

การสร้างภาพตัดขวางของความต้านทานไฟฟ้าภายในวัตถุตัวนำ

AN ELECTRICAL IMPEDANCE TOMOGRAPHIC IMAGE
RECONSTRUCTION



วิทยานิพนธ์นี้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตรปริญญาวิศวกรรมศาสตรมหาบัณฑิต

สาขาวิชาวิศวกรรมไฟฟ้า

บัณฑิตวิทยาลัย

สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง

ท.ศ. 2542

ISBN 974-622-608-8

สำนักหอสมุดกลาง พระจอมเกล้าลาดกระบัง

การสร้างภาพตัดขวางของความต้านทานไฟฟ้าภายในวัตถุตัวนำ

AN ELECTRICAL IMPEDANCE TOMOGRAPHIC IMAGE
RECONSTRUCTION



เทอดชัย ธเนศวโรดม

TERDCHAI THANETWARODOM

วิทยานิพนธ์นี้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตรปริญญาวิศวกรรมศาสตรมหาบัณฑิต

สาขาวิชาวิศวกรรมไฟฟ้า

บัณฑิตวิทยาลัย

สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า

พ.ศ. 2542

ISBN 974-622-608-8

เลขหมู่.....
เลขทะเบียน.....**34731**
วัน, เดือน, ปี.....**29 S.A. 2542**

**AN ELECTRICAL IMPEDANCE TOMOGRAPHIC IMAGE
RECONSTRUCTION**



**A THESIS SUBMITTED IN PARTIAL FULFILLMENT
OF THE REQUIREMENT FOR THE DEGREE OF
MASTER OF ENGINEERING IN ELECTRICAL ENGINEERING
SCHOOL OF GRADUATE STUDIES
KING MONGKUT'S INSTITUTE OF TECHNOLOGY LADKRABANG**

1999

ISBN 974-622-608-8

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้ของมหาวิทยาลัยเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้คัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



COPYRIGHT 1999

SCHOOL OF GRADUATE STUDIES

KING MONGKUT'S INSTITUTE OF TECHNOLOGY LADKRABANG

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้คัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

หัวข้อวิทยานิพนธ์	การสร้างภาพตัดขวางของความต้านทานไฟฟ้าภายในวัตถุ ตัวนำ
นักศึกษา	นายเทอดชัย ชเนศวโรดม
รหัสประจำตัว	39061060
ปริญญา	วิศวกรรมศาสตรมหาบัณฑิต
สาขาวิชา	วิศวกรรมไฟฟ้า
พ.ศ.	2542
อาจารย์ผู้ควบคุมวิทยานิพนธ์	ผศ. ประภากร สุวรรณะ
อาจารย์ผู้ควบคุมวิทยานิพนธ์ร่วม	ดร. กิติพล ชิตสกุล

บทคัดย่อ

การสร้างภาพตัดขวางแสดงความต้านทานไฟฟ้าภายในของวัตถุสามารถทำได้ด้วยการจ่ายกระแสไฟฟ้าเข้าไปแล้ววัดค่าศักดาไฟฟ้าที่พื้นผิวรอบ ๆ วัตถุ จากการกำหนดค่าความต้านทานเริ่มต้นขึ้นมาแล้วคำนวณโดยใช้วิธีการไฟไนต์อิลิเมนต์เพื่อหาค่าศักดาไฟฟ้าที่โหนดต่าง ๆ รอบวัตถุ ความต้านทานภายในอิลิเมนต์ที่ใช้ในการคำนวณสามารถปรับให้สอดคล้องกับค่าของศักดาที่วัดได้ด้วยวิธีการประมาณค่าแบบนิวตัน-ราฟสัน (Newton-Raphson) ความต้านทานภายในแต่ละอิลิเมนต์ของวัตถุที่ได้สามารถนำมาสร้างเป็นภาพตัดขวางแสดงการกระจายของความต้านทานภายในของวัตถุนั้น วิทยานิพนธ์นี้นำเสนอวิธีการสร้างภาพตัดขวางของอิมพีแดนซ์โดยใช้ไฟไนต์อิลิเมนต์ที่ปรับปรุงการกำหนดขนาดของอิลิเมนต์ให้ด้านในมีขนาดใหญ่ขึ้น 2 แบบ คือ แบบที่แต่ละอิลิเมนต์มีขนาดเท่ากัน และแบบที่อิลิเมนต์ด้านในมีขนาดใหญ่กว่าด้านนอก จากการทดสอบกับข้อมูลจำลองพบว่า ลักษณะการแบ่งอิลิเมนต์ของระบบที่นำเสนอให้ผลที่ชัดเจนดีกว่าแบบเดิมที่มีการกำหนดอิลิเมนต์ซึ่งแบ่งเป็นชั้น ๆ ที่มีระยะเท่ากันตามแนวรัศมีโดยไม่คำนึงถึงขนาดของอิลิเมนต์ในแต่ละชั้น โดยได้ทดลองใช้อัลกอริทึมที่ได้พัฒนาขึ้นกับระบบที่มีรูปแบบของการจ่ายกระแสและวัดศักดาไฟฟ้าสองแบบ คือ การจ่ายกระแสแบบขั้วข้างเคียงและแบบขั้วตรงข้าม และแสดงผลเปรียบเทียบเป็นภาพตัดขวางของวัตถุที่จำลองขึ้นมา นอกจากนี้ยังได้พัฒนาอัลกอริทึมสำหรับระบบ 3 มิติขึ้นใหม่ และได้ทดลองใช้อัลกอริทึมแบบ 3 มิติกับข้อมูลที่วัดจริงจากถังบรรจุน้ำเกลือเปรียบเทียบกับอัลกอริทึมแบบเดิมซึ่งเป็นแบบ 2 มิติอีกด้วย

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้คัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

Thesis Title	An Electrical Impedance Tomographic Image Reconstruction
Student	Mr.Terdchai Thanetwarodom
Student ID.	39061060
Degree	Master of Engineering
Programme	Electrical Engineering
Year	1999
Thesis Advisor	Assist.Prof. Prapakorn Suwanna
Thesis Co-advisor	Dr. Kitipol Chitsakul

ABSTRACT

This thesis proposes an implementation of electrical impedance tomographic image reconstruction algorithm. Based on the finite elements method, the node voltage distribution which the boundary value is the small current injected through the cross-section is calculated. The Newton-Raphson method is used in this work for varying the resistivity distribution fitting to the set of outer node voltage measured. Two new finite elements models with irregular discretization, each element has equal size, and the inner element is larger, are proposed in this thesis. By simulation, the models provide better results of distinguishability compared with the classical model. The performance of two techniques in data collection, neighboring and opposite method run with the models are also compared. Finally an algorithm of 3-D model is proposed with some results obtained from a saline solution phantom compared with the 2-D algorithm.

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้คัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

กิตติกรรมประกาศ

วิทยานิพนธ์ฉบับนี้สำเร็จลุล่วงได้อย่างดี ด้วยการให้คำปรึกษาแนะนำและตรวจสอบวิทยานิพนธ์จาก ผศ. ประภากร สุวรรณะ และ ดร. กิติพล ชิตสกุล ซึ่งเป็นอาจารย์ผู้ควบคุมวิทยานิพนธ์ ผู้วิจัยรู้สึกซาบซึ้งในความอนุเคราะห์จากท่านและขอกราบขอบพระคุณเป็นอย่างสูง

ขอขอบพระคุณ รศ.ดร.มนัส สังวรศิลป์ ที่ให้ความช่วยเหลือ แนะนำ และคอยติดตามความคืบหน้าของงานวิจัยนี้มาโดยตลอด

ขอขอบพระคุณ รศ.โยอิชิ ยาซุมูระ ที่ให้คำแนะนำเกี่ยวกับวิธีการไฟไนต์อีลิเมนต์ ซึ่งเป็นพื้นฐานสำคัญของงานวิจัยนี้

ขอขอบคุณ นายอภิณัฐ ฤกษ์รัตน์ ที่ช่วยเหลือในการทำวงจรถ่ายกระแสและวัดค่าศักดาไฟฟ้า สำหรับใช้ในการทดลอง และยังช่วยเก็บข้อมูลจากถังบรรจุน้ำเกลือด้วย

ขอขอบคุณ นายวุฒิกร จิตรวุฒิโชติ ที่ช่วยจัดหาและอำนวยความสะดวกในการใช้เครื่องมือทำการทดลอง

ขอขอบคุณเพื่อน ๆ ทุกคน ที่มีส่วนช่วยเหลือในการทำวิทยานิพนธ์นี้
สุดท้ายขอขอบพระคุณพ่อแม่ที่ให้การสนับสนุนด้านการศึกษาและคอยให้กำลังใจมาโดยตลอด และขอขอบพระคุณครูอาจารย์ทุกท่านที่ประสิทธิ์ประสาทวิชาความรู้ให้
คุณค่าและประโยชน์อันพึงมีจากวิทยานิพนธ์ฉบับนี้ ผู้วิจัยขอบพระคุณแต่ผู้มีพระคุณทุกท่าน

เทอดชัย ธนศิวโรดม

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้คัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

สารบัญ

	หน้า
บทคัดย่อภาษาไทย	I
บทคัดย่อภาษาอังกฤษ	II
กิตติกรรมประกาศ	III
สารบัญ	IV
สารบัญรูป	VII
สารบัญตาราง	X
บทที่ 1 บทนำ	1
1.1 ความเป็นมาและความสำคัญของปัญหา	1
1.2 ความมุ่งหมายและวัตถุประสงค์ของการศึกษา	2
1.3 ขั้นตอนของการศึกษา	2
1.4 ขอบเขตของวิทยานิพนธ์	3
บทที่ 2 การสร้างภาพตัดขวางของวัตถุ (Tomography)	4
2.1 แนวคิดพื้นฐาน	4
2.2 ตัวอย่างหลักการสร้างภาพ	5
2.2.1 หลักการของ Computed Tomography (CT)	5
2.2.2 หลักการของ Magnetic Resonance Imaging (MRI)	6
บทที่ 3 การสร้างภาพตัดขวางจากความต้านทานไฟฟ้า (Electrical Impedance Tomography)	9
3.1 หลักการพื้นฐาน	9
3.2 ส่วนประกอบของระบบ	10
3.3 หลักการสร้างภาพด้วยวิธีต่าง ๆ	12
3.3.1 วิธี Perturbation	12
3.3.2 วิธี Double constraint	12
3.3.3 วิธี Backprojection	12
3.3.4 วิธีนิวตัน-ราฟสัน (Newton-Raphson)	13
บทที่ 4 รูปแบบการถ่ายกระแสและวัดศักดาไฟฟ้า	14

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนลิขสิทธิ์โดยมหาวิทยาลัยเทคโนโลยีพระจอมเกล้าธนบุรี ไม่อนุญาตให้นำไปใช้โดยไม่ได้รับอนุญาตจากข้า

ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้คัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

บทที่ 4 รูปแบบการถ่ายกระแสและวัดศักดาไฟฟ้า

สารบัญ (ต่อ)

	หน้า
4.1 แบบ 2 อิเล็กโทรด	14
4.2 แบบ 4 อิเล็กโทรด	14
4.2.1 วิธีจ่ายกระแสแบบข้างเคียง (Neighboring method)	15
4.2.2 วิธีจ่ายกระแสแบบขั้วตรงข้าม (Opposite method)	15
4.3 แบบหลายอิเล็กโทรด	15
บทที่ 5 การประมาณค่าศักดาไฟฟ้าด้วยวิธีการไฟไนต์เอลิเมนต์ (Finite Element Method : FEM) 18	
5.1 แบบจำลองการกระจายสนามไฟฟ้าในตัวกลาง	18
5.2 ขั้นตอนการคำนวณหาค่าศักดาไฟฟ้าที่ผิวของวัตถุ	18
5.3 แบบจำลองไฟไนต์เอลิเมนต์ และการกำหนดหมายเลขโหนด	19
5.4 เมตริกซ์สัมประสิทธิ์ของเอลิเมนต์ และการรวมเป็นเมตริกซ์ของระบบ	21
5.5 การกำหนดค่าเงื่อนไขขอบเขต	23
5.6 การแก้สมการเพื่อหาค่าศักดาไฟฟ้าที่ผิวของวัตถุ	24
บทที่ 6 การปรับค่าความต้านทานด้วยวิธีการนิวตัน-ราฟสัน	25
6.1 หลักการของนิวตัน-ราฟสัน	25
6.2 การหา Jacobian matrix	26
6.3 Regularization method	27
6.4 การกำหนดค่าความต้านทานเริ่มต้น	28
บทที่ 7 การลดขั้นตอนการคำนวณ	30
7.1 การสร้างเมตริกซ์สัมประสิทธิ์ของเอลิเมนต์เก็บไว้	30
7.2 การลดรูปสมการในการคำนวณหา Jacobian matrix	31
7.3 Sparse matrix	31
7.4 การลดขนาด Jacobian โดยการรวมกลุ่มเอลิเมนต์ที่มีความต้านทานจำเพาะเท่ากัน	32
7.5 การลดรูปของระบบโดยใช้หลักการแบ่งกระแส	32
7.6 การแก้ระบบสมการเชิงเส้น โดยตรงแทนการหาอินเวอร์สเมตริกซ์	33
7.7 การลดมิติในการคูณเมตริกซ์เมื่อต้องการผลลัพธ์เพียงบางส่วน	33

สารบัญ (ต่อ)

	หน้า
บทที่ 8 ตัวอย่างแสดงขั้นตอนการคำนวณ	34
บทที่ 9 ผลการทดลอง	40
9.1 ผลการทดลองจากข้อมูลจำลอง	40
9.2 ผลการทดลองจากถังน้ำเกลือ	43
บทที่ 10 สรุปผลการทดลอง	49
เอกสารอ้างอิง	51
ภาคผนวก ก วิธีการหาสูตรเมตริกซ์สัมประสิทธิ์ของอิลิเมนต์รูปสามเหลี่ยม (2 มิติ)	53
ภาคผนวก ข วิธีการหาสูตรเมตริกซ์สัมประสิทธิ์ของอิลิเมนต์รูปแท่งสามเหลี่ยม (3 มิติ)	55
ภาคผนวก ค โปรแกรมย่อยภาษาซีสำหรับแก้ระบบสมการเชิงเส้น	57
ภาคผนวก ง โปรแกรมย่อยภาษาซีสำหรับหาอินเวอร์สของ Band matrix	60
ประวัติผู้เขียน	62

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้คัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

สารบัญรูป

รูปที่	หน้า
2.1 รูปแสดงการเกิดภาพตามวิธีการแบ็กโปรเจกชัน	7
2.2 แสดงส่วนของอวัยวะซึ่งอยู่ในสนามแม่เหล็กเกรเดียนต์ตามยาว (แกน Z)	8
2.3 แสดงส่วนของอวัยวะซึ่งอยู่ในสนามแม่เหล็กเกรเดียนต์ตามขวาง (ระนาบ XY)	8
3.1 การวัดความต้านทานของวัตถุขนาดเล็ก	10
3.2 รูปแสดงส่วนประกอบอย่างง่ายของระบบ EIT	11
3.3 Backprojection ของค่าศักดาที่วัดได้ที่ผิววัตถุ ซึ่งเกิดจากการจ่ายกระแสแบบขั้วข้างเคียง	13
4.1 ระบบ 3 มิติ รูปทรงกระบอก บริเวณส่วนกลางติดขั้วอิเล็กโทรด โดยรอบ สำหรับการจ่าย กระแสและวัดข้อมูลศักดาไฟฟ้า	14
4.2 แสดงรูปแบบการจ่ายกระแสและเก็บข้อมูล 2 แบบ และลักษณะการกระจายของศักดา ไฟฟ้าในภาคตัดขวาง สำหรับระบบ 16 อิเล็กโทรด	15
4.3 กราฟแสดงลักษณะการกระจายของศักดาไฟฟ้าที่ขั้วอิเล็กโทรดของวัตถุเนื้อเอกพันธ์รูป ทรงกระบอก ที่มีความหนาแตกต่างกัน ดังรูปที่ 4.1 เมื่อ $h = h_1 = h_2$ โดยการจ่ายกระแส คงที่เข้าที่ขั้ว 16 ออกที่ขั้ว 1 และให้ขั้ว 1 เป็น GND	16
4.4 กราฟแสดงลักษณะการกระจายของศักดาไฟฟ้าที่ขั้วอิเล็กโทรดของวัตถุเนื้อเอกพันธ์รูป ทรงกระบอก ที่มีความหนาแตกต่างกัน ดังรูปที่ 4.2 เมื่อ $h = h_1 = h_2$ โดยการจ่ายกระแส คงที่เข้าที่ขั้ว 16 ออกที่ขั้ว 8 และให้ขั้ว 8 เป็น GND	16
4.5 กราฟแสดงลักษณะการกระจายของศักดาไฟฟ้าที่ขั้วอิเล็กโทรดของวัตถุเนื้อเอกพันธ์รูป ทรงกระบอก ที่มีความหนาแตกต่างกัน ดังรูปที่ 4.1 เมื่อ $h = h_1 = h_2$ โดยการจ่ายศักดา คงที่เข้าที่ขั้ว 16 ออกที่ขั้ว 1 และให้ขั้ว 1 เป็น GND เพื่อเปรียบเทียบลักษณะของความชัน ..	17
4.6 กราฟแสดงลักษณะการกระจายของศักดาไฟฟ้าที่ขั้วอิเล็กโทรดของวัตถุเนื้อเอกพันธ์รูป ทรงกระบอก ที่มีความหนาแตกต่างกัน ดังรูปที่ 4.2 เมื่อ $h = h_1 = h_2$ โดยการจ่ายศักดา คงที่เข้าที่ขั้ว 16 ออกที่ขั้ว 8 และให้ขั้ว 8 เป็น GND เพื่อเปรียบเทียบลักษณะของความชัน ..	17
5.1 แบบจำลองการแบ่งอิลิเมนต์ แบบ 32 อิเล็กโทรด, 141 โหนด, 248 อิลิเมนต์	20
5.2 การกำหนดหมายเลขโหนด และหมายเลขอิลิเมนต์ สำหรับแบบจำลอง 16 อิเล็กโทรด, 37 โหนด, 56 อิลิเมนต์	21
5.3 ลักษณะ Sparse หรือ Band ของเมตริกซ์สัมประสิทธิ์ของระบบ [Y] ที่ได้จากระบบในรูปแบบ ที่ 5.2 ซึ่งข้อมูลส่วนใหญ่มีค่าเป็นศูนย์	23
6.1 โฟลวชาร์ตแสดงวิธีการของนิวตัน-ราฟสัน ในการหาค่าความต้านทานภายในวัตถุ	26

สารบัญรูป (ต่อ)

รูปที่	หน้า
7.1 รูปแสดงลักษณะการลดรูประบบโดยอาศัยหลักการแบ่งกระแส	32
8.1 ระบบตัวอย่าง สำหรับแสดงขั้นตอนการคำนวณ	34
9.1 รูปโครงตาข่ายแสดงการกระจายของความต้านทาน จากการปรับค่าด้วยวิธีนิวตัน-ราฟสัน โดยใช้แบบจำลอง 16 อิเล็กโทรด จ่ายกระแสแบบขั้วข้างเคียง (Neighboring)	41
9.2 รูปขาวดำแสดงการกระจายของความต้านทาน จากการปรับค่าด้วยวิธีนิวตัน-ราฟสัน โดยใช้แบบจำลอง 16 อิเล็กโทรด จ่ายกระแสแบบขั้วข้างเคียง (Neighboring)	41
9.3 ดัชนีแบบสำหรับการจำลองข้อมูล เพื่อทดสอบวิธีการจ่ายกระแส 2 แบบ และแบบจำลองไฟไนต์อิเลเมนต์ 3 แบบ	42
9.4 ผลการทดลองจากข้อมูลจำลองโดยใช้ดัชนีแบบในรูปที่ 9.3 ก แสดงการเปรียบเทียบระหว่างวิธีการจ่ายกระแส 2 แบบ และการแบ่งอิเลเมนต์ 3 แบบ โดยใช้แบบจำลอง 32 อิเล็กโทรด และแสดงผลใน iteration ที่ 32, 64 และ 160	42
9.5 ผลการทดลองจากข้อมูลจำลองโดยใช้ดัชนีแบบในรูปที่ 9.3 ข แสดงการเปรียบเทียบระหว่างวิธีการจ่ายกระแส 2 แบบ และการแบ่งอิเลเมนต์ 3 แบบ โดยใช้แบบจำลอง 32 อิเล็กโทรด และแสดงผลใน iteration ที่ 32, 64 และ 160	43
9.6 รูปถึงพลาสติกคิซอเล็กโทรดแบบ 16 อิเล็กโทรด (phantom) ภายในบรรจุน้ำเกลือ และแท่งตัวนำ พร้อมกับอุปกรณ์ในการทดลอง	44
9.7 ภาพตัดขวางของถึงพลาสติกซึ่งมีเส้นผ่าศูนย์กลาง 14 ซม. บรรจุน้ำเกลือสูง 9 ซม. คิซอโลหะ 16 ขั้ว ที่ระดับสูง 4.5 ซม. (กึ่งกลางของระดับน้ำเกลือ) สำหรับใช้ในการทดลองภายในบรรจุวัตถุ	44
9.8 ภาพตัดขวางที่สร้างจากข้อมูลที่วัดได้จากถึงน้ำเกลือตรงกลางบรรจุแท่งฉนวน ดังรูปที่ 9.7 ก โดยแสดงผลการคำนวณใน iteration ที่ 8, 16 และ 32	45
9.9 ภาพตัดขวางที่สร้างจากข้อมูลที่วัดได้จากถึงน้ำเกลือตรงกลางบรรจุแท่งตัวนำ ดังรูปที่ 9.7 ข โดยแสดงผลการคำนวณใน iteration ที่ 8, 16 และ 32	46
9.10 ภาพตัดขวางที่สร้างจากข้อมูลที่วัดได้จากถึงน้ำเกลือตรงกลางบรรจุทั้งแท่งฉนวนและแท่งตัวนำ ดังรูปที่ 9.7 ค โดยแสดงผลการคำนวณใน iteration ที่ 8, 16 และ 32	47
9.11 ภาพตัดขวางที่คำนวณได้จากถึงน้ำเกลือคิซอ 32 อิเล็กโทรด จ่ายกระแสแบบขั้วข้างเคียง (Neighboring) โดยใช้สูตร 3 มิติ เปรียบเทียบแบบจำลอง 3 แบบ แสดงผลใน iteration ที่ 32 และ 64 ตามลำดับ	48

สารบัญญรูป (ต่อ)

รูปที่	หน้า
9.12 ภาพสีที่พล็อตได้จากข้อมูลเดียวกันกับรูป 9.11 ง. รูปซ้ายมือ (แบบจำลองแบบใหม่ อิลิเมนต์ ด้านในใหญ่กว่าด้านนอก iteration = 32)	48
ก.1 อิลิเมนต์รูปสามเหลี่ยม การจัดลำดับของ โหนด จะเรียงตามทิศทวนเข็มนาฬิกา	53
ก.2 ลักษณะของ shape function N_1 และ N_2 ของอิลิเมนต์รูปสามเหลี่ยม	54
ข.1 อิลิเมนต์รูปแท่งสามเหลี่ยม (triangular prism)	55



เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้คัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

สารบัญตาราง

ตารางที่	หน้า
8.1 ค่าศักดาที่จุดวัดที่ได้จากระบบตัวอย่าง ในรูปที่ 8.1 โดยการจ่ายกระแสขนาด 1 mA ด้วยวิธีแบบขั้วตรงข้าม (Opposite method)	34
8.2 แสดงการปรับค่าความต้านทานที่คำนวณได้ในแต่ละ Iteration ของระบบตัวอย่างแบบ 5 โหนด 4 อิติเมนต์	39



เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้คัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

บทที่ 1

บทนำ

1.1 ความเป็นมาและความสำคัญของปัญหา

เครื่องมือที่ใช้ในการแสดงภาพโครงสร้างภายในของวัตถุ เช่นอวัยวะภายในร่างกายที่รู้จักกันดีได้แก่ เอ็กซเรย์คอมพิวเตอร์โทโมกราฟ อัลตราซาวด์สแกนเนอร์ และ Magnetic Resonance Imaging (MRI) ภาพที่ได้จากแต่ละวิธีจะแตกต่างกันออกไปตามเทคนิคที่แตกต่างกัน [1] ภาพจากเอ็กซเรย์ได้จากความแตกต่างของการลดทอนรังสีเอ็กซ์ตามความหนาแน่นของเนื้อเยื่อแต่ละส่วน ภาพที่ได้จากอัลตราซาวด์เกิดจากสมบัติการดูดซับหรือสะท้อนคลื่นเสียงความถี่สูง และ MRI ใช้การเรโซแนนซ์แม่เหล็กภายใต้สนามแม่เหล็กไฟฟ้าความถี่สูงที่แตกต่างกันของเนื้อเยื่อสามารถนำมาสร้างเป็นภาพโครงสร้างของอวัยวะที่มีเนื้อเยื่อนั้น ๆ เป็นองค์ประกอบอยู่ได้ อย่างไรก็ตามเครื่องมือดังกล่าวมีจุดเด่นและจุดด้อยที่แตกต่างกันออกไป เอ็กซเรย์คอมพิวเตอร์และ MRI ให้คุณภาพของภาพสูง แต่ราคาแพงทั้งทางด้านราคาของเครื่อง การติดตั้งและการดำเนินการ นอกจากนี้ยังจัดเป็นอุปกรณ์ประเภท invasive และการใช้งานถูกจำกัดให้ใช้กับผู้ป่วยหรือวัตถุที่อยู่ในสภาวะอยู่ร่วมกับที่ ขณะที่อัลตราซาวด์สแกนเนอร์ราคาต่ำกว่าลงมาข้อจำกัดในการใช้งานดังกล่าวน้อยลงและจัดเป็นอุปกรณ์ประเภท noninvasive แต่คุณภาพของภาพไม่สูงนักรวมทั้งมีข้อจำกัดการใช้งานอื่นๆ

ในช่วงสิบกว่าปีที่ผ่านมางานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับสร้างเครื่องมือที่สามารถสร้างภาพตัดขวางของวัตถุตัวนำโดยใช้ความแตกต่างด้านคุณสมบัติของความต้านทานทางไฟฟ้าของโครงสร้างภายใน ที่รู้จักในชื่อว่า *Electrical Impedance Tomography* (EIT) [2] ซึ่งสามารถนำมาประยุกต์ทางการแพทย์ด้วยเช่นกัน [3] หลักการพื้นฐานของ EIT คือป้อนกระแสไฟฟ้าขนาดต่ำ ๆ ที่ความถี่ช่วง 50-100 กิโลเฮิรตซ์ที่ผิวภายนอกวัตถุแล้วใช้อิเล็กโทรดวัดศักดาโดยรอบวัตถุ จากนั้นคำนวณหาอิมพีแดนซ์ภายในที่ทำให้เกิดศักดาตกคร่อมโดยรอบนั้น

