวิเคราะห์แบบหลายระดับความละเอียด (Multiresolution Analysis).....	38
4.2.2 สเกลลิงฟังก์ชัน (Scaling Function).....	40
4.2.3 ฟังก์ชันเวฟเล็ต (Wavelet function).....	43
4.3 ระบบเวฟเล็ตแบบออร์ทोगอนัล เซมิออร์ทोगอนัล และไบออร์ทोगอนัล.....	45
4.3.1 ระบบเวฟเล็ตแบบออร์ทोगอนัลและไบออร์ทोगอนัล.....	45
4.3.2 ระบบเวฟเล็ตแบบไบออร์ทोगอนัล.....	46
4.3.3 ระบบเวฟเล็ตแบบเซมิออร์ทोगอนัล.....	47
4.4 ตระกูลของออร์โธนอร์มัลเวฟเล็ต.....	47
4.5 เวฟเล็ตแบบบีสไปลน์.....	49
4.5.1 การกระจายและรวมกลับของข้อมูล.....	49
4.5.2 การย่อและขยายของฟังก์ชันมูลฐาน.....	50

สารบัญ

	หน้า
4.5.3 สมการการกระจายและรวมกลับของข้อมูล.....	51
4.6 การสร้างพื้นผิว 3 มิติที่ความละเอียดหลายระดับ.....	53
4.6.1 บทนำ.....	53
4.6.2 การสร้างพื้นผิว 3 มิติแบบ B-Spline โดยการใช้ Tensor Product.....	53
4.6.3 พื้นผิว 3 มิติแบบ B-Spline ที่ความละเอียดหลายระดับ.....	54
4.6.3.1 วิธี Standard Tensor Product.....	54
4.6.3.2 วิธี Non Standard Tensor Product.....	55
บทที่ 5 กระบวนการสร้างแบบจำลองใบหน้าและผลการทดลอง.....	56
5.1 กระบวนการสร้างแบบจำลองใบหน้า.....	56
5.1.1 กระบวนการสร้างแบบจำลอง Wire-Frame Model (WFM).....	56
5.1.2 กระบวนการสร้างแบบจำลองพื้นผิว (Surface Model).....	60
5.2 ผลารทดลอง.....	64
5.3 การวัดความผิดพลาดจากผลการทดลอง.....	86
5.3.1 ค่าความผิดพลาดของกระบวนการสร้างแบบจำลอง WFM ของภาพ ใบหน้าด้านหน้า.....	86
5.3.2 ค่าความผิดพลาดของกระบวนการสร้างแบบจำลอง WFM ของภาพ ใบหน้าด้านข้าง.....	87
5.3.3 ค่าความผิดพลาดของกระบวนการสร้างแบบจำลองพื้นผิวช่วงการ แก้ไขพิกัด (X, Y).....	89
5.3.4 ค่าความผิดพลาดของกระบวนการสร้างแบบจำลองพื้นผิวช่วงการ แก้ไขพิกัด (Y, Z).....	90
บทที่ 6 สรุปผลการทดลองและข้อเสนอแนะ.....	93
6.1 สรุปผลการทดลอง.....	93
6.1.1 การบวนการสร้างแบบจำลอง WFM ของภาพใบหน้าด้านหน้าและด้านข้าง.....	93
6.1.2 กระบวนการสร้างแบบจำลองพื้นผิว 3 มิติถึงเจ้าของเอกสารฉบับนี้มีความรู้ ไม่ว่ากรณีใดๆก็ตาม.....	93
6.2 ผลของขนาดภาพเป้าหมาย.....	94

เอกสารอ้างอิง.....95

ประวัติผู้เขียน.....97



เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้คัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

สารบัญตาราง

ตารางที่	หน้า
5.1 ค่าพิกัดของจุดต่างบนแบบจำลอง WFM 2 มิติของใบหน้าด้านหน้า.....	57
5.2 ค่าพิกัดของจุดต่างบนแบบจำลอง WFM 2 มิติของใบหน้าด้านข้าง.....	58
5.3 ค่าความผิดพลาดของกระบวนการสร้างแบบจำลอง WFM ของภาพใบหน้าด้านหน้า.....	91
5.4 ค่าความผิดพลาดของกระบวนการสร้างแบบจำลอง WFM ของภาพใบหน้าด้านข้าง.....	91
5.5 ค่าความผิดพลาดของกระบวนการสร้างแบบจำลองพื้นผิวช่วงการแก้ไขพิกัด (X, Y).....	92
5.6 ค่าความผิดพลาดของกระบวนการสร้างแบบจำลองพื้นผิวช่วงการแก้ไขพิกัด (Y, Z)	92



เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

สารบัญรูป

รูปที่	หน้า
1.1 ระบบการสร้างภาพ 3 มิติแบบ Stereoscopic System.....	1
1.2 ภาพที่ได้จาก Stereoscopic System.....	2
1.3 ระบบการสร้างแบบจำลอง 3 มิติจาก Laser Scanner.....	2
1.4 ระบบการสร้างแบบจำลอง 3 มิติจาก Structured Light Approach.....	3
1.5 การสร้างแบบจำลอง 3 มิติโดยกระบวนการ Shape from Shading.....	3
2.1 ภาพการใช้วิธีการแปลงภาพโดย Cross Dissolve.....	7
2.2 ภาพแสดงกระบวนการมอร์ฟโดย Mesh Warping.....	8
2.3 ภาพแสดงการคำนวณค่าต่างๆบนร่างแหในกระบวนการ Mesh Warping.....	9
2.4 (a) ภาพแสดงกระบวนการ Field Morphing บนภาพปลายทาง.....	10
(b) ภาพแสดงกระบวนการ Field Morphing บนภาพต้นทาง.....	10
2.5 (a) ภาพแสดงเส้นควบคุม Field Morphing บนภาพปลายทาง.....	12
(b) ภาพแสดงเส้นควบคุม Field Morphing บนภาพต้นทาง.....	12
2.6 ภาพแสดงจุดสอดคล้องในกระบวนการ Thin-Plate Spline.....	12
2.7 (a) ภาพแสดงจุดสอดคล้องในกระบวนการ Thin-Plate Spline บนภาพปลายทาง.....	14
(b) ภาพแสดงจุดสอดคล้องในกระบวนการ Thin-Plate Spline บนภาพต้นทาง.....	14
2.8 ผลการทำการมอร์ฟจาก MFFD.....	15
2.9 ผลการมอร์ฟที่ Transition Control ต่างกัน.....	16
3.1 ฟังก์ชันพื้นฐานบีสไปไลน์ดีกรี 0 เมื่อ $U = \{0,0,0,1,2,3,4,4,5,5,5\}$	20
3.2 ฟังก์ชันพื้นฐานบีสไปไลน์ดีกรี 1 เมื่อ $U = \{0,0,0,1,2,3,4,4,5,5,5\}$	21
3.3 ฟังก์ชันพื้นฐานบีสไปไลน์ดีกรี 2 เมื่อ $U = \{0,0,0,1,2,3,4,4,5,5,5\}$	22
3.4 เส้นโค้งบีสไปไลน์ดีกรี 5 เมื่อ $U = \{0,0,0,0,1,1,1,1\}$	26
3.5 (a) ฟังก์ชันพื้นฐานบีสไปไลน์ดีกรี 5 เมื่อ $U = \{0,0,0,0, \frac{1}{4}, \frac{1}{2}, \frac{3}{4}, 1,1,1,1\}$	27
(b) เส้นโค้งบีสไปไลน์ดีกรี 5 โดยใช้ฟังก์ชันพื้นฐานบีสไปไลน์รูปที่ 3.5 (a).....	27
3.6 (a) ฟังก์ชันพื้นฐานบีสไปไลน์ดีกรี 2 เมื่อ $U = \{0,0,0, \frac{1}{5}, \frac{2}{5}, \frac{3}{5}, \frac{4}{5}, 1,1,1\}$	28
(b) เส้นโค้งบีสไปไลน์ดีกรี 2 โดยใช้ฟังก์ชันพื้นฐานบีสไปไลน์รูปที่ 3.6 (a).....	28
3.7 คุณสมบัติ Convex hull ของเส้นโค้งบีสไปไลน์.....	28

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับใช้ในการเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้คัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มาใช้

สารบัญรูป

รูปที่	หน้า
3.8 เส้นโค้งบีสไปลน์ โดย $U = \{0, 0, 0, 0, 1/4, 1/2, 3/4, 1, 1, 1, 1\}$ เมื่อทำการเคลื่อนย้ายจุด P_4 ไปยังจุด P_4' พบว่าเส้นโค้งจะเปลี่ยนเฉพาะช่วง $[1/4, 1)$	29
3.9 (a) เส้นโค้งบีสไปลน์ดีกรี 9 โดย $U = \{0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1\}$	29
(b) เส้นโค้งบีสไปลน์ดีกรี 2 และ $U = \{0, 0, 0, 1/8, 2/8, 3/8, 4/8, 5/8, 6/8, 7/8, 1, 1, 1\}$	29
3.10 เส้นโค้งบีสไปลน์ที่ดีกรีต่างๆกัน โดยใช้จุดควบคุมเดียวกัน.....	30
4.1 (a) แสดงรูปคลื่นชานนี้.....	37
(b) Daubechies Wavelet.....	37
4.2 แสดงสเปซย่อย V_j ใน $L^2(R)$ ตามนิยามของการวิเคราะห์แบบหลายระดับความละเอียด.....	39
4.3 แสดงสเปซย่อย W_j ใน $L^2(R)$	40
4.4 (a) Haar Scaling Function.....	43
(b) Triangle Scaling Function.....	43
4.5 (a) Haar Scaling Function.....	45
(b) triangle function.....	45
4.6 ภาพแสดงการรวมกลับของข้อมูลที่มีความละเอียดระดับต่ำมาซึ่งที่ความละเอียดระดับสูงกว่า.....	52
4.7 ภาพแสดงการกระจายข้อมูลที่มีความละเอียดระดับสูงไปยังที่ความละเอียดระดับต่ำกว่า.....	53
5.1 แบบจำลอง Wire-Frame Model ของภาพใบหน้าด้านหน้า.....	57
5.2 แบบจำลอง Wire-Frame Model ของภาพใบหน้าด้านข้าง.....	58
5.3 จุดควบคุมที่เลือกใช้ในการสร้างแบบจำลอง WFM 2 มิติของภาพเป้าหมายด้านหน้า.....	59
5.4 จุดควบคุมที่เลือกใช้ในการสร้างแบบจำลอง WFM 2 มิติของภาพเป้าหมายด้านข้าง.....	59
5.5 Block Diagram ของกระบวนการสร้างแบบจำลอง WFM 3 มิติของภาพใบหน้าเป้าหมาย.....	60
5.6 แบบจำลองพื้นผิว 3 มิติ.....	60
5.7 แบบจำลองพื้นผิว 3 มิติที่ระดับความละเอียดการแสดงผลต่ำ.....	61
5.8 จุดควบคุมที่ใช้ในการกระบวนการ Thin-Plate Spline ช่วงการแก้ไขพิกัด (X, Y).....	62
5.9 จุดควบคุมที่ใช้ในการกระบวนการ Thin-Plate Spline ช่วงการแก้ไขพิกัด (Y, Z).....	62
5.10 Block Diagram กระบวนการสร้างแบบจำลองพื้นผิว 3 มิติของภาพใบหน้าเป้าหมาย.....	63
5.11 ภาพใบหน้าด้านหน้าตรงที่ใช้ในการทดลอง.....	64
5.12 ภาพใบหน้าด้านข้างที่ใช้ในการทดลอง.....	65

สารบัญรูป

รูปที่	หน้า
5.13 ผลการทดลองภาพใบหน้า (1).....	66
5.14 ผลการทดลองภาพใบหน้า (2).....	67
5.15 ผลการทดลองภาพใบหน้า (3).....	68
5.16 ผลการทดลองภาพใบหน้า (4).....	69
5.17 ผลการทดลองภาพใบหน้า (5).....	70
5.18 ผลการทดลองภาพใบหน้า (6).....	71
5.19 ผลการทดลองภาพใบหน้า (7).....	72
5.20 ผลการทดลองภาพใบหน้า (8).....	73
5.21 ผลการทดลองภาพใบหน้า (9).....	74
5.22 ผลการทดลองภาพใบหน้า (10).....	75
5.23 ผลการทดลองภาพใบหน้า (11).....	76
5.24 ผลการทดลองภาพใบหน้า (12).....	77
5.25 ผลการทดลองภาพใบหน้า (13).....	78
5.26 ผลการทดลองภาพใบหน้า (14).....	79
5.27 ผลการทดลองภาพใบหน้า (15).....	80
5.28 ผลการทดลองภาพใบหน้า (16).....	81
5.29 ผลการทดลองภาพใบหน้า (17).....	82
5.30 ผลการทดลองภาพใบหน้า (18).....	83
5.31 ผลการทดลองภาพใบหน้า (19).....	84
5.32 ผลการทดลองภาพใบหน้า (20).....	85
5.33 ภาพแสดงตำแหน่งจุด A1 ซึ่งจะทำการหาค่าความผิดพลาด.....	86
5.34 ภาพแสดงตำแหน่งจุด A2 ซึ่งจะทำการหาค่าความผิดพลาด.....	87
5.35 ภาพแสดงตำแหน่งจุด A1 ของใบหน้าด้านข้าง.....	88
5.36 ภาพแสดงตำแหน่งจุด A2 ของใบหน้าด้านข้าง.....	88
5.37 ภาพแสดงตำแหน่งจุด A1 บนแบบจำลอง WFM ของใบหน้าเป้าหมาย.....	89
5.38 ภาพแสดงตำแหน่งจุด A2 บนแบบจำลองพื้นผิว 3 มิติของใบหน้าเป้าหมาย.....	89
5.39 ภาพแสดงตำแหน่งจุด A1 บนแบบจำลอง WFM ของใบหน้าเป้าหมาย.....	90
5.40 ภาพแสดงตำแหน่งจุด A2 บนแบบจำลองพื้นผิว 3 มิติของใบหน้าเป้าหมาย.....	90

บทที่ 1

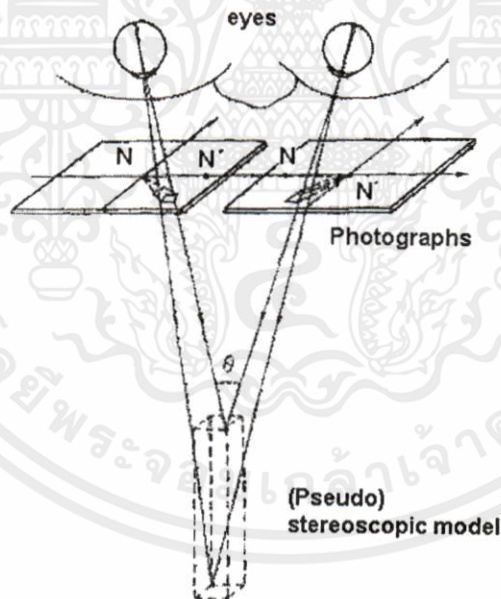
บทนำ

1.1 ความเป็นมาและความสำคัญของปัญหา

การวิเคราะห์และสร้างแบบจำลองพื้นผิวแบบ 3 มิติเป็นหัวข้องานวิจัยที่ทำกันมาอย่างต่อเนื่องโดยการที่จะสามารถหาข้อมูลจากภาพใบหน้าที่ต้องการเพื่อนำมาทำการสร้างแบบจำลองนั้นโดยทั่วไปอาจทำได้โดยการใช้ Stereoscopic Camera System [1], Laser Scanner [2], วิธีการ Structure Light [3] หรือ Shape form Shading [4] โดยระบบต่างๆที่สามารถให้ข้อมูลของภาพที่ต้องการได้เป็นอย่างดีโคจรระบบและอุปกรณ์ต่างๆก็มีความแตกต่างกันไป

Stereoscopic System

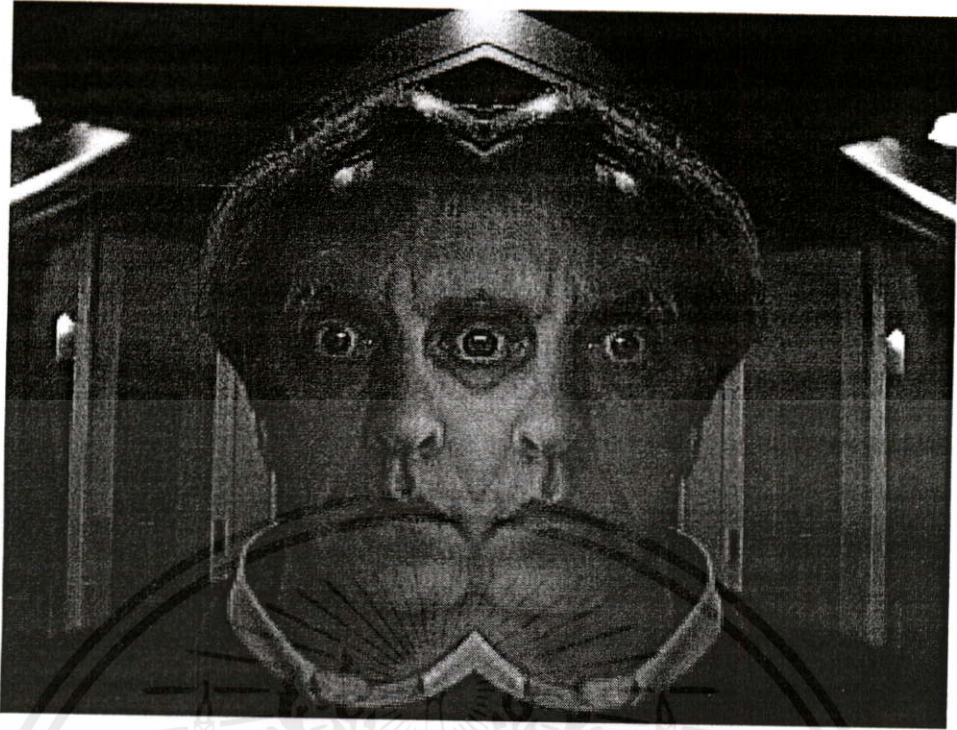
Stereoscopic System จะทำการสร้างแบบจำลอง 3 มิติโดยใช้ภาพ 2 ภาพที่ถ่ายจากวัตถุเดียวกันในมุมกล้องที่ต่างกันเพื่อสร้างเป็นภาพ 3 มิติขึ้นมา



Schematic diagram of stereoscopic vision

รูปที่ 1.1 ระบบการสร้างภาพ 3 มิติแบบ Stereoscopic System

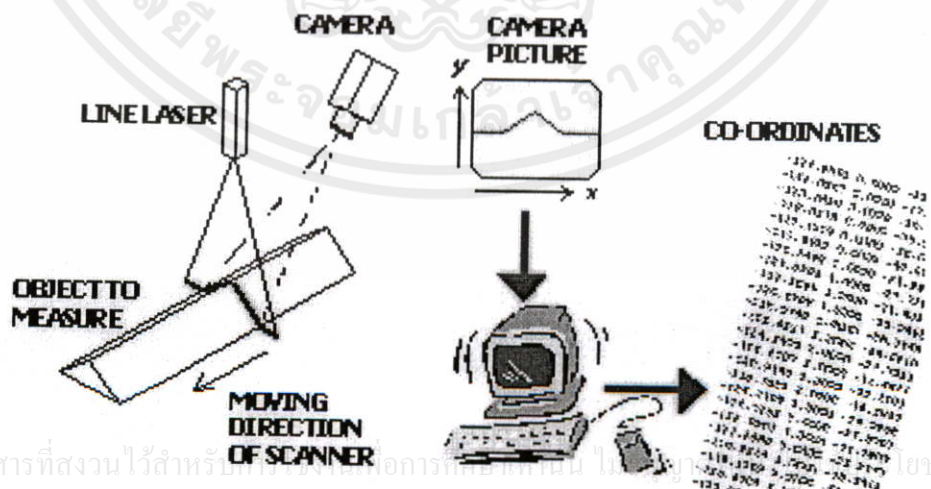
เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้คัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



รูปที่ 1.2 ภาพที่ได้จาก Stereoscopic System

Laser Range Scanner

ในวิธีการนี้จะทำการสแกนวัตถุด้วยแสงเลเซอร์เพื่อหาพิกัดของจุดต่างๆบนวัตถุที่ต้องการ เพื่อนำมาใช้ในการสร้างแบบจำลองพื้นผิว 3 มิติต่อไป โดยตัว Laser Scanner จะทำการวัดระยะเวลาในการเดินทางของพัลส์เลเซอร์ที่ส่งออกไปเพื่อนำมาใช้ในการหาระยะห่างระหว่างตัวสแกนเนอร์และพื้นผิวของวัตถุที่ทำการสแกนอยู่



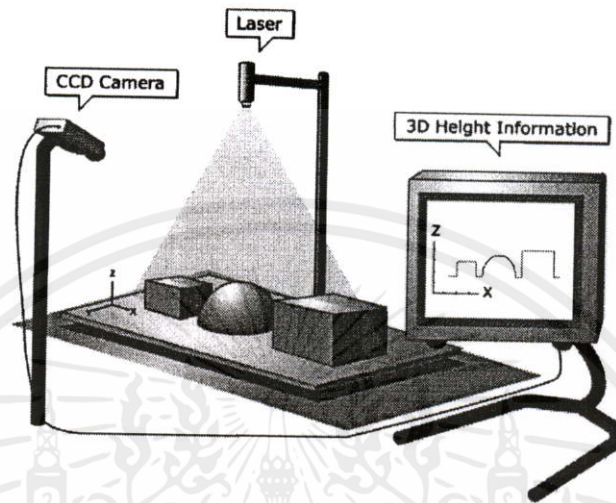
เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับใช้ในการศึกษาเท่านั้น ไม่สามารถเผยแพร่หรือใช้เพื่อการค้า

ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้คัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

รูปที่ 1.3 ระบบการสร้างแบบจำลอง 3 มิติจาก Laser Scanner

Structured Light

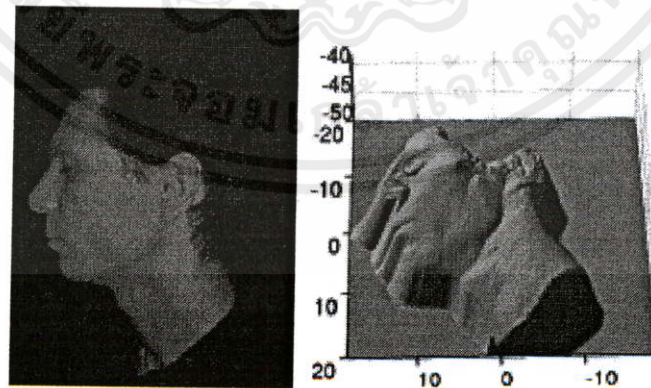
กระบวนการนี้จะทำการฉายแสงในรูปแบบต่างๆเช่น ฉายแสงแบบระนาบ, เป็นกริด หรือในรูปแบบอื่นๆ ลงบนวัตถุแล้วทำการหาค่าการลดทอนของแสงในส่วนต่างๆของวัตถุมาใช้ในการคำนวณค่าความสูงของวัตถุ แล้วจึงนำข้อมูลที่ได้อามาทำการสร้างแบบจำลอง 3 มิติต่อไป



รูปที่ 1.4 ระบบการสร้างแบบจำลอง 3 มิติจาก Structured Light Approach

Shape from Shading

Shape from Shading คือการสร้างรูปทรงของวัตถุที่ต้องการ โดยการใช้ข้อมูลจากเงาบนวัตถุ ซึ่งค่าข้อมูลของเงาในวัตถุแต่ละชนิตนั้นจะมีค่าต่างกันขึ้นอยู่กับคุณสมบัติการสะท้อนแสงของวัตถุแต่ละชนิต



รูปที่ 1.5 การสร้างแบบจำลอง 3 มิติโดยกระบวนการ Shape from Shading

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนลิขสิทธิ์ไว้สำหรับใช้ในการเรียนการสอนเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้คัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

อัลกอริธึมต่างๆที่มีการเสนอออกมาส่วนมากจะสามารถทำการหาจุดลักษณะเด่นต่างๆบนใบหน้าที่แน่นอนได้พอสมควรแต่ส่วนมากแบบจำลองหน้ามาตรฐานที่ทำมักไม่มีความละเอียดที่สูงมากนักเนื่องจากการแก้ไขโครงสร้างแบบจำลองที่มีความละเอียดสูงจะทำให้มีปัญหาเกี่ยวกับเวลาในการคำนวณที่ใช้มากตามไปด้วย อีกทั้งวิธีการที่ใช้อยู่อาจมีผลการทดลองที่ดีแต่กระบวนการที่ใช้มักมีความซับซ้อนมาก

1.2 วัตถุประสงค์ของงานวิจัย

ทำการสร้างแบบจำลองภาพใบหน้าแบบ 3 มิติจากภาพใบหน้าเป้าหมายซึ่งเป็นภาพ 2 มิติ โดยการใช้หลักการของการลงทะเบียนภาพ (Image Registration) แบบทินเพลทสไป (Thin-Plate Spline) ร่วมกับกระบวนการทางคณิตศาสตร์ต่างๆมาช่วยในการปรับเปลี่ยนลักษณะใบหน้าของแบบจำลองใบหน้ามาตรฐานซึ่งประกอบด้วยแบบจำลอง Wire Frame Model (WFM) แบบจำลองภาพพื้นผิว (Surface Model) ให้กลายเป็นแบบจำลองแบบ 3 มิติใบหน้าของภาพเป้าหมายที่ต้องการ

1.3 สมมติฐานของการศึกษา

1. ทำการพัฒนาวิธีการ ในการแก้ไขรูปร่างของแบบจำลองพื้นผิว 3 มิติให้มีความซับซ้อนน้อยลง
2. เพื่อสามารถนำวิธีการนี้ไปทำการประยุกต์ใช้งานกับงานทางด้านคอมพิวเตอร์กราฟฟิคอื่นได้ต่อไป

1.4 แนวทางที่ใช้ในการแก้ปัญหา

วิทยานิพนธ์ฉบับนี้ทำการนำเสนอการประยุกต์ใช้คุณสมบัติของการวิเคราะห์ความละเอียดหลายระดับ โดยการใช้เวฟเล็ตเข้ามาช่วยในการแก้ไขลักษณะของแบบจำลองพื้นผิว 3 มิติ โดยการแก้ไขลักษณะพื้นผิวดังวิธีนี้มีข้อดีคือ

1. ไม่ต้องทำการหาสมการ โครงสร้างและรายละเอียดของพื้นผิวที่จะทำการแก้ไข เนื่องจากกระบวนการวิเคราะห์ที่ความละเอียดหลายระดับโดยเวฟเล็ตจะสามารถจัดโครงสร้างและรายละเอียดของพื้นผิวออกมาได้โดยอัตโนมัติทำให้กระบวนการสามารถทำได้รวดเร็วและง่ายขึ้น
2. การแก้ไขที่ความละเอียดระดับต่ำซึ่งมีปริมาณของข้อมูลน้อยกว่าทำให้สามารถลดความซับซ้อนและเวลาของกระบวนการที่ใช้ได้ และการแก้ไขตำแหน่งต่างๆสามารถทำได้โดยอิสระไม่กระทบต่อข้อมูลโดยส่วนอื่นๆ

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้คัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

1.5 ขอบเขตของงานวิจัย

งานวิจัยฉบับนี้จะทำการนำวิธีการลงทะเบียนภาพแบบทีนเพลทสปาย (Thin-Plate Spline) และทฤษฎีของบีสไปยเวฟเลต (B-Spline Wavelet) ร่วมกับทฤษฎีการวิเคราะห์ภาพที่ความละเอียดหลายระดับ (Multi resolution Analysis) มาช่วยในการสร้างแบบจำลองใบหน้าแบบ 3 มิติของภาพใบหน้าเป้าหมายซึ่งเป็นภาพ 2 มิติจำนวน 2 รูปคือภาพถ่ายหน้าตรงและภาพถ่ายหน้าด้านข้าง

1.6 โครงสร้างวิทยานิพนธ์

วิทยานิพนธ์ฉบับนี้แบ่งเนื้อหาออกเป็น 6 บท ในแต่ละบทมีเนื้อหาดังต่อไปนี้

- บทที่ 1 กล่าวถึงความเป็นมา วัตถุประสงค์ของการศึกษา ความสำคัญของปัญหา ทฤษฎีและขอบเขตที่ใช้ในงานวิจัย
- บทที่ 2 กล่าวถึงประเภทและวิธีการลงทะเบียนภาพ และการทำ Image Warping
- บทที่ 3 กล่าวถึงทฤษฎีของเวฟเลต (Wavelet)
- บทที่ 4 กล่าวถึงทฤษฎีของเวฟเลตและบีสไปยเวฟเลต
- บทที่ 5 กล่าวถึงกระบวนการทดลองและผลการทดลอง
- บทที่ 6 สรุปผลงานวิจัยและข้อเสนอแนะ

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้คัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

บทที่ 2

การแปลงภาพโดยการมอร์ฟ

2.1 บทนำ

การมอร์ฟภาพ (Image Morphing) เป็นการแปลงภาพในลักษณะของของไหลที่มีการเปลี่ยนรูปร่างไปเรื่อยๆจากรูปร่างหนึ่งไปอีกรูปร่างหนึ่ง ส่วนการแปลงภาพโดยการวาร์ป (Image Warping) เป็นการแปลงภาพโดยการใช้ฟังก์ชันการแปลงพิกัดทางเรขาคณิตมีกระทำกับ feature ของลักษณะเด่นบนภาพที่ต้องการแปลง การแปลงภาพโดยการมอร์ฟหรือโดยการวาร์ป นั้นปรกติมักทำให้เกิดความผิดเพี้ยนของรูปร่างหรือสีที่ไม่เป็นที่ต้องการจึงมักมีการทำการเกลี่ยสีหรือพิกัดของพื้นผิวภาพเพื่อให้ได้ผลลัพธ์ที่ดีขึ้น [5]

ขั้นตอนแรกของการแปลงภาพโดยการมอร์ฟเริ่มจากการเลือกลักษณะเด่นที่จะนำมาใช้ในการคำนวณค่าความสัมพันธ์ของการแปลงภาพต้นแบบและภาพปลายทาง โดยส่วนมากลักษณะเด่นที่นำมาใช้นั้นมักเป็น โหนด, เส้นตรง, เส้นโค้ง, จุด หลังจากทำการเลือกและกำหนดตำแหน่งของลักษณะเด่นที่นำมาใช้แล้ว ข้อมูลจากจุดลักษณะเด่นที่เลือกจะถูกนำมาใช้ในการคำนวณ Mapping Function ซึ่งจะทำการกำหนดการแปลงค่าระหว่างจะลักษณะเด่นในภาพทั้ง 2 ภาพซึ่งลักษณะเด่นที่ใช้นี้จะมีความสำคัญมากเพราะหากลักษณะเด่นที่เลือกมาไม่มีความเหมาะสมจะทำให้ Warping Function ที่ได้ไม่มีประสิทธิภาพซึ่งบางครั้งทำให้เกิดผลของ Artifact ที่ไม่ต้องการ [6] หากต้องการแก้ไขปัญหานี้ก็จำเป็นต้องทำการกำหนดจุดลักษณะเด่นใหม่หรืออาจต้องทำการเพิ่มจุดลักษณะเด่นที่ใช้ให้มากขึ้นเพื่อทำให้ Warping Function ที่ได้จากการคำนวณมีความถูกต้องมากขึ้นแต่ก็จะทำให้ความซับซ้อนของการคำนวณมีมากขึ้นและทำให้เวลาที่ใช้ในการคำนวณมากขึ้นตามไปด้วย

ปัญหาอีกอันหนึ่งที่จะมีผลในการแปลงภาพโดยการมอร์ฟคือการกำหนดอัตราเร็วของการแปลงภาพ (Transition Control) โดยหากค่าของ Transition Control มีการเปลี่ยนแปลงก็จะทำให้ภาพผลลัพธ์ที่ได้จากการแปลงมีความแตกต่างออกไปด้วย

การเพิ่มประสิทธิภาพในกระบวนการมอร์ฟนั้นจะสามารถทำได้โดยการเพิ่มประสิทธิภาพของกระบวนการย่อยใดๆของการมอร์ฟทั้ง 3 กระบวนการคือ การกำหนด Feature, การคำนวณ Warping Process และการกำหนด Transition Control

กระบวนการแปลงภาพโดยการมอร์ฟสามารถแบ่งได้เป็น 5 ประเภทคือ

- Mesh Warping
- Field Morphing
- Radial Basic Function / Thin-Plate Spline (TPS)

- Energy Minimization Method
- Multiple Free-Form Deformation (MFFD)

โดยกระบวนการมอร์ฟที่ดีนั้นจะต้องหาความสมดุลระหว่างความซับซ้อนของการกำหนดจุดลักษณะเด่นกับ Warping Function ที่ต้องการและ การสูญเสียเวลาที่ใช้ในการคำนวณกับกระบวนการมอร์ฟที่มีประสิทธิภาพเพิ่มขึ้น

2.2 อัลกอริทึมของการมอร์ฟ

ก่อนที่การมอร์ฟจะถูกกำหนดขึ้นมานั้นการแปลงภาพจะใช้กระบวนการของ Cross Dissolve มาก่อน



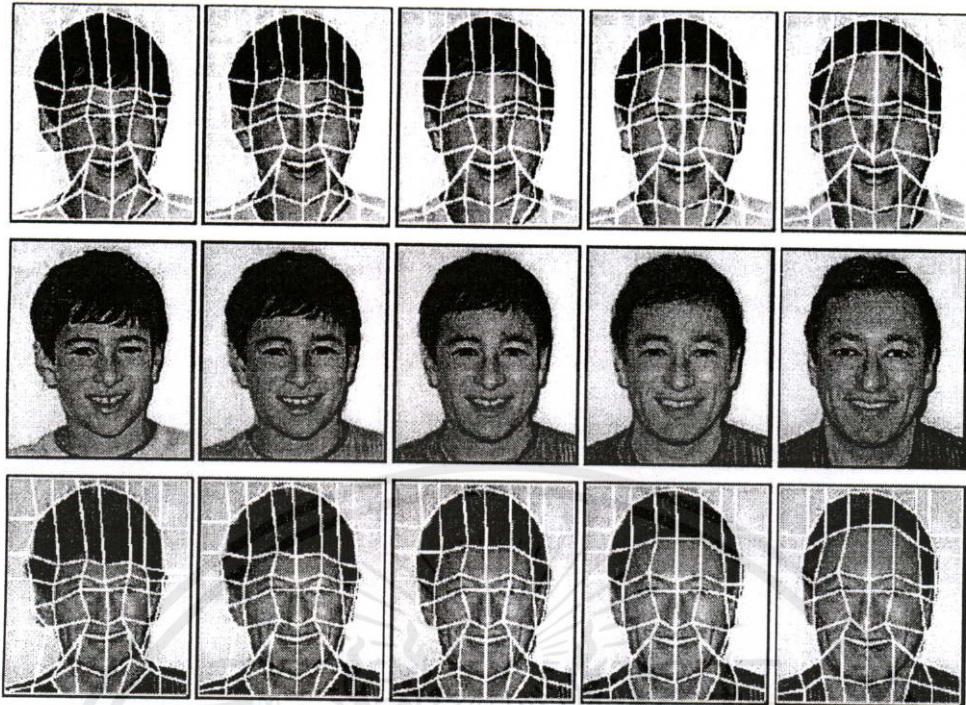
รูปที่ 2.1 ภาพการใช้วิธีการแปลงภาพโดย Cross Dissolve

กระบวนการแปลงภาพโดยการใช้ Cross Dissolve นั้นมีปัญหาในภาพช่วงกลางของกระบวนการเนื่องจากเป็นช่วงที่ภาพต้นแบบและภาพเป้าหมายมีการแสดงผลที่ใกล้เคียงกันทำให้ภาพผลลัพธ์ที่ได้มีความไม่ชัดเจนซึ่งการแปลงภาพโดยการมอร์ฟนั้นสามารถแก้ไขปัญหานี้ได้

2.2.1 Mesh Morphing

Mesh Morphing ถูกคิดค้นโดยบริษัท Industrial Light & Magic (ILM) โดย Douglas Smythe โดยภาพของกระบวนการ Mesh Warping สามารถแสดงได้ดังนี้

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้คัดลอกเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

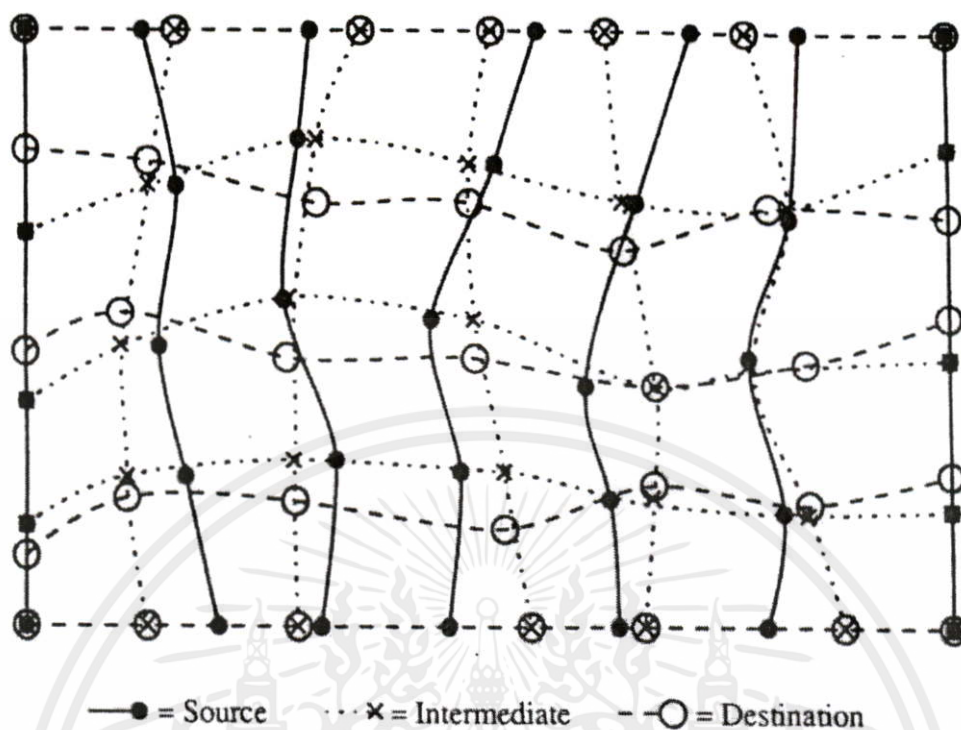


รูปที่ 2.2 ภาพแสดงกระบวนการมอร์ฟโดย Mesh Warping

โดยภาพที่แถวกลางแสดงผลของ Mesh Warping ของภาพในแถวบนและล่าง

เราจะทำการกำหนดให้ภาพต้นแบบ (Source Image) เป็น I_S และภาพปลายทาง (Destination Image) เป็น I_D และร่างแห Mesh ของภาพต้นแบบเป็น M_S , ร่างแห Mesh ของภาพปลายทางเป็น M_D โดยร่างแห Mesh ของภาพต้นแบบและภาพเป้าหมายจะเป็นลักษณะของจุดเด่นบนภาพใบหน้าที่นำมาผ่านการมอร์ฟเช่น ปาก, ตา, จมูกและส่วนของใบหน้าเพื่อนำมาใช้ในการคำนวณ Warping Function โดยร่างแห Mesh ที่ใช้นี้จะมีข้อกำหนดคือร่างแหต้องไม่มีการซ้อนทับกันหรือมีการขาดช่วงของร่างแหและ ส่วนขอบนอกสุดของร่างแห Mesh ในภาพต้นแบบและภาพเป้าหมายต้องมีขนาดเดียวกัน

กระบวนการในการหาความสอดคล้องจาก Node ต่างๆบนร่างแหทั้งสองนั้นจะแบ่งได้เป็น 2 ขั้นตอน กระบวนการช่วงที่ 1 คือกระบวนการในการสร้างร่างแหของการประมาณความสอดคล้อง (Intermediate Mesh) โดยที่ Intermediate Mesh นี้จะมีพิกัดเป็น (x_d, y_s) ต่อมาจึงทำการสร้างเส้นร่างแหตามแนวตั้ง (Vertical Spline) ซึ่งพิกัดของ Vertical Spline นี้จะสามารถคำนวณได้โดยการประมาณค่ากลางเฉลี่ยของพิกัดของ Source Mesh และ Intermediate Mesh เข้าด้วยกัน ส่วนกระบวนการในช่วงที่ 2 จะเป็นการสร้างเส้นร่างแหตามแนวนอน (Horizontal Spline) โดยพิกัดของ Horizontal Spline จะหาได้จากการประมาณค่ากลางเฉลี่ยพิกัดของ Destination Mesh และ Intermediate Mesh เข้าด้วยกันเป็นขั้นตอนสุดท้าย [7]



