

โปรแกรมสื่อการเรียนการสอนสำหรับการศึกษา
เรื่องกราฟออยเลอร์และกราฟฮามิลตัน
PROGRAMMING FOR STUDYING
EULER GRAPHS AND HAMILTON GRAPHS



ปัญหาพิเศษนี้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตร
ปริญญาวิทยาศาสตรบัณฑิต สาขาวิชาคณิตศาสตร์ประยุกต์
ภาควิชาคณิตศาสตร์ คณะวิทยาศาสตร์
สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง
ปีการศึกษา 2557

โปรแกรมสื่อการเรียนการสอนสำหรับการศึกษา
เรื่องกราฟออยเลอร์และกราฟฮามิลตัน
PROGRAMMING FOR STUDYING
EULER GRAPHS AND HAMILTON GRAPHS



ปัญหาพิเศษนี้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตร
ปริญญาวิทยาศาสตรบัณฑิต สาขาวิชาคณิตศาสตร์ประยุกต์
ภาควิชาคณิตศาสตร์ คณะวิทยาศาสตร์
สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง
ปีการศึกษา 2557

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

PROGRAMMING FOR STUDYING
EULER GRAPHS AND HAMILTON GRAPHS



THANAKRIT PITNOK
TAWATCHAI PECHGO
PITAYA YENNAN

SPECIAL PROBLEM SUBMITTED IN PARTIAL FULFILLMENT
OF THE REQUIREMENT FOR THE DEGREE OF BACHELOR OF SCIENCE
IN APPLIED MATHEMATICS
DEPARTMENT OF APPLIED MATHEMATICS
FACULTY OF SCIENCE
KING MONGKUT'S INSTITUTE OF TECHNOLOGY LADKRABANG
ACADEMIC YEAR 2014

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

หัวข้อปัญหาพิเศษ โปรแกรมสื่อการเรียนการสอนสำหรับการศึกษาเรื่องกราฟออยเลอร์ และกราฟฮามิลตัน
Programming For Studying Euler Graphs and Hamilton Graphs

ชื่อนักศึกษา นายธนกฤต พิคนอก 54050027
นายรัชชัย เพ็ชรโก 54050029
นายพิทยา เย็นนาน 54050050

ปริญญา วิทยาศาสตรบัณฑิต (คณิตศาสตร์ประยุกต์)
ภาควิชา คณิตศาสตร์
ปีการศึกษา 2557

อาจารย์ที่ปรึกษา รองศาสตราจารย์ ดร.พนัสนิ พงศ์สัมพันธ์

คณะวิทยาศาสตร์ สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง
อนุมัติให้ปัญหาพิเศษนี้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตรวิทยาศาสตรบัณฑิต
(คณิตศาสตร์ประยุกต์) ประจำปีการศึกษา 2557

คณะกรรมการสอบ	ลายมือชื่อ
อ.ดร. วรณพร สรรประเสริฐ ประธานกรรมการ	ว.นพ. รพ
อ.ดร. กัญญ์ณัฏฐ์ แจ่มศรี กรรมการ	ก.นพ. จ.นพ
รศ.ดร. พนัสนิ พงศ์สัมพันธ์ กรรมการและอาจารย์ที่ปรึกษา	นพ. ✓

ลิขสิทธิ์ของคณะวิทยาศาสตร์

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

หัวข้อปัญหาพิเศษ	โปรแกรมสื่อการเรียนการสอนสำหรับการศึกษาเรื่องกราฟออยเลอร์และกราฟฮามิลตัน	
	Programming for studying Euler Graph and Hamilton Graph	
ชื่อนักศึกษา	นายธนภฤต พิศนอก	54050027
	นายธวัชชัย เพ็ชรโก	54050029
	นายพิทยา เย็นนาน	54050050
ปริญญา	วิทยาศาสตรบัณฑิต	
ภาควิชา	คณิตศาสตร์ประยุกต์	
ปีการศึกษา	2557	
อาจารย์ที่ปรึกษา	รองศาสตราจารย์ ดร.พนัสนิ พงศ์สัมพันธ์	

บทคัดย่อ

ปัญหาพิเศษนี้จัดทำขึ้นโดยมีวัตถุประสงค์เพื่อให้ผู้ใช้ ใช้ศึกษาค้นคว้าในเนื้อหาทางคณิตศาสตร์ในวิชาของ ทฤษฎีกราฟเรื่องกราฟออยเลอร์และกราฟฮามิลตัน ผู้จัดทำได้นำความรู้ทางคณิตศาสตร์มาประยุกต์กับ โปรแกรมทางคอมพิวเตอร์เพื่อสร้างโปรแกรมสื่อการเรียนการสอนขึ้นมา ซึ่งปัญหาพิเศษนี้ได้ศึกษา เกี่ยวกับทฤษฎีกราฟและโปรแกรม Microsoft Visual Studio 2010 เพื่อนำไปใช้เขียนโปรแกรมสื่อการเรียนการสอนเรื่องกราฟออยเลอร์และกราฟฮามิลตัน เพื่อให้สำหรับคนที่สนใจจะศึกษาทฤษฎีต่างๆของ กราฟออยเลอร์และกราฟฮามิลตัน ผู้จัดทำจึงศึกษาและพัฒนาโปรแกรมนี้เพื่อให้ศึกษาได้อย่างสะดวก และรวดเร็ว

คำสำคัญ : กราฟออยเลอร์ กราฟฮามิลตัน

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

Title	PROGRAMMING FOR STUDYING EULER GRAPHS AND HAMILTON GRAPHS
Students	Mr. Thanakrit Pitnok 54050027 Mr. Tawatchai Pechgo 54050029 Mr. Pitaya Yennan 54050050
Degree	Bachelor of Science (Applied Mathematics)
Department	Mathematics
Academic Year	2014
Advisor	Assoc. Prof. Dr. Puntani Pongsumpun

ABSTRACT

This special project intended to help users to study the mathematical research in the subject of graph theory such as Euler graph and Hamilton graph. This special project use The Microsoft Visual Studio 2010 and to create the program for studying graph theory about Euler graph and Hamilton graph for people who are interested in studying the theory of graphs relating Euler graphs and Hamilton graphs. Consequently, the researchers can develop this program to facilitate graph learning among the students.

Keywords : Euler Graphs , Hamilton Graphs

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

กิตติกรรมประกาศ

ปัญหาพิเศษเรื่อง โปรแกรมสื่อการเรียนการสอนเรื่องกราฟออยเลอร์และกราฟฮามิลตัน ฉบับนี้สามารถสำเร็จลุล่วงตามวัตถุประสงค์ที่ตั้งไว้ไปได้ด้วยดี คณะผู้จัดทำต้องขอขอบพระคุณ รองศาสตราจารย์ ดร.พันธณี พงศ์สัมพันธ์ อาจารย์ที่ปรึกษาปัญหาพิเศษ ที่ได้กรุณาให้คำแนะนำ ช่วยเหลือ ตรวจสอบ แก้ไข และให้ข้อเสนอแนะ ติดตามความก้าวหน้าในการดำเนินงาน และเป็นที่ปรึกษาในการแก้ไขปัญหาต่างๆ รวมทั้งตรวจสอบความถูกต้องของปัญหาพิเศษฉบับนี้ ให้ถูกต้องและสมบูรณ์ที่สุด คณะผู้จัดทำมีความซาบซึ้งในความกรุณาของอาจารย์เป็นอย่างยิ่งและขอขอบพระคุณเป็นอย่างสูง ไว้ ณ โอกาสนี้

ขอขอบคุณ ดร.วรรณพร สรรประเสริฐ และ ดร.กัญญณัฏฐ์ แจ่มศรี กรรมการผู้คุมสอบ ปัญหาพิเศษนี้ ที่ได้ให้คำแนะนำเพิ่มเติม เพื่อให้ปัญหาพิเศษนี้มีความถูกต้องสมบูรณ์ยิ่งขึ้น

นอกจากนี้คณะผู้จัดทำต้องขอขอบพระคุณ บิดา มารดา ที่ได้ให้ความสนับสนุนทั้งทางด้าน กำลังกายและกำลังใจ จนทำให้การดำเนินงานในปัญหาพิเศษนี้สำเร็จไปได้ด้วยดี ขอขอบพระคุณ คณาจารย์ทุกท่านที่ให้ความรู้ความเข้าใจในการดำเนินงาน รวมถึงเพื่อนๆ ทุกคนที่คอยให้กำลังใจ ช่วยเหลือในด้านต่างๆ เกี่ยวกับการดำเนินงานปัญหาพิเศษไว้ ณ ที่นี้ด้วย

นายธนกฤต พิศนอก

นายธวัชชัย เพ็ชรโก

นายพิทยา เย็นนาน

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

สารบัญ

	หน้า
บทคัดย่อภาษาไทย	ก
บทคัดย่อภาษาอังกฤษ	ข
กิตติกรรมประกาศ	ค
สารบัญ	ง
สารบัญรูปภาพ	ฉ
สารบัญตาราง	ช
บทที่ 1 บทนำ	1
1.1 ความสำคัญและที่มาของปัญหา	1
1.2 วัตถุประสงค์ของการทำ	2
1.3 ขอบเขตของปัญหา	2
1.4 ประโยชน์ที่คาดว่าจะได้รับ	2
1.5 ขั้นตอนการดำเนินงาน	3
1.6 ระยะเวลาการดำเนินงาน	4
บทที่ 2 ทฤษฎีและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง	5
2.1 ความรู้ทางด้านคณิตศาสตร์	5
2.1.1 ทฤษฎีกราฟ	5
2.1.2 กราฟเดียวกันและกราฟถอดแบบกัน	8
2.1.3 ดีกรีของจุดยอด	10
2.1.4 แนวเดินและกราฟเชื่อมโยง	14
2.1.5 กราฟออยเลอร์	17
2.1.6 กราฟฮามิลตัน	20
2.2 ความรู้ทางด้านคอมพิวเตอร์	24
2.2.1 โปรแกรม Microsoft Visual Studio 2010	24
2.2.1.1 ภาษา Visual Basic	24
2.2.2 โปรแกรม Adobe Flash Player	27
2.2.3 โปรแกรม Adobe Photoshop CS5	28

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

สารบัญ(ต่อ)

บทที่ 3 การวิเคราะห์และออกแบบระบบ	30
3.1 ขั้นตอนการวิเคราะห์และออกแบบระบบ	30
3.1.1 การออกแบบรูปแบบโปรแกรม	30
3.1.2 โปรแกรมที่ใช้ในการสร้างโปรแกรม	30
3.2 ขั้นตอนในการสร้างโปรแกรม	31
3.2.1 หน้าจอหลักของโปรแกรม	31
3.2.2 หน้าจอ नियามกราฟ	34
3.2.3 หน้าจอกราฟออยเลอร์	36
3.2.4 หน้าจอกราฟฮามิลตัน	38
3.2.5 หน้าจอทดลองสร้างกราฟ	40
3.2.6 หน้าจอแบบทดสอบ	42
3.2.7 หน้าจอของเกมส์	43
บทที่ 4 ผลการวิจัยและการอภิปรายผล	45
4.1 ผลที่ได้จากการเขียนโปรแกรม	45
4.1.1 หน้าจอหลักของโปรแกรม	45
4.1.2 หน้าจอ नियามกราฟ	46
4.1.3 หน้าจอกราฟออยเลอร์	55
4.1.4 หน้าจอกราฟฮามิลตัน	58
4.1.5 หน้าจอทดลองสร้างกราฟ	61
4.1.6 หน้าจอแบบทดสอบ	63
4.1.7 หน้าจอหลักของเกมส์	69
บทที่ 5 สรุปผลการวิจัยและข้อเสนอแนะ	79
เอกสารอ้างอิง	80
ภาคผนวก	81
ภาคผนวก ก	82

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

สารบัญตาราง

ตารางที่

หน้า

1.1 ตารางแสดงจำนวนจุดยอด

10



เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

สารบัญรูปภาพ

รูปที่	หน้า
2.1 แสดงจุดยอดและเส้นเชื่อมของกราฟ G	5
2.2 เส้นที่ลากต้องไม่ตัดกับตัวมันเองกราฟทั้งสองกราฟเดียวกัน	6
2.3 กราฟที่เส้นตัดกันได้ จะไม่เรียกจุดตัดว่าเป็นจุดยอดของกราฟ	6
2.4 กราฟที่เขียนใหม่โดยไม่มีเส้นเชื่อมตัดกัน	7
2.5 กราฟแสดงจุดยอดคู่และเส้นเชื่อมขนาน	7
2.6 กราฟ G_1, G_2, G_3	8
2.7 กราฟ G และ กราฟ H (1)	8
2.8 กราฟ G และ กราฟ H (2)	9
2.9 ตัวอย่างกราฟในการตรวจสอบดีกรี	10
2.10 กราฟตัวอย่างที่ 6	11
2.11 กราฟตัวอย่างที่ 7	11
2.12 กราฟตัวอย่างที่ 8	12
2.13 กราฟตัวอย่างที่ 11	13
2.14 แผนผังของเมือง	14
2.15 แสดงรอยเดิน	15
2.16 แสดงวิถี	15
2.17 แสดงวงจร	16
2.18 แสดงวัฏจักร	16
2.19 กราฟเชื่อมโยงและไม่เชื่อมโยง	17
2.20 รอยเดินออยเลอร์	18
2.21 วงจรออยเลอร์	18
2.22 สะพานคอนิกส์เบิร์ก	19
2.23 การแปลงปัญหาสะพานคอนิกส์เบิร์กให้อยู่ในรูปกราฟ	19
2.24 สะพานคอนิกส์เบอร์เกอร์เมื่อจำลองอยู่ในรูปกราฟ	20
2.25 รูปทรง 12 หน้าในแบบ 3 มิติ และ 2 มิติ	20
2.26 แสดงวิถีแบบฮามิลตัน	21
2.27 กราฟวัฏจักรแบบฮามิลตัน	21
2.28 ไม่มีทางเดินแบบแฮมิลตัน	21
2.29 กราฟไม่มีทางเดินแบบฮามิลตัน	22

เอกสารนี้เป็นทรัพย์สินของมหาวิทยาลัยราชภัฏวไลยอลงกรณ์ฯ ใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

สารบัญรูปภาพ(ต่อ)

รูปที่	หน้า
2.30 แสดงกราฟสมบูรณ K_4	22
2.31 กราฟบทกลับของทฤษฎีบท 5 และ 6 ไม่จริง	23
3.1 รูปแสดงหน้าจอหลักของโปรแกรม	31
3.2 แผนภาพการทำงานของหน้าจอหลัก	32
3.3 รูปหน้าจอนิยามกราฟ	33
3.4 แผนภาพแสดงการทำงานของหน้าจอนิยามกราฟ	34
3.5 รูปหน้าจอกกราฟออยเลอร์	35
3.6 แผนภาพแสดงการทำงานของหน้าจอกกราฟออยเลอร์	36
3.7 รูปหน้าจอกกราฟฮามิลตัน	37
3.8 แผนภาพแสดงการทำงานของหน้าจอกกราฟฮามิลตัน	38
3.9 รูปหน้าจอตดลองสร้างกราฟ	39
3.10 แผนภาพแสดงการทำงานของหน้าจอตดลองวาดกราฟ	40
3.11 รูปหน้าจอบททดสอบ	41
3.12 แผนภาพแสดงการทำงานของหน้าจอบททดสอบ	42
3.13 รูปหน้าจอของเกมส์	43
3.14 แผนภาพแสดงการทำงานของเกมส์	44
4.1 รูปหน้าจอหลักของโปรแกรม	45
4.2 รูปหน้าจอนิยามกราฟหน้าที่ 1	46
4.3 รูปหน้าจอนิยามกราฟหน้าที่ 2	47
4.4 รูปหน้าจอนิยามกราฟหน้าที่ 3	47
4.5 รูปหน้าจอนิยามกราฟหน้าที่ 4	48
4.6 รูปหน้าจอนิยามกราฟหน้าที่ 5	48
4.7 รูปหน้าจอนิยามกราฟหน้าที่ 6	49
4.8 รูปหน้าจอนิยามกราฟหน้าที่ 7	49
4.9 รูปหน้าจอนิยามกราฟหน้าที่ 8	50
4.10 รูปหน้าจอนิยามกราฟหน้าที่ 9	50
4.11 รูปหน้าจอนิยามกราฟหน้าที่ 10	51
4.12 รูปหน้าจอนิยามกราฟหน้าที่ 11	51

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

สารบัญรูปภาพ(ต่อ)

รูปที่	หน้า
4.13 รูปหน้าจอนิยามกราฟหน้าที่ 12	52
4.14 รูปหน้าจอนิยามกราฟหน้าที่ 13	52
4.15 รูปหน้าจอนิยามกราฟหน้าที่ 14	53
4.16 รูปหน้าจอนิยามกราฟหน้าที่ 15	53
4.17 รูปหน้าจอนิยามกราฟหน้าที่ 16	54
4.18 รูปหน้าจอกกราฟออยเลอร์หน้าที่ 1	55
4.19 รูปหน้าจอกกราฟออยเลอร์หน้าที่ 2	56
4.20 รูปหน้าจอกกราฟออยเลอร์หน้าที่ 3	56
4.21 รูปหน้าจอกกราฟออยเลอร์หน้าที่ 4	57
4.22 รูปหน้าจอกกราฟฮามิลตันหน้าที่ 1	58
4.23 รูปหน้าจอกกราฟฮามิลตันหน้าที่ 2	59
4.24 รูปหน้าจอกกราฟฮามิลตันหน้าที่ 3	59
4.25 รูปหน้าจอกกราฟฮามิลตันหน้าที่ 4	60
4.26 รูปหน้าจอกกราฟฮามิลตันหน้าที่ 5	60
4.27 รูปหน้าจอทดลองสร้างกราฟ	61
4.28 รูปหน้าจอทดลองสร้างกราฟหลังจากลองสร้างแล้ว	62
4.29 รูปหน้าจอแบบทดสอบหน้าที่ 1	63
4.30 รูปหน้าจอแบบทดสอบหน้าที่ 2	64
4.31 รูปหน้าจอแบบทดสอบหน้าที่ 3	64
4.32 รูปหน้าจอแบบทดสอบหน้าที่ 4	65
4.33 รูปหน้าจอแบบทดสอบหน้าที่ 5	65
4.34 รูปหน้าจอแบบทดสอบหน้าที่ 6	66
4.35 รูปหน้าจอแบบทดสอบหน้าที่ 7	66
4.36 รูปหน้าจอแบบทดสอบหน้าที่ 8	67
4.37 รูปหน้าจอแบบทดสอบหน้าที่ 9	67
4.38 รูปหน้าจอแบบทดสอบหน้าที่ 10	68
4.39 รูปหน้าจอหลักของเกมส์	69

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

สารบัญรูปภาพ(ต่อ)

รูปที่	หน้า
4.40 รูปหน้าจออธิบายกติกาการเล่นเกมส์	70
4.41 รูปหน้าจอเลือกระดับความยากของเกมส์	70
4.42 รูปหน้าจอของเกมส์ระดับความยาก 1-1	71
4.43 รูปหน้าจอของเกมส์ระดับความยาก 1-2	71
4.44 รูปหน้าจอของเกมส์ระดับความยาก 1-3	72
4.45 รูปหน้าจอของเกมส์ระดับความยาก 1-4	72
4.46 รูปหน้าจอของเกมส์ระดับความยาก 1-5	73
4.47 รูปหน้าจอของเกมส์ระดับความยาก 2-1	73
4.48 รูปหน้าจอของเกมส์ระดับความยาก 2-2	74
4.49 รูปหน้าจอของเกมส์ระดับความยาก 2-3	74
4.50 รูปหน้าจอของเกมส์ระดับความยาก 2-4	75
4.51 รูปหน้าจอของเกมส์ระดับความยาก 2-5	75
4.52 รูปหน้าจอของเกมส์ระดับความยาก 3-1	76
4.53 รูปหน้าจอของเกมส์ระดับความยาก 3-2	76
4.54 รูปหน้าจอของเกมส์ระดับความยาก 3-3	77
4.55 รูปหน้าจอของเกมส์ระดับความยาก 3-4	77
4.56 รูปหน้าจอของเกมส์ระดับความยาก 3-5	78
4.57 รูปหน้าจอแสดงคะแนนจากการเล่นเกมส์	78
ก.1 หน้าต่าง AutoPlay	82
ก.2 หน้า Setup Microsoft Visual Studio 2010	82
ก.3 ปุ่ม Setup Microsoft Visual Studio 2010	83
ก.4 หน้าต่าง Welcome	83
ก.5 หน้าขั้นตอนเลือกรูปแบบการติดตั้ง	84
ก.6 หน้าต่างการติดตั้ง Components	84
ก.7 หน้าต่างการติดตั้งเสร็จสมบูรณ์	85

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

บทที่ 1

บทนำ

1.1 ความสำคัญและที่มาของปัญหาพิเศษ

วิชาคณิตศาสตร์ เป็นวิชาที่เกี่ยวกับการใช้เหตุผล เราใช้คณิตศาสตร์พิสูจน์อย่างมีเหตุผลว่าสิ่งที่เราคิดขึ้นนั้นเป็นจริงหรือไม่ คณิตศาสตร์ช่วยให้คนเป็นผู้มีเหตุผล เป็นคนใฝ่หาความรู้ ตลอดจนพยายามคิดค้นสิ่งแปลกและใหม่ ฉะนั้นคณิตศาสตร์จึงเป็นพื้นฐานแห่งความเจริญของเทคโนโลยีด้านต่างๆ ในวิชาคณิตศาสตร์นั้นมีเรื่องที่น่าสนใจมากมายและหนึ่งในเรื่องที่สำคัญก็คือเรื่องทฤษฎีกราฟ

ทฤษฎีกราฟหลักๆที่สำคัญคือกราฟออยเลอร์เนื่องจากออยเลอร์สามารถแก้ปัญหาสะพานคอนนิคสเบิร์กได้ ดังนั้นจึงมีการตั้งชื่อทฤษฎีและกราฟที่เกี่ยวข้องกับปัญหานี้ว่าออยเลอร์เรียนทฤษฎีและออยเลอร์เรียนกราฟขึ้นเพื่อเป็นเกียรติแก่ออยเลอร์และกราฟฮามิลตันจากเกมส์การท่องเที่ยวซึ่งตั้งโดยเซอร์วิลเลียม ฮามิลตัน ทำให้มีการตั้งชื่อเซอร์คิตและกราฟที่เกี่ยวข้องกับเกมส์ว่าฮามิลโทเนียน เซอร์คิตและฮามิลโทเนียนกราฟขึ้นเพื่อเป็นเกียรติแก่ฮามิลตัน จะช่วยแก้ปัญหาได้บางอย่างได้เช่น การหาเส้นทางเดินให้ผ่านจุดทุกจุดโดยไม่ซ้ำเส้นทางเดิม การหาเส้นทางไปยังจุดหมายให้สั้นที่สุด การเลือกวางเส้นทางให้เชื่อมทุกๆจุดโดยประหยัดที่สุด ตัวอย่างปัญหาดังกล่าวได้แก่ ปัญหาเกี่ยวกับการสร้างเครือข่ายของศูนย์บริการทางโทรศัพท์ ปัญหาเกี่ยวกับการจราจร ปัญหาเกี่ยวกับการออกแบบอาคารต่าง ๆ เป็นต้น ปัจจุบันทฤษฎีกราฟมีการประยุกต์ใช้อย่างกว้างขวางในศาสตร์แขนงต่างๆ เช่น วิทยาศาสตร์ สังคมศึกษา เศรษฐศาสตร์ เป็นต้น ดังนั้นจึงมีการศึกษาเกี่ยวกับทฤษฎีกราฟเพื่อนำผลที่ได้ไปประยุกต์ใช้ให้เป็นประโยชน์ในการแก้ปัญหา

ปัญหาพิเศษนี้จึงต้องการที่จะนำเรื่องกราฟออยเลอร์และกราฟฮามิลตันมาทำเป็นสื่อการเรียนการสอนเพื่อให้เป็นการศึกษาในรูปแบบใหม่ทั้งสะดวกและทำความเข้าใจได้ง่าย อีกทั้งยังมีเกมส์เพื่อเป็นการทดสอบความรู้ความเข้าใจและเพิ่มทักษะกระบวนการคิดเรื่องของกราฟออยเลอร์และกราฟฮามิลตัน

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

1.2 วัตถุประสงค์ของการทำปัญหาพิเศษ

1. เพื่อสามารถให้ความรู้ในเรื่องกราฟออยเลอร์และกราฟฮามิลตัน ในรูปแบบสื่อการเรียนการสอนและมีเกมส์เพื่อเสริมทักษะความเข้าใจ
2. เพื่อศึกษาและฝึกฝนในการเขียนโปรแกรมด้วยภาษา Visual Basic , Adobe Flash Player ให้สามารถนำไปประยุกต์ใช้หรือพัฒนาระบบงานใหม่ๆ
3. เพื่อความสะดวกและเข้าใจง่ายในการศึกษาเรื่องกราฟออยเลอร์และกราฟฮามิลตัน
4. เพื่อสร้างเกมส์เกี่ยวกับเรื่องของทฤษฎีกราฟออยเลอร์และกราฟฮามิลตัน

1.3 ขอบเขตของปัญหาพิเศษ

1. เนื้อหาบนสื่อการเรียนการสอนจะเป็นเรื่องทฤษฎีกราฟเบื้องต้น ประกอบด้วยกราฟออยเลอร์และกราฟฮามิลตัน
2. เป็นโปรแกรมสื่อการเรียนการสอนที่เข้าใจง่ายเหมาะแก่ผู้ที่จะใช้ศึกษา
3. เป็นโปรแกรมที่เขียนด้วยโปรแกรมภาษา Visual Basic , Adobe Flash Player
4. มีการสร้างเกมส์เกี่ยวกับเรื่องของทฤษฎีกราฟออยเลอร์และกราฟฮามิลตัน

1.4 ประโยชน์ที่คาดว่าจะได้รับ

1. เพื่อให้ได้รับความรู้ในเรื่องของกราฟออยเลอร์และกราฟฮามิลตัน ในรูปแบบโปรแกรมสื่อการเรียนการสอน
2. ได้เพิ่มทักษะในการเขียนโปรแกรมภาษา Visual Basic , Adobe Flash Player เพื่อมาประยุกต์ใช้ในการพัฒนาโปรแกรมสื่อการเรียนการสอน
3. เพื่อให้คณาจารย์ผู้สอนสามารถนำไปใช้สอนนักศึกษาต่อได้

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

1.5 ขั้นตอนในการดำเนินงาน

1. ศึกษาทฤษฎีของกราฟออยเลอร์และกราฟฮามิลตัน โดยการรวบรวมทฤษฎีและนิยามต่างๆที่สำคัญที่จะนำไปอยู่ในโปรแกรม
2. ศึกษาการเขียนโปรแกรมภาษา Visual Basic , Adobe Flash Player
3. ออกแบบเค้าโครงของโปรแกรม เพื่อให้มีความเหมาะสมและใช้งานได้ง่าย
4. เริ่มทำการพัฒนาและทดสอบโปรแกรมและหาจุดที่ยังผิดพลาด
5. นำไปใช้และปรับปรุง เพื่อให้โปรแกรมมีความสมบูรณ์มากยิ่งขึ้น
6. จัดทำเอกสารเพื่อเป็นข้อมูลให้ผู้ใช้ได้ทราบถึงวิธีการใช้งาน



เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

1.6 ระยะเวลาการดำเนินงาน

ขั้นตอนการดำเนินงาน	ระยะเวลาการดำเนินงาน									
	2557						2558			
	ก.ค.	ส.ค.	ก.ย.	ต.ค.	พ.ย.	ธ.ค.	ม.ค.	ก.พ.	มี.ค.	เม.ย.
1. ศึกษาทฤษฎีกราฟเบื้องต้น	←→									
2. ศึกษาทฤษฎีกราฟออยเลอร์และกราฟฮามิลตัน			←→							
3. ศึกษาโปรแกรมที่จะใช้พัฒนา			←→→→							
4. นำข้อมูลจากข้อ 3 มาออกแบบโปรแกรม		←→								
5. ออกแบบหน้าจอและโปรแกรม				←→→						
6. พัฒนาโปรแกรม					←→→→					
7. ทดสอบและแก้ไขข้อผิดพลาดของโปรแกรม					←→→→					
8. ให้ผู้อื่นทดสอบ							←→			
9. จัดทำเอกสารประกอบการทำโครงการพิเศษ					←→→→→					

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

บทที่ 2

ทฤษฎีและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

2.1 ความรู้ทางด้านคณิตศาสตร์

2.1.1 ทฤษฎีกราฟ

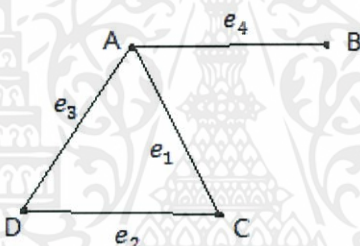
ในเชิงคณิตศาสตร์นิยาม “กราฟ” ดังนี้

บทนิยาม 1 กราฟ G ประกอบด้วย เซตจำกัด 2 เซต คือ

1. เซตที่ไม่เป็นเซตว่างของจุดยอด (Vertex) แทนด้วยสัญลักษณ์ $V(G)$
2. เซตของเส้นเชื่อม (Edge) ที่เชื่อมระหว่างจุดยอด แทนด้วยสัญลักษณ์ $E(G)$

ข้อสังเกต $V(G) \neq \emptyset$ แต่ $E(G)$ อาจเป็นเซตว่างได้

ตัวอย่างที่ 1 กำหนดกราฟ G ดังรูป



รูปที่ 2.1 แสดงจุดยอดและเส้นเชื่อม ของกราฟ G

จากกราฟ G ที่กำหนดให้ จะได้ว่า

$$V(G) = \{A, B, C, D\}$$

$$E(G) = \{e_1, e_2, e_3, e_4\}$$

บทนิยาม 2 จุดยอด u และจุดยอด v ของกราฟ เป็นจุดยอดประชิด (Adjacent Vertices) ก็ต่อเมื่อมีเส้นเชื่อมระหว่างจุดทั้งสอง และเราเรียกจุดยอด u และ v ว่า จุดปลาย (End Point) ของเส้นเชื่อนั้น เส้นเชื่อม e ของกราฟ เกิดกับ (Incident) จุดยอด v ถ้าจุดยอด v เป็นจุดปลายจุดหนึ่งของเส้นเชื่อม

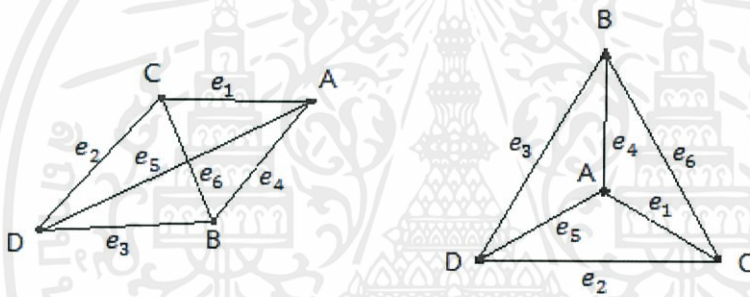
เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ตัวอย่างที่ 2 จากกราฟของตัวอย่างที่ 1 จะเห็นว่า

จุดยอด A และจุดยอด B เป็นจุดยอดประชิด
 จุดยอด A และจุดยอด C เป็นจุดยอดประชิด
 จุดยอด B และจุดยอด C เป็นจุดยอดประชิด
 จุดยอด C และจุดยอด D เป็นจุดยอดประชิด
 แต่ จุดยอด A และจุดยอด D ไม่เป็นจุดยอดประชิด
 จุดยอด B และจุดยอด D ไม่เป็นจุดยอดประชิด

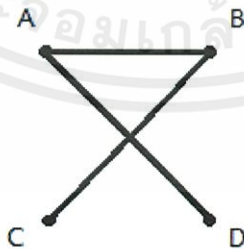
หมายเหตุ

1. ในการเขียนแผนภาพของกราฟนั้น จะกำหนดตำแหน่งของจุดยอด ณ ตำแหน่งใดก็ได้ และจะลากเส้นเชื่อมของกราฟเป็นเส้นตรงหรือเส้นโค้งมีความยาวเป็นเท่าใดก็ได้ โดยที่เส้นที่ลากจะไม่ตัดกับตัวมันเอง และไม่ลากผ่านจุดยอดที่ไม่ใช่จุดยอดของเส้นนั้น เช่น กราฟต่อไปนี้ ถือว่าเป็นกราฟเดียวกัน