EIT มีจุดเด่นที่ความปลอดภัยและอุปกรณ์ที่ใช้มีราคาถูก สามารถสร้างได้ด้วยเทคโนโลยีไม่สูงนัก ปัญหาสำคัญของระบบนี้อยู่ที่ขั้นตอนการคำนวณค่าอิมพีแดนซ์เพื่อนำมาสร้างเป็นภาพที่แสดงถึงการกระจายของอิมพีแดนซ์ภายในวัตถุ นั้น ทั้งนี้เนื่องจากทิศทางเคลื่อนที่ของกระแสไฟฟ้าหรือการกระจายหรือลดทอนของสนามไฟฟ้าในตัวกลางไม่เอกพันธ์ (non-homogeneous) ไม่เป็นเชิงเส้นเหมือนอย่างเช่นในกรณีรังสีเอ็กซ์ ทำให้ขั้นตอนการคำนวณมีความซับซ้อนและต้องใช้ข้อมูลจำนวนมากในกระบวนการ

กระบวนการคำนวณค่าอิมพีแดนซ์ในงานวิจัยที่ปรากฏเกือบทั้งหมด [4], [5] ใช้วิธีการไฟไนต์อีลิเมนต์ (Finite Element Method : FEM) ในการคำนวณหาการกระจายของศักดาไฟฟ้าเนื่องจากเงื่อนไขที่ขอบเขตจริงทางฟิสิกส์ของวัตถุมีรูปร่างไม่แน่นอนและมีองค์ประกอบไม่เอก

พันธ์ และใช้วิธีการประมาณค่าเชิงเลข เช่น วิธีนิวตัน-ราฟสัน (Newton-Raphson) [4] ในการประมาณค่าอิมพีแดนซ์

ในวิทยานิพนธ์นี้จะเน้นถึงส่วนอัลกอริธึมของการคำนวณจนสร้างเป็นภาพตัดขวางที่ได้พัฒนาขึ้นมา ซึ่งยังคงใช้ FEM ร่วมกับวิธีนิวตัน-ราฟสัน ในส่วนของ FEM ได้ใช้วิธีกำหนดขนาดของอิลิเมนต์แบบใหม่ที่อิลิเมนต์ด้านในมีขนาดใหญ่กว่าด้านนอก เปรียบเทียบกันระหว่างวิธีง่าย กระแสและวัดความต่างศักย์สองแบบ โดยใช้วิธีการจำลองข้อมูลจากแบบจำลอง 2 มิติของระบบขึ้นมา ผลที่ได้แสดงเป็นภาพตัดขวางของการกระจายความต้านทานภายในของวัตถุ โดยใช้ระดับเทาของการแสดงผลของเครื่องไมโครคอมพิวเตอร์

จากการทดลองใช้อัลกอริธึมดังกล่าวกับข้อมูลที่วัดได้จากถังน้ำเกลือ พบว่าการคำนวณแบบ 2 มิติที่ใช้กันในงานวิจัยส่วนใหญ่ที่มีข้อจำกัดซึ่งให้ผลลัพธ์ที่ไม่ดีนักเมื่อใช้กับระบบที่เป็น 3 มิติ จึงได้พัฒนาสูตรคำนวณสำหรับใช้กับระบบที่เป็น 3 มิติขึ้นมา และหาวิธีการกำหนดค่าความต้านทานเริ่มต้นที่เหมาะสมสำหรับการลู่เข้าหาคำตอบด้วย

1.2 ความมุ่งหมายและวัตถุประสงค์ของการศึกษา

วัตถุประสงค์ของงานวิจัยนี้ ก็คือ การศึกษาหลักการและความเป็นไปได้ของการสร้างภาพตัดขวางจากความต้านทานไฟฟ้าภายในวัตถุ โดยการอาศัยคุณสมบัติทางไฟฟ้าขององค์ประกอบภายในวัตถุ เพื่อเป็นแนวทางในการนำหลักการดังกล่าวไปพัฒนาหรือประยุกต์ใช้งานต่อไปเป็นเครื่องมือในด้านต่างๆ ได้แก่ ทางด้านการแพทย์ ด้านธรณีวิทยา หรือด้านอุตสาหกรรม ฯลฯ

1.3 ขั้นตอนของการศึกษา

ในการวิจัยนี้ มีการศึกษาเป็นขั้นตอนโดยสรุป ดังต่อไปนี้

1. ศึกษาวิธีการไฟไนต์อิลิเมนต์ของระบบ 2 มิติ ร่วมกับวิธีการนิวตัน-ราฟสัน โดยใช้รูปแบบการจ่ายกระแสและเก็บข้อมูล 2 แบบ ในการคำนวณหาการกระจายของความต้านทานภายในวัตถุ แล้วทดสอบด้วยข้อมูลจำลอง
2. ทำการจัดแบ่งอิลิเมนต์แบบปรับปรุงใหม่ 2 แบบ คือ แบบที่อิลิเมนต์มีขนาดเท่ากัน และแบบที่อิลิเมนต์ด้านในมีขนาดใหญ่กว่าด้านนอก แล้วทดลองใช้กับข้อมูลจำลอง โดยแสดงผลเป็นภาพตัดขวาง เปรียบเทียบระหว่างวิธีการจ่ายกระแส 2 แบบ และเปรียบเทียบระหว่างแบบจำลองแบบเก่ากับแบบปรับปรุงใหม่ทั้ง 2 แบบ
3. การทดลองใช้อัลกอริธึมดังกล่าวกับข้อมูลที่วัดจริงจากถังน้ำเกลือ
4. ทำการพัฒนาสูตรสำหรับไฟไนต์อิลิเมนต์ขึ้นมาใหม่ เป็นแบบ 3 มิติ เพื่อใช้แก้ปัญหาของระบบที่เป็น 3 มิติ พร้อมทั้งหาวิธีกำหนดค่าเริ่มต้นของความต้านทานที่เหมาะสม

5. ศึกษาสมการที่ใช้ในการคำนวณ รวมทั้งลักษณะของข้อมูลในขั้นตอนต่าง ๆ เพื่อทำการลดรูปการคำนวณ หรือหาอัลกอริทึมในการคำนวณที่เหมาะสมกับลักษณะของข้อมูลนั้น ซึ่งจะช่วยให้สามารถลดเวลาที่ใช้ในการคำนวณได้

1.4 ขอบเขตของวิทยานิพนธ์

วิทยานิพนธ์ฉบับนี้ประกอบด้วยเนื้อหาทั้งหมด 10 บท ซึ่งอาจแยกเป็นส่วน ๆ ได้ดังนี้
บทที่ 1 บทนำ

บทที่ 2-4 เป็นทฤษฎีพื้นฐาน ซึ่งได้แก่ การสร้างภาพตัดขวางของวัตถุ การสร้างภาพตัดขวางของความต้านทานไฟฟ้า และรูปแบบการจ่ายกระแสและวัดศักดาไฟฟ้า

บทที่ 5-7 เป็นทฤษฎีที่เกี่ยวกับการคำนวณ ซึ่งได้แก่ วิธีการไฟไนต์เอลิเมนต์ การปรับค่าความต้านทานด้วยวิธีการนิวตัน-ราฟสัน และวิธีการลดขั้นตอนการคำนวณ

บทที่ 8-10 เป็นตัวอย่างแสดงขั้นตอนการคำนวณ ผลการทดลอง และสรุปผล ตามลำดับ

นอกจากนี้ยังมีภาคผนวก ซึ่งประกอบด้วย

ภาคผนวก ก-ข เป็นวิธีการหาสูตรของเมตริกซ์สัมประสิทธิ์สำหรับเอลิเมนต์รูปสามเหลี่ยม (2 มิติ) และเอลิเมนต์รูปแท่งสามเหลี่ยม (3 มิติ)

ภาคผนวก ก-ง เป็น โปรแกรมย่อย (subroutine) ภาษาซีสำหรับการแก้ระบบสมการเชิงเส้นโดยตรง และการหาอินเวอร์สของ Band matrix

บทที่ 2

การสร้างภาพตัดขวางของวัตถุ (Tomography)

ในการตรวจสอบโครงสร้างภายในของวัตถุนั้น ถ้าหากวัตถุมีโครงสร้างทางฟิสิกส์ขนาดเล็กและแข็ง ภาพตัดขวางอาจทำได้โดยการตัดชิ้นวัตถุเพื่อตรวจสอบหรือถ่ายภาพได้ แต่ถ้าวัตถุมีขนาดใหญ่ มีชีวิต หรือไม่ต้องการให้วัตถุเกิดความเสียหาย การสร้างภาพตัดขวางของวัตถุก็จำเป็นต้องใช้เทคนิคที่เรียกว่า โทโมกราฟี (Tomography) ซึ่งได้แก่ การสร้างภาพตัดขวางโดยใช้รังสีเอกซ์ และการใช้หลักการเรโซแนนซ์แม่เหล็ก เป็นต้น

นับตั้งแต่ ค.ศ. 1895 นักฟิสิกส์ชาวเยอรมันชื่อ วิลเฮล์ม คอนราด เรินท์เกน (Wilhelm Conrad Roentgen) ได้ค้นพบรังสีเอกซ์ซึ่งมีอำนาจในการทะลุทะลวงสูงมาก และได้ลองถ่ายภาพมือของภรรยาของเขาลงบนฟิล์มได้สำเร็จ ซึ่งถือว่าเป็นจุดเริ่มต้นของวิชารังสีวิทยาทางการแพทย์ แต่การใช้ภาพดังกล่าวนั้นสร้างความยุ่งยากในการวินิจฉัย เนื่องจากการซ้อนทับกันของเงาของอวัยวะใน 3 มิติบนฟิล์ม 2 มิติ

ค.ศ. 1922 แพทย์ชาวฝรั่งเศสชื่อ โบคาจ (Bocage) ได้เสนอเทคนิคการถ่ายภาพที่เรียกว่า โทโมกราฟี (Tomography) ซึ่งทำให้ได้ภาพของโครงสร้างภายในร่างกายชัดเจนเพียงระนาบใดระนาบหนึ่งเท่านั้น ซึ่งระนาบอื่นก็ปรากฏออกมาด้วยแต่ไม่คมชัดนัก เทคนิคนี้จึงแก้ปัญหาการซ้อนทับกันของเงาของอวัยวะได้แต่ก็ยังไม่สมบูรณ์นัก

หลายสิบปีต่อมาได้มีการตั้งข้อสังเกตว่าถ้าอิงรังสีเอกซ์ลำเล็ก ๆ ผ่านผู้ป่วยไปยังหัววัด แล้วกวาดทั้งระบบไปในระนาบหนึ่งของผู้ป่วยที่ต้องการตรวจ และทำซ้ำ ๆ กันโดยบิดมุมของระบบไป ข้อมูลความเข้มของรังสีเอกซ์ที่วัดได้น่าจะนำไปใช้ศึกษาการจำแนกของสัมประสิทธิ์การลดลงภายในระนาบนั้นได้ นั่นหมายความว่า จะสามารถสร้างภาพของระนาบที่สนใจได้ เพราะความหนาแน่นของเนื้อเยื่อมีความสัมพันธ์กับสัมประสิทธิ์การลดลง และการคำนวณก็จะต้องอาศัยเครื่องคอมพิวเตอร์ด้วย ซึ่งต่อมาข้อสังเกตดังกล่าวก็ได้กลายเป็นความจริง

2.1 แนวคิดพื้นฐาน

โทโมกราฟี [1] คือกระบวนการในการสร้างภาพตัดขวางภายในวัตถุโดยใช้วิธีการวัดข้อมูลจากภายนอก อาศัยคุณสมบัติตามธรรมชาติที่แตกต่างกันของส่วนประกอบต่าง ๆ ที่ตอบสนองต่อสื่อสัญญาณที่ส่งเข้าไป เมื่อนำข้อมูลหลาย ๆ ระนาบมาประมวลผลด้วยคณิตศาสตร์ขั้นสูง ก็สามารถสร้างเป็นภาพตัดขวางแสดงการกระจายของเนื้อเยื่อหรือองค์ประกอบต่าง ๆ ภายในวัตถุได้ ซึ่งการใช้สื่อสัญญาณแต่ละชนิดนั้นก็ยังมีข้อดี ข้อเสีย ข้อจำกัด และขั้นตอนการประมวลผลที่แตกต่างกัน

2.2 ตัวอย่างหลักการสร้างภาพ

การสร้างภาพนั้นมียุหลายวิธีดังที่ได้กล่าวมาแล้วในบทที่ 1 ในที่นี้ขอสรุปหลักการสร้างภาพเพื่อเป็นตัวอย่างเพียง 2 วิธีเท่านั้น คือ การสร้างภาพตัดขวางโดยใช้รังสีเอกซ์ [12] และการสร้างภาพตัดขวางโดยใช้หลักการเรโซแนนซ์แม่เหล็ก [12]

2.2.1 หลักการของ Computed Tomography (CT)

รังสีเอกซ์เป็นคลื่นแม่เหล็กไฟฟ้าความถี่สูงและเป็นพวกไอออนไนซิงเรดิเอชัน (ionizing radiation) เมื่อเดินทางผ่านเข้าไปในตัวกลางใดก็ตามก็จะเกิดอันตรกิริยากับตัวกลางนั้น เช่น ปรากฏการณ์โฟโตอิเล็กทริก (photoelectric effect) ปรากฏการณ์คอมป์ตัน (Compton effect) หรือการผลิตสารคู่ (pair production) เป็นต้น ซึ่งมีผลทำให้รังสีเอกซ์ที่เดินทางผ่านตัวกลางนั้น ๆ ออกมาแล้วมีความเข้มลดลง

ถ้าตัวกลางเป็นวัตถุเนื้อเดียว มีความหนา x เมื่อฉายรังสีเอกซ์ที่มีความเข้ม I_0 ผ่านเข้าไป รังสีที่ทะลุออกมาจะมีความเข้มลดลงเป็น I โดยมีความสัมพันธ์กันดังสมการต่อไปนี้

$$I = I_0 e^{-\mu x} \quad (2.1)$$

เมื่อ μ คือ สัมประสิทธิ์การลดทอนของรังสีเอกซ์ในตัวกลาง

กรณีที่ตัวกลางไม่ใช่สารเนื้อเดียว ความสัมพันธ์จะเป็นดังสมการ 2.2

$$I = I_0 e^{-\int \mu dx} \quad (2.2)$$

$$p(r, \phi) = -\ln \frac{I}{I_0} = \int \mu(x, y) ds \quad (2.3)$$

ค่า $\mu(x, y)$ เป็นค่าคงที่ของตัวกลางหนึ่งๆ ตรงจุด (x, y) ถ้า $\mu(x, y)$ มีค่าสูงแสดงว่าตัวกลางนั้นมีความหนาแน่นสูงและดูดกลืนรังสีเอกซ์ได้ดี ถ้ามีค่าต่ำแสดงว่าตัวกลางนั้นมีความหนาแน่นต่ำและดูดกลืนรังสีเอกซ์ได้น้อย ถ้าสามารถคำนวณหาค่า $\mu(x, y)$ บนทุกๆ จุดในระนาบได้ ก็จะสามารถสร้างภาพได้ด้วยการใช้ค่า $\mu(x, y)$ มาเรียงกันตามตำแหน่งบนระนาบจริงนั้น

$p(r, \phi)$ เรียกว่า เรย์ซัม หรือ เรย์โปรเจกชัน (ray-projection) หมายถึง การอินทิเกรต $\mu(x, y)$ ตามเส้นทางของรังสีเอกซ์ลำแคบที่มีโคออร์ดิเนต (r, ϕ) เมื่อ r คือ ระยะทางในแนวเคลื่อนตัด และ ϕ คือ มุมที่แนวรังสีเอกซ์ทำกับแกน Y

เมื่อให้ ϕ มีค่าคงที่ การเคลื่อนที่ตัดในแนวเส้นตรง หมายถึง การเปลี่ยนค่า r จะได้เซตของเรย์ซัมสำหรับมุม ϕ นั้น ซึ่งเซตดังกล่าวนี้เรียกว่า โปรไฟล์ (profile) หรือ โปรเจกชัน (projection)

หลักการสร้างภาพตัดขวางที่ง่ายที่สุด มีความยุ่งยากทางคณิตศาสตร์น้อย และเป็นพื้นฐานสำคัญในการสร้างภาพของ CT ก็คือ วิธีแบ็กโปรเจกชัน (Back Projection) โดยการเปลี่ยนแนวรังสี

เอกซ์ไปทีละ 1 องศา แล้วเก็บข้อมูลจนครบ 180 องศา ก็จะได้ข้อมูล 180 โปรไฟล์ เมื่อนำข้อมูลทั้งหมดไปคำนวณก็จะสร้างเป็นภาพตัดขวางได้

รูปที่ 2.1 เป็นตัวอย่างการสร้างภาพตัดขวางตามวิธีแบ็กโปรเจกชัน โดยใช้ข้อมูลเพียง 2 โปรไฟล์ (หรือ 2 โปรเจกชัน) มาซ้อนทับกัน ซึ่งถ้าหากใช้จำนวนโปรไฟล์มากขึ้นก็จะได้ภาพที่สมบูรณ์มากขึ้นด้วย สุดท้ายเมื่อนำภาพที่ได้ไปผ่านฟิลเตอร์ก็จะได้ภาพตัดขวางแสดงลักษณะของวัตถุหรือเนื้อเยื่อภายในได้

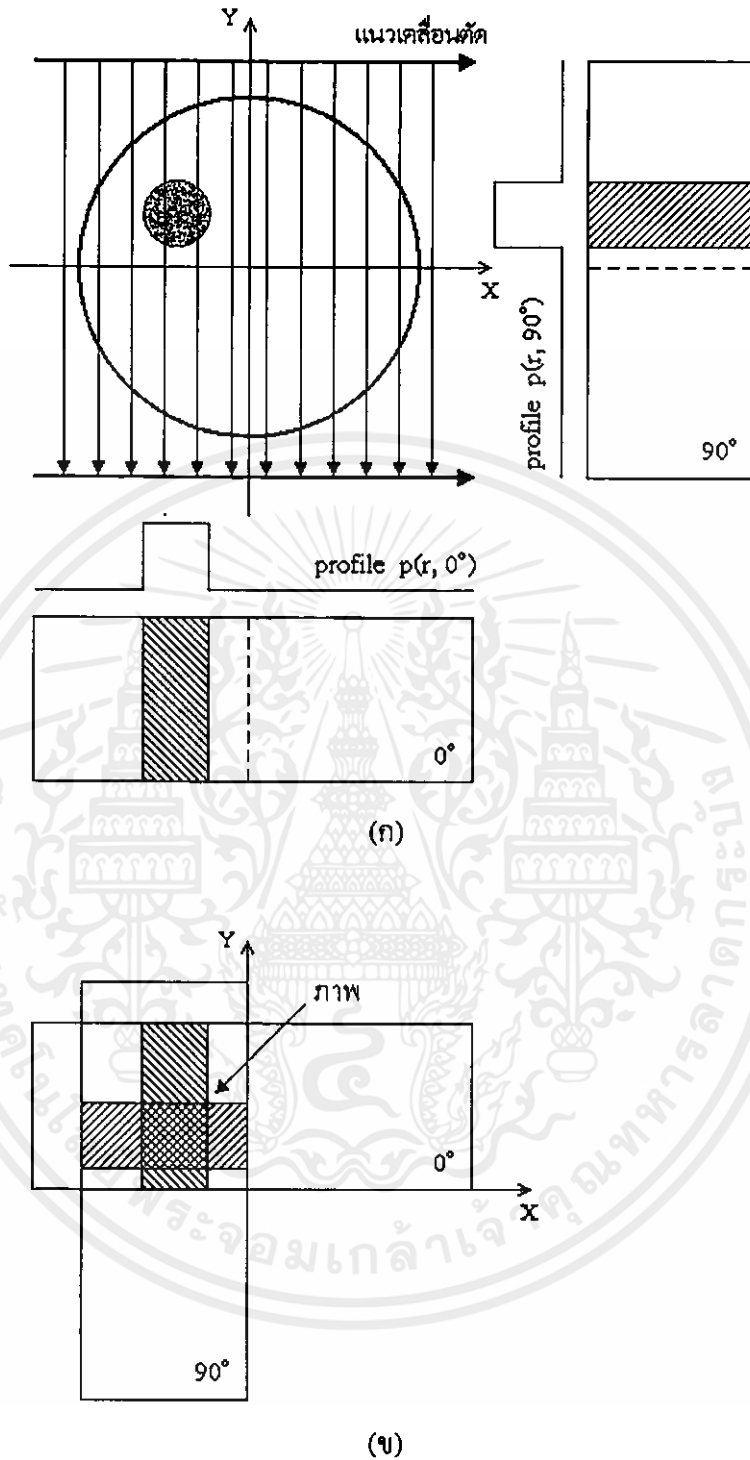
2.2.2 หลักการของ Magnetic Resonance Imaging (MRI)

การสร้างภาพตัดขวางโดยใช้หลักการเรโซแนนซ์แม่เหล็ก [12] ใช้หลักการสร้างสนามแม่เหล็กเกรเดียนต์ (gradient magnetic field) ซึ่งมีกำลังลดหลั่นตามแนวยาวของร่างกายจากศีรษะไปปลายเท้า (แนวแกน Z) โดยมีกำลังสูงสุดทางด้านศีรษะ ซึ่งโปรตอน(นิวเคลียสของไฮโดรเจน)ภายใต้สนามแม่เหล็กที่มีกำลังค่าหนึ่งก็จะมีค่าถี่เรโซแนนซ์ค่าหนึ่ง และค่าถี่เรโซแนนซ์จะสูงขึ้นเมื่อกำลังของสนามแม่เหล็กสูงขึ้น ดังนั้นเราจึงสามารถเลือกแถบของเนื้อเยื่อที่ต้องการกระตุ้นโดยใช้คลื่นวิทยุความถี่ที่ตรงกับค่าถี่เรโซแนนซ์ของแถบเนื้อเยื่อที่ต้องการได้ ซึ่งจะมีผลให้เกิดการหมุนควงของนิวเคลียสของเนื้อเยื่อในแถบนั้น เช่น ความถี่ 42.6 MHz เป็นค่าถี่เรโซแนนซ์หรือความถี่ลามอร์ของนิวเคลียสของไฮโดรเจนที่อยู่ภายใต้สนามแม่เหล็กกำลัง 1 เทสลา ดังรูปที่ 2.3 ก และการเลือกกลุ่มเนื้อเยื่อที่ต้องการกระตุ้นนั้นอาจทำได้อีกวิธีหนึ่งคือโดยเลื่อนสนามแม่เหล็กเกรเดียนต์

หลังจากการกระตุ้นด้วยคลื่นวิทยุแล้ว จะทำการปิดสนามแม่เหล็กเกรเดียนต์ในแนวแกน Z และคลื่นวิทยุ ซึ่งเนื้อเยื่อในแถบที่ถูกกระตุ้นจะเริ่มปล่อยสัญญาณออกมา พร้อมกันนั้นจะสร้างสนามแม่เหล็กเกรเดียนต์สนามที่สองขึ้นในแนวขวาง (ระนาบ XY) ซึ่งนิวเคลียสของเนื้อเยื่อในบริเวณที่เคยถูกกระตุ้นและหมุนควงด้วยความถี่เรโซแนนซ์ค่าเดียวกันจะปรับตัวตามสนามแม่เหล็กเกรเดียนต์ใหม่ พร้อมทั้งปล่อยสัญญาณคลื่นวิทยุออกมาซึ่งประกอบด้วยหลายความถี่ แต่ละความถี่หมายถึงค่าความถี่เรโซแนนซ์ของโปรตอนในสนามแม่เหล็กเกรเดียนต์ใหม่ และกำลังของคลื่นวิทยุในแต่ละความถี่ก็จะหมายถึงปริมาณของไฮโดรเจนในเนื้อเยื่อแต่ละแถบภายใต้สนามแม่เหล็กเกรเดียนต์ใหม่นั้น ดังรูปที่ 2.3 ข

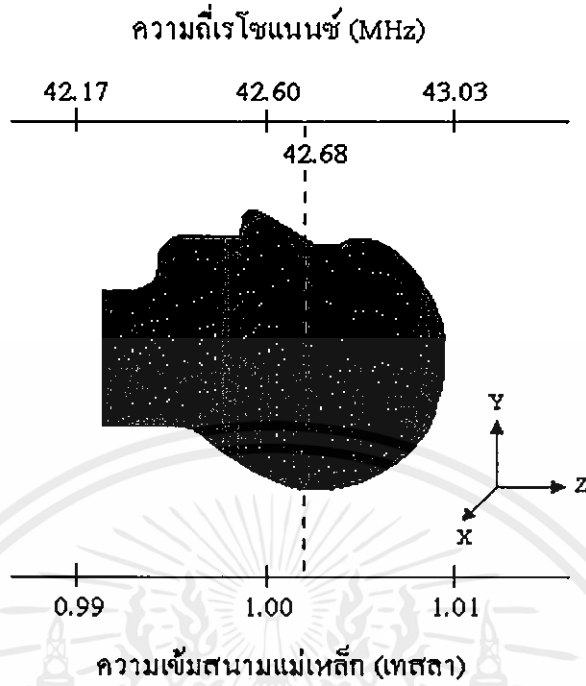
เมื่อทำซ้ำใหม่ตั้งแต่การปล่อยสนามแม่เหล็กในแนวยาว ปล่อยคลื่นวิทยุ และเปลี่ยนทิศของสนามแม่เหล็กเกรเดียนต์ในแนวขวาง แล้ววัดค่าของคลื่นวิทยุความถี่ต่าง ๆ ก็จะได้ข้อมูลอีกแนวหนึ่ง ซึ่งถ้าทำไปเรื่อย ๆ ก็จะได้ข้อมูลในแนวต่าง ๆ จำนวนหลายร้อยชุด

เมื่อนำข้อมูลทั้งหมดมาประมวลผลก็จะสามารถสร้างเป็นภาพตัดขวางแสดงการกระจายของไฮโดรเจนในเนื้อเยื่อได้ ซึ่งวิธีการประมวลผลนั้นก็คล้ายกับ CT มาก

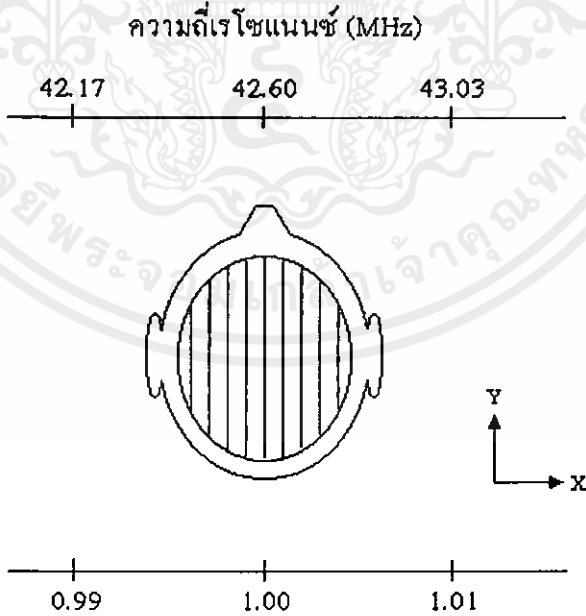


รูปที่ 2.1 รูปแสดงการเกิดภาพตามวิธีการแบ็กโปรเจกชัน

(ก) โปรไฟล์ของวัตถุที่บันทึกได้ใน 2 ทิศทาง คือ 0 และ 90 องศา วัดเทียบกับแกน Y
 (ข) โปรไฟล์ในรูป ก นำมาซ้อนกันเพื่อสร้างภาพ