รูปที่ 2.3 ภาพแสดงการคำนวณค่าต่างๆบนร่างแหในกระบวนการ Mesh Warping

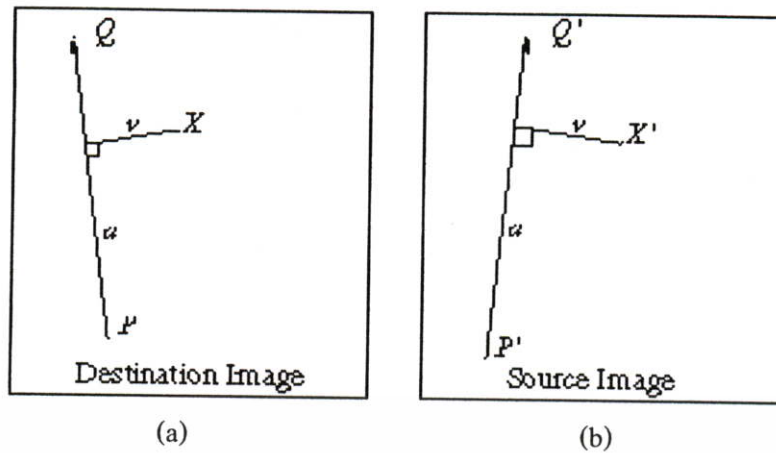
ส่วนการประยุกต์ใช้งานของ Mesh Warping นั้นสามารถพบได้ในอัลกอริธึมการแปลงภาพเช่นในกระบวนการของ Fant's Algorithm [8, 9]

วิธี Mesh Warping นั้นมีข้อจำกัดคือภาพที่มาทำการวาร์ปจะต้องเป็นบริเวณต่อเนื่องกันตลอดเพราะร่างแหที่ทำการสร้างขึ้นนั้นจะมีลักษณะที่ต่อเนื่องกันตลอดและส่วนของพื้นที่ในภาพที่ทำการวาร์ปจะต้องไม่มีทำให้ร่างแหเกิดการซ้อนทับกันอีกด้วย แต่กระบวนการนี้ก็มีข้อดีคือใช้เวลาในการคำนวณที่น้อย

2.2.2 Field Morphing

กระบวนการ Field Morphing ถูกคิดค้นโดย Beier และ Neely [6] โดยกระบวนการแปลงภาพของ Field Morphing นั้นจะช่วยลดข้อจำกัดของร่างแห Mesh ในกระบวนการแปลงภาพโดย Mesh Warping ลง ในกระบวนการ Field Morphing นี้จะทำการกำหนดเส้นควบคุมบนภาพต้นแบบและภาพปลายทางเพื่อใช้ในการคำนวณสมการ Mapping Function ของภาพทั้ง 2 ภาพ

เอกสารนี้เป็นเอกสารมอร์ฟแบบนี้จะอาศัยความสัมพันธ์ของจุดและระยะห่างระหว่างเส้นควบคุมกับจุดใดๆในการคำนวณการคำนวณการคำนวณความสัมพันธ์ระหว่างภาพต้นทางกับปลายทาง ถ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



รูปที่ 2.4 (a) ภาพแสดงกระบวนการ Field Morphing บนภาพปลายทาง

(b) ภาพแสดงกระบวนการ Field Morphing บนภาพต้นทาง

แนวคิดของการวอร์ปแบบ Feature Based Image Warping นี้สามารถทำการอธิบายได้จาก รูปที่ a และ b ได้เป็นอัลกอริธึมดังนี้

อัลกอริธึมสำหรับเส้นควบคุม 1 เส้น

- พิจารณาในภาพปลายทางที่จุด X และเส้นควบคุม PQ จากภาพจะทำการคำนวณค่าพารามิเตอร์ของความสอดคล้องคือ u_d และ v_d โดยสมการที่ใช้มีดังนี้

$$u = \frac{(X-P) \cdot (Q-P)}{\|Q-P\|^2}$$

$$v = \frac{(X-P) \cdot \text{Perpendicular}(Q-P)}{\|Q-P\|} \quad (2.1)$$

$$X' = P' + u \cdot (Q' - P') + \frac{v \cdot \text{Perpendicular}(Q' - P')}{\|Q' - P'\|}$$

- พิจารณาในภาพปลายทางเพื่อทำการหาจุด X' และเส้นควบคุม $P'Q'$ จากภาพเพื่อทำการคำนวณค่าพารามิเตอร์ของความสอดคล้องคือ u_s และ v_s

- ทำการหาจุด X' และเส้น $P'Q'$ ใดๆที่ทำให้ u_d เท่ากับ u_s และ v_d เท่ากับ v_s

- กำหนดความสอดคล้องเพื่อแปลงระหว่างจุด X' และ X เข้าด้วยกัน

อัลกอริธึมสำหรับเส้นควบคุมหลายเส้น

เอกสารนี้เป็นในกรณีที่เส้นควบคุมหลายเส้นนั้นจะต้องทำการพิจารณาพารามิเตอร์ของ Weight ด้วยโดยไม่ว่าค่าของ Weight นั้นสามารถทำการคำนวณได้โดยจะต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$\text{weight} = \left(\frac{\text{length}^p}{(a + \text{dist})^b} \right) \quad (2.2)$$

โดย length คือ ค่าความยาวเส้นควบคุม

dist คือ ระยะตั้งฉากจากเส้นควบคุม $P'Q'$ หรือ PQ ไปยังจุด X' หรือ X

a, b, p คือ ค่าพารามิเตอร์สัมพัทธ์จากเส้นควบคุม

- ทำการกำหนดให้ Dsum และ WEIGHTsum เป็น 0
- ทำการคำนวณ u_d, u_x, v_d, v_x
- หาจุด X' และ X ที่สอดคล้องกันโดยใช้เงื่อนไขเดียวกับอัลกอริทึมสำหรับเส้นควบคุม 1 เส้น
- ทำการคำนวณค่าระยะห่างระหว่าง X' และ X (D_x) โดย $D_x = X' - X$
- ทำการคำนวณ Dsum และ WEIGHTsum โดย

$$\begin{aligned} Dsum &= \sum_i (D_i \times \text{weight}_i) \\ \text{WEIGHTsum} &= \sum_i (\text{weight}_i) \end{aligned} \quad (2.3)$$

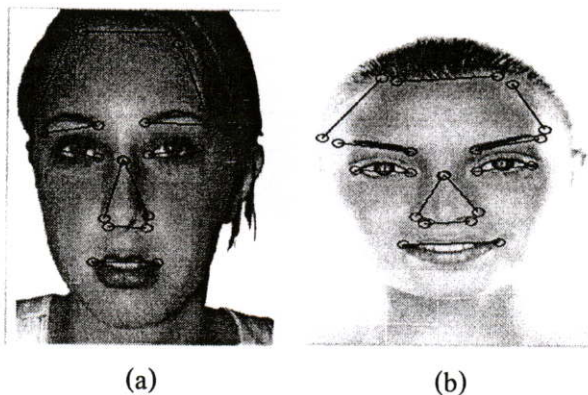
- นำค่า Dsum และ WEIGHTsum มาทำการคำนวณ X' ใหม่โดย

$$X' = \frac{X + Dsum}{\text{WEIGHTsum}} \quad (2.4)$$

- แล้วจึงได้ X' และ X ที่สอดคล้องกัน

วิธี Field Morphing นั้นในกรณีของอัลกอริทึมแบบเส้นควบคุม 1 เส้นนั้นจะมีประสิทธิภาพที่ดีแต่ในกรณีของอัลกอริทึมแบบเส้นควบคุมหลายเส้นนั้นจะทำให้กระบวนการวาร์ปมีผลของการ Interpolation ที่ไม่ต้องการเกิดขึ้นเนื่องมาจากผลการคำนวณที่ได้จากเส้นควบคุมที่แตกต่างกันทำให้มีผลการวาร์ปหลายแบบดังนั้นหากภาพที่ทำการวาร์ปนั้นมีการกระจายของเส้นควบคุมมากก็ยิ่งทำให้ปัญหานี้อย่างชัดเจนและทำให้เวลาในการคำนวณที่ใช้มากขึ้นตามจำนวนเส้นควบคุมที่ใช้

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้คัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



รูปที่ 2.5 (a) ภาพแสดงเส้นควบคุม Field Morphing บนภาพปลายทาง
(b) ภาพแสดงเส้นควบคุม Field Morphing บนภาพต้นทาง

2.2.3 Radial Basic Function and Thin-Plate Spline (TPS)

กระบวนการ Radial Basic Function และ Thin-Plate Spline นี้จะทำการใช้ลักษณะเด่นเป็นแบบจุดเท่านั้นเนื่องจากเส้นตรงและ เส้น โค้งใดๆก็สามารถแสดงได้โดยการเรียงต่อกันของจุดจึงไม่จำเป็นที่จะต้องนำเส้นมาใช้เป็นลักษณะเด่นในการคำนวณ Mapping Function โดยจุดที่นำมาใช้เป็นลักษณะเด่นบนภาพต้นแบบและภาพปลายทางนี้จะเรียกว่าจุดสอดคล้อง [10]



รูปที่ 2.6 ภาพแสดงจุดสอดคล้องในกระบวนการ Thin-Plate Spline

หากสมมติให้ภาพที่เป็นต้นแบบมีจุดเด่นทั้งหมด n จุดคือ p_i โดย $i=1, \dots, n$ และภาพที่เป็นเป้าหมายมีจุดเด่นทั้งหมด n จุดคือ q_i โดย $i=1, \dots, n$ เช่นเดียวกัน หลังจากที่เราทราบตำแหน่งของจุด Landmark บนภาพทั้ง 2 ภาพแล้วก็จะสามารถทำการหาค่าเมตริกซ์ความสัมพันธ์ซึ่งประกอบด้วยเมตริกซ์ W และเมตริกซ์ A ได้จากสมการพื้นฐานดังนี้

$$Kw + Pa = V \quad (2.5)$$

$$P^T w = 0 \quad (2.6)$$

โดย K คือ matrix ค่าระยะห่างระหว่างจุด landmark ทุกจุดกับจุด landmark ทั้งหมดที่เหลือ

P คือ matrix ค่าพิกัดของจุด landmark บนภาพต้นแบบ

V คือ matrix ค่าพิกัดของจุด landmark บนภาพต้นเป้าหมาย

w คือ weight matrix

a คือ affine transform matrix

จากสมการพื้นฐานทั้ง 2 สมการหากนำมาทำการเขียนในรูปแบบของ matrix form จะได้ดังนี้

$$\begin{bmatrix} K & P \\ P^T & 0(3,3) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} W \\ A \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} V \\ 0(3,3) \end{bmatrix} \quad (2.7)$$

โดยเมตริกซ์ P และ V จะมีลักษณะดังนี้

$$P = \begin{bmatrix} 1 & p_{x1} & p_{y1} \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ 1 & p_{xn} & p_{yn} \end{bmatrix} \quad V = \begin{bmatrix} 1 & q_{x1} & q_{y1} \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ 1 & q_{xn} & q_{yn} \end{bmatrix} \quad (2.8)$$

โดยเมตริกซ์ W, A และ K จะมีลักษณะดังนี้ โดยเมตริกซ์ W คือ เมตริกซ์ของค่าน้ำหนักหรือค่า weight สมการนั่นเอง ส่วนเมตริกซ์ A คือเมตริกซ์ความสัมพันธ์ระหว่างทั้ง 2 ภาพที่แสดงในรูปแบบของเมตริกซ์ Affine Transform นั่นเอง

$$W = \begin{bmatrix} 0 & w_{x1} & w_{y1} \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & w_{xn} & w_{yn} \end{bmatrix} \quad A = \begin{bmatrix} 0 & a_{x1} & a_{y1} \\ 0 & a_{x2} & a_{y2} \\ 0 & a_{x3} & a_{y3} \end{bmatrix}$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้คัดลอกเผยแพร่โดยไม่ได้รับอนุญาตจากเจ้าของ (2.9) ทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$K = \begin{bmatrix} 0 & U(r_{1,2}) & \cdots & U(r_{1,n-1}) & U(r_{1,n}) \\ U(r_{2,1}) & 0 & \cdots & U(r_{2,n-1}) & U(r_{2,n}) \\ \cdots & \cdots & 0 & \cdots & \cdots \\ U(r_{n-1,1}) & U(r_{n-1,2}) & \cdots & 0 & U(r_{n-2,n}) \\ U(r_{n,1}) & U(r_{n,2}) & \cdots & U(r_{n-1,n-1}) & 0 \end{bmatrix} \quad (2.10)$$

$$U(r_{i,j}) = r_{i,j}^2 \ln(r_{i,j}^2) \quad (2.11)$$

$$r_{i,j} = \sqrt{(px_i - px_j)^2 + (py_i - py_j)^2} \quad (2.12)$$

หลังจากที่ทำการคำนวณหาค่าเมตริกซ์ W และ A ได้แล้วจึงสามารถทำการคำนวณหาค่าพิกัดใหม่ของจุดต่างๆ (fx, fy) ได้จากสมการดังนี้

$$fx(x, y) = ax_1 + ax_2x + ax_3y + \sum_{i=1}^n w_{xi} U(r_i) \quad (2.13)$$

$$fy(x, y) = ay_1 + ay_2x + ay_3y + \sum_{i=1}^n w_{yi} U(r_i) \quad (2.14)$$

$$U(r_{i,j}) = r_i^2 \ln(r_i^2) \quad (2.15)$$

$$r_i = \sqrt{(px_i - x)^2 + (py_i - y)^2}$$



(a)

(b)

รูปที่ 2.7 (a) ภาพแสดงจุดสอดคล้องในกระบวนการ Thin-Plate Spline บนภาพปลายทาง

(b) ภาพแสดงจุดสอดคล้องในกระบวนการ Thin-Plate Spline บนภาพต้นทาง

เอกสารนี้เป็นเอกสารต้นฉบับที่จัดทำขึ้นเพื่อใช้ในการเรียนการสอนเท่านั้น การนำเอกสารนี้ไปใช้โดยไม่ได้รับอนุญาตถือว่าผิดกฎหมาย และ Field Morphing ส่วนเรื่องของการใช้ในการคำนวณจากมากกว่าแบบ Mesh Warping แต่น้อยกว่า แบบ Field Morphing

การประยุกต์ใช้งานของ Thin-Plate Spline นี้สามารถนำมาใช้ในการสร้างเป็น Thin-Plate Spline Surface Model ได้ [11, 12]

2.2.4 Energy Minimization

Energy-Minimizing Method หรือ Optimization Method วิธีการนี้มีแนวคิดหลักที่ตรงกันข้ามกับวิธีการแบบเดิมคือ วิธีการแบบอื่นที่นำเสนอมาข้างต้นนั้นมักทำการกำหนดค่าพารามิเตอร์ต่างๆมาทำการประมาณความเหมือนกันระหว่างชุดข้อมูลแต่ในวิธีการนี้จะทำการกำหนดฟังก์ชันที่เรียกว่า Penalty Function (PF) ซึ่งจะทำการประมาณค่าความต่างระหว่างชุดข้อมูลต่างๆแทนข้อเสียของวิธีการนี้อยู่ที่ความซับซ้อนทางคณิตศาสตร์ของตัว Penalty Function ซึ่งทำให้วิธีการนี้มีการสูญเสียเวลาในการคำนวณที่มาก [13]

2.2.5 Multiple Free-Form Deformation (MFFD)

หลักการของวิธีการมอร์ฟในวิธีนี้คือการกำหนดแบบจำลองมาตรฐานขึ้นมาแล้วจึงค่อยนำ Function ทางคณิตศาสตร์ใดๆมาใช้ในการเปลี่ยนแปลงรูปร่างของแบบจำลองให้เป็นรูปร่างที่ต้องการ

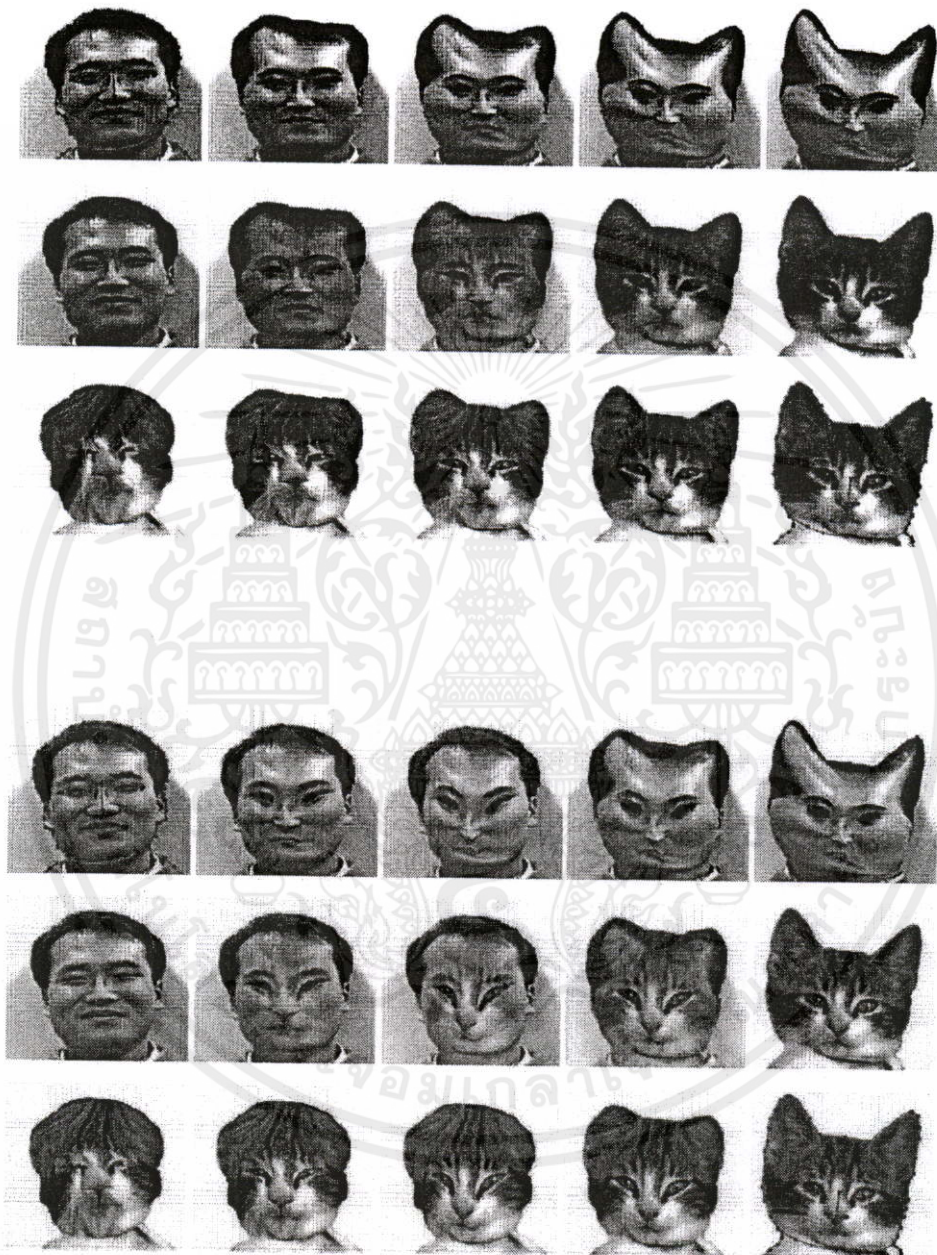
โดยการประยุกต์ใช้งานที่พบบากนั้นเช่น Active Contour Model หรือแบบจำลอง Snake นั้นเอง [14]



รูปที่ 2.8 ผลการทำมอร์ฟจาก MFFD

2.3 Transition Control (TC)

Transition Control เป็นตัวกำหนดอัตราการเปลี่ยนแปลงในการแปลงภาพและอัตราการทำ Color Blending ในกระบวนการมอร์ฟ



รูปที่ 2.9 ผลการมอร์ฟที่ Transition Control ต่างกัน

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนลิขสิทธิ์สำหรับการใช้งานในเชิงพาณิชย์เท่านั้น ไม่ให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้คัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

บทที่ 3

เส้นโค้งบีสไปไลน์

3.1 เส้นโค้งแบบสไปไลน์

เส้นโค้งแบบ Spline คือเส้นโค้งที่มีลักษณะแบ่งออกเป็นช่วงๆ ซึ่งสมการของเส้นในแต่ละส่วนสามารถแสดงได้โดยสมการของโพลิโนเมียลอันดับที่ n โดยสมการของเส้นโค้ง Spline ในแต่ละช่วงจะมีสมการดังนี้ [15]

$$\begin{aligned} x(u) &= a_2u^2 + a_1u + a_0 \\ y(u) &= b_2u^2 + b_1u + b_0 \end{aligned} \tag{3.1}$$

ตัวแปร a_2, a_1, a_0, b_2, b_1 และ b_0 นั้นจะเป็นค่าสัมประสิทธิ์ที่เป็นค่าคงที่ โดยจะเป็นค่าของจุดควบคุมบนเส้นโค้งแบบ Spline ซึ่งจะมีผลต่อการเปลี่ยนแปลงรูปร่างของเส้นโค้งหากว่าตำแหน่งของจุดควบคุมมีการเปลี่ยนแปลง

3.2 เส้นโค้งแบบบีสไปไลน์

สำหรับเส้นโค้งแบบ B-Spline นี้จะมีลักษณะเช่นเดียวกับเส้นโค้งแบบ Spline คือเป็นเส้นโค้งที่สร้างเส้นโค้งย่อยๆ ในแต่ละช่วงแต่ลักษณะเด่นของเส้นโค้งแบบ B-Spline นั้นคือการเปลี่ยนแปลงค่าของสัมประสิทธิ์หรือก็คือการย้ายตำแหน่งของจุดควบคุมนั้นจะส่งผลกระทบต่อรูปร่างของเส้นโค้งเฉพาะในบริเวณใกล้เคียงจุดควบคุมเท่านั้นซึ่งเรียกคุณสมบัตินี้ว่า local support ซึ่งคุณสมบัตินี้ช่วยให้เส้นโค้งแบบ B-Spline สามารถทำการเปลี่ยนแปลงรูปร่างได้ง่ายเนื่องจากสามารถทำการแก้ไขรูปร่างของส่วนโค้งในบริเวณใกล้เคียงจุดควบคุมจุดใดจุดหนึ่งได้โดยไม่ส่งผลกระทบต่อรูปร่างของเส้นโค้งโดยรวมทั้งหมด

โดยเส้นโค้งย่อยเหล่านี้จะถูกรสร้างโดยการใช้โพลิโนเมียลอันดับที่ n โดยค่า n นี้จะมีผลกระทบต่อความเรียบของเส้นโค้งที่สร้างขึ้น โดยการตรวจสอบความเรียบของเส้นโค้งนั้นสามารถทำได้โดยการหาค่าอนุพันธ์ของสมการเส้นโค้งที่สร้างขึ้น

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้คัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

3.3 การสร้างเส้นโค้งแบบบีสไปไลน์โดยใช้ Knot Vector

กระบวนการใช้ Knot Vector นั้นจะเป็นกระบวนการในลักษณะที่มีการวนทำซ้ำๆ เพื่อที่จะทำการประมาณค่าของจุดต่างๆบนเส้นโค้งในแต่ละช่วง โดยวิธีการนี้ถูกคิดค้นโดย Boehm โดยค่าของ Knot Vector จะมีลักษณะดังนี้

$$\{u_0, u_1, \dots, u_{L+2n-2}\}$$

โดย n คือ ลำดับ (order) ของสมการเส้นโค้ง ส่วนค่าต่างๆภายใน Knot Vector จะมีค่าได้หลายค่าโดยค่าบางค่าอาจซ้ำกันหรือค่าทั้งหมดใน Knot Vector อาจมีค่าแตกต่างกันหมดก็ได้

หากสมมุติให้ Knot Vector u_i มีค่าเป็น $u_i = u_0, \dots, u_{L+2n-2}$ ค่าของ Knot Vector ที่มีผลต่อรูปร่างรูปร่างของเส้นโค้งที่คือ Knot Vector ในช่วง $[u_{n-1}, \dots, u_{L+n-1}]$ โดยเรียกค่าในช่วงนี้ว่า Domain Knot หากค่าของ Knot Vector ลำดับใดๆในช่วง Domain Knot มีค่าที่ซ้ำกันหรือ $u_i = u_{i+r-1}$ ซึ่งค่า r คือค่าจำนวนการซ้ำกันของค่าบน Domain Knot หากค่าบน Domain Knot ไม่มีการซ้ำกันเลยค่า r จะเท่ากับ 1 และค่า L คือค่าจำนวนช่วงของ Domain Knot ซึ่งสมการความสัมพันธ์ของค่า L และ r จะเป็นดังนี้

$$\sum_{i=n-1}^{L+n-1} r_i = L + 1 \quad (3.2)$$

3.4 ฟังก์ชันพื้นฐานบีสไปไลน์ (B-Spline Basis Functions)

3.4.1 นิยามของฟังก์ชันพื้นฐานบีสไปไลน์

ฟังก์ชันพื้นฐานบีสไปไลน์สามารถหาได้หลายวิธี เช่น วิธี divided difference ของอนุกรมกำลัง วิธี blossoming และวิธี recurrence formula โดย deBoor, Cox และ Mansfield ในงานวิจัยนี้เลือกใช้วิธี recurrence formula เนื่องจากเป็นวิธีที่สะดวกในการคำนวณด้วยคอมพิวเตอร์[16]

ให้ $U = \{u_0, \dots, u_m\}$ คือ knot vector และเป็นเซตของจำนวนจริงที่มีค่าไม่ลดลงหรือ $u_i \leq u_{i+1}$ เมื่อ $i = 0, \dots, m-1$ และ u_i คือ knot

ฟังก์ชันพื้นฐานบีสไปไลน์ลำดับที่ i ซึ่งมีดีกรี p ($order = p + 1$) สามารถแทนด้วยสัญลักษณ์ $N_{i,p}(u)$ ซึ่งถูกนิยามด้วยสมการดังนี้

$$N_{i,0}(u) = \begin{cases} 1 & , u_i \leq u \leq u_{i+1} \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases} \quad (3.3)$$

$$N_{i,p}(u) = \frac{u - u_i}{u_{i+p} - u_i} N_{i,p-1}(u) + \frac{u_{i+p+1} - u}{u_{i+p+1} - u_{i+1}} N_{i+1,p-1}(u)$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนลิขสิทธิ์ไว้สำหรับใช้ภายในเท่านั้น การนำเอกสารนี้ไปเผยแพร่โดยไม่ขออนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้คัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

หมายเหตุ

- $N_{i,0}(u)$ เป็นฟังก์ชันขั้นบันไดที่มีค่าเท่ากับหนึ่งในช่วงพารามิเตอร์ $u \in [u_i, u_{i+1})$
- สำหรับ $p > 0$ สามารถหา $N_{i,p}(u)$ ได้จากการบวกแบบเชิงเส้นของฟังก์ชันพื้นฐานบีสไปไลน์ดีกรี $p-1$ สองฟังก์ชัน
- จากสมการที่ 3.1 ถ้ามีค่าเป็น $\frac{0}{0}$ นิยามให้มีผลลัพธ์เป็น 0
- เรียกช่วง $[u_i, u_{i+1})$ ว่า knot span ลำดับที่ i ซึ่งอาจมีขนาดเป็นศูนย์ก็ได้
- การคำนวณหาค่าฟังก์ชันที่ดีกรี p สามารถพิจารณาจากแผนภูมิดังนี้

$$\begin{array}{cccc}
 N_{0,0} & & & \\
 N_{1,0} & N_{0,1} & & \\
 N_{2,0} & N_{1,1} & N_{0,2} & \\
 N_{3,0} & N_{2,1} & N_{1,2} & N_{0,3} \\
 N_{4,0} & N_{3,1} & N_{2,2} & N_{1,3} \\
 \vdots & \vdots & \vdots & \vdots
 \end{array}$$

ตัวอย่างที่ 3.1 กำหนดให้ $U = \{u_0 = 0, u_1 = 0, u_2 = 0, u_3 = 1, u_4 = 1, u_5 = 1\}$ และ $p = 2$ ให้คำนวณหาฟังก์ชันพื้นฐานบีสไปไลน์ดีกรี 0, 1 และ 2

$$\begin{aligned}
 N_{0,0} &= N_{1,0} = 0 & -\infty < u < \infty \\
 N_{2,0} &= \begin{cases} 1 & 0 \leq u < 1 \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases} \\
 N_{3,0} &= N_{4,0} = 0 & -\infty < u < \infty \\
 N_{0,1} &= \frac{u-0}{0-0} N_{0,0} + \frac{0-u}{0-0} N_{1,0} = 0 & -\infty < u < \infty \\
 N_{1,1} &= \frac{u-0}{0-0} N_{1,0} + \frac{1-u}{1-0} N_{2,0} = \begin{cases} 1-u & 0 \leq u < 1 \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases} \\
 N_{2,1} &= \frac{u-0}{1-0} N_{2,0} + \frac{1-u}{1-1} N_{3,0} = \begin{cases} u & 0 \leq u < 1 \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases} \\
 N_{3,1} &= \frac{u-1}{1-1} N_{3,0} + \frac{1-u}{1-1} N_{4,0} = 0 & -\infty < u < \infty
 \end{aligned}$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้คัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$N_{0,2} = \frac{u-0}{0-0} N_{0,1} + \frac{1-u}{1-0} N_{1,1} = \begin{cases} (1-u)^2 & 0 \leq u < 1 \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases}$$

$$N_{1,2} = \frac{u-0}{1-0} N_{1,1} + \frac{1-u}{1-0} N_{2,1} = \begin{cases} 2u(1-u) & 0 \leq u < 1 \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases}$$

$$N_{2,2} = \frac{u-0}{1-0} N_{2,1} + \frac{1-u}{1-1} N_{3,1} = \begin{cases} u^2 & 0 \leq u < 1 \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases}$$

ตัวอย่างที่ 3.2 กำหนดให้

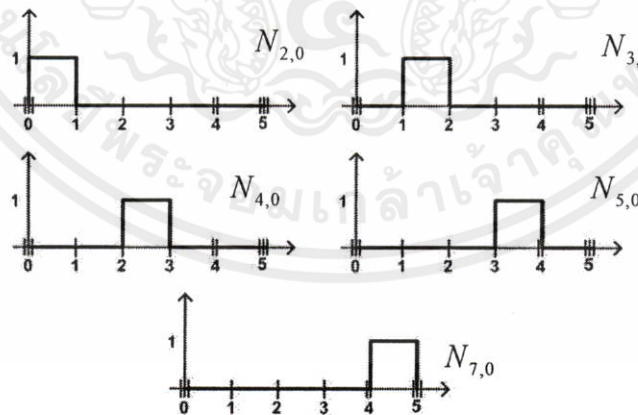
$U = \{u_0 = 0, u_1 = 0, u_2 = 0, u_3 = 1, u_4 = 2, u_5 = 3, u_6 = 4, u_7 = 4, u_8 = 5, u_9 = 5, u_{10} = 5\}$ และ $p = 2$ จำนวนหาฟังก์ชันพื้นฐานบีสไปลน์ดีกรี 0, 1 และ 2

$$N_{0,0} = N_{1,0} = 0 \quad -\infty < u < \infty \quad N_{5,0} = \begin{cases} 1 & 3 \leq u < 4 \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases}$$

$$N_{2,0} = \begin{cases} 1 & 0 \leq u < 1 \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases} \quad N_{6,0} = 0 \quad -\infty < u < \infty$$

$$N_{3,0} = \begin{cases} 1 & 1 \leq u < 2 \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases} \quad N_{7,0} = \begin{cases} 1 & 4 \leq u < 5 \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases}$$

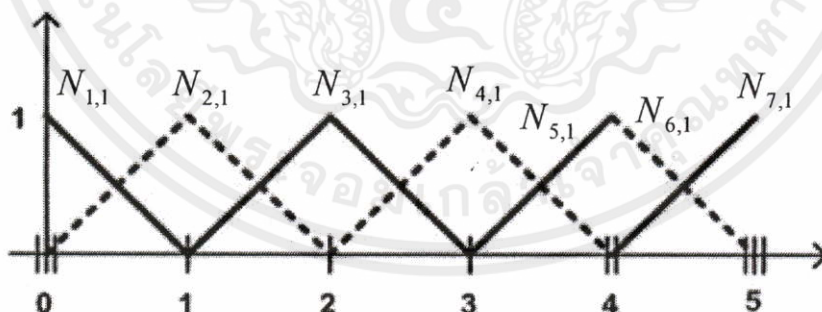
$$N_{4,0} = \begin{cases} 1 & 2 \leq u < 3 \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases} \quad N_{8,0} = N_{9,0} = 0 \quad -\infty < u < \infty$$



รูปที่ 3.1 ฟังก์ชันพื้นฐานบีสไปลน์ดีกรี 0 เมื่อ $U = \{0,0,0,1,2,3,4,4,5,5,5\}$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนลิขสิทธิ์หรือมีเงื่อนไขการใช้งานอื่น ๆ ผู้ใช้ที่เห็นชอบใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้คัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$\begin{aligned}
 N_{0,1} &= \frac{u-0}{0-0} N_{0,0} + \frac{0-u}{0-0} N_{1,0} = 0 & -\infty < u < \infty \\
 N_{1,1} &= \frac{u-0}{0-0} N_{1,0} + \frac{1-u}{1-0} N_{2,0} = \begin{cases} 1-u & 0 \leq u < 1 \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases} \\
 N_{2,1} &= \frac{u-0}{1-0} N_{2,0} + \frac{2-u}{2-1} N_{3,0} = \begin{cases} u & 0 \leq u < 1 \\ 2-u & 1 \leq u < 2 \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases} \\
 N_{3,1} &= \frac{u-1}{2-1} N_{3,0} + \frac{3-u}{3-2} N_{4,0} = \begin{cases} u-1 & 1 \leq u < 2 \\ 3-u & 2 \leq u < 3 \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases} \\
 N_{4,1} &= \frac{u-2}{3-2} N_{4,0} + \frac{4-u}{4-3} N_{5,0} = \begin{cases} u-2 & 2 \leq u < 3 \\ 4-u & 3 \leq u < 4 \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases} \\
 N_{5,1} &= \frac{u-3}{4-3} N_{5,0} + \frac{4-u}{4-4} N_{6,0} = \begin{cases} u-3 & 3 \leq u < 4 \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases} \\
 N_{6,1} &= \frac{u-4}{4-4} N_{6,0} + \frac{5-u}{5-4} N_{7,0} = \begin{cases} 5-u & 4 \leq u < 5 \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases} \\
 N_{7,1} &= \frac{u-4}{5-4} N_{7,0} + \frac{5-u}{5-5} N_{8,0} = \begin{cases} u-4 & 4 \leq u < 5 \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases} \\
 N_{8,1} &= \frac{u-5}{5-5} N_{8,0} + \frac{5-u}{5-5} N_{9,0} = 0 & -\infty < u < \infty
 \end{aligned}$$



รูปที่ 3.2 ฟังก์ชันพื้นฐานบีสไปลน์ดีกรี 1 เมื่อ $U = \{0,0,0,1,2,3,4,4,5,5,5\}$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้คัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$N_{0,2} = \frac{u-0}{0-0} N_{0,1} + \frac{1-u}{1-0} N_{1,1} = (1-u)^2 \quad 0 \leq u < 1$$

$$N_{1,2} = \frac{u-0}{1-0} N_{1,1} + \frac{2-u}{2-0} N_{2,1} = \begin{cases} 2u - \frac{3}{2}u^2 & 0 \leq u < 1 \\ \frac{1}{2}(2-u)^2 & 1 \leq u < 2 \end{cases}$$

$$N_{2,2} = \frac{u-0}{2-0} N_{2,1} + \frac{3-u}{3-1} N_{3,1} = \begin{cases} \frac{1}{2}u^2 & 0 \leq u < 1 \\ -\frac{3}{2} + 3u - u^2 & 1 \leq u < 2 \\ \frac{1}{2}(3-u)^2 & 2 \leq u < 3 \end{cases}$$

$$N_{3,2} = \frac{u-1}{3-1} N_{3,1} + \frac{4-u}{4-2} N_{4,1} = \begin{cases} \frac{1}{2}(u-1)^2 & 1 \leq u < 2 \\ -\frac{11}{2} + 5u - u^2 & 2 \leq u < 3 \\ \frac{1}{2}(4-u)^2 & 3 \leq u < 4 \end{cases}$$

$$N_{4,2} = \frac{u-2}{4-2} N_{4,1} + \frac{4-u}{4-3} N_{5,1} = \begin{cases} \frac{1}{2}(u-2)^2 & 2 \leq u < 3 \\ -16 + 10u - \frac{3}{2}u^2 & 3 \leq u < 4 \end{cases}$$

$$N_{5,2} = \frac{u-3}{4-3} N_{5,1} + \frac{5-u}{5-4} N_{6,1} = \begin{cases} (u-3)^2 & 3 \leq u < 4 \\ (5-u)^2 & 4 \leq u < 5 \end{cases}$$

$$N_{6,2} = \frac{u-4}{5-4} N_{6,1} + \frac{5-u}{5-4} N_{7,1} = 2(u-4)(5-u) \quad 4 \leq u < 5$$

$$N_{7,2} = \frac{u-4}{5-4} N_{7,1} + \frac{5-u}{5-5} N_{8,1} = (u-4)^2 \quad 4 \leq u < 5$$



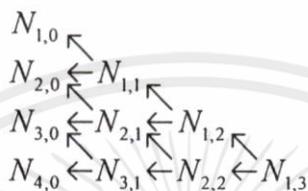
รูปที่ 3.3 ฟังก์ชันพื้นฐานบีสไปลน์ดีกรี 2 เมื่อ $U = \{0,0,0,1,2,3,4,4,5,5,5\}$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้คัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

3.4.2 คุณสมบัติของฟังก์ชันพื้นฐานบีสไปลอน

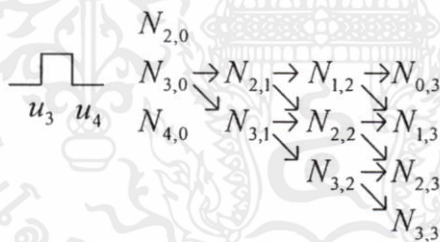
คุณสมบัติที่สำคัญของฟังก์ชันพื้นฐานบีสไปลอนเหล่านี้ สามารถกำหนดคุณสมบัติทางเรขาคณิตของเส้นโค้งบีสไปลอนและพื้นผิวบีสไปลอนได้ กำหนดให้ฟังก์ชันพื้นฐานบีสไปลอนมีดีกรี p และมี knot vector $U = \{u_0, \dots, u_m\}$

1. $N_{i,p}(u) = 0$ เมื่อ $u \notin [u_i, u_{i+p+1})$ เรียกคุณสมบัตินี้ว่าเป็น Local support สามารถแสดงได้ด้วยแผนภูมิดังนี้



พบว่า $N_{1,3}$ เกิดจากผลรวมของ $N_{1,0}, N_{2,0}, N_{3,0}, N_{4,0}$ นั่นคือ $N_{1,3} \neq 0$ เมื่อ $u \in [u_1, u_5)$

2. ในช่วง knot span, $[u_j, u_{j+1})$ ใดๆ จะมี $N_{i,p}$ ที่มีค่าไม่เป็นศูนย์ทั้งหมด $p+1$ ฟังก์ชันคือ $N_{j-p,p}, \dots, N_{j,p}$ เช่น บนช่วง $[u_3, u_4)$ จะมีฟังก์ชันที่ดีกรี 0 ซึ่งมีค่าไม่เป็นศูนย์เพียง 1 ฟังก์ชันคือ $N_{3,0}$ จะได้ว่าฟังก์ชันที่ดีกรี 5 และมีค่าไม่เท่ากับศูนย์ ได้แก่ $N_{0,3}, \dots, N_{3,3}$



3. $N_{i,p}(u) \geq 0$ สำหรับทุกค่า i, p และ $u (u \geq 0)$

4. สำหรับช่วง knot span, $[u_j, u_{j+1})$ ใดๆ ได้ $\sum_{j=i-p}^i N_{j,p}(u) = 1$

5. อนุพันธ์ของ $N_{i,p}(u)$ จะถูกนิยามในแต่ละช่วง knot span และที่ knot ใดๆ $N_{i,p}(u)$ สามารถหาอนุพันธ์ได้ถึง $p - k$ เมื่อ k เป็นจำนวน knot ที่มีค่าซ้ำกัน

