

การสร้างเสถียรภาพของระบบที่มีตัวหน่วงเวลา

STABILIZATION OF UNCERTAIN SYSEM WITH DELAYED STATE



วิทยานิพนธ์นี้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาค้นคว้าตามหลักสูตรปริญญาวิศวกรรมศาสตรมหาบัณฑิต

สาขาวิชาวิศวกรรมไฟฟ้า

บัณฑิตวิทยาลัย

สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง

พ.ศ. 2541

ISBN 974-622-253-8

ลิขสิทธิ์ของบัณฑิตวิทยาลัย สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง

การสร้างเสถียรภาพของระบบที่มีตัวหน่วงเวลา

STABILIZATION OF UNCERTAIN SYSTEM WITH DELAYED STATE



นาย กมล เออชินกุล

MR. KAMOL UAHCHINKUL

วิทยานิพนธ์นี้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตรปริญญาวิศวกรรมศาสตรมหาบัณฑิต

สาขาวิชาวิศวกรรมไฟฟ้า

บัณฑิตวิทยาลัย

สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง

31530

11 พ.ย. 2541

ที่สงวนไว้สำหรับการใช้งาน พ.ศ. 2541 เท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า

ISBN 974-622-253-8

ลิขสิทธิ์ของบัณฑิตวิทยาลัย สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง

STABILIZATION OF UNCERTAIN SYSTEM WITH DELAYED STATE



**A THESIS SUBMITTED IN PARTIAL FULFILLMENT
OF THE REQUIREMENTS FOR THE DEGREE
MASTER OF ENGINEERING IN ELECTRICAL ENGINEERING**

SCHOOL OF GRADUATE STUDIES

KING MONKUT'S INSTITUTE OF TECHNOLOGY LADKRABANG

1998

ISBN 974-622-253-8

หัวข้อวิทยานิพนธ์

การสร้างเสถียรภาพของระบบที่มีตัวหน่วงเวลา

นักศึกษา

นาย กมล เอื้อชินกุล

อาจารย์ผู้ควบคุมวิทยานิพนธ์

รศ.ดร.โยธิน เปรมปราณีรัชต์

อาจารย์ผู้ควบคุมวิทยานิพนธ์ร่วม

ดร.สุธี ผู้เจริญชนะชัย

ระดับการศึกษา

วิศวกรรมศาสตรมหาบัณฑิต สาขาวิชาวิศวกรรมไฟฟ้า

สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง

พ.ศ.

2541

บทคัดย่อ

ค่าความผิดพลาดคลาดเคลื่อนในระบบนั้นอาจจะส่งผลกระทบต่อประสิทธิภาพของระบบ และบางครั้งอาจมีผลกับเสถียรภาพของระบบด้วย ในทำนองเดียวกับระบบที่มีตัวหน่วงเวลาอยู่ภายในนั้น ตัวหน่วงเวลาก็มีผลกระทบต่อเสถียรภาพของระบบ ในวิทยานิพนธ์นี้ กล่าวถึงการออกแบบตัวควบคุมเสถียรภาพให้กับระบบที่มีทั้งตัวหน่วงเวลาและค่าความผิดพลาดคลาดเคลื่อนอยู่ภายใน โดยระบบที่จะศึกษานี้ มีตัวหน่วงเวลาแบบค่าคงที่ที่ทราบค่า และค่าความผิดพลาดคลาดเคลื่อนที่ไม่ทราบค่าแน่นอน แต่ทราบค่าขอบเขตอยู่ภายใน ถ้าตัวระบบหลักสามารถทำให้เสถียรได้ และค่าความผิดพลาดคลาดเคลื่อนสอดคล้องกับเงื่อนไขที่กำหนดไว้แล้ว เราก็สามารถออกแบบตัวควบคุมเสถียรภาพที่เหมาะสมกับระบบได้ โดยเริ่มจากการคำนวณหารากที่ไม่เสถียรของระบบเพื่อใช้ออกแบบตัวแปลงเชิงเส้นที่เหมาะสม โดยการแปลงเชิงเส้นนี้จะแปลงระบบที่มีตัวหน่วงเวลาไปเป็นระบบที่ไม่มีตัวหน่วงเวลา โดยมีรากที่ไม่เสถียรอยู่ภายใน ซึ่งเราสามารถนำเอากฎการควบคุมที่มีอยู่มาประยุกต์ใช้ได้โดยง่าย สุดท้ายจะเป็นการแสดงการประยุกต์ใช้งานกับระบบตัวอย่าง เพื่อแสดงให้เห็นว่าเทคนิคและทฤษฎีที่นำเสนอสามารถใช้งานได้ตามต้องการ

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้คัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

THESIS TITLE STABILIZATION OF UNCERTAIN SYSTEM WITH DELAYED
STATE

STUDENT MR. KAMOL UAHCHINKUL

THESIS ADVISOR ASSOC.PROF.DR. YOTHIN PREMPRANEERACH

THESIS CO-ADVISOR DR. SUTHEE PHOOJAROENCHANACHAI

LEVEL OF STUDY MASTER OF ENGINEERING IN ELECTRICAL ENGINEERING
KING MONKUT'S INSTITUTE OF TECHNOLOGY
LADKRABANG

YEAR 1998



ABSTRACT

The uncertainties in the system are possibly made system performance deteriorate and also sometimes destroy system stability. In the other hand, the time-delay systems which often occur in various real processes and in other transport phenomena are the source of instability also. This thesis is mainly concerned with the controller design for the uncertain time-delay system. The system under consideration is linear system with known constant state delay and also contain uncertain parameters whose elements are continuous, unknown but bounded. When the nominal system is spectrally stabilizable and its uncertain parts satisfy certain matching conditions, a suitable control law can be derived. Based on computing all unstable poles of the nominal system, we propose a state transformation which is independent of uncertainties. Furthermore, the proposed transformation reduces the nominal system to a delay-free system whose spectrum contains the nominal unstable spectrum. Then, the stabilization controller can be simplified and solved via a simple finite dimensional technique. Finally, several design examples will be illustrated to show applicability of proposed method.

กิตติกรรมประกาศ

ขอกราบขอบพระคุณอาจารย์โยธิน เปรมปราณีรัชต์ อาจารย์ที่ปรึกษา เป็นอย่างสูงที่ให้คำแนะนำในเรื่องต่างๆ มากมาย ขอขอบพระคุณอาจารย์สุธี ผู้เจริญขณะชัย อาจารย์ที่ปรึกษาร่วม ที่ให้แนวคิด แนวทางแก้ปัญหาทั้งเรื่องเรียนและเรื่องส่วนตัว

และขอขอบพระคุณคณาจารย์และเจ้าหน้าที่ประจำภาควิชาวิศวกรรมระบบควบคุมทุกท่าน สำหรับความช่วยเหลือและข้อแนะนำต่างๆ ที่เป็นประโยชน์

ขอขอบคุณบัณฑิตวิทยาลัยที่ให้ทุนสนับสนุนการทำวิจัยนี้

ขอขอบคุณคุณดวง เลิศศิริสุนทร คุณไกรสร อัญชสิทธิ์พันธ์ และผองเพื่อนทั้งหลายที่ให้กำลังใจในยามที่ถดถอย รวมถึงบรรดาเพื่อนๆ นื่องๆ ที่หน่วยปฏิบัติการวิจัยและบริการคลื่นสนามแม่เหล็กไฟฟ้า (ที่กำลังจะเปลี่ยนเป็นศูนย์วิจัยและทดสอบผลิตภัณฑ์ไฟฟ้า อิเล็กทรอนิกส์และคอมพิวเตอร์) และเจ้าหน้าที่ศูนย์เทคโนโลยีอิเล็กทรอนิกส์และคอมพิวเตอร์แห่งชาติ สำนักงานพัฒนาวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยีแห่งชาติ ที่เกี่ยวข้องทุกคน สำหรับการส่งเสริมและสนับสนุนงานวิจัยนี้มาโดยตลอด

ขอขอบคุณ คุณพ่อ คุณแม่ และญาติพี่น้องทุกๆ คน ที่ช่วยลุ้นช่วยเชียร์ช่วยเหลือดูแลในเรื่องต่างๆ โดยเฉพาะเรื่องอาหารการกินและเงินทอง

ท้ายที่สุดนี้ ขอขอบคุณเป็นอย่างยิ่งกับคุณศิริพร ภรรยาสุดที่รักที่ยอมเหน็ดเหนื่อยกับลูกสาวจอมซน มาตลอดจนถึงทุกวันนี้

กมล เอื้อชินกุล

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้คัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

สารบัญ

| | หน้า |
|--|------|
| บทคัดย่อภาษาไทย..... | I |
| บทคัดย่อภาษาอังกฤษ..... | II |
| กิตติกรรมประกาศ..... | III |
| สารบัญ..... | IV |
| สารบัญรูป..... | VI |
| คำอธิบายสัญลักษณ์..... | VIII |
| บทที่ | |
| 1 บทนำ..... | 1 |
| 2 ทฤษฎีมูลฐาน..... | 5 |
| 2.1.1 การควบคุมระบบเชิงเส้น..... | 7 |
| 2.1.2 การควบคุมระบบเชิงเส้นที่มีตัวหน่วงเวลา..... | 11 |
| 2.1.3 การควบคุมระบบเชิงเส้นที่มีตัวแปรที่ไม่ทราบค่าแน่นอนและตัวรบกวนระบบ..... | 24 |
| 2.1.4 การควบคุมระบบเชิงเส้นที่มีตัวหน่วงเวลา ตัวแปรที่ไม่ทราบค่าแน่นอนและตัวรบกวนระบบ..... | 35 |
| 3 การออกแบบตัวควบคุมเสถียรภาพสำหรับระบบที่มีตัวหน่วงเวลา ตัวแปรที่ไม่ทราบค่าแน่นอนและตัวรบกวนระบบ..... | 38 |
| 3.1.1 ลักษณะระบบที่ต้องการศึกษาวิเคราะห์..... | 38 |
| 3.1.2 การประยุกต์ใช้ทฤษฎีการแปลงเชิงเส้น..... | 39 |
| 3.1.3 การออกแบบตัวควบคุมเสถียรภาพ..... | 44 |
| 4 ตัวอย่างการออกแบบและการประยุกต์ใช้งาน..... | 58 |
| 4.1.1 ตัวอย่างการออกแบบตัวควบคุมเสถียรภาพกับระบบผสมสารเคมีแบบสองถัง..... | 58 |
| 4.1.2 การประยุกต์ใช้งานกับระบบควบคุมชนิดติดตาม โมเดลอ้างอิง..... | 66 |
| 4.1.3 กรณีที่รบกวนที่ไม่เสถียรมีจำนวนมากกว่ามีติขของระบบ..... | 69 |
| 5 สรุป..... | 71 |

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้คัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

สารบัญ (ต่อ)

| | หน้า |
|----------------------|------|
| บรรณานุกรม..... | 73 |
| ภาคผนวก..... | 75 |
| ภาคผนวก ก..... | 76 |
| ประวัติผู้เขียน..... | 79 |



เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้คัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

สารบัญรูป

| รูปที่ | หน้า |
|---|------|
| 2.1.1 กราฟแสดงค่าสเตรต $x(t)$ และ $u(t)$ ตามตัวอย่าง 2.1.1 เมื่อสเตรตเริ่มต้น $x_0 = 1$ | 9 |
| 2.1.2 กราฟแสดงค่าสเตรต $x(t)$ และ $u(t)$ ตามตัวอย่าง 2.1.2 เมื่อสเตรตเริ่มต้น $x_0 = [-1 \ 0.5]^T$ | 10 |
| 2.2.1 แสดงแนวคิดในการวิเคราะห์เสถียรภาพของระบบ..... | 13 |
| 2.2.2 กราฟแสดงค่าสเตรต $x(t)$ และ $u(t)$ ตามตัวอย่าง 2.2.1 เมื่อสเตรตเริ่มต้น $x_0 = -1$ | 18 |
| 2.2.3 กราฟแสดงค่าสเตรต $x(t)$ และ $u(t)$ ตามตัวอย่าง 2.2.2 เมื่อสเตรตเริ่มต้น $x_0 = [-1 \ 0.5]^T$ | 20 |
| 2.2.4 กราฟแสดงค่าสเตรต $x(t)$ เปรียบเทียบกับสเตรต $z(t)$ ตามตัวอย่าง 2.2.2 เมื่อสเตรตเริ่มต้น $x_0 = [-1 \ 0.5]^T$ | 21 |
| 2.2.5 แสดงความสัมพันธ์ระหว่าง $Z(s)$ $X(s)$ และ $U(s)$ | 22 |
| 2.2.6 แสดงความสัมพันธ์ของเทคนิคการออกแบบตัวควบคุมแบบต่างๆ..... | 23 |
| 2.3.1 กราฟแสดงค่าสเตรต $x(t)$ และ $u(t)$ เมื่อมีสัญญาณรบกวน ตามตัวอย่าง 2.3.1 และสเตรตเริ่มต้น $x_0 = 1$ | 28 |
| 2.3.2 กราฟแสดงค่าสเตรต $x(t)$ เมื่อมีสัญญาณรบกวน ตามตัวอย่าง 2.3.2 โดยใช้ตัวควบคุม $u(t)$ ที่ได้จากสมการ (2.3.7) และสเตรตเริ่มต้น $x_0 = [-1 \ 0.5]^T$ | 31 |
| 2.3.3 กราฟแสดงค่าตัวควบคุม $u(t)$ ที่ได้จากสมการ (2.3.7) เมื่อมีสัญญาณรบกวน ตามตัวอย่าง 2.3.2 และสเตรตเริ่มต้น $x_0 = [-1 \ 0.5]^T$ | 32 |
| 2.3.4 กราฟแสดงค่าสเตรต $x(t)$ ตามตัวอย่าง 2.3.2 เมื่อเปลี่ยนไปใช้ตัวควบคุม $u(t)$ ที่ได้จากสมการ (2.3.8) โดยที่ $\varepsilon = 0.05$ และสเตรตเริ่มต้น $x_0 = [-1 \ 0.5]^T$ | 34 |
| 3.3.1 กราฟแสดงค่าสเตรต $x(t)$ ตามตัวอย่าง 3.1 เมื่อไม่มีสัญญาณควบคุมและสเตรตเริ่มต้น $x_0 = 1$ | 51 |
| 3.3.2 กราฟแสดงค่าสเตรต $x(t)$ และ $u(t)$ เมื่อมีสัญญาณรบกวน ตามตัวอย่าง 3.1 และสเตรตเริ่มต้น $x_0 = 1$ | 52 |
| 3.3.3 กราฟแสดงค่าสเตรต $x(t)$ เปรียบเทียบกับสเตรต $z(t)$ ตามตัวอย่าง 3.1 เมื่อไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้คิดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้ | 53 |

สารบัญรูป (ต่อ)

| รูปที่ | หน้า |
|---|------|
| 3.3.1 กราฟแสดงค่าสเกต $x(t)$ ตามตัวอย่าง 3.2 เมื่อไม่มีสัญญาณควบคุมและ สเกตเริ่มต้น $x_0 = [-2 \ 0.5]^T$ | 55 |
| 3.3.2 กราฟแสดงค่าสเกต $x(t)$ และ $u(t)$ เมื่อมีสัญญาณรบกวน ตามตัวอย่าง 3.2 และสเกตเริ่มต้น $x_0 = [-2 \ 0.5]^T$ | 56 |
| 3.3.3 กราฟแสดงค่าสเกต $x(t)$ เปรียบเทียบกับสเกต $z(t)$ ตามตัวอย่าง 3.2 เมื่อ สเกตเริ่มต้น $x_0 = [-2 \ 0.5]^T$ | 57 |
| 4.1.1 แสดงระบบผสมสารเคมีที่ต้องการศึกษา..... | 58 |
| 4.1.2 กราฟแสดงค่าสเกต $x(t)$ และตัวรบกวนระบบ $\omega(t)$ ของระบบผสมสารเคมี..... | 63 |
| 4.1.3 กราฟแสดงค่าสเกตของระบบที่มีตัวหน่วงเวลา $x(t)$ เปรียบเทียบกับค่าสเกตของ ระบบเสมือน $z(t)$ ของระบบผสมสารเคมี..... | 64 |
| 4.1.4 กราฟแสดงค่าตัวควบคุม $u(t)$ และตัวรบกวนระบบ $\omega(t)$ ของระบบผสมสารเคมี.... | 65 |

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้คัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

คำอธิบายสัญลักษณ์

- R คือเลขจำนวนจริงใดๆ
 R^+ คือเลขจำนวนจริงบวกใดๆ
 R^n คือเวกเตอร์ขนาด n ของเลขจำนวนจริงใดๆ
 $R^{n \times m}$ คือเมทริกซ์ขนาด $n \times m$ ของเลขจำนวนจริงใดๆ
 I คือเมทริกซ์สัญลักษณ์

ถ้ากำหนดให้ $x \in R^n$ แล้ว

- x^T คือทรานสโพสของเวกเตอร์ x
 $\|x\|$ คือค่ายูคลิดีียนนอร์ม (Euclidean norm) ของเวกเตอร์ $(x^T x)^{\frac{1}{2}}$

ถ้ากำหนดให้ $M \in R^{n \times m}$ แล้ว

- M^T คือทรานสโพสของเมทริกซ์ M
 $\|M\|$ คือค่าสูงสุดของสเปกตรัมนอร์ม (spectrum norm) ของเมทริกซ์ M

ถ้ากำหนดให้ M เป็นเมทริกซ์สมมาตรขนาด $n \times n$ แล้ว

- $\lambda(M)$ คือค่าไอเก้นของเมทริกซ์ M
 $\lambda_{\min}(M)$ คือค่าไอเก้นที่น้อยที่สุดของเมทริกซ์ M
 $\lambda_{\max}(M)$ คือค่าไอเก้นที่มากที่สุดของเมทริกซ์ M

ถ้ากำหนดให้ M เป็นเมทริกซ์จัตุรัสขนาด $n \times n$ แล้ว

- $\sigma(M)$ คือค่ารากของเมทริกซ์ M มีค่าเท่ากับ
 $\sigma(M) = \{s = C; \det(sI - M) = 0\}$
 $\sigma^+(M)$ คือค่ารากที่ไม่เป็นที่ต้องการของเมทริกซ์ M มีค่าเท่ากับ
 $\sigma^+(M) = \{s \in \sigma(M); \text{Re} \geq -v\}$
เมื่อ $v > 0$ และเป็นค่ามาร์จินที่ต้องการ

$\sigma_u(M)$ คือค่ารากที่ไม่เสถียรของเมทริกซ์ M มีค่าเท่ากับ

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น ยกเว้นกรณีพิเศษแบบข้อยกเว้น และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

คำอธิบายสัญลักษณ์ (ต่อ)

ถ้ากำหนดให้ตัวห้วงเวลา $h \in R^+$ แล้ว C_d คือพื้นที่ที่สามารถหาค่าของนอร์มของเวกเตอร์ฟังก์ชันต่อเนื่องขนาด R^n ในช่วง $[-h, 0]$ ได้ นิยามโดย

$$\|\psi\|_d := \sup_{-h \leq \eta \leq 0} \|\psi(\eta)\| \quad \text{เมื่อ } \psi \in C_d([-h, 0]; R^n)$$

ถ้ากำหนดให้ x เป็นฟังก์ชันที่ต่อเนื่องบนแกนเวลาในช่วง $-h \leq t \leq T$ โดยที่ $h > 0$ และ $T > 0$ แล้วสำหรับเวลาคงตัว $t \in [0, T)$ จะมี x_t ที่หมายถึงการย้ายค่าของ x จากช่วงเวลา $[t-h, t]$ ไปเป็นเวลา $[-h, 0]$ หรือกล่าวอีกนัยหนึ่งจะมี $x_t \in C_d$ ที่ซึ่ง $x_t(\eta) = x(t+\eta)$ โดยที่ $-h \leq \eta \leq 0$



เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้คัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

บทที่ 1

บทนำ

การสร้างเสถียรภาพให้กับระบบควบคุมนั้นอาจกล่าวได้ว่าเป็นพื้นฐานสำคัญของการควบคุมระบบ เพราะหากเราไม่สามารถสร้างเสถียรภาพให้กับระบบได้แล้ว การควบคุมหรือบังคับให้ระบบมีผลตอบสนองตรงตามที่เรต้องการหรือออกแบบไว้ย่อมเป็นไปได้ยาก และในการศึกษาวิเคราะห์เพื่อสร้างเสถียรภาพให้กับระบบใดๆ ก็ตาม เรามักจะเริ่มจากการศึกษาแบบจำลอง (หรือโมเดล (model)) ในรูปสมการทางคณิตศาสตร์ของระบบนั้นๆ หรือที่เรียกว่าสมการระบบ (system equation) ก่อนที่จะศึกษาวิเคราะห์จากกระบวนการจริง เนื่องจากมีความสะดวก รวดเร็ว ปลอดภัย และเสียค่าใช้จ่ายน้อยกว่า แม้จะเป็นที่ทราบกันดีว่าระบบจำลองที่ใช้ศึกษาวิเคราะห์นั้น ไม่สามารถใช้อธิบายคุณลักษณะของระบบได้อย่างถูกต้องสมบูรณ์ ทั้งนี้เนื่องจากมีค่าความผิดพลาดคลาดเคลื่อน (uncertainties) ซ่อนแฝงอยู่ในสมการระบบนั้นๆ โดยค่าความผิดพลาดคลาดเคลื่อนนี้อาจเกิดขึ้นจากความไม่แน่นอนในการวัด (uncertainty of measurement) ความไม่แม่นยำในการวัด (inaccurate of measurement) สภาพแวดล้อมที่เปลี่ยนแปลงไป (enviromential variable) การทำให้เป็นเชิงเส้น (linearlization) การประมาณค่า (estimation) และอาจหมายถึงตัวระบบเองที่ไม่สามารถคงตัวอยู่ได้ มีการเปลี่ยนแปลงไปตามเวลา (time varient system) เป็นต้น ซึ่งค่าความผิดพลาดคลาดเคลื่อนนี้นอกจากจะส่งผลกระทบต่อประสิทธิภาพของระบบแล้วบางครั้งอาจส่งผลกระทบต่อเสถียรภาพของระบบด้วย ดังนั้นเพื่อให้ระบบจำลองบ่งถึงคุณลักษณะของระบบได้ถูกต้องใกล้เคียงกับความเป็นจริง ค่าความผิดพลาดคลาดเคลื่อนจึงมักถูกรวมไว้ในสมการระบบในรูปของตัวแปรที่ไม่ทราบค่าแน่นอน (uncertain parameters) และเราเรียกระบบชนิดนี้ว่า ระบบที่มีตัวแปรที่ไม่ทราบค่าแน่นอนอยู่ภายใน (uncertain system) ตัวอย่างการออกแบบตัวควบคุมเสถียรภาพสำหรับระบบนี้ได้แก่ การประมาณค่าต่ำสุด-สูงสุด (Min-Max Approach) ของกัตแมน (GUTMAN) [1~2] ที่นำเสนอเทคนิคการวิเคราะห์ระบบที่มีตัวแปรที่ไม่ทราบค่าแน่นอนอยู่ภายใน โดยนำเอาทฤษฎีเสถียรภาพของเลียปูนอฟ (Lyapunov's Stability Theorem) มาช่วยในการวิเคราะห์

ระบบที่มีตัวหน่วงเวลา (delay system) งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่าการใช้ของระบบที่มีตัวหน่วงเวลาเป็นระบบชนิดหนึ่งที่พบได้ทั่วไปในระบบควบคุมอุตสาหกรรม เนื่องจากตัวหน่วงเวลานั้นอาจเกิดขึ้นได้จากเส้นทางเดินที่ยาวของสัญญาณหรือส่วนป้อนกลับ (long feedback path) การรอคอยจังหวะเวลาหรือไทม์มิง (timing) การอ่านและแปลงค่าสัญญาณ

ป้อนกลับเพื่อใช้งาน (read and feedback transformation) รวมถึงความตั้งใจให้มีการหน่วงเวลาในระบบ เป็นต้น การวิเคราะห์และสร้างเสถียรภาพให้ระบบที่มีตัวหน่วงเวลานั้นจะมีความยุ่งยากกว่าระบบปกติเนื่องจากระบบที่มีตัวหน่วงเวลาที่มีความซับซ้อนมากกว่า ตัวอย่างการวิเคราะห์และออกแบบตัวควบคุมเสถียรภาพให้ระบบที่มีตัวหน่วงเวลา คูได้จากผลงานของเอลเดอร์ อักการวัลด์กับแบงค์ส (ELLER, AGGARWAL and Banks) [3] รอสส์ (ROSS) [4] และอิเคดะกับอาชิเดะ (IKEDA and ASHIDA) [5] อย่างไรก็ตามสังเกตว่าการคำนวณหาผลเฉลยนั้นยังคงทำได้ค่อนข้างยาก

ต่อมา เพียกเบดซีกับเพียร์สัน (FIAGBEDZI and PEARSON) [6~7] ได้เสนอทฤษฎีการแปลงเชิงเส้นมาช่วยแปลงรูปสมการระบบที่มีตัวหน่วงเวลาไปเป็นสมการระบบที่ไม่มีตัวหน่วงเวลา ซึ่งเป็นระบบเสมือนที่ให้ผลตอบสนองที่สอดคล้องกับระบบเดิม ทำให้เราสามารถวิเคราะห์ระบบที่มีตัวหน่วงเวลาได้ง่ายขึ้น และสามารถนำเอาหลักการควบคุมสำหรับระบบที่ไม่มีตัวหน่วงเวลามาปรับประยุกต์ใช้เพื่อออกแบบตัวควบคุมเสถียรภาพให้กับระบบที่มีตัวหน่วงเวลาได้ แต่ก็มีข้อจำกัดอยู่ที่ไม่สามารถใช้กับระบบที่มีตัวหน่วงเวลาที่มีเงื่อนไขไม่สอดคล้องหรือแตกต่างไปจากที่กำหนดเอาไว้ รวมถึงระบบที่มีตัวแปรที่ไม่ทราบค่าแน่นอนอยู่ภายในได้

ระบบที่มีตัวหน่วงเวลาและตัวแปรที่ไม่ทราบค่าแน่นอนอยู่ภายใน (uncertain system with delay)

ในทำนองเดียวกันเมื่อเราต้องการให้สมการระบบของระบบที่มีตัวหน่วงเวลาที่มีความถูกต้องตรงกับความเป็นจริงมากขึ้น จำเป็นต้องรวมเอาค่าความผิดพลาดคลาดเคลื่อนในรูปของตัวแปรที่ไม่ทราบค่าแน่นอนเข้าไปด้วย ซึ่งจะได้ระบบที่เรียกว่า ระบบที่มีตัวหน่วงเวลาและตัวแปรที่ไม่ทราบค่าแน่นอนอยู่ภายใน (uncertain delayed system หรือ uncertain system with delay) และเนื่องจากสมการระบบมีตัวแปรและความซับซ้อนมากขึ้น ทำให้การออกแบบตัวควบคุมเสถียรภาพให้กับระบบดังกล่าวทำได้ยากลำบากขึ้น อย่างไรก็ตามเนื่องจากสมการระบบที่ใช้มีความถูกต้องใกล้เคียงกับความเป็นจริง ทำให้การวิเคราะห์เพื่อออกแบบตัวควบคุมเสถียรภาพให้ระบบชนิดนี้เป็นที่สนใจอย่างกว้างขวาง โดยคูได้จากในช่วงเวลาที่ผ่านมามีผู้เสนอเทคนิคการวิเคราะห์ระบบที่มีคุณลักษณะดังกล่าวอยู่มากมาย เช่น เชอเรสกับกัทแมน (CHERES and GUTMAN) [8] งวง (NGUANG) [9] และสุริ ผู้เจริญชนะชัยกับฟูรูตะ (S. PHOOJARUENCHANACHAI and FURUTA) [10~12] เป็นต้น โดยเชอเรสกับกัทแมนมองตัวหน่วงเวลาเป็นเสมือนตัวแปรที่ไม่ทราบค่าแน่นอน แล้วนำเอาเทคนิคการประมาณค่าต่ำสุด-สูงสุดมาปรับใช้ ช่วยให้สามารถหาตัวควบคุมเสถียรภาพได้โดยง่ายแต่มีข้อด้อยคือขนาดของตัวควบคุมจะมีขนาดค่อนข้างใหญ่ทั้งนี้ขึ้นอยู่กับขนาดของตัวหน่วงเวลาและตัวแปรที่ไม่ทราบค่าแน่นอน ส่วนสุริกับฟูรูตะ และงวงได้เสนอ

ตัวควบคุมเสถียรภาพโดยมองตัวหน้า่วงเวลาเป็นองค์ประกอบหลักของระบบ แต่การคำนวณหาผลเฉลยให้กับตัวควบคุมดังกล่าวทำได้ค่อนข้างยาก อย่างไรก็ตามเทคนิคการวิเคราะห์และสร้างเสถียรภาพให้กับระบบที่มีตัวหน้า่วงเวลาและตัวแปรที่ไม่ทราบค่าแน่นอนได้มีการพัฒนาต่อเนื่องมาโดยลำดับ

