

ผลกระทบบนรูปแบบหลังคาที่มีผลต่อการถ่ายเทความร้อน

A Roof Pattern Effect on Heat Transfer



ปัญหาพิเศษนี้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตรวิทยาศาสตรบัณฑิต

สาขาวิชาคณิตศาสตร์ประยุกต์

คณะวิทยาศาสตร์

สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง

ปีการศึกษา 2556

ผลกระทบของรูปแบบหลังคาที่มีผลต่อการถ่ายเทความร้อน
A Roof Pattern Effect on Heat Transfer



ปัญหาพิเศษนี้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตรวิทยาศาสตรบัณฑิต
สาขาวิชาคณิตศาสตร์ประยุกต์
คณะวิทยาศาสตร์

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้เพื่อใช้ประกอบการเรียนการสอนเท่านั้น ไม่สามารถนำ
ไปทำซ้ำหรือเผยแพร่โดยไม่ได้รับอนุญาตจากเจ้าของเอกสารได้
ปีการศึกษา 2556

A Roof Pattern Effect on Heat Transfer

LIKHIT SITTHIKWA
WIPHADA CHAMNAN
APIWAT SOOK-NGAM



A SPECIAL PROBLEM SUBMITTED IN PARTIAL FULFILLMENT
OF THE REQUIRMENT FOR THE DEGREE OF BACHELOR OF SCIENCE
IN APPLIED MATHEMATICS
FACULTY OF SCIENCE

KING MONGKUT'S INSTITUTE OF TECHNOLOGY LADKRABANG

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปเผยแพร่ เช่นนด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และห้องวิจัยของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ACADEMIC YEAR 2013



หัวข้อโครงการพิเศษ ผลกระทบของรูปแบบหลังคาที่มีผลต่อการถ่ายเทความร้อน
A Roof Pattern Effect on Heat Transfer

ชื่อนักศึกษา นายลิขิต สิทธิขวา 53050099
นางสาววิภาดา ชำนาญ 53050108
นายอภิวัฒน์ สุขงาม 53050135

ปริญญา วิทยาศาสตรบัณฑิต
สาขาวิชา คณิตศาสตร์ประยุกต์

อาจารย์ที่ปรึกษา อ.ศิริกุล ศิริธีรากล

คณะวิทยาศาสตร์ สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง อนุมัติให้รับ
ปัญหาพิเศษนี้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตร วิทยาศาสตรบัณฑิต สาขาวิชาคณิตศาสตร์
ประยุกต์ ประจำปีการศึกษา 2556

คณะกรรมการสอบ	ลายมือชื่อ
ผศ.ดร.ใจปอง เกษมสุวรรณ ประธานกรรมการ	
อ.พุทธพร วานิชกร กรรมการ	พุทธพร วานิชกร
อ.ศิริกุล ศิริธีรากล กรรมการและอาจารย์ที่ปรึกษา	

ลิขสิทธิของคณะวิทยาศาสตร์
สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

หัวข้อโครงการพิเศษ ผลกระทบของรูปแบบหลังคาที่มีผลต่อการถ่ายเทความร้อน
A Roof Pattern Effect on Heat Transfer
ชื่อนักศึกษา นายลิขิต สิริธิขวา 53050099
นางสาววิภาดา ชำนาญ 53050108
นายอภิวัฒน์ สุขงาม 53050135
ปริญญา วิทยาศาสตร์บัณฑิต
สาขาวิชา คณิตศาสตร์ประยุกต์
อาจารย์ที่ปรึกษา อ.ศิริกุล ศิริธีรากล

บทคัดย่อ

ในงานวิจัยนี้จะกล่าวถึง แบบจำลองของการถ่ายเทความร้อนในสภาวะคงที่ของบ้านทั้งสามรูปแบบที่มีรูปร่างของหลังคาแตกต่างกันและมีมุมที่แตกต่างกัน โดยนำสมการทางคณิตศาสตร์ที่เป็นสมการการนำความร้อนในระบบพิกัดฉาก 2 มิติ ภายใต้สมมติฐานที่ว่า พื้นที่ปิด ไม่มีการพาความร้อน และการแผ่รังสีความร้อน ซึ่งการกระจายของความร้อนจะทำการตรวจสอบและเปรียบเทียบทั้งวิธีการระเบียบชั้นประกอบอันตะ (Finite Element Method) และวิธีการผลต่างสี่เหลี่ยม (Finite Difference Method) และจากผลการศึกษาพบว่ารูปแบบของหลังคามีผลกระทบการกระจายความร้อนผ่านหลังคาอย่างมีนัยสำคัญ โดยเฉพาะอย่างยิ่งอุณหภูมิบริเวณที่อยู่ใกล้ผนัง ซึ่งจะพบได้ว่า รูปทรงหลังคาแบบนูนจะมีอุณหภูมิที่ผ่านเข้ามาได้น้อยกว่ารูปทรงหลังคาแบบสามเหลี่ยมมาตรฐาน และแบบรูปทรงเว้า ตามลำดับ และรูปทรงหลังคาแบบสามเหลี่ยมมาตรฐานยังมีมุมมากขึ้นจะมีอุณหภูมิที่ผ่านเข้ามาในบ้านน้อยกว่ามุมที่มีขนาดเล็ก

คำสำคัญ : การถ่ายเทความร้อน , ระเบียบวิธีการชั้นประกอบอันตะ , ระเบียบวิธีผลต่างสี่เหลี่ยม

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

Title	A Roof Pattern Effect on Heat Transfer	
Students	Mr. Likhit Sithikwa	53050099
	Miss. Wiphada Chamnan	53050108
	Mr. Apiwat Sook-ngam	53050135
Degree	Bachelor of Science	
Major Program	Applied Mathematics	
Academic Year	2013	
Advisor	Ms.Sirikul	Siriteerakul

ABSTRACT

The research study about simulation of heat transfer at steady-state into three model houses through the different roof shape and three model houses through the different roof angles. The governing equation is a heat conduction equation in two dimensional rectangular coordinate systems under the assumptions of a closed room, no convection, and no radiation effect. The temperature distributions were investigated and compared by using a finite difference method (FDM) and a finite element method (FEM). The results showed significant differences, especially for the temperatures near the wall. It was found that model roof with a convex shape let in less heat than the one with a standard (triangular) shape and the one with a concave shape in that order and for the temperatures near the wall. It was found that the bigger the roof angle the less heat got passed through the roof into the house.

Keywords : heat transfer, finite element method, finite difference method

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

กิตติกรรมประกาศ

การทำปัญหาพิเศษเรื่องผลกระทบของรูปแบบหลังคาที่มีผลต่อการถ่ายเทความร้อนสามารถสำเร็จลุล่วงไปด้วยดี คณะผู้จัดทำต้องขอขอบพระคุณ อาจารย์ศิริกุล ศิริธรากุล อาจารย์ที่ปรึกษาปัญหาพิเศษ ที่ได้กรุณาให้คำแนะนำและเป็นที่ปรึกษาในการแก้ปัญหาต่างๆ รวมทั้งตรวจสอบความถูกต้องของปัญหาพิเศษฉบับนี้เป็นอย่างดี

นอกจากนี้ทางคณะผู้จัดทำได้รับทุนอุดหนุนการวิจัยจากกองทุนเพื่อส่งเสริมการอนุรักษ์พลังงานและกรมอุตุนิยมวิทยาสำหรับข้อมูลสภาพอากาศของกรุงเทพมหานคร

สุดท้ายนี้คณะผู้จัดทำต้องขอขอบพระคุณ บิดา มารดา ที่ได้ให้ความสนับสนุนทางด้านกำลังใจจนการทำปัญหาพิเศษนี้สำเร็จด้วยดี และ ขอขอบพระคุณคณาจารย์ทุกท่านที่ให้ความรู้ในภาคทฤษฎีและภาคปฏิบัติ รวมทั้งเพื่อนๆ ทุกคนที่มีส่วนช่วยเหลือในด้านต่างๆ เกี่ยวกับการทำปัญหาพิเศษไว้ ณ ที่นี้



เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

สารบัญ

	หน้า
บทคัดย่อภาษาไทย	I
บทคัดย่อภาษาอังกฤษ	II
กิตติกรรมประกาศ	III
สารบัญ	IV
สารบัญรูปภาพ	VI
สารบัญตาราง	VIII
บทที่ 1 บทนำ	1
1.1 ความสำคัญ/ที่มาของปัญหาพิเศษ	1
1.2 วัตถุประสงค์ของปัญหาพิเศษ	2
1.3 ประโยชน์ที่คาดว่าจะได้รับ	3
1.4 ขอบเขตของปัญหาพิเศษ	3
1.5 ขั้นตอนการดำเนินงานของปัญหาพิเศษ	4
บทที่ 2 ทฤษฎีและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง	5
2.1 รูปแบบหลังคาที่นิยมใช้ในประเทศไทย	5
2.1.1 วัสดุ	6
2.1.2 ข้อมูลวัสดุที่ใช้สำหรับกรณีศึกษา	8
2.2 ข้อมูลอุณหภูมิความร้อนเฉลี่ยภายในกรุงเทพมหานคร	8
2.3 ทฤษฎีเกี่ยวกับความร้อน	11
2.3.1 การถ่ายเทความร้อน	11
2.3.1.1 การนำความร้อน (Conduction)	11
2.3.2 สมการความร้อน	12
2.4 วิธีระเบียบชั้นประกอบผลต่างอันตะ (Finite Element)	15
2.4.1 ขั้นตอนทั่วไปของวิธีระเบียบชั้นประกอบอันตะ	16
2.5 ระเบียบวิธีผลต่างสืบเนื่อง (Finite Difference)	18
2.5.1 การประมาณเชิงอนุพันธ์ด้วยผลต่างสืบเนื่อง	18
2.5.2 สัญลักษณ์แทนฟังก์ชันหลายตัวแปร	20
2.6 การแก้ระบบสมการเชิงเส้น (System of Linear Algebraic Equation)	22
2.6.1 วิธีกำจัดแบบเกาส์ (Gauss Elimination Method)	22

2.6.2 วิธีเกาส์ไฮดอล (Gauss Seidel Method)	23
บทที่ 3 การดำเนินงานของปัญหา	25
3.1 รูปแบบของปัญหา	25
3.1.1 ขั้นตอนการแก้ปัญหาด้วยระเบียบวิธีขึ้นประกอบอันตะ โดยหลักการของ Taylor-Galerkin	26
3.1.2 ฟังก์ชันรูปร่าง (Shape function)	35
3.1.2.1 Quadratic triangle elements แบบ 3 โหนด	35
3.1.2.2 Quadratic triangle elements แบบ 4 โหนด	36
3.2 ขั้นตอนการดำเนินงานของปัญหา	57
บทที่ 4 ผลการวิจัยดำเนินงาน	
4.1 แบบจำลองทางคณิตศาสตร์	58
4.2 การเปลี่ยนแปลงอุณหภูมิภายในบ้าน	64
4.2.1 ผลที่ได้จากวิธีผลต่างสี่เบื้องในสภาวะคงที่ (Steady State)	64
4.2.2 ผลที่ได้จากระเบียบวิธีขึ้นประกอบอันตะ	83
4.3 เปรียบเทียบอุณหภูมิภายในบ้านทั้ง 3 รูปแบบและ 3 มุม	87
4.3.1 โดยวิธีผลต่างสี่เบื้อง	87
4.3.2 โดยวิธีระเบียบวิธีขึ้นประกอบอันตะ	89
บทที่ 5 สรุปผลและข้อเสนอแนะ	
5.1 สรุปผล	91
5.2 ข้อเสนอแนะ	92
เอกสารอ้างอิง	
ภาคผนวก	

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

สารบัญรูปภาพ

รูปที่	หน้า
2.1 รูปแบบหลังคาบ้าน	5
2.2 การแบ่งรูปร่างลักษณะของปัญหาออกเป็นเอลิเมนต์ รูปสามเหลี่ยม 3 โหนดประกอบกัน	16
2.3 เอลิเมนต์สามเหลี่ยมแบบอย่างประกอบด้วยสามจุดต่อ โดยมีตัวไม่รู้ค่าอยู่ ณ ตำแหน่งที่จุดต่อ	17
2.4 แสดงการประมาณค่าของความชันที่จุด P ด้วยคอร์ด AB , PB และ AP	20
2.5 แสดงตำแหน่งจุด $P(x, y) = P(ih, jk)$ บนตะแกรงย่อยบนพิกัด (ih, jk) แทน (i, j)	21
3.1 แสดงการแบ่งเอลิเมนต์และโหนดต่างๆภายในวัสดุ	25
3.2 เอลิเมนต์รูปสามเหลี่ยมแบบ 3 โหนด	35
3.3 เอลิเมนต์รูปสี่เหลี่ยมเหลี่ยมแบบ 4 โหนด	36
3.4 แสดงพิกัดของบ้านของรูปทรง Standard Pattern , Concave Pattern และ Convex Pattern	37
3.5 แสดงการกำหนดจุด ของ Standard Pattern สำหรับวิธีผลต่างสี่บเนื่อง	38
3.6 เมทริกซ์แสดงการหาค่าอนุหภูมิในแต่ละตำแหน่งด้วยวิธีผลต่างสี่บเนื่อง (Standard Pattern)	39
3.7 แสดงการกำหนดจุด ของ Concave Pattern สำหรับวิธีผลต่างสี่บเนื่อง	40
3.8 เมทริกซ์แสดงการหาค่าอนุหภูมิในแต่ละตำแหน่งด้วยวิธีผลต่างสี่บเนื่อง (Concave Pattern)	41
3.9 แสดงการกำหนดจุด ของ Convex Pattern สำหรับวิธีผลต่างสี่บเนื่อง	42
3.10 เมทริกซ์แสดงการหาค่าอนุหภูมิในแต่ละตำแหน่งด้วยวิธีผลต่างสี่บเนื่อง (Convex Pattern)	43
3.11 แสดงพิกัดของบ้านมุม 30 องศา 45 องศา และ 60 องศา	44
3.12 แสดงการกำหนดจุดของ 30 องศาสำหรับวิธีผลต่างสี่บเนื่อง	44
3.13 เมทริกซ์แสดงการหาค่าอนุหภูมิในแต่ละตำแหน่งด้วยวิธีผลต่างสี่บเนื่อง (มุม 30 องศา)	47
3.14 แสดงการกำหนดจุดของ 45 องศาสำหรับวิธีผลต่างสี่บเนื่อง	48
3.15 เมทริกซ์แสดงการหาค่าอนุหภูมิในแต่ละตำแหน่งด้วยวิธีผลต่างสี่บเนื่อง (มุม 45 องศา)	51
3.16 แสดงการกำหนดจุดของ 60 องศาสำหรับวิธีผลต่างสี่บเนื่อง	52
3.17 เมทริกซ์แสดงการหาค่าอนุหภูมิในแต่ละตำแหน่งด้วยวิธีผลต่างสี่บเนื่อง (มุม 60 องศา)	55
3.18 แสดงแบ่งเอลิเมนต์รูปสามเหลี่ยมภายในโดเมนทั้ง 3 รูปแบบ	56

สารบัญรูปภาพ(ต่อ)

รูปที่	หน้า
3.19 แสดงการแบ่งเอลิเมนต์รูปสามเหลี่ยมภายในโดเมนทั้ง 3 มุม โดยใช้โปรแกรม EasyFEM	56
4.1 กราฟแสดงการเปลี่ยนแปลงของอุณหภูมิกับเวลา	59
4.2 แสดงการถ่ายเทความร้อนผ่านอิฐมวลเบาและกระเบื้องคอนกรีต	60
4.3 แสดงการถ่ายเทความร้อนผ่านกระเบื้องคอนกรีต	60
4.4 แสดงการแบ่ง Element และ Node ต่างๆภายในวัสดุ	61
4.5 แสดงการกำหนดจุด ของ Standard Pattern สำหรับวิธีผลต่างสืบเนื่อง	64
4.6 แสดงการกำหนดจุด ของ Concave Pattern สำหรับวิธีผลต่างสืบเนื่อง	66
4.7 แสดงการกำหนดจุด ของ Convex Pattern สำหรับวิธีผลต่างสืบเนื่อง	69
4.8 แสดงการกำหนดจุดของ 30 องศาสำหรับวิธีผลต่างสืบเนื่อง	71
4.9 แสดงการกำหนดจุดของ 45 องศาสำหรับวิธีผลต่างสืบเนื่อง	75
4.10 แสดงการกำหนดจุดของ 60 องศาสำหรับผลต่างสืบเนื่อง	79
4.11 แสดงอุณหภูมิภายในบ้านที่มีรูปแบบหลังคา Standard Pattern ด้วยโปรแกรม Easy FEM	83
4.12 แสดงอุณหภูมิภายในบ้านที่มีรูปแบบหลังคา Concave Pattern ด้วยโปรแกรม Easy FEM	84
4.13 แสดงอุณหภูมิภายในบ้านที่มีรูปแบบหลังคา Convex Pattern ด้วยโปรแกรม Easy FEM	84
4.14 แสดงอุณหภูมิภายในบ้านที่มีมุม 30 องศา ด้วยโปรแกรม Easy FEM	85
4.15 แสดงอุณหภูมิภายในบ้านที่มีมุม 45 องศา ด้วยโปรแกรม Easy FEM	85
4.16 แสดงอุณหภูมิภายในบ้านที่มีมุม 60 องศา ด้วยโปรแกรม Easy FEM	86
4.17 กราฟแสดงการเปรียบเทียบอุณหภูมิของบ้านทั้ง 3 รูปแบบ ด้วยวิธีผลต่างสืบเนื่อง	87
4.18 กราฟแสดงการเปรียบเทียบอุณหภูมิของบ้านทั้ง 3 มุม ด้วยวิธีผลต่างสืบเนื่อง	88
4.19 กราฟแสดงการเปรียบเทียบอุณหภูมิของบ้านทั้ง 3 รูปแบบ ด้วยระเบียบวิธีขั้นประกอบอันตะจากโปรแกรม Easy FEM	89
4.20 กราฟแสดงการเปรียบเทียบอุณหภูมิของบ้านทั้ง 3 มุม ด้วยระเบียบวิธีขั้นประกอบอันตะจากโปรแกรม Easy FEM	90

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานในเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ในการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

สารบัญตาราง

ตารางที่	หน้า
1.1 ตารางแสดงระยะเวลาในการทำงานตามแผนงาน	4
2.1 ค่าคุณสมบัติของวัสดุที่ใช้ในการศึกษา	8
2.2 ข้อมูลอุณหภูมิเฉลี่ยในกรุงเทพมหานครตั้งแต่ปี ค.ศ. 2009-2013	8
3.1 แสดงค่าขอบเขตที่ใช้ในภาษาซี	26
3.2 แสดงค่าจุดเกาส์และน้ำหนักที่ใช้ประมาณค่าอินทิกรัลแบบ 4 จุด สำหรับชั้นประกอบรูปสามเหลี่ยม	34
3.3 Quadratic triangle elements แบบ 3 โหนด	35
3.4 Quadratic rectangle elements แบบ 4 โหนด	36
4.1 แสดงอุณหภูมิที่จุดต่างๆภายในวัสดุ	62
4.2 แสดงอุณหภูมิที่เปลี่ยนแปลงภายในบ้าน รูปแบบ Standard ในสภาวะคงที่ (steady state)	64
4.3 แสดงอุณหภูมิที่เปลี่ยนแปลงภายในบ้าน รูปแบบ Concave ในสภาวะคงที่ (steady state)	67
4.4 แสดงอุณหภูมิที่เปลี่ยนแปลงภายในบ้าน รูปแบบ Convex ในสภาวะคงที่ (steady state)	69
4.5 แสดงอุณหภูมิที่เปลี่ยนแปลงภายในบ้าน รูปแบบ 30 องศาในสภาวะคงที่ (steady state)	71
4.6 แสดงอุณหภูมิที่เปลี่ยนแปลงภายในบ้าน รูปแบบมุม 45 องศาในสภาวะคงที่ (steady state)	75
4.7 แสดงอุณหภูมิที่เปลี่ยนแปลงภายในบ้าน รูปแบบมุม 60 องศาในสภาวะคงที่ (steady state)	79

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

บทที่ 1

บทนำ

1.1 ความสำคัญและที่มาของปัญหาพิเศษ

ในปัจจุบันสภาพภูมิอากาศในประเทศไทยมีอุณหภูมิที่สูงขึ้นอย่างต่อเนื่องในแต่ละปีอันเนื่องมาจากภาวะโลกร้อนมนุษย์แต่ละคนต่างก็มีวิธีในการลดอุณหภูมิภายในบ้านที่แตกต่างกันทั้งการติดตั้งเครื่องปรับอากาศการจัดภูมิทัศน์ทั้งภายในและภายนอกบ้านการทาสีบ้านให้ดูเย็นขึ้นการใช้แผ่นสะท้อนความร้อนแต่สิ่งสำคัญที่สุดก่อนที่อุณหภูมิจะเข้ามาภายในบ้านนั้นคือกระเบื้องมุงหลังคาซึ่งเป็นวัสดุที่มีผลต่ออุณหภูมิภายในบ้านดังนั้นรูปทรงและมุมที่แตกต่างกันจะส่งผลให้อุณหภูมิภายในบ้านแตกต่างกันไปด้วย

จากการศึกษาในเรื่องการมุงกระเบื้องเพื่อลดความร้อนที่แผ่เข้ามาภายในอาคารพบว่า มีผู้ทำการศึกษามาก่อนหน้านี้แล้วอาทิในปี 2540 สมพงษ์ใจมา[1] ได้ทำการวิเคราะห์สมรรถนะของหลังคารับรังสีอาทิตย์การทดลองนี้ได้สร้างหลังคารับแสงอาทิตย์ที่เรียกว่า RSC ซึ่งสามารถลดการดูดกลืนรังสีตกกระทบโดยทำจากซีแพคโมเนียและแผ่นยับซั่มใช้มุมลาดเอียงของหลังคา 25 องศาในปีเดียวกัน กัมปนาทคงมีสุข[2] ต่อมาในปี 2541 ปานทิพย์ทักษ์เสถียร[3] ได้ศึกษาเปรียบเทียบลักษณะรูปทรงและวัสดุหลังคาเพื่อส่งเสริมการอนุรักษ์พลังงานซึ่งได้ทำการทดลองโดยใช้กระเบื้องมุงหลังคาที่มีวัสดุแตกต่างกัน 3 ชนิดคือกระเบื้องลอนคู่กระเบื้องเซรามิคและกระเบื้องซีแพคโมเนียโดยใช้มุมลาดเอียง 30 องศา 20 องศา และ 15 องศา นอกจากนี้ในปี 2550 คงสิทธิ์อิทธิโยภาสกุลและคณะ[15] ได้ศึกษาการแพร่กระจายความร้อนของแผ่นกระเบื้อง โดยศึกษากระเบื้องทั้ง 3 ประเภท ได้แก่ กระเบื้องแผ่นเรียบ กระเบื้องลอนคู่ใหญ่ และกระเบื้องซีแพคโมเนีย ต่อมาในปี 2551 วรสิทธิ์จิระราชวโรและคณะ[16] ได้ทำแบบจำลองการถ่ายเทความร้อนภายในอาคารรูปทรงเรขาคณิตแบบสมมาตรและศิริกุล ศิริธีรารกุล[17] ได้ศึกษาสมการความร้อนขั้นตอนการแก้ปัญหาด้วยระเบียบวิธีขึ้นประกอบอันตะ โดยหลักการของ Taylor-Galerkin อ่างอิงวิชาหัวข้อพิเศษ (Special Topic in Applied Mathematics for Physics)

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้คัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

สำหรับปัญหาพิเศษนี้ ทางคณะผู้จัดทำได้ทำการต่อยอดจากงานวิจัยจากงานก่อนหน้า โดยศึกษาผลกระทบของการถ่ายเทความร้อนของแผ่นกระเบื้องมุงหลังคาที่มีวัสดุ รูปแบบ และมุมแตกต่างกันในระบบพิกัดฉาก 2 มิติ ว่ารูปแบบใดมีการนำความร้อนน้อยที่สุดที่เกี่ยวข้องกับการนำความร้อนเข้ามาในอาคาร อันส่งผลต่อการใช้พลังงานโดยรวมภายในอาคารโดยใช้หลักการระเบียบวิธีขึ้นประกอบอันตะ (Finite Element Method) ภายใต้หลักการของกาเลอร์คิน (Galerkin approach) และระเบียบวิธีผลต่างสี่เหลี่ยม [7-9] ภายใต้สมมติฐานที่ว่าบริเวณที่พิจารณาเป็นบริเวณปิด ไม่มีผลกระทบของการพาความร้อนและการแผ่รังสี ดังนั้นสมการควบคุมจึงเป็นสมการการนำความร้อนดังนี้

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = \frac{1}{c^2} \frac{\partial u}{\partial t}$$

โดยจะหาผลเฉลยของอนุกรมที่แต่ละจุดในเอลิเมนต์ แล้วแสดงผลในรูปแบบคัลเลอร์คอนทัวร์จากโปรแกรมสำเร็จรูป FEM[12] และกราฟเปรียบเทียบแสดงผลกระทบของแต่ละรูปแบบ

1.2 วัตถุประสงค์ของปัญหาพิเศษ

1.2.1 เพื่อศึกษาสมการความร้อนและนำมาประยุกต์ใช้ในปัญหาที่สนใจ

1.2.2 เพื่อศึกษาการกระจายความร้อนในกรณีรูปทรงของหลังคา 3 รูปแบบ ได้แก่ หลังคาแบบสามเหลี่ยมมาตรฐาน (Standard Pattern) , หลังคาแบบเว้า (Concave Pattern) และหลังคาแบบนูน (Convex Pattern)

1.2.3 เพื่อศึกษาการถ่ายเทความร้อนภายในแผ่นกระเบื้องมุงหลังคา โดยใช้กระเบื้องแผ่นเรียบ และมี 3 มุม คือ 30 องศา 45 องศา และ 60 องศา

1.2.4 เพื่อศึกษาและเปรียบเทียบความแตกต่างระหว่างอุณหภูมิก่อนเข้า ณ ผิวกระเบื้อง กับอุณหภูมิหลังจากความร้อนไหลผ่านกระเบื้อง

1.2.5 เพื่อเข้าใจระเบียบวิธีผลต่างสี่เหลี่ยมและระเบียบวิธีขึ้นประกอบอันตะในการแก้ไขปัญหาดังกล่าว

1.2.6 เพื่อจำลองการถ่ายเทความร้อนของแผ่นกระเบื้องมุงหลังคาในรูปแบบที่สนใจได้

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้คัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

1.3 ประโยชน์ที่คาดว่าจะได้รับ

- 1.3.1 ทำให้ผู้วิจัยสามารถนำความรู้เกี่ยวกับการถ่ายเทความร้อนมาประยุกต์ใช้กับปัญหาในชีวิตประจำวันได้
- 1.3.2 ทำให้ผู้วิจัยสามารถนำความรู้ทางระเบียบวิธีผลต่างสี่เหลี่ยมและระเบียบวิธีขั้นอันตะมาประยุกต์ใช้กับปัญหาที่เกิดขึ้นในชีวิตประจำวันได้
- 1.3.3 ผู้บริโภคสามารถนำปัญหาที่ศึกษามาเป็นแนวทางในการตัดสินใจเลือกรูปแบบของแผ่นกระเบื้องมุงหลังคาให้เหมาะสมกับความต้องการของผู้บริโภค

1.4 ขอบเขตของปัญหา

- 1.4.1 ปัญหานี้ศึกษาความสัมพันธ์และความแตกต่างของการกระจายความร้อนในกรณีรูปทรงของหลังคา 3 รูปแบบ ได้แก่ ได้แก่ หลังคาแบบสามเหลี่ยมมาตรฐาน(Standard Pattern) , หลังคาแบบเว้า (Concave Pattern) และ หลังคาแบบนูน (Convex Pattern)
- 1.4.2 โครงการวิจัยนี้ศึกษาความสัมพันธ์และความแตกต่างของการกระจายความร้อนในกรณีศึกษามุมในการมุงกระเบื้องที่แตกต่างกัน
- 1.4.3 โครงการวิจัยนี้ใช้กระเบื้องแผ่นเรียบ
- 1.4.4 กำหนดให้ปัญหานี้มีฐานของหลังคาเท่ากัน
- 1.4.5 กำหนดให้วัสดุของผนังบ้านคืออิฐมวลเบา และวัสดุของหลังคาใช้กระเบื้องคอนกรีต

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้คัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

1.5 ขั้นตอนในการดำเนินงาน

กิจกรรม	ระยะเวลาในการดำเนินงาน									
	มี.ย.	ก.ค.	ส.ค.	ก.ย.	ต.ค.	พ.ย.	ธ.ค.	ม.ค.	ก.พ.	มี.ค.
ศึกษาปัญหาการถ่ายเทความร้อน และกำหนดขอบเขตปัญหา	↔									
ศึกษาค้นคว้าวิธีการทำแบบจำลอง ด้วยระเบียบวิธีขึ้นประกอบอันตะ (finite element method)		↔								
ศึกษาและทดสอบโปรแกรม คอมพิวเตอร์ที่นำมาใช้ในการ ทดสอบปัญหาการถ่ายเทความร้อน			↔							
แก้ไขปรับปรุงและประเมิน ประสิทธิภาพโปรแกรม คอมพิวเตอร์							↔			
วิเคราะห์และสรุปผลรวมทั้งจัดทำ เอกสารการทำโครงการ									↔	

ตารางที่ 1.1 แสดงระยะเวลาในการดำเนินงานตามแผนงาน

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้คัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

บทที่ 2

ทฤษฎีที่เกี่ยวข้องและสมการทางคณิตศาสตร์

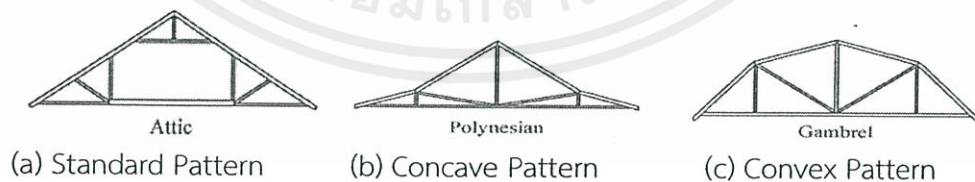
ในบทนี้จะกล่าวถึงรูปแบบหลังคาที่นิยมใช้ในประเทศไทยและข้อมูลอุณหภูมิความร้อนในกรุงเทพมหานครในช่วงปี พุทธศักราช 2551-2555 และทฤษฎีเกี่ยวกับสมการความร้อน รวมถึงวิธีการแก้สมการเชิงอนุพันธ์ของความร้อนซึ่งประกอบไปด้วยระเบียบวิธีขั้นประกอบอันตะ (Finite Element Method) และระเบียบวิธีผลต่างสี่บเนื่อง (Finite Difference Method)

2.1 รูปแบบหลังคาที่นิยมใช้ในประเทศไทย

หลังคาบ้าน เป็นองค์ประกอบของบ้านที่สำคัญอย่างมาก เพราะช่วยป้องกันแสงแดด ลมฝน และพายุ ให้กับพื้นที่ภายในบ้านของเรา นอกจากนี้ยังช่วยให้บ้านไม่ร้อนจนเกินไปอีกด้วย การออกแบบหลังคาที่มีประสิทธิภาพดีจะช่วยถ่ายเทความร้อนภายในบ้าน เพิ่มประสิทธิภาพด้วยฉนวนกันความร้อน หรือแผ่นสะท้อนความร้อน มาช่วยต้านทานความร้อนอีกระดับหนึ่ง ส่วนวัสดุที่ใช้ทำหลังคาบ้าน เช่น กระเบื้องคอนกรีตแผ่นเรียบ กระเบื้องลอนคู่ กระเบื้องซีเมนต์ โยหิน กระเบื้องลูกฟูกกระเบื้องซีเมนต์อัดลอน กระเบื้องคอนกรีต เป็นต้น

รูปแบบหลังคาบ้านที่นิยมใช้ในปัจจุบัน

รูปแบบของหลังคาที่นิยมสามารถแบ่งเป็นประเภทใหญ่ๆได้ 3 ประเภท คือ หลังคาแบบสามเหลี่ยมมาตรฐาน (Standard Pattern) หรือเรียกว่า Attic หลังคาแบบเว้า (Concave Pattern) หรือเรียกว่า Polynesian และหลังคาแบบนูน (Convex) หรือเรียกว่า Gambrel ดังรูปที่ 2.1



รูปที่ 2.1 รูปแบบหลังคาบ้าน

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

2.1.1 วัสดุ

วัสดุที่นำมาใช้ในการพิจารณาในปัญหาพิเศษจะประกอบด้วยผนังและหลังคาที่จะใช้วัสดุ ดังต่อไปนี้

อิฐมวลเบา[18]



คุณสมบัติ อิฐมวลเบาเป็นผลิตภัณฑ์คอนกรีตชนิดใหม่ผลิตจากวัตถุดิบธรรมชาติ ได้แก่ ปูนซีเมนต์ ปอร์ตแลนด์ ทราย ปูนขาว ยิบซัมน้ำ และสารกระจายฟองอากาศส่วนผสมพิเศษในอัตราส่วนที่เป็นสูตรเฉพาะตัวการผลิตส่วนใหญ่เป็นการนำเทคโนโลยีและเครื่องจักรที่นำเข้ามาจากต่างประเทศ ผลิตภัณฑ์คอนกรีต

มวลเบาเป็นวัสดุก่อสร้างยุคใหม่ที่มุ่งเน้นให้เกิดประโยชน์สูงสุดจากการนำไปใช้งานทุกด้าน ด้วยคุณสมบัติพิเศษ คือตัววัสดุมีน้ำหนักเบา ขนาดก้อนได้มาตรฐานเท่ากันทุกก้อน ทนไฟป้องกันความร้อน ป้องกันเสียง ตัดแต่งเข้ารูปง่าย ใช้งานได้เกือบ 100% ไม่มีเศษเป็นอิฐหัก และที่สำคัญคือรวดเร็ว สะอาด ลดระยะเวลาในการก่อสร้างและลดต้นทุนโครงสร้างและมีคุณสมบัติที่โดดเด่นดังนี้

1. คุณสมบัติทางกายภาพ อิฐมวลเบา มีน้ำหนักน้อย ซึ่งช่วยให้ในการเตรียมโครงสร้างเผื่อกันรับน้ำหนัก สามารถลดต้นทุนในการสร้างโครงสร้างอาคารได้
2. ประหยัดพลังงาน กันความร้อนได้ดีกว่าอิฐมอญ 8 เท่า สามารถลดการถ่ายเทความร้อนจากภายนอก 3-4 เท่า ทำให้ประหยัดค่าไฟฟ้า
3. กันเสียงและดูดซับได้ดี สามารถกันเสียงได้ดีกว่าอิฐมอญ ช่วยลดทอนความดังของเสียงจากภายนอกอาคารและระหว่างห้องได้เป็นอย่างดี
4. การกันไฟ อิฐมอญก่อ 2 ชั้นมีฉนวนตรงกลาง จะกันไฟได้ดีกว่าอิฐมวลเบา(ช่องว่างตรงกลาง) เล็กน้อยและทนไฟที่ 1,100 องศาเซลเซียสได้นานกว่า 4 ชั่วโมงซึ่งนานกว่าอิฐมอญ 2-4 เท่าทำให้จะช่วยจำกัดความเสียหายในกรณีที่เกิดเพลิงไหม้ได้

5. ความแข็งแรง การใช้งานทั่วไปไม่ต่างกัน แต่ผนังอิฐมอญจะเหมาะสำหรับการใช้วัสดุกรุผนังที่มีน้ำหนักมากเช่นหินแกรนิตหรือหินอ่อน

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาด้านวิศวกรรมโยธาเท่านั้น ไม่สามารถเผยแพร่หรือใช้ประโยชน์อื่นใดได้
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งยังมีลิขสิทธิ์เป็นของตนเอง และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

6. น้ำหนักเบาก่อสร้างได้รวดเร็ว เบากว่าอิฐมอญ 4-5 เท่า
7. มิติเที่ยงตรง ขนาดมิติเที่ยงตรง แน่นอน ได้ชิ้นงานที่เรียบ สวยงาม มีหลายขนาดให้เลือก ประหยัดวัสดุและแรงงานในการก่อฉาบ
8. อายุการใช้งาน ยาวนานเท่าโครงสร้างคอนกรีต 50 ปีเนื่องจากวัตถุดิบที่ใช้ในการผลิตได้แก่ ปูนซีเมนต์ ทราย ปูนขาว ยิปซั่ม สารกระจายฟองและเหล็กเส้น จึงมีอายุการใช้งานยาวนานกว่า อิฐมอญ ซึ่งส่วนผสมส่วนใหญ่ คือ ดิน

กระเบื้องหลังคาคอนกรีต [19]



กระเบื้องคอนกรีตมุงหลังคา ซึ่งส่วนใหญ่จะเรียกกันทั่วไปว่ากระเบื้องโมเนียเป็นกระเบื้องมุงหลังคาที่นิยมใช้กันมากโดยเฉพาะบ้านอยู่อาศัยเพราะมีความแข็งแรงป้องกันความร้อนได้ดี เสียงไม่ดังเวลาฝนตก ให้ความสวยงามเพราะมีให้เลือกหลายสี และสามารถเข้ากับบ้านได้ทุกแบบแต่มีข้อเสียอยู่บ้างคือ

มีน้ำหนักมากและราคาแพงกว่ากระเบื้องมุงหลังคาชนิดอื่น มีคุณสมบัติหลักๆดังนี้

1. ความแข็งแรง การต้านทานการกดตามแนวขวาง สามารถทนแรงกดได้มากถึง 1500 นิวตัน ซึ่งสูงกว่าวัสดุมุงหลังคาชนิดอื่นๆถึงหลายเท่า
2. การไม่รั่วซึม จากการทดสอบไม่ปรากฏหยดน้ำได้ผิวกระเบื้องหลังจากกักน้ำไว้เหนือผิวกระเบื้อง 50 มม. เป็นเวลา 24 ชั่วโมง
3. การป้องกันไฟ อยู่ในอัตราเผาไหม้ไหม้

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

2.1.2 ข้อมูลวัสดุที่ใช้สำหรับกรณีศึกษา

สำหรับวัสดุบ้านที่นำมาศึกษาในการใช้สร้างผนังบ้านเป็นวัสดุชนิดอิฐมวลเบา และ กระเบื้องคอนกรีตสำหรับหลังคาบ้าน ซึ่งมีค่าต่างๆ ของวัสดุดังตารางต่อไปนี้

คุณสมบัติ	วัสดุ	อิฐมวลเบา	กระเบื้องหลังคา คอนกรีต	อากาศ
ความหนาแน่น (ρ)		960	2400	1.2
สัมประสิทธิ์การนำความร้อน (k)		0.303	0.993	0.026
ความร้อนจำเพาะ (γ)		0.84	0.79	0.24
ค่าสภาพแพร่ความร้อนของวัสดุ (K)		3.7574×10^{-4}	5.237342×10^{-4}	9.0278×10^{-4}
ความหนาของวัสดุ (cm)		7.5	1.6	-
ความยาวของวัสดุ (cm)		20	20	-

ตารางที่ 2.1 ค่าคุณสมบัติของวัสดุที่ใช้ในการศึกษา

หมายเหตุ $K = c^2 = \frac{k}{\gamma\rho}$

2.2 ข้อมูลอุณหภูมิความร้อนเฉลี่ยภายในกรุงเทพมหานคร

ในปัญหาพิเศษนี้ได้นำข้อมูลอุณหภูมิต่างๆมาจากกรมอุตุนิยมวิทยา[20] ตั้งแต่เดือนมกราคม 2009 ถึงเดือนธันวาคม 2013 ดังตารางต่อไปนี้

ปี	เดือน	อุณหภูมิ สูงสุด	อุณหภูมิ ต่ำสุด	อุณหภูมิ เฉลี่ย	อุณหภูมิ เฉลี่ยสูงสุด	อุณหภูมิ เฉลี่ยต่ำสุด
2009	มกราคม	34	15.5	25.7	31.4	20.8
2009	กุมภาพันธ์	38.8	23.1	29.1	34.9	25.1
2009	มีนาคม	37.9	22.1	29.9	35.3	26.3
2009	เมษายน	39.4	22.6	30.2	35.8	26.3
2009	พฤษภาคม	37.2	22.5	29.3	34	25.9
2009	มิถุนายน	35.8	21.7	29.4	33.5	26.3
2009	กรกฎาคม	36.5	23.9	28.8	33.2	25.8