รูปที่ 2.2 เส้นที่ลากต้องไม่ตัดกับตัวมันเองกราฟทั้งสองกราฟเดียวกัน

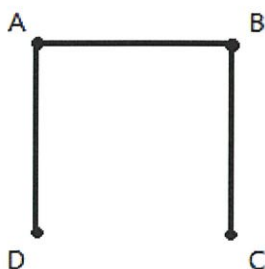
2. เส้นเชื่อมสองเส้นของกราฟ อาจลากตัดกันก็ได้ โดยที่จุดตัดของเส้นทั้งสองไม่ถือว่าเป็นจุดยอดของกราฟ เช่น กราฟ



รูปที่ 2.3 กราฟที่เส้นตัดกันได้ จะไม่เรียกจุดตัดว่าเป็นจุดยอดของกราฟ

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
 ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

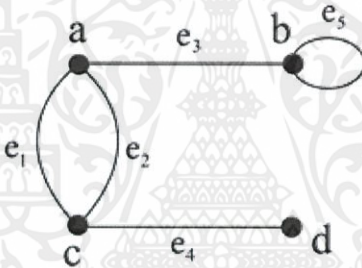
สามารถเขียนใหม่โดยไม่มีเส้นเชื่อมตัดกันได้ดังนี้



รูปที่ 2.4 กราฟที่เขียนใหม่โดยไม่มีเส้นเชื่อมตัดกัน

บทนิยาม 3 เส้นเชื่อมตั้งแต่ 2 เส้นที่เชื่อมระหว่างจุดยอดคู่เดียวกัน เรียกว่า เส้นเชื่อมขนาน (Multiple Edges) เส้นเชื่อมที่เชื่อมจุดยอดเพียงจุดเดียว เรียกว่า วงวน (Loop)

ตัวอย่าง



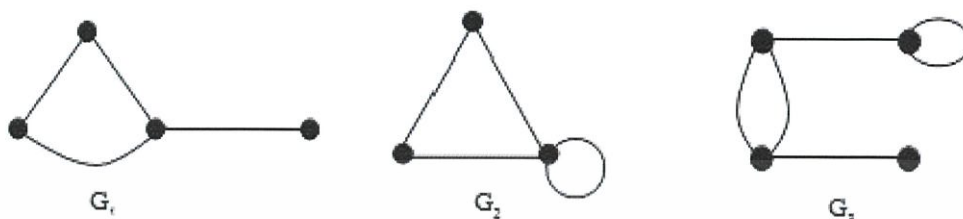
รูปที่ 2.5 กราฟแสดงจุดยอดคู่และเส้นเชื่อมขนาน

จากรูปข้างต้นจะเห็นว่า e_1 และ e_2 เป็นเส้นเชื่อมขนาน เส้นเชื่อม e_5 เป็นวงวน ในกรณีที่กราฟไม่มีเส้นเชื่อมขนาน สามารถใช้สัญลักษณ์ ab เพื่อแทนเส้นเชื่อมระหว่างจุดยอด a และ b ได้ เช่น กราฟในตัวอย่างที่ 1 สามารถเขียนเซตของเส้นเชื่อม $E(G)$ ได้ใหม่เป็น $E(G) = \{ab, bc, ac, cd\}$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

บทนิยาม 4 เราเรียกกราฟที่ไม่มีเส้นเชื่อมขนาน และไม่มีวงวนว่า กราฟเชิงเดียว (Simple Graph)

ตัวอย่างที่ 3 พิจารณากราฟ



รูปที่ 2.6 กราฟ G_1, G_2, G_3

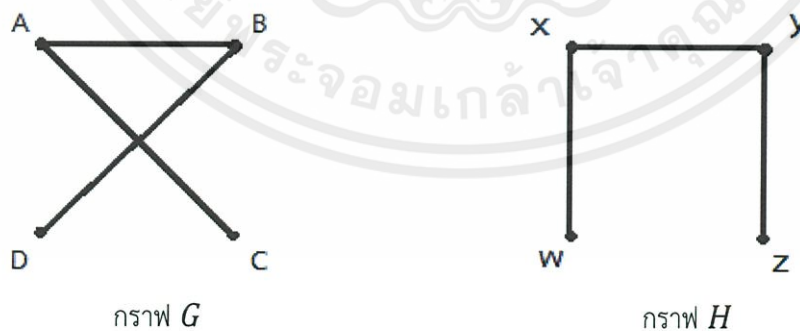
จะเห็นว่า กราฟ G_1 เป็นกราฟที่ไม่มีวงวน กราฟ G_2 เป็นกราฟที่มีวงวน และกราฟ G_3 เป็นกราฟที่มีวงวนและเส้นเชื่อมขนาน ดังนั้นกราฟ G_1 เป็นกราฟเชิงเดียว เพราะไม่มีเส้นเชื่อมขนานและไม่มีวงวน แต่กราฟ G_2 และ G_3 ไม่เป็นกราฟเชิงเดียวเพราะมีเส้นเชื่อมขนาน และมีวงวน

2.1.2 กราฟเดียวกันและกราฟลดแบบกัน

เราได้ทราบแล้วว่าในการเขียนกราฟ G จะกำหนดตำแหน่งของจุดยอด ณ ตำแหน่งใดก็ได้ จึงทำให้กราฟเดียวกันนั้นมีรูปที่แตกต่างกันได้

บทนิยาม 5 เรากล่าวว่า กราฟ G และกราฟ H เป็นกราฟเดียวกัน (Identical) ก็ต่อเมื่อ $V(G) = V(H)$ และ $E(G) = E(H)$

ตัวอย่างที่ 4 พิจารณากราฟ G และกราฟ H ดังรูป



รูปที่ 2.7 กราฟ G และ กราฟ H (1)

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

จะเห็นว่า

$$V(G) = \{A, B, C, D\}, V(H) = \{W, X, Y, Z\}$$

$$E(G) = \{AC, BC, BD\}, E(H) = \{WX, XY, YZ\}$$

ดังนั้น เราจะกล่าวว่า กราฟ G และกราฟ H เป็นกราฟเดียวกัน

บทนิยาม 6 กราฟถอดแบบกัน (isomorphism) จากกราฟ G ไปยังกราฟ H จะหมายถึงฟังก์ชัน $\phi : V(G) \rightarrow V(H)$ โดยที่ ϕ คุณสมบัติ 2 ข้อคือ

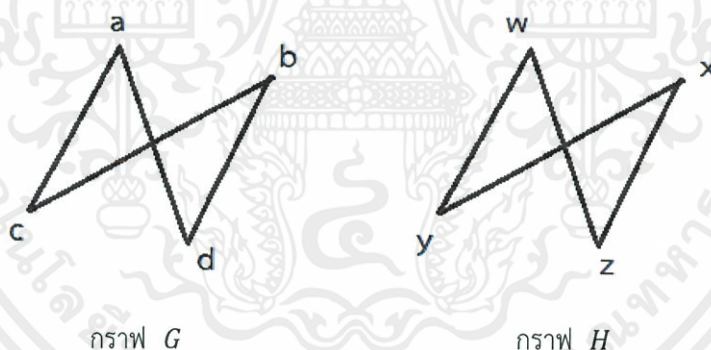
1. ϕ เป็นฟังก์ชันหนึ่งต่อหนึ่ง (one-to-one) จาก $V(G)$ ทั่วถึง (onto) $V(H)$
2. จุด u และ v จะประชิดกันใน G ก็ต่อเมื่อจุด $\phi(u)$ และ $\phi(v)$ ประชิดกันใน H

หรือกล่าวอีกอย่างหนึ่งว่า ถ้า $u, v \in V(G)$ แล้ว $u_1 v_1 \in E(G) \leftrightarrow \phi(u_1)\phi(v_1) \in E(H)$

บทแทรก 1 ฟังก์ชันหนึ่งต่อหนึ่งให้ f เป็นฟังก์ชันที่โดเมนเป็นเซต A ฟังก์ชัน f เป็นฟังก์ชันหนึ่งต่อหนึ่งก็ต่อเมื่อสำหรับทุก a และ b ใน A ถ้า $f(a) = f(b)$ แล้ว $a = b$ กล่าวคือ $f(a) = f(b)$ แปลว่า $a = b$ ในทางกลับกัน ถ้า $a \neq b$ แล้ว $f(a) \neq f(b)$

บทนิยาม 7 กราฟ G จะถอดแบบ (isomorphic) กับกราฟ H (ใช้สัญลักษณ์แทน $G \cong H$) ก็ต่อเมื่อมีกราฟถอดแบบจาก G ไปยัง H

ตัวอย่างที่ 5 พิจารณากราฟ



รูปที่ 2.8 กราฟ G และ กราฟ H (2)

ถ้าให้ $\phi : V(G) \rightarrow V(H)$ โดยที่

$$\phi(a) = w, \phi(b) = x, \phi(c) = y, \phi(d) = z$$

จะได้ว่า ϕ เป็นฟังก์ชันหนึ่งต่อหนึ่งจาก $V(G)$ ไปบน $V(H)$ และ

$$ad \in E(G) \leftrightarrow \phi(a)\phi(d) = wz \in E(H)$$

$$ac \in E(G) \leftrightarrow \phi(a)\phi(c) = wy \in E(H)$$

$$bc \in E(G) \leftrightarrow \phi(b)\phi(c) = xy \in E(H)$$

$$bd \in E(G) \leftrightarrow \phi(b)\phi(d) = xz \in E(H)$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับใช้เพื่อการศึกษเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

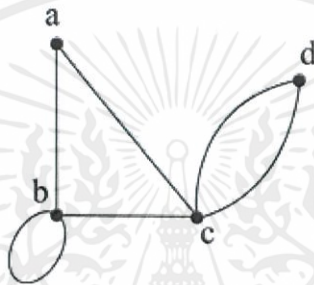
ดังนั้น \emptyset จะเป็นกราฟทอดแบบจาก G ไปยัง H

นั่นก็คือ $G \cong H$

2.1.3 ดีกรีของจุดยอด

บทนิยาม 8 ดีกรี (Degree) ของจุดยอด v ในกราฟ คือ จำนวนครั้งทั้งหมดที่เส้นเชื่อมเกิดกับจุดยอด v

พิจารณากราฟต่อไปนี้



รูปที่ 2.9 ตัวอย่างกราฟในการตรวจสอบดีกรี

ตารางที่ 1.1 ตารางแสดงจำนวนจุดยอด

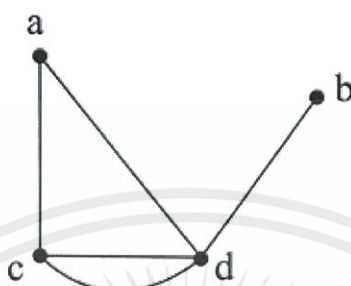
จุดยอด	จำนวนครั้งทั้งหมดที่เส้นเชื่อมเกิดกับจุดยอด
a	2
b	4
c	4
d	2

จะเห็นว่า เส้นเชื่อมที่เกิดกับจุดยอด a ได้แก่ เส้นเชื่อม ab และ ac ดังนั้น จำนวนครั้งทั้งหมดที่เส้นเชื่อมเกิดกับจุดยอด a คือ 2 สำหรับจุดยอด b มีเส้นเชื่อมที่เกิดกับจุดยอด b ได้แก่ เส้นเชื่อม ba , bc และ bb เป็นวงวน เกิดกับจุดยอด b กรณีที่มีเส้นเชื่อมเป็นวงวนจะกำหนดให้นับจำนวนเส้นเชื่อมที่เกิดกับจุดยอดนั้นเพิ่มขึ้น โดยให้นับเส้นเชื่อมที่เป็นวงวน 1 วงวน เป็น 2 ดังนั้นจำนวนครั้งทั้งหมดที่เส้นเชื่อมเกิดกับจุดยอด b จึงเป็น 4

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ต่อไปจะเรียกจำนวนครั้งที่เส้นเชื่อมเกิดกับจุดยอดว่า ดีกรี
ใช้สัญลักษณ์ $\text{deg } v$ แทนดีกรีของจุดยอด v

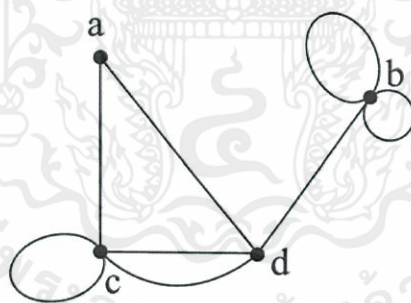
ตัวอย่างที่ 6 กำหนดกราฟ ดังรูป



รูปที่ 2.10 กราฟตัวอย่างที่ 6

จากรูปจะได้ว่า $\text{deg } a = 2$ เพราะมีเส้นเชื่อมระหว่างจุด a 2 เส้น
 $\text{deg } b = 1$ เพราะมีเส้นเชื่อมระหว่างจุด b 1 เส้น
 $\text{deg } c = 3$ เพราะมีเส้นเชื่อมระหว่างจุด c 3 เส้น
 $\text{deg } d = 4$ เพราะมีเส้นเชื่อมระหว่างจุด d 4 เส้น

ตัวอย่างที่ 7 กำหนดกราฟ ดังรูป



รูปที่ 2.11 กราฟตัวอย่างที่ 7

จากรูปจะได้ว่า $\text{deg } a = 2$ เพราะมีเส้นเชื่อมระหว่างจุด a 2 เส้น
 $\text{deg } b = 5$ เพราะมีเส้นเชื่อมระหว่างจุด b 5 เส้น
 $\text{deg } c = 5$ เพราะมีเส้นเชื่อมระหว่างจุด c 5 เส้น
 $\text{deg } d = 4$ เพราะมีเส้นเชื่อมระหว่างจุด d 4 เส้น

สังเกตว่า $\text{deg } a + \text{deg } b + \text{deg } c + \text{deg } d = 16$ และกราฟมีจำนวนเส้นเชื่อม
 ทั้งหมด 8 เส้น ความสัมพันธ์ระหว่างผลรวมของดีกรีของจุดยอดทุกจุดในกราฟกับจำนวนเส้นเชื่อม
 ของกราฟเป็นไปตามทฤษฎีบทต่อไปนี้

ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้คัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ทฤษฎีบท 1

ให้ $u_1, u_2, u_3, \dots, u_{|V(G)|}$ เป็นจุดยอดทั้งหมดในกราฟ G จะได้ว่า

$$\sum_{i=1}^{|V(G)|} \deg u_i = 2|E(G)|$$

โดยที่ $|V(G)|$ คือ จำนวนจุดของกราฟ G

$|E(G)|$ คือ จำนวนเส้นของกราฟ G

นั่นคือ ผลรวมของดีกรีของจุดยอดทุกจุดในกราฟเท่ากับสองเท่าของจำนวนเส้นเชื่อมในกราฟ

พิสูจน์

เนื่องจากเส้นเชื่อมแต่ละเส้นในกราฟเกิดกับจุดยอดเป็นจำนวน 2 ครั้ง ดังนั้นเส้นเชื่อมแต่ละเส้นจะถูกนับ 2 ครั้งในผลรวมของดีกรีของจุดยอดทุกจุด

นั่นคือ ผลรวมของดีกรีของจุดยอดทุกจุดในกราฟเท่ากับสองเท่าของจำนวนเส้นเชื่อมในกราฟ

ข้อสังเกต

ผลรวมของดีกรีของจุดยอดทุกจุดในกราฟเป็นจำนวนคู่เสมอ

ตัวอย่างที่ 8 จงหาจำนวนเส้นเชื่อมของกราฟ โดยมีจุดยอด 4 จุด มีผลรวมดีกรีเท่ากับ 10

วิธีทำ จากสูตร $\sum_{i=1}^{|V(G)|} \deg u_i = 2|E(G)|$

จะได้ $10 = 2|E(G)|$

$$|E(G)| = \frac{10}{2}$$

ดังนั้น $|E(G)| = 5$

นำมาแสดงเป็นกราฟได้ดังนี้

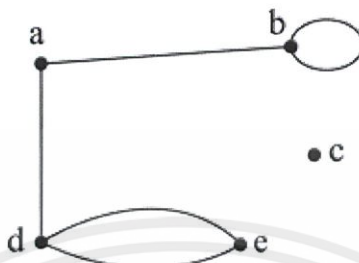


รูปที่ 2.12 กราฟตัวอย่างที่ 8

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

บทนิยาม 9 จุดยอดที่มีดีกรีเป็นจำนวนคู่ เรียกว่า จุดยอดคู่ (Even Vertex)
จุดยอดที่มีดีกรีเป็นจำนวนคี่ เรียกว่า จุดยอดคี่ (Odd Vertex)

ตัวอย่างที่ 11 กำหนดกราฟ ดังรูป



รูปที่ 2.13 กราฟตัวอย่างที่ 11

จากรูปจะได้ว่า $\deg a = 2$ เพราะมีเส้นเชื่อมระหว่างจุด a 2 เส้น
 $\deg b = 3$ เพราะมีเส้นเชื่อมระหว่างจุด b 3 เส้น
 $\deg c = 0$ เพราะไม่มีเส้นเชื่อมระหว่างจุด c
 $\deg d = 3$ เพราะมีเส้นเชื่อมระหว่างจุด d 3 เส้น
 $\deg e = 2$ เพราะมีเส้นเชื่อมระหว่างจุด e 2 เส้น

ดังนั้น จุดยอด a, c และ e เป็นจุดยอดคู่
จุดยอด b และ d เป็นจุดยอดคี่

ทฤษฎีบท 2 ทุกกราฟจะมีจุดยอดคี่เป็นจำนวนคู่

พิสูจน์ ให้ G เป็นกราฟ

ถ้า G ไม่มีจุดยอดคี่ นั่นคือ G มีจำนวนจุดยอดคี่เป็นศูนย์ จึงได้ว่า

G มีจำนวนจุดยอดคี่เป็นจำนวนคู่

ต่อไปสมมติว่า กราฟ G มีจุดยอดคี่ k จุด คือ $v_1, v_2, v_3, \dots, v_k$

และมีจุดยอดคู่ n จุด คือ $u_1, u_2, u_3, \dots, u_n$ จากทฤษฎีบท 1 จะได้ว่า

$$(\deg v_1 + \deg v_2 + \dots + \deg v_k) + (\deg u_1 + \deg u_2 + \dots + \deg u_n) = 2q$$

เมื่อ q คือ จำนวนเส้นเชื่อมของ G

$$\text{ดังนั้น } (\deg v_1 + \deg v_2 + \dots + \deg v_k) = 2q - (\deg u_1 + \deg u_2 + \dots + \deg u_n)$$

เนื่องจาก $\deg u_1 + \deg u_2 + \dots + \deg u_n$ ต่างก็เป็นจำนวนคู่

ดังนั้น $2q - (\deg u_1 + \deg u_2 + \dots + \deg u_n)$ เป็นจำนวนคู่

นั่นคือ $\deg v_1 + \deg v_2 + \dots + \deg v_k$ เป็นจำนวนคู่

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนลิขสิทธิ์ไว้สำหรับงานเพื่อการศึกษาเท่านั้น มิอนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

แต่เนื่องจาก $\deg v_1 + \deg v_2 + \dots + \deg v_k$ เป็นจำนวนคี่ เพราะฉะนั้น k จะต้องเป็นจำนวนคู่ จึงจะทำให้ $\deg v_1 + \deg v_2 + \dots + \deg v_k$ เป็นจำนวนคู่ สรุปได้ว่า กราฟ G มีจุดยอดคี่เป็นจำนวนคู่

ตัวอย่างที่ 12 จงพิจารณาว่าเป็นไปได้หรือไม่ว่า จะมีกราฟที่มีจุดยอด 4 จุด และดีกรีของจุดยอด คือ 1, 1, 2 และ 3 ตามลำดับ

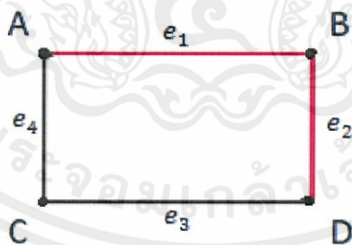
วิธีทำ สมมติว่า มีดีกรีที่มีจุดยอด 4 จุด และดีกรีของจุดยอดเท่ากับ 1, 1, 2 และ 3 ดังนั้น ผลรวมของดีกรีของจุดยอดทุกจุด คือ $1 + 1 + 2 + 3 = 7$

ตัวอย่างที่ 13 จงหาจำนวนจุดยอดของกราฟที่มีเส้นเชื่อม 15 เส้น และมีจุดยอด 3 จุด ที่มีดีกรี 4 ส่วนจุดยอดที่เหลือมีดีกรี 3

วิธีทำ ให้ n เป็นจำนวนจุดยอดที่มีดีกรี 3 ผลรวมของดีกรีของจุดยอดทุกจุดในกราฟ คือ $(3)(4) + 3n$ จากทฤษฎีบท 1 ผลรวมของดีกรีของจุดยอดทุกจุดในกราฟเท่ากับสองเท่าของจำนวนเส้นเชื่อมในกราฟ ดังนั้น $(3)(4) + 3n = 2(15)$ เพราะฉะนั้น $n = 6$ ดังนั้น จำนวนจุดยอดทั้งหมดของกราฟ คือ $3 + 6 = 9$ จุด

2.1.4 แนวเดินและกราฟเชื่อมโยง

สมมติว่า แผนผังของเมืองหนึ่งแทนด้วยกราฟดังรูป โดยให้จุดยอดแทนอำเภอ และเส้นเชื่อมแทนถนนที่เชื่อมระหว่างอำเภอสองอำเภอ



รูปที่ 2.14 แผนผังของเมือง

ในการเดินทางจากอำเภอ A ไปยังอำเภอ D มีเส้นทางการเดินทางหลายเส้นทาง เส้นทางต่างๆ จะแทนด้วยลำดับของจุดยอดและเส้นเชื่อม ดังนี้ เส้นทาง A, e_1, B, e_2, D

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

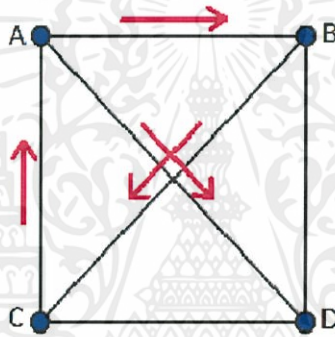
บทนิยาม 10 ให้ u และ v เป็นจุดยอดของกราฟ แนวเดิน $u - v$ ($u - v$ walk) คือ ลำดับจำกัดของจุดยอดและเส้นเชื่อมสลับกัน

$$u = u_0, e_1, u_1, e_2, u_2, \dots, u_{n-1}, e_n, u_n = v$$

โดยเริ่มต้นที่จุดยอด u และสิ้นสุดที่จุดยอด v และแต่ละเส้นเชื่อม e_i จะเกิดกับจุดยอด u_{i-1} และ u_i เมื่อ $i \in \{1, 2, \dots, n\}$

บทนิยาม 11 รอยเดิน (trail) คือ แนวเดินในกราฟที่เส้นเชื่อมทั้งหมดแตกต่างกัน
 วิธี (path) แนวเดินในกราฟที่จุดยอดทั้งหมดแตกต่างกัน (path)
 วงจร (circuit) คือ แนวเดินที่เส้นเชื่อมทั้งหมดแตกต่างกัน โดยที่จุดเริ่มต้นและจุดสุดท้าย เป็นจุดเดียวกัน
 วัฏจักร (cycle) คือ แนวเดินที่จุดยอดทั้งหมดแตกต่างกัน ยกเว้นจุดเริ่มต้นและจุดสุดท้ายสามารถเป็นจุดเดียวกันได้

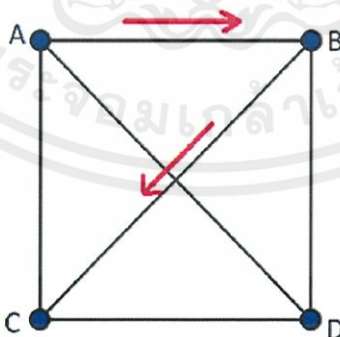
ตัวอย่าง รอยเดิน (trail)



รูปที่ 2.15 แสดงรอยเดิน (trail)

จากจุดยอด $A \rightarrow B \rightarrow C \rightarrow A \rightarrow D$

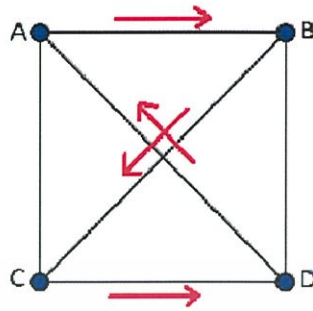
ตัวอย่าง วิธี (path)



รูปที่ 2.16 แสดงวิธี (path)

เอกสารนี้จากจุดยอด $A \rightarrow B \rightarrow C$ หารับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
 ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

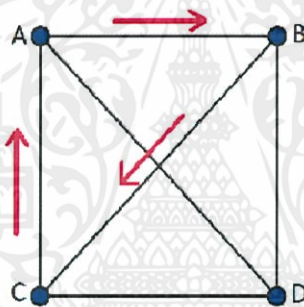
ตัวอย่าง วงจร (circuit)



รูปที่ 2.17 แสดงวงจร (circuit)

จากจุดยอด $A \rightarrow B \rightarrow C \rightarrow D \rightarrow A$

ตัวอย่าง วัฏจักร (cycle)



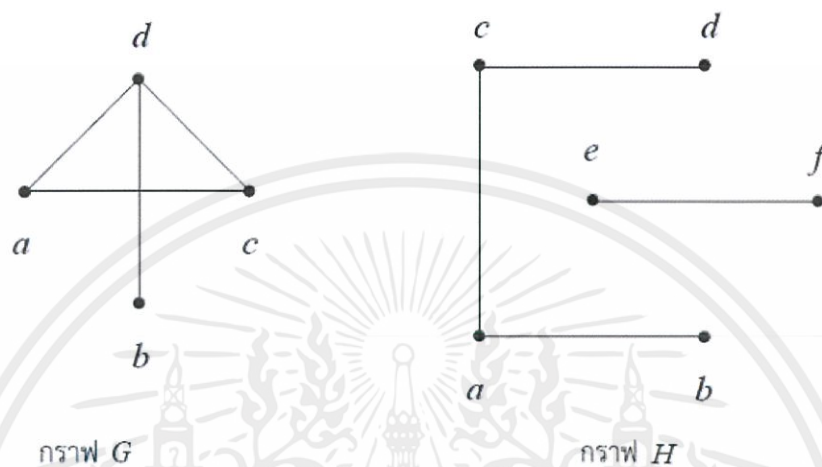
รูปที่ 2.18 แสดงวัฏจักร (cycle)

จากจุดยอด $A \rightarrow B \rightarrow C \rightarrow A$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

บทนิยาม 12 กราฟ G เป็นกราฟเชื่อมโยง (Connected graph) ให้ u และ v เป็นจุดใดๆ ในกราฟ G จะกล่าวว่า u และ v เชื่อมโยงกันได้ (Connect) เมื่อมีวิถี u, v และกล่าวว่ากราฟ G เป็นกราฟเชื่อมโยง (Connected graph) เมื่อจุดสองจุดใดๆ ใน G เชื่อมโยงกัน ส่วนกราฟที่ไม่เป็นกราฟเชื่อมโยงจะเรียกว่า กราฟไม่เชื่อมโยง (Unconnected graph)

ตัวอย่าง



รูปที่ 2.19 กราฟเชื่อมโยงและไม่เชื่อมโยง

G เป็นกราฟเชื่อมโยงและกราฟ เพราะทุกจุดเชื่อมต่อกัน

H เป็นกราฟไม่เชื่อมโยง เพราะจุดของเส้น e และ f ไม่เชื่อมโยงกับ a, b, c และ d

2.1.5 กราฟออยเลอร์

ให้ G เป็นกราฟเชื่อมโยง จะได้ว่า G เป็นกราฟออยเลอร์ ก็ต่อเมื่อ กราฟที่มีรอยเดินครบทุกเส้นเชื่อม แต่ต้องใช้เส้นเชื่อมไม่ซ้ำกัน สามารถใช้จุดยอดซ้ำได้ มี 2 แบบ ดังนี้

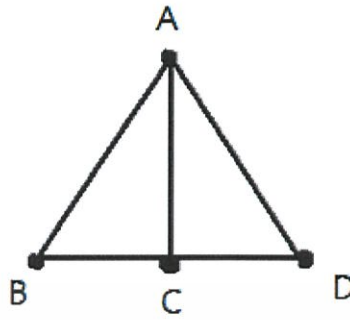
1. รอยเดินออยเลอร์ (Euler trail) คือ รอยเดินซึ่งผ่านจุดยอดทุกจุด สามารถซ้ำจุดยอดได้ และต้องใช้เส้นเชื่อมทุกเส้นของกราฟ

ทฤษฎีบทต่อไปนี้ให้เงื่อนไขของกราฟที่กำหนดเป็นรอยเดินออยเลอร์(Euler trail)

ทฤษฎีบท 3 ให้ G เป็นกราฟเชื่อมโยง จะได้ว่า G เป็นกราฟที่มีรอยเดินออยเลอร์ ก็ต่อเมื่อ G มีจุดยอดที่มีดีกรีเป็นจำนวนคี่ไม่เกิน 2 จุด ยิ่งไปกว่านั้นจุดยอดที่เป็นจำนวนคี่เหล่านั้นจะเป็นจุดเริ่มต้นและจุดปลายของรอยเดินออยเลอร์

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ตัวอย่าง กราฟต่อไปนี้ เป็นรอยเดินออยเลอร์ (Euler trail)

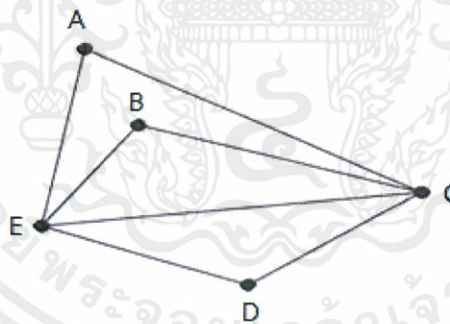


รูปที่ 2.20 รอยเดินออยเลอร์ (Euler trail)

จากรูป เราจะเดินจากจุดยอด $A \rightarrow B \rightarrow C \rightarrow D \rightarrow A \rightarrow C$
สังเกตได้ว่าเราเดินเริ่มต้นจากจุด A จบที่จุด C โดยที่เราเดินครบทุกเส้น
เพราะฉะนั้น กราฟนี้เป็นรอยเดินออยเลอร์ (Euler trail)

2. วงจรออยเลอร์ (Euler circuit) คือ วงจรซึ่งผ่านจุดยอดทุกจุด สามารถซ้ำจุดยอดได้ ต้องใช้เส้นเชื่อมทุกเส้นของกราฟ และสิ้นสุดที่จุดเริ่มต้น
ทฤษฎีบทต่อไปนี้ ให้เงื่อนไขของกราฟที่เป็นวงจรออยเลอร์

ทฤษฎีบท 4 ให้ G เป็นกราฟเชื่อมโยง จะได้ว่า G เป็นวงจรออยเลอร์ ก็ต่อเมื่อ จุดยอดทุกจุดของ G มีดีกรีเป็นจำนวนคู่ กราฟที่มีวงจรออยเลอร์ เรียกว่า กราฟออยเลอร์ (Eulerian graph)



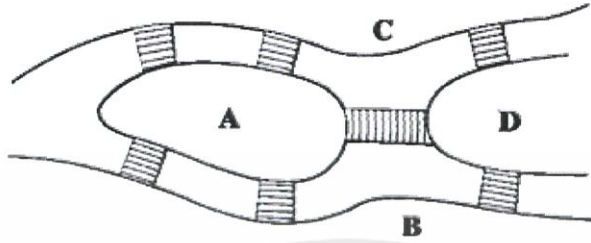
รูปที่ 2.21 วงจรออยเลอร์ (Euler circuit)

จากรูป เราเดินจากจุดยอด $A \rightarrow B \rightarrow C \rightarrow E \rightarrow D \rightarrow C \rightarrow E \rightarrow A$
สังเกตได้ว่าเราสามารถเดินครบทุกเส้นเชื่อมโดยไม่ซ้ำเส้น ครบทุกจุดยอดและจุดเริ่มต้นกับ
จุดยอดเป็นจุดเดียวกันเพราะฉะนั้นกราฟนี้เป็นวงจรออยเลอร์ (Euler circuit)

