

การลดข้อมูลโดยการแปลงเวฟเล็ตเพื่อใช้ในการประมาณพื้นผิว
เชิงปริมาตร

DATA COMPRESSION BY WAVELET TRANSFORMS FOR
SURFACE APPROXIMATION OF VOLUME DATA

พีระ เลี้ยวประเสริฐพร
PEERA LEAWPRASERTPORN

วิทยานิพนธ์นี้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตรปริญญาวิศวกรรมศาสตรมหาบัณฑิต

สาขาวิชาวิศวกรรมไฟฟ้า

บัณฑิตวิทยาลัย

สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง

พ.ศ. 2544

ISBN 974-648-332-3

การลดข้อมูลโดยการแปลงเวฟเลตเพื่อใช้ในการประมาณพื้นผิว
เชิงปริมาตร

DATA COMPRESSION BY WAVELET TRANSFORMS FOR
SURFACE APPROXIMATION OF VOLUME DATA



พีระ เลี้ยวประเสริฐพร

PEERA LEAWPRASERTPORN



วิทยานิพนธ์นี้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตรปริญญาวิศวกรรมศาสตรมหาบัณฑิต
สาขาวิชาวิศวกรรมไฟฟ้า
บัณฑิตวิทยาลัย

สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง

พ.ศ. 2544

ISBN 974-648-332-3

เลขหม.....
เลขทะเบียน.....39997
วัน, เดือน, ปี 2001 2544

.b.....
.i.....

DATA COMPRESSION BY WAVELET TRANSFORMS FOR
SURFACE APPROXIMATION OF VOLUME DATA



A THESIS SUBMITTED IN PARTIAL FULFILLMENT
OF THE REQUIREMENT FOR DEGREE OF
MASTER OF ENGINEERING IN ELECTRICAL ENGINEERING
SCHOOL OF GRADUATE STUDIES

KING MONGKUT'S INSTITUTE OF TECHNOLOGY LADKRABANG

เอกสารนี้เป็นเอกสารลิขสิทธิ์ของสถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้คัดแปลงเนื้อหา และหรืออย่างอื่นถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

2001

ISBN 974-648-332-3



COPYRIGHT 2001 สงวนลิขสิทธิ์สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
SCHOOL OF GRADUATE STUDIES
KING MONGKUT'S INSTITUTE OF TECHNOLOGY LADKRABANG

หัวข้อวิทยานิพนธ์	การลดข้อมูลโดยการแปลงเวฟเล็ตเพื่อใช้ในการประมาณพื้นผิวเชิงปริมาตร
นักศึกษา	นาย พีระ เลี้ยวประเสริฐพร
รหัสประจำตัว	41061165
ปริญญา	วิศวกรรมศาสตรมหาบัณฑิต
สาขาวิชา	วิศวกรรมไฟฟ้า
พ.ศ.	2544
อาจารย์ผู้ควบคุมวิทยานิพนธ์	รศ.ดร. มนัส สังวรศิลป์

บทคัดย่อ

ภาพ CT และ MRI เป็นเทคนิคการถ่ายภาพอวัยวะภายในของร่างกาย ข้อมูลภาพลักษณะตัดขวางสามารถนำมาจัดเรียงเป็นข้อมูลเชิงปริมาตร เนื่องจากข้อมูลมีจำนวนมาก ทำให้สิ้นเปลืองทรัพยากรทั้งการจัดและการคำนวณ วิทยานิพนธ์นี้จึงเสนอการลดขนาดของข้อมูลเชิงปริมาตรโดยใช้การวิเคราะห์แบบหลายระดับความละเอียดของการแปลงเวฟเล็ต ผลการทดลองสามารถลดข้อมูลเหลือ 1:8 จากข้อมูลต้นฉบับ โดยค่าความต่างของข้อมูลเมื่อเทียบกับข้อมูลต้นฉบับอยู่ในช่วง 30 ถึง 50 เปอร์เซ็นต์ ซึ่งทำให้ใช้เวลาน้อยลงในการสร้างพื้นผิว 3 มิติ โดยที่รูปทรงของพื้นผิวมีลักษณะใกล้เคียงพื้นผิวที่สร้างจากข้อมูลต้นฉบับ

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้คัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

Thesis Title	Data Compression by Wavelet Transforms for surface Approximation of Volume data
Student	Mr. Peera Leawprasertporn
Student ID.	41061165
Degree	Master of Engineering
Programme	Electrical Engineering
Year	2001
Thesis Advisor	Assoc. Prof. Dr. Manas Sangworasilp

ABSTRACT

CT and MRI are technique of displaying patient's organ. These image slices can be arranged into volumetric data. Due to a large amount of data, it costs a lot in memory storage and computation. So this thesis proposes compression technique of volumetric data based on multi-resolution analysis of wavelet transform. From this method the experiment has show that the compression ratio can be reduced to 1:8 form the original data set and obtained 30 to 50 percent of mean square error, which improves 3D surface rendering time.

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้คัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

กิตติกรรมประกาศ

วิทยานิพนธ์ฉบับนี้สามารถสำเร็จลุล่วงลงได้ด้วยดี เนื่องจากความช่วยเหลือและสนับสนุนซึ่งผู้เขียนขอขอบคุณทุกท่านดังต่อไปนี้

คุณพ่อ คุณแม่ ผู้ซึ่งคอยอบรมสั่งสอน ให้การสนับสนุนในเรื่องการศึกษา

ด้วยคำแนะนำและคำปรึกษาเกี่ยวกับ การลดขนาดด้วยเวฟเล็ด รวมทั้งได้ทดสอบการตรวจเทียบจาก รศ.ดร. มนัส สังวรศิลป์ ซึ่งเป็นอาจารย์ผู้ควบคุมวิทยานิพนธ์ ผู้วิจัยรู้สึกซาบซึ้งในความอนุเคราะห์จากท่านและขอกราบขอบพระคุณเป็นอย่างสูง

ขอขอบพระคุณ ดร. กิติพล ชิตสกุล ดร. สุรพันธุ์ เอื้อไพบูลย์ ที่ช่วยเหลือแก้ไขและให้คำแนะนำในบางจุดที่ผู้วิจัยติดปัญหาบางอย่าง ซึ่งมีส่วนช่วยให้ผู้วิจัยเข้าใจในปัญหานั้น

ขอขอบพระคุณเพื่อนๆ นักศึกษาทุกท่านที่ช่วยเหลือให้คำแนะนำต่างๆ พร้อมทั้งช่วยตรวจเทียบและแก้ไขทฤษฎีและอื่นๆ ที่ผิดพลาด จนสำเร็จสมบูรณ์ยิ่งขึ้นและยังให้กำลังใจต่อผู้วิจัยอย่างใกล้ชิดตลอดมา

พระ เลี้ยวประเสริฐพร

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้คัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

สารบัญ

หน้า

บทคัดย่อภาษาไทย.....	I
บทคัดย่อภาษาอังกฤษ.....	II
กิตติกรรมประกาศ.....	III
สารบัญ.....	IV
สารบัญภาพ.....	VII
บทที่ 1. บทนำ.....	1
1.1 ความเป็นมา และ ความสำคัญของปัญหา.....	1
1.2 ความมุ่งหมายและวัตถุประสงค์ของงานวิจัย.....	1
1.3 สมมติฐานของการศึกษา.....	1
1.4 ขอบเขตของการวิจัย.....	1
บทที่ 2. ข้อมูลภาพตัดขวางและ การประยุกต์ใช้งานประมวลผล.....	3
2.1 แนวความคิดของภาพตัดขวาง.....	3
2.1.1 หลักการของ Computed Tomography (CT).....	3
2.1.2 หลักการของ Magnetic Resonance Imaging (MRI).....	4
2.2 การใช้งานภาพตัดขวางทางการแพทย์.....	5
2.3 งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับข้อมูลภาพตัดขวางและการลดขนาดด้วยเวฟเล็ต.....	6
2.3.1 การสร้างพื้นผิว 3 มิติ จากชุดข้อมูลภาพตัดขวาง.....	6
2.3.2 การลดขนาดข้อมูลโดยใช้การแปลงเวฟเล็ต.....	7
2.3.3 การลดระดับความละเอียดพื้นผิว 3 มิติโดยใช้การแปลงเวฟเล็ต.....	8
สรุป.....	8
บทที่ 3. ทฤษฎีและหลักการพื้นฐานของการแปลงเวฟเล็ต.....	9
3.1 เวฟเล็ตและระบบสัญญาณ.....	9
3.2 การวิเคราะห์สัญญาณแบบหลายระดับความละเอียด.....	14
3.3 ฟังก์ชันสเกลลิง (Scaling function).....	17
3.4 ฟังก์ชันเวฟเล็ต(Wavelet function).....	18

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้คัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

สารบัญ(ต่อ)

	หน้า
3.5 ลักษณะสมบัติเชิงตั้งฉาก	19
3.6 การแปลงเวฟเล็ตบนขอบเขตจำกัด	20
3.6.1 การใช้ฟิลเตอร์เบงค์แยกวิเคราะห์	21
3.6.2 การใช้ฟิลเตอร์เบงค์สร้างกลับ	23
3.7 การลดข้อมูลภาพโดยใช้การแปลงเวฟเล็ต	26
3.8 การแปลงเวฟเล็ตแบบ 3 มิติ	27
สรุป	30
บทที่ 4. เส้นโค้งแบบ บี-สไปลน์ และ เวฟเล็ตแบบ บี-สไปลน์	31
4.1 เส้นโค้ง บี-สไปลน์	31
4.2 การสร้างเส้นโค้ง บี-สไปลน์	32
4.2.1 การหาค่า knot vector ของเส้นโค้ง บี-สไปลน์	32
4.2.2 วิธีการแทรกค่า knot	33
4.2.3 การคำนวณหาค่าจุดควบคุมใหม่	33
4.3 การพิจารณาลักษณะรูปร่างฟังก์ชันพื้นฐานของเส้นโค้ง บี-สไปลน์	36
4.4 เวฟเล็ตแบบบี-สไปลน์	38
4.4.1 คำนวณเมตริกซ์สังเคราะห์ P_j	38
4.4.2 การแก้สมการหาเมตริกซ์สังเคราะห์ Q_j	39
4.5 การพิจารณาการเมตริกซ์วิเคราะห์ A_j และ B_j ในการแปลงเวฟเล็ต	43
สรุป	43
บทที่ 5. ทฤษฎี และหลักการพื้นฐานของการสร้างพื้นผิว 3 มิติ	44
5.1 การสร้างภาพ 3 มิติจากลำดับภาพ 2 มิติ	44
5.1.1 การหาพิกัดของจุดบนสไลซ์	44
5.1.2 การเรียงข้อมูลภาพตัดขวางในรูปแบบเมตริกซ์เชิงปริมาตร	46
5.2 การหาขอบของวัตถุ	47
5.2.1 ฮิสโทแกรม	47
5.2.2 การแยกภาพวัตถุและพื้นหลังด้วยค่าเทสโซลดิ้ง	48
5.3 การสร้างเส้นโครงรูปร่าง และพื้นผิววัตถุ 3 มิติ	50

สารบัญ(ต่อ)

	หน้า
5.4 เทคนิคการให้แสงเงา.....	51
5.5 การสร้างพื้นผิวโดยวิธี Marching cubes algorithm.....	53
สรุป.....	56
บทที่ 6. การลดขนาดข้อมูลภาพ CT และ MRI ด้วยเวฟเล็ตเพื่อสร้างพื้นผิว 3 มิติ.....	57
6.1 ข้อมูลที่ใช้ในการทดลอง.....	57
6.2 การทดลองลดขนาดภาพ 2 มิติโดยใช้การแปลงเวฟเล็ต.....	59
6.3 การทดลองลดขนาดข้อมูลเมตริกซ์เชิงปริมาตรโดยใช้การแปลงเวฟเล็ต 3 มิติ.....	62
6.4 การสร้างพื้นผิว 3 มิติ จากข้อมูลที่ผ่านมาการลดขนาดด้วยเวฟเล็ตแล้ว.....	65
บทที่ 7. สรุปผลการวิจัยและวิจารณ์.....	68
7.1 สรุป.....	68
7.1.1 การลดขนาดข้อมูลเชิงปริมาตรด้วยการแปลงเวฟเล็ต.....	68
7.1.2 การสร้างพื้นผิว 3 มิติ จากข้อที่ผ่านมาการลดขนาดด้วยเวฟเล็ต.....	68
7.2 ปัญหาและข้อเสนอนะ.....	69
เอกสารอ้างอิง.....	70
ภาคผนวก ก.....	71
ประวัติผู้เขียน.....	75

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้คัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

สารบัญญรูป

รูปที่	หน้า
2.1 ภาพตัดขวางจากเครื่อง CT แสดงรายละเอียดภายในวัตถุ.....	4
2.2 ภาพตัดขวางจากเครื่อง MRI แสดงรายละเอียดของอวัยวะภายใน.....	4
2.3 แสดงชุดภาพภาพตัดขวางจากเครื่อง CT ที่แพทย์ใช้วินิจฉัยโรค.....	5
2.4 การสร้างพื้นผิวจากข้อมูลภาพตัดขวาง.....	6
2.5 การลดขนาดของข้อมูลภาพโดยการแปลงเวฟเล็ต.....	7
2.6 การลดระดับความละเอียดพื้นผิวโดยการแปลงเวฟเล็ต.....	8
3.1 แสดงลักษณะการแตกกระจายสัญญาณและรวมกลับสัญญาณของเวฟเล็ต.....	10
3.1 เปรียบเทียบผลของ สัมประสิทธิ์เวฟเล็ต.....	12
3.3 สัญญาณ เวฟเล็ตแม่ mother wavelet.....	13
3.4 ลักษณะของสัญญาณ Sinusoidals Signal $\cos(t)$	13
3.5 ลักษณะของ window function.....	14
3.6 ปริภูมิของฟังก์ชันสเกลลิงและฟังก์ชันเวฟเล็ตกรณีตั้งฉากกัน.....	15
3.7 แสดงการแยกและการรวมกับโดยวิธี Filter Banks.....	22
3.8 แผนภูมิแสดงการรวมกับของ Synthesis Filter Banks.....	23
3.9 แผนภูมิแสดงช่วงความถี่ Cut off.....	24
3.10 การรวมโดยใช้ Analysis Filter Banks แบบ 1 ระดับ.....	24
3.11 แผนภูมิแสดงการรวมกับของ Analysis Filter Banks.....	26
3.12 การแปลงเวฟเล็ตของข้อมูลภาพออกเป็น 4 ส่วนย่อย.....	27
3.13 แสดงข้อมูลภาพตัดขวางที่เรียงแบบเมตริกซ์เชิงปริมาตร.....	28
3.14 ข้อมูลเชิงปริมาตรที่แปลงเวฟเล็ตลง 1 ระดับ.....	29
3.15 การแปลงเวฟเล็ตแบบ 3 มิติ.....	30
4.1 การเกิดลายเส้นแบบB-spline.....	31
4.2 การหาค่าจุดควบคุม d_i^u	34
4.3 แสดงลักษณะฟังก์ชัน B-spline ลำดับที่ $N_i^0(u)$ ถึงระดับที่ $N_i^3(u)$	36
4.4 ลักษณะฟังก์ชันพื้นฐาน B-spline $n=2$, $L = 4$ ใช้ Open knot vector.....	37
5.1 แสดงการอ้างอิงตำแหน่งพิกเซลบนระนาบ 2 มิติ.....	45
5.2 แสดงการอ้างอิงตำแหน่งของภาพสไลซ์ CT ในระบบ 3 มิติ.....	45
5.3 แสดงการภาพสไลซ์ตามแกน Z ตามลำดับภาพสไลซ์.....	46
5.4 การเรียงข้อมูลในเมตริกซ์เชิงปริมาตร สามารถอ้างอิงแกนในระบบ 3 มิติ.....	47

สารบัญรูป(ต่อ)

รูปที่	หน้า
5.5 จะสามารถแบ่งค่าระดับความเข้มของวัตถุในภาพตามระดับค่าฮีสโทแกรม.....	49
5.6 แสดงภาพ CT และค่าฮีสโทแกรมของภาพ	49
5.7 ภาพตัดขวางที่ทำการแยกส่วนของกระดูกโดยการตัดค่าเทรสโฮลดิ้ง	49
5.8 การเชื่อมเส้นขอบของข้อมูลในแต่ละชั้น ให้เป็นรูปทรงเส้นโครงของวัตถุ.....	50
5.9 การกำหนดสีลงในรูปเหลี่ยมให้กับพื้นผิว	50
5.10 เวกเตอร์ปกติที่แสดงทิศทางของพื้นผิวซึ่งกระทำกับเวกเตอร์ทิศทางแสง	51
5.11 แสดงการกำหนดมุมระหว่างทิศทางของแหล่งกำเนิดแสง	52
5.12 ตำแหน่งต่างๆ ของจุดข้อมูลวงกลม ใน 2 มิติ	54
5.13 การตรวจสอบจุดยอดของลูกบาศก์ย่อยทั้ง 8 จุดเพื่อกำหนดรูปแบบ	54
5.14 แสดงรูปแบบเงาของการสร้างพื้นผิวสามเหลี่ยม ทั้ง 15 แบบ.....	55
5.15 พื้นผิวที่คำนวณด้วยการวิธี Marching cubes	55
5.16 พื้นผิวรวมทั้งหมดที่คำนวณด้วยการวิธี Marching cubes	56
6.1 ชุดข้อมูลภาพCT บริเวณศีรษะ CT Baby	57
6.2 ข้อมูลภาพตัดขวางบริเวณลำคอ CT Ty	58
6.3 ภาพตัดขวางจากข้อมูลชุด Visible human	58
6.4 การแยกวิเคราะห์และรวมสร้างกลับโดยไม่ตัดส่วนเวฟเล็ด	59
6.5 ข้อมูลที่ผ่านการแปลงเวฟเล็ดแล้วจะแยกได้เป็น ปริภูมิสเกลลิงและ ปริภูมิเวฟเล็ด.....	60
6.6 กราฟความต่างระหว่างข้อมูลต้นฉบับและ ข้อมูลที่ผ่านการแปลงเวฟเล็ดแล้ว	60
6.7 การลดขนาดข้อมูลเชิงปริมาตรทั้ง 3 แกนโดยใช้การแปลงเวฟเล็ด.....	61
6.8 ลำดับขั้นตอนการทดลองลดขนาดข้อมูลด้วยการแปลงเวฟเล็ด.....	62
6.9 การประมาณพื้นผิว 3 มิติของข้อมูลภาพ CT บริเวณศีรษะที่ลดขนาดด้วยเวฟเล็ด.....	65
6.10 ประมาณพื้นผิวบริเวณลำคอจากข้อมูลที่ลดขนาดแล้ว	66
6.9 ประมาณพื้นผิวบริเวณลำตัวจากข้อมูลที่ลดขนาดแล้ว.....	66
6.10 พื้นผิวจากข้อมูล visible ที่ผ่านการลดข้อมูลแล้ว	67
6.11 เปรียบเทียบบริเวณใบหน้าของพื้นผิวของข้อมูลต้นฉบับ	67

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้คัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

สารบัญตาราง

ตารางที่	หน้า
6.1 จำนวนเนื้อที่ในการเก็บข้อมูลภาพ CT ตันฉบับทั้ง 4 ชุด.....	64
6.2 เวลาที่ในการลดขนาดข้อมูลภาพ CT ตันฉบับทั้ง 4 ชุด.....	64
6.3 เวลาที่ใช้ในการสร้างพื้นผิวข้อมูลตันฉบับกับข้อมูลที่ลดขนาดแล้ว.....	65



เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้คัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

บทที่ 1

บทนำ

1.1 ความเป็นมา และ ความสำคัญของปัญหา

ปัจจุบันภาพตัดขวางทางการแพทย์ได้เข้ามามีส่วนช่วยในการวินิจฉัยความผิดปกติในร่างกายมนุษย์เป็นอย่างมาก แต่ในการใช้งานชุดข้อมูลเหล่านี้ จำเป็นต้องใช้สื่อในการเก็บข้อมูลเป็นจำนวนมาก ทำให้มีต้นทุนในการเก็บข้อมูลสูง ดังนั้นวิทยานิพนธ์ฉบับนี้จึงนำเสนอวิธีการลดขนาดข้อมูลเหล่านี้เพื่อให้การจัดเก็บ ข้อมูลสามารถทำได้สะดวกและประหยัด ทรัพยากรมากขึ้น

1.2 ความมุ่งหมายและวัตถุประสงค์ของงานวิจัย

1. เพื่อการศึกษาการลดขนาดของข้อมูล และการประมวลผลข้อมูลชุดภาพตัดขวาง
2. พัฒนากระบวนการลดขนาดข้อมูลภาพที่ได้ศึกษามาประยุกต์ร่วมกับการสร้างพื้นผิวภาพ 3 มิติ จากข้อมูลที่ผ่านการลดขนาดข้อมูลแล้ว เพื่อเป็นการประหยัดทรัพยากรที่ใช้ในการบันทึกข้อมูล และเวลาในการแสดงพื้นผิว 3 มิติ

1.3 สมมติฐานของการศึกษา

จากที่ได้ศึกษาถึงการนำการแปลงเวฟเล็ตมาใช้ในการลดข้อมูลหนึ่งมิติและสองมิติ และการสร้างพื้นผิว 3 มิติจากชุดข้อมูลภาพตัดขวาง จึงเกิดแนวความคิดในการใช้การแยกวิเคราะห์หลายระดับความละเอียดของเวฟเล็ต แยกข้อมูลส่วนประมาณด้วยเวฟเล็ต และเมื่อนำมาใช้กับข้อมูลนั้นไปสร้างเป็นรูปทรงพื้นผิวของวัตถุ โดยจะยังคงรายละเอียดส่วนใหญ่ไว้ได้

1.4 ขอบเขตของการวิจัย

สร้างอัลกอริทึมในการลดข้อมูลภาพตัดขวางสำหรับการสร้างพื้นผิวสามมิติ ของชุดข้อมูลภาพตัดขวางจากเครื่อง CT และชุดข้อมูลภาพตัดขวางจากเครื่อง MRI พร้อมกับทดสอบสมรรถนะของพื้นผิวที่สร้างขึ้นมา

1.5 โครงสร้างของวิทยานิพนธ์

บทที่ 1 บทนำ

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า

ไม่ว่ากรณีใดๆก็ตาม ขอสงวนสิทธิ์ในสิ่งที่ปรากฏและไม่รับผิดชอบต่อความเสียหายใดๆ

อธิบายถึงความสำคัญและ ความเป็นมาของปัญหาตลอดจนวัตถุประสงค์ของงานวิจัย และ ขอบเขตของวิทยานิพนธ์

บทที่ 2 รูปแบบของข้อมูลภาพตัดขวางและ การประมวลผลภาพ

อธิบายหลักการของภาพตัดขวางทั้งจากรังสีเอ็กซ์ และการเหนี่ยวนำด้วยสนามแม่เหล็ก ที่แสดงรายละเอียดภายในของวัตถุ การประยุกต์ใช้งานภาพตัดขวางในการสร้างพื้นผิว 3 มิติและงานวิจัยการลดขนาดข้อมูลที่ประยุกต์ใช้การลดขนาดด้วยการแปลงเวฟเล็ต

บทที่ 3 ทฤษฎีและหลักการพื้นฐานของการแปลงเวฟเล็ต

อธิบายถึงที่มาของการแปลงเวฟเล็ต ลักษณะของฟังก์ชันพื้นฐานในปริภูมิที่สามารถอธิบายสัญญาณในปริภูมิ และคุณสมบัติการแยกวิเคราะห์แบบหลายระดับความละเอียดของการแปลงเวฟเล็ต การแปลงเวฟเล็ตบนขอบเขตจำกัด และการประยุกต์ใช้งานเวฟเล็ตในการลดขนาดข้อมูลภาพ 2 มิติ และการลดขนาดข้อมูลภาพตัดขวางที่เรียงตัวกันในแบบเมตริกซ์เชิงปริมาตร

บทที่ 4 เส้นโค้งแบบ บี-สไปไลน์ (B-spline) และเวฟเล็ตแบบ B-spline

ในบทนี้จะเป็นการอธิบายถึงเส้นโค้งแบบ B-spline คุณสมบัติของฟังก์ชัน B-spline การนำคุณสมบัติของฟังก์ชันพื้นฐาน B-spline มาสร้างเป็น B-spline wavelet และสัมประสิทธิ์การแปลงเวฟเล็ตในรูปแบบเมตริกซ์แยกวิเคราะห์ และเมตริกซ์รวมกลับ

บทที่ 5 ทฤษฎีและหลักการพื้นฐานการสร้างพื้นผิว 3 มิติ

การอธิบายการนำข้อมูลภาพมาสร้างพื้นผิวภาพ 3 มิติ การให้แสงเงาเพื่อการแสดงรายละเอียดของพื้นผิว

บทที่ 6 ผลการทดลองลดขนาดของข้อมูลภาพตัดขวางด้วยเวฟเล็ต และทำการสร้างพื้นผิว 3 มิติ

ในบทนี้จะทำการลดขนาดข้อมูลภาพตัดขวางและแยกข้อมูลส่วนประมาณด้วยเวฟเล็ต และนำข้อมูลส่วนประมาณนั้นมาสร้างเป็นพื้นผิว 3 มิติ ทำการเปรียบเทียบขนาดข้อมูลที่ลดได้ และเวลาที่ใช้ในการลดขนาด และเวลาที่ใช้ในการคำนวณสร้างพื้นผิว 3 มิติจากข้อมูลที่ลดขนาดแล้ว

บทที่ 7 สรุป และวิจารณ์ผลการทดลอง

สรุปและวิจารณ์ผลที่ได้จากการทดลองพร้อมทั้งปัญหาที่เกิดขึ้นตลอดจนข้อเสนอแนะต่างๆ ในการทำวิจัยต่อไป เอกสารนี้เป็นทรัพย์สินทางปัญญาที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้คัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

บทที่ 2

ข้อมูลภาพตัดขวางและการประยุกต์ใช้งานประมวลผลภาพ

ในปัจจุบันมีการนำชุดข้อมูลภาพตัดขวางมาใช้งานเป็นจำนวนมากเพราะสามารถแสดงข้อมูลภายในวัตถุ หรืออวัยวะภายในโดยไม่ต้องผ่าตัด ทำให้แพทย์สามารถวินิจฉัยโรคได้ถูกต้องมากขึ้น ในบทนี้จะเป็นการอธิบายหลักการของภาพตัดขวางที่เกิดจากการฉายรังสีเอ็กซ์ (CT) และภาพตัดขวางที่เกิดจากการกำรนำสนามแม่เหล็ก (MRI) และรูปแบบมาตรฐานของการเก็บข้อมูลภาพทางการแพทย์ด้วยคอมพิวเตอร์ ในส่วนหลังจะกล่าวถึงการใช้งานวิจัยที่ประยุกต์ใช้ข้อมูลภาพตัดขวางมา

สร้างเป็นข้อมูลพื้นผิว 3 มิติและ แนวความคิดในการนำการประมวลผลภาพมาใช้ในการลดขนาดข้อมูลภาพทางการแพทย์

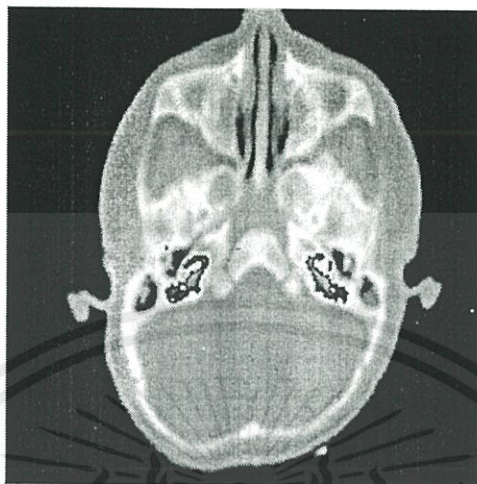
2.1 แนวความคิดของภาพตัดขวาง

ในการตรวจสอบโครงสร้างภายในของวัตถุนั้น ถ้าหากวัตถุมีโครงสร้างทางฟิสิกส์ขนาดเล็กและแข็ง การจะแสดงรายละเอียดภายในอาจทำได้โดยการตัดชิ้นวัตถุเพื่อตรวจสอบหรือถ่ายภาพ แต่ถ้าวัตถุมีขนาดใหญ่ มีชีวิต หรือไม่ต้องการให้วัตถุเกิดความเสียหาย การแสดงรายละเอียดภายในจะทำได้โดยการสร้างภาพตัดขวางของวัตถุ โดยใช้เทคนิคที่เรียกว่า โทโมกราฟี (Tomography) หลักการสร้างภาพตัดขวางในวิทยานิพนธ์นี้เราสรุปถึงภาพตัดขวางที่มีการใช้งานอยู่ทั่วไป 2 วิธี ซึ่งได้แก่การสร้างภาพตัดขวางโดยใช้รังสีเอ็กซ์ (Computed Tomography: CT) และการใช้หลักการเรโซแนนซ์แม่เหล็ก (Magnetic Resonance Imaging: MRI)

2.1.1 หลักการของ Computed Tomography (CT)

โดยอาศัยคุณสมบัติของรังสีเอ็กซ์ที่เป็นคลื่นแม่เหล็กไฟฟ้าความถี่สูงและเป็นพวกไอออนไนซิง เรดิเอชัน (Ionizing Radiation) ซึ่งรังสีนี้เมื่อเดินทางผ่านตัวกลางใดก็ตามจะทำให้เกิดอันตรกิริยา (Interaction) กับตัวกลางนั้น ซึ่งทำให้เกิดปรากฏการณ์ที่เกี่ยวข้องกับรังสี มีผลให้เมื่อรังสีเอ็กซ์ที่เดินทางผ่านตัวกลางนั้นจะเกิดการเปลี่ยนแปลงและมีความเข้มลดลง เมื่อนำคอมพิวเตอร์มาช่วยในการคำนวณสร้างภาพตัดขวางของร่างกายโดยไม่จำเป็นต้องผ่าตัด โดยอาศัยหลักการที่ฉายรังสีเอ็กซ์ลำแคบๆ ผ่านร่างกายผู้ป่วยแล้วทำการวัดรังสีที่เหลือหลังจากผ่านร่างกาย ทำให้คำนวณ ได้ว่ารังสีหายไป ขณะที่ผ่านร่างกายเท่าใด ตำแหน่งและทิศทางของลำรังสีจะถูกเปลี่ยนหลายครั้งในระหว่างสแกน ทำให้ร่างกายตามแนวระนาบตัดขวางหนึ่งชั้นนี้ได้รับการตรวจจะถูกตรวจหลายครั้งจากในทิศทางต่างๆ คอมพิวเตอร์จะนำข้อมูลความเข้มของรังสีที่วัดได้ ไปคำนวณ