ในวิทยานิพนธ์นี้ ได้ศึกษาถึงปัญหาการวิเคราะห์และออกแบบตัวควบคุมเสถียรภาพให้กับระบบที่มีตัวหน้า่วงเวลา ตัวแปรที่ไม่ทราบค่าแน่นอนและตัวรบกวนระบบอยู่ภายใน รวมถึงการพัฒนาเทคนิคการหาผลเฉลยให้ง่ายขึ้นกว่าเดิมด้วย โดยเริ่มต้นจากการตั้งเงื่อนไขบางประการจากสมมติฐานที่เป็นจริง เพื่อช่วยในการจัดรูปแบบสมการของระบบใหม่จากเงื่อนไขที่ได้กำหนดไว้ เพื่อให้สมการระบบอยู่ในรูปที่สามารถนำเอาทฤษฎีการแปลงเชิงเส้นที่เพียกเบคซึกับเพียร์สันนำเสนอไว้มาประยุกต์ใช้งานกับระบบที่มีตัวแปรที่ไม่ทราบค่าแน่นอนและตัวรบกวนระบบได้ ซึ่งเทคนิคการวิเคราะห์แบบใหม่นี้จะช่วยให้เราสามารถวิเคราะห์สมการระบบที่มีตัวหน้า่วงเวลา ในรูปของสมการระบบที่ไม่มีตัวหน้า่วงเวลาได้สะดวกและง่ายขึ้น เนื่องจากสามารถนำเอากฎการควบคุมที่มีผู้นำเสนอไว้แล้ว และ/หรือกฎการควบคุมสำหรับระบบเชิงเส้นอื่นๆ มาปรับใช้กับระบบที่ต้องการศึกษาได้โดยง่าย โดยในที่นี้จะนำเอาเทคนิคการออกแบบตัวควบคุมของกัตแมนมาช่วยในการออกแบบตัวควบคุมเสถียรภาพ จากนั้นจะแสดงให้เห็นว่าตัวควบคุมที่ออกแบบขึ้นใหม่นี้สามารถควบคุมระบบที่มีตัวหน้า่วงเวลา ตัวแปรที่ไม่ทราบค่าแน่นอนและตัวรบกวนระบบอยู่ภายใน ให้มีเสถียรภาพเชิงอะซิมป์โทติก (Asymptotically Stable) ได้

ในวิทยานิพนธ์นี้แบ่งเนื้อหาออกเป็น 5 บท ดังนี้

บทที่ 1 ความเป็นมาและเนื้อหาโดยรวมของวิทยานิพนธ์

บทที่ 2 กล่าวถึงทฤษฎีมูลฐานที่เป็นพื้นฐานสำคัญในการวิทยานิพนธ์นี้ ประกอบไปด้วย

- ทฤษฎีเสถียรภาพของลีโอพูนอฟ
- เทคนิคการออกแบบตัวควบคุมสำหรับระบบเชิงเส้น
- เทคนิคการออกแบบตัวควบคุมสำหรับระบบเชิงเส้นที่มีตัวหน้า่วงเวลาของเพียกเบคซึกับเพียร์สัน
- เทคนิคการออกแบบตัวควบคุมสำหรับระบบเชิงเส้นที่มีตัวแปรที่ไม่ทราบค่าแน่นอนและตัวรบกวนระบบของกัตแมน
- เทคนิคการออกแบบตัวควบคุมสำหรับระบบเชิงเส้นที่มีตัวหน้า่วงเวลา ตัวแปรที่ไม่ทราบค่าแน่นอน และตัวรบกวนระบบ

บทที่ 3 จะกล่าวถึงเทคนิคการออกแบบตัวควบคุมสำหรับระบบเชิงเส้นที่มีตัวหน่วงเวลา ตัวแปรที่ไม่ทราบแน่นอน และตัวรบกวนระบบแบบใหม่ ซึ่งนำเอาเทคนิคของเฟียกเบดซึกับเพียร์สันและกัตแมนมาปรับประยุกต์ใช้

บทที่ 4 เสนอตัวอย่างการออกแบบตัวควบคุมเสถียรภาพให้กับระบบผสมสารเคมีแบบสองถัง การนำเอาเทคนิคที่นำเสนอไปประยุกต์ใช้กับระบบควบคุมแบบติดตามโมเดลอ้างอิง และเทคนิคเพิ่มเติมกรณีระบบมีรากที่ไม่เสถียรมากกว่าอันดับของระบบ

บทที่ 5 บทสรุปและวิจารณ์ จะสรุปเนื้อหาทั้งหมดและแนวทางในการพัฒนาต่อไปในอนาคต



เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้คัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

บทที่ 2

ทฤษฎีมูลฐาน

การวิเคราะห์พื้นฐานที่สำคัญสำหรับระบบควบคุม ก็คือการวิเคราะห์เสถียรภาพของระบบ ทั้งนี้เพื่อศึกษาว่าตัวระบบนั้นมีเสถียรภาพหรือไม่ และสามารถออกแบบตัวควบคุมที่ควบคุมให้ระบบนั้นมีเสถียรภาพได้หรือไม่ โดยวิพันธ์ ปรึษาพานิช [23] ได้อธิบายถึงความสำคัญของเสถียรภาพไว้ดังนี้

“เสถียรภาพเป็นคุณสมบัติที่สำคัญมากประการหนึ่ง ไม่แต่ในการออกแบบระบบควบคุมเท่านั้นแต่ยังหมายรวมถึงระบบพลวัตทั้งหมดด้วย ไม่ว่าเงื่อนไขการทำงานของระบบเป็นอย่างไร ต้องตรวจสอบดูเสมอว่าระบบเสถียรเมื่อเกิดมีการรบกวนหรือสภาวะเริ่มต้นของระบบเปลี่ยนแปลงไป โดยพื้นฐานแล้วเสถียรภาพหมายความว่าความแตกต่างเพียงเล็กน้อยระหว่างสภาวะจริงในการทำงานของระบบควบคุมกับสภาวะที่ระบบได้รับการออกแบบมา ไม่ทำให้พฤติกรรมของระบบเปลี่ยนไปโดยสิ้นเชิง”

การวิเคราะห์เสถียรภาพของระบบนั้น จุดประสงค์หลักก็เพื่อศึกษาว่าตัวระบบนั้นมีเสถียรภาพหรือไม่ และสามารถออกแบบตัวควบคุมที่ควบคุมให้ระบบนั้นมีเสถียรภาพได้หรือไม่ หรือกล่าวในอีกนัยหนึ่งว่าเมื่อระบบถูกรบกวนหรือสภาวะเริ่มต้นของระบบเปลี่ยนแปลงไปจากเดิมแล้วระบบสามารถปรับ/เข้าสู่สถานะสมดุล (equilibrium state) หรือสามารถปรับ/เข้าสู่ใกล้สถานะสมดุลได้หรือไม่ ซึ่งได้มีผู้เสนอแนวคิดหรือทฤษฎีที่เกี่ยวข้องกับการวิเคราะห์เสถียรภาพและออกแบบตัวควบคุมเสถียรภาพให้กับระบบควบคุมไว้มากมาย ที่เป็นที่ยุติกันอย่างกว้างขวางก็ได้แก่ ทฤษฎีของเลดีแฮมิตตัน ทฤษฎีของคาริทอนอฟ (Kharitonov's Theorem) ทฤษฎีเสถียรภาพของลิอาปูนอฟ เป็นต้น

ในวิทยานิพนธ์นี้จะศึกษาวิเคราะห์ระบบที่ใช้สมการระบบในรูปของสมการสเตท เนื่องจากสามารถประยุกต์ใช้ได้ดีทั้งกับระบบที่เป็นเชิงเส้นและระบบที่ไม่เป็นเชิงเส้น และเป็นที่ยอมรับอย่างกว้างขวาง โดยในบทนี้จะกล่าวถึงทฤษฎีและเทคนิคการออกแบบตัวควบคุมพื้นฐานที่สำคัญที่จะใช้เป็นพื้นฐานการพัฒนาตัวควบคุมเสถียรภาพในบทต่อไป โดยจะเริ่มจากการแนะนำทฤษฎีเสถียรภาพของลิอาปูนอฟ โดยย่อ ดังนี้

ทฤษฎีเสถียรภาพของลิวาปูนอฟ

นิยาม ก : เสถียรภาพ

พิจารณาระบบอินพุทเป็นศูนย์ กำหนดด้วยสมการสเตท (State Equation)

$$\dot{x}(t) = f(x, t) \quad (ก)$$

ซึ่งมีสถานะสมดุคย์ x_e ที่หาได้จาก $\dot{x}(t) = 0$ แล้วระบบจะ

ก. เสถียรในแง่ของลิวาปูนอฟ (Stability in the sense of Lyapunov) ที่สถานะสมดุคย์ หากทุกค่าสเตทเริ่มต้น $x(t_0)$ ทำให้ $x(t)$ ยังคงอยู่ใกล้สถานะสมดุคย์ตลอดเวลา t

ข. เสถียรเชิงอะซิมป์โทด (Asymptotically Stable) หาก $x(t)$ จริงๆ แล้วลู่เข้าสู่สถานะสมดุคย์เมื่อเวลา $t \rightarrow \infty$

ค. เสถียรเชิงอะซิมป์โทดในขอบเขตกว้าง (Asymptotically Stable in-the-large) หากระบบเสถียรเชิงอะซิมป์โทดทุกค่าสเตทเริ่มต้น ไม่ว่าจะสเตทเริ่มต้นนั้นจะอยู่ใกล้หรือไกลจากสถานะสมดุคย์

ทฤษฎี ก : เสถียรเชิงอะซิมป์โทด

พิจารณาระบบที่ไม่แปรผันตามเวลาและมีอินพุทเป็นศูนย์ กำหนดด้วยสมการสเตท

$$\dot{x} = f(x) \quad (ข)$$

โดยที่ $f(0) = 0$ นั่นคือระบบนี้มีสถานะสมดุคย์ x_e เท่ากับศูนย์

ถ้าสามารถหาค่าสเกลาร์ของฟังก์ชันต่อเนื่อง $V(x)$ ที่สอดคล้องกับเงื่อนไข

1. $V(x) > 0, \forall x \neq 0$ และ $V(0) = 0$ นั่นคือ $V(x)$ เป็นฟังก์ชันที่มีค่าเป็นบวก (positive definite function) เมื่อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

2. $\dot{V}(x) < 0, \forall x \neq 0$ และ $\dot{V}(0) = 0$ นั่นคือ $\dot{V}(x)$ เป็นฟังก์ชันที่มีค่าเป็นลบ (negative definite function)

แล้วระบบจะเสถียรเชิงอะซิมป์โทติกที่สถานะสมมูล x_e เท่ากับศูนย์ และเราเรียกฟังก์ชันต่อเนื่อง $V(x)$ ว่าฟังก์ชันลียาปูนอฟ (Lyapunov function)

2.1 การควบคุมระบบเชิงเส้น

รูปแบบสมการ

เราเริ่มต้นจากการวิเคราะห์และออกแบบตัวควบคุมเสถียรภาพให้กับระบบเชิงเส้น เนื่องจากเป็นระบบพื้นฐาน และมีรูปแบบสมการระบบเป็น

$$S_L: \quad \dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t) \quad (2.1.1)$$

โดยที่

$x \in R^n$ คือค่าสเตรตของระบบที่เวลาปัจจุบัน

$u(t) \in R^m$ คือฟังก์ชันของตัวควบคุม

$A \in R^{n \times n}$ คือเมทริกซ์คงที่ที่ทราบค่าและมีมิติ

$B \in R^{n \times m}$ คือเมทริกซ์คงที่ที่ทราบค่าและมีมิติ

และค่าเริ่มต้นของระบบเป็น $x(t_0) = x_0 \in R^n$

การออกแบบตัวควบคุมเสถียรภาพ

การออกแบบตัวควบคุมเสถียรภาพสำหรับระบบที่มีสมการสเตตกำหนดเหมือนกับสมการ (2.1.1) ได้โดยอาศัย *ทฤษฎี ก* ดังนี้

ถ้าเรากำหนดให้มี Q ที่เป็นเมทริกซ์สมมาตรและมีค่าเป็นบวกแล้วย่อมมีเมทริกซ์ P ซึ่งมีค่าเป็นบวกและสอดคล้องกับสมการ

$$A^T P + PA - PBB^T P + Q = 0 \quad (2.1.2)$$

และทำให้เราสามารถออกแบบตัวควบคุมเสถียรภาพให้กับระบบเชิงเส้น (2.1.1) ได้เป็น

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนลิขสิทธิ์ไว้เพื่อใช้ในการเรียนการสอนเท่านั้น เมื่ออนุญาตให้ใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้คัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$u(t) = -\frac{1}{2} B^T P x(t) \quad (2.1.3)$$

ตัวอย่างที่ 2.1.1

พิจารณาระบบเชิงเส้นอันดับหนึ่งที่มีสมการระบบเป็น

$$\dot{x}(t) = -x(t) + u(t)$$

จะได้ว่า $A = -1$, $B = 1$ ถ้ากำหนดให้ $Q = 3$ แล้วจะได้ผลเฉลยจากสมการ (2.1.2) เป็น $P = 1$ ซึ่งทำให้ได้ตัวควบคุมเสถียรภาพเป็น

$$u(t) = -\frac{1}{2}x(t)$$

กราฟในรูปที่ 2.1.1 จะแสดงถึงผลตอบสนองของระบบนี้เมื่อมีสัญญาณควบคุม และกำหนดให้ค่าเริ่มต้น $x_0 = 1$ □

ตัวอย่างที่ 2.1.2

พิจารณาระบบเชิงเส้นที่มีสมการระบบเป็น

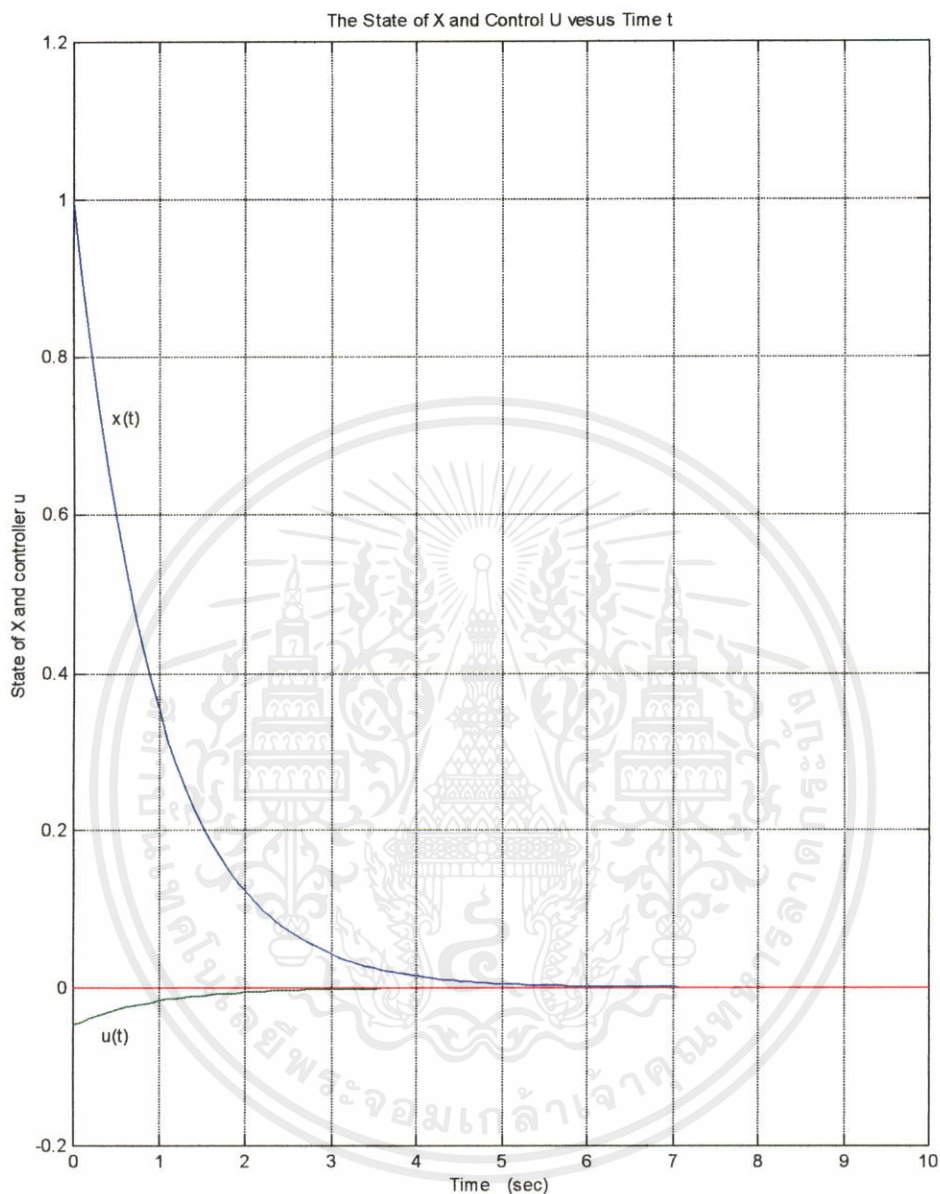
$$\dot{x}(t) = \begin{bmatrix} 0.567 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} x(t) + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} u(t)$$

จะได้ว่า $A = \begin{bmatrix} 0.567 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$, $B = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}$ ถ้ากำหนดให้ $Q = 1$ แล้วจะได้ผลเฉลยจากสมการ

(2.1.2) เป็น $P = \begin{bmatrix} 4.853 & 2.55 \\ 2.55 & 2.47 \end{bmatrix}$ ซึ่งทำให้ได้ตัวควบคุมเสถียรภาพเป็น

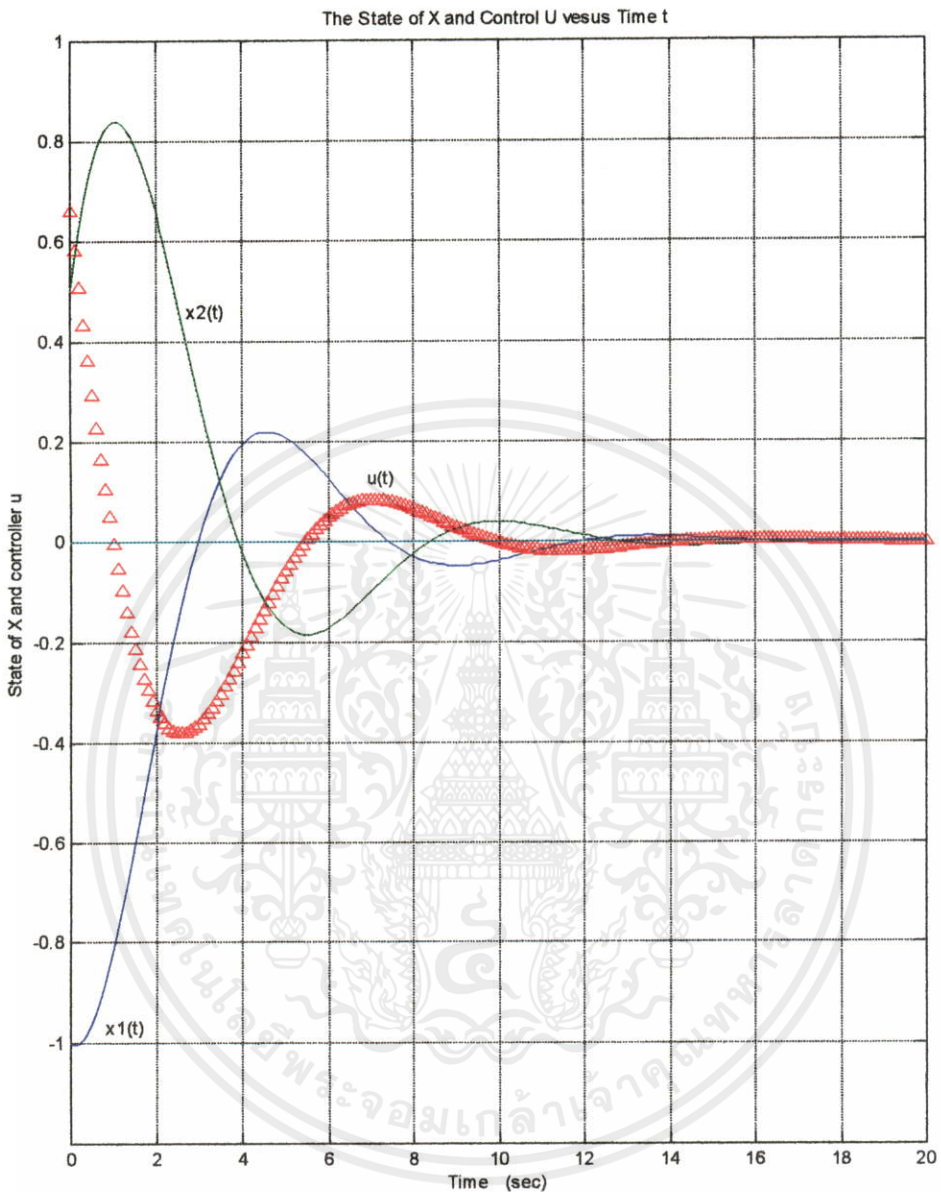
$$u(t) = -\frac{1}{2} \begin{bmatrix} 2.55 & 2.47 \end{bmatrix} x(t)$$

กราฟในรูปที่ 2.1.2 จะแสดงถึงผลตอบสนองของระบบนี้เมื่อมีสัญญาณควบคุม และกำหนดให้ค่าเริ่มต้น $x_0 = [-1 \ 0.5]^T$ □
 ใจจะกรนี้เป็นเอกสารที่สมไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่นอนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านก...
 ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้คัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



รูปที่ 2.1.1 กราฟแสดงค่าสแตต $x(t)$ และ $u(t)$ ตามตัวอย่าง 2.1.1 เมื่อสแตตเริ่มต้น $x_0 = 1$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้คัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



รูปที่ 2.1.2 กราฟแสดงค่าสเตต $x(t)$ และ $u(t)$ ตามตัวอย่าง 2.1.2 เมื่อสเตตเริ่มต้น

$$x_0 = [-1 \quad 0.5]^T$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้คัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

2.2 การควบคุมระบบเชิงเส้นที่มีตัวหน่วงเวลา

รูปแบบสมการ

ระบบที่มีตัวหน่วงเวลานั้นเป็นระบบที่พบได้ทั่วไปในอุตสาหกรรม เนื่องจากตัวหน่วงเวลาที่ปรากฏในระบบนั้น เกิดขึ้นได้จากสาเหตุต่างๆ มากมาย เช่น

1. เส้นทางเดินที่ยาวของสัญญาณป้อนกลับหรือสัญญาณควบคุม เช่น การนำน้ำที่บำบัดแล้วไปใช้ใหม่ในระบบบำบัดน้ำเสีย หรือระบบควบคุมระยะไกล
2. การรอคอยจังหวะหรือไทม์มิ่ง เช่น การควบคุมที่ใช้คอมพิวเตอร์
3. ความตั้งใจหรือความจำเป็นที่ต้องหน่วงเวลา เช่น การพักน้ำเพื่อลดอุณหภูมิลงในระบบระบายความร้อนที่ใช้น้ำหล่อเย็น เป็นต้น

ซึ่งบ่อยครั้งที่พบว่าตัวหน่วงเวลาเหล่านี้ เป็นต้นเหตุที่ทำให้ระบบไม่เสถียรได้ อย่างไรก็ตามในที่นี้เราจะขอพิจารณาเฉพาะระบบเชิงเส้นที่มีตัวหน่วงเวลาในส่วนของสแตตป้อนกลับ (S_{Ld}) ที่กำหนดโดยสมการระบบดังนี้

$$S_{Ld}: \quad \dot{x}(t) = Ax(t) + A_h x(t-h) + Bu(t) \quad (2.2.1)$$

โดยที่

$x \in R^n$ คือค่าสแตตของระบบที่เวลาปัจจุบัน

$u(t) \in R^m$ คือฟังก์ชันของสัญญาณควบคุม

$A, A_h \in R^{n \times n}$ คือเมทริกซ์คงที่ที่ทราบค่าและมีมิติ

$B \in R^{n \times m}$ คือเมทริกซ์คงที่ที่ทราบค่าและมีมิติ

$h \in R^+$ คือจำนวนจริงบวก

และ ค่าเริ่มต้นของระบบ $x(\theta) = x_0(\theta) \in [-h \ 0]$ โดยที่ $x_0 \in C([-h \ 0]; R^n)$

การออกแบบตัวควบคุมเสถียรภาพสำหรับระบบที่มีตัวหน่วงเวลา

ตัวควบคุมเสถียรภาพสำหรับระบบเชิงเส้นที่มีตัวหน่วงเวลา (S_{Ld}) จะอยู่ในรูป

$$u(t) = -B^T P_0 x(t) - \int_{-L}^0 B^T P_1^T(\theta) x(t+\theta) d\theta \quad (2.2.2)$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนลิขสิทธิ์ไว้สำหรับวงวิชาการเท่านั้น เมื่อผู้ใดได้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการศึกษาไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้คัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

โดยที่ค่า P_0 และ P_1 คำนวณได้จากผลเฉลยของสมการอนุพันธ์บางส่วนของรีคคาติ (Partial Differential Riccati Equations : PDRE) ซึ่งกำหนดโดย

$$A_0^T P_0 + P_0 A_0 + P_1(0) + P_1^T(0) - P_0 B B^T P_0 + Q = 0 \quad (2.2.3ก)$$

$$\frac{d}{d\alpha} P_1(\alpha) = P_1(\alpha) \left[A_0 - B B^T P_0 \right] + P_2(\alpha, 0) = 0 \quad (2.2.3ข)$$

$$\left[\frac{\partial}{\partial \alpha} + \frac{\partial}{\partial \beta} \right] P_2(\alpha, \beta) + P_1(\alpha) B B^T P_1^T = 0 \quad (2.2.3ค)$$

$$P_0 = P_0^T \quad (2.2.3ง)$$

$$P_1(-r) = A_1^T P_0 \quad (2.2.3จ)$$

$$P_2(\alpha, -r) = P_1(\alpha) A_1 \quad (2.2.3ฉ)$$

$$P_2(\alpha, \beta) = P_2^T(\alpha, \beta); \quad \alpha, \beta \in [-r, 0] \quad (2.2.3ช)$$

สำหรับ Q ใดๆ ที่เป็นเมทริกซ์สมมาตรและมีค่ามากกว่า 0 (positive definite)

การหาผลเฉลยนี้ทำได้ยากโดยเฉพาะอย่างยิ่งกับระบบที่มีขนาดใหญ่ จึงไม่ขอยกตัวอย่างการใช้งานตัวควบคุมเสถียรภาพที่นิยามตามสมการ (2.2.2) อย่างไรก็ตามยังคงมีเทคนิคการออกแบบตัวควบคุมเสถียรภาพสำหรับระบบที่มีตัวหน่วงเวลา (S_{Ld}) ที่แตกต่างออกไปอีกหลายแบบดังจะได้กล่าวถึงต่อไป

เทคนิคการออกแบบตัวควบคุมเสถียรภาพของเพียกเบคซีกับเพียร์สัน

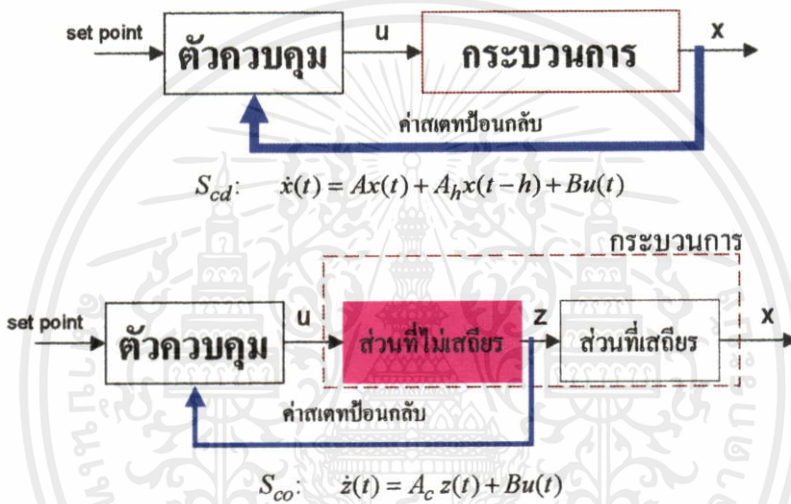
ในหัวข้อนี้จะกล่าวถึงเทคนิคการออกแบบตัวควบคุมเสถียรภาพสำหรับระบบเชิงเส้นที่มีตัวหน่วงเวลา ที่เพียกเบคซีกับเพียร์สันได้นำเสนอไว้เมื่อปี พ.ศ. 2528 [6] ซึ่งมีประโยชน์ในการช่วยลดขั้นตอนการวิเคราะห์และออกแบบตัวควบคุมเสถียรภาพให้กับระบบเชิงเส้นที่มีตัวหน่วงเวลาอยู่ภายใน และเป็นพื้นฐานสำคัญสำหรับการพัฒนาเทคนิคการออกแบบตัวควบคุมเสถียรภาพสำหรับระบบที่มีตัวหน่วงเวลา ที่จะกล่าวถึงในบทต่อไป