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

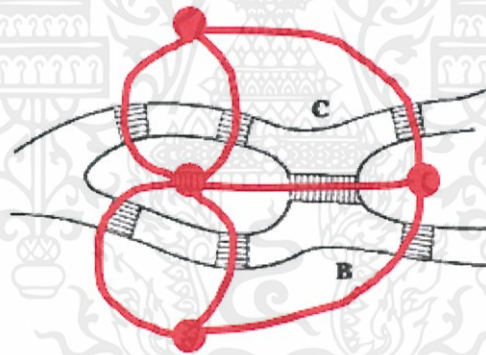
ตัวอย่าง กราฟออยเลอร์

ปัญหาสะพานคอนิกส์เบิร์ก มีอยู่ว่า ณ เมืองคอนิกส์เบิร์กมีเกาะกลางแม่น้ำพรีเกิล (Pregel) จำนวน 2 เกาะ และมีสะพานที่เชื่อมระหว่างเกาะและเมืองดังรูปต่อไปนี้



รูปที่ 2.22 สะพานคอนิกส์เบิร์ก

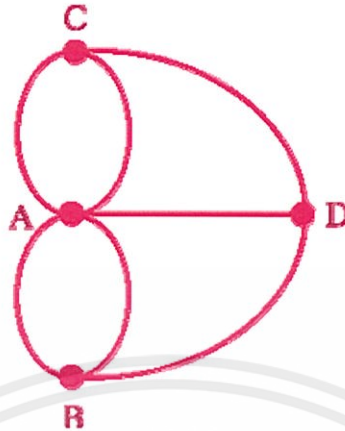
ชาวเมืองคอนิกส์เบิร์กพยายามหาวิธีเดินข้ามสะพานให้ครบทุกสะพาน โดยที่ข้ามสะพานแต่ละสะพานเพียงครั้งเดียวและกลับมาที่จุดยอดเริ่มต้น
เลออนฮาร์ด ออยเลอร์ได้แปลงปัญหานี้ให้อยู่ในรูปกราฟ โดยให้อาณาบริเวณ A, B, C, D แทนด้วยจุดยอดของกราฟ และสะพานแต่ละสะพานแทนด้วยเส้นเชื่อมของกราฟ



รูปที่ 2.23 การแปลงปัญหาสะพานคอนิกส์เบิร์กให้อยู่ในรูปกราฟ

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ปัญหาสะพานคอนิกส์เบอร์ก เมื่อจำลองอยู่ในรูปกราฟจะได้



รูปที่ 2.24 สะพานคอนิกส์เบอร์ก เมื่อจำลองอยู่ในรูปกราฟ

จากกราฟ สามารถแปลงได้เป็นปัญหาการลากผ่านเส้นเชื่อมของกราฟตั้งรูปข้างต้นจนครบทุกเส้นโดยไม่ต้องยกปากกาและผ่านเส้นแต่ละเส้นเพียงครั้งเดียว โดยที่จุดเริ่มต้นและจุดสิ้นสุดเป็นจุดเดียวกัน

2.1.6 กราฟฮามิลตัน

ให้ G เป็นกราฟเชื่อมโยง จะได้ว่า G เป็นกราฟฮามิลตันก็ต่อเมื่อ กราฟที่ใช้จุดยอดไม่ซ้ำกันเส้นไม่ซ้ำ ไม่จำเป็นต้องครบทุกเส้น และเดินครบทุกจุดมี 2 แบบ ดังนี้

1. วิธีแบบฮามิลตัน คือ ทางเดินที่ผ่านจุดยอดทุกจุดเพียงหนึ่งครั้ง
2. วัฏจักรฮามิลตัน คือ วงจรที่ผ่านจุดยอดทุกจุดเพียงหนึ่งครั้ง ยกเว้นที่จุดยอดเริ่มต้นที่เป็นจุดปลาย

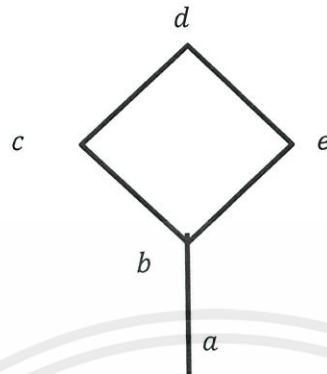
ชื่อทางเดินนี้เกิดจากการพัฒนาเกมที่มีรูปร่างเป็นทรง 12 หน้า (dodecahedron) ของนักคณิตศาสตร์ชาว Irish ชื่อ William Hamilton



รูปที่ 2.25 รูปทรง 12 หน้าในแบบ 3 มิติ และ 2 มิติ

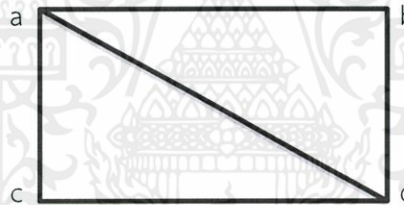
เราจะพิจารณาเฉพาะกราฟที่ไม่มีวงวน (loop) และเส้นเชื่อมขนาน (multiple edges) เพื่อเอกสารให้กราฟฮามิลตัน วนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ตัวอย่าง 13 พิจารณากราฟจากรูป 2.26 พบว่า ทางเดิน a, b, c, d, e เป็นวิถีแบบฮามิลตัน เพราะทางเดินนี้ผ่านจุดยอดแต่ละจุดเพียงครั้งเดียว แต่ไม่มีวัฏจักรแบบฮามิลตัน



รูปที่ 2.26 แสดงวิถีแบบฮามิลตัน

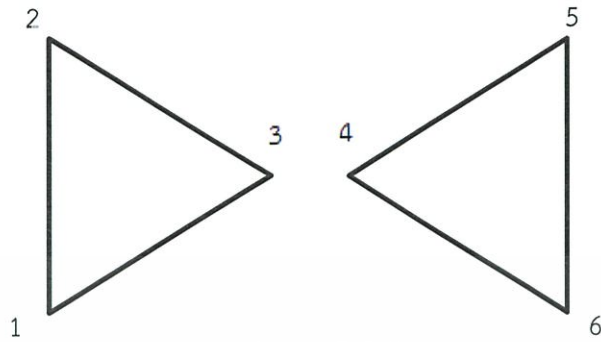
กราฟรูป 2.27 มีทางเดิน $a \rightarrow b \rightarrow d \rightarrow c \rightarrow a$ เป็นวัฏจักรแบบฮามิลตัน เพราะเดินครบทุกจุดโดยไม่ซ้ำกัน



รูปที่ 2.27 กราฟวัฏจักรแบบฮามิลตัน

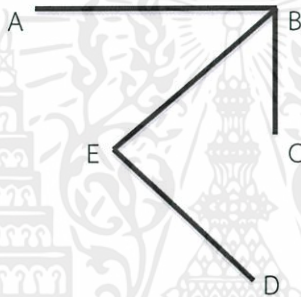
เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

กราฟรูป 2.28 ไม่เป็นวิถีแบบฮามิลตัน เพราะไม่เป็นกราฟเชื่อมโยง



รูปที่ 2.28 ไม่มีทางเดินแบบแฮมิลตัน

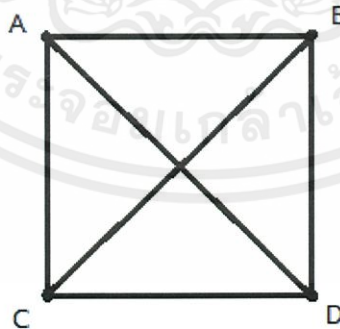
กราฟรูป 2.29 ไม่มีวิถีแบบฮามิลตัน เพราะไม่สามารถเดินครบทุกจุดโดยที่ไม่ซ้ำเส้น



รูปที่ 2.29 กราฟไม่มีทางเดินแบบฮามิลตัน

นิยามที่ 13 กราฟสมบูรณ์ คือ กราฟที่ทุกจุดมีเส้นเชื่อมโยงไปยังจุดที่เหลือทั้งหมด

ตัวอย่าง 14 กราฟสมบูรณ์ (Complete graph) K_n ใดๆ มีวงจรฮามิลตัน เพราะเดินครบทุกจุดโดยไม่ซ้ำกัน เช่น



รูปที่ 2.30 แสดงกราฟสมบูรณ์ K_4

เอกสารนี้โดยการเดินจากจุด $A \rightarrow B \rightarrow C \rightarrow D$ งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ถ้ากราฟ G (ที่มีจุดยอด n จุด) มีวงจรแบบฮามิลตันแล้ว G จะมีเส้นเชื่อมอย่างน้อย n ด้าน

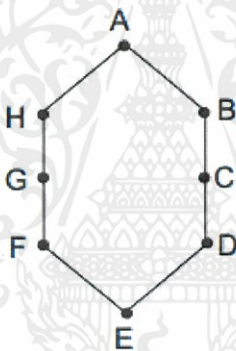
ทฤษฎีบท 5 ให้ G เป็นกราฟเชื่อมโยงที่มีจุดยอด n จุด ($n > 2$) และไม่มีวงวนหรือเส้นเชื่อมขนาน, G จะมีวงจรฮามิลตัน ถ้าจุดยอดสองจุด u, v ใดๆของ G (ที่ไม่ใช่จุดยอดประชิดกัน) มีผลรวมดีกรีของจุดยอด u และจุดยอด v มากกว่าหรือเท่ากับ n “ G จะมีวงจรฮามิลตัน ถ้า $\deg(u) + \deg(v) \geq n$ ” เมื่อ u, v ไม่เป็นจุดยอดประชิดกัน

บทแทรก 2 G มีวงจรฮามิลตัน ถ้าจุดยอดแต่ละจุดมีดีกรีมากกว่าหรือเท่ากับ $\frac{n}{2}$

ทฤษฎีบท 6 ถ้า G มีจำนวนเส้นเชื่อม m เส้น แล้ว G จะมีวงจรแฮมิลตัน ถ้า $m \geq \frac{1}{2}(n^2 - 3n + 6)$ เมื่อ n เป็นจำนวนจุดยอด

ตัวอย่าง 15

บทกลับของทฤษฎีบท 5 และ 6 ไม่จริง พิจารณาจากกราฟ



รูปที่ 2.31 กราฟบทกลับของทฤษฎีบท 5 และ 6 ไม่จริง

n คือจำนวนจุดยอดของกราฟ เท่ากับ 8

ดีกรีแต่ละจุดยอดคือ 2 และ $\deg(u) + \deg(v) = 4$

สำหรับแต่ละจุดยอด u, v ที่ไม่เป็นจุดยอดประชิดทุกคู่และจำนวนเส้นเชื่อมทั้งหมดคือ 8 ดังนั้น จากทฤษฎีบท 1 และ 2

$\deg(u) + \deg(v) \geq n$ แต่กราฟนี้มีวงจรฮามิลตัน เพราะ เราสามารถเดินครบทุกจุดโดยไม่ซ้ำจุดเลย และจุดเริ่มต้นและจุดสุดท้ายเป็นจุดเดียวกัน

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

2.2 ความรู้ทางด้านคอมพิวเตอร์

2.2.1 Microsoft Visual Studio 2010

Microsoft Visual Studio 2010 เป็นเครื่องมือที่ใช้พัฒนาโปรแกรม Visual Programming บนระบบปฏิบัติการ Window ซึ่งรองรับภาษาในการเขียนโปรแกรมที่หลากหลายภาษา เช่น VB, C#, C++ เป็นต้น รวมทั้งคิดค้น ภาษา Java เพื่อให้ใช้งานได้บนระบบปฏิบัติการใดๆ ก็ได้ไม่ว่าจะเป็น DOS , Windows 7 , Windows XP , Linux หรือ UNIX (Mayo, 2010) และในปัจจุบันยัง สามารถใช้งานได้ในอุปกรณ์ไร้สายได้อีกด้วย นอกจากนี้ยังถูกผนวกเข้ากับโปรแกรมอื่นๆของ ไมโครซอฟท์เช่น Microsoft Access , Excel , Word เป็นต้น เพื่อใช้เขียนโปรแกรมลักษณะ Script หรือ Macro

2.2.1.1 ภาษา Visual Basic

Visual Basic เป็นภาษาคอมพิวเตอร์ (Programming Language) ที่พัฒนาโดยบริษัท ไมโครซอฟท์ ซึ่งเป็นบริษัทยักษ์ใหญ่ที่สร้างระบบปฏิบัติการ Windows 95/98 และ Windows NT/XP ที่ใช้กันอย่างแพร่หลายในปัจจุบัน โดยตัวภาษาเองมีรากฐานมาจากภาษา Basic ซึ่งย่อมาจาก Beginner's All Purpose Symbolic Instruction ซึ่งหมายถึงชุดคำสั่งหรือภาษาคอมพิวเตอร์ สำหรับผู้เริ่มต้น ภาษา Basic มีจุดเด่นคือผู้ที่ไม่มีพื้นฐานเรื่องการเขียนโปรแกรมเลยก็สามารถ เรียนรู้และนำไปใช้งานได้อย่างง่ายดายและรวดเร็ว

Visual basic เวอร์ชันแรกคือเวอร์ชัน 1.0 ออกสู่สายตาประชาชนตั้งแต่ปี 1991 โดยในช่วง แรกยังไม่มีความสามารถต่างจากภาษา QBASIC มากนัก แต่จะเน้นเรื่องเครื่องมือที่ช่วยในการเขียน โปรแกรมบนวินโดวส์ ซึ่งปรากฏว่า Visual Basic ได้รับความนิยมและประสบความสำเร็จเป็นอย่างดีไมโครซอฟท์จึงพัฒนา Visual Basic ให้ดีขึ้นเรื่อย ๆ ทั้งในด้านประสิทธิภาพ ความสามารถ และเครื่องมือต่าง ๆ เช่น เครื่องมือตรวจสอบแก้ไขโปรแกรม สภาพแวดล้อมของการพัฒนาโปรแกรม การเขียนโปรแกรมแบบหลายวินโดวส์ ย่อย (MDI) และอื่น ๆ อีกมากมาย

Microsoft Visual Basic เป็นเครื่องมือในการสร้างโปรแกรมบนระบบปฏิบัติการ Windows ที่ใช้งานง่าย โดยการเลือกเครื่องมือต่าง ๆ มาออกแบบหน้าจอของโปรแกรมที่จะสร้าง การเขียนโปรแกรมลักษณะนี้เรียกว่า Visual Programming ซึ่งไม่จำเป็นต้องเขียนคำสั่งต่างๆมากนักและสามารถสร้างโปรแกรมได้อย่างรวดเร็ว

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่นอนุญาติให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ข้อดีของการใช้ Microsoft Visual Basic

1. มีโครงสร้างใกล้เคียงภาษามนุษย์ทำให้เรียนรู้ได้ง่าย
2. มีเครื่องมือในการพัฒนา Application จำนวนมาก
3. สามารถสร้างไฟล์ .exe ที่สามารถทำงานได้ด้วยตัวเอง
4. ออกแบบการติดต่อกับผู้ใช้ (ฟอร์ม) ได้ทันที
5. พัฒนา Application ได้หลายแบบ เช่น โปรแกรมด้านธุรกิจ ด้านอินเทอร์เน็ต

และ Web Application

6. การพัฒนาอย่างต่อเนื่อง การปรับปรุงประสิทธิภาพในด้านของตัวภาษาและความเร็วของการประมวลผล และในเรื่องของความสามารถใหม่ๆ เช่น การติดต่อกับระบบฐานข้อมูล การเชื่อมต่อกับเครือข่ายอินเทอร์เน็ต

7. ผู้พัฒนาสำคัญของ Visual Basic คือบริษัทไมโครซอฟท์ซึ่งจัดว่าเป็นยักษ์ใหญ่ของวงการคอมพิวเตอร์ในปัจจุบัน เราจึงสามารถมั่นใจได้ว่า Visual Basic จะยังมีการพัฒนา ปรับปรุงและคงอยู่ไปอีกนาน

ข้อเสียของการใช้ Microsoft Visual Basic

1. ความไม่แน่นอนของ Syntax มีการเปลี่ยนแปลงทุกรุ่น ทำให้โปรแกรมที่เคยเขียนจากรุ่นเก่าคอมไพล์ไม่ผ่านติดกับ JAVA ซึ่งคงความเข้ากันได้กับรุ่นก่อนไว้
2. ไม่รองรับการทำงานสถาปัตยกรรม .net framework เขียนโปรแกรมเชิงวัตถุไม่ได้ ทำให้จะพัฒนาแอปพลิเคชันต่อไปจะต้องเขียนใหม่หมด ไม่สามารถใช้หลักการ reuse และทฤษฎีเชิงวัตถุได้
3. เขียนเสร็จแล้ว ต้องรันในเครื่องที่มี .Net framework
4. ลง framework แล้วพบว่า บางเครื่องโปรแกรมยังรันไม่ได้อยู่ แม้จะลง framework ทุก version แล้วก็ตาม

การใช้งาน Microsoft Visual Basic

1. Menu bar เป็นเมนูหลักที่รวบรวมคำสั่ง ควบคุมการทำงานต่างๆ ซึ่งจัดเป็นกลุ่มคำสั่งแยก แยกตามประเภทการใช้งาน การใช้งานสามารถเรียกโดยการใช้เมาส์คลิกจากเมนู หรือ ใช้คีย์ลัดจากคีย์บอร์ด
2. Tool bar เป็นเครื่องมือที่ช่วยให้เรียกใช้งานคำสั่งในเมนูบาร์บางคำที่ใช้งานบ่อยครั้งได้สะดวกขึ้น
3. Tool box เป็นหน้าต่างที่แสดงคอนโทรล และ คอมโพเนนต์ต่างๆ เพื่อความสะดวกในการสร้างแอปพลิเคชัน ซึ่งมีการจัดแบ่งคอนโทรล และ คอมโพเนนต์ต่างๆออกเป็นกลุ่มตามลักษณะการใช้งาน
4. Form Designer เป็นหน้าต่างที่ใช้ในการออกแบบหน้าต่างตาของแอปพลิเคชัน (User interface) ซึ่งทำได้โดยการลากคอนโทรลต่างๆ จาก Tool box Window มาวางบน Form ตามที่ต้องการ Visual studio 2010 จากสร้างโค้ดการออกแบบได้อัตโนมัติ ซึ่งเป็นความสามารถของ

เอกสารนี้ Visual Studio 2010 ที่ช่วยให้การพัฒนาแอปพลิเคชันสามารถทำได้ง่ายและมีประสิทธิภาพมากขึ้น

ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

5. **Solution Explorer** เป็นหน้าต่างแสดงรายการของไอเท็ม (Item) ที่มีอยู่ในโปรเจกต์ทั้งหมดเช่น Form, Module, Component และ class เป็นต้น ซึ่งในมุมมอง Visual Studio จะมองเห็นว่า Solution ก็คือแอปพลิเคชันที่ผู้พัฒนากำลังสร้างขึ้น

6. **Properties Window** เป็นหน้าต่างแสดงและกำหนดคุณสมบัติขององค์ประกอบต่างๆ ที่เห็นในหน้าต่างของแอปพลิเคชัน หมายถึง การกำหนดค่าให้กับคอนโทรลและออบเจกต์ เช่น กำหนดชื่อ, สี, ข้อความบนคอนโทรลและขนาด เป็นต้น (การกำหนดค่าต่างๆ สามารถกำหนดผ่านการเขียนคำสั่งใน VC# ได้)

7. **Code Editor** เป็นหน้าต่างที่ใช้สำหรับเขียนคำสั่งในภาษา C# เพื่อกำหนดการทำงานของแอปพลิเคชัน ตามต้องการ ซึ่งจะกระทำหลังจากที่ออกแบบหน้าต่างแอปพลิเคชันเสร็จเรียบร้อยแล้ว ในหน้าต่างจะแสดงคำสั่งโดยใช้สีแสดงความแตกต่างของคำสั่ง, ข้อความ, ตัวเลขได้อย่างชัดเจน ทำให้ง่ายต่อการเขียนโปรแกรม

8. **Task list** เป็นหน้าต่างแสดงคำอธิบายต่างๆ หรือ เป็นคำแนะนำที่เป็นประโยชน์เกี่ยวกับการสร้างแอปพลิเคชันในแต่ละขั้นตอน อาจจะแสดงตำแหน่งของข้อผิดพลาดที่เกิดขึ้น รวมทั้งอนุญาตให้เราเขียนโน้ต/บันทึกสั้นๆ ไว้เตือนความจำได้ด้วย

ความต้องการของระบบ

- Windows 7 SP1 (x86 and x64)
- Windows 8 (x86 and x64)
- Windows Server 2008 R2 SP1 (x64)
- Windows Server 2012 (x64)

ความต้องการทางด้านฮาร์ดแวร์

- 1.6 GHz or faster processor
- 1 GB of RAM (1.5 GB if running on a virtual machine)
- 5 GB of available hard disk space
- 100 MB of available hard disk space (language pack)
- 5400 RPM hard disk drive
- DirectX 9-capable video card running at 1024 x 768 or higher display resolution

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

2.2.2 Adobe Flash Player

โปรแกรม Flash เป็นซอฟต์แวร์ที่ช่วยในการสร้างสื่อมัลติมีเดีย, ภาพเคลื่อนไหว (Animation), ภาพกราฟิกที่มีความคมชัด เนื่องจากเป็นกราฟิกแบบเว็คเตอร์ (Vector), สามารถเล่นเสียงและวีดิโอ แบบสตรีมมิงได้, สามารถสร้างงานให้โต้ตอบกับผู้ใช้ (Interactive Multimedia) มีฟังก์ชันสำหรับการเขียนโปรแกรม (Action Script) และยังสามารถทำงานในลักษณะ CGI โดยเชื่อมต่อการเขียนโปรแกรมภาษาอื่นๆ ได้มากมาย เช่น ภาษา PHP, JSP, ASP, ASP.NET, C/C++, C#, C#.NET, VB, VB.NET, JAVA และอื่นๆ โดยเฉพาะข้อดีของโปรแกรม Flash คือ ความสามารถในการบีบอัดไฟล์ให้มีขนาดเล็ก มีผลทำให้แสดงผลได้อย่างรวดเร็ว นอกจากนี้ยังแปลงไฟล์ไปอยู่ในฟอร์แมตอื่นได้หลากหลาย เช่น avi, mov, gif, wav, emf, eps, ai, dxf, bmp, jpg, gif, png เป็นต้น

โปรแกรม Flash เริ่มมีชื่อเสียงประมาณปี พ.ศ. 2539 จนถึง ปัจจุบันได้ถูกนำมาใช้งานอย่างแพร่หลาย โดยเฉพาะเทคโนโลยีเว็บ ทำให้การนำเสนอทำได้ที่น่าสนใจ นอกจากนี้โปรแกรม Flash ยังสามารถสร้างแอปพลิเคชัน (Application) เพื่อใช้งานต่างๆ รองรับการใช้งานกับอุปกรณ์ที่เชื่อมต่อกับระบบเครือข่ายอินเทอร์เน็ตและทำงานได้กับหลายๆ แพลตฟอร์ม (Platform)

การใช้งาน Adobe Flash Player

1. Title Bar แสดงปุ่มควบคุมหลัก (Control Menu) ชื่อโปรแกรม และปุ่มควบคุมหน้าต่างโปรแกรม
2. Menu Bar แสดงรายการคำสั่งต่างๆ ของโปรแกรม
3. Toolbar แสดงปุ่มเครื่องมือการทำงานมาตรฐานของโปรแกรม เช่น ปุ่มเปิดงานใหม่เปิดไฟล์เอกสาร, จัดเก็บไฟล์ เป็นต้น
4. Toolbox แสดงปุ่มเครื่องมือเกี่ยวกับการวาดภาพ สร้างภาพ
5. Timeline หน้าต่างแสดงเส้นควบคุมเวลาสำหรับการนำเสนอผลงาน ประกอบด้วยส่วนทำงาน เกี่ยวกับ Layer และ Timeline
6. Stage พื้นที่ส่วนที่ใช้ในการวางวัตถุต่างๆ หรืออาจจะเรียกว่า "เวที" เมื่อมีการนำเสนอผลงานจะ แสดงเฉพาะวัตถุบน Stage เท่านั้น
7. Panel หน้าต่างควบคุมฟังก์ชันงาน ซึ่งมีหลายฟังก์ชัน (หลายหน้าต่าง)

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

2.2.3 Adobe Photoshop CS5

โปรแกรม Adobe Photoshop (อะโดบี โฟโตชอป) มักเรียกสั้นๆว่า Photoshop (โฟโตชอป) เป็นโปรแกรมประยุกต์ที่มีความสามารถในการจัดการแก้ไขและตกแต่งรูปภาพ (photo editing and retouching) แบบแรสเตอร์ ซึ่ง Photoshop Cs5 คือรุ่นปัจจุบัน ผลิตโดยบริษัทอะโดบีซิสเต็มส์ Photoshop สามารถใช้ในการตกแต่งภาพเล็กน้อย เช่น ลบตาแดง, ลบรอยแตกของภาพ, ปรับแก้สีเพิ่มสีและแสง ไปจนถึงการตกแต่งภาพแบบมืออาชีพ เช่น การใส่เอฟเฟกต์ให้กับรูป เช่น ทำภาพสีซีเปีย, การทำภาพโมเซค, การสร้างภาพพาโนรามาจากภาพหลายภาพต่อกัน นอกจากนี้ยังใช้ได้ในการตัดต่อภาพและการซ้อนฉากหลังเข้ากับภาพ Photoshop สามารถทำงานกับระบบสี RGB, CMYK, Lab และ Grayscale และสามารถจัดการกับไฟล์รูปภาพที่สำคัญได้ เช่น ไฟล์นามสกุล JPG, GIF, PNG, TIF, TGA โดยไฟล์ที่โฟโตชอปจัดเก็บในรูปแบบเฉพาะของตัวโปรแกรมเอง จะใช้นามสกุลของไฟล์ว่า PSD จะสามารถจัดเก็บคุณลักษณะพิเศษของไฟล์ที่เป็นของโฟโตชอป เช่น เลเยอร์, แชนแนล, โหมดสี รวมทั้งสไลด์ได้ครบถ้วน

ส่วนประกอบของโปรแกรม Photoshop CS5

1. Application Bar จะเป็นแถบเครื่องมือที่เก็บปุ่มคำสั่งที่ใช้งานบ่อยๆเอาไว้ เช่น เปิดโปรแกรม Bridge หมุนพื้นที่ทำงาน ย่อ – ขยาย , จัดเรียงวินโดว์ภาพและจัดองค์ประกอบของเครื่องมือตามพื้นที่ใช้งาน (Workspace)
2. Menu Bar ประกอบด้วยกลุ่มคำสั่งต่าง ๆ ที่ใช้จัดการกับไฟล์ทำงานกับรูปภาพและใช้การปรับแต่งการทำงานของโปรแกรม โดยแบ่งเมนูตามลักษณะงาน นอกจากนี้บางเมนูหลัก จะมีเมนูซ่อนอยู่ โดยสังเกตจากเครื่องหมาย ซึ่งคุณต้องเปิดเข้าไปเพื่อเลือกคำสั่งภายในอีกที
3. Tool Panel กล่องเครื่องมือจะประกอบไปด้วยเครื่องมือต่างๆที่ใช้ในการวาด ตกแต่ง และแก้ไขภาพ เครื่องมือเหล่านี้มีจำนวนมากดังนั้นจึงมีการรวมเครื่องมือที่ทำหน้าที่คล้ายๆกันไว้ในปุ่มเดียวกันโดยจะมีลักษณะรูปสามเหลี่ยมอยู่บริเวณมุมด้านล่างตั้งภาพ เพื่อบอกให้รู้ว่าในปุ่มนี้ยังมีเครื่องมืออื่นอยู่ด้วย
4. Option Bar เป็นส่วนที่ใช้ปรับแต่งค่าการทำงานของเครื่องมือต่างๆ โดยรายละเอียดในออปชันบาร์จะเปลี่ยนไปตามเครื่องมือที่เราเลือกจากทูลบ็อกซ์ในขณะนั้น เช่น เมื่อเราเลือกเครื่องมือ Brush (พู่กัน) บนออปชัน บาร์จะปรากฏออปชันที่ใช้ในการกำหนดขนาด และ ลักษณะหัวแปรง , โหมดในการระบายความโปร่งใสของสี และอัตราการไหลของสี เป็นต้น
5. Panel เป็นวินโดว์ย่อยๆ ที่ใช้เลือกรายละเอียด หรือคำสั่งควบคุมการทำงานต่างๆ ของโปรแกรม ใน Photoshop มีพาเนลอยู่เป็นจำนวนมาก เช่น พาเนล Color ใช้สำหรับเลือกสี, พาเนล Layers ใช้สำหรับจัดการกับเลเยอร์ และพาเนล Info ใช้แสดงค่าสีตรงตำแหน่งที่ชี้เมาส์รวมถึงขนาดตำแหน่งของพื้นที่ที่เลือกไว้

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ความต้องการของระบบ

- Windows 7 SP1 (x86 and x64)
- Windows 8 (x86 and x64)
- Windows Server 2008 R2 SP1 (x64)
- Windows Server 2012 (x64)

ความต้องการทางด้านฮาร์ดแวร์

- ความเร็วของซีพียู (CPU) ขั้นต่ำ 1.8GHz หรือมากกว่า
- หน่วยความจำ (Ram) 1 GB
- พื้นที่ว่างในฮาร์ดดิสก์ 1 GB สำหรับติดตั้งโปรแกรม และควรมีพื้นที่ว่างสำหรับการทำงานอีกอย่างน้อย 1 GB
- ความละเอียดของจอภาพขั้นต่ำ 1,024x768 (แนะนำให้ใช้ที่ 1,280x800) พร้อมการ์ดจอ 16-bit (Video Card) หากใช้ Photoshop Extended และใช้งานภาพ 3D ควรมีคุณสมบัติของ CPU-accelerated ที่ทำงานร่วมกับ Shader Model 3.0 และใช้งานกับ OpenGL 2.0



เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

บทที่ 3

การวิเคราะห์และออกแบบระบบ

3.1 ขั้นตอนการวิเคราะห์และออกแบบโปรแกรม

ขั้นตอนการวิเคราะห์และออกแบบโปรแกรมสอนกราฟออยเลอร์และกราฟฮามิลตัน ประกอบด้วย 3 ส่วนดังนี้ ส่วนของการออกแบบ interface โปรแกรม ส่วนของการใช้ฟังก์ชันต่างๆ ที่จำเป็น และส่วนของการเลือกใช้โปรแกรมในการสร้างโปรแกรมนี้อัน ซึ่งมีรายละเอียดดังนี้

3.1.1 การออกแบบรูปแบบโปรแกรม

รูปแบบของโปรแกรมสอนกราฟออยเลอร์และกราฟฮามิลตัน จะใช้ความรู้พื้นฐานของ ทฤษฎีกราฟ ทฤษฎีออยเลอร์กราฟ และทฤษฎีฮามิลตันกราฟโดยรูปแบบของโปรแกรม แบ่งเป็น 6 ส่วน

- 1) ทฤษฎีกราฟเบื้องต้น
- 2) ทฤษฎีของออยเลอร์กราฟ
- 3) ทฤษฎีของฮามิลตันกราฟ
- 4) แบบทดสอบความเข้าใจ
- 5) ผู้ใช้ทดลองสร้างกราฟโดยกำหนดเอง
- 6) คณะผู้จัดทำ

