

การศึกษาการสั่นสะเทือนของแบบจำลองคอมเพรสเซอร์แบบสูบเดี่ยว

THE STUDY OF VIBRATION OF A SINGLE CYLINDER
RECIPROCATING COMPRESSOR MODEL



วิทยานิพนธ์นี้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตรปริญญาวิศวกรรมศาสตรมหาบัณฑิต

สาขาวิชาวิศวกรรมเครื่องกล

บัณฑิตวิทยาลัย

สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง

พ.ศ. 2551

KMITL-2008-EN-M-030-069

สำนักหอสมุดกลาง พระจอมเกล้าลาดกระบัง

การศึกษาการสั่นสะเทือนของแบบจำลองคอมเพรสเซอร์แบบสูบเดียว

**THE STUDY OF VIBRATION OF A SINGLE CYLINDER
RECIPROCATING COMPRESSOR MODEL**



เลขหมู่.....
เลขทะเบียน..... 82728
วัน,เดือน,ปี..... 22 ก.ค. 2551

b.....
i.....

วิทยานิพนธ์นี้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตรปริญญาวิศวกรรมศาสตรมหาบัณฑิต
สาขาวิชาวิศวกรรมเครื่องกล

บัณฑิตวิทยาลัย

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้
พ.ศ.2551

KMITL-2008-EN-M-030-069

**THE STUDY OF VIBRATION OF A SINGLE CYLINDER
RECIPROCATING COMPRESSOR MODEL**



**A THESIS SUBMITTED IN PARTIAL FULFILLMENT
OF THE REQUIREMENTS FOR THE DEGREE OF
MASTER OF ENGINEERING IN MECHANICAL ENGINEERING**

SCHOOL OF GRADUATE STUDIES

KING MONGKUT'S INSTITUTE OF TECHNOLOGY LADKRABANG

2008

KMITL-2008-EN-M-030-069

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่นิยมนำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งยังมีที่ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

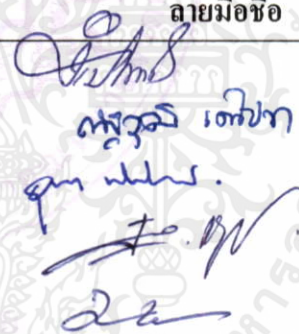


เอกสารนี้เป็นเอกสารลิขสิทธิ์สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
SCHOOL OF GRADUATE STUDIES
KING MONGKUT'S INSTITUTE OF TECHNOLOGY LADKRABANG

บัณฑิตวิทยาลัย
สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง
ใบรับรองวิทยานิพนธ์

หัวข้อวิทยานิพนธ์ การศึกษาการสั่นสะเทือนของแบบจำลองคอมเพรสเซอร์แบบสูบเดี่ยว
The Study of Vibration of a Single Cylinder Reciprocating Compressor Model

นักศึกษา นายธีรพัฒน์ ชมภูคำ
รหัสประจำตัว 48060357
ปริญญา วิศวกรรมศาสตรมหาบัณฑิต
สาขาวิชา วิศวกรรมเครื่องกล
อาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์ ผศ.ดร.มนต์ศักดิ์ พิมสาร

คณะกรรมการสอบวิทยานิพนธ์		ลายมือชื่อ
รศ.ดร.จำลอง	ปราบแก้ว	
ดร.ณัฐวุฒิ	เดไปวา	
ผศ.ดร.อนุรัตน์	พิน โสภณ	
ดร.จิตะพล	หุยะนันท์	
ผศ.ดร.มนต์ศักดิ์	พิมสาร	

วัน/เดือน/ปี ที่สอบ 10 มีนาคม 2551 เวลา 10.00-12.00 น.

สถานที่สอบ ณ ห้องประชุม 3 ชั้น 5 อาคาร A

บัณฑิตวิทยาลัยรับรองแล้ว

(รศ.ดร.รวิวรรณ ชินะตระกูล)
คณบดีบัณฑิตวิทยาลัย

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานวันที่.....เดือน.....พ.ศ. 2551
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

หัวข้อวิทยานิพนธ์	การศึกษาการสันสะท้อนของแบบจำลองคอมเพรสเซอร์แบบสูบเดียว
นักศึกษา	นายธีรพัฒน์ ชมภูคำ
รหัสประจำตัว	48060357
ปริญญา	วิศวกรรมศาสตรมหาบัณฑิต
สาขาวิชา	วิศวกรรมเครื่องกล
พ.ศ.	2551
อาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์	ผศ.ดร. มนต์ศักดิ์ พิมสาร

บทคัดย่อ

วิทยานิพนธ์นี้ทำการศึกษาการสันสะท้อนของแบบจำลองคอมเพรสเซอร์แบบสูบเดียว โดยวิธีการทดลองและการคำนวณ ในการศึกษาจะทำการวัดปริมาณการสันสะท้อนด้วยค่าความเร่งในแนวแกน \bar{X} , \bar{Y} และ \bar{Z} ของคอมเพรสเซอร์แล้วนำมาเปรียบเทียบกับผลที่ได้จากแบบจำลองทางทฤษฎี โดยแบบจำลองทางทฤษฎีของคอมเพรสเซอร์ถูกสมมุติเป็นแบบการเคลื่อนที่ของวัตถุเกร็งบนระนาบสามมิติและตัวรองรับคอมเพรสเซอร์ถูกจำลองให้มีคุณสมบัติประกอบไปด้วย ค่าความยืดหยุ่นและค่าความหน่วง จากนั้นนำสมการการเคลื่อนที่ที่ได้มาทำการอินทิเกรตหาผลเฉลยในรูปขนาดของความเร่ง ความเร็ว และการกระจัดที่เกิดขึ้น ซึ่งเป็นการศึกษาการสันสะท้อนของคอมเพรสเซอร์เมื่อแรงที่เป็นตัวกระตุ้นการสันสะท้อน คือ แรงอันเนื่องมาจากความไม่สมดุลของกลไกเพียงอย่างเดียว จากนั้นนำแบบจำลองดังกล่าวมาใช้ร่วมกับการติดตั้งมวลถ่วงสมดุลและหลักการการออกแบบเชิงอ็อปติมัม ทำการออกแบบตัวแยกกันสะท้อนเพื่อลดการสันสะท้อนให้ได้มากที่สุด โดยตัวแปรที่ใช้ในการออกแบบตัวแยกกันสะท้อน คือ ค่าคงที่สปริงระบบรองรับ ผลลัพธ์ที่ได้พบว่า การติดตั้งมวลถ่วงสมดุลและหาค่าคงที่ของสปริงเหมาะสมที่สุด เป็นวิธีการที่มีประโยชน์เป็นอย่างยิ่งในการลดการสันสะท้อนในคอมเพรสเซอร์แบบลูกสูบเดียว สามารถลดการสันสะท้อนได้ในทิศทางต่างๆ มีค่าเป็น $\bar{X} = 63.78\%$, $\bar{Y} = 82.33\%$, $\bar{Z} = 92.52\%$, $\theta_x = 88.82\%$, $\theta_y = 31.68\%$ และ $\theta_z = 16.00\%$ เมื่อเทียบกับตัวแยกกันการสันสะท้อนชุดเดิมที่ใช้งาน

คำสำคัญ: ตัวแยกกันสะท้อน คอมเพรสเซอร์แบบลูกสูบ พลศาสตร์ของคอมเพรสเซอร์

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

Thesis Title The Study of Vibration of a Single Cylinder Reciprocating Compressor Model
Student Mr.Teerapat Chompookham
Student ID. 48060357
Degree Master of Engineering
Program Mechanical Engineering
Year 2008
Thesis Advisor Asst.Prof.Dr. Monsak Pimsarn

ABSTRACT

This thesis presents vibration analysis of a single cylinder reciprocating compressor model by experimental and theoretical methods. In this study, \bar{X} , \bar{Y} and \bar{Z} acceleration levels of the compressor are measured and compared with the results obtained from the theoretical model. The compressor is theoretically modeled as a three-dimensional rigid body with supports connected to a rigid floor. The supports are modeled as three-dimensional isolators with hysteretic damping. Therefore, the theoretical solutions in the form acceleration, velocity and displacement level can be found by integrating the derived equation of motions. The considered excitation force, causing vibration in the compressor, is an unbalance force or a combination of an unbalance force. The developed model combined with an optimum design procedure is adopted to seek for the suitable vibration isolator that will minimize vibration level. The design parameters used in vibration isolation system are spring stiffnesses. From the results obtained, it is shown that counter weight balancing and optimization technique are powerful methods for vibration suppression of a single cylinder reciprocating compressor. With combination of the installation of balancing mass and the optimized spring stiffnesses, the reduction of vibration in various directions are $\bar{X} = 63.78\%$, $\bar{Y} = 82.33\%$, $\bar{Z} = 92.52\%$, $\theta_x = 88.82\%$, $\theta_y = 31.68\%$ and $\theta_z = 16.00\%$, compared to the original vibration isolation system.

เอกสารนี้ Key Words: Vibration Isolator, Reciprocating Compressor, Compressor Dynamics
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

กิตติกรรมประกาศ

วิทยานิพนธ์เล่มนี้สำเร็จได้ ด้วยความกรุณาจากอาจารย์ที่ปรึกษา ศศ.ดร.มนต์ศักดิ์ พิมสาร ที่ให้ความช่วยเหลือ ให้คำชี้แนะช่วยแก้ปัญหาตลอดจนให้ความรู้และประสบการณ์ที่ดีแก่ข้าพเจ้า ขอขอบพระคุณ รศ.ดร.จำลอง ปราบแก้ว และ ดร.ณัฐวดี เคไปวา กรรมการสอบหัวข้อและ โครงร่างวิทยานิพนธ์ที่ได้กรุณาให้คำแนะนำตลอดจนข้อชี้แนะ จนในที่สุดทำให้วิทยานิพนธ์ฉบับนี้สำเร็จลงได้

ขอขอบคุณนายมณฑา เทียมเมือง รวมทั้งเพื่อน ๆ ที่คอยให้คำแนะนำและความช่วยเหลือ อย่างดีตลอดมา

สำหรับคุณงามความดีอันใดที่เกิดจากวิทยานิพนธ์ฉบับนี้ ข้าพเจ้าขอมอบให้กับบิดามารดา ซึ่งเป็นที่รักและเคารพยิ่ง ตลอดจนครูอาจารย์ที่เคารพทุกท่าน ที่ได้ประสิทธิ์ประสาทวิชาความรู้และถ่ายทอดประสบการณ์ที่ดีให้แก่ข้าพเจ้า

ธีรพัฒน์ ชมภูคำ

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

สารบัญ

	หน้า
บทคัดย่อภาษาไทย.....	I
บทคัดย่อภาษาอังกฤษ.....	II
กิตติกรรมประกาศ.....	III
สารบัญ.....	IV
สารบัญตาราง.....	VIII
สารบัญรูป.....	IX
รายการคำย่อและสัญลักษณ์.....	XVII
บทที่ 1 บทนำ.....	1
1.1 ความเป็นมาและความสำคัญของปัญหา.....	1
1.2 วัตถุประสงค์ของการศึกษา.....	2
1.3 ขอบเขตของงานวิจัย.....	2
1.4 ขั้นตอนการศึกษา.....	3
1.4.1 การศึกษาจากชุดทดลอง.....	3
1.4.2 การศึกษาจากคอมพิวเตอร์.....	3
1.5 ประโยชน์ที่คาดว่าจะได้รับ.....	3
บทที่ 2 วรรณกรรมและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง.....	4
2.1 บทนำ.....	4
2.2 การลดการสิ้นสະเทือนโดยการถ่วงสมดุล.....	4
2.3 การลดการสิ้นสະเทือนโดยการกั้นการสิ้นสະเทือนออก.....	6
2.4 แบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของคอมพิวเตอร์ที่ใช้ในการวิเคราะห์ เพื่อลดการสิ้นสະเทือน.....	7
บทที่ 3 ทฤษฎีการวิเคราะห์การสิ้นสະเทือน.....	9
3.1 บทนำ.....	9
3.2 การสิ้นสະเทือนทางวิศวกรรม.....	10
3.2.1 การสร้างแบบจำลองทางกายภาพ.....	10
3.2.2 การหาสมการการเคลื่อนที่.....	11
3.2.3 การหาผลเฉลยสมการการเคลื่อนที่.....	11

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ใด ๆ
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งยังมิให้นำไปเผยแพร่หรือทำซ้ำโดยไม่ได้รับอนุญาตจากเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำ

สารบัญ (ต่อ)

	หน้า
3.3 การวิเคราะห์การสั่นสะเทือนทางวิศวกรรม.....	11
3.3.1 การเคลื่อนที่แบบฮาร์โมนิกส์.....	12
3.3.2 การเคลื่อนที่แบบอิสระที่มีความหน่วง.....	15
3.3.3 การลดลงแบบลอการิทึม.....	19
3.3.4 การสั่นสะเทือนแบบถูกกระตุ้น.....	20
3.4 หน่วยวัดขนาดสัญญาณการสั่นสะเทือน.....	22
3.5 การวิเคราะห์แบบสเปกตรัม.....	23
3.5.1 การแปลงแบบฟูเรียร์ (Fourier Transform).....	24
3.5.2 การวิเคราะห์แบบสเปกตรัม (Spectrum Analysis)	25
บทที่ 4 การออกแบบชุดทดลองและวิธีการทดลอง.....	26
4.1 บทนำ.....	26
4.2 ชุดทดลอง.....	26
4.2.1 ชุดลูกสูบ.....	26
4.2.2 เสื้อสูบ.....	27
4.2.3 มอเตอร์กระแสตรง.....	27
4.2.4 สปริง.....	28
4.2.5 ฐานรองรับและโครงกรอบยึดคอมเพรสเซอร์ยูนิต	28
4.2.6 อุปกรณ์จ่ายไฟกระแสตรง	29
4.2.7 อุปกรณ์วัดความเร็วรอบ	29
4.2.8 อุปกรณ์รับสัญญาณการสั่นสะเทือน.....	30
4.3 การติดตั้งชุดทดลองและอุปกรณ์.....	31
4.3.1 ประกอบชุดลูกสูบเข้ากับเสื้อสูบ.....	31
4.3.2 ประกอบชุดทดลองเข้ากับฐานรองรับ.....	31
4.4 วิธีการทดลอง.....	32
4.5 การศึกษาจากชุดทดลอง.....	33
4.5.1 การออกแบบชุดทดลอง.....	33
4.5.2 การสร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของชุดทดลอง.....	31
4.5.3 การเขียนโปรแกรมวิเคราะห์การสั่นสะเทือนของชุดทดลอง.....	33

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งยังเป็นลิขสิทธิ์ของคณะวิศวกรรมศาสตร์ของจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัยที่มีการนำไปใช้

สารบัญ (ต่อ)

	หน้า
4.5.4 การสร้างชุดทดลอง.....	34
4.5.5 การเก็บข้อมูลและเปรียบเทียบผลการทดลอง.....	34
4.5.6 การเปรียบเทียบการหาผลเฉลยของปัญหาการสั้นสะเทือน.....	35
4.6 การศึกษาจากคอมพิวเตอร์.....	36
4.6.1 การเขียนโปรแกรมวิเคราะห์การสั้นสะเทือนของคอมพิวเตอร์.....	36
4.6.2 การออกแบบ โดยค่าที่เหมาะสมที่สุดของค่าคงที่ของสปริง.....	36
บทที่ 5 แบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของคอมพิวเตอร์สุบเดียวและวิธีการหาผลเฉลย.....	37
5.1 บทนำ.....	37
5.2 สมการแสดงการเคลื่อนที่ของคอมพิวเตอร์สุบเดียววางนอน.....	37
5.2.1 สมการการเคลื่อนที่ของวัตถุเกร็งที่มีการเคลื่อนที่ไปเล็กน้อย.....	39
5.2.2 แรงเฉื่อยและ โมเมนต์เฉื่อยที่เกิดขึ้นจากกลไกคอมพิวเตอร์สุบเดียว.....	40
5.2.3 แรงและ โมเมนต์ที่กระทำรอบจุดศูนย์กลางมวลที่เกิดจากมวลถ่วงสมดุล.....	51
5.2.4 แรงปฏิกิริยาที่สปริงยึดคอมพิวเตอร์สุบกระทำกับ Housing.....	53
5.2.5 สมการแสดงการเคลื่อนที่ของคอมพิวเตอร์สุบเดียว.....	59
5.3 วิธีการหาผลเฉลย.....	65
5.3.1 การแก้ปัญหาระบบการสั้นสะเทือนด้วยการวิเคราะห์ฐานนิยม แบบวิธีเชิงตัวเลข.....	66
5.3.2 การแก้ปัญหาระบบการสั้นสะเทือนด้วยการวิเคราะห์ฐานนิยม แบบวิธีเทียบสัมประสิทธิ์.....	75
บทที่ 6 ผลการทดลอง.....	84
6.1 บทนำ.....	84
6.2 โปรแกรมที่ใช้ในการวิเคราะห์สัญญาณ.....	85
6.2.1 แผนผังของโปรแกรม DASYLab.....	85
6.2.2 การทำงานของโปรแกรม DASYLab.....	85
6.3 ผลการวิเคราะห์แบบสเปกตรัม.....	87
6.4 เปรียบเทียบผลลัพธ์การหาผลเฉลย.....	90
6.5 การเปรียบเทียบผลลัพธ์จากการทดลองและทางทฤษฎี.....	103
6.6 สรุป.....	114

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนลิขสิทธิ์ไว้สำหรับใช้ในพิธีการศึกษายเท่านั้น เมื่ออนุญาตให้เข้าไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งนั้น ย่อมไม่ถือเป็นลิขสิทธิ์ของสถาบันฯ และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

สารบัญ (ต่อ)

	หน้า
บทที่ 7 การออกแบบโดยการหาค่าที่เหมาะสมที่สุด.....	116
7.1 บทนำ.....	116
7.2 การกำหนดตัวแปรออกแบบ.....	116
7.3 การกำหนดฟังก์ชันวัตถุประสงค์.....	116
7.4 การกำหนดฟังก์ชันข้อบังคับ.....	117
7.4.1 ข้อมูลออกแบบเบื้องต้นของคอมพิวเตอร์แบบส่วนบุคคล.....	117
7.4.2 ข้อบังคับขอบเขตระยะการกระจัดสูงสุดของจุดศูนย์กลางมวล.....	118
7.4.3 ข้อบังคับขอบเขตค่าคงที่สปริงที่ใช้งาน.....	118
7.5 ผลลัพธ์ของการวิเคราะห์การสันสะท้อนของคอมพิวเตอร์.....	119
7.6 การหาค่าที่เหมาะสมที่สุด.....	123
7.7 โปรแกรมการหาค่าที่เหมาะสมที่สุด.....	126
7.7.1 เอฟมินคอนฟังก์ชันในโปรแกรม Matlab.....	126
7.7.2 Exhaustive Search อัลกอริทึม.....	131
7.8 สรุป.....	152
บทที่ 8 สรุปและข้อเสนอแนะ.....	154
8.1 สรุปผล.....	154
8.1 วิจารณ์ผล.....	155
8.2 ข้อเสนอแนะ.....	156
บรรณานุกรม	157
ภาคผนวก.....	159
ภาคผนวก ก. ทรานส์ดีวเซอร์สำหรับวัดความเร็ว.....	160
ภาคผนวก ข. การหาคุณสมบัติของสปริง, การคำนวณของชุดลูกสูบและคุณสมบัติ ของชุดทดลองคอมพิวเตอร์ยูนิค.....	163
ภาคผนวก ค. ผลงานที่ได้รับการตีพิมพ์.....	168
ประวัติผู้เขียน.....	176

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับศึกษาค้นคว้าเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ในเชิงพาณิชย์ การค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

สารบัญตาราง

ตารางที่		หน้า
6.1	แสดงความถี่ที่ของสัญญาณที่ให้ค่าแอมพลิจูดสูงสุดของการกระจัด, ความเร็วและความเร่ง ที่แต่ละความเร็วรอบเพลาช้อเหวี่ยง.....	87
6.2	แสดงผลลัพธ์ค่ารากที่สองของความเร่งกำลังสองเฉลี่ย เปรียบเทียบระหว่างการวิเคราะห์ฐานนิยม แบบวิธีเทียบสัมประสิทธิ์และแบบวิธีเชิงตัวเลข ที่ระดับความเร็วรอบต่าง ๆ ช่วงเวลา 0 - 1 วินาที $\Delta t = 0.001$ วินาที.....	100
6.3	แสดงผลลัพธ์ค่ารากที่สองของความเร็วกำลังสองเฉลี่ย เปรียบเทียบระหว่างการวิเคราะห์ฐานนิยม แบบวิธีเทียบสัมประสิทธิ์และแบบวิธีเชิงตัวเลข ที่ระดับความเร็วรอบต่าง ๆ ช่วงเวลา 0 - 1 วินาที $\Delta t = 0.001$ วินาที.....	101
6.4	แสดงผลลัพธ์ค่ารากที่สองของการกระจัดกำลังสองเฉลี่ย เปรียบเทียบระหว่างการวิเคราะห์ฐานนิยม แบบวิธีเทียบสัมประสิทธิ์และแบบวิธีเชิงตัวเลข ที่ระดับความเร็วรอบต่าง ๆ ช่วงเวลา 0 - 1 วินาที $\Delta t = 0.001$ วินาที.....	102
6.5	เปรียบเทียบค่ารากที่สองของความเร็วกำลังสองเฉลี่ยในแนวแกนตั้งฉากกับฐานระหว่างทางทฤษฎีและการทดลอง ที่ระดับความเร็วรอบต่าง ๆ ช่วงเวลา 0 - 1 วินาที $\Delta t = 0.001$ วินาที	103
6.6	เปรียบเทียบค่ารากที่สองของความเร็วกำลังสองเฉลี่ยในแนวแกนตั้งฉากกับฐานระหว่างทางทฤษฎีและการทดลอง ที่ระดับความเร็วรอบต่าง ๆ ช่วงเวลา 0 - 1 วินาที $\Delta t = 0.001$ วินาที	107
6.7	เปรียบเทียบค่ารากที่สองของการกระจัดกำลังสองเฉลี่ยในแนวแกนตั้งฉากกับฐานระหว่างทางทฤษฎีและการทดลอง ที่ระดับความเร็วรอบต่าง ๆ ช่วงเวลา 0 - 1 วินาที $\Delta t = 0.001$ วินาที	111
7.1	ข้อมูลคอมพิวเตอร์ยูนิต.....	114
7.2	เปรียบเทียบค่า RMS ของความเร็วระหว่างทางทฤษฎีและการทดลอง ที่ความเร็วรอบต่าง ๆ เวลา 0 - 1 วินาที ที่ความเร็วรอบ 2,950 rpm. $\Delta t = 0.001$ วินาที.....	119
7.3	แสดงค่ารากที่สองของความเร็วกำลังสองเฉลี่ยในทิศทางต่าง ๆ ในแต่ละกรณี เมื่อทำการคิดคั้งมวลถ่วงสมดุลและหาค่าที่เหมาะสมที่สุดของค่าคงที่ของสปริง.....	147
7.4	แสดงเปอร์เซ็นต์การลดลงของค่ารากที่สองของความเร็วกำลังสองเฉลี่ยในทิศทางต่าง ๆ ในแต่ละกรณี เมื่อเทียบกับกรณีที่ 1.....	147
ข.1	ข้อมูลชุดทดลองคอมพิวเตอร์.....	164

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับงานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

สารบัญรูป

รูปที่	หน้า
3.1 การเคลื่อนที่ที่มุมเฟสที่แตกต่างกัน.....	14
3.2 การรวมการสั่นสะเทือน.....	15
3.3 ระบบมวลเดี่ยวที่มีความหนืด.....	16
3.4 การสั่นสะเทือนเมื่ออัตราส่วนความหน่วง $\zeta > 1$	17
3.5 การสั่นสะเทือนเมื่ออัตราส่วนความหน่วง $\zeta = 1$	17
3.6 การสั่นสะเทือนเมื่ออัตราส่วนความหน่วง $\zeta < 1$	18
3.7 การลดลงของขนาดการสั่นสะเทือน.....	19
3.8 ระบบมวลเดี่ยวภายใต้การกระตุ้นแบบฮาร์โมนิกส์.....	20
3.9 การสั่นสะเทือนแบบถูกกระตุ้นโดยในช่วงแรกมีผลเฉลยของการสั่นสะเทือนแบบอิสระรวมอยู่.....	22
3.10 ความสัมพันธ์ของการสั่นสะเทือนบน โดเมนเวลาและ โดเมนความถี่.....	25
4.1 ชุดทดลองคอมพิวเตอร์ยูนิต.....	26
4.2 ชุดลูกสูบ.....	27
4.3 เสือสูบของคอมพิวเตอร์ยูนิต.....	27
4.4 มอเตอร์.....	28
4.5 สปริง.....	28
4.6 ฐานรองรับและ โครงกรอบยึดคอมพิวเตอร์ยูนิต.....	29
4.7 อุปกรณ์จ่ายไฟกระแสตรง.....	29
4.8 อุปกรณ์วัดความเร็วรอบ.....	29
4.9 ระบบการเก็บข้อมูลแบบหลายช่อง เครื่อง Data Acquisition รุ่น DEWE-3010.....	30
4.10 อุปกรณ์รับสัญญาณ.....	30
4.11 ชุดทดลองคอมพิวเตอร์ยูนิต.....	31
4.12 ชุดทดลองคอมพิวเตอร์ยูนิตเมื่อประกอบเข้ากับ โครงกรอบยึด.....	31
4.13 แผ่นผังไดอะแกรมการติดตั้งชุดทดลอง.....	32
4.14 แสดงขั้นตอนการดำเนินการทดลอง.....	32
4.15 แสดงวัดการสั่นสะเทือนจากชุดทดลอง.....	35
5.1 แสดงแบบจำลองของคอมพิวเตอร์แบบสูบเดี่ยววางนอนและตัวสปริงยึดคอมพิวเตอร์ยูนิตด้านการคำนวณว่ากรณีใดที่พิจารณาให้ตำแหน่งติดตั้งของชุดกลไกคอมพิวเตอร์สูบเดี่ยวเนื่องจากตำแหน่งจุดศูนย์ถ่วงมวลของคอมพิวเตอร์.....	38

เอกสารนี้เป็นเอกสารลิขสิทธิ์ของภาควิชาวิศวกรรมเครื่องกล คณะวิศวกรรมศาสตร์ มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีพระจอมเกล้าพระนครเหนือ

สารบัญรูป (ต่อ)

รูปที่	หน้า
5.2 แสดงแบบจำลองของคอมเพรสเซอร์แบบสูบเดียวที่พิจารณาเป็นวัตถุเกร็ง และตัวสปริง ยึดคอมเพรสเซอร์ที่สภาวะการทำงานจุดศูนย์กลางมวล C ของระบบจะเกิดการกระจัดไป เล็กน้อยเป็น $(x_c, y_c, z_c, \theta_x, \theta_y, \theta_z)$ ในระบบแกน $\bar{X}, \bar{Y}, \bar{Z}$	39
5.3 แสดงแบบจำลองของคอมเพรสเซอร์แบบสูบเดียวเมื่อพิจารณาให้แขนข้อเหวี่ยงและส่วน ของแขนข้อเหวี่ยงทำขึ้นจากงานสมดุล d ที่มีสลักแขนข้อเหวี่ยงอยู่ที่จุด A.....	40
5.4 แสดงการเปลี่ยนก้านสูบด้วยมวลเทียบเท่าเชิงจลน์กระทำที่สลักสูบ B และสลักแขนข้อ เหวี่ยง A และโมเมนต์เฉื่อย J_{AB}	41
5.5 (ก) แสดงผังวัตถุอิสระของชุดกลไกคอมเพรสเซอร์สูบเดียวที่มีแรงดันแก๊ส P กระทำ (ข) แสดงแรงปฏิกิริยาที่กลไกคอมเพรสเซอร์สูบเดียวกระทำกับ โครงสร้าง คอมเพรสเซอร์.....	43
5.6 แสดงแบบจำลองชุดกลไกคอมเพรสเซอร์สูบเดียวอย่างง่ายเพื่อวิเคราะห์ความสัมพันธ์ ของ s และ ϕ	45
5.7 แสดงแบบจำลองชุดกลไกคอมเพรสเซอร์สูบเดียวที่พิจารณาเป็นวัตถุเกร็งมีแรงและ โมเมนต์ที่เกิดจากการเคลื่อนที่ของชุดกลไกคอมเพรสเซอร์สูบเดียวกระทำที่จุด O	51
5.8 แสดงแบบจำลองชุดกลไกคอมเพรสเซอร์สูบเดียวที่ติดมวลถ่วงสมดุล m_{jc} ติดที่ระยะ r_j	52
5.9 (ก) แสดงผังวัตถุอิสระของชุดมวลถ่วงสมดุลที่ระนาบ j (ข) แสดงผังแรงปฏิกิริยาที่เกิดจากมวลถ่วงสมดุลกระทำกับ โครงคอมเพรสเซอร์.....	52
5.10 แสดงแบบจำลองของคอมเพรสเซอร์สูบเดียวและสปริงยึดคอมเพรสเซอร์.....	56
5.11 แสดงแผนภาพสายงานของการวิเคราะห์ฐานนิยมแบบวิธีเชิงตัวเลข.....	66
5.12 การสร้างเมทริกซ์ฐานนิยม.....	68
5.13 แสดงแผนภาพสายงานของการวิเคราะห์ฐานนิยมแบบวิธีเทียบสัมประสิทธิ์.....	74
5.14 แสดง Flow Chart ของโปรแกรมการวิเคราะห์ฐานนิยมแบบวิธีเชิงตัวเลข.....	82
5.15 แสดง Flow Chart ของโปรแกรมการวิเคราะห์ฐานนิยมแบบวิธีเทียบสัมประสิทธิ์.....	83
6.1 แบบจำลองของชุดทดลอง.....	85
6.2 แผนผังของโปรแกรม DASYLab สำหรับรับสัญญาณและวิเคราะห์ผล Module ที่ใช้ในแผนผังโปรแกรม DASYLab.....	85
6.3 แสดงกราฟแอมพลิจูดของความเร่ง, ความเร็วและการกระจัด บน โดเมนความถี่ ที่ความเร็วรอบ 500 rpm.	87

สารบัญรูป (ต่อ)

รูปที่	หน้า
6.4 แสดงกราฟแอมพลิจูดของความเร่ง, ความเร็วและการกระจัด บน โดเมนความถี่ ที่ความเร็วรอบ 600 rpm.	88
6.5 แสดงกราฟแอมพลิจูดของความเร่ง, ความเร็วและการกระจัด บน โดเมนความถี่ ที่ความเร็วรอบ 700 rpm.	88
6.6 แสดงกราฟแอมพลิจูดของความเร่ง, ความเร็วและการกระจัด บน โดเมนความถี่ ที่ความเร็วรอบ 800 rpm.	89
6.7 แสดงกราฟแอมพลิจูดของความเร่ง, ความเร็วและการกระจัด บน โดเมนความถี่ ที่ความเร็วรอบ 900 rpm.	89
6.8 แสดงกราฟความเร่ง ในแนวแกน \bar{X} ระหว่างการวิเคราะห์ฐานนิยม แบบวิธีเทียบ สัมประสิทธิ์และแบบวิธีเชิงตัวเลข ที่ความเร็วรอบ 700 rpm. $\Delta t = 0.001$ วินาที.....	90
6.9 แสดงกราฟความเร่ง ในแนวแกน \bar{Y} ระหว่างระหว่างการวิเคราะห์ฐานนิยม แบบวิธีเทียบ สัมประสิทธิ์และแบบวิธีเชิงตัวเลข ที่ความเร็วรอบ 700 rpm. $\Delta t = 0.001$ วินาที.....	90
6.10 แสดงกราฟความเร่ง ในแนวแกน \bar{Z} ระหว่างการวิเคราะห์ฐานนิยม แบบวิธีเทียบ สัมประสิทธิ์และแบบวิธีเชิงตัวเลข ที่ความเร็วรอบ 700 rpm. $\Delta t = 0.001$ วินาที.....	91
6.11 แสดงกราฟความเร่งเชิงมุม ในแนวแกน $\bar{X} (\ddot{\theta}_x)$ ระหว่างการวิเคราะห์ฐานนิยม แบบวิธีเทียบสัมประสิทธิ์และแบบวิธีเชิงตัวเลข ที่ความเร็วรอบ 700 rpm. $\Delta t = 0.001$ วินาที.....	91
6.12 แสดงกราฟความเร่งเชิงมุม ในแนวแกน $\bar{Y} (\ddot{\theta}_y)$ ระหว่างการวิเคราะห์ฐานนิยม แบบวิธีเทียบสัมประสิทธิ์และแบบวิธีเชิงตัวเลข ที่ความเร็วรอบ 700 rpm. $\Delta t = 0.001$ วินาที.....	92
6.13 แสดงกราฟความเร่งเชิงมุม ในแนวแกน $\bar{Z} (\ddot{\theta}_z)$ ระหว่างการวิเคราะห์ฐานนิยม แบบวิธีเทียบสัมประสิทธิ์และแบบวิธีเชิงตัวเลข ที่ความเร็วรอบ 700 rpm. $\Delta t = 0.001$ วินาที.....	92
6.14 แสดงกราฟความเร็ว ในแนวแกน \bar{X} ระหว่างการวิเคราะห์ฐานนิยม แบบวิธีเทียบ สัมประสิทธิ์และแบบวิธีเชิงตัวเลข ที่ความเร็วรอบ 700 rpm. $\Delta t = 0.001$ วินาที.....	93
6.15 แสดงกราฟความเร็ว ในแนวแกน \bar{Y} ระหว่างระหว่างการวิเคราะห์ฐานนิยม แบบวิธีเทียบ สัมประสิทธิ์และแบบวิธีเชิงตัวเลข ที่ความเร็วรอบ 700 rpm. $\Delta t = 0.001$ วินาที.....	93
6.16 แสดงกราฟของความเร็ว ในแนวแกน \bar{Z} ระหว่างการวิเคราะห์ฐานนิยม แบบวิธีเทียบ สัมประสิทธิ์และแบบวิธีเชิงตัวเลข ที่ความเร็วรอบ 700 rpm. $\Delta t = 0.001$ วินาที.....	94

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษานานาชาติ ไม่อนุญาตให้ไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งยังมีให้ดูแบบลงเนื้อหา และต้องแจ้งถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งถ้าจะนำไปใช้

สารบัญรูป (ต่อ)

รูปที่	หน้า
6.17 แสดงกราฟความเร็วเชิงมุม ในแนวนอนแกน $\bar{X}(\dot{\theta}_x)$ ระหว่างการวิเคราะห์ฐานนิยม แบบวิธีเทียบสัมประสิทธิ์และแบบวิธีเชิงตัวเลข ที่ความเร็วรอบ 700 rpm. $\Delta t = 0.001$ วินาที.....	94
6.18 แสดงกราฟความเร็วเชิงมุม ในแนวนอนแกน $\bar{Y}(\dot{\theta}_y)$ ระหว่างการวิเคราะห์ฐานนิยม แบบวิธีเทียบสัมประสิทธิ์และแบบวิธีเชิงตัวเลข ที่ความเร็วรอบ 700 rpm. $\Delta t = 0.001$ วินาที.....	95
6.19 แสดงกราฟความเร็วเชิงมุม ในแนวนอนแกน $\bar{Z}(\dot{\theta}_z)$ ระหว่างการวิเคราะห์ฐานนิยม แบบวิธีเทียบสัมประสิทธิ์และแบบวิธีเชิงตัวเลข ที่ความเร็วรอบ 700 rpm. $\Delta t = 0.001$ วินาที.....	95
6.20 แสดงกราฟการกระจัด ในแนวแกน \bar{X} ระหว่างการวิเคราะห์ฐานนิยม แบบวิธีเทียบสัมประสิทธิ์และแบบวิธีเชิงตัวเลข ที่ความเร็วรอบ 700 rpm. $\Delta t = 0.001$ วินาที.....	96
6.21 แสดงกราฟการกระจัด ในแนวแกน \bar{Y} ระหว่างการวิเคราะห์ฐานนิยม สัมประสิทธิ์และแบบวิธีเชิงตัวเลข ที่ความเร็วรอบ 700 rpm. $\Delta t = 0.001$ วินาที.....	96
6.22 แสดงกราฟการกระจัด ในแนวแกน \bar{Z} ระหว่างการวิเคราะห์ฐานนิยม แบบวิธีเทียบสัมประสิทธิ์และแบบวิธีเชิงตัวเลข ที่ความเร็วรอบ 700 rpm. $\Delta t = 0.001$ วินาที.....	97
6.23 แสดงกราฟการกระจัดเชิงมุม ในแนวนอนแกน $\bar{X}(\theta_x)$ ระหว่างการวิเคราะห์ฐานนิยม แบบวิธีเทียบสัมประสิทธิ์และแบบวิธีเชิงตัวเลข ที่ความเร็วรอบ 700 rpm. $\Delta t = 0.001$ วินาที.....	97
6.24 แสดงกราฟการกระจัดเชิงมุม ในแนวนอนแกน $\bar{Y}(\theta_y)$ ระหว่างการวิเคราะห์ฐานนิยม แบบวิธีเทียบสัมประสิทธิ์และแบบวิธีเชิงตัวเลข ที่ความเร็วรอบ 700 rpm. $\Delta t = 0.001$ วินาที.....	98
6.25 แสดงกราฟการกระจัดเชิงมุม ในแนวนอนแกน $\bar{Z}(\theta_z)$ ระหว่างการวิเคราะห์ฐานนิยม แบบวิธีเทียบสัมประสิทธิ์และแบบวิธีเชิงตัวเลข ที่ความเร็วรอบ 700 rpm. $\Delta t = 0.001$ วินาที.....	98
6.26 เปรียบเทียบค่ารากที่สองของความเร่งกำลังสองเฉลี่ยในแนวแกนตั้งฉากกับฐานระหว่างทางทฤษฎีและการทดลอง ที่ระดับความเร็วรอบต่าง ๆ ช่วงเวลา 0 - 1 วินาที $\Delta t = 0.001$ วินาที.....	103

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

สารบัญรูป (ต่อ)

รูปที่	หน้า
6.27 แสดงการเปรียบเทียบกราฟความเร่งในแนวแกนตั้งฉากกับฐาน ระหว่างทางทฤษฎีกับการทดลอง ที่ความเร็วรอบเพลาช้อเหวี่ยง 500 รอบต่อนาที $\Delta t = 0.001$ วินาที.....	104
6.28 แสดงการเปรียบเทียบกราฟความเร่งในแนวแกนตั้งฉากกับฐาน ระหว่างทางทฤษฎีกับการทดลอง ที่ความเร็วรอบเพลาช้อเหวี่ยง 600 รอบต่อนาที $\Delta t = 0.001$ วินาที.....	104
6.29 แสดงการเปรียบเทียบกราฟความเร่งในแนวแกนตั้งฉากกับฐาน ระหว่างทางทฤษฎีกับการทดลอง ที่ความเร็วรอบเพลาช้อเหวี่ยง 700 รอบต่อนาที $\Delta t = 0.001$ วินาที.....	105
6.30 แสดงการเปรียบเทียบกราฟความเร่งในแนวแกนตั้งฉากกับฐาน ระหว่างทางทฤษฎีกับการทดลอง ที่ความเร็วรอบเพลาช้อเหวี่ยง 800 รอบต่อนาที $\Delta t = 0.001$ วินาที.....	105
6.31 แสดงการเปรียบเทียบกราฟความเร่งในแนวแกนตั้งฉากกับฐาน ระหว่างทางทฤษฎีกับการทดลอง ที่ความเร็วรอบเพลาช้อเหวี่ยง 900 รอบต่อนาที $\Delta t = 0.001$ วินาที.....	106
6.32 เปรียบเทียบค่ารากที่สองของความเร็วกำลังสองเฉลี่ยในแนวแกนตั้งฉากกับฐาน ระหว่างทางทฤษฎีและการทดลอง ที่ระดับความเร็วรอบต่าง ๆ ช่วงเวลา 0 - 1 วินาที $\Delta t = 0.001$ วินาที.....	107
6.33 เปรียบเทียบความเร็วในแนวแกนตั้งฉากกับฐาน ระหว่างทางทฤษฎีกับการทดลอง ที่ความเร็วรอบเพลาช้อเหวี่ยง 500 รอบต่อนาที $\Delta t = 0.001$ วินาที.....	108
6.34 เปรียบเทียบความเร็วในแนวแกนตั้งฉากกับฐาน ระหว่างทางทฤษฎีกับการทดลอง ที่ความเร็วรอบเพลาช้อเหวี่ยง 600 รอบต่อนาที $\Delta t = 0.001$ วินาที.....	108
6.35 เปรียบเทียบความเร็วในแนวแกนตั้งฉากกับฐาน ระหว่างทางทฤษฎีกับการทดลอง ที่ความเร็วรอบเพลาช้อเหวี่ยง 700 รอบต่อนาที $\Delta t = 0.001$ วินาที.....	109
6.36 เปรียบเทียบความเร็วในแนวแกนตั้งฉากกับฐาน ระหว่างทางทฤษฎีกับการทดลอง ที่ความเร็วรอบเพลาช้อเหวี่ยง 800 รอบต่อนาที $\Delta t = 0.001$ วินาที.....	109
6.37 เปรียบเทียบความเร็วในแนวแกนตั้งฉากกับฐาน ระหว่างทางทฤษฎีกับการทดลอง ที่ความเร็วรอบเพลาช้อเหวี่ยง 900 รอบต่อนาที $\Delta t = 0.001$ วินาที.....	110
6.38 เปรียบเทียบค่ารากที่สองของการกระจัดกำลังสองเฉลี่ยในแนวแกนตั้งฉากกับฐาน ระหว่างทางทฤษฎีและการทดลอง ที่ระดับความเร็วรอบต่าง ๆ ช่วงเวลา 0 - 1 วินาที $\Delta t = 0.001$ วินาที.....	111
6.39 เปรียบเทียบการกระจัดในแนวแกนตั้งฉากกับฐาน ระหว่างทางทฤษฎีกับการทดลอง ที่ความเร็วรอบเพลาช้อเหวี่ยง 500 รอบต่อนาที $\Delta t = 0.001$ วินาที.....	112

เอกสารนี้เป็นเอกสารลิขสิทธิ์งาน วิชาสำหรับบริการ ใช้งานเพื่อการศึกษาค้นคว้า ไม่อนุญาตให้ไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้คัดลอกเผยแพร่ และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสาร ทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

สารบัญรูป (ต่อ)

รูปที่	หน้า
6.40 เปรียบเทียบการกระจัดในแนวแกนตั้งฉากกับฐาน ระหว่างทางทฤษฎีกับการทดลอง ที่ความเร็วรอบเพลาคือ 600 รอบต่อวินาที $\Delta t = 0.001$ วินาที.....	112
6.41 เปรียบเทียบการกระจัดในแนวแกนตั้งฉากกับฐาน ระหว่างทางทฤษฎีกับการทดลอง ที่ความเร็วรอบเพลาคือ 700 รอบต่อวินาที $\Delta t = 0.001$ วินาที.....	113
6.42 เปรียบเทียบการกระจัดในแนวแกนตั้งฉากกับฐาน ระหว่างทางทฤษฎีกับการทดลอง ที่ความเร็วรอบเพลาคือ 800 รอบต่อวินาที $\Delta t = 0.001$ วินาที.....	113
6.43 เปรียบเทียบการกระจัดในแนวแกนตั้งฉากกับฐาน ระหว่างทางทฤษฎีกับการทดลอง ที่ความเร็วรอบเพลาคือ 900 รอบต่อวินาที $\Delta t = 0.001$ วินาที.....	114
7.1 แสดงการเปรียบเทียบกราฟความเร่ง ในทิศทางแกน \bar{X} , \bar{Y} และ \bar{Z} ที่ความเร็วรอบ 2,950 rpm. $\Delta t = 0.001$ วินาที.....	116
7.2 แสดงการเปรียบเทียบกราฟความเร่งเชิงมุม ในทิศทาง θ_x , θ_y และ θ_z ที่ความเร็วรอบ 2,950 rpm. $\Delta t = 0.001$ วินาที.....	116
7.3 แสดงการเปรียบเทียบกราฟความเร็ว ในทิศทางแกน \bar{X} , \bar{Y} และ \bar{Z} ที่ความเร็วรอบ 2,950 rpm. $\Delta t = 0.001$ วินาที.....	117
7.4 แสดงการเปรียบเทียบกราฟความเร็วเชิงมุม ในทิศทาง θ_x , θ_y และ θ_z ที่ความเร็วรอบ 2,950 rpm. $\Delta t = 0.001$ วินาที.....	117
7.5 แสดงการเปรียบเทียบกราฟการกระจัด ในทิศทางแกน \bar{X} , \bar{Y} และ \bar{Z} ที่ความเร็วรอบ 2,950 rpm. $\Delta t = 0.001$ วินาที.....	118
7.6 แสดงการเปรียบเทียบกราฟการกระจัดเชิงมุม ในทิศทาง θ_x , θ_y และ θ_z ที่ความเร็วรอบ 2,950 rpm. $\Delta t = 0.001$ วินาที.....	118
7.7 แสดงสายงานการค้นหาค่าที่เหมาะสมที่สุด โดยใช้เอฟมินคอนฟังก์ชัน.....	125
7.8 แสดงผลลัพธ์การค้นหาค่าที่เหมาะสมที่สุด โดยใช้เอฟมินคอนฟังก์ชัน.....	127
7.9 แสดงสายงานการค้นหาค่าที่เหมาะสมที่สุด โดยใช้วิธี Exhaustive Search.....	128
7.10 แสดงผลลัพธ์การค้นหาค่าที่เหมาะสมที่สุด โดยใช้วิธี Exhaustive Search.....	130
7.11 กราฟแสดงความสัมพันธ์ k_1 และ k_2 กับค่ารากที่สองของความเร่งกำลังสองเฉลี่ยในแนว การเคลื่อนที่ของลูกสูบ กรณีไม่ติดตั้งมวลถ่วงสมดุล ที่ $k_x = 10000, 30000, 50000,$ $70000, 87000$ และ 90000 N/m. ตามลำดับ.....	131

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาด้านงาน ไม่นิยมนำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น ยกเว้นกรณีพิเศษที่ขออนุญาตและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

สารบัญรูป (ต่อ)

รูปที่	หน้า
7.21 กราฟแสดงความสัมพันธ์ k_x และ k_z กับค่าการกระจัดสูงสุดในแนวการเคลื่อนที่ของลูกสูบ เมื่อติดตั้งมวลถ่วงสมดุล ที่ $k_y = 10000, 30000, 50000, 70000$ และ 90000 N/m. ตามลำดับ.....	142
7.22 กราฟแสดงความสัมพันธ์ k_x และ k_y กับค่าการกระจัดสูงสุดในแนวการเคลื่อนที่ของลูกสูบ เมื่อติดตั้งมวลถ่วงสมดุล ที่ $k_z = 10000, 30000, 46000, 50000, 70000$ และ 90000 N/m. ตามลำดับ.....	143
7.23 แสดงการเปรียบเทียบกราฟความเร่งในทิศทางแนวแกน \bar{X} ที่ระดับความเร็วรอบ 2,950 rpm. $\Delta t = 0.001$ วินาที เมื่อทำการติดตั้งมวลถ่วงสมดุลและเมื่อใช้ค่าที่เหมาะสมที่สุดของค่าคงที่ของสปริง.....	144
7.24 แสดงการเปรียบเทียบกราฟความเร่งในทิศทางแนวแกน \bar{Y} ที่ระดับความเร็วรอบ 2,950 rpm. $\Delta t = 0.001$ วินาที เมื่อทำการติดตั้งมวลถ่วงสมดุลและเมื่อใช้ค่าที่เหมาะสมที่สุดของค่าคงที่ของสปริง.....	145
7.25 แสดงการเปรียบเทียบกราฟความเร่งในทิศทางแนวแกน \bar{Z} ที่ระดับความเร็วรอบ 2,950 rpm. $\Delta t = 0.001$ วินาที เมื่อทำการติดตั้งมวลถ่วงสมดุลและเมื่อใช้ค่าที่เหมาะสมที่สุดของค่าคงที่ของสปริง.....	145
7.26 แสดงการเปรียบเทียบกราฟความเร่งในทิศทาง θ_x ที่ระดับความเร็วรอบ 2,950 rpm. $\Delta t = 0.001$ วินาที เมื่อทำการติดตั้งมวลถ่วงสมดุลและเมื่อใช้ค่าที่เหมาะสมที่สุดของค่าคงที่ของสปริง.....	146
7.27 แสดงการเปรียบเทียบกราฟความเร่งในทิศทาง θ_y ที่ระดับความเร็วรอบ 2,950 rpm. $\Delta t = 0.001$ วินาที เมื่อทำการติดตั้งมวลถ่วงสมดุลและเมื่อใช้ค่าที่เหมาะสมที่สุดของค่าคงที่ของสปริง.....	146
7.28 แสดงการเปรียบเทียบความเร่งในทิศทาง θ_z ที่ระดับความเร็วรอบ 2,950 rpm. $\Delta t = 0.001$ วินาที เมื่อทำการติดตั้งมวลถ่วงสมดุลและใช้ค่าที่เหมาะสมที่สุดของค่าคงที่ของสปริง.....	147
ก.1 ลักษณะของแรงกระทำต่อผลึกวัสดุพิโซอิเล็กทริก.....	158
ก.2 หัววัดความเร่งแบบแรงกด.....	158
ก.3 หัววัดความเร่งแบบแรงเฉือน.....	158

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
 ก.3 หัววัดความเร่งแบบแรงเฉือน.....158
 ไม่ว่าจะกรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

สารบัญรูป (ต่อ)

รูปที่	หน้า
ข.1 ค่าความยืดหยุ่นของสปริงกวดตัวที่ 1, 2, 3 และ 4.....	160
ข.2 แสดงกราฟการกระจัดที่เวลา T1 และ T2 ที่ได้จากการทดลองเพื่อหาความหน่วง ของสปริง.....	162
ข.3 เพลงข้อเหวี่ยง.....	162
ข.4 แสดงการเปลี่ยนก้านสูบด้วยมวลเทียบเท่าเชิงจลน์กระทำที่สลักสูบ B และสลักแขนข้อ เหวี่ยง A และโมเมนต์เฉื่อย J_{AB}	163



เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

รายการคำย่อและสัญลักษณ์

สัญลักษณ์ ตัวยก และ ตัวห้อย

- * แสดงค่าที่เหมาะสมที่สุด
- \in เป็นสมาชิกของ
- ∇ เกรเดียนท์
- \bar{x} สัญลักษณ์กำกับบอกการเป็นเวกเตอร์

สัญลักษณ์ตัวอักษรลาติน

- a ระยะที่วัดจากตำแหน่งจุดศูนย์กลางมวลของก้านสูบถึงสลักแขนข้อเหวี่ยง A
- Point A สลักแขนข้อเหวี่ยง
- b ระยะที่วัดจากตำแหน่งจุดศูนย์กลางมวลของก้านสูบถึงสลักลูกสูบ B
- Point B สลักลูกสูบ
- c_c ค่าความหน่วงวิกฤติ (Critical Damping) ซึ่งมีค่าเท่ากับ $2\sqrt{km}$
- c_{xi}, c_{yi}, c_{zi} ค่าความหน่วงของสปริงที่ตำแหน่ง i ในทิศทาง $\bar{X}, \bar{Y}, \bar{Z}$
- C จุดกำเนิดของระบบแกนวัตถุ หรือจุดศูนย์กลางมวล
- [C] เมทริกซ์ของค่าความหน่วง
- [C_p] เมทริกซ์แถวทะแยงมุมในระบบแกนหลักของค่าความหน่วง ขนาด $n \times n$
- d งานกลสมมูล d
- d_i ระยะจากจุดศูนย์กลางมวลของก้านสูบถึงตำแหน่งจุดศูนย์กลางมวลของวัตถุ i
- F_c แรงกระทำในแนวแกนก้านสูบ
- F_x, F_y, F_z ผลรวมของแรงทั้งหมดที่กระทำบนวัตถุในทิศทาง $\bar{X}, \bar{Y}, \bar{Z}$
- F_{ox}, F_{oy} แรงปฏิกิริยาที่โครงกรอบคอมเพรสเซอร์กระทำกับข้อเหวี่ยง
- $F_{x,net}, F_{y,net}$ แรงลัพธ์ที่เกิดจากกลไกคอมเพรสเซอร์สูบเดียวกระทำกับโครงกรอบคอมเพรสเซอร์
- { F } เวกเตอร์ของแรง
- { F_p } เวกเตอร์ของแรงในระบบแกนหลัก
- f ความถี่ของการสั่น
- \bar{f}_c เวกเตอร์แรงเฉื่อยลัพธ์ในระบบแกนรวม $\bar{X}, \bar{Y}, \bar{Z}$
- f_{xc}, f_{yc}, f_{zc} ขนาดของแรงเฉื่อยลัพธ์ในทิศทาง $\bar{X}, \bar{Y}, \bar{Z}$
- $f_{xbj}, f_{ybj}, f_{z bj}$ แรงปฏิกิริยาที่โครงกรอบคอมเพรสเซอร์กระทำกับเพลลาข้อเหวี่ยง

รายการคำย่อและสัญลักษณ์ (ต่อ)

\bar{f}_{di}	เวกเตอร์แรงปฏิกิริยาเนื่องจากค่าความหน่วงในสปริงยึดคอมเพรสเซอร์ตำแหน่ง i กระทำกับ Housing
$f_{xdi}, f_{ydi}, f_{zdi}$	ขนาดของแรงปฏิกิริยาเนื่องจากค่าความหน่วงในสปริงยึดคอมเพรสเซอร์ที่ตำแหน่ง i กระทำกับ Housing
f_{xd}, f_{yd}, f_{zd}	ขนาดของแรงปฏิกิริยารวมเนื่องจากค่าความหน่วงในสปริงยึดคอมเพรสเซอร์ $i = 1$ ถึง N_m กระทำกับ Housing
\bar{f}_{mi}	เวกเตอร์แรงปฏิกิริยาเนื่องจากค่าความยืดหยุ่นในสปริงยึดคอมเพรสเซอร์ตำแหน่ง i กระทำกับ Housing
$f_{xmi}, f_{ymi}, f_{zmi}$	ขนาดของแรงปฏิกิริยาเนื่องจากค่าความยืดหยุ่นในสปริงยึดคอมเพรสเซอร์ที่ตำแหน่ง i กระทำกับ Housing
f_{xm}, f_{ym}, f_{zm}	ขนาดของแรงปฏิกิริยารวมเนื่องจากค่ายืดหยุ่นในสปริงยึดคอมเพรสเซอร์ $i = 1$ ถึง N_m กระทำกับ Housing
$g_q(\bar{x})$	ฟังก์ชันข้อบังคับแบบน้อยกว่าและเท่ากับ q สมการ
G	จุดกำเนิดของระบบแกนรวม
$h_j(\bar{x})$	ฟังก์ชันข้อบังคับแบบเท่ากับ j สมการ
H	เฮสเซียนเมทริกซ์
$I_{xx}, I_{xy}, \dots, I_{zz}$	โมเมนต์ความเฉื่อยและโปรดักซ์ความเฉื่อยของวัตถุเกร็ง
$[I]$	เมทริกซ์เอกลักษณ์
J_d	โมเมนต์ความเฉื่อยของจานสมดุล d
J_{AB}	โมเมนต์ความเฉื่อยที่เกิดจากมวลเทียบเท่าเชิงจุด, $J_{AB} = J_G - m_G ab$
J_G	โมเมนต์ความเฉื่อยของก้านสูบ
k_f	ค่าสัมประสิทธิ์ของมวลถ่วงสมดุล
k_{xi}, k_{yi}, k_{zi}	ค่าคงที่ของสปริงที่ตำแหน่ง i ในทิศทาง $\bar{X}, \bar{Y}, \bar{Z}$
$[K]$	เมทริกซ์สัมประสิทธิ์ของค่าคงที่ของสปริง
$[K_p]$	เมทริกซ์แถวทะแยงมุมในระบบแกนหลักของค่าความยืดหยุ่นของสปริงขนาด $n \times n$ ซึ่งมีเอลิเมนต์ในแถวทะแยงมุมเป็นค่าเฉพาะ λ_i ซึ่งเท่ากับ ω_i^2
L	ฟังก์ชันลากรางเจียน

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนลิขสิทธิ์ของสถาบันวิจัยและพัฒนาเทคโนโลยีพลังงานทดแทน ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่าการตีพิมพ์หรือการอื่นใดโดยไม่ได้รับอนุญาตจากสถาบันวิจัยและพัฒนาเทคโนโลยีพลังงานทดแทน ต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

รายการคำย่อและสัญลักษณ์ (ต่อ)

m	มวลรวมของวัตถุเกร็ง
m_i^*	ขนาดของมวลถ่วงสมดุล
m_1	มวลทดแทนเชิงจลน์เนื่องจากการเปลี่ยนก้านสูบด้วยมวลกระทำเป็นที่จุด A
m_A	มวลของสลักแกนข้อเหวี่ยง
m_2	มวลทดแทนเชิงจลน์เนื่องจากการเปลี่ยนก้านสูบด้วยมวลกระทำเป็นที่จุด B
m_B	มวลของลูกสูบ
m_G	มวลรวมของก้านสูบ
m_{rec}	$m_B + m_2$
m_{rot}	$m_A + m_1$
m_c	มวลถ่วงสมดุล, $m_c = m_{rot} + k_f m_{rec}$
m_{jc}	มวลถ่วงสมดุลที่ระนาบ j ใดๆ
M_x, M_y, M_z	ผลรวมของโมเมนต์ต่าง ๆ ที่กระทำกับวัตถุเกร็งรอบแกน $\bar{X}, \bar{Y}, \bar{Z}$
M_f	โมเมนต์ที่เกิดจากกลไกคอมเพรสเซอร์สูบเดียวกระทำกับโครงกรอบคอมเพรสเซอร์รอบจุด O
\bar{M}_{zo}	เวกเตอร์ทอร์คัลพัทธ์ที่กระทำรอบเพลาข้อเหวี่ยง
M_Z	ขนาดของทอร์คัลพัทธ์ในทิศทาง \bar{Z}
\bar{M}_c	เวกเตอร์โมเมนต์ที่เกิดจากแรงเฉื่อยพัทธ์และทอร์คัลพัทธ์กระทำรอบจุดศูนย์กลางถ่วงมวล C
M_{xc}, M_{yc}, M_{zc}	ขนาดเวกเตอร์โมเมนต์ที่กระทำรอบจุดศูนย์กลางถ่วงมวล C ในทิศทาง $\bar{X}, \bar{Y}, \bar{Z}$
\bar{M}_{bj}	เวกเตอร์โมเมนต์ที่กระทำรอบจุดศูนย์กลางถ่วงมวล C อันเป็นผลจากแรงปฏิกิริยาที่กระทำโดยมวลถ่วงสมดุลที่ระนาบ j กระทำกับโครงกรอบ
M_{xb}, M_{yb}, M_{zb}	ขนาดของโมเมนต์รวมอันเป็นผลจากแรงที่เกิดจากมวลถ่วงสมดุลที่ทั้งระนาบกระทำกับโครงกรอบ
\bar{M}_{di}	เวกเตอร์โมเมนต์ที่กระทำรอบจุดศูนย์กลางถ่วงมวล C อันเป็นผลจากแรงปฏิกิริยาที่ค่าความหน่วงของสปริงยึดคอมเพรสเซอร์ตำแหน่ง i กระทำกับโครงกรอบ
$M_{xdi}, M_{ydi}, M_{zdi}$	ขนาดของโมเมนต์ที่กระทำรอบจุดศูนย์กลางถ่วงมวล C อันเป็นผลจากแรงปฏิกิริยาที่ค่าความหน่วงของสปริงยึดคอมเพรสเซอร์ตำแหน่ง i กระทำกับโครงกรอบ

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนลิขสิทธิ์ไว้เพื่อการใช้งานส่วนบุคคลเท่านั้น ไม่สามารถนำเอกสารไปใช้ในการค้าไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งยังมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

รายการคำย่อและสัญลักษณ์ (ต่อ)

M_{xd}, M_{yd}, M_{zd}	ขนาดของโมเมนต์รวมที่กระทำรอบจุดศูนย์กลางถ่วงมวล C อันเป็นผลจากแรงปฏิบัติที่ค่าความหน่วงของสปริงยึดคอมเพรสเซอร์ตำแหน่ง $i = 1 \dots N_m$ กระทำกับโครงกรอบ
\bar{M}_{mi}	เวกเตอร์โมเมนต์ที่กระทำรอบจุดศูนย์กลางถ่วงมวล C อันเป็นผลจากแรงปฏิบัติที่ความยืดหยุ่นของสปริงยึดคอมเพรสเซอร์ตำแหน่ง i กระทำกับโครงกรอบ
$M_{xmi}, M_{ymi}, M_{zmi}$	ขนาดของโมเมนต์ที่กระทำรอบจุดศูนย์กลางถ่วงมวล C อันเป็นผลจากแรงปฏิบัติที่ค่าความความยืดหยุ่นของสปริงยึดคอมเพรสเซอร์ตำแหน่ง i กระทำกับโครงกรอบ
M_{xd}, M_{yd}, M_{zd}	ขนาดของโมเมนต์รวมที่กระทำรอบจุดศูนย์กลางถ่วงมวล C อันเป็นผลจากแรงปฏิบัติที่ค่าความยืดหยุ่นของสปริงยึดคอมเพรสเซอร์ตำแหน่ง $i = 1 \dots N_m$ กระทำกับโครงกรอบ
$[M]$	เมทริกซ์ของมวล
$[M_p]$	เมทริกซ์เฉื่อยของมวลในระบบแกนหลักของมวลขนาด $n \times n$
N_B	แรงตั้งฉากที่เกิดจากผนังกระบอกสูบกระทำกับลูกสูบ
N_m	จำนวนสปริงทั้งหมด
O	ตำแหน่งที่เกิดจากการตัดกันของเส้นแนวแกนเพลลาข้อเหวี่ยงกับเส้นแนวแกนกระบอกสูบ
P, F_g	แรงดันแก๊ส
RMS	ค่ารากที่สองกำลังสองเฉลี่ย (Root Mean Square)
r	ความยาวของแขนข้อเหวี่ยง
\bar{r}_o	เวกเตอร์ตำแหน่งของจุด O เทียบกับตำแหน่งจุดศูนย์กลางถ่วงมวล C
r_j	ระยะที่ทำการติดตั้งมวลถ่วงที่ระนาบ j ใด ๆ
\bar{r}_{bj}	เวกเตอร์บอกตำแหน่งของจุดศูนย์กลางถ่วงมวล C ถึงระนาบมวลถ่วงสมดุล j ในแนวระนาบแกนรวม $\bar{X}, \bar{Y}, \bar{Z}$
\bar{r}_{mi}	เวกเตอร์บอกตำแหน่งของสปริง i
\mathcal{R}^n	เซตของจำนวนจริง
s	ระยะการกระจัดของสลักลูกสูบ B จากจุด O
s_i	ระยะในการติดตั้งมวลถ่วงสมดุล
T	คาบเวลา

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับครูอาจารย์เพื่อใช้ในการสอนเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งยังมิให้นำไปเผยแพร่หรือทำซ้ำโดยไม่ได้รับอนุญาตจากเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

รายการคำย่อและสัญลักษณ์ (ต่อ)

\bar{x}	เวกเตอร์ตัวแปรออกแบบ
$\bar{X}, \bar{Y}, \bar{Z}$	ระบบแกนอ้างอิงหรือระบบแกนรวม
X, Y, Z	ระบบแกนวัตถุที่มีจุดกำเนิดที่จุดศูนย์กลางมวล
\bar{x}_c	เวกเตอร์การกระจัดของจุดศูนย์กลางมวล C ของวัตถุในทิศทาง $\bar{X}, \bar{Y}, \bar{Z}$
$x_c, y_c, z_c, \dot{x}_c, \dot{y}_c, \dot{z}_c, \ddot{x}_c, \ddot{y}_c, \ddot{z}_c$	การกระจัด, ความเร็ว และ ความเร่งของจุดศูนย์กลางมวล C ของวัตถุในทิศทาง $\bar{X}, \bar{Y}, \bar{Z}$
x_{ci}	ระยะจากจุดกำเนิดแกน x-y ถึงตำแหน่งจุดศูนย์กลางมวลของวัตถุ i
x_{hi}	ผลเฉลยเอกพันธ์ของโหมด i
x_{mi}, y_{mi}, z_{mi}	ตำแหน่งของสปริง i ในระบบแกนรวม $\bar{X}, \bar{Y}, \bar{Z}$
\bar{x}_{mi}	เวกเตอร์ค่าเฉพาะอันดับ i หรือโหมดเซฟที่ความถี่ธรรมชาติอันดับ i
x_{pti}	ผลเฉลยเฉพาะของโหมด i
x_l, x_u	ขีดจำกัดล่างและบนของตัวแปรออกแบบ
x_{rms}	ค่ารากที่สองกำลังสองเฉลี่ยของสัญญาณการสั่นสะเทือนในทิศทางต่าง ๆ
y_{rms}	ค่ารากที่สองกำลังสองเฉลี่ยของสัญญาณการสั่นสะเทือนในทิศทาง y
x, y	ระบบแกนเฉพาะของชุดกลไกเคลื่อนที่ไถลเมื่อ y ขนานกับ \bar{Y} และ x ขนานกับ \bar{X}
\bar{x}^*	เวกเตอร์ตำแหน่งที่ทำให้ค่าฟังก์ชันเป้าหมาย i มีค่าต่ำสุด ($\bar{x}^* \in R^n$)
$\{X\}$	เวกเตอร์การกระจัด
$[x_m]$	เมทริกซ์ฐานนิยม
$[x_n]$	เมทริกซ์ฐานนิยมในรูปทั่วไป
$\{X_p\}, \{\dot{X}_p\}, \{\ddot{X}_p\}$	เวกเตอร์การกระจัด, เวกเตอร์ความเร็วและเวกเตอร์ความเร่งในระบบแกนหลัก
$\{X_{p0}\}, \{\dot{X}_{p0}\}$	เวกเตอร์การกระจัด, เวกเตอร์ความเร็วเริ่มต้นในระบบแกนหลัก
$\{X_0\}, \{\dot{X}_0\}$	เวกเตอร์การกระจัด, เวกเตอร์ความเร็วเริ่มต้นในระบบแกนกายภาพ
Y_{max}	ขอบเขตระยะการกระจัดสูงสุดของจุดศูนย์กลางมวล
W_x, W_y, W_m	สัมประสิทธิ์ถ่วงน้ำหนักของแรงเขย่า $F_x(t), F_y(t)$ และ โมเมนต์เขย่า $M_\theta(t)$ ตามลำดับ
w_j, u_g	ตัวคูณลากราง

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

รายการคำย่อและสัญลักษณ์ (ต่อ)

สัญลักษณ์ตัวอักษรกรีก

Δt	Step time
θ	การกระจัดเชิงมุมของเพลาค้อเหวี่ยง
$\bar{\theta}_c$	เวกเตอร์การกระจัดเชิงมุมของจุดศูนย์กลางถ่วงมวล C รอบแกน \bar{X}, \bar{Y} และ \bar{Z}
θ_i^*	มุมเฟสในการคิดมวลถ่วงสมดุล
$\theta_x, \theta_y, \theta_z$	การกระจัดเชิงมุมของจุดศูนย์กลางถ่วงมวล C รอบแกน \bar{X}, \bar{Y} และ \bar{Z}
$\dot{\theta}_x, \dot{\theta}_y, \dot{\theta}_z$	ความเร็วเชิงมุมของจุดศูนย์กลางถ่วงมวล C รอบแกน \bar{X}, \bar{Y} และ \bar{Z}
$\ddot{\theta}_x, \ddot{\theta}_y, \ddot{\theta}_z$	ความเร่งเชิงมุมของจุดศูนย์กลางถ่วงมวล C รอบแกน \bar{X}, \bar{Y} และ \bar{Z}
ϕ	การกระจัดเชิงมุมของก้านสูบ
λ	อัตราส่วนระหว่าง r ต่อ l
μ	ฟังก์ชันวัตถุประสงค์
α	ขนาดก้าว
δ	ค่าการลดลงแบบลอการิทึม
ω_d	ค่าความถี่ของระบบ
ω_{di}	ค่าความถี่ของระบบ อันดับ i
ω_i	ค่าความถี่อันดับ i
ω_n	ค่าความถี่ธรรมชาติ (Natural Frequency)
ω_{ni}	ค่าเฉพาะอันดับ i หรือความถี่ธรรมชาติอันดับ i
ϕ_i	มุมเฟสเริ่มต้นใดๆ
λ	ค่าเฉพาะที่ได้จากการแก้ปัญหาค่าเฉพาะ
ρ	ค่าความหนาแน่นของวัสดุ
ζ	ค่าอัตราส่วนความหน่วง (Damping Ratio)
τ	คาบของการสั่น

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

บทที่ 1

บทนำ

1.1 ความเป็นมาและความสำคัญของปัญหา

คอมเพรสเซอร์เป็นอุปกรณ์ที่ใช้กันอย่างแพร่หลายและมักจะพบเห็นได้ทั่วไปไม่ว่าในโรงงานอุตสาหกรรมหรือในบ้านเรือน ตัวอย่างการนำมาใช้ในบ้านเรือน คือ คอมเพรสเซอร์ที่ใช้กับตู้เย็น ซึ่งเป็นคอมเพรสเซอร์แบบสูบเดียว ซึ่งข้อดีของคอมเพรสเซอร์ชนิดนี้ คือ มีราคาถูก อย่างไรก็ตามข้อเสียของคอมเพรสเซอร์นี้ คือ จะมีเสียงดังและการสั่นสะเทือนสูง ถ้าหากได้ถูกออกแบบมาอย่างไม่เหมาะสม

คอมเพรสเซอร์แบบสูบเดียวประกอบไปด้วยสามอุปกรณ์หลัก คือ Hermetic Housing ซึ่งติดตั้งบนฐานยาง, คอมเพรสเซอร์ยูนิตติดตั้งใน Housing บนตัวลดการสั่นสะเทือน ซึ่งประกอบไปด้วย สปริงและท่อคิสซาร์ท, และกลไก Slider-Crank ซึ่งมี ลูกสูบ ก้านสูบและเพลาค้อเหวี่ยง ชิ้นส่วนสำคัญที่เคลื่อนที่ ได้แก่ ลูกสูบ, ค้อเหวี่ยง และก้านลูกสูบ เพลาค้อเหวี่ยงใช้ในการเปลี่ยนการเคลื่อนที่ขึ้นลงของลูกสูบและก้านลูกสูบเป็นการเคลื่อนที่แบบหมุน เพลาค้อเหวี่ยงหมุนด้วยความเร็วค่อนข้างกว้าง ดังนั้นจึงมีความจำเป็นต้องทำสมดุลให้แม่นยำเพื่อหลีกเลี่ยงการสั่นสะเทือน ซึ่งเกิดขึ้นจากแรงเฉื่อยของชิ้นส่วนที่เคลื่อนที่

การสั่นสะเทือนที่สูงและเสียงดังของคอมเพรสเซอร์ เป็นปัญหาที่เกิดกับการผลิตที่ผู้ประกอบการคอมเพรสเซอร์ในประเทศไทย เนื่องจากคนที่ผู้ประกอบการไม่สามารถวิเคราะห์และทำการออกแบบคอมเพรสเซอร์ได้ด้วยตัวเอง เพราะการออกแบบได้กระทำมาแล้วจากต่างประเทศ ผู้ประกอบการมีหน้าที่ผลิตตามแบบเพียงอย่างเดียว เมื่อเกิดปัญหาขึ้นกับคอมเพรสเซอร์ผู้ประกอบการก็ไม่สามารถที่จะทำการแก้ไขได้ เพื่อเป็นการพัฒนาองค์ความรู้เกี่ยวกับกรรมวิธีและขั้นตอนการออกแบบคอมเพรสเซอร์ ดังนั้นจึงมีความจำเป็นอย่างยิ่งที่จะต้องทำศึกษาวินิจฉัยการสั่นสะเทือนของคอมเพรสเซอร์แบบสูบเดียว เพื่อเป็นพื้นฐานในการนำไปพัฒนาวิเคราะห์และออกแบบคอมเพรสเซอร์ขั้นต่อไป

ในอดีตที่ผ่านมาได้มีการทำการศึกษาพลศาสตร์ของกลไกแบบของลูกสูบ (Slider-crank mechanism) ซึ่งเป็นกลไกที่ใช้กันมากในเครื่องยนต์และคอมเพรสเซอร์แบบลูกสูบ [4, 8, 11] นอกจากนี้ได้มีงานวิจัยได้ทำการศึกษากรรมวิธีการลดแรงไม่สมดุลภายในกลไกประเภทนี้ (แรงที่ก่อให้เกิดการสั่นสะเทือน) [9] ซึ่งจากผลการศึกษาพบว่า ด้วยการทำการปรับสมดุลที่เหมาะสมจะทำให้ลดแรงไม่สมดุลได้ถึงกว่า 70 เปอร์เซ็นต์ ในการทำปรับสมดุลทำได้โดยการเพิ่มมวลถ่วงเข้าไป ตำแหน่งของมวลถ่วงจะอยู่ตรงกันข้ามกับจุดศูนย์กลางมวลของเพลาค้อเหวี่ยงและมีระยะจากจุดหมุนเท่ากับความยาวของเพลาค้อเหวี่ยง แบบจำลองทางพลศาสตร์ของกลไกที่ใช้ในการคำนวณ

จะเป็นแบบอย่างง่าย (คิดเป็นการเคลื่อนที่ของมวลที่เป็นอนุภาค) งานวิจัยอีกหลายชิ้นได้ ทำการศึกษากรรมวิธีการลดการสั่นสะเทือนของเครื่องยนต์ โดยการติดตั้งตัวแยกกันสะเทือน (ประกอบด้วยสปริงและค่าตัวหน่วง) เข้าไปที่ฐานเครื่องยนต์ โดยจุดประสงค์ที่ใช้ในการออกแบบ คือ แรงส่งผ่านจากตัวเครื่องไปยังพื้นต้องมีค่าน้อยที่สุด [6,10] หรือค่ารากที่สองของแอมพลิจูด กำลังสองเฉลี่ยของการสั่นของตัวเครื่องต้องมีค่าน้อยที่สุด [12] ในงานวิจัยเหล่านี้ได้ทำการศึกษา โดยการทำแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ขึ้นมา ผลลัพธ์ที่ได้มิได้นำมาสร้างและพิสูจน์จริง ว่าเป็นจริงหรือไม่

งานวิจัยนี้จึงได้ทำการศึกษาพลศาสตร์ของแบบจำลองคอมพิวเตอร์แบบสุบเดียว โดยวิธีการ ทางแบบจำลองคณิตศาสตร์และการทดลองแล้วนำผลที่ได้มาเปรียบเทียบกัน อีกทั้งศึกษาวิธีการ หาผลเฉลยของปัญหาการสั่นสะเทือน ด้วยการวิเคราะห์ฐานนิยมแบบวิธีเทียบสัมประสิทธิ์และ แบบวิธีเชิงตัวเลข เพื่อเปรียบเทียบผลเฉลยที่ได้และวิธีการสร้างคอมพิวเตอร์โค้ด จากนั้นทำการ ออกแบบระบบรองรับการสั่นสะเทือนของคอมพิวเตอร์เพื่อให้ค่าการสั่นสะเทือนมีค่าน้อยที่สุด หรืออยู่ในระดับที่ยอมรับได้ โดยใช้หลักการการหาค่าที่เหมาะสมที่สุด ฟังก์ชันเป้าหมาย คือ ค่า รากที่สองของความเร่งกำลังสองเฉลี่ย (Root Mean Square, RMS) ของการสั่นสะเทือนในทิศทาง แนวแกนการเคลื่อนที่ของลูกสูบและตัวแปรที่ใช้ในการออกแบบ คือ ค่าคงที่สปริงของระบบรองรับ

1.2 วัตถุประสงค์ของการศึกษา

1. ศึกษาและสร้างแบบจำลองพฤติกรรมทางพลศาสตร์ของคอมพิวเตอร์แบบสุบเดียวโดย พิจารณาคอมพิวเตอร์เป็นวัตถุเกร็ง
2. วิเคราะห์สาเหตุของการสั่นสะเทือนในคอมพิวเตอร์แบบสุบเดียว
3. เปรียบเทียบวิธีการหาผลเฉลยปัญหาการสั่นสะเทือน ด้วยการวิเคราะห์ฐานนิยมแบบวิธี เทียบสัมประสิทธิ์และแบบวิธีเชิงตัวเลข
4. ศึกษาวิธีการออกแบบที่เหมาะสม เพื่อลดการสั่นสะเทือนให้ได้ค่าน้อยที่สุดหรืออยู่ใน ระดับที่ยอมรับได้
5. เขียนโปรแกรมที่ใช้วิเคราะห์การสั่นสะเทือนและหาค่าคงที่สปริงของระบบรองรับที่ เหมาะสมที่สุด เพื่อเป็นพื้นฐานในการพัฒนาและออกแบบคอมพิวเตอร์แบบสุบเดียว

1.3 ขอบเขตของงานวิจัย

เอกสารนี้เป็นเอกสารต้นฉบับที่จัดทำขึ้นเพื่อใช้ในการศึกษาเท่านั้น มิใช่เพื่อเผยแพร่หรือใช้ในการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น

1. วัตถุประสงค์ในการออกแบบจะพิจารณาเฉพาะการสั่นสะเทือนในทิศทางแนวแกนการเคลื่อนที่ของลูกสูบ ให้มีค่าน้อยที่สุด

2. ต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

2. ตัวแปรที่ใช้ในการออกแบบระบบรองรับการสั่นสะเทือน จะพิจารณาเฉพาะค่าคงที่สปริงของระบบรองรับ
3. ไม่พิจารณาความหน่วงที่มีอยู่ในระบบ ยกเว้นความหน่วงในตัวสปริงของระบบรองรับ
4. ไม่พิจารณาการสั่นสะเทือนที่ผลจากความดันจากการอัดสารทำความเย็น

1.4 ขั้นตอนการศึกษา

ขั้นตอนการศึกษาแบ่งออกเป็น 2 ส่วน ดังนี้

1.4.1 การศึกษาจากชุดทดลอง

1. ออกแบบชุดทดลองและวิเคราะห์คุณสมบัติของคอมเพรสเซอร์ยูนิต
2. สร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์และสร้างชุดทดลอง วิเคราะห์หาค่าคุณสมบัติของสปริง
3. หาผลเฉลยของปัญหาการสั่นสะเทือนของชุดทดลอง ด้วยการวิเคราะห์ฐานนิยามแบบวิธีเทียบสัมประสิทธิ์และแบบวิธีเทียบเชิงตัวเลข แล้วเปรียบเทียบผล
4. วิเคราะห์การสั่นสะเทือนชุดทดลอง ด้วยการใช้ตัววัดสัญญาณความเร่ง แล้วนำผลที่ได้ไปเปรียบเทียบกับผลจากการคำนวณด้วยคอมพิวเตอร์ ถ้าผลที่ได้ไม่สอดคล้องกับผลการทดลองต้องทำการแก้ไข โปรแกรมเพื่อให้ได้ผลที่ถูกต้อง

1.4.2 การศึกษาจากคอมเพรสเซอร์

1. สร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของคอมเพรสเซอร์แบบสูบเดี่ยว แบบวางนอน
2. เขียนวิเคราะห์การสั่นสะเทือนของคอมเพรสเซอร์ ที่ระดับความเร็วรอบเฉลี่ยของการทำงาน
3. นำเอาวิธีการติดตั้งมวลถ่วงสมดุลมาใช้ร่วมกับวิธีการออกแบบ โดยหาค่าที่เหมาะสมที่สุดมาใช้ในการคำนวณเพื่อให้โปรแกรมคำนวณหาค่าคงที่สปริงของระบบรองรับที่เหมาะสมที่สุด ซึ่งทำให้การสั่นสะเทือนของคอมเพรสเซอร์มีค่าน้อยที่สุด

1.5 ประโยชน์ที่คาดว่าจะได้รับ

1. สามารถศึกษาถึงพลศาสตร์ของคอมเพรสเซอร์แบบสูบเดี่ยว
2. สามารถหาแนวทางการออกแบบกลไกและระบบรองรับการสั่นสะเทือนที่เหมาะสมของคอมเพรสเซอร์แบบสูบเดี่ยว

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่จัดทำขึ้นเพื่อใช้ในการศึกษาวิจัยและพัฒนาโครงการวิจัยเกี่ยวกับ การศึกษาและออกแบบกลไกและระบบรองรับการสั่นสะเทือนของคอมเพรสเซอร์แบบสูบเดี่ยว

บทที่ 2

วรรณกรรมและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

2.1 บทนำ

การลดการสั่นสะเทือนอันมีสาเหตุมาจากแรงเฉื่อย เนื่องจากชิ้นส่วนที่มีการเคลื่อนที่ในกลไกของคอมเพรสเซอร์แบบสูบเดี่ยว สามารถแบ่งออกเป็น 2 วิธี คือ การถ่วงสมดุลและการกันการสั่นสะเทือนออก มีนักวิจัยหลายท่านได้ทำการศึกษาวิธีการลดการสั่นสะเทือนดังกล่าวในกลไกต่าง ๆ ซึ่งมีรายละเอียด ดังนี้

2.2 การลดการสั่นสะเทือนโดยการถ่วงสมดุล

ในปี ค.ศ. 1982 Lowen และคณะ [14] ได้ทำการรวบรวมเทคนิคที่ใช้ในการลดการสั่นสะเทือนในกลไกต่าง ๆ ที่ใช้วิธีการถ่วงสมดุล โดยแบ่งการถ่วงสมดุลแรงเฉื่อยและโมเมนต์เฉื่อยออกเป็น การถ่วงสมดุลกลไกในระนาบทั้งหมดหรือเพียงบางส่วน และได้รวบรวมงานวิจัยที่นำเอาวิธีการหาค่าเหมาะสมที่สุดมาประยุกต์ใช้กับการถ่วงสมดุลกลไกต่าง ๆ อีกด้วย