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้คัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ตัวอย่างที่ 3.3 ให้ $p = 2$, $U = \{0,0,0,1,2,3,4,4,5,5,5\}$ และ $u = 5/2$ (ดังรูปที่ 3.5) ได้ $i = 4$ ดังนั้น $u \in [u_4, u_5)$ จะหา $N_{i,2}(u) \geq 0$ ได้ดังนี้

$$\begin{array}{ccc} N_{4,0}(\frac{5}{2}) & N_{3,1}(\frac{5}{2}) & N_{2,2}(\frac{5}{2}) \\ & N_{4,1}(\frac{5}{2}) & N_{3,2}(\frac{5}{2}) \\ & & N_{4,2}(\frac{5}{2}) \end{array}$$

แทน $u = 5/2$ ในผลลัพธ์ที่ได้จากตัวอย่างที่ 3.2 จะได้

$$\begin{array}{ccc} N_{4,0}(\frac{5}{2}) = 1 & & \\ N_{3,1}(\frac{5}{2}) = \frac{1}{2} & N_{4,1}(\frac{5}{2}) = \frac{1}{2} & \\ N_{2,2}(\frac{5}{2}) = \frac{1}{8} & N_{3,2}(\frac{5}{2}) = \frac{6}{8} & N_{4,2}(\frac{5}{2}) = \frac{1}{8} \end{array}$$

จะสังเกตได้ว่า ที่ติกรีโคจผลรวมของฟังก์ชันพื้นฐานบีสไปลน์มีค่าเท่ากับหนึ่ง

ตัวอย่างที่ 3.4 ให้ $p = 2$, $U = \{0,0,0,1,2,3,4,4,5,5,5\}$ และ $u = 5/2$ ให้หา $N_{3,2}(\frac{5}{2})$ สามารถหา $N_{3,2}(\frac{5}{2})$ ได้ดังนี้

$$\begin{array}{ccc} N_{3,0}(\frac{5}{2}) = 0 & & \\ N_{4,0}(\frac{5}{2}) = 1 & N_{3,1}(\frac{5}{2}) = \frac{1}{2} & \\ N_{5,0}(\frac{5}{2}) = 0 & N_{4,1}(\frac{5}{2}) = \frac{1}{2} & N_{3,2}(\frac{5}{2}) = \frac{6}{8} \end{array}$$

และสามารถหา $N_{4,2}(\frac{5}{2})$ ได้ดังนี้

$$\begin{array}{ccc} N_{4,0}(\frac{5}{2}) = 1 & & \\ N_{5,0}(\frac{5}{2}) = 0 & N_{4,1}(\frac{5}{2}) = \frac{1}{2} & \\ N_{6,0}(\frac{5}{2}) = 0 & N_{5,1}(\frac{5}{2}) = 0 & N_{4,2}(\frac{5}{2}) = \frac{1}{8} \end{array}$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

3.4.3 อนุพันธ์ของฟังก์ชันพื้นฐานบีสไปลอน์

ให้ $N_{i,p}^{(k)}(u)$ แทนอนุพันธ์อันดับที่ k ของฟังก์ชันพื้นฐานบีสไปลอน์

$$N_{i,p}^{(k)}(u) = p \left(\frac{N_{i,p-1}^{(k-1)}}{u_{i+p} - u_i} - \frac{N_{i+1,p-1}^{(k-1)}}{u_{i+p+1} - u_{i+1}} \right) \quad (3.4)$$

หรือ

$$N_{i,p}^{(k)}(u) = \frac{p!}{(p-k)!} \sum_{j=0}^k a_{k,j} N_{i+j,p-k} \quad (3.5)$$

เมื่อ

$$\begin{aligned} a_{0,0} &= 1 \\ a_{k,0} &= \frac{a_{k-1,0}}{u_{i+p-k+1} - u_i} \\ a_{k,j} &= \frac{a_{k-1,j} - a_{k-1,j-1}}{u_{i+p+j-k+1} - u_{i+j}}, \quad j = 1, \dots, k-1 \\ a_{k,k} &= \frac{-a_{k-1,k-1}}{u_{i+p+1} - u_{i+k}} \end{aligned}$$

หมายเหตุ

จากสมการที่ 3.5

- $k \leq p$
- ถ้าตัวหารเป็นศูนย์ นิยามให้มีค่าเท่ากับ 0

3.5 ทฤษฎีเส้นโค้งบีสไปลอน์

3.5.1 นิยามของเส้นโค้งบีสไปลอน์

สมการเส้นโค้งบีสไปลอน์ดีกรี p สามารถนิยามได้ด้วยสมการ

$$C(u) = \sum_{i=0}^n N_{i,p}(u) P_i, \quad a < u < b \quad (3.6)$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้คัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

เมื่อ $\{P_i\}$ คือเซตของจุดควบคุม (Control point)

$n+1$ คือจำนวนจุดควบคุม

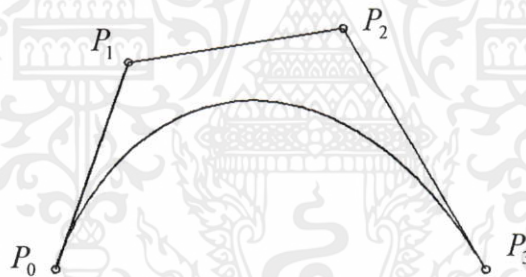
$\{N_{i,p}(u)\}$ คือเซตของฟังก์ชันพื้นฐานบีสไปไลน์ดีกรี p และกำหนดให้ knot vector เป็นแบบ nonperiodic (nonuniform) ซึ่งมี knot เป็นจำนวน $m+1$ โดย

$$U = \left\{ \underbrace{a, \dots, a}_{p+1}, u_{p+1}, \dots, u_{m-p-1}, \underbrace{b, \dots, b}_{p+1} \right\}$$

กำหนดให้ $a = 0, b = 1$ และเรียกพื้นที่ปิดที่เกิดจาก $\{P_i\}$ ว่า Control point polygon

ขั้นตอนในการหาค่าบนเส้นโค้งบีสไปไลน์ที่พารามิเตอร์ u ใดๆ มีดังนี้

1. หาค่า u อยู่ในช่วงของ knot span ไດ
2. หาค่าฟังก์ชันพื้นฐานบีสไปไลน์ดีกรี p ที่ u นั้นๆ
3. คูณผลลัพธ์ที่ได้จากข้อ 2 กับจุดควบคุมตามสมการที่ 3.5



รูปที่ 3.4 เส้นโค้งบีสไปไลน์ดีกรี 5 เมื่อ $U = \{0, 0, 0, 0, 1, 1, 1, 1\}$

ตัวอย่างที่ 3.5 จากตัวอย่างที่ 3.5 ซึ่งมี $U = \{0, 0, 0, 1, 2, 3, 4, 4, 5, 5, 5\}$, $u = 5/2$ และ $p = 2$

จะได้ $u \in [u_4, u_5)$ และ $N_{2,2}(\frac{5}{2}) = \frac{1}{8}$ $N_{3,2}(\frac{5}{2}) = \frac{6}{8}$ $N_{4,2}(\frac{5}{2}) = \frac{1}{8}$

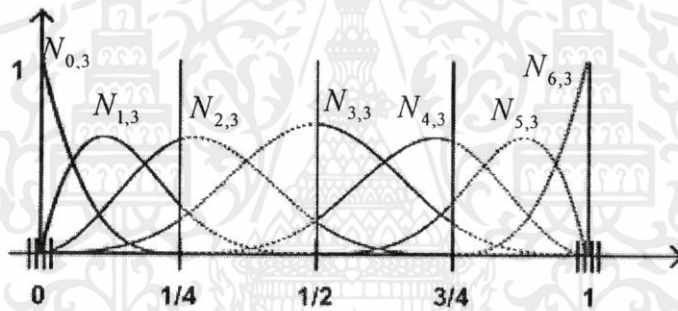
จะได้

$$C(\frac{5}{2}) = \frac{1}{8}P_2 + \frac{6}{8}P_3 + \frac{1}{8}P_4$$

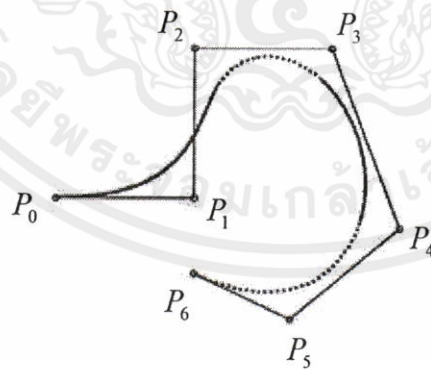
เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้คัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

3.5.2 คุณสมบัติของเส้นโค้งบีสไปไลน์

1. ถ้า $n = p$ และ $U = \{0, \dots, 0, 1, \dots, 1\}$ แล้ว $C(u)$ คือ Bezier curve
2. $C(u)$ เป็น piecewise polynomial curve เนื่องจาก $N_{i,p}(u)$ เป็น piecewise polynomial function และดีกรี p , จุดควบคุม $n+1$, knot จำนวน $m+1$ สัมพันธ์กันด้วยสมการ $m = n + p + 1$
5. $C(0) = P_0$ และ $C(1) = P_n$
4. คุณสมบัติที่ไม่แปรผันต่อการแปลงแบบแอฟไฟน์ (Affine Invariance) คือ สามารถทำการแปลงแบบแอฟไฟน์เส้นโค้งได้โดยทำการแปลงกับจุดควบคุมได้เช่นกัน
5. คุณสมบัติ Strong convex hull คือ เส้นโค้งจะถูกกำหนดให้อยู่ภายในจุดควบคุม (control point polygon) หรือพื้นที่ที่เกิดจากจุดควบคุมดังรูปที่ 3.7 นั่นคือ ถ้า $u \in [u_i, u_{i+p})$ เมื่อ $p \leq i < m - p - 1$ แล้ว $C(u)$ จะถูกควบคุมโดย P_{i-p}, \dots, P_i ที่เป็นเช่นนี้เนื่องจากคุณสมบัติของฟังก์ชันพื้นฐานบีสไปไลน์ $N_{j,p}(u) = 0$ ที่ $j < i - p$ และ $j > i$ เมื่อ $u \in [u_i, u_{i+1})$
6. คุณสมบัติ Local modification scheme คือ หากทำการเปลี่ยนตำแหน่ง P_i จะมีผลให้ $C(u)$ มีค่าเปลี่ยนแปลงเฉพาะช่วง $[u_i, u_{i+p+1})$ พิจารณารูปที่ 3.8 เนื่องจาก $N_{i,p}(u) = 0$ เมื่อ $u \notin [u_i, u_{i+p+1})$



(a)

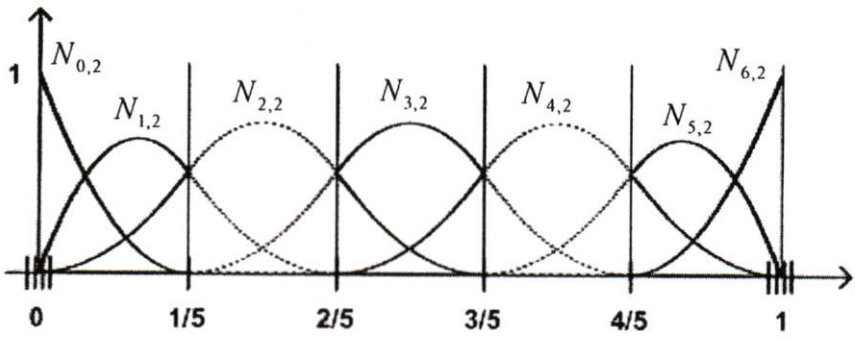


(b)

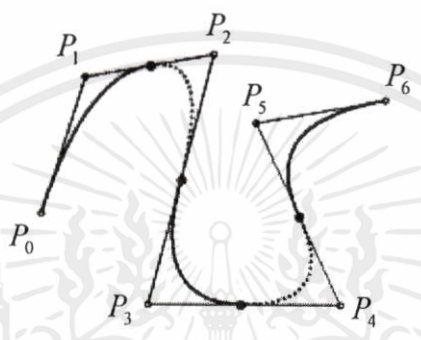
รูปที่ 3.5 (a) ฟังก์ชันพื้นฐานบีสไปไลน์ดีกรี 5 เมื่อ $U = \{0, 0, 0, 0, 1/4, 1/2, 3/4, 1, 1, 1, 1\}$

(b) เส้นโค้งบีสไปไลน์ดีกรี 5 โดยใช้ฟังก์ชันพื้นฐานบีสไปไลน์รูปที่ 3.5 (a)

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไมออนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้คัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

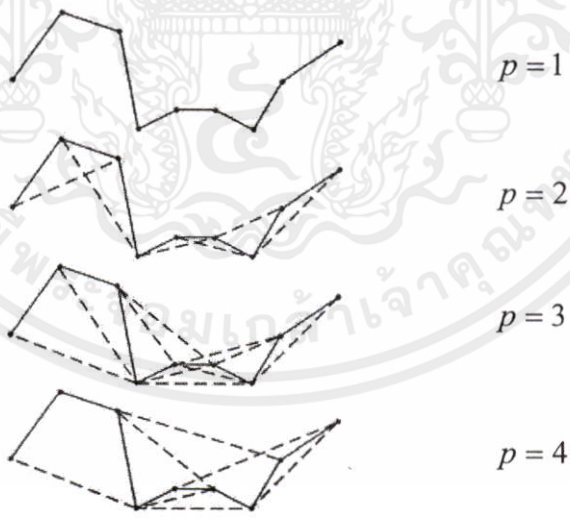


(a)

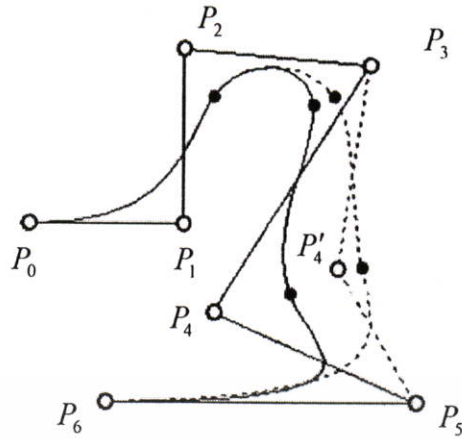


(b)

รูปที่ 3.6 (a) ฟังก์ชันพื้นฐานบีสไปลน์ดีกรี 2 เมื่อ $U = \{0, 0, 0, 1/5, 2/5, 3/5, 4/5, 1, 1, 1\}$
 (b) เส้นโค้งบีสไปลน์ดีกรี 2 โดยใช้ฟังก์ชันพื้นฐานบีสไปลน์รูปที่ 3.6 (a)



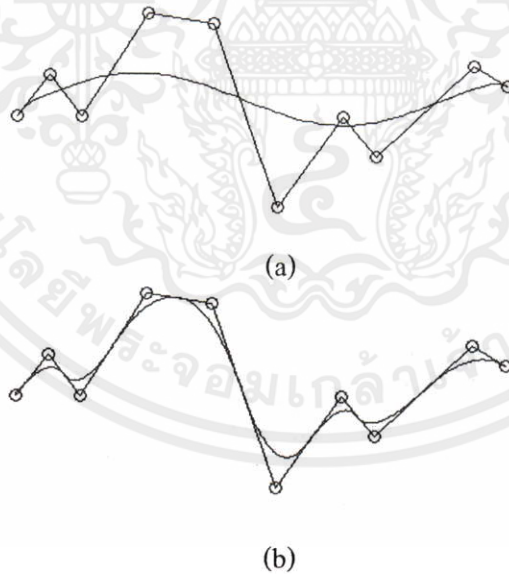
เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนลิขสิทธิ์ โดย ร.ร. อนุบาลเมืองนนทบุรี
รูปที่ 3.7 คุณสมบัติ Convex hull ของเส้นโค้งบีสไปลน์นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
 ไม่ว่าจะกรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้คัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



รูปที่ 3.8 เส้นโค้งบีสไปลน์ โดย $U = \{0, 0, 0, 0, 1/4, 1/2, 3/4, 1, 1, 1, 1\}$ เมื่อทำการเคลื่อนย้ายจุด P_4 ไปยังจุด P_4' พบว่าเส้นโค้งจะเปลี่ยนเฉพาะช่วง $[1/4, 1)$

7. เส้นโค้งบีสไปลน์สามารถปรับปรุงวิธีการประมาณค่าได้โดยวิธีการแทรก knot หรือ degree elevation และพบว่ายิ่งดีกรีมีค่าน้อย เส้นโค้งบีสไปลน์จะยิ่งชิดจุดควบคุม (control point polygon) มากขึ้น ดังรูปที่ 3.9 และ 3.10

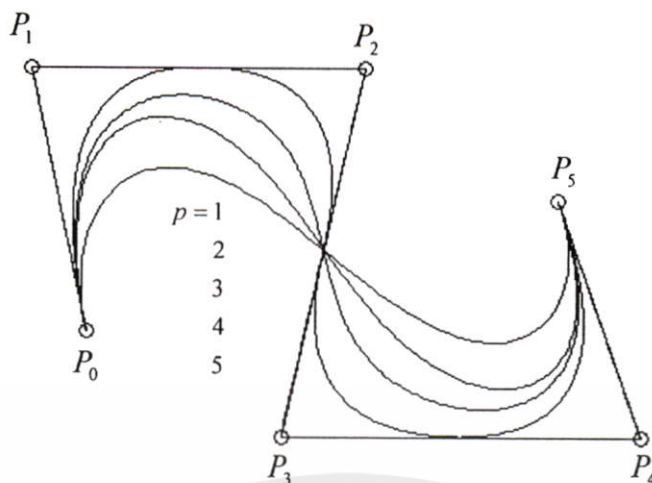
8. $C(u)$ มีคุณสมบัติความต่อเนื่อง (Continuity) และสามารถหาอนุพันธ์ได้ (differentiability)



รูปที่ 3.9 เส้นโค้งบีสไปลน์

(a) เส้นโค้งบีสไปลน์ดีกรี 9 โดย $U = \{0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1\}$

เอกสารนี้เป็น (b) เส้นโค้งบีสไปลน์ดีกรี 2 และ $U = \{0, 0, 0, 1/8, 2/8, 3/8, 4/8, 5/8, 6/8, 7/8, 1, 1, 1\}$ โดยชนด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



รูปที่ 3.10 เส้นโค้งบีสไปลน์ที่ดีกรีต่างๆกัน โดยใช้จุดควบคุมเดียวกัน

3.5.3 อนุพันธ์ของเส้นโค้งบีสไปลน์

ให้ $C^{(k)}(u)$ แทนอนุพันธ์อันดับที่ k ของ $C(u)$

$$C^{(k)} = \sum_{i=0}^n N_{i,p}^{(k)}(u) P_i \quad (3.6)$$

หา $C'(u)$ โดยกำหนดค่า u ที่ต้องการหา

เมื่อ

$$C(u) = \sum_{i=0}^n N_{i,p}(u) P_i$$

$$U = \left\{ \underbrace{0, \dots, 0}_{p+1}, u_{p+1}, \dots, u_{m-p-1}, \underbrace{1, \dots, 1}_{p+1} \right\}$$

แทนสมการที่ 3.5 ในสมการที่ 3.6 ได้

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้คัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$\begin{aligned}
C'(u) &= \sum_{i=0}^n N'_{i,p}(u)P_i \\
&= \sum_{i=0}^n \left(\frac{p}{u_{i+p} - u_i} N_{i,p-1}(u) - \frac{p}{u_{i+p+1} - u_{i+1}} N_{i+1,p-1}(u) \right) P_i \\
&= \left(p \sum_{i=1}^{n-1} N_{i+1,p-1}(u) \frac{P_{i+1}}{u_{i+p+1} - u_{i+1}} \right) - \left(p \sum_{i=0}^n N_{i+1,p-1}(u) \frac{P_i}{u_{i+p+1} - u_{i+1}} \right) \\
&= p \underbrace{\frac{N_{0,p-1}(u)P_0}{u_p - u_0}}_0 + p \sum_{i=0}^{n-1} N_{i+1,p-1}(u) \frac{(P_{i+1} - P_i)}{u_{i+p+1} - u_{i+1}} - p \underbrace{\frac{N_{n+1,p-1}(u)P_n}{u_{n+p+1} - u_{n+1}}}_0
\end{aligned}$$

จากนิยามเรากำหนดให้ $\frac{0}{0} = 0$

ได้

$$C'(u) = p \sum_{i=0}^{n-1} N_{i+1,p-1}(u) \frac{(P_{i+1} - P_i)}{u_{i+p+1} - u_{i+1}} = \sum_{i=0}^{n-1} N_{i+1,p-1}(u) Q_i \quad (3.7)$$

เมื่อ

$$Q_i = p \frac{P_{i+1} - P_i}{u_{i+p+1} - u_{i+1}}$$

3.6 การประมาณเส้นโค้งด้วยบีสไปไลน์

3.6.1 การกำหนดค่าพารามิเตอร์ (\bar{u}_k)

กำหนดให้เซตของข้อมูล $\{Q_k\}$, $k = 0, \dots, n$ กำหนดให้ \bar{u}_k เป็นพารามิเตอร์สำหรับ Q_k และให้ $U = \{u_0, \dots, u_m\}$ จะได้ระบบสมการเชิงเส้น $n+1$ ตัวแปรจำนวน $n+1$ ดังสมการที่ 3.8

$$Q_k = C(\bar{u}_k) = \sum_{i=0}^n N_{i,p}(\bar{u}_k)P_i \quad (3.8)$$

พารามิเตอร์ที่นิยมใช้ทั่วไปมีดังนี้

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

1. Equally Spaced

$$\begin{aligned} \bar{u}_0 &= 0 & \bar{u}_n &= 1 \\ \bar{u}_k &= \frac{k}{n} & k &= 1, \dots, n-1 \end{aligned} \quad (3.9)$$

วิธีนี้ไม่เหมาะกับข้อมูลที่มีระยะห่างระหว่างจุดไม่เท่ากันทั้งหมด

2. Chord Length

กำหนดให้ d เป็นความยาวทั้งหมด

เมื่อ

$$\begin{aligned} d &= \sum_{k=1}^n |Q_k - Q_{k-1}| \\ \bar{u}_0 &= 0 & \bar{u}_n &= 1 \\ \bar{u}_k &= \bar{u}_{k-1} + \frac{|Q_k - Q_{k-1}|}{d} & k &= 1, \dots, n-1 \end{aligned} \quad (3.10)$$

วิธีนี้นิยมใช้กันอย่างแพร่หลายและเป็นพารามิเตอร์ที่เหมาะสมสำหรับเส้นโค้งทุกชนิด ไม่ว่าจะ
เป็นเส้นโค้งเปิดหรือเส้นโค้งปิด

3. Centripetal method

กำหนดให้

$$\begin{aligned} d &= \sum_{k=1}^n \sqrt{|Q_k - Q_{k-1}|} \\ \bar{u}_0 &= 0 & \bar{u}_n &= 1 \\ \bar{u}_k &= \bar{u}_{k-1} + \frac{\sqrt{|Q_k - Q_{k-1}|}}{d} & k &= 1, \dots, n-1 \end{aligned} \quad (3.11)$$

เมื่อ

วิธีนี้ให้ผลดีสำหรับข้อมูลที่มีการเปลี่ยนแปลงอย่างรวดเร็ว
เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้คัดลอกเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

4. Area parameter

กำหนดให้ Center:
$$C = \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n Q_k$$

และ Area:
$$a = \frac{1}{2} \sum_{k=1}^n |Q_k \times Q_{k-1}|$$

เมื่อ

$$\begin{aligned} \bar{u}_0 &= 0 & \bar{u}_n &= 1 \\ \bar{u}_k &= \bar{u}_{k-1} + \frac{|Q_k \times Q_{k-1}|}{a} & k &= 1, \dots, n-1 \end{aligned} \quad (3.12)$$

โดยพารามิเตอร์แบบนี้ เหมาะกับเส้นโค้งที่มีลักษณะปิด และมีคุณสมบัติที่ไม่ผันแปรเมื่อถูกแปลงแบบแอฟฟายน์

3.6.2 Knot vector

Knot vector มีวิธีการกำหนดหลายรูปแบบ เราสนใจเฉพาะแบบที่เป็น non-periodic (หรือ clamped หรือ open) ซึ่งมีรูปแบบดังนี้

$$U = \{u_0, \dots, u_m\} = \left\{ \underbrace{a, \dots, a}_{p+1}, u_{p+1}, \dots, u_{m-p-1}, \underbrace{b, \dots, b}_{p+1} \right\} \quad (3.13)$$

เมื่อ $n = m - p - 1$

โดยทั่วไปจะกำหนดให้ $a = 0$ และ $b = 0$ เช่นเมื่อ $p = 2, n = 6$ จะได้

$$U = 1/5\{0001234555\}$$

3.6.3 หาคัดควบคุมจากการประมาณเส้นโค้งบีสไปลดด้วยวิธี Least Squares Error

สมมติให้มีข้อมูล $p \geq 1, n \geq p$ และ Q_0, \dots, Q_m ($m > n$) จะหาเส้นโค้งบีสไปลดดีกรี p แบบ Non-rational ได้จากสมการ

$$C(u) = \sum_{i=0}^n N_{i,p}(u) P_i, \quad a < u < b \quad (3.14)$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้คัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ซึ่งมีคุณสมบัติดังนี้

- $Q_0 = C(0) = P_0$ และ $Q_m = C(1) = P_n$
- ที่จุดของข้อมูล Q_k อื่นๆจะถูกประมาณและมีผลรวมของค่าผิดพลาดกำลังสองเป็น

$$\varepsilon^2 = \sum_{k=1}^{m-1} |Q_k - C(\bar{u}_k)|^2 \quad (3.15)$$

ค่าผิดพลาด ε^2 จะมีค่าน้อยที่สุดขึ้นกับจำนวนของจุดควบคุมที่เป็นตัวแปรจำนวน $n+1$ ตัวแปร และ $\{\bar{u}_k\}$ ซึ่งเป็นค่าพารามิเตอร์ที่ได้คำนวณไว้แล้ว กำหนดให้

$$R_k = Q_k - N_{0,p}(\bar{u}_k)Q_0 - N_{n,p}(\bar{u}_k)Q_m, \quad k = 1, \dots, m-1$$

จากสมการที่ 3.15

$$\begin{aligned} \varepsilon^2 &= \sum_{k=1}^{m-1} |Q_k - C(\bar{u}_k)|^2 = \sum_{k=1}^{m-1} \left| R_k - \sum_{i=1}^{n-1} N_{i,p}(\bar{u}_k)P_i \right|^2 \\ &= \sum_{k=1}^{m-1} \left(R_k - \sum_{i=1}^{n-1} N_{i,p}(\bar{u}_k)P_i \right) \cdot \left(R_k - \sum_{i=1}^{n-1} N_{i,p}(\bar{u}_k)P_i \right) \\ &= \sum_{k=1}^{m-1} \left[R_k R_k - 2 \sum_{i=1}^{n-1} N_{i,p}(\bar{u}_k) \cdot (R_k P_i) + \left(\sum_{i=1}^{n-1} N_{i,p}(\bar{u}_k)P_i \right) \cdot \left(\sum_{i=1}^{n-1} N_{i,p}(\bar{u}_k)P_i \right) \right] \end{aligned}$$

หา ε^2 ที่น้อยที่สุดโดยหาอนุพันธ์อันดับหนึ่งของฟังก์ชัน ε^2 เทียบกับ P_l เมื่อ $l = 1, \dots, n-1$

ได้

$$\frac{\partial \varepsilon^2}{\partial P_l} = \sum_{k=1}^{m-1} \left(-2N_{l,p}(\bar{u}_k) \cdot R_k + 2N_{l,p}(\bar{u}_k) \sum_{i=1}^{n-1} N_{i,p}(\bar{u}_k)P_i \right) \quad (3.16)$$

ให้สมการที่ 3.16 เป็นศูนย์ จะได้

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้คัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$-\sum_{k=1}^{m-1} N_{l,p}(\bar{u}_k) \cdot R_k + \sum_{k=1}^{m-1} \sum_{i=1}^{n-1} N_{l,p}(\bar{u}_k) N_{i,p}(\bar{u}_k) \cdot P_i = 0 \quad (3.17)$$

หรือ

$$\sum_{i=1}^{n-1} \left(\sum_{k=1}^{m-1} N_{l,p}(\bar{u}_k) \cdot N_{i,p}(\bar{u}_k) \right) \cdot P_i = \sum_{k=1}^{m-1} N_{l,p}(\bar{u}_k) \cdot R_k \quad (3.18)$$

จากสมการที่ 3.18 เป็นสมการเชิงเส้น 1 สมการที่ประกอบด้วยตัวแปรคือ P_1, \dots, P_{n-1} ฉะนั้นให้ $l=1, \dots, n-1$ จะได้ระบบสมการที่มีสมการทั้งหมด $n-1$ สมการซึ่งมีตัวแปร $n-1$ ตัวแปร และสามารถเขียนในรูปเมตริกซ์ดังนี้

$$(N^T N)P = R \quad (3.19)$$

$$P = (N^T N)^{-1} R \quad (3.20)$$

เมื่อ N เป็นเมตริกซ์ขนาด $(m-1) \times (n-1)$

$$N = \begin{bmatrix} N_{1,p}(\bar{u}_1) & \cdots & N_{n-1,p}(\bar{u}_1) \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ N_{1,p}(\bar{u}_{m-1}) & \cdots & N_{n-1,p}(\bar{u}_{m-1}) \end{bmatrix}$$

และ R เป็นคอลัมน์เวกเตอร์ขนาด $(n-1)$

$$R = \begin{bmatrix} N_{1,p}(\bar{u}_1)R_1 + \cdots + N_{1,p}(\bar{u}_{m-1})R_{m-1} \\ \vdots \\ N_{n-1,p}(\bar{u}_1)R_1 + \cdots + N_{n-1,p}(\bar{u}_{m-1})R_{m-1} \end{bmatrix}$$

และ

$$P = \begin{bmatrix} P_1 \\ \vdots \\ P_{n-1} \end{bmatrix}$$

หมายเหตุ

ฉะนั้นเราสามารถหาค่า (P_x, P_y, P_z) ได้จากสมการที่ 3.20 เมื่อทราบเมตริกซ์สัมประสิทธิ์และ (R_x, R_y, R_z) เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้คัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

บทที่ 4

เวฟเล็ต

4.1 บทนำ

ในบทนี้จะทำการกล่าวถึงคณิตศาสตร์ของเวฟเล็ต และทฤษฎีของการวิเคราะห์แบบหลายระดับความละเอียด (Multiresolution analysis: MRA) ซึ่งเป็นพื้นฐานของการกำเนิดสเกลลิงฟังก์ชันและเวฟเล็ตฟังก์ชัน การแปลงเวฟเล็ตแบบเต็มหน่วย การแปลงกลับเวฟเล็ตแบบเต็มหน่วย โดยจะทำการอธิบายกระบวนการการสร้างและลักษณะของฟังก์ชันฟิลเตอร์แบงก์ (Filter Banks) และกล่าวถึงผลตอบสนองอิมพัลส์ของเวฟเล็ตตระกูลต่างๆ [16]

4.2 ทฤษฎีพื้นฐานของการแปลงเวฟเล็ต

ในทฤษฎีของฟูรีเยร์จะทำการวิเคราะห์คลื่น โดยกระจายสัญญาณหรือฟังก์ชันในเทอมของคลื่นไซน์ (Sine wave) หรือเอ็กโพเนนเชียล ซึ่งเป็นการวิเคราะห์สัญญาณในโดเมนของความถี่ ส่วนในทฤษฎีของเวฟเล็ตการวิเคราะห์สัญญาณหรือฟังก์ชันจะทำการวิเคราะห์โดยทำการกระจายคลื่นหรือฟังก์ชันให้อยู่ในรูปของคลื่นย่อยๆที่เรียกว่า เวฟเล็ต (Wavelet) ซึ่งเป็นการวิเคราะห์สัญญาณในโดเมนเวลาและความถี่ไปพร้อมๆกัน โดยเวฟเล็ตสามารถนำมาใช้ในการกระจายอนุกรมของสัญญาณได้ในลักษณะเดียวกันที่ใช้ออนุกรมฟูรีเยร์ในการแทนสัญญาณนั้นคือ สัญญาณหรือฟังก์ชัน $f(t)$ สามารถเขียนในรูปของ Linear Combination ได้โดย

$$f(t) = \sum_l a_l \psi_l(t) \quad (4.1)$$

เมื่อ l เป็นดัชนีจำนวนเต็มของอนุกรม
 a_l เป็นสัมประสิทธิ์ของการกระจาย
 $\psi_l(t)$ เป็นเซตของฟังก์ชันคลื่นเวฟเล็ต

เซตของฟังก์ชันถูกเรียกว่า Basis และถ้าฟังก์ชันพื้นฐาน (basis function) มีลักษณะเชิงตั้งฉาก (Orthogonal) จะได้ผลคูณภายใน (Inner Product) เป็นศูนย์นั่นคือ

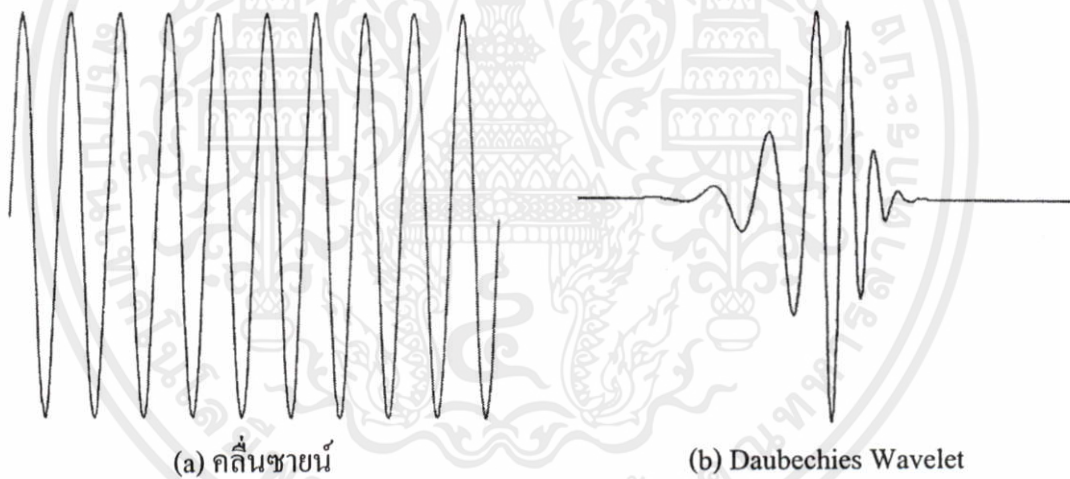
เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามเผยแพร่โดยไม่ได้รับอนุญาต และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$\langle \psi_k(t), \psi_l(t) \rangle = \int \psi_k(t) \psi_l(t) dt = 0 \quad k \neq l \quad (4.2)$$

และสัมประสิทธิ์ a_k สามารถหาได้โดยการหาผลคูณภายในดังสมการที่ 4.3

$$a_k = \langle f(t), \psi_k(t) \rangle = \int f(t) \psi_k(t) dt \quad (4.3)$$

เมื่อพิจารณาคลื่นเวฟเลต $\psi(t)$ จะหมายถึงคลื่นสัญญาณเล็กๆที่เหมาะสมสำหรับเป็นเซตฟังก์ชันพื้นฐานของฟังก์ชันสเปซ (function spaces) ซึ่งเป็นคลื่นที่เกิดขึ้นในช่วงเวลาสั้นๆ และมีแอมพลิจูดลดลงสู่ศูนย์อย่างรวดเร็วเมื่อ $t \rightarrow \pm\infty$ (local support ในโดเมนเวลา) ดังรูปที่ 4.1 (b) และพื้นที่สุทธิของรูปคลื่นเท่ากับศูนย์หรือ $\int_{-\infty}^{\infty} \psi(t) dt = 0$ เมื่อพิจารณาเปรียบเทียบกับฟูเรียร์ที่ประกอบด้วยคลื่นโคไซน์ (cosine) และไซน์ (sine) ดังรูปที่ 4.1 (a) ซึ่งมีคุณสมบัติโลคอลลซัพพอร์ต (local support) ในโดเมนความถี่แต่จะไม่มีคุณสมบัติโลคอลลซัพพอร์ตในโดเมนเวลา ส่วนเวฟเลตจะมีคุณสมบัติโลคอลลซัพพอร์ตทั้งในโดเมนความถี่และเวลา ดังนั้นเวฟเลตจึงสามารถแทนฟังก์ชันที่มีลักษณะขดแหลมหรือมีลักษณะเป็นขอบ nonstationary หรือเหตุการณ์ที่เปลี่ยนไปตามเวลา ด้วยเทอมของ basis function



รูปที่ 4.1 แสดงรูปคลื่นไซน์ และ Daubechies Wavelet

ในการสร้างเซตเวฟเลตนั้น คลื่นเวฟเลตถูกเปลี่ยนแปลงรูปร่างโดยการยืดขยาย (dilation) เปลี่ยนความถี่ และการเลื่อน (translation) ในแกนเวลาอีกด้วย ซึ่งคุณสมบัติทั้งหมดนี้เป็นส่วนหนึ่งของแนวคิดของกระบวนการการวิเคราะห์แบบหลายระดับความละเอียด การวิเคราะห์แบบนี้เป็นการกระจายรายละเอียดของสัญญาณจะถูกกระจายไปที่ความถี่ต่างๆและตำแหน่งต่างๆ

เอกสารนี้เป็นเอกสารลิขสิทธิ์สงวนลิขสิทธิ์ของศูนย์วิจัยการศึกษาด้านวิศวกรรมไฟฟ้าและอิเล็กทรอนิกส์
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้คัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

4.2.1 การวิเคราะห์แบบหลายระดับความละเอียด (Multiresolution Analysis)

การวิเคราะห์ความละเอียดหลายระดับนั้นเริ่มจากการนิยามฟังก์ชันสเปซที่มีการทับซ้อนระหว่างกัน โดยถ้ากำหนดสัญลักษณ์ $f_j(t)$ แทนฟังก์ชัน $f(t)$ ที่ถูกกระจายไปที่ระดับความละเอียด j และที่ระดับความละเอียด $j+1$ รายละเอียดจะถูกแทนด้วย $d_j(t)$ ซึ่งเมื่อรวมเข้ากับ j จะได้ฟังก์ชัน $f(t)$ ที่ถูกกระจายไปที่ระดับความละเอียด $j+1$ นั่นคือ

$$f_{j+1}(t) = f_j(t) + d_j(t) \quad (4.4)$$

ซึ่งฟังก์ชันในสมการที่ 4.4 จะเป็นฟังก์ชันที่มีรายละเอียดเข้าใกล้ $f(t)$ มากกว่าแทนฟังก์ชันที่ระดับความละเอียด j และสัญญาณ $f(t)$ จะสร้างกลับคืนเมื่อรวมรายละเอียดที่ระดับความละเอียดต่างๆ ไปจนถึงอนันต์หรือ $j \rightarrow \infty$ ซึ่งจะได้

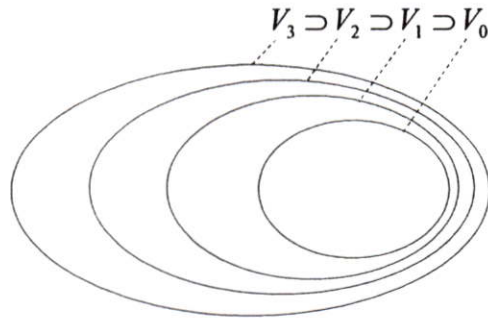
$$f(t) = f_j(t) + \sum_{k=j}^{\infty} d_k(t) \quad (4.5)$$

การวิเคราะห์หลายระดับความละเอียดจะครอบคลุมถึงการแสดงความละเอียด ในแต่ละระดับไปพร้อมๆกัน จากสมการที่ 4.5 จะเห็นว่าฟังก์ชันถูกกระจายออกเป็น 2 ส่วนคือ ส่วน background และส่วนของรายละเอียด ในทำนองเดียวกันจะสามารถดูสเปซของฟังก์ชันนั้นก็คือ Square integral: $L^2(R)$ ซึ่งประกอบไปด้วยลำดับของสเปซย่อย W_k และ V_j รวมไปถึงการประมาณค่าของ $f(t)$ ที่ระดับความละเอียด j คือ $f_j(t)$ ใน V_j และรายละเอียด $d_k(t)$ ใน W_k