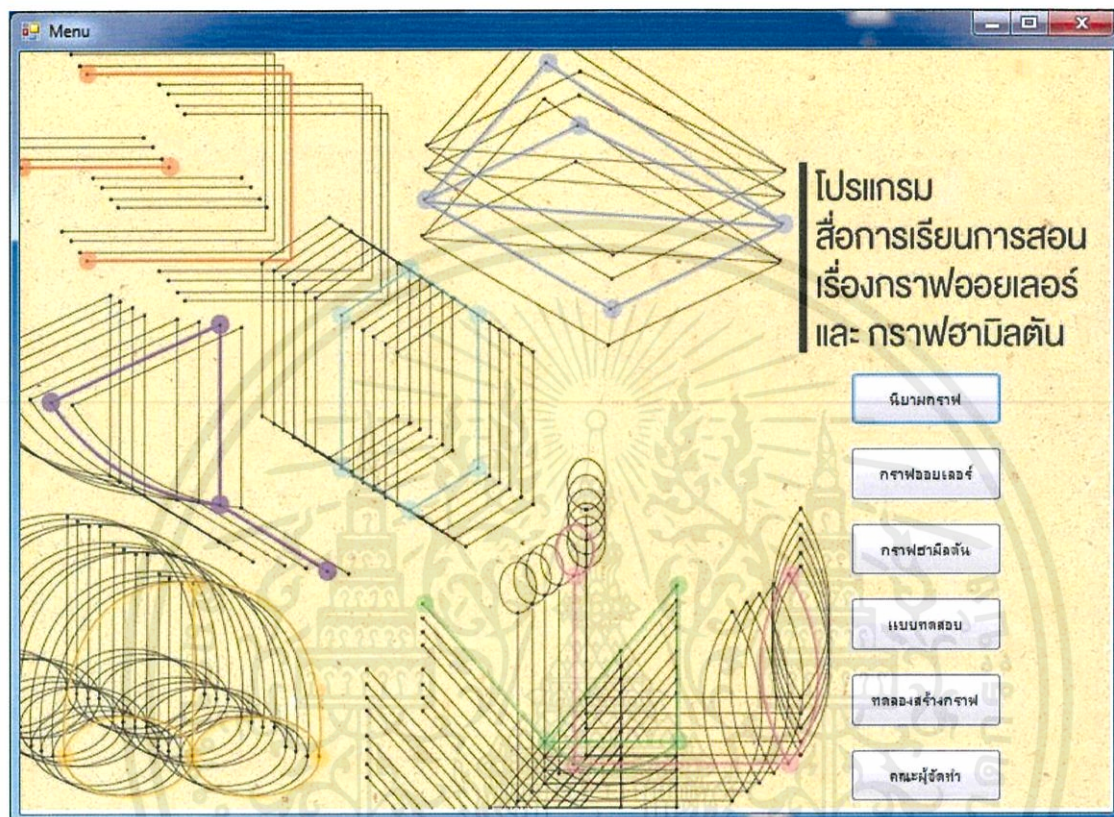
3.1.2 โปรแกรมที่ใช้ในการสร้างโปรแกรม

โดยโปรแกรมสอนกราฟออยเลอร์และกราฟฮามิลตัน จะใช้โปรแกรม Microsoft Visual Studio 2010 ในการสร้าง ซึ่งโปรแกรม Microsoft Visual Studio 2010 เป็นโปรแกรมที่สามารถเรียนรู้การเขียนโปรแกรมและแนวคิดที่จำเป็นในการสร้างโปรแกรมที่ซับซ้อนได้รวดเร็ว เนื่องจากเป็นโปรแกรมของ Microsoft จะมีผู้ใช้และศึกษาโปรแกรมเป็นนี้จำนวนมาก สามารถค้นหาวิธีการในการแก้ไขปัญหาของโปรแกรมสะดวกและเข้าถึงข้อมูลได้ง่าย

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

3.2 ขั้นตอนในการสร้างโปรแกรม

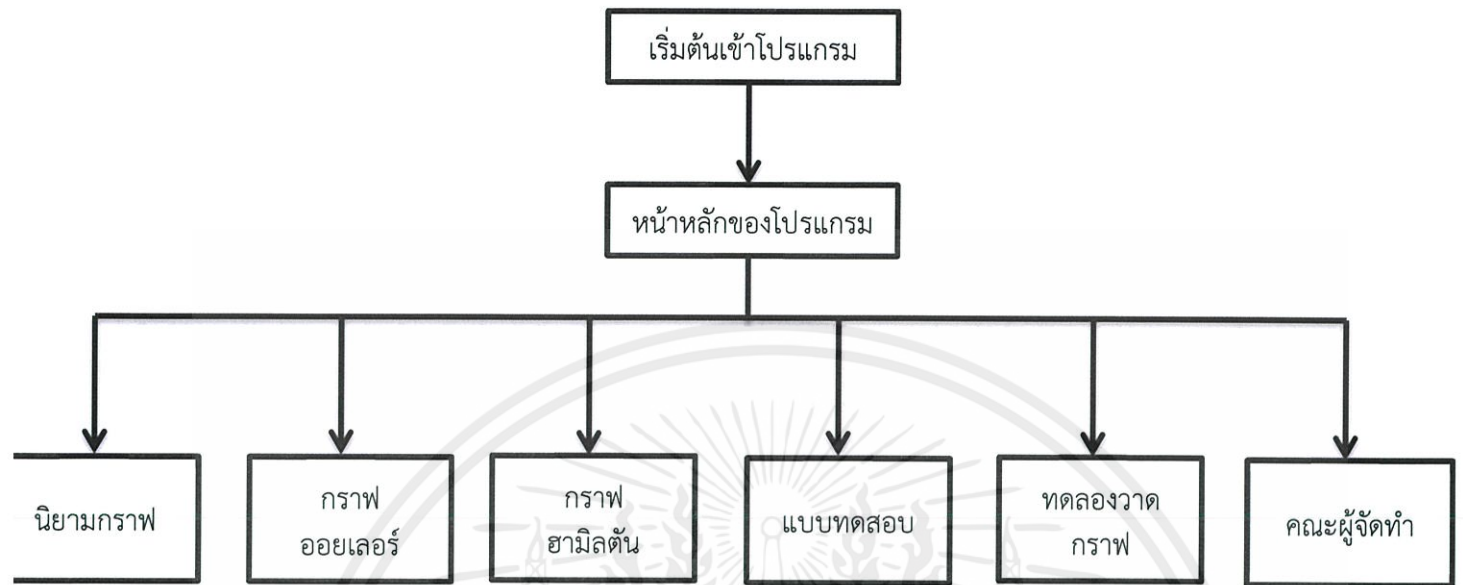
3.2.1 หน้าจอหลักของโปรแกรม



รูปที่ 3.1 รูปแสดงหน้าจอหลักของโปรแกรม

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

แผนภาพการทำงานของหน้าจอหลักของโปรแกรม มีขั้นตอนดังนี้

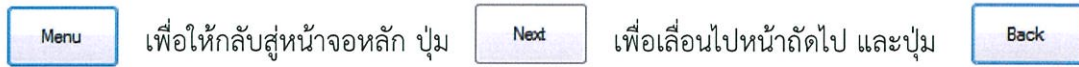


รูปที่ 3.2 แผนภาพการทำงานของหน้าจอหลัก

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้คัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

3.2.2 หน้าจอนิยามกราฟ

หน้าจอของโปรแกรมในหน้านิยามกราฟจะบอกถึงทฤษฎีเบื้องต้นของวิชาทฤษฎีกราฟ โดยมีปุ่ม



เพื่อกลับมาสู่หน้าที่ผ่านมา

ทฤษฎีกราฟ

ในเชิงคณิตศาสตร์นิยาม "กราฟ" ดังนี้-

บทนิยาม 1 กราฟ G ประกอบด้วย เซตจำกัด 2 เซต คือ

1. เซตที่ไม่เป็นเซตว่างของจุดยอด (Vertex) แทนด้วยสัญลักษณ์ $V(G)$
2. เซตของเส้นเชื่อม (Edge) ที่เชื่อมระหว่างจุดยอด แทนด้วยสัญลักษณ์ $E(G)$

ข้อสังเกต $V(G) \neq \emptyset$ แต่ $E(G)$ อาจเป็นเซตว่างได้

ตัวอย่างที่ 1 กำหนดกราฟ G ดังรูป

รูปที่ 2.1 แสดงจุดยอดและเส้นเชื่อม ของกราฟ G

จากกราฟ G ที่กำหนดให้ จะได้ว่า

$$V(G) = \{A, B, C, D\}$$

$$E(G) = \{e_1, e_2, e_3, e_4\}$$

รูปที่ 3.3 รูปหน้าจอนิยามกราฟ

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

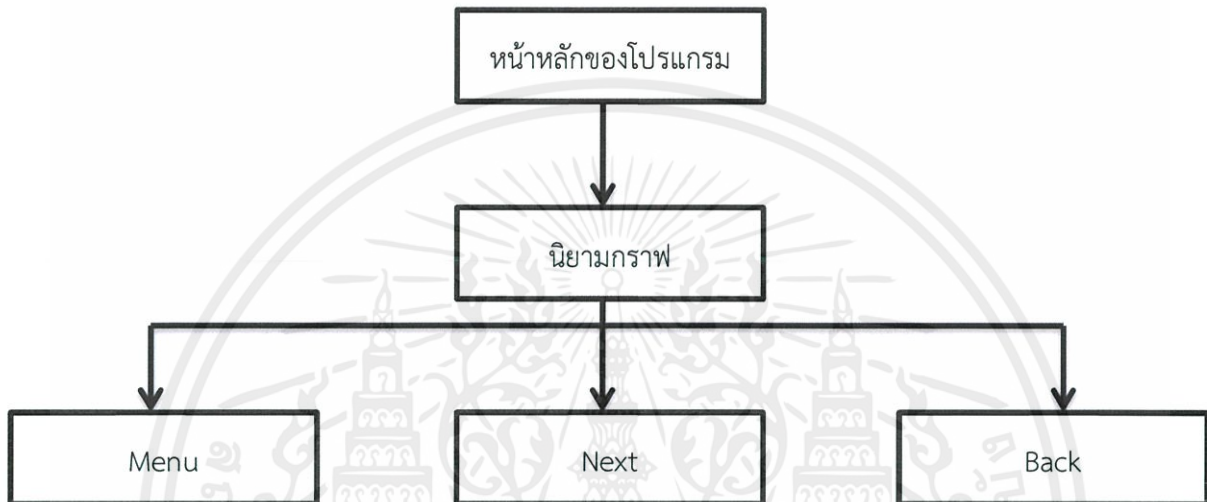
แผนภาพการทำงานของหน้าจอนิยามกราฟของโปรแกรม มีขั้นตอนดังนี้

จากหน้าหลักเมื่อกดปุ่ม

นิยามกราฟ

จะเข้าสู่หน้านิยามเบื้องต้นของกราฟ โดย

แผนภาพแสดงการทำงานของหน้าจอนิยามกราฟ มีขั้นตอนดังนี้



รูปที่ 3.4 แผนภาพแสดงการทำงานของหน้าจอนิยามกราฟ

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

3.2.3 หน้าจอกราฟออยเลอร์

หน้าจอของโปรแกรมในหน้านิยามกราฟจะบอกถึงทฤษฎีเบื้องต้นของวิชาทฤษฎีกราฟเรื่องกราฟ

ออยเลอร์ โดยมีปุ่ม

Menu

เพื่อให้กลับสู่หน้าจอหลัก ปุ่ม

Next

เพื่อเลื่อนไปหน้าถัดไป

และปุ่ม

Back

เพื่อกลับมาสู่หน้าที่ผ่านมา

กราฟออยเลอร์

ให้ G เป็นกราฟเชื่อมโยง จะได้ว่า G เป็นกราฟออยเลอร์ ก็ต่อเมื่อ กราฟที่มีรอยเดินครบทุกเส้นเชื่อม แต่ต้องใช้เส้นเชื่อมไม่ซ้ำกัน สามารถใช้จุดยอดซ้ำได้ มี 2 แบบ ดังนี้

1. รอยเดินออยเลอร์ (Euler trail) คือ รอยเดินซึ่งผ่านจุดยอดทุกจุด สามารถซ้ำจุดยอดได้และต้องใช้เส้นเชื่อมทุกเส้นของกราฟ

ทฤษฎีบทต่อไปนี้ให้เงื่อนไขของกราฟที่กำหนดเป็นรอยเดินออยเลอร์ (Euler trail)

ทฤษฎีบท 3 ให้ G เป็นกราฟเชื่อมโยง จะได้ว่า G เป็นกราฟที่มีรอยเดินออยเลอร์ ก็ต่อเมื่อ G มีจุดยอดที่มีดีกรีเป็นจำนวนคี่ไม่เกิน 2 จุด ยิ่งไปกว่านั้นจุดยอดที่เป็นจำนวนคี่เหล่านั้นจะเป็นจุดเริ่มต้นและจุดปลายของรอยเดินออยเลอร์

ตัวอย่าง กราฟต่อไปนี้ เป็นรอยเดินออยเลอร์ (Euler trail)

รูปที่ 2.22 รอยเดินออยเลอร์ (Euler trail)

จากรูป เราจะเดินจากจุดยอด $A \rightarrow B \rightarrow C \rightarrow D \rightarrow A \rightarrow C$

สังเกตได้ว่าเราเดินเริ่มต้นจากจุด A จบที่จุด C โดยที่เราเดินครบทุกเส้น เพราะฉะนั้น กราฟนี้เป็นรอยเดินออยเลอร์ (Euler trail)

Menu Next

รูปที่ 3.5 หน้าจอกราฟออยเลอร์

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

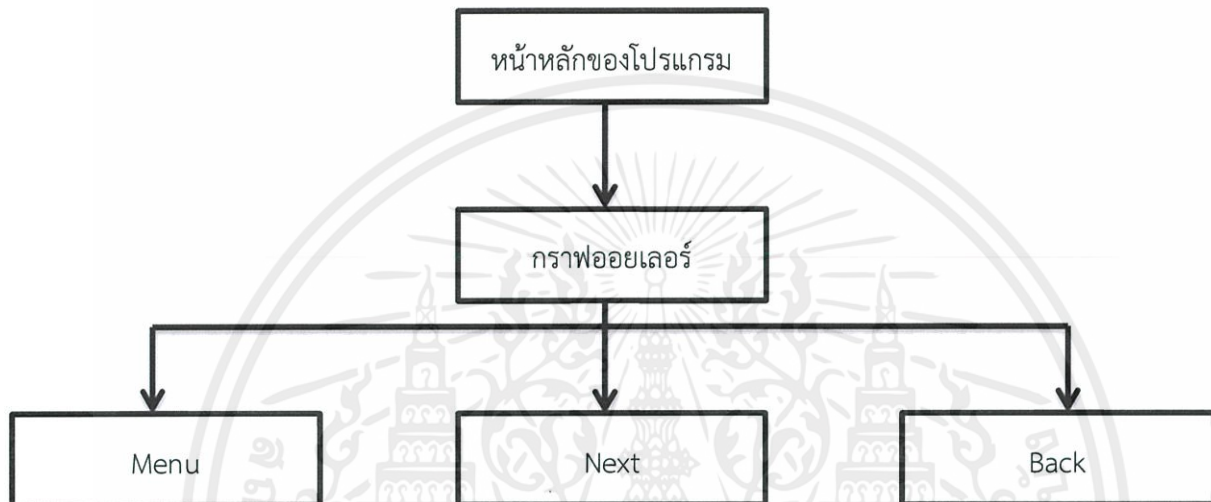
แผนภาพการทำงานของหน้าจอกกราฟออยเลอร์ของโปรแกรม มีขั้นตอนดังนี้

จากหน้าหลักเมื่อกดปุ่ม

กราฟออยเลอร์

จะเข้าสู่หน้าทฤษฎีกราฟออยเลอร์ โดย

แผนภาพแสดงการทำงานของหน้าจอกกราฟออยเลอร์ มีขั้นตอนดังนี้



รูปที่ 3.6 แผนภาพแสดงการทำงานของหน้าจอกกราฟออยเลอร์

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

3.2.4 หน้าจอกราฟฮามิลตัน

หน้าจอของโปรแกรมในหน้านิยามกราฟจะบอกถึงทฤษฎีเบื้องต้นของวิชาทฤษฎีกราฟเรื่องกราฟ

ฮามิลตัน โดยมีปุ่ม เพื่อให้กลับสู่หน้าจอหลัก ปุ่ม เพื่อเลื่อนไปหน้าถัดไป และปุ่ม เพื่อกลับมาสู่หน้าที่ผ่านมา

กราฟฮามิลตัน

ให้ G เป็นกราฟเชื่อมโยง จะได้ว่า G เป็นกราฟฮามิลตันก็ต่อเมื่อ กราฟที่ใช้จุดยอดไม่ซ้ำกัน เส้นไม่ซ้ำ ไม่จำเป็นต้องครบทุกเส้น และเดินครบทุกจุดมี 2 แบบ ดังนี้

- 1.วิถีแบบฮามิลตัน คือ ทางเดินที่ผ่านจุดยอดทุกจุดเพียงหนึ่งครั้ง
- 2.วัฏจักรฮามิลตัน คือ วงจรที่ผ่านจุดยอดทุกจุดเพียงหนึ่งครั้ง ยกเว้นที่จุดยอดเริ่มต้นที่เป็นจุดปลาย

ชื่อทางเดินนี้เกิดจากการพัฒนาเกมที่มีรูปร่างเป็นทรง 12 หน้า (dodecahedron) ของนักคณิตศาสตร์ชาว Irish ชื่อ William Hamilton

รูปทรง 12 หน้าใน 3 มิติ รูปทรง 12 หน้าใน 2 มิติ

รูปที่ 2.24 รูปทรง 12 หน้าในแบบ 3 มิติ และ 2 มิติ

เราจะพิจารณาเฉพาะกราฟที่ไม่มีวงวน (loop) และเส้นเชื่อมขนาน (multiple edges) เพื่อหากราฟฮามิลตัน

รูปที่ 3.7 รูปหน้าจอกราฟฮามิลตัน

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้拿去ไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

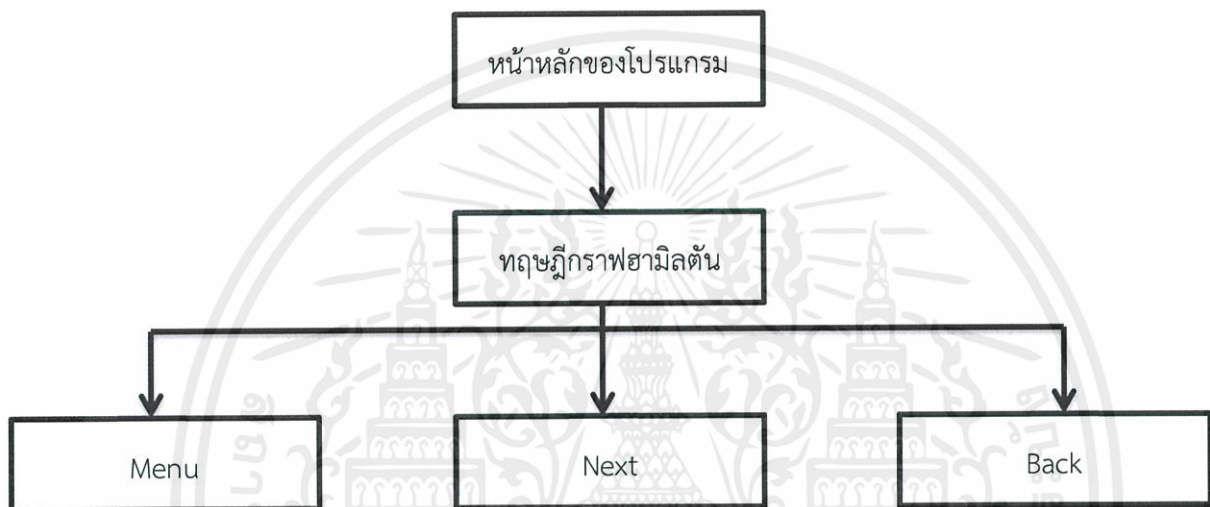
แผนภาพการทำงานของหน้าจอกกราฟฮามิลตันของโปรแกรม มีขั้นตอนดังนี้

จากหน้าหลักเมื่อกดปุ่ม

กราฟฮามิลตัน

จะเข้าสู่หน้าทฤษฎีกราฟฮามิลตัน

โดยแผนภาพแสดงการทำงานของหน้าจอกกราฟฮามิลตัน มีขั้นตอนดังนี้

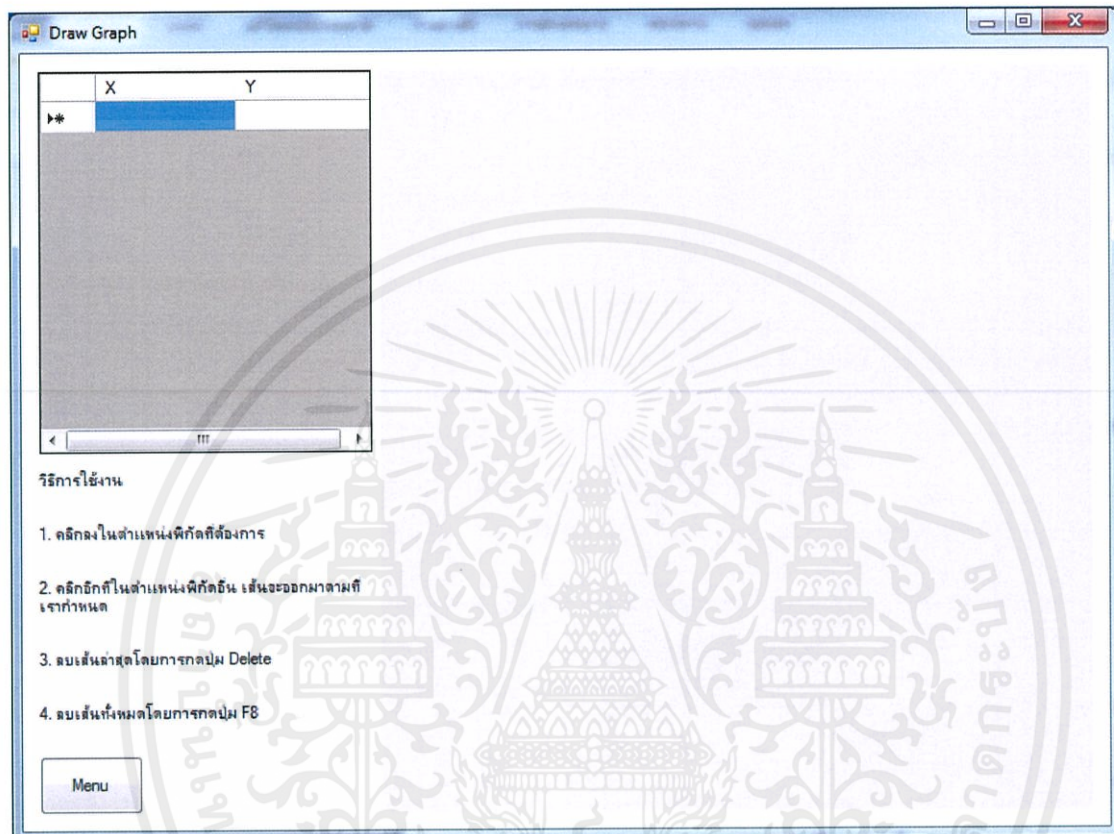


รูปที่ 3.8 แผนภาพแสดงการทำงานของหน้าจอกกราฟฮามิลตัน

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

3.2.5 หน้าจอทดลองสร้างกราฟ

ในหน้าจอทดลองสร้างกราฟจะให้ผู้ใช้ได้ลองสร้างกราฟเพื่อสะดวกในการตรวจสอบว่ากราฟที่วาดนั้นเป็นกราฟชนิดใด



รูปที่ 3.9 รูปหน้าจอทดลองสร้างกราฟ

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

แผนภาพการทำงานของหน้าจอตกลงสร้างกราฟของโปรแกรม มีขั้นตอนดังนี้

จากหน้าหลักเมื่อกดปุ่ม

ตกลงสร้างกราฟ

จะเข้าสู่หน้าตกลงสร้างกราฟ โดย

แผนภาพแสดงการทำงาน มีขั้นตอนดังนี้

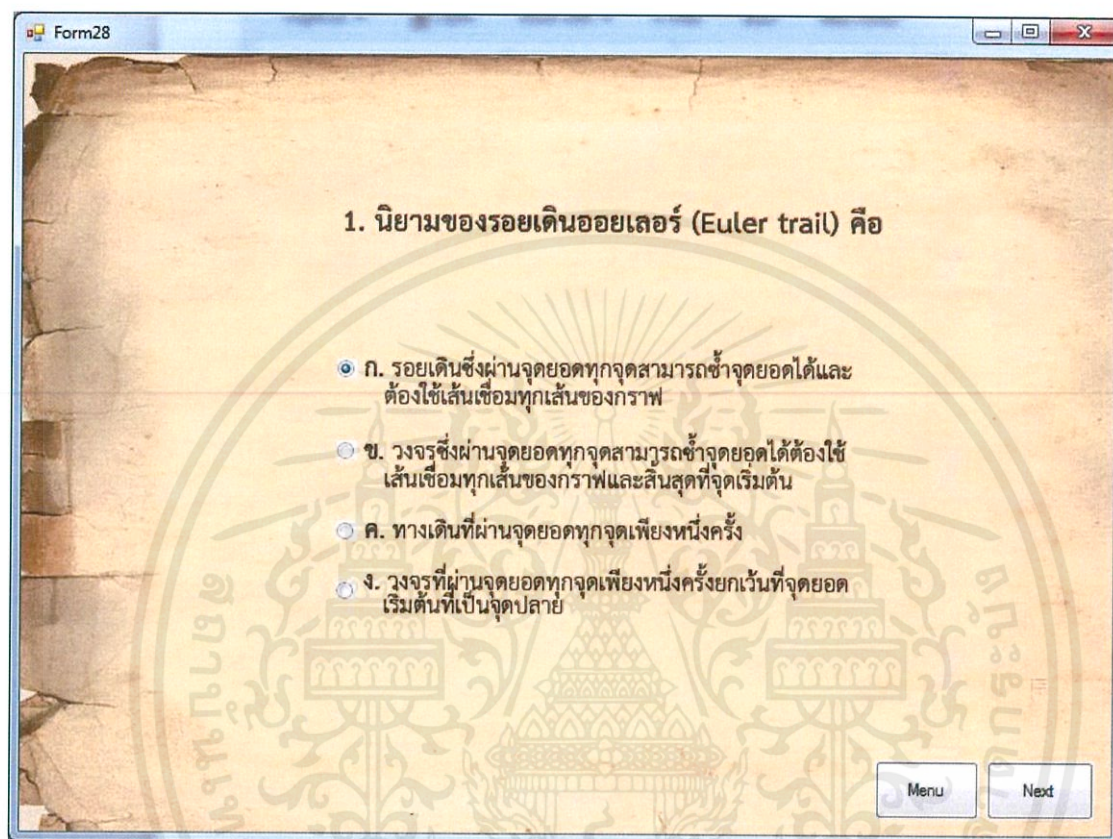


รูปที่ 3.10 แผนภาพแสดงการทำงานของหน้าจอตกลงวาดกราฟ

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

3.2.6 หน้าจอแบบทดสอบ

ในหน้าจอแบบทดสอบจะให้ผู้ใช้ได้ทดสอบความรู้ความเข้าใจในเรื่องของกราฟออยเลอร์และกราฟฮามิลตัน โดยจะให้ตอบคำถามแบบปรนัย

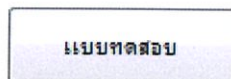


รูปที่ 3.11 รูปหน้าจอแบบทดสอบ

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

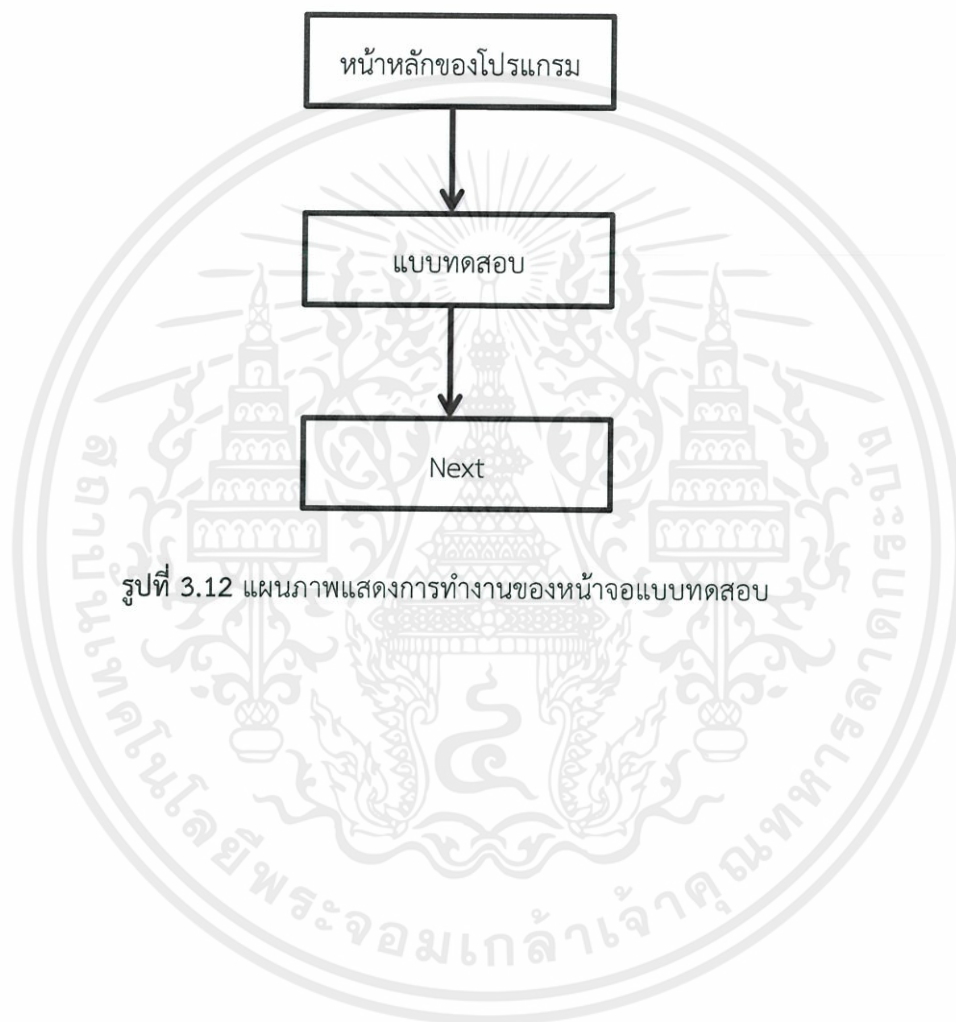
แผนภาพการทำงานของหน้าจอบทสอบของโปรแกรม มีขั้นตอนดังนี้

จากหน้าหลักเมื่อกดปุ่ม



จะเข้าสู่หน้าแบบทดสอบ

โดยแผนภาพแสดงการทำงาน มีขั้นตอนดังนี้

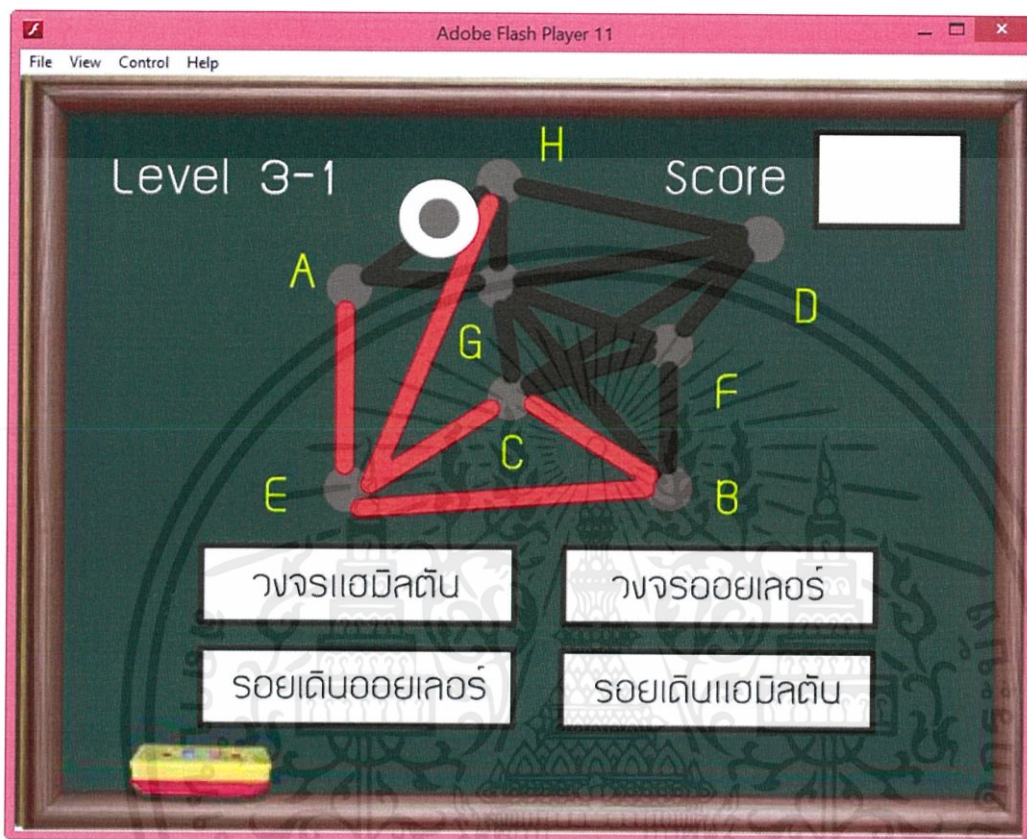


รูปที่ 3.12 แผนภาพแสดงการทำงานของหน้าจอบทสอบ

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

3.2.7 หน้าจอของเกมส์

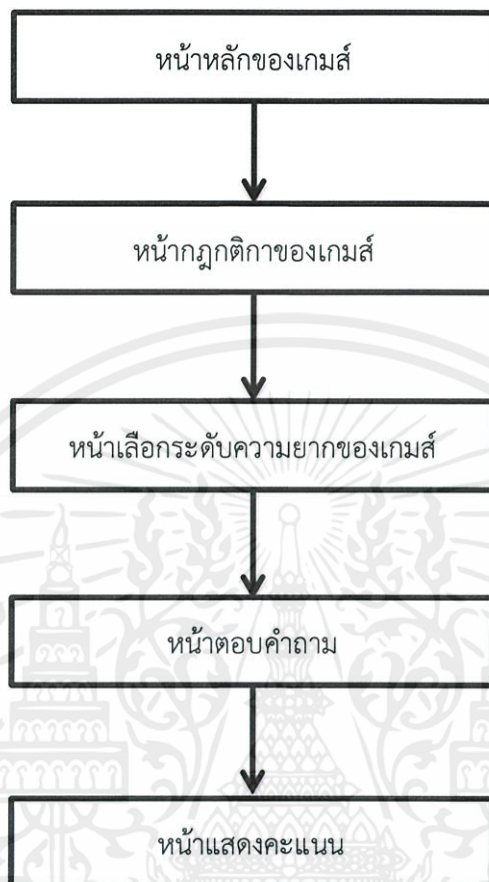
ในหน้าจอของเกมส์จะให้ผู้ใช้ได้ลองเล่นเกมส์โดยจะมีจุดวิ่งตามเส้นต่างๆแล้วให้ผู้ใช้คลิกตอบว่าจุดที่วิ่งนั้นเป็นไปในลักษณะแบบใด