ในปี ค.ศ. 1994 Zhang และ Chen [13] ได้ศึกษาการหาค่าเหมาะสมที่สุดของการถ่วงสมดุลกลไกต่าง ๆ และได้ประยุกต์ใช้ทฤษฎีการสั่นสะเทือนทางกลเข้ากับการถ่วงสมดุลแรงเฉื่อยและโมเมนต์เฉื่อยของก้านต่อ โดยใช้กลไกก้านต่อสี่ชิ้นเป็นตัวอย่างในการออกแบบ พวกเขาได้ทำการพิจารณาระบบกลไกซึ่งมีฐานรองรับด้วยสปริง ให้มีอันดับความอิสระเท่ากับสาม คือ X , Y และ θ โดยมีแรงเฉื่อย $F_x(t), F_y(t)$ และ โมเมนต์เฉื่อย $M_\theta(t)$ ที่เกิดจากกลไกกระทำกับระบบระบบสมการแสดงการเคลื่อนที่ที่สามารถแสดงได้ดังนี้

$$[M]\{\ddot{X}\} + [K]\{X\} = \{F\} \quad (2.1)$$

เนื่องจากระบบสมการดังกล่าวเป็นระบบสมการแบบคู่ควบ (Coupled Equation) ในการแก้หาผลเฉลยของระบบสมการ จะต้องจัดระบบสมการดังกล่าวให้อยู่ในรูปแบบไม่คู่ควบ โดยใช้วิธีวิเคราะห์ฐานนิยม (Modal Analysis) ต่อจากนั้นทำการแก้หาผลเฉลยโดยวิธีการวิเคราะห์แบบ

อนุกรมฟูเรียร์ (Fourier Series) การใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ จากหลักการหาค่าเหมาะสมที่สุดของแรงเฉื่อยและ โมเมนต์เฉื่อย แต่เดิมนั้นจะใช้ผลรวมถ่วงน้ำหนักของแรงเฉื่อยและ โมเมนต์เฉื่อยเป็นฟังก์ชันเป้าหมายในการออกแบบ ดังนี้

$$f(\bar{x}) = W_x F_x(t) + W_y F_y(t) + W_m M_\theta(t) \quad (2.2)$$

เมื่อ W_x, W_y และ W_m คือ สัมประสิทธิ์ถ่วงน้ำหนักของแรงเขย่า $F_x(t), F_y(t)$ และ โมเมนต์เขย่า $M_\theta(t)$ ตามลำดับ

โดยมีตัวแปรออกแบบเป็น

$$\bar{x} = m_i^*, \theta_i^* \text{ และ } s_i^* \quad (2.3)$$

เมื่อ m_i^* คือ ขนาดมวลถ่วงสมดุล

θ_i^* คือ มุมเฟสในการติคมวลถ่วงสมดุล

s_i^* คือ ระยะเวลาในการติคมวลถ่วงสมดุล

Zhang และ Chen กล่าวว่า การเลือกสัมประสิทธิ์ถ่วงน้ำหนักนั้น ผู้ออกแบบจะเป็นผู้กำหนดโดยอาศัยประสบการณ์ แต่เนื่องจากวัตถุประสงค์ในการออกแบบเป็นแรงเขย่าและโมเมนต์เขย่า ผู้ออกแบบจะทำการกำหนดสัมประสิทธิ์ถ่วงน้ำหนักได้ยาก พวกเขาจึงเปลี่ยนวัตถุประสงค์ในการออกแบบมาเป็นการเคลื่อนที่ของระบบแทน ทำให้สามารถกำหนดสัมประสิทธิ์ถ่วงน้ำหนักได้ง่ายกว่าและได้แสดงตัวอย่างการออกแบบโดยใช้วิธีดังกล่าว พร้อมกับนำผลที่ได้ไปเปรียบเทียบกับ การทดสอบจริง ซึ่งให้ผลเป็นที่น่าพอใจ

ต่อมาในปี ค.ศ. 1995 Synman และคณะ [7] ได้ประยุกต์ใช้วิธีการหาค่าเหมาะสมที่สุด แบบไม่มีข้อบังคับเพื่อหาค่าต่ำสุดของแรงที่ส่งถ่ายไปยังฐานของเครื่องยนต์ 4 สูบแบบตัววี โดยมีตัวแปรออกแบบเป็นขนาดของมวลที่ใช้ในการถ่วงสมดุลและมุมเฟส พวกเขาได้เสนอแนวคิดใหม่ในการถ่วงสมดุล โดยพิจารณาให้ตำแหน่งติดตั้งของชุดกลไกเครื่องยนต์สูบเดียวเยื้องจากตำแหน่งจุดศูนย์ถ่วงมวลเครื่องยนต์ ซึ่งแตกต่างจากเดิมที่พิจารณาให้ตำแหน่งทั้งสองนี้ทับกัน เป็นผลให้สามารถพิจารณาค่าตำแหน่งของจุดหมุนของเพลาช้อเหวี่ยงเป็นจุดอ้างอิงในการทำสมดุล แทนที่จะเป็นจุดศูนย์ถ่วงมวล ซึ่งการพิจารณาดังกล่าวเป็นผลให้การสันสะเทือนยังคงคงค้างอยู่ อันเป็นผลจากโมเมนต์ตักถังรอบจุดศูนย์ถ่วงมวลเครื่องยนต์

ในปี ค.ศ. 1998 Chiou และคณะ [15] ได้นำเสนอการออกแบบหาค่าเหมาะสมที่สุด โดยการติดจานมวลถ่วงสมดุลเพื่อลดแรงเขย่าและโมเมนต์เขย่าในกลไกขับเคลื่อนเครื่องคตัด และใช้วิธีการหาค่าเหมาะสมที่สุดแบบ 2 ขั้นตอน คือ แบบมีข้อบังคับและไม่มีข้อบังคับเกี่ยวกับบริเวณติดตั้ง จะลดการเขย่าเพียงครึ่งหนึ่งของกรณีที่ไม่มีข้อบังคับเกี่ยวกับการติดตั้ง

ในปี ค.ศ. 1999 รศ.ดร.มงคล มงคลวงศ์โรจน์ และคณะ [6] ทำการศึกษาเกี่ยวกับกรรมวิธีการถ่วงดุลของเครื่องยนต์สันดาปภายในชนิดหนึ่งสูบ ซึ่งจากผลการศึกษาพบว่าด้วยการทำการปรับสมดุลที่เหมาะสมจะทำให้ลดแรงไม่สมดุลได้ถึงกว่า 70 เปอร์เซ็นต์ ในการทำการปรับสมดุลทำได้โดยการเพิ่มมวลถ่วงเข้าไป ตำแหน่งของมวลถ่วงจะอยู่ตรงกันข้ามกับจุดศูนย์กลางมวลของเพลาค้อเหวี่ยงและมีระยะจากจุดหมุนเท่ากับความยาวของเพลาค้อเหวี่ยง แบบจำลองทางพลศาสตร์ของกลไกที่ใช้ในการคำนวณจะเป็นแบบอย่างง่าย (คิดเป็นการเคลื่อนที่ของมวลที่เป็นอนุภาค)

ในปี ค.ศ. 2004 สุวิน สลีสองสม [16] ทำการประยุกต์ใช้วิธีการหาค่าที่เหมาะสมที่สุดแบบหลายฟังก์ชันเป้าหมายในการลดการสั่นสะเทือนของเครื่องยนต์สูบเดี่ยวในทิศทางตั้งฉากกับฐานและรอบแกนขนานแกนเพลาค้อเหวี่ยง โดยตัวแปรออกแบบประกอบด้วย มวลสลักแกนค้อเหวี่ยง, มวลลูกสูบรวมกับมวลสลักลูกสูบ, ตำแหน่งจุดศูนย์กลางถ่วงมวล และรูปร่างของก้านสูบ

2.3 การลดการสั่นสะเทือนโดยการกันการสั่นสะเทือนออก

การลดการสั่นสะเทือนโดยการกันการสั่นสะเทือนออกเป็นวิธีการเลือกใช้อย่างระมัดระวังเครื่องที่เหมาะสมที่สุด เพื่อลดขนาดของแรงที่ส่งถ่ายจากเครื่องยนต์ไปยังฐาน ซึ่งมีนักวิจัยหลายท่านได้ทำการศึกษาดังนี้

ในปี ค.ศ. 1985 Spikerman และคณะ [12] ได้ทำการเคลื่อนย้ายความถี่ธรรมชาติของระบบออกจากช่วงความถี่ขับ เพื่อลดการส่งถ่ายแรงขนาดสูง ๆ โดยมีหลักการ คือ เมื่อความถี่ตรงกับความถี่ธรรมชาติหนึ่ง ๆ ของระบบจะเป็นผลให้เกิดปรากฏการณ์ที่เรียกว่า รีโซแนนซ์ (Resonance) ซึ่งจะเป็นผลให้การกระจัดและแรงที่ส่งถ่ายผ่านตัวรองรับมีขนาดเพิ่มสูงขึ้น ดังนั้นการย้ายความถี่ธรรมชาติออกจากความถี่ขับที่การทำงานปกติ จะเป็นผลให้แรงส่งถ่ายผ่านฐานมีค่าลดลง

ในปี ค.ศ. 1993 Swanson และคณะ [10, 11] ได้แสดงให้เห็นว่า แรงส่งถ่ายผ่านตัววางรองแท่นเครื่องสามารถทำให้มีค่าต่ำสุดได้โดยตรง โดยการออกแบบตัววางรองแท่นเครื่องที่เหมาะสมที่สุดโดยใช้วิธีการเอสควอิพ (Sequential Quadratic Programming : SQP) โดยมีฟังก์ชันวัตถุประสงค์ในการศึกษาเป็นแรงทั้งหมดที่ส่งถ่ายผ่านตัววางรองแท่นเครื่อง ไปยังฐานและมีข้อบังคับเป็นการยุบตัวทางพลศาสตร์ของจุดศูนย์กลางถ่วงมวลของเครื่องยนต์

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า

ไม่ว่ากรณีใดๆ ในปี ค.ศ. 1995 Synman และคณะ [7] ได้ประยุกต์ใช้การหาค่าที่เหมาะสมที่สุดแบบไม่มีข้อบังคับเพื่อหาค่าต่ำสุดของแรงที่ส่งถ่ายไปยังฐานเครื่องยนต์ 4 สูบแบบตัววี โดยมีตัวแปรออกแบบเป็นขนาดของมวลที่ใช้ในการถ่วงสมดุลและมุมเฟส

ในปี ค.ศ. 2000 Tao และคณะ [8] ได้ศึกษาการหาค่าเหมาะสมที่สุดของระบบเครื่องยนต์เรือสูบเดี่ยว 4 จังหวะ โดยใช้วิธีเอสคิวพีและมีฟังก์ชันวัตถุประสงค์เป็นผลรวมของแรงที่ส่งถ่ายตั้งฉากกับฐานที่ทุกตำแหน่งของตัวยางรองแท่นเครื่อง ตัวแปรในการออกแบบจะเป็นค่าความแข็งและการทำมุมของตัวยางรองแท่นเครื่อง เพื่อหลีกเลี่ยงปัญหาการออกแบบที่ทำให้ความถี่ธรรมชาติเข้าใกล้กับความถี่ขับ พวกเขาจึงได้กำหนดข้อบังคับเกี่ยวกับช่องว่างน้อยสุดของความถี่ทั้งสอง นอกจากนั้นยังได้กำหนดข้อบังคับเกี่ยวกับการตอบสนองทางสถิตยศาสตร์และพลศาสตร์ภายใต้ความถี่ขับอีกด้วย

2.4 แบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของคอมเพรสเซอร์ที่ใช้ในการวิเคราะห์เพื่อลดการสั่นสะเทือน

ผลจากการศึกษาวิจัยที่ผ่านมาพบว่า การสร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของคอมเพรสเซอร์แบบสูบเดี่ยวเพื่อใช้ในการวิเคราะห์การลดการสั่นสะเทือน มีอยู่ 2 แบบ ดังนี้

- 1) พิจารณากลไกคอมเพรสเซอร์แบบสูบเดี่ยวเคลื่อนที่อยู่ในระนาบเท่านั้น
- 2) พิจารณาคอมเพรสเซอร์เคลื่อนที่อยู่ในปริภูมิ (Space)

เทคนิคที่ใช้ในการถ่วงสมดุลพลศาสตร์ของกลไกต่าง ๆ [14] เป็นการพิจารณาแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของคอมเพรสเซอร์แบบสูบเดี่ยวในระนาบเท่านั้น แบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของคอมเพรสเซอร์ที่เคลื่อนที่อยู่ในปริภูมินั้น จะเห็นได้จากงานของ Harris ในปี ค.ศ. 1976 [17] ได้ทำการสร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของเครื่องยนต์สูบเดี่ยวและยางรองแท่นเครื่อง โดยพิจารณาให้เครื่องยนต์เป็นวัตถุแข็งเกร็งที่มีอันดับความอิสระเท่ากับหก และถูกรองรับด้วยตัวกันการสั่นสะเทือนแบบยืดหยุ่น เขาได้ทำการวิเคราะห์หาค่าความถี่ธรรมชาติและโหมดของระบบส่วนงานของ Swanson และคณะ [10, 11], Synman และคณะ [7], และ Tao และคณะ [8] ที่ได้กล่าวในหัวข้อการลดการสั่นสะเทือนด้วยการกันการสั่นสะเทือนออกนั้น ได้ทำการสร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของเครื่องยนต์และยางรองแท่นเครื่อง ที่พิจารณาให้เครื่องยนต์เป็นวัตถุแข็งเกร็งที่มีความอิสระเท่ากับหก และมีภาระกระทำแบบเป็นคาบเนื่องจากการเคลื่อนที่ของชุดกลไกเคลื่อนไปกลับ โดยสมมติให้ยางรองแท่นเครื่องมีความอิสระเท่ากับสาม

จากสรุปงานวิจัยที่ผ่านมา จะเห็นว่าการแก้ปัญหการสั่นสะเทือนที่ต้นเหตุ คือ วิธีการถ่วงสมดุล จากการศึกษพบว่า การถ่วงสมดุลกลไกเคลื่อนที่อยู่ในระนาบ ดังงานของ Zhang และ Chen [13] และงานของ Chiou และคณะ [15] นั้น เป็นปัญหาการหาค่าเหมาะสมที่สุดแบบหลายฟังก์ชันเป้าหมาย โดยถ่วงน้ำหนักวัตถุประสงค์ต่าง ๆ โดยอาศัยประสบการณ์และจากการศึกษาไม่ว่าการออกแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของเครื่องยนต์ที่เคลื่อนที่ในระนาบและปริภูมิ ที่มีตำแหน่งติดตั้งของชุดกลไกเครื่องยนต์สูบเดี่ยวเนื่องจากตำแหน่งจุดศูนย์ถ่วงมวลของเครื่องยนต์ มักพบว่าปัญหาการ

ถ่วงสมดุลแรงและโมเมนต์ที่กระทำกับระบบจะเป็นปัญหาการหาค่าเหมาะสมที่สุดแบบหลายฟังก์ชันเป้าหมาย แต่เนื่องจากวัตถุประสงค์ที่ใช้ในการหาค่าเหมาะสมที่สุดที่ทำให้เกิดการสันสเทือนต่ำสุดเป็นแรงและโมเมนต์ ซึ่งทำให้มองเห็นภาพในการลดการสันสเทือนได้ไม่ชัดเจน ในงานวิจัยนี้จะใช้การสันสเทือนเป็นวัตถุประสงค์แทน ใช้วิธีการหาค่าที่เหมาะสมที่สุดแบบฟังก์ชันเป้าหมายเดียว โดยมีฟังก์ชันเป้าหมาย คือ ค่ารากที่สองของความเร่งกำลังสองเฉลี่ยของการสันสเทือนในทิศทางแนวแกนการเคลื่อนที่ของลูกสูบและตัวแปรที่ใช้ในการออกแบบ คือ ค่าคงที่สปริงของระบบรองรับ



เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

บทที่ 3

ทฤษฎีการวิเคราะห์สั่นสะเทือน

3.1 บทนำ

การเคลื่อนที่ของวัตถุรอบ ๆ จุดสมดุลในช่วงเวลาหนึ่งของการเคลื่อนที่ ไม่ว่าจะการเคลื่อนที่รอบจุดสมดุลนั้นจะเกิดขึ้นในแบบซ้ำตัวเองหรือไม่ก็ตาม เราจะเรียกการเคลื่อนที่นั้นว่า การสั่น (Vibration) หรือ การแกว่ง (Oscillation) ตัวอย่างเช่น การแกว่งตัวของลูกตุ้มนาฬิกา การโยกตัวของเสาสูง การเคลื่อนที่ของมวลที่ติดอยู่บนสปริง เป็นต้น โดยเหล่านี้เป็นตัวอย่างง่าย ๆ ของการสั่น

การสั่นของวัตถุต่าง ๆ เป็นสิ่งหนึ่งที่เกิดขึ้นมาพร้อมกับการถือกำเนิดของโลกนี้ การสั่นของวัตถุต่าง ๆ ที่เกิดขึ้น มีทั้งสิ่งที่ก่อให้เกิดประโยชน์และเป็นที่ต้องการ เช่น การสั่นของเส้นเสียงในการออกเสียงของมนุษย์และสัตว์ สำหรับใช้ในการติดต่อหรือการสั่นของเครื่องดนตรีประเภทเครื่องสายหรือกลอง เป็นต้น ขณะเดียวกันจะมีการสั่นบางอย่างที่ทำให้เกิดโทษและไม่เป็นที่ต้องการ เช่น การสั่นของโครงสร้างเนื่องจากแรงลม การสั่นอย่างรุนแรงเนื่องจากแผ่นดินไหว ซึ่งอาจทำให้เกิดการเสียหายได้ เป็นต้น

การศึกษาเรื่องการสั่นทางวิศวกรรม เป็นการศึกษาเพื่อให้วิศวกรมีความเข้าใจถึงการสั่นที่เกิดขึ้นในส่วนต่าง ๆ ของโครงสร้างหรือของเครื่องจักร ว่ามีคุณลักษณะเฉพาะเป็นอย่างไร วิธีการหลีกเลี่ยงหรือป้องกันการสั่นเพื่อป้องกันไม่ให้เกิดการเสียหาย ว่ามีวิธีการอย่างไรบ้าง รวมถึงการวัดและการควบคุมการสั่นที่อาจเกิดขึ้นในชิ้นส่วนต่าง ๆ ของโครงสร้างหรือเครื่องจักรด้วย

เนื่องจากการศึกษาในเรื่องการสั่นทางวิศวกรรม ถือว่าเป็นการศึกษากการเคลื่อนที่ของวัตถุขึ้นสูง ดังนั้นผู้ศึกษาเรื่องนี้ควรมีพื้นฐานทางด้านพลศาสตร์ทางวิศวกรรม รวมถึงคณิตศาสตร์พื้นฐาน เช่น การแก้สมการอนุพันธ์อยู่ก่อนแล้วและทำให้ในการจัดทำเอกสารชุดนี้ ผู้เรียบเรียงได้จัดทำขึ้นในลักษณะที่คาดว่า ผู้อ่านมีความเข้าใจพื้นฐานในเรื่องดังกล่าวแล้วเป็นอย่างดี และอาจจะมีการเขียนถึงรายละเอียดบางส่วนที่เกี่ยวข้องกับเนื้อหาวิชานั้น ๆ ไปบ้าง เพื่อให้การศึกษาในเรื่องการสั่นทางวิศวกรรมเกิดความกระชับมากยิ่งขึ้น การสั่นทางวิศวกรรมที่จะศึกษาในส่วนแรกจะเป็นการศึกษาเกี่ยวกับการเคลื่อนที่ซ้ำตัวเองของวัตถุ รวมถึงการพิจารณาแรงต่าง ๆ ที่เกี่ยวข้องกับการเคลื่อนที่ของวัตถุหรือของระบบ ระบบที่เราจะทำการศึกษาว่าเกิดการสั่นทางวิศวกรรมมักจะประกอบด้วยองค์ประกอบที่สำคัญสามส่วน ดังนี้

1. อุปกรณ์ที่เป็นแหล่งสะสมพลังงานศักย์ เช่น สปริง หรือวัสดุที่มีความความยืดหยุ่น

ในรูปแบบอื่น

2. อุปกรณ์ที่เป็นแหล่งสะสมพลังงานจลน์ เช่น มวล หรือความเฉื่อยอื่น ๆ ของระบบ
3. อุปกรณ์ที่ทำให้เกิดการสูญเสียพลังงาน เช่น ตัวหน่วง (Damper)

3.2 การสั่นสะเทือนทางวิศวกรรม

การสั่นสะเทือนทางวิศวกรรม ซึ่งเป็นการสั่นสะเทือนของระบบที่ตกอยู่ภายใต้แรงกระทำหรือการสั่นโดยอิสระก็ตาม จะต้องมีการรับกวนระบบซึ่งเป็นค่าอินพุต (Input) ที่ให้กับระบบ และจะมีการสนองตอบ (Response) เป็นผลลัพธ์ (Output) ซึ่งปริมาณทั้งสองนี้จะเป็นปริมาณที่ขึ้นกับเวลา สำหรับการตอบสนองของระบบที่เกิดการสั่นจะขึ้นอยู่กับทั้งสภาพเริ่มต้นของการสั่น และค่าที่ให้กับระบบเมื่อเกิดการสั่นสะเทือน โดยทั่วไประบบที่เกิดการสั่นสะเทือนทางวิศวกรรมมักจะเป็นระบบที่ยุ่งยากและมักจะไม่สามารถพิจารณาองค์ประกอบของการสั่นทั้งหมดได้ด้วยวิธีการทางคณิตศาสตร์ได้ แต่เราอาจจะหาคำตอบในบางลักษณะของการสั่นหรือในบางลักษณะของสภาพการเริ่มต้นของการสั่นได้ รวมถึงเราอาจจะหาได้ค่าที่เกี่ยวข้องกับการสั่นเพียงบางค่าเท่านั้น ไม่ใช่ค่าทั้งหมดที่เกี่ยวข้องกับการสั่นของระบบในการศึกษาเรื่องการสั่นทางวิศวกรรมในเบื้องต้นนี้ มักจะเกี่ยวข้องกับการสร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ (Mathematical Modeling) ซึ่งขั้นตอนการสร้างและวิเคราะห์แบบจำลองคณิตศาสตร์ที่จำลองระบบทางกลหรือโครงสร้างสำหรับการสั่นทางวิศวกรรม มีรายละเอียดดังนี้

3.2.1 การสร้างแบบจำลองทางกายภาพ

ขั้นตอนนี้เป็นการสร้างสมมุติฐานเบื้องต้นของระบบที่เกิดการสั่น โดยเราจะแทนสิ่งที่ มีจริงด้วยแบบจำลองทางกายภาพ เช่น แทนแหล่งสะสมพลังงานศักย์ทุกแบบในระบบด้วยสปริง เป็นต้น แบบจำลองที่สร้างขึ้นนี้ ควรจะสามารถแทนทุกส่วนของระบบจริงให้มากที่สุดเท่าที่จะทำได้เพื่อให้สมการคณิตศาสตร์ที่ได้สามารถแทนการสั่นสะเทือนของระบบได้อย่างถูกต้อง การกำหนดระบบด้วยแบบจำลองทางธรรมชาติ ถือว่าเป็นสิ่งสำคัญและขึ้นอยู่กับดุลพินิจหรือข้อจำกัดของการออกแบบ ว่าควรจะใช้แบบจำลองระบบด้วยแบบจำลองที่มีความแม่นยำเพียงใด ตัวอย่างเช่น การจำลองแบบจำลองของวัตถุอื่นหนึ่ง เราอาจจะพิจารณาจำลองวัตถุนั้นเป็นมวล ลักษณะเป็นจุดหรืออาจจะจำลองเป็นวัตถุเกร็งก็ได้ แต่ความถูกต้องของแบบจำลองก็ขึ้นอยู่กับสภาพการเคลื่อนที่จริงว่าวัตถุนั้นมีการเคลื่อนที่อย่างไร หรือเราอาจจะจำลองระบบว่าเป็นระบบเชิงเส้นหรือระบบไม่เป็นเชิงเส้นก็ได้ แต่ในที่สุดความถูกต้องจะขึ้นอยู่กับว่าผลที่ได้สอดคล้องกับความเป็นจริงมากน้อยเพียงใดนั่นเอง

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

3.2.2 การหาสมการการเคลื่อนที่

หลังจากที่ได้สร้างแบบจำลองทางกายภาพขึ้นแล้ว ขั้นตอนต่อมาก็คือ แทนสมการการเคลื่อนที่ของระบบเข้ากับแบบจำลองที่สร้างขึ้นมา เพื่อสร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์สำหรับการเคลื่อนที่ขึ้น สมการการเคลื่อนที่ของระบบอาจได้มาด้วยวิธีต่าง ๆ หลายวิธี เช่น การใช้กฎการเคลื่อนที่ของนิวตัน การใช้กฎของการอนุรักษ์พลังงานหรือกฎการเคลื่อนที่อื่น ๆ ก็ได้ ซึ่งการสร้างแบบจำลองคณิตศาสตร์นี้ มักจะสิ้นสุดด้วยสมการการเคลื่อนที่ซึ่งมักจะอยู่ในรูปสมการอนุพันธ์สำหรับวิธีการหาสมการการเคลื่อนที่ของแบบจำลองทางกายภาพด้วยวิธีการต่าง ๆ

3.2.3 การหาผลเฉลยสมการการเคลื่อนที่

หลังจากได้สมการการเคลื่อนที่แล้ว ขั้นตอนต่อไปก็คือ การหาผลเฉลยของสมการการเคลื่อนที่ ซึ่งมักจะอยู่ในรูปของสมการอนุพันธ์ ซึ่งอาจจะใช้วิธีการวิเคราะห์ทางคณิตศาสตร์ที่เราศึกษามาในขั้นพื้นฐานได้ก็ได้ เช่น วิธีการแก้สมการอนุพันธ์ปกติหรืออาจใช้วิธีการเปลี่ยนรูปของลาปลาซ (Laplace's transform) เป็นต้น อย่างไรก็ตามหากว่าสมการอนุพันธ์มีความยุ่งยากมาก เช่น เป็นระบบสมการที่มีสมการอยู่หลายสมการหรือเป็นสมการไม่เชิงเส้น เราอาจต้องใช้วิธีการเชิงตัวเลขในการแก้ปัญหา สำหรับในปัจจุบันซึ่งคอมพิวเตอร์ได้พัฒนาให้มีประสิทธิภาพสูง ในขั้นตอนนี้จึงสามารถนำคอมพิวเตอร์มาช่วยแก้ปัญหาคด้วยวิธีเชิงตัวเลขได้เป็นอย่างมาก

อย่างไรก็ตามการแก้ปัญหาคด้วยวิธีเชิงตัวเลขใช้ว่าจะไม่มีข้อจำกัดในการใช้ ข้อจำกัดของการแก้สมการด้วยวิธีเชิงตัวเลข คือ ไม่สามารถบอกลักษณะของคำตอบออกมาในรูปทั่วไปได้ในทุกกรณี นั่นคือ เราจะต้องแทนค่าคุณสมบัติทั้งหมดที่เกี่ยวข้องในสมการเป็นค่าตัวเลข ดังนั้นเมื่อคุณสมบัติของระบบเปลี่ยนไปเพียงเล็กน้อย เราจะต้องใช้วิธีเชิงตัวเลขแก้ปัญหาคใหม่ทั้งหมด ในขณะที่ผลที่ได้จากวิธีการวิเคราะห์ปกติมักจะให้คำตอบออกมาในรูปของฟังก์ชัน ซึ่งการเปลี่ยนคุณสมบัติบางค่าของระบบ อาจสามารถกระทำในขั้นของคำตอบได้โดยตรง

3.3 การวิเคราะห์การสั่นสะเทือนทางวิศวกรรม

การวิเคราะห์การสั่นสะเทือนสามารถกระทำโดยการสร้างแบบจำลองคณิตศาสตร์ขึ้น แล้วนำผลเฉลยทางคณิตศาสตร์มาพิจารณา เพื่อศึกษาผลกระทบของพารามิเตอร์ที่เกี่ยวข้องซึ่งจะมีผลต่อขนาดของการสั่นสะเทือน การสั่นสะเทือนที่นำมาวิเคราะห์หามีทั้งการสั่นสะเทือนที่มีความหน่วงและไม่มีความหน่วง

ในการสร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์เพื่อใช้บรรยายปรากฏการณ์การสั่นสะเทือนนั้น จำนวนพิกัดอิสระ (Independent Coordinate) ที่ใช้ในการบรรยายการเคลื่อนที่ของระบบจะถูกเรียกว่า จำนวนลำดับขั้นความเสรี (Degree of Freedom) ของระบบนั้น ๆ ตัวอย่างเช่น ถ้าอนุภาคอิสระเคลื่อนที่ไปในสามมิติ อนุภาคจะมีลำดับขั้นความเสรีเท่ากับ 3 เพราะต้องการพิกัด $\bar{X}, \bar{Y}, \bar{Z}$

ในการกำหนดตำแหน่งของอนุภาค ในขณะที่วัตถุเคลื่อนที่ในสามมิติ ต้องการลำดับชั้นความถี่เท่ากับ 6 กล่าวคือ ใช้พิกัด $\bar{X}, \bar{Y}, \bar{Z}$ ในการกำหนดตำแหน่ง และมุม $\theta_x, \theta_y, \theta_z$ ในการกำหนดลักษณะการหมุนของวัตถุเกร็งรอบแกน $\bar{X}, \bar{Y}, \bar{Z}$ ด้วย นอกจากนั้นสำหรับวัตถุยืดหยุ่นที่ยาวต่อเนื่อง (Continuous Elastic Body) นั้น ต้องใช้จำนวนพิกัดเป็นอนันต์ในการบรรยายการเคลื่อนที่หรือตำแหน่งของวัตถุดังกล่าว (6 พิกัด สำหรับตำแหน่งแต่ละตำแหน่งบนวัตถุต่อเนื่อง)

3.3.1 การเคลื่อนที่แบบฮาร์โมนิกส์

การเคลื่อนที่โดยทั่วไป สามารถที่จะเป็นการเคลื่อนที่ในรูปแบบใดก็ได้ ไม่มีข้อจำกัดที่แน่นอน แต่ในการสั่นวัตถุที่เกิดการสั่นมักจะมีการเคลื่อนที่กลับไปกลับมา ในรูปแบบต่าง ๆ สำหรับการเคลื่อนที่กลับไปมาซ้ำตัวเองที่ง่ายต่อการพิจารณาและนำมาสร้างแบบจำลองมากที่สุด คือ การเคลื่อนที่แบบฮาร์โมนิกส์ (Harmonics motion) ซึ่งการเคลื่อนที่แบบนี้จะพบมากในชิ้นส่วนทางกลต่าง ๆ และการเคลื่อนที่ที่มีลักษณะเป็นวงกลมรอบจุดคงที่จุดหนึ่ง

งานวิจัยนี้จะกล่าวถึงนิยามและส่วนประกอบต่าง ๆ ที่เป็นพื้นฐานของการเคลื่อนที่แบบฮาร์โมนิกส์ รวมถึงการศึกษาถึงวิธีทางคณิตศาสตร์ที่ใช้ในการวิเคราะห์ฮาร์โมนิกส์หรือการศึกษานุกรมฟูเรียร์ (Fourier's Series) ทั้งในรูปแบบปกติและที่เป็นจำนวนเชิงซ้อนด้วย

นิยามที่เกี่ยวกับการเคลื่อนที่แบบฮาร์โมนิกส์ การเคลื่อนที่แบบเป็นคาบ โดยเฉพาะการเคลื่อนที่แบบฮาร์โมนิกส์ จะเป็นการเคลื่อนที่ที่เราจะศึกษาอย่างละเอียด ในการศึกษาการสั่นทางวิศวกรรมในขั้นพื้นฐานนี้ ดังนั้นในส่วนนี้จะอธิบายถึงนิยามต่าง ๆ ที่เกี่ยวข้องกับการเคลื่อนที่แบบฮาร์โมนิกส์ ซึ่งมีนิยามที่สำคัญดังนี้

รอบ (Cycle) การเคลื่อนที่ของวัตถุจากสภาพสมดุลหรือจากจุดสมดุลเริ่มต้นหนึ่ง ไปในทิศทางหนึ่งจนกระทั่งถึงจุดสูงสุดหรือไกลที่สุดในทิศทางเคลื่อนที่นั้น แล้วย้อนกลับมาผ่านจุดสมดุลและเคลื่อนที่ต่อไปในทิศที่ตรงกันข้ามกับทิศทางแรกจนกระทั่งถึงจุดสูงสุดหรือไกลที่สุดในทิศทางนั้น แล้วกลับมาที่จุดสมดุลอีกครั้งหนึ่ง การเคลื่อนที่ครบวงรอบดังที่กล่าวมานี้ เราจะเรียกว่า วัตถุเคลื่อนที่ครบหนึ่งรอบ (Cycle) ของการสั่นหรือรอบของการเคลื่อนที่

ช่วงกว้าง (Amplitude) ระยะการกระจัดที่วัดจากจุดสมดุลถึงจุดสูงสุดหรือไกลจากจุดสมดุลที่สุดในการเคลื่อนที่ เราเรียกระยะนั้นว่า ช่วงกว้าง (Amplitude) ของการสั่น

คาบการสั่น (Period) คือ ช่วงเวลาที่ใช้ในการเคลื่อนที่ครบหนึ่งรอบการเคลื่อนที่ ซึ่งสัญลักษณ์ที่จะใช้ในที่นี้คือ τ

ความถี่ (Frequency) ความถี่ของการสั่น คือ จำนวนรอบการสั่นที่วัตถุเคลื่อนที่ในหนึ่งหน่วยเวลา ดังนั้นความถี่ f จะมีความสัมพันธ์กับคาบการสั่นคือ

$$f = \frac{1}{\tau} \quad (3.1)$$

หน่วยของความถี่จะเป็นส่วนกลับของเวลา แต่ที่เรานิยามใช้ คือ ส่วนกลับของวินาทีหรือ Hertz, Hz สำหรับความถี่เชิงมุมหรือความเร็วเชิงมุม (Angular frequency หรือ Angular velocity) จะเป็นมุมที่วัตถุเคลื่อนที่รอบจุดศูนย์กลางในหนึ่งหน่วยเวลา ซึ่งความถี่เชิงมุมนี้มีความสัมพันธ์กับความถี่คือ

$$\omega = 2\pi f \quad (3.2)$$

และความถี่เชิงมุมนี้จะมีหน่วยเป็น rad/sec

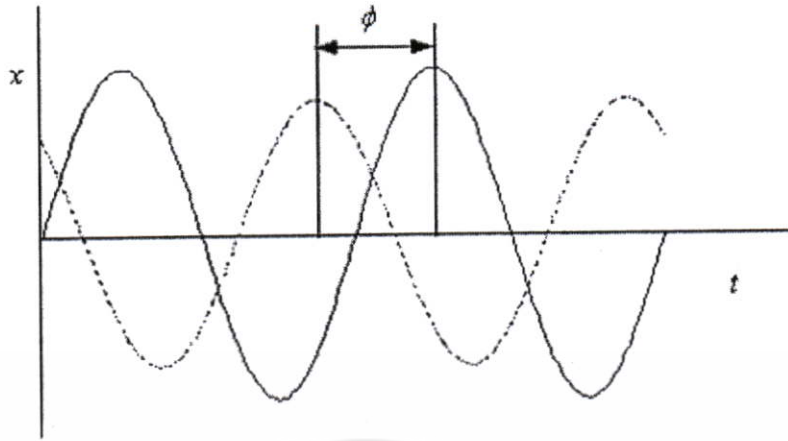
อย่างไรก็ตาม แม่นิยามของความถี่และความถี่เชิงมุมจะต่างกัน แต่ความแตกต่างนี้จะไม่ค่อยได้รับความสนใจในการเส้นทางวิศวกรรมมากนัก อาจเป็นเพราะมีความสัมพันธ์ระหว่างทั้งสองค่าอยู่แล้ว โดยในการพิจารณาเรื่องการเส้นทางวิศวกรรม เมื่อก้าวถึงความถี่เราอาจหมายถึงได้ทั้งความถี่ f และความถี่เชิงมุม ω ซึ่งการที่จะบอกให้แน่ชัดว่าเป็นค่าใด นั้นจะใช้สังเกตจากหน่วยของปริมาณนั้น นอกจากนั้นแล้วเมื่อก้าวถึงความถี่ มักจะหมายถึง ความถี่เชิงมุม ω มากกว่าค่า f

มุมเฟส (Phase angle) หากเราพิจารณาการเคลื่อนที่ของวัตถุที่เป็นอิสระต่อกัน 2 วัตถุ โดยทั้งสองมีสมการการเคลื่อนที่

$$x_1 = A_1 \sin \omega t \quad (3.3)$$

$$x_2 = A_2 \sin(\omega t + \phi) \quad (3.4)$$

ซึ่งกราฟแสดงการเคลื่อนที่ของวัตถุทั้งสองนี้ แสดงในรูปที่ 3.1 จากสมการการเคลื่อนที่ที่กำหนดให้นี้ เราสามารถกล่าวได้ว่าการเคลื่อนที่ของวัตถุทั้งสองนี้สอดคล้องกัน (Synchronous) เพราะทั้งคู่เกิดการเคลื่อนที่ด้วยความถี่ ω ที่เท่ากัน ซึ่งการเคลื่อนที่ที่สอดคล้องกันนี้ไม่จำเป็นต้องมีช่วงกว้างเท่ากัน อีกทั้งยังไม่มีควมจำเป็นที่วัตถุทั้งสองจะถึงจุดการเคลื่อนที่สูงสุดพร้อมกัน และมุมเฟส คือ มุมที่วัตถุสองชิ้นเคลื่อนที่ถึงจุดสูงสุดแตกต่าง โดยวัตถุทั้งสองชิ้นต้องเคลื่อนที่สอดคล้องกัน จากรูปที่ 3.1 เราจะพบว่ากราฟ $x_2 = A_2 \sin(\omega t + \phi)$ จะถึงจุดสูงสุดก่อนที่กราฟ $x_1 = A_1 \sin \omega t$ จะถึงจุดสูงสุด ซึ่งเราสามารถกล่าวได้อีกอย่างหนึ่งว่า การเคลื่อนที่ทั้งสองมีเฟสแตกต่างกันเท่ากับ ϕ โดยการเคลื่อนที่ของ $x_2 = A_2 \sin(\omega t + \phi)$ จะนำ (Lead) คือ ขึ้นถึงจุดสูงสุดก่อนวัตถุ $x_1 = A_1 \sin \omega t$ ในการเคลื่อนที่ในรอบเดียวกันอยู่เท่ากับ ϕ



รูปที่ 3.1 การเคลื่อนที่ที่มุมเฟสที่แตกต่างกัน

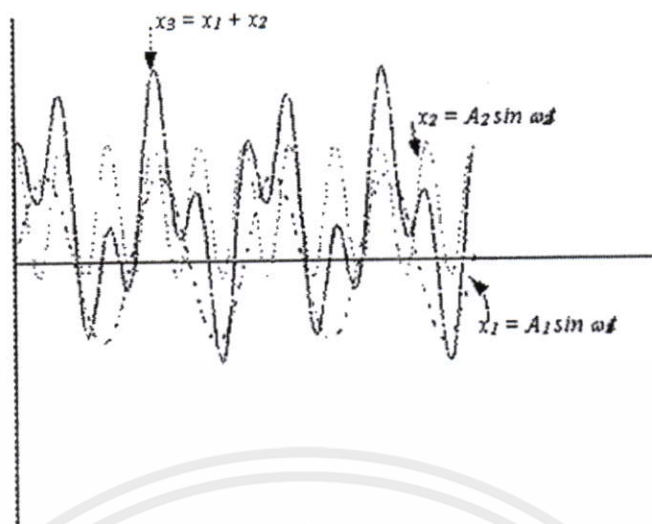
การเคลื่อนที่แบบฮาร์โมนิกอย่างง่ายนี้ ถ้าเราพิจารณาอีกลักษณะหนึ่งเราก็อาจจะมองได้ เหมือนกับการเคลื่อนที่ของคลื่น ตัวอย่างเช่น การเคลื่อนที่ $x_1 = A_1 \sin \omega_1 t$ และ $x_2 = A_2 \sin \omega_2 t$ หากเรานำการเคลื่อนที่ทั้งสองมารวมกัน เราจะได้การเคลื่อนที่ที่เป็นลักษณะฮาร์โมนิกอีกแบบหนึ่ง นั่นคือ ถ้า $x_3 = x_1 + x_2$ เราจะได้การเคลื่อนที่ที่เป็น

$$x_3 = A_1 \sin(\omega_1 t) + A_2 \sin(\omega_2 t) \quad (3.5)$$

ซึ่งกราฟแสดง x_1, x_2 และ x_3 ได้แสดงไว้ในรูปที่ 3.2 ซึ่งการรวมการเคลื่อนที่นี้ จะเห็นว่า จะคล้ายกับการรวมคลื่น การรวมการเคลื่อนที่ในลักษณะนี้จะเกิดขึ้นในกรณีที่มีลำดับชั้น ความเป็นอิสระที่มากกว่าหนึ่งแล้วมวลในระบบเกิดการสั่นขึ้น ซึ่งโดยปกติแล้วระบบที่มีลำดับ ชั้นความเป็นอิสระ n จะมีความถี่ธรรมชาติเท่ากับ n ค่า การที่ระบบทั้งระบบสั่นด้วยความถี่ ธรรมชาติความถี่ใดความถี่หนึ่ง เราเรียกว่า ระบบเกิดการสั่นในโหมดปกติ (Normal Mode) อย่างไรก็ตาม ระบบสามารถที่จะสั่นในความถี่ธรรมชาติหลายๆ ความถี่ได้พร้อมกัน ซึ่งลักษณะ ก็จะเป็นการสั่นที่รวมความถี่ธรรมชาติหลายความถี่เข้าด้วยกัน

จากรูปที่ 3.2 การเคลื่อนที่ที่ได้จากการรวมการเคลื่อนที่สองส่วนเข้าด้วยกัน เราจะพบว่าทั้ง ช่วงกว้างการสั่นและความถี่ไม่จำเป็นที่จะต้องเท่ากับการเคลื่อนที่ค่าใดค่าหนึ่ง ในการรวมการ เคลื่อนที่หรือคลื่นเข้าด้วยกัน จะเกิดปรากฏการณ์ที่น่าสนใจปรากฏการณ์หนึ่ง คือ ถ้าการเคลื่อนที่ ทั้งสองมีความถี่ใกล้เคียงกันมาก

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้คัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



รูปที่ 3.2 การรวมการสั่นสะเทือน

3.3.2 การสั่นสะเทือนแบบอิสระที่มีความหน่วง (Damped Free Vibration)

การสั่นสะเทือนแบบอิสระที่มีความหน่วง ความหน่วงจะดึงพลังงานออกจากระบบ แอมพลิจูดของการเคลื่อนที่จะค่อย ๆ ลดลง ตัวหน่วง แบ่งออกได้ 3 ชนิด คือ

1. ความหน่วงแบบหนืด (Viscous Damping) ซึ่งเป็นชนิดที่ใช้กันทั่ว ๆ ไป แรงต้านการเคลื่อนที่ขณะที่วัตถุเคลื่อนด้วยความเร็วค่าผ่านของเหลวจะเป็นสัดส่วนโดยตรงกับความเร็วของวัตถุ
2. ความหน่วงแบบความเสียดทานแห้ง (Dry-friction Damping) เป็นการหน่วงการเคลื่อนที่ในขณะที่พื้นผิวของวัตถุสัมผัสซึ่งกันและกัน โดยที่ไม่มีของเหลวคั่นระหว่างพื้นผิววัตถุทั้งสอง โดยการหน่วงการเคลื่อนที่จะมีค่าคงตัว ขึ้นอยู่กับชนิดของวัสดุ
3. ความหน่วงแบบความเสียดทานภายในของแข็งหรือโครงสร้าง หรือเรียกว่า ฮิสเทอริซิส (Hysterisis Damping) เป็นการหน่วงการเคลื่อนที่ที่เกิดจากการเสียดทานภายในเนื้อของวัตถุในขณะที่วัตถุเกิดการผิดรูป โดยการหน่วงชนิดนี้จะเป็นสัดส่วนกับแอมพลิจูดของการกระจัดและไม่ขึ้นกับความถี่ของระบบ

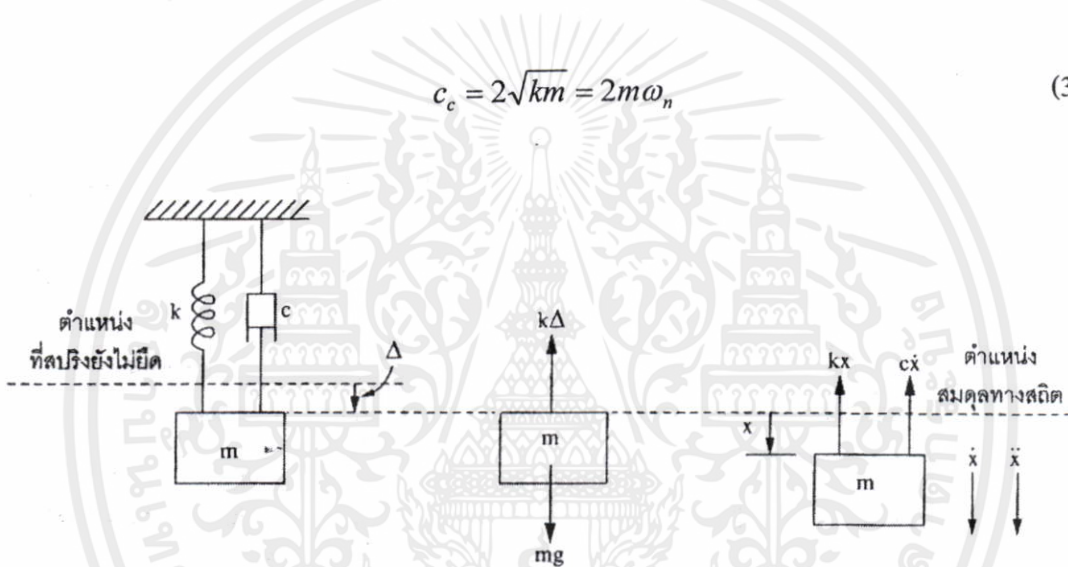
ระบบการสั่นสะเทือนแบบอิสระที่ไม่มี ความหน่วงนั้นเป็นระบบทางอุดมคติ ระบบต่าง ๆ ที่ใช้งานอยู่จริงจะมีความหน่วงแฝงอยู่ ซึ่งความหน่วงนี้จะเป็นตัวที่ทำให้เกิดการสูญเสียพลังงานของระบบไป ถ้าปริมาณของพลังงานสูญเสียเนื่องจากความหน่วงนี้มีค่ามากไปในการวิเคราะห์การคำนวณว่ากรณีใด ๆ ระบบก็จะต้องนำเอาความหน่วงนี้มาคิดด้วย ความหน่วงที่จะทำการวิเคราะห์และพิจารณาในที่นี้จะเป็นความหน่วงแบบหนืด (Viscous Damping)

การหน่วงแบบหนืดนี้จะก่อให้เกิดแรงต้านการเคลื่อนที่ ซึ่งเป็นสัดส่วนกับความเร็วของการเคลื่อนที่ของมวล ซึ่งเขียนได้เป็น $F_d = c\dot{x}$ เมื่อ F_d คือ แรงที่เกิดจากความหน่วง, c คือ ค่าความหน่วง และ \dot{x} คือ อัตราเร็วของมวล ดังนั้นสมการการเคลื่อนที่ของระบบจะสามารถเขียนได้จากฟังก์ชันแรงอิสระและกฎข้อที่สองของนิวตันได้เป็น

$$m\ddot{x} + c\dot{x} + kx = 0 \tag{3.6}$$

เพื่อให้ง่ายต่อการอธิบายและการเข้าใจถึงระบบดังกล่าว เทอมความหน่วงวิกฤต (Critical Damp, c_c) จะถูกกำหนดขึ้นเพื่อนำมาเปรียบเทียบกับค่าความหน่วงสมบูรณ์ในระบบ

$$c_c = 2\sqrt{km} = 2m\omega_n \tag{3.7}$$



รูปที่ 3.3 ระบบมวลเดี่ยวที่มีความหนืด

ดังนั้น ค่าความหน่วงของระบบจะถูกเขียนใหม่เป็นเทอมไร้มิติเมื่อเทียบกับค่าความหน่วงวิกฤตเป็น

$$\zeta = \frac{c}{c_c} \tag{3.8}$$

ซึ่งเรียกว่า อัตราส่วนความหน่วง (Damping Ratio)

สมการที่ (3.6) จะสามารถเขียนใหม่โดยนำเอาค่ามวล m หารตลอด และแทนค่า $\omega_n = \sqrt{\frac{k}{m}}$

และค่าในสมการที่ (3.7) และ (3.8) ลงไปจะได้สมการในรูป

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า

ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหานี้ในเอกสารใดๆทั้งสิ้น

$$\ddot{x} + 2\zeta\omega_n\dot{x} + \omega_n^2x = 0 \tag{3.9}$$

ซึ่งสมการที่ (3.9) เป็นสมการการเคลื่อนที่ของระบบที่อยู่ในรูปของสมการอนุพันธ์ย่อยอันดับสอง ผลเฉลยของสมการดังกล่าว สามารถเขียนอยู่ในรูปของ

$$x = Ae^{s_1 t} + Be^{s_2 t} \tag{3.10}$$

โดยที่

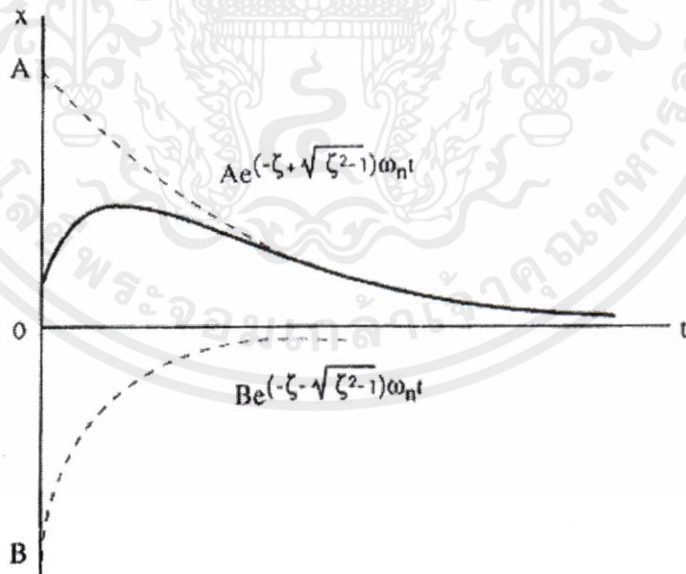
$$s_{1,2} = (-\zeta \pm \sqrt{\zeta^2 - 1})\omega_n \tag{3.11}$$

เมื่อแทนค่าสมการที่ (3.11) ในสมการที่ (3.10) จะได้ผลเฉลยของขนาดการสั่นสะเทือนอยู่ในรูป

$$x = e^{-\zeta\omega_n t} (Ae^{\sqrt{\zeta^2 - 1}\omega_n t} + Be^{-\sqrt{\zeta^2 - 1}\omega_n t}) \tag{3.12}$$

ผลเฉลยของสมการที่ (3.12) นั้นขึ้นอยู่กับค่าอัตราส่วนของความหน่วง ζ ในรากที่สอง

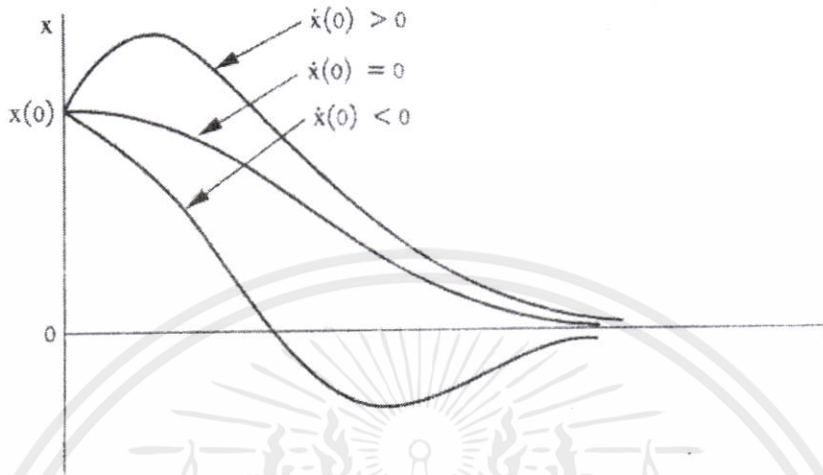
ในกรณีที่ระบบมีความหน่วงสูง ($c > c_c$ หรือ $\zeta > 1$) จะทำให้เทอมในรากที่สองมีค่าเป็นจำนวนจริง (Real Number) การสั่นสะเทือนจะลดขนาดลงในลักษณะของเลขชี้กำลัง (Exponential) แปรตามเวลาโดยไม่มีการเคลื่อนที่กลับไปกลับมา กรณีดังกล่าวนี้จะถูกเรียกว่า กรณีการเคลื่อนที่แบบความหน่วงเกิน (Overdamped Motion) รูปที่ 3.4 แสดงถึงการเคลื่อนที่ลักษณะดังกล่าว



รูปที่ 3.4 การสั่นสะเทือนเมื่ออัตราส่วนความหน่วง $\zeta > 1$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ในกรณีที่ระบบมีความหน่วงเท่ากับความหน่วงวิกฤต ($c = c_c$ หรือ $\zeta = 1$) ระบบจะถูกเรียกว่า ระบบมีการเคลื่อนที่แบบความหน่วงวิกฤต (Critical Damped Motion) การเคลื่อนที่ที่จะลดขนาด

ลงโดยอาจมีการเคลื่อนที่กลับไปกลับมาเล็กน้อย แล้วแต่เงื่อนไขเริ่มต้นของระบบ รูปที่ 3.5 แสดงการสั่นสะเทือนดังกล่าว



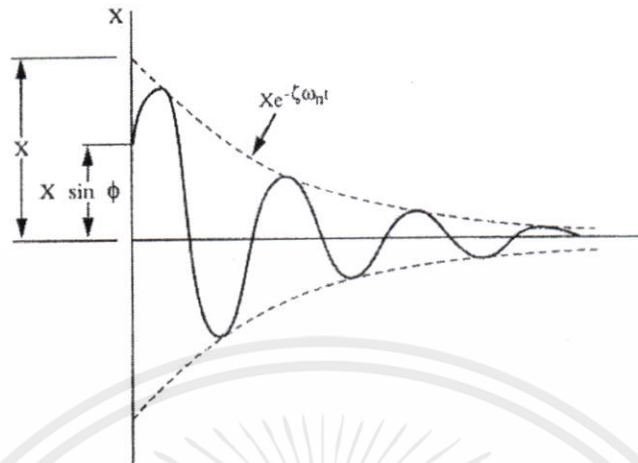
รูปที่ 3.5 การสั่นสะเทือนเมื่ออัตราส่วนความหน่วง $\zeta = 1$

ในกรณีที่สาม คือ กรณีที่ค่าหน่วงของระบบน้อยกว่าค่าความหน่วงวิกฤต ($c < c_c$ หรือ $\zeta < 1$) ซึ่งมักจะเรียกกรณีดังกล่าวเป็นกรณีที่มีการเคลื่อนที่แบบความหน่วงน้อย (Underdamped Motion) เมื่อแทนค่าอัตราส่วนความหน่วง ζ ซึ่งมีค่าน้อยกว่าหนึ่งลงในสมการที่ (3.11)

$$x = e^{-\zeta\omega_n t} [D \sin(\omega_d t + \phi)] \quad (3.13)$$

เมื่อ	ϕ	คือ มุมเฟส (Phase Angle)
	D	เป็นค่าคงที่ ซึ่งหาได้จากเงื่อนไขเริ่มต้น
	ζ	คือ อัตราส่วนความหน่วง (Damping Ratio) = c / c_c
	c_c	เป็นค่าความหน่วงวิกฤต (Critical Damping) ซึ่งมีค่าเท่ากับ $2\sqrt{km}$
	ω_n	เป็นค่าความถี่ธรรมชาติ (Natural Frequency) ซึ่งมีค่าเท่ากับ $\sqrt{k/m}$
	ω_d	เป็นค่าความถี่ของระบบซึ่งมีค่าเท่ากับ $\omega_n \sqrt{1 - \zeta^2}$

รูปที่ 3.6 แสดงถึงผลเฉลยของสมการที่ (3.13) ซึ่งจะเป็นขนาดของการสั่นสะเทือนที่เป็นการเคลื่อนที่แบบกลับไปกลับมา (Oscillating Motion) และลดขนาดลงจนมีค่าเข้าสู่ศูนย์ เมื่อเวลาผ่านไปอัตราค่าลดลงของขนาดการสั่นสะเทือนนี้ ก็จะขึ้นกับค่าอัตราส่วนความหน่วงของระบบว่ามีมากหรือน้อย



รูปที่ 3.6 การสั่นสะเทือนเมื่ออัตราส่วนความหน่วง $\zeta < 1$

การเคลื่อนที่แบบกรณีนี้จะเป็นกรณีที่สำคัญควรแก่การพิจารณา เนื่องจากการเคลื่อนที่แบบกลับไปกลับมา นี้ มักจะเป็นต้นเหตุของความล้าและความเสียหายต่อชิ้นส่วนของเครื่องจักร โดยมีสาเหตุจากขนาดของการสั่นสะเทือนที่มีมาก

3.3.3 การลดลงแบบลอการิทึม (Logarithmic Decrement)

ในระบบของการทำงานจริงนั้น เรามักไม่ทราบค่าความหน่วงของระบบ ดังนั้นจึงจำเป็นต้องคำนวณหาค่าความหน่วงจากการวัดขนาดของการสั่นสะเทือนแบบอิสระของระบบที่ลดลง โดยเมื่อพิจารณาจากกราฟการสั่นสะเทือนในรูปที่ 3.5 ค่าลอการิทึมของอัตราส่วนของขนาดการสั่นสะเทือนในแต่ละคาบที่อยู่ติดกันไปในั้น จะสามารถเขียนได้เป็น

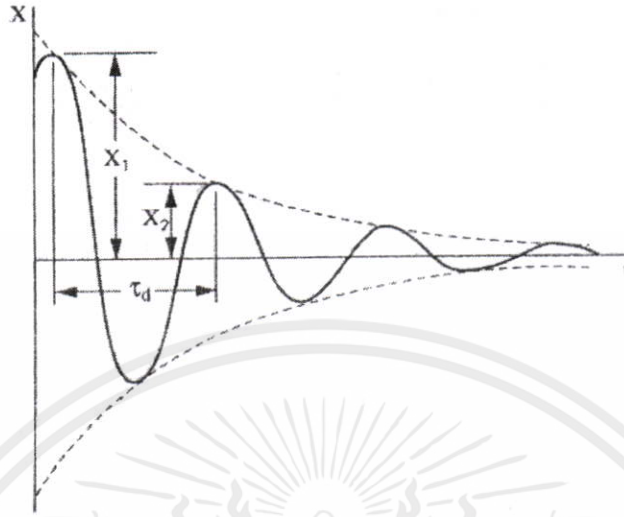
$$\delta = \ln \left[\frac{X_1}{X_2} \right] \quad (3.14)$$

และจากค่าแอมพลิจูด X ในสมการที่ (3.13) และสมการที่ (3.14) สามารถเขียนใหม่ได้เป็น

$$\delta = \ln \frac{e^{-\zeta \omega_d t} [D \sin(\omega_d t + \phi)]}{e^{-\zeta \omega_d (t + \tau_d)} [D \sin(\omega_d (t + \tau_d) + \phi)]} \quad (3.15)$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า โดยที่ τ_d คือ คาบ (Period) ในการสั่นสะเทือน ไม่ว่าจะกรณีใด ๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งยังมีเหตุผลบางเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$\tau_d = \frac{2\pi}{\omega_d} = \frac{2\pi}{\omega_n \sqrt{1-\zeta^2}} \quad (3.16)$$



รูปที่ 3.7 การลดลงของขนาดการสั่นสะเทือน

$$\sin(\omega_d t + \phi) = \sin(\omega_d (t + \tau_d) + \phi)$$

$$\delta = \ln \frac{e^{-\zeta \omega_n t}}{e^{-\zeta \omega_n (t + \tau_d)}} = \ln e^{\zeta \omega_n \tau_d}$$

$$\delta = \zeta \omega_n \tau_d$$

แทนค่า τ_d จากสมการที่ (3.9) จะได้

$$\delta = \frac{2\pi\zeta}{\omega_n \sqrt{1-\zeta^2}} \quad (3.17)$$

สำหรับค่า ζ ที่น้อย

$$\delta \cong 2\pi\zeta \quad (3.18)$$

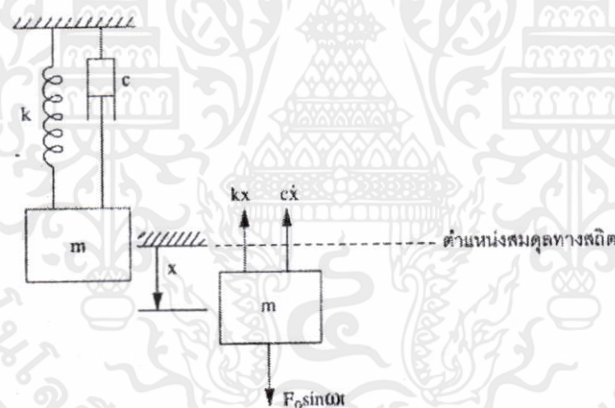
ดังนั้นจากสมการที่ (3.17) หรือ (3.18) เราจะสามารถหาค่าอัตราส่วนความหน่วง ζ ได้จากการรู้ค่าการลดลงแบบลอการิทึม δ ซึ่งได้จากการวัด

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้คัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

3.3.4 การสั่นสะเทือนแบบถูกกระตุ้น (Forced Vibration)

การสั่นสะเทือนแบบถูกกระตุ้น เป็นการสั่นสะเทือนที่เกิดจากแรงภายนอกมากระตุ้น และการสั่นสะเทือนจะเป็นไปตามลักษณะของแรงภายนอกและความถี่ของแรงที่มากระตุ้นระบบ ลักษณะของแรงภายนอกที่มากระตุ้นระบบ มีได้หลายรูปแบบ อาทิ การกระตุ้นในลักษณะฮาร์โมนิก (Harmonic) การเคลื่อนที่แบบฮาร์โมนิกเป็นการเคลื่อนที่กลับไปกลับมาเป็นรูปลูกคลื่นไซน์ (Sine) หรือโคไซน์ (Cosine) ในลักษณะเป็นคาบ (Periodic) หรือในลักษณะสุ่ม (Random) เป็นต้น ในเครื่องจักรหมุน การกระตุ้นของระบบมักจะมีอยู่ในรูปของแรงกระตุ้นแบบคาบและเนื่องจากแรงกระตุ้นแบบเป็นคาบนั้น จะสามารถแยกย่อยออกเป็นผลรวมของการกระตุ้นแบบฮาร์โมนิกที่มีความถี่ต่าง ๆ กันได้ ดังนั้นจึงนิยมที่จะพิจารณาพฤติกรรมของการสั่นสะเทือนโดยใช้แบบจำลองในรูปแบบฮาร์โมนิก

การวิเคราะห์การสั่นสะเทือนแบบถูกกระตุ้นนี้ สามารถกระทำได้โดยพิจารณาจากระบบมวลเดี่ยวที่มีความหน่วงภายใต้การกระตุ้นด้วยแรงแบบฮาร์โมนิกที่มีความถี่ ω รูปที่ 3.8 แสดงถึงระบบดังกล่าว



รูปที่ 3.8 ระบบมวลเดี่ยวภายใต้การกระตุ้นแบบฮาร์โมนิก

สมการเคลื่อนที่ของระบบสามารถเขียนโดยใช้ฝั่งแรงอิสระและกฎข้อที่สองของนิวตัน ได้เป็น

$$m\ddot{x} + c\dot{x} + kx = F_0 \sin \omega t \quad (3.19)$$

ผลเฉลยของสมการนี้จะแบ่งเป็นสองส่วน ส่วนแรก จะเป็นผลเฉลยของการสั่นสะเทือนแบบอิสระ $m\ddot{x} + c\dot{x} + kx = 0$ ซึ่งผลเฉลยมีค่าเท่ากับ $x = e^{-\zeta\omega_n t} [D \sin(\omega_d t + \phi)]$ ซึ่ง x จะมีขนาดการเคลื่อนที่ลดลงเป็นศูนย์เมื่อเวลาผ่านไป ผลเฉลยส่วนนี้จะถูกเรียกว่า การเคลื่อนที่แบบสภาวะเปลี่ยนแปลง หรือการเคลื่อนที่แบบทรานเซียน (Transient State Motion)

ส่วนการสั่นสะเทือนส่วนที่เหลือที่ยังเกิดขึ้นอย่างต่อเนื่อง จะเป็นส่วนที่เกิดจากแรงกระตุ้น $F_0 \sin \omega t$ ซึ่งจะมีการเคลื่อนที่อยู่ในรูปเดียวกับแรงกระตุ้น ผลเฉลยของการสั่นสะเทือนส่วนที่สองนี้ ซึ่งถูกเรียกว่า การเคลื่อนที่แบบสภาวะคงตัว (Steady State Motion) จะสามารถเขียนได้เป็น

$$x = X \sin(\omega t - \phi) \tag{3.20}$$

เมื่อ

X เป็นขนาดของการสั่นสะเทือนที่มีค่าสูงสุด

ϕ เป็นมุมเฟสที่เทียบกับแรงที่มากระตุ้น

ขนาดของค่า X สามารถเขียนได้เป็น

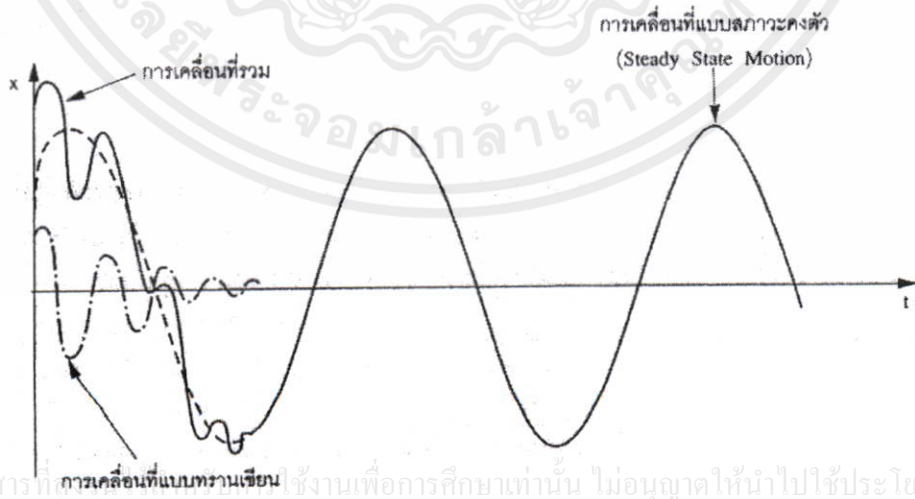
$$X = \frac{F_0}{\sqrt{(k - m\omega^2)^2 + (c\omega)^2}} \tag{3.21}$$

$$\phi = \tan^{-1} \left[\frac{c\omega}{k - m\omega^2} \right] \tag{3.22}$$

ดังนั้น ผลเฉลยรวมของการเคลื่อนที่ภายใต้แรงกระตุ้นแบบฮาร์โมนิกส์ สามารถเขียนได้เป็น

$$x = e^{-\zeta\omega_d t} [D \sin(\omega_d t + \phi_d)] + X \sin(\omega t - \phi) \tag{3.23}$$

รูปที่ 3.9 เป็นผลเฉลยของสมการที่ (3.10) ซึ่งจะเห็นได้ว่าในช่วงแรกขนาดของการสั่นสะเทือนเป็นผลรวมของการเคลื่อนที่ทั้งสองแบบ และเมื่อการเคลื่อนที่แบบทรานเซียนได้ลดขนาดลงเป็นศูนย์ การสั่นสะเทือนจะมีรูปร่างเป็นไปตามสมการที่ (3.7)



เอกสารนี้เป็นเอกสารที่เผยแพร่ฟรี ใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า

รูปที่ 3.9 การสั่นสะเทือนแบบถูกกระตุ้น โดยในช่วงแรกมีผลเฉลยของการสั่นสะเทือนแบบอิสระรวมอยู่

3.4 หน่วยวัดขนาดสัญญาณการสั่นสะเทือน

เมื่อสัญญาณการสั่นสะเทือนไม่ว่าจะเป็น การกระจัด ความเร็ว หรือความเร่งนั้น อยู่ในรูปคลื่นรูปไซน์ หรือรูปเป็นคาบ ซึ่งจะมีทั้งค่าบวกและลบและมีค่าแปรเปลี่ยนตามเวลา การบอกขนาดของสัญญาณการสั่นสะเทือน ในลักษณะการบอกขนาดโดยรวม (Overall Value of Vibration) ที่นิยมใช้กันมีดังต่อไปนี้คือ

1. ระดับยอดสูงสุด (Peak Level) เป็นการบอกค่าระดับสูงสุดของสัญญาณที่เบี่ยงเบนไปจากระดับศูนย์ ทั้งนี้มีได้คำนึงถึงลักษณะการสั่นสะเทือนอย่างอื่น คำนี้นิยมใช้วัดการสั่นสะเทือนที่เกิดจากการกระแทกในช่วงเวลาสั้น ๆ

2. ระดับยอดสูงสุดถึงยอดสูงสุดอีกยอดหนึ่ง (Peak to Peak Level) ซึ่งก็คือ การบอกค่าขนาดของสัญญาณที่วัดจากจุดสูงสุดทางบวกกับจุดต่ำสุดทางลบ

3. ค่าเฉลี่ย (Average Level) เป็นค่าเฉลี่ยของสัญญาณที่เกิดขึ้นในช่วงเวลาหนึ่ง ๆ ในกรณีทั่ว ๆ ไปที่สัญญาณการสั่นสะเทือนมีค่าเป็นทั้งบวกและลบเมื่อเทียบกับตำแหน่งสมดุล ซึ่งจะทำให้ค่าเฉลี่ยเป็นศูนย์ ค่าเฉลี่ยในกรณีนี้จะคิดโดยทำการเปลี่ยนเครื่องหมายของขนาดสัญญาณที่ลบให้เป็นบวก (Rectified) แล้วจึงคิดค่าเฉลี่ยออกมา

4. ค่ารากที่สองกำลังสองเฉลี่ย (RMS, Root Mean Square) เป็นค่าที่ได้จากการนำสัญญาณที่วัดได้ในโดเมนเวลาที่เกิดขึ้นในช่วงหนึ่ง ๆ มายกกำลังสอง แล้วทำการเฉลี่ยตลอดคาบและถอดรากที่สอง

$$x_{rms} = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T x^2(t) dt} \quad (3.24)$$

5. ค่าแฟกเตอร์เครสต์ (Crest Factor) เป็นค่าอัตราส่วนของ Peak Level กับ RMS Level ซึ่งค่าดังกล่าวจะให้ข้อมูลว่าลักษณะสัญญาณการสั่นสะเทือนที่วัดได้ มีแนวโน้มเป็นการสั่นสะเทือนลักษณะแบบกระแทก (Impulse) หรือแบบสุ่ม (Random) ในกรณีที่เป็นการสั่นสะเทือนแบบกระแทกค่าแฟกเตอร์เครสต์จะสูง ส่วนกรณีที่เป็นลักษณะสุ่มค่าแฟกเตอร์เครสต์จะต่ำ

3.5 การวิเคราะห์แบบสเปกตรัม

สัญญาณการสั่นสะเทือนจะเป็นสัญญาณแบบฮาร์โมนิกส์ ซึ่งเป็นไปตามลักษณะของแรงที่มากกระตุ้นซึ่งเป็นแบบฮาร์โมนิกส์ด้วย และเป็นสัญญาณที่ถูกแสดงอยู่บนโดเมนเวลา การวินิจฉัยสภาพหรือข้อบกพร่องของระบบ จะได้จากการพิจารณาขนาดของการสั่นสะเทือนเพียงอย่างเดียว ถ้าหากแรงที่มากกระตุ้นไม่อยู่ในรูปของสัญญาณฮาร์โมนิกส์ แต่เป็นสัญญาณลักษณะเป็นคาบ ในการวิเคราะห์จำเป็นต้องใช้วิธีการที่จะแปลงสัญญาณลักษณะเป็นคาบออกมาเป็น

สัญญาณฮาร์โมนิกส์ เพื่อให้ง่ายต่อการวิเคราะห์โดยใช้การแปลงแบบฟูรีเยร์ และเมื่อได้ข้อมูลหรือผลเฉลยซึ่งประกอบด้วยสัญญาณการสั่นสะเทือนที่มีความถี่ต่าง ๆ กัน ก็จะสามารถวินิจฉัยได้ละเอียดขึ้นถึงต้นเหตุของการสั่นสะเทือนได้ การวิเคราะห์สัญญาณการสั่นสะเทือนบนโดเมนความถี่ ก็คือ การวิเคราะห์แบบสเปกตรัม เป็นการแปลงแบบฟูรีเยร์ ซึ่งทำการแปลงสัญญาณลักษณะเป็นคาบมาเป็นสัญญาณฮาร์โมนิกส์ที่มีความถี่ต่าง ๆ กัน และการนำหลักการแปลงแบบฟูรีเยร์มาใช้แปลงสัญญาณการสั่นสะเทือนบนโดเมนเวลาให้เป็นสัญญาณการสั่นสะเทือนบนโดเมนความถี่

3.5.1 การแปลงแบบฟูรีเยร์ (Fourier Transform)

การสั่นสะเทือนแบบถูกกระตุ้น เกิดจากแรงที่มากกระตุ้นอาจจะเกิดจากสาเหตุต่าง ๆ กัน และรูปแบบของแรงอาจไม่ใช่แบบฮาร์โมนิกส์ แต่อาจเป็นการเคลื่อนที่แบบลักษณะคาบ (Periodic Motion) ซึ่งเป็นการเคลื่อนที่ที่รูปแบบเหมือนกันในแต่ละคาบ แต่ไม่ใช่รูปของคลื่นรูปไซน์ รูปแบบการเคลื่อนที่แบบเป็นคาบนี้จะสามารถแยกเขียนออกมาเป็นผลรวมของการเคลื่อนที่แบบฮาร์โมนิกส์ที่มีความถี่ต่าง ๆ กันได้ โดยการใช้วิธีของฟูรีเยร์ (Fourier) ถ้าให้ $x(t)$ เป็นการเคลื่อนที่แบบเป็นคาบที่มีคาบเท่ากับ τ จะสามารถเขียน $x(t)$ เป็นสมการอนุกรมฟูรีเยร์ (Fourier Series) ได้ดังนี้

$$x(t) = \frac{a_0}{2} + a_1 \cos \omega_1 t + a_2 \cos \omega_2 t + \dots + b_1 \sin \omega_1 t + a_2 \sin \omega_2 t + \dots \quad (3.25)$$

โดยที่ $\omega_1 = \frac{2\pi}{\tau}$, $\omega_n = n\omega_1$; $n = 1, 2, 3, \dots$

และค่าสัมประสิทธิ์ a_n และ b_n หาได้จาก

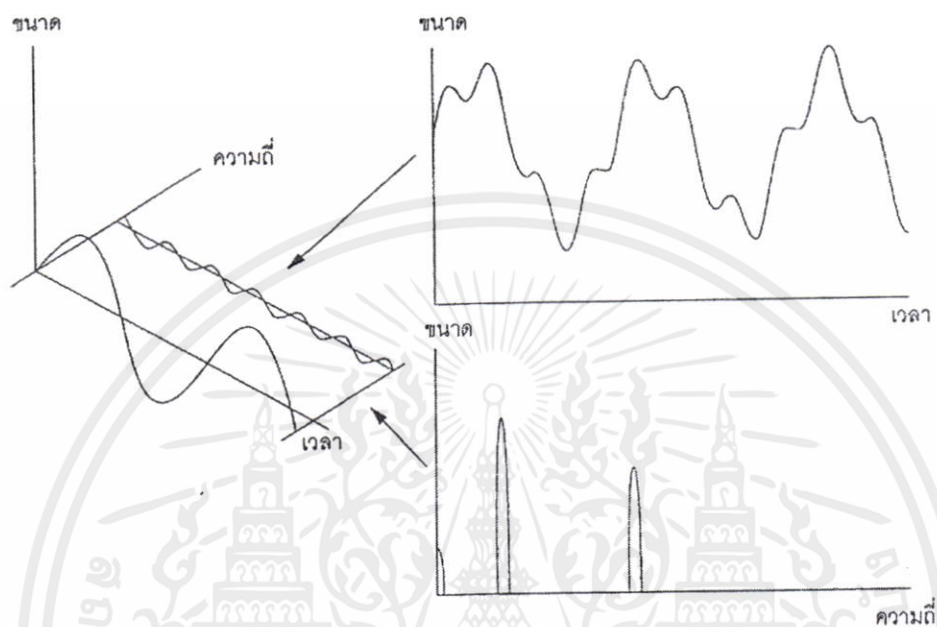
$$a_n = \frac{2}{\tau} \int_{-\frac{\tau}{2}}^{\frac{\tau}{2}} x(t) \cos \omega_n t dt \quad (3.26)$$

$$b_n = \frac{2}{\tau} \int_{-\frac{\tau}{2}}^{\frac{\tau}{2}} x(t) \sin \omega_n t dt \quad (3.27)$$

เอกสารนี้เป็นเมื่อนำสมการที่ (3.25) มาเขียนโดยใช้แกนในแนวตั้งเป็นขนาดของการสั่นสะเทือน และแกน
ไม่ว่ากรณี
อนเป็นแกนความถี่จะได้สัญญาณในลักษณะเป็นชุดเส้นดิสครีต (Discrete Line) ในปัจจุบันด้วย
วิทยาการที่ก้าวหน้าของคอมพิวเตอร์แบบดิจิทัล การแปลงสัญญาณลักษณะเป็นคาบมาเป็น

สัญญาณบนแกนความถี่นั้นจะกระทำด้วยขั้นตอนวิธีที่เรียกว่า การแปลงฟูเรียร์แบบเร็ว (Fast Fourier Transfer; FFT)

3.5.2 การวิเคราะห์แบบสเปกตรัม (Spectrum Analysis)



รูปที่ 3.10 ความสัมพันธ์ของการสั่นสะเทือนบน โดเมนเวลาและ โดเมนความถี่

การวิเคราะห์แบบสเปกตรัม คือ การวิเคราะห์สัญญาณบนโดเมนความถี่ ซึ่งการวิเคราะห์ลักษณะนี้หากนำมาใช้การสั่นสะเทือนแบบคาบ จะให้ข้อมูลของการสั่นสะเทือนได้มากกว่า ข้อมูลจากการวิเคราะห์สัญญาณบน โดเมนของเวลา เพื่อให้เห็นภาพชัดเจนถึงความสัมพันธ์ของการแปลงสัญญาณบนโดเมนเวลาสู่สัญญาณบนโดเมนความถี่ การมองแบบ 3 มิติ จากรูปที่ 3.10 เป็นภาพสามมิตินั้นจะมีแกนตั้งเป็นแกนแสดงถึงขนาดสัญญาณ ในขณะที่แกนแนวนอนแกนหนึ่งเป็นแกนเวลาและแกนในแนวนอนซึ่งตั้งฉากกับแกนแนวนอนแรกจะเป็นแกนความถี่ จากรูปแกน 3 มิติจะแสดงถึงสัญญาณคลื่นรูปไซน์ 2 รูปที่มีความถี่ต่างกัน โดยมีคลื่นรูปใหญ่มีความถี่น้อยกว่า รูปคลื่นรูปเล็ก เมื่อมองสัญญาณในทิศทางที่ตั้งฉากกับแกนเวลา จะเห็นเป็นสัญญาณลักษณะเป็นคาบบนโดเมนเวลาตามที่แสดงไว้ในภาพทางขวามือบน และเมื่อมองสัญญาณในทิศทางที่ตั้งฉากกับแกนความถี่ก็จะเห็นเป็นสัญญาณ 2 สัญญาณที่มีความถี่ต่างกัน โดยสัญญาณขนาดใหญ่อยู่ที่ความถี่ต่ำ และสัญญาณในขนาดเล็กกว่าอยู่ที่ความถี่สูงกว่าตามที่แสดงไว้ในรูปที่ 3.10 (ด้านขวามือ)

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้คัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

บทที่ 4

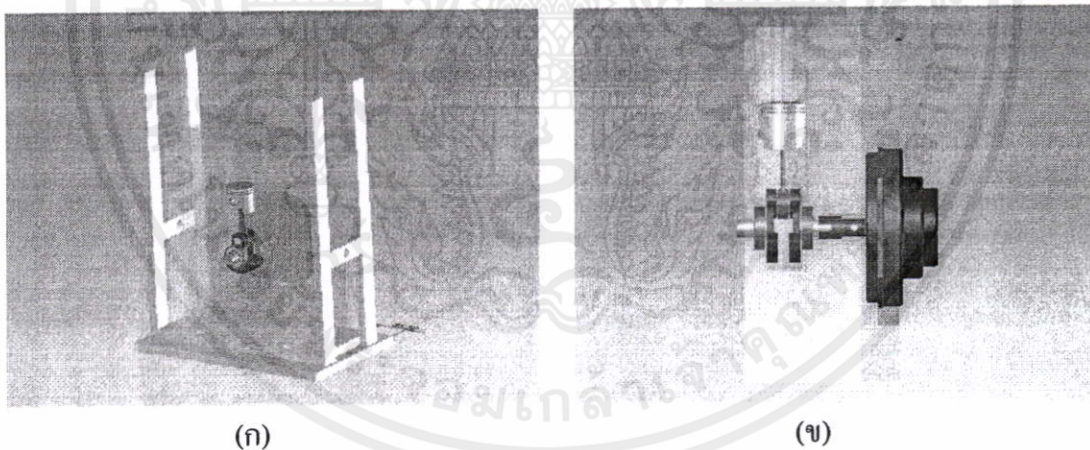
การออกแบบชุดทดลองและวิธีการทดลอง

4.1 บทนำ

ในบทนี้กล่าวถึง การออกแบบชุดทดลองและวิธีการทดลองเพื่อสร้างชุดทดลองของ คอมพิวเตอร์แบบสูบลมเดี่ยวแบบวางนอน ซึ่งสมมุติให้มีการเคลื่อนที่เป็นแบบสองมิติ โดยชุดทดลองดังกล่าวใช้สำหรับวัดปริมาณการสั่นสะเทือนในทิศทางตั้งฉากกับฐาน เพื่อนำไป เปรียบเทียบกับผลการวิเคราะห์แบบจำลองทางคณิตศาสตร์ในทางทฤษฎี

4.2 การออกแบบชุดทดลอง

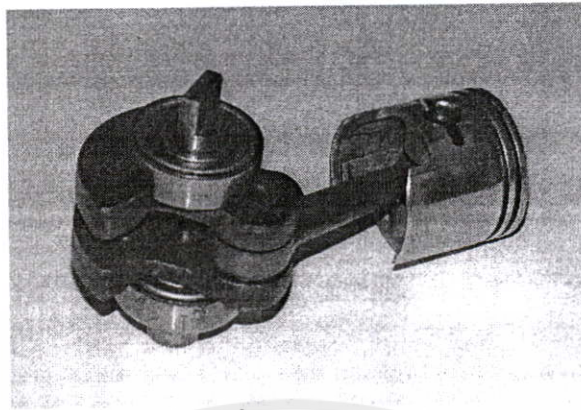
การออกแบบชุดทดลอง ออกแบบโดยใช้โปรแกรม Solid Work โดยคิดข้อมูลพื้นฐานจาก ชุดลูกสูบที่นำมาจากเครื่องตัดหญ้า Zenoah รุ่น G2D เพื่อกำหนดขนาดของชิ้นส่วนต่าง ๆ ดัง แสดงในรูปที่ 4.1 การวิเคราะห์หาจุดศูนย์กลางมวลและค่าโมเมนต์ความเฉื่อย (I_{xx} , I_{yy} , I_{zz} , I_{xy} , I_{xz} , I_{yz}) ซึ่งสามารถดูค่าได้จากภาคผนวก ข. คุณสมบัติของชุดทดลองคอมพิวเตอร์ยูนิต



รูปที่ 4.1 ชุดทดลองคอมพิวเตอร์ยูนิต

4.2.1 ชุดลูกสูบ

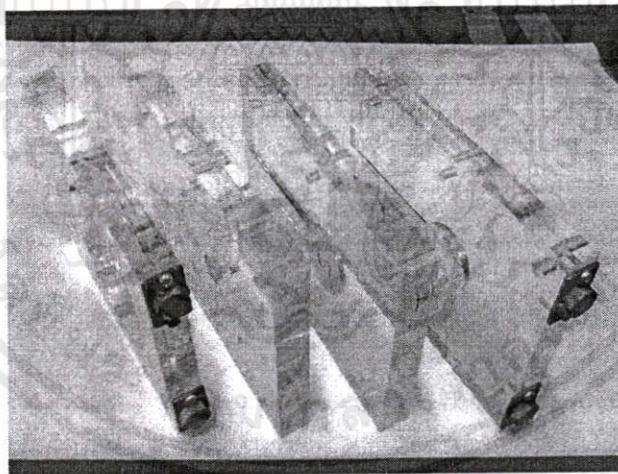
ชุดลูกสูบ ประกอบไปด้วย ลูกสูบ ขนาดเส้นผ่าศูนย์กลาง 32 มิลลิเมตร สูง 30 มิลลิเมตร เป็นลูกสูบที่นำมาจากเครื่องยนต์เล็กทางการเกษตร (เครื่องตัดหญ้า Zenoah รุ่น G2D) ทำด้วยอะลูมิเนียม ก้านสูบ ขนาดความยาว 66.1 มิลลิเมตร เส้นผ่าศูนย์กลางวงในด้านเพลาคือ 14.6 มิลลิเมตรและเส้นผ่าศูนย์กลางวงนอกด้านลูกสูบ 10.8 มิลลิเมตร เพลาคือเหวี่ยง ขนาดเส้นผ่าศูนย์กลาง 12 มิลลิเมตร ยาว 21.91 มิลลิเมตร แสดงดังรูปที่ 4.2



รูปที่ 4.2 ชุดลูกสูบ

4.2.2 เสื้อสูบ

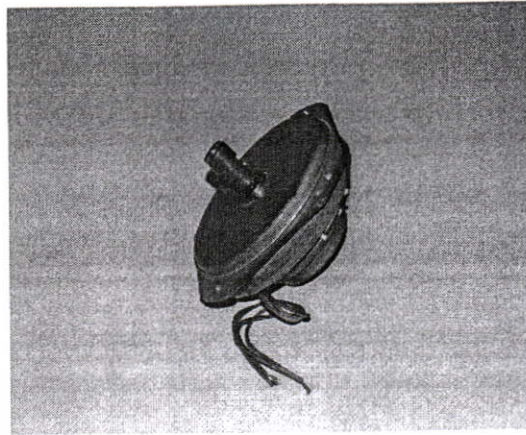
เสื้อสูบ ทำด้วยอะคริลิก ทั้งนี้เพื่อให้สามารถมองเห็นการเคลื่อนที่ของชิ้นส่วนภายในได้ จำนวน 4 ชิ้นส่วน แต่ละชิ้นมีขนาด ความกว้าง 170 มิลลิเมตร ความยาว 225 มิลลิเมตร ความหนา 25 มิลลิเมตร การแบ่งส่วนประกอบเป็นหลายชิ้นด้วยเหตุผลในเรื่องของความสะดวกในขั้นตอนการประกอบ การกลึงขึ้นรูปชิ้นงาน ดังแสดงในรูปที่ 4.3



รูปที่ 4.3 เสื้อสูบของคอมเพรสเซอร์ยูนิต

4.2.3 มอเตอร์กระแสตรง

มอเตอร์ ใช้มอเตอร์กระแสตรงขนาด 24 โวลต์ ทำหน้าที่เป็นต้นกำลังในการขับเคลื่อนชุดกลไกลูกสูบภายใน ซึ่งถูกนำไปประกอบรวมเป็นชุดเดียวกับชุดทดลอง โดยมีขนาดเส้นผ่าศูนย์กลางของเพลาลูกสูบ 6 มิลลิเมตร และเชื่อมต่อกับกลไกเพลาลูกสูบด้วยข้อเหวี่ยง โดยคัปปลิง



รูปที่ 4.4 มอเตอร์

4.2.4 สปริง

สปริงที่ใช้เป็นสปริงชนิดสปริงอัด โดยมี ขนาดความยาว 35.8 มิลลิเมตร เส้นผ่าศูนย์กลางภายใน 17.3 มิลลิเมตร เส้นผ่าศูนย์กลางภายนอก 23.3 มิลลิเมตร จำนวน 4 ตัว แสดงในรูปที่ 4.5 ซึ่งมีค่าความแข็งของสปริงเป็นค่าคงที่ หาได้จากการวัดค่าโดยใช้เครื่อง Universal Testing machine ดังแสดงในภาคผนวก ข.

