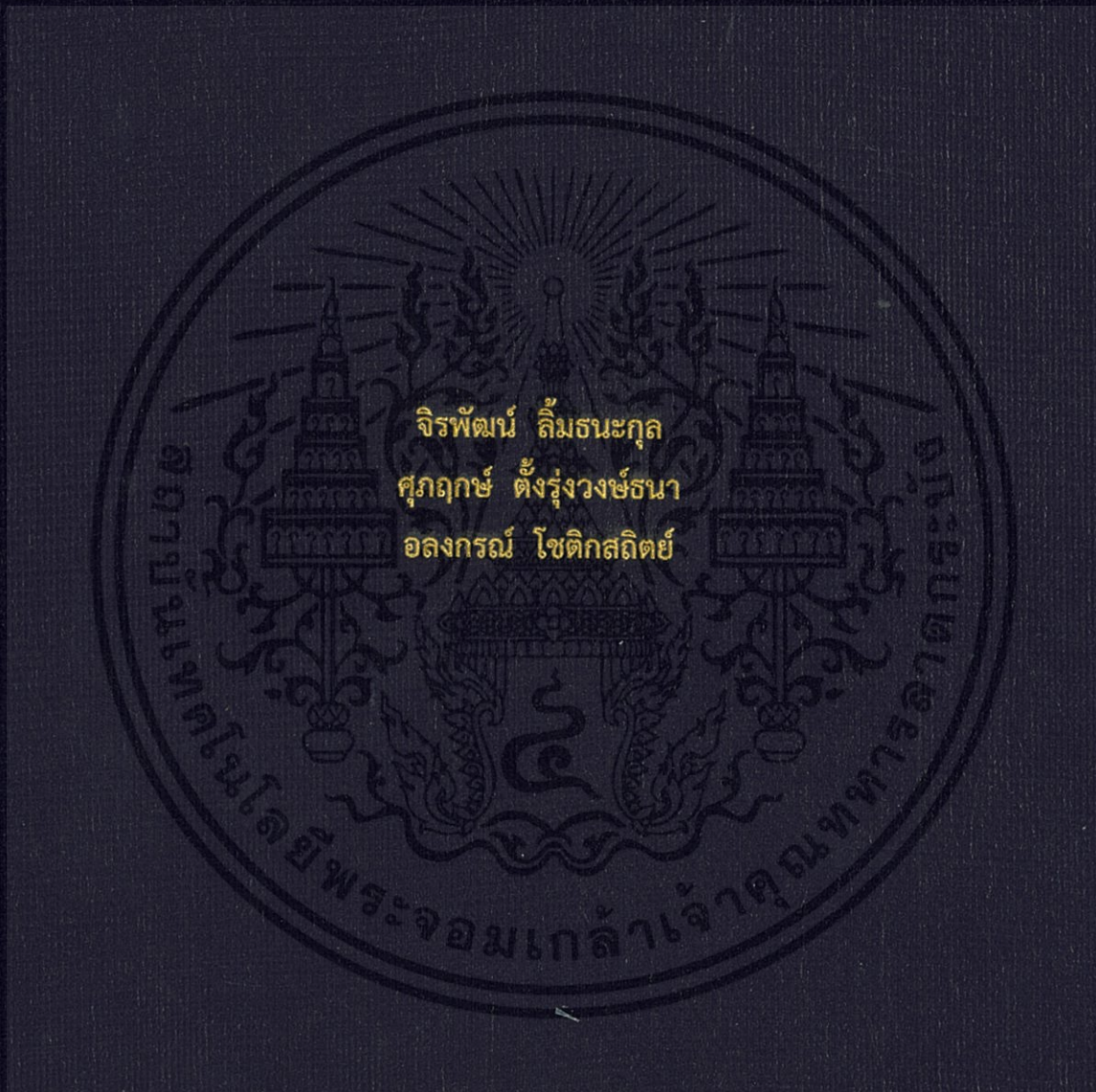


การจำลองแบบคลื่นไฟฟ้าหัวใจ  
THE SIMULATION OF ELECTROCARDIOGRAM



ปัญหาพิเศษนี้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตร  
ปริญญาวิทยาศาสตรบัณฑิต สาขาวิชาคณิตศาสตร์ประยุกต์  
ภาควิชาคณิตศาสตร์ คณะวิทยาศาสตร์  
สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง  
ปีการศึกษา 2557

การจำลองแบบคลื่นไฟฟ้าหัวใจ  
THE SIMULATION OF ELECTROCARDIOGRAM



จิรพัฒน์ ลิ้มธนะกุล  
ศุภฤกษ์ ตั้งรุ่งวงษ์ธนา  
อลงกรณ์ โชติกสถิตย์

ปัญหาพิเศษนี้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตร

ปริญญาวิทยาศาสตรบัณฑิต สาขาวิชาคณิตศาสตร์ประยุกต์

ภาควิชาคณิตศาสตร์ คณะวิทยาศาสตร์

สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง

ปีการศึกษา 2557

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนลิขสิทธิ์ไว้เพื่อการศึกษาเท่านั้น มิใช่เพื่อการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้คัดลอกไปเผยแพร่โดยไม่ได้รับอนุญาต  
เจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

# THE SIMULATION OF ELECTROCARDIOGRAM



JIRAPUD LIMTHANAKUL  
SUPPARERG TUNGRUNGWONGTHANA  
ALONGKON CHOTIKASATHIT

A SPECAIL PROBLEM SUBMITTED IN PARTIAL FULFILLMENT  
OF THE REQUIRMENT FOR THE DEGREE OF BACHELOR OF SCIENCE

IN APPLIED MATHEMATICS

FACULTY OF SCIENCE

KING MONGKUT'S INSTITUTE OF TECHNOLOGY LADKRABANG

ACADEMIC YEAR 2014

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับใช้เรียนการสอนในห้องเรียนเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้คัดลอกเผยแพร่โดยไม่ได้รับอนุญาตจากเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

หัวข้อปัญหาพิเศษ	การจำลองแบบคลื่นไฟฟ้าหัวใจ		
	The Simulation of Electrocardiogram		
ชื่อนักศึกษา	นายจิรพัฒน์ ลิ้มธนะกุล	รหัสนักศึกษา	54050009
	นายศุภฤกษ์ ตั้งรุ่งวงษ์ธนา	รหัสนักศึกษา	54050085
	นายอลงกรณ์ โชติกสถิตย์	รหัสนักศึกษา	54050110
ปริญญา	วิทยาศาสตร์บัณฑิต (คณิตศาสตร์ประยุกต์)		
ภาควิชา	คณิตศาสตร์		
ปีการศึกษา	2557		
อาจารย์ที่ปรึกษา	รองศาสตราจารย์ ดร.ภักคินี ชิตสกุล		
อาจารย์ที่ปรึกษาร่วม	อาจารย์ พุทธพร วานิชกร		

คณะวิทยาศาสตร์ สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง อนุมัติให้ปัญหาพิเศษนี้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตรปริญญาวิทยาศาสตรบัณฑิต (คณิตศาสตร์ประยุกต์) ประจำปีการศึกษา 2557

คณะกรรมการสอบ	ลายมือชื่อ
อ.ดร. กัญญ์ณฉวี แจ่มศรี ประธานกรรมการ	
อ.ดร. กัมปนาท นามงาม กรรมการ	
รศ.ดร. ภักคินี ชิตสกุล กรรมการและอาจารย์ที่ปรึกษา	
อ. พุทธพร วานิชกร กรรมการและอาจารย์ที่ปรึกษา	

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้  
ลิขสิทธิ์ของคณะวิทยาศาสตร์  
สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง

หัวข้อปัญหาพิเศษ	การจำลองแบบคลื่นไฟฟ้าหัวใจ	
	The Simulation of Electrocardiogram	
ชื่อนักศึกษา	นายจิรพัฒน์ ลิ้มธนะกุล	54050009
	นายศุภฤกษ์ ตั้งรุ่งวงษ์ธนา	54050085
	นายอลงกรณ์ โชติกสถิตย์	54050110
ปริญญา	วิทยาศาสตรบัณฑิต(คณิตศาสตร์ประยุกต์)	
ภาควิชา	คณิตศาสตร์	
ปีการศึกษา	2557	
อาจารย์ที่ปรึกษา	รองศาสตราจารย์ ดร.ภคินี ชิตสกุล	
อาจารย์ที่ปรึกษาร่วม	อาจารย์พุทธพร วานิชกร	

### บทคัดย่อ

ปัญหาพิเศษนี้มีวัตถุประสงค์เพื่อการศึกษาการอ่านค่าจากกราฟคลื่นไฟฟ้าหัวใจ รวมถึงการประมาณค่ากราฟจนสามารถสร้างเป็นสมการที่ใช้เป็นมาตรฐานในการเปรียบเทียบคลื่นไฟฟ้าหัวใจของคนปกติกับคนไม่ปกติได้ อีกทั้งยังสามารถนำมาเขียนโปรแกรมเพื่อใช้เป็นแนวทางในการสร้างแบบจำลองคลื่นไฟฟ้าหัวใจของคนปกติ และคนไม่ปกติเพื่อเป็นการส่งเสริมการศึกษาในด้านการแพทย์อีกด้วย

คำสำคัญ : วิธีกำลังสองน้อยที่สุด ฟังก์ชันเกาส์ อนุกรมฟูเรียร์

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

Title	The Simulation of Electrocardiogram		
Students	Mr. Jirapud	Limthanakul	54050009
	Mr. Supharerg	Thangroongvongthana	54050085
	Mr. Alongkon	Chotikasathit	54050110
Degree	Bachelor of Science (Applied Mathematics)		
Department	Mathematics		
Academic Year	2014		
Advisor	Assoc.Prof.Dr. Pakkinee Chitsakul		
Co-Advisor	Buddhaporn Vanishkorn		

### ABSTRACT

The objective of this special problem is to study the Electrocardiogram graph (ECG), and to estimate the graph value for creating a model equation. Moreover this study can be applied in programming to be a guideline to form the model of normal ECG and supporting the medical research.

Keyword: Least square, Gaussian function, Fourier series

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

## กิตติกรรมประกาศ

ในการจัดทำปัญหาพิเศษเรื่อง แบบจำลองคลื่นไฟฟ้าหัวใจ คณะผู้จัดทำต้องขอขอบพระคุณ รศ.ดร.ภคคินี ชิตสกุล และ อ.พุทธพร วานิชกร เนื่องด้วยเป็นอาจารย์ที่ปรึกษาและรับผิดชอบปัญหาพิเศษของผู้จัดทำด้วยดีมาตลอด และกรุณาให้ความช่วยเหลือในส่วนของคำแนะนำ และการแก้ปัญหาในเรื่องต่างๆ รวมทั้งยังตรวจสอบความถูกต้องของปัญหาพิเศษฉบับนี้

นอกจากนี้ยังขอขอบคุณเพื่อน รุ่นพี่ หรือ บุคคลอื่นๆ ที่อาจจะไม่ได้กล่าวถึง ที่คอยช่วยเหลือในด้านต่างๆ ไม่ว่าจะเป็น กำลังใจ ทุนทรัพยากร หรือปัจจัยอื่นๆที่เป็นผลทำให้ปัญหาพิเศษฉบับนี้ลุล่วงไปได้ด้วยดี



เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

# สารบัญ

	หน้า
บทคัดย่อภาษาไทย.....	ก
บทคัดย่อภาษาอังกฤษ.....	ข
กิตติกรรมประกาศ.....	ค
สารบัญ.....	ง-จ
สารบัญรูปภาพ.....	ฉ-ช
สารบัญตาราง.....	ซ
<b>บทที่ 1 บทนำ</b>	
1.1 ที่มาของปัญหาพิเศษ.....	1
1.2 วัตถุประสงค์ของปัญหาพิเศษ.....	2
1.3 ขอบเขตของปัญหาพิเศษ.....	2
1.4 ประโยชน์ที่คาดว่าจะได้รับ.....	2
1.5 ขั้นตอนในการดำเนินงาน.....	2
1.6 ระยะเวลาการดำเนินงาน.....	3
<b>บทที่ 2 ทฤษฎีและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง</b>	
2.1 กายวิภาคของหัวใจหรือความรู้ทั่วไปเกี่ยวกับหัวใจมนุษย์.....	4
2.2 การทำงานของหัวใจ.....	5
2.3 ความสัมพันธ์ของหัวใจและคลื่นไฟฟ้าหัวใจ.....	6
2.4 การเริ่มต้นและการแผ่กระจายด้วยขบวนการไฟฟ้าในหัวใจ.....	8
2.5 Depolarization และ Polarization.....	9
2.6 คลื่นไฟฟ้าหัวใจ.....	13
2.7 การวัดคลื่นไฟฟ้าหัวใจ.....	14
2.8 คลื่นไฟฟ้าหัวใจของคนปกติ.....	17
เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า	
<b>บทที่ 3 วิธีดำเนินงานวิจัย</b>	
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น ผู้จัดทำมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้	
3.1 วิธี Direct method.....	23
3.1.1 สมการรูปแบบพหุนามดีกรี 2.....	24

## สารบัญ(ต่อ)

	หน้า
3.1.2 สมการของเกาส์.....	30
3.2 วิธี Least square.....	35
3.3 วิธี Fourier.....	42
3.4 แสดงค่าคลาดเคลื่อนและกราฟจากวิธีต่างๆเปรียบเทียบกับกราฟหัวใจแบบปกติ.....	56
<b>บทที่ 4 ผลการวิจัยและอภิปรายผล</b>	
4.1 การเปรียบเทียบระหว่างกราฟปกติและกราฟผิดปกติ.....	62
<b>บทที่ 5 สรุปผลการวิจัยและข้อเสนอแนะ</b>	
5.1 สรุปผลการวิจัย.....	72
5.2 ข้อเสนอแนะ.....	73
เอกสารอ้างอิง.....	74

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

# สารบัญรูปภาพ

หน้า

รูปที่ 2.1	โครงสร้างของหัวใจ รวมถึงทิศทางการไหลเวียนของกระแสเลือด.....	6
รูปที่ 2.2	ระบบเหนี่ยวนำไฟฟ้าของหัวใจ (conducting system).....	8
รูปที่ 2.3	การแผ่กระจายของ electrical activation ในเอเทรียมและในเวนทริเคิล.....	8
รูปที่ 2.4	ภาวะ polarization ของเซลล์.....	10
รูปที่ 2.5	ภาวะ depolarization ในบางส่วนของเซลล์.....	11
รูปที่ 2.6	ศักดาไฟฟ้าของผนังเซลล์.....	12
รูปที่ 2.7	Wave ที่สำคัญของคลื่นไฟฟ้าหัวใจ (electrocardiogram) .....	12
รูปที่ 2.8	ความสัมพันธ์ระหว่างตำแหน่งของ electrode ต่อเซลล์กล้ามเนื้อหัวใจและคลื่นไฟฟ้า ชนิดต่างๆที่บันทึก.....	13
รูปที่ 2.9	รูปการตรวจวัดคลื่นไฟฟ้าหัวใจตามจุดต่างๆบนร่างกาย.....	14
รูปที่ 2.10	รูปแสดงตำแหน่งการวาง V lead.....	16
รูปที่ 2.11	ตัวอย่างกราฟแสดงคลื่นไฟฟ้าหัวใจคนปกติที่บันทึกในกระดาด.....	17
รูปที่ 2.12	ตัวอย่างกราฟแสดงคลื่นไฟฟ้าหัวใจคนปกติที่บันทึกในกระดาด.....	18
รูปที่ 2.13	ประเภทของคลื่นไฟฟ้าหัวใจแบบต่าง ๆ.....	19
รูปที่ 3.1	คลื่นไฟฟ้าหัวใจที่ใช้เป็นมาตรฐาน.....	22
รูปที่ 3.2	แสดงการแบ่งช่วงของกราฟหัวใจออกเป็นช่วงๆ.....	23
รูปที่ 3.3	แสดงผลลัพธ์ของกราฟด้วยโปรแกรมโดยวิธี Direct method.....	27
รูปที่ 3.4	แสดงผลลัพธ์ของกราฟด้วยโปรแกรมโดยวิธี Direct Method (Gaussian).....	31
รูปที่ 3.5	แสดงผลลัพธ์ของกราฟด้วยโปรแกรมโดยวิธี Least square.....	39
รูปที่ 3.6	แสดงการพิจารณากราฟช่วง QRS ของวิธี Fourier.....	42
รูปที่ 3.7	แสดงการพิจารณากราฟในช่วง P-wave และ T-wave โดยวิธี Fourier.....	48
รูปที่ 3.8	แสดงผลลัพธ์ของกราฟด้วยโปรแกรมโดยวิธี Fourier.....	53
รูปที่ 3.9	เปรียบเทียบผลลัพธ์ของกราฟจากโปรแกรมโดยรูปแบบมาตรฐานกับวิธี Direct method .....	60
รูปที่ 3.10	เปรียบเทียบผลลัพธ์ของกราฟจากโปรแกรมโดยรูปแบบมาตรฐานกับวิธี Direct method (Gaussian funtion).....	60
รูปที่ 3.11	เปรียบเทียบผลลัพธ์ของกราฟจากโปรแกรมโดยรูปแบบมาตรฐานกับวิธี Least square.....	60
รูปที่ 3.12	เปรียบเทียบผลลัพธ์ของกราฟจากโปรแกรมโดยรูปแบบมาตรฐานกับวิธี Fourier.....	61

เอกสารนี้เป็นเอกสารสงวนลิขสิทธิ์ของมหาวิทยาลัยเทคโนโลยีพระจอมเกล้าธนบุรี ไม่ควรใช้ซ้ำโดยไม่ได้รับอนุญาต  
 ไม่ควรนำเอกสารนี้ไปเผยแพร่โดยไม่ได้รับอนุญาต  
 ไม่ควรนำเอกสารนี้ไปใช้โดยไม่ได้รับอนุญาต

## สารบัญรูปภาพ(ต่อ)

หน้า

รูปที่ 3.13	เปรียบเทียบผลลัพธ์ของกราฟจากโปรแกรมโดยรูปแบบมาตรฐานกับวิธีทั้งหมด.....	61
รูปที่ 4.1	ลักษณะกราฟคลื่นไฟฟ้าหัวใจแบบปกติ.....	62



เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

# สารบัญตาราง

	หน้า
ตารางที่ 1.1 ระยะเวลาดำเนินงาน.....	3
ตารางที่ 2.1 สรุปรูปตำแหน่งการวาง electrode.....	17
ตารางที่ 2.2 รายละเอียดคลื่นแบบต่างๆ ของ ECG.....	20-21
ตารางที่ 3.1 แสดงค่าคลาดเคลื่อนทุกช่วงด้วยวิธี direct method.....	28-29
ตารางที่ 3.2 แสดงค่าคลาดเคลื่อนทุกช่วงด้วยวิธี direct method (Gaussian).....	32-34
ตารางที่ 3.3 แสดงค่าคลาดเคลื่อนทุกช่วงด้วยวิธี Least square.....	40-41
ตารางที่ 3.4 แสดงค่าคลาดเคลื่อนทุกช่วงด้วยวิธี Fourier.....	53-55
ตารางที่ 3.5 แสดงค่าคลาดเคลื่อนโดยเฉลี่ยในช่วงของ P wave.....	56
ตารางที่ 3.6 แสดงค่าคลาดเคลื่อนโดยเฉลี่ยในช่วง PR segment.....	56
ตารางที่ 3.7 แสดงค่าคลาดเคลื่อนโดยเฉลี่ยในช่วง QRS complex.....	56
ตารางที่ 3.8 แสดงค่าคลาดเคลื่อนโดยเฉลี่ยในช่วง ST segment.....	57
ตารางที่ 3.9 แสดงค่าคลาดเคลื่อนโดยเฉลี่ยในช่วง T wave.....	57
ตารางที่ 3.10 สรุปรูปแบบทั่วไปของสมการในแต่ละช่วงแยกตามวิธีคิด.....	58
ตารางที่ 3.11 แสดงค่าเฉลี่ยค่าคลาดเคลื่อนของแต่ละวิธี.....	59

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

# บทที่ 1

## บทนำ

### 1.1 ที่มาของปัญหาพิเศษ

ECG ก็คือ การตรวจคลื่นไฟฟ้าหัวใจด้วยอุปกรณ์ทางอิเล็กทรอนิกส์ (Electrocardiogram) การตรวจคลื่นไฟฟ้าหัวใจทำให้เราทราบข้อมูลของหัวใจบางลักษณะ เช่น จังหวะการเต้นของหัวใจ ความสม่ำเสมอของการเต้นของหัวใจ

ในการแปลผลคลื่นไฟฟ้าหัวใจบางครั้งอาจไม่พบความผิดปกติ ถ้าเป็นเพียงหลอดเลือดตีบไม่รุนแรงก็อาจตรวจไม่พบความผิดปกติได้ และในการอ่านคลื่นไฟฟ้าหัวใจว่ามีหัวใจโต ก็เป็นสิ่งที่ต้องระมัดระวังมาก เพราะต้องอาศัยการแปลผลความสูงของคลื่นไฟฟ้าเป็นสำคัญ ความสูงของคลื่นนี้จะมีการแปรผันมาจากอายุ ความอ้วน ความผอม และโรคปอด ฯลฯ และบ่อยครั้งที่คลื่นไฟฟ้าหัวใจอ่านผลออกมาว่า มีหัวใจโต แต่ความจริงหัวใจอาจไม่โตก็ได้ ในการตรวจขนาดหัวใจโดยอาศัยคลื่นไฟฟ้าหัวใจนั้น มีความไวต่ำมาก ซึ่งหมายความว่า หัวใจอาจจะโตโดยที่คลื่นไฟฟ้าหัวใจปกติก็เป็นไปได้

การตรวจคลื่นไฟฟ้าหัวใจจะมีประโยชน์ ในกรณีที่ผู้ป่วยมีอาการหัวใจเต้นผิดปกติ ใจสั่น เจ็บหน้าอก ในกรณีที่อายุน้อย ไม่มีอาการผิดปกติ การตรวจคลื่นไฟฟ้าหัวใจจะไม่มีประโยชน์ การตรวจคลื่นไฟฟ้าหัวใจควรตรวจในกรณีที่อายุมากกว่า 40 ปี และมีปัจจัยเสี่ยงต่อโรคหัวใจ เช่น ไขมันในเส้นเลือดสูง สูบบุหรี่ เบาหวาน แม้ว่าจะไม่มีอาการของโรคหัวใจ แต่สิ่งเหล่านี้ถือว่าเป็นปัจจัยเสี่ยงต่อการเกิดโรคหัวใจทั้งสิ้น จึงควรที่จะรับการตรวจคลื่นไฟฟ้าหัวใจ เพื่อเก็บการตรวจไว้เปรียบเทียบกับในอนาคต หรือในกรณีที่มีอาการผิดปกติ เช่น ใจสั่น เจ็บหน้าอก เหนื่อยง่าย หรือตรวจพบความดันโลหิตสูง ลิ้นหัวใจรั่ว ควรได้รับการตรวจคลื่นไฟฟ้าหัวใจทันที ดังนั้นการตรวจคลื่นไฟฟ้าหัวใจจึงมีความจำเป็นในผู้ป่วยที่เป็นกลุ่มเสี่ยงต่อการเกิดโรคหัวใจ

ในด้านการวินิจฉัยโรคและการศึกษา นอกจากจะเก็บข้อมูลของคลื่นไฟฟ้าหัวใจจากผู้ป่วยโดยตรง ถ้าหากเราไม่มีผู้ป่วย เราจะไม่สามารถบันทึกข้อมูลของคลื่นไฟฟ้าหัวใจได้ ในการศึกษาความผิดปกติของคลื่นไฟฟ้าหัวใจจำเป็นจะต้องมีการสร้างแบบจำลองเพื่อให้ได้คลื่นไฟฟ้าหัวใจที่มีลักษณะที่แตกต่างกัน ดังนั้นคณะผู้จัดทำโครงการพิเศษมีความสนใจที่จะสร้างแบบจำลองคลื่นไฟฟ้าหัวใจโดยใช้โปรแกรมคอมพิวเตอร์

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้คัดลอกเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

## 1.2 วัตถุประสงค์ของปัญหาพิเศษ

1. เพื่อศึกษาการอ่านค่าจากกราฟคลื่นไฟฟ้าหัวใจ
2. สร้างแบบจำลองคลื่นไฟฟ้าหัวใจด้วยโปรแกรมทางคอมพิวเตอร์
3. เพื่อส่งเสริมการศึกษาทางด้านการแพทย์ รวมถึงวิศวกรรมชีวการแพทย์ (biomedical engineering)

## 1.3 ขอบเขตของปัญหาพิเศษ

สร้างโปรแกรมทางคอมพิวเตอร์ที่สามารถแสดงคลื่นไฟฟ้าหัวใจในลักษณะต่าง ๆ ในรูปแบบที่ปกติและผิดปกติได้

## 1.4 ประโยชน์ที่คาดว่าจะได้รับ

1. ความรู้พื้นฐานในการอ่านกราฟคลื่นหัวใจ
2. สามารถแสดงความผิดปกติของร่างกายเบื้องต้นจากการศึกษากราฟคลื่นของหัวใจ
3. โปรแกรมที่สร้างขึ้นจะเป็นพื้นฐานในการศึกษาคลื่นไฟฟ้าหัวใจ
4. ใช้เป็นพื้นฐานในการวิจัยขั้นสูงต่อไป

## 1.5 ขั้นตอนในการดำเนินงาน

1. ศึกษาเนื้อหาและรายละเอียดในเรื่องการตรวจคลื่นไฟฟ้าหัวใจด้วยอุปกรณ์ทางอิเล็กทรอนิกส์ (ECG) พร้อมตัวอย่างคลื่นไฟฟ้าจากผู้ป่วยโรคหัวใจในรูปแบบต่างๆ
2. วิเคราะห์รูปแบบ ความแตกต่าง ของคลื่นหัวใจจากที่ศึกษา
3. นำมาประยุกต์แสดงรูปแบบของคลื่นไฟฟ้าโดยใช้โปรแกรมคอมพิวเตอร์ที่ผู้จัดทำสนใจ

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้คัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

## 1.6 ระยะเวลาในการดำเนินงาน

กิจกรรม	ระยะเวลาในการดำเนินงาน									
	ปี 2557					ปี 2558				
	ส.ค.	ก.ย.	ต.ค.	พ.ย.	ธ.ค.	ม.ค.	ก.พ.	มี.ค.	เม.ย.	
1.ค้นหาหัวข้อที่สนใจในการทำปัญหาพิเศษ	✓									
2.ศึกษาข้อมูล เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง		✓								
3.เตรียมแบบขออนุมัติทำปัญหาพิเศษต่อสาขาวิชา		✓								
4.จัดหาเครื่องมือและโปรแกรมที่ใช้สำหรับปัญหาพิเศษ			✓							
5.นำตัวอย่างงานวิจัยที่ศึกษามาประยุกต์ใช้กับปัญหาพิเศษ			✓							
6.เขียนโปรแกรมของวิธีการหาผลเฉลยเชิงตัวเลข				✓						
7.นำตัวอย่างจากงานวิจัยที่ศึกษามาประยุกต์ใช้กับโปรแกรม					✓	✓				
8.เปรียบเทียบผลลัพธ์ที่ได้จากงานวิจัย						✓				
9.ประเมิน สรุปผลจากงานวิจัยและเสนอแนะ							✓	✓		
10.จัดทำรูปเล่มปัญหาพิเศษและนำเสนองานวิจัยทั้งหมด								✓	✓	

ตาราง 1.1 แสดงระยะเวลาในการดำเนินงานตามแผนงาน

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

## บทที่ 2

# ทฤษฎีและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

### 2.1 กายวิภาคของหัวใจหรือความรู้ทั่วไปเกี่ยวกับหัวใจมนุษย์

หัวใจเป็นอวัยวะที่มีความมหัศจรรย์มาก กลุ่มเซลล์มีการก่อร่างหัวใจขึ้นมาตั้งแต่มนุษย์ยังเป็นตัวอ่อนในครรภ์มารดา ซึ่งขณะนั้นหัวใจก็เริ่มทำงานแล้ว และทำงานไม่มีวันหยุดตลอดไปตราบเท่าที่ยังมีชีวิต ดังนั้นหัวใจจึงเป็นอวัยวะที่มีความแข็งแรงมาก ดังนั้นก่อนที่จะศึกษาเกี่ยวกับคลื่นไฟฟ้าของหัวใจ เราควรทำความรู้จักเกี่ยวกับส่วนประกอบต่างๆของหัวใจในเบื้องต้นก่อนตลอดจนหน้าที่ของอวัยวะต่างๆซึ่งแต่ละส่วนนั้นก็เชื่อมโยงไปถึงเรื่องคลื่นไฟฟ้าในหัวใจได้ ซึ่งเราสามารถแบ่งหัวใจออกตามลักษณะ (กายวิภาค) และตามหน้าที่ได้ดังต่อไปนี้