รูปที่ 2.2 แสดงส่วนของอวัยวะที่อยู่ในสนามแม่เหล็กเกรเดียนต์ตามยาว (แกน Z)



รูปที่ 2.3 แสดงส่วนของอวัยวะที่อยู่ในสนามแม่เหล็กเกรเดียนต์ตามขวาง (ระนาบ XY)

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับค ความเข้มสนามแม่เหล็ก (เทสลา) กรุณาอย่าให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้คัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

บทที่ 3

การสร้างภาพตัดขวางจากความต้านทานไฟฟ้า (Electrical Impedance Tomography)

หลายสิบปีที่ผ่านมาหลักการวัดความต้านทานหรือการนำไฟฟ้าได้ถูกนำมาใช้ในการตรวจสอบวัตถุต่าง ๆ ทางทางการแพทย์ใช้การวัดความต้านทานไฟฟ้าบริเวณทรวงอกแบบ 2 อิเล็กโทรด วัดอัตราการหายใจสำหรับเฝ้าระวังการหยุดหายใจของทารกในระหว่างหลับ (Apnea monitoring) [17] และเครื่องมือแบบ 4 อิเล็กโทรดสำหรับวัดการย่อยอาหาร [17] ทางธรณีวิทยาใช้การวัดความนำไฟฟ้าเพื่อศึกษาโครงสร้างของชั้นดินและหินเพื่อสำรวจแร่ ในอุตสาหกรรมได้มีการนำหลักการวัดการกระจายของสนามไฟฟ้าเพื่อวัดปริมาณของเหลวในท่อ [18] เป็นต้น

ส่วนการสร้างภาพตัดขวางจากความต้านทานไฟฟ้าภายในวัตถุตัวนำนั้นเป็นงานวิจัยที่ได้มีการศึกษาค้นคว้ากันมาอย่างต่อเนื่องประมาณสิบกว่าปีแล้วในบทนี้จะได้กล่าวถึงหลักการของ EIT พอสังเขป

3.1 หลักการพื้นฐาน

จากหลักการสร้างภาพตัดขวางของวัตถุที่กล่าวถึงในบทที่ 2 จะเห็นว่าต้องมีข้อมูลที่แสดงถึงความแตกต่างของการดูดซับหรือส่งผ่านตัวกลางทางฟิสิกส์ผ่าน โครงสร้างภายในบริเวณที่ต้องการศึกษา ในกรณี EIT ขั้นตอนที่สำคัญที่สุด ก็คือ การคำนวณหาค่าการกระจายของความต้านทานไฟฟ้าภายใน เพื่อนำข้อมูลที่คำนวณได้ไปสร้างเป็นภาพแสดงการกระจายของความต้านทานภายในวัตถุนั้นโดยใช้สีหรือระดับความเข้มเป็นตัวแสดงความแตกต่าง

จากความสัมพันธ์ระหว่างกระแส สักคา และความต้านทาน $V = IR$ ถ้าหากรู้ค่ากระแสและค่าสักคา ก็สามารถคำนวณหาค่าความต้านทานได้ ดังนั้นจึงมีแนวความคิดในการวัดความต้านทานทางไฟฟ้าอยู่ 2 รูปแบบ ก็คือ

1. การจ่ายสักคาลงที่แล้ววัดค่ากระแส ดังแสดงในรูปที่ 3.1 ก
2. การจ่ายกระแสที่แล้ววัดค่าสักคา ดังแสดงในรูปที่ 3.1 ข

จากนั้นนำค่าของกระแสและสักคา มาคำนวณหาความต้านทานไฟฟ้าโดยประมาณ ที่มีผลให้เกิดการกระจายของสักคาไฟฟ้าสอดคล้องกับค่าที่จ่ายเข้าไปและค่าที่วัดได้ดังกล่าว

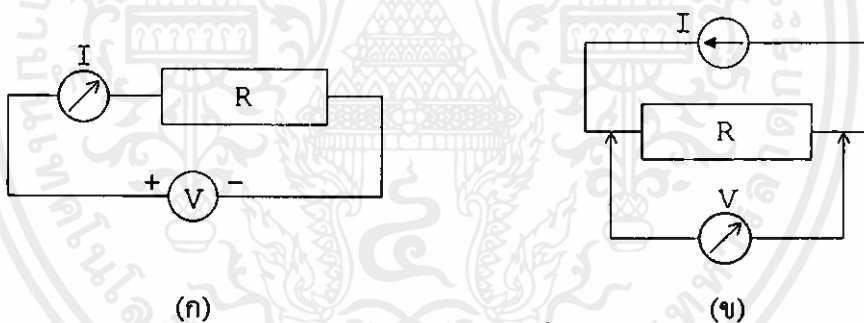
ในกรณีที่วัตถุมีขนาดเล็กและมีลักษณะเป็นแท่งยาว ๆ จะอนุมานว่ากระแสไฟฟ้าจะไหลในทิศทางเดียวจากจุดที่เป็นแหล่งกำเนิดกระแสไปยังจุดอ้างอิง นอกจากนี้ยังอนุมานว่าวัตถุมีโครงสร้างแบบเอกพันธ์ ทำให้สามารถคำนวณความต้านทานของวัตถุได้จากกฎของโอห์ม อย่างไรก็ตาม

กรณีวัตถุมีขนาดใหญ่และมักจะมีโครงสร้างไม่เอกพันธ์ ในการวัดศักดาในแต่ละจุดโดยรอบวัตถุ จะให้ผลที่แตกต่างกันขึ้นอยู่กับตำแหน่งที่วัดและ โครงสร้างภายในที่ไม่เอกพันธ์

จากหลักการนี้จึง ได้ถูกนำมาใช้ในการสร้างภาพตัดขวางโดยการวัดศักดาไฟฟ้ารอบ ๆ บน ผิววัตถุ เมื่อป้อนกระแสที่ตำแหน่งต่าง ๆ กัน ความแตกต่างของศักดาที่วัดได้ แสดงถึงความแตกต่าง ของความต้านทานในวัตถุนั้น คล้ายกับการดูซับบของวัตถุแต่ละชนิดต่อรังสีเอกซ์ที่แตกต่างกัน ทำให้รังสีที่หลงเหลือผ่านวัตถุนั้น ๆ ที่จุดต่าง ๆ โดยรอบแตกต่างกันด้วย

เนื่องจากค่าความต้านทานระหว่างผิววัตถุกับแผ่นอิเล็กโทรดซึ่งไม่รู้ค่าที่แน่นอนก็เป็น ปัจจัยหนึ่งที่มีผลต่อความแม่นยำของการวัด ซึ่งปัจจัยดังกล่าวจะมีผลอย่างมากในกรณีของการจ่าย ศักดาขณะที่แล้ววัดค่ากระแส ดังนั้นแนวความคิดของการจ่ายกระแสขณะที่แล้ววัดค่าศักดาจึงให้ผลการ วัดที่ดีกว่า และเป็นที่ยอมรับใช้กันโดยทั่วไป

จากการที่สารหรือเนื้อเยื่อต่างชนิดกัน มีค่าความต้านทานจำเพาะที่แตกต่างกัน ดังนั้นเมื่อนำค่าการกระจายของความต้านทานไฟฟ้าที่คำนวณได้ไปสร้างเป็นภาพแสดงระดับความต้านทาน จำเพาะ โดยใช้ระดับความเข้มของสีในจอภาพคอมพิวเตอร์ ก็จะสามารถสร้างภาพตัดขวางแสดง โครงสร้างภายในวัตถุหรือร่างกายได้



รูปที่ 3.1 การวัดความต้านทานของวัตถุขนาดเล็ก

(ก) จ่ายศักดาแล้ววัดค่ากระแส

(ข) จ่ายกระแสแล้ววัดค่าศักดา

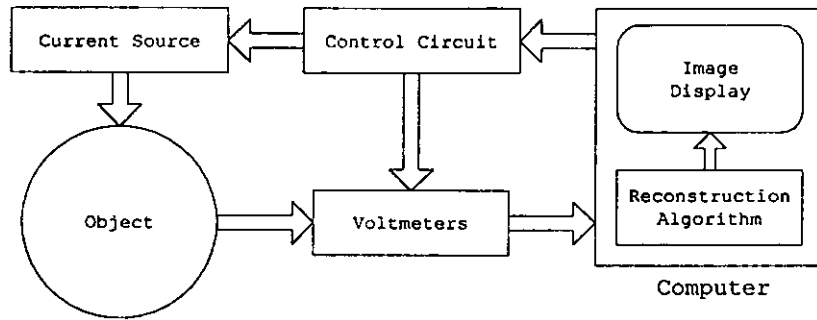
3.2 ส่วนประกอบของระบบ

เครื่องมือที่ใช้ในการสร้างภาพตัดขวางของความต้านทานภายในวัตถุตัวนั้นประกอบ

ด้วย 2 ส่วน คือ

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า

1. วงจรจ่ายกระแส และวงจรวัดค่าศักดาไฟฟ้า
2. เครื่องคอมพิวเตอร์ และ โปรแกรมสำหรับการคำนวณและแสดงผล



รูปที่ 3.2 รูปแสดงส่วนประกอบอย่างง่ายของระบบ EIT

วงจรจ่ายกระแสและวงจรวัดค่าศักดาไฟฟ้า เป็นส่วนที่เชื่อมต่อโดยตรงกับวัตถุที่ต้องการสร้างภาพตัดขวางของความต้านทานภายใน เพื่อเก็บข้อมูลของวัตถุส่งไปให้เครื่องคอมพิวเตอร์ สำหรับการประมวลผลและแสดงผลเป็นภาพตัดขวางภายในของวัตถุ

กระแสที่ใช้ทางการแพทย์เป็นกระแสสลับมีความถี่ประมาณ 50-100 กิโลเฮิร์ตซ์ มีขนาดไม่เกิน 10(100) ไมโครแอมป์ คุณด้วยความถี่ในหน่วยกิโลเฮิร์ตซ์ ซึ่งจะไม่อันตรายต่อร่างกาย เช่น เมื่อใช้ความถี่ 50 กิโลเฮิร์ตซ์ จะมีขนาดไม่เกิน 0.5(5) มิลลิแอมป์ ตัวเลขที่อยู่นอกวงเล็บคือค่ากระแสสูงสุดที่ใช้ได้ในกรณีที่มีการไหลผ่านหัวใจ ซึ่งต้องมีการแยกกราวด์ (Isolation) กับแหล่งจ่ายพลังงาน ส่วนในวงเล็บคือค่ากระแสสูงสุดที่ใช้ได้ในกรณีที่ไม่มีการเกี่ยวข้องกับหัวใจ [16]

วงจรจ่ายกระแสจะต้องมีอย่างน้อยหนึ่งชุด โดยประกอบด้วย 2 ส่วน คือ วงจรกำเนิดสัญญาณคลื่นรูปไซน์ (Sine wave) หรือที่เรียกว่าวงจรรอสซิลเลเตอร์ (Oscillator) และวงจรจ่ายกระแสแบบควบคุมด้วยแรงดัน (Voltage control current source : VCCS)

ในส่วนของวงจรวัดค่าศักดาประกอบด้วย วงจรขยายความต่างศักย์ (Differential amplifier) วงจร Demodulator และวงจรแปลงสัญญาณอนาล็อกเป็นดิจิตอล (A/D converter) แต่ในกรณีที่มีวงจรจ่ายกระแสและวัดค่าศักดาไฟฟ้าเพียงชุดเดียว ก็ต้องมีสวิตช์ หรือ Multiplexer ด้วย ซึ่งก็จะทำให้เวลาที่ใช้ในการเก็บข้อมูลเพิ่มขึ้นด้วย

สำหรับ Demodulator นั้นใช้สำหรับแปลงค่าศักดาที่ผิววัตถุที่ผ่านการขยายสัญญาณมาแล้ว ให้เป็นค่าแอมพลิจูด (Amplitude) อาจใช้วงจร Peak detector ซึ่งจะมีคุณสมบัติคล้ายกับ Rectifier และยังมีคุณสมบัติของ Filter รวมอยู่ด้วย

เครื่องคอมพิวเตอร์ที่ใช้ในระบบนี้ก็สามารถใช้ได้ตั้งแต่เครื่องพีซีราคาถูกจนถึงเครื่องใหญ่ระดับเมนเฟรม ทั้งนี้ขึ้นอยู่กับความเร็วในการคำนวณที่ต้องการ

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาดูเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้คัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

3.3 หลักการสร้างภาพด้วยวิธีต่าง ๆ

หลักการคำนวณหาค่าความต้านทานเพื่อนำมาสร้างเป็นภาพตัดขวางนั้น มีอยู่หลายวิธี และมีหลักการโดยสรุปดังต่อไปนี้

3.3.1 วิธี Perturbation

วิธีการนี้ใช้หลักการของการจ่ายศักยค่าคงที่แล้ววัดค่ากระแส ทำการคำนวณหา perturbation matrix โดยการเปลี่ยนค่าความต้านทานจำเพาะของอิลิเมนต์ แล้วคำนวณหาการเปลี่ยนแปลงของกระแสที่จุดวัดด้วย FEM จากนั้นนำค่าเปอร์เซ็นต์การเปลี่ยนแปลงของกระแสจาก perturbation matrix ไปใช้คำนวณหาการกระจายของความต้านทานด้วยวิธี Backprojection

แต่ก็เป็นที่ยอมรับกันว่า วิธีการนี้ให้ความแม่นยำในการคำนวณหาการกระจายของความต้านทานที่น้อยกว่าการจ่ายกระแสแล้ววัดค่าศักยค่า [4]

3.3.2 วิธี Double constraint

วิธีการนี้แก้สมการของ Poisson โดยใช้วิธีการไฟไนต์อิลิเมนต์ (FEM) ประกอบกับวิธีการกำหนดเงื่อนไขค่าขอบเขต Neumann และ Dirichlet แล้วนำผลไปใช้ในการคำนวณปรับค่าความต้านทานจำเพาะ (รายละเอียดของวิธีการ FEM และการกำหนดเงื่อนไขค่าขอบเขตนั้นสามารถดูได้จากบทที่ 5) โดยมีขั้นตอนดังต่อไปนี้

1. คำนวณค่าศักยค่า และความหนาแน่นกระแส จากการกำหนดเงื่อนไขค่าขอบเขต Neumann (จ่ายกระแส)
2. คำนวณค่าศักยค่า และค่า $-\sigma \nabla \phi$ จากการกำหนดเงื่อนไขค่าขอบเขต Neumann (จ่ายกระแส) และ Dirichlet (กำหนดค่าศักยค่าตามที่วัดได้)
3. คำนวณค่าความต้านทานจำเพาะ โดยใช้ค่าที่ได้จากขั้นตอนที่ 1 และ 2

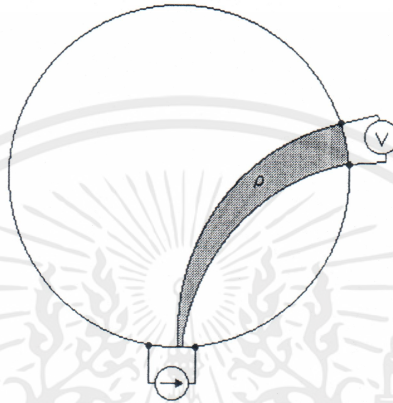
3.3.3 วิธี Backprojection

วิธี Backprojection หรือ Backprojection between equipotential line มีหลักการคำนวณคล้ายกับ Backprojection ของ CT โดยการใช้ค่าความต่างศักยที่ผิววัดระหว่างเส้นศักยเท่า 2 เส้น แปลงเป็นค่าความต้านทานในพื้นที่ระหว่างเส้นศักยเท่าทั้งสองเส้นนั้น ดังรูปที่ 3.3 แล้วคิดค่าเฉลี่ยของความต้านทานในแต่ละจุดที่ได้จากทุกโปรเจกชันรวมกัน จากนั้นนำข้อมูลภาพที่ได้ไปผ่านกระบวนการฟิลเตอร์เพื่อให้ภาพที่ได้มีความคมชัด

วิธี Backprojection แยกได้เป็น 2 แบบ คือ Noniterative และ Iterative ซึ่งมีความแตกต่างกันที่วิธีแบบ Noniterative มีการคำนวณหาเส้นศักยเท่า (equipotential line) เพียงครั้งเดียวก่อนการคำนวณหาค่าความต้านทาน โดยการสมมุติค่าความต้านทานจำเพาะเป็นแบบเนื้อเดียว

(homogeneous) ส่วนแบบ Iterative จะมีการคำนวณหาเส้นศักร์เท่าทุก ๆ iteration ของการคำนวณ ปรับค่าการกระจายความต้านทานจำเพาะ ดังนั้นแบบ Iterative จึงให้ผลที่มีความแน่นอนแม่นยำมากกว่า แต่ก็ใช้เวลาการคำนวณมากกว่าด้วย

รูปแบบการจ่ายกระแสและเก็บข้อมูลสำหรับวิธีการ Backprojection นี้จะใช้แบบขั้วข้างเคียง (Neighboring) ซึ่งมีรายละเอียดอยู่ในหัวข้อ 4.2.1



รูปที่ 3.3 Backprojection ของค่าศักดาที่วัดได้ที่ผิววัตถุ ซึ่งเกิดจากการจ่ายกระแสแบบขั้วข้างเคียง

3.3.4 วิธีนิวตัน-ราฟสัน (Newton-Raphson)

วิธีนิวตัน-ราฟสันเป็นวิธีที่มีความซับซ้อนมากที่สุดวิธีหนึ่ง มีจุดเด่นที่ความแน่นอนแม่นยำในการคำนวณ และมีความยืดหยุ่นสูง (สามารถเลือกได้หลายรูปแบบ ได้แก่ ลักษณะอติเมนต์ การแบ่งอติเมนต์ และรูปแบบการจ่ายกระแส) จึงเป็นวิธีการที่เลือกใช้ในวิทยานิพนธ์นี้ มีขั้นตอนคร่าว ๆ ก็คือ ทำการคำนวณหาค่าศักดาไฟฟ้าที่ผิววัตถุด้วยวิธีการ FEM สลับกับการปรับค่าความต้านทานจำเพาะด้วยวิธีการนิวตัน-ราฟสัน โดยมีรายละเอียดดังในบทที่ 5 และ 6 ตามลำดับ

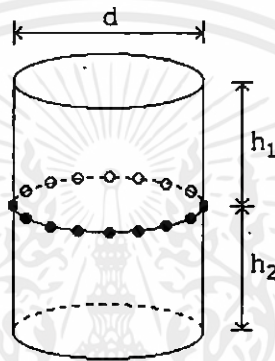
จากวิธีต่าง ๆ ที่กล่าวมาข้างต้นนั้น วิธีที่เป็นที่นิยมก็คือ วิธีนิวตัน-ราฟสัน และวิธี Backprojection โดยเมื่อเทียบกันแล้ววิธีนิวตัน-ราฟสันมีจุดเด่นที่ความแน่นอนแม่นยำในการคำนวณ ส่วนวิธี Backprojection มีจุดเด่นที่ความเร็วในการคำนวณ แต่ก็มีจุดด้อยคือจะหาผลลัพธ์ได้ไม่ดัดนักในกรณีที่มีวัตถุภายในที่กระจายอยู่หลายจุด

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้คัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

บทที่ 4

รูปแบบการจ่ายกระแสและวัดศักดาไฟฟ้า

จากหลักการสร้างภาพตัดขวางภายในของวัตถุ จำเป็นต้องมีข้อมูลที่วัดจากภายนอกโดยรอบวัตถุ ในกรณีของ EIT ข้อมูลคือ ศักดาไฟฟ้าที่ผิวโดยรอบของวัตถุที่ตอบสนองจากการป้อนกระแสในตำแหน่งต่าง ๆ บนพื้นผิวเช่นกัน



รูปที่ 4.1 ระบบ 3 มิติ รูปทรงกระบอก บริเวณส่วนกลางติดขั้วอิเล็กโทรด โดยรอบ สำหรับการจ่ายกระแสและวัดข้อมูลศักดาไฟฟ้า

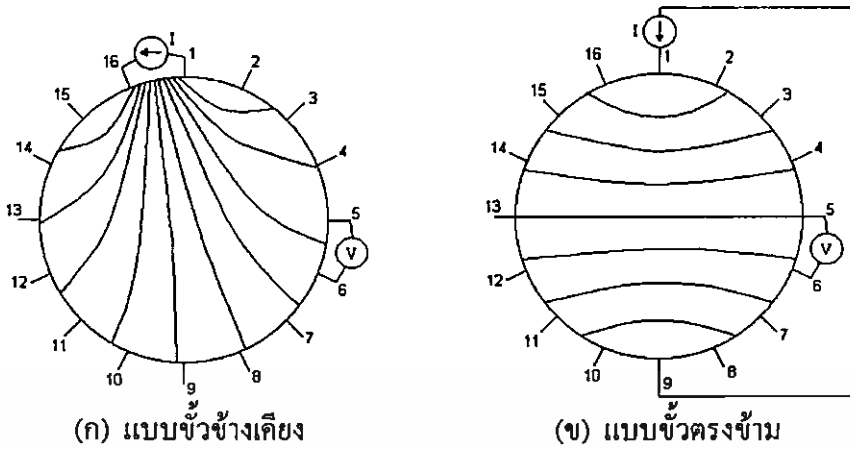
รูปแบบการจ่ายกระแสและวัดค่าศักดาไฟฟ้า เพื่อเก็บข้อมูลสำหรับการคำนวณ แบ่งได้เป็น 3 รูปแบบใหญ่ๆ [13]

4.1 แบบ 2 อิเล็กโทรด

เป็นรูปแบบแรก ๆ ที่ใช้กัน การวัดค่าศักดาไฟฟ้าและการจ่ายกระแสจะทำที่อิเล็กโทรดคู่เดียวกัน ปัญหาก็คือหากวัตถุและอิเล็กโทรดไม่ใช่ตัวนำที่ดีจะเกิดค่าศักดาไฟฟ้าโพลาไรซ์ตกคร่อมบริเวณรอยต่อระหว่างผิวของวัตถุกับแผ่นอิเล็กโทรด ทำให้ค่าศักดาไฟฟ้าที่วัดได้มีความคลาดเคลื่อนสูง

4.2 แบบ 4 อิเล็กโทรด

วิธีนี้มีวิธีการวัดค่าศักดาไฟฟ้าที่อิเล็กโทรดอีกคู่หนึ่ง แยกจากคู่ที่ใช้จ่ายกระแส และจะไม่วัดค่าศักดาที่ขั้วที่เป็นแหล่งจ่ายกระแส ซึ่งวิธีนี้ช่วยลดปัญหาที่เกิดจากวิธีแรกได้ การวัดแบบนี้ยังแบ่งตามลักษณะการจ่ายกระแสเป็นสองแบบ ได้แก่



รูปที่ 4.2 แสดงรูปแบบการจ่ายกระแส 2 แบบ และลักษณะการกระจายของศักดาไฟฟ้าในภาคตัดขวาง สำหรับระบบ 16 อิเล็กโทรด

4.2.1 วิธีจ่ายกระแสแบบขั้วข้างเคียง (Neighboring Method) โดยการจ่ายกระแสที่ขั้วอิเล็กโทรดที่อยู่ติดกันคู่หนึ่ง แล้ววัดค่าศักดาที่ขั้วต่างๆ ก็จะได้ข้อมูล 1 โปรเจกชัน (projection) (โปรเจกชัน หมายถึง หนึ่งรูปแบบ หรือหนึ่งครั้ง ของการจ่ายกระแส การเปลี่ยนโหนดที่ใช้จ่ายกระแส ถือเป็นอีกโปรเจกชันหนึ่ง) เมื่อทำการหมุนขั้วที่ใช้จ่ายกระแสไปจนครบทั้งหมด ก็จะได้ข้อมูลทั้งหมดสำหรับการคำนวณ ถ้าระบบมี M อิเล็กโทรด จะมี M โปรเจกชัน

4.2.2 วิธีจ่ายกระแสแบบขั้วตรงข้าม (Opposite Method) โดยการจ่ายกระแสที่ขั้วอิเล็กโทรดที่อยู่ตรงข้ามกันคู่หนึ่ง แล้ววัดค่าศักดาที่ขั้วต่างๆ เมื่อหมุนขั้วที่ใช้จ่ายกระแสไปจนครบทั้งหมด ก็จะได้ข้อมูลทั้งหมดสำหรับการคำนวณ ถ้าระบบมี M อิเล็กโทรด จะมี $M/2$ โปรเจกชัน

การวัดค่าศักดาไฟฟ้าจะใช้วิธีการวัดแบบขั้วข้างเคียงดังรูปที่ 4.2 (ซึ่งเหมาะกับการสร้างภาพด้วยวิธี Backprojection) หรือวัดเทียบกับจุดอ้างอิงจุดเดียวก็ได้ ในวิทยานิพนธ์นี้ใช้แบบหลัง โดยใช้ขั้วที่กระแสไหลออกเป็นจุดอ้างอิง ซึ่งในการตัดขั้วแหล่งจ่ายกระแสออกจากผลการคำนวณก็ทำได้โดยการคำนวณหาค่าเทียบกับจุดอ้างอิงใหม่ด้วยการลบด้วยค่าศักดาที่จุดอ้างอิงใหม่นั้น

จากรูปที่ 4.3-4.6 จะเห็นว่ากราฟของวิธีจ่ายกระแสแบบขั้วตรงข้ามมีความชันมากกว่าการจ่ายกระแสแบบขั้วข้างเคียง ทำให้แบบขั้วตรงข้ามมีความทนทานต่อความคลาดเคลื่อนจากการวัดได้ดีกว่า และจากรูปที่ 4.5-4.6 จะเห็นว่ากราฟที่ได้จากทั้ง 2 วิธีมีความชันลดลงเมื่อระดับความหนา h มากขึ้น ซึ่งเป็นสาเหตุทำให้การคำนวณหาความดันทานจากข้อมูลของระบบที่เป็น 3 มิติ นั้น จะได้ผลที่ไม่ดีนักถ้าใช้การคำนวณแบบ 2 มิติ ซึ่งจะแสดงผลการทดลองในบทที่ 9 ต่อไป

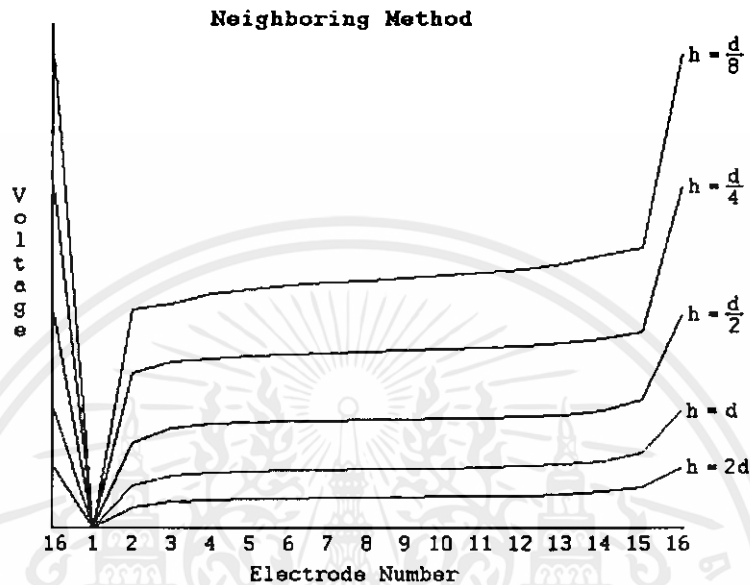
เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า