การวิเคราะห์แบบหลายระดับความละเอียดของ $L^2(R)$ ได้นิยามลำดับของสเปซย่อย V_j โดยที่ Z เป็นเซตของจำนวนเต็มดังนี้

- (1) $\dots \subset V_{-1} \subset V_0 \subset V_1 \subset \dots \subset L^2(R)$
- (2) $\bigcap_j V_j = \{0\}, \overline{\bigcup_j V_j} = L^2(R)$
- (3) $f(t) \in V_j \Leftrightarrow f(2t) \in V_{j+1}$
- (4) $f(t) \in V_0 \Rightarrow f(t-k) \in V$
- (5) มีฟังก์ชัน $\varphi(t)$ และ $\varphi(t-k)$ ซึ่งเป็นออร์โธนอนอร์มัล (orthonormal basis) อยู่ใน V_0

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่ (1) สเปซย่อย V_j จะเป็นสับเซตของสเปซย่อย V_{j+1} ดังรูปที่ 4.2 หรือถ้าไม่ว่ากรณีพิจารณาในโดเมนเวลา ฟังก์ชันที่ถูกประมาณใน V_{j+1} คือสมการที่ 4.4 การทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



รูปที่ 4.2 แสดงสเปซย่อย V_j ใน $L^2(R)$ ตามนิยามของการวิเคราะห์แบบหลายระดับความละเอียด

และความแตกต่างของการประมาณฟังก์ชันใน V_j และ V_{j+1} คือรายละเอียด $d_j(t)$ ซึ่งอยู่ใน W_j ดังนั้นจะได้

$$V_{j+1} = V_j \oplus W_j \quad (4.6)$$

เมื่อ \oplus แทนการบวกเชิงตั้งฉากและ W_j ถูกเรียกว่าสเปซของรายละเอียดหรือ Complementary subspace และจะตั้งฉากกับ V_j โดยใช้สัญลักษณ์ $V_j \perp W_j$ ซึ่งหมายความว่าผลคูณภายในของแต่ละส่วน (element) ใน V_j กับแต่ละส่วนใน W_j จะมีค่าเป็นศูนย์ แต่เมื่อมองที่สเปซย่อย จะได้

$$V_j = V_{j-1} \oplus W_{j-1} \quad (4.7)$$

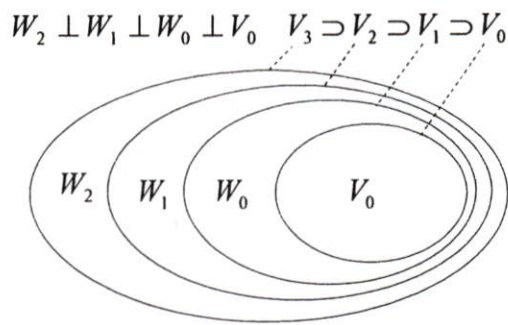
เมื่อแทนสมการที่ 4.7 ในสมการที่ 4.6 จะได้

$$V_{j+1} = V_j \oplus W_j = W_j \oplus W_{j-1} \oplus V_{j-1} \quad (4.8)$$

และเมื่อกระจาย V_{j+1} ไปอีกจะได้

$$V_{j+1} = W_j \oplus W_{j-1} \oplus W_{j-2} \oplus \dots \oplus W_{j-j} \oplus V_{j-1} \quad (4.9)$$

เอกสารนี้จากสมการที่ 4.9 สามารถแสดงสเปซย่อย W_j ใน $L^2(R)$ ได้ดังรูปที่ 4.3 ให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการคำนวณว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้คัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



รูปที่ 4.3 แสดงสเปซย่อย W_j ใน $L^2(\mathbb{R})$

นิยามข้อที่ (2) ฟังก์ชันจะถูกประมาณที่ระดับความละเอียดที่หยาบที่สุดคือที่ระดับ $j \rightarrow -\infty$ จะได้ว่า $\lim_{j \rightarrow -\infty} V_j = 0$ ในทางกลับกันเมื่อเพิ่มรายละเอียดจนถึงที่ระดับความละเอียดอนันต์จะได้สัญชาตญาณกลับคืนมานั้นคือ $\lim_{j \rightarrow \infty} V_j \rightarrow L^2(\mathbb{R})$

นิยามข้อที่ (3) สเปซ V_j ถูกสเกลหรือขยายจากสเปซ V_0 เนื่องจากที่ระดับความละเอียด $j+1$ จะเก็บรายละเอียดที่สูงกว่าที่ระดับความละเอียด j ดังนั้นความถี่ฟังก์ชันใน V_{j+1} จะมีค่าเป็นสองเท่าของฟังก์ชันใน V_j หมายความว่าถ้ามีฟังก์ชัน $f(t)$ ในสเปซย่อย V_j แล้วจะมี $f(2t)$ อยู่ใน V_{j+1}

นิยามข้อที่ (4) ถ้าสเปซย่อย V_0 มีฟังก์ชัน $f(t)$ แล้วฟังก์ชัน $f(t)$ ที่ถูกเลื่อนคือ $f(t-k)$ ซึ่งจะเลื่อนด้วยค่าจำนวนเต็ม k และจะเก็บอยู่ใน V_0 ด้วย

นิยามข้อที่ (5) มีฟังก์ชันพื้นฐาน $\phi(t)$ ซึ่งเรียกว่าสเกลลิงฟังก์ชัน (scaling function) และรวมถึงสเกลลิงฟังก์ชันที่ถูกเลื่อนคือ $\phi(t-k)$ อยู่ใน V_0 และแต่ละฟังก์ชัน จะมีคุณสมบัติที่เป็นออร์โธโนมัล

4.2.2 สเกลลิงฟังก์ชัน (Scaling Function)

จากแนวความคิดของการวิเคราะห์แบบหลายระดับความละเอียด จะสามารถนิยามสเกลลิงฟังก์ชัน $\phi_k(t)$ และเซตของสเกลลิงฟังก์ชันถูกนิยามในเทอมของการเลื่อนของการสเกลลิงฟังก์ชันซึ่งจะได้

$$\phi_k(t) = \phi(t-k) \quad k \in \mathbb{Z} \in L^2 \quad (4.10)$$

เอกสารนี้เมื่อ \mathbb{Z} เป็นเซตของจำนวนเต็ม จากสมการที่ 4.10 ขนาดของสเปซย่อยใน L^2 ถูกกำหนดโดยเซตไม่ว่ากรณีของสเกลลิงฟังก์ชันคือ หักคัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$V_0 = \text{Span}\{\phi_k(t)\} \quad (4.11)$$

โดยค่า k จะมีค่าตั้งแต่ $-\infty$ ถึง $+\infty$ โดยหากค่าทุกค่าบนฟังก์ชัน $f(t)$ เป็นสมาชิกของ ฟังก์ชันสเปซ V_0 แล้วจะสามารถแสดงค่าของ $f(t)$ ได้ในเทอมของผลรวมเชิงเส้นของ $\phi_k(t)$ ได้ ดังนี้

$$f(t) = \sum_k a_k \phi_k(t) \quad (4.11)$$

การเพิ่มขนาดของฟังก์ชันสเปซสามารถทำได้โดยการเปลี่ยนแปลงค่าของตัวแปรเวลา (t) โดยที่ ฟังก์ชันสเปซย่อยที่มีการเปลี่ยนแปลงขนาดจะใช้สัญลักษณ์

$$\phi_{j,k}(t) = 2^{j/2} \phi(2^j t - k) \quad (4.12)$$

ดังนั้นขนาดของสเปซย่อยในสมการที่ 4.11 จะกลายเป็น

$$V_j = \text{Span}_k \{\phi_k(2^j t)\} = \text{Span}_k \{\phi_{j,k}(t)\} \quad (4.13)$$

ถ้า $f(t) \in V_j$ และ $k \in Z$ แล้วจะสามารถประมาณฟังก์ชัน $f(t)$ ได้ดังสมการที่ 4.14

$$f(t) = \sum_k a_k(2^j t - k) \quad (4.14)$$

สำหรับทุกค่าที่ $j > 0$ ขนาดของสเปซย่อยจะกว้างขึ้น เป็นเหตุให้ $\phi_{j,k}(t)$ แคบลงและมีลำดับชั้น ในการเลื่อนเล็กน้อย ดังนั้นจึงสามารถแทนสัญญาณได้ละเอียดมากขึ้น สำหรับที่ค่า $j < 0$ ความกว้างของสเปซย่อยจะแคบลง สเกลลิงฟังก์ชัน $\phi_{j,k}(t)$ มีขนาดกว้างขึ้นและมีลำดับชั้นในการเลื่อน กว้างขึ้นเป็นเหตุให้สามารถแทนสัญญาณได้ไม่ละเอียด

จากกฎข้อที่ (3) ของการวิเคราะห์แบบหลายระดับความละเอียด สเกลลิงฟังก์ชันที่ระดับ ความละเอียด $j+1$ จะมีความถี่เป็นสองเท่าของสเกลลิงฟังก์ชันที่ระดับความละเอียด j ดังนั้นจะสามารถนิยามสเกลลิงฟังก์ชัน $\phi(t)$ ที่อยู่ใน V_0 ในรูปแบบของการรวมเชิงเส้น (linear combination) ของ $\phi(2t)$ ที่ถูกเลื่อนใน V_1 ได้ดังนี้

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงแก้ไข หรือทำซ้ำโดยไม่ได้รับอนุญาตจากเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำ

$$\phi(t) = \sum_n h_n(k) \sqrt{2} \phi(2t - k) \quad (4.15)$$

โดยที่ $h_0(k)$ เป็นสัมประสิทธิ์ตัวกรองความถี่บางครั้งจะเรียกว่าตัวกรองสเกลลิง (scaling filter) และ $\sqrt{2}$ เป็นตัวนอร์มอลไลซ์ เพื่อให้สเกลลิงฟังก์ชันที่ถูกสเกลด้วย 2 ยังคงเป็น Norm Function สมการนี้เรียกว่า Refinement เนื่องจาก $\{\varphi_{j,k}(t)\}$ เป็นออร์โธนอร์มัล ดังนั้นสัมประสิทธิ์ $\{h_0(k)\}$ สามารถหาได้จากการคำนวณผลคูณภายใน (สมมติว่า φ เป็นฟังก์ชันจำนวนจริง) จะได้

$$h_0(k) = \langle \phi_{1k}, \phi \rangle = \sqrt{2} \int_{-\infty}^{\infty} \phi(t)\phi(2t-k)dt \quad (4.16)$$

จากสมการนี้จะสามารถหาคุณสมบัติบางอย่างของสัมประสิทธิ์ $\{h_0(k)\}$ ได้ โดยการอินทิเกรตทั้งสองข้างของสมการที่ 4.15 โดยใช้คุณสมบัติของสเกลลิงฟังก์ชัน ที่มีพื้นที่ใต้กราฟเท่ากับหนึ่ง $\left(\int_{-\infty}^{\infty} \varphi(t)dt = 1\right)$ จะได้

$$\sum_k h_0(k) = \sqrt{2} \quad (4.17)$$

ในทางตรงกันข้ามถ้าคูณทั้งสองข้างของสมการที่ 4.15 ด้วย $\varphi(t-l)$ แล้วอินทิเกรตจะได้

$$\begin{aligned} \int_{-\infty}^{\infty} \phi(t)\phi(t-l)dt &= 2 \sum_k \sum_{k'} h_0(k)h_0(k') \int_{-\infty}^{\infty} \phi(2t-k')\phi(2t-2l-k)dt \\ &= \sum_k h_0(k)h_0(k+2l) \end{aligned} \quad (4.18)$$

ใช้คุณสมบัติออร์โธกอนัล (orthogonal) ของสเกลลิงฟังก์ชันจะได้

$$\sum_k h_0(k)h_0(k+2l) = 0, \quad l \neq 0$$

$$\sum_k h_0(k)h_0(k+2l) = \delta, \quad l = 0$$

นั่นคือ

$$\sum_k h_0^2(k) = 1, \quad l = 0 \quad (4.19)$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

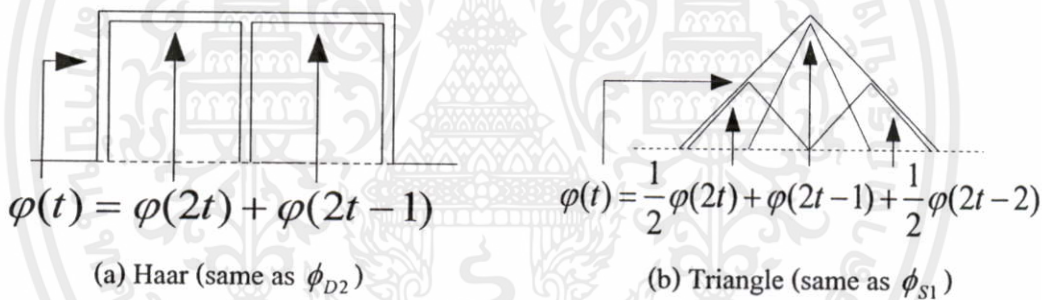
ตัวอย่างของสเกลลิงฟังก์ชันที่ง่ายที่สุดคือสเกลลิงฟังก์ชันแบบ Haar (Haar scaling function) ซึ่งเป็นพัลส์ขนาด 1 หน่วยดังรูปที่ 4.4(a) จะเห็นว่า $\phi(2t)$ สามารถใช้ในการสร้างฟังก์ชัน ได้โดย

$$\phi(t) = h_0(0)\sqrt{2}\phi(2t) + h_0(1)\sqrt{2}\phi(2t-1) \quad (4.20)$$

ดังนั้น $h_0(n)$ ในสมการที่ 4.20 จะต้องมีค่า $h_0(0) = 1/\sqrt{2}$ และ $h_0(1) = 1/\sqrt{2}$ และตัวอย่างที่ 2 ดังรูปที่ 4.4(b) เป็นสเกลลิงฟังก์ชันแบบสามเหลี่ยม (triangle scaling function) หรือสไปลน์อันดับที่ 1 (first order spline) สามารถสร้าง $\phi(t)$ ได้โดย

$$\phi(t) = h_0(0)\frac{1}{2}\phi(2t) + h_0(1)\phi(2t-1) + h_0(2)\frac{1}{2}\phi(2t-2) \quad (4.21)$$

ค่าสัมประสิทธิ์ $h_0(n)$ ที่เป็นไปตามสมการที่ 4.21 คือ $h_0(0) = 1/2\sqrt{2}$, $h_0(1) = 1/\sqrt{2}$ และ $h_0(2) = 1/2\sqrt{2}$



รูปที่ 4.4 Haar และ Triangle Scaling Function

4.2.3 ฟังก์ชันเวฟเล็ต (Wavelet function)

เมื่อพิจารณาสเปซย่อย $\{W_j\}$ ซึ่งเป็น detail spaces และแต่ละสเปซจะตั้งฉากซึ่งกันและกัน จากสมการที่ 4.9

$$V_{j+1} = \bigoplus_{k=-\infty}^j W_k$$

$$V_1 = V_0 + W$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

และให้ $j \rightarrow \infty$ จะได้ว่า

$$L^2 = V_0 + W_0 + W_1 + \dots \quad (4.22)$$

$$L^2(R) = \bigoplus_{k=-\infty}^j W_k$$

จากสมการที่ 4.22 จะสามารถกระจาย $L^2(R)$ เป็นการบวกเชิงตั้งฉากของสเปซย่อย $\{W_j\}$ ซึ่งหมายความว่า

$$\langle \phi_{j,k}(t) | \psi_{j,k}(t) \rangle = \int_R \phi_{j,k}(t) \cdot \psi_{j,k}(t) dt = 0 \quad (4.22)$$

ในสเปซย่อย $\{W_j\}$ จะบรรจุฟังก์ชันพื้นฐาน $\{\psi_{j,k}(t)\}_k$ โดยที่ $\psi_{j,k}(t) = 2^{j/2} \psi(2^j t - k)$ ดังนั้น L^2 จะมีออร์โธนอร์มัล $\{\psi_{j,k}(t)\}_k$ ซึ่งถูกเรียกว่าเวฟเล็ต และเวฟเล็ต $\psi_{j,k}(t)$ ทั้งหมดจะถูกสร้างจากฟังก์ชัน $\psi(t)$ โดยการเลื่อนและการสเกล ซึ่งเรียกฟังก์ชัน $\psi(t)$ ว่า เวฟเล็ตแม่ (mother wavelet) หรือฟังก์ชันพื้นฐาน เพราะว่า $\psi(t-k)$ อยู่ใน W_0 และ $W_0 \subset V_1$ ดังนั้น $\psi(t)$ สามารถเขียนในแบบของ linear combination ของฟังก์ชันพื้นฐานจะได้

$$\psi(t) = \sum_n h_1(n) \sqrt{2} \phi(2t - n) \quad (4.23)$$

สมการนี้ถูกเรียกว่าสมการเวฟเล็ต (wavelet equation) และจากคุณสมบัติของ $\{\psi_{j,k}(t)\}$ ที่เป็นออร์โธนอร์มัล ดังนั้นสัมประสิทธิ์ $\{h_1(n)\}$ สามารถหาได้โดยการคำนวณผลคูณภายใน

$$h_1(n) = \langle \phi_n, \psi \rangle = \sqrt{2} \int_{-\infty}^{\infty} \psi(t) \phi(2t - n) dt \quad (4.24)$$

จากสมการที่ 4.23 จะสามารถหาคุณสมบัติบางอย่างของสัมประสิทธิ์ $\{h_1(n)\}$ ได้ โดยการอินทิเกรตทั้งสองข้างของสมการที่ 4.23 โดยใช้คุณสมบัติของฟังก์ชันเวฟเล็ต ที่มีพื้นที่ใต้กราฟเท่ากับศูนย์หรือ $\int_{-\infty}^{\infty} \psi(t) dt = 0$ จะได้ว่า

$$\sum_n h_1(n) = 0 \quad (4.25)$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งนี้หากมีการนำเอกสารนี้ไปใช้โดยไม่ได้รับอนุญาตจากเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้
โดยที่ $h_0(n)$ และ $h_1(n)$ มีความสัมพันธ์กันดังสมการที่ 4.26

$$h_1(n) = (-1)^n h_0(1-n) \quad (4.26)$$

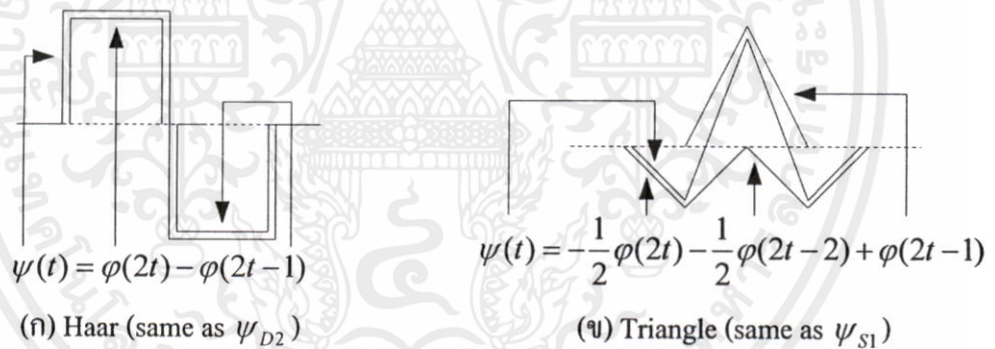
ตัวอย่างของเวฟเลตฟังก์ชันที่ง่ายที่สุดคือ Haar wavelet function ดังรูปที่ 4.5(a) จะเห็นว่า $\phi(2t)$ สามารถใช้ในการสร้างฟังก์ชัน $\psi(t)$ ได้โดย

$$\psi(t) = h_1(0)\sqrt{2}\phi(2t) + h_1(1)\phi\sqrt{2}(2t-1) \quad (4.27)$$

ดังนั้น $h_1(n)$ ในสมการที่ 4.27 จะต้องมีค่า $h_1(0) = 1/\sqrt{2}$ และ $h_1(1) = -1/\sqrt{2}$ และตัวอย่างที่ 2 เป็น triangle wavelet function (first order spline) ดังรูปที่ 4.5 (b) สามารถสร้าง $\psi(t)$ ได้โดย

$$\psi(t) = \frac{1}{2} h_1(0)\phi(2t) + h_1(1)\phi(2t-1) + \frac{1}{2} h_1(2)\phi(2t-2) \quad (4.28)$$

ค่าสัมประสิทธิ์ $h_1(n)$ ในสมการที่ 4.28 คือ $h_1(0) = 1/2\sqrt{2}$, $h_1(1) = 1/2\sqrt{2}$ และ $h_1(2) = 1/2\sqrt{2}$



รูปที่ 4.5 แสดง Haar และ triangle function

4.3 ระบบเวฟเลตแบบอโทกอนัล เชมิโอโทกอนัล และไบอโทกอนัล

4.3.1 ระบบเวฟเลตแบบอโทโกนัลและไบอโทโกนัล

เซตของฟังก์ชัน $f_k(t)$ ใดๆที่เป็นสมาชิกของฟังก์ชันสเปซ S จะสามารถทำการเขียนได้ใน

รูปของผลรวมเชิงเส้นดังนี้

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า

ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$g(t) = \sum_k a_k f_k(t) \quad (4.43)$$

เมื่อ k เป็นเซตของจำนวนเต็ม (Z) และ t, a เป็นเซตของจำนวนจริง ($L^2 R$) นิยามค่าผลคูณภายในฟังก์ชันสเปซ S ด้วย $\langle f(t), g(t) \rangle$ และค่าอนอร์มสามารถเขียนแทนได้ด้วย $\|f\| = \sqrt{\langle f, f \rangle}$ และ $g(t)$ เป็นฟังก์ชันที่อยู่ใน $L^2 R$

โดย $f_k(t)$ เป็นฟังก์ชันแบบอโโทโกนัลถ้า $\langle f_k(t), g_k(t) \rangle = 0$ สำหรับทุกค่าที่ k ไม่เท่ากับ l และหาก

$$\langle f_k(t), g_k(t) \rangle = \delta(k-l)$$

(4.44)

$$\delta(k-l) = \begin{cases} 1 & \text{if } k=l \\ 0 & \text{if } k \neq l \end{cases}$$

การคำนวณค่าของ a_k สามารถทำได้จาก

$$g(t) = \sum_k a_k f_k(t)$$

$$\int g(t) f_k(t) dt = \int f_k(t) \left(\sum_k a_k f_k(t) \right) dt$$

(4.45)

$$\int g(t) f_k(t) dt = a_k \quad \text{or} \quad \langle g(t), f_k(t) \rangle = a_k$$

4.3.2 ระบบเวฟเล็ดแบบไบอโโทโกนัล

ระบบเวฟเล็ดแบบไบอโโทโกนัลมีคุณสมบัติดังนี้ ฟังก์ชันมูลฐานในซัพฟังก์ชันสเปซ V^j และ W^j จะไม่มีคุณสมบัติเชิงตั้งฉากรวมทั้งซัพฟังก์ชันสเปซ V^j และ W^j ก็จะไม่มีความสัมพันธ์เชิงตั้งฉากซึ่งกันและกันด้วย แต่ค่าอู้อัลซัพฟังก์ชันสเปซ (Dual sub function space) ของ V^j และ W^j (\tilde{V}^j และ \tilde{W}^j) จะตั้งฉากกับซัพฟังก์ชันสเปซ W^j และ V^j ตามลำดับดังนี้

$$V_j \perp \tilde{W}_j \quad \text{and} \quad W_j \perp \tilde{V}_j$$

(4.46)

$$V_j + W_j = V_{j+1} \quad \text{and} \quad \tilde{V}_j + \tilde{W}_j = \tilde{V}_{j+1}$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณี และเมื่อทำการพิจารณาฟังก์ชันมูลฐานของซัพฟังก์ชันสเปซ V^j และ W^j จะได้คุณสมบัติดังนี้

$$\langle \phi_{j,k}(t), \tilde{\phi}_{j,l}(t) \rangle = \delta(k-l)$$

$$\langle \psi_{j,k}(t), \tilde{\psi}_{j,l}(t) \rangle = \delta(k-l)$$

(4.47)

$$\langle \phi_{j,k}(t), \tilde{\psi}_{j,l}(t) \rangle = 0$$

$$\langle \psi_{j,k}(t), \tilde{\phi}_{j,l}(t) \rangle = 0$$

โดย j, k, l เป็นค่าจำนวนเต็มและ ค่า $\phi_{j,k}$ และ $\psi_{j,l}$ คือค่า Primal basis ส่วนค่า $\tilde{\phi}_{j,k}$ และ $\tilde{\psi}_{j,l}$ เรียกว่า Dual basis function

4.3.3 ระบบเวฟเลตแบบเขมอโทโกนัล

การพิจารณาซัพฟังก์ชันสเปซ V_0 ที่มีเซตฟังก์ชันมูลฐาน $\phi(t-k)$ ซึ่งไม่มีคุณสมบัติตั้งฉากซึ่งกันและกัน ส่วน W_0 มีเซตฟังก์ชันมูลฐาน $\psi(t-l)$ โดยระบบเวฟเลตแบบไบอโทโกนัล จะมีคุณสมบัติดังนี้

$$V_0 \perp W_0 \quad \text{and} \quad V_0 \oplus W_0 = V_1 \quad (4.48)$$

โดยเซตของฟังก์ชันใน $\phi(t-k)$ และ $\psi(t-l)$ ไม่จำเป็นต้องตั้งฉากซึ่งกันและกัน โดยเงื่อนไขนี้จะจริงที่ทุกระดับความละเอียดหากคุณสมบัติ $V_j \perp W_j$ and $V_j \oplus W_j = V_{j+1}$ ยังคงเป็นจริงและ $\psi(2^{j_1}t - l_1)$ กับ $\psi(2^{j_2}t - l_2)$ จะมีคุณสมบัติตั้งฉากซึ่งกันและกันที่ทุก $j_1 \neq j_2$ หรืออาจกล่าวได้ว่าที่ระดับความละเอียดเดียวกันเวฟเลตแบบเขมอโทโกนัลจะไม่มีคุณสมบัติตั้งฉากซึ่งกันและกัน

4.4 ตระกูลของออร์โธโกนัลเวฟเลต

จากที่ได้กล่าวมาข้างต้นว่าสัญญาณหรือฟังก์ชันสามารถกระจายในรูปแบบของการรวมเชิงเส้น (linear combination) ซึ่งมีเวฟเลตเป็นฟังก์ชันพื้นฐานได้ แต่เวฟเลตยังสามารถแบ่งย่อยตามลักษณะคุณสมบัติเชิงตั้งฉากออกเป็น 4 ประเภทใหญ่ๆ คือ

(1) ออร์โธโกนัลเวฟเลต (Orthogonal Wavelet) เวฟเลตพื้นฐาน $\{\psi_{j,k}\}$ ที่เป็นออร์โธโกนัลจะมีเงื่อนไขดังนี้

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตั้ง $\langle \psi_{j,k}, \psi_{l,m} \rangle = \delta_{j,l} \delta_{k,m} \quad ; j, l, k, m \in Z$ ซึ่งอาจอ้างถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

หมายความว่า ผลของการคูณภายใน (inner product) ของเวฟเล็ตจะเป็นหนึ่งเมื่อเป็นเวฟเล็ตที่ระดับความละเอียดเดียวกันและตำแหน่งเดียวกันเท่านั้น

(2) เซมิออร์โธกอนัลเวฟเล็ต (Semi-orthogonal Wavelet) เวฟเล็ตพื้นฐาน $\{\psi_{j,k}\}$ ที่เป็น เซมิออร์โธกอนัลจะมีเงื่อนไข

$$\langle \psi_{j,k}, \psi_{l,m} \rangle = 0 \quad j \neq l \quad ; j, l, k, m \in Z$$

หมายความว่า ผลของการคูณภายในของเวฟเล็ตจะเป็นศูนย์เมื่อเป็นเวฟเล็ตที่ระดับความละเอียดต่างกันและจะเป็นศูนย์หรือหนึ่งก็ได้ถ้าเป็นเวฟเล็ตที่ระดับความละเอียดเดียวกัน

(3) นอนออร์โธกอนัลเวฟเล็ต (Nonorthogonal Wavelet) เวฟเล็ตพื้นฐาน $\{\psi_{j,k}\}$ ที่เป็นนอนออร์โธกอนัลหมายถึงเวฟเล็ตที่ไม่เป็นเซมิออร์โธกอนัล

(4) ไบออร์โธกอนัลเวฟเล็ต (Bi-orthogonal Wavelet) เวฟเล็ตพื้นฐาน $\{\psi_{j,k}\}$ ที่เป็นไบออร์โธกอนัลจะมีเงื่อนไขดังนี้

$$\langle \psi_{j,k}, \tilde{\psi}_{l,m} \rangle = \delta_{j,l} \delta_{k,m} \quad ; j, l, k, m \in Z$$

หมายความว่า ผลของการคูณภายในของเวฟเล็ตกับ dual basis: $\tilde{\psi}_{l,m}$ จะเป็นหนึ่งเมื่ออยู่ที่ระดับความละเอียดเดียวกันและตำแหน่งเดียวกันเท่านั้นนอกจากนั้นจะเป็นศูนย์

ดังนั้นจะเห็นว่าเวฟเล็ตที่ได้กล่าวในตอนต้นของบทนี้เป็นออร์โธกอนัลเวฟเล็ต ซึ่งเมื่อพิจารณาฟังก์ชันพื้นฐานของออร์โธกอนัลเวฟเล็ต หรือที่เรียกว่าออร์โธโนมัลเวฟเล็ตยังสามารถแบ่งตามลักษณะของฟังก์ชันพื้นฐานได้อีก ซึ่งตระกูลออร์โธโนมัลเวฟเล็ตที่สำคัญได้แก่ Daubechies, Symmlet และ Coiflet โดยที่เวฟเล็ตตระกูล Daubechies มีฟังก์ชันพื้นฐานในลักษณะ Asymmetric เวฟเล็ตตระกูล Symmlet มีฟังก์ชันพื้นฐานในลักษณะ Least Asymmetric และเวฟเล็ตตระกูล Coiflet มีฟังก์ชันพื้นฐานในลักษณะ nearly Symmetric นอกจากนี้แต่ละตระกูลยังสามารถแบ่งตามลักษณะความราบเรียบของฟังก์ชันพื้นฐานซึ่งกำหนดโดยค่าของ Number of Vanishing Moments (NVM) โดยที่ Daubechies Wavelet จะนิยามโดย

$$\int_{-\infty}^{\infty} t^l \psi(t) dt = 0 \quad l = 0, 1, \dots, N-1 \quad (4.43)$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

หรือมองในสเปซฟูเรียร์จะได้

$$\left. \frac{d^l \tilde{\psi}(\omega)}{d\omega^l} \right|_{\omega=0} = 0 \quad l=0,1,\dots,N-1 \quad (4.44)$$

ถ้าค่า l มากขึ้นจะทำให้ฟังก์ชันพื้นฐานมีความราบเรียบมากขึ้น ตัวอย่างของฟังก์ชันพื้นฐานของ ออร์โทนอร์มัลเวฟเล็ตทั้งฟังก์ชันพื้นฐานสเกลลิงและฟังก์ชันพื้นฐานเวฟเล็ต

แต่ในการประยุกต์ใช้งานนั้น ส่วนใหญ่จะไม่ใช้สเกลลิงฟังก์ชัน หรือเวฟเล็ตฟังก์ชัน โดยตรงแต่จะใช้สัมประสิทธิ์ผลคูณสองอิมพัลส์ $h_0(n)$ และ $h_1(n)$ จากเงื่อนไขของ $h_0(n)$ ใน สมการที่ 4.17 และสมการที่ 4.19 จะสามารถหาสัมประสิทธิ์ $h_0(n)$ NVM=2 ได้คือ

$$\begin{aligned} h_0(0) + h_0(1) &= \sqrt{2} \\ h_0^2(0) + h_0^2(1) &= 1 \end{aligned}$$

เมื่อแก้สมการแล้วจะได้ $h_0(0) = h_0(1) = 1/\sqrt{2}$ ซึ่งเป็น $h_0(n)$ ของเวฟเล็ตตระกูล Daubechies NVM=2 และจากสมการที่ 4.26 จะได้ $h_1(0) = 1/\sqrt{2}$ และ $h_1(1) = -1/\sqrt{2}$

4.5 เวฟเล็ตแบบบีสไปลอน์

เวฟเล็ตแบบบีสไปลอน์นั้นสามารถสร้างได้จากการนำฟังก์ชันมูลฐานของบีสไปลอน์มาใช้ เป็นสเกลลิงฟังก์ชัน โดยการนำเวฟเล็ตแบบบีสไปลอน์มาทำการกระจาย (Decomposition) และรวม กลับ (Reconstruction) ข้อมูลจะสามารถอธิบายได้ดังนี้ [17]

4.5.1 การกระจายและรวมกลับของข้อมูล

การกระจายและรวมกลับของข้อมูลนั้นจะแสดงความสัมพันธ์ของค่าสัมประสิทธิ์ของ ฟังก์ชันมูลฐานของข้อมูลในแต่ละระดับความละเอียด

โดยจากทฤษฎีของการวิเคราะห์ที่ความละเอียดหลายระดับทำให้เราทราบว่าหากมีฟังก์ชัน สเปซซึ่งภายในมีซับฟังก์ชันสเปซที่ซ้อนทับกันอยู่แล้วจะสามารถหาความสัมพันธ์ระหว่างฟังก์ชัน สเปซและซับฟังก์ชันสเปซที่ซ้อนทับกันอยู่ภายในได้ว่า $\dots \subset V_{-1} \subset V_0 \subset V_1 \subset \dots \subset L^2(R)$ โดย ผลต่างของสมาชิกในแต่ละฟังก์ชันสเปซและซับฟังก์ชันสเปซจะคำนวณได้จาก

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
 $V_{j+1} = V_j + W_j$ และ $V_j = V_{j-1} + W_{j-1}$ (4.44)
 ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

โดยจากสมการสามารถอธิบายได้ว่าหากมีฟังก์ชัน $f(t)$ ใดๆที่อยู่ฟังก์ชันสเปซ V_{j+1} แล้วฟังก์ชันนั้นย่อมสามารถเขียนให้อยู่ในรูปของผลรวมระหว่างฟังก์ชันที่อยู่ในฟังก์ชันสเปซ V_j และ W_j ได้ ในทำนองเดียวกันหากมีฟังก์ชัน $f(t)$ ใดๆที่อยู่ฟังก์ชันสเปซ V_j แล้วฟังก์ชันนั้นย่อมสามารถเขียนให้อยู่ในรูปของผลรวมระหว่างฟังก์ชันที่อยู่ในฟังก์ชันสเปซ V_{j-1} และ W_{j-1} ได้เช่นเดียวกัน

4.5.2 การย่อและขยายของฟังก์ชันมูลฐาน

ฟังก์ชันมูลฐานซึ่งก็คือสเกลลิงฟังก์ชันซึ่งอยู่ในฟังก์ชันสเปซที่ V_j และเวฟเลตฟังก์ชันซึ่งอยู่ในฟังก์ชันสเปซที่ W_j นั้นสามารถเขียนในรูปของเมตริกซ์ได้ดังนี้

$$\Phi_j = [\phi_{j,0}(t), \phi_{j,1}(t), \dots, \phi_{j,v(j)-1}(t)] \quad (4.44)$$

$$\Psi_j = [\psi_{j,0}(t), \psi_{j,1}(t), \dots, \psi_{j,w(j)-1}(t)]$$

โดย Φ_j คือ เวกเตอร์แถวของสเกลลิงฟังก์ชันที่ความละเอียดระดับ j

Ψ_j คือ เวกเตอร์แถวของเวฟเลตฟังก์ชันที่ความละเอียดระดับ j

v_j คือ ค่าขนาดมิติของฟังก์ชันสเปซ V_j

w_j คือ ค่าขนาดมิติของฟังก์ชันสเปซ W_j

ส่วนค่าขนาดมิติของฟังก์ชันสเปซที่ V_{j+1} นั้นจะมีขนาดเท่ากับผลรวมของขนาดของฟังก์ชันสเปซ V_j และค่าขนาดมิติของฟังก์ชันสเปซ W_j ซึ่งก็คือ

$$V(j+1) = V(j) + W(j) \quad (4.44)$$

เนื่องจากฟังก์ชันสเปซ V_j นั้นมีซับฟังก์ชันสเปซย่อยซ้อนทับอยู่ในคั้งนั้นเพื่อให้สมการของความสัมพันธ์ระหว่างสเกลลิงฟังก์ชันในฟังก์ชันสเปซที่ระดับความละเอียดต่างๆ สามารถเขียนได้ง่ายขึ้นเราจึงทำการสมมุติตัวแปรตัวหนึ่งโดยให้ชื่อว่า P_j โดยที่ตัวแปร P_j จะทำหน้าที่ในการแสดงความสัมพันธ์ระหว่างเวกเตอร์แถวของสเกลลิงฟังก์ชันที่ความละเอียดระดับ j (Φ_j) และ $j-1$ (Φ_{j-1}) โดยสามารถเขียนเป็นสมการได้ดังนี้

$$\Phi_{j-1}(t) = \Phi_j(t)P_j \quad (4.44)$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆทั้งนี้ โดยขนาดของ P_j จะมีขนาดเป็น $v(j) \times v(j+1)$ เจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ในการทำงานเดียวกันสำหรับการหาความสัมพันธ์ระหว่างเวฟเล็ทฟังก์ชันและสเกลลิ่งฟังก์ชันในฟังก์ชันสเปซที่ระดับความละเอียดต่าง ๆ นั้นเราจะทำการสมมุติตัวแปรตัวหนึ่งโดยให้ชื่อว่า Q_j โดยที่ตัวแปร Q_j จะทำหน้าที่ในการแสดงความสัมพันธ์ระหว่างเวกเตอร์แถวของสเกลลิ่งฟังก์ชันที่ความละเอียดระดับ j (Φ_j) และเวฟเล็ทฟังก์ชันที่ความละเอียดระดับ $j-1$ (Ψ_{j-1}) โดยสามารถเขียนเป็นสมการได้ดังนี้

$$\Psi_{j-1}(t) = \Phi_j(t)Q_j \quad (4.44)$$

เมื่อนำสมการความสัมพันธ์ระหว่าง Φ_j กับ Φ_{j-1} และ Ψ_{j-1} มาทำการยุบรวมกันจะได้สมการรวมที่แสดงความสัมพันธ์ระหว่าง Φ_j กับ Φ_{j-1} และ Ψ_{j-1} ได้ดังนี้

$$[\Phi_{j-1}(t)|\Psi_{j-1}(t)] = \Phi_j(t)[P_j|Q_j] \quad (4.44)$$

โดย $[P_j|Q_j]$ นั้นเรียกว่าเมตริกซ์สังเคราะห์ ซึ่งสร้างขึ้นโดยการนำเมตริกซ์ P_j และ Q_j มาทำการเรียงต่อกัน ขนาดของเมตริกซ์ $[P_j|Q_j]$ จะมีค่าเป็น $v(j) \times v(j)$

4.5.3 สมการการกระจายและรวมกลับของข้อมูล

การรวมกลับข้อมูลนั้นคือการรวมฟังก์ชันใดๆที่อยู่ในฟังก์ชันสเปซที่ความละเอียดระดับต่ำให้อยู่ในรูปของฟังก์ชันที่อยู่ในฟังก์ชันสเปซที่ความละเอียดระดับสูงกว่า

โดยหากกำหนดให้ C_j คือ เวกเตอร์แถวของค่าสัมประสิทธิ์ของสเกลลิ่งฟังก์ชันที่ความละเอียดระดับ j และกำหนดให้ D_j คือ เวกเตอร์แถวของค่าสัมประสิทธิ์ของเวฟเล็ทฟังก์ชันที่ความละเอียดระดับ j จากข้อกำหนดนี้เราสามารถทำการเขียนสมการ $V_j = V_{j-1} + W_{j-1}$ ใหม่ได้ดังสมการนี้

$$V_j = V_{j-1} + W_{j-1} \quad (4.44)$$

$$\Phi_j(t)C_j = \Phi_{j-1}(t)C_{j-1} + \Psi_{j-1}(t)D_{j-1}$$

ทำการแทนสมการ $\Phi_{j-1}(t) = \Phi_j(t)P_j$ และ $\Psi_{j-1}(t) = \Phi_j(t)Q_j$ ลงไปจะได้ว่า

$$\Phi_j(t)C_j = \Phi_j(t)P_jC_{j-1} + \Phi_j(t)Q_jD_{j-1} \quad (4.44)$$

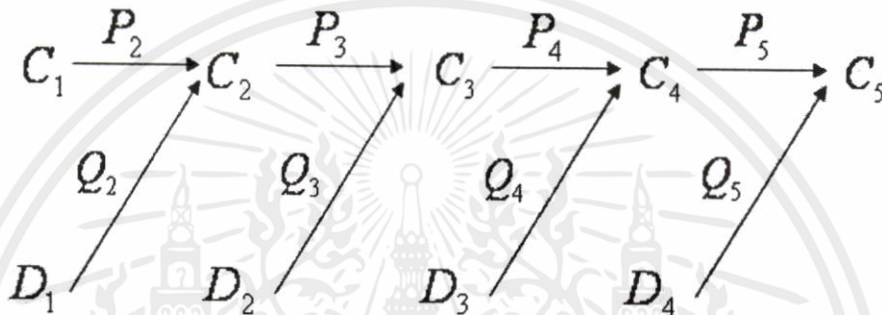
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$\Phi_j(t)C_j = \Phi_j(t)(P_jC_{j-1} + Q_jD_{j-1})$$