2009	สิงหาคม	36.7	22.6	29.4	34	25.9
2009	กันยายน	35.6	23	28.7	33.9	25.4
2009	ตุลาคม	37.9	22.3	28.4	33.5	24.8
2009	พฤศจิกายน	38.8	19.9	28	33.2	23.9
2009	ธันวาคม	34.9	21.3	27.9	33.1	23.8
2010	มกราคม	35.5	20	27.8	32.8	24.5
2010	กุมภาพันธ์	36.9	24.1	29.4	33.9	26.7
2010	มีนาคม	37.9	23.5	30.2	35.5	27
2010	เมษายน	39	25.2	31.5	36.8	28.4
2010	พฤษภาคม	39.7	24.9	31.1	36.6	28.2
2010	มิถุนายน	37.9	25	30.5	35.8	27.1
2010	กรกฎาคม	37.9	24.1	29.4	34.4	26.3
2010	สิงหาคม	36.2	23.7	28.6	33.6	25.6
2010	กันยายน	36.2	23.4	28.8	33.8	25.4
2010	ตุลาคม	35	22.1	27.9	32.3	25
2010	พฤศจิกายน	34.8	21.3	28.2	32.7	24.5
2010	ธันวาคม	34.2	19.8	27.5	32.4	23.8
2011	มกราคม	34.5	19.4	27	32.4	22.5
2011	กุมภาพันธ์	36.1	21.4	28.5	34	25.2
2011	มีนาคม	25.9	17.6	27	31.5	24.1
2011	เมษายน	36.1	23.2	29.1	34.2	26.1
2011	พฤษภาคม	39.2	23.8	29.6	34.8	26.4
2011	มิถุนายน	36	24.5	29.1	33.4	26.6
2011	กรกฎาคม	36.7	24.3	28.6	33.3	25.6
2011	สิงหาคม	36.7	24.5	28.4	33.2	25.7
2011	กันยายน	35.7	24.4	28.2	33	25.7
2011	ตุลาคม	35.3	23.2	28.2	33	34.1
2011	พฤศจิกายน	36.3	24.4	29.3	34.1	25.6
2011	ธันวาคม	35.1	18.7	26.8	31.9	22.7

2012	มกราคม	35.5	21.8	28.1	33	24.9
2012	กุมภาพันธ์	35.8	23	28.9	33.6	25.7
2012	มีนาคม	37.8	25.4	30.4	35.9	27.2
2012	เมษายน	40	23.9	31.2	36.9	27.8
2012	พฤษภาคม	39	24.7	30.4	35.5	27.3
2012	มิถุนายน	35.7	25.4	29.4	34.2	26.8
2012	กรกฎาคม	35.6	24.5	28.6	33.5	26
2012	สิงหาคม	35.3	24.4	28.5	33.5	25.8
2012	กันยายน	35.8	23.8	27.7	32.9	23.8
2012	ตุลาคม	36.4	23.7	28.3	33.6	23.7
2012	พฤศจิกายน	36.5	24	28.4	33.6	24
2012	ธันวาคม	36.5	21.8	25.2	34.1	21.8
2013	มกราคม	35.2	21.7	27.8	33.1	21.7
2013	กุมภาพันธ์	37.1	23.9	29.6	34.7	23.9
2013	มีนาคม	40.1	23	30.1	35.6	23
2013	เมษายน	39.5	24.1	29.9	36.3	24.1
2013	พฤษภาคม	39.4	25.1	31.1	36.5	25.1
2013	มิถุนายน	37.1	25	29	34.1	25
2013	กรกฎาคม	36.2	25	28.4	33	25
2013	สิงหาคม	35.3	24.2	28.6	33.9	24.2
2013	กันยายน	36.9	23.6	28	32.7	23.6
2013	ตุลาคม	35.7	23.3	28.2	32.9	23.3
2013	พฤศจิกายน	35.9	23.4	28.3	33.3	23.4
2013	ธันวาคม	34	17.8	25.1	30.8	17.8
	เฉลี่ย					

ตารางที่ 2.2 ข้อมูลอุณหภูมิเฉลี่ยในกรุงเทพมหานครตั้งแต่ปี ค.ศ. 2009-2013

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
จากข้อมูลตารางที่ 2.2 จะได้ข้อมูลของอุณหภูมิความร้อนโดยเฉลี่ยสูงสุด-ต่ำสุดของ
ไม่ว่ากรณีใดก็ตาม อีกรุ่นที่มีให้ดูแปลงเป็นปี และดูข้างล่างถึงเจ้าของเอกสารที่กรรมการนำไปใช้
กรุงเทพมหานครตั้งแต่ปี ค.ศ. 2009-2013 มีค่าเท่ากับ 33.90462°C และ 25.64462°C ตามลำดับ ในที่นี้

เราจะใช้อุณหภูมิความร้อนโดยเฉลี่ยสูงสุดในการพิจารณาเงื่อนไขค่าขอบเขตของการกระจายความร้อนภายในบ้าน

2.3 ทฤษฎีเกี่ยวกับความร้อน

2.3.1 การถ่ายเทความร้อน [21]

การถ่ายเทความร้อนเป็นปรากฏการณ์ธรรมชาติที่เกิดขึ้นเมื่ออุณหภูมิระหว่างตำแหน่งสองตำแหน่งในจักรวาลมีค่าแตกต่างกันโดยความร้อนจะถ่ายเทจากที่มีอุณหภูมิสูงไปที่มีอุณหภูมิต่ำเสมอ ดังตัวอย่างในชีวิตประจำวันที่เราพบเห็นเช่นเมื่อเราเอามือเราไปจับน้ำแข็งซึ่งมีอุณหภูมิต่ำกว่ามือเรารู้สึกปวดเราจะรู้สึกเย็นที่เป็นเช่นนี้เพราะร่างกายสูญเสียความร้อนไปให้น้ำแข็งที่มีอุณหภูมิต่ำกว่าทำให้เรารู้สึกเย็นสำหรับงานด้านโลหะวิทยาที่มีการประยุกต์ใช้ความรู้ด้านการถ่ายเทความร้อนอย่างกว้างขวาง เพราะกระบวนการทางโลหะวิทยาล้วนแล้วแต่อาศัยหลักการถ่ายเทความร้อนในการเปลี่ยนแปลงอุณหภูมิของโลหะที่เข้าสู่กระบวนการซึ่งเมื่ออุณหภูมิของโลหะเปลี่ยนไปถึงจุดวิกฤตค่าหนึ่งจะทำให้เฟสในเนื้อโลหะเกิดการเปลี่ยนแปลงสมบัติหรือเกิดการเปลี่ยนแปลงเฟสโดยการเปลี่ยนแปลงเฟสเป็นได้ทั้งการเปลี่ยนแปลงจากสภาพเฟสที่เป็นของแข็งเฟสหนึ่งไปเป็นของแข็งอีกเฟสหนึ่งเช่นกระบวนการอบชุบเหล็กกล้าการอบชุบโลหะผสมอะลูมิเนียมหรือการเปลี่ยนแปลงเฟสระหว่างของเหลวกับของแข็งด้วยเหตุนี้นักโลหวิทยาจึงควรมีความรู้เรื่องการถ่ายเทความร้อนให้ดี

การถ่ายเทความร้อนแบ่งออกเป็น 3 ประเภทได้แก่การนำความร้อน การพาความร้อน และการแผ่รังสีความร้อน ซึ่งในงานวิจัยนี้ จะเกี่ยวข้องกับการนำความร้อน

2.3.1.1 การนำความร้อน(Conduction)

การนำความร้อน คือ การถ่ายเทพลังงานระดับโมเลกุล ขณะที่โมเลกุลได้รับพลังงานความร้อน โมเลกุลจะเกิดการสั่นพลังงานจากการสั่นนี้จะส่งผ่านจากโมเลกุลหนึ่งไปยังอีกโมเลกุลหนึ่ง โดยไม่ต้องมีการเคลื่อนย้ายโมเลกุล การเกิดการถ่ายเทความร้อนแบบการนำความร้อนนี้อาจเกิด 1,2,3 มิติ เช่น การนำความร้อนผ่านแท่งเหล็กที่ให้ความร้อน ณ จุดปลายด้านหนึ่งเป็นตัวอย่างของการถ่ายเทความร้อนแบบ 2 มิติ โดยการถ่ายเทจากปลายด้านที่ร้อนไปสู่ด้านที่เย็น

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ในการแก้ปัญหาเรื่องความร้อน ซึ่งสมการความร้อนใน 1 มิติ และ 2 มิติ จะอยู่ในรูปของสมการเชิงอนุพันธ์ย่อยซึ่งเราจะเสนอวิธีการแก้สมการเชิงอนุพันธ์ของความร้อนโดยวิธีการแยกตัวแปร[10,17] จากรูปแบบสมการความร้อนในมิติต่างๆเมื่อ x แทนมิติ และ t แทนเวลา

$$c^2 \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} \right) = \frac{\partial u}{\partial t} \quad (1 \text{ มิติ}) \quad (2.1)$$

$$c^2 \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \right) = \frac{\partial u}{\partial t} \quad (2 \text{ มิติ}) \quad (2.2)$$

ในที่นี้เราจะใช้สมการลาปลาซโดยแปลงมาจากสมการความร้อนซึ่งจะกำหนดอุณหภูมิ $T(x,y)$ รูปทรงบ้านทั้ง 3 รูปแบบ ได้แก่ ได้แก่ หลังคาแบบสามเหลี่ยมมาตรฐาน (Standard Pattern) , หลังคาแบบเว้า (Concave Pattern) และหลังคาแบบนูน (Convex Pattern) และทั้ง 3 มุม ได้แก่ 30 , 45 และ 60 องศา ไม่เปลี่ยนแปลงตามเวลานั้นคือ $\frac{\partial u}{\partial t} = 0$ เพื่อหาอุณหภูมิที่สภาวะหยุดนิ่ง (steady-state temperature $T(x,y)$) ของรูปทรงบ้านดังกล่าว จะได้สมการลาปลาซดังนี้

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = 0 \quad (2.3)$$

2.3.2 สมการความร้อน

จากสมการความร้อนดังต่อไปนี้

$$u_t = \alpha^2 u_{xx}, \quad t > 0, \quad 0 < x < L \quad (2.4)$$

บทนิยาม จะเรียกว่าผลเฉลยแยกตัวแปรถ้ามีฟังก์ชันตัวแปรเดียว $X(x), T(t)$ ซึ่ง $u(x,t) = X(x)T(t)$ สมการแยกตัวแปร

แทน $u(x,t) = X(x)T(t)$ ในสมการ (2.4) จะได้ว่า

$$X(x)T'(t) = \alpha^2 X''(x)T(t)$$

จัดรูปได้

$$\frac{T'(t)}{\alpha^2 T(t)} = \frac{X''(x)}{X(x)} \quad (2.5)$$

ด้านซ้ายมือจะเป็นฟังก์ชันของ t แต่ด้านขวามือเป็นฟังก์ชันของ x ดังนั้นจะเท่ากันได้กรณีเดียวคือเป็นค่าคงตัวทั้งคู่ดังนั้นจะมีค่าคงตัว λ ที่ทำให้

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า

ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้คัดลอกเอกสารฉบับนี้ไปเผยแพร่โดยไม่ได้รับอนุญาตจากเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำเอกสารไปใช้

$$\frac{T'(t)}{\alpha^2 T(t)} = \frac{X''(x)}{X(x)} = \lambda^2 = \mu \quad (2.6)$$

ขณะนี้การหาผลเฉลยแยกตัวแปรได้ลดลงมาเป็นการหาค่าคงตัวและฟังก์ชัน X, T ทั้งหมดที่สอดคล้องกับสมการ

$$T'(t) - \lambda^2 \alpha^2 T(t) = 0 \quad (2.7)$$

และ

$$X''(x) - \lambda^2 X(x) = 0 \quad (2.8)$$

จะเรียกสองสมการนี้ว่าสมการแยกตัวแปรและ λ^2 ที่มีผลเฉลยแยกตัวแปรที่ไม่เป็นฟังก์ชัน 0 เรียกว่าค่าเจาะจง (Eigenvalues)

เงื่อนไขค่าขอบ

ในการแก้ ODE (2.7), (2.8) หา $X(x), T(t)$ ทั้งหมดจะต้องมีเงื่อนไขเพิ่มเติม กำหนดให้สมการความร้อน (2.4) ระบุค่าขอบ Dirichlet เป็น

$$u(0, t) = u(L, t) = 0 \quad t > 0 \quad (2.9)$$

พิจารณา (2.9) จาก $u(x, t) = X(x)T(t)$ ได้

$$X(0)T(t) = 0 = X(L)T(t) \quad \text{เป็นจริงทุก } t > 0$$

เพื่อหาผลเฉลย u ที่ไม่ใช่ฟังก์ชันค่าคงตัว 0 ดังนั้น X ต้องสอดคล้อง

$$X(0) = X(L) = 0 \quad (2.10)$$

เงื่อนไขค่าเริ่มต้น

$$u(x, 0) = 1 \quad 0 < x < L \quad (2.11)$$

ค่าเจาะจง

เมื่อนำ (2.9), (2.11) รวมกันสามารถแก้สมการหาค่าเฉพาะเจาะจง λ และฟังก์ชัน X ได้ โดยแยกเป็นกรณีดังนี้

กรณี 1 $\mu > 0$ ได้

ได้สมการ $T' - \lambda^2 \alpha^2 T = 0$ ดังนั้น $T(t) = C_1 e^{\lambda^2 \alpha^2 t}$

และสมการ $X'' = \lambda^2 X$ ดังนั้น $X(x) = C_2 e^{\lambda^2 x} + C_3 e^{-\lambda^2 x}$

แต่จากสมการ (2.10); $X(0) = X(L) = 0$ ทำให้ได้

$$C_1 = C_2 = 0$$

นั่นคือ กรณีนี้ได้ $X = 0$ ดังนั้น $u = 0$

กรณี 2 $\mu = 0$ ได้

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนลิขสิทธิ์ไว้สำหรับใช้ในการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ได้สมการ $T' = 0$ ดังนั้น $T(t) = C_1$
 และสมการ $X'' = 0$ ดังนั้น $X(x) = C_2 x + C_3$
 ผลเฉลยที่ได้คือ $X(x) = C_1 + C_2 x$
 และจาก (2.10) ได้เหมือนกรณีแรก คือ $u = 0$

กรณี 3 $\mu < 0$ ได้

พิจารณาสมการ $T' = -\lambda^2 \alpha^2 T$ มีผลเฉลยคือ $T(t) = C_1 e^{-\lambda^2 \alpha^2 t}$
 และสมการ $X'' = -\lambda^2 X$ มีผลเฉลยคือ $X(x) = C_1 \cos(\lambda x) + C_2 \sin(\lambda x)$

พิจารณาจากสมการ (2.10)

จาก $X(0) = 0$ ได้ $C_1 = 0$ ดังนั้น $X(x) = C_2 \sin(\lambda x)$

และ $X(L) = 0$ จะได้ $\sin(\lambda L) = 0$ สำหรับกรณีที่ $C_2 \neq 0$

แก้สมการตรีโกณมิติได้ว่า

$$\lambda = \left(\frac{n\pi}{L}\right), \quad n = 1, 2, \dots$$

และคำนวณฟังก์ชัน X ได้เป็น

$$X(x) = C \sin \frac{n\pi x}{L}, \quad n = 1, 2, \dots$$

จาก Superposition คือ

$$u_n(x, t) = C_n \sin\left(\frac{n\pi x}{L}\right) e^{-\left(\frac{n\pi\alpha}{L}\right)^2 t}$$

จากเงื่อนไข $u(x, 0) = 1 = \sum_{n=1}^{\infty} C_n \sin\left(\frac{n\pi x}{L}\right)$

สังเกตฟังก์ชัน $\sin \frac{n\pi x}{L}$ ปรากฏในการกระจายอนุกรมฟูรีเยร์

$$C_n = \frac{2}{L} \int_0^L (1) \sin\left(\frac{n\pi x}{L}\right) dx$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
 ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

เนื่องจาก

$$\begin{aligned} \int_0^L (1) \sin\left(\frac{n\pi x}{L}\right) dx &= \frac{L}{n\pi} \left(-\cos\frac{n\pi x}{L} \right) \Bigg|_{x=0}^L \\ &= -\frac{L}{n\pi} \left[\cos\left(\frac{n\pi L}{L}\right) - \cos\left(\frac{n\pi(0)}{L}\right) \right] \\ &= -\frac{L}{n\pi} (\cos n\pi - 1) \\ &= -\frac{L}{n\pi} ((-1)^n - 1) \\ &= \frac{L}{n\pi} (1 - (-1)^n) \end{aligned}$$

ผลเฉลยแยกตัวแปรทั้งหมด

$$T(t) = C'e^{-\left(\frac{n\pi\alpha}{L}\right)^2 t}$$

สรุป ผลเฉลยแยกตัวแปรทั้งหมด ของปัญหาความร้อนบนช่วง $[0, L]$

คือ

$$\begin{cases} u_t = ku_{xx} \\ u(0, t) = u(L, t) = 0 \end{cases}$$

$$u(x, t) = \sum_{n=1}^{\infty} A_n e^{-\left(\frac{n\pi\alpha}{L}\right)^2 t} \sin\left(\frac{n\pi x}{L}\right)$$

2.4 ระเบียบวิธีขึ้นประกอบอันตะ (Finite Element Method)

เป็นวิธีการคำนวณเชิงตัวเลขชนิดหนึ่งสำหรับแก้สมการเชิงอนุพันธ์ ที่ต้องมีสมการควบคุมระบบ และใช้เงื่อนไขขอบเขตเพื่อจะแก้สมการ โดยแบ่ง โดเมนของปัญหาออกเป็นชิ้นส่วนย่อยๆ (Element) แต่ละเอลิเมนต์จะเชื่อมต่อกันด้วยจุดต่อ(Node) แล้วจึงนำสมการควบคุมระบบ มาสร้างสมการไฟไนต์เอลิเมนต์ สำหรับแต่ละเอลิเมนต์บนโดเมน จากนั้น ทำการแก้ระบบสมการดังกล่าว ได้ผลเฉลยโดยประมาณที่จุดต่อบนโดเมน

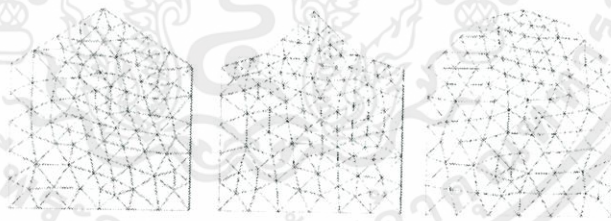
หลักการของระเบียบวิธีขึ้นประกอบอันตะ[13] คือ การแก้ปัญหาโดยใช้สมการทางคณิตศาสตร์
 ไม่ว่าจะวิธีนี้สามารถนำมาใช้กับ ปัญหาที่มีรูปร่างลักษณะซับซ้อนเช่นใดก็ได้ โดยสามารถจำลองรูปร่างลักษณะ

เดิมที่แท้จริงได้ใกล้เคียง คือเริ่มจากการแบ่งรูปร่างของปัญหาออกเป็นเนื้อที่หลายๆชิ้นที่เรียกว่า
 เอลิเมนต์ โดย เอลิเมนต์ ต่างๆนี้อาจอยู่ในรูปของสามเหลี่ยมและสี่เหลี่ยมด้านไม่เท่าก็ได้ โดยส่วนมาก
 มักแบ่งเป็นรูปสามเหลี่ยม เพื่อให้ง่ายต่อการคำนวณจากนั้นจึงทำการกำหนดเงื่อนไขขอบเขตที่ให้มาลงไป
 ในระบบสมการชุดใหญ่แล้วจึงทำการแก้สมการดังกล่าว ซึ่งก่อให้เกิดผลเฉลยโดยประมาณที่ต้องการ ณ
 ตำแหน่งต่างๆ ของปัญหานั้น

จากคำอธิบายนี้จะเห็นได้ว่า ความแม่นยำของค่าผลเฉลยโดยประมาณที่คำนวณออกมาได้นั้น จะ
 ขึ้นอยู่กับขนาดและจำนวนของเอลิเมนต์ที่ใช้ในการแก้ปัญหา นั้น นอกจากนั้นความแม่นยำของผลเฉลยยัง
 ขึ้นอยู่กับการสมมติรูปแบบของฟังก์ชันภายใน (interpolation function) ที่ใช้กับแต่ละเอลิเมนต์นั้น
 กล่าวคือ ฟังก์ชันการประมาณภายในที่สมมติขึ้นมานั้นมีความใกล้เคียงกับผลเฉลยแม่นยำตรงของปัญหานั้น
 มากน้อยเพียงใด

2.4.1 ขั้นตอนทั่วไปของระเบียบวิธีขึ้นประกอบอันตะ

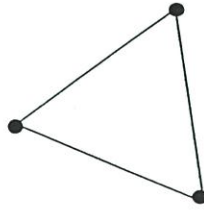
ขั้นตอนที่ 1 การแบ่งขอบเขตรูปร่างลักษณะของปัญหาที่ต้องการที่จะหาผลลัพธ์นั้นออกเป็น
 element ย่อยๆดังรูป 2.2 สำหรับในงานวิจัยนี้เราจะพิจารณาปัญหาที่เกี่ยวกับอุณหภูมิและความร้อน
 (Thermal problem)



รูปที่ 2.2 การแบ่งรูปร่างลักษณะของปัญหาออกเป็นเอลิเมนต์รูปสามเหลี่ยม 3 โหนดประกอบกัน

ขั้นตอนที่ 2 เลือกฟังก์ชันประมาณภายในเอลิเมนต์ (element interpolation functions)
 เช่น เอลิเมนต์สามเหลี่ยม เอลิเมนต์ดังกล่าวประกอบด้วย 3 จุดต่อ ดังรูป 2.3

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
 ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



รูปที่ 2.3 เอลิเมนต์สามเหลี่ยมแบบอย่างประกอบด้วยสามจุดต่อโดยมีตัวไม่รู้ค่าอยู่ ณ ตำแหน่งที่จุดต่อ ซึ่งคือ ϕ_1, ϕ_2, ϕ_3 ตัวไม่รู้ค่าที่จุดต่อเหล่านี้ อาจเป็นค่ายึดหรือหัดตัว สำหรับงานวิจัยนี้ในปัญหาเกี่ยวกับการถ่ายเทความร้อนอาจเป็นค่าอุณหภูมิ ลักษณะการกระจายตัวไม่รู้ค่าเอลิเมนต์นี้ไม่สามารถเขียนให้อยู่ในรูปของฟังก์ชันประมาณภายในและตัวไม่รู้ค่าที่จุดต่อได้ ดังนี้

$$\phi(x, y) = N_1(x, y)\phi_1 + N_2(x, y)\phi_2 + N_3(x, y)\phi_3 \quad (2.12)$$

โดย $N_i(x, y); i = 1, 2, 3$ คือฟังก์ชันประมาณภายในเอลิเมนต์

สมการ (2.12) สามารถเขียนให้อยู่ในรูปแบบของเมทริกซ์ได้ดังนี้

$$\begin{aligned} \phi(x, y) &= [N_1 \ N_2 \ N_3] \begin{Bmatrix} \phi_1 \\ \phi_2 \\ \phi_3 \end{Bmatrix} \\ &= \underset{(1 \times 3)}{[N]} \underset{(3 \times 1)}{\{\phi\}} \end{aligned} \quad (2.13)$$

โดย $[N]$ คือเมทริกซ์ของฟังก์ชันการประมาณภายในเอลิเมนต์ และ $\{\phi\}$ คือ เวกเตอร์เมทริกซ์ที่ประกอบด้วยตัวไม่รู้ค่าที่จุดต่อของเอลิเมนต์นั้น สัญลักษณ์ $[\]$ แสดงถึงเมทริกซ์แถวนอน (Row Matrix) และ $\{ \}$ แสดงถึงเมทริกซ์แถวตั้ง (Column Matrix)

ขั้นตอนที่ 3 การสร้างสมการของเอลิเมนต์ (element equations) จากสมการ (2.13) จะสร้างสมการอยู่ในรูปแบบดังนี้

$$\begin{bmatrix} k_{11} & k_{12} & k_{13} \\ k_{21} & k_{22} & k_{23} \\ k_{31} & k_{32} & k_{33} \end{bmatrix}_e \begin{Bmatrix} \phi_1 \\ \phi_2 \\ \phi_3 \end{Bmatrix}_e = \begin{Bmatrix} F_1 \\ F_2 \\ F_3 \end{Bmatrix}_e \quad (2.14)$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับครูใช้สอนเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

เขียนอีกรูปแบบหนึ่งได้เป็น

$$[K]_e \{\phi\}_e = \{F\}_e \quad (2.15)$$

ขั้นตอนที่ 4 การนำสมการของแต่ละเอลิเมนต์ที่ได้มาประกอบกัน ก่อให้เกิดระบบสมการพร้อมกันขึ้น (System of simultaneous equations) ในรูปแบบดังนี้

$$\sum(\text{element equation}) \rightarrow [K]_{\text{sys}} \{\phi\}_{\text{sys}} = [F]_{\text{sys}} \quad (2.16)$$

ขั้นตอนที่ 5 ทำการประยุกต์เงื่อนไขขอบเขต (boundary conditions) ลงในสมการ (2.16) แล้วจึงแก้สมการนั้น เพื่อหาตัวไม่รู้ค่าที่จุดต่อ (nodal unknowns) สำหรับงานวิจัยนี้เป็นค่าของอุณหภูมิที่จุดต่างๆ

ขั้นตอนที่ 6 เมื่อคำนวณค่าต่างๆที่จุดต่อออกมาได้แล้วก็สามารถทำการหาค่าอื่นๆที่ต้องการทราบต่อไปได้ เช่น เมื่อรู้อุณหภูมิที่จุดต่างๆก็สามารถคำนวณหาค่าปริมาณการถ่ายเทความร้อนได้ เป็นต้น

2.5 ระเบียบวิธีผลต่างสี่เหลี่ยม (Finite Difference Method)

2.5.1 การประมาณค่าเชิงอนุพันธ์ด้วยผลต่างสี่เหลี่ยม[14]

ให้ฟังก์ชัน u และอนุพันธ์ของ u เป็นฟังก์ชันค่าเดียว ต่อเนื่องและมีค่าอันตะ

อนุกรมเทเลอร์ของ T เขียนแทนโดย

$$u(x+h) = u(x) + hu'(x) + \frac{1}{2}h^2 u''(x) + \frac{1}{6}h^3 u'''(x) + \dots \quad (2.17)$$

และ

$$u(x-h) = u(x) - hu'(x) + \frac{1}{2}h^2 u''(x) - \frac{1}{6}h^3 u'''(x) + \dots \quad (2.18)$$

ดังนั้น

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีก $u(x+h) + u(x-h) = 2u(x) + h^2 u''(x) + O(h^4)$ ของเอกสารทุกครั้งที่มีการ (2.19)

เมื่อ $O(h^4)$ แทนพจน์ที่ประกอบด้วย h ที่มีกำลังมากกว่าหรือเท่ากับสี่ สมมติว่าพจน์ที่ประกอบด้วย h กำลังที่มากกว่าเท่ากับสี่ มีค่าน้อยมากเมื่อเทียบกับกำลังของ h ที่มีค่าต่ำกว่า ดังนั้นเราจะประมาณอนุพันธ์อันดับสองของ u ด้วย

$$u''(x) = \frac{d^2u}{dx^2} \approx \frac{1}{h^2} \{u(x+h) - 2u(x) + u(x-h)\} \quad (2.20)$$

โดมมีค่าคลาดเคลื่อนอันดับ h^2 เขียนแทนโดย $O(h^2)$ ซึ่งได้มากจากการนำค่าหน้าอนุพันธ์อันดับสองจากด้านขวามือของสมการที่ (2.17)

ถ้านำสมการที่(2.18) ลบออกจากสมการที่ (2.17) และตัดพจน์ที่ h ที่มีกำลังมากกว่าสามทิ้งไปจะได้

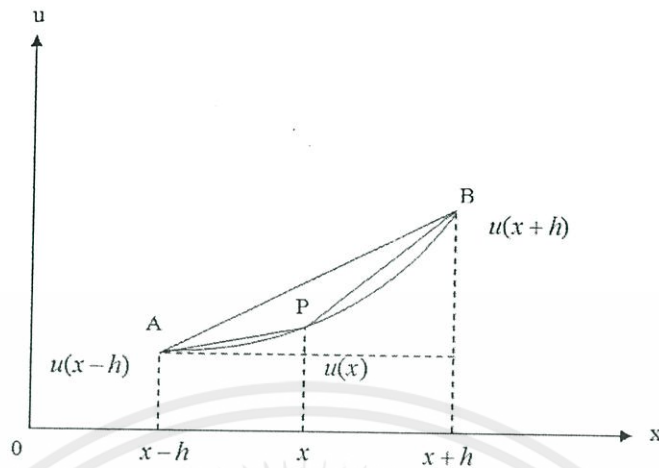
$$u'(x) = \frac{du}{dx} \approx \frac{1}{2h} \{u(x+h) - u(x-h)\} \quad (2.21)$$

โดยมีค่าคลาดเคลื่อนอันดับ h หรือ $O(h)$

สมการที่ (2.21) จะเป็นการประมาณค่าความชันของเส้นสัมผัสที่จุด P ด้วยความชันของคอร์ด AB จากรูปที่ 2.4 และเรียกการประมาณนี้ว่า ผลต่างสี่เบื้องตรงกลาง (Central Difference) เราอาจจะประมาณค่าของความชันของเส้นสัมผัสที่จุด P ด้วยความชันคอร์ด PB จะได้ผลต่างอันตะข้างหน้า (Forward Difference) ในรูป

$$u'(x) \approx \frac{1}{h} \{u(x+h) - u(x)\} \quad (2.22)$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้คัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



รูปที่ 2.4 แสดงการประมาณค่าของความชันที่จุด P ด้วยคอร์ด AB, PB และ AP

หรือประมาณค่าความชันของคอร์ด AP จะได้ผลต่างสืบเนื่องย้อนกลับ (Backward Difference) ในรูป

$$u'(x) \approx \frac{1}{h} \{u(x) - u(x-h)\} \quad (2.23)$$

โดยสมการที่ (2.22) และ (2.23) ได้มาจากสมการที่ (2.17) และ (2.18) ตามลำดับ สมมติว่า h ที่มีกำลังมากกว่าหรือเท่ากับสอง ที่มีค่าน้อยมาก ซึ่งแสดงว่าค่าคลาดเคลื่อนของผลต่างสืบเนื่องข้างหน้า และย้อนหลังอยู่ในอันดับ $O(h)$

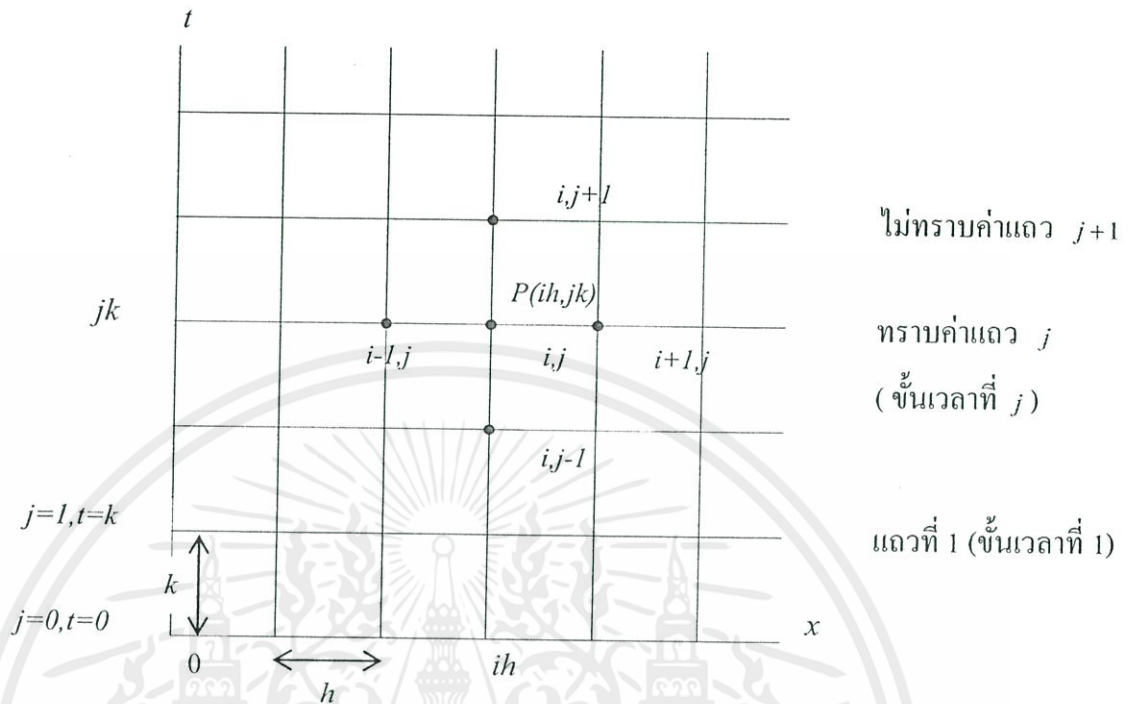
2.5.2 สัญลักษณ์แทนฟังก์ชันหลายตัวแปร

สมมติให้ $u(x, t)$ แทนฟังก์ชันของตัวแปรอิสระ x และ t แบ่งระนาบ xt ออกเป็นสี่เหลี่ยมผืนผ้าเท่าๆกัน โดยให้ช่วงแบ่งบนแกน x คือ $\Delta x = h$ และบนแกน y คือ $\Delta t = k$ ตามรูปที่ 2.4

ให้พิกัด (x, t) ที่จุด P บนตะแกรงย่อยแทนโดย $x = ih, t = jk$ โดยที่ $i, j \in I$ เมื่อ I คือจำนวนเต็ม ดังนั้น พิกัด (x, t) ที่จุด P มีค่าเป็น (ih, jk) นั่นคือ ค่าของฟังก์ชัน $u(x, t)$ ที่จุด P เขียนแทนโดย $u(ih, jk) = u_{i,j}$

ดังนั้นเราเขียนค่าของฟังก์ชัน u ที่จุด (x, t) ได้ในรูปต่อไปนี้

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
 $u = u(x, t) = u(ih, jk) = u_{i,j}$
 ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



รูป 2.5 แสดงตำแหน่งจุด $P(x, y) = P(ih, jk)$ บนตะแกรงย่อยบนพิกัด (ih, jk) แทน (i, j)

โดยสมการที่ 2.20 เราสามารถเขียนอนุพันธ์ย่อยอันดับสองของ u เทียบกับ x ที่จุด P ได้เป็น

$$\left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}\right)_p = \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}\right)_{i,j} \approx \frac{1}{h^2} [u(ih+h, jk) - 2u(ih, jk) + u(ih-h, jk)] \quad (2.24)$$

หรือ

$$\left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}\right)_{i,j} \approx \frac{1}{h^2} [u\{(i+1)h, jk\} - 2u\{ih, jk\} + u\{(i-1)h, jk\}] \quad (2.25)$$

หรือ

$$\left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}\right)_{i,j} \approx \frac{u_{i+1,j} - 2u_{i,j} + u_{i-1,j}}{h^2} \quad (2.26)$$

ซึ่งการประมาณนี้มีค่าคลาดเคลื่อนอันดับ $O(h^2)$ ในทำนองเดียวกัน

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า

ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้คัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$\left(\frac{\partial^2 u}{\partial y^2}\right)_{i,j} \approx \frac{u_{i+1,j} - 2u_{i,j} + u_{i-1,j}}{k^2} \quad (2.27)$$

ซึ่งการประมาณนี้มีค่าคลาดเคลื่อนอันดับ $O(k^2)$

2.6 การแก้ระบบสมการเชิงเส้น (System of Linear Algebraic Equation)

2.6.1 วิธีกำจัดแบบเกาส์ (Gauss Elimination Method)

วิธีกำจัดแบบเกาส์[11] จัดได้ว่าเป็นวิธีการแก้ระบบสมการที่ได้รับความนิยมมากวิธีการหนึ่ง เป็นวิธีปรกติที่ใช้ในโปรแกรมคอมพิวเตอร์ขนาดใหญ่ เพื่อใช้แก้ปัญหาทางวิศวกรรมศาสตร์ และวิทยาศาสตร์ โดยทั่วไป และในภาพรวมวิธีกำจัดแบบเกาส์ สามารถแบ่งออกได้เป็น 2 ขั้นตอน ดังนี้

ขั้นตอน 1 การกำจัดไปข้างหน้า (Forward Elimination)

ถ้าหากมีระบบสมการที่ประกอบด้วย 3 สมการย่อย ดังนี้

$$\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ b_3 \end{bmatrix} \quad (2.28)$$

การกำจัดไปข้างหน้าจะเปลี่ยนระบบสมการ (2.28) ให้อยู่ในรูปเมทริกซ์จัตุรัสทางด้านซ้ายของสมการ และเป็นเมทริกซ์ที่ประกอบด้วยค่าศูนย์ตลอดแถบล่างซ้าย ซึ่งมีรูปดังนี้

$$\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ 0 & a'_{22} & a'_{23} \\ 0 & 0 & a''_{33} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} b_1 \\ b'_2 \\ b''_3 \end{bmatrix} \quad (2.29)$$

โดยมีเครื่องหมายที่เป็นดรรชนีบนสัมประสิทธิ์ ที่แสดงว่าสัมประสิทธิ์นั้นเป็นค่าใหม่ ซึ่งได้เปลี่ยนแปลงไปจากสัมประสิทธิ์เดิมในสมการ (2.28)

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้คัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ขั้นตอน 2 การแทนค่าย้อนกลับ (Back Substitution)

เมื่อสามารถจัดระบบสมการให้อยู่ในรูปของสมการ (2.29) ได้แล้ว ก็จะง่ายในการคำนวณหาค่า x_i โดยเริ่มจากสมการท้ายสุดก่อน แล้วทำใส่ย้อนกลับขึ้นไป เพื่อหาค่า x_i ที่เหลือทีละสมการ ดังนี้

$$\begin{aligned}x_3 &= b_3'' / a_{33}'' \\x_2 &= (b_2' - a_{23}'x_3) / a_{22}' \\x_1 &= (b_1 - a_{12}x_2 - a_{13}x_3) / a_{11}\end{aligned}\tag{2.30}$$

2.6.2 วิธีเกาส์ไฮดอล (Gauss Seidel Method)

วิธีเกาส์ไฮดอลจะคล้ายกับการหาค่ารากของสมการ 1 สมการ ซึ่งจะต้องเดาค่าเริ่มต้นที่เป็นระบบ เพื่อให้ได้ค่าใกล้เคียงค่าที่ต้องการ

กำหนดระบบสมการ n สมการ หรือในรูปเมทริกซ์ $[A][x]=[c]$ ถ้าสมาชิกในแนวทแยงมุมของเมทริกซ์มีค่าไม่เท่ากับ 0 จะสามารถหาค่า x_1 จากสมการแรก และสามารถหาค่า x_2 จากสมการ 2 เรื่อยๆ ไปจนกระทั่งหาค่า x_n ได้จากสมการสุดท้าย

$$a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \dots + a_{1n}x_n = c_1\tag{2.31}$$

$$a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \dots + a_{2n}x_n = c_2\tag{2.32}$$

⋮
⋮

$$a_{n1}x_1 + a_{n2}x_2 + \dots + a_{nn}x_n = c_n\tag{2.33}$$

ย้ายข้างสมการ

$$x_1 = (c_1 - a_{12}x_2 - a_{13}x_3 - \dots - a_{1n}x_n) / a_{11}\tag{2.34}$$

$$x_2 = (c_2 - a_{21}x_1 - a_{23}x_3 - \dots - a_{2n}x_n) / a_{22}\tag{2.35}$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ทางการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

⋮
⋮

$$x_n = (c_n - a_{n1}x_1 - a_{n2}x_2 - \dots - a_{nn-1}x_{n-1}) / a_{nn} \quad (2.36)$$

หาค่าเริ่มต้นโดยที่ x_i ทุกตัวที่ไม่ทราบค่ามีค่าน้อยกว่า 0 ยกเว้น x_j ที่ต้องการหา ดังนั้น $x_1 = c_1 / a_{11}$ แทนค่า $x_1 = c_1 / a_{11}$ และ $x_i = 0$ ($i = 3, 4, \dots, n$) เพื่อหาค่า x_2 ทำจนกระทั่งครบทั้ง n สมการ ทำซ้ำหลายๆครั้ง ตั้งแต่สมการแรกจนถึงสมการสุดท้าย จนกระทั่งได้ค่าน้อยกว่า ε_s ตามที่ต้องการ

$$|\varepsilon_{a,j}| = \left| \frac{x_i^j - x_i^{j-1}}{x_i^j} \right| \times 100\% < \varepsilon_s \quad (2.37)$$

j คือ ค่า x_i ที่หาค่าได้ปัจจุบัน และ $j-1$ คือค่า x_i ก่อนหน้า

หมายเหตุ

จะเห็นได้ว่าการคำนวณจะเป็นไปในทำนองเดียวกับการหาค่ารากของสมการด้วยวิธีทำซ้ำ ซึ่งมี การพิจารณาค่าประมาณครั้งล่าสุด และครั้งก่อนหน้า เพื่อหาค่าคลาดเคลื่อนโดยพิจารณาค่าคลาดเคลื่อนที่ ได้ว่ามีแนวโน้มลู่เข้า หรือลู่ออก ดังนั้นถ้าต้องการหาค่าตอบด้วยวิธีเกาส์ไซดอล และต้องการให้ค่า คลาดเคลื่อนที่ได้ลู่เข้าเสมอ จะต้องพิจารณาระบบสมการแรกจนถึงสมการสุดท้าย ถ้าสมาชิกในแนวทแยง มุมของเมทริกซ์ของเมทริกซ์มีค่าไม่เท่ากับ 0 จะทำให้ค่าสัมประสิทธิ์ของ a_{nn} (เมื่อ $n = 1, 2, 3, \dots, n$) มีค่ามากที่สุด เมื่อเปรียบเทียบกับค่าสัมประสิทธิ์ของ a_{nn} ในแถวเดียวกัน แล้วหาค่า x_i ตามวิธีเดิม

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้คัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