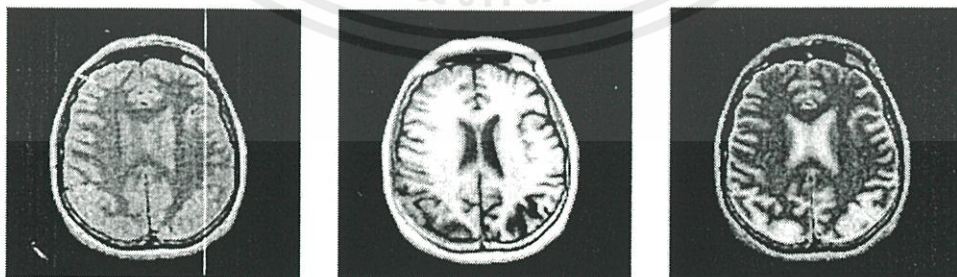
สร้างภาพดังแสดงในรูปที่ 2.1 โดยใช้เทคนิคทางคณิตศาสตร์ที่เรียกว่าการสร้างภาพแบบอินเทอร์เรทีฟ (Iterative reconstruction)



รูปที่ 2.1 ภาพตัดขวางจากเครื่อง CT แสดงรายละเอียดภายในวัตถุ

2.1.2 หลักการของ Magnetic Resonance Imaging (MRI)

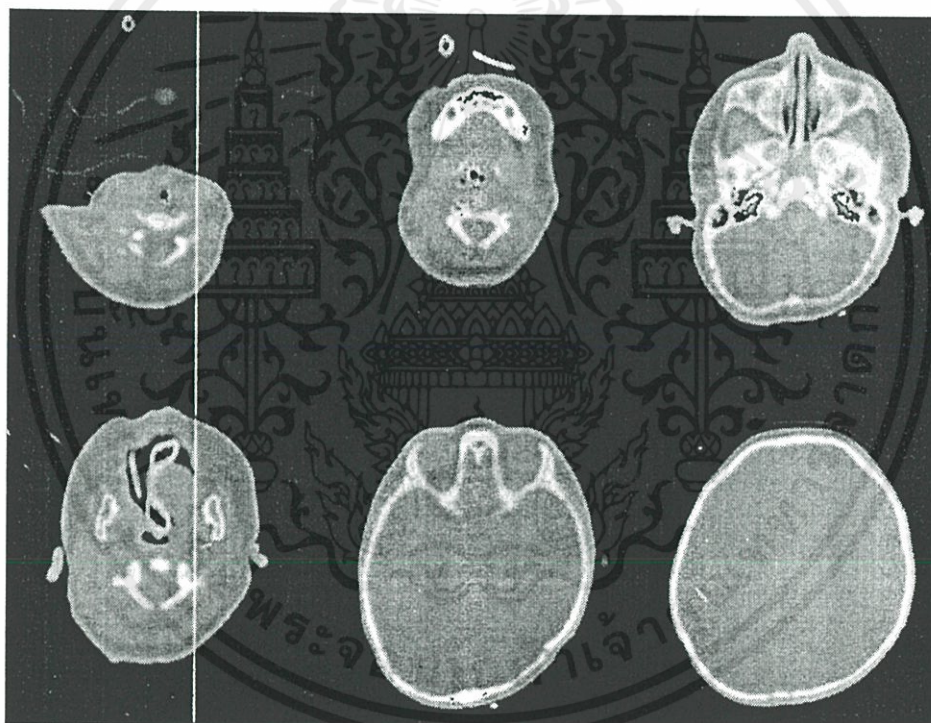
จากการที่รังสีเอกซ์ซึ่งสามารถทะลุทะลวงผ่านเนื้อเยื่อได้ แต่ภาพตัดขวางจากรังสีเอกซ์ยังมีข้อจำกัดอยู่มาก เนื่องจากโรคโดยส่วนมากเป็นโรคของเนื้อเยื่ออ่อน ซึ่งภาพตัดขวางจาก CT ไม่สามารถแสดงรายละเอียดได้ชัดเจน ในช่วงเวลาเดียวกันกับที่ CT กำลังพัฒนาก็ได้มีการค้นพบเทคนิคการสร้างภาพตัดขวางแบบใหม่ โดยไม่ใช้รังสีเอกซ์ ซึ่งเรียกว่า MRI (Magnetic Resonance Imaging) การเกิดภาพจากการเรโซแนนซ์แม่เหล็ก ภาพ MRI จะแสดงถึงอันตรกิริยาระหว่างสนามแม่เหล็ก กับนิวเคลียสของไฮโดรเจนในเนื้อเยื่อ โดยจะสามารถจำแนกคุณสมบัติของเนื้อเยื่อต่างๆ ได้อย่างชัดเจนดังแสดงในรูปที่ 2.2



รูปที่ 2.2 ภาพตัดขวางจากเครื่อง MRI แสดงรายละเอียดของอวัยวะภายในนำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
เอกสาร
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้คัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

2.2 การใช้งานภาพตัดขวางทางการแพทย์

จากการที่เราสามารถแสดงภาพตัดขวางของวัตถุได้ ทำให้เราสามารถเห็นส่วนประกอบรายละเอียดภายในของวัตถุ ในทางการแพทย์ การใช้ภาพ CT และ MRI เป็นข้อมูลช่วยในการวินิจฉัยโรคได้ละเอียดถูกต้องมากขึ้น การใช้การภาพตัดขวาง CT และ MRI จะมีการให้รายละเอียดที่แตกต่างกัน ภาพ CT ที่ได้จากการฉายรังสีเอ็กซ์จะให้รายละเอียดของกระดูกได้ชัดเจนกว่าบริเวณเนื้อเยื่อ ในขณะที่ภาพ MRI จะสามารถแสดงรายละเอียด ของเนื้อเยื่อต่างๆได้เด่นชัดกว่าภาพ x-ray แบบ CT แต่ไม่สามารถแสดงรายละเอียด ของบริเวณที่เป็นกระดูกได้อย่างชัดเจน โดยปกติแล้วในการวินิจฉัยโรคแพทย์จะต้องใช้ข้อมูลภาพมากกว่า 100 ภาพขึ้นไปในการตรวจวินิจฉัยโรคในแต่ละครั้งดังแสดงในรูปที่ 2.3



รูปที่ 2.3 แสดงชุดภาพภาพตัดขวางจากเครื่อง CT ที่แพทย์ใช้วินิจฉัยโรค

ซึ่งโดยปกติแพทย์ผู้ตรวจก็จะทำการตรวจวิเคราะห์จากข้อมูลภาพตัดขวางเหล่านี้ไปที่ละภาพ โดยการพิมพ์ภาพตัดขวางเหล่านี้ออกมาในลักษณะฟิล์ม ต่อมาจึงมีการนำระบบคอมพิวเตอร์มาใช้ในการเก็บข้อมูลภาพตัดขวางเหล่านี้ และมีการกำหนดเป็นมาตรฐานการเก็บข้อมูลภาพทางการแพทย์ ซึ่งเรียกว่า DICOM : (Digital Imaging and Communications in Medicines) โดยที่มาตรฐานนี้จะประกอบเป็นระบบจัดเก็บข้อมูล ซึ่งประกอบไปด้วยข้อมูลคนไข้ ข้อมูลการรักษา ข้อมูลการวินิจฉัย

มูลเครื่องมือแพทย์ ข้อมูลตารางเครื่องมือแพทย์ และตารางการพิมพ์ เป็นข้อมูลสำคัญ และข้อมูลภาพตัดขวางนั้น ๆ

2.3 งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับข้อมูลภาพตัดขวางและการลดขนาดด้วยเฟสไลต์

ในบางกรณีที่แพทย์ผู้ตรวจต้องการดูโครงสร้างโดยรวมของอวัยวะที่ทำการตรวจสอบในลักษณะของโครงสร้าง 3 มิติ แพทย์จะต้องอาศัยความชำนาญของแพทย์ในการจินตนาการโครงสร้างของอวัยวะนั้นๆ ขึ้นมาเอง ซึ่งยุ่งยากและสลับซับซ้อน จากการทำนาคอมพิวเตอร์มาใช้ในการเก็บข้อมูลภาพ และการพัฒนาด้านการประมวลผลภาพมาใช้ในการเก็บข้อมูลให้มีขนาดเล็กลง เพื่อเป็นการประหยัดทรัพยากร

2.3.1 การสร้างพื้นผิว 3 มิติ จากชุดข้อมูลภาพตัดขวาง

ได้มีการเสนอบทความเกี่ยวกับ "การสร้างภาพ 3 มิติโดยใช้วิธีพิจารณาจากเวกเตอร์ปกติของพื้นผิว" [8] ซึ่งมีแนวความคิดที่นำความสามารถของคอมพิวเตอร์กราฟิกมาสร้างเป็นพื้นผิวของอวัยวะ จากชุดข้อมูลภาพภาพตัดขวางที่มีความต่อเนื่องกันจำนวนหลายภาพ ในงานวิจัยนั้นได้ใช้การแยกกลุ่มของอวัยวะภายใน จากค่าความเข้มของอวัยวะส่วนต่างๆ เพื่อให้สามารถเลือกสร้างพื้นผิวของอวัยวะที่สนใจ และนำเสนอการให้แสงเงาแก่พื้นผิวให้มีความเสมือนจริง ด้วยวิธีการพิจารณาเวกเตอร์ปกติของพื้นผิว ซึ่งเป็นแนวทางในการพัฒนาการสร้างพื้นผิว 3 มิติจากข้อมูลภาพตัดขวาง



รูปที่ 2.4 การสร้างพื้นผิวจากข้อมูลภาพตัดขวาง และการแสดงรายละเอียดของพื้นผิวโดยการให้แสงเงาแก่พื้นผิวเพื่อให้เห็นว่ากรณีใดๆที่จำลองการให้แสงเงาแก่วัตถุเพื่อให้วัตถุ 3 มิติมีการเสมือนจริง

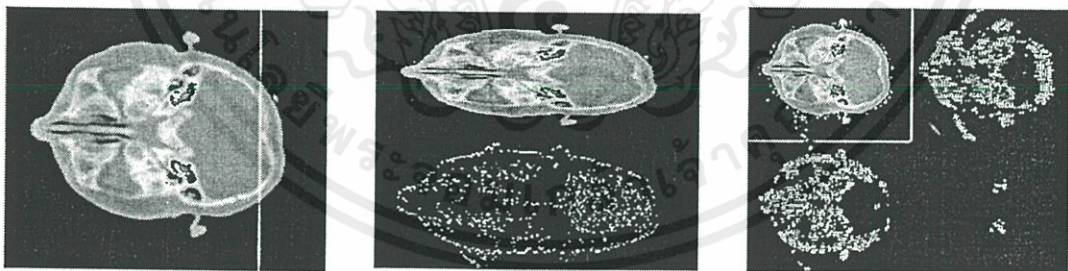
2.3.2 การลดขนาดข้อมูลโดยใช้การแปลงเวฟเล็ต

เทคนิคในการลดขนาดข้อมูลดิจิทัลออกได้ 2 กลุ่ม คือ

1. การลดข้อมูลแบบที่ไม่มีการสูญเสีย (lossless compression) เป็นการลดข้อมูลแบบที่ไม่มีการสูญเสีย จะมีข้อเสียคืออัตราการลดขนาดที่ต่ำ ดังนั้นเพื่อให้อัตราการลดขนาดที่สูงขึ้น จึงจำเป็นต้องใช้การลดข้อมูลที่มีการสูญเสีย

2. การลดข้อมูลที่มีการสูญเสีย (lossy compression) เป็นการลดข้อมูลที่ไม่สามารถนำข้อมูลกลับมาได้อย่างสมบูรณ์ หรือเป็นการลดข้อมูลที่ทำให้เกิดความเพี้ยน (Distortion) กับข้อมูลที่ถูกสร้างกลับขึ้นมาใหม่ โดยวิธีที่นิยมใช้กันก็คือการแปลงฟูเรียร์ และการแปลงเวฟเล็ต

จากเอกสารอ้างอิง[9] ได้เสนอ การลดขนาดข้อมูลภาพโดยการแยกวิเคราะห์แบบหลายระดับความละเอียดของเวฟเล็ต โดยการนำขบวนการแปลงเวฟเล็ตที่นำมาใช้ในการลดขนาดข้อมูลภาพ โดยแยกข้อมูลออกเป็น 2 ส่วนคือส่วนข้อมูลที่อยู่บนฟังก์ชันพื้นฐานสเกลลิงและ ส่วนข้อมูลที่อยู่บนฟังก์ชันพื้นฐานเวฟเล็ต ข้อมูลที่อยู่บนฟังก์ชันพื้นฐานสเกลลิงนี้จะเป็นส่วนประมาณหรือรูปทรงของข้อมูลต้นฉบับ โดยจะมีขนาดเล็กกว่าเป็นครึ่งหนึ่งของข้อมูลต้นฉบับ เมื่อเป็นข้อมูลภาพ 2 มิติ เมื่อผ่านการแปลงเวฟเล็ตแล้ว จะได้ข้อมูล ส่วนสเกลลิง ส่วนเวฟเล็ตที่ 1 ส่วนเวฟเล็ตที่ 2 และส่วนเวฟเล็ตที่ 3 คือหลังการแปลงจะได้ข้อมูล เป็น 4 ส่วน ดังแสดงในรูปที่ 2.5 โดยข้อมูลภาพ 2 มิติในส่วนของฟังก์ชันพื้นฐานสเกลลิงนี้ จะมีขนาดเป็นหนึ่งในสี่ของข้อมูลภาพต้นฉบับ



Scaling

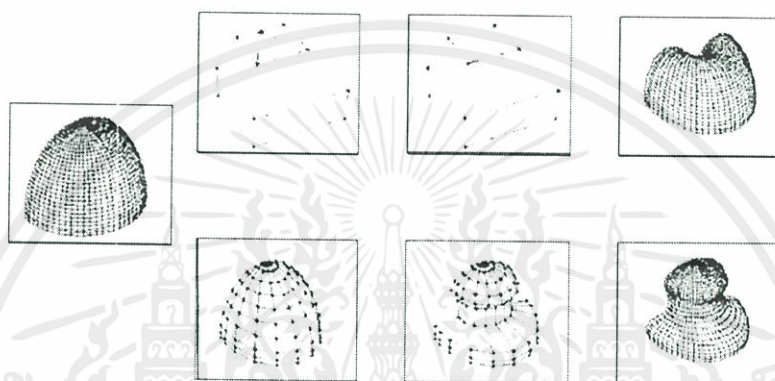
Scaling
Wavelet

scaling	Wavelet
Wavelet	Wavelet

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับกรใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่า รูปที่ 2.5 การลดขนาดของข้อมูลภาพโดยการแปลงเวฟเล็ต ถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

2.3.3 การลดระดับความละเอียดพื้นผิว 3 มิติ โดยใช้การแปลงเวฟเล็ต

จากเอกสารอ้างอิง[10] ได้เสนอบทความเกี่ยวกับการแก้ไขพื้นผิวโดยใช้การแปลงเวฟเล็ต โดยพิจารณาที่พื้นผิวรูปทรงวัตถุ 3 มิตินั้นประกอบขึ้นจากจุดควบคุมของพื้นผิวนั้น ในระบบ 3 มิติ จึงมีแนวความคิดในการลดระดับความละเอียดของพื้นผิวนั้นลงให้มีจำนวนจุดควบคุมน้อยลง โดยที่ยังคงรูปทรงเดิมของพื้นผิว เพื่อให้สะดวกในการแก้ไขหรือเคลื่อนย้ายจุดควบคุม ตามต้องการแล้วจึงทำการสร้างกลับสู่ระดับความละเอียดเดิม โดยแนวความคิดนี้ใช้คุณสมบัติ B-spline wavelet ในการแยกวิเคราะห์และการสร้างกลับเพื่อให้พื้นผิวมีความราบเรียบต่อเนื่องกัน



รูปที่ 2.6 การลดระดับความละเอียดพื้นผิวโดยการแปลงเวฟเล็ต

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้คัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

บทที่ 3

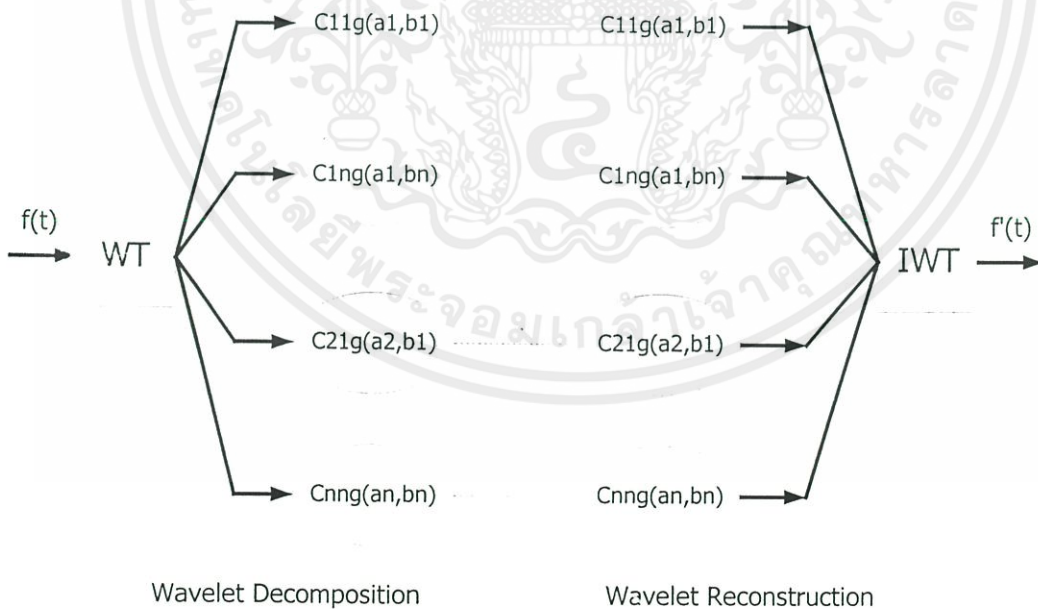
ทฤษฎีและหลักการพื้นฐานของการแปลงเวฟเล็ต

ในบทนี้เป็นการอธิบายหลักการของเวฟเล็ต โดยจะกล่าวถึงต้นกำเนิดแนวความคิดของการแปลงเวฟเล็ต คุณสมบัติของ การแยกวิเคราะห์แบบหลายระดับความละเอียด (Multi Resolution Analysis: MRA) ของการแปลงเวฟเล็ต ซึ่งทำให้เกิด ขบวนการแยกวิเคราะห์ (Decomposition) และการรวมกลับ (Reconstruction) ซึ่งเป็นการนำการแปลงเวฟเล็ตมาประยุกต์ใช้ในการลดขนาดข้อมูล โดยใช้คุณสมบัติที่ช่วยมุลสัญญาณแต่ละระดับความละเอียดสามารถแยกอธิบายได้ด้วยฟังก์ชันพื้นฐาน โดยที่ฟังก์ชันพื้นฐานนั้นจะสามารถเป็นส่วนประมาณของข้อมูลนั้นๆ ที่ระดับความละเอียดที่ต่ำลงมาได้ ประยุกต์ใช้งานการแปลงเวฟเล็ตกับข้อมูล 2 มิติ โดยหลักการ Filter bank ที่มีความสัมพันธ์กับ ชุดเมตริกซ์ที่เป็นสมการแยกวิเคราะห์และการรวมกลับของเวฟเล็ต อธิบายถึงชนิด และประเภทและคุณสมบัติของเวฟเล็ตแบบแบ่งช่วงที่ใช้ในงานวิจัยนี้

3.1 เวฟเล็ตและระบบสัญญาณ

จากการที่เราสามารถอธิบายลักษณะของสิ่งใดสิ่งหนึ่งได้จากลักษณะของสมาชิกเล็กๆ ที่เป็นองค์ประกอบภายใน เครื่องมือที่ใช้ในการวิเคราะห์สัญญาณที่รู้จักโดยทั่วไป คือการวิเคราะห์ฟูเรียร์ ซึ่งเป็นการแยกสัญญาณออกเป็นส่วนประกอบของสัญญาณไซน์ซอยด์ (Sinusoids) ที่ความถี่ต่างกัน หรือในทางคณิตศาสตร์ ก็คือการเปลี่ยน (transforming) สัญญาณจากฐานเวลา(time-base) ไปเป็นฐานความถี่ (frequency-base) การวิเคราะห์ฟูเรียร์เป็นการแปลงสัญญาณจากโดเมนเวลาไปเป็นโดเมนความถี่ เมื่ซึ่งผลลัพธ์ที่ได้จากการทรานฟอร์มจะมีจำนวนข้อมูลเป็นอนันต์ ซึ่งถ้าเกิดการเปลี่ยนแปลงสัญญาณอินพุตที่ช่วงเวลาใดๆ ก็จะทำให้ส่งผลกระทบต่อสเปกตรัมของสัญญาณตลอดย่านความถี่เปลี่ยนไป หรือทำให้สัมประสิทธิ์ของการทรานฟอร์มเปลี่ยนไปนั่นเองซึ่งเรียกว่าเป็นคุณสมบัติ Globalization นอกจากนี้การแปลงฟูเรียร์ยังไม่สามารถเลือกทำการวิเคราะห์สัญญาณเฉพาะช่วงเวลาหรือเฉพาะช่วงความถี่ใดๆ ได้ ดังนั้นการแปลงฟูเรียร์จึงมีข้อมูลมากเกินไปจนเกิดความจำเป็น จึงมีความพยายามแก้ไขข้อบกพร่องนี้ให้ดีขึ้น โดยการปรับปรุงการแปลงฟูเรียร์เป็นการวิเคราะห์สัญญาณเฉพาะในช่วงเวลาสั้น ๆ ซึ่งเรียกเทคนิคนี้ว่า การทำวินโดว์ (Windowing) โดยเรียกว่าการแปลงฟูเรียร์ในช่วงเวลาสั้นๆ (Short Time Fourier Transform: STFT) แต่เนื่องจาก สัญญาณที่ความถี่สูงจะมีช่วงคาบเวลาแคบในขณะที่ด้านการคำนวณความถี่ต่ำจะมีช่วงเวลาที่กว้าง การทำ STFT อาจทำให้ข้อมูลที่ได้จากการแปลงมีจำนวนไปใช้

มากหรือน้อยเกินไป จึงได้มีการแปลงสัญญาณในรูปแบบใหม่ซึ่งก็คือ "การแปลงเวฟเล็ต" ที่สามารถกระทำการแปลงผ่านฟังก์ชันหน้าต่างโดยสามารถเลื่อนตำแหน่งและปรับเปลี่ยนช่วงเวลาให้เหมาะสมกับ ช่วงความถี่ที่จะวิเคราะห์ได้ ทำให้เมื่อมีการเปลี่ยนแปลงของข้อมูลก็จะมีผลเฉพาะช่วงฟังก์ชันความถี่เท่านั้นเราเรียกคุณสมบัติแบบนี้ว่า Localization ดังนั้น ทฤษฎีเวฟเล็ตก็เป็นอีกวิธีหนึ่งที่จะใช้ในการอธิบายลักษณะของสิ่งต่างๆ หรือระบบใดๆ ทฤษฎีเวฟเล็ตจะใช้ในการอธิบายสิ่งใดสิ่งหนึ่งเสมือนการแตกสิ่งเหล่านั้นออกเป็นส่วนประกอบเล็กๆ ที่สัมพันธ์กันคล้ายๆ กับภาพต่อ (Jig-saw) โดยที่ชิ้นส่วนเหล่านี้จะอยู่ในรูปของเวฟเล็ตแม่ที่ถูกสเกล และเลื่อนตำแหน่ง โดยมีค่าถ่วงน้ำหนักต่างๆ กันคุณอยู่กับสัมประสิทธิ์เวฟเล็ตแต่ละตัวดังที่แสดงในรูปที่ 3.1 ดังนั้นจึงเปรียบเสมือนว่าสัญญาณใดๆ จะสามารถสร้างขึ้นมาได้ โดยมีคลื่นเวฟเล็ตฟังก์ชันพื้นฐาน (Basis function: B.f.) หรือองค์ประกอบพื้นฐาน ขบวนการแตกกระจายชิ้นส่วนนี้เรียกว่า "การแตกกระจายเวฟเล็ต" (Wavelet Decomposition) ซึ่งก็คือการแปลงเวฟเล็ตนั่นเอง ในทำนองเดียวกัน การรวมกลับเวฟเล็ต (Wavelet Reconstruction) ซึ่งเป็นการแปลงเวฟเล็ตกลับ (Inverse Wavelet Transform: IWT) ก็จะเป็นการนำส่วนประกอบย่อยๆ เหล่านี้มาเรียงต่อกันเพื่อประกอบเป็นสัญญาณเดิม ดังในภาพเป็นการแตกกระจายสัญญาณ $f(t)$ ออกเป็นคลื่นเวฟเล็ตที่ความถี่และตำแหน่งต่างกันจำนวน $N \times N$ ตัว[2]



รูปที่ 3.1 แสดงลักษณะการแตกกระจายสัญญาณและรวมกลับสัญญาณของเวฟเล็ต

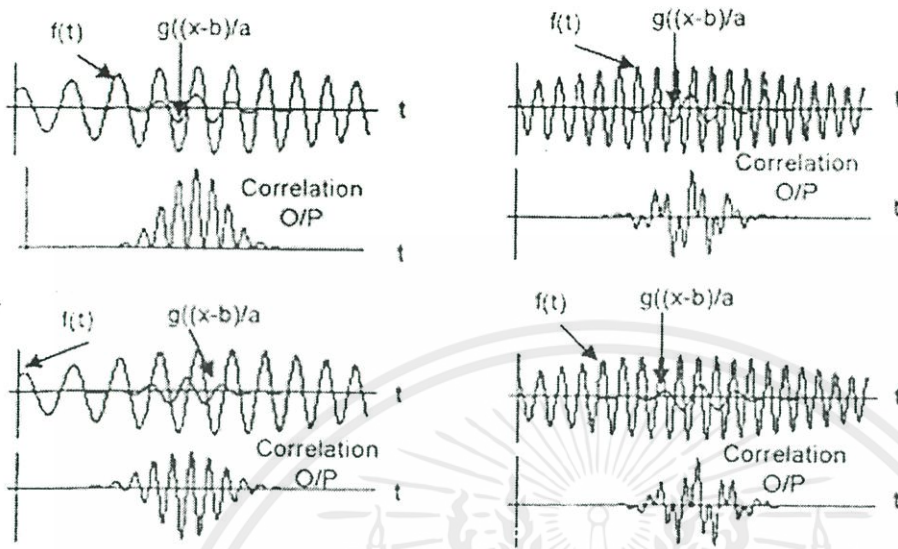
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้คัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

จากรูปที่ 3.1 เมื่อนำสัญญาณเล็กๆที่ระดับความละเอียด a ซึ่งมี b หลายๆตำแหน่งมารวมกัน จะเกิดเป็นสัญญาณเดิมของสัญญาณต้นฉบับ ที่ระดับความละเอียดนั้นเมื่อนำสัญญาณอินพุตทุกความละเอียดมารวมกันก็จะเป็นสัญญาณอินพุตจริง

$$C(\text{scale}, \text{position}) = \int_{-\infty}^{\infty} f(t) \cdot \psi(\text{Scale}, \text{position}, t) dt$$

$$C(a, b) = \int_{-\infty}^{\infty} f(t) \cdot \psi\left(\frac{t-b}{a}\right) dt \quad (3.1)$$

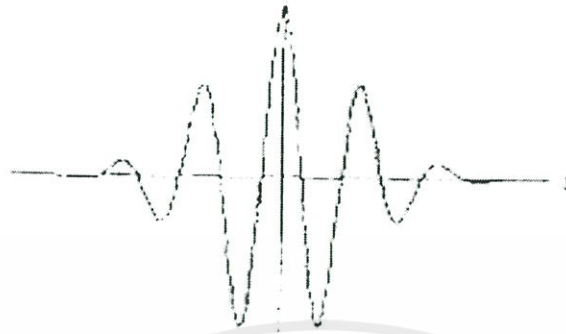
ในสมการที่ 3.1 อธิบายคุณสมบัติการแปลงเวฟเล็ตโดยที่ "a" เป็นพารามิเตอร์การสเกลและ "b" เป็นพารามิเตอร์ของการเลื่อนตำแหน่ง ส่วน $c(a,b)$ จะเป็นสัญญาณอินพุตที่ขึ้นอยู่กับตัวแปรอิสระ t ซึ่งจะถูกส่ง (map) ไปเป็นฟังก์ชัน 2 มิติที่ขึ้นอยู่กับตัวแปรอิสระ a และ b โดยที่ $c(a,b)$ เป็นค่าสัมประสิทธิ์ของเวฟเล็ต (Wavelet Coefficient) โดยที่ผลการแปลงฟูเรียร์คือสัมประสิทธิ์ฟูเรียร์ $F(\omega)$ Fourier coefficient ซึ่งเมื่อถูกคูณด้วยสัญญาณ SINE ของสัญญาณต้นแบบ การแปลงเวฟเล็ตก็เช่นเดียวกัน ซึ่งจะได้เป็นผลบวกตลอดช่วงเวลาของสัญญาณคูณด้วยขนาด และการเลื่อนของฟังก์ชัน เวฟเล็ต (wavelet) $\psi(t)$ การที่เราหาค่าสัมประสิทธิ์เวฟเล็ตหลายๆ อันมารวมกันเป็นเซต เพื่อจะใช้อธิบายสัญญาณใดๆ โดยที่คลื่นเวฟเล็ตแต่ละตัวจะมีโครงสร้างฟังก์ชันเดียวกัน ซึ่งฟังก์ชันเหล่านี้จะเป็นเวฟเล็ตต้นกำเนิดที่เรียกว่า เวฟเล็ตแม่ (Mother Wavelet) ฟังก์ชันเวฟเล็ตแต่ละตัวจะอยู่ในเซตของเวฟเล็ตแม่ที่เกิดจากการสเกล (Scaling) ด้วยค่า a และการเลื่อนตำแหน่ง (Translation) ด้วยค่า b ในที่นี้จะให้ "a" แทนพารามิเตอร์ของการหดหรือขยาย ซึ่งจะเป็นการเปลี่ยนความถี่ ของเวฟเล็ตแม่ นั่นเอง ส่วนการเลื่อนตำแหน่งกำหนดโดยพารามิเตอร์ "b" จะหมายถึงการเลื่อนตำแหน่งการเกิดของคลื่นเวฟเล็ตบนแกนเวลาและค่า a, b จะเป็นค่าที่แสดงความเหมือนกัน (Degree of Correlation) ระหว่างเวฟเล็ตแม่ที่ถูกสเกลด้วย ค่า a และ สัญญาณอินพุตที่ตำแหน่งเวลาด้วยค่า b โดยจากรูปที่ 3.2 A จะพบว่าเมื่อคลื่นเวฟเล็ตที่มีความถี่และเฟสใกล้เคียงกับสัญญาณอินพุตมาก จะทำให้ค่าสัมประสิทธิ์เอาพุตออกมามีค่าสูง แต่ในรูป 3.2 B คลื่นอินพุตที่มีความถี่สูงกว่าคลื่นเวฟเล็ตจะให้สัมประสิทธิ์เอาพุตที่มีค่าต่ำกว่ามาก และในขณะเดียวกันในรูปที่ 3.2 C ถ้าสัญญาณอินพุตมีความถี่เดียวกันกับคลื่นเวฟเล็ตแต่มีเฟสความถี่ต่างกัน จะให้ค่าสัมประสิทธิ์เอาพุตที่น้อยกว่าแบบ A ด้วย ซึ่งถ้าทั้งความถี่และเฟสความถี่ของสัญญาณอินพุตและคลื่นเวฟเล็ตไม่ตรงกันดังในรูปที่ 3.2 D จะทำให้ค่าสัมประสิทธิ์เอาพุตมีขนาดต่ำมาก