รูปที่ 3.13 รูปหน้าจอของเกมส์

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

แผนภาพการทำงานของเกมส์



รูปที่ 3.14 แผนภาพแสดงการทำงานของเกมส์

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

บทที่ 4

ผลการวิจัยและการอภิปรายผล

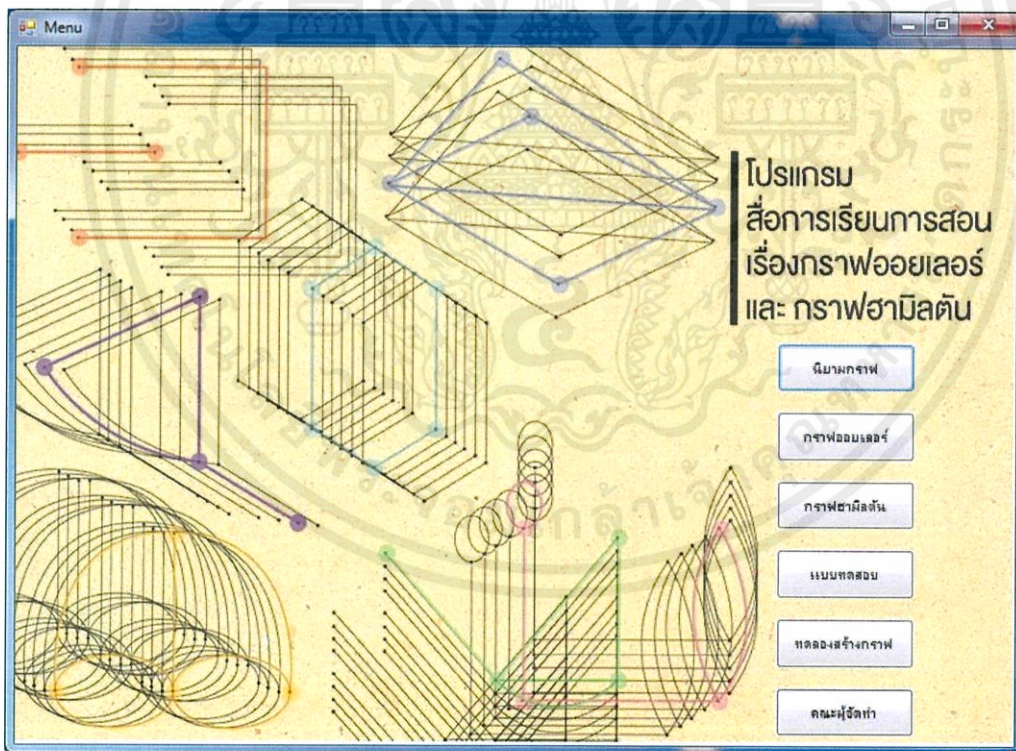
ในบทนี้จะกล่าวถึง ความคืบหน้าและผลที่ได้จากการดำเนินงานปัญหาพิเศษตาม ขั้นตอนการดำเนินงานดังที่กล่าวมา ซึ่งอธิบายถึงการใช้งานและผลการใช้โปรแกรม ดังต่อไปนี้

4.1 ผลที่ได้จากการเขียนโปรแกรม

นำการออกแบบในบทที่ 3 มาเขียนเป็นโปรแกรมด้วยภาษา VB โดยโปรแกรมที่ชื่อว่า VISUAL STUDIO 2010 ให้เป็นโปรแกรมสื่อการเรียนการสอน และใช้โปรแกรม ADOBE FLASH PLAYER มาทำเป็นรูปแบบของเกมเพื่อเพิ่มความรู้อย่างเข้าใจให้มากยิ่งขึ้น

4.1.1 หน้าจอหลักของโปรแกรม

สำหรับหน้านี้จะแสดงผลหน้าจอหลักของโปรแกรมสื่อการเรียนการสอนเรื่อง กราฟออยเลอร์และกราฟฮามิลตัน ซึ่งผู้ใช้จะต้องเลือกว่าต้องการที่จะเข้าไปหน้าใด

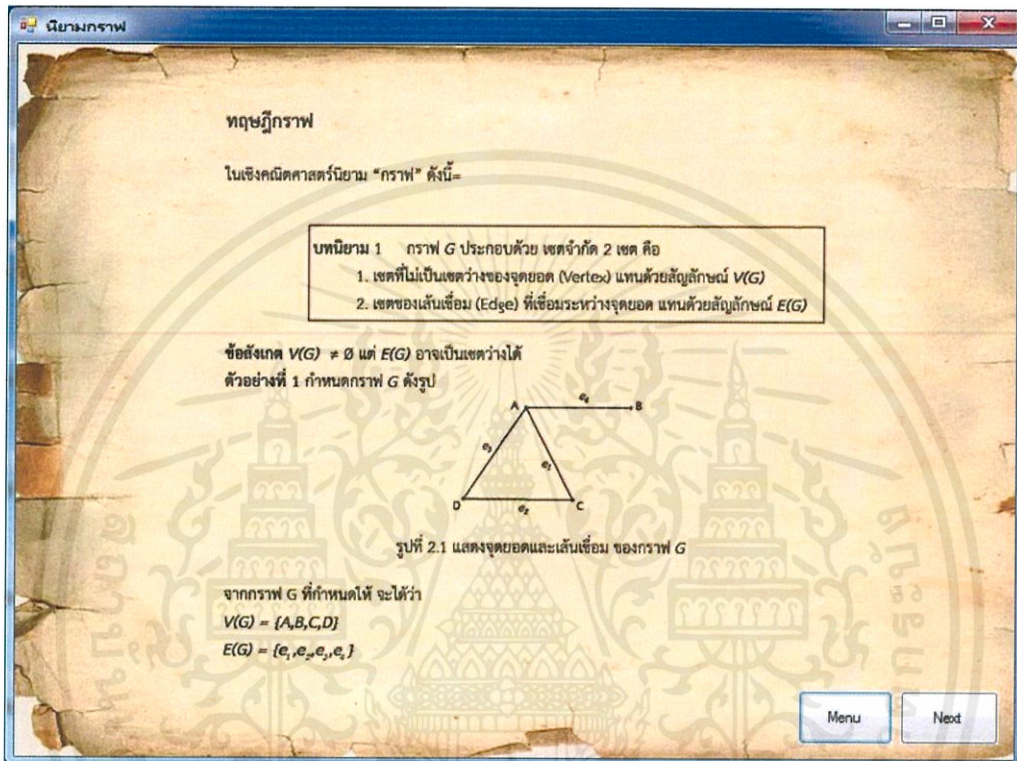


รูปที่ 4.1 รูปหน้าจอหลักของโปรแกรม

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้拿去ใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

4.1.2 หน้าจอนิยามกราฟ

สำหรับหน้านี้จะหน้านิยามกราฟ โดยจะกล่าวถึงนิยามกราฟเบื้องต้น โดยที่หากกดปุ่ม “ Next ” จะเป็นการไปหน้าถัดไป ปุ่ม “ Back ” จะย้อนกลับมาที่หน้าเดิม และปุ่ม “ Menu ” จะกลับไปสู่นำหน้าหลัก



รูปที่ 4.2 รูปหน้าจอนิยามกราฟหน้าที่ 1

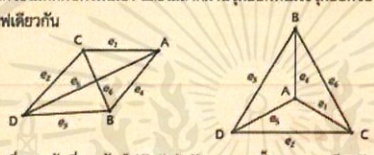
เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

นิยามกราฟ

บทนิยาม 2 จุดยอด u และจุดยอด v ของกราฟ เป็นจุดยอดประชิด (Adjacent Vertices) ก็ต่อเมื่อมีเส้นเชื่อมระหว่างจุดทั้งสอง และเราเรียกจุดยอด u และ v ว่า จุดปลาย (End Point) ของเส้นเชื่อมนั้น เส้นเชื่อม e ของกราฟ เกิดกับ (Incident) จุดยอด u ถ้าจุดยอด u เป็นจุดปลายจุดหนึ่งของเส้นเชื่อม

ตัวอย่างที่ 2 จากกราฟของตัวอย่างที่ 1 จะเห็นว่า
 จุดยอด A และจุดยอด B เป็นจุดยอดประชิด
 จุดยอด A และจุดยอด C เป็นจุดยอดประชิด
 จุดยอด B และจุดยอด C เป็นจุดยอดประชิด
 จุดยอด C และจุดยอด D เป็นจุดยอดประชิด
 แต่ จุดยอด A และจุดยอด D ไม่เป็นจุดยอดประชิด
 จุดยอด B และจุดยอด D ไม่เป็นจุดยอดประชิด

หมายเหตุ
 1. ในการเขียนแผนภาพของกราฟนั้น จะกำหนดตำแหน่งของจุดยอด ณ ตำแหน่งใดก็ได้ และจะลากเส้นเชื่อมของกราฟเป็นเส้นตรงหรือเส้นโค้งมีความยาวเป็นเท่าใดก็ได้ โดยที่เส้นที่ลากจะไม่ตัดกับตัวมันเอง และไม่ลากผ่านจุดยอดที่ไม่ใช่จุดยอดของเส้นนั้น เช่น กราฟต่อไปนี้จะถือว่าเป็นกราฟเดียวกัน




รูปที่ 2.2 เส้นที่ลากต้องไม่ตัดกับตัวมันเองกราฟทั้งสองกราฟเดียวกัน

Back Next

รูปที่ 4.3 รูปหน้าจอนิยามกราฟหน้าที่ 2

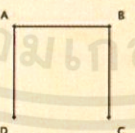
นิยามกราฟ

2. เส้นเชื่อมสองเส้นของกราฟ อาจลากตัดกันก็ได้ โดยที่จุดตัดของเส้นทั้งสองไม่ถือว่าเป็นจุดยอดของกราฟ เช่น กราฟ



รูปที่ 2.3 กราฟที่เส้นตัดกันได้ จะไม่เรียกจุดตัดว่าเป็นจุดยอดของกราฟ

สามารถเขียนใหม่โดยไม่มีเส้นเชื่อมตัดกันได้ดังนี้



รูปที่ 2.4 ภาพกราฟที่เขียนใหม่โดยไม่มีเส้นเชื่อมตัดกัน

Back Next

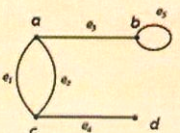
รูปที่ 4.4 รูปหน้าจอนิยามกราฟหน้าที่ 3

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

นิยามกราฟ

บทนิยาม 3 เส้นเชื่อมตั้งแต่ 2 เส้นที่เชื่อมระหว่างจุดยอดคู่เดียวกัน เรียกว่า เส้นเชื่อมขนาน (Multiple Edges) เส้นเชื่อมที่เชื่อมจุดยอดเพียงจุดเดียว เรียกว่า วงวน (Loop)

ตัวอย่าง



รูปที่ 2.5 กราฟแสดงจุดยอดคู่และเส้นเชื่อมขนาน

จากรูปข้างต้นจะเห็นว่า e_1 และ e_2 เป็นเส้นเชื่อมขนาน เส้นเชื่อม e_3 เป็นวงวน
 ในกรณีที่กราฟไม่มีเส้นเชื่อมขนาน สามารถใช้สัญกรณ์ ab เพื่อแทนเส้นเชื่อมระหว่างจุดยอด a และ b ได้
 เช่น กราฟในตัวอย่างที่ 1 สามารถเขียนเซตของเส้นเชื่อม $E(G)$ ได้ใหม่เป็น
 $E(G) = \{ab, bc, ac, cd\}$

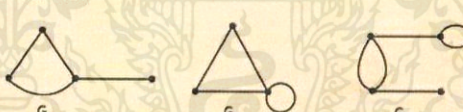
Back Next

รูปที่ 4.5 รูปหน้าจอนิยามกราฟหน้าที่ 4

นิยามกราฟ

บทนิยาม 4 เราเรียกกราฟที่ไม่มีเส้นเชื่อมขนาน และไม่มีวงวนว่า กราฟเชิงเดียว (Simple Graph)

ตัวอย่างที่ 3 ทริแองกิลกราฟ



รูปที่ 2.6 ภาพกราฟ G_1, G_2, G_3

จะเห็นว่า กราฟ G_1 เป็นกราฟที่ไม่มีวงวน กราฟ G_2 เป็นกราฟที่มีวงวน และกราฟ G_3 เป็นกราฟที่มีวงวนและเส้นเชื่อมขนาน ดังนั้นกราฟ G_1 เป็นกราฟเชิงเดียว เพราะไม่มีเส้นเชื่อมขนานและไม่มีวงวน
 แต่กราฟ G_2 และ G_3 ไม่เป็นกราฟเชิงเดียวเพราะมีเส้นเชื่อมขนาน และมีวงวน

กราฟเดียวกันและกราฟถอดแบบกัน
 เราได้ทราบแล้วว่าในการเขียนกราฟ G จะกำหนดตำแหน่งของจุดยอด v ตำแหน่งใดก็ได้
 จึงทำให้กราฟเดียวกันนั้นมีรูปที่แตกต่างกันได้

บทนิยาม 5 เรากล่าวว่า กราฟ G และกราฟ H เป็นกราฟเดียวกัน (Identical) ก็ต่อเมื่อ
 $V(G) = V(H)$ และ $E(G) = E(H)$

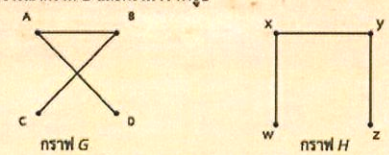
Back Next

รูปที่ 4.6 รูปหน้าจอนิยามกราฟหน้าที่ 5

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่นิพนธ์ให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
 ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

นิยามกราฟ

ตัวอย่างที่ 4 พิจารณากราฟ G และกราฟ H ดังรูป



กราฟ G กราฟ H

รูปที่ 2.7 ภาพกราฟ G และ กราฟ H

จะเห็นว่า
 $V(G) = \{A, B, C, D\}$, $V(H) = \{W, X, Y, Z\}$
 $E(G) = \{AC, BC, BD\}$, $E(H) = \{WX, XY, YZ\}$
 ดังนั้น เราจะกล่าวว่า กราฟ G และกราฟ H เป็นกราฟเดียวกัน

บทนิยาม 6 กราฟสองแบบกัน (isomorphism) จากกราฟ G ไปยังกราฟ H จะหมายถึงฟังก์ชัน $\theta: V(G) \rightarrow V(H)$ โดยที่ θ คุณสมบัติ 2 ข้อคือ

1. θ เป็นฟังก์ชันหนึ่งต่อหนึ่ง (one-to-one) จาก $V(G)$ ทั่วถึง (onto) $V(H)$
2. จุด u และ v จะประชิดกันใน G ก็ต่อเมื่อจุด $\theta(u)$ และ $\theta(v)$ ประชิดกันใน H หรือกล่าวอีกอย่างหนึ่งว่า ถ้า $u, v \in V(G)$ แล้ว
 $u, v \in E(G) \iff \theta(u), \theta(v) \in E(H)$

บทนิยาม 7 ฟังก์ชันหนึ่งต่อหนึ่งให้ f เป็นฟังก์ชันที่โดเมนเป็นเซต A ฟังก์ชัน f เป็นฟังก์ชันหนึ่งต่อหนึ่งก็ต่อเมื่อสำหรับทุก a และ b ใน A ถ้า $f(a) = f(b)$ แล้ว $a = b$ กล่าวคือ $f(a) = f(b)$ แปลว่า $a = b$ ในทางกลับกัน ถ้า $a \neq b$ แล้ว $f(a) \neq f(b)$

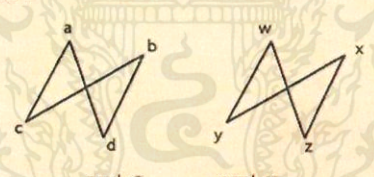
บทนิยาม 7 กราฟ G จะถอดแบบ (isomorphic) กับกราฟ H (ใช้สัญลักษณ์แทน $G \cong H$) ก็ต่อเมื่อมีไอโซมอร์ฟิซึมจาก G ไปยัง H

Back Next

รูปที่ 4.7 รูปหน้าจอนิยามกราฟหน้าที่ 6

นิยามกราฟ

ตัวอย่างที่ 5 พิจารณากราฟ



กราฟ G กราฟ H

รูปที่ 2.8 ภาพกราฟ G และ กราฟ H

ถ้าให้ $\theta: V(G) \rightarrow V(H)$ โดยที่
 $\theta(a) = w, \theta(b) = x, \theta(c) = y, \theta(d) = z$
 จะได้ว่า เป็นฟังก์ชันหนึ่งต่อหนึ่งจาก $V(G)$ ไปบน $V(H)$ และ

$ad \in E(G) \iff \theta(a)\theta(d) = wz \in E(H)$
 $ac \in E(G) \iff \theta(a)\theta(c) = wy \in E(H)$
 $bc \in E(G) \iff \theta(b)\theta(c) = xy \in E(H)$
 $bd \in E(G) \iff \theta(b)\theta(d) = xz \in E(H)$

ดังนั้น θ จะเป็นไอโซมอร์ฟิซึมจาก G ไปยัง H
 นั่นก็คือ $G \cong H$

Back Next

รูปที่ 4.8 รูปหน้าจอนิยามกราฟหน้าที่ 7

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับใช้ภายในเท่านั้น มิอนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
 ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

นิยามกราฟ

ดีกรีของจุดยอด

บทนิยาม 8 ดีกรี (Degree) ของจุดยอด v ในกราฟ คือ จำนวนครั้งทั้งหมดที่เส้นเชื่อมเกิดกับจุดยอด v

พิจารณากราฟต่อไปนี้

รูปที่ 2.9

จุดยอด	จำนวนครั้งทั้งหมดที่เส้นเชื่อมเกิดกับจุดยอด
a	2
b	4
c	4
d	2

ตารางที่ 1.1 ตารางแสดงจำนวนจุดยอด

จะเห็นว่า เส้นเชื่อมที่เกิดกับจุดยอด a ได้แก่ เส้นเชื่อม ab และ ac ดังนั้น จำนวนครั้งทั้งหมดที่เส้นเชื่อมเกิดกับจุดยอด a คือ 2 สำหรับจุดยอด b มีเส้นเชื่อมที่เกิดกับจุดยอด b ได้แก่ เส้นเชื่อม ba , bc และ bb เป็นวงวน เกิดกับจุดยอด b กรณีที่มีเส้นเชื่อมเป็นวงวนจะกำหนดให้นับจำนวนเส้นเชื่อมที่เกิดกับจุดยอดนั้นเพิ่มขึ้น โดยให้นับเส้นเชื่อมที่เป็นวงวน 1 วงวน เป็น 2 ดังนั้นจำนวนครั้งทั้งหมดที่เส้นเชื่อมเกิดกับจุดยอด b จึงเป็น 4

รูปที่ 4.9 รูปหน้าจอนิยามกราฟหน้า 8

นิยามกราฟ

ต่อไปจะเรียกจำนวนครั้งทั้งหมดที่เส้นเชื่อมเกิดกับจุดยอดว่า ดีกรี ใช้สัญลักษณ์ $\text{deg } v$ แทนดีกรีของจุดยอด v

ตัวอย่างที่ 6 กำหนดกราฟ ดังรูป

รูปที่ 2.10 ภาพกราฟตัวอย่างที่ 6

จากรูปจะได้ว่า

- $\text{deg } a = 2$ เพราะมีเส้นเชื่อมระหว่างจุด a 2 เส้น
- $\text{deg } b = 1$ เพราะมีเส้นเชื่อมระหว่างจุด b 1 เส้น
- $\text{deg } c = 3$ เพราะมีเส้นเชื่อมระหว่างจุด c 3 เส้น
- $\text{deg } d = 4$ เพราะมีเส้นเชื่อมระหว่างจุด d 4 เส้น

ตัวอย่างที่ 7 กำหนดกราฟ ดังรูป

รูปที่ 2.11 ภาพกราฟตัวอย่างที่ 7

จากรูปจะได้ว่า

- $\text{deg } a = 2$ เพราะมีเส้นเชื่อมระหว่างจุด a 2 เส้น
- $\text{deg } b = 5$ เพราะมีเส้นเชื่อมระหว่างจุด b 5 เส้น
- $\text{deg } c = 5$ เพราะมีเส้นเชื่อมระหว่างจุด c 5 เส้น
- $\text{deg } d = 4$ เพราะมีเส้นเชื่อมระหว่างจุด d 4 เส้น

รูปที่ 4.10 รูปหน้าจอนิยามกราฟหน้า 9

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่นอนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

นิยามกราฟ

สังเกตว่า $\text{deg } a + \text{deg } b + \text{deg } c + \text{deg } d = 16$ และกราฟมีจำนวนเส้นเชื่อมทั้งหมด 8 เส้น ความสัมพันธ์ระหว่างผลรวมของดีกรีของจุดยอดทุกจุดในกราฟกับจำนวนเส้นเชื่อมของกราฟเป็นไปตามทฤษฎีบทต่อไปนี้

ทฤษฎีบท 1
 ให้ $v_1, v_2, v_3, \dots, v_{|V(G)|}$ เป็นจุดยอดทั้งหมดในกราฟ G จะได้ว่า

$$\sum_{i=1}^{|V(G)|} \text{deg } v_i = 2|E(G)|$$

 โดยที่ $|V(G)|$ คือ จำนวนจุดของกราฟ G
 $|E(G)|$ คือ จำนวนเส้นของกราฟ G
 นั่นคือ ผลรวมของดีกรีของจุดยอดทุกจุดในกราฟเท่ากับสองเท่าของจำนวนเส้นเชื่อมในกราฟ

พิสูจน์
 เนื่องจากเส้นเชื่อมแต่ละเส้นในกราฟเกิดกับจุดยอดเป็นจำนวน 2 ครั้ง ดังนั้นเส้นเชื่อมแต่ละเส้นจะถูกนับ 2 ครั้ง ในผลรวมของดีกรีของจุดยอดทุกจุด นั่นคือผลรวมของดีกรีของจุดยอดทุกจุดในกราฟเท่ากับสองเท่าของจำนวนเส้นเชื่อมในกราฟ

ข้อสังเกต
 ผลรวมของดีกรีของจุดยอดทุกจุดในกราฟเป็นจำนวนคู่เสมอ

ตัวอย่างที่ 8 จงหาจำนวนเส้นเชื่อมของกราฟ โดยมีจุดยอด 4 จุด มีผลรวมดีกรีเท่ากับ 10
 วิธีทำ จากสูตร $\sum_{i=1}^{|V(G)|} \text{deg } v_i = 2|E(G)|$
 จะได้ $10 = 2|E(G)|$
 $|E(G)| = \frac{10}{2}$
 ดังนั้น $|E(G)| = 5$

นำมาแสดงเป็นกราฟได้ดังนี้

Back Next

รูปที่ 4.11 รูปหน้าจอนิยามกราฟหน้าที่ 10

นิยามกราฟ

บทนิยาม 9
 จุดยอดที่มีดีกรีเป็นจำนวนคู่ เรียกว่า จุดยอดคู่ (Even Vertex)
 จุดยอดที่มีดีกรีเป็นจำนวนคี่ เรียกว่า จุดยอดคี่ (Odd Vertex)

ตัวอย่างที่ 11 กำหนดกราฟ ดังรูป

รูปที่ 2.12 ภาพกราฟตัวอย่างที่ 11

จากรูปจะได้ว่า $\text{deg } a = 2$ เพราะมีเส้นเชื่อมระหว่างจุด a 2 เส้น
 $\text{deg } b = 3$ เพราะมีเส้นเชื่อมระหว่างจุด b 3 เส้น
 $\text{deg } c = 0$ เพราะไม่มีเส้นเชื่อมระหว่างจุด c
 $\text{deg } d = 3$ เพราะมีเส้นเชื่อมระหว่างจุด d 3 เส้น
 $\text{deg } e = 2$ เพราะมีเส้นเชื่อมระหว่างจุด e 2 เส้น

ดังนั้น จุดยอด a, c และ e เป็นจุดยอดคู่
 จุดยอด b และ d เป็นจุดยอดคี่

Back Next

รูปที่ 4.12 รูปหน้าจอนิยามกราฟหน้าที่ 11

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษเท่านั้น ไม่นอนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
 ไม่ว่าจะกรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

นิยามกราฟ

ทฤษฎีบท 2 ทุกกราฟจะมีจุดยอดที่เป็นจำนวนคู่

พิสูจน์ ให้ G เป็นกราฟ
 ถ้า G ไม่มีจุดยอดคี่ นั่นคือ G มีจำนวนจุดยอดที่เป็นคู่ ซึ่งได้ว่า
 G มีจำนวนจุดยอดที่เป็นจำนวนคู่
 ต่อไปสมมติว่า กราฟ G มีจุดยอดคี่ k จุด คือ $v_1, v_2, v_3, \dots, v_k$
 และมีจุดยอดคู่ n จุด คือ $u_1, u_2, u_3, \dots, u_n$ จากทฤษฎีบท 1 จะได้ว่า
 $(deg v_1 + deg v_2 + \dots + deg v_k) + (deg u_1 + deg u_2 + \dots + deg u_n) = 2q$
 เมื่อ q คือ จำนวนเส้นเชื่อมของ G
 ดังนั้น $(deg v_1 + deg v_2 + \dots + deg v_k) = 2q - (deg u_1 + deg u_2 + \dots + deg u_n)$
 เนื่องจาก $deg u_1 + deg u_2 + \dots + deg u_n$ ต่างก็เป็นจำนวนคู่
 ดังนั้น $2q - (deg u_1 + deg u_2 + \dots + deg u_n)$ เป็นจำนวนคู่
 นั่นคือ $deg v_1 + deg v_2 + \dots + deg v_k$ เป็นจำนวนคู่
 แต่เนื่องจาก $deg v_1 + deg v_2 + \dots + deg v_k$ เป็นจำนวนคี่
 เพราะฉะนั้น k จะต้องเป็นจำนวนคี่ จึงจะทำให้ $deg v_1 + deg v_2 + \dots + deg v_k$
 เป็นจำนวนคู่ สรุปได้ว่า กราฟ G มีจุดยอดที่เป็นจำนวนคู่

ตัวอย่างที่ 12 จงพิจารณาว่า เป็นไปได้หรือไม่ว่า จะมีกราฟที่มีจุดยอด 4 จุด และดีกรีของจุดยอด
 คือ 1, 1, 2 และ 3 ตามลำดับ

วิธีทำ สมมติว่า มีดีกรีที่มีจุดยอด 4 จุด และดีกรีของจุดยอดเท่ากับ 1, 1, 2 และ 3
 ดังนั้น ผลรวมของดีกรีของจุดยอดทุกจุด คือ $1 + 1 + 2 + 3 = 7$

Back Next

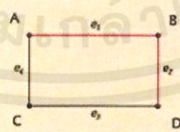
รูปที่ 4.13 รูปหน้าจอนิยามกราฟหน้าที่ 12

นิยามกราฟ

ตัวอย่างที่ 13 จงหาจำนวนจุดยอดของกราฟที่มีเส้นเชื่อม 15 เส้น และมีจุดยอด 3 จุด ที่มี
 ดีกรี 4 ส่วนจุดยอดที่เหลือมีดีกรี 3

วิธีทำ ให้ n เป็นจำนวนจุดยอดที่มีดีกรี 3
 ผลรวมของดีกรีของจุดยอดทุกจุดในกราฟ คือ $(3X) + 3n$
 จากทฤษฎีบท 1 ผลรวมของดีกรีของจุดยอดทุกจุดในกราฟเท่ากับสองเท่าของจำนวนเส้นเชื่อมในกราฟ
 ดังนั้น $(3X) + 3 = 2(15)$
 เพราะฉะนั้น $n = 6$
 ดังนั้น จำนวนจุดยอดทั้งหมดของกราฟ คือ $3 + 6 = 9$ จุด

แนวเดินและกราฟเชื่อมโยง
 สมมติว่า แคนฝั่งของเมืองหนึ่งแทนด้วยกราฟที่จัดรูป โดยให้จุดยอดแทนอำเภอ
 และเส้นเชื่อมแทนถนนที่เชื่อมระหว่างอำเภอสองอำเภอ



รูปที่ 2.13 ภาพแผนผังของเมือง

ในการเดินทางจากอำเภอ A ไปยังอำเภอ D มีเส้นทางการเดินทางหลายเส้นทาง
 เส้นทางต่างๆ จะแทนด้วยลำดับของจุดยอดและเส้นเชื่อม ดังนี้ เส้นทาง A, e_1 , B, e_2 , D

Back Next

รูปที่ 4.14 รูปหน้าจอนิยามกราฟหน้าที่ 13

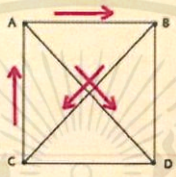
เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไมออนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
 ไม่ว่าจะกรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

นิยามกราฟ

บทนิยาม 10 ให้อันดับ x และ y เป็นจุดยอดของกราฟ
 แนวเดิน $x - y$ ($x - y$ walk) คือ ลำดับจำกัดของจุดยอดและเส้นเชื่อมสลับกัน
 $x = u_0, e_1, u_1, e_2, u_2, \dots, u_{n-1}, e_n, u_n = y$
 โดยเริ่มต้นที่จุดยอด x และสิ้นสุดที่จุดยอด y และแต่ละเส้นเชื่อม e_i
 จะเกิดกับจุดยอด u_{i-1} และ u_i เมื่อ $i \in \{1, 2, \dots, n\}$

บทนิยาม 11 รอยเดิน (trail) คือ แนวเดินในกราฟที่เส้นเชื่อมทั้งหมดแตกต่างกัน
 วิถี (path) แนวเดินในกราฟที่จุดยอดทั้งหมดแตกต่างกัน (path)
 วงจร (circuit) คือ แนวเดินที่เส้นเชื่อมทั้งหมดแตกต่างกัน โดยที่จุดเริ่มต้นและจุด
 สิ้นสุดทายเป็นจุดเดียวกัน
 วัฏจักร (cycle) คือ แนวเดินที่จุดยอดทั้งหมดแตกต่างกันยกเว้นจุดเริ่มต้นและ
 จุดสุดท้ายสามารถเป็นจุดเดียวกันได้

ตัวอย่าง รอยเดิน (trail)



รูปที่ 2.14 ภาพแสดงรอยเดิน (trail)

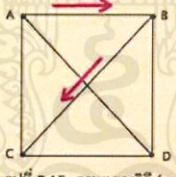
จากจุดยอด $A \rightarrow B \rightarrow C \rightarrow A \rightarrow D$

Back Next

รูปที่ 4.15 รูปหน้าจอนิยามกราฟหน้าที่ 14

นิยามกราฟ

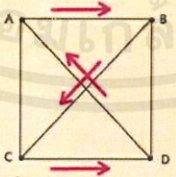
ตัวอย่าง วิถี (path)



รูปที่ 2.15 ภาพแสดงวิถี (path)

จากจุดยอด $A \rightarrow B \rightarrow C$

ตัวอย่าง วงจร (circuit)



รูปที่ 2.16 ภาพแสดงวงจร (circuit)

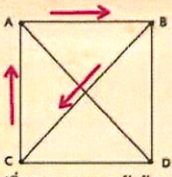
จากจุดยอด $A \rightarrow B \rightarrow C \rightarrow D \rightarrow A$