4.3 แบบหลายอิเล็กโทรด

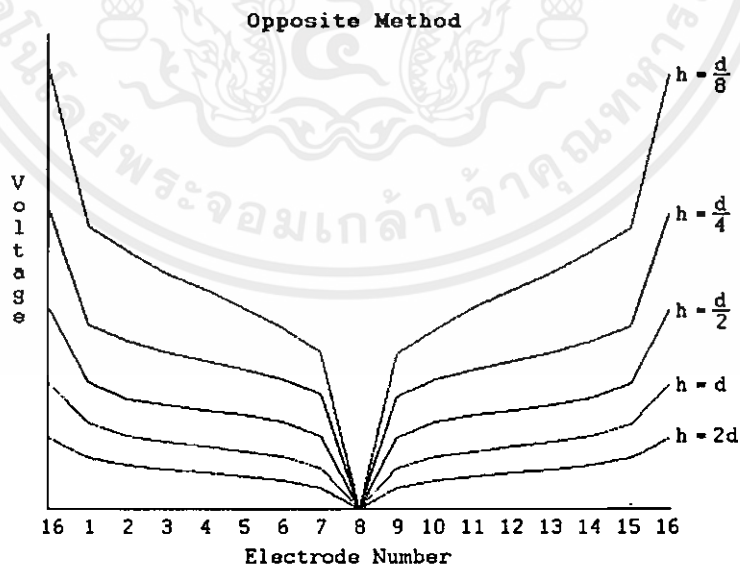
มีการจ่ายกระแสหรือศักดาไฟฟ้าพร้อมกันที่หลายอิเล็กโทรด แล้ววัดค่า ได้แก่

Multireference Method และ Adaptive Method (หรือ Optimal Current)

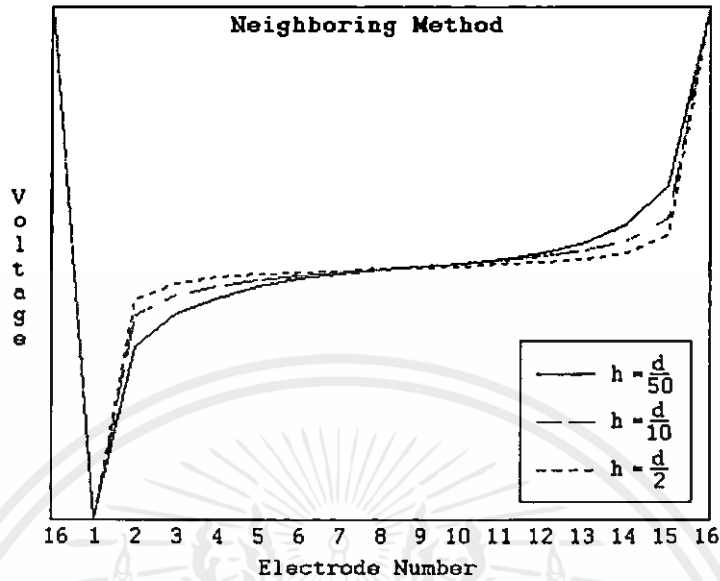
วิธีการจ่ายกระแสแบบ Adaptive [2], [4], [13] เป็นวิธีที่นิยมใช้ในงานวิจัยในระยะหลังๆ เนื่องจากมีการกระจายของกระแสที่ดี และให้ผลการแยกแยะวัตถุที่ดี แต่ต้องอาศัยฮาร์ดแวร์ที่ซับซ้อน เพราะต้องมีวงจรจ่ายกระแสหลายชุด และต้องสามารถควบคุมการปรับค่ากระแสได้อีกด้วย



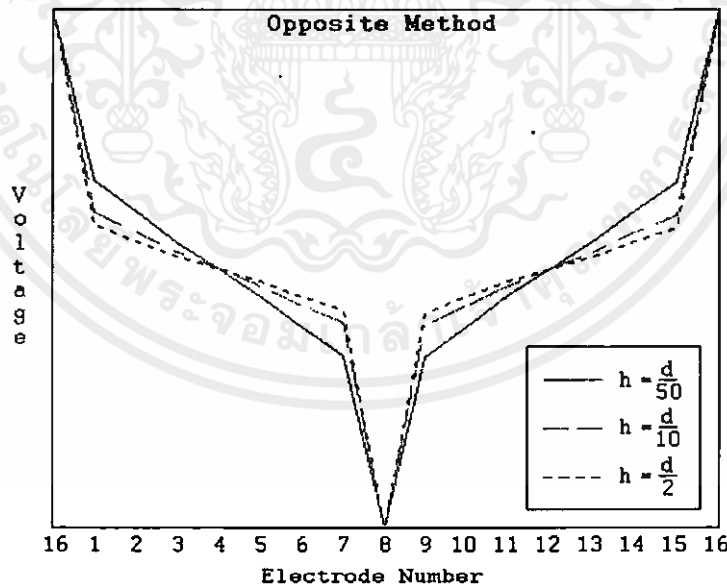
รูปที่ 4.3 กราฟแสดงลักษณะการกระจายของศักดาไฟฟ้าที่ขั้วอิเล็กโทรดของวัตถุเนื้อเอกพันธ์รูปทรงกระบอกที่มีความหนาแตกต่างกัน ดังรูปที่ 4.1 เมื่อ $h = h_1 = h_2$ โดยการจ่ายกระแสคงที่เข้าที่ขั้ว 16 ออกที่ขั้ว 1 และให้ขั้ว 1 เป็น GND



รูปที่ 4.4 กราฟแสดงลักษณะการกระจายของศักดาไฟฟ้าที่ขั้วอิเล็กโทรดของวัตถุเนื้อเอกพันธ์รูปทรงกระบอกที่มีความหนาแตกต่างกัน ดังรูปที่ 4.1 เมื่อ $h = h_1 = h_2$ โดยการจ่ายกระแสคงที่เข้าที่ขั้ว 16 ออกที่ขั้ว 8 และให้ขั้ว 8 เป็น GND



รูปที่ 4.5 กราฟแสดงลักษณะการกระจายของศักดาไฟฟ้าที่ขั้วอิเล็กโทรดของวัตถุเนื้อเอกพันธ์รูปทรงกระบอก ที่มีความหนาแตกต่างกัน ดังรูปที่ 4.1 เมื่อ $h = h_1 = h_2$ โดยการจ่ายศักดาขงที่เข้าที่ขั้ว 16 ออกที่ขั้ว 1 และให้ขั้ว 1 เป็น GND เพื่อเปรียบเทียบลักษณะของความชัน



รูปที่ 4.6 กราฟแสดงลักษณะการกระจายของศักดาไฟฟ้าที่ขั้วอิเล็กโทรดของวัตถุเนื้อเอกพันธ์รูปทรงกระบอก ที่มีความหนาแตกต่างกัน ดังรูปที่ 4.1 เมื่อ $h = h_1 = h_2$ โดยการจ่ายศักดาขงที่เข้าที่ขั้ว 16 ออกที่ขั้ว 8 และให้ขั้ว 8 เป็น GND เพื่อเปรียบเทียบลักษณะของความชัน

บทที่ 5

การประมาณค่าศักดาไฟฟ้าด้วยวิธีการไฟไนต์เอลิเมนต์ (Finite Element Method : FEM)

5.1 แบบจำลองการกระจายสนามไฟฟ้าในตัวกลาง

สมการของ Maxwell ใช้อธิบายการกระจายของสนามไฟฟ้าจากแหล่งจ่ายไฟตรงภายในตัวกลางที่เป็นตัวนำและไม่มีแหล่งกำเนิดภายในสามารถลดรูปได้เป็นสมการของ Poisson

$$\nabla(\rho^{-1}\nabla\phi) = \nabla(\sigma\nabla\phi) = 0 \quad (5.1)$$

โดยที่ ∇ คือ $i\partial/\partial x + j\partial/\partial y$ หรือตัวดำเนินการ Poisson

ρ คือ ความต้านทานทางไฟฟ้าของวัตถุ B

σ คือ ความนำไฟฟ้า

ϕ คือ ศักดาไฟฟ้า

ถ้า σ มีค่าขอบเขตต่ำสุดเป็น c ($0 < c \leq \sigma(x)$ ทุกค่าของ x ในโดเมน B) แล้ว สมการ (5.1) จะเป็นสมการเชิงอนุพันธ์ย่อยเอกพันธ์แบบอิลลิปติก (homogeneous elliptic partial differential equation) [7] ที่สามารถใช้คำนวณศักดาไฟฟ้าภายในวัตถุจากค่าความนำ σ และศักดา ϕ ที่ขอบเขต ∂B ของ B หรือคำนวณจากค่ากระแส $J = \sigma\nabla\phi.n$ ที่ขอบเขต ∂B (n คือเวกเตอร์หนึ่งหน่วยในทิศทางตั้งฉากกับ ∂B) ทั้งสองกรณีรู้จักกันในชื่อว่า ปัญหาเงื่อนไขค่าขอบเขต Dirichlet และ Neumann ของสมการเชิงอนุพันธ์ย่อย (5.1) ตามลำดับ

ในการประยุกต์แบบจำลองนี้กับ EIT ทำได้โดยกำหนดค่าเริ่มต้นของ σ หรือ ρ ขึ้นมา แล้วใช้ค่าขอบเขตกระแสหรือศักดาในการคำนวณศักดาที่ผิววัตถุ (forward problem) จากนั้นคำนวณย้อนกลับเพื่อหาค่าที่แท้จริงของ σ หรือ ρ (inverse problem)

5.2 ขั้นตอนการคำนวณหาค่าศักดาไฟฟ้าที่ผิวของวัตถุ

จากแบบจำลองการแบ่งเอลิเมนต์ของระบบ และค่า ρ ที่กำหนดขึ้นสำหรับแต่ละเอลิเมนต์ การคำนวณหาค่าการกระจายของศักดาไฟฟ้าที่ผิวของวัตถุสามารถทำได้ด้วยขั้นตอนดังต่อไปนี้

- การสร้างเมตริกซ์สัมประสิทธิ์ของเอลิเมนต์ $[y]$
- การรวมเมตริกซ์สัมประสิทธิ์ของแต่ละเอลิเมนต์ $[y]$ เข้าด้วยกัน ก็จะได้เมตริกซ์สัมประสิทธิ์ของระบบ $[Y]$
- การกำหนดเงื่อนไขขอบเขตของระบบ

- การแก้สมการของระบบหาค่าการกระจายของศักดาไฟฟ้าที่โหนดต่างๆ แต่เราจะนำไปใช้เฉพาะโหนดซึ่งอยู่ที่ผิวรอบวัตถุเท่านั้น

5.3 แบบจำลองไฟไนต์อิลิเมนต์ และการกำหนดหมายเลขโหนด

สมการที่ (5.1) ไม่สามารถหาผลเฉลยเชิงวิเคราะห์โดยเฉพาะเมื่อโดเมน B มีรูปร่างไม่แน่นอนและตัวกลางใน B เป็นแบบไม่เอกพันธ์ อย่างไรก็ตามเราสามารถหาผลเฉลยเชิงเลขโดยใช้ FEM ที่ใช้หลักการ variational method [8], [9] โดยผลเฉลยของสมการ (5.1) จะสมนัยกับการหาค่าต่ำสุดของฟังก์ชันต่อไปนี้

$$F(\phi) = \frac{1}{2} \int_B \rho^{-1} |\nabla \phi|^2 dB - \int_{\partial B} J \phi dB = \sum_{n=1}^N F_n \quad (5.2)$$

เมื่อ F_n คือ พลังงานศักย์ในอิลิเมนต์ที่ n โดย

$$F_n = \frac{1}{2} \int_{B_n} \rho^{-1} |\nabla \phi|^2 dB - \int_{\partial B_n} J \phi dB$$

ที่ตำแหน่งใดๆ ศักดาในอิลิเมนต์นั้น จะประมาณได้จากฟังก์ชัน

$$\phi = \sum \phi_i f_i \quad (5.3)$$

เมื่อ f_i คือฟังก์ชันประมาณค่าในช่วง 0 ถึง 1 และ ϕ_i คือศักดาที่โหนดของอิลิเมนต์นั้นๆ

สมการที่ (5.2) เขียนในรูปแบบเมตริกซ์ได้ดังนี้

$$F_n = \frac{1}{2} \phi_n^T y_n \phi_n - \phi_n^T c_n \quad (5.4)$$

โดย ϕ_n คือเวกเตอร์ของศักดาที่โหนด ϕ_i ที่สัมพันธ์กัน และ y_n คือเมตริกซ์ของอิลิเมนต์ซึ่งคำนวณหาได้จากสูตร (5.5) หรือ (5.6) ส่วนสูตรที่อยู่ในรูปของเมตริกซ์นั้นดูได้จากสูตร (ก.8) และ (ข.3) ในภาคผนวก ก และ ข ตามลำดับ

$$[y_{ij}]_n = \rho_n^{-1} \int_{B_n} \left(\frac{\partial f_i \partial f_j}{\partial x \partial x} + \frac{\partial f_i \partial f_j}{\partial y \partial y} \right) dB \quad (2 \text{ มิติ}) \quad (5.5)$$

$$[y_{ij}]_n = \rho_n^{-1} \int_{B_n} \left(\frac{\partial f_i \partial f_j}{\partial x \partial x} + \frac{\partial f_i \partial f_j}{\partial y \partial y} + \frac{\partial f_i \partial f_j}{\partial z \partial z} \right) dB \quad (3 \text{ มิติ}) \quad (5.6)$$

ซึ่งได้มาจากหลักการ Variational method $\frac{\partial F(\phi)}{\partial \phi_i} = 0; i = 1, 2, \dots, N$

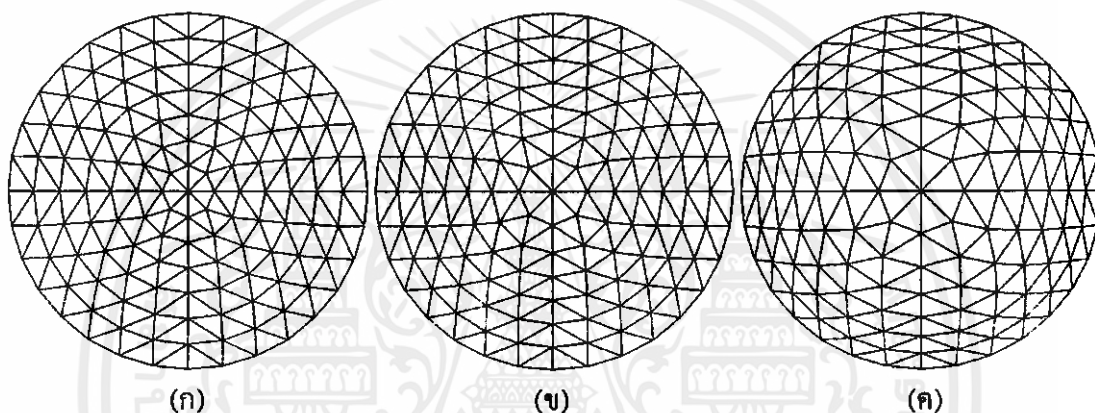
เมื่อรวมเมตริกซ์อิลิเมนต์ ก็จะได้ระบบสมการเชิงเส้น

$$[Y]_{N \times N} [\phi]_{N \times 1} = [C]_{N \times 1} \quad (5.7)$$

เมื่อ $[Y]$ คือ เมตริกซ์สัมประสิทธิ์ของระบบ $[\phi]$ คือ node voltage vector และ $[C]$ คือ node current vector โดย R = จำนวนอิลิเมนต์ N = จำนวนโหนด M = จำนวน Electrode (หรือจุดที่วัดค่า V_0)

ขนาดของระบบสมการเชิงเส้นขึ้นอยู่กับการจัดแบ่งอิลิเมนต์ ในงานวิจัยทางด้าน EIT ส่วนใหญ่จะแบ่งอิลิเมนต์โดยไม่สนใจเรื่องขนาดของอิลิเมนต์ [2], [4], [6] ทำให้การประมาณค่าความ

ด้านทานผิดพลาดเกิดขึ้นในบางบริเวณ เพื่อแก้ปัญหานี้ได้ทำการปรับปรุงรูปแบบการจัดอิเลิเมนต์ใหม่โดยพิจารณาว่า อัตราการเปลี่ยนแปลงค่าศักดาไฟฟ้าที่วัดได้ที่ผิววัตถุ $0V$ เทียบกับ การเปลี่ยนแปลงค่าความต้านทานของอิเลิเมนต์ 0ρ , สำหรับอิเลิเมนต์ที่อยู่ด้านในจะมีค่าต่ำกว่าด้านนอก เนื่องจากสนามไฟฟ้าด้านในของวัตถุมีความหนาแน่นน้อยกว่าบริเวณขอบ จึงกำหนดให้อิเลิเมนต์ด้านในให้มีพื้นที่มากขึ้นเพื่อให้การเปลี่ยนแปลงค่าความต้านทาน ρ มีผลต่อการเปลี่ยนแปลงค่าศักดาไฟฟ้า V มากขึ้น ตามแนวคิดนี้จะมีผลให้ปัญหาทางด้าน ill-condition ลดน้อยลง ทำให้ผลการคำนวณโดยรวมดีขึ้น



รูปที่ 5.1 แบบจำลองการแบ่งอิเลิเมนต์ แบบ 32 อิเล็ก โทรด, 141 โหนด, 248 อิเลิเมนต์

(ก) แบบเก่า อิเลิเมนต์ที่อยู่ด้านในมีพื้นที่น้อยกว่าด้านนอก

(ข) แบบปรับปรุงใหม่ อิเลิเมนต์มีขนาดเท่ากัน

(ค) แบบปรับปรุงใหม่ อิเลิเมนต์ที่อยู่ด้านในมีพื้นที่มากกว่าด้านนอก

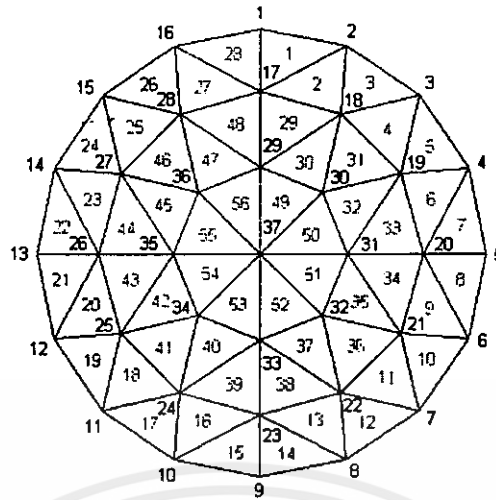
ในรูปที่ 5.1 แบบจำลองทั้ง 3 แบบ มีสัดส่วนของรัศมีจากชั้นในออกมาชั้นนอก เมื่อกำหนดให้รัศมีของชั้นนอกสุดเป็น 1 ดังนี้

(ก) 0.1429, 0.2857, 0.4286, 0.5714, 0.7143, 0.8571, 1.0

(ข) 0.188, 0.342, 0.4785, 0.611, 0.7415, 0.871, 1.0

(ค) 0.238, 0.426, 0.578, 0.706, 0.817, 0.914, 1.0

การเรียงลำดับหมายเลขโหนด และอิเลิเมนต์ สำหรับวิทยานิพนธ์นี้ ใช้วิธีเรียงจากข้างนอกเอกสารนี้เข้าไปข้างในทีละชั้น โดยดูตัวอย่างได้จากรูปที่ 5.2 ยาน่าอนันต์ ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้คัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



รูปที่ 5.2 การกำหนดหมายเลขโหนด และหมายเลขอิลิเมนต์ สำหรับแบบจำลอง 16 อีเล็กโทรด, 37 โหนด, 56 อิลิเมนต์

5.4 เมตริกซ์สัมประสิทธิ์ของอิลิเมนต์ และการรวมเป็นเมตริกซ์ของระบบ

เมตริกซ์สัมประสิทธิ์ของอิลิเมนต์ $[y]$ คือ เมตริกซ์ความสัมพันธ์ระหว่างโหนดต่าง ๆ ภายในอิลิเมนต์ ซึ่งสามารถหาได้โดยใช้สมการ (ก.8) ในภาคผนวก ก สำหรับระบบ 2 มิติ หรือสมการ (ข.3) ในภาคผนวก ข สำหรับระบบ 3 มิติ

เมื่อนำเมตริกซ์ของทุกอิลิเมนต์มารวมกันตามหมายเลขโหนดของอิลิเมนต์ก็จะได้ เมตริกซ์สัมประสิทธิ์ของระบบ $[Y]$ ซึ่งเป็นความสัมพันธ์ระหว่างโหนดของทั้งระบบ เพื่อให้เข้าใจโดยง่าย จึงขอแสดงวิธีการรวมเมตริกซ์ของระบบโดยการยกตัวอย่างระบบแบบ 16 อีเล็กโทรด ในรูปที่ 5.2 เริ่มจากการเตรียมเมตริกซ์สัมประสิทธิ์ของระบบ ให้เป็นเมตริกซ์ศูนย์ ขนาด $N \times N$ (ในรูป 5.2 $N=37$)

$$[Y]_{N \times N} = [0]_{N \times N}$$

หาเมตริกซ์ของอิลิเมนต์ที่ 1 ซึ่งประกอบด้วยโหนด 1, 17, 2 ด้วยสมการ (ก.8) ก็จะได้ $[y]$ ของอิลิเมนต์ที่ 1 หรือ $Y^{(1)}$ ดังนี้

$$\begin{matrix} & \begin{matrix} 1 & 17 & 2 \end{matrix} \\ \begin{matrix} 1 \\ 17 \\ 2 \end{matrix} & \begin{bmatrix} Y_{1,1}^{(1)} & Y_{1,2}^{(1)} & Y_{1,3}^{(1)} \\ Y_{2,1}^{(1)} & Y_{2,2}^{(1)} & Y_{2,3}^{(1)} \\ Y_{3,1}^{(1)} & Y_{3,2}^{(1)} & Y_{3,3}^{(1)} \end{bmatrix}_{3 \times 3} \end{matrix}$$

เมื่อนำไปหาเทียบหาตำแหน่งในเมตริกซ์สัมประสิทธิ์ของระบบ (ขนาด 37×37) ก็จะได้
ไม่ว่ากรณีเป็น ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้คัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$\begin{array}{c}
 1 \quad 2 \quad \dots \quad 17 \quad 18 \quad \dots \quad 37 \\
 \begin{array}{l}
 1 \\
 2 \\
 \dots \\
 17 \\
 18 \\
 \dots \\
 37
 \end{array}
 \begin{bmatrix}
 Y_{1,1}^{(1)} & Y_{1,3}^{(1)} & \dots & Y_{1,2}^{(1)} & 0 & \dots & 0 \\
 Y_{3,1}^{(1)} & Y_{3,3}^{(1)} & \dots & Y_{3,2}^{(1)} & 0 & \dots & 0 \\
 \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\
 Y_{2,1}^{(1)} & Y_{2,3}^{(1)} & \dots & Y_{2,2}^{(1)} & 0 & \dots & 0 \\
 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & \dots & 0 \\
 \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\
 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & \dots & 0
 \end{bmatrix}_{37 \times 37}
 \end{array}$$

หาเมทริกซ์ของอิลิเมนต์ที่ 2 ซึ่งประกอบด้วยโหนด 2, 17, 18 จะได้ $Y^{(2)}$ ดังนี้

$$\begin{array}{c}
 2 \quad 17 \quad 18 \\
 \begin{array}{l}
 2 \\
 17 \\
 18
 \end{array}
 \begin{bmatrix}
 Y_{1,1}^{(2)} & Y_{1,2}^{(2)} & Y_{1,3}^{(2)} \\
 Y_{2,1}^{(2)} & Y_{2,2}^{(2)} & Y_{2,3}^{(2)} \\
 Y_{3,1}^{(2)} & Y_{3,2}^{(2)} & Y_{3,3}^{(2)}
 \end{bmatrix}_{3 \times 3}
 \end{array}$$

เมื่อนำไปเทียบหาดำแหน่งในเมทริกซ์สัมประสิทธิ์ของระบบ ก็จะได้เป็น

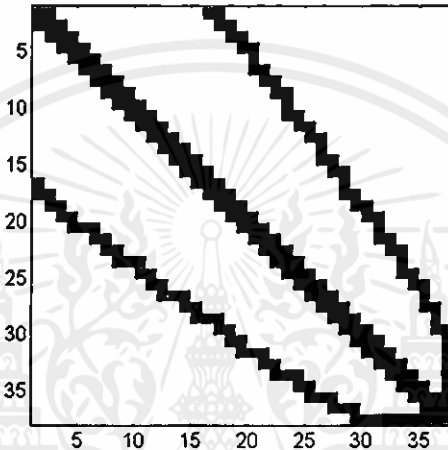
$$\begin{array}{c}
 1 \quad 2 \quad \dots \quad 17 \quad 18 \quad \dots \quad 37 \\
 \begin{array}{l}
 1 \\
 2 \\
 \dots \\
 17 \\
 18 \\
 \dots \\
 37
 \end{array}
 \begin{bmatrix}
 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & \dots & 0 \\
 0 & Y_{1,1}^{(2)} & \dots & Y_{1,2}^{(2)} & Y_{1,3}^{(2)} & \dots & 0 \\
 \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\
 0 & Y_{2,1}^{(2)} & \dots & Y_{2,2}^{(2)} & Y_{2,3}^{(2)} & \dots & 0 \\
 0 & Y_{3,1}^{(2)} & \dots & Y_{3,2}^{(2)} & Y_{3,3}^{(2)} & \dots & 0 \\
 \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\
 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & \dots & 0
 \end{bmatrix}_{37 \times 37}
 \end{array}$$

ถ้าหากนำเมทริกซ์ของอิลิเมนต์ที่ 1 และ 2 มารวมกัน ก็จะได้เป็น

$$\begin{array}{c}
 1 \quad 2 \quad \dots \quad 17 \quad 18 \quad \dots \quad 37 \\
 \begin{array}{l}
 1 \\
 2 \\
 \dots \\
 17 \\
 18 \\
 \dots \\
 37
 \end{array}
 \begin{bmatrix}
 Y_{1,1}^{(1)} & Y_{1,3}^{(1)} & \dots & Y_{1,2}^{(1)} & 0 & \dots & 0 \\
 Y_{3,1}^{(1)} & Y_{3,3}^{(1)} + Y_{1,1}^{(2)} & \dots & Y_{3,2}^{(1)} + Y_{1,2}^{(2)} & Y_{1,3}^{(2)} & \dots & 0 \\
 \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\
 Y_{2,1}^{(1)} & Y_{2,3}^{(1)} + Y_{2,1}^{(2)} & \dots & Y_{2,2}^{(1)} + Y_{2,2}^{(2)} & Y_{2,3}^{(2)} & \dots & 0 \\
 0 & Y_{3,1}^{(2)} & \dots & Y_{3,2}^{(2)} & Y_{3,3}^{(2)} & \dots & 0 \\
 \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\
 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & \dots & 0
 \end{bmatrix}_{37 \times 37}
 \end{array}$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวน... ไม่ควรเผยแพร่... ไม่ควรนำ...
 ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้ง... ไม่ควรนำ...
 37