จากสมการสามารถเขียนได้ว่า $C_j = (P_j C_{j-1} + Q_j D_{j-1})$ หรืออาจเขียนให้อยู่ในรูปของเมตริกซ์ได้ดังนี้

$$C_j = [P_j | Q_j] \begin{bmatrix} C_{j-1} \\ D_{j-1} \end{bmatrix} \quad (4.44)$$

จากสมการที่ได้นี้เราจะได้สมการของการรวมกลับของข้อมูลที่ความละเอียดระดับ $j-1$ มายังที่ความละเอียดระดับ j



รูปที่ 4.6 ภาพแสดงการรวมกลับของข้อมูลที่ความละเอียดระดับต่ำมายังความละเอียดระดับสูงกว่า

ในส่วนของการกระจายข้อมูลนั้นคือการเขียนฟังก์ชันใดๆที่อยู่ในฟังก์ชันสเปซที่ความละเอียดระดับ สูงให้อยู่ในรูปของผลรวมของฟังก์ชันในฟังก์ชันสเปซที่ความละเอียดระดับต่ำกว่า ซึ่งการสร้างสมการของการรวมกลับนี้จะคำนวณจากสมการของการรวมกลับ

$$C_j = [P_j | Q_j] \begin{bmatrix} C_{j-1} \\ D_{j-1} \end{bmatrix} \quad (4.44)$$

$$[P_j | Q_j]^{-1} C_j = \begin{bmatrix} C_{j-1} \\ D_{j-1} \end{bmatrix}$$

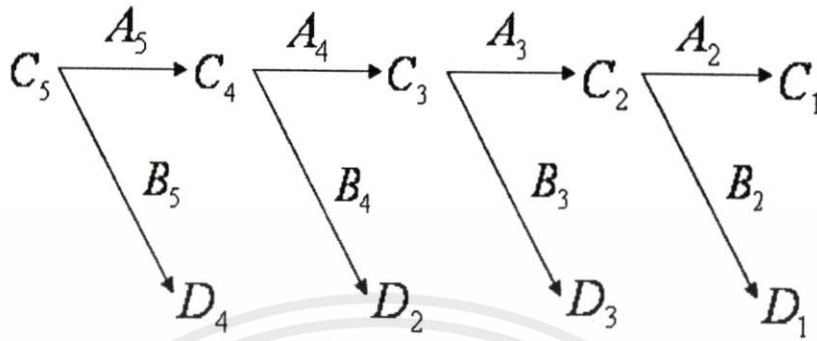
หากกำหนดให้ $[P_j | Q_j]^{-1} = \begin{bmatrix} A_j \\ B_j \end{bmatrix}$ เราจะสามารถทำการเขียนสมการใหม่ได้เป็น

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า

ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้คัดลอก เผยแพร่ หรือแจกจ่ายข้อมูลไปยังเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$\begin{bmatrix} C_{j-1} \\ D_{j-1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_j \\ B_j \end{bmatrix} C_j \quad (4.44)$$

สมการที่ได้นี้เรียกว่าสมการการรวมกลับ โดยเมตริกซ์ A_j และ C_{j-1} จะมีขนาด $v(j-1) \times v(j)$ และเมตริกซ์ B_j และ D_{j-1} จะมีขนาด $w(j-1) \times v(j)$



รูปที่ 4.7 ภาพแสดงการกระจายข้อมูลที่มีความละเอียดระดับสูงไปยังความละเอียดระดับต่ำกว่า

4.6 การสร้างพื้นผิว 3 มิติที่มีความละเอียดหลายระดับ

4.6.1 บทนำ

การสร้างพื้นผิว 3 มิตินั้นจะทำการสร้างโดยการใช้ Tensor Product เป็นข้อมูลเบื้องต้น โดยคุณสมบัติของพื้นผิว 3 มิติจะขึ้นอยู่กับ Tensor Product ที่นำมาใช้ซึ่งการสร้างพื้นผิว 3 มิติโดยส่วนมากมักนำฟังก์ชันของบีสไปโลนมาเป็นฟังก์ชันมูลฐาน เนื่องจากมีคุณสมบัติหลายประการ เช่นคุณสมบัติ Local Support นั่นคือการแก้ไขเปลี่ยนแปลงตำแหน่งจุดควบคุม (Control Point) จุดใดจุดหนึ่งบนพื้นผิวจะทำให้เกิดการเปลี่ยนแปลงเฉพาะที่บริเวณจุดนั้นโดยไม่กระทบต่อภาพพื้นผิวโดยรวมและการควบคุมลักษณะความโค้งของพื้นผิวในส่วนต่างๆสามารถทำได้ง่าย [18]

4.6.2 การสร้างพื้นผิว 3 มิติแบบ B-Spline โดยการใช้ Tensor Product

Tensor Product ของการสร้างพื้นผิว 3 มิติแบบ B-Spline นั้นมีลักษณะดังนี้

$$S(x_1, x_2) = \sum_{q=0}^{L_1+n-1} \sum_{p=0}^{L_2+n-1} d_{p,q} N_p^{n_1}(x_1) N_q^{n_2}(x_2) \quad (4.45)$$

โดย $S(x_1, x_2)$ เป็นพื้นผิว B-Spline ที่ทิศทาง x_1, x_2 ที่อันดับ n_1, n_2 ตามลำดับ
 $N_p^{n_1}(x_1) N_q^{n_2}(x_2)$ เป็นฟังก์ชันมูลฐานของ B-Spline ของ x_1, x_2 ที่อันดับ n_1, n_2

ตามลำดับ

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
 $d_{p,q}$ เป็น Control Mesh ของ p, q
 ไม่ว่าจะฉีกดูที่ส่วนใดก็ตามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้
 ขั้นตอนการคำนวณค่า $S(x_1, x_2)$ นั้นเริ่มจากการคำนวณค่า $d_{p,q}$ โดยใช้สมการดังนี้

$$d_{p,q} = \sum_{q=0}^{L_2+n_2-1} d_{p,q} N_q^{n_2}(x_2) \quad (4.46)$$

หลังจากนั้นจึงนำค่า $d_{p,q}$ ที่ได้มาทำการคำนวณค่า $S(x_1, x_2)$ ต่อไปโดยใช้สมการดังนี้

$$S(x_1, x_2) = \sum_{q=0}^{L_1+n_1-1} d_{p,q} N_q^{n_1}(x_1) \quad (4.47)$$

โดยพื้นผิว 3 มิติที่ได้จากฟังก์ชันมูลฐานของ B-Spline จะมีคุณสมบัติเด่นเหมือนกับเส้นโค้ง B-Spline นั่นคือมีคุณสมบัติ Local Support และ Convex Hull ทำให้พื้นผิว 3 มิติที่ได้สามารถนำมาทำการแก้ไขรูปร่างได้ง่ายตามต้องการ

4.6.3 พื้นผิว 3 มิติแบบ B-Spline ที่ความละเอียดหลายระดับ

กระบวนการสร้างพื้นผิว 3 มิติแบบ B-Spline ที่ความละเอียดหลายระดับนั้นสามารถทำได้โดยวิธีการ Standard Tensor Product และวิธีการ Non Standard Tensor Product

4.6.3.1 วิธี Standard Tensor Product

โดยกระบวนการนี้จะทำการแปลงค่าในเมตริกซ์ของ Control Mesh ทุกๆหลักจากระดับความละเอียดสูงไปที่ระดับความละเอียดต่ำไปเรื่อยๆจนถึงระดับความละเอียดที่ต่ำสุดกำหนดให้

$$\begin{aligned} V_j &= span \{ \phi_{j,k}(x_1) \} & W_j &= span \{ \psi_{j,k}(x_1) \} \\ V'_j &= span \{ \phi_{j,k}(x_2) \} & W'_j &= span \{ \psi_{j,k}(x_2) \} \end{aligned}$$

โดยจะได้ Tensor Product ดังนี้

$$V_m \times V_m = V_0 \times V_0 \oplus \sum_{j=0}^{m-1} V_0 \times W_j \oplus \sum_{j=0}^{m-1} W_j \times V_0 \oplus \sum_{j=0}^{m-1} \sum_{j=0}^{m-1} W_j \times W_j \quad (4.48)$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้คัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

4.6.3.2 วิธี Non Standard Tensor Product

กระบวนการของวิธี Non Standard Tensor Product นี้จำทำการแปลงค่าในเมตริกซ์ของ Control Mesh ทุกๆแถวไปที่ระดับความละเอียดที่ต่ำกว่า 1 ระดับก่อนแล้วจึงทำการแปลงค่าทุกๆหลักไปที่ระดับต่ำอีกทีแล้วค่อยทำสลับกันไปจนเสร็จ

โดยเมตริกซ์ของ Control Mesh ที่ทำการแปลงค่าจะเป็นดังนี้

$$\begin{pmatrix} V_{m-1} \times V_{m-1} & V_{m-1} \times W_{m-1} \\ W_{m-1} \times V_{m-1} & W_{m-1} \times W_{m-1} \end{pmatrix}$$

ซึ่งคำนวณได้โดย

$$\begin{aligned} V_m \times V'_m &= V_0 \times V'_0 \oplus \sum_{j=1}^m (V_j \times V'_j - V_{j-1} \times V'_{j-1}), \\ V_m \times V'_m &= V_0 \times V'_0 \oplus \sum_{j=1}^m (V_{j-1} \times W'_{j-1} \oplus V'_{j-1} \times W_{j-1} \oplus W_{j-1} \times W'_{j-1}) \end{aligned} \quad (4.49)$$

โดยสมการของพื้นผิวที่ความละเอียดระดับ j และ $j-1$ เป็นดังนี้

$$\begin{aligned} S_{j,i}(x_1, x_2) &= \Phi_j(x_1) C_{j,i} (\Phi_i(x_2))^T \\ S_{j-1,i-1}(x_1, x_2) &= \Phi_{j-1}(x_1) C_{j-1,i-1} (\Phi_{i-1}(x_2))^T + \Phi_1(x_1) D_{j-1,i-1}^1 (\Phi_{i-1}(x_2))^T + \\ &\quad \Psi_{j-1}(x_1) D_{j-1,i-1}^2 (\Phi_{i-1}(x_2))^T + \Psi_{j-1}(x_1) D_{j-1,i-1}^3 (\Psi_{i-1}(x_2))^T \end{aligned} \quad (4.50)$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้คัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

บทที่ 5

กระบวนการสร้างแบบจำลองใบหน้าและผลการทดลอง

5.1 กระบวนการสร้างแบบจำลองใบหน้า

กระบวนการสร้างแบบจำลองใบหน้าในงานวิจัยฉบับนี้สามารถแบ่งได้เป็น 2 ช่วงคือ

1. กระบวนการสร้างแบบจำลอง Wire-Frame Model (WFM)
2. กระบวนการสร้างแบบจำลองพื้นผิว

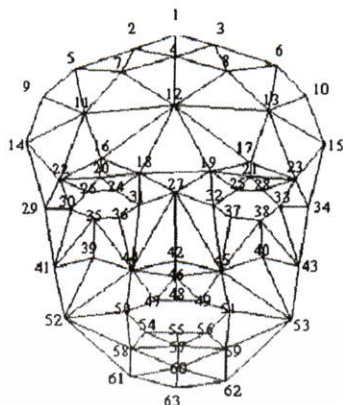
โดยรายละเอียดของกระบวนการทั้ง 2 ส่วนจะได้ทำการอธิบายในส่วนต่อไป

5.1.1 กระบวนการสร้างแบบจำลอง Wire-Frame Model (WFM)

กระบวนการในช่วงนี้จะทำการสร้างแบบจำลอง WFM 3 มิติของภาพใบหน้าเป้าหมายเพื่อนำมาใช้เป็นข้อมูลเบื้องต้นของกระบวนการในขั้นที่ 2 ต่อไป โดยแบบจำลอง WFM 3 มิติของภาพใบหน้าเป้าหมายนั้นจะสร้างมาจากแบบจำลอง WFM 2 มิติของภาพเป้าหมายด้านหน้าและด้านข้างมารวมกัน ส่วนการสร้างแบบจำลอง WFM 2 มิติของภาพเป้าหมายด้านหน้าและด้านข้างนั้นจะสร้างโดยการใช้กระบวนการ Thin-Plate Spline มาทำการลงทะเบียน WFM 2 มิติมาตรฐานของภาพใบหน้าที่ด้านตรงและด้านข้างเข้ากับภาพใบหน้าเป้าหมายด้านหน้าและด้านข้างตามลำดับ และหลังจากที่ได้แบบจำลอง WFM 2 มิติของใบหน้าด้านหน้าและด้านข้างมาแล้วจึงค่อยนำข้อมูลพิกัดของจุดต่างๆบนแบบจำลอง WFM 2 มิติทั้ง 2 อันมารวมกันเพื่อสร้างเป็นแบบจำลอง WFM 3 มิติของภาพใบหน้าเป้าหมายต่อไป โดยแบบจำลอง WFM 2 มิติของใบหน้าด้านหน้าและด้านข้างจะมีลักษณะดังนี้ [19]

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้คัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

โดยค่าพิกัดของจุดต่างบนแบบจำลอง WFM 2 มิติของใบหน้าด้านหน้าจะมีค่าดังนี้

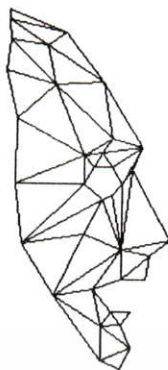


รูปที่ 5.1 แบบจำลอง Wire-Frame Model ของภาพใบหน้าด้านหน้า

ตารางที่ 5.1 ค่าพิกัดของจุดต่างบนแบบจำลอง WFM 2 มิติของใบหน้าด้านหน้า

X	Y	order	X	Y	order
128	28	1	186	123	33
106	33	2	201	123	34
151	36	3	78	128	35
128	40	4	95	126	36
70	44	5	159	127	37
185	47	6	173	128	38
98	47	7	77	147	39
158	48	8	173	149	40
53	60	9	56	152	41
203	62	10	126	150	42
74	68	11	195	154	43
128	66	12	100	155	44
179	71	13	151	155	45
42	86	14	126	158	46
212	87	15	112	171	47
84	96	16	125	171	48
169	95	17	137	171	49
107	101	18	95	176	50
147	103	19	154	177	51
84	104	20	60	180	52
170	105	21	189	181	53
59	105	22	108	188	54
193	107	23	125	188	55
92	111	24	143	188	56
161	112	25	124	195	57
77	111	26	97	196	58
127	113	27	151	197	59
177	113	28	124	207	60
51	120	29	97	214	61
67	120	30	151	212	62
105	120	31	125	217	63
147	120	32			

ค่าพิกัดของจุดต่างบนแบบจำลอง WFM 2 มิติของใบหน้าด้านข้างจะมีค่าดังนี้



รูปที่ 5.2 แบบจำลอง Wire-Frame Model ของภาพใบหน้าด้านข้าง

ตารางที่ 5.2 ค่าพิกัดของจุดต่างบนแบบจำลอง WFM 2 มิติของใบหน้าด้านข้าง

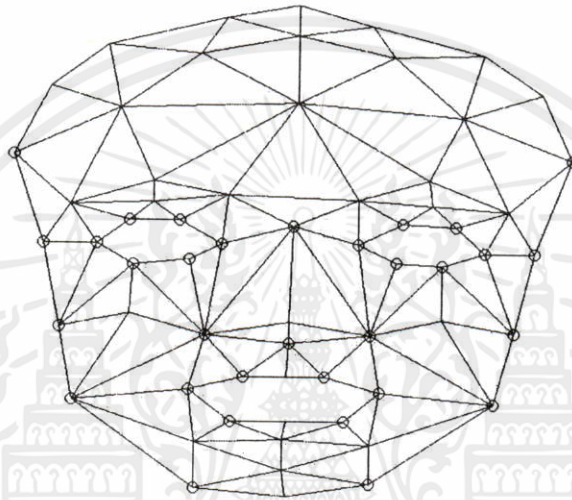
Z	Y	order	Z	Y	order
72	28	1	0	0	33*
72	33	2	0	0	34*
0	0	3*	112	128	35
96	40	4	116	126	36
73	44	5	0	0	37*
0	0	6*	0	0	38*
88	47	7	104	147	39
0	0	8*	0	0	40*
71	60	9	78	152	41
0	0	10*	140	150	42
92	68	11	0	0	43*
112	66	12	120	155	44
0	0	13*	0	0	45*
76	86	14	132	158	46
0	0	15*	120	171	47
116	96	16	130	171	48
0	0	17*	0	0	49*
128	101	18	108	176	50
0	0	19*	0	0	51*
112	104	20	92	180	52
0	0	21*	0	0	53*
104	105	22	116	188	54
0	0	23*	124	188	55
116	111	24	0	0	56*
0	0	25*	120	195	57
108	111	26	112	196	58
124	113	27	0	0	59*
0	0	28*	124	207	60
75	120	29	112	214	61
104	120	30	0	0	62*
120	120	31	120	218	63
0	0	32*			

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่จัดทำขึ้นเพื่อใช้ในการศึกษาวิจัยเท่านั้น ไม่ควรนำข้อมูลไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น

หมายเหตุ*

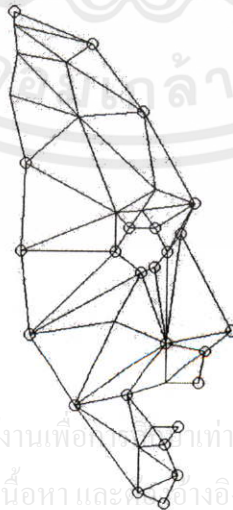
ค่าพิกัดของจุดที่มีค่าเป็น 0 เนื่องจากเป็นพิกัดของจุดที่อยู่บนไบหน้าด้านซ้ายซึ่งจะมองไม่เป็นบนแบบจำลองไบหน้าด้านข้างซึ่งเป็นไบหน้าด้านขวาจึงกำหนดค่าเป็น 0 ไว้ก่อนและเมื่อทำการสร้างแบบจำลอง WFM 2 มิติของไบหน้าด้านข้างขวาแล้วจึงนำค่าที่ได้จากไบหน้าด้านขวามาเติมโดยใช้หลักการของความสมมาตร

โดยจุดควบคุม (Control Point) ที่เลือกใช้ในการสร้างแบบจำลอง WFM 2 มิติของภาพเป้าหมายด้านหน้ามีดังนี้



รูปที่ 5.3 จุดควบคุมที่เลือกใช้ในการสร้างแบบจำลอง WFM 2 มิติของภาพเป้าหมายด้านหน้า

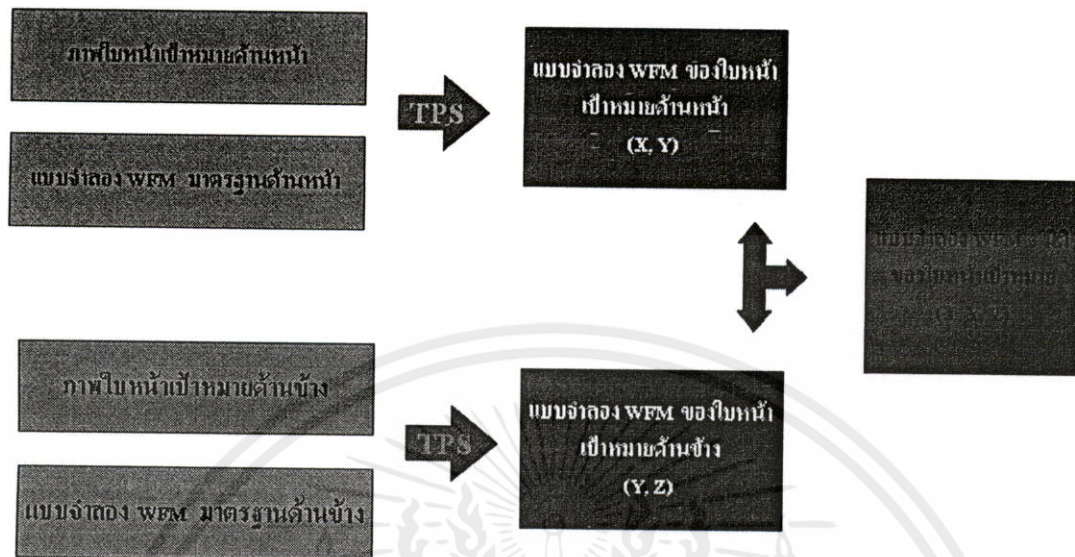
และจุดควบคุม (Control Point) ที่เลือกใช้ในการสร้างแบบจำลอง WFM 2 มิติของภาพเป้าหมายด้านข้างมีดังนี้



รูปที่ 5.4 จุดควบคุมที่เลือกใช้ในการสร้างแบบจำลอง WFM 2 มิติของภาพเป้าหมายด้านข้าง

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และส่งไปยังเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

โดยกระบวนการสร้างแบบจำลอง WFM 3 มิติของภาพใบหน้าเป้าหมายนั้นสามารถทำการแสดงด้วย Block Diagram ได้ดังนี้



รูปที่ 5.5 Block Diagram ของกระบวนการสร้างแบบจำลอง WFM 3 มิติของภาพใบหน้าเป้าหมาย

5.1.2 กระบวนการสร้างแบบจำลองพื้นผิว (Surface Model)

กระบวนการในช่วงนี้จะทำการสร้างแบบจำลองพื้นผิว 3 มิติของภาพเป้าหมายโดยการใช้กระบวนการ Thin-Plate Spline มาเพื่อทำการลงทะเบียนแบบจำลอง WFM 3 มิติเข้ากับแบบจำลองพื้นผิว 3 มิติมาตรฐาน โดยกระบวนการนี้จะแบ่งเป็น 2 ช่วงคือช่วงของการลงทะเบียนเพื่อแก้ไขพิกัด (X, Y) ก่อนแล้วจึงทำการแก้ไขพิกัด (Y, Z) ต่อไป

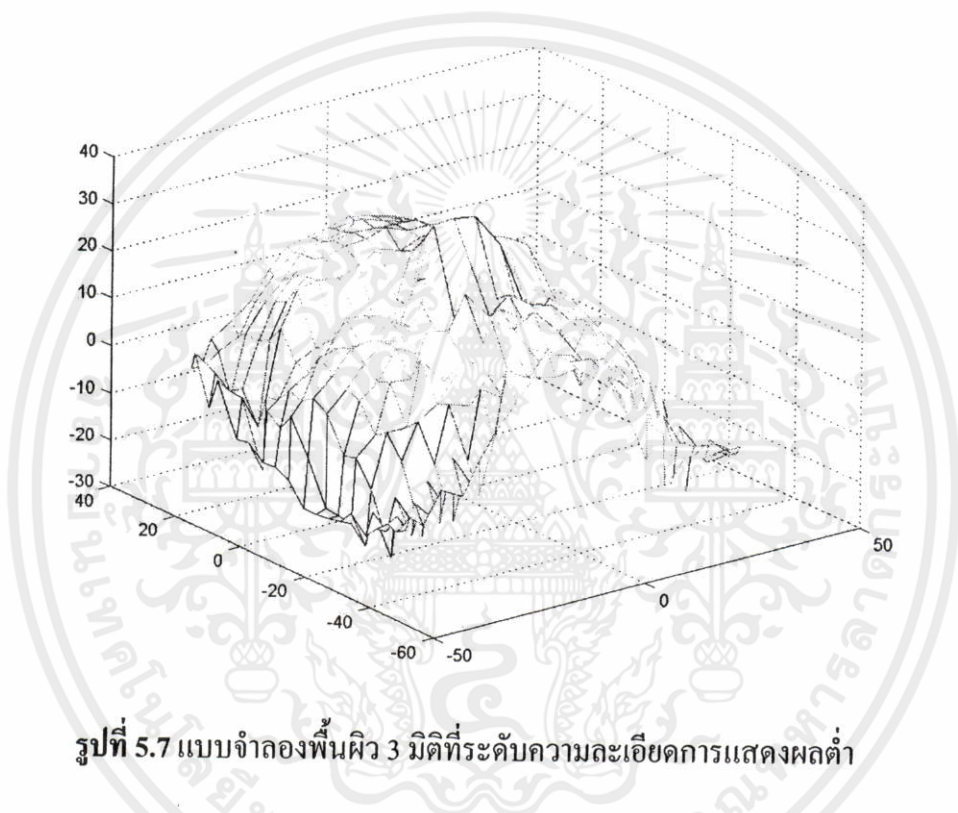
แบบจำลองพื้นผิว 3 มิติมาตรฐานที่ใช้จะสร้างขึ้นจากเมตริกซ์ 3 เมตริกซ์คือเมตริกซ์ของค่าพิกัด X, Y และ Z ตามลำดับ โดยเมตริกซ์ของพิกัดต่างๆจะมีขนาดเท่ากันคือ 131×131



รูปที่ 5.6 แบบจำลองพื้นผิว 3 มิติ

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับ... การศึกษาเท่านั้น... อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า... ไม่ว่าจะกรณีใดๆทั้งสิ้น... มิให้คัดลอก... และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

แต่ก่อนที่จะนำแบบจำลองพื้นผิว 3 มิติมาตรฐานไปผ่านกระบวนการ Thin-Plate Spline กับแบบจำลอง WFM 3 มิติ นั้นต้องทำการลดระดับความละเอียดของการแสดงผลโดยใช้กระบวนการของ B-Spline Surface Wavelet เพื่อให้ขนาดของข้อมูลที่นำมาผ่านการคำนวณมีขนาดที่ลดลง โดยจากเดิมเมตริกซ์พิกัดต่างๆของแบบจำลองพื้นผิว 3 มิติมาตรฐานจะมีขนาด 131×131 แต่ก่อนที่จะนำมาผ่านกระบวนการ Thin-Plate Spline จะต้องผ่านการลดขนาดข้อมูลลงมาเหลือเพียง 19×19 ซึ่งแบบจำลองพื้นผิวที่ผ่านการลดระดับความละเอียดของการแสดงผลแล้วจะมีลักษณะดังนี้

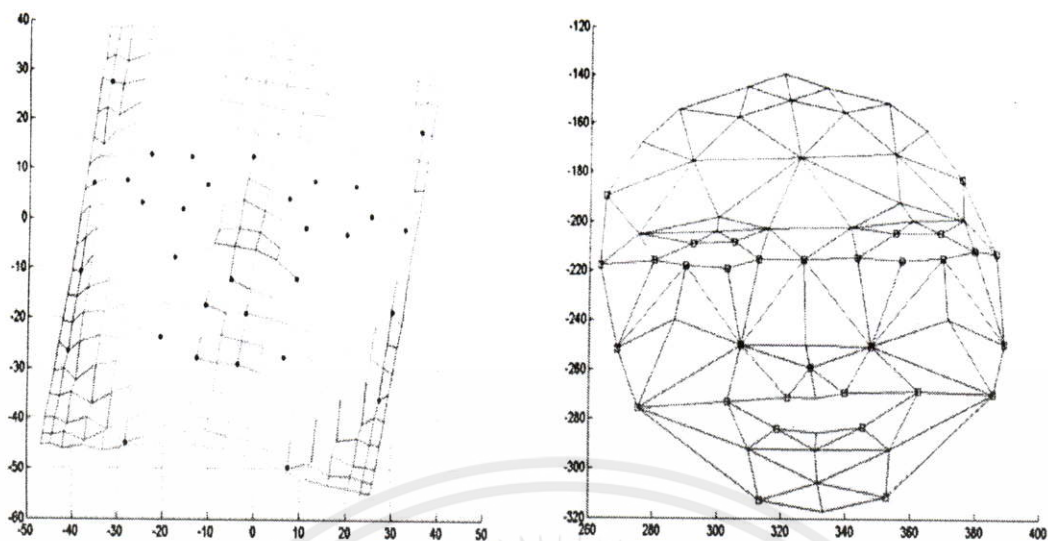


รูปที่ 5.7 แบบจำลองพื้นผิว 3 มิติที่ระดับความละเอียดการแสดงผลต่ำ

โดยสาเหตุที่ทำการเลือกระดับความละเอียดของการแสดงผลที่ระดับนี้เนื่องจากที่ความละเอียดระดับนี้จะทำให้ข้อมูลมีปริมาณน้อยที่สุดแต่ยังคงแสดงจุดควบคุมทั้งหมดไว้อย่างครบถ้วน หากทำการลดระดับความละเอียดในการแสดงผลลงมากกว่านี้แม้จะทำให้ข้อมูลมีปริมาณน้อยลงได้ แต่ก็จะทำให้จุดควบคุมบางจุดบนภาพหายไป และหากทำการเลือกระดับความละเอียดที่สูงกว่านี้ก็จะทำให้ข้อมูลมีปริมาณที่มากส่งผลให้ต้องเวลาในการคำนวณต่าง ๆ มากขึ้นด้วย

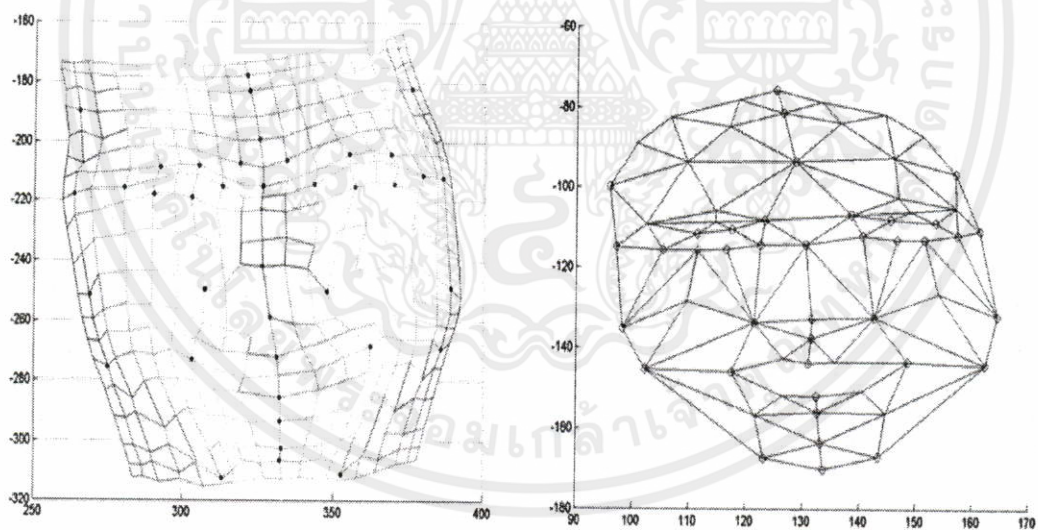
โดยจุดควบคุมที่ใช้ในการกระบวนการ Thin-Plate Spline ช่วงการแก้ไขพิกัด (X, Y) นั้นมีทั้งหมด 32 จุดดังนี้

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



รูปที่ 5.8 จุดควบคุมที่ใช้ในการกระบวนกร Thin-Plate Spline ช่วงการแก้ไขพิกัด (X, Y)

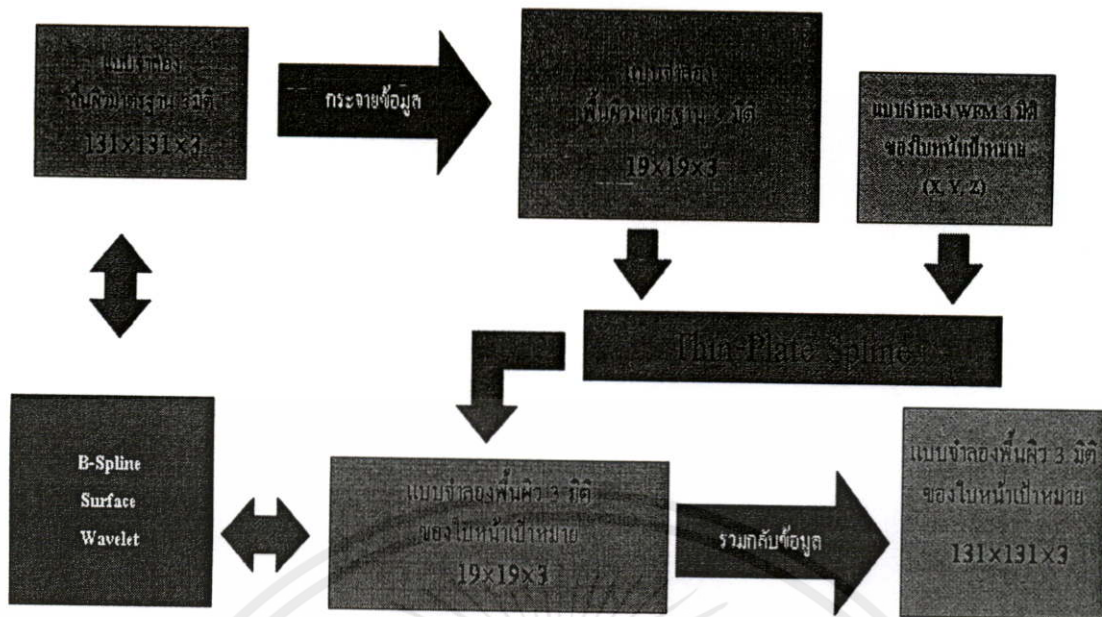
และจุดควบคุมที่ใช้ในการกระบวนกร Thin-Plate Spline ช่วงการแก้ไขพิกัด (Y, Z) นั้นมีทั้งหมด 29 จุดดังนี้



รูปที่ 5.9 จุดควบคุมที่ใช้ในการกระบวนกร Thin-Plate Spline ช่วงการแก้ไขพิกัด (Y, Z)

กระบวนการสร้างแบบจำลองพื้นผิว 3 มิติของภาพใบหน้าเป้าหมายนั้นสามารถทำการแสดงด้วย Block Diagram ได้ดังนี้

เอกสารนี้เป็นเอกสารลิขสิทธิ์สงวนไว้เพื่อการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



รูปที่ 5.10 Block Diagram กระบวนการสร้างแบบจำลองพื้นผิว 3 มิติของภาพใบหน้าเป้าหมาย

โดยกระบวนการ Thin-Plate Spline ที่ใช้ในกระบวนการนี้จะแบ่งเป็น 2 ช่วงคือเริ่มด้วยการลงทะเบียนเพื่อแก้ไขพิกัด (X, Y) ก่อนแล้วจึงทำการแก้ไขพิกัด (Y,Z) ต่อไป

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

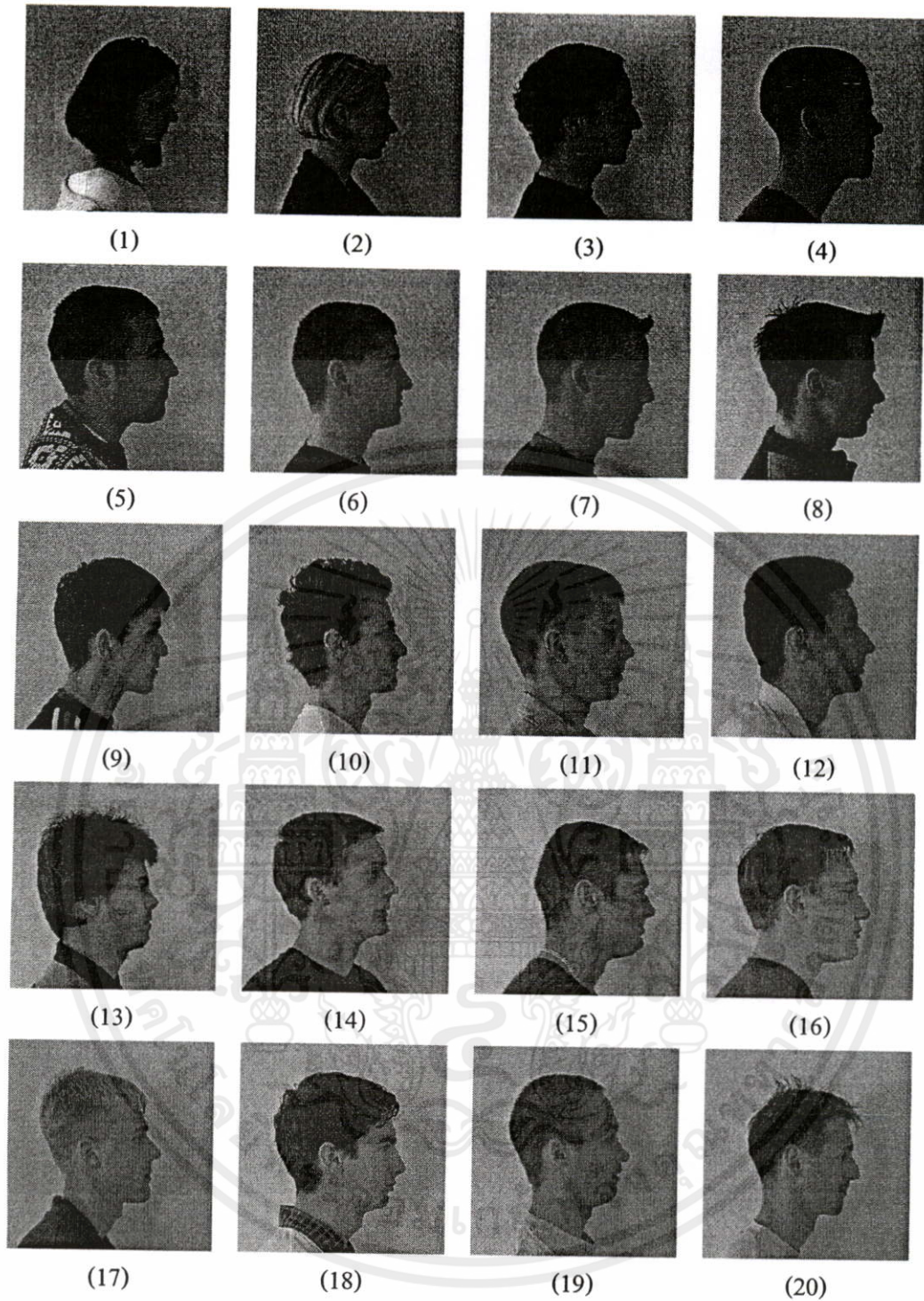
5.2 ผลการทดลอง

ในส่วนนี้จะนำกระบวนการสร้างแบบจำลองใบหน้าที่ได้นำเสนอในส่วนก่อนหน้านี้มาทำการทดลองกับภาพใบหน้าคนจำนวน 20 คน โดยภาพที่นำมาทำการทดลองมีขนาด 256×256 [20]



