

การออกแบบตัวกรองเชิงเลข IIR แบบ Notch ที่สามารถกำหนดค่า Bandwidth
ด้วยวิธีการปรับปรุ่งตำแหน่งการวาง Pole-Zero

ADJUSTABLE BANDWIDTH IIR NOTCH FILTER DESIGN WITH IMPROVED
POLE-ZERO PLACEMENT TECHNIQUES



วิทยานิพนธ์นี้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตรปริญญาวิศวกรรมศาสตรมหาบัณฑิต

สาขาวิชาวิศวกรรมโทรคมนาคม

บัณฑิตวิทยาลัย

สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง

พ.ศ. 2551

KMITL-2009-EN-M-010-260

การออกแบบตัวกรองเชิงเลข IIR แบบ Notch ที่สามารถกำหนดค่า Bandwidth
ด้วยวิธีการปรับปรุงตำแหน่งการวาง Pole – Zero

ADJUSTABLE BANDWIDTH IIR NOTCH FILTER DESIGN WITH IMPROVED
POLE - ZERO PLACEMENT TECHNIQUES



สารนาถ สิริมณี
SARANART SIRAMANEE

เลขหมู่.....
เลขทะเบียน 82903
วัน,เดือน,ปี 25 ก.ค. 2551

b.....
i.....

วิทยานิพนธ์นี้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตรปริญญาวิศวกรรมศาสตรมหาบัณฑิต
สาขาวิชาวิศวกรรมโทรคมนาคม
บัณฑิตวิทยาลัย
สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษานานาชาติ ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้คัดลอกหรือเผยแพร่สิ่งพิมพ์หรือสิ่งพิมพ์ของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้
พ.ศ.2551
KMITL-2008-EN-M-010-230

**ADJUSTABLE BANDWIDTH IIR NOTCH FILTER DESIGN WITH IMPROVED
POLE - ZERO PLACEMENT TECHNIQUES**



**A THESIS SUBMITTED IN PARTIAL FULFILLMENT
OF THE REQUIREMENTS FOR THE DEGREE OF
MASTER OF ENGINEERING IN TELECOMMUNICATION ENGINEERING
SCHOOL OF GRADUATE STUDIES
KING MONGKUT'S INSTITUTE OF TECHNOLOGY LADKRABANG**

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้คัดลอกเผยแพร่โดยไม่ได้รับอนุญาตของเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

KMITL-2008-EN-M-010-230



เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า

COPYRIGHT 2008

ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

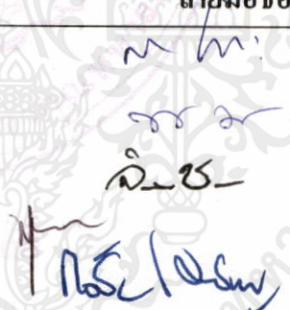
SCHOOL OF GRADUATE STUDIES

KING MONGKUT'S INSTITUTE OF TECHNOLOGY LADKRABANG

บัณฑิตวิทยาลัย
สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง
ใบรับรองวิทยานิพนธ์

หัวข้อวิทยานิพนธ์ การออกแบบตัวกรองเชิงเลข IIR แบบ Notch ที่สามารถกำหนดค่า Bandwidth ด้วยวิธีการปรับปรุงตำแหน่งการวาง Pole-Zero
Adjustable Bandwidth IIR Notch Filter Design with Improved Pole-Zero Placement Techniques

นักศึกษา นายสารนาถ ศิรมณี
รหัสประจำตัว 47061020
ปริญญา วิศวกรรมศาสตรมหาบัณฑิต
สาขาวิชา วิศวกรรมโทรคมนาคม
อาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์ รศ.ดร.กอบชัย เฉลยหาญ

คณะกรรมการสอบวิทยานิพนธ์		ลายมือชื่อ
รศ.สมยศ	จุมณะปิยะ	
ผศ.ดร.พิเชฐ	ม่วงนวล	
รศ.จิระศักดิ์	ชาญวุฒิธรรม	
รศ.ดร.พุศศักดิ์	ชีวิสุทธิย์	
รศ.ดร.กอบชัย	เฉลยหาญ	

วัน / เดือน / ปี ที่สอบ 20 พฤษภาคม 2551 เวลา 13.00-15.00 น.

สถานที่สอบ ณ อาคาร A ชั้น 3 ห้องประชุม 1

บัณฑิตวิทยาลัยรับรองแล้ว
(รศ.ดร.รวีวรรณ ชินะตระกูล)
คณบดีบัณฑิตวิทยาลัย

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อที่ วันที่ 16 เดือน พฤษภาคม พ.ศ. 2551

หัวข้อวิทยานิพนธ์	การออกแบบตัวกรองเชิงเลข IIR แบบ Notch ที่สามารถกำหนดค่า Bandwidth ด้วยวิธีการปรับปรุงตำแหน่งการวาง Pole - zero
นักศึกษา	นายสารนาถ ศิรมณี
รหัสประจำตัว	47061020
ปริญญา	วิศวกรรมศาสตรมหาบัณฑิต
สาขาวิชา	วิศวกรรมโทรคมนาคม
พ.ศ.	2551
อาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์	รศ.ดร.กอบชัย เดชหาญ

บทคัดย่อ

วิทยานิพนธ์นี้นำเสนอการออกแบบตัวกรองเชิงเลข IIR แบบ Notch ที่สามารถกำหนดค่า Bandwidth ด้วยวิธีการปรับปรุงตำแหน่งการวาง Pole - zero การออกแบบที่นำเสนอใช้เทคนิคการประมาณค่าแบบ Discrete Least Square หาสมการ Bandwidth ของตัวกรองเชิงเลขแบบ Notch สำหรับการออกแบบและการจำลองการทำงานใช้โปรแกรม MATLAB และทำการสร้างสัญญาณจริงด้วยบอร์ดประมวลผลสัญญาณดิจิทัล TMS320C31 ซึ่งผลการทดลองพบว่าตัวกรองเชิงเลขแบบ Notch สามารถกำหนด Bandwidth ตามที่ต้องการได้

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

Thesis Title Adjustable Bandwidth IIR Notch Filter Design with Improved Pole-Zero Placement Techniques

Student Mr. Saranart Siramane

Student ID. 47061020

Degree Master of Engineering

Program Telecommunication Engineering

Year 2008

Thesis Advisor Assoc.Prof.Dr.Kobchai Dejhan

ABSTRACT

This thesis proposes a new design of constrained bandwidth IIR notch filter with improved pole-zero placement techniques. The proposed design is derived from the discrete least square estimation to find the bandwidth equation of notch filter. The filter design and simulation are executed in MATLAB software and TMS320C31 DSP Starter Kit (DSK) hardware implementation. The simulation results show the good agreement with theoretical analysis.

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

กิตติกรรมประกาศ

วิทยานิพนธ์ฉบับนี้สำเร็จลุล่วงไปด้วยดี ด้วยความกรุณาของ รศ.ดร.กอบชัย เศษหาญ อาจารย์ที่ปรึกษา ที่กรุณาแนะนำให้คำปรึกษา คำชี้แนะช่วยแก้ปัญหา ตลอดจนให้ความรู้และประสบการณ์ที่ดีในการศึกษาวิจัยครั้งนี้ และให้ความเมตตาแก่ศิษย์ด้วยดีเสมอมา ผู้เขียนรู้สึกซาบซึ้งในความกรุณาเป็นอย่างยิ่งและขอกราบขอบพระคุณเป็นอย่างสูง

ขอขอบพระคุณ รศ.สมยศ จุณณะปิยะ และ ผศ.ดร.พิเชฐ ม่วงนวล กรรมการสอบหัวข้อ และโครงร่างวิทยานิพนธ์ที่ได้กรุณาให้คำแนะนำตลอดจนข้อชี้แนะ จนในที่สุดทำให้วิทยานิพนธ์ฉบับนี้สำเร็จลงได้

ขอขอบพระคุณ รศ.ดร.สุรพันธ์ อิ่มมั่น ที่ได้ให้ความรู้ต่าง ๆ มากมายให้คำแนะนำและคำปรึกษาที่ดีมาโดยตลอด และขอขอบคุณอาจารย์ทุกท่านที่ได้ประสิทธิ์ประสาทวิชาความรู้ต่าง ๆ ให้แก่ศิษย์

ขอขอบคุณ พี่ๆ เพื่อนๆ และน้องๆ โดยเฉพาะน้องสู น้องปิ๊อบ น้องอู๋ น้องลิง น้องปอง นักศึกษาปริญญาโท ภาควิชาวิศวกรรมโทรคมนาคม คณะวิศวกรรมศาสตร์ สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง ทุกคนที่รู้จักสำหรับความเป็นมิตรและความช่วยเหลือต่างๆ ที่มีให้กันระหว่างศึกษาอยู่

ขอขอบคุณภาควิชาฟิสิกส์อุตสาหกรรมและอุปกรณ์การแพทย์ คณะวิทยาศาสตร์ประยุกต์ สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าพระนครเหนือ ที่เอื้อเฟื้อสถานที่ วัสดุอุปกรณ์ และเครื่องมือที่ใช้ในการทำวิจัย

สุดท้ายนี้ข้าพเจ้าขอกราบขอบพระคุณ บิดา มารดา ผู้ให้กำเนิดและให้ทุกสิ่งทุกอย่างกับลูกมาโดยตลอดรวมถึงครอบครัวของข้าพเจ้าที่เป็นกำลังใจและให้การสนับสนุนในทุกเรื่อง ทำให้ข้าพเจ้าสามารถทำวิทยานิพนธ์ฉบับนี้สำเร็จลุล่วงไปได้ด้วยดี

ประโยชน์อันพึงมีจากวิทยานิพนธ์ฉบับนี้ ผู้เขียนขอบอบแต่ผู้มีพระคุณทุกท่าน

สารนาถ ศิริมณี

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่นอนุญาติให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้คัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

สารบัญ

หน้า

บทคัดย่อภาษาไทย.....	I
บทคัดย่อภาษาอังกฤษ.....	II
กิตติกรรมประกาศ.....	III
สารบัญ.....	IV
สารบัญตาราง.....	VII
สารบัญรูป.....	VIII
บทที่ 1 บทนำ.....	1
1.1 ความเป็นมาและความสำคัญของปัญหา.....	1
1.2 ความมุ่งหมายและวัตถุประสงค์ของการศึกษา.....	1
1.3 สมมติฐานของการศึกษา.....	1
1.4 ทฤษฎีหรือแนวความคิดที่ใช้ในการวิจัย.....	2
1.5 ขอบเขตการวิจัย.....	2
1.6 ขั้นตอนของการศึกษา.....	2
บทที่ 2 ทฤษฎีการประมวลผลสัญญาณเชิงเลข.....	4
2.1 สัญญาณและระบบแบบไม่ต่อเนื่อง.....	4
2.1.1 Unit sample sequence.....	6
2.1.2 Unit step sequence.....	6
2.1.3 Exponential sequences.....	6
2.1.4 Sinusoidal sequences.....	8
2.2 ลักษณะเฉพาะของสัญญาณแบบไม่ต่อเนื่องทางเวลา.....	9
2.2.1 Energy signal และ Power signals.....	9
2.2.2 Periodic signals และ Aperiodic signals.....	9
2.2.3 Symmetric (even) และ Asymmetric (odd) signals.....	10
2.3 ระบบแบบไม่ต่อเนื่องทางเวลา.....	11
2.3.1 ไคอะแกรมที่ใช้แสดงในระบบไม่ต่อเนื่อง (Block Diagram Representation of Discrete-time System).....	11
2.3.2 ชนิดของระบบแบบไม่ต่อเนื่อง.....	13

สารบัญ(ต่อ)

หน้า

2.3.3 การเชื่อมต่อระบบไม่ต่อเนื่อง (Interconnection of Discrete-time System)	16
2.4 การแปลงแซค	18
2.5 คุณสมบัติของการแปลงแซค	22
2.5.1 คุณสมบัติความเป็นเชิงเส้น (Linearity Property)	22
2.5.2 คุณสมบัติการเลื่อนเฟส (Shift Property)	22
2.5.3 คุณสมบัติการประสาน (Convolution Property)	23
2.6 การแปลงแซคในรูปเศษส่วน	24
2.6.1 โพลและซีโร่ (Pole and Zero)	24
2.6.2 ลักษณะสัญญาณและการวางตำแหน่งของโพล	28
2.7 ความสัมพันธ์ระหว่างความถี่กับมุมบนระนาบแซค	30
2.8 ทฤษฎีตัวกรองดิจิทัล	30
2.9 ตัวกรองเชิงเลข IIR แบบ Notch	31
2.10 โพลีโนเมียล และเทคนิคประมาณค่า Discrete Least Square	36
2.10.1 โพลีโนเมียล	37
2.10.2 Discrete Least Square	38
บทที่ 3 การออกแบบตัวกรองเชิงเลข IIR	41
3.1 การออกแบบตัวกรองเชิงเลข IIR ด้วยวิธีการวาง pole-zero ตามหลักการเดิม	41
3.2 การปรับปรุงการออกแบบตัวกรองเชิงเลข IIR แบบ Notch	41
3.3 การสร้างสมการ Bandwidth ของตัวกรองเชิงเลขแบบ Notch	44
บทที่ 4 ผลการทดลอง	45
4.1 การออกแบบและการทดลอง	46
4.2 เปรียบเทียบผลการทดลองที่ได้จากการจำลองและการสร้างจริง	51

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่จัดทำขึ้นเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
บทที่ 5 สรุปผลการวิจัยและข้อเสนอแนะ

ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้คัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

สารบัญ(ต่อ)

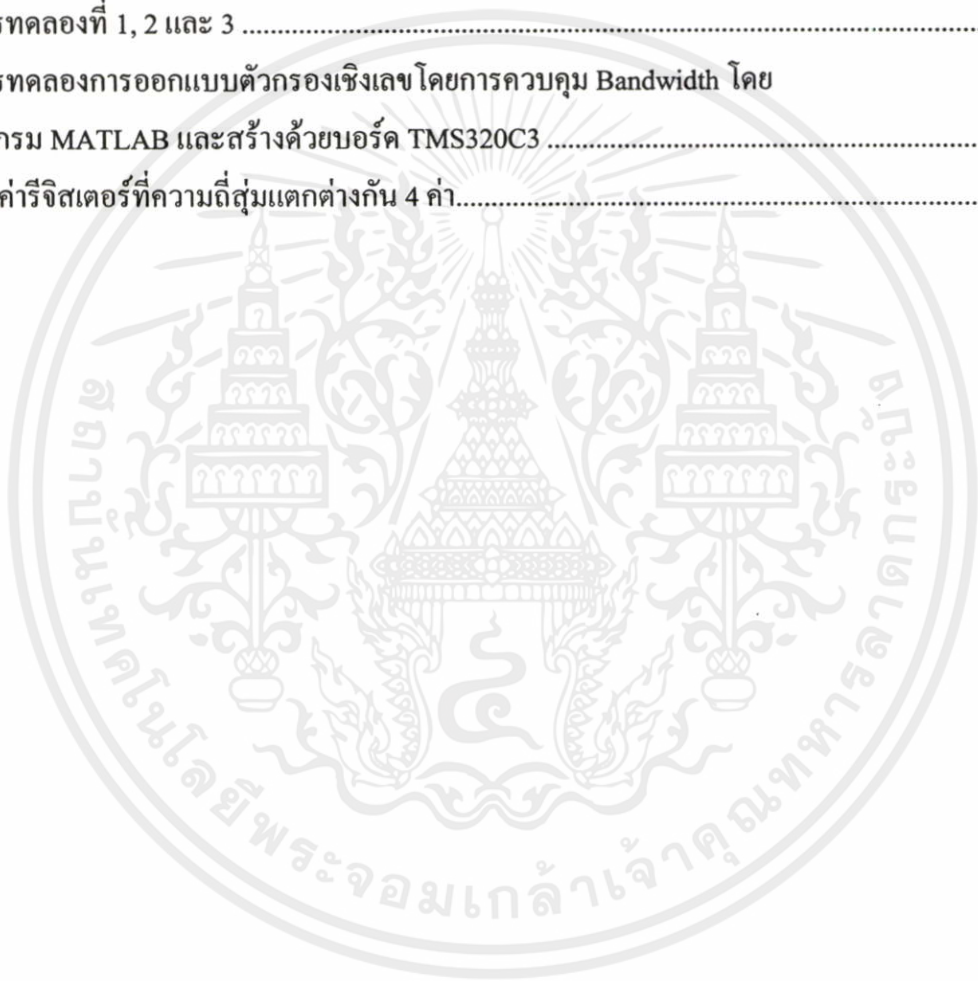
	หน้า
เอกสารอ้างอิง	78
ภาคผนวก ก. บอร์ดประมวลผลสัญญาณดิจิทัล TMS320C31 DSP Starter Kit.....	79
ภาคผนวก ข. ผลงานวิจัยที่ได้รับการตีพิมพ์เผยแพร่	89
ประวัติผู้เขียน.....	96



เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

สารบัญตาราง

ตารางที่	หน้า
2.1 ผลของการแปลงแซด	23
2.2 สัมพันธ์ระหว่างความถี่กับมุมบนระนาบแซด	30
3.1 ความสัมพันธ์ระหว่างค่า r กับค่า Bandwidth.....	44
4.1 ความสัมพันธ์ระหว่าง r กับ Bandwidth ที่ Notch frequency ต่างๆ.....	46
4.2 ผลการทดลองที่ 1, 2 และ 3	51
4.3 ผลการทดลองการออกแบบตัวกรองเชิงเลข โดยการควบคุม Bandwidth โดย โปรแกรม MATLAB และสร้างด้วยบอร์ด TMS320C3	76
ก.1 แสดงค่ารีจิสเตอร์ที่ความถี่สุ่มแตกต่างกัน 4 ค่า.....	88



เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

สารบัญรูป

รูปที่	หน้า
2.1 แผนผังของระบบประมวลสัญญาณเชิงเลข	4
2.2 สัญญาณต่อเนื่องและสัญญาณไม่ต่อเนื่อง.....	5
2.3 Unit sample sequence.....	6
2.4 Unit step sequence.....	6
2.5 Exponential sequences $x(n) = A\alpha^n$	7
2.6 Sinusoidal sequence	8
2.7 Periodic signals sequence.....	10
2.8 Symmetric (even) sequence	10
2.9 Asymmetric (odd) sequence.....	11
2.10 ไคอะแกรมของระบบแบบไม่ต่อเนื่อง.....	11
2.11 ไคอะแกรมการบวกในระบบแบบไม่ต่อเนื่อง	12
2.12 ไคอะแกรมตัวคูณคงที่ในระบบแบบไม่ต่อเนื่อง	12
2.13 ไคอะแกรมตัวคูณสัญญาณในระบบแบบไม่ต่อเนื่อง.....	12
2.14 ไคอะแกรมตัวหั่นวงในระบบแบบไม่ต่อเนื่อง.....	12
2.15 ไคอะแกรมตัวลำหน้าในระบบแบบไม่ต่อเนื่อง.....	12
2.16 ไคอะแกรมของระบบแบบไม่ต่อเนื่องตามสมการที่ 2.24.....	13
2.17 ไคอะแกรมของระบบแบบไม่ต่อเนื่องตามสมการที่ 2.25.....	13
2.18 ตัวอย่างระบบแบบไม่ต่อเนื่องที่แปรตามเวลาและไม่แปรตามเวลา.....	15
2.19 ระบบ τ เป็นระบบที่เชิงเส้นและระบบที่ไม่มีคุณสมบัติสอดคล้องกับหลักการของ Superposition จะเป็นระบบแบบไม่เชิงเส้น.....	15
2.20 การเชื่อมต่อระบบแบบไม่ต่อเนื่องแบบอนุกรม	16
2.21 การเชื่อมต่อระบบแบบไม่ต่อเนื่องแบบขนาน	16
2.22 ROC ของ $X(z)$ ในกรณีที่ 2.9	20
2.23 ตำแหน่งการวางโพลและซีโรของระบบในกรณีที่ 2.12	25
2.24 ตำแหน่งการวางโพลและซีโรของระบบในกรณีที่ 2.13	25
2.25 ตำแหน่งการวางโพลและซีโรของกรณีที่ 2.14.....	26
2.26 ตำแหน่งการวางโพลและซีโรของกรณีที่ 2.15.....	26
2.27 ความสัมพันธ์ระหว่างตำแหน่งของโพลกับลำดับสัญญาณ.....	28

สารบัญรูป(ต่อ)

รูปที่	หน้า
2.28 ความสัมพันธ์ระหว่างความถี่กับมุมบนระนาบเชิงซ้อน	30
2.29 โค้ดแกรมการทำงานของตัวกรองดิจิทัลพื้นฐาน	31
2.30 แสดงองค์ประกอบพื้นฐานทั้ง 3 ตัวที่ใช้เป็นส่วนประกอบของตัวกรองดิจิทัล	31
2.31 โครงสร้างตัวกรองไอโออาร์แบบตรง I.....	32
2.32 โครงสร้างตัวกรองไอโออาร์แบบตรง II.....	33
2.33 โครงสร้างตัวกรองดิจิทัลแบบไอโออาร์ที่มีโครงสร้างแบบขนาน	34
2.34 โครงสร้างย่อยตัวกรองดิจิทัลแบบขนาน	35
3.1 Pole-Zero Plot ของตัวกรองเชิงเลข IIR แบบ Notch ที่ใช้หลักการเดิม	41
3.2 ผลตอบสนองทางขนาดของตัวกรองเชิงเลข IIR แบบ Notch ที่ใช้หลักการเดิม	42
3.3 ผลตอบสนองทางขนาดของตัวกรองเชิงเลข IIR แบบ Notchที่มีการเปลี่ยนแปลงตำแหน่ง Pole และ ควบคุมอัตราขยาย	43
3.4 ผลตอบสนองทางขนาดของตัวกรองเชิงเลข IIR แบบ Notch.....	43
4.1 อุปกรณ์และเครื่องมือวัดที่ใช้ในการทดลอง	45
4.2 ความสัมพันธ์ระหว่าง r กับ Bandwidth ที่ Notch frequency ต่างๆ.....	47
4.3 ผลตอบสนองทางขนาดที่ความถี่ $B = 8 \text{ Hz}, f_c = 50 \text{ Hz}$	47
4.4 ผลตอบสนองทางขนาดที่ความถี่ $B = 20 \text{ Hz}, f_c = 100 \text{ Hz}$	49
4.5 ผลตอบสนองทางขนาดที่ความถี่ $B = 40 \text{ Hz}, f_c = 150 \text{ Hz}$	50
4.6 ผลจำลองการทำงานด้วย MATLAB ที่ความถี่ $B = 8 \text{ Hz}, f_c = 50 \text{ Hz}$	52
4.7 ผลการสร้างจริงด้วยบอร์ด TMS320C31 ที่ความถี่ $B = 8 \text{ Hz}, f_c = 50 \text{ Hz}$	52
4.8 ผลจำลองการทำงานด้วย MATLAB ที่ความถี่ $B = 8 \text{ Hz}, f_c = 100 \text{ Hz}$	53
4.9 ผลการสร้างจริงด้วยบอร์ด TMS320C31 ที่ความถี่ $B = 8 \text{ Hz}, f_c = 100 \text{ Hz}$	53
4.10 ผลจำลองการทำงานด้วย MATLAB ที่ความถี่ $B = 8 \text{ Hz}, f_c = 150 \text{ Hz}$	54
4.11 ผลการสร้างจริงด้วยบอร์ด TMS320C31 ที่ความถี่ $B = 8 \text{ Hz}, f_c = 150 \text{ Hz}$	54
4.12 ผลจำลองการทำงานด้วย MATLAB ที่ความถี่ $B = 8 \text{ Hz}, f_c = 200 \text{ Hz}$	55
4.13 ผลการสร้างจริงด้วยบอร์ด TMS320C31 ที่ความถี่ $B = 8 \text{ Hz}, f_c = 200 \text{ Hz}$	55
4.14 ผลจำลองการทำงานด้วย MATLAB ที่ความถี่ $B = 15 \text{ Hz}, f_c = 50 \text{ Hz}$	56
4.15 ผลการสร้างจริงด้วยบอร์ด TMS320C31 ที่ความถี่ $B = 15 \text{ Hz}, f_c = 50 \text{ Hz}$	56
4.16 ผลจำลองการทำงานด้วย MATLAB ที่ความถี่ $B = 15 \text{ Hz}, f_c = 100 \text{ Hz}$	57

สารบัญรูป(ต่อ)

รูปที่	หน้า
4.45 ผลการสร้างจริงด้วยบอร์ด TMS320C31 ที่ความถี่ $B = 30 \text{ Hz}, f_c = 200 \text{ Hz}$	71
4.46 ผลจำลองการทำงานด้วย MATLAB ที่ความถี่ $B = 40 \text{ Hz}, f_c = 50 \text{ Hz}$	72
4.47 ผลการสร้างจริงด้วยบอร์ด TMS320C31 ที่ความถี่ $B = 40 \text{ Hz}, f_c = 50 \text{ Hz}$	72
4.48 ผลจำลองการทำงานด้วย MATLAB ที่ความถี่ $B = 40 \text{ Hz}, f_c = 100 \text{ Hz}$	73
4.49 ผลการสร้างจริงด้วยบอร์ด TMS320C31 ที่ความถี่ $B = 40 \text{ Hz}, f_c = 100 \text{ Hz}$	73
4.50 ผลจำลองการทำงานด้วย MATLAB ที่ความถี่ $B = 40 \text{ Hz}, f_c = 150 \text{ Hz}$	74
4.51 ผลการสร้างจริงด้วยบอร์ด TMS320C31 ที่ความถี่ $B = 40 \text{ Hz}, f_c = 150 \text{ Hz}$	74
4.52 ผลจำลองการทำงานด้วย MATLAB ที่ความถี่ $B = 40 \text{ Hz}, f_c = 200 \text{ Hz}$	75
4.53 ผลการสร้างจริงด้วยบอร์ด TMS320C31 ที่ความถี่ $B = 40 \text{ Hz}, f_c = 200 \text{ Hz}$	75
ก.1 ฮาร์ดแวร์ของบอร์ด TMS320C31 DSP Starter Kit	80
ก.2 บล็อกไดอะแกรมของบอร์ด TMS320C31 DSP Starter Kit.....	81
ก.3 การจัดแบ่งหน่วยความจำในโหมด Microcomputer/Boot Loader ของบอร์ด TMS320C31 DSP Starter Kit	82
ก.4 ฟังก์ชันไดอะแกรมของชิป TLC32040	83

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

บทที่ 1

บทนำ

1.1 ความเป็นมาและความสำคัญของปัญหา

ตัวกรองเชิงเลขแบบ Notch เป็นตัวกรองแบบหนึ่งที่ถูกนำมาประยุกต์ใช้ในการกำจัดสัญญาณรบกวนเฉพาะความถี่ซึ่งในการออกแบบและสร้างตัวกรองเชิงเลขแบบ Notch นั้นสามารถทำได้ทั้งในรูปแบบ Analog และ Digital แต่การออกแบบในลักษณะ Analog นั้นสามารถกำหนดค่า Bandwidth ที่อัตราการขยายที่ -3dB ได้แต่ยังมีข้อจำกัดอยู่บางประการคือ ไม่สามารถกำหนด Center frequency หรือ Notch frequency ให้มีค่าตามที่ต้องการได้ ซึ่งค่า Center frequency หรือ Notch frequency นั้นจะขึ้นอยู่กับค่า Low cutoff frequency กับค่า High cutoff frequency ของตัวกรองเชิงเลขแบบ Notch [1, 2] ส่วนการออกแบบตัวกรองเชิงเลขแบบ Notch ในลักษณะ Digital นั้นสามารถกระทำได้หลายวิธีเช่น

1. ออกแบบโดยการเปลี่ยนรูปตัวกรอง Analog filter มาเป็นตัวกรอง Digital filter [3]
2. ออกแบบจากตัวกรองเชิงเลขแบบ All-pass [4]
3. ออกแบบโดยวิธีการวางตำแหน่ง Pole-zero [5]

ซึ่งวิธีแรกนั้นถูกออกแบบจากทาง Analog มาก่อนจึงทำให้ประสบกับปัญหาแบบเดิมดังที่ได้กล่าวมาแล้วในข้างต้น ส่วนวิธีที่ 2 สามารถกำหนดค่า Center frequency และค่า Bandwidth ที่อัตราการขยาย -3dB ได้ส่วนวิธีวางตำแหน่ง Pole-zero นั้นมีขั้นตอนการออกแบบที่ง่ายแต่ยังมีข้อจำกัดทางการออกแบบอยู่บางประการคือ มีอัตราการขยายในช่วง Pass-band ไม่สมมาตรกันและไม่สามารถควบคุมให้มีขนาดตามต้องการได้ ปัญหาดังกล่าวนี้สามารถทำการแก้ไขด้วยการเปลี่ยนแปลงตำแหน่งของ Pole และหาค่าสัมประสิทธิ์สำหรับควบคุม Pass-band Gain ให้เป็นไปตามต้องการ [6, 7] แต่อย่างไรก็ตามการออกแบบยังไม่สามารถกำหนด Bandwidth ให้มีอัตราการขยายเป็น -3dB ได้ [5,6]

1.2 ความมุ่งหมายและวัตถุประสงค์ของการศึกษา

วิธานิพนธ์ฉบับนี้มุ่งหวังการศึกษาการออกแบบตัวกรองเชิงเลข IIR แบบ Notch ที่สามารถกำหนดค่า Bandwidth ด้วยวิธีการปรับปรุงตำแหน่งการวาง Pole - zero โดยการออกแบบตามหลักการที่นำเสนอจะใช้เทคนิคการประมาณค่าแบบ Discrete Least Square หาสมการ Bandwidth ของตัวกรองเชิงเลขแบบ Notch

เอกสาร 1.3 สมมติฐานของการศึกษา การใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใด เนื่องจากในการออกแบบตัวกรองเชิงเลข IIR แบบ Notch โดยใช้วิธีการวาง Pole และ zero นั้นสามารถกำหนด Center frequency และ Pass-band Gain ให้เป็นไปตามต้องการแต่ยังไม่สามารถกำหนด

Bandwidth ที่อัตราขยาย -3dB ได้ ซึ่งจากการศึกษาพบว่า ค่าของ Bandwidth ที่ได้นั้นจะขึ้นกับการกำหนดค่า r ที่อยู่ในช่วง $0 < r < 1$ ดังนั้นหากต้องการกำหนดค่า Bandwidth ที่อัตราขยาย -3dB ให้ได้ตามต้องการ จำเป็นที่ต้องทราบค่า r ซึ่งเทคนิคการประมาณค่าแบบ Discrete Least Square เป็นวิธีที่เหมาะสมในการนำมาหาสมการความสัมพันธ์ระหว่าง r กับ Bandwidth ให้อยู่ในรูปสมการ โพลีโนเมียล (Polynomial)

1.4 ทฤษฎีหรือแนวความคิดที่ใช้ในการวิจัย

การออกแบบตัวกรองเชิงเลข IIR แบบ Notch ด้วยวิธีการวางตำแหน่ง Pole-zero โดยใช้เทคนิคการประมาณค่าแบบ Discrete Least Square เพื่อแก้ปัญหาการควบคุม Bandwidth ที่อัตราขยาย -3dB ขั้นตอนการออกแบบเริ่มจากออกแบบตัวกรองเชิงเลข IIR แบบ Notch ที่ทำการปรับปรุงอัลกอริทึมการวางตำแหน่ง Pole-zero โดยทำการกำหนดค่า r อยู่ในช่วง $0 < r < 1$ และ Notch frequency (ω_0) อยู่ในช่วง $0 - \pi$ จากนั้นทำการคำนวณค่า Bandwidth ที่ได้จากผลตอบสนองทางขนาด (Magnitude response) เพื่อนำมาหาสมการความสัมพันธ์ระหว่าง r กับ Bandwidth ให้อยู่ในรูปสมการ โพลีโนเมียล (Polynomial)

1.5 ขอบเขตการวิจัย

วิทยานิพนธ์นี้นำเสนอหลักการใหม่ในการออกแบบตัวกรองเชิงเลข IIR แบบ Notch ที่สามารถกำหนดค่า Bandwidth ด้วยวิธีการปรับปรุงตำแหน่งการวาง Pole - zero โดยการออกแบบตามหลักการที่นำเสนอจะใช้เทคนิคการประมาณค่าแบบ Discrete Least Square หาสมการ Bandwidth ของตัวกรองเชิงเลขแบบ Notch สำหรับการออกแบบและการจำลองการทำงานใช้โปรแกรม MATLAB และทำการสร้างสัญญาณจริงด้วยบอร์ดประมวลผลสัญญาณดิจิทัล TMS3230C31

1.6 ขั้นตอนของการศึกษา

วิทยานิพนธ์ฉบับนี้ได้แบ่งเนื้อหาออกเป็น 5 บทด้วยกันคือ

บทที่ 1 กล่าวถึงความเป็นมาของงานวิจัย ความมุ่งหมายและวัตถุประสงค์ สมมติฐานทฤษฎีที่ใช้ขอบเขตของการวิจัย และขั้นตอนการศึกษา

บทที่ 2 กล่าวถึงทฤษฎีพื้นฐานที่ใช้ในการวิจัย ซึ่งจะประกอบด้วยทฤษฎีการประมวลผลสัญญาณเชิงเลข การวิเคราะห์ระบบแบบไม่ต่อเนื่องทางเวลา และการแปลงแซด

บทที่ 3 กล่าวถึงการออกแบบตัวกรองเชิงเลข IIR แบบ Notch ที่สามารถกำหนดค่า Bandwidth ด้วยวิธีการปรับปรุงตำแหน่งการวาง Pole - zero โดยการออกแบบตามหลักการที่นำเสนอจะใช้เทคนิคการประมาณค่าแบบ Discrete Least Square หาสมการ Bandwidth ของตัวกรองเชิงเลขแบบ Notch

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่ควรเผยแพร่ไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้คัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

บทที่ 4 กล่าวถึงผลการทดลองที่ได้จากการออกแบบและสร้างสัญญาณจริงบอร์คประมวลผลสัญญาณดิจิทัล TMS3230C31 รวมถึงกราฟที่ได้จากการจำลองการทำงานใช้โปรแกรม MATLAB และเครื่องวิเคราะห์สัญญาณแบบไดนามิก (Dynamic signal analyzer)

บทที่ 5 เป็นบทสรุปผลการวิจัยและข้อเสนอแนะ

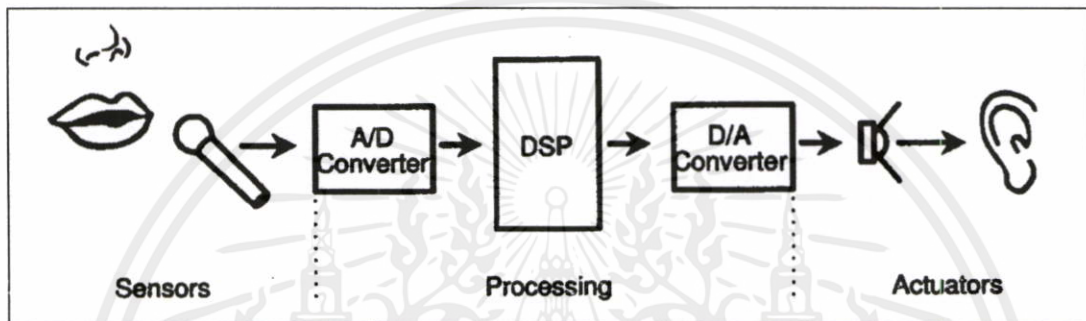


เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

บทที่ 2

ทฤษฎีการประมวลผลสัญญาณเชิงเลข

ระบบประมวลผลสัญญาณเชิงเลขประกอบด้วยตัวแปลงสัญญาณอนาลอกเป็นสัญญาณดิจิทัล (Analog to Digital Converter A/D) ตัวประมวลผล (Processor) ตัวแปลงสัญญาณดิจิทัลเป็นอนาลอก (Digital to Analog Converter D/A) ระบบประมวลผลสัญญาณเชิงเลขมีแผนผังแสดงดังรูปที่ 2.1



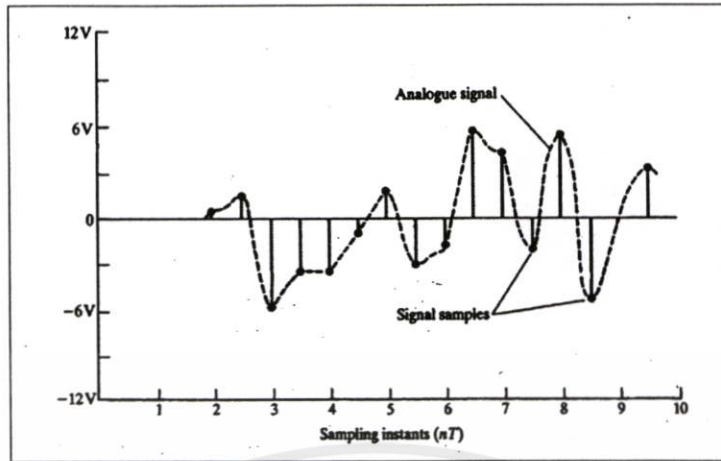
รูปที่ 2.1 แผนผังของระบบประมวลผลสัญญาณเชิงเลข

จากรูปที่ 2.1 จะเห็นได้ว่าสัญญาณอนาลอกจะถูกแปลงเป็นสัญญาณดิจิทัลด้วย A/D สัญญาณดิจิทัลจะถูกคำนวณโดยตัวประมวลผล และผลที่ได้จากการประมวลผลจะถูกส่ง D/A เพื่อแปลงกลับให้เป็นสัญญาณอนาลอกต่อไป

2.1 สัญญาณและระบบแบบไม่ต่อเนื่อง [1, 2]

สัญญาณที่ไม่ต่อเนื่องนี้จะมีลักษณะดังรูปที่ 2.2 โดยจะเห็นได้ว่าสัญญาณที่ไม่ต่อเนื่องก็คือสัญญาณค่าหนึ่ง ณ เวลาหนึ่งบนสัญญาณที่ต่อเนื่องแต่จะมีระยะเวลาห่างที่เท่ากันในแต่ละจุด เรียกระยะเวลาห่างที่เท่ากันนี้ว่า Sampling time, Sampling rate หรือ Sampling periods สัญญาณที่ไม่ต่อเนื่องสามารถเรียกเป็นลำดับสัญญาณ (Sequence signal) ก็ได้ และสามารถเขียนแทนได้ด้วยสมการคณิตศาสตร์ได้หลายรูปแบบดังต่อไปนี้

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้คัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



รูปที่ 2.2 สัญญาณต่อเนื่องและสัญญาณไม่ต่อเนื่อง

- เขียนในรูปของฟังก์ชัน (Functional representation)

$$x(n) = \begin{cases} 1, & n = 1, 3 \\ 4, & n = 2, 4 \\ 0, & n > 4 \end{cases} \quad (2.1)$$

- เขียนในรูปการแจกแจง (Tabular representation)

n	...	-2	-1	0	1	2	3	4	...
$x(n)$...	0	0	0	1	4	1	0	...