และเมื่อทำการรวมเมตริกซ์สัมประสิทธิ์ต่อไปจนครบทุกอิเลิเมนต์แล้ว ก็จะได้เมตริกซ์สัมประสิทธิ์ของระบบ $[Y]$ ซึ่งจะมีลักษณะของข้อมูลเป็นแถบที่เรียกว่า Band matrix หรือ Sparse matrix ดังแสดงในรูปที่ 5.3 ส่วนที่เป็นสีขาวนั้นคือส่วนที่ข้อมูลมีค่าเป็นศูนย์ ขนาดของแถบข้อมูลขึ้นอยู่กับข้อกำหนดหมายเลขโหนดของระบบ ถ้าหากใช้อัลกอริทึมสำหรับหาอินเวอร์สเมตริกซ์หรือการแก้ระบบสมการเชิงเส้น สำหรับ Band matrix โดยเฉพาะ ก็จะสามารถลดเวลาในการคำนวณได้ ดังนั้นการกำหนดหมายเลขโหนด จะมีผลต่อเวลาที่ใช้ในการคำนวณด้วย [14]



รูปที่ 5.3 ลักษณะ Sparse หรือ Band ของเมตริกซ์สัมประสิทธิ์ของระบบ $[Y]$ ที่ได้จากระบบในรูปที่ 5.2 ซึ่งข้อมูลส่วนใหญ่มีค่าเป็นศูนย์

5.5 การกำหนดค่าเงื่อนไขขอบเขต (Boundary Condition)

เป็นการกำหนดค่าเงื่อนไขของตัวแปรต่าง ๆ ที่ผิวของระบบ เข้าไปในสมการของระบบ [1], [4] ก่อนที่จะทำการแก้สมการ ได้แก่ ค่ากระแส (Dirichlet boundary condition) ค่าศักดา (Neumann boundary condition) และค่าอ้างอิง (Reference node) ซึ่งจะขึ้นอยู่กับรูปแบบลักษณะการจ่ายกระแสและวัดค่าศักดาไฟฟ้าเพื่อเก็บข้อมูลสำหรับการคำนวณ ซึ่งได้กล่าวไว้ในบทที่ 4 ตัวอย่างเช่น ถ้าหากมีการจ่ายกระแส $+I$ เข้าที่โหนดที่ 1 และ $-I$ ที่โหนดที่ 2 และให้โหนดที่ 2 เป็น Reference node ($V_2 = 0$) จากสมการของระบบ

$$[Y]_{N \times N} [V]_{N \times 1} = [C]_{N \times 1} \quad (5.8)$$

เมื่อ $[Y]$ คือ เมตริกซ์สัมประสิทธิ์ของระบบ

$[V]$ คือ node voltage vector เป็นค่าศักดาไฟฟ้าที่โหนดต่าง ๆ (เป็นคำตอบที่ต้องการ)

เอกสารนี้เป็นเอกสาร [C] คือ node current vector เป็นค่ากระแสที่จ่ายจากภายนอกเข้าไปยังโหนดต่าง ๆ ซึ่งดำเนินการคำนวณว่ากรณีสามารถกำหนดเงื่อนไขขอบเขตเข้าไปในระบบสมการได้ ดังนี้ [1], [2] สารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

1) Injected current (Dirichlet boundary condition) คือ การกำหนดค่าของกระแสที่จ่ายจากภายนอกเข้าไปในวัตถุ ซึ่งเรารู้ค่า เข้าไปในสมการของระบบ โดยการกำหนดค่าเข้าไปที่เมตริกซ์ [C] ซึ่งปกติมีค่าเป็นศูนย์เมื่อไม่มีการจ่ายกระแสเข้าไปจากภายนอก

$$\begin{bmatrix} Y_{1,1} & Y_{1,2} & Y_{1,3} & \cdot & Y_{1,N} \\ Y_{2,1} & Y_{2,2} & Y_{2,3} & \cdot & Y_{2,N} \\ Y_{3,1} & Y_{3,2} & Y_{3,3} & \cdot & Y_{3,N} \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ Y_{N,1} & Y_{N,2} & Y_{N,3} & \cdot & Y_{N,N} \end{bmatrix}_{N \times N} \begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \\ V_3 \\ \cdot \\ V_N \end{bmatrix}_{N \times 1} = \begin{bmatrix} +I \\ -I \\ 0 \\ \cdot \\ 0 \end{bmatrix}_{N \times 1}$$

2) Reference node คือ การกำหนดค่าศักดาไฟฟ้าอ้างอิง เข้าไปในสมการของระบบ ถ้าต้องการกำหนดค่าศักดาที่โหนดใดก็ทำที่แถวนั้น โดยการกำหนดค่าในแถวนั้นของเมตริกซ์ [Y] เป็น 0 ทั้งหมด ยกเว้นค่าที่แกนของเมตริกซ์ซึ่งจะกำหนดให้เป็น 1 พร้อมทั้งกำหนดค่าของ [C] ในแถวนั้นเป็นค่าศักดาที่ต้องการ (หากไม่กำหนดค่าศักดาไฟฟ้าอ้างอิงเข้าไปในสมการของระบบ ก็จะไม่สามารถหาคำตอบที่ต้องการได้) ตัวอย่างการกำหนด $V_2 = 0$ ทำได้ดังนี้ (ต่อจากสมการด้านบน)

$$\begin{bmatrix} Y_{1,1} & Y_{1,2} & Y_{1,3} & \cdot & Y_{1,N} \\ 0 & 1 & 0 & \cdot & 0 \\ Y_{3,1} & Y_{3,2} & Y_{3,3} & \cdot & Y_{3,N} \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ Y_{N,1} & Y_{N,2} & Y_{N,3} & \cdot & Y_{N,N} \end{bmatrix}_{N \times N} \begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \\ V_3 \\ \cdot \\ V_N \end{bmatrix}_{N \times 1} = \begin{bmatrix} +I \\ 0 \\ 0 \\ \cdot \\ 0 \end{bmatrix}_{N \times 1}$$

นอกจากนี้ยังมีการกำหนดค่าเงื่อนไขขอบเขตอีกอย่างหนึ่ง คือ การกำหนดค่าของศักดาไฟฟ้าในจุดที่รู้ค่า เรียกว่า Known voltage (Neumann boundary condition) ซึ่งจะใช้ในกรณีของการจ่ายศักดาคงที่ มีลักษณะการกำหนดเช่นเดียวกับ Reference node แต่ไม่ได้ใช้ในวิทยานิพนธ์นี้

5.6 การแก้สมการเพื่อหาค่าศักดาไฟฟ้าที่ผิวของวัตถุ

จากเมตริกซ์สัมประสิทธิ์ของระบบ [Y] และเมตริกซ์กระแส [C] ซึ่งได้จากหัวข้อ 5.5 การคำนวณหาค่าศักดาไฟฟ้าที่จุดวัด $f(\rho)$ สามารถหาได้จากการแก้สมการ

$$\begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \\ V_3 \\ \cdot \\ V_N \end{bmatrix}_{N \times 1} = \begin{bmatrix} Y_{1,1} & Y_{1,2} & Y_{1,3} & \cdot & Y_{1,N} \\ Y_{2,1} & Y_{2,2} & Y_{2,3} & \cdot & Y_{2,N} \\ Y_{3,1} & Y_{3,2} & Y_{3,3} & \cdot & Y_{3,N} \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ Y_{N,1} & Y_{N,2} & Y_{N,3} & \cdot & Y_{N,N} \end{bmatrix}_{N \times N}^{-1} \begin{bmatrix} C_1 \\ C_2 \\ C_3 \\ \cdot \\ C_N \end{bmatrix}_{N \times 1}$$

ซึ่งค่า V ที่ได้จะมีทั้งหมด N โหนด แต่จะนำไปใช้ในการคำนวณเพื่อปรับค่าการกระจายความต้านทาน(ในบทต่อไป) เพียง M โหนดเท่านั้น

บทที่ 6

การปรับค่าความต้านทานด้วยวิธีการนิวตัน-ราฟสัน

6.1 หลักการของนิวตัน-ราฟสัน

FEM สามารถใช้หาค่าศักย์ไฟฟ้าที่โหนดต่างๆของอิลิเมนต์ โดยการสมมติค่าความต้านทานจำเพาะเริ่มต้นขึ้นมาก่อน จากนั้นนำค่าศักย์ที่คำนวณได้ มาคำนวณกลับเพื่อปรับให้ได้ความต้านทานจำเพาะที่ใกล้เคียงกับค่าที่แท้จริงมากที่สุด มีหลายวิธีที่ใช้กัน เช่น [4] วิธี perturbation วิธี equipotential วิธี iterative-equipotential วิธี double constraint และวิธีการนิวตัน-ราฟสัน Yorkey [7] ได้รายงานการเปรียบเทียบวิธีการข้างต้น และสรุปว่าวิธีการนิวตัน-ราฟสันให้ผลที่คิดว่าจะมีนัยสำคัญและประกันว่าผลเฉลยนั้นจะลู่เข้าเสมอ จึงเป็นอัลกอริทึมที่เหมาะสมสำหรับการหาค่าผลลัพธ์ของระบบที่ไม่เป็นเชิงเส้น (nonlinear) และเป็นวิธีที่นิยมใช้มากที่สุดสำหรับ EIT มีหลักการคือจะปรับค่าความต้านทานจำเพาะของอิลิเมนต์ เพื่อให้ค่าศักย์ที่คำนวณได้ที่จุดวัดมีค่าใกล้เคียงกับค่าที่วัดจริงมากที่สุด โดยการใช้สมการ (6.1) - (6.3) และมีขั้นตอนการคำนวณดังโฟลวชาร์ตในรูปที่

6.1

$$\Phi = \frac{1}{2} [f(\rho) - V_0]^T [f(\rho) - V_0] \quad (6.1)$$

$$\rho = \rho + \Delta\rho \quad (6.2)$$

$$\Delta\rho = -[f'(\rho)^T f'(\rho)]^{-1} [f'(\rho)^T] [f(\rho) - V_0] \quad (6.3)$$

Φ ค่า mean square error ระหว่างค่าศักย์ที่ได้จากการวัดกับการคำนวณ

V_0 [Mx1] ค่าศักย์ที่ได้จากการวัด

ρ [Rx1] ค่าการกระจายของความต้านทาน (resistivity distribution) ของระบบ ซึ่ง

มี R อิลิเมนต์

$f(\rho)$ [Mx1] ค่าศักย์ที่ได้จากการคำนวณด้วยค่า ρ และ FEM (เราสนใจเฉพาะที่จุดวัดเท่านั้น)

$f'(\rho)$ [MxR] Jacobian matrix

จากสมการของนิวตัน-ราฟสัน $\Delta x = \frac{y - f(x)}{f'(x)}$ ในการคำนวณหาค่าตัวแปรตัวเดียว เมื่อ

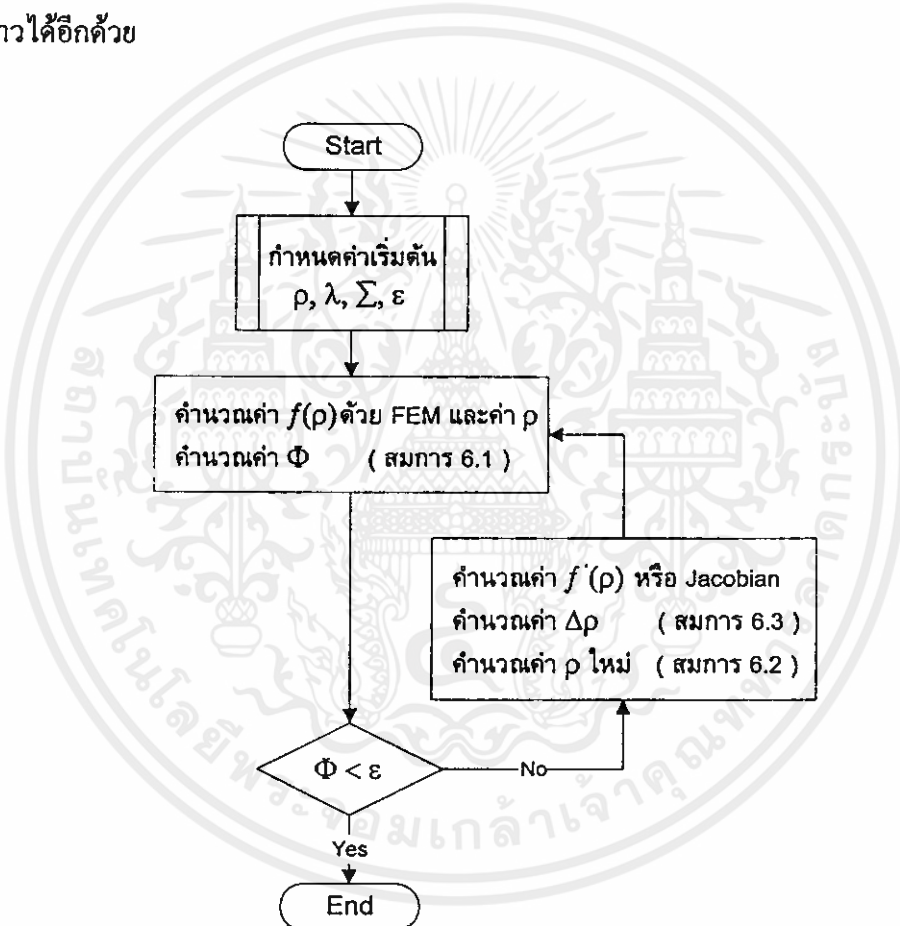
พัฒนามาเป็นการคำนวณหาตัวแปรหลายตัว (เมตริกซ์) เนื่องจาก $f'(\rho)$ ไม่ใช่เมตริกซ์จัตุรัส (square matrix) จึงไม่สามารถหาอินเวอร์สได้โดยตรง อนุญาตให้ จึงถูกทำให้อยู่ในรูปของ

ไม่ว่ากรณี $[f'(\rho)^T f'(\rho)]^{-1} [f'(\rho)^T]$ ซึ่งเป็นเสมือน $[f'(\rho)]^{-1}$ นั่นเอง และกลายมาเป็นสมการ (6.3) ในที่

สุด

อนึ่งในการคำนวณค่า $\Delta\rho$ นั้น หากไม่นำค่าศักดาที่ขั้วแหล่งจ่ายกระแสมาคำนวณด้วย ก็จะทำให้ผลการคำนวณดีขึ้น เนื่องจากค่าศักดาที่ขั้วแหล่งจ่ายมีค่ามาก การนำค่าดังกล่าวมาคำนวณด้วยนั้นจึงทำให้การปรับค่า ρ มากเกินไป และเกิดการลู่ออกของคำตอบในบางจุด ซึ่งสามารถดูได้จากผลการทดลองในบทที่ 9

นอกจากนี้ในกรณีของการใช้งานจริงที่มีการติดแผ่นอิเล็กโทรดกับผิววัตถุ ที่บริเวณรอยต่อจะมีความต้านทานอยู่ค่าหนึ่งซึ่งไม่รู้ค่า เมื่อมีกระแสไหลผ่านรอยต่อดังกล่าว ก็จะเกิดค่าศักดาที่ไม่รู้ค่าตกคร่อมที่บริเวณรอยต่อนั้นด้วย ซึ่งมีผลให้ค่าศักดาที่วัดได้ที่ขั้วแหล่งจ่ายกระแสมีความคลาดเคลื่อนสูง ดังนั้นการไม่นำค่าศักดาที่ขั้วแหล่งจ่ายกระแสมาคำนวณก็เป็นการตัดความคลาดเคลื่อนดังกล่าวได้อีกด้วย



รูปที่ 6.1 โฟลวชาร์ตแสดงวิธีการของนิวตัน-ราฟสัน ในการหาค่าความต้านทานภายในวัตถุ

6.2 การหา Jacobian matrix

จากสมการ (6.3) ตัวแปร $f'(\rho)$ หรือ $\frac{\partial\phi(\rho)}{\partial\rho}$ มีชื่อเรียกอีกอย่างว่า *Jacobian matrix* [7] คือ เมตริกซ์แสดงอัตราการเปลี่ยนแปลงของเอาต์พุตของฟังก์ชันเกี่ยวกับการเปลี่ยนแปลงของค่าตัวแปรอินพุตแต่ละตัว ซึ่งในที่นี้หมายถึง อัตราการเปลี่ยนแปลงของศักดาที่จุดวัด V หรือ $f(\rho)$ ที่คำนวณได้ เทียบกับการเปลี่ยนแปลงค่า ρ ของแต่ละอิเลิเมนต์

$$f'(\rho) = \begin{bmatrix} \frac{\partial f_1}{\partial \rho_1} & \frac{\partial f_1}{\partial \rho_2} & \frac{\partial f_1}{\partial \rho_3} & \frac{\partial f_1}{\partial \rho_R} \\ \frac{\partial f_2}{\partial \rho_1} & \frac{\partial f_2}{\partial \rho_2} & \frac{\partial f_2}{\partial \rho_3} & \frac{\partial f_2}{\partial \rho_R} \\ \frac{\partial f_3}{\partial \rho_1} & \frac{\partial f_3}{\partial \rho_2} & \frac{\partial f_3}{\partial \rho_3} & \frac{\partial f_3}{\partial \rho_R} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \frac{\partial f_M}{\partial \rho_1} & \frac{\partial f_M}{\partial \rho_2} & \frac{\partial f_M}{\partial \rho_3} & \frac{\partial f_M}{\partial \rho_R} \end{bmatrix}_{M \times R} \quad (6.4)$$

จากการดิฟเฟอเรนทิเอต $YV = C$ เทียบกับค่า ρ ของแต่ละอิลิเมนต์ ซึ่งจะได้

$$\frac{\partial V}{\partial \rho_j} = -Y^{-1} \frac{\partial Y}{\partial \rho_j} V \quad (6.5)$$

$\frac{\partial V}{\partial \rho_j}$ ที่ได้เป็นเมตริกซ์แสดงอัตราการเปลี่ยนแปลงค่า voltage ที่โหนดต่าง ๆ เทียบกับการเปลี่ยนแปลงของ ρ ในอิลิเมนต์ที่ j มีขนาด $N \times 1$ แต่ที่เรานำมาใช้คือ $M \times 1$ เมื่อทำครบทุกอิลิเมนต์แล้ว นำมารวมกัน ก็จะได้ Jacobian matrix ซึ่งมีขนาด $M \times R$

$$J = f'(\rho) = \begin{bmatrix} \left[\frac{\partial V}{\partial \rho_1} \right]_{M \times 1} & \left[\frac{\partial V}{\partial \rho_2} \right]_{M \times 1} & \dots & \left[\frac{\partial V}{\partial \rho_R} \right]_{M \times 1} \end{bmatrix}_{M \times R} \quad (6.6)$$

จากสูตรเมตริกซ์สัมประสิทธิ์ของอิลิเมนต์ (ก.8) และ (ข.3) จะได้

$$\begin{aligned} \frac{\partial y_j}{\partial \rho_j} &= \frac{-y_j}{\rho_j} && \text{(ใช้ได้ทั้งแบบ 2 และ 3 มิติ)} \\ \text{และ } \frac{\partial y_{*j}}{\partial \rho_j} &= 0 \end{aligned} \quad (6.7)$$

เมื่อนำ $\frac{\partial y}{\partial \rho_j}$ ของทุกอิลิเมนต์มารวมเข้าด้วยกัน ก็จะได้ $\frac{\partial Y}{\partial \rho_j}$ (ซึ่งก็คือค่า $\frac{\partial y_j}{\partial \rho_j}$ นั่นเอง)

ในการคำนวณด้วยสูตร 6.3 นั้น ในกรณีที่ไม่นำค่าตัดค่าที่แหล่งจ่ายมาคำนวณด้วย เพื่อลดความผิดพลาดในการคำนวณและลดค่าความคลาดเคลื่อนในการวัดที่เกิดจากความต้านทานระหว่างแผ่นอิเล็กโทรดกับผิววัตถุ ก็สามารถทำได้โดยการตัดค่าตัดค่าที่แหล่งจ่ายออกไป 2 ขั้ว และตัดค่า Jacobian ที่ขั้วดังกล่าวออกไปด้วยจำนวน 2 แถว โดยการกำหนดให้ค่าดังกล่าวเป็นศูนย์ หรือโดยการลดขนาดของเมตริกซ์ลงก็ได้

6.3 Regularization Method

จากสมการ (6.3) เทอมของ $[f'(\rho)^T f'(\rho)]$ เป็นเมตริกซ์ในรูป ill-condition [7], [15] ซึ่งมีความใกล้เคียงกับ singular matrix มีผลให้การหาค่าอินเวอร์สมีความคลาดเคลื่อนสูงหรืออาจหาไม่ได้ เพื่อแก้ไขปัญหาดังกล่าว ต้องทำให้เมตริกซ์เป็น non-singular โดยทำการปรับค่าเพียงเล็กน้อย

น้อยด้วยการบวกค่าน้อย ๆ เข้าไปที่แกนของเมตริกซ์ก่อนที่จะหาค่าอินเวอร์ส โดยเปลี่ยนเป็น $[f'(p)^T f'(p) + \lambda \Sigma]$ จึงมีการเปลี่ยนแปลงสมการที่ (6.3) เป็น (6.8)

$$\Delta p = -[f'(p)^T f'(p) + \lambda \Sigma]^{-1} [f'(p)^T] [f(p) - V_0] \quad (6.8)$$

และจากสมการ (6.1) จะได้

$$\Phi = \frac{1}{2} [f(p) - V_0]^T [f(p) - V_0] + \frac{1}{2} [\lambda p^T \Sigma p] \quad (6.9)$$

เมื่อ λ คือ จำนวนจริงบวก และ Σ คือ positive-definite

$$\Sigma = \begin{bmatrix} \Sigma_{11} & \Sigma_{12} & \cdot & \Sigma_{1R} \\ \Sigma_{21} & \Sigma_{22} & \cdot & \Sigma_{2R} \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \Sigma_{R1} & \Sigma_{R2} & \cdot & \Sigma_{RR} \end{bmatrix} \quad (6.10.ก)$$

จะเป็น positive-definite matrix ได้เมื่อมีเงื่อนไขดังต่อไปนี้ [10]

$$|\Sigma_{11}| > 0, \begin{vmatrix} \Sigma_{11} & \Sigma_{12} \\ \Sigma_{21} & \Sigma_{22} \end{vmatrix} > 0, \dots, \begin{vmatrix} \Sigma_{11} & \Sigma_{12} & \cdot & \Sigma_{1R} \\ \Sigma_{21} & \Sigma_{22} & \cdot & \Sigma_{2R} \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \Sigma_{R1} & \Sigma_{R2} & \cdot & \Sigma_{RR} \end{vmatrix} > 0 \quad (6.10.ข)$$

positive-definite matrix ที่รู้จักกันดี ก็คือ เมตริกซ์เอกลักษณ์ (Identity Matrix)

การกำหนดค่า λ ที่เหมาะสมก็มีความสำคัญ เพราะ ถ้าค่า λ น้อยเกินไป ก็จะทำให้ผลน้อย แต่ถ้ามากเกินไป ก็จะทำให้ผลที่ได้มีความคลาดเคลื่อนสูง

6.4 การกำหนดค่าความต้านทานเริ่มต้น

จากการทดสอบวิธีการนิวตัน-ราฟสันกับข้อมูลจำลอง พบว่า การกำหนดค่าเริ่มต้นของความต้านทานจำเพาะไม่มีความสำคัญต่อการรู้เข้าของค่าตอบ สามารถหาค่าตอบได้ทุกครั้ง แต่จากการทดสอบกับข้อมูลที่วัดได้จากถังน้ำเกลือ กลับพบว่า การกำหนดค่าเริ่มต้นที่เหมาะสมนั้นมีความสำคัญมาก เพราะถ้าค่าเริ่มต้นไม่เหมาะสมจะเกิดการลู่ออกของค่าตอบในบางจุด ทำให้ได้ผลลัพธ์ที่ไม่ดีหรือไม่สามารถหาผลลัพธ์ที่ต้องการได้ จึงได้คิดวิธีการหาความต้านทานเฉลี่ยของวัตถุเพื่อใช้เป็นค่าเริ่มต้นสำหรับการคำนวณปรับค่าต่อไป

ถ้าให้ V_{0e} เป็นค่าศักดาไฟฟ้าที่วัดได้ที่ขั้ว e

V_{1e} หรือ $f_e(p_1)$ เป็นค่าศักดาไฟฟ้าที่คำนวณได้ที่ขั้ว e เมื่อกำหนดให้ค่าความต้านทาน

จำเพาะเป็น p_1

e คือ หมายเลขขั้วอิเล็กโทรด

E คือ จำนวนขั้วอิเล็กโทรดทั้งหมด

p คือ หมายเลขโปรเจกชัน

P คือ จำนวนโปรเจ็กต์ทั้งหมด

จาก $V \propto \rho$ จะได้

$$\frac{V_{0e}}{V_{1e}} = \frac{\rho_0}{\rho_1}$$

$$\rho_0 = \rho_1 \frac{V_{0e}}{V_{1e}} = \rho_1 \frac{V_{0e}}{f_e(\rho_1)}$$

ถ้าให้ $\rho_1 = 1$ จะได้

$$\rho_0 = \frac{V_{0e}}{f_e(1)}$$

หรืออาจคิดจากผลรวมของศักดาที่ทุกชั้น ดังนี้

$$\rho_0 = \frac{\sum_{e=1}^E V_{0e}}{\sum_{e=1}^E f_e(1)}$$

ถ้าต้องการคิดค่าเฉลี่ยจากทุกโปรเจ็กต์ ก็จะได้

$$\rho_0 = \frac{\sum_{p=1}^P \sum_{e=1}^E V_{0e}^{(p)}}{\sum_{p=1}^P \sum_{e=1}^E f_e^{(p)}(1)}$$

ถ้าหากรบบที่ใช้เป็นรูปวงกลม หรือทรงกระบอก ค่า $\sum_{e=1}^E f_e(1)$ จะมีค่าเท่ากันทุกโปรเจ็กต์ ดังนั้นจะลดรูปสมการได้เป็น

$$\rho_0 = \frac{\sum_{p=1}^P \sum_{e=1}^E V_{0e}^{(p)}}{P \sum_{e=1}^E f_e(1)}$$

ในการนำวิธีการดังกล่าวไปใช้งานจริง เช่น กับร่างกายคน หากต้องการจะตัดความคลาดเคลื่อนที่เกิดจากศักดาครบรอบที่บริเวณรอยต่อระหว่างผิวหนังกับแผ่นอิเล็กโทรด ก็อาจจะไม่นำข้อที่เป็นแหล่งจ่ายกระแสมาคำนวณด้วยก็ได้

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้คัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