#### 2.1.1 เยื่อหุ้มหัวใจ

เป็นเยื่อบาง ๆ ใส ๆ ห่อหุ้มหัวใจไว้ ซึ่งเป็นสาเหตุของโรคบางชนิด เช่น เยื่อหุ้มหัวใจอักเสบ ติด-เชื้อมะเร็งแพร่กระจายมายังเยื่อหุ้มหัวใจ เป็นต้น เยื่อหุ้มหัวใจนั้นถือเป็นอวัยวะที่มีความสำคัญแต่ไม่จำเป็นถึงชีวิตเพราะในกรณีที่เป็นโรคนั้น เราสามารถทำการผ่าตัดเลาะเยื่อหุ้มหัวใจทิ้งได้

#### 2.1.2 หลอดเลือดหัวใจ

จะอยู่บริเวณภายนอกหัวใจ (เยื่อหุ้มหัวใจ) ส่งแขนงเล็ก ๆ ลงไปเลี้ยงกล้ามเนื้อหัวใจ หลอดเลือดหัวใจมีเส้นใหญ่ ๆ อยู่ 2 เส้น คือขวา (right coronary artery) จะนำเลือดไปเลี้ยงหัวใจด้านขวาและซ้าย (left coronary artery) เลี้ยงหัวใจด้านซ้ายเป็นส่วนใหญ่ ด้านซ้ายจะแตกแขนงใหญ่ ๆ 2 แขนงคือ left anterior descending และ left circumflex artery ซึ่งจะมีแขนงเล็ก ๆ อีกมากมาย โรคของหลอดเลือดหัวใจอาจเกิดจากหลายสาเหตุ แต่ที่พบบ่อยที่สุด เกิดจากการสะสมของไขมันที่ผนัง ทำให้หลอดเลือดหัวใจตีบตันในที่สุด (ไม่ใช่มีก้อนไขมันในเลือดลอยไปอุดตัน ตามที่เข้าใจกัน)

#### 2.1.3 กล้ามเนื้อหัวใจ

เป็นส่วนที่ทำหน้าที่ในการบีบตัวไล่เลือดไปเลี้ยงส่วนต่าง ๆ ของร่างกายและขยายตัวเพื่อรับเลือดเข้าสู่หัวใจ จึงเป็นส่วนที่มีความสำคัญอย่างมาก หากกล้ามเนื้อหัวใจบีบหรือคลายตัวผิดปกติแล้ว ก็จะทำให้เกิดปัญหาต่าง ๆ ตามมา ซึ่งส่วนมากอาจไม่สามารถแก้ไขให้กลับไปเป็นปกติได้ การทำงานของกล้ามเนื้อหัวใจต้องอาศัยพลังงานที่ได้จากสารอาหารที่ถูกนำมาโดย หลอดเลือดหัวใจ ดังนั้นโรคของหลอดเลือดหัวใจจึงมีผลต่อกล้ามเนื้อหัวใจโดยตรง

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้คัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

#### 2.1.4 ลิ้นหัวใจและผนังกันห้องหัวใจ

หัวใจคนเรามี 4 ห้องแบ่งเป็นซ้าย-ขวา โดยผนังของกล้ามเนื้อหัวใจและแบ่งห้องบน - ล่าง โดยลิ้นหัวใจ เลือดระหว่างห้องซ้าย-ขวาก็ไม่ไหลปะปนกัน ในบางครั้งการสร้างผนังกันห้องหัวใจไม่สมบูรณ์ เกิดเป็นรูโหว่ขึ้นได้ ซึ่งถือเป็นโรคหัวใจพิการมาแต่กำเนิด ลิ้นหัวใจทำหน้าที่ให้เลือดไหลผ่านและไม่ไหลย้อนกลับมาในทิศทางเดิม ดังนั้นหากลิ้นหัวใจผิดปกติ เช่น ตีบ ฉีกขาด ปิดไม่สนิท ก็ย่อมทำให้เกิดโรคต่าง ๆ ขึ้น โรคหัวใจที่เป็นปัญหามากที่สุดก็คือลิ้นหัวใจพิการรูมาติก ซึ่งเป็นผลจากการติดเชื้อคอคอกอักเสบ

#### 2.1.5 ระบบไฟฟ้าหัวใจ

การที่หัวใจสามารถเต้นได้นั้น เนื่องจากหัวใจส่งกระแสไฟฟ้าที่สร้างขึ้นเอง จากหัวใจห้องขวาบนไปยังหัวใจห้องซ้ายบนและซ้ายล่าง เมื่อไฟฟ้าผ่านไปส่วนใดก็ตามก็จะกระตุ้นให้กล้ามเนื้อหัวใจเกิดการบีบตัวไล่เลือด เลือดจึงไหลอย่างมีระเบียบ ดังนั้น หากระบบไฟฟ้านี้ผิดปกติไป ไม่ว่าจะเกิดจากสาเหตุใดก็ตาม ก็จะทำให้การเต้นของหัวใจผิดปกติ ซึ่งบางครั้งรุนแรงมากจนถึงขั้นเสียชีวิต

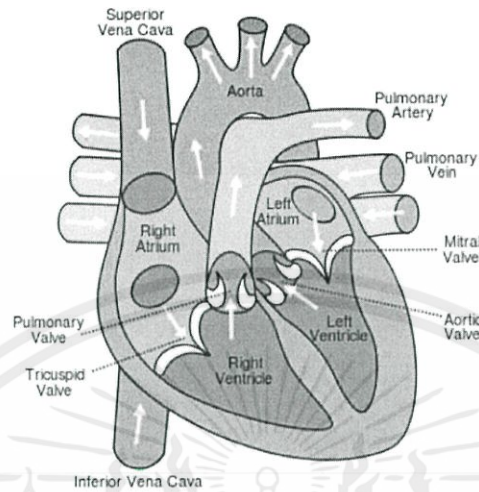
### 2.2 การทำงานของหัวใจ

หัวใจเริ่มต้นตั้งแต่มอยู่ในครรภ์มารดา กล้ามเนื้อหัวใจมีลักษณะพิเศษกว่ากล้ามเนื้อชนิดอื่นคือ สามารถปล่อยกระแสไฟฟ้าได้เอง ไฟฟ้าที่เกิดขึ้นจะเริ่มต้นจากหัวใจห้องขวาบน เรียกว่า Sinus Node โดยมีอัตราการปล่อยไฟฟ้าประมาณ 60-100 ครั้งต่อนาที (ถูกควบคุมด้วยฮอร์โมนหลายชนิด) ไฟฟ้าที่ออกจาก Sinus Node จะกระจายออกไปตามเซลล์นำไฟฟ้า ซึ่งมีอยู่ทั่วไปในหัวใจ เริ่มจากขวาไปซ้าย (ห้องบนขวาไปห้องบนซ้าย) และลงล่างด้วย เมื่อเซลล์กล้ามเนื้อหัวใจถูกกระแสไฟฟ้านี้ ก็เกิดการหดตัวขึ้น ทำให้เกิดการบีบตัวของห้องหัวใจ ดังนั้นการบีบตัวของห้องหัวใจจึงเริ่มจากด้านขวามาซ้าย และห้องบนก่อนห้องล่าง

วงจรการไหลเวียนของเลือดจะเริ่มจาก หัวใจห้องขวาบนรับเลือดดำมาจากส่วนต่างๆของร่างกาย เช่น แขน ขา เลือดส่วนนี้ไหลผ่านลิ้นหัวใจไตรคัสปิด (Tricuspid) ไปยังหัวใจห้องขวาล่าง ซึ่งจะบีบตัวตามมาไล่เลือด (เป็นเลือดดำ) ออกไปฟอกปอดโดยผ่านหลอดเลือดที่เรียกว่า pulmonary artery เลือดจะถูกฟอกที่ปอดโดยอาศัยการแลกเปลี่ยน gas ผ่านทางหลอดเลือดเล็กๆที่ผนังถุงลมของปอด จากนั้นเลือด (เป็นเลือดแดง) จะไหลมารวมกันที่หลอดเลือดใหญ่ที่เรียกว่า pulmonary vein เพื่อไหลกลับเข้าสู่หัวใจอีกครั้งที่ห้องซ้ายบน เลือดไหลจากห้องซ้ายบนลงมาซ้ายล่างโดยผ่านลิ้นหัวใจไมตรัล (Mitral) เมื่อเลือด อยู่ในห้องหัวใจซ้ายล่างก็พร้อมที่จะถูกฉีดออกไปเลี้ยงร่างกายทางหลอดเลือดแดงใหญ่ Aorta ผ่านลิ้นหัวใจเอออร์ติก (Aortic) เมื่อผ่านส่วนต่าง ๆ แล้ว เลือดก็จะกลับสู่หัวใจด้านขวาอีกครั้ง

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้คัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

## โครงสร้างของหัวใจ



รูปที่ 2.1 โครงสร้างของหัวใจ รวมถึงทิศทางการไหลเวียนของกระแสเลือด

ที่มา : <http://th.wikipedia.org/wiki/หัวใจ>

จะเห็นได้ว่าระบบไฟฟ้าหัวใจมีประสิทธิภาพมากในการควบคุมวงจรการบีบตัวของกล้ามเนื้อหัวใจ ทำให้แต่ละห้องหัวใจสัมพันธ์กัน ดังนั้นไม่ว่าระบบไฟฟ้าหัวใจผิดปกติ ลิ้นหัวใจผิดปกติ หรือกล้ามเนื้อหัวใจไม่บีบตัว ย่อมมีผลต่อร่างกายทั้งสิ้น

### 2.3 ความสัมพันธ์ของหัวใจกับคลื่นไฟฟ้าหัวใจ

จากที่กล่าวมาแล้ว หัวใจเป็นอวัยวะที่มีพลังอย่างมากที่สุดของร่างกาย เพราะจะต้องสูบฉีดโลหิตออกไปเลี้ยงร่างกายประมาณ 5 ลิตรต่อนาที โดยที่หัวใจเองเป็นอวัยวะที่นับว่ามีขนาดไม่ใหญ่โตเลย เพียงแค่กำปั้นของเราตามที่เราได้ศึกษามาตั้งแต่สมัยประถม หัวใจประกอบด้วย 4 ห้องคือ เอเทรียม 2 ห้อง ได้แก่ เอเทรียมขวาและซ้าย กับเวนทริเคิลอีก 2 ห้อง ซึ่งมีขวาและซ้ายอีกเช่นกัน ผืนที่กั้นระหว่างห้องขวาและซ้ายเรียกว่า septum

แต่ในทางสรีระไฟฟ้า (electrophysiology) นั้น หัวใจประกอบด้วยห้องเพียง 2 ห้องเท่านั้น คือ เอเทรียมและเวนทริเคิล ทั้งนี้เพราะเอเทรียมทั้ง 2 ห้อง จะทำหน้าที่ทางสรีระไฟฟ้าเป็นเพียงหน่วยเดียวเท่านั้น จะไม่มีขอบเขตของไฟฟ้า (electrical boundary) ระหว่างเอเทรียมทั้งสองเมื่อเอเทรียมถูกกระตุ้นด้วยขบวนการทางไฟฟ้า ในทำนองเดียวกันเวนทริเคิลทั้งสองข้างก็เปรียบเหมือนหนึ่งหน่วยด้วย ทั้งสองหน่วยนี้ถือเป็นห้องทางสรีระไฟฟ้าซึ่งแยกจากกันด้วยวงแหวนที่ประกอบด้วยเนื้อเยื่อ (fibrous ring) ซึ่งมีคุณสมบัติเฉื่อยชาต่อการนำไฟฟ้า แต่กระแสไฟฟ้าก็สามารถผ่านจากเอเทรียมลงมาถึงเวนทริเคิลได้โดยทางเดินพิเศษคือ ระบบเหนี่ยวนำไฟฟ้า (conducting system) ซึ่งประกอบด้วยเซลล์กล้ามเนื้อหัวใจนี้เอง แต่เป็นเซลล์ที่มีคุณสมบัติพิเศษสามารถที่จะทำให้หัวใจทำงานได้เองอย่างเป็นจังหวะ โดยเป็นตัวเริ่มทำให้กล้ามเนื้อหัวใจมีการถูกกระตุ้นด้วยขบวนการไฟฟ้า

และมีกลไกไปตามลำดับ จนในที่สุดมีผลทำให้เกิดการหดตัวและคลายตัวของกล้ามเนื้อหัวใจอย่างสม่ำเสมอและเกิดอยู่ตลอดเวลาด้วย คุณสมบัติของเซลล์พวกนี้ทำให้เราเรียกเซลล์พวกนี้ว่าเป็น pacemaker cell ระบบการเหนี่ยวนำไฟฟ้านี้ประกอบด้วยส่วนต่าง ๆ ดังนี้ คือ

2.3.1 Sino – atrial node (SA node) ซึ่งบางคนเรียก sinus node เป็นจุดเริ่มต้นของระบบการเหนี่ยวนำไฟฟ้า มีตำแหน่งอยู่ตรงด้านขวาของรูที่ superior vena cava เปิดเข้าในเอเทรียมขวา

2.3.2 Internodal atrial pathway นักกายวิภาคศาสตร์มีความเชื่อว่าการเหนี่ยวนำไฟฟ้าจาก SA node นั้นจะลงมายัง A – V node โดยทางเส้นนี้ ซึ่งมีอยู่ทั้งหมด 3 เส้นด้วยกันคือ anterior middle และ posterior แต่นักสรีรวิทยาหลายท่านยังไม่เชื่อว่าจะเป็นเช่นนั้น เชื่อว่ามีการแผ่กระจายของไฟฟ้าไปทั่วกล้ามเนื้อของเอเทรียมมากกว่า

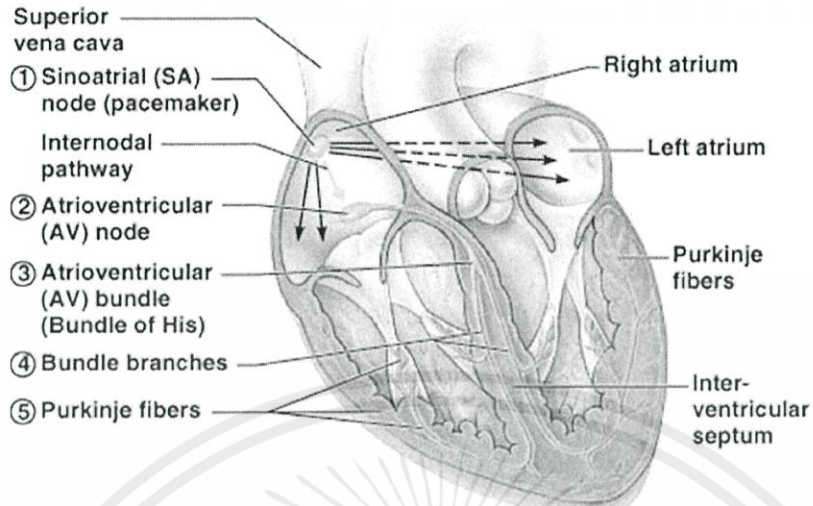
2.3.3 Atrio – ventricular node (A – V node) ซึ่งอยู่ในผนังกั้นระหว่างเอเทรียมทั้งสองข้างตรงบริเวณเหนือ tricuspid พอดิ และต่ำกว่ารูเปิดของ coronary sinus

2.3.4 Bundle of His เป็นส่วนที่ต่อมาจาก A – V node โดยตรง ยาวประมาณ 2 ซม. อยู่ทางด้านขวาของผนังกั้นระหว่างเอเทรียมทั้งสองข้าง และอยู่บนผนังกั้นระหว่างเวนทริเคิลทั้ง 2 ข้าง

2.3.5 Bundle branch ซึ่งแยกเป็นขวาและซ้าย bundle branch ทางขวานั้นจะวิ่งลงมาทางด้านขวาของผนังกั้นเวนทริเคิลทั้ง 2 ข้าง และ bundle branch ทางซ้ายนั้นจะอยู่ทางซ้ายของผนังนี้ และยิ่งแยกเป็น 2 แขนงคือ แขนงทางด้านหลังกับแขนงทางด้านหน้าไปตามส่วนหลังและหน้าของเวนทริเคิลซ้ายตามลำดับ (posterior และ anterior division)

2.3.6 Purkinje system เป็นส่วนปลายสุดของระบบเหนี่ยวนำไฟฟ้า ซึ่งอยู่ในเยื่อบุหัวใจ (endocardium) ลงไป และแผ่กระจายไปทั่วเวนทริเคิลขวาและซ้าย

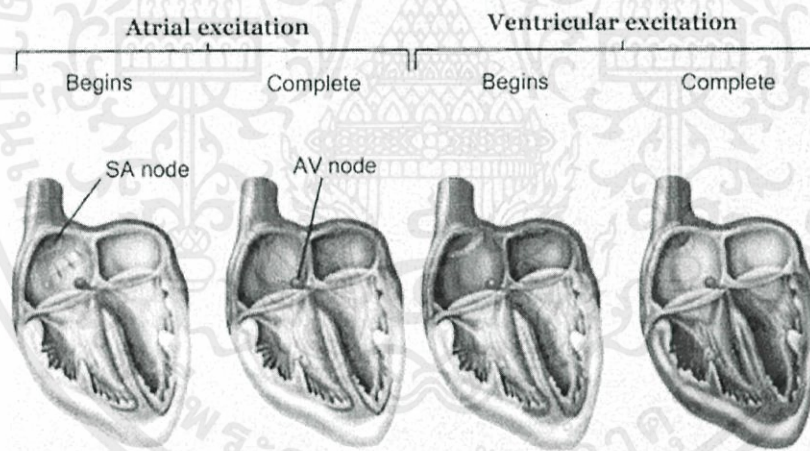
เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้คัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



รูปที่ 2.2 ระบบเหนี่ยวนำไฟฟ้าของหัวใจ (conducting system)

ที่มา : <http://goo.gl/LNm2Qa>

## 2.4 การเริ่มต้นและการแผ่กระจายด้วยขบวนการไฟฟ้าในหัวใจ



รูปที่ 2.3 การแผ่กระจายของ electrical activation ในเอเทรียมและในเวนทริเคิล

ที่มา : <http://goo.gl/LNm2Qa>

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ในภาวะปกตินั้นขบวนการไฟฟ้าทั้งหมดในหัวใจจะเริ่มจากการกระตุ้นด้วยขบวนการไฟฟ้าโดย sino - atrial node ซึ่งอยู่ในเอเทรียมขวาตั้งกล่ามาแล้ว การกระตุ้นนี้จะเกิดขึ้นโดยอัตโนมัติและแผ่กระจายไปตามกล้ามเนื้อหัวใจของเอเทรียมขวาและซ้ายโดยทั่วถึงไปทุกทิศ แต่ทิศทางส่วนใหญ่หรือทิศทางส่วนรวม (predominant direction) จะเฉียงไปทางซ้ายลงล่าง ถึงแม้จุดที่เริ่มต้นคือ sino - atrial node นั้น การแผ่กระจายจะเป็นไปโดยรอบทุกทิศ และกล้ามเนื้อหัวใจเองก็สามารถนำกระแสไฟฟ้าได้ทุกทิศเช่นเดียวกัน แต่ทิศทางที่แท้จริง (actual direction) นั้นจะขึ้นอยู่กับจุดเริ่มต้น และทิศทางส่วนรวมนั้นจะขึ้นอยู่กับมวล (mass) ของกล้ามเนื้อหัวใจที่มากที่สุดด้วย เนื่องจากเวนทริเคิลซึ่งอยู่ข้างล่างมีมวลมากกว่าเอเทรียมซึ่งอยู่ข้างบน และเวนทริเคิลซ้ายมีมวลมากกว่าเวนทริเคิลขวา ดังนั้นการแผ่กระจายของไฟฟ้าในเอเทรียมขวาก็เฉียงไปทางซ้ายและลงล่างจนกระทั่งถึง atrio - ventricular node (A - V node) แล้วไปตาม bundle of His ก่อนที่ประจุไฟฟ้าจะผ่านสู่ bundle of His นั้น atrio - ventricular node จะทำให้ประจุไฟฟ้าช้าลงด้วยเพื่อให้เวลาแก่เวนทริเคิลในการรับเลือดจากเอเทรียม เมื่อผ่าน bundle of His แล้วจะไปตามแขนงขวาและซ้ายของ bundle of His กระแสไฟฟ้าที่ผ่านไปตาม bundle branch ทั้งขวาและซ้ายนี้ ถูกนำไปสู่เวนทริเคิลขวาและซ้ายโดยทั่วถึงทาง Purkinje fiber ซึ่งเป็นคล้ายใยร่างแหกระจายไปทั่วเซลล์ของกล้ามเนื้อหัวใจของเวนทริเคิล ปรากฏการณ์ทั้งหมดนี้ทำให้เวนทริเคิลหดตัวและสามารถบีบเลือดออกจากหัวใจไปเลี้ยงส่วนต่าง ๆ ของร่างกายได้

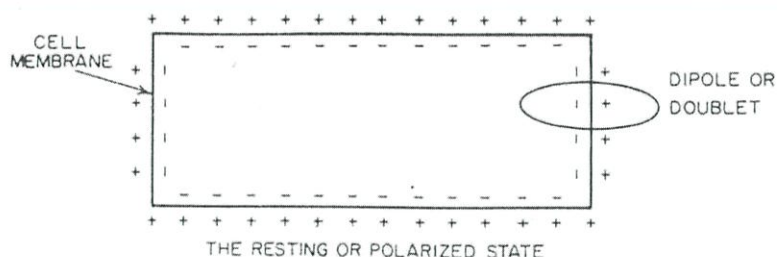
ส่วนแรกสุดของเวนทริเคิลที่รับการกระตุ้นไฟฟ้า คือ ส่วนบนสุดทางซีกซ้ายของผนังกันระหว่างเวนทริเคิลขวาและซ้าย ทิศทางส่วนรวม (predominant direction) ของ ventricular activation จะลงล่างเป็นส่วนใหญ่ แม้ว่าการกระตุ้นจะไปทางขวาด้วย แต่เนื่องจากมวลของเวนทริเคิลซ้ายมากกว่าเวนทริเคิลขวา เพราะฉะนั้นการกระตุ้นทางไฟฟ้าของเวนทริเคิลซ้ายจึง predominate เวนทริเคิลขวาและทิศทางส่วนรวมจึงลงล่างและเฉียงไปทางซ้ายคล้าย ๆ กับที่เกิดในเอเทรียม

การแผ่กระจายของการกระตุ้นทางไฟฟ้าในเอเทรียมนั้นทำให้เกิด P - wave ในคลื่นไฟฟ้าหัวใจ และในทำนองเดียวกันการกระตุ้นทางไฟฟ้าในเวนทริเคิล ทำให้เกิด QRS - complex ซึ่งจะกล่าวในต่อ ๆ ไป

## 2.5 Depolarization และ Repolarization

วิธีการที่ทำให้กล้ามเนื้อหดตัวนั้น เรียกว่า depolarization และ repolarization เซลล์ของกล้ามเนื้อหัวใจแต่ละเซลล์นั้น เราอาจเปรียบเทียบกับแท่งแม่เหล็กแต่ละปลายจะมีขั้วหรือประจุอยู่ (pole หรือ charge) ในเซลล์ของกล้ามเนื้อปกติ และในขณะที่พัก เซลล์นี้จะมีประจุบวกอยู่ด้านนอกและประจุลบอยู่ด้านใน เมื่อประจุเหล่านี้สมดุลกัน ภาวะของเซลล์ในตอนนั้นคือภาวะ polarization

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



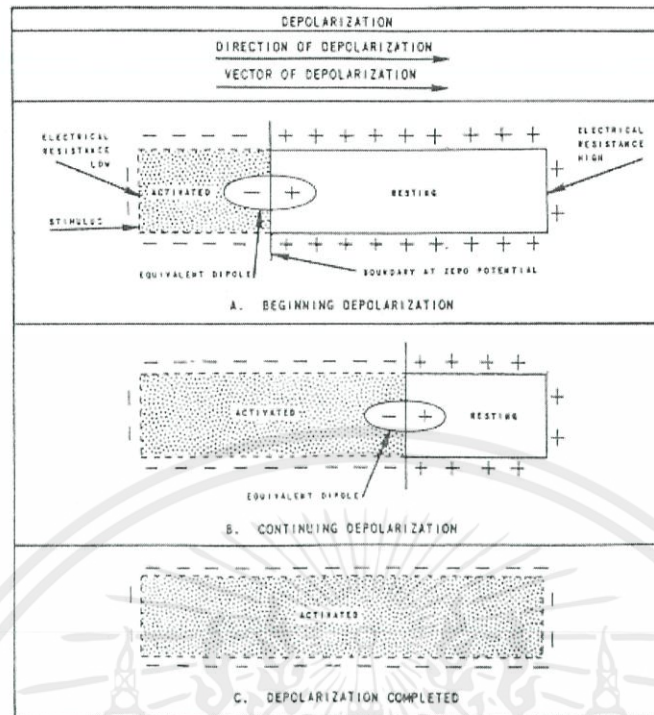
รูปที่ 2.4 ภาวะ polarization ของเซลล์

ที่มา : <http://goo.gl/LNm2Qa>

เมื่อกล้ามเนื้อหัวใจหรือเรียกอย่างละเอียดว่าเซลล์ของกล้ามเนื้อหัวใจถูกกระตุ้นด้วยประจุไฟฟ้า จะเป็นประจุไฟฟ้าจาก sino - atrial node ซึ่งเป็นการกระตุ้นทางไฟฟ้าตามธรรมชาติหรือจาก artificial stimulation ก็ตาม เซลล์ของกล้ามเนื้อหัวใจจะเกิดการเปลี่ยนแปลงขึ้นทันที กระบวนการนี้จะเกิดอย่างรวดเร็วและกระจายไปทั่วผนังเซลล์ (cell membrane) ทำให้ประจุนั้นกลับตรงข้ามจากเดิม คือที่ผิวเซลล์ด้านนอกจะกลายเป็นประจุลบ และผิวด้านในจะกลายเป็นประจุบวก กระบวนการที่เกิดขึ้นนี้คือ depolarization

ข้อแตกต่างระหว่าง polarization และ depolarization อีกอย่างหนึ่งซึ่งควรจำไว้ก็คือ polarization นั้นเป็นภาวะปกติธรรมดาขณะพักหรือนิ่ง (at rest) ของเซลล์ของกล้ามเนื้อหัวใจ แต่ depolarization นั้นเกิดจากการกระตุ้นทางไฟฟ้า ซึ่งเมื่อเกิดขึ้นแล้วจะกระจายอย่างรวดเร็วไปทั่วผนังเซลล์ของกล้ามเนื้อหัวใจและแผ่ไปยังเซลล์อื่น ๆ ที่สามารถนำกระแสไฟฟ้าต่อ ๆ ไปได้ จากนั้นเกิดภาวะเหมือนในแบตเตอรี่ธรรมดา คือมีกระแสไฟฟ้าเกิดตรงที่นั่น และกระแสไฟฟ้านี้จะเหนี่ยวนำเซลล์ถัดไปให้เกิด depolarization ขึ้นทั่วทั้งเซลล์ และต่อไปที่เซลล์อื่น ๆ ไปเรื่อย ๆ ผลของ depolarization นี้เมื่อมี electro-mechanical coupling ด้วยก็จะทำให้เซลล์หรือกล้ามเนื้อหดตัว