เทคนิคการออกแบบตัวควบคุมนี้ถูกพัฒนาขึ้นมาโดยอาศัยแนวคิดพื้นฐานสำคัญในการวิเคราะห์และออกแบบตัวควบคุมเสถียรภาพให้กับระบบทั่วไปที่ว่า

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้คัดลอกไปเผยแพร่และต้องแจ้งถึงผู้ควบคุมเอกสารทุกครั้งเมื่อมีการนำไปใช้
หากเราสามารถแยกส่วนที่ไม่เสถียรและส่วนที่เสถียรในระบบหรือกระบวนการให้เป็นอิสระต่อกันได้แล้ว เราสามารถเลือกวิเคราะห์และออกแบบตัวควบคุมเสถียรภาพให้เฉพาะส่วนที่ไม่เสถียร ซึ่งจะมีผลให้ระบบทั้งหมดมีเสถียรได้เช่นกัน

ซึ่งเทคนิคดังกล่าวจะช่วยลดขนาดของปัญหาและความซับซ้อนของระบบให้เล็กลงกว่าเดิม และช่วยให้สามารถวิเคราะห์และออกแบบตัวควบคุมเสถียรภาพสำหรับส่วนที่ไม่เสถียรซึ่งจะมีผลให้ตัวระบบทั้งหมดมีเสถียรภาพได้ง่ายขึ้นด้วย

จากรูปที่ 2.2.1 หากระบบสามารถแยกส่วนที่ไม่เสถียรให้เป็นอิสระจากส่วนที่เสถียรได้แล้ว และเราสามารถออกแบบตัวควบคุมที่เหมาะสมและทำให้ส่วนที่ไม่เสถียร ($Z(s)$) เสถียรได้แล้วตัวระบบทั้งหมด ($X(s)$) ก็จะมีเสถียรภาพด้วยเช่นกัน



รูปที่ 2.2.1 แสดงแนวคิดในการวิเคราะห์เสถียรภาพของระบบ

ทฤษฎีการแปลงเชิงเส้น (Linear Transformation)

เพียกเบคซีกับเพียร์สัน [6~7] ได้เสนอทฤษฎีการแปลงเชิงเส้นขึ้นมาทฤษฎีหนึ่ง สำหรับใช้แปลงระบบเชิงเส้นที่มีตัวหน่วงเวลาไปเป็นระบบเสมือนที่ไม่มีตัวหน่วงเวลา ซึ่งระบบเชิงเส้นที่มีตัวหน่วงเวลา (S_{Fd}) ถูกกำหนดด้วยสมการสเกตที่สอดคล้องกับสมการ (2.2.1) ดังนี้

$$S_{Fd}: \quad \dot{x}(t) = Ax(t) + A_h x(t-h) + Bu(t) \quad (2.2.4)$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า โดยที่ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้คัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$x \in R^n$ คือค่าสเกตของระบบที่เวลาปัจจุบัน

$u(t) \in R^m$ คือฟังก์ชันของสัญญาณควบคุม

$A, A_h \in R^{n \times n}$ คือเมทริกซ์คงที่ที่ทราบค่าและมีมิติ

$B \in R^{n \times m}$ คือเมทริกซ์คงที่ที่ทราบค่า และมีมิติ

$h \in R^+$ คือจำนวนจริงบวกใดๆ

และค่าเริ่มต้นของระบบ $x(\theta) = x_0(\theta) \in [-h \ 0]$ โดยที่ $x_0 \in C([-h \ 0]; R^n)$

นิยาม 2.2.1 : สเปกตรัมของระบบ (System Spectrum)

กำหนดให้ σ คือสเปกตรัมของระบบที่มีตัวหน่วงเวลา (S_{Fd}) หรือคือค่ารากที่หาได้จาก

สมการ

$$\sigma(S_{Fd}) = \det(sI - A - e^{-sh} A_h) = 0 \quad (2.2.5)$$

นิยาม 2.2.2 : รากที่ไม่เป็นที่ต้องการ

กำหนดให้ σ^+ คือรากที่ไม่เป็นที่ต้องการของระบบ (S_{Fd}) ที่นิยามโดย

$$\sigma^+(S_{Fd}) = \{s \in \sigma(S_{Fd}) : \text{Re} \geq -\nu_0\} \quad (2.2.6)$$

โดยที่ ν_0 คือค่าสเกลาร์ที่เป็นบวก กำหนดไว้เพื่อให้ σ^+ สามารถรวมเอารากที่เสถียรแต่ให้ผลตอบสนองที่ไม่ดีรวมเอาไว้กับรากที่ไม่เสถียรได้

นิยาม 2.2.3 : การแปลงเชิงเส้น

กำหนดให้การแปลงเชิงเส้น $z(t) = (T(x))(t)$ นิยามโดย

$$z(t) = x(t) + \int_{-h}^0 e^{A_c \theta} A_h x(t-h-\theta) d\theta \quad (2.2.7)$$

โดยที่ $A_c = A + e^{-hA} A_h$ (2.2.8)

ทฤษฎีบท 2.2.1 : การแปลงเชิงเส้น

โดยอาศัยการแปลงเชิงเส้นตามนิยาม 2.2.3 เราสามารถเขียนสมการระบบที่มีตัวหน่วงเวลา (S_{Fd}) ให้อยู่ในรูปสมการระบบเสมือนที่ไม่มีตัวหน่วงเวลา (S_{Fo}) ที่มีสมการสเกตเป็น

$$S_{Fo}: \quad \dot{z}(t) = A_{cz}z(t) + Bu(t) \quad (2.2.9)$$

ได้ (ดูพิสูจน์จากภาคผนวก ก.)

นิยาม 2.2.4 : การทำให้เสถียรได้เชิงสเปกตรัม (spectral stabilizability)

ระบบที่มีตัวหน่วงเวลา (S_{Fd}) จะสามารถที่จะทำให้เสถียรได้เชิงสเปกตรัม (spectral stabilizability) ก็ต่อเมื่อ

$$\text{rank} \begin{bmatrix} sI - A - e^{-hs} A_h | B \end{bmatrix} = n \quad (2.2.10)$$

ถ้าระบบที่มีตัวหน่วงเวลา (S_{Fd}) สามารถทำให้เสถียรเชิงสเปกตรัมได้แล้ว สำหรับรากที่ไม่เป็นที่ต้องการแต่ละรากที่กำหนดโดย $s_k \in \sigma^+$ มีไอเกนเวกเตอร์ v_k ที่สอดคล้องกับ

$$v_k^T (s_k I - A - e^{-hs_k} A_h) = 0 \quad (2.2.11)$$

โดยที่ $k = 1, 2, \dots, n$ และไอเกนเวกเตอร์ v_k เป็นอิสระเชิงเส้นต่อกัน

ถ้ากำหนดให้เมทริกซ์ Q เป็นเมทริกซ์ขนาด $n \times n$ ที่นิยามโดย

$$Q = \begin{bmatrix} v_1^T \\ v_2^T \\ \vdots \\ v_n^T \end{bmatrix} \quad (2.2.12)$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้คัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

และ J เป็นเมทริกซ์ที่นิยามโดย

$$J = \begin{bmatrix} s_1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & s_2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \ddots & 0 \\ 0 & 0 & 0 & s_n \end{bmatrix} \quad (2.2.13)$$

แล้วจะพบว่า

$$Q^{-1}JQ = A + e^{-hQ^{-1}JQ}A_h \Rightarrow A_c = Q^{-1}JQ \quad (2.2.14)$$

ทฤษฎีบท 2.2.2 : ตัวควบคุมเสถียรภาพ

ถ้าระบบที่มีตัวหน่วงเวลา (S_d) สามารถทำให้เสถียรได้เชิงสเปกตรัม และกำหนดให้ $\sigma^+ \subseteq \sigma(A_c)$ แล้วจะมีตัวควบคุมเสถียรภาพสำหรับระบบที่มีตัวหน่วงเวลา (S_{Fd}) ที่กำหนดโดย

$$u(t) = -K_c z(t) \quad (2.2.15)$$

เมื่อ K_c คือค่าที่ทำให้เมทริกซ์ $(A_c - BK_c)$ เสถียรได้

ขั้นตอนการใช้งาน

สรุปขั้นตอนการออกแบบตัวควบคุมเสถียรภาพสำหรับระบบที่มีตัวหน่วงเวลา (S_{Fd}) โดยใช้ทฤษฎีการแปลงเชิงเส้นของเฟียกเบดซีกกับเพียร์สันได้ดังนี้

1. คำนวณหาค่าพารามิเตอร์ (A, A_h, B) และเลือกมาร์จิ้น ν_0 ให้กับระบบ (S_{Fd}) คำนวณหารากที่ไม่เป็นที่ต้องการของระบบ σ^+
2. ใช้สมการ (2.2.10) ตรวจสอบว่าระบบที่มีตัวหน่วงเวลา (S_{Fd}) สามารถทำให้เสถียรเชิงสเปกตรัม (spectral stabilizability) ได้หรือไม่ หากระบบไม่สามารถทำให้เสถียรเชิงสเปกตรัมได้ ระบบนี้ก็ไม่สามารถควบคุมได้เชิง
3. คำนวณหาค่าเมทริกซ์ A_c ซึ่ง $\sigma^+ \subseteq \sigma(A_c)$
4. จากทฤษฎีบท 2.2.2 เราสามารถคำนวณหาค่า K_c ให้กับตัวควบคุมเสถียรภาพสำหรับระบบ (S_{Fd}) ตามสมการ (2.2.15) ได้

ตัวอย่างที่ 2.2.1

พิจารณาระบบอันดับหนึ่งที่มีตัวหน่วงเวลา และมีสมการเป็น

$$\dot{x}(t) = -2x(t) + e^{-1}x(t-1) + u(t)$$

ขั้นตอนที่ 1

เมื่อเปรียบเทียบกับสมการ (2.2.4) จะได้ $A = -2$ $A_h = e^{-1}$ $B = 1$ และ $h = 1$ และจะได้รากของระบบคือ -1 ซึ่งเป็นรากที่เสถียร

ขั้นตอนที่ 2

เราสามารถพิสูจน์ได้ว่า $\text{rank}[s+2 - e^{-(s+1)} | 1] = 1$ ซึ่งเท่ากับอันดับของระบบ

ขั้นตอนที่ 3

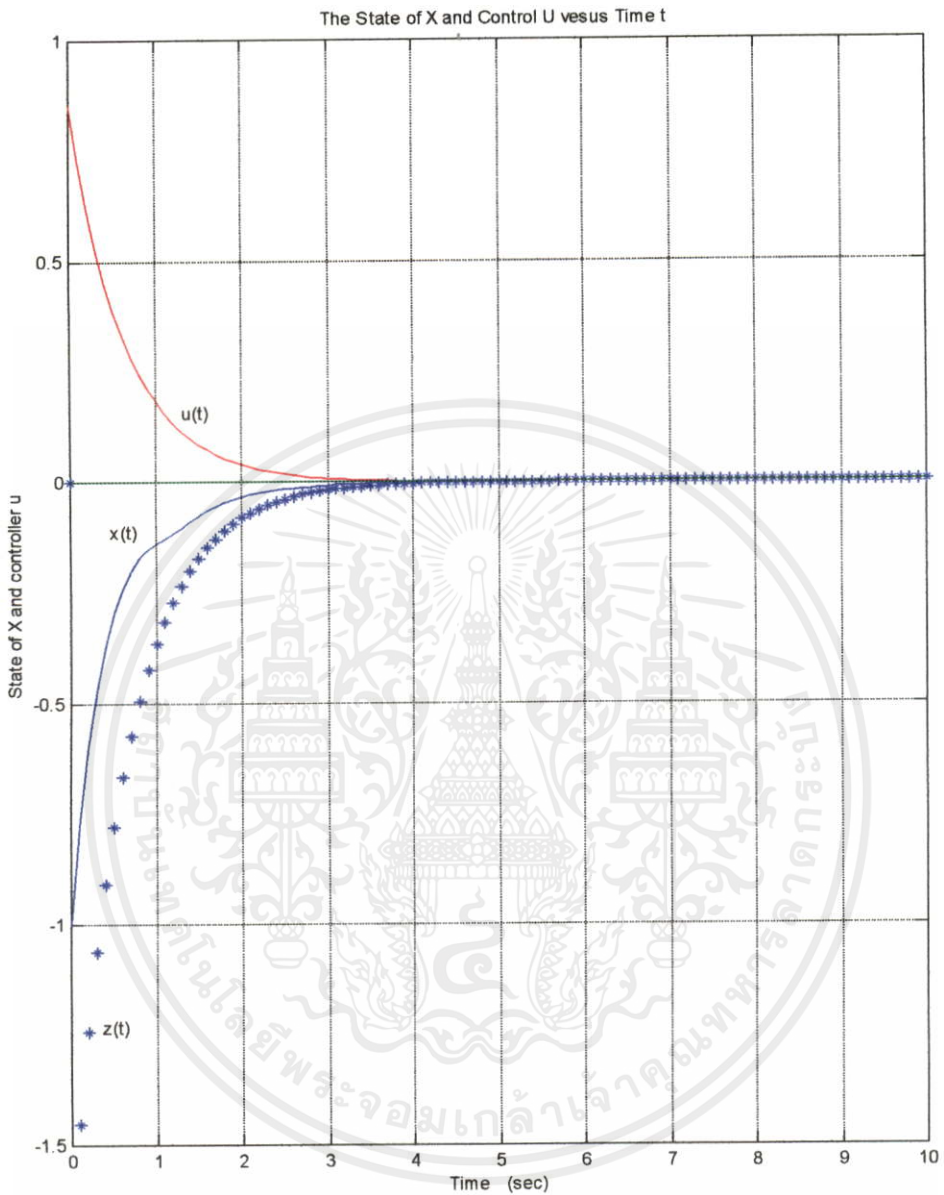
ถ้าเรากำหนดให้ $v_0 = 0$ จะได้ว่าระบบนี้ไม่มีรากที่ไม่ต้องการ (ซึ่งในที่นี้หมายถึงรากที่ไม่เสถียร) ดังนั้นเราเลือกให้ $A_c = -1$ ซึ่งจะได้สมการระบบเสมือนเป็น

$$\dot{z}(t) = -z(t) + u(t)$$

ขั้นตอนที่ 4

เราสามารถเลือกค่า $K_c > -1$ ใดๆ สำหรับตัวควบคุมเสถียรภาพ (2.2.15) โดยในรูปที่ 2.2.2 จะแสดงผลที่ได้เมื่อเราเลือกค่า $K_c = -\frac{1}{2}$ □

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้คัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



รูปที่ 2.2.2 กราฟแสดงค่าสเทต $x(t)$ และ $u(t)$ ตามตัวอย่าง 2.2.1 เมื่อสเทตเริ่มต้น $x_0 = -1$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้คัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ตัวอย่างที่ 2.2.2

พิจารณาระบบอันดับหนึ่งที่มีตัวหน่วงเวลา และมีสมการเป็น

$$\dot{x}(t) = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} x(t) + \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} x(t-1) + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} u(t)$$

ขั้นตอนที่ 1

จากสมการระบบจะได้ $A = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$ $A_h = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$ $B = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}$ และเราสามารถ

คำนวณรากของระบบได้คือ 0 และ $s_0 \approx 0.567$ ซึ่งเป็นรากที่ไม่เสถียร

ขั้นตอนที่ 2

เราสามารถพิสูจน์ได้ว่า $\text{rank}[sI - A - e^{-(s+1)} A_h | B] = 2$ ซึ่งเท่ากับอันดับของระบบ

ขั้นตอนที่ 3

ถ้าเรากำหนดให้ $v_0 = 0$ จะได้ว่าระบบนี้มีรากทั้งหมดเป็นรากที่ไม่ต้องการ เราเลือกให้

$A_c = \{0 \ 0.567\}$ ซึ่งจะทำให้ได้ $A_c = \begin{bmatrix} 0.567 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$ และจะได้สมการระบบเสมือนเป็น

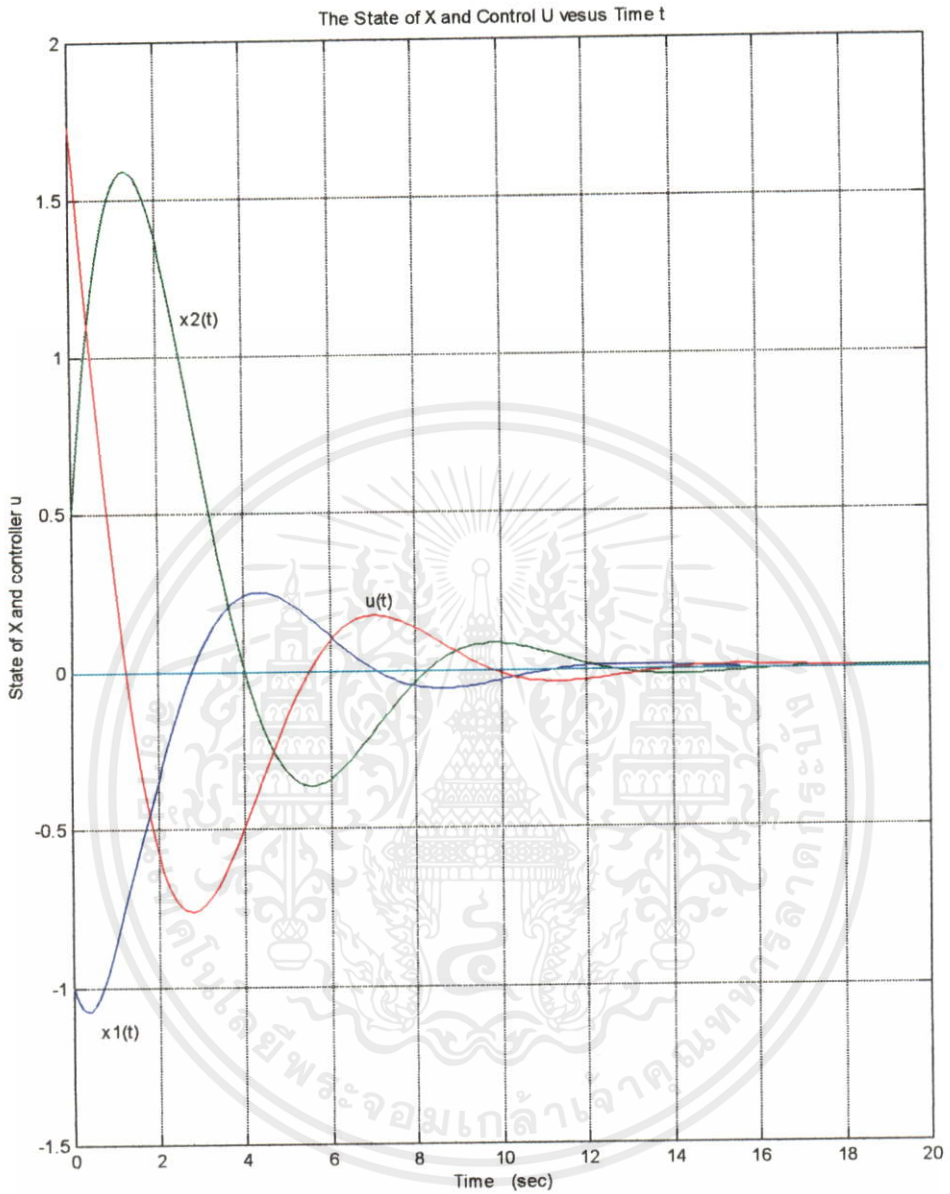
$$\dot{z}(t) = \begin{bmatrix} 0.567 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} z(t) + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} u(t)$$

ขั้นตอนที่ 4

เราสามารถเลือกค่า K_c ที่สอดคล้องกับสมการ (2.1.3) ซึ่งจะทำให้ตัวควบคุมเสถียรภาพตามสมการ (2.2.10) เท่ากับ

$$u(t) = -\frac{1}{2} [2.55 \ 2.47] z(t) \quad \square$$

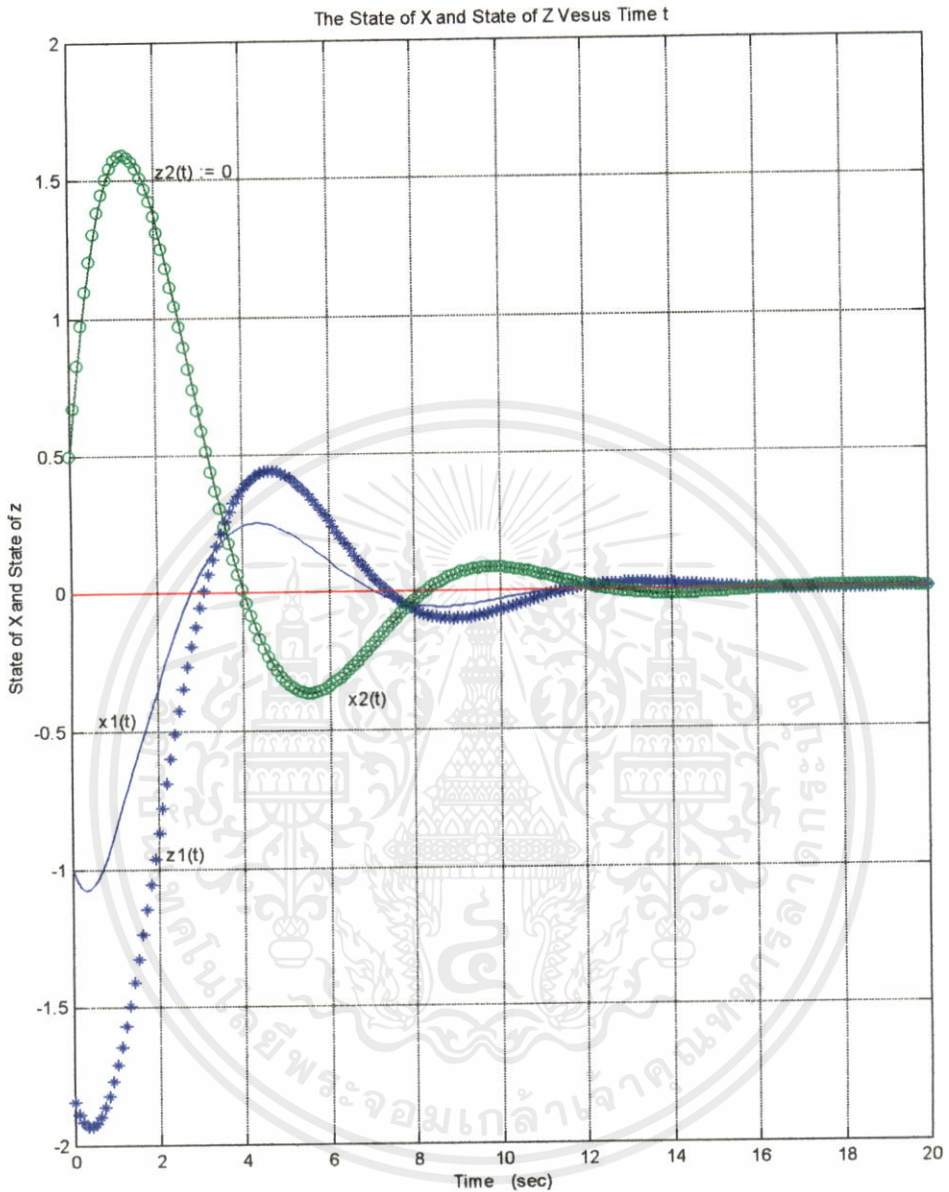
เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้คัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



รูปที่ 2.2.3 กราฟแสดงค่าสแตต $x(t)$ และ $u(t)$ ตามตัวอย่าง 2.2.2 เมื่อสแตตเริ่มต้น

$$x_0 = [-1 \quad 0.5]^T$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้คัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



รูปที่ 2.2.4 กราฟแสดงค่าสตาต $x(t)$ เปรียบเทียบกับสตาต $z(t)$ ตามตัวอย่าง 2.2.2
เมื่อสตาตเริ่มต้น $x_0 = [-1 \ 0.5]^T$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้คัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ข้อสังเกต

1. ถ้าเราทำการแปลงลาปลาซสมการ (2.2.4) และสมการ (2.2.9) แล้วจัดรูปใหม่ได้เป็น

$$X(s) = (sI - A - e^{-hs} A_h)^{-1} BU(s) \tag{2.2.16}$$

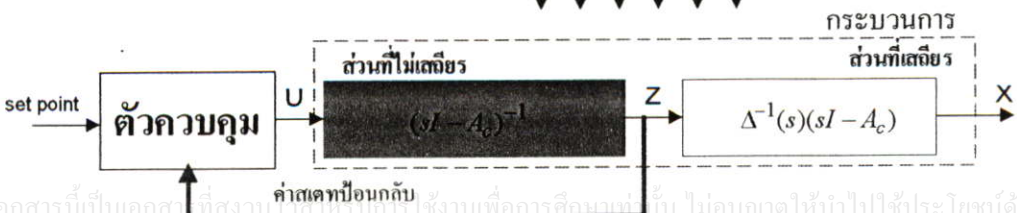
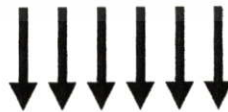
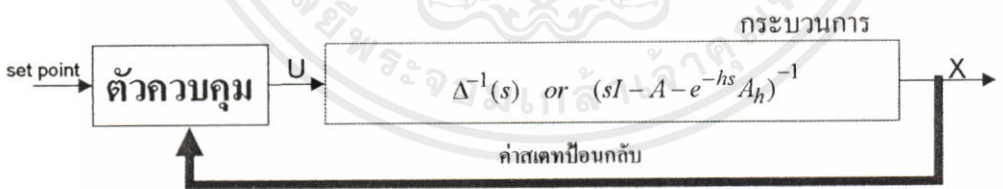
และ

$$Z(s) = (sI - A_c)^{-1} BU(s) \tag{2.2.17}$$

ตามลำดับ และถ้าเรากำหนดให้ $\Delta(s) = (sI - A - e^{-hs} A_h)$ แล้วย้ายข้างสมการ (2.2.17) จากนั้นจึงแทนกลับลงในสมการ (2.2.16) จะได้

$$X(s) = \Delta^{-1}(s)(sI - A_c)Z(s) \tag{2.2.18}$$

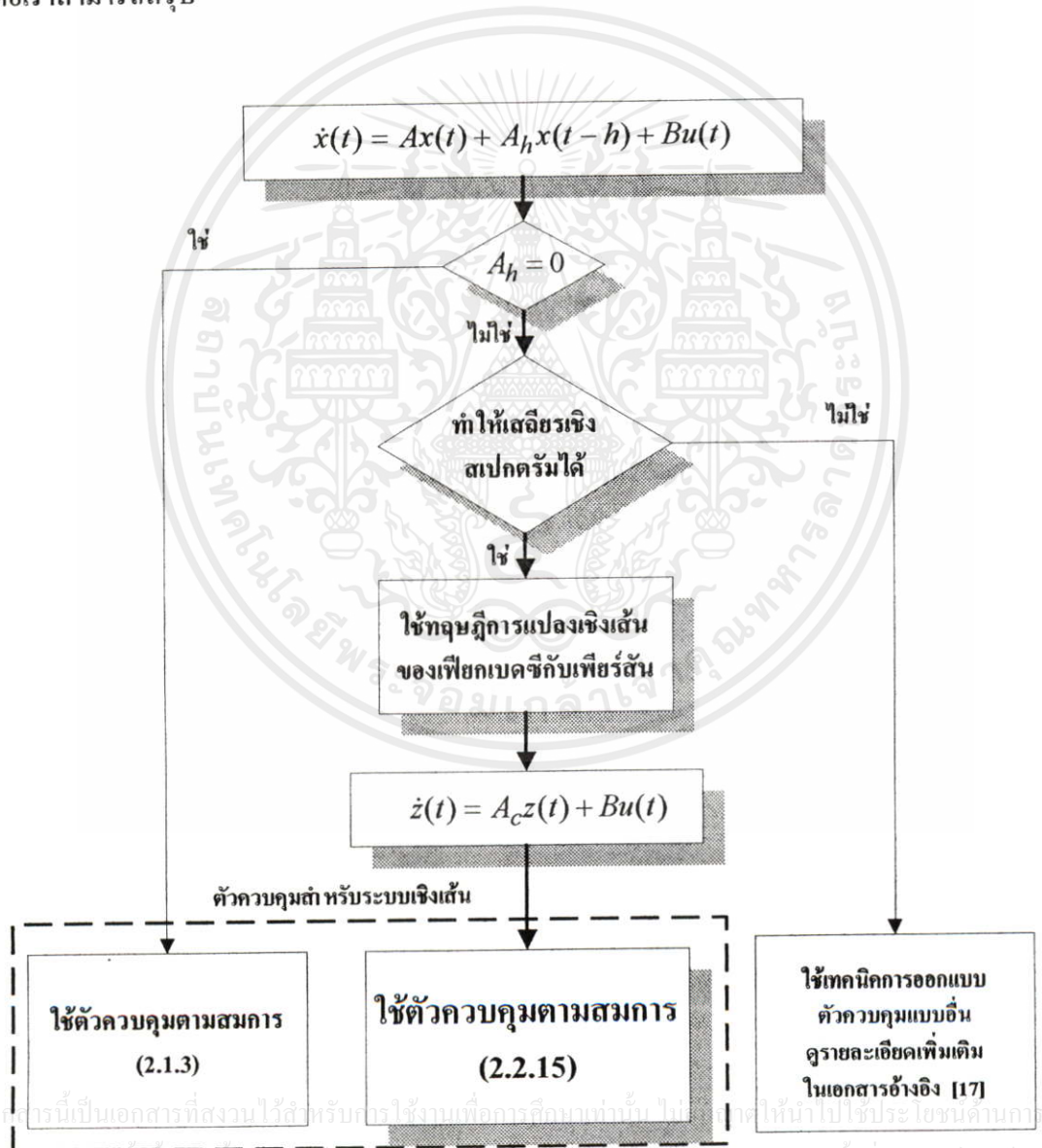
รูปที่ 2.2.5 จะแสดงถึงความสัมพันธ์ระหว่าง $Z(s)$, $X(s)$ และ $U(s)$ ตามทฤษฎีการแปลงเชิงเส้นที่เพื่อกเบดซีกกับเพียร์สัน เสนอไว้



เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนลิขสิทธิ์ของมหาวิทยาลัยเทคโนโลยีพระจอมเกล้าธนบุรี ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้คัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

รูปที่ 2.2.5 แสดงความสัมพันธ์ระหว่าง $Z(s)$, $X(s)$ และ $U(s)$

2. เมื่อ $\Delta(s) = (sI - A - e^{-hs} A_h)$ คือรากทั้งหมดของระบบที่มีตัวหน่วงเวลา (S_{Fd}) สังเกตว่าการแปลงเชิงเส้นนี้ทำหน้าที่สองประการ คือนอกจากจะช่วยให้เราสามารถวิเคราะห์ระบบที่มีตัวหน่วงเวลาในรูปของระบบเสมือนที่ไม่มีตัวหน่วงเวลา (S_{Fo}) ได้แล้ว การแปลงนี้ยังทำหน้าที่แยกระบบเดิมออกเป็นส่วนที่เสถียรกับไม่เสถียรอีกด้วย (ดูรูปที่ 2.2.5 ประกอบ)
3. การแปลงเชิงเส้นนี้จะมีประโยชน์ก็ต่อเมื่อเราสามารถหาตัวควบคุมเสถียรภาพให้กับระบบเสมือนได้ หรือกล่าวอีกนัยหนึ่งก็คือตัวระบบหลักดั้งเดิมนั้นต้องมีคุณสมบัติที่สอดคล้องกับทฤษฎีที่เกี่ยวข้อง จึงจะสามารถนำเอาเทคนิคการออกแบบของ เฟียกเบคซึกับเพียร์สันมาประยุกต์ใช้ได้ โดยเราสามารถสรุป



รูปที่ 2.2.6 แสดงความสัมพันธ์ของเทคนิคการออกแบบตัวควบคุมแบบต่างๆ

2.3 การควบคุมระบบเชิงเส้นที่มีตัวแปรที่ไม่ทราบค่าแน่นอนและตัวรบกวนระบบ รูปแบบสมการ

ต่อไปจะกล่าวถึงระบบเชิงเส้นที่มีตัวแปรที่ไม่ทราบค่าและตัวรบกวนระบบ (S_{Lu}) ซึ่งได้เกริ่นถึงความสำคัญไว้แล้วในบทนำ โดยระบบดังกล่าวนี้สามารถเขียนในรูปสมการคณิตศาสตร์ได้ดังนี้

$$S_{Lu}: \quad \dot{x}(t) = [A + \Delta A(t)]x(t) + [B + \Delta B(t)]u(t) + Cw(t) \quad (2.3.1)$$

โดยที่

$x \in R^n$ คือค่าสเกตของระบบที่เวลาปัจจุบัน

$u \in R^m$ คือฟังก์ชันของสัญญาณควบคุม

$w \in R^l$ คือฟังก์ชันของตัวรบกวนระบบที่มีค่าจำกัด

A, B, C คือเมทริกซ์คงที่ที่ทราบค่าและมีมิติ

$\Delta A, \Delta B$ คือเมทริกซ์ที่ไม่ทราบค่าแน่นอนแต่องค์ประกอบภายในแต่ละตัวมีความต่อเนื่อง สัมพันธ์กันเป็นฟังก์ชันและมีค่าจำกัด

และกำหนดให้ค่าเริ่มต้นของระบบเป็น $x(t_0) = x_0 \in R^n$

การออกแบบตัวควบคุมเสถียรภาพสำหรับระบบที่มีตัวแปรที่ไม่ทราบค่าแน่นอนและตัวรบกวนระบบ

การวิเคราะห์และออกแบบตัวควบคุมเสถียรภาพให้กับระบบดังกล่าวทำได้ยาก เนื่องจากระบบมีความซับซ้อนขึ้นมาก ดังนั้นข้อมูลต่างๆ ที่เกี่ยวกับระบบ อาทิ เราสามารถระบุคุณลักษณะของตัวแปรที่ไม่แน่นอนและ/หรือตัวรบกวนระบบได้หรือไม่ ซึ่งรายละเอียดต่างๆ เหล่านี้จะทำให้สามารถทราบขอบเขตข้อจำกัดของปัญหา และถูกนำไปเป็นเงื่อนไขสำหรับออกแบบตัวควบคุมเสถียรภาพให้กับระบบดังกล่าว ได้มีผู้นำเสนอเทคนิคการออกแบบตัวควบคุมเสถียรภาพสำหรับดังกล่าวไว้มากมาย แต่จะขอกกล่าวถึงเฉพาะเทคนิคที่จะใช้เป็นพื้นฐานต่อไปเท่านั้น

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า เทคนิคการออกแบบตัวควบคุมเสถียรภาพของกัตแมน อ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

กัตแมน [1~2] ได้เสนอเทคนิคการออกแบบตัวควบคุมสำหรับระบบพลวัตที่มีตัวแปรที่ไม่ทราบค่าแน่นอนและตัวรบกวนระบบอยู่ภายใน (Uncertain Dynamical System) ซึ่งได้ครอบ

คลุมถึงการออกแบบตัวควบคุมสำหรับระบบเชิงเส้นที่มีตัวแปรที่ไม่ทราบค่าแน่นอนและตัวรบกวนระบบเอาไว้ด้วย โดยมีเนื้อหาที่สำคัญและเกี่ยวข้องกับระบบเชิงเส้นที่มีตัวแปรที่ไม่ทราบค่าแน่นอนและตัวรบกวนระบบ ดังจะแสดงต่อไปนี้

นิยาม 2.3.1 : เงื่อนไขสอดคล้อง (Matching Condition)

ถ้าสมการสเททของระบบเชิงเส้นที่มีตัวแปรที่ไม่ทราบค่าแน่นอนและตัวรบกวนระบบ (S_{Lu}) กำหนดอยู่ในรูปสมการ (2.3.1) แล้วสำหรับเวลา $t \in R^+$ จะมีเมทริกซ์ต่อเนื่อง $H(t)$, $E(t)$ และ D ที่สอดคล้องกับ

- 1) $\Delta A(t) = BH(t)$
- 2) $\Delta B(t) = BE(t)$
- 3) $C = BD$

ซึ่งทำให้เราสามารถเขียนสมการสเททของระบบ (S_{Lu}) ได้ใหม่เป็น

$$S_{Gu}: \quad \dot{x} = Ax + B[(I + E(t))u + \eta] \quad (2.3.2)$$

โดยที่ $\eta = H(t)x + Dw$

ทฤษฎีบท 2.3.1 : ตัวควบคุมเสถียรภาพ

ถ้าระบบเชิงเส้นที่เป็นองค์ประกอบหลักของระบบที่มีตัวแปรที่ไม่ทราบค่าแน่นอน (S_{Lu}) เป็นระบบที่เสถียรเชิงอะซิมป์โทติก (เมื่อไม่มีตัวแปรที่ไม่ทราบค่าแน่นอนและตัวควบคุม) แล้ว จะมีตัวควบคุมเสถียรภาพที่ขนาดน้อยที่สุด $\bar{p}(x, t)$ สำหรับระบบที่มีตัวแปรที่ไม่ทราบค่าแน่นอนและตัวรบกวนระบบ (S_{Lu}) ที่มากที่สุด นิยามโดยสมการดังนี้

$$\bar{p}(x, t) = \begin{cases} -\bar{p}(x, t) \frac{B^T P x}{\|B^T P x\|} & \forall (x, t) \notin N \\ \{u \in R^m : \|u\| \leq \bar{p}(x, t)\} & \forall (x, t) \in N \end{cases} \quad (2.3.3)$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่ออ้างอิงเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้คัดแบบหรือทำซ้ำโดยไม่ขออนุญาตจากเจ้าของสิทธิ์ทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

โดยที่

$$\bar{\rho}(x,t) \geq \rho(x,t) \left[\frac{\lambda_{\max}(B^T P B)}{\lambda_{\min}(B^T P B) + \lambda} \right] \quad (2.3.3ก)$$

$$\rho(x,t) = \max_t \|H(t)x\| + \max_w \|Dw\| \quad (2.3.3ข)$$

$$\lambda_{\min}(B^T P B) + \lambda > 0 \quad (2.3.3ค)$$

$$\lambda = \min_t \left\{ \lambda_{\min} \left[\frac{1}{2} (B^T P B E(t) + E^T(t) B^T P B) \right] \right\} \quad (2.3.3ง)$$

และค่าเมทริกซ์ P หาได้จากผลเฉลยของสมการรีคคาคิ

$$PA - A^T P + Q = 0 \quad (2.3.4)$$

และพื้นที่ N นิยามโดย

$$N = \{(x,t) : B^T P x = 0\}$$

ขั้นตอนการใช้งาน

สรุปขั้นตอนการออกแบบตัวควบคุมเสถียรภาพสำหรับระบบที่มีตัวแปรที่ไม่ทราบค่าแน่นอนและตัวระบบระบบ (S_{Gd}) โดยใช้เทคนิคของ กัดแมน ได้ดังนี้

1. คำนวณหาค่าพารามิเตอร์ (A, B, C) และ $(\Delta A(t), \Delta B(t))$ และตรวจสอบว่าตัวระบบหลักเสถียรหรือตรวจสอบว่าเมทริกซ์ A มีรากที่เสถียร
2. หาเมทริกซ์ $(H(t), E(t), D)$ ที่สอดคล้องกับนิยาม 2.3.1
3. สามารถคำนวณตัวควบคุมเสถียรภาพได้จากสมการ (2.3.3) โดยคำนวณหาค่า P จากสมการรีคคาคิ (2.3.4)

เอกสารนี้เป็นเอกสารสงวนลิขสิทธิ์ไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้คัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ตัวอย่างที่ 2.3.1

$$\dot{x}(t) = -\frac{\pi}{2}x(t) + u(t) + \omega(t)$$

โดยที่ $\omega(t) = 0.5 \sin(2t)$

ขั้นตอนที่ 1

เราจะได้ $A = -\frac{\pi}{2}$, $B = C = 1$, $\Delta A(t) = \Delta B(t) = 0$ และระบบนี้มีรากที่เสถียร

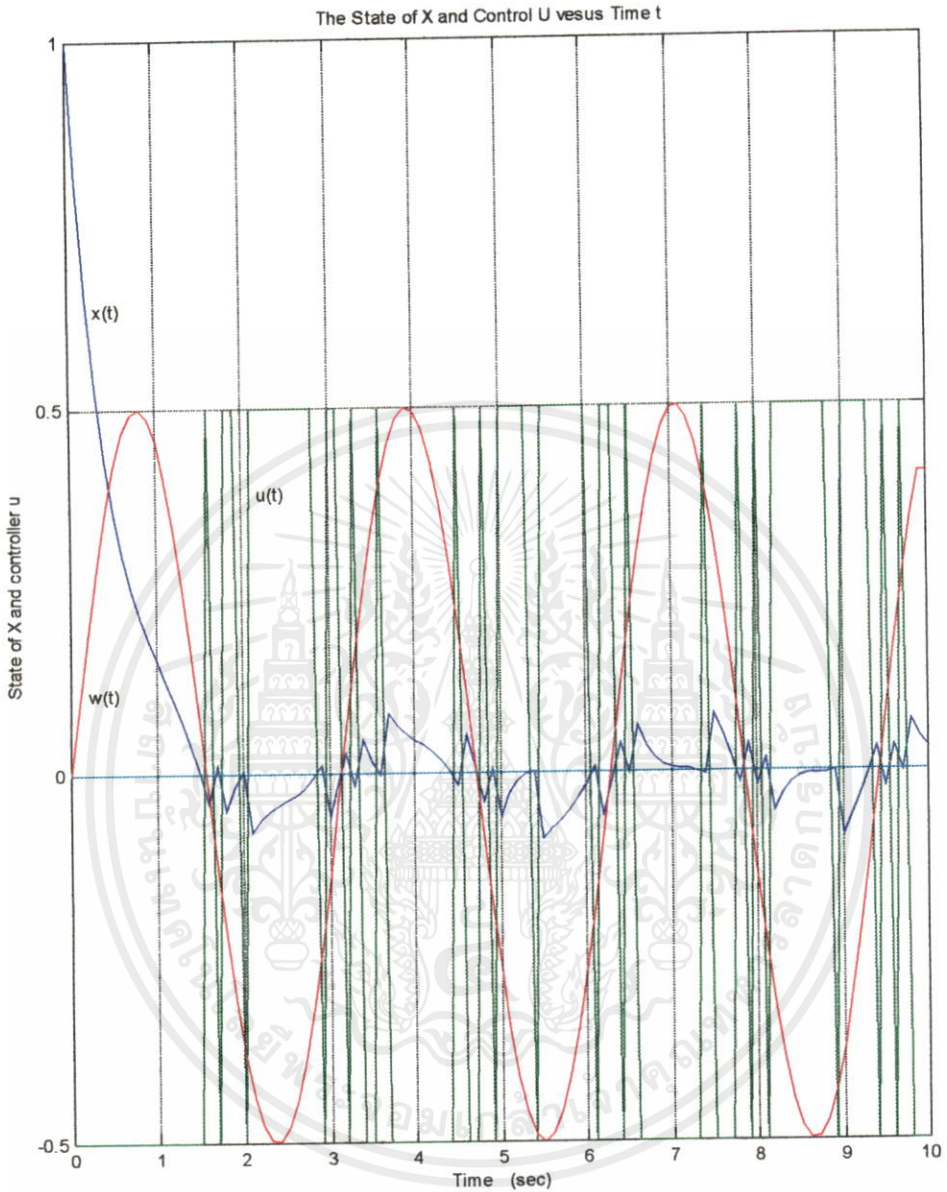
ขั้นตอนที่ 2

จะได้ว่า $H(t) = E(t) = 0$ และ $D = 1$ ซึ่งทำให้ $Dw(t) = \omega(t) = 0.5 \sin(2t)$

ขั้นตอนที่ 3

จากสมการ (2.3.3) เราได้ตัวควบคุมเสถียรภาพที่ $\bar{\rho}(x, t) \geq \rho(x, t) = \max_w \|Dw\| = 0.5 \square$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้คัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



รูปที่ 2.3.1 กราฟแสดงค่าสเทต $x(t)$ และ $u(t)$ เมื่อมีสัญญาณรบกวน ตามตัวอย่าง 2.3.1 และสเทตเริ่มต้น $x_0 = 1$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้คัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ตัวอย่างที่ 2.3.2

$$\dot{x}(t) = \begin{bmatrix} 0.567 & 1 \\ \alpha(t) & 0 \end{bmatrix} x(t) + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 + \gamma(t) \end{bmatrix} u(t) + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} \omega(t)$$

โดยที่ $\alpha(t) = \omega(t) = 0.5 \sin(2t)$ และ $\gamma(t) = 0.8 \sin(2t)$

ขั้นตอนที่ 1-2

จะได้ $A = \begin{bmatrix} 0.567 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$ และ $B = C = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}$ พบว่าระบบมีรากที่ไม่เสถียรอยู่ด้วย

ขั้นตอนที่ 3

เราไม่สามารถใช้ตัวควบคุมเสถียรภาพตามสมการ (2.3.3) ได้ เนื่องจากตัวควบคุมนี้ใช้ควบคุมผลกระทบจากตัวแปรที่ไม่ทราบค่าแน่นอนและ/หรือตัวรบกวนระบบเท่านั้น \square

ข้อสังเกต

1. หากเรากำหนดให้ $\eta = H(t)x + E(t)u + Dw$ แล้วจะสามารถเขียนสมการ (2.3.2) ใหม่ได้ดังนี้

$$S_{Gu}: \quad \dot{x} = Ax + B(u + \eta) \quad (2.3.5)$$

ซึ่งจะทำให้ได้ตัวควบคุมเสถียรภาพ $\tilde{p}(x, t)$ เป็น

$$\tilde{p}(x, t) = \begin{cases} -\tilde{\rho}(x, t) \frac{B^T Px}{\|B^T Px\|} & \forall (x, t) \notin N \\ \{u \in R^m: \|u\| \leq \tilde{\rho}(x, t)\} & \forall (x, t) \in N \end{cases} \quad (2.3.6)$$

$$\tilde{\rho}(x, t) \geq \tilde{\rho}(x, t) \left[\frac{\lambda_{\max}(B^T PB)}{\lambda_{\min}(B^T PB) + \lambda} \right] \quad (2.3.6\text{ก})$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งผู้เขียนจะไม่รับผิดชอบต่อการใช้งานใดๆที่มิได้มีการนำ (2.3.6ข)

$$\tilde{\rho}(x, t) = \max_t \|H(t)x + E(t)u\| + \max_w \|Dw\| \quad (2.3.6\text{ข})$$

โดยสัญญาณควบคุม u ในสมการ (2.3.6) นี้คือสัญญาณควบคุมที่ไม่ได้ทำหน้าที่ควบคุมผลตอบสนองของระบบอันเนื่องมาจากตัวแปรที่ไม่ทราบค่าแน่นอนหรือตัวรบกวนระบบ และเทอมที่เป็นส่วนของสมการ (2.3.6) ต้องมีค่ามากกว่า 0 (ตามสมการ (2.3.3ค)) หรือ $\min_t \left\{ \lambda_{\min} \left[\frac{1}{2} (E(t) + E^T(t)) \right] \right\} > -1$ ตัวควบคุมที่ได้ถึงจะควบคุมให้ระบบมีเสถียรภาพได้

2. สังเกตว่าตัวควบคุมของกัทแมน ที่นำเสนอไว้ข้างต้นจะสามารถใช้ได้กับระบบที่เสถียรหรือมีรากทั้งหมดเสถียรอยู่แล้ว ในกรณีที่ระบบมีรากที่ไม่เสถียรอยู่ จำเป็นต้องเพิ่มตัวควบคุมเสถียรภาพสำหรับระบบเชิงเส้นเข้าไปด้วย จะทำให้ตัวควบคุมตามสมการ (2.3.3) เปลี่ยนเป็น

$$\bar{p}(x,t) = \begin{cases} -KB^T Px - \bar{\rho}(x,t) \frac{B^T Px}{\|B^T Px\|} & \forall (x,t) \notin N \\ \{u \in R^m : \|u\| \leq \bar{\rho}(x,t)\} & \forall (x,t) \in N \end{cases} \quad (2.3.7)$$

ในทำนองเดียวกัน เราสามารถเพิ่มตัวควบคุมเสถียรภาพ $-KB^T Px$ ให้กับตัวควบคุมตามสมการ (2.3.6) ได้เช่นเดียวกันและตัวควบคุมนี้จะมีผลเฉลยก็ต่อเมื่อ แมททริกซ์ (A, B) เป็นคู่แมททริกซ์ที่สามารถควบคุมได้อย่างสมบูรณ์ (completely controllable)

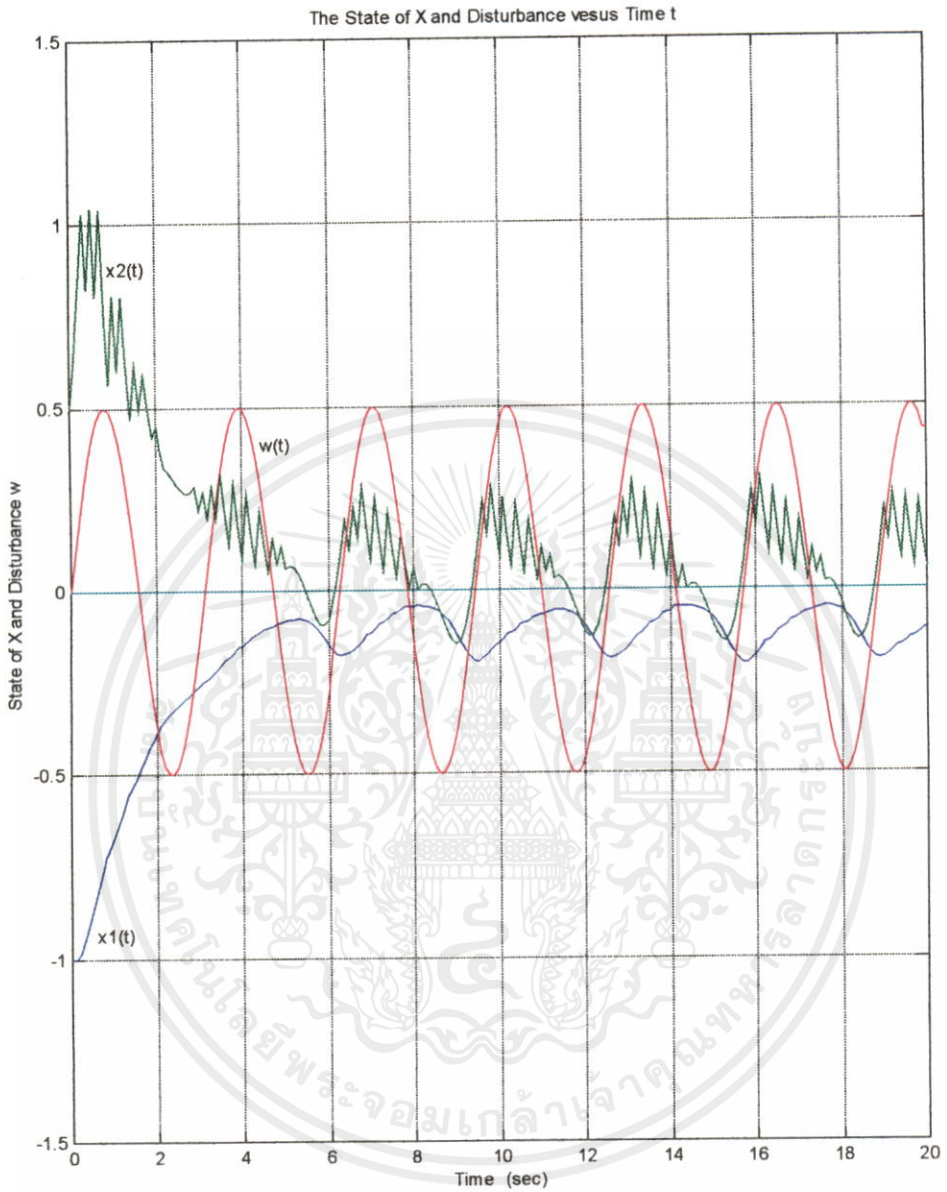
จากตัวอย่าง 2.3.2 เราใช้ตัวควบคุมเสถียรภาพตามสมการ (2.3.7) ได้โดยกำหนดให้

$$K = \frac{1}{2}$$

$$P = \begin{bmatrix} 4.853 & 2.55 \\ 2.55 & 2.47 \end{bmatrix}$$

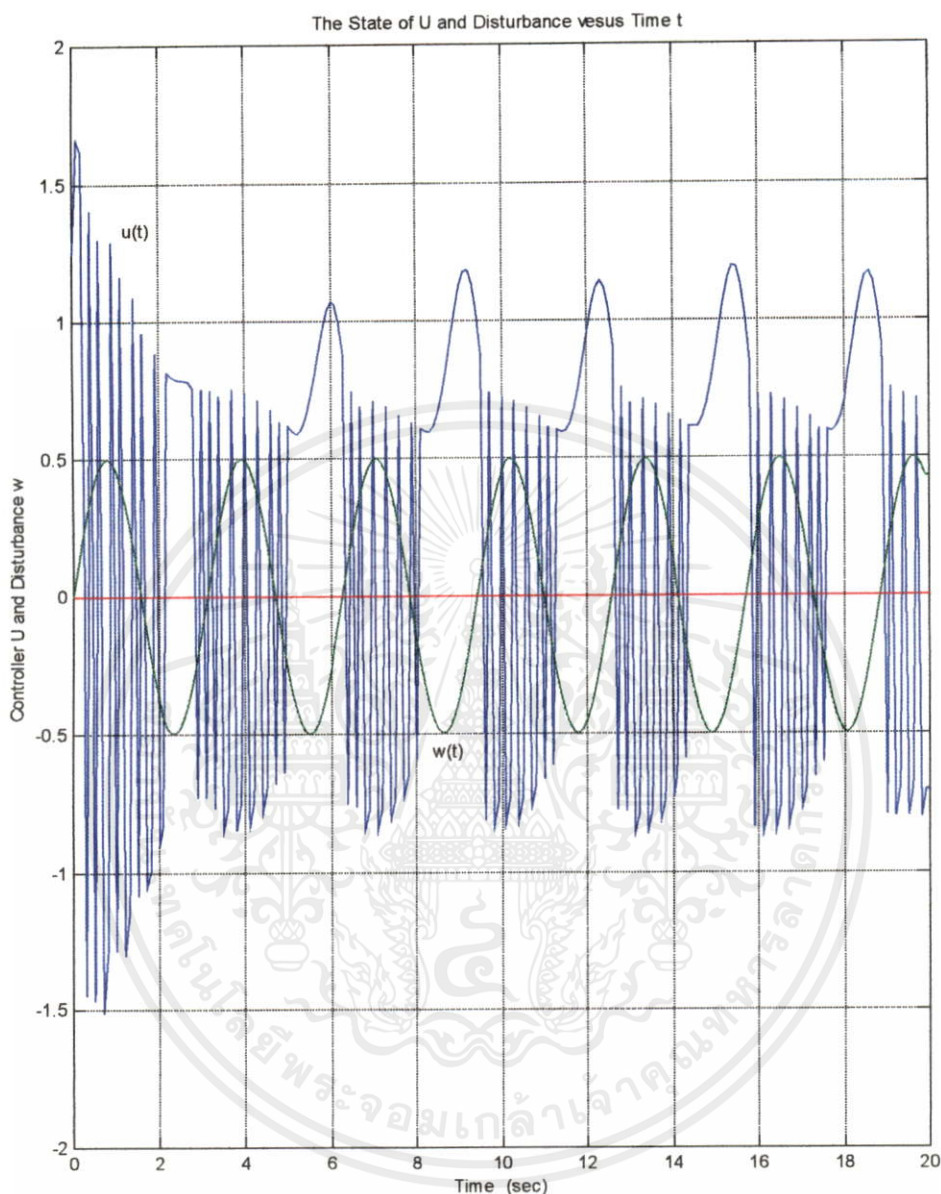
ซึ่งในรูปที่ 2.3.2 และรูปที่ 2.3.3 จะแสดงผลที่ได้จากตัวควบคุมเสถียรภาพนี้

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้คัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



รูปที่ 2.3.2 กราฟแสดงค่าสเทต $x(t)$ เมื่อมีสัญญาณรบกวน ตามตัวอย่าง 2.3.2 โดยใช้ตัวควบคุม $u(t)$ ที่ได้จากสมการ (2.3.7) และสเทตเริ่มต้น $x_0 = [-1 \ 0.5]^T$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้คัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



รูปที่ 2.3.3 กราฟแสดงค่าตัวควบคุม $u(t)$ ที่ได้จากสมการ (2.3.7) เมื่อมีสัญญาณรบกวน ตามตัวอย่าง 2.3.2 และสภาวะเริ่มต้น $x_0 = [-1 \ 0.5]^T$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับครูใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า

3. สังเกตจากรูปที่ 2.3.2. และรูปที่ 2.3.3 ซึ่งแสดงผลที่ได้จากตัวควบคุมตามสมการ (2.3.7) จะพบว่าสัญญาณควบคุมที่ได้นั้นมีการกระโดดหรือแกว่งตัวค่อนข้างสูง เนื่องจากการสวิตช์ระหว่างตัวควบคุมในพื้นที่ N ที่กำหนดไว้ (ตัวควบคุมไม่ต่อเนื่อง) เราสามารถปรับตัวควบคุมเสถียร