บทที่ 7

การลดขั้นตอนในการคำนวณ

จากหลักการสร้างภาพตัดขวางจากความต้านทานไฟฟ้าภายในวัตถุในบทที่ผ่านมา การที่จะพัฒนาไปเป็นเครื่องมือสำหรับใช้งานจริงได้นั้น นอกจากความเป็นไปได้ทางด้านหลักการแล้ว ยังมีสิ่งที่สำคัญอีกอย่างหนึ่งก็คือความเร็วในการคำนวณ ซึ่งการเพิ่มความเร็วนั้นสามารถทำได้ 2 ทาง ก็คือ

- 1) การใช้เครื่องคอมพิวเตอร์ที่มีประสิทธิภาพสูงขึ้น
- 2) การลดขั้นตอนในการคำนวณด้วยการใช้อัลกอริทึมที่มีประสิทธิภาพสูง

ในบทนี้จะกล่าวรายละเอียดในการลดขั้นตอนการคำนวณด้วยการใช้อัลกอริทึมที่มีประสิทธิภาพสูง เพื่อพัฒนาไปสู่เป้าหมายสูงสุด ก็คือ การใช้เครื่องพีซีราคาถูกลงที่มีอยู่ในท้องตลาดในงานดังกล่าวได้

จากการศึกษาสมการคณิตศาสตร์ และการสังเกตลักษณะของข้อมูลในขั้นตอนต่าง ๆ มีหลายจุดที่สามารถนำมาใช้ลดขั้นตอนการคำนวณได้

7.1 การสร้างเมตริกซ์สัมประสิทธิ์ของอิลิเมนต์เก็บไว้

เนื่องจากตัวแปรที่มีผลต่อค่าของเมตริกซ์สัมประสิทธิ์ของอิลิเมนต์ ก็คือ

- 1) ตำแหน่ง co-ordinate ของโหนดต่าง ๆ ของอิลิเมนต์
- 2) ความต้านทานจำเพาะของอิลิเมนต์

ในการคำนวณนั้นค่า ρ จะมีการเปลี่ยนแปลงอยู่ตลอด ส่วนตำแหน่ง co-ordinate ของโหนดต่าง ๆ นั้นไม่มีการเปลี่ยนแปลง ดังนั้นหากแยกค่า ρ ออกมาก่อนก็จะสามารถสร้างเมตริกซ์สัมประสิทธิ์ของอิลิเมนต์ต่าง ๆ เก็บไว้ใช้ได้

การสร้างเมตริกซ์สัมประสิทธิ์ของอิลิเมนต์เก็บไว้ เป็นเมตริกซ์ขนาด $3 \times 3 \times R$ สำหรับการคำนวณแบบ 2 มิติ หรือ $6 \times 6 \times R$ สำหรับการคำนวณแบบ 3 มิติ (เมื่อ R คือ จำนวนอิลิเมนต์ของระบบ) โดยการกำหนดให้ค่า ρ ของทุกอิลิเมนต์เป็นหนึ่ง (ตัดค่า ρ ออกไปก่อน) ทำให้สามารถนำเมตริกซ์ดังกล่าวมาใช้ได้ตลอดทุก Iteration โดยการคำนวณค่า ρ เข้าไปภายหลัง ขั้นตอนที่มีการนำเมตริกซ์สัมประสิทธิ์ดังกล่าวมาใช้ ได้แก่

- 1) การคำนวณหาศักดาไฟฟ้าด้วย FEM ในหัวข้อ 5.4

- 2) การคำนวณหา Jacobian ในหัวข้อ 6.2

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนลิขสิทธิ์ไว้เพื่อใช้ในการเรียนการสอนเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้คัดลอกสิ่งนี้ออกไปเผยแพร่อย่างอสังถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

7.2 การลดรูปสมการในการคำนวณหา Jacobian matrix

ในหัวข้อ 6.2 การคำนวณหา Jacobian matrix ในสมการ (6.4) และ (6.6) นั้น ได้จากการรวม $\frac{\partial V}{\partial p_j}$ ของทุกอิเลเมนต์ในระบบรวมกัน ($j = 1$ ถึง R)

$\frac{\partial V}{\partial p_j}$ นั้นคำนวณได้จากสมการ (6.5)

$$\frac{\partial V}{\partial p_j} = -Y^{-1} \frac{\partial Y}{\partial p_j} V$$

ซึ่ง $\frac{\partial Y}{\partial p_j}$ นั้นได้จากการนำ $\frac{\partial y}{\partial p_j}$ ของทุกอิเลเมนต์มารวมเข้าด้วยกัน โดยที่ $\frac{\partial y}{\partial p_j}$ นั้นมีคุณสมบัติดังสมการ (6.7) ดังนี้

$$\frac{\partial y_j}{\partial p_j} = \frac{-y_j}{p_j}$$

$$\text{และ } \frac{\partial y_{*j}}{\partial p_j} = 0$$

เมื่อนำ $\frac{\partial y}{\partial p_j}$ ของทุกอิเลเมนต์มารวมกันก็จะได้ $\frac{\partial Y}{\partial p_j}$ ซึ่งเป็นเมตริกซ์ขนาด $[N \times N]$ แต่มีข้อมูลเพียง $[3 \times 3]$ สำหรับอิเลเมนต์รูปสามเหลี่ยม หรือ $[6 \times 6]$ สำหรับอิเลเมนต์รูปแท่งสามเหลี่ยม หรือเท่ากับ [จำนวน โหนดของกลุ่ม \times จำนวน โหนดของกลุ่ม] ในกรณีที่มีการรวมกลุ่มของอิเลเมนต์ที่มีค่า p เท่ากัน ที่เหลือเป็นศูนย์ทั้งหมด จึงสามารถลดรูปสมการที่ 4 ได้เป็น

$$\frac{\partial V}{\partial p_j} = -Y^{-1} \frac{\partial y_j}{\partial p_j} V \quad (7.1)$$

ทำให้สามารถลดมิติในการคำนวณได้

จาก $[N \times 1] = [N \times N] ([N \times N] [N \times 1])$ หรือ $[M \times 1] = [M \times N] ([N \times N] [N \times 1])$

เป็น $[M \times 1] = [M \times 3] ([3 \times 3] [3 \times 1])$ สำหรับอิเลเมนต์รูปสามเหลี่ยม

หรือ $[M \times 1] = [M \times 6] ([6 \times 6] [6 \times 1])$ สำหรับอิเลเมนต์รูปแท่งสามเหลี่ยม

เมื่อ M คือ จำนวนอิเล็กโทรด (หรือ จำนวน โหนดที่ผิววัตถุ)

N คือ จำนวน โหนดของระบบ

R คือ จำนวนอิเลเมนต์ของระบบ

7.3 Sparse matrix

จากหัวข้อ 5.4 ในขั้นตอนของการคำนวณด้วย FEM เมตริกซ์สัมประสิทธิ์ของระบบ $[Y]$ มีข้อมูลส่วนใหญ่ที่มีค่าเป็นศูนย์ และมีลักษณะที่เป็นแถบที่เรียกว่า Sparse หรือ Band matrix ดังรูปที่ 5.3 ทำให้ในการหาอินเวอร์ส หรือการแก้ระบบสมการเชิงเส้นนั้นสามารถลดขั้นตอนการ

คำนวณได้โดยการใช้อัลกอริธึมพิเศษเฉพาะสำหรับเมตริกซ์ดังกล่าว เช่น อัลกอริธึมสำหรับหาอินเวอร์สของ Band matrix ในภาคผนวก ง

ในส่วนนี้ ถ้าหากพัฒนาอัลกอริธึมสำหรับ Sparse matrix ขึ้นมาใช้แทนอัลกอริธึมสำหรับ Band matrix ก็น่าจะทำให้เวลาในการคำนวณลดลงได้อีก

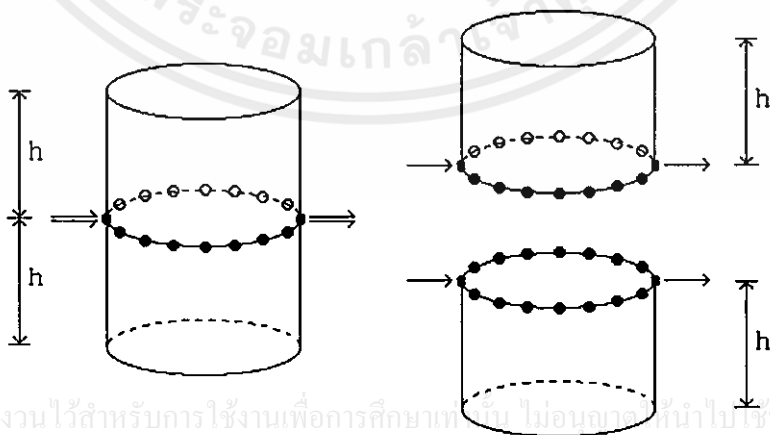
7.4 การลดขนาด Jacobian โดยการรวมกลุ่มอิลิเมนต์ที่มีความต้านทานจำเพาะเท่ากัน

การรวมกลุ่มของอิลิเมนต์ที่มีความต้านทานจำเพาะเท่ากันเข้าด้วยกัน (Grouping) จะทำให้ Jacobian matrix มีขนาดเล็กลง ซึ่งมีผลทำให้การคำนวณหาค่า p ใหม่ด้วยสมการ (6.3) หรือ (6.8) ใช้เวลาน้อยลงเมื่อเทียบกับการคำนวณแบบธรรมดา

จากระบบในรูปที่ 4.1 จะเห็นว่าหากแบ่งอิลิเมนต์ให้น้อยที่สุดจะมี 2 ชั้น คือ เหนือระดับอิลิเมนต์โทรด และได้ระดับอิลิเมนต์โทรด หากกำหนดให้ค่า p ในแนวตั้งมีค่าเท่ากัน ก็จะสามารถรวมกลุ่มของอิลิเมนต์ในแนวตั้งได้ มีผลให้ Jacobian มีขนาดเล็กลงจาก $[M \times R]$ เป็น $[M \times (R/2)]$ ซึ่งจะมีขนาดเหมือนกับการคำนวณแบบ 2 มิติ

7.5 การลดรูปของระบบโดยใช้หลักการแบ่งกระแส

จากหัวข้อ 7.4 ถ้าหากระบบมีความสมมาตรในแนวตั้ง คือ ระดับความหนา $h_1 = h_2$ จะสามารถคำนวณได้โดยใช้อิลิเมนต์เพียงแค่ครึ่งเดียว(ครึ่งบนหรือล่างก็ได้) โดยอาศัยหลักการแบ่งกระแส ดังรูปที่ 7.1 ซึ่งจะทำให้ในการคำนวณด้วย FEM สามารถลดขนาดของเมตริกซ์สัมประสิทธิ์ของระบบ $[Y]$ หรือจำนวนโหนดของระบบลงได้ ซึ่งค่าศักดาไฟฟ้าที่จุดวัดที่คำนวณได้ก็ยังคงเหมือนเดิม นอกจากนี้วิธีการดังกล่าวยังมีผลในการลดขนาดของ Jacobian อีกด้วย



รูปที่ 7.1 รูปแสดงลักษณะการลดรูประบบโดยอาศัยหลักการแบ่งกระแส

บทที่ 8

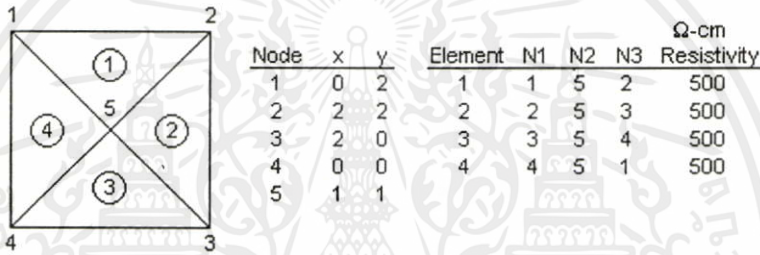
ตัวอย่างแสดงขั้นตอนการคำนวณ

เพื่อความเข้าใจโดยง่ายและเป็นแนวทางสำหรับผู้ที่ต้องการจะศึกษาวิชานี้ จึงขอ ยกตัวอย่างการคำนวณเพื่อให้เข้าใจขั้นตอนการคำนวณ และสามารถตรวจสอบคำตอบจากขั้นตอน ต่าง ๆ ได้ โดยการสมมุติระบบง่าย ๆ ดังรูปที่ 8.1 ซึ่งมีลักษณะดังนี้

จำนวนโหนด = $N = 5$ โหนด

จำนวนอิเลิเมนต์ = $R = 4$ อิเลิเมนต์

จำนวนอิเล็ทโทโรด = $M = 4$ อิเล็ทโทโรด



รูปที่ 8.1 ระบบตัวอย่าง สำหรับแสดงขั้นตอนการคำนวณ

จากการจ่ายกระแสขนาด 1 mA ด้วยวิธี Opposite method (จำนวน Projection = $P = M/2 = 2$) โดยวิธีการจำลองข้อมูลด้วย FEM สามารถคำนวณหาค่าศักดาไฟฟ้าที่จุดวัด V_0 ได้ผลดังตาราง ที่ 8.1

ตารางที่ 8.1 ค่าศักดาที่จุดวัดที่ได้จากระบบตัวอย่าง ในรูปที่ 8.1 โดยการจ่ายกระแสขนาด 1 mA

ด้วยวิธี Opposite method

Projection	1	2
+1mA current node	1	2
-1mA current node (Reference node, $V=0$)	3	4
$V_0(1)$	1	0.5
$V_0(2)$	0.5	1
$V_0(3)$	0	0.5
$V_0(4)$	0.5	0
$V_0(5)$	0.5	0.5

ค่า $V_0(1)$ ถึง $V_0(4)$ ของแต่ละ Projection จะถูกนำไปใช้เป็นเสมือน ค่าที่ได้จากการวัด เมื่อนำข้อมูลที่ได้ไปคำนวณหาค่าความต้านทาน

ในตัวอย่างนี้ ขอกำหนดค่าความต้านทานเริ่มต้นโดยไม่ใช้วิธีในหัวข้อ 6.4 เนื่องจากตัวอย่างที่ใช้เป็นวัตถุที่มีความต้านทานค่าเดียว ซึ่งถ้าใช้วิธีดังกล่าวจะได้ค่าความต้านทานที่เป็นคำตอบเลย

วิธีการคำนวณ

กำหนดค่าเริ่มต้น ถ้ากำหนดค่าเริ่มต้นให้

$$\rho_1 = \rho_2 = \rho_3 = \rho_4 = 20 \quad \text{หรือ} \quad \rho = [20 \ 20 \ 20 \ 20]^T$$

$$\lambda = 10^{-6}$$

$$\Sigma = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

คำนวณค่า $f(\rho)$ (โปรเจกชันที่ 1) ด้วย FEM

หาเมตริกซ์สัมประสิทธิ์ของอิลิเมนต์ต่าง ๆ ด้วยสมการ (ก.8)

$$Y^{(1)} = Y^{(2)} = Y^{(3)} = Y^{(4)} = \begin{bmatrix} 0.025 & -0.025 & 0 \\ -0.025 & 0.050 & -0.025 \\ 0 & -0.025 & 0.025 \end{bmatrix}$$

จากการรวมเมตริกซ์สัมประสิทธิ์ของอิลิเมนต์ ซึ่งมีทั้งหมด 4 อิลิเมนต์ ก็จะได้เมตริกซ์สัมประสิทธิ์ของระบบก่อนการกำหนดค่าเงื่อนไขขอบเขต ดังนี้

$$Y = \begin{bmatrix} 0.05 & 0 & 0 & 0 & -0.05 \\ 0 & 0.05 & 0 & 0 & -0.05 \\ 0 & 0 & 0.05 & 0 & -0.05 \\ 0 & 0 & 0 & 0.05 & -0.05 \\ -0.05 & -0.05 & -0.05 & -0.05 & 0.2 \end{bmatrix}$$

สมการของระบบ หลังจากกำหนดค่าเงื่อนไขขอบเขตแล้ว

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้คัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$\begin{bmatrix} 0.05 & 0 & 0 & 0 & -0.05 \\ 0 & 0.05 & 0 & 0 & -0.05 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0.05 & -0.05 \\ -0.05 & -0.05 & -0.05 & -0.05 & 0.2 \end{bmatrix} V = \begin{bmatrix} 0.001 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$V = [0.04 \quad 0.02 \quad 0 \quad 0.02 \quad 0.02]^T$$

ค่าที่คำนวณได้มีทั้งหมด 5 โหนด แต่จะนำมาใช้เฉพาะโหนดที่จุดวัด (อิเล็กทรอนิกส์) ซึ่งมี 4 โหนดเท่านั้น

$$f(\rho) = [0.04 \quad 0.02 \quad 0 \quad 0.02]^T$$

คำนวณหาค่า Φ ด้วยสมการ (6.1)

$$\Phi = \frac{1}{2} [f(\rho) - V_0]^T [f(\rho) - V_0]$$

$$f(\rho) - V_0 = \begin{bmatrix} 0.04 \\ 0.02 \\ 0 \\ 0.02 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 1 \\ 0.5 \\ 0 \\ 0.5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -0.96 \\ -0.48 \\ 0 \\ -0.48 \end{bmatrix}$$

$$\Phi = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} -0.96 & -0.48 & 0 & -0.48 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -0.96 \\ -0.48 \\ 0 \\ -0.48 \end{bmatrix} = 0.69120$$

คำนวณค่า $f'(\rho)$ (โปรเจกชันที่ 1)

$$f'(\rho) = \begin{bmatrix} 0.0005 & 0.005 & 0.0005 & 0.0005 \\ 0 & 0.0005 & 0.0005 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0.0005 & 0.0005 & 0 \\ 0 & 0.0005 & 0.0005 & 0 \end{bmatrix}$$

คำนวณหาค่า $\Delta\rho$ ได้จากสมการ (6.8)

$$\Delta\rho = -[f'(\rho)^T f'(\rho) + \lambda\Sigma]^{-1} [f'(\rho)^T] [f(\rho) - V_0]$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้คัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$\Delta p = - \left(10^{-3} \begin{bmatrix} 0.5 & 0 & 0 & 0 \\ 0.5 & 0.5 & 0 & 0.5 \\ 0.5 & 0.5 & 0 & 0.5 \\ 0.5 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \cdot 10^{-3} \begin{bmatrix} 0.5 & 0.5 & 0.5 & 0.5 \\ 0 & 0.5 & 0.5 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0.5 & 0.5 & 0 \end{bmatrix} + 10^{-6} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \right)^{-1} \cdot 10^{-3} \begin{bmatrix} 0.5 & 0 & 0 & 0 \\ 0.5 & 0.5 & 0 & 0.5 \\ 0.5 & 0.5 & 0 & 0.5 \\ 0.5 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \left(\begin{bmatrix} 0.04 \\ 0.02 \\ 0 \\ 0.02 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 1 \\ 0.5 \\ 0 \\ 0.5 \end{bmatrix} \right)$$

$$\Delta p = [205.7143 \quad 342.8571 \quad 342.8571 \quad 205.7143]^T$$

คำนวณหาค่า p

$$p = [225.7143 \quad 362.8571 \quad 362.8571 \quad 225.7143]^T$$

คำนวณค่า $f(p)$ (โพรเจกชันที่ 2) ด้วย FEM

หามเมตริกซ์สัมประสิทธิ์ของอิลิเมนต์ต่างๆ ด้วยสมการ (ก.8)

$$Y^{(1)} = Y^{(4)} = \begin{bmatrix} 0.002215 & -0.002215 & 0 \\ -0.002215 & 0.004430 & -0.002215 \\ 0 & -0.002215 & 0.002215 \end{bmatrix}$$

$$Y^{(2)} = Y^{(3)} = \begin{bmatrix} 0.001378 & -0.001378 & 0 \\ -0.001378 & 0.002756 & -0.001378 \\ 0 & -0.001378 & 0.001378 \end{bmatrix}$$

เมตริกซ์สัมประสิทธิ์ของระบบก่อนการกำหนดค่าเงื่อนไขขอบเขต

$$Y = \begin{bmatrix} 0.00443 & 0 & 0 & 0 & -0.00443 \\ 0 & 0.00359 & 0 & 0 & -0.00359 \\ 0 & 0 & 0.00276 & 0 & -0.00276 \\ 0 & 0 & 0 & 0.00359 & -0.00359 \\ -0.00443 & -0.00359 & -0.00276 & -0.00359 & 0.01447 \end{bmatrix}$$

สมการของระบบ หลังจากกำหนดค่าเงื่อนไขขอบเขตแล้ว

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้คัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$\begin{bmatrix} 0.00443 & 0 & 0 & 0 & -0.00443 \\ 0 & 0.00359 & 0 & 0 & -0.00359 \\ 0 & 0 & 0.00276 & 0 & -0.00276 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ -0.00443 & -0.00359 & -0.00276 & -0.00359 & 0.01437 \end{bmatrix} V = \begin{bmatrix} 0 \\ 0.001 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$V = [0.2783 \quad 0.5566 \quad 0 \quad 0.2783 \quad 0.2783]^T$$

$$f(\rho) = [0.2783 \quad 0.5566 \quad 0 \quad 0.2783]^T$$

คำนวณหาค่า Φ ด้วยสมการ (6.1)

$$\Phi = \frac{1}{2} [f(\rho) - V_0]^T [f(\rho) - V_0]$$

$$f(\rho) - V_0 = \begin{bmatrix} 0.2783 \\ 0.5566 \\ 0 \\ 0.2783 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 1 \\ 0.5 \\ 0 \\ 0.5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -0.2217 \\ 0.0566 \\ 0 \\ -0.2217 \end{bmatrix}$$

$$\Phi = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} -0.2217 & 0.0566 & 0 & -0.2217 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -0.2217 \\ 0.0566 \\ 0 \\ -0.2217 \end{bmatrix} = 0.14744$$

คำนวณค่า $f'(\rho)$ (โปรเจกชันที่ 2)

$$f'(\rho) = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0.2941 \times 10^{-3} & 0.7602 \times 10^{-3} \\ 0.7602 \times 10^{-3} & 0.2941 \times 10^{-3} & 0.2941 \times 10^{-3} & 0.7602 \times 10^{-3} \\ 0 & 0 & 0.2941 \times 10^{-3} & 0.7602 \times 10^{-3} \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

คำนวณหาค่า $\Delta\rho$ ได้จากสมการ (6.8)

$$\Delta\rho = -[f'(\rho)^T f'(\rho) + \lambda \Sigma]^{-1} [f'(\rho)^T] [f(\rho) - V_0]$$

$$\Delta\rho = - \left(10^{-3} \begin{bmatrix} 0 & .760 & 0 & 0 \\ 0 & .294 & 0 & 0 \\ .294 & .294 & .294 & 0 \\ .760 & .760 & .760 & 0 \end{bmatrix} + 10^{-6} \begin{bmatrix} 0 & 0 & .294 & .760 \\ .760 & .294 & .294 & .760 \\ 0 & 0 & .294 & .760 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} + 10^{-6} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \right)^{-1}$$

$$10^{-3} \begin{bmatrix} 0 & .760 & 0 & 0 \\ 0 & .294 & 0 & 0 \\ .294 & .294 & .294 & 0 \\ .760 & .760 & .760 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0.2783 \\ 0.5533 \\ 0.2783 \\ 0 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0.5 \\ 1 \\ 0.5 \\ 0 \end{bmatrix}$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่ 100% ว่าง 0 หรือ 0 ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ก็ตาม หากมีข้อสงสัย กรุณาติดต่อเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$\Delta p = [123.5545 \quad 47.8085 \quad 76.5335 \quad 197.7902]^T$$

คำนวณหาค่า p

$$p = [349.2688 \quad 410.6657 \quad 439.3906 \quad 423.5045]^T$$

เมื่อทำการคำนวณต่อไปเรื่อยๆ ก็จะได้ผลสรุป ดังตารางที่ 8.2

ตารางที่ 8.2 แสดงการปรับค่าความต้านทานที่คำนวณได้ในแต่ละ Iteration ของระบบตัวอย่างแบบ 5 โหนด 4 อีลิเมนต์

Iteration	Projection	Δp				p				Φ (สมการ 6.1)
		1	2	3	4	1	2	3	4	
0	-	-	-	-	-	20.0000	20.0000	20.0000	20.0000	0.691200
1	1	205.7143	342.8571	342.8571	205.7143	225.7143	362.8571	362.8571	225.7143	0.147442
2	2	123.5545	47.8085	76.5335	197.7902	349.2688	410.6657	439.3906	423.5045	0.032285
3	1	90.4808	40.2148	35.1286	61.5404	439.7496	450.8805	474.5192	485.0449	0.005813
4	2	35.0244	33.3165	13.9079	13.3108	474.7741	484.1969	488.4272	498.3557	0.000563
5	1	6.1589	9.8688	9.6986	5.5898	480.9329	494.0657	498.1257	503.9455	0.000068
6	2	3.5438	3.3579	1.2298	1.2016	484.4768	497.4236	499.3555	505.1471	0.000054
7	1	3.4532	1.2362	1.2266	3.1764	487.9300	498.6598	500.5821	508.3235	0.000048
8	2	3.3056	3.1618	-3.3024	-0.2933	491.2323	501.8216	500.2797	508.0302	0.000001

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้คัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ผลการทดลอง

การทดสอบอัลกอริทึมในการหาค่าการกระจายความต้านทานไฟฟ้าภายในวัตถุตัวนำในวิทยานิพนธ์นี้ ใช้ข้อมูลที่ได้จาก 2 วิธี ดังต่อไปนี้

1) ข้อมูลจำลอง (simulation) โดยการสมมุติระบบขึ้นมา แล้วคำนวณค่าศักดาไฟฟ้าที่เกิดขึ้นที่ผิววัตถุซึ่งเกิดจากการจ่ายกระแสที่สมมุติขึ้น โดยใช้วิธีการ FEM ในการคำนวณ แล้วใช้ค่าดังกล่าวเสมือนเป็นข้อมูลที่ได้จากการวัดจริง

2) ข้อมูลที่วัดได้จากถังบรรจุน้ำเกลือติดขั้วอิเล็กโทรดแบบ 16 ขั้ว (phantom) และบรรจุแท่งตัวนำหรือฉนวนไฟฟ้าอยู่ข้างในด้วย

9.1 ผลการทดลองจากข้อมูลจำลอง

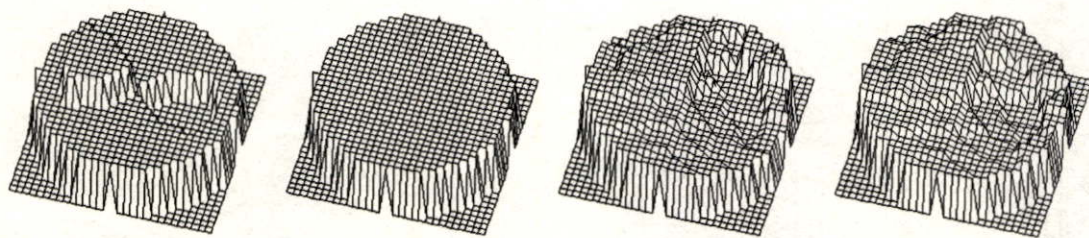
การทดลองกับข้อมูลจำลองนั้น มีผลการทดลองที่นำมาแสดงอยู่ 2 ส่วน ส่วนแรกเป็นการแสดงให้เห็นลักษณะการปรับค่าของความต้านทานจำเพาะภายในวัตถุใน iteration ต่างๆ โดยแสดงผลเป็นภาพโครงตาข่ายในรูปที่ 9.1 เมื่อความสูงแสดงถึงระดับของความต้านทานจำเพาะ และภาพขาวดำในรูปที่ 9.2 เมื่อสีขาวแสดงถึงระดับของความต้านทานจำเพาะ โดยการกำหนดให้วัตถุต้นแบบเป็นภาคตัดขวางมีลักษณะเป็นวงกลมมีการกระจายความต้านทานดังรูป ก โดยอาศัยวิธีการจำลองข้อมูล เมื่อนำข้อมูลที่ได้มาคำนวณโดยใช้แบบจำลองแบบ 16 อิเล็กโทรด ใช้วิธีจ่ายกระแสแบบข้างเคียง(Neighboring) ก็จะได้ผลการเปลี่ยนแปลงของค่าความต้านทานใน iteration ต่างๆ ดังรูป ข-ช