Back Next

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับใช้ภายในเท่านั้น กรุณาอย่าเผยแพร่ไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
 ไม่ว่าจะกรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

นิยามกราฟ

ตัวอย่าง วัฏจักร (cycle)

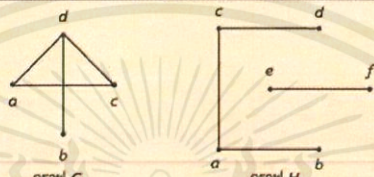


รูปที่ 2.17 ภาพแสดงวัฏจักร (cycle)

จากจุดยอด $A \rightarrow B \rightarrow C \rightarrow A$

บทนิยาม 12 กราฟ G เป็นกราฟเชื่อมโยง (connected graph) ใ้ x และ y เป็นจุดใดๆ ในกราฟ G จะกล่าวว่า x และ y เชื่อมโยงกันได้ (Connect) เมื่อมีวิถี x, y และกล่าวว่ากราฟ G เป็นกราฟเชื่อมโยง (Connected graph) เมื่อจุดสองจุดใดๆ ใน G เชื่อมโยงกัน ส่วนกราฟที่ไม่เป็นกราฟเชื่อมโยงจะเรียกว่า กราฟไม่เชื่อมโยง (Unconnected graph)

ตัวอย่าง



กราฟ G กราฟ H

รูปที่ 2.18 ภาพกราฟเชื่อมโยงและไม่เชื่อมโยง

G เป็นกราฟเชื่อมโยงและกราฟ เพราะทุกจุดเชื่อมต่อกัน
 H เป็นกราฟไม่เชื่อมโยง เพราะจุดของเส้น e และ f ไม่เชื่อมโยงกับ a, b, c และ d

Back Menu

รูปที่ 4.17 รูปหน้าจอนิยามกราฟหน้าที่ 16

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
 ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

4.1.3 หน้าจอกราฟออยเลอร์

สำหรับหน้านี้จะเป็นหน้ากราฟออยเลอร์ โดยจะกล่าวถึงนิยามของกราฟออยเลอร์ โดยที่หากกดปุ่ม “ Next ” จะเป็นการไปหน้าถัดไป ปุ่ม “ Back ” จะย้อนกลับมาที่หน้าเดิม และปุ่ม “ Menu ” จะกลับไปสู่หน้าหลัก

กราฟออยเลอร์

ให้ G เป็นกราฟเชื่อมโยง จะได้ว่า G เป็นกราฟออยเลอร์ ก็ต่อเมื่อกราฟที่มีรอยเดินครบทุกเส้นเชื่อม แต่ต้องใช้เส้นเชื่อมไม่ซ้ำกัน สามารถใช้จุดยอดซ้ำได้ มี 2 แบบ ดังนี้

1. รอยเดินออยเลอร์ (Euler trail) คือ รอยเดินซึ่งผ่านจุดยอดทุกจุด สามารถเข้าจุดยอดได้และต้องใช้เส้นเชื่อมทุกเส้นของกราฟ

ทฤษฎีบทต่อไปนี้ให้เงื่อนไขของกราฟที่กำหนดเป็นรอยเดินออยเลอร์ (Euler trail)

ทฤษฎีบท 3 ให้ G เป็นกราฟเชื่อมโยง จะได้ว่า G เป็นกราฟที่มีรอยเดินออยเลอร์ ก็ต่อเมื่อ G มีจุดยอดที่มีดีกรีเป็นจำนวนคี่ไม่เกิน 2 จุด ยิ่งไปกว่านั้นจุดยอดที่เป็นจำนวนคี่เหล่านั้นจะเป็นจุดเริ่มต้นและจุดปลายของรอยเดินออยเลอร์

ตัวอย่าง กราฟต่อไปนี้เป็นรอยเดินออยเลอร์ (Euler trail)

รูปที่ 2.22 รอยเดินออยเลอร์ (Euler trail)

จากรูป เราจะเดินจากจุดยอด $A \rightarrow B \rightarrow C \rightarrow D \rightarrow A \rightarrow C$ สังเกตได้ว่าเราเดินเริ่มต้นจากจุด A จบที่จุด C โดยที่เราเดินครบทุกเส้น เพราะฉะนั้น กราฟนี้เป็นรอยเดินออยเลอร์ (Euler trail)

Menu Next

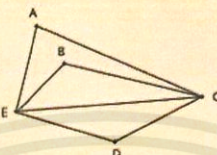
รูปที่ 4.18 หน้าจอกราฟออยเลอร์หน้าที่ 1

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

กราฟฟอยเลอร์

2. วงจรออยเลอร์ (Euler circuit) คือ วงจรซึ่งผ่านจุดยอดทุกจุด สามารถเข้าจุดยอดได้
 ต้องใช้เส้นเชื่อมทุกเส้นของกราฟ และสิ้นสุดที่จุดเริ่มต้น
 ทฤษฎีบทต่อไปนี้จะเงื่อนไขของกราฟที่เป็นวงจรออยเลอร์

ทฤษฎีบท 4 ให้ G เป็นกราฟเชื่อมโยง จะได้ว่า
 G เป็นวงจรออยเลอร์ ก็ต่อเมื่อ จุดยอดทุกจุดของ G มีดีกรีเป็นจำนวนคู่
 กราฟที่มีวงจรออยเลอร์ เรียกว่า กราฟออยเลอร์ (Eulerian graph)



รูปที่ 2.23 ภาพวงจรออยเลอร์ (Euler circuit)

จากรูป เราเดินจากจุดยอด $A \rightarrow B \rightarrow C \rightarrow E \rightarrow D \rightarrow C \rightarrow E \rightarrow A$

สังเกตได้ว่าเราสามารถเดินครบทุกเส้นเชื่อมโดยไม่ซ้ำเส้น
 ครบทุกจุดยอดและจุดเริ่มต้นกับจุดยอดเป็นจุดเดียวกัน
 เพราะฉะนั้น กราฟนี้เป็นวงจรออยเลอร์ (Euler circuit)

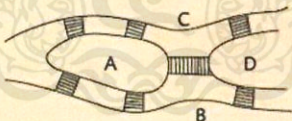
Back Next

รูปที่ 4.19 รูปหน้าจอกกราฟออยเลอร์หน้าที่ 2

กราฟฟอยเลอร์

ตัวอย่าง กราฟออยเลอร์

ปัญหาสะพานคอนิกส์เบิร์ก มีอยู่ว่า เมืองคอนิกส์เบิร์กมีเกาะกลางแม่น้ำพรีเกิล (Prezel)
 จำนวน 2 เกาะ และมีสะพานที่เชื่อมระหว่างเกาะและเมืองดังรูปต่อไปนี้



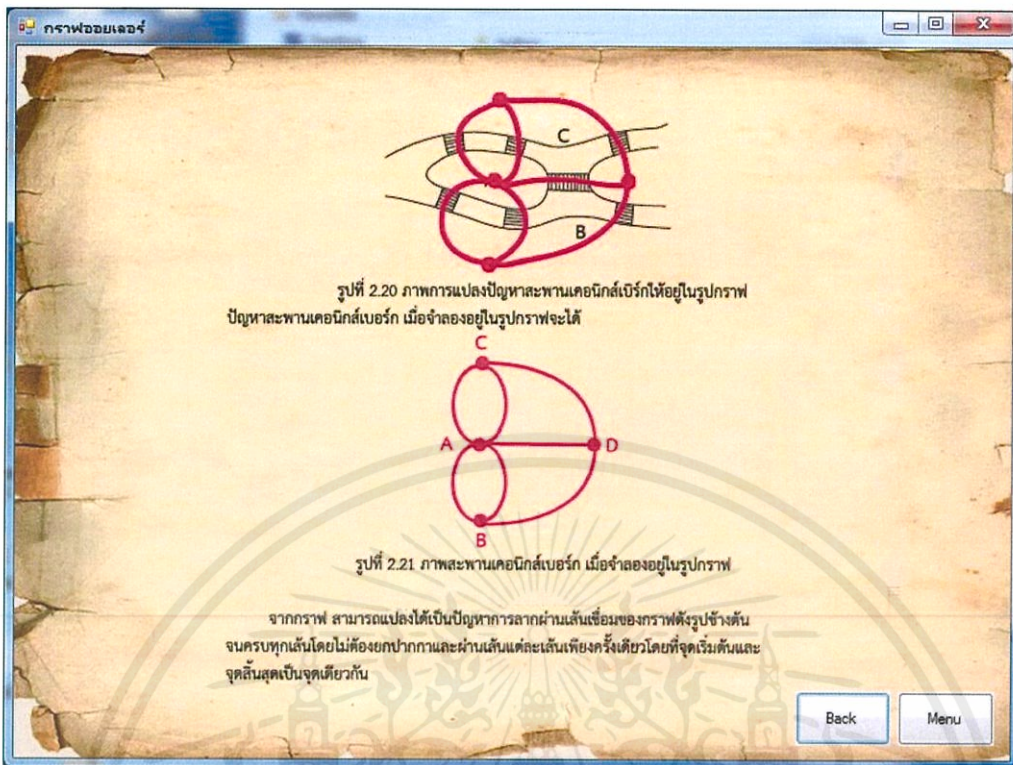
รูปที่ 2.19 ภาพสะพานคอนิกส์เบิร์ก

ชาวเมืองคอนิกส์เบิร์กพยายามหาวิธีเดินข้ามสะพานให้ครบทุกสะพาน
 โดยที่ข้ามสะพานแต่ละสะพานเพียงครั้งเดียวและกลับมายังจุดยอดเริ่มต้น
 เลออนฮาร์ด ออยเลอร์ได้แปลงปัญหานี้ให้อยู่ในรูปกราฟ โดยให้อาณาบริเวณ A, B, C, D
 แทนด้วยจุดยอดของกราฟ และสะพานแต่ละสะพานแทนด้วยเส้นเชื่อมของกราฟ

Back Next

รูปที่ 4.20 รูปหน้าจอกกราฟออยเลอร์หน้าที่ 3

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่นอนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
 ไม่ว่าจะกรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

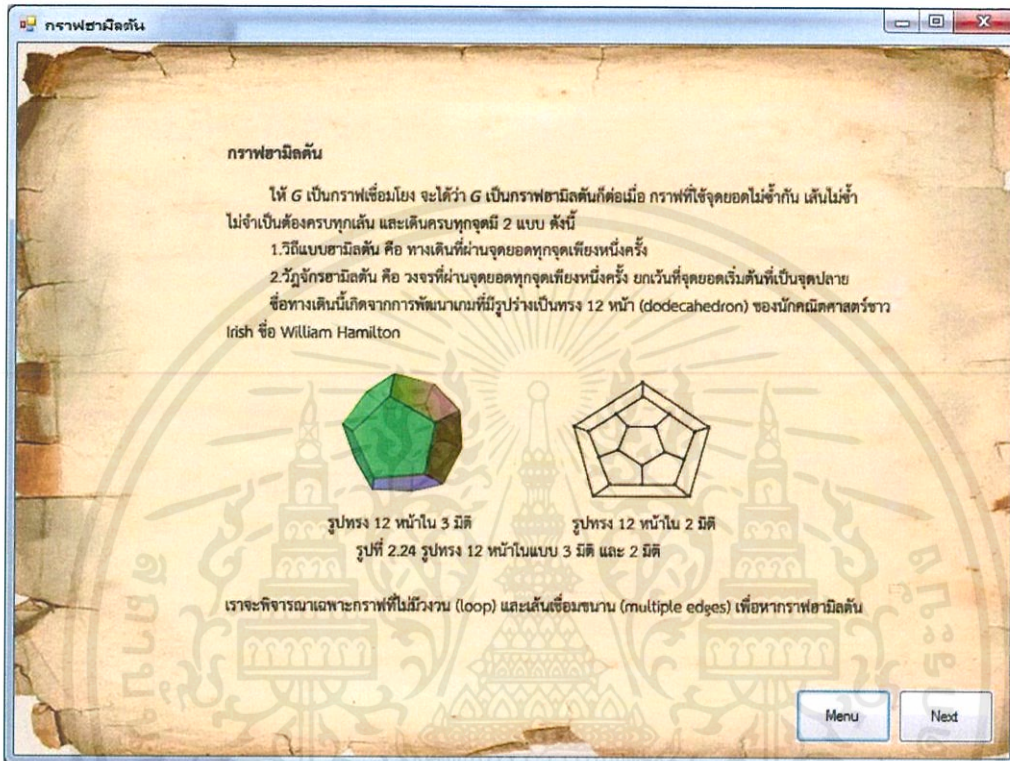


รูปที่ 4.21 รูปหน้าจอกกราฟออยเลอร์หน้าที่ 4

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

4.1.4 หน้าจอกกราฟฮามิลตัน

สำหรับหน้านี้เป็นหน้ากราฟออยเลอร์ โดยจะกล่าวถึงนิยามของกราฟออยเลอร์ โดยที่หากกดปุ่ม “ Next ” จะเป็นการไปหน้าถัดไป ปุ่ม “ Back ” จะย้อนกลับมาที่หน้าเดิม และปุ่ม “ Menu ” จะกลับไปสู่หน้าหลัก

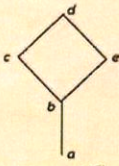


รูปที่ 4.22 รูปหน้าจอกกราฟฮามิลตันหน้าที่ 1

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

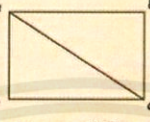
กราฟฮามิลตัน

ตัวอย่าง 13 พิจารณากราฟจากรูป 2.25 พบว่า ทางเดิน a, b, c, d, e เป็นวิถีแบบฮามิลตัน เพราะทางเดินนี้ผ่านจุดยอดแต่ละจุดเพียงครั้งเดียว แต่ไม่มีวัฏจักรแบบฮามิลตัน



รูปที่ 2.25 ภาพแสดงวิถีแบบฮามิลตัน


กราฟรูป 2.26 มีทางเดิน $a \rightarrow b \rightarrow c \rightarrow b \rightarrow a$ เป็นวัฏจักรแบบฮามิลตัน เพราะเดินครบทุกจุดโดยไม่ซ้ำกัน



รูปที่ 2.26 ภาพกราฟวัฏจักรแบบฮามิลตัน

กราฟมีทางเดิน $a \rightarrow b \rightarrow d \rightarrow c \rightarrow a$ เป็นวัฏจักรแบบฮามิลตัน

กราฟรูป 2.27 ไม่มีวิถีแบบฮามิลตัน เพราะไม่เป็นกราฟที่เชื่อมโยง



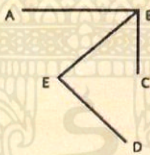
รูปที่ 2.27 ไม่มีทางเดินแบบฮามิลตัน

Back Next

รูปที่ 4.23 รูปหน้าจอกราฟฮามิลตันหน้าที่ 2

กราฟฮามิลตัน

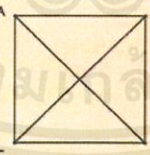
กราฟรูป 2.28 ไม่มีวิถีแบบฮามิลตัน เพราะไม่สามารถเดินครบทุกจุดโดยไม่ซ้ำเส้น



รูปที่ 2.28 กราฟที่ไม่มีทางเดินแบบฮามิลตัน

นิยามที่ 13 กราฟสมบูรณ์ คือ กราฟที่ทุกเวอร์เทกซ์มีเอจเชื่อมไปยังเวอร์เทกซ์ที่เหลือทั้งหมด

ตัวอย่าง 14 กราฟสมบูรณ์ (Complete graph) K_n คือ มิวจรฮามิลตันเพราะเดินครบทุกจุดโดยไม่ซ้ำกัน เช่น



รูปที่ 2.29 ภาพแสดงกราฟสมบูรณ์ K_4

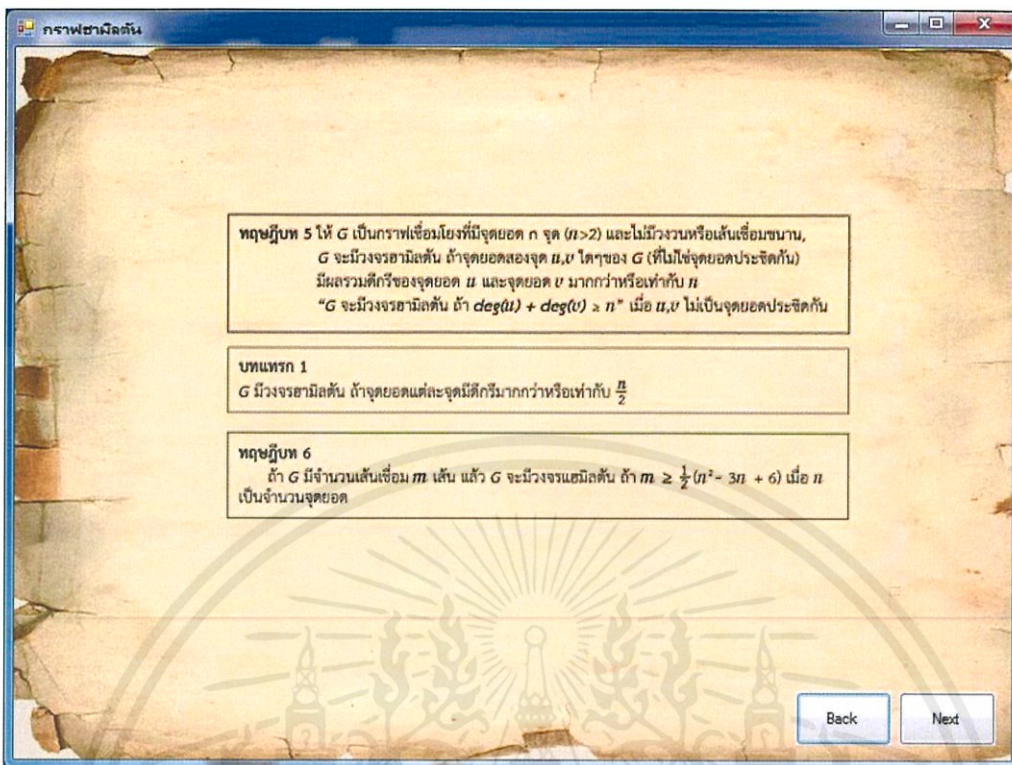
โดยการเดินจากจุด $A \rightarrow B \rightarrow C \rightarrow D$

ถ้ากราฟ G (ที่มีจุดยอด n จุด) มีวงจรแบบฮามิลตันแล้ว G จะมีเส้นเชื่อมอย่างน้อย n ด้าน

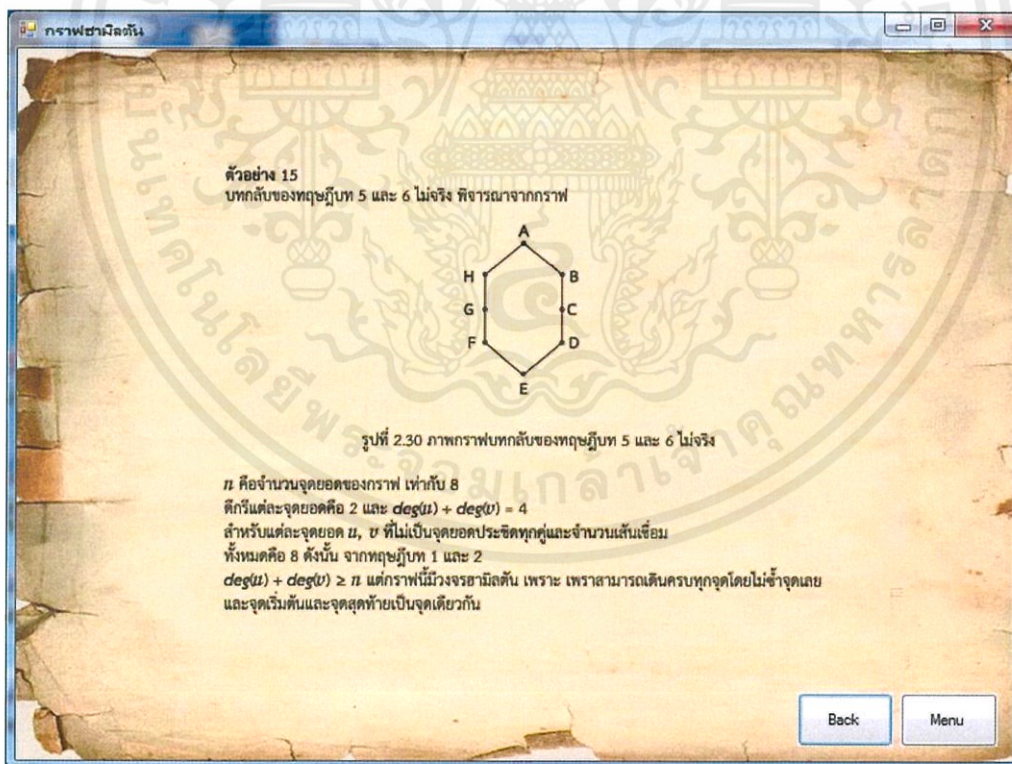
Back Next

รูปที่ 4.24 รูปหน้าจอกราฟฮามิลตันหน้าที่ 3

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



รูปที่ 4.25 รูปหน้าจอกราฟฮามิลตันหน้าที่ 4

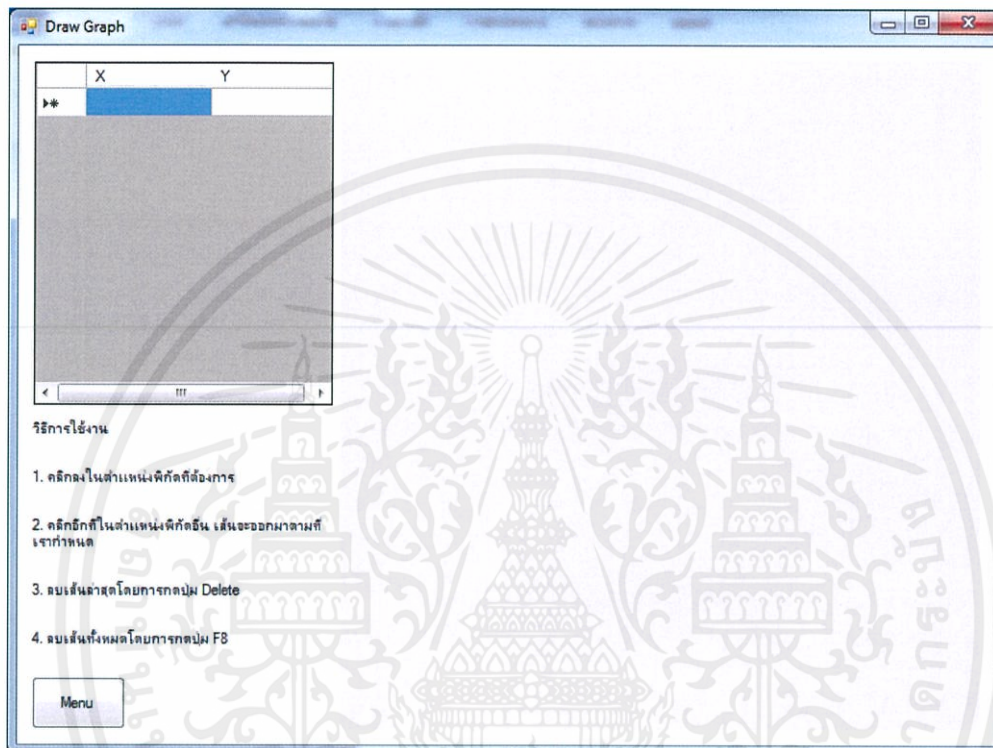


รูปที่ 4.26 รูปหน้าจอกราฟฮามิลตันหน้าที่ 5

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่นอนุญาตให้拿去ใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

4.1.5 หน้าจอทดลองสร้างกราฟ

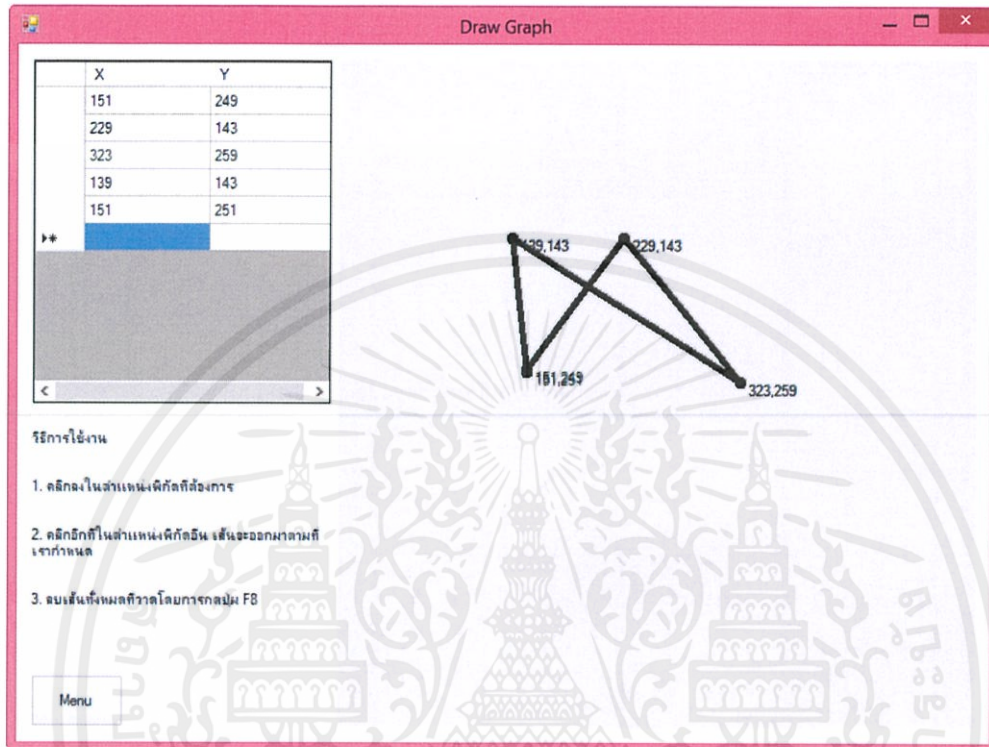
สำหรับหน้านี้จะหน้าจอทดลองสร้างกราฟ โดยจะให้ผู้ใช้คลิกพิคัดในกรอบทางด้านขวาเพื่อที่จะได้จุดแรกและคลิกอีกครั้งในตำแหน่งพิคัดอื่นเพื่อให้มีเส้น ออกมา โดยที่หากกดปุ่ม “ F8 ” จะเป็นการลบกราฟที่สร้างขึ้นมาทั้งหมดและถ้ากดปุ่ม “ Menu ” จะกลับไปสู่นำหลัก



รูปที่ 4.27 รูปหน้าจอทดลองสร้างกราฟ

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ภาพต่อไปนี้เป็นผลจากการทดลองสร้างกราฟแล้ว

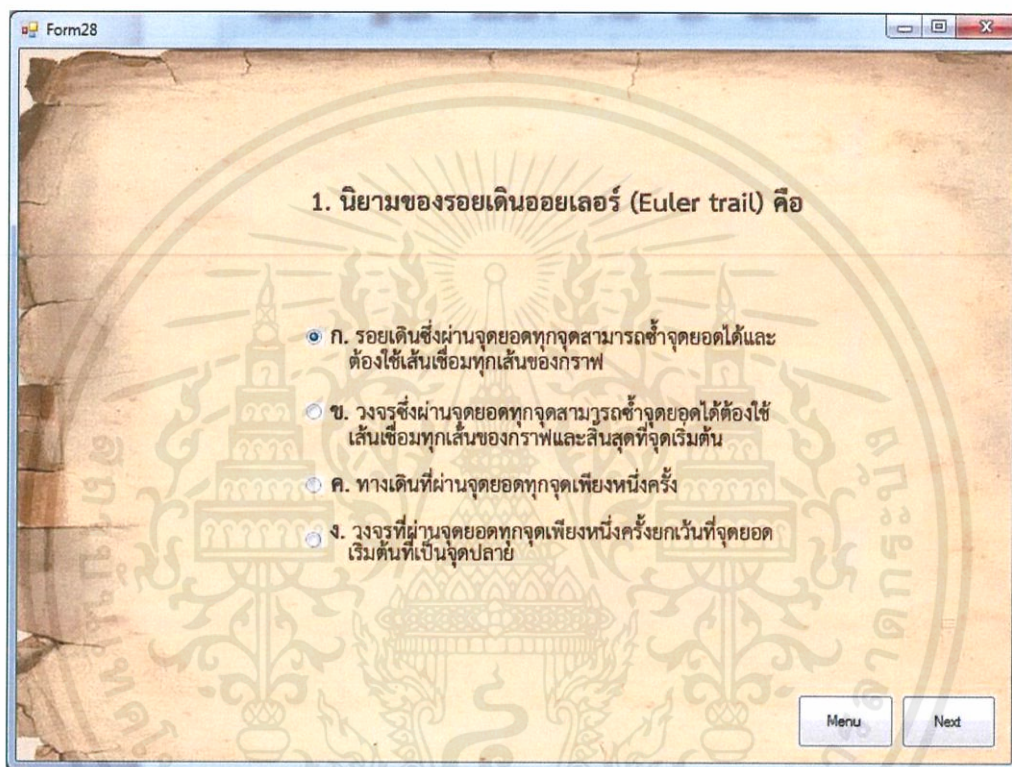


รูปที่ 4.28 หน้าจอทดลองสร้างกราฟหลังจากลองสร้างแล้ว

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

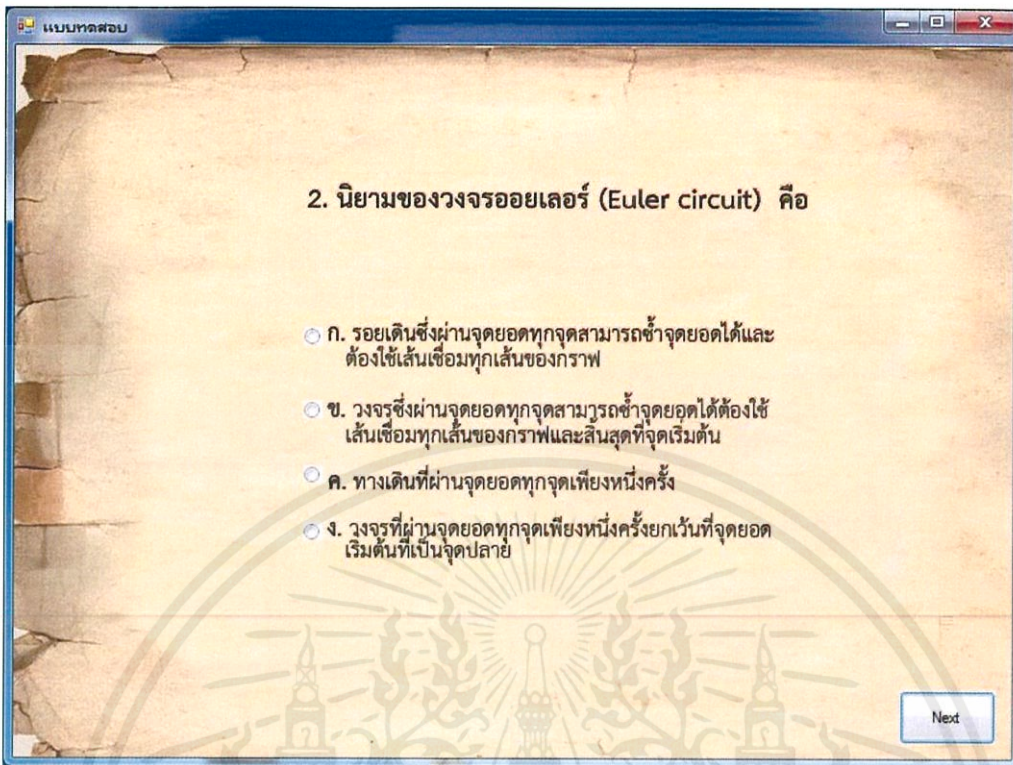
4.1.6 หน้าจอแบบทดสอบ

สำหรับหน้านี้เป็นหน้าแบบทดสอบ โดยจะให้ผู้ใช้ได้ลองตอบคำถามเพื่อเพิ่มความเข้าใจเรื่องกราฟออยเลอร์และกราฟฮามิลตัน โดยการคลิกตอบในข้อที่คิดว่าถูกต้อง จากนั้นให้กดปุ่ม “ Next ” เพื่อเป็นการตอบคำถามในข้อถัดไป หากทำถึงข้อสุดท้ายให้กดปุ่ม “ Result ” เพื่อเป็นการตรวจสอบว่าผู้ใช้ทำได้กี่คะแนน และถ้ากดปุ่ม “ Menu ” จะกลับไปสู่หน้าหลัก