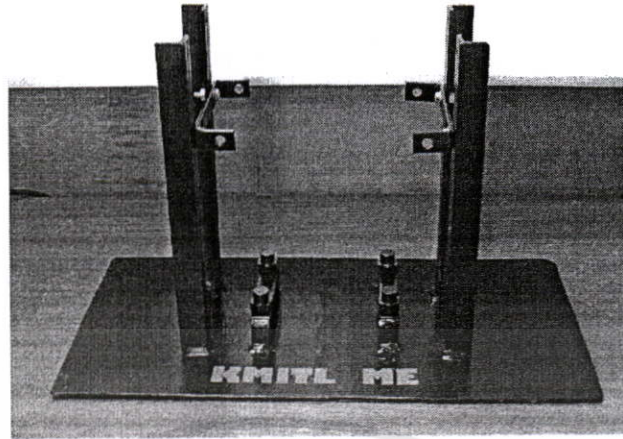


รูปที่ 4.5 สปริง

4.2.5 ฐานรองรับและโครงกรอบยึดคอมเพรสเซอร์ยูนิต

ฐานรองรับและโครงกรอบยึดคอมเพรสเซอร์ยูนิต ทำขึ้นจากเหล็กเพื่อทำหน้าที่รองรับชุดทดลองและยึดคอมเพรสเซอร์ยูนิต ดังแสดงในรูปที่ 4.6

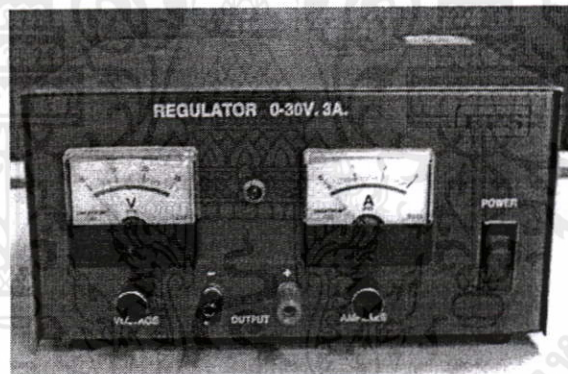
เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้คัดลอกเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



รูปที่ 4.6 ฐานรองรับและโครงกรอบยึดคอมเพรสเซอร์ยูนิต

4.2.6 อุปกรณ์จ่ายไฟกระแสตรง

อุปกรณ์จ่ายไฟกระแสตรง (Regulator) ขนาดความต่างศักย์ไฟฟ้าในช่วง 0-30 โวลต์ และขนาดกระแสตรงสูงสุดที่ 3 แอมป์ โดยสามารถปรับความเร็วรอบของมอเตอร์ ตามความต่างศักย์ที่ป้อนให้



รูปที่ 4.7 อุปกรณ์จ่ายไฟกระแสตรง (Regulator)

4.2.7 อุปกรณ์วัดความเร็วรอบ (Tachometer)

เครื่อง Tachometer รุ่น DIGICON DT-250TP สำหรับวัดค่าความเร็วเชิงมุมของเพลลาข้อเหวี่ยง



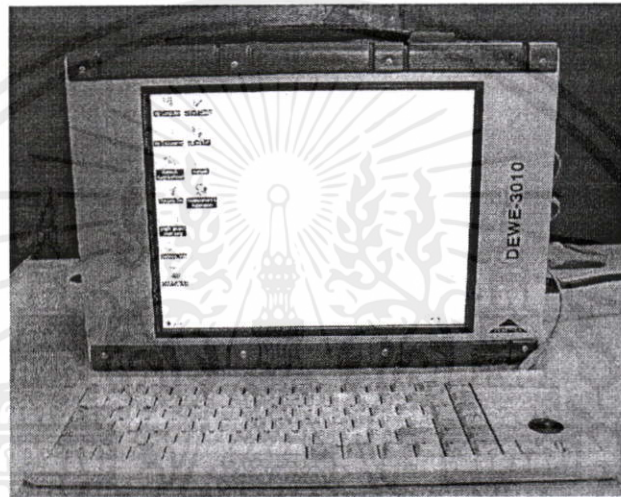
รูปที่ 4.8 อุปกรณ์วัดความเร็วรอบ (Tachometer)

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับใช้ภายในเท่านั้น ไม่ควรเผยแพร่ไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้

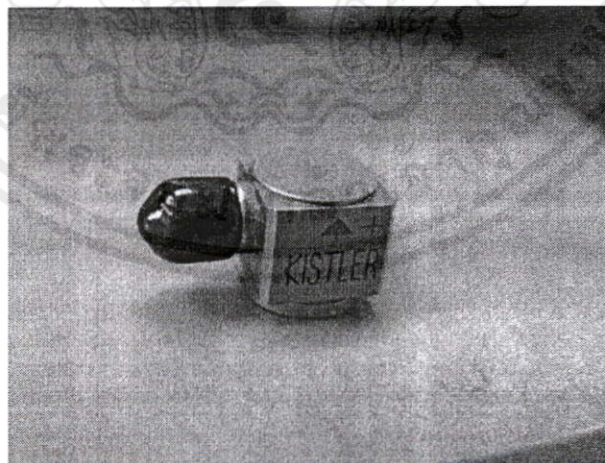
4.2.8 อุปกรณ์รับสัญญาณการสั่นสะเทือน

ระบบการเก็บข้อมูลแบบหลายช่อง ใช้เครื่อง Data Acquisition รุ่น DEWE-3010 โปรแกรม DASyLab เวอร์ชัน 5.6.1.10 ใช้งานระบบปฏิบัติการ Window 98

ตัววัดสัญญาณความเร่ง (Piezoelectric Acceleration Sensor) ในแนวตั้งฉากกับฐาน ใช้ Accelerometer แบบหนึ่งแกน ชนิด 8776A50 ของ Kistler สามารถทำงานในช่วง $\pm 50 \text{ g}$ เมื่อทำการวัดค่าความเร่งจะถูกติดตั้งอยู่ที่ด้านบนของชุดทดลอง



รูปที่ 4.9 ระบบการเก็บข้อมูลแบบหลายช่อง เครื่อง Data Acquisition รุ่น DEWE-3010

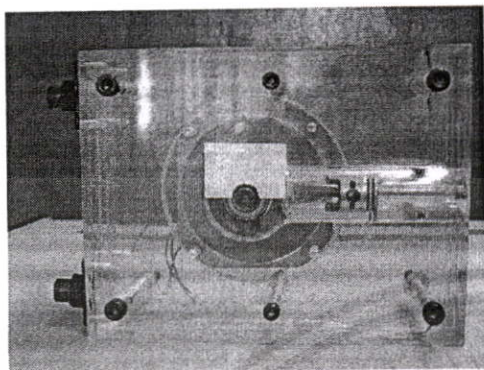


รูปที่ 4.10 อุปกรณ์รับสัญญาณ (Accelerometer Sensor)

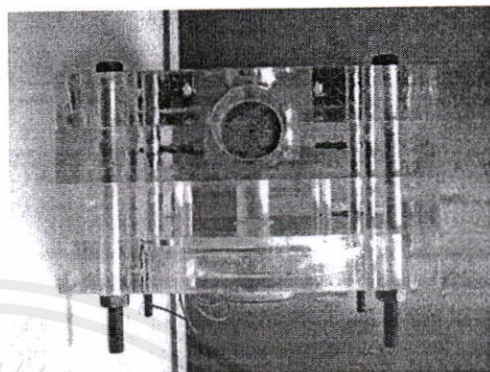
เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้คัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

4.3 การติดตั้งชุดทดลองและอุปกรณ์

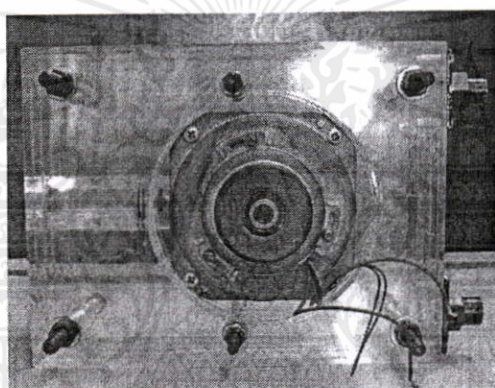
4.3.1 ประกอบชุดลูกสูบเข้ากับเสื้อสูบ



(ก)



(ข)

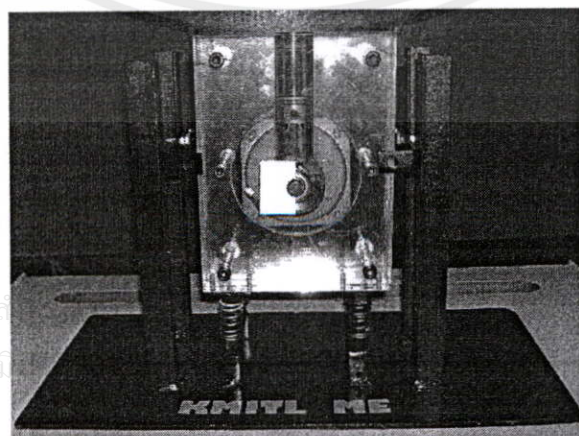


(ค)

รูปที่ 4.11 ชุดทดลองคอมเพรสเซอร์ยูนิต

จากรูปที่ 4.11 แสดงชุดทดลองคอมเพรสเซอร์ที่สร้างขึ้น เพื่อจำลองการทำงานของคอมเพรสเซอร์ยูนิตประกอบไปด้วยมอเตอร์, โครงกรอบที่สร้างขึ้นจากอะคริลิกและชุดลูกสูบ

4.3.2 ประกอบชุดทดลองเข้ากับฐานรองรับ

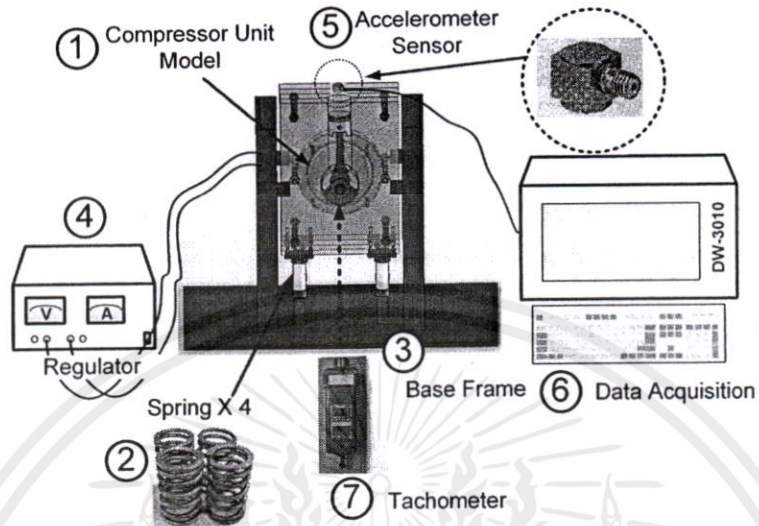


รูปที่ 4.12 ชุดทดลองคอมเพรสเซอร์ยูนิตเมื่อประกอบเข้ากับโครงกรอบยึด

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิ

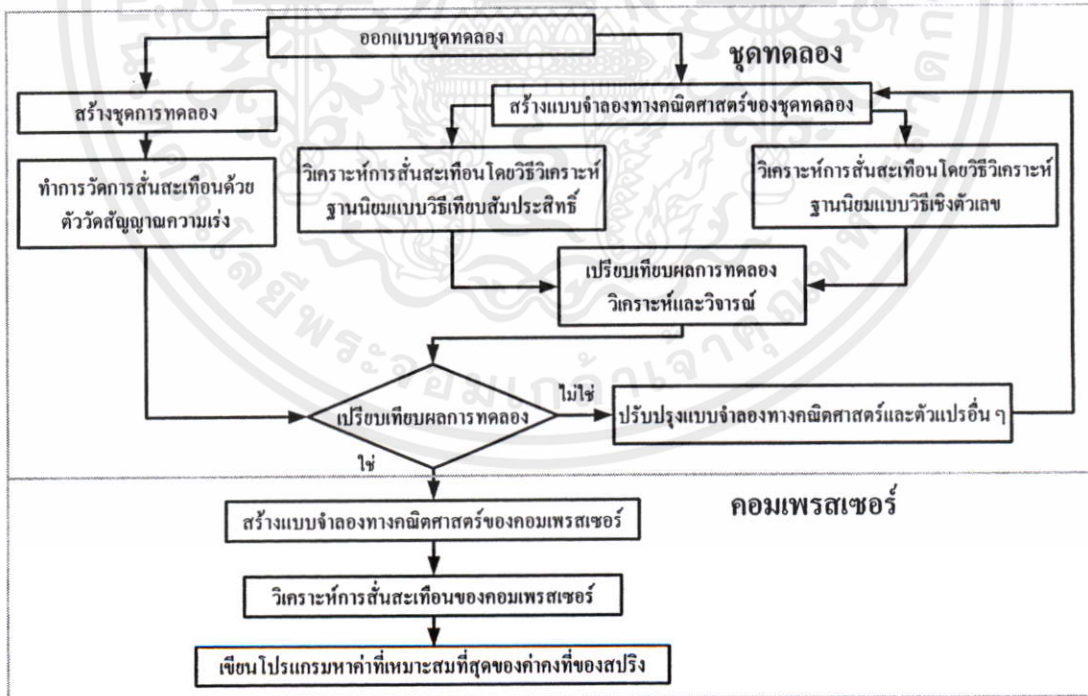
นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
หรือทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

เชื่อมต่ออุปกรณ์จ่ายไฟกระแสตรง (Regulator) เข้ากับมอเตอร์ และติดตั้งตัววัดสัญญาณความเร่งในแนวตั้งฉากกับฐาน (Accelerometer Sensor) ที่ด้านบนคอมเพรสเซอร์ ดังแสดงในรูปที่ 4.13



รูปที่ 4.13 แผนผังไดอะแกรมการติดตั้งชุดทดลอง

4.4 วิธีการทดลอง



เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับรูปที่ 4.14 แสดงขั้นตอนการดำเนินการทดลอง ให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้คัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ในงานวิจัยนี้ มีขั้นตอนการดำเนินการทดลอง แบ่งออกเป็น 2 ส่วนหลัก ๆ ดังแสดงในรูปที่ 4.14 คือ

ส่วนที่ 1 การศึกษาจากชุดทดลอง

1. การออกแบบชุดทดลอง
2. การสร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของชุดทดลอง
3. การเขียนโปรแกรมวิเคราะห์การสั่นสะเทือนของชุดทดลอง
4. การสร้างชุดทดลอง
5. การเก็บข้อมูลและการเปรียบเทียบผลการทดลอง
6. การเปรียบเทียบการหาผลเฉลยของปัญหาการสั่นสะเทือน โดยใช้การวิเคราะห์ฐานนิยมแบบวิธีเทียบสัมประสิทธิ์และแบบวิธีเชิงตัวเลข

ส่วนที่ 2 การศึกษาจากคอมพิวเตอร์

1. การเขียนโปรแกรมวิเคราะห์การสั่นสะเทือนของคอมพิวเตอร์
2. การออกแบบระบบรองรับการสั่นสะเทือน โดยหาค่าที่เหมาะสมที่สุดของค่าคงที่ของสปริง

4.5 การศึกษาจากชุดทดลอง

4.5.1 การออกแบบชุดทดลอง

การออกแบบชุดทดลอง แสดงรายละเอียดดังแสดงไว้ในหัวข้อที่ 4.2

4.5.2 การสร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของชุดทดลอง

ในการสร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของชุดทดลอง พิจารณาสมการการเคลื่อนที่มาจากคอมพิวเตอร์สับเดียวแบบวางนอนและสปริงยึดคอมพิวเตอร์ โดยพิจารณาให้ตำแหน่งติดตั้งของชุดกลไกคอมพิวเตอร์สับเดียวเอียงจากตำแหน่งจุดศูนย์กลางมวลของคอมพิวเตอร์ และให้คอมพิวเตอร์เป็นวัตถุเกร็งมีความอิสระเท่ากับหก มีภาระกระทำแบบเป็นคาบเนื่องจากการเคลื่อนที่ของชุดกลไกคอมพิวเตอร์สับเดียว สปริงยึดคอมพิวเตอร์จะสมมุติให้มีความอิสระเท่ากับสาม ซึ่งจะแสดงโดยละเอียดในบทที่ 5

4.5.3 การเขียนโปรแกรมวิเคราะห์การสั่นสะเทือนของชุดทดลอง

หลังจากสร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของชุดทดลอง จากนั้นเขียนโปรแกรมวิเคราะห์การสั่นสะเทือนของชุดทดลองเพื่อหาค่า ความเร่ง ความเร็วและการกระจัด โดยค่าตัว

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า

ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามนำผลไปเผยแพร่หรือแจ้งเจ้าของเอกสารที่อ้างว่ามีกรรมนำไปใช้

แปรต่าง ๆ ที่จะนำมาพิจารณาในโปรแกรม คือ มวลลูกสูบ ก้านสูบ มวลเพลลาข้อเหวี่ยง มวลรวม ชุดลูกสูบ ค่าคงที่และค่าความหน่วงของสปริง ซึ่งค่าคุณสมบัติต่าง ๆ ของตัวแปรเหล่านี้ ได้จากการทดลองในทางคณิตศาสตร์และทางสถิติศาสตร์

4.5.4 การสร้างชุดทดลอง

จากขั้นตอนการออกแบบชุดทดลองในหัวข้อ 4.2.1 จากนั้นจะเป็นการสร้างชุดทดลอง โดยมีรายละเอียดดังนี้

ชุดลูกสูบ นำมาตัดแกนเพลลาเพื่อได้ขนาดตามที่ออกแบบ โดยต้องคำนึงถึงการใช้อุปกรณ์วัดความเร็วรอบ จึงออกแบบให้มีเพลลาขึ้นออกมาเพื่อความสะดวกในการวัดความเร็วรอบของเพลลาข้อเหวี่ยง

ชุดเสื่อสูบ ใช้วัสดุประเภทอะคริลิกเพื่อง่ายต่อการกลิ้งขึ้นรูปและสามารถมองผ่านทะลุเห็นการเคลื่อนที่ของชิ้นส่วนภายในได้

มอเตอร์แรงดัน 24 โวลต์ สามารถทำงานที่ความเร็วรอบสูงสุด 1200 รอบต่อนาที เพื่อทดลองที่ความเร็วรอบ 500,600,700, 800 และ 900 รอบต่อนาทีหรือสูงกว่า (ไม่เกิน 1200 รอบต่อนาที) เชื่อมต่อกับกลไกเพลลาข้อเหวี่ยงโดยคัปปลิง

สร้างฐานรองรับด้วยโลหะ เว้นระยะห่างในการติดตั้งสปริงรองรับและเชื่อมต่อเสา 4 เสาในแนวตั้ง จากนั้นก็ประกอบชิ้นส่วนต่าง ๆ เข้าด้วยกัน ตามรายละเอียดที่กล่าวในหัวข้อ 4.3

4.5.5 การเก็บข้อมูลและเปรียบเทียบผลการทดลอง

การทดลองและเก็บข้อมูลเพื่อนำมาเปรียบเทียบผลการทดลองระหว่างการคำนวณทางทฤษฎีและการวัดค่าจากชุดทดลอง ทำการทดลองเก็บข้อมูล 2 วิธี คือ

4.5.5.1 การคำนวณทางทฤษฎีจากแบบจำลองทางคณิตศาสตร์

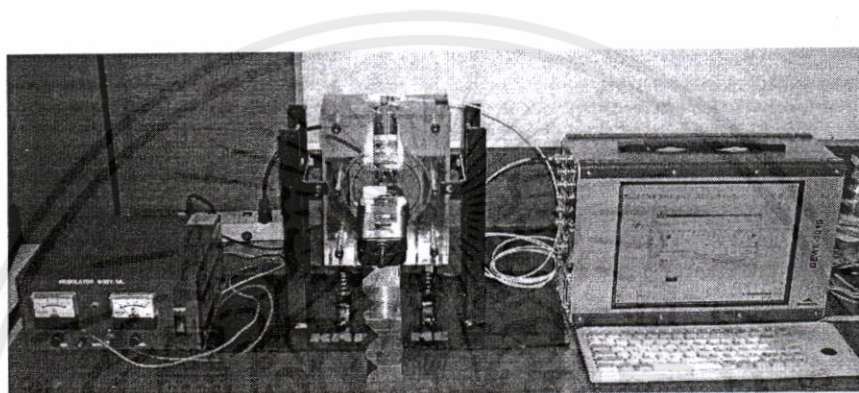
การเก็บข้อมูลจากการคำนวณทางทฤษฎีโดยใช้โปรแกรม Matlab เก็บข้อมูลสัญญาณตอบสนองในรูปความเร่ง ความเร็วและการกระจัด ในทิศทางตั้งฉากกับฐาน จากการประมวลผลที่ความเร็วรอบ 5 ระดับ คือ 500, 600, 700, 800 และ 900 rpm. โดยการวิเคราะห์การสั่นสะเทือน ใช้ค่ารากที่สองกำลังสองเฉลี่ย (Root Mean Square: RMS) ในช่วงเวลา $[0, T]$ แสดงได้ดังนี้

$$X_{rms} = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T x^2(t) dt} \quad (4.1)$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้คัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

4.5.5.2 การทดลองทางปฏิบัติจากชุดทดลองโดยเครื่องวัดสัญญาณการสั่น

การวัดสัญญาณความเร่งในแนวตั้งจากกับฐาน ใช้ Accelerometer แบบหนึ่งแกน ชนิด 8776A50 ของ Kistler สามารถทำงานในช่วง ± 50 g ติดตั้งอยู่ที่ด้านบนของแบบชุดทดลอง เก็บข้อมูลการสั่นสะเทือนด้วยระบบการเก็บข้อมูลแบบหลายช่อง ใช้เครื่อง Data Acquisition รุ่น DEWE-3010 โปรแกรม DASyLab เวอร์ชัน 5.6.1.10 ใช้งานระบบปฏิบัติการ Window 98 และวัดความเร็วเชิงมุมของเพลาค้อเหวี่ยง โดยใช้เครื่อง Tachometer รุ่น DIGICON DT-250TP



รูปที่ 4.15 แสดงวัดการสั่นสะเทือนจากชุดทดลอง

สร้างโปรแกรมในการวิเคราะห์สัญญาณและวัดสัญญาณตอบสนองในรูปความเร่ง ความเร็วและการกระจัด ในทิศทางตั้งฉากกับฐาน โดยรายละเอียดของโปรแกรมวิเคราะห์สัญญาณแสดงไว้ในหัวข้อที่ 6.2 วัดสัญญาณตอบสนองที่ระดับความเร็วรอบเพลาค้อเหวี่ยงที่ 5 ระดับ คือ 500, 600, 700, 800 และ 900 rpm. เก็บค่าข้อมูลแล้วนำค่าความเร่ง ความเร็วและการกระจัดที่ได้มาหาค่าเฉลี่ยและประมวลผลเป็นค่ารากที่สองกำลังสองเฉลี่ย เพื่อนำมาวิเคราะห์เปรียบเทียบกับทางทฤษฎี ถ้าผลที่ได้ไม่สอดคล้องกับผลการทดลอง ต้องทำการแก้ไขโปรแกรมเพื่อให้ได้ผลสอดคล้องกัน

4.5.6 การเปรียบเทียบการหาผลเฉลยของปัญหาการสั่นสะเทือน

การหาผลเฉลยของปัญหาการสั่นสะเทือน โดยใช้วิธีการวิเคราะห์ฐานนิยมแบบวิธีเทียบสัมประสิทธิ์และแบบวิธีเชิงตัวเลข การเขียนโปรแกรมวิเคราะห์โดยใช้โปรแกรม Matlab แล้วเก็บข้อมูลค่ารากที่สองกำลังสองเฉลี่ยของความเร่ง ความเร็วและการกระจัดในทิศทางต่าง ๆ จากทั้งสองวิธีเพื่อเปรียบเทียบผลลัพธ์การคำนวณ การสร้างคอมพิวเตอร์โค้ด และขั้นตอนการคิดคำนวณ

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้คัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

4.6 การศึกษาจากคอมพิวเตอร์

4.6.1 การเขียนโปรแกรมวิเคราะห์การสั่นสะเทือนของคอมพิวเตอร์

จากการศึกษาในส่วนที่หนึ่ง เราจะได้โปรแกรมการวิเคราะห์การสั่นสะเทือนของชุดทดลอง แล้วทำการเปรียบเทียบผลการทดลองจากคำนวณทางทฤษฎีและการวัดจากชุดทดลอง เป็นการยืนยันว่าแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ที่สร้างขึ้นสามารถใช้งานได้ จากนั้นสร้างโปรแกรมการวิเคราะห์การสั่นสะเทือนของคอมพิวเตอร์ โดยใช้รูปแบบการวิเคราะห์ เหมือนกับการวิเคราะห์จากชุดทดลอง โดยเปลี่ยนค่าตัวแปรต่าง ๆ ให้เป็นคุณสมบัติของคอมพิวเตอร์ แล้ววิเคราะห์การสั่นสะเทือนของคอมพิวเตอร์ในทิศทางแกนการเคลื่อนที่ของลูกสูบ ในรูปแบบของค่ารากที่สองของความเร่งกำลังสองเฉลี่ย ที่ความเร็วรอบใช้งาน 2,900 rpm ถึง 3,000 rpm โดยในการคำนวณใช้ความเร็วรอบเฉลี่ยที่ 2,950 rpm [9]

4.6.2 การออกแบบโดยหาค่าที่เหมาะสมที่สุดของค่าคงที่ของสปริง

การออกแบบระบบรองรับการสั่นสะเทือนของคอมพิวเตอร์ โดยนำวิธีการติดตั้งมวลถ่วงสมดุลมาใช้ร่วมกับวิธีการออกแบบโดยหาค่าที่เหมาะสมที่สุดเพื่อหาค่าที่เหมาะสมที่สุดของค่าคงที่สปริงของระบบรองรับ โดยใช้โปรแกรมคำนวณเพื่อหาค่าคงที่สปริงที่เหมาะสมที่สุด ซึ่งทำให้การสั่นสะเทือนของคอมพิวเตอร์มีค่าน้อยที่สุดหรืออยู่ในระดับที่ยอมรับได้

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้คัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

บทที่ 5

แบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของคอมเพรสเซอร์สูบเดี่ยว และวิธีการหาผลเฉลย

5.1 บทนำ

ในการสร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของคอมเพรสเซอร์สูบเดี่ยววางนอนและสปริงยึดคอมเพรสเซอร์ พิจารณาให้ตำแหน่งติดตั้งของชุดกลไกคอมเพรสเซอร์สูบเดี่ยวเนื่องจากตำแหน่งจุดศูนย์กลางมวลของคอมเพรสเซอร์ พิจารณาให้คอมเพรสเซอร์เป็นวัตถุเกร็งมีความอิสระเท่ากับหก มีภาระกระทำแบบเป็นคาบเนื่องจากการเคลื่อนที่ของชุดกลไกคอมเพรสเซอร์สูบเดี่ยว สปริงยึดคอมเพรสเซอร์จะสมมุติให้มีความอิสระเท่ากับสาม รูปแสดงแบบจำลองของคอมเพรสเซอร์สูบเดี่ยวและสปริงยึดคอมเพรสเซอร์แสดงได้ดังรูปที่ 5.1

5.2 สมการแสดงการเคลื่อนที่ของคอมเพรสเซอร์สูบเดี่ยววางนอน

ในการสร้างสมการการเคลื่อนที่ของคอมเพรสเซอร์สูบเดี่ยววางนอนและสปริงยึดคอมเพรสเซอร์ พิจารณาให้ตำแหน่งติดตั้งของชุดกลไกคอมเพรสเซอร์สูบเดี่ยวเนื่องจากตำแหน่งจุดศูนย์กลางมวลคอมเพรสเซอร์ โดยมีข้อสมมุติฐาน ดังนี้

1) พิจารณาให้เสื้อสูบ, ฝาสูบ, และส่วนต่าง ๆ ที่ยึดติดอยู่กับเสื้อสูบเป็นวัตถุเกร็งมีมวลเป็น m

2) คอมเพรสเซอร์ถูกยึดด้วยสปริงยึดคอมเพรสเซอร์ที่พิจารณาเป็นสปริงแบบสามมิติ ที่มีค่าความแข็งและค่าหน่วงของสปริงคงที่ในแต่ละทิศทางและเป็นอิสระซึ่งกันและกัน

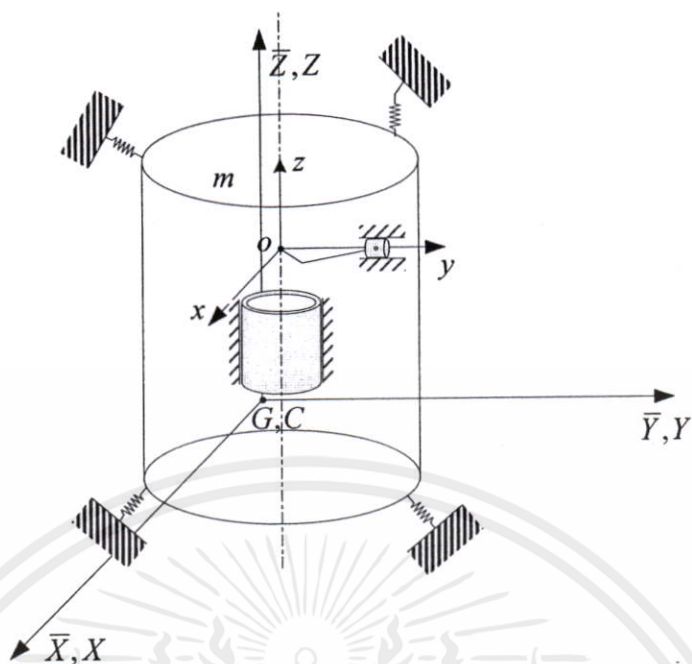
3) ไม่พิจารณาผลเนื่องจากความหน่วงในระบบยกเว้นที่สปริงยึดคอมเพรสเซอร์

4) จากรูปที่ 5.1 พิจารณาให้แรงและโมเมนต์เนื่องจากการเคลื่อนที่ของกลไกคอมเพรสเซอร์สูบเดี่ยวกระทำที่จุด O

5) จุด G เป็นจุดกำเนิดของระบบแกนรวมหรือแกนเฉื่อยอ้างอิง $\bar{X} \bar{Y} \bar{Z}$ โดยที่แกน \bar{X} จะอยู่ในแนวนอน, \bar{Y} จะอยู่ในแนวแกนการเคลื่อนที่ของลูกสูบ และ \bar{Z} จะอยู่ในแนวตั้งและขนานกับแกนเพลลาข้อเหวี่ยงดังแสดงในรูปที่ 5.1

6) จุด C คือ ตำแหน่งจุดศูนย์กลางมวลคอมเพรสเซอร์ และเป็นจุดกำเนิดของระบบแกนวัตถุ XYZ ดังแสดงในรูปที่ 5.1

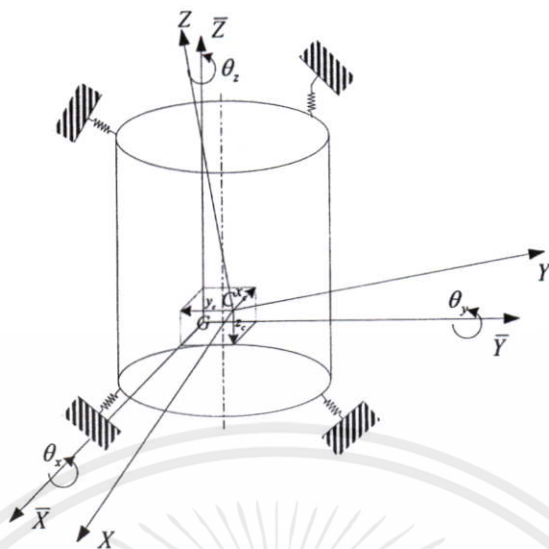
7) ที่สภาวะสมดุลสถิตย์หรือสภาวะที่คอมเพรสเซอร์ยังไม่มีการทำงาน จุด G จะทับอยู่กับจุดศูนย์กลางมวล C ดังแสดงในรูปที่ 5.1



รูปที่ 5.1 แสดงแบบจำลองของคอมเพรสเซอร์แบบสูบเดี่ยววางนอนและตัวสปริงยึดคอมเพรสเซอร์ พิจารณาให้ตำแหน่งติดตั้งของชุดกลไกคอมเพรสเซอร์สูบเดี่ยว เนื่องจากตำแหน่งจุดศูนย์กลางถ่วงมวลของคอมเพรสเซอร์

- 8) ที่สภาวะการทำงานตำแหน่งจุดศูนย์กลางถ่วงมวล C ของระบบ จะเกิดการกระจัดไปเล็กน้อยเป็นระยะ $(x_c, y_c, z_c, \theta_x, \theta_y, \theta_z)$ ดังแสดงในรูปที่ 5.2
- 9) พิจารณาให้ก้านสูบ, ลูกสูบ และ เพลาข้อเหวี่ยง เป็นวัตถุเกร็งที่มีค่าความแข็งเป็นอนันต์
- 10) พิจารณาให้ช่องว่าง (Clearance) ของแต่ละข้อหมุนมีค่าน้อยมากจนสามารถตัดทิ้งได้
- 11) ไม่พิจารณาผลจากแรง ไน้มถ่วงเนื่องจากมีค่าน้อยมากเมื่อเทียบกับแรงเฉื่อยในคอมเพรสเซอร์ความเร็วสูง
- 12) เพลาข้อเหวี่ยงหมุนด้วยความเร็วคงที่
- 13) ไม่พิจารณาการสั่นสะเทือนที่เป็นผลจากการอัดน้ำยาทำความเย็น
- 14) ไม่พิจารณา Gyroscopic Effect เทอม
- 15) ไม่พิจารณาความเสียดทานที่เกิดขึ้นในระบบ

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้คัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



รูปที่ 5.2 แสดงแบบจำลองของคอมเพรสเซอร์แบบสูบเดี่ยวที่พิจารณาเป็นวัตถุเกร็ง และตัวสปริงยึดคอมเพรสเซอร์ที่สภาวะการทำงานจุดศูนย์กลางถ่วงมวล C ของระบบจะเกิดการกระจัดไปเล็กน้อยเป็น $(x_c, y_c, z_c, \theta_x, \theta_y, \theta_z)$ ในระบบแกน $\bar{X}, \bar{Y}, \bar{Z}$

5.2.1 สมการการเคลื่อนที่ของวัตถุเกร็งที่มีการเคลื่อนที่ไปเล็กน้อย

สมการการเคลื่อนที่ของวัตถุเกร็งที่มีการเคลื่อนที่ไปเล็กน้อย จะประกอบขึ้นจากสองส่วนด้วยกัน ดังนี้

- 1) สมการการเคลื่อนที่แบบเลื่อนขนาน (Translational Equations of Motion)

$$\begin{aligned} m\ddot{x}_c &= F_x \\ m\ddot{y}_c &= F_y \\ m\ddot{z}_c &= F_z \end{aligned} \tag{5.1}$$

เมื่อ m คือ มวลรวมของวัตถุ
 F_x, F_y, F_z คือ ผลรวมของแรงทั้งหมดที่กระทำบนวัตถุในทิศทาง \bar{X}, \bar{Y} และ \bar{Z}
 $\ddot{x}_c, \ddot{y}_c, \ddot{z}_c$ คือ ความเร่งของจุดศูนย์กลางถ่วงมวลของวัตถุในทิศทาง \bar{X}, \bar{Y} และ \bar{Z}

- 2) สมการการเคลื่อนที่แบบหมุน (Rotational Equations of Motion)

จากสมการของออยเลอร์ (Euler's Equations) [19] จะได้สมการการเคลื่อนที่แบบหมุน เป็นดังนี้

$$\begin{aligned} I_{xx}\ddot{\theta}_x - (I_{yy} - I_{zz})\dot{\theta}_y\dot{\theta}_z - I_{xy}(\ddot{\theta}_y - \dot{\theta}_z\dot{\theta}_x) - I_{yz}(\dot{\theta}_y^2 - \dot{\theta}_z^2) - I_{zx}(\ddot{\theta}_z + \dot{\theta}_x\dot{\theta}_y) &= M_x \text{ ด้านการค้ำ} \\ I_{yy}\ddot{\theta}_y - (I_{zz} - I_{xx})\dot{\theta}_z\dot{\theta}_x - I_{yz}(\ddot{\theta}_z - \dot{\theta}_x\dot{\theta}_y) - I_{zx}(\dot{\theta}_z^2 - \dot{\theta}_x^2) - I_{xy}(\ddot{\theta}_x + \dot{\theta}_y\dot{\theta}_z) &= M_y \text{ ไม่ว่ากรณีใดๆ} \\ I_{zz}\ddot{\theta}_z - (I_{xx} - I_{yy})\dot{\theta}_x\dot{\theta}_y - I_{zx}(\ddot{\theta}_x - \dot{\theta}_y\dot{\theta}_z) - I_{xy}(\dot{\theta}_x^2 - \dot{\theta}_y^2) - I_{yz}(\ddot{\theta}_y + \dot{\theta}_z\dot{\theta}_x) &= M_z \text{ ไปใช้} \end{aligned}$$

จากสมมติฐานที่ไม่พิจารณา Gyroscopic Effect เทอม จะสามารถตัดพจน์ออกได้เป็นดังนี้

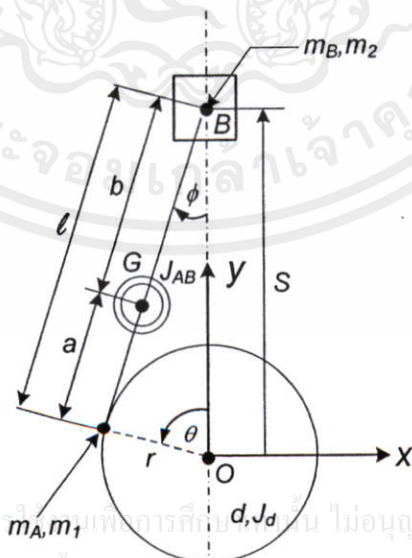
$$\begin{aligned}
 I_{xx}\ddot{\theta}_x - (I_{yy} - I_{zz})\dot{\theta}_y\dot{\theta}_z - I_{xy}(\ddot{\theta}_y - \dot{\theta}_z\dot{\theta}_x) - I_{yz}(\dot{\theta}_y^2 - \dot{\theta}_z^2) - I_{zx}(\ddot{\theta}_z + \dot{\theta}_x\dot{\theta}_y) &= M_x \\
 I_{yy}\ddot{\theta}_y - (I_{zz} - I_{xx})\dot{\theta}_z\dot{\theta}_x - I_{yz}(\ddot{\theta}_z - \dot{\theta}_x\dot{\theta}_y) - I_{zx}(\dot{\theta}_z^2 - \dot{\theta}_x^2) - I_{xy}(\ddot{\theta}_x + \dot{\theta}_y\dot{\theta}_z) &= M_y \\
 I_{zz}\ddot{\theta}_z - (I_{xx} - I_{yy})\dot{\theta}_x\dot{\theta}_y - I_{zx}(\ddot{\theta}_x - \dot{\theta}_y\dot{\theta}_z) - I_{xy}(\dot{\theta}_x^2 - \dot{\theta}_y^2) - I_{yz}(\ddot{\theta}_y + \dot{\theta}_z\dot{\theta}_x) &= M_z \\
 I_{xx}\ddot{\theta}_x - I_{xy}\ddot{\theta}_y - I_{xz}\ddot{\theta}_z &= M_x \\
 -I_{xy}\ddot{\theta}_x + I_{yy}\ddot{\theta}_y - I_{yz}\ddot{\theta}_z &= M_y \\
 -I_{xz}\ddot{\theta}_x - I_{yz}\ddot{\theta}_y + I_{zz}\ddot{\theta}_z &= M_z
 \end{aligned}
 \tag{5.2}$$

- เมื่อ $\ddot{\theta}_x, \ddot{\theta}_y, \ddot{\theta}_z$ คือ ความเร่งเชิงมุมรอบแกน \bar{X}, \bar{Y} และ \bar{Z}
- $\dot{\theta}_x, \dot{\theta}_y, \dot{\theta}_z$ คือ ความเร็วเชิงมุมรอบแกน \bar{X}, \bar{Y} และ \bar{Z}
- M_x, M_y, M_z คือ ผลรวมของโมเมนต์ต่าง ๆ ที่กระทำกับวัตถุเกร็งรอบแกน \bar{X}, \bar{Y} และ \bar{Z}
- I_{xx}, \dots, I_{xy} คือ โมเมนต์ความเฉื่อยและโปรดักส์ของความเฉื่อยของวัตถุเกร็ง

จากสมการการเคลื่อนที่ของวัตถุเกร็ง (5.1) และ (5.2) F และ M คือ แรงและโมเมนต์ที่กระทำกับระบบอันเป็นผลมาจากแรงเฉื่อยและทอร์กเฉื่อย อันเกิดจากการเคลื่อนที่ของชุดกลไก คอมเพรสเซอร์สูบเดียวและมวลถ่วงสมดุล และแรงโมเมนต์ที่กระทำกับคอมเพรสเซอร์ อันเป็นผลมาจากสปริงยึดคอมเพรสเซอร์

5.2.2 แรงเฉื่อยและโมเมนต์เฉื่อยที่เกิดขึ้นจากกลไกคอมเพรสเซอร์สูบเดียว

พิจารณาแรงเขย่า (Shaking Force) และโมเมนต์เขย่า (Shaking Moment) ที่กระทำกับโครงคอมเพรสเซอร์ อันเป็นผลจากการเคลื่อนที่ของชุดกลไกคอมเพรสเซอร์สูบเดียว และพิจารณาผลอันเกิดจากแรงเขย่าและโมเมนต์เขย่ากระทำรอบจุดศูนย์กลางถ่วงมวลของระบบ



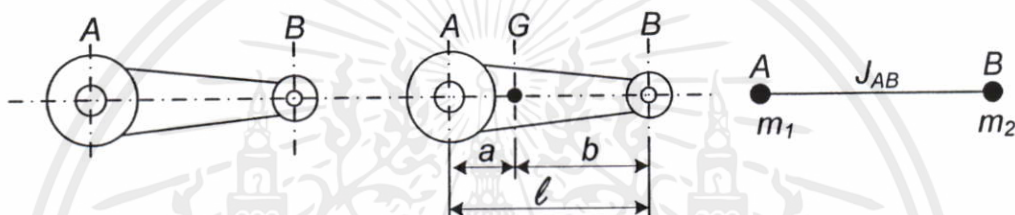
เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
 ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหาสาระ หรือทำซ้ำโดยไม่ได้รับอนุญาตจากผู้จัดทำ
รูปที่ 5.3 แสดงแบบจำลองของคอมเพรสเซอร์แบบสูบเดียว เมื่อพิจารณาให้แขนข้อเหวี่ยงและส่วน

ของแขนข้อเหวี่ยงทำขึ้นจากงานสมดุล d ที่มีสลักแขนข้อเหวี่ยงอยู่ที่จุด A

จากรูปที่ 5.3 เป็นรูปแสดงแบบจำลองของชุดกลไกคอมเพรสเซอร์สูบเดียว เมื่อพิจารณาให้แกนข้อเหวี่ยงและส่วนข้อเหวี่ยงทำขึ้นจากจานกลมสมดุค d ที่มีสลักแกนข้อเหวี่ยงอยู่ที่จุด A ก้านสูบจะถูกเปลี่ยนด้วยมวลเทียบเท่าเชิงจลน์ สามารถพิจารณาได้ดังนี้

จาก Genta [5] เราสามารถแทนก้านสูบด้วยมวลเป็นจุดกระทำที่จุด A ด้วยมวล m_1 และที่จุด B ด้วยมวล m_2 และโมเมนต์ความเฉื่อย J_{AB}

จากหลักการที่ว่า ชิ้นกลไกเกร็งซึ่งเคลื่อนที่อยู่ในระนาบมีมวลเป็น m_G และโมเมนต์ความเฉื่อยของมวลเป็น J_G สามารถแทนได้ด้วยมวลเทียบเท่าเชิงจลน์สองก้อน โดยที่ความเฉื่อยของระบบมวลเทียบเท่าเชิงจลน์จะยังคงมีค่าเท่ากับความเฉื่อยของระบบมวลเดิม เสมือนว่ามวลทั้งสองก้อนนี้จะถูกต่อเข้าด้วยกันด้วยชิ้นกลไกไม่มีน้ำหนัก โดยมีเงื่อนไข ดังนี้



รูปที่ 5.4 แสดงการเปลี่ยนก้านสูบด้วยมวลเทียบเท่าเชิงจลน์กระทำที่สลักสูบ B และสลักแกนข้อเหวี่ยง A และโมเมนต์เฉื่อย J_{AB}

1) ผลรวมของมวลระบบจะต้องเท่ากับมวลเดิมนั้นคือ

$$m_1 + m_2 = m_G \quad (5.3)$$

2) จุดศูนย์กลางของระบบจะต้องอยู่ที่ตำแหน่งจุดศูนย์กลางมวลเดิม หมายความว่าจุด G จะอยู่บนเส้นเชื่อมระหว่างมวลทั้งสอง เป็นผลให้ผลรวมของโมเมนต์รอบจุด G จะต้องมิต่ำเท่ากับศูนย์ ดังนี้

$$m_1 a - m_2 b = 0 \quad (5.4)$$

3) โมเมนต์ความเฉื่อยของมวลเดิมกระทำรอบแกนที่ผ่านจุดศูนย์กลางจะต้องเท่ากับ

ผลรวมของโมเมนต์ความเฉื่อยของมวลเทียบเท่าเชิงจลน์กระทำรอบแกนเดียวกัน

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า

ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$m_1 a^2 + m_2 b^2 = J_G = m_G k^2 \quad (5.5)$$

จากสมการเงื่อนไขทั้งสาม เมื่อเราทราบค่า m_G, J_G, a และ b จะเห็นว่าไม่มีตัวไม่ทราบค่าอยู่เพียงสองตัวเท่านั้น คือ m_1 และ m_2 ดังนั้นในการหาค่า m_1 และ m_2 จึงเลือกใช้สมการเงื่อนไขเพียงสองสมการ คือ สมการ (5.3) และ (5.4) จะได้ว่า

$$\begin{aligned} m_2 &= m_1 \frac{a}{b} \\ m_2 &= (m_G - m_2) \frac{a}{b} \\ m_2 &= m_G \frac{a}{b} - m_2 \frac{a}{b} \\ m_2 \frac{b}{b} + m_2 \frac{a}{b} &= m_G \frac{a}{b} \\ m_2 &= m_G \frac{a}{l} \end{aligned} \tag{5.6}$$

$$\begin{aligned} m_1 &= m_G - m_G \frac{a}{l} \\ m_1 &= m_G \left(\frac{l-a}{l} \right) \\ m_1 &= m_G \frac{b}{l} \end{aligned} \tag{5.7}$$

ค่าของมวล m_1 และ m_2 ที่ได้นี้จะไม่สอดคล้องกับสมการ (5.5) โดยเป็นผลให้ค่าโมเมนต์ความเฉื่อยของมวลของระบบเทียบเท่าเชิงจุดนี้มีค่ามากกว่าค่าโมเมนต์ความเฉื่อยจริงของก้านสูบ ดังนั้นเมื่อนำมวลที่ได้โมเมนต์ความเฉื่อยจริงของก้านสูบกับค่าโมเมนต์ความเฉื่อยของระบบเทียบเท่าเชิงจุดนี้ โดยให้ความแตกต่างดังกล่าวมีค่าเป็น J_{AB}

$$J_{AB} = J_G - (m_1 a^2 + m_2 b^2) \tag{5.8}$$

จากสมการ (5.8) พิจารณาเทอม $m_1 a^2 + m_2 b^2$

$$m_1 a^2 + m_2 b^2 = m_1 a a + m_2 b b \tag{5.9}$$

จากสมการ (5.4)

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้คัดลอก $m_1 a = m_2 b$ และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำ (5.10)

แทน (5.10) กลับใน (5.9) และอาศัยความสัมพันธ์ใน (5.6) จะได้ว่า

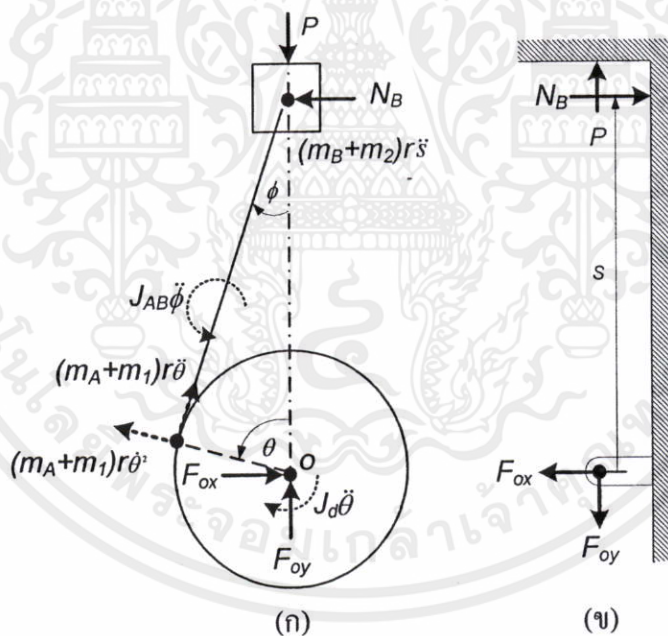
$$m_1 a^2 + m_2 b^2 = m_G ab \quad (5.11)$$

แทน (5.11) กลับใน (5.8) จะได้ว่า

$$J_{AB} = J_G - m_G ab \quad (5.12)$$

จากสมการ (5.12) พบว่า J_{AB} มีค่าเป็นลบเสมอ เนื่องจากค่าโมเมนต์ความเฉื่อยที่ได้จากมวลเทียบเท่าเชิงจุดของก้านสูบจะมีค่ามากกว่าค่าโมเมนต์ความเฉื่อยจริงของก้านสูบเสมอ

ดังนั้นการพิจารณาเปลี่ยนก้านสูบด้วยมวลเทียบเท่าเชิงจุด เป็นมวลกระทำเป็นจุดที่สลักข้อเหวี่ยง A เป็น m_1 ดังสมการ (5.7) มวลกระทำที่สลักลูกสูบ B เป็น m_2 ดังสมการ (5.6) และ J_{AB} ดังสมการ (5.12) ทำให้เราสามารถพิจารณาแรงเฉื่อยที่เกิดจากการเคลื่อนที่ของกลไกคอมเพรสเซอร์แบบสูบเดี่ยวได้ง่ายขึ้น โดยที่ยังคงความถูกต้องเอาไว้



รูปที่ 5.5 (ก) แสดงผังวัตถุอิสระของชุดกลไกคอมเพรสเซอร์สูบเดี่ยวที่มีแรงดันแก๊ส P กระทำ

(ข) แสดงแรงปฏิกิริยาที่กลไกคอมเพรสเซอร์สูบเดี่ยวกระทำกับโครงสร้าง

คอมเพรสเซอร์

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่ 5.1 เขียนผังวัตถุอิสระของชุดกลไกคอมเพรสเซอร์สูบเดี่ยวที่มีแรงดันแก๊สกระทำ
ไม่ว่ากรณี ดังรูปที่ 5.5 (ก) โดยแทนแรงเฉื่อยและทอร์คเฉื่อยด้วยลูกศรประ และแทนแรงปฏิกิริยา, แรงและ
โมเมนต์ที่กระทำจากภายนอกด้วยลูกศรทึบ

- เมื่อ P คือ แรงดันแก๊ส
 N_B คือ แรงตั้งฉากที่เกิดจากผนังกระบอกสูบกระทำกับลูกสูบ
 F_{ox}, F_{oy} คือ แรงปฏิกิริยาที่โครงคอมเพรสเซอร์กระทำกับข้อเหวี่ยง

จากการพิจารณารูปที่ 5.5 (ข) ซึ่งแสดงแรงปฏิกิริยาที่กลไกคอมเพรสเซอร์สูบเดียวกระทำกับโครงกรอบคอมเพรสเซอร์จะได้แรงลัพธ์ ($F_{x,net}, F_{y,net}$) ที่เกิดจากกลไกคอมเพรสเซอร์สูบเดียวกระทำกับโครงกรอบคอมเพรสเซอร์ และทอร์คลัพธ์ (M_f) ที่เกิดจากกลไกเลื่อนไหลกระทำกับโครงกรอบคอมเพรสเซอร์รอบจุด O คือ

$$\begin{aligned} F_{x,net} &= N_B - F_{ox} \\ F_{y,net} &= P - F_{oy} \\ M_f &= -N_B S \end{aligned} \quad (5.13)$$

เพื่อหาแรงปฏิกิริยา (F_{ox}, F_{oy}, N_B) พิจารณาผังวัตถุอิสระในรูป 5.5(ก) โดยใช้หลักการสมดุลพลศาสตร์ (Dynamic Equilibrium) ของดีแลมเบอรัท (D'Alembert)

$$\sum F = 0$$

จะได้ว่า

$$\begin{aligned} \sum F_x &= F_{ox} - (m_A + m_1)r\dot{\theta}^2 \sin\theta + (m_A + m_1)r\ddot{\theta} \cos\theta - N_B = 0 \\ \sum F_y &= F_{oy} - (m_A + m_1)r\dot{\theta}^2 \cos\theta + (m_A + m_1)r\ddot{\theta} \sin\theta - (m_B + m_2)\ddot{s} - P = 0 \\ \sum M_o &= N_B S + J_{AB}\ddot{\phi} - (m_A r^2 + m_1 r^2 + J_d)\ddot{\theta} = 0 \end{aligned} \quad (5.14)$$

จัดสมการ (5.14) และแทนกลับในสมการ (5.13) และ จัดรูปสมการใหม่โดยให้

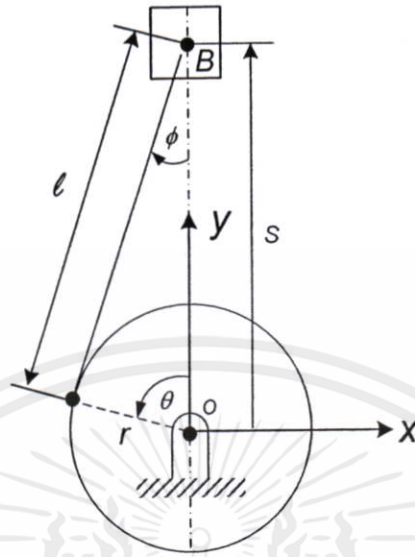
$$\begin{aligned} m_{rec} &= m_B + m_2 = m_B + m_G \frac{a}{l} \\ m_{rot} &= m_A + m_1 = m_A + m_G \frac{b}{l} \end{aligned} \quad (5.15)$$

จะได้ว่า

$$\begin{aligned} F_{x,net} &= N_B - F_{ox} = -m_{rot}r\dot{\theta}^2 \sin\theta + m_{rot}r\ddot{\theta} \cos\theta \\ F_{y,net} &= P - F_{oy} = m_{rot}r\dot{\theta}^2 \cos\theta + m_{rot}r\ddot{\theta} \sin\theta - m_{rec}\ddot{s} \\ M_f &= -N_B S = J_{AB}\ddot{\phi} - (m_A r^2 + m_1 r^2 + J_d)\ddot{\theta} \end{aligned} \quad (5.16)$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับกรใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
 ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งนี้ อีกทั้งยังมีให้ดูเปลี่ยนแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

จากสมการ (5.16) จะติดอยู่ในเทอมของ s และ ϕ ซึ่งสามารถเปลี่ยนอยู่ในรูปความสัมพันธ์ของ θ โดยพิจารณารูปที่ 5.6



รูปที่ 5.6 แสดงแบบจำลองชุดกลไกคอมเพรสเซอร์สูบเดียวอย่างง่ายเพื่อใช้วิเคราะห์ความสัมพันธ์ของ s และ ϕ

พิจารณาความสัมพันธ์ระหว่าง θ , s และ ϕ โดยพิจารณารูปปิด OABO จะได้ความสัมพันธ์ดังนี้

$$r \cos \theta + l \cos \phi - s = 0 \quad (5.17)$$

$$r \sin \theta - l \sin \phi = 0 \quad (5.18)$$

จัดสมการ (5.17) และ (5.18) ใหม่จะได้ว่า

$$\sin \phi = \frac{r}{l} \sin \theta \quad (5.19)$$

$$s = r \cos \theta + l \cos \phi \quad (5.20)$$

จาก (5.19) เมื่อ $\lambda = \frac{r}{l}$ จะได้ว่า

$$\sin \phi = \lambda \sin \theta \quad (5.21)$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆ จากความสัมพันธ์ทางตรีโกณมิติ ดังนี้ และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$\cos^2 \phi + \sin^2 \phi = 1 \quad (5.22)$$

แทน (5.21) ใน (5.22) จะได้ว่า

$$\cos \phi = (1 - \sin^2 \phi)^{1/2} = (1 - \lambda^2 \sin^2 \theta)^{1/2} \quad (5.23)$$

จากหลักการกระจายไบนอมิยัล (Binomial Expansion)

$$(a+b)^n = a^n + \binom{n}{1} a^{n-1} b + \binom{n}{2} a^{n-2} b^2 + \binom{n}{3} a^{n-3} b^3 + \dots \quad (5.24)$$

เมื่อ

$$\binom{n}{1} = \frac{n}{1!}, \quad \binom{n}{2} = \frac{n(n-1)}{2!}, \quad \binom{n}{3} = \frac{n(n-1)(n-2)}{3!} \quad (5.25)$$

พิจารณา (5.23) โดยอาศัยความสัมพันธ์ในสมการ (5.24) และ (5.25) เมื่อ $n = \frac{1}{2}$, $a = 1$, $b = \lambda^2 \sin^2 \theta$ จะได้ว่า

$$\begin{aligned} \cos \phi &= 1^{1/2} + \left(\frac{1/2}{1!}\right)(1)^{-1/2}(-\lambda^2 \sin^2 \theta) \\ &\quad + \frac{1}{2} \left(\frac{1/2-1}{2!}\right)(1)^{1/2-2}(-\lambda^2 \sin^2 \theta)^2 \\ &\quad + \frac{1}{2} \left(\frac{1/2-1}{3!}\right)(1)^{1/2-3}(-\lambda^2 \sin^2 \theta)^3 + \dots \\ \cos \phi &= 1 - \frac{1}{2}(\lambda^2 \sin^2 \theta) - \frac{1}{8}(\lambda^4 \sin^4 \theta) - \frac{1}{16}(\lambda^6 \sin^6 \theta) + \dots \end{aligned} \quad (5.26)$$

จากคุณสมบัติทางตรีโกณมิติ

$$\begin{aligned} \sin^2 \theta &= \frac{1}{2}(-\cos 2\theta + 1) \\ \sin^3 \theta &= \frac{1}{4}(-\sin 3\theta + 3\sin \theta) \\ \sin^4 \theta &= \frac{1}{8}(\cos 4\theta - 4\cos 2\theta + 3) \end{aligned} \quad (5.27)$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามนำผลไปเผยแพร่โดยไม่ได้รับอนุญาต และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$\sin^6 \theta = \frac{1}{32}(-\cos 6\theta + 6\cos 4\theta - 15\cos 2\theta + 10)$$

$$\begin{aligned}
 \cos^2 \theta &= \frac{1}{2}(\cos 2\theta + 1) \\
 \cos^3 \theta &= \frac{1}{4}(\cos 3\theta + 3\cos \theta) \\
 \cos^4 \theta &= \frac{1}{8}(\cos 4\theta + 4\cos 2\theta + 3) \\
 \cos^5 \theta &= \frac{1}{16}(\cos 5\theta + 5\cos 3\theta + 10\cos \theta) \\
 \cos^6 \theta &= \frac{1}{32}(\cos 6\theta + 6\cos 4\theta + 15\cos 2\theta + 10)
 \end{aligned} \tag{5.28}$$

แทนคุณสมบัติตรีโกณมิติ (5.27) ในสมการ (5.26) จะได้ว่า

$$\begin{aligned}
 \cos \phi &= \lambda \left[\frac{1}{\lambda} - \frac{\lambda}{4} - \frac{3\lambda^3}{64} - \frac{5\lambda^5}{256} + \frac{1}{4} \left(\lambda + \frac{\lambda^3}{4} + \frac{15\lambda^5}{128} \right) \cos 2\theta \right. \\
 &\quad \left. - \frac{1}{16} \left(\frac{\lambda^3}{4} + \frac{3\lambda^5}{16} \right) \cos 4\theta - \frac{1}{36} \left(\frac{9\lambda^5}{128} \right) \cos 6\theta + \dots \right] \\
 \cos \phi &= \lambda \left(A_0 + \frac{1}{4} A_2 \cos 2\theta - \frac{1}{16} A_4 \cos 4\theta + \frac{1}{36} A_6 \cos 6\theta \right)
 \end{aligned} \tag{5.29}$$

เมื่อ

$$\begin{aligned}
 A_0 &= \frac{1}{\lambda} - \frac{1}{4}\lambda - \frac{3}{64}\lambda^3 - \frac{5}{256}\lambda^5 \dots \\
 A_2 &= \lambda + \frac{1}{4}\lambda^3 + \frac{15}{128}\lambda^5 + \dots \\
 A_4 &= \frac{1}{4}\lambda^3 + \frac{3}{16}\lambda^5 + \dots \\
 A_6 &= \frac{9}{128}\lambda^5 + \dots
 \end{aligned} \tag{5.30}$$

แทนสมการ (5.29) ในสมการ (5.20)

$$\frac{s}{r} = \frac{r}{r} \cos \theta + \frac{l}{r} \cos \phi$$

$$\frac{s}{r} = \cos \theta + \frac{l}{\lambda} \cos \phi$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนลิขสิทธิ์สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า

ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$\frac{s}{r} = \cos \theta + A_0 + \frac{1}{4} A_2 \cos 2\theta - \frac{1}{16} A_4 \cos 4\theta + \frac{1}{36} A_6 \cos 6\theta + \dots \tag{5.31}$$

หาอนุพันธ์อันดับหนึ่งและสองของสมการ (5.31) เทียบกับเวลา จะได้ความเร็วและความเร่งตามลำดับเป็น

$$\frac{\dot{s}}{r} = \dot{\theta} \left(-\sin \theta - \frac{A_2}{2} \sin 2\theta + \frac{A_4}{4} \sin 4\theta - \frac{A_6}{6} \sin 6\theta + \dots \right) \quad (5.32)$$

$$\begin{aligned} \frac{\ddot{s}}{r} = & \dot{\theta}^2 \left(-\cos \theta - A_2 \cos 2\theta + A_4 \sin 4\theta - A_6 \cos 6\theta + \dots \right) \\ & + \ddot{\theta} \left(-\sin \theta - \frac{A_2}{2} \sin 2\theta + \frac{A_4}{4} \sin 4\theta - \frac{A_6}{6} \sin 6\theta + \dots \right) \end{aligned} \quad (5.33)$$

ทำการหาความเร็วเชิงมุมของก้านสูบ โดยทำการหาอนุพันธ์อันดับหนึ่งสมการ (5.26) เทียบกับเวลาจะได้ว่า

$$\dot{\phi} \sin \phi = \lambda \dot{\theta} \left(\lambda \sin \theta \cos \theta + \frac{\lambda^3}{2} \sin^3 \theta \cos \theta + \frac{3}{8} \lambda^5 \sin^5 \theta \cos \theta + \dots \right) \quad (5.34)$$

แทนสมการ (5.21) ในสมการ (5.34) จะได้ว่า

$$\dot{\phi} = \lambda \dot{\theta} \left(\cos \theta + \frac{\lambda^2}{2} \sin^2 \theta \cos \theta + \frac{3}{8} \lambda^4 \sin^4 \theta \cos \theta + \dots \right) \quad (5.35)$$

แทนคุณสมบัติตรีโกณมิติ (5.27) ในสมการ (5.35) จะได้ว่า

$$\begin{aligned} \dot{\phi} = & \lambda \dot{\theta} \left(\cos \theta + \frac{\lambda^2}{4} \cos \theta - \frac{\lambda^2}{4} \cos 2\theta \cos \theta + \frac{3}{64} \lambda^4 \sin 4\theta \cos \theta \right. \\ & \left. - \frac{12}{64} \lambda^4 \cos 2\theta \cos \theta + \frac{9}{64} \lambda^4 \cos \theta + \dots \right) \end{aligned} \quad (5.36)$$

จากคุณสมบัติตรีโกณมิติ

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนลิขสิทธิ์ไว้ใช้กับงานวิจัยเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ (5.37) การค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

แทนค่าสมการข้างต้นแล้วจัดสมการจะได้ว่า

$$\begin{aligned}\dot{\phi} &= \lambda \dot{\theta} \left(\left(1 + \frac{\lambda^2}{8} + \frac{3\lambda^4}{64} + \dots \right) \cos \theta - \frac{1}{3} \left(\frac{3}{8} \lambda^2 + \frac{27}{128} \lambda^4 + \dots \right) \cos 3\theta + \frac{1}{5} \left(\frac{15}{128} \lambda^4 + \dots \right) \cos 5\theta \right) \\ \dot{\phi} &= \lambda \dot{\theta} \left(C_1 \cos \theta - \frac{1}{3} C_3 \cos 3\theta + \frac{1}{5} C_5 \cos 5\theta + \dots \right)\end{aligned}\quad (5.38)$$

$$\begin{aligned}\ddot{\phi} &= -\lambda \ddot{\theta}^2 (C_1 \sin \theta - C_3 \cos 3\theta + C_5 \cos 5\theta + \dots) \\ &+ \lambda \ddot{\theta} \left(C_1 \cos \theta - \frac{C_3}{3} \cos 3\theta + \frac{C_5}{5} \cos 5\theta + \dots \right)\end{aligned}\quad (5.39)$$

เมื่อ

$$\begin{aligned}C_1 &= 1 + \frac{\lambda^2}{8} + \frac{3\lambda^4}{64} + \dots \\ C_3 &= \frac{3}{8} \lambda^2 + \frac{27}{128} \lambda^4 + \dots \\ C_5 &= \frac{15}{128} \lambda^4 + \dots\end{aligned}\quad (5.40)$$

แทนค่า $\dot{\phi}$ จากสมการ (5.33) และ $\ddot{\phi}$ จากสมการ (5.39) ในสมการ (5.16) จะได้ว่า

$$\begin{aligned}F_{x,net} &= -m_{rot} r \dot{\theta}^2 \sin \theta + m_{rot} r \ddot{\theta} \cos \theta \\ F_{y,net} &= (m_{rot} + m_{rec}) r \dot{\theta}^2 \cos \theta + m_{rec} r \dot{\theta}^2 (A_2 \cos 2\theta - A_4 \cos 4\theta \\ &+ A_6 \cos 6\theta - \dots) + (m_{rot} + m_{rec}) r \ddot{\theta} \sin \theta \\ &+ m_{rec} r \ddot{\theta} \left(\frac{A_2}{2} \sin 2\theta + \frac{A_4}{4} \sin 4\theta + \frac{A_6}{6} \sin 6\theta \dots \right)\end{aligned}\quad (5.41)$$

$$\begin{aligned}M_f &= -J_{AB} \lambda \dot{\theta}^2 (C_1 \sin \theta - C_3 \sin 3\theta + C_5 \sin 5\theta + \dots) \\ &+ J_{AB} \lambda \ddot{\theta}^2 \left(C_1 \cos \theta - \frac{C_3}{3} \cos 3\theta + \frac{C_5}{5} \cos 5\theta + \dots \right) \\ &- (m_A r^2 + m_1 r^2 + J_d) \ddot{\theta}\end{aligned}\quad (5.42)$$

เครื่องยนต์เผาไหม้ภายในโดยทั่วๆ ไปจะมีค่า λ อยู่ในช่วง $\frac{1}{6}$ ถึง $\frac{2}{5}$ โดยปกติจะใช้เทอมของสัมประสิทธิ์ใน (5.30) และ (5.40) เพียงเทอมเดียว Paul [4] ดังนี้

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับภาควิชา λ^3 ซึ่งงานเพื่อการศึกษา $9\lambda^5$ นั้น ไม่นับญาติให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องแจ้งเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$\begin{aligned}A_2 &= \lambda, & A_4 &= \frac{\lambda^3}{4}, & A_6 &= \frac{9\lambda^5}{128}, \\ C_1 &= 1, & C_3 &= \frac{3\lambda^3}{8}, & C_5 &= \frac{15\lambda^4}{128}\end{aligned}\quad (5.43)$$

สมมติให้ความเร็วเชิงมุมของเพลาช้อเหวี่ยงมีค่าคงที่เป็น ω และแทนสมการที่ (5.43) กลับใน (5.41) และ (5.42) จะได้แรงและทอร์กลัพธ์ที่กระทำกับโครงกรอบคอมเพรสเซอร์ $F_{x,net}$, $F_{y,net}$ และ M_z เป็น

$$F_{x,net} = -m_{rot} r \omega^2 \sin \theta \quad (5.44)$$

$$F_{y,net} = (m_{rot} + m_{rec}) r \omega^2 \cos \theta + m_{rec} r \omega^2 \left(\lambda \cos 2\theta - \frac{\lambda^3}{4} \cos 4\theta + \frac{9}{128} \lambda^5 \cos 6\theta \right) \quad (5.45)$$

$$M_z = M_f = -J_{AB} \lambda \omega^2 \left(\sin \theta - \frac{3\lambda^2}{8} \sin 3\theta + \frac{15\lambda^4}{128} \sin 5\theta \right) \quad (5.46)$$

พิจารณาผลของแรงและทอร์กลัพธ์ที่กระทำกับโครงกรอบคอมเพรสเซอร์กระทำกับตำแหน่งจุดศูนย์กลางมวล C ของวัตถุเกร็ง จากรูปที่ 5.7 ให้จุด O เป็นจุดตัดของเส้นแนวแกนกระบอกสูบกับเส้นแนวนอน เพลาช้อเหวี่ยง ตำแหน่งจุด O เทียบกับตำแหน่งจุดศูนย์กลางมวล C จะมีค่าเป็น

$$\vec{r}_O = x_O \vec{i} + y_O \vec{j} + z_O \vec{k} \quad (5.47)$$

จากข้อมูลสมมุติฐานที่ว่าระบบแกน xyz ขนานกับระบบแกน $\bar{X} \bar{Y} \bar{Z}$ เป็นผลให้แรง \vec{f}_c ระบบแกนรวมมีค่าเป็น

$$\vec{f}_c = f_{xc} \vec{i} + f_{yc} \vec{j} + f_{zc} \vec{k} \quad (5.48)$$

โดยที่

$$\begin{aligned} f_{xc} &= F_{x,net} \\ f_{yc} &= F_{y,net} \\ f_{zc} &= 0 \end{aligned} \quad (5.49)$$

และทอร์กลัพธ์กระทำรอบเพลาช้อเหวี่ยงมีค่าเป็น

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$\vec{M}_{zO} = M_z \vec{k} \quad (5.50)$$

โมเมนต์ที่เกิดจากแรงลัพธ์และทอร์กลัพธ์กระทำรอบจุดศูนย์กลางมวล C จะมีค่าเป็น

$$\begin{aligned}\bar{M}_c &= \bar{r}_o \times \bar{f}_c + \bar{M}_{z_o} \\ \bar{M}_c &= (x_o \bar{i} + y_o \bar{j} + z_o \bar{k}) \times (f_{xc} \bar{i} + f_{yc} \bar{j} + f_{zc} \bar{k}) + M_z \bar{k} \\ M_{xc} \bar{i} + M_{yc} \bar{j} + M_{zc} \bar{k} &= -z_o f_{yc} \bar{i} + z_o f_{xc} \bar{j} + (x_o f_{yc} - y_o f_{xc} + M_z) \bar{k}\end{aligned}\quad (5.51)$$

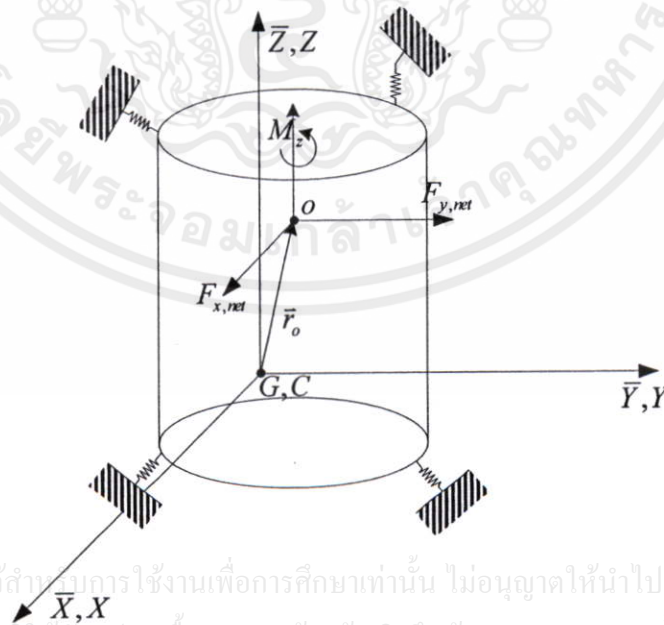
ดังนั้น

$$\begin{aligned}M_{xc} &= -z_o f_{yc} = -z_o F_{y,net} \\ M_{yc} &= z_o f_{xc} = z_o F_{x,net} \\ M_{zc} &= x_o f_{yc} - y_o f_{xc} + M_z = x_o F_{y,net} - y_o F_{x,net} + M_f\end{aligned}\quad (5.52)$$