ส่วนที่สองเป็นผลการเปรียบเทียบระหว่างแบบจำลองไฟไนต์อิเลเมนต์ 3 แบบ และวิธีการจ่ายกระแส 2 แบบ โดยการกำหนดให้วัตถุต้นแบบเป็นภาคตัดขวางมีลักษณะเป็นวงกลมและมีรูปแบบการกระจายของความต้านทานแตกต่างกันดังรูปที่ 9.3 โดยใช้ระดับเทาแสดงค่าความต้านทานเมื่อสีขาวแสดงถึงค่าความต้านทานไฟฟ้า จำนวนศักดาไฟฟ้าที่ผิวด้วยวิธี FEM และใช้เป็นเสมือนค่าที่ได้จากการวัด เปรียบเทียบผลการทดลองเมื่อใช้การแบ่งอิเลเมนต์แบบเดิมที่อิเลเมนต์ด้านในมีขนาดเล็กกว่าด้านนอก กับแบบปรับปรุงใหม่ที่แต่ละอิเลเมนต์มีขนาดเท่ากัน และแบบที่อิเลเมนต์ด้านในมีขนาดใหญ่กว่าด้านนอก นอกจากนี้ยังเปรียบเทียบลักษณะการจ่ายกระแสสองแบบ คือแบบข้างเคียง(Neighboring) และแบบตรงข้าม(Opposite) ได้ผลการทดลองแสดงในรูปที่ 9.4

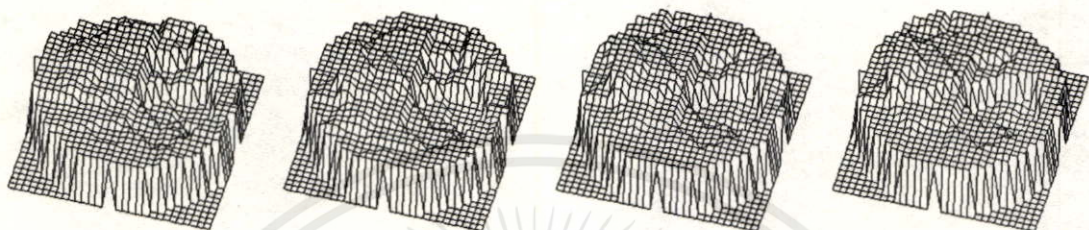
เอกสารนี้ และ 9.5 ซึ่งใช้ข้อมูลจำลองจากต้นแบบในรูปที่ 9.3 ก และ ข ตามลำดับ

ให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า

ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้คัดลอกเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



(ก) ดัชนีแบบ (ข) ค่าเริ่มต้น (ค) iteration ที่ 1 (ง) iteration ที่ 2

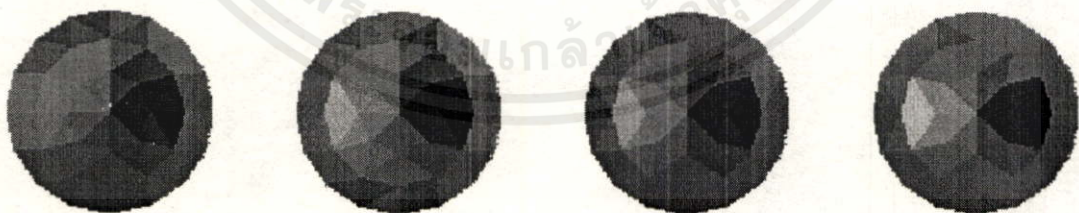


(จ) iteration ที่ 4 (ฉ) iteration ที่ 8 (ช) iteration ที่ 16 (ซ) iteration ที่ 32

รูปที่ 9.1 รูปโครงตาข่ายแสดงการกระจายของความต้านทาน จากการปรับค่าด้วยวิธีนิวตัน-ราฟสัน โดยใช้แบบจำลอง 16 อิเล็กโทรด จำยกระแสบแบบขั้วข้างเคียง (Neighboring)



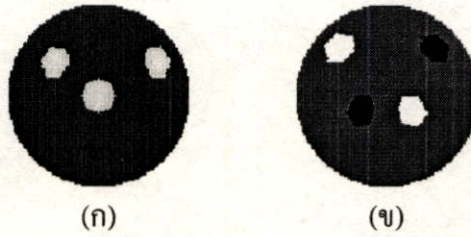
(ก) ดัชนีแบบ (ข) ค่าเริ่มต้น (ค) iteration ที่ 1 (ง) iteration ที่ 2



(จ) iteration ที่ 4 (ฉ) iteration ที่ 8 (ช) iteration ที่ 16 (ซ) iteration ที่ 32

รูปที่ 9.2 รูปขาวดำแสดงการกระจายของความต้านทาน จากการปรับค่าด้วยวิธีนิวตัน-ราฟสัน โดยใช้แบบจำลอง 16 อิเล็กโทรด จำยกระแสบแบบขั้วข้างเคียง (Neighboring)

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนลิขสิทธิ์ไว้เพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้คัดลอกเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



รูปที่ 9.3 ดันแบบสำหรับการจำลองข้อมูล เพื่อทดสอบวิธีการย้ายกระแส 2 แบบ และแบบจำลองไฟไนต์อีลิเมนต์ 3 แบบ



รูปที่ 9.4 ผลการทดลองจากข้อมูลจำลองโดยใช้ดันแบบในรูปที่ 9.3 ก แสดงการเปรียบเทียบ

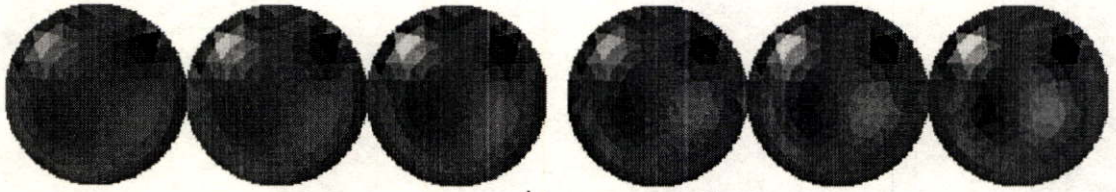
ระหว่างวิธีการย้ายกระแส 2 แบบ และการแบ่งอีลิเมนต์ 3 แบบ โดยใช้แบบจำลอง 32 อี

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ทางการค้า เลิกโทรศ และแสดงผลใน iteration ที่ 32, 64 และ 160

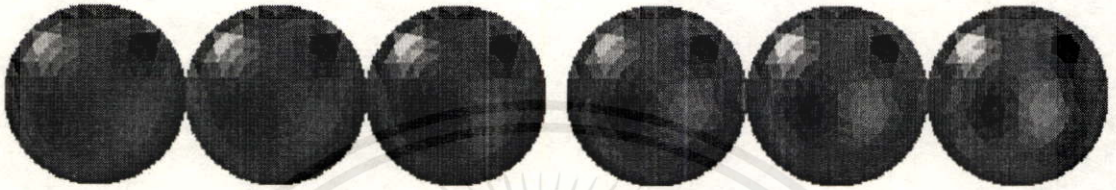
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้คัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

จ่ายกระแสแบบขั้วตรงข้าม (Opposite)

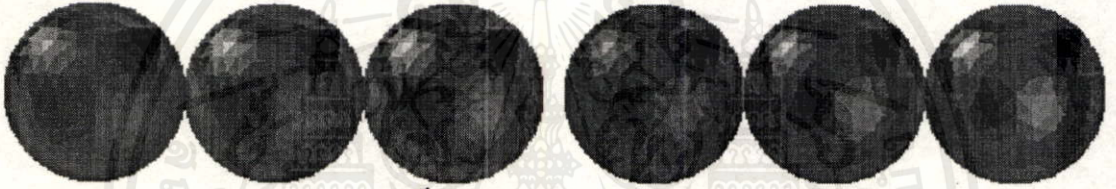
จ่ายกระแสแบบขั้วข้างเคียง (Neighboring)



การแบ่งอิลิเมนต์แบบเก่าที่ด้านในมีขนาดเล็กกว่าด้านนอก



การแบ่งอิลิเมนต์ให้มีขนาดเท่ากัน



การแบ่งอิลิเมนต์ที่อิลิเมนต์ด้านในมีขนาดใหญ่กว่าด้านนอก

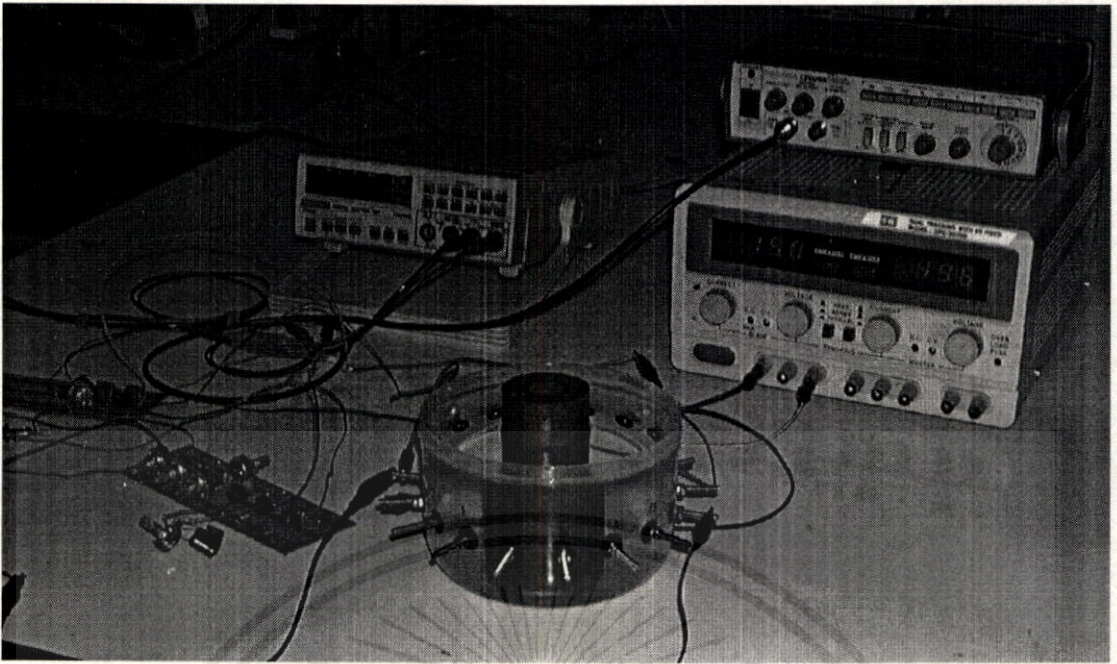
รูปที่ 9.5 ผลการทดลองจากข้อมูลจำลองโดยใช้ต้นแบบในรูปที่ 9.3 ข แสดงการเปรียบเทียบระหว่างวิธีการจ่ายกระแส 2 แบบ และการแบ่งอิลิเมนต์ 3 แบบ โดยใช้แบบจำลอง 32 อิลิเมนต์ และแสดงผลใน iteration ที่ 32, 64 และ 160

9.2 ผลการทดลองจากถังน้ำเกลือ

การทดลองกับถังน้ำเกลือติดขั้วอิลิเมนต์แบบ 16 อิลิเมนต์ เพื่อเปรียบเทียบผลของการคำนวณแบบ 2 และ 3 มิติ และเปรียบเทียบรูปแบบการจ่ายกระแส 2 แบบ ใช้การจัดวางวัตถุตัวนำและฉนวนไฟฟ้า 3 รูปแบบ ดังในรูปที่ 9.7 นอกจากนี้ยังได้เปรียบเทียบผลการคำนวณแบบคิดค่าศักดาที่แหล่งจ่ายกระแสกับการคำนวณแบบที่ตัดค่าดังกล่าวออกไปด้วย โดยแสดงผลในรูปที่ 9.8 - 9.10

นอกจากนี้ยังทำการทดลองกับถังน้ำเกลือติดขั้วอิลิเมนต์แบบ 32 ขั้ว ภายในบรรจุฉนวน 2 ชั้น เปรียบเทียบการแบ่งอิลิเมนต์ 3 แบบ และแสดงผลดังรูปที่ 9.9

เอกสารนี้เป็นเอกสารหลวง วิชาสำหรับกรใช้งานเพื่อการศึกษาด้านนี้ ก่อนเผยแพร่ให้ประชาชน เช่นงานด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้คัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



รูปที่ 9.6 รูปถังพลาสติกติดขั้วอิเล็กโทรดแบบ 16 อิเล็กโทรด (phantom) ภายในบรรจุน้ำเกลือ และ
แท่งตัวนำ พร้อมกับอุปกรณ์ในการทดลอง



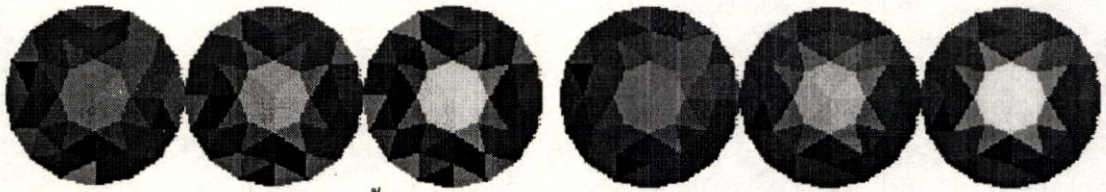
รูปที่ 9.7 ภาพตัดขวางของถังพลาสติกซึ่งมีเส้นผ่าศูนย์กลาง 14 ซม. บรรจุน้ำเกลือสูง 9 ซม. ติดขั้ว
โลหะ 16 ขั้ว ที่ระดับสูง 4.5 ซม. (กึ่งกลางของระดับน้ำเกลือ) สำหรับใช้ในการทดลอง
ภายในบรรจุวัตถุ

- (ก) แท่งฉนวนรูปทรงกระบอก เส้นผ่าศูนย์กลางขนาด 5.5 ซม. ที่จุดศูนย์กลางของถัง
- (ข) แท่งโลหะรูปทรงกระบอก เส้นผ่าศูนย์กลางขนาด 5 ซม. ที่จุดศูนย์กลางของถัง
- (ค) ทั้งแท่งฉนวนและแท่งโลหะ ดังที่ใช้ในข้อ ก และ ข
- (ง) แบบจำลองไฟไนต์อีลิเมนต์ที่ใช้ในการคำนวณและแสดงผล

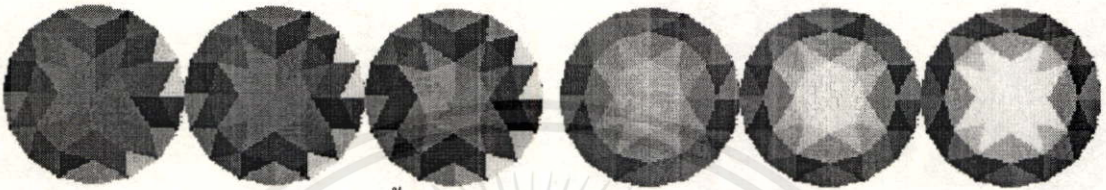
เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับใช้ภายในเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้คัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

แบบคิดค่าศักดาที่แหล่งจ่ายกระแส

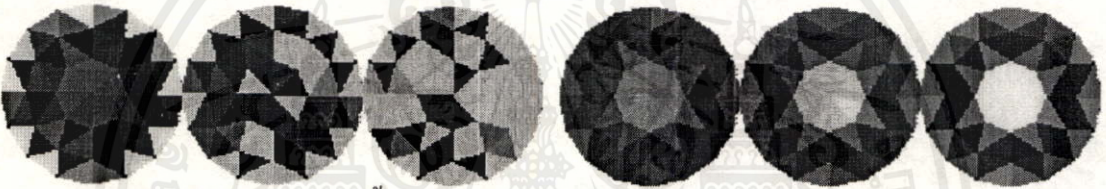
แบบไม่คิดค่าศักดาที่แหล่งจ่ายกระแส



จ่ายกระแสแบบข้างเคียง (Neighboring), จำนวนด้วยสูตร 3 มิติ



จ่ายกระแสแบบข้ามตรงข้าม (Opposite), จำนวนด้วยสูตร 3 มิติ



จ่ายกระแสแบบข้างเคียง (Neighboring), จำนวนด้วยสูตร 2 มิติ



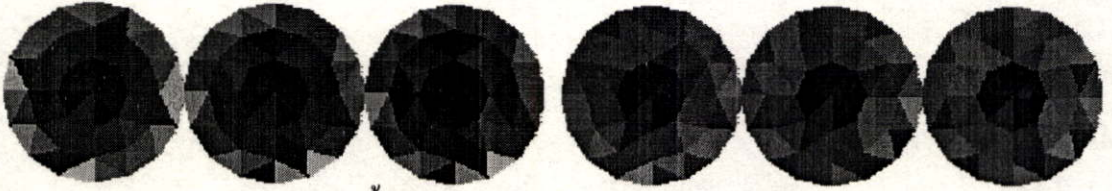
จ่ายกระแสแบบข้ามตรงข้าม (Opposite), จำนวนด้วยสูตร 2 มิติ

รูปที่ 9.8 ภาพตัดขวางที่สร้างจากข้อมูลที่วัดได้จากถึงน้ำเกลือตรงกลางบรรจุแท่งฉนวน ดังรูปที่ 9.7 ก โดยแสดงผลการคำนวณใน iteration ที่ 8, 16 และ 32

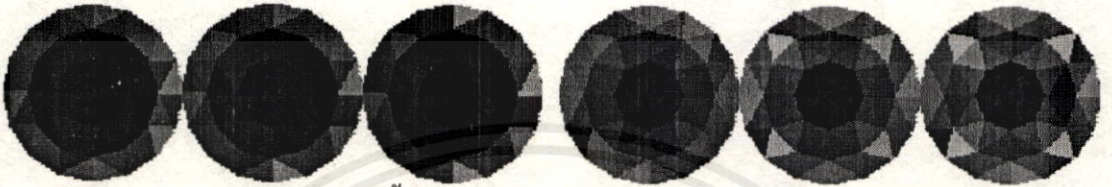
เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้คัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

แบบคิดค่าตัดดาที่แหล่งจ่ายกระแส

แบบไม่คิดค่าตัดดาที่แหล่งจ่ายกระแส



จ่ายกระแสแบบข้างข้างเคียง (Neighboring), คำนวณด้วยสูตร 3 มิติ



จ่ายกระแสแบบข้ามตรงข้าม (Opposite), คำนวณด้วยสูตร 3 มิติ



จ่ายกระแสแบบข้างข้างเคียง (Neighboring), คำนวณด้วยสูตร 2 มิติ



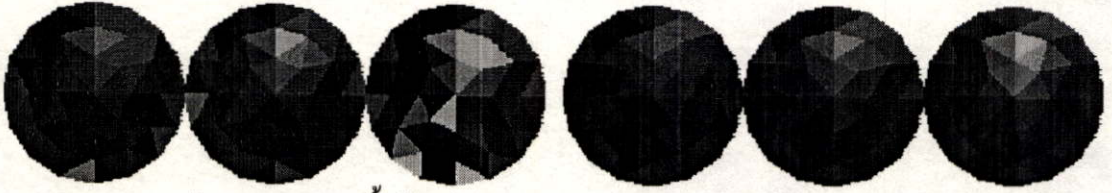
จ่ายกระแสแบบข้ามตรงข้าม (Opposite), คำนวณด้วยสูตร 2 มิติ

รูปที่ 9.9 ภาพตัดขวางที่สร้างจากข้อมูลที่วัดได้จากถังน้ำเกลือตรงกลางบรรจุแท่งตัวนำ ดังรูปที่ 9.7 ข โดยแสดงผลการคำนวณใน iteration ที่ 8, 16 และ 32

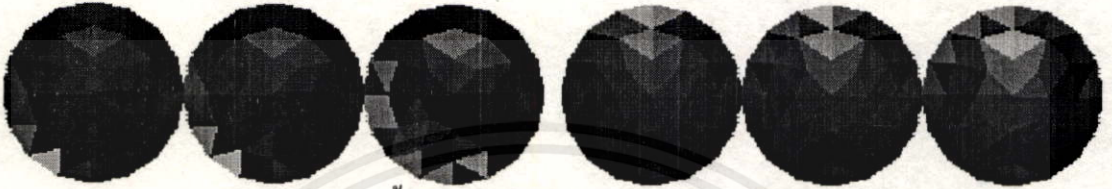
เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้คัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

แบบคิดค่าตัดดาที่แหล่งจ่ายกระแส

แบบไม่คิดค่าตัดดาที่แหล่งจ่ายกระแส



จ่ายกระแสแบบข้างเคียง (Neighboring), คำนวณด้วยสูตร 3 มิติ



จ่ายกระแสแบบข้ามตรงข้าม (Opposite), คำนวณด้วยสูตร 3 มิติ



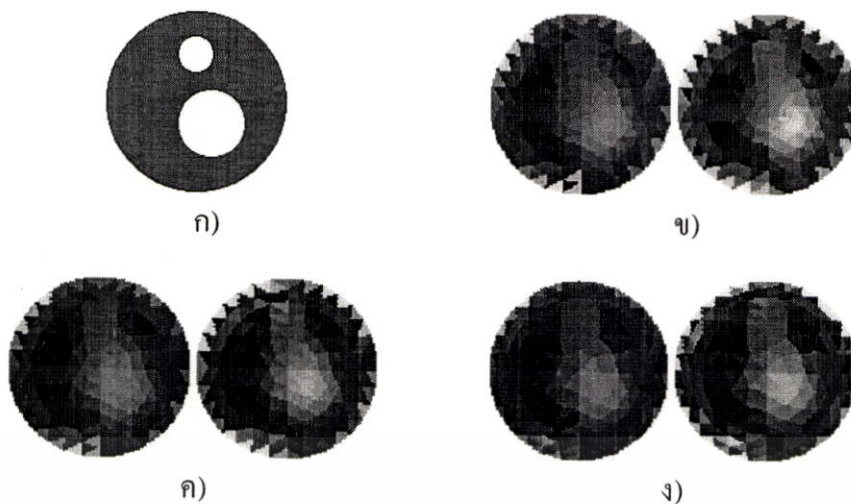
จ่ายกระแสแบบข้างเคียง (Neighboring), คำนวณด้วยสูตร 2 มิติ



จ่ายกระแสแบบข้ามตรงข้าม (Opposite), คำนวณด้วยสูตร 2 มิติ

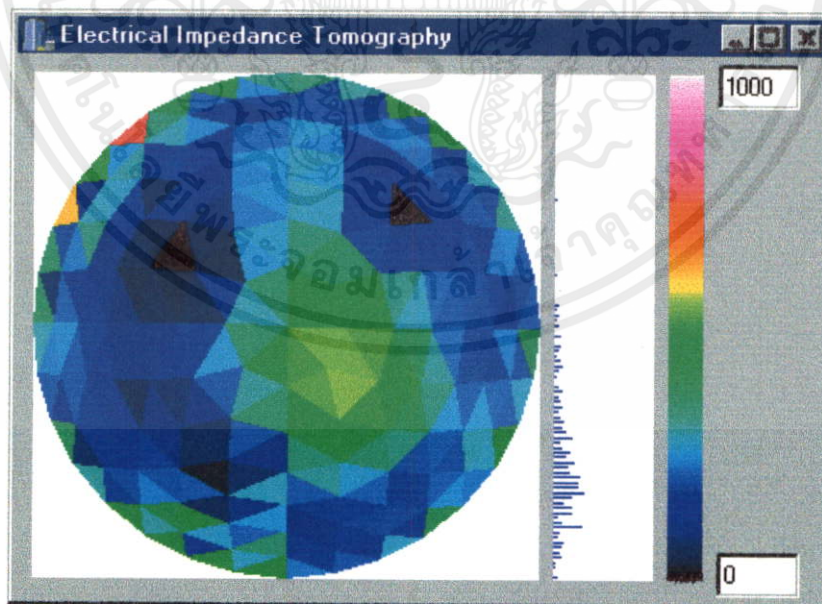
รูปที่ 9.10 ภาพตัดขวางที่สร้างจากข้อมูลที่วัดได้จากถ้ำน้ำเกลือบรรจุทั้งแท่งฉนวนและแท่งตัวนำ
ดังรูปที่ 9.7 ค โดยแสดงผลการคำนวณใน iteration ที่ 8, 16 และ 32

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้คัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



รูปที่ 9.11 ภาพตัดขวางที่คำนวณได้จากถั่งน้ำเกลือติดขั้ว 32 อิเล็กโทรด ถ่ายกระแสแบบขั้วข้างเคียง (Neighboring) โดยใช้สูตร 3 มิติ เปรียบเทียบแบบจำลอง 3 แบบ แสดงผลใน iteration ที่ 32 และ 64 ตามลำดับ

- ก) ลักษณะการวางตัวของแท่งฉนวนในถั่งน้ำเกลือ
- ข) แบบจำลองแบบเก่า อิทธิพลด้านในเล็กกว่าด้านนอก
- ค) แบบจำลองแบบใหม่ อิทธิพลมีขนาดเท่ากัน
- ง) แบบจำลองแบบใหม่ อิทธิพลด้านในใหญ่กว่าด้านนอก



รูปที่ 9.12 ภาพสีที่พล็อตได้จากข้อมูลเดียวกันกับรูป 9.11 ง. รูปซ้ายมือ (แบบจำลองแบบใหม่ อิทธิพลด้านในใหญ่กว่าด้านนอก iteration = 32)

สรุปผลการวิจัยและข้อเสนอแนะ

การสร้างภาพตัดขวางแสดงการกระจายความต้านทานไฟฟ้าภายในของวัตถุตัวนำ โดยการจ่ายกระแสไฟฟ้าเข้าไปจากภายนอก แล้ววัดค่าศักดาไฟฟ้าที่พื้นผิวรอบๆวัตถุ ซึ่งเกิดจากการแสไฟฟ้าไหลผ่านความต้านทานภายในวัตถุ การกระจายตัวของสนามไฟฟ้าภายในวัตถุนั้นสามารถอธิบายได้ด้วยสมการ Poisson จากค่าการกระจายของศักดาไฟฟ้าที่โหนดรอบวัตถุ ประกอบกับค่าที่คำนวณได้จากวิธีการไฟไนต์เอลิเมนต์ ความต้านทานภายในของวัตถุที่กำหนดเป็นค่าเริ่มต้นในอัลกอริธึมนั้นถูกปรับให้สอดคล้องกับเงื่อนไขขอบเขตได้ด้วยวิธีการนิวตัน-ราฟสัน ในการทดลองได้ใช้การจำลองข้อมูลเพื่อทดสอบอัลกอริธึมที่ได้พัฒนาขึ้น พบว่าสามารถสร้างภาพตัดขวางแสดงการกระจายความต้านทานไฟฟ้าภายในของวัตถุได้ โดยลักษณะการแบ่งเอลิเมนต์ของระบบรวมทั้งรูปแบบของการจ่ายกระแสและเก็บข้อมูลมีผลอย่างมากต่อความถูกต้องชัดเจนของข้อมูลภาพที่ได้