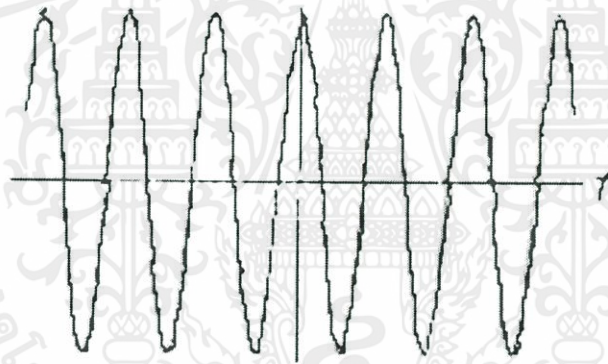
รูปที่ 3.2 เปรียบเทียบผลของ สัมประสิทธิ์เวฟเล็ต เมื่อสัญญาณมีความเหมือนหรือต่างกับคลื่นเวฟเล็ตที่เข้ามากระทำ

จึงสรุปได้ว่า ถ้าคลื่นเวฟเล็ตมีความคล้ายกับสัญญาณอินพุตมากเท่าไรทั้งในด้านความถี่และลักษณะและตำแหน่งเวลา ก็จะทำให้ได้ค่าของสัมประสิทธิ์ของการทรานสฟอร์มที่มากนั่นเอง คลื่นเวฟเล็ตนี้โดยคลื่นแต่ละคลื่นจะเกิดจาก "การสเกล" (Scaling: "a") และการเลื่อนตำแหน่ง (Translation or Shifting: "b") ของเวฟเล็ตแม่ การสเกลจะหมายถึงการหดเข้า (Compressing) หรือขยายออก (Dilation)

ลักษณะของเวฟเล็ตแม่จะเป็นคลื่นที่มีการเปลี่ยนแปลงอย่างต่อเนื่อง (Oscillatory) และขนาดของคลื่นจะลดลงสู่ศูนย์อย่างรวดเร็วทั้งสองด้าน ดังแสดงในรูปที่ 3.3 ซึ่งเกิดจากเงื่อนไข 2 เงื่อนไขคือ มีการออกซิเลท ในลักษณะของสัญญาณ ซายนูซอยด์ล (Sinusoidal) ดังแสดงในรูปที่ 3.4 รวมกับเงื่อนไขการลดลงอย่างรวดเร็วตามลักษณะฟังก์ชันหน้าต่าง (Windows Function) แสดงในรูปที่ 3.5 เมื่อทั้ง 2 เงื่อนไขเกิดขึ้นพร้อมกัน ก็จะทำให้เกิดคลื่นเล็กๆที่เรียกว่า "เวฟเล็ต" ดังนั้นการคูณกันของฟังก์ชันออกซิเลท (Oscillate function) และฟังก์ชันการลดลง (Decay function) จะให้ผลเป็นคลื่นเวฟเล็ต ดังแสดงในรูปที่ 3.3 การที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้คัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

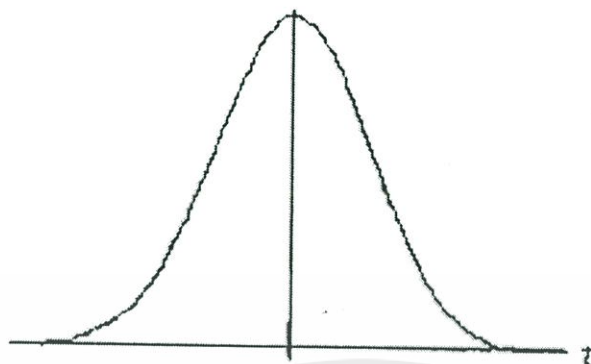


รูปที่ 3.3 สัญญาณ เวฟเล็ตแม่ mother wavelet



รูปที่ 3.4 ลักษณะของสัญญาณ Sinusoidals Signal $\cos(t)$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้คัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



รูปที่ 3.5 ลักษณะของ window function

3.2 การวิเคราะห์สัญญาณแบบหลายระดับความละเอียด (Signal Analysis with Multi Resolution)

สำหรับคุณสมบัติการวิเคราะห์หลายระดับความละเอียดจะเริ่มจากคุณสมบัติการซ้อนทับกันของปริภูมิย่อยแสดงได้ดังสมการ (3.2)

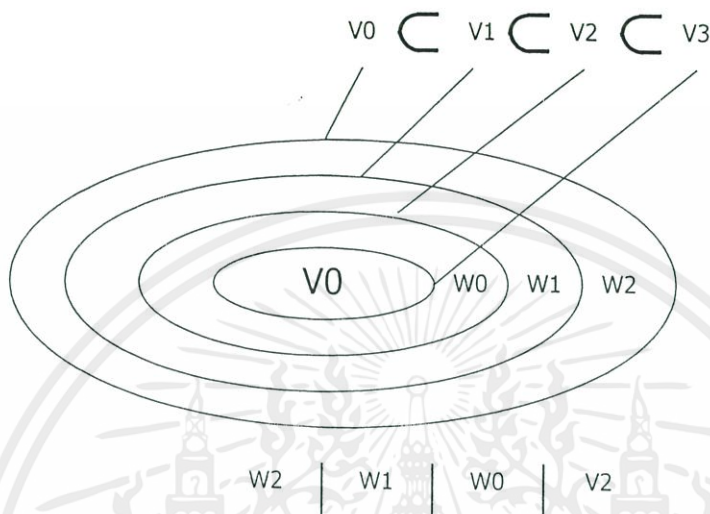
$$V^0 \subset V^1 \subset V^2 \subset \dots \subset V^{j-1} \subset V^j \quad (3.2)$$

จากที่ $f(t)$ เป็นฟังก์ชันสมาชิกที่อยู่ในปริภูมิสัญญาณในระดับ j จะมีความสัมพันธ์กับ $f(2t)$ ที่เป็นสมาชิกของปริภูมิสัญญาณในระดับ $j+1$ ดังแสดงในสมการที่ 3.3 โดยที่ระดับความละเอียดของปริภูมิจะเป็นจำนวนจริงๆใดๆ $z \in \mathbb{Z}$ คือเซตของจำนวนเต็ม ระดับความละเอียดจะเกี่ยวข้องกับจำนวนของ B.b. ที่ประกอบขึ้นเป็นปริภูมิ ถ้า j มีค่าสูงขึ้นแสดงว่าระดับความละเอียดของปริภูมิสูงขึ้นและมีจำนวนของ B.f. มากขึ้นด้วย

$$f(t) \in V^j \leftrightarrow f(2t) \in V^{j+1}; j \in \mathbb{Z} \quad (3.3)$$

เราจะสามารถอธิบายการซ้อนทับกันของปริภูมิได้ดังรูปที่ 3.5 จาก $V^0 \subset V^1$ หมายความว่าฟังก์ชันพื้นฐาน $\phi(t)$ ที่เป็นสมาชิกในปริภูมิ V^0 ก็จะมีอยู่ในปริภูมิย่อย V^1 ด้วย และจากการซ้อนทับกันไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้คัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

แบบเชิงเส้นของปริภูมิย่อยสเกลลิง ทำให้มีต่างของปริภูมิย่อยสเกลลิงทำให้เกิดปริภูมิย่อยที่เรียกว่า ปริภูมิเวฟเล็ต W^j



รูปที่ 3.6 ปริภูมิของฟังก์ชันสเกลลิงและฟังก์ชันเวฟเล็ตกรณีตั้งฉากกัน

เราจะสามารถเขียนสมการแสดงการสร้างกลับของปริภูมิสเกลลิงและปริภูมิเวฟเล็ต (สู่ปริภูมิระดับที่สูงกว่า) ได้ดังสมการที่ 3.4

$$V^j = V^{j-1} + W^{j-1} \tag{3.4}$$

สำหรับปริภูมิสเกลลิง V^{j-1} มีคุณสมบัติเชิงตั้งฉากกับปริภูมิเวฟเล็ต W^{j-1} และรวมทั้งสอง

ปริภูมิจะได้ปริภูมิ V^j การที่จะบอกว่าฟังก์ชันพื้นฐานที่อยู่ในปริภูมินั้นมีคุณสมบัติเชิงตั้งฉาก โดยพิจารณาผลการ Inner Product ระหว่างตัวมันเองซึ่งจะเป็นการหาขนาดของมันด้วย จะมีค่าเป็นหนึ่งเสมอ ถ้าอยู่ที่มิติเดียวกันและตำแหน่งเดียวกัน แต่ถ้าอยู่ต่างมิติกันหรือแกนต่างกัน เมื่อพิจารณาผลการ Inner Product จะมีค่าเป็นศูนย์เสมอ เมื่อนำ B.f. มาประกอบกันเป็นสัญญาณใดๆก็จะอธิบายปริภูมิสัญญาณนั้นว่าประกอบขึ้นจาก Orthonormal Basis function ;O.n.B.f. ที่มีขนาดต่างๆกัน และจากผลการ Inner Product ของทั้ง 2 ปริภูมิ ณ ตำแหน่งเดียวกันมิติเดียวกัน จะมีค่าเป็นหนึ่ง ดังนั้นไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทังห้ามมิให้คัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

จะสามารถแทนเครื่องหมายการรวมกันได้ด้วย \oplus เป็นการรวมกันทางเชิงเส้นที่ตั้งฉากกันสามารถนำมาเขียนใหม่ได้ว่า [4][5]

$$V^j = V^{j-1} \oplus W^{j-1} \quad (3.5)$$

จากที่ปริภูมิเวกเตอร์ หรือปริภูมิของสัญญาณใดๆที่เกิดจากการรวมกันของสัญญาณพื้นฐานย่อย (Basis Function: B.f.) เราจะสามารถเขียนอยู่ในรูปผลรวมทางเชิงเส้นของค่าสัมประสิทธิ์ C_n^j และฟังก์ชันพื้นฐาน $\phi_n^j(t)$

$$f(t) = \sum_n C_n^j \phi_n^j(t) \quad (3.6)$$

สามารถอธิบายลักษณะสมบัติการวิเคราะห์สัญญาณที่ระดับความละเอียดต่างๆได้ดังนี้

1. ปริภูมิของสัญญาณที่มีระดับความละเอียดสูงกว่าจะสามารถพิจารณาให้มีระดับความละเอียดต่ำลงได้ โดยมีความสัมพันธ์กันเป็นปริภูมิย่อยที่ซ้อนทับกันทางเชิงเส้นภายในปริภูมิที่ระดับความละเอียดสูง

$$V^{-\infty} \dots \subset V^{-1} \subset V^0 \subset V^1 \dots \subset V^\infty \quad (3.7)$$

2. ฟังก์ชันทุกฟังก์ชันใน $L^2(\mathbb{R})$ สามารถถูกประมาณให้อยู่ในปริภูมิของเวกเตอร์ที่ระดับความละเอียด j ใดๆก็ได้ ในลักษณะของการโปรเจกชัน สัญญาณ $f(t)$ ลงใน V^j การประมาณฟังก์ชันที่ระดับ j ใดๆจะกระทำให้ข่าวสารของ $f(t)$ สูญหายไปตามระดับความละเอียดนั้นๆ แต่ถ้าระดับความละเอียดเพิ่มขึ้นถึงอนันต์สัญญาณที่ประมาณนั้นยังคงลู่เข้าสู่สัญญาณต้นกำหนด

$$f(t) \in L^2(\mathbb{R}) \text{ Close } L^2 \left(\bigcup_{j \in \mathbb{Z}} V^j \right) = L^2(\mathbb{R}); \quad (3.8)$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้คัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

3. การโปรเจกชันแต่ละครั้งที่ระดับ j น้อยลงเรื่อยๆ จะทำให้สัญญาณที่ประมาณมีข่าวสารที่สูญหายไปมากขึ้น ดังนั้นรายละเอียดของสัญญาณจะน้อยลงเรื่อยๆจนเข้าสู่ศูนย์

$$\left(\bigcap_{j \in \mathbb{Z}} V^j \right) = \{\phi\} \tag{3.9}$$

4. การโปรเจกชันสัญญาณจากระดับหนึ่งไปยังระดับที่ต่ำกว่า หนึ่งระดับจะทำให้ข่าวสารหรือพลังงานของสัญญาณส่วนหนึ่งหายไป หรืออาจจะมองว่าแถบความถี่ของสัญญาณบางส่วนหายไป พลังงานหรือสัญญาณในแบนด์ความถี่ที่หายไป จะถูกรวมอยู่ใน complementary subspace : W^j

$$V^j + W^j = V^{j+1} ; j \in \mathbb{Z} ; \tag{3.10}$$

5. คุณสมบัติของ Two scale property จะเป็นการลดระดับความละเอียดของสัญญาณลงมาหนึ่งระดับ ซึ่งหมายความว่าสัญญาณที่อยู่ใน V^{j+1} จะมีความถี่เป็น 2 เท่าของสัญญาณใน V^j

$$f(t) \in V^j \leftrightarrow f(2t) \in V^{j+1} ; j \in \mathbb{Z} \tag{3.11}$$

3.3 ฟังก์ชันสเกลลิง (Scaling function)

จากการที่เราสามารถใช้ฟังก์ชันพื้นฐานมาประกอบกันเป็นสัญญาณที่ระดับความละเอียด j ภายในปริภูมิสเกลลิง V^j จะเรียก B.f. เหล่านี้ว่า " ฟังก์ชันสเกลลิง" (Scaling function): $\phi(t)$ ฟังก์ชันพื้นฐานเหล่านี้จะเกิดที่ตำแหน่งเวลาที่ต่างๆกันของปริภูมิ จะมีความถี่เท่ากันถ้าอยู่ภายในปริภูมิเดียวกัน และความถี่จะเปลี่ยนแปลงขึ้นอยู่กักระดับความละเอียดของปริภูมินั้นๆ แสดงคุณสมบัติของปริภูมิดังสมการที่ 3.13 ฟังก์ชันสเกลลิงที่ระดับปริภูมิสูง (ระดับความละเอียดมาก) จะมีความถี่สูง และที่ระดับความถี่ต่ำกว่าจะมีความถี่ต่ำกว่า ดังนั้นแสดงว่าจะต้องมีความสัมพันธ์กันระหว่างฟังก์ชันสเกลลิงของแต่ละระดับปริภูมิ ความสัมพันธ์ดังกล่าวจะมีลักษณะเป็น Two Scale Property ตามลักษณะสมบัติข้อที่ 5 ของ MRA[6]

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า การเพิ่มขนาดของปริภูมีย่อยสามารถทำได้โดยการเปลี่ยนขนาดของเวลา (t) ของฟังก์ชันสเกลลิง เมื่อระดับความละเอียดของปริภูมิต่ำลงมาหนึ่งระดับ จะทำให้ B.f. มีความถี่ลดลงมาครึ่งละ 2 เท่า

โดยที่ฟังก์ชันสัญญาณ $f(t)$ ที่อยู่ในปริภูมิ V^j จะสามารถเขียนอยู่ในรูปของผลรวมฟังก์ชันสเกลลิง $\phi_k^j(t)$ กับสัมประสิทธิ์ค่าคงที่ C_n^j ในรูปสมการที่ 3.12

$$f(t) = \sum_n C_n^j \phi_n^j(t) \quad (3.12)$$

$$V^j = \text{span} \left\{ \phi_k^j(t) \right\} \quad (3.13)$$

3.4 ฟังก์ชันเวฟเล็ต (Wavelet function)

จากลักษณะสมบัติทั้ง 4 ของ MRA การวิเคราะห์สัญญาณที่ระดับความละเอียดต่ำลงมาจะทำให้พลังงานหรือสัญญาณบางส่วนหายไปอยู่ในอีกปริภูมิหนึ่งดังแสดงในสมการที่ 3.14 ซึ่งเรียกว่า "ปริภูมิของเวกเตอร์เวฟเล็ต" (Wavelet Vector Space: W^j) ปริภูมิชนิดนี้จะคล้ายกับปริภูมิของเวกเตอร์ นั่นคือสัญญาณภายใน W^j จะประกอบไปด้วย B.f. ที่ใช้แสดงคุณสมบัติของปริภูมินั้น โดยเรียกว่า "ฟังก์ชันเวฟเล็ต" (Wavelet function: $\Psi(t)$) ควบกับสัมประสิทธิ์ค่าคงที่ของข้อมูล d_m^j แสดงได้ดังสมการที่ 3.15 ฟังก์ชันพื้นฐานที่เป็นองค์ประกอบย่อยที่อยู่ภายในปริภูมิของเวฟเล็ตที่ระดับความละเอียดใดๆ ดังที่แสดงในสมการที่ 3.16 จะเรียกว่า "ฟังก์ชันเวฟเล็ตพื้นฐาน" (Wavelet basis function) จากการที่ปริภูมิเวฟเล็ตมีคุณสมบัติการวิเคราะห์หลายระดับความละเอียดด้วยเราสามารถพิจารณาปริภูมิย่อย V^j โดยเริ่มต้นที่ระดับ $j=0$ เราจะสามารถแสดงคุณสมบัติของสัญญาณในรูปของผลรวมทางเชิงเส้นระหว่างปริภูมิสเกลลิงที่ต่ำกว่า รวมกับปริภูมิเวฟเล็ต ที่เป็นการรวมกันของค่าสัมประสิทธิ์และค่าฟังก์ชันพื้นฐานของแต่ละ ปริภูมิ

$$f(t) = \sum_k C_k^{j-1} \phi_k^{j-1}(t) + \sum_m \sum_k d_{m,k}^{j-1} \psi_{m,k}^{j-1}(t) \quad (3.14)$$

$$W^j = \sum_m \sum_k d_{m,k}^j \psi_{m,k}^j(t) \quad (3.15)$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามเผยแพร่สิ่งนี้ $W^j = \text{span} \left\{ \psi_k^j(t) \right\}$ อ่างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้ (3.16)

3.5 ลักษณะสมบัติเชิงตั้งฉาก

สัญชาตญาณที่เป็นองค์ประกอบย่อยที่อยู่ภายในปริภูมิที่ระดับความละเอียดใดๆ ซึ่งเรียกว่า "ฟังก์ชันพื้นฐาน" จะแบ่งออกเป็น 4 ประเภทใหญ่ [4] ตามลักษณะสมบัติเชิงตั้งฉาก เพื่อเลือกใช้งานได้อย่างเหมาะสมและสะดวกในการสร้างฟังก์ชันเวฟเล็ต

1. Orthogonal Wavelets

หมายถึงผลการของการ Inner Product ของปริภูมิเวฟเล็ต จะเป็นหนึ่งได้เมื่อเป็นฟังก์ชันพื้นฐานเวฟเล็ตที่ระดับความละเอียดเดียวกันและตำแหน่งเดียวกันเท่านั้น

2. Semi orthogonal Wavelets

หมายถึงผลการ Inner Product ของเวฟเล็ตจะเป็นศูนย์เสมอต่างระดับความละเอียดกัน แต่ถ้าเป็นระดับความละเอียดเดียวกันอาจจะเป็นศูนย์หรือหนึ่งก็ได้ ซึ่งจะสังเกตเห็นว่า ทุก Orthogonal Wavelet จะเป็น Semi orthogonal Wavelets เสมอ

3. Non orthogonal Wavelets

หมายถึงเวฟเล็ตที่ไม่เป็น Semi orthogonal Wavelets และไม่มีคุณสมบัติการตั้งฉากกันของสมาชิกฟังก์ชันพื้นฐานภายในสัญชาตญาณ

4. Bi-orthogonal Wavelets

หมายถึงฟังก์ชันเวฟเล็ต จะมีคุณสมบัติเป็น Orthogonal กับ Dual: ของมันเองเท่านั้นถ้าพิจารณา ลักษณะสมบัติเชิงตั้งฉากด้วย $\Psi(r)$ ด้วยกันจะไม่มีคุณสมบัติ Orthogonal

ในการเลือกใช้เวฟเล็ตแม่ที่มีคุณสมบัติของการเป็น Orthogonal แล้วเซตของค่าสัมประสิทธิ์ที่ได้ ก็จะไม่มีความซ้ำซ้อนกัน (No redundancy) ทำให้เซตของค่าสัมประสิทธิ์ที่ได้นี้ สามารถแทนสัญชาตญาณได้อย่างมีประสิทธิภาพ เราจึงนำ Orthogonal ของการแปลงเวฟเล็ตมาใช้ เป็น Multi Resolution Wavelet decomposition

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้คัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

3.6 การแปลงเวฟเล็ิตบนขอบเขตจำกัด (Discrete Wavelet Transform)

ในทางปฏิบัติแล้วการวิเคราะห์สัญญาณด้วยคอมพิวเตอร์จะเป็นการสุ่ม (Sampling) สัญญาณอินพุตเข้ามาจำนวนจำกัด ดังนั้นเมื่อเราใช้ V^j เป็นปริภูมิของสัญญาณอินพุต โดยมีจำนวนสมาชิกฟังก์ชันพื้นฐานจำกัด m ตัว การแยกวิเคราะห์ก็จะเป็นการแยกสั้มประสิทธิ์ฟังก์ชันพื้นฐานจากระดับ j ของปริภูมิอินพุต แยกฟังก์ชันพื้นฐานไปสู่ระดับ $j-1$ ซึ่งจะมีลักษณะเหมือนกับการแปลงเวฟเล็ิตโดยใช้หลักการของ Analysis Filter Banks โดยขบวนการ DWT จะมีลักษณะคล้ายกับขบวนการของ Octave Filter Banks เนื่องจากการพิจารณาสัญญาณผ่าน การวิเคราะห์หลายระดับความละเอียดเริ่มจากการซ้อนทับกันแบบเชิงเส้น ของปริภูมิย่อยสเกลลิง $V^0 \subset V^1 \subset V^2 \subset \dots \subset V^{j-1} \subset V^j$ จากการที่มีฟังก์ชันพื้นฐานที่เป็นส่วนประกอบย่อยภายในปริภูมิสเกลลิงและฟังก์ชันพื้นฐานที่เป็นส่วนประกอบย่อยในปริภูมิเวฟเล็ิตจากผลรวมเชิงเส้นของฟังก์ชันพื้นฐานของทั้งสองปริภูมิทำให้เกิดฟังก์ชันพื้นฐานของปริภูมิสเกลลิงที่ระดับที่สูงกว่า V^j เราจะนิยามระบบเวฟเล็ิตนี้บนขอบเขตจำกัด (Bounded real line) ปริภูมิสเกลลิง V^j และปริภูมิเวฟเล็ิต W^j จะมีมิติจำกัดจะพิจารณาคุณสมบัติของระบบให้อยู่ในรูปเมตริกซ์ได้ (matrix) ดังแสดงในสมการที่ 3.17 และ สมการที่ 3.18

$$\Phi^j(t) = [\phi_0^j(t), \dots, \phi_{V^j(j)-1}^j(t)] \quad (3.17)$$

$$\Psi^j(t) = [\psi_0^j(t), \dots, \psi_{W^j(j)-1}^j(t)] \quad (3.18)$$

โดย

Φ^j เป็นเซตของเวกเตอร์ ซึ่งภายในเป็นฟังก์ชันพื้นฐานสเกลลิงที่ระดับความละเอียด j

Ψ^j เป็นเซตของเวกเตอร์ ซึ่งภายในเป็นฟังก์ชันพื้นฐานเวฟเล็ิตที่ระดับความละเอียด j

การที่ปริภูมิสเกลลิง V^j ซ้อนทับกันทุกๆ ระดับความละเอียดเมื่อเราต้องการสร้าง Low-resolution V^{j-1} จากระดับจากระดับ V^j โดยในการ Filtering และการ down sampling บน samples ของ $\Phi^j(t)$ จะเขียนเป็นเมตริกซ์ได้ว่า

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้คัดลอกหรือเผยแพร่ไปยังผู้อื่นโดยไม่ได้รับอนุญาตจากเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการใช้ (3.19)

โดย Φ^{j-1} จะมีจำนวนฟังก์ชันพื้นฐานขนาดน้อยกว่า Φ^j เพราะไม่มีการเก็บรายละเอียดบางส่วนมาด้วย โดยจะสูญเสียไปในการ Filtering process ถ้า A^j เป็นตัวที่ทำให้เกิดการสูญเสียเรา จะสามารถหาส่วนที่สูญเสียไปพิจารณา Ψ^{j-1} ก็เป็นปริภูมิย่อยของ Ψ^j ด้วยเพราะฉะนั้นจะสามารถคำนวณหา Ψ^{j-1} ได้โดยมีเมตริกซ์ B^j ที่มีคุณสมบัติตามสมการ (3.20)

$$\Psi^{j-1}(t) = \Phi^j(t)B^j \quad (3.20)$$

B^j เป็นเมตริกซ์ขนาด $[V^j \times W^{j-1}]$ เราเรียกเมตริกซ์ $A^j B^j$ ว่า Analysis filter ในการทำ splitting ของ $\Phi^j(t)$ ลงสู่ระดับ low resolution ที่ $\Phi^{j-1}(t)$ และ $\Psi^{j-1}(t)$ โดยเรียกว่าการทำ Decomposition สามารถรวมสมการทั้งสองในรูป เมตริกซ์ได้ดังสมการ (3.21)

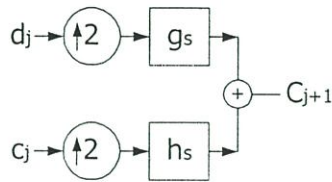
$$\left[\Phi^{j-1}(t) \mid \Psi^{j-1}(t) \right] = \Phi^j(t) \left[A^j \mid B^j \right] \quad (3.21)$$

$\left[A^j \mid B^j \right]$ เป็นเมตริกซ์ที่ได้จากการนำเมตริกซ์ A^j และ เมตริกซ์ B^j มาเรียงต่อกันมีมิติเท่ากับ $[V^j \times V^{j-1}]$ เมื่อ $A^j B^j$ เป็นการเลือกที่เหมาะสม เซตของฟังก์ชันพื้นฐานสเกลลิง ที่ระดับ j เราจะสามารถคำนวณการสร้างกลับของ $\Phi^j(t)$ ได้จาก $\Phi^{j-1}(t)$ และ $\Psi^{j-1}(t)$ โดยใช้เมตริกซ์ P^j และ Q^j โดยเรียกเมตริกซ์ PQ ว่า Synthesis filter

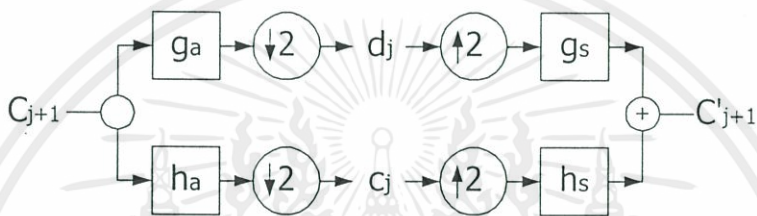
3.6.1 Octave Synthesis Filter Banks

รูปที่ 3.6 จะแสดงลักษณะของ Octave synthesis filter banks ซึ่งจะเป็นโครงสร้างที่กลับกันของ Octave analysis filter banks ในรูปที่ 3.7 ถ้าทำการเชื่อมต่อ Filter banks ทั้งสองแบบเข้าด้วยกัน จะได้สัญญาณเอาต์พุต C^j ออกมาซึ่งจะเป็นการประมาณของ C^{j+1} ถ้ารูปแบบของ Transfer function h_s, h_a, g_s และ g_a ทั้ง 4 ชุดเป็น แบบ Perfectly reconstructing two channel filter banks และ Octave filter banks จะเป็น perfectly reconstruction นั่นคือ C^{j+1} เท่ากับ C^j ขบวนการในการแยกสัญญาณออกเป็น ส่วนย่อยๆ หรือการหาค่าของ สัมประสิทธิ์นี้ จะเรียกว่า "การแยกกระจายเวฟเล็ต" (Wavelet decomposition) หรือ "การแปลงเวฟเล็ต" (Wavelet Transform :WT) และในทางกลับกันการนำค่าสัมประสิทธิ์ที่แยกออกเป็น ส่วน

ย่อยๆ กลับมารวมกลับเพื่อให้ได้สัญญาณเดิมที่ต้องการจะเรียกว่า "การรวมกับเวฟเล็ต"(Wavelet reconstruction) หรือ"การแปลงกลับเวฟเล็ต"(Inverse Wavelet Transform : IWT)



รูปที่ 3.6 แสดงการรวมโดยใช้ Synthesis Filter Banks แบบ 1 ระดับ



รูปที่ 3.7 แสดงการแยกและการรวมกับโดยวิธี Analysis Filter Banks และ Synthesis Filter Banks