- เขียนในรูปลำดับ (Sequence representation)

$$x(n) = \{\dots, 0, 0, 1, 4, 1, 0, 0, \dots\} \quad (2.2)$$

$$x(n) = \{0, 1, 4, 1, 0, 0, \dots\} \quad (2.3)$$

$$x(n) = \{3, -1, -2, 5, 0, 4, -1\} \quad (2.4)$$

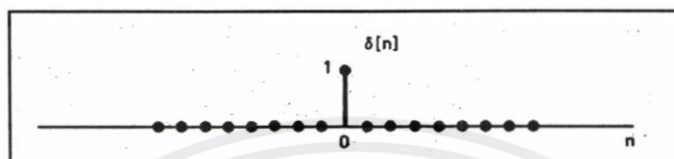
$$x(n) = \{0, 1, 4, 1, \dots\} \quad (2.5)$$

สมการที่ 2.2 และ 2.3 เป็นลำดับแบบไม่มีจุดจบ (Infinite-duration signal or sequence) ส่วนสมการที่ 2.4 และ 2.5 เป็นลำดับแบบมีจุดจบ (Finite-duration signal or sequence) อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการคำนวณได้ทั้งนั้น อีกทั้งห้ามมิให้คัดลอกเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

2.1.1 Unit sample sequence

มีนิยามดังสมการที่ 2.6 และมีรูปสัญญาณดังรูปที่ 2.3

$$\delta(n) = \begin{cases} 0, & n \neq 0 \\ 1, & n = 0 \end{cases} \quad (2.6)$$

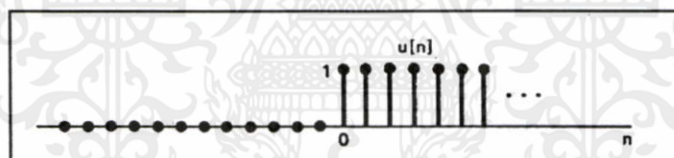


รูปที่ 2.3 Unit sample sequence

2.1.2 Unit step sequence

มีนิยามดังสมการที่ 2.7 และมีรูปสัญญาณดังรูปที่ 2.4

$$u(n) = \begin{cases} 0, & n < 0 \\ 1, & n \geq 0 \end{cases} \quad (2.7)$$



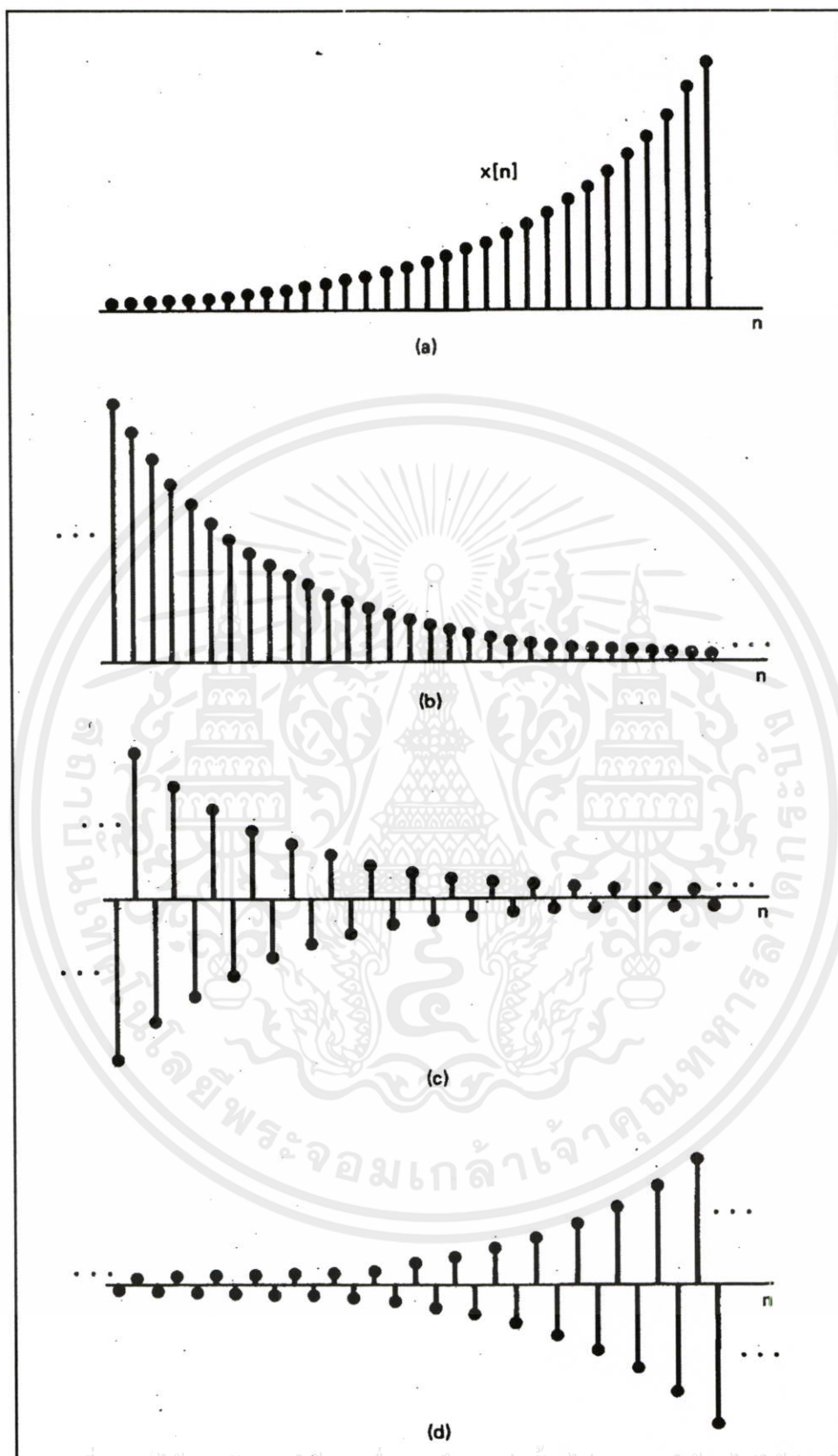
รูปที่ 2.4 Unit step sequence

2.1.3 Exponential sequences

มีนิยามดังสมการที่ 2.8 และมีรูปสัญญาณดังรูปที่ 2.5

$$x(n) = \alpha^n \quad (2.8)$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



รูปที่ 2.5 Exponential sequences $x(n) = A\alpha^n$

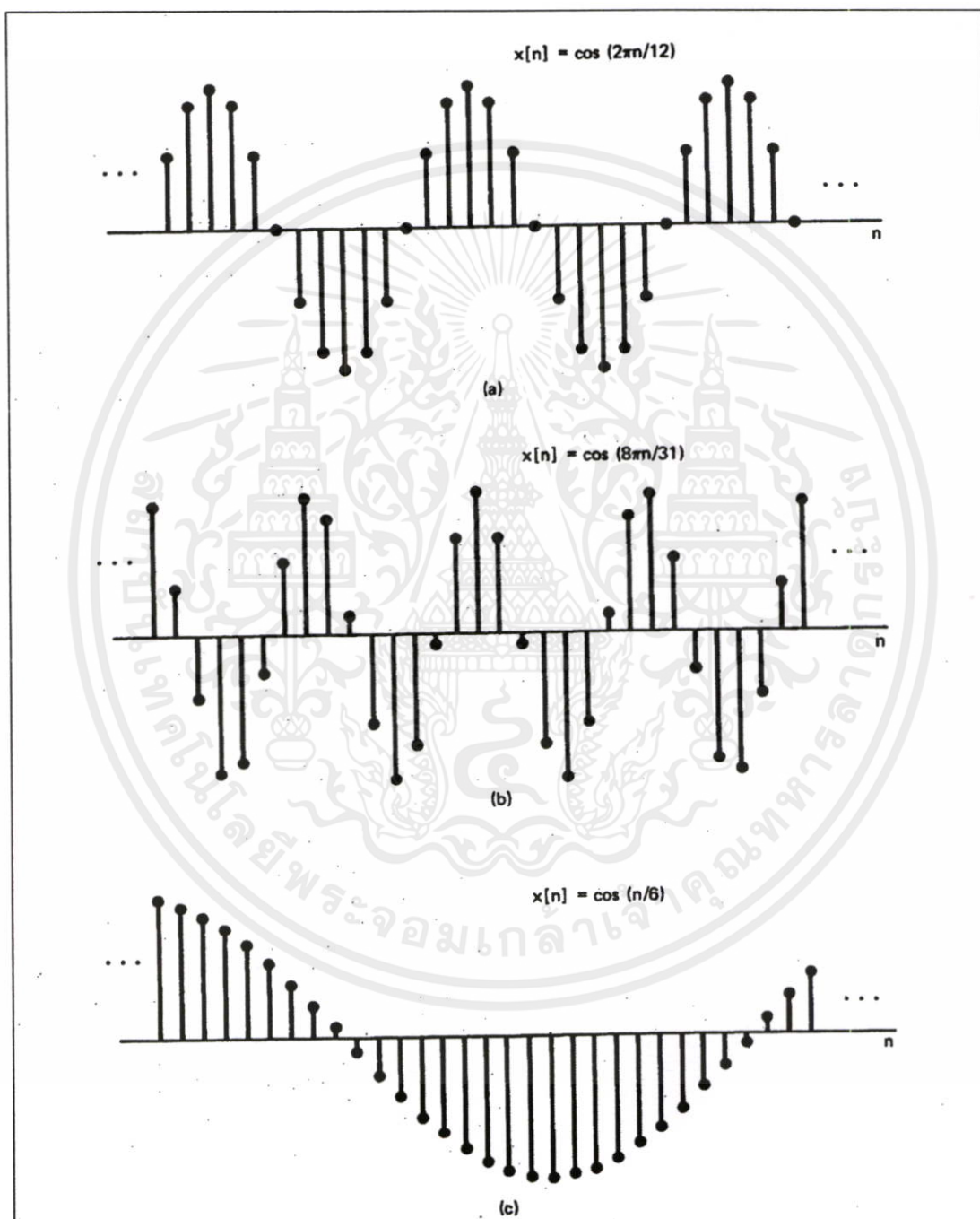
(a) $\alpha > 1$; (b) $0 < \alpha < 1$; (c) $-1 < \alpha < 0$; (d) $\alpha < -1$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนลิขสิทธิ์และใช้ในงานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้เผยแพร่
 ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และดัดแปลงถึงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

2.1.4 Sinusoidal sequences

มีนิยามดังสมการที่ 2.9 และมีรูปสัญญาณดังรูปที่ 2.6

$$x(n) = A \cos(\omega_0 n + \phi) \quad (2.9)$$



รูปที่ 2.6 Sinusoidal sequences

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

2.2 ลักษณะเฉพาะของสัญญาณแบบไม่ต่อเนื่องทางเวลา [1, 2]

2.2.1 Energy signal และ Power signals

Energy ของสัญญาณไม่ต่อเนื่อง $x(n)$ สามารถหาได้จากสมการที่ 2.10

$$E = \sum_{n=-\infty}^{\infty} |x(n)|^2 \quad (2.10)$$

และ Power ของสัญญาณไม่ต่อเนื่อง $x(n)$ สามารถหาได้จากสมการที่ 2.11

$$P = \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{2N+1} \sum_{n=-N}^N |x(n)|^2 \quad (2.11)$$

จากสมการที่ 2.5 กำหนดให้ n อยู่ในช่วง $-N$ ถึง N ดังสมการที่ 2.12

$$E_N = \sum_{n=-N}^N |x(n)|^2 \quad (2.12)$$

แทนค่า E ลงในสมการที่ 2.12 และสมการที่ 2.6 จะได้ Power ดังสมการที่ 2.13

$$P = \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{2N+1} E_N \quad (2.13)$$

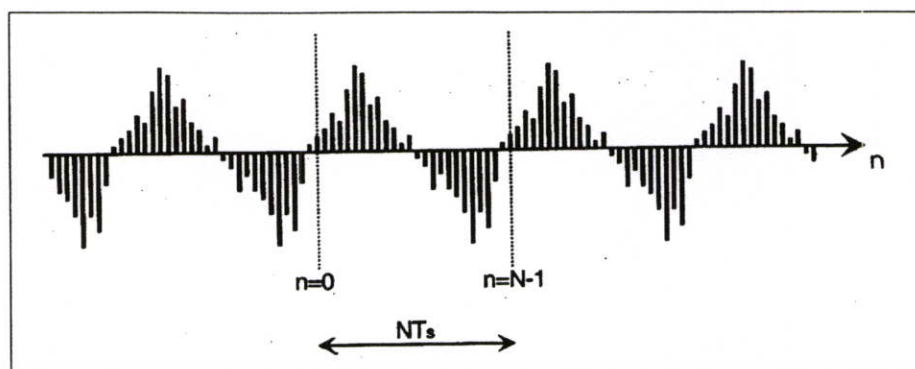
2.2.2 Periodic signals และ Aperiodic signals

Periodic signals sequence เป็นสัญญาณที่มีคาบซ้ำมีนิยามดังสมการที่ 2.14 และแสดงสัญญาณไค่ดั่งรูปที่ 2.7

$$x(n+N) = x(n) \quad (2.14)$$

เมื่อ N คือ Fundamental period และลำดับที่ไม่เป็นดังสมการที่ 2.14 จะเป็นลำดับแบบ Aperiodic

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

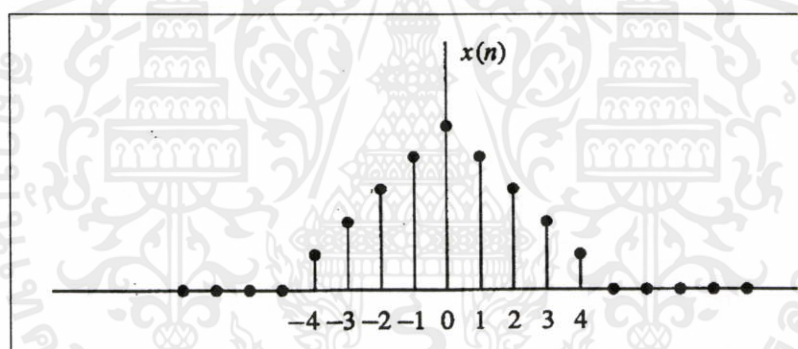


รูปที่ 2.7 Periodic signals sequence

2.2.3 Symmetric (even) และ Asymmetric (odd) signals

ลำดับสัญญาณที่สมมาตรกัน(Symmetric) มีนิยามดังสมการที่ 2.15 มีรูปสัญญาณดังรูปที่ 2.8

$$x(-n) = x(n) \quad (2.15)$$

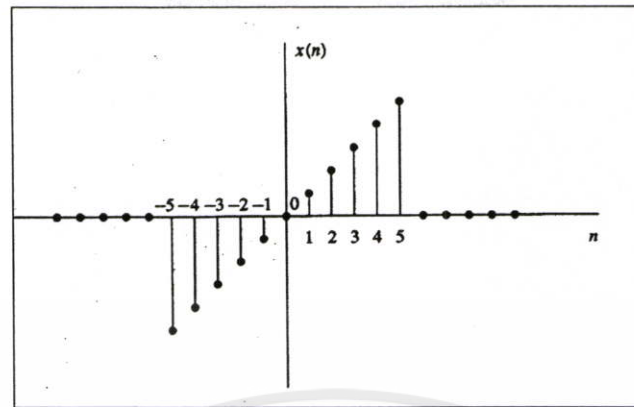


รูปที่ 2.8 Symmetric (even) sequence

ลำดับสัญญาณที่ไม่สมมาตรกัน(Asymmetric) มีนิยามดังสมการที่ 2.16 มีรูปสัญญาณ ดังรูปที่ 2.9

$$x(-n) = -x(n) \quad (2.16)$$

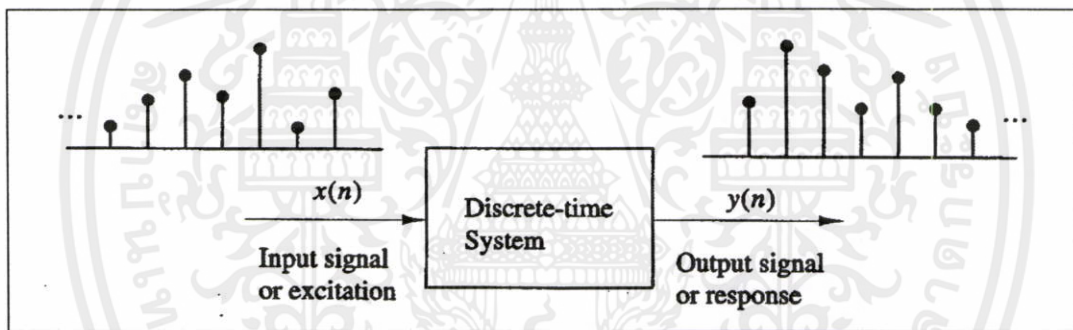
เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



รูปที่ 2.9 Asymmetric (odd) sequence

2.3 ระบบแบบไม่ต่อเนื่องทางเวลา [1, 2]

ระบบแบบไม่ต่อเนื่องมีไคอะแกรมดังรูปที่ 2.16



รูปที่ 2.10 ไคอะแกรมของระบบแบบไม่ต่อเนื่อง

เมื่อ $x(n)$ เป็นสัญญาณอินพุตหรือ Excitation ของระบบแบบไม่ต่อเนื่อง

$y(n)$ เป็นสัญญาณเอาต์พุตหรือผลตอบสนองของระบบแบบไม่ต่อเนื่อง

จากรูปที่ 2.15 สามารถนิยามความสัมพันธ์ระหว่างอินพุตกับเอาต์พุตได้ดังสมการที่ 2.23

$$y(n) \equiv \tau[x(n)] \quad (2.23)$$

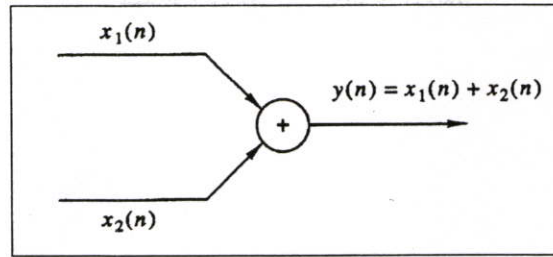
เมื่อ τ เป็นตัวกระทำ (Operator)

2.3.1 ไคอะแกรมที่ใช้แสดงในระบบไม่ต่อเนื่อง (Block Diagram Representation of Discrete-Time Systems)

ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น การแก้ไขข้อผิดพลาดในการเขียนโปรแกรมหรือการแก้ไขข้อผิดพลาดในการคำนวณ

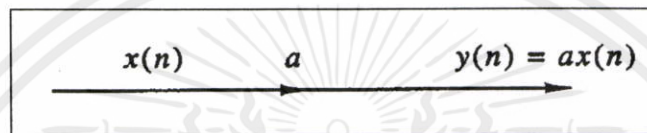
ในระบบแบบไม่ต่อเนื่องสามารถแทนได้ด้วยไคอะแกรมดังต่อไปนี้

- ตัวบวก (Adder) ใช้สำหรับบวกสัญญาณเข้าด้วยกันดังรูปที่ 2.11



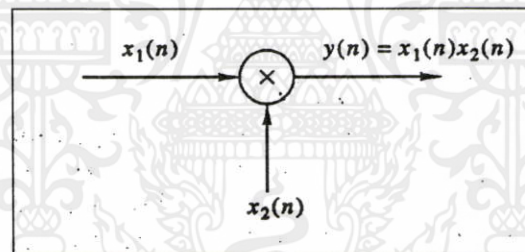
รูปที่ 2.11 ไคอะแกรมการบวกในระบบแบบไม่ต่อเนื่อง

- ตัวคูณคงที่ (Constant multiplier) ใช้คูณค่าคงที่กับสัญญาณดังรูปที่ 2.12



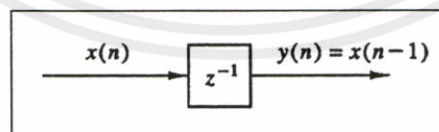
รูปที่ 2.12 ไคอะแกรมตัวคูณคงที่ในระบบแบบไม่ต่อเนื่อง

- ตัวคูณสัญญาณ (Signal multiplier) ใช้สำหรับคูณสัญญาณเข้าด้วยกันดังรูปที่ 2.13



รูปที่ 2.13 ไคอะแกรมตัวคูณสัญญาณในระบบแบบไม่ต่อเนื่อง

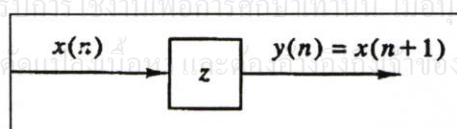
- ตัวหน่วง (Delay element) ใช้สำหรับหน่วงสัญญาณดังรูปที่ 2.14



รูปที่ 2.14 ไคอะแกรมตัวหน่วงในระบบแบบไม่ต่อเนื่อง

- ตัวล้ำหน้า (Advance element) ใช้สำหรับกำหนดค่าล่วงหน้าให้กับระบบดังรูปที่ 2.15

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับอาจารย์และบุคลากรเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้เผยแพร่เอกสารนี้โดยไม่ได้รับอนุญาตจากเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

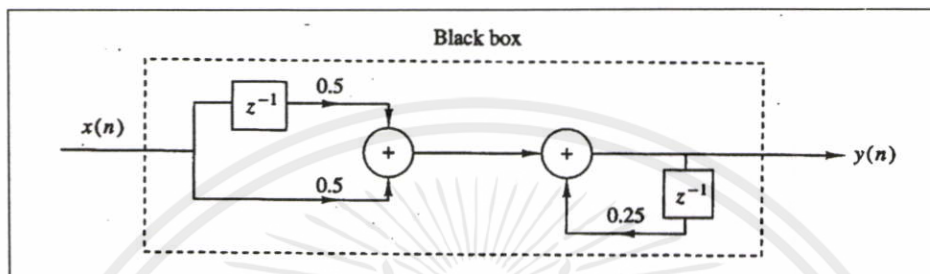


รูปที่ 2.15 ไคอะแกรมตัวล้ำหน้าในระบบแบบไม่ต่อเนื่อง

เช่นกรณีที่ 2.3 ระบบแบบไม่ต่อเนื่องมีสมการเอาต์พุต ดังสมการที่ 2.24 จงเขียนไคอะแกรม

$$y(n] = \frac{1}{4} y[n-1] + \frac{1}{2} x[n] + \frac{1}{2} x[n-1] \tag{2.24}$$

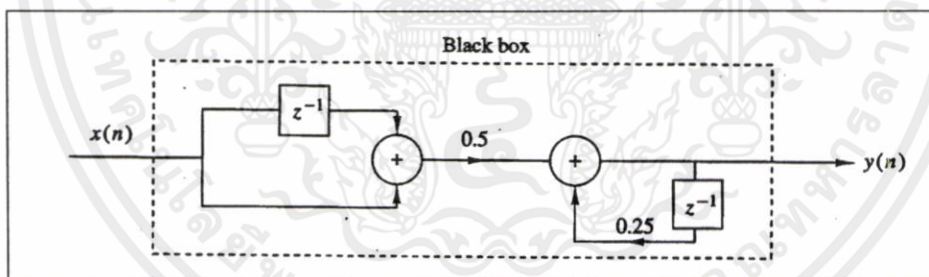
วิธีการ จากสมการที่ 2.24 สามารถนำมาเขียนไคอะแกรมได้ดังรูปที่ 2.16



รูปที่ 2.16 ไคอะแกรมของระบบไม่ต่อเนื่องตามสมการที่ 2.24

และถ้านำสมการที่ 2.24 มาจัดใหม่ดังสมการที่ 2.25 สามารถเขียนไคอะแกรมได้ใหม่ดังรูปที่ 2.17

$$y[n] = \frac{1}{4} y[n-1] + \frac{1}{2} [x[n] + x[n-1]] \tag{2.25}$$



รูปที่ 2.17 ไคอะแกรมของระบบไม่ต่อเนื่องตามสมการที่ 2.25

2.3.2 ชนิดของระบบแบบไม่ต่อเนื่อง

2.3.2.1 ระบบแบบ Static

เป็นระบบที่ไม่มีหน่วยความจำ ซึ่งสมการของระบบแสดงได้ดังสมการที่ 2.26 และสมการที่ 2.27

$$y[n] = ax[n] \tag{2.26}$$

$$y[n] = nx[n] + bx^3[n] \tag{2.27}$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

2.3.2.2 ระบบแบบ Dynamic

เป็นระบบที่มีหน่วยความจำซึ่งหมายถึงเป็นระบบที่สามารถบันทึกค่าอินพุตหรือเอาต์พุต ที่เวลาผ่านไปแล้ว สมการของระบบดังสมการที่ 2.28 – 2.30

$$y(n) = x(n) + 3x(n-1) \quad (2.28)$$

$$y(n) = \sum_{k=0}^n x(n-k) \quad (2.29)$$

$$y(n) = \sum_{k=0}^{\infty} x(n-k) \quad (2.30)$$

2.3.2.3 ระบบแบบแปรตามเวลา (Time-invariant system)

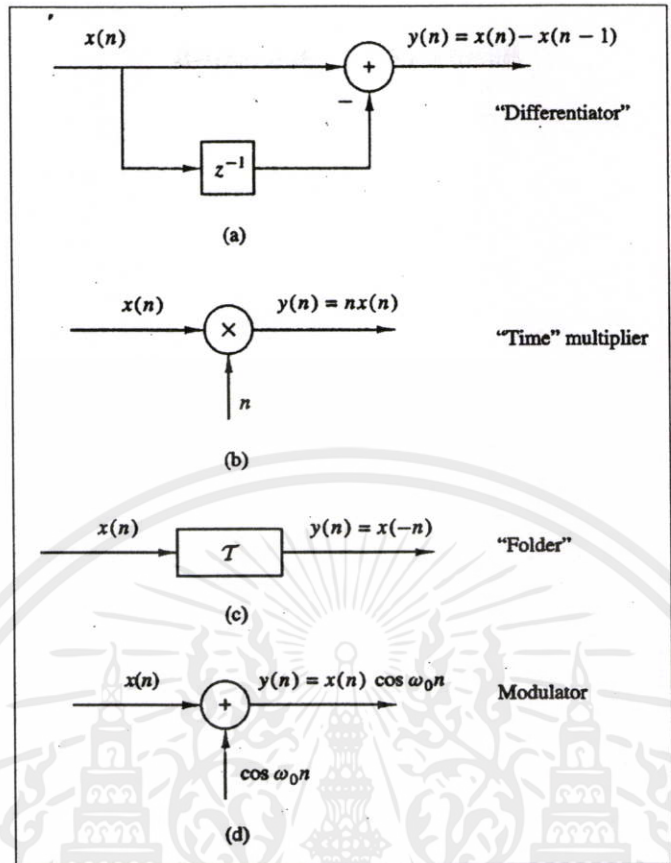
กำหนดให้ τ เป็นระบบไม่ต่อเนื่อง $x(n)$ เป็นอินพุตของระบบ $y(n)$ เป็นเอาต์พุตของระบบ ดังสมการที่ 2.31 ถ้ามีการหน่วงอินพุตเป็น $x(n-k)$ ถ้าเอาต์พุตที่ได้ถูกหน่วงไปเป็น $y(n-k)$ เช่นเดียวกับอินพุต ดังสมการที่ 2.32 สามารถสรุปได้ว่าระบบไม่ต่อเนื่อง τ เป็นระบบไม่ต่อเนื่องที่แปรตามเวลา

$$x(n) \xrightarrow{\tau} y(n) \quad (2.31)$$

$$x(n-k) \xrightarrow{\tau} y(n-k) \quad (2.32)$$

และระบบที่อินพุตถูกหน่วงไป $x(n-k)$ แต่ได้เอาต์พุตของระบบไม่เท่ากับ $y(n-k)$ ระบบนั้นเป็นระบบที่ไม่แปรตามเวลา (Time-variant system หรือ Time-varying system) รูปที่ 2.24 แสดงตัวอย่างระบบไม่ต่อเนื่องที่แปรตามเวลาและไม่แปรตามเวลา

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

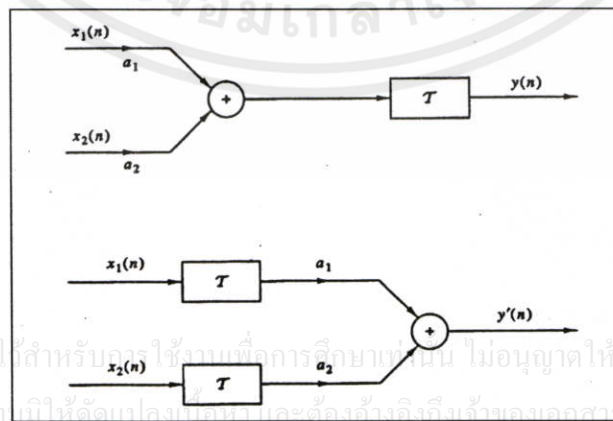


รูปที่ 2.18 ตัวอย่างระบบไม่ต่อเนื่องที่แปรตามเวลาและไม่แปรตามเวลา
 (a) ระบบแปรตามเวลา (b) - (d) ระบบที่ไม่แปรตามเวลา

2.3.2.4 ระบบแบบเชิงเส้นและไม่เชิงเส้น (Linear and nonlinear systems)

ระบบไม่ต่อเนื่องแบบเชิงเส้นจะต้องมีคุณสมบัติสอดคล้องกับหลักการของ Superposition ดังสมการที่ 2.33 หรืออธิบายได้ดังรูปที่ 2.19

$$\tau[a_1x_1(n) + a_2x_2(n)] = a_1\tau[x_1(n)] + a_2\tau[x_2(n)] \tag{2.33}$$



รูปที่ 2.19 ระบบ τ เป็นระบบที่เชิงเส้นและระบบที่ไม่มีคุณสมบัติสอดคล้องกับหลักการของ Superposition จะเป็นระบบแบบไม่เชิงเส้น

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับอาจารย์และบุคลากรในมหาวิทยาลัยเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามเผยแพร่เอกสารนี้โดยไม่ได้รับอนุญาตทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

2.3.2.5 ระบบแบบ Causal และแบบ Noncausal

ระบบแบบ Causal เป็นระบบที่สร้างได้จริงมีสมการของระบบดังสมการที่ 2.34

$$y(n) = F[x(n), x(n-1), x(n-2), \dots, x(n-k), \dots, y(n-1), y(n-2), \dots, y(n-k)]$$

$$y(n) = 2x(n) + 4.5x(n-2) - 3y(n-1) + 0.5y(n-2) \quad (2.34)$$

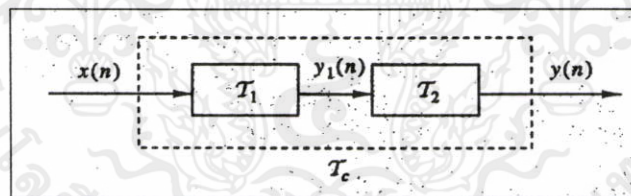
จะเห็นได้ว่าระบบแบบ Causal จะประกอบด้วยเทอมอินพุตปัจจุบัน อินพุตในอดีตหรือเอาต์พุตในอดีตเท่านั้น ระบบที่ไม่เป็นดังสมการที่ 2.34 จะเป็นระบบแบบ Noncausal

2.3.2.6 ระบบแบบ Stable และระบบแบบ Unstable

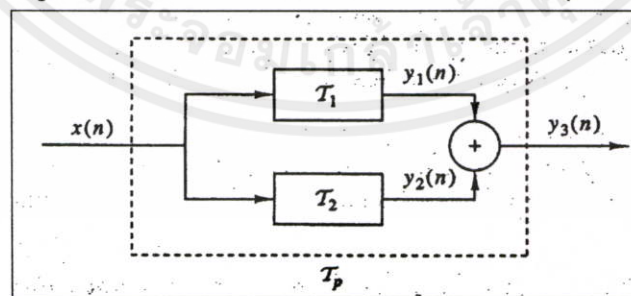
ระบบที่มีเอาต์พุตขึ้นอยู่กับอินพุตจะเป็นระบบแบบ Stable ส่วนระบบที่มีเอาต์พุตไม่ขึ้นอยู่กับอินพุตจะเป็นระบบแบบ Unstable

2.3.3 การเชื่อมต่อระบบไม่ต่อเนื่อง (Interconnection of Discrete-time Systems)

กระทำได้ 2 ลักษณะคือ การเชื่อมต่อระบบแบบอนุกรม (Cascade) ดังรูปที่ 2.20 และการเชื่อมต่อแบบขนาน (Parallel) ดังแสดงดังรูปที่ 2.21



รูปที่ 2.20 การเชื่อมต่อระบบไม่ต่อเนื่องแบบอนุกรม



รูปที่ 2.21 การเชื่อมต่อระบบไม่ต่อเนื่องแบบขนาน

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ใช้ในการเชื่อมต่อระบบดังรูปที่ 2.20 เขียนเป็นสมการได้ดังสมการที่ 2.35 – 2.36 ทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$y_1(n) = \tau_1[x(n)] \quad (2.35)$$

$$y(n) = \tau_2[y_1(n)] \quad (2.36)$$

แทนสมการที่ 2.35 ลงในสมการที่ 2.36 จะได้สมการ $y(n)$ ดังสมการที่ 2.37

$$y(n) = \tau_2\{\tau_1[x(n)]\} \quad (2.37)$$

กำหนดให้ $\tau_c = \tau_1\tau_2$ จะได้ $y(n)$ ดังสมการที่ 2.38

$$y(n) = \tau_c[x(n)] \quad (2.38)$$

และถ้ามีการสลับที่ระบบ τ_1 กับ τ_2 ค่า $y(n)$ จะเปลี่ยนแปลงไปดังนั้นจึงสรุปได้ว่า

$$\tau_1\tau_2 \neq \tau_2\tau_1 \quad (2.39)$$

นอกจากนี้ถ้าระบบ τ_1 และระบบ τ_2 เป็นระบบที่แปรตามเวลา ก็จะได้ $\tau_1\tau_2$ หรือ τ_c เป็นระบบที่แปรตามเวลาด้วยดังสมการที่ 2.40

$$\begin{aligned} x(n-k) &\xrightarrow{\tau_1} y_1(n-k) \\ y_1(n-k) &\xrightarrow{\tau_2} y(n-k) \\ x(n-k) &\xrightarrow{\tau_c = \tau_2\tau_1} y(n-k) \end{aligned} \quad (2.40)$$

ส่วนการเชื่อมต่อแบบระบบขนานเขียนเป็นสมการได้ดังสมการที่ 2.41

$$\begin{aligned} y_3(n) &= y_1(n) + y_2(n) \\ &= \tau_1[x(n)] + \tau_2[x(n)] \\ &= (\tau_1 + \tau_2)[x(n)] \end{aligned}$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้ $= \tau_p[x(n)]$ หมายความว่าห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

2.4 การแปลงแซด [1, 2]

การแปลงแซด (z-transform) ของสัญญาณที่ไม่ต่อเนื่องสามารถนิยามอยู่ในรูปของอนุกรมอนันต์ (Power series) ดังสมการที่ 2.64 เรียกสมการที่ 2.64 นี้ว่า การแปลงแซดแบบตรง (Direct z-transform)

$$X(z) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} x(n)z^{-n} \quad (2.64)$$

เมื่อ z คือ ตัวแปรเชิงซ้อน (Complex variable)

$x(n)$ คือ ลำดับสัญญาณ (Sequence signal)

แต่สำหรับระบบแบบ Causal การแปลงแซดของสัญญาณที่ไม่ต่อเนื่องสามารถเขียนได้ดังสมการที่ 2.65 เรียกสมการที่ 2.65 นี้ว่า การแปลงแซดด้านเดียว (One-Side z-transform)

$$X(z) = \sum_{n=0}^{\infty} x(n)z^{-n} \quad (2.65)$$

การแปลงแซดของสัญญาณแบบไม่ต่อเนื่องเขียนแทนได้อีกรูปแบบหนึ่ง ดังสมการที่ (2.66)

$$X(z) = Z\{x(n)\} \quad (2.66)$$

และจากสมการที่ 2.64 และ 2.65 จะเห็นได้ว่าผลการแปลงแซด ก็คืออนุกรมอนันต์ ดังนั้นจะมีค่า z ที่ทำให้ $X(z)$ หาคำตอบได้เรียกค่า z นี้ว่า Region of Convergence (ROC) โดยค่า z นี้จะมีค่าเป็นจำนวนเชิงซ้อน

เช่นกรณีที่ 2.5 หา z-transform ของสัญญาณไม่ต่อเนื่องแบบ Finite-duration

$$x(n) = \{1, 2, 5, 7, 0, 1\}$$

วิธีการ จากสมการที่ 2.64 $X(z) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} x(n)z^{-n}$

$$\text{ดังนั้น} \quad X(z) = \dots + 0z^2 + 0z^1 + 1z^0 + 2z^{-1} + 5z^{-2} + 7z^{-3} + 0z^{-4} + 1z^{-5}$$

$$X(z) = 1 + 2z^{-1} + 5z^{-2} + 7z^{-3} + 1z^{-5} \quad (2.67)$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ส่วน ROC นั้นหาได้จากสมการที่ 2.67

$$X(z) = 1 + \frac{2}{z} + \frac{5}{z^2} + \frac{7}{z^3} + \frac{1}{z^5} \quad (2.68)$$

จากสมการที่ 2.68 พบว่าเมื่อ $z = 0$ จะทำให้ $X(z)$ หาค่าไม่ได้ ดังนั้นจึงสรุปได้ว่า ROC ก็คือ ทุกๆค่าของ z ยกเว้น $z = 0$ ซึ่งเมื่อ $z = 0$ จะทำให้ $X(z)$ หาค่าไม่ได้

เช่นกรณีที่ 2.6 หา z-transform ของสัญญาณไม่ต่อเนื่องแบบ Finite-duration

$$x(n) = \{1, 2, 5, 7, 0, 1\}$$

วิธีการ จากสมการที่ 2.64 $X(z) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} x(n)z^{-n}$

จะได้ $X(z) = 1z^2 + 2z^1 + 5z^0 + 7z^{-1} + 0z^{-2} + 1z^{-3}$ (2.69)

$$X(z) = z^2 + 2z^1 + 5 + 7z^{-1} + z^{-3}$$
 (2.70)

ROC หาได้จากสมการที่ 2.70 จัดสมการใหม่จะได้

$$X(z) = z^2 + 2z^1 + 5 + \frac{7}{z} + \frac{1}{z^3}$$
 (2.71)

จากสมการที่ 2.71 จะเห็นได้ว่าถ้า $z = 0$ หรือ $z = \infty$ จะทำให้ $X(z)$ หาค่าไม่ได้ ดังนั้นจึงสรุปได้ว่า ROC ก็คือ ทุกๆค่า z ยกเว้น $z = 0$ และ $z = \infty$

เช่นกรณีที่ 2.7 หา z-transform ของ $\delta(n)$

วิธีการ กำหนดให้ $x(n) = \delta(n) = \{\dots, 0, 0, 1, 0, 0, 0, 0, \dots\}$ (2.72)

จากสมการที่ 2.64

$$X(z) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} x(n)z^{-n}$$

$$X(z) = \dots + 0z^2 + 0z^1 + 1z + 0z^{-1} + 0z^{-2} + \dots$$

$$X(z) = 1$$
 (2.73)

เช่นกรณีที่ 2.8 หา z-transform ของ $\delta(n-k)$

วิธีการ กำหนดให้ $x(n) = \delta(n) = \{\dots, 0, 0, 0, 0, \dots, 0, 1, 0, 0, 0, \dots\}$ (2.74)

จากสมการที่ 2.64

$$X(z) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} x(n)z^{-n}$$

$$X(z) = \dots + 0z^2 + 0z^1 + 0z^0 + 0z^{-1} + 0z^{-2} + \dots + 1z^{-k} + 0z^{-(k+1)} + 0z^{-(k+2)} + \dots$$

$$X(z) = z^{-k}$$
 (2.75)

เช่นกรณีที่ 2.9 หา z-transform ของสัญญาณ

$$x(n) = \begin{cases} 1 & 0 \leq n \leq \infty \\ 0 & n < 0 \end{cases} \quad (2.76)$$

$$x(n) = \{1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, \dots\}$$

จากสมการที่ 2.64 $X(z) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} x(n)z^{-n}$

$$X(z) = 1 + z^{-1} + z^{-2} + z^{-3} + z^{-4} + z^{-5} + \dots + z^{-\infty} \quad (2.77)$$

$$X(z) = 1 + \frac{1}{z} + \frac{1}{z^2} + \frac{1}{z^3} + \frac{1}{z^4} + \dots \quad (2.78)$$

จากสมการอนุกรมอนันต์ดังสมการที่ 2.79

$$1 + A + A^2 + A^3 + A^4 + A^5 + \dots = \frac{1}{1-A} \quad |A| < 1 \quad (2.79)$$