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



รูปที่ 2.5 ภาวะ depolarization ในบางส่วนของเซลล์

ที่มา : <http://goo.gl/LNm2Qa>

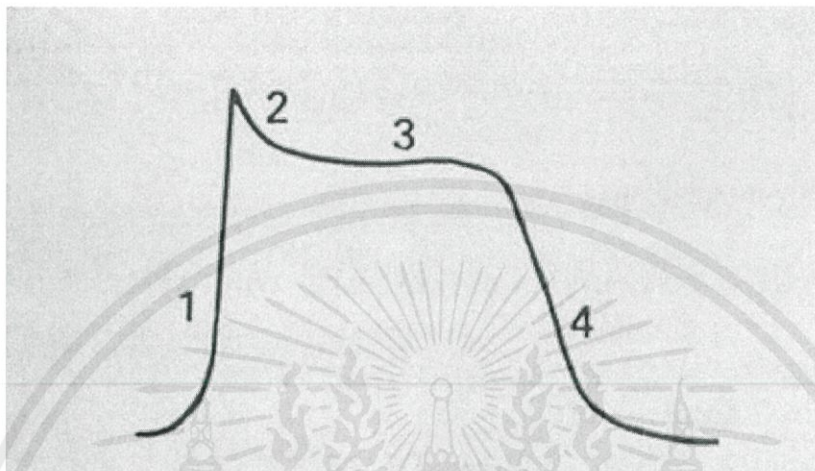
เมื่อประจุไฟฟ้าผ่านไปทั่วเซลล์แล้ว มันจะกลับเข้าสู่ภาวะสมดุลใหม่ นั่นคือ ภาวะของการเกิด repolarization ซึ่งเปรียบเสมือนระยะฟื้นตัวของเซลล์ (recovery process) ในขณะที่เกิด repolarization นี้ ไม่มีการเปลี่ยนแปลงอย่างเห็นได้ด้วยตาในเซลล์ของกล้ามเนื้อ แต่เป็นการเปลี่ยนแปลงทางไฟฟ้าเท่านั้น

ศักดาไฟฟ้าที่เกิดขึ้นขณะที่เซลล์เปลี่ยนจากภาวะ polarization เป็น depolarization นั้น เกี่ยวเนื่องอยู่กับความเข้มข้นของ electrolyte ที่อยู่ภายในและภายนอกเซลล์ด้วย Cation ที่สำคัญในส่วนภายนอกเซลล์คือโซเดียม ส่วนภายในเซลล์จะมีโพแทสเซียมสูง และโซเดียมต่ำเมื่อเทียบกับภายนอกเซลล์ แต่พอเซลล์กล้ามเนื้อหัวใจถูกกระตุ้นทางไฟฟ้าผนังเซลล์จะหยุดทำหน้าที่กั้นโซเดียมไว้ไม่ให้เข้าเซลล์ ดังนั้นขณะเกิด depolarization ขึ้นนั้นจึงมีการไหลของโซเดียมไอออนเข้าไปในเซลล์อย่างรวดเร็ว และมีการหดตัวของกล้ามเนื้อหัวใจ ซึ่งปรากฏการณ์นี้คือ systole นั่นเอง

การที่ sino-atrial node สามารถปล่อยประจุไฟฟ้าออกไปทำให้เกิด depolarization ขึ้นในเซลล์หนึ่งและต่อไปยังเซลล์ต่างๆนี้ ทำให้เราสามารถบันทึก electrical voltage ที่เกิดจากขบวนการทั้งหมดโดยการวาง electrode ไว้บนผิวหนังร่างกายและอีกปลายหนึ่งต่อกับ galvanometer ซึ่งมีความไวเป็นพิเศษ และเข็มของ galvanometer นี้จะเคลื่อนไหวไปตาม voltage ที่เกิดขึ้นในกล้ามเนื้อหัวใจ โดยบันทึกลงบนกระดาษกราฟที่ได้นี้คือ คลื่นไฟฟ้าหัวใจ (electrocardiogram) สามารถแบ่งออกเป็น

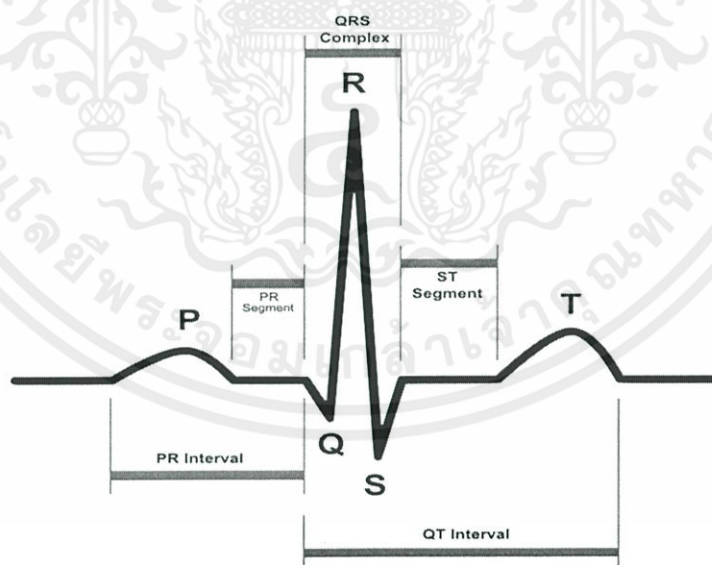
เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปเผยแพร่ ใช้งานโดยไม่ได้รับอนุญาต  
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งยังมีเหตุผลเบื้องหน้า และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

- ส่วนที่ 1 คือ การเกิด depolarization อย่างรวดเร็ว  
 ส่วนที่ 2 คือ การเกิด repolarization อย่างรวดเร็วและระยะแรก  
 ส่วนที่ 3 คือ การเกิด repolarization อย่างช้า  
 ส่วนที่ 4 คือ ศักดาไฟฟ้าของผนังเซลล์จะค่อยๆเข้าสู่ระยะพักตัว



รูปที่ 2.6 ศักดาไฟฟ้าของผนังเซลล์

ซึ่งในความเป็นจริงในหัวใจจะมีคลื่นเช่นนี้เกิดขึ้นแต่รูปร่างจะเปลี่ยนไปแล้วแต่หมู่กล้ามเนื้อต่างๆของหัวใจและตำแหน่งของ electrode



รูปที่ 2.7 Wave ที่สำคัญของคลื่นไฟฟ้าหัวใจ (electrocardiogram)

ที่มา : <http://tomei.exteen.com/20120120/how-to-ekg-1>

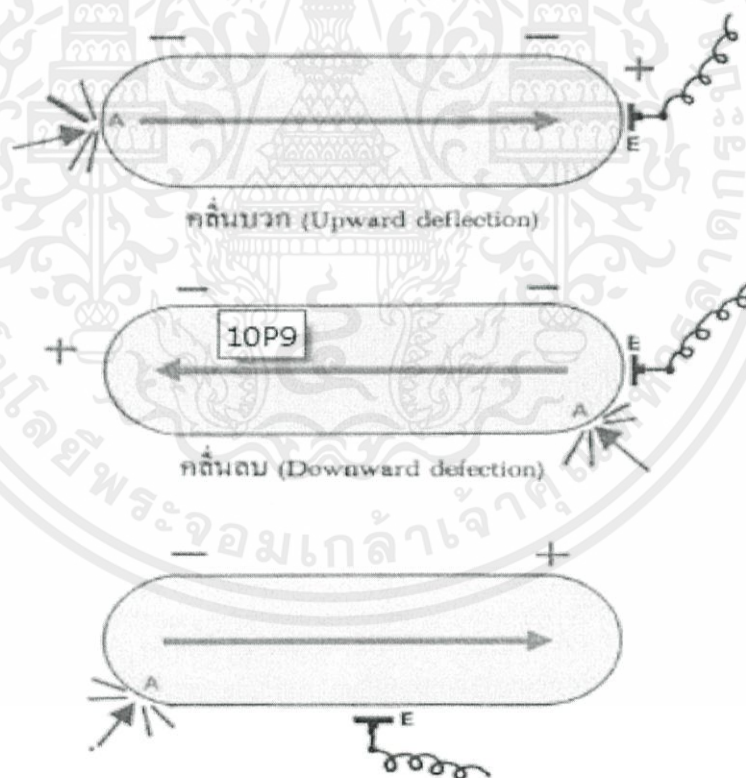
เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้คัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

## 2.6 คลื่นไฟฟ้าหัวใจ

คลื่นไฟฟ้าหัวใจนั้น จะประกอบด้วยคลื่นที่สำคัญ 3 คลื่นด้วยกัน

Einthoven เป็นผู้ตั้งชื่อคลื่นแรกว่า P-wave คลื่นที่สองว่า QRS-complex ซึ่งประกอบด้วย Q-wave , R-wave , S-wave และอันที่สามคือ T-wave คลื่นที่กล่าวมาทั้งหมดนี้ประกอบขึ้นเป็น 1 cycle ของหัวใจ ซึ่ง P-wave เกิดจาก atrial depolarization , QRS-complex เกิดจาก ventricular depolarization และ T-wave เกิดจาก ventricular repolarization ดังนั้นจะเห็นได้ว่าหัวใจมี electrical cycle อย่างสมบูรณ์ ซึ่งถ้าเปรียบเทียบกับทางสรีรวิทยาแล้วก็คือหัวใจมีการบีบตัวและคลายตัวเป็น physical cycle อย่างสมบูรณ์เช่นกัน

คลื่นต่าง ๆ ที่ได้ใน electrocardiogram นั้น อาจเป็นได้ทั้งบวกและลบ การจะเป็นคลื่นชนิดใดนั้นขึ้นอยู่กับตำแหน่งของ electrode ด้วย ในบางกรณีเราได้ทั้งส่วนที่เป็นบวกและลบภายในคลื่นเดียวกัน เราเรียกคลื่นชนิดนี้ว่า biphasic หรือ diphasic wave ซึ่งเกิดขึ้นได้เพราะ electrode อยู่ตรงจุดกึ่งกลางของเซลล์กล้ามเนื้อพอดี ดังนั้นคลื่นที่ได้ตอนแรกจะเป็นคลื่นบวก เพราะประจุบวกเคลื่อนที่ไปเรื่อย ๆ ส่วนคลื่นตอนหลังเป็นคลื่นลบซึ่งจะอยู่ใต้เส้นมาตรฐานเพราะเป็นผลของประจุลบที่ผ่านไป



รูปที่ 2.8 ความสัมพันธ์ระหว่างตำแหน่งของ electrode ต่อเซลล์กล้ามเนื้อหัวใจและ

คลื่นไฟฟ้าชนิดต่างๆที่บันทึก

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ที่มา : <http://goo.gl/LNm2Qa>  
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

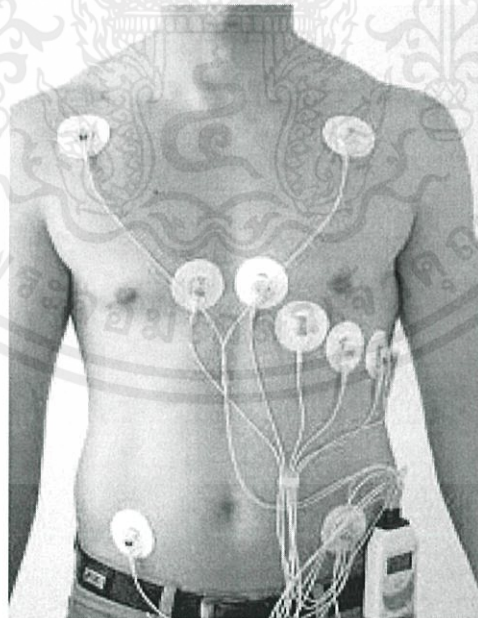
การกลับมาสู่ภาวะปกติของเซลล์กล้ามเนื้อหัวใจภายหลังที่ถูกกระตุ้นแล้ว คือ repolarization นั้นทำให้เกิดการเปลี่ยนแปลงทางไฟฟ้าขึ้น ซึ่งเราสามารถบันทึกได้เพราะมีคลื่นใหม่เกิดขึ้นอีกอันหนึ่งคือ T-wave

ถ้าเราวิเคราะห์ส่วนต่าง ๆ ของคลื่นไฟฟ้าหัวใจและเอามาเปรียบเทียบกับระหว่างคลื่นไฟฟ้าหัวใจของคนปกติกับของคนหัวใจผิดปกติ เราอาจจะบอกภาวะของหัวใจที่ผิดปกติได้ แต่เราควรตระหนักไว้ด้วยว่าแม้เราจะใช้คลื่นไฟฟ้าหัวใจ และศึกษาสรีรวิทยาของคลื่นไฟฟ้าหัวใจกันมาตลอดหลายสิบปี แต่ปรากฏการณ์บางอย่างเราก็กังไม่สามารถอธิบายได้อย่างแจ่มชัดว่าเหตุใดจึงเกิดขึ้นและเกิดขึ้นได้อย่างไร ดังนั้น การเปลี่ยนแปลงที่เกิดขึ้นทางไฟฟ้ากับกายวิภาคของหัวใจจึงไม่จำเป็นต้องสัมพันธ์กันหรือต้องอธิบายเหตุผลได้เสมอไป การเปลี่ยนแปลงทางไฟฟ้าที่ผิดปกติคือคลื่นไฟฟ้าหัวใจที่ผิดปกติ

จึงไม่จำเป็นต้องหมายความว่าต้องมีพยาธิสภาพเกิดขึ้นในหัวใจเสมอไป และในทำนองเดียวกันโรคหัวใจทุกโรคหรือความผิดปกติของหัวใจทุกชนิด ไม่จำเป็นต้องมีคลื่นไฟฟ้าหัวใจที่ผิดปกติ

## 2.7 การวัดคลื่นไฟฟ้าหัวใจ

ในปัจจุบันคลื่นไฟฟ้าหัวใจมิได้ประกอบด้วยกราฟเพียงแถวเดียวอย่างที่ได้อธิบายมาแล้ว แต่มีถึง 12 แถวด้วยกัน แต่ละแถวของคลื่นไฟฟ้าหัวใจ เราเรียกว่า lead ดังนั้นคลื่นไฟฟ้าหัวใจที่สมบูรณ์จะต้องประกอบด้วย 12 lead เสมอ แต่ละ lead เกิดจากการวาง electrode ซึ่งเป็นขั้วบวกและขั้วลบไว้ในที่ต่าง ๆ บนร่างกาย lead ทั้ง 12 นี้แบ่งออกได้เป็น 2 ชนิดด้วยกัน คือ



เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
รูปที่ 2.9 รูปการตรวจวัดคลื่นไฟฟ้าหัวใจตามจุดต่างๆบนร่างกาย  
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งยังมีข้อตกลงก่อนหน้า และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้  
ที่มา : <http://galleryhip.com/defibrillator-in-use.html>

2.7.1 Standard lead หรือ Bipolar lead หรือ limb lead เกิดจากการวาง electrode ไว้บนแขนและขา คือ electrode อันหนึ่งอยู่บนแขนขวา อีกอันหนึ่งอยู่บนแขนซ้าย และอีกอันหนึ่งอยู่บนขาซ้ายหรือเท้าซ้าย แต่เรามักจะวางไว้บนขาซ้ายเพราะสะดวกกว่า และคลื่นไฟฟ้าที่ได้จะมีรูปร่างเหมือนกัน ไม่ว่าเราจะวางไว้บนเท้าซ้ายหรือขาซ้าย คลื่นไฟฟ้าที่ได้นี้จะเป็นการวัดความต่างศักย์ระหว่างขั้วทั้งสองของ electrode ที่วางไว้ตามจุดต่าง ๆ จากการทำความเข้าใจ เราจะได้คลื่นไฟฟ้า 3 lead ด้วยกันคือ

Lead 1 ได้จากการวัดความต่างศักย์ระหว่างแขนขวาและแขนซ้าย

Lead 2 ได้จากการวัดความต่างศักย์ระหว่างแขนขวาและขาซ้าย

Lead 3 ได้จากการวัดความต่างศักย์ระหว่างแขนซ้ายและขาซ้าย

จะเห็นได้ว่า standard lead นี้ เป็นการวัดความต่างศักย์ระหว่างจุด 2 จุดด้วยกัน และ electrode ที่จุดหนึ่งจะเป็นขั้วบวก electrode ที่อีกจุดหนึ่งจะเป็นขั้วลบ ดังนั้นอาจเรียก lead ที่ได้จากการวาง electrode เช่นนี้ว่า bipolar lead แต่เนื่องจาก electrode ทั้ง 2 ขั้วนี้จะต้องวางอยู่บนแขน 2 ข้างหรือแขนกับขา เราอาจเรียกว่าเป็น limb lead หรือ bipolar limb lead

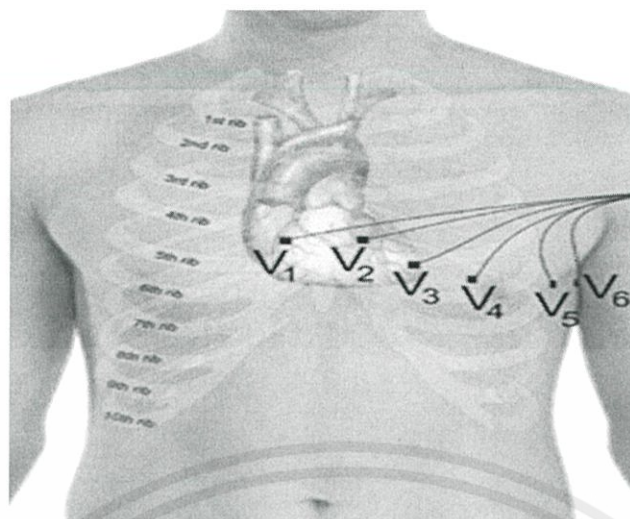
2.7.2 Unipolar lead เกิดจากการวาง electrode ที่เป็นขั้วบวกไว้ตามตำแหน่งมาตรฐานต่าง ๆ ส่วน electrode อีกขั้วหนึ่งของ galvanometer นั้นทำให้มีค่าเป็นศูนย์คือเป็น zero potential หรือเรียกง่าย ๆ ว่าเป็น indifferent electrode ซึ่งก็อยู่ที่ตัวเครื่องมีนั่นเอง การวาง electrode เช่นนี้ทำให้เราสามารถวัด voltage ที่เกิดขึ้นจริง ๆ ได้ electrode ขั้วบวกได้ตามตำแหน่งต่าง ๆ ที่ต้องการทราบโดยเราสามารถเคลื่อนย้าย electrode ขั้วบวกได้ตามต้องการ แต่ให้ indifferent electrode อยู่กับที่ด้วยเหตุผลข้อนี้บางคนจึงเรียก electrode ขั้วบวกว่า exploring electrode จุดมาตรฐานที่ใช้วางขั้วบวกคือ

1. หัวไหล่ขวาซึ่งอาศัย electrode ที่ติดกับแขนขวาในการทำ standard lead นั้นเอง
2. หัวไหล่ซ้ายซึ่งอาศัย electrode ที่ติดกับแขนซ้าย
3. เท้าซ้ายซึ่งอาศัย electrode ที่ติดกับขาซ้าย

แต่เนื่องจากกราฟหรือคลื่นเช่นนี้ ไม่สะดวกแก่การอ่านและการแปลผล จึงได้มีการดัดแปลงทำให้คลื่นที่ได้ใหญ่ขึ้น แต่รูปร่างไม่เปลี่ยนแปลงโดยการเพิ่ม voltage (argument voltage) เราเรียก lead ทั้งสามนี้ว่า aVR aVL และ aVF

ยังมี unipolar lead อีกชนิดหนึ่งคือ chest lead หรือ precordial lead ซึ่งได้จากการวาง exploring electrode ลงบนตำแหน่งต่าง ๆ ของหน้าอก ได้แก่การวาง electrode อยู่บนหัวใจและรอบ ๆ หัวใจด้วย ตามมาตรฐานสากลการวางจะมี 6 ตำแหน่งด้วยกัน ทำให้ได้ chest lead 6 lead ซึ่งตามภาษาคลื่นไฟฟ้าหัวใจเราจะใช้ตัวย่อว่า V lead

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



รูปที่ 2.10 รูปแสดงตำแหน่งการวาง V lead  
ที่มา : [th.wikipedia.org/wiki/การตรวจคลื่นไฟฟ้าหัวใจ](http://th.wikipedia.org/wiki/การตรวจคลื่นไฟฟ้าหัวใจ)

Lead  $V_1$  วาง exploring electrode ที่ช่องระหว่างกระดูกซี่โครงช่องที่ 4 ทางด้านขวาติดกับขอบกระดูกหน้าอก

Lead  $V_2$  วางที่ช่องระหว่างกระดูกซี่โครงช่องที่ 4 ด้านซ้าย ติดกับขอบกระดูกหน้าอก

Lead  $V_3$  ถัดจาก Lead  $V_2$  อยู่กึ่งกลางระหว่าง Lead  $V_2$  และ Lead  $V_4$  พอดี

Lead  $V_4$  อยู่บนกึ่งกลางของกระดูกไหปลาร้า (mid-clavicular line) ในช่องระหว่างกระดูกซี่โครง ช่องที่ 5

Lead  $V_5$  อยู่บนจุดซึ่งตัดกันระหว่างเส้น anterior axillary line กับเส้นขนานที่ลากจาก Lead  $V_4$

Lead  $V_6$  อยู่บนจุดตัดกันระหว่างเส้น mid-axillary line กับเส้นขนานที่ลากจาก Lead  $V_4$  ไป

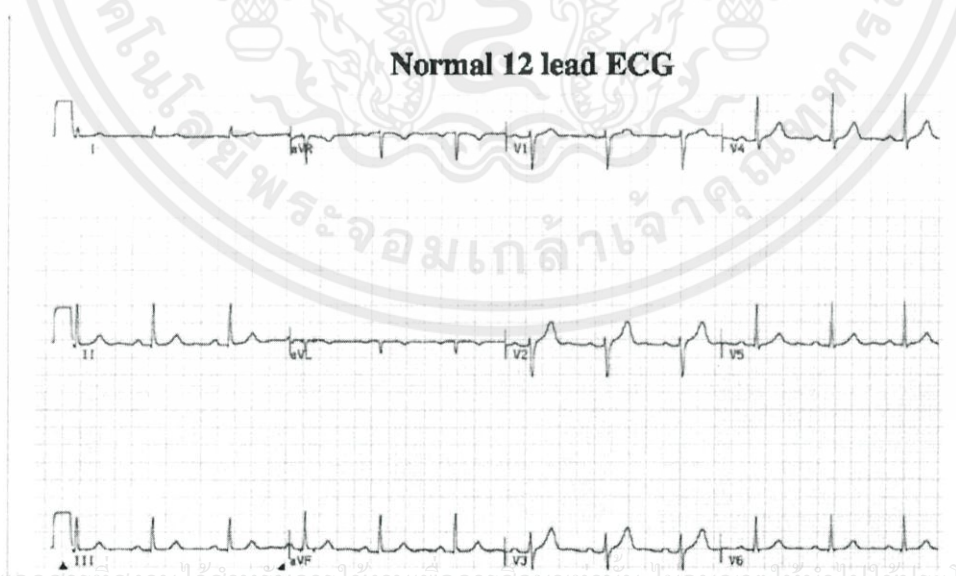
เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้คัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

สรุปตำแหน่งการวาง electrode ตามจุดต่าง ๆ

ป้ายชื่อขั้วไฟฟ้า (ในสหรัฐอเมริกา)	การจัดวางขั้วไฟฟ้า
RA	ที่แขนขวาหลักเฉียงกล้ามเนื้อหน้า
LA	ในตำแหน่งเดียวกับที่วาง RA แต่บนแขนซ้าย
RL	ที่ขาขวากลับมือน่องด้านข้าง
LL	ในสถานที่เดียวกับที่วาง RL แต่ในขาซ้าย
$V_1$	ในที่ว่างตรงซีโครงที่สี่ (ระหว่างซีโครงที่ 4 และที่ 5) ด้านขวาของ กระดูกหน้าอก
$V_2$	ในที่ว่างตรงซีโครงที่สี่ (ระหว่างซีโครงที่ 4 และที่ 5) ด้านซ้ายของ กระดูกหน้าอก
$V_3$	ระหว่าง leads $V_2$ and $V_4$
$V_4$	ในที่ว่างตรงซีโครงที่ห้า (ระหว่างซีโครงที่ 5 และที่ 6) ในแนว กึ่งกลางของกระดูกไหปลาร้า
$V_5$	แนวอนเสมอกับ $V_4$ ในแนวรักแร้ด้านหน้าซ้าย.
$V_6$	แนวอนเสมอกับ $V_4$ และ $V_5$ ในแนวรักแร้.