การรวมกลับ (Reconstruction) ข้อมูล ปริภูมิระดับความละเอียดต่ำไปสู่ระดับความละเอียดที่สูงกว่าจาก

$$\Phi^j(t)C^j = \Phi^{j-1}(t)C^{j-1} + \Psi^{j-1}(t)D^{j-1} \tag{3.22}$$

C^j และ D^j เป็นเวกเตอร์หลักเก็บค่าสัมประสิทธิ์ของฟังก์ชันสเกลลิงและฟังก์ชันเวฟเล็ตที่ระดับความละเอียด j ตามลำดับเราสามารถแทน

$$\Psi^{j-1}(t) = \Phi^j(t)Q^j \tag{3.23}$$

$$\Phi^{j-1}(t) = \Phi^j(t)P^j \tag{3.24}$$

และสามารถเขียนสมการใหม่ได้

$$\Phi^j(t)C^j = \Phi^j(t)P^j C^{j-1} + \Phi^j(t)Q^j D^{j-1} \tag{3.25}$$

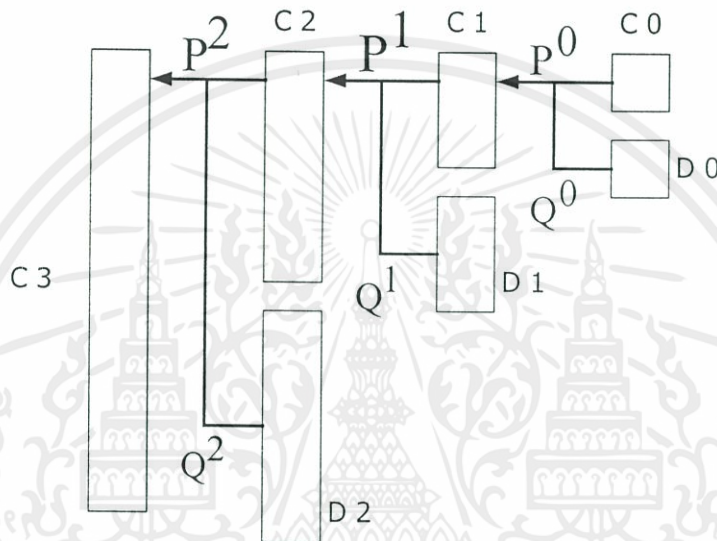
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้คัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

จะได้ความสัมพันธ์ของเวกเตอร์ C^j กับเมตริกซ์ P^j และ Q^j คือ

$$C^j = (P^j C^{j-1} + Q^j D^{j-1}) \tag{3.26}$$

$$C^j = [P^j | Q^j] [C^{j-1} | D^{j-1}]^T \tag{3.27}$$

การรวมกลับของเวกเตอร์ C^j จากเวกเตอร์ C^{j-1} และจากเวกเตอร์ D^{j-1} เรียกว่า การสังเคราะห์หรือ การสร้างขึ้นมาใหม่ แสดงแผนภูมิการสร้างขึ้นมาใหม่

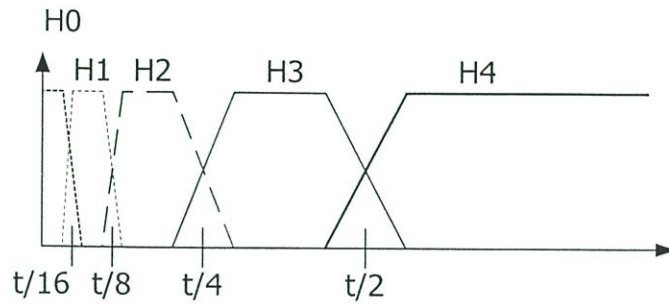


รูปที่ 3.8 แผนภูมิแสดงการรวมกลับของ Synthesis Filter Banks แบบหลายระดับโดยใช้ เมตริกซ์ PQ

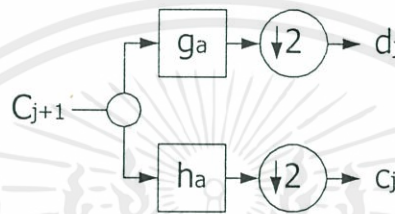
3.6.2 Octave Analysis Filter Banks

Two channel filter เป็นการแยกสัญญาณอินพุตออกเป็น 2 ส่วนโดยแบ่งเป็นส่วยความถี่ต่ำและส่วนความถี่สูง ดังนั้น Two channel filter banks จึงประกอบด้วยวงจรที่เป็น low pass filter : h_a และ Complementary high pass filter : g_a ซึ่งในส่วนของ high pass จะใช้ในการแยกความถี่ในแบนด์ที่ต้องการออกมา (Band separating filter) ดังแสดงในรูปที่ 3.9 และรูปที่ 3.10 ลักษณะของ Octave analysis filter banks จะเป็นแบบ Tree structure ซึ่งเป็นการนำเอา Two channel filter banks มาเรียงต่อกัน โดยใช้สัญญาณเอาท์พุทในส่วนความถี่ต่ำจากวงจร low pass filter มาทำการแยกแบนด์ความถี่ออกอีกครั้งดังแสดงในรูปที่ 3.11

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้คัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



รูปที่ 3.9 แผนภูมิแสดงช่วงความถี่ Cut off ที่ลดลงครึ่งละครึ่งหนึ่ง เมื่อมีการแยกวิเคราะห์หลายระดับ



รูปที่ 3.10 การรวมโดยใช้ Analysis Filter Banks แบบ 1 ระดับ

ใน Two channel filter banks ชุดแรกจะทำการแยกสัญญาณความถี่สูงครึ่งด้านบนบน d^j และสัญญาณความถี่ต่ำครึ่งด้านล่างออกจากกัน จากนั้นจะนำสัญญาณความถี่ต่ำครึ่งด้านล่างมาทำการแยกแบนด์ความถี่ออกครึ่งหนึ่งอีกครั้ง โดยให้ครึ่งบนทางความถี่สูงเป็นสัญญาณ d^j และจะนำส่วนความถี่ต่ำ C^j ไปทำการแยกแบนด์ต่อไปเรื่อยๆ ความระดับที่ต้องการ ในรูปที่ 3.9 จะแสดงให้เห็นถึงลักษณะของแบนด์ความถี่สูงที่ถูกแบ่งออกไปเรื่อยๆ สัมพันธ์กับอัตราการสุ่มของสัญญาณอินพุต C^j อัตราสุ่มจะลดลงครึ่งละสอง ซึ่งหมายถึงจำนวนข้อมูลที่สุ่มจะลดลงสองเท่าในแต่ละสเกตนั่นเอง และ cut off frequency มีค่าลดลงครึ่งละสองเท่า ดังนั้นจึงเรียกว่า Octave filter banks และจากรูปที่ 3.9 จะสังเกตว่า Absolute Transition bandwidth (เอาร์พูท Low pass) จะลดลงในอัตราของสองเท่าโดยลดลงไปในทางความถี่ต่ำลง และ Transfer function h_a จะเป็นส่วน Low pass สุดท้าย และ g_a จะเป็นส่วน High pass ในขณะที่ Transfer function อื่นๆจะมีลักษณะเป็น Band pass ดังนั้น Filter banks จึงสามารถในการแยกแบนด์ความถี่ต่างๆออกมา (Band – separating filter)

การแยกกระจาย(Decomposition)สัญญาณหรือข้อมูลจากระดับความละเอียดสูงสู่ระดับความละเอียดต่ำกว่า ทำได้โดยการแยกพิจารณาย้อนกลับของการสังเคราะห์ จากสมการการรวมไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้คัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้กลับ

$$C^j = [P^j | Q^j] [C^{j-1} | D^{j-1}]^T \quad (3.28)$$

คุณสมการทั้งสอง ข้างด้วยเมตริกซ์ $[P^j | Q^j]^{-1}$ และจัดรูปใหม่จะได้

$$C^j [P^j | Q^j]^{-1} = [P^j | Q^j] [C^{j-1} | D^{j-1}]^T [P^j | Q^j]^{-1} \quad (3.29)$$

เมื่อจัดรูปใหม่จะได้เป็น

$$[C^{j-1} | D^{j-1}]^T = C^j [P^j | Q^j]^{-1} \quad (3.30)$$

แทนเมตริกซ์ $[P^j | Q^j]^{-1}$ ใหม่ด้วยเมตริกซ์ $[A^j | B^j]$ จะได้ว่า

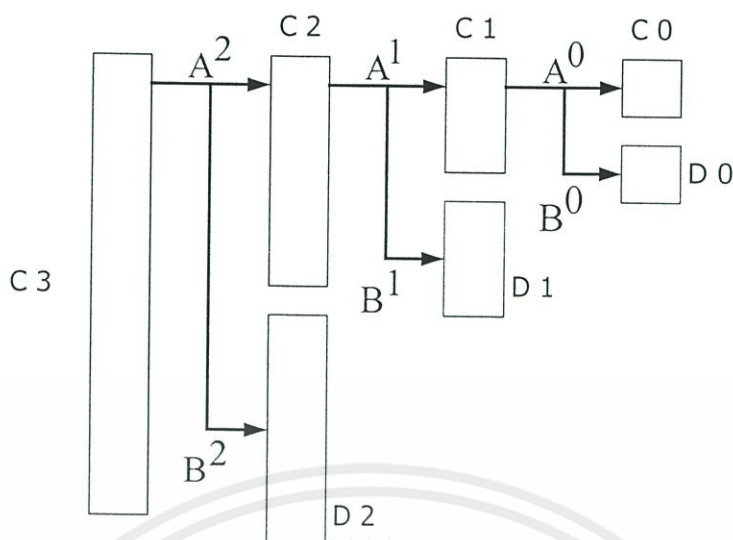
$$[C^{j-1} | D^{j-1}]^T = [A^j | B^j]^T C^j \quad (3.31)$$

จะสามารถเขียนความสัมพันธ์ระหว่างเมตริกซ์ PQ และเมตริกซ์ AB ได้ว่า

$$[A^j | B^j] = [P^j | Q^j]^{-1} \quad (3.32)$$

เมตริกซ์ A^j และ B^j ถูกเรียกว่าเมตริกซ์วิเคราะหฺ์ และเรียกขบวนการกระจายข้อมูล (Decomposition) หรือการวิเคราะหฺ์ ในรูปที่ 3.11 แสดงแผนภูมิการกระจายข้อมูลจากระดับความละเอียดสูงสู่ระดับความละเอียดต่ำกว่า

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้คัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



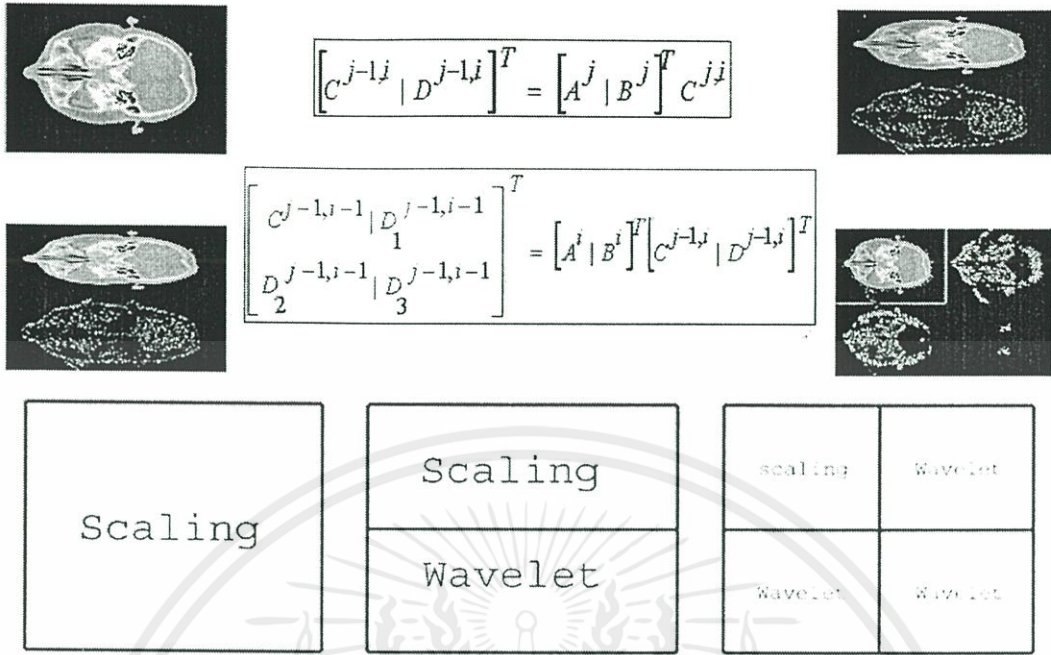
รูปที่ 3.11 แผนภูมิแสดงการรวมกับของ Analysis Filter Banks แบบหลายระดับโดยใช้ เมตริกซ์ AB

3.7 การลดข้อมูลภาพโดยใช้การแปลงเวฟเล็ต

จากคุณสมบัติของ Orthogonal Wavelet Transform ที่เหมาะสมในการนำมาประยุกต์ใช้กับการลดขนาดข้อมูลภาพ ในหัวข้อนี้จะกล่าวถึงวิธีนำ การแปลงเวฟเล็ตมาใช้งานลดขนาดข้อมูลภาพ จากคุณสมบัติของ Multi resolution Wavelet transform และ หลักการ Filter Banks ที่กล่าวมาแล้ว

จากที่ในการแปลงเวฟเล็ตแบบ Multiresolution ที่มีค่าอัตราส่วนในการ scaling เท่ากับ สอง นี้ ผลลัพธ์ที่ได้จะแบ่งออกเป็นสองส่วนคือส่วนของ high pass filter และ low pass filter ดังนั้นเมื่อข้อมูลภาพถูกนำมาทำการแปลงเวฟเล็ต ค่าสัมประสิทธิ์ที่ได้จึงแบ่งออกเป็น 4 ส่วนแสดงดังรูปที่ 3.12

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้คัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



รูปที่ 3.12 แสดงการแปลงเวฟเล็ตของข้อมูลภาพออกเป็น 4 ส่วนย่อย (sub band) คือ Scaling1 Wavelet1 Wavelet2 และ Wavelet3

$$C_{i,k}^j = \begin{bmatrix} P_i^j C_{i-1,k-1}^{1j-1} (P_k^j)^T & P_i^j D_{i-1,k-1}^{1j-1} (Q_k^j)^T \\ Q_i^j D_{i-1,k-1}^{2j-1} (P_k^j)^T & Q_i^j D_{i-1,k-1}^{3j-1} (Q_k^j)^T \end{bmatrix} \quad (3.33)$$

ซึ่งองค์ประกอบทั้ง 4 นี้ยังคงมีจำนวนจุดข้อมูลรวมกันทั้งหมดเท่ากับภาพต้นฉบับ โดยที่ส่วนของข้อมูลในช่วงความถี่ต่ำที่เหลืออยู่ (Scaling1) จะสามารถนำไปแตกกระจายต่อไปได้อีกเช่นเดียวกันกับการแปลงเวฟเล็ตของสัญญาณหนึ่งมิติ

3.8 การแปลงเวฟเล็ตแบบ 3 มิติ

จากคุณสมบัติของเวฟเล็ต 2 มิติ เราสามารถนำมาประยุกต์ใช้กับระบบ 3 มิติ (แกน X แกน Y แกน Z) โดยอาศัยหลักการ Standard Tensor products จากระบบ 1 มิติ Function space และค่าองค์ประกอบ สามารถเขียนในรูปผลคูณการรวมกันของปริภูมิทั้ง 3 ได้เป็น [7][8]

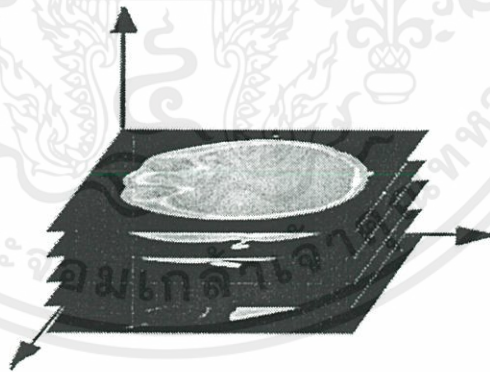
$$V_{xyz}^j = V_x^j \otimes V_y^j \otimes V_z^j \quad (3.34)$$

$$V_{xyz}^j = (V_x^{j-1} \oplus W_x^{j-1}) \otimes (V_y^{j-1} \oplus W_y^{j-1}) \otimes (V_z^{j-1} \oplus W_z^{j-1}) \quad (3.35)$$

$$\begin{aligned} V_{xyz}^j &= V_{xyz}^{j-1} \oplus W_{xyz}^{j-1} \oplus W_{xyz}^{j-1} \oplus \\ &W_{xyz}^{j-1} \oplus W_{xyz}^{j-1} \oplus W_{xyz}^{j-1} \oplus \\ &W_{xyz}^{j-1} \oplus W_{xyz}^{j-1} \end{aligned} \quad (3.36)$$

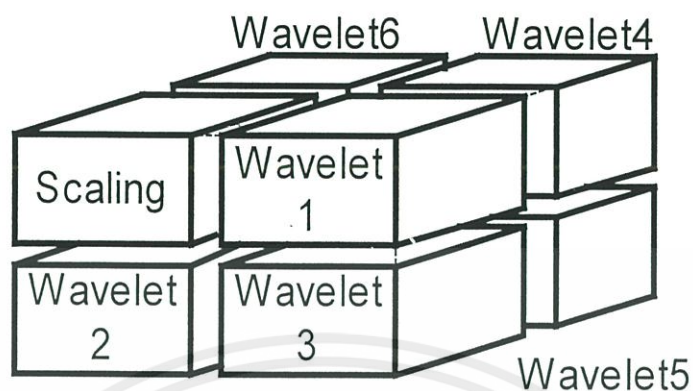
เราจะแสดงแทนได้ว่า

$$\begin{aligned} \text{ข้อมูล Scaling ระดับ } j &= \text{Scaling ระดับ } j-1 \oplus \text{Wavelet ระดับ } j-1 \oplus \text{Wavelet ระดับ } j-1 \oplus \text{Wavelet ระดับ } j-1 \oplus \\ &\text{Wavelet ระดับ } j-1 \oplus \text{Wavelet ระดับ } j-1 \oplus \text{Wavelet ระดับ } j-1 \oplus \text{Wavelet ระดับ } j-1 \end{aligned} \quad (3.37)$$



รูปที่ 3.13 ข้อมูลภาพตัดขวางที่เรียงแบบเมตริกซ์เชิงปริมาตร

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้คัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



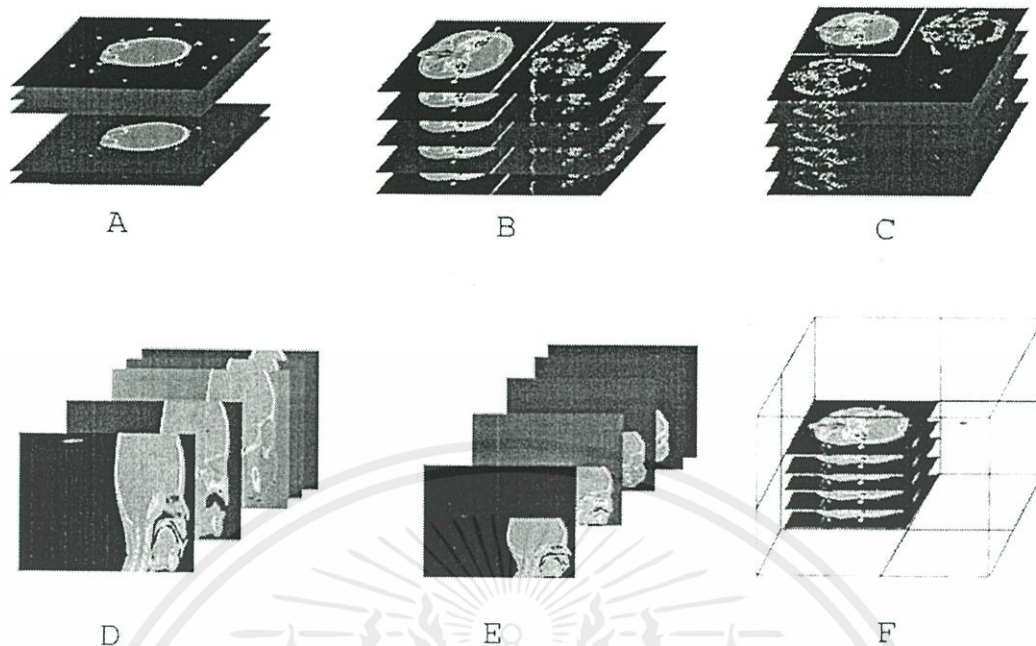
รูปที่ 3.14 ข้อมูลเชิงปริมาตรที่แปลงเวฟเล็ตลง 1 ระดับ

V_{xyz}^j คือ ข้อมูลที่อยู่บนฟังก์ชันพื้นฐานสเกลลิง ที่ระดับ j ใดๆ

W_{xyz}^j คือ ข้อมูลที่อยู่บน ฟังก์ชันพื้นฐานเวฟเล็ต ที่ระดับ j ใดๆ

เราจะสามารถแสดงเป็นขั้นตอนการแปลงเวฟเล็ตแบบ 3 มิติได้ดังรูปที่ 3.15 โดยรูป 3.15 (A) ข้อมูลภาพตัดขวางที่เรียงตัวกันแบบเมตริกซ์เชิงปริมาตร เมื่อทำการแปลงเวฟเล็ตตามแนวแกนของทุกภาพจะได้ข้อมูล ส่วนสเกลลิงและส่วนเวฟเล็ตตามรูปที่ 3.15 (B) และเมื่อแปลงเวฟเล็ตตามแนวหลักของข้อมูลทุกภาพก็จะได้ข้อมูลส่วนสเกลลิงและเวฟเล็ต ดังแสดงในรูปที่ 3.15 (C) เมื่อทำการเรียงข้อมูลใหม่เป็นแนวระบายนตามแนวแกน X ตามรูปที่ 3.15 (D) และเมื่อแปลงเวฟเล็ตตามแนวแกนนี้อีกครั้งจะสามารถแยกข้อมูลเป็น เวฟเล็ตและ ข้อมูลสเกลลิง ดังแสดงในรูป 3.15 (E) และสามารถแยกข้อมูลส่วนประมาณได้ดังรูปที่ 3.15(F)

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้คัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



รูปที่ 3.15 การแปลงเวฟเล็ตแบบ 3 มิติกับข้อมูลภาพตัดขวางที่เรียงตัวแบบเชิงปริมาตร

สรุป

การวิเคราะห์หลายระดับความละเอียดของการแปลงเวฟเล็ตที่กล่าวมาในบทนี้ จะเป็นทฤษฎีพื้นฐานในการทำการลดขนาดข้อมูล โดยการ Decomposition และการสร้างกลับ โดยการ Reconstruction การพิจารณาในรูปเมตริกซ์ ซึ่งทำให้คุณสมบัติการแยกวิเคราะห์และการรวมกลับของ Filter Banks มาประยุกต์ใช้การแปลงเวฟเล็ตในการลดขนาดกับข้อมูลภาพ 2 มิติ และการประยุกต์การแปลงเวฟเล็ตในการลดขนาดเพื่อหาข้อมูลผ่านประมาณเบื้องต้น กับข้อมูลภาพตัดขวางที่เรียงกันแบบเมตริกซ์เชิงปริมาตร

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้คัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

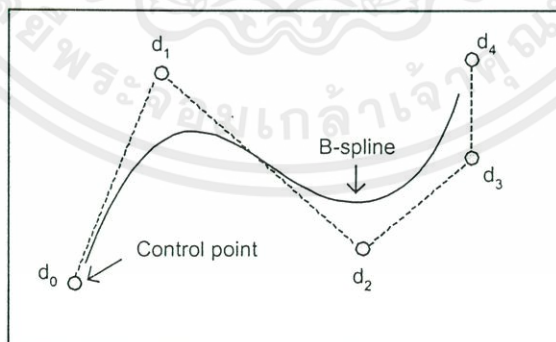
บทที่ 4

เส้นโค้งแบบ B-spline และเวฟเล็ตแบบ B-spline

เนื้อหาบทนี้แบ่งออกเป็นสองส่วน โดยส่วนแรกจะกล่าวถึงการสร้างเส้นโค้ง B-spline ตลอดจนอธิบายถึงคุณสมบัติต่างๆ ของเส้นโค้ง ในการสร้างเส้นโค้ง B-spline จะใช้วิธีการทำซ้ำ โดยเฉพาะวิธีการแทรก knot จะถูกนำไปใช้กำหนดเมตริกซ์สังเคราะห์ P_j และใช้ในการเปลี่ยนรูปฟังก์ชันพื้นฐานของเส้นโค้ง B-spline ให้อยู่ในรูปผลรวมฟังก์ชัน Bernstein ทำให้การหาค่าเมตริกซ์ผลคูณภายใน (Inner product) ในขั้นตอนการออกแบบเวฟเล็ต B-spline แสดงออกมาเป็นสูตรที่แน่นอนได้ เนื้อหาส่วนที่สองอธิบายถึงการออกแบบเวฟเล็ต B-spline โดยใช้ฟังก์ชันพื้นฐาน B-spline แบบ open knot vector เป็นฟังก์ชันสเกลลิง เมตริกซ์สังเคราะห์ P_j พิจารณาจากกระบวนการแทรก knot หลังจากนั้นจะใช้เงื่อนไขเซมิออร์ทอกอนัลหาค่าเมตริกซ์ Q_j เวฟเล็ตที่ได้กล่าวในบทนี้เป็นเวฟเล็ต B-spline 1 มิติ ใช้สำหรับเส้นโค้ง

4.1 เส้นโค้ง B-spline [7][8]

เส้นโค้งแบบ B-spline เป็นเส้นโค้งที่เกิดจากเส้นโค้งช่วงย่อยๆ มาประกอบกันโดยลักษณะการโค้งของสายเส้นเหล่านี้จะถูกควบคุมโดยจุดควบคุม(control point: cp) หรือจุดตำแหน่งยอด (Position vertices) ดังแสดงในรูปที่ 4.1



รูปที่ 4.1 การเกิดสายเส้นแบบ B-spline

ซึ่งจะใช้จำนวนจุดควบคุม เท่าไรนั้นขึ้นอยู่กับความต้องการให้เส้นโค้งมีความต่อเนื่องหรือมีความราบเรียบเท่าไร สมการของเส้นโค้งย่อยเหล่านี้จะเป็นสมการโพลีโนเมียลอันดับชั้น n ซึ่งค่า

n จะเป็นระดับความต่อเนื่องของเส้นโค้งย่อยๆเหล่านี้ และแสดงถึงอันดับขั้นของฟังก์ชันพื้นฐาน B-spline

การสร้างเส้นโค้ง B-spline จะใช้การทำซ้ำ (Recurrence) โดยการใช้การแทรก knot ซึ่งจะนำไปใช้หาค่าผลคูณระหว่างฟังก์ชันพื้นฐาน และค่าจุดควบคุม (control point) ในส่วนของการออกแบบเวฟเล็ตแบบ B-spline

4.2 การสร้างเส้นโค้ง B-spline

4.2.1 การหาค่า knot vector ของเส้นโค้ง B-spline

วิธีการแทรกค่า knot จะเป็นวิธีการทำซ้ำเพื่อหาค่าบนเส้นโค้ง B-spline ในลักษณะการประมาณค่าในช่วงแบบเชิงเส้นระหว่างจุดควบคุม 2 จุด โดย ค่า n จะเป็นอันดับความต่อเนื่องของเส้นโค้ง และ ค่า L จะเท่ากับจำนวนช่วงของส่วนโค้งย่อยระหว่างจุดควบคุม เราจะกำหนดค่า knot vector ได้ตามสูตรที่ 4.1

$$u_i = \{ u_0, \dots, u_{L+2n-2} \} \quad (4.1)$$

ย่านของค่า knot vector ที่มีผลต่อรูปร่างของเส้นโค้ง B-spline คือ ค่าในช่วง u_{n-1} จนถึงตำแหน่งที่ u_{L+n-1} เรียกช่วงนี้ว่าโดเมน knot เช่นอันดับขั้นที่สาม ($n = 3$) $L = 3$ มี knot vector ดังนี้

$$\{u_0, \dots, u_7\} = \{0 \ 1 \ 2 \ 3 \ 4 \ 5 \ 6 \ 7\}$$

และเพื่อให้ค่า knot ควบคุมถึงจุดเริ่มต้นและจุดสุดท้ายของเส้นโค้งจึง มีการซ้ำค่าจำนวน n ครั้งในช่วงต้น และช่วงท้ายของค่า knot vector

$$\{u_0, \dots, u_7\} = \{0 \ 0 \ 0 \ 3 \ 4 \ 7 \ 7 \ 7\}$$

และใช้ค่า knot vector เหล่านี้มีค่านวนค่าพิกิตตามขวาง (ϵ_j) ของเส้นโค้งใหม่ได้ดังสมการ

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า

$$\epsilon_j = (u_j + \dots + u_{j+n-1}) / n \quad ; j = 0, \dots, L+n-1 \quad (4.2)$$
 ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้คัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

แต่ละตำแหน่งพิกัดตามขวาง ε_i กำหนดให้มีค่าตรงกับจุดควบคุมของเส้นโค้ง B-spline และลำดับต่อไปจะทำการแทรกค่า knot ใหม่ (U) โดยแทรกในตำแหน่งช่วง u_{n-1} จนถึงช่วง u_{n-L+1} ในลำดับ knot vector อันเดิมและทำการหาค่าคู่อันดับ จุดพิกัดตามแนวขวางและ ค่าจุดควบคุมใหม่ (ε_i^u, d_i^u) ซึ่งจะได้ค่าประมาณแบบเชิงเส้นระหว่างจุดควบคุม d_i กับ d_{i+1}

4.2.2 วิธีการแทรกค่า knot

การแทรก knot เพื่อ หาค่าบนเส้นโค้ง B-spline อันดับชั้นที่ n จะต้องทำการแทรกค่า knot ใหม่ที่อยู่ในโดเมน knot จำนวน n ครั้งดังนี้ โดยเริ่มจากการกำหนดลำดับ knot vector เริ่มต้น และค่า knot ใหม่ที่จะแทรก (U) โดยให้มีค่าอยู่ในช่วง u_{n-1} ถึง u_{n-L+1} โดยมีขั้นตอนการแทรก knot ดังนี้

1. กำหนดค่า U ที่จะนำมาแทรกเข้าไปใน knot vector หาค่า I สูงสุดซึ่ง $u_i \leq u < u_{i+1}$ ถ้า $u = u_i$ และ u_i มีการซ้ำ n ครั้งให้หยุดขบวนการแทรกค่า จุดควบคุมครั้งหลังสุด d_i^u จะเป็นค่าบนเส้นโค้ง B-spline อันดับชั้นที่ n ณ ตำแหน่งค่า knot u
2. สำหรับ $i = 0, \dots, I-n+1$ กำหนด $\varepsilon_i^u = \varepsilon_i$
3. สำหรับ $i = I-n+2, \dots, I+1$ กำหนด $\varepsilon_i^u = \frac{1}{n}(u_i + \dots + u_{i+n-2}) + \frac{u}{n}$
4. สำหรับ $i = I+2, \dots, L+n$ กำหนด $\varepsilon_i^u = \varepsilon_{i-1}$
5. สำหรับ $i = 0, \dots, L+n$ กำหนด $d_i^u = P(\varepsilon_i^u)$
6. เรียงลำดับ knot vector ใหม่โดยรวม u เข้าไปด้วยและ กำหนด u ใหม่นี้เป็น u_{i-1}
7. แทนค่า L ด้วย $L+1$