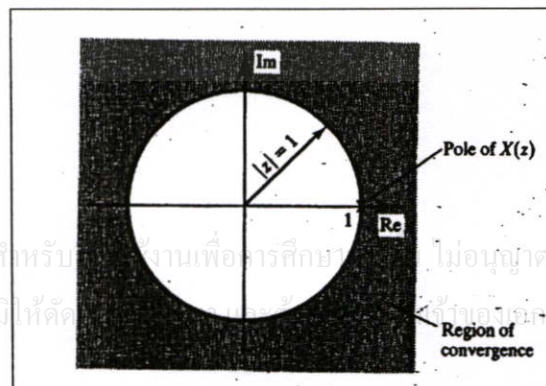
จัดสมการที่ 2.78 ใหม่ได้ดังสมการที่ 2.80

$$X(z) = 1 + \left(\frac{1}{z}\right) + \left(\frac{1}{z}\right)^2 + \left(\frac{1}{z}\right)^3 + \left(\frac{1}{z}\right)^4 + \left(\frac{1}{z}\right)^5 + \dots \quad (2.80)$$

เทียบสัมประสิทธิ์สมการที่ 2.79 กับสมการที่ 2.80 จะได้ $X(z)$ ดังสมการที่ 2.81

$$X(z) = \frac{1}{1 - \frac{1}{z}} = \frac{1}{1 - z^{-1}} \quad \left| \frac{1}{z} \right| < 1 \text{ หรือ } 1 < |z| \quad (3.18)$$

เนื่องจาก z เป็นตัวแปรเชิงซ้อนดังนั้นค่า z ที่ทำให้ $X(z)$ หาค่าได้ หรือค่า ROC ของ $X(z)$ สามารถเขียนได้ดังรูปที่ 2.22



รูปที่ 2.22 ROC ของ $X(z)$ ในกรณีที่ 2.9

เช่นกรณีที่ 2.10 หา z-transform ของสัญญาณ $x(n) = a^n u(n)$

$$x(n) = \{a^0, a^1, a^2, a^3, a^4, \dots\}$$

จากสมการที่ 2.64 $X(z) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} x(n)z^{-n}$ จะได้ $X(z)$ ดังสมการที่ 2.82

$$X(z) = a^0 z^0 + a^1 z^{-1} + a^2 z^{-2} + a^3 z^{-3} + \dots + a^n z^{-n} \quad (2.82)$$

$$X(z) = 1 + \frac{a}{z} + \frac{a^2}{z^2} + \frac{a^3}{z^3} + \dots + \frac{a^n}{z^n}$$

$$X(z) = 1 + \left(\frac{a}{z}\right) + \left(\frac{a}{z}\right)^2 + \left(\frac{a}{z}\right)^3 + \dots + \left(\frac{a}{z}\right)^n \quad (2.83)$$

จากสมการของอนุกรมอนันต์ที่ 2.79 ในกรณีที่ 2.9 ทำให้จัดสมการที่ 2.83 ได้ใหม่ดังสมการที่ 2.84 โดย

$$A = \frac{a}{z}$$

$$X(z) = \frac{1}{1 - \frac{a}{z}} \quad \left| \frac{a}{z} \right| < 1 \quad (2.84)$$

$$X(z) = \frac{1}{1 - az^{-1}} \quad |a| < |z| \quad (2.85)$$

ค่า ROC ทุกๆค่า z ที่มากกว่า a

เช่นกรณีที่ 2.11 หา z-transform ของสัญญาณ $x(n) = \sin(n\omega T)u(n)$

วิธีการ จากสมการ $\sin(x) = \frac{e^{jx} - e^{-jx}}{2j}$ และ $\cos(x) = \frac{e^{jx} + e^{-jx}}{2}$

จากสมการที่ 2.64 จะได้ $X(z)$ ดังสมการที่ 2.86

$$X(z) = \sum_{n=0}^{\infty} \left(\frac{e^{jn\omega T} - e^{-jn\omega T}}{2j} \right) z^{-n} \quad (2.86)$$

$$X(z) = \frac{1}{2j} \left(\sum_{n=0}^{\infty} e^{jn\omega T} z^{-n} - \sum_{n=0}^{\infty} e^{-jn\omega T} z^{-n} \right)$$

$$X(z) = \frac{1}{2j} \left(\sum_{n=0}^{\infty} (e^{j\omega T} z^{-1})^n - \sum_{n=0}^{\infty} (e^{-j\omega T} z^{-1})^n \right) \quad (2.87)$$

จากสมการของอนุกรมอนันต์ที่ 2.79 ในกรณีที่ 2.9 ทำให้จัดสมการที่ 2.87 ได้ใหม่ดังสมการที่ 2.88

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้ใช้ (ฉบับการ 1) ซึ่งงาน (การศึก 1) มาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ (ด้านการค้า) (2.88)

$$X(z) = \frac{1}{2j} \left[\left(\frac{z}{z - e^{j\omega T}} \right) - \left(\frac{z}{z - e^{-j\omega T}} \right) \right]$$

$$X(z) = \frac{1}{2j} \left[\frac{(z^2 - ze^{-j\omega T})}{(z - e^{j\omega T})} - \frac{(z^2 - ze^{j\omega T})}{(z - e^{-j\omega T})} \right] \quad (2.89)$$

$$X(z) = \frac{1}{2j} \left[\frac{(ze^{j\omega T} - ze^{-j\omega T})}{(z - e^{j\omega T})(z - e^{-j\omega T})} \right]$$

$$X(z) = \frac{z}{2j} \left[\frac{e^{j\omega T} - e^{-j\omega T}}{z^2 - ze^{j\omega T} - ze^{-j\omega T} + e^{j\omega T}e^{-j\omega T}} \right]$$

$$X(z) = \frac{z}{2j} \left[\frac{e^{j\omega T} - e^{-j\omega T}}{z^2 - z(e^{j\omega T} + e^{-j\omega T}) + 1} \right]$$

$$X(z) = \frac{z \sin(\omega T)}{z^2 - 2z \cos(\omega T) + 1} \quad (2.90)$$

2.5 คุณสมบัติของการแปลงแซด [1, 2]

2.5.1 คุณสมบัติความเป็นเชิงเส้น (Linearity property)

แสดงดังสมการที่ 2.91

$$Z[ax_1(n) + bx_2(n)] = aX_1(z) + bX_2(z) \quad (2.91)$$

2.5.2 คุณสมบัติการเลื่อน (Shift property)

กำหนดให้ $y(n) = x(n-m)$ $m \geq 0$

การแปลงแซดของ $y(n) = Y(z)$ เขียนแทนได้ ดังสมการที่ 2.92 และ 2.93

$$Y(z) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} y(n)z^{-n} \quad (2.92)$$

$$Y(z) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} x(n-m)z^{-n} \quad (2.93)$$

กำหนดให้ระบบที่กำลังพิจารณาเป็นระบบแบบ Causal ดังนั้นสมการที่ (2.93) สามารถเขียนได้ใหม่ดังสมการที่ 2.94 - 2.97

$$Y(z) = \sum_{n=0}^{\infty} x(n-m)z^{-n} \quad (2.94)$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับใช้ภายในเท่านั้น ไม่ควรเผยแพร่สู่สาธารณะ (This document is reserved for internal use only. It should not be disseminated to the public.)

$$Y(z) = z^{-m} [x(0) + x(1)z^{-1} + x(2)z^{-2} + \dots + x(n)z^{-n}] \quad (2.95)$$

ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามใช้เอกสารนี้เพื่อวัตถุประสงค์อื่นใด (In any case, this document is prohibited from being used for any other purpose.)

$$Y(z) = z^{-m} \sum_{n=0}^{\infty} x(n)z^{-n} \quad (2.96)$$

$$Y(z) = X(z)z^{-m} \quad (2.97)$$

2.5.3 คุณสมบัติการประสาน (Convolution property)

จากสมการผลการประสาน

$$y(n) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} h(k)x(n-k) \quad (2.98)$$

$$y(n) = h(n) * x(n) \quad (2.99)$$

ทำการแปลงแซด $x(n)$, $h(n)$ ให้เป็น $x(z)$, $h(z)$ จะได้การประสาน ดังสมการที่ 2.100

$$Y(z) = H(z)X(z) \quad (2.100)$$

ซึ่งผลการแปลงแซดของฟังก์ชันสัญญาณไม่ต่อเนื่องดังตารางที่ 2.1

ตารางที่ 2.1 ผลของการแปลงแซด

Entry number	Discrete-time Sequence	z -transform $X(z)$	Region of convergence of $X(z)$
1	$\delta[n]$	1	All z
2	$u[n]$	$\frac{1}{1-z^{-1}}$	$ z > 1$
3	$-u[-n-1]$	$\frac{1}{1-z^{-1}}$	$ z < 1$
4	$\delta[n-m]$	z^{-m}	All z except 0 (if $m > 0$) or ∞ (if $m < 0$)
5	$a^n u[n]$	$\frac{1}{1-az^{-1}}$	$ z > a $
6	$-a^n u[-n-1]$	$\frac{1}{1-az^{-1}}$	$ z < a $
7	$na^n u[n]$	$\frac{az^{-1}}{(1-az^{-1})^2}$	$ z > a $
8	$-na^n u[-n-1]$	$\frac{az^{-1}}{(1-az^{-1})^2}$	$ z < a $
9	$[\cos \omega_0 n] u[n]$	$\frac{1 - [\cos \omega_0] z^{-1}}{1 - [2 \cos \omega_0] z^{-1} + z^{-2}}$	$ z > 1$

ตารางที่ 2.1 ผลของการแปลงแซด(ต่อ)

10	$[\sin \omega_0 n]u[n]$	$\frac{[\sin \omega_0]z^{-1}}{1-[2 \cos \omega_0]z^{-1}+z^{-2}}$	$ z > 1$
11	$[r^n \cos \omega_0 n]u[n]$	$\frac{1-[r \cos \omega_0]z^{-1}}{1-[2r \cos \omega_0]z^{-1}+r^2z^{-2}}$	$ z > r$
12	$[r^n \sin \omega_0 n]u[n]$	$\frac{[r \sin \omega_0]z^{-1}}{1-[2r \cos \omega_0]z^{-1}+r^2z^{-2}}$	$ z > r$
13	$\begin{cases} a^n, & 0 \leq n \leq N-1 \\ 0, & \text{otherwise} \end{cases}$	$\frac{1-a^N z^{-N}}{1-az^{-1}}$	$ z > 0$

2.6 การแปลงแซดในรูปเศษส่วน [1, 2]

สัญญาณแบบไม่ต่อเนื่อง $x(n)$ หรือระบบแบบไม่ต่อเนื่อง $y(n)$ สามารถเขียนให้อยู่ในรูป $X(z)$ หรือ $Y(z)$ ได้โดยการแปลงแซด ค่า $X(z)$ หรือ $Y(z)$ นี้เมื่อจัดให้อยู่ในรูปเศษส่วน (Rational) สามารถบอกรายละเอียดคุณลักษณะของสัญญาณและระบบได้

2.6.1 โพลและซีโร่ (Pole and Zero)[6,10-11]

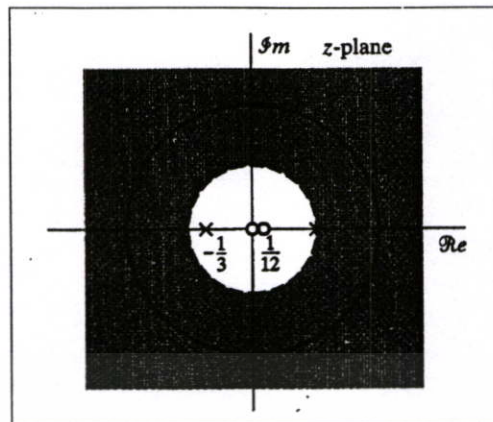
เป็นการนำค่า $X(z)$ หรือ $Y(z)$ ไปแก้สมการหาค่า z และนำคำตอบของ z ไปเขียนตำแหน่งลงในระนาบแซดเชิงซ้อน (Complex z -plane) ค่า z ที่เป็นคำตอบของเศษเรียกว่า ซีโร่ แทนด้วยสัญลักษณ์ \circ ค่า z ที่เป็นคำตอบของส่วนเรียกว่า โพล แทนด้วยสัญลักษณ์ \times เช่นการหาค่าตำแหน่งโพลและซีโร่ของสัญญาณ

เช่นกรณีที่ 2.12 เขียนตำแหน่งการวางโพลและซีโร่ของระบบ $H(z) = \frac{12-z^{-1}}{6-z^{-1}-z^{-2}}$

วิธีการ จากสมการ $H(z)$ สามารถจัดสมการใหม่ได้ดังสมการที่ 2.101

$$H(z) = \frac{2z(z - \frac{1}{12})}{(z - \frac{1}{2})(z + \frac{1}{3})} \quad (2.101)$$

จากสมการที่ 2.101 พบว่าซีโร่จะอยู่ที่ตำแหน่ง 0 และ $\frac{1}{12}$ ส่วนโพลนั้นจะอยู่ที่ตำแหน่ง $\frac{1}{2}$ และ $-\frac{1}{3}$ นำไปเขียนลงระนาบแซด ดังรูปที่ 2.23 เนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



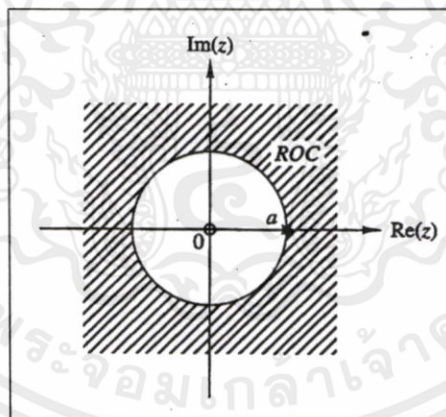
รูปที่ 2.23 ตำแหน่งการวางโพลและซีโรของระบบในกรณีนี้ที่ 2.12

เช่นกรณีนี้ที่ 2.13 หาคำแหน่งการวางโพลและซีโรของสัญญาณ $x(n) = a^n u(n)$; $a > 0$

วิธีการ จากตารางที่ 2.1 z-transform ของ $x(n)$ เขียนได้ดังสมการที่ 2.102

$$X(z) = \frac{1}{1 - az^{-1}} = \frac{z}{z - a} \quad (2.102)$$

นำไปเขียนลง z-plane ได้ดังรูปที่ 2.24



รูปที่ 2.24 ตำแหน่งการวางโพลและซีโรของระบบในกรณีนี้ที่ 2.13

เช่นกรณีนี้ที่ 2.14 หาคำแหน่งการวางโพลและซีโรของสัญญาณ

$$x(n) = \begin{cases} a^n; & 0 \leq n \leq M-1 \\ 0; & \text{elsewhere} \end{cases}$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่าวิธีการ กำหนดคพบว่า n เริ่มต้นจาก 0 ถึง $M-1$ จะได้สมการ z-transform ดังสมการที่ 2.103 นำไปใช้

$$X(z) = \sum_{n=0}^{M-1} a^n z^{-n} \quad (2.103)$$

$$X(z) = \sum_{n=0}^{M-1} (az^{-1})^n \tag{2.104}$$

$$X(z) = 1 + \frac{a}{z} + \left(\frac{a}{z}\right)^2 + \left(\frac{a}{z}\right)^3 + \dots + \left(\frac{a}{z}\right)^{M-1} \tag{2.105}$$

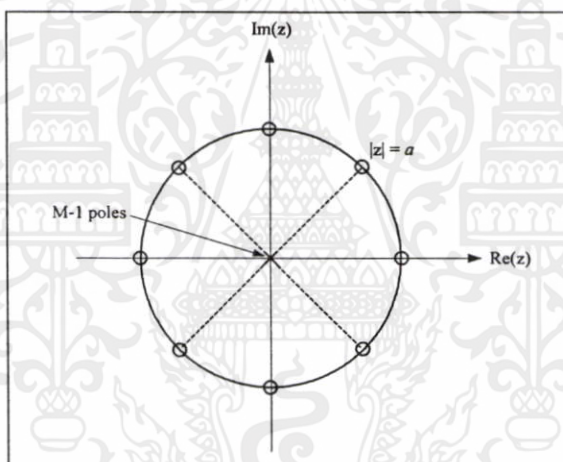
จัดสมการที่ 2.105 ได้ใหม่ [12] ดังสมการที่ 2.106

$$X(z) = \frac{1 - (az^{-1})^M}{1 - az^{-1}} \tag{2.106}$$

นำ z^M คูณตลอดทั้งเศษและส่วน

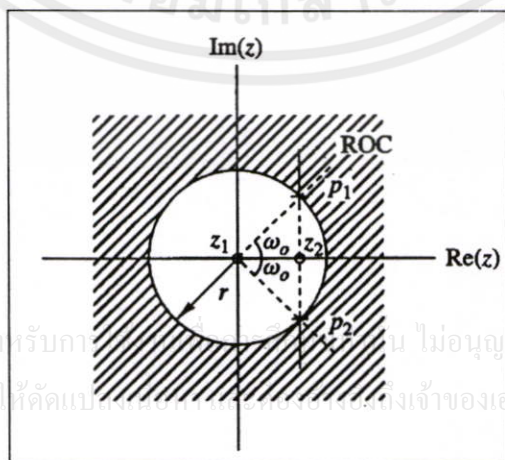
$$X(z) = \frac{z^M - a^M}{z^M - az^{M-1}} = \frac{z^M - a^M}{z^{M-1}(z - a)} \tag{2.107}$$

นำสมการที่ 2.107 เฉพาะเศษมาเขียนเป็นซีโร้และเฉพาะส่วนมาเขียนเป็นโพลดังรูปที่ 2.25



รูปที่ 2.25 ตำแหน่งการวางโพลและซีโร้ของกรณีที่ 2.14

เช่นกรณีที่ 2.15 หาสัญญาณ $x(n)$ จากระนาบแซด ดังรูปที่ 2.26



รูปที่ 2.26 ตำแหน่งการวางโพลและซีโร้ของกรณีที่ 2.15

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับก... ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้คัดลอก... เจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

วิธีการ จากรูปที่ 2.26 พบว่ามีซีโรอยู่ 2 ตัว โดย Z_1 อยู่ที่จุดกำเนิดหรืออยู่ที่ตำแหน่ง 0 ส่วน Z_2 อยู่ที่ตำแหน่ง $r \cos(\omega_0)$ เขียนได้ดังสมการที่ 2.108 และ 2.109

$$Z_1 = 0 \quad (2.108)$$

$$Z_2 = r \cos(\omega_0) \quad (2.109)$$

สำหรับโพลจากรูปที่ 2.26 มีอยู่ 2 ตัวโดย P_1 อยู่ที่ตำแหน่ง $re^{j\omega_0}$ ส่วน P_2 อยู่ที่ตำแหน่ง $re^{-j\omega_0}$ เขียนได้ดังสมการที่ 2.110 และสมการที่ 2.111

$$P_1 = re^{j\omega_0} \quad (2.110)$$

$$P_2 = re^{-j\omega_0} \quad (2.111)$$

จากสมการที่ 2.108-2.111 นำไปเขียนเป็น $X(z)$ ได้ดังสมการที่ 2.112 และ 2.113

$$X(z) = G \frac{(z - Z_1)(z - Z_2)}{(z - P_1)(z - P_2)} \quad (2.112)$$

$$X(z) = G \frac{(z - 0)(z - r \cos(\omega_0))}{(z - re^{j\omega_0})(z - re^{-j\omega_0})} \quad (2.113)$$

เมื่อ G เป็นค่าคงที่ และจากสมการที่ 2.113 สามารถจัดรูปได้ใหม่ดังสมการที่ 2.114

$$X(z) = G \left[\frac{z(z - r \cos(\omega_0))}{(z - re^{j\omega_0})(z - re^{-j\omega_0})} \right]$$

$$X(z) = G \left[\frac{1 - rz^{-1} \cos(\omega_0)}{1 - 2rz^{-1} \cos(\omega_0) + r^2 z^{-2}} \right] \quad (2.114)$$

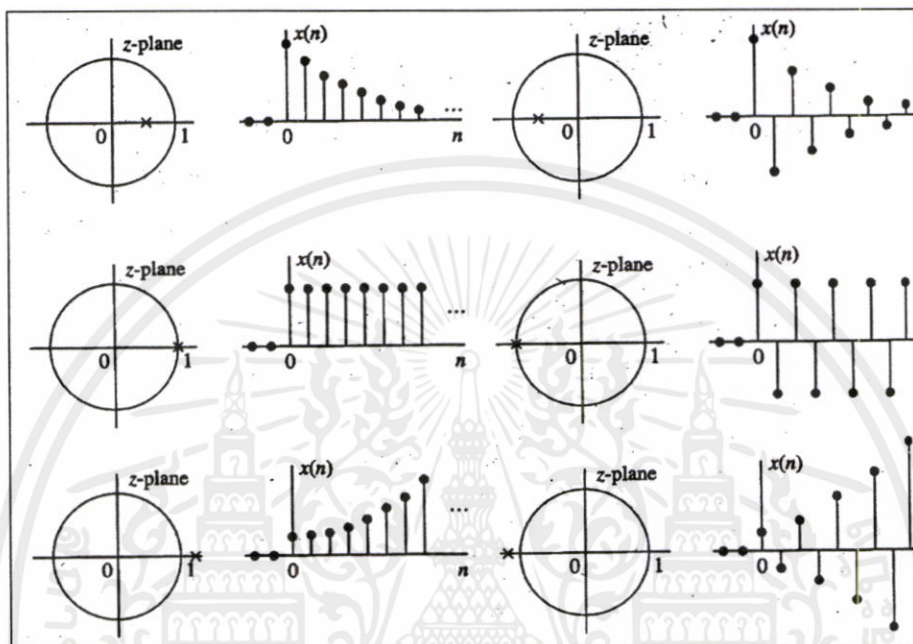
และจากตารางที่ 2.1 (ข้อที่ 11) z-transform ของสมการที่ 2.114 สามารถแปลงเป็น $x(n)$ ได้ดังสมการที่ 2.115

$$x(n) = G[r^n \cos(\omega_0 n)u(n)] \quad (2.115)$$

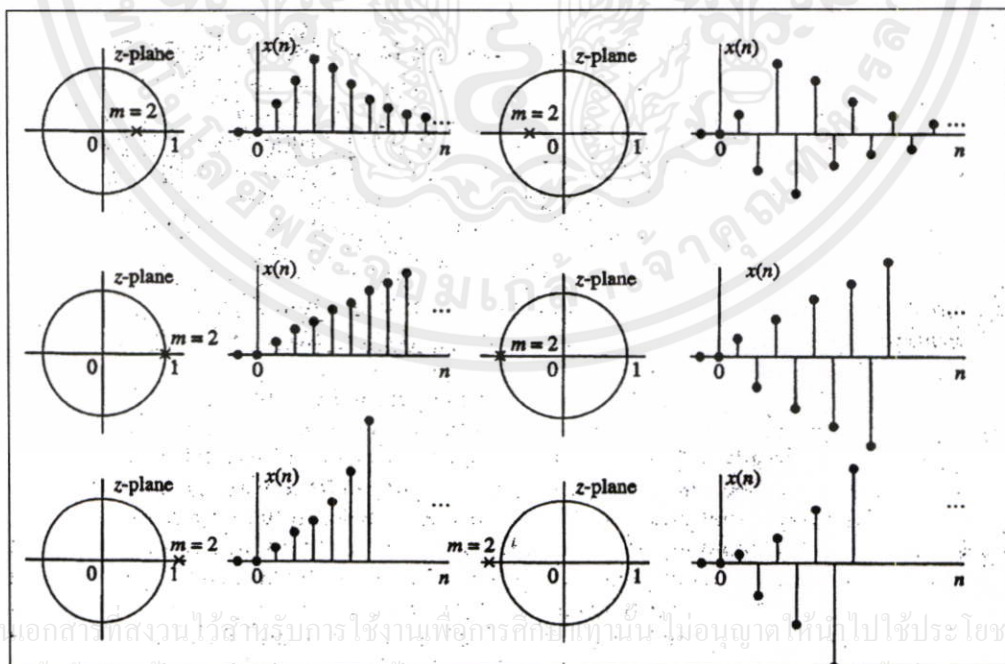
เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้คัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

2.6.2 ลักษณะสัญญาณกับการวางตำแหน่งของโพล

ตำแหน่งของโพลในระนาบซัด สามารถบ่งบอกลักษณะของลำดับสัญญาณใน Time-domain ได้ ซึ่งลักษณะของลำดับสัญญาณที่เกิดขึ้นสามารถคำนวณได้จากการแปลงซัดผกผัน (Inverse z-transform) และแสดงได้ดังรูปที่ 2.27

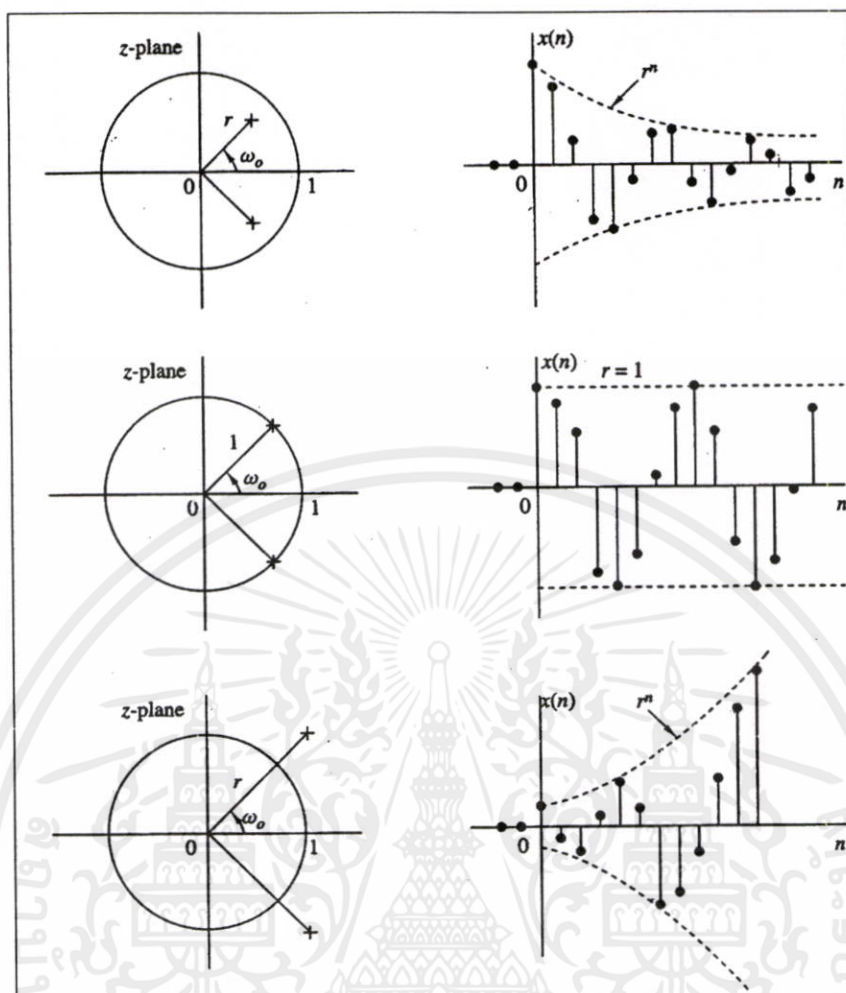


รูปที่ 2.27(a) ความสัมพันธ์ระหว่างตำแหน่งของโพลกับลำดับสัญญาณ

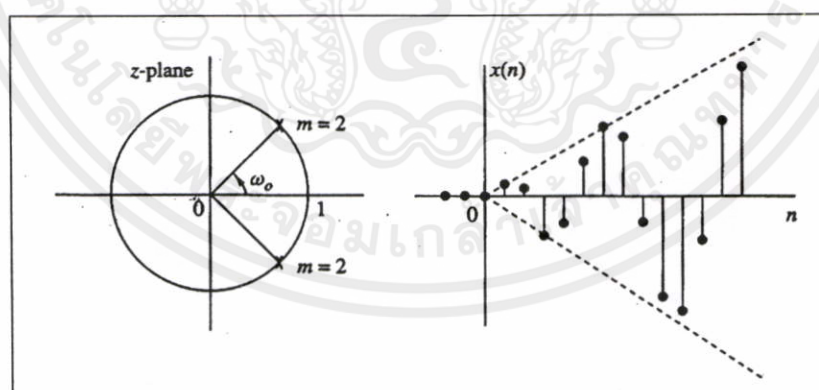


รูปที่ 2.27(b) ความสัมพันธ์ระหว่างตำแหน่งของโพลกับลำดับสัญญาณ

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับบริการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น กรุณาแจ้งขอสงวนลิขสิทธิ์ไว้ก่อนนำเอกสารฉบับนี้ไปใช้



รูปที่ 2.27(c) ความสัมพันธ์ระหว่างตำแหน่งของโพลกับลำดับสัญญาณ

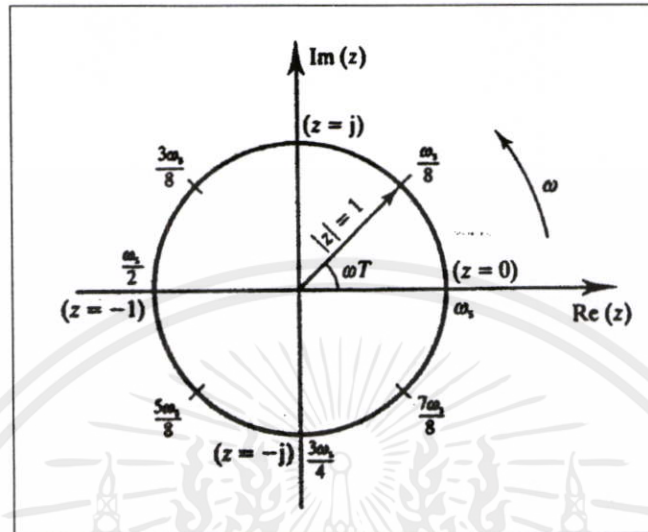


รูปที่ 2.27(d) ความสัมพันธ์ระหว่างตำแหน่งของโพลกับลำดับสัญญาณ

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

2.7 ความสัมพันธ์ระหว่างความถี่กับมุมบนระนาบแซด [3, 8]

ความสัมพันธ์ระหว่างความถี่กับมุมบนระนาบแซด แสดงได้ดังรูปที่ 2.28



รูปที่ 2.28 ความสัมพันธ์ระหว่างความถี่กับมุมบนระนาบแซด

จากรูปที่ 2.28 จะเห็นว่ามุม ω จะอยู่ในช่วง $0-2\pi$ และในระบบไม่ต่อเนื่องความถี่ของระบบจะมีค่าเท่ากับ ω_s แต่ความถี่ที่สามารถใช้งานได้จริงในระบบจะมีค่าเพียง $\frac{\omega_s}{2}$ เท่านั้น ดังนั้นความสัมพันธ์ระหว่างความถี่กับมุมบนระนาบแซด จะอยู่ในช่วง $0-\pi$ เท่านั้น

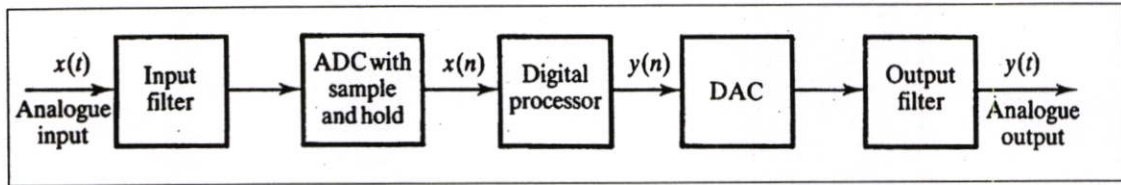
ตารางที่ 2.2 ความสัมพันธ์ระหว่างความถี่กับมุมบนระนาบแซด

Frequency (Hz)	$\omega(\text{rad/s})$	มุม $\omega T(\text{rad})$
0	0	0
$f_s/8$	$\omega_s/8$	$\pi/4$
$f_s/4$	$\omega_s/4$	$\pi/2$
$3f_s/8$	$3\omega_s/8$	$3\pi/4$
$f_s/2$	$\omega_s/2$	π

2.8 ทฤษฎีตัวกรองดิจิทัล

ตัวกรองดิจิทัล (Digital Filter) เป็นตัวกรองรูปแบบหนึ่งที่ถูกออกแบบและสร้างขึ้นโดยวงจรดิจิทัลมีไคอะแกรมการทำงานดังรูปที่ 2.29 จากภาพสัญญาณอนาลอก $x(t)$ เป็นสัญญาณอินพุทของตัวกรอง สัญญาณนี้จะถูกส่งผ่านวงจรแปลงสัญญาณอนาลอกให้เป็นสัญญาณดิจิทัล $x(n)$ และสัญญาณดิจิทัลนี้จะถูกส่งเข้าไปคำนวณในหน่วยประมวลผล ผลที่ได้จากการคำนวณยังคงเป็นสัญญาณดิจิทัล

$y(n)$ จากนั้นจะถูกส่งผ่านมายังวงจรแปลงสัญญาณดิจิทัลให้เป็นสัญญาณอนาล็อก ได้สัญญาณเอาต์พุตของฟิลเตอร์เป็นสัญญาณอนาล็อก $y(t)$



รูปที่ 2.29 โค้ดแกรมการทำงานของตัวกรองดิจิทัลพื้นฐาน

ตัวกรองดิจิทัล [5,6]

ตัวกรองดิจิทัลแบ่งออกได้ 2 ชนิดคือ

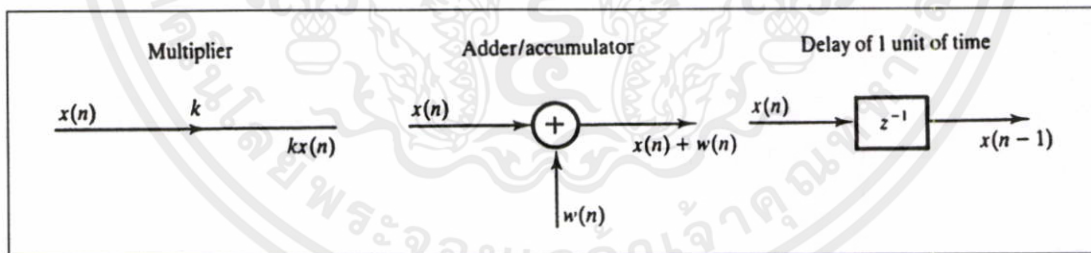
1. ตัวกรองดิจิทัลแบบเฟอไออาร์ (Finite Impulse Response (FIR) Filter)
2. ตัวกรองดิจิทัลแบบไอไออาร์ (Infinite Impulse Response (IIR) Filter)

องค์ประกอบของตัวกรองดิจิทัล

ตัวกรองดิจิทัลทั้งสองชนิดจะประกอบด้วยองค์ประกอบพื้นฐาน (Basic elements) ดังต่อไปนี้

- ตัวบวก (Adder)
- ตัวคูณ (Multiplier)
- ตัวหน่วง (Delay)

สัญลักษณ์ขององค์ประกอบพื้นฐานทั้ง 3 ตัวสามารถแสดงได้ดังรูปที่ 2.30



รูปที่ 2.30 แสดงองค์ประกอบพื้นฐานทั้ง 3 ตัวที่ใช้เป็นส่วนประกอบของตัวกรองดิจิทัล

2.9 ตัวกรองเชิงเลข IIR แบบ Notch

ฟังก์ชันถ่ายโอน (Transfer function) ของตัวกรองแบบไอไออาร์ สามารถเขียนเป็นสมการได้ดังต่อไปนี้

$$H(z) = \frac{\sum_{k=0}^N b_k z^{-k}}{1 + \sum_{k=1}^M a_k z^{-k}} \tag{2.116}$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้เพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

จากสมการที่ 2.116 สามารถนำไปเขียนใหม่ได้ดังสมการที่ 4.2

$$H(z) = \frac{b_0 + b_1z^{-1} + \dots + b_Nz^{-N}}{1 + a_1z^{-1} + \dots + a_Mz^{-M}} \tag{2.117}$$

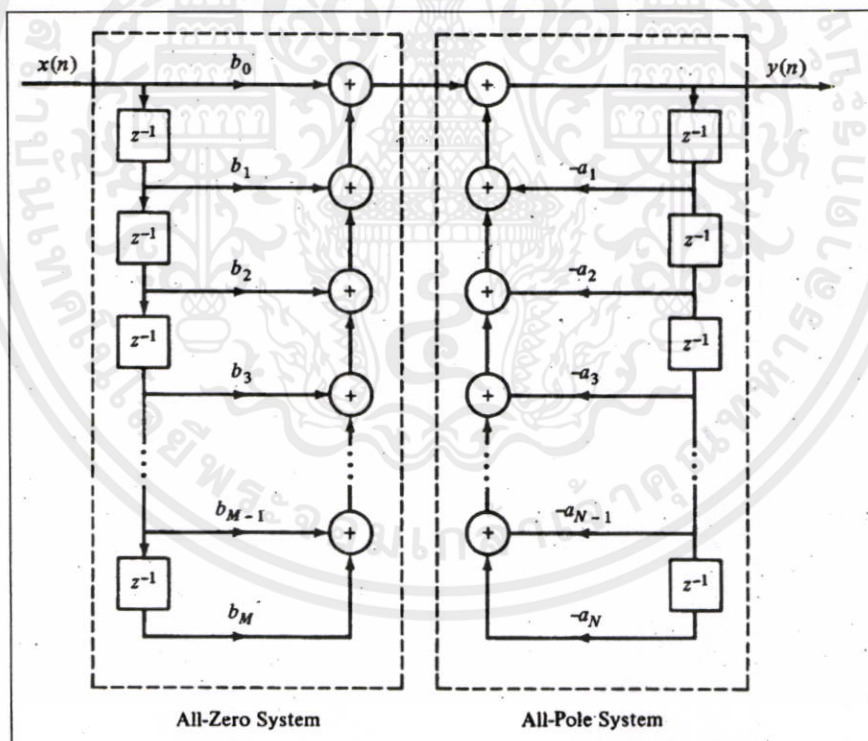
จากสมการที่ 2.117 นำไปจัดเทอมต่าง ๆ ใหม่และเขียนอยู่ในรูปสมการผลต่าง (Difference Equation) ได้ดังสมการที่ 2.118

$$Y(z) = \sum_{K=0}^N b_K X(z)z^{-K} - \sum_{K=1}^M a_K Y(z)z^{-K}$$

$$Y(z) = b_0X(z) + b_1X(z)z^{-1} + \dots + b_kX(z)z^{-k} - a_1Y(z)z^{-1} - \dots - a_kY(z)z^{-k}$$

$$Y(n) = \sum_{k=0}^N b_kX(n-k) - \sum_{k=1}^M a_kY(n-k) \tag{2.118}$$

จากสมการที่ 2.118 สามารถนำมาเขียนเป็นโครงสร้างได้ดังรูปที่ 2.31 ซึ่งโครงสร้างในรูปที่ 2.31 เป็นโครงสร้างแบบตรง I (Direct form I)



รูปที่ 2.31 โครงสร้างตัวกรองไออาร์แบบตรง I

ถ้า นำ $\frac{w(z)}{w(z)}$ คูณตลอดในสมการที่ 2.117 จะได้

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$H(z) = \frac{w(z)}{w(z)} \times \frac{b_0 + b_1 z^{-1} + \dots + b_N z^{-N}}{1 + a_1 z^{-1} + \dots + a_M z^{-M}}$$