5.2.3 แรงและโมเมนต์ที่กระทำรอบจุดศูนย์กลางมวลที่เกิดจากมวลถ่วงสมดุล

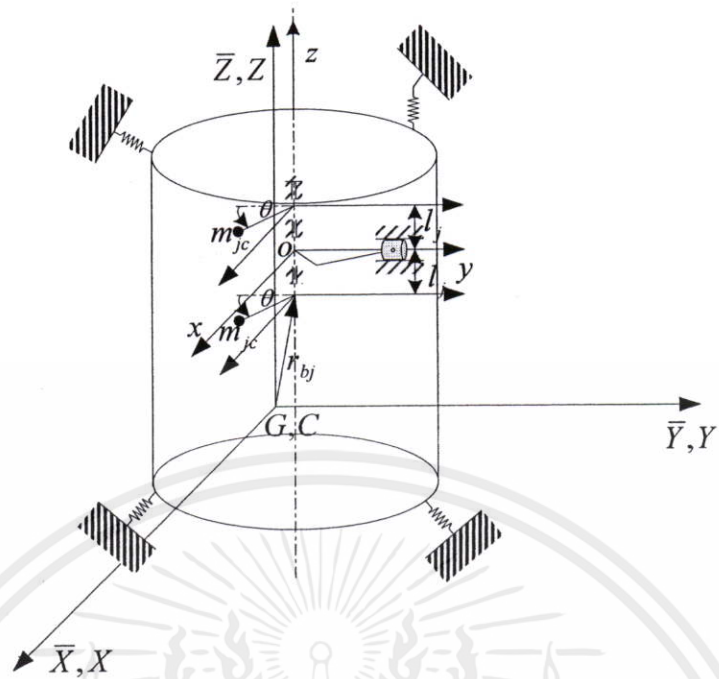
เนื่องจากคอมเพรสเซอร์สูบเดี่ยวนั้นเกิดปัญหาการสั่นสะเทือนอันเป็นผลมาจาก แรงเฉ่า และโมเมนต์เฉ่า การลดการสั่นสะเทือนที่เกิดขึ้นนั้นสามารถทำได้หลายวิธีด้วยกัน ในที่นี้จะใช้วิธีการคิดมวลถ่วงสมดุลในทิศทางตรงกันข้ามกับแกนข้อเหวี่ยงดังแสดงในรูปที่ 5.8 ทำการหาแรงและทอร์กคัพที่กระทำกับโครงกรอบ คอมเพรสเซอร์อันเป็นผลจากมวลถ่วงสมดุลสามารถหาได้ ดังนี้

พิจารณามวลถ่วงสมดุลขนาด m_{jc} ติดที่ระยะ r_j ที่ระนาบ j ใด ๆ เมื่อ $j = 1, 2$ ดังแสดงในรูปที่ 5.8 เขียนผังวัตถุอิสระของมวลถ่วงสมดุลที่ระนาบ j ใด ๆ ดังรูปที่ 5.9 พิจารณาแรงปฏิกิริยาที่โครงกรอบกระทำกับเพลาช้อเหวี่ยงที่ระนาบ j ใด ๆ โดยพิจารณาสมดุลพลศาสตร์ (Dynamic Equilibrium)

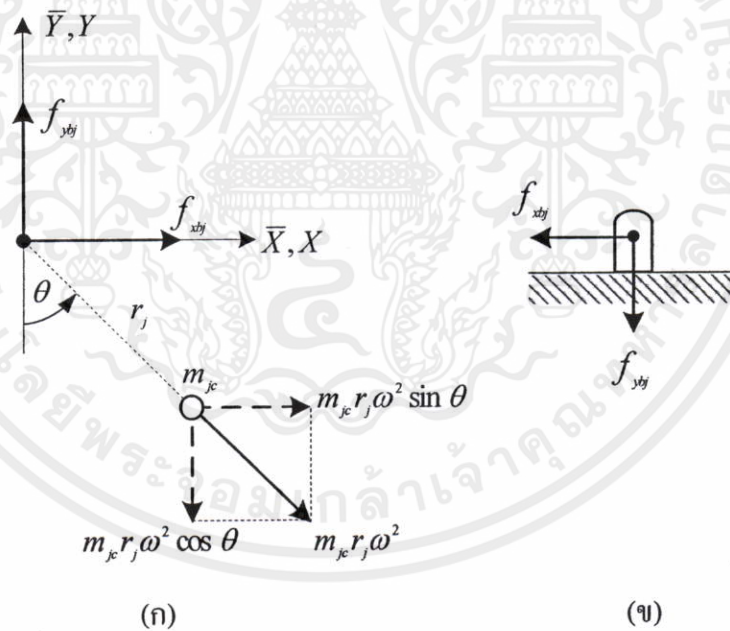


เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

รูปที่ 5.7 แสดงแบบจำลองชุดกลไกคอมเพรสเซอร์สูบเดี่ยวที่พิจารณาเป็นวัตถุเกร็งมีแรงและ
โมเมนต์ที่เกิดจากการเคลื่อนที่ของชุดกลไกคอมเพรสเซอร์สูบเดี่ยวกระทำที่จุด O



รูปที่ 5.8 แสดงแบบจำลองชุดกลไกคอมเพรสเซอร์สูบเดี่ยวที่ติดมวลถ่วงสมดุล m_{jc} ติดที่ระยะ r_j



รูปที่ 5.9 (ก) แสดงผังวัตถุอิสระของชุดมวลถ่วงสมดุลที่ระนาบ j

(ข) แสดงผังแรงปฏิกิริยาที่เกิดจากมวลถ่วงสมดุลกระทำกับโครงกรอบคอมเพรสเซอร์

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่ $\sum F = 0$ หรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า

ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีก $f_{xbj} + m_{jc} r_j \omega^2 \sin \theta = 0$ และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$f_{ybj} - m_{jc} r_j \omega^2 \cos \theta = 0$$

ดังนั้น

$$\begin{aligned} f_{x_{bj}} &= -m_{jc} r_j \omega^2 \sin \theta \\ f_{y_{bj}} &= m_{jc} r_j \omega^2 \cos \theta \end{aligned} \quad (5.53)$$

เนื่องจากมวลถ่วงสมดุลงเกิดการเคลื่อนที่อยู่ในระนาบ x-y เท่านั้น เป็นผลให้แรงปฏิกิริยาทิศทาง z มีค่าเป็นศูนย์

$$f_{z_{bj}} = 0 \quad (5.54)$$

จากรูป 5.9 (ข) จะพบว่าแรงปฏิกิริยาที่เกิดขึ้นจากมวลถ่วงสมดุลงกระทำกับโครงกรอบจะมีทิศทางตรงข้ามกับสมการ (5.53) ดังนั้น

$$\begin{aligned} f_{x_{bj}} &= m_{jc} r_j \omega^2 \sin \theta \\ f_{y_{bj}} &= -m_{jc} r_j \omega^2 \cos \theta \end{aligned} \quad (5.55)$$

เนื่องจากคอมเพรสเซอร์สูบเดียวในรูป 5.8 (ก) นั้นจะมีมวลถ่วงสมดุลงที่ 2 ระนาบคือ $j = 1, 2$ ดังนั้นแรงรวมที่เกิดจากมวลถ่วงสมดุลงกระทำกับโครงกรอบคอมเพรสเซอร์จะมีค่าเป็นดังนี้

$$\begin{aligned} f_{x_b} &= \sum_{j=1}^2 f_{x_{bj}} = \sum_{j=1}^2 m_{jc} r_j \omega^2 \sin \theta \\ f_{y_b} &= \sum_{j=1}^2 f_{y_{bj}} = -\sum_{j=1}^2 m_{jc} r_j \omega^2 \cos \theta \\ f_{z_b} &= 0 \end{aligned} \quad (5.56)$$

ต่อจากนั้นพิจารณาหาโมเมนต์ที่เกิดจากแรงปฏิกิริยาของมวลถ่วงสมดุลงที่ระนาบ j กระทำกับโครงกรอบรอบจุดศูนย์กลางถ่วงมวล C โดยให้ \vec{r}_{bj} คือ เวกเตอร์บอกตำแหน่งของจุดศูนย์กลางถ่วงมวล C ถึงระนาบมวลถ่วงสมดุลง j ดังนี้

$$\text{เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนลิขสิทธิ์ของมหาวิทยาลัยเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง ไม่อนุญาติให้นำไปใช้ประโยชน์ในการค้า} \quad (5.57)$$

ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

โดยที่ l_j จะแทนระยะจากจุด O ถึงระนาบ j ตามแนวแกนของเพลลาข้อเหวี่ยง ดังนั้น โมเมนต์ที่กระทำรอบจุดศูนย์กลางมวล C อันเป็นผลจากแรงปฏิกิริยาที่กระทำโดยมวลถ่วงสมดุลที่ระนาบ j กระทำกับโครงกรอบของคอมเพรสเซอร์ มีค่าดังนี้

$$\begin{aligned}\bar{M}_{bj} &= \bar{r}_{bj} \times \bar{f}_{bj} \\ \bar{M}_{bj} &= (x_o \bar{i} + y_o \bar{j} + (z_o + l_j) \bar{k}) \times (f_{xbj} \bar{i} + f_{ybj} \bar{j}) \\ M_{xbj} \bar{i} + M_{ybj} \bar{j} + M_{zbj} \bar{k} &= x_o f_{ybj} \bar{k} - y_o f_{xbj} \bar{k} + (z_o + l_j) f_{xbj} \bar{j} \\ &\quad - (z_o + l_j) f_{ybj} \bar{i}\end{aligned}\tag{5.58}$$

ดังนั้น

$$\begin{aligned}M_{xbj} &= -(z_o + l_j) f_{ybj} \\ M_{ybj} &= (z_o + l_j) f_{xbj} \\ M_{zbj} &= (x_o f_{ybj} - y_o f_{xbj})\end{aligned}\tag{5.59}$$

โมเมนต์รวมอันเป็นผลจากแรงที่เกิดจากมวลถ่วงสมดุลที่ระนาบ $j=1$ และ 2 จะมีค่าเป็น

$$\begin{aligned}M_{xb} &= \sum_{j=1}^2 -(z_o + l_j) f_{ybj} \\ M_{yb} &= \sum_{j=1}^2 (z_o + l_j) f_{xbj} \\ M_{zb} &= \sum_{j=1}^2 (x_o f_{ybj} - y_o f_{xbj})\end{aligned}\tag{5.60}$$

5.2.4 แรงปฏิกิริยาที่สปริงยึดคอมเพรสเซอร์กระทำกับ Housing

พิจารณาให้สปริงยึดคอมเพรสเซอร์ประกอบขึ้นจากสปริงและตัวหน่วง สามารถพิจารณาหาแรงปฏิกิริยาเกิดจากสปริงยึดคอมเพรสเซอร์ ได้ดังนี้

5.2.4.1 แรงปฏิกิริยาเนื่องจากสปริง

สมมุติให้คอมเพรสเซอร์ถูกรองรับด้วยสปริงจำนวน N_m ตัวที่ตำแหน่ง x_{mi} , y_{mi} , z_{mi} เมื่อ $i=1,2,\dots,N_m$ สมมุติให้ค่าความแข็งของสปริงที่ตำแหน่ง i ในทิศทาง \bar{X} , \bar{Y} และ \bar{Z} เป็น k_{xi} , k_{yi} , k_{zi} ตามลำดับ โดยที่ค่าความแข็งของสปริงในแต่ละทิศทางจะเป็นอิสระซึ่งกันและกัน ในขณะที่ยึดคอมเพรสเซอร์ทำงานตำแหน่งของจุดศูนย์กลางมวล C จะมีการกระจัดไป \bar{x}_c , \bar{y}_c ที่ตำแหน่งจุดรองรับสปริง i จะมีการกระจัดแบบเลื่อนไถลเป็น \bar{x}_{mi} ซึ่งสามารถหาได้จาก

ความสัมพันธ์ของการกระจัดของจุดศูนย์กลางมวล C และเวกเตอร์บอกตำแหน่งของสปริง \vec{r}_{mi} ได้ดังนี้

$$\begin{aligned}\bar{x}_{mi} &= \bar{x}_c + \bar{\theta}_c \times \vec{r}_{mi} \\ \bar{x}_{mi} &= (x_c \bar{i} + y_c \bar{j} + z_c \bar{k}) + (\theta_x \bar{i} + \theta_y \bar{j} + \theta_z \bar{k}) \times (x_{mi} \bar{i} + y_{mi} \bar{j} + z_{mi} \bar{k}) \\ \bar{x}_{mi} &= x_c \bar{i} + y_c \bar{j} + z_c \bar{k} + \theta_x y_{mi} \bar{k} - \theta_x z_{mi} \bar{j} - \theta_y x_{mi} \bar{k} + \theta_y z_{mi} \bar{i} + \theta_z x_{mi} \bar{j} - \theta_z y_{mi} \bar{i} \\ \bar{x}_{mi} &= (x_c + \theta_y z_{mi} - \theta_z y_{mi}) \bar{i} + (y_c - \theta_x z_{mi} + \theta_z x_{mi}) \bar{j} + (z_c + \theta_x y_{mi} - \theta_y x_{mi}) \bar{k}\end{aligned}$$

แรงปฏิกิริยาเนื่องจากสปริง i กระทำกับ Housing \vec{f}_{mi} จะมีค่าเป็น

$$\begin{aligned}\vec{f}_{mi} &= -k_i \bar{x}_{mi} \\ f_{xmi} \bar{i} + f_{ymi} \bar{j} + f_{zmi} \bar{k} &= -k_{xi} (x_c + \theta_y z_{mi} - \theta_z y_{mi}) \bar{i} \\ &\quad - k_{yi} (y_c - \theta_x z_{mi} + \theta_z x_{mi}) \bar{j} \\ &\quad - k_{zi} (z_c + \theta_x y_{mi} - \theta_y x_{mi}) \bar{k}\end{aligned}$$

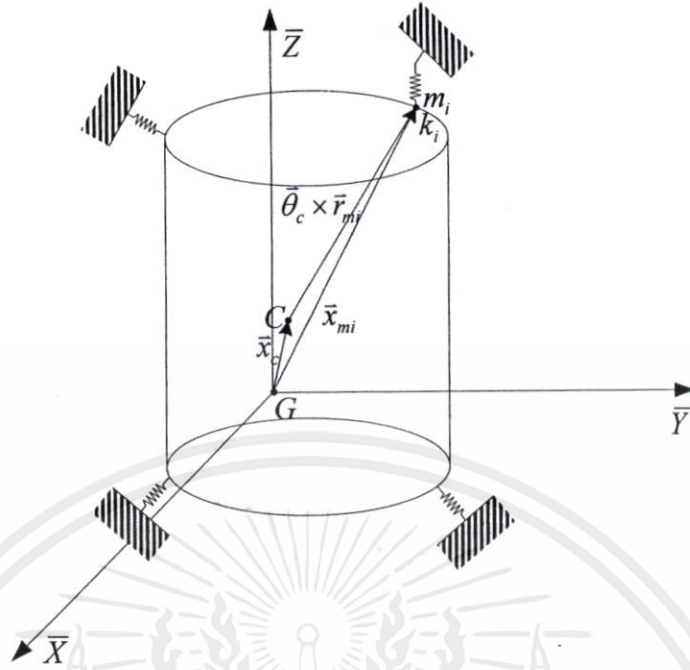
ดังนั้น

$$\begin{aligned}f_{xmi} &= -k_{xi} (x_c + \theta_y z_{mi} - \theta_z y_{mi}) \\ f_{ymi} &= -k_{yi} (y_c + \theta_x z_{mi} - \theta_z x_{mi}) \\ f_{zmi} &= -k_{zi} (z_c + \theta_x y_{mi} - \theta_y x_{mi})\end{aligned}$$

แรงปฏิกิริยารวมเนื่องจากสปริง $i = 1, 2, \dots, N_m$ กระทำกับ Housing จะมีค่าดังนี้

$$\begin{aligned}f_{xm} &= -\sum_{i=1}^{N_m} k_{xi} (x_c + \theta_y z_{mi} - \theta_z y_{mi}) \\ f_{ym} &= -\sum_{i=1}^{N_m} k_{yi} (y_c + \theta_x z_{mi} - \theta_z x_{mi}) \\ f_{zm} &= -\sum_{i=1}^{N_m} k_{zi} (z_c + \theta_x y_{mi} - \theta_y x_{mi})\end{aligned} \tag{5.61}$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้คัดลอกเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



รูปที่ 5.10 แสดงแบบจำลองของคอมเพรสเซอร์สูบเดี่ยวและสปริงยึดคอมเพรสเซอร์

ต่อไปนี้จะพิจารณาโมเมนต์รอบจุดศูนย์กลางถ่วงมวล C, \vec{M}_{mi} อันเป็นผลจากแรงปฏิกิริยาเนื่องจากสปริง i กระทำกับ Housing, \vec{f}_{mi}

$$\vec{M}_{mi} = \vec{r}_{mi} \times \vec{f}_{mi}$$

$$\vec{M}_{mi} = (x_{mi}\vec{i} + y_{mi}\vec{j} + z_{mi}\vec{k}) \times (f_{xmi}\vec{i} + f_{ymi}\vec{j} + f_{zmi}\vec{k})$$

$$\begin{aligned} M_{xmi}\vec{i} + M_{ymi}\vec{j} + M_{zmi}\vec{k} &= x_{mi}f_{ymi}\vec{k} - x_{mi}f_{zmi}\vec{j} \\ &\quad - y_{mi}f_{xmi}\vec{k} + y_{mi}f_{zmi}\vec{i} \\ &\quad + z_{mi}f_{xmi}\vec{j} - z_{mi}f_{ymi}\vec{i} \end{aligned}$$

ดังนั้น

$$M_{xmi} = f_{zmi}y_{mi} - f_{ymi}z_{mi}$$

$$M_{ymi} = f_{xmi}z_{mi} - f_{zmi}x_{mi}$$

$$M_{zmi} = f_{ymi}x_{mi} - f_{xmi}y_{mi}$$

โมเมนต์รวมรอบจุดศูนย์กลางถ่วงมวล C อันเป็นผลจากแรงปฏิกิริยารวมเนื่องจากสปริง $i = 1, 2, \dots, N_m$

$$M_{xm} = \sum_{i=1}^{N_m} (-k_{zi}(z_c + y_{mi}\theta_x - x_{mi}\theta_y)y_{mi} + k_{yi}(y_c + x_{mi}\theta_z - z_{mi}\theta_x)z_{mi})$$

$$M_{ym} = \sum_{i=1}^{N_m} (-k_{xi}(x_c + z_{mi}\theta_y - y_{mi}\theta_z)z_{mi} + k_{zi}(z_c + y_{mi}\theta_x - x_{mi}\theta_y)x_{mi}) \quad (5.62)$$

$$M_{zm} = \sum_{i=1}^{N_m} (-k_{yi}(y_c + x_{mi}\theta_z - z_{mi}\theta_x)x_{mi} + k_{xi}(x_c + z_{mi}\theta_y - y_{mi}\theta_z)y_{mi})$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งสงวนลิขสิทธิ์ไว้ด้วย

5.2.4.2 แรงปฏิกิริยาเนื่องจากความหน่วงในสปริงยึดคอมเพรสเซอร์

แรงปฏิกิริยาที่เกิดจากสปริงยึดคอมเพรสเซอร์กระทำกับระบบอันเป็นผลจากความหน่วง สมมติให้คอมเพรสเซอร์ถูกรองรับด้วยสปริงยึดคอมเพรสเซอร์จำนวน N_m ตัวที่ตำแหน่ง x_{mi} , y_{mi} , z_{mi} เมื่อ $i=1,2,\dots,N_m$ สมมติให้ค่าความหน่วงของสปริงยึดคอมเพรสเซอร์ที่ตำแหน่งที่ตำแหน่ง i ในทิศทาง \bar{X} , \bar{Y} และ \bar{Z} จะมีค่าเป็น c_{xi} , c_{yi} , c_{zi} ตามลำดับ โดยที่ค่าความหน่วงของสปริงยึดคอมเพรสเซอร์ ในแต่ละทิศทางจะเป็นอิสระซึ่งกันและกัน จากที่เราได้วิเคราะห์หาเวกเตอร์การกระทำของตำแหน่งสปริงยึดคอมเพรสเซอร์ i จะพบว่า

$$\bar{x}_{mi} = x_{xmi}\bar{i} + x_{ymi}\bar{j} + x_{zmi}\bar{k}$$

$$x_{xmi} = x_c + \theta_y z_{mi} - \theta_z y_{mi}$$

$$x_{ymi} = y_c + \theta_z x_{mi} - \theta_x z_{mi}$$

$$x_{zmi} = z_c + \theta_x y_{mi} - \theta_y x_{mi}$$

ดังนั้นขนาดความเร็ว ณ ตำแหน่งสปริงยึดคอมเพรสเซอร์ i จะเท่ากับ

$$\dot{x}_{xmi} = \dot{x}_c + \dot{\theta}_y z_{mi} - \dot{\theta}_z y_{mi}$$

$$\dot{x}_{ymi} = \dot{y}_c + \dot{\theta}_z x_{mi} - \dot{\theta}_x z_{mi}$$

$$\dot{x}_{zmi} = \dot{z}_c + \dot{\theta}_x y_{mi} - \dot{\theta}_y x_{mi}$$

$$\therefore \dot{\bar{x}}_{mi} = \dot{x}_{xmi}\bar{i} + \dot{x}_{ymi}\bar{j} + \dot{x}_{zmi}\bar{k}$$

แรงปฏิกิริยาเนื่องจากตัวหน่วงตำแหน่ง i กระทำกับเครื่อง, \bar{f}_{di} จะมีค่าเท่ากับ

$$\bar{f}_{di} = -c_i \dot{\bar{x}}_{mi}$$

$$f_{xdi}\bar{i} + f_{ydi}\bar{j} + f_{zdi}\bar{k} = -c_{xi}(\dot{x}_c + \dot{\theta}_y z_{mi} - \dot{\theta}_z y_{mi})\bar{i}$$

$$-c_{yi}(\dot{y}_c + \dot{\theta}_z x_{mi} - \dot{\theta}_x z_{mi})\bar{j}$$

$$-c_{zi}(\dot{z}_c + \dot{\theta}_x y_{mi} - \dot{\theta}_y x_{mi})\bar{k}$$

ดังนั้น

$$f_{xd} = -c_{xi}(\dot{x}_c + z_{mi}\dot{\theta}_y - y_{mi}\dot{\theta}_z)$$

$$f_{yd} = -c_{yi}(\dot{y}_c + x_{mi}\dot{\theta}_z - z_{mi}\dot{\theta}_x)$$

$$f_{zd} = -c_{zi}(\dot{z}_c + y_{mi}\dot{\theta}_x - x_{mi}\dot{\theta}_y)$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนลิขสิทธิ์ไว้ซึ่งโดยออกฤทธิ์ที่กายนั่น ไม่นอนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า

ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามให้คนอื่นขโมยไปและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

แรงปฏิกริยารวมเนื่องจากตัวหน่วงในสปริง $i = 1, 2, \dots, N_m$ กระทำกับ Housing จะมีค่าเป็น ดังนี้

$$\begin{aligned} f_{xd} &= -\sum_{i=1}^{N_m} c_{xi} (\dot{x}_c + z_{mi} \dot{\theta}_y - y_{mi} \dot{\theta}_z) \\ f_{yd} &= -\sum_{i=1}^{N_m} c_{yi} (\dot{y}_c + x_{mi} \dot{\theta}_z - z_{mi} \dot{\theta}_x) \\ f_{zd} &= -\sum_{i=1}^{N_m} c_{zi} (\dot{z}_c + y_{mi} \dot{\theta}_x - x_{mi} \dot{\theta}_y) \end{aligned} \quad (5.63)$$

พิจารณาโมเมนต์เนื่องจากแรงปฏิกริยารวมเนื่องจากตัวหน่วงกระทำรอบจุดศูนย์กลางมวล C ของคอมเพรสเซอร์

$$\begin{aligned} \bar{M}_{di} &= \bar{r}_{mi} \times \bar{f}_{di} \\ \bar{M}_{di} &= (x_{mi} \bar{i} + y_{mi} \bar{j} + z_{mi} \bar{k}) \times (f_{xdi} \bar{i} + f_{ydi} \bar{j} + f_{zdi} \bar{k}) \\ M_{xdi} \bar{i} + M_{ydi} \bar{j} + M_{zdi} \bar{k} &= x_{mi} f_{ydi} \bar{k} - x_{mi} f_{zdi} \bar{j} - y_{mi} f_{xdi} \bar{k} + y_{mi} f_{zdi} \bar{i} \\ &\quad + z_{mi} f_{xdi} \bar{j} - z_{mi} f_{ydi} \bar{i} \end{aligned}$$

ดังนั้น

$$\begin{aligned} M_{xdi} &= f_{zdi} y_{mi} - f_{ydi} z_{mi} \\ M_{ydi} &= f_{xdi} z_{mi} - f_{zdi} x_{mi} \\ M_{zdi} &= f_{ydi} x_{mi} - f_{xdi} y_{mi} \end{aligned}$$

โมเมนต์รวมรอบจุดศูนย์กลางมวล C อันเป็นผลจากแรงปฏิกริยารวมเนื่องจากตัวหน่วงที่ตำแหน่ง

$i = 1, 2, \dots, N_m$

$$\begin{aligned} M_{xd} &= \sum_{i=1}^{N_m} (-c_{zi} (\dot{z}_c + y_{mi} \dot{\theta}_x - x_{mi} \dot{\theta}_y) y_{mi} + c_{yi} (\dot{y}_c + x_{mi} \dot{\theta}_z - z_{mi} \dot{\theta}_x) z_{mi}) \\ M_{yd} &= \sum_{i=1}^{N_m} (-c_{xi} (\dot{x}_c + z_{mi} \dot{\theta}_y - y_{mi} \dot{\theta}_z) z_{mi} + c_{zi} (\dot{z}_c + y_{mi} \dot{\theta}_x - x_{mi} \dot{\theta}_y) x_{mi}) \end{aligned} \quad (5.64)$$

เอกสารนี้เป็นเอกสาร M_{zd} = $\sum_{i=1}^{N_m} (-c_{yi} (\dot{y}_c + x_{mi} \dot{\theta}_z - x_{mi} \dot{\theta}_z) x_{mi} + c_{xi} (\dot{x}_c + z_{mi} \dot{\theta}_y - y_{mi} \dot{\theta}_z) y_{mi})$ ระเบียบด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้คัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

5.2.5 สมการแสดงการเคลื่อนที่ของคอมเพรสเซอร์สูบเดียว

สร้างสมการการเคลื่อนที่ของคอมเพรสเซอร์สูบเดียววางนอน โดยแทนแรงเฉื่อยและโมเมนต์เฉื่อยที่เกิดจากคอมเพรสเซอร์สูบเดียวในสมการ (5.49) และ (5.52) แรงและโมเมนต์ที่เกิดจากมวลถ่วงสมดุลในสมการ (5.56) และ (5.60) และแรงปฏิกิริยาและโมเมนต์ที่เกิดจากสปริงยึดคอมเพรสเซอร์กระทำกับ Housing ในสมการ (5.61), (5.62), (5.63) และ (5.64) ลงในสมการการเคลื่อนที่แบบเลื่อนขนานและหมุน (5.1) และ (5.2) ที่สภาวะเดินเบา จะได้ว่า

$$\begin{aligned} m\ddot{x}_c - f_{xd} - f_{xm} &= f_{xc} + f_{xb} \\ m\ddot{y}_c - f_{yd} - f_{ym} &= f_{yc} + f_{yb} \\ m\ddot{z}_c - f_{zd} - f_{zm} &= f_{zc} + f_{zb} \end{aligned} \quad (5.65)$$

$$\begin{aligned} I_{xx}\ddot{\theta}_x - I_{xy}\ddot{\theta}_y - I_{xz}\ddot{\theta}_z - M_{xd} - M_{xm} &= M_{xc} + M_{xb} \\ -I_{xy}\ddot{\theta}_x + I_{yy}\ddot{\theta}_y - I_{yz}\ddot{\theta}_z - M_{yd} - M_{ym} &= M_{yc} + M_{yb} \\ -I_{xz}\ddot{\theta}_x - I_{yz}\ddot{\theta}_y + I_{zz}\ddot{\theta}_z - M_{zd} - M_{zm} &= M_{zc} + M_{zb} \end{aligned} \quad (5.66)$$

แรงและโมเมนต์ที่เกิดจากกลไกคอมเพรสเซอร์สูบเดียว จากสมการ (5.49) และ (5.52) มีค่าเป็น

$$\begin{aligned} f_{xc} &= F_{x,net} = -m_{rot}r\omega^2 \sin \theta \\ f_{yc} &= F_{y,net} = (m_{rot} + m_{rec})r\omega^2 \cos \theta + m_{rec}r\omega^2 \left(\lambda \cos 2\theta - \frac{\lambda^3}{4} \cos 4\theta + \frac{9\lambda^5}{128} \cos 6\theta \right) \\ f_{zc} &= 0 \\ M_{xc} &= -z_o F_{y,net} = -z_o (m_{rot} + m_{rec})r\omega^2 \cos \theta + \\ &\quad -z_o m_{rec}r\omega^2 \left(\lambda \cos 2\theta - \frac{\lambda^3}{4} \cos 4\theta + \frac{9\lambda^5}{128} \cos 6\theta \right) \\ M_{yc} &= z_o F_{x,net} = -z_o m_{rot}r\omega^2 \sin \theta \\ M_{zc} &= x_o F_{y,net} - y_o F_{x,net} + M_f = x_o (m_{rot} + m_{rec})r\omega^2 \cos \theta \\ &\quad + x_o m_{rec}r\omega^2 \left(\lambda \cos 2\theta - \frac{\lambda^3}{4} \cos 4\theta + \frac{9\lambda^5}{128} \cos 6\theta \right) \\ &\quad + y_o m_{rot}r\omega^2 \sin \theta - J_{AB} \lambda \omega^2 \left(\sin \theta - \frac{3\lambda^2}{8} \sin 3\theta + \frac{15\lambda^4}{128} \sin 5\theta \right) \end{aligned} \quad (5.67)$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้คัดลอกเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

แรงและโมเมนต์ที่เกิดจากมวลถ่วงสมดุลจากสมการ (5.56) และ (5.60) มีค่าเป็น

$$\begin{aligned}
 f_{xb} &= \sum_{j=1}^2 m_{jc} r_j \omega^2 \sin \theta = m_{1c} r_1 \omega^2 \sin \theta + m_{2c} r_2 \omega^2 \sin \theta \\
 f_{xb} &= (m_{1c} r_1 + m_{2c} r_2) \omega^2 \sin \theta \\
 f_{yb} &= -\sum_{j=1}^2 m_{jc} r_j \omega^2 \cos \theta = -(m_{1c} r_1 + m_{2c} r_2) \omega^2 \cos \theta \\
 f_{zb} &= 0 \tag{5.68} \\
 M_{xb} &= \sum_{j=1}^2 (z_o + l_j) m_{jc} r_j \omega^2 \cos \theta = (z_o + l_1) m_{1c} r_1 \omega^2 \cos \theta + (z_o + l_2) m_{2c} r_2 \omega^2 \cos \theta \\
 M_{yb} &= \sum_{j=1}^2 (z_o + l_j) m_{jc} r_j \omega^2 \sin \theta = (z_o + l_1) m_{1c} r_1 \omega^2 \sin \theta + (z_o + l_2) m_{2c} r_2 \omega^2 \sin \theta \\
 M_{zb} &= \sum_{j=1}^2 (x_o f_{ybj} - y_o f_{xbj}) = -\sum_{j=1}^2 (x_o m_{jc} r_j \omega^2 \cos \theta + y_o m_{jc} r_j \omega^2 \sin \theta) \\
 M_{zb} &= -((x_o m_{1c} r_1 \omega^2 \cos \theta + y_o m_{1c} r_1 \omega^2 \sin \theta) + (x_o m_{2c} r_2 \omega^2 \cos \theta + y_o m_{2c} r_2 \omega^2 \sin \theta)) \\
 M_{zb} &= -((m_{1c} r_1 + m_{2c} r_2) x_o \omega^2 \cos \theta + (m_{1c} r_1 + m_{2c} r_2) y_o \omega^2 \sin \theta)
 \end{aligned}$$

แรงและโมเมนต์ที่เกิดจากค่าความแข็งของสปริงในสปริงฮิคคอมเพรสเซอร์ในสมการ (5.61) และ (5.62) เมื่อ $N_m = 3$ จะมีค่าเป็น

$$\begin{aligned}
 f_{xm} &= -\sum_{j=1}^{N_m} k_{xi} (x_c + z_{mi} \theta_y - y_{mi} \theta_z) \\
 f_{xm} &= -(k_{x1} + k_{x2} + k_{x3}) x_c - (k_{x1} z_{m1} + k_{x2} z_{m2} + k_{x3} z_{m3}) \theta_y \\
 &\quad + (k_{x1} y_{m1} + k_{x2} y_{m2} + k_{x3} y_{m3}) \theta_z \\
 f_{ym} &= -\sum_{j=1}^{N_m} k_{yi} (y_c + x_{mi} \theta_z - z_{mi} \theta_x) \\
 f_{ym} &= -(k_{y1} + k_{y2} + k_{y3}) y_c - (k_{y1} x_{m1} + k_{y2} x_{m2} + k_{y3} x_{m3}) \theta_z \\
 &\quad + (k_{y1} z_{m1} + k_{y2} z_{m2} + k_{y3} z_{m3}) \theta_x \\
 f_{zm} &= -\sum_{j=1}^{N_m} k_{zi} (z_c + y_{mi} \theta_x - x_{mi} \theta_y) \\
 f_{zm} &= -(k_{z1} + k_{z2} + k_{z3}) z_c - (k_{z1} y_{m1} + k_{z2} y_{m2} + k_{z3} y_{m3}) \theta_x \\
 &\quad + (k_{z1} x_{m1} + k_{z2} x_{m2} + k_{z3} x_{m3}) \theta_y
 \end{aligned}$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงชื่อเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$M_{xm} = \sum_{i=1}^{N_m} \left(-k_{zi}(z_c + y_{mi}\theta_x - x_{mi}\theta_y)y_{mi} + k_{yi}(y_c + x_{mi}\theta_z - z_{mi}\theta_x)z_{mi} \right) \quad (5.69)$$

$$\begin{aligned} M_{xm} = & -(k_{z1}y_{m1} + k_{z2}y_{m2} + k_{z3}y_{m3})z_c + (k_{y1}z_{m1} + k_{y2}z_{m2} + k_{y3}z_{m3})y_c \\ & - (k_{z1}y_{m1}^2 + k_{z2}y_{m2}^2 + k_{z3}y_{m3}^2 + k_{y1}z_{m1}^2 + k_{y2}z_{m2}^2 + k_{y3}z_{m3}^2)\theta_x \\ & + (k_{z1}x_{m1}y_{m1} + k_{z2}x_{m2}y_{m2} + k_{z3}x_{m3}y_{m3})\theta_y \\ & + (k_{y1}x_{m1}z_{m1} + k_{y2}x_{m2}z_{m2} + k_{y3}x_{m3}z_{m3})\theta_z \end{aligned}$$

$$M_{ym} = \sum_{i=1}^{N_m} \left(-k_{xi}(x_c + z_{mi}\theta_y - y_{mi}\theta_z)z_{mi} + k_{zi}(z_c + y_{mi}\theta_x - x_{mi}\theta_y)x_{mi} \right)$$

$$\begin{aligned} M_{ym} = & -(k_{x1}z_{m1} + k_{x2}z_{m2} + k_{x3}z_{m3})x_c + (k_{z1}x_{m1} + k_{z2}x_{m2} + k_{z3}x_{m3})z_c \\ & - (k_{x1}z_{m1}^2 + k_{x2}z_{m2}^2 + k_{x3}z_{m3}^2 + k_{z1}x_{m1}^2 + k_{z2}x_{m2}^2 + k_{z3}x_{m3}^2)\theta_y \\ & + (k_{x1}y_{m1}z_{m1} + k_{x2}y_{m2}z_{m2} + k_{x3}y_{m3}z_{m3})\theta_z \\ & + (k_{z1}y_{m1}x_{m1} + k_{z2}y_{m2}x_{m2} + k_{z3}y_{m3}x_{m3})\theta_x \end{aligned}$$

$$M_{zm} = \sum_{i=1}^{N_m} \left(-k_{yi}(y_c + x_{mi}\theta_z - x_{mi}\theta_x)x_{mi} + k_{xi}(x_c + z_{mi}\theta_y - y_{mi}\theta_z)y_{mi} \right)$$

$$\begin{aligned} M_{zm} = & -(k_{y1}x_{m1} + k_{y2}x_{m2} + k_{y3}x_{m3})y_c + (k_{x1}y_{m1} + k_{x2}y_{m2} + k_{x3}y_{m3})x_c \\ & - (k_{y1}x_{m1}^2 + k_{y2}x_{m2}^2 + k_{y3}x_{m3}^2 + k_{x1}y_{m1}^2 + k_{x2}y_{m2}^2 + k_{x3}y_{m3}^2)\theta_z \\ & + (k_{y1}z_{m1}x_{m1} + k_{y2}z_{m2}x_{m2} + k_{y3}z_{m3}x_{m3})\theta_x \\ & + (k_{x1}z_{m1}y_{m1} + k_{x2}z_{m2}y_{m2} + k_{x3}z_{m3}y_{m3})\theta_y \end{aligned}$$

แรงและ โมเมนต์ที่เกิดจากตัวหน่วงในสปริงยึดคอมเพรสเซอร์ในสมการ (5.63) และ (5.64) เมื่อ $N_m = 3$ จะมีค่าเป็น

$$f_{xd} = -\sum_{i=1}^{N_m} c_{xi}(\dot{x}_c + z_{mi}\dot{\theta}_y - y_{mi}\dot{\theta}_z)$$

$$\begin{aligned} f_{xd} = & -(c_{x1} + c_{x2} + c_{x3})\dot{x}_c - (c_{x1}z_{m1} + c_{x2}z_{m2} + c_{x3}z_{m3})\dot{\theta}_y \\ & + (c_{x1}y_{m1} + c_{x2}y_{m2} + c_{x3}y_{m3})\dot{\theta}_z \end{aligned}$$

$$f_{yd} = -\sum_{i=1}^{N_m} c_{yi}(\dot{y}_c + x_{mi}\dot{\theta}_z - z_{mi}\dot{\theta}_x)$$

$$\begin{aligned} f_{yd} = & -(c_{y1} + c_{y2} + c_{y3})\dot{y}_c - (c_{y1}x_{m1} + c_{y2}x_{m2} + c_{y3}x_{m3})\dot{\theta}_z \\ & + (c_{y1}z_{m1} + c_{y2}z_{m2} + c_{y3}z_{m3})\dot{\theta}_x \end{aligned}$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่จัดทำขึ้นเพื่อการศึกษาค้นคว้าเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งยังมีสิทธิ์เปลี่ยนแปลงแก้ไขได้โดยไม่ต้องแจ้งถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$\begin{aligned}
f_{zd} &= -\sum_{i=1}^{N_m} c_{zi} (\dot{z}_c + y_{mi} \dot{\theta}_x - x_{mi} \dot{\theta}_y) \\
f_{zd} &= -(c_{z1} + c_{z2} + c_{z3}) \dot{z}_c - (c_{z1} y_{m1} + c_{z2} y_{m2} + c_{z3} y_{m3}) \dot{\theta}_x \\
&\quad + (c_{z1} x_{m1} + c_{z2} x_{m2} + c_{z3} x_{m3}) \dot{\theta}_y \\
M_{xd} &= \sum_{i=1}^{N_m} \left(-c_{zi} (\dot{z}_c + y_{mi} \dot{\theta}_x - x_{mi} \dot{\theta}_y) y_{mi} + c_{yi} (\dot{y}_c + x_{mi} \dot{\theta}_z - z_{mi} \dot{\theta}_x) z_{mi} \right) \quad (5.70) \\
M_{xd} &= -(c_{z1} y_{m1} + c_{z2} y_{m2} + c_{z3} y_{m3}) \dot{z}_c + (c_{y1} z_{m1} + c_{y2} z_{m2} + c_{y3} z_{m3}) \dot{y}_c \\
&\quad - (c_{z1} y_{m1}^2 + c_{z2} y_{m2}^2 + c_{z3} y_{m3}^2 + c_{y1} z_{m1}^2 + c_{y2} z_{m2}^2 + c_{y3} z_{m3}^2) \dot{\theta}_x \\
&\quad + (c_{z1} x_{m1} y_{m1} + c_{z2} x_{m2} y_{m2} + c_{z3} x_{m3} y_{m3}) \dot{\theta}_y \\
&\quad + (c_{y1} x_{m1} z_{m1} + c_{y2} x_{m2} z_{m2} + c_{y3} x_{m3} z_{m3}) \dot{\theta}_z \\
M_{yd} &= \sum_{i=1}^{N_m} \left(-c_{xi} (\dot{x}_c + z_{mi} \dot{\theta}_y - y_{mi} \dot{\theta}_z) z_{mi} + c_{zi} (\dot{z}_c + y_{mi} \dot{\theta}_x - x_{mi} \dot{\theta}_y) x_{mi} \right) \\
M_{yd} &= -(c_{x1} z_{m1} + c_{x2} z_{m2} + c_{x3} z_{m3}) \dot{x}_c + (c_{z1} x_{m1} + c_{z2} x_{m2} + c_{z3} x_{m3}) \dot{z}_c \\
&\quad - (c_{x1} z_{m1}^2 + c_{x2} z_{m2}^2 + c_{x3} z_{m3}^2 + c_{z1} x_{m1}^2 + c_{z2} x_{m2}^2 + c_{z3} x_{m3}^2) \dot{\theta}_y \\
&\quad + (c_{x1} y_{m1} z_{m1} + c_{x2} y_{m2} z_{m2} + c_{x3} y_{m3} z_{m3}) \dot{\theta}_z \\
&\quad + (c_{z1} y_{m1} x_{m1} + c_{z2} y_{m2} x_{m2} + c_{z3} y_{m3} x_{m3}) \dot{\theta}_x \\
M_{zd} &= \sum_{i=1}^{N_m} \left(-c_{yi} (\dot{y}_c + x_{mi} \dot{\theta}_z - x_{mi} \dot{\theta}_z) x_{mi} + c_{xi} (\dot{x}_c + z_{mi} \dot{\theta}_y - y_{mi} \dot{\theta}_z) y_{mi} \right) \\
M_{zd} &= -(c_{y1} x_{m1} + c_{y2} x_{m2} + c_{y3} x_{m3}) \dot{y}_c + (c_{x1} y_{m1} + c_{x2} y_{m2} + c_{x3} y_{m3}) \dot{x}_c \\
&\quad - (c_{y1} x_{m1}^2 + c_{y2} x_{m2}^2 + c_{y3} x_{m3}^2 + c_{x1} y_{m1}^2 + c_{x2} y_{m2}^2 + c_{x3} y_{m3}^2) \dot{\theta}_z \\
&\quad + (c_{y1} z_{m1} x_{m1} + c_{y2} z_{m2} x_{m2} + c_{y3} z_{m3} x_{m3}) \dot{\theta}_x \\
&\quad + (c_{x1} z_{m1} y_{m1} + c_{x2} z_{m2} y_{m2} + c_{x3} z_{m3} y_{m3}) \dot{\theta}_y
\end{aligned}$$

จากสมการที่ (5.65), (5.66) และ (5.67) จักรูประบบสมการการเคลื่อนที่ของคอมเพรสเซอร์และฐาน เป็น คั้งนี้

$$[M]\{\ddot{X}\} + [C]\{\dot{X}\} + [K]\{X\} = \{F\} \quad (5.71)$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า โดยที่ ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้คัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$[M] = \begin{bmatrix} m & & & & & \\ & m & & & & \\ & & m & & & \\ & & & I_{xx} & -I_{xy} & -I_{xz} \\ & & & -I_{xy} & I_{yy} & -I_{yz} \\ & & & -I_{xz} & -I_{yz} & I_{zz} \end{bmatrix} \quad \{X\} = \begin{Bmatrix} x_c \\ y_c \\ z_c \\ \theta_x \\ \theta_y \\ \theta_z \end{Bmatrix} \quad (5.72)$$

$$[C] = \begin{bmatrix} C_{11} & 0 & 0 & 0 & C_{15} & C_{16} \\ 0 & C_{22} & 0 & C_{24} & 0 & C_{26} \\ 0 & 0 & C_{33} & C_{34} & C_{35} & 0 \\ 0 & C_{42} & C_{43} & C_{44} & C_{45} & C_{46} \\ C_{51} & 0 & C_{53} & C_{54} & C_{55} & C_{56} \\ C_{61} & C_{62} & 0 & C_{64} & C_{65} & C_{66} \end{bmatrix} \quad (5.73)$$

เมื่อ

$$C_{11} = c_{x1} + c_{x2} + c_{x3}$$

$$C_{15} = c_{x1}z_{m1} + c_{x2}z_{m2} + c_{x3}y_{m3}$$

$$C_{16} = -(c_{x1}y_{m1} + c_{x2}y_{m2} + c_{x3}y_{m3})$$

$$C_{22} = c_{y1} + c_{y2} + c_{y3}$$

$$C_{24} = -(c_{y1}z_{m1} + c_{y2}z_{m2} + c_{y3}z_{m3})$$

$$C_{26} = c_{y1}x_{m1} + c_{y2}x_{m2} + c_{y3}x_{m3}$$

$$C_{33} = c_{z1} + c_{z2} + c_{z3}$$

$$C_{34} = c_{z1}y_{m1} + c_{z2}y_{m2} + c_{z3}y_{m3}$$

$$C_{35} = -(c_{z1}x_{m1} + c_{z2}x_{m2} + c_{z3}x_{m3})$$

$$C_{42} = -(c_{y1}z_{m1} + c_{y2}z_{m2} + c_{y3}z_{m3})$$

$$C_{43} = c_{z1}y_{m1} + c_{z2}y_{m2} + c_{z3}y_{m3}$$

$$C_{44} = c_{z1}y_{m1}^2 + c_{z2}y_{m2}^2 + c_{z3}y_{m3}^2 + c_{y1}z_{m1}^2 + c_{y2}z_{m2}^2 + c_{y3}z_{m3}^2$$

$$C_{45} = -(c_{z1}y_{m1}x_{m1} + c_{z2}y_{m2}x_{m2} + c_{z3}y_{m3}x_{m3})$$

$$C_{46} = -(c_{y1}z_{m1}x_{m1} + c_{y2}z_{m2}x_{m2} + c_{y3}z_{m3}x_{m3})$$

$$C_{51} = c_{x1}z_{m1} + c_{x2}z_{m2} + c_{x3}z_{m3}$$

$$C_{53} = -(c_{z1}x_{m1} + c_{z2}x_{m2} + c_{z3}x_{m3})$$

$$C_{54} = -(c_{z1}y_{m1}x_{m1} + c_{z2}y_{m2}x_{m2} + c_{z3}y_{m3}x_{m3})$$

$$C_{55} = c_{x1}z_{m1}^2 + c_{x2}z_{m2}^2 + c_{x3}z_{m3}^2 + c_{z1}x_{m1}^2 + c_{z2}x_{m2}^2 + c_{z3}x_{m3}^2$$

$$C_{56} = -(c_{x1}z_{m1}y_{m1} + c_{x2}z_{m2}y_{m2} + c_{x3}z_{m3}y_{m3})$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่จัดทำขึ้นเพื่อการศึกษานี้เท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า

ไม่ว่ากรณีใดๆก็ตาม ผู้ออกพิมพ์จะขอสงวนสิทธิ์ในสิ่งที่ปรากฏข้างต้น และขอสงวนสิทธิ์ในสิ่งที่ปรากฏข้างต้น

$$C_{61} = -(c_{x1}y_{m1} + c_{x2}y_{m2} + c_{x3}y_{m3})$$

$$C_{62} = c_{y1}x_{m1} + c_{y2}x_{m2} + c_{y3}x_{m3}$$

$$C_{64} = -(c_{y1}z_{m1}x_{m1} + c_{y2}z_{m2}x_{m2} + c_{y3}z_{m3}x_{m3})$$

$$C_{65} = -(c_{x1}z_{m1}y_{m1} + c_{x2}z_{m2}y_{m2} + c_{x3}z_{m3}y_{m3})$$

$$C_{66} = c_{y1}x_{m1}^2 + c_{y2}x_{m2}^2 + c_{y3}x_{m3}^2 + c_{x1}y_{m1}^2 + c_{x2}y_{m2}^2 + c_{x3}y_{m3}^2$$

$$[K] = \begin{bmatrix} K_{11} & 0 & 0 & 0 & K_{15} & K_{16} \\ 0 & K_{22} & 0 & K_{24} & 0 & K_{26} \\ 0 & 0 & K_{33} & K_{34} & K_{35} & 0 \\ 0 & K_{42} & K_{43} & K_{44} & K_{45} & K_{46} \\ K_{51} & 0 & K_{53} & K_{54} & K_{55} & K_{56} \\ K_{61} & K_{62} & 0 & K_{64} & K_{65} & K_{66} \end{bmatrix}$$

(5.74)

เมื่อ

$$K_{11} = k_{x1} + k_{x2} + k_{x3}$$

$$K_{15} = k_{x1}z_{m1} + k_{x2}z_{m2} + k_{x3}z_{m3}$$

$$K_{16} = -(k_{x1}y_{m1} + k_{x2}y_{m2} + k_{x3}y_{m3})$$

$$K_{22} = k_{y1} + k_{y2} + k_{y3}$$

$$K_{24} = -(k_{y1}z_{m1} + k_{y2}z_{m2} + k_{y3}z_{m3})$$

$$K_{26} = k_{y1}x_{m1} + k_{y2}x_{m2} + k_{y3}x_{m3}$$

$$K_{33} = k_{z1} + k_{z2} + k_{z3}$$

$$K_{34} = k_{z1}y_{m1} + k_{z2}y_{m2} + k_{z3}y_{m3}$$

$$K_{35} = -(k_{z1}x_{m1} + k_{z2}x_{m2} + k_{z3}x_{m3})$$

$$K_{42} = -(k_{y1}z_{m1} + k_{y2}z_{m2} + k_{y3}z_{m3})$$

$$K_{43} = k_{z1}y_{m1} + k_{z2}y_{m2} + k_{z3}y_{m3}$$

$$K_{44} = k_{z1}y_{m1}^2 + k_{z2}y_{m2}^2 + k_{z3}y_{m3}^2 + k_{y1}z_{m1}^2 + k_{y2}z_{m2}^2 + k_{y3}z_{m3}^2$$

$$K_{45} = -(k_{z1}y_{m1}x_{m1} + k_{z2}y_{m2}x_{m2} + k_{z3}y_{m3}x_{m3})$$

$$K_{46} = -(k_{y1}z_{m1}x_{m1} + k_{y2}z_{m2}x_{m2} + k_{y3}z_{m3}x_{m3})$$

$$K_{51} = k_{x1}z_{m1} + k_{x2}z_{m2} + k_{x3}z_{m3}$$

$$K_{53} = -(k_{z1}x_{m1} + k_{z2}x_{m2} + k_{z3}x_{m3})$$

$$K_{54} = -(k_{z1}y_{m1}x_{m1} + k_{z2}y_{m2}x_{m2} + k_{z3}y_{m3}x_{m3})$$

$$K_{55} = k_{x1}z_{m1}^2 + k_{x2}z_{m2}^2 + k_{x3}z_{m3}^2 + k_{z1}x_{m1}^2 + k_{z2}x_{m2}^2 + k_{z3}x_{m3}^2$$

$$K_{56} = -(k_{x1}z_{m1}y_{m1} + k_{x2}z_{m2}y_{m2} + k_{x3}z_{m3}y_{m3})$$

$$K_{61} = -(k_{x1}y_{m1} + k_{x2}y_{m2} + k_{x3}y_{m3})$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนลิขสิทธิ์ไว้เพื่อใช้ในการเรียนการสอนเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น ยกเว้นกรณีที่มีเหตุผลพิเศษอื่นใดจะต้องขออนุญาตจากเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$K_{62} = k_{y1}x_{m1} + k_{y2}x_{m2} + k_{y3}x_{m3}$$

$$K_{64} = -(k_{y1}z_{m1}x_{m1} + k_{y2}z_{m2}x_{m2} + k_{y3}z_{m3}x_{m3})$$

$$K_{65} = -(k_{x1}z_{m1}y_{m1} + k_{x2}z_{m2}y_{m2} + k_{x3}z_{m3}y_{m3})$$

$$K_{66} = k_{y1}x_{m1}^2 + k_{y2}x_{m2}^2 + k_{y3}x_{m3}^2 + k_{x1}y_{m1}^2 + k_{x2}y_{m2}^2 + k_{x3}y_{m3}^2$$

$$\{F\} = \begin{Bmatrix} f_{11} \\ f_{12} \\ f_{13} \\ f_{14} \\ f_{15} \\ f_{16} \end{Bmatrix} \quad (5.75)$$

เมื่อ

$$f_{11} = (m_{1c}r_1 + m_{2c}r_2 - m_{rot}r)\omega^2 \sin \theta$$

$$f_{21} = (m_{rot}r + m_{rec}r - m_{1c}r_1 - m_{2c}r_2)\omega^2 \cos \theta \\ + m_{rec}r\omega^2 \left(\lambda \cos 2\theta - \frac{\lambda^3}{4} \cos 4\theta + \frac{9\lambda^5}{128} \cos 6\theta \right)$$

$$f_{31} = 0$$

$$f_{41} = (-z_o m_{rot}r - z_o m_{rec}r + z_o m_{1c}r_1 + z_o m_{2c}r_2 + l_1 m_{1c}r_1 + z_o m_{2c}r_2 + l_2 m_{2c}r_2)\omega^2 \cos \theta \\ - z_o m_{rec}r\omega^2 \left(\lambda \cos 2\theta - \frac{\lambda^3}{4} \cos 4\theta + \frac{9\lambda^5}{128} \cos 6\theta \right)$$

$$f_{51} = (-z_o m_{rot}r + z_o m_{1c}r_1 + l_1 m_{1c}r_1 + z_o m_{2c}r_2 + l_2 m_{2c}r_2)\omega^2 \sin \theta$$

$$f_{61} = (-x_o m_{rot}r + x_o m_{rec}r + x_o m_{1c}r_1 + x_o m_{2c}r_2)\omega^2 \cos \theta \\ + (y_o m_{rot}r - y_o m_{1c}r_1 - y_o m_{2c}r_2)\omega^2 \sin \theta \\ - x_o m_{rec}r\omega^2 \left(\lambda \cos 2\theta - \frac{\lambda^3}{4} \cos 4\theta + \frac{9\lambda^5}{128} \cos 6\theta \right)$$

$$- J_{AB} \lambda \omega^2 \left(\sin \theta - \frac{3}{8} \sin 3\theta + \frac{15\lambda^4}{128} \sin 5\theta \right)$$

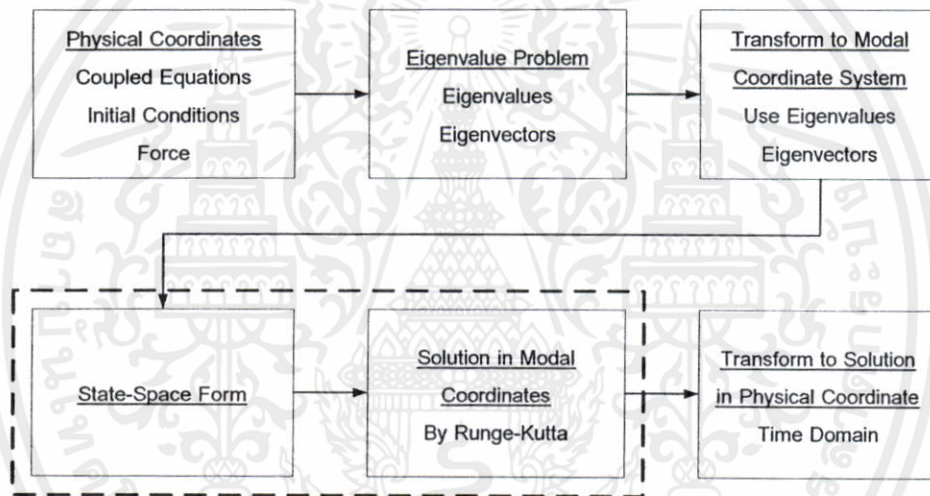
5.3 วิธีการหาผลเฉลย

จากหัวข้อก่อนหน้าได้ทำการสร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของคอมเพรสเซอร์สูบเดี่ยวและสปริงช็อคคอมเพรสเซอร์ยูนิต ในหัวข้อนี้จะทำการแก้หาผลเฉลยของระบบสมการคู่ควบ (5.71) เพื่อหาการสั่นสะเทือนในทิศทางตั้งฉากกับฐานเพื่อกำหนดเป็นฟังก์ชันวัตถุประสงค์ต่อไป โดยใช้วิธีการวิเคราะห์ฐานนิยามแบบวิธีเชิงตัวเลขและแบบวิธีเทียบสัมประสิทธิ์ เขียนโปรแกรม

วิเคราะห์ในโปรแกรม Matlab แล้วเก็บข้อมูลค่ารากที่สองของความถี่กำลังสองเฉลี่ยในทิศทางต่าง ๆ จากทั้งสองวิธีการวิเคราะห์เพื่อเปรียบเทียบผลการคำนวณ การสร้างคอมพิวเตอร์โค้ด และขั้นตอนการคิดคำนวณ

จากการสังเกตพบว่าเมทริกซ์ $[M]$, $[C]$ และ $[K]$ ไม่ได้เป็นเมทริกซ์แฉกทแยงมุมเป็นผลให้ระบบสมการ (5.71) เป็นระบบสมการคู่ควบในระบบแกน $\{X\}$ ในการแก้หาผลเฉลยนั้นจะใช้วิธีการวิเคราะห์ฐานนิยม (Modal Analysis) คือ วิธีการที่ยอมให้เราเปลี่ยนสมการอนุพันธ์คู่ควบ n สมการ ด้วยสมการไม่คู่ควบ n สมการ เมื่อแต่ละสมการไม่คู่ควบจะแทนการเคลื่อนที่ของระบบที่แต่ละโหมดของการสั่นสะเทือน

5.3.1 การแก้ปัญหาการสั่นสะเทือนด้วยการวิเคราะห์ฐานนิยมแบบวิธีเชิงตัวเลข ขั้นตอนในการวิเคราะห์สามารถสรุปเป็นแผนภาพสายงานได้ดังรูปที่ 5.11 [16, 18]



รูปที่ 5.11 แสดงแผนภาพสายงานการวิเคราะห์ฐานนิยมแบบวิธีเชิงตัวเลข

จากรูปที่ 5.11 แสดงแผนภาพสายงานการวิเคราะห์ฐานนิยมแบบวิธีเชิงตัวเลขสามารถแบ่งขั้นตอนในการพิจารณาออกได้เป็น 6 ขั้นตอน ดังนี้

ขั้นตอนที่ 1 เริ่มต้นจากระบบสมการแสดงการเคลื่อนที่แบบคู่ควบในระบบแกนกายภาพ ระบบ สมการแสดงการเคลื่อนที่ของตำแหน่งจุดศูนย์กลางมวล คือ

$$[M]\{\ddot{X}\} + [C]\{\dot{X}\} + [K]\{X\} = \{F\} \quad (5.76)$$

จะพบว่าเมทริกซ์ของมวล $[M]$, เมทริกซ์ของความหน่วง $[C]$ และเมทริกซ์ของค่าความแข็งของสปริง $[K]$ จะไม่ได้เป็นเมทริกซ์แฉกทแยงมุม เป็นผลให้ระบบสมการ (5.76) เป็นระบบสมการคู่ควบ เมทริกซ์ $[M]$ และ $[K]$ สามารถจัดอยู่ในแฉกทแยงมุมได้โดยใช้วิธีการ โหมดตั้ง

ฉาก (Normal Mode) หรือการวิเคราะห์ฐานนิยมนั้น ส่วนเมทริกซ์ความหน่วงโดยทั่วไปจะไม่สามารถทำให้อยู่ในแนวทแยงมุมโดยเวกเตอร์ค่าเฉพาะที่ไม่มีค่าความหน่วงได้ เพื่อให้ระบบที่มีความหน่วงมีโหมดตั้งฉาก โหมดเซฟของระบบต้องเหมือนกับกรณีไม่มีความหน่วง และส่วนต่าง ๆ ของระบบจะต้องผ่านตำแหน่งต่ำสุดและสูงสุดที่ชั่วขณะเวลาเดียวกัน นั่นคือ

$$\bar{x}_i = \bar{x}_{mi} \cos(\omega_i t + \phi_i) \quad (5.77)$$

เมื่อ

- \bar{x}_i คือ เวกเตอร์การกระจัดสำหรับทุก ๆ อันดับอิสระที่ ความถี่อันดับ i
- \bar{x}_{mi} คือ เวกเตอร์ค่าเฉพาะอันดับ i หรือโหมดเซฟที่มีความถี่ธรรมชาติอันดับ i
- ω_i คือ ค่าเฉพาะอันดับ i หรือความถี่ธรรมชาติอันดับ i
- ϕ_i คือ มุมเฟสเริ่มต้นใด ๆ

ขั้นตอนที่ 2 การแก้ปัญหาค่าเฉพาะ (Eigenvalues Problem) มีจุดประสงค์เพื่อหาค่าเฉพาะ, λ (Eigenvalues) หรือความถี่ธรรมชาติและเวกเตอร์เฉพาะ, \bar{x} (Eigenvectors) หรือ โหมดเซฟ (Mode Shape) โดยมีรูปแบบสมการดังนี้

$$A\bar{x} = \lambda\bar{x} \quad (5.78)$$

เมื่อ

- A คือ เมทริกซ์สมมาตรของค่าจำนวนจริงขนาด $n \times n$
- \bar{x} คือ เวกเตอร์ค่าเฉพาะขนาด $n \times 1$ ที่สอดคล้องกับแต่ละของค่าเฉพาะ λ
- λ คือ ค่าเฉพาะที่ได้จากการแก้ปัญหาค่าเฉพาะ

ขั้นตอนที่ 3 การวิเคราะห์ฐานนิยมนั้นและการเปลี่ยนรูประบบสมการในแกนกายภาพไปเป็นแกนฐานนิยม

การวิเคราะห์ฐานนิยม คือ วิธีการที่ใช้ในการเปลี่ยนปัญหาในระบบแกนกายภาพไปอยู่ในระบบแกนฐานนิยมโดยใช้เมทริกซ์ฐานนิยม $[x_m]$ โดยเมทริกซ์ฐานนิยมจะเป็นเมทริกซ์ขนาด $n \times n$ ที่มีแต่ละหลักเป็นเวกเตอร์ค่าเฉพาะ โดยหลักแรกจะแทนเวกเตอร์ค่าเฉพาะที่โหมดแรก และหลักต่อ ๆ มาจะแทน เวกเตอร์ค่าเฉพาะที่โหมดถัดไปตามลำดับ แสดงได้ดังนี้

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้คัดลอกเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$\begin{array}{c}
 \text{mode } 1 \quad 2 \quad \dots \quad n \\
 \left[\begin{array}{cccc}
 x_{m11} & x_{m12} & \dots & x_{m1n} \\
 x_{m21} & x_{m22} & \dots & x_{m2n} \\
 \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\
 x_{mn1} & x_{mn2} & \dots & x_{mnn}
 \end{array} \right] \begin{array}{l} \leftarrow \text{DOF } 1 \\ \leftarrow \text{DOF } 2 \\ \leftarrow \text{DOF } n \end{array} \\
 \begin{array}{ccc} \uparrow & \uparrow & \uparrow \\ \bar{x}_1 & \bar{x}_2 & \bar{x}_n \end{array}
 \end{array}$$

รูปที่ 5.12 การสร้างเมทริกซ์ฐานนิยม

เนื่องจากเวกเตอร์ค่าเฉพาะนั้นเป็นอัตราส่วนการกระจัดซึ่งไม่ใช่ขนาดสัมบูรณ์ เราสามารถจัดให้อยู่ในรูปทั่วไป $[x_n]$ ได้ โดยทำให้แต่ละค่าในแถวทะแยงมุมของเมทริกซ์มวลมีค่าเป็นหนึ่ง เวกเตอร์ค่าเฉพาะในรูปทั่วไปสามารถนิยามได้ดังนี้

$$x_{ni} = \frac{x_{mi}}{[x_{mi}^T \cdot M \cdot x_{mi}]^{1/2}} \quad (5.79)$$

เมื่อสัญลักษณ์ ni จะแทนเวกเตอร์ค่าเฉพาะในรูปทั่วไปโหมด i คุณสมบัติของเวกเตอร์ค่าเฉพาะนั้นจะเป็นผลให้

$$x_{ni}^T \cdot M \cdot x_{ni} = 1 \quad (5.80)$$

เมทริกซ์ฐานนิยม จะมีคุณสมบัติตั้งฉาก (Orthogonal) กับเมทริกซ์มวลและค่าความแข็งของสปริง เป็นผลให้เมทริกซ์ดังกล่าวเป็นเมทริกซ์แถวทะแยงมุม ดังนี้

$$[x_n]^T [M] [x_n] = [M_p] = [I] \quad (5.81)$$

$$[x_n]^T [K] [x_n] = [K_p] \quad (5.82)$$

เมื่อ

$[M_p]$ คือ เมทริกซ์แถวทะแยงมุมในระบบแกนหลักของมวล ขนาด $n \times n$

$[K_p]$ คือ เมทริกซ์แถวทะแยงมุมในระบบแกนหลักของค่าความแข็งของสปริงขนาด

$n \times n$ ซึ่งมีเอลิเมนต์ในแถวทะแยงมุมเป็นค่าเฉพาะ λ_i ซึ่งเท่ากับ ω_i^2

เอกสารนี้เป็นเอกสารสงวนไว้สำหรับใช้งานเพื่อการศึกษาค้นคว้าเท่านั้น ไม่อนุญาติให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า

เมทริกซ์ค่าความหน่วงนั้น จะมีคุณสมบัติตั้งฉากกับเมทริกซ์ฐานนิยม ก็ต่อเมื่อเมทริกซ์ความหน่วงนั้น เกิดจากการรวมกันเชิงเส้นของเมทริกซ์มวลและเมทริกซ์ค่าความแข็งของสปริง

จากก่อนหน้าเราได้แสดงให้เห็นว่า เมทริกซ์มวลและเมทริกซ์ค่าความแข็งของสปริงสามารถ

จัดเป็นเมทริกซ์แถวทะแยงมุมได้ด้วยเมทริกซ์ฐานนิยม เมื่อพิจารณาให้เมทริกซ์ค่าความหน่วง เกิดจากการรวมกันเชิงเส้นของเมทริกซ์มวลและเมทริกซ์ค่าความแข็งของสปริง จึงเป็นผลให้ เมทริกซ์ค่าความหน่วงเป็นเมทริกซ์แถวทะแยงมุมไปด้วย นั่นคือ

$$[C] = a[M] + b[K] \quad (5.83)$$

$$[x_n]^T [C] [x_n] = [C_p] \quad (5.84)$$

เมื่อ $[C_p]$ คือ เมทริกซ์แถวทะแยงมุมในระบบแกนหลักของค่าความหน่วง ขนาด $n \times n$

จาก (5.81), (5.82) และ (5.84) เจื่อนใจที่ยืนยันว่า สามารถทำให้อยู่ในแนวทะแยงมุมได้ คือ การมีอยู่ของ n เวกเตอร์ค่าเฉพาะที่เป็นอิสระเชิงเส้น จะเป็นกรณีนี้เสมอถ้าเมทริกซ์มวลและ เมทริกซ์ค่าความแข็งของสปริงต่างเป็นเมทริกซ์สมมาตรหรือทำให้ค่าเฉพาะต่างกัน n ค่า ที่ไม่มีค่า ซ้ำกันเลย

การเปลี่ยนรูประบบสมการในแกนกายภาพไปเป็นแกนฐานนิยม การเปลี่ยนรูประบบแกน กายภาพไปเป็นระบบฐานนิยมสามารถทำได้ดังนี้ ถูบข้างหน้าทั้งสองข้างของสมการ (5.71) ด้วย $[x_n]^T$

$$[x_n]^T [M] \{\ddot{X}\} + [x_n]^T [C] \{\dot{X}\} + [x_n]^T [K] \{X\} = [x_n]^T \{F\} \quad (5.85)$$

เติมเมทริกซ์เอกลักษณ์ $[I] = [x_n][x_n]^{-1}$ ในสมการ (5.85) จะได้ว่า

$$\begin{aligned} [x_n]^T [x_n][x_n]^{-1} [M] \{\ddot{X}\} + [x_n]^T [C] [x_n][x_n]^{-1} \{\dot{X}\} \\ + [x_n]^T [K] [x_n][x_n]^{-1} \{X\} = [x_n]^T \{F\} \end{aligned} \quad (5.86)$$

จัดรูป (5.86) ใหม่ โดยใช้ความสัมพันธ์ (5.81), (5.82) และ (5.84) จะได้ว่า

$$[I] \{\ddot{X}_p\} + [C_p] \{\dot{X}_p\} + [K_p] \{X_p\} = \{F_p\} \quad (5.87)$$

เมื่อ $\{\ddot{X}_p\} = [x_n]^{-1} \{\ddot{X}\}$ คือ เวกเตอร์ความเร่งในระบบแกนหลัก

$\{\dot{X}_p\} = [x_n]^{-1} \{\dot{X}\}$ คือ เวกเตอร์ความเร็วในระบบแกนหลัก

$\{X_p\} = [x_n]^{-1} \{X\}$ คือ เวกเตอร์การกระจัดในระบบแกนหลัก

$\{F_p\} = [x_n]^{-1} \{F\}$ คือ เวกเตอร์ของแรงในระบบแกนหลัก

เอกสารนี้เป็นเอกสารสำหรับการใช้ประโยชน์ในการศึกษาวิจัยและพัฒนาเทคโนโลยี โดยไม่ต้องเสียค่าใช้จ่ายในการนำ ไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า

ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น จะไม่รับผิดชอบต่อผลเสียหายใดๆ ที่เกิดขึ้นจากการนำ ไปใช้

เช่นเดียวกับเงื่อนไขเริ่มต้นของการกระจัดและความเร็วสามารถเปลี่ยนอยู่ในระบบแกนหลักได้ดังนี้

$$\{\dot{X}_{p0}\} = [x_n]^{-1} \{\dot{X}_0\} \quad (5.88)$$

$$\{X_{p0}\} = [x_n]^{-1} \{X_0\} \quad (5.89)$$

เมื่อ

$\{X_{p0}\}$ และ $\{\dot{X}_{p0}\}$ คือ เวกเตอร์การกระจัดและความเร็วเริ่มต้นในระบบแกนหลัก

$\{X_0\}$ และ $\{\dot{X}_0\}$ คือ เวกเตอร์การกระจัดและความเร็วเริ่มต้นในระบบแกนกายภาพ

การเปลี่ยนรูป $[C]$ ไปเป็น $[C_p]$ เมื่อ $[C] = a[M] + b[K]$ สามารถทำได้ ดังนี้

$$[C] = a[M] + b[K]$$

$$[x_n]^T [C] [x_n] = a[x_n]^T [M] [x_n] + b[x_n]^T [K] [x_n] \quad (5.90)$$

$$[x_n]^T [C] [x_n] = a[I] + b[K_p] \quad (5.91)$$

เมื่อ $[K_p]$ คือ เมทริกซ์แฉะมวลในระบบแกนหลักของค่าความแข็งของสปริงขนาด $n \times n$ ที่มีเอลิเมนต์ในแนวทแยงมุมเป็นค่าเฉพาะ λ_i ซึ่งเท่ากับ ω_i^2

สมการแสดงการเคลื่อนที่สำหรับโหมด i จะมีรูปแบบดังนี้

$$\ddot{X}_{pi} + (a + b\omega_i^2)\dot{X}_{pi} + \omega_i^2 X_{pi} = F_{pi} \quad (5.92)$$

นิยาม $(a + b\omega_i^2)$ ได้เป็น

$$a + b\omega_i^2 = 2\zeta_i \omega_i \quad (5.93)$$

เมื่อ ζ_i คือ เปอร์เซ็นต์ความหน่วงวิกฤติของโหมด i

นิยามความหน่วงวิกฤติได้ ดังนี้

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$\zeta_i = \left(\frac{c_i}{c_{cr}} \right) = \frac{c_i}{2\sqrt{k_{pi} m_{pi}}} = \frac{c_i}{2m_{pi}\omega_i} \quad (5.94)$$

ดังนั้น

$$\zeta_i = \frac{a + b\omega_i^2}{2\omega_i^2} \quad (5.95)$$

จัดสมการ (5.92) ใหม่ได้เป็น

$$\ddot{X}_{pi} + 2\zeta_i\omega_i\dot{X}_{pi} + \omega_i^2X_{pi} = F_{pi} \quad (5.96)$$

กำหนดให้ความหน่วงจะเป็นความหน่วงแบบเป็นสัดส่วน โดยความหน่วงที่แต่ละโหนดจะเป็นสัดส่วนกับความหน่วงวิกฤติที่แต่ละโหนดนั้น และเป็นสัดส่วนกับความเร็วซึ่งเป็นคุณลักษณะของความหนืดตามธรรมชาติ ถ้าที่ทุก ๆ โหนดความหน่วงมีค่าเท่ากัน เรียกความหน่วงชนิดนี้ว่า ความหน่วงแบบสม่ำเสมอ (Uniform damping) ส่วนกรณีความหน่วงที่แต่ละโหนดมีค่าไม่เท่ากัน จะเรียกความหน่วงชนิดนี้ว่า ความหน่วงแบบไม่สม่ำเสมอ (non-uniform damping) ในงานวิจัยนี้ กำหนดให้ความหน่วงในระบบเป็นแบบไม่สม่ำเสมอชนิดความหน่วงเป็นสัดส่วนอย่างง่าย ดังนี้

$$\ddot{X}_{pi} + 2\zeta_i\omega_i\dot{X}_{pi} + \omega_i^2X_{pi} = F_{pi} \quad \text{เมื่อ } i = 1 \text{ ถึง } n \quad (5.97)$$

$$\{\ddot{X}_p\} + 2\zeta[K_p]^{1/2}\{\dot{X}_p\} + [K_p]\{X_p\} = \{F_p\} \quad (5.98)$$

จากหลักการของการวิเคราะห์ฐานนิยิม ซึ่งเปลี่ยนระบบแกนกายภาพไปเป็นระบบแกนฐานนิยิม ซึ่งเป็นผลให้ระบบสมการการเคลื่อนที่แบบคู่ควบ จะถูกเปลี่ยนไปเป็นระบบสมการแบบไม่คู่ควบ ดังสมการ (5.97) โดยแต่ละสมการไม่คู่ควบจะแทนการเคลื่อนที่ที่แต่ละโหนดของการสั่นสะเทือน

ขั้นตอนที่ 4 เปลี่ยนรูประบบสมการไม่คู่ควบในแกนฐานนิยิมให้อยู่ในระบบของสมการอนุพันธ์อันดับหนึ่ง และการกำหนดเงื่อนไขเริ่มต้น

จัดรูปสมการไม่คู่ควบให้อยู่ในระบบสมการอนุพันธ์อันดับหนึ่ง ซึ่งสามารถทำได้ดังนี้

กำหนดให้

$$x_1 = X_{p1}$$

$$x_2 = \dot{X}_{p1}$$

$$x_3 = X_{p2}$$

$$x_4 = \dot{X}_{p2}$$

$$x_5 = X_{p3}$$

$$x_6 = \dot{X}_{p3}$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับบริการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งยังขอให้คัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$\begin{aligned}
 x_7 &= X_{p4} \\
 x_8 &= \dot{X}_{p4} \\
 x_9 &= X_{p5} \\
 x_{10} &= \dot{X}_{p5} \\
 x_{11} &= X_{p6} \\
 x_{12} &= \dot{X}_{p6}
 \end{aligned} \tag{5.99}$$

กำหนดความสัมพันธ์ x_i และอนุพันธ์อันดับหนึ่ง

$$\begin{aligned}
 \dot{X}_{p1} &= x_2 = \dot{x}_1 \\
 \dot{X}_{p2} &= x_4 = \dot{x}_3 \\
 \dot{X}_{p3} &= x_6 = \dot{x}_5 \\
 \dot{X}_{p4} &= x_8 = \dot{x}_7 \\
 \dot{X}_{p5} &= x_{10} = \dot{x}_9 \\
 \dot{X}_{p6} &= x_{12} = \dot{x}_{11}
 \end{aligned} \tag{5.100}$$

กำหนดความสัมพันธ์ x_i และอนุพันธ์อันดับสอง

$$\begin{aligned}
 \ddot{X}_{p1} &= \dot{x}_2 \\
 \ddot{X}_{p2} &= \dot{x}_4 \\
 \ddot{X}_{p3} &= \dot{x}_6 \\
 \ddot{X}_{p4} &= \dot{x}_8 \\
 \ddot{X}_{p5} &= \dot{x}_{10} \\
 \ddot{X}_{p6} &= \dot{x}_{12}
 \end{aligned} \tag{5.101}$$

จากความสัมพันธ์ในสมการ (5.99), (5.100) และ (5.101) สามารถเขียน (5.98) ในรูปของระบบสมการอนุพันธ์อันดับหนึ่ง ได้ดังนี้

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งยังมีเหตุผลเปลี่ยนแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$\begin{aligned}
 \dot{x}_1 &= x_2 \\
 \dot{x}_2 &= -2\zeta[K_{p1}]^{1/2} x_2 - [K_{p1}]x_1 + F_{p1} \\
 \dot{x}_3 &= x_4 \\
 \dot{x}_4 &= -2\zeta[K_{p2}]^{1/2} x_4 - [K_{p2}]x_3 + F_{p2}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \dot{x}_5 &= x_6 \\
 \dot{x}_6 &= -2\zeta[K_{p3}]^{1/2}x_6 - [K_{p3}]x_5 + F_{p3} \\
 \dot{x}_7 &= x_8 \\
 \dot{x}_8 &= -2\zeta[K_{p4}]^{1/2}x_8 - [K_{p4}]x_7 + F_{p4} \\
 \dot{x}_9 &= x_{10} \\
 \dot{x}_{10} &= -2\zeta[K_{p5}]^{1/2}x_{10} - [K_{p5}]x_9 + F_{p5} \\
 \dot{x}_{11} &= x_{12} \\
 \dot{x}_{12} &= -2\zeta[K_{p6}]^{1/2}x_{12} - [K_{p6}]x_{11} + F_{p6}
 \end{aligned} \tag{5.102}$$

การแก้ระบบสมการ (5.102) ต้องการการกระจัดเริ่มต้น กำหนดให้การกระจัดและความเร็วเริ่มต้นของตำแหน่งจุดศูนย์กลางมวลเป็น ดังนี้

$$\{x_0\} = \begin{Bmatrix} x_{c0} \\ y_{c0} \\ z_{c0} \\ \theta_{x0} \\ \theta_{y0} \\ \theta_{z0} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix} \tag{5.103}$$

$$\{\dot{x}_0\} = \begin{Bmatrix} \dot{x}_{c0} \\ \dot{y}_{c0} \\ \dot{z}_{c0} \\ \dot{\theta}_{x0} \\ \dot{\theta}_{y0} \\ \dot{\theta}_{z0} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix} \tag{5.104}$$

เปลี่ยนเงื่อนไขเริ่มต้นไปอยู่ในระบบแกนหลักโดยอาศัยความสัมพันธ์จากสมการ (5.88) และ (5.89) ได้ดังนี้

$$\{X_{p0}\} = [x_n]^{-1} \{x_0\} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix} \tag{5.105}$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามทำคัดลอกเผยแพร่โดยไม่ได้รับอนุญาตอย่างชัดแจ้งจากผู้จัดทำเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$k_6 = hf(x_n + \frac{h}{2}, y_n - \frac{8k_1}{27} + 2k_2 - \frac{3544k_3}{2565} + \frac{1859k_4}{4104} - \frac{11k_5}{40})$$

$$y_{n+1} = y_n + \frac{25k_1}{216} + \frac{1408k_3}{2565} + \frac{2197k_4}{4104} - \frac{k_5}{40}, \text{ global error } o(h^4)$$

$$y_{n+1} = y_n + \frac{16k_1}{135} + \frac{6656k_3}{12825} + \frac{28561k_4}{56430} - \frac{9k_5}{50} + \frac{2k_6}{55}, \text{ global error } o(h^5)$$

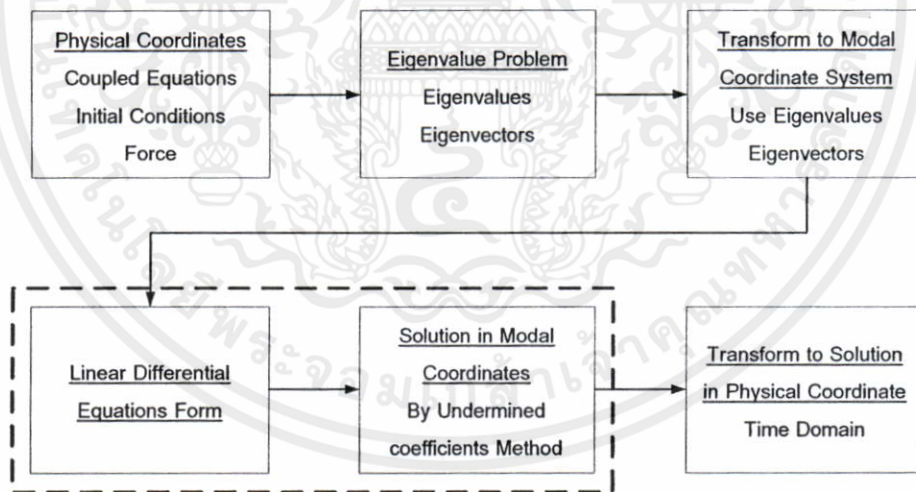
ขั้นตอนวิธีรุงเก-คุตตา-เฟร็ดเบอร์กนี สามารถตรวจสอบความแม่นยำของการคำนวณ โดยใช้
อันดับรุงเก-คุตตาต่างกันเป็นสี่และห้า กรณีผลลัพธ์ที่ได้ทั้งสองมีความแตกต่างกันเพียงเล็กน้อย
แสดงว่าผลเป็นที่ยอมรับได้ แต่ถ้าหากแตกต่างกันมาก ทำการปรับค่า h ลง