ตัวอย่างการคำนวณค่าเริ่มต้นของ knot vector โดยใช้ กรณี $L = 5$ $n = 3$ เช่น

$$\{u_0, \dots, u_5\} = \{0 \ 0 \ 0 \ 1 \ 2 \ 3 \ 4 \ 5 \ 5 \ 5\}$$

หรือ

$$\{u_0, \dots, u_5\} = \{0 \ 0 \ 0 \ 1/5 \ 2/5 \ 3/5 \ 4/5 \ 1 \ 1 \ 1\}$$

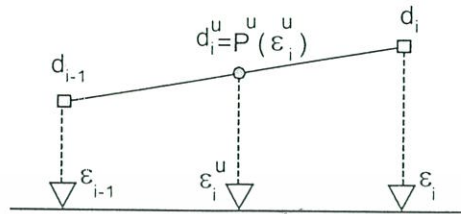
รูปร่างของเส้นโค้งที่เกิดขึ้นจะมีขอบเขตของเส้นโค้งอยู่ที่จุดเริ่มต้นและจุดสุดท้ายของจุดควบคุมเริ่มแรก knot vector ลักษณะนี้เรียกว่า open knot vector โดยจะทราบขอบเขตของเส้นโค้งแน่นอน คือจะยึดอยู่บนจุดควบคุมแรกและ จุดควบคุมสุดท้าย

เอกสารนี้เป็นเอกสารลิขสิทธิ์ของมหาวิทยาลัยเทคโนโลยีพระจอมเกล้าพระนครเหนือ ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า

แม้ว่ากรณีใดจุดควบคุมใหม่จะเป็นการประมาณค่าในช่วงแบบเชิงเส้นระหว่างจุดควบคุม d_{i-1}^u และจุด d_i^u

ดังรูปที่ 4.2 โดยกำหนดค่า knot ที่แทรก $u \in [u_i, u_{i+1}]$ และค่าพิกัดตามขวาง

$\varepsilon_{i-1} \leq \varepsilon_i^u \leq \varepsilon_i$ ดังนั้น จุดควบคุม $d_i^u = P^u(\varepsilon_i^u)$ สามารถหาได้จากการประมาณในช่วงแบบเชิงเส้นระหว่างจุดควบคุม



รูปที่ 4.2 การหาค่าจุดควบคุม d_i^u

ตัวอย่างที่ 4.1 การใช้วิธีการแทรก knot หาค่าบนเส้นโค้ง B-spline ที่ $u = 1.75$ กรณี $n = 2$ $L = 3$ เมื่อ knot vector $\{0 \ 0 \ 1 \ 2 \ 3 \ 3\}$ และจุดควบคุมเริ่มแรกเป็น $\{d_0 \ d_1 \ d_2 \ d_3 \ d_4\}$ จะต้องแทรก knot ที่ $u = 1.75$ สองครั้ง จาก knot vector เริ่มแรกสามารถหาพิกัดตามขวาง (ε_i) ดังนี้

$$\{\varepsilon_0, \dots, \varepsilon_3\} = \{0 \ 0.5 \ 1.5 \ 2.5 \ 3\}$$

การแทรก knot ครั้งแรก ($u = 1.75$)

ขั้นตอนที่ 1 จะได้ $I = 2$

ขั้นตอนที่ 2 $\varepsilon_0^u = 0, \varepsilon_1^u = 0.5$

ขั้นตอนที่ 3 $\varepsilon_2^u = \frac{1+1.75}{2} = 1.375, \varepsilon_3^u = \frac{2+1.75}{2} = 1.875$

ขั้นตอนที่ 4 $\varepsilon_4^u = 2.5, \varepsilon_5^u = 3.0$

จากขั้นตอนที่ 2 ถึงขั้นตอนที่ 4 จะได้

$$\{\varepsilon_0^u, \dots, \varepsilon_5^u\} = \{0 \ 0.5 \ 1.375 \ 1.875 \ 2.5 \ 3\}$$

$$\{u_0^u, \dots, u_6^u\} = \{0 \ 0 \ 1 \ 1.75 \ 2 \ 3 \ 3\}$$

ขั้นตอนที่ 5 หาค่า d_i^u จากสมการ (4.5) หรือสมการ (4.6)

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานที่ $d_0^u = P^u(\varepsilon_0^u), d_1^u = P^u(\varepsilon_1^u)$ ไม่นอนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า

ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้คัดลอก $d_2^u = P^u(\varepsilon_2^u), d_3^u = P^u(\varepsilon_3^u)$ ของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$d_4^u = P^u(\varepsilon_4^u), d_5^u = P^u(\varepsilon_5^u)$$

ขั้นตอนที่ 6 เรียง knot vector ใหม่โดยรวม u เข้าไปด้วย

$$\{u_0^u, \dots, u_6^u\} = \{0 \ 0 \ 1 \ 1.75 \ 2 \ 3 \ 3\}$$

ขั้นตอนที่ 7 $L = L+1 = 4$

การแทรก knot ครึ่งที่สอง ($u = 1.75$)

ขั้นตอนที่ 1 จะได้ $l = 3$

ขั้นตอนที่ 2

$$\varepsilon_0^{u^2} = \varepsilon_0^u = 0, \varepsilon_1^{u^2} = \varepsilon_1^u = 0.5$$

$$\varepsilon_2^{u^2} = \varepsilon_2^u = 1.375$$

ขั้นตอนที่ 3

$$\varepsilon_3^{u^2} = \frac{1}{2}(1.75 + 1.75) = 1.75$$

$$\varepsilon_4^{u^2} = \frac{1}{2}(2 + 1.75) = 1.875$$

ขั้นตอนที่ 4

$$\varepsilon_5^{u^2} = \varepsilon_4^u = 2.5, \varepsilon_6^{u^2} = \varepsilon_5^u = 3$$

ดังนั้น

$$\{\varepsilon_0^{u^2}, \dots, \varepsilon_6^{u^2}\} = \{0 \ 0.5 \ 1.375 \ 1.75 \ 1.875 \ 2.5 \ 3\}$$

ขั้นตอนที่ 5 หาค่า $d_i^{u^2}$ จากสมการ (4.2) หรือสมการ (4.3)

$$d_0^{u^2} = P^u(\varepsilon_0^{u^2}), d_1^{u^2} = P^u(\varepsilon_1^{u^2})$$

$$d_2^{u^2} = P^u(\varepsilon_2^{u^2}), d_3^{u^2} = P^u(\varepsilon_3^{u^2})$$

$$d_4^{u^2} = P^u(\varepsilon_4^{u^2}), d_5^{u^2} = P^u(\varepsilon_5^{u^2})$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับ $d_6^{u^2} = P^u(\varepsilon_6^{u^2})$ การศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า

ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้คัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ขั้นตอนที่ 6 เรียง knot vector ใหม่จะได้

$$u_i^2 = \{u_0, \dots, u_7\} = \{0 \ 0 \ 1 \ 1.75 \ 1.75 \ 2 \ 3 \ 3\}$$

ดังนั้นจุดบนเส้นโค้ง B-spline อันดับชั้นที่สองที่ค่าพารามิเตอร์ $u = 1.75$ คือค่า d_i^2 ผลการแทรก knot

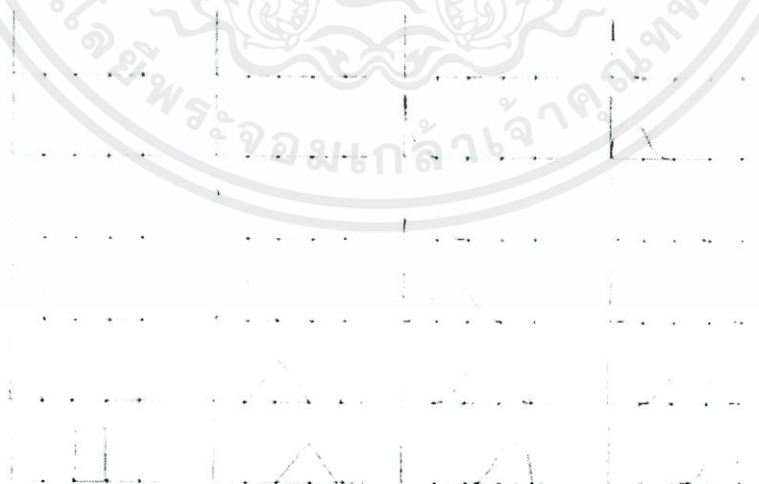
เขียนเป็นสมการโดยใช้การคำนวณจาก knot vector ได้ว่า

$$d_i^u = \left[\frac{u_{i+n-1} - u}{u_{i+n-1} - u_{i-1}} \right] d_{i-1} + \left[\frac{u - u_{i-1}}{u_{i+n-1} - u_{i-1}} \right] d_i ; i = I-n+2, \dots, I+1 \quad (4.3)$$

โดย $i = I-n+2, \dots, I+1$

4.3 การพิจารณาลักษณะรูปร่างฟังก์ชันพื้นฐานของเส้นโค้ง B-spline

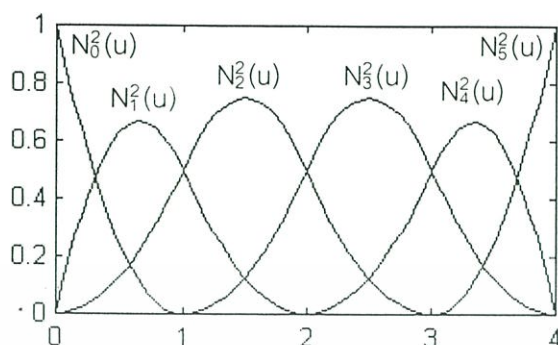
ในการสร้างเส้นโค้ง B-spline ด้วยวิธีการแทรก knot ถ้าต้องการ B-spline อันดับชั้นที่ n จะต้องทำการแทรก knot ที่พารามิเตอร์ u ที่อยู่ในโดเมน knot จำนวน n ครั้ง ซึ่งแต่ละครั้งจะต้องทำการเรียง knot vector ใหม่ และต้องคำนวณหาค่าจุดควบคุม d_i^u ตามสมการ (4.3) เส้นโค้ง B-spline อันดับชั้นที่ n จะเกิดจากการใช้ open knot vector นิยามบนโดเมน knot $u(n-1)$ ถึง $u(L+n-1)$ จะมีเซตของฟังก์ชันพื้นฐานเรียกว่าฟังก์ชันพื้นฐาน B-spline $N_i^u(u)$ โดยค่า $N_i^u(u)$ จะมีค่ากำหนดเริ่มต้นอยู่ในรูปเมตริกซ์เอกลักษณ์ขนาด



เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้คัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

รูปที่ 4.3 แสดงลักษณะฟังก์ชัน B-spline ลำดับที่ $N_i^0(u)$ ถึงระดับที่ $N_i^3(u)$

รูปร่างของทุกๆ ฟังก์ชัน $N_i^2(u)$ ที่เกิดจากการแทรกค่า knot แสดงดังรูปที่ 4.4



รูปที่ 4.4 ลักษณะฟังก์ชันพื้นฐาน B-spline $n=2$, $L=4$ ใช้ Open knot vector

ขบวนการสร้างเส้นโค้ง B-spline ถ้าเริ่มต้นกำหนดจุดควบคุม B-spline เป็นเมตริกซ์เอกลักษณะขนาด $(n+L) \times (n+L)$ จากนั้นใช้กระบวนการแทรก knot เพิ่มเข้าไปใน open knot vector เริ่มต้นตามแนวแกนหลัก ของเมตริกซ์ ทำการแทรกและคำนวณจนมีการซ้ำค่า n ครั้ง เพื่อหาค่า knot vector ใหม่และคำนวณหาค่าฟังก์ชันตามขวางใหม่ตามขั้นตอนในหัวข้อ 4.3 เมตริกซ์ผลลัพธ์ที่ได้แต่ละหลักจะสามารถนำไปสร้างฟังก์ชันพื้นฐาน B-spline $N_i^n(u)$ หนึ่งฟังก์ชัน และแต่ละแถวแทนค่าสัมประสิทธิ์ของโพลีโนเมียล Bernstein ที่นิยามเป็นช่วงๆ บนโดเมน knot

$$N_i^n(u) = \sum_{j=0}^n d_j B_j^n(t) \quad (4.4)$$

โดย

$N_i^n(u)$ คือฟังก์ชันพื้นฐาน B-spline ลำดับชั้นที่ n

n อันดับชั้นของฟังก์ชันโพลีโนเมียล Bernstein และเป็นอันดับชั้นของฟังก์ชัน B-spline

u_i เรียก knot vector ที่ตำแหน่ง i

d_j จุดควบคุมของโพลีโนเมียล Bernstein พิจารณาจากกระบวนการแทรก knot

$B_j^n(t)$ เรียกว่าโพลีโนเมียล Bernstein

t จะเป็นค่าที่ได้จากการส่ง (map) ค่าในแต่ละช่วงภายในโดเมน knot ให้มีค่าอยู่ระหว่าง

0 ถึง 1

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้คัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$B_j^n(t) = \binom{n}{j} t^j (1-t)^{n-j}$$

$$\binom{n}{j} = \begin{cases} \frac{n!}{j!(n-j)!} & \text{ถ้า } 0 \leq j \leq n \\ 0 & \text{อื่นๆ} \end{cases} \quad (4.5)$$

4.4 เวฟเล็ตแบบ B-spline

การสร้างตัวลัมประสิทธิ์การแปลงเวฟเล็ตแบบ B-spline เริ่มจากการเลือกฟังก์ชันพื้นฐานของ B-spline แบบ open knot vector เริ่มต้น (มีโดเมน knot อยู่ในช่วงศูนย์ถึงหนึ่ง) เป็นเมตริกซ์ของฟังก์ชันสเกลลิงและเนื่องจากเซตฟังก์ชันพื้นฐาน B-spline ภายใต้ง่ายเอนไซม์ออร์ทอโนรัล (Semiorthogonal) ดังที่กล่าวในส่วนที่ 3.6 คือ

$$(P_j)^T [\langle \Phi_j, \Phi_j \rangle] Q_j = 0 \quad (4.6)$$

กำหนดให้ปริภูมิสเกลลิง $V_j(n)$ มีจำนวนฟังก์ชันพื้นฐานเท่ากับ $2^{j+1} + n$ เมื่อ n แทนอันดับขั้นของฟังก์ชันพื้นฐานและค่า j แสดงระดับความละเอียดของปริภูมิ ขั้นตอนการออกแบบเวฟเล็ต B-spline แบ่งออกเป็น 3 ขั้นตอนคือ

1. กำหนดเมตริกซ์สังเคราะห์ P_j
2. กำหนดเมตริกซ์ผลคูณภายในของฟังก์ชันพื้นฐาน $[\langle \Phi_j, \Phi_j \rangle]$
3. แก้สมการหาเมตริกซ์สังเคราะห์ Q_j จากสมการ 4.8

4.4.1 กำหนดเมตริกซ์สังเคราะห์ P_j

เมตริกซ์สังเคราะห์ P_j เป็นเมตริกซ์ขนาด $(2^{j+1} + n) \times (2^{j+1} + n)$ ใช้ลดระดับความละเอียดของฟังก์ชันสเกลลิงจากปริภูมิ $V_j(n)$ โดยในการแทรก not จะกำหนดให้ค่า $L = 2^{j+1}$ และการกำหนดค่า knot vector จะใช้ตามสมการ

$$\{u_0, \dots, u_{L+2n-1}\} = \{0, \dots, 0, 1, 1, \dots, 2^{j-1} - 2, 2^{j-1} - 1, 2^{j-1}, \dots, 2^{j-1} - 2\} / 2^{j-1} \quad (4.7)$$

เริ่มต้นกำหนดเป็นเมตริกซ์เอกลักษณ์ขนาด $(2^{j+1} + n) \times (2^{j+1} + n)$ เมตริกซ์ผลลัพธ์ที่ได้จะมีความสัมพันธ์ตามสมการ (3.5) โดยค่าในแต่ละหลักของเมตริกซ์ P_j เป็นจุดควมคุมของฟังก์ชันพื้นฐาน B-spline ที่ระดับความละเอียด j (โดเมน knot ศูนย์ถึงหนึ่ง) จากนั้นหาค่าเส้นโค้งก็จะได้ฟังก์ชันพื้นฐาน B-spline ที่ระดับความละเอียด $j-1$

$$d^0 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

โดยทั่วไปตำแหน่ง n หลักแรกและตำแหน่ง n หลักสุดท้ายของเมตริกซ์ จะเป็นค่าตัวเลขชุดเดียวกัน แต่จะกลับตำแหน่งกัน ตามคุณสมบัติฟังก์ชันพื้นฐาน B-spline สำหรับหลักที่ $n+2$ เป็นต้นไปจะเป็นค่าตัวเลขที่ซ้ำกับหลัก $n+1$ แต่จะเลื่อนลงทีละสองแถวซึ่งเป็นไปตามคุณสมบัติของฟังก์ชันพื้นฐานบริเวณลำดับ knot ที่เป็น uniform สำหรับค่าในเมตริกซ์บริเวณที่ว่างไว้แสดงถึงค่าศูนย์

4.4.2 แก๊สมการหาเมตริกซ์สังเคราะห์ Q_j

จากสมการ

$$(P_j)^T [\langle \Phi_j, \Phi_j \rangle] Q_j = 0 \quad (4.8)$$

เซตคำตอบสมการ (4.8) ที่เป็นไปได้ ถูกเรียกว่าปริภูมิศูนย์ (null space) ซึ่งเมตริกซ์ Q_j มีได้หลายคำตอบ วิธีการหนึ่งในการหาเมตริกซ์ Q_j ในเอกสารอ้างอิง[10] จะใช้ความรู้เรื่องการเกิดขึ้นเฉพาะที่ของฟังก์ชันพื้นฐาน B-spline ช่วยหาค่าเมตริกซ์ Q_j ผลลัพธ์ที่ได้เมตริกซ์แต่ละหลักจะมีลักษณะให้ค่าที่ไม่เป็นศูนย์ต่อเนื่องกันและฟังก์ชันเวฟเล็ตมีคุณสมบัติ compact support สำหรับเมตริกซ์ Q_j กรณี $j \geq 4$ และ $n=3$ มีลักษณะดังนี้

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้คัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$d^2 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1/2 & 1/2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 3/4 & 1/4 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 3/16 & 11/16 & 1/8 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1/2 & 1/2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 5/6 & 1/6 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

จากการแทรก knot ครั้งที่สาม ค่า $u = 5/8$ ใน u^2 และใช้จุดควบคุม d^2 จะได้

$$u_1^3 = \{0 \ 0 \ 0 \ 1/2 \ 1 \ 3/2 \ 2 \ 5/2 \ 3 \ 4 \ 4 \ 4\}/4$$

$$\varepsilon_1^3 = \{0 \ 1/6 \ 1/2 \ 1 \ 3/2 \ 2 \ 5/2 \ 19/6 \ 11/3 \ 12/3\}/4$$

$$d^3 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1/2 & 1/2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 3/4 & 1/4 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 3/16 & 11/16 & 1/8 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1/2 & 1/2 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1/8 & 6/8 & 1/8 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1/2 & 1/2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 3/4 & 1/4 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

จากการแทรก knot ครั้งที่สี่ ค่า $u = 7/8$ ใน u^3 และใช้จุดควบคุม d^3 จะได้

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า

ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้คัดลอกสิ่งนี้ออกไปและต้องสงวนลิขสิทธิ์ในเอกสารทุกชิ้นซึ่งมีการนำไปใช้

$$u_1^4 = \{0 \ 0 \ 0 \ 1/2 \ 1 \ 3/2 \ 2 \ 5/2 \ 3 \ 7/2 \ 4 \ 4 \ 4\}/4$$

$$\varepsilon_1^4 = \{0 \ 1/6 \ 1/2 \ 1 \ 3/2 \ 2 \ 5/2 \ 3 \ 7/2 \ 23/6 \ 4\}/4$$

4.5 การพิจารณาหาเมตริกซ์วิเคราะห์ A_j และ B_j ในการแปลงเวฟเล็ต

การหาเมตริกซ์ A_j และ B_j ที่ใช้กระจายเส้นโค้งจากระดับความละเอียดสูงสู่ระดับความละเอียดละเอียดที่ต่ำกว่าพิจารณาจากสมการ (3.15) คือ

$$\begin{bmatrix} A_j \\ B_j \end{bmatrix} = [P_j | Q_j]^{-1} \quad (4.9)$$

ในการใช้งานเวฟเล็ต B-spline ที่ได้ออกแบบตามทีกล่าวมาในการกระจายเส้นโค้งและรวมกลับเส้นโค้งจะใช้สมการ (4.25) และ (4.26)

$$\begin{bmatrix} C_{j-1} \\ D_{j-1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_j \\ B_j \end{bmatrix} C_j \quad (\text{Decomposition}) \quad (4.10)$$

$$C_j = [P_j | Q_j] \begin{bmatrix} C_{j-1} \\ D_{j-1} \end{bmatrix} \quad (\text{Reconstruction}) \quad (4.11)$$

เมื่อ A_j, B_j เรียกว่าเมตริกซ์วิเคราะห์ มีมิติ $(2^{j-1}+n) \times (2^j+n)$ และ $(2^{j-1}) \times (2^j+n)$ ตามลำดับ

P_j, Q_j เรียกว่าเมตริกซ์สังเคราะห์มีมิติ $(2^j+n) \times (2^{j-1}+n)$ และ $(2^j+n) \times (2^{j-1})$ ตามลำดับ

C_j เวกเตอร์หลักเก็บค่าสัมประสิทธิ์ของฟังก์ชันสเกลลิ่งที่มีมิติเท่ากับ $(2^j+n) \times (1)$

C_{j-1} เวกเตอร์หลักเก็บค่าสัมประสิทธิ์ของฟังก์ชันสเกลลิ่งที่ระดับความละเอียด $j-1$ มีมิติเท่ากับ $(2^{j-1}+n) \times (1)$

D_{j-1} เวกเตอร์หลักเก็บค่าสัมประสิทธิ์ของฟังก์ชันเวฟเล็ต มีมิติเท่ากับ $(2^{j-1}) \times (1)$

สรุป

ด้วยคุณสมบัติการแทรกฟังก์ชันพื้นฐาน knot vector ของเส้นโค้ง B-spline ที่ฟังก์ชันพื้นฐานมีความต่อเนื่องกันแบบเป็นโพลีโนเมียล ที่สามารถสร้างจุดข้อมูลแทรกเข้ามาในข้อมูลเดิม จึงสามารถนำคุณสมบัตินี้มาทำการสร้างเป็นฟังก์ชันพื้นฐานของการออกแบบการสร้างกลับของคุณสมบัติการแปลงกลับของเวฟเล็ต มาสร้างเป็นเมตริกซ์ในการแปลงเวฟเล็ตแบบ B-spline ที่ระดับความละเอียดต่างๆ

บทที่ 5

ทฤษฎี และหลักการพื้นฐานของการสร้างพื้นผิว 3 มิติ

ในบทนี้จะเป็นการกล่าวถึงการเรียงข้อมูลภาพตัดขวางในรูปแบบเมตริกซ์เชิงปริมาตร การอ้างอิงตำแหน่งของข้อมูลในรูปแบบเมตริกซ์เชิงปริมาตร หลักการประยุกต์ใช้งาน Computer Graphic กับการใช้งานภาพ 2 มิติ และการสร้างพื้นผิวภาพ 3 มิติจากข้อมูลภาพ 2 มิติ โดยใช้ความรู้ทางด้านการประมวลผลภาพมาช่วยในการหาขอบของวัตถุภายในภาพเฉพาะส่วนข้อมูลที่ต้องการแสดง ทำให้เราสามารถนำมาสร้างรูปทรง 3 มิติเฉพาะข้อมูลที่น่าสนใจ การสร้างรูปทรง 3 มิติโดยการเชื่อมต่อจุดพิกัดต่างๆในระบบอ้างอิง 3 มิติเพื่อการประมาณรูปร่าง และการสร้างพื้นผิว 3 มิติโดยวิธี Marching cubes ซึ่งสามารถเลือกความละเอียดของรูปทรง 3 มิติได้ และเพื่อให้วัตถุในระบบ 3 มิติที่สร้างขึ้นมามีความเสถียรจึงต้องมีการคำนวณการแสดงผลเงาที่บริเวณพื้นผิว

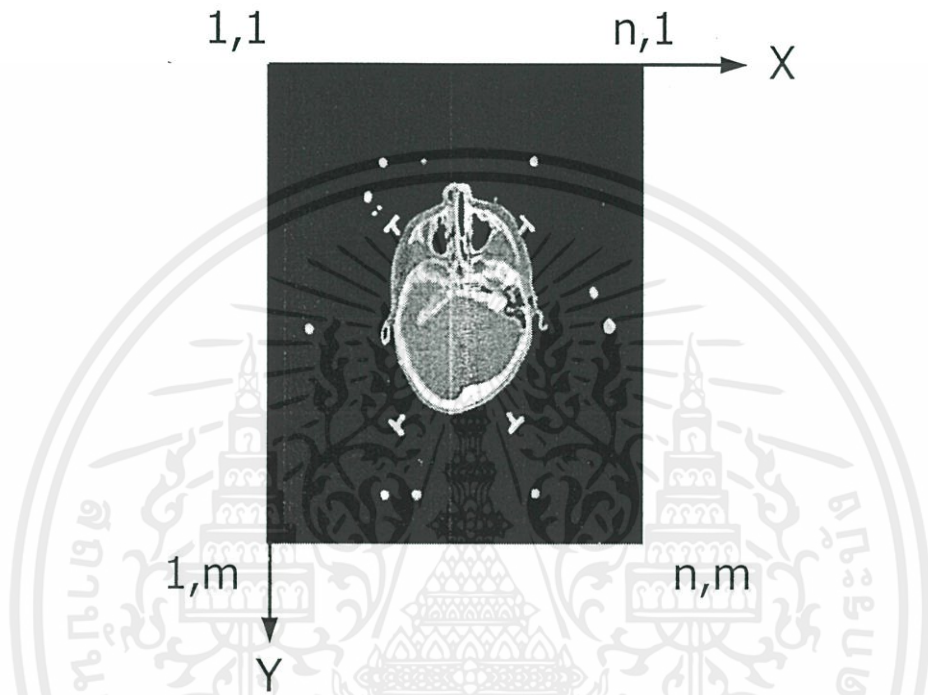
5.1 การสร้างภาพ 3 มิติจากลำดับภาพ 2 มิติ

การสร้างภาพ 3 มิติ จากข้อมูล 2 มิติแบบนี้เป็นการนำข้อมูลจากระบบภาพตัดขวาง (Tomographic System) ซึ่งจะมีลักษณะเป็นชุดภาพตัดขวางของรายละเอียดภายในของวัตถุ โดยจะเป็นแบ่งออกเป็นช่วงบางๆบนระนาบที่ขนาดกัน มาสร้างเป็นวัตถุในระบบ 3 มิติสำหรับข้อมูลที่จะนำมาใช้ในการสร้างรูป 3 มิติ นี้ จะสามารถหาได้จากข้อมูลภาพของเครื่อง CT และภาพจากเครื่อง MRI ซึ่งข้อมูลที่ได้มานี้จะเป็นลำดับภาพตัดขวาง เรานำภาพเหล่านี้มาเรียงกันในแนวตั้งแล้ว อาศัยการสร้างรูป 3 มิติทางด้าน computer graphic ก็จะทำให้เราเห็นภาพ 3 มิติของรายละเอียดภายใน

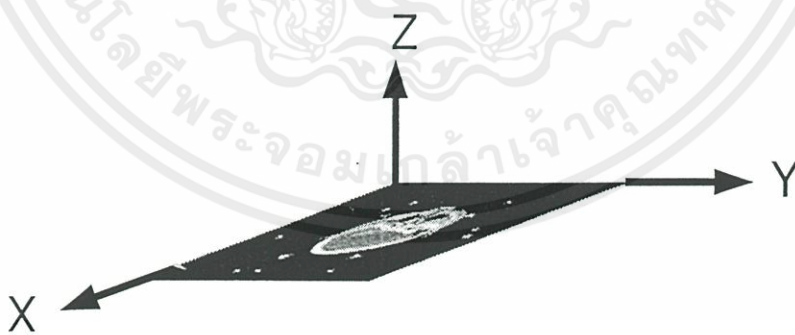
5.1.1 การหาพิกัดของจุดบนสไลซ์(slide)

ในระบบ 2 มิติจะใช้การค่าในแกน X และแกน Y ในการอ้างอิงตำแหน่งของข้อมูล โดยพิจารณาให้ด้านบนซ้ายเป็นจุด เริ่มที่ตำแหน่งอ้างอิง $(X, Y) = (1, 1)$ แกน X จะเป็นค่าอ้างอิงตามแนวนอน และแกน Y จะเป็นค่าอ้างอิงในแนวตั้งดังแสดงในรูปที่ 5.1 ขนาดความกว้างของแกน X จะเริ่มจากซ้ายไปขวา และขนาดความกว้างของแกน Y จะเริ่มจากด้านบนลงด้านล่าง ในการหาจุดพิกัดในระบบ 3 มิติ นี้ เราหาจะเพิ่มแกน Z เข้ามาด้วยโดยแสดงในรูปที่ 5.2 การอ้างอิงจุดพิกัดแกน X และแกน Y ยังคงใช้เหมือนเดิมโดยในแกน Z จะใช้จำนวนแผ่นสไลซ์ข้อมูลที่เพิ่มเข้ามาเป็นค่าอ้างอิงในแกน Z โดยข้อมูล CT แผ่นแรกจะอยู่ด้านล่างสุดโดยมีอ้างอิงในแกน Z เท่ากับ 1 และแผ่นต่อไปจะมีค่าอ้างอิงในแนว

แกน Z เท่ากับ 2 เรียงกันไปจนถึงแผ่นสุดท้ายจะมีค่าอ้างอิงในแนวแกน Z เท่ากับจำนวนแผ่นสไลซ์ข้อมูล ดังแสดงในรูปที่ 5.3 ดังนั้นภาพสไลซ์ทุกแผ่นจะมีตำแหน่ง XYZ ครบหมดทั้ง 3 แกน จึงสามารถอ้างอิงทุกจุดภาพเป็นระบบ 3 มิติได้