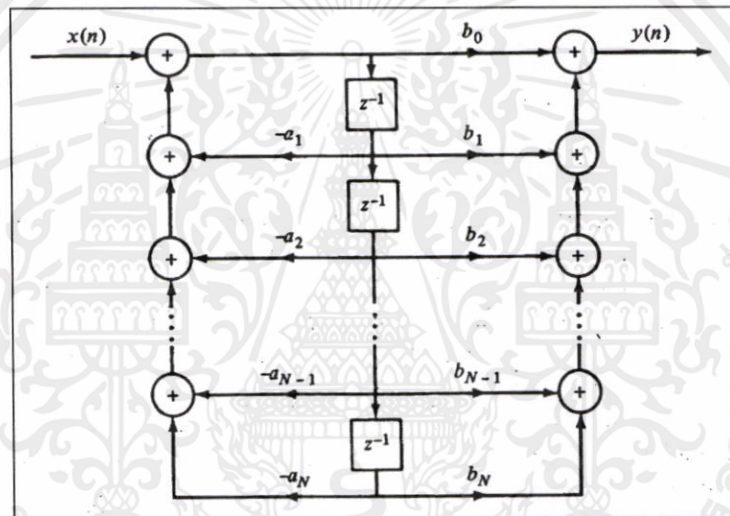
$$H(z) = \frac{Y(z)}{X(z)} = \frac{w(z)}{w(z)} \times \frac{b_0 + b_1 z^{-1} + \dots + b_N z^{-N}}{1 + a_1 z^{-1} + \dots + a_M z^{-M}}$$

$$X(z) = w(z) + a_1 w(z)z^{-1} + \dots + a_M w(z)z^{-M}$$

$$w(z) = X(z) - a_1 w(z)z^{-1} - \dots - a_M w(z)z^{-M} \quad (2.119)$$

$$Y(z) = b_0 w(z) + b_1 w(z)z^{-1} + \dots + b_N w(z)z^{-N} \quad (2.220)$$

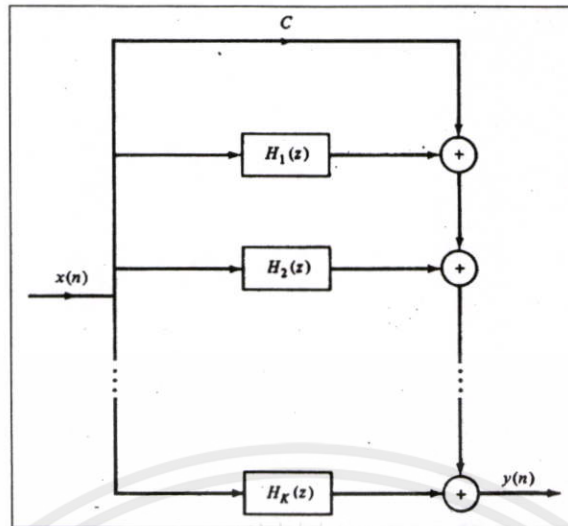
จากสมการที่ 2.119 และสมการที่ 2.220 สามารถนำไปเขียนเป็นโครงสร้างได้ดังรูปที่ 2.32 โครงสร้างในรูปที่ 2.32 นี้เรียกว่าแบบตรง II (Direct form II)



รูปที่ 2.32 โครงสร้างตัวกรองไอโออาร์แบบตรง II

แต่เนื่องจากตัวกรองดิจิทัลที่มีโครงสร้างแบบตรง I เมื่อมีจำนวนลำดับเพิ่มขึ้นจะมีค่าย่านไดนามิก (Dynamic range) ของสัมประสิทธิ์มากขึ้นกล่าวคือ ค่าสัมประสิทธิ์ในเทอม a จะมีค่ามากและสัมประสิทธิ์ในเทอม b จะมีค่าน้อยทำให้เป็นปัญหาอย่างมากโดยเฉพาะอย่างยิ่งถ้าใช้ตัวประมวลผลแบบจุดทศนิยมคงที่ (Fixed point) ดังนั้นในการทดลองจึงได้มีการปรับโครงสร้างของตัวกรองดิจิทัลใหม่โดยจัดให้มีโครงสร้างเป็นแบบขนานดังรูปที่ 2.33

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้คัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

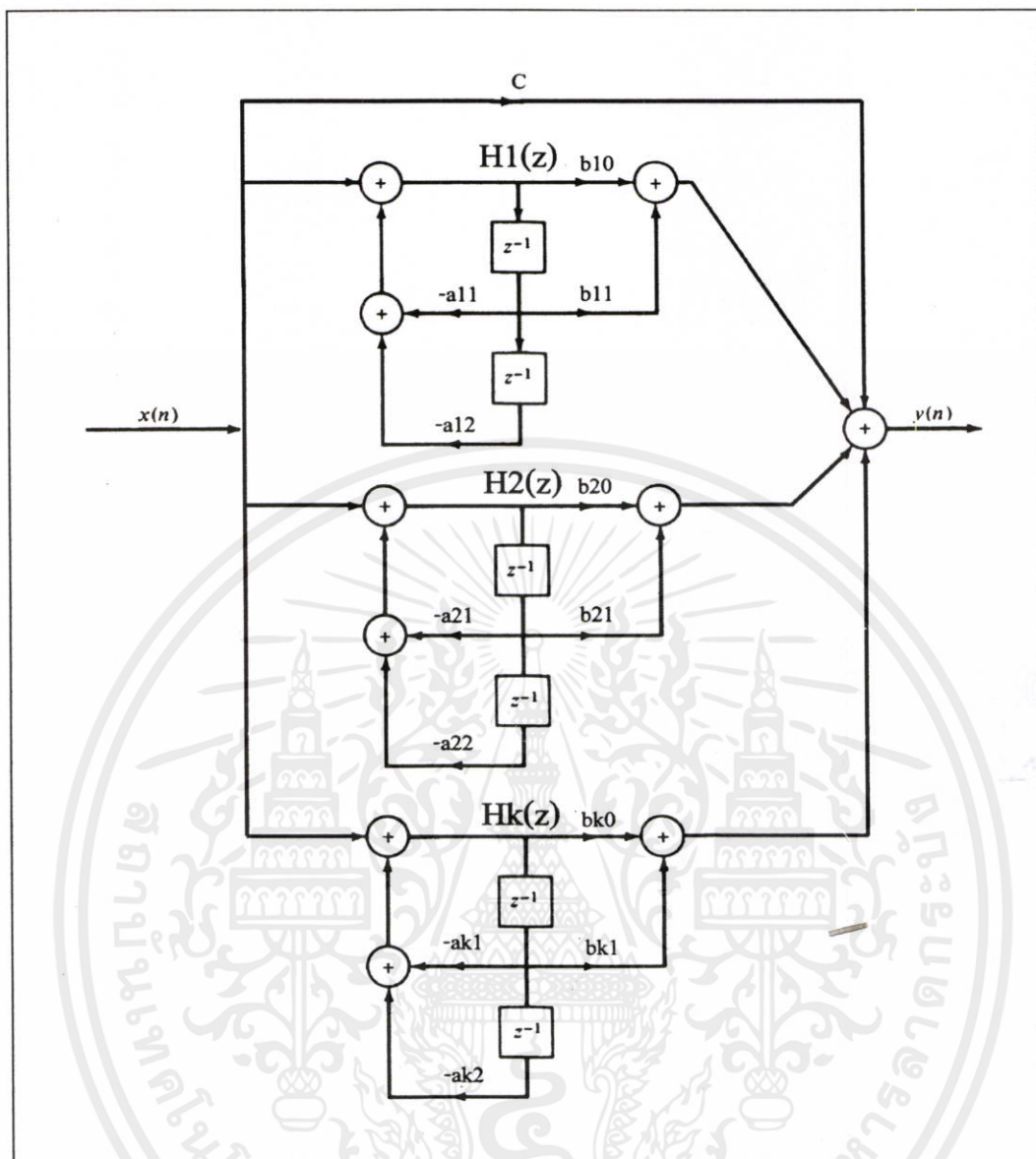


รูปที่ 2.33 โครงสร้างตัวกรองดิจิทัลแบบโอไออาร์ที่มีโครงสร้างแบบขนาน

ในรูปที่ 2.33 จะเห็นได้ว่าตัวกรองดิจิทัลแบบโอไออาร์ ที่มีโครงสร้างเป็นแบบขนานนี้จะประกอบด้วย $H_1(z)$, $H_2(z)$, ..., $H_k(z)$ และภายใน $H(z)$ แต่ละตัวนี้จะมีโครงสร้างดังรูปที่ 2.34 ในการจัดโครงสร้างของตัวกรองดิจิทัลแบบโอไออาร์ ให้มีโครงสร้างเป็นแบบขนานนี้จะให้ผลดีคือ

1. ข่านไดนามิกของสัมประสิทธิ์มีค่าน้อยทำให้ไม่เป็นปัญหาเมื่อใช้กับตัวประมวลผลแบบจุดทศนิยมคงที่
2. เป็นอัลกอริทึมที่เหมาะสมที่จะใช้กับระบบประมวลผลสัญญาณดิจิทัลแบบขนานอีกด้วย

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



รูปที่ 2.34 โครงสร้างย่อยตัวกรองดิจิทัลแบบขนาน

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

2.10 โพลีโนเมียล และเทคนิคประมาณค่า Discrete Least Square

2.10.1 โพลีโนเมียล

โพลีโนเมียลคือรูปแบบของค่าคงที่และตัวแปรที่รวมอยู่ด้วยกัน โดยใช้เพียงเครื่องหมาย บวก ลบ คูณ และยกกำลังที่เป็นบวกเช่น $2x^2yz^3 - 3y^2 + 5yz - 2$ รูปแบบนี้เป็นโพลีโนเมียล แต่รูปแบบนี้ $\frac{1}{x^2 + 1}$ ไม่เป็นโพลีโนเมียล

ฟังก์ชันโพลีโนเมียลคือฟังก์ชันที่ใช้หาค่าโพลีโนเมียล ดังตัวอย่างเช่น ฟังก์ชัน f อธิบายได้โดย $f(x) = x^3 - x$ นี้คือฟังก์ชันโพลีโนเมียล ฟังก์ชันโพลีโนเมียลเป็นฟังก์ชันที่สำคัญมากสำหรับกลุ่มของฟังก์ชันต่อเนื่อง (smooth function)

โพลีโนเมียลง่ายต่อการหาค่า และใช้วิเคราะห์ตัวเลขต่างๆ เพื่อแก้สมการในรูปแบบโพลีโนเมียล หรือหาค่าของจำนวนตัวเลขจำนวนมากในฟังก์ชันที่ซับซ้อน

2.10.1.1 คุณสมบัติพื้นฐานของโพลีโนเมียล

โพลีโนเมียลทั้งหมดจะมีรูปแบบกระจาย ทำได้โดยการเอาวงเล็บออก (โพลีโนเมียลบางตัวมีแบบแผนในการแยกตัวประกอบ ในกรณีที่มีวงเล็บ) ในรูปแบบการกระจาย เทอมของโพลีโนเมียลคือส่วนหนึ่งของโพลีโนเมียล ที่มาจากตัวเลข (สัมประสิทธิ์) และศูนย์ หรือตัวแปรอื่นๆ เมื่อตัวแปรมีมากกว่า 1 ตัวสังเกตได้ที่เลขยกกำลังของตัวแปรนั้น โพลีโนเมียลในรูปแบบกระจายจะอยู่ในรูปแบบการบวกกันของแต่ละเทอม โดยที่เทอมที่เป็นลบกระทำโดยเทอมบวกกับสัมประสิทธิ์ที่เป็นลบ

โพลีโนเมียลต่างๆ ถูกแบ่งได้โดยเลขยกกำลังของแต่ละตัว และจำนวนตัวแปร เลขยกกำลังของเทอมในโพลีโนเมียลคือผลบวกของกำลังทั้งหมดบนตัวแปรในแต่ละเทอม ถ้าตัวแปรไม่มีเลขยกกำลังให้เข้าใจว่ามีกำลังหนึ่ง ในเทอมที่ไม่มีตัวแปรจะมีกำลังเป็นศูนย์ ดิกรีของโพลีโนเมียลจะเป็นกำลังที่มากที่สุดของในแต่ละเทอม ซึ่งจะละเว้นเทอมที่มีสัมประสิทธิ์เป็นศูนย์ ถ้าสัมประสิทธิ์ทั้งหมดเป็นศูนย์ กำลังจะไม่มีเป็นศูนย์ แต่อาจจะเป็นจำนวนที่ถูกระบุหรือไม่ถูกระบุก็ได้

ดังเช่น $3x(x-y)+z$ จัดให้อยู่ในรูปแบบกระจายจะได้ $3x^2 - 3xy + z$ ในรูปแบบของการกระจาย เทอมที่สองคือ $-3xy$ มีดิกรีสอง โพลีโนเมียลนี้คือโพลีโนเมียลกำลังสองในสามตัวแปร ถ้า $x=10$ $y=5$ และ $z=100$ จะทำให้ค่าของโพลีโนเมียลนี้คือ 250

โพลีโนเมียลหนึ่งตัวแปรสามารถเขียนให้อยู่ในรูปแบบโพลีโนเมียลได้ดังนี้

$$a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + \dots + a_2 x^2 + a_1 x + a_0$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น ลิขสิทธิ์นี้สงวนไว้สำหรับเจ้าของ และต้องแจ้งลิขสิทธิ์แก่เจ้าของลิขสิทธิ์ที่มีการนำไปใช้ รูปแบบนี้บางครั้งถูกใช้เป็นการจำกัดความของโพลีโนเมียลในหนึ่งตัวแปร

การคำนวณค่าโพลิโนเมียลจะประกอบด้วยจำนวนที่กำหนดในแต่ละตัวแปร และหาค่าได้ โดยการคูณ และบวก ในการคำนวณบางครั้งจะใช้หลักของ Horner เพื่อการคำนวณอย่างมีประสิทธิภาพ

$$((\dots(a_n x + a_{n-1})x + \dots + a_2)x + a_1)x + a_0$$

สมการโพลิโนเมียลคือสมการในรูปแบบของโพลิโนเมียลที่เท่ากับศูนย์หรือเท่ากับโพลิโนเมียลอื่นๆ รูปแบบของโพลิโนเมียลตัวหลังจะเปลี่ยนแปลงไปเป็นอีกรูปแบบหนึ่งโดยการลบด้วยโพลิโนเมียลหลังทั้งสองข้างของสมการ เมื่อเขียนเป็นโพลิโนเมียลที่เท่ากับศูนย์ ดีกรีของสมการนี้คือดีกรีโพลิโนเมียล ตัวแปรส่วนใหญ่จะไม่ทราบค่า แต่จากสมการนี้คือปัญหาที่ต้องแก้โดยหาค่าที่จะกำหนดให้กับตัวแปรก่อนเพื่อจะพิสูจน์ว่าสมการเป็นจริง เมื่อโพลิโนเมียลนี้หาค่าได้

ในพีชคณิตพื้นฐานวิธีการแก้ปัญหานั้นหลายถูกนำมาเพื่อการแก้ดีกรีที่หนึ่ง และสองของสมการโพลิโนเมียลในหนึ่งตัวแปร จำนวนครั้งของการแก้ปัญหานั้นจะเท่ากับดีกรี แต่สิ่งที่สำคัญในการพิจารณาคือ จำนวนที่เพิ่มขึ้นของการแก้ปัญหานั้น และจำนวนเชิงซ้อน เมื่อแก้โจทย์ให้เป็นจริง เหมือนที่มีอธิบายในทฤษฎีพื้นฐาน(Fundamental)

ระบบของสมการโพลิโนเมียลคือกลุ่มของสมการที่ต้องคำนวณด้วยค่าของตัวแปรที่กำหนดมาในสมการ ระบบของสมการจะถูกจัดกลุ่มด้วยตัวแปรตัวเดียวที่อยู่ด้านซ้าย ในพีชคณิตนั้นมีวิธีการแก้ระบบของสมการเชิงเส้นแบบหลายตัวแปร เพื่อที่จะแก้สมการได้จำนวนของสมการมักจะเท่ากับจำนวนของตัวแปร ระบบของสมการเชิงเส้นที่มีหลายตัวแปรก็จะแก้สมการเช่นเดียวกับพีชคณิตเชิงเส้น (linear algebra)

2.10.1.2 ฟังก์ชันโพลิโนเมียล

กำหนดให้ค่าคงที่ $a_0, \dots, a_n, n > 0$ ในช่วงของจำนวนจริงหรือจำนวนเชิงซ้อน ซึ่ง a_n ไม่เป็นศูนย์ ดังนั้น ฟังก์ชันโพลิโนเมียล ที่มีดีกรี n คือฟังก์ชันที่อยู่ในรูปแบบดังสมการที่ 2.221

$$f(x) = a_0 + a_1 x + \dots + a_{n-1} x^{n-1} + a_n x^n \quad (2.221)$$

ในอีกรูปแบบหนึ่งซึ่งถูกย่อลง ฟังก์ชันโพลิโนเมียลสามารถเขียนได้ในรูปแบบของซีกมา ดังสมการที่ 2.222

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อ $f(x) = \sum_{i=0}^n a_i x^i$ ถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำ (2.222)

จำนวนคงที่ a_0, \dots, a_n จะถูกเรียกว่าสัมประสิทธิ์ของโพลิโนเมียล a_0 เรียกว่าสัมประสิทธิ์คงที่ (constant coefficient) และ a_n เรียกว่าสัมประสิทธิ์นำ (leading coefficient) เมื่อสัมประสิทธิ์นำโพลิโนเมียลจะถูกเรียกว่า monic หรือ normed

แต่ละส่วนของ $a_i x^i$ ของโพลิโนเมียลเรียกว่าเทอม โพลิโนเมียลที่มี 1 2 หรือ 3 เทอมจะเรียกว่า โมโนเมียล ไบโนเมียล และ ไตรโนเมียล ตามลำดับ

2.10.2 Discrete Least Square

Least Square คือเทคนิคทางคณิตศาสตร์ที่มีประสิทธิภาพ เมื่อมีกลุ่มข้อมูลที่ต้องการหาค่า Least Square จะพยายามหาฟังก์ชันที่มีค่าใกล้เคียงกับกลุ่มข้อมูลมากที่สุด Least Square จะพยายามลดผลรวมของความแตกต่างระหว่างจุดที่สร้างขึ้นมาจากฟังก์ชันกับกลุ่มข้อมูลเดิมให้เหลือน้อยที่สุด

เป็นที่แน่นอนว่าวิธี Least Square เป็นที่ต้องการและใช้ได้กับค่าผิดพลาดของการวัดจะมีการสุ่มแบบกระจาย ทฤษฎีของ Gauss-Markov พิสูจน์ได้ว่าการประมาณค่าแบบ Least Square สามารถใช้กับกลุ่มข้อมูลได้ทันทีโดยไม่ต้องมีการคิดแปลง สำหรับข้อมูลที่มีการกระจายแบบปกติ

เทคนิค Least Square ปกติใช้ใน curve fitting ปัญหาอื่นๆ สามารถอธิบายได้ในรูปแบบของ Least Square โดยวิธี minimizing energy หรือ maximizing entropy

2.10.2.1 การกำหนดรูปแบบปัญหา

สมมุติว่าข้อมูลถูกกำหนดให้เป็นจุด (x_i, y_i) โดย $i = 1, 2, \dots, n$ ถ้าต้องการหาฟังก์ชัน f ดังสมการนี้ $f(x_i) \approx y_i$

เพื่อที่จะแก้ฟังก์ชัน ควรจะคิดว่าฟังก์ชัน f อยู่ในรูปแบบเฉพาะ ซึ่งจะมีบางตัวแปรที่ต้องการจะหาค่า สำหรับกรณีนี้กำหนดให้เป็นสมการกำลังสอง ซึ่งหมายถึง $f(x) = ax^2 + bx + c$ ซึ่ง a, b และ c เป็นตัวแปรที่ไม่ทราบค่า ซึ่งจะต้องหาค่าของ a, b และ c

2.10.2.2 การแก้ปัญหา Least Square

ในตัวอย่างข้างต้น f เป็นสมการที่มีตัวแปร a, b และ c ปัญหานี้ทำให้ง่ายโดยการลดระบบของสมการเชิงเส้น กระบวนการนี้อธิบายได้ด้วย Linear Least Square

ปัญหานี้จะยากขึ้นถ้า f ไม่เป็นเชิงเส้นที่มีตัวแปรที่ต้องหาค่านอกเหนือจากที่กำหนด โดยจะสามารถแก้ปัญหานี้ด้วยวิธีที่มีประสิทธิภาพ อัลกอริทึมอื่นๆ สำหรับปัญหาเหล่านี้เช่น Newton's method และ gradient descent สามารถใช้ได้เช่นกัน ความเป็นไปได้อื่นที่จะประยุกต์อัลกอริทึมมาแก้ปัญหา Least Square เช่น อัลกอริทึม Gauss-Newton อัลกอริทึม Levenberg-Marquardt หรือ Vandermonde matrix

2.10.2.3 การแก้ปัญหา Least Square ด้วยวิธี Vandermonde matrix

ลักษณะโดยทั่วไปของสมการเส้นตรง (โพลิโนเมียลดีกรีหนึ่ง) ถึงโพลิโนเมียลดีกรี n เป็นดังสมการที่ 2.221 สามารถลดรูปได้ดังสมการที่ 2.223

$$R^2 = \sum_{i=0}^k [y_i - (a_0 + a_1 x_i + \dots + a_n x_i^n)]^2 \quad (2.223)$$

ใช้วิธี partial derivatives จะได้ดังนี้

$$\frac{\partial(R^2)}{\partial a_0} = -2 \sum_{i=1}^k [y_i - (a_0 + a_1 x_i + \dots + a_n x_i^n)] = 0 \quad (2.224)$$

$$\frac{\partial(R^2)}{\partial a_1} = -2 \sum_{i=1}^k [y_i - (a_0 + a_1 x_i + \dots + a_n x_i^n)] x_i = 0 \quad (2.225)$$

$$\frac{\partial(R^2)}{\partial a_n} = -2 \sum_{i=1}^k [y_i - (a_0 + a_1 x_i + \dots + a_n x_i^n)] x_i^n = 0 \quad (2.226)$$

สามารถเขียนให้อยู่ในอีกรูปคือ

$$a_0 k + a_1 \sum_{i=1}^k x_i + \dots + a_n \sum_{i=1}^k x_i^n = \sum_{i=1}^k y_i \quad (2.227)$$

$$a_0 \sum_{i=1}^k x_i + a_1 \sum_{i=1}^k x_i^2 + \dots + a_n \sum_{i=1}^k x_i^{n+1} = \sum_{i=1}^k x_i y_i \quad (2.228)$$

$$a_0 \sum_{i=1}^k x_i^n + a_1 \sum_{i=1}^k x_i^{n+1} + \dots + a_n \sum_{i=1}^k x_i^{2n} = \sum_{i=1}^k x_i^n y_i \quad (2.229)$$

หรือในรูปแบบเมตริก

$$\begin{bmatrix} k & \sum_{i=1}^k x_i & \dots & \sum_{i=1}^k x_i^n \\ \sum_{i=1}^k x_i & \sum_{i=1}^k x_i^2 & \dots & \sum_{i=1}^k x_i^{n+1} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \sum_{i=1}^k x_i^n & \sum_{i=1}^k x_i^{n+1} & \dots & \sum_{i=1}^k x_i^{2n} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_0 \\ a_1 \\ \vdots \\ a_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sum_{i=1}^k y_i \\ \sum_{i=1}^k x_i y_i \\ \vdots \\ \sum_{i=1}^k x_i^n y_i \end{bmatrix} \quad (2.230)$$

เวกเตอร์ Vandermonde matrix สามารถเขียนได้อยู่ในรูปแบบเมตริกสำหรับ Least Square ได้ดังสมการที่ 2.231 นี้ด้านการคำนวณว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้คัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$\begin{bmatrix} 1 & x_1 & \cdots & x_1^n \\ 1 & x_2 & \cdots & x_2^n \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 1 & x_k & \cdots & x_k^n \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_0 \\ a_1 \\ \vdots \\ a_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ \vdots \\ y_k \end{bmatrix} \quad (2.231)$$

คูณด้วย transpose ของเมตริกแรกทั้งสองข้างจะได้สมการที่ 2.232

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & \cdots & 1 \\ x_1 & x_2 & \cdots & x_k \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ x_1^n & x_2^n & \cdots & x_k^n \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & x_1 & \cdots & x_1^n \\ 1 & x_2 & \cdots & x_2^n \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 1 & x_k & \cdots & x_k^n \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_0 \\ a_1 \\ \vdots \\ a_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & \cdots & 1 \\ x_1 & x_2 & \cdots & x_k \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ x_1^n & x_2^n & \cdots & x_k^n \end{bmatrix} \begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ \vdots \\ y_k \end{bmatrix} \quad (2.232)$$

เช่นเดียวกับสมการที่ 2.230 ให้ k เป็นตำแหน่งของ (x_i, y_i) และให้ a_0, \dots, a_n เป็นสัมประสิทธิ์ของพหุนามเชิงเส้น จะให้ผลเช่นเดียวกับสมการที่ 2.231 จากสมการที่ 2.230 แทนค่าเมตริกให้เป็นสัญลักษณ์ได้ดังสมการที่ 2.233

$$Y = Xa \quad (2.233)$$

สามารถแก้สมการได้เช่นเดียวกับสมการที่ 2.232 คือคูณด้วยเมตริก transpose X^T จะได้สมการที่ 2.234

$$a = X^T Y \quad (2.234)$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

บทที่ 3

การออกแบบตัวกรองเชิงเลข IIR

3.1 การออกแบบตัวกรองเชิงเลข IIR ด้วยวิธีการวาง Pole-zero ตามหลักการเดิม

ผลตอบสนองทางความถี่ของตัวกรองเชิงเลข IIR แบบ Notch อธิบายได้โดย

$$H(e^{j\omega_0}) = \begin{cases} 0, & \omega_0 \\ 1, & \text{otherwise} \end{cases} \quad (3.1)$$

เมื่อ ω_0 คือ ความถี่จุดศูนย์กลาง และฟังก์ชันถ่ายโอน (Transfer function) ของ ตัวกรองเชิงเลข IIR แบบ Notch แสดงได้ดังสมการที่ 3.2

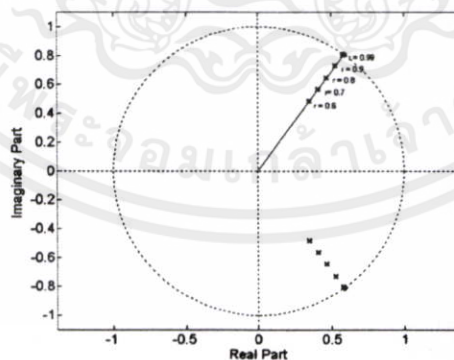
$$H(z) = b_0 \frac{1 - 2 \cos \omega_0 z^{-1} + z^{-2}}{1 - 2r \cos \omega_0 z^{-1} + r^2 z^{-2}} \quad (3.2)$$

เมื่อ b_0 คือ อัตราขยายของตัวกรองเชิงเลข IIR แบบ Notch และเป็นตัวแปรที่ไม่ทราบค่า

ω_0 คือ มุมของ Pole และ Zero บนระนาบ Z หรือ ความถี่จุดศูนย์กลาง

r คือ ระยะห่างระหว่าง Pole กับจุด Origin

จากสมการที่ 3.2 จะมีการวาง Pole-Zero บนระนาบ Z ดังรูปที่ 3.1



รูปที่ 3.1 Pole-Zero Plot ของตัวกรองเชิงเลข IIR แบบ Notch ที่ใช้หลักการเดิม

3.2 การปรับปรุงการออกแบบตัวกรองเชิงเลข IIR แบบ Notch

จากรูปที่ 3.1 จะเห็นได้ว่ามุมของ Pole และ Zero จะอยู่ตำแหน่งเดียวกัน ซึ่ง ถ้ากำหนดให้

$\omega_0 = 0.3\pi$ และ $r = 0.7, 0.8, 0.9, 0.99$ จะได้ผลตอบสนองทางขนาด (Magnitude response) ดังรูปที่ 3.2

ซึ่งพบว่า Magnitude Response มีความไม่สมมาตรกันในช่วง Pass Band และ นอกจากนี้ยังไม่สามารถควบคุมอัตราการขยายให้เป็นตามต้องการได้ ดังนั้นจึงทำการเปลี่ยนแปลงตำแหน่งการวาง pole ให้อยู่ในตำแหน่งที่เหมาะสมและทำการหาค่าสัมประสิทธิ์เพื่อทำการควบคุมอัตราการขยายดังสมการที่ 3.3 ถึง 3.5 และมี Magnitude Response ดังรูปที่ 3.3

$$\hat{H}(z) = b_0 \left[\frac{1 - 2 \cos \omega_0 z^{-1} + z^{-2}}{1 - 2r \cos \hat{\omega}_0 z^{-1} + r^2 z^{-2}} \right] \quad (3.3)$$

$$\hat{\omega}_0 = \cos^{-1} \left[\frac{1 - r^2}{2r} \cos \omega_0 \right] \quad (3.4)$$

$$b_0 = \frac{-k(a_1 + a_2)}{(a_1^2 + a_2^2)} \quad (3.5)$$

กำหนดให้

$$a_1 = \left[\frac{1 - 2 \cos e^{-j\theta} + e^{-2j\theta}}{1 - 2r \cos \hat{\omega}_0 e^{-j\theta} + r^2 e^{-2j\theta}} \right] \text{ และ}$$

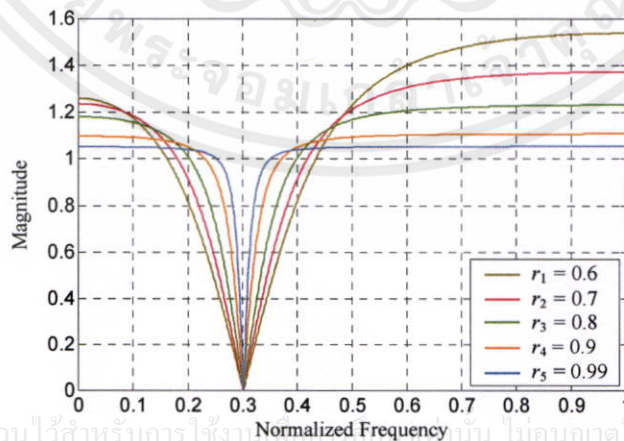
$$a_2 = \left[\frac{1 - 2 \cos e^{-j\pi} + e^{-2j\pi}}{1 - 2r \cos \hat{\omega}_0 e^{-j\pi} + r^2 e^{-2j\pi}} \right]$$

เมื่อ

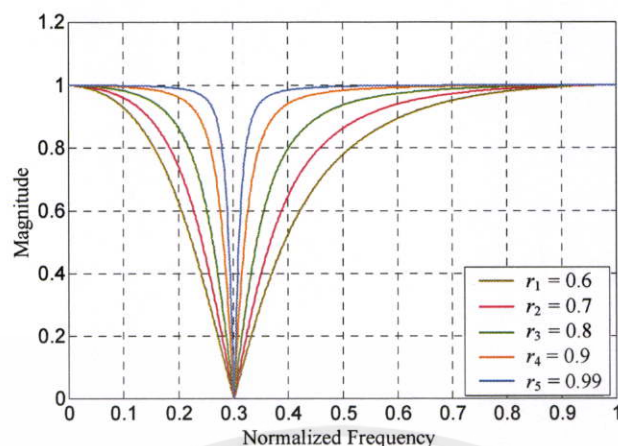
$\hat{\omega}_0$ คือ มุมของ Pole ที่ได้รับการปรับปรุง

$\hat{H}(z)$ คือ สมการฟังก์ชันถ่ายโอน (Transfer Function) ของตัวกรองเชิงเลข IIR แบบ Notch ที่มีการเปลี่ยนแปลงตำแหน่งของ Pole

b_0 คือ อัตราการขยายของตัวกรองเชิงเลข IIR แบบ Notch

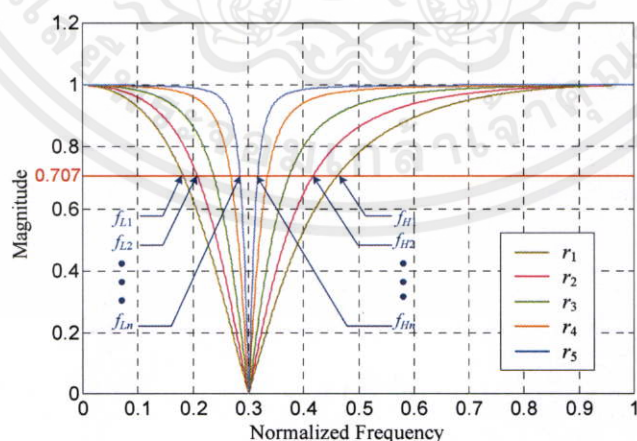


เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานภายในเท่านั้น ไม่นอนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
รูปที่ 3.2 ผลตอบสนองทางขนาดของตัวกรองเชิงเลข IIR แบบ Notch ที่ใช้หลักการเดิม
 ไม่ว่าจะมิได้... (text is partially obscured)



รูปที่ 3.3 ผลตอบสนองทางขนาดของตัวกรองเชิงเลข IIR แบบ Notch
ที่มีการเปลี่ยนแปลงตำแหน่ง Pole และควบคุมอัตราการขยาย

จากรูปที่ 3.3 พบว่า Magnitude Response ในช่วง Pass band มีความสมมาตรกันและสามารถควบคุมอัตราการขยายให้เป็นไปตามต้องการได้ แต่อย่างไรก็ตาม การออกแบบยังไม่สามารถกำหนด Bandwidth ที่อัตราการขยาย -3dB ให้เป็นไปตามต้องการได้ ดังนั้นจึงได้มีการนำเทคนิคการประมาณค่า Discrete Least Square มาเป็นส่วนช่วยการออกแบบตัวกรองเชิงเลข IIR แบบ Notch ด้วยวิธี Pole-Zero Placement ให้สามารถกำหนด Bandwidth ที่อัตราการขยาย -3 dB ได้ ในการออกแบบเริ่มจากการออกแบบตัวกรองเชิงเลข IIR แบบ Notch โดยใช้สมการที่ 3.3 ถึง 3.5 ซึ่งการออกแบบจะกำหนดค่า r ให้อยู่ในช่วง $0 < r < 1$ และ Notch Frequency อยู่ในช่วง $0 - \pi$ ซึ่งจะได้ Magnitude Response แสดงดังรูปที่ 3.4



รูปที่ 3.4 ผลตอบสนองทางขนาดของตัวกรองเชิงเลข IIR แบบ Notch

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่...
ไม่ว่าการณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้คัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

3.3 การสร้างสมการ Bandwidth ของตัวกรองเชิงเลขแบบ Notch

จากรูปที่ 3.4 พบว่าค่า Bandwidth ที่ตำแหน่ง -3dB กำหนดได้ดังสมการที่ 3.6 และความสัมพันธ์ระหว่างค่า r กับค่า Bandwidth แสดงดังตารางที่ 1

$$B_n = f_{H_n} - f_{L_n} \tag{3.6}$$

ตารางที่ 3.1 ความสัมพันธ์ระหว่างค่า r กับค่า Bandwidth

r_1	r_2	r_3	...	r_{n-1}	r_n
B_1	B_2	B_3	...	B_{n-1}	B_n

จากนั้นจะนำความสัมพันธ์ในตารางที่ 3.1 มาสร้างสมการเพื่อใช้กำหนด Bandwidth ของตัวกรองเชิงเลข IIR แบบ Notch โดยใช้เทคนิคการประมาณค่า Discrete Least Square ดังสมการที่ 3.7 ถึง 3.9

$$\begin{aligned}
 a_0 \sum_{i=1}^m B_i^0 &+ a_1 \sum_{i=1}^m B_i^1 + a_2 \sum_{i=1}^m B_i^2 + \dots + a_n \sum_{i=1}^m B_i^n = \sum_{i=1}^m r_i B_i^0 \\
 a_0 \sum_{i=1}^m B_i^1 &+ a_1 \sum_{i=1}^m B_i^2 + a_2 \sum_{i=1}^m B_i^3 + \dots + a_n \sum_{i=1}^m B_i^{n+1} = \sum_{i=1}^m r_i B_i^1 \\
 \vdots & \\
 a_0 \sum_{i=1}^m B_i^n &+ a_1 \sum_{i=1}^m B_i^{n+1} + a_2 \sum_{i=1}^m B_i^{n+2} + \dots + a_n \sum_{i=1}^m B_i^{n+n} = \sum_{i=1}^m r_i B_i^n
 \end{aligned} \tag{3.7}$$

$$\begin{bmatrix} \sum_{i=1}^m B_{ki}^0 & \sum_{i=1}^m B_{ki}^1 & \sum_{i=1}^m B_{ki}^2 & \dots & \sum_{i=1}^m B_{ki}^n \\ \sum_{i=1}^m B_{ki}^1 & \sum_{i=1}^m B_{ki}^2 & \sum_{i=1}^m B_{ki}^3 & \dots & \sum_{i=1}^m B_{ki}^{n+1} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \sum_{i=1}^m B_{ki}^n & \sum_{i=1}^m B_{ki}^{n+1} & \sum_{i=1}^m B_{ki}^{n+2} & \dots & \sum_{i=1}^m B_{ki}^{2n} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_0 \\ a_1 \\ \vdots \\ a_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sum_{i=1}^m r_{ki} B_{ki}^0 \\ \sum_{i=1}^m r_{ki} B_{ki}^1 \\ \vdots \\ \sum_{i=1}^m r_{ki} B_{ki}^n \end{bmatrix} \tag{3.8}$$

$$r_{k(m)} = a_0 + a_1 B_{k(m)} + a_2 B_{k(m)}^2 + \dots + a_n B_{k(m)}^n \tag{3.9}$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า

ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้
ซึ่งสมการที่ 3.8 แสดงถึงความสัมพันธ์ระหว่าง r กับ Bandwidth ในรูปของสมการ Polynomial

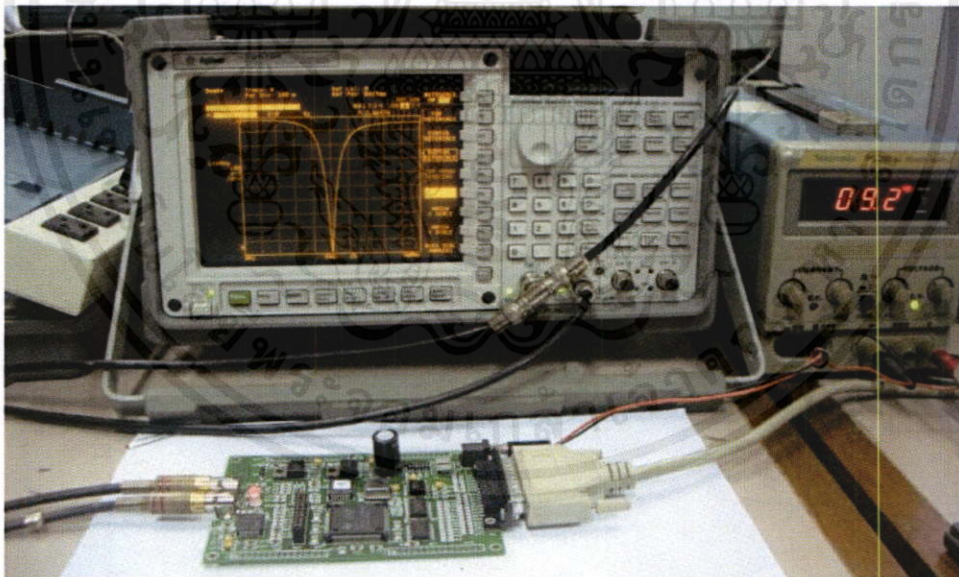
บทที่ 4

ผลการทดลอง

ในการออกแบบตัวกรองเชิงเลขโดยการควบคุม Bandwidth ได้แบ่งการทดลองออกเป็น 3 ขั้นตอน ดังนี้

1. จำลองการออกแบบตัวกรองเชิงเลขโดยการควบคุม Bandwidth ตามหลักการที่นำเสนอ โดยใช้โปรแกรม MATLAB
2. สร้างตัวตัวกรองเชิงเลขโดยการควบคุม Bandwidth ด้วยบอร์ดประมวลผลสัญญาณเชิงเลข TMS320C31 โดยใช้ความถี่สุ่มเท่ากับ 10146 Hz
3. บันทึกผลการทดลองทั้งหมดลงในตารางผลการทดลอง โดยกำหนดให้ Bandwidth เท่ากับ 20Hz, 40Hz, 50Hz, 60Hz และความถี่เท่ากับ 50Hz, 60Hz, 100Hz, 150Hz, 200Hz

อุปกรณ์และเครื่องมือวัดทั้งหมดที่ใช้ในการทดลองสร้างตัวตัวกรองเชิงเลขโดยการควบคุม Bandwidth แสดงได้ดังรูปที่ 4.1



รูปที่ 4.1 อุปกรณ์และเครื่องมือวัดที่ใช้ในการทดลอง

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้คัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