ขั้นตอนที่ 6 การเปลี่ยนกลับผลเฉลยในระบบแกนฐานนิยมไปเป็นระบบแกนกายภาพ สามารถ
กระทำได้ดังนี้

$$\{X\} = [x_n] \{X_p\} \quad (5.109)$$

$$\{\dot{X}\} = [x_n] \{\dot{X}_p\} \quad (5.110)$$

8.3.2 การแก้ปัญหาการสั่นสะเทือนด้วยการวิเคราะห์ฐานนิยมแบบวิธีเทียบสัมประสิทธิ์



ภาพที่ 5.13 แสดงแผนภาพสายงานการวิเคราะห์ฐานนิยมแบบวิธีเทียบสัมประสิทธิ์

จากภาพที่ 5.13 แสดงแผนภาพสายงานการวิเคราะห์ฐานนิยมแบบวิธีเทียบสัมประสิทธิ์

สามารถแบ่งขั้นตอนในการพิจารณาออกได้เป็น 6 ขั้นตอน โดยเมื่อเปรียบเทียบกับ การแก้ปัญหา
ด้วยการวิเคราะห์ฐานนิยมแบบวิธีเชิงตัวเลข โดยจะแตกต่างกันในขั้นตอนที่ 4 และ 5 ดังนั้น ใน
หัวข้อนี้จะอธิบายการแก้สมการในระบบฐานนิยม โดยใช้วิธีการเทียบสัมประสิทธิ์ ดังนี้

ขั้นตอนที่ 4 เปลี่ยนรูประบบสมการคู่ควบในแกนฐานนิยามให้อยู่ในระบบของสมการอนุพันธ์อันดับสองที่มีสัมประสิทธิ์เป็นค่าคงตัว (Linear Differential Equations) และการกำหนดเงื่อนไขเริ่มต้น

จัดรูปสมการไม่คู่ควบให้อยู่ในระบบสมการอนุพันธ์อันดับสอง ซึ่งสมการที่ได้จากการเปลี่ยนรูประบบสมการในแกนกายภาพไปเป็นแกนฐานนิยาม ก็สอดคล้องกับเงื่อนไขที่ต้องการ คือ

$$\begin{aligned} \ddot{X}_{pi} + 2\zeta_i \omega_i \dot{X}_{pi} + \omega_i^2 X_{pi} &= F_{pi} \quad \text{เมื่อ } i = 1 \text{ ถึง } n \\ \ddot{X}_{pi} + 2\zeta_i \omega_{ni} \dot{X}_{pi} + \omega_{ni}^2 X_{pi} &= f_{\omega}^i \cos \omega t + g_{\omega}^i \sin \omega t + f_{2\omega}^i \cos 2\omega t + g_{3\omega}^i \sin 3\omega t \\ &+ f_{4\omega}^i \cos 4\omega t + g_{5\omega}^i \sin 5\omega t + f_{6\omega}^i \cos 6\omega t \end{aligned} \quad (5.111)$$

เมื่อ $f_{\omega}^i, f_{2\omega}^i, f_{4\omega}^i, f_{6\omega}^i$ คือ สัมประสิทธิ์หน้าพจน์ $\cos \omega t$ ที่ $\omega = \omega, 2\omega, 4\omega, 6\omega$ ตามลำดับ
 $g_{\omega}^i, g_{3\omega}^i, g_{5\omega}^i$ คือ สัมประสิทธิ์หน้าพจน์ $\sin \omega t$ ที่ $\omega = \omega, 3\omega, 5\omega$ ตามลำดับ
 ω_{ni} คือ ค่าเฉพาะอันดับ i หรือความถี่ธรรมชาติอันดับ i

การแก้ระบบสมการ (5.111) ต้องการการกระจัดเริ่มต้น กำหนดให้การกระจัดและความเร็วเริ่มต้นของตำแหน่งจุดศูนย์กลางมวลเป็น ดังนี้

$$\{x_0\} = \begin{Bmatrix} x_{c0} \\ y_{c0} \\ z_{c0} \\ \theta_{x0} \\ \theta_{y0} \\ \theta_{z0} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix} \quad (5.112)$$

$$\{\dot{x}_0\} = \begin{Bmatrix} \dot{x}_{c0} \\ \dot{y}_{c0} \\ \dot{z}_{c0} \\ \dot{\theta}_{x0} \\ \dot{\theta}_{y0} \\ \dot{\theta}_{z0} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix} \quad (5.113)$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
 ขั้นตอนที่ 5 การแก้หาผลเฉลยระบบสมการอนุพันธ์เชิงเส้นอันดับสองในระบบแกนฐานนิยาม
 ทำการแก้หาผลเฉลยโดยใช้วิธีการเทียบสัมประสิทธิ์ (Undetermined Coefficients Method) โดย

คำตอบของสมการจะแบ่งออกเป็นสองส่วนคือ ผลเฉลยของสมการเอกพันธ์ (Homogeneous Solution) และผลเฉลยเฉพาะ (Particular Solution)

ระบบสมการอนุพันธ์ที่มีการตอบสนองของแรงของระบบที่มีตัวหน่วง ในรูปของฟังก์ชันฮาร์โมนิก ที่มีความถี่เท่ากับแรงขับโดยมีขนาดและเฟสที่ต่างกัน เฟสที่เคลื่อนไปเนื่องจากผลของแรงหน่วง ซึ่งตามวิธีการเทียบสัมประสิทธิ์ผลเฉลยเฉพาะถูกสมมุติให้อยู่ในรูปแบบ ดังนี้

$$x_{pti}(t) = X_{ip1} \cos(\omega t - \theta) + X_{ip2} \cos(2\omega t - 2\theta) + X_{ip3} \cos(3\omega t - 3\theta) \\ + X_{ip4} \cos(4\omega t - 4\theta) + X_{ip5} \cos(5\omega t - 5\theta) + X_{ip6} \cos(6\omega t - 6\theta) \quad (5.114)$$

พิจารณาผลเฉลยเฉพาะสามารถเขียนในรูปแบบสมมูลแบบอย่างง่าย ได้เป็น

$$x_{pti}(t) = A_{ics1} \cos \omega t + B_{ics1} \sin \omega t + A_{ic2} \cos 2\omega t + B_{ic2} \sin 2\omega t + A_{is3} \cos 3\omega t + B_{is3} \sin 3\omega t \\ + A_{ic4} \cos 4\omega t + B_{ic4} \sin 4\omega t + A_{is5} \cos 5\omega t + B_{is5} \sin 5\omega t \\ + A_{ic6} \cos 6\omega t + B_{ic6} \sin 6\omega t \quad (5.115)$$

เมื่อ $A_{ics1} = X_{ip1} \cos \theta$, $B_{ics1} = X_{ip1} \sin \theta$, $A_{ic2} = X_{ip2} \cos 2\theta$, $B_{ic2} = X_{ip2} \sin 2\theta$,
 $A_{is3} = X_{ip3} \cos 3\theta$, $B_{is3} = X_{ip3} \sin 3\theta$, $A_{ic4} = X_{ip4} \cos 4\theta$, $B_{ic4} = X_{ip4} \sin 4\theta$,
 $A_{is5} = X_{ip5} \cos 5\theta$, $B_{is5} = X_{ip5} \sin 5\theta$, $A_{ic6} = X_{ip6} \cos 6\theta$, $B_{ic6} = X_{ip6} \sin 6\theta$

หาอนุพันธ์อันดับหนึ่งและอันดับสองของสมการ (5.115) ได้เป็น

$$\dot{x}_{pti}(t) = -\omega A_{ics1} \sin \omega t + \omega B_{ics1} \cos \omega t - 2\omega A_{ic2} \sin 2\omega t + 2\omega B_{ic2} \cos 2\omega t \\ - 3\omega A_{is3} \sin 3\omega t + 3\omega B_{is3} \cos 3\omega t - 4\omega A_{ic4} \sin 4\omega t + 4\omega B_{ic4} \cos 4\omega t \\ - 5\omega A_{is5} \sin 5\omega t + 5\omega B_{is5} \cos 5\omega t - 6\omega A_{ic6} \sin 6\omega t + 6\omega B_{ic6} \cos 6\omega t$$

$$\ddot{x}_{pti}(t) = -\omega^2 (A_{ics1} \cos \omega t + B_{ics1} \sin \omega t) - 4\omega^2 (A_{ic2} \cos 2\omega t + B_{ic2} \sin 2\omega t) \\ - 9\omega^2 (A_{is3} \cos 3\omega t + B_{is3} \sin 3\omega t) - 16\omega^2 (A_{ic4} \cos 4\omega t + B_{ic4} \sin 4\omega t) \\ - 25\omega^2 (A_{is5} \cos 5\omega t + B_{is5} \sin 5\omega t) - 36\omega^2 (A_{ic6} \cos 6\omega t + B_{ic6} \sin 6\omega t)$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้คัดลอกเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

แทนค่าอนุพันธ์อันดับหนึ่งและอันดับสองในสมการ (5.111) จะได้

$$\begin{aligned}
 & (-\omega^2 A_{ics1} + 2\zeta_i \omega_{ni} \omega B_{ics1} + \omega_{ni}^2 A_{ics1} - f_{\omega}^i) \cos \omega t \\
 & + (-\omega^2 B_{ics1} - 2\zeta_i \omega_{ni} \omega A_{ics1} + \omega_{ni}^2 B_{ics1} - g_{\omega}^i) \sin \omega t \\
 & + (-4\omega^2 A_{ic2} + 4\zeta_i \omega_{ni} \omega B_{ic2} + \omega_{ni}^2 A_{ic2} - f_{2\omega}^i) \cos 2\omega t \\
 & + (-4\omega^2 B_{ic2} - 4\zeta_i \omega_{ni} \omega A_{ic2} + \omega_{ni}^2 B_{ic2} - g_{2\omega}^i) \sin 2\omega t \\
 & + (-9\omega^2 A_{is3} + 6\zeta_i \omega_{ni} \omega B_{is3} + \omega_{ni}^2 A_{is3} - f_{3\omega}^i) \cos 3\omega t \\
 & + (-9\omega^2 B_{is3} - 6\zeta_i \omega_{ni} \omega A_{is3} + \omega_{ni}^2 B_{is3} - g_{3\omega}^i) \sin 3\omega t \\
 & + (-16\omega^2 A_{ic4} + 8\zeta_i \omega_{ni} \omega B_{ic4} + \omega_{ni}^2 A_{ic4} - f_{4\omega}^i) \cos 4\omega t \\
 & + (-16\omega^2 B_{ic4} - 8\zeta_i \omega_{ni} \omega A_{ic4} + \omega_{ni}^2 B_{ic4} - g_{4\omega}^i) \sin 4\omega t \\
 & + (-25\omega^2 A_{is5} + 10\zeta_i \omega_{ni} \omega B_{is5} + \omega_{ni}^2 A_{is5} - f_{5\omega}^i) \cos 5\omega t \\
 & + (-25\omega^2 B_{is5} - 10\zeta_i \omega_{ni} \omega A_{is5} + \omega_{ni}^2 B_{is5} - g_{5\omega}^i) \sin 5\omega t \\
 & + (-36\omega^2 A_{ic6} + 12\zeta_i \omega_{ni} \omega B_{ic6} + \omega_{ni}^2 A_{ic6} - f_{6\omega}^i) \cos 6\omega t \\
 & + (-36\omega^2 B_{ic6} - 12\zeta_i \omega_{ni} \omega A_{ic6} + \omega_{ni}^2 B_{ic6} - g_{6\omega}^i) \sin 6\omega t = 0
 \end{aligned} \tag{5.116}$$

แทนค่าสมการ (5.116) ที่ $t = 0$ แล้วเทียบสัมประสิทธิ์ในแต่ละพจน์

$$\begin{aligned}
 & (\omega_{ni}^2 - \omega^2) A_{ics1} + (2\zeta_i \omega_{ni} \omega) B_{ics1} = f_{\omega}^i \\
 & (\omega_{ni}^2 - 4\omega^2) A_{ic2} + (4\zeta_i \omega_{ni} \omega) B_{ic2} = f_{2\omega}^i \\
 & (\omega_{ni}^2 - 9\omega^2) A_{is3} + (6\zeta_i \omega_{ni} \omega) B_{is3} = 0 \\
 & (\omega_{ni}^2 - 16\omega^2) A_{ic4} + (8\zeta_i \omega_{ni} \omega) B_{ic4} = f_{4\omega}^i \\
 & (\omega_{ni}^2 - 25\omega^2) A_{is5} + (10\zeta_i \omega_{ni} \omega) B_{is5} = 0 \\
 & (\omega_{ni}^2 - 36\omega^2) A_{ic6} + (12\zeta_i \omega_{ni} \omega) B_{ic6} = f_{6\omega}^i
 \end{aligned}$$

แทนค่าสมการ (5.116) ที่ $t = 2\pi / \omega$ แล้วเทียบสัมประสิทธิ์ในแต่ละพจน์

$$\begin{aligned}
 & (-2\zeta_i \omega_{ni} \omega) A_{ics1} + (\omega_{ni}^2 - \omega^2) B_{ics1} = g_{\omega}^i \\
 & (-4\zeta_i \omega_{ni} \omega) A_{ic2} + (\omega_{ni}^2 - 4\omega^2) B_{ic2} = 0 \\
 & (-9\zeta_i \omega_{ni} \omega) A_{is3} + (\omega_{ni}^2 - 9\omega^2) B_{is3} = g_{3\omega}^i \\
 & (-16\zeta_i \omega_{ni} \omega) A_{ic4} + (\omega_{ni}^2 - 16\omega^2) B_{ic4} = 0 \\
 & (-25\zeta_i \omega_{ni} \omega) A_{is5} + (\omega_{ni}^2 - 25\omega^2) B_{is5} = g_{5\omega}^i \\
 & (-36\zeta_i \omega_{ni} \omega) A_{ic6} + (\omega_{ni}^2 - 36\omega^2) B_{ic6} = 0
 \end{aligned}$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนลิขสิทธิ์ไว้สำหรับใช้ภายในเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ (สงวนลิขสิทธิ์) และจะแจ้งถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

จัดรูปสมการที่ได้ใหม่ จะได้เป็น ดังนี้

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} \omega_{ni}^2 - \omega^2 & 2\zeta_i \omega_{ni} \omega \\ -2\zeta_i \omega_{ni} \omega & \omega_{ni}^2 - \omega^2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} A_{ics1} \\ B_{ics1} \end{Bmatrix} &= \begin{Bmatrix} f_{\omega}^i \\ g_{\omega}^i \end{Bmatrix} \\ \begin{bmatrix} \omega_{ni}^2 - 4\omega^2 & 4\zeta_i \omega_{ni} \omega \\ -4\zeta_i \omega_{ni} \omega & \omega_{ni}^2 - 4\omega^2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} A_{ic2} \\ B_{ic2} \end{Bmatrix} &= \begin{Bmatrix} f_{2\omega}^i \\ 0 \end{Bmatrix} \\ \begin{bmatrix} \omega_{ni}^2 - 9\omega^2 & 6\zeta_i \omega_{ni} \omega \\ -6\zeta_i \omega_{ni} \omega & \omega_{ni}^2 - 9\omega^2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} A_{is3} \\ B_{is3} \end{Bmatrix} &= \begin{Bmatrix} 0 \\ g_{3\omega}^i \end{Bmatrix} \\ \begin{bmatrix} \omega_{ni}^2 - 16\omega^2 & 8\zeta_i \omega_{ni} \omega \\ -8\zeta_i \omega_{ni} \omega & \omega_{ni}^2 - 16\omega^2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} A_{ic4} \\ B_{ic4} \end{Bmatrix} &= \begin{Bmatrix} f_{4\omega}^i \\ 0 \end{Bmatrix} \\ \begin{bmatrix} \omega_{ni}^2 - 25\omega^2 & 10\zeta_i \omega_{ni} \omega \\ -10\zeta_i \omega_{ni} \omega & \omega_{ni}^2 - 25\omega^2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} A_{is5} \\ B_{is5} \end{Bmatrix} &= \begin{Bmatrix} 0 \\ g_{5\omega}^i \end{Bmatrix} \\ \begin{bmatrix} \omega_{ni}^2 - 36\omega^2 & 12\zeta_i \omega_{ni} \omega \\ -12\zeta_i \omega_{ni} \omega & \omega_{ni}^2 - 36\omega^2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} A_{ic6} \\ B_{ic6} \end{Bmatrix} &= \begin{Bmatrix} f_{6\omega}^i \\ 0 \end{Bmatrix} \end{aligned}$$

จาก

$$\begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} A \\ B \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} f \\ g \end{Bmatrix} \rightarrow \begin{Bmatrix} A \\ B \end{Bmatrix} = \frac{1}{ad-bc} \begin{bmatrix} d & -b \\ -c & a \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} f \\ g \end{Bmatrix}$$

จะได้

$$\begin{aligned} A_{ics1} &= \frac{(\omega_{ni}^2 - \omega^2)f_{\omega}^i - (2\zeta_i \omega_{ni} \omega)g_{\omega}^i}{(\omega_{ni}^2 - \omega^2)^2 + (2\zeta_i \omega_{ni} \omega)^2}, \quad B_{ics1} = \frac{2\zeta_i \omega_{ni} \omega f_{\omega}^i + (\omega_{ni}^2 - \omega^2)g_{\omega}^i}{(\omega_{ni}^2 - \omega^2)^2 + (2\zeta_i \omega_{ni} \omega)^2}, \\ A_{ic2} &= \frac{(\omega_{ni}^2 - 4\omega^2)f_{2\omega}^i}{(\omega_{ni}^2 - 4\omega^2)^2 + (4\zeta_i \omega_{ni} \omega)^2}, \quad B_{ic2} = \frac{4\zeta_i \omega_{ni} \omega f_{2\omega}^i}{(\omega_{ni}^2 - 4\omega^2)^2 + (4\zeta_i \omega_{ni} \omega)^2}, \\ A_{is3} &= \frac{-(6\zeta_i \omega_{ni} \omega)g_{3\omega}^i}{(\omega_{ni}^2 - 9\omega^2)^2 + (6\zeta_i \omega_{ni} \omega)^2}, \quad B_{is3} = \frac{(\omega_{ni}^2 - 9\omega^2)g_{3\omega}^i}{(\omega_{ni}^2 - 9\omega^2)^2 + (6\zeta_i \omega_{ni} \omega)^2}, \\ A_{ic4} &= \frac{(\omega_{ni}^2 - 16\omega^2)f_{4\omega}^i}{(\omega_{ni}^2 - 16\omega^2)^2 + (8\zeta_i \omega_{ni} \omega)^2}, \quad B_{ic4} = \frac{8\zeta_i \omega_{ni} \omega f_{4\omega}^i}{(\omega_{ni}^2 - 16\omega^2)^2 + (8\zeta_i \omega_{ni} \omega)^2}, \\ A_{is5} &= \frac{-(10\zeta_i \omega_{ni} \omega)g_{5\omega}^i}{(\omega_{ni}^2 - 25\omega^2)^2 + (10\zeta_i \omega_{ni} \omega)^2}, \quad B_{is5} = \frac{(\omega_{ni}^2 - 25\omega^2)g_{5\omega}^i}{(\omega_{ni}^2 - 25\omega^2)^2 + (10\zeta_i \omega_{ni} \omega)^2}, \\ A_{ic6} &= \frac{(\omega_{ni}^2 - 36\omega^2)f_{6\omega}^i}{(\omega_{ni}^2 - 36\omega^2)^2 + (12\zeta_i \omega_{ni} \omega)^2}, \quad B_{ic6} = \frac{12\zeta_i \omega_{ni} \omega f_{6\omega}^i}{(\omega_{ni}^2 - 36\omega^2)^2 + (12\zeta_i \omega_{ni} \omega)^2}, \end{aligned}$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

เมื่อแทนค่าสัมประสิทธิ์ในสมการ (5.115) จะได้ค่าผลเฉลยเฉพาะ จากนั้นหาค่าผลเฉลยเอกพันธ์ โดยพิจารณาจากสมการ

$$\ddot{x}_{hi} + 2\zeta_i \omega_{ni} \dot{x}_{hi} + \omega_{ni}^2 x_{hi} = 0 \quad (5.117)$$

เมื่อค่า ζ_i มีค่าน้อยกว่า 1 สามารถเขียนผลเฉลยเอกพันธ์ เมื่อรากของสมการเป็นจำนวนเชิงซ้อนได้ ดังนี้

$$x_{hi}(t) = e^{-\zeta_i \omega_{ni} t} (C_i \sin \omega_{di} t + D_i \cos \omega_{di} t) \quad (5.118)$$

เมื่อ C_i, D_i คือ ค่าสัมประสิทธิ์ ซึ่งหาได้จากเงื่อนไขเริ่มต้น

ω_{di} คือ ค่าความถี่ของระบบ มีค่าเท่ากับ $\omega_{ni} \sqrt{1 - \zeta_i^2}$

เมื่อพิจารณาในส่วนผลเฉลยทั่วไป สามารถเขียนได้ ดังนี้

$$\begin{aligned} x_i(t) &= x_{hi}(t) + x_{pti}(t) \\ x_i(t) &= e^{-\zeta_i \omega_{ni} t} (C_i \cos \omega_{di} t + D_i \sin \omega_{di} t) \\ &\quad + A_{ics1} \cos \omega t + B_{ics1} \sin \omega t + A_{ic2} \cos 2\omega t + B_{ic2} \sin 2\omega t \\ &\quad + A_{is3} \cos(3\omega)t + B_{is3} \sin(3\omega)t + A_{ic4} \cos(4\omega)t + B_{ic4} \sin(4\omega)t \\ &\quad + A_{is5} \cos(5\omega)t + B_{is5} \sin(5\omega)t + A_{ic6} \cos(6\omega)t + B_{ic6} \sin(6\omega)t \end{aligned} \quad (5.119)$$

หาค่าอนุพันธ์อันดับหนึ่งของผลเฉลยรวม ได้เป็น

$$\begin{aligned} \dot{x}_i(t) &= e^{-\zeta_i \omega_{ni} t} (-C_i \omega_{di} \sin \omega_{di} t + D_i \omega_{di} \cos \omega_{di} t) + (C_i \cos \omega_{di} t + D_i \sin \omega_{di} t) (-\zeta_i \omega_{ni}) e^{-\zeta_i \omega_{ni} t} \\ &\quad - A_{ics1} \omega \sin \omega t + B_{ics1} \omega \cos \omega t - 2\omega A_{ic2} \sin 2\omega t + 2\omega B_{ic2} \cos 2\omega t \\ &\quad - 3\omega A_{is3} \sin(3\omega)t + 3\omega B_{is3} \cos(3\omega)t - 4\omega A_{ic4} \cos(4\omega)t + B_{ic4} \sin(4\omega)t \\ &\quad - 5\omega A_{is5} \sin(5\omega)t + 5\omega B_{is5} \cos(5\omega)t - 6\omega A_{ic6} \sin(6\omega)t + 6\omega B_{ic6} \cos(6\omega)t \end{aligned} \quad (5.120)$$

โดยมีเงื่อนไขเริ่มต้น คือ สมการ (5.103) และสมการ (5.104)

แทนสมการ (5.103) ค่าเงื่อนไขการกระตุ้นเริ่มต้น ในสมการที่ (5.119) จะได้

ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$D_i = -(A_{ics1} + A_{ic2} + A_{is3} + A_{ic4} + A_{is5} + A_{ic6}) \quad (5.121)$$

แทนสมการ (5.104) ค่าเงื่อนไขการความเร็วเริ่มต้น ในสมการที่ (5.120) จะได้

$$\dot{x}_i(0) = 0 = \omega_{di} C_i - D_i \zeta_i \omega_{ni} + \omega (B_{ics1} + 2B_{ic2} + 3B_{is3} + 4B_{ic4} + 5B_{is5} + 6B_{ic6})$$

จะได้

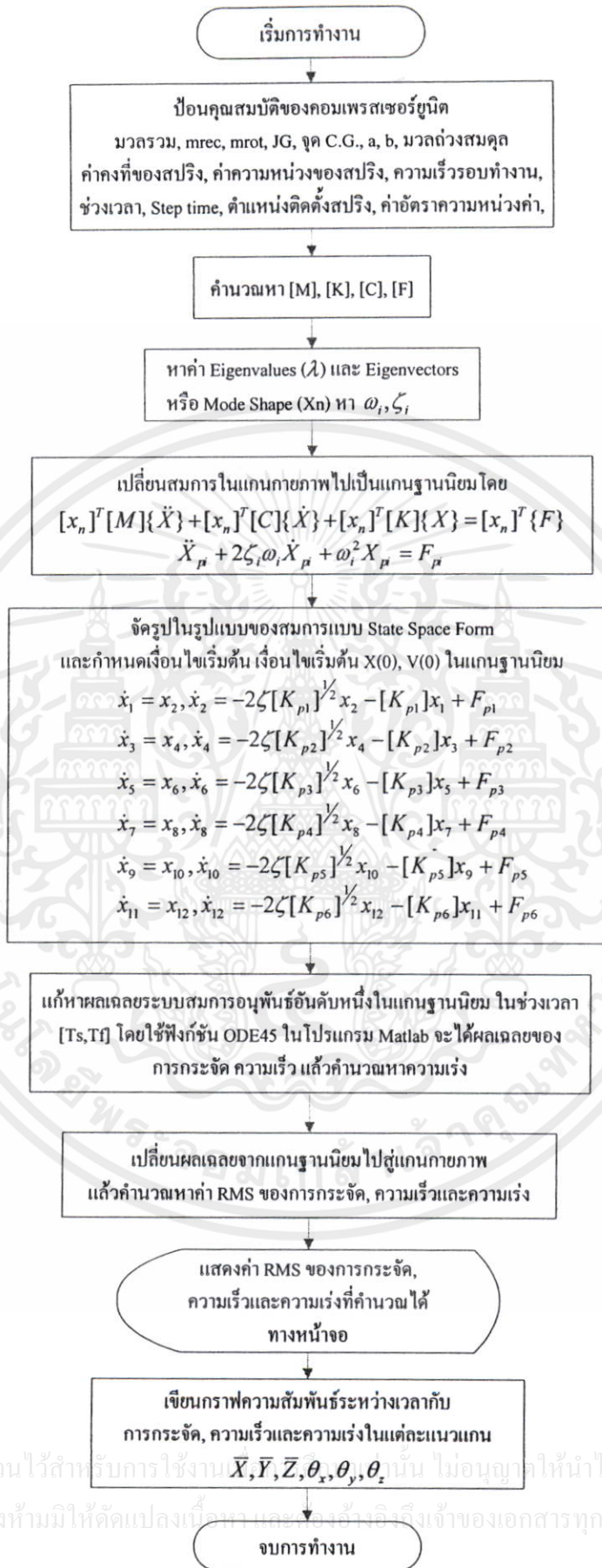
$$C_i = \frac{1}{\omega_{di}} [D_i \zeta_i \omega_{ni} - \omega (B_{ics1} + 2B_{ic2} + 3B_{is3} + 4B_{ic4} + 5B_{is5} + 6B_{ic6})] \quad (5.122)$$

จากสมการ (5.121) และ (5.122) จะได้ค่าของสัมประสิทธิ์ทั้งหมดและผลเฉลยทั่วไปของสมการในระบบฐานนิยามได้ จากนั้นก็หาอนุพันธ์ของสมการ (5.120) ก็จะได้ผลเฉลยทั่วไปของความเร่งของระบบ ดังนี้

$$\begin{aligned} \ddot{x}_i(t) = & e^{-\zeta_i \omega_{ni} t} (-C_i \omega_{di}^2 \cos \omega_{di} t - D_i \omega_{di}^2 \sin \omega_{di} t) \\ & + (-C_i \omega_{di} \sin \omega_{di} t + D_i \omega_{di} \cos \omega_{di} t) (-\zeta_i \omega_{ni}) e^{-\zeta_i \omega_{ni} t} \\ & + (-\zeta_i \omega_{ni})^2 e^{-\zeta_i \omega_{ni} t} (C_i \cos \omega_{di} t + D_i \sin \omega_{di} t) \\ & + (-C_i \omega_{di} \sin \omega_{di} t + D_i \omega_{di} \cos \omega_{di} t) (-\zeta_i \omega_{ni}) e^{-\zeta_i \omega_{ni} t} \\ & - A_{ics1} \omega^2 \cos \omega t - B_{ics1} \omega^2 \sin \omega t \\ & - (2\omega)^2 A_{ic2} \cos 2\omega t - (2\omega)^2 B_{ic2} \sin 2\omega t \\ & - (3\omega)^2 A_{is3} \cos 3\omega t - (3\omega)^2 B_{is3} \sin 3\omega t \\ & - (4\omega)^2 A_{ic4} \cos 4\omega t - (4\omega)^2 B_{ic4} \sin 4\omega t \\ & - (5\omega)^2 A_{is5} \cos(5\omega)t - (5\omega)^2 B_{is5} \sin(5\omega)t \\ & - (6\omega)^2 A_{ic6} \cos(6\omega)t - (6\omega)^2 B_{ic6} \sin(6\omega)t \end{aligned} \quad (5.123)$$

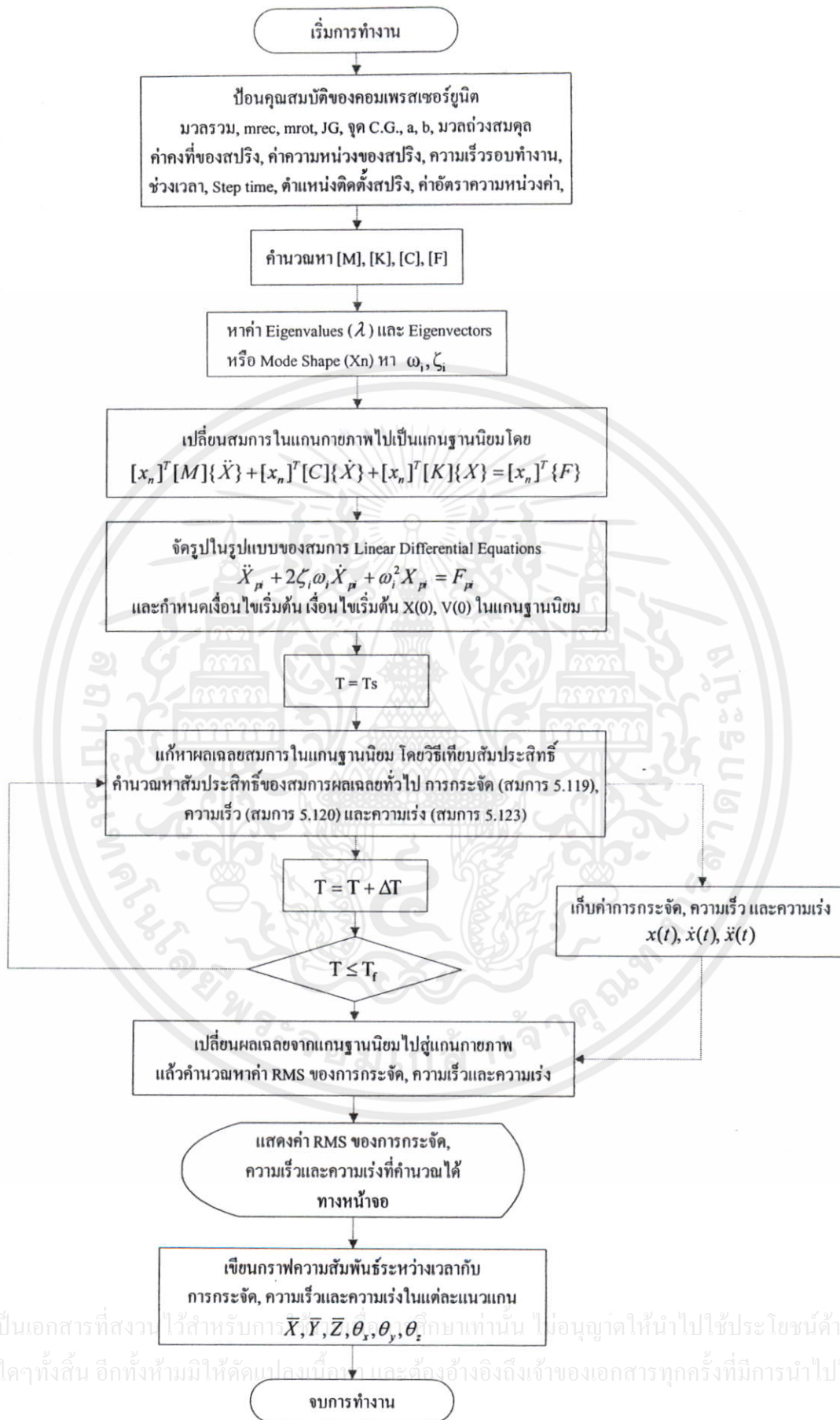
จากนั้นก็ใช้การเปลี่ยนกลับผลเฉลยในระบบแกนฐานนิยามไปเป็นระบบแกนกายภาพ เช่นเดียวกับขั้นตอนที่ 6 ของการวิเคราะห์ฐานนิยามแบบวิธีเชิงตัวเลข

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้คัดลอกเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



รูปที่ 5.14 แสดง Flow Chart ของโปรแกรมการวิเคราะห์ฐานนิยิมแบบวิธีเชิงตัวเลข

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งาน $\bar{X}, \bar{Y}, \bar{Z}, \theta_x, \theta_y, \theta_z$ นั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้คัดลอกเนื้อหา และข้อมูลอ้างอิงเชิงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



รูปที่ 5.15 แสดง Flow Chart ของโปรแกรมการวิเคราะห์ฐานนิยมแบบวิธีเทียบสัมประสิทธิ์

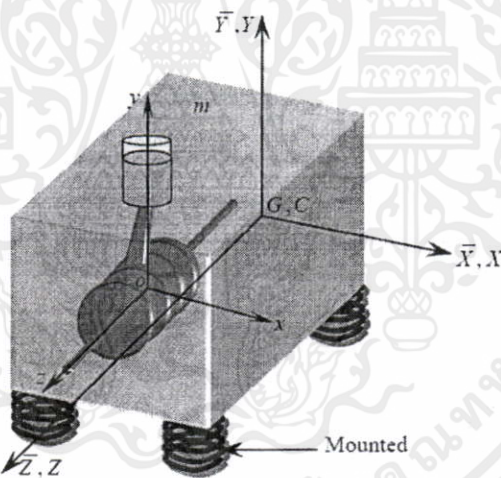
เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการ $\bar{X}, \bar{Y}, \bar{Z}, \theta_x, \theta_y, \theta_z$ ศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาติให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้คัดลอกเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

บทที่ 6

ผลการทดลอง

6.1 บทนำ

ในบทที่ 5 ได้ทำการสร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของคอมเพรสเซอร์แบบสูบเดี่ยวและสปริงช็อคคอมเพรสเซอร์ยูนิตและหาผลเฉลยของระบบสมการ ในบทนี้จะแสดงผลลัพธ์ของการหาผลเฉลยของระบบสมการ โดยใช้การวิเคราะห์ฐานนิยามแบบวิธีเทียบสัมประสิทธิ์และแบบวิธีเชิงตัวเลข วิเคราะห์การสั่นสะเทือนของชุดทดลอง โดยข้อมูลของชุดทดลองแสดงในตารางที่ ข.2 พิจารณาที่ความเร็วรอบที่ 700 รอบต่อนาที ในช่วงเวลา 0 - 1 วินาที $\Delta t = 0.001$ วินาที ในการพิจารณาแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ กำหนดให้แกน \bar{Y} (แกนแนวการเคลื่อนที่ของลูกสูบ) เป็นแกนตั้งฉากกับฐาน จะได้แบบจำลองดังแสดงในรูปที่ 6.1 ซึ่งจะสามารถใช้สมการแบบจำลองทางคณิตศาสตร์เหมือนกันกับแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของคอมเพรสเซอร์ได้



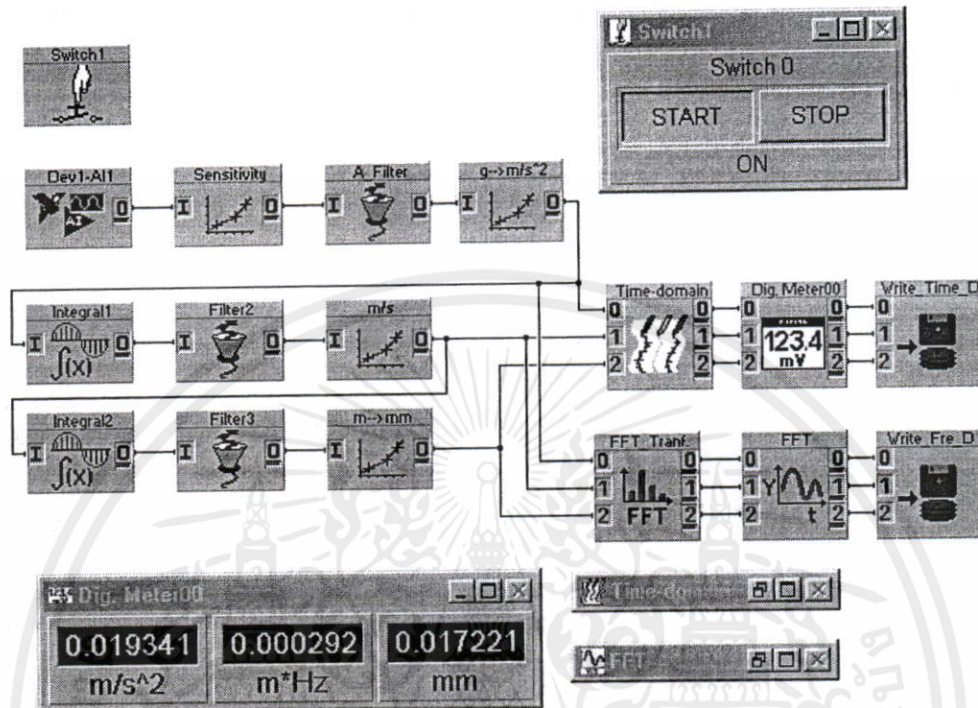
รูปที่ 6.1 แบบจำลองของชุดทดลอง

จากนั้น นำผลการคำนวณจากทางทฤษฎีของชุดทดลอง เปรียบเทียบกับข้อมูลที่ได้จากการวัดด้วยตัวรับสัญญาณการสั่นสะเทือนในแนวแกนตั้งฉากกับฐาน ที่ระดับความเร็วรอบ 5 ระดับ คือ 500, 600, 700, 800 และ 900 รอบต่อนาที เพื่อเปรียบเทียบผลลัพธ์สัญญาณการสั่นสะเทือนที่ได้

เอกสารนี้จากทางทฤษฎีและการทดลอง การใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้คัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

6.2 โปรแกรมที่ใช้ในการวิเคราะห์สัญญาณ

6.2.1 แผนผังของโปรแกรม DASYLab



รูปที่ 6.2 แผนผังของโปรแกรม DASYLab สำหรับรับสัญญาณและวิเคราะห์ผล Module ที่ใช้ในแผนผังโปรแกรม DASYLab

1. A/D Module ทำหน้าที่รับสัญญาณมาจาก Sensor โดยแปลงสัญญาณจาก Analog เป็น Digital
2. Scaling Module ทำหน้าที่ปรับค่าและแปลงหน่วยของสัญญาณ
3. Filter Module ทำหน้าที่กรองสัญญาณช่วงที่ต้องการวัดค่า
4. Differentiation/Integration Module ทำหน้าที่อินทิเกรตสัญญาณ โดยเลือกการทำงานเป็นอินทิเกรต
5. Real Fast Fourier Transform of Real Signal Module หรือ FFT Module ทำหน้าที่แปลงสัญญาณจาก Time Domain เป็น Frequency Domain
6. Y/t Chart Module ทำหน้าที่เขียนกราฟสัญญาณ
7. Chart Recorder Module ทำหน้าที่แปลงสัญญาณที่ได้ออกมาเป็นกราฟหน้าจอแบบ Oscilloscope ซึ่งเป็นสัญญาณบน Time Domain
8. Digital Meter Module ทำหน้าที่แสดงค่าของสัญญาณ โดยสามารถเลือกฟังก์ชันการแสดงผลได้เป็น Last, Maximum, Minimum, Mean หรือ RMS (Root Mean Square)
9. Write Module ทำหน้าที่บันทึกสัญญาณเป็นไฟล์ข้อมูล

6.2.2 การทำงานของโปรแกรม DASYLab

1. A/D Module รับสัญญาณมาจาก Sensor ในหน่วย Volt
2. แล้วนำค่าสัญญาณมาปรับค่า Sensitivity ของ Sensor ที่ Scaling Module เพื่อแปลงหน่วยจาก Volt เป็นหน่วย g
3. นำค่าสัญญาณที่ได้มาผ่าน Filter Module เพื่อกรองสัญญาณ โดยตั้งความถี่ต่ำกว่า 30 Hz อันดับ 5 แบบ Butterworth สามารถผ่านได้
4. หลังจากสัญญาณที่ผ่าน Filter Module นำมาแปลงหน่วย g เป็นหน่วย m/s^2 ใน Scaling Module
5. สัญญาณที่ได้จากข้อ 4 นำมาเข้า Integration Module เพื่อ Integrate สัญญาณจากความเร่งเป็นความเร็ว
6. แล้วนำสัญญาณมาเข้า Filter Module เพื่อกรองสัญญาณ โดยตั้งความถี่ที่สูงกว่า 1 Hz อันดับ 2 แบบ Butterworth สามารถผ่านได้อีกครั้งหนึ่ง
7. หลังจากสัญญาณที่ผ่าน Filter Module ใน Scaling Module เพื่อให้แสดงอยู่ในรูปกราฟ
8. นำสัญญาณที่ได้จากข้อ 7 มาเข้า Integration Module เพื่อ Integrate สัญญาณจากความเร็วเป็นการกระจัด
9. แล้วนำสัญญาณมาเข้า Filter Module เพื่อกรองสัญญาณ โดยตั้งความถี่ที่สูงกว่า 1 Hz อันดับ 2 แบบ Butterworth สามารถผ่านได้อีกครั้งหนึ่ง
10. หลังจากสัญญาณที่ผ่าน Filter Module นำมาแปลงจากหน่วย m/s เป็น mm/s ใน Scaling Module
11. แล้วนำสัญญาณความเร่งจากข้อ 4 สัญญาณความเร็วจากข้อ 8 และสัญญาณการกระจัดจากข้อ 10 มาเข้า FFT Module เพื่อแปลงสัญญาณจาก Time Domain เป็น Frequency Domain
12. นำสัญญาณความเร่ง, ความเร็วและการกระจัดจาก FFT Module มาเข้า Y/t Chart Module เพื่อแสดงการกระจัด, ความเร็วและความเร่ง เทียบกับความถี่ เพื่อนำไปวิเคราะห์ต่อไป
13. แล้วนำสัญญาณความเร่งจากข้อ 4 สัญญาณความเร็วจากข้อ 8 และสัญญาณการกระจัดจากข้อ 10 มาเข้า Chart Recorder Module เพื่อบันทึกการกระจัด, ความเร็วและความเร่ง เทียบกับเวลา จากนั้นผ่าน Digital Meter Module แสดงค่า Root Mean Square ของสัญญาณ และเข้าสู่ Write Module เพื่อจัดเก็บเป็นไฟล์ข้อมูลนำไปวิเคราะห์ต่อไป

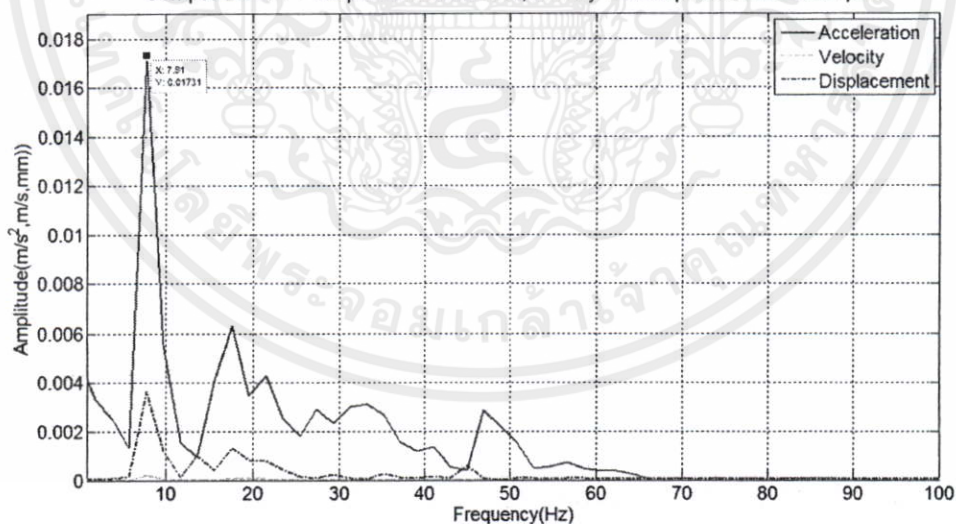
เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้คัดลอกเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

6.3 ผลการวิเคราะห์แบบสเปกตรัม

ตารางที่ 6.1 แสดงความถี่ที่ของสัญญาณที่ให้ค่าแอมพลิจูดสูงสุดของการกระจัด, ความเร็วและความเร่ง ที่แต่ละความเร็วรอบเพลาช้อเหวี่ยง

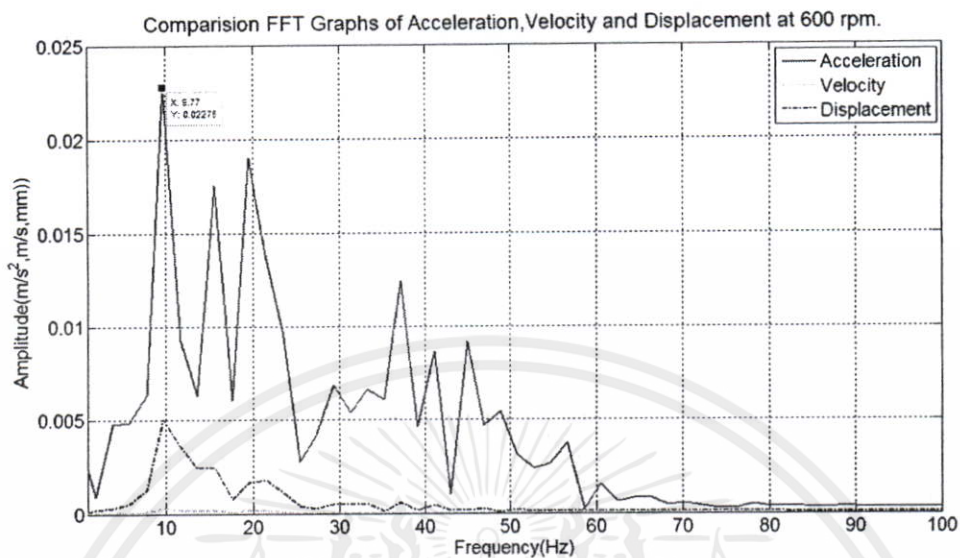
ความเร็วรอบเพลาช้อเหวี่ยง (rpm)	ความถี่ (Hz)	ค่าความเร่ง สูงสุด (m/s^2)	ค่าความเร็ว สูงสุด (m/s)	ค่าการกระจัด สูงสุด (mm)
500	7.81	0.017310	0.003653	0.000244
600	9.77	0.022750	0.005045	0.000302
700	11.72	0.060760	0.011720	0.000829
800	13.67	0.155800	0.019020	0.001567
900	15.63	0.204400	0.022250	0.002055

Comparison FFT Graphs of Acceleration, Velocity and Displacement at 500 rpm.

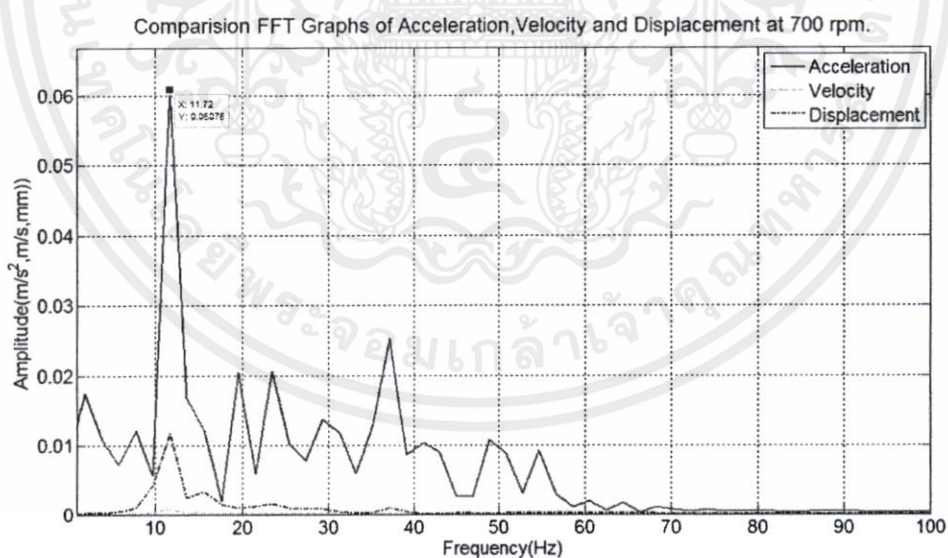


รูปที่ 6.3 แสดงกราฟแอมพลิจูดของความเร่ง, ความเร็วและการกระจัด บน โดเมนความถี่ ที่ความเร็วรอบ 500 rpm.

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้คัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

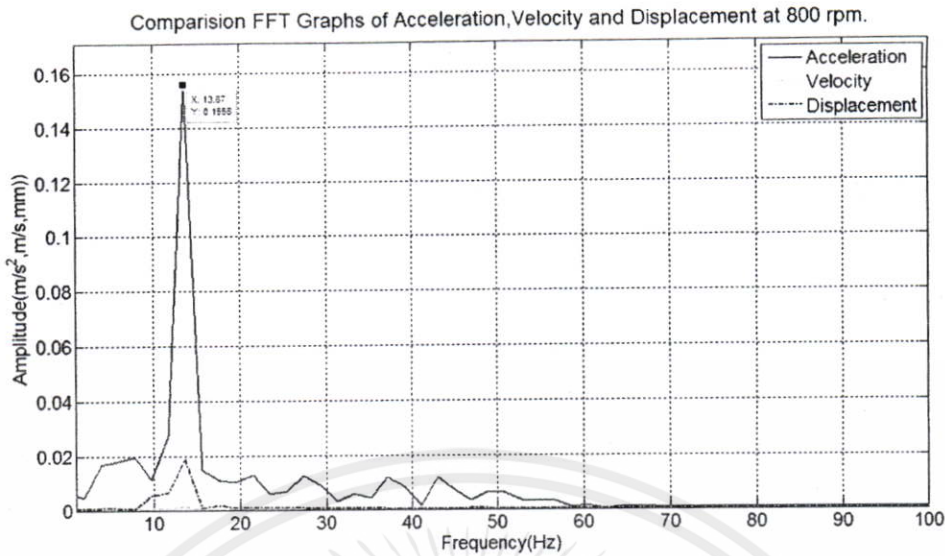


รูปที่ 6.4 แสดงกราฟแอมพลิจูดของความเร่ง, ความเร็วและการกระจัด บนโดเมนความถี่ ที่ความเร็วรอบ 600 rpm.

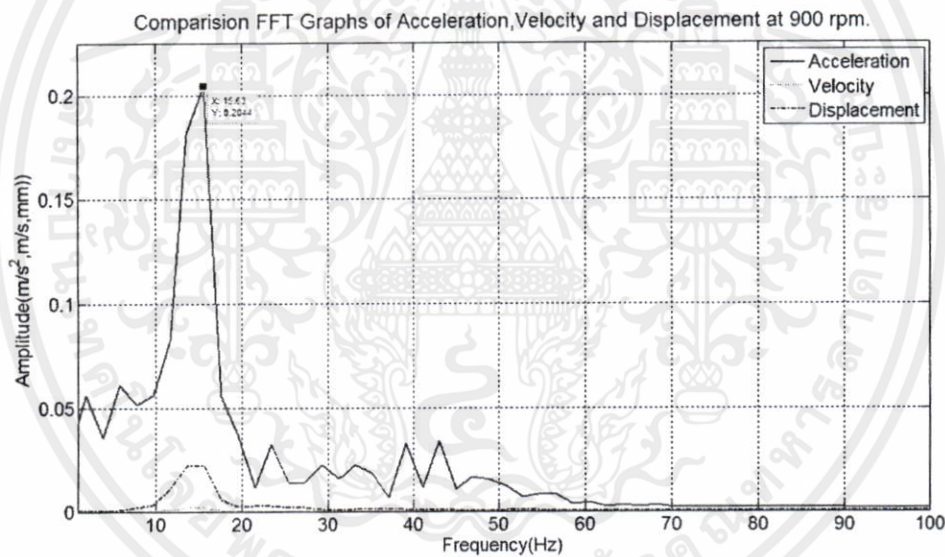


รูปที่ 6.5 แสดงกราฟแอมพลิจูดของความเร่ง, ความเร็วและการกระจัด บนโดเมนความถี่ ที่ความเร็วรอบ 700 rpm.

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้คัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



รูปที่ 6.6 แสดงกราฟแอมพลิจูดของความเร่ง, ความเร็วและการกระจัด บนโดเมนความถี่ ที่ความเร็วรอบ 800 rpm.

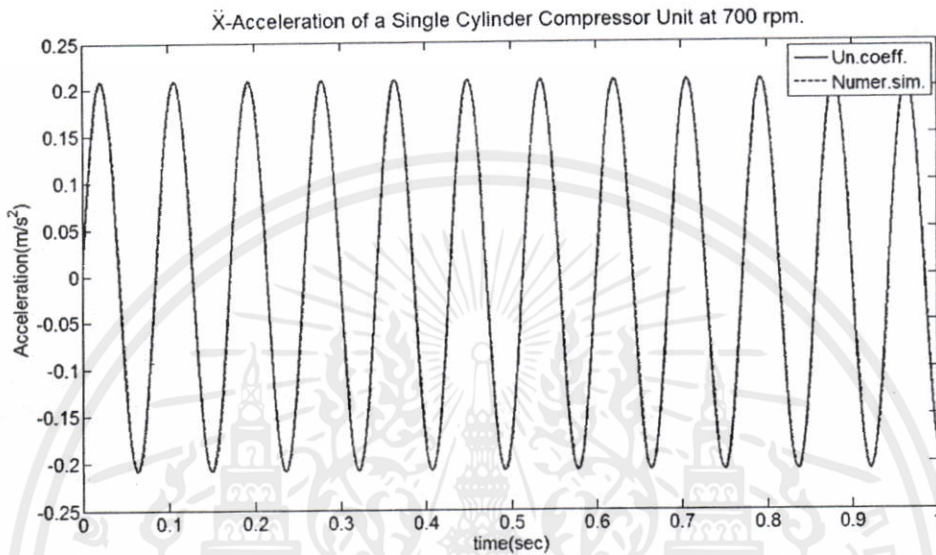


รูปที่ 6.7 แสดงกราฟแอมพลิจูดของความเร่ง, ความเร็วและการกระจัด บนโดเมนความถี่ ที่ความเร็วรอบ 900 rpm.

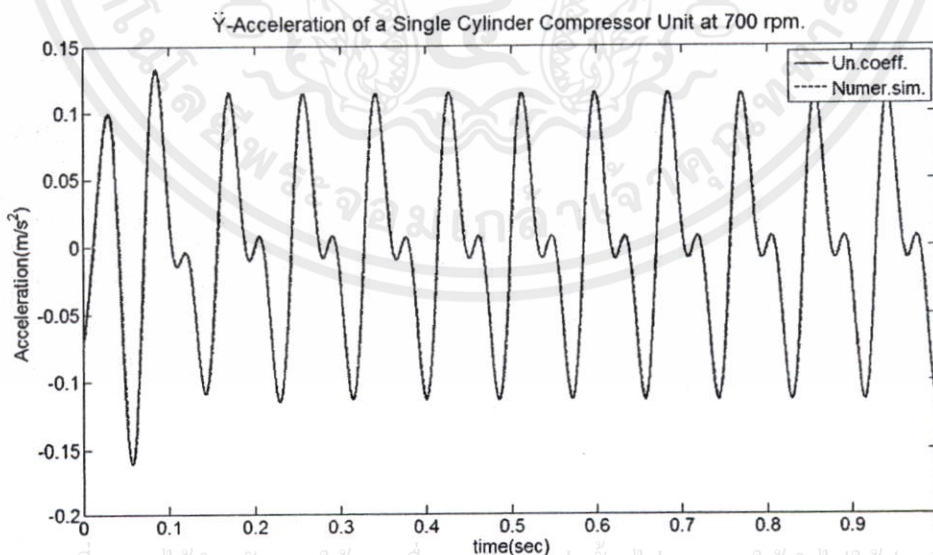
จากการวิเคราะห์สเปกตรัมของสัญญาณความเร่ง, ความเร็วและการกระจัด ความถี่ของสัญญาณที่ให้ค่าแอมพลิจูดสูงสุดของความเร่ง, ความเร็วและการกระจัด ที่แต่ละความเร็วรอบเพลลาข้อเหวี่ยง แสดงในตารางที่ 6.1 และการแอมพลิจูดของความเร่ง, ความเร็วและการกระจัด บนโดเมนความถี่ที่แต่ละความเร็วรอบของเพลลาข้อเหวี่ยง แสดงดังรูปที่ 6.3 – 6.7 พบว่าที่ความเร็วรอบเพลลาข้อเหวี่ยง 500, 600, 700, 800 และ 900 รอบต่อนาที ความถี่ที่ให้ค่าแอมพลิจูดของสัญญาณสูงสุด คือ 7.81, 9.77, 11.72, 13.67 และ 15.63 เฮิรตซ์ ตามลำดับ และควรปรับความถี่ Cut off ที่ 30 เฮิรตซ์

6.4 เปรียบเทียบผลลัพธ์การหาผลเฉลย

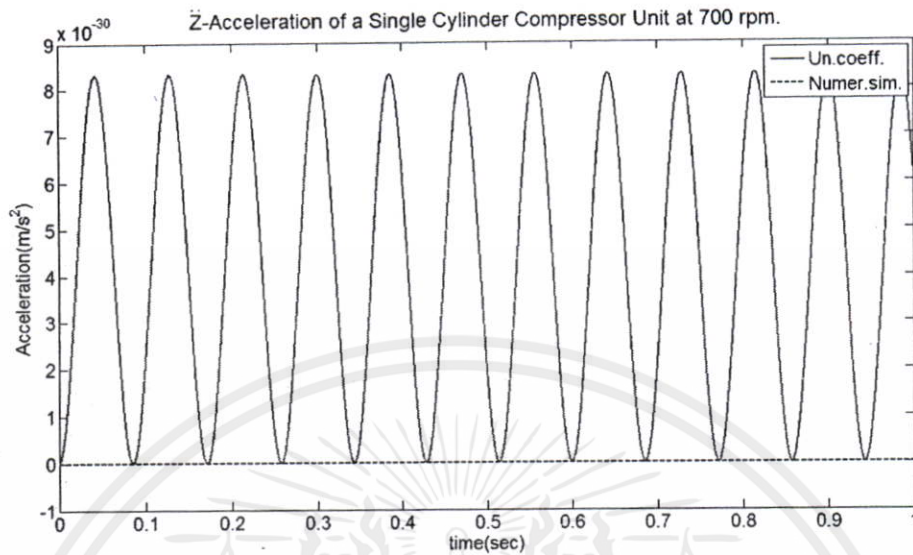
การศึกษาเปรียบเทียบวิธีการหาผลเฉลยปัญหาการสั่นสะเทือน ด้วยการวิเคราะห์ฐานนิยม แบบวิธีเทียบสัมประสิทธิ์และแบบวิธีเชิงตัวเลข ได้ผลลัพธ์การสั่นสะเทือนของตำแหน่ง จุดศูนย์กลางมวล C ในทิศทางต่าง ๆ ดังนี้



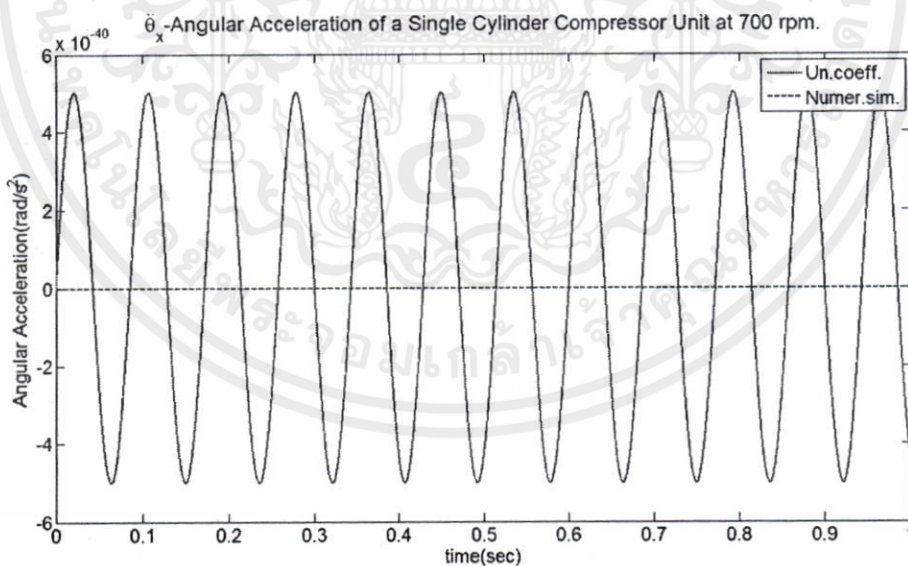
รูปที่ 6.8 แสดงกราฟความเร่ง ในแนวแกน \bar{X} ระหว่างการวิเคราะห์ฐานนิยม แบบวิธีเทียบสัมประสิทธิ์และแบบวิธีเชิงตัวเลข ที่ความเร็วรอบ 700 rpm. $\Delta t = 0.001$ วินาที



รูปที่ 6.9 แสดงกราฟความเร่ง ในแนวแกน \bar{Y} ระหว่างการวิเคราะห์ฐานนิยม แบบวิธีเทียบสัมประสิทธิ์และแบบวิธีเชิงตัวเลข ที่ความเร็วรอบ 700 rpm. $\Delta t = 0.001$ วินาที

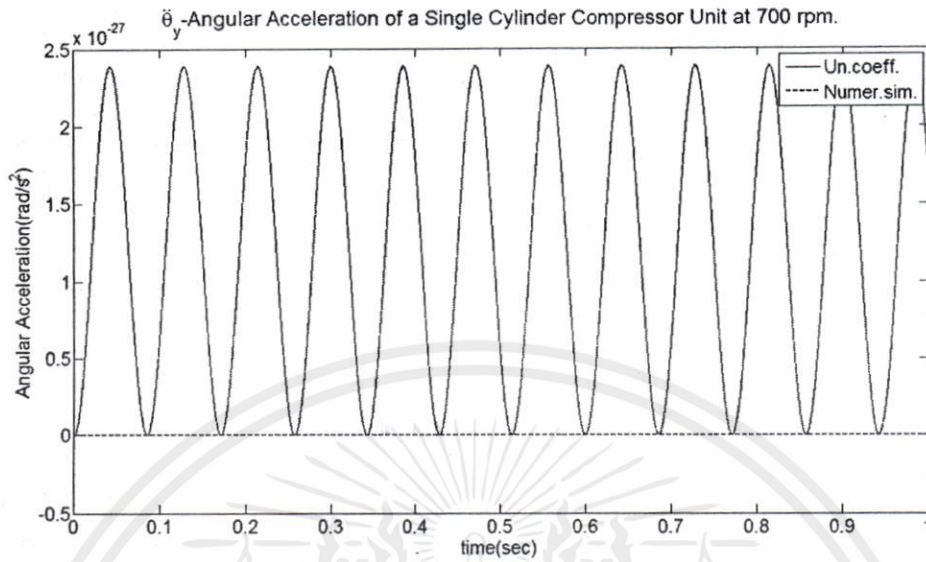


รูปที่ 6.10 แสดงกราฟความเร่ง ในแนวแกน \bar{Z} ระหว่างการวิเคราะห์ฐานนิยม แบบวิธีเทียบสัมประสิทธิ์และแบบวิธีเชิงตัวเลข ที่ความเร็วรอบ 700 rpm. $\Delta t = 0.001$ วินาที



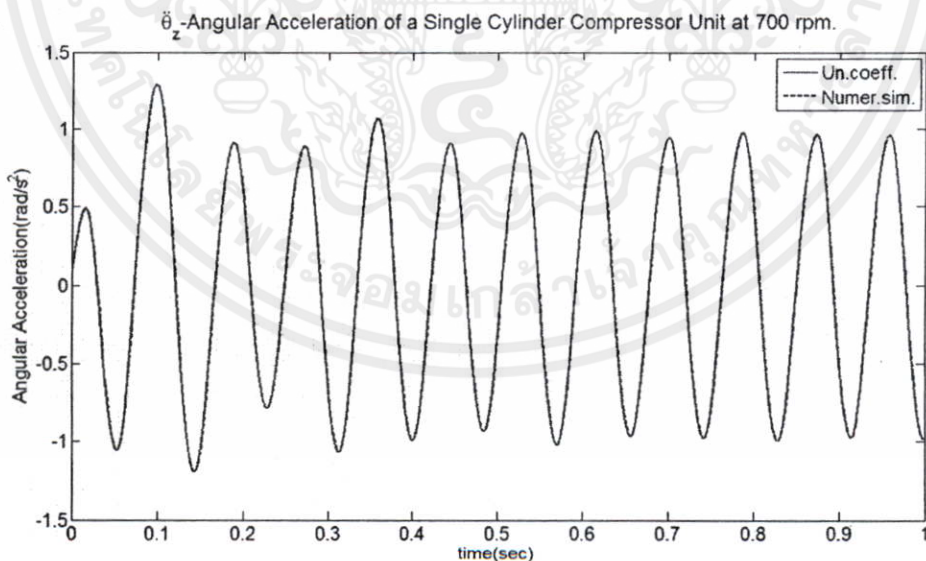
รูปที่ 6.11 แสดงกราฟความเร่งเชิงมุม ในแนวแกน \bar{X} ($\ddot{\theta}_x$) ระหว่างการวิเคราะห์ฐานนิยมแบบวิธีเทียบสัมประสิทธิ์และแบบวิธีเชิงตัวเลข ที่ความเร็วรอบ 700 rpm.

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
 $\Delta t = 0.001$ วินาที
 ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้คัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



รูปที่ 6.12 แสดงกราฟความเร่งเชิงมุม ในแนวนอนแกน \bar{Y} ($\ddot{\theta}_y$) ระหว่างการวิเคราะห์ฐานนิยม แบบวิธีเทียบสัมประสิทธิ์และแบบวิธีเชิงตัวเลข ที่ความเร็วรอบ 700 rpm.

$\Delta t = 0.001$ วินาที



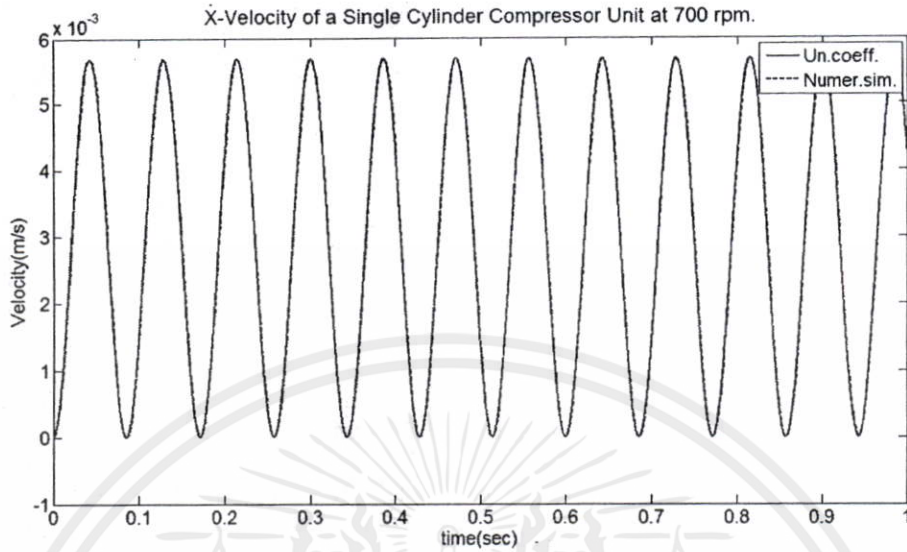
รูปที่ 6.13 แสดงกราฟความเร่งเชิงมุม ในแนวนอนแกน \bar{Z} ($\ddot{\theta}_z$) ระหว่างการวิเคราะห์ฐานนิยม

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับกรใช้งานเพื่อการศึกษาร่วมกัน ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า

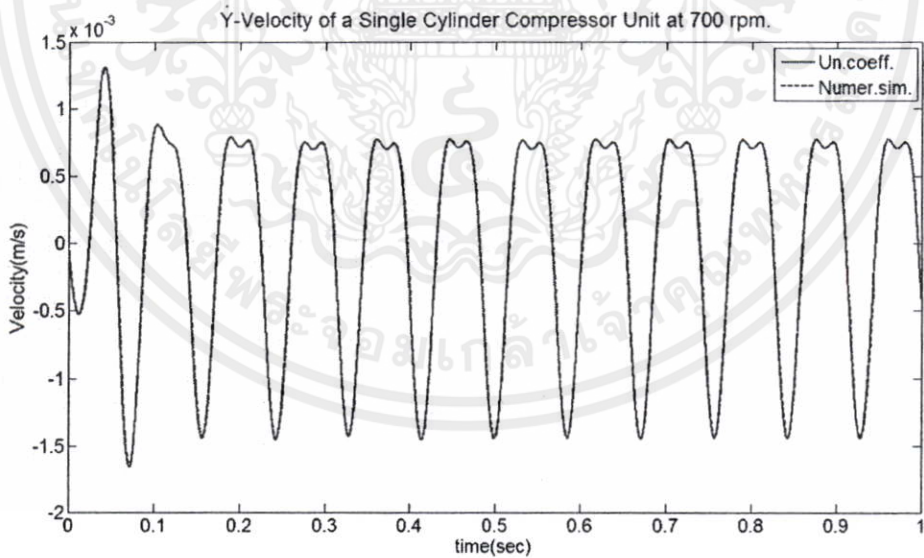
แบบวิธีเทียบสัมประสิทธิ์และแบบวิธีเชิงตัวเลข ที่ความเร็วรอบ 700 rpm.

ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้คัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$\Delta t = 0.001$ วินาที

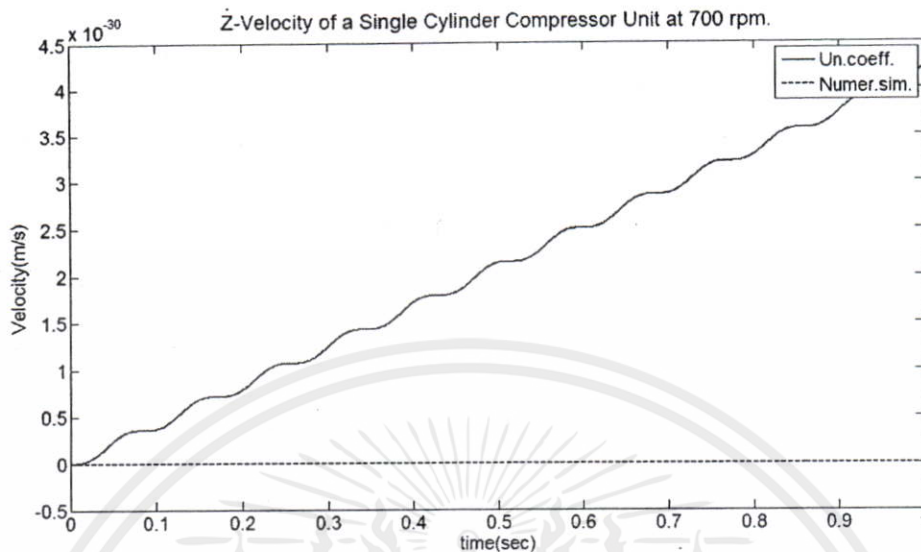


รูปที่ 6.14 แสดงกราฟความเร็ว ในแนวแกน \bar{X} ระหว่างการวิเคราะห์ฐานนิยม แบบวิธีเทียบสัมประสิทธิ์และแบบวิธีเชิงตัวเลข ที่ความเร็วรอบ 700 rpm. $\Delta t = 0.001$ วินาที

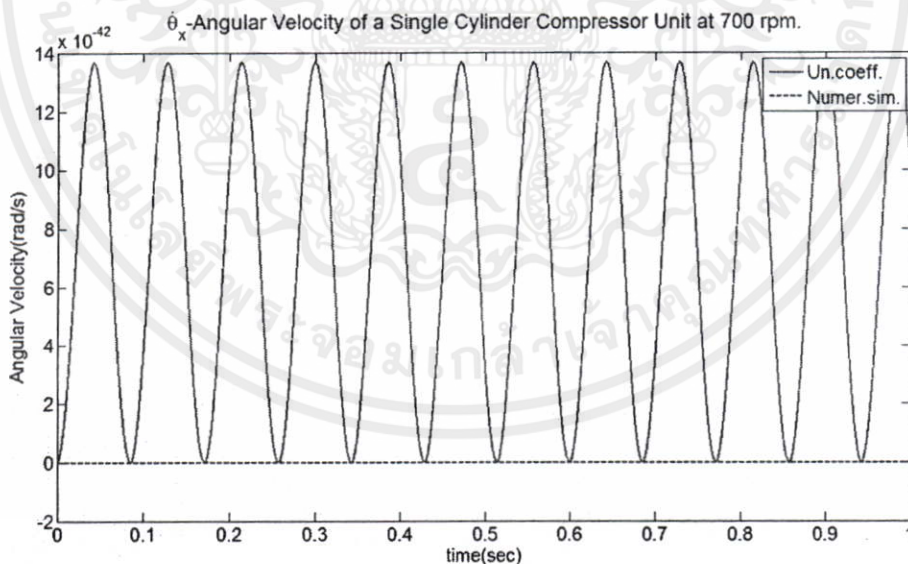


รูปที่ 6.15 แสดงกราฟความเร็ว ในแนวแกน \bar{Y} ระหว่างระหว่างการวิเคราะห์ฐานนิยมแบบวิธีเทียบสัมประสิทธิ์และแบบวิธีเชิงตัวเลข ที่ความเร็วรอบ 700 rpm. $\Delta t = 0.001$ วินาที

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้คัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



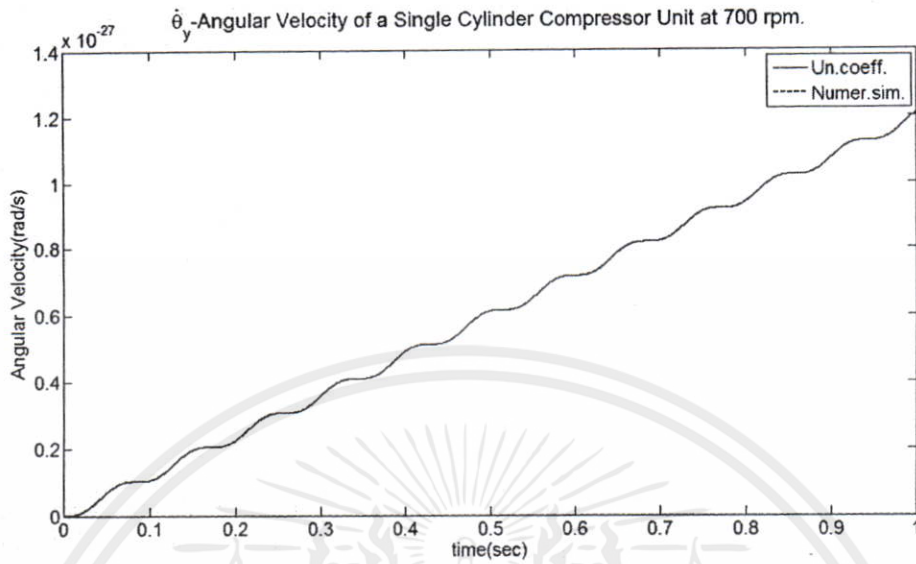
รูปที่ 6.16 แสดงกราฟของความเร็ว ในแนวแกน Z ระหว่างการวิเคราะห์ฐานนิยม แบบวิธีเทียบสัมประสิทธิ์และแบบวิธีเชิงตัวเลข ที่ความเร็วรอบ 700 rpm. $\Delta t = 0.001$ วินาที



รูปที่ 6.17 แสดงกราฟความเร็วเชิงมุม ในแนวขนานแกน $X (\dot{\theta}_x)$ ระหว่างการวิเคราะห์ฐานนิยมแบบวิธีเทียบสัมประสิทธิ์และแบบวิธีเชิงตัวเลข ที่ความเร็วรอบ 700 rpm.

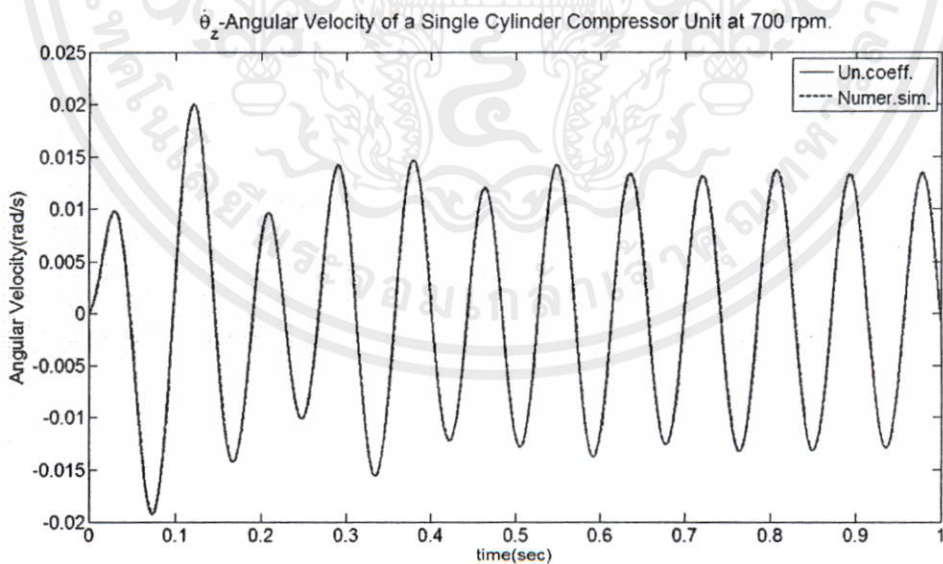
$\Delta t = 0.001$ วินาที

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้คัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



รูปที่ 6.18 แสดงกราฟความเร็วเชิงมุม ในแนวนอนแกน \bar{Y} ($\dot{\theta}_y$) ระหว่างการวิเคราะห์ฐานนิยม แบบวิธีเทียบสัมประสิทธิ์และแบบวิธีเชิงตัวเลข ที่ความเร็วรอบ 700 rpm.