บทที่ 3

การดำเนินงานของปัญหา

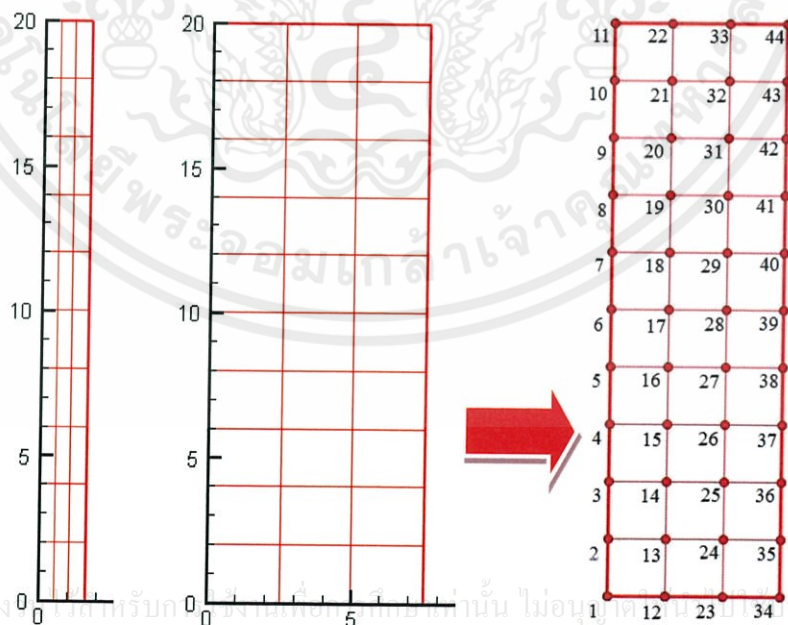
ในการเปรียบเทียบการถ่ายเทความร้อนในสภาวะคงที่ของบ้านทั้งสามรูปแบบที่มีรูปร่างของหลังคาแตกต่างกันและมีมุมที่แตกต่างกันโดยวัสดุที่ใช้ในปัญหานี้จะพิจารณาเป็นวัสดุชนิดอิฐมวลเบา และ กระเบื้องหลังคาคอนกรีต มาคำนวณในโปรแกรมภาษาซี และใช้วิธีผลต่างสี่เหลี่ยมและระเบียบวิธีขั้นประกอบอันตะในการหาอุณหภูมิภายในบ้าน

3.1 รูปแบบของปัญหา

เราจะแบ่งการพิจารณาปัญหาออกเป็น 3 ปัญหา ดังต่อไปนี้

ปัญหาที่ 1

จะเริ่มต้นจากการพิจารณาการถ่ายเทความร้อนผ่านวัสดุ 2 ชนิด คือ อิฐมวลเบา และ กระเบื้องหลังคาคอนกรีต ซึ่งใช้โปรแกรมภาษาซีโดยศิริกุล ศิริธีรากล[17] ซึ่งเป็นโปรแกรมที่สามารถคำนวณการนำความร้อนที่เปลี่ยนแปลงไป ณ เวลาต่างๆได้ ในการแก้ปัญหาการหาค่าอุณหภูมิที่ผ่านวัสดุทั้งสอง เราจะแบ่งโดเมนออกเป็นดังนี้



เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนลิขสิทธิ์ ซึ่งห้ามเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาติให้เผยแพร่โดยไม่ได้รับอนุญาต
ไม่ว่ากรณีใดๆที่ (a) กระเบื้องคอนกรีต (b) อิฐมวลเบา อ้างอิงถึงเจ้าของ (c) Node ภายในในการนำไปใช้

รูปที่ 3.1 แสดงการแบ่งเอลิเมนต์และโหนดต่างๆภายในวัสดุ

โดยจะกำหนดค่าเริ่มต้นของแต่ละโหนดเป็น 25 องศาเซลเซียส และกำหนดเงื่อนไขขอบด้านซ้ายจากอุณหภูมิเฉลี่ยสูงสุดในกรุงเทพมหานคร ปี ค.ศ.2009-2013 มีค่าเท่ากับ 33.90462 องศาเซลเซียส ความหนาของ อิฐมวลเบา และกระเบื้องหลังคาคอนกรีต มีค่าเท่ากับ 1.6 และ 7.5 เซนติเมตร ตามลำดับ ความยาวมีขนาดเท่ากัน คือ 20 เซนติเมตร โดยที่เราจะใช้ค่าพารามิเตอร์ของวัสดุ และข้อกำหนดต่างๆในโปรแกรมภาษาซีเป็นดังตารางที่ 3.1

กำหนด	ตัวแปร	อิฐมวลเบา	กระเบื้องหลังคาคอนกรีต
ค่าสภาพแพร่ความร้อนของวัสดุ (K)	Constant	3.7574×10^{-4}	5.237342×10^{-4}
Delta t	delta	0.5	05 .0
จำนวนรอบ	T_round	2,000,000	2,000,000
Max error	TOL	10^{-9}	10^{-9}

ตารางที่ 3.1 แสดงค่าขอบเขตที่ใช้ในภาษาซี

3.1.1 ขั้นตอนการแก้ปัญหาด้วยระเบียบวิธีขั้นประกอบอันตะ โดยหลักการของ Taylor-Galerkin

จาก สมการความร้อนในสองมิติ

$$\frac{\partial T}{\partial t} = C^2 \nabla^2 T, \quad \Omega = \{(x, y) : 0 < (x, y) < 1\}$$

เงื่อนไขค่าขอบ , เมื่อ $t \geq 0$,

$$T = 0 \quad \text{บน} \quad \Gamma_1 = \{x=1 \text{ and } y=1\}$$

$$\frac{\partial T}{\partial n} = 0 \quad \text{บน} \quad \Gamma_2 = \{x=0 \text{ and } y=0\}$$

และเงื่อนไขเริ่มต้น , เมื่อ (x, y) ใน Ω

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า

$T = 0 ; t = 0$
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

โดยพิจารณาแบบเอลิเมนต์สามเหลี่ยม (3 โหนด) โดยใช้หลักการ Galerkin approach

วิธีทำ

พิจารณา ปัญหาหน้าผาคความร้อน ใน 2 มิติ

$$U = \sum_{i=1}^n N_i u_i \quad ; n = \text{จำนวนโหนดในเอลิเมนต์}$$

โดยที่ N_i เป็นเอลิเมนต์ shape function

$$X = \sum_{i=1}^n N_i x_i$$

$$Y = \sum_{i=1}^n N_i y_i$$

ในที่นี้ $U = u(x(\xi, \eta), y(\xi, \eta))$ จากกฎลูกโซ่

$$\frac{\partial u}{\partial \xi} = \frac{\partial u}{\partial x} \frac{\partial x}{\partial \xi} + \frac{\partial u}{\partial y} \frac{\partial y}{\partial \xi}$$

$$\frac{\partial u}{\partial \eta} = \frac{\partial u}{\partial x} \frac{\partial x}{\partial \eta} + \frac{\partial u}{\partial y} \frac{\partial y}{\partial \eta}$$

สามารถเขียนในรูปเมตริกซ์ได้ดังนี้

$$\begin{bmatrix} \frac{\partial u}{\partial \xi} \\ \frac{\partial u}{\partial \eta} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial x}{\partial \xi} & \frac{\partial y}{\partial \xi} \\ \frac{\partial x}{\partial \eta} & \frac{\partial y}{\partial \eta} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{\partial u}{\partial x} \\ \frac{\partial u}{\partial y} \end{bmatrix}$$

หรือ

$$\begin{bmatrix} \frac{\partial u}{\partial \xi} \\ \frac{\partial u}{\partial \eta} \end{bmatrix} = J \begin{bmatrix} \frac{\partial u}{\partial x} \\ \frac{\partial u}{\partial y} \end{bmatrix} \quad \text{โดยที่ } J = \begin{bmatrix} \frac{\partial x}{\partial \xi} & \frac{\partial y}{\partial \xi} \\ \frac{\partial x}{\partial \eta} & \frac{\partial y}{\partial \eta} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} J_{11} & J_{12} \\ J_{21} & J_{22} \end{bmatrix}$$

เป็น Jacobian ของ Transformation

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ หากมีข้อสงสัยหรือต้องการข้อมูลเพิ่มเติม กรุณาติดต่อฝ่ายงานที่เกี่ยวข้อง และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ดังนั้นเราสามารถเขียนใหม่ได้เป็น

$$\begin{bmatrix} \frac{\partial u}{\partial x} \\ \frac{\partial u}{\partial y} \end{bmatrix} = J^{-1} \begin{bmatrix} \frac{\partial u}{\partial \xi} \\ \frac{\partial u}{\partial \eta} \end{bmatrix} = \frac{1}{\det J} \begin{bmatrix} J_{22} & -J_{12} \\ -J_{21} & J_{11} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{\partial u}{\partial \xi} \\ \frac{\partial u}{\partial \eta} \end{bmatrix}$$

ผลที่ได้ตามมาที่ต้องการคือ ความสัมพันธ์

$$dxdy = \det J \, d\xi d\eta$$

$$\text{จาก } X = \sum_{i=1}^n x_i N_i, \text{ และ } Y = \sum_{i=1}^n y_i N_i$$

$$\text{และ } U = \sum_{i=1}^n u_i N_i$$

$$J = \begin{bmatrix} \frac{\partial x}{\partial \xi} & \frac{\partial y}{\partial \xi} \\ \frac{\partial x}{\partial \eta} & \frac{\partial y}{\partial \eta} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sum_{i=1}^n x_i \frac{\partial N_i}{\partial \xi} & \sum_{i=1}^n y_i \frac{\partial N_i}{\partial \xi} \\ \sum_{i=1}^n x_i \frac{\partial N_i}{\partial \eta} & \sum_{i=1}^n y_i \frac{\partial N_i}{\partial \eta} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} J_{11} & J_{12} \\ J_{21} & J_{22} \end{bmatrix}$$

$$\text{และ } \det J = J_{11} \times J_{22} - J_{21} \times J_{12}$$

$$J^{-1} = \begin{bmatrix} \frac{\partial \xi}{\partial x} & \frac{\partial \eta}{\partial x} \\ \frac{\partial \xi}{\partial y} & \frac{\partial \eta}{\partial y} \end{bmatrix}$$

พิจารณา $N(x(\xi, \eta), y(\xi, \eta))$ โดยกฎลูกโซ่

$$\frac{\partial N_i}{\partial x} = \frac{\partial N_i}{\partial \xi} \frac{\partial \xi}{\partial x} + \frac{\partial N_i}{\partial \eta} \frac{\partial \eta}{\partial x}$$

$$\frac{\partial N_i}{\partial y} = \frac{\partial N_i}{\partial \xi} \frac{\partial \xi}{\partial y} + \frac{\partial N_i}{\partial \eta} \frac{\partial \eta}{\partial y}$$

เขียนในรูปของเมตริกซ์ได้เป็น

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้คัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} \frac{\partial N_i}{\partial x} \\ \frac{\partial N_i}{\partial y} \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} \frac{\partial \xi}{\partial x} & \frac{\partial \eta}{\partial x} \\ \frac{\partial \xi}{\partial y} & \frac{\partial \eta}{\partial y} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{\partial N_i}{\partial \xi} \\ \frac{\partial N_i}{\partial \eta} \end{bmatrix} \\ &= J^{-1} \begin{bmatrix} \frac{\partial N_i}{\partial \xi} \\ \frac{\partial N_i}{\partial \eta} \end{bmatrix} \end{aligned}$$

จากปัญหามารถเขียนสมการใหม่ได้เป็น

$$\frac{\partial T}{\partial t} - C^2 \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} - C^2 \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} = 0 \quad (3.1)$$

จาก Galerkin approach เราจะได้

$$\begin{aligned} \iint_{\Omega} \phi \left(\frac{\partial T}{\partial t} - C^2 \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} - C^2 \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} \right) &= 0 \\ \iint_{\Omega} \phi \left[\frac{\partial T}{\partial t} - C^2 \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\partial T}{\partial x} \right) - C^2 \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{\partial T}{\partial y} \right) \right] dA &= 0 \end{aligned}$$

จาก

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(\phi \frac{\partial u}{\partial x} \right) = \phi \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\partial u}{\partial x} \right) + \frac{\partial \phi}{\partial x} \frac{\partial u}{\partial x}$$

ดังนั้น

$$\phi \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\partial u}{\partial x} \right) = \frac{\partial}{\partial x} \left(\phi \frac{\partial u}{\partial x} \right) - \frac{\partial \phi}{\partial x} \frac{\partial u}{\partial x}$$

และ

$$\phi \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{\partial u}{\partial y} \right) = \frac{\partial}{\partial y} \left(\phi \frac{\partial u}{\partial y} \right) - \frac{\partial \phi}{\partial y} \frac{\partial u}{\partial y}$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารส่วนบุคคลที่จัดทำขึ้นเพื่อการศึกษาค้นคว้าเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้คัดลอกเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$\iint_{\Omega} \left[\phi \frac{\partial T}{\partial t} - C^2 \frac{\partial}{\partial x} \left(\phi \frac{\partial T}{\partial x} \right) + C^2 \frac{\partial \phi}{\partial x} \frac{\partial T}{\partial x} - C^2 \frac{\partial}{\partial y} \left(\phi \frac{\partial T}{\partial y} \right) + C^2 \frac{\partial \phi}{\partial y} \frac{\partial T}{\partial y} \right] dA = 0$$

$$\iint_{\Omega} \left[\varphi \frac{\partial T}{\partial t} + C^2 \frac{\partial \varphi}{\partial x} \frac{\partial T}{\partial x} + C^2 \frac{\partial \varphi}{\partial y} \frac{\partial T}{\partial y} \right] dA - \iint_{\Omega} \left[C^2 \frac{\partial}{\partial x} \left(\varphi \frac{\partial T}{\partial x} \right) + C^2 \frac{\partial}{\partial y} \left(\varphi \frac{\partial T}{\partial y} \right) \right] dA = 0$$

จาก divergence theorem จะได้ว่า

$$\iint_{\Omega} \left[\varphi \frac{\partial T}{\partial t} + C^2 \frac{\partial \varphi}{\partial x} \frac{\partial T}{\partial x} + C^2 \frac{\partial \varphi}{\partial y} \frac{\partial T}{\partial y} \right] dA - C^2 \int_{\Gamma} \left(\frac{\partial T}{\partial x} n_x + \frac{\partial T}{\partial y} n_y \right) ds = 0$$

$$\iint_{\Omega} \left[\varphi \frac{\partial T}{\partial t} + C^2 \frac{\partial \varphi}{\partial x} \frac{\partial T}{\partial x} + C^2 \frac{\partial \varphi}{\partial y} \frac{\partial T}{\partial y} \right] dA - C^2 \int_{\Gamma_1} \left(\frac{\partial T}{\partial x} n_x + \frac{\partial T}{\partial y} n_y \right) ds - C^2 \int_{\Gamma_2} \left(\frac{\partial T}{\partial x} n_x + \frac{\partial T}{\partial y} n_y \right) ds = 0$$

จากเงื่อนไขค่าขอบเขต

$$T = 0 \quad \text{บน} \quad \Gamma_1 = \{ x=1 \text{ and } y=1 \}$$

$$\frac{\partial T}{\partial n} = 0 \quad \text{บน} \quad \Gamma_2 = \{ x=0 \text{ and } y=0 \}$$

และจากคุณสมบัติของ weight residual จะได้ว่า $\phi = 0$ ที่ Γ_1 ดังนั้น

$$\iint_{\Omega} \left[\varphi \frac{\partial T}{\partial t} + C^2 \frac{\partial \varphi}{\partial x} \frac{\partial T}{\partial x} + C^2 \frac{\partial \varphi}{\partial y} \frac{\partial T}{\partial y} \right] dA = 0 \quad (3.2)$$

$$\text{จาก } \phi = \sum_{i=1}^n N_i \Psi = \Psi \sum_{i=1}^n N_i$$

$$\therefore \frac{\partial \phi}{\partial x} = \Psi \sum_{i=1}^n \frac{\partial N_i}{\partial x} \quad \text{และ} \quad \frac{\partial \phi}{\partial y} = \Psi \sum_{i=1}^n \frac{\partial N_i}{\partial y}$$

และจาก

$$T = \sum_{j=1}^n N_j T_j$$

$$\frac{\partial T}{\partial x} = \sum_{j=1}^n T_j \frac{\partial N_j}{\partial x}, \quad \frac{\partial T}{\partial y} = \sum_{j=1}^n T_j \frac{\partial N_j}{\partial y} \quad \text{และ} \quad \frac{\partial T}{\partial t} = \sum_{j=1}^n T_j \frac{\partial N_j}{\partial t}$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า

ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

แทนค่าต่างๆลงใน (3.3)

จะได้

$$\iint_{\Omega} \left[\Psi \sum_{i=1}^n N_i \sum_{j=1}^n N_j \frac{\partial T_j}{\partial t} + C^2 \Psi \sum_{i=1}^n \frac{\partial N_i}{\partial x} \sum_{j=1}^n T_j \frac{\partial N_j}{\partial x} + C^2 \Psi \sum_{i=1}^n \frac{\partial N_i}{\partial y} \sum_{j=1}^n T_j \frac{\partial N_j}{\partial y} \right] dA = 0$$

$\because \Psi = \text{constant}$

$$\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n \left(\iint_{\Omega} \left[(N_i N_j) \frac{\partial T_j}{\partial t} + C^2 \left(\frac{\partial N_i}{\partial x} \cdot \frac{\partial N_j}{\partial x} \right) T_j + C^2 \left(\frac{\partial N_i}{\partial y} \cdot \frac{\partial N_j}{\partial y} \right) T_j \right] dA \right) = 0$$

$$\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n \left(\iint_{\Omega} N_i N_j dA \right) \frac{\partial T_j}{\partial t} + C^2 \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n \left(\iint_{\Omega} \left[\frac{\partial N_i}{\partial x} \frac{\partial N_j}{\partial x} + \frac{\partial N_i}{\partial y} \frac{\partial N_j}{\partial y} \right] dA \right) T_j = 0$$

หรือเขียนใหม่เป็น

$$[A] \frac{\partial T_j}{\partial t} + C^2 [B] T_j = 0 \quad (3.3)$$

โดยที่

$$A_{ij} = \iint_{\Omega} N_i N_j dA$$

$$B_{ij} = \iint_{\Omega} \left[\frac{\partial N_i}{\partial x} \cdot \frac{\partial N_j}{\partial x} + \frac{\partial N_i}{\partial y} \cdot \frac{\partial N_j}{\partial y} \right] dA$$

$$\theta \left(\frac{\partial T_j}{\partial t} \right)^{n+1} + (1-\theta) \left(\frac{\partial T_j}{\partial t} \right)^n = \frac{(T_j)^{n+1} - (T_j)^n}{\Delta t^{n+1}} \quad (3.4)$$

โดยในที่นี้จะใช้วิธีการของ Crank-Nicolson scheme

$$\text{ให้ } \theta = \frac{1}{2}$$

จาก (3.5) คูณด้วย Δt^{n+1} ทั้ง 2 ข้าง

$$\theta \Delta t^{n+1} \left(\frac{\partial T_j}{\partial t} \right)^{n+1} + (1-\theta) \Delta t^{n+1} \left(\frac{\partial T_j}{\partial t} \right)^n = (T_j)^{n+1} - (T_j)^n$$

ย้ายข้าง

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า

ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึง (เอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$(T_j)^{n+1} = (T_j)^n + \theta \Delta t^{n+1} \left(\frac{\partial T_j}{\partial t} \right)^{n+1} + (1-\theta) \Delta t^{n+1} \left(\frac{\partial T_j}{\partial t} \right)^n$$

นำ[A]คูณตลอดจะได้

$$[A](T_j)^{n+1} = [A](T_j)^n + \theta \Delta t^{n+1} [A] \left(\frac{\partial T_j}{\partial t} \right)^{n+1} + (1-\theta) \Delta t^{n+1} [A] \left(\frac{\partial T_j}{\partial t} \right)^n$$

จากสมการที่ (3.3) จะได้ $[A] \left(\frac{\partial T_j}{\partial t} \right) = -C^2 [B](T_j)$ ดังนั้น

$$[A](T_j)^{n+1} = [A](T_j)^n + \theta \Delta t^{n+1} (-C^2 [B](T_j)^{n+1}) + (1-\theta) \Delta t^{n+1} (-C^2 [B](T_j)^n)$$

จัดเทอมเพื่อที่จะเขียนเทอม $(T_j)^{n+1}$ ในเทอมของ $(T_j)^n$ จะได้

$$([A] + \theta \Delta t^{n+1} C^2 [B])(T_j)^{n+1} = ([A] - (1-\theta) \Delta t^{n+1} C^2 [B])(T_j)^n \quad (3.5)$$

โดยเราจะจัด A_{ij}^e , B_{ij}^e , P_i^e ในรูปของ ξ, η ดังต่อไปนี้

$$\begin{aligned} A_{ij}^e &= \iint_{\Omega} N_i N_j dA \\ &= \iint_{\Omega} N_i N_j dx dy \\ &= \iint_{\Omega} N_i N_j |J| d\xi d\eta \\ B_{ij} &= \iint_{\Omega} \left[\frac{\partial N_i}{\partial x} \cdot \frac{\partial N_j}{\partial x} + \frac{\partial N_i}{\partial y} \cdot \frac{\partial N_j}{\partial y} \right] dA \\ &= \iint_{\Omega} \left[\frac{\partial N_i}{\partial x} \cdot \frac{\partial N_j}{\partial x} + \frac{\partial N_i}{\partial y} \cdot \frac{\partial N_j}{\partial y} \right] dx dy \\ &= \iint_A \left[\frac{\partial N_i}{\partial x} \cdot \frac{\partial N_j}{\partial x} + \frac{\partial N_i}{\partial y} \cdot \frac{\partial N_j}{\partial y} \right] |J| d\xi d\eta \\ &= \iint_A \begin{bmatrix} \frac{\partial N_j}{\partial x} \\ \frac{\partial N_j}{\partial y} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{\partial N_i}{\partial x} & \frac{\partial N_i}{\partial y} \end{bmatrix} |J| d\xi d\eta \end{aligned}$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า

ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

จาก

$$\begin{aligned}
\begin{bmatrix} \frac{\partial N_i}{\partial x} \\ \frac{\partial N_i}{\partial y} \end{bmatrix} &= J^{-1} \begin{bmatrix} \frac{\partial N_i}{\partial \xi} \\ \frac{\partial N_i}{\partial \eta} \end{bmatrix} \\
&= \frac{1}{|J|} \begin{bmatrix} \sum_{i=1}^n y_i \frac{\partial N_i}{\partial \eta} & \sum_{i=1}^n y_i \frac{\partial N_i}{\partial \xi} \\ \sum_{i=1}^n x_i \frac{\partial N_i}{\partial \eta} & \sum_{i=1}^n x_i \frac{\partial N_i}{\partial \xi} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{\partial N_i}{\partial \xi} \\ \frac{\partial N_i}{\partial \eta} \end{bmatrix} \\
&= \frac{1}{|J|} \begin{bmatrix} J_{22} & -J_{12} \\ -J_{21} & J_{11} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{\partial N_i}{\partial \xi} \\ \frac{\partial N_i}{\partial \eta} \end{bmatrix} \\
&= \frac{1}{|J|} \begin{bmatrix} \left(J_{22} \frac{\partial N_i}{\partial \xi} - J_{12} \frac{\partial N_i}{\partial \eta} \right) \\ \left(-J_{21} \frac{\partial N_i}{\partial \xi} + J_{11} \frac{\partial N_i}{\partial \eta} \right) \end{bmatrix}
\end{aligned}$$

จาก (3.6) จะได้

$$\begin{aligned}
B_{ij}^e &= \iint_{\Omega} \frac{1}{|J|} \begin{bmatrix} \left(J_{22} \frac{\partial N_i}{\partial \xi} - J_{12} \frac{\partial N_i}{\partial \eta} \right) \\ \left(-J_{21} \frac{\partial N_i}{\partial \xi} + J_{11} \frac{\partial N_i}{\partial \eta} \right) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \left(J_{22} \frac{\partial N_j}{\partial \xi} - J_{12} \frac{\partial N_j}{\partial \eta} \right) \\ \left(-J_{21} \frac{\partial N_j}{\partial \xi} + J_{11} \frac{\partial N_j}{\partial \eta} \right) \end{bmatrix} d\xi d\eta \\
&= \iint_{\Omega} \frac{1}{|J|} \begin{bmatrix} \left(J_{22} \frac{\partial N_i}{\partial \xi} - J_{12} \frac{\partial N_i}{\partial \eta} \right) \cdot \left(J_{22} \frac{\partial N_j}{\partial \xi} - J_{12} \frac{\partial N_j}{\partial \eta} \right) \\ \left(-J_{21} \frac{\partial N_i}{\partial \xi} + J_{11} \frac{\partial N_i}{\partial \eta} \right) \cdot \left(-J_{21} \frac{\partial N_j}{\partial \xi} + J_{11} \frac{\partial N_j}{\partial \eta} \right) \end{bmatrix} d\xi d\eta
\end{aligned}$$

ซึ่งเราจะประมาณค่าอินทิกรัลโดยวิธีเกาส์ควอดเรเจอร์ (Gaussian Quadrature) แบบสามเหลี่ยม 4 จุด ใน 2 มิติ ซึ่งมีรูปแบบดังนี้

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า

ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้ง $I = \int_0^1 \int_0^{1-\eta} f(\xi, \eta) d\xi d\eta$ และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$\approx \frac{1}{2} \sum_{j=1}^n w_j f(\xi_j, \eta_j)$$

โดยที่

$\xi_1 = \frac{1}{3}$	$\eta_1 = \frac{1}{3}$	$w_1 = \frac{27}{48}$
$\xi_2 = \frac{2}{15}$	$\eta_2 = \frac{2}{15}$	$w_2 = \frac{25}{48}$
$\xi_3 = \frac{11}{15}$	$\eta_3 = \frac{2}{15}$	$w_3 = \frac{25}{48}$
$\xi_4 = \frac{2}{15}$	$\eta_4 = \frac{11}{15}$	$w_4 = \frac{25}{48}$

ตารางที่ 3.2 แสดงค่าจุดเกาส์และน้ำหนักที่ใช้ประมาณค่าอินทิกรัลแบบ 4 จุดสำหรับชั้นประกอบรูปสามเหลี่ยม

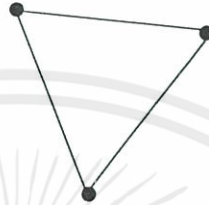


เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

3.1.2 ฟังก์ชันรูปร่าง (Shape function)

3.1.2.1 Quadratic triangle elements แบบ 3 โหนด

เอลิเมนต์รูปร่างสามเหลี่ยมแบบ 3 โหนด มีจุดโหนดทั้ง 3 อยู่บริเวณที่เป็นจุดยอดหรือจุดมุมของเอลิเมนต์สามเหลี่ยมซึ่งมีรูปร่าง ซึ่งใช้ในโปรแกรมEasyEFM ดังรูปที่ 3.12



รูปที่ 3.2 เอลิเมนต์รูปร่างสามเหลี่ยมแบบ 3 โหนด

โดยมีค่าฟังก์ชันรูปร่าง (Shape function) ดังตารางต่อไปนี้

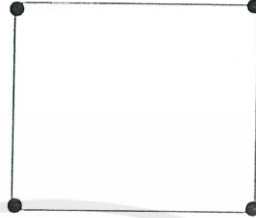
Node	อนุพันธ์เทียบ ξ	อนุพันธ์เทียบ η
$N_1 = \xi$	$\frac{\partial}{\partial \xi} N_1 = 1$	$\frac{\partial}{\partial \eta} N_1 = 0$
$N_2 = \eta$	$\frac{\partial}{\partial \xi} N_2 = 0$	$\frac{\partial}{\partial \eta} N_2 = 1$
$N_3 = 1 - \xi - \eta$	$\frac{\partial}{\partial \xi} N_3 = -1$	$\frac{\partial}{\partial \eta} N_3 = -1$

ตารางที่ 3.3 Quadratic triangle elements แบบ 3 โหนด

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

3.1.2.2 Quadratic rectangle elements แบบ 4 โหนด

เอลิเมนต์รูปร่างสี่เหลี่ยมแบบ 4 โหนด มีจุดโหนดทั้ง 6 อยู่บริเวณที่เป็นจุดยอดหรือจุดมุมของเอลิเมนต์สามเหลี่ยมซึ่งมีรูปร่าง ดังรูปที่ 3.13



รูปที่ 3.3 เอลิเมนต์รูปร่างสี่เหลี่ยมแบบ 4 โหนด

โดยมีค่าฟังก์ชันรูปร่าง (Shape function) ดังตารางต่อไปนี้

Node	อนุพันธ์เทียบกับ ξ	อนุพันธ์เทียบกับ η
$N_1(\xi, \eta) = (1-\xi)(1-\eta)/4$	$\frac{\partial}{\partial \xi} N_1(\xi, \eta) = -(1-\eta)/4$	$\frac{\partial}{\partial \eta} N_1(\xi, \eta) = -(1-\xi)/4$
$N_2(\xi, \eta) = (1+\xi)(1-\eta)/4$	$\frac{\partial}{\partial \xi} N_2(\xi, \eta) = (1-\eta)/4$	$\frac{\partial}{\partial \eta} N_2(\xi, \eta) = -(1+\xi)/4$
$N_3(\xi, \eta) = (1+\xi)(1+\eta)/4$	$\frac{\partial}{\partial \xi} N_3(\xi, \eta) = (1+\eta)/4$	$\frac{\partial}{\partial \eta} N_3(\xi, \eta) = (1+\xi)/4$
$N_4(\xi, \eta) = (1-\xi)(1+\eta)/4$	$\frac{\partial}{\partial \xi} N_4(\xi, \eta) = -(1+\eta)/4$	$\frac{\partial}{\partial \eta} N_4(\xi, \eta) = (1-\xi)/4$

ตารางที่ 3.4 Quadratic rectangle elements แบบ 4 โหนด

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ปัญหาที่ 2

คำนวณหาอุณหภูมิที่จุดต่างๆที่สภาวะหยุดนิ่ง (Steady State) ของปัญหาบ้านที่มีรูปแบบหลังคาแตกต่างกัน ได้แก่ ได้แก่ หลังคาแบบสามเหลี่ยมมาตรฐาน (Standard Pattern) , หลังคาแบบเว้า (Concave Pattern) และ หลังคาแบบนูน (Convex Pattern) จากการคำนวณปัญหาที่ 1 เราจะได้อุณหภูมิออกจากวัสดุทั้ง 2 ชนิด ที่สภาวะหยุดนิ่ง (Steady State) มาเป็นค่าเงื่อนไขขอบเขตของปัญหานี้

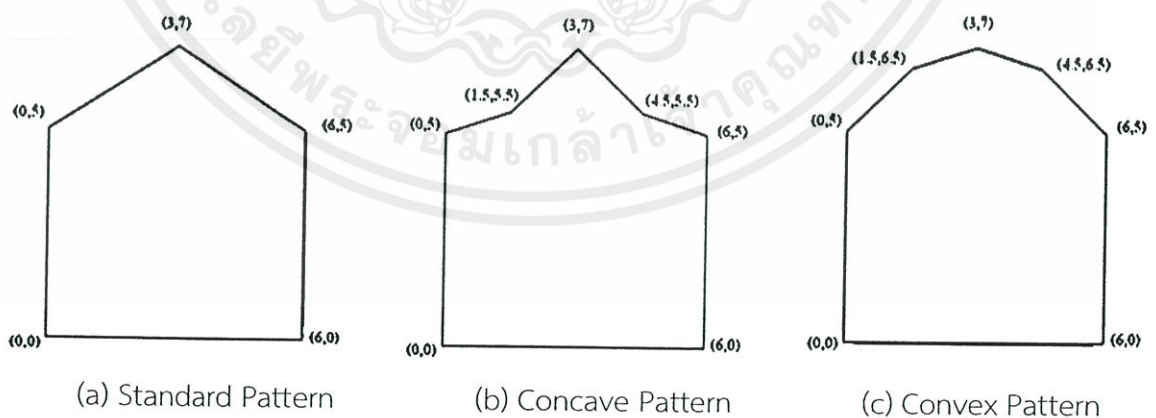
ปัญหาที่ 3

คำนวณหาอุณหภูมิที่จุดต่างๆที่สภาวะหยุดนิ่ง (Steady State) ของปัญหาบ้านที่มีมุมหลังคาแตกต่างกัน ได้แก่ 30 องศา 45 องศา และ 60 องศา จากการคำนวณปัญหาที่ 1 เราจะได้อุณหภูมิออกจากวัสดุทั้ง 2 ชนิด ที่สภาวะหยุดนิ่ง (Steady State) มาเป็นค่าเงื่อนไขขอบเขตของปัญหานี้

ในการคำนวณหาอุณหภูมิสำหรับปัญหาที่ 2 และ 3 เราจะใช้ทั้ง ระเบียบวิธีผลต่างสี่เหลี่ยม และระเบียบวิธีขั้นประกอบอันตะ โดยแบ่งการพิจารณา ดังนี้

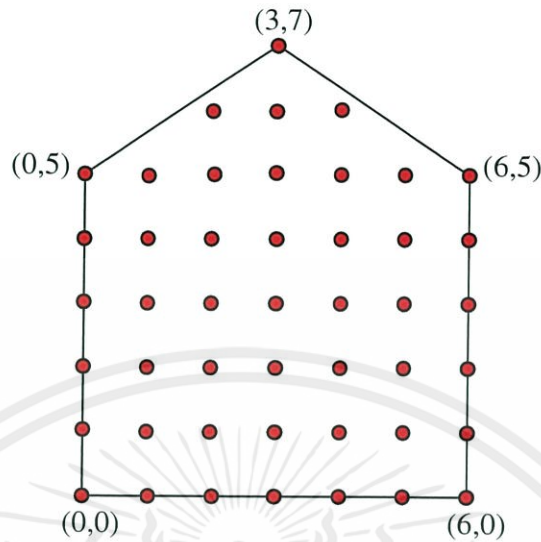
ระเบียบวิธีผลต่างสี่เหลี่ยม

รูปทรงของหลังคา 3 รูปแบบ ได้แก่ ได้แก่ หลังคาแบบสามเหลี่ยมมาตรฐาน (Standard Pattern) , หลังคาแบบเว้า (Concave Pattern) และ หลังคาแบบนูน (Convex Pattern) ในที่นี้จะใช้วิธีการผลต่างสี่เหลี่ยมในการหาอุณหภูมิแต่ละจุดภายในบ้าน



เอกสารนี้เป็นเอกสารรูปที่ 3.4 แสดงพิกัดของบ้านของรูปทรง Standard Pattern , Concave Pattern และ Convex Pattern

หลังคาบ้านรูปทรงแบบสามเหลี่ยมมาตรฐาน (Standard Pattern)



รูปที่ 3.5 แสดงการกำหนดจุด ของ Standard Pattern สำหรับวิธีผลต่างสี่เหลี่ยม

จากสมการลาปลาซ จะได้

$$\begin{aligned} u_{xx} + u_{yy} &= 0 \quad ; \quad h = k \\ u_{i+1,j} + u_{i-1,j} - 4u_{i,j} + u_{i,j+1} + u_{i,j-1} &= 0 \end{aligned} \quad (3.1)$$

จากรูปที่ 3.5 แทน $i = 1, 2, 3, 4, 5$ และ $j = 1, 2, 3, 4, 5, 6$

จะได้ $i = 1, 2, 3, 4, 5$

$j = 1, 2, 3, 4, 5, 6$

$$\text{ที่ } i = 1; j = 1; u_{2,1} + u_{0,1} + u_{1,2} + u_{1,0} - 4u_{1,1} = 0$$

$$j = 2; u_{2,2} + u_{0,2} + u_{1,3} + u_{1,1} - 4u_{1,2} = 0$$

$$j = 3; u_{2,3} + u_{0,3} + u_{1,4} + u_{1,2} - 4u_{1,3} = 0$$

$$j = 4; u_{2,4} + u_{0,4} + u_{1,5} + u_{1,3} - 4u_{1,4} = 0$$

$$j = 5; u_{2,5} + u_{0,5} + u_{1,6} + u_{1,4} - 4u_{1,5} = 0$$

$$\text{ที่ } i = 2; j = 1; u_{3,1} + u_{1,1} + u_{2,2} + u_{2,0} - 4u_{2,1} = 0$$

$$j = 2; u_{3,2} + u_{1,2} + u_{2,3} + u_{2,1} - 4u_{2,2} = 0$$

$$j = 3; u_{3,3} + u_{1,3} + u_{2,4} + u_{2,2} - 4u_{2,3} = 0$$

$$j = 4; u_{3,4} + u_{1,4} + u_{2,5} + u_{2,3} - 4u_{2,4} = 0$$

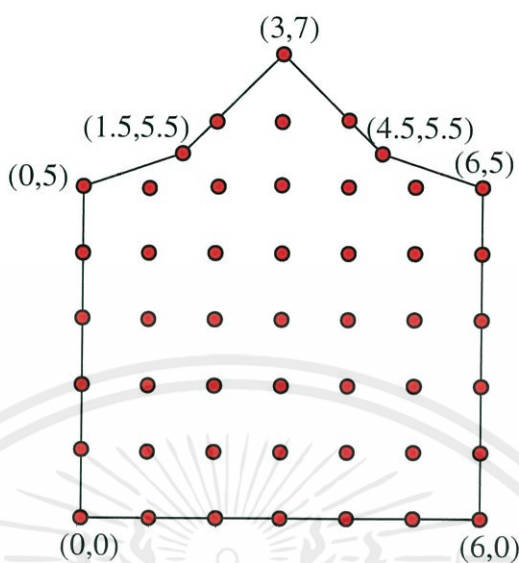
$$j = 5; u_{3,5} + u_{1,5} + u_{2,6} + u_{2,4} - 4u_{2,5} = 0$$

$$j = 6; u_{3,6} + u_{1,6} + u_{2,7} + u_{2,5} - 4u_{2,6} = 0$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า

ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

หลังคาบ้านรูปทรงแบบเว้า (Concave Pattern)



รูปที่ 3.7 แสดงการกำหนดจุด ของ Concave Pattern สำหรับวิธีผลต่างสี่เหลี่ยม

จากสมการลาปลาซ(3.1) จะได้

จากรูปที่ 3.7 แทน $i = 1, 2, 3, 4, 5$ และ $j = 1, 2, 3, 4, 5, 6$

จะได้ $i = 1, 2, 3, 4, 5$

$j = 1, 2, 3, 4, 5, 6$

$$\text{ที่ } i = 1; j = 1; u_{2,1} + u_{0,1} + u_{1,2} + u_{1,0} - 4u_{1,1} = 0$$

$$j = 2; u_{2,2} + u_{0,2} + u_{1,3} + u_{1,1} - 4u_{1,2} = 0$$

$$j = 3; u_{2,3} + u_{0,3} + u_{1,4} + u_{1,2} - 4u_{1,3} = 0$$

$$j = 4; u_{2,4} + u_{0,4} + u_{1,5} + u_{1,3} - 4u_{1,4} = 0$$

$$j = 5; u_{2,5} + u_{0,5} + u_{1,6} + u_{1,4} - 4u_{1,5} = 0$$

$$\text{ที่ } i = 2; j = 1; u_{3,1} + u_{1,1} + u_{2,2} + u_{2,0} - 4u_{2,1} = 0$$

$$j = 2; u_{3,2} + u_{1,2} + u_{2,3} + u_{2,1} - 4u_{2,2} = 0$$

$$j = 3; u_{3,3} + u_{1,3} + u_{2,4} + u_{2,2} - 4u_{2,3} = 0$$

$$j = 4; u_{3,4} + u_{1,4} + u_{2,5} + u_{2,3} - 4u_{2,4} = 0$$

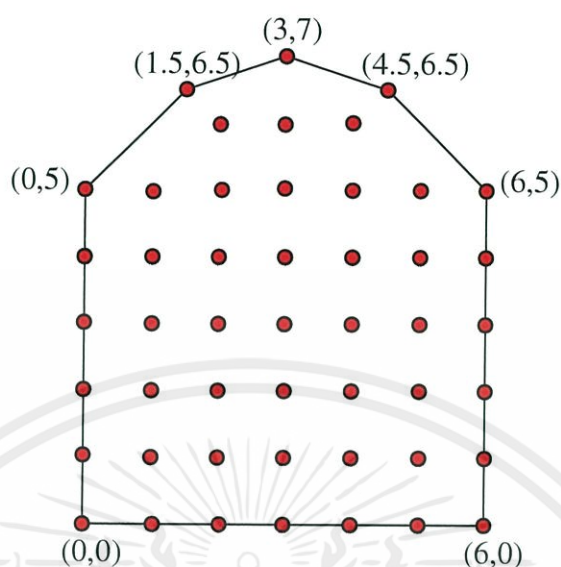
$$j = 5; u_{3,5} + u_{1,5} + u_{2,6} + u_{2,4} - 4u_{2,5} = 0$$

$$\text{ที่ } i = 3; j = 1; u_{4,1} + u_{2,1} + u_{3,2} + u_{3,0} - 4u_{3,1} = 0$$

$$j = 2; u_{4,2} + u_{2,2} + u_{3,3} + u_{3,1} - 4u_{3,2} = 0$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่รวบรวมไว้สำหรับการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ หากมีข้อผิดพลาดประการใดขออภัยเป็นอย่างยิ่งถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

หลังคาบ้านรูปทรงแบบนูน (Convex Pattern)