ตารางที่ 2.1 สรุปตำแหน่งการวาง electrode

## 2.8 คลื่นไฟฟ้าหัวใจของคนปกติ

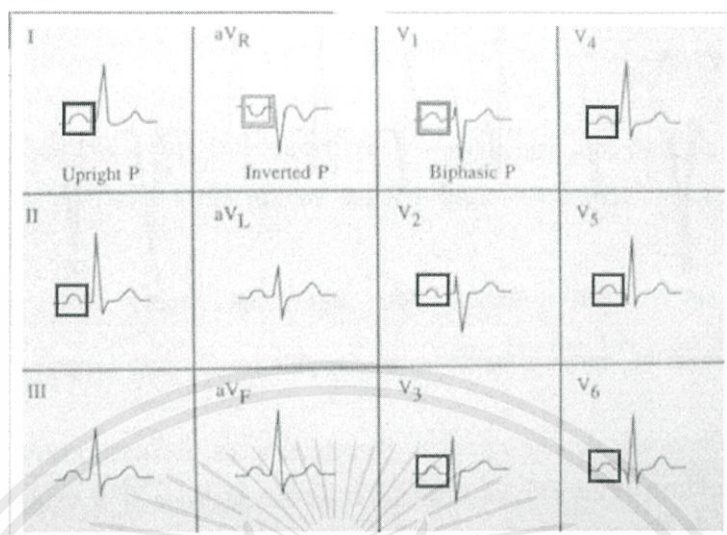


เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนลิขสิทธิ์ไว้สำหรับใช้ภายในห้องเรียนเท่านั้น เมื่อผู้รู้เห็นหน้าเว็บหรือเว็บไซต์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งนี้รูปที่ 2.11 ตัวอย่างกราฟแสดงคลื่นไฟฟ้าหัวใจคนปกติที่บันทึกในกระดาษขึงที่มีการนำไปใช้

ที่มา : <http://goo.gl/LNm2Qa>

## คลื่นไฟฟ้าหัวใจประกอบขึ้นด้วยคลื่นต่าง ๆ

### 2.8.1 P-wave



รูปที่ 2.12 ตัวอย่างกราฟแสดงคลื่นไฟฟ้าหัวใจคนปกติที่บันทึกในกระดาด

ที่มา : <http://goo.gl/LNm2Qa>

P-wave ปกติที่เกิดจากกระแสไฟฟ้าจาก SA-node จะมีรูปร่าง upright ใน lead I,II และ Precordial leads ทั้งหมดยกเว้นที่ V1 ซึ่ง P-wave อาจ upright, inverted หรือ biphasic ก็ได้ ส่วนใน aVR P wave ปกติที่มาจาก SA-node จะต้องเป็น inverted P wave

### 2.8.2 QRS complex

QRS-complex เกิดจาก Ventricle Depolarization โดยมีทิศทางจากผนังด้านซ้ายไปด้านขวา ดังนั้น electrode ที่ V1 จะบันทึกเป็น R-wave ขนาดเล็ก electrode ที่ V<sub>5-6</sub> จะบันทึกเป็น Q-wave ขนาดเล็ก หลังจากนั้นเกิด Depolarization ของ LV และ RV เกือบพร้อม ๆ กัน แต่เนื่องจาก LV มีมวลมากกว่าและสร้างไฟฟ้าได้มากกว่า QRS-complex ที่เกิดขึ้นจึงเป็นผลมาจาก LV เป็นส่วนใหญ่จะพบว่า R-wave ค่อย ๆ สูงขึ้น เรียกว่า normal R-wave progression ความสูงของ R-wave ค่อย ๆ สูงขึ้น จาก V<sub>1-6</sub> เรียกว่า normal R-wave progression ขณะที่ S-wave จะค่อย ๆ เล็กลงตามลำดับ บริเวณที่ R-wave สูงพอ ๆ กับความลึกของ S-wave เรียกว่า Transitional zone ซึ่งปกติจะอยู่ที่ V<sub>3,4</sub>

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

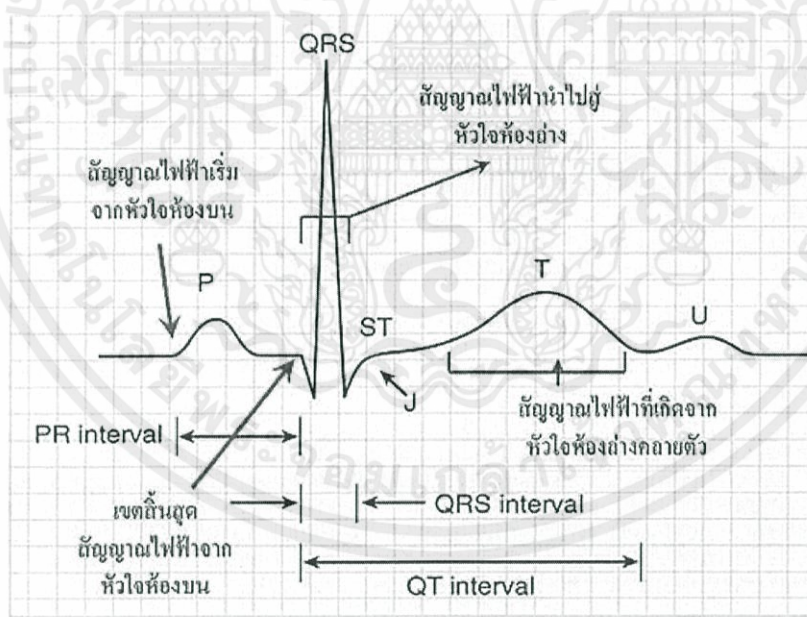
### 2.8.3 T-wave

เป็นผลรวมทางไฟฟ้าจาก Repolarization ของ ventricle สำหรับ Repolarization ของ atrium มักไม่เห็นเพราะเกิดในช่วง Depolarization ของ ventricle จึงถูกบดบังไป

### 2.8.4 U-wave

คลื่นทั้งหมดจะรวมกันเป็น 1 cycle และแต่ละ cycle จะแยกจากกันด้วยเส้นตรงเรียบซึ่งเราเรียกว่าเส้นมาตรฐาน (baseline หรือ iso-electric line) คลื่นทั้งหลายจะเกิดขึ้นเหนือหรือใต้เส้นมาตรฐานทั้งสิ้น คลื่นที่อยู่เหนือเส้นมาตรฐานนี้ เราเรียกว่าคลื่นบวก (positive wave) เช่น P-wave , R-wave เป็นต้น ส่วนคลื่นที่อยู่ใต้เส้นมาตรฐานก็เป็นคลื่นลบ (negative wave) เช่น P-wave ในบางกรณีเราเรียกว่า negative P-wave, Q-wave หรือ S-wave ซึ่งคลื่น 2 อันหลังย่อมเป็นคลื่นลบเสมอ เราจึงไม่จำเป็นต้องใช้คำว่า negative นำหน้า และ Q-wave, R-wave และ S-wave นี้บางทีเราเรียกรวมกันไปเลยว่า QRS-complex

ในบรรดาคลื่นทั้งสาม P-wave จะเล็กกว่าอันอื่นหมด และ QRS-complex จะเห็นได้ชัดเจนและเห็นง่ายกว่าอันอื่นทั้งสิ้นเพราะมีความสูงอย่างชัดเจน ในบางกรณีหา P-wave ไม่ได้หรือไม่แน่ใจให้พยายามหา QRS-complex เสียก่อน และดูคลื่นเล็ก ๆ ที่อยู่หน้า QRS-complex นั้น คลื่นที่ได้ควรจะเป็น P wave



รูปที่ 2.13 ประเภทของคลื่นไฟฟ้าหัวใจแบบต่าง ๆ

ที่มา : <http://www.stock2morrow.com/showthread.php/15722-impact>

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้คัดลอกเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ในแต่ละคลื่นสามารถแบ่งได้ตามช่วงเวลาดังตารางนี้

ช่วงเวลา	คำอธิบาย	ระยะเวลา
RR interval	ช่วงเวลาระหว่างคลื่น R หนึ่งและคลื่น R ต่อไป; อัตราการเต้นของหัวใจช่วงพักปกติอยู่ระหว่าง 60 ถึง 100 bpm.	0.6 ถึง 1.2 วินาที
คลื่น P	ระหว่างการ depolarization ปกติของหัวใจห้องบน, เวกเตอร์ไฟฟ้าหลักจะชี้จาก SA node (เนื้อเยื่อในหัวใจห้องบนขวาที่สร้างแรงกระตุ้นให้หัวใจเต้น) ไปยัง AV node (ส่วนของระบบควบคุมไฟฟ้าของหัวใจที่ประสานงานด้านบนของหัวใจ) และกระจายจากห้องบนขวาไปยังห้องบนซ้าย. มันกลายเป็นคลื่น P บน ECG.	80 ms และสูงได้ถึง 2.5 mm
PR interval	PR interval ถูกวัดจากจุดเริ่มต้นของคลื่น P ไปยังจุดเริ่มต้นของ QRS complex. PR interval สะท้อนเวลาที่แรงกระตุ้นไฟฟ้าใช้ในการเดินทางจาก SA node ผ่าน AV node เข้าไปในหัวใจห้องล่างทั้งสอง. เพราะฉะนั้น PR interval เป็นการประมาณที่ดีของการทำหน้าที่ของ AV node.	120 ถึง 200 ms
PR segment	PR segment เชื่อมต่อคลื่น P เข้ากับ QRS complex. เวกเตอร์แรงกระตุ้นจะวิ่งจาก AV node ไปยัง Bundle of His <sup>[38]</sup> ต่อไปยัง bundle branches จากนั้นก็ไปยัง Purkinje fibers. กิจกรรมไฟฟ้านี้ไม่ได้สร้างแรงบีบโดยตรงเพียงแต่เดินทางลงไปที่หัวใจห้องล่างทั้งสอง, และนี่แสดงออกมาเป็นเส้นแบนบน ECG. PR interval เกี่ยวข้องทางคลินิกมากกว่า.	50 ถึง 120 ms
QRS complex	QRS complex สะท้อนการ depolarization ของหัวใจห้องล่างขวาและซ้ายอย่างรวดเร็ว. หัวใจห้องล่างมีกลุ่มกล้ามเนื้ออันใหญ่เมื่อเทียบกับหัวใจห้องบน, ดังนั้น QRS complex ปกติจะมีขนาดที่ใหญ่กว่าคลื่น P.	80 ถึง 120 ms และสูงได้ถึง 25 mm
J-point	หมายถึงจุดที่ QRS complex สิ้นสุดและ ST segment เริ่มต้น. มันใช้วัดปริมาณของแรงยกหรือแรงกดของ ST ที่ปรากฏ.	N/A
ST segment	ST segment เชื่อมต่อ QRS complex เข้ากับคลื่น T. ST segment แทนช่วงเวลาในห้องล่างถูก depolarized. มันเป็น isoelectric.	80 ถึง 120 ms
คลื่น T	คลื่น T แทนการ repolarization (หรือการคืนตัว) ของหัวใจห้องล่าง. ช่วงเวลาจากจุดเริ่มต้นของ QRS complex ไปยังยอดของคลื่น T ถูกเรียกว่าเป็นช่วงเวลาไม่ตอบสนองสมบูรณ์. ครึ่งหลังของคลื่น T ถูกเรียกว่าเป็นช่วงเวลาไม่ตอบสนองสัมพันธ์ (หรือช่วงเวลาอ่อนแอ).	160 ms และสูงได้ถึง 5 mm
ST interval	ST interval ถูกวัดจาก J point ถึงปลายของคลื่น T.	320 ms
QT interval	QT interval ถูกวัดจากจุดเริ่มต้นของ QRS complex ไปยังปลายของคลื่น T. QT interval ที่ยาวขึ้นเป็นปัจจัยเสี่ยงสำหรับการเต้นของหัวใจห้องล่างไม่สม่ำเสมอ (อังกฤษ: ventricular tachyarrhythmias) และการตายฉับพลัน. มันแปรตามอัตราการเต้นของหัวใจและ, สำหรับส่วนเกี่ยวข้องด้านคลินิก, ต้องการการ correction สำหรับสิ่งนี้, จึงอยู่ในรูป QTc.	สูงได้ถึง 420 ms อัตราการเต้นหัวใจที่ 60 bpm

ช่วงเวลา	คำอธิบาย	ระยะเวลา
คลื่น U	คลื่น U ถูกสร้างเป็นสมมติฐานว่าเกิดจากการ repolarization ของผนังแบ่งระหว่างหัวใจห้องล่าง. ปกติมันจะมีขนาดของคลื่นเล็ก, และบ่อยมากที่จะไม่ปรากฏด้วยซ้ำ. มันจะตามคลื่น T เสมอ, และมีขนาดคลื่นในทิศทางเดียวกันด้วย. ถ้ามันปรากฏชัดเจนมาก, สงสัยว่าจะเป็นภาวะโปตัสเซียมในเลือดต่ำ, ภาวะแคลเซียมสูงในเลือดหรือภาวะต่อมไทรอยด์ทำงานเกิน <sup>[39]</sup> .	-
คลื่น J	คลื่น J, J-point หรือ Osborn wave ที่สูงปรากฏว่าเป็นคลื่น delta ที่มาซ้ำโดยปรากฏต่อจาก QRS หรือเป็นคลื่น R ที่สองขนาดเล็ก. มันถูกพิจารณาว่าเป็นอาการบ่งโรคของสภาวะที่ร่างกายมีอุณหภูมิต่ำเกินไปหรือภาวะเลือดมีแคลเซียมมาก <sup>[40]</sup> .	-

ตารางที่ 2.3 รายละเอียดคลื่นแบบต่างๆของ ECG

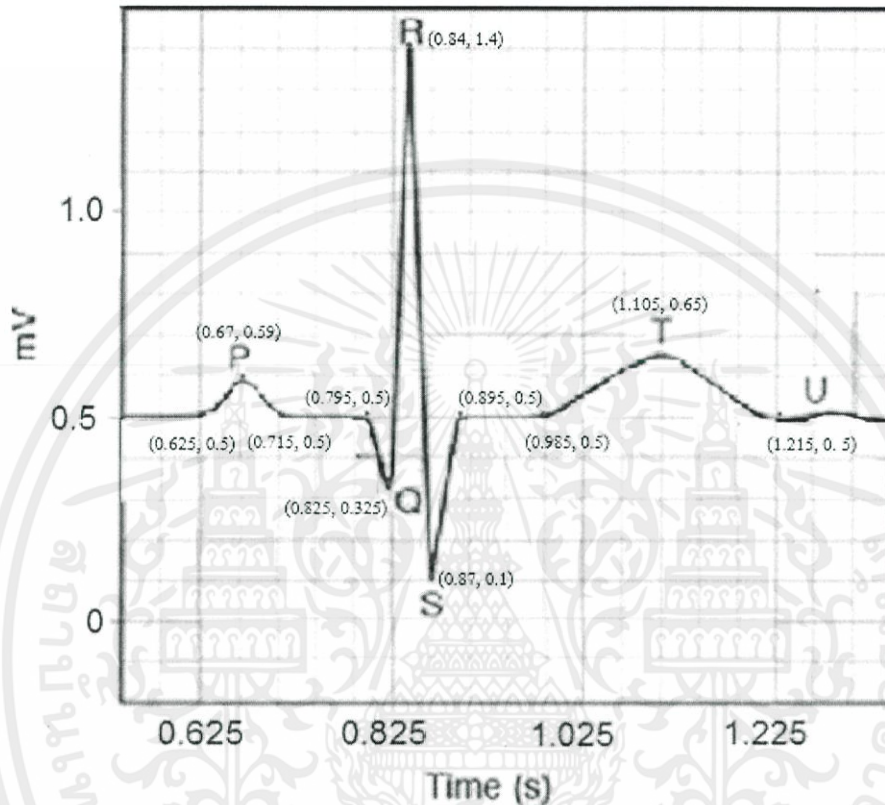


เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

### บทที่ 3

## วิธีการดำเนินงานวิจัย

จากกราฟคลื่นไฟฟ้าหัวใจของคนปกติทั่วไป



รูปที่ 3.1 คลื่นไฟฟ้าหัวใจที่ใช้เป็นมาตรฐาน

เราจะสร้างกราฟคลื่นไฟฟ้าหัวใจขึ้นมาเป็นแบบจำลอง ด้วยรูปแบบที่แตกต่างกัน 3 รูปแบบ คือ

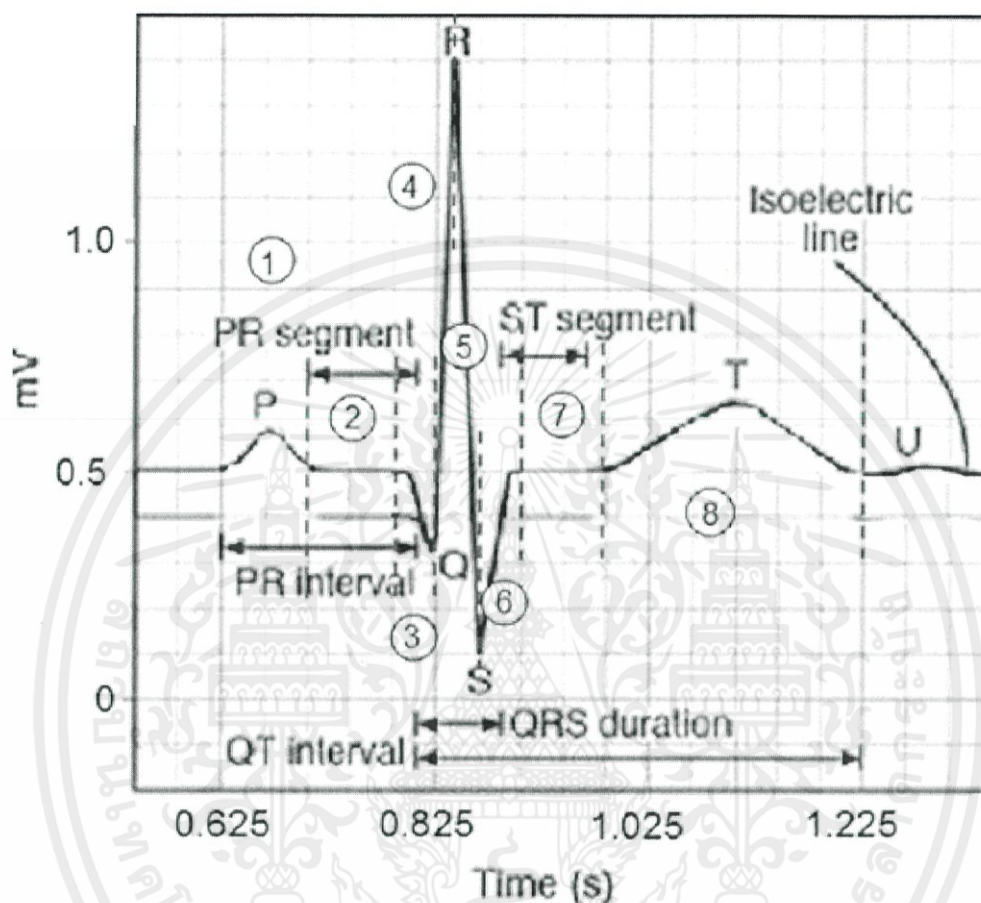
- 1) วิธี Direct Method
  - 1.1) วิธี Direct Method
  - 1.2) วิธี Gaussian function
- 2) วิธี Least square
- 3) วิธี Fourier

ทั้ง 3 วิธีใช้โปรแกรมคอมพิวเตอร์ โดยอาศัยแนวคิดที่แตกต่าง ดังต่อไปนี้

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

### 3.1) วิธี Direct Method

วิธีนี้จะอาศัยแนวคิด กราฟคลื่นไฟฟ้าหัวใจแบบมาตรฐาน (standard electrocardiogram) สามารถแบ่ง เป็นกราฟย่อยรูปแบบต่าง ๆ ตามแต่ละช่วงของกราฟคลื่นไฟฟ้าหัวใจหลักได้ ดังรูปที่ 15



รูปที่ 3.2 แสดงการแบ่งช่วงของกราฟหัวใจออกเป็นช่วงๆ

จะเห็นได้ว่า กราฟคลื่นไฟฟ้าหัวใจของคนปกติทั่วไป สามารถแบ่งเป็นกราฟย่อยได้ทั้งหมด 8 รูปแบบที่คล้ายกัน และจากกราฟในแต่ละช่วงก็สามารถนำมาเขียนเป็นสมการทางคณิตศาสตร์ได้ ดังนี้

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

3.1.1) สมการรูปแบบพหุนามดีกรี 2 ในรูป  $f(x) = ax^2 + bx + c$  เมื่อ  $a, b, c \in \mathbb{R}$

### สมการในช่วง P-wave

หาสมการจากกราฟข้างต้นด้วยวิธีการเชิงตัวเลขสมการจะอยู่ในรูปแบบ  
 $y = f(x) = ax^2 + bx + c$  เมื่อ  $a, b$  และ  $c \in \mathbb{R}$

แทนค่า 3 จุดในช่วง P-wave (0.625, 0.5) , (0.67, 0.59) และ (0.715, 0.5)  
 จะได้สมการทั้งหมดดังนี้

$$\text{จุด } (0.625, 0.5) \quad ; \quad (0.625^2)a + 0.625b + c = 0.5 \quad (1)$$

$$\text{จุด } (0.67, 0.59) \quad ; \quad (0.67)^2a + 0.67b + c = 0.59 \quad (2)$$

$$\text{จุด } (0.715, 0.5) \quad ; \quad (0.715)^2a + 0.715b + c = 0.5 \quad (3)$$

ทำการหาผลเฉลย

$$\text{จาก (1)} \quad ; \quad 0.390625a + 0.625b + c = 0.5 \quad (4)$$

$$\text{จาก (2)} \quad ; \quad 0.4489a + 0.67b + c = 0.59 \quad (5)$$

$$\text{จาก (3)} \quad ; \quad 0.511225a + 0.715b + c = 0.5 \quad (6)$$

$$(5) - (4) \quad ; \quad 0.058275a + 0.045b = 0.09 \quad (7)$$

$$(6) - (5) \quad ; \quad 0.062325a + 0.045b = -0.09 \quad (8)$$

$$(8) - (7) \quad ; \quad 0.00405a = -0.18$$

$$a = \frac{-0.18}{0.0045} = -44.4444$$

แทนค่าหา  $b$  และ  $c$  จะได้ว่า

$$b = 59.5555 \quad \text{และ} \quad c = -19.3611$$

ดังนั้น สมการในการวาดกราฟช่วง P-wave คือ  $y = -44.4444x^2 + 59.5555x - 19.3611$  #

### สมการในช่วง PR-segment

สมการระหว่างจุด (0.715, 0.5) กับ (0.795, 0.5)

จากรูป จะได้สมการในการวาดกราฟในช่วง PR-segment คือ  $y = 0.5$  เมื่อ  $0.715 \leq x \leq 0.795$

### สมการในช่วง ST-segment

สมการระหว่างจุด (0.895, 0.5) กับ (0.985, 0.5)

จากรูป จะได้สมการในการวาดกราฟในช่วง ST-segment คือ  $y = 0.5$  เมื่อ  $0.895 \leq x \leq 0.985$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
 ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

### สมการในช่วง QRS-complex

สมการระหว่างจุด (0.795,0.5) กับ (0.825,0.325)

$$\text{จาก } m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{0.325 - 0.5}{0.825 - 0.795} = \frac{-0.175}{0.03} = -5.83$$

จากรูปแบบสมการเส้นตรง  $y - y_1 = m(x - x_1)$

$$\text{จะได้ } y - 0.5 = -5.83(x - 0.795)$$

$$y = -5.83x + 5.13485 \quad \#$$

สมการระหว่างจุด (0.825,0.325) กับ (0.84,1.4)

$$\text{จาก } m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{1.4 - 0.325}{0.84 - 0.825} = \frac{1.075}{0.015} = 71.6667$$

จากรูปแบบสมการเส้นตรง  $y - y_1 = m(x - x_1)$

$$\text{จะได้ } y - 0.325 = 71.6667(x - 0.825)$$

$$y = 71.666x - 58.8 \quad \#$$

สมการระหว่างจุด (0.84,1.4) กับ (0.87,0.1)

$$\text{จาก } m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{0.1 - 1.4}{0.87 - 0.84} = \frac{-1.3}{0.03} = -43.3333$$

จากรูปแบบสมการเส้นตรง  $y - y_1 = m(x - x_1)$

$$\text{จะได้ } y - 1.4 = -43.3333(x - 0.84)$$

$$y = -43.3333x + 37.999 \quad \#$$

สมการระหว่างจุด (0.87,0.1) กับ (0.895,0.5)

$$\text{จาก } m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{0.5 - 0.1}{0.895 - 0.87} = \frac{0.4}{0.025} = 16$$

จากรูปแบบสมการเส้นตรง  $y - y_1 = m(x - x_1)$

$$\text{จะได้ } y - 0.1 = 16(x - 0.87)$$

$$y = 16x - 13.82 \quad \#$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

### สมการในช่วง T-wave

หาสมการจากกราฟข้างต้นด้วยวิธีการเชิงตัวเลขสมการจะอยู่ในรูปแบบ  
 $y = f(x) = ax^2 + bx + c$

แทน 3 จุดในช่วง T-wave นั้นคือ (0.985, 0.5) , (1.105, 0.65) และ (1.215, 0.5) ลงในสมการข้างต้น

จะได้สมการทั้งหมดดังนี้

$$\text{จุด } (0.985, 0.5) \quad ; \quad (0.985)^2 a + 0.985b + c = 0.5 \quad (1)$$

$$\text{จุด } (1.105, 0.65) \quad ; \quad (1.105)^2 a + 1.105b + c = 0.65 \quad (2)$$

$$\text{จุด } (1.215, 0.5) \quad ; \quad (1.215)^2 a + 1.215b + c = 0.5 \quad (3)$$

ทำการแก้สมการ

$$(2) - (1) \quad ; \quad 0.2508a + 0.12b = 0.15 \quad (4)$$

$$(3) - (1) \quad ; \quad 0.506a + 0.23b = 0 \quad (5)$$

$$(4) \times 0.23 \quad ; \quad 0.057864a + 0.0276b = 0.0345 \quad (6)$$

$$(5) \times 0.12 \quad ; \quad 0.060720a + 0.0276b = 0 \quad (7)$$

$$(7) - (6) \quad ; \quad 0.003036a = -0.0345$$

$$a = \frac{-0.0345}{0.003036} = -11.3636$$

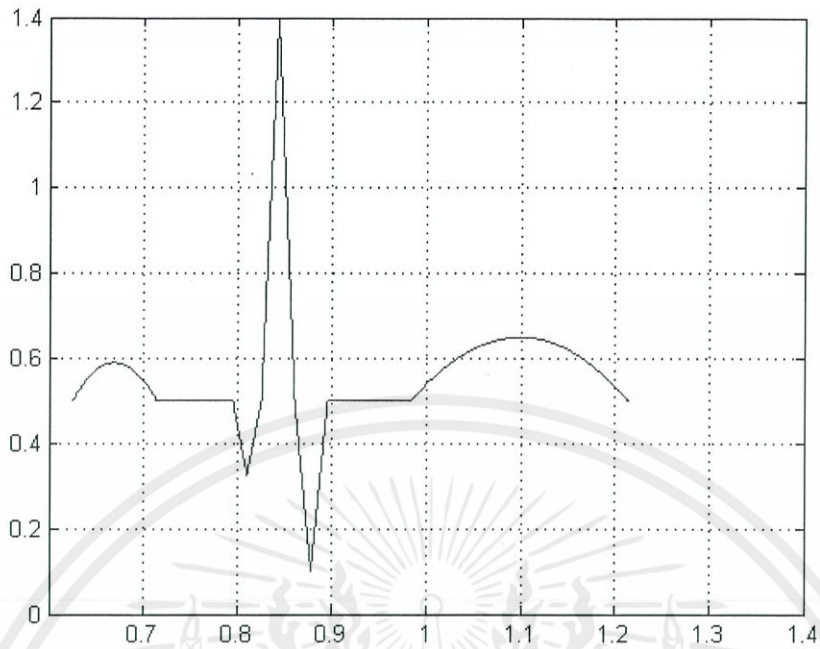
แทนค่าหา  $b$  และ  $c$  จะได้ว่า

$$b = 25 \quad \text{และ} \quad c = -13.0997$$

ดังนั้น สมการในการพลอตกราฟ T-wave คือ  $y = f(x) = -11.3636x^2 + 25x - 13.0997$  #

จากทั้งหมดเป็นการกำหนดรูปแบบสมการทั่วไปแต่ละแบบของกราฟสมการย่อยที่เกิดจากการแบ่งกราฟคลื่นไฟฟ้าหัวใจออกเป็นช่วง ๆ ซึ่งเมื่อมีสมการทั่วไปแล้ว จากนั้นเราก็จะนำมาเขียนโปรแกรมคอมพิวเตอร์ เพื่อสร้างแบบจำลองกราฟคลื่นไฟฟ้าหัวใจจากแนวคิดดังกล่าวนี้ ซึ่งผลที่ได้จะออกมา ตามรูป

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
 ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



รูปที่ 3.3 แสดงผลลัพธ์ของกราฟด้วยโปรแกรมโดยวิธี Direct method

เมื่อเราได้กราฟคลื่นไฟฟ้าหัวใจจากวิธี Direct Method ดังกล่าวแล้วนั้น ในลำดับถัดมา เราจะตรวจสอบหาค่าความคลาดเคลื่อนระหว่างกราฟคลื่นไฟฟ้าหัวใจที่เราได้จากโปรแกรมทางคอมพิวเตอร์ตามแนวคิดของวิธี Direct Method และกราฟคลื่นไฟฟ้าหัวใจมาตรฐาน ว่ามีความแม่นยำและตรงกันมากน้อยแค่ไหน ดังต่อไปนี้

จากสูตรการคำนวณหาความคลาดเคลื่อน (error)

$$\text{ค่าคลาดเคลื่อน} = \left| \frac{\text{ค่าจริง} - \text{ค่าประมาณ}}{\text{ค่าจริง}} \right| \times 100\%$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

จะได้ค่าคลาดเคลื่อนของกราฟคลื่นไฟฟ้าหัวใจด้วยวิธี Direct Method ตามแนวคิดนี้ ในแต่ละจุดตามช่วงดังนี้

$x$	$y$	$y_D$	$error$ (%)
*0.625	0.5	0.5	0
0.635	0.51875	0.535613	3.250662
0.645	0.53125	0.56228	5.841033
0.655	0.565	0.580059	2.665361
0.665	0.5875	0.588949	0.246674
*0.67	0.59	0.59	0
0.675	0.585	0.58895	0.675256
0.685	0.5625	0.580062	3.122206
0.695	0.535	0.562286	5.100129
0.705	0.52	0.53562	3.003863
*0.715	0.5	0.5	0
0.725	0.5	0.5	0
0.735	0.5	0.5	0
0.745	0.5	0.5	0
0.755	0.5	0.5	0
0.765	0.5	0.5	0
0.775	0.5	0.5	0
0.785	0.5	0.5	0
*0.795	0.5	0.5	0
0.805	0.4625	0.4417	4.497297
0.815	0.375	0.3834	2.24
*0.825	0.325	0.325	0
0.835	0.9	1.04167	15.74111
*0.84	1.4	1.4	0
0.845	1.125	1.183334	5.1852
0.855	0.7	0.75	7.142929
0.865	0.3	0.316667	5.555833
*0.87	0.1	0.1	0
0.875	0.2125	0.18	15.29412
0.885	0.375	0.34	9.333333
*0.895	0.5	0.5	0
0.905	0.5	0.5	0
0.915	0.5	0.5	0