$\Delta t = 0.001$ วินาที

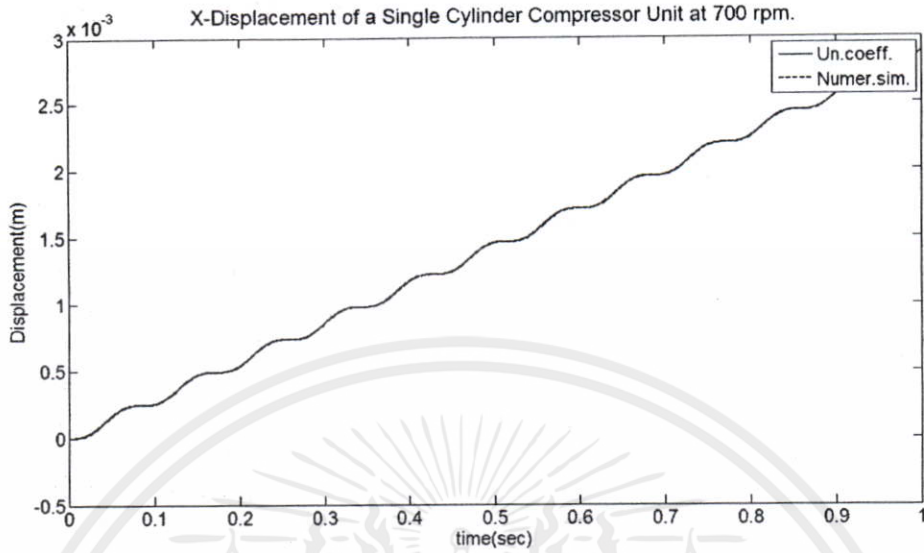


รูปที่ 6.19 แสดงกราฟความเร็วเชิงมุม ในแนวนอนแกน \bar{Z} ($\dot{\theta}_z$) ระหว่างการวิเคราะห์ฐานนิยม

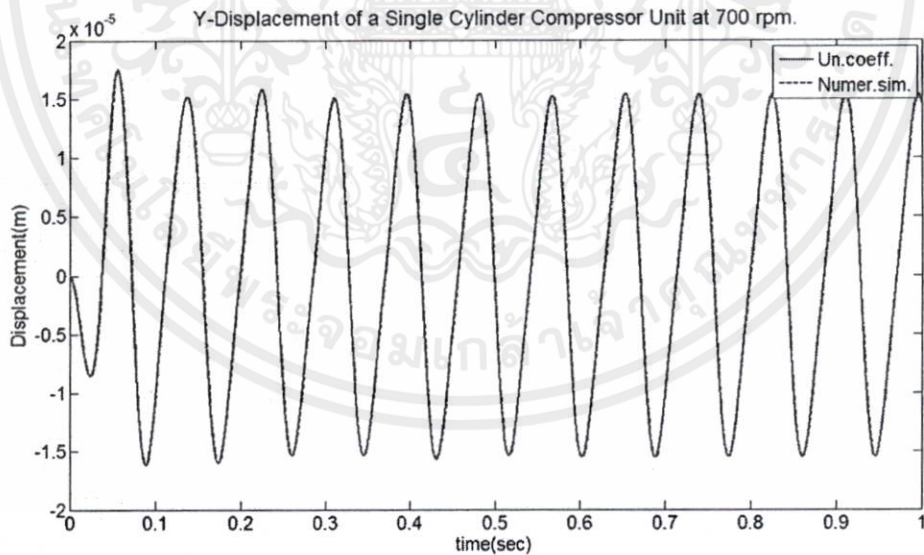
เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับครู ใช้งานเพื่อการศึกษายเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า

ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้อัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$\Delta t = 0.001$ วินาที

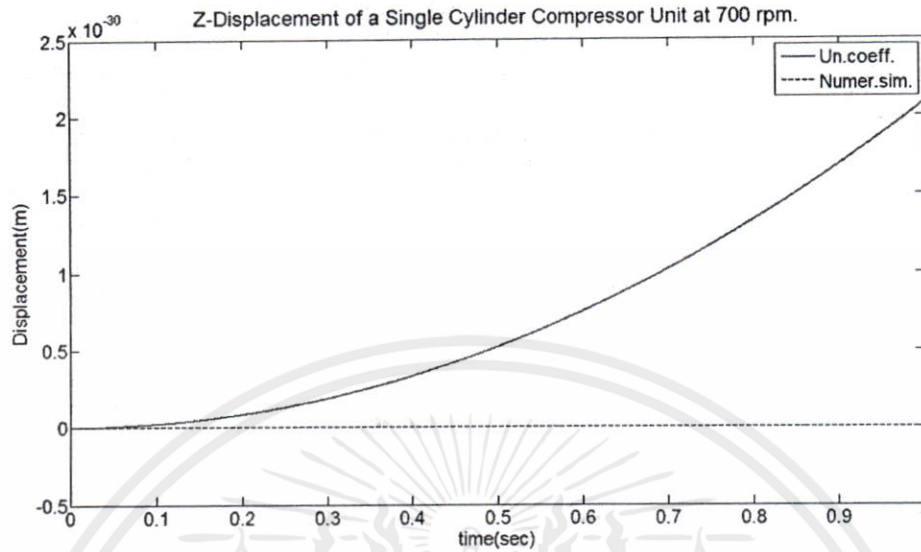


รูปที่ 6.20 แสดงกราฟการกระจัด ในแนวแกน \bar{X} ระหว่างการวิเคราะห์ฐานนิยม แบบวิธีเทียบสัมประสิทธิ์และแบบวิธีเชิงตัวเลข ที่ความเร็วรอบ 700 rpm. $\Delta t = 0.001$ วินาที

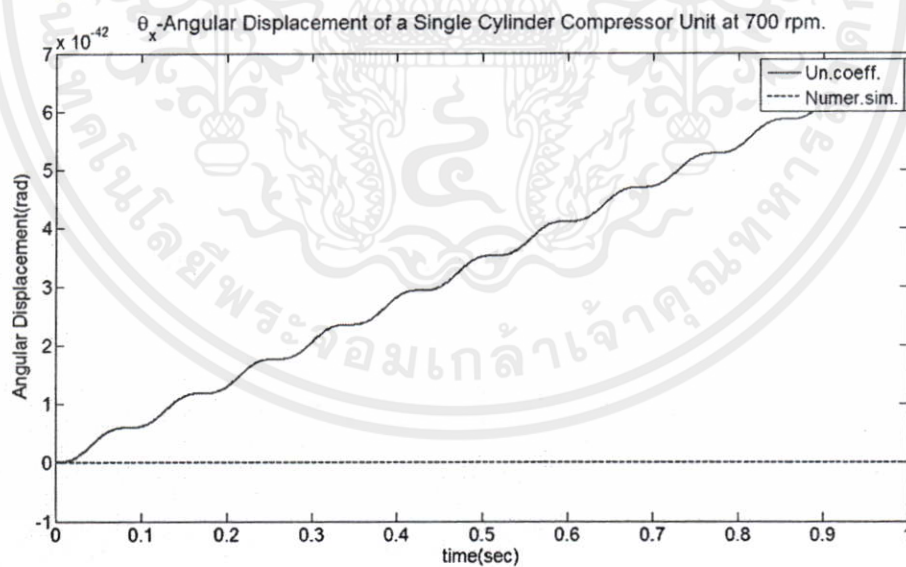


รูปที่ 6.21 แสดงกราฟการกระจัด ในแนวแกน \bar{Y} ระหว่างระหว่างการวิเคราะห์ฐานนิยม แบบวิธีเทียบสัมประสิทธิ์และแบบวิธีเชิงตัวเลข ที่ความเร็วรอบ 700 rpm. $\Delta t = 0.001$ วินาที

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้คัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



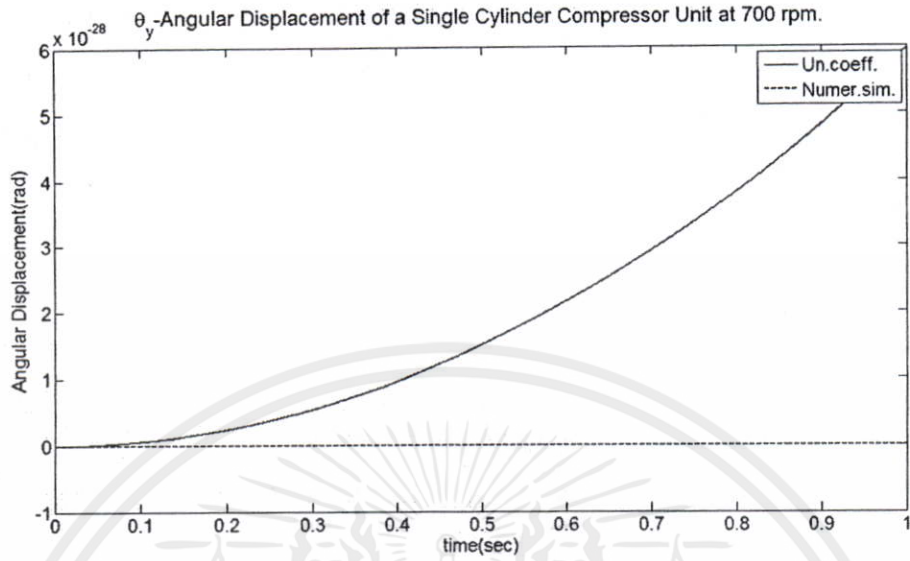
รูปที่ 6.22 แสดงกราฟการกระจัด ในแนวแกน Z ระหว่างการวิเคราะห์ฐานนิยม แบบวิธีเทียบสัมประสิทธิ์และแบบวิธีเชิงตัวเลข ที่ความเร็วรอบ 700 rpm. $\Delta t = 0.001$ วินาที



รูปที่ 6.23 แสดงกราฟการกระจัดเชิงมุม ในแนวนอนแกน X (θ_x) ระหว่างการวิเคราะห์ฐานนิยม แบบวิธีเทียบสัมประสิทธิ์และแบบวิธีเชิงตัวเลข ที่ความเร็วรอบ 700 rpm.

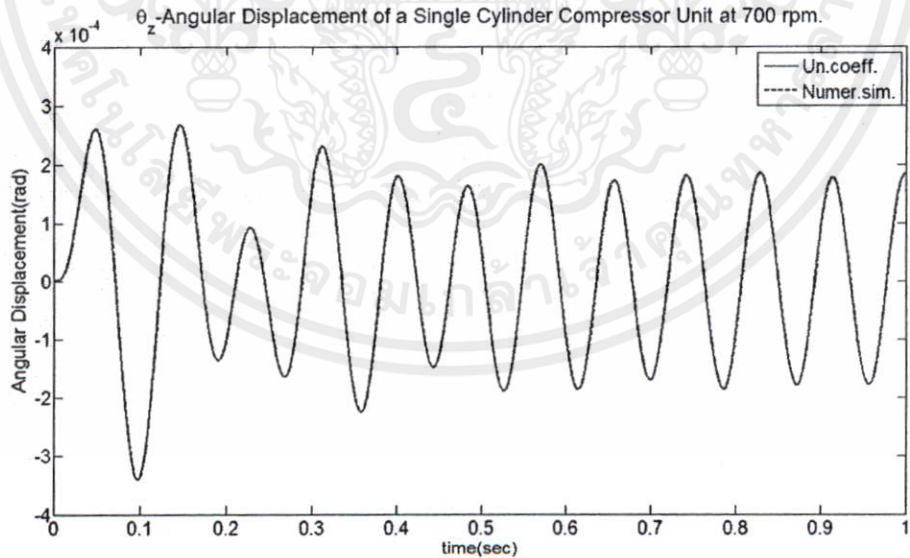
$\Delta t = 0.001$ วินาที

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้คัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



รูปที่ 6.24 แสดงกราฟการกระจัดเชิงมุม ในแนวนอนแกน \bar{Y} (θ_y) ระหว่างการวิเคราะห์ฐานนิยม แบบวิธีเทียบสัมประสิทธิ์และแบบวิธีเชิงตัวเลข ที่ความเร็วรอบ 700 rpm.

$\Delta t = 0.001$ วินาที



รูปที่ 6.25 แสดงกราฟการกระจัดเชิงมุม ในแนวนอนแกน \bar{Z} (θ_z) ระหว่างการวิเคราะห์ฐานนิยม

แบบวิธีเทียบสัมประสิทธิ์และแบบวิธีเชิงตัวเลข ที่ความเร็วรอบ 700 rpm.

ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$\Delta t = 0.001$ วินาที

จากผลการทดลองที่ได้ รูปที่ 6.8 ถึงรูปที่ 6.25 แสดงกราฟของความเร่ง ความเร็วและการกระจัด เปรียบเทียบระหว่างการวิเคราะห์ฐานนิยมแบบวิธีเทียบสัมประสิทธิ์และแบบวิธีเชิงตัวเลข ความเร็วรอบ 700 รอบต่อนาที ช่วงเวลา 0 - 1 วินาที พบว่าสัญญาณการสั่นสะเทือนของตำแหน่งจุดศูนย์กลางมวล C ในทิศทางต่าง ๆ ประกอบขึ้นจากการสั่นสะเทือนที่ 2 สภาวะ คือ การสั่นสะเทือนที่สภาวะเปลี่ยนแปลง (Transient State) และการสั่นสะเทือนที่สภาวะคงที่ (Steady State) โดย

1. สัญญาณการสั่นสะเทือนในทิศทาง \bar{Y} มีขนาดสูงกว่า \bar{Z} ซึ่งสอดคล้องกับความเป็นจริง ที่ว่าแรงเฉื่อยเนื่องจากชิ้นส่วนที่มีการเคลื่อนที่แบบเลื่อนไถลจะกระทำในทิศทาง \bar{Y} ซึ่งเป็นทิศทางการเคลื่อนที่ของลูกสูบ
2. สัญญาณการสั่นสะเทือนในทิศทาง \bar{Z} มีค่าต่ำเนื่องจากไม่มีแรงกระทำเนื่องจากการเคลื่อนที่ของกลไกคอมเพรสเซอร์สูบเดียวกระทำในทิศทาง \bar{Z} เลย
3. สัญญาณการสั่นสะเทือนในทิศทาง θ_z มีค่าสูงสุดเมื่อเปรียบเทียบกับสัญญาณการสั่นสะเทือนในทิศทาง θ_x และ θ_y ซึ่งสอดคล้องกับความเป็นจริงที่ว่าทอร์คเฉื่อยเนื่องจากการเคลื่อนที่ของกลไกคอมเพรสเซอร์สูบเดียว จะกระทำในทิศทางรอบแกนขนานเพลาค้อเหวี่ยง

เมื่อเปรียบเทียบในทิศทาง \bar{X} , \bar{Y} และ \bar{Z} พบว่าระดับของการสั่นสะเทือนทิศทาง \bar{X} (แนวนอน) มีค่าสูงสุด ทิศทาง \bar{Z} (แนวขนานกับแกนเพลาค้อเหวี่ยง) มีค่าต่ำสุด เมื่อเปรียบเทียบในทิศทาง θ_x , θ_y และ θ_z พบว่าระดับของการสั่นสะเทือนแกน θ_z มีค่าสูงสุดและระดับ θ_y ค่าต่ำสุด

ตารางที่ 6.2 แสดงผลลัพธ์ค่ารากที่สองของความเร่งกำลังสองเฉลี่ย เปรียบเทียบระหว่างการวิเคราะห์ฐานนิยม แบบวิธีเทียบสัมประสิทธิ์และแบบวิธีเชิงตัวเลข ที่ระดับความเร็วรอบต่าง ๆ ช่วงเวลา 0 - 1 วินาที $\Delta t = 0.001$ วินาที โดยค่าความผิดพลาด คำนวณจากสูตรดังนี้

$$\text{เปอร์เซ็นต์ความผิดพลาด} = \frac{(\text{RMS จากวิธีเทียบสัมประสิทธิ์} - \text{RMS จากวิธีเชิงตัวเลข}) \times 100}{\text{RMS จากวิธีเทียบสัมประสิทธิ์}} \quad (6.1)$$

พบว่าเมื่อความเร็วรอบของเพลาค้อเหวี่ยงเพิ่มขึ้น ค่ารากที่สองของความเร่งกำลังสองเฉลี่ยในแต่ละทิศทางจะมีค่าเพิ่มขึ้นด้วย ยกเว้นในทิศทางรอบแกน \bar{Z} โดยค่าเปอร์เซ็นต์ความผิดพลาดของค่ารากที่สองของความเร่งกำลังสองเฉลี่ยในแต่ละทิศทางมีค่าน้อยมาก อยู่ในหลักหลังจุดทศนิยมสองตำแหน่ง

ตารางที่ 6.2 แสดงผลลัพธ์ค่ารากที่สองของความเร่งกำลังสองเฉลี่ย เปรียบเทียบระหว่าง การวิเคราะห์ฐานนิยม แบบวิธีเทียบสัมประสิทธิ์และแบบวิธีเชิงตัวเลข ที่ระดับ ความเร็วรอบต่างๆ ช่วงเวลา 0 - 1 วินาที $\Delta t = 0.001$ วินาที

Angular Velocity (rpm)	Method	Acceleration RMS ($m/s^2, rad/s^2$)					
		\ddot{x}_c	\ddot{y}_c	\ddot{z}_c	$\ddot{\theta}_x$	$\ddot{\theta}_y$	$\ddot{\theta}_z$
500	Un.Coeff.	0.075526	0.026829	0.000000	0.000000	0.000000	0.159651
	Numerical.sim	0.075516	0.026829	0.000000	0.000000	0.000000	0.159651
	Diff.(%)	0.0132	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
600	Un.Coeff.	0.108310	0.045225	0.000000	0.000000	0.000000	0.150517
	Numerical.sim	0.108302	0.045207	0.000000	0.000000	0.000000	0.150538
	Diff.(%)	0.0074	0.0398	0.0000	0.0000	0.0000	-0.0140
700	Un.Coeff.	0.146986	0.072468	0.000000	0.000000	0.000000	0.180045
	Numerical.sim	0.147046	0.072502	0.000000	0.000000	0.000000	0.180174
	Diff.(%)	-0.0408	-0.0461	0.0000	0.0000	0.0000	-0.0715
800	Un.Coeff.	0.193048	0.127283	0.000000	0.000000	0.000000	0.247501
	Numerical.sim	0.193168	0.127291	0.000000	0.000000	0.000000	0.247665
	Diff.(%)	-0.0622	-0.0063	0.0000	0.0000	0.0000	-0.0663
900	Un.Coeff.	0.243698	0.220060	0.000000	0.000000	0.000000	0.357151
	Numerical.sim	0.243878	0.219946	0.000000	0.000000	0.000000	0.357187
	Diff.(%)	-0.0739	0.0518	0.0000	0.0000	0.0000	-0.0101

ตารางที่ 6.3 แสดงผลลัพธ์ค่ารากที่สองของความเร็วกำลังสองเฉลี่ย เปรียบเทียบระหว่าง การวิเคราะห์ฐานนิยมแบบวิธีเทียบสัมประสิทธิ์และแบบวิธีเชิงตัวเลข ที่ระดับความเร็วรอบต่างๆ ช่วงเวลา 0 - 1 วินาที $\Delta t = 0.001$ วินาที พบว่าค่าเปอร์เซ็นต์ความผิดพลาดของค่ารากที่สองของ ความเร็วกำลังสองเฉลี่ยในแต่ละทิศทางมีค่าน้อยมาก อยู่ในหลักหลังจุดทศนิยมสองตำแหน่งและ เมื่อความเร็วรอบของเพลาช้อเหวี่ยงเพิ่มขึ้น ค่ารากที่สองของความเร็วกำลังสองเฉลี่ยจะมีค่าเพิ่มขึ้น ด้วย ยกเว้นในทิศทางรอบแกน Z เช่นเดียวกันสัญญาณความเร่ง

เอกสารนี้เป็นเอกสารสงวนลิขสิทธิ์ห้ามเพื่อการค้าและเผยแพร่โดยไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้คัดลอกเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ตารางที่ 6.3 แสดงผลลัพธ์ค่ารากที่สองของความเร็วกำลังสองเฉลี่ย เปรียบเทียบระหว่างการวิเคราะห์ฐานนิยม แบบวิธีเทียบสัมประสิทธิ์และแบบวิธีเชิงตัวเลข ที่ระดับความเร็วรอบต่าง ๆ ช่วงเวลา 0 - 1 วินาที $\Delta t = 0.001$ วินาที

Angular Velocity (rpm)	Method	Velocity RMS (m/s, rad/s)					
		\dot{x}_c	\dot{y}_c	\dot{z}_c	$\dot{\theta}_x$	$\dot{\theta}_y$	$\dot{\theta}_z$
500	Un.Coeff.	0.002457	0.000316	0.000000	0.000000	0.000000	0.003045
	Numerical.sim	0.002457	0.000316	0.000000	0.000000	0.000000	0.003044
	Diff.(%)	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0328
600	Un.Coeff.	0.002986	0.000525	0.000000	0.000000	0.000000	0.002412
	Numerical.sim	0.002986	0.000525	0.000000	0.000000	0.000000	0.002411
	Diff.(%)	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0415
700	Un.Coeff.	0.003514	0.000849	0.000000	0.000000	0.000000	0.002468
	Numerical.sim	0.003513	0.000849	0.000000	0.000000	0.000000	0.002466
	Diff.(%)	0.0285	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0810
800	Un.Coeff.	0.003950	0.001429	0.000000	0.000000	0.000000	0.002948
	Numerical.sim	0.003949	0.001428	0.000000	0.000000	0.000000	0.002945
	Diff.(%)	0.0253	0.0700	0.0000	0.0000	0.0000	0.1018
900	Un.Coeff.	0.004479	0.002283	0.000000	0.000000	0.000000	0.003809
	Numerical.sim	0.004477	0.002281	0.000000	0.000000	0.000000	0.003805
	Diff.(%)	0.0447	0.0876	0.0000	0.0000	0.0000	0.1050

ตารางที่ 6.4 แสดงผลลัพธ์ค่ารากที่สองของการกระจัดกำลังสองเฉลี่ย เปรียบเทียบระหว่างการวิเคราะห์ฐานนิยมแบบวิธีเทียบสัมประสิทธิ์และแบบวิธีเชิงตัวเลข ที่ระดับความเร็วรอบต่าง ๆ ช่วงเวลา 0 - 1 วินาที $\Delta t = 0.001$ วินาที พบว่าค่าเปอร์เซ็นต์ความผิดพลาดของค่ารากที่สองของการกระจัดกำลังสองเฉลี่ยในแต่ละทิศทางมีค่าน้อยมาก อยู่ในหลักหลังจุดทศนิยมสองตำแหน่ง และเมื่อความเร็วรอบของเพลาช้อเหวี่ยงเพิ่มขึ้น ค่ารากที่สองของการกระจัดกำลังสองเฉลี่ยจะมีค่าเพิ่มขึ้นด้วย ยกเว้นในทิศทางรอบแกน Z เช่นเดียวกันสัญญาณความเร่ง

เอกสารนี้เป็นเอกสารสงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้คัดลอกเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ตารางที่ 6.4 แสดงผลลัพธ์ค่ารากที่สองของการกระจัดกำลังสองเฉลี่ย เปรียบเทียบระหว่างการวิเคราะห์ฐานนิยม แบบวิธีเทียบสัมประสิทธิ์และแบบวิธีเชิงตัวเลข ที่ระดับความเร็วรอบต่าง ๆ ช่วงเวลา 0 - 1 วินาที $\Delta t = 0.001$ วินาที

Angular Velocity (rpm)	Method	Displacement RMS (m, rad)					
		x_c	y_c	z_c	θ_x	θ_y	θ_z
500	Un.Coeff.	0.001173	0.000005	0.000000	0.000000	0.000000	0.000059
	Numerical.sim	0.001173	0.000005	0.000000	0.000000	0.000000	0.000059
	Diff.(%)	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
600	Un.Coeff.	0.001409	0.000007	0.000000	0.000000	0.000000	0.000039
	Numerical.sim	0.001409	0.000007	0.000000	0.000000	0.000000	0.000039
	Diff.(%)	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
700	Un.Coeff.	0.001642	0.000011	0.000000	0.000000	0.000000	0.000035
	Numerical.sim	0.001642	0.000011	0.000000	0.000000	0.000000	0.000035
	Diff.(%)	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
800	Un.Coeff.	0.001876	0.000017	0.000000	0.000000	0.000000	0.000037
	Numerical.sim	0.001876	0.000017	0.000000	0.000000	0.000000	0.000037
	Diff.(%)	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
900	Un.Coeff.	0.002112	0.000024	0.000000	0.000000	0.000000	0.000042
	Numerical.sim	0.002112	0.000024	0.000000	0.000000	0.000000	0.000042
	Diff.(%)	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000

เมื่อเปรียบเทียบในเรื่องของคอมพิวเตอร์โค้ดแล้ว ในการวิเคราะห์ฐานนิยมแบบวิธีเชิงตัวเลข มีขั้นตอนการสร้างคอมพิวเตอร์โค้ดที่สั้นและสะดวกในการปรับปรุงมากกว่าคอมพิวเตอร์โค้ดของการวิเคราะห์ฐานนิยมแบบวิธีเทียบสัมประสิทธิ์ เนื่องจากไม่ต้องหารูปแบบผลเฉลยทางคณิตศาสตร์ก่อนเขียนโค้ดโปรแกรม

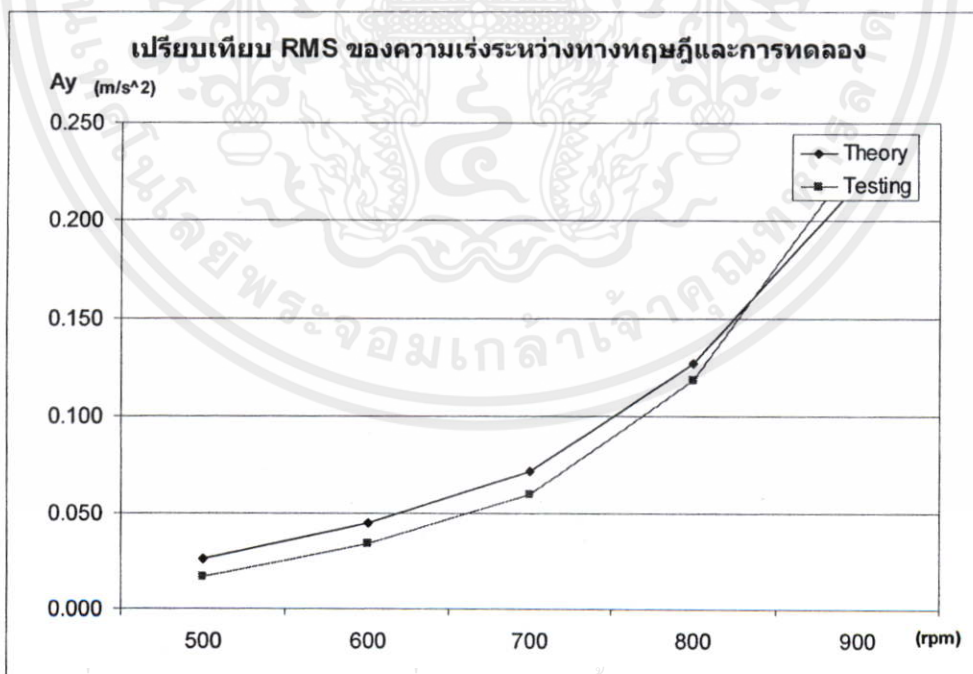
เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้คัดลอกเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

6.5 เปรียบเทียบผลลัพธ์จากการทดลองและทางทฤษฎี

ผลลัพธ์การคำนวณจากทางทฤษฎีของชุดทดลอง เปรียบเทียบกับข้อมูลที่ได้จากการวัดด้วยตัวรับสัญญาณการสั่นสะเทือนในแนวแกนตั้งฉากกับฐาน ที่ระดับความเร็วรอบต่าง ๆ ดังนี้

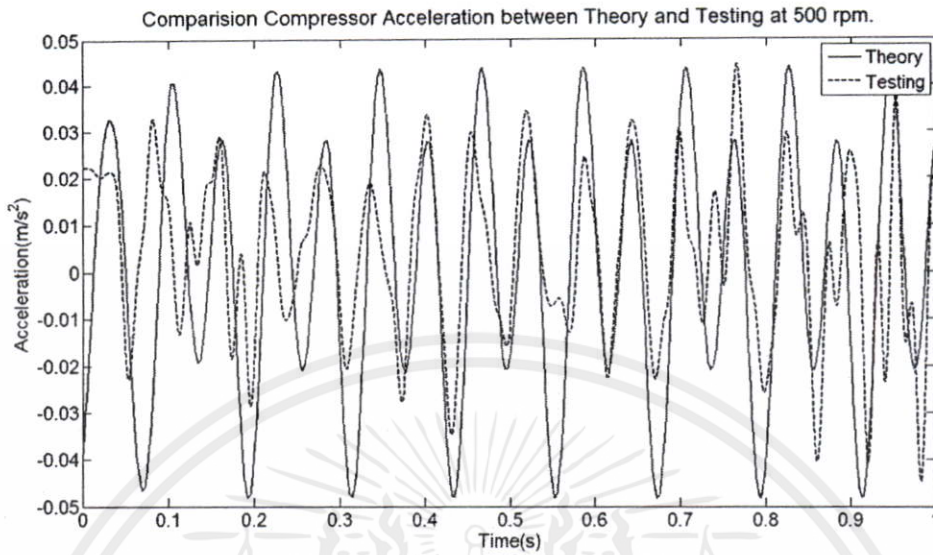
ตารางที่ 6.5 เปรียบเทียบค่ารากที่สองของความเร่งกำลังสองเฉลี่ยในแนวแกนตั้งฉากกับฐาน ระหว่างทางทฤษฎีและการทดลองที่ระดับความเร็วรอบต่าง ๆ ช่วงเวลา 0 - 1 วินาที $\Delta t = 0.001$ วินาที

ความเร็วรอบเพลาคือ เหวี่ยง (rpm)	ค่ารากที่สองของความเร่งกำลังสองเฉลี่ย		
	ทฤษฎี (m/s^2)	การทดลอง (m/s^2)	เปอร์เซ็นต์ ความผิดพลาด (%)
500	0.026829	0.017972	33.01
600	0.045207	0.034815	22.99
700	0.072052	0.020267	16.36
800	0.127291	0.118970	6.54
900	0.219946	0.234133	-6.45

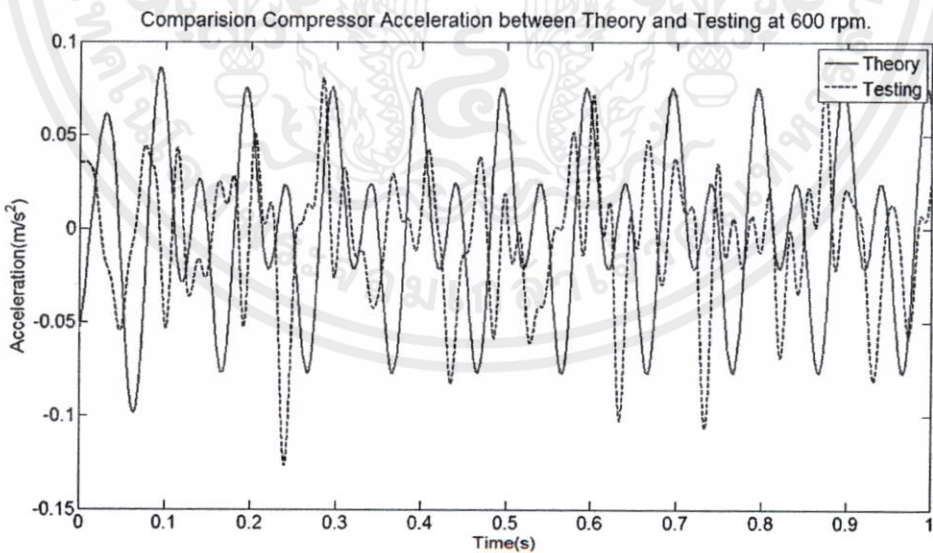


รูปที่ 6.26 เปรียบเทียบค่ารากที่สองของความเร่งกำลังสองเฉลี่ย ในแนวแกนตั้งฉากกับฐาน ระหว่างทางทฤษฎีและการทดลอง ที่ระดับความเร็วรอบต่าง ๆ ช่วงเวลา 0 - 1 วินาที

$\Delta t = 0.001$ วินาที

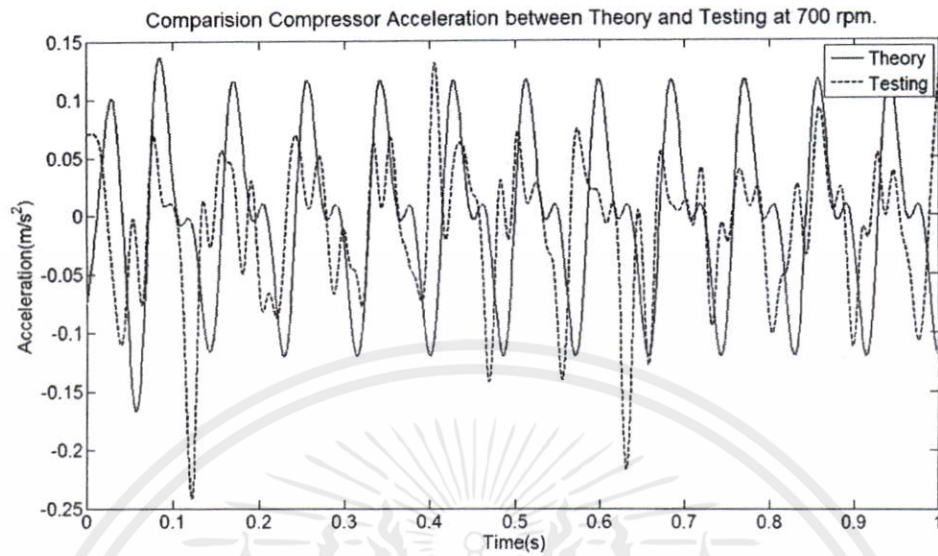


รูปที่ 6.27 แสดงการเปรียบเทียบกราฟความเร่งในแนวแกนตั้งฉากกับฐาน ระหว่างทาง
ทฤษฎีกับการทดลอง ที่ความเร็วรอบเพลาช้อเหวี่ยง 500 รอบต่อนาที
 $\Delta t = 0.001$ วินาที

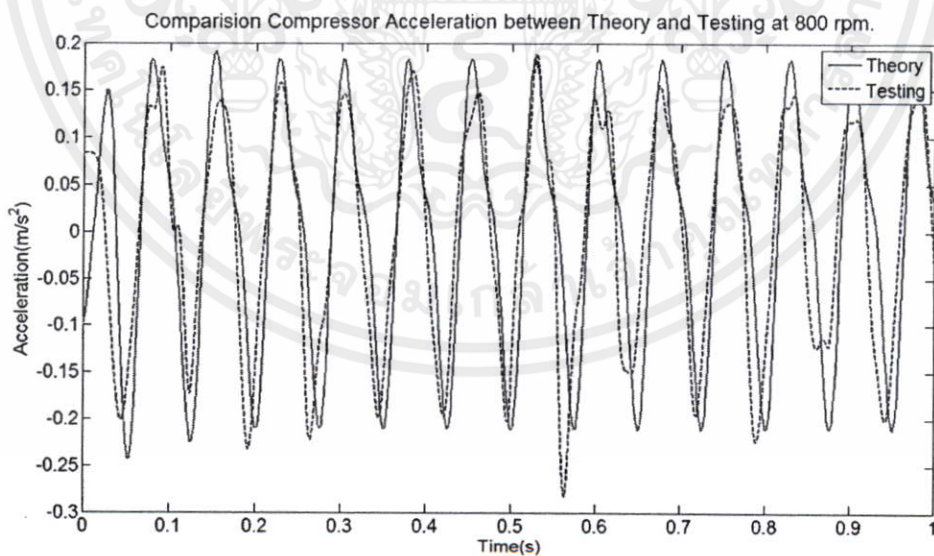


รูปที่ 6.28 แสดงการเปรียบเทียบกราฟความเร่งในแนวแกนตั้งฉากกับฐาน ระหว่างทาง
ทฤษฎีกับการทดลอง ที่ความเร็วรอบเพลาช้อเหวี่ยง 600 รอบต่อนาที
 $\Delta t = 0.001$ วินาที

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเชิงวิชาการเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

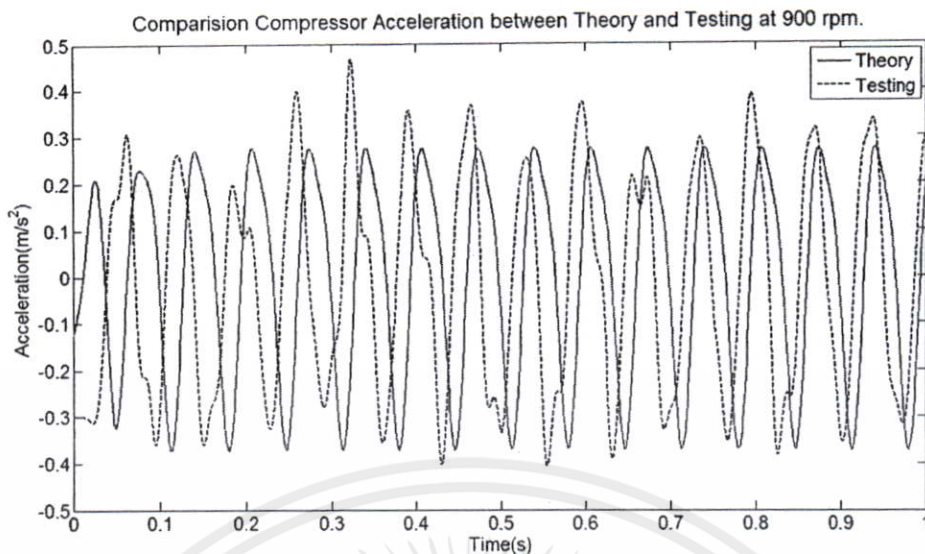


รูปที่ 6.29 แสดงการเปรียบเทียบกราฟความเร่งในแนวแกนตั้งฉากกับฐาน ระหว่างทาง
ทฤษฎีกับการทดลอง ที่ความเร็วรอบเพลาช้อเหวียง 700 รอบต่อนาที
 $\Delta t = 0.001$ วินาที



รูปที่ 6.30 แสดงการเปรียบเทียบกราฟความเร่งในแนวแกนตั้งฉากกับฐาน ระหว่างทาง
ทฤษฎีกับการทดลอง ที่ความเร็วรอบเพลาช้อเหวียง 800 รอบต่อนาที
 $\Delta t = 0.001$ วินาที

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามแก้ไข/ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



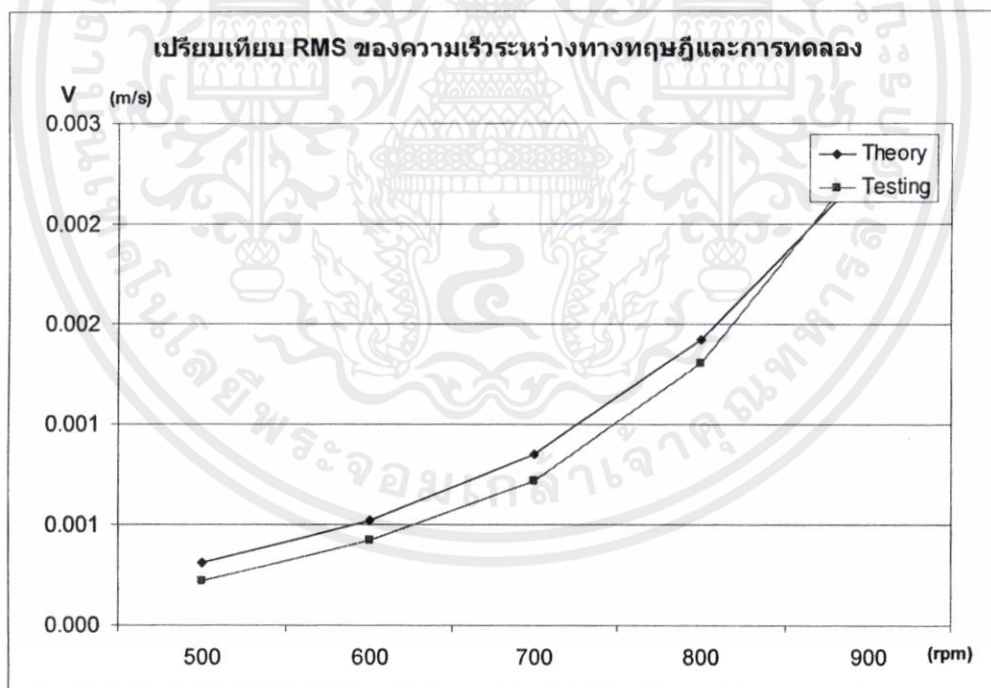
รูปที่ 6.31 แสดงการเปรียบเทียบกราฟความเร่งในแนวแกนตั้งฉากกับฐาน ระหว่างทาง
ทฤษฎีกับการทดลอง ที่ความเร็วรอบเพลาช้อเหวี่ยง 900 รอบต่อนาที
 $\Delta t = 0.001$ วินาที

ตารางที่ 6.5 และรูปที่ 6.26 เปรียบเทียบค่ารากที่สองของความเร่งกำลังสองเฉลี่ยในแนวแกนตั้งฉากกับฐาน ระหว่างทางทฤษฎีและการทดลองที่ระดับความเร็วรอบต่าง ๆ ช่วงเวลา 0 - 1 วินาที $\Delta t = 0.001$ วินาที และรูปที่ 6.27 ถึงรูปที่ 6.31 แสดงการเปรียบเทียบกราฟความเร่ง ในแนวแกนตั้งฉากกับฐาน ระหว่างทางทฤษฎีกับการทดลอง ที่ระดับความเร็วรอบ 500, 600, 700, 800 และ 900 รอบต่อนาทีตามลำดับ $\Delta t = 0.001$ วินาที จากผลการเปรียบเทียบค่าความเร่ง ในแนวตั้งฉากกับฐานของชุดทดลอง พบว่าค่าที่ได้จากการทดลองมีค่าต่ำกว่าจากทางทฤษฎี ยกเว้นที่ความเร็วรอบ 900 รอบต่อนาที ค่าที่ได้จากการทดลองมีค่าสูงกว่าจากการคำนวณ และเมื่อความเร็วรอบของเพลาช้อเหวี่ยงเพิ่มขึ้นค่าความคลาดเคลื่อนมีค่าลดลง

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้คัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

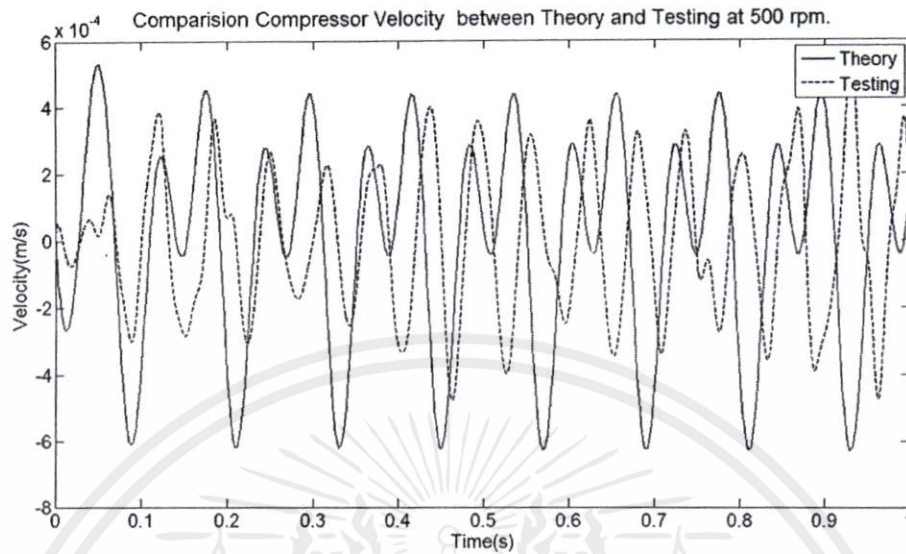
ตารางที่ 6.6 เปรียบเทียบค่ารากที่สองของความเร็วกำลังสองเฉลี่ย ในแนวแกนตั้งฉากกับฐาน ระหว่างทางทฤษฎีและการทดลองที่ระดับความเร็วรอบต่าง ๆ ช่วงเวลา 0 - 1 วินาที $\Delta t = 0.001$ วินาที

ความเร็วรอบ เพลาร้อยเหวี่ยง (rpm)	ค่ารากที่สองของความเร็วกำลังสองเฉลี่ย		
	ทฤษฎี (m/s)	การทดลอง (m/s)	เปอร์เซ็นต์ ความผิดพลาด (%)
500	0.000316	0.000223	29.43
600	0.000525	0.000427	18.67
700	0.000849	0.000719	15.31
800	0.001428	0.001309	8.33
900	0.002281	0.002354	-3.20

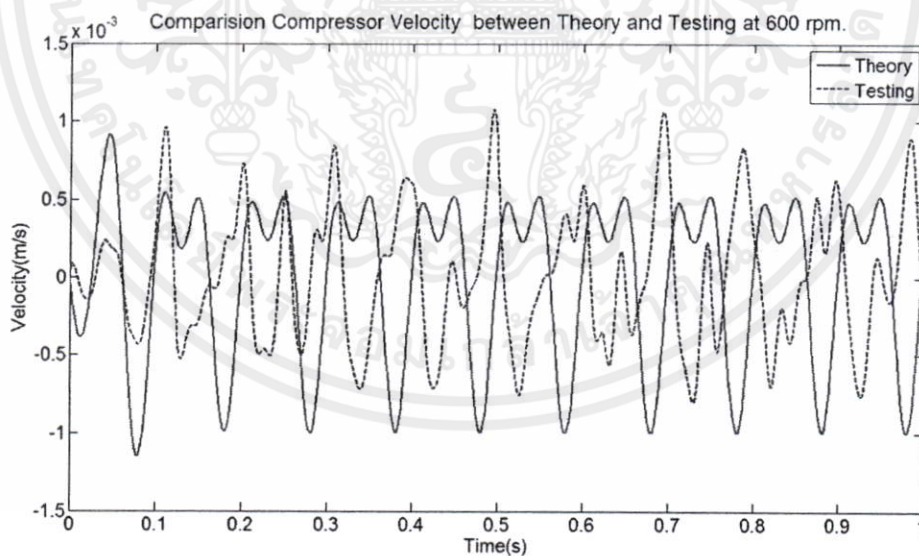


รูปที่ 6.32 เปรียบเทียบค่ารากที่สองของความเร็วกำลังสองเฉลี่ย ในแนวแกนตั้งฉากกับฐาน ระหว่างทางทฤษฎีและการทดลองที่ระดับความเร็วรอบต่าง ๆ ช่วงเวลา 0 - 1 วินาที $\Delta t = 0.001$ วินาที

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้คัดลอกเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



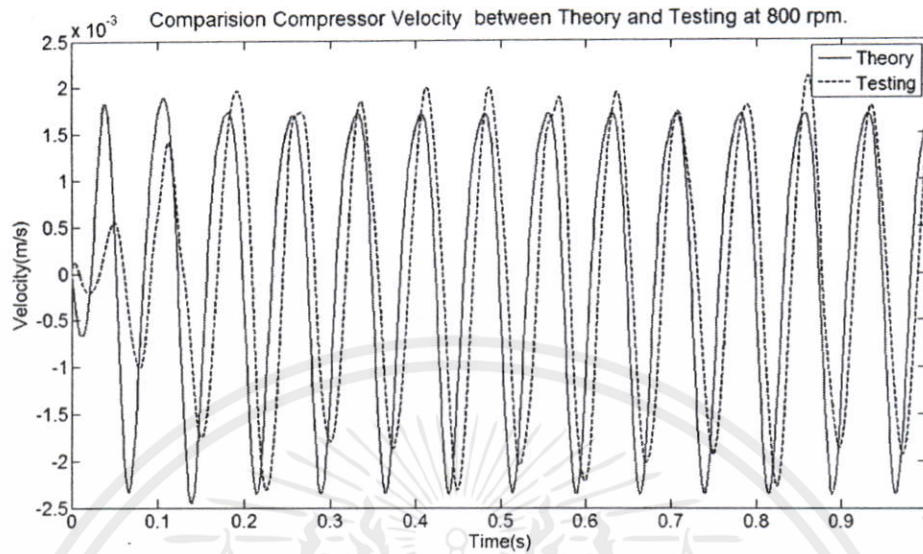
รูปที่ 6.33 เปรียบเทียบความเร็วในแนวแกนตั้งฉากกับฐาน ระหว่างทางทฤษฎีกับการทดลอง ที่ความเร็วรอบเพลาคือ 500 รอบต่อนาที $\Delta t = 0.001$ วินาที



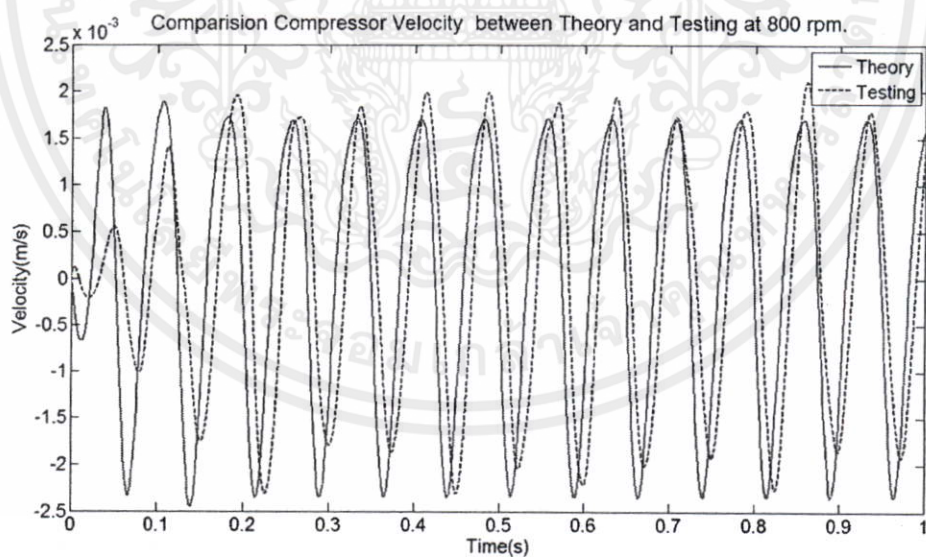
รูปที่ 6.34 เปรียบเทียบความเร็วในแนวแกนตั้งฉากกับฐาน ระหว่างทางทฤษฎีกับการทดลอง

ที่ความเร็วรอบเพลาคือ 600 รอบต่อนาที $\Delta t = 0.001$ วินาที

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้คัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

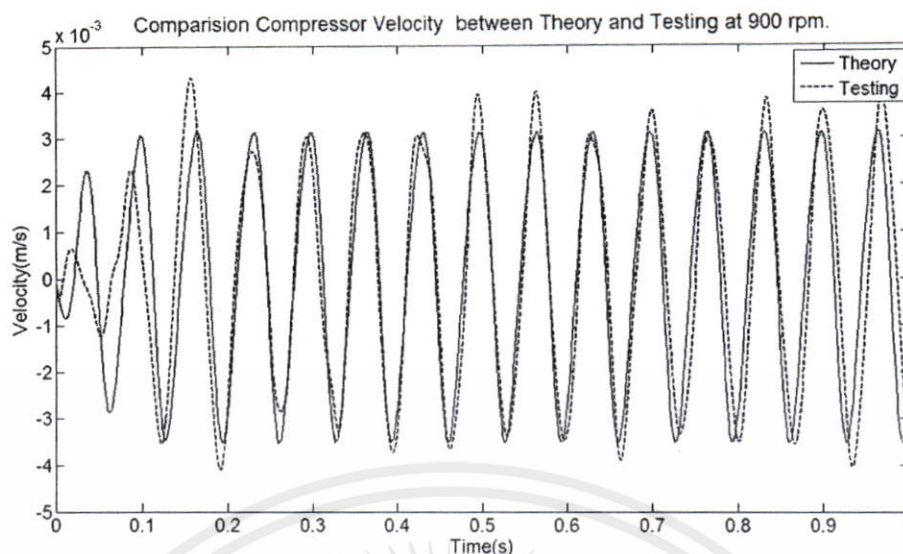


รูปที่ 6.35 เปรียบเทียบความเร็วในแนวแกนตั้งฉากกับฐาน ระหว่างทางทฤษฎีกับการทดลอง ที่ความเร็วรอบเพลาช้อเหวี่ยง 700 รอบต่อนาที $\Delta t = 0.001$ วินาที



รูปที่ 6.36 เปรียบเทียบความเร็วในแนวแกนตั้งฉากกับฐาน ระหว่างทางทฤษฎีกับการทดลอง ที่ความเร็วรอบเพลาช้อเหวี่ยง 800 รอบต่อนาที $\Delta t = 0.001$ วินาที

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



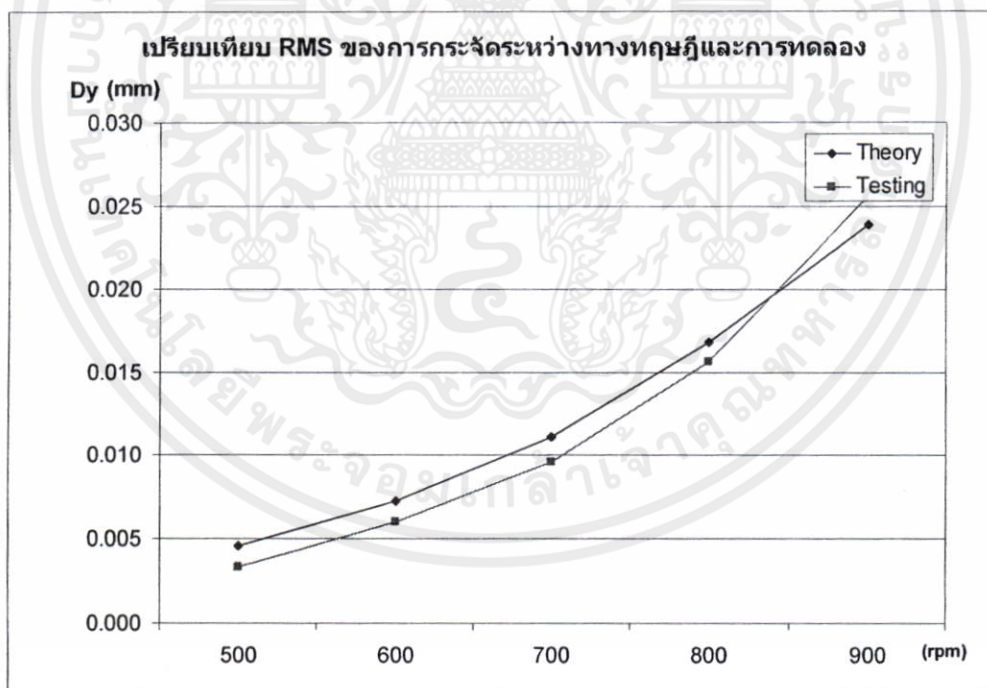
รูปที่ 6.37 เปรียบเทียบความเร็วในแนวแกนตั้งฉากกับฐาน ระหว่างทางทฤษฎีกับการทดลอง ที่ความเร็วรอบเพลาช้อเหวียง 900 รอบต่อนาที $\Delta t = 0.001$ วินาที

ตารางที่ 6.6 และรูปที่ 6.32 เปรียบเทียบค่ารากที่สองของความเร็วกำลังสองเฉลี่ยในแนวแกนตั้งฉากกับฐาน ระหว่างทางทฤษฎีและการทดลองที่ระดับความเร็วรอบต่าง ๆ ช่วงเวลา 0 - 1 วินาที $\Delta t = 0.001$ วินาที และรูปที่ 6.33 ถึงรูปที่ 6.37 แสดงการเปรียบเทียบกราฟความเร็ว ในแนวแกนตั้งฉากกับฐาน ระหว่างทางทฤษฎีกับการทดลอง ที่ระดับความเร็วรอบ 500, 600, 700, 800 และ 900 รอบต่อนาทีตามลำดับ $\Delta t = 0.001$ วินาที จากผลการเปรียบเทียบค่าความเร็ว ในแนวตั้งฉากกับฐานของชุดทดลอง พบว่าค่าที่ได้จากการทดลองมีค่าต่ำกว่าจากทางทฤษฎี ยกเว้นที่ความเร็วรอบ 900 รอบต่อนาที ค่าที่ได้จากการทดลองมีค่าสูงกว่าจากการคำนวณ และเมื่อความเร็วรอบของเพลาช้อเหวียงเพิ่มขึ้นค่าความคลาดเคลื่อนมีค่าลดลง

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้คัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

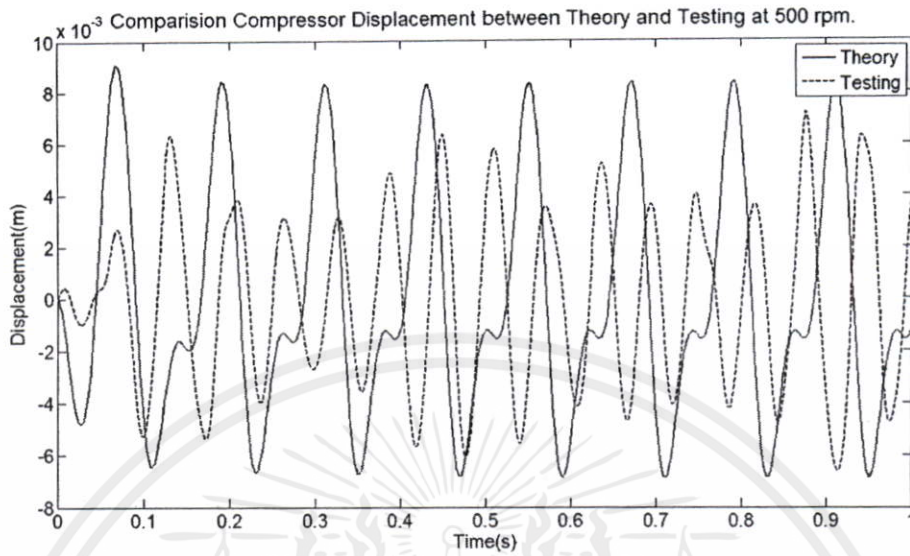
ตารางที่ 6.7 เปรียบเทียบค่ารากที่สองของการกระจัดกำลังสองเฉลี่ย ในแนวแกนตั้งฉากกับฐาน ระหว่างทางทฤษฎีและการทดลองที่ระดับความเร็วรอบต่าง ๆ ช่วงเวลา 0 - 1 วินาที $\Delta t = 0.001$ วินาที

ความเร็วรอบ เพลาร้อยเหวี่ยง (rpm)	ค่ารากที่สองของการกระจัดกำลังสองเฉลี่ย		
	ทฤษฎี (mm)	การทดลอง (mm)	เปอร์เซ็นต์ ความผิดพลาด (%)
500	0.004636	0.003352	27.70
600	0.007293	0.006023	17.41
700	0.011099	0.009576	13.72
800	0.016766	0.015593	7.00
900	0.023877	0.025618	-7.29

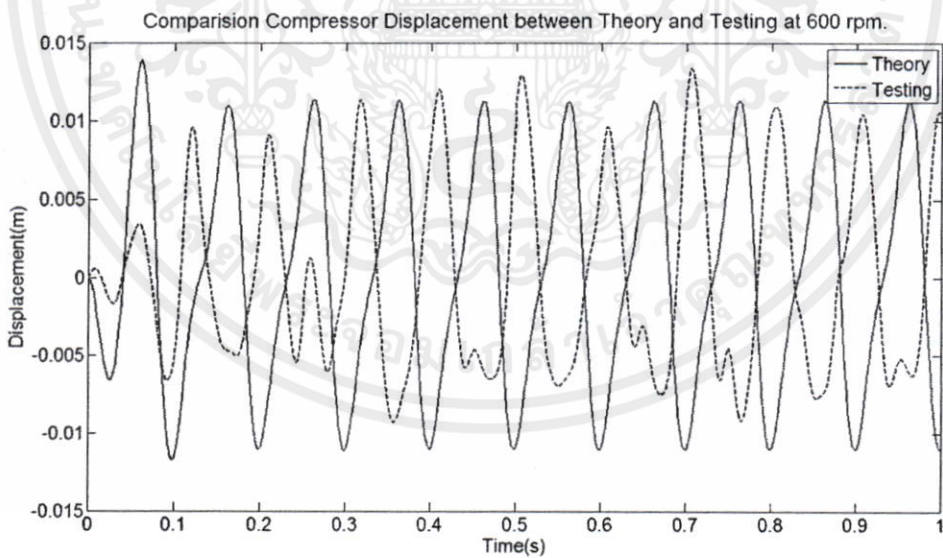


รูปที่ 6.38 เปรียบเทียบค่ารากที่สองของการกระจัดกำลังสองเฉลี่ย ในแนวแกนตั้งฉากกับฐาน ระหว่างทางทฤษฎีและการทดลองที่ระดับความเร็วรอบต่าง ๆ ช่วงเวลา 0 - 1 วินาที $\Delta t = 0.001$ วินาที

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้คัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

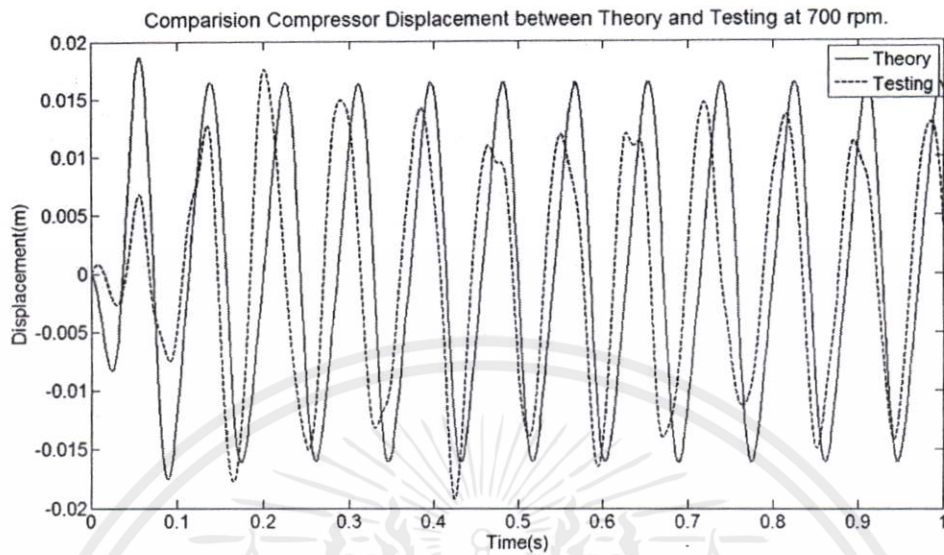


รูปที่ 6.39 เปรียบเทียบการกระจัด ในแนวแกนตั้งฉากกับฐาน ระหว่างทางทฤษฎีกับการทดลอง ที่ความเร็วรอบ 500 รอบต่อวินาที $\Delta t = 0.001$ วินาที

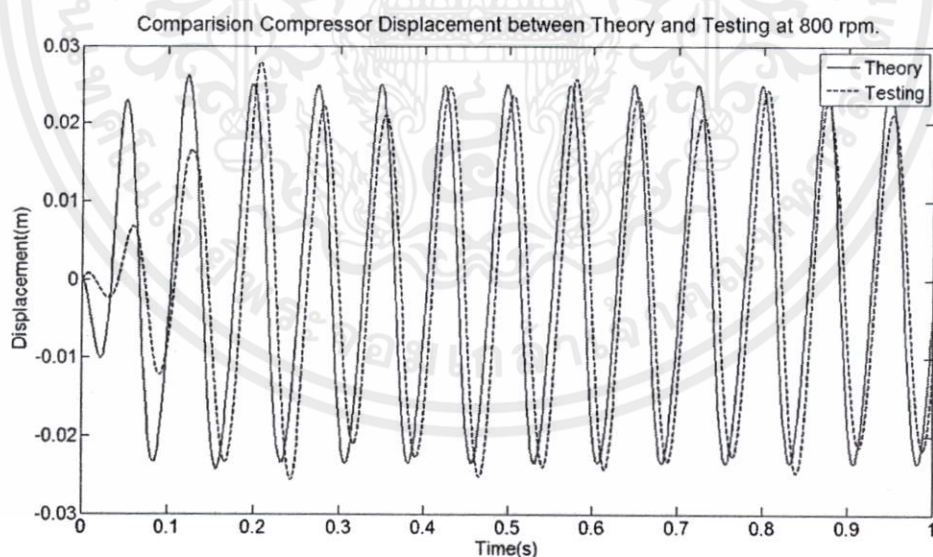


รูปที่ 6.40 เปรียบเทียบการกระจัด ในแนวแกนตั้งฉากกับฐาน ระหว่างทางทฤษฎีกับการทดลอง ที่ความเร็วรอบ 600 รอบต่อวินาที $\Delta t = 0.001$ วินาที

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

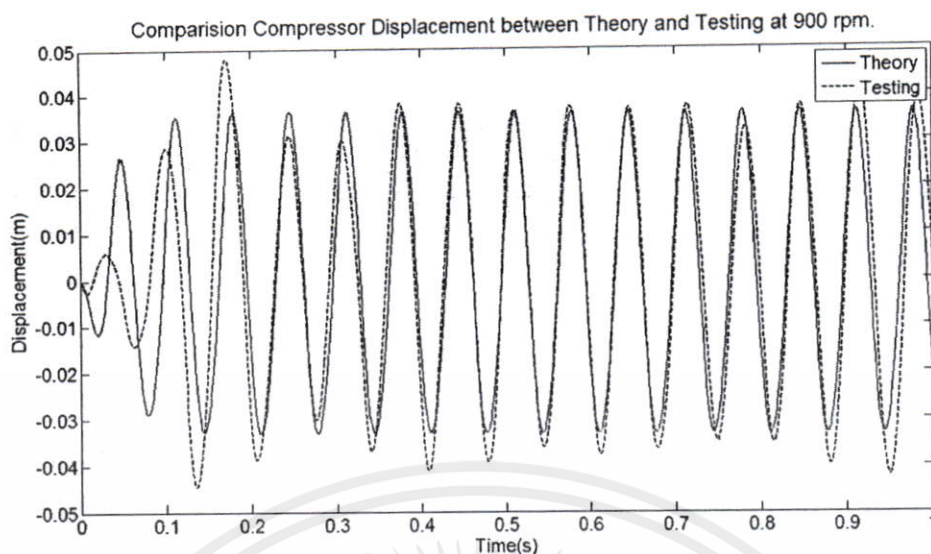


รูปที่ 6.41 เปรียบเทียบการกระจัด ในแนวแกนตั้งฉากกับฐาน ระหว่างทางทฤษฎีกับการทดลอง ที่ความเร็วรอบ 700 รอบต่อนาที $\Delta t = 0.001$ วินาที



รูปที่ 6.42 เปรียบเทียบการกระจัด ในแนวแกนตั้งฉากกับฐาน ระหว่างทางทฤษฎีกับการทดลอง ที่ความเร็วรอบ 800 รอบต่อนาที $\Delta t = 0.001$ วินาที

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้คัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



รูปที่ 6.43 เปรียบเทียบการกระจัด ในแนวแกนตั้งฉากกับฐาน ระหว่างทางทฤษฎีกับการทดลอง ที่ความเร็วรอบ 900 รอบต่อนาที $\Delta t = 0.001$ วินาที

ตารางที่ 6.7 และรูปที่ 6.38 เปรียบเทียบค่าราคาที่สองของการกระจัดกำลังสองเฉลี่ยในแนวแกนตั้งฉากกับฐาน ระหว่างทางทฤษฎีและการทดลองที่ระดับความเร็วรอบต่าง ๆ ช่วงเวลา 0 - 1 วินาที $\Delta t = 0.001$ วินาที และรูปที่ 6.39 ถึงรูปที่ 6.43 แสดงการเปรียบเทียบกราฟการกระจัด ในแนวแกนตั้งฉากกับฐาน ระหว่างทางทฤษฎีกับการทดลอง ที่ระดับความเร็วรอบ 500, 600, 700, 800 และ 900 รอบต่อนาทีตามลำดับ $\Delta t = 0.001$ วินาที จากผลการเปรียบเทียบค่าการกระจัด ในแนวตั้งฉากกับฐานของชุดทดลอง พบว่าค่าที่ได้จากการทดลองมีค่าต่ำกว่าจากทางทฤษฎี ยกเว้นที่ความเร็วรอบ 900 รอบต่อนาที ค่าที่ได้จากการทดลองมีค่าสูงกว่าจากการคำนวณ และเมื่อความเร็วรอบของเพลาช้อเหวี่ยงเพิ่มขึ้นค่าความคลาดเคลื่อนมีค่าลดลง

6.6 สรุป

จากการวิเคราะห์สเปกตรัมของสัญญาณความเร่ง, ความเร็วและการกระจัด พบว่าที่ความเร็วรอบเพลาช้อเหวี่ยง 500, 600, 700, 800 และ 900 รอบต่อนาที ความถี่ที่ให้ค่าแอมพลิจูดของสัญญาณสูงสุด คือ 7.81, 9.77, 11.72, 13.67 และ 15.63 เฮิรท์ซ์ ตามลำดับ และควรปรับความถี่ Cut off ที่ 30 เฮิรท์ซ์

การวิเคราะห์การสั่นสะเทือนของชุดทดลอง โดยใช้การวิเคราะห์ฐานนิยมแบบวิธีเทียบสัมประสิทธิ์และแบบวิธีเชิงตัวเลข วิเคราะห์การสั่นสะเทือนของชุดทดลอง โดยข้อมูลของชุดทดลองแสดงในตารางที่ ข.2 พิจารณาที่ความเร็วรอบที่ 700 รอบต่อนาที ในช่วงเวลา 0 - 1 วินาที $\Delta t = 0.001$ วินาที ผลลัพธ์ของการหาผลเฉลยของระบบสมการ พบว่าสัญญาณการสั่นสะเทือน

ของตำแหน่งจุดศูนย์กลางมวล C ในทิศทางต่าง ๆ ประกอบขึ้นจากการสั่นสะเทือนที่ 2 สภาวะ คือ การสั่นสะเทือนที่สภาวะเปลี่ยนแปลง (Transient State) และการสั่นสะเทือนที่สภาวะคงที่ (Steady State) เมื่อเปรียบเทียบในทิศทาง \bar{X} , \bar{Y} และ \bar{Z} พบว่าระดับของการสั่นสะเทือนทิศทาง \bar{X} (แนวนอน) มีค่าสูงสุด ทิศทาง \bar{Z} (แนวนอนกับแกนเพลลาข้อเหวี่ยง) มีค่าต่ำสุด เมื่อเปรียบเทียบในทิศทาง θ_x , θ_y และ θ_z พบว่าระดับของการสั่นสะเทือนแกน θ_z มีค่าสูงสุดและระดับ θ_y ค่าต่ำสุด ค่าเปอร์เซ็นต์ความผิดพลาดของค่ารากที่สองของความเร่ง, ความเร็วและการกระจัดกำลังสองเฉลี่ยในแต่ละทิศทางมีค่าน้อยมาก อยู่ในหลักหลังจุดทศนิยมสองตำแหน่งและเมื่อความเร็วรอบของเพลลาข้อเหวี่ยงเพิ่มขึ้น ค่ารากที่สองของความเร่ง, ความเร็วและการกระจัดกำลังสองเฉลี่ยจะมีค่าเพิ่มขึ้นด้วย ยกเว้นในทิศทางรอบแกน \bar{Z}

เมื่อเปรียบเทียบในเรื่องของคอมพิวเตอร์โค้ดแล้ว ในการวิเคราะห์ฐานนิยามแบบวิธีเชิงตัวเลข มีขั้นตอนการสร้างคอมพิวเตอร์โค้ดที่สั้นและสะดวกในการปรับปรุงมากกว่าคอมพิวเตอร์โค้ดของการวิเคราะห์ฐานนิยามแบบวิธีเทียบสัมประสิทธิ์ เนื่องจากไม่ต้องหารูปแบบผลเฉลยทางคณิตศาสตร์ก่อนเขียนโค้ดโปรแกรม

การคำนวณจากทางทฤษฎีของชุดทดลอง เปรียบเทียบกับข้อมูลที่ได้จากการวัดด้วยตัวรับสัญญาณการสั่นสะเทือนในแนวแกนตั้งฉากกับฐาน ที่ระดับความเร็วรอบต่าง ๆ พบว่าค่าความเร่งความเร็วและการกระจัดที่ได้จากการทดลองมีค่าต่ำกว่าจากทางทฤษฎี ยกเว้นที่ความเร็วรอบ 900 รอบต่อนาที ค่าที่ได้จากการทดลองมีค่าสูงกว่าจากการคำนวณ และเมื่อความเร็วรอบของเพลลาข้อเหวี่ยงเพิ่มขึ้นค่าความคลาดเคลื่อนมีค่าลดลง โดยในแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของการทดลองไม่ได้พิจารณาผลของตัวแปรความเสียดทาน แต่กราฟตอบสนองของความเร่งที่ได้จากการทดลองและการคำนวณมีลักษณะที่สอดคล้องกัน

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้คัดลอกเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

บทที่ 7

การออกแบบโดยการหาค่าที่เหมาะสมที่สุด

7.1 บทนำ

จากวัตถุประสงค์ของการวิจัย ที่ต้องการหาค่าที่เหมาะสมที่สุดของระบบรองรับการสั่นสะเทือนของคอมเพรสเซอร์แบบสูบเดียว ที่ทำให้การสั่นสะเทือนในทิศทางแกนการเคลื่อนที่ของลูกสูบ มีค่าน้อยที่สุดหรืออยู่ในเกณฑ์ที่ยอมรับได้ ดังนั้นในบทนี้ จะได้นำเสนอการสร้างปัญหาการหาค่าที่เหมาะสมที่สุดและวิธีหาจุดที่เหมาะสมที่สุด โดยมีรายละเอียด ดังนี้

- 1) การกำหนดตัวแปรออกแบบ
- 2) การกำหนดฟังก์ชันวัตถุประสงค์
- 3) การกำหนดฟังก์ชันข้อบังคับ
- 4) ผลลัพธ์การวิเคราะห์การสั่นสะเทือนของคอมเพรสเซอร์
- 5) การหาค่าที่เหมาะสมที่สุด
- 6) โปรแกรมหาค่าที่เหมาะสมที่สุด

7.2 การกำหนดตัวแปรออกแบบ

ตัวแปรออกแบบ ในการหาค่าที่เหมาะสมที่สุดของระบบรองรับการสั่นสะเทือนของคอมเพรสเซอร์แบบสูบเดียว โดยกำหนดให้ค่าคงที่ของสปริงของระบบรองรับเป็นตัวแปรออกแบบ คือ ค่าคงที่ของสปริงในแนวแกน $\bar{X}(k_1)$ ค่าคงที่ของสปริงในแนวแกน $\bar{Y}(k_2)$ และค่าคงที่ของสปริงในแนวแกน $\bar{Z}(k_3)$

7.3 การกำหนดฟังก์ชันวัตถุประสงค์

จากฟังก์ชันวัตถุประสงค์ของการวิจัย ที่ต้องการลดการสั่นสะเทือนในทิศทางแกนการเคลื่อนที่ของลูกสูบ เนื่องจากการสั่นสะเทือนจะเป็นฟังก์ชันคาบของมุมแกนข้อเหวี่ยง เป็นผลให้ขนาดการสั่นสะเทือนจะมีค่าทั้งบวกและลบ และมีค่าเปลี่ยนแปลงตามเวลา การวัดขนาดการสั่นสะเทือนจึงนิยมบอกในลักษณะของขนาดโดยรวม (Overall value) ซึ่งในงานวิจัยนี้จะเลือกใช้ค่ารากที่สองกำลังสองเฉลี่ย (Root Mean Square Value) ซึ่งเป็นค่าที่ได้จากการนำสัญญาณที่วัดได้ในโดเมนเวลาที่เกิดขึ้นในช่วงเวลา $[0, T]$ มายกกำลังสอง แล้วทำการเฉลี่ยตลอดคาบและถอดรากที่สอง

$$x_{rms} = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T x^2(t) dt} \quad (7.1)$$

ดังนั้น ฟังก์ชันวัตถุประสงค์ของการหาค่าเหมาะสมที่สุด จะเป็นดังนี้

$$y_{rms} = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T y^2(t) dt} \quad (7.2)$$

โดยที่คาบเวลาของการหาค่าเชิงตัวเลข จะพิจารณาที่ระยะเวลา 0 - 1 วินาที ซึ่งสามารถดูข้อมูลได้จากกราฟความเร่งของการทำงานของคอมเพรสเซอร์ในหัวข้อที่ 7.5 เมื่อพิจารณาที่สภาวะเปลี่ยนแปลงและสภาวะคงตัว ดังนั้นฟังก์ชันวัตถุประสงค์ สำหรับในงานวิจัยจะเป็น ดังนี้

$$y_{rms} = \sqrt{\int_0^1 y^2(t) dt} \quad (7.3)$$

7.4 การกำหนดฟังก์ชันข้อบังคับ

การกำหนดฟังก์ชันข้อบังคับการหาค่าเหมาะสมที่สุดของคอมเพรสเซอร์แบบสูบเดียว จะประกอบไปด้วยการกำหนดฟังก์ชันข้อบังคับ คือ ขอบเขตการระบะการกระจัดสูงสุดของการสันสะท้อนของจุดศูนย์กลางมวลและค่าคงที่ของสปริงที่ใช้งาน

7.4.1 ข้อมูลออกแบบเบื้องต้นของคอมเพรสเซอร์แบบสูบเดียว

ในการกำหนดฟังก์ชันข้อบังคับทางด้านการออกแบบนั้น เราจะต้องทราบข้อมูลเบื้องต้นของคอมเพรสเซอร์แบบสูบเดียว ในที่นี่จะกำหนดข้อมูลโดยอ้างอิงข้อมูลคอมเพรสเซอร์สูบเดียวของระบบทำความเย็น มีขนาด 34-45 cm³ แบบลูกสูบแนวนอน โดยคอมเพรสเซอร์ยูนิตถูกติดตั้งด้วยสปริงยึด 3 ตัว ยึดต่อกับ Hermetic housing ซึ่งยึดกับพื้น ใช้มอเตอร์เฟสเดียวในการทำงาน โดยอ้างอิงข้อมูลจากงานวิจัยของ Dufour [9] จะมีข้อมูลต่าง ๆ ดังนี้

ตารางที่ 7.1 ข้อมูลคอมเพรสเซอร์ยูนิต

มวลรวมคอมเพรสเซอร์ยูนิต	16.3	kg
มวลลูกสูบ	0.134	kg
มวลก้านสูบ	0.044	m
มวลของคัมถ่วง	0	kg
ความดันสูงสุด	16	Mpa
ความเร็วรอบสูงสุด	3000	rpm
ความเร็วรอบเฉลี่ย	2950	rpm
x_0, y_0, z_0	0.005, 0.008, 0.005	m

เอกสารนี้เป็นทรัพย์สินของมหาวิทยาลัยเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าพระยาเพื่อใช้ในการเรียนการสอน ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ หากมีให้คัดแปลงเนื้อหา และแจ้งอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ตารางที่ 7.1 (ต่อ)

m_{rec}	0.0670	kg
m_{rot}	0.1340	kg
J_G	2.0487×10^{-4}	$\text{kg}\cdot\text{m}^2$
Moment of Inertia:		
$I_{xx} = 0.0670, I_{yy} = 0.0590, I_{zz} = 0.0405 \quad I_{xy} = 0, I_{yz} = 0.0010, I_{xz} = 0 \text{ kg}\cdot\text{m}^2$		
ตำแหน่งติดตั้งสปริง :		
$x_{m1} = 0.000 \text{ m}$	$y_{m1} = -0.076 \text{ m}$	$z_{m1} = 0.056 \text{ m}$
$x_{m2} = -0.052 \text{ m}$	$y_{m2} = 0.060 \text{ m}$	$z_{m2} = 0.056 \text{ m}$
$x_{m3} = 0.052 \text{ m}$	$y_{m3} = 0.060 \text{ m}$	$z_{m3} = 0.056 \text{ m}$
ค่าคงที่ของสปริง :		
$k_{xm1} = 30,500 \text{ N/m}$	$k_{ym1} = 30,500 \text{ N/m}$	$k_{zm1} = 63,000 \text{ N/m}$
$k_{xm2} = 30,500 \text{ N/m}$	$k_{ym2} = 30,500 \text{ N/m}$	$k_{zm2} = 63,000 \text{ N/m}$
$k_{xm3} = 30,500 \text{ N/m}$	$k_{ym3} = 30,500 \text{ N/m}$	$k_{zm3} = 63,000 \text{ N/m}$
ค่าตัวประกอบการหน่วง $\zeta = 0.05$		

7.4.2 ข้อบังคับขอบเขตระยะการกระจัดสูงสุดของจุดศูนย์กลางมวล

ข้อบังคับขอบเขตระยะการกระจัดสูงสุดของจุดศูนย์กลางมวล กำหนดขึ้นเพื่อไม่ให้เกิดความเสียหายกับคอมเพรสเซอร์ เนื่องจากคอมเพรสเซอร์ยูนิตกระทบกับผนังของ Housing สามารถกำหนดได้ดังนี้

ระยะการกระจัดสูงสุดของจุดศูนย์กลางมวล ในสถานะที่คอมเพรสเซอร์ทำงาน ซึ่งสามารถหาได้จาก CAD [9]

$$Y_{\max} \leq 0.005 \text{ m} \quad (7.4)$$

เมื่อ Y_{\max} คือ ขอบเขตระยะการกระจัดสูงสุดของจุดศูนย์กลางมวล

7.4.3 ข้อบังคับขอบเขตค่าคงที่สปริงที่ใช้งาน

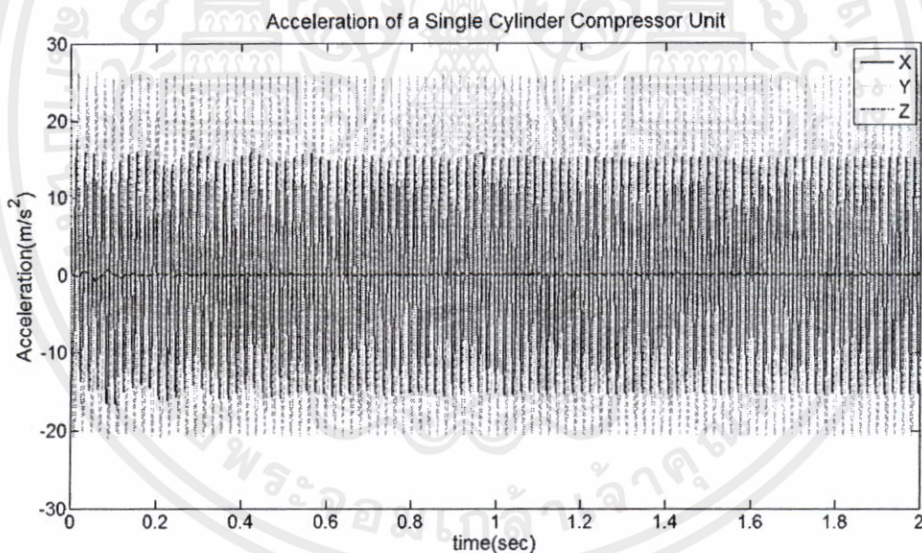
ข้อบังคับขอบเขตค่าคงที่สปริงที่ใช้งาน กำหนดขึ้นเพื่อให้ผู้ผลิตสปริงสามารถใช้ในการออกแบบสปริง ในเรื่องด้านวัสดุและความสามารถในการผลิตสปริงดังกล่าว สามารถไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น ห้ามมิให้คัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้ กำหนดได้ดังนี้

ช่วงค่าคงที่สปริงที่ใช้งานของสปริง ที่ทำหน้าที่กันการสั่นสะเทือนระหว่างคอมเพรสเซอร์ ยูนิตกับ Housing ซึ่งสปริงที่เราพิจารณาเป็นตัวแปรออกแบบ k_x , k_y และ k_z มีค่าช่วงที่ใช้งานดังนี้

$$\begin{aligned} 10,000 &\leq k_x \leq 90,000 \text{ N/m} \\ 10,000 &\leq k_y \leq 90,000 \text{ N/m} \\ 10,000 &\leq k_z \leq 90,000 \text{ N/m} \end{aligned} \quad (7.5)$$

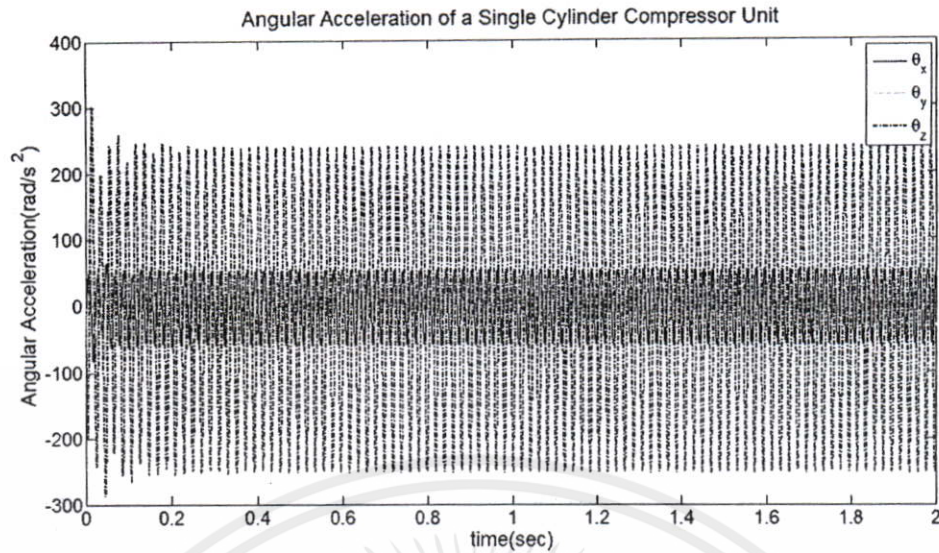
7.5 ผลลัพธ์ของการวิเคราะห์การสั่นสะเทือนของคอมเพรสเซอร์