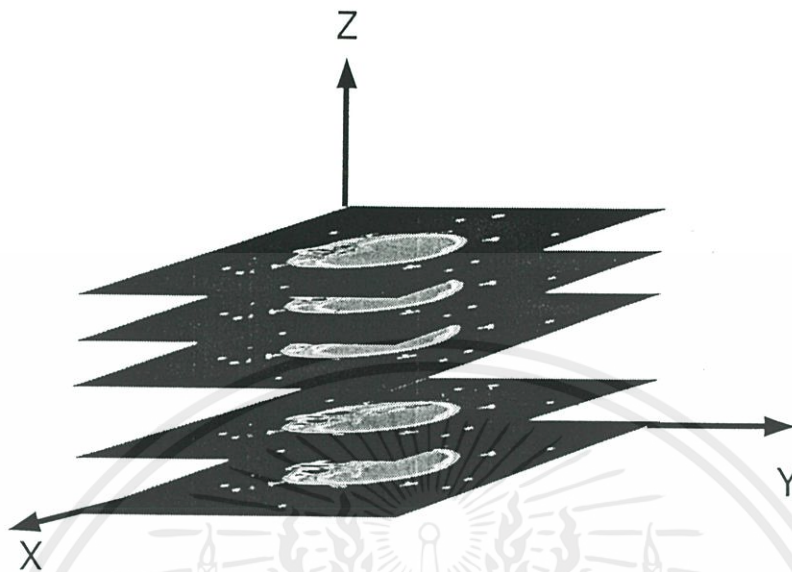


รูปที่ 5.1 แสดงการอ้างอิงตำแหน่งพิกเซลบนระนาบ 2 มิติ



รูปที่ 5.2 แสดงการอ้างอิงตำแหน่งของภาพสไลซ์ CT ในระบบ 3 มิติ

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้คัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

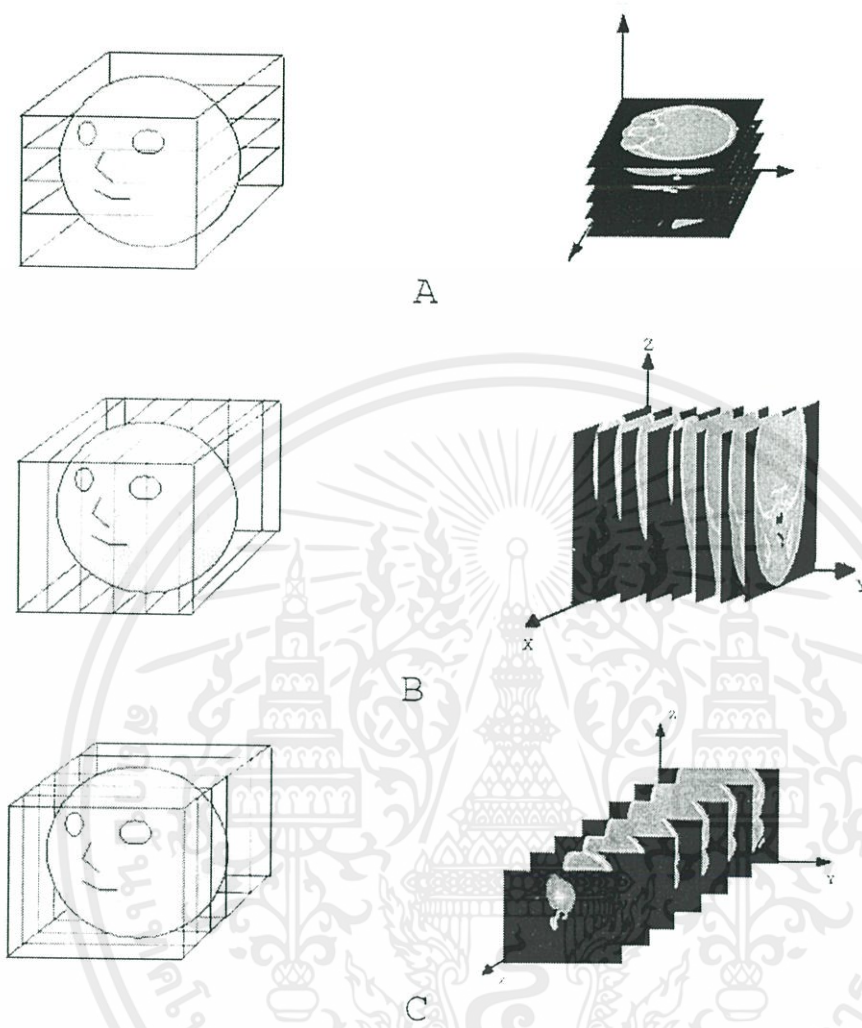


รูปที่ 5.3 แสดงการภาพสไลซ์ตามแกน Z ตามลำดับภาพสไลซ์

5.1.2 การเรียงชุดข้อมูลภาพตัดขวางในรูปแบบเมตริกซ์เชิงปริมาตร

จากชุดข้อมูลภาพตัดขวางเราอ่านข้อมูลเข้ามาทำการเรียงข้อมูลในลักษณะเมตริกซ์เชิงปริมาตร เราจะสามารถใช้การอ้างอิงตำแหน่งในระบบ 3 มิติโดยที่สามารถ อ้างอิงตำแหน่งเป็น ในรูปแบบ ระนาบต่างๆ ตามแนวแกนอ้างอิง เริ่มจากระนาบตามแนวแกนตั้ง (แนวแกน Z) ดังแสดงในรูปที่ 5.4 (A) ตามรูปแบบข้อมูลเดิม การอ้างอิงระนาบตามแนวแกนความยาว (แนวแกน Y) ดังแสดงในรูปที่ 5.4 (B) ยังสามารถอ้างอิงระนาบตามแนวแกนความกว้าง (แนวแกน X) ดังแสดงในรูปที่ 5.4 (C)

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้คัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



รูปที่ 5.4 การเรียงข้อมูลในเมตริกซ์เชิงปริมาตร สามารถอ้างอิงแกนในระบบ 3 มิติ

5.2 การหาขอบของวัตถุ

ภายในข้อมูลภาพตัดขวางจะแสดงข้อมูลรายละเอียดภายในของวัตถุ ดังนั้นเมื่อต้องการแยกพิจารณาเฉพาะวัตถุที่สนใจจะต้องทำการแยกข้อมูลตามค่าความเข้มระดับสีของของแต่ละกลุ่มข้อมูลพิจารณาจากค่าฮิสโตแกรมของภาพ และหาค่าระดับสีที่แบ่งตามค่า เทลโซลดิ้ง

5.2.1 ฮิสโตแกรม (Histogram)

เอกสารนี้เป็นเอกสารทสงวน ไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ข้อมูลของภาพที่แสดงในฮิสโตแกรมจะแสดงคุณสมบัติภาพของภาพว่าอยู่ในด้านสว่างหรือ ด้านมืด ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งนั้น ออกทั้งหมดนี้ ให้คิดเป็นเงินค่า บัญชีต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสาร ทุกครั้งที่มีการนำไปใช้ มีด และอธิบายได้ว่าภาพนั้น เป็นวัตถุที่อยู่บนพื้นหลังสีดำ เมื่อ $h(i)$ คือผลรวมของระดับสีเทาในภาพ

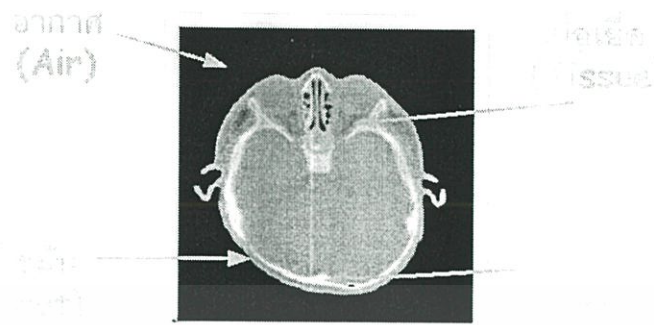
โดย i คือจำนวนจุดในภาพทั้งหมด และ n คือจำนวนระดับสีทั้งหมดในภาพ จากการกระจายของระดับสีเทาใน $n(i)$ สามารถอธิบายถึงคุณสมบัติของรูปภาพนั้นได้ ว่ารูปนั้นมีระดับสีของภาพไปในด้านแสงน้อยหรือ ด้านแสงมาก

$$h(i) = \frac{n(i)}{n} \quad (5.1)$$

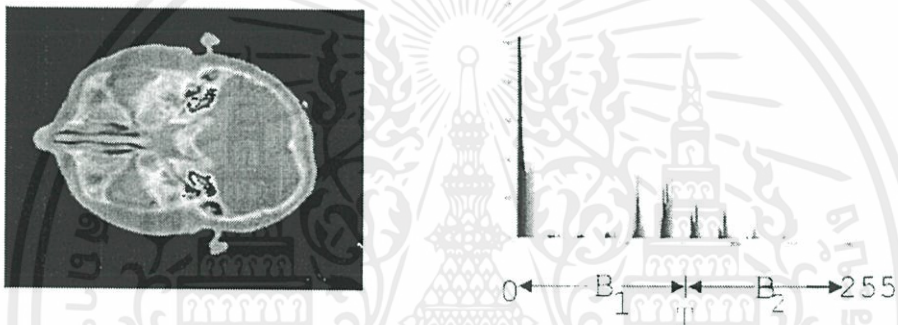
5.2.2 การแยกภาพวัตถุและพื้นหลังด้วยค่าเทรชโวลดิง

วิธีที่ง่ายในการแยกกลุ่มของภาพระดับเทา ทำได้โดยใช้ค่าเทรชโวลดิง (Thresholding) ในการตรวจหาค่าต่ำสุด หรือหาค่าจุดของขอบเขตที่ต้องการ จากพิจารณาข้อมูลคุณสมบัติของภาพที่แสดงในฮิสโทแกรม เราจะใช้จุด T ในรูปที่ 5.6 เป็นจุดแบ่งระหว่างฮิสโทแกรมของพื้นหลังและ วัตถุในภาพ โดยให้ช่วง B1 เป็นช่วงค่าฮิสโทแกรมของพื้นหลัง และให้ช่วง B2 เป็นช่วงฮิสโทแกรมของวัตถุที่ต้องการ จุด T ที่เป็นจุด เทรชโวลดิง ในการแสดงภาพ 3 มิติสิ่งที่เราต้องการอย่างหนึ่งคือความสามารถในการเลือกแสดงภาพ เฉพาะส่วนของวัตถุ ซึ่งเป็นการเลือกเฉพาะข้อมูลที่สนใจ เราจะสามารถแบ่งวัตถุในภาพโดยพิจารณาจากระดับความเข้มของจุดสีภายในภาพ ดังแสดงในรูปที่ 5.4 โดยการตัดขอบของวัตถุที่พิจารณา ในวิทยานิพนธ์ฉบับนี้ใช้การตัดค่าของเทรชโวลดิง เทคนิคนี้จะเป็นการเลือกแสดงเฉพาะค่าจุดสี (Pixel) ที่มีค่าระดับความสว่างสูงหรือต่ำกว่าค่า เทรชโวลดิงที่ตั้งไว้ ซึ่งค่าระดับความสว่างของจุดสีจะมีค่าอยู่ระหว่าง 256 ระดับ สำหรับค่าเทรชโวลดิงที่เหมาะสมนั้น อาจดูได้จากแผนภูมิระดับความสว่างของภาพ ฮิสโทแกรม โดยกำหนดให้ข้อมูลที่มีค่าระดับความสว่างต่ำกว่าระดับ ค่าเทรชโวลดิงที่ตั้งไว้ก็ให้มีค่าระดับความสว่างเป็น 0 หรือเป็นพื้นหลังของภาพ เมื่อพบข้อมูลที่มีระดับค่าความสว่างเท่ากับหรือมากกว่า ค่าเทรชโวลดิงที่ตั้งไว้ก็ให้คงค่าความสว่างนั้นไว้ตามเดิม โดยในภาพ CT นี้เราจะสามารถแสดงค่าแผนภูมิระดับความสว่างของภาพได้ดังรูปที่ 5.6 ซึ่งเราจะพบว่ามีการแบ่งระดับความสว่างที่เป็นของส่วนเนื้อเยื่อ ส่วนของกระดูก และ ส่วนของพื้นหลังของภาพ ในกรณีที่เราต้องการพิจารณาที่เนื้อเยื่อก็จะกำหนดค่าเทรชโวลดิงไว้ระหว่างพื้นหลัง และ ค่าของเนื้อเยื่อที่ต้องการ หรือในรูปที่ 5.7 เป็นการพิจารณาบริเวณส่วนกระดูกจึงใช้การตั้งค่าเทรชโวลดิงที่ค่าระหว่างเนื้อเยื่อและกระดูก ดังนั้นในข้อมูลที่ผ่านมาการขบวนการนี้แล้วจะเป็นบริเวณกระดูก และ ส่วนของพื้นหลังที่เป็นข้อมูล 0 เราใช้ความรู้ที่เกี่ยวกับการประมวลผลทางภาพมาทำการหาขอบของวัตถุ เพื่อระบุขอบเส้นขอบ ของวัตถุในการนำไปสร้างพื้นผิว 3 มิติเพื่อแสดงรูปทรงวัตถุที่ต้องการพิจารณา

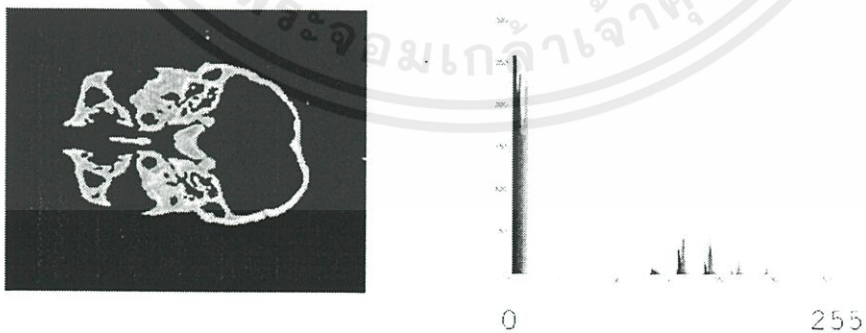
เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้คัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



รูปที่ 5.5 จะสามารถแบ่งค่าระดับความเข้มของวัตถุในภาพตามระดับค่าฮีสโทแกรม



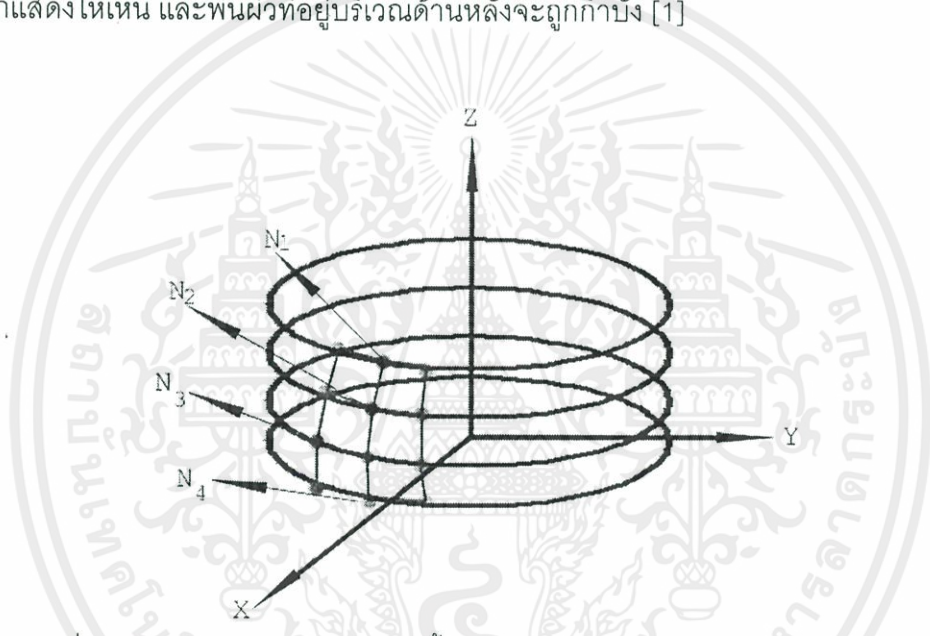
รูปที่ 5.6 แสดงภาพ CT และค่าฮีสโทแกรมของภาพ จะสามารถแสดงความหนาแน่นของระดับสีและจำนวนจุดภาพ จากกราฟฮีสโทแกรมกำหนดจุดค่าที่เหมาะสมในการแยกกลุ่มของพื้นหลังและส่วนของข้อมูลที่ต้องการ



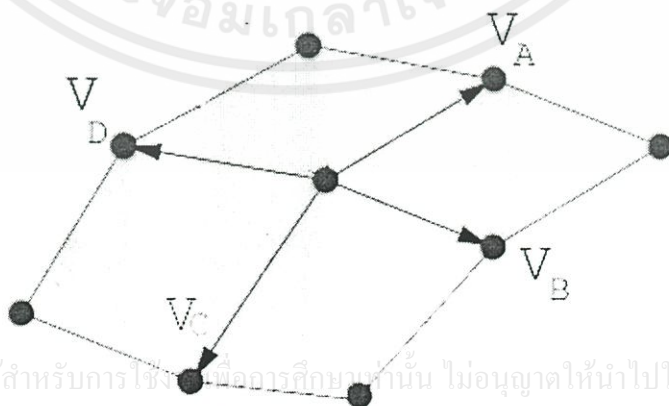
รูปที่ 5.7 ภาพตัดขวางที่ทำการแยกส่วนของกระดูกโดยการตัดค่าเทรลโฮลดิ้ง และค่า ฮีสโทแกรมใหม่ ไม่ว่าจะกรณีใดๆทั้งสิ้น อีกหนึ่งห้ามเป็นหัดดแปลงข้อมูล และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีกรนำไปใช้ของภาพจะแยกเป็นส่วนหนึ่งของพื้นหลัง กลุ่มระดับสีเทาของกระดูก

5.3 การสร้างเส้นโครงรูปร่างของวัตถุใน 3 มิติและพื้นผิว

เราสามารถสร้างเส้นโครงของวัตถุ โดยจากเส้นขอบของข้อมูลในแต่ละชั้นที่รู้ตำแหน่งอ้างอิงเราสามารถใช้ในการเชื่อมต่อจุดที่เรียงกันตามแนวนอน Z เมื่อลากเส้นเชื่อมทุกขอบนั้นในระบบ 3 มิติทุกชั้นสไลซ์เราจะได้รูปทรงของวัตถุ เพื่อให้วัตถุมีลักษณะเป็นวัตถุการจึงกำหนดสีให้กับพื้นที่ว่าง โดยให้สีแก่บริเวณภายในรูปเหลี่ยมทำให้วัตถุมีพื้นผิวปิดรอบเส้นโครงของวัตถุ ทำให้วัตถุมีพื้นผิวเป็นรูปทรงวัตถุ และเกิดเป็นส่วนที่อยู่ด้านหน้าและส่วนที่อยู่ด้านหลัง เมื่อวัตถุจริงใน 3 มิติ โดยพื้นผิวที่อยู่ด้านหน้าจะถูกแสดงให้เห็น และพื้นผิวที่อยู่บริเวณด้านหลังจะถูกกำบัง [1]



รูปที่ 5.8 การเชื่อมเส้นขอบของข้อมูลในแต่ละชั้น ให้เป็นรูปทรงเส้นโครงของวัตถุ



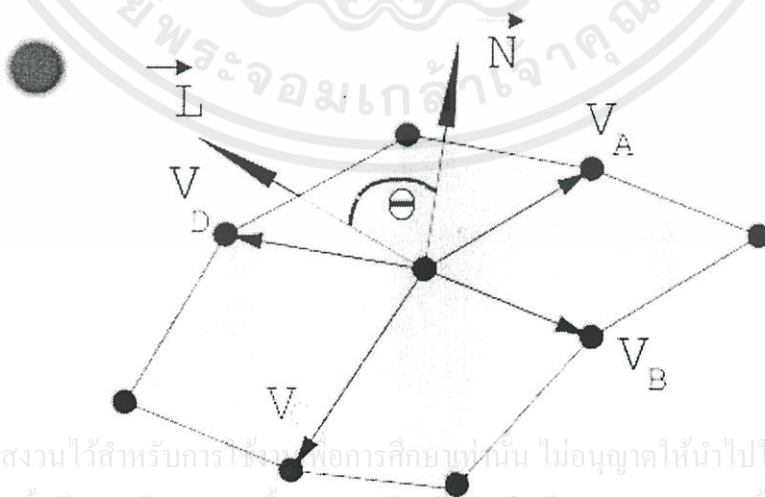
เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ารูปที่ 5.9 การกำหนดสีลงในรูปเหลี่ยมให้กับพื้นผิว ต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

5.4 เทคนิคการให้แสงเงา(Shading)

เมื่อเราสร้างวัตถุ 3 มิติ โดยแสดงรูปทรงของวัตถุ โดยทั่วไปจะทำการสร้างจากโครงข่าย (Mesh) ของพื้นผิวระนาบหลายเหลี่ยม เมื่อเราแสดงรายละเอียดของพื้นผิววัตถุจะมีความเรียบและมีพื้นผิวที่เป็นส่วนโค้ง ดังนั้นในการสร้างพื้นผิว 3 มิติ (Render) เพื่อแสดงให้เห็นถึงความต่างและรายละเอียดต้นลึกของพื้นผิว และส่วนที่มีความราบเรียบกลมกลื่นของพื้นผิว โดยการจำลองแสงเงาบนพื้นผิววัตถุแบบจำลองการให้แสงเงาบนพื้นผิวของวัตถุ เราจะพิจารณาแสงที่ส่องเข้ามาจะถูกดูดกลืนโดยพื้นผิววัตถุ และจะถูกปล่อยกลับออกไปใน ทุกทิศทางด้วยลักษณะที่เหมือนกัน ซึ่งเราจะเรียกพื้นผิวนี้ว่า ตัวสะท้อนแพร่ (Diffuse Reflector) ความเข้มของแสงที่ถูกปล่อยออกมาในบางทิศทางซึ่งเฉพาะเจาะจงจะสามารถอธิบายได้ด้วย กฎของแลมเบิร์ต (Lambert 's Law) สัมพันธ์จากกฎของแลมเบิร์ต (Lawbert's low)

การคำนวณค่าเวกเตอร์ปกติของพื้นผิว \vec{N} จะอาศัยคุณสมบัติผลคูณไขว้ของเวกเตอร์จากจุดอ้างอิง ซึ่งจุดนี้จะเป็นเสมือนจุดกึ่งกลางของพื้นผิวและหาจุดรอบๆ อีก 4 จุด คือ บน ล่าง ซ้าย ขวา ของจุดนั้นมาทำให้อยู่ในรูปเวกเตอร์ ซึ่งผลการคูณไขว้ทั้งหมดจะมาบวกกันทางเวกเตอร์ซึ่งจะได้เป็นค่าเฉลี่ยทิศทางของเวกเตอร์ปกติเหล่านี้

$$\vec{N} = \vec{V}_A \times \vec{V}_B \times \vec{V}_C \times \vec{V}_D \quad (5.2)$$

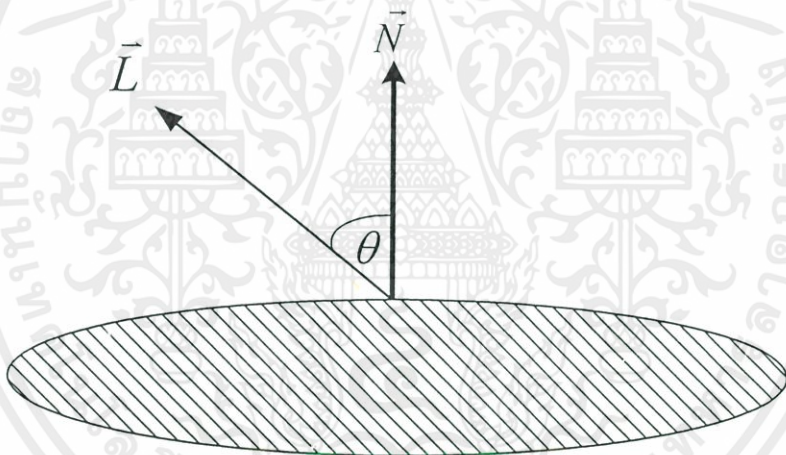


เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้เพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่าในรูปแบบใดก็ตาม การนำเอกสารนี้ไปใช้โดยไม่ได้รับอนุญาตถือว่าผิดกฎหมาย การนำเอกสารนี้ไปใช้

รูปที่ 5.10 เวกเตอร์ปกติที่แสดงทิศทางของพื้นผิวซึ่งกระทำกับเวกเตอร์ทิศทางแสง

ในการให้แสงเงาแก่วัตถุซึ่งจากกฎของแลมเบิร์ตให้ค่าความเข้มของแสงที่สะท้อนออกมาจากพื้นผิว มีค่าความสัมพันธ์อยู่กับค่า $\cos(\theta)$ โดย θ เป็นมุมระหว่างเวกเตอร์ปกติของพื้นผิวกับเวกเตอร์ปกติของพื้นผิวกับเวกเตอร์ที่แสดงทิศทางของแหล่งกำเนิดแสงถ้าเราให้ \vec{N} เป็นเวกเตอร์หนึ่งหน่วยในทิศทางที่ตั้งฉากกับพื้นผิว และ \vec{L} เป็นเวกเตอร์หนึ่งหน่วยในทิศทางของแหล่งกำเนิดแสง ค่าความเข้มที่สะท้อนออกมาจากพื้นผิวจะมีค่าสูงสุดเมื่อ \vec{N} และ \vec{L} อยู่ในทิศทางเดียวกันนั่นคือ $\theta=0$ จากกฎของแลมเบิร์ตค่าความเข้มของแสง ณ จุดใดๆที่สะท้อนออกจากพื้นผิววัตถุจะเป็นไปตามสมการ

การคำนวณหาปริมาณความเข้มของแสงที่จะสะท้อนมาเข้าตาเราในขณะที่เรามองไปที่วัตถุเพื่อให้เกิดความสมจริงแก่รูปที่สร้างขึ้น ในงานวิจัยนี้จะใช้แหล่งกำเนิดแสงแบบจุด และใช้ทิศทางแสงและทิศทางพื้นผิวพื้นผิวของวัตถุ



รูปที่ 5.11 แสดงการกำหนดมุมระหว่างทิศทางของแหล่งกำเนิดแสงและ ทิศทางของเวกเตอร์พื้นผิว

$$I_p = k_d + I_L \cos(\theta) \quad (5.3)$$

$$\cos(\theta) = \frac{(\vec{L} \cdot \vec{N})}{\|\vec{L}\| \|\vec{N}\|} \quad (5.4)$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารเมื่อค่า I_p เป็นค่าความเข้มของแหล่งกำเนิดแสง และ k_d เป็นค่าสัมประสิทธิ์ของการการค่า
ไม่ว่าสะท้อนกระจาย(diffuse reflector coefficient) หรือค่าของการสะท้อนความกระจาย(diffusivity) ซึ่งมี

ค่าอยู่ระหว่าง 0 และ 1 ซึ่งจะเป็นค่าเฉพาะของวัตถุแต่ละชนิด โดยสามารถหาได้จากสัดส่วนของแสงที่สะท้อนโดยพื้นผิว ถ้าค่า $k_d = 0$ แสดงว่า เราจะไม่สามารถมองเห็นพื้นผิวของวัตถุนั้นได้เนื่องจากพื้นผิวของวัตถุนั้นสามารถดูดกลืนแสง ไร่ทั้งหมดและ ถ้า $k_d = 1$ จะหมายความว่า พื้นผิวนั้นสามารถสะท้อนแสงออกมาได้ทั้งหมด ส่วน $(L.N)$ จะมีค่าเท่ากับ $\cos(\theta)$ เมื่อเรานิยามได้ \vec{N} และ \vec{L} เป็นเวกเตอร์หนึ่งหน่วยดังที่กล่าวมาแล้วข้างต้น ในที่นี้ใช้ $k_d = 1$ ค่าความเข้มของแหล่งกำเนิดแสงมีค่าเท่ากับ 255

5.5 การสร้างพื้นผิวโดยวิธี Marching cubes algorithm

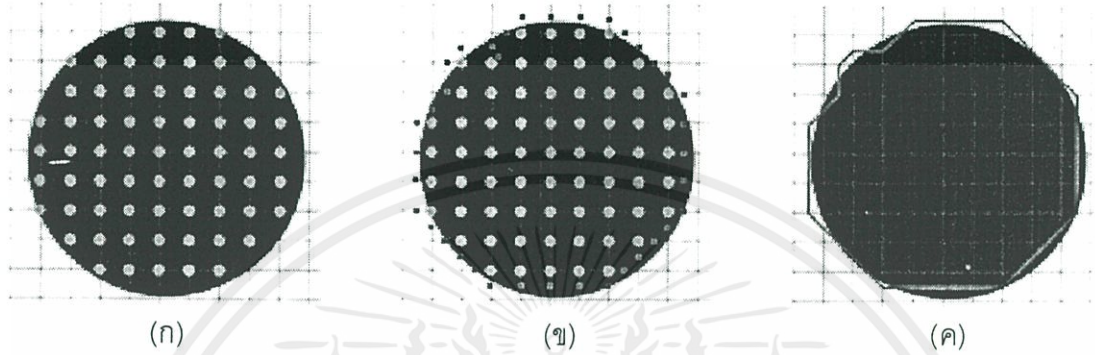
Marching cubess เป็นอีกวิธีที่นิยมใช้ในการสร้าง 3 เหลี่ยมพื้นผิวของวัตถุ 3 มิติ ซึ่งคิดค้นโดย Lorensen และ Cline [1] โดยใช้แนวความคิดที่ว่า สามารถแบ่งส่วนของวัตถุใน 3 มิติออกเป็นลูกบาศก์ย่อยๆ ที่ต่อเนื่องกัน และสร้าง 3 เหลี่ยมพื้นผิวของแต่ละลูกบาศก์ เมื่อรวมลูกบาศก์ย่อยทั้งหมดก็จะสามารถสร้างพื้นผิว 3 มิติของวัตถุ

การสร้างภาพด้วยวิธี Marching cubes มีเงื่อนไขสำคัญอยู่ 3 ประการคือ

1. การแยกเส้นขอบของวัตถุที่ต้องการออกจากข้อมูลทั้งหมด
2. แยกส่วนข้อมูลออกเป็น cube ย่อย และอาศัยคุณสมบัติจุดรอบข้างในระบบ 3 มิติแสดงตำแหน่งต่างๆ ใน 1 cube
3. การคำนวณหาค่า เวกเตอร์ทิศทางของพื้นผิวเพื่อการหาแสงเงาที่บริเวณพื้นผิวนั้น