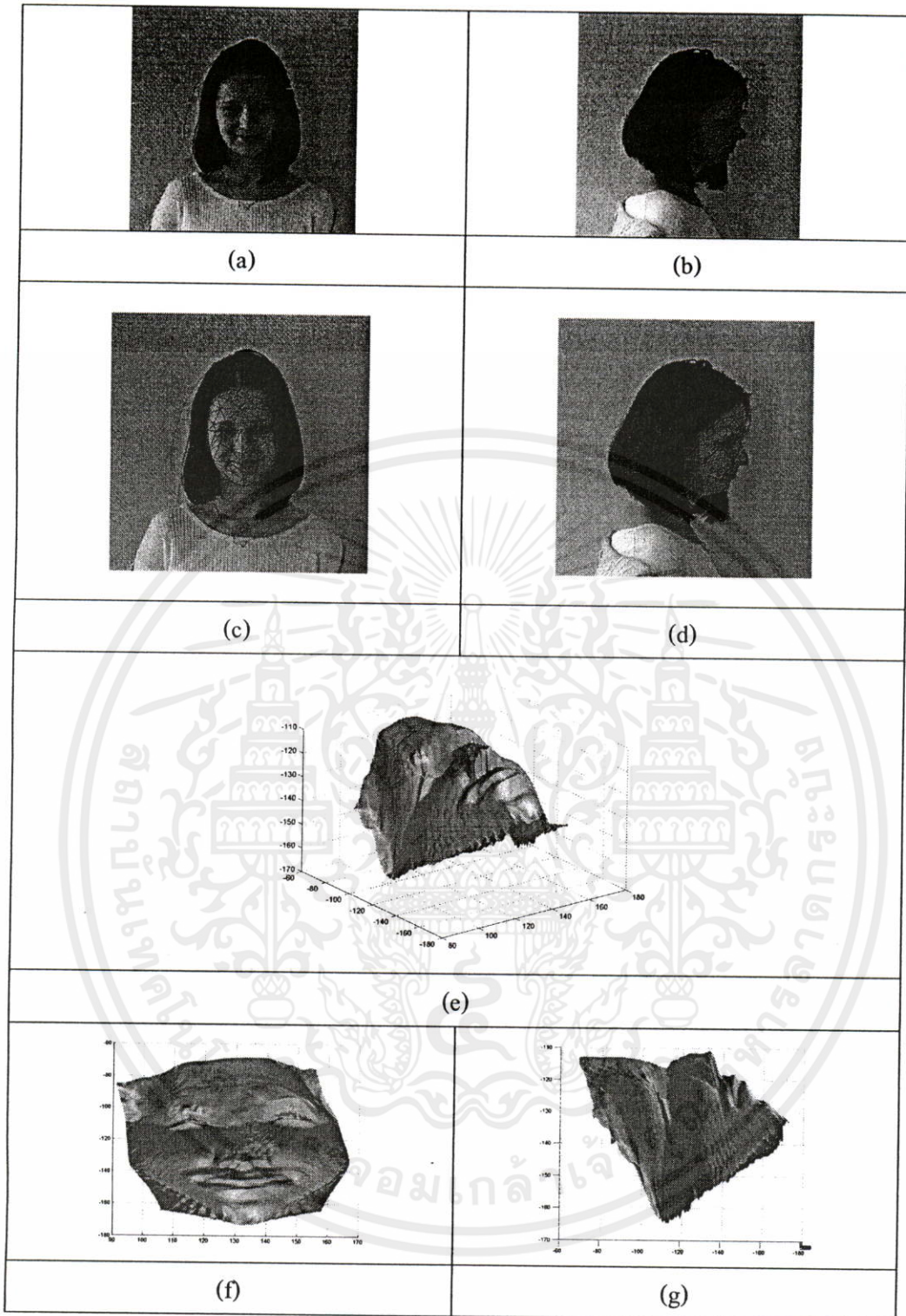
เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งยังมิได้อนุญาตให้เผยแพร่และอ้างว่าลิขสิทธิ์เจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

รูปที่ 5.11 ภาพใบหน้าด้านหน้าตรงที่ใช้ในการทดลอง



รูปที่ 5.12 ภาพใบหน้าด้านข้างที่ใช้ในการทดลอง

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



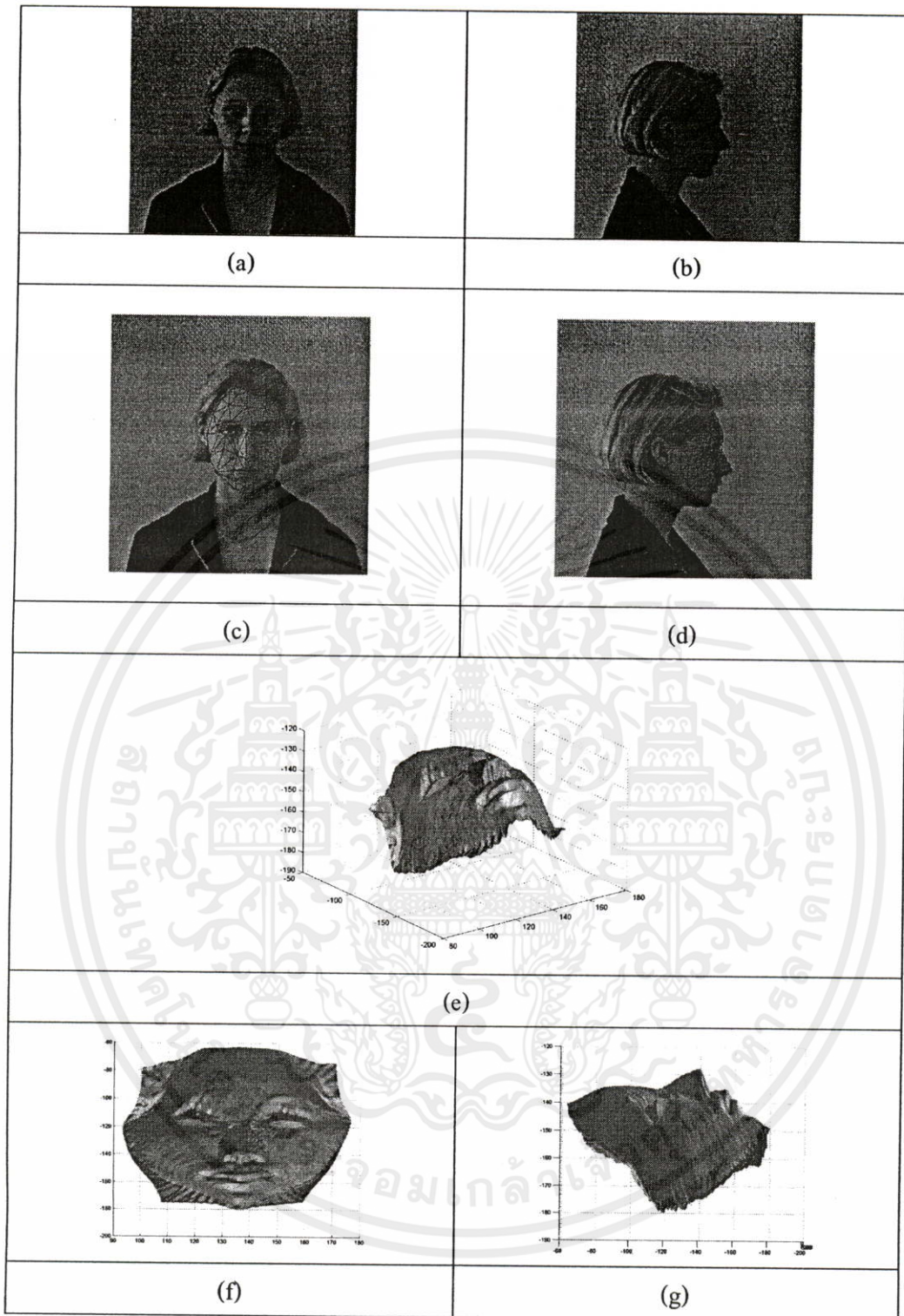
รูปที่ 5.13 ผลการทดลองภาพใบหน้า (1) (a) ภาพใบหน้าเป้าหมายด้านหน้า

(b) ภาพใบหน้าเป้าหมายด้านข้าง, (c) ภาพ WFM ของเป้าหมายด้านหน้า

เอกสารนี้เป็นเอกสารลิขสิทธิ์ของมหาวิทยาลัยเทคโนโลยีพระจอมเกล้าธนบุรี (d) ภาพ WFM ของเป้าหมายด้านข้าง, (e) ภาพแบบจำลองพื้นผิว 3 มิติของภาพเป้าหมาย

ไม่ว่ากรณีใดๆ (f) ภาพแบบจำลองพื้นผิว 3 มิติด้านหน้าของภาพเป้าหมายของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

(g) ภาพแบบจำลองพื้นผิว 3 มิติด้านข้างของภาพเป้าหมาย



รูปที่ 5.14 ผลการทดลองภาพใบหน้า (2) (a) ภาพใบหน้าเป้าหมายด้านหน้า

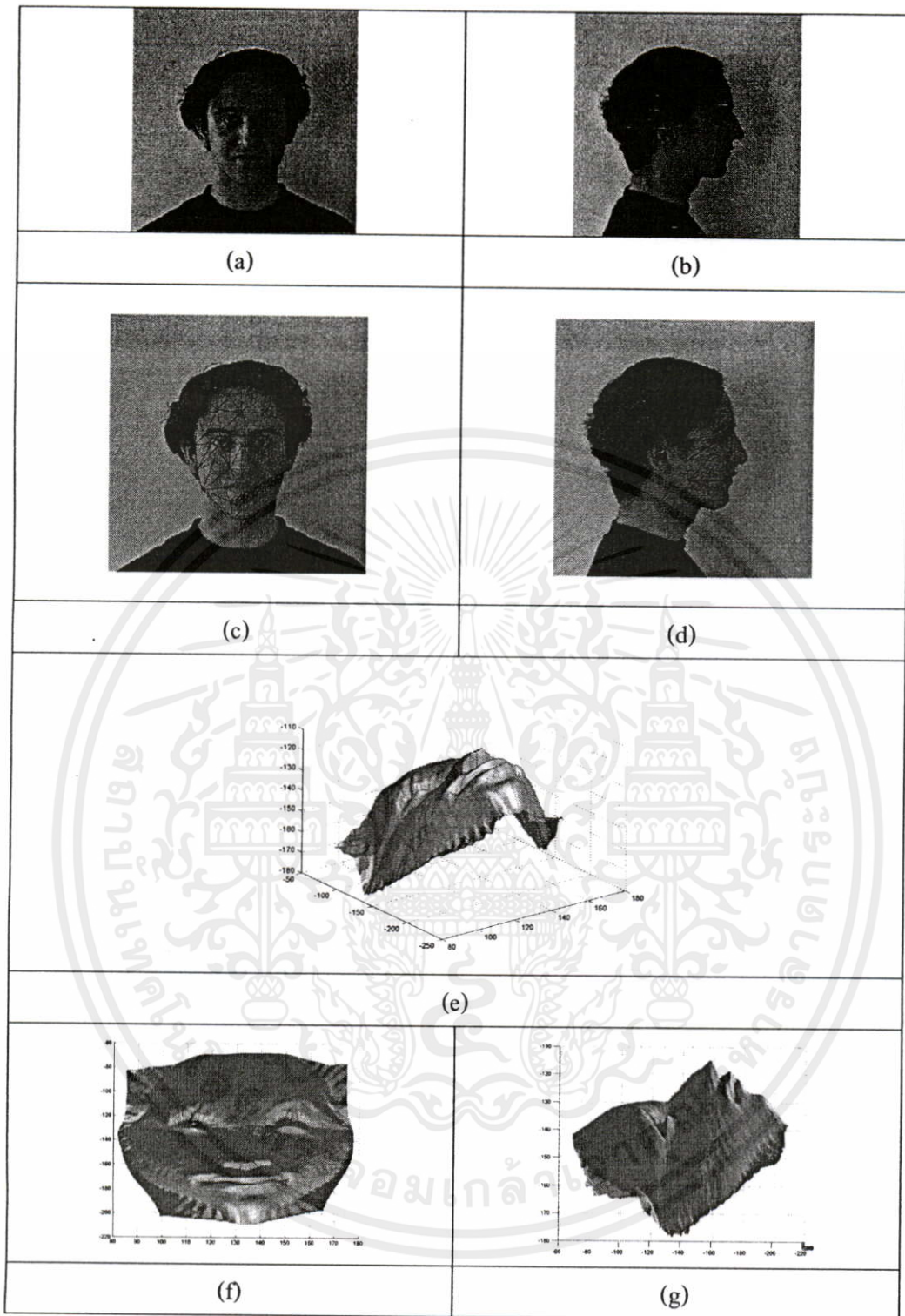
(b) ภาพใบหน้าเป้าหมายด้านข้าง, (c) ภาพ WFM ของเป้าหมายด้านหน้า

เอกสารนี้เป็นเอกสารลิขสิทธิ์ของสถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง

ไม่ว่ากรณีใดๆ (d) ภาพ WFM ของเป้าหมายด้านข้าง, (e) ภาพแบบจำลองพื้นผิว 3 มิติของภาพเป้าหมาย

(f) ภาพแบบจำลองพื้นผิว 3 มิติด้านหน้าของภาพเป้าหมาย

(g) ภาพแบบจำลองพื้นผิว 3 มิติด้านข้างของภาพเป้าหมาย



รูปที่ 5.15 ผลการทดลองภาพใบหน้า (3) (a) ภาพใบหน้าเป้าหมายด้านหน้า

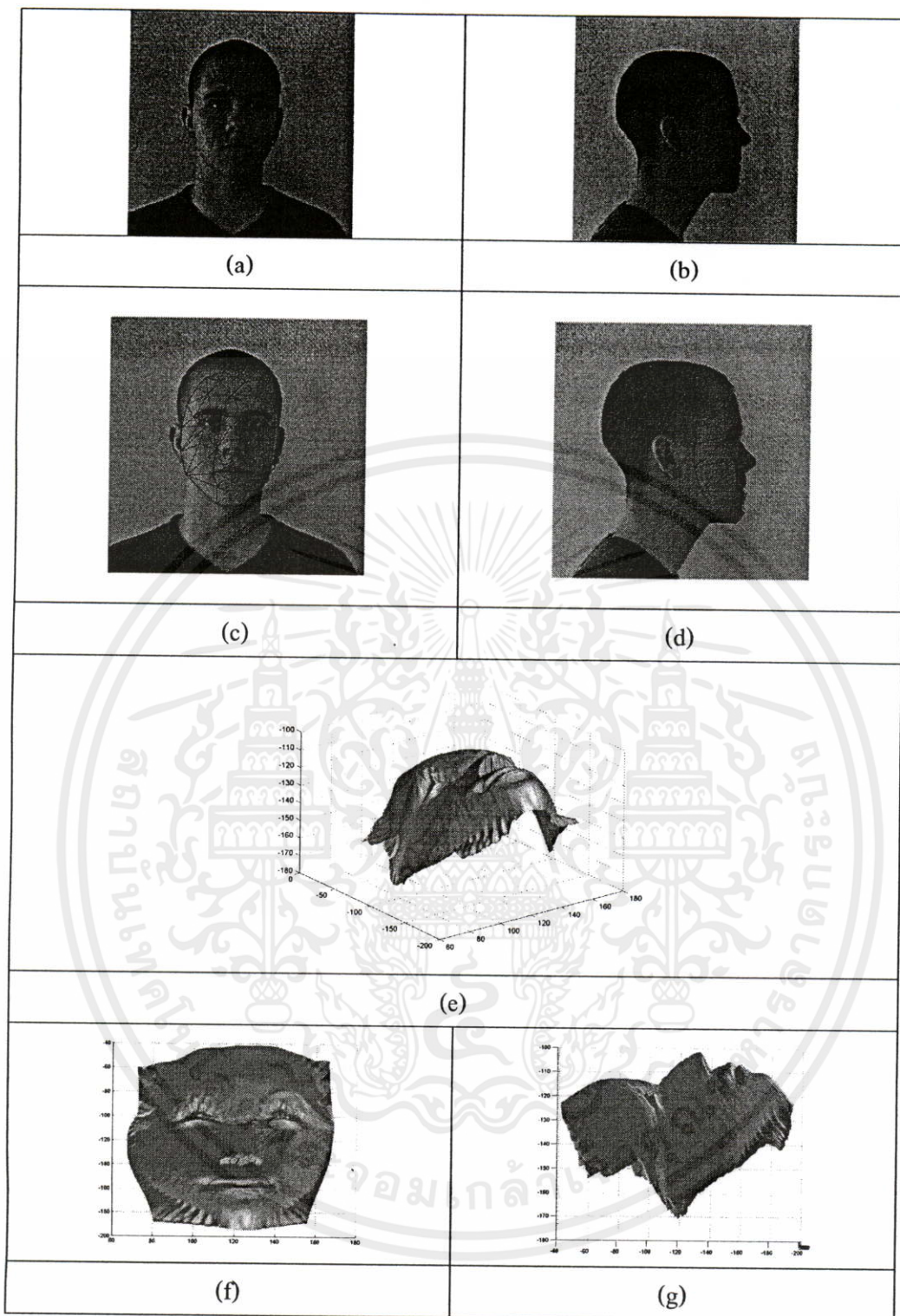
(b) ภาพใบหน้าเป้าหมายด้านข้าง, (c) ภาพ WFM ของเป้าหมายด้านหน้า

เอกสารนี้เป็นเอกสารของมหาวิทยาลัยเทคโนโลยีพระจอมเกล้าธนบุรี

ไม่ว่ากรณีใดๆ (d) ภาพ WFM ของเป้าหมายด้านข้าง, (e) ภาพแบบจำลองพื้นผิว 3 มิติของภาพเป้าหมาย

(f) ภาพแบบจำลองพื้นผิว 3 มิติด้านหน้าของภาพเป้าหมาย

(g) ภาพแบบจำลองพื้นผิว 3 มิติด้านข้างของภาพเป้าหมาย



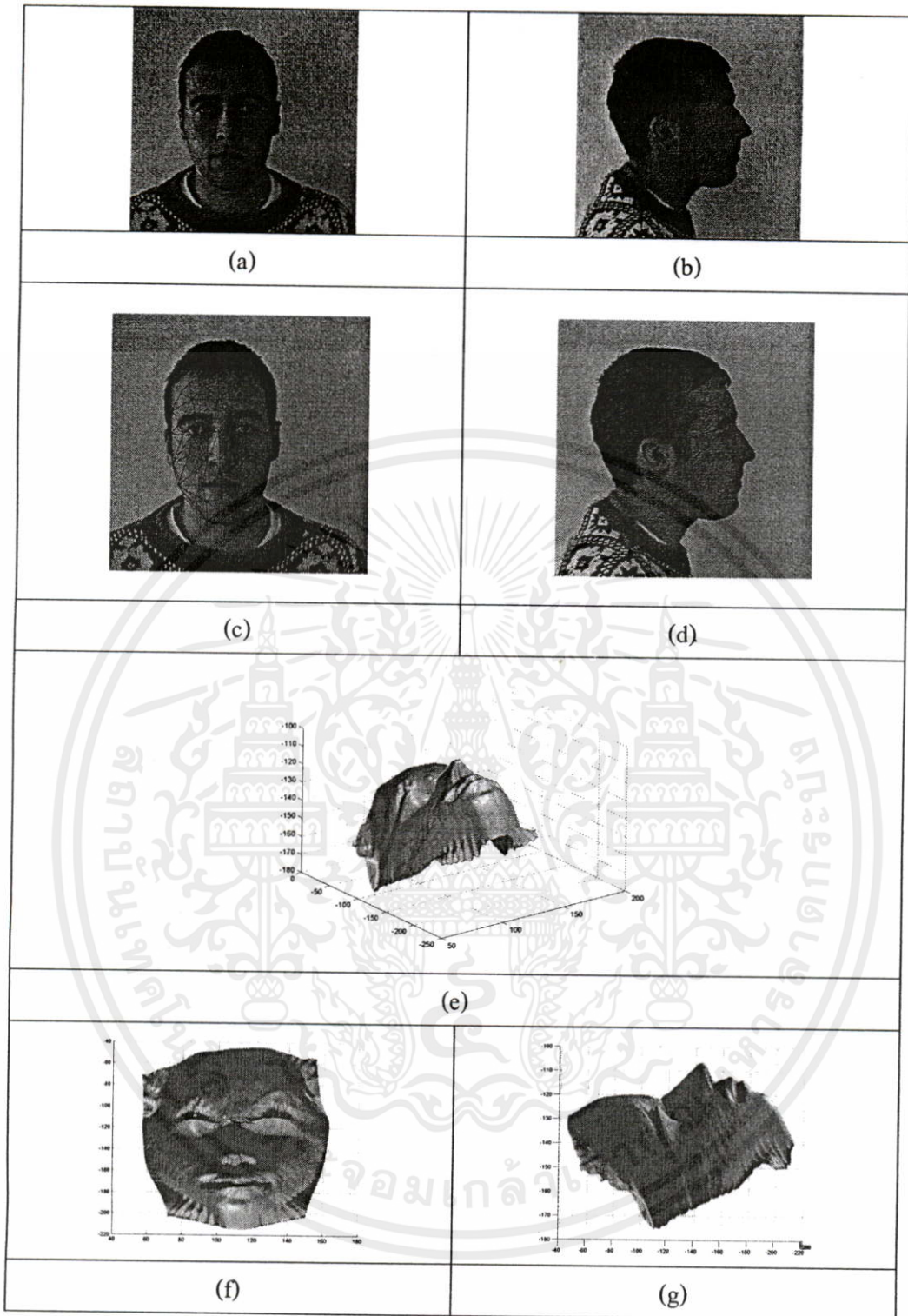
รูปที่ 5.16 ผลการทดลองภาพใบหน้า (4) (a) ภาพใบหน้าเป้าหมายด้านหน้า

(b) ภาพใบหน้าเป้าหมายด้านข้าง, (c) ภาพ WFM ของเป้าหมายด้านหน้า

เอกสารนี้เป็นเอกสารลิขสิทธิ์ของมหาวิทยาลัยเทคโนโลยีพระจอมเกล้าธนบุรี (d) ภาพ WFM ของเป้าหมายด้านข้าง, (e) ภาพแบบจำลองพื้นผิว 3 มิติของภาพเป้าหมาย

ไม่ว่ากรณีใดๆ (f) ภาพแบบจำลองพื้นผิว 3 มิติด้านหน้าของภาพเป้าหมายของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

(g) ภาพแบบจำลองพื้นผิว 3 มิติด้านข้างของภาพเป้าหมาย



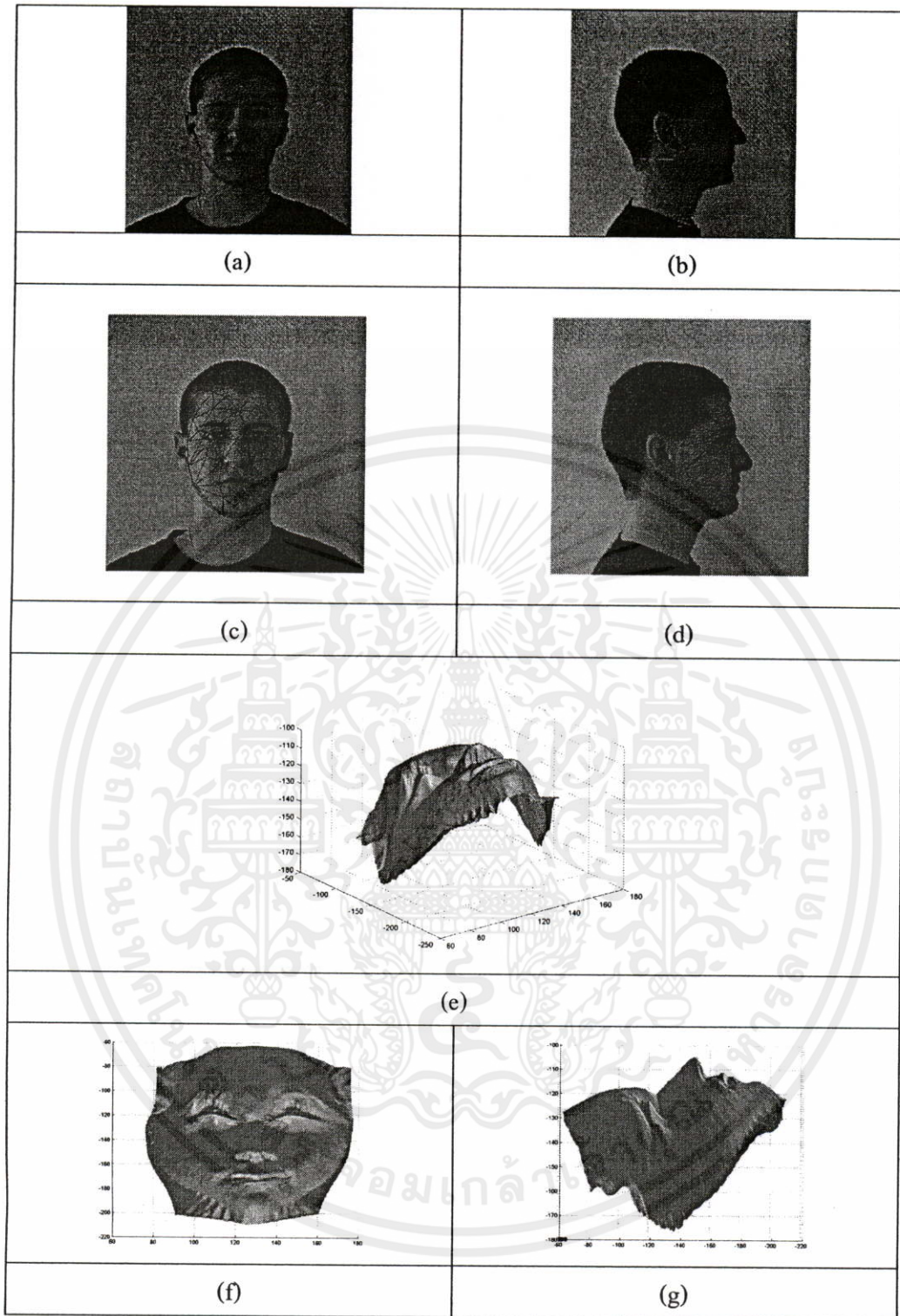
รูปที่ 5.17 ผลการทดลองภาพใบหน้า (5) (a) ภาพใบหน้าเป้าหมายด้านหน้า

(b) ภาพใบหน้าเป้าหมายด้านข้าง, (c) ภาพ WFM ของเป้าหมายด้านหน้า

เอกสารนี้เป็นเอ (d) ภาพ WFM ของเป้าหมายด้านข้าง, (e) ภาพแบบจำลองพื้นผิว 3 มิติของภาพเป้าหมาย

ไม่ว่ากรณีใดๆก็ตาม (f) ภาพแบบจำลองพื้นผิว 3 มิติด้านหน้าของภาพเป้าหมาย

(g) ภาพแบบจำลองพื้นผิว 3 มิติด้านข้างของภาพเป้าหมาย



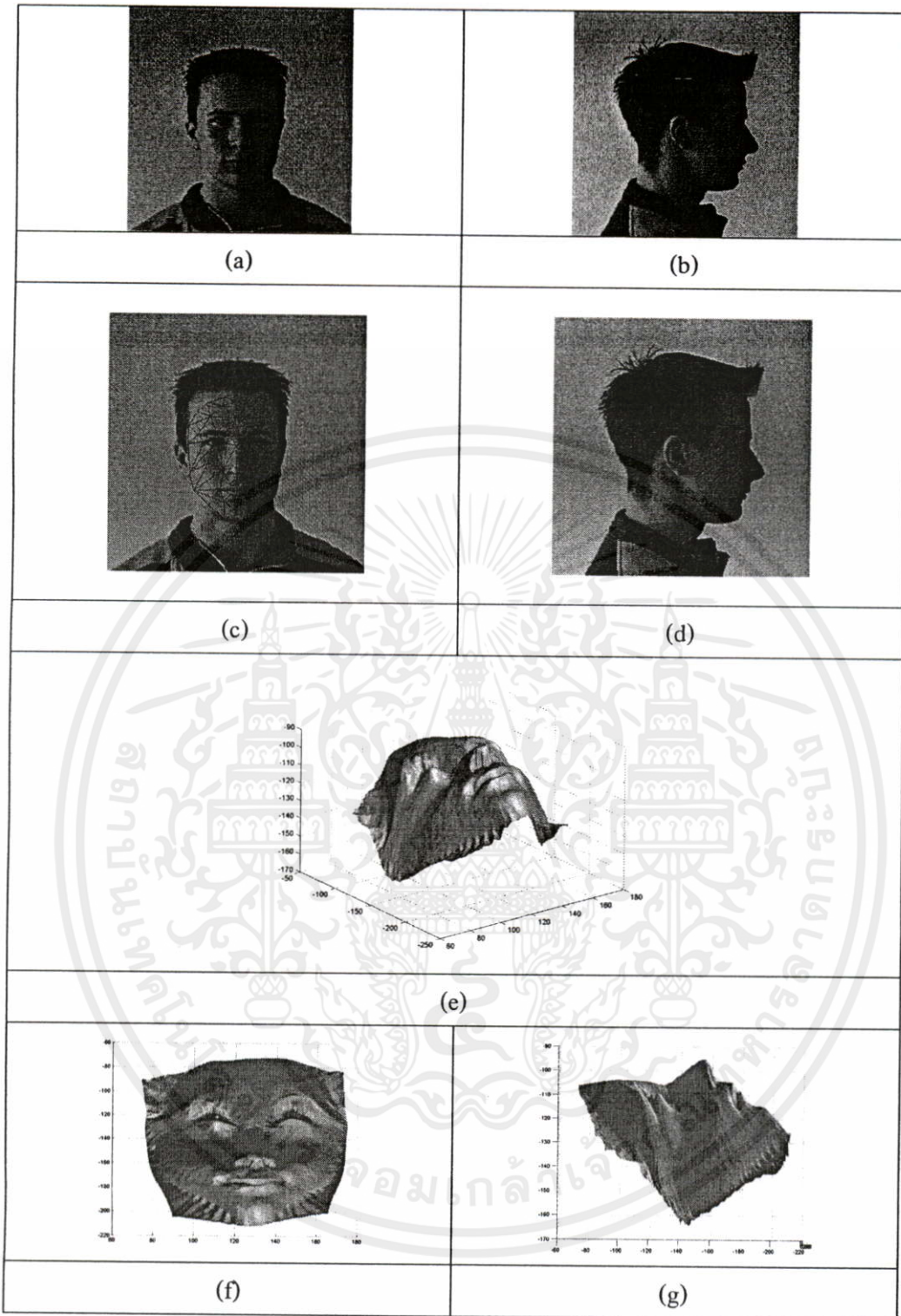
รูปที่ 5.18 ผลการทดลองภาพใบหน้า (a) ภาพใบหน้าเป้าหมายด้านหน้า

(b) ภาพใบหน้าเป้าหมายด้านข้าง, (c) ภาพ WFM ของเป้าหมายด้านหน้า

เอกสารนี้เป็นเอกสารลิขสิทธิ์ของมหาวิทยาลัยเทคโนโลยีพระจอมเกล้าธนบุรี (d) ภาพ WFM ของเป้าหมายด้านข้าง, (e) ภาพแบบจำลองพื้นผิว 3 มิติของภาพเป้าหมาย

ไม่ว่ากรณีใดๆ (f) ภาพแบบจำลองพื้นผิว 3 มิติด้านหน้าของภาพเป้าหมาย

(g) ภาพแบบจำลองพื้นผิว 3 มิติด้านข้างของภาพเป้าหมาย



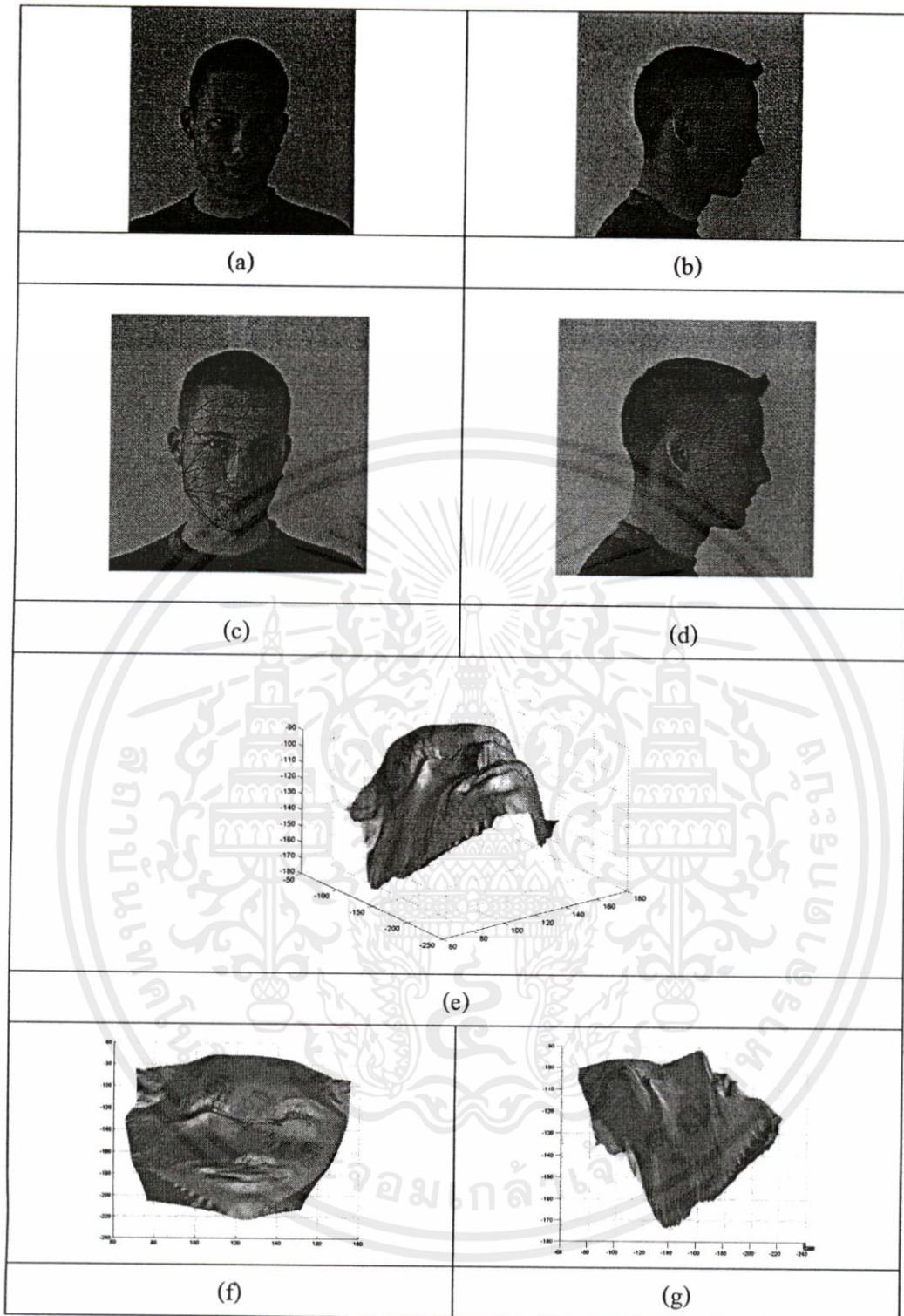
รูปที่ 5.19 ผลการทดลองภาพใบหน้า (7) (a) ภาพใบหน้าเป้าหมายด้านหน้า

(b) ภาพใบหน้าเป้าหมายด้านข้าง, (c) ภาพ WFM ของเป้าหมายด้านหน้า

(d) ภาพ WFM ของเป้าหมายด้านข้าง, (e) ภาพแบบจำลองพื้นผิว 3 มิติของภาพเป้าหมาย

(f) ภาพแบบจำลองพื้นผิว 3 มิติด้านหน้าของภาพเป้าหมาย

(g) ภาพแบบจำลองพื้นผิว 3 มิติด้านข้างของภาพเป้าหมาย



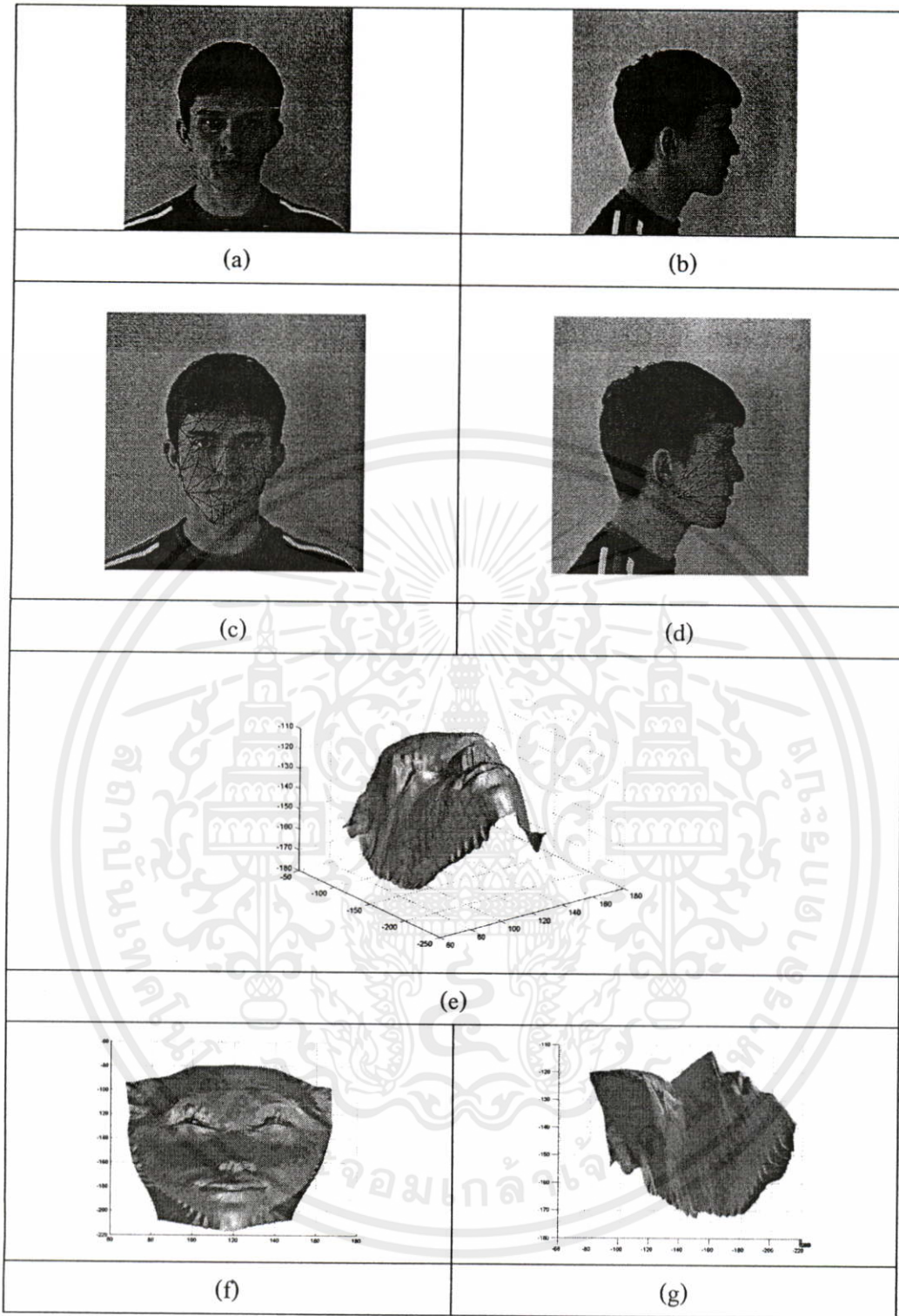
รูปที่ 5.20 ผลการทดลองภาพใบหน้า (8) (a) ภาพใบหน้าเป้าหมายด้านหน้า

(b) ภาพใบหน้าเป้าหมายด้านข้าง, (c) ภาพ WFM ของเป้าหมายด้านหน้า

เอกสารนี้เป็น (d) ภาพ WFM ของเป้าหมายด้านข้าง, (e) ภาพแบบจำลองพื้นผิว 3 มิติของภาพเป้าหมาย