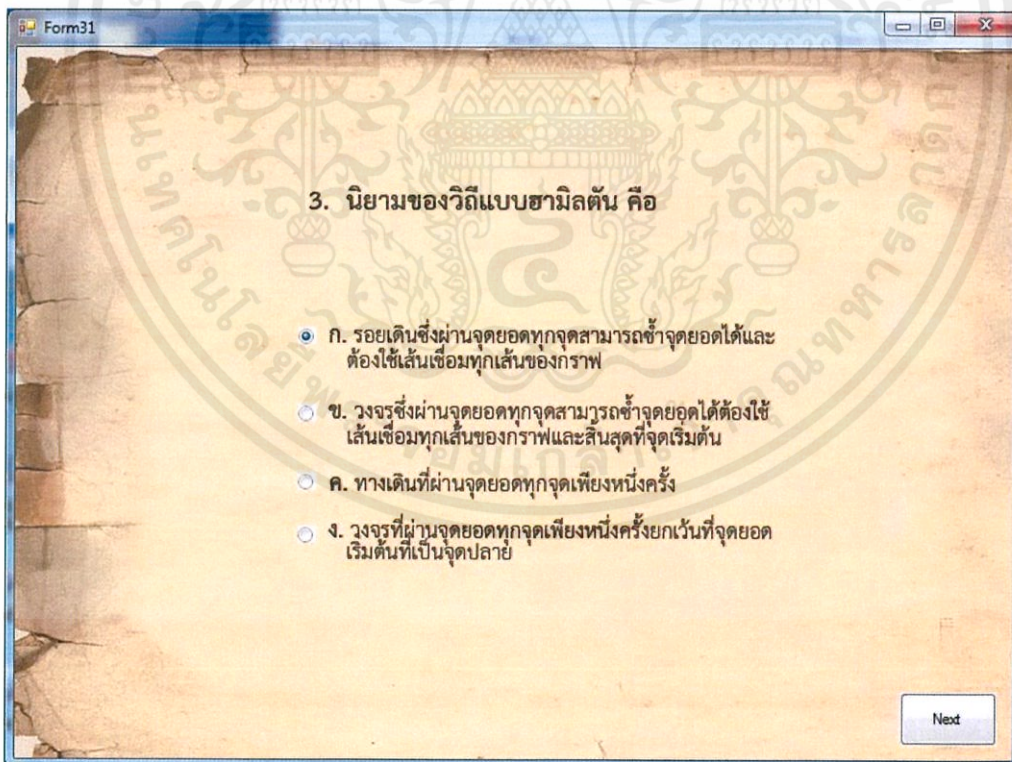


รูปที่ 4.29 รูปหน้าจอแบบทดสอบหน้าที่ 1

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

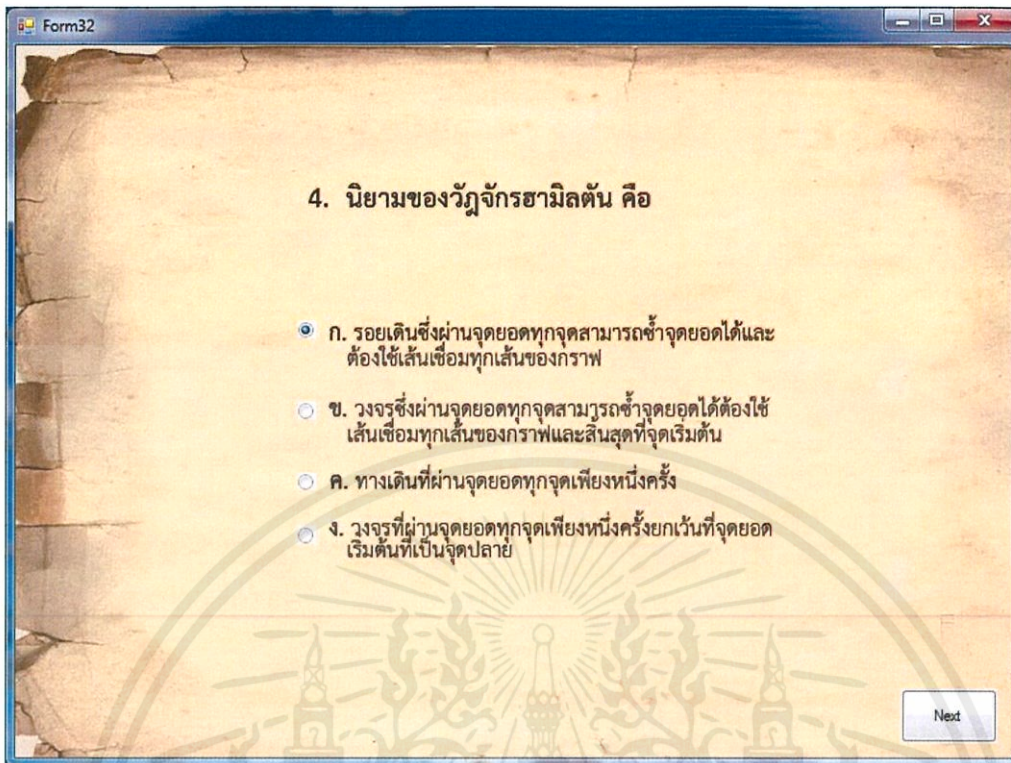


รูปที่ 4.30 รูปหน้าจอแบบทดสอบหน้าที่ 2

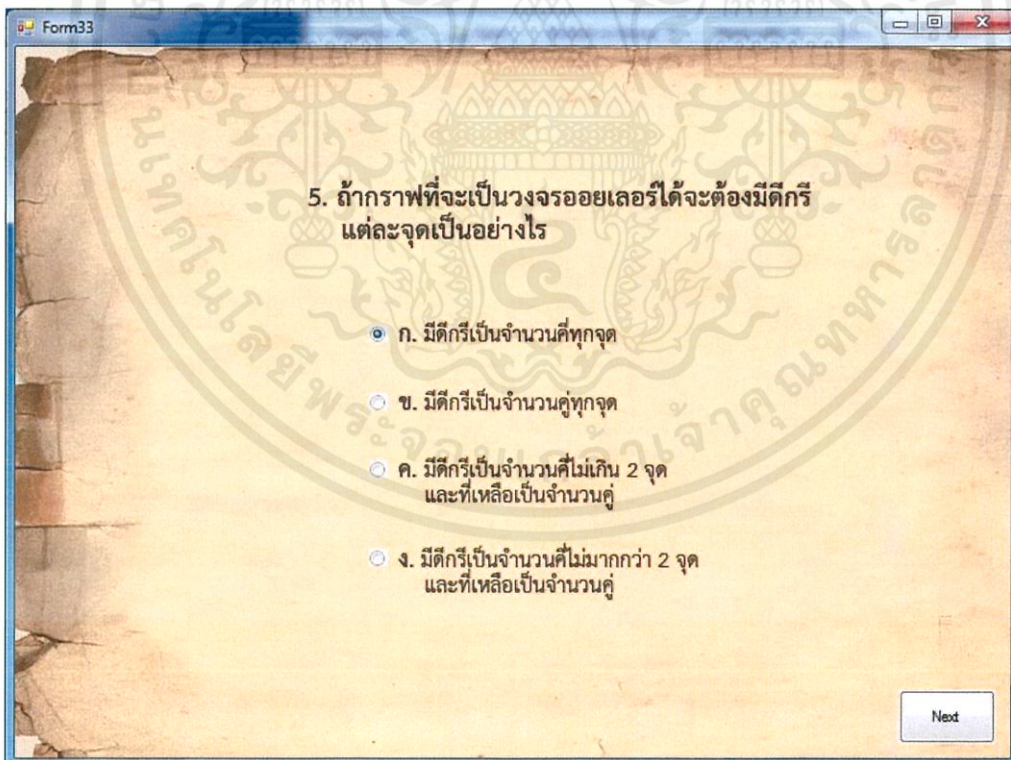


รูปที่ 4.31 รูปหน้าจอแบบทดสอบหน้าที่ 3

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับใช้ภายในห้องเรียนเท่านั้น มิอนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



รูปที่ 4.32 รูปหน้าจอแบบทดสอบหน้าที่ 4



รูปที่ 4.33 รูปหน้าจอแบบทดสอบหน้าที่ 5

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้ภายในห้องเรียนเท่านั้น มิอนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

6. ถ้ากราฟที่จะเป็นรอยเดินออยเลอร์ได้จะต้องมี
 ดิกรีแต่ละจุดเป็นอย่างไร

- ก. มีดิกรีเป็นจำนวนคี่ทุกจุด
- ข. มีดิกรีเป็นจำนวนคู่ทุกจุด
- ค. มีดิกรีเป็นจำนวนคี่ไม่เกิน 2 จุด
 และที่เหลือเป็นจำนวนคู่
- ง. มีดิกรีเป็นจำนวนคี่ไม่มากกว่า 2 จุด
 และที่เหลือเป็นจำนวนคู่

Next

รูปที่ 4.34 รูปหน้าจอแบบทดสอบหน้าที่ 6

7. คุณสมบัติที่เหมือนกันระหว่างกราฟออยเลอร์
 และกราฟฮามิลตันคือ

- ก. จะต้องมิดิกรีเป็น 0 อย่างน้อย 1 จุด
- ข. จะต้องเป็นกราฟที่มีวงวน
- ค. จะต้องเป็นกราฟเชื่อมโยง
- ง. จะต้องมิดิกรีเป็นจำนวนคี่ทุกจุด

Next

รูปที่ 4.35 รูปหน้าจอแบบทดสอบหน้าที่ 7

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่นิยมนำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
 ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

Form36

8. ถ้าจุด A มีติกรีเป็น 0 จุด Aจะมีติกรีเป็นจำนวนคู่หรือจำนวนคี่

- ก. จำนวนคู่
- ข. จำนวนคี่
- ค. เป็นทั้งจำนวนคู่และจำนวนคี่
- ง. ไม่มีข้อถูก

Next

รูปที่ 4.36 รูปหน้าจอแบบทดสอบหน้าที่ 8

Form37

9. ถ้ากราฟ A มีติกริรวมเป็น 36และจะมีจำนวนเส้นกี่เส้น

- ก. 10
- ข. 12
- ค. 16
- ง. 18

Next

รูปที่ 4.37 รูปหน้าจอแบบทดสอบหน้าที่ 9

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น เมื่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

Form38

10. ถ้ามีตึกเป็นจำนวนคืออยู่ 1 จุด และจุดที่เหลือมี
ตึกเป็นจำนวนคู่ กราฟนี้จะเป็นรอยเดินออยเลอร์
ได้หรือไม่

ก. ได้

ข. ไม่ได้

ค. เป็นได้ทั้งสองแบบ

ง. ไม่มีข้อมูล

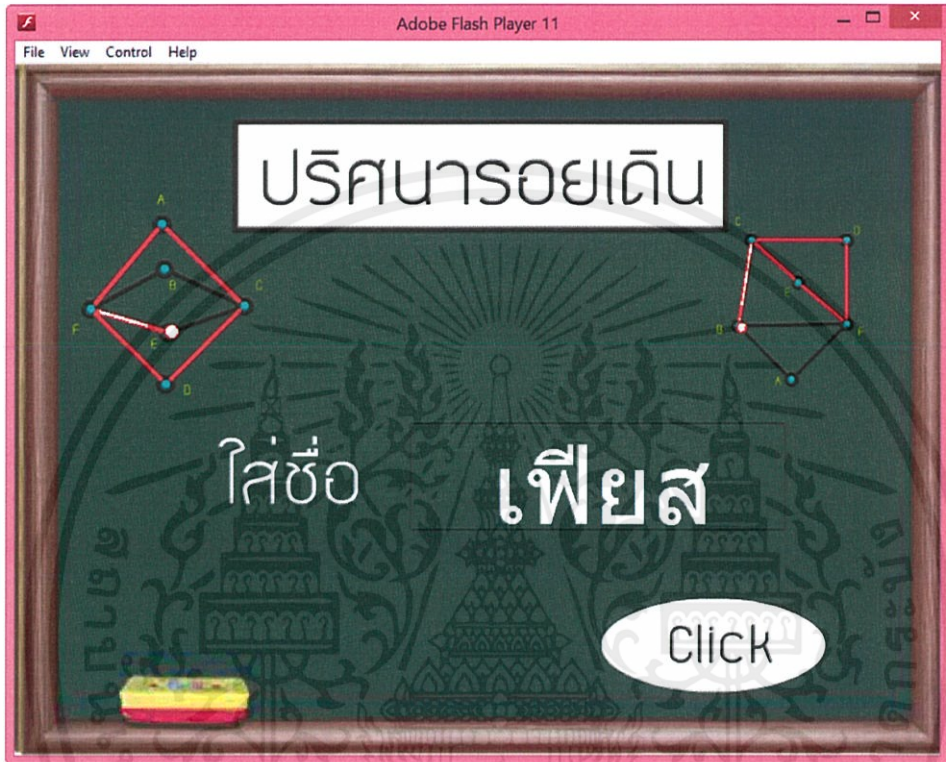
Result

รูปที่ 4.38 หน้าจอแบบทดสอบหน้าที่ 10

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

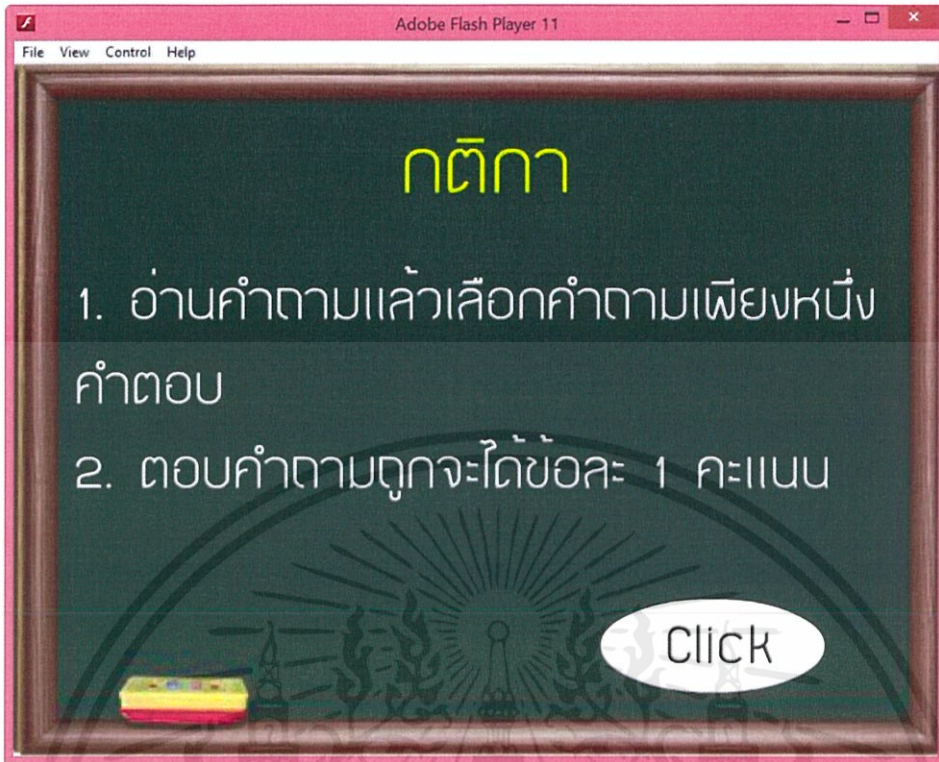
4.1.7 หน้าจอหลักของเกม

สำหรับส่วนนี้จะเป็นส่วนของเกมส์ที่จะให้ผู้ใช้ได้ลองเล่นเพื่อเพิ่มความรู้และความเข้าใจในเรื่องกราฟออยเลอร์และกราฟฮามิลตันให้มากยิ่งขึ้น โดยจะให้ผู้เล่นใส่ชื่อของตัวเองในช่อง “ใส่ชื่อ” จากนั้นกดปุ่ม “Click” เพื่อเริ่มเล่นเกมส์

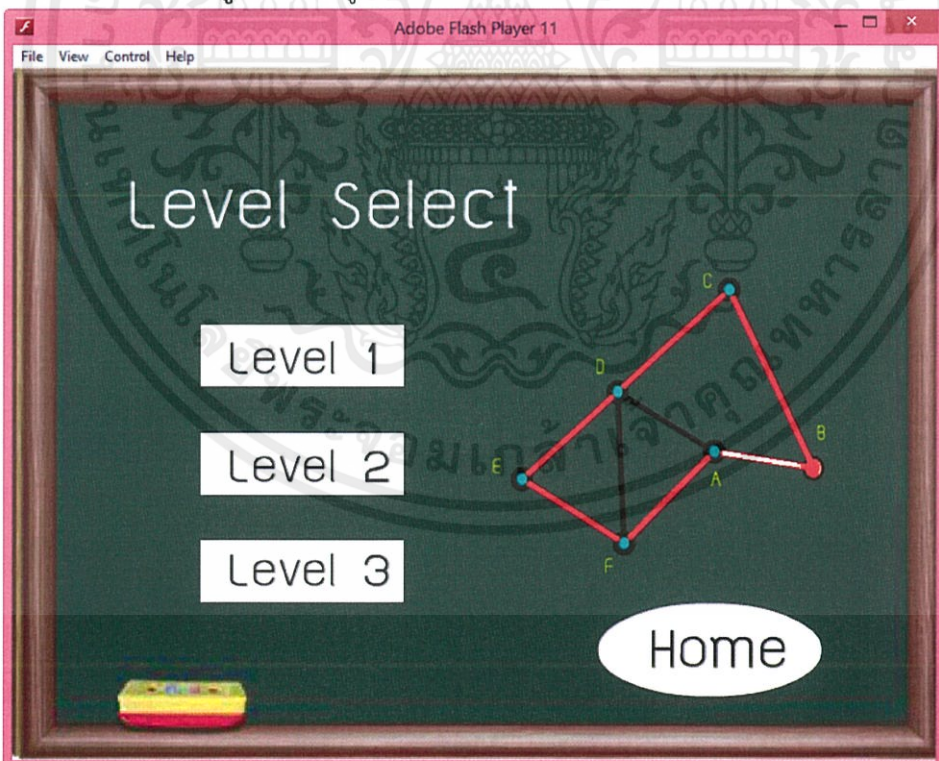


รูปที่ 4.39 รูปหน้าจอหลักของเกมส์

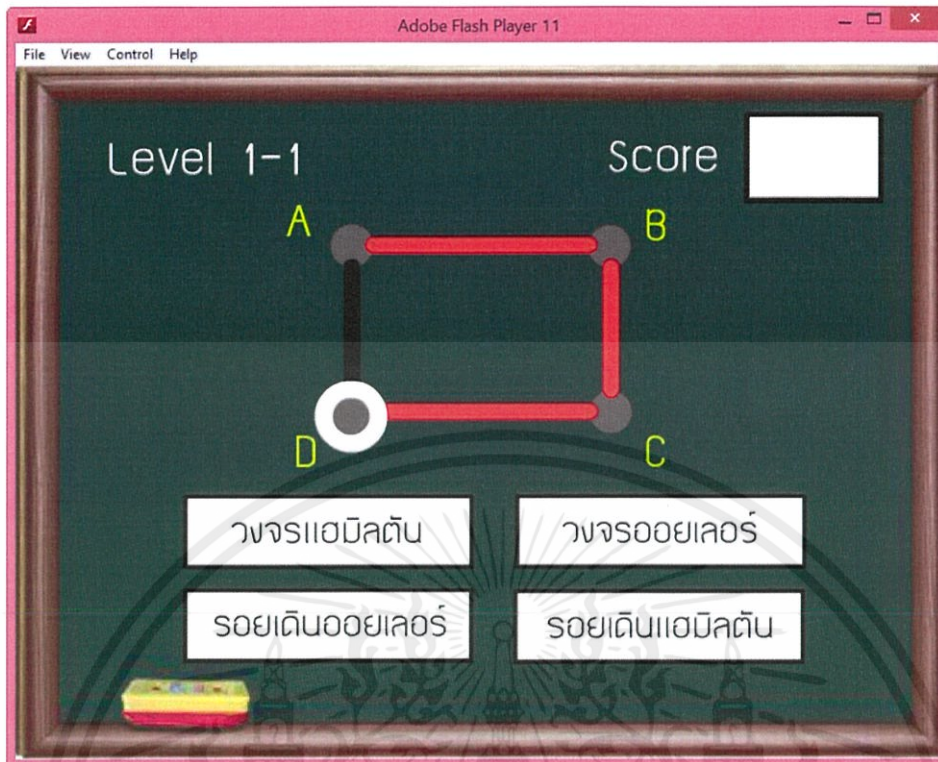
เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



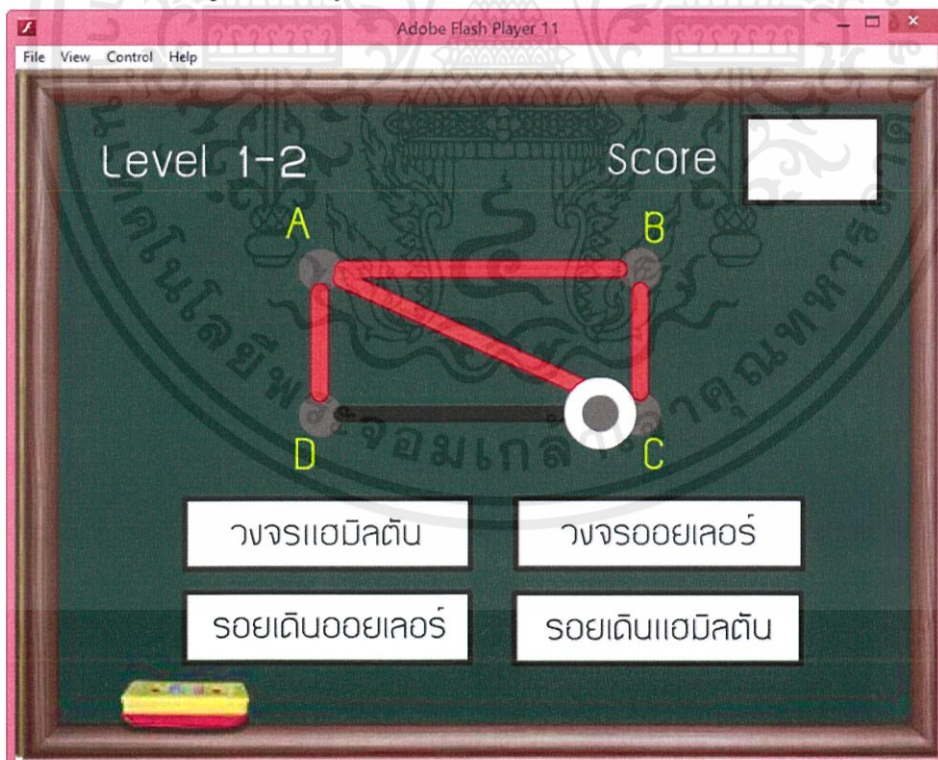
รูปที่ 4.40 รูปหน้าจออธิบายกติกากีฬาเกม



เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
รูปที่ 4.41 รูปหน้าจอเลือกระดับความยากของเกม
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

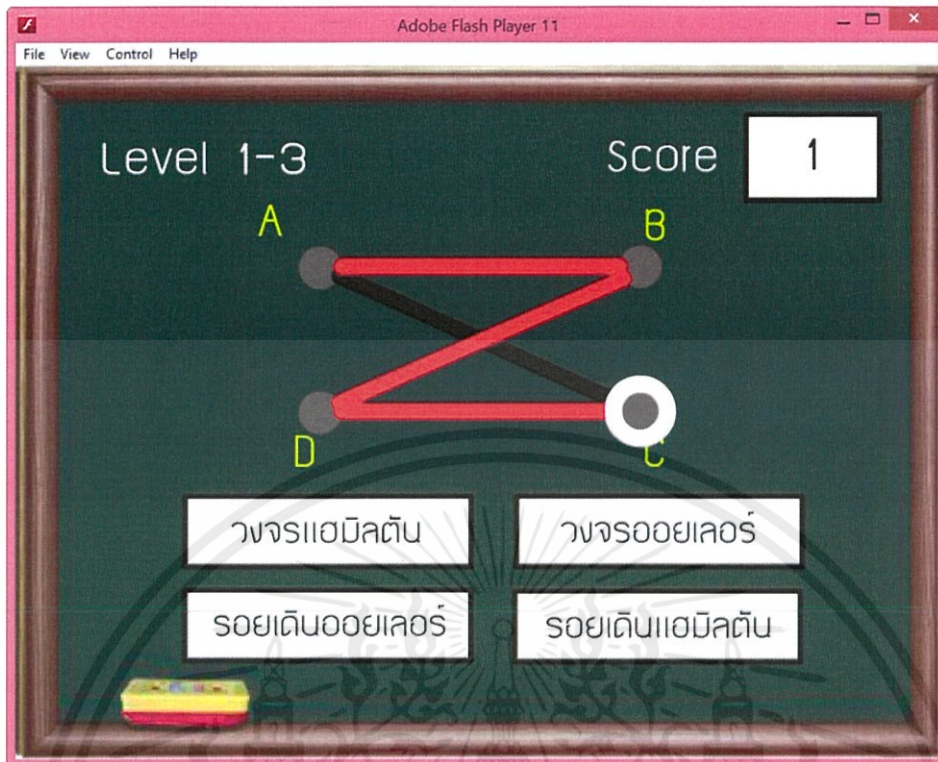


รูปที่ 4.42 รูปหน้าจอของเกมส่ระดับความยาก 1-1

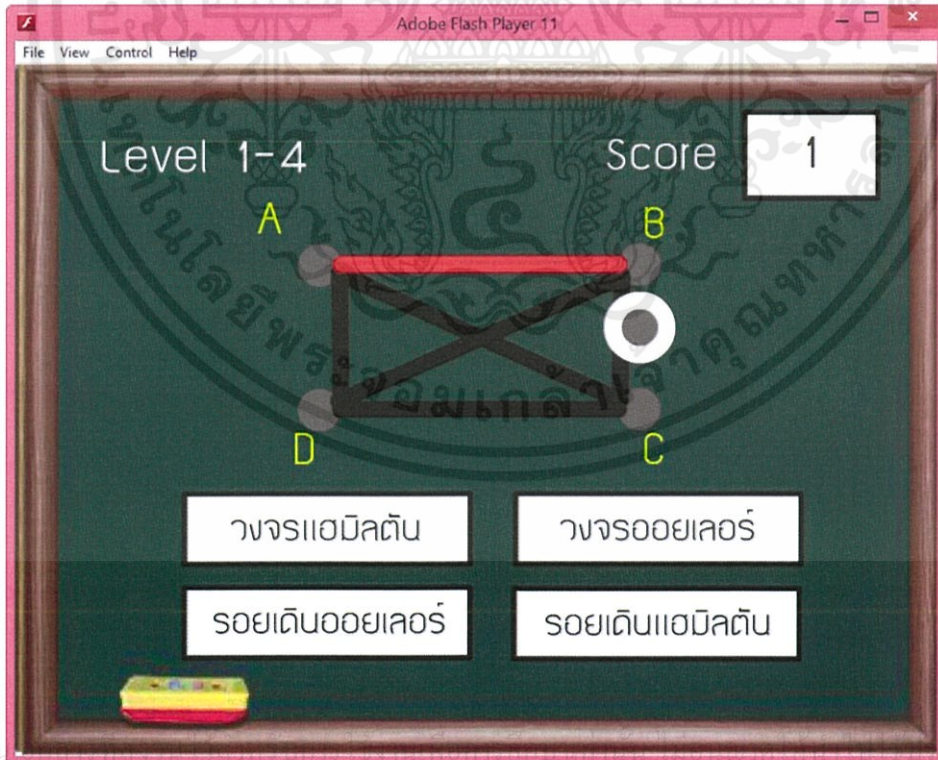


รูปที่ 4.43 รูปหน้าจอของเกมส่ระดับความยาก 1-2

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



รูปที่ 4.44 รูปหน้าจอของเกมส์ระดับความยาก 1-3

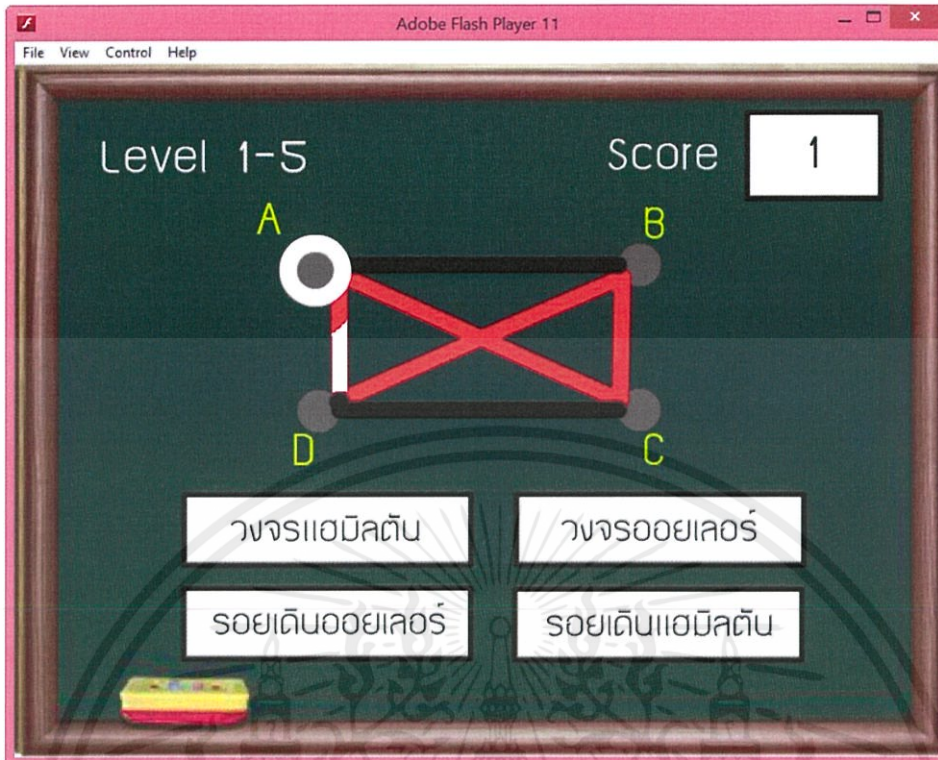


เอกสารนี้เป็น

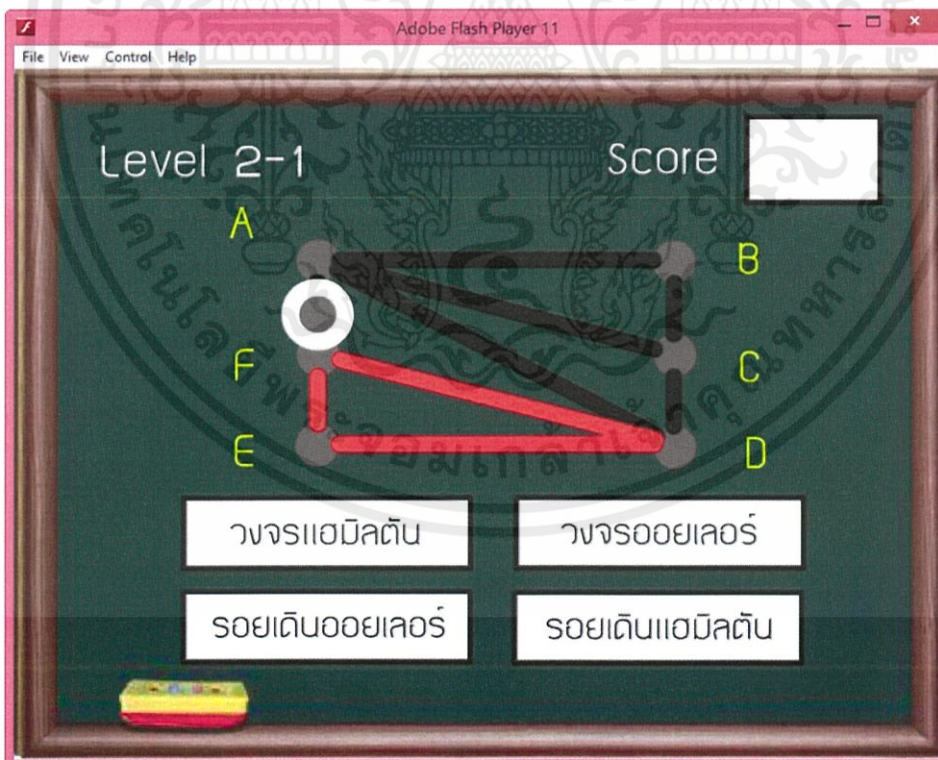
โฆษณาการค้า

ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามนำเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