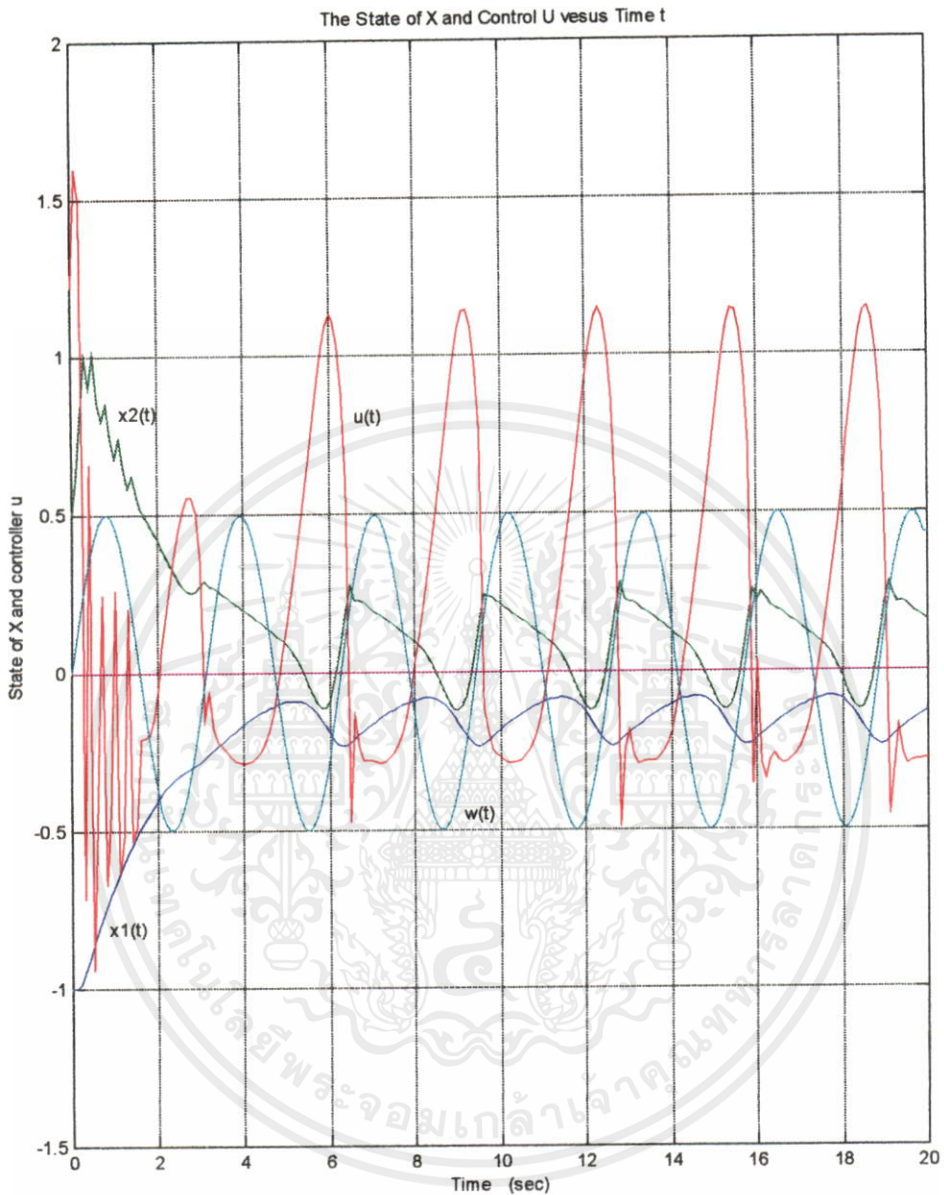
ภาพของกัตแมนนี้ ให้มีความต่อเนื่องได้โดยเพิ่มค่า $\varepsilon > 0$ ลงไป จะทำให้ตัวควบคุมเสถียรภาพตามสมการ (2.3.7) เปลี่ยนมาเป็นตัวควบคุมที่มีความต่อเนื่อง

$$\bar{p}(x,t) = -KB^T Px - \bar{p}(x,t) \frac{B^T Px}{\|B^T Px\| + \varepsilon} \quad (2.3.8)$$

และสามารถปรับใช้กับสมการตัวควบคุม (2.3.3) และ (2.3.6) ได้เช่นเดียวกัน แต่ตัวควบคุมนี้มีข้อเสียคือจะทำให้ค่าผิดพลาดของระบบเปลี่ยนจากกลุ่มเข้าสู่ศูนย์ ไปเป็นกลุ่มเข้าสู่ค่าคงที่ค่าหนึ่งแทน



เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้คัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



รูปที่ 2.3.4 กราฟแสดงค่าสเตต $x(t)$ ตามตัวอย่าง 2.3.2 เมื่อเปลี่ยนไปใช้ตัวควบคุม $u(t)$ ที่ได้จากสมการ (2.3.8) โดยที่เลือกให้ $\varepsilon = 0.05$ และ $x_0 = [-1 \ 0.5]^T$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้คัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

2.4 การควบคุมระบบเชิงเส้นที่มีตัวหน่วงเวลา ตัวแปรที่ไม่ทราบค่าแน่นอนและตัวรบกวนระบบ

รูปแบบสมการ

ต่อไปจะกล่าวถึงระบบเชิงเส้นที่มีตัวหน่วงเวลา ตัวแปรที่ไม่ทราบค่าแน่นอนและตัวรบกวนระบบอยู่ภายใน ซึ่งระบบใหญ่ที่ครอบคลุมระบบที่ได้กล่าวถึงไว้ทั้งหมด โดยระบบดังกล่าวนี้สามารถเขียนในรูปสมการระบบได้ดังนี้

$$(S_{ud}): \dot{x}(t) = [A + \Delta A(t)]x(t) + [A_h + \Delta A_h(t)]x(t-h(t)) + [B + \Delta B(t)]u(t) + Cw(t) \quad (2.4.1)$$

โดยที่

$x \in R^n$ คือค่าสเตรทของระบบที่เวลาปัจจุบัน

$u(t) \in R^m$ คือฟังก์ชันของสัญญาณควบคุม

A, A_h, B คือเมทริกซ์คงที่ที่ทราบค่าและมีมิติ

$\Delta A(t), \Delta A_h(t), \Delta B(t)$ คือเมทริกซ์ที่ไม่ทราบค่าแน่นอนแต่องค์ประกอบภายในแต่ละตัวมีความต่อเนื่อง สัมพันธ์กันเป็นฟังก์ชันและมีค่าจำกัด

$\omega(t) \in R^l$ คือฟังก์ชันของตัวรบกวนระบบ

$h(t) \in R^+$ คือฟังก์ชันของตัวหน่วงเวลาที่ทราบค่าสูงสุด h_{\max}

และกำหนดให้ค่าเริ่มต้นของระบบนี้ (S_{cd}) เป็น

$$x_0(\eta) \in C_d([-h, 0]; R^n)$$

การออกแบบตัวควบคุมเสถียรภาพสำหรับระบบที่มีตัวหน่วงเวลา ตัวแปรที่ไม่ทราบค่าแน่นอนและตัวรบกวนระบบ

กรณีที่ $A_h = 0$ เซอเรส (CHERES) [8] ได้เสนอว่าหากระบบสอดคล้องกับเงื่อนไขตามเอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับวารสารใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า นวัตกรรม 2.3.1 และเงื่อนไขเพิ่มเติมดังนี้

ไม่ว่ากรณีใดๆ ฟังก์ชันอีกทั้งห้ามมิให้เปลี่ยนแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

4) $\Delta A_h = BH_h(t)$

และสมมติฐานที่ว่า (A, B) เป็นคู่เมทริกซ์ที่สามารถควบคุมได้แล้ว เซอเรสได้อาศัยแนวคิดของกัตแมนที่ได้กล่าวถึงแล้ว คำนวณตัวควบคุมเสถียรภาพสำหรับระบบดังกล่าวเป็น

$$u(t) = -\rho_u(x, t) \frac{B^T P x}{\|B^T P x\| + \varepsilon} \quad (2.4.2)$$

โดยที่ $\varepsilon > 0$ และ

$$\rho_u(x, t) > \frac{\left[\max_t \left\| \frac{1}{2} B^T P + H(t) \right\| + \bar{\lambda} e^{\beta h_{\max}} H_h(t) \right] \|x(t)\| + \|D(t)\| \sigma_w}{1 + \lambda} \quad (2.4.3)$$

ผู้สนใจสามารถรายละเอียดเพิ่มเติมได้จากเอกสารที่อ้างถึง

กรณีที่ $A_h \neq 0$ งวง (NGUANG) [9] ได้เสนอสำหรับตัวควบคุมเสถียรภาพสำหรับระบบที่มีสมการสแตกกำหนดโดยสมการ (2.4.1) โดยที่ $0 \leq h(t) \leq h_{\max}; \dot{h}(t) < 1$ และ $Cw(t) = f(x, t)$ เป็น

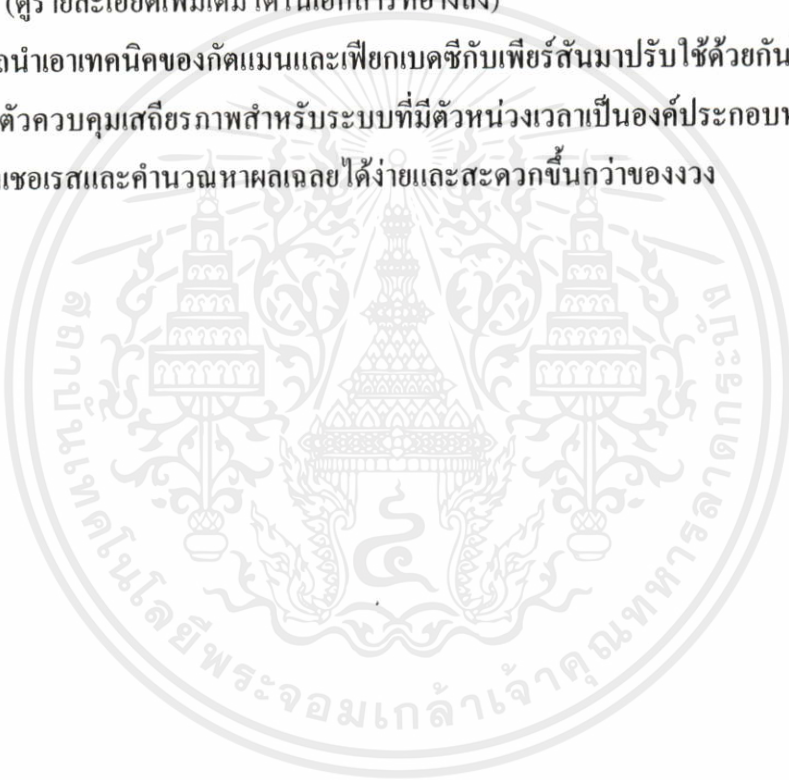
$$u(t) = -B^T P x - \frac{1}{1 - \gamma} \left[\frac{B^T P x \left(\rho(x, t) + \gamma \|B^T P x\| \right)^2}{\|B^T P x\| \left(\rho(x, t) + \gamma \|B^T P x\| \right) + \varepsilon e^{-\beta t}} \right] \quad (2.4.4)$$

โดยที่ $\gamma \geq \max_t \|E(t)\|$ และ $\rho(x, t) = \|f(x, t)\|$

อย่างไรก็ตาม แม้เราจะสามารถกำหนดรูปสมการของตัวควบคุมเสถียรภาพได้ทั้งสองกรณี แต่ว่าการจะคำนวณหาผลเฉลยของแต่ละองค์ประกอบในตัวควบคุมนั้นทำได้ยาก (ดูเอกสารที่อ้างถึงประกอบ) ซึ่งในกรณีเช่นนี้ชี้ให้เห็นว่าเทคนิคการออกแบบและคำนวณค่าองค์ประกอบให้กับตัวควบคุมนั้นก็เป็นสิ่งที่มีความสำคัญมากเช่นกัน

ข้อสังเกต

1. สังเกตว่าเซอเรสมองตัวห้วงเวลาที่ปรากฏในสมการระบบ (2.4.1) เป็นเหมือนตัวแปรที่ไม่ทราบค่าแน่นอนตัวหนึ่งในระบบ ซึ่งทำให้ตัวควบคุมต้องมีกำลังสูงขึ้นเพื่อที่จะได้สามารถควบคุมผลกระทบจากตัวห้วงเวลาได้ด้วย
2. งวงกำหนดให้ตัวห้วงเวลา $h(t)$ มีค่าลดลงเมื่อเวลาเพิ่มมากขึ้น ซึ่งหมายความว่าตัวห้วงเวลาในระบบตามเงื่อนไขของวงจะมีผลกระทบกับระบบน้อยลงเมื่อเวลาเข้าสู่อนันต์
3. ทั้งสองกรณียังคงต้องหาผลเฉลยที่เป็นเมทริกซ์ที่มีค่าเป็นบวก P จากสมการอนุพันธ์รีคาคติที่อยู่ยากอยู่ (ดูรายละเอียดเพิ่มเติมได้ในเอกสารที่อ้างถึง)
4. หากสามารถนำเอาเทคนิคของกัคแมนและเฟียกเบดซีกับเพียร์สันมาปรับใช้ด้วยกันได้ ก็น่าที่จะสามารถหาตัวควบคุมเสถียรภาพสำหรับระบบที่มีตัวห้วงเวลาเป็นองค์ประกอบหลักที่มีขนาดเล็กกว่าของเซอเรสมและคำนวณหาผลเฉลยได้ง่ายและสะดวกขึ้นกว่าของวง



เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่นอนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้คัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

บทที่ 3

การออกแบบตัวควบคุมเสถียรภาพสำหรับระบบที่มีตัวหน่วงเวลา ตัวแปรที่ไม่ทราบค่าแน่นอนและตัวรบกวนระบบอยู่ภายใน

ในบทนี้จะกล่าวถึงการออกแบบตัวควบคุมเสถียรภาพสำหรับระบบที่มีตัวหน่วงเวลา ตัวแปรที่ไม่ทราบค่าแน่นอนและตัวรบกวนระบบอยู่ภายใน โดยระบบที่จะศึกษาวิเคราะห์มีลักษณะที่สำคัญคือ ตัวระบบหลักเป็นระบบเชิงเส้นที่มีตัวหน่วงเวลาชนิดที่ทราบค่าและคงที่อยู่ภายในและตัวแปรที่ไม่ทราบค่าแน่นอนและตัวรบกวนระบบที่รวมอยู่ในระบบนี้สามารถหาค่าขอบเขตได้

เนื้อหาในบทนี้จะแบ่งออกเป็น 2 ส่วนหลักซึ่งจะอ้างอิงกับงานวิจัยของผู้เขียน [14~16] โดยส่วนแรกจะเป็นการนำเอาทฤษฎีการแปลงเชิงเส้นของเฟียกเบคชีกกับเพียร์สัน และเงื่อนไขของกัทแมนมาปรับประยุกต์ใช้กับระบบที่ต้องการศึกษา เพื่อแปลงรูปสมการระบบให้อยู่ในรูปที่สามารถวิเคราะห์หาค่าได้โดยง่าย ส่วนหลังจะเป็นการออกแบบตัวควบคุมเสถียรภาพให้กับระบบดังกล่าว โดยจะแสดงให้เห็นว่าตัวควบคุมเสถียรภาพที่ออกแบบขึ้นใหม่นี้ สามารถควบคุมระบบให้มีเสถียรภาพเชิงอะซิมป์โทติกได้

3.1 ลักษณะระบบที่ต้องการศึกษาวิเคราะห์

จากที่กล่าวไว้ตอนต้น ระบบหลักที่เราจะศึกษาวิเคราะห์ เป็นระบบที่มีตัวหน่วงเวลาแบบคงที่และทราบค่าอยู่ภายใน กำหนดโดยสมการสเตตดังนี้

$$\dot{x}(t) = Ax(t) + A_h x(t-h) + Bu(t) \quad (3.1.1)$$

โดยที่

$x \in R^n$ คือค่าสเตตของระบบที่เวลาปัจจุบัน

$u(t) \in R^m$ คือฟังก์ชันของสัญญาณควบคุม

A, A_h, B คือเมทริกซ์คงที่ที่ทราบค่าและมีมิติ

$h \in R^+$ คือค่าตัวหน่วงเวลาคงที่

สังเกตว่าสมการ (3.1.1) นี้จะอยู่ในรูปเดียวกับสมการ (2.2.1) และสมการ (2.2.4)

เมื่อรวมกับค่าความผิดพลาดคลาดเคลื่อนในรูปของตัวแปรที่ไม่ทราบค่าแน่นอน และตัวระบบกระบวนการเข้าไป จะได้รูปแบบของระบบที่ต้องการวิเคราะห์เสถียรภาพ (S_{cd}) เป็น

$$(S_{cd}): \dot{x}(t) = [A + \Delta A(t)]x(t) + [A_h + \Delta A_h(t)]x(t-h) + [B + \Delta B(t)]u(t) + \omega(t) \quad (3.1.2)$$

โดยที่

$\omega(t) \in R^l$ คือฟังก์ชันของตัวระบบกระบวนการ

$\Delta A(t)$, $\Delta A_h(t)$, $\Delta B(t)$ คือเมทริกซ์ที่ไม่ทราบค่าแน่นอนแต่องค์ประกอบภายในแต่ละตัวมีความต่อเนื่อง สัมพันธ์กันเป็นฟังก์ชันและมีค่าจำกัด

และกำหนดให้ค่าเริ่มต้นของระบบนี้ (S_{cd}) เป็น

$$x_0(\eta) \in C_d([-h, 0]; R^n)$$

การออกแบบตัวควบคุมเสถียรภาพจากสมการสแตกของระบบที่มีตัวหน่วงเวลา ตัวแปรที่ไม่ทราบค่าแน่นอนและตัวระบบกระบวนการ ดังที่กำหนดโดยสมการ (3.1.2) นั้น สามารถทำได้แต่มีขั้นตอนที่ยุ่งยากซับซ้อนตามที่ได้กล่าวถึงไว้ในบทที่แล้ว ดังนั้นในบทนี้เราจะกล่าวถึงการนำเอาเทคนิคการออกแบบตัวควบคุมของ เฟียกเบคซิชกับเพียร์สัน และเทคนิคการออกแบบตัวควบคุมของ กัดแมน มาปรับประยุกต์ใช้ เพื่อช่วยให้การออกแบบตัวควบคุมเสถียรภาพสำหรับระบบดังกล่าวทำได้ง่ายขึ้น

3.2 การประยุกต์ใช้ทฤษฎีการแปลงเชิงเส้น

จากสมการสแตกของระบบที่มีตัวหน่วงเวลา (3.1.2) นั้น จะเห็นว่าเรายังไม่สามารถนำเอาทฤษฎีการแปลงเชิงเส้นของเฟียกเบคซิชกับเพียร์สันมาประยุกต์ใช้ได้ เนื่องจากรูปแบบสมการ (3.1.2) นี้ไม่สอดคล้องกันกับสมการ (2.2.4) แล้ว เหตุเพราะมีตัวแปรที่ไม่ทราบค่าแน่นอนและตัวระบบกระบวนการเพิ่มขึ้นมา จึงจำเป็นที่จะต้องมีความสมมติฐานที่สอดคล้องกับเงื่อนไขของกัดแมน เพิ่มเติมขึ้นมา เพื่อที่จะทำให้เราสามารถจัดรูปสมการสแตกของระบบให้อยู่ในรูปที่เหมาะสม

ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้คัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

สมมติฐาน 3.2.1 : ช่องทางเข้าสู่ระบบของตัวแปรที่ไม่ทราบค่าแน่นอนและตัวรบกวนระบบ

ตัวแปรที่ไม่ทราบค่าแน่นอนและตัวรบกวนระบบ ที่เพิ่มให้กับระบบหลักตามสมการ (3.1.1) นั้น เป็นสิ่งรบกวนเสถียรภาพของระบบ ซึ่งจำเป็นต้องใช้สัญญาณควบคุมที่เหมาะสมมาควบคุมผลกระทบดังกล่าว หมายความว่าสิ่งรบกวนเสถียรภาพของระบบและสัญญาณควบคุมต้องหักล้างกันได้ ในทางคณิตศาสตร์หรือกล่าวอีกนัยหนึ่งคือ สิ่งรบกวนเสถียรภาพของระบบ ซึ่งในที่นี้ หมายถึงค่าความผิดพลาดคลาดเคลื่อนในรูปของตัวแปรที่ไม่ทราบค่าแน่นอนและตัวรบกวนระบบ จะเข้าสู่ระบบทางช่องสัญญาณเดียวกันกับสัญญาณควบคุม หรืออาจกล่าวได้ว่าสิ่งรบกวนเสถียรภาพของระบบจะมีผลต่อระบบในช่องทางเดียวกันกับสัญญาณควบคุม

นิยาม 3.2.1 : เงื่อนไขสอดคล้อง

จากสมมติฐาน 3.2.1 เราสามารถเขียนเป็นพจน์ทางคณิตศาสตร์ได้ว่า สำหรับเวลา $t \in R^+$ แล้วมีเมทริกซ์ต่อเนื่อง $H(t)$, $H_h(t)$ และ $E(t)$ ที่สอดคล้องกับ

- 1) $\Delta A(t) = BH(t)$
- 2) $\Delta A_h(t) = BH_h(t)$
- 3) $\Delta B(t) = BE(t)$
- 4) $\omega(t) = Bw(t)$

เมื่อแทนค่าลงในสมการ (3.1.2) แล้วจัดรูปสมการของระบบ (S_{cd}) ใหม่ จะได้

$$\dot{x}(t) = Ax(t) + A_h x(t-h) + B(u(t) + v(t)) \quad (3.2.1ก)$$

โดยที่

$$v(t) = H(t)x(t) + H_h(t)x(t-h) + E(t)u(t) + w(t) \quad (3.2.1ข)$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
จากสมการสเทตของระบบ (3.2.1) จะพบว่าสมมติฐาน 3.2.1 กลายเป็นเงื่อนไขสำคัญและเป็นจริงได้ ซึ่งจะทำให้เราสามารถจัดรูปสมการสเทตของระบบ (S_{cd}) ตามสมการ (3.1.2) ให้อยู่ในรูปที่สอดคล้องกับสมการ (3.1.1) และสมการ (2.2.1) ได้ ซึ่งจากรูปแบบสมการสเทตดังกล่าวนี้

เราสามารถจะนำเอาทฤษฎีการแปลงเชิงเส้นของ เฟียกเบคซีกับเพียร์สัน มาปรับประยุกต์ใช้ได้ ดัง
จะได้แสดงต่อไป

นิยาม 3.2.2 : การแปลงเชิงเส้น

กำหนดให้การแปลงเชิงเส้น T_C นิยามโดย

$$\begin{aligned} z(t) &= (T_C(x))(t) \\ &= x(t) + \int_{-h}^0 e^{A_c \theta} A_h x(t-h-\theta) d\theta \end{aligned} \quad (3.2.3)$$

โดย A_c จะถูกนิยามให้สอดคล้องกับทฤษฎีการแปลงเชิงเส้นของ เฟียกเบคซีกับเพียร์สัน

ทฤษฎีบท 3.2.1 : การแปลงเชิงเส้น

ถ้ากำหนดให้ A_c ในสมการ (3.2.3) นิยามโดย

$$A_c = A + e^{-hA_c} A_h \quad (3.2.4)$$

และ

$$\sigma_u(S_{cd}) \subset \sigma(A_c) \subset \sigma(S_{cd}) \quad (3.2.5)$$

โดยที่

$$\sigma(S_{cd}) = \{s \in \mathbb{C}; \det(sI - A - e^{-hs} A_h) = 0\}$$

และ

$$\sigma_u(S_{cd}) = \{s \in \sigma(S_{cd}); \operatorname{Re}(s) \geq 0\}$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น

ถ้าพิจารณาการแปลงเชิงเส้น T_C ตามนิยาม 3.2.1 สามารถกล่าวว่าจะมี $x(t)$ ที่สอดคล้องกับสมการระบบ (S_{cd}) ก็ต่อเมื่อมี $z(t)$ ที่สอดคล้องกับสมการระบบ (S_{co}) ที่กำหนดโดย

$$S_{co}: \quad \dot{z}(t) = A_c z(t) + B(u(t) + v(t)) \quad (3.2.6)$$

และทำให้ข้อต่อไปนี้เป็นจริงด้วย

- 1) (A_c, B) เป็นคู่เมทริกซ์ที่ทำให้เสถียรได้
- 2) ถ้า $\lim_{t \rightarrow \infty} \|z(t)\| = 0$ แล้ว $\lim_{t \rightarrow \infty} \|x(t)\| = 0$ ด้วย
- 3) ถ้า $\lim_{t \rightarrow \infty} \|z(t)\| \leq k_1, \exists k_1 < \infty$ แล้ว $\lim_{t \rightarrow \infty} \|x(t)\| \leq k_2, \exists k_2 < \infty$ ด้วย

พิสูจน์: ทฤษฎีบท 3.2.1

การพิสูจน์ว่าจะมี $x(t)$ ที่สอดคล้องกับสมการสเตตของระบบ (S_{cd}) ก็ต่อเมื่อมี $z(t)$ ที่สอดคล้องกับสมการสเตตของระบบ (S_{co}) เมื่อสมการ (3.2.4) และสมการ (3.2.5) เป็นจริงนั้นได้มาจากภาคผนวก ก.2 และการพิสูจน์ข้อ 1) ให้ดูจากเอกสารอ้างอิง [6~7] ในที่นี้ขอพิสูจน์ข้อ 2) และข้อ 3) ดังจะแสดงต่อไปนี้

เริ่มจากการแปลงลาปลาซสมการ (3.2.3) และปรับรูปสมการใหม่เป็น

$$X(s) = \Delta^{-1}(s)(sI - A_c)Z(s) + \Delta^{-1}(s)(sI - A_c)\Psi(s), \quad (3.2.7)$$

โดยที่

$$\Delta(s) = \begin{bmatrix} sI - A - e^{-hs} A_h \end{bmatrix}$$

และ

$$\Psi(s) = \int_{-h}^0 e^{A_c \theta} A_h \int_{-(h+\theta)}^0 e^{-s(\tau+h+\theta)} x_0(\tau) d\tau d\theta.$$

ถ้าเรากำหนดให้ $t = \tau + h + \theta$ จะได้ว่า สำหรับการศึกษานี้ ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้คัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$\int_{-(h+\theta)}^0 e^{-s(\tau+h+\theta)} x_0(\tau) d\tau = \int_0^{(h+\theta)} e^{-st} x_0(t-h-\theta) dt$$

และกำหนดให้ $x_0(\tau) = 0, \forall \tau \notin [-h, 0]$ คือค่าเริ่มต้นของระบบ แล้วเราจะได้

$$\begin{aligned} \int_{-(h+\theta)}^0 e^{-s(\tau+h+\theta)} x_0(\tau) d\tau &= \int_0^\infty e^{-st} x_0(t-h-\theta) dt \\ &= L\{x_0(t-h-\theta)\}. \end{aligned}$$

ซึ่งแสดงให้เห็นว่า

$$\begin{aligned} \psi(t) &= L^{-1}\{\Psi(s)\} \\ &= L^{-1}\left\{\int_{-h}^0 e^{A_c \theta} A_h L\{x_0(t-h-\theta)\} d\theta\right\} \\ &= \int_{-h}^0 e^{A_c \theta} A_h x_0(t-h-\theta) d\theta \end{aligned}$$

และ

$$\psi(t) = 0, \forall t > h \quad (3.2.8)$$

กล่าวคือ ผลจากค่าเริ่มต้น (initial value) จะหมดไปเมื่อเวลามากกว่าค่าตัวหน่วงเวลา h และจากผลของสมการ (3.2.8) เราสามารถวิเคราะห์ต่อได้

$$\begin{aligned} \lim_{t \rightarrow \infty} \|x(t)\| &\leq \lim_{t \rightarrow \infty} \left\| L^{-1}\{\Delta^{-1}(s)(sI - A_c)Z(s)\}(t) \right\| \\ &\quad + \lim_{t \rightarrow \infty} \left\| L^{-1}\{\Delta^{-1}(s)(sI - A_c)\Psi(s)\}(t) \right\| \\ &= \lim_{t \rightarrow \infty} \left\| L^{-1}\{\Delta^{-1}(s)(sI - A_c)Z(s)\}(t) \right\| \end{aligned}$$

นั่นคือเสถียรภาพของ $x(t)$ จะขึ้นกับเสถียรภาพของ $z(t)$ เป็นหลักเนื่องจากฟังก์ชันถ่ายโอน $\Delta^{-1}(s)(sI - A_c)$ เสถียรตามเงื่อนไขการสร้าง A_c ใน (3.2.5) □