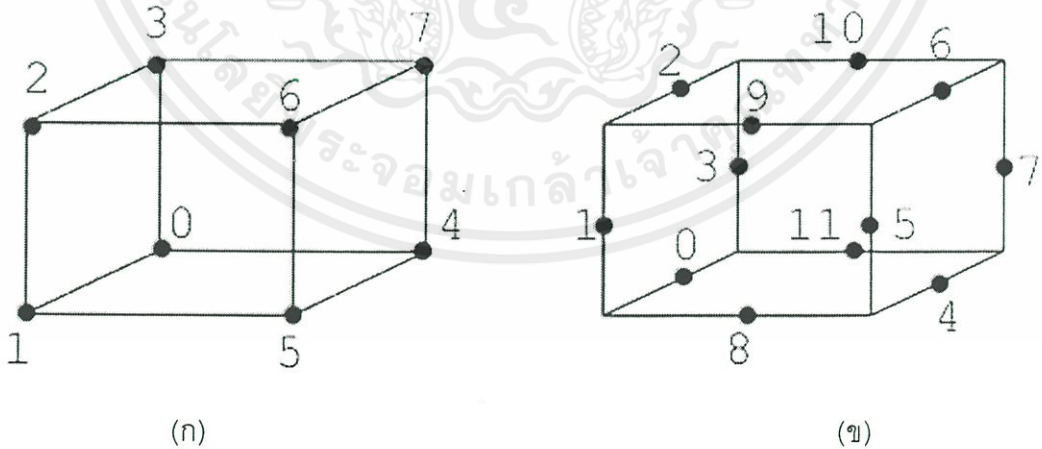
จากแนวความคิดพื้นฐาน คือการพิจารณาว่าจุด (xyz) ของวัตถุนั้นเป็นจุดภายในวัตถุ หรือเป็นจุดภายนอกวัตถุ จากการแยกย่อยของข้อมูลที่พิจารณา แยกออกเป็น ลูกบาศก์ ย่อยๆ ที่มีการต่อเนื่องกัน โดยอาศัยการตรวจสอบที่จุดมุมของแต่ละ ลูกบาศก์ ย่อย เพื่อกำหนดรูปแบบของ พื้นผิว 3 เหลี่ยมที่แทนข้อมูลลูกบาศก์ ย่อยนั้น โดยเมื่อรวมพื้นผิว 3 เหลี่ยมย่อยทั้งหมดนั้นจะเป็นการประมาณพื้นผิวทั้งหมด เริ่มพิจารณาจากข้อมูลที่เป็น 2 มิติ โดยจากรูปที่ 5.12 เมื่อเราสามารถหาเส้นขอบเขตที่แบ่งระหว่างตัววัตถุและ ส่วนที่ไม่ใช่วัตถุ รูปที่ 5.12 (ก) เมื่อเราพิจารณาจุดต่างๆว่าอยู่ภายในตัววัตถุที่ต้องการ เราจะใช้จุดขอบนอกสุดที่อยู่ใกล้ขอบดังรูปที่ 5.12 (ข) นำมาพิจารณาเพื่อหาจุดขอบใหม่ที่อยู่กึ่งกลางระหว่างจุดขอบนอก และจุดนอกขอบเขต ทำให้เราสามารถสร้างเส้นต่อทุกจุดรอบขอบใหม่ที่สร้างขึ้นได้ โดยเส้นขอบใหม่นี้จะไม่พอดีกับเส้นขอบวัตถุจะมีลักษณะเป็นการพิจารณาการประมาณแบบ Approximation คือจะไม่เป็นเส้นขอบที่สมบูรณ์ และเมื่อพิจารณาดังรูปที่ 5.12(ค) กับข้อมูลที่ไม่

เป็นลักษณะ 3 มิติ เราพิจารณาจากจุดมุม 8 จุดของ cube ย่อยเราสามารถคำนวณความต่างของจุดมุมทั้ง 8 จุดมาพิจารณาเป็นรูปแบบของการประมาณ พื้นผิว 3 เหลี่ยมย่อยได้ทั้ง 256 แบบโดยสามารถพิจารณาได้ จากเงื่อนไขดังนี้

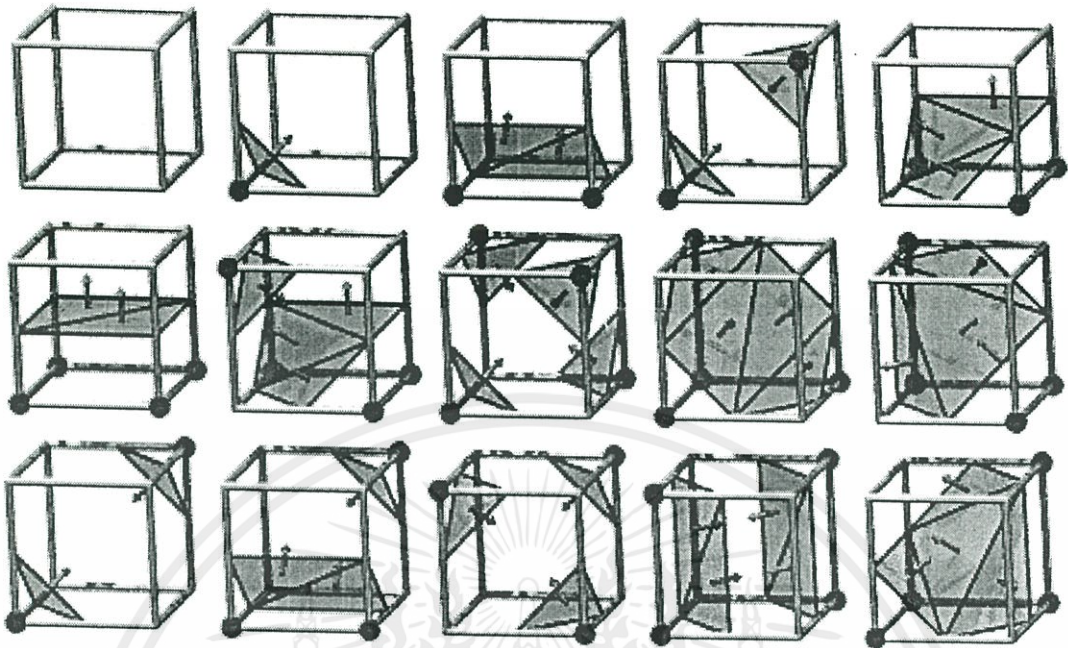


รูปที่ 5.12 จากข้อมูลในรูป (ก) ตำแหน่งต่างๆ ของจุดข้อมูลวงกลม ใน 2 มิติ (ข) เส้นขอบของวงกลม ที่ได้จากการเทียบจุดข้อมูลกับตารางรูปแบบ ของ Marching cubes (ค) เส้นขอบของวงกลมที่ได้จากการประมาณเส้นขอบของวงกลม

1. การหมุนจุดมุมยอด ไปที่ละแกน
2. การมองในลักษณะเป็นการสะท้อนของอีกด้านของ แต่ละมุม
3. การพิจารณาในส่วนกลับของแต่ละรูปแบบของแต่ละ polygon



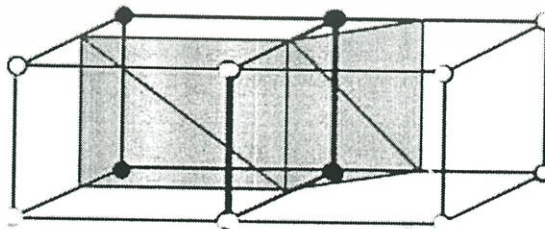
รูปที่ 5.13 (ก) การตรวจสอบจุดยอดของลูกบาศก์ย่อยทั้ง 8 จุดเพื่อกำหนดรูปแบบการสร้างพื้นผิว 3 เอกสารนี้เป็นเอกสารลิขสิทธิ์ของสำนักพิมพ์ (ข) จุดยอดของสามเหลี่ยมพื้นผิวทั้ง 12 จุดเพื่อสร้างพื้นผิวการคำนวณว่ากรณีใดๆที่ 3 เหลี่ยมแทนจุดข้อมูลของจุดยอดของลูกบาศก์ย่อย ยิ่งเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



The 15 Cube Combinations

รูปที่ 5.14 แสดงรูปแบบเงืองไขการสร้างพื้นผิวสามเหลี่ยม ทั้ง 15 แบบของ Marching Cubes

โดยรูปแบบการประมาณ พื้นผิว 3 เหลี่ยมย่อย ทั้ง 256 แบบ เราสามารถย่อลงให้เป็นรูปแบบหลัก 15 แบบเพื่อแทนทั้ง 256 แบบ ทำให้เราสามารถพิจารณาส่วนของ เวกเตอร์ ที่แสดงทิศทางพื้นผิว ของแต่ละ พื้นผิว 3 เหลี่ยมย่อย ว่าเป็นการแสดงทิศทาง ของพื้นผิวด้านใน หรือเป็นทิศทางด้านนอกของพื้นผิวจากรูปแบบเมื่อเราต้องการสร้าง พื้นผิวของรูปทรงวัตถุจากข้อมูล เราจะใช้การตรวจสอบค่า Density ที่มุมของแต่ละ ลูกบาศก์ย่อยตลอดทั้งข้อมูลโดยคุณภาพรายละเอียดของพื้นผิวที่ได้จะมีความละเอียดมากน้อยจะพิจารณาจากขนาดแต่ละลูกบาศก์ ที่แบ่งย่อยว่ามีขนาดเท่าใดดังแสดงในรูปที่ 5.15 เมื่อทำการต่อแต่ละ cube ย่อย เมื่อเรา



เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
รูปที่ 5.15 พื้นผิวที่คำนวณด้วยการวิธี Marching cubes จึงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

และเมื่อทำการต่อทุกcube ย่อยและส่วนเส้นโครงลวด (wireframe) ที่มาจากแต่ละ cube จะได้รูปทรงพื้นผิว 3 มิติ ดังแสดงในรูปที่ 5.16



รูปที่ 5.16 พื้นผิวรวมทั้งหมดที่คำนวณด้วยการวิธี Marching cubes

สรุป

ข้อมูลภาพตัดขวางซึ่งเป็นข้อมูลภาพ 2 มิติ สามารถจัดเรียงให้เป็นให้อยู่ในระบบ 3 มิติเชิงปริมาตรทำให้มีการอ้างอิงตำแหน่งได้ในระบบ 3 มิติ ทำให้มีการใช้ความรู้ทางการประมวลผลภาพและการแสดงภาพด้วยคอมพิวเตอร์กราฟฟิก มาสร้างเป็นพื้นผิววัตถุ 3 มิติ เสมือนจริง มีการพัฒนาแนวทางใหม่ในการสร้างพื้นผิว 3 มิติได้เร็วขึ้นและให้มีการแสดงรายละเอียดได้สมจริงมากขึ้น

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่นอนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้คัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

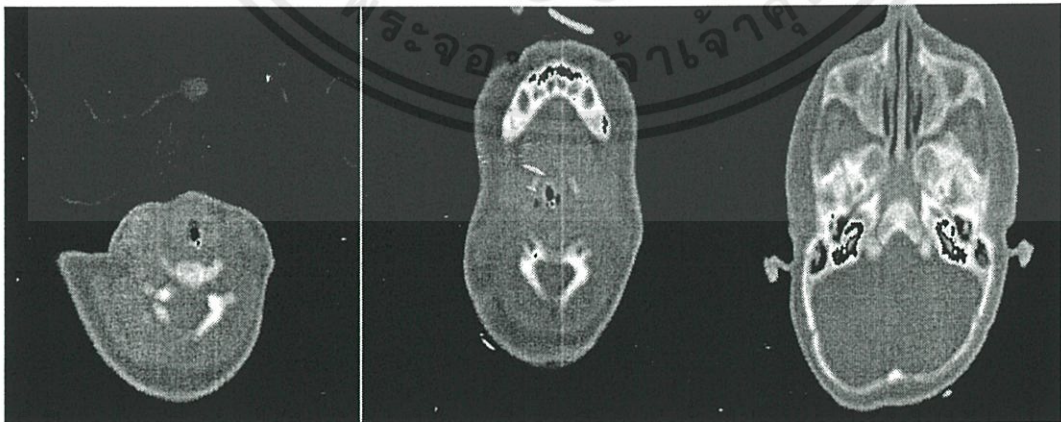
บทที่ 6

การลดขนาดข้อมูลภาพ CT และ MRI ด้วยเวฟเล็ต เพื่อสร้าง พื้นผิว 3 มิติ

ในบทนี้จะใช้หลักการที่กล่าวมาในบทที่ 3,4 และ 5 มาประยุกต์ใช้ในการลดขนาดข้อมูลโดยใช้คุณสมบัติการแปลงเวฟเล็ต และนำข้อมูลส่วนประมาณนั้นมาคำนวณเพื่อสร้างเป็นพื้นผิวภาพ 3 มิติโดยข้อมูลที่นำมาใช้ในการทดลองนี้เป็นข้อมูลภาพตัดขวางจากเครื่องCT และข้อมูลภาพตัดขวางจากเครื่องMRI โดยจะเป็นการประยุกต์ใช้งานการลดขนาดข้อมูลภาพ 2 มิติด้วยเวฟเล็ต มาใช้ในการหาข้อมูลส่วนประมาณของข้อมูลภาพสไลซ์ที่เรียงกันในระบบ 3 มิติ โดยในการทดลองจะแบ่งออกเป็น 3 ส่วนคือ ในส่วนแรกจะเป็นการทดลองให้เห็นถึงคุณสมบัติการแยกวิเคราะห์หลายระดับความละเอียดและการรวมเพื่อสร้างกลับของเวฟเล็ต ในส่วนที่สองจะเป็นการทดลองถึงการใช้ส่วนฟังก์ชันพื้นฐานสเกลลิงซึ่งเป็นส่วนประมาณมาทำการสร้างกลับเป็นข้อมูลต้นฉบับ และในส่วนที่สาม จะเป็นการทดลองสร้างพื้นผิว 3 มิติจากข้อมูลส่วนประมาณนี้โดยเทียบกับการสร้างพื้นผิว 3 มิติของข้อมูลต้นฉบับ

6.1 ข้อมูลที่ใช้ในการทดลอง

ชุดที่ 1 เป็นข้อมูลภาพจากเครื่อง CT ขนาดความกว้าง 256 จุดภาพความยาว 256 จุดภาพจำนวน 64 ภาพสไลซ์

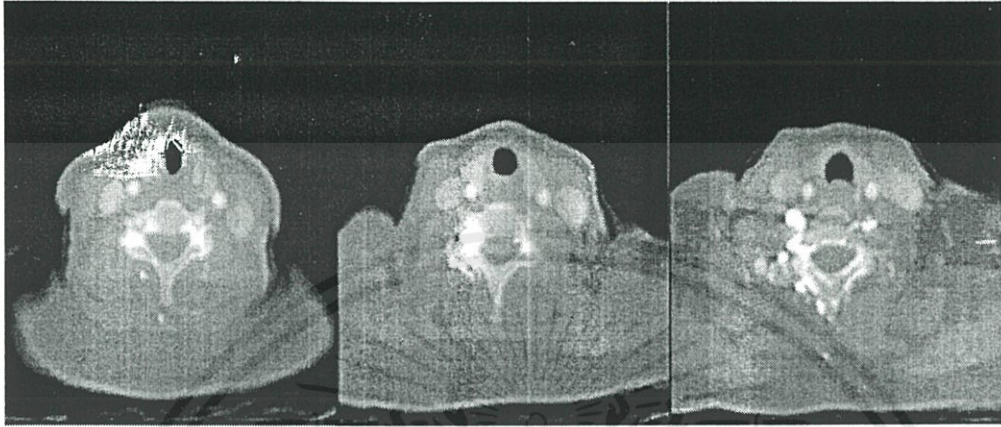


เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนลิขสิทธิ์การเขียนเพื่อการศึกษาเท่านั้น มิใช่เพื่อเผยแพร่โดยไม่ได้รับอนุญาต

ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

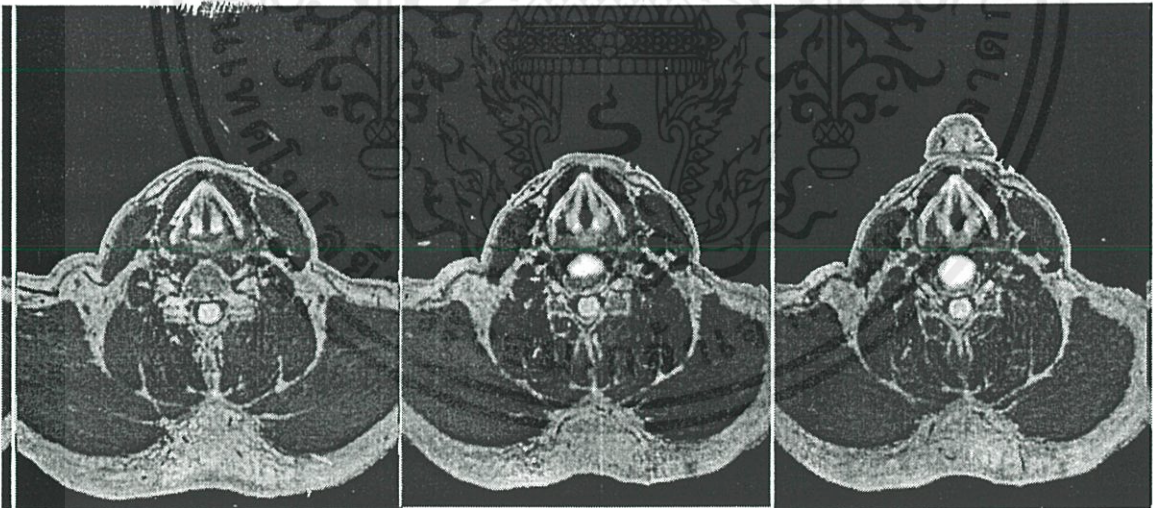
รูปที่ 6.1 ชุดข้อมูลภาพCT บริเวณศีรษะ CT Baby

ชุดที่ 2 เป็นข้อมูลภาพจากเครื่อง CT ขนาดความกว้าง 256 จุดภาพความยาว 256 จุดภาพ จำนวน 64 ภาพสไลซ์



รูปที่ 6.2 ข้อมูลภาพตัดขวางบริเวณลำคอ CT Ty

ชุดที่ 3 เป็นข้อมูลภาพตัดขวางจาก Visible human ซึ่งเป็นภาพตัดขวางMRI จากร่างกายมนุษย์จริงแสดงรายละเอียดของอวัยวะภายใน ขนาดความกว้าง 256 จุดภาพ ความยาว 256 จุดภาพ จำนวน 256 ภาพสไลซ์

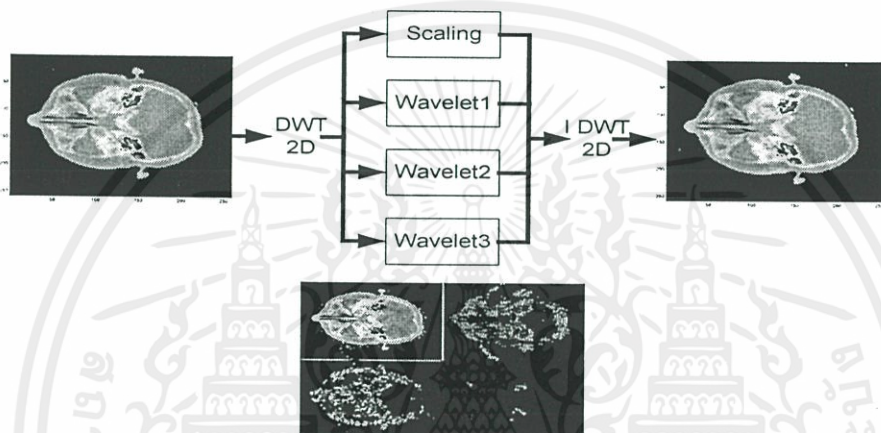


รูปที่ 6.3 ภาพตัดขวางจากข้อมูลMRIชุด Visible human

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้คัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

6.2 การทดลองลดขนาดข้อมูลภาพ 2 มิติโดยใช้การแปลงเวฟเล็ต

ในส่วนนี้เป็นการทดลองถึงคุณสมบัติการแปลงเวฟเล็ตซึ่งสามารถแยกเป็นส่วนฟังก์ชันพื้นฐานสเกลลิงและส่วนฟังก์ชันพื้นฐานเวฟเล็ต ซึ่งจะสามารถสร้างกลับเป็นข้อมูลต้นฉบับได้โดยการรวมกลับของข้อมูลส่วนฟังก์ชันพื้นฐานสเกลลิงและข้อมูลส่วนฟังก์ชันพื้นฐานเวฟเล็ต โดยคุณสมบัติการแปลงเวฟเล็ตผกผัน ซึ่งข้อมูลที่สร้างกลับมานั้นจะมีคุณสมบัติเท่ากับข้อมูลต้นฉบับซึ่งเป็นคุณสมบัติการแยกวิเคราะห์แบบหลายระดับความละเอียดของเวฟเล็ต โดยมีขั้นตอนและผลดังนี้



รูปที่ 6.4 การแยกวิเคราะห์และรวมสร้างกลับโดยไม่ตัดส่วนเวฟเล็ต

ข้อมูลภาพ CT ขนาด 256×256 จำนวน 1 ภาพ คำนวณหาระดับความละเอียดของข้อมูล โดยใช้ขนาดความกว้างและความยาวของข้อมูล โดยใช้การคำนวณ $\text{ความละเอียด} = \log_2(\text{ขนาดตามแกนที่คำนวณ})$ จากขนาดของข้อมูลภาพที่ใช้ในการทดลองนี้เป็นขนาด 256×256 จะคำนวณระดับความละเอียดในความกว้างได้เป็นระดับ 8 และในแนวความยาวจะได้เป็นระดับ 8 ด้วยเช่นกัน ใช้คุณสมบัติ FilterBank และ การทำ DWT ทำให้เราสามารถทำการแปลงข้อมูลเวฟเล็ตในรูปแบบเมตริกซ์ เราจะทำการแปลงเวฟเล็ตโดยหาค่าสัมประสิทธิ์ที่ใช้แปลงเวฟเล็ตที่ค่าระดับความละเอียดที่คำนวณมาได้ โดยให้ AB เป็นเมตริกซ์ที่ใช้เก็บค่าสัมประสิทธิ์ที่ใช้ในการแปลงเวฟเล็ต ที่ระดับความละเอียดต่างๆ การแปลงเวฟเล็ต จะทำการแปลงทางแนวแถว Row และ แปลงทางแนวคอลัมน์ Column โดยผลการแปลงจะได้ข้อมูลเป็น 4 ส่วน คือ ส่วนของข้อมูลที่อยู่บนฟังก์ชันพื้นฐานสเกลลิง ส่วนของข้อมูลที่อยู่บนฟังก์ชันพื้นฐานเวฟเล็ตส่วนที่ 1 ส่วนของข้อมูลที่อยู่บนฟังก์ชันพื้นฐานเวฟเล็ตส่วนที่ 2 และ 1 ส่วนของข้อมูลที่อยู่บนฟังก์ชันพื้นฐานเวฟเล็ตส่วนที่ 3 จากสมการแปลงเวฟเล็ตลง

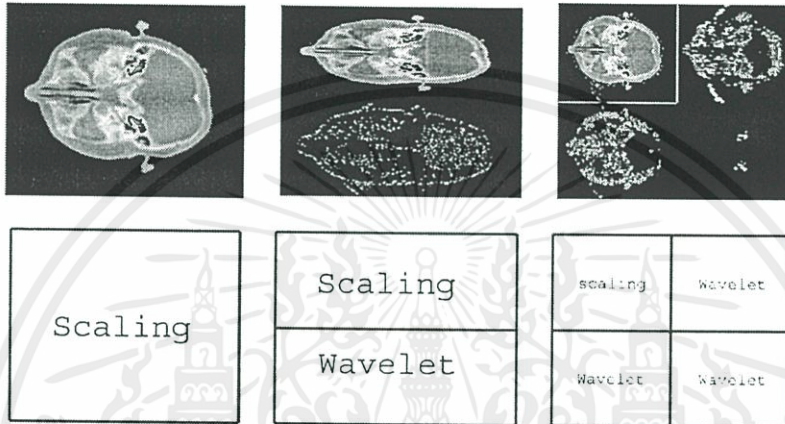
เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า

1 ระดับ

ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้คัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$\left[C^{j-1} \mid D^{j-1} \right]^T = \left[A^j \mid B^j \right]^T C^j$$

สมการแปลงเวฟเล็ตโดยใช้เมตริกซ์แยกวิเคราะห์ $[A|B]$ ที่ระดับความละเอียด j



รูปที่ 6.5 ข้อมูลที่ผ่านการแปลงเวฟเล็ตแล้วจะแยกได้เป็น ปริภูมิสเกลลิงและ ปริภูมิเวฟเล็ต



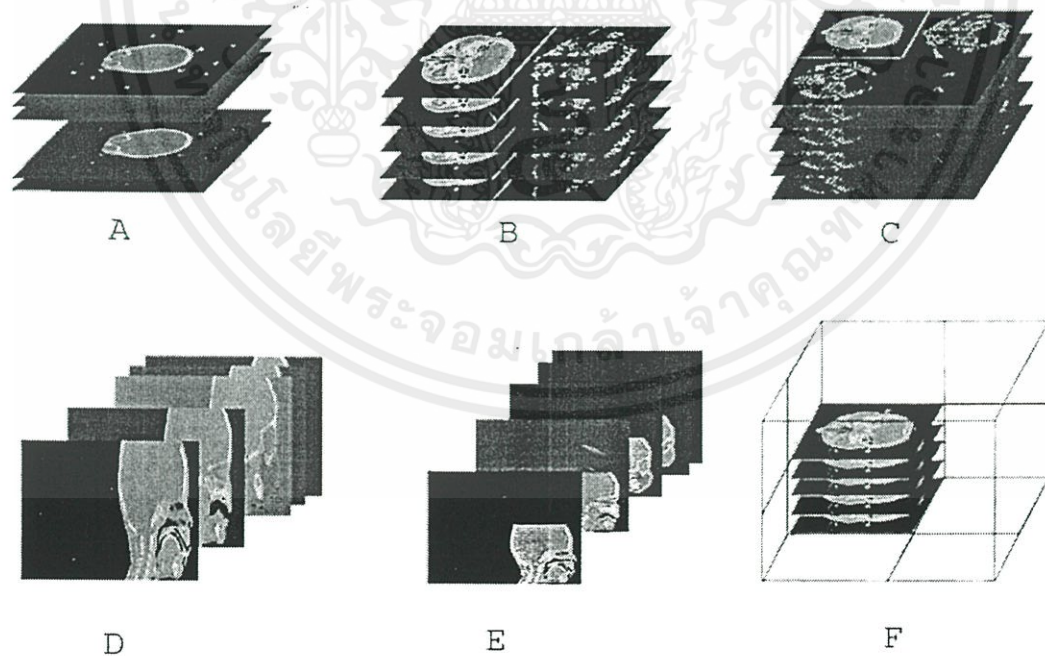
รูปที่ 6.6 กราฟความต่างระหว่างข้อมูลต้นฉบับและ ข้อมูลที่ผ่านการแปลงเวฟเล็ตแล้ว

6.3 ทำการลดขนาดข้อมูลเชิงปริมาตรด้วยการแปลงเวฟเล็ต 3 มิติ

จากข้อมูลภาพ CT ขนาด 256×256 จำนวน 64 ภาพ จะสามารถคำนวณหาระดับความละเอียดของข้อมูล โดยใช้ขนาดความกว้างและความยาว จำนวนของภาพสไลด์ทั้งหมดจะเป็นขนาดตามแนวแกน Z ในการอ้างอิงข้อมูลทางแกน Z โดยใช้การคำนวณระดับความละเอียด = $\log_2(\text{ขนาดตามแนวแกน Z})$ ไม่ว่าจะถี่แค่ไหน อีกทั้งห้ามมิให้คัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มาใช้

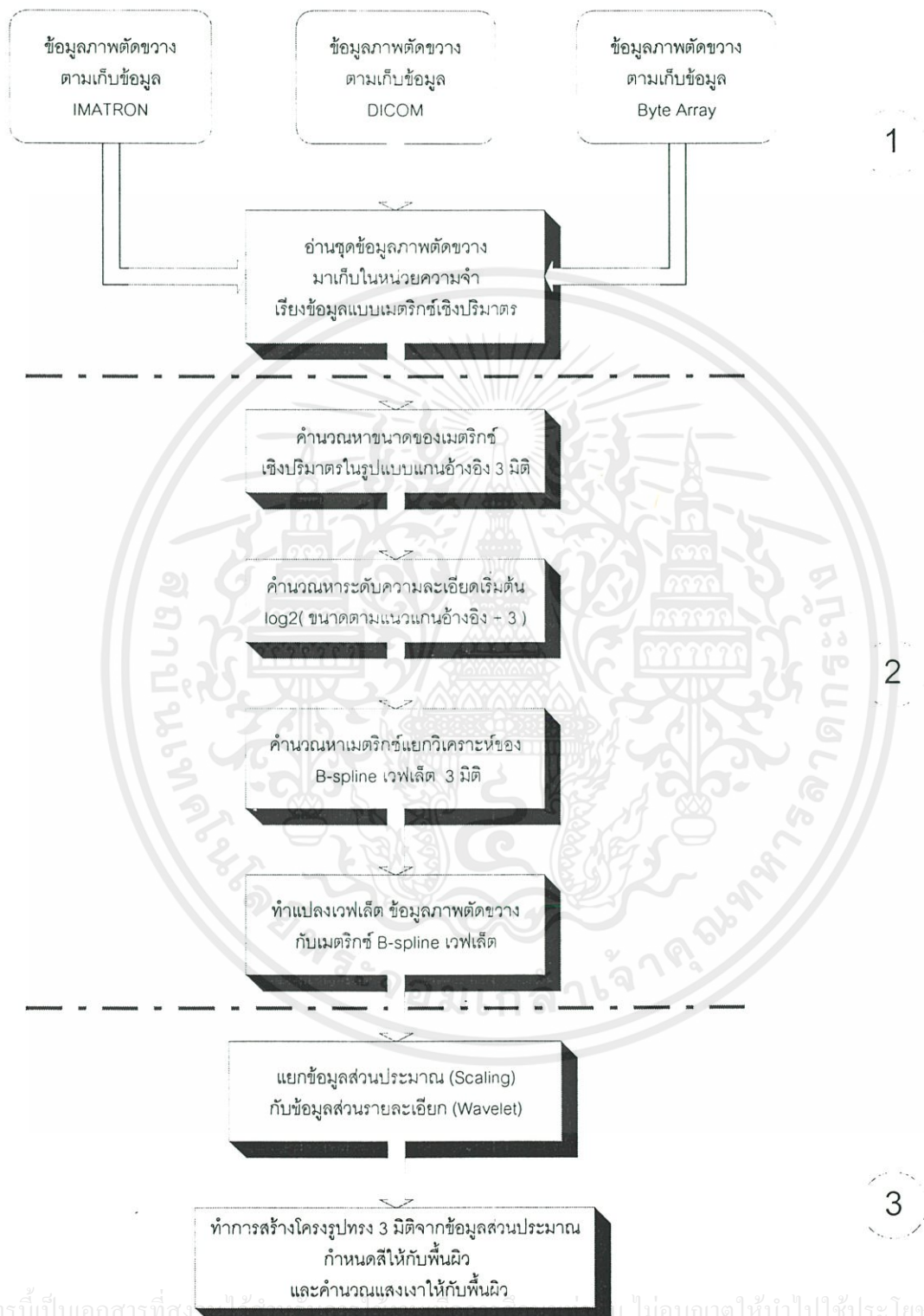
แกนที่คำนวณ) จากขนาดของข้อมูลภาพที่ใช้ในการทดลองนี้เป็นขนาด 256×256 จะคำนวณระดับความละเอียดในความกว้างได้เป็นระดับ 8 และในแนวความยาวจะได้เป็นระดับ 8 ระดับความละเอียดทางแกน Z คำนวณจากจำนวน 64 ภาพจะคำนวณระดับความละเอียดได้เท่ากับระดับ 6