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนลิขสิทธิ์ไว้เพื่อใช้ในการศึกษาเท่านั้น ไม่ควรนำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งยังมีลิขสิทธิ์สงวนอีกหลายแห่งซึ่งอาจถึงเข้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$x$	$y$	$y_D$	$error$ (%)
0.925	0.5	0.5	0
0.935	0.5	0.5	0
0.945	0.5	0.5	0
0.955	0.5	0.5	0
0.965	0.5	0.5	0
0.975	0.5	0.5	0
*0.985	0.5	0.5	0
0.995	0.5125	0.525052	2.449153
1.005	0.53	0.54778	3.3547
1.015	0.545	0.568235	4.263338
1.025	0.56	0.586418	4.717455
1.035	0.57	0.602328	5.671507
1.045	0.5875	0.615965	4.845057
1.055	0.6	0.627329	4.554852
1.065	0.6125	0.636421	3.905435
1.075	0.63	0.64324	2.101548
1.085	0.6375	0.647786	1.613489
1.095	0.64	0.65006	1.571798
*1.105	0.65	0.65	0
1.115	0.645	0.647788	0.432309
1.125	0.6375	0.643244	0.90098
1.135	0.62	0.636426	2.649418
1.145	0.6	0.627336	4.556052
1.155	0.5825	0.615974	5.746525
1.165	0.57	0.602338	5.673332
1.175	0.555	0.58643	5.663018
1.185	0.54	0.568249	5.231257
1.195	0.53	0.547795	3.357568
1.205	0.52	0.525069	0.974752
*1.215	0.5	0.5	0
Average error (%)			3.137087

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า

หมายเหตุ : \* หมายถึงจุดที่นำไปหาสมการ

ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งยังมีให้คัดแปลงเนื้อที่ขงเอกสารนี้โดยไม่มีค่าใช้จ่ายของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ตารางที่ 3.1 แสดงค่าคลาดเคลื่อนทุกช่วงด้วยวิธี Direct method

3.1.2) สมการของเกาส์ (Gaussian function) ในรูป  $f(x) = ae^{\frac{-(x-b)^2}{c\sqrt{2\pi}}}$  เมื่อ  $a, b, c \in \mathbb{R}$

จะพิจารณาแค่ P wave และ T wave เป็นอีกรูปแบบที่ไม่ใช่พาราโบลา ส่วนคลื่นประเภทอื่นๆ จะใช้สมการทั่วไปรูปแบบเดียวกันกับแนวคิดพหุนามดีกรี 2 ดังนี้

#### P wave

พิจารณา 3 จุดในช่วงนี้ ได้แก่  $(0.625, 0.5)$ ,  $(0.67, 0.59)$  และ  $(0.715, 0.5)$

$$\text{จาก } f(x) = ae^{\frac{-(x-b)^2}{c\sqrt{2\pi}}}$$

เมื่อแทน  $a$  คือ ความสูงของกราฟ

$b$  คือ จุดกึ่งกลางกราฟ

$c$  คือ ความกว้างของกราฟ

จะได้ความสูง จุดกึ่งกลาง และความกว้าง ของกราฟในช่วงนี้ตามลำดับ ได้แก่

$$a = 0.09, \quad b = 0.67 \quad \text{และ} \quad c = 56$$

ดังนั้นจะได้สมการทั่วไปในการเขียนกราฟช่วง P wave คือ  $f(x) = 0.09e^{\frac{-(x-0.67)^2}{56\sqrt{2\pi}}}$  เมื่อ  $0.625 \leq x \leq 0.715$

#### T wave

พิจารณา 3 จุดในช่วงนี้ ได้แก่  $(0.985, 0.5)$ ,  $(1.105, 0.65)$  และ  $(1.215, 0.5)$

$$\text{จาก } f(x) = ae^{\frac{-(x-b)^2}{c\sqrt{2\pi}}}$$

เมื่อแทน  $a$  คือ ความสูงของกราฟ

$b$  คือ จุดกึ่งกลางกราฟ

$c$  คือ ความกว้างของกราฟ

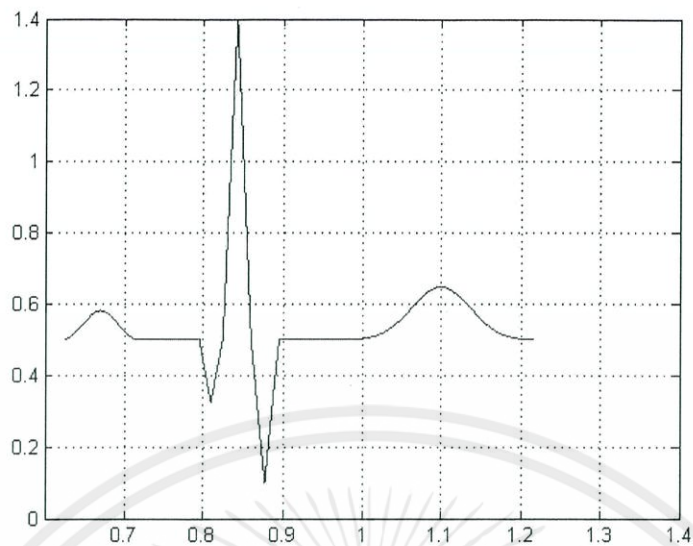
จะได้ความสูง จุดกึ่งกลาง และความกว้าง ของกราฟในช่วงนี้ตามลำดับ ได้แก่

$$a = 0.15, \quad b = 1.1 \quad \text{และ} \quad c = 17$$

ดังนั้นจะได้สมการทั่วไปในการเขียนกราฟช่วง T wave คือ  $f(x) = 0.15e^{\frac{-(x-1.1)^2}{17\sqrt{2\pi}}}$  เมื่อ  $0.985 \leq x \leq 1.215$

ดังนั้นก็จะได้สมการรูปทั่วไปโดยรูปแบบเกาส์ในช่วง P wave และ T wave อีกแบบหนึ่ง และเมื่อสร้างโปรแกรมคอมพิวเตอร์โดยวิธีนี้ ผลที่ได้คือ

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



รูปที่ 3.4 แสดงผลลัพธ์ของกราฟด้วยโปรแกรมโดยวิธี Direct Method (Gaussian)

จากสูตรการคำนวณหาความคลาดเคลื่อน (error)

$$\text{ค่าคลาดเคลื่อน} = \left| \frac{\text{ค่าจริง} - \text{ค่าประมาณ}}{\text{ค่าจริง}} \right| \times 100\%$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

จะได้ค่าคลาดเคลื่อนของกราฟคลื่นไฟฟ้าหัวใจด้วยวิธี Direct Method จากอีกแนวคิดหนึ่งตามแต่ละจุดตามช่วง ดังนี้

$x$	$y$	$y_G$	$error(\%)$
*0.625	0.5	0.500061	0.0122
0.635	0.51875	0.509484	1.786216867
0.645	0.53125	0.530078	0.220611765
0.655	0.565	0.559545	0.965486726
0.665	0.5875	0.58284	0.793191489
*0.67	0.59	0.5863	0.627118644
0.675	0.585	0.58284	0.369230769
0.685	0.5625	0.559545	0.525333333
0.695	0.535	0.530078	0.92
0.705	0.52	0.509484	2.022307692
*0.715	0.5	0.500061	0.0122
0.725	0.5	0.5	0
0.735	0.5	0.5	0
0.745	0.5	0.5	0
0.755	0.5	0.5	0
0.765	0.5	0.5	0
0.775	0.5	0.5	0
0.785	0.5	0.5	0
*0.795	0.5	0.5	0
0.805	0.4625	0.4417	4.497297
0.815	0.375	0.3834	2.24
*0.825	0.325	0.325	0
0.835	0.9	0.904167	0.463
*0.84	1.4	1.4	0
0.845	1.125	1.183334	5.1852

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$x$	$y$	$y_G$	$error(\%)$
0.855	0.7	0.75	7.142929
0.865	0.3	0.316667	5.555833
*0.87	0.1	0.1	0
0.875	0.2125	0.18	15.29412
0.885	0.375	0.35	6.666666667
*0.895	0.5	0.5	0
0.905	0.5	0.5	0
0.915	0.5	0.5	0
0.925	0.5	0.5	0
0.935	0.5	0.5	0
0.945	0.5	0.5	0
0.955	0.5	0.5	0
0.965	0.5	0.5	0
0.975	0.5	0.5	0
*0.985	0.5	0.500008	0.0016
0.995	0.5125	0.511994	0.098731707
1.005	0.53	0.529912	0.016603774
1.015	0.545	0.544706	0.053944954
1.025	0.56	0.559441	0.099821429
1.035	0.57	0.569361	0.112105263
1.045	0.5875	0.585785	0.291914894
1.055	0.6	0.599847	0.0255
1.065	0.6125	0.612465	0.005714286
1.075	0.63	0.629947	0.008412698
1.085	0.6375	0.636102	0.219294118

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$x$	$y$	$y_G$	$error(\%)$
1.095	0.64	0.640359	0.05609375
*1.105	0.65	0.640359	0.212676056
1.115	0.645	0.636102	0.219294118
1.125	0.6375	0.629947	0.008412698
1.135	0.62	0.612465	0.005714286
1.145	0.6	0.599847	0.0255
1.155	0.5825	0.585785	0.291914894
1.165	0.57	0.569361	0.112105263
1.175	0.555	0.543441	0.286055046
1.185	0.54	0.540706	0.130740741
1.195	0.53	0.529912	0.016603774
1.205	0.52	0.511994	0.098731707
*1.215	0.5	0.500008	0.0016
Average error (%)			0.842579

หมายเหตุ : \* หมายถึงจุดที่นำไปหาสมการ  
ตารางที่ 3.2 แสดงค่าคลาดเคลื่อนทุกช่วงด้วยวิธี Direct method (Gaussian)

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

### 3.2 วิธี Least square

จากวิธีที่ 3.1 Direct Method นั้น จะเห็นว่าเป็นการสร้างกราฟคลื่นไฟฟ้าหัวใจโดยการแบ่งกราฟออกเป็นช่วงๆ เพื่อหารูปแบบทั่วไปของสมการของแต่ละช่วงออกมา ซึ่งทำให้ดูเหมือนมีความสมเหตุสมผลน้อย ดังนั้น ผู้วิจัยจึงนำเสนออีกวิธีหนึ่งที่คล้ายกับวิธี direct method ที่เรียกว่า วิธี least square

รูปแบบทั่วไปของสมการ least square

$$\begin{bmatrix} n & \sum x_i & \sum x_i^2 & \dots & \sum x_i^j \\ \sum x_i & \sum x_i^2 & \sum x_i^3 & \dots & \sum x_i^{j+1} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \dots & \vdots \\ \sum x_i^j & \sum x_i^{j+1} & \sum x_i^{j+2} & \dots & \sum x_i^{j+J} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_0 \\ a_1 \\ \dots \\ a_j \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sum y_i \\ \sum (x_i y_i) \\ \sum (x_i^2 y_i) \\ \dots \\ \sum (x_i^j y_i) \end{bmatrix}$$

#### พิจารณาช่วง P wave

จุดที่นำมาพิจารณาได้แก่ (0.625, 0.5) , (0.67, 0.59) , (0.715, 0.5) จากนั้นนำมาแทนค่าใน รูปแบบทั่วไปของสมการ Least square ด้วยข้อมูล ดังนี้

$$\begin{bmatrix} n & \sum x_i & \sum x_i^2 \\ \sum x_i & \sum x_i^2 & \sum x_i^3 \\ \sum x_i^2 & \sum x_i^3 & \sum x_i^4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_0 \\ a_1 \\ a_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sum y_i \\ \sum x_i y_i \\ \sum x_i^2 y_i \end{bmatrix}$$

รูปแบบสมการทั่วไป คือ  $f(x) = a_2 x^2 + a_1 x + a_0$  เมื่อ  $a_0, a_1, a_2 \in \mathbb{R}$

$i$	$x$	$y$	$x^2$	$x^3$	$x^4$	$xy$	$x^2 y$
1	0.625	0.5	0.390625	0.244141	0.152588	0.3125	0.19531
2	0.67	0.59	0.300763	0.300763	0.201511	0.3953	0.264851
3	0.715	0.5	0.365526	0.365526	0.261351	0.3575	0.255613
$\Sigma$	2.01	1.59	1.35075	0.91043	0.61545	1.0653	0.715776

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับบริการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามเผยแพร่เอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$3a_0 + 2.01a_1 + 1.35075a_2 = 1.59$$

$$2.01a_0 + 1.35075a_1 + 0.91043a_2 = 1.0653$$

$$1.35075a_0 + 0.91043a_1 + 0.61545a_2 = 0.715776$$

หาผลเฉลยของระบบสมการ จะได้  $a_0 = -41.5512$  ,  $a_1 = 125.9828$  และ  $a_2 = -94.0083$

ดังนั้น สมการทั่วไปของ P wave คือ  $f(x) = -94.0083x^2 + 125.9828x - 41.5512$

### พิจารณาช่วง PR segment

จุดที่นำมาพิจารณา ได้แก่ (0.715, 0.4671) และ (0.795, 0.4671)

$i$	$x$	$y$	$x^2$	$xy$
1	0.715	0.4671	0.511225	0.339765
2	0.795	0.4671	0.632025	0.3713445
$\Sigma$	1.51	0.9342	1.14325	0.705321

$$\begin{bmatrix} 2 & 1.51 \\ 1.51 & 1.143 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_1 \\ a_0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.9342 \\ 0.705321 \end{bmatrix}$$

หาผลเฉลยของระบบสมการ จะได้  $a_0 = 0.4671$  และ  $a_1 = 0$

ดังนั้น สมการทั่วไปของ PR segment คือ  $f(x) = 0.4671$

### พิจารณาช่วง ST segment

จุดที่นำมาพิจารณา ได้แก่ (0.895, 0.4671) และ (0.985, 0.4671) ซึ่งในการทำงานเดียวกันกับการพิจารณา PR segment จะได้ข้อมูลต่างๆ คือ

$i$	$x$	$y$	$x^2$	$xy$
1	0.895	0.4671	0.801025	0.418054
2	0.985	0.4671	0.970225	0.4600935
$\Sigma$	1.88	0.9342	1.77125	0.8781475

$$\begin{bmatrix} 2 & 1.88 \\ 1.88 & 1.77125 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_1 \\ a_0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.9342 \\ 0.8781475 \end{bmatrix}$$

หาผลเฉลยของระบบสมการ จะได้  $a_0 = 0.4671$  และ  $a_1 = 0$

ดังนั้น สมการทั่วไปของ ST segment คือ  $f(x) = 0.4671$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่จัดทำขึ้นเพื่อการเรียนการสอนเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้คัดลอกเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

### พิจารณาช่วง QRS complex

- ในช่วง QRS complex นี้จะเป็นเป็น 4 ช่วงย่อย ดังนั้นเราจะพิจารณา 4 ครั้ง
- พิจารณา จุด (0.795,0.4671) และ (0.825,0.2921)

$i$	$x$	$y$	$x^2$	$xy$
1	0.795	0.4671	0.632025	0.3713
2	0.825	0.2921	0.680625	0.2409
$\Sigma$	1.62	0.7592	1.31265	0.6122

$$\begin{bmatrix} 2 & 1.62 \\ 1.62 & 1.31265 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_0 \\ a_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.7592 \\ 0.6122 \end{bmatrix}$$

หาผลเฉลยของระบบสมการ จะได้  $a_0 = 5.3332$  และ  $a_1 = -6.1156$

ดังนั้น สมการทั่วไป คือ  $f(x) = -6.1156x + 5.3332$

- พิจารณาจุด (0.825,0.2921) และ (0.84,1.3671)

$i$	$x$	$y$	$x^2$	$xy$
1	0.825	0.2921	0.680625	0.2409
2	0.84	1.3671	0.7056	1.1483
$\Sigma$	1.665	1.6592	1.386225	1.3892

$$\begin{bmatrix} 2 & 1.665 \\ 1.665 & 1.386225 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_0 \\ a_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1.6592 \\ 1.3892 \end{bmatrix}$$

หาผลเฉลยของระบบสมการ จะได้  $a_0 = -57.7488$  และ  $a_1 = 70.3644$

ดังนั้น สมการทั่วไป  $f(x) = 70.3644x - 57.7488$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้คัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

3. พิจารณาจุด (0.84,1.3671) และ (0.87,0.0671)

$i$	$x$	$y$	$x^2$	$xy$
1	0.84	1.3671	0.7056	1.1483
2	0.87	0.0671	0.7569	0.0583
$\Sigma$	1.71	1.4342	1.4625	1.2066

$$\begin{bmatrix} 2 & 1.71 \\ 1.71 & 1.4625 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_0 \\ a_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1.4342 \\ 1.2066 \end{bmatrix}$$

หาผลเฉลยของระบบสมการ จะได้  $a_0 = 38.0350$  และ  $a_1 = -43.6467$   
 ดังนั้น สมการทั่วไป คือ  $f(x) = -43.6467x + 38.0350$

4. พิจารณาจุด (0.87,0.0671) และ (0.895,0.4671)

$i$	$x$	$y$	$x^2$	$xy$
1	0.87	0.0671	0.7569	0.058377
2	0.895	0.4671	0.801025	0.4180545
$\Sigma$	1.765	0.5342	1.557925	0.4764315

$$\begin{bmatrix} 2 & 1.765 \\ 1.765 & 1.557925 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_0 \\ a_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.5342 \\ 0.4764315 \end{bmatrix}$$

หาผลเฉลยของระบบสมการ จะได้  $a_0 = -13.7639$  และ  $a_1 = 15.8992$   
 ดังนั้น สมการทั่วไป คือ  $f(x) = 15.8992x - 13.7639$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
 ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

### พิจารณา T wave

การพิจารณา T wave ด้วยวิธี Least square นั้นจะเป็นไปในทำนองเดียวกันกับ P wave

$i$	$x$	$y$	$x^2$	$x^3$	$x^4$	$xy$	$x^2y$
1	0.985	0.4671	0.970225	0.955672	0.941337	0.4600935	0.4532
2	1.105	0.6171	1.221025	1.349233	1.490902	0.6818955	0.7535
3	1.215	0.4671	1.476225	1.796361	2.17924	0.5675265	0.6895
$\Sigma$	3.305	1.5513	3.667475	4.098518	4.611479	1.7095155	1.8962

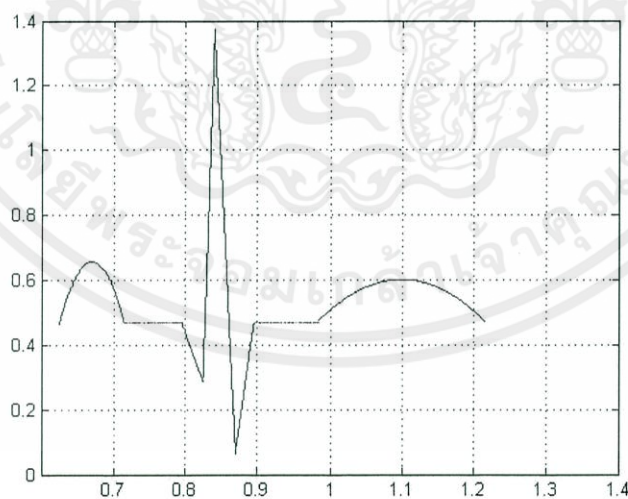
โดยมีจุดต่างๆ ได้แก่ (0.985,0.4671) , (1.105,0.6171) และ (1.215,0.4671)

$$\begin{bmatrix} 3 & 3.305 & 3.667475 \\ 3.305 & 3.667475 & 4.098518 \\ 3.667475 & 4.098518 & 4.611479 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_0 \\ a_1 \\ a_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1.5513 \\ 1.7095155 \\ 1.8962 \end{bmatrix}$$

หาผลเฉลยของระบบสมการ  $a_0 = -10.9768$  ,  $a_1 = 21.0527$  และ  $a_2 = -9.57$

ดังนั้น สมการทั่วไปของ T wave คือ  $f(x) = -9.57x^2 + 21.0527x - 10.9768$

จากนั้น เมื่อสร้างกราฟคลื่นไฟฟ้าหัวใจจากสมการทั่วไปของแต่ละช่วงตามที่พิจารณามา จะ  
ได้ผลลัพธ์ ดังนี้



รูปที่ 3.5 แสดงผลลัพธ์ของกราฟด้วยโปรแกรมโดยวิธี Least square

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

จากนั้นเราจะมาพิจารณาหาค่าความคลาดเคลื่อนในแต่ละจุดของทุกช่วงที่ได้มาด้วยวิธี least square ซึ่งแสดงได้ ดังนี้

$x$	$y$	$y_i$	$error(\%)$
*0.625	0.5	0.466058	6.788438
0.635	0.51875	0.541381	4.362647
0.645	0.53125	0.597903	12.54645
0.655	0.565	0.635623	12.49966
0.665	0.5875	0.654542	11.41132
*0.67	0.59	0.65695	11.34748
0.675	0.585	0.654658	11.9074
0.685	0.5625	0.635973	13.06194
0.695	0.535	0.598487	11.86671
0.705	0.52	0.542199	4.268979
*0.715	0.5	0.467109	6.578234
0.725	0.5	0.467109	6.5782
0.735	0.5	0.467109	6.5782
0.745	0.5	0.467109	6.5782
0.755	0.5	0.467109	6.5782
0.765	0.5	0.467109	6.5782
0.775	0.5	0.467109	6.5782
0.785	0.5	0.467109	6.5782
*0.795	0.5	0.471298	5.7404
0.805	0.4625	0.410142	11.32065
0.815	0.375	0.348986	6.937067
*0.825	0.325	0.29483	9.283077
0.835	0.9	1.005474	11.71933
*0.84	1.4	1.364534	2.533286
0.845	1.125	1.153539	2.536756
0.855	0.7	0.717071	2.438786
0.865	0.3	0.280604	6.465167
*0.87	0.1	0.065388	34.612
0.875	0.2125	0.1479	30.4
0.885	0.375	0.306892	18.16213
*0.895	0.5	0.466497	6.7006
0.905	0.5	0.467109	6.5782
0.915	0.5	0.467109	6.5782

$x$	$y$	$y_i$	$error(\%)$
0.925	0.5	0.467109	6.5782
0.935	0.5	0.467109	6.5782
0.945	0.5	0.467109	6.5782
0.955	0.5	0.467109	6.5782
0.965	0.5	0.467109	6.5782
0.975	0.5	0.467109	6.5782
*0.985	0.5	0.471083	5.7834
0.995	0.5125	0.496097	3.200537
1.005	0.53	0.515224	2.787877
1.015	0.545	0.532437	2.305092
1.025	0.56	0.547736	2.189955
1.035	0.57	0.561121	1.557675
1.045	0.5875	0.572592	2.537489
1.055	0.6	0.582149	2.975125
1.065	0.6125	0.589792	3.707388
1.075	0.63	0.595521	5.472817
1.085	0.6375	0.599336	5.986471
1.095	0.64	0.601237	6.05668
*1.105	0.65	0.601224	7.503962
1.115	0.645	0.599297	7.085698
1.125	0.6375	0.595456	6.595098
1.135	0.62	0.589701	4.886895
1.145	0.6	0.582032	2.994625
1.155	0.5825	0.572449	1.725451
1.165	0.57	0.560952	1.587325
1.175	0.555	0.547541	1.343919
1.185	0.54	0.532216	1.441435
1.195	0.53	0.514977	2.834481
1.205	0.52	0.495824	4.649183
*1.215	0.5	0.474757	5.04855
Average error (%)			8.58494

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับใช้ภายในเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
 ตารางที่ 3.3 แสดงค่าคลาดเคลื่อนทุกช่วงด้วยวิธี least square  
 ไม่ว่าจะกรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งยังมีเหตุผลเบื้องเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

### 3.3) วิธี Fourier

วิธีนี้จะยึดแนวคิดที่ว่ากราฟคลื่นหัวใจในแต่ละช่วงนั้น สามารถแบ่งเป็นกราฟเส้นตรงและ พาราโบลา ซึ่งรูปแบบสมการจะอยู่ในรูป Sine และ Cosine ดังนั้น เราจะพิจารณารูปแต่ละช่วง ด้วยลักษณะกราฟ

รูปแบบทั่วไปของสมการ Fourier

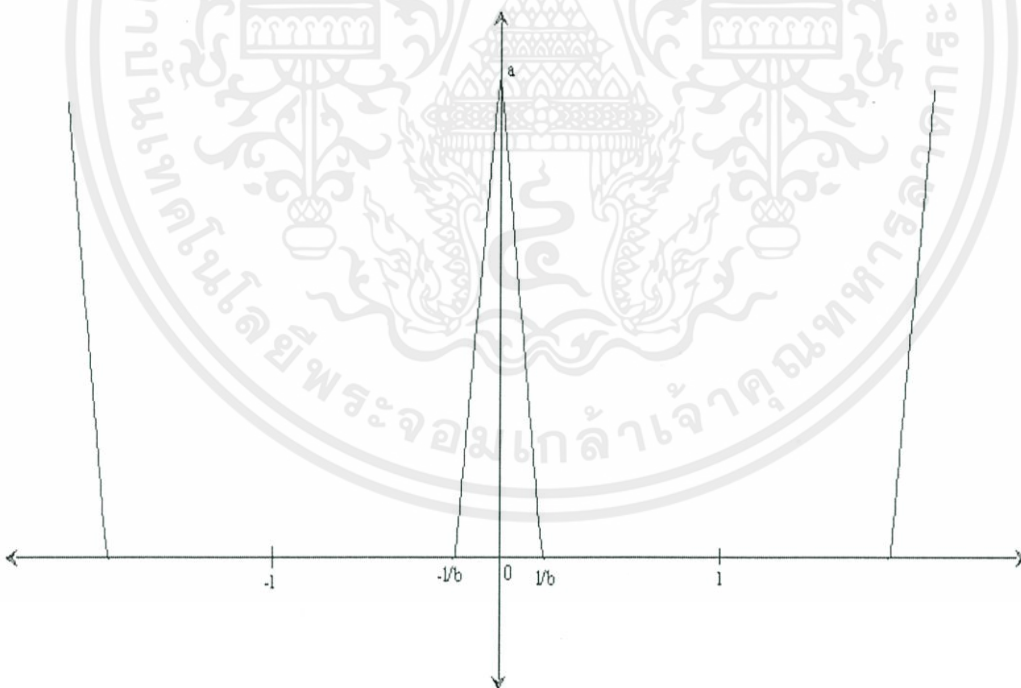
$$f(x) = \frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} a_n \cos\left(\frac{n\pi x}{p}\right) + \sum_{n=1}^{\infty} b_n \sin\left(\frac{n\pi x}{p}\right)$$

$$a_0 = \frac{1}{p} \int_{\Gamma} f(x) dx, \quad \Gamma = 2p \quad (1)$$

$$a_n = \frac{1}{p} \int_{\Gamma} f(x) \cos\left(\frac{n\pi x}{p}\right) dx, \quad n = 1, 2, 3, \dots \quad (2)$$

$$b_n = \frac{1}{p} \int_{\Gamma} f(x) \sin\left(\frac{n\pi x}{p}\right) dx, \quad n = 1, 2, 3, \dots \quad (3)$$

พิจารณารูปในช่วง QRS, PR-segment และ ST-segment



รูปที่ 3.6 แสดงการพิจารณารูปช่วง QRS ของวิธี Fourier

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

จากรูป หาสสมการเส้นตรงระหว่างจุด  $(0, a)$  และ  $(\frac{1}{b}, 0)$

จากรูปแบบสมการเส้นตรง  $y - y_0 = m(x - x_0)$  และ  $m = \frac{y - y_0}{x - x_0}$

จะได้ว่า  $y = f(x) = -\frac{ab}{l}x + a$  ;  $0 < x < \frac{1}{b}$

และ  $y = f(x) = \frac{ab}{l}x + a$  ;  $\frac{-1}{b} < x < 0$

แทน  $f(x)$  ในสมการ (1) จะได้ว่า

$$\begin{aligned} a_0 &= \frac{1}{l} \int_T f(x) dx = \frac{1}{l} \int_{-1/l}^{1/l} f(x) dx \\ &= \frac{b}{l} \int_{-1/b}^0 \left( \frac{abx}{l} + a \right) dx + \int_0^{1/b} \left( -\frac{abx}{l} + a \right) dx \\ &= \frac{b}{l} \left( \left( \frac{abx^2}{2l} + ax \right) \Big|_{-1/b}^0 + \left( \frac{abx^2}{2l} + ax \right) \Big|_0^{1/b} \right) \\ &= \frac{b}{l} \left( (0+0) - \left( \frac{al}{2b} - \frac{al}{b} \right) + \left( -\frac{al}{2b} + \frac{al}{b} \right) - (0+0) \right) \\ &= \frac{b}{l} \left( -\frac{al}{2b} + \frac{al}{b} - \frac{al}{2b} + \frac{al}{b} \right) \\ &= \frac{b}{l} \left( -\frac{al}{b} + \frac{2al}{b} \right) = \frac{b}{l} \left( \frac{al}{b} \right) = a \quad \# \\ a_n &= \frac{b}{l} \int_T f(x) \cos\left(\frac{bn\pi x}{l}\right) dx \\ &= \frac{b}{l} \int_0^{1/l} \left( \frac{abx}{l} + a \right) \cos\left(\frac{n\pi x}{l}\right) dx + \frac{b}{l} \int_{-1/l}^0 \left( -\frac{abx}{l} + a \right) \cos\left(\frac{n\pi x}{l}\right) dx \end{aligned}$$