4.1 การออกแบบและการทดลอง

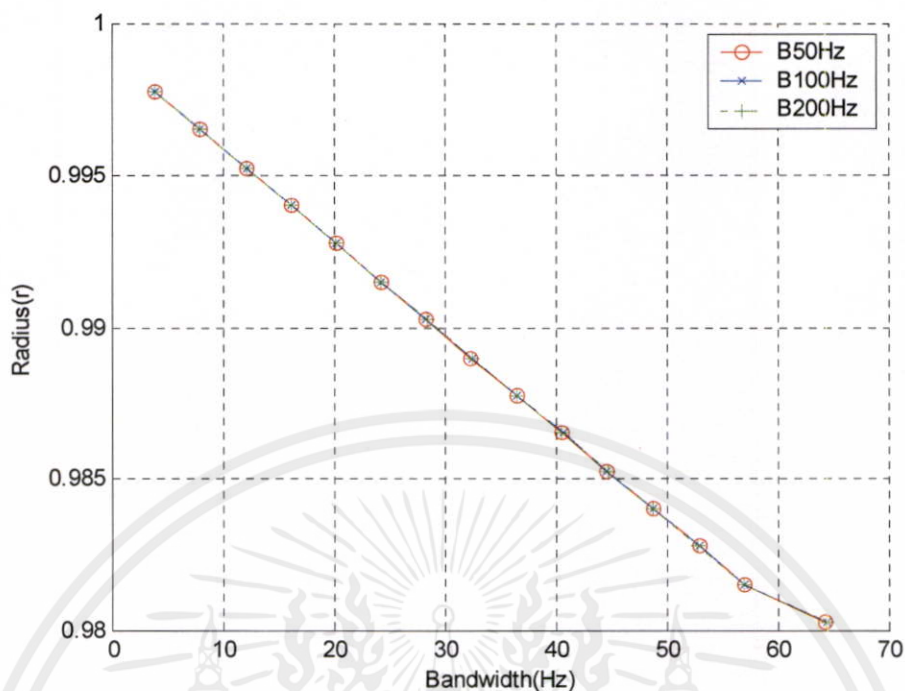
ขั้นตอนที่ 1 : สร้างสมการ Polynomial เพื่อกำหนดค่า Bandwidth

กำหนดให้ความถี่เท่ากับ 50Hz, 100Hz และ 200Hz อัตราการขยายมีค่าเป็น 1 และค่า r เท่ากับ 0.98025 ถึง 0.99875 และใช้โปรแกรม MATLAB คำนวณหาค่า Bandwidth ที่อัตราการขยายที่ -3 dB โดยใช้สมการที่ 3.3 ถึง 3.5 หา Transfer Function ได้ดังตารางที่ 4.1 และจะได้กราฟแสดงความสัมพันธ์ระหว่าง r กับ Bandwidth ดังรูปที่ 4.2

ตารางที่ 4.1 ความสัมพันธ์ระหว่าง r กับ Bandwidth ที่ Notch frequency ต่างๆ

r	Notch Frequency		
	50 Hz	100 Hz	200 Hz
0.98025	64.303797	64.512041	64.385298
0.98250	56.962025	57.034221	57.034221
0.98375	52.911392	52.978454	52.851711
0.98500	48.734177	48.795944	48.795944
0.98625	44.620253	44.676806	44.740177
0.98750	40.632911	40.684411	40.621039
0.98875	36.518987	36.501901	36.501901
0.99000	32.405063	32.509506	32.446134
0.99125	28.354430	28.326996	28.390368
0.99250	24.303797	24.271229	24.271229
0.99375	20.253165	20.278834	20.278834
0.99500	16.139241	16.223067	16.223067
0.99625	12.151899	12.167300	12.167300
0.99750	8.037975	8.048162	8.048162
0.99875	3.987342	3.992395	3.992395

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้คัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



รูปที่ 4.2 ความสัมพันธ์ระหว่าง r กับ Bandwidth ที่ Notch frequency ต่างๆ

และจากตารางที่ 4.1 สามารถสร้างสมการความสัมพันธ์ระหว่าง r กับ Bandwidth ได้โดยใช้สมการที่ 3.7 และ 3.9 ซึ่งแสดงได้ดังสมการที่ 4.1 ซึ่งจะนำไปใช้ในการหาค่า r ในการทดลองต่อไป

$$r = 0.99920299320144 - 0.00036898045521B + 0.00000458502867B^2 - 0.00000012387539B^3 + 0.00000000109398B^4 \quad (4.1)$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้คัดลอกเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

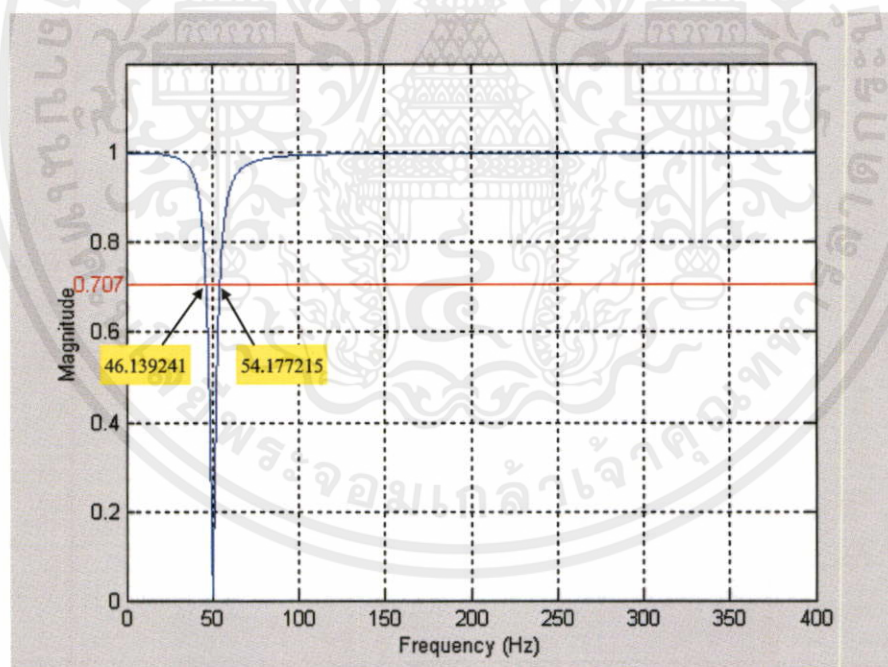
ขั้นตอนที่ 2 : การออกแบบตัวกรองเชิงเลขโดยการควบคุม Bandwidth

การทดลองที่ 1 กำหนดให้ความถี่เท่ากับ 50Hz Bandwidth เท่ากับ 8Hz จากนั้นใช้สมการที่ 4.1 เพื่อคำนวณหาค่า r และใช้สมการที่ 3.3 ถึง 3.5 หา Transfer Function ได้ดังสมการที่ 4.2 และได้ Magnitude Response ดังรูปที่ 4.2

$$r = 0.9975$$

$$H(z) = \frac{1 - 2\cos(50)z^{-1} + z^{-2}}{1 - 2r\cos(50)z^{-1} + r^2z^{-2}} \quad (4.2)$$

$$= \frac{1 - 1.2855752z^{-1} + z^{-2}}{1 - 1.28236128z^{-1} + 0.99500625z^{-2}}$$



รูปที่ 4.3 ผลตอบสนองทางขนาดที่ความถี่ $B = 8 \text{ Hz}, f_c = 50 \text{ Hz}$

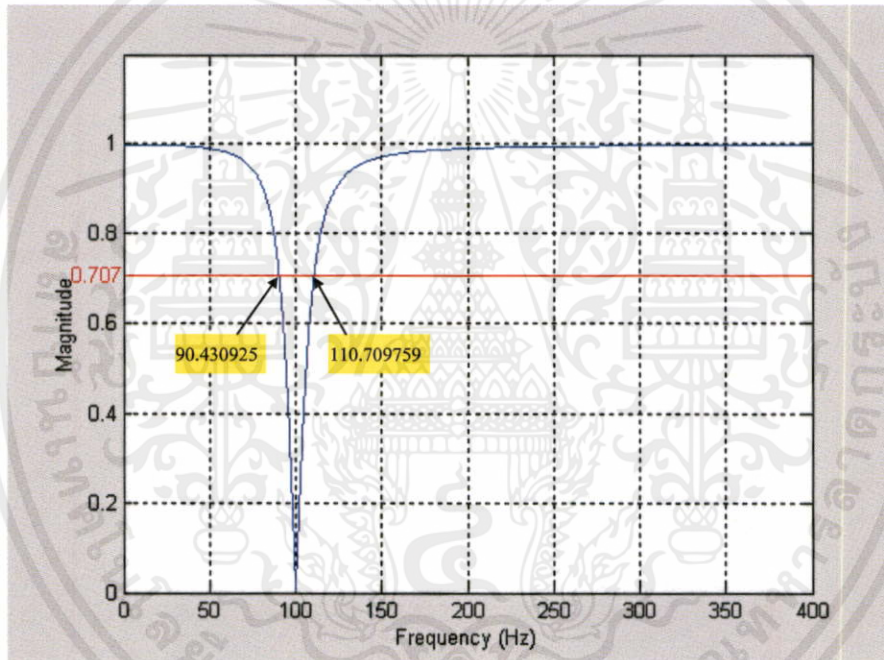
เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

การทดลองที่ 2 กำหนดให้ความถี่เท่ากับ 100Hz Bandwidth เท่ากับ 20Hz จากนั้นใช้สมการที่ 4.1 เพื่อคำนวณหาค่า r และใช้สมการที่ 3.3 ถึง 3.5 หา Transfer Function ได้ดังสมการที่ 4.3 และได้ Magnitude Response ดังรูปที่ 4.3

$$r = 0.99375$$

$$H(z) = \frac{1 - 2 \cos(100)z^{-1} + z^{-2}}{1 - 2r \cos(100)z^{-1} + r^2 z^{-2}} \quad (4.3)$$

$$= \frac{1 + 0.34729635z^{-1} + z^{-2}}{1 + 0.3451257z^{-1} + 0.9875390625z^{-2}}$$



รูปที่ 4.4 ผลตอบสนองทางขนาดที่ความถี่ $B = 20 \text{ Hz}$, $f_c = 100 \text{ Hz}$

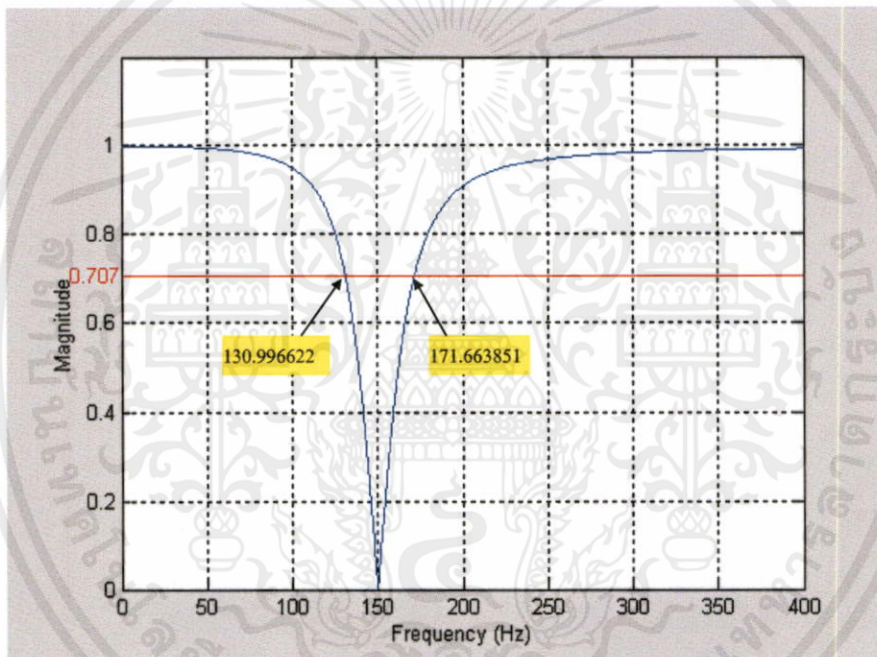
เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

การทดลองที่ 3 กำหนดให้ความถี่เท่ากับ 150Hz Bandwidth เท่ากับ 40Hz จากนั้นใช้สมการที่ 4.1 เพื่อคำนวณหาค่า r และใช้สมการที่ 3.3 ถึง 3.5 หา Transfer Function ได้ดังสมการที่ 4.4 และได้ Magnitude Response ดังรูปที่ 4.4

$$r = 0.9875$$

$$H(z) = \frac{1 - 2 \cos(150)z^{-1} + z^{-2}}{1 - 2r \cos(150)z^{-1} + r^2 z^{-2}} \quad (4.4)$$

$$= \frac{1 + 1.7320508z^{-1} + z^{-2}}{1 + 3.464101615z^{-1} + 0.97515625z^{-2}}$$



รูปที่ 4.5 ผลตอบสนองทางขนาดที่ความถี่ $B = 40 \text{ Hz}$, $f_c = 150 \text{ Hz}$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ผลการทดลอง

ในการทดลองได้ทำการออกแบบตัวกรองเชิงเลข IIR แบบ Notch ที่มีค่า Bandwidth จากการทดลองที่ 1, 2 และ 3 ที่ Bandwidth และ Notch Frequency อื่นๆ โดยใช้หลักการที่นำเสนอซึ่งผลการทดลองแสดงได้ดังตารางที่ 3

ตารางที่ 4.2 ผลการทดลองที่ 1, 2 และ 3

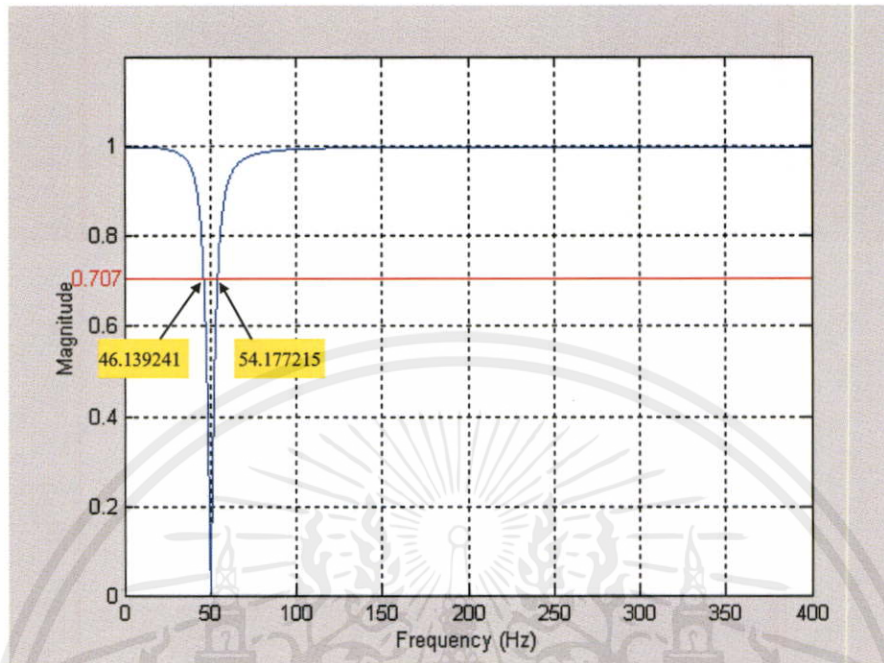
B	r	Notch Frequency		
		50Hz	100Hz	150Hz
8	0.997500	8.03797468	8.04816223	8.04476351
15	0.995350	15.02531646	15.01901141	15.07601351
20	0.993855	19.94936709	20.02534854	20.01689189
25	0.992250	25.07594937	25.15842839	25.08445946
30	0.990750	30.05063291	30.03802281	30.02533784
40	0.987750	40.03797468	39.92395437	39.90709459
50	0.985350	50.25316456	50.38022814	50.16891892

4.2 เปรียบเทียบผลการทดลองที่ได้จากการจำลองและการสร้างจริง

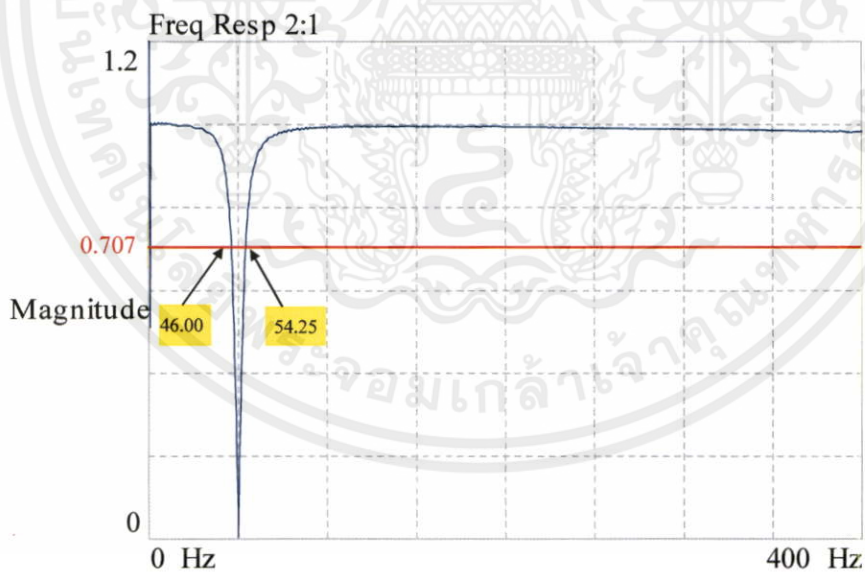
ในผลการทดลองนี้จะแสดงถึงการเปรียบเทียบระหว่างผลการจำลองตัวกรองเชิงเลข โดยควบคุม Bandwidth ด้วยโปรแกรม MATLAB กับ การสร้างสัญญาณจริงด้วยบอร์ดประมวลผลสัญญาณเชิงเลข TMS320C31 โดยกำหนดให้ Bandwidth เท่ากับ 8 Hz, 15 Hz, 20 Hz, 25 Hz, 30 Hz, 40 Hz และ Notch Frequency เท่ากับ 50 Hz, 100 Hz, 150 Hz, 200 Hz โดยใช้ความถี่สุ่มเท่ากับ 10146 Hz จากนั้นใช้สมการที่ 4.1 เพื่อคำนวณหาค่า r และใช้สมการที่ 3.3 ถึง 3.5 หา Transfer Function ซึ่งผลการทดลองสามารถแสดงได้ดังนี้

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ผลการทดลองที่ 4 กำหนดให้ Bandwidth เท่ากับ 8 Hz ที่ Notch Frequency เท่ากับ 50 Hz



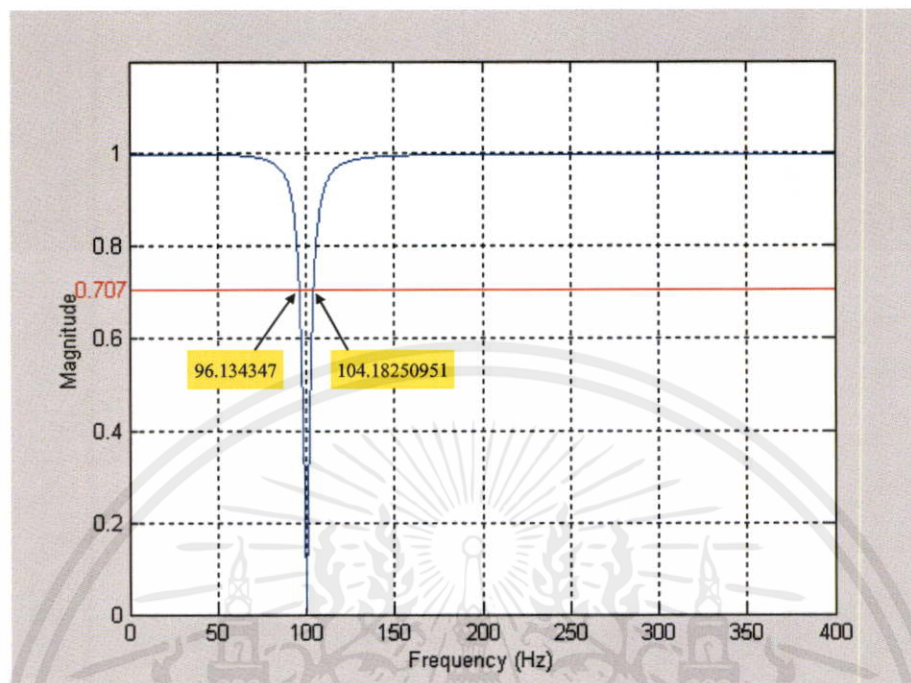
รูปที่ 4.6 ผลจำลองการทำงานด้วย MATLAB ที่ความถี่ $B = 8 \text{ Hz}$, $f_c = 50 \text{ Hz}$



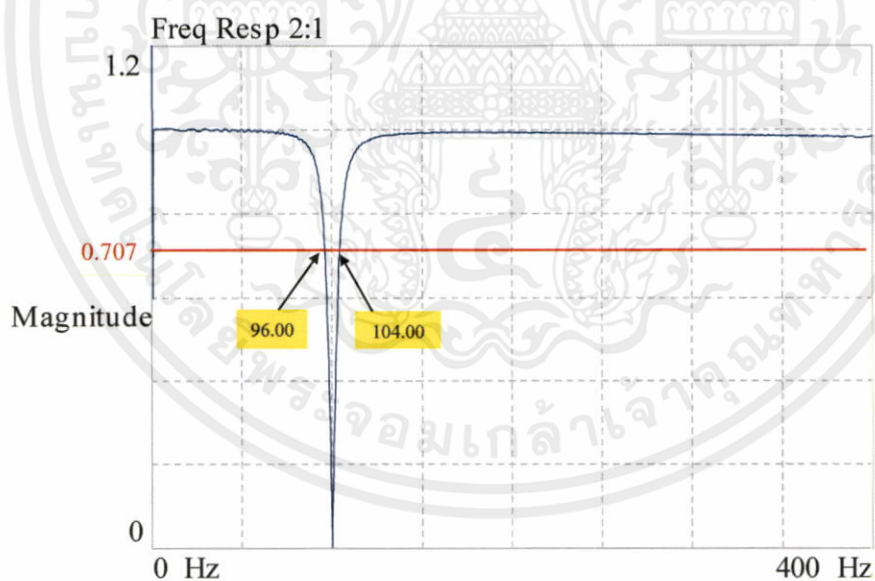
รูปที่ 4.7 ผลการสร้างจริงด้วยบอร์ด TMS320C31 ที่ความถี่ $B = 8 \text{ Hz}$, $f_c = 50 \text{ Hz}$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ผลการทดลองที่ 5 กำหนดให้ Bandwidth เท่ากับ 8 Hz ที่ Notch Frequency เท่ากับ 100 Hz



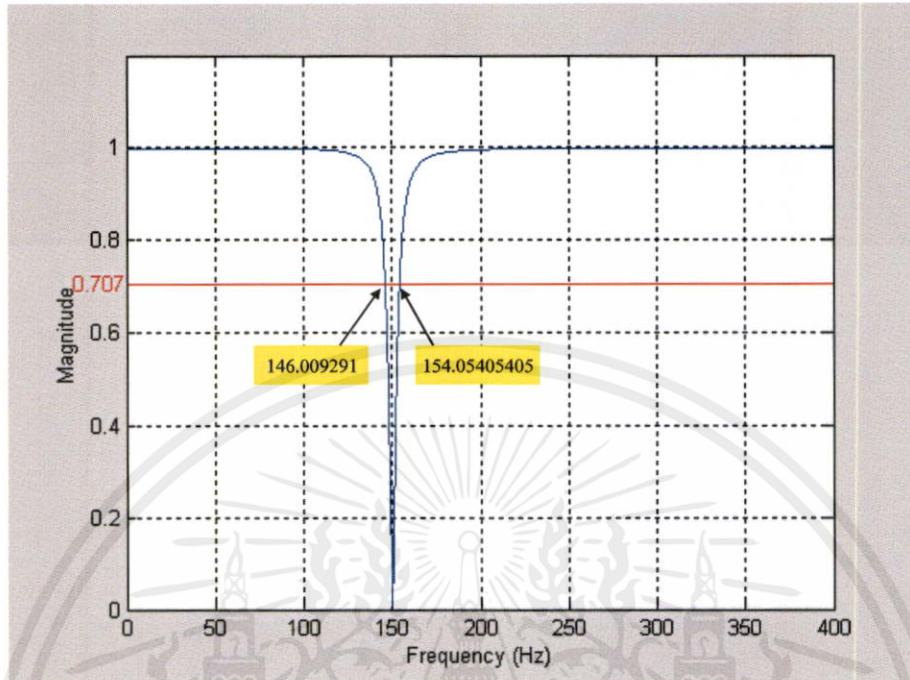
รูปที่ 4.8 ผลจำลองการทำงานด้วย MATLAB ที่ความถี่ $B = 8 \text{ Hz}$, $f_c = 100 \text{ Hz}$



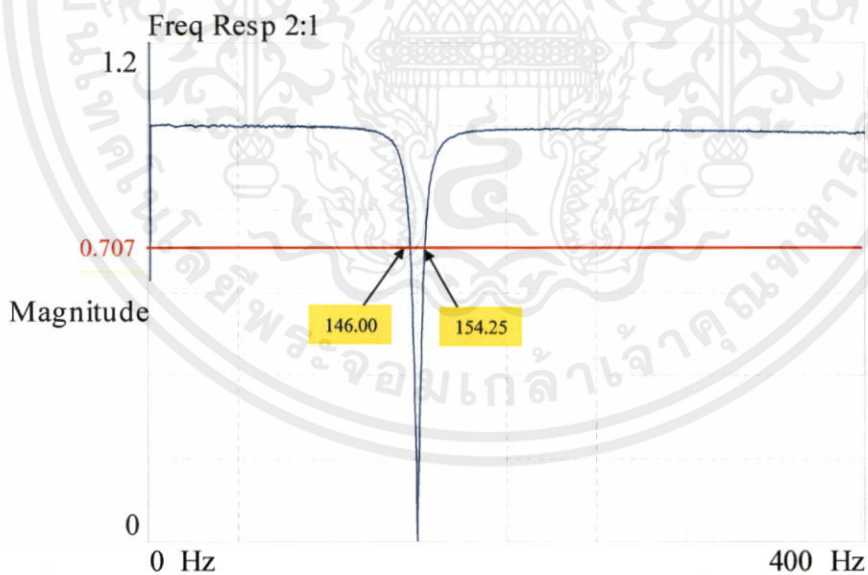
รูปที่ 4.9 ผลการสร้างจริงด้วยบอร์ด TMS320C31 ที่ความถี่ $B = 8 \text{ Hz}$, $f_c = 100 \text{ Hz}$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ผลการทดลองที่ 6 กำหนดให้ Bandwidth เท่ากับ 8 Hz ที่ Notch Frequency เท่ากับ 150 Hz



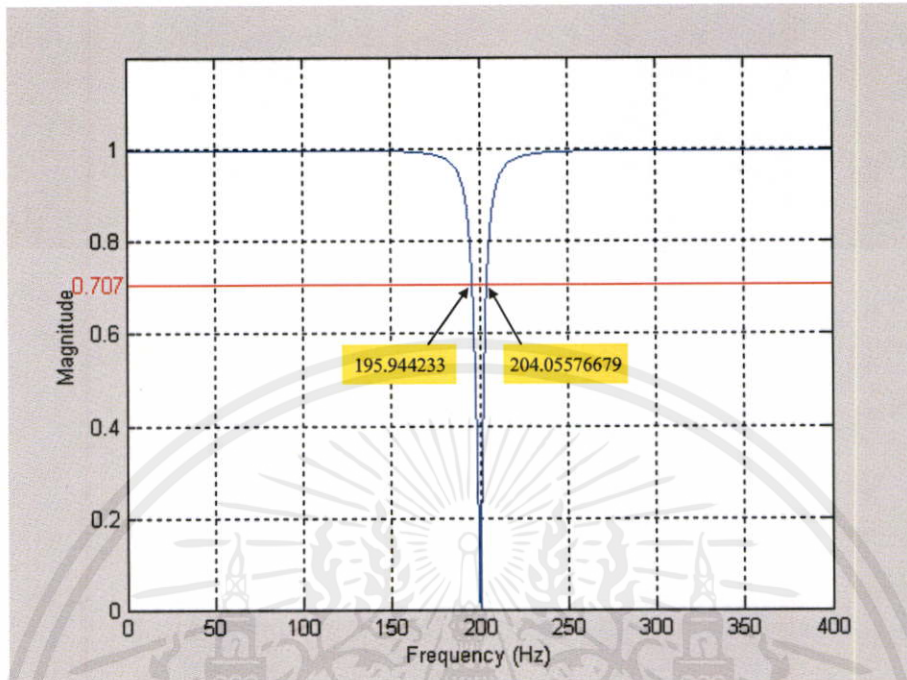
รูปที่ 4.10 ผลจำลองการทำงานด้วย MATLAB ที่ความถี่ $B = 8 \text{ Hz}$, $f_c = 150 \text{ Hz}$



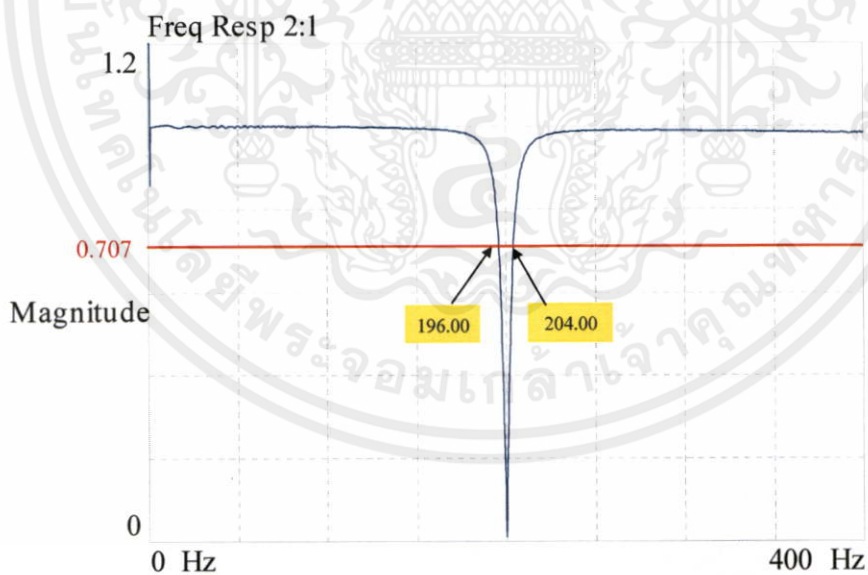
รูปที่ 4.11 ผลการสร้างจริงด้วยบอร์ด TMS320C31 ที่ความถี่ $B = 8 \text{ Hz}$, $f_c = 150 \text{ Hz}$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ผลการทดลองที่ 7 กำหนดให้ Bandwidth เท่ากับ 8 Hz ที่ Notch Frequency เท่ากับ 200 Hz



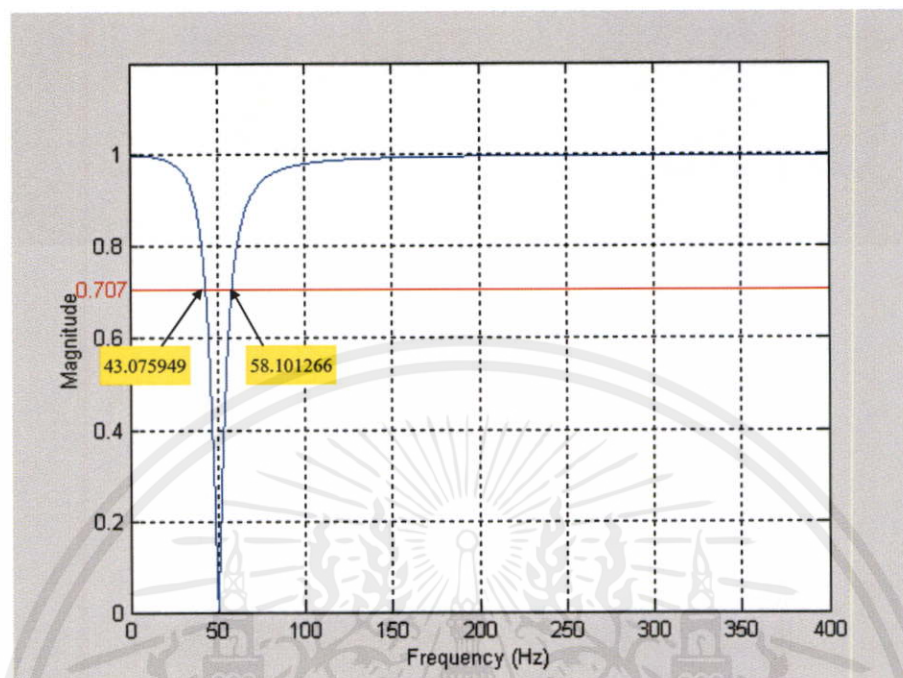
รูปที่ 4.12 ผลจำลองการทำงานด้วย MATLAB ที่ความถี่ $B = 8 \text{ Hz}$, $f_c = 200 \text{ Hz}$



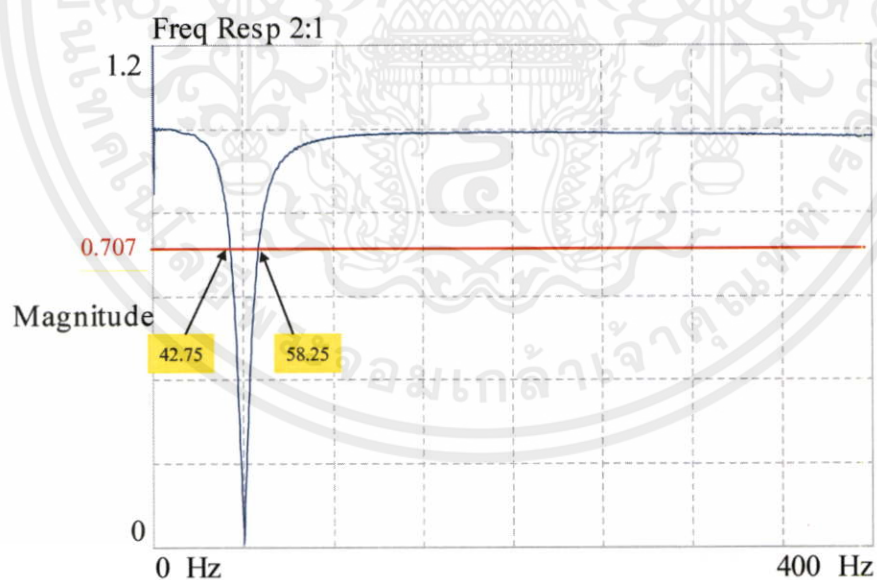
รูปที่ 4.13 ผลการสร้างจริงด้วยบอร์ด TMS320C31 ที่ความถี่ $B = 8 \text{ Hz}$, $f_c = 200 \text{ Hz}$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ผลการทดลองที่ 8 กำหนดให้ Bandwidth เท่ากับ 15 Hz ที่ Notch Frequency เท่ากับ 50 Hz



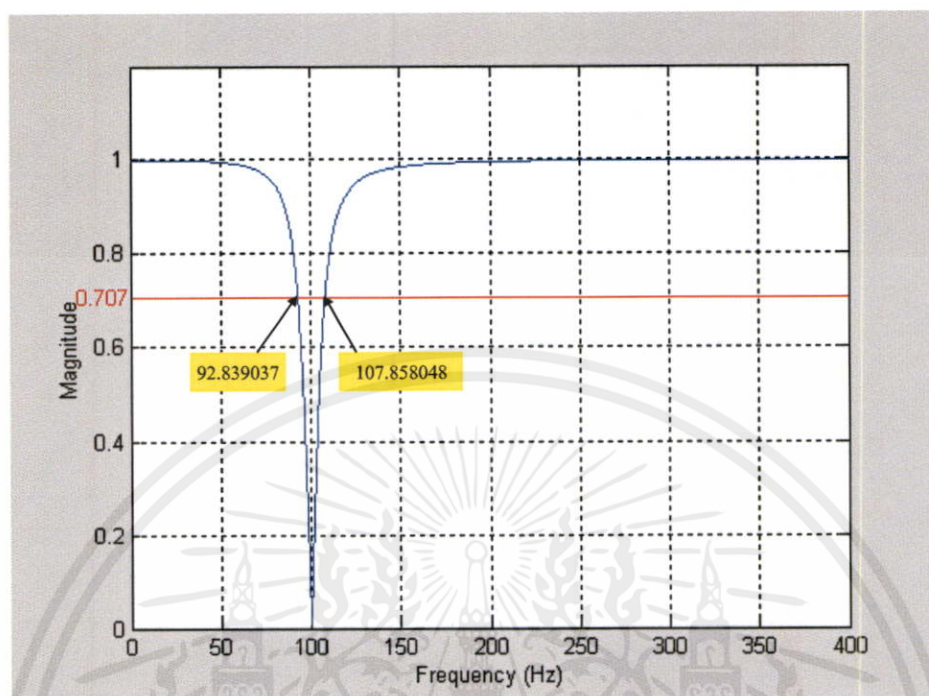
รูปที่ 4.14 ผลจำลองการทำงานด้วย MATLAB ที่ความถี่ $B = 15$ Hz, $f_c = 50$ Hz



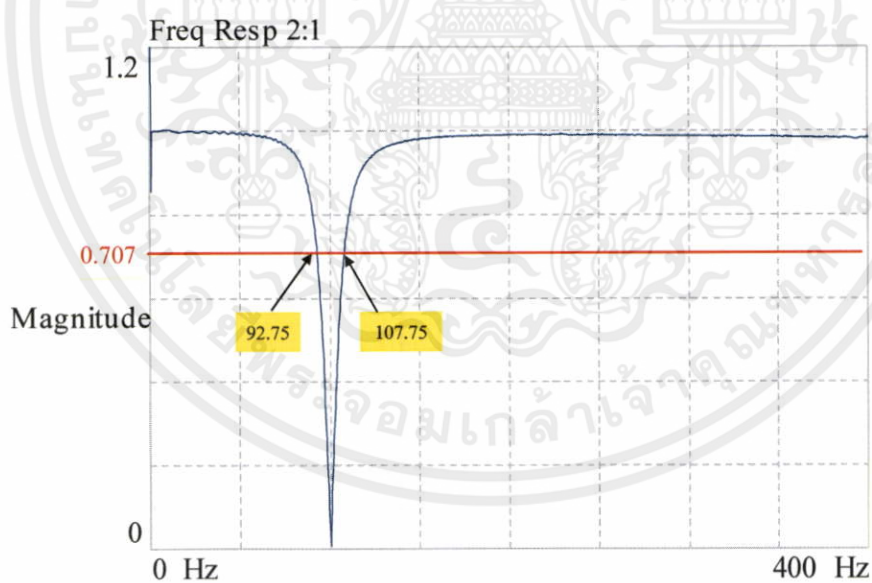
รูปที่ 4.15 ผลการสร้างจริงด้วยบอร์ด TMS320C31 ที่ความถี่ $B = 15$ Hz, $f_c = 50$ Hz

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ผลการทดลองที่ 9 กำหนดให้ Bandwidth เท่ากับ 15 Hz ที่ Notch Frequency เท่ากับ 100 Hz



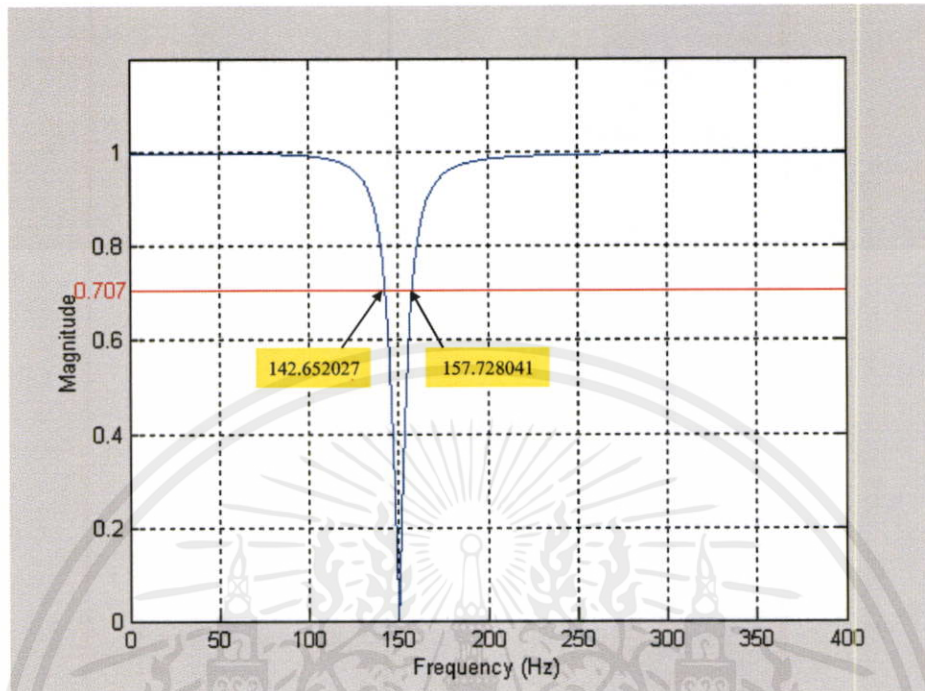
รูปที่ 4.16 ผลจำลองการทำงานด้วย MATLAB ที่ความถี่ $B = 15$ Hz, $f_c = 100$ Hz