ไม่ว่ากรณีใดๆ (f) ภาพแบบจำลองพื้นผิว 3 มิติด้านหน้าของภาพเป้าหมาย

(g) ภาพแบบจำลองพื้นผิว 3 มิติด้านข้างของภาพเป้าหมาย



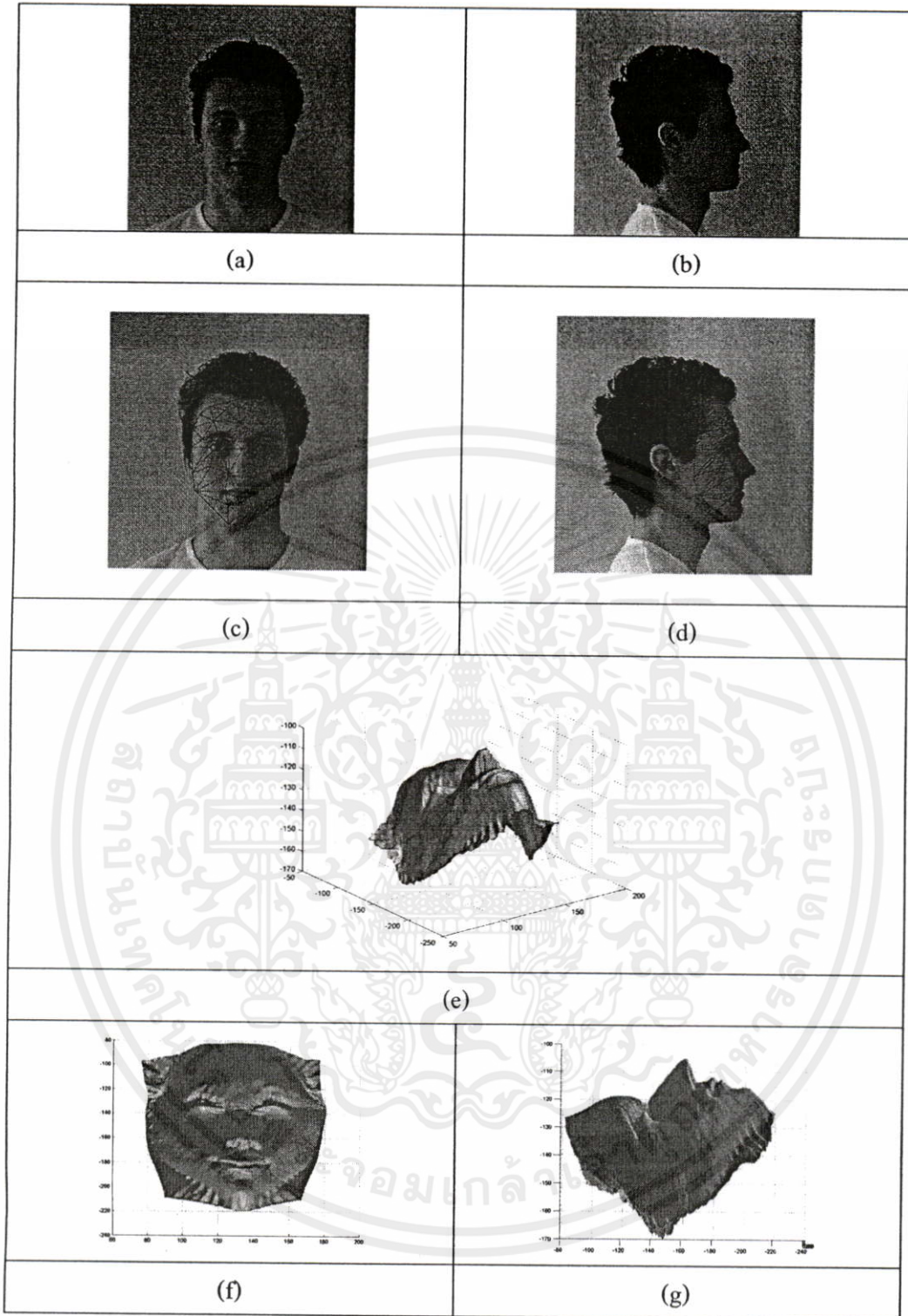
รูปที่ 5.21 ผลการทดลองภาพใบหน้า (9) (a) ภาพใบหน้าเป้าหมายด้านหน้า

(b) ภาพใบหน้าเป้าหมายด้านข้าง, (c) ภาพ WFM ของเป้าหมายด้านหน้า

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่ (d) ภาพ WFM ของเป้าหมายด้านข้าง, (e) ภาพแบบจำลองพื้นผิว 3 มิติของภาพเป้าหมาย

ไม่ว่ากรณีใดๆ (f) ภาพแบบจำลองพื้นผิว 3 มิติด้านหน้าของภาพเป้าหมายของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

(g) ภาพแบบจำลองพื้นผิว 3 มิติด้านข้างของภาพเป้าหมาย



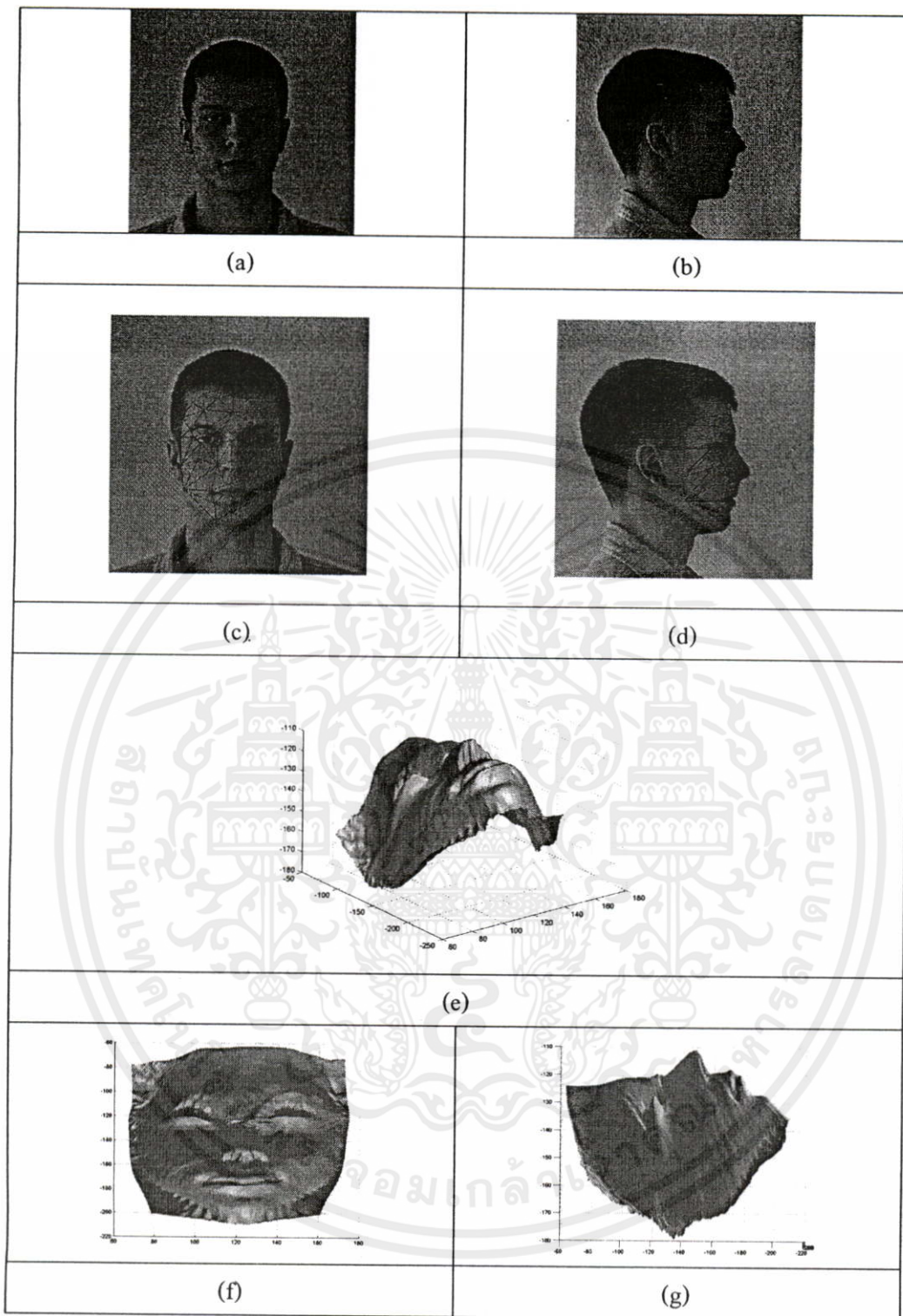
รูปที่ 5.22 ผลการทดลองภาพใบหน้า (10) (a) ภาพใบหน้าเป้าหมายด้านหน้า

(b) ภาพใบหน้าเป้าหมายด้านข้าง, (c) ภาพ WFM ของเป้าหมายด้านหน้า

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่ (d) ภาพ WFM ของเป้าหมายด้านข้าง, (e) ภาพแบบจำลองพื้นผิว 3 มิติของภาพเป้าหมาย

ไม่ว่ากรณีใดๆ (f) ภาพแบบจำลองพื้นผิว 3 มิติด้านหน้าของภาพเป้าหมายของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

(g) ภาพแบบจำลองพื้นผิว 3 มิติด้านข้างของภาพเป้าหมาย



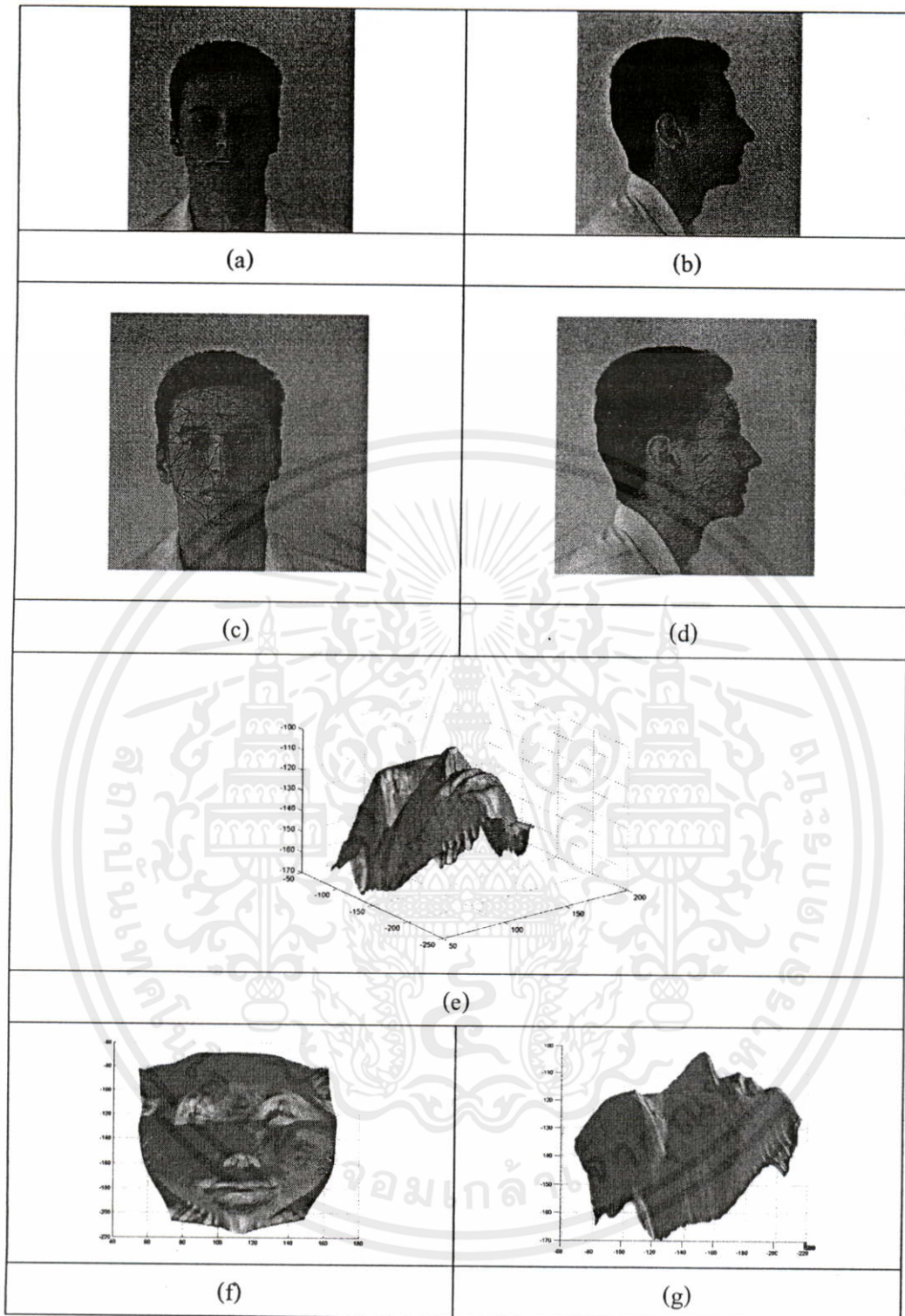
รูปที่ 5.23 ผลการทดลองภาพใบหน้า (11) (a) ภาพใบหน้าเป้าหมายด้านหน้า

(b) ภาพใบหน้าเป้าหมายด้านข้าง, (c) ภาพ WFM ของเป้าหมายด้านหน้า

เอกสารนี้เป็นเอกสารของมหาวิทยาลัยเทคโนโลยีพระจอมเกล้าธนบุรี (d) ภาพ WFM ของเป้าหมายด้านข้าง, (e) ภาพแบบจำลองพื้นผิว 3 มิติของภาพเป้าหมาย

ไม่ว่ากรณีใดๆ (f) ภาพแบบจำลองพื้นผิว 3 มิติด้านหน้าของภาพเป้าหมายของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

(g) ภาพแบบจำลองพื้นผิว 3 มิติด้านข้างของภาพเป้าหมาย



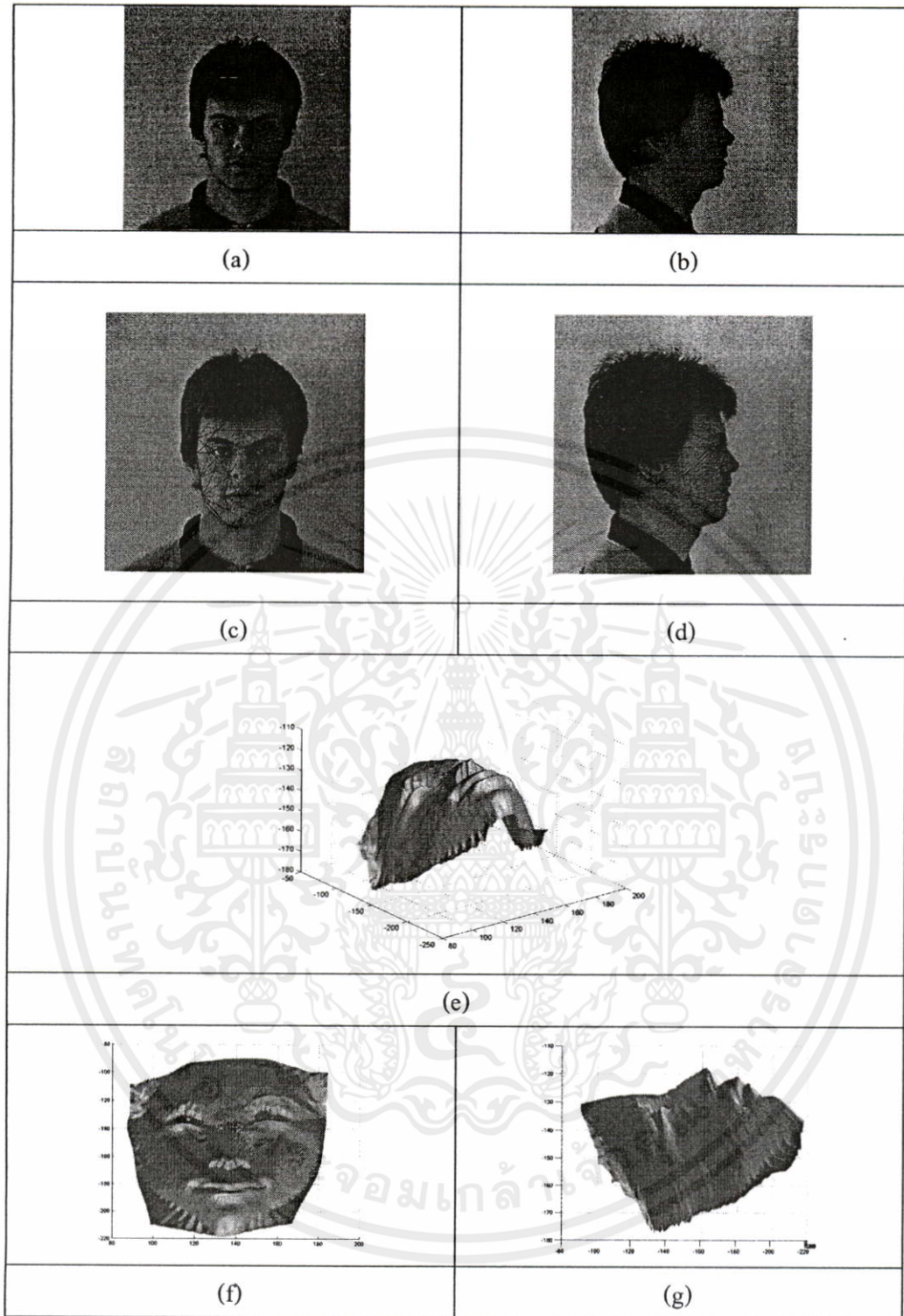
รูปที่ 5.24 ผลการทดลองภาพใบหน้า (12) (a) ภาพใบหน้าเป้าหมายด้านหน้า

(b) ภาพใบหน้าเป้าหมายด้านข้าง, (c) ภาพ WFM ของเป้าหมายด้านหน้า

เอกสารนี้เป็นเอกสาร (d) ภาพ WFM ของเป้าหมายด้านข้าง, (e) ภาพแบบจำลองพื้นผิว 3 มิติของภาพเป้าหมาย

ไม่ว่ากรณีใดๆ (f) ภาพแบบจำลองพื้นผิว 3 มิติด้านหน้าของภาพเป้าหมายของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

(g) ภาพแบบจำลองพื้นผิว 3 มิติด้านข้างของภาพเป้าหมาย



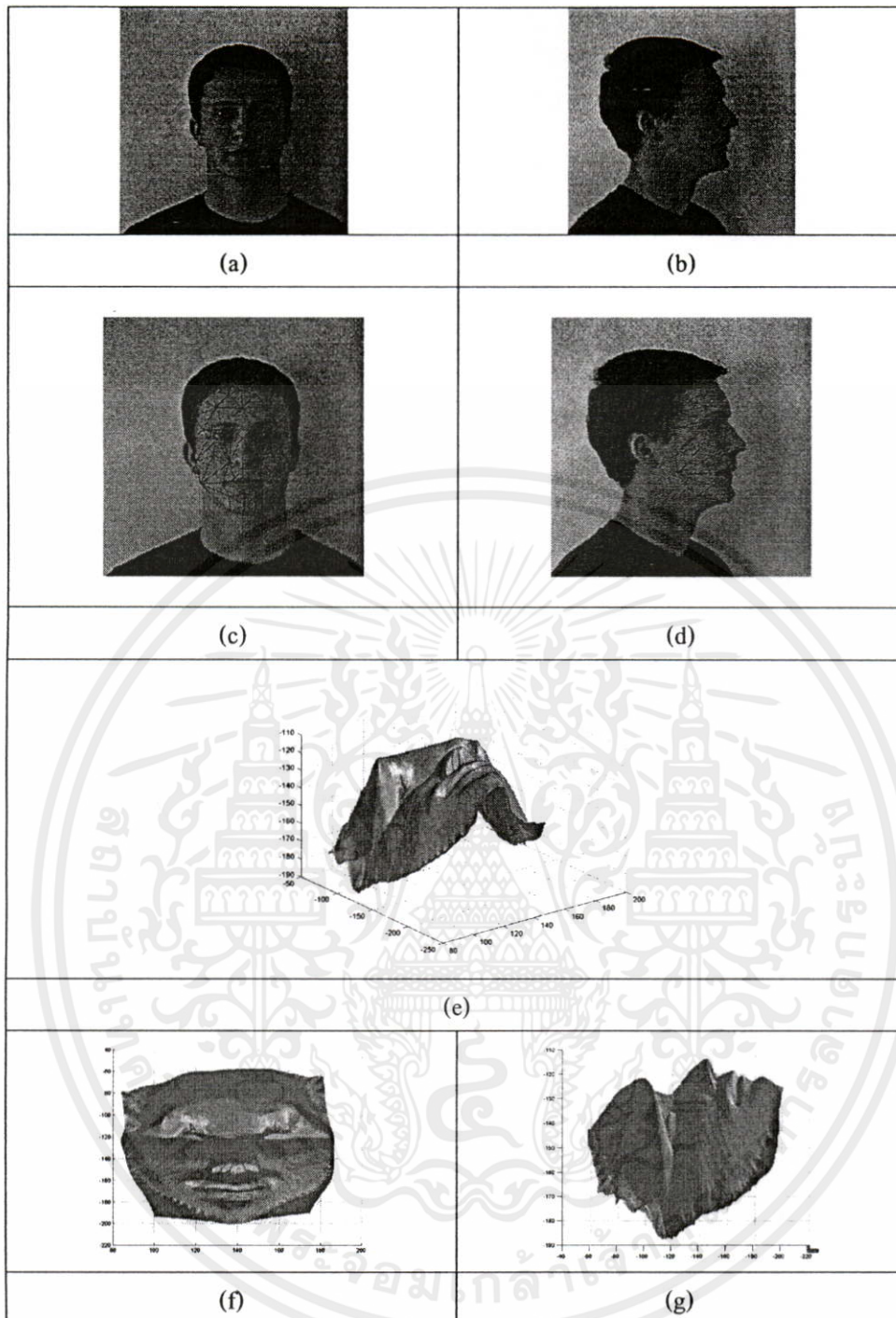
รูปที่ 5.25 ผลการทดลองภาพใบหน้า (13) (a) ภาพใบหน้าเป้าหมายด้านหน้า

(b) ภาพใบหน้าเป้าหมายด้านข้าง, (c) ภาพ WFM ของเป้าหมายด้านหน้า

เอกสารนี้เป็นเอก (d) ภาพ WFM ของเป้าหมายด้านข้าง, (e) ภาพแบบจำลองพื้นผิว 3 มิติของภาพเป้าหมายในการค้า

ไม่ว่ากรณีใดๆ (f) ภาพแบบจำลองพื้นผิว 3 มิติด้านหน้าของภาพเป้าหมาย เอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

(g) ภาพแบบจำลองพื้นผิว 3 มิติด้านข้างของภาพเป้าหมาย



รูปที่ 5.26 ผลการทดลองภาพใบหน้า (14) (a) ภาพใบหน้าเป้าหมายด้านหน้า

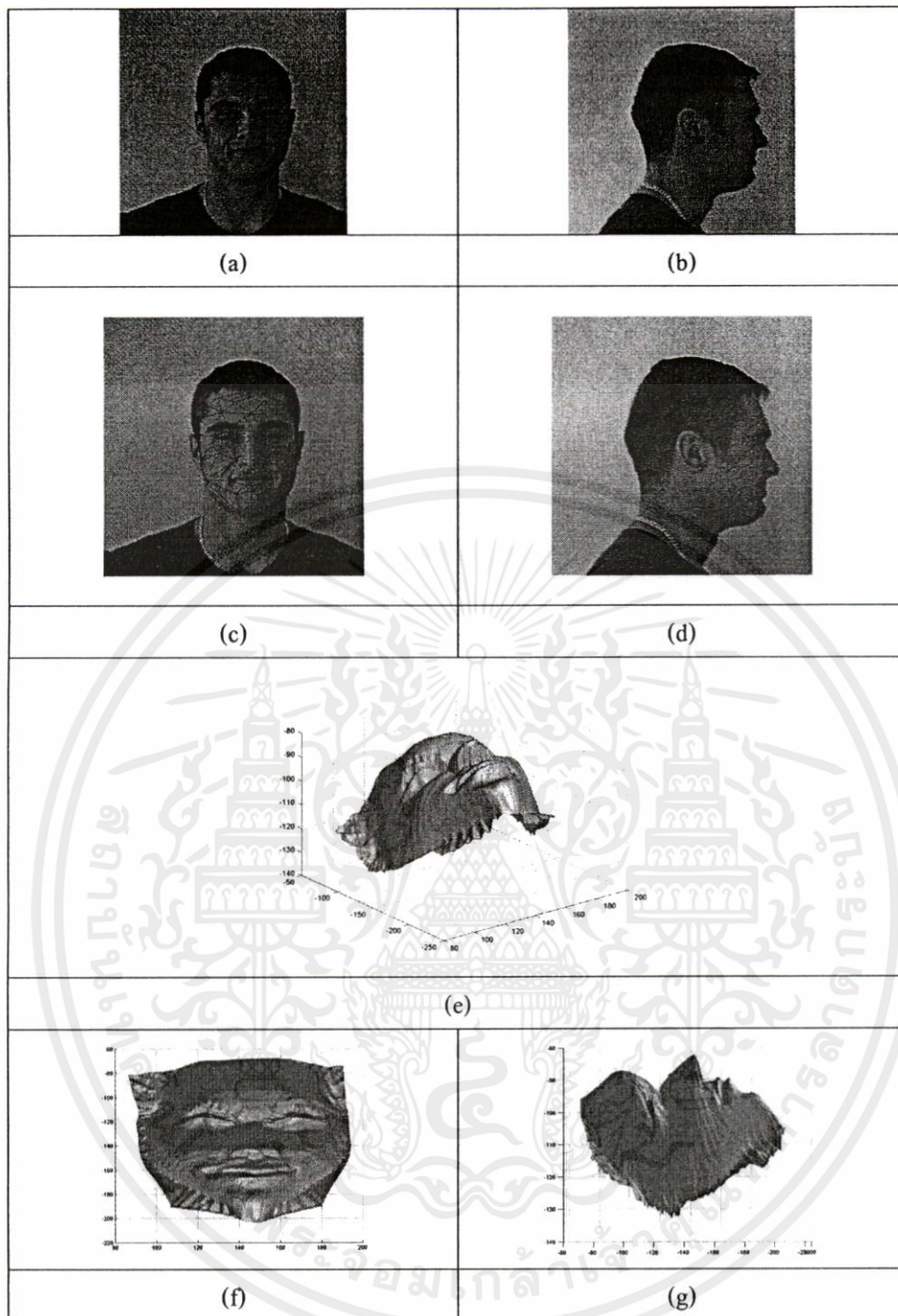
(b) ภาพใบหน้าเป้าหมายด้านข้าง, (c) ภาพ WFM ของเป้าหมายด้านหน้า

(d) ภาพ WFM ของเป้าหมายด้านข้าง, (e) ภาพแบบจำลองพื้นผิว 3 มิติของภาพเป้าหมาย

(f) ภาพแบบจำลองพื้นผิว 3 มิติด้านหน้าของภาพเป้าหมาย

(g) ภาพแบบจำลองพื้นผิว 3 มิติด้านข้างของภาพเป้าหมาย

เอกสารนี้เป็นเอกสารของมหาวิทยาลัยเทคโนโลยีพระจอมเกล้าธนบุรี อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



รูปที่ 5.27 ผลการทดลองภาพใบหน้า (15) (a) ภาพใบหน้าเป้าหมายด้านหน้า

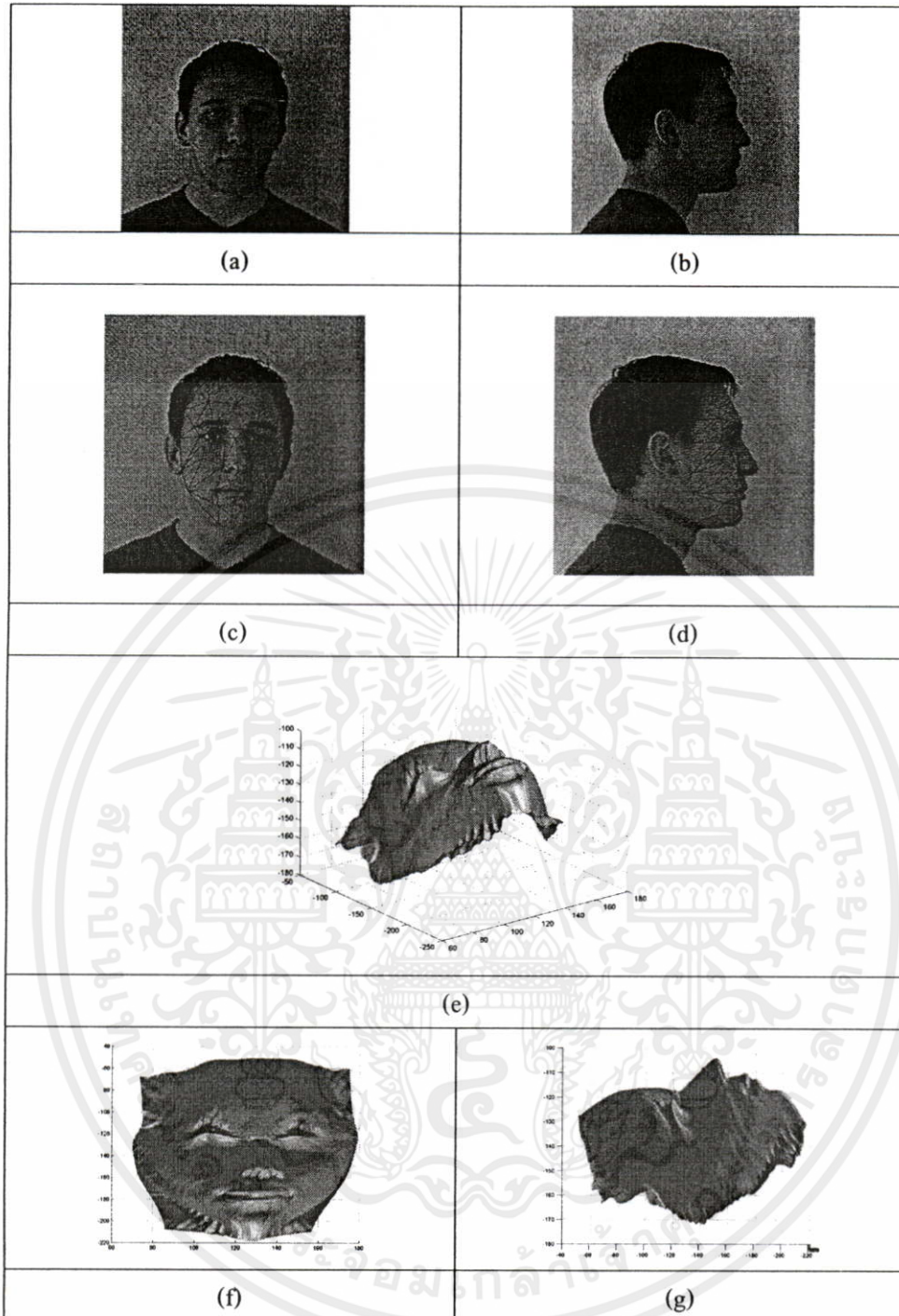
(b) ภาพใบหน้าเป้าหมายด้านข้าง, (c) ภาพ WFM ของเป้าหมายด้านหน้า

(d) ภาพ WFM ของเป้าหมายด้านข้าง, (e) ภาพแบบจำลองพื้นผิว 3 มิติของภาพเป้าหมาย

(f) ภาพแบบจำลองพื้นผิว 3 มิติด้านหน้าของภาพเป้าหมาย

(g) ภาพแบบจำลองพื้นผิว 3 มิติด้านข้างของภาพเป้าหมาย

เอกสารนี้เป็นเอกสารของมหาวิทยาลัยราชภัฏวไลยอลงกรณ์
 เอกสารนี้เป็นเอกสาร
 ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



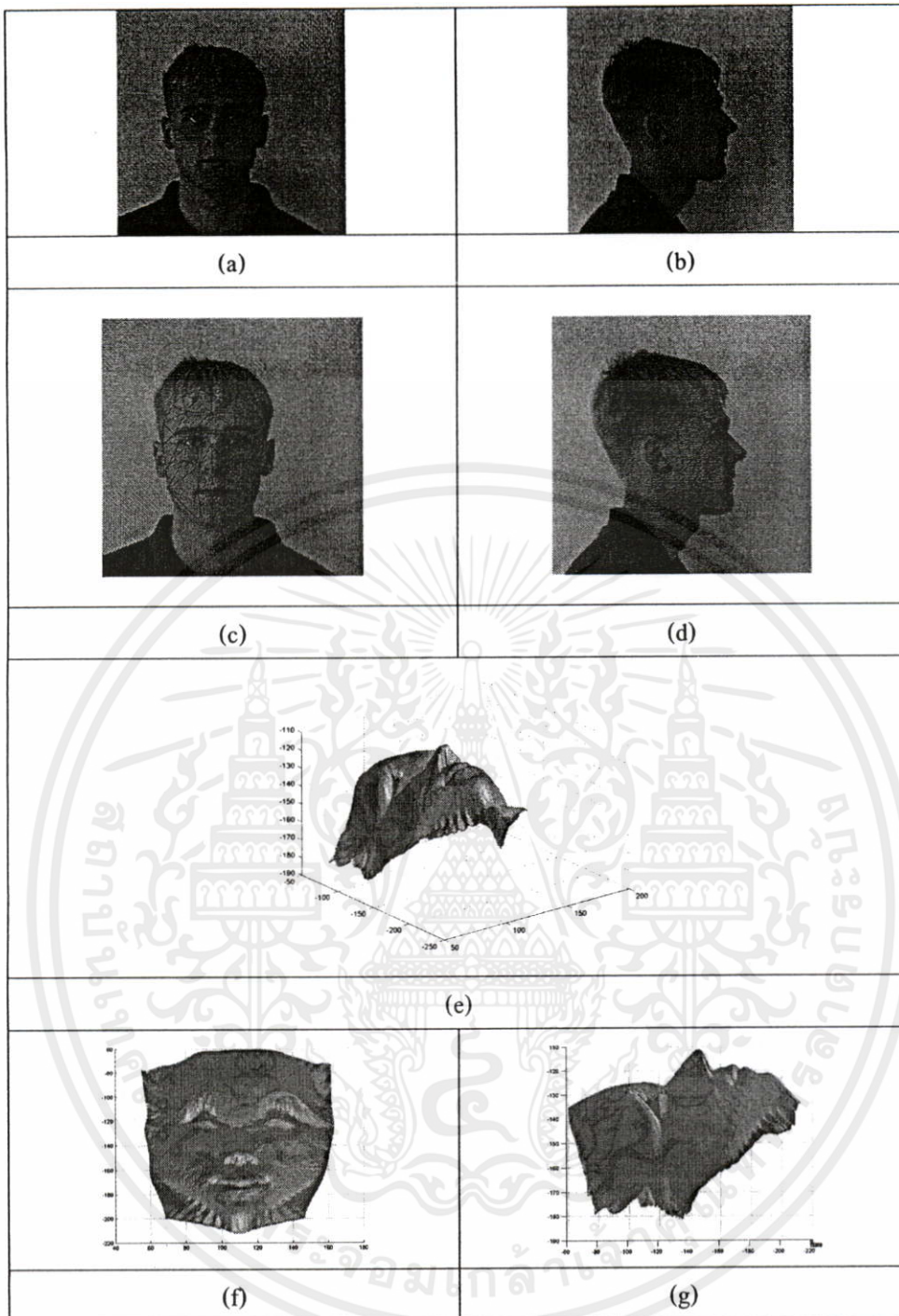
รูปที่ 5.28 ผลการทดลองภาพใบหน้า (16) (a) ภาพใบหน้าเป้าหมายด้านหน้า

(b) ภาพใบหน้าเป้าหมายด้านข้าง, (c) ภาพ WFM ของเป้าหมายด้านหน้า

(d) ภาพ WFM ของเป้าหมายด้านข้าง, (e) ภาพแบบจำลองพื้นผิว 3 มิติของภาพเป้าหมาย

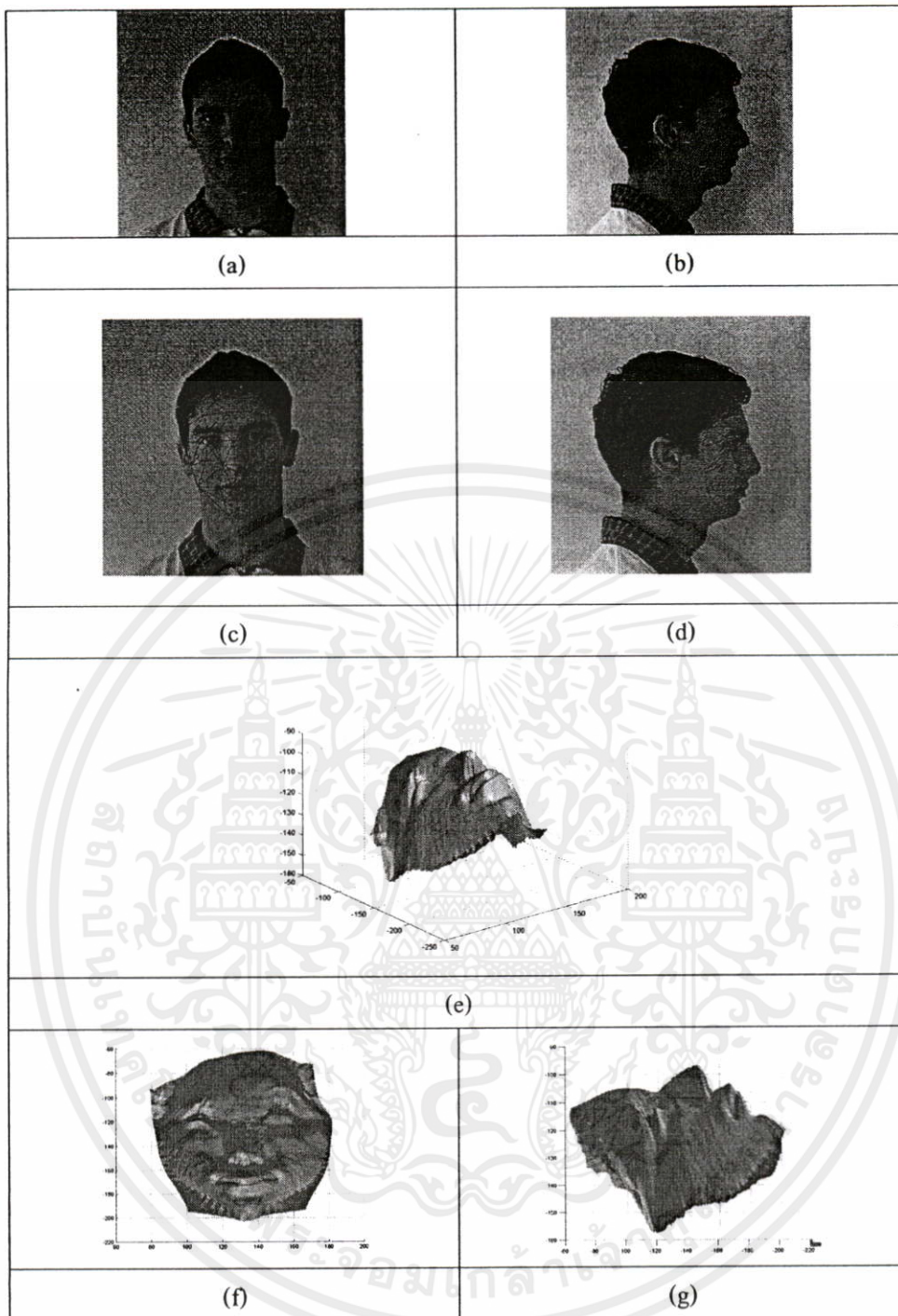
(f) ภาพแบบจำลองพื้นผิว 3 มิติด้านหน้าของภาพเป้าหมาย

เอกสารนี้เป็นเอกสาร (g) ภาพแบบจำลองพื้นผิว 3 มิติด้านข้างของภาพเป้าหมาย อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



รูปที่ 5.29 ผลการทดลองภาพใบหน้า (17) (a) ภาพใบหน้าเป้าหมายด้านหน้า
 (b) ภาพใบหน้าเป้าหมายด้านข้าง, (c) ภาพ WFM ของเป้าหมายด้านหน้า
 (d) ภาพ WFM ของเป้าหมายด้านข้าง, (e) ภาพแบบจำลองพื้นผิว 3 มิติของภาพเป้าหมาย
 (f) ภาพแบบจำลองพื้นผิว 3 มิติด้านหน้าของภาพเป้าหมาย
 (g) ภาพแบบจำลองพื้นผิว 3 มิติด้านข้างของภาพเป้าหมาย

เอกสารนี้เป็นเอกสาร (g) อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
 ไม่ว่าจะกรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