พิจารณา  $\frac{b}{l} \int_{-1/b}^0 \left( \frac{abx}{l} + a \right) \cos\left(\frac{bn\pi x}{l}\right) dx$

ใช้เทคนิคการอินทิเกรตทีละส่วน (by parts)

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนลิขสิทธิ์สำหรับอาจารย์ผู้สอนเพื่อใช้ในการศึกษาเท่านั้น ห้ามเผยแพร่ไปใช้ในการค้า  
 ให้  $u = \frac{abx}{l} + a \Rightarrow du = \frac{ab}{l} dx$  และ  $dv = \cos\left(\frac{bn\pi x}{l}\right) dx \Rightarrow v = \frac{l}{bn\pi} \sin\left(\frac{bn\pi x}{l}\right)$   
 ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารที่แท้จริงที่มีการนำไปใช้

จาก  $\int u dv = uv - \int v du$

$$\text{จะได้ว่า } \int \left(\frac{abx}{l} + a\right) \cos\left(\frac{bn\pi x}{l}\right) dx = \frac{l}{bn\pi} \sin\left(\frac{bn\pi x}{l}\right) \left(\frac{abx}{l} + a\right) - \frac{a}{n\pi} \int \sin\left(\frac{bn\pi x}{l}\right) dx$$

$$\int \left(\frac{abx}{l} + a\right) \cos\left(\frac{bn\pi x}{l}\right) dx = \frac{l}{bn\pi} \sin\left(\frac{bn\pi x}{l}\right) \left(\frac{abx}{l} + a\right) + \frac{la}{bn^2\pi^2} \cos\left(\frac{bn\pi x}{l}\right)$$

$\frac{b}{l}$  คูณทั้งสองข้าง จะได้ว่า

$$\frac{b}{l} \int \left(\frac{abx}{l} + a\right) \cos\left(\frac{bn\pi x}{l}\right) dx = \frac{1}{n\pi} \sin\left(\frac{bn\pi x}{l}\right) \left(\frac{abx}{l} + a\right) + \frac{a}{n^2\pi^2} \cos\left(\frac{bn\pi x}{l}\right)$$

ดังนั้น

$$\begin{aligned} \frac{b}{l} \int_{-l/b}^0 \left(\frac{abx}{l} + a\right) \cos\left(\frac{bn\pi x}{l}\right) dx &= \left. \left( \frac{1}{n\pi} \sin\left(\frac{bn\pi x}{l}\right) \left(\frac{abx}{l} + a\right) + \frac{a}{n^2\pi^2} \cos\left(\frac{bn\pi x}{l}\right) \right) \right|_{-l/b}^0 \\ &= \left. \left( \frac{1}{n\pi} \sin\left(\frac{bn\pi x}{l}\right) \left(\frac{abx}{l} + a\right) + \frac{a}{n^2\pi^2} \cos\left(\frac{bn\pi x}{l}\right) \right) \right|_{-l/b}^0 \\ &= \frac{a}{n^2\pi^2} - \left( -\frac{1}{n\pi} \left( -\frac{bl}{bl} a + a \right) \sin\left(\frac{bn\pi l}{bl}\right) \right) + \frac{a}{n^2\pi^2} \cos\left(\frac{bn\pi l}{bl}\right) \\ &= \frac{a}{n^2\pi^2} - \left( -\frac{1}{n\pi} (-a+a) \sin(n\pi) \right) + \frac{a}{n^2\pi^2} \cos(n\pi) \\ &= \frac{a}{n^2\pi^2} - \frac{a}{n^2\pi^2} \cos(n\pi) \\ &= \frac{a}{n^2\pi^2} (1 - \cos(n\pi)) \end{aligned}$$

$$\text{นั่นคือ } \frac{b}{l} \int_{-l/b}^0 \left(\frac{abx}{l} + a\right) \cos\left(\frac{bn\pi x}{l}\right) dx = \frac{a}{n^2\pi^2} (1 - \cos(n\pi)) \quad \#$$

$$\text{พิจารณา } \frac{b}{l} \int_0^{l/b} \left(-\frac{abx}{l} + a\right) \cos\left(\frac{bn\pi x}{l}\right) dx$$

ใช้เทคนิคการอินทิเกรตทีละส่วน (by parts)

$$\text{จะได้ } u = -\frac{abx}{l} + a \Rightarrow du = -\frac{ab}{l} dx \quad \text{และ} \quad dv = \cos\left(\frac{bn\pi x}{l}\right) dx \Rightarrow v = \frac{l}{bn\pi} \sin\left(\frac{bn\pi x}{l}\right)$$

เอกสารนี้จาก  $\int u dv = uv - \int v du$  หรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

จะได้ว่า  $\int \left(-\frac{abx}{l} + a\right) \cos\left(\frac{bn\pi x}{l}\right) dx = \frac{l}{bn\pi} \sin\left(\frac{bn\pi x}{l}\right) \left(-\frac{abx}{l} + a\right) + \frac{a}{n\pi} \int \sin\left(\frac{bn\pi x}{l}\right) dx$

$\frac{b}{l}$  คูณทั้งสองข้าง จะได้ว่า

$$\frac{b}{l} \int \left(-\frac{abx}{l} + a\right) \cos\left(\frac{bn\pi x}{l}\right) dx = \frac{1}{n\pi} \sin\left(\frac{bn\pi x}{l}\right) \left(-\frac{abx}{l} + a\right) - \frac{a}{n^2\pi^2} \cos\left(\frac{bn\pi x}{l}\right)$$

ดังนั้น  $\frac{b}{l} \int_0^{l/b} \left(-\frac{abx}{l} + a\right) \cos\left(\frac{bn\pi x}{l}\right) dx = \left( \frac{1}{n\pi} \sin\left(\frac{bn\pi x}{l}\right) \left(-\frac{abx}{l} + a\right) - \frac{a}{n^2\pi^2} \cos\left(\frac{bn\pi x}{l}\right) \right) \Big|_0^{l/b}$

$$\begin{aligned} & \left( \frac{1}{n\pi} \sin\left(\frac{bn\pi x}{l}\right) \left(-\frac{abx}{l} + a\right) - \frac{a}{n^2\pi^2} \cos\left(\frac{bn\pi x}{l}\right) \right) \Big|_0^{l/b} \\ &= \left( -\frac{1}{n\pi} \left(-\frac{b^2 a}{bl} + a\right) \sin\left(\frac{bn\pi l}{bl}\right) - \frac{a}{n^2\pi^2} \cos\left(\frac{bn\pi l}{bl}\right) \right) - \left( -\frac{a}{n^2\pi^2} \right) \\ &= -\frac{1}{n\pi} \left(-\frac{b^2 a}{bl} + a\right) \sin\left(\frac{bn\pi l}{bl}\right) - \frac{a}{n^2\pi^2} \cos\left(\frac{bn\pi l}{bl}\right) + \frac{a}{n^2\pi^2} \\ &= \frac{a}{n^2\pi^2} - \frac{a}{n^2\pi^2} \cos(n\pi) \\ &= \frac{a}{n^2\pi^2} (1 - \cos(n\pi)) \end{aligned}$$

นั่นคือ  $\frac{b}{l} \int_0^{l/b} \left(-\frac{abx}{l} + a\right) \cos\left(\frac{bn\pi x}{l}\right) dx = \frac{a}{n^2\pi^2} (1 - \cos(n\pi)) \quad \#$

ดังนั้น จะได้ว่า  $a_n = \frac{b}{l} \int_{-l/b}^0 \left(\frac{abx}{l} + a\right) \cos\left(\frac{bn\pi x}{l}\right) dx + \frac{b}{l} \int_0^{l/b} \left(-\frac{abx}{l} + a\right) \cos\left(\frac{bn\pi x}{l}\right) dx$

$$\begin{aligned} &= \frac{a}{n^2\pi^2} (1 - \cos(n\pi)) + \frac{a}{n^2\pi^2} (1 - \cos(n\pi)) \\ &= \frac{2a}{n^2\pi^2} (1 - \cos(n\pi)) \quad \# \end{aligned}$$

พิจารณา  $b_n = \frac{b}{l} \int_T f(x) \sin\left(\frac{bn\pi x}{l}\right) dx$  จะได้ว่า

$$b_n = \frac{b}{l} \int_{-l/b}^{l/b} f(x) \sin\left(\frac{bn\pi x}{l}\right) dx = \frac{b}{l} \left( \int_{-l/b}^0 \left(\frac{abx}{l} + a\right) \sin\left(\frac{bn\pi x}{l}\right) dx + \int_0^{l/b} \left(-\frac{abx}{l} + a\right) \sin\left(\frac{bn\pi x}{l}\right) dx \right)$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่จัดทำขึ้นเพื่อการเรียนการสอนในรายวิชาการคณิศาสตร์ขั้นสูง โดยผู้จัดทำไม่ขอรับเงินค่าตอบแทน

ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

พิจารณา  $\int_{-l/b}^0 \left(\frac{abx}{l} + a\right) \sin\left(\frac{bn\pi x}{l}\right) dx$

ใช้เทคนิคการอินทิเกรตทีละส่วน (by parts)

$$\text{ให้ } u = \frac{abx}{l} + a \Rightarrow du = \frac{ab}{l} dx \quad \text{และ } dv = \sin\left(\frac{bn\pi x}{l}\right) dx \Rightarrow v = -\frac{l}{bn\pi} \cos\left(\frac{bn\pi x}{l}\right)$$

$$\text{จาก } \int u dv = uv - \int v du$$

$$\begin{aligned} \text{จะได้ว่า } \int \left(\frac{abx}{l} + a\right) \sin\left(\frac{bn\pi x}{l}\right) dx &= -\frac{l}{bn\pi} \left(\frac{abx}{l} + a\right) \cos\left(\frac{bn\pi x}{l}\right) + \frac{a}{n\pi} \int \cos\left(\frac{bn\pi x}{l}\right) dx \\ &= -\frac{l}{bn\pi} \left(\frac{abx}{l} + a\right) \cos\left(\frac{bn\pi x}{l}\right) + \frac{la}{bn^2\pi^2} \sin\left(\frac{bn\pi x}{l}\right) \end{aligned}$$

ดังนั้น

$$\begin{aligned} \int_{-l/b}^0 \left(\frac{abx}{l} + a\right) \sin\left(\frac{bn\pi x}{l}\right) dx &= -\frac{l}{bn\pi} \left(\frac{abx}{l} + a\right) \cos\left(\frac{bn\pi x}{l}\right) + \frac{la}{bn^2\pi^2} \sin\left(\frac{bn\pi x}{l}\right) \Big|_{-l/b}^0 \\ &= -\frac{la}{bn\pi} - \left(-\frac{l}{bn\pi} \left(-\frac{a}{b} + a\right) \cos\left(\frac{bn\pi(-l/b)}{l}\right) - \frac{al}{bn^2\pi^2} \sin\left(\frac{bn\pi(-l/b)}{l}\right)\right) \\ &= -\frac{la}{bn\pi} \quad \# \end{aligned}$$

$$\text{พิจารณา } \int_0^{l/b} \left(-\frac{abx}{l} + a\right) \sin\left(\frac{bn\pi x}{l}\right) dx$$

ใช้เทคนิคการอินทิเกรตทีละส่วน (by parts)

$$\text{ให้ } u = -\frac{abx}{l} + a \Rightarrow du = -\frac{ab}{l} dx \quad \text{และ } dv = \sin\left(\frac{bn\pi x}{l}\right) dx \Rightarrow v = -\frac{l}{bn\pi} \cos\left(\frac{bn\pi x}{l}\right)$$

$$\text{จาก } \int u dv = uv - \int v du$$

$$\begin{aligned} \text{จะได้ว่า } \int \left(-\frac{abx}{l} + a\right) \sin\left(\frac{bn\pi x}{l}\right) dx &= -\frac{l}{bn\pi} \left(-\frac{abx}{l} + a\right) \cos\left(\frac{bn\pi x}{l}\right) - \frac{a}{n\pi} \int \cos\left(\frac{bn\pi x}{l}\right) dx \\ &= -\frac{l}{bn\pi} \left(-\frac{abx}{l} + a\right) \cos\left(\frac{bn\pi x}{l}\right) - \frac{la}{bn^2\pi^2} \sin\left(\frac{bn\pi x}{l}\right) \end{aligned}$$

$$\text{ดังนั้น } \int_0^{l/b} \left(-\frac{abx}{l} + a\right) \sin\left(\frac{bn\pi x}{l}\right) dx = -\frac{l}{bn\pi} \left(-\frac{abx}{l} + a\right) \cos\left(\frac{bn\pi x}{l}\right) - \frac{la}{bn^2\pi^2} \sin\left(\frac{bn\pi x}{l}\right) \Big|_0^{l/b}$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$\begin{aligned}
&= -\frac{l}{bn\pi} \left( -\frac{a}{l} + a \right) \cos\left(\frac{bn\pi l}{l}\right) - \frac{al}{bn^2\pi^2} \sin\left(\frac{bn\pi l}{l}\right) - \left(\frac{l}{bn\pi} (0+a) - 0\right) \\
&= \frac{la}{bn\pi} \quad \#
\end{aligned}$$

จะได้ว่า

$$\begin{aligned}
\frac{b}{l} \int_{-l/b}^{l/b} f(x) \sin\left(\frac{bn\pi x}{l}\right) dx &= \frac{b}{l} \left( \int_{-l/b}^0 \left(\frac{abx}{l} + a\right) \sin\left(\frac{bn\pi x}{l}\right) dx + \int_0^{l/b} \left(-\frac{abx}{l} + a\right) \sin\left(\frac{bn\pi x}{l}\right) dx \right) \\
&= \frac{b}{l} \left( -\frac{la}{bn\pi} + \frac{la}{bn\pi} \right) = 0 \quad \#
\end{aligned}$$

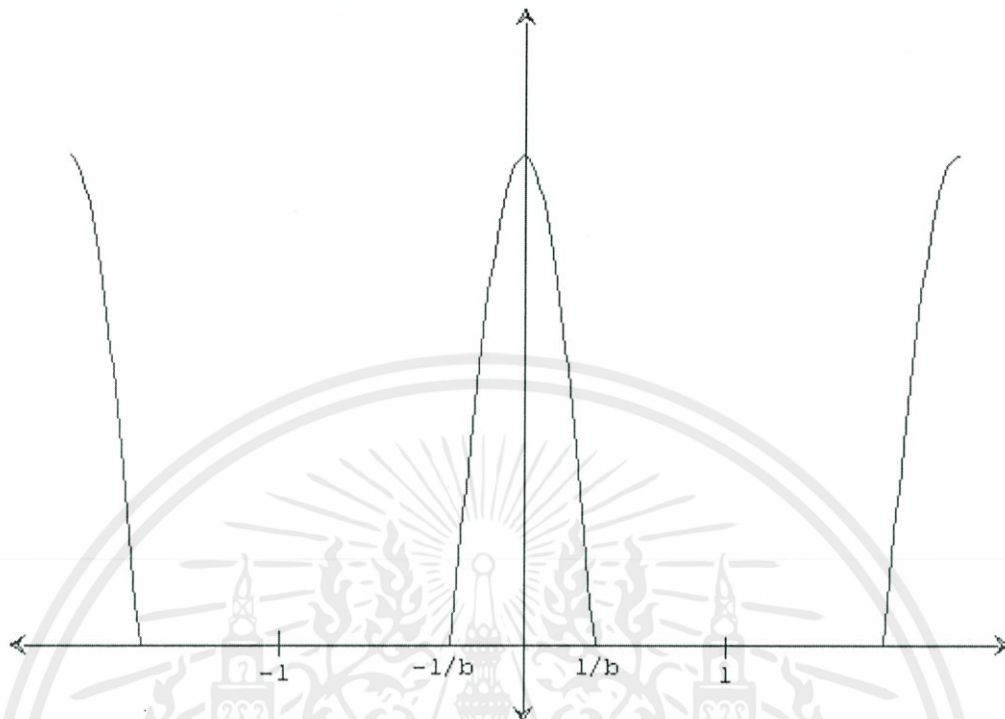
จาก 
$$f(x) = \frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} a_n \cos\left(\frac{n\pi x}{l}\right) + \sum_{n=1}^{\infty} b_n \sin\left(\frac{n\pi x}{l}\right)$$

จะได้ 
$$f(x) \approx \frac{a}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{2a}{n^2\pi^2}\right) (1 - \cos(n\pi)) \cos\left(\frac{bn\pi x}{l}\right)$$

ส่วน คลื่นต่างๆในช่วง PR-segment และ ST-segment จะใช้วิธีคิดในการทำงานเดียวกันกับการพิจารณาในช่วง QRS complex ข้างต้น

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้คัดลอกเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

พิจารณากราฟในช่วง P-wave และ T-wave



รูปที่ 3.7 แสดงการพิจารณากราฟในช่วง P-wave และ T-wave โดยวิธี Fourier

จากรูป จะเห็นว่ากราฟมีลักษณะเป็นรูปแบบคล้ายกับฟังก์ชัน cosine

ดังนั้น เราจึงสมมติว่า  $y = f(x) = \cos\left(\frac{\pi bx}{2l}\right)$  ;  $-\frac{l}{b} < x < \frac{l}{b}$

$$\begin{aligned} a_0 &= \frac{b}{l} \int_{-l/b}^{l/b} \cos\left(\frac{\pi bx}{2l}\right) dx \\ &= \frac{2}{\pi} \sin\left(\frac{\pi bx}{2l}\right) \Big|_{-l/b}^{l/b} \\ &= \frac{2}{\pi} \left( \sin\left(\frac{\pi b l}{2 b l}\right) - \sin\left(-\frac{\pi b l}{2 b l}\right) \right) \\ &= \frac{2}{\pi} \left( \sin\frac{\pi}{2} + \sin\frac{\pi}{2} \right) = \frac{2}{\pi} (1+1) \end{aligned}$$

$$= \frac{4}{\pi} \#$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$\begin{aligned}
 a_n &= \frac{b}{l} \int_T \cos\left(\frac{\pi bx}{2l}\right) \cos\left(\frac{bn\pi x}{l}\right) dx \\
 &= \frac{b}{l} \int_{-l/b}^{l/b} \cos\left(\frac{\pi bx}{2l}\right) \cos\left(\frac{bn\pi x}{l}\right) dx \quad (*)
 \end{aligned}$$

ใช้เทคนิคการอินทิเกรตทีละส่วน (by parts)

$$\text{ให้ } u = \cos\left(\frac{\pi bx}{2l}\right) \Rightarrow du = -\frac{\pi b}{2l} \sin\left(\frac{\pi bx}{2l}\right) dx \text{ และ}$$

$$dv = \cos\left(\frac{bn\pi x}{l}\right) dx \Rightarrow v = \frac{l}{bn\pi} \sin\left(\frac{bn\pi x}{l}\right)$$

$$\text{จาก } \int u dv = uv - \int v du$$

$$\begin{aligned}
 \text{จะได้ } \int \cos\left(\frac{\pi bx}{2l}\right) \cos\left(\frac{bn\pi x}{l}\right) dx &= \\
 \frac{l}{bn\pi} \cos\left(\frac{\pi bx}{2l}\right) \sin\left(\frac{bn\pi x}{l}\right) + \frac{1}{2n} \int \sin\left(\frac{\pi bx}{2l}\right) \sin\left(\frac{bn\pi x}{l}\right) dx & \quad (1)
 \end{aligned}$$

$$\text{พิจารณา } \int \sin\left(\frac{\pi bx}{2l}\right) \sin\left(\frac{bn\pi x}{l}\right) dx$$

$$\text{ให้ } u = \sin\left(\frac{\pi bx}{2l}\right) \Rightarrow du = \frac{\pi b}{2l} \cos\left(\frac{\pi bx}{2l}\right) dx \text{ และ } dv = \sin\left(\frac{bn\pi x}{l}\right) dx \Rightarrow v = -\frac{l}{bn\pi} \cos\left(\frac{bn\pi x}{l}\right)$$

$$\text{จาก } \int u dv = uv - \int v du$$

จะได้

$$\begin{aligned}
 \int \sin\left(\frac{\pi bx}{2l}\right) \sin\left(\frac{bn\pi x}{l}\right) dx &= -\frac{l}{bn\pi} \cos\left(\frac{bn\pi x}{l}\right) \sin\left(\frac{\pi bx}{2l}\right) + \frac{1}{2n} \int \cos\left(\frac{bn\pi x}{l}\right) \cos\left(\frac{\pi bx}{2l}\right) dx \\
 \frac{1}{2n} \int \sin\left(\frac{\pi bx}{2l}\right) \sin\left(\frac{bn\pi x}{l}\right) dx &= \\
 -\frac{l}{2bn^2\pi} \cos\left(\frac{bn\pi x}{l}\right) \sin\left(\frac{\pi bx}{2l}\right) + \frac{1}{4n^2} \int \cos\left(\frac{bn\pi x}{l}\right) \cos\left(\frac{\pi bx}{2l}\right) dx & \quad (2)
 \end{aligned}$$

นำสมการ (2) แทนค่าใน (1) จะได้ว่า

$$\int \cos\left(\frac{\pi bx}{2l}\right) \cos\left(\frac{n\pi x}{l}\right) dx$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆ หากมีข้อสงสัย กรุณาติดต่อฝ่ายวิชาการ โทร. 0-2562-0300

$$= \frac{l}{bn\pi} \left[ \cos\left(\frac{\pi bx}{2l}\right) \sin\left(\frac{bn\pi x}{l}\right) - \frac{1}{2n} \cos\left(\frac{bn\pi x}{l}\right) \sin\left(\frac{\pi bx}{2l}\right) \right] + \frac{1}{4n^2} \int \cos\left(\frac{bn\pi x}{l}\right) \cos\left(\frac{\pi bx}{2l}\right) dx$$

$$\left(\frac{4n^2-1}{4n^2}\right) \int \cos\left(\frac{\pi bx}{2l}\right) \cos\left(\frac{bn\pi x}{l}\right) dx = \frac{l}{bn\pi} \cos\left(\frac{\pi bx}{2l}\right) \sin\left(\frac{bn\pi x}{l}\right) - \frac{l}{2bn^2\pi} \cos\left(\frac{bn\pi x}{l}\right) \sin\left(\frac{\pi bx}{2l}\right)$$

$$\begin{aligned} \int \cos\left(\frac{\pi bx}{2l}\right) \cos\left(\frac{bn\pi x}{l}\right) dx &= \frac{4n^2 l}{bn\pi(4n^2-1)} \left[ \cos\left(\frac{\pi bx}{2l}\right) \sin\left(\frac{bn\pi x}{l}\right) - \frac{1}{2n} \cos\left(\frac{bn\pi x}{l}\right) \sin\left(\frac{\pi bx}{2l}\right) \right] \\ &= \frac{4nl}{b\pi(4n^2-1)} \left[ \cos\left(\frac{\pi bx}{2l}\right) \sin\left(\frac{bn\pi x}{l}\right) - \frac{1}{2n} \cos\left(\frac{bn\pi x}{l}\right) \sin\left(\frac{\pi bx}{2l}\right) \right] \end{aligned}$$

จากสมการ (\*) จะได้ว่า

$$\frac{b}{l} \int \cos\left(\frac{\pi bx}{2l}\right) \cos\left(\frac{bn\pi x}{l}\right) dx = \frac{4n}{\pi(4n^2-1)} \left[ \cos\left(\frac{\pi bx}{2l}\right) \sin\left(\frac{bn\pi x}{l}\right) - \frac{1}{2n} \cos\left(\frac{bn\pi x}{l}\right) \sin\left(\frac{\pi bx}{2l}\right) \right]$$

ดังนั้น

$$\begin{aligned} \frac{b}{l} \int_{-l/b}^{l/b} \cos\left(\frac{\pi bx}{2l}\right) \cos\left(\frac{bn\pi x}{l}\right) dx &= \frac{4n}{\pi(4n^2-1)} \left[ \cos\left(\frac{\pi bx}{2l}\right) \sin\left(\frac{bn\pi x}{l}\right) - \frac{1}{2n} \cos\left(\frac{bn\pi x}{l}\right) \sin\left(\frac{\pi bx}{2l}\right) \right] \Bigg|_{-l/b}^{l/b} \\ &= \frac{4n}{\pi(4n^2-1)} \left( \left( \cos\left(\frac{\pi b l}{2b l}\right) \sin\left(\frac{bn\pi l}{l}\right) - \frac{1}{2n} \cos\left(\frac{bn\pi l}{l}\right) \sin\left(\frac{\pi b l}{2b l}\right) \right) \right. \\ &\quad \left. - \left( \cos\left(-\frac{\pi b l}{2b l}\right) \sin\left(-\frac{bn\pi l}{l}\right) - \frac{1}{2n} \cos\left(-\frac{bn\pi l}{l}\right) \sin\left(-\frac{\pi b l}{2b l}\right) \right) \right) \\ &= \frac{4n}{\pi(4n^2-1)} \left( -\frac{1}{2n} \cos(n\pi) - \frac{1}{2n} \cos(n\pi) \right) \\ &= \frac{4n}{\pi(4n^2-1)} \left( -\frac{1}{n} \cos(n\pi) \right) \\ &= \frac{4}{\pi(1-4n^2)} (\cos(n\pi)) \quad \# \end{aligned}$$

จะได้ว่า

$$a_n = \frac{4}{\pi(1-4n^2)} (\cos(n\pi)) \quad \#$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับ  $b_n = \frac{b}{l} \int_T \cos\left(\frac{\pi bx}{2l}\right) \sin\left(\frac{bn\pi x}{l}\right) dx$  นั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$= \frac{b}{l} \int_{-l/b}^{l/b} \cos\left(\frac{\pi bx}{2l}\right) \sin\left(\frac{bn\pi x}{l}\right) dx$$

ใช้เทคนิคการอินทิเกรตทีละส่วน (by-part)

$$u = \cos\left(\frac{\pi bx}{2l}\right) \Rightarrow du = -\frac{\pi b}{2l} \sin\left(\frac{\pi bx}{2l}\right) dx \text{ และ } dv = \sin\left(\frac{bn\pi x}{l}\right) dx \Rightarrow v = -\frac{l}{bn\pi} \cos\left(\frac{bn\pi x}{l}\right)$$

จาก  $\int u dv = uv - \int v du$  จะได้ว่า

$$\int \cos\left(\frac{\pi bx}{2l}\right) \sin\left(\frac{bn\pi x}{l}\right) dx = -\frac{l}{bn\pi} \cos\left(\frac{bn\pi x}{l}\right) \cos\left(\frac{\pi bx}{2l}\right) - \frac{1}{2n} \int \sin\left(\frac{\pi bx}{2l}\right) \cos\left(\frac{bn\pi x}{l}\right) dx \quad (1)$$

พิจารณา  $\int \sin\left(\frac{\pi bx}{2l}\right) \cos\left(\frac{bn\pi x}{l}\right) dx$

$$\text{จาก } u = \sin\left(\frac{\pi bx}{2l}\right) \Rightarrow du = \frac{\pi b}{2l} \cos\left(\frac{\pi bx}{2l}\right) dx \text{ และ } dv = \cos\left(\frac{bn\pi x}{l}\right) dx \Rightarrow v = \frac{l}{bn\pi} \sin\left(\frac{bn\pi x}{l}\right)$$

จาก  $\int u dv = uv - \int v du$

จะได้ว่า

$$\int \sin\left(\frac{\pi bx}{2l}\right) \cos\left(\frac{bn\pi x}{l}\right) dx = \frac{l}{bn\pi} \sin\left(\frac{\pi bx}{2l}\right) \sin\left(\frac{bn\pi x}{l}\right) - \frac{1}{2n} \int \cos\left(\frac{\pi bx}{2l}\right) \sin\left(\frac{bn\pi x}{l}\right) dx$$

$$\frac{1}{2n} \int \sin\left(\frac{\pi bx}{2l}\right) \cos\left(\frac{bn\pi x}{l}\right) dx = \frac{1}{2n^2\pi} \sin\left(\frac{\pi bx}{2l}\right) \sin\left(\frac{bn\pi x}{l}\right) - \frac{1}{4n^2} \int \cos\left(\frac{\pi bx}{2l}\right) \sin\left(\frac{bn\pi x}{l}\right) dx$$