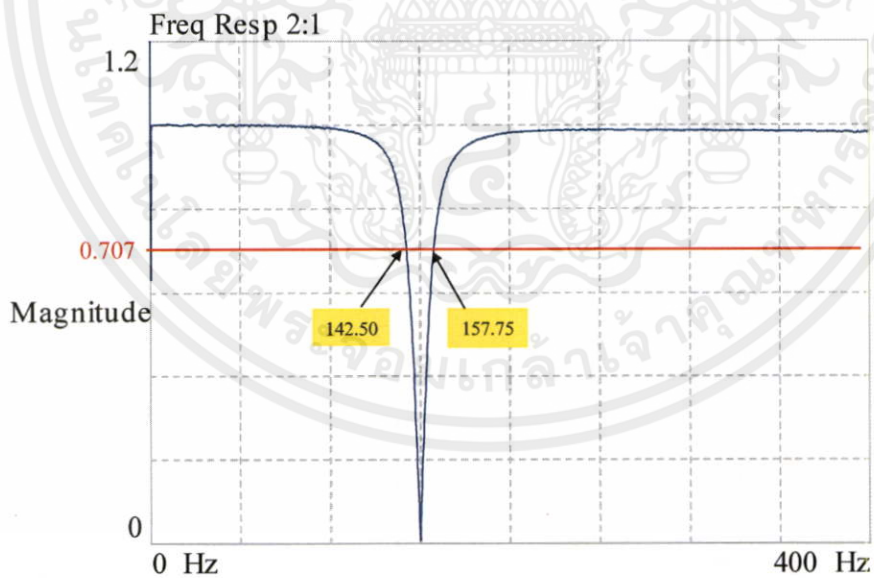
รูปที่ 4.17 ผลการสร้างจริงด้วยบอร์ด TMS320C31 ที่ความถี่ $B = 15$ Hz, $f_c = 100$ Hz

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ผลการทดลองที่ 10 กำหนดให้ Bandwidth เท่ากับ 15 Hz ที่ Notch Frequency เท่ากับ 150 Hz



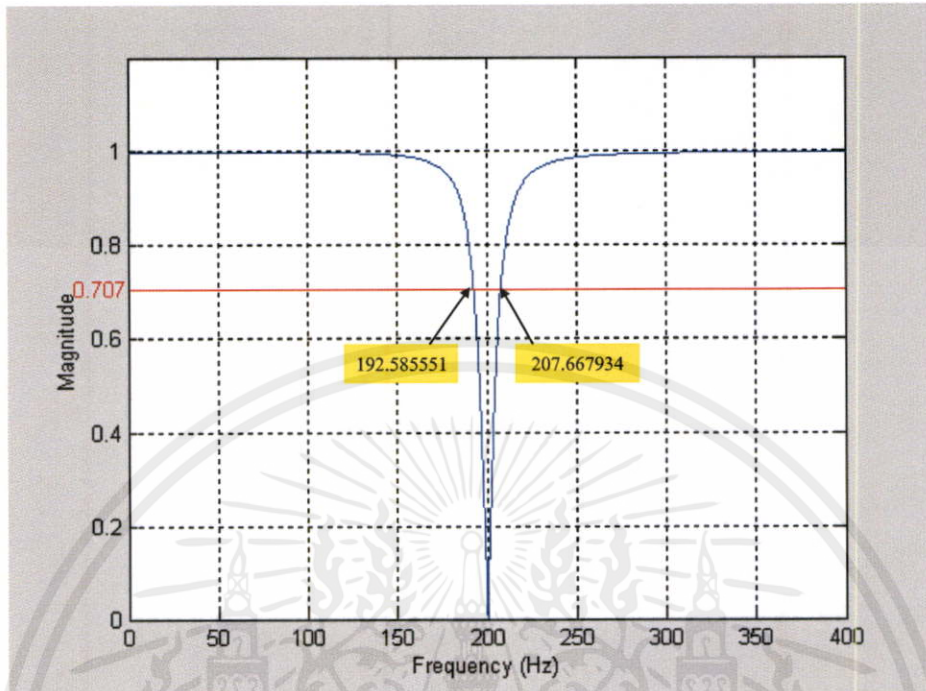
รูปที่ 4.18 ผลจำลองการทำงานด้วย MATLAB ที่ความถี่ $B = 15$ Hz, $f_c = 150$ Hz



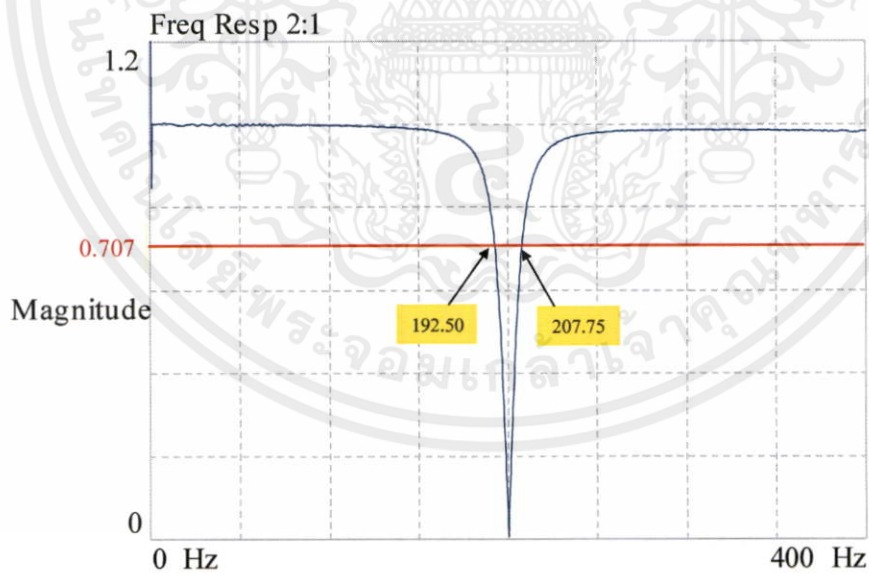
รูปที่ 4.19 ผลการสร้างจริงด้วยบอร์ด TMS320C31 ที่ความถี่ $B = 15$ Hz, $f_c = 150$ Hz

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ผลการทดลองที่ 11 กำหนดให้ Bandwidth เท่ากับ 15 Hz ที่ Notch Frequency เท่ากับ 200 Hz



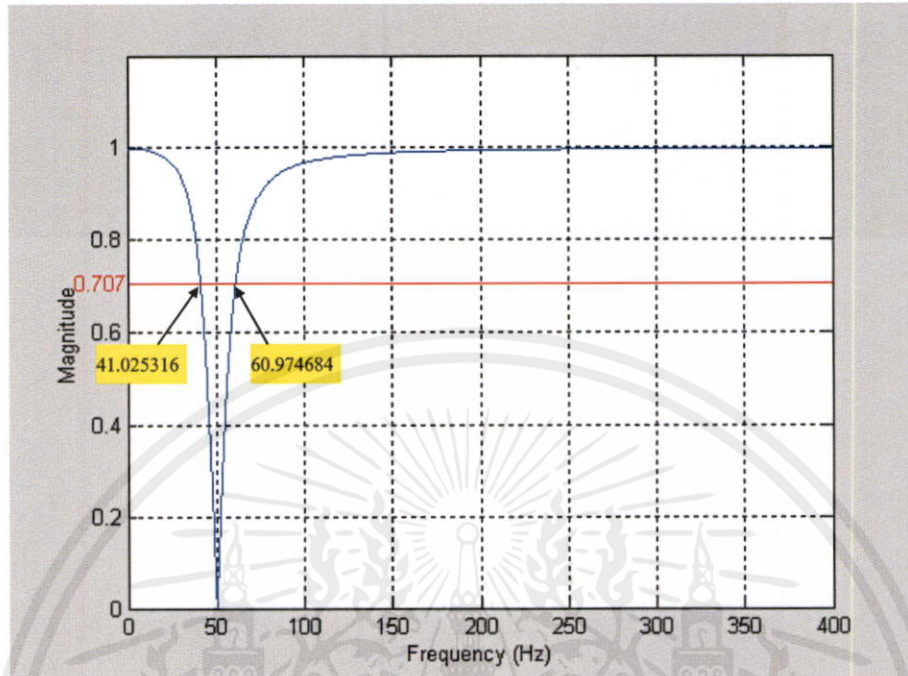
รูปที่ 4.20 ผลจำลองการทำงานด้วย MATLAB ที่ความถี่ $B = 15$ Hz, $f_c = 200$ Hz



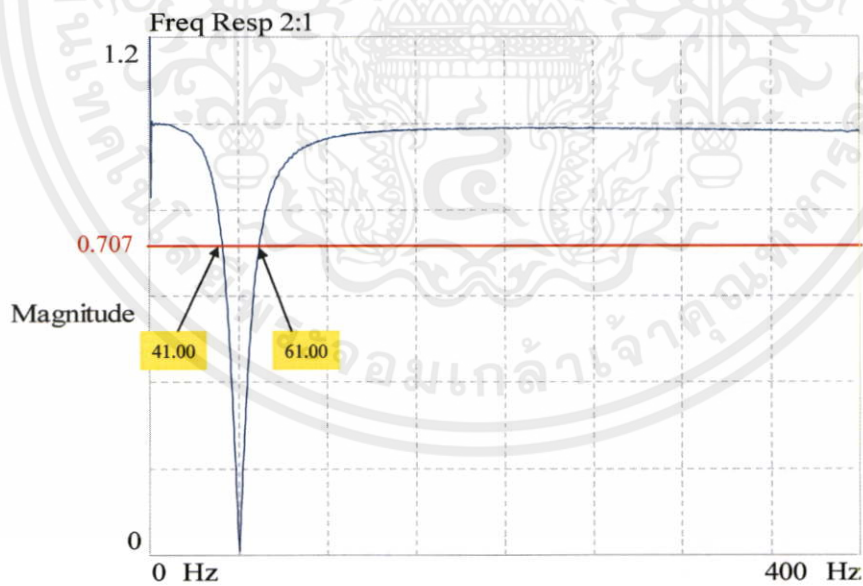
รูปที่ 4.21 ผลการสร้างจริงด้วยบอร์ด TMS320C31 ที่ความถี่ $B = 15$ Hz, $f_c = 200$ Hz

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ผลการทดลองที่ 12 กำหนดให้ Bandwidth เท่ากับ 20 Hz ที่ Notch Frequency เท่ากับ 50 Hz



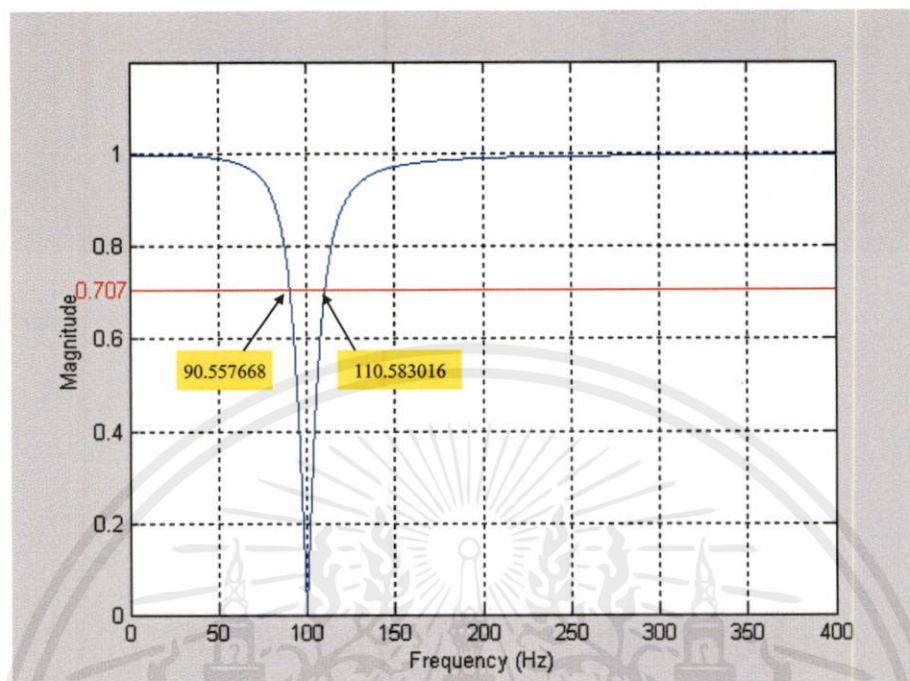
รูปที่ 4.22 ผลจำลองการทำงานด้วย MATLAB ที่ความถี่ $B = 20$ Hz, $f_c = 50$ Hz



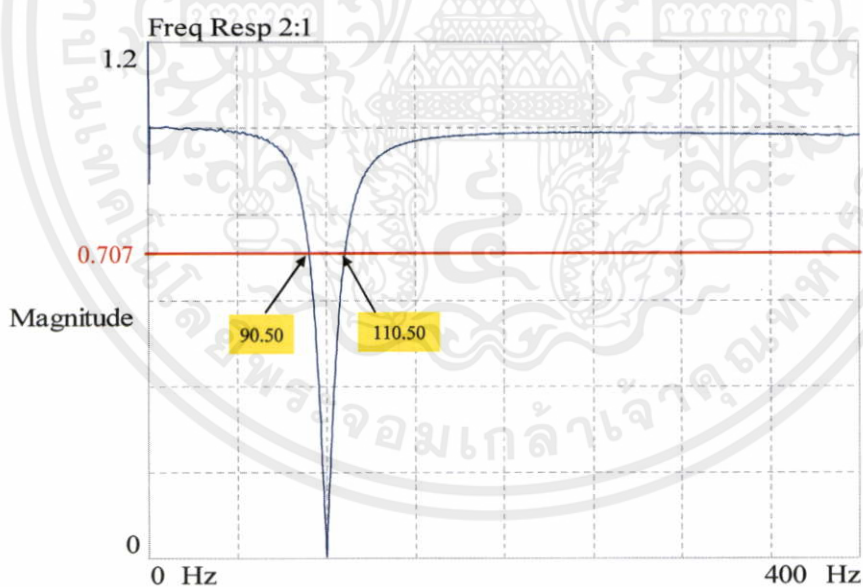
รูปที่ 4.23 ผลการสร้างจริงด้วยบอร์ด TMS320C31 ที่ความถี่ $B = 20$ Hz, $f_c = 50$ Hz

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ผลการทดลองที่ 13 กำหนดให้ Bandwidth เท่ากับ 20 Hz ที่ Notch Frequency เท่ากับ 100 Hz



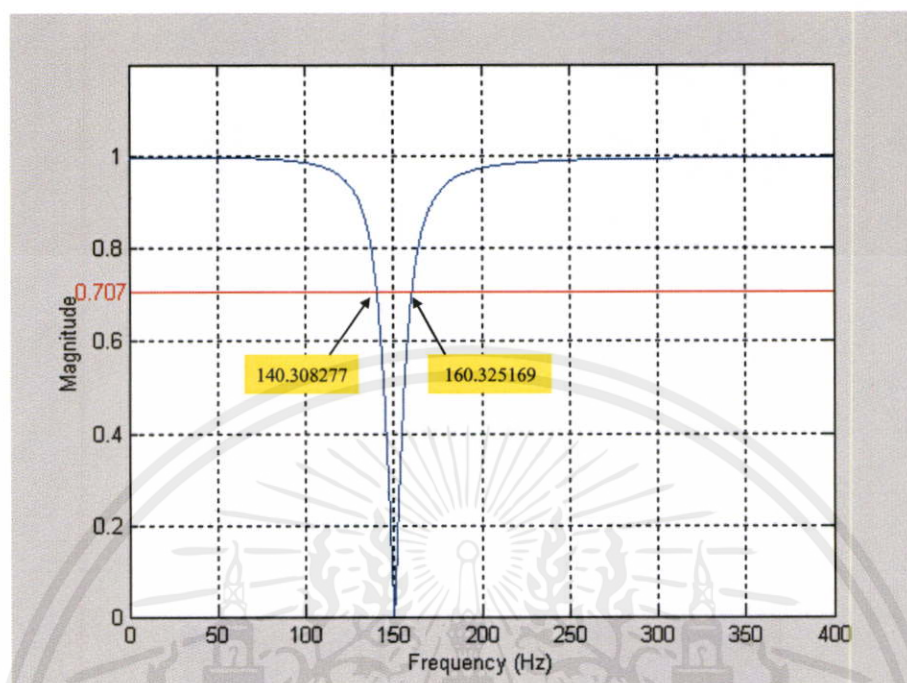
รูปที่ 4.24 ผลจำลองการทำงานด้วย MATLAB ที่ความถี่ $B = 20$ Hz, $f_c = 100$ Hz



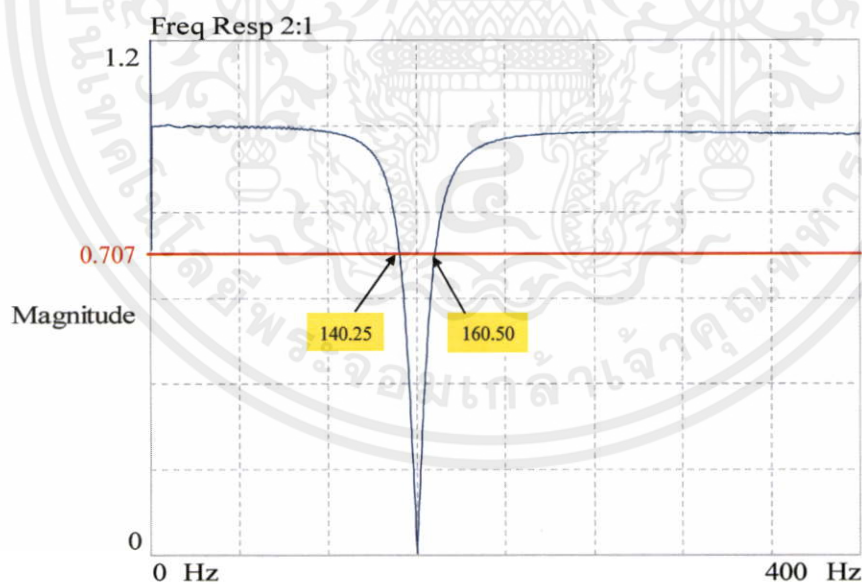
รูปที่ 4.25 ผลการสร้างจริงด้วยบอร์ด TMS320C31 ที่ความถี่ $B = 20$ Hz, $f_c = 100$ Hz

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ผลการทดลองที่ 14 กำหนดให้ Bandwidth เท่ากับ 20 Hz ที่ Notch Frequency เท่ากับ 150 Hz



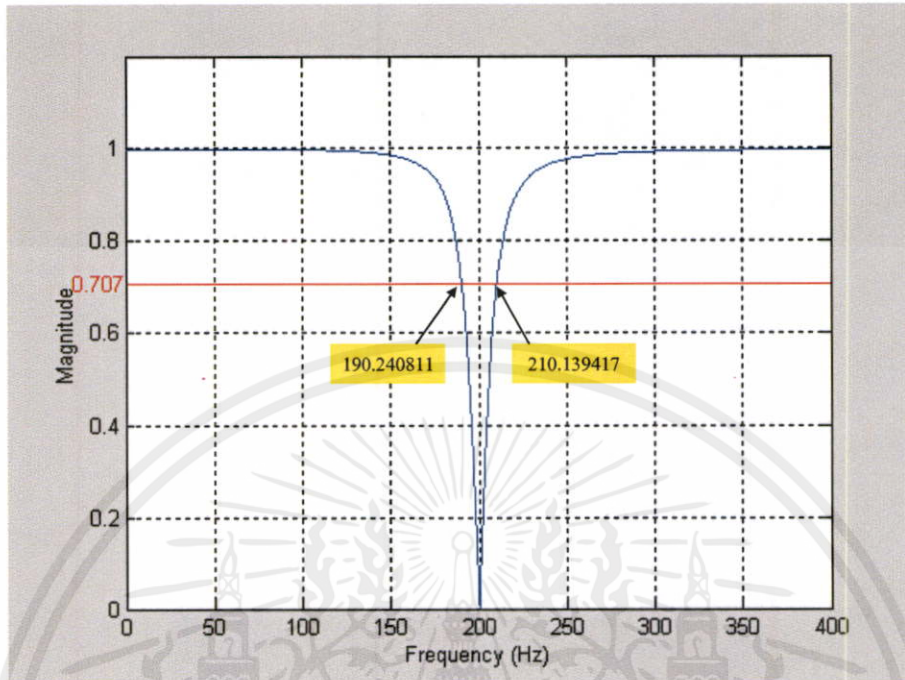
รูปที่ 4.26 ผลจำลองการทำงานด้วย MATLAB ที่ความถี่ $B = 20$ Hz, $f_c = 150$ Hz



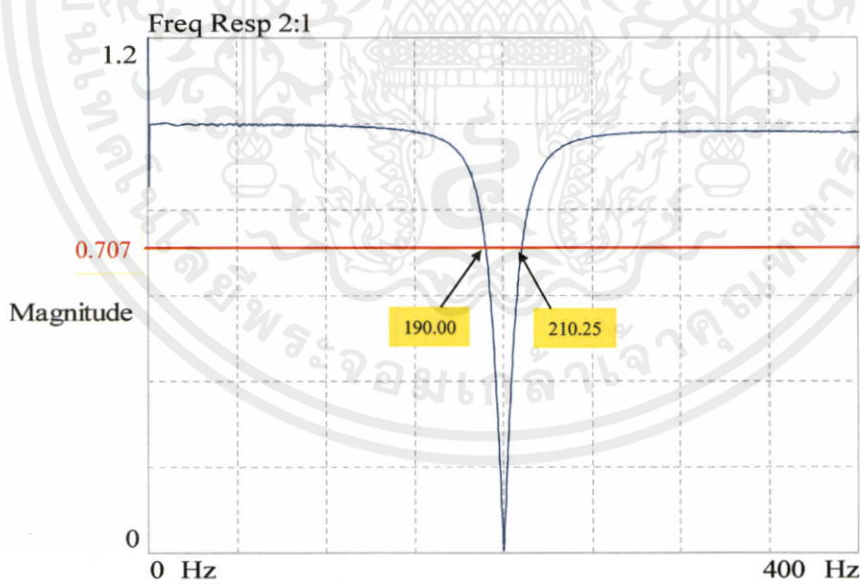
รูปที่ 4.27 ผลการสร้างจริงด้วยบอร์ด TMS320C31 ที่ความถี่ $B = 20$ Hz, $f_c = 150$ Hz

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ผลการทดลองที่ 15 กำหนดให้ Bandwidth เท่ากับ 20 Hz ที่ Notch Frequency เท่ากับ 200 Hz



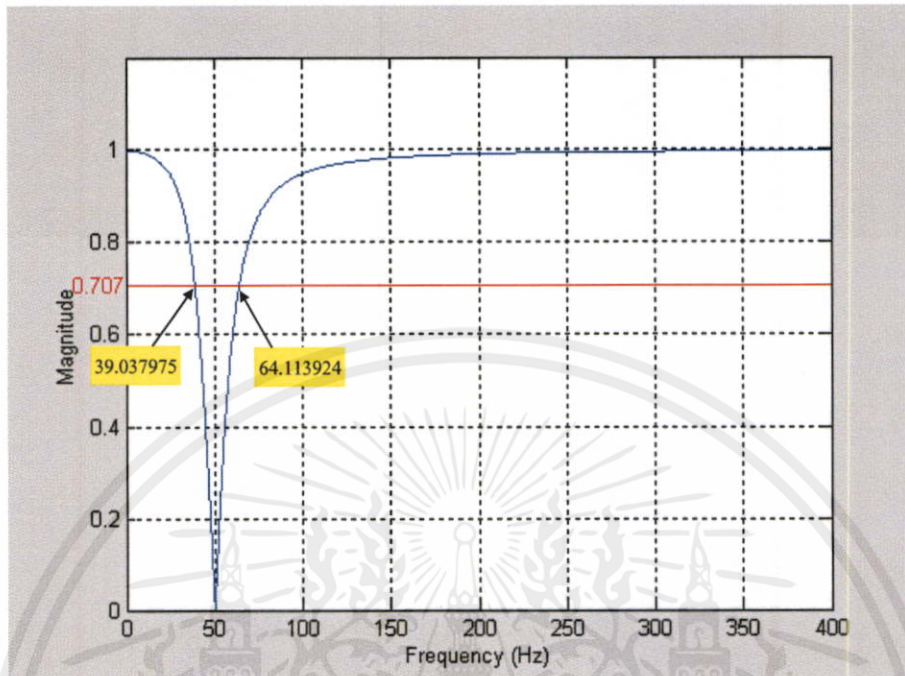
รูปที่ 4.28 ผลจำลองการทำงานด้วย MATLAB ที่ความถี่ $B = 20 \text{ Hz}$, $f_c = 200 \text{ Hz}$



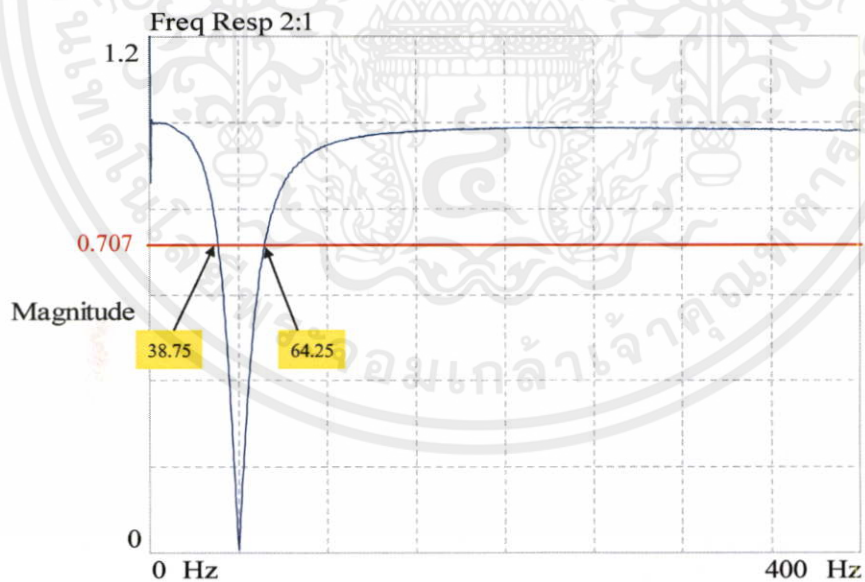
รูปที่ 4.29 ผลการสร้างจริงด้วยบอร์ด TMS320C31 ที่ความถี่ $B = 20 \text{ Hz}$, $f_c = 200 \text{ Hz}$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ผลการทดลองที่ 16 กำหนดให้ Bandwidth เท่ากับ 25 Hz ที่ Notch Frequency เท่ากับ 50 Hz



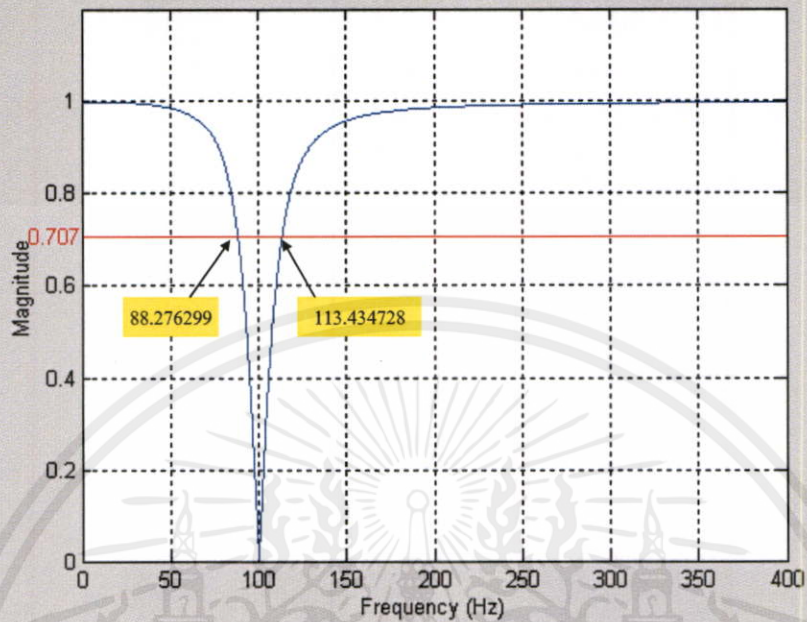
รูปที่ 4.30 ผลจำลองการทำงานด้วย MATLAB ที่ความถี่ $B = 25 \text{ Hz}$, $f_c = 50 \text{ Hz}$



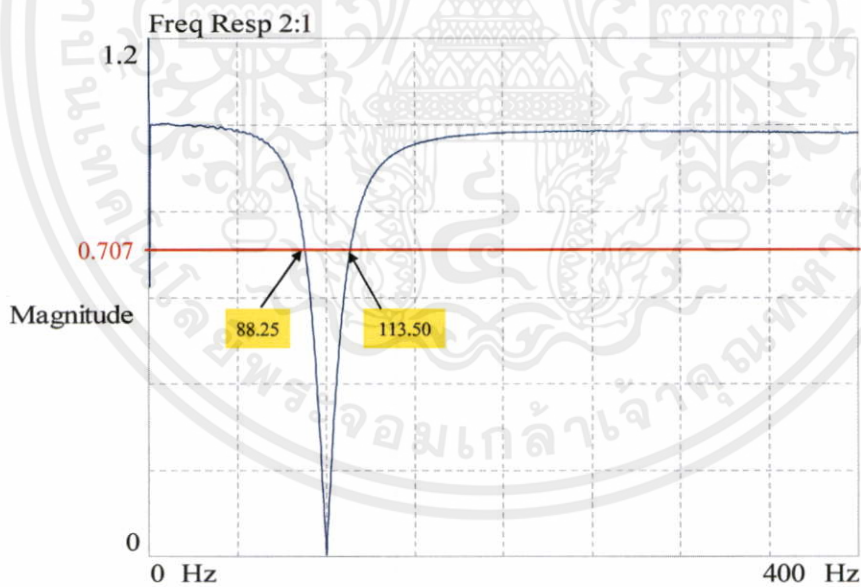
รูปที่ 4.31 ผลการสร้างจริงด้วยบอร์ด TMS320C31 ที่ความถี่ $B = 25 \text{ Hz}$, $f_c = 50 \text{ Hz}$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ผลการทดลองที่ 17 กำหนดให้ Bandwidth เท่ากับ 25 Hz ที่ Notch Frequency เท่ากับ 100 Hz



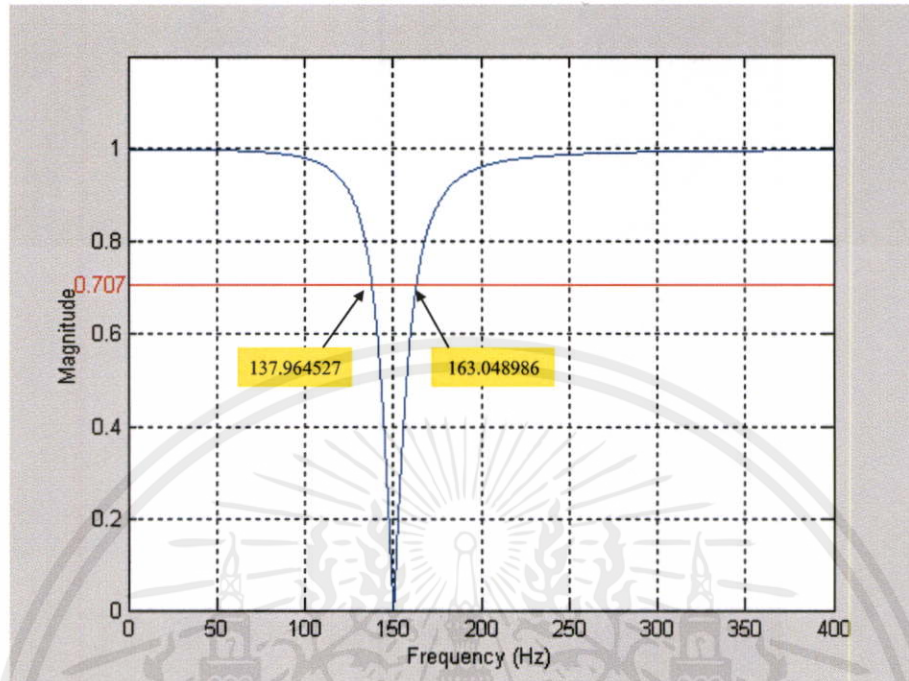
รูปที่ 4.32 ผลจำลองการทำงานด้วย MATLAB ที่ความถี่ $B = 25 \text{ Hz}$, $f_c = 100 \text{ Hz}$



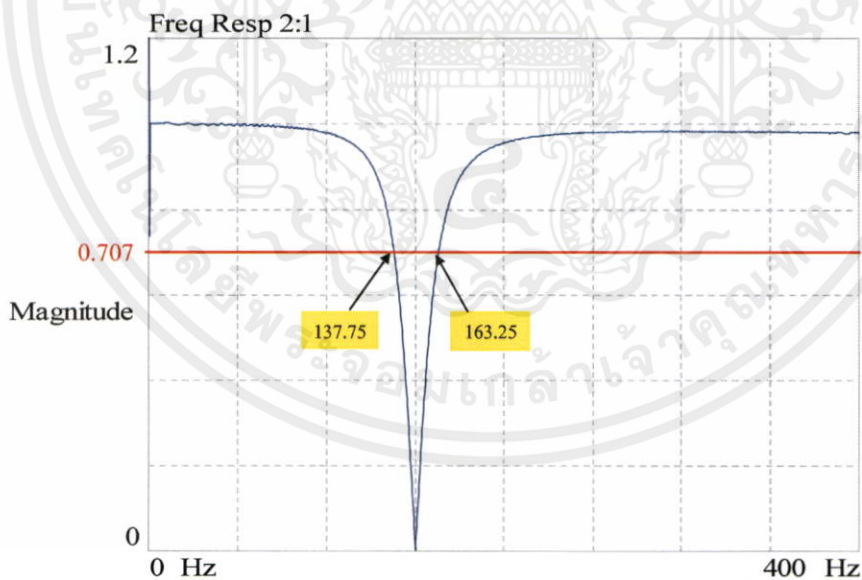
รูปที่ 4.33 ผลการสร้างจริงด้วยบอร์ด TMS320C31 ที่ความถี่ $B = 25 \text{ Hz}$, $f_c = 100 \text{ Hz}$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ผลการทดลองที่ 18 กำหนดให้ Bandwidth เท่ากับ 25 Hz ที่ Notch Frequency เท่ากับ 150 Hz



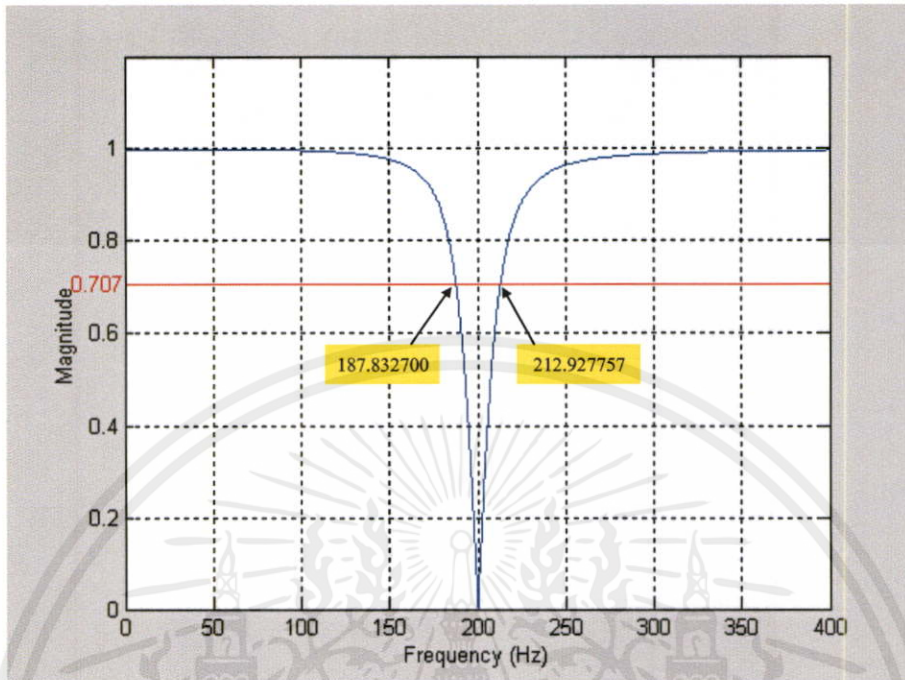
รูปที่ 4.34 ผลจำลองการทำงานด้วย MATLAB ที่ความถี่ $B = 25 \text{ Hz}$, $f_c = 150 \text{ Hz}$



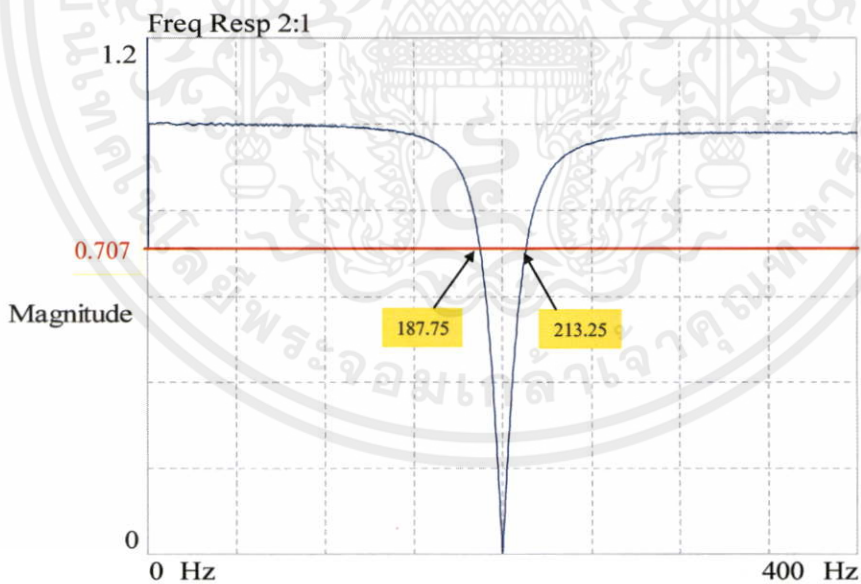
รูปที่ 4.35 ผลการสร้างจริงด้วยบอร์ด TMS320C31 ที่ความถี่ $B = 25 \text{ Hz}$, $f_c = 150 \text{ Hz}$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ผลการทดลองที่ 19 กำหนดให้ Bandwidth เท่ากับ 25 Hz ที่ Notch Frequency เท่ากับ 200 Hz