รูปที่ 3.9 แสดงการกำหนดจุด ของ Convex Pattern สำหรับวิธีผลต่างสี่เหลี่ยม

จากสมการลาปลาซ(3.1) จะได้

จากรูปที่ 3.9 แทน $i = 1, 2, 3, 4, 5$ และ $j = 1, 2, 3, 4, 5, 6$

จะได้ $i = 1, 2, 3, 4, 5$

$j = 1, 2, 3, 4, 5, 6$

$$\text{ที่ } i = 1; j = 1; u_{2,1} + u_{0,1} + u_{1,2} + u_{1,0} - 4u_{1,1} = 0$$

$$j = 2; u_{2,2} + u_{0,2} + u_{1,3} + u_{1,1} - 4u_{1,2} = 0$$

$$j = 3; u_{2,3} + u_{0,3} + u_{1,4} + u_{1,2} - 4u_{1,3} = 0$$

$$j = 4; u_{2,4} + u_{0,4} + u_{1,5} + u_{1,3} - 4u_{1,4} = 0$$

$$j = 5; u_{2,5} + u_{0,5} + u_{1,6} + u_{1,4} - 4u_{1,5} = 0$$

$$\text{ที่ } i = 2; j = 1; u_{3,1} + u_{1,1} + u_{2,2} + u_{2,0} - 4u_{2,1} = 0$$

$$j = 2; u_{3,2} + u_{1,2} + u_{2,3} + u_{2,1} - 4u_{2,2} = 0$$

$$j = 3; u_{3,3} + u_{1,3} + u_{2,4} + u_{2,2} - 4u_{2,3} = 0$$

$$j = 4; u_{3,4} + u_{1,4} + u_{2,5} + u_{2,3} - 4u_{2,4} = 0$$

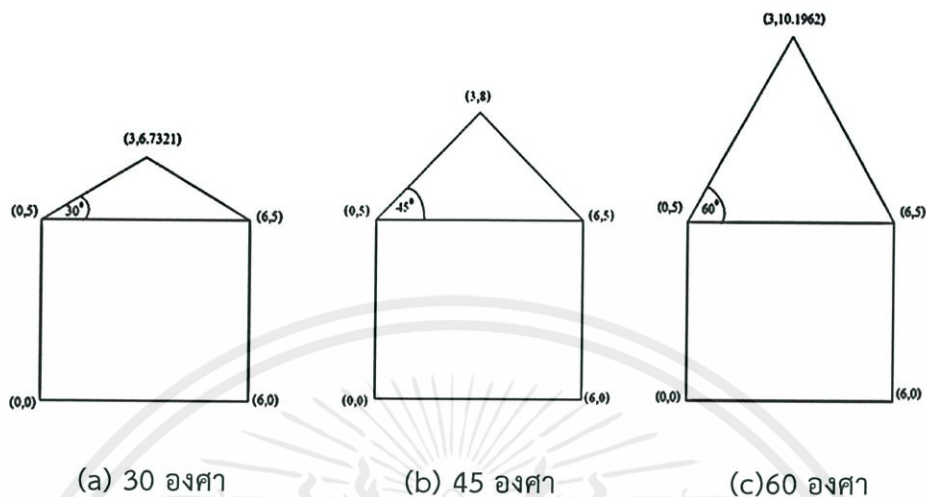
$$j = 5; u_{3,5} + u_{1,5} + u_{2,6} + u_{2,4} - 4u_{2,5} = 0$$

$$j = 6; u_{3,6} + u_{1,6} + u_{2,7} + u_{2,5} - 4u_{2,6} = 0$$

$$\text{ที่ } i = 3; j = 1; u_{4,1} + u_{2,1} + u_{3,2} + u_{3,0} - 4u_{3,1} = 0$$

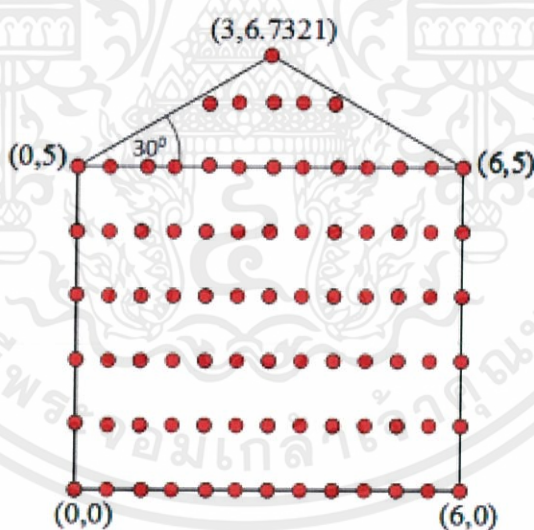
เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษายเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น ขอสงวนสิทธิ์ในนามของคณะผู้จัดทำจนถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

หลังคาแบบสามเหลี่ยมมาตรฐาน (Standard Pattern) ของมุมที่แตกต่างกันได้แก่ 30 องศา 45 องศา และ 60 องศาในที่นี้จะใช้วิธีการผลต่างสี่เหลี่ยมในการหาอุณหภูมิแต่ละจุดภายในบ้าน



รูปที่ 3.11 แสดงพิกัดของบ้านมุม 30 องศา 45 องศา และ 60 องศา

หลังคาบ้านมุม 30 องศา



รูปที่ 3.12 แสดงการกำหนดจุดของ 30 องศาสำหรับวิธีผลต่างสี่เหลี่ยม

จากสมการลาปลาซ จะได้

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนลิขสิทธิ์ไว้ ; งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า (3.2)

$$4u_{i,j} + 4u_{i-1,j} - 10u_{i,j} + u_{i,j+1} + u_{i,j-1} = 0$$

ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งที่สมการที่แสดงมาข้างต้นนั้นเป็นสมการเชิงเส้นของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

จะได้ $i=1,2,3,4,5,6,7,8,9,10,11$

$j=1,2,3,4,5,6$

$$\text{ที่ } i=1; j=1; 4u_{2,1} + 4u_{0,1} + u_{1,2} + u_{1,0} - 10u_{1,1} = 0$$

$$j=2; 4u_{2,2} + 4u_{0,2} + u_{1,3} + u_{1,1} - 10u_{1,2} = 0$$

$$j=3; 4u_{2,3} + 4u_{0,3} + u_{1,4} + u_{1,2} - 10u_{1,3} = 0$$

$$j=4; 4u_{2,4} + 4u_{0,4} + u_{1,5} + u_{1,3} - 10u_{1,4} = 0$$

$$j=5; 4u_{2,5} + 4u_{0,5} + u_{1,6} + u_{1,4} - 10u_{1,5} = 0$$

$$\text{ที่ } i=2; j=1; 4u_{3,1} + 4u_{1,1} + u_{2,2} + u_{2,0} - 10u_{2,1} = 0$$

$$j=2; 4u_{3,2} + 4u_{1,2} + u_{2,3} + u_{2,1} - 10u_{2,2} = 0$$

$$j=3; 4u_{3,3} + 4u_{1,3} + u_{2,4} + u_{2,2} - 10u_{2,3} = 0$$

$$j=4; 4u_{3,4} + 4u_{1,4} + u_{2,5} + u_{2,3} - 10u_{2,4} = 0$$

$$j=5; 4u_{3,5} + 4u_{1,5} + u_{2,6} + u_{2,4} - 10u_{2,5} = 0$$

$$\text{ที่ } i=3; j=1; 4u_{4,1} + 4u_{2,1} + u_{3,2} + u_{3,0} - 10u_{3,1} = 0$$

$$j=2; 4u_{4,2} + 4u_{2,2} + u_{3,3} + u_{3,1} - 10u_{3,2} = 0$$

$$j=3; 4u_{4,3} + 4u_{2,3} + u_{3,4} + u_{3,2} - 10u_{3,3} = 0$$

$$j=4; 4u_{4,4} + 4u_{2,4} + u_{3,5} + u_{3,3} - 10u_{3,4} = 0$$

$$j=5; 4u_{4,5} + 4u_{2,5} + u_{3,6} + u_{3,4} - 10u_{3,5} = 0$$

$$\text{ที่ } i=4; j=1; 4u_{5,1} + 4u_{3,1} + u_{4,2} + u_{4,0} - 10u_{4,1} = 0$$

$$j=2; 4u_{5,2} + 4u_{3,2} + u_{4,3} + u_{4,1} - 10u_{4,2} = 0$$

$$j=3; 4u_{5,3} + 4u_{3,3} + u_{4,4} + u_{4,2} - 10u_{4,3} = 0$$

$$j=4; 4u_{5,4} + 4u_{3,4} + u_{4,5} + u_{4,3} - 10u_{4,4} = 0$$

$$j=5; 4u_{5,5} + 4u_{3,5} + u_{4,6} + u_{4,4} - 10u_{4,5} = 0$$

$$j=6; 4u_{5,6} + 4u_{3,6} + u_{4,7} + u_{4,5} - 10u_{4,6} = 0$$

$$\text{ที่ } i=5; j=1; 4u_{6,1} + 4u_{4,1} + u_{5,2} + u_{5,0} - 10u_{5,1} = 0$$

$$j=2; 4u_{6,2} + 4u_{4,2} + u_{5,3} + u_{5,1} - 10u_{5,2} = 0$$

$$j=3; 4u_{6,3} + 4u_{4,3} + u_{5,4} + u_{5,2} - 10u_{5,3} = 0$$

$$j=4; 4u_{6,4} + 4u_{4,4} + u_{5,5} + u_{5,3} - 10u_{5,4} = 0$$

$$j=5; 4u_{6,5} + 4u_{4,5} + u_{5,6} + u_{5,4} - 10u_{5,5} = 0$$

$$j=6; 4u_{6,6} + 4u_{4,6} + u_{5,7} + u_{5,5} - 10u_{5,6} = 0$$

$$\text{ที่ } i=6; j=1; 4u_{7,1} + 4u_{5,1} + u_{6,2} + u_{6,0} - 10u_{6,1} = 0$$

$$j=2; 4u_{7,2} + 4u_{5,2} + u_{6,3} + u_{6,1} - 10u_{6,2} = 0$$

$$j=3; 4u_{7,3} + 4u_{5,3} + u_{6,4} + u_{6,2} - 10u_{6,3} = 0$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนลิขสิทธิ์สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษานานาชาติ ไม่นอนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า

ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้คัดลอกเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$j = 4; 4u_{7,4} + 4u_{5,4} + u_{6,5} + u_{6,3} - 10u_{6,4} = 0$$

$$j = 5; 4u_{7,5} + 4u_{5,5} + u_{6,6} + u_{6,4} - 10u_{6,5} = 0$$

$$j = 6; 4u_{7,6} + 4u_{5,6} + u_{6,7} + u_{6,5} - 10u_{6,6} = 0$$

$$\text{ที่ } i = 7; j = 1; 4u_{8,1} + 4u_{6,1} + u_{7,2} + u_{7,0} - 10u_{7,1} = 0$$

$$j = 2; 4u_{8,2} + 4u_{6,2} + u_{7,3} + u_{7,1} - 10u_{7,2} = 0$$

$$j = 3; 4u_{8,3} + 4u_{6,3} + u_{7,4} + u_{7,2} - 10u_{7,3} = 0$$

$$j = 4; 4u_{8,4} + 4u_{6,4} + u_{7,5} + u_{7,3} - 10u_{7,4} = 0$$

$$j = 5; 4u_{8,5} + 4u_{6,5} + u_{7,6} + u_{7,4} - 10u_{7,5} = 0$$

$$j = 6; 4u_{8,6} + 4u_{6,6} + u_{7,7} + u_{7,5} - 10u_{7,6} = 0$$

$$\text{ที่ } i = 8; j = 1; 4u_{9,1} + 4u_{7,1} + u_{8,2} + u_{8,0} - 10u_{8,1} = 0$$

$$j = 2; 4u_{9,2} + 4u_{7,2} + u_{8,3} + u_{8,1} - 10u_{8,2} = 0$$

$$j = 3; 4u_{9,3} + 4u_{7,3} + u_{8,4} + u_{8,2} - 10u_{8,3} = 0$$

$$j = 4; 4u_{9,4} + 4u_{7,4} + u_{8,5} + u_{8,3} - 10u_{8,4} = 0$$

$$j = 5; 4u_{9,5} + 4u_{7,5} + u_{8,6} + u_{8,4} - 10u_{8,5} = 0$$

$$j = 6; 4u_{9,6} + 4u_{7,6} + u_{8,7} + u_{8,5} - 10u_{8,6} = 0$$

$$\text{ที่ } i = 9; j = 1; 4u_{10,1} + 4u_{8,1} + u_{9,2} + u_{9,0} - 10u_{9,1} = 0$$

$$j = 2; 4u_{10,2} + 4u_{8,2} + u_{9,3} + u_{9,1} - 10u_{9,2} = 0$$

$$j = 3; 4u_{10,3} + 4u_{8,3} + u_{9,4} + u_{9,2} - 10u_{9,3} = 0$$

$$j = 4; 4u_{10,4} + 4u_{8,4} + u_{9,5} + u_{9,3} - 10u_{9,4} = 0$$

$$j = 5; 4u_{10,5} + 4u_{8,5} + u_{9,6} + u_{9,4} - 10u_{9,5} = 0$$

$$\text{ที่ } i = 10; j = 1; 4u_{11,1} + 4u_{9,1} + u_{10,2} + u_{10,0} - 10u_{10,1} = 0$$

$$j = 2; 4u_{11,2} + 4u_{9,2} + u_{10,3} + u_{10,1} - 10u_{10,2} = 0$$

$$j = 3; 4u_{11,3} + 4u_{9,3} + u_{10,4} + u_{10,2} - 10u_{10,3} = 0$$

$$j = 4; 4u_{11,4} + 4u_{9,4} + u_{10,5} + u_{10,3} - 10u_{10,4} = 0$$

$$j = 5; 4u_{11,5} + 4u_{9,5} + u_{10,6} + u_{10,4} - 10u_{10,5} = 0$$

$$\text{ที่ } i = 11; j = 1; 4u_{12,1} + 4u_{10,1} + u_{11,2} + u_{11,0} - 10u_{11,1} = 0$$

$$j = 2; 4u_{12,2} + 4u_{10,2} + u_{11,3} + u_{11,1} - 10u_{11,2} = 0$$

$$j = 3; 4u_{12,3} + 4u_{10,3} + u_{11,4} + u_{11,2} - 10u_{11,3} = 0$$

$$j = 4; 4u_{12,4} + 4u_{10,4} + u_{11,5} + u_{11,3} - 10u_{11,4} = 0$$

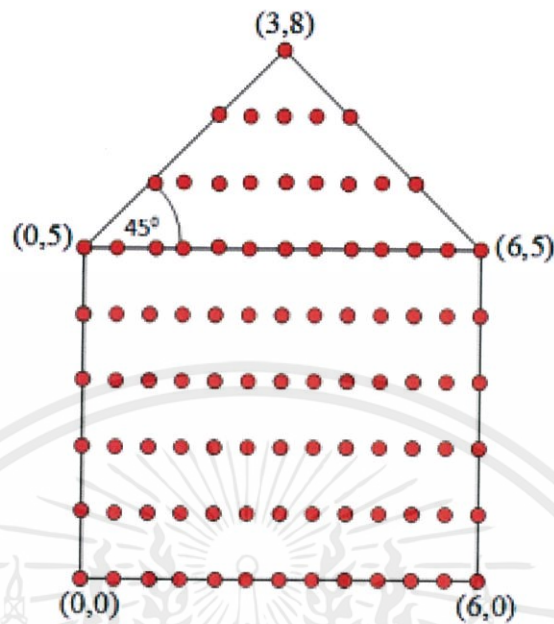
$$j = 5; 4u_{12,5} + 4u_{10,5} + u_{11,6} + u_{11,4} - 10u_{11,5} = 0$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า

ไม่ว่ากรณีใดๆ เขียนให้อยู่ในรูปเมทริกซ์และแก้สมการ $Ax = b$ จากโปรแกรม Mathematica กลครั้งที่มีการนำไปใช้

ด้วยคำสั่ง LinearSolve

หลังคาบ้านมุม 45 องศา



รูปที่ 3.14 แสดงการกำหนดจุดของ 45 องศาสำหรับวิธีผลต่างสี่เหลี่ยม

จากสมการลาปลาซ(3.2) จะได้

จะได้ $i = 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11$

$j = 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7$

$$\text{ที่ } i = 1; j = 1; 4u_{2,1} + 4u_{0,1} + u_{1,2} + u_{1,0} - 10u_{1,1} = 0$$

$$j = 2; 4u_{2,2} + 4u_{0,2} + u_{1,3} + u_{1,1} - 10u_{1,2} = 0$$

$$j = 3; 4u_{2,3} + 4u_{0,3} + u_{1,4} + u_{1,2} - 10u_{1,3} = 0$$

$$j = 4; 4u_{2,4} + 4u_{0,4} + u_{1,5} + u_{1,3} - 10u_{1,4} = 0$$

$$j = 5; 4u_{2,5} + 4u_{0,5} + u_{1,6} + u_{1,4} - 10u_{1,5} = 0$$

$$\text{ที่ } i = 2; j = 1; 4u_{3,1} + 4u_{1,1} + u_{2,2} + u_{2,0} - 10u_{2,1} = 0$$

$$j = 2; 4u_{3,2} + 4u_{1,2} + u_{2,3} + u_{2,1} - 10u_{2,2} = 0$$

$$j = 3; 4u_{3,3} + 4u_{1,3} + u_{2,4} + u_{2,2} - 10u_{2,3} = 0$$

$$j = 4; 4u_{3,4} + 4u_{1,4} + u_{2,5} + u_{2,3} - 10u_{2,4} = 0$$

$$j = 5; 4u_{3,5} + 4u_{1,5} + u_{2,6} + u_{2,4} - 10u_{2,5} = 0$$

$$j = 6; 4u_{3,6} + 4u_{1,6} + u_{2,7} + u_{2,5} - 10u_{2,6} = 0$$

$$\text{ที่ } i = 3; j = 1; 4u_{4,1} + 4u_{2,1} + u_{3,2} + u_{3,0} - 10u_{3,1} = 0$$

$$j = 2; 4u_{4,2} + 4u_{2,2} + u_{3,3} + u_{3,1} - 10u_{3,2} = 0$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$j = 3; 4u_{4,3} + 4u_{2,3} + u_{3,4} + u_{3,2} - 10u_{3,3} = 0$$

$$j = 4; 4u_{4,4} + 4u_{2,4} + u_{3,5} + u_{3,3} - 10u_{3,4} = 0$$

$$j = 5; 4u_{4,5} + 4u_{2,5} + u_{3,6} + u_{3,4} - 10u_{3,5} = 0$$

$$j = 6; 4u_{4,6} + 4u_{2,6} + u_{3,7} + u_{3,5} - 10u_{3,6} = 0$$

$$\text{ที่ } i = 4; j = 1; 4u_{5,1} + 4u_{3,1} + u_{4,2} + u_{4,0} - 10u_{4,1} = 0$$

$$j = 2; 4u_{5,2} + 4u_{3,2} + u_{4,3} + u_{4,1} - 10u_{4,2} = 0$$

$$j = 3; 4u_{5,3} + 4u_{3,3} + u_{4,4} + u_{4,2} - 10u_{4,3} = 0$$

$$j = 4; 4u_{5,4} + 4u_{3,4} + u_{4,5} + u_{4,3} - 10u_{4,4} = 0$$

$$j = 5; 4u_{5,5} + 4u_{3,5} + u_{4,6} + u_{4,4} - 10u_{4,5} = 0$$

$$j = 6; 4u_{5,6} + 4u_{3,6} + u_{4,7} + u_{4,5} - 10u_{4,6} = 0$$

$$j = 7; 4u_{5,7} + 4u_{3,7} + u_{4,8} + u_{4,6} - 10u_{4,7} = 0$$

$$\text{ที่ } i = 5; j = 1; 4u_{6,1} + 4u_{4,1} + u_{5,2} + u_{5,0} - 10u_{5,1} = 0$$

$$j = 2; 4u_{6,2} + 4u_{4,2} + u_{5,3} + u_{5,1} - 10u_{5,2} = 0$$

$$j = 3; 4u_{6,3} + 4u_{4,3} + u_{5,4} + u_{5,2} - 10u_{5,3} = 0$$

$$j = 4; 4u_{6,4} + 4u_{4,4} + u_{5,5} + u_{5,3} - 10u_{5,4} = 0$$

$$j = 5; 4u_{6,5} + 4u_{4,5} + u_{5,6} + u_{5,4} - 10u_{5,5} = 0$$

$$j = 6; 4u_{6,6} + 4u_{4,6} + u_{5,7} + u_{5,5} - 10u_{5,6} = 0$$

$$j = 7; 4u_{6,7} + 4u_{4,7} + u_{5,8} + u_{5,6} - 10u_{5,7} = 0$$

$$\text{ที่ } i = 6; j = 1; 4u_{7,1} + 4u_{5,1} + u_{6,2} + u_{6,0} - 10u_{6,1} = 0$$

$$j = 2; 4u_{7,2} + 4u_{5,2} + u_{6,3} + u_{6,1} - 10u_{6,2} = 0$$

$$j = 3; 4u_{7,3} + 4u_{5,3} + u_{6,4} + u_{6,2} - 10u_{6,3} = 0$$

$$j = 4; 4u_{7,4} + 4u_{5,4} + u_{6,5} + u_{6,3} - 10u_{6,4} = 0$$

$$j = 5; 4u_{7,5} + 4u_{5,5} + u_{6,6} + u_{6,4} - 10u_{6,5} = 0$$

$$j = 6; 4u_{7,6} + 4u_{5,6} + u_{6,7} + u_{6,5} - 10u_{6,6} = 0$$

$$j = 7; 4u_{7,7} + 4u_{5,7} + u_{6,8} + u_{6,6} - 10u_{6,7} = 0$$

$$\text{ที่ } i = 7; j = 1; 4u_{8,1} + 4u_{6,1} + u_{7,2} + u_{7,0} - 10u_{7,1} = 0$$

$$j = 2; 4u_{8,2} + 4u_{6,2} + u_{7,3} + u_{7,1} - 10u_{7,2} = 0$$

$$j = 3; 4u_{8,3} + 4u_{6,3} + u_{7,4} + u_{7,2} - 10u_{7,3} = 0$$

$$j = 4; 4u_{8,4} + 4u_{6,4} + u_{7,5} + u_{7,3} - 10u_{7,4} = 0$$

$$j = 5; 4u_{8,5} + 4u_{6,5} + u_{7,6} + u_{7,4} - 10u_{7,5} = 0$$

$$j = 6; 4u_{8,6} + 4u_{6,6} + u_{7,7} + u_{7,5} - 10u_{7,6} = 0$$

$$\text{ที่ } i = 8; j = 1; 4u_{9,1} + 4u_{7,1} + u_{8,2} + u_{8,0} - 10u_{8,1} = 0$$

$$j = 2; 4u_{9,2} + 4u_{7,2} + u_{8,3} + u_{8,1} - 10u_{8,2} = 0$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่เผยแพร่ไว้สำหรับอาจารย์และบุคลากรในมหาวิทยาลัยเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ หากมีผู้ใดนำเอกสารนี้ไปเผยแพร่โดยไม่ได้รับอนุญาตจากเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$j = 3; 4u_{9,3} + 4u_{7,3} + u_{8,4} + u_{8,2} - 10u_{8,3} = 0$$

$$j = 4; 4u_{9,4} + 4u_{7,4} + u_{8,5} + u_{8,3} - 10u_{8,4} = 0$$

$$j = 5; 4u_{9,5} + 4u_{7,5} + u_{8,6} + u_{8,4} - 10u_{8,5} = 0$$

$$j = 6; 4u_{9,6} + 4u_{7,6} + u_{8,7} + u_{8,5} - 10u_{8,6} = 0$$

$$j = 7; 4u_{9,7} + 4u_{7,7} + u_{8,8} + u_{8,6} - 10u_{8,7} = 0$$

$$\text{ที่ } i = 9; j = 1; 4u_{10,1} + 4u_{8,1} + u_{9,2} + u_{9,0} - 10u_{9,1} = 0$$

$$j = 2; 4u_{10,2} + 4u_{8,2} + u_{9,3} + u_{9,1} - 10u_{9,2} = 0$$

$$j = 3; 4u_{10,3} + 4u_{8,3} + u_{9,4} + u_{9,2} - 10u_{9,3} = 0$$

$$j = 4; 4u_{10,4} + 4u_{8,4} + u_{9,5} + u_{9,3} - 10u_{9,4} = 0$$

$$j = 5; 4u_{10,5} + 4u_{8,5} + u_{9,6} + u_{9,4} - 10u_{9,5} = 0$$

$$j = 6; 4u_{10,6} + 4u_{8,6} + u_{9,7} + u_{9,5} - 10u_{9,6} = 0$$

$$\text{ที่ } i = 10; j = 1; 4u_{11,1} + 4u_{9,1} + u_{10,2} + u_{10,0} - 10u_{10,1} = 0$$

$$j = 2; 4u_{11,2} + 4u_{9,2} + u_{10,3} + u_{10,1} - 10u_{10,2} = 0$$

$$j = 3; 4u_{11,3} + 4u_{9,3} + u_{10,4} + u_{10,2} - 10u_{10,3} = 0$$

$$j = 4; 4u_{11,4} + 4u_{9,4} + u_{10,5} + u_{10,3} - 10u_{10,4} = 0$$

$$j = 5; 4u_{11,5} + 4u_{9,5} + u_{10,6} + u_{10,4} - 10u_{10,5} = 0$$

$$j = 6; 4u_{11,6} + 4u_{9,6} + u_{10,7} + u_{10,5} - 10u_{10,6} = 0$$

$$\text{ที่ } i = 11; j = 1; 4u_{12,1} + 4u_{10,1} + u_{11,2} + u_{11,0} - 10u_{11,1} = 0$$

$$j = 2; 4u_{12,2} + 4u_{10,2} + u_{11,3} + u_{11,1} - 10u_{11,2} = 0$$

$$j = 3; 4u_{12,3} + 4u_{10,3} + u_{11,4} + u_{11,2} - 10u_{11,3} = 0$$

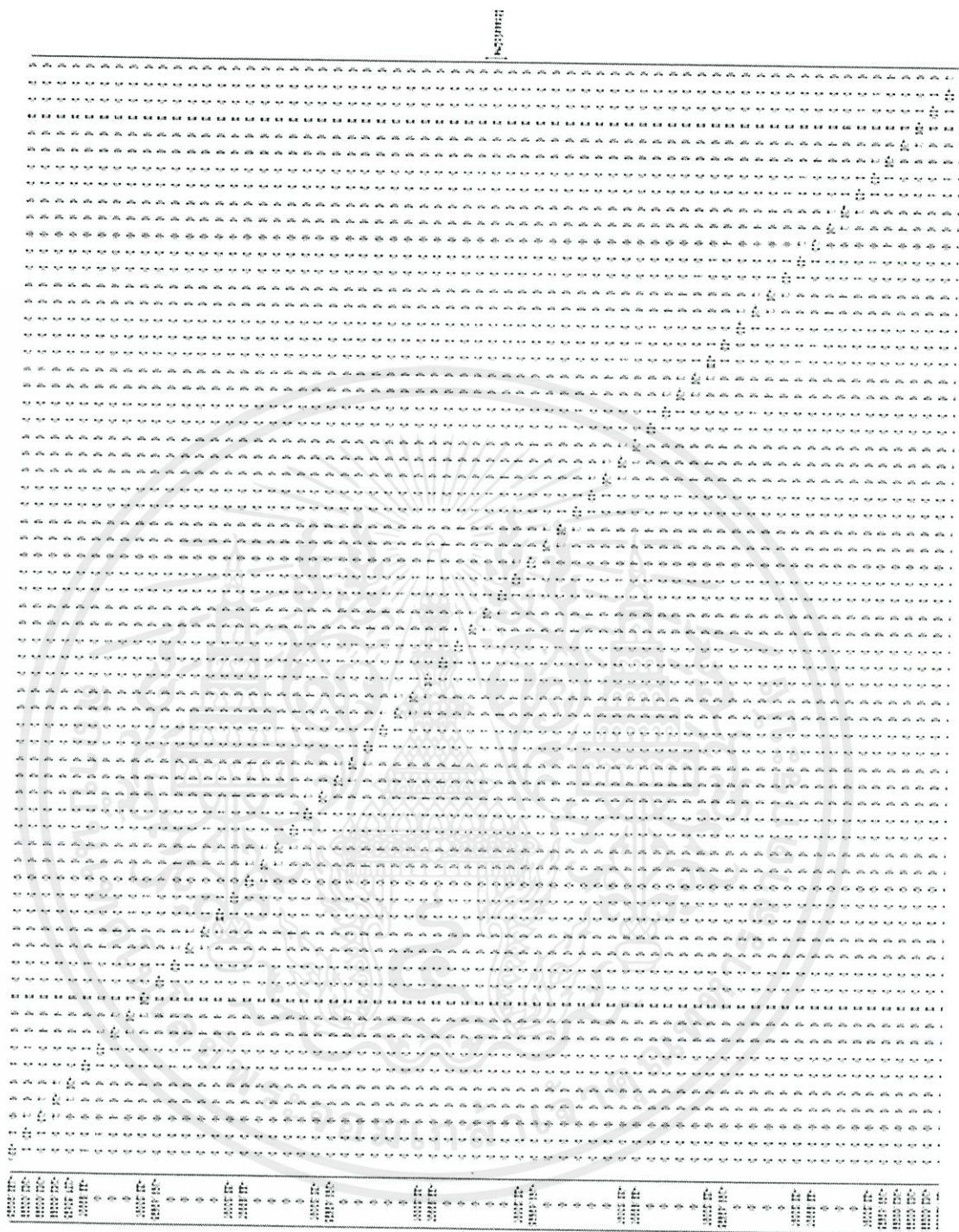
$$j = 4; 4u_{12,4} + 4u_{10,4} + u_{11,5} + u_{11,3} - 10u_{11,4} = 0$$

$$j = 5; 4u_{12,5} + 4u_{10,5} + u_{11,6} + u_{11,4} - 10u_{11,5} = 0$$

เขียนให้อยู่ในรูปเมทริกซ์และแก้สมการ $Ax = b$ จากโปรแกรม Mathematica

ด้วยคำสั่ง LinearSolve

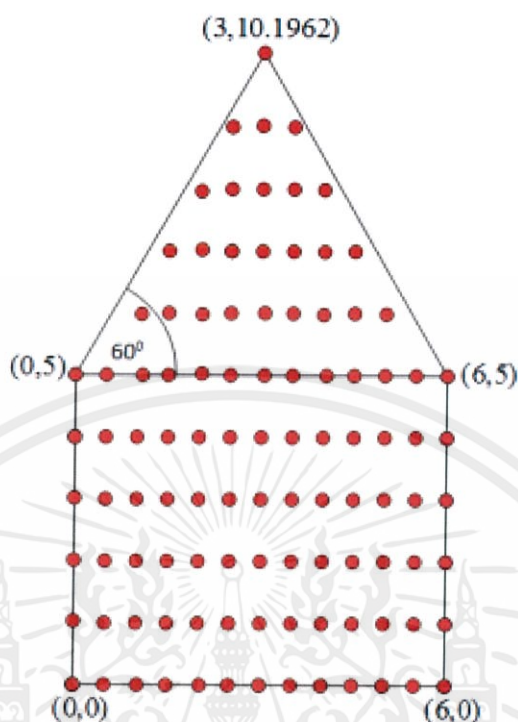
เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับอาจารย์งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
รูปที่ 3.15 เมทริกซ์แสดงการหาค่าอนุกรมในแต่ละตำแหน่งด้วยวิธีผลต่างสืบเนื่อง
 ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

(มุม 45 องศา)

หลังคาบ้านมุม 60 องศา



รูปที่ 3.16 แสดงการกำหนดจุดของ 60 องศาสำหรับวิธีผลต่างสี่เหลี่ยม

จากสมการลาปลาซ(3.2) จะได้

จะได้ $i = 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11$

$j = 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9$

$$\text{ที่ } i = 1; j = 1; 4u_{2,1} + 4u_{0,1} + u_{1,2} + u_{1,0} - 10u_{1,1} = 0$$

$$j = 2; 4u_{2,2} + 4u_{0,2} + u_{1,3} + u_{1,1} - 10u_{1,2} = 0$$

$$j = 3; 4u_{2,3} + 4u_{0,3} + u_{1,4} + u_{1,2} - 10u_{1,3} = 0$$

$$j = 4; 4u_{2,4} + 4u_{0,4} + u_{1,5} + u_{1,3} - 10u_{1,4} = 0$$

$$j = 5; 4u_{2,5} + 4u_{0,5} + u_{1,6} + u_{1,4} - 10u_{1,5} = 0$$

$$\text{ที่ } i = 2; j = 1; 4u_{3,1} + 4u_{1,1} + u_{2,2} + u_{2,0} - 10u_{2,1} = 0$$

$$j = 2; 4u_{3,2} + 4u_{1,2} + u_{2,3} + u_{2,1} - 10u_{2,2} = 0$$

$$j = 3; 4u_{3,3} + 4u_{1,3} + u_{2,4} + u_{2,2} - 10u_{2,3} = 0$$

$$j = 4; 4u_{3,4} + 4u_{1,4} + u_{2,5} + u_{2,3} - 10u_{2,4} = 0$$

$$j = 5; 4u_{3,5} + 4u_{1,5} + u_{2,6} + u_{2,4} - 10u_{2,5} = 0$$

$$j = 6; 4u_{3,6} + 4u_{1,6} + u_{2,7} + u_{2,5} - 10u_{2,6} = 0$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่จัดทำขึ้นเพื่อใช้ในการเรียนการสอนเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า

ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น

จึงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$\begin{aligned} \text{ที่ } i=3; j=1; & 4u_{4,1} + 4u_{2,1} + u_{3,2} + u_{3,0} - 10u_{3,1} = 0 \\ j=2; & 4u_{4,2} + 4u_{2,2} + u_{3,3} + u_{3,1} - 10u_{3,2} = 0 \\ j=3; & 4u_{4,3} + 4u_{2,3} + u_{3,4} + u_{3,2} - 10u_{3,3} = 0 \\ j=4; & 4u_{4,4} + 4u_{2,4} + u_{3,5} + u_{3,3} - 10u_{3,4} = 0 \\ j=5; & 4u_{4,5} + 4u_{2,5} + u_{3,6} + u_{3,4} - 10u_{3,5} = 0 \\ j=6; & 4u_{4,6} + 4u_{2,6} + u_{3,7} + u_{3,5} - 10u_{3,6} = 0 \\ j=7; & 4u_{4,7} + 4u_{2,7} + u_{3,8} + u_{3,6} - 10u_{3,7} = 0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{ที่ } i=4; j=1; & 4u_{5,1} + 4u_{3,1} + u_{4,2} + u_{4,0} - 10u_{4,1} = 0 \\ j=2; & 4u_{5,2} + 4u_{3,2} + u_{4,3} + u_{4,1} - 10u_{4,2} = 0 \\ j=3; & 4u_{5,3} + 4u_{3,3} + u_{4,4} + u_{4,2} - 10u_{4,3} = 0 \\ j=4; & 4u_{5,4} + 4u_{3,4} + u_{4,5} + u_{4,3} - 10u_{4,4} = 0 \\ j=5; & 4u_{5,5} + 4u_{3,5} + u_{4,6} + u_{4,4} - 10u_{4,5} = 0 \\ j=6; & 4u_{5,6} + 4u_{3,6} + u_{4,7} + u_{4,5} - 10u_{4,6} = 0 \\ j=7; & 4u_{5,7} + 4u_{3,7} + u_{4,8} + u_{4,6} - 10u_{4,7} = 0 \\ j=8; & 4u_{5,8} + 4u_{3,8} + u_{4,9} + u_{4,7} - 10u_{4,8} = 0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{ที่ } i=5; j=1; & 4u_{6,1} + 4u_{4,1} + u_{5,2} + u_{5,0} - 10u_{5,1} = 0 \\ j=2; & 4u_{6,2} + 4u_{4,2} + u_{5,3} + u_{5,1} - 10u_{5,2} = 0 \\ j=3; & 4u_{6,3} + 4u_{4,3} + u_{5,4} + u_{5,2} - 10u_{5,3} = 0 \\ j=4; & 4u_{6,4} + 4u_{4,4} + u_{5,5} + u_{5,3} - 10u_{5,4} = 0 \\ j=5; & 4u_{6,5} + 4u_{4,5} + u_{5,6} + u_{5,4} - 10u_{5,5} = 0 \\ j=6; & 4u_{6,6} + 4u_{4,6} + u_{5,7} + u_{5,5} - 10u_{5,6} = 0 \\ j=7; & 4u_{6,7} + 4u_{4,7} + u_{5,8} + u_{5,6} - 10u_{5,7} = 0 \\ j=8; & 4u_{6,8} + 4u_{4,8} + u_{5,9} + u_{5,7} - 10u_{5,8} = 0 \\ j=9; & 4u_{6,9} + 4u_{4,9} + u_{5,10} + u_{5,8} - 10u_{5,9} = 0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{ที่ } i=6; j=1; & 4u_{7,1} + 4u_{5,1} + u_{6,2} + u_{6,0} - 10u_{6,1} = 0 \\ j=2; & 4u_{7,2} + 4u_{5,2} + u_{6,3} + u_{6,1} - 10u_{6,2} = 0 \\ j=3; & 4u_{7,3} + 4u_{5,3} + u_{6,4} + u_{6,2} - 10u_{6,3} = 0 \\ j=4; & 4u_{7,4} + 4u_{5,4} + u_{6,5} + u_{6,3} - 10u_{6,4} = 0 \\ j=5; & 4u_{7,5} + 4u_{5,5} + u_{6,6} + u_{6,4} - 10u_{6,5} = 0 \\ j=6; & 4u_{7,6} + 4u_{5,6} + u_{6,7} + u_{6,5} - 10u_{6,6} = 0 \\ j=7; & 4u_{7,7} + 4u_{5,7} + u_{6,8} + u_{6,6} - 10u_{6,7} = 0 \\ j=8; & 4u_{7,8} + 4u_{5,8} + u_{6,9} + u_{6,7} - 10u_{6,8} = 0 \\ j=9; & 4u_{7,9} + 4u_{5,9} + u_{6,10} + u_{6,8} - 10u_{6,9} = 0 \end{aligned}$$

$$\text{ที่ } i=7; j=1; 4u_{8,1} + 4u_{6,1} + u_{7,2} + u_{7,0} - 10u_{7,1} = 0$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่จัดทำขึ้นเพื่อใช้ในการเรียนการสอน ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า

ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้เผยแพร่ข้อมูลนี้ไปยังผู้อื่นโดยไม่ได้รับอนุญาตจากเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$j = 2; 4u_{8,2} + 4u_{6,2} + u_{7,3} + u_{7,1} - 10u_{7,2} = 0$$

$$j = 3; 4u_{8,3} + 4u_{6,3} + u_{7,4} + u_{7,2} - 10u_{7,3} = 0$$

$$j = 4; 4u_{8,4} + 4u_{6,4} + u_{7,5} + u_{7,3} - 10u_{7,4} = 0$$

$$j = 5; 4u_{8,5} + 4u_{6,5} + u_{7,6} + u_{7,4} - 10u_{7,5} = 0$$

$$j = 6; 4u_{8,6} + 4u_{6,6} + u_{7,7} + u_{7,5} - 10u_{7,6} = 0$$

$$j = 7; 4u_{8,7} + 4u_{6,7} + u_{7,8} + u_{7,6} - 10u_{7,7} = 0$$

$$j = 8; 4u_{8,8} + 4u_{6,8} + u_{7,9} + u_{7,7} - 10u_{7,8} = 0$$

$$j = 9; 4u_{8,9} + 4u_{6,9} + u_{7,10} + u_{7,8} - 10u_{7,9} = 0$$

$$\text{ที่ } i = 8; j = 1; 4u_{9,1} + 4u_{7,1} + u_{8,2} + u_{8,0} - 10u_{8,1} = 0$$

$$j = 2; 4u_{9,2} + 4u_{7,2} + u_{8,3} + u_{8,1} - 10u_{8,2} = 0$$

$$j = 3; 4u_{9,3} + 4u_{7,3} + u_{8,4} + u_{8,2} - 10u_{8,3} = 0$$

$$j = 4; 4u_{9,4} + 4u_{7,4} + u_{8,5} + u_{8,3} - 10u_{8,4} = 0$$

$$j = 5; 4u_{9,5} + 4u_{7,5} + u_{8,6} + u_{8,4} - 10u_{8,5} = 0$$

$$j = 6; 4u_{9,6} + 4u_{7,6} + u_{8,7} + u_{8,5} - 10u_{8,6} = 0$$

$$j = 7; 4u_{9,7} + 4u_{7,7} + u_{8,8} + u_{8,6} - 10u_{8,7} = 0$$

$$j = 8; 4u_{9,8} + 4u_{7,8} + u_{8,9} + u_{8,7} - 10u_{8,8} = 0$$

$$\text{ที่ } i = 9; j = 1; 4u_{10,1} + 4u_{8,1} + u_{9,2} + u_{9,0} - 10u_{9,1} = 0$$

$$j = 2; 4u_{10,2} + 4u_{8,2} + u_{9,3} + u_{9,1} - 10u_{9,2} = 0$$

$$j = 3; 4u_{10,3} + 4u_{8,3} + u_{9,4} + u_{9,2} - 10u_{9,3} = 0$$

$$j = 4; 4u_{10,4} + 4u_{8,4} + u_{9,5} + u_{9,3} - 10u_{9,4} = 0$$

$$j = 5; 4u_{10,5} + 4u_{8,5} + u_{9,6} + u_{9,4} - 10u_{9,5} = 0$$

$$j = 6; 4u_{10,6} + 4u_{8,6} + u_{9,7} + u_{9,5} - 10u_{9,6} = 0$$

$$\text{ที่ } i = 10; j = 1; 4u_{11,1} + 4u_{9,1} + u_{10,2} + u_{10,0} - 10u_{10,1} = 0$$

$$j = 2; 4u_{11,2} + 4u_{9,2} + u_{10,3} + u_{10,1} - 10u_{10,2} = 0$$

$$j = 3; 4u_{11,3} + 4u_{9,3} + u_{10,4} + u_{10,2} - 10u_{10,3} = 0$$

$$j = 4; 4u_{11,4} + 4u_{9,4} + u_{10,5} + u_{10,3} - 10u_{10,4} = 0$$

$$j = 5; 4u_{11,5} + 4u_{9,5} + u_{10,6} + u_{10,4} - 10u_{10,5} = 0$$

$$j = 6; 4u_{11,6} + 4u_{9,6} + u_{10,7} + u_{10,5} - 10u_{10,6} = 0$$

$$\text{ที่ } i = 11; j = 1; 4u_{12,1} + 4u_{10,1} + u_{11,2} + u_{11,0} - 10u_{11,1} = 0$$

$$j = 2; 4u_{12,2} + 4u_{10,2} + u_{11,3} + u_{11,1} - 10u_{11,2} = 0$$

$$j = 3; 4u_{12,3} + 4u_{10,3} + u_{11,4} + u_{11,2} - 10u_{11,3} = 0$$

$$j = 4; 4u_{12,4} + 4u_{10,4} + u_{11,5} + u_{11,3} - 10u_{11,4} = 0$$

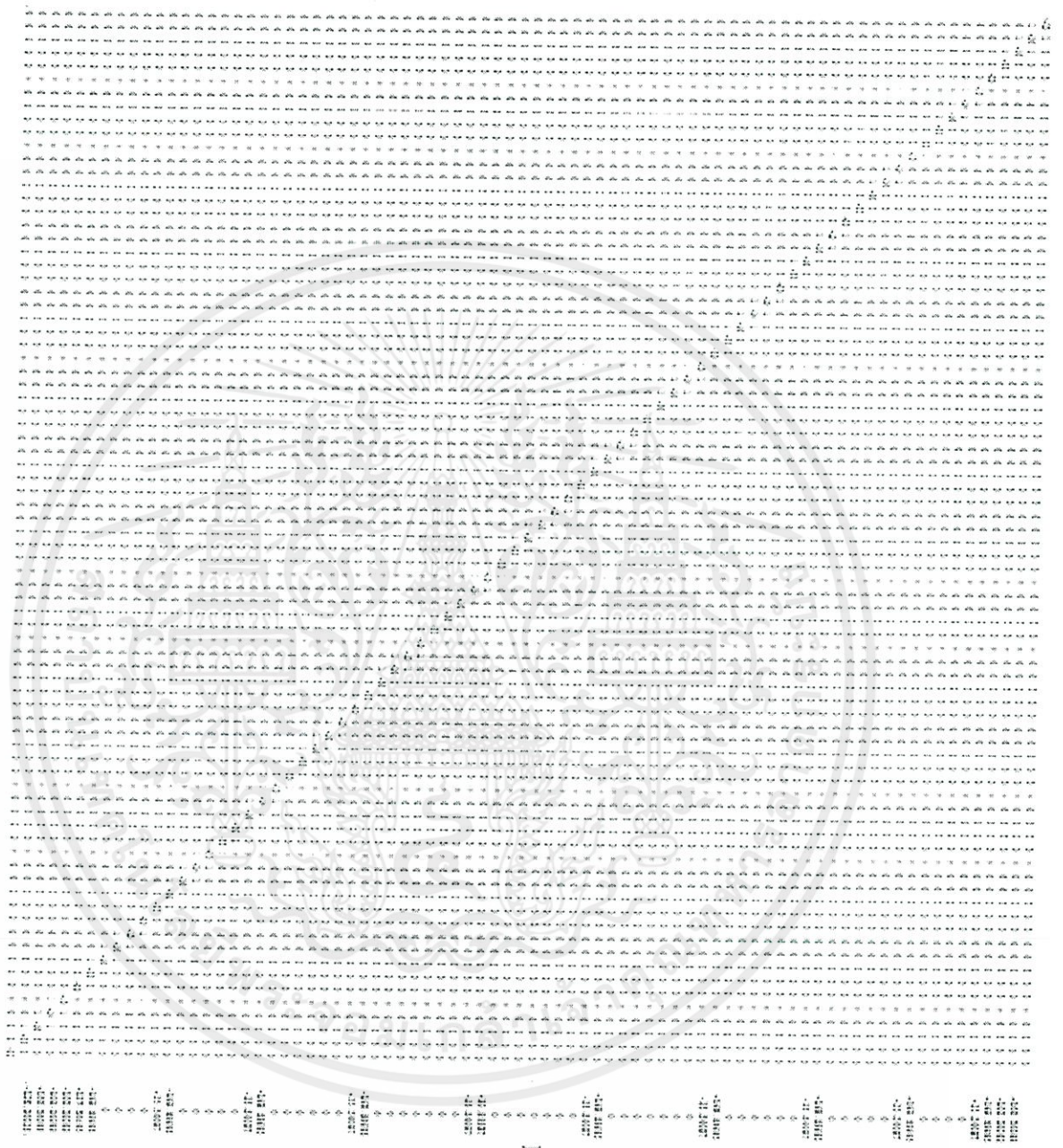
$$j = 5; 4u_{12,5} + 4u_{10,5} + u_{11,6} + u_{11,4} - 10u_{11,5} = 0$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่จัดทำขึ้นโดยศูนย์วิจัยและพัฒนาเทคโนโลยีสารสนเทศ มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีพระจอมเกล้าธนบุรี ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า

ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น ขอสงวนสิทธิ์ในสิ่งที่ปรากฏ และขอสงวนสิทธิ์ในการนำออกไปใช้

เขียนให้อยู่ในรูปเมทริกซ์และแก้สมการ $Ax=b$ จากโปรแกรม Mathematica

ด้วยคำสั่ง LinearSolve

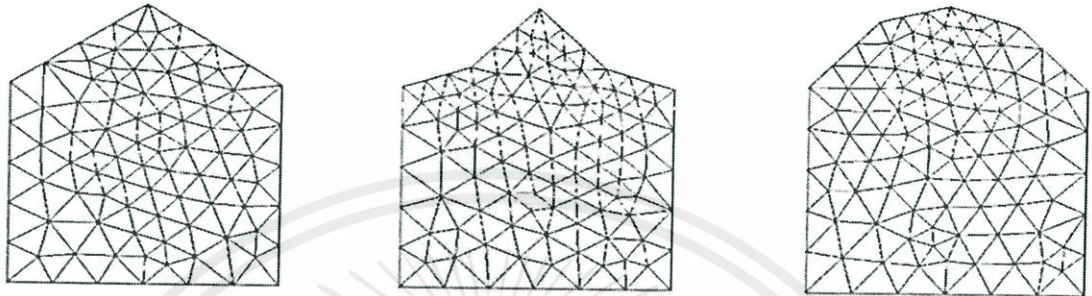


รูปที่ 3.17 เมทริกซ์แสดงการหาค่าอนุกรมในตำแหน่งด้วยวิธีผลต่างสลับเนื่อง (มุม 60 องศา)

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ระเบียบวิธีขึ้นประกอบอันตะ

รูปทรงของหลังคา 3 รูปแบบ ได้แก่ Standard Pattern , Concave Pattern และ Convex Pattern ในที่นี้จะใช้โปรแกรมสำเร็จรูป EasyFEM ในการวิเคราะห์ปัญหาความร้อนภายในบ้าน



(a) Standard Pattern

(b) Concave Pattern

(c) Convex Pattern

รูปที่ 3.18 แสดงแบ่งเอลิเมนต์รูปสามเหลี่ยมภายในโดเมนทั้ง 3 รูปแบบ

โดยใช้โปรแกรม EasyFEM

รูปทรงของหลังคาแบบสามเหลี่ยมมาตรฐาน (Standard Pattern) ของมุมที่แตกต่างกันได้แก่ 30 องศา 45 องศาและ60 องศา



(a) 30 องศา

(b) 45 องศา

(c) 60 องศา

รูปที่ 3.19 แสดงการแบ่งเอลิเมนต์รูปสามเหลี่ยมภายในโดเมนทั้ง 3 มุม

โดยใช้โปรแกรม EasyFEM

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

3.2 ขั้นตอนการดำเนินงานของปัญหา

1. หาอุณหภูมิที่ผ่านเข้ามาและออกจากวัสดุ

- วัสดุคือ อิฐมวลเบา และกระเบื้องคอนกรีต อุณหภูมิภายนอกที่ผ่านเข้ามาหาได้จาก อุณหภูมิเฉลี่ยสูงสุดในกรุงเทพฯ [กรมอุตุนิยมวิทยา] ในปี 2009 - 2013 คือ 33.90462 องศาเซลเซียส
- ใช้โปรแกรมภาษาซี ในการหาผลเฉลย โดยมีค่าคุณสมบัติของวัสดุใน ตารางที่ 2.1 และ ตารางที่ 3.1 วิธีการใช้งานโปรแกรม ในภาคผนวก
- อุณหภูมิที่ผ่านออกจากอิฐมวลเบา จะถูกใช้เป็นอุณหภูมิที่ผ่านเข้ามาในบ้านที่กำแพง และ พื้นบ้าน
- อุณหภูมิที่ผ่านออกจากกระเบื้องคอนกรีต จะถูกใช้เป็นอุณหภูมิที่ผ่านเข้ามาในบ้านที่ หลังคาบ้าน

2. หาอุณหภูมิภายในบ้าน

- รูปแบบบ้าน 1) รูปแบบหลังคาที่แตกต่างกัน คือ Standard , Convex และ Convex 2) มุมของหลังคาแตกต่างกัน คือ มุม 30 , 45 และ 60 องศา
- หาอุณหภูมิที่ผ่านเข้ามาในบ้านโดยวิธี Finite elements Method (FEM) และ Finite difference method (FDM)



เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้คัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

บทที่ 4

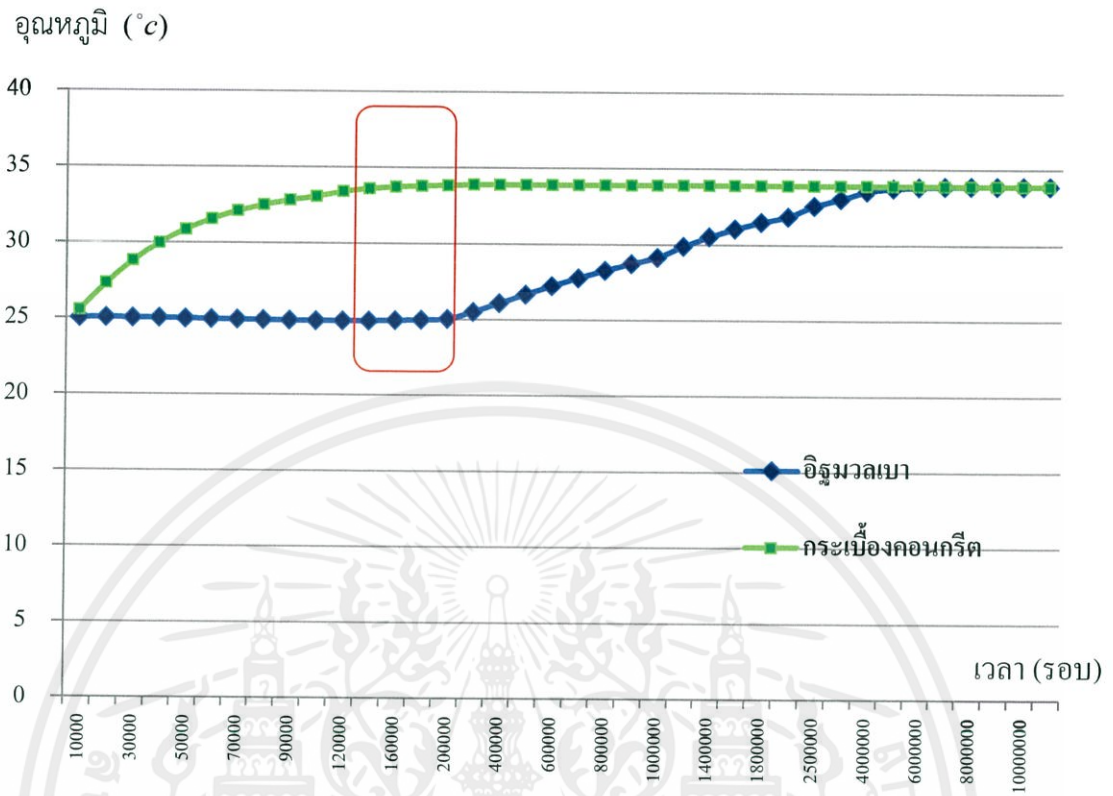
ผลการวิจัยดำเนินงาน

4.1 แบบจำลองทางคณิตศาสตร์

ปัญหาที่ 1 ความร้อนผ่านเข้ามาภายในตัวอาคารโดยผ่านตัวกลางทั้ง 2 ชนิดแตกต่างกัน นั่นคือ อิฐมวลเบา และกระเบื้องหลังคาคอนกรีต ในการแก้ปัญหาการหาค่าอุณหภูมิที่ผ่านวัสดุทั้งสอง ใช้โปรแกรมภาษาซีและแสดงให้เห็นภาพด้วยโปรแกรม Tecplot

สำหรับการศึกษาการศึกษาการดำเนินงาน เราจะใช้อุณหภูมิเฉลี่ยสูงสุดในแต่ละเดือนของกรุงเทพมหานครตั้งแต่ปี ค.ศ.2009-2013 ซึ่งมีค่าเท่ากับ 33.90462°C เป็นอุณหภูมิสิ่งแวดล้อม หรืออุณหภูมิภายนอกบ้าน และเมื่อเวลาผ่านไปอุณหภูมิจากภายนอกไหลผ่านเข้ามาภายในบ้านโดยผ่านตัวกลาง 2 ชนิด คือ กระเบื้องคอนกรีตและอิฐมวลเบา ซึ่งเราได้จากการคำนวณโดยใช้โปรแกรมภาษาซี ได้ผลแสดงดังรูป 4.1 ซึ่งในที่นี้เราเลือกใช้อุณหภูมิใหม่ที่ออกจากตัวกลางคือ 33.88937°C และ 25.50097°C ตามลำดับ แสดงดังรูปที่ 4.2 และ 4.3 ซึ่งเป็นช่วงค่าระหว่างกระเบื้องคอนกรีตและอิฐมวลเบาที่มีความแตกต่างกันมากที่สุดโดยเราจะใช้อุณหภูมิดังกล่าวในการคำนวณการถ่ายเทความร้อนภายในบ้านที่การเปลี่ยนแปลงของอุณหภูมิไม่ขึ้นอยู่กับเวลา

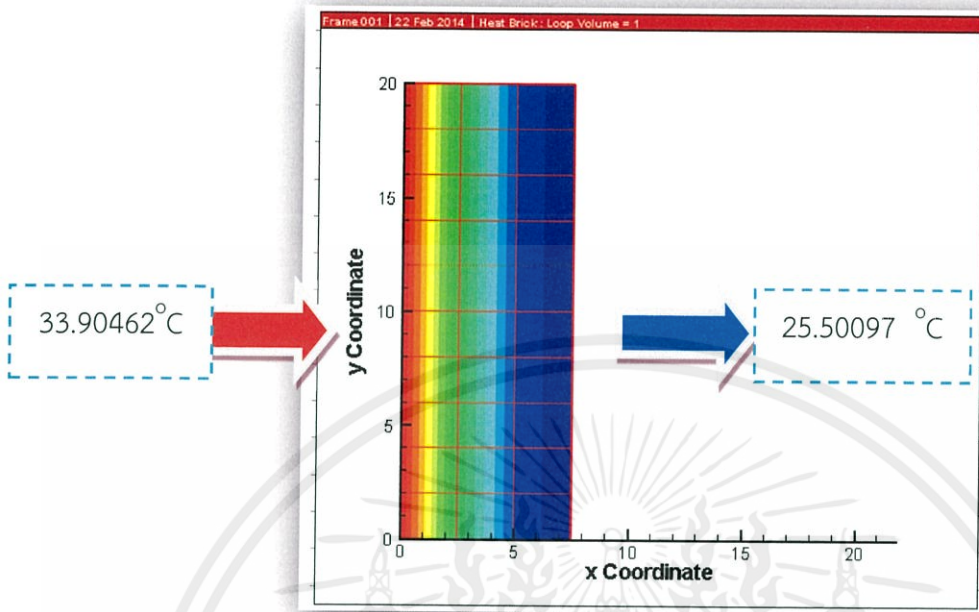
เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้คัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



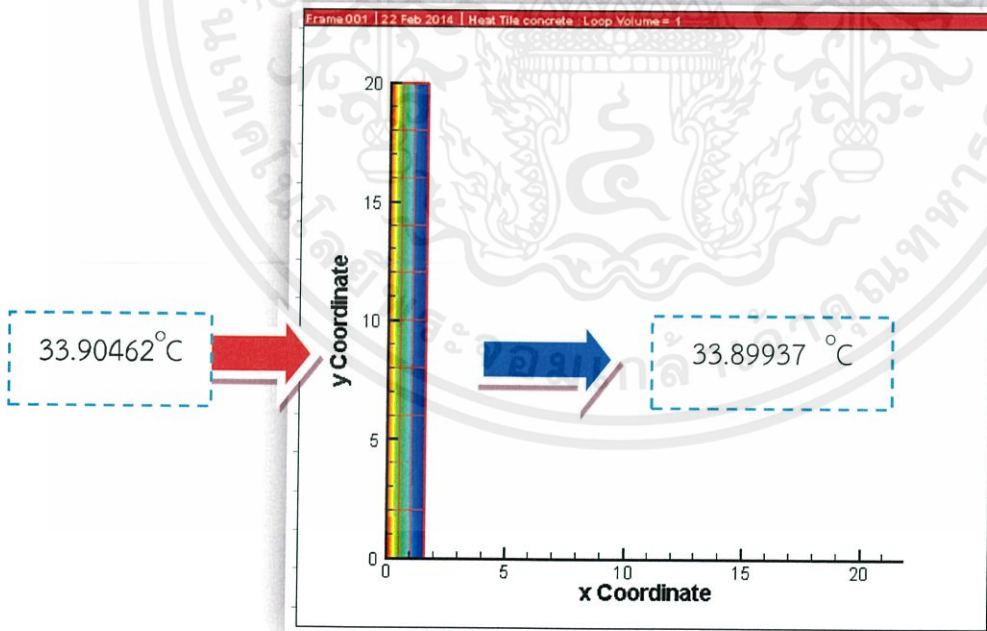
รูปที่ 4.1 กราฟแสดงการเปลี่ยนแปลงของอุณหภูมิกับเวลา (รอบ) ของอัฐมวลเบาและกระเบื้องคอนกรีต

จากรูปที่ 4.1 จะพิจารณาช่วงอุณหภูมิที่มีค่าแตกต่างกันมากของวัสดุทั้ง 2 ชนิด ซึ่งจะเลือกใช้รอบที่ 20,000 ฐมาใช้คำนวณหาอุณหภูมิภายในบ้านของแต่ละปัญหา ซึ่งจะได้อุณหภูมิที่ผ่าน วัสดุอัฐมวลเบา มีค่าเท่ากับ 25.50097°C และผ่านวัสดุกระเบื้องหลังคาคอนกรีต มีค่าเท่ากับ 33.89937°C

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

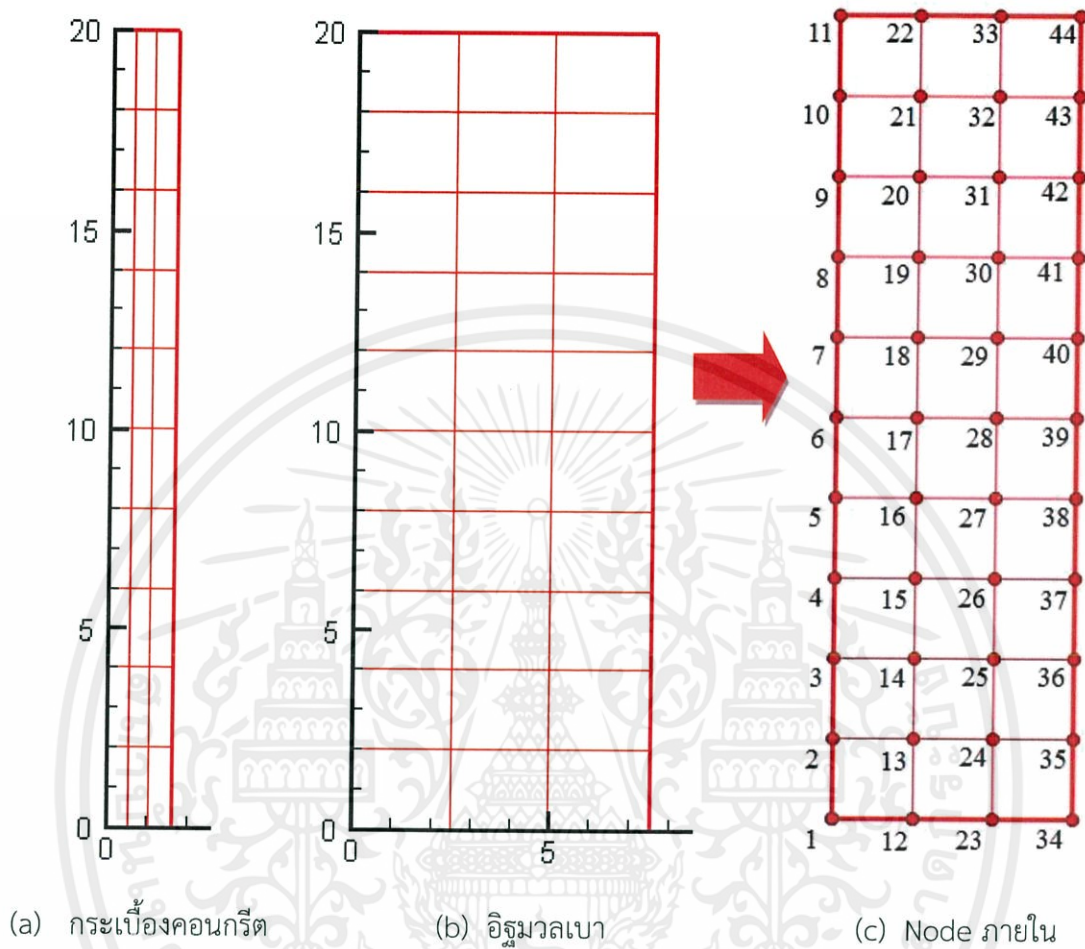


รูปที่ 4.2 แสดงการถ่ายเทความร้อนผ่านอิฐมวลเบาและกระเบื้องคอนกรีต



เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามเผยแพร่ข้อมูลนี้โดยไม่ได้รับอนุญาตจากคณะผู้จัดทำ

รูปที่ 4.3 แสดงการถ่ายเทความร้อนผ่านกระเบื้องคอนกรีต



รูปที่ 4.4 แสดงการแบ่ง Element และ Node ต่างๆภายในวัสดุ

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

Node	อุณหภูมิ	
	อิฐมวลเบา	กระเบื้องคอนกรีต
1	33.90455126	33.90436969
2	33.90448252	33.90411943
3	33.90448252	33.90411943
4	33.90448252	33.90411942
5	33.90448252	33.90411942
6	33.90448252	33.90411942
7	33.90448252	33.90411942
8	33.90448252	33.90411942
9	33.90448252	33.90411943
10	33.90448252	33.90411943
11	33.90455126	33.90436969
12	29.4051318	33.90190079
13	29.40513183	33.90176516
14	29.40512606	33.90172826
15	29.40512569	33.90172801
16	29.40512585	33.9017275
17	29.40512434	33.90172754
18	29.40512984	33.9017263
19	29.40513025	33.90172617
20	29.40511778	33.9017277
21	29.40513889	33.9017638
22	29.4051283	33.90189783
23	26.45518589	33.90011454
24	26.45519005	33.90002856
25	26.45518955	33.89998057
26	26.45518982	33.89997674
27	26.45519061	33.89997658
28	26.45519227	33.89997641

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับกร ใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุยวาลให้เอาไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้คัดแปลงเนื้อหามาเผยแพร่ลงสู่สาธารณะโดยไม่ได้รับอนุญาตจากผู้นิพนธ์นำไปได้

29	26.45518793	33.89997494
30	26.45518192	33.89997477
31	26.4551996	33.89997906
32	26.45518403	33.90002469
33	26.45519092	33.9001112
34	25.50097116	33.89946405
35	25.5009684	33.89939114
36	25.50096968	33.89934118
37	25.50096992	33.8993357
38	25.50096865	33.8993357
39	25.50096554	33.89933538
40	25.50096636	33.89933377
41	25.50097542	33.89933349
42	25.50096295	33.89933867
43	25.50097212	33.89938745
44	25.50096764	33.8994595
เฉลี่ย	25.50096889	33.89936873

ตารางที่ 4.1 แสดงอุณหภูมิที่จุดต่างๆภายในวัสดุ

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

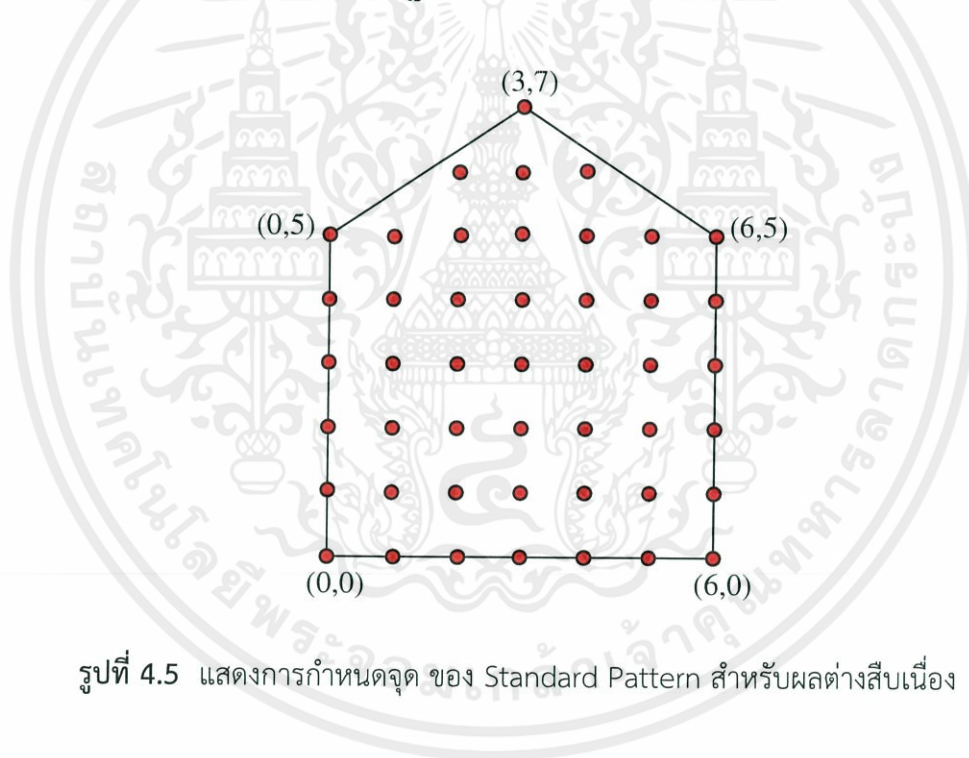
4.2 การเปลี่ยนแปลงอุณหภูมิภายในบ้าน

4.2.1 ผลที่ได้จากวิธีผลต่างสี่บเนื่องในสภาวะคงที่ (steady state)

โดยอุณหภูมิที่ผ่านหลังคาเข้ามามีค่าเท่ากับ 33.89937°C และอุณหภูมิที่ผ่านผนังบ้านเข้ามา มีค่าเท่ากับ 25.50097°C

ปัญหาที่ 2 รูปทรงของหลังคา 3 รูปแบบ ได้แก่ หลังคาแบบสามเหลี่ยมมาตรฐาน (Standard Pattern) , หลังคาแบบเว้า (Concave Pattern) และ หลังคาแบบนูน (Convex Pattern)

หลังคาบ้านรูปทรงแบบสามเหลี่ยมมาตรฐาน (Standard Pattern)



รูปที่ 4.5 แสดงการกำหนดจุด ของ Standard Pattern สำหรับผลต่างสี่บเนื่อง

จำนวน Node	Coordinate (x,y)	อุณหภูมิ T (องศาเซลเซียส)
N1	(0,0)	25.50097
N2	(0,1)	25.50097
N3	(0,2)	25.50097
N4	(0,3)	25.50097

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่ส...ไว้สำหรับการใช้งาน...ศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาต...ใช้ประโยชน์ด้านการค้า...ไม่ว่ากรณีใด...ทั้งสิ้น อีก...ให้มีให้ด...แปลงเนื้อห...ต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสาร...ที่ทำการนำไปใช้

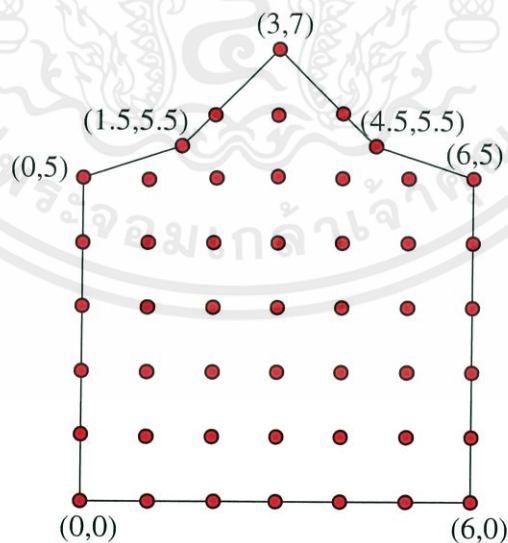
N5	(0,4)	25.50097
N6	(0,5)	33.89937
N7	(1,0)	25.50097
N8	(1,1)	25.6926
N9	(1,2)	25.9503
N10	(1,3)	26.4045
N11	(1,4)	27.4561
N12	(1,5)	30.6289
N13	(2,0)	25.50097
N14	(2,1)	25.8181
N15	(2,2)	26.203
N16	(2,3)	26.7108
N17	(2,4)	27.2899
N18	(2,5)	29.2908
N19	(2,6)	31.7381
N20	(3,0)	25.50097
N21	(3,1)	25.9976
N22	(3,2)	26.5759
N23	(3,3)	27.5329
N24	(3,4)	28.9456
N25	(3,5)	30.6322
N26	(3,6)	32.5366
N27	(3,7)	33.89937
N28	(4,0)	25.50097
N29	(4,1)	25.8181
N30	(4,2)	26.203
N31	(4,3)	26.7108
N32	(4,4)	27.2899
N33	(4,5)	29.2908
N34	(4,6)	31.7381

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับกรใช้งานที่งานศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้เผยแพร่ไปยังประชาชนหรือหน่วยงานการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งยังมีเหตุผลเปลี่ยนแปลงเนื้อหา โปรดอย่าอ้างอิงถึงเนื้อหาของเอกสารฉบับนี้ซึ่งมีที่การนำไปใช้

N35	(5,0)	25.50097
N36	(5,1)	25.6926
N37	(5,2)	25.9503
N38	(5,3)	26.4045
N39	(5,4)	27.4561
N40	(5,5)	30.6289
N41	(6,0)	25.50097
N42	(6,1)	25.50097
N43	(6,2)	25.50097
N44	(6,3)	25.50097
N45	(6,4)	25.50097
N46	(6,5)	33.89937

ตารางที่ 4.2 แสดงอุณหภูมิที่เปลี่ยนแปลงภายในบ้าน รูปแบบ Standard ในสภาวะคงที่ (steady state)

หลังคาบ้านรูปทรงแบบเว้า(Concave Pattern)



เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
รูปที่ 4.6 แสดงการกำหนดจุด ของ Concave Pattern สำหรับวิธีผลต่างสืบเนื่อง
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

จำนวน Node	Coordinate (x,y)	อุณหภูมิ T (องศาเซลเซียส)
N1	(0,0)	25.50097
N2	(0,1)	25.50097
N3	(0,2)	25.50097
N4	(0,3)	25.50097
N5	(0,4)	25.50097
N6	(0,5)	33.89937
N7	(1,0)	25.50097
N8	(1,1)	25.8363
N9	(1,2)	26.2817
N10	(1,3)	27.0187
N11	(1,4)	28.3825
N12	(1,5)	32.002
N13	(2,0)	25.50097
N14	(2,1)	26.0617
N15	(2,2)	26.7708
N16	(2,3)	27.8096
N17	(2,4)	29.4028
N18	(2,5)	31.7269
N19	(2,6)	33.89937
N20	(3,0)	25.50097
N21	(3,1)	26.1387
N22	(3,2)	26.9303
N23	(3,3)	28.0408
N24	(3,4)	29.6138
N25	(3,5)	31.5079
N26	(3,6)	33.324
N27	(3,7)	33.89937

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษเท่านั้น ไม่อนุญาตให้ไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อนึ่งหากมีข้อผิดพลาดประการใดขออภัยและต้องอภัยถึงเจ้าของเอกสารฉบับนี้ไว้ด้วย

N28	(4,0)	25.50097
N29	(4,1)	26.0617
N30	(4,2)	26.7708
N31	(4,3)	27.8096
N32	(4,4)	29.4028
N33	(4,5)	31.7269
N34	(4,6)	33.89937
N35	(5,0)	25.50097
N36	(5,1)	25.8363
N37	(5,2)	26.2817
N38	(5,3)	27.0187
N39	(5,4)	28.3825
N40	(5,5)	32.002
N41	(6,0)	25.50097
N42	(6,1)	25.50097
N43	(6,2)	25.50097
N44	(6,3)	25.50097
N45	(6,4)	25.50097
N46	(6,5)	33.89937

ตารางที่ 4.3 แสดงอุณหภูมิที่เปลี่ยนแปลงภายในบ้าน รูปแบบ Concave ในสภาวะคงที่ (steady state)

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

N15	(2,1)	25.8417
N16	(2,2)	26.2734
N17	(2,3)	26.91
N18	(2,4)	27.9129
N19	(2,5)	29.5
N20	(2,6)	31.813
N21	(3,0)	25.50097
N22	(3,1)	25.8918
N23	(3,2)	26.3827
N24	(3,3)	27.0922
N25	(3,4)	28.166
N26	(3,5)	29.7459
N27	(3,6)	31.8178
N28	(3,7)	33.89937
N29	(4,0)	25.50097
N30	(4,1)	25.8417
N31	(4,2)	26.2734
N32	(4,3)	26.91
N33	(4,4)	27.9129
N34	(4,5)	29.5
N35	(4,6)	31.813
N36	(5,0)	25.50097
N37	(5,1)	25.7007
N38	(5,2)	25.9591
N39	(5,3)	26.3615
N40	(5,4)	27.0758
N41	(5,5)	28.5279
N42	(5,6)	32.0349
N43	(6,0)	25.50097
N44	(6,1)	25.50097

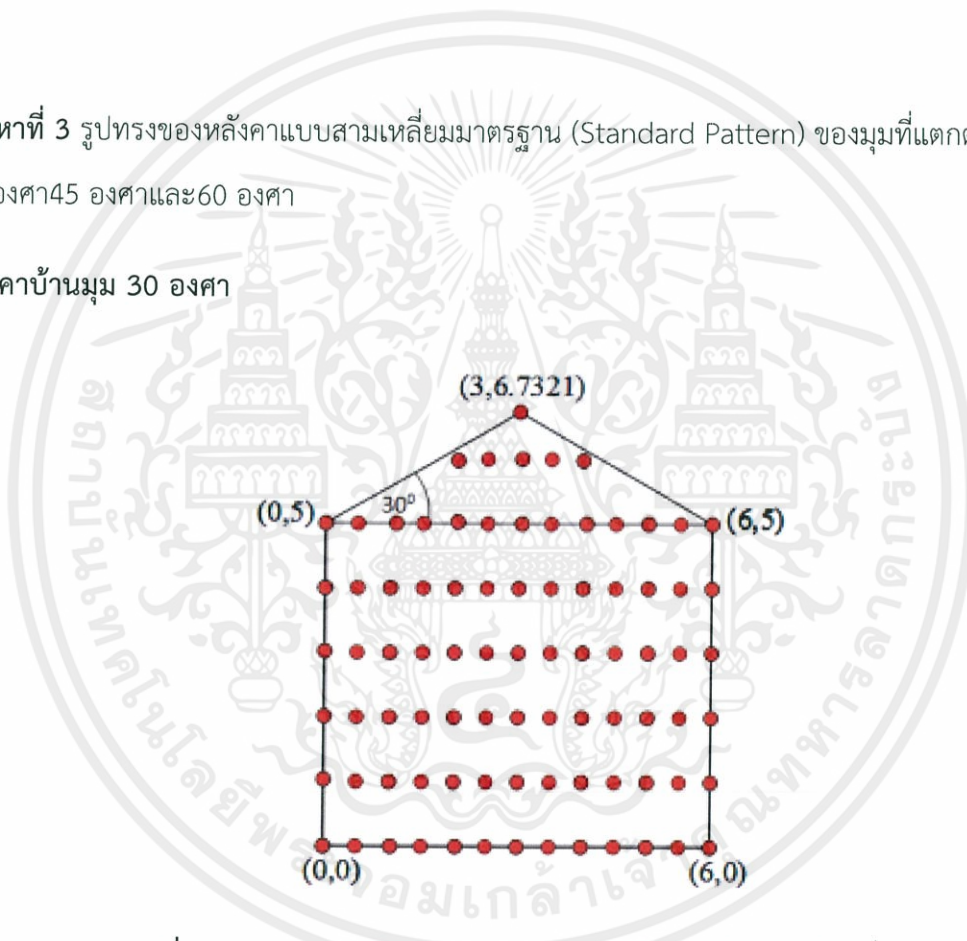
เอกสารนี้เป็นเอกสารที่จัดทำไว้สำหรับใช้งานเพื่อการศึกษารายงาน ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ในการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งยังมีให้เปลี่ยนแปลงเนื้อหาและข้อมูลอ้างอิงในเนื้อหาของเอกสารฉบับนี้ที่มีการนำ

N45	(6,2)	25.50097
N46	(6,3)	25.50097
N47	(6,4)	25.50097
N48	(6,5)	33.89937

ตารางที่ 4.4 แสดงอุณหภูมิที่เปลี่ยนแปลงภายในบ้าน รูปแบบ Convex ในสภาวะคงที่ (steady state)

ปัญหาที่ 3 รูปทรงของหลังคาแบบสามเหลี่ยมมาตรฐาน (Standard Pattern) ของมุมที่แตกต่างกันได้แก่ 30 องศา 45 องศา และ 60 องศา

หลังคาบ้านมุม 30 องศา



รูปที่ 4.8 แสดงการกำหนดจุดของ 30 องศาสำหรับวิธีผลต่างสี่เหลี่ยม

จำนวน Node	Coordinate (x,y)	อุณหภูมิ T (องศาเซลเซียส)
N1	(0,0)	25.50097
N2	(0,1)	25.50097
N3	(0,2)	25.50097
N4	(0,3)	25.50097

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับครูใช้งานเท่านั้น ไม่อนุญาตให้มีการนำเอกสารนี้ไปใช้
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกที N4 ยังมีให้ตัดแปลงเนื้อหา (0,3) ต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารที่มีการนำไปใช้

N5	(0,4)	25.50097
N6	(0,5)	33.89937
N7	(1,0)	25.50097
N8	(1,1)	25.6584
N9	(1,2)	25.8791
N10	(1,3)	26.2976
N11	(1,4)	27.4312
N12	(1,5)	32.4123
N13	(2,0)	25.50097
N14	(2,1)	25.7999
N15	(2,2)	26.2077
N16	(2,3)	26.9154
N17	(2,4)	28.3996
N18	(2,5)	31.7987
N19	(3,0)	25.50097
N20	(3,1)	25.9142
N21	(3,2)	26.4614
N22	(3,3)	27.339
N23	(3,4)	28.8893
N24	(3,5)	31.5098
N25	(4,0)	25.50097
N26	(4,1)	25.9951
N27	(4,2)	26.6325
N28	(4,3)	27.5945
N29	(4,4)	29.1115
N30	(4,5)	31.2785
N31	(4,6)	33.2418
N32	(5,0)	25.50097
N33	(5,1)	26.0402
N34	(5,2)	26.7224

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับกรใช้งานที่กรมศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ในการค้า
ไม่ว่ากรณีใด ๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งยังมีให้ตีพิมพ์ลงนิตยสารหรือสิ่งพิมพ์อื่นใดโดยไม่ได้รับอนุญาตจากกรมศึกษา