(2)

แทน (2) ใน (1)

$$\begin{aligned} \int \cos\left(\frac{\pi bx}{2l}\right) \sin\left(\frac{bn\pi x}{l}\right) dx &= \\ &= -\frac{l}{bn\pi} \cos\left(\frac{bn\pi x}{l}\right) \cos\left(\frac{\pi bx}{2l}\right) - \frac{1}{2n^2\pi} \sin\left(\frac{\pi bx}{2l}\right) \sin\left(\frac{bn\pi x}{l}\right) + \frac{1}{4n^2} \int \cos\left(\frac{\pi bx}{2l}\right) \sin\left(\frac{bn\pi x}{l}\right) dx \end{aligned}$$

$$\left(\frac{4n^2-1}{4n^2}\right) \int \cos\left(\frac{\pi bx}{2l}\right) \sin\left(\frac{bn\pi x}{l}\right) dx = -\frac{l}{bn\pi} \cos\left(\frac{bn\pi x}{l}\right) \cos\left(\frac{\pi bx}{2l}\right) - \frac{1}{2n^2\pi} \sin\left(\frac{\pi bx}{2l}\right) \sin\left(\frac{bn\pi x}{l}\right)$$

$$\int \cos\left(\frac{\pi bx}{2l}\right) \sin\left(\frac{bn\pi x}{l}\right) dx = \left(\frac{4n^2}{4n^2-1}\right) \left(-\frac{l}{bn\pi} \cos\left(\frac{bn\pi x}{l}\right) \cos\left(\frac{\pi bx}{2l}\right) - \frac{1}{2n^2\pi} \sin\left(\frac{\pi bx}{2l}\right) \sin\left(\frac{bn\pi x}{l}\right)\right)$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้คัดลอกเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ดังนั้น จะได้ว่า

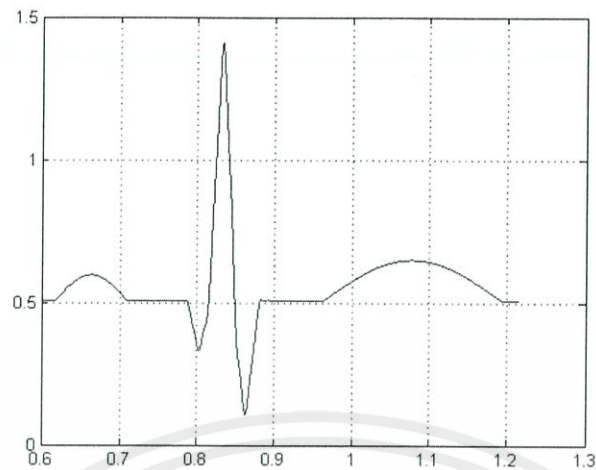
$$\begin{aligned}
 \int_{-l/b}^{l/b} \cos\left(\frac{\pi bx}{2l}\right) \sin\left(\frac{bn\pi x}{l}\right) dx &= \left. \left( \frac{4n^2}{4n^2-1} \right) \left( -\frac{l}{bn\pi} \cos\left(\frac{bn\pi x}{l}\right) \cos\left(\frac{\pi bx}{2l}\right) - \frac{1}{2n^2\pi} \sin\left(\frac{\pi bx}{2l}\right) \sin\left(\frac{bn\pi x}{l}\right) \right) \right|_{-l/b}^{l/b} \\
 &= \left( \frac{4n^2}{4n^2-1} \right) \left( -\frac{l}{bn\pi} \cos\left(\frac{bn\pi l}{l}\right) \cos\left(\frac{\pi bl}{2l}\right) - \frac{1}{2n^2\pi} \sin\left(\frac{\pi bl}{2l}\right) \sin\left(\frac{bn\pi l}{l}\right) \right) \\
 &\quad - \left( -\frac{l}{bn\pi} \cos\left(-\frac{bn\pi l}{l}\right) \cos\left(-\frac{\pi bl}{2l}\right) - \frac{1}{2n^2\pi} \sin\left(-\frac{\pi bl}{2l}\right) \sin\left(-\frac{bn\pi l}{l}\right) \right) \\
 &= \left( \frac{4n^2}{4n^2-1} \right) \left( -\frac{l}{bn\pi} \cos(n\pi) \cos\left(\frac{\pi}{2}\right) - \frac{1}{2n^2\pi} \sin\left(\frac{\pi}{2}\right) \sin(n\pi) \right) \\
 &\quad - \left( -\frac{l}{bn\pi} \cos(n\pi) \cos\left(\frac{\pi}{2}\right) - \frac{1}{2n^2\pi} \sin\left(\frac{\pi}{2}\right) \sin(n\pi) \right) \\
 &= \left( \frac{4n^2}{4n^2-1} \right) \left( -\frac{1}{2n^2\pi} \sin(n\pi) + \frac{1}{2n^2\pi} \sin(n\pi) \right) \\
 &= 0
 \end{aligned}$$

นั่นคือ  $b_n = \frac{b}{l} \int_{-l/b}^{l/b} \cos\left(\frac{\pi bx}{2l}\right) \sin\left(\frac{bn\pi x}{l}\right) dx = 0 \quad \#$

$$f(x) \approx \frac{2}{\pi} + \sum_{n=1}^{\infty} \left( \frac{4}{\pi(1-4n^2)} \right) \cos(n\pi) \cos\left(\frac{bn\pi x}{l}\right)$$

จากข้างต้นเป็นขั้นตอนการคำนวณของวิธี Fourier เพื่อเป็นแนวทางในการเขียนโปรแกรมทางคอมพิวเตอร์เพื่อเขียนกราฟคลื่นไฟฟ้าหัวใจ ซึ่งจะได้กราฟลักษณะดังต่อไปนี้

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



รูปที่ 3.8 แสดงผลลัพธ์ของกราฟด้วยโปรแกรมโดยวิธี Fourier

และเมื่อได้กราฟคลื่นไฟฟ้าหัวใจแล้ว เช่นเดียวกับวิธีของ direct method เราจะต้องทำการหาค่า error เพื่อตรวจสอบความคลาดเคลื่อนระหว่างการสร้างกราฟคลื่นไฟฟ้าหัวใจด้วยวิธีนี้ และกราฟคลื่นไฟฟ้าหัวใจรูปแบบมาตรฐาน

$$\text{ค่าคลาดเคลื่อน} = \left| \frac{\text{ค่าจริง} - \text{ค่าประมาณ}}{\text{ค่าจริง}} \right| \times 100\%$$

จากวิธีการคำนวณดังกล่าว แทนค่าจริงและค่าประมาณ เพื่อหาความคลาดเคลื่อนของวิธี Fourier ด้วยโปรแกรม Excel ดังนี้

$x$	$y$	$y_f$	$error$ (%)
0.625	0.5	0.512719	2.5438
0.635	0.51875	0.543065	4.687228916
0.645	0.53125	0.569155	7.135058824
0.655	0.565	0.587599	3.999823009
0.665	0.5875	0.596268	1.492425532
0.67	0.59	0.596909	1.171016949
0.675	0.585	0.594377	1.602905983
0.685	0.5625	0.582252	3.511466667
0.695	0.535	0.561183	4.894018692
0.705	0.52	0.533618	2.618846154
0.715	0.5	0.507516	1.5032
0.725	0.5	0.507652	1.5304
0.735	0.5	0.508038	1.6076
0.745	0.5	0.508237	1.6474

$x$	$y$	$y_f$	$error$ (%)
0.755	0.5	0.508019	1.6038
0.765	0.5	0.507701	1.5402
0.775	0.5	0.507797	1.5594
0.785	0.5	0.507993	1.5986
0.795	0.5	0.489477	2.1046
0.805	0.4625	0.363173	21.47610811
0.815	0.375	0.408356	8.894933333
0.825	0.325	0.730769	124.852
0.835	0.9	1.288984	43.22044444
0.84	1.4	1.37592	1.72
0.845	1.125	1.083708	3.6704
0.855	0.7	0.458499	34.50014286
0.865	0.3	0.16181	46.06333333
0.87	0.1	0.123701	23.701
0.875	0.2125	0.251687	18.44094118
0.885	0.375	0.485765	29.53733333
0.895	0.5	0.50774	1.548
0.905	0.5	0.508446	1.6892
0.915	0.5	0.508326	1.6652
0.925	0.5	0.50788	1.576
0.935	0.5	0.507652	1.5304
0.945	0.5	0.507854	1.5708
0.955	0.5	0.508136	1.6272
0.965	0.5	0.507915	1.583
0.975	0.5	0.520918	4.1836
0.985	0.5	0.539668	7.9336
0.995	0.5125	0.558171	8.911414634
1.005	0.53	0.57589	8.658490566
1.015	0.545	0.592181	8.65706422
1.025	0.56	0.606705	8.340178571

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้คัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$x$	$y$	$y_f$	$error$ (%)
1.035	0.57	0.619427	8.671403509
1.045	0.5875	0.630264	7.278978723
1.055	0.6	0.63889	6.481666667
1.065	0.6125	0.64494	5.296326531
1.075	0.63	0.648306	2.905714286
1.085	0.6375	0.649109	1.821019608
1.095	0.64	0.647432	1.16125
1.105	0.639	0.643188	0.655399061
1.115	0.6375	0.636306	0.187294118
1.125	0.63	0.626941	0.485555556
1.135	0.6125	0.615417	0.476244898
1.145	0.6	0.602004	0.334
1.155	0.5875	0.586848	0.110978723
1.165	0.57	0.570133	0.023333333
1.175	0.545	0.552209	1.322752294
1.185	0.54	0.533495	1.20462963
1.195	0.53	0.514165	2.987735849
1.205	0.5125	0.508175	0.843902439
1.215	0.5	0.507986	1.5972
Average error (%)			8.059491437

ตารางที่ 3.4 แสดงค่าคลาดเคลื่อนทุกช่วงด้วยวิธี Fourier

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

### 3.4 แสดงค่าคลาดเคลื่อนแต่ละช่วงและกราฟจากวิธีต่าง ๆ เปรียบเทียบกับกราฟหัวใจแบบปกติ

ค่าคลาดเคลื่อนเฉลี่ยของแต่ละช่วงในแต่ละวิธี เป็นดังนี้

#### P wave

วิธี	Average Error(%)
Direct Method(Polynomial)	2.173189
Direct Method (Gaussian)	0.757259
Least square	9.694478
Fourier	3.196345

#### PR segment

วิธี	Average Error(%)
Direct Method(Polynomial)	0
Direct Method (Gaussian)	0
Least square	6.48512
Fourier	1.6328

#### QRS complex

วิธี	Average Error(%)
Direct Method(Polynomial)	4.061864
Direct Method (Gaussian)	4.061864
Least square	12.20485
Fourier	31.87514

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

## ST segment

วิธี	Average Error(%)
Direct Method(Polynomial)	0
Direct Method (Gaussian)	0
Least square	6.51096
Fourier	2.4907

## T wave

วิธี	Average Error(%)
Direct Method(Polynomial)	3.093064
Direct Method (Gaussian)	0.143213
Least square	3.844047
Fourier	3.597756

ตารางที่ 3.5 - 3.9 แสดงค่าคลาดเคลื่อนเฉลี่ยแยกตามประเภทของคลื่นไฟฟ้าหัวใจ

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

จากแบบจำลองคลื่นไฟฟ้าหัวใจ ด้วยแนวคิดทั้ง 3 วิธีข้างต้น สามารถสรุปแยกสมการทั่วไปดังนี้

ช่วง	วิธี	สมการ	
P wave	Direct Method	(Polynomial)	$y = -44.4444x^2 + 59.5555x - 19.3611$
		(Gaussian)	$f(x) = 0.09e^{\frac{-(x-0.67)^2}{56\sqrt{2\pi}}}$
	Least square	$y = -94.0083x^2 + 125.9828x - 41.5512$	
	Fourier	$y \approx \frac{\pi}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} \left( \frac{4}{\pi(1-4n^2)} \right) (\cos(n\pi)) \cos\left(\frac{bn\pi x}{l}\right)$	
PR segment	Direct Method	$y = 0.5$	
	Least square	$y = 0.4671$	
	Fourier	$y \approx \frac{a}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} \left( \frac{2a}{n^2\pi^2} \right) (1 - \cos(n\pi)) \cos\left(\frac{bn\pi x}{l}\right)$	
ST segment	Direct Method	$y = 0.5$	
	Least square	$y = 0.4671$	
	Fourier	$y \approx \frac{a}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} \left( \frac{2a}{n^2\pi^2} \right) (1 - \cos(n\pi)) \cos\left(\frac{bn\pi x}{l}\right)$	
QRS complex	Direct Method	(1)	$y = -5.83x + 5.13485$
		(2)	$y = 71.6667x - 58.8$
		(3)	$y = -43.3333x + 37.7999$
		(4)	$y = 16x - 13.82$
	Least square	(1)	$y = -6.1156x + 5.3332$
		(2)	$y = 70.3644x - 57.7488$
		(3)	$y = -43.6467x + 38.0350$
		(4)	$y = 15.8992x - 13.7639$
	Fourier	(1)	$y \approx \frac{a}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} \left( \frac{2a}{n^2\pi^2} \right) (1 - \cos(n\pi)) \cos\left(\frac{bn\pi x}{l}\right)$
		(2)	
		(3)	
		(4)	
T wave	Direct Method	(Polynomial)	$y = -11.3636x^2 + 25x - 13.0997$
		(Gaussian)	$f(x) = 0.15e^{\frac{-(x-1.1)^2}{17\sqrt{2\pi}}}$
	Least square	$y = -9.57x^2 + 21.0527x - 10.9768$	
	Fourier	$y \approx \frac{2}{\pi} + \sum_{n=1}^{\infty} \left( \frac{4}{\pi(1-4n^2)} \right) (\cos(n\pi)) \cos\left(\frac{bn\pi x}{l}\right)$	

ตารางที่ 3.10 สรุปรูปแบบทั่วไปของสมการในแต่ละช่วงแยกตามวิธีคิด

\*\*หมายเหตุ เมื่อ  $a$  และ  $b$  คือ Amplitude และ Duration ตามลำดับ

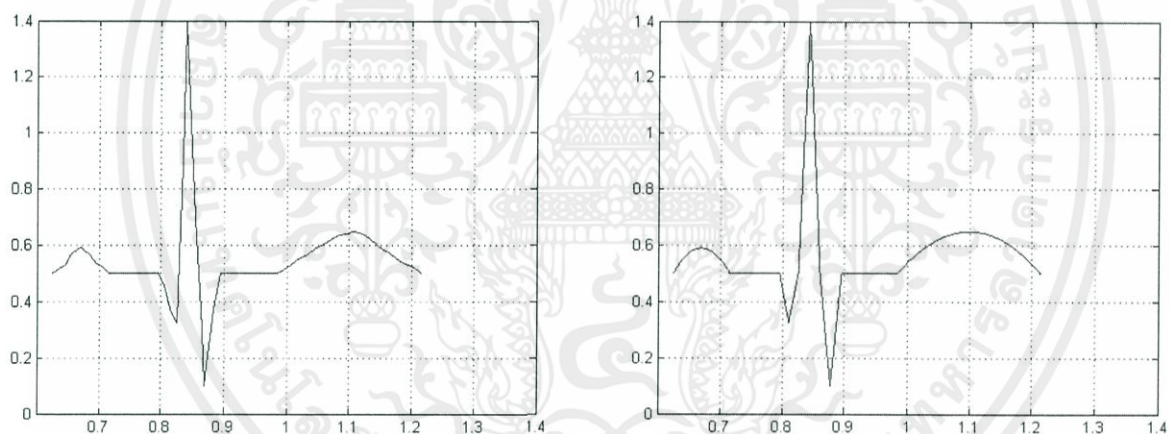
ค่าเฉลี่ยค่าคลาดเคลื่อนวิธี Direct Method , Least square และ Fourier ของกราฟคลื่นไฟฟ้าหัวใจ จะได้ดังนี้

วิธี	Average Error(%)
Direct Method(Polynomial)	3.137087
Direct Method (Gaussian)	0.842579
Least square	8.58494
Fourier	8.059491437

ตารางที่ 3.11 แสดงค่าเฉลี่ยค่าคลาดเคลื่อนของแต่ละวิธี

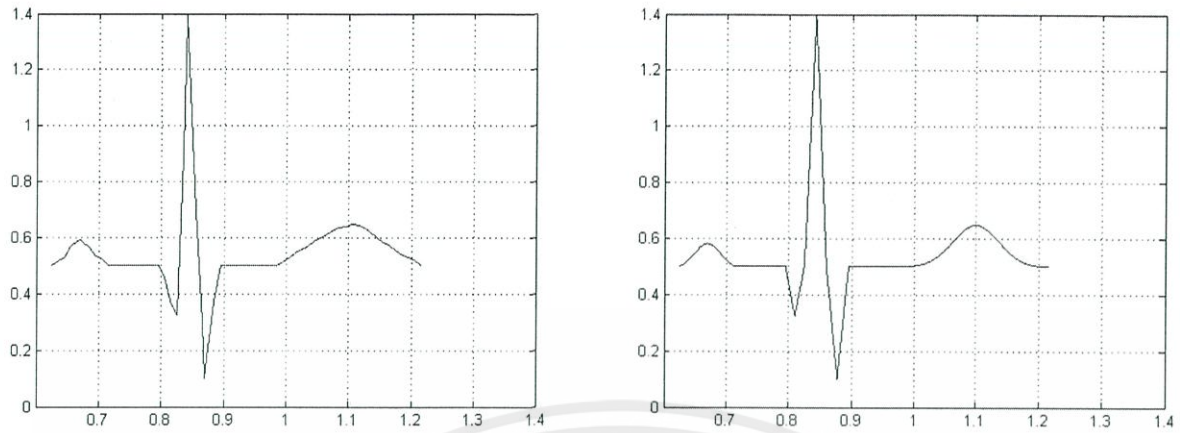
จะเห็นว่า ค่าเฉลี่ยค่าคลาดเคลื่อนจากวิธี Direct Method ตามวิธีของเกาส์มีค่าน้อยที่สุด ดังนั้นเราจึงใช้วิธี Direct Method ตามแนวคิดของเกาส์ไปสร้างโปรแกรมเขียนกราฟคลื่นไฟฟ้าหัวใจ

แสดงกราฟจากวิธีต่าง ๆ เปรียบเทียบกับกราฟหัวใจแบบปกติ

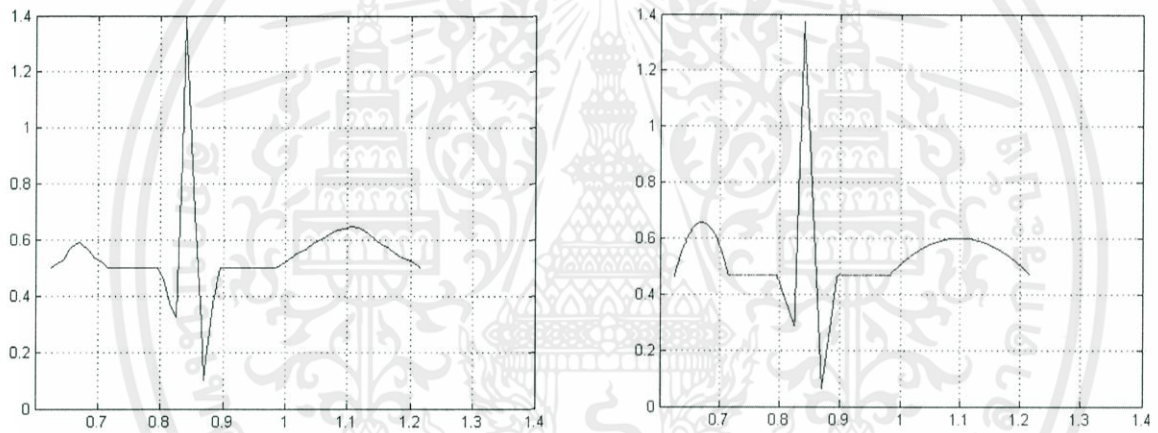


รูปที่ 3.9 เปรียบเทียบผลลัพธ์ของกราฟจากโปรแกรมโดยรูปแบบมาตรฐานกับวิธี Direct method

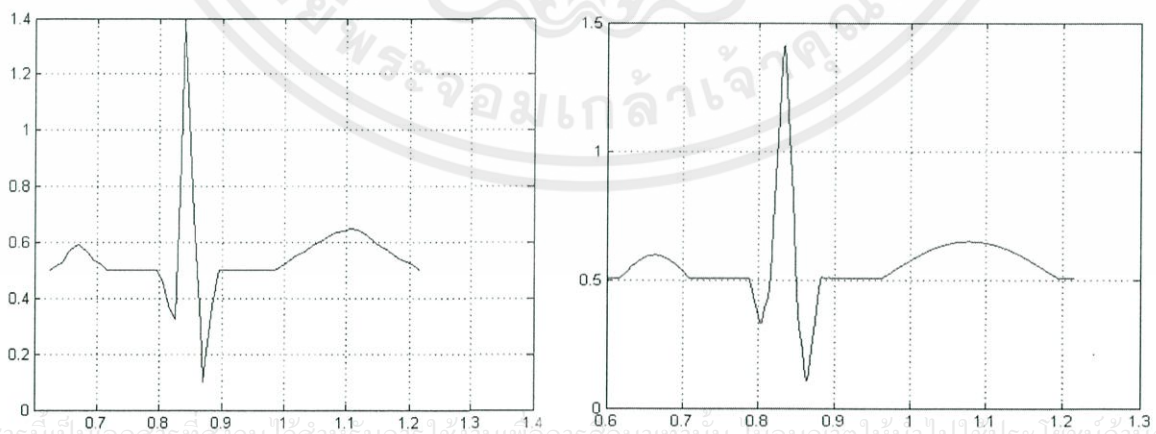
เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



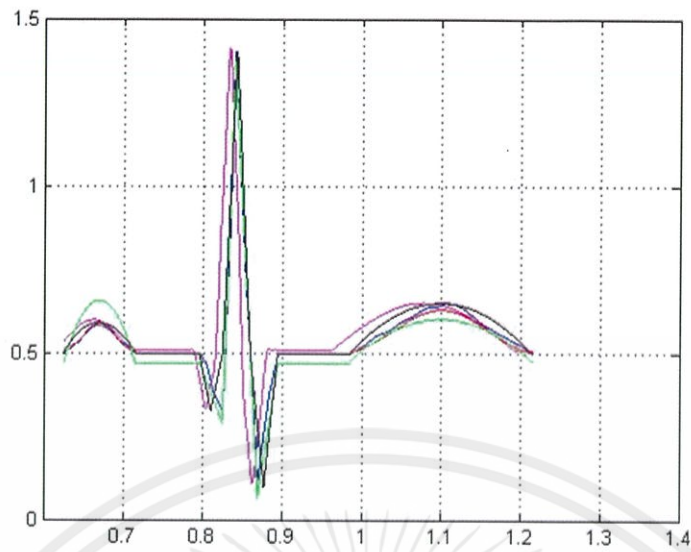
รูปที่ 3.10 เปรียบเทียบผลลัพธ์ของกราฟจากโปรแกรมโดยรูปแบบมาตรฐานกับวิธี  
Direct method (Gaussian)



รูปที่ 3.11 เปรียบเทียบผลลัพธ์ของกราฟจากโปรแกรมโดยรูปแบบมาตรฐานกับวิธี Least square



เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับกรใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาติให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณี รูปที่ 3.12 เปรียบเทียบผลลัพธ์ของกราฟจากโปรแกรมโดยรูปแบบมาตรฐานกับวิธี Fourier



- เมื่อ
- แทน กราฟรูปแบบ Standard
  - แทน กราฟรูปแบบ Direct method
  - แทน กราฟรูปแบบ Direct method (Gaussian)
  - แทน กราฟรูปแบบ Least square
  - แทน กราฟรูปแบบ Fourier

รูปที่ 3.14 เปรียบเทียบผลลัพธ์ของกราฟจากโปรแกรมโดยรูปแบบมาตรฐานกับวิธีทั้งหมด

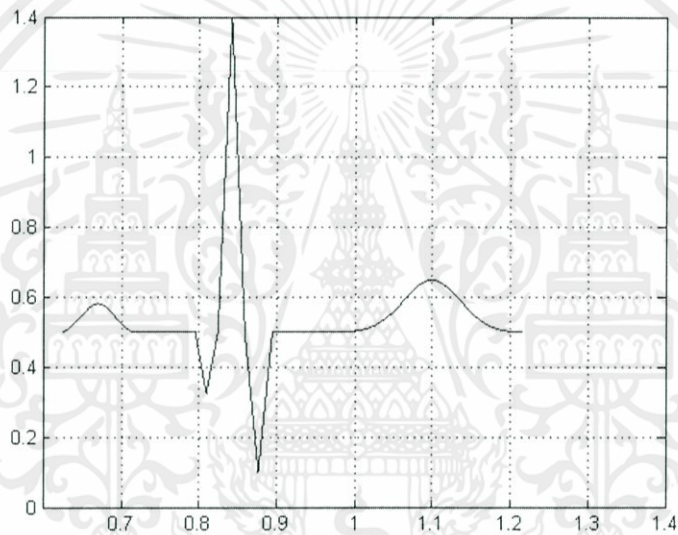
เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

## บทที่ 4

### ผลการวิจัยและการอภิปรายผล

#### 4.1 การเปรียบเทียบระหว่างกราฟปกติและกราฟผิดปกติ

เมื่อหาค่าคลาดเคลื่อนดังกล่าวข้างต้นได้แล้ว ต่อไปนี้จะแสดงการเปรียบเทียบระหว่างกราฟมาตรฐานของคลื่นไฟฟ้าหัวใจ กับ กราฟคลื่นไฟฟ้าหัวใจในภาวะผิดปกติต่างๆที่สามารถวินิจฉัยได้โดยดูจากความผิดปกติขององค์ประกอบบางส่วนของคลื่นไฟฟ้าหัวใจ โดยได้แสดงบางรูปแบบของภาวะที่ผิดปกติของคลื่นไฟฟ้าหัวใจ และเพื่อให้มองเห็นความแตกต่างได้อย่างชัดเจน จึงเปรียบเทียบระหว่างกราฟแบบปกติและกราฟที่ผิดปกติให้เห็นภาพได้ชัดเจนขึ้น ตามเงื่อนไข ดังนี้

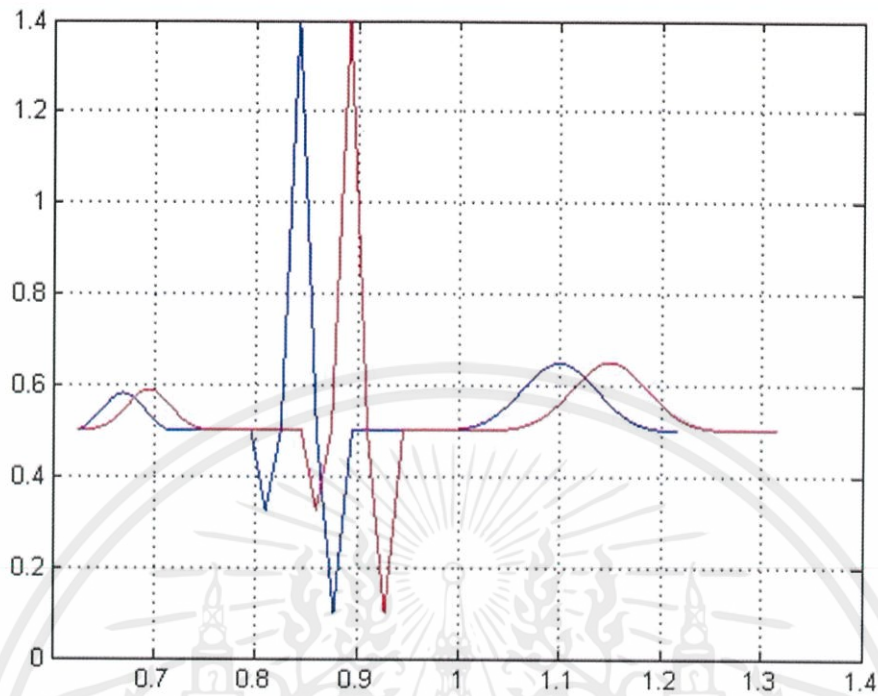


รูปที่ 4.1 ลักษณะกราฟคลื่นไฟฟ้าหัวใจแบบปกติ

จากกราฟคลื่นไฟฟ้าหัวใจแบบปกติ เมื่อนำไปเปรียบเทียบกับด้วยเงื่อนไขที่ก่อให้เกิดความผิดปกติแบบต่าง ๆ บางประการ ผลที่ได้คือ