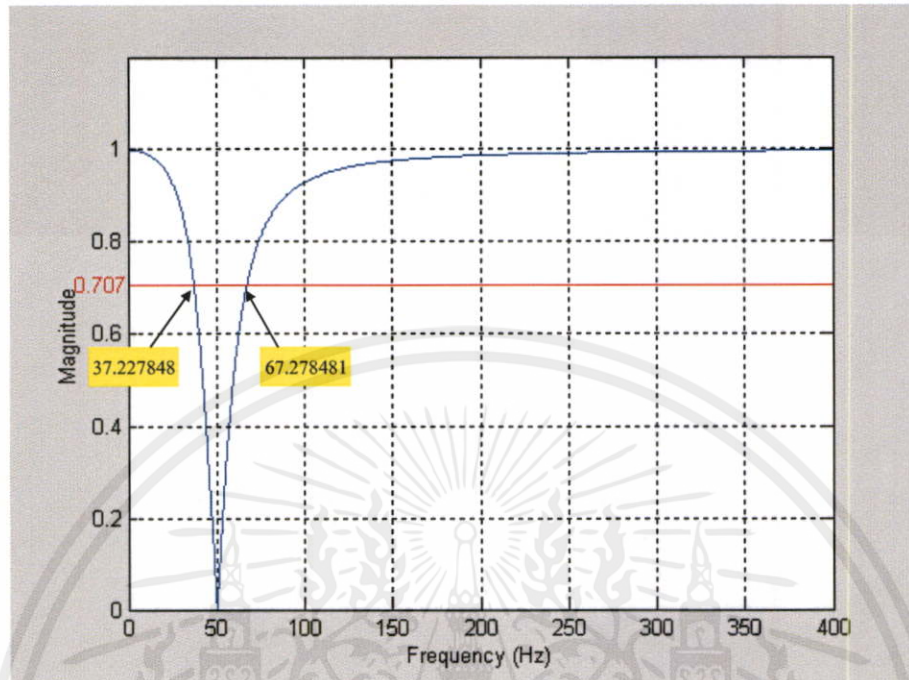
รูปที่ 4.36 ผลจำลองการทำงานด้วย MATLAB ที่ความถี่ $B = 25 \text{ Hz}$, $f_c = 200 \text{ Hz}$



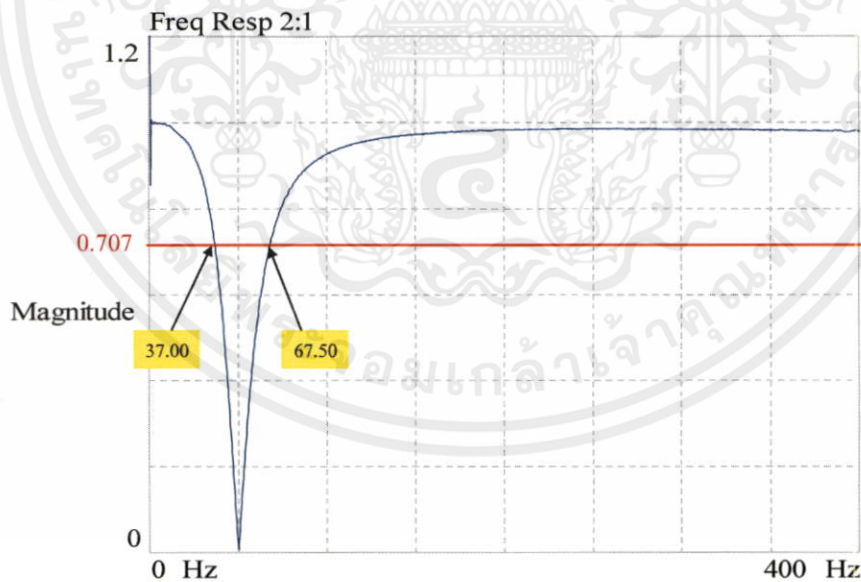
รูปที่ 4.37 ผลการสร้างจริงด้วยบอร์ด TMS320C31 ที่ความถี่ $B = 25 \text{ Hz}$, $f_c = 200 \text{ Hz}$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ผลการทดลองที่ 20 กำหนดให้ Bandwidth เท่ากับ 30 Hz ที่ Notch Frequency เท่ากับ 50 Hz



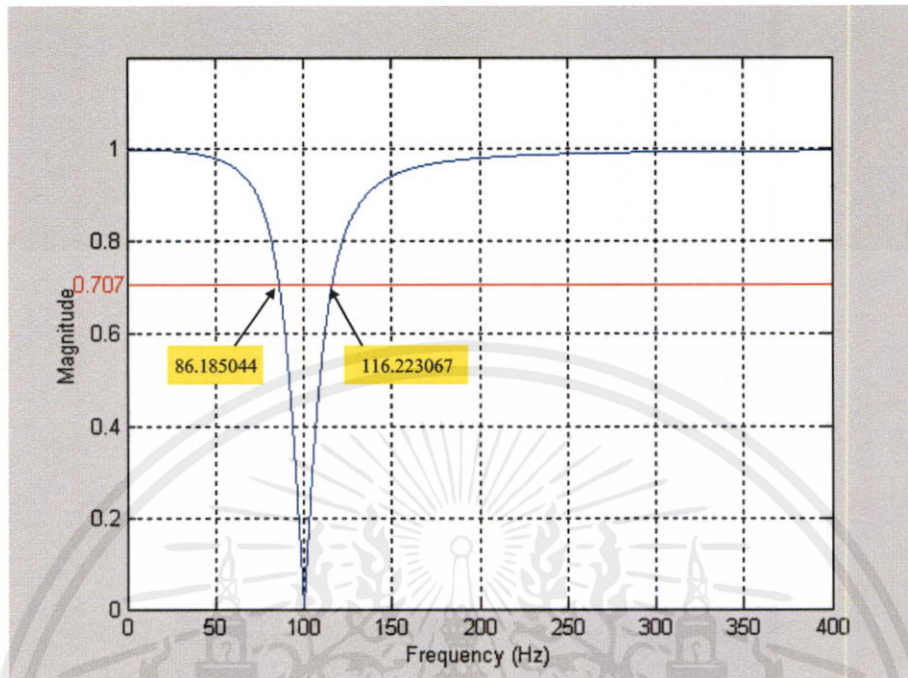
รูปที่ 4.38 ผลจำลองการทำงานด้วย MATLAB ที่ความถี่ $B = 30 \text{ Hz}$, $f_c = 50 \text{ Hz}$



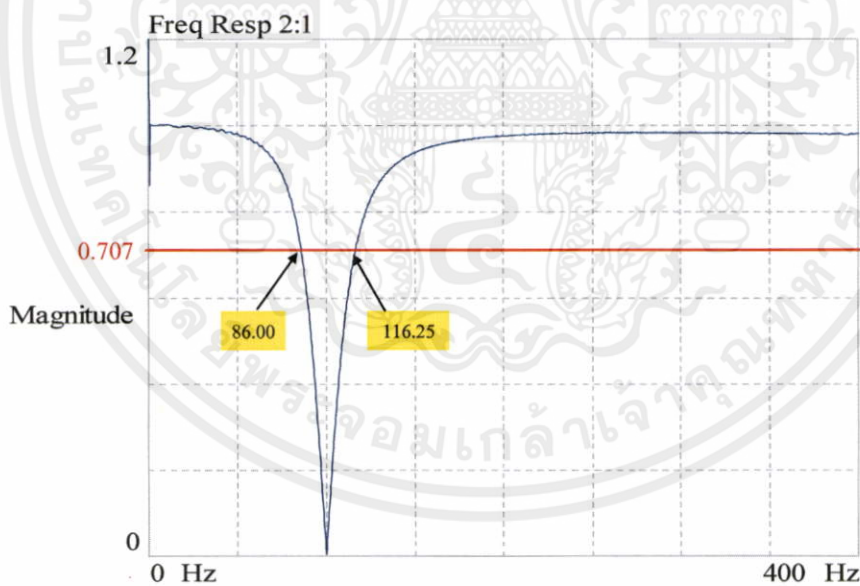
รูปที่ 4.39 ผลการสร้างจริงด้วยบอร์ด TMS320C31 ที่ความถี่ $B = 30 \text{ Hz}$, $f_c = 50 \text{ Hz}$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้คัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ผลการทดลองที่ 21 กำหนดให้ Bandwidth เท่ากับ 30 Hz ที่ Notch Frequency เท่ากับ 100 Hz



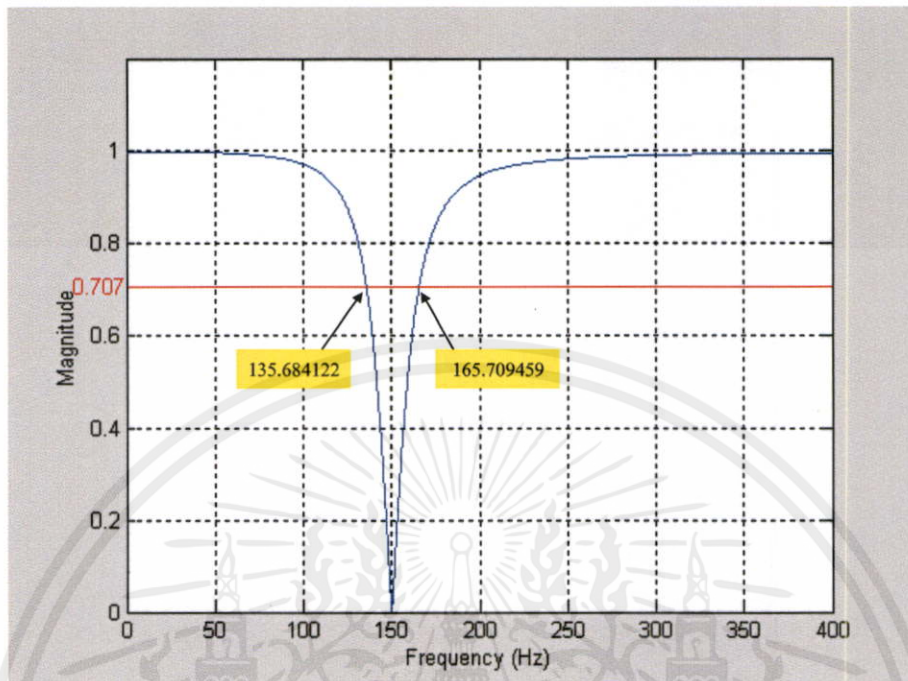
รูปที่ 4.40 ผลจำลองการทำงานด้วย MATLAB ที่ความถี่ $B = 30 \text{ Hz}$, $f_c = 100 \text{ Hz}$



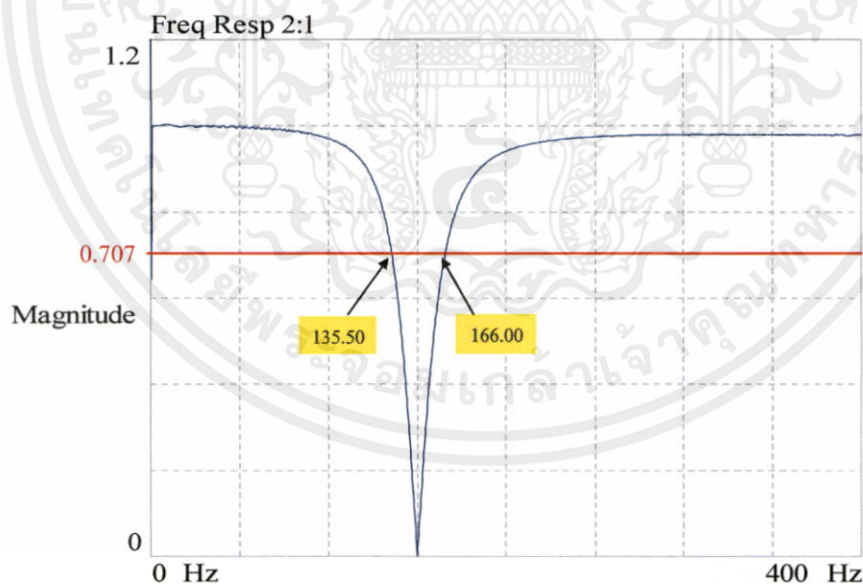
รูปที่ 4.41 ผลการสร้างจริงด้วยบอร์ด TMS320C31 ที่ความถี่ $B = 30 \text{ Hz}$, $f_c = 100 \text{ Hz}$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ผลการทดลองที่ 22 กำหนดให้ Bandwidth เท่ากับ 30 Hz ที่ Notch Frequency เท่ากับ 150 Hz



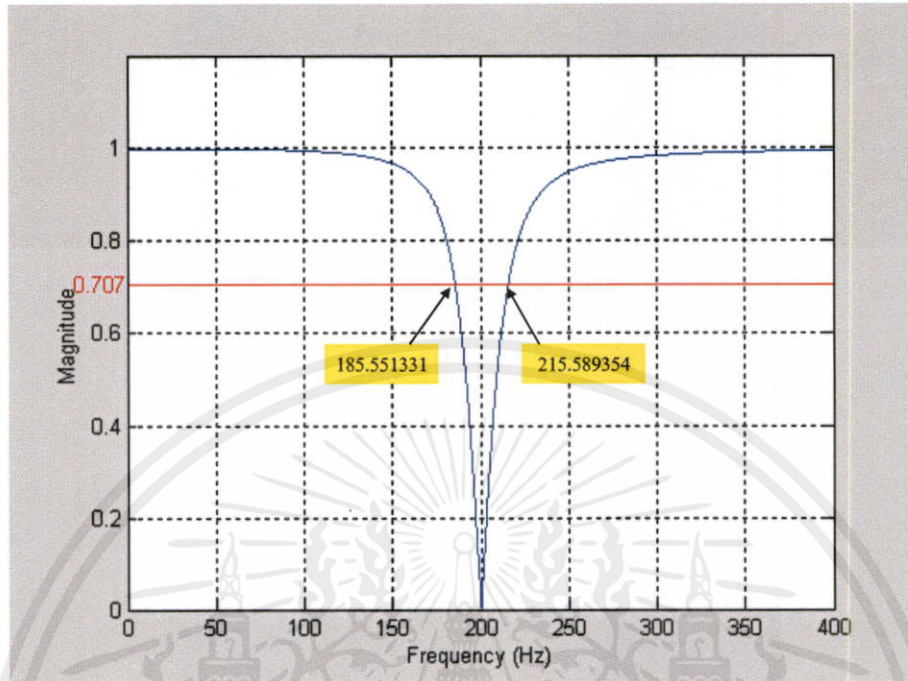
รูปที่ 4.42 ผลจำลองการทำงานด้วย MATLAB ที่ความถี่ $B = 30 \text{ Hz}$, $f_c = 150 \text{ Hz}$



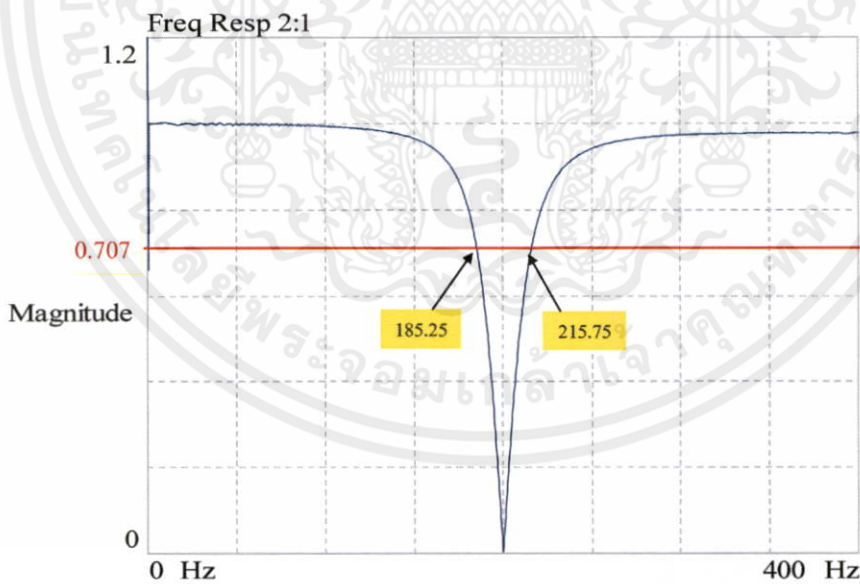
รูปที่ 4.43 ผลการสร้างจริงด้วยบอร์ด TMS320C31 ที่ความถี่ $B = 30 \text{ Hz}$, $f_c = 150 \text{ Hz}$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ผลการทดลองที่ 23 กำหนดให้ Bandwidth เท่ากับ 30 Hz ที่ Notch Frequency เท่ากับ 200 Hz



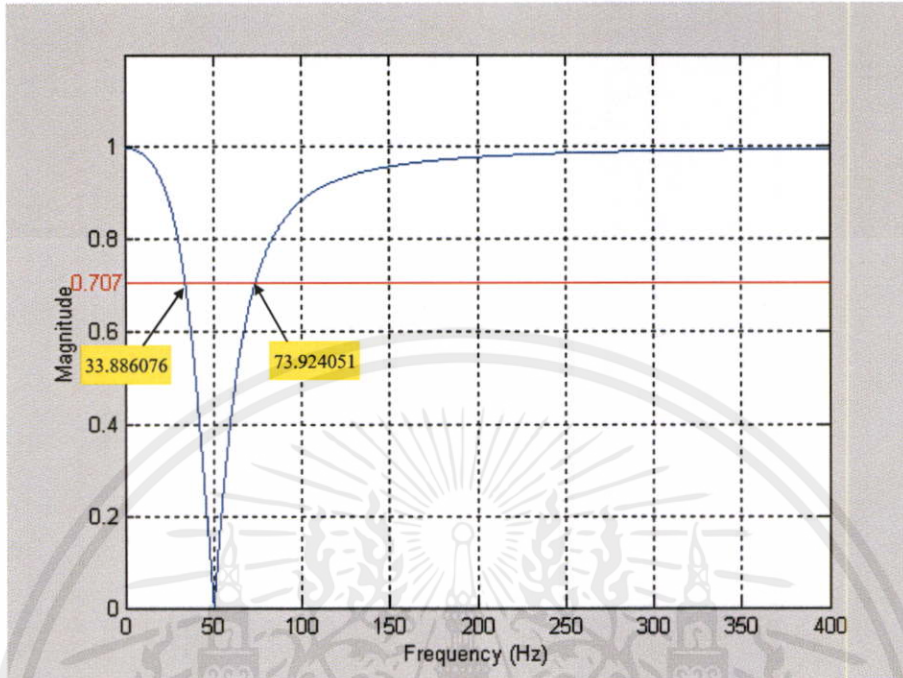
รูปที่ 4.44 ผลจำลองการทำงานด้วย MATLAB ที่ความถี่ $B = 30 \text{ Hz}$, $f_c = 200 \text{ Hz}$



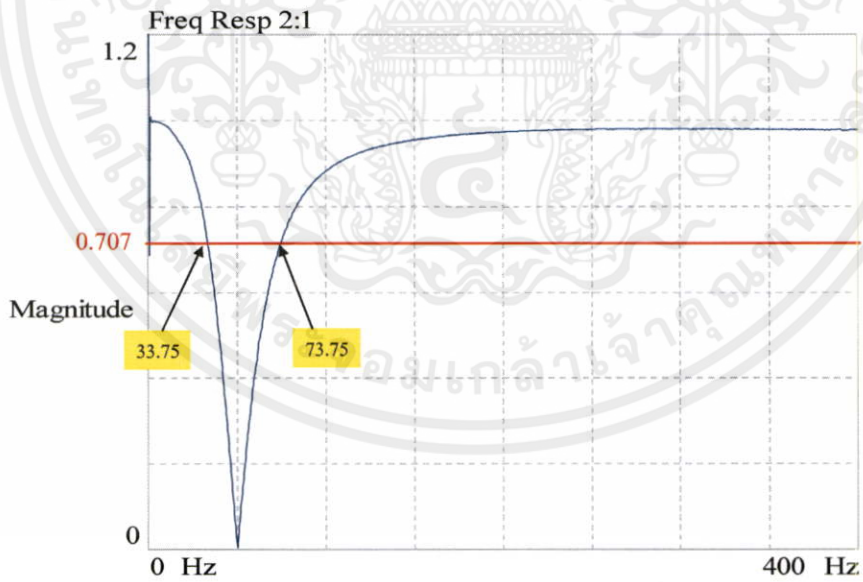
รูปที่ 4.45 ผลการสร้างจริงด้วยบอร์ด TMS320C31 ที่ความถี่ $B = 30 \text{ Hz}$, $f_c = 200 \text{ Hz}$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ผลการทดลองที่ 24 กำหนดให้ Bandwidth เท่ากับ 40 Hz ที่ Notch Frequency เท่ากับ 50 Hz



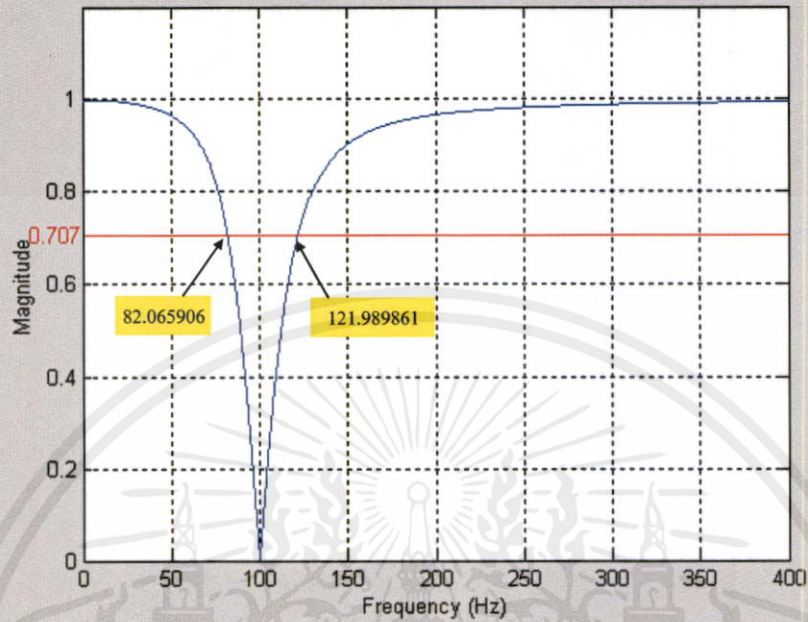
รูปที่ 4.46 ผลจำลองการทำงานด้วย MATLAB ที่ความถี่ $B = 40$ Hz, $f_c = 50$ Hz



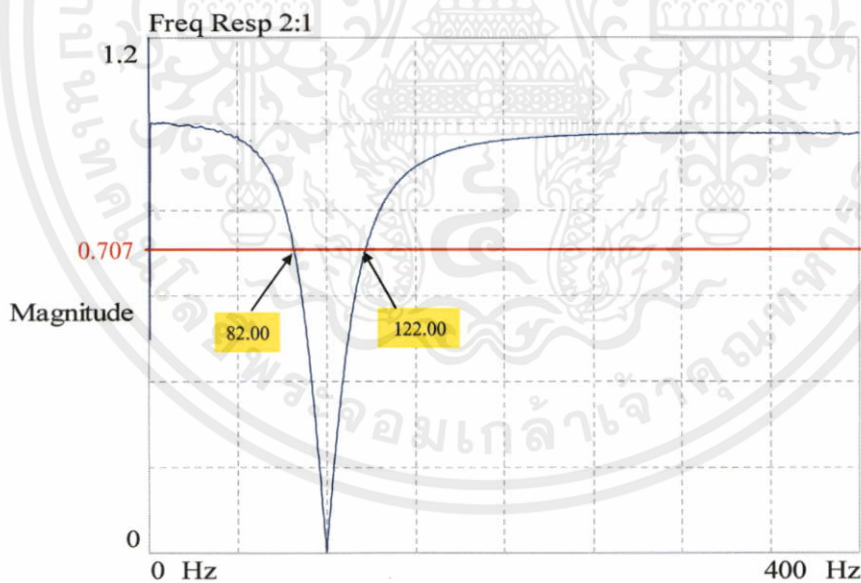
รูปที่ 4.47 ผลการสร้างจริงด้วยบอร์ด TMS320C31 ที่ความถี่ $B = 40$ Hz, $f_c = 50$ Hz

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ผลการทดลองที่ 25 กำหนดให้ Bandwidth เท่ากับ 40 Hz ที่ Notch Frequency เท่ากับ 100 Hz



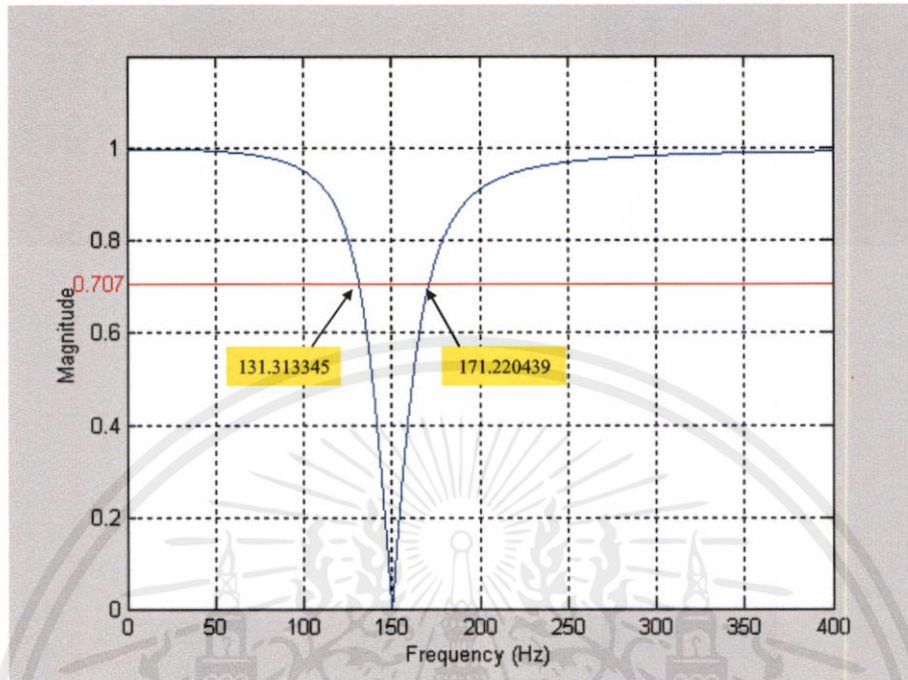
รูปที่ 4.48 ผลจำลองการทำงานด้วย MATLAB ที่ความถี่ $B = 40$ Hz, $f_c = 100$ Hz



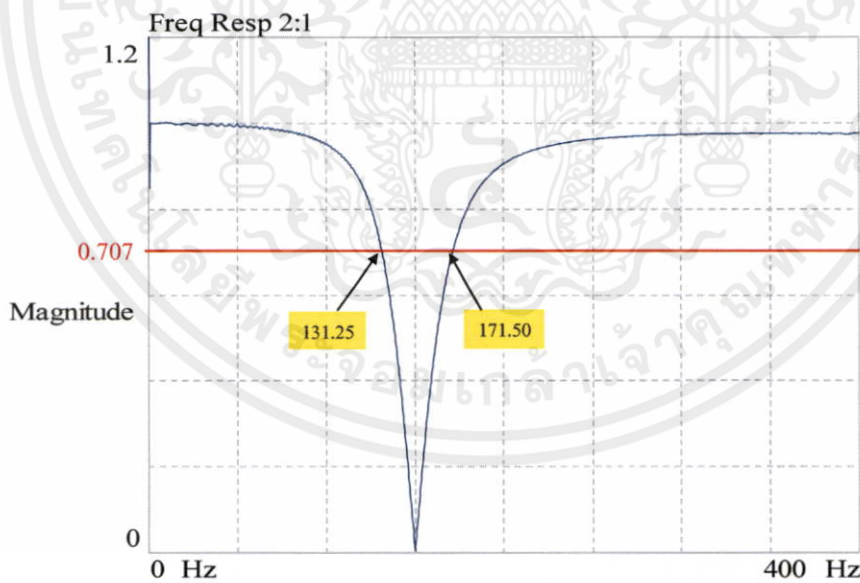
รูปที่ 4.49 ผลการสร้างจริงด้วยบอร์ด TMS320C31 ที่ความถี่ $B = 40$ Hz, $f_c = 100$ Hz

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ผลการทดลองที่ 26 กำหนดให้ Bandwidth เท่ากับ 40 Hz ที่ Notch Frequency เท่ากับ 150 Hz



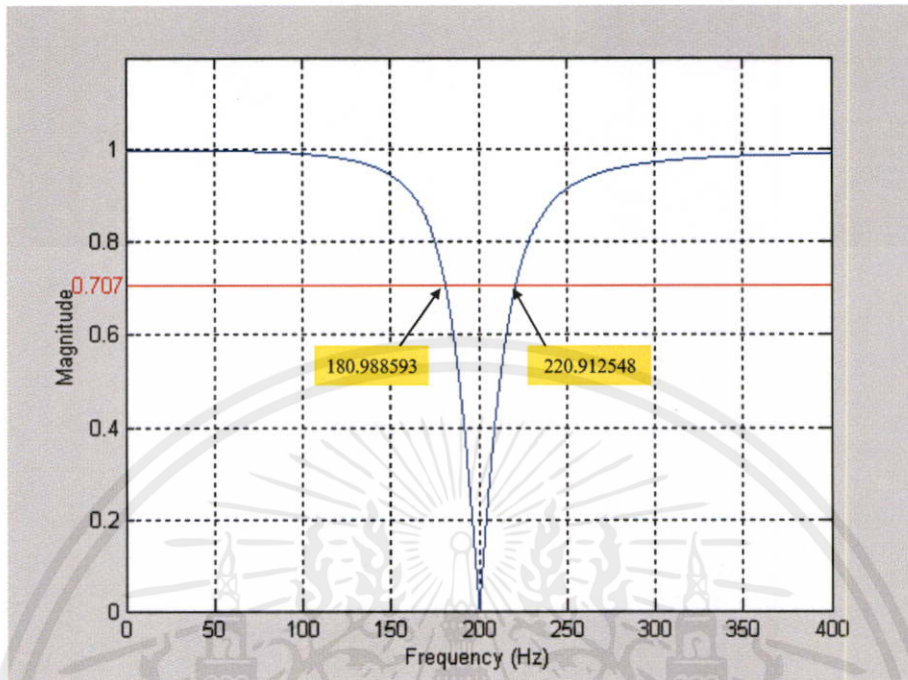
รูปที่ 4.50 ผลจำลองการทำงานด้วย MATLAB ที่ความถี่ $B = 40 \text{ Hz}$, $f_c = 150 \text{ Hz}$



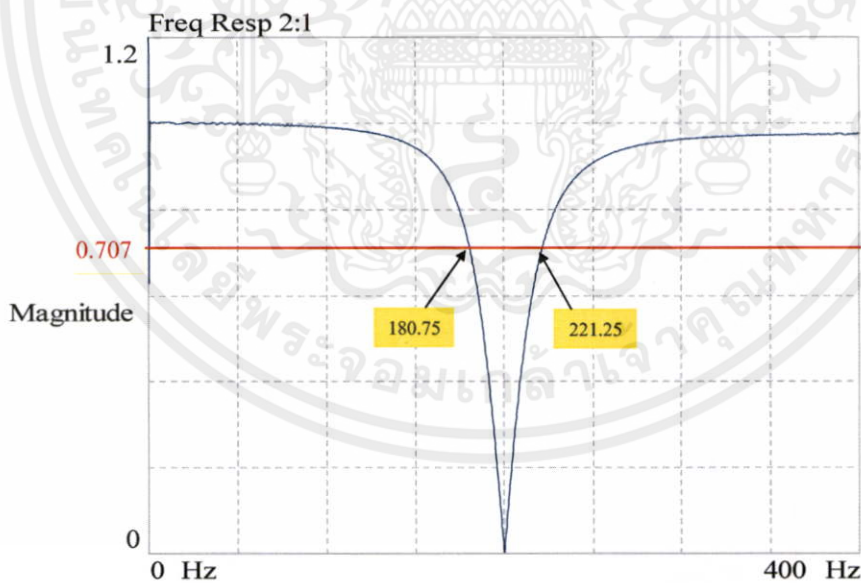
รูปที่ 4.51 ผลการสร้างจริงด้วยบอร์ด TMS320C31 ที่ความถี่ $B = 40 \text{ Hz}$, $f_c = 150 \text{ Hz}$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้คัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ผลการทดลองที่ 27 กำหนดให้ Bandwidth เท่ากับ 40 Hz ที่ Notch Frequency เท่ากับ 200 Hz



รูปที่ 4.52 ผลจำลองการทำงานด้วย MATLAB ที่ความถี่ $B = 40$ Hz, $f_c = 200$ Hz



รูปที่ 4.53 ผลการสร้างจริงด้วยบอร์ด TMS320C31 ที่ความถี่ $B = 40$ Hz, $f_c = 200$ Hz

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ตารางที่ 4.3 ผลการทดลองการออกแบบตัวกรองเชิงเลขโดยการควบคุม Bandwidth โดยโปรแกรม MATLAB และสร้างด้วยบอร์ด TMS320C3

B(Hz)	r	Notch Frequency							
		50 Hz		100 Hz		150 Hz		200 Hz	
		MATLAB	TMS320C31	MATLAB	TMS320C31	MATLAB	TMS320C31	MATLAB	TMS320C31
8	0.997500	8.037975	8.25	8.048162	8.00	8.044764	8.25	8.024157	8.00
15	0.995350	15.025316	15.50	15.019011	15.00	15.076014	15.25	15.052155	15.25
20	0.993855	19.949367	20.00	20.025349	20.00	20.016892	20.25	20.033126	20.25
25	0.992250	25.075949	25.50	25.158428	25.25	25.084459	25.50	25.042135	25.50
30	0.990750	30.050633	30.50	30.038023	30.25	30.025338	30.50	30.021457	30.50
40	0.987750	40.037975	40.00	39.923954	40.00	39.907095	40.25	40.054790	40.50

บทที่ 5

สรุปผลการวิจัยและข้อเสนอแนะ

จากการทดลองพบว่าการออกแบบตัวกรองเชิงเลข IIR แบบ Notch ตามหลักการที่นำเสนอ สามารถกำหนด Bandwidth ของตัวกรองได้อย่างถูกต้องทุกๆ Notch Frequency ในช่วง 50 - 200 Hz โดยสามารถควบคุมอัตราการขยายให้มีค่าเท่ากับ -3dB ได้

ส่วนความกว้างและความแม่นยำของ Bandwidth จะขึ้นอยู่กับจำนวนข้อมูลในตารางที่ 4.1 ที่นำมาสร้างสมการ Polynomial และ จำนวน Order ของสมการ Polynomial ที่นำมาใช้เพื่อกำหนดตำแหน่งในการวาง Pole หรือระยะห่างระหว่าง Pole กับจุด Origin(r) เพื่อให้ได้ตาม Bandwidth ที่กำหนดไว้ในการทดลองในช่วง 8 – 40 Hz

ซึ่งผลการทดลองตามตารางที่ 4.3 ผลการออกแบบตัวกรองเชิงเลขโดยการควบคุม Bandwidth โดยโปรแกรม MATLAB และสร้างด้วยบอร์ด TMS320C3 นั้นสามารถกำหนด Bandwidth ของตัวกรองได้อย่างถูกต้องทุกๆ Notch Frequency

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้คัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

เอกสารอ้างอิง

- [1] Jacob, J.M. 1993. Applications and Design with Analog Integrated Circuits: Prentice-Hall.
- [2] Daryanani, G.1976. Principles of Active Network Synthesis and Design, John Wiley & Sons.
- [3] Proakis, J.G., and Manalakis, D.G.1996. Digital Signal Processing Principles, Algorithms, and Applications: Prentice-Hall.
- [4] Pei, S.C., and Tseng, C.C. 1997. IIR Multiple Notch Filter Based on Allpass Filter. IEEE Trans on Circuits and Systems, 133-136.
- [5] C.C. Tseng and S.C. Pei , November 2001.: Stable IIR Notch Filter Design with Optimal Pole Placement. IEEE Trans. Signal Processing., Vol.49, No. 11, pp. 2673-2681.
- [6] Yimman, S., Hinjit, W., Sriboonsong, S., Puangpool, M.and Dejhan, K. 2003.: IIR Notch Filter Design With Modified Pole-zero Placements Algorithm. IEEE International Symposium on Signal Processing and Information Technology, 822 – 825.
- [7] Leon, S.J. 1998. Linear Algebra with Applications: Prentice-Hall.
- [8] Buchanan, J.I. and Turner, P.R. 1992. Numerical Methods and Analysis: McGraw-Hill

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



ภาคผนวก ก.