จากการศึกษาโดยใช้แบบจำลองทางคณิตศาสตร์และการหาผลเฉลยของปัญหาการสั่นสะเทือนในบทที่ 5 ได้นำวิธีการดังกล่าวมาประยุกต์เพื่อหาผลเฉลยของปัญหาการสั่นสะเทือนของคอมเพรสเซอร์แบบเดียวแบบวางนอน โดยมีข้อมูลของคอมเพรสเซอร์ยูนิตดังแสดงในตารางที่ 7.1 โดยใช้การวิเคราะห์ฐานนิยามแบบวิธีเชิงตัวเลข โดยมี Flow Chart ของโปรแกรมแสดงไว้ในรูปที่ 5.14 ซึ่งผลลัพธ์ที่ได้แสดงดังรูปที่ 7.1 ถึงรูปที่ 7.6 และตารางที่ 7.2



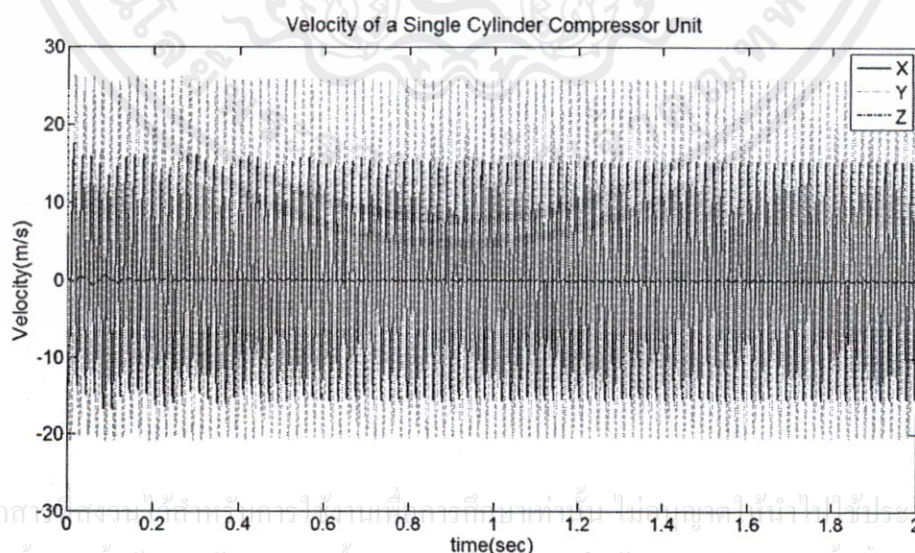
รูปที่ 7.1 แสดงการเปรียบเทียบกราฟความเร่ง ในทิศทางแกน \bar{X} , \bar{Y} และ \bar{Z} ที่ความเร็วรอบ 2,950 rpm. $\Delta t = 0.001$ วินาที

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้คัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

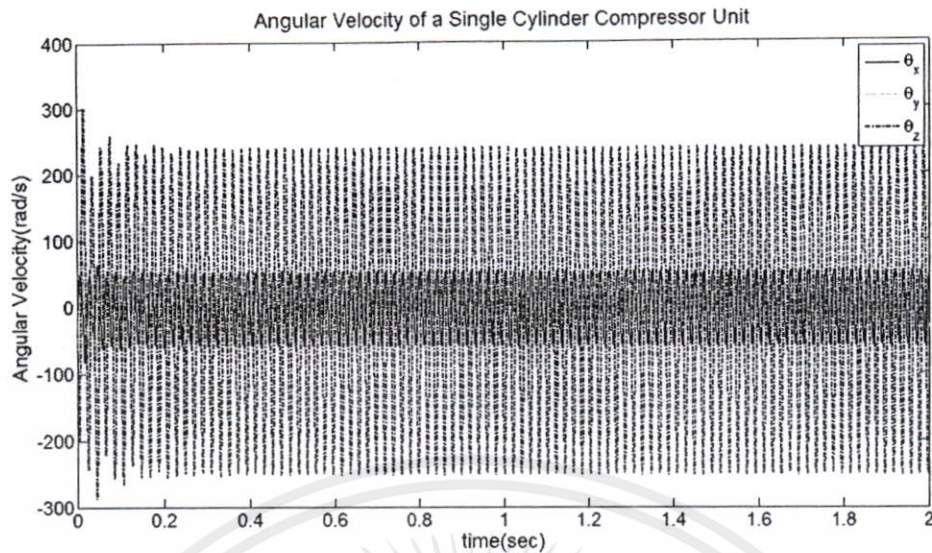


รูปที่ 7.2 แสดงการเปรียบเทียบกราฟความเร่งเชิงมุม ในทิศทาง θ_x , θ_y และ θ_z ที่ความเร็วรอบ 2,950 rpm. $\Delta t = 0.001$ วินาที

รูปที่ 7.1 และรูปที่ 7.2 แสดงการเปรียบเทียบสัญญาณความเร่งในแต่ละทิศทาง ที่ความเร็วรอบ 2,950 rpm. $\Delta t = 0.001$ วินาที สัญญาณความเร่งของตำแหน่งจุดศูนย์กลางดวงมวล C ในทิศทางต่าง ๆ ประกอบขึ้นจากการสั่นสะเทือนที่ 2 สภาวะ คือ การสั่นสะเทือนที่สภาวะเปลี่ยนแปลง (Transient State) และ การสั่นสะเทือนที่สภาวะคงที่ (Steady State) เมื่อเปรียบเทียบในทิศทาง \bar{X} , \bar{Y} และ \bar{Z} สัญญาณความเร่งในทิศทาง \bar{Y} (แนวการเคลื่อนที่ของลูกสูบ) มีค่าสูงสุด ทิศทาง \bar{Z} (แนวขนานกับแกนเพลลาข้อเหวี่ยง) มีค่าต่ำสุด เมื่อเปรียบเทียบในทิศทาง θ_x , θ_y และ θ_z พบว่าระดับของสัญญาณความเร่งแกน θ_z มีค่าสูงสุดและระดับ θ_y ค่าต่ำสุด

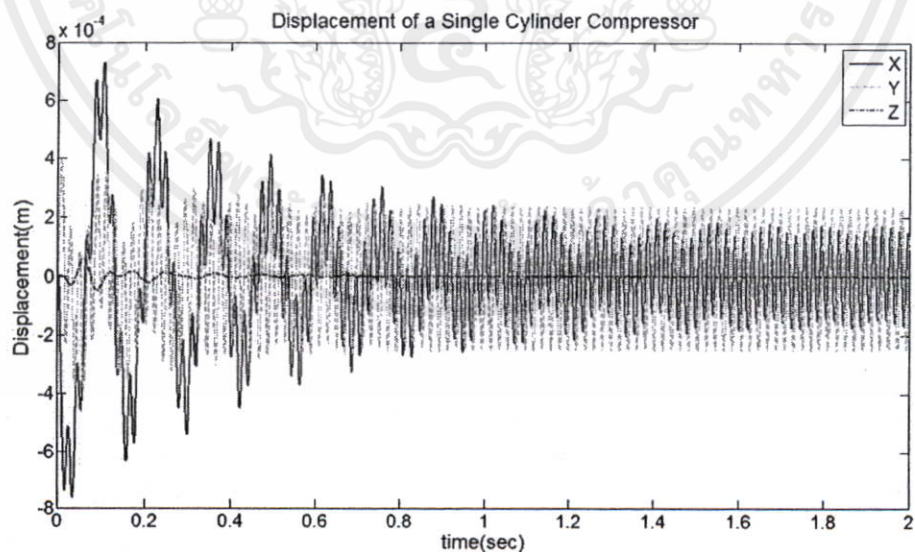


รูปที่ 7.3 แสดงการเปรียบเทียบกราฟความเร็ว ในทิศทางแกน \bar{X} , \bar{Y} และ \bar{Z} ที่ความเร็วรอบ 2,950 rpm. $\Delta t = 0.001$ วินาที

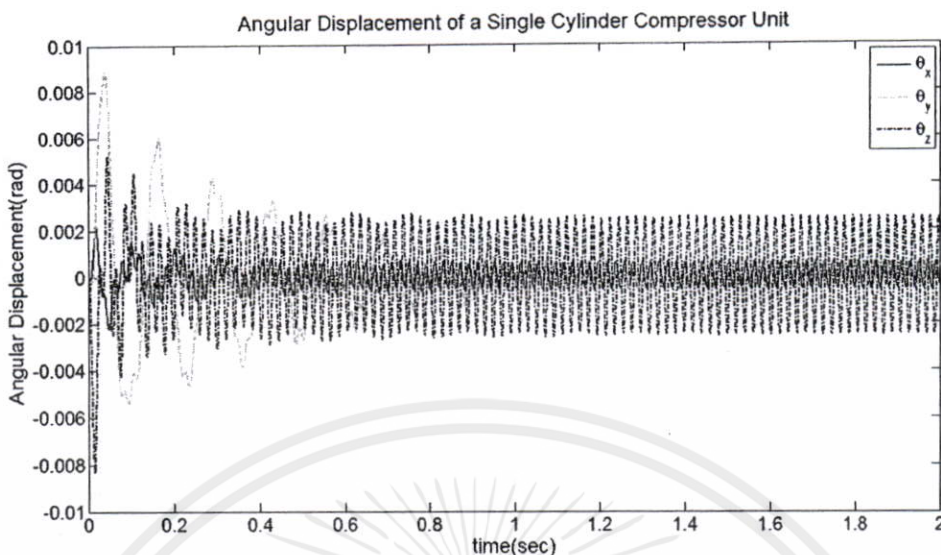


รูปที่ 7.4 แสดงการเปรียบเทียบกราฟความเร็วเชิงมุม ในทิศทาง θ_x , θ_y และ θ_z ที่ความเร็วรอบ 2,950 rpm. $\Delta t = 0.001$ วินาที

รูปที่ 7.3 และรูปที่ 7.4 แสดงการเปรียบเทียบสัญญาณความเร็วในแต่ละทิศทาง ที่ความเร็วรอบ 2,950 rpm. $\Delta t = 0.001$ วินาที สัญญาณความเร็วของตำแหน่งจุดศูนย์กลางถ่วงมวล C ในทิศทางต่าง ๆ พบว่าเมื่อเปรียบเทียบในทิศทาง \bar{X} , \bar{Y} และ \bar{Z} สัญญาณความเร็วในทิศทาง \bar{Y} (แนวการเคลื่อนที่ของลูกสูบ) มีค่าสูงสุด ทิศทาง \bar{Z} (แนวขนานกับแกนเพลลาข้อเหวี่ยง) มีค่าต่ำสุด เมื่อเปรียบเทียบในทิศทาง θ_x , θ_y และ θ_z พบว่าระดับของสัญญาณความเร็วแกน θ_z มีค่าสูงสุดและระดับ θ_y ค่าต่ำสุด



รูปที่ 7.5 แสดงการเปรียบเทียบกราฟการกระจัด ในทิศทางแกน \bar{X} , \bar{Y} และ \bar{Z} ที่ความเร็วรอบ 2,950 rpm. $\Delta t = 0.001$ วินาที



รูปที่ 7.6 แสดงการเปรียบเทียบกราฟการกระจัดเชิงมุม ในทิศทาง θ_x , θ_y และ θ_z ที่ความเร็วรอบ 2,950 rpm. $\Delta t = 0.001$ วินาที

ตารางที่ 7.2 เปรียบเทียบค่า RMS ของความเร่ง ความเร็ว และการกระจัด ที่ระดับความเร็วรอบ ต่าง ๆ เวลา 0 - 1 วินาที ที่ความเร็วรอบ 2,950 rpm. $\Delta t = 0.001$ วินาที

ผลตอบสนอง	ทิศทางแกน					
	\bar{X}	\bar{Y}	\bar{Z}	θ_x	θ_y	θ_z
RMS ของความเร่ง	(m/s^2)			(rad/s^2)		
	10.8050	16.5587	0.1481	39.8985	29.3068	168.7613
RMS ของความเร็ว	(m/s)			(rad/s)		
	0.0370	0.0533	0.0011	0.1326	0.1641	0.5545
RMS ของการกระจัด	(m)			(rad)		
	0.000272	0.000180	0.000012	0.000568	0.002597	0.002000

รูปที่ 7.5 และรูปที่ 7.6 แสดงการเปรียบเทียบสัญญาณการกระจัด ในแต่ละทิศทาง ที่ความเร็วรอบ 2,950 rpm. $\Delta t = 0.001$ วินาที สัญญาณการกระจัดของตำแหน่งจุดศูนย์กลางวงมวล C ในทิศทางต่าง ๆ พบว่าสัญญาณการกระจัด เมื่อเปรียบเทียบในทิศทาง \bar{X} , \bar{Y} และ \bar{Z} สภาวะช่วงเปลี่ยนแปลงในทิศทาง \bar{X} มีค่าสูงสุด ทิศทาง \bar{Z} (แนวขนานกับแกนเพลลาข้อเหวี่ยง) มีค่าต่ำสุด เมื่อเปรียบเทียบในทิศทาง θ_x , θ_y และ θ_z พบว่าระดับของสัญญาณการกระจัด แกน θ_y มีค่าสูงสุด และระดับ θ_x ค่าต่ำสุดและที่สภาวะช่วงคงตัวในทิศทาง \bar{Y} (แนวการเคลื่อนที่ของลูกสูบ) มี

และระดับ θ_x ค่าต่ำสุดและที่สภาวะช่วงกึ่งตัวในทิศทาง \bar{Y} (แนวการเคลื่อนที่ของลูกสูบ) มีค่าสูงสุด ทิศทาง \bar{Z} (แนวขนานกับแกนเพลลาข้อเหวี่ยง) มีค่าต่ำสุด เมื่อเปรียบเทียบในทิศทาง θ_x , θ_y และ θ_z พบว่าระดับของสัญญาณการกระจัดแกน θ_z มีค่าสูงสุดและระดับ θ_y ค่าต่ำสุด

จากผลลัพธ์ของการวิเคราะห์ปัญหาการสั่นสะเทือนของคอมเพรสเซอร์สูบเดียว ดังแสดงในตารางที่ 7.2 เปรียบเทียบค่า RMS ของความเร่ง ความเร็ว และการกระจัด ที่ระดับความเร็วรอบต่าง ๆ เวลา 0 - 1 วินาที ที่ความเร็วรอบ 2,950 rpm. $\Delta t = 0.001$ วินาที เมื่อเปรียบเทียบค่ารากที่สองของความเร่งกำลังสองเฉลี่ย พบว่าในแนวแกน \bar{Y} (แนวแกนการเคลื่อนที่ของลูกสูบ) มีค่าสูงสุดและในแนวแกน \bar{Z} (แนวแกนเพลลาข้อเหวี่ยง) มีความต่ำสุด ส่วนค่ารากที่สองของความเร่งเชิงมุมกำลังสองเฉลี่ย พบว่าในแนวแกน θ_z มีค่าสูงสุดและในแนวแกน θ_y มีความต่ำสุด

เมื่อเปรียบเทียบค่ารากที่สองของความเร็วกำลังสองเฉลี่ย พบว่าในแนวแกน \bar{Y} มีค่าสูงสุดและในแนวแกน \bar{Z} มีความต่ำสุด ส่วนค่ารากที่สองของความเร่งเชิงมุมกำลังสองเฉลี่ยพบว่า ในแนวแกน θ_z มีค่าสูงสุดและในแนวแกน θ_x มีความต่ำสุด

เมื่อเปรียบเทียบค่ารากที่สองของการกระจัดกำลังสองเฉลี่ย พบว่าในแนวแกน \bar{X} มีค่าสูงสุดและในแนวแกน \bar{Z} มีความต่ำสุด ส่วนค่ารากที่สองของการกระจัดเชิงมุมกำลังสองเฉลี่ยพบว่า ในแนวแกน θ_y มีค่าสูงสุดและในแนวแกน θ_x มีความต่ำสุด

7.6 การหาค่าที่เหมาะสมที่สุด

ในการแก้ปัญหาการหาค่าที่เหมาะสมที่สุดแบบฟังก์ชันเป้าหมายเดียว จะการค้นหาค่าที่เหมาะสมที่สุดด้วยวิธี Exhaustive Search เปรียบเทียบกับการใช้อัลกอริทึมสำเร็จรูปในโปรแกรม Matlab ที่มีชื่อว่า เอฟมินคอน (Fmincon) ซึ่งมีรากฐานมาจากอัลกอริทึมมาตรฐานที่เรียกว่า เอสคิวพี (Sequential Quadratic Programming, SQP) ซึ่งบางครั้งอาจรู้จักในชื่อ อาคิวพี (Recursive Quadratic Programming, RQP) หรือ ซีวีเอ็ม (Constraint Variable Matrix Method, CVM) เป็นวิธีการหาค่าเหมาะสมแบบมีข้อบังคับไม่เป็นเชิงเส้นประเภททำการหาจุดเหมาะสมที่สุด โดยวิธีการค้นหา (Search Method) หรือเรียกว่า วิธีการตรง (Direct Method) ซึ่งวิธีการในกลุ่มนี้จะอาศัยกระบวนการทำซ้ำ ซึ่งสามารถสรุปเป็นอัลกอริทึม ได้ดังนี้

ขั้นตอนที่ 1 กำหนดจุดเริ่มต้นของการออกแบบ \bar{x}_k กำหนดการทำซ้ำเป็น $k = 0$

ขั้นตอนที่ 2 กำหนดทิศทางการค้นหา (Search Direction) \bar{d}_k ในบริเวณออกแบบ

ขั้นตอนที่ 3 ตรวจสอบการลู่เข้า ถ้าลู่เข้าสิ้นสุดกระบวนการทำซ้ำ ในทางกลับกันกระทำต่อไป

ขั้นตอนที่ 4 กำหนดขนาดการก้าว (Step Size) α_k ที่เป็นบวกตามทิศทางการค้นหา

ขั้นตอนที่ 5 การปรับปรุงค่า \bar{x}_k

$$\bar{x}_{k+1} = \bar{x}_k + \alpha_k \bar{d}_k \quad (7.6)$$

กำหนดการทำซ้ำเป็น $k = k+1$ และกลับไปทำซ้ำในขั้นตอนที่ 2

พิจารณาปัญหาการหาค่าเหมาะที่สุดแบบฟังก์ชันเป้าหมายเดียว วิธีการเอสควิฟจะหาทิศทางในการค้นหา \bar{d}_k โดยการแก้ปัญหาย่อยที่มีฟังก์ชันเป้าหมายเป็นสมการอันดับสองและมีข้อบังคับแบบเชิงเส้น เรียกปัญหาย่อยนี้ว่า ปัญหาย่อยควิฟ (Quadratic Programming, QP) ฟังก์ชันเป้าหมายที่อยู่ในรูปของสมการอันดับสอง จะเกิดจากการประมาณฟังก์ชันลากรางจ์เกียน (Lagrangian Function)

$$L(\bar{x}, \bar{u}) = f(\bar{x}) + \sum_{q=1}^r u_q \cdot g_q(\bar{x}) \quad (7.7)$$

ปัญหาย่อยควิฟจะมีรูปแบบดังนี้

$$\min_{\bar{x} \in \mathbb{R}^n} \frac{1}{2} \bar{d}^T H_k \bar{d} + \nabla f(\bar{x}_k)^T \bar{d} \quad (7.8)$$

โดยมีฟังก์ชันข้อบังคับเป็นดังนี้

$$\begin{aligned} \nabla g_q(\bar{x}_k)^T \bar{d} + g_q(\bar{x}_k) &\leq 0 \\ \nabla h_j(\bar{x}_k)^T \bar{d} + h_j(\bar{x}_k) &= 0 \end{aligned} \quad (7.9)$$

เมื่อ H_k คือ การประมาณจำกัดบวก (Positive Definite) ของเฮสเซียนเมทริกซ์ (Hessian Matrix) ของลากรางจ์เกียนฟังก์ชัน (Lagrangian Function) สามารถปรับปรุงโดยใช้สูตร BFGS เมื่อ u_q คือ ตัวคูณลากรางจ์ (Lagrange Multipliers) โดยประมาณ

$$H_{k+1} = H_k + \frac{\bar{q}_k \bar{q}_k^T}{\bar{q}_k^T \bar{s}_k} - \frac{H_k^T H_k}{\bar{s}_k^T H_k \bar{s}_k} \quad (7.10)$$

$$\bar{s}_k = x_{k+1} - \bar{x}_k \quad (7.11)$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามเผยแพร่โดยไม่ได้รับอนุญาตของเจ้าของลิขสิทธิ์

$$\bar{q}_k = \nabla(\bar{x}_{k+1}) + \sum_{q=1}^r u_q \cdot \nabla g_q(\bar{x}_{k+1}) - \left(\nabla f(\bar{x}_k) + \sum_{q=1}^r u_q \cdot \nabla g_q(\bar{x}_k) \right) \quad (7.12)$$

เพื่อรักษาให้เฮสเซียนมีค่าจำกัดบวกตลอด ซึ่งบางที่อาจจะเป็นค่าไม่จำกัดบวก (Positive Indefinite) ที่จุดผลเฉลยนั้น จะคงให้เฮสเซียนมีค่าจำกัดบวกก็ต่อเมื่อ $\bar{q}_k^T \bar{r}_k$ ที่แต่ละการปรับปรุงมีค่าเป็นบวก และ H ที่ค่าเริ่มต้นจะต้องเป็นเมทริกซ์จำกัดบวก เมื่อ $\bar{q}_k^T \bar{r}_k$ ไม่ใช่ค่าบวกจะต้องตัดแปลงเอลิเมนต์ \bar{q}_k ที่ทำให้เฮสเซียนมีค่าจำกัดเป็นบวก โดยในจุดมุ่งหมายทั่ว ๆ ไปของการปรับปรุงเพื่อเปลี่ยนแปลงเอลิเมนต์ของ \bar{q}_k ที่ทำให้เฮสเซียนมีค่าจำกัดบวก โดยในตอนเริ่มต้นของการตัดแปลงเอลิเมนต์ที่เป็นลบของ $\bar{q}_k^T \bar{r}_k$ จะถูกแบ่งครึ่งอย่างซ้ำ ๆ จนกระทั่ง $\bar{q}_k^T \bar{r}_k$ มีค่ามากกว่าหรือเท่ากับ 10×10^{-12} ภายหลังกระบวนการดังกล่าว $\bar{q}_k^T \bar{r}_k$ ยังคงมีค่าไม่เป็นบวก \bar{q}_k จะถูกตัดแปลงโดยการบวกเพิ่มเวกเตอร์ \bar{w} ด้วยปริมาณคงที่ w นั่นคือ

$$\bar{q}_k = \bar{q}_k + w\bar{w} \quad (7.13)$$

เมื่อ $v_q = \nabla g_q(\bar{x}_{k+1}) \cdot g_q(\bar{x}_{k+1}) - \nabla g_q(\bar{x}_k) \cdot g_q(\bar{x}_k)$
 ถ้า $(\bar{q}_k)_q \cdot w < 0$ และ $(\bar{q}_k)_q \cdot (s_k)_q < 0$ ($i=1, \dots, r$)
 $v_q = 0$ กรณีอื่นๆ

และ w จะเพิ่มขึ้นอย่างมีระบบจนกระทั่ง $\bar{q}_k^T \bar{r}_k$ กลายเป็นบวก

การหาขนาดก้าว (Step Length) หลังจากที่ได้ทำการแก้หาทิศทางในการค้นหา \bar{d}_k แล้วการปรับปรุง \bar{x}_k จะทำได้โดยบวกเพิ่ม \bar{x}_k ด้วยขนาดก้าวคูณกับทิศทางในการค้นหา

$$\bar{x}_{k+1} = \bar{x}_k + \alpha \bar{d}_k \quad (7.14)$$

α_k จะหาได้โดยการหาค่าต่ำสุดแบบหนึ่งมิติของฟังก์ชันคุณสมบัติ (Merit Function) ซึ่งมีรูปแบบดังนี้

$$\Psi(\bar{x}) = f(\bar{x}) + \sum_{i=1}^r r_i \cdot h_i(\bar{x}) + \sum_{i=1}^m r_i \cdot \max\{0, g_i(\bar{x})\} \quad (7.15)$$

โดยที่ $r_i = \frac{\|\nabla f(\bar{x})\|}{\|\nabla g_i(\bar{x})\|}$ การทำซ้ำครั้งแรก

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนลิขสิทธิ์ไว้ $r_i = (r_{k+1})_i = \max\left\{\lambda_i, \frac{1}{2}((r_k)_i + \lambda_i)\right\}$, ($i=1, \dots, m$) โดย การทำซ้ำครั้งต่อ ๆ มา นับด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้คัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

7.7 โปรแกรมการหาค่าที่เหมาะสมที่สุด

7.7.1 เอฟมินคอนฟังก์ชันในโปรแกรม Matlab

ในการหาค่าเหมาะสมที่สุด โดยใช้อัลกอริธึมสำเร็จรูปในโปรแกรม Matlab ที่เรียกว่า เอฟมินคอน ซึ่งมีรากฐานมาจาก วิธีการเอสคิวพี อัลกอริธึมดังกล่าวนี้จะใช้ในการหาค่าเหมาะสมที่สุดของฟังก์ชันหลายตัวแปรแบบมีข้อบังคับไม่เป็นเชิงเส้น เพื่ออธิบายโปรแกรมสามารถเขียนปัญหาการหาค่าเหมาะสมที่สุดให้อยู่ในรูปคณิตศาสตร์ ได้ดังนี้

$$\min_{\bar{x} \in \mathcal{H}^n} \mu(\bar{x}) \quad (7.16)$$

โดยมีฟังก์ชันข้อบังคับและขอบเขตของตัวแปรออกแบบ ดังนี้

$$\bar{C}(\bar{x}) \leq 0 \quad (7.17)$$

$$\bar{C}eq(\bar{x}) = 0 \quad (7.18)$$

$$A \cdot \bar{x} \leq \bar{b} \quad (7.19)$$

$$Aeq \cdot \bar{x} = \bar{b}eq \quad (7.20)$$

$$\bar{lb} \leq \bar{x} \leq \bar{ub} \quad (7.21)$$

เมื่อ

A คือ เมทริกซ์สัมประสิทธิ์ของฟังก์ชันข้อบังคับเชิงเส้นแบบไม่เท่ากับ

Aeq คือ เมทริกซ์สัมประสิทธิ์ของฟังก์ชันข้อบังคับเชิงเส้นแบบเท่ากับ

$\bar{C}(\bar{x})$ และ $\bar{C}eq(\bar{x})$ คือ เวกเตอร์ฟังก์ชันข้อบังคับ

$\mu(\bar{x})$ คือ ฟังก์ชันวัตถุประสงค์

\bar{b} และ $\bar{b}eq$ คือ เวกเตอร์สัมประสิทธิ์ทางด้านขวามือ

$\mu(\bar{x})$, $\bar{C}(\bar{x})$ และ $\bar{C}eq(\bar{x})$ อาจจะเป็นฟังก์ชันเชิงเส้นหรือไม่ก็ได้

รูปแบบคำสั่งในเอฟมินคอน จะเป็นดังนี้

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
`options = optimset('Largescale', 'off', 'Tolfun', 10e-12, 'TolCon', 10e-12, 'TolX',`
 ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งยังมีเหตุผลแบบสงวนเนื้อที่ และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้
`10e-12, 'display', 'iter', 'MaxFunEvals', 1000);`

`[x,fval,exitflag,output] = fmincon(fun,x0,A,b,Aeq,beq,lb,ub,nonlcon,options)`

จากรูปแบบคำสั่งของเอพมินคอนในบรรทัดที่สาม ฟังก์ชันของเครื่องหมายเท่ากับ จะหมายถึง การแสดงผลที่เราต้องการ ฟังก์ชันของเครื่องหมายเท่ากับ จะหมายถึง อินพุตที่ต้องการป้อนให้กับ เอพมินคอน ส่วนรายละเอียดของแต่ละพารามิเตอร์ จะเป็นดังนี้

1) fun คือ ฟังก์ชันวัตถุประสงค์ในการหาค่าเหมาะสมที่สุด ซึ่งรับค่าตัวแปร \bar{x} และให้ค่า ฟังก์ชันที่ตัวแปรดังกล่าว

2) x0 คือ จุดเริ่มต้นของการหาค่าเหมาะสมที่สุด ซึ่งอาจจะเป็นสเกลาร์, เวกเตอร์ หรือ เมทริกซ์

3) A, b คือ เมทริกซ์สัมประสิทธิ์ของฟังก์ชันเชิงเส้นแบบไม่เท่ากับ และ เวกเตอร์ สัมประสิทธิ์ทางด้านขวามือของ $A \cdot \bar{x} \leq b$ ตามลำดับ

4) Aeq, beq คือ เมทริกซ์สัมประสิทธิ์ของฟังก์ชันแบบเท่ากับและเวกเตอร์สัมประสิทธิ์ ทางด้านขวามือของ $Aeq \cdot \bar{x} = beq$ ตามลำดับ

5) lb, ub คือ ขีดจำกัดบนและขีดจำกัดล่างของตัวแปรออกแบบ \bar{x}

6) nonlcon คือ ฟังก์ชันไม่เชิงเส้นของข้อบังคับแบบไม่เท่ากับ $C(\bar{x}) \leq 0$ และเท่ากับ $Ceq(\bar{x}) = 0$ ซึ่งรับข้อมูล \bar{x} และให้ค่าเวกเตอร์ที่ตัวแปรดังกล่าว

7) options คือ พารามิเตอร์กำหนดทางเลือกในการหาค่าเหมาะสมที่สุด ที่ใช้ในเอพมิน-คอน สามารถกำหนดได้ดังนี้

Large Scale	เมื่อกำหนดเป็น	'on'	หมายถึง ใช้อัลกอริทึม Large-Scale
		'off'	หมายถึง ใช้อัลกอริทึม Medium-Scale
Display	เมื่อกำหนดเป็น	'off'	หมายถึง แสดงผลโดยไม่มีเอาท์พุท
		'iter'	หมายถึง แสดงผลที่แต่ละการทำซ้ำ
		'final'	หมายถึง แสดงผลสุดท้าย

MaxFunEvals คือ จำนวนสูงสุดของฟังก์ชันที่ยอมให้มีการหาค่า

TolFun คือ ค่าความคลาดเคลื่อนของฟังก์ชันในการสิ้นสุดกระบวนการทำซ้ำ

TolCon คือ ค่าความคลาดเคลื่อนการสิ้นสุดของการละเมิดข้อบังคับ

TolX คือ ค่าความคลาดเคลื่อนการสิ้นสุดของตัวแปร \bar{x}

8) x คือ การกำหนดให้มีการแสดงผลการหาค่าเหมาะสมที่สุด ถ้า $exitflag > 0$ \bar{x} คือ ผล เฉลยหนึ่งปัญหา ในทางกลับกัน \bar{x} คือ ค่าตัวแปรออกแบบขณะสิ้นสุดกระบวนการทำซ้ำด้วย เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า เหตุผลอื่น ๆ

9) fval คือ ค่าฟังก์ชันเป้าหมาย fun ที่ผลเฉลย \bar{x}

- 10) exitflag คือ เงื่อนไขการสิ้นสุดกระบวนการหาค่าเหมาะสมที่สุด
- > 0 ฟังก์ชันลู่เข้าหาผลเฉลย
 - 0 ครบรอบจำนวนสูงสุดของการหาค่าฟังก์ชัน หรือการทำซ้ำ
 - < 0 ฟังก์ชันไม่ลู่เข้าหาผลเฉลย
- 11) output คือ การแสดงข้อมูลเกี่ยวกับการหาค่าเหมาะสมที่สุดประกอบไปด้วย
- iterations คือ จำนวนของการทำซ้ำ
 - funcCount คือ จำนวนของการหาค่าฟังก์ชัน
 - algorithm คือ อัลกอริทึมที่ใช้ในการหาขนาดก้าว
 - stepsize คือ ขนาดก้าวที่ใช้ในขั้นตอนสุดท้าย

การแสดงผลของโปรแกรม ประกอบไปด้วย

- 1) การแสดงผลที่แต่ละการกระทำซ้ำ เนื่องจากเรากำหนดพารามิเตอร์ display ใน options เป็น 'iter' หมายความว่า ให้แสดงผลที่แต่ละกระทำซ้ำ
- 2) ตัวแปรออกแบบที่ได้จากการหาค่าเหมาะสมที่สุด
- 3) ค่าฟังก์ชันเป้าหมาย
- 4) เงื่อนไขการสิ้นสุดกระบวนการหาค่าเหมาะสมที่สุด
- 5) การแสดงข้อมูลการหาค่าเหมาะสมที่สุด ประกอบไปด้วย
 - 5.1) จำนวนการทำซ้ำ
 - 5.2) จำนวนของการหาค่าฟังก์ชัน
 - 5.3) อัลกอริทึมที่ใช้
 - 5.4) ขนาดก้าวที่ใช้ในขั้นตอนสุดท้าย

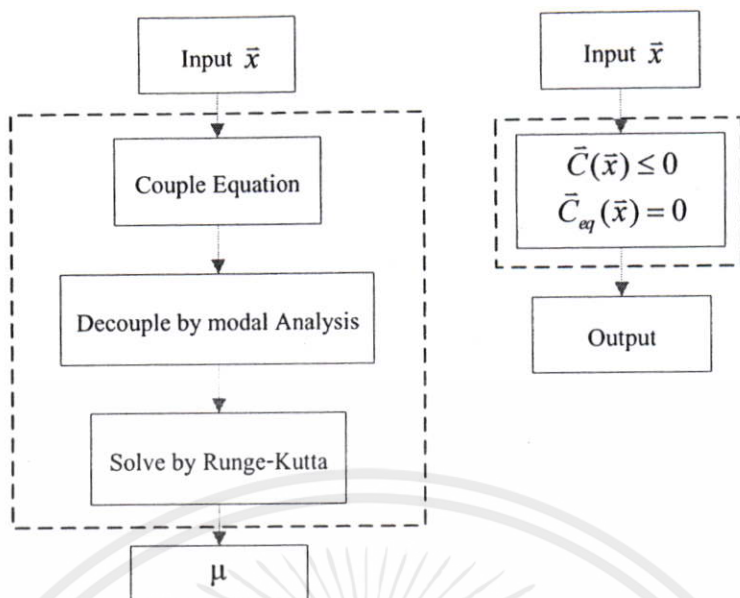
การแสดงผลใน Procedure จะมีความหมายดังนี้

Hessian modified แสดงให้ทราบว่า มีการดัดแปลงเฮสเซียนให้มีค่าจำกัดบวก ด้วยกระบวนการที่ 1

Hessian modified twice แสดงให้ทราบว่า มีการดัดแปลงเฮสเซียนให้มีค่าจำกัดบวก ด้วยกระบวนการที่ 2

Infeasible แสดงให้ทราบว่า ปัญหาดังกล่าวเป็นปัญหาที่มีความไม่เป็นเชิงเส้นสูง ดังนั้นการลู่เข้าจะต้องใช้เวลานานกว่าปกติ

No update แสดงให้ทราบว่า $q_k^T s_k$ มีค่าเข้าใกล้ศูนย์ ซึ่งอาจเป็นผลมาจากการเซตปัญหาไม่ถูกต้องหรือการพยายามที่จะหาค่าเหมาะสมที่สุดฟังก์ชันที่มีความไม่ต่อเนื่อง



(ก) ฟังก์ชันเป้าหมาย

(ข) ฟังก์ชันข้อบังคับ

รูปที่ 7.7 แสดงสายงานการค้นหาค่าที่เหมาะสมที่สุดโดยใช้เอพมินคอนฟังก์ชัน

จากรูปที่ 7.7 แสดงสายงานการค้นหาค่าที่เหมาะสมที่สุดโดยใช้เอพมินคอนฟังก์ชัน รูป (ก) แสดงถึงสายงานของ โปรแกรมการคำนวณฟังก์ชันเป้าหมายและรูป (ข) แสดงสายงาน โปรแกรมการตรวจสอบฟังก์ชันข้อบังคับ โดยการป้อนอินพุตพารามิเตอร์ต่าง ๆ เช่น ความเร็วรอบการทำงานของเพลาช้อเหวี่ยง ซึ่งในที่นี้ใช้ความเร็วรอบเฉลี่ย เงื่อนไขสภาวะเริ่มต้นของการกระจัดและความเร็ว คุณสมบัติของคอมเพรสเซอร์ยูนิต ที่จากตารางที่ 7.1 เป็นต้น ให้กับโปรแกรมซึ่งจากการศึกษาในบทที่ 5 พบว่าในการวิเคราะห์ฐานนิยมแบบวิธีเชิงตัวเลข มีขั้นตอนการสร้างคอมพิวเตอร်โค้ดที่สั้นและสะดวกในการปรับปรุงมากกว่าคอมพิวเตอร်โค้ดของการวิเคราะห์ฐานนิยมแบบวิธีเทียบสัมประสิทธิ์ ดังนั้นในแก้ปัญหาจึงเลือกใช้วิธีการวิเคราะห์ฐานนิยมแบบวิธีเชิงตัวเลข ซึ่งหลังจากที่ป้อนค่าอินพุตพารามิเตอร์ จะได้สมการคู่ควบ (Couple Equations) จากนั้นโปรแกรมก็จะทำการเปลี่ยนระบบแกนกายภาพไปเป็นระบบแกนฐานนิยม ซึ่งเป็นผลให้ระบบสมการการเคลื่อนที่แบบคู่ควบถูกเปลี่ยนไปเป็นระบบสมการแบบไม่คู่ควบ แล้วทำการเปลี่ยนรูประบบสมการไม่คู่ควบในแกนฐานนิยมให้อยู่ในระบบของสมการอนุพันธ์อันดับหนึ่งและแก้หาผลเฉลยระบบสมการอนุพันธ์อันดับหนึ่งในระบบแกนฐานนิยม โดยใช้อัลกอริทึมสำเร็จรูปในโปรแกรมเชิงคณิตศาสตร์ Matlab ที่ชื่อว่า ode45 ซึ่งมีรากฐานมาจากวิธีการรุงเง-คุตตาอันดับสี่และห้า แล้วทำการเปลี่ยนกลับผลเฉลยในระบบแกนฐานนิยมไปเป็นระบบแกนกายภาพ ก็จะได้ผลลัพธ์ของการคำนวณ ส่วนฟังก์ชันข้อบังคับใช้เงื่อนไขข้อบังคับระยะเวลาการกระจัดสูงสุดที่ยอมรับได้และเงื่อนไขข้อบังคับค่าคงที่สปริง ในการคำนวณฟังก์ชันข้อบังคับ โดยการป้อนอินพุตพารามิเตอร์ต่าง ๆ เช่นเดียวกัน

Iter	F-count	f(x)	Max constraint	Line search steplength	Directional derivative	First-order optimality	Procedure
0	4	18.2548	-0.0001024				
1	8	18.2548	-0.0001024	1	-1.65e-009	4.07e-005	
2	12	18.2548	-0.0001024	1	-8.27e-008	4.07e-005	Hessian modified twice
3	16	18.2548	-0.0001024	1	-8.27e-008	4.07e-005	Hessian modified twice
4	20	16.6352	-0.0001099	1	-1.31	3.51e-005	Hessian modified
5	24	15.8297	0	1	-0.737	6.47e-007	
6	28	15.8297	0	1	0	0	

Optimization terminated: first-order optimality measure less than options.TolFun and maximum constraint violation is less than options.TolCon.

Active inequalities (to within options.TolCon = 1e-012):

lower	upper	ineqlin	ineqnonlin
2			

The solution of $[K_x, K_y, K_z] = 87000 \ 10000 \ 16000 \text{ N/m}$.

The Minimum of Acc_RMS is 15.829732.

The constraint functions.

Maximum Displacement = 0.000426 m.

exitflag = 1

First order optimality conditions were satisfied to the specified tolerance.

output =

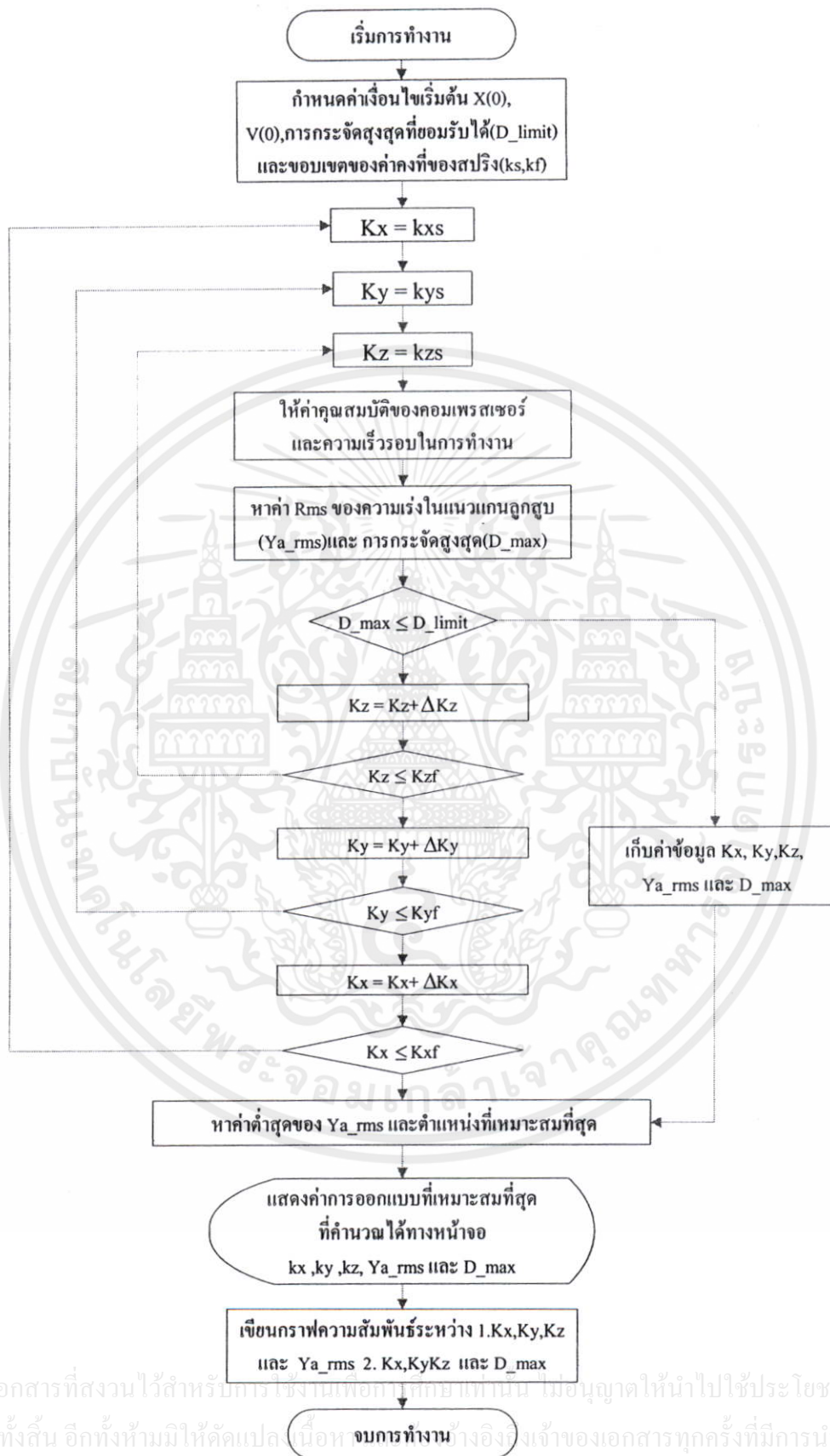
```

iterations      :    6
funcCount       :   28
lssteplength    :    1
stepsize        :    0
algorithm       : 'medium-scale: SQP, Quasi-Newton, line-search'
firstorderopt   :    0
message         : [1x144 char]

```

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
 >> ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้คัดลอกเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้
รูปที่ 7.8 แสดงผลลัพธ์การค้นหาค่าที่เหมาะสมที่สุด โดยใช้เฟมินคอนฟังก์ชัน

7.7.2 Exhaustive Search อัลกอริทึม



รูปที่ 7.9 แสดงสายงานการค้นหาค่าที่เหมาะสมที่สุดโดยใช้วิธี Exhaustive Search

จากรูปที่ 7.9 แสดงสายงานการค้นหาค่าที่เหมาะสมที่สุดโดยใช้วิธี Exhaustive Search โดยการป้อนอินพุตพารามิเตอร์ต่าง ๆ เช่น เงื่อนไขสถานะเริ่มต้นของการกระจัดและความเร็ว เงื่อนไขข้อบังคับระยะเวลาการกระจัดสูงสุดที่ยอมรับได้และเงื่อนไขข้อบังคับค่าคงที่สปริง ความเร็วรอบการทำงานของเพลลาข้อเหวี่ยง ซึ่งในที่นี้ใช้ความเร็วรอบเฉลี่ย คุณสมบัติของคอมเพรสเซอร์ยูนิตที่จากรายที่ 7.1 และกำหนด Step Size เป็นต้น จากนั้นโปรแกรมจะให้ค่าตัวแปรออกแบบ k_x , k_y และ k_z เริ่มต้น เพื่อทำการคำนวณหาฟังก์ชันเป้าหมายและเงื่อนไขข้อบังคับ เช่นเดียวกับในวิธีการหาค่าที่เหมาะสมที่สุดโดยใช้เอพมินคอนฟังก์ชัน โปรแกรมจะตรวจสอบว่าค่าตัวแปรออกแบบที่ใช้ให้ค่าสอดคล้องกับเงื่อนไขฟังก์ชันข้อบังคับหรือไม่ ถ้าสอดคล้องจะทำการเก็บไว้ในฐานข้อมูล แล้วก็เพิ่มค่าตัวแปรออกแบบเพื่อคำนวณจนถึงค่าตัวแปรออกแบบ k_x , k_y และ k_z สุดท้าย จากนั้นก็นำค่าที่ได้จากฐานข้อมูลมาคำนวณหาค่าค่าที่ดีที่สุดของฟังก์ชันเป้าหมาย แล้วพิมพ์ผลลัพธ์การคำนวณออกทางหน้าจอ แล้วทำการเขียนกราฟความสัมพันธ์ k_x , k_y , k_z และค่ารากที่สองของความเร่งกำลังสองเฉลี่ยในแนวแกนการเคลื่อนที่ของลูกสูบ และกราฟความสัมพันธ์ระหว่าง k_x , k_y , k_z และค่าการกระจัดสูงสุดที่เกิดขึ้น ซึ่งผลลัพธ์แสดงในรูปที่ 7.11 ถึงรูปที่ 7.16

การออกแบบระบบรองรับการสั่นสะเทือน โดยวิธีการติดตั้งมวลถ่วงสมดุลร่วมกับการหาค่าคงที่ของสปริงเหมาะสมที่สุดของคอมเพรสเซอร์แบบสูบเดียว เพื่อให้สามารถเห็นถึงวิธีการลดการสั่นสะเทือนได้อย่างชัดเจน จึงแบ่งกรณีศึกษาออกเป็น 4 กรณีดังนี้

กรณีที่ 1 ไม่ติดตั้งมวลถ่วงสมดุลและใช้สปริงเดิม

กรณีที่ 2 ติดตั้งมวลถ่วงสมดุลและใช้สปริงเดิม

กรณีที่ 3 ไม่ติดตั้งมวลถ่วงสมดุลและใช้สปริงจากการหาค่าที่เหมาะสมที่สุด

กรณีที่ 4 ติดตั้งมวลถ่วงสมดุลและใช้สปริงจากการหาค่าที่เหมาะสมที่สุด

ซึ่งกรณีที่ 1 จะเป็นรูปแบบเดิมของคอมเพรสเซอร์แบบสูบเดียวที่ใช้งานอยู่ จากนั้นเพื่อให้ทราบผลของการติดตั้งมวลถ่วงสมดุล เราจึงกำหนดกรณีที่ 2 โดยทำการออกแบบมวลถ่วงสมดุลและติดตั้งเข้าไปที่ตำแหน่งตรงกันข้ามกับจุดศูนย์กลางมวลของเพลลาข้อเหวี่ยงและมีระยะจากจุดหมุนเท่ากับความยาวของเพลลาข้อเหวี่ยง [6] แต่ยังคงใช้สปริงตัวเดิม ส่วนกรณีที่ 3 จะทำการหาค่าที่เหมาะสมที่สุดของค่าคงที่ของสปริง แต่ไม่ติดตั้งมวลถ่วงสมดุลและกรณีที่ 4 จะติดตั้งมวลถ่วงสมดุลและใช้สปริงจากการหาค่าที่เหมาะสมที่สุด จากนั้นก็เปรียบเทียบการสั่นสะเทือนในทิศทางต่าง ๆ การกระจัดสูงสุดในทิศทางเคลื่อนที่ของลูกสูบที่เกิดขึ้นในทั้ง 4 กรณี และเปรียบเทียบผลของการลดการสั่นสะเทือนที่เกิดจากการติดตั้งมวลถ่วงสมดุลอย่างเดียว (กรณีที่ 2) การใช้สปริงที่ได้จากการหาค่าที่เหมาะสมที่สุดอย่างเดียว (กรณีที่ 3) และการติดตั้งมวลถ่วงสมดุลร่วมกับการใช้สปริงที่ได้จากการหาค่าที่เหมาะสมที่สุด (กรณีที่ 4)

โดยเปอร์เซ็นต์การลดลงของการสั่นสะเทือนในทิศทางต่างๆ สามารถคำนวณได้จากสูตร ดังนี้

$$\text{เปอร์เซ็นต์การลดลงของความเร่ง} = \frac{(\text{Acc.RMS.กรณีที่ 1} - \text{Acc.RMS.กรณีที่พิจารณา}) \times 100}{\text{Acc.RMS.กรณีที่ 1}} \quad (7.22)$$

Kx (N/m)	Ky (N/m)	Kz (N/m)	Y-Acc_RMS (m/s ²)	Max.Displacement (m)
10000	10000	10000	15.842707	0.000425
10000	10000	11000	15.842267	0.000425
10000	10000	12000	15.878935	0.000423
...
...
87000	10000	15000	15.830720	0.000426
87000	10000	16000	15.829732	0.000426
87000	10000	17000	15.831323	0.000426
...
...
90000	90000	88000	19.374009	0.000429
90000	90000	89000	19.374648	0.000429
90000	90000	90000	19.375510	0.000430

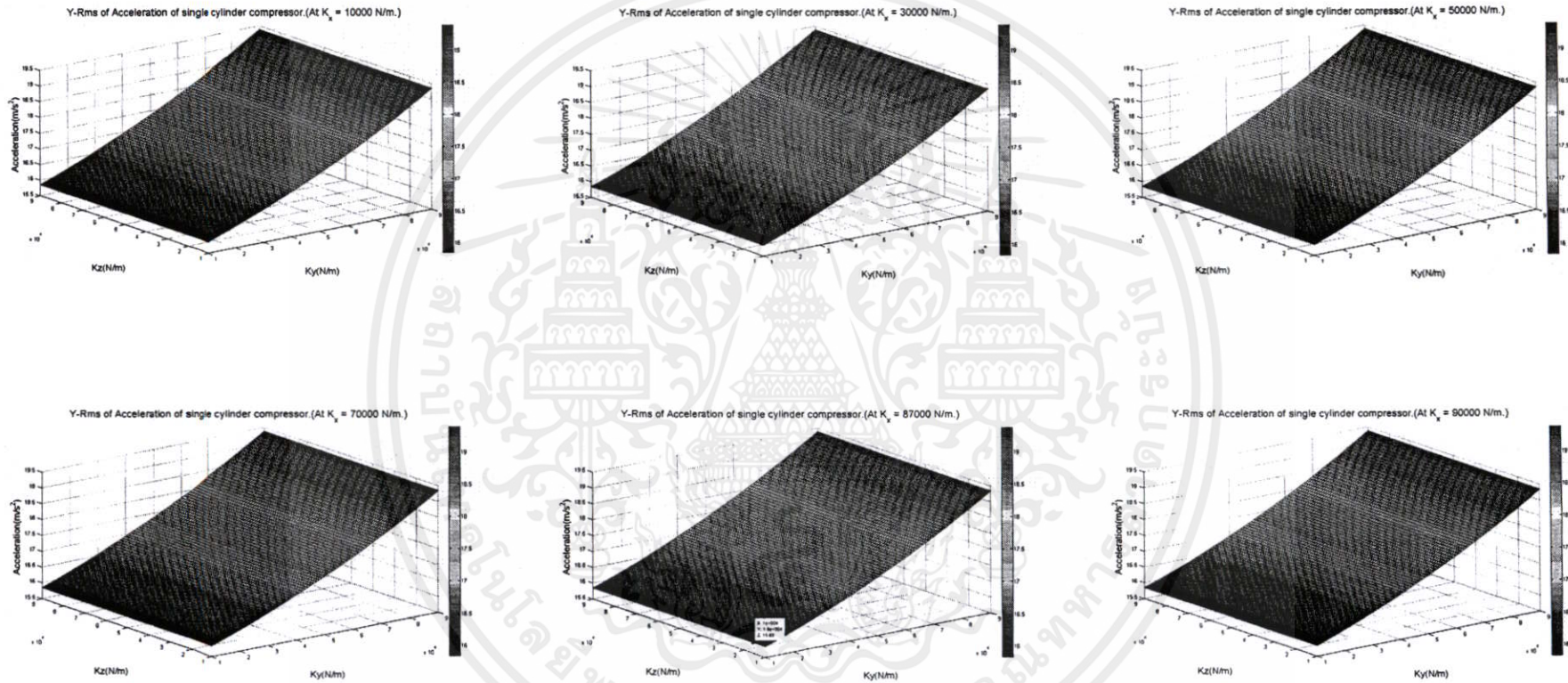
← จุด Optimum

Result of Stiffness Spring Constant Optimum Point.

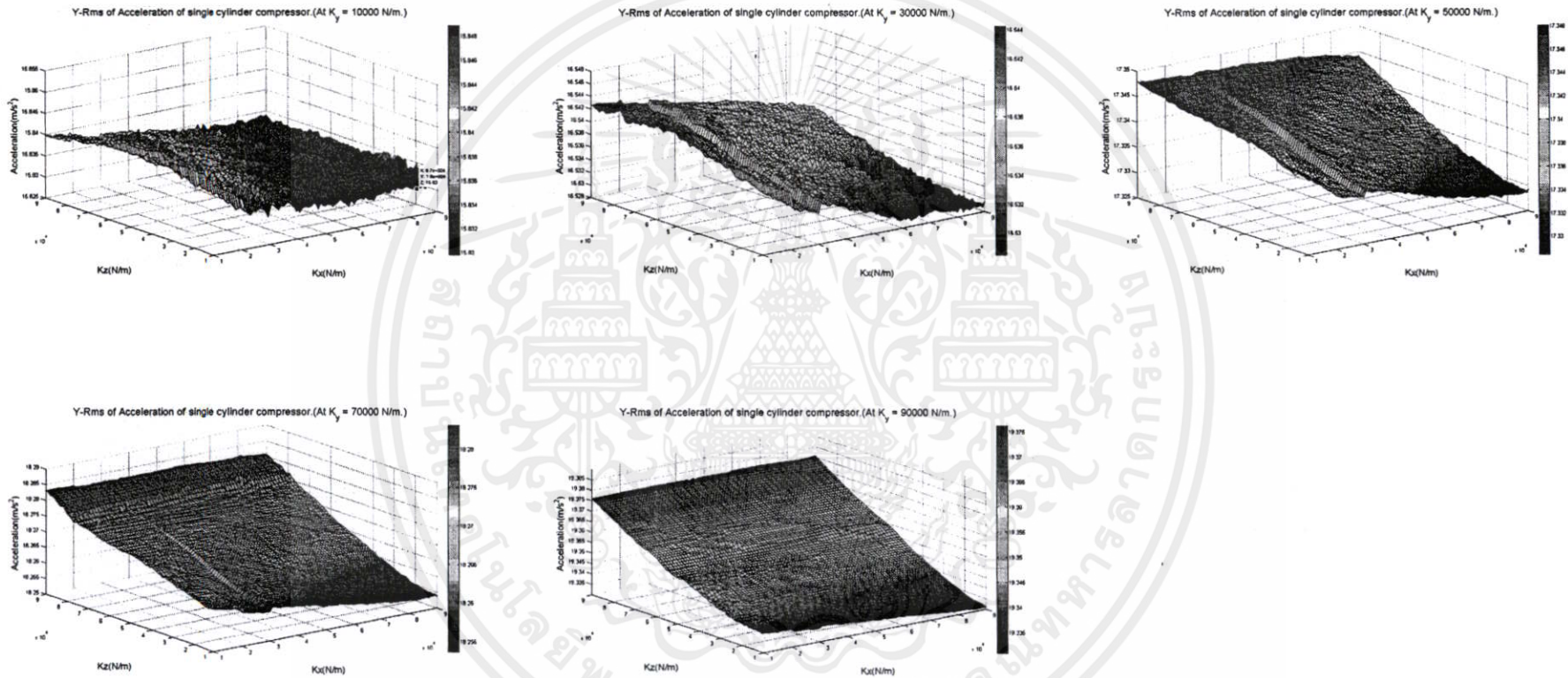
1. Kx optimum value is 87,000 N/m.
2. Ky optimum value is 10,000 N/m.
3. Kz optimum value is 16,000 N/m.
4. Y-Acc_RMS is 15.829732 m/s²
5. Maximum Displacement value is 0.000426 m.

>>

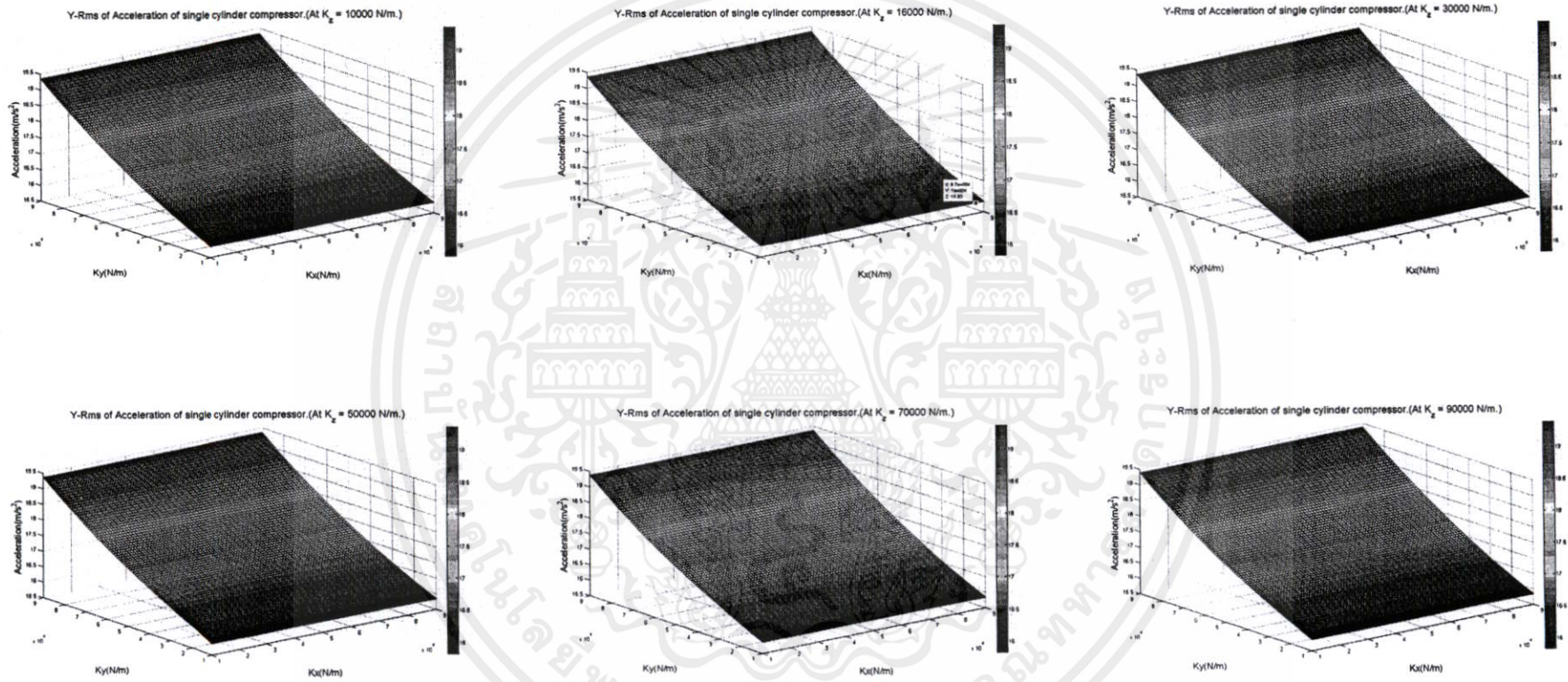
เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
รูปที่ 7.10 แสดงผลลัพธ์การค้นหาค่าที่เหมาะสมที่สุด โดยวิธี Exhaustive Search
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้คัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



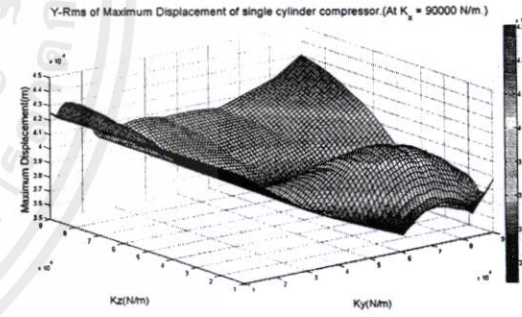
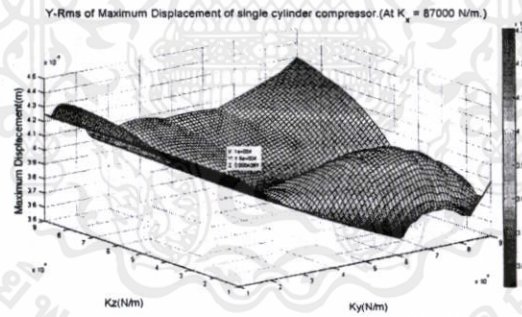
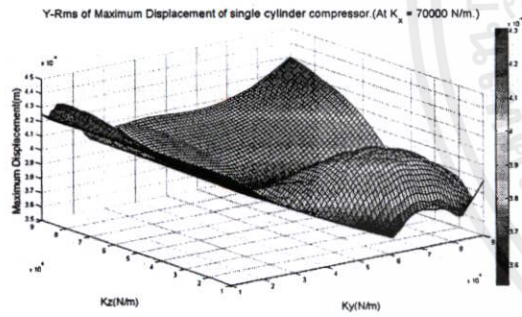
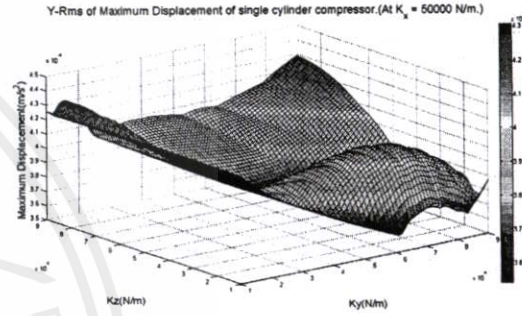
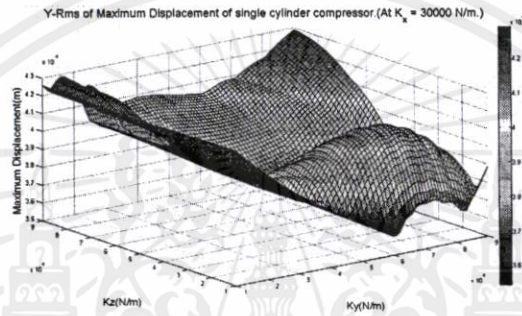
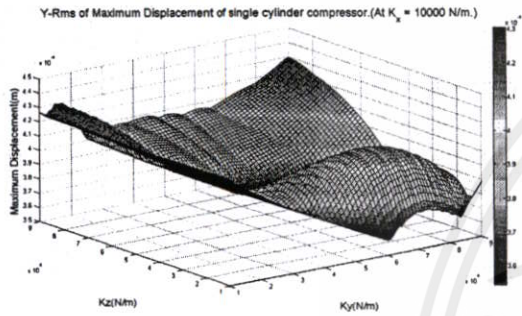
รูปที่ 7.11 กราฟแสดงความสัมพันธ์ k_y และ k_z กับค่ารากที่สองของความเร่งกำลังสองเฉลี่ยในแนวการเคลื่อนที่ของลูกสูบ กรณีไม่ติดตั้งมวลถ่วงสมดุล ที่ $k_x = 10000, 30000, 50000, 70000, 87000$ และ 90000 N/m. ตามลำดับ



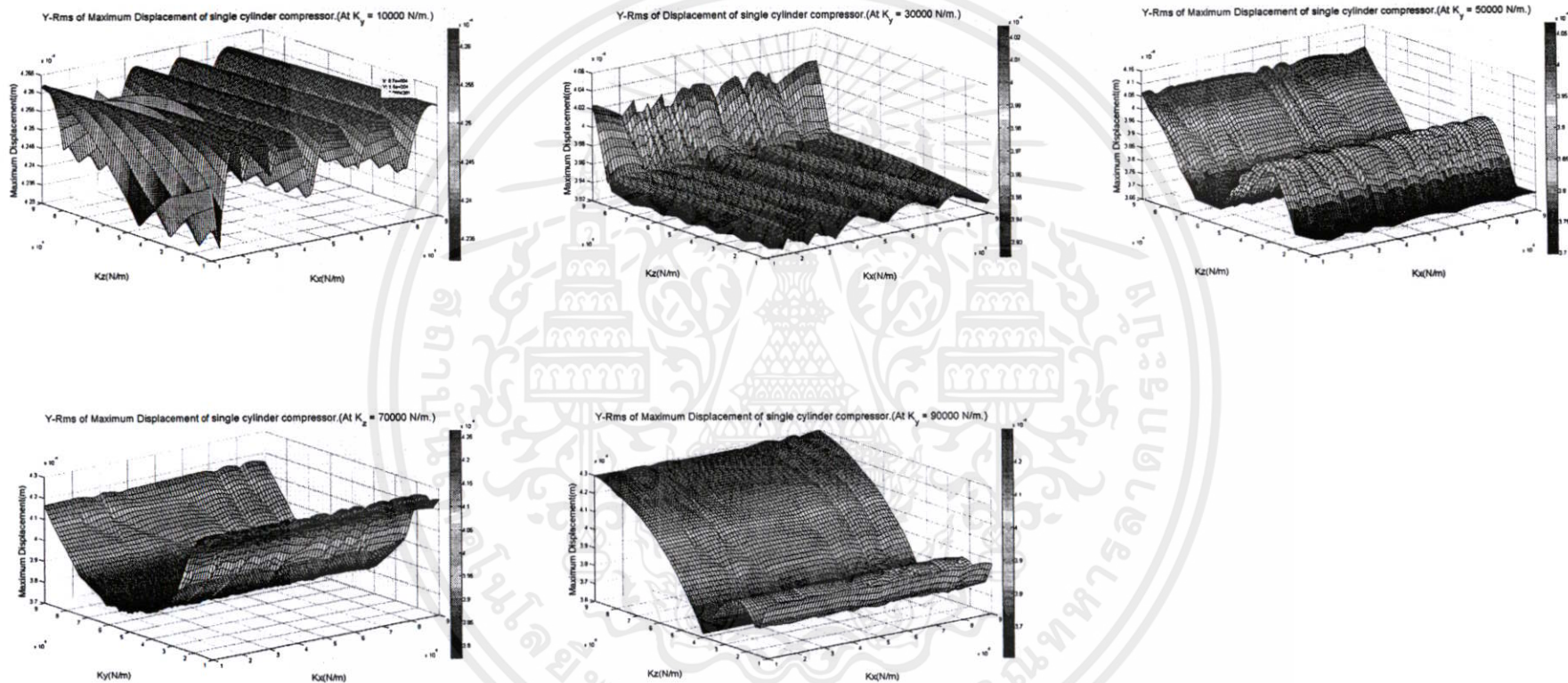
รูปที่ 7.12 กราฟแสดงความสัมพันธ์ k_x และ k_z กับค่ารากที่สองของความเร่งกำลังสองเฉลี่ยในแนวการเคลื่อนที่ของลูกสูบ กรณีไม่ติดตั้งมวลถ่วงสมดุล ที่ $k_y = 10000, 30000, 50000, 70000$ และ 90000 N/m. ตามลำดับ



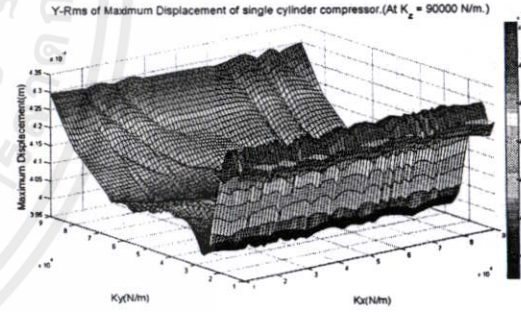
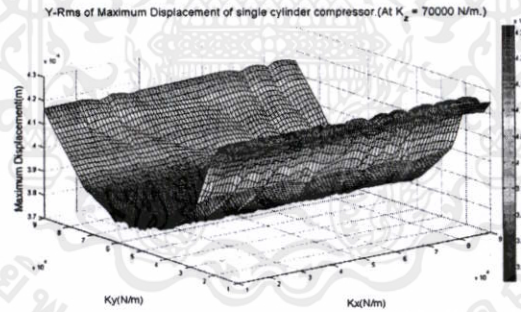
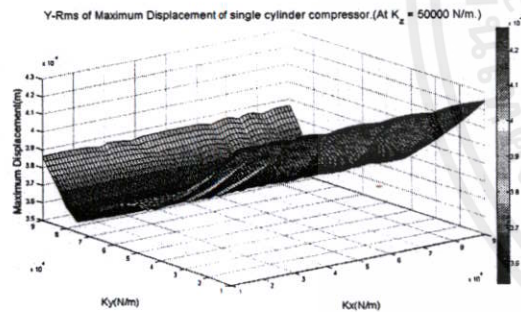
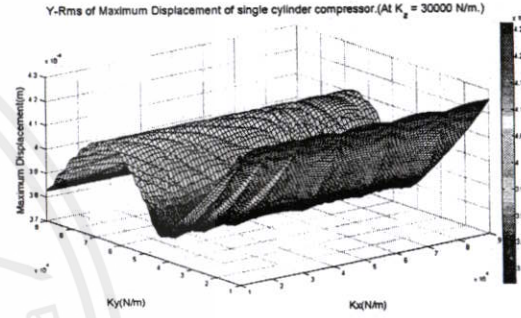
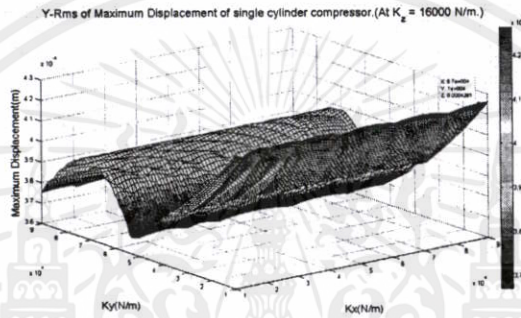
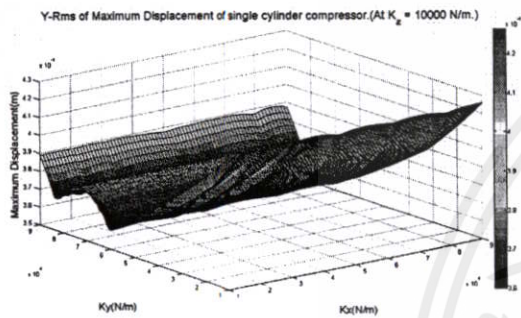
รูปที่ 7.13 กราฟแสดงความสัมพันธ์ k_x และ k_y กับค่ารากที่สองของความเร่งกำลังสองเฉลี่ยในแนวการเคลื่อนที่ของลูกสูบ กรณีไม่ติดตั้งมวลถ่วงสมดุล ที่ $k_2 = 10000, 16000, 30000, 50000, 70000$ และ 90000 N/m. ตามลำดับ



รูปที่ 7.14 กราฟแสดงความสัมพันธ์ k_y และ k_z กับค่าการกระจัดสูงสุดในแนวการเคลื่อนที่ของลูกสูบ กรณีไม่ติดตั้งมวลถ่วงสมดุล ที่ $k_x = 10000$, 30000, 50000, 70000, 87000 และ 90000 N/m. ตามลำดับ



รูปที่ 7.15 กราฟแสดงความสัมพันธ์ k_x และ k_y กับค่าการกระจัดสูงสุดในแนวการเคลื่อนที่ของลูกสูบ กรณีไม่ติดตั้งมวลถ่วงสมดุล ที่ $k_y = 10000, 30000, 50000, 70000$ และ 90000 N/m. ตามลำดับ



รูปที่ 7.16 กราฟแสดงความสัมพันธ์ k_x และ k_y กับค่าการกระจัดสูงสุดในแนวการเคลื่อนที่ของลูกสูบ กรณีไม่ติดตั้งมวลถ่วงสมดุล ที่ $k_z = 10000, 16000, 30000, 50000, 70000$ และ 90000 N/m. ตามลำดับ

ผลลัพธ์ที่ได้จากทั้งสองวิธี ได้ค่าที่เหมาะสมที่สุดของค่าคงที่ของสปริงในแนวแกน \bar{X} (k_x) เท่ากับ 87,000 N/m. ค่าคงที่ของสปริงในแนวแกน \bar{Y} (k_y) เท่ากับ 10,000 N/m. และค่าคงที่ของสปริงในแนวแกน \bar{Z} (k_z) เท่ากับ 16,000 N/m. ซึ่งจะได้ค่ารากที่สองของความเร่งกำลังสองเฉลี่ยในทิศทางแนวแกนการเคลื่อนที่ของลูกสูบเท่ากับ 15.829732 m/s^2 และการกระจัดสูงสุดทิศทางแนวแกนการเคลื่อนที่ของลูกสูบเท่ากับ 0.000426 m . ซึ่งเมื่อเทียบกับผลลัพธ์ที่ได้จากสปริงชุดเดิม จะให้ผลลัพธ์แสดงการลดลงค่ารากที่สองของความเร่งกำลังสองเฉลี่ยในทิศทางแนวแกนการเคลื่อนที่ของลูกสูบ ดังนี้

$$\text{เปอร์เซ็นต์การลดลงของความเร่ง} = \frac{(16.558731 - 15.829732) \times 100}{16.558731} = 4.40 \%$$

จากผลการคำนวณจะพบว่า หลังจากที่เราทำการออกแบบระบบรองรับการสั่นสะเทือนของคอมเพรสเซอร์ โดยให้ค่าคงที่ของสปริงในแนวแกน \bar{X} , \bar{Y} และ \bar{Z} เป็นตัวแปรออกแบบ พบว่าสามารถลดการสั่นสะเทือนในแนวแกนการเคลื่อนที่ของลูกสูบได้ คิดเป็น 4.40 เปอร์เซ็นต์ เมื่อเทียบกับค่าคงที่ของสปริงในแนวแกน \bar{X} , \bar{Y} และ \bar{Z} ที่ชุดเดิมที่ใช้งาน

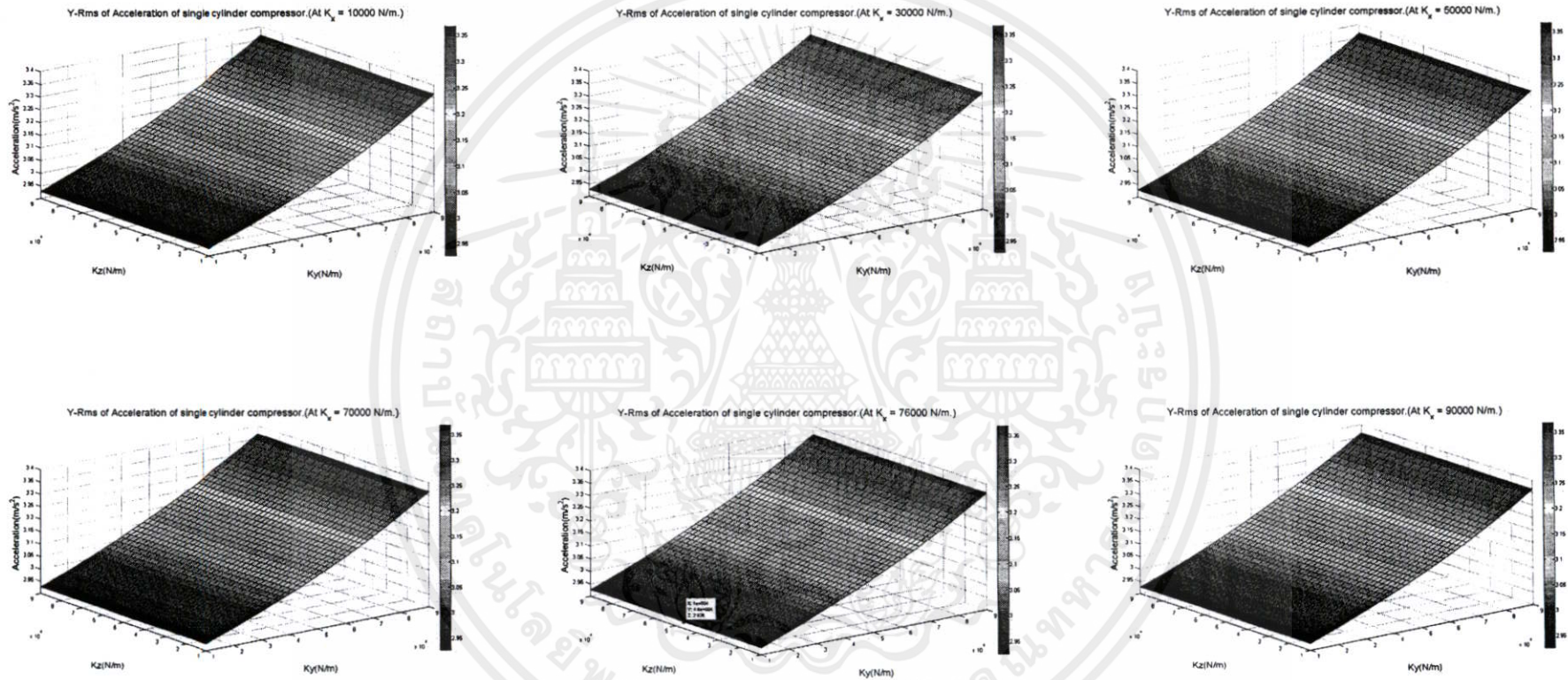
จะเห็นว่าจากการหาค่าที่เหมาะสมที่สุดของระบบรองรับการสั่นสะเทือนสามารถลดการสั่นสะเทือนได้ในระดับหนึ่งเท่านั้น จากนั้นจึงพิจารณาในส่วนของการติดตั้งมวลถ่วงสมดุล โดยการเพิ่มมวลถ่วงเข้าไปที่ตำแหน่งตรงกันข้ามกับจุดศูนย์กลางมวลของเพลาช้อเหวี่ยงและมีระยะจากจุดหมุนเท่ากับความยาวของเพลาช้อเหวี่ยง โดยมีขนาดมวลถ่วงสมดุลเป็น

$$m_c = m_{rot} + k_f m_{rec} \quad (7.23)$$

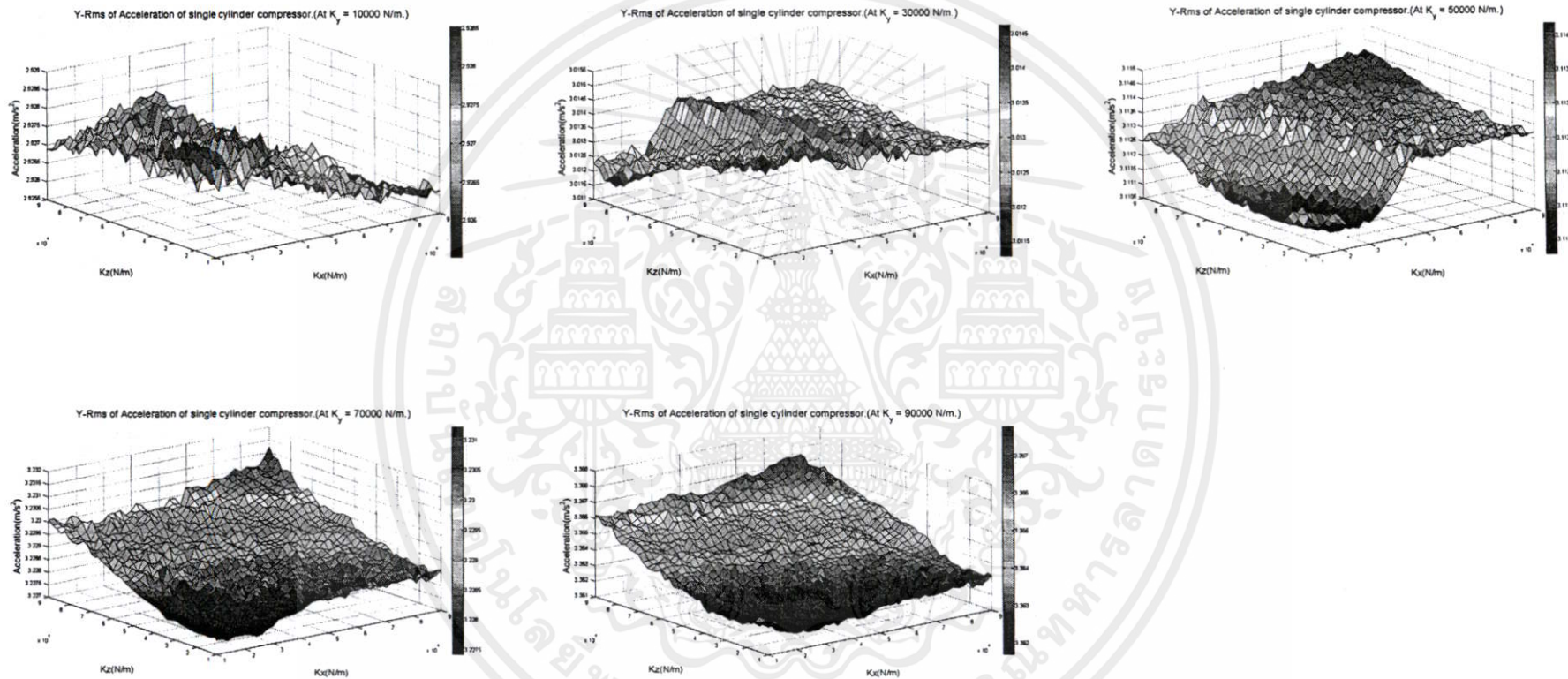
โดยค่า k_f คือ ค่าสัมประสิทธิ์ของมวลถ่วงสมดุล โดยใช้ค่า $k_f = 0.58$ [6] ซึ่งจะทำให้ได้ค่ามวลถ่วงสมดุลเป็น

$$m_c = 0.134 + (0.58)0.067 = 0.5226 \text{ kg.}$$

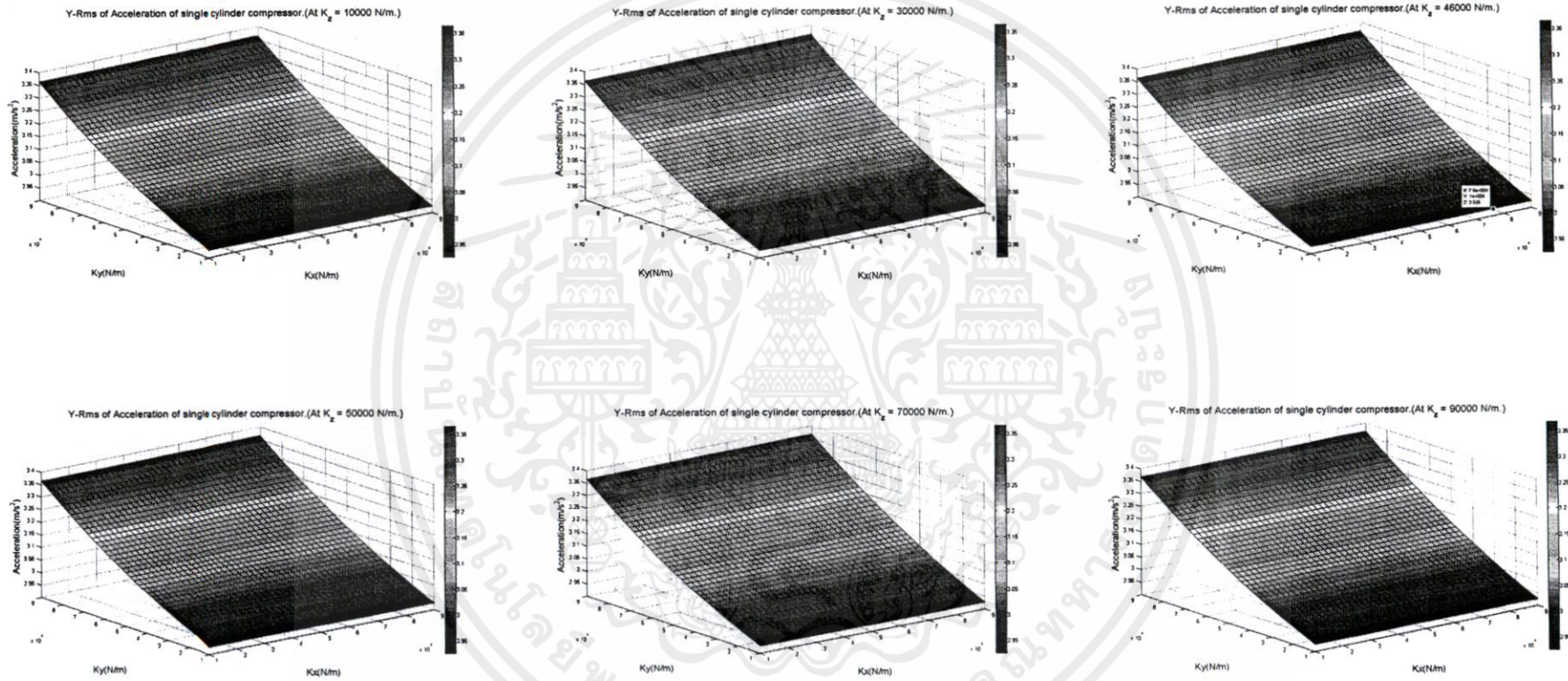
จากนั้นก็ติดตั้งที่ระนาบ 1 และ 2 ระยะห่างจากจุด O (l_1, l_2) เท่ากับ 0.085 เมตร ที่ทั้งสองด้าน โดยติดตั้งด้านละครึ่งหนึ่งของมวลถ่วงสมดุลรวม จะได้มวลถ่วงสมดุลระนาบที่ 1 (m_{1c}) และมวลถ่วงสมดุลระนาบที่ 2 (m_{2c}) มีค่าเท่ากับ 0.2613 kg. จากนั้นก็หาค่าที่เหมาะสมที่สุดของระบบรองรับการสั่นสะเทือนเหมือนกับกรณีที่ไม่ได้ติดตั้งมวลถ่วงสมดุล ซึ่งจะได้กราฟความสัมพันธ์ k_x, k_y, k_z และค่ารากที่สองของความเร่งกำลังสองเฉลี่ยในแนวแกนการเคลื่อนที่ของลูกสูบและกราฟความสัมพันธ์ระหว่าง k_x, k_y, k_z และค่าการกระจัดสูงสุดที่เกิดขึ้น แสดงในรูปที่ 7.17 ถึงรูปที่ 7.22