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

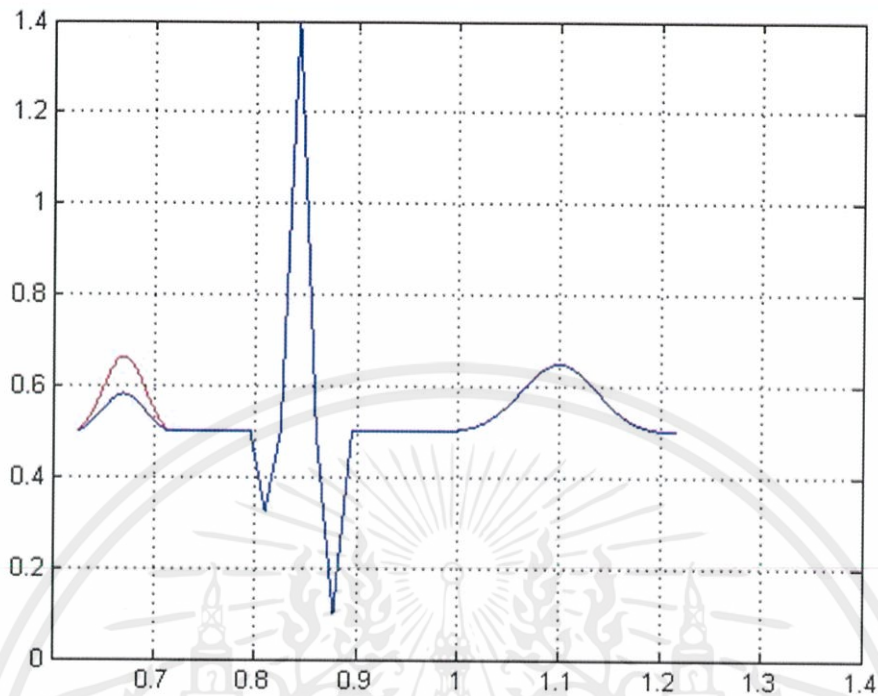
## P mitrale หรือ P wave ที่กว้าง



- Mitral valve disease
- Left ventricular failure (หัวใจเวนทริเคิลซ้ายผิดปกติ)
- Left atrial enlargement (หัวใจเอเทรียมซ้ายขยายตัว) จากสาเหตุใดก็ได้

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

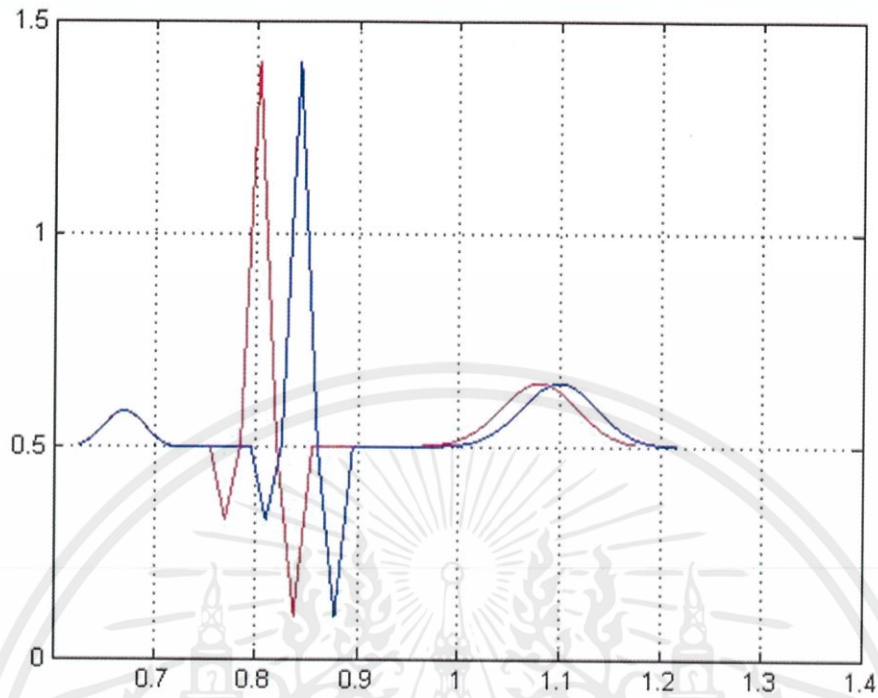
## P pulmonale หรือ P wave ที่สูง



- โรคของ pulmonary artery เช่น
  - Pulmonary hypertension (ความดันเลือดสูง)
  - Pulmonary embolism (เส้นเลือด pulmonary อุดตัน)
  - Pulmonary stenosis (เส้นเลือด pulmanary ตีบ)
- Cor pulmonale (หัวใจข้างขวาล้มเหลว)
- Tricuspid stenosis หรือ incompetence

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

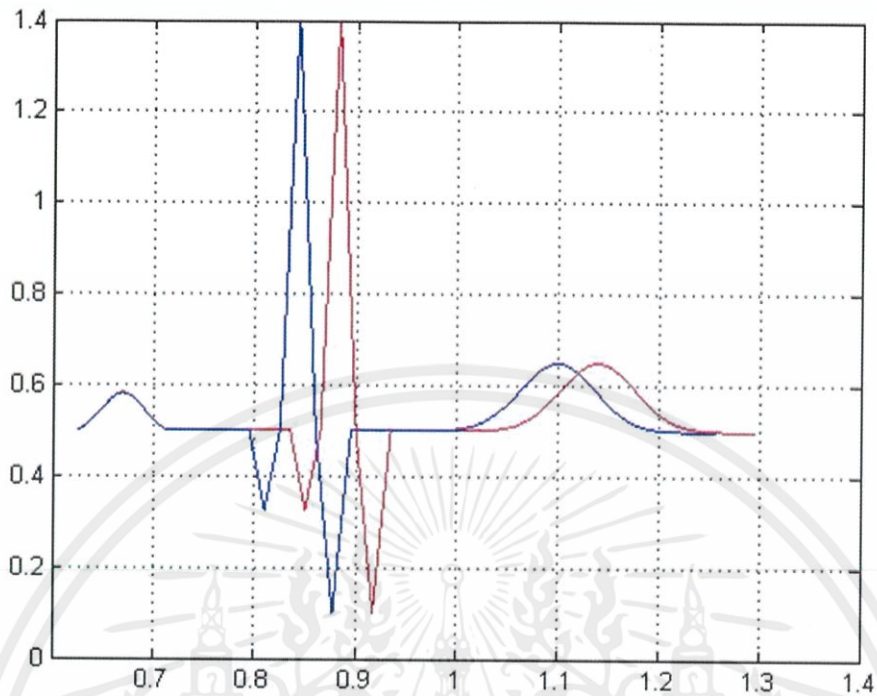
## PR interval สั้น



- W.P.W. syndrome
- L.G.L. syndrome
- A-V junctional rhythm
- Hypertension
- Glycogen storage disease (โรคเกี่ยวกับการจัดเก็บไกลโคเจนในร่างกาย)
- Normal variant

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

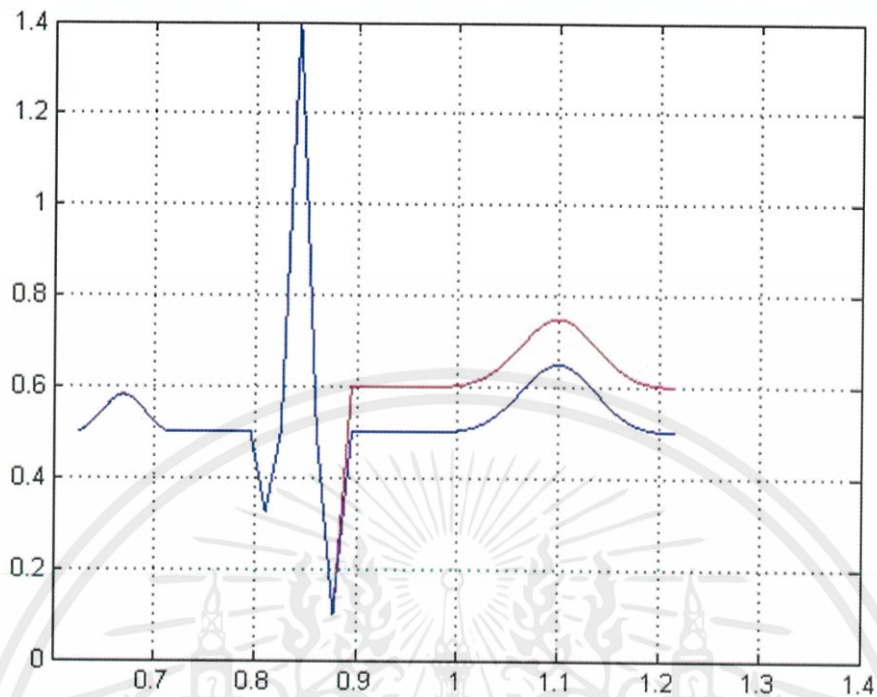
## PR interval ยาว



- Digitalis toxicity
- Acute carditis (หัวใจอักเสบเฉียบพลัน) จาก  
Rheumatic fever (ไข้รูห์มาติก)  
Diphtheria (โรคคอตีบ) และอื่น ๆ
- Ischemic heart disease (ภาวะกล้ามเนื้อหัวใจขาดเลือด)
- การให้ beta adrenergic agen

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

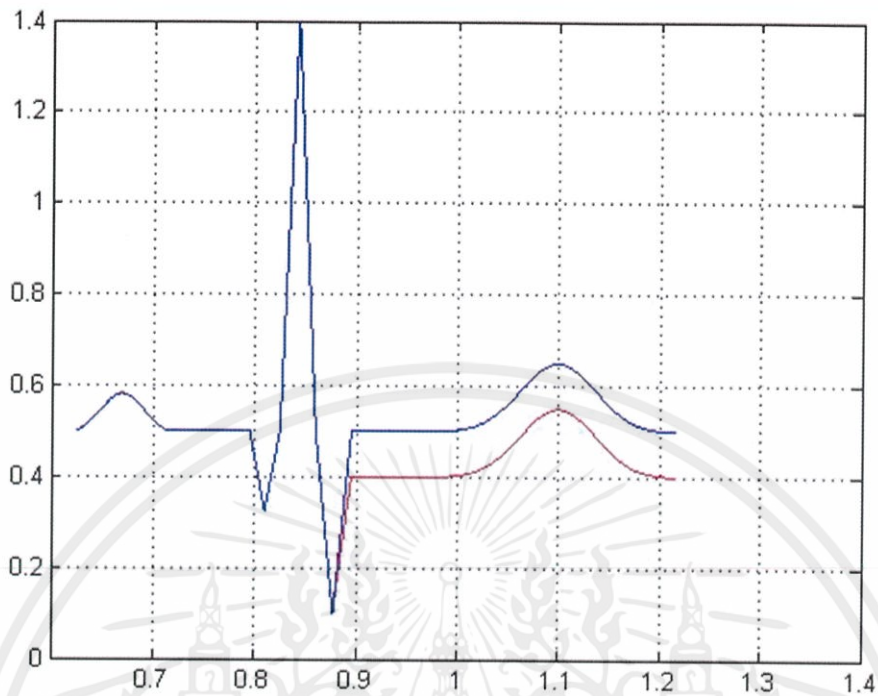
## ST-segment ที่สูงกว่าปกติ



- Acute pericarditis (เยื่อหุ้มหัวใจอักเสบเฉียบพลัน)
- Cardiac trauma (ปัญหาเกี่ยวกับการเต้นของหัวใจ)
- Ventricular aneurysm (ผนังหัวใจโป่งพอง)
- Hyperkalemis (ภาวะโพแทสเซียมสูง)

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้คัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

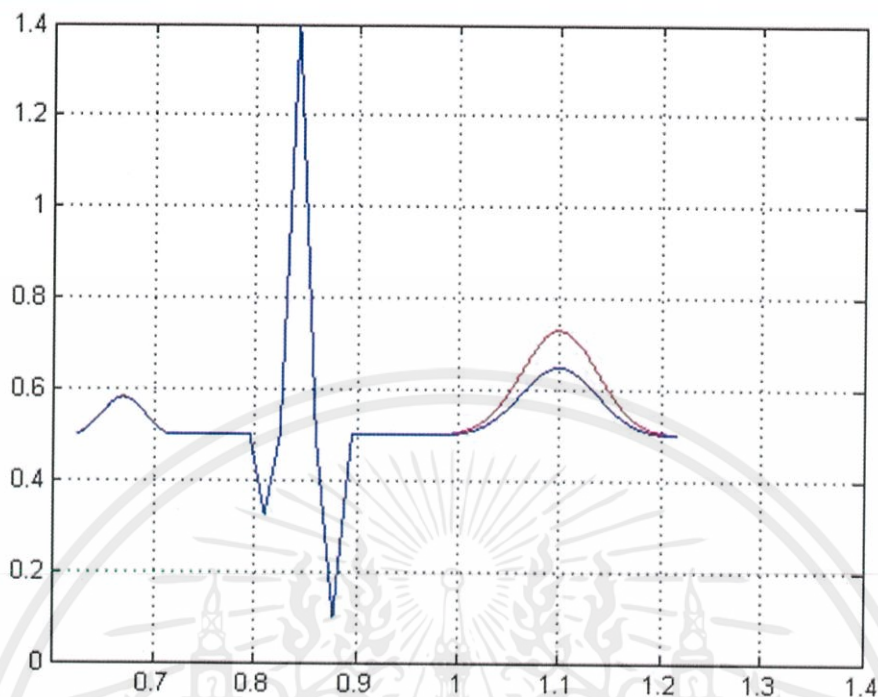
## ST-segment ที่ต่ำกว่าปกติ



- Myocardial ischemia (โรคหลอดเลือดหัวใจตีบ)
- Digitalis effect
- Hypokalemia (ภาวะโพแทสเซียมต่ำ)

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

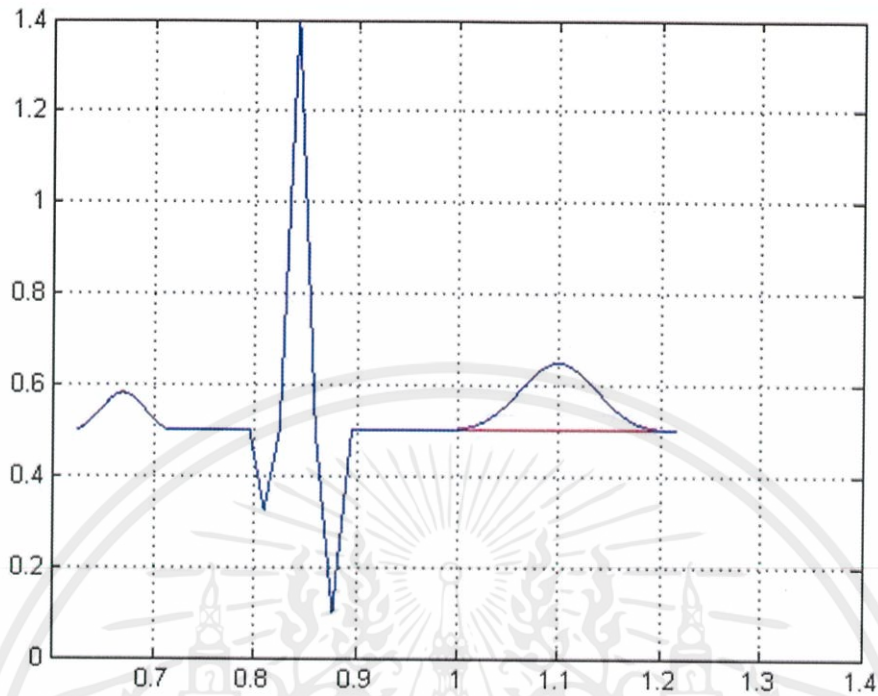
## T wave ที่สูงผิดปกติ



- Posterior wall ischemia
- ภาวะโพแทสเซียมในเลือดสูง
- Intracerebral hemorrhage

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

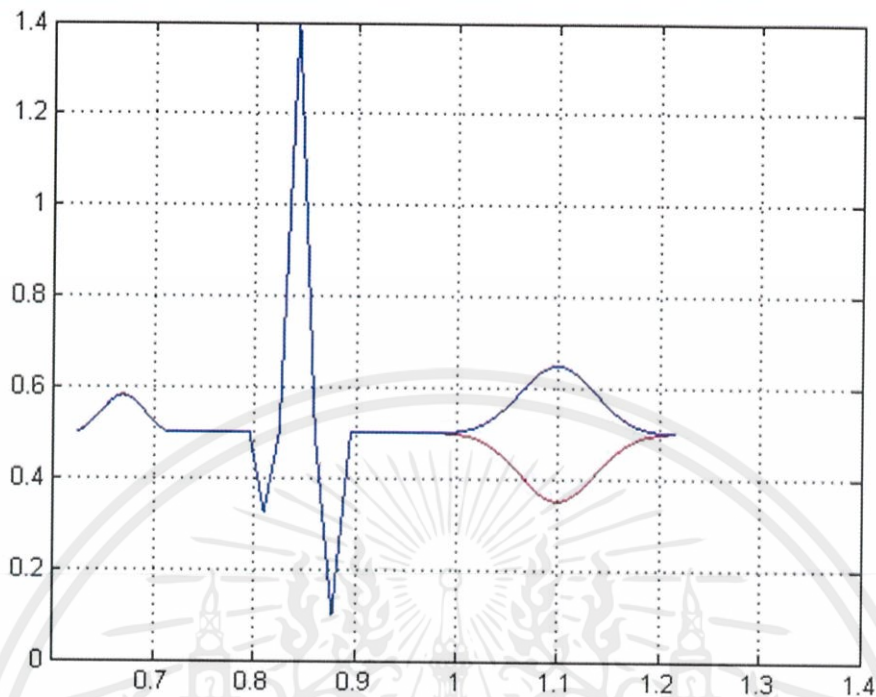
## T wave ที่แบนราบ



- Myocardial ischemia
- เยื่อหุ้มหัวใจอักเสบ
- โรคต่อมไทรอยด์ทำงานน้อยกว่าปกติ
- Cardiomyopathy (โรคกล้ามเนื้อหัวใจเสื่อม)

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

## T wave หัวกลับ



- ภาวะหัวใจเต้นเร็ว
- ความผิดปกติของระบบประสาท เช่น เลือดออกในสมอง
- Hyperventilation (ภาวะหายใจเร็วกว่าปกติ)
- Hypoxia (ภาวะขาดออกซิเจน)
- Uremia (อาการเป็นพิษ)

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

## บทที่ 5

# สรุปผลการวิจัยและข้อเสนอแนะ

### 5.1 สรุปผลการวิจัย

#### 5.1.1 ผลการจัดทำปัญหาพิเศษ

ปัญหาโครงงานพิเศษเรื่อง การจำลองแบบคลื่นไฟฟ้าหัวใจ ฉบับนี้จัดทำโดยแบ่งเนื้อหาหลักเป็น 2 ส่วน ส่วนแรกคือการศึกษาคลื่นไฟฟ้าหัวใจแบบปกติหรือผิดปกติของมนุษย์ และส่วนที่สองคือ การจำลองแบบคลื่นไฟฟ้าหัวใจโดยแบ่งเป็น 4 วิธี ที่แตกต่างกันคือ

1. วิธี Direct method จำลองโดยแบ่งกราฟเป็นส่วนๆ ซึ่งจะแยกเป็นสองประเภทคือ

1.1 Polynomial

1.2 Gaussian function ใช้ในบางช่วงของคลื่น

2. วิธี Least square เป็นการประมาณค่าตามวิธี Direct method

3. วิธี Fourier จำลองโดยเขียนกราฟตามสมการรูปทั่วไปของ Fourier series

#### 5.1.2 สรุปผลการจัดทำปัญหาพิเศษ

จากการศึกษาเรื่อง กราฟคลื่นไฟฟ้าหัวใจ แล้วนำมาสร้างกระบวนการหรือแนวคิดด้วยตัวเองของผู้จัดทำ ไม่ว่าจะเป็วิธี Direct method , least square หรือ Fourier ทำให้สามารถมองเห็นได้ว่า ทั้งสามวิธีดังกล่าว นั้น สามารถนำมาจำลองแบบคลื่นไฟฟ้าหัวใจได้ แต่ในแต่ละแนวคิดนั้น ก็ต้องขึ้นกับองค์ประกอบและเงื่อนไขที่แตกต่างกัน ถึงจะได้กราฟคลื่นไฟฟ้าหัวใจ และในแต่ละวิธีนั้น สามารถวัดประสิทธิภาพได้ด้วยค่าคลาดเคลื่อนที่ได้ผลต่างกัน

1. วิธีของ Direct Method

จากการทดลองสร้างวิธีการคำนวณและโปรแกรมทางคอมพิวเตอร์ เมื่อพิจารณากราฟคลื่นไฟฟ้าหัวใจแบบปกติออกเป็นช่วง ๆ จะได้ข้อสรุปคือ

1.1 สามารถสร้างกราฟคลื่นไฟฟ้าหัวใจที่คล้ายของจริงได้

1.2 ปัญหาเรื่องสเกลของกราฟและคู่อันดับเป็นสำคัญ เนื่องจากกราฟคลื่นไฟฟ้าหัวใจของจริง ไม่มีคู่อันดับตัวเลขบนกราฟที่แน่นอน

1.3 ค่าความคลาดเคลื่อนของวิธีนี้มีน้อยจากการทดสอบของผู้จัดทำซึ่งจะเห็นว่าวิธี Polynomial เมื่อนำมาปรับปรุงด้วย Gaussian function ในบางช่วงก็ได้ค่าคลาดเคลื่อนที่น้อยลงเมื่อเทียบกับอีก 2 วิธี

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้คัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

## 2. วิธีของ Least square

2.1 สามารถสร้างกราฟคลื่นไฟฟ้าหัวใจที่มีลักษณะคล้ายกับกราฟคลื่นไฟฟ้าหัวใจปกติได้เช่นเดียวกับ direct method

2.2 ค่าคลาดเคลื่อนจากวิธีนี้น้อย แต่ยิ่งมากกว่าวิธีของ Direct method

## 3. วิธีของ Fourier

3.1 สามารถสร้างกราฟคลื่นไฟฟ้าหัวใจที่คล้ายของจริงได้เช่นเดียวกับวิธี least square แต่แนวคิดที่นำมาใช้สร้างกราฟนี้มาจาก Fourier series ซึ่งเป็นการพิจารณากราฟเป็น periodic กระบวนการคิดก่อนที่จะได้รูปทั่วไปของกราฟคลื่นไฟฟ้าหัวใจอาจผิดพลาดได้ง่ายทำให้ส่งผลต่อการนำสมการรูปทั่วไปนั้น ๆ มาคำนวณใส่ในโปรแกรมทางคอมพิวเตอร์ด้วย

3.2 ค่าคลาดเคลื่อนที่ได้จากวิธีนี้ จะเห็นว่ามีค่าที่มากกว่า Direct method แต่ใกล้เคียง Least square

ดังนั้นเราจึงจำลองคลื่นไฟฟ้าหัวใจด้วยวิธี Direct method แบบ Gaussian function

### 5.1.3 ข้อจำกัดการใช้งาน

1. การสร้างแบบจำลองคลื่นไฟฟ้าหัวใจของโครงการปัญหาพิเศษนี้ใช้แนวคิดที่มาจากหลักการทางคณิตศาสตร์ แต่ในชีวิตจริง คลื่นไฟฟ้าหัวใจมาจากการตรวจและคำนวณผลโดยเครื่องมือทางการแพทย์ ดังนั้นอาจมีความแตกต่างของผลที่ได้และข้อมูลที่นำเข้าไปโปรแกรม เมื่อเปรียบเทียบกับข้อมูลจริงได้

2. การนำกราฟคลื่นไฟฟ้าหัวใจตามวิธีที่สร้างขึ้นมาได้มาคำนวณตามเงื่อนไขและภาวะผิดปกติต่าง ๆ นั้น เป็นเพียงการยกตัวอย่างเท่านั้น ซึ่งมีการนำหลักการตามข้อมูลจริงมาอ้างอิง แต่ถ้าหากกราฟคลื่นไฟฟ้าหัวใจที่ได้คลาดเคลื่อนย่อมทำให้ผลการวิเคราะห์ตามเงื่อนไขผิดพลาดด้วยเช่นกัน และในทางการแพทย์นั้นย่อมมีปัจจัยอื่นๆ นอกเหนือจากที่ผู้จัดทำได้พิจารณาที่เกี่ยวข้องซึ่งจะทำให้การหาความผิดปกติตามแนวคิดของปัญหาพิเศษนี้อาจใช้งานจริงได้อย่างสมบูรณ์

3. ข้อจำกัดด้านข้อมูลและค่าต่างๆที่นำมาใช้เป็นองค์ประกอบและสร้างโปรแกรม ความสมเหตุสมผลจะมีมากหรือน้อยก็จำเป็นต้องอ้างอิงกับความรู้เบื้องต้นเกี่ยวกับคลื่นไฟฟ้าหัวใจ

## 5.2 ข้อเสนอแนะ

5.2.1. สามารถพัฒนาแนวคิดที่ใช้คำนวณก่อนสร้างกราฟคลื่นไฟฟ้าหัวใจให้มีความแม่นยำมากยิ่งขึ้น โดยการหาจุดอันดับบนกราฟที่นำมาวิเคราะห์ให้มีความละเอียดมากขึ้น

5.2.2. พัฒนาหรือปรับปรุงส่วนของโปรแกรมให้เหมาะสมยิ่งขึ้นได้

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

## เอกสารอ้างอิง

- [1] โรงพยาบาลเอกชล2, *ตรวจคลื่นไฟฟ้าหัวใจ*, (ออนไลน์), สืบค้นจาก : <http://goo.gl/KGNvdu>
- [2] ผศ.ดร.กาญจนา คำนึ่งนิจ, “การวิเคราะห์เชิงตัวเลข”, สาขาวิชาคณิตศาสตร์ คณะวิทยาศาสตร์ สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง, 2555.
- [3] ศาสตราจารย์ แพทย์หญิงชมพูนุท อ่องจิตร, (2539), “คลื่นไฟฟ้าหัวใจทางคลินิก”, (พิมพ์ครั้งที่ 5), โรงพิมพ์จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย : สำนักพิมพ์จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
- [4] Joseph Ackora-Prah, *An Artificial ECG Signal Generating Function in MATLAB<sup>TM</sup>*, Applied Mathematical Sciences, Vol. 7, 2013, no. 54, 2675 - 2686
- [5] อรสา ไพรรุณ. (2556). *ความรู้พื้นฐานของคลื่นไฟฟ้าหัวใจ* (ออนไลน์). สืบค้นจาก : <http://goo.gl/LNm2Qa> [26 พฤษภาคม 2558]
- [6] หมอสัญญา. (2553). *ผ่าอกคุย กับ หมอสัญญา* (ออนไลน์). สืบค้นจาก : <http://www.stock2morrow.com/showthread.php/15722-impact> [26 พฤษภาคม 2558]
- [7] Sukphamorn1150. (2558). *การตรวจคลื่นไฟฟ้าหัวใจ* (ออนไลน์). สืบค้นจาก : <http://www.th.wikipedia.org/wiki/การตรวจคลื่นไฟฟ้าหัวใจ> [26 พฤษภาคม 2558]
- [8] R. KARTHIK. (2557). *ECG SIMULATION USING MATLAB* (ออนไลน์). สืบค้นจาก : <http://goo.gl/yYiY0x> [26 พฤษภาคม 2558]
- [9] *Numerical Methods Lecture 5 - Curve Fitting Techniques* (ออนไลน์). สืบค้นจาก : <http://goo.gl/yYiY0x> [26 พฤษภาคม 2558]

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้