3.3 การออกแบบตัวควบคุมเสถียรภาพ

จากการแปลงเชิงเส้นในหัวข้อที่ผ่านมาข้างต้น ทำให้เราได้สมการสเตทของระบบเสมือนที่ไม่มีตัวหน่วงเวลา (S_{co}) กำหนดโดย

$$(S_{co}): \quad \dot{z}(t) = A_c z(t) + B(u(t) + v(t))$$

ซึ่งสอดคล้องกับสมการสเตทของระบบที่มีตัวหน่วงเวลา (S_{cd})

$$(S_{cd}): \quad \dot{x}(t) = Ax(t) + A_h x(t-h) + B(u(t) + v(t))$$

โดยที่

$$A_c = A + e^{-hA} A_h$$

และสิ่งรบกวนระบบ

$$v(t) = H(t)x(t) + H_h(t)x(t-h) + E(t)u(t) + w(t)$$

จากสมมติฐาน 3.2.1 เราจะกำหนดสมมติฐานเพิ่มเติมดังนี้

สมมติฐาน 3.3.1 : ขนาดของตัวแปรที่ไม่ทราบค่าแน่นอนและตัวรบกวนระบบ

สิ่งรบกวนเสถียรภาพของระบบ ที่จะเข้าสู่ระบบทางช่องสัญญาณเดียวกันกับสัญญาณควบคุม นั้น ต้องมีค่าจำกัดค่าหนึ่งและเราสามารถรู้ค่านั้นได้ และหากระบบดังกล่าวสามารถที่จะทำให้เสถียรได้แล้ว ก็หมายความว่าต้องมีสัญญาณควบคุมเสถียรภาพที่มีค่าจำกัดที่เหมาะสมกับระบบดังกล่าวด้วย หรือกล่าวอีกนัยหนึ่งสัญญาณควบคุมต้องมีกำลังไม่น้อยกว่าค่าสูงสุดของสิ่งรบกวนเสถียรภาพของระบบ จึงจะสามารถควบคุมระบบให้มีเสถียรภาพได้

ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้คัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

นิยาม 3.3.1 : เงื่อนไขสอดคล้อง

จากสมมติฐาน 3.3.1 เราสามารถเขียนเป็นพจน์ทางคณิตศาสตร์เพิ่มเติมได้ดังนี้

5) มีค่า $\mu(x_t)$ ซึ่ง

$$\mu(x_t) \geq \|H(t)x(t) + H_h(t)x(t-h) + w(t)\|$$

6) มีค่า $\mu_E(t)$ ซึ่ง

$$\mu_E(t) \geq \|E(t)\|$$

7) สำหรับบางค่าของ δ ที่มากกว่า 0 แล้วจะมี $\delta I \leq I + \frac{1}{2}(E(t) + E^T(t))$

8) สามารถหาข้อมูลของค่า δ , μ และ μ_E ได้

ทฤษฎีบท 3.3.1 : ตัวควบคุมเสถียรภาพ

หากระบบเสมือนที่ไม่มีตัวหน่วงเวลา (S_{co}) ซึ่งได้จากการแปลงเชิงเส้นตามนิยาม 3.2.1 มีคุณลักษณะสอดคล้องกับทฤษฎีบท 3.2.1 และสมมติฐาน 3.2.1 กับสมมติฐาน 3.3.1 เป็นจริงแล้วจะสามารถเขียนสมการรีคาคิของระบบเสมือนที่ไม่มีตัวหน่วงเวลา (S_{co}) ได้เป็น

$$A_c^T P + P A_c - P B B^T P + Q = 0 \quad (3.3.1)$$

และจะมีสัญญาณควบคุมเสถียรภาพสำหรับระบบเสมือนที่ไม่มีตัวหน่วงเวลา (S_{od}) ซึ่งกำหนดโดยสมการ

$$u(t) = u_L(t) + u_N(t) \quad (3.3.2)$$

โดยที่

$$u_L(t) = -\frac{1}{2} B^T P z(t) \quad (3.3.3)$$

และ

$$u_N(t) = \frac{\rho^2(x_t) B^T P z(t)}{\delta(\rho(x_t) \|B^T P z(t)\| + e^{-\phi t})} \quad (3.3.4)$$

โดยที่ค่าทวีกำลัง (gain) ของตัวแปรไม่เป็นเชิงเส้นคือ

$$\rho(x_t) = \mu_E \|u_L(t)\| + \mu(x_t) \quad (3.3.5)$$

และ ϕ คือค่าจำนวนจริงบวกใดๆ

พิสูจน์: ทฤษฎีบท 3.3.1

กำหนดให้ลีสอาฟุนอฟฟังก์ชันเป็น

$$V_z(t) = z^T(t)Pz(t) \quad (3.3.6)$$

หาอนุพันธ์ของ V_z จะได้

$$\dot{V}_z = z^T(t) \left[A_c^T P + P A_c \right] z(t) + 2z^T(t)PB(u(t) + v(t))$$

แทนค่าตัวควบคุมจากสมการ (3.3.3) ลงไป แล้วจัดรูปใหม่จะได้

$$\begin{aligned} \dot{V}_z &= z^T(t) \left[A_c^T P + P A_c - P B B^T P \right] z(t) + 2z^T(t)PB(u_N(t) + v(t)) \\ &= -z^T(t)Qz(t) + 2z^T(t)PB(u_N(t) + v(t)) \end{aligned} \quad (3.3.7)$$

แทนค่า $v(t)$ สมการ (3.2.1ข) ลงในสมการ (3.3.7) จะได้

$$\dot{V}_z = -z^T(t)Qz(t) + \beta(t) + \alpha(t) \quad (3.3.8)$$

โดยที่

$$\beta(t) = 2z^T(t)PB(H(t)x(t) + H_h(t)x(t-h) + w(t) + E(t)u_L(t))$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้คัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้
และ

$$\alpha(t) = 2z^T(t)PB(I + E(t))u_N(t)$$

แทนค่า $u_N(t)$ จากสมการ (3.3.4) ลงไปจะได้

$$\begin{aligned}\alpha(t) &= -2k(t)z^T(t)PB(I + E(t))B^T Pz(t) \\ &= -2k(t)z^T(t)PB\left(I + \frac{1}{2}(E^T(t) + E(t))\right)B^T Pz(t)\end{aligned}$$

จากนิยาม 3.1.2 จะได้

$$\alpha(t) \leq -2k(t)z^T(t)PB\delta B^T Pz(t)$$

โดยที่

$$k(t) = \frac{\rho^2(x_t)}{\delta(\rho(x_t)\|B^T Pz(t)\| + e^{-\phi t})} \quad (3.3.9)$$

ดังนั้นจะได้

$$\alpha(t) \leq -2k(t)\delta\|B^T Pz(t)\|^2 \quad (3.3.10)$$

ในทำนองเดียวกันจะได้

$$\beta(t) \leq 2\|B^T Pz(t)\|\rho(x_t) \quad (3.3.11)$$

เมื่อเอาสมการ (3.3.10) รวมกับ (3.3.11) จะได้

$$\alpha(t) + \beta(t) \leq 2\left(-k(t)\delta\|B^T Pz(t)\|^2 + \rho(x_t)\|B^T Pz(t)\|\right) \quad (3.3.12)$$

แทนค่าจากสมการ (3.2.9) ลงไปจะได้

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้แบบที่การตีพิมพ์เท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งนี้ $\alpha(t) + \beta(t) \leq 2\left(-\frac{\rho^2\|B^T Pz(t)\|^2}{\rho\|B^T Pz(t)\| + e^{-\phi t}} + \rho(x_t)\|B^T Pz(t)\|\right)$ ทั้งที่มีการนำไปใช้

$$\leq 2 \left(\frac{e^{-\phi t} \rho \|B^T Pz(t)\|}{\rho \|B^T Pz(t)\| + e^{-\phi t}} \right)$$

$$\leq 2e^{-\phi t}$$

แทนค่ากลับลงไปในสมการ (3.2.8) จะได้

$$V_z(t) = -z^T(t)Qz(t) + \alpha(t) + \beta(t)$$

$$\leq -z^T(t)Qz(t) + 2e^{-\phi t}$$

จากข้างต้น สามารถพิสูจน์ได้ว่า $z(t)$ จะเข้าสู่ 0 เมื่อเวลาเป็นอนันต์

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \|z(t)\|^2 = 0 \quad (3.3.13)$$

ซึ่งหมายความว่าตัวควบคุมเสถียรภาพที่ออกแบบขึ้นใหม่นี้สามารถควบคุมให้สเตต $z(t)$ ของระบบเสมือน (S_{co}) เข้าสู่ 0 ได้เมื่อเวลาเป็นอนันต์ นั่นหมายความว่าตัวควบคุมเสถียรภาพที่เราออกแบบขึ้นใหม่นี้สามารถควบคุมให้ระบบ (S_{co}) มีเสถียรภาพเชิงอะซิมป์โทติกได้ และจากทฤษฎีบท 3.2.1 จะเห็นว่าถ้าหากตัวควบคุมที่ออกแบบขึ้นใหม่นี้สามารถควบคุมให้ $z(t)$ เข้าสู่ 0 ได้แล้ว ตัวควบคุมเดียวกันนี้ก็จะสามารถควบคุมให้สเตต $x(t)$ ของระบบที่มีตัวหน่วงเวลา (S_{cd}) เข้าสู่ 0 ได้ด้วย หรือกล่าวอีกนัยหนึ่งได้ว่าตัวควบคุมที่เราออกแบบขึ้นใหม่นี้สามารถทำให้ระบบ (S_{cd}) มีเสถียรภาพเชิงอะซิมป์โทติกได้เช่นกัน

3.3 ขั้นตอนการออกแบบตัวควบคุมเสถียรภาพ

1. คำนวณหรือประมาณค่าพารามิเตอร์ $(A, \Delta A(t), A_h, \Delta A_h(t), B, \Delta B(t), \omega(t), h)$ ให้กับระบบที่มีตัวหน่วงเวลา ตัวแปรที่ไม่ทราบค่าแน่นอนและตัวรบกวนระบบ (S_{cd})
2. ใช้สมการ (2.2.11) ตรวจสอบว่าระบบที่มีตัวหน่วงเวลา ตัวแปรที่ไม่ทราบค่าแน่นอนและตัวรบกวนระบบ (S_{cd}) ว่าสามารถทำให้เสถียรเชิงสเปกตรัม (spectral stabilizability) ได้หรือไม่ หากระบบไม่สามารถทำให้เสถียรเชิงสเปกตรัมได้ ระบบนี้ก็ไม่สามารถควบคุมได้เชิงสเปกตรัม ทฤษฎีทั้งหมดก็ไม่สามารถประยุกต์ใช้ได้
3. ตรวจสอบเงื่อนไขทั้งหมด ว่าถูกต้องสอดคล้องกับระบบที่ต้องการศึกษาวิเคราะห์ และคำนวณหาเมทริกซ์ $H(t)$, $H_h(t)$ และ $E(t)$ ตามนิยาม 3.1.1 และเลือกมาร์จิน ν_0 ให้กับระบบ (S_{cd}) คำนวณหารากที่ไม่เป็นที่ต้องการของระบบ $\sigma_u(S_{cd})$
4. คำนวณหาค่าเมทริกซ์ A_c ซึ่ง $\sigma_u(S_{cd}) \subseteq \sigma(A_c)$
5. นำเมทริกซ์ A_c ไปคำนวณหาผลเฉลย P จากสมการริคคาตีที่กำหนดขึ้นจากสมการระบบเสมือน (S_{co}) และแทนค่าในสมการตัวควบคุมเสถียรภาพ

ตัวอย่างที่ 3.1

พิจารณาระบบอันดับหนึ่งที่มีตัวหน่วงเวลา ตัวแปรที่ไม่ทราบค่าแน่นอน และตัวรบกวนระบบ

$$\dot{x}(t) = -2x(t) + e^{-1}x(t-1) + \beta(t)x(t-1) + u(t) + \omega(t)$$

โดยที่ $|\beta(t)| \leq 3$ และ $\omega(t) = 0.5\cos(2t)$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า

ขั้นตอนที่ 1 ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้คัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

เรากำหนดตัวแปรต่างๆ ได้เป็น $A = -2$ $A_h = e^{-1}$ $B = 1$ $h = 1$ $\Delta A_h = \beta(t)$

ขั้นตอนที่ 2-4

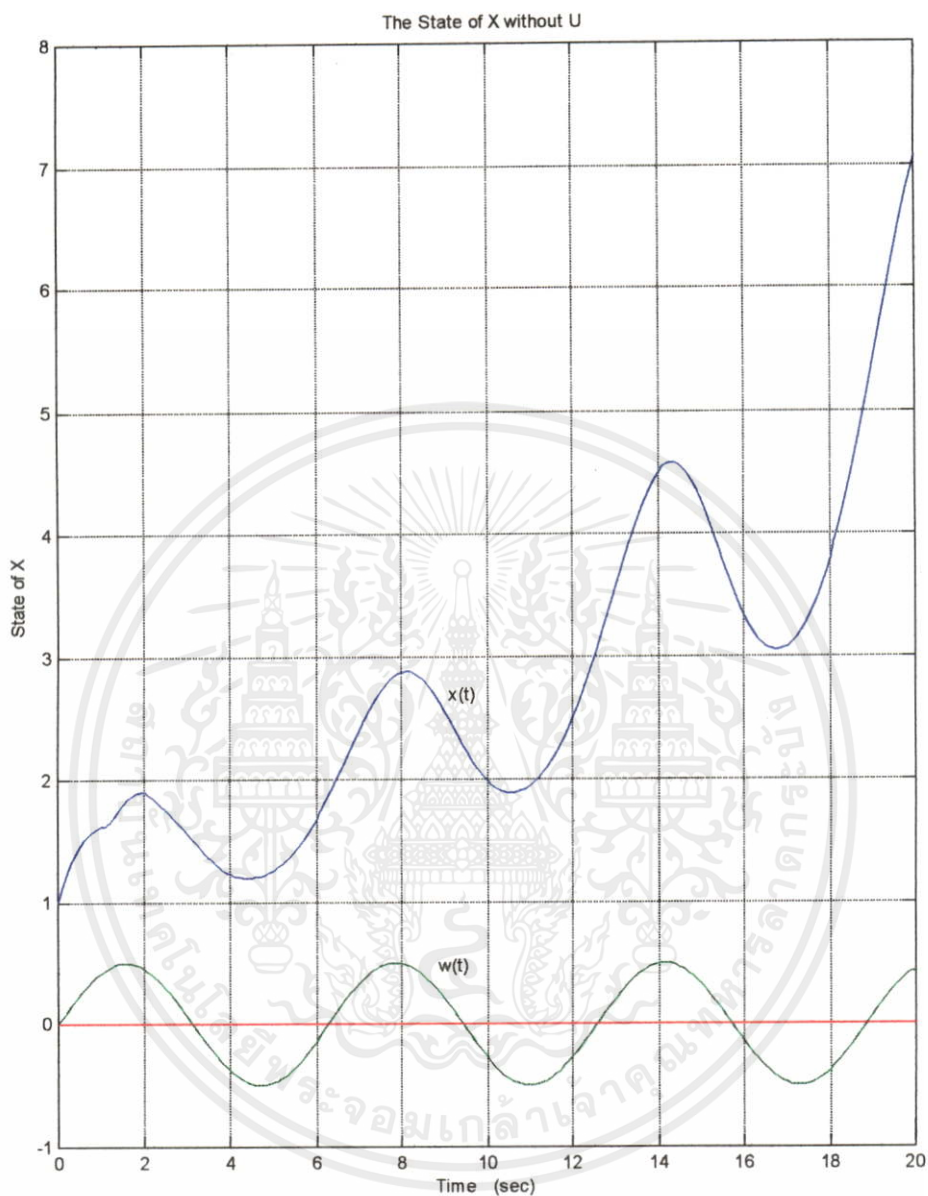
เนื่องจากเป็นระบบอันดับ 1 และ $B=1$ สามารถข้ามขั้นตอนที่ 2-3 ได้ ในขั้นตอนที่ 4 จะได้ $H(t) = \beta(t)$ และ $w(t) = \omega(t)$ และเนื่องจากรากของระบบเท่ากับ -1 ซึ่งเสถียร เราเลือกให้ A_c เท่ากับ -1

ขั้นตอนที่ 5

จะได้ $\rho(x_t) = 3\|x(t-1)\| + 0.5$ และเลือกให้ $\delta = 0.5$ $\phi = 0.45$ □

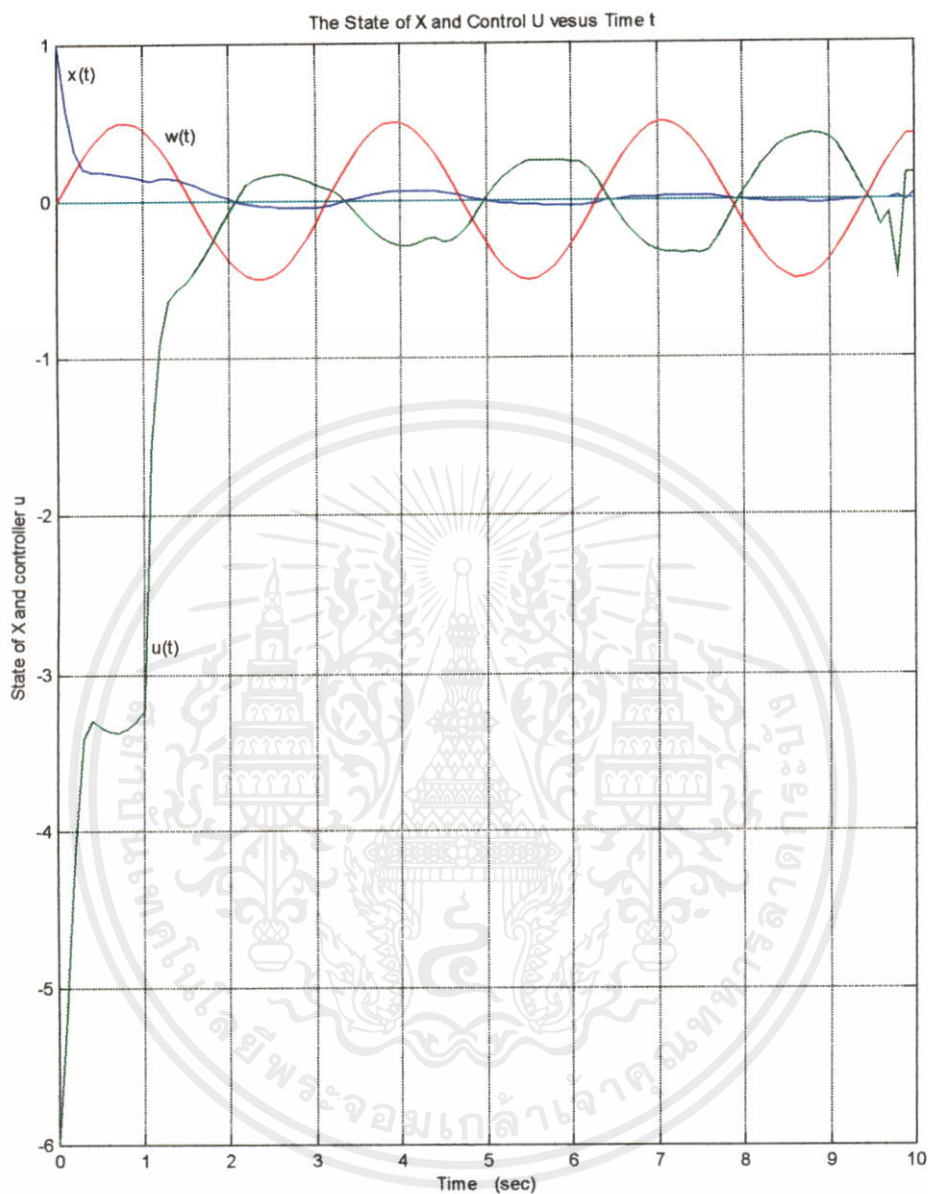


เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้คัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



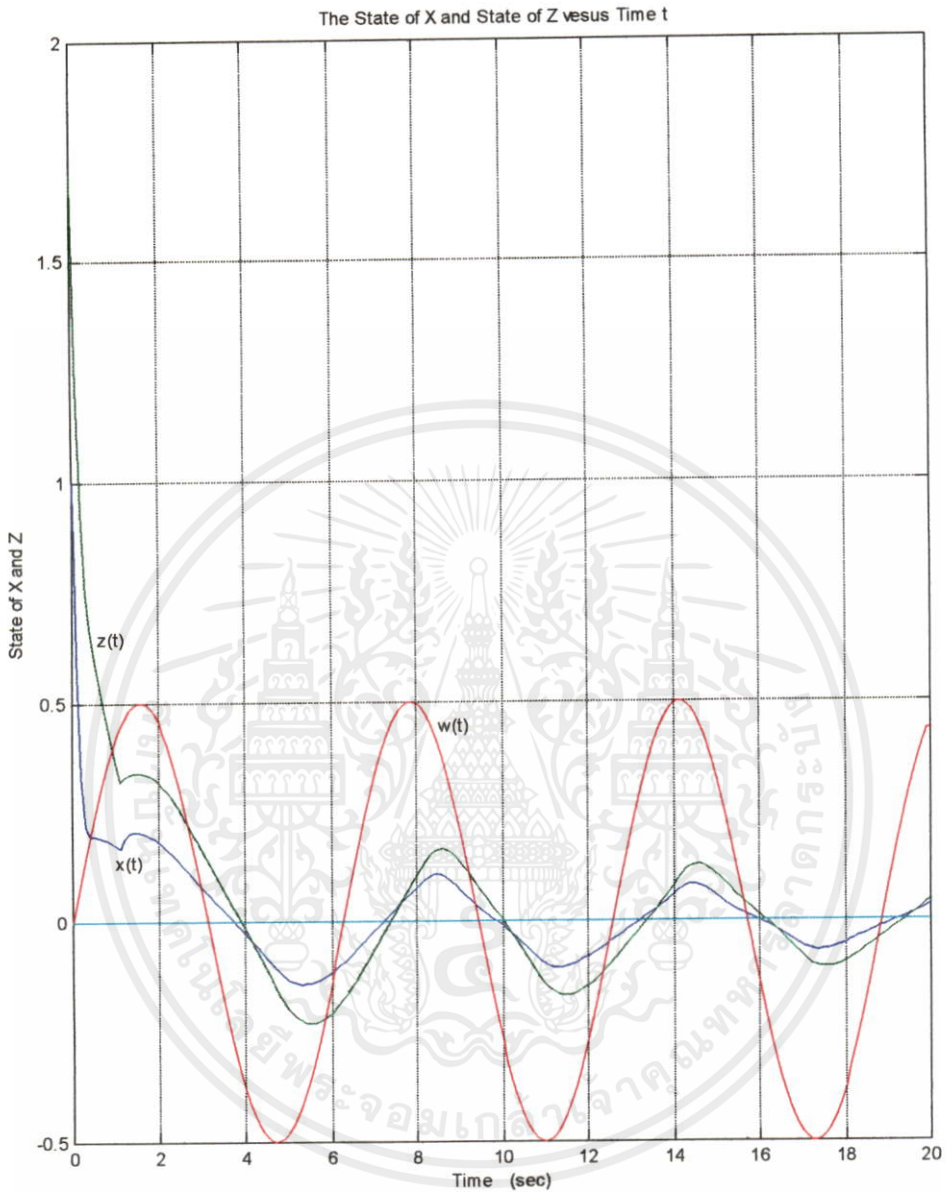
รูปที่ 3.3.1 กราฟแสดงค่าสเตรต $x(t)$ ตามตัวอย่าง 3.1 เมื่อไม่มีสัญญาณควบคุม $u(t)$ และสเตรตเริ่มต้น $x_0 = 1$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้คัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



รูปที่ 3.3.2 กราฟแสดงค่าสเทต $x(t)$ และ $u(t)$ เมื่อมีสัญญาณรบกวน ตามตัวอย่าง 3.1 และสเทตเริ่มต้น $x_0 = 1$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้คัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



รูปที่ 3.3.3 กราฟแสดงค่าสเทต $x(t)$ เปรียบเทียบกับสเทต $z(t)$ ตามตัวอย่าง 3.1
เมื่อสเทตเริ่มต้น $x_0 = 1$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้คัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ตัวอย่างที่ 3.2

พิจารณาระบบอันดับสอง

$$\dot{x}(t) = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ \alpha(t) & 0 \end{bmatrix} x(t) + \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & \beta(t) \end{bmatrix} x(t-1) + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 + \gamma(t) \end{bmatrix} u(t) + \omega(t)$$

โดยที่ $\alpha(t) = \beta(t) = \omega(t) = 0.5 \sin(2t)$ และ $\gamma(t) = 0.8 \sin(2t)$

ขั้นตอนที่ 1

เรากำหนดตัวแปรต่างๆ ได้เป็น $A = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$ $A_h = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$ $B = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}$ $h = 1$

$$\Delta A = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ \alpha(t) & 0 \end{bmatrix} \quad \Delta A_h = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & \beta(t) \end{bmatrix} \quad \Delta B = \begin{bmatrix} 0 \\ \gamma(t) \end{bmatrix}$$

ขั้นตอนที่ 2

ตรวจสอบว่าระบบสามารถทำให้เสถียรเชิงสเปกตรัมได้จากสมการ

$$\text{rank} \left[sI - A - e^{-hs} A_h \mid B \right] = n \quad (3.3.14)$$

ซึ่งในกรณีนี้ได้ $n = 2$ แสดงว่าระบบนี้สามารถทำให้เสถียรเชิงสเปกตรัมได้

ขั้นตอนที่ 3

ตรวจสอบเงื่อนไขทั้งหมดของระบบจะได้ $H(t) = [\alpha(t) \ 0]$ $H_h(t) = [0 \ \beta(t)]$

$$E(t) = \gamma(t) \text{ และ } w(t) = \omega(t)$$

ขั้นตอนที่ 4

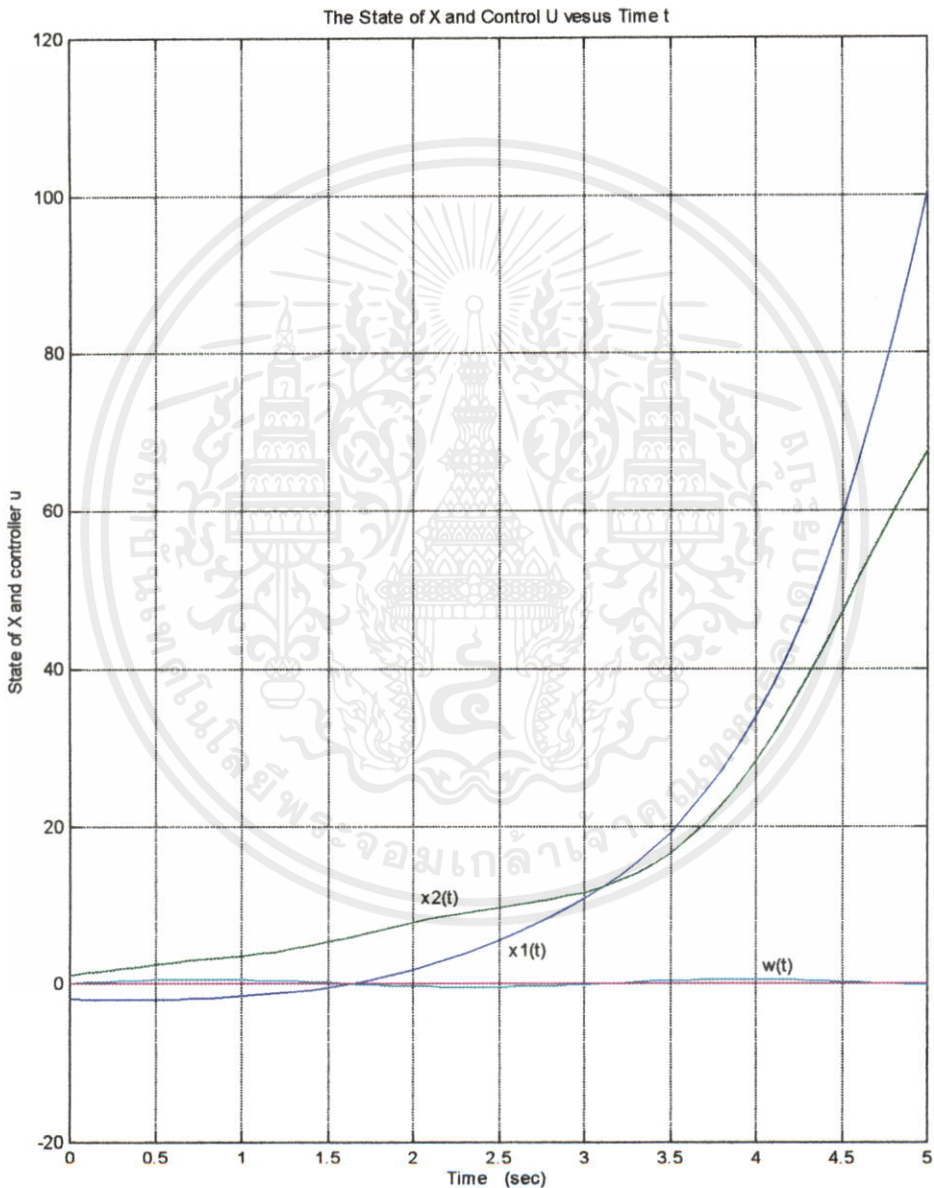
เนื่องจากรากที่ไม่เสถียรของระบบเท่ากับ 0 และ 0.567 เราเลือกให้ $A_c = \{0, 0.567\}$