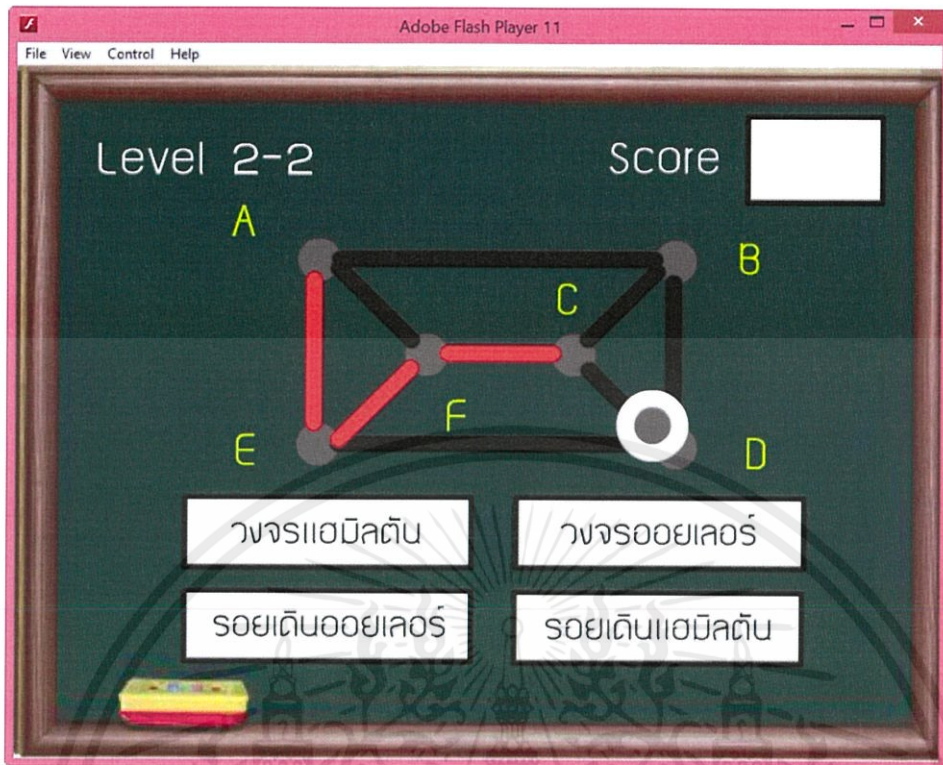
รูปที่ 4.45 รูปหน้าจอของเกมส์ระดับความยาก 1-4



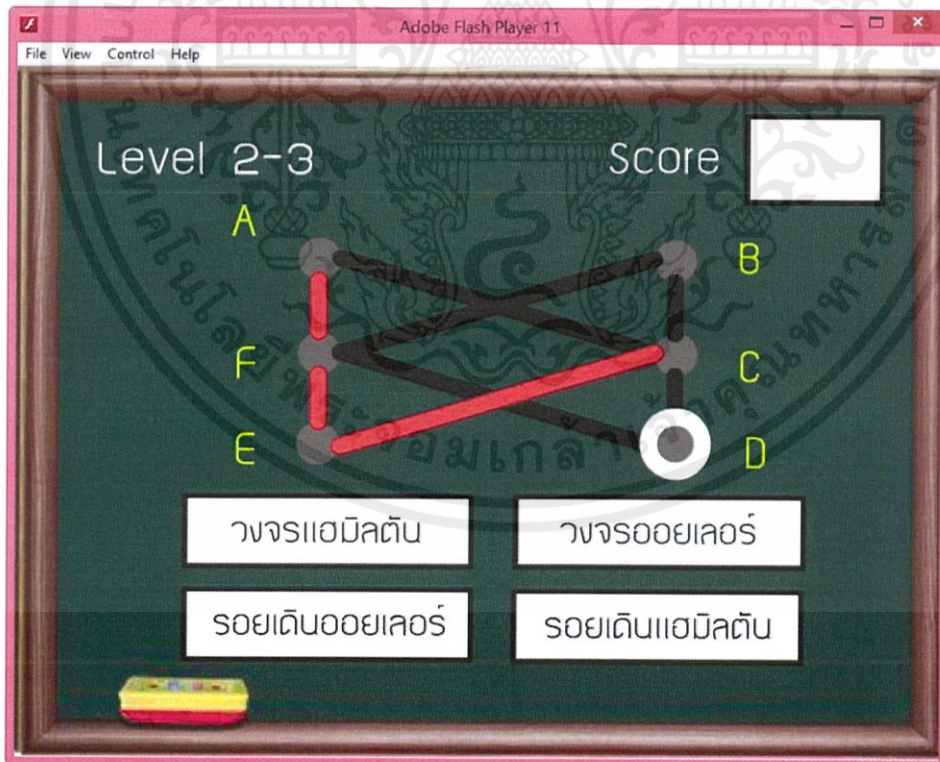
รูปที่ 4.46 รูปหน้าจอของเกมนี้อันดับความยาก 1-5



เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนลิขสิทธิ์ไว้ใช้เฉพาะในชั้นเรียนเท่านั้นนำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
 ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้คัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

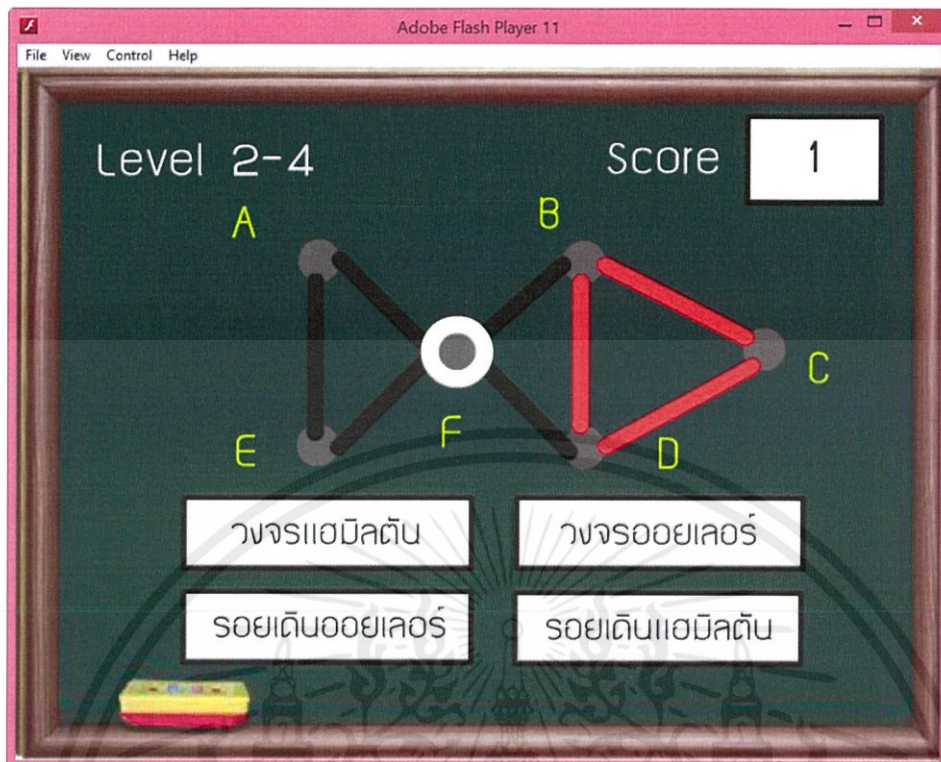


รูปที่ 4.48 รูปหน้าจอของเกมส่ระดับความยาก 2-2

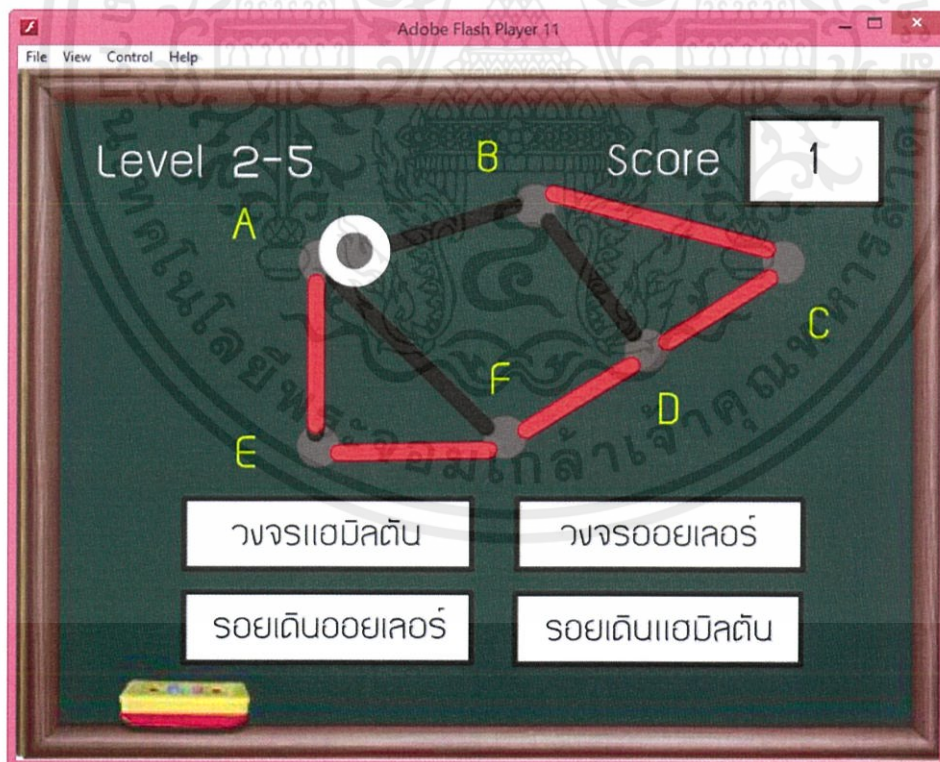


รูปที่ 4.49 รูปหน้าจอของเกมส่ระดับความยาก 2-3

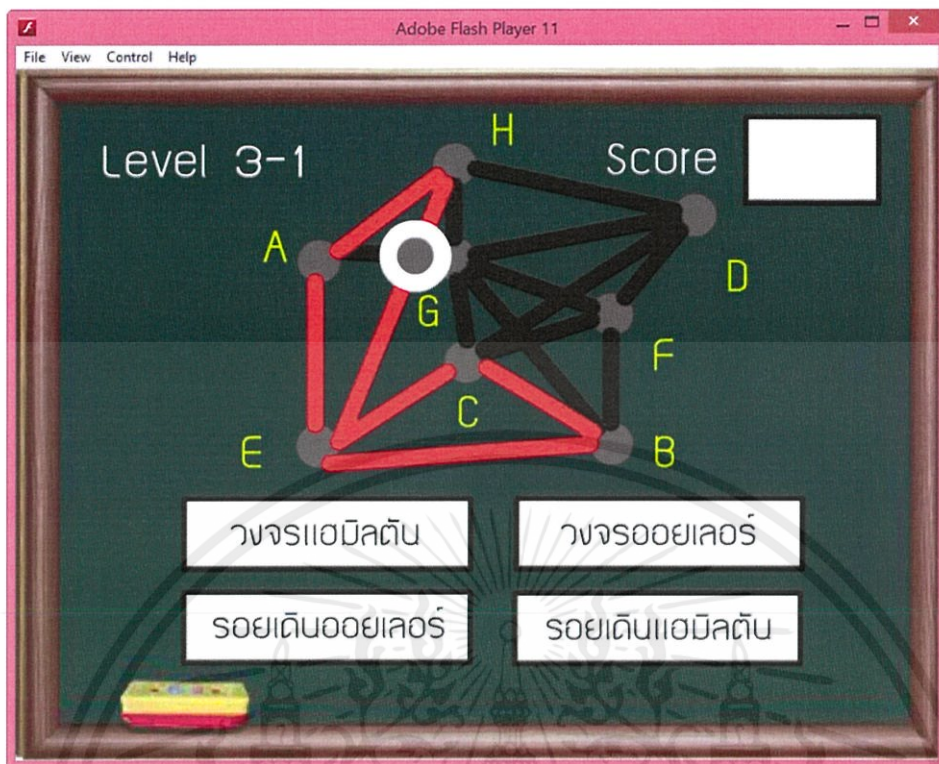
เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับใช้ภายในเท่านั้น ไม่ควรนำออกไปเผยแพร่ภายนอกโดยไม่ได้รับอนุญาต
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



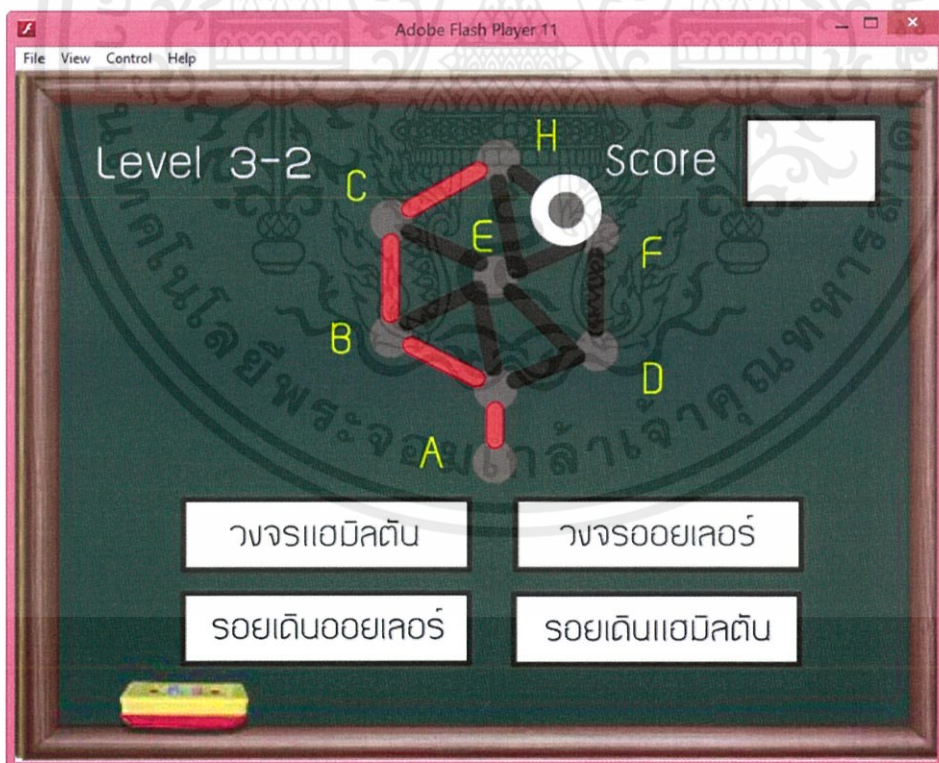
รูปที่ 4.50 รูปหน้าจอของเกมส่ระดับความยาก 2-4



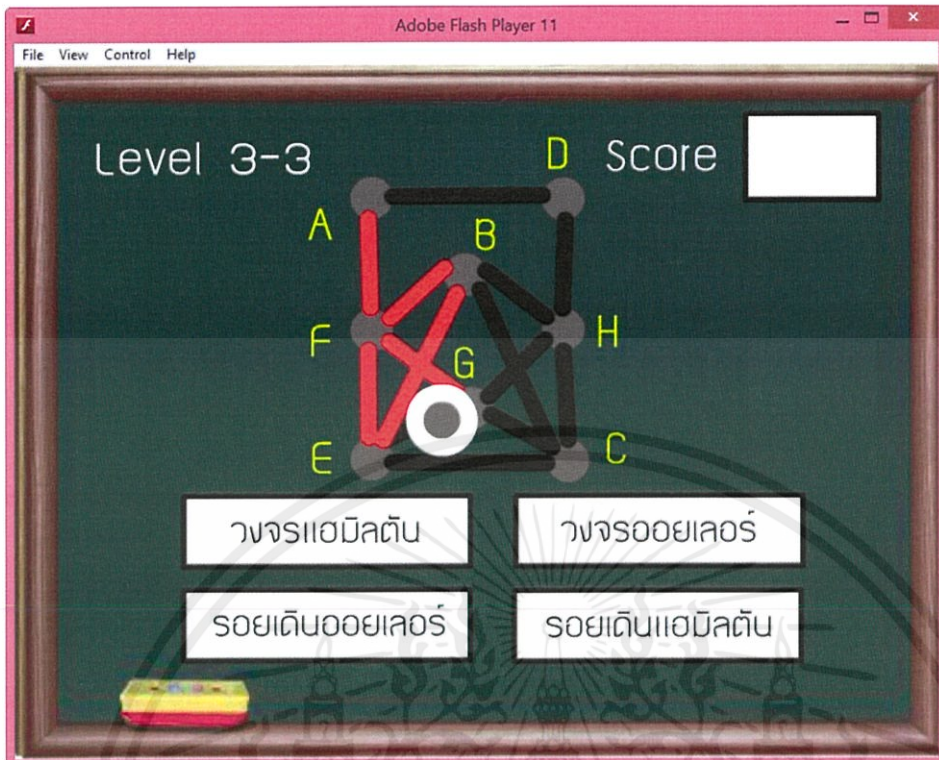
เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับงานวิจัยเท่านั้น ไม่สามารถนำไปเผยแพร่โดยไม่ขออนุญาตให้หน้าไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้คัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



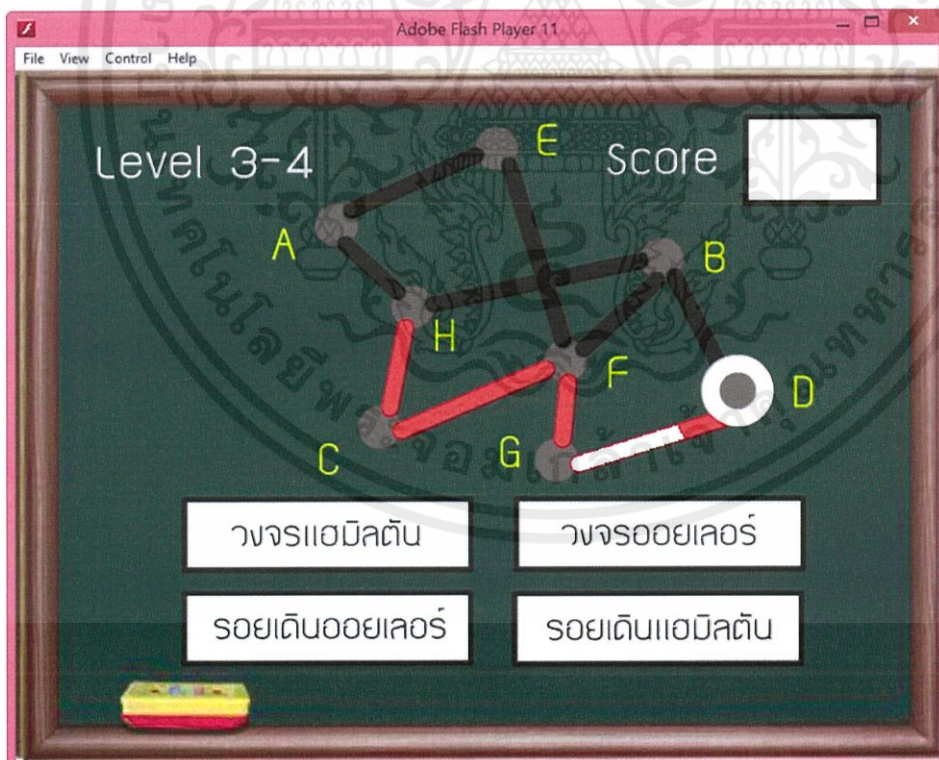
รูปที่ 4.52 รูปหน้าจอของเกมส่ระดับความยาก 3-1



เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนลิขสิทธิ์ โดยมหาวิทยาลัยเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง
รูปที่ 4.53 รูปหน้าจอของเกมส่ระดับความยาก 3-2
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้คัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

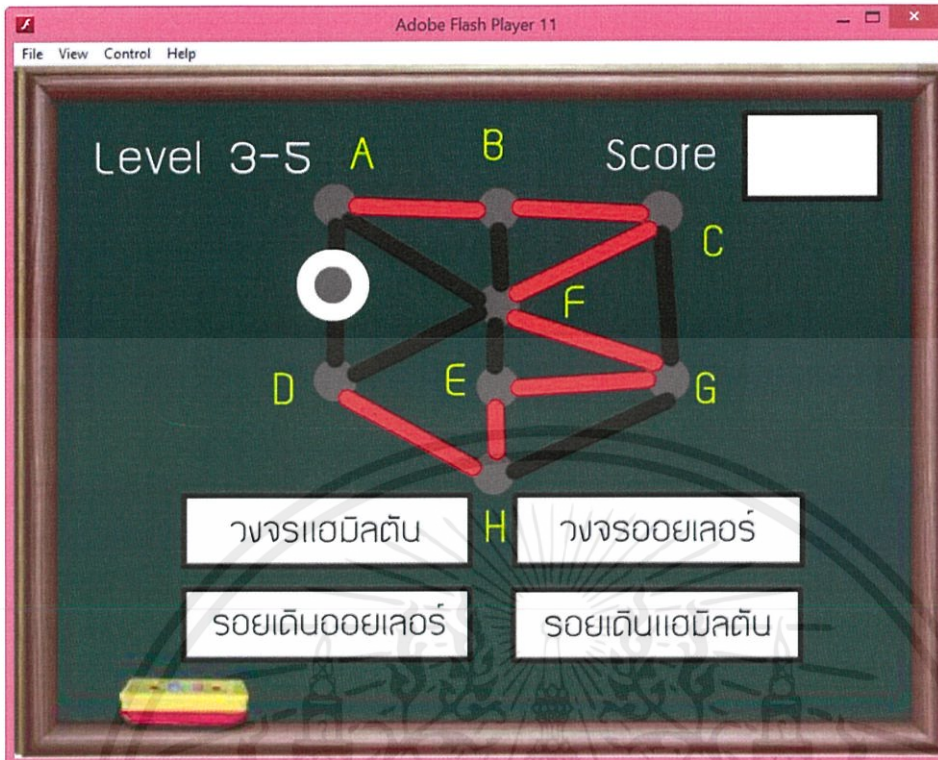


รูปที่ 4.54 รูปหน้าจอของเกมส่ระดับความยาก 3-3

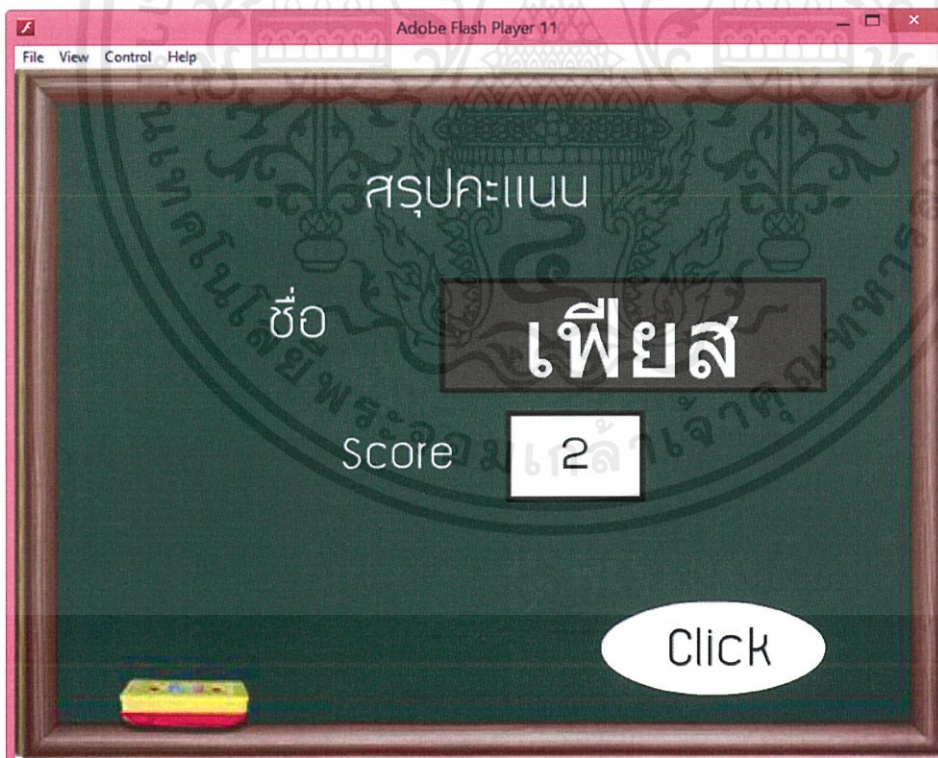


รูปที่ 4.55 รูปหน้าจอของเกมส่ระดับความยาก 3-4

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้ใช้เฉพาะในชั้นเรียนเท่านั้น การนำเอกสารนี้ไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้คัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



รูปที่ 4.56 รูปหน้าจอของเกมส์ระดับความยาก 3-5



เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนลิขสิทธิ์ โดยมหาวิทยาลัยเทคโนโลยีพระจอมเกล้าธนบุรี ขอให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
รูปที่ 4.57 รูปหน้าจอแสดงคะแนนจากการเล่นเกมส์
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้คัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

บทที่ 5

สรุปผลการวิจัยและข้อเสนอแนะ

ในบทนี้จะกล่าวถึง การสรุปผลการดำเนินงานโครงการปัญหาพิเศษ “โปรแกรมสื่อการเรียนการสอนสำหรับการศึกษารื่องกราฟออยเลอร์และกราฟฮามิลตัน” และ ข้อเสนอแนะจากการดำเนินงานทั้งหมดที่ผ่านมา

5.1 สรุปผลการวิจัย

โปรแกรมสื่อการเรียนการสอนสำหรับการศึกษารื่องกราฟออยเลอร์และกราฟฮามิลตัน เป็น โปรแกรมที่นำความรู้ทางด้านคณิตศาสตร์ (Mathematics) และคอมพิวเตอร์ (Computer) มา ประยุกต์ใช้ร่วมกัน ซึ่งเป็นโปรแกรมที่สร้างขึ้นเพื่ออำนวยความสะดวกแก่ ผู้ใช้ที่จะใช้ศึกษาในเรื่องของกราฟออยเลอร์และกราฟฮามิลตันในวิชาคณิตศาสตร์ โดยผู้ใช้ โปรแกรมจะสามารถได้รับความรู้เพิ่มเติมและเข้าใจได้ง่ายในเรื่องกราฟออยเลอร์และ กราฟฮามิลตัน

5.2 ข้อจำกัด

โปรแกรมสื่อการเรียนการสอนสำหรับการศึกษารื่องกราฟออยเลอร์และ กราฟฮามิลตันโดยคณะผู้จัดทำจะเน้นเฉพาะเรื่องของกราฟเชิงเดียวเท่านั้น

5.3 ข้อเสนอแนะ

โปรแกรมสื่อการเรียนการสอนสำหรับการศึกษารื่องกราฟออยเลอร์และ กราฟฮามิลตันสามารถนำไปพัฒนาต่อได้ โดยเพิ่มการนำเสนอให้มีความสนใจมากยิ่งขึ้น เช่น มีการเพิ่มฟังก์ชันต่างๆให้มีประสิทธิภาพมากขึ้นเพื่อสะดวกแก่ผู้ใช้ มีคำอธิบายวิธีการใช้ อย่างละเอียดช่วยให้ผู้ใช้สามารถใช้โปรแกรมได้ง่ายขึ้น นอกจากนี้อาจทำให้อยู่บนเว็บไซต์ หรือทำเป็นแอปพลิเคชันบนมือถือ

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

เอกสารอ้างอิง

- [1] นิตยา ชิงชัย. หนังสือทฤษฎีกราฟเบื้องต้น มหาวิทยาลัยเชียงใหม่
- [2] วรเศรษฐ สุวรรณิก และทศพล ธนะทิพานนท์. (2552). หนังสือเขียนโปรแกรม JAVA เบื้องต้น 2nd Edition. กรุงเทพมหานคร: ซีเอ็ด.
- [3] สุวิช ธีระโคตร. (2552). การเขียนโปรแกรมคอมพิวเตอร์ด้วย Visual Basic 2010. มหาสารคาม: สำนักพิมพ์มหาวิทยาลัยมหาสารคาม.
- [4] ฉลาด จันทรสมบัติ. การเขียนวิทยานิพนธ์. พิมพ์ครั้งที่ 3. มหาสารคาม : สำนักพิมพ์มหาวิทยาลัยมหาสารคาม, 2555
- [5] นวรัตน์ อนันต์ชื่น. (2540). ทฤษฎีกราฟ 1. นครปฐม : สำนักพิมพ์ภาควิชาคณิตศาสตร์ คณะวิทยาศาสตร์ มหาวิทยาลัยศิลปากร วิทยาเขตพระราชวังสนามจันทร์
- [6] เจริญศักดิ์ รัตนวราห และฐิสันต์ ทิพย์ศุภธนนท์. (2554). PHP & MySQL สร้าง Web programming ด้วยภาษายอดนิยมที่สุดในยุคนี้ กรุงเทพมหานคร: เน็ตดีไซน์ พับลิชชิง
- [7] <http://www.mwit.ac.th/~noon/style/graph.pdf>

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



ภาคผนวก

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ภาคผนวก ก

ขั้นตอนการติดตั้งโปรแกรม VISUAL STUDIO 2010

1. ใส่แผ่น DVD ชุดการติดตั้ง Visual Studio 2010 Ultimate ใน Drive DVD หลังจากนั้นจะเข้าสู่การติดตั้งทันที ดังภาพ



รูปที่ ก.1 หน้าต่าง AutoPlay

2. จะปรากฏหน้าจอสำหรับ Setup Microsoft Visual Studio 2010



รูปที่ ก.2 หน้า Setup Microsoft Visual Studio 2010

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

3. Click ที่ Install Microsoft Visual Studio 2010



รูปที่ ก.3 ปุ่ม Setup Microsoft Visual Studio 2010

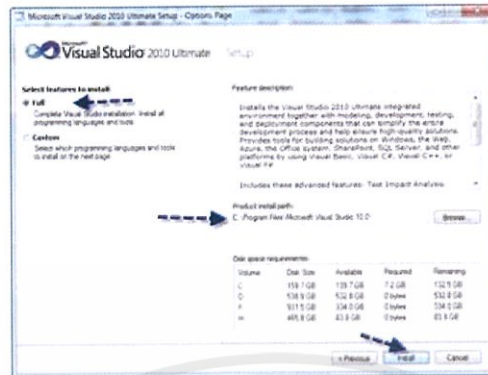
4. เมื่อปรากฏหน้าต่าง Welcome ให้กดปุ่ม “ Next ” เพื่อดำเนินงานต่อ ดังภาพ



รูปที่ ก.4 หน้าต่าง Welcome

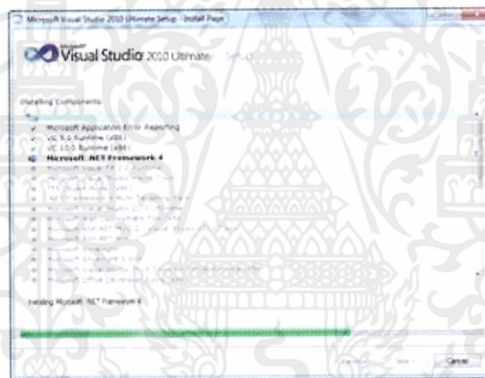
เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

5. เข้าสู่ขั้นตอนการเลือกรูปแบบการติดตั้ง ให้เลือกแบบ Full จากนั้นกดปุ่ม “ Install ”



รูปที่ ก.5 หน้าขั้นตอนเลือกรูปแบบการติดตั้ง

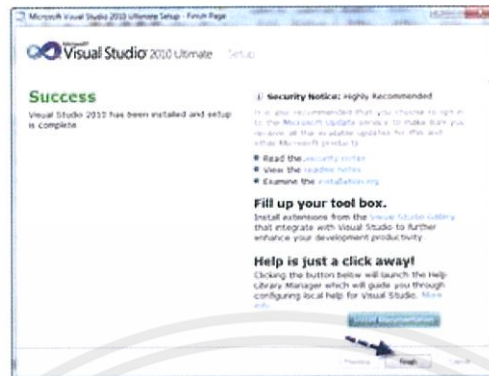
6. โปรแกรมจะทำการติดตั้ง Components ต่างๆ



รูปที่ ก.6 หน้าต่างการติดตั้ง Components

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

7. หลังจากติดตั้งเสร็จสมบูรณ์ ให้กดปุ่ม “ Finish ” เพื่อจบการติดตั้ง



รูปที่ ก.7 หน้าต่างการติดตั้งเสร็จสมบูรณ์

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้