N35	(5,3)	27.7112
N36	(5,4)	29.1712
N37	(5,5)	31.0981
N38	(5,6)	32.9106
N39	(6,0)	25.50097
N40	(6,1)	26.0495
N41	(6,2)	26.7356
N42	(6,3)	27.7102
N43	(6,4)	29.1142
N44	(6,5)	30.9464
N45	(6,6)	32.7854
N46	(6,7)	33.89937
N47	(7,0)	25.50097
N48	(7,1)	26.0402
N49	(7,2)	26.7224
N50	(7,3)	27.7112
N51	(7,4)	29.1712
N52	(7,5)	31.0981
N53	(7,6)	32.9106
N54	(8,0)	25.50097
N55	(8,1)	25.9951
N56	(8,2)	26.6325
N57	(8,3)	27.5945
N58	(8,4)	29.1115
N59	(8,5)	31.2785
N60	(8,6)	33.2418
N61	(9,0)	25.50097
N62	(9,1)	25.9142
N63	(9,2)	26.4614
N64	(9,3)	27.339

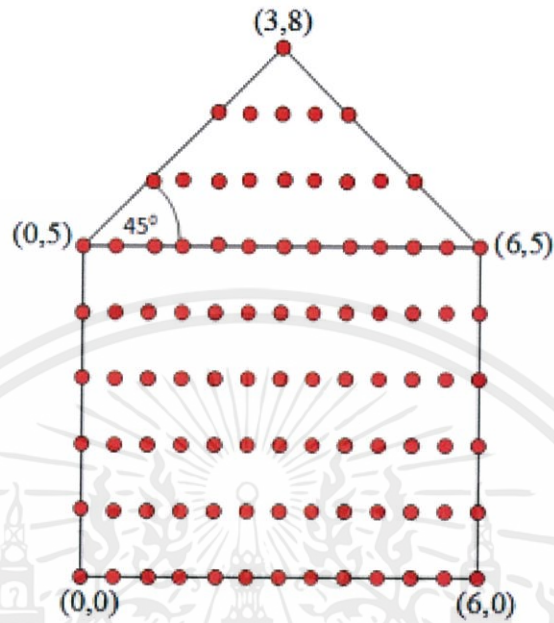
เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนลิขสิทธิ์ไว้สำหรับการใช้งานที่ถูกต้องเท่านั้น ไม่อนุญาตให้มีการนำเอกสารนี้ไปใช้ประโยชน์ทางการค้า
ไม่ว่ากรณีใดทั้งสิ้น อีกทั้งยังมีให้ตีพิมพ์ลงนิตยสาร และต้องอ้างอิงถึงชื่อของเอกสารฉบับนี้ทุกครั้งที่มีให้นำไปใช้

N65	(9,4)	28.8893
N66	(9,5)	31.5098
N67	(10,0)	25.50097
N68	(10,1)	25.7999
N69	(10,2)	26.2077
N70	(10,3)	26.9154
N71	(10,4)	28.3996
N72	(10,5)	31.7987
N73	(11,0)	25.50097
N74	(11,1)	25.6584
N75	(11,2)	25.8791
N76	(11,3)	26.2976
N77	(11,4)	27.4312
N78	(11,5)	32.4123
N79	(12,0)	25.50097
N80	(12,1)	25.50097
N81	(12,2)	25.50097
N82	(12,3)	25.50097
N83	(12,4)	25.50097
N84	(12,5)	33.89937

ตารางที่ 4.5 แสดงอุณหภูมิที่เปลี่ยนแปลงภายในบ้าน รูปแบบ 30 องศาในสภาวะคงที่ (steady state)

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

หลังคาบ้านมুম 45 องศา



รูปที่ 4.9 แสดงการกำหนดจุดของ 45 องศาสำหรับวิธีผลต่างสับเนื่อง

จำนวน Node	Coordinate (x,y)	อุณหภูมิ T (องศาเซลเซียส)
N1	(0,0)	25.50097
N2	(0,1)	25.50097
N3	(0,2)	25.50097
N4	(0,3)	25.50097
N5	(0,4)	25.50097
N6	(0,5)	33.89937
N7	(1,0)	25.50097
N8	(1,1)	25.6513
N9	(1,2)	25.8631
N10	(1,3)	26.269
N11	(1,4)	27.3853
N12	(1,5)	32.3535
N13	(2,0)	25.50097

N14	(2,1)	25.7862
N15	(2,2)	26.1768
N16	(2,3)	26.8595
N17	(2,4)	28.3066
N18	(2,5)	31.6632
N19	(2,6)	33.89937
N20	(3,0)	25.50097
N21	(3,1)	25.8948
N22	(3,2)	26.4174
N23	(3,3)	27.2589
N24	(3,4)	28.7505
N25	(3,5)	31.253
N26	(3,6)	33.1751
N27	(4,0)	25.50097
N28	(4,1)	25.9712
N29	(4,2)	26.5783
N30	(4,3)	27.4958
N31	(4,4)	28.9418
N32	(4,5)	30.9879
N33	(4,6)	32.7504
N34	(4,7)	33.89937
N35	(5,0)	25.50097
N36	(5,1)	26.0133
N37	(5,2)	26.6616
N38	(5,3)	27.6005
N39	(5,4)	28.983
N40	(5,5)	30.7936
N41	(5,6)	32.479
N42	(5,7)	33.5966
N43	(6,0)	25.50097

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาระดับปริญญาโท ไม่อนุญาตให้ไปใช้ประโยชน์ในการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามให้คัดลอกเปลี่ยนแปลงเนื้อหาใดๆ โดยต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีหน้าที่ไปใช้

N44	(6,1)	26.0215
N45	(6,2)	26.6721
N46	(6,3)	27.5944
N47	(6,4)	28.9172
N48	(6,5)	30.6307
N49	(6,6)	32.3495
N50	(6,7)	33.4975
N51	(6,8)	33.89937
N52	(7,0)	25.50097
N53	(7,1)	26.0133
N54	(7,2)	26.6616
N55	(7,3)	27.6005
N56	(7,4)	28.983
N57	(7,5)	30.7936
N58	(7,6)	32.479
N59	(7,7)	33.585
N60	(8,0)	33.89937
N61	(8,1)	25.50097
N62	(8,2)	25.9712
N63	(8,3)	26.5783
N64	(8,4)	27.4958
N65	(8,5)	28.9418
N66	(8,6)	30.9879
N67	(8,7)	32.7504
N68	(9,0)	33.89937
N69	(9,1)	26.4174
N70	(9,2)	27.2589
N71	(9,3)	28.7505
N72	(9,4)	31.253
N73	(9,5)	33.1751

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษายเท่านั้น ไม่อนุญาตให้เผยแพร่ไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งยังมีให้ดัดแปลงเนื้อหาและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารฉบับจริงที่มีมีการนำไปใช้

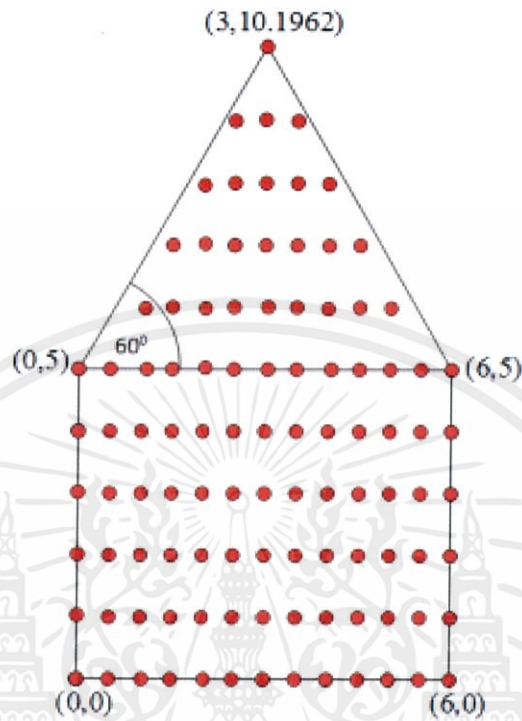
N74	(9,6)	26.4174
N75	(10,0)	25.50097
N76	(10,1)	25.7862
N77	(10,2)	26.1768
N78	(10,3)	26.8595
N79	(10,4)	28.3066
N80	(10,5)	31.6632
N81	(10,6)	33.89937
N82	(11,0)	25.50097
N83	(11,1)	25.6513
N84	(11,2)	25.8631
N85	(11,3)	26.269
N86	(11,4)	27.3853
N87	(11,5)	32.3535
N88	(12,0)	25.50097
N89	(12,1)	25.50097
N90	(12,2)	25.50097
N91	(12,3)	25.50097
N92	(12,4)	25.50097
N93	(12,5)	33.89937

ตารางที่ 4.6 แสดงอนุกรมวิธานที่เปลี่ยนแปลงภายในบ้านรูปแบบมม 45 องศาในสภาวะคงที่

(steady state)

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

หลังคาบ้านมูม 60 องศา



รูปที่ 4.10 แสดงการกำหนดจุดของ 60 องศาสำหรับวิธีผลต่างสี่เหลี่ยม

จำนวน Node	Coordinate (x,y)	อุณหภูมิ T (องศาเซลเซียส)
N1	(0,0)	25.50097
N2	(0,1)	25.50097
N3	(0,2)	25.50097
N4	(0,3)	25.50097
N5	(0,4)	25.50097
N6	(0,5)	33.89937
N7	(1,0)	25.50097
N8	(1,1)	25.6497
N9	(1,2)	25.8542
N10	(1,3)	26.2304

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับครูใช้จำนวนเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้เอาไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆก็ตาม หากมีข้อผิดพลาดประการใดขออภัยเป็นอย่างสูงและขอสงวนสิทธิ์ในการแก้ไข

N11	(1,4)	27.31
N12	(1,5)	32.3072
N13	(2,0)	25.50097
N14	(2,1)	25.7725
N15	(2,2)	26.1479
N16	(2,3)	26.8021
N17	(2,4)	28.2289
N18	(2,5)	31.5276
N19	(2,6)	33.6904
N20	(3,0)	25.50097
N21	(3,1)	25.8643
N22	(3,2)	26.3667
N23	(3,3)	27.179
N24	(3,4)	28.6341
N25	(3,5)	31.0144
N26	(3,6)	32.6341
N27	(3,7)	33.1321
N28	(4,0)	25.50097
N29	(4,1)	25.9591
N30	(4,2)	26.4118
N31	(4,3)	27.3966
N32	(4,4)	28.7241
N33	(4,5)	30.6739
N34	(4,6)	32.2289
N35	(4,7)	32.5682
N36	(4,8)	33.1466
N37	(5,0)	25.50097
N38	(5,1)	25.1228
N39	(5,2)	25.4597
N40	(5,3)	25.5903

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนลิขสิทธิ์ไว้สำหรับกรใช้งานที่การศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาติให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งยังมีโทษปรับลงเนื้อหากฎข้อบังคับของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

N41	(5,4)	26.1279
N42	(5,5)	27.1145
N43	(5,6)	28.3145
N44	(5,7)	30.2154
N45	(5,8)	31.5661
N46	(5,9)	32.4121
N47	(6,0)	25.50097
N48	(6,1)	25.9912
N49	(6,2)	26.6004
N50	(6,3)	27.5124
N51	(6,4)	28.8218
N52	(6,5)	30.3337
N53	(6,6)	31.8915
N54	(6,7)	32.6101
N55	(6,8)	32.9112
N56	(6,9)	33.2341
N57	(6,10)	33.89937
N58	(7,0)	25.50097
N59	(7,1)	25.1228
N60	(7,2)	25.4597
N61	(7,3)	25.5903
N62	(7,4)	26.1279
N63	(7,5)	27.1145
N64	(7,6)	28.3145
N65	(7,7)	30.2154
N66	(7,8)	31.5661
N67	(7,9)	32.4121
N68	(8,0)	25.50097
N69	(8,1)	25.9591
N70	(8,2)	26.4118

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใด ๆ ทั้งสิ้น หากมีข้อสงสัยประการใด กรุณาติดต่อฝ่ายวิชาการ โทร. 02-2537567

N71	(8,3)	27.3966
N72	(8,4)	28.7241
N73	(8,5)	30.6739
N74	(8,6)	32.2289
N75	(8,7)	32.5682
N76	(8,8)	33.1466
N77	(9,0)	25.50097
N78	(9,1)	25.8643
N79	(9,2)	26.3667
N80	(9,3)	27.179
N81	(9,4)	28.6341
N82	(9,5)	31.0144
N83	(9,6)	32.6341
N84	(9,7)	33.1321
N85	(10,0)	25.50097
N86	(10,1)	25.7725
N87	(10,2)	26.1479
N88	(10,3)	26.8021
N89	(10,4)	28.2289
N90	(10,5)	31.5276
N91	(10,6)	33.6904
N92	(11,0)	25.50097
N93	(11,1)	25.6497
N94	(11,2)	25.8542
N95	(11,3)	26.2304
N96	(11,4)	27.31
N97	(11,5)	32.3072
N98	(12,0)	25.50097
N99	(12,1)	25.50097
N100	(12,2)	25.50097

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานภายในเท่านั้น ไม่อนุญาตให้ใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งยังมีให้เปลี่ยนแปลงเนื้อหาโดยไม่ต้องแจ้งให้ทราบล่วงหน้าของเอกสารฉบับนี้ที่มีผลการนำไปใช้

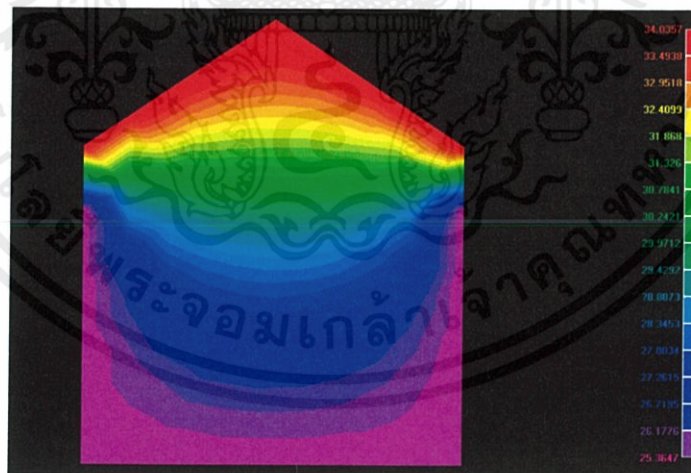
N101	(12,3)	25.50097
N102	(12,4)	25.50097
N103	(12,5)	33.89937

ตารางที่ 4.7 แสดงอุณหภูมิที่เปลี่ยนแปลงภายในบ้าน รูปแบบมุม 60 องศาในสภาวะคงที่ (steady state)

4.2.2 ผลที่ได้จากระเบียบวิธีขึ้นประกอบอันตะ[12]

ปัญหาที่ 2 รูปทรงของหลังคา 3 รูปแบบได้แก่หลังคาแบบสามเหลี่ยมมาตรฐาน(Standard Pattern) , หลังคาแบบเว้า(Concave Pattern) และหลังคาแบบนูน(Convex Pattern)

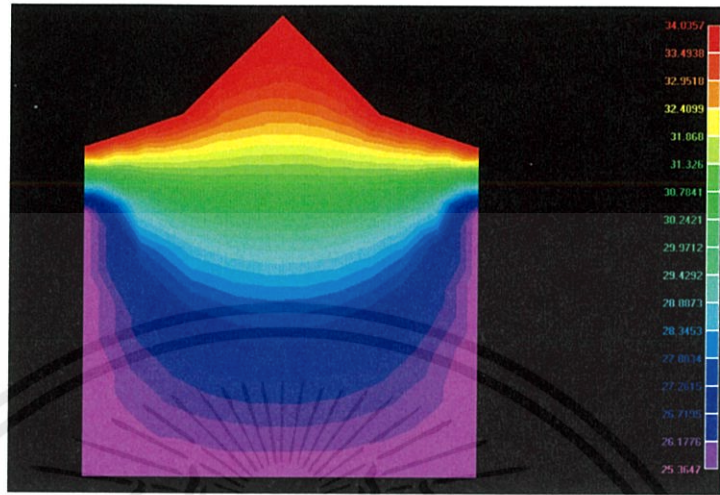
หลังคาบ้านแบบสามเหลี่ยมมาตรฐาน(Standard Pattern)



รูปที่ 4.11 แสดงอุณหภูมิภายในบ้านที่มีรูปแบบหลังคา Standard Pattern ด้วยโปรแกรม Easy FEM

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

หลังคาบ้านแบบเว้า (Concave Pattern)



รูปที่ 4.12 แสดงอุณหภูมิภายในบ้านที่มีรูปแบบหลังคา Concave Pattern
ด้วยโปรแกรม Easy FEM

หลังคาบ้านแบบนูน (Convex Pattern)

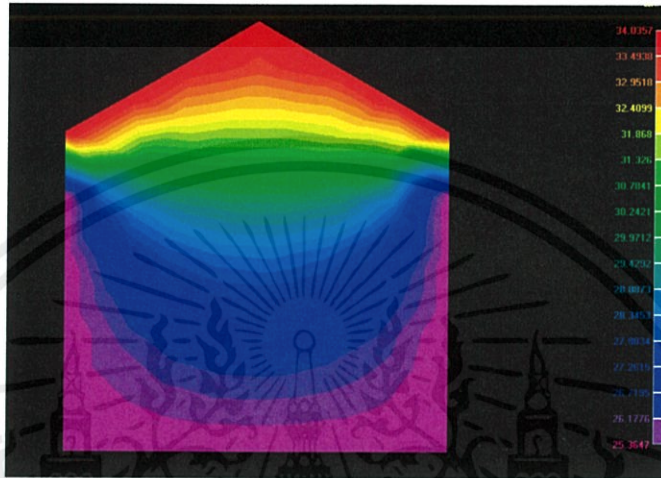


รูปที่ 4.13 แสดงอุณหภูมิภายในบ้านที่มีรูปแบบหลังคา Convex Pattern
ด้วยโปรแกรม Easy FEM

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

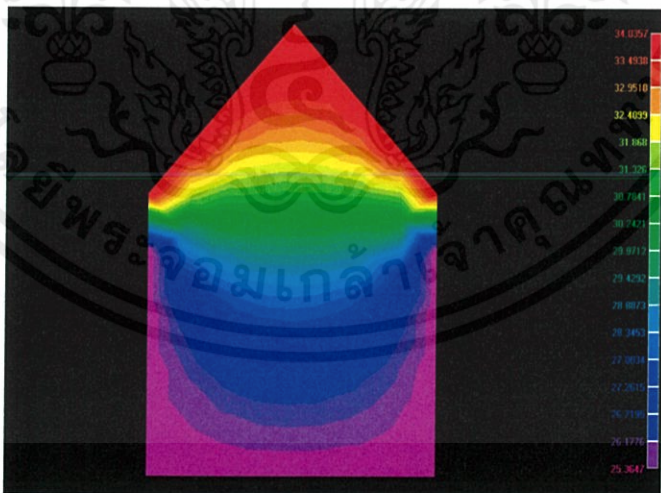
ปัญหาที่ 3 รูปทรงของหลังคาแบบสามเหลี่ยมมาตรฐาน (Standard Pattern) ของมูมที่แตกต่างกัน ได้แก่ 30 องศา 45 องศา และ 60 องศา

หลังคาบ้านมูม 30 องศา



รูปที่ 4.14 แสดงอุณหภูมิภายในบ้านที่มีมุม 30 องศา
ด้วยโปรแกรมEasy FEM

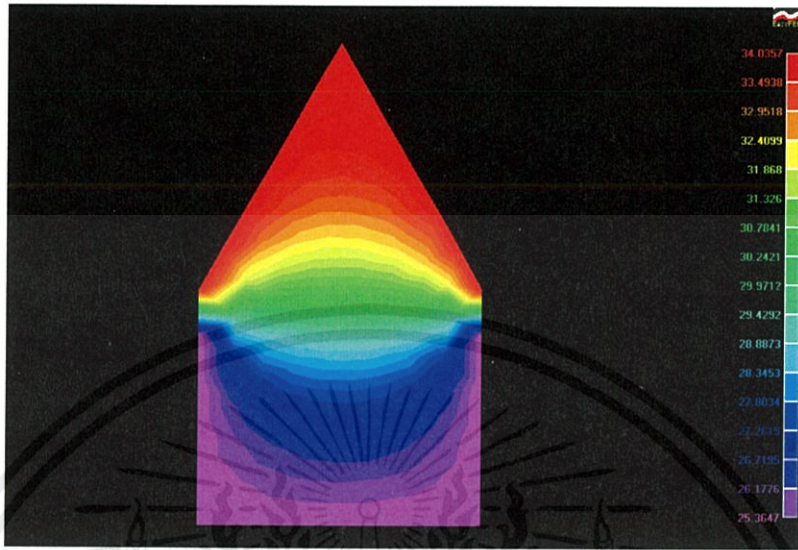
หลังคาบ้านมูม 45 องศา



รูปที่ 4.15 แสดงอุณหภูมิภายในบ้านที่มีมุม 45 องศา

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้ ด้วยโปรแกรมEasy FEM ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้คัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

หลังคาบ้านมูม 60 องศา



รูปที่ 4.16 แสดงอุณหภูมิภายในบ้านที่มีมุม 60 องศา
ด้วยโปรแกรม Easy FEM

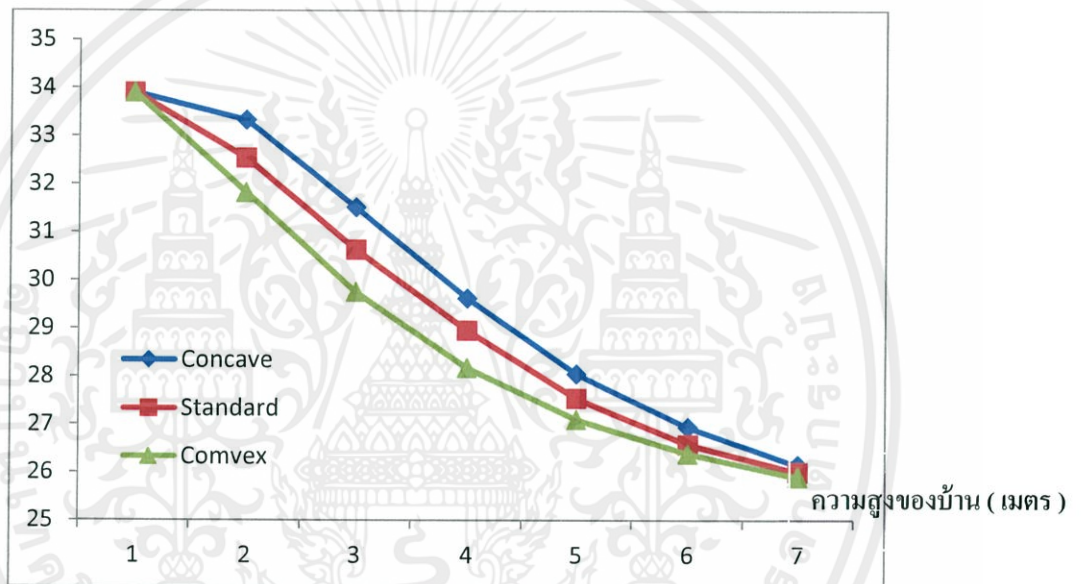
เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

4.3 เปรียบเทียบการเปลี่ยนแปลงอุณหภูมิภายในบ้านทั้ง 3 รูปแบบ และ 3 มุม

4.3.1 โดยวิธีผลต่างสี่เหลี่ยม

ปัญหาที่ 2 รูปทรงของหลังคา 3 รูปแบบได้แก่ ได้แก่ หลังคาแบบสามเหลี่ยมมาตรฐาน (Standard Pattern) , หลังคาแบบเว้า (Concave Pattern) และ หลังคาแบบนูน (Convex Pattern)

อุณหภูมิ (องศาเซลเซียส)

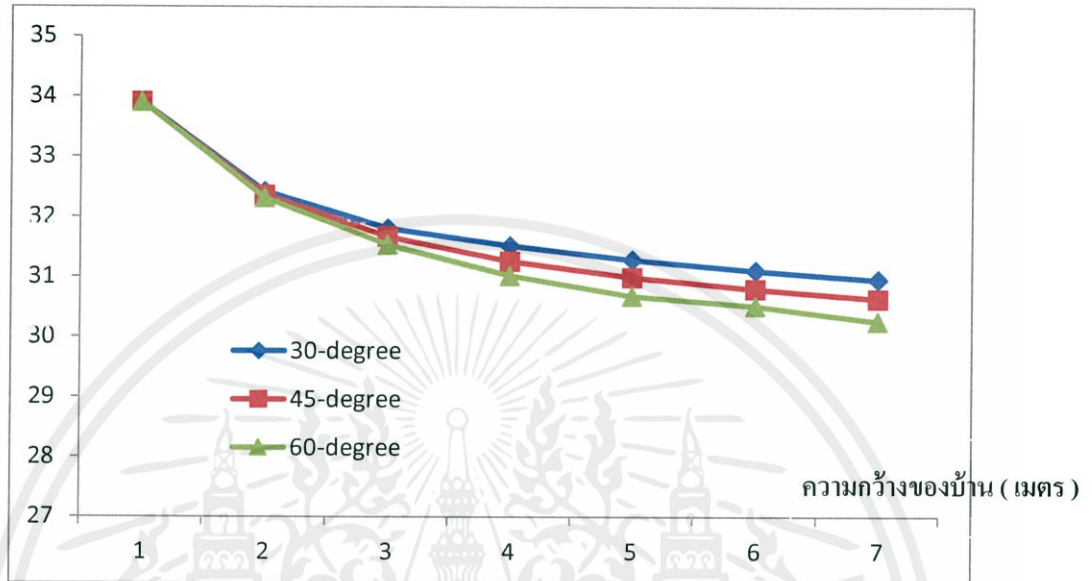


รูปที่ 4.17 กราฟแสดงการเปรียบเทียบอุณหภูมิของบ้านทั้ง 3 รูปแบบ ด้วยวิธีผลต่างสี่เหลี่ยม

จากรูปที่ 4.17 กราฟแสดงการเปรียบเทียบอุณหภูมิของรูปทรงบ้านที่แตกต่างกันทั้ง 3 หลัง ด้วยวิธีผลต่างสี่เหลี่ยมโดยอุณหภูมิที่นำมาพิจารณาเปรียบเทียบคืออุณหภูมิในแนวตั้งจากจุดยอดลงมาจุดกึ่งกลางของฐานบ้านซึ่งพบว่าแนวโน้มการกระจายความร้อนที่เกิดขึ้นภายในบ้านเป็นไปในทิศทางเดียวกันทั้ง 3 หลัง คืออุณหภูมิค่อยๆลดลงจากจุดยอดจนถึงจุดสุดท้ายในแนวที่พิจารณา ซึ่งอุณหภูมินั้นลดลงจนเข้าใกล้อุณหภูมิห้อง 25 องศาเซลเซียส จากรูปจะเห็นว่ารูปทรงหลังคาบ้านแบบ Convex มีอุณหภูมิที่น้อยที่สุด ตามด้วยรูปแบบหลังคาแบบ Standard และ Concave ตามลำดับ ซึ่งบ้านทั้ง 3 แบบมีพื้นที่ภายในบ้านและหลังคาเท่ากัน

ปัญหาที่ 3 รูปทรงหลังคาของมูมที่แตกต่างกันได้แก่ 30 องศา 45 องศา และ 60 องศา

อุณหภูมิ (องศาเซลเซียส)



รูปที่ 4.18 กราฟแสดงการเปรียบเทียบอุณหภูมิของบ้านทั้ง 3 มุม ด้วยวิธีผลต่างสี่เหลี่ยม

จากรูปที่ 4.18 กราฟแสดงการเปรียบเทียบอุณหภูมิของมูมหลังคาบ้านที่แตกต่างกันทั้ง 3 หลัง ด้วยวิธีผลต่างสี่เหลี่ยมโดยอุณหภูมิที่นำมาพิจารณาเปรียบเทียบคืออุณหภูมิในแนวนอนจากระดับคานบ้านจากไปยังจุดกึ่งกลางของบ้านในระดับเดียวกันของฐานบ้านซึ่งพบว่าแนวโน้มการกระจายความร้อนที่เกิดขึ้นภายในบ้านเป็นไปในทิศทางเดียวกันทั้ง 3 หลัง คืออุณหภูมิลดลงจากจุดขอบบ้านจนถึงจุดสุดท้ายในแนวที่พิจารณา ซึ่งอุณหภูมินั้นลดลงจนเข้าใกล้อุณหภูมิห้อง 25 องศาเซลเซียส จากรูปจะเห็นว่าหลังคามุม 60 องศา มีอุณหภูมิที่น้อยที่สุด ตามด้วยหลังคามุม 45 องศา และ 30 องศาตามลำดับ ซึ่งบ้านทั้ง 3 แบบมีพื้นที่ภายในบ้านและหลังคาเท่ากัน

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้คัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

4.3.2 โดยระเบียบวิธีขึ้นประกอบอันตะ

ปัญหาที่ 2 รูปทรงของหลังคา 3 รูปแบบได้แก่ได้แก่ หลังคาแบบสามเหลี่ยมมาตรฐาน (Standard Pattern) , หลังคาแบบเว้า (Concave Pattern) และ หลังคาแบบนูน (Convex Pattern)

อุณหภูมิ (องศาเซลเซียส)



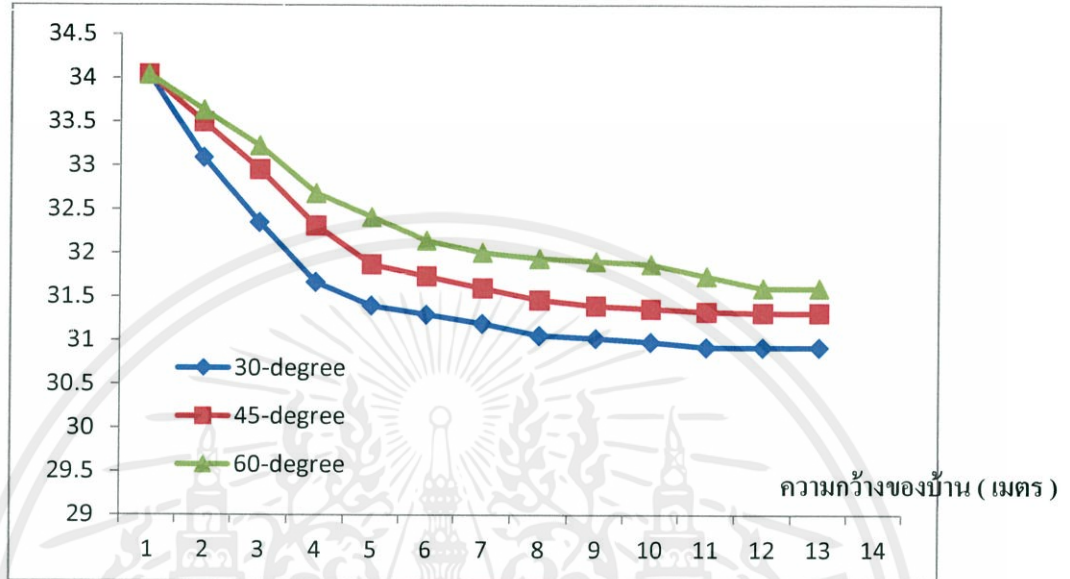
รูปที่ 4. 19 กราฟแสดงการเปรียบเทียบอุณหภูมิของบ้านทั้ง 3 รูปแบบ ด้วยระเบียบวิธีขึ้นประกอบอันตะ จากโปรแกรม Easy FEM

จากรูปที่ 4.19 กราฟแสดงการเปรียบเทียบอุณหภูมิของบ้านที่รูปทรงหลังคาบ้านแตกต่างกันทั้ง 3 หลัง ด้วยระเบียบวิธีขึ้นประกอบอันตะจากโปรแกรม Easy FEM โดยอุณหภูมิที่นำมาพิจารณาเปรียบเทียบคืออุณหภูมิในแนวตั้งจากจุดยอดลงมาจุดกึ่งกลางของฐานบ้านซึ่งพบว่าแนวโน้มการกระจายความร้อนที่เกิดขึ้นภายในบ้านเป็นไปในทิศทางเดียวกันทั้ง 3 หลัง คืออุณหภูมิค่อยๆลดลงจากจุดยอดจนถึงจุดสุดท้ายในแนวที่พิจารณา ซึ่งอุณหภูมินั้นลดลงจนเข้าใกล้อุณหภูมิห้อง 25 องศาเซลเซียส จากรูปจะเห็นว่ารูปทรงหลังคาบ้านแบบ Convex มีอุณหภูมิต่ำน้อยที่สุด ตามด้วยรูปแบบหลังคาแบบ Standard และ Concave ตามลำดับ ซึ่งบ้านทั้ง 3 แบบมีพื้นที่ภายในบ้านและหลังคาเท่ากัน

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ปัญหาที่ 3 รูปทรงของหลังคาของมูมที่แตกต่างกันได้แก่ 30 องศา 45 องศา และ 60 องศา

อุณหภูมิ (องศาเซลเซียส)



รูปที่ 4.20 กราฟแสดงการเปรียบเทียบอุณหภูมิของบ้านทั้ง 3 มุม ด้วยระเบียบวิธีขึ้นประกอบอันตะจากโปรแกรม Easy FEM

จากรูปที่ 4.20 กราฟแสดงการเปรียบเทียบอุณหภูมิของมูมหลังคาบ้านที่แตกต่างกันทั้ง 3 หลัง ด้วยระเบียบวิธีขึ้นประกอบอันตะจากโปรแกรม Easy FEM โดยอุณหภูมิที่นำมาพิจารณาเปรียบเทียบคือ อุณหภูมิในแนวนอนจากระดับคานบ้านจากไปยังจุดกึ่งกลางของบ้านในระดับเดียวกันของฐานบ้านซึ่งพบว่าแนวโน้มการกระจายความร้อนที่เกิดขึ้นภายในบ้านเป็นไปในทิศทางเดียวกันทั้ง 3 หลัง คืออุณหภูมิค่อยๆลดลงจากจุดขอบบ้านจนถึงจุดสุดท้ายในแนวที่พิจารณา ซึ่งอุณหภูมินั้นลดลงจนเข้าใกล้ อุณหภูมิห้อง 25 องศาเซลเซียส จากรูปจะเห็นว่าหลังคาบ้านมูม 60 องศา มีอุณหภูมิที่น้อยที่สุด ตามด้วย หลังคาบ้านมูม 45 องศา และหลังคาบ้านมูม 30 องศา ตามลำดับ ซึ่งบ้านทั้ง 3 แบบมีพื้นที่ภายในบ้านและหลังคาเท่ากัน

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้คัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

บทที่ 5

สรุปผลและข้อเสนอแนะ

5.1 สรุปผล

การศึกษาปัญหาพิเศษนี้ได้นำเสนอแบบจำลองรูปแบบของหลังคาและมุมของหลังคาบ้านที่มีผลต่อการถ่ายเทความร้อนที่ส่งผ่านเข้าไปในตัวบ้าน เพื่อเป็นประโยชน์ในการลดพลังงานไฟฟ้าและค่าใช้จ่ายภายในบ้านโดยแบ่งการพิจารณาหลังคาบ้านออกเป็น 3 ปัญหา ได้แก่ 1. การถ่ายเทความร้อนผ่านวัสดุ 2 ชนิด คือ อิฐมวลเบา และ กระเบื้องหลังคาคอนกรีต แบบเปลี่ยนแปลงไปตามกาลเวลา (transient) 2. รูปทรงหลังคาบ้านแตกต่างกัน 3 รูปแบบ หลังคาแบบสามเหลี่ยมมาตรฐาน (Standard Pattern) , หลังคาแบบเว้า (Concave Pattern) และ หลังคาแบบนูน (Convex Pattern) 3. มุมของหลังคาบ้านแตกต่างกัน คือ 30 องศา 45 องศา และ 60 องศา โดยที่บ้านทุกหลังมีขนาดบ้านและหลังคาเท่ากัน โดยเราใช้ระเบียบวิธีผลต่างสี่เหลี่ยมและระเบียบวิธีขึ้นประกอบอันตะ ในการแก้ปัญหาพิเศษนี้ โดยทั้งสองวิธีให้ผลลัพธ์ออกมาในแนวทางเดียวกัน

จากผลการทดลองจะสรุปได้ดังนี้ จากปัญหาที่ 1 จะได้อุณหภูมิที่ผ่านวัสดุอิฐมวลเบามีค่าเท่ากับ 25.50097°C และกระเบื้องมุงหลังคามีค่าเท่ากับ 33.89937°C จากปัญหาที่ 2 คือรูปทรงหลังคาบ้านแบบนูน (Convex) มีการถ่ายเทความร้อนเข้ามาภายในบ้านน้อยที่สุด ตามด้วยรูปทรงหลังคาแบบสามเหลี่ยมมาตรฐาน (Standard) และรูปทรงหลังคาแบบเว้า (Concave) ตามลำดับ แสดงว่ารูปทรงหลังคาบ้านแบบนูน (Convex) ช่วยให้อุณหภูมิภายในบ้านเย็นที่สุดจากรูปทรงหลังคาทั้ง 3 แบบ และปัญหาที่ 3 คือมุมของหลังคาบ้านแตกต่างกัน มุม 60 องศา มีการถ่ายเทความร้อนน้อยที่สุด ตามด้วยหลังคามุม 45 องศา และ 30 องศาตามลำดับ แสดงว่ามุม 60 องศาทำให้อากาศภายในบ้านเย็นที่สุดจากมุมทั้ง 3 มุม ซึ่งจากรูปแบบที่ดีที่สุดของทั้งสองปัญหานั้นสามารถทำให้ความร้อนผ่านเข้ามาภายในบ้านได้น้อยที่สุด คือจะทำให้อากาศภายในบ้านเย็นที่สุด ส่งผลทำให้เราเสียค่าใช้จ่ายจากเครื่องปรับอากาศลดลงได้นั่นเอง ซึ่งจากรูปทรงหลังคาทั้ง 6 แบบนี้เป็นการจำลองออกมาเพียงเป็นทางเลือกหนึ่งเท่านั้น ซึ่งในการสร้างบ้านเราสามารถให้สถาปนิกสามารถออกแบบบ้านและสามารถเลือกใช้วัสดุของหลังคาและกำแพงบ้านเพื่อเป็นการลดการถ่ายเทความร้อนเข้ามาภายในบ้านได้อีก เพราะวัสดุที่แตกต่างกันจะมีผลทำให้ความร้อนที่ผ่านเข้ามาภายในบ้านลดลงได้ต่างกัน รวมทั้งอาจมีการทำฝ้าเพื่อลดความร้อนที่ผ่านเข้ามาภายในบ้านได้อีกทางหนึ่งเช่นกัน

เอกสารนี้เป็นลิขสิทธิ์ของสถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง ใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้คัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

5.2 ข้อเสนอแนะ

จากการศึกษาปัญหาการถ่ายเทความร้อนของหลังคาบ้านทั้ง 2 ปัญหา พบข้อจำกัดค่อนข้างมากในการคำนวณ ซึ่งส่งผลให้ผลที่ได้จากการคำนวณมีการคาดเคลื่อนจากความเป็นจริง ทั้งนี้เราควรเลือกใช้วัสดุในการทดลองของกระเบื้องและผนังบ้านเพิ่มขึ้น เพราะจะทำให้ผลการทดลองน่าเชื่อถือมากยิ่งขึ้น รวมทั้งควรมีการเก็บข้อมูลจริงจากการทำแบบจำลองบ้าน แต่จากเนื่องจากในการทำแบบจำลองการทดลองต้องสร้างแบบจำลองให้มีขนาดใหญ่เพื่อให้เห็นผลการทดลองที่แตกต่างกันชัดเจน รวมถึงและให้ผลใกล้เคียงกับตัวบ้านจริงมากยิ่งขึ้น ซึ่งต้องใช้งบประมาณค่อนข้างมากการทดลอง จึงทำให้ผลที่ได้นี้เป็นแค่ทางเลือกหนึ่งเท่านั้น รวมทั้งการเลือกใช้รูปแบบของหลังและวัสดุของหลังคาที่ดีสามารถช่วยให้ลดการถ่ายเทความร้อนได้มีประสิทธิภาพเพิ่มมากขึ้น ซึ่งปัญหาพิเศษนี้ไม่ได้เน้นถึงการวิจัยเรื่องของการจัดการฝ้าและฉนวนกันความร้อน รวมทั้งวิธีการระบายอากาศออกจากพื้นที่ใต้หลังคาสามารถช่วยลดความร้อนที่ส่งมาจากหลังคาก่อนส่งผ่านเข้าไปในตัวบ้านได้ทั้งสิ้น

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

เอกสารอ้างอิง

- [1] S.Chaima, "Investigation of Performance of Roof Solar Collector", M.Eng. King Mongkuts University of Technology, University of Thailand, 1997.
- [2] K. Kongmeesuk, "Combined Effect of Wind and Solar Chimney on the rate of Induced Ventilation by Roof Solar Collector", M.Eng. King Mongkuts University of Technology, University of Thailand, 1997.
- [3] P. Taksatain, "Comparative Study Of Roofing Design And Materials To Support Energy Conservation", M.Sc. Mahidol University, University of Thailand, 1998.
- [4] P.Chitsakul and S.Siriteerakul, Simulation of heat transfer within Geometry Shape Symmetry Building, TJIA 2009.
- [5] S.Siriteerakul and P.Chitsakul, Simulation of heat transfer within a room with plain and filmed glass, TJIA 2011.
- [6] S. Siriteerakul et.al, "A study on heat diffusion of Tile", TJIA, 2012
- [7] C. Runge, Z. Math. Phys., 56 (1908): 255.
- [8] L.F.Richardson, "The approximate arithmetical solution by finite element of physical problems involving differential equations, with an application to the stress in a masonry dam", Philos. Trans.Roy. Soc. London, ser. A, 210 (1910): 307-357.
- [9] D.M. Young and M.F. Wheeler, "In Nonlinear Problems in Engineering", ed. W.F. Ames, New York, (1964): 220-246.
- [10] ภัคคินี ชิตสกุล , "สมการเชิงอนุพันธ์ย่อย(Patial Differential Equations)" , ภาควิชาคณิตศาสตร์ ประยุกต์ คณะวิทยาศาสตร์ สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง.