จะได้ $A_c = \begin{bmatrix} 0.567 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$

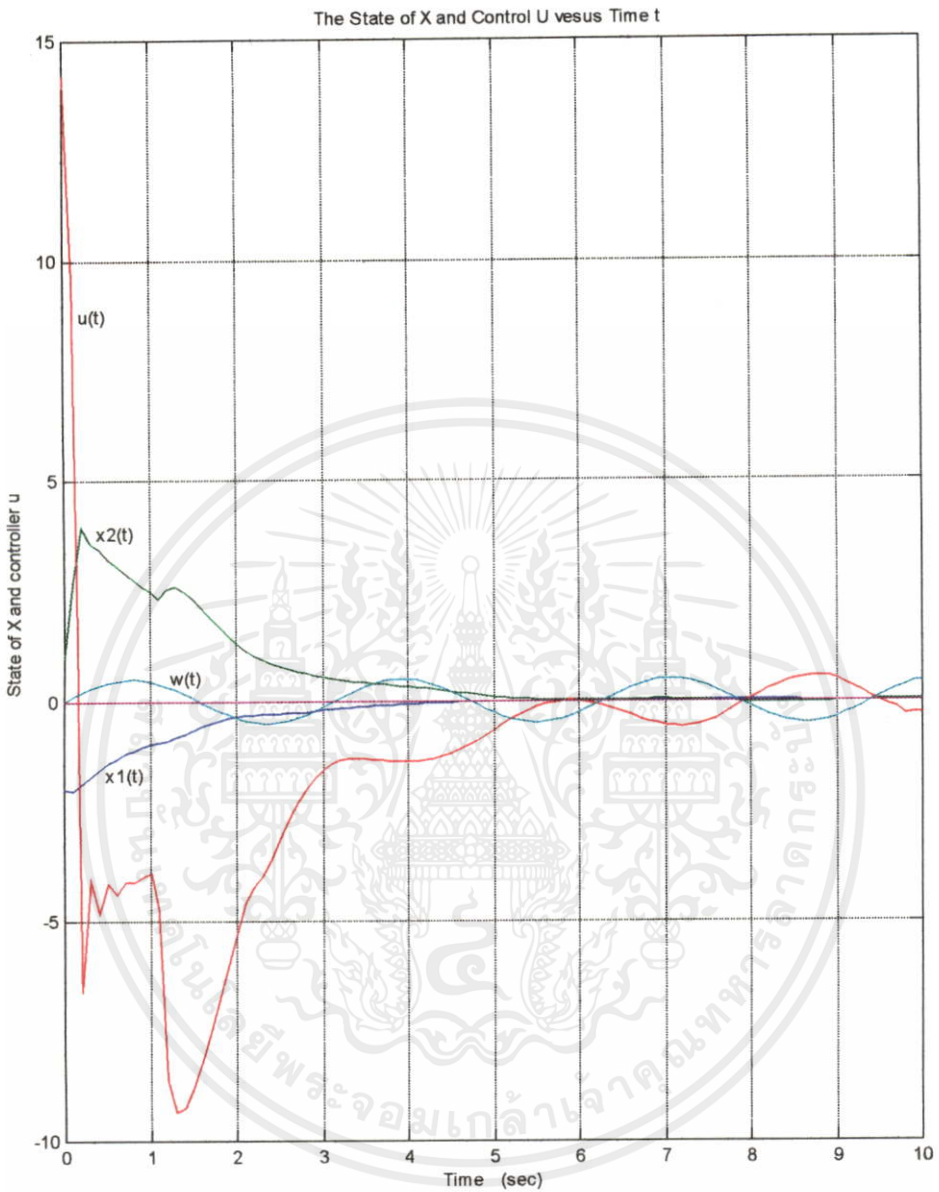
ขั้นตอนที่ 5

ได้ผลเฉลย $P = \begin{bmatrix} 4.853 & 2.55 \\ 2.55 & 2.47 \end{bmatrix}$ และ

$\rho(x_t) = 0.8 \left\| \frac{1}{2} B^T P z(t) \right\| + 0.5 \|x(t)\| + 0.5 \|x(t-h)\| + 0.5$ เลือกให้ $\delta = 0.5$ $\phi = 0.35$ □

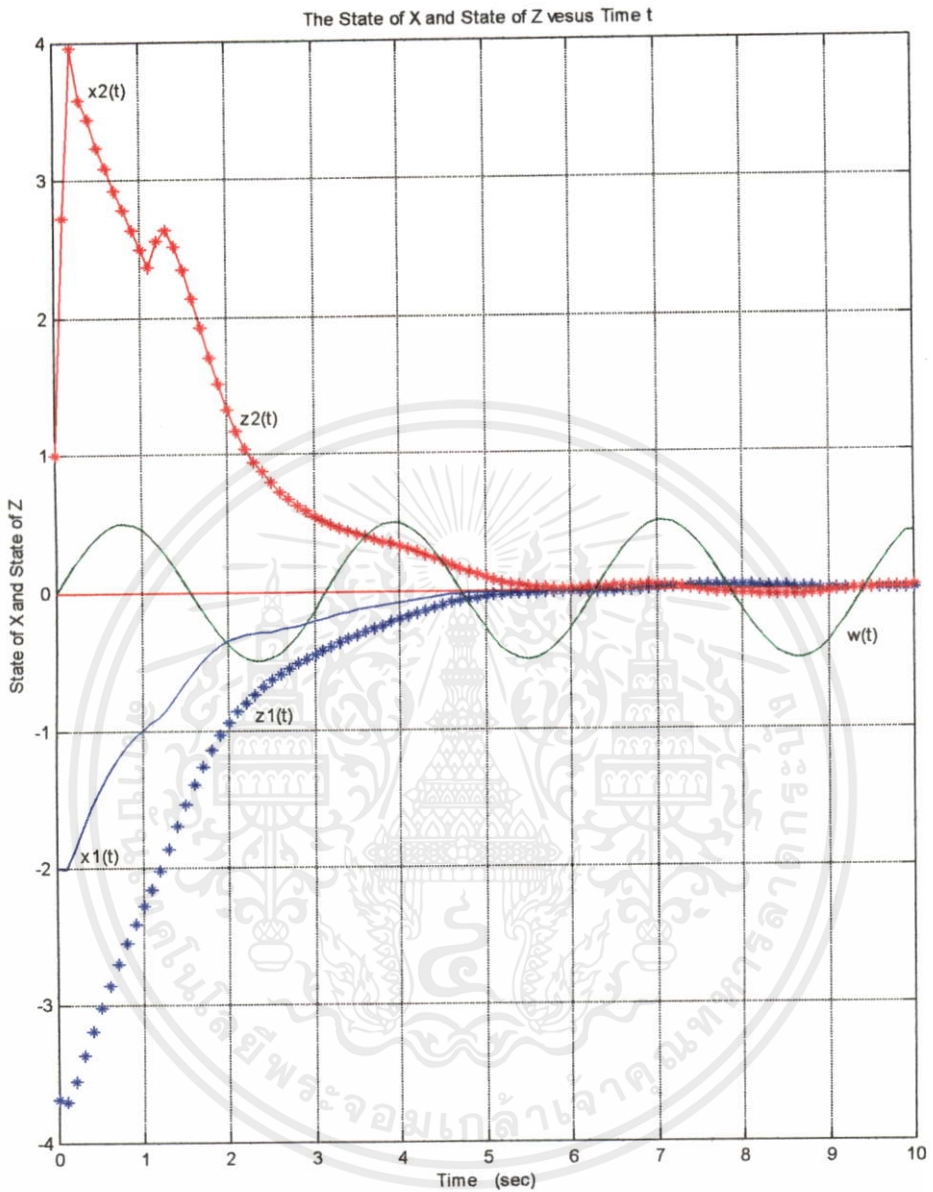


เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
 ไม่ว่าในรูปแบบที่ 3.3.4 กราฟแสดงค่าสเตรต $x(t)$ ตามตัวอย่าง 3.2 เมื่อไม่มีสัญญาณควบคุม $u(t)$
 และสเตรตเริ่มต้น $x_0 = [-2 \ 0.5]^T$



รูปที่ 3.3.5 กราฟแสดงค่าสเทต $x(t)$ และ $u(t)$ เมื่อมีสัญญาณรบกวน ตามตัวอย่าง 3.2 และสเทตเริ่มต้น $x_0 = [-2 \quad 0.5]^T$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้คัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



รูปที่ 3.3.6 กราฟแสดงค่าสแตต $x(t)$ เปรียบเทียบกับสแตต $z(t)$ ตามตัวอย่าง 3.2
เมื่อสแตตเริ่มต้น $x_0 = [-2 \ 0.5]^T$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับบริการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้คัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

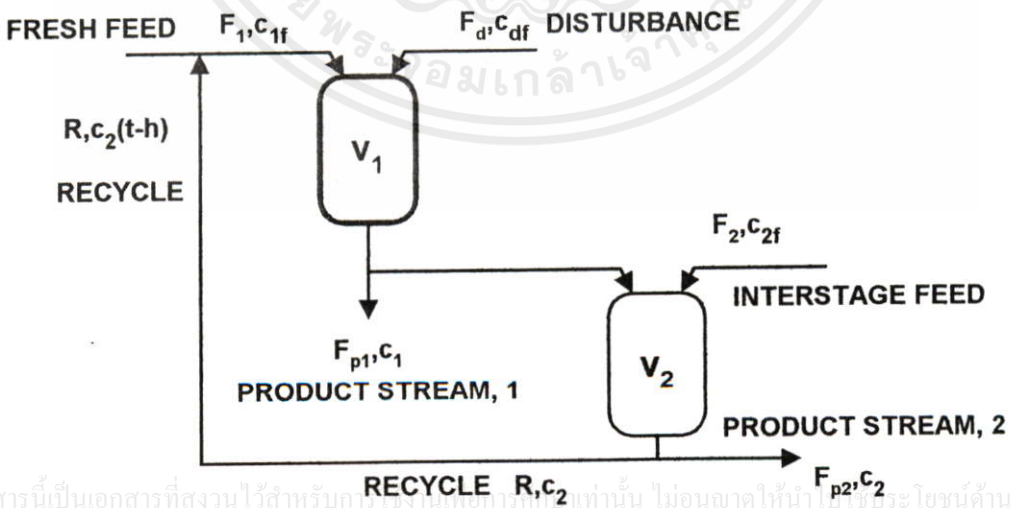
บทที่ 4

ตัวอย่างการออกแบบและการประยุกต์ใช้งาน

ในบทนี้จะกล่าวถึงตัวอย่างการออกแบบตัวควบคุมเสถียรภาพกับระบบผสมสารเคมีแบบสองถังโดยใช้เทคนิคใหม่ที่ได้เสนอไว้ในบทที่ 3 การนำเอาเทคนิคการออกแบบตัวควบคุมเสถียรภาพที่ออกแบบขึ้นมาใหม่ไปประยุกต์ใช้งานกับระบบควบคุมชนิดติดตามโมเดลอ้างอิง และสุดท้ายเป็นส่วนการวิเคราะห์เพิ่มเติมในกรณีที่ รากที่ไม่เสถียรของระบบมีจำนวนมากกว่าอันดับของระบบ

4.1 ตัวอย่างการออกแบบตัวควบคุมเสถียรภาพกับระบบผสมสารเคมีแบบสองถัง

ในหัวข้อนี้จะนำเทคนิคการออกแบบตัวควบคุมและตัวควบคุมเสถียรภาพที่นำเสนอไว้แล้วมาช่วยแก้ปัญหาการออกแบบตัวควบคุมที่สามารถควบคุมระบบเสถียรภาพให้กับระบบผสมสารเคมีแบบสองถังที่มีการนำสารที่เหลือกลับมาใช้ใหม่ โดยเป้าหมายในการควบคุมก็คือต้องการให้ระบบปรับตัวไปสู่ค่าเป้าหมายที่ต้องการ ดังมีรายละเอียดแสดงในรูปที่ 4.1.1



เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับใช้ในงานวิจัยการศึกษาค้นคว้าเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้เชิงพาณิชย์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้คัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

รูปที่ 4.1.1 แสดงระบบผสมสารเคมีที่ต้องการศึกษา

ระบบที่ผสมสารเคมีนี้ จะทำหน้าที่ผสมสารเคมีโดยมีสารตั้งต้น A ไปเป็นสาร B โดยมีการนำเอาสาร A ที่เหลือใช้กลับมามีใช้เป็นสารตั้งต้นใหม่ ที่กำหนดสมการความสัมพันธ์ได้ดังนี้

$$V_1 \dot{c}_1(t) = F_1 c_{1f}(t) + R c_2(t-h) + F_d c_d(t) - (F_1 + R + F_d) c_1(t) - V_1 (k_1 + \delta x_1(t)) c_1(t) \quad (4.1.1ก)$$

และ

$$V_2 \dot{c}_2(t) = (F_1 + R + F_d - F_{p1}) c_1(t) + F_2 c_{2f}(t) - (F_{p2} + R) c_2(t) - V_2 (k_2 + \delta x_2(t)) c_2(t) \quad (4.1.1ข)$$

โดยที่

$$F_{p2} = F_1 + F_d - F_{p1} + F_2$$

และค่า $\delta x_1(t)$ และ $\delta x_2(t)$ คือค่าความผิดพลาดคลาดเคลื่อนของระบบนี้ซึ่งไม่รู้ค่าแน่นอน แต่เราสามารถประมาณขอบเขตได้ดังสมการ

$$\delta_1 \geq \max_t \|\delta x_1(t)\|$$

$$\delta_2 \geq \max_t \|\delta x_2(t)\|$$

ถ้ากำหนดค่าเป้าหมายให้ระบบเป็น c_{1s} และ c_{2s} แล้วเราต้องการหาตัวควบคุมที่บังคับให้ c_1 c_2 ปรับตัวเข้าหาค่าเป้าหมาย c_{1s} และ c_{2s} ได้

ขั้นตอนที่ 1

โดยเริ่มจากกำหนดตัวแปรเสริมดังนี้

$$\theta_1 = \frac{V_1}{F_1 + R + F_d} \quad \theta_2 = \frac{V_2}{F_{p2} + R}$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะผิดใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้คัดลอก และ ออกรุ่นซ้ำถึง ๕ ครั้ง เอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$x_1 = c_1 - c_{1s} \quad x_2 = c_2 - c_{2s} \quad d = c_d - c_{ds}$$

โดยที่ c_{ds} คือค่าหลักของตัวรบกวนระบบ c_d และจะได้

$$c_{1fs} = -\frac{Rc_{2s} + F_d c_{ds} - (F_1 + R + F_d)c_{1s} - V_1 k_1 c_{1s}}{F_1}$$

$$c_{2fs} = -\frac{(F_1 + R + F_d - F_{p1})c_{1s} - (F_{p2} + R)c_{2s} - V_2 k_2 c_2}{F_2}$$

ซึ่งทำให้เราสามารถเขียนสมการ (4.1.1) ได้ใหม่ในรูป

$$\dot{x}_1(t) = -\left(\frac{1}{\theta_1} + k_1 + \delta k_1(t)\right)x_1(t) + \frac{R}{V_1}x_2(t-h) + \frac{F_1}{V_1}u_1(t) + \frac{F_d}{V_1}d(t) + \delta k_1(t)c_{1s} \quad (4.1.2ก)$$

$$\dot{x}_2(t) = -\left(\frac{1}{\theta_2} + k_2 + \delta k_2(t)\right)x_2(t) + \frac{F_{p2} - F_2 + R}{V_2}x_1(t) + \frac{F_2}{V_2}u_2(t) + \delta k_2(t)c_{2s} \quad (4.1.2ข)$$

สมมติว่าเรากำหนดให้ระบบผสมสารเคมีมีค่าตัวแปรต่างๆ ดังนี้

$$k_1 = k_2 = 1 \quad h = 1$$

$$F_1 = 0.4 \quad F_2 = 0.5$$

$$F_{p1} = 0.5 \quad F_{p2} = 0.5$$

$$F_d = 0.1 \quad R = 0.25$$

$$\delta_1 = 0.4 \quad \delta_2 = 0.5 \quad d_{\max} = 0.5$$

$$\theta_1 = 0.75 \quad \theta_2 = 0.75$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับกรใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้คัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้
แล้วเราสามารถเขียนสมการแสดงความสัมพันธ์ (4.1.2) ให้อยู่ในรูป

$$\dot{x}(t) = (A + \Delta A(t))x(t) + A_h x(t-h) + Bu(t) + \omega(t)$$

ได้ เมื่อ $x(t)$ คือค่าสแตตพิคพลาดจากค่าเป้าหมาย ณ. เวลา t และ

$$x(t) = \begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \end{bmatrix}, \text{ โดยที่ } \begin{cases} x_1(t) = c_1 - c_{1s} \\ x_2(t) = c_2 - c_{2s} \end{cases},$$

$$A = \begin{bmatrix} -1.75 & 0 \\ 0.25 & -1.75 \end{bmatrix}, \Delta A(t) = \begin{bmatrix} 0.4 \sin(2t) & 0 \\ 0 & 0.5 \sin(2t) \end{bmatrix},$$

$$A_h = \begin{bmatrix} 0 & 0.25 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, \Delta A_h(t) = 0,$$

$$B = \begin{bmatrix} 0.4 & 0 \\ 0 & 0.5 \end{bmatrix}, \Delta B(t) = 0,$$

$$\omega(t) = \begin{bmatrix} 0.125 \sin(2t) \\ 0 \end{bmatrix}, \|\omega(t)\| \leq 0.125,$$

$$H(t) = \begin{bmatrix} \sin(2t) & 0 \\ 0 & \sin(2t) \end{bmatrix}, \|H(t)\| \leq 1.$$

ขั้นตอนที่ 2

เราสามารถตรวจสอบได้ว่าระบบนี้สามารถทำให้เสถียรเชิงสเปกตรัมได้เนื่องเพราะ

$$\text{rank} [sI - A - e^{-hs} A_h | B] = 2$$

ขั้นตอนที่ 3

ระบบนี้มีคุณลักษณะที่สอดคล้องกับเงื่อนไขทั้งหมด และระบบหลักมีรากที่เสถียรจำนวน 2 รากอยู่ที่ $\{-2.72791, -1.27667\}$ ดังนั้นถ้าเราเลือกให้ $\sigma(A_c) = \{-2.72791, -1.27667\}$ จะได้

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการเรียนการสอน ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้คัดลอกเนื้อหา และข้อมูลลิขสิทธิ์ของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$A_c = \begin{bmatrix} -1.75 & 1.851497 \\ 0.25 & -2.254575 \end{bmatrix}$$

แทนค่าลงในสมการรีคัตติ โดยให้ $Q = I$ จะได้ผลเฉลยเป็น

$$P = \begin{bmatrix} 0.3093344 & 0.165341 \\ 0.165341 & 0.357552 \end{bmatrix}$$

กำหนดให้ $\delta = 1$, $\phi = 0.5$ และ $\rho(x_t) = \sqrt{(x_1(t) + c_{1s})^2 + (x_2(t) + c_{2s})^2} + 0.125$

จะได้ตัวควบคุมเสถียรภาพสำหรับระบบนี้เป็น

$$u(t) = u_L(t) + u_N(t)$$

โดยที่

$$u_L(t) = -\frac{1}{2} B^T P z(t)$$

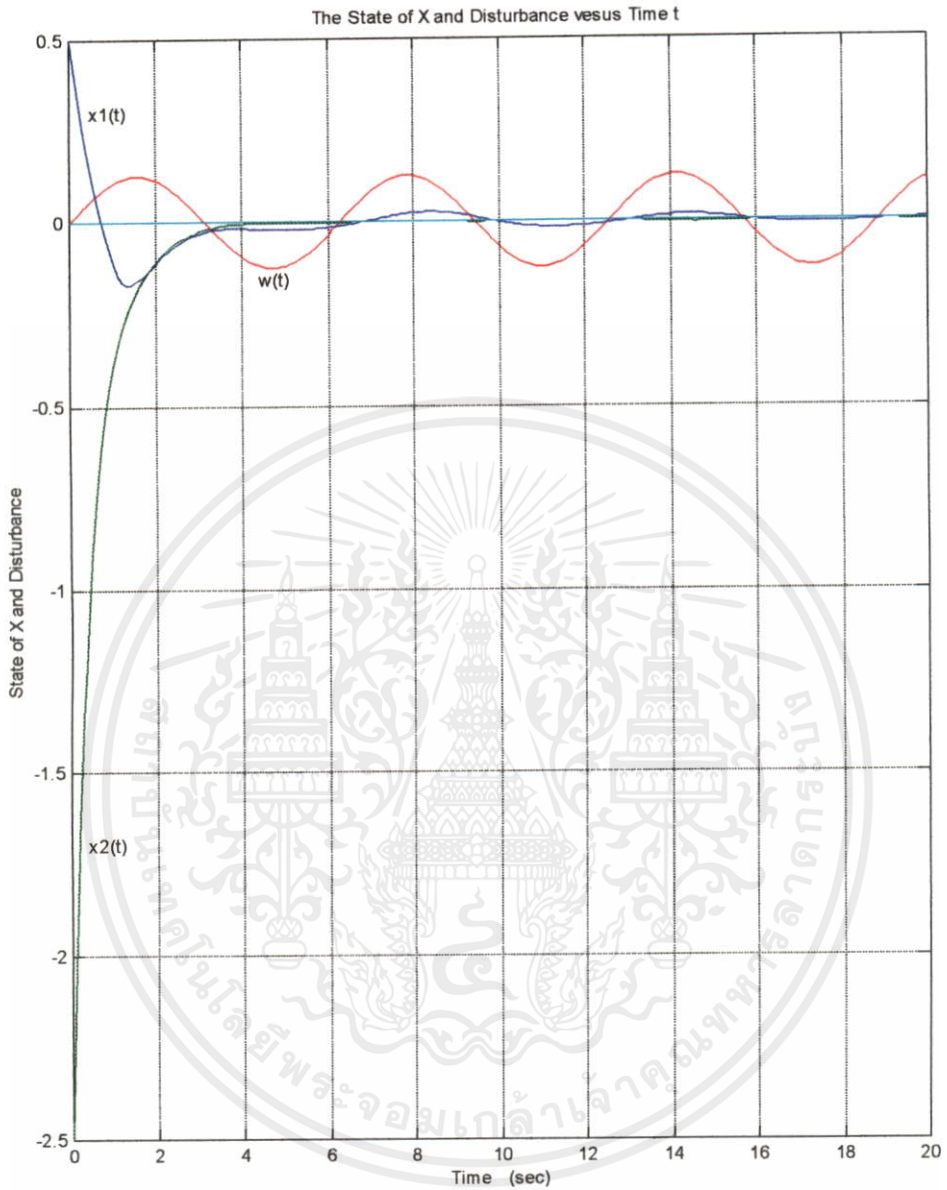
และ

$$u_N(t) = \frac{\rho^2(x_t) B^T P z(t)}{\delta (\rho(x_t) \|B^T P z(t)\| + e^{-\phi t})}$$

โดยให้ค่าเป้าหมาย(set point) $c_{1s} = 0.5$, $c_{2s} = 1.0$ และค่าสภาวะเริ่มต้น (initial condition)

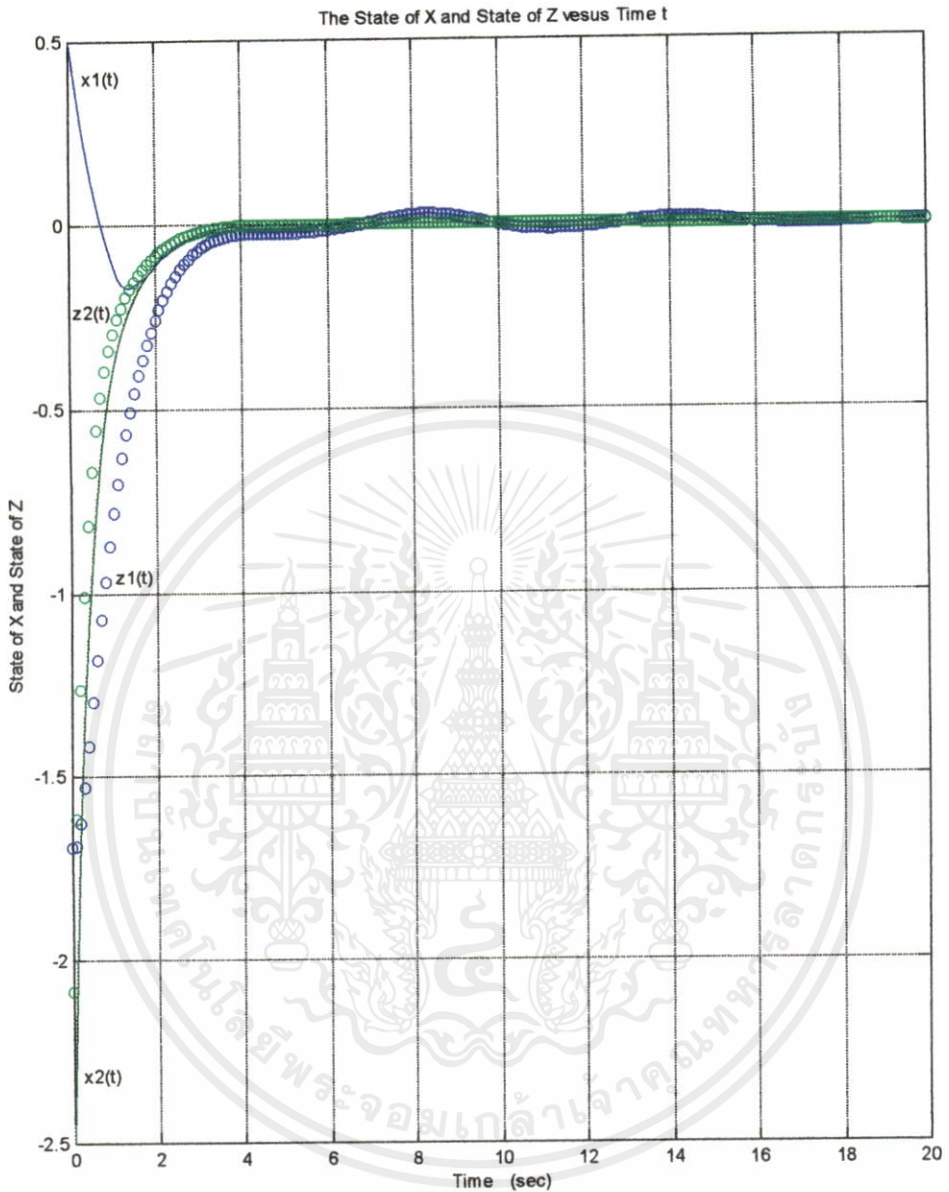
$x_0 = [0.5 \quad -2.5]^T$ ที่เวลา $[-1, 0]$ แล้วผลตอบสนองของระบบที่มีตัวหน่วงเวลา ผลตอบสนองของระบบเสมือน และตัวควบคุมเสถียรภาพที่ได้ จะแสดงอยู่ในรูปที่ 4.1.2 รูปที่ 4.1.3 และรูปที่ 4.1.4 ตามลำดับ □

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้คัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