จากการทดลองพบว่า วิธีการของนิวตัน-ราฟสัน ซึ่งเป็นวิธีการเชิงเลข (Numerical) ทำให้ค่าที่ได้จากการคำนวณลู่เข้าหาคำตอบ โดยมีการเปลี่ยนแปลงอย่างรวดเร็วในช่วงแรก และการเปลี่ยนแปลงจะช้าลงเมื่อจำนวนรอบของการคำนวณ (iteration) มากขึ้น โดยผลลัพธ์ที่ได้จะไม่ใช่ว่าผลเฉลยแบบแม่นยำ แต่เป็นผลเฉลยแบบประมาณ ซึ่งอาจมีความคลาดเคลื่อนอยู่ถึงแม้จะใช้การคำนวณซ้ำมากขึ้นเท่าไรก็ตาม

จากการเปรียบเทียบรูปแบบในการจ่ายกระแสและวัดศักดาไฟฟ้า จะเห็นว่า การจ่ายกระแสแบบขั้วข้างเคียง (Neighboring Method) ให้ผลที่ดีกว่าแบบขั้วตรงข้าม (Opposite Method) ซึ่งได้ผลตรงกันทั้งจากข้อมูลจำลองและข้อมูลที่วัดจากถ้ำน้ำเกลือ

จากการเปรียบเทียบลักษณะการแบ่งเอลิเมนต์ จะเห็นว่า แบบจำลองแบบปรับปรุงใหม่ทั้งแบบที่เอลิเมนต์มีขนาดเท่ากันและแบบที่เอลิเมนต์ด้านในมีขนาดใหญ่กว่าด้านนอกนั้นให้ผลในการคำนวณที่ดีกว่าแบบจำลองแบบเก่าที่เอลิเมนต์ด้านในมีขนาดเล็กกว่าด้านนอก โดยเฉพาะกับเอลิเมนต์ที่อยู่ด้านใน

จากการทดลองด้วยข้อมูลที่วัดได้จากถ้ำน้ำเกลือ เมื่อคำนวณโดยนำค่าศักดาที่ขั้วแหล่งจ่ายกระแสมาคำนวณด้วยนั้น พบว่า การคำนวณด้วยสูตร 2 มิติไม่สามารถหาผลลัพธ์ได้ เนื่องจากระบบที่ใช้ในการทดลองเป็นระบบ 3 มิติ ลักษณะของข้อมูลที่วัดได้จึงต่างจากที่คำนวณได้ด้วยสูตร 2 มิติมาก ส่วนการคำนวณด้วยสูตร 3 มิติสามารถหาผลลัพธ์ได้แต่ก็ไม่ดีนัก แต่เมื่อคำนวณโดยไม่นำค่าศักดาที่ขั้วแหล่งจ่ายกระแสมาคำนวณด้วย พบว่า สามารถหาผลลัพธ์ได้ทั้งสูตรคำนวณ 2 มิติ และ 3 มิติ แต่สูตรคำนวณ 3 มิติจะให้ผลที่ดีกว่าสูตร 2 มิติซึ่งจะสังเกตเห็นได้ว่าผลลัพธ์ที่ไม่ดีนักที่บริเวณขอบของวัตถุ สาเหตุที่เมื่อไม่นำค่าศักดาที่ขั้วแหล่งจ่ายกระแสมาคำนวณด้วยแล้วได้ผลที่ดี

ขึ้นก็เพราะว่า ค่าศักดาที่ขั้วแหล่งจ่ายกระแสมีค่ามาก จึงมีผลอย่างมากต่อการปรับค่าความต้านทาน ซึ่งอาจทำให้ความต้านทานของบางอติเมนต์มีการปรับค่ามากเกินไป และเกิดการลู่ออกของคำตอบได้

สำหรับหลักการที่นำเสนอดังกล่าวอาจเปลี่ยนไปใช้รูปทรงของอติเมนต์แบบอื่นที่ไม่ใช่รูปทรงสามเหลี่ยมก็ได้ ซึ่งก็จะให้ผลในการทำงานเดียวกัน (แต่ใช้สูตรเมตริกซ์สัมประสิทธิ์ที่ต่างกัน)

อนึ่งรูปที่แสดงให้ดูในผลการทดลองนั้น ไม่ได้ใช้เทคนิคในการประมวลผลภาพใดๆเลย ถ้าหากนำเทคนิคในการประมวลผลภาพมาใช้ ก็อาจจะปรับปรุงให้ภาพที่ได้มีความชัดเจนขึ้นได้อีก และในการนำไปใช้งานจริง ถ้าหากแสดงผลแบบสีก็อาจจะได้ภาพที่ให้ผลการแยกแยะที่ชัดเจนขึ้นได้อีกด้วย

วิทยานิพนธ์นี้เป็นการวิจัยพัฒนาในเบื้องต้นเพื่อศึกษาวิธีการและความเป็นไปได้เท่านั้น งานวิจัยเรื่องนี้ยังสามารถที่จะพัฒนาต่อไปได้อีกมาก จนกว่าจะสามารถนำไปใช้จริงได้อย่างสมบูรณ์ ดังนี้

- 1) การใช้รูปแบบการจ่ายกระแสแบบหลายอิเล็กโทรด ดังรายละเอียดคร่าว ๆ ในหัวข้อ 4.3 ซึ่งอาจจะให้ผลการแยกแยะที่ดีขึ้น แต่ก็ต้องใช้ฮาร์ดแวร์ที่ซับซ้อนขึ้นด้วย
- 2) การพัฒนาวงจรสำหรับจ่ายกระแสและวัดข้อมูลเชื่อมต่อกับคอมพิวเตอร์โดยตรงเพื่อทำการเก็บข้อมูลแบบอัตโนมัติ
- 3) การนำไปทดลองใช้จริง ซึ่งจะมีตัวแปรที่เพิ่มขึ้น คือ ความคลาดเคลื่อนของตำแหน่งที่ติดตั้งอิเล็กโทรด และจะต้องปรับรูปแบบการแบ่งอติเมนต์ตามรูปร่างของวัตถุที่ต้องการสร้างภาพตัดขวางอีกด้วย

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้คัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

เอกสารอ้างอิง

- [1] Williams, R. A. and Beck, M. S. 1995. **Process Tomography**. Oxford : Butterworth-Heinemann.
- [2] Webster, J. G. "Electrical Impedance Imaging." Webster, J. G. 1990. **Electrical Impedance Tomography**. Ed. Bristol England : Adam Hilger. 1-7.
- [3] Brown, B. H. et. al. 1985. "Applied potential Tomography : possible clinical applications." **Clin. Phys. Physiol. Meas.** 2 (6) : 109-121.
- [4] Hua, P. and Woo, J. G. "Reconstruction algorithms." Webster, J. G. 1990. **Electrical Impedance Tomography**. Ed. Bristol England : Adam Hilger. 97-137.
- [5] Murai, T. and Kakawa, Y. 1985. "Electrical Impedance Computed Tomography Based on a Finite Element Model." **IEEE Trans. Biomed. Eng.** 3 (32) : 177-184.
- [6] Yorkey, T. J. et. al. 1987. "Comparing Reconstruction Algorithms for Electrical Impedance Tomography." **IEEE Trans. Biomed. Eng.** 11 (34) : 843-852.
- [7] Kreyszig, E. 1993. **Advanced Engineering Mathematics**. 7th ed. Singapore : John Wiley & Sons.
- [8] Silvester, P. P. and Ferrari, R. L. 1990. **Finite elements for electrical engineering**. 2nd ed. Cambridge : Cambridge university press.
- [9] Sadiku, M. N. O. 1989. "A Simple Introduction to Finite Element Analysis of Electromagnetic Problems." **IEEE Trans. Educ.** 2 (32) : 85-93.
- [10] Ogata, K. 1997. **Modern Control Engineering**. 3rd ed. New York : Prentice Hall.
- [11] Macneal, R. H. 1994. **Finite Element : Their Design and Performance**. New York : Marcel Dekker.
- [12] มานัส มงคลสุข. 2532. **พื้นฐานทางฟิสิกส์ของ CT และ MRI**. กรุงเทพฯ : วิทยาศาสตร์การพิมพ์.
- [13] Patel, A. "Data Collection Methods." Webster, J. G. 1990. **Electrical Impedance Tomography**. Ed. Bristol England : Adam Hilger. 74-96.
- [14] ปราโมทย์ เดชะอำไพ. 2537. **ไฟไนต์เอลิเมนต์ในงานวิศวกรรม**. กรุงเทพฯ : สำนักพิมพ์จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.
- [15] Maron, M. J. 1987. **Numerical Analysis : A Practical Approach**. 2nd ed. New York : Macmillan.

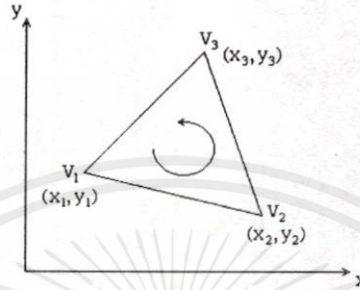
- [16] Ghahary, A. "Electrical Safety." Webster, J. G. 1990. **Electrical Impedance Tomography**. Ed. Bristol England : Adam Hilger. 58-69.
- [17] Bhat, S. "Clinical Applications." Webster, J. G. 1990. **Electrical Impedance Tomography**. Ed. Bristol England : Adam Hilger. 1-7.
- [18] Yang, W. Q. and York, T. A. 1999. "New AC-based capacitance tomography system." **IEE Proc.-Sci. Meas. Technol.** 146 (1) : 47-53.



เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้คัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ภาคผนวก ก

วิธีการหาสูตรเมตริกซ์สัมประสิทธิ์ของอิลิเมนต์ รูปสามเหลี่ยม (2 มิติ)



รูปที่ ก.1 อิลิเมนต์รูปสามเหลี่ยม การจัดลำดับของโหนด จะเรียงตามทิศทวนเข็มนาฬิกา

การกระจายของสนามไฟฟ้าภายในตัวกลางสามารถอธิบายได้ด้วยสมการของ Poisson

$$\nabla \cdot \rho^{-1} \nabla V = 0 \quad (\text{ก.1})$$

จากฟังก์ชันพื้นฐาน (basis function) ของอิลิเมนต์รูปสามเหลี่ยม [8], [9], [11]

$$V(x, y) = a + bx + cy \quad (\text{ก.2})$$

และ

$$V(x, y) = \sum_{i=1}^3 V_i N_i(x, y) \quad (\text{ก.3})$$

เมื่อ N คือ shape-function

จากฟังก์ชันพื้นฐาน เมื่อเขียนในรูปของเมตริกซ์ จะได้ค่าสัมประสิทธิ์ของแต่ละโหนดดังนี้

$$\begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \\ V_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & x_1 & y_1 \\ 1 & x_2 & y_2 \\ 1 & x_3 & y_3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a \\ b \\ c \end{bmatrix}$$

หรือ

$$\begin{bmatrix} a \\ b \\ c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & x_1 & y_1 \\ 1 & x_2 & y_2 \\ 1 & x_3 & y_3 \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \\ V_3 \end{bmatrix}$$

เมื่อคูณด้วย $[1 \ x \ y]$ ทั้ง 2 ข้าง จะได้

$$[1 \ x \ y] \begin{bmatrix} a \\ b \\ c \end{bmatrix} = [1 \ x \ y] \begin{bmatrix} 1 & x_1 & y_1 \\ 1 & x_2 & y_2 \\ 1 & x_3 & y_3 \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \\ V_3 \end{bmatrix}$$

ซึ่งก็คือ $V(x, y)$ จากสมการ (ก.2) และ (ก.3) นั่นเอง

ดังนั้นจะได้ shape-function มีค่าดังสมการต่อไปนี้

$$[N_1 \quad N_2 \quad N_3] = [1 \quad x \quad y] \begin{bmatrix} 1 & x_1 & y_1 \\ 1 & x_2 & y_2 \\ 1 & x_3 & y_3 \end{bmatrix}^{-1}$$

หรือ
$$N_1 = \frac{1}{2A} [(x_2 y_3 - x_3 y_2) + b_1 x + c_1 y] \quad (ก.4.ก)$$

$$N_2 = \frac{1}{2A} [(x_3 y_1 - x_1 y_3) + b_2 x + c_2 y] \quad (ก.4.ข)$$

$$N_3 = \frac{1}{2A} [(x_1 y_2 - x_2 y_1) + b_3 x + c_3 y] \quad (ก.4.ค)$$

เมื่อ $b_1 = x_2 - x_3, b_2 = x_3 - x_1, b_3 = x_1 - x_2$

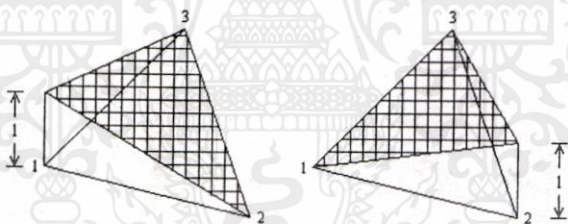
$$c_1 = y_2 - y_3, c_2 = y_3 - y_1, c_3 = y_1 - y_2$$

N_i เป็น linear interpolation function เรียกว่า *element shape function* ซึ่งมีคุณสมบัติ ดังนี้

$$N_i(x_j, y_j) = 1 \quad \text{เมื่อ } i = j \quad (ก.5.ก)$$

$$N_i(x_j, y_j) = 0 \quad \text{เมื่อ } i \neq j \quad (ก.5.ข)$$

$$\sum_{i=1}^3 N_i(x, y) = 1 \quad (ก.6)$$



รูปที่ ก.2 ลักษณะของ shape function N_1 และ N_2 ของอิเลเมนต์รูปสามเหลี่ยม

นำ shape-function ที่ได้ไปหาเมตริกซ์สัมประสิทธิ์ด้วยวิธีของ Ritz ซึ่งเป็นหนึ่งในวิธี Variation

$$y_{ij} = \frac{1}{\rho} \iint_A \left(\frac{\partial N_i}{\partial x} \frac{\partial N_j}{\partial x} + \frac{\partial N_i}{\partial y} \frac{\partial N_j}{\partial y} \right) dA \quad (ก.7)$$

ดังนั้นจะได้เมตริกซ์สัมประสิทธิ์ของอิเลเมนต์

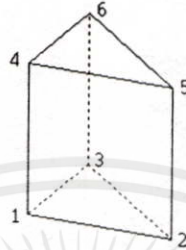
$$y = \frac{1}{4\rho A} \begin{bmatrix} b_1^2 + c_1^2 & b_1 b_2 + c_1 c_2 & b_1 b_3 + c_1 c_3 \\ b_1 b_2 + c_1 c_2 & b_2^2 + c_2^2 & b_2 b_3 + c_2 c_3 \\ b_1 b_3 + c_1 c_3 & b_2 b_3 + c_2 c_3 & b_3^2 + c_3^2 \end{bmatrix} \quad (ก.8)$$

เมื่อ ρ คือ ค่า resistivity ของอิเลเมนต์ และ A คือ พื้นที่ของอิเลเมนต์

$$A = \frac{1}{2} \begin{vmatrix} 1 & x_1 & y_1 \\ 1 & x_2 & y_2 \\ 1 & x_3 & y_3 \end{vmatrix} = \frac{1}{2} [(x_2 - x_1)(y_3 - y_1) - (x_3 - x_1)(y_2 - y_1)] \quad (ก.9)$$

ภาคผนวก ข

วิธีการหาสูตรเมตริกซ์สัมประสิทธิ์ของอิติเมนต์ รูปแท่งสามเหลี่ยม (3 มิติ)



รูปที่ ข.1 อิติเมนต์รูปแท่งสามเหลี่ยม (triangular prism)

ฟังก์ชันพื้นฐาน (basis function) ของอิติเมนต์รูปปริซึมทรงสามเหลี่ยม (triangular prism) หรือ six-node pentahedron [11]

$$V(x, y, z) = a + bx + cy + dz + exz + fyz \quad (\text{ข.1})$$

ทำการคำนวณแบบเดียวกับอิติเมนต์รูปทรงสามเหลี่ยม (ในภาคผนวก ก) จะได้ shape function มีค่าดังสมการต่อไปนี้

$$[N_1 \ N_2 \ N_3 \ N_4 \ N_5 \ N_6] = [1 \ x \ y \ z \ xz \ yz] \begin{bmatrix} 1 & x_1 & y_1 & z_1 & x_1 z_1 & y_1 z_1 \\ 1 & x_2 & y_2 & z_1 & x_2 z_1 & y_2 z_1 \\ 1 & x_3 & y_3 & z_1 & x_3 z_1 & y_3 z_1 \\ 1 & x_1 & y_1 & z_4 & x_1 z_4 & y_1 z_4 \\ 1 & x_2 & y_2 & z_4 & x_2 z_4 & y_2 z_4 \\ 1 & x_3 & y_3 & z_4 & x_3 z_4 & y_3 z_4 \end{bmatrix}^{-1}$$

นำ shape-function ที่ได้ไปหาเมตริกซ์สัมประสิทธิ์ด้วยวิธีของ Ritz

$$y_{ij} = \frac{1}{\rho} \iiint \left(\frac{\partial N_i}{\partial x} \frac{\partial N_j}{\partial x} + \frac{\partial N_i}{\partial y} \frac{\partial N_j}{\partial y} + \frac{\partial N_i}{\partial z} \frac{\partial N_j}{\partial z} \right) dV \quad (\text{ข.2})$$

โดยอาจแทนค่าขอบเขตของการอินทิเกรตได้ดังนี้

$$y_{ij} = \frac{1}{\rho} \int_{-1}^4 \int_{-1}^3 \int_{\frac{(x-x_3)(y_3-y_1)}{(x_3-x_1)+y_3}}^{\frac{(x-x_1)(y_2-y_1)}{(x_2-x_1)+y_1}} \left(\frac{\partial N_i}{\partial x} \frac{\partial N_j}{\partial x} + \frac{\partial N_i}{\partial y} \frac{\partial N_j}{\partial y} + \frac{\partial N_i}{\partial z} \frac{\partial N_j}{\partial z} \right) dy dx dz$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้คัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$y = \frac{A}{12\rho h} \begin{bmatrix} 2 & 1 & 1 & -2 & -1 & -1 \\ 1 & 2 & 1 & -1 & -2 & -1 \\ 1 & 1 & 2 & -1 & -1 & -2 \\ -2 & -1 & -1 & 2 & 1 & 1 \\ -1 & -2 & -1 & 1 & 2 & 1 \\ -1 & -1 & -2 & 1 & 1 & 2 \end{bmatrix} + \frac{h}{24\rho A} \begin{bmatrix} 2(b_1^2 + c_1^2) & 2(b_1b_2 + c_1c_2) & 2(b_1b_3 + c_1c_3) & b_1^2 + c_1^2 & b_1b_2 + c_1c_2 & b_1b_3 + c_1c_3 \\ 2(b_1b_2 + c_1c_2) & 2(b_2^2 + c_2^2) & 2(b_2b_3 + c_2c_3) & b_1b_2 + c_1c_2 & b_2^2 + c_2^2 & b_2b_3 + c_2c_3 \\ 2(b_1b_3 + c_1c_3) & 2(b_2b_3 + c_2c_3) & 2(b_3^2 + c_3^2) & b_1b_3 + c_1c_3 & b_2b_3 + c_2c_3 & b_3^2 + c_3^2 \\ b_1^2 + c_1^2 & b_1b_2 + c_1c_2 & b_1b_3 + c_1c_3 & 2(b_1^2 + c_1^2) & 2(b_1b_2 + c_1c_2) & 2(b_1b_3 + c_1c_3) \\ b_1b_2 + c_1c_2 & b_2^2 + c_2^2 & b_2b_3 + c_2c_3 & 2(b_1b_2 + c_1c_2) & 2(b_2^2 + c_2^2) & 2(b_2b_3 + c_2c_3) \\ b_1b_3 + c_1c_3 & b_2b_3 + c_2c_3 & b_3^2 + c_3^2 & 2(b_1b_3 + c_1c_3) & 2(b_2b_3 + c_2c_3) & 2(b_3^2 + c_3^2) \end{bmatrix} \quad (9.3)$$

หรือ

$$y = \frac{1}{\rho} \left(\frac{A}{12h} \begin{bmatrix} \alpha & -\alpha \\ -\alpha & \alpha \end{bmatrix} + \frac{h}{24A} \begin{bmatrix} 2\beta & \beta \\ \beta & 2\beta \end{bmatrix} \right) \quad (9.4)$$

$$\text{เมื่อ } \alpha = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 2 \end{bmatrix}, \beta = \begin{bmatrix} b_1^2 + c_1^2 & b_1b_2 + c_1c_2 & b_1b_3 + c_1c_3 \\ b_1b_2 + c_1c_2 & b_2^2 + c_2^2 & b_2b_3 + c_2c_3 \\ b_1b_3 + c_1c_3 & b_2b_3 + c_2c_3 & b_3^2 + c_3^2 \end{bmatrix} \text{ และ } h = z_4 - z_1$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้คัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ภาคผนวก ก

โปรแกรมย่อยภาษาซีสำหรับแก้สมการเชิงเส้น (linear equation)

```

/* R = number of elements */
int Linear_LU(double A[R][R], double B[R], double X[R])
// linear equation : AX = B
// input : A[R][R], B[R]
// output : X[R]
{
    double LU[R][R], Y[R];
    int i, j, p;
    double m, sigma_ax;

    Doolittle (A, LU); // change [A] to [L], [U]

    /* Lower L(Ux) = Ly = b */
    Y[0] = B[0];
    for(i=1; i<R; i++)
    {
        sigma_ax = 0;
        for(j=0; j<i; j++)
            sigma_ax += LU[i][j] * Y[j];
        Y[i] = (B[i] - sigma_ax);
    }

    /* Upper Ux = y */
    p = R-1;
    X[p] = Y[p] / LU[p][p];
    for(i=R-2; i>=0; i--)
        sigma_ax = 0;

```

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนลิขสิทธิ์ไว้เพื่อการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
 ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้คัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีกรนำไปใช้

```

    for(j=i+1; j<p; j++)
        sigma_ax += LU[i][j] * X[j];
    X[i] = (Y[i] - sigma_ax) / LU[i][i];
}

return 0;    //SUCCESS
}

```

```

int Doolittle (double A[R][R], double LU[R][R])
// input : A[R][R]
// output : LU[R][R]
{
    int j, k, s, t;
    double temp;

    for(k=0; k<N; k++)
        LU[0][k] = A[0][k];    //u
    for(j=1; j<N; j++)
        LU[j][0] = A[j][0] / LU[0][0];    //m

    for(t=1; t<N; t++)
    {
        // t means j.
        for(k=t; k<N; k++)
        {
            temp = A[t][k];    //u
            for(s=0; s<t; s++)
                temp -= (LU[t][s] * LU[s][k]);    //u

```

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับ LU[t][k] = temp; การศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้คัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

```

// t means k.
for(j=t+1; j<N; j++)
{
    temp = A[j][t];          //m
    for(s=0; s<t; s++)
        temp -= (LU[j][s] * LU[s][t]);          //m
    LU[j][t] = temp / LU[t][t];          //m
}
}

return 0;
}

```



เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้คัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ภาคผนวก ง

โปรแกรมย่อยภาษาซีสำหรับหาอินเวอร์สของ Band matrix

```

/* N = number of nodes */
int Inverse_Gauss_Band (double A[N][N], double X[N][N], int BW)
// input : [A], BW(bandwidth)
// output: [X] = inverse of [A]
{
    int i, j, k, p;
    double m;

    /* initial X <-- I */
    for(i=0; i<N; i++)
    {
        for(j=0; j<N; j++)
            X[i][j] = 0;
        X[i][i] = 1;
    }

    /* forward */
    for(k=N-1; k>(N-BW-2); k--)
        for(j=k-1; j>=(k-BW-1); j--)
        {
            m = A[j][k] / A[k][k];
            for(p=k-BW; p<k; p++)
                A[j][p] -= m * A[k][p];
            for(p=k; p<N; p++)
                X[j][p] -= m * X[k][p];
        }

    for(k=(N-BW-2); k>0; k--)

```

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้คัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

```

for(j=k-1; j>=0; j--)
{
    m = A[j][k] / A[k][k];
    for(p=0; p<k; p++)
        A[j][p] -= m * A[k][p];
    for(p=k; p<N; p++)
        X[j][p] -= m * X[k][p];
}

if(A[0][0] == 0)
    return -1; //ERROR

/* backward */
for(k=1; k<N; k++) // for each row of A (main diagonal)
{
    p = k-1;
    for(i=k; i<k+BW; i++) // for each row to eliminate(to ZERO)
    {
        m = A[i][p] / A[p][p];
        for(j=0; j<N; j++)
            X[i][j] -= X[p][j] * m;
    }
    for(j=0; j<N; j++) // set diagonal of A to 1
        X[p][j] /= A[p][p];
}

k = N - 1; // set diagonal of A to 1 for the last row

for(j=0; j<N; j++)
    X[k][j] /= A[k][k];

return 0; //SUCCESS
}

```

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านธุรกิจ
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้คัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ประวัติผู้เขียน

นายเทอดชัย ธเนศวโรดม เกิดเมื่อวันที่ 5 กรกฎาคม 2513 ที่จังหวัดกรุงเทพฯ สำเร็จการศึกษาวิศวกรรมศาสตรบัณฑิต(คอมพิวเตอร์) จากสถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง ปีการศึกษา 2535 และมีรชมศึกษาจากโรงเรียนปรีณสร้อยแยลส์วิทยาลัย จังหวัดเชียงใหม่ ปีการศึกษา 2531

ปี พ.ศ. 2536 เข้าทำงานเป็นลูกจ้างประจำในตำแหน่งโปรแกรมเมอร์ ที่บริษัท ดาด้าแมท จำกัด(มหาชน) พ.ศ. 2538 ได้รับตำแหน่งเป็นผู้ช่วยนักวิเคราะห์ระบบ และ พ.ศ. 2539 ได้ลาออกมาเพื่อศึกษาต่อ

ผลงานทางวิชาการที่ได้รับการตีพิมพ์

บทความเรื่อง การสร้างภาพตัดขวางของความต้านทานไฟฟ้าภายในวัตถุตัวนำ
Electrical Impedance Tomographic Image Reconstruction

ผู้ร่วมวิจัย ผศ.ประภากร สุวรรณะ ดร.กิติพล ชิตสกุล รศ.ดร.มนัส สังวรศิลป์
ตีพิมพ์ที่ วิศวกรรมลาดกระบัง ปีที่ 16 ฉบับที่ 2 เดือนมิถุนายน 2542

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้