จากค่าระดับความละเอียดที่คำนวณมาได้ นำมาสร้างเมตริกซ์ AB ซึ่งเป็นเมตริกซ์ที่ใช้เก็บค่าสัมประสิทธิ์ที่ใช้ในการแปลงเวฟเลิต ระดับความละเอียดตามแกนแถว Row แกนคอลัมน์ Column และตามค่าความละเอียดตามแกน Z การแปลงเวฟเลิตจะทำการแปลงทางแนวแถว Row และแปลงทางแนว คอลัมน์ Column โดยผลการแปลงจะได้ข้อมูลเป็น 4 ส่วน คือ ส่วนของข้อมูลที่อยู่บนฟังก์ชันชั้นพื้นฐานสเกลลิง ส่วนของข้อมูลที่อยู่บนฟังก์ชันชั้นพื้นฐานเวฟเลิตส่วนที่ 1 ส่วนของข้อมูลที่อยู่บนฟังก์ชันชั้นพื้นฐานเวฟเลิตส่วนที่ 2 และ 1 ส่วนของข้อมูลที่อยู่บนฟังก์ชันชั้นพื้นฐานเวฟเลิตส่วนที่ 3 โดยทำการแปลงข้อมูลทีละภาพจนหมดทั้งชุดสไลซ์ แล้วทำการแปลงเวฟเลิตตามแนวแกน Z ไปจำนวนจนครบหมด จะได้สามารถแยกวิเคราะห์ได้เป็น 8 ส่วน ข้อมูลที่อยู่บนฟังก์ชันชั้นพื้นฐานสเกลลิง 1 ส่วนที่เป็นข้อมูลส่วนประมาณและ ส่วนของข้อมูลที่อยู่บนฟังก์ชันชั้นพื้นฐานเวฟเลิตจำนวน 8 ส่วน เราจะบันทึกเฉพาะส่วนฟังก์ชันชั้นพื้นฐานสเกลลิงลงในส่วนเก็บข้อมูล



เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
รูปที่ 6.7 การลดขนาดข้อมูลเชิงปริมาตรทั้ง 3 แกนโดยใช้การแปลงเวฟเลิต

สามารถแสดงเป็นขั้นตอนการทำงานได้ดังแผนผังที่ 6.1



เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนลิขสิทธิ์ ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
รูปที่ 6.8 ลำดับขั้นตอนการทดลองลดขนาดข้อมูลด้วยการแปลงเวฟเล็ต

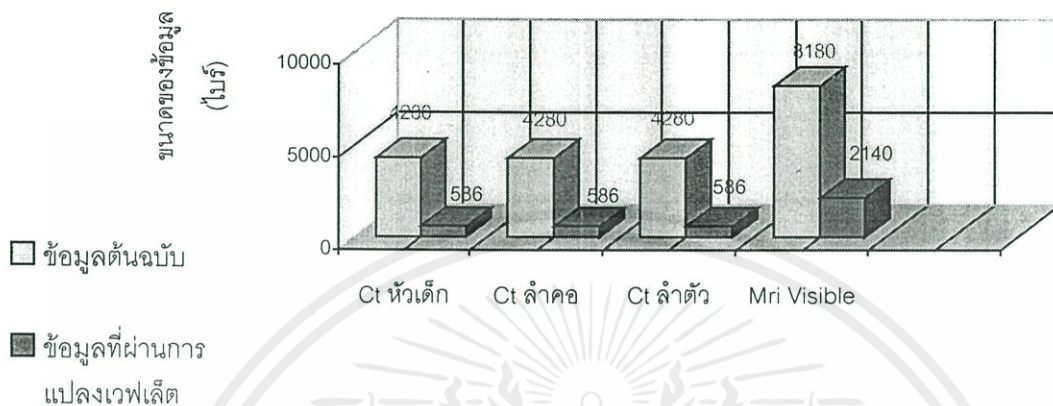
ส่วนที่ 1 ทำการอ่านข้อมูลภาพตัดขวางตามมาตรฐานการเก็บภาพทางแพทย์ ทั้งรูปแบบจากเครื่องIMATRON และมาตรฐานการเก็บภาพแบบ DICOM และชุดข้อมูลภาพตัดขวางที่เก็บข้อมูลแบบ Byte Array โดยทำการอ่านชุดข้อมูลภาพตัดขวางเข้ามาเก็บในส่วนเก็บข้อมูล ในลักษณะ ข้อมูลภาพ gray level 256 ระดับ ตามจำนวนภาพสไลซ์ทั้งหมด แล้วทำการเรียงข้อมูลภาพทั้งหมดในรูปแบบ ข้อมูลเมตริกซ์เชิงปริมาตร โดยให้ความกว้างของเมตริกซ์เท่ากับ ขนาดความกว้างของข้อมูลภาพ ความยาวของเมตริกซ์เท่ากับ ความกว้างของข้อมูลภาพ และให้เมตริกซ์มีขนาดตามแนวตั้ง เท่ากับ จำนวนภาพสไลซ์ทั้งหมด เช่นข้อมูลภาพตัดขวาง ขนาดกว้าง 256 จุดภาพ ยาว 256 จุดภาพ มีจำนวน 64 ภาพสไลซ์ จะสามารถเรียงในรูปแบบเมตริกซ์เชิงปริมาตร ขนาด กว้าง 256 ยาว 256 จำนวน 64 ชั้น ซึ่งจะมีแกนอ้างอิง 3 มิติ

ส่วนที่ 2 เป็นการลดขนาดชุดข้อมูลภาพตัดขวางโดยใช้การแปลงเวฟเล็ต เริ่มจากคำนวณหา ระดับความละเอียดทั้ง 3 แกนอ้างอิงของข้อมูลเริ่มต้น เพื่อทำการคำนวณหาเมตริกซ์แยกวิเคราะห์ของเวฟเล็ต โดยคำนวณตามสูตร ระดับความละเอียด = $\log_2(\text{ขนาดตามแนวแกนอ้างอิง} + 3)$ และทำการสร้างเมตริกซ์แยกวิเคราะห์เวฟเล็ตตามระดับความละเอียดนั้นทั้ง 3 แกนอ้างอิง แล้วทำการแปลงเวฟเล็ตตามแนวแกนอ้างอิงความกว้าง และแปลงเวฟเล็ตตามแนวแกนอ้างอิงความยาว จนครบทุกภาพ จากการทำข้อมูลเรียงในลักษณะ เมตริกซ์เชิงปริมาตร ทำให้สามารถ อ้างอิงข้อมูลในรูปแบบ ระนาบตามแนวความกว้าง แล้วจึงทำการแปลงเวฟเล็ตระนาบตามแนวความกว้างจนครบทุกภาพ จะได้ข้อมูลเมตริกซ์เชิงปริมาตรส่วนที่เป็นฟังก์ชันพื้นฐานสเกลลิง ข้อมูลส่วนที่เป็นฟังก์ชันพื้นฐานเวฟเล็ต โดยที่ข้อมูลส่วนที่อยู่บนฟังก์ชันพื้นฐานสเกลลิงจะเป็นข้อมูลส่วนประมาณจากข้อมูลต้นฉบับในขนาด เล็กถึง 1 ใน 8 ของข้อมูลต้นฉบับ

ส่วนที่ 3 เป็นการแยกข้อมูลส่วนประมาณออกจากข้อมูลที่แปลงเวฟเล็ตทั้งหมด โดยจะมีขนาดใหม่ตามแนวแกนอ้างอิง คือ $2^{j-1} + 3$ หรือมีขนาดลดลง 1 ใน 8 จากข้อมูลต้นฉบับ โดยจะยังคงรูปร่างใกล้เคียงกับข้อมูลต้นฉบับ เมื่อนำข้อมูลส่วนประมาณเหล่านี้มาทำการสร้างรูปทรงโครงลวด 3 มิติ และทำการสร้างพื้นผิวบนโครงลวดนั้น ร่วมกับการคำนวณการให้แสงเงาแก่พื้นผิว 3 มิตินี้ให้มีการแสดงความตื้นลึกชัดเจนขึ้น การสร้างพื้นผิวจากข้อมูลส่วนประมาณนี้ จะได้รูปทรง 3 มิติใกล้เคียงกับการสร้างรูปทรง 3 มิติด้วยข้อมูลต้นฉบับ เป็นการสร้างพื้นผิวแบบประมาณก่อนที่จะทำการสร้างพื้นผิวจากข้อมูลซึ่งต้องใช้เวลา และทรัพยากรมากกว่า

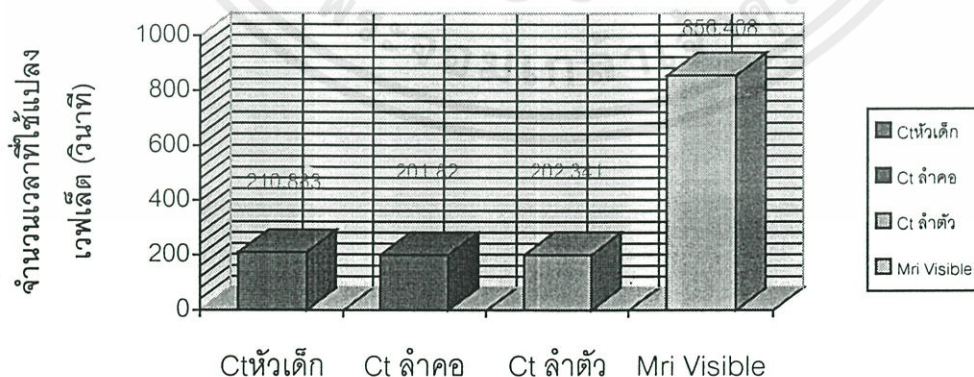
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้คัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ตารางที่ 6.2 แสดงจำนวนเนื้อที่ในการเก็บข้อมูลภาพ CT ต้นฉบับทั้ง 4 ชุด เทียบกับจำนวนเนื้อที่ในการเก็บข้อมูลภาพที่ผ่านการลดขนาดด้วยเวฟเล็ต



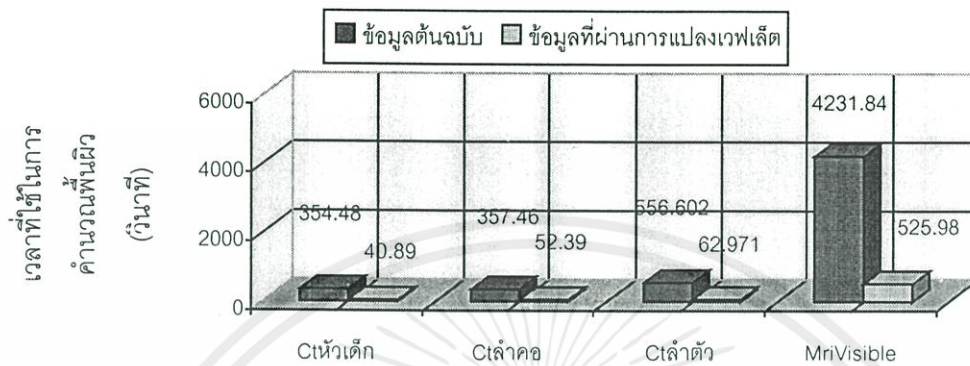
จากตารางพื้นที่ที่ใช้ในการเก็บข้อมูล ข้อมูลต้นฉบับ CTBaby ,CTTy และCTLung มีขนาดเท่ากันคือ กว้าง 256 จุดภาพ ยาว 256 จุดภาพ มีจำนวนภาพสไลซ์ 64 เท่ากันข้อมูลที่ผ่านการลดขนาดแล้วก็ยังคงมีขนาดเท่ากัน ในชุดข้อมูลต้นฉบับ Visible จะมีขนาดกว้าง 256 จุดภาพ ยาว 256 จุดภาพ และมีจำนวนภาพ 256 ภาพสไลซ์ จึงใช้เนื้อที่ในการเก็บมากกว่า ข้อมูล 3 ชุดแรก และเมื่อขนาดลดลงแล้วก็ยังมีขนาดมากกว่า ข้อมูล 3 ชุดแรกที่ลดขนาดลง

ตารางที่ 6.3 แสดงเวลาที่ใช้ในการลดขนาดข้อมูลภาพ CT ต้นฉบับทั้ง 4 ชุด ด้วยการแปลงเวฟเล็ต



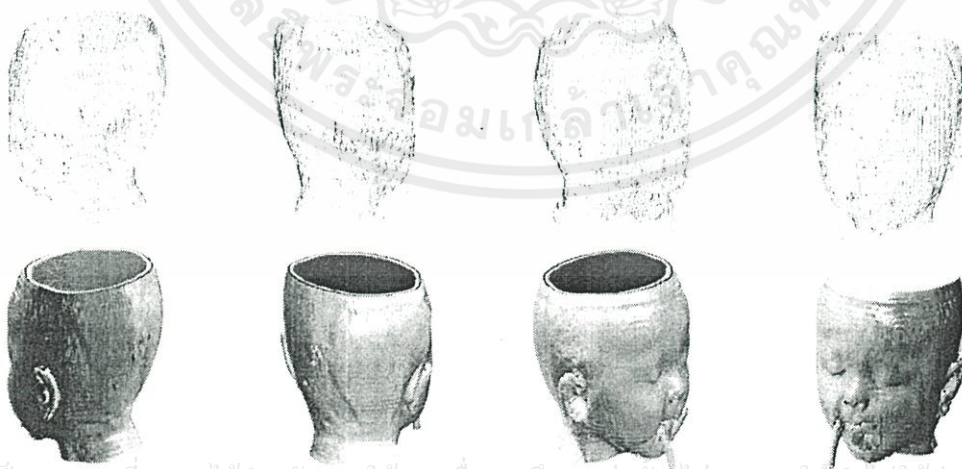
เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้คัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ตารางที่ 6.4 แสดงเวลาที่ใช้ในการสร้างพื้นผิวของ CT ต้นฉบับทั้ง 4 ชุด และข้อมูลที่ลดขนาดด้วยการแปลงเวฟเล็ต

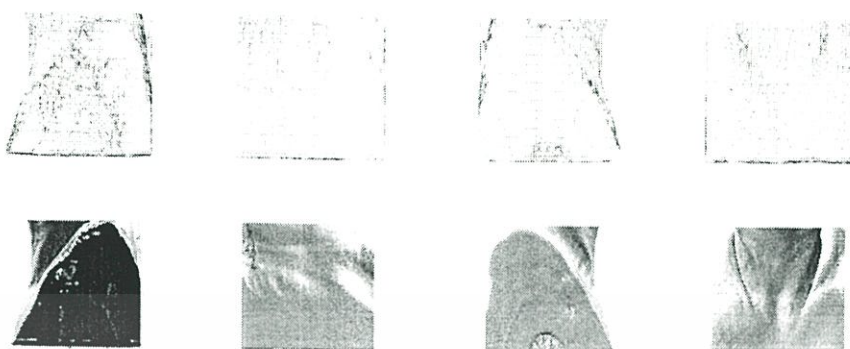


6.4 การสร้างพื้นผิว 3 มิติ จากข้อมูลผ่านการลดขนาดโดยการแปลงเวฟเล็ต

ในส่วนการทดลองที่นี้เป็นการทดลองสร้างพื้นผิว 3 มิติ จากข้อมูลส่วนประมาณของภาพตัดขวางที่ผ่านการลดขนาดข้อมูลโดยการแปลงเวฟเล็ต ทำการเทียบกับพื้นผิว 3 มิติที่สร้างจากของข้อมูลต้นฉบับ โดยเปรียบเทียบรายละเอียดของพื้นผิว 3 มิติ จากข้อมูลที่ลดขนาดโดยการแปลงเวฟเล็ต โดยใช้การประมาณพื้นผิวด้วย Marching cubes เปรียบเทียบทั้งเวลาที่จะต้องใช้ในการสร้างพื้นผิว การใช้พื้นที่ในการเก็บข้อมูลทั้ง 2 แบบ



เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
 ในรูปที่ 6.9 การประมาณพื้นผิว 3 มิติของข้อมูลภาพ CT บริเวณศีรษะที่ลดขนาดด้วยเวฟเล็ตที่มีการนำไปใช้

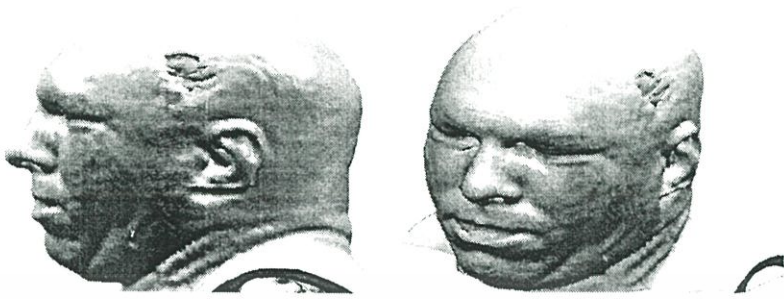


รูปที่ 6.10 ประมาณพื้นผิวบริเวณล้าคอกจากข้อมูลที่ลดขนาดแล้ว



รูปที่ 6.11 ประมาณพื้นผิวบริเวณล้าตัวจากข้อมูลที่ลดขนาดแล้ว

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้คัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



ก



ข

รูปที่ 6.12 พื้นผิวจากข้อมูล visible ที่ผ่านการลดข้อมูลแล้ว



ก

ข

รูปที่ 6.13 เปรียบเทียบบริเวณใบหน้าของพื้นผิวของข้อมูลต้นฉบับ พื้นผิวของข้อมูลที่ลดขนาดลง

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้คัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

บทที่ 7

บทสรุป ปัญหาที่พบและข้อเสนอแนะ

7.1 สรุป

การทดลองลดขนาดชุดข้อมูลภาพภาพตัดขวางจากเครื่อง CT และ จากเครื่อง MRI เพื่อนำข้อมูลที่ลดขนาดลงแล้วไปทำการสร้างพื้นผิวสามมิติ โดยจะแบ่งเป็นส่วนแรกสรุปผลการลดขนาดข้อมูล โดยพิจารณาจากคุณสมบัติการแยกวิเคราะห์หลายระดับความละเอียดของเวฟเล็ต B-spline โดยที่ขนาดของข้อมูลจะลดลงซึ่งวัดจากจำนวนไบร์ที่ใช้เก็บข้อมูลและ เวลาที่ใช้ในการลดขนาดข้อมูล ส่วนที่สองเป็นการพิจารณาพื้นผิวที่ทำการสร้างจากชุดภาพที่ลดขนาดแล้ว โดยพิจารณาจากเวลาที่ใช้ในการสร้างพื้นผิว และรายละเอียดของพื้นผิวที่สร้างได้ว่ามีความใกล้เคียงกับข้อมูลต้นฉบับอย่างไร

7.1.1 การลดขนาดข้อมูลเชิงปริมาตรด้วยการแปลงเวฟเล็ต

จากชุดข้อมูลภาพตัดขวาง ที่มีขนาดความกว้าง 256 จุดและความยาว 256 จุด จำนวน 64 ภาพสไลด์ จะใช้ 4,194 กิโลไบร์ในการเก็บข้อมูล การแปลงเวฟเล็ตแบบสามมิติจะให้เวลา 200 วินาที ในการลดขนาดข้อมูล ข้อมูลที่ลดขนาดด้วยการแปลงเวฟเล็ตแม้ไม่ได้นำข้อมูลที่ลดขนาดไปเข้ารหัส ข้อมูลที่ลดลงเป็นอัตรา 1 : 8 ของข้อมูลต้นฉบับ ทำให้ใช้เนื้อที่ในการเก็บ 586 กิโลไบร์ จะสามารถวัดความต่างของข้อมูลต้นฉบับกับข้อมูลที่ลดขนาดลงและสร้างกลับ โดยการใช้อ่าเฉลี่ยความต่างของจุดภาพต้นฉบับและข้อมูล 100 ภาพที่สร้างกลับมา โดยคิดเป็นค่าเฉลี่ยความต่างร้อยละ 38-55 ของข้อมูลต้นฉบับ เมื่อคิดในด้านการส่งข้อมูลต้นฉบับในระบบโครงข่าย จะต้องใช้เวลานาน แต่การส่งข้อมูลส่วนที่ลดแล้วไปจะใช้เวลาน้อยกว่า

7.1.2 การสร้างพื้นผิวสามมิติ จากข้อมูลที่ผ่านมาการลดขนาดด้วยเวฟเล็ต

การสร้างพื้นผิว 3 มิติจากข้อมูลจากข้อมูลที่ลดขนาดด้วยการแปลงเวฟเล็ตแล้ว จะใช้เวลาในการคำนวณน้อยลง การสร้างพื้นผิวจากข้อมูลต้นฉบับขนาดกว้าง 256 จุดภาพ ยาว 256 จุดภาพ จำนวน 64 ภาพสไลด์เดิมจะใช้เวลาในการคำนวณประมาณ 4,280 วินาที ข้อมูลที่ลดขนาดแล้วจะใช้เวลาคำนวณเพื่อสร้างพื้นผิวประมาณ 586 วินาที โดยที่พื้นผิวจะมีรูปทรงที่ใกล้เคียงกันการสร้างพื้นผิวด้วยข้อมูลภาพต้นฉบับ การเปรียบเทียบพื้นผิวทั้ง 2 ชุดทำโดยกำหนดการให้แสงเงา จุดมุมมองในด้านต่างๆให้ตรงกัน และทำการเปรียบเทียบหาความต่างจากพื้นผิวทั้งสองที่จ่ายไปบนระนาบ 2 มิติค่าความต่างที่ได้จะมีการประมาณ ร้อยละ 30-38 จากข้อมูลพื้นผิวต้นฉบับ

7.2 ปัญหาและข้อเสนอแนะ

ในการลดขนาดด้วยเวฟเล็ตด้วยระบบ 3 มิติจำเป็นต้องสร้าง ชุดเมตริกซ์ที่ใช้ในการแปลงเวฟเล็ต ซึ่งจะต้องมีขนาดตามระดับความละเอียดที่คำนวณได้ ในบางครั้งข้อมูลต้นฉบับก็ไม่ได้มีขนาดเท่ากับระดับความละเอียดที่ใช้งาน จำเป็นต้องทำการแทรกเพิ่มข้อมูล ด้วย 0 เข้าไปให้ข้อมูลต้นฉบับมีขนาดเท่ากับระดับความละเอียดที่จะใช้คำนวณ ทำให้บางครั้งต้องเพิ่มข้อมูลที่ไม่จำเป็นเข้าไป เช่นข้อมูลภาพสไลด์ ที่มี จำนวน 59 จะมีระดับความละเอียดใกล้เคียงกับที่ระดับ 6 ซึ่งต้องมีจำนวน 64 สไลด์ จึงจำเป็นต้องเพิ่มข้อมูล 0 เข้าไปอีก 5 ชั้น สไลด์

สำหรับแนวทางในการพัฒนาต่อไปโดยใช้ความรู้ในวิทยานิพนธ์ฉบับนี้เป็นพื้นฐาน เช่น การลดขนาดข้อมูลภาพ วีดีโอ ซึ่งมีความต่อเนื่องกัน จำนวนหลายภาพ ใน 1 วินาที หรือการนำไปใช้ลดขนาดข้อมูลและทำการเข้ารหัส ให้ข้อมูลมีความถูกต้องและมีขนาดที่ลดลงได้มากกว่า หรือในทางการแพทย์ อาจใช้ในการเก็บข้อมูลและส่งผ่านระบบโครงข่ายคอมพิวเตอร์

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่นอนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้คัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

เอกสารอ้างอิง

- [1] D.F.Rogers and J.A. Adams., "Mathematical Elements for Computer Graphics", Second Edition, McGraw-Hill.NewYork, 1989.
- [2] M.H. Gross, L. Lippert, A. Dreger, R. Koch "A new Method to Approximate the Volume Rendering Equation Using Wavelet s and Piecewise Polynomials" , Computer & Graphics, Vol. 19, No. 1, 1995.
- [3] C.Makkun, P.Koosirivanichakon, K.Chisakul and M.Sangworasil, "Editing Character of Curve by Wavelets transform", Proceeding of the REGINAL SYMPOSIUM ON TELECOMMUNICATIONS ELETRONICS CIRCUIT AND SYSTEMS, KMITL Bangkok, July 1996,pp.C49-54.
- [4] C.K. Chui , An Introduction to wavelets, Academic Press,Bostom,1992[5] S.Mallat."A Theory for Multiresolution Signal Decomposition: The WaveletRepresentation",IEEE Trans,Pattern Analysis and Machine Intelligence,Vol 11,No. 7,July. 1989,pp.674-693.
- [5] E.Quak and N.Weyrich,"Decomposition and Reconstuction Algorithm for Spline Wavelet on Bounded interval",Applied and Computational Harmonic Analysis,Vol.11,No. 3,june 1994,pp.217-231.
- [6] Adam Finkelstein and David H. Salesin.Multiresoultion curve!.In Processings of SIGGRAPH'94,pages261-268,ACM,NewYork,1994.
- [7] G.Beylkin,R.Coifaman.and V.Rokhlin. Fast wavelet tranforms and numerical algorithms 1,Communications on Pure and Applied Mathematics,44(2):141-183,March 1991.
- [8] สุพจน์ จันทรวีวัฒน์, มนัส สังวรศิลป์, สุรพันธุ์ เอื้อไพบูลย์, กิตติพล ชิตสกุล, "การสร้างภาพ 3 มิติโดยใช้วิธีพิจารณาจากเวกเตอร์ปกติของพื้นผิว",การประชุมวิชาการทางวิชาวิศวกรรมไฟฟ้า ครั้งที่ 19.
- [9] ชินภัทร นันทจิวารัชย์, มนัส สังวรศิลป์, สุรพันธุ์ เอื้อไพบูลย์, กิตติพล ชิตสกุล, "การลดขนาดข้อมูลภาพโดยใช้การแปลงเวฟเล็ต",วิศวกรรมลาดกระบังปีที่ 13 ฉบับที่ 2.
- [10] สมศักดิ์ เขมวิวิธ, มนัส สังวรศิลป์, สุรพันธุ์ เอื้อไพบูลย์, กิตติพล ชิตสกุล, "การแก้ไขพื้นผิวแบบหลายระดับความละเอียด โดยการแปลงเวฟเล็ต",การประชุมวิชาการทางวิชาวิศวกรรมไฟฟ้า ครั้งที่ 21.

ภาคผนวก ก.

เมตริกซ์สังเคราะห์ P_j และ Q_j

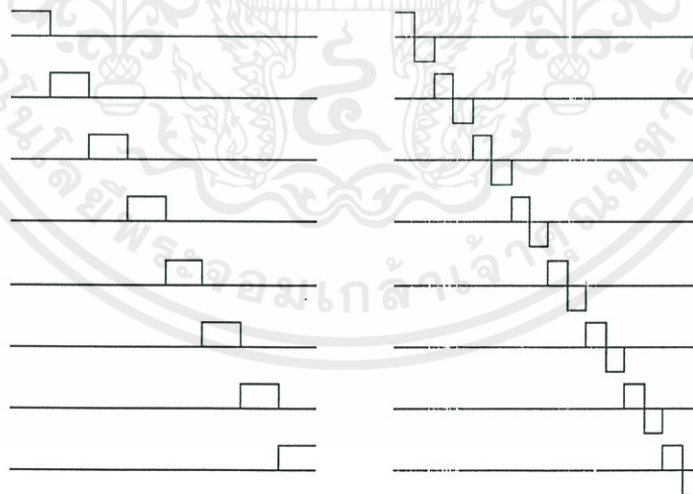
เมตริกซ์สังเคราะห์ P_j และ Q_j ของเวฟเล็ต B-spline อันดับชั้นต่างๆ รูปร่างของฟังก์ชันสเกลลิง และ ฟังก์ชันเวฟเล็ตถูกสร้างขึ้นจากความสัมพันธ์ตามสมการ (3.5) และสมการ (3.6) ตามลำดับดังนี้

-สำหรับฟังก์ชันสเกลลิง พิจารณาแต่ละหลักของเมตริกซ์ P_j เป็นจุดควบคุมของฟังก์ชันพื้นฐาน B-spline ที่ระดับความละเอียด j (ใช้โดเมน knot ศูนย์ถึงหนึ่ง)ตามสมการ (4.8) จากนั้นหาค่าเส้นโค้งจะได้รูปร่างของฟังก์ชันสเกลลิงที่ระดับความละเอียด $j-1$

-สำหรับการสร้างรูปร่างฟังก์ชันเวฟเล็ตจะเหมือนกับการสร้างรูปร่างฟังก์ชันสเกลลิงโดยเปลี่ยนเมตริกซ์ P_j เป็น Q_j

Harr Wavelets

Haar Wavelet จะเป็นเวฟเล็ตแม่ที่ง่ายที่สุด ซึ่งจะมีฟังก์ชันสเกลลิง ดังแสดงในรูป ก.1 ซึ่งจะมีค่าเท่ากับ 1 หรือ 0 เท่านั้น



รูปที่ ก.1 ฟังก์ชันสเกลลิงและฟังก์ชันเวฟเล็ตแบบ Harr สำหรับ $j=3$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้คัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ประวัติผู้เขียน

นายพีระ เลี้ยวประเสริฐพร เกิดเมื่อวันที่ 28 มกราคม 2517 ที่จังหวัดกรุงเทพมหานคร สำเร็จการศึกษาระดับ ปวส. สาขาอิเล็กทรอนิกส์ จากสถาบันเทคโนโลยีราชมงคลวิทยาเขตเทคนิคกรุงเทพ ปีการศึกษา 2537 และสำเร็จการศึกษาระดับปริญญาตรี อุตสาหกรรมศาสตรบัณฑิต สาขาวิชาเทคโนโลยีอิเล็กทรอนิกส์ สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง ปีการศึกษา 2539

ผลงานวิจัยที่ได้รับการตีพิมพ์

พีระ เลี้ยวประเสริฐพร, สมศักดิ์ เขมวิวิท, มนัส สังวรศิลป์, กิตติพล ชิตสกุล, " การประมาณและแก้ไขพื้นผิวที่ระดับความละเอียดทศนิยมโดยใช้การแปลงเวฟเล็ต", การประชุมวิชาการทางวิศวกรรมไฟฟ้าครั้งที่ 22 ณ มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์, หน้า 155-158, 2542



เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้คัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้