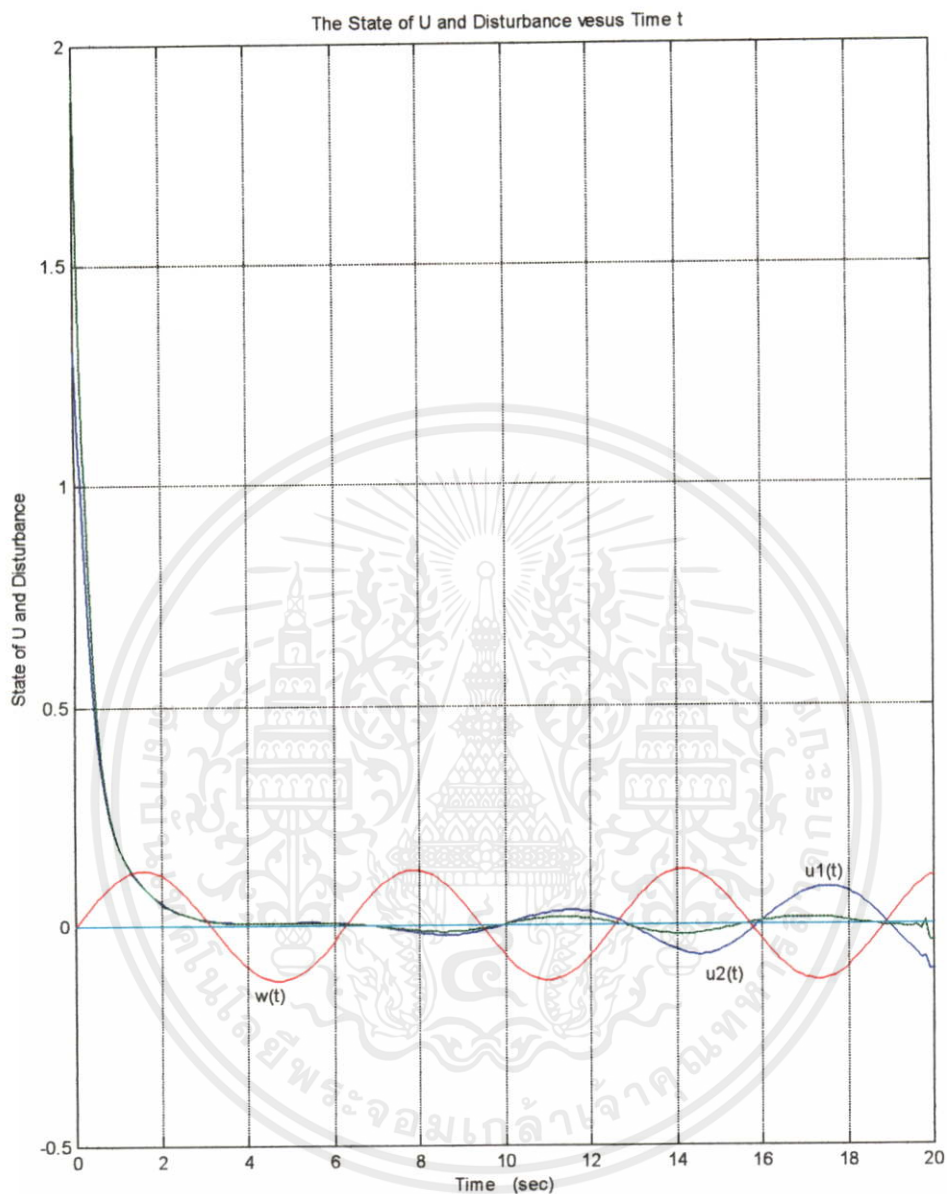
รูปที่ 4.1.2 กราฟแสดงค่าสแตต $x(t)$ และตัวรบกวนระบบ $w(t)$ ของระบบผสมสารเคมี

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้คัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



รูปที่ 4.1.3 กราฟแสดงค่าสเตทของระบบที่มีตัวหน่วงเวลา $x(t)$ เปรียบเทียบกับค่าสเตทของระบบเสมือน $z(t)$ ของระบบผสมสารเคมี

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้คัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



รูปที่ 4.1.4 กราฟแสดงค่าสเตต $u(t)$ และตัวรบกวนระบบ $w(t)$ ของระบบผสมสารเคมี

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้คัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

4.2 การประยุกต์ใช้งานกับระบบควบคุมชนิดติดตามโมเดลอ้างอิง (Model Following Control)

ในบทนี้จะแสดงให้เห็นถึงการนำเอาเทคนิคการออกแบบตัวควบคุมและตัวควบคุมเสถียรภาพที่นำเสนอไว้ มาปรับประยุกต์ใช้งานกับระบบควบคุมชนิดติดตามโมเดลอ้างอิง (Model Following Control)

สมมติว่าเราต้องการควบคุมระบบที่มีตัวหน่วงเวลา (S_{cd}) ให้มีผลตอบสนองเหมือนกับระบบอ้างอิง (S_{dm}) ที่มีสมการสเตท กำหนดโดย

$$S_{dm}: \quad \dot{x}_m(t) = A_m x_m(t) + A_{mh} x_m(t-h) + B_m u_m(t) \quad (4.2.1)$$

โดยที่ u_m คือสัญญาณคำสั่ง และกำหนดให้สมการแสดงค่าความแตกต่างจากระบบอ้างอิงเป็น

$$e(t) = x(t) - x_m(t) \quad (4.2.2)$$

เราจะได้สมการสเตทของค่าความแตกต่างจากระบบอ้างอิงเป็น

$$S_{em}: \quad \dot{e}(t) = A_m e(t) + A_{mh} e(t-h) + [B + \Delta B(t)]u(t) - B_m u_m(t) \\ + [A - A_m + \Delta A(t)]x(t) + [A_h - A_{mh} + \Delta A_{mh}(t)]x(t-h) + Bw(t) \quad (4.2.3)$$

โดยที่สมมติฐาน 3.2.1 และสมมติฐาน 3.3.1 เป็นจริงแล้ว จะมีสมมติฐานเพิ่มเติมเพื่อช่วยในการออกแบบตัวควบคุมเสถียรภาพให้ระบบ (S_{em}) ดังนี้

สมมติฐาน 4.2.1

ระบบอ้างอิง (S_{em}) นั้นมีเสถียรภาพ หรือกล่าวอีกนัยหนึ่งได้ว่ารากทั้งหมดของระบบอ้างอิงเป็นรากที่เสถียร

สมมติฐาน 4.2.2

จะมีเมทริกซ์คงที่ H_m , H_{mh} และ E_m ที่สอดคล้องกับ

$$8) A - A_m = BH_m$$

$$9) A_h - A_{mh} = BH_{mh}$$

$$10) B - B_m = BE_m$$

กำหนดให้สัญญาณควบคุมของเป็น

$$u(t) = u_e(t) + u_m(t) \quad (4.2.4)$$

จากสมมติฐานทั้งหมดที่อ้างถึง เราสามารถเขียนสมการสเตทของค่าความแตกต่างจากระบบอ้างอิงได้ใหม่ในรูป

$$\dot{e}(t) = A_m x(t) + A_{mh} e(t-h) + B(u_e(t) + v_e(t)) \quad (4.2.5ก)$$

โดยที่

$$v_e(t) = [H(t) + H_m]x(t) + [H_h(t) + H_{mh}]x(t-h) + [E(t) + E_m]u_m(t) + E(t)u_m(t) + w(t) \quad (4.2.5ข)$$

สำหรับกรณีนี้ เสถียรภาพเชิงอะซิมป์โทดของ $e(t)$ หมายความว่าระบบที่มีตัวหน่วงเวลา (S_{cd}) สามารถปรับเข้าหาระบบอ้างอิง (S_{em}) ที่มีสัญญาณคำสั่ง u_m ได้ ซึ่งเราสามารถทำให้ $e(t)$ มีเสถียรภาพเชิงอะซิมป์โทดได้โดยออกแบบตัวควบคุม u_e ที่เหมาะสมให้ จากเทคนิคที่ได้นำเสนอไว้ในบทที่ 3 เริ่มต้นจากกำหนดให้การแปลงเชิงเส้นเป็น

$$z_e(t) = e(t) + \int_{-h}^0 e^{A_c \theta} A_{mh} e(t-h-\theta) d\theta \quad (4.2.6)$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใด ๆ ก็ตาม หากมีข้อสงสัยประการใด กรุณาติดต่อฝ่ายวิชาการของสำนักพิมพ์ฯ หรือแจ้งถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

และกำหนดให้ A_c ในสมการ (4.2.3) นิยามโดย

$$A_c = A_m + e^{-hA_c} A_{mh} \quad (4.2.7)$$

เพื่อให้สามารถสร้างสมการระบบเสมือนได้เป็น

$$S_{co}: \quad \dot{z}_e(t) = A_c z_e(t) + B(u_e(t) + v_e(t)) \quad (4.2.8)$$

ซึ่งจากสมมติฐานที่ว่าราคของระบบอ้างอิงเป็นราคาที่เสถียรทั้งหมด แล้วเราจะได้ตัวควบคุมเสถียรภาพสำหรับระบบติดตามโมเดลเป็นดังสมการ (4.2.5) โดยที่ u_e กำหนดโดยสมการสเคท

$$u_e(t) = -\frac{\rho^2(e_t) B^T P z_e(t)}{\delta(\rho(e_t) \|B^T P z_e(t)\| + e^{-\rho t})} \quad (4.2.9)$$



เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

4.3 กรณีที่รากที่ไม่เสถียรมีจำนวนมากกว่ามิติของระบบ

ในหัวข้อนี้จะอธิบายเพิ่มเติมถึงการแก้ปัญหาการออกแบบตัวควบคุมเสถียรภาพให้กับระบบที่มีตัวหน่วงเวลา (S_{cd}) ในกรณีที่รากที่ไม่เสถียรของระบบมีจำนวนมากกว่าค่า n ซึ่งเป็นมิติของเมทริกซ์ที่ใช้กำหนดคุณลักษณะของระบบ

นิยาม 4.3.1 : จำนวนรากที่ไม่เสถียร

กำหนดให้ N^+ คือจำนวนรากที่ไม่เสถียรซึ่งมีจำนวนจำกัดและสอดคล้องกับ

$$pn = N^+$$

โดยที่ p คือเลขจำนวนเต็มบวก

นิยาม 4.3.2 : การแปลงเชิงเส้น

กำหนดให้การแปลงเชิงเส้น $z(t) = (T(x))$ นิยามโดย

$$z(t) = \sum_{i=1}^p e_i \otimes I_n x(t) + \int_{-r}^0 e^{A_c \theta} \sum_{i=1}^p e_i \otimes I_n A_h x(\theta) d\theta \quad (4.3.1)$$

โดยที่

e_i คือเวกเตอร์ 1 ขนาด $p \times 1$

I_n คือเมทริกซ์เอกลักษณ์ขนาด $n \times n$

\otimes คือ Kronecker Product

ซึ่งจะทำให้ A_c เป็นเมทริกซ์เส้นทแยงมุมขนาด $pn \times pn$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้คัดแบบลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$A_c = \text{diag}[A_c(1), A_c(2), \dots, A_c(p)] \quad (4.3.2)$$

โดยที่

$$A_c(i) = A + e^{-rA_c(i)} A_h \quad (4.3.3)$$

เมื่อ $i = 1, 2, \dots, p$

ทฤษฎีบท 4.3.1 : การแปลงเชิงเส้น

โดยอาศัยการแปลงเชิงเส้นตามนิยาม 4.3.2 เราสามารถแปลงรูปสมการระบบที่มีตัวนำเวลา (S_{cd}) ให้อยู่ในรูปสมการเสมือนที่ไม่มีตัวนำเวลา กำหนดโดยสมการสเตท

$$S_{co} \quad \dot{z}_c(t) = A_c z_c(t) + B_c u(t) \quad (4.3.4)$$

ได้และจะมี x ที่สอดคล้องกับระบบ (S_{cd}) ก็ต่อเมื่อมี z ที่สอดคล้องกับสมการ (4.3.4) โดยที่

$$B_c = \sum_{i=1}^p e_i \otimes I_n B \quad (4.3.5)$$

ทฤษฎีบท 4.3.2 : การเป็นคู่เมทริกซ์ที่สามารถควบคุมได้

ระบบที่มีตัวนำเวลา (S_{cd}) และสามารถทำให้เสถียรได้เชิงสเปกตรัม จะทำให้ระบบเสมือน (S_{co}) สามารถควบคุมได้เชิงสเปกตรัม หรือ (A_c, B) เป็นคู่เมทริกซ์ที่สามารถควบคุมได้ก็ต่อเมื่อ

$$\sigma(A_c^{(i)}) \cap \sigma(A_c^{(j)}) = \emptyset; \text{ for } 1 \leq i, j \leq N \text{ โดยที่ } i \neq j$$

ซึ่งถ้าหาก ทฤษฎีบท 4.3.1 และ ทฤษฎีบท 4.3.2 เป็นจริงแล้ว เราจะสามารถออกแบบตัวควบคุมเสถียรภาพให้กับระบบ (S_{cd}) ได้เป็น

โดยคุณตัวอย่างการใช้งานได้จาก ตัวอย่าง 1 และ 2 ใน [7]

ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้คัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

บทที่ 5

สรุป

จากทฤษฎีและตัวอย่างที่นำเสนอมาทั้งหมด เราสามารถออกแบบตัวควบคุมเสถียรภาพให้กับระบบที่มีตัวหน่วงเวลา ตัวแปรที่ไม่ทราบค่าแน่นอนและตัวรบกวนระบบได้ ถ้าหากระบบที่เราต้องการศึกษาวิเคราะห์มีคุณสมบัติพื้นฐานตรงตามเงื่อนไขที่กำหนดเอาไว้ คือตัวแปรที่ไม่ทราบค่าแน่นอนและตัวรบกวนระบบ ที่รวมเป็นสิ่งรบกวนระบบนั้นมีผลกระทบต่อระบบในลักษณะเดียวกันกับตัวควบคุมและมีขนาดไม่มากไปกว่าความสามารถในการควบคุมของตัวควบคุม และตัวหน่วงเวลาที่ปรากฏในระบบต้องเป็นตัวหน่วงเวลาที่ทราบค่าหรือสามารถประมาณค่าได้และต้องมีค่าคงที่

และขั้นตอนการออกแบบตัวควบคุมเสถียรภาพให้กับระบบดังกล่าว ได้อาศัยแนวคิดจากเทคนิคการแปลงเชิงเส้นของเพียกเบคซิกับเพียร์สัน ที่แปลงระบบที่มีตัวหน่วงเวลาไปเป็นระบบเสมือนที่ไม่มีตัวหน่วงเวลา และเทคนิคการออกแบบตัวควบคุมสำหรับระบบที่มีตัวแปรที่ไม่ทราบค่าแน่นอนและตัวรบกวนระบบของกัตแมน มาพัฒนาปรับปรุงเพื่อให้สามารถใช้งานร่วมกันได้อย่างมีประสิทธิภาพ และสามารถใช้ในการวิเคราะห์และออกแบบตัวควบคุมเสถียรภาพให้กับระบบที่เราต้องการศึกษาวิเคราะห์ได้ ซึ่งเทคนิคใหม่ที่ได้นำเสนออยู่นอกจากจะช่วยให้สามารถออกแบบตัวควบคุมที่สามารถควบคุมระบบให้มีเสถียรภาพเชิงอะซิมโทติกได้แล้ว ยังจะช่วยให้เราสามารถออกแบบตัวควบคุมเสถียรภาพได้ง่ายขึ้น ดังพิสูจน์ให้เห็นทั้งทางคณิตศาสตร์ และตัวอย่างในบทที่ 4

จากเทคนิคการออกแบบและตัวควบคุมเสถียรภาพที่นำเสนอนี้ สามารถนำไปพัฒนาต่อเป็นตัวสังเกตตัวรบกวนระบบได้ (Disturbance Observer) ได้ ในกรณีที่ระบบเป็นระบบที่เสถียร และไม่มีตัวแปรที่ไม่ทราบค่าแน่นอนอยู่ในระบบ ซึ่งตัวควบคุมเสถียรภาพที่ได้จะมีคุณลักษณะเหมือนกันกับตัวรบกวนระบบแต่มีเฟสตรงข้ามกัน

เอกสารนี้ และจากกรณีที่เราที่ไม่เสถียรของระบบมีจำนวนมากกว่ามิติของระบบ ซึ่งประเด็นเรานำที่จะสามารถพัฒนาเทคนิคการออกแบบตัวควบคุมเสถียรภาพดังกล่าว ให้สามารถปรับใช้กับระบบที่มีตัวหน่วงเวลาแบบกระจาย (Distributed Delay) ซึ่งกำหนดโดยสมการสเตท

$$\begin{aligned} \dot{x}(t) = & [A + \Delta A(t)]x(t) + [A_h + \Delta A_h(t)]x(t-h) + \int_{-r}^0 A_r(\theta)x(t-r-\theta)d\theta \\ & + \int_{-r}^0 \Delta A_r(t)x(t-r-\theta)d\theta + [B + \Delta B(t)]u(t) + \omega(t) \end{aligned}$$

ได้ด้วยเช่นกัน



เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้คัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

บรรณานุกรม

- [1] S. GUTMAN, "Uncertain dynamical systems A Lyapunov min-max approach", *IEEE Transaction on AUTOMATIC CONTROL*, VOL. AC-24, No. 6, 1979, pp 437-443.
- [2] S. GUTMAN, "Properties of min-max controllers in uncertain dynamical system", *SIAM J Control and Optimization*, VOL. 20, 1982, pp 850-861.
- [3] D.H. ELLER, J.K.AGGARWAL and H.T.BANKS, "Optimal Control of Linear Time-Delay systems", *IEEE Transaction on AUTOMATIC CONTROL*, VOL. AC-14, No. 6, 1969, pp 678-687.
- [4] D.W ROSS, "Controller design for time lag systems via a quadratic criterion", *IEEE Transaction on AUTOMATIC CONTROL*, VOL. AC-16, No. 6, 1971, pp 664-672.
- ✓ [5] M.IKEDA and T.ASHIDA, "Stabilization of Linear Systems with Time-Varying Delay", *IEEE Transaction on AUTOMATIC CONTROL*, VOL. AC-24, No. 2, 1979, pp 369-370.
- [6] Y.A. FIAGBEDZI and A. E. PEARSON, "Feedback stabilization of state delayed systems via a reducing transformation", *In Proc. IEEE Conf. Decision Contr.*, VOL 1, December 1985, pp 128-129.
- [7] Y.A. FIAGBEDZI and A. E. PEARSON, "Feedback stabilization of linear autonomous time lag systems", *IEEE Transaction on AUTOMATIC CONTROL*, VOL. AC-31, No. 9, September 1986, pp 847-855.
- [8] E. CHERES, S. GUTMAN and Z.J. PALMOR, "Stabilization of uncertain dynamical systems including state delay", *IEEE Transaction on AUTOMATIC CONTROL*, VOL. AC-34, No. 11, 1989, PP 1199-1203.
- [9] S.K. NGUANG, "Robust stabilization for a class of time-delay nonlinear systems", *IEE PROCEEDING on CONTROL THEORY APPLICATIONS*, VOL. 141, No. 5, SEPTEMBER 1994, pp 285-288.
- [10] S. PHOOJARUENCHANACHAI and K. FURUTA, "Finite dimensional controller design for stabilization of uncertain time-delay systems", *Trans. Soc. Instrum. Contr. Eng.*, VOL. 28, No. 3, 1992, pp 326-333.
- [11] S. PHOOJARUENCHANACHAI and K. FURUTA, "Memoryless stabilization of uncertain linear systems including time-varying state delays", *IEEE Transaction on AUTOMATIC CONTROL*, VOL. AC-37, No. 7, July 1992, pp 1022-1026.
- [12] S. PHOOJARUENCHANACHAI and K. FURUTA, "Deterministic control of uncertain state delayed systems", *Proceedings of IEEE Conference on Decision and Control, TUSCON*, VOL 3, 1992, pp 2870-2875.
- [13] H. WU and K. MIZUKAMI, "Linear and nonlinear stabilizing continuous controllers of uncertain dynamical systems including state delay", *IEEE Transaction on AUTOMATIC CONTROL*, VOL 41, No. 1, January 1996, pp 116-121.

- [14] กมล เอื้อชินกุล, รศ.ดร.โยธิน เปรมปราณีรัชต์, ดร.สุธี ผู้เจริญขณะชัย, “การสร้างเสถียรภาพของระบบที่มีตัวหน่วงเวลา”, การประชุมวิชาการทางวิศวกรรมไฟฟ้า ครั้งที่ 19, เล่มที่ 1, พ.ศ. 2539, หน้า CT42-CT46.
- [15] K. UAHCHINKUL, Y. PREMPRANEERACH and S. PHOOJARUENCHANACHAI, “**Stabilization of Uncertain Time-delay System**”, Proceeding of the RESTECS'96, Faculty of Engineering, KMITL, 1996, pp E-33-35.
- [16] S. PHOOJARUENCHANACHAI, K. UAHCHINKUL and Y. PREMPRANEERACH, “Robust Stabilization of State Delayed System”, IEE Proceedings - Control Theory and Applications, Vol. 145, Issue. 1, 1998
- [17] I.S. SOKOLNIKOFF and R.M. REDHEFFER, “**Mathematics of Physics and Modern Engineering**”, McGraw-Hill, 1966.
- [18] H.Górecki, S.Fuksa, P.Grabowski and A.Korytowski, “**Analysis and Synthesis of Time Dealy Systems**”, John Willey & Sons, 1989
- [19] N.E.LEONARD and W.S.LEVINE, “**Using MATLAB to Analyze and Design Control Systems**”, Benjamin/Cummings, 1992.
- [20] P.C.PARKS and V.HAHN, “**Stability Theory**”, Prentice Hall, 1993.
- [21] Zoran Gajić and Muhammad Tahir Javed Qureshi, “**Lyapunov Matrix Equation in System Stability and Control**”, Academic Press, 1995
- [22] S.TØFFNER-CLAUSEN, “**System Identification and Robust Control : A case study approach**”, Springer-Verlag, 1996.
- [23] วิพันธ์ ปรีชาพานิช, “**พีชคณิตเชิงเส้นประยุกต์และสมการสเททสเปซ**”, สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง, กรุงเทพมหานคร, พ.ศ. 2533
- [24] วิพันธ์ ปรีชาพานิช, “**การวิเคราะห์ระบบแนวใหม่**”, สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง, กรุงเทพมหานคร, พ.ศ. 2533

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้คัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้คัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ภาคผนวก ก.

ก.1 พิสูจน์ ทฤษฎีบท 2.2.1

กำหนดให้ระบบที่มีตัวหน่วงเวลา (S_{Fd}) อยู่ในรูปสมการสแตก

$$S_{Fd}: \quad \dot{x}(t) = Ax(t) + A_h x(t-h) + Bu(t) \quad (\text{ก.1.1})$$

และกำหนดให้การแปลงเชิงเส้นของเฟียกเบดซีกับเพียร์สัน ถูกนิยามโดย

$$\begin{aligned} z(t) &= (T(x))(t) \\ &= x(t) + \int_{-h}^0 e^{A_c(\theta)} A_h x(t-h-\theta) d\theta \end{aligned} \quad (\text{ก.1.2})$$

โดยที่

$$A_c = A + e^{-hA} A_h \quad (\text{ก.1.3})$$

อาศัยสูตรของลีบนิซ (*Leibniz's formula*) ช่วยในการหาอนุพันธ์ของตัวอินทิกรัลจะได้

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} \int_{t-h}^t e^{A_c \theta} A_h x(t-h-\theta) d\theta &= e^{-hA_c} A_h x(t) - A_h x(t-h) \\ &\quad + A_c \int_{-h}^0 e^{A_c \theta} A_h x(t-h-\theta) d\theta \end{aligned} \quad (\text{ก.1.4})$$

เราสามารถหาอนุพันธ์ของสมการ (ก.1.2) ได้เป็น

$$\dot{z}(t) = \dot{x}(t) + \frac{d}{dt} \int_{-h}^0 e^{A_c \theta} A_h x(t-h-\theta) d\theta$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และนำข้อมูลข้างต้นไปใช้เพื่อวัตถุประสงค์อื่นใด
แทนค่าจากสมการ (ก.1.1), (ก.1.3) และ (ก.1.4) ลงไปจะได้

$$\begin{aligned}
 \dot{z}(t) &= Ax(t) + A_h x(t-h) + Bu(t) \\
 &+ e^{-hA_c} A_h x(t) - A_h x(t-h) + A_c \int_{-h}^0 e^{A_c \theta} A_h x(t-h-\theta) d\theta \\
 &= A_c \left[x(t) + \int_{-h}^0 e^{A_c \theta} A_h x(t-h-\theta) d\theta \right] \\
 &+ [A + e^{-hA_c} A_h - A_c] x(t) + Bu(t)
 \end{aligned}$$

แทนค่าจากสมการ (ก.1.2) และ (ก.1.3) ลงไปจะได้

$$S_{Fo}: \quad \dot{z}(t) = A_c z(t) + Bu(t) \quad \square$$

ก.2 พิสูจน์ ทฤษฎีบท 3.2.1.

กำหนดให้ระบบที่มีตัวหน่วงเวลา (S_{cd}) อยู่ในรูปสมการสเตท

$$S_{cd}: \quad \dot{x}(t) = Ax(t) + A_h x(t-h) + B(u(t) + v(t)) \quad (\text{ก.2.1})$$

และกำหนดให้การแปลงเชิงเส้น T_c นิยามโดย

$$\begin{aligned}
 z(t) &= (T_c(x))(t) \\
 &= x(t) + \int_{-h}^0 e^{A_c \theta} A_h x(t-h-\theta) d\theta
 \end{aligned} \quad (\text{ก.2.2})$$

$$\text{และ} \quad A_c = A + e^{-hA_c} A_h \quad (\text{ก.2.3})$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ หากมีข้อสงสัยหรือต้องการข้อมูลเพิ่มเติม กรุณาติดต่อฝ่ายวิชาการ โทร. 0-2562-0100 หรือ
อาศัยสูตรของลีสบิซช่วยในการหาอนุพันธ์ของตัวอินทิกรัลจะได้ ทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} \int_{-h}^0 e^{A_c \theta} A_h x(t-h-\theta) d\theta &= e^{-hA_c} A_h x(t) - A_h x(t-h-\theta) \\ &+ A_c \int_{-h}^0 e^{A_c \theta} A_h x(t-h-\theta) d\theta \end{aligned} \quad (ก.2.4)$$

ทำการหาอนุพันธ์ของ T_c ได้เป็น

$$\dot{z}(t) = \dot{x}(t) + \frac{d}{dt} \int_{-h}^0 e^{A_c \theta} A_h x(t-h-\theta) d\theta$$

แทนค่า $\dot{x}(t)$ จากสมการ (ก.2.1) และอนุพันธ์ในสมการ (ก.2.4) ลงไป จะได้

$$\begin{aligned} \dot{z} &= Ax(t) + A_h x(t-h) + B(u(t) + v(t)) \\ &+ e^{-hA_c} A_h x(t) - A_h x(t-h-\theta) + A_c \int_{-h}^0 e^{A_c \theta} A_h x(t-h-\theta) d\theta \\ &= A_c \left[x(t) + \int_{-h}^0 e^{A_c \theta} A_h x(t-h-\theta) d\theta \right] + B(u(t) + v(t)) \\ &+ [A + e^{-hA_c} A_h - A_c] x(t) \end{aligned}$$

เมื่อ A_c มีค่าตรงตามสมการ (ก.2.2) ลงไปจะได้

$$S_{co}: \quad \dot{z}(t) = A_c z(t) + B(u(t) + v(t)) \quad \square$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้คัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ประวัติผู้เขียน

| | | |
|----------------|-----------------------------------|--|
| ชื่อผู้เขียน | นายกมล เอื้อชินกุล | |
| วันเดือนปีเกิด | วันจันทร์ที่ 15 ธันวาคม พ.ศ. 2512 | |
| สถานที่เกิด | กรุงเทพมหานคร | |
| สถานที่ศึกษา | | |
| 2524 | ระดับประถม | โรงเรียนวัดใหม่ช่องลม |
| 2530 | ระดับมัธยม | โรงเรียนมัธยมสาธิต มศว. ประสานมิตร |
| 2535 | ระดับปริญญาตรี | วิศวกรรมศาสตรบัณฑิต สาขาวิศวกรรมระบบควบคุม สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง |

ผลงานทางวิชาการที่ได้รับการตีพิมพ์

- [1] กมล เอื้อชินกุล, เก่งกิจ คำรักษ์, รศ.ดร.โยธิน เปรมปราณีรัชต์, “ระบบควบคุมแบบปรับตัวเองได้”, การประชุมวิชาการทางวิศวกรรมไฟฟ้า ครั้งที่ 16, พ.ศ. 2536
- [2] กมล เอื้อชินกุล, รศ.ดร.โยธิน เปรมปราณีรัชต์, ดร.สุธี ผู้เจริญชนะชัย, “การสร้างเสถียรภาพของระบบที่มีตัวหน่วงเวลา”, การประชุมวิชาการทางวิศวกรรมไฟฟ้า ครั้งที่ 19, เล่มที่ 1, พ.ศ. 2539, หน้า CT42-CT46.
- [3] K. UAHCHINKUL, Y. PREMPRANEERACH and S. PHOOJARUENCHANACHAI, “Stabilization of Uncertain Time-delay System”, Proceeding of the RESTECS’96, Faculty of Engineering, KMITL, 1996, pp E-33-35.
- [4] S. PHOOJARUENCHANACHAI, K. UAHCHINKUL and Y. PREMPRANEERACH, “Robust Stabilization of State Delayed System”, IEE Proceedings - Control Theory and Applications, Vol. 145, Issue. 1, 1998

ประวัติการทำงาน

เคยทำงานเป็นผู้ช่วยวิจัย เรื่องระบบควบคุมแบบปรับตัวเองได้ ที่ภาควิชาวิศวกรรมระบบควบคุม สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง เมื่อปีพ.ศ. 2535 จากนั้นเข้าทำงานที่หน่วยปฏิบัติการวิจัยและบริการคลื่นสนามแม่เหล็กไฟฟ้า ศูนย์เทคโนโลยีอิเล็กทรอนิกส์และคอมพิวเตอร์แห่งชาติ สำนักงานพัฒนาวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยีแห่งชาติ กระทรวงวิทยาศาสตร์ เทคโนโลยีและสิ่งแวดล้อม มาตั้งแต่ พ.ศ. 2537 ปัจจุบันทำงานในตำแหน่งผู้ช่วยนักวิจัย 2