บอร์ดประมวลผลสัญญาณดิจิทัล TMS320C31

DSP Starter Kit

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้คัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

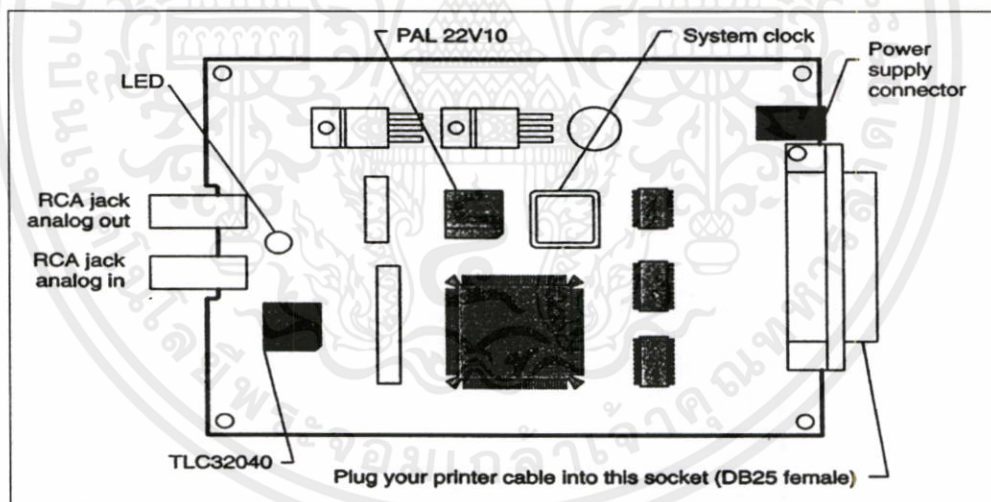
บอร์ดประมวลผลสัญญาณดิจิทัล TMS320C31 DSP Starter Kit

บอร์ด TMS320C31 DSP Starter Kit (DSK) เป็นบอร์ดพัฒนาโปรแกรมแบบ Stand – Alone สามารถประมวลผลแบบเวลาจริง (Real-time) ได้โดยเราสามารถที่จะสั่งให้โปรแกรมทำงาน หรือ หยุดทำงานได้โดยผ่านพอร์ตของคอมพิวเตอร์และสามารถต่อบอร์ดอินเตอร์เฟซแบบต่าง ๆ เข้ากับบอร์ด DSK ได้

1. ลักษณะของบอร์ด TMS320C31 DSP Starter Kit (DSK)

ฮาร์ดแวร์ของบอร์ด TMS320C31 DSK มีส่วนประกอบพื้นฐานที่ประกอบด้วย

- ชิป DSP TMS320C31
- ชิป A/D - D/A TLC32040
- พอร์ต Input/Output
- พอร์ตขนานของพริ้นเตอร์
- LED แบบ 3 สี



รูปภาคผนวกที่ ก.1 ฮาร์ดแวร์ของบอร์ด TMS320C31 DSP Starter Kit

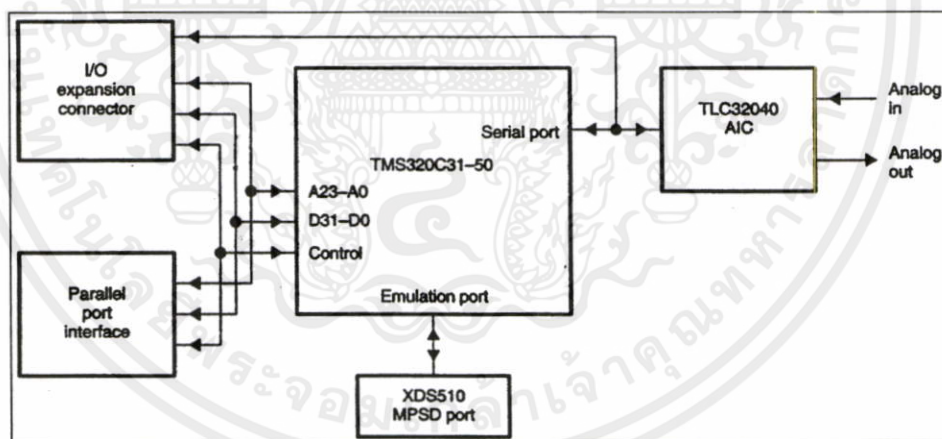
จากรูปภาคผนวกที่ 1 จะเห็นว่าอุปกรณ์บนบอร์ด DSK จะประกอบด้วย

-Header ขนาด 32 pin จำนวน 4 แถว สัญญาณทุกเส้นของ TMS320C31 DSK ที่ ส่งออกไป

ภายนอกบอร์ดจะต้องผ่าน Header ชุดนี้ซึ่งประกอบด้วย JP2 JP3 JP5 JP6

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้คัดลอกเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้
ของวงจรถอนาล็อกอินเตอร์เฟซ TLC32040

- Host Interface Logic จะใช้ PLA 22V10Z และ 74ACT245 ควบคุมการสื่อสารระหว่างบอร์ด DSK กับ Host ของคอมพิวเตอร์
 - ออสซิลเลเตอร์ บนบอร์ด TMS320C31 DSK จะใช้สัญญาณนาฬิกาขนาด 50 MHz เพื่อป้อนให้ชิป TMS320C31
 - RCA Jack จะทำหน้าที่รับสัญญาณ Analog Input และส่งสัญญาณ Analog Output ของบอร์ด TMS320C31 DSK โดยจะต่ออยู่กับขา I/O ของชิป TLC32040
 - ชิป TLC32040 จะทำหน้าที่เป็น A/D และ D/A ของบอร์ด TMS320C31 DSK
 - ชิป TMS320C31 เป็นตัวประมวลผลขนาด 32 บิต แบบจุดทศนิยมลอย (Floating Point)
 - Voltage Regulators ของบอร์ด DSK สามารถใช้ไฟ 7-12 Vdc หรือ 6-9 Vac โดยไฟ DC และ AC จะต้องผ่าน IC Regulator เบอร์ LM7805 และ LM7905 ซึ่งจะได้อไฟ DC +5V และ -5V ตามลำดับ ไฟ DC ที่ได้จะใช้เลี้ยงอุปกรณ์ต่างๆภายในบอร์ดตลอดเวลาที่บอร์ดยังทำงานอยู่
 - XDS Emulator Port เป็น Header ขนาด 12 Pin (JP1) ใช้สำหรับการ Upgrade โปรแกรม XDS debugger ในอนาคต
- จากที่กล่าวมาข้างต้นสามารถแสดงเป็นรูปบล็อกไดอะแกรมได้ ดังรูปภาคผนวกที่ 2



รูปภาคผนวกที่ ก.2 บล็อกไดอะแกรมของบอร์ด TMS320C31 DSP Starter Kit

2. คุณสมบัติของบอร์ด TMS320C31 DSP STARTER KIT

- ใช้ชิป TMS320C31 เป็นตัวประมวลผลขนาด 32 บิต แบบ Floating-Point
- ใช้เวลาในการประมวลผลคำสั่ง 40ns ต่อ 1 คำสั่ง หรือ 50 MFLOP และ 25 MIPS

MFLOP : Million Floating-point Intention Per Second

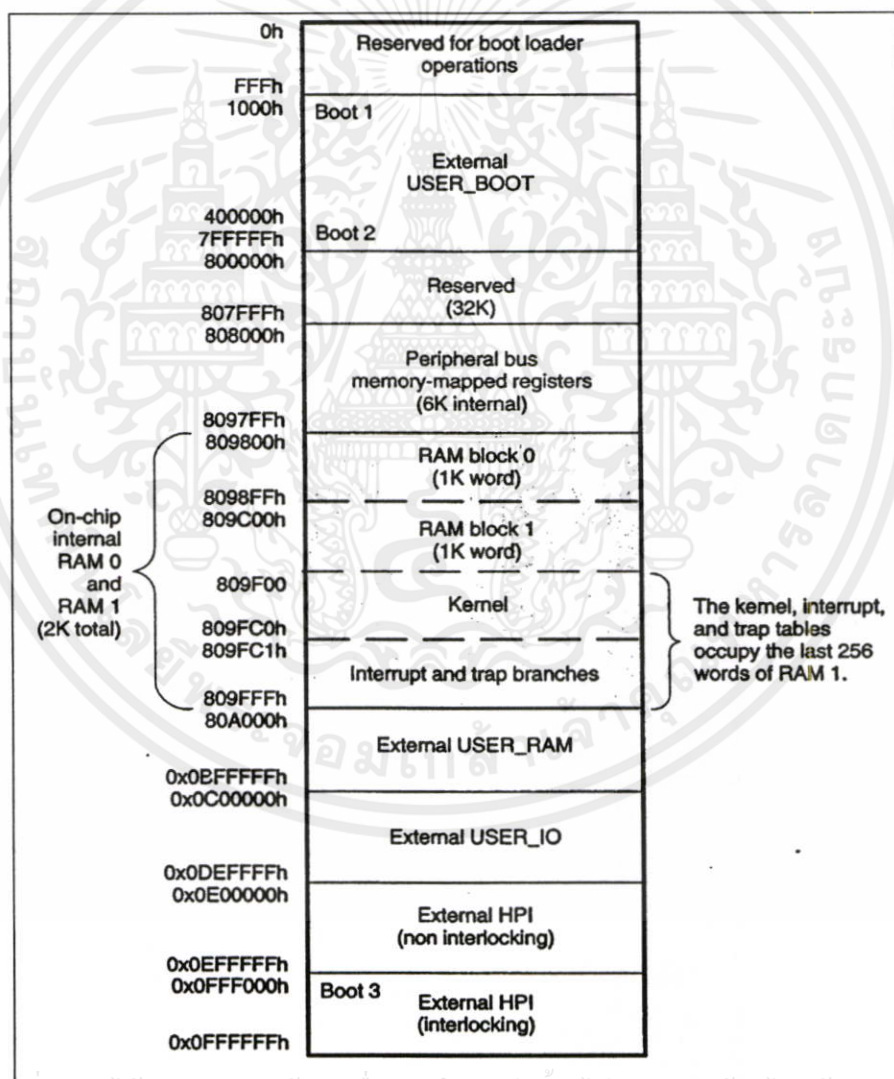
MIPS : Million Intention Per Second

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับกรใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

- บอร์ด TMS320C31 DSK สามารถสื่อสารกับคอมพิวเตอร์ ได้โดยใช้พอร์ตขนานของพรีนเตอร์หรือใช้ Host ของคอมพิวเตอร์
- ใช้ชิป TLC32040 ขนาด 14 บิต อัตราการสุ่มสัญญาณ 20,000 ครั้งต่อวินาที
- ใช้ RCA Jack เป็น Jack มาตรฐานสำหรับการต่อสายสัญญาณ Analog Input และ Analog Output

3. การจัดหน่วยความจำบนบอร์ด TMS320C31 DSP STARTER KIT

บอร์ด TMS320C31 DSK ได้จัดแบ่งหน่วยความจำให้อยู่ในโหมด Microcomputer/Boot Loader ดังรูปภาคผนวกที่ 3



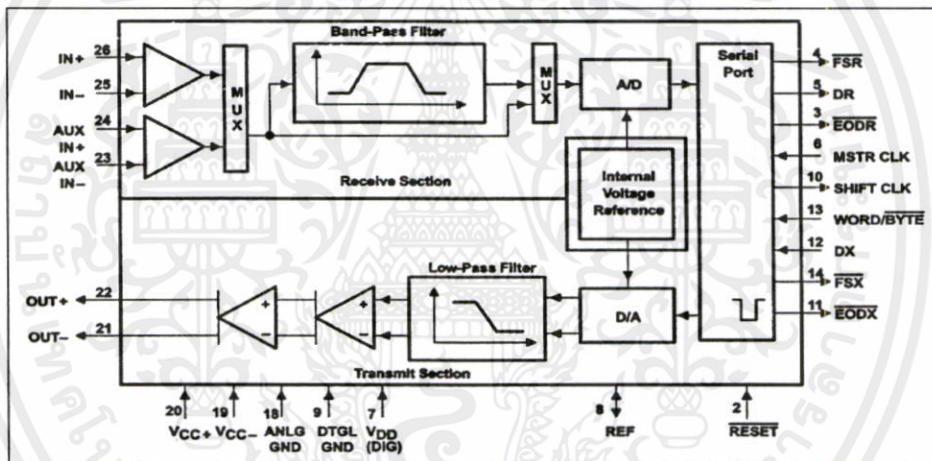
เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนลิขสิทธิ์สำหรับใช้งานเพื่อการศึกษาดูเท่านั้น ไม่อนุญาตให้ทำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
รูปภาคผนวกที่ ก.3 การจัดแบ่งหน่วยความจำในโหมด Microcomputer/Boot Loader ของ
 บอร์ด TMS320C31 DSP Starter Kit

4. วงจรอินเทอร์เฟซสัญญาณอนาล็อก TLC32040

TLC32040 เป็นชิป Analog Interface Circuit (AIC) ที่ใช้เชื่อมต่อกับชิป TMS320C31 ในการทำงานประมวลผลด้าน DSP โดยมีลักษณะดังนี้คือ

- ใช้เทคโนโลยีการผลิต Advanced LinCMOS
- ความละเอียดของ ADC และ DAC เป็น 14 บิต
- สามารถเปลี่ยนอัตราการสุ่มสัญญาณของ ADC และ DAC ได้ถึง 20,000 ครั้ง/วินาที
- มี Switched Capacitor Antialiasing Input Filter และ Output Reconstruction Filter
- มีพอร์ตอนุกรมสำหรับติดต่อโดยตรงกับ TMS320C11, TMS320C17, TMS320C20, TMS320C25 Digital Signal Processing
- สามารถปรับอัตราการแปลงของ ADC และ DAC ได้โดยใช้โปรแกรมควบคุม

ฟังก์ชันไดอะแกรม ดังรูปภาคผนวกที่ 4



รูปภาคผนวกที่ ก.4 ฟังก์ชันไดอะแกรมของชิป TLC32040

5. การควบคุมวงจรถอนาล็อกอินเทอร์เฟซ

การส่งผ่านข้อมูลในวงจรถอนาล็อกอินเทอร์เฟซ (AIC) จะกระทำกันในรีจิสเตอร์สำหรับการรับข้อมูล (Data Receive: DR) และรีจิสเตอร์สำหรับการส่งข้อมูล (Data Transmit: DX) รีจิสเตอร์ทั้ง 2 จะทำการส่งข้อมูลในแบบอนุกรม ในการควบคุมรีจิสเตอร์การส่งผ่านข้อมูลของ AIC จะใช้บิตล่าง 2 บิต (LSBs) เป็นตัวกำหนดการติดต่อเมื่อบิตทั้ง 2 มีค่าเป็น 0 จะเป็นการส่งผ่านแบบปกติเมื่อบิตทั้ง 2 มีค่าเป็น 1 จะเป็นการติดต่อระดับ 2 การควบคุมการติดต่อระดับ 2 นี้ AIC จะยอมให้ส่งผ่านข้อมูลครั้งแรกก่อน

รีจิสเตอร์ A และ B บน AIC จะเป็นตัวควบคุมการทำงานของ AIC โดยรีจิสเตอร์ A ประกอบด้วย TA, RA และเครื่องหมายที่ใช้ควบคุมตัวกรอง (Represent Filter Control) รีจิสเตอร์ B

จะประกอบด้วย TB, RB และเครื่องหมายที่ใช้ควบคุม A/D และ D/A รีจิสเตอร์เหล่านี้เป็นส่วนหนึ่งของการตั้งค่าเวลาภายใน

ตำแหน่งบิตที่ใช้สำหรับควบคุมการส่งและรับของรีจิสเตอร์ TA และ RA เป็น

บิต 0-1	→	0, 0
บิต 2-6	→	RA
บิต 7-8	→	don't care (x)
บิต 9-13	→	TA
บิต 14-15	→	don't care (x)

ตำแหน่งบิตที่ใช้สำหรับควบคุมการส่งและรับของรีจิสเตอร์ TB และ RB เป็น

บิต 0-1	→	0, 1
บิต 2-7	→	RB
บิต 8	→	don't care (x)
บิต 9-14	→	TB
บิต 15	→	don't care (x)

AIC สามารถกำหนดค่าความถี่สุ่มและค่าแบนด์วิด โดยการใช้ในการติดต่อระดับ 2 โดยให้ตั้งค่าเป็น 1 ใน 2 บิตแรก (LSBs) ทำให้การติดต่อระดับ 2 มีค่าเหมือนการติดต่อระดับ 1 ถ้าดับข้อมูลจะถูกโหลดจากรีจิสเตอร์ส่งข้อมูลพอร์ตอนุกรม และเซต LSBs ทั้ง 2 เป็น 1 สำหรับการติดต่อระดับ 2 ในแต่ละครั้งมีดังนี้

1. 0x3 (3h) ใช้เรียกการติดต่อระดับ 2
2. ค่าที่รีจิสเตอร์ A
3. 0x3 เรียกการติดต่อระดับ 2 ครั้งที่ 2
4. ค่าที่รีจิสเตอร์ B
5. 0x3 เรียกการติดต่อระดับ 2 ครั้งที่ 3
6. ค่าที่เซตรีจิสเตอร์ควบคุม

สามารถหาค่า A และ B เพื่อออกแบบค่าความถี่สุ่มและค่าแบนด์วิด (BW)

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า

6. การคำนวณหาค่า A และ B เพื่อออกแบบค่าความถี่สุ่มและค่าแบนด์วิด

ไม่ว่ากรณีใดๆ ห้ามทำซ้ำหรือเผยแพร่โดยไม่ได้รับอนุญาตจากบริษัทไมโครคอนโทรลเลอร์ส จำกัด

บอร์ด TMS320C31 DSK มี Input Clock (CLKIN) เป็น 50 MHz สามารถกำเนิดความถี่สัญญาณนาฬิกาสูงสุด (Timer Frequency) เป็น $MCLK = (CLKIN/4) = 12.5 \text{ MHz}$ ซึ่งสูงกว่า

Master Clock Frequency ของ AIC ที่มีค่าเท่ากับ 10 MHz AIC Master Clock (MCLK) ที่เข้ามาสามารถวัดสัญญาณได้จากขา 8 ใน JP1 สัญญาณสูงสุดที่ได้จาก AIC สามารถหาได้จาก Input Clockหารด้วย 8 หรือ

$$MCLK = CLKIN/8 = (50 \text{ MHz} / 8) = 6.25 \text{ MHz}$$

Switched – Capacitor Filter Frequency (SCF) เป็นความสัมพันธ์จากรีจิสเตอร์การส่งของ A

$$SCF = MCLK / (2 \times TA) \quad (1)$$

และความถี่สุ่มเป็นความสัมพันธ์จาก การส่งค่าในรีจิสเตอร์ของ A และ B

$$F_s = MCLK / (2 \times TA \times TB) \quad (2)$$

Input Filter Bandwidth หรือ Cutoff Frequency ตั้งค่าที่ 3600 MHz สำหรับ SCF ที่ 288 kHz ค่า SCF ใหม่จะได้ค่า BW นำไปคำนวณในตัวอย่าง และหาค่า A และ B เพื่อไปตั้งค่า AIC

6.1 ออกแบบ $F_s = 8 \text{ kHz}$

การออกแบบ Cutoff Frequency ของ Input Antialiasing filter เป็น 3600 Hz ที่ SCF 288 kHz จากสมการที่ (1)

$$\begin{aligned} TA &= MCLK / (2 \times SCF) = 6.25 \text{ MHz} / (2 \times 288 \text{ kHz}) \\ &= 10.85 \approx 11 = (01011)_2 \end{aligned} \quad (3)$$

จากสมการที่ (2)

$$\begin{aligned} TB &= MCLK / (2 \times TA \times F_s) \\ &= 6.25 \text{ MHz} / (2 \times 11 \times 8000) \\ &= 35.51 \approx 36 = (100100)_2 \end{aligned}$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้นจากสมการที่ (3) จะได้ SCF (ปฏิบัติ) เป็นอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$SCF = 6.25 \text{ MHz} / (2 \times TA)$$

$$= 284.09 \text{ kHz}$$

Cutoff Frequency หรือ Input Filter Bandwidth

$$\begin{aligned} \text{BW} &= 3600 \text{ (New SCF / Set SCF)} \\ &= 3600(284.09 \text{ KHz} / 288 \text{ KHz}) \\ &= 3551.14 \text{ Hz} \end{aligned}$$

จะได้รับความถี่สุ่มเป็น

$$\begin{aligned} F_s &= 6.25 \text{ MHz} / (2 \times \text{TA} \times \text{TB}) \\ &= 6.25 \text{ MHz} / (2 \times 11 \times 36) \\ &= 7891.41 \text{ Hz} \end{aligned}$$

จากสมการที่ (3) จะได้ตำแหน่งบิตที่ใช้ ในการรีจิสเตอร์ควบคุม และตั้งค่า TA = RA ซึ่ง TA มี 5 บิต, TB มี 6 บิต และ xx จะไม่สนใจ (don't care) เช่น

$$\begin{array}{c} 00|01011|00|01011|00 \\ \text{xx}| \text{TA} | \text{xx}| \text{RA} | \end{array} \quad \longrightarrow \quad 162\text{Ch}$$

แยกบิตที่จะนำไปใช้เป็น 4 กลุ่ม โดยค่า A = 162Ch TB = RB ก็เช่นเดียวกัน

$$\begin{array}{c} 0|100100|0|100100|10 \\ \text{x}| \text{TB} | \text{x}| \text{RB} | \end{array} \quad \longrightarrow \quad 4892\text{h}$$

6.2 ออกแบบ $F_s = 10 \text{ kHz}$

ใช้ Cutoff frequency หรือ BW สำหรับ Input Antialiasing Filter เหมือนกับ $F_s = 8 \text{ kHz}$,

TA = 11 จะได้

$$\begin{aligned} \text{TB} &= 6.25 \text{ MHz} / (2 \times 11 \times 10000) \\ &= 28.41 \approx 28 = (011100)_2 \end{aligned}$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้คัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ความถี่สุ่มเป็น

$$\begin{aligned} F_s &= 6.25 \text{ MHz} / (2 \times T_A \times T_B) \\ &= 6.25 \text{ MHz} / (2 \times 11 \times 28) \\ &= 10146 \text{ Hz} \end{aligned}$$

ค่า B ได้

$$\begin{array}{c} 0|011100|0|011100|10 \\ x| \text{TB} |x| \text{RB} | \\ \longrightarrow 3872h \end{array}$$

หรือ $B = 3872h$

6.3 ออกแบบ $F_s = 20 \text{ kHz}$

ออกแบบ $BW = 8000 \text{ Hz}$ จาก

$$BW = 3600 \text{ (New SCF / Set SCF)}$$

ค่า Switched – Capacitor Filter Frequency ค่าใหม่เป็น

$$SCF = 8000(288 \text{ K}) / 3600 = 640 \text{ KHz}$$

ค่า T_A และ T_B เป็น

$$\begin{aligned} T_A &= 6.25 \text{ MHz} / (2 \times 640 \text{ k}) \\ &= 4.88 \approx 5 = (00101)_b \\ T_B &= 6.25 \text{ MHz} / (2 \times 5 \times 20000) \\ &= 31.25 \approx 31 = (011111)_b \end{aligned}$$

ได้ SCF (ปฏิบัติ) เป็น

$$SCF = 6.25 \text{ MHz} / (2 \times 5) = 625 \text{ kHz}$$

ได้ Bandwidth (ปฏิบัติ) เป็น

$$BW = 3600(625 \text{ k} / 288 \text{ k})$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้คัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้
= 7812.5 Hz

ความถี่สุ่ม (ปฏิบัติ) เป็น

$$F_s = 6.25 \text{ MHz} / (2 \times 5 \times 31) = 20161.29 \text{ Hz}$$

ค่า A จะได้

$$\begin{array}{c|c|c|c|c} 00 & 00101 & 00 & 00101 & 00 \\ \hline xx & TA & xx & RA & \end{array} \quad \longrightarrow \quad 0A14h$$

หรือ A = 0A14h

$$\begin{array}{c|c|c|c|c} 0 & 011111 & 0 & 011111 & 10 \\ \hline x & TB & x & RB & \end{array} \quad \longrightarrow \quad 3E7Eh$$

หรือ B = 3E7Eh

ดังนั้นสามารถสรุปค่าของรีจิสเตอร์ที่ความถี่สุ่มแตกต่างกัน 4 ค่าดังตารางภาคผนวกที่ 1

ตารางภาคผนวกที่ ก.1 ค่ารีจิสเตอร์ที่ความถี่สุ่มแตกต่างกัน 4 ค่า

F_s (ออกแบบ), Hz	F_s (ปฏิบัติ)	A	B
8000	7891.41	0x162C	0x4892
10000	10146	0x162C	0x3872
16000	15943	0x0E1C	0x3872
20000	20161.29	0x0A14	0x3E4E

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้คัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ภาคผนวก ข.

ผลงานวิจัยที่ได้รับการตีพิมพ์เผยแพร่

Surapun Yimman, Saranart Siramane, Sawitree Klunium, Kobchai Dejhan and Pichet Srisanggam “**Constrained Bandwidth IIR Notch Filter Design with Improved Pole-Zero Placement Techniques.**” Proceeding of the International Conference on Robotics, Vision, Information and Signal Proceeding ROVISIP2005, pp. 921-925, Universiti Saint Malaysia, Penang, Malaysia, Aug. 20-21, 2005.

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้คัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

Constrained Bandwidth IIR Notch Filter Design With Improved Pole-Zero Placement Techniques

Surapun Yimman¹, Saranart Siramane², Sawitree Klunium²,
Kobchai Dejhan², Pichet Srisanggam³

¹ Department of Industrial Physic & Medical Instrumentation
King Mongkut's Institute of Technology North Bangkok, Bangkok 10800, Thailand
(Tel: +66-2-913-2500; E-mail: svm_imi@yahoo.com)

² Faculty of Engineering and Research Center for Communication and Information Technology,
King Mongkut's Institute of Technology Ladkrabang, Bangkok 10520, Thailand

³ Department of Industrial Technology, Faculty of Science and Technology
Rajabhat University Phranakhon Si Ayutthata, Phranakhon Si Ayutthata 13000, Thailand

Abstract

This paper proposes a new design of constrained bandwidth IIR notch filter with improved pole-zero placement techniques. The proposed design is derived from the discrete least square estimation to find the bandwidth equation of notch filter. The filter design and simulation are executed in MATLAB. The simulation results show the good agreement with theoretical analysis.

Keywords: notch filter, discrete least square

Introduction

The application of notch filter is to eliminate noise at the particular frequencies while the design and implementation of the notch filters can be either analog or digital notch filter. Even though the designers could design the bandwidth of the band-stop section of the analog notch filter with high accuracy, there are several difficulties on the design of analog band-stop filter with the center frequency or the notch frequency according to user's specifications since the center frequency of the notch frequency depends upon the lower cut-off frequency and upper cut-off frequency of the notch filter. [1, 2] On the other hand, there are several ways to design notch filter such as:

- (1) Convert analog notch filter into digital notch filter [3].
- (2) Design a notch filter form all-pass filter [4].
- (3) Locate the appropriated pole-zero locations [5].

To apply the first method will have the previous problem from the design of the analog notch filter stuck on the digital filter while those who apply the second method would be able to define the center frequency and bandwidth at -3dB gain. Those who apply pole-zero placement would have very few implementation problems, but the designed notch filter would have an unsymmetrical and uncontrollable pass-band gain according to the

specifications. Even though the change of the pole position and calculation for the coefficients to control pass-band gain by applying the methods in Refs. [6, 7], the problem on controlling the -3dB bandwidth still persists.

Therefore, this paper presents a new method to control the -3dB bandwidth of the IIR notch filter by pole-zero placement through the discrete least square method as the measure to control the level of -3dB bandwidth through the following steps, to design IIR notch filter first by applying the new algorithm which define radius r at $0 < r < 1$ and notch frequency ω_0 between $0 - \pi$. Calculate the bandwidth from magnitude response to find the relationship between r and bandwidth size in polynomial form.

Previous Design

The description for the frequency response of the IIR notch is according to the following expression:

$$H(e^{j\omega}) = \begin{cases} 0, & \omega_0 \\ 1, & \text{otherwise} \end{cases} \quad (1)$$

Where:

ω_0 is the center frequency

The transfer function of IIR notch filter can expressed in Equation (2).

$$H(z) = b_0 \frac{1 - 2\cos\omega_0 z^{-1} + z^{-2}}{1 - 2r\cos\omega_0 z^{-1} + r^2 z^{-2}} \quad (2)$$

Where:

b_0 is the unknown gain of IIR notch filter

ω_0 is the pole and zero angle on z-plane or the center frequency

r is the distance between pole and the origin

The pole-zero placement z-plane according to Equation (2) can be done in Figure 1.

Figure 1 shows the pole-zero placement at the same angle of $\omega_0 = 0.3\pi$ with different levels of radius $r = 0.6, 0.7, 0.8, 0.9$ and 0.99 which have the result in the magnitude responses as shown in Figure 2 which show the unsymmetrical pass-band and uncontrollable gain according to the specifications. Therefore, the designers have to relocate the pole positions to the appropriate places and calculate for the coefficient to control the gain as shown in Equation (3) to Equation (5) which results the magnitude response as shown in Figure 3.

$$\hat{H}(z) = b_0 \left[\frac{1 - 2 \cos \omega_0 z^{-1} + z^{-2}}{1 - 2r \cos \hat{\omega}_0 z^{-1} + r^2 z^{-2}} \right] \quad (3)$$

$$\hat{\omega}_0 = \cos^{-1} \left[\frac{1+r^2}{2r} \cos \omega_0 \right] \quad (4)$$

$$b_0 = \frac{-k(a_1 + a_2)}{(a_1^2 + a_2^2)} \quad (5)$$

Define

$$a_1 = \left[\frac{1 - 2 \cos \omega_0 e^{-j\theta} + e^{-2j\theta}}{1 - 2r \cos \hat{\omega}_0 e^{-j\theta} + r^2 e^{-2j\theta}} \right] \quad \text{and}$$

$$a_2 = \left[\frac{1 - 2 \cos \omega_0 e^{-j\pi} + e^{-2j\pi}}{1 - 2r \cos \hat{\omega}_0 e^{-j\pi} + r^2 e^{-2j\pi}} \right]$$

Where

- $\hat{\omega}_0$ is the modified pole angle after changing the pole positions
- $\hat{H}(z)$ is the transfer function of the IIR notch filter after modifying the pole positions
- b_0 is the gain of the IIR notch filter

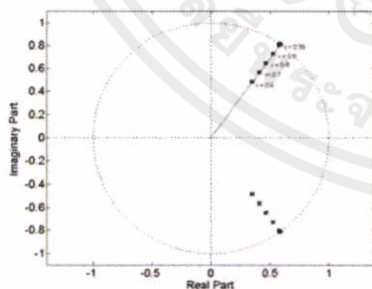


Figure 1 - Pole-Zero plot of IIR notch filter from the previous design [6]

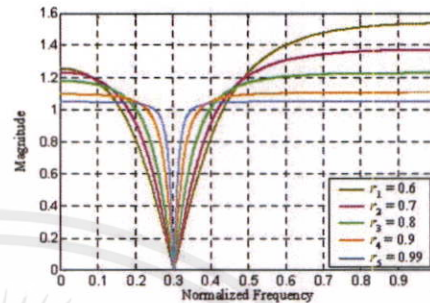


Figure 2 - Magnitude response of the IIR notch filter from the previous design [6]

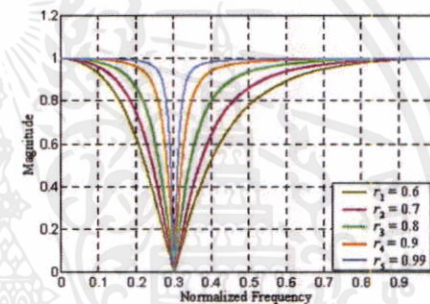


Figure 3 - Magnitude response of the IIR notch filter after changing the pole positions and controlling the gain

Proposed Design

Even though the magnitude response at the pass-band has become symmetry with controllable gain, the previous principle for digital filter implementation cannot control the bandwidth of the -3dB pass-band according to the specifications. Therefore, it has become necessary to apply the discrete least square to control the -3dB gain of the IIR notch filter according to the specifications after applying the pole-zero placements that can be done by following Equations (3)-(5). At the first step, define r within the range of $0 < r < 1$ and notch frequency between $0 - \pi$ to get the magnitude response as shown in Figure 4. Follow the procedure in Equation (6) and the relationship between r and bandwidth values shown in Table 1 to calculate -3dB bandwidth B_n shown in Figure 4.

$$B_n = f_{H_n} - f_{L_n} \quad (6)$$

The designer is able to apply the relationship as shown in Table 1 to define the bandwidth of the digital IIR notch filter by applying the discrete least square estimation[8] as shown in Equation (7) and Equation (8) and the results in Equation (7) and Equation (8) have shown the relationship between r and bandwidth size in a polynomial form.

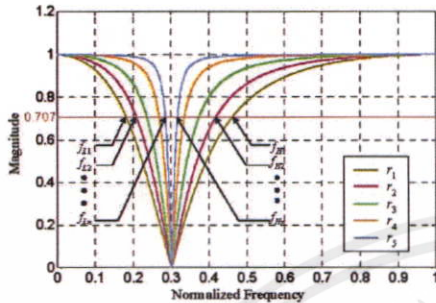


Figure 4 - Magnitude response of the IIR notch filter at different values of r

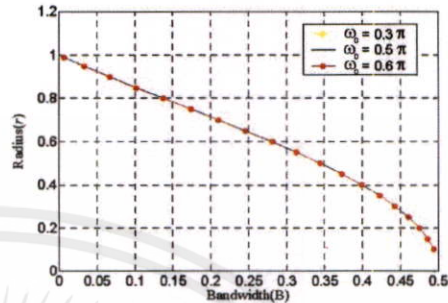


Figure 5 - Relationship between r and bandwidth

Designs and Experiments

Step 1 : Polynomial equation defines the bandwidth value. Define the notch frequency $\omega_0 = 0.2\pi, 0.5\pi$ and 0.6π with the gain of 1 and r equal to 0.1 to 0.99 first. After that, applying MATLAB program to calculate the bandwidth size at -3dB gain with the results as shown in Table 2 and the graph showing the relationship between r and bandwidth at Figure 5.

Equation (7) to Equation (8) and the results in Table 2 can be applied to have the relationship between r and bandwidth size as shown in Equation (9).

$$r = 0.99232959 - 1.08756947B - 4.48460802B^2 + 19.52367258B^3 - 26.85933828B^4 \quad (9)$$

Step 2 : IIR notch filter designed by controlling the bandwidth

Experiment I : Define notch frequency ω_0 at 0.3π while the bandwidth at 0.01 with the pass band gain of 1, and then applying Equation (9) to find r while applying Equation (3) to Equation (5) to find the transfer function as shown in Equation (10) to come up with the magnitude response as shown in Figure 6.

$$r = 0.98390904$$

$$H(z) = 0.98403850 \left[\frac{1 - 1.175570499z^{-1} + z^{-2}}{1 - 1.15680663z^{-1} + 0.96807699z^{-2}} \right] \quad (10)$$

Experiment II : Define notch frequency ω_0 at 0.5π while the bandwidth at 0.1 with the pass band gain of 1, and then applying Equation (9) to find r while applying Equation (3) to Equation (5) to evaluate the transfer function as shown in Equation (11) to come up with the magnitude response as shown in Figure 7.

$$r = 0.85502692$$

$$H(z) = 0.86553552 \left[\frac{1 + z^{-2}}{1 + 0.73107103z^{-2}} \right] \quad (11)$$

Table 1 - Relationship between r and bandwidth values

r_1	r_2	r_3	...	r_{n-1}	r_n
$B_1 = f_{n_1} - f_{l_1}$	B_2	B_3	...	B_{n-1}	B_n

$$\begin{bmatrix} a_0 \\ a_1 \\ a_2 \\ \vdots \\ a_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sum_{k=1}^n B_k^0 & \sum_{k=1}^n B_k^1 & \sum_{k=1}^n B_k^2 & \dots & \sum_{k=1}^n B_k^n \\ \sum_{k=1}^n B_k^1 & \sum_{k=1}^n B_k^2 & \sum_{k=1}^n B_k^3 & \dots & \sum_{k=1}^n B_k^{n+1} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \sum_{k=1}^n B_k^n & \sum_{k=1}^n B_k^{n+1} & \sum_{k=1}^n B_k^{n+2} & \dots & \sum_{k=1}^n B_k^{2n} \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} \sum_{k=1}^n r_k B_k^0 \\ \sum_{k=1}^n r_k B_k^1 \\ \vdots \\ \sum_{k=1}^n r_k B_k^n \end{bmatrix} \quad (7)$$

$$r = a_0 + a_1 B + a_2 B^2 + \dots + a_n B^n \quad (8)$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้คัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

Experiment III: Define notch frequency ω_0 at 0.6π . While the bandwidth at 0.3 with the pass-band gain of 1 , and then applying Equation (9) to find r while applying Equation (3) to Equation (5) to find the transfer function as shown in Equation (12) to come up with the magnitude response as shown in Figure 8.

$$r = 0.57239944$$

$$H(z) = 0.66382056 \left[\frac{1 + 0.618034021z^{-1} + z^{-2}}{1 + 0.41026369z^{-1} + 0.32764112z^{-2}} \right] \quad (12)$$

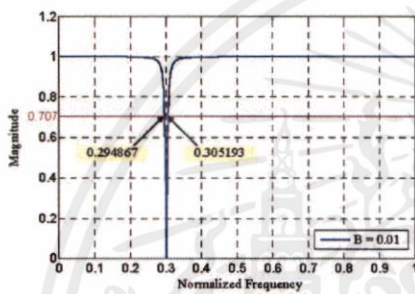


Figure 6 - Magnitude response at $\omega_0 = 0.3\pi$ $B=0.01$

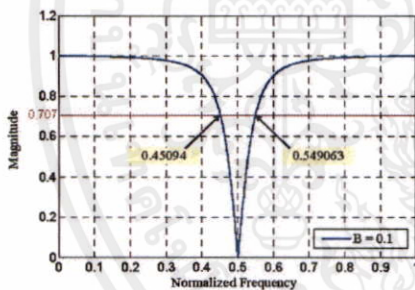


Figure 7 - Magnitude response at $\omega_0 = 0.5\pi$ $B=0.1$

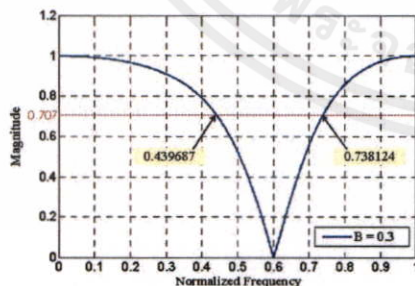


Figure 8 - Magnitude response at $\omega_0 = 0.6\pi$ $B=0.3$

Experiment Results

The designers have designed the IIR notch filter with the specified bandwidth values as shown in Experiment 1 to Experiment 3 and the results at the different bandwidths and notch frequencies can be shown in Table 3.

Conclusions

The design of the digital IIR notch filter by defining the bandwidth at -3dB gain by applying the new proposed principle which have resulted in the accurate filter bandwidth at every frequency but not frequency from $0 - \pi$ while the width and the accuracy of the bandwidth depend upon the data shown in Table 1 to be applied for the implementation of polynomial and the order of the IIR filter polynomial equations.

References

- [1] Jacob, J.M. 1993. *Applications and Design with Analog Integrated Circuits*: Prentice-Hall.
- [2] Daryanani, G.1976. *Principles of Active Network Synthesis and Design*, John Wiley & Sons.
- [3] Proakis, J.G., and Manalakis, D.G.1996. *Digital Signal Processing Principles, Algorithms, and Applications*: Prentice-Hall.
- [4] Pei, S.C., and Tseng, C.C. 1997. IIR Multiple Notch Filter Based on Allpass Filter. *IEEE Trans on Circuits and Systems*, 133-136.
- [5] C.C. Tseng and S.C. Pei , November 2001.: Stable IIR Notch Filter Design with Optimal Pole Placement. *IEEE Trans. Signal Processing.*, Vol.49, No. 11, pp. 2673-2681.
- [6] Yimman, S., Hinjit, W., Sriboonsong, S., Puangpool, M.and Dejhan, K. 2003.: IIR Notch Filter Design With Modified Pole-zero Placements Algorithm. *IEEE International Symposium on Signal Processing and Information Technology*, 822 - 825.
- [7] Leon, S.J. 1998. *Linear Algebra with Applications*: Prentice-Hall.
- [8] Buchanan, J.I. and Turner, P.R. 1992. *Numerical Methods and Analysis*: McGraw-Hill

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อ 924 ศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้คัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

Table 2. Relationship between r and bandwidth values at $\omega_0 = 0.2\pi, 0.5\pi$ and 0.6π

r	$B_*(\omega_0 = 0.2\pi)$	$B_*(\omega_0 = 0.5\pi)$	$B_*(\omega_0 = 0.6\pi)$
0.1	0.49365974	0.49363041	0.49366666
0.15	0.48569942	0.48568465	0.48568000
0.2	0.47455000	0.47455160	0.47454286
0.25	0.46025000	0.46025974	0.46026250
0.3	0.44286666	0.44285714	0.44285572
0.35	0.42240000	0.42239583	0.42240000
0.4	0.39900000	0.39899683	0.39899286
0.45	0.37278571	0.37280423	0.37280000
0.5	0.34402857	0.34404092	0.34403684
0.55	0.31300000	0.31300000	0.31298974
0.6	0.28000000	0.28001333	0.28001250
0.65	0.24550000	0.24551111	0.24550833
0.7	0.20995000	0.20994400	0.20994510
0.75	0.17380000	0.17380000	0.17380000
0.8	0.13760000	0.13756250	0.13756271
0.85	0.10168421	0.10168750	0.10168750
0.9	0.06660000	0.06658400	0.06658310
0.95	0.03260000	0.03259666	0.03259737
0.99	0.00640000	0.00639866	0.00639789

Table 3 – Results of experiments I, II, III

B	r	Bandwidth of experiment I $\omega_0 = 0.3\pi$	Bandwidth of experiment II $\omega_0 = 0.5\pi$	Bandwidth of experiment III $\omega_0 = 0.6\pi$
0.005	0.99007008	0.00635086	0.00635233	0.00635394
0.01	0.98390904	0.01032614	0.01032495	0.01032614
0.05	0.92960094	0.04630819	0.04630975	0.04630819
0.1	0.85502692	0.09811549	0.09812049	0.09812049
0.15	0.78003551	0.15201576	0.15202076	0.15201576
0.2	0.70851842	0.20381102	0.20382102	0.20381601
0.25	0.64055242	0.25212626	0.25213126	0.25212626
0.3	0.57239944	0.29843149	0.29843149	0.29843649
0.35	0.49650655	0.34613173	0.34613173	0.34612673
0.4	0.40150594	0.39824699	0.39825199	0.39824699
0.45	0.27221491	0.45291226	0.45291226	0.45291226

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้คัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ประวัติผู้เขียน

นายสารนาถ ศิริมณี เกิดเมื่อวันที่ 7 กรกฎาคม พ.ศ. 2515 ที่อำเภอเมือง จังหวัดตาก สำเร็จการศึกษาปริญญาตรีวิศวกรรมศาสตรบัณฑิต สาขาวิศวกรรมอิเล็กทรอนิกส์-คอมพิวเตอร์ ภาควิชาวิศวกรรมอิเล็กทรอนิกส์ คณะวิศวกรรมศาสตร์ สถาบันเทคโนโลยีราชมงคลปีการศึกษา 2535 และได้เข้ารับการศึกษาต่อในระดับปริญญาโท หลักสูตรวิศวกรรมศาสตรมหาบัณฑิต สาขาวิศวกรรมโทรคมนาคม ภาควิชาวิศวกรรมโทรคมนาคม คณะวิศวกรรมศาสตร์ สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง ในปีการศึกษา 2547

โดยปี พ.ศ. 2537 ได้เข้าทำงานตำแหน่ง วิศวกร ที่องค์การโทรศัพท์แห่งประเทศไทย ปัจจุบันเป็นบริษัท ทีโอที จำกัด (มหาชน) อยู่ที่สำนักงานใหญ่ แจ้งวัฒนะ



เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้คัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้