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

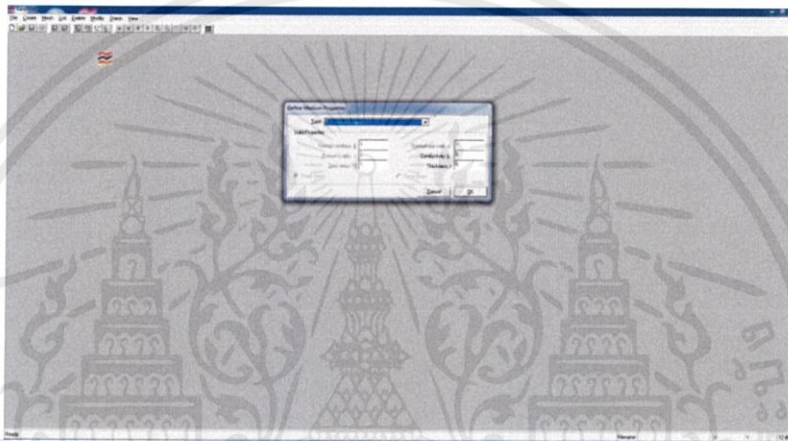
- [11] กาญจนา คำนึ่งกิจ ,“การวิเคราะห์เชิงตัวเลข”, ภาควิชาคณิตศาสตร์ประยุกต์ คณะวิทยาศาสตร์ สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง, 2554.
- [12] ปราโมทย์ เดชะอำไพ, สุทธิศักดิ์ พงศ์ธนาพานิช, “ไฟไนต์เอลิเมนต์อย่างง่ายพร้อมซอฟต์แวร์ Easy Finite Element with Software”, สำนักพิมพ์แห่งจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย, 2548.
- [13] ปราโมทย์ เดชะอำไพ,“ไฟไนต์เอลิเมนต์ในงานวิศวกรรม”, สำนักพิมพ์แห่งจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย ,2542
- [14] ปราโมทย์ เดชะอำไพ,“ระเบียบวิธีเชิงตัวเลขในงานวิศวกรรม”, สำนักพิมพ์แห่งจุฬาลงกรณ์ มหาวิทยาลัย, 2544
- [15] คงสิทธิ์ อธิโยภาสกุล นาฏนลิน สุสุทธิ และ อัจฉล จิตร์ไทย , “ การศึกษาการแพร่กระจายความร้อนของแผ่นกระเบื้อง ”, วิทยานิพนธ์ปริญญาวิทยาศาสตรบัณฑิต สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง, 2550.
- [16] วรสิทธิ์ จิระราชวโร วาปี สุดสนธิ์ และ วิศรุต คล้ายแจ้ , “ แบบจำลองการถ่ายเทความร้อนภายในอาคารรูปทรงเรขาคณิตแบบสมมาตร”,วิทยานิพนธ์ปริญญาวิทยาศาสตรบัณฑิต สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง, 2551.
- [17] ศิริกุล ศิริธีรากล, “เอกสารประกอบการสอนวิชา Special Topic in Applied Mathematics for Physics”, ภาควิชาคณิตศาสตร์ประยุกต์คณะวิทยาศาสตร์ สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง.
- [18]เอกสารเผยแพร่ “แนวทางการเลือกใช้วัสดุก่อสร้างและฉนวนเพื่อการอนุรักษ์พลังงาน” ,กรมพัฒนาพลังงานทดแทนและอนุรักษ์พลังงาน , กระทรวงพลังงาน.
- [19] <http://www.homemart.co.th/index.asp>
- [20] กรมอุตุนิยมวิทยา , กระทรวงเทคโนโลยีสารสนเทศและการสื่อสาร
- [21]<http://www.thaigoodview.com/node/42080>

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

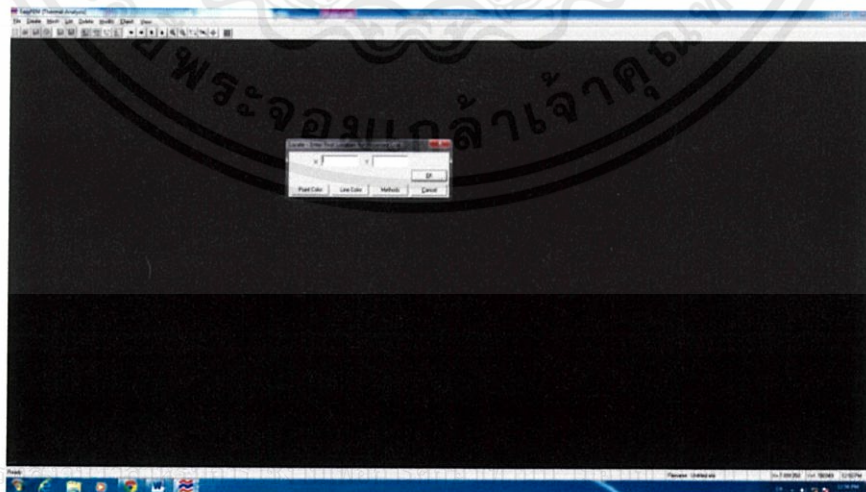
ภาคผนวก

ขั้นตอนการใช้โปรแกรม EasyFEM

ขั้นตอนที่ 1 เปิดคำสั่ง New เพื่อทำหน้าที่สร้างโมเดลใหม่ โดยจะปรกฏหน้าต่าง Define Medium Properties เลือกประเภทของปัญหาที่ต้องการวิเคราะห์และกำหนดคุณสมบัติของวัสดุ คือ การถ่ายเทความร้อน (thermal analysis)

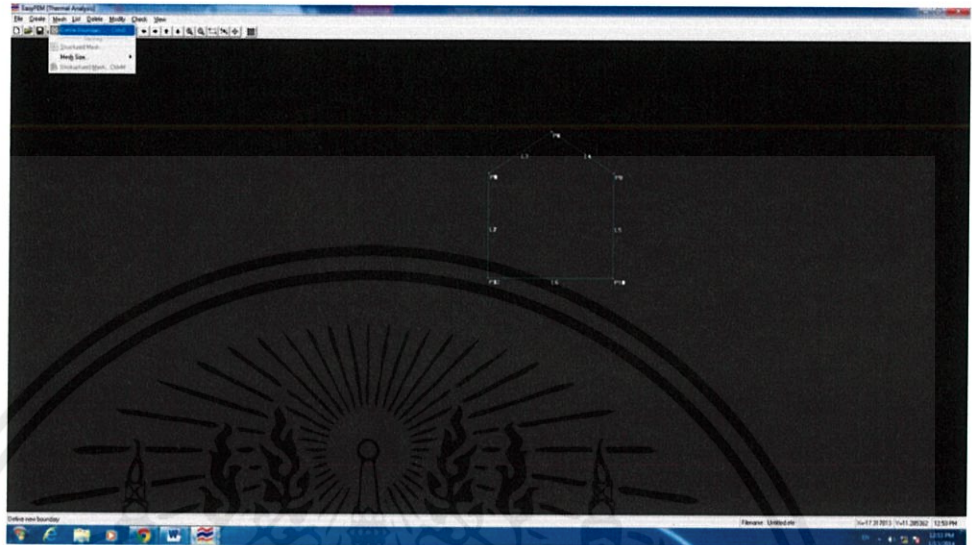


ขั้นตอนที่ 2 ออกแบบโครงสร้างของปัญหาที่ต้องการวิเคราะห์ เลือกคำสั่ง Create > Line > Projected point... (กำหนดจุดเริ่มต้นและจุดปลายของเส้นที่ต้องการสร้าง)

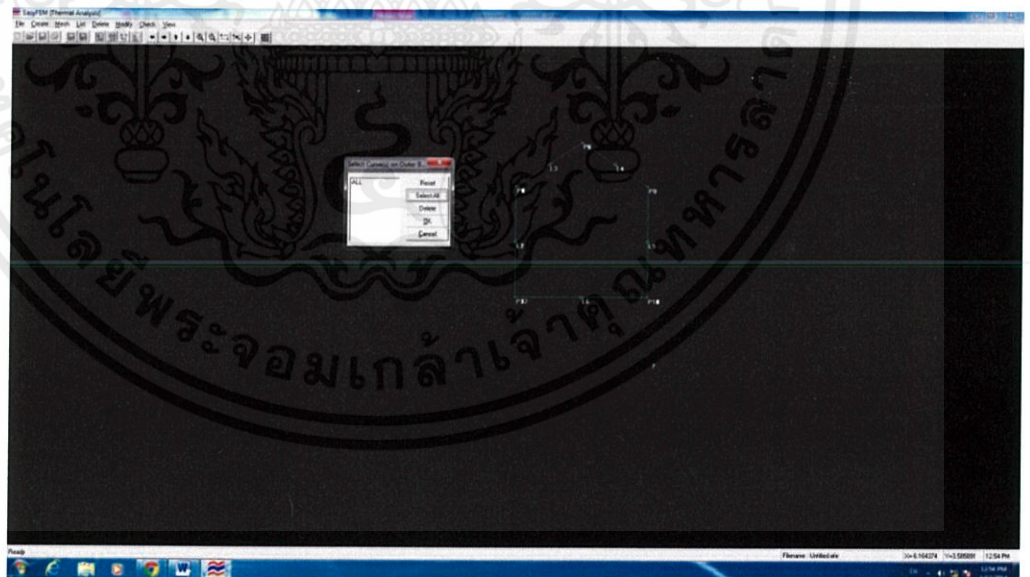


เอกสารนี้เป็นเอกสาร
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ขั้นตอนที่ 3 เลือก Mash > Define Boundary เพื่อกำหนดขอบเขตโดเมน (เป็นเอลิเมนต์รูปสามเหลี่ยม)

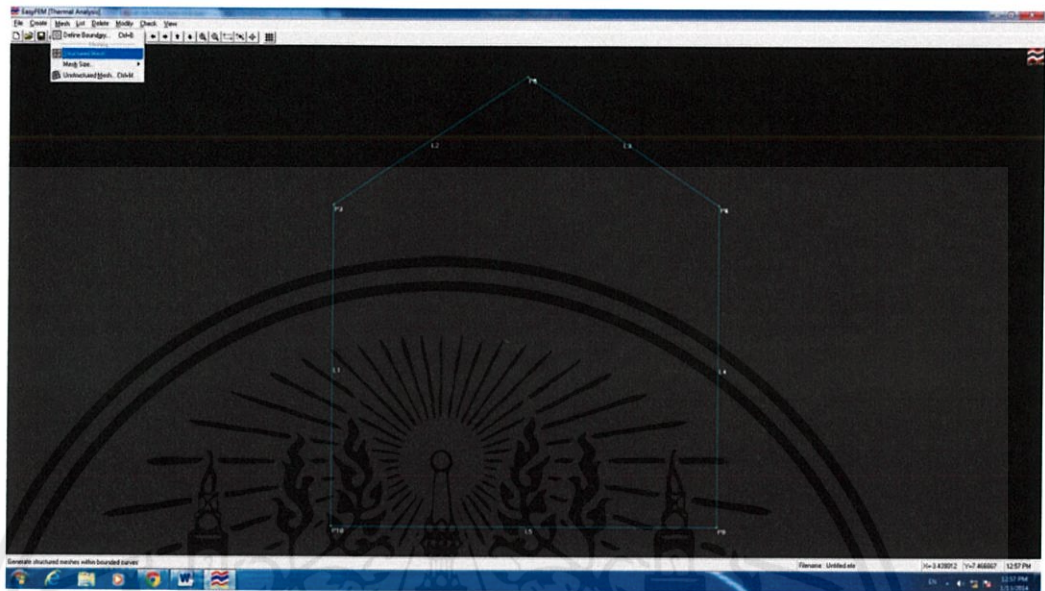


ขั้นตอนที่ 4 เลือก Select All เพื่อกำหนดขอบเขตในการสร้างเอลิเมนต์

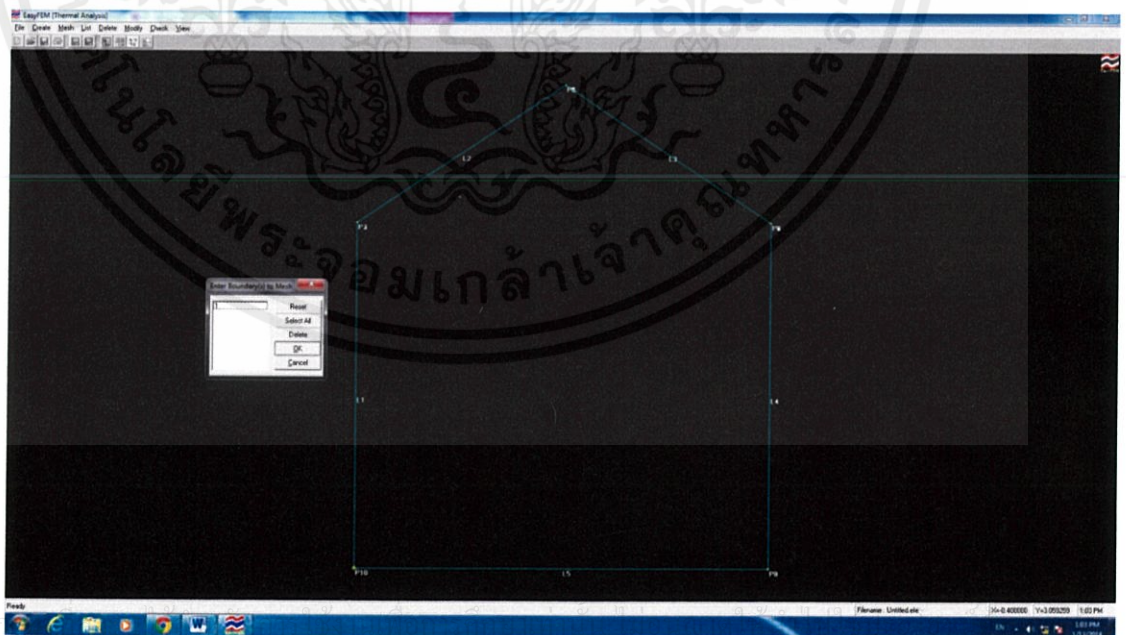


เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้คัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ขั้นตอนที่ 5 เลือก Structured Mesh เพื่อทำหน้าที่สร้างเอลิเมนต์สามเหลี่ยมแบบมีระเบียบให้กับขอบเขตโดเมนที่ถูกเลือกแล้ว



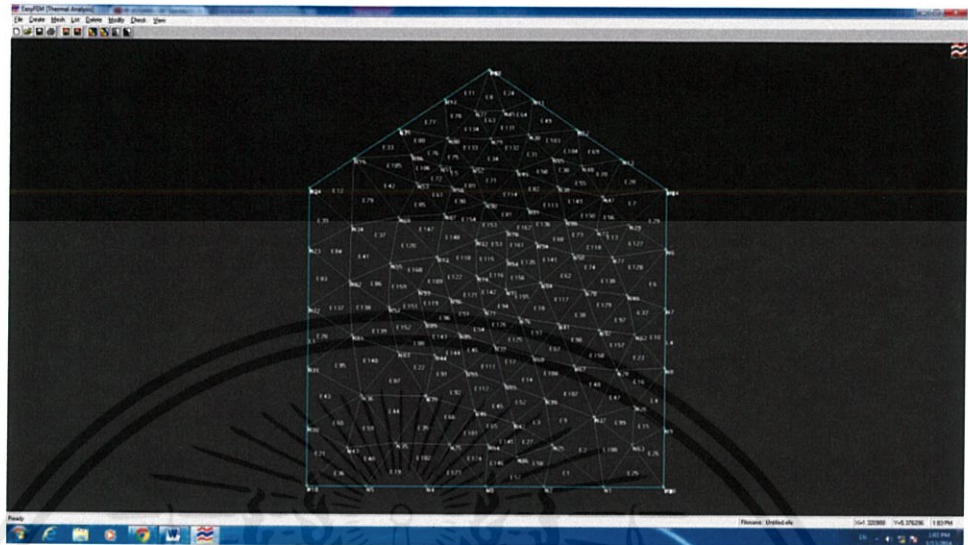
ขั้นตอนที่ 6 เลือก Unstructured Mesh เพื่อทำหน้าที่สร้างเอลิเมนต์สามเหลี่ยมแบบไร้ระเบียบให้กับขอบเขตโดเมนที่ถูกเลือก เลือก Select All



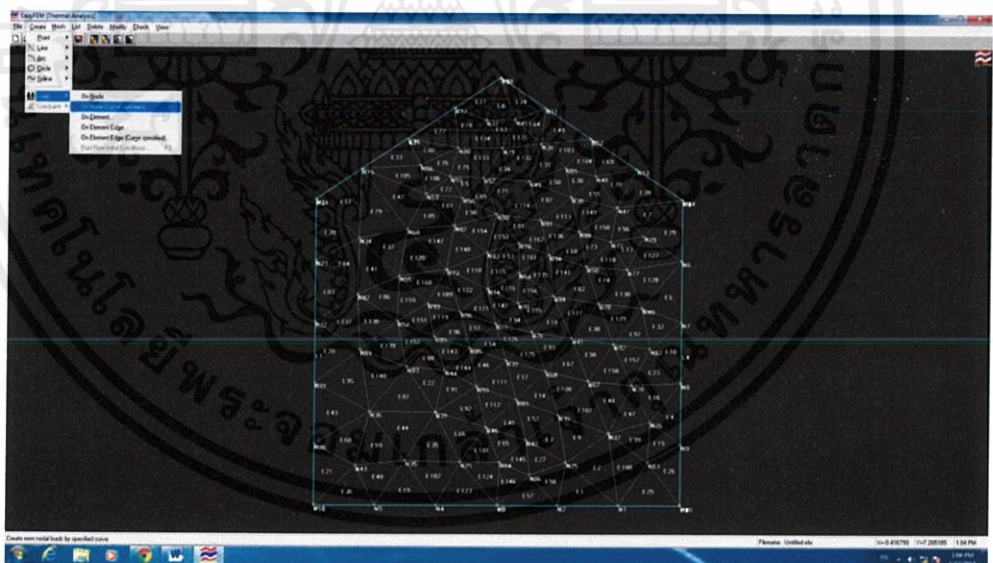
เอกสารนี้เป็นเอกสาร

ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้คัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ขั้นตอนที่ 7 จะได้เอลิเมนต์สามเหลี่ยมแบบไว้ระเบียนมาดังรูป

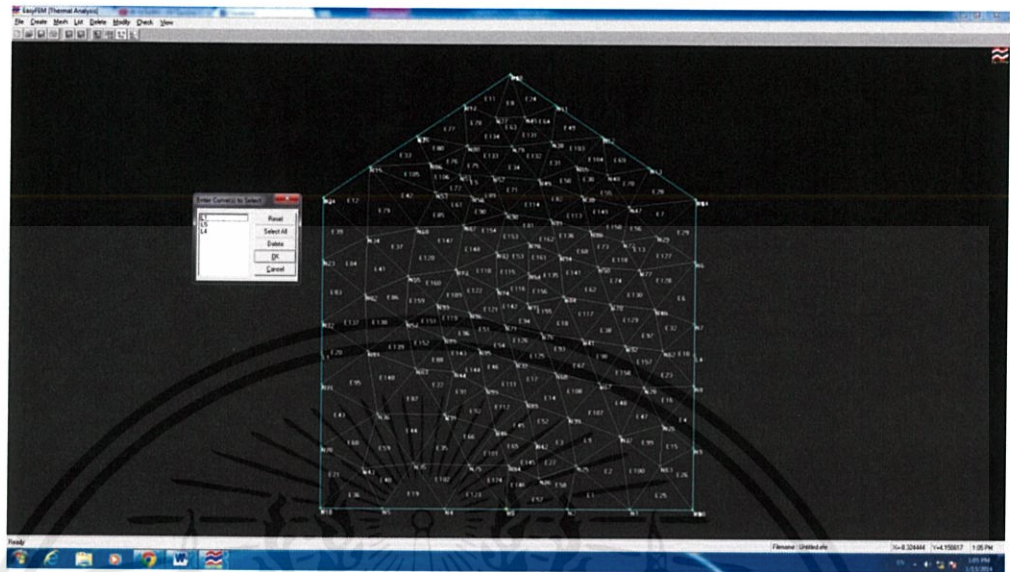


ขั้นตอนที่ 8 เลือก Load > On Node เพื่อทำการแก้ไขภาระโหนดที่จุดต่อที่ถูกเลือก

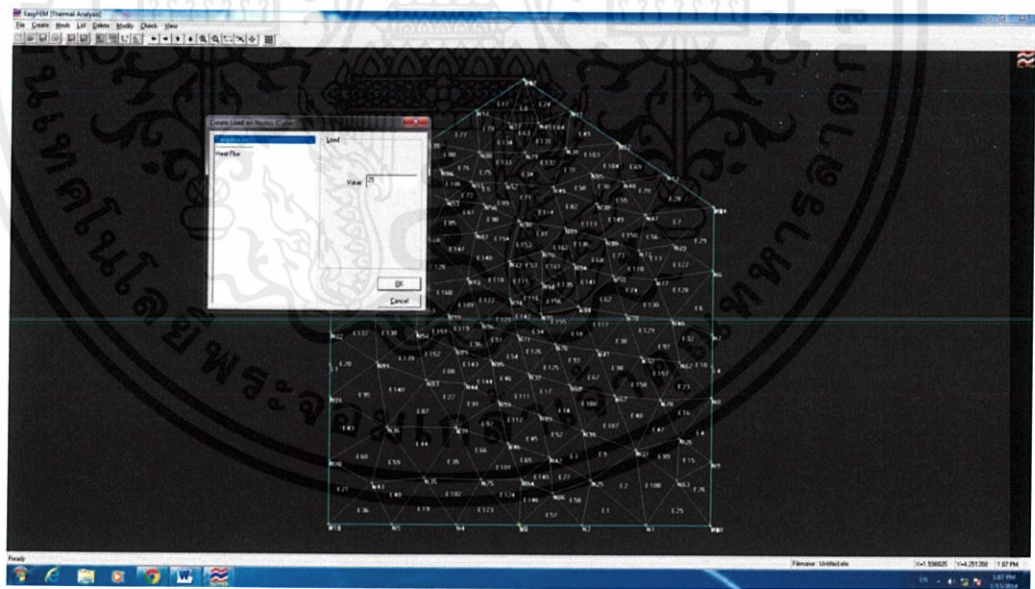


เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ขั้นตอนที่ 9 เลือกขอบที่ต้องการกำหนดอุณหภูมิในแต่ละด้าน

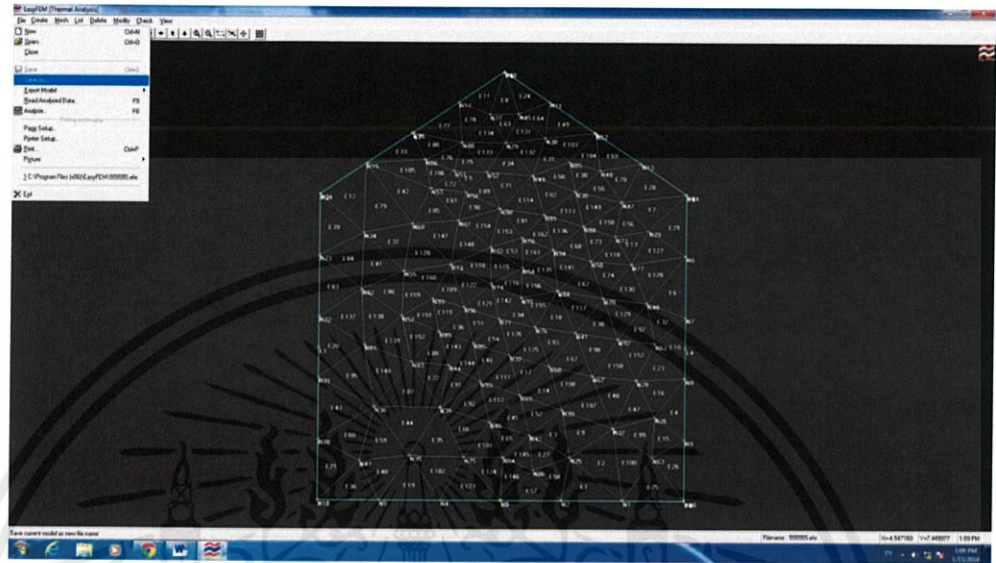


ขั้นตอนที่ 10 ใส่ค่าอุณหภูมิที่ต้องการในขอบเขตที่เลือกไว้

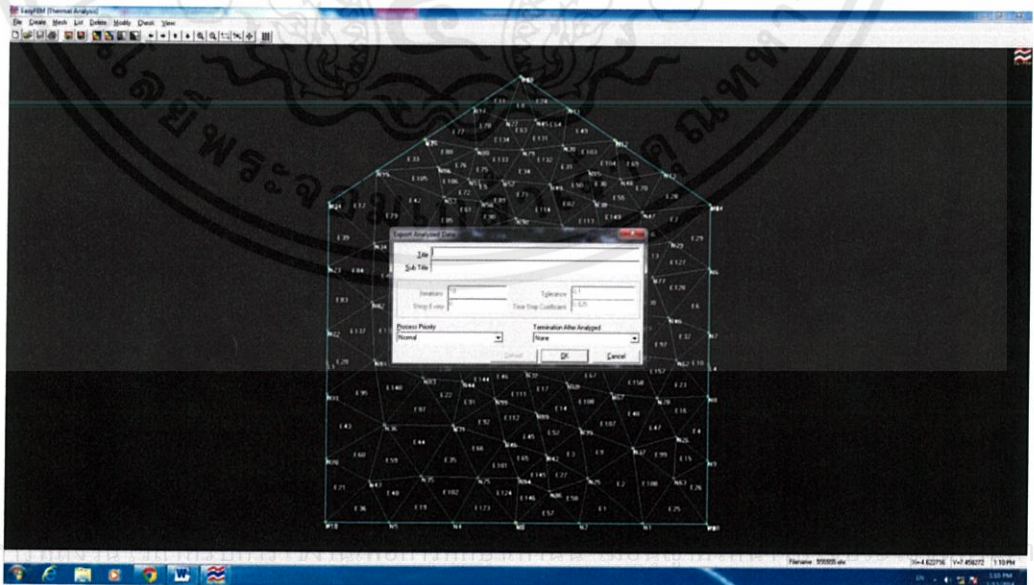


เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้คัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ขั้นตอนที่ 11 เลือก File > Save as เพื่อทำการบันทึกข้อมูลลงในไฟล์ ใส่ชื่อที่ต้องการบันทึกและกดบันทึก

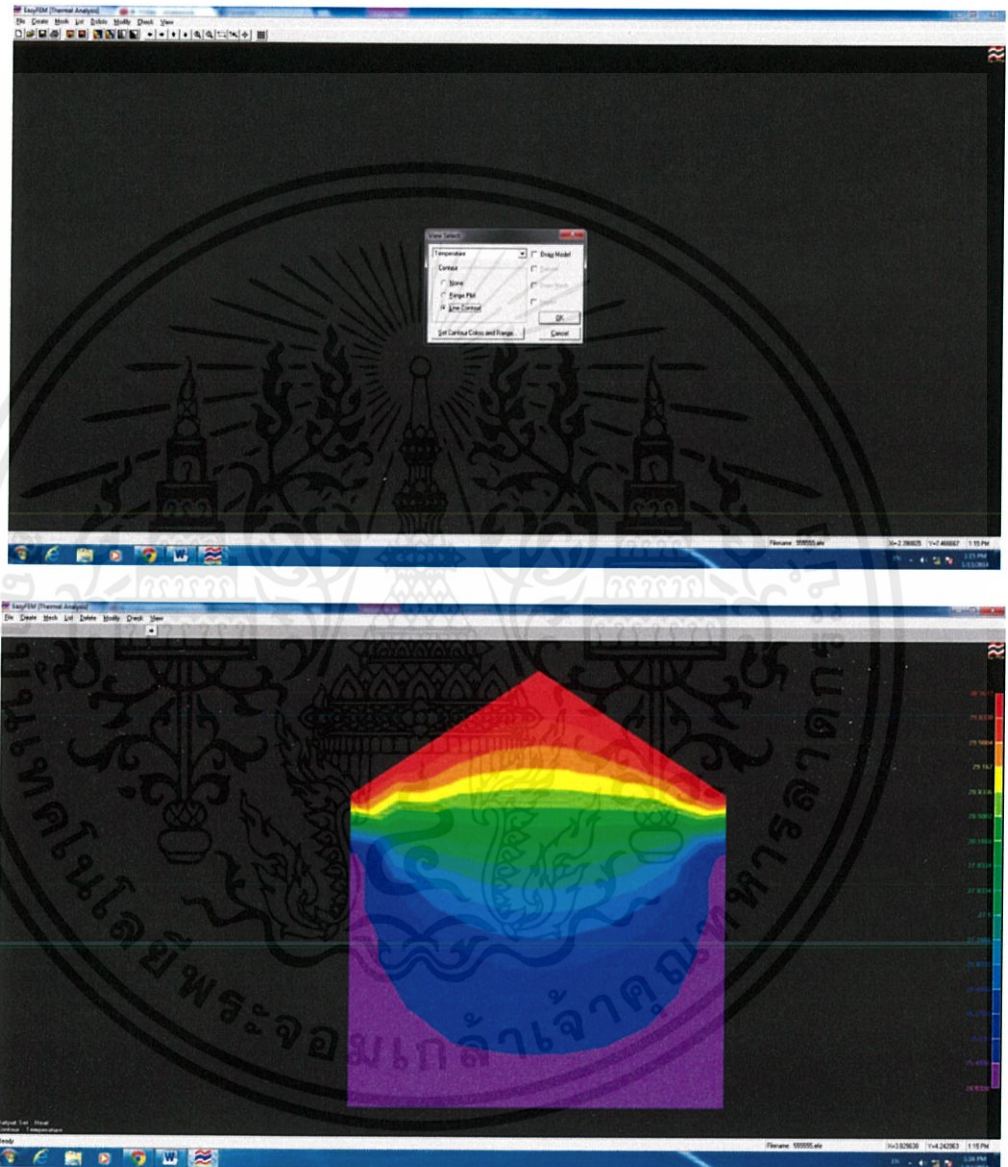


ขั้นตอนที่ 12 เลือก File > Analyze เป็นขั้นตอนการวิเคราะห์ปัญหา คลิก OK เพื่อวิเคราะห์ปัญหานั้นที่



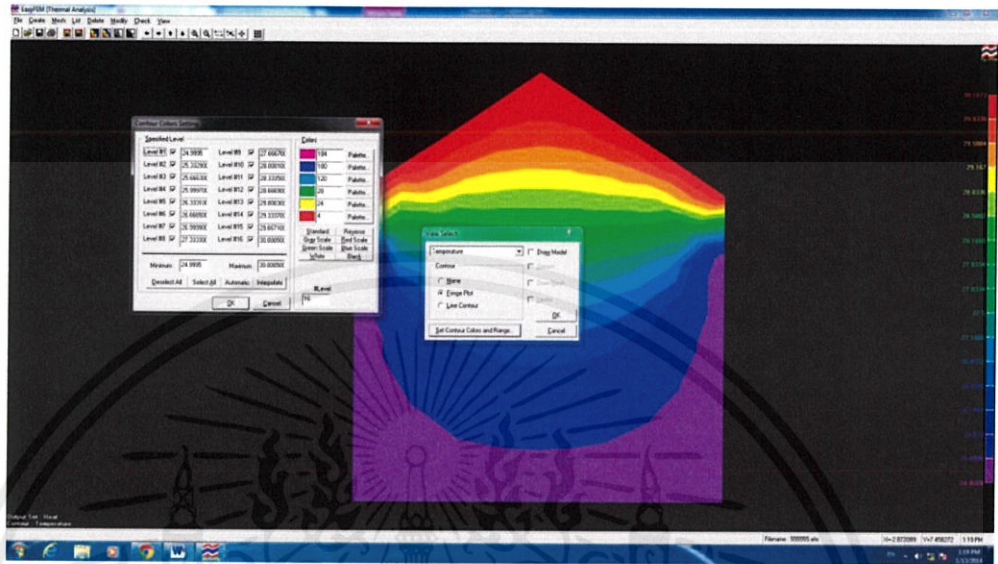
เอกสารนี้เป็นเอกสารที่จัดทำขึ้นเพื่อใช้ในการเรียนการสอนเท่านั้น ไม่ควรนำเอกสารนี้ไปเผยแพร่โดยไม่ได้รับอนุญาตจากเจ้าของเอกสาร

ขั้นตอนที่ 13 เลือก View > Select เพื่อทำการแสดงผลหลังการวิเคราะห์ เลือก Fringe Plot เพื่อแสดงผลการกระจายอุณหภูมิแถบชั้นสี



เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้คัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

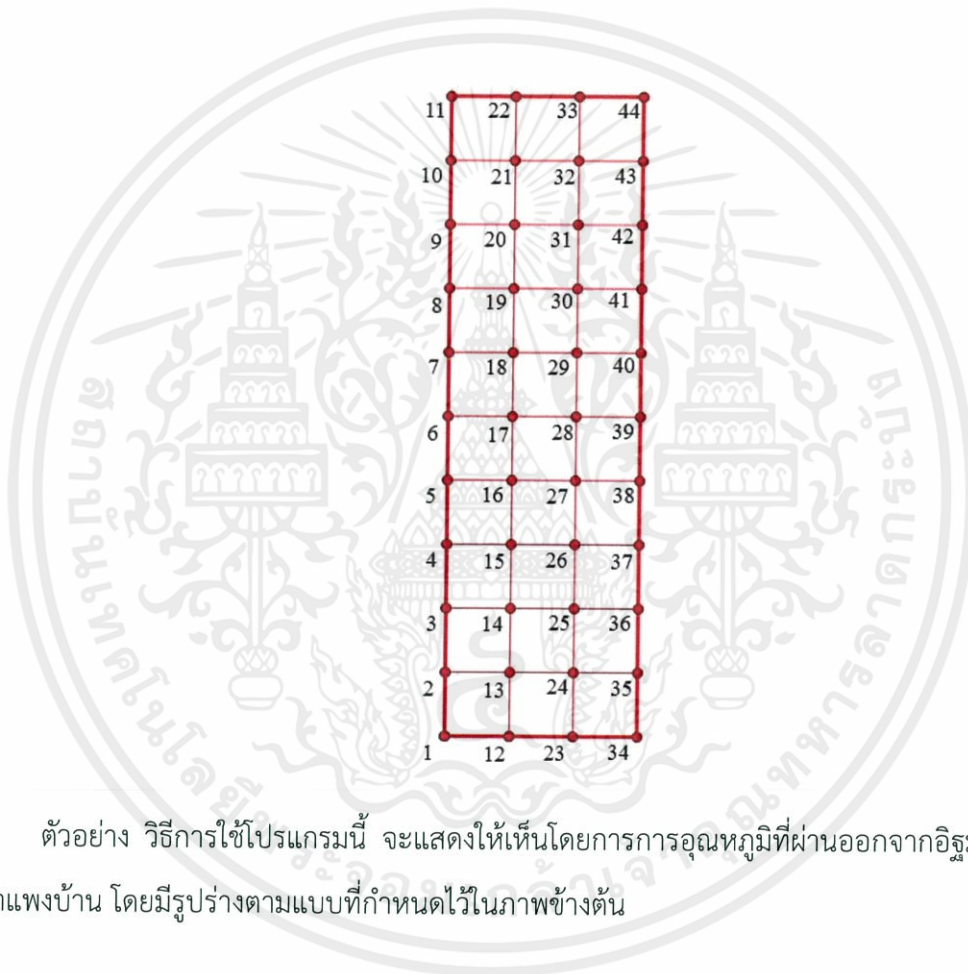
ขั้นตอนที่ 14 สามารถจัดค่าชั้นสีอัตโนมัติได้ โดยจากตาราง View Select ให้เลือก Set Contour Colors and Range เพื่อกำหนดค่าเลขประจำแต่ละแถบสี



เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้คัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

การใช้โปรแกรม Microsoft Visual C++

ใช้โปรแกรม Microsoft Visual C++ เพื่อการเขียนโค้ดภาษาซี ใช้ประมวลผลในการหาผลเฉลย ในปัญหา ทั้งการสร้างโหนด เอลิเมนต์ รวมไปถึงการหาอนุหมุมิตที่จุดต่างๆภายในรูปร่างของปัญหาที่เรา สร้างขึ้น ในปัญหานี้ เราใช้ภาษาซีในการหาผลเฉลยหลายรูปแบบ ทั้งการหาอนุหมุมิตที่ผ่านเข้าและออก ของวัสดุ คือ อิฐมวลเบาและกระเบื้องหลังคาคอนกรีต รวมถึงภายในรูปร่างทั้ง 6 รูปแบบ



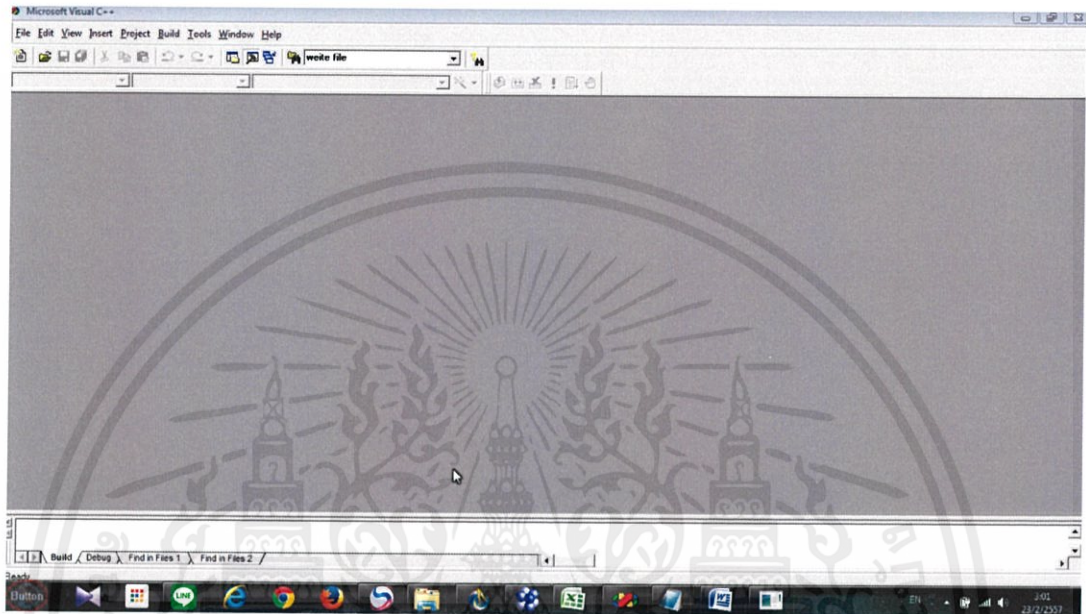
ตัวอย่าง วิธีการใช้โปรแกรมนี้ จะแสดงให้เห็นโดยการการอนุหมุมิตที่ผ่านออกจากอิฐมวลเบาที่ใช้ ทำกำแพงบ้าน โดยมีรูปร่างตามแบบที่กำหนดไว้ในภาพข้างต้น

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

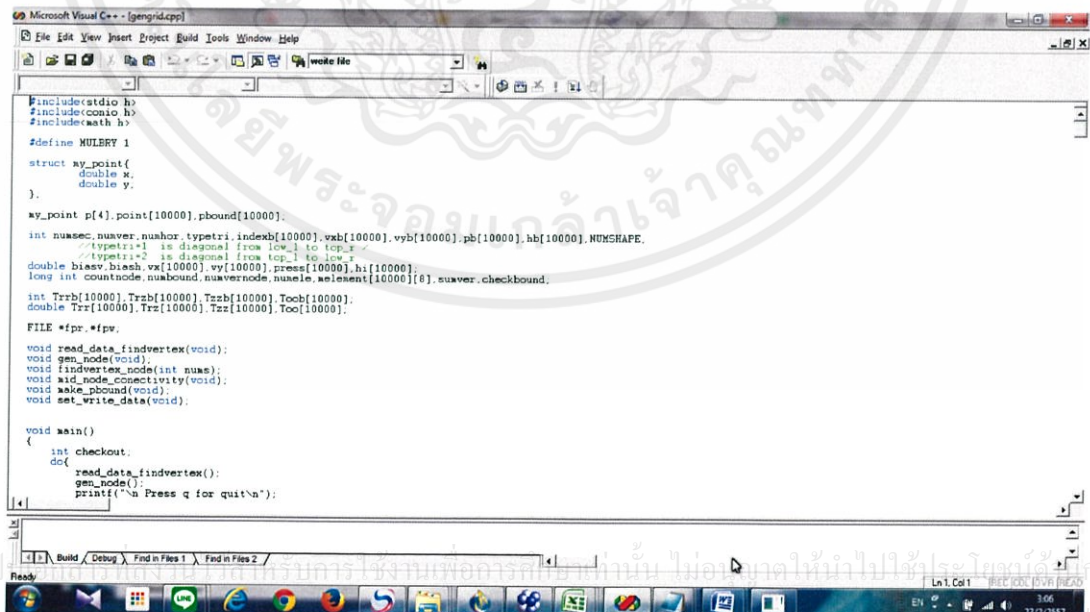
โปรแกรมภาษาซีที่เขียนขึ้น ประกอบด้วยโปรแกรม 2 ส่วน คือ