รูปที่ 5.30 ผลการทดลองภาพใบหน้า (18) (a) ภาพใบหน้าเป้าหมายด้านหน้า

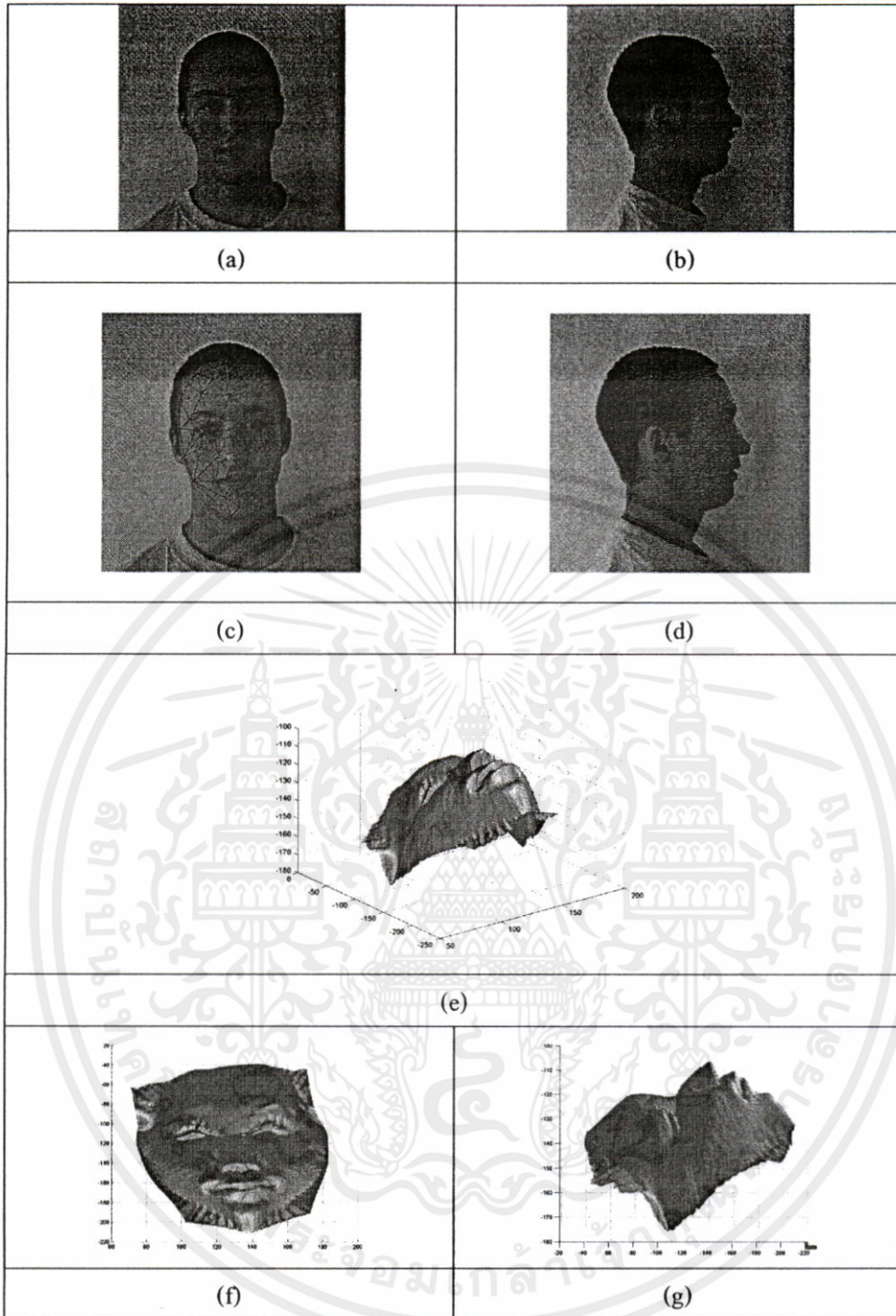
(b) ภาพใบหน้าเป้าหมายด้านข้าง, (c) ภาพ WFM ของเป้าหมายด้านหน้า

(d) ภาพ WFM ของเป้าหมายด้านข้าง, (e) ภาพแบบจำลองพื้นผิว 3 มิติของภาพเป้าหมาย

(f) ภาพแบบจำลองพื้นผิว 3 มิติด้านหน้าของภาพเป้าหมาย

(g) ภาพแบบจำลองพื้นผิว 3 มิติด้านข้างของภาพเป้าหมาย

เอกสารนี้เป็นเอกสาร (g) อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



รูปที่ 5.31 ผลการทดลองภาพใบหน้า (19) (a) ภาพใบหน้าเป้าหมายด้านหน้า

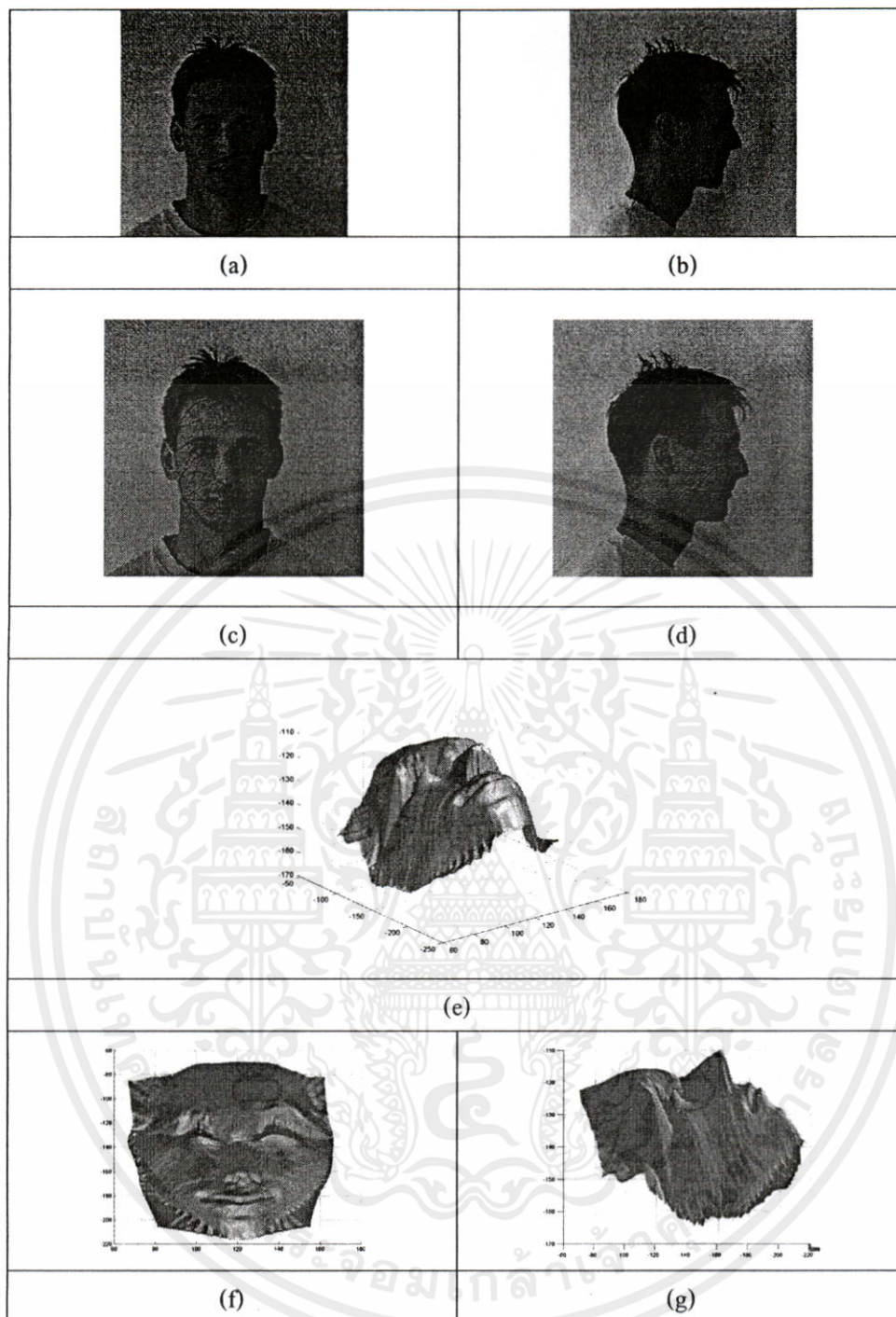
(b) ภาพใบหน้าเป้าหมายด้านข้าง, (c) ภาพ WFM ของเป้าหมายด้านหน้า

(d) ภาพ WFM ของเป้าหมายด้านข้าง, (e) ภาพแบบจำลองพื้นผิว 3 มิติของภาพเป้าหมาย

(f) ภาพแบบจำลองพื้นผิว 3 มิติด้านหน้าของภาพเป้าหมาย

(g) ภาพแบบจำลองพื้นผิว 3 มิติด้านข้างของภาพเป้าหมาย

เอกสารนี้เป็นเอกสาร (g) ภาพแบบจำลองพื้นผิว 3 มิติด้านข้างของภาพเป้าหมาย อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



รูปที่ 5.32 ผลการทดลองภาพใบหน้า (20) (a) ภาพใบหน้าเป้าหมายด้านหน้า

(b) ภาพใบหน้าเป้าหมายด้านข้าง, (c) ภาพ WFM ของเป้าหมายด้านหน้า

(d) ภาพ WFM ของเป้าหมายด้านข้าง, (e) ภาพแบบจำลองพื้นผิว 3 มิติของภาพเป้าหมาย

(f) ภาพแบบจำลองพื้นผิว 3 มิติด้านหน้าของภาพเป้าหมาย

(g) ภาพแบบจำลองพื้นผิว 3 มิติด้านข้างของภาพเป้าหมาย

เอกสารนี้เป็นเอกสารของมหาวิทยาลัยราชภัฏวไลยอลงกรณ์
อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

5.3 การวัดความผิดพลาดจากผลการทดลอง

เนื่องจากกระบวนการสร้างแบบจำลองใบหน้าในงานวิจัยฉบับนี้ได้ทำการแบ่งเป็น 2 ช่วง คือ กระบวนการสร้างแบบจำลอง Wire-Frame Model (WFM) และ กระบวนการสร้างแบบจำลองพื้นผิว (Surface Model) ดังนั้นการวัดค่าความผิดพลาดจึงจะทำการวัดที่กระบวนการทั้ง 2 ช่วงนี้เช่นกัน โดยการวัดความผิดพลาดจะทำโดยการวัดค่าความถูกต้องของตำแหน่งจุดควบคุมที่ผ่านกระบวนการสร้างแบบจำลองใบหน้าด้วย Thin-Plate Spline แล้วนำมาเทียบกับตำแหน่งจุดควบคุมที่เลือกบนภาพใบหน้าเป้าหมายไว้ก่อนแล้ว

การวัดค่าความผิดพลาดของกระบวนการสร้างแบบจำลองใบหน้านี้จะทำการวัดทั้งหมด 4 ครั้งคือ

1. ค่าความผิดพลาดของกระบวนการสร้างแบบจำลอง WFM ของภาพใบหน้าที่ด้านหน้า
2. ค่าความผิดพลาดของกระบวนการสร้างแบบจำลอง WFM ของภาพใบหน้าที่ด้านข้าง
3. ค่าความผิดพลาดของกระบวนการสร้างแบบจำลองพื้นผิวช่วงการแก้ไขพิกัด (X, Y)
4. ค่าความผิดพลาดของกระบวนการสร้างแบบจำลองพื้นผิวช่วงการแก้ไขพิกัด (Y, Z)

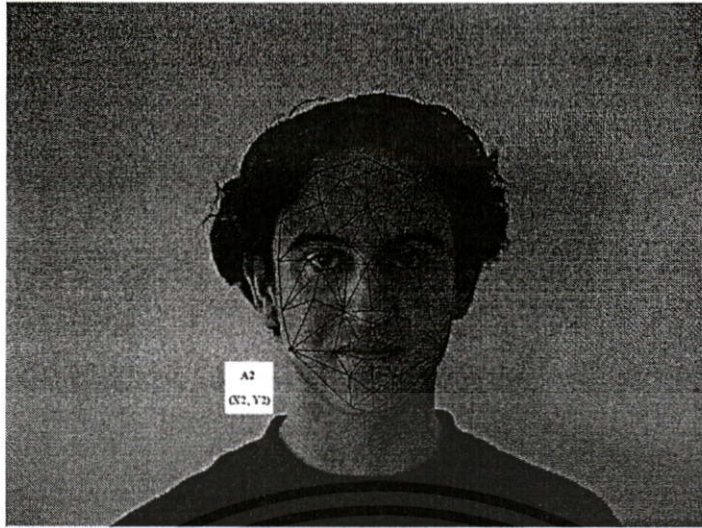
5.3.1 ค่าความผิดพลาดของกระบวนการสร้างแบบจำลอง WFM ของภาพใบหน้าที่ด้านหน้า

หากทำการกำหนดให้จุดควบคุมจุดหนึ่งบนใบหน้าภาพเป้าหมายด้านหน้าเป็นจุด A1 โดยมีพิกัดเป็น (X_1, Y_1) และจุดบนแบบจำลอง WFM ของภาพใบหน้าเป้าหมายด้านหน้าที่สอดคล้องกับจุดที่เลือกไว้เป็นจุด A2 มีพิกัดเป็น (X_2, Y_2)



รูปที่ 5.33 ภาพแสดงตำแหน่งจุด A1 ซึ่งจะทำการหาค่าความผิดพลาด

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



รูปที่ 5.34 ภาพแสดงตำแหน่งจุด A2 ซึ่งจะทำการหาค่าความผิดพลาด

การหาค่าความผิดพลาดสามารถทำการคำนวณได้โดยสมการนี้

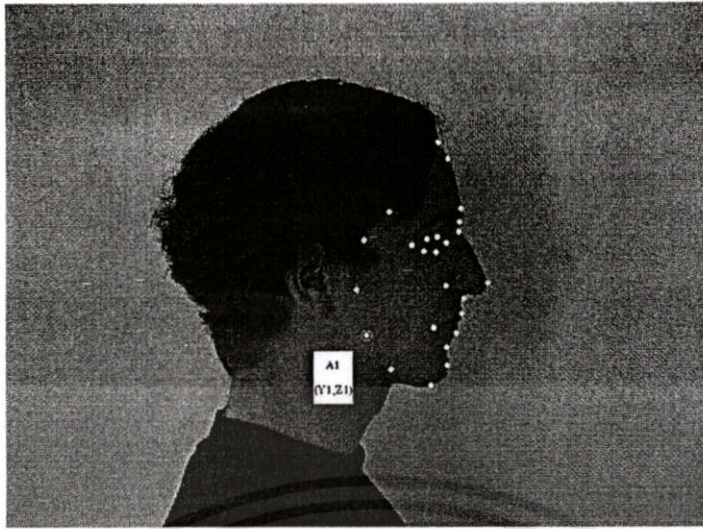
$$\text{error}(\%) = \frac{\sqrt{(X1 - X2)^2 + (Y1 - Y2)^2}}{\sqrt{X1^2 + Y1^2}} \times 100$$

การหาค่าความผิดพลาดนี้จะทำการคำนวณ โดยวิธีเดียวกันกับจุดควบคุมทุกจุดเพื่อหาค่าความผิดพลาดเฉลี่ยและ ค่าความผิดพลาดสูงสุด โดยในกระบวนการสร้างแบบจำลอง WFM ของภาพใบหน้าด้านหน้านี้มีจำนวนทั้งหมด 32 จุด

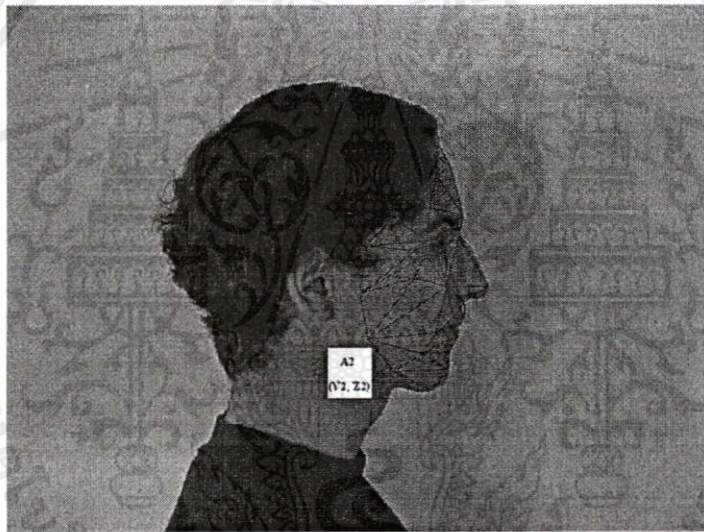
5.3.2 ค่าความผิดพลาดของกระบวนการสร้างแบบจำลอง WFM ของภาพใบหน้าด้านข้าง

ในกรณีของใบหน้าด้านข้างนั้นการหาค่าความผิดพลาดจะมีกระบวนการแบบเดียวกับกรณีของใบหน้าด้านหน้าแต่ละจะคำนวณโดยใช้พิกัด (Y, Z) แทนพิกัด (X, Y) โดยจะทำการกำหนดให้จุดควบคุมจุดหนึ่งบนใบหน้าภาพเป้าหมายด้านข้างเป็นจุด A1 โดยมีพิกัดเป็น (Y1, Z1) และจุดบนแบบจำลอง WFM ของภาพใบหน้าเป้าหมายด้านข้างที่สอดคล้องกับจุดที่เลือกไว้เป็นจุด A2 มีพิกัดเป็น (X2, Y2) โดยในกระบวนการสร้างแบบจำลอง WFM ของภาพใบหน้าด้านหน้านี้มีจำนวนทั้งหมด 25 จุด

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



รูปที่ 5.35 ภาพแสดงตำแหน่งจุด A1 ของใบหน้าด้านข้าง



รูปที่ 5.36 ภาพแสดงตำแหน่งจุด A2 ของใบหน้าด้านข้าง

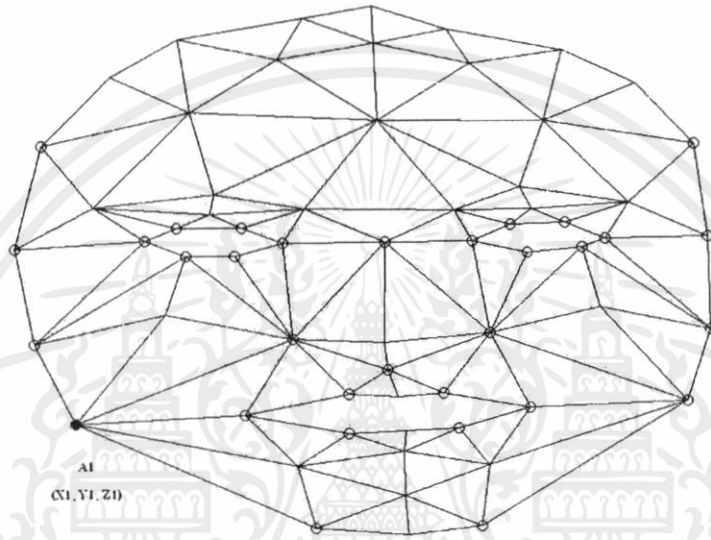
การหาค่าความผิดพลาดสามารถทำการคำนวณได้โดยสมการนี้

$$error(\%) = \frac{\sqrt{(Z1 - Z2)^2 + (Y1 - Y2)^2}}{\sqrt{Z1^2 + Y1^2}} \times 100$$

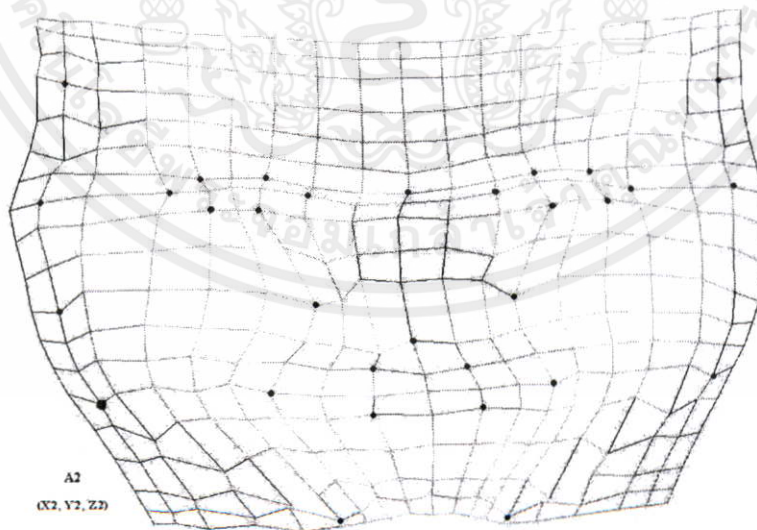
เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

5.3.3 ค่าความผิดพลาดของกระบวนการสร้างแบบจำลองพื้นผิวช่วงการแก้ไขพิกัด (X, Y)

ให้จุด A1 เป็นจุดควบคุมบนแบบจำลอง WFM 3 มิติของภาพใบหน้าเป้าหมายซึ่งมีพิกัดเป็น (X_1, Y_1, Z_1) และ A2 เป็นจุดสอดคล้องเดียวกันบนแบบจำลองพื้นผิว 3 มิติที่ผ่านการแก้ไขพิกัด (X, Y) แล้วมีพิกัดเป็น (X_2, Y_2, Z_2) โดยกระบวนการในช่วงนี้มีจุดควบคุมทั้งหมด 32 จุด เนื่องจากกระบวนการในช่วงนี้ได้ทำการแก้ไขพิกัดแบบจำลองพื้นผิว 3 มิติที่พิกัดของ X และ Y เท่านั้นการหาค่าความผิดพลาดจึงทำการคำนวณโดยพิกัดของส่วน X และ Y เท่านั้นซึ่งมีสมการการหาค่าความผิดพลาดเหมือนกับสมการที่ใช้ช่วงการสร้างแบบจำลอง WFM ด้านหน้า



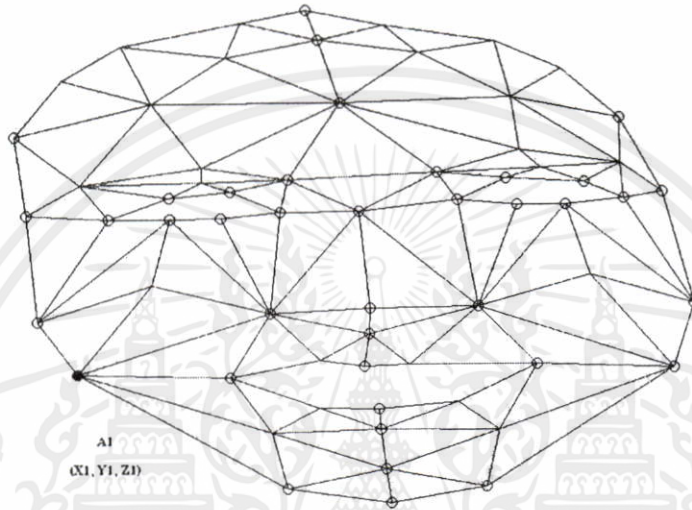
รูปที่ 5.37 ภาพแสดงตำแหน่งจุด A1 บนแบบจำลอง WFM ของใบหน้าเป้าหมาย



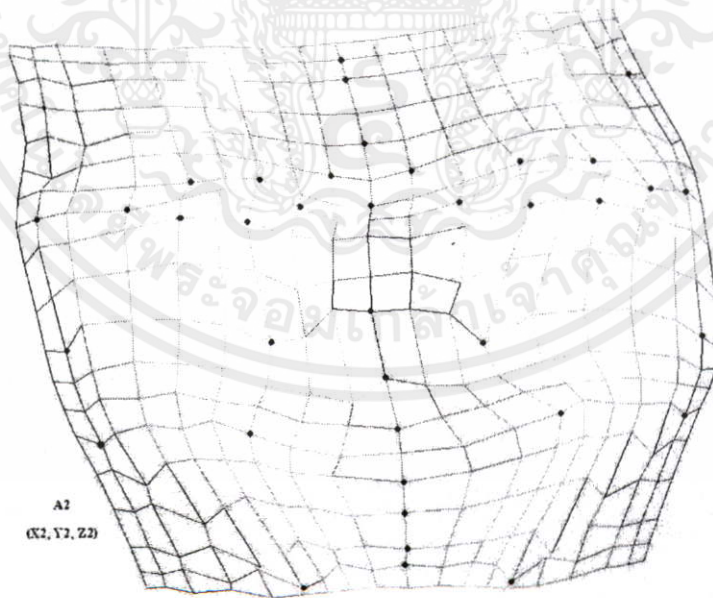
เอกสารนี้เป็นเอกสารรูปที่ 5.38 ภาพแสดงตำแหน่งจุด A2 บนแบบจำลองพื้นผิว 3 มิติของใบหน้าเป้าหมาย โยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

5.3.4 ค่าความผิดพลาดของกระบวนการสร้างแบบจำลองพื้นผิวช่วงการแก้ไขพิกัด (Y, Z)

การหาค่าความผิดพลาดของกระบวนการช่วงนี้จะคำนวณที่พิกัด Y และ Z โดยให้จุด A1 เป็นจุดควบคุมบนแบบจำลอง WFM 3 มิติของภาพใบหน้าเป้าหมายซึ่งมีพิกัดเป็น (X_1, Y_1, Z_1) และ A2 เป็นจุดสอดคล้องเดียวกันบนแบบจำลองพื้นผิว 3 มิติที่ผ่านการแก้ไขพิกัด (Y, Z) แล้วมีพิกัดเป็น (X_2, Y_2, Z_2) โดยกระบวนการในช่วงนี้มีจุดควบคุมทั้งหมด 39 จุด สมการการหาค่าความผิดพลาดเหมือนกับสมการที่ใช้ช่วงการสร้างแบบจำลอง WFM ด้านข้าง



รูปที่ 5.39 ภาพแสดงตำแหน่งจุด A1 บนแบบจำลอง WFM ของใบหน้าเป้าหมาย



รูปที่ 5.40 ภาพแสดงตำแหน่งจุด A2 บนแบบจำลองพื้นผิว 3 มิติของใบหน้าเป้าหมาย

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ตารางที่ 5.3 ค่าความผิดพลาดของกระบวนการสร้างแบบจำลอง WFM ของภาพใบหน้าด้านหน้า

รูปที่	ค่าความผิดพลาดเฉลี่ย (%)	ค่าความผิดพลาดสูงสุด (%)	รูปที่	ค่าความผิดพลาดเฉลี่ย (%)	ค่าความผิดพลาดสูงสุด (%)
1	1.4147	2.1777	11	1.5863	2.5766
2	1.092	1.2433	12	0.86071	2.0586
3	0.69455	1.9495	13	0.49485	0.86249
4	1.7286	3.6422	14	1.3419	2.4045
5	0.47334	1.2638	15	0.94765	2.8515
6	1.0723	1.4678	16	1.0746	1.9751
7	0.55191	0.65712	17	1.4374	3.145
8	1.7224	2.3155	18	0.29132	1.6126
9	0.51014	1.6956	19	1.3182	3.5442
10	0.56141	1.8385	20	0.69455	1.9495

ตารางที่ 5.4 ค่าความผิดพลาดของกระบวนการสร้างแบบจำลอง WFM ของภาพใบหน้าด้านข้าง

รูปที่	ค่าความผิดพลาดเฉลี่ย (%)	ค่าความผิดพลาดสูงสุด (%)	รูปที่	ค่าความผิดพลาดเฉลี่ย (%)	ค่าความผิดพลาดสูงสุด (%)
1	0.36502	1.1866	11	0.87414	2.0358
2	0.40266	2.0486	12	0.54275	1.4991
3	0.82109	3.5936	13	0.56343	1.7617
4	0.77701	1.8875	14	0.99721	4.4351
5	0.67948	0.75454	15	1.009	3.2002
6	0.4392	1.3377	16	0.64018	1.36
7	0.30361	0.7009	17	0.27968	0.96341
8	0.95608	3.875	18	0.40538	0.59368
9	0.44757	0.51649	19	0.33605	1.0358
10	0.42706	2.2016	20	0.51172	1.4755

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนลิขสิทธิ์ไว้เพื่อใช้ในการศึกษาวิจัยเท่านั้น ไม่ควรนำเอกสารนี้ไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ตารางที่ 5.5 ค่าความผิดพลาดของกระบวนการสร้างแบบจำลองพื้นผิวช่วงการแก้ไขพิกัด (X, Y)

รูปที่	ค่าความผิดพลาดเฉลี่ย (%)	ค่าความผิดพลาดสูงสุด (%)	รูปที่	ค่าความผิดพลาดเฉลี่ย (%)	ค่าความผิดพลาดสูงสุด (%)
1	1.4147	2.1777	11	1.5863	2.5766
2	1.092	1.2433	12	0.86071	2.0586
3	0.69455	1.9495	13	0.49485	0.86249
4	1.7286	3.6422	14	1.3419	2.4045
5	0.47334	1.2638	15	0.94765	2.8515
6	1.0723	1.4678	16	1.0746	1.9751
7	0.55191	0.65712	17	1.4374	3.145
8	1.7224	2.3155	18	0.29132	1.6126
9	0.51014	1.6956	19	1.3182	3.5442
10	0.56141	1.8385	20	0.69455	1.9495

ตารางที่ 5.6 ค่าความผิดพลาดของกระบวนการสร้างแบบจำลองพื้นผิวช่วงการแก้ไขพิกัด (Y, Z)

รูปที่	ค่าความผิดพลาดเฉลี่ย (%)	ค่าความผิดพลาดสูงสุด (%)	รูปที่	ค่าความผิดพลาดเฉลี่ย (%)	ค่าความผิดพลาดสูงสุด (%)
1	0.36502	1.1866	11	0.87414	2.0358
2	0.40266	2.0486	12	0.54275	1.4991
3	0.82109	3.5936	13	0.56343	1.7617
4	0.77701	1.8875	14	0.99721	4.4351
5	0.67948	0.75454	15	1.009	3.2002
6	0.4392	1.3377	16	0.64018	1.36
7	0.30361	0.7009	17	0.27968	0.96341
8	0.95608	3.875	18	0.40538	0.59368
9	0.44757	0.51649	19	0.33605	1.0358
10	0.42706	2.2016	20	0.51172	1.4755

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่วางไว้สำหรับใช้ศึกษาเท่านั้น ไม่สามารถนำข้อมูลไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

หน้านี้ไม่มีในต้นฉบับ



เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

หน้านี้ไม่มีในต้นฉบับ



เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

หน้านี้ไม่มีในต้นฉบับ



เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

บทที่ 6

สรุปผลการทดลองและข้อเสนอแนะ

6.1 สรุปผลการทดลอง

จากผลการทดลองสามารถสรุปได้ว่าจากกระบวนการสร้างแบบจำลองใบหน้าที่ได้ นำเสนอไปนั้นสามารถนำมาทำการสร้างแบบจำลองใบหน้าได้ตามที่ต้องการ แม้ว่าผลการทดลอง ที่ได้พบว่าในบางครั้งนั้นก็ยังมีผลการทดลองที่มีค่าพิกัดของจุดลักษณะบนภาพใบหน้าผิดจากค่าที่ต้องการ ไปบ้างอยู่ด้วยเช่นกัน

6.1.1 การบวนการสร้างแบบจำลอง WFM ของภาพใบหน้าด้านหน้าและด้านข้าง

ในกระบวนการส่วนนี้มีผลค่าความผิดพลาดที่น้อยนั่นคือค่าพิกัดของจุดควบคุม (Control Point) ทั้งหมดที่ได้จากผลของกระบวนการ Thin-Plate Spline นั้นมีค่าพิกัดเป็นไปตามที่ต้องการ และจุดอื่นๆที่แม้จะไม่ได้ถูกกำหนดเป็นจุดควบคุมก็ได้ถูกเคลื่อนพิกัดตามจุดควบคุมมาได้อย่างเหมาะสม โดยส่วนที่อาจต้องมีการพิจารณาเพิ่มเติมคือส่วนของจำนวนและตำแหน่งของจุดที่ได้ทำการเลือกมาเป็นจุดควบคุม ในส่วนของภาพใบหน้าด้านตรงนั้นพบว่าในส่วนของหน้าผากนั้น จะไม่มีจุดที่ถูกกำหนดเป็นจุดควบคุมเลยทำให้ WFM ที่ได้มีพิกัดของส่วนใบหน้าที่เป็นหน้าผาก นั้นจะมีลักษณะไม่เป็นไปตามภาพเป้าหมายที่ต้องการ ซึ่งแนวทางแก้ไขอาจทำได้โดยการกำหนด ตำแหน่งของจุดควบคุมที่ใช้ใหม่หรืออาจทำการเพิ่มจำนวนจุดควบคุมที่ใช้ขึ้นเพื่อให้สามารถ ครอบคลุมลักษณะต่างๆบนใบหน้าได้หมด แต่หากทำการเพิ่มจำนวนจุดควบคุมก็อาจส่งผลให้ เวลาที่ใช้ในการคำนวณของกระบวนการ Thin-Plate Spline มากขึ้นตามไปด้วย

6.1.2 กระบวนการสร้างแบบจำลองพื้นผิว 3 มิติ

กระบวนการสร้างแบบจำลองซึ่งแบ่งได้เป็น 2 ส่วนคือส่วนของการไขพิกัด (X, Y) และ (Y, Z) โดยในส่วนของการแก้ไขพิกัด (X, Y) นั้นจากผลการทดลองที่ได้พบว่าผลที่ได้มีค่าพิกัด ของจุดควบคุมต่างๆบนใบหน้าเป็นไปตามที่ต้องการ และในส่วนของการแก้ไขพิกัด (Y, Z) นั้น พบว่าในการผลทดลองบางส่วนนั้นค่าพิกัดของจุดควบคุมต่างๆบนใบหน้าที่ได้จะไม่ตรงตามที่ต้องการตามที่กำหนดบนภาพเป้าหมาย โดยสาเหตุของความผิดพลาดที่เกิดขึ้นสามารถสันนิษฐาน ได้ว่าเนื่องจากความแตกต่างของจำนวนข้อมูลของแบบจำลอง WFM และแบบจำลองพื้นผิว 3 มิติ โดยแบบจำลอง WFM นั้นมีจำนวนของข้อมูลที่น้อยกว่าแบบจำลองพื้นผิว 3 มิติมากซึ่งความแตกต่าง ของจำนวนข้อมูลนี้จะส่งผลให้เมื่อนำแบบจำลองทั้ง 2 อันมาผ่านกระบวนการ Thin-Plate Spline จะทำให้ความแม่นยำของกระบวนการลดลง โดยในการผ่านกระบวนการ Thin-Plate Spline ในครั้ง

แรกเพื่อทำการแก้ไขพิกัด (X, Y) นั้นผลของความคลาดเคลื่อนที่เกิดอาจยังไม่แสดงออกอย่างชัดเจนแต่เมื่อนำมาทำในการผ่านกระบวนการ Thin-Plate Spline อีกครั้งผลของความคลาดเคลื่อนที่เกิดขึ้นจึงแสดงออกอย่างชัดเจนมากขึ้น

6.2 ผลของขนาดภาพเป้าหมาย

ในการทดลองนี้ภาพเป้าหมายที่ใช้มีขนาด 256×256 เท่านั้น โดยหากภาพเป้าหมายมีขนาดที่ใหญ่ขึ้นอาจทำให้ผลการทดลองที่ได้มีค่าความผิดพลาดที่มากขึ้นได้เนื่องจากแบบจำลองพื้นผิวที่นำมาใช้ในการทดลองนี้มีขนาดเล็ก ดังนั้นหากภาพเป้าหมายมีขนาดใหญ่กว่าแบบจำลองพื้นผิวมากๆจะทำให้ผลของกระบวนการ Thin-Plate Spline ที่ได้มีความแม่นยำน้อยลง

โดยแนวทางแก้ไขอาจทำได้โดยการสร้างแบบจำลองพื้นผิวใหม่เพื่อลดความผิดพลาดที่มีผลมาจากความต่างของขนาดแบบจำลองพื้นผิวและภาพเป้าหมายลง แต่เมื่อทำการเปลี่ยนแบบจำลองพื้นผิวใหม่อาจทำให้กระบวนการสร้างแบบจำลองใบหน้าในส่วนต่างๆต้องมีการพิจารณาใหม่เพื่อให้เหมาะสมกับแบบจำลองใหม่ที่นำมาแทนเช่น จำนวนและตำแหน่งของจุดควบคุมรวมทั้งระดับความละเอียดของการแสดงผลที่จะทำการเปลี่ยนแปลงในช่วงก่อนและหลังทำการแก้ไขพิกัดของจุดต่างๆบนใบหน้าเสร็จอีกด้วย

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

เอกสารอ้างอิง

- [1] W. S. Warner, S. E. Reutebuch, “**Application and Accuracy of Two Fixed Base Camera Systems**”, The Photogrammetric Record Vol. 16 Issue 93 Page 423 April 1999.
- [2] Volker Blanz and Thomas Vetter, “**A Morphable Model for the Synthesis of 3D Faces**”, Proceeding of SIGGRAPH 1999, Annual Conference Series, Los Angeles, California, pp 187-194, August 1999.
- [3] Johnny Park, Guilherme, N. DeSouza, and Avinash C. Kak “**Dual-Beam Structured-Light Scanning for 3-D Object Modeling**”, Robot Vision Laboratory, Purdue University 1285 EE Building, West Lafayette, IN. 47907-1285
- [4] Emmanuel Prados, Olivier Faugeras “**Shape From Shading**”.
- [5] *George Wolberg*, “**Recent Advances in Image Morphing**”, Department of Computer Science City College of New York / CUNY New York, NY 10031, wolberg@cs-mail.engr.cuny.cuny.edu
- [6] T. Beier and S. Neely, “**Feature-based image metamorphosis**”, Computer Graphics (Proc. SIGGRAPH '92), 26(2):35–42, 1992.
- [7] Prashant K. Oswal and Prashanth Y. Govindaraju, “**Image Morphing: A Comparative Study**”, Department of Electrical and Computer Engineering, Clemson University, Clemson.
- [8] K. M. Fant, A nonaliasing, “**real-time spatial transform technique**”. IEEE Computer Graphics and Applications, 6(1): page 71–80, January 1986.
- [9] G. Wolberg, “**Digital ImageWarping**” .IEEE Computer Society Press, Los Alamitos, CA, 1990.
- [10] BOOKSTEIN, F. L. “**Principal Warps: Thin-plates splines and decomposition of deformations**”, IEEE Trans. Pattern Analysis and Machine Intelligence (1989), vol 11(6), pp. 567-585
- [11] S.-Y. Lee K, Y Chwa, J. Hahn, and S. Y. Shin. “**Image morphing using deformable surfaces**”, Proc. Computer Animation'94, pages 31–39, 1994. IEEE Computer Society Press.
- [12] P. Litwinowicz and L. Williams, “**Animating images with drawings**”, Computer Graphics (Proc. SIGGRAPH '94), pages 409–412, 1994.

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า

ไม่ว่าจะจิตใจทั้งคืน อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

- [13] Barbara Zitova, Jan Flusser, “**Image registration methods: a survey**”, Department of Image Processing, Institute of Information Theory and Automation, Academy of Sciences of the Czech Republic, Pod voda’renskou ve’z’i’ 4, 182 08 Prague 8, Czech Republic.
- [14] M. Kass, A. Witkin, and D. Terzopoulos. “**Snakes: Active contour models**”, Intl. J. of Computer Vision, pages 321–331, 1988.
- [15] David F. Rogers, “**Procedural Elements For Computer Graphics**”, McGraw-Hill Book Company, 1988.
- [16] Eric J. Stollniz, Tony D. DeRose, David H. Salesin, “**Wavelet for Computer Graphics Theory and Applications**” Morgan Kaufmann Publishers Inc.
- [17] Gilbert Strang, Truong Nguyen. “**Wavelets and Filter Banks**”, Wellesley-Cambridge Press
- [18] สมศักดิ์ เขมวิวิท “**การแก้ไขพื้นผิวแบบหลายระดับความละเอียดโดยใช้การแปลงเวฟเล็ต**” วิทยานิพนธ์วิศวกรรมศาสตรมหาบัณฑิต สาขาวิศวกรรมอิเล็กทรอนิกส์ บัณฑิตวิทยาลัย, สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง.
- [19] Larry S. Shapiro, “**Affine Analysis of Image Sequences**” Cambridge University Press, 1955.
- [20] Franc Solina, Peter Peer, Borut Batagelj, Samo Juvan, Jure Kovac, “**Color-Based Face Detection in the “15 seconds of frame” art installation**”, In: Mirage 2003, Conference on Computer Vision / Computer Calibration for Model-Based Imaging, Rendering, Image Analysis and Graphical Special Effects, March 10-11 2003, INRIA Rocquencourt, France, Wilfried Philips, Rocquencourt, INRIA, 2003 pp. 38-47.

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ประวัติผู้เขียน

ชื่อ-นามสกุล นาย ชากร อนันตเศรษฐ
 วัน เดือน ปีเกิด 5 กันยายน 2525
 ที่อยู่ บ้านเลขที่ 11 ซอย 12 หมู่บ้านเสรี 2 สวนหลวง
 กทม. 10250
 ประวัติการศึกษา 2546 วิศวกรรมศาสตรบัณฑิต สาขาวิชาอิเล็กทรอนิกส์
 สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง
 ปัจจุบันกำลังศึกษาต่อระดับปริญญาโท วิศวกรรมศาสตรมหาบัณฑิต
 สาขาวิชาอิเล็กทรอนิกส์ สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณ
 ทหารลาดกระบัง

ผลงานวิจัยที่ได้รับการตีพิมพ์

C.Anantasate, W. Narkbuakaew, S. Airphaiboon, C. Pintaviroj, M. Sanaworasil, "Face 3-D Mesh Surface Model Modification by B-spline Surface Wavelet and Thin-Plate Spline Technique". ITC 2005 International Technical Conference on Circuits/Systems, Computers and Communications, Page 1585-1586.

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
 ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้