(a) gengrid

(b) GlassArrangement

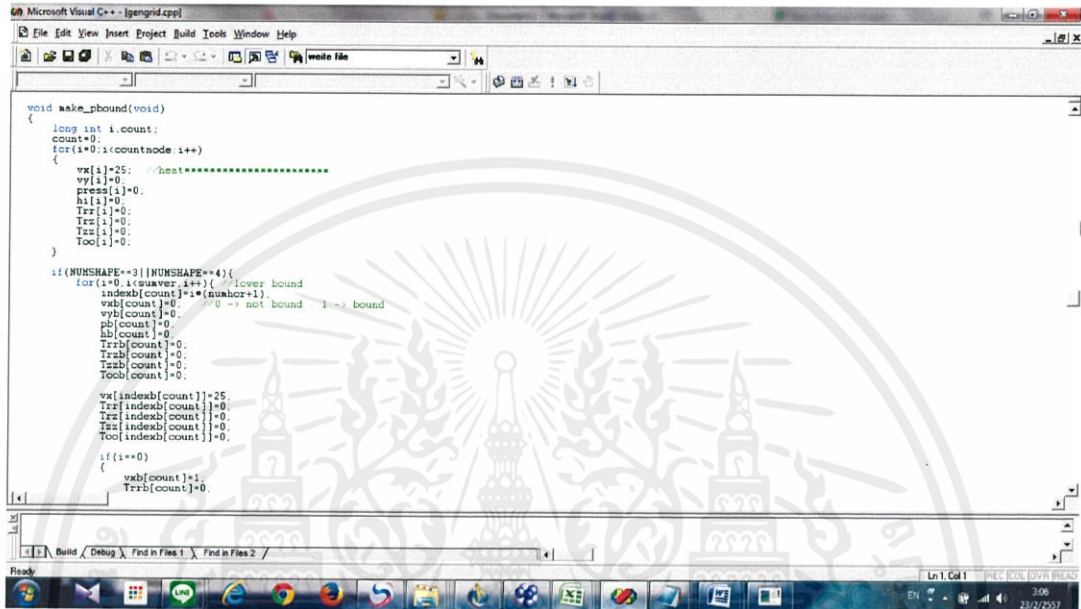


(a) gengrid เป็นโปรแกรมสำหรับสร้างเอลิเมนต์และโหนด



เอกสารนี้เป็นเอกสารสงวนลิขสิทธิ์การใช้งานเพื่อการศึกษานานับ ไม่ขอให้นำไปใช้โดยไม่ได้รับอนุญาต การค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆทางสน ออกพิมพ์หม และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำ ไปใช้

ส่วนสำคัญของการโปรแกรมสร้างเอลิเมนต์และโหนด คือ การกำหนดค่า boundary condition และ initial condition ให้สอดคล้องกับขอบเขตที่ต้องการ



```
void make_rbound(void)
{
    long int i, count;
    count=0;
    for(i=0; i<countnode; i++)
    {
        vx[i]=25; //heat*****
        vy[i]=0;
        press[i]=0;
        hi[i]=0;
        Trx[i]=0;
        Trz[i]=0;
        Tcx[i]=0;
        Tco[i]=0;
    }

    if (NUMSHAPE==3 || NUMSHAPE==4){
        for(i=0; i<numhor; i++){ //cover bound
            indexb[count]=i*(numhor+1);
            vx[count]=0; //0 -> not bound 1 -> bound
            vy[count]=0;
            pb[count]=0;
            hb[count]=0;
            Trxb[count]=0;
            Trzb[count]=0;
            Tcxb[count]=0;
            Tco[count]=0;

            vx[indexb[count]]=25;
            Trx[indexb[count]]=0;
            Trz[indexb[count]]=0;
            Tcx[indexb[count]]=0;
            Tco[indexb[count]]=0;

            if(i==0)
            {
                vxb[count]=1;
                Trxb[count]=0;
            }
        }
    }
}
```

ขั้นตอนการใช้โปรแกรม gengrid

- 1) เขียนข้อมูลโดยใช้ Notepad ใส่รายละเอียดต่างๆ เช่น จำนวน section , จำนวนการแบ่งช่องเอลิเมนต์แนวตั้งและแนวนอน , พิกัด (coordinate) save และตั้งชื่อ MAB.txt

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้คัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

```
MAB - Notepad
File Edit Format View Help
number_of_line_comment
5
#*****
#acbiashor_1_top-bottom_or_2_bottom-top_same_value_allsection|
#acbiasver_1_left-right_or_2_right-left
#order_of_node_topleft-botleft-topright-botright
#*****
numsec
1
acbhor
1
section1
numhor numver
10 3
biash biasv
0.5 0.5
acbvver
1
coordinate
0 20
0 0
7.5 20
7.5 0
```

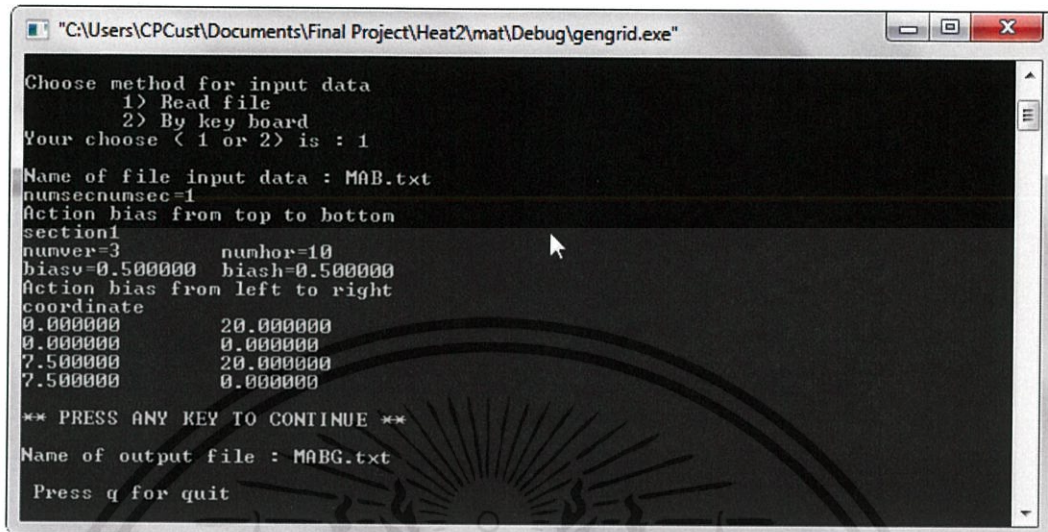
2) รันโปรแกรม gengrid

- เลือกรูปแบบเอลิเมนต์ 3) คือ 4 โหนด
- เลือก 1) input ไฟล์ ชื่อ MAB.txt

```
"C:\Users\CPCust\Documents\Final Project\Heat2\mat\Debug\gengrid.exe"
***** Generate grid partition *****
Choose type of elements
1) Linear triangle (3 Node elements)
2) Quadratic triangle (6 node elements)
3) Linear rectangle (4 Node elements)
4) Quadratic rectangle (8 node elements)
Your choose ( 1 , 2 , 3 or 4 ) is : 3
Choose method for input data
1) Read file
2) By key board
Your choose ( 1 or 2 ) is : 1
Name of file input data : MAB.txt
```

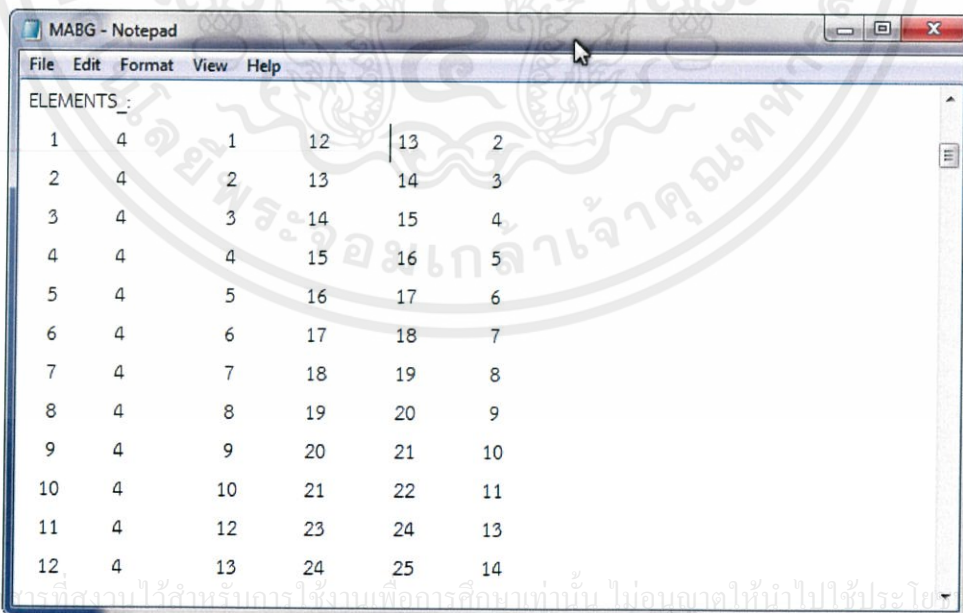
เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

- output ตั้งชื่อไฟล์ MABG.txt



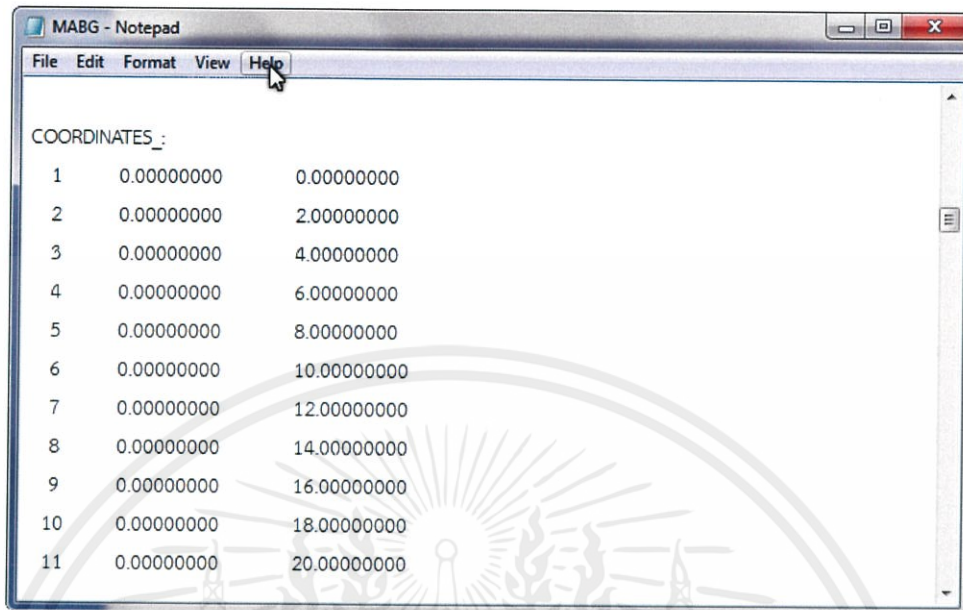
```
"C:\Users\CPCust\Documents\Final Project\Heat2\mat\Debug\gengrid.exe"
Choose method for input data
  1) Read file
  2) By key board
Your choose < 1 or 2> is : 1
Name of file input data : MAB.txt
numsecnumsec=1
Action bias from top to bottom
section1
number=3          number=10
biasv=0.500000   biash=0.500000
Action bias from left to right
coordinate
0.000000          20.000000
0.000000          0.000000
7.500000          20.000000
7.500000          0.000000
** PRESS ANY KEY TO CONTINUE **
Name of output file : MABG.txt
Press q for quit
```

- ไฟล์ MABG.txt ประกอบไปด้วย ELEMENTS , COORDINATES เป็นส่วนที่จะนำไปใช้ต่อ INITIAL CONDITIONS ,BOUNDARY CONDITIONS , BOUNDARY NODES WITH COORDINATES ใช้สำหรับตรวจสอบความถูกต้องของค่าที่เรากำหนดไว้

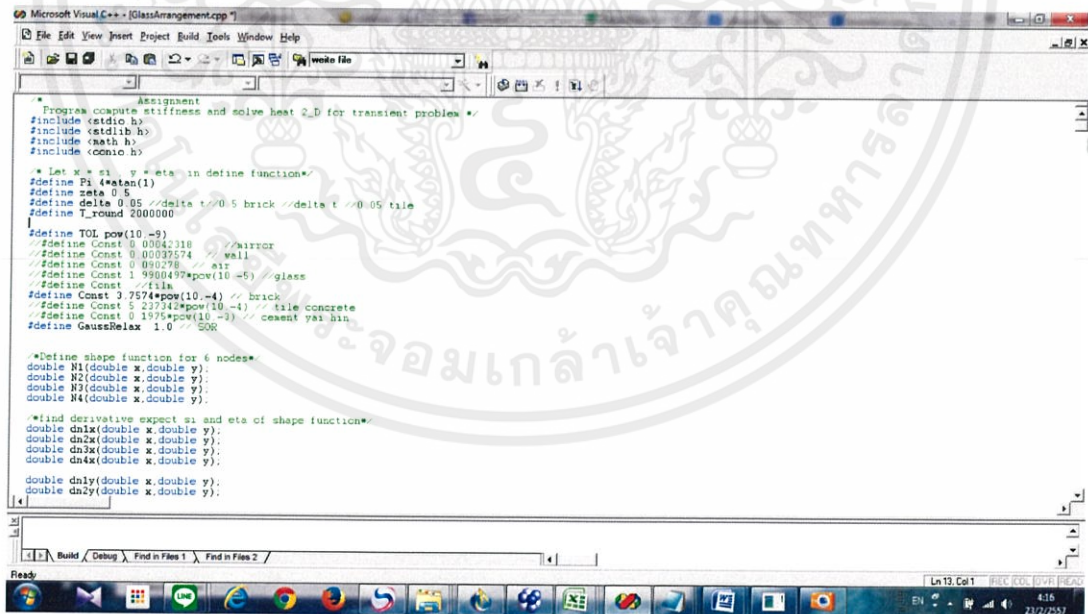


ELEMENTS_:					
1	4	1	12	13	2
2	4	2	13	14	3
3	4	3	14	15	4
4	4	4	15	16	5
5	4	5	16	17	6
6	4	6	17	18	7
7	4	7	18	19	8
8	4	8	19	20	9
9	4	9	20	21	10
10	4	10	21	22	11
11	4	12	23	24	13
12	4	13	24	25	14

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

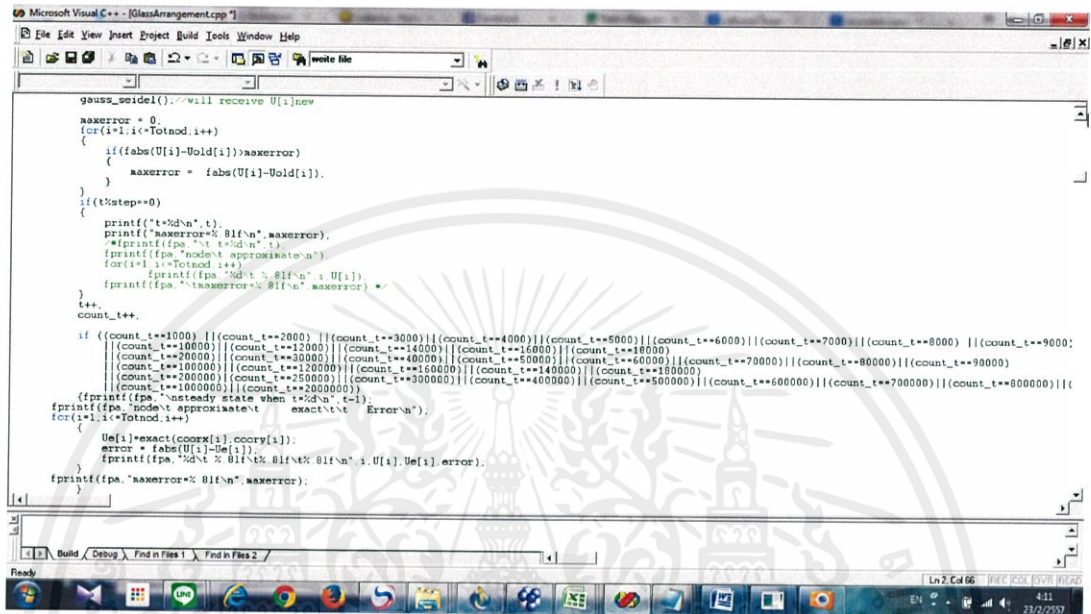


(b) GlassArrangement เป็นโปรแกรมสำหรับหาค่าอุณหภูมิบนโหนดต่างๆภายในรูปของปัญหา



เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ส่วนสำคัญของการโปรแกรมการหาผลเฉลยคือ การกำหนดค่าต่างๆ เช่น Delta , Constant ของวัสดุ และการกำหนดเวลาเป็นจำนวนรอบที่ต้องการ



```
gauss_seidel();//will receive U[i]new
maxerror = 0;
for(i=1;i<=Totnod;i++)
{
    if(fabs(U[i]-Uold[i])>maxerror)
    {
        maxerror = fabs(U[i]-Uold[i]);
    }
}
if(t%step==0)
{
    printf("t=%d\n", t);
    printf("maxerror=% 8lf\n", maxerror);
    #ifdef t
    fprintf(fpa, "t=%d\n", t);
    #endif
    fprintf(fpa, "nodest approximate\n");
    for(i=1;i<=Totnod;i++)
    {
        fprintf(fpa, "%d\t % 8lf\n", i, U[i]);
    }
    fprintf(fpa, "maxerror=% 8lf\n", maxerror);
    t++;
    count_t++;
}
if ((count_t==1000) || (count_t==2000) || (count_t==3000) || (count_t==4000) || (count_t==5000) || (count_t==6000) || (count_t==7000) || (count_t==8000) || (count_t==9000);
|| (count_t==10000) || (count_t==12000) || (count_t==14000) || (count_t==16000) || (count_t==18000)
|| (count_t==20000) || (count_t==30000) || (count_t==40000) || (count_t==50000) || (count_t==60000) || (count_t==70000) || (count_t==80000) || (count_t==90000)
|| (count_t==100000) || (count_t==120000) || (count_t==140000) || (count_t==160000) || (count_t==180000)
|| (count_t==200000) || (count_t==250000) || (count_t==300000) || (count_t==400000) || (count_t==500000) || (count_t==600000) || (count_t==700000) || (count_t==800000) || (count_t==1000000) || (count_t==2000000))
{
    fprintf(fpa, "steady state when t=%d\n", t-1);
    fprintf(fpa, "nodest approximate\t exact\t Error\n");
    for(i=1;i<=Totnod;i++)
    {
        Ue[i]=exact(coorx[i],coory[i]);
        error = fabs(U[i]-Ue[i]);
        fprintf(fpa, "%d\t % 8lf\t% 8lf\t% 8lf\n", i, U[i], Ue[i], error);
    }
    fprintf(fpa, "maxerror=% 8lf\n", maxerror);
}
```

ขั้นตอนการใช้โปรแกรม GlassArrangement

- 1) ใช้ไฟล์ MABG.txt จากโปรแกรม gengrid ในตอนแรกในการ input ข้อมูล
- 2) รันโปรแกรม GlassArrangement
 - input ไฟล์ MABG.txt
 - ตั้งชื่อ output คือ MABPLOT.txt
 - ในจำนวนโหนด 4 โหนด ที่มีใน 1 เอลิเมนต์ เนื่องจากเป็นเอลิเมนต์รูปสี่เหลี่ยม

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

```
"C:\Users\CP Cust\Documents\Final Project\Heat2\mat\Debug\GlassArrangement.exe"
Please enter name of input data file : MABG.txt
Input name of output file to show element stiffness : MABPLOT.txt
Number node of each element : 4
```

- เมื่อรันเสร็จครบตามจำนวนรอบ หรือ มี error น้อยกว่าที่เรากำหนดไว้ โปรแกรมจะหยุด ให้ใส่ไฟล์ interpolate ซึ่งในที่นี้ไม่ใช่ กดออกจากโปรแกรม

```
"C:\Users\CP Cust\Documents\Final Project\Heat2\mat\Debug\GlassArrangement.exe"
1999831 1999832 1999833 1999834 1999835 1999836 1999837 1999838 1999839 1999840
1999841 1999842 1999843 1999844 1999845 1999846 1999847 1999848 1999849 1999850
1999851 1999852 1999853 1999854 1999855 1999856 1999857 1999858 1999859 1999860
1999861 1999862 1999863 1999864 1999865 1999866 1999867 1999868 1999869 1999870
1999871 1999872 1999873 1999874 1999875 1999876 1999877 1999878 1999879 1999880
1999881 1999882 1999883 1999884 1999885 1999886 1999887 1999888 1999889 1999890
1999891 1999892 1999893 1999894 1999895 1999896 1999897 1999898 1999899 1999900
t=1999900
maxerror=0.00000173
1999901 1999902 1999903 1999904 1999905 1999906 1999907 1999908 1999909 1999910
1999911 1999912 1999913 1999914 1999915 1999916 1999917 1999918 1999919 1999920
1999921 1999922 1999923 1999924 1999925 1999926 1999927 1999928 1999929 1999930
1999931 1999932 1999933 1999934 1999935 1999936 1999937 1999938 1999939 1999940
1999941 1999942 1999943 1999944 1999945 1999946 1999947 1999948 1999949 1999950
1999951 1999952 1999953 1999954 1999955 1999956 1999957 1999958 1999959 1999960
1999961 1999962 1999963 1999964 1999965 1999966 1999967 1999968 1999969 1999970
1999971 1999972 1999973 1999974 1999975 1999976 1999977 1999978 1999979 1999980
1999981 1999982 1999983 1999984 1999985 1999986 1999987 1999988 1999989 1999990
1999991 1999992 1999993 1999994 1999995 1999996 1999997 1999998 1999999 2000000
t=2000000
maxerror=0.00000173
2000001
Input name of data file for interpolate : no
Error in read interpolation data file
Press any key to continue
```

- ไฟล์ MABPLOT.txt ที่ได้ จะประกอบด้วย ค่าอุณหภูมิที่โนดต่างๆ และค่า max error ในแต่ละรอบที่เรากำหนดไว้

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้คัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

MABPLOT - Notepad

File Edit Format View Help

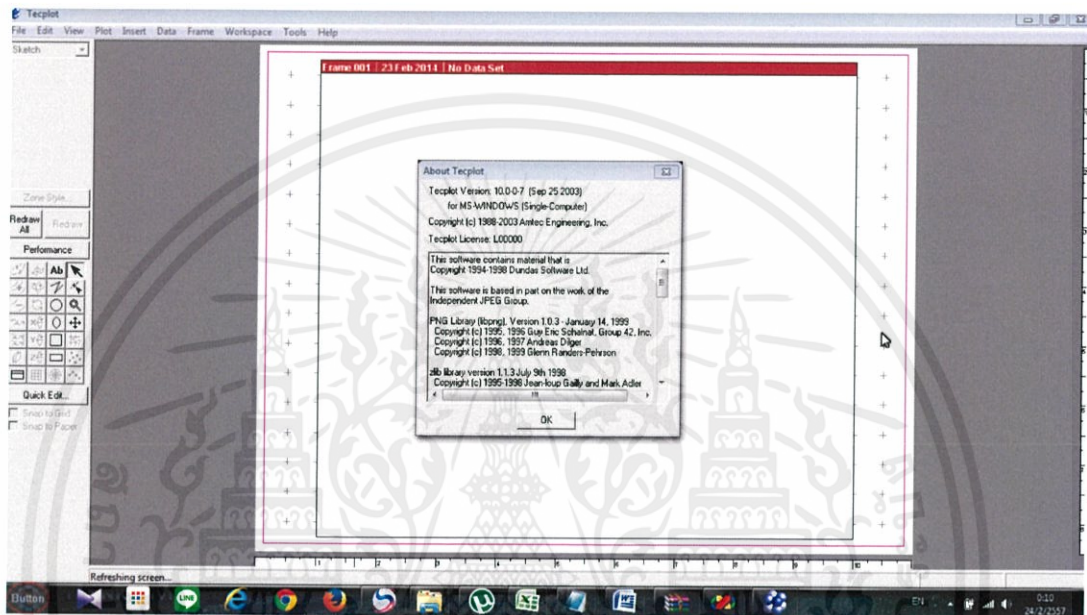
steady state when t=1000

node	approximate	exact	Error
1	33.90461962	0.00000000	33.90461962
2	33.90461924	0.00000000	33.90461924
3	33.90461924	0.00000000	33.90461924
4	33.90461924	0.00000000	33.90461924
5	33.90461924	0.00000000	33.90461924
6	33.90461924	0.00000000	33.90461924
7	33.90461924	0.00000000	33.90461924
8	33.90461924	0.00000000	33.90461924
9	33.90461924	0.00000000	33.90461924
10	33.90461924	0.00000000	33.90461924
11	33.90461962	0.00000000	33.90461962
12	25.04294392	0.00000000	25.04294392
13	25.04294229	0.00000000	25.04294229
14	25.04294297	0.00000000	25.04294297
15	25.04294270	0.00000000	25.04294270
16	25.04294253	0.00000000	25.04294253
17	25.04294498	0.00000000	25.04294498
18	25.04293824	0.00000000	25.04293824
19	25.04294807	0.00000000	25.04294807

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

การใช้โปรแกรม Tecplot

โปรแกรม Tecplot ใช้ในการแสดงรูปร่าง โหนด และเอลิเมนต์ของปัญหา สามารถแสดงสีคอนทัวร์ไปตามอุณหภูมิที่แผ่เข้ามายังรูปร่างที่เราสร้างไว้ และยังสามารถ input ไฟล์ข้อมูลของเราเข้ามาภายในโปรแกรมได้ด้วย



ขั้นตอนการใช้โปรแกรม

- 1) สร้างไฟล์ tecplot.txt เป็นไฟล์ข้อมูลของเรา ซึ่งประกอบไปด้วย

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

```

Tecplot - Notepad
File Edit Format View Help
TITLE = "Heat Brick : Loop Volume = 1"
VARIABLES = "x Coordinate", "y Coordinate", "T"

ZONE T="Heat Brick", N=44, E=30, F=FEPOINT, ET=QUADRILATERAL

0      0      33.90455126
0      2      33.90448252
0      4      33.90448252
0      6      33.90448252
0      8      33.90448252
0      10     33.90448252
0      12     33.90448252
0      14     33.90448252
0      16     33.90448252
0      18     33.90448252
0      20     33.90455126
2.5    0      29.4051318
  
```

- N = จำนวนโหนดทั้งหมด E = จำนวนเอลิเมนต์ทั้งหมด
- พิกัด (coordinate) ซึ่งได้มาจากไฟล์ MABG.txt
- อุณหภูมิ เลือกมาจากไฟล์ MABPLOT.txt โดยเลือกรอบที่เราต้องการ plot

```

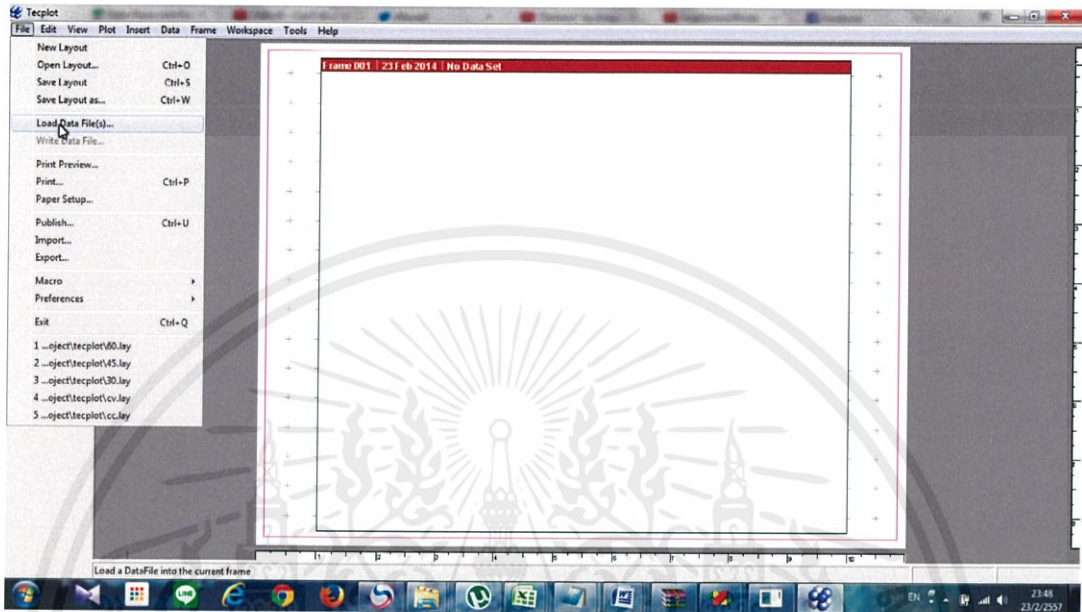
Tecplot - Notepad
File Edit Format View Help
7.5    18     25.50097212
7.5    20     25.50096764

1      12     13     2
2      13     14     3
3      14     15     4
4      15     16     5
5      16     17     6
6      17     18     7
7      18     19     8
8      19     20     9
9      20     21     10
10     21     22     11
12     23     24     13
  
```

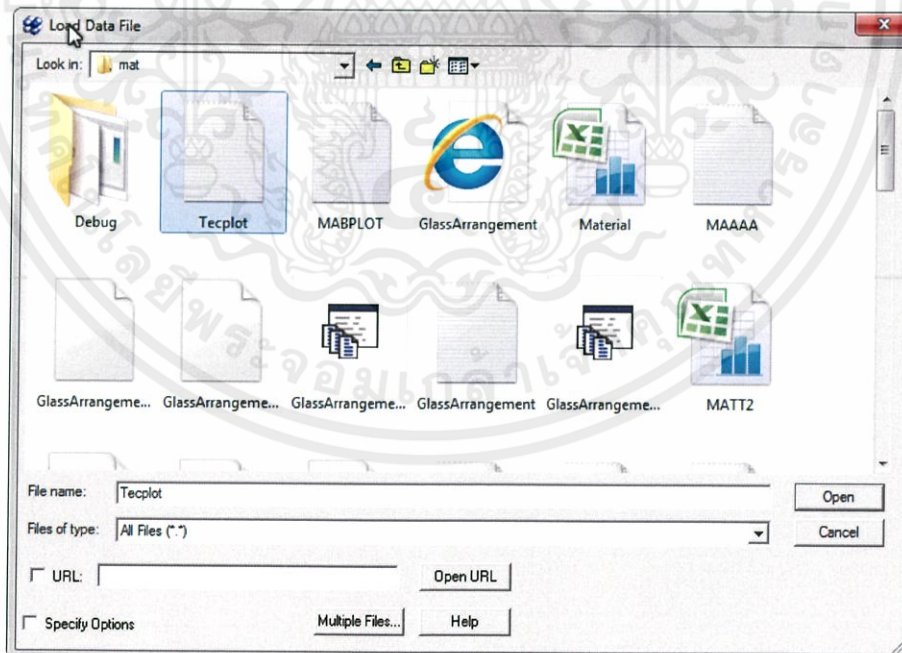
เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
 ไม่ว่าจะกรณีใดๆทั้งสิ้น หากมีข้อสงสัยหรือต้องการข้อมูลเพิ่มเติม กรุณาติดต่อฝ่ายวิชาการ โทร. 0-2329-1000

- จุดเชื่อมต่อระหว่างเอลิเมนต์ทั้งหมด ได้มาจากไฟล์ MABG.txt กด save

2) ในโปรแกรม Tecplot สามารถ input ข้อมูลโดยการโหลด data ไฟล์ของเราได้

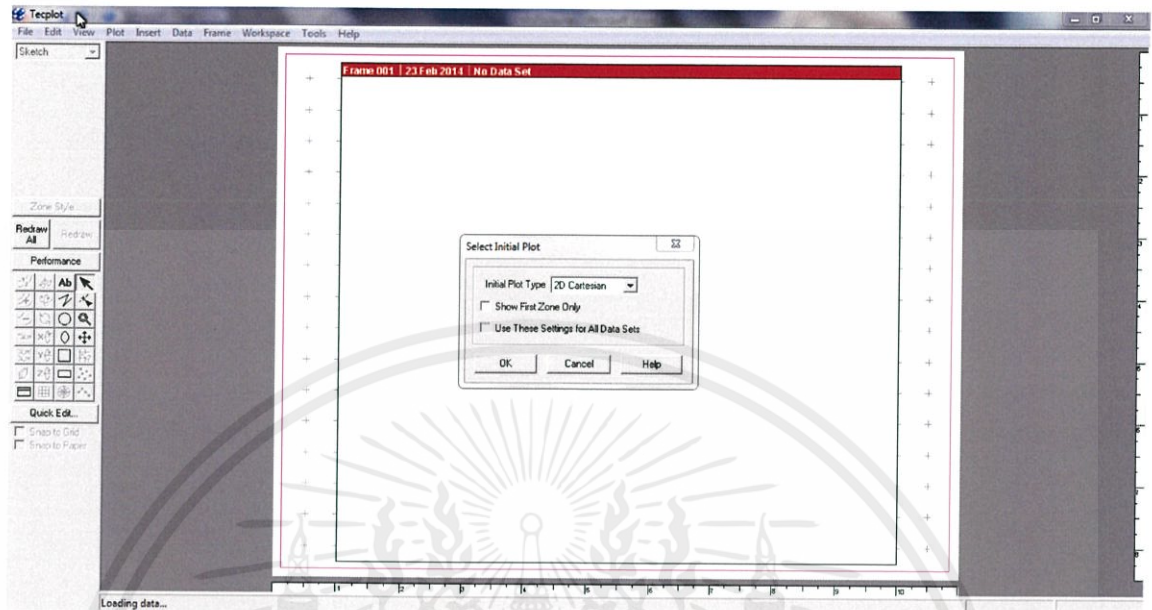


3) เลือก File of type เป็น All File แล้ว open ไฟล์ Tecplot.txt

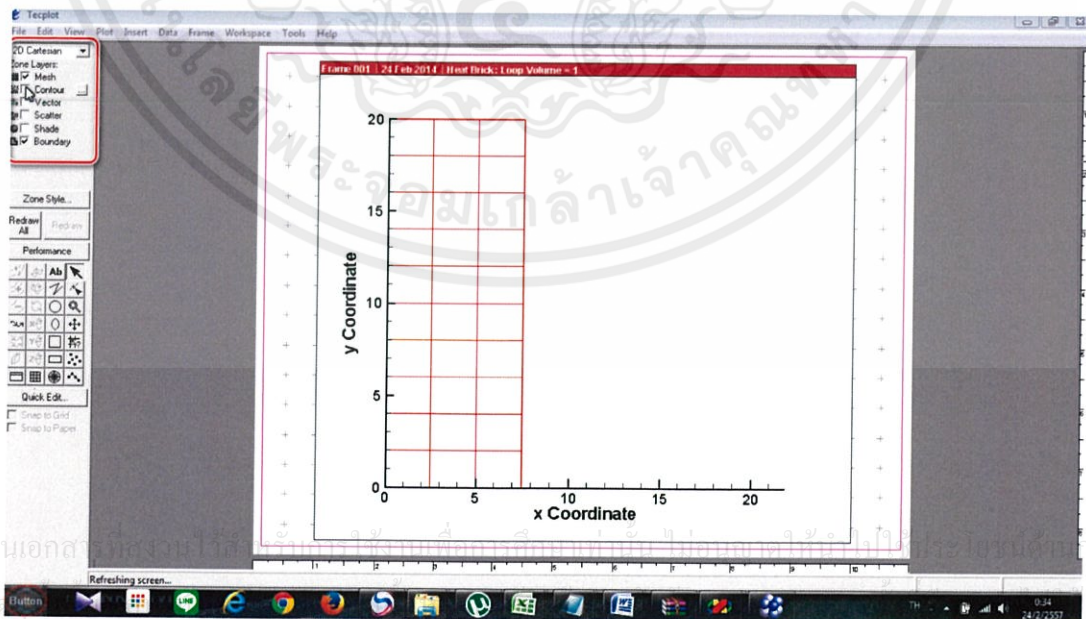


เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้คัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

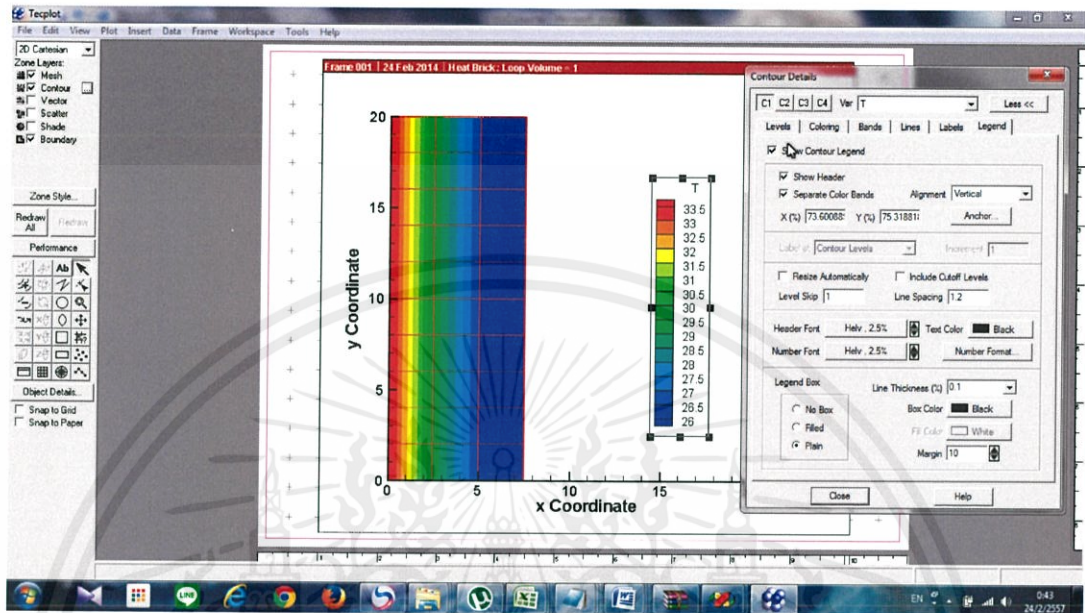
4) เลือกการแสดงผลแบบ 2 มิติ



5) จะได้รับร่างที่ถูกแบ่งเป็นเอลิเมนต์ สามารถแสดงเป็นสีโดยคลิกเลือก Contour ทางด้านซ้าย



6) สามารถปรับเปลี่ยนลักษณะ Contour ได้ เช่น การกระจายสีที่ละเอียดขึ้น หรือ สามารถโชว์ระดับสีเทียบกับอุณหภูมิได้โดยเลือก Legend -> Show Contour Legend



7) Save เป็น Layout เพื่อที่จะสามารถกลับมาแก้ไขได้ หรือ Export เป็นไฟล์รูปภาพได้ นำมาเรียงต่อกันเป็นไฟล์วิดีโอได้ด้วย

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้คัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ตารางแสดงอุณหภูมิเฉลี่ยผ่านออกจากกระเบื้องคอนกรีตและอิฐมวลเบา

รอบ	กระเบื้องคอนกรีต (delta 0.05)	รอบ	อิฐมวลเบา (delta 0.5)
10000	25.53312533	1000	25.02776443
20000	27.29710134	2000	25.04379166
30000	28.7836155	3000	25.0506035
40000	29.9396668	4000	25.05029694
50000	30.83312001	5000	25.04461125
60000	31.52327328	6000	25.03498478
70000	32.05636412	7000	25.02260285
80000	32.4681347	8000	25.00843829
90000	32.78619495	9000	24.99328556
100000	33.03187124	10000	24.97778966
120000	33.36821559	12000	24.9477431
140000	33.56889054	14000	24.92130318
160000	33.68861905	16000	24.90029264
180000	33.76005097	18000	24.88571979
200000	33.8026708	20000	24.87803857
300000	33.8609514	30000	24.93914473
400000	33.86535605	40000	25.12983781
500000	33.86569208	50000	25.39865402
600000	33.86569208	60000	25.70873937
700000	33.86569208	70000	26.03706558
800000	33.86569208	80000	26.36986489
900000	33.86569208	90000	26.69910911
1000000	33.86569208	100000	27.02024615
1200000	33.86569208	120000	27.62957901
1400000	33.86569208	140000	28.1902286
1600000	33.86569208	160000	28.70248441

1800000	33.86569208	180000	29.16923381
2000000	33.86569208	200000	29.59405373
2500000	33.86569208	250000	30.49576462
3000000	33.86569208	300000	31.2071902
4000000	33.86569208	400000	32.21119154
5000000	33.86569208	500000	32.83602576
6000000	33.86569208	600000	33.22487502
7000000	33.86569208	700000	33.46687854
8000000	33.86569208	800000	33.61750432
9000000	33.86569208	900000	33.71125251
10000000	33.86569208	1000000	33.76959125
20000000	33.86569208	2000000	33.86498047



เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้