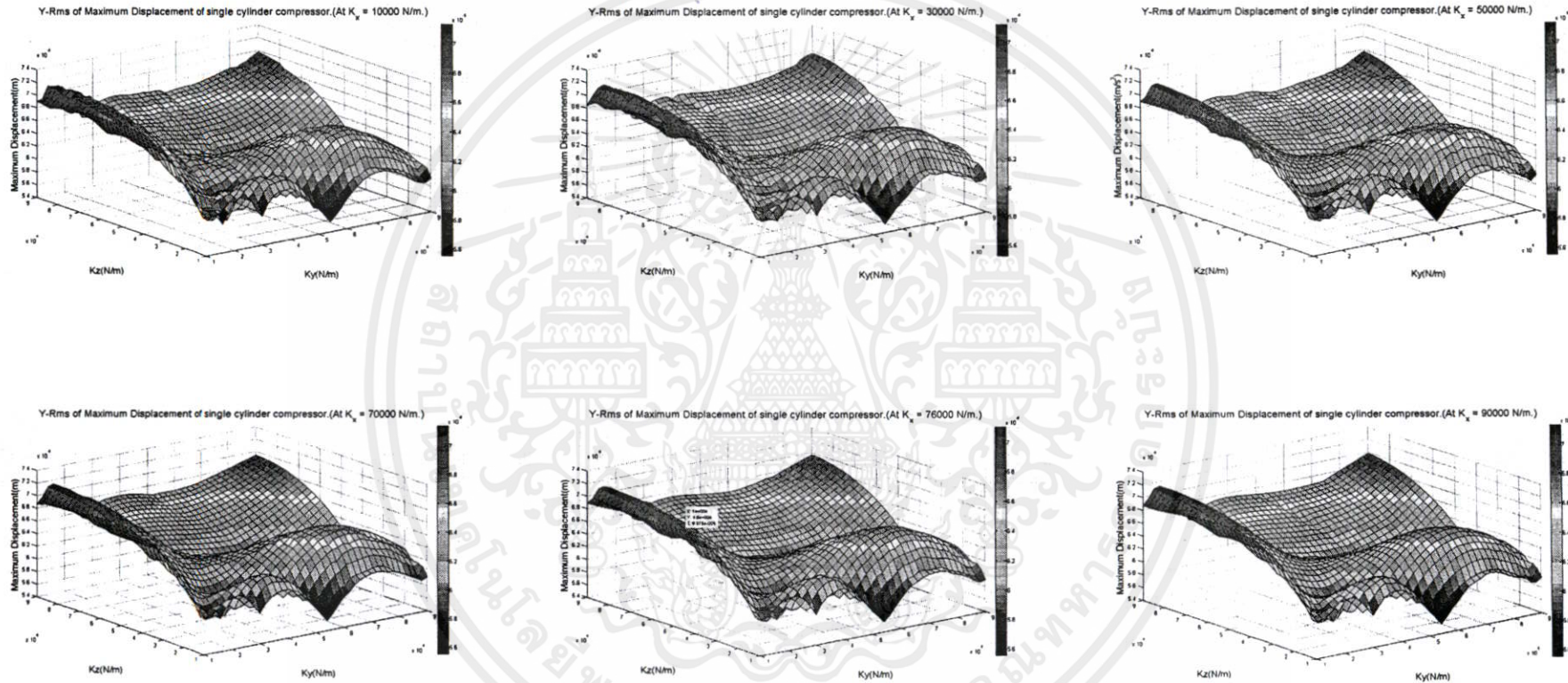
รูปที่ 7.17 กราฟแสดงความสัมพันธ์ k_y และ k_z กับค่ารากที่สองของความเร่งกำลังสองเฉลี่ยในแนวการเคลื่อนที่ของลูกสูบ เมื่อติดตั้งมวลถ่วงสมดุล ที่ $k_x = 10000, 30000, 50000, 70000, 76000$ และ 90000 N/m. ตามลำดับ



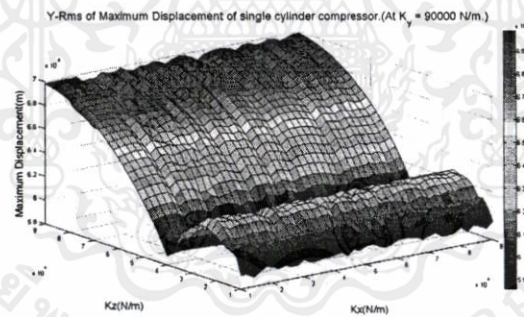
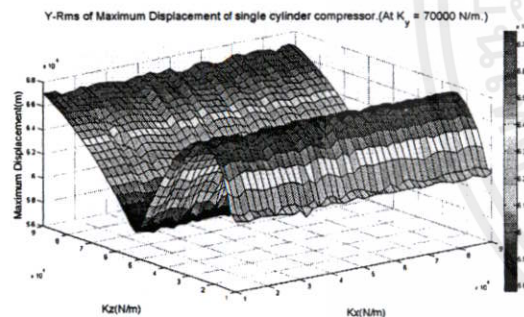
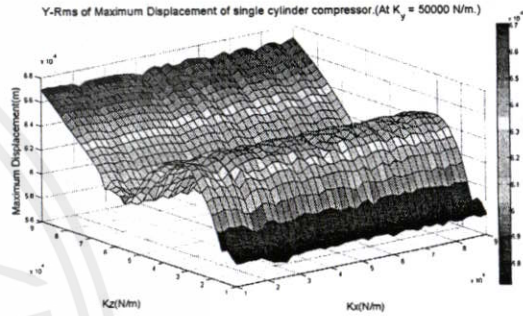
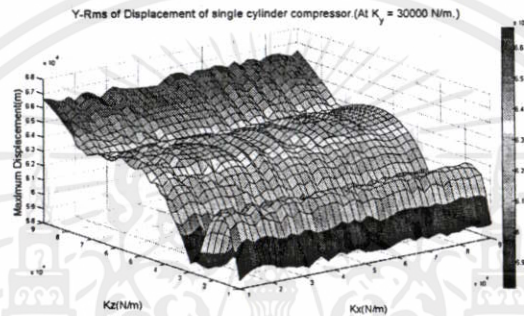
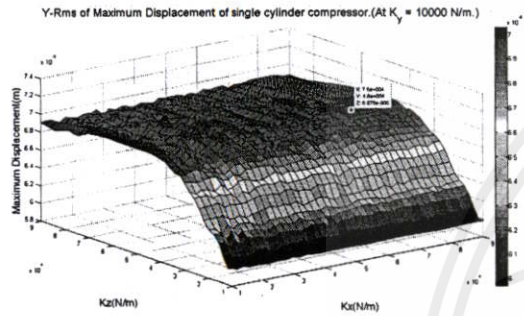
รูปที่ 7.18 กราฟแสดงความสัมพันธ์ k_x และ k_z กับค่ารากที่สองของความเร่งกำลังสองเฉลี่ยในแนวการเคลื่อนที่ของลูกสูบ เมื่อติดตั้งมวลถ่วงสมดุล ที่ $k_y = 10000, 30000, 50000, 70000$ และ 90000 N/m. ตามลำดับ



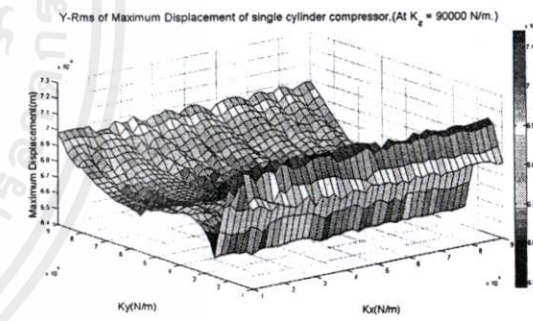
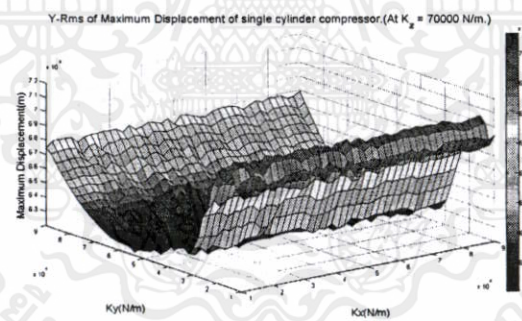
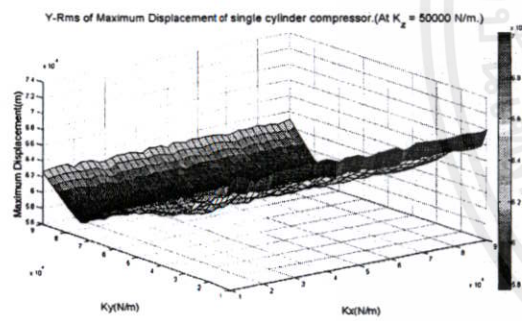
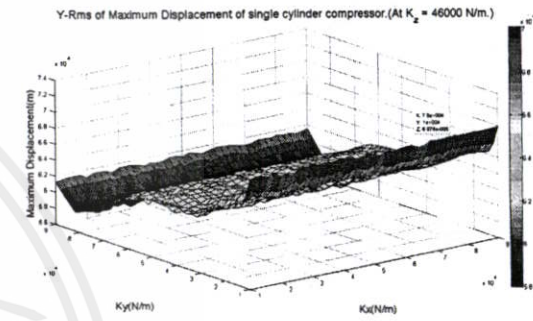
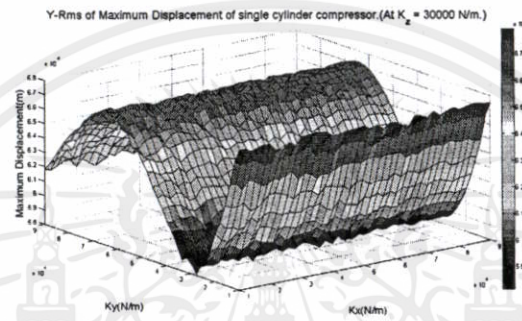
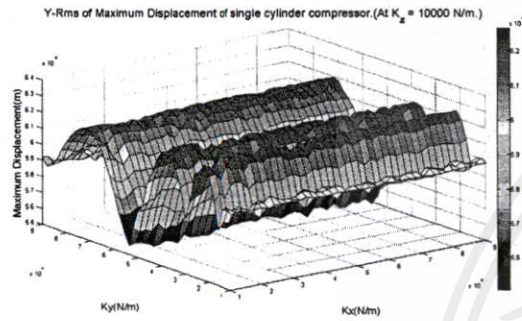
รูปที่ 7.19 กราฟแสดงความสัมพันธ์ k_x และ k_y กับค่ารากที่สองของความเร่งกำลังสองเฉลี่ยในแนวการเคลื่อนที่ของลูกสูบ เมื่อติดตั้งมวลถ่วงสมดุล ที่ $k_z = 10000, 30000, 46000, 50000, 70000$ และ 90000 N/m. ตามลำดับ



รูปที่ 7.20 กราฟแสดงความสัมพันธ์ k_y และ k_z กับค่าการกระจัดสูงสุดในแนวการเคลื่อนที่ของลูกสูบ เมื่อติดตั้งมวลถ่วงสมดุล ที่ $k_x = 10000, 30000, 50000, 70000, 76000$ และ 90000 N/m. ตามลำดับ



รูปที่ 7.21 กราฟแสดงความสัมพันธ์ k_x และ k_z กับค่าการกระจัดสูงสุดในแนวการเคลื่อนที่ของลูกสูบ เมื่อติดตั้งมวลถ่วงสมดุล ที่ $k_y = 10000, 30000, 50000, 70000$ และ 90000 N/m. ตามลำดับ

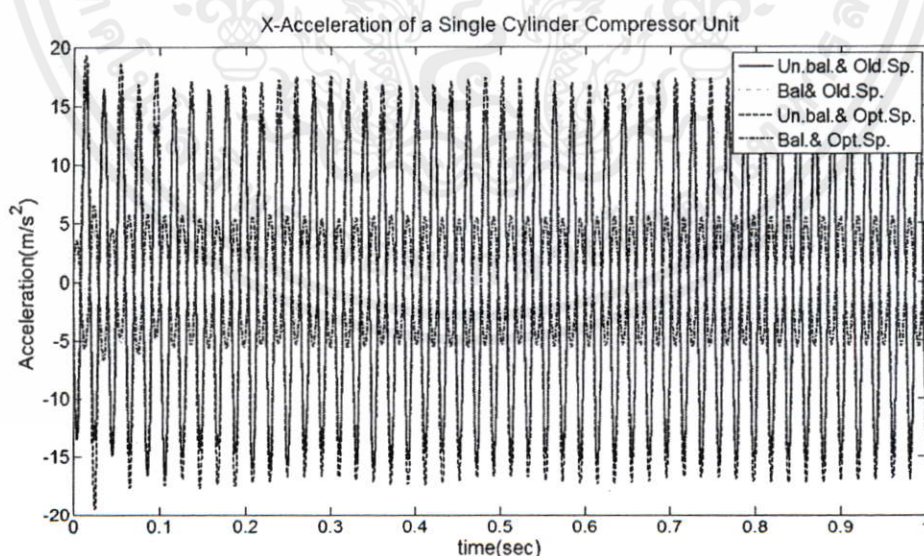


รูปที่ 7.22 กราฟแสดงความสัมพันธ์ k_x และ k_y กับค่าการกระจัดสูงสุดในแนวการเคลื่อนที่ของลูกสูบ เมื่อติดตั้งมวลถ่วงสมดุล ที่ $k_z = 10000, 30000, 46000, 50000, 70000$ และ 90000 N/m. ตามลำดับ

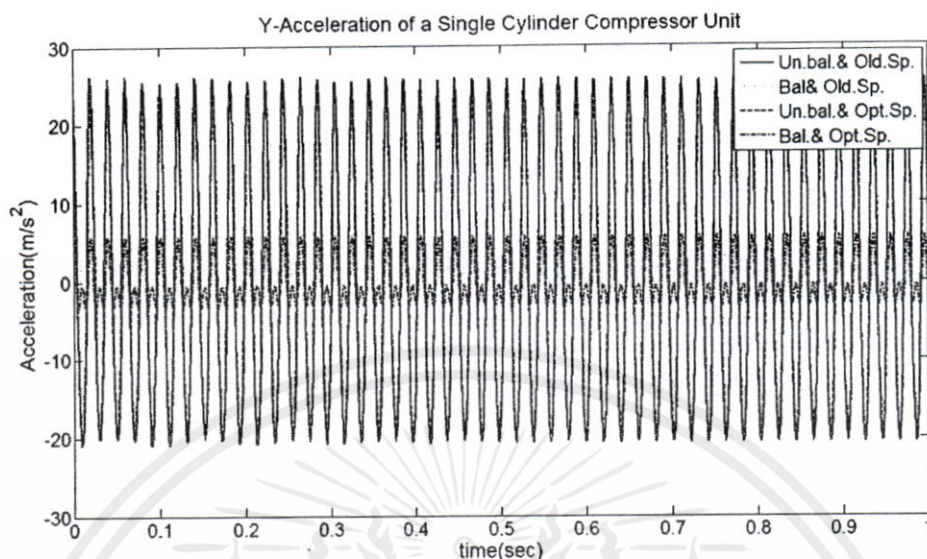
ผลลัพธ์ที่ได้จากการค้นหาค่าที่เหมาะสมที่สุด โดยวิธี Exhaustive Search และใช้ซอฟต์แวร์คอมพิวเตอร์ ได้ค่าที่เหมาะสมที่สุดของค่าคงที่ของสปริงในแนวแกน \bar{X} (k_x) เท่ากับ 76,000 N/m. ค่าคงที่ของสปริงในแนวแกน \bar{Y} (k_y) เท่ากับ 10,000 N/m. และ ค่าคงที่ของสปริงในแนวแกน \bar{Z} (k_z) เท่ากับ 46,000 N/m. ซึ่งจะได้ค่ารากที่สองของความเร่งกำลังสองเฉลี่ยในทิศทางแนวแกนการเคลื่อนที่ของลูกสูบเท่ากับ 2.925515 m/s^2 และการกระจัดสูงสุดทิศทางแนวแกนการเคลื่อนที่ของลูกสูบเท่ากับ 0.000070 m . ซึ่งเมื่อเทียบกับผลลัพธ์ที่ได้จากสปริงชุดเดิม ซึ่งสามารถหาเปอร์เซ็นต์การลดลงของค่ารากที่สองของความเร่งกำลังสองเฉลี่ยในทิศทางแนวแกนการเคลื่อนที่ของลูกสูบ ได้ดังนี้

$$\text{เปอร์เซ็นต์การลดลงของความเร่ง} = \frac{(16.558731 - 2.925515) \times 100}{16.558731} = 82.33 \%$$

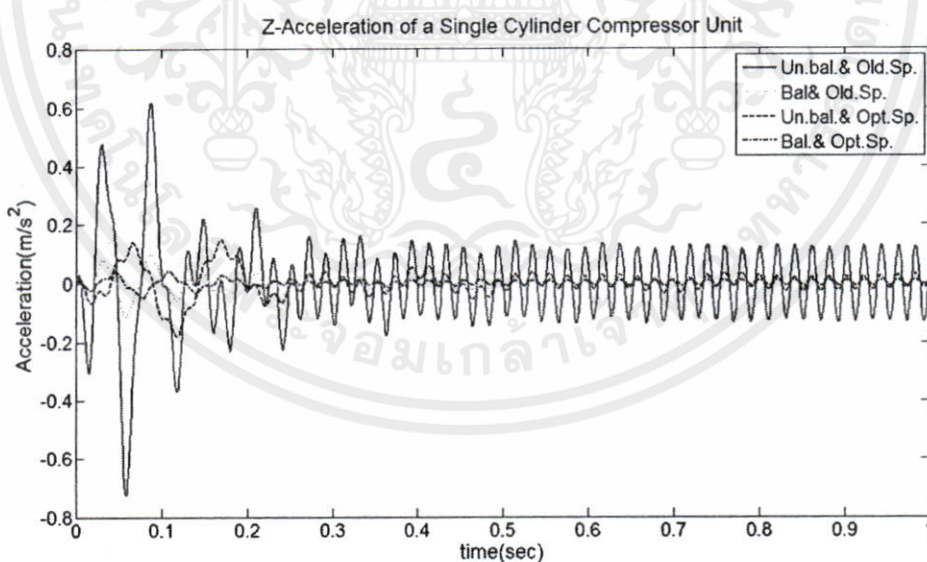
จากผลการคำนวณจะพบว่า หลังจากที่เราทำการออกแบบระบบรองรับการสั่นสะเทือนของคอมเพรสเซอร์ โดยให้ค่าคงที่ของสปริงในแนวแกน \bar{X} , \bar{Y} และ \bar{Z} เป็นตัวแปรออกแบบ และการติดตั้งมวลถ่วงสมดุลเข้าไป พบว่าสามารถลดการสั่นสะเทือนในแนวแกนการเคลื่อนที่ของลูกสูบได้คิดเป็น 82.33 เปอร์เซ็นต์ เมื่อเทียบกับค่าคงที่ของสปริงในแนวแกน \bar{X} , \bar{Y} และ \bar{Z} ที่ชุดเดิมที่ใช้งาน จากนั้นทำการเปรียบเทียบผลลัพธ์ที่ได้จากการติดตั้งมวลถ่วงสมดุลและหาค่าที่เหมาะสมที่สุดของสปริง ดังแสดงในรูปที่ 7.23 ถึงรูปที่ 7.28



เอกสารรูปที่ 7.23 แสดงการเปรียบเทียบกราฟความเร่งในทิศทางแนวแกน \bar{X} ที่ระดับความเร็วรอบ 2,950 รอบการกำ
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น rpm. $\Delta t = 0.001$ วินาที เมื่อทำการติดตั้งมวลถ่วงสมดุลและเมื่อใช้ค่าที่เหมาะสมที่สุด
ของค่าคงที่ของสปริง



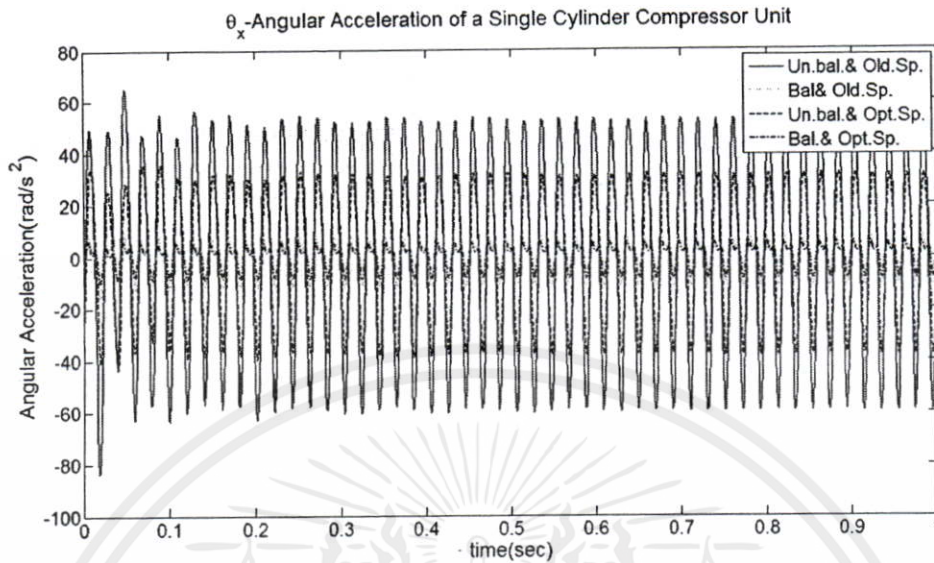
รูปที่ 7.24 แสดงการเปรียบเทียบกราฟความเร่งในทิศทางแนวแกน Y ที่ระดับความเร็วรอบ 2,950 rpm. $\Delta t = 0.001$ วินาที เมื่อทำการติดตั้งมวลถ่วงสมดุลและเมื่อใช้ค่าที่เหมาะสมที่สุดของค่าคงที่ของสปริง



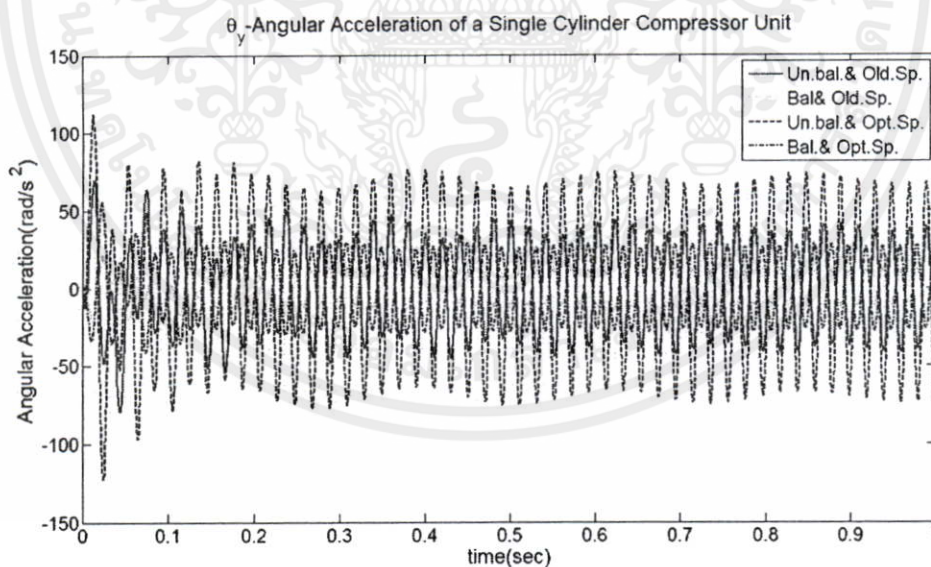
รูปที่ 7.25 แสดงการเปรียบเทียบกราฟความเร่งในทิศทางแนวแกน Z ที่ระดับความเร็วรอบ 2,950 rpm. $\Delta t = 0.001$ วินาที เมื่อทำการติดตั้งมวลถ่วงสมดุลและเมื่อใช้ค่าที่เหมาะสมที่สุด

ของค่าคงที่ของสปริง

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้คัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



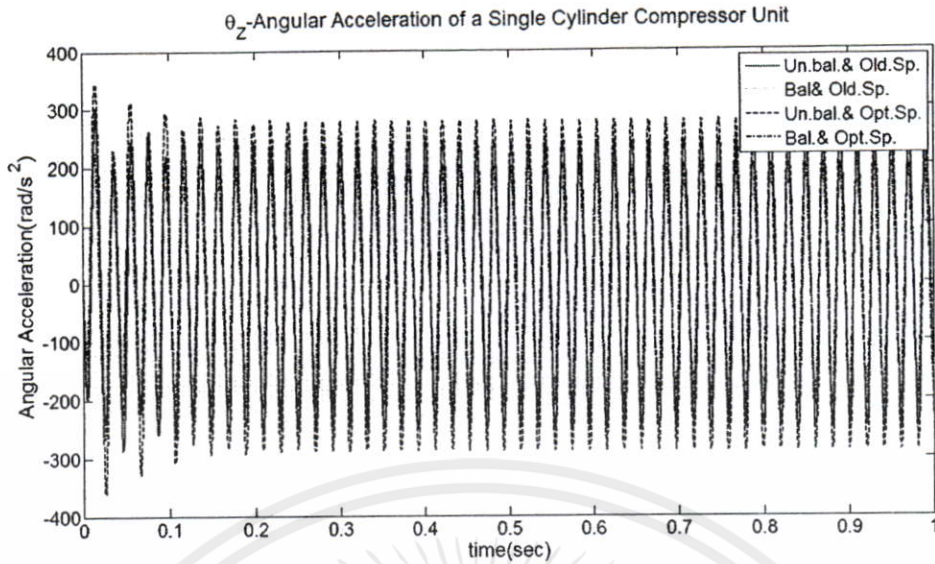
รูปที่ 7.26 แสดงการเปรียบเทียบกราฟความเร่งในทิศทาง θ_x ที่ระดับความเร็วรอบ 2,950 rpm. $\Delta t = 0.001$ วินาที เมื่อทำการติดตั้งมวลถ่วงสมดุลและเมื่อใช้ค่าที่เหมาะสมที่สุดของค่าคงที่ของสปริง



รูปที่ 7.27 แสดงการเปรียบเทียบกราฟความเร่งในทิศทาง θ_y ที่ระดับความเร็วรอบ 2,950 rpm.

$\Delta t = 0.001$ วินาที เมื่อทำการติดตั้งมวลถ่วงสมดุลและเมื่อใช้ค่าที่เหมาะสมที่สุดของค่าคงที่ของสปริง

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับบริการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้คัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



รูปที่ 7.28 แสดงการเปรียบเทียบความเร่งในทิศทาง θ_z ที่ระดับความเร็วรอบ 2,950 rpm.

$\Delta t = 0.001$ วินาที เมื่อทำการติดตั้งมวลถ่วงสมดุลและใช้ค่าที่เหมาะสมที่สุดของค่าคงที่ของสปริง

ตารางที่ 7.3 แสดงค่ารากที่สองของความเร่งกำลังสองเฉลี่ยในทิศทางต่าง ๆ ในแต่ละกรณี เมื่อทำการติดตั้งมวลถ่วงสมดุลและหาค่าที่เหมาะสมที่สุดของค่าคงที่ของสปริง

กรณีที่	ค่ารากที่สองของความเร่งกำลังสองเฉลี่ยในทิศทางแกนต่าง ๆ					
	\bar{X}	\bar{Y}	\bar{Z}	θ_x	θ_y	θ_z
	(m/s ²)			(rad/s ²)		
1	10.805023	16.558731	0.148052	39.898510	29.306772	168.761295
2	3.265963	3.015083	0.023084	6.301646	8.684811	119.810738
3	12.121758	15.829732	0.044488	24.608137	51.013635	195.310059
4	3.913708	2.925515	0.011074	4.460584	20.022692	141.748904

ตารางที่ 7.4 แสดงเปอร์เซ็นต์การลดลงของค่ารากที่สองของความเร่งกำลังสองเฉลี่ยในทิศทางต่าง ๆ ในแต่ละกรณี เมื่อเทียบกับกรณีที่ 1

กรณีที่	เปอร์เซ็นต์ของการลดลงของค่า RMS ของความเร่งในทิศทางต่าง ๆ					
	\bar{X}	\bar{Y}	\bar{Z}	θ_x	θ_y	θ_z
2	69.77%	81.79%	84.41%	84.21%	70.37%	29.01%
3	-12.19%	4.40%	69.95%	38.32%	-74.07%	-15.73%
4	63.78%	82.33%	92.52%	88.82%	31.68%	16.00%

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนลิขสิทธิ์ไว้สำหรับใช้ภายในเท่านั้น ไม่สามารถนำออกจำหน่ายหรือทำซ้ำโดยไม่ได้รับอนุญาต

เมื่อพิจารณาค่าราคที่สองของความเร่งกำลังสองเฉลี่ยที่เกิดขึ้นในแต่ละทิศทาง ได้ผลลัพธ์แสดงในตารางที่ 7.3 และเปอร์เซ็นต์การลดลงของค่าราคที่สองของความเร่งกำลังสองเฉลี่ยในทิศทางต่าง ๆ ในแต่ละกรณี เมื่อทำการติดตั้งมวลถ่วงสมดุลและหาค่าที่เหมาะสมที่สุดของค่าคงที่ของสปริงเมื่อเทียบกับกรณีที่ 1 แสดงในตารางที่ 7.4 ซึ่งพบว่า

กรณีที่ 2 ติดตั้งมวลถ่วงสมดุลและใช้สปริงเดิม พบว่าสามารถลดการสั่นสะเทือนได้ในทุกทิศทาง โดยเปอร์เซ็นต์การลดลงของค่าราคที่สองของความเร่งกำลังสองเฉลี่ยในทิศทางต่าง ๆ มีค่าเป็น $\bar{X} = 69.77\%$, $\bar{Y} = 81.79\%$, $\bar{Z} = 84.41\%$, $\theta_x = 84.21\%$, $\theta_y = 70.37\%$ และ $\theta_z = 29.01\%$ เมื่อเทียบกับกรณีที่หนึ่งไม่ติดตั้งมวลถ่วงสมดุลและใช้สปริงเดิม

กรณีที่ 3 ไม่ติดตั้งมวลถ่วงสมดุลและใช้สปริงจากการหาค่าที่เหมาะสมที่สุด พบว่าสามารถลดการสั่นสะเทือนได้ในทิศทาง \bar{Y} , \bar{Z} และ θ_x แต่กลับส่งผลกระทบต่อให้การสั่นสะเทือนในแนวแกน \bar{X} , θ_y และ θ_z มีค่าเพิ่มขึ้น โดยเปอร์เซ็นต์การลดลงของค่าราคที่สองของความเร่งกำลังสองเฉลี่ยในทิศทางต่าง ๆ มีค่าเป็น $\bar{X} = -12.19\%$, $\bar{Y} = 4.40\%$, $\bar{Z} = 38.32\%$, $\theta_x = 69.95\%$, $\theta_y = -74.07\%$ และ $\theta_z = -15.73\%$ เมื่อเทียบกับกรณีที่หนึ่งไม่ติดตั้งมวลถ่วงสมดุลและใช้สปริงเดิม

กรณีที่ 4 ติดตั้งมวลถ่วงสมดุลและใช้สปริงจากการหาค่าที่เหมาะสมที่สุด พบว่าสามารถลดการสั่นสะเทือนได้ในทุกทิศทางเช่นเดียวกันกับกรณีที่ 2 โดยเปอร์เซ็นต์การลดลงของค่าราคที่สองของความเร่งกำลังสองเฉลี่ยในทิศทางต่าง ๆ มีค่าเป็น $\bar{X} = 63.78\%$, $\bar{Y} = 82.33\%$, $\bar{Z} = 92.52\%$, $\theta_x = 88.82\%$, $\theta_y = 31.68\%$ และ $\theta_z = 16.00\%$ เมื่อเทียบกับกรณีที่หนึ่งไม่ติดตั้งมวลถ่วงสมดุลและใช้สปริงเดิม แต่เมื่อเปรียบเทียบกับกรณีที่ 2 พบว่าสามารถลดการสั่นสะเทือนได้ในทิศทาง \bar{Y} , \bar{Z} และ θ_x เพิ่มมากขึ้น แต่กลับส่งผลกระทบต่อให้มีการสั่นสะเทือนเพิ่มขึ้นในแนวแกน \bar{X} , θ_y และ θ_z

เมื่อพิจารณาการติดตั้งมวลถ่วงสมดุล โดยการเพิ่มมวลถ่วงเข้าไปที่ตำแหน่งตรงกันข้ามกับจุดศูนย์กลางมวลของเพลลาข้อเหวี่ยงและมีระยะจากจุดหมุนเท่ากับความยาวของเพลลาข้อเหวี่ยง แล้วหาค่าที่เหมาะสมที่สุด พบว่าค่าที่เหมาะสมที่สุดของค่าคงที่ของสปริงในแนวแกน \bar{X} (k_x) เท่ากับ 76,000 N/m. ค่าคงที่ของสปริงในแนวแกน \bar{Y} (k_y) เท่ากับ 10,000 N/m. และค่าคงที่ของสปริงในแนวแกน \bar{Z} (k_z) เท่ากับ 46,000 N/m. ซึ่งจะได้ค่าราคที่สองของความเร่งกำลังสองเฉลี่ยในทิศทางแนวแกนการเคลื่อนที่ของลูกสูบเท่ากับ 2.925515 m/s² และการกระจัดสูงสุดทิศทางแนวแกนการเคลื่อนที่ของลูกสูบเท่ากับ 0.000070 m. สามารถลดการสั่นสะเทือนได้คิดเป็น 82.33 เปอร์เซ็นต์เมื่อเทียบกับค่าคงที่ของสปริงในแนวแกน \bar{X} , \bar{Y} และ \bar{Z} ชุดเดิมที่ใช้งาน

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้คัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

7.8 สรุป

การหาค่าเหมาะสมที่สุดของระบบรองรับการสั่นสะเทือนของคอมเพรสเซอร์แบบสูบเดี่ยว ที่ทำให้การสั่นสะเทือนในทิศทางแกนการเคลื่อนที่ของลูกสูบ มีค่าน้อยที่สุดหรืออยู่ในเกณฑ์ที่ยอมรับได้ หลังจากที่เราได้ กำหนดตัวแปรออกแบบ คือ k_x , k_y และ k_z กำหนดฟังก์ชันวัตถุประสงค์ คือ ค่ารากที่สองของความเร่งกำลังสองเฉลี่ยในทิศทางแกนการเคลื่อนที่ของลูกสูบ กำหนดฟังก์ชันข้อบังคับ คือ ข้อบังคับขอบเขตระยะการกระจัดสูงสุดของจุดศูนย์กลางมวลและ ข้อบังคับขอบเขตค่าคงที่สปริงที่ใช้ งาน วิเคราะห์การสั่นสะเทือนของคอมเพรสเซอร์และการค้นหาค่าที่เหมาะสมที่สุด 2 วิธี คือ การค้นหาค่าที่เหมาะสมที่สุด โดยวิธี Exhaustive Search และการค้นหาค่าที่เหมาะสมที่สุดโดยใช้เฟมินคอนฟังก์ชัน พบว่าค่าคงที่ของสปริงในแนวแกน \bar{X} (k_x) เท่ากับ 87,000 N/m. ค่าคงที่ของสปริงในแนวแกน \bar{Y} (k_y) เท่ากับ 10,000 N/m. และ ค่าคงที่ของสปริงในแนวแกน \bar{Z} (k_z) เท่ากับ 16,000 N/m. ซึ่งจะได้ค่ารากที่สองของความเร่งกำลังสองเฉลี่ยในทิศทางแนวแกนการเคลื่อนที่ของลูกสูบเท่ากับ 15.829732 m/s^2 การกระจัดสูงสุดทิศทางแนวแกนการเคลื่อนที่ของลูกสูบเท่ากับ 0.000426 m. และสามารถลดการสั่นสะเทือนในแนวแกนการเคลื่อนที่ของลูกสูบได้คิดเป็น 4.40 เปอร์เซ็นต์ ซึ่งเมื่อเทียบกับผลลัพธ์ที่ได้จากสปริงชุดเดิม

จากนั้นพิจารณาการติดตั้งมวลถ่วงสมดุล โดยการเพิ่มมวลถ่วงเข้าไปที่ตำแหน่งตรงกันข้ามกับจุดศูนย์กลางมวลของเพลาช้อเหวี่ยงและมีระยะจากจุดหมุนเท่ากับความยาวของเพลาช้อเหวี่ยงแล้วหาค่าที่เหมาะสมที่สุด พบว่าค่าที่เหมาะสมที่สุดของค่าคงที่ของสปริงในแนวแกน \bar{X} (k_x) เท่ากับ 76,000 N/m. ค่าคงที่ของสปริงในแนวแกน \bar{Y} (k_y) เท่ากับ 10,000 N/m. และ ค่าคงที่ของสปริงในแนวแกน \bar{Z} (k_z) เท่ากับ 46,000 N/m. ซึ่งจะได้ค่ารากที่สองของความเร่งกำลังสองเฉลี่ยในทิศทางแนวแกนการเคลื่อนที่ของลูกสูบเท่ากับ 2.925515 m/s^2 และการกระจัดสูงสุดทิศทางแนวแกนการเคลื่อนที่ของลูกสูบเท่ากับ 0.000070 m. สามารถลดการสั่นสะเทือนได้คิดเป็น 82.33 เปอร์เซ็นต์ เมื่อเทียบกับค่าคงที่ของสปริงในแนวแกน \bar{X} , \bar{Y} และ \bar{Z} ที่ชุดเดิมที่ใช้ งาน

เมื่อเปรียบเทียบวิธีการลดการสั่นสะเทือนในแต่ละกรณีกับกรณีที่ 1 ไม่ติดตั้งมวลถ่วงสมดุล และใช้สปริงเดิม พบว่า

กรณีที่ 2 ติดตั้งมวลถ่วงสมดุลและใช้สปริงเดิม สามารถลดการสั่นสะเทือนได้ในทุกทิศทาง โดยเปอร์เซ็นต์การลดลงของค่ารากที่สองของความเร่งกำลังสองเฉลี่ยในทิศทางแนวแกนต่าง ๆ มีค่าเป็น $\bar{X} = 69.77\%$, $\bar{Y} = 81.79\%$, $\bar{Z} = 84.41\%$, $\theta_x = 84.21\%$, $\theta_y = 70.37\%$ และ $\theta_z = 29.01\%$

กรณีที่ 3 ไม่ติดตั้งมวลถ่วงสมดุลและใช้สปริงจากการหาค่าที่เหมาะสมที่สุด พบว่าสามารถลดการสั่นสะเทือนได้ในทิศทาง \bar{Y} , \bar{Z} และ θ_x แต่กลับส่งผลกระทบต่อให้การสั่นสะเทือนในแนวแกน \bar{X} , θ_y และ θ_z มีค่าเพิ่มขึ้น โดยเปอร์เซ็นต์การลดลงของค่ารากที่สองของความเร่งกำลังสองเฉลี่ยมีค่าเป็น $\bar{X} = -12.19\%$, $\bar{Y} = 4.40\%$, $\bar{Z} = 38.32\%$, $\theta_x = 69.95\%$, $\theta_y = -74.07\%$ และ $\theta_z = -15.73\%$

กรณีที่ 4 คิดตั้งมวลถ่วงสมดุลและใช้สปริงจากการหาค่าที่เหมาะสมที่สุด พบว่าสามารถลดการสั่นสะเทือนได้ในทุกทิศทางเช่นเดียวกันกับกรณีที่ 2 โดยเปอร์เซ็นต์การลดลงของค่ารากที่สองของความเร่งกำลังสองเฉลี่ยในทิศทางต่าง ๆ มีค่าเป็น $\bar{X} = 63.78\%$, $\bar{Y} = 82.33\%$, $\bar{Z} = 92.52\%$, $\theta_x = 88.82\%$, $\theta_y = 31.68\%$ และ $\theta_z = 16.00\%$ แต่เมื่อเปรียบเทียบกรณีที่ 2 พบว่าการไม่คิดตั้งมวลถ่วงสมดุล แล้วนำมาหาค่าที่เหมาะสมที่สุดของค่าคงที่ของสปริง สามารถลดการสั่นสะเทือนได้ในทิศทาง \bar{Y} , \bar{Z} และ θ_x เพิ่มมากขึ้น แต่กลับส่งผลกระทบต่อให้มีการสั่นสะเทือนเพิ่มขึ้นในแนวแกน \bar{X} , θ_y และ θ_z

การออกแบบระบบรองรับการสั่นสะเทือน โดยวิธีการคิดตั้งมวลถ่วงสมดุลร่วมกับการหาค่าคงที่ของสปริงเหมาะสมที่สุดของคอมพิวเตอร์แบบสุบเดียว สามารถลดการสั่นสะเทือนได้ในทุกทิศทาง โดยเฉพาะทิศทางตามแนวแกนการเคลื่อนที่ของลูกสูบสามารถลดการสั่นสะเทือนได้ถึง 82.33 เปอร์เซ็นต์ เมื่อเทียบกับค่าคงที่ของสปริงชุดเดิมที่ใช้งาน



เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้คัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

บทที่ 8

สรุปและข้อเสนอแนะ

8.1 สรุปผล

วิทยานิพนธ์นี้ นำเสนอการศึกษาการสันสะเทือนของแบบจำลองคอมพิวเตอร์แบบสับเดียว โดยทำการศึกษาค่าการสันสะเทือนของแบบจำลองคอมพิวเตอร์แบบสับเดียว ด้วยวิธีการทดลองและการคำนวณ โดยแบบจำลองทางทฤษฎีของคอมพิวเตอร์ถูกสมมุติเป็นแบบการเคลื่อนที่ของวัตถุเกร็งบนระนาบสามมิติและระบบรองรับคอมพิวเตอร์ถูกจำลองให้มีคุณสมบัติประกอบไปด้วยค่าความยืดหยุ่นและค่าความหน่วง จากนั้นนำสมการการเคลื่อนที่ที่ได้มาทำการอินเกรตหาผลเฉลยในรูปขนาดของ ความเร่ง ความเร็ว และการกระจัด ที่เกิดขึ้น ซึ่งเป็นการศึกษาค่าการสันสะเทือนของคอมพิวเตอร์ เมื่อแรงที่เป็นตัวกระตุ้นการสันสะเทือน คือ แรงอันเนื่องมาจากความไม่สมดุลของกลไกเพียงอย่างเดียว ในการศึกษาจะทำการวัดปริมาณการสันสะเทือนด้วยค่าความเร่งในแนวตั้งจากกับฐานของชุดทดลองคอมพิวเตอร์ แล้วนำมาเปรียบเทียบกับผลการคำนวณที่ได้จากแบบจำลองทางทฤษฎี จากผลการวิเคราะห์พบว่าค่าระดับของการสันสะเทือนในแนวตั้งจากกับฐานของคอมพิวเตอร์ที่ได้จากการทดลองมีค่าต่ำกว่าจากการคำนวณ แต่กราฟตอบสนองของความเร่งที่ได้จากการทดลองและการคำนวณมีลักษณะที่สอดคล้องกัน เมื่อเปรียบเทียบการหาผลเฉลยของปัญหาการสันสะเทือนด้วยวิธีการวิเคราะห์ฐานนิยมแบบวิธีเชิงตัวเลขและแบบวิธีเทียบสัมประสิทธิ์ พบว่าการหาผลเฉลยทั้งสองวิธีได้ค่าระดับการสันสะเทือนในแต่ละทิศทางที่ใกล้เคียงกัน มีค่าความผิดพลาดน้อย อยู่ในหลักหลังจุดทศนิยมสองตำแหน่ง โดยเมื่อเปรียบเทียบในทิศทาง \bar{X} , \bar{Y} และ \bar{Z} พบว่าระดับของการสันสะเทือนทิศทาง \bar{X} (แนวนอน) มีค่าสูงสุด ทิศทาง \bar{Z} (แนวนอนกับแกนเพลลาข้อเหวี่ยง) มีค่าต่ำสุด เมื่อเปรียบเทียบในทิศทาง θ_x , θ_y และ θ_z พบว่าระดับของการสันสะเทือนทิศทาง θ_z มีค่าสูงสุด และระดับทิศทาง θ_y ค่าต่ำสุด

จากนั้น นำแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ดังกล่าวมาใช้ร่วมกับวิธีการติดตั้งมวลถ่วงสมดุลและวิธีการออกแบบโดยหาค่าที่เหมาะสมที่สุด ทำการออกแบบระบบรองรับการสันสะเทือนเพื่อลดการสันสะเทือนให้ได้มากที่สุด โดยตัวแปรที่ใช้ในการออกแบบ คือ ค่าคงที่ของสปริง และฟังก์ชันเป้าหมาย คือ การสันสะเทือนในทิศทางแนวแกนการเคลื่อนที่ของลูกสูบ การทดลองในวิทยานิพนธ์ฉบับนี้สามารถสรุปได้ดังนี้

1. สาเหตุของการสันสะเทือนของคอมพิวเตอร์แบบสับเดียว เกิดจาก 3 สาเหตุหลัก คือ 1. ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งยังมีเหตุผลเบื้องต้นที่ และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีนำไปใช้ ความดันจากการอัดสารทำความเย็น, กลไกที่ไม่สมดุลภายในและระบบรองรับการสันสะเทือนที่ไม่เหมาะสม

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับใช้ในงานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า

2. การสั้นสะเทือนของคอมเพรสเซอร์แบบสูบเดียว ที่เกิดจากกลไกที่ไม่สมดุลภายในไม่สามารถที่จะขจัดให้หมดไป แต่สามารถลดลงได้ โดยวิธีการติดตั้งมวลถ่วงสมดุลและวิธีการออกแบบระบบรองรับการสั้นสะเทือนโดยค่าที่เหมาะสมที่สุด
3. เปรียบเทียบการหาผลเฉลยของปัญหาการสั้นสะเทือนด้วยวิธีการวิเคราะห์ฐานนิยามแบบวิธีเชิงตัวเลขและแบบวิธีเทียบสัมประสิทธิ์ พบว่าการหาผลเฉลยทั้งสองวิธีได้ค่าระดับการสั้นสะเทือนในแต่ละทิศทางที่ใกล้เคียงกัน มีค่าความผิดพลาดน้อย แต่เมื่อพิจารณาในเรื่องการสร้างคอมพิวเตอร์โค้ด พบว่าการวิเคราะห์ฐานนิยามแบบวิธีเชิงตัวเลขมีขั้นตอนการสร้างที่สั้นและสะดวกในการปรับปรุงมากกว่า
4. การเปรียบเทียบการสั้นสะเทือนของคอมเพรสเซอร์แบบสูบเดียว จากการคำนวณด้วยแบบจำลองทางคณิตศาสตร์และจากการวัดการสั้นสะเทือนด้วยค่าความเร่งในแนวตั้งฉากกับฐานของชุดทดลองคอมเพรสเซอร์ พบว่าค่ารากที่สองของความเร่งกำลังเฉลี่ยในแนวตั้งฉากกับฐานที่ได้จากการคำนวณและการทดลองมีความสอดคล้องกัน
5. การออกแบบระบบรองรับการสั้นสะเทือน โดยการติดตั้งมวลถ่วงสมดุลและหาค่าคงที่ของสปริงเหมาะสมที่สุดของคอมเพรสเซอร์แบบสูบเดียว พบว่าสามารถลดการสั้นสะเทือนได้ในทุกทิศทาง โดยเฉพาะในทิศทางตามแนวแกนการเคลื่อนที่ของลูกสูบสามารถลดการสั้นสะเทือนได้ถึง 82.33 เปอร์เซ็นต์ เมื่อเทียบกับค่าคงที่ของสปริงชุดเดิมที่ใช้งาน
6. การออกแบบระบบรองรับการสั้นสะเทือน เพื่อหาค่าคงที่ของสปริงเหมาะสมที่สุดของคอมเพรสเซอร์แบบสูบเดียว ก่อให้เกิดประโยชน์และประสิทธิภาพในการใช้งานที่สูงขึ้น

8.2 วิจารณ์ผล

จากผลการทดลองที่ได้พบว่า แนวโน้มของระดับการสั้นสะเทือนที่วัดด้วยค่าสัญญาณความเร่งในแนวตั้งฉากกับฐานมีค่าสอดคล้องกับผลการทดลองที่ได้จากการคำนวณ แต่เนื่องจากแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ดังกล่าว ไม่ได้พิจารณาผลเนื่องมาจากค่าความเสียดทานของระบบ อีกทั้งสมมุติฐานต่าง ๆ ที่พิจารณา อาทิ การคิดค่าความหน่วงเฉพาะที่สปริงยึดคอมเพรสเซอร์ ความเร็วรอบของมอเตอร์ที่พิจารณาให้คงที่ เป็นต้น จึงเกิดความคลาดเคลื่อนระหว่างผลทางทฤษฎีและผลการทดลอง ซึ่งจะสังเกตได้จากผลการทดลองว่าเมื่อความเร็วรอบของเพลาช้อเหวี่ยงเพิ่มขึ้นจะให้ค่าความผิดพลาดที่น้อยลง

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้คัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

8.3 ข้อเสนอแนะ

ข้อเสนอแนะสำหรับงานวิจัยในอนาคต

1. นำค่าที่เหมาะสมที่สุดของค่าคงที่ของสปริง ที่ได้จากการออกแบบระบบรองรับการสั่นสะเทือน ไปทดสอบกับคอมพิวเตอร์ในรุ่นดังกล่าว เพื่อเปรียบเทียบผลของการลดการสั่นสะเทือนที่ได้
2. วัดความเร่งของการสั่นสะเทือนจากคอมพิวเตอร์ที่เกิดขึ้นในแต่ละทิศทาง เปรียบเทียบผลที่ได้จากทางแบบจำลองและการวัดจากคอมพิวเตอร์
3. วิเคราะห์ปัญหาในสภาพทำงานจริงของคอมพิวเตอร์แบบส่วนบุคคล โดยพิจารณาความดันจากการอัดสารทำความเย็นและความเสียหายที่เกิดขึ้นในระบบ เพิ่มเข้าไปกับแรงพลวัต
4. เนื่องจากฟังก์ชันเป้าหมายในการทดลองนี้ เป็นปริมาณการสั่นสะเทือนที่เกิดขึ้นที่ตำแหน่งจุดศูนย์กลางของคอมพิวเตอร์ยูนิต ซึ่งจะน้อยกว่าปริมาณการสั่นสะเทือนที่เกิดขึ้นที่ตำแหน่งยึดสปริงของคอมพิวเตอร์แบบส่วนบุคคล โดยการพิจารณาปริมาณการสั่นสะเทือนที่เกิดขึ้นที่ตำแหน่งยึดสปริงในทิศทางต่าง ๆ จะเป็นปัญหาการหาค่าที่เหมาะสมที่สุดแบบหลายฟังก์ชันเป้าหมาย
5. เพิ่มฟังก์ชันเป้าหมายในการศึกษา โดยอาจพิจารณาความเร่งในแนวตั้งจากกับฐานและความเร่งเชิงมุมในแนวนอนกับแกนของเพลาค้อเหวี่ยง เป็นต้น เพื่อศึกษาถึงการลดการสั่นสะเทือนของคอมพิวเตอร์แบบส่วนบุคคล โดยใช้การหาค่าที่เหมาะสมที่สุดแบบหลายฟังก์ชันเป้าหมาย
6. เพิ่มตัวแปรการออกแบบค่าคงที่ของสปริง เช่น พิจารณาหาค่าที่เหมาะสมที่สุดของค่าคงที่ของสปริงในแต่ละตัวตามแนวแกนต่าง ๆ เพื่อเพิ่มประสิทธิภาพของการลดการสั่นสะเทือนให้ดียิ่งขึ้น เป็นต้น

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้คัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

บรรณานุกรม

- [1] Burton, P. 1997. **Kinematics and Dynamics of Planar Machinery**. New Jersey: Prentice-Hall.
- [2] Hamilton, H.M. and Charles, F.R. 1980. **Mechanism and Dynamics of Machinery**. John Wiley&Sons, New York.
- [3] Sadler, J.P. and Wilson, E.C. 2003. **Kinematics and Dynamics of Machinery 3rd Edition**. New Jersey, Prentice-Hall.
- [4] Pual, B. 1979. **Kinematics and Dynamics of Planar Machinery**. Englewood Cliffs, NJ : Prentice - Hall.
- [5] Genta, G. 1995. **Vibration of Structures and Machinery**. New York : Springer - Verlag.
- [6] มงคล มงคลวงษ์โรจน์, วลีพรรณ กันเนื่อง. 2542. “การถ่วงดุลของเครื่องยนต์สันดาปภายในชนิดหนึ่งสูบเพื่อให้เกิดแรงสั่นต่ำที่สุด”. วิศวกรรมลาดกระบัง. ปีที่ 16, ฉบับที่ 4, ธันวาคม : 106-111.
- [7] Snyman, J.A., Heyns, P.S. and Vermeulen, P.J. 1995. “Vibration Isolation of a Mounted Engine Through Optimization”. **Mech. Mach. Theory**. Vol.30, No.1 : 109-118.
- [8] Tao, J.S., Liu, G.R. and Lam, K.Y. 2000. “Design Optimization of Marine Engine-Mount System”. **Journal of Sound and Vibration**. Vol. 235, No. 3 : 477-494
- [9] Defour, R., J. Der, Hagopian and Lalanne, M. 1995. “Transient and Steady State Dynamic Behavior of Single Cylinder Compressors: Prediction and Experiments.” **Journal of Sound and Vibration**. Vol. 181, No. 1 : 23-41.
- [10] Ashraflion, H. 1993. “Design optimization of aircraft engine – mount systems.” **Journal of Vibration and Acoustics** 115 : 463-467.
- [11] Swanson, D.A., Wu, H.T. and Ashraflion, H. 1993. “Optimization of Aircraft Engine Suspension Systems”. **Journal of Aircraft** 30 : 979-984.
- [12] Spiekermann, C.E., Radcliffe, C.J. and Goodman, E.D. 1985. “Optimal Design and Simulation of Vibration Isolation System”. **Journal of Mechanisms, Transmissions, and Automation in Design** 107 : 271-276.
- [13] Zhang, S.M., Chen, J.H. 1995. “The Optimum Balance of Shaking Force and Shaking Moment of Linkage”. **Mechanism and Machine Theory** 30 : 589-597.

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้คัดลอกเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

- [14] Lowen, G.G., Tepper, F.R. and Berkof, R.S. 1983. "Balancing of linkages-an Update".
Mechanism and Machine Theory 18 : 213-220.
- [15] Chiou, S.T., Bai, G.J. and Chang, W.K. 1998. "Optimum Balancing Desings of the Drag-link Drive of Mechanical Presses for Precision Cutting". **Int. J. Mach. Tools Manufact 38** : 131-141.
- [16] สุวิน สลีสองสม. 2547. "การหาค่าเหมาะสมที่สุดแบบหลายฟังก์ชันเป้าหมายของเครื่องยนต์สูบเดี่ยว." วิทยานิพนธ์ปริญญาวิศวกรรมศาสตรมหาบัณฑิต สาขาวิศวกรรมเครื่องกล บัณฑิตวิทยาลัย, มหาวิทยาลัยขอนแก่น.
- [17] Harris, C.M. and Crede, C.E. 1976. **Shock and Vibration Handbook**. 2nd ed. New York : McGraw-Hill.
- [18] Michael, R.H. 2001. **Vibration Simulation Using MATLAB and ANSYS**. Boca Raton, FL : Chapman & Hall/CRC.
- [19] Hibbeler, R.C. 2007. **Engineering Mechanics Dynamics**. 11th ed. Singapore: Prentice - Hall.

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



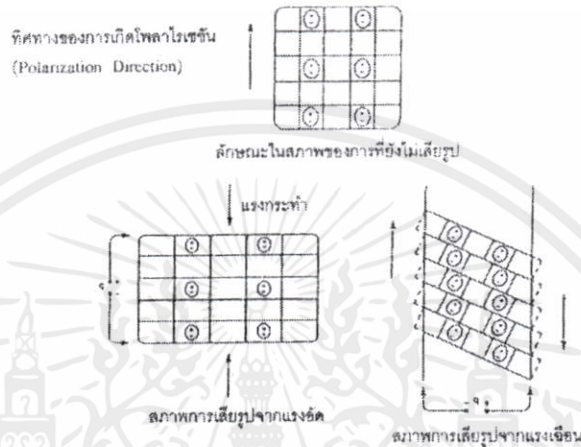
เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



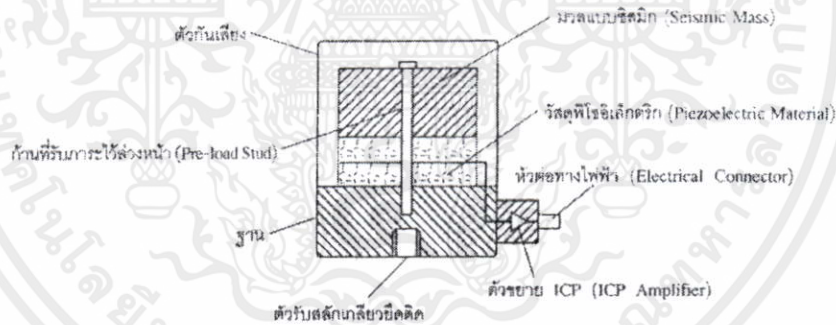
เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ทรานสดิวเซอร์สำหรับวัดความเร่ง (Acceleration Transducer or Accelerometer)

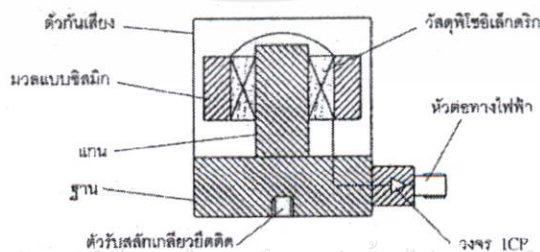
ใช้วัดความเร่งของการสั่นสะเทือน (จากความเร่งก็สามารถคำนวณหาความเร็วและระยะการเคลื่อนที่ได้) ซึ่งอาจเป็นแบบดั้งเดิมที่ใช้มวล (ขดลวด) กับสปริงที่เคลื่อนที่ตัดเส้นแรงแม่เหล็ก ระยะที่มวลเคลื่อนที่ได้ จะเป็นสัดส่วนกับแรงหรือความเร่งที่กระทำ แต่จะมีข้อจำกัดที่ความเร็วตอบสนองต่อความถี่และการรบกวนของสนามแม่เหล็กจากภายนอก



รูปที่ ก.1 ลักษณะของแรงกระทำต่อผลึกวัสดุพิโซอิเล็กทริก



รูปที่ ก.2 หัววัดความเร่งแบบแรงกด



รูปที่ ก.3 หัววัดความเร่งแบบแรงเฉือน

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้คัดลอกเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ปัจจุบันนิยมใช้ทรานส์ดิวเซอร์ที่ใช้หลักการพิโซอิเล็กทริก (Piezoelectric) นั่นคือ วัสดุบางประเภท เช่น ควอตซ์ (Quartz) และเฟอร์โรอิเล็กทริกเซรามิกส์ (Ferroelectric Ceramics) บางชนิดจะเกิดประจุไฟฟ้าเมื่อถูกแรงกด วัสดุพิโซอิเล็กทริกจะทำหน้าที่เป็นสปริงรับแรงกดจากก้อนมวลซึ่งสั่น ทำให้เกิดปริมาณประจุไฟฟ้าตามการสั่นสะเทือนแรงกดอาจจะกระทำในแนวตั้งฉาก (Compression) กับผลึก หรืออาจจะกระทำในแนวเฉือน (Shear) กับผลึก ดังแสดงในรูปที่ ก.1 เนื่องจากหลักการดังกล่าว หัววัดความเร่ง (Accelerometer) ที่ใช้งานจะมีทั้งสองแบบ โดยหัววัดความเร่งที่ใช้แรงกดจากมวลในแนวตั้งฉากกับผลึกจะมีอัตราส่วนความไวต่อมวลปานกลาง และอาจมีผลกระทบจากการโก่งงอของฐานและจากอุณหภูมิ ทำให้เกิดความเค้นในวัสดุพิโซอิเล็กทริกได้ แต่จะผลิตได้ง่ายกว่าและแข็งแรงกว่า หัววัดความเร่งแบบนี้มักนิยมใช้กับค่าความเร่งสูงๆ เพื่อชดเชยปัญหาดังกล่าว ส่วนหัววัดความเร่งที่ใช้แรงกดจากมวลในเฉือนกับผลึกจะมีอัตราส่วนไวต่อมวลสูงแต่จะผลิตได้ยากกว่า โครงสร้างของหัววัดเร่งทั้งสองแบบ แสดงไว้ในรูปที่ ก.2 และ ก.3 ประจุไฟฟ้าที่เกิดขึ้นจากปรากฏการณ์พิโซอิเล็กทริกมีปริมาณน้อยมาก จึงจำเป็นต้องขยายสัญญาณเพื่อไปยังอุปกรณ์ประมวลสัญญาณ ซึ่งจากสัญญาณความเร่งก็สามารถคำนวณหาความเร็วและระยะการเคลื่อนที่ของการสั่นสะเทือนได้ ดังนั้นหัววัดเร่งจึงเป็นทรานส์ดิวเซอร์นิยมใช้เพราะมีขนาดเล็กและมีความแข็งแรงทนทาน

แต่อย่างไรก็ตาม หัววัดความเร่งแบบพิโซอิเล็กทริกก็มีข้อจำกัดเนื่องจาก การรั่วไหล (Leakage) ประจุที่เกิดขึ้นได้ การก้อง (Ringing) เมื่อทำงานใกล้ความถี่ธรรมชาติและการเคลื่อนของตำแหน่งศูนย์ (Zeroshift) ปรากฏการณ์เหล่านี้เกิดขึ้น เมื่อนำหัววัดความเร่งมาใช้งานนอกช่วงที่ออกแบบไว้

การติดตั้งทรานส์ดิวเซอร์

เพื่อให้ทรานส์ดิวเซอร์ที่ใช้วัดการสั่นสะเทือนสามารถทำงานได้สมบูรณ์ ต้องติดตั้งทรานส์ดิวเซอร์ให้สัมผัสแนบสนิทกับผิวของชิ้นส่วนที่ต้องการวัดการสั่นสะเทือน โดยมีแนวแกนของทรานส์ดิวเซอร์ในทิศทางเดียวกับการสั่นสะเทือน ทั้งนี้เพื่อให้ทรานส์ดิวเซอร์ได้รับการถ่ายทอดการสั่นสะเทือนมาได้อย่างสมบูรณ์ ซึ่งวิธีการยึดทรานส์ดิวเซอร์ให้แนบกับผิวชิ้นงานกระทำได้หลายวิธี และสามารถเลือกใช้ตามความเหมาะสมของช่วงความถี่ที่ต้องการได้

1. การใช้สลักเกลียว
2. การใช้ขี้ผึ้ง
3. การใช้กาวอีพอกซี (Epoxy)
4. การใช้เทปสองหน้า
5. การใช้แม่เหล็ก
6. การใช้มีกอด

เอกสารนี้เป็นเอกสารทบทวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมีเหตุดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



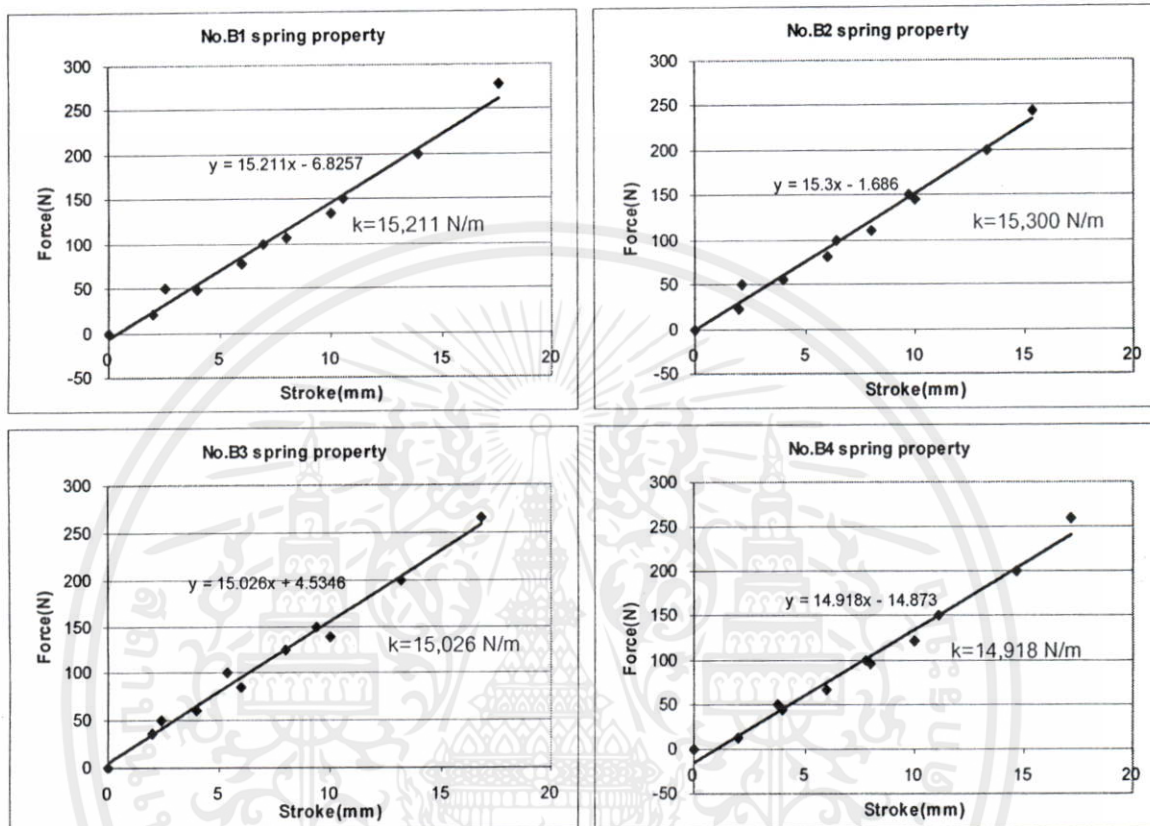
ภาคผนวก ข.

การหาคุณสมบัติของสปริง, การคำนวณของชุดลูกสูบและ
คุณสมบัติของชุดทดลองคอมเพรสเซอร์ยูนิต

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้คัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

การหาค่าความยืดหยุ่นสปริง

การวัดค่าสปริง ใช้เครื่อง Universal Testing machine ในการหาค่าความยืดหยุ่นของสปริงกวด แสดงผลดังรูปที่ ข.1



รูปที่ ข.1 ค่าความยืดหยุ่นของสปริงกวดตัวที่ 1, 2, 3 และ 4

การหาค่าความหน่วงสปริง

จากข้อมูลวัดการกระจัดที่เวลา T1 และ T2 แสดงในรูปที่ ข.2 ได้ค่าเป็น 0.0528 มิลลิเมตร และ 0.0472 มิลลิเมตร ตามลำดับ

$$\delta = \ln \frac{x(t)}{x(t-T)}$$

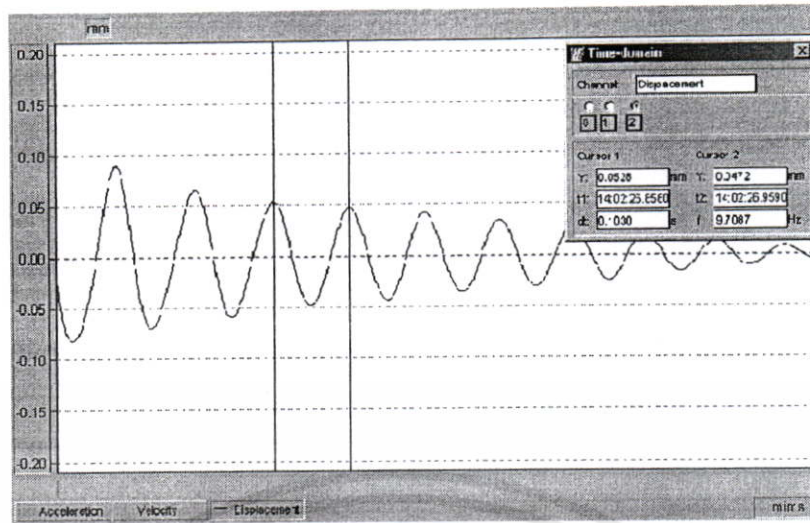
$$\delta = \ln \left(\frac{0.0528}{0.0472} \right)$$

$$\delta = 0.1121$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษา ζ เท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
 ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้คัดแปลงเนื้อหา และ ζ เจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$\zeta = \frac{\delta}{\sqrt{4\pi^2 + \delta^2}}$$

$$= 0.0178$$



รูปที่ ข.2 แสดงกราฟการกระจัดที่เวลา T1 และ T2 ที่ได้จากการทดลองเพื่อหาความหน่วงของสปริง

$$\begin{aligned} \omega_n &= \frac{\delta}{\zeta(T)} \\ &= \frac{0.1121}{0.0178(0.07591)} \\ &= 82.96 \text{ Hz} \\ &= 792.24 \text{ rpm} \end{aligned}$$

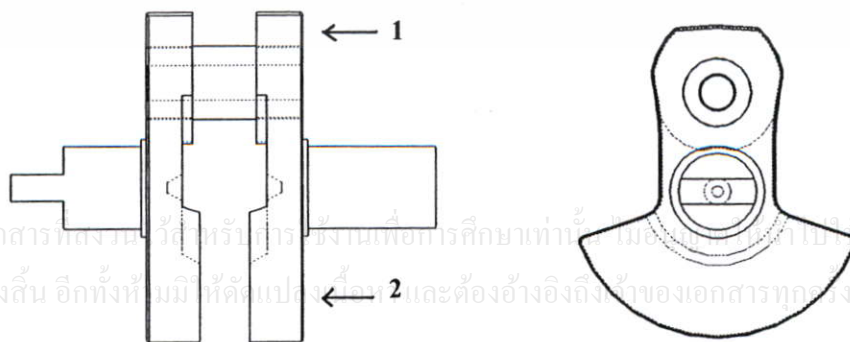
จากค่าความถี่ธรรมชาติที่ได้ จะต้องกำหนดความถี่ธรรมชาติอยู่ในช่วง 792.24 rpm

การคำนวณของชุดลูกสูบ

1. มวลของชุดลูกสูบ

1. มวลของลูกสูบรวมกับสลัก และเบริงซิ่ง ได้เท่ากับ 0.02 กิโลกรัม
2. มวลของก้านสูบซิ่ง ได้เท่ากับ 0.013 กิโลกรัม
3. มวลของเพลาช้อเหวียงและแขนยึดก้านสูบ เนื่องจากไม่สามารถนำชั่งโดยตรงได้จึง

จำเป็นต้องหามวลทั้งสองส่วนนี้ ดังแสดงรูปที่ ข.3



รูปที่ ข.3 เพลาช้อเหวียง

หามวลโดยนำมวลทั้งก้อนไปชั่งได้มวลแล้วนำมวลไปถ่วงน้ำหาปริมาตรน้ำล้น จากนั้นหาความหนาแน่นของเพลาช้อเหวี่ยงจาก

$$\rho = \frac{m}{v}$$

$$= 7800 \text{ kg/m}^3$$

หาปริมาตรของเพลาช้อเหวี่ยงที่ จุด 1 และ จุด 2 ทั้งสองด้าน

ได้ปริมาตรที่จุด 1 เท่ากับ $3.26 \times 10^{-6} \text{ m}^3$

ได้ปริมาตรที่จุด 2 เท่ากับ $13.35 \times 10^{-6} \text{ m}^3$

จะได้

มวลที่จุด 1 เท่ากับ $3.26 \times 10^{-6} \times 7800$

$$= 0.025 \text{ kg}$$

มวลที่จุด 2 เท่ากับ $13.35 \times 10^{-6} \times 7800$

$$= 0.104 \text{ kg}$$

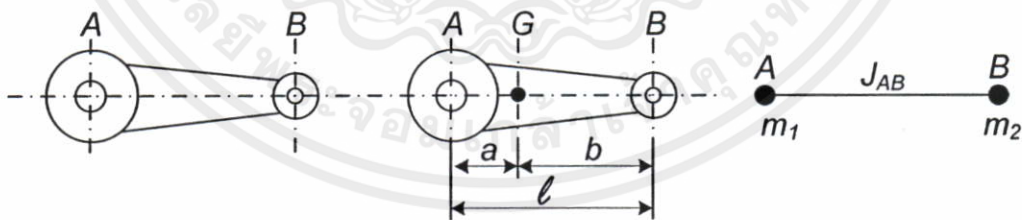
2. พิจารณามวลของก้านสูบ

จากมวลของก้านสูบที่ได้ ผลรวมของมวลระบบจะต้องเท่ากับมวลเดิม นั่นคือ

$$m_1 + m_2 = m_G$$

จุดศูนย์กลางของระบบจะต้องอยู่ที่ตำแหน่งจุดศูนย์กลางถ่วงมวลเดิม หมายความว่าจุด G จะอยู่บนเส้นเชื่อมระหว่างมวลทั้งสอง เป็นผลให้ผลรวมของโมเมนต์รอบจุด G จะต้องมิต่ำเท่ากับศูนย์ ดังนี้

$$m_1 a - m_2 b = 0, \quad m_2 = m_G \frac{a}{l}, \quad m_1 = m_G \frac{b}{l}$$



รูปที่ ข.4 แสดงการเปลี่ยนก้านสูบด้วยมวลเทียบเท่าเชิงจลน์กระทำที่สลักสูบ B และสลักแขนข้อเหวี่ยง A และโมเมนต์เฉื่อย J_{AB}

จะได้ว่า จากมวลของก้านสูบเท่ากับ $m_G = 0.013 \text{ kg}$

ระยะ A-B เท่ากับ $l = 49.2 \text{ mm}$

ระยะ A-G เท่ากับ $a = 23.4 \text{ mm}$

ระยะ G-B เท่ากับ $b = 25.8 \text{ mm}$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาค้นคว้าเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น ขอสงวนสิทธิ์ในข้อมูลและข้อมูลอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$\begin{aligned} \therefore \text{จาก } m_1 &= m_G \frac{b}{l} \\ m_1 &= 0.013 \times \frac{25.8}{49.2} \\ &= 0.0068 \text{ kg} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{จาก } m_2 &= m_G \frac{a}{l} \\ m_2 &= 0.013 \times \frac{23.4}{49.2} \\ &= 0.0061 \text{ kg} \end{aligned}$$

คุณสมบัติของชุดทดลองคอมพิวเตอร์เซอร์ยูนิต

ตารางที่ ข.1 ข้อมูลชุดทดลองคอมพิวเตอร์เซอร์ยูนิต

มวลรวมของชุดจำลองคอมพิวเตอร์เซอร์ยูนิต	5.500	kg
มวลลูกสูบ	0.021	kg
มวลก้านสูบ	0.013	m
มวลของตุ้มถ่วง	0.080	kg
x_0, y_0, z_0	0.00574, 0.00686, 0	m
Moment of Inertia:		
$I_{xx} = 0.01787, I_{yy} = 0.02932, I_{zz} = 0.03724 \quad I_{xy} = 0, I_{yz} = 0, I_{xz} = 0 \text{ kg-m}^2$		
ตำแหน่งติดตั้งสปริง :		
$x_{m1} = -0.0320 \text{ m}$	$y_{m1} = -0.1110 \text{ m}$	$z_{m1} = 0.0595 \text{ m}$
$x_{m2} = 0.0413 \text{ m}$	$y_{m2} = -0.1110 \text{ m}$	$z_{m2} = 0.0595 \text{ m}$
$x_{m3} = 0.0413 \text{ m}$	$y_{m3} = -0.1110 \text{ m}$	$z_{m3} = -0.0595 \text{ m}$
$x_{m4} = -0.0320 \text{ m}$	$y_{m4} = -0.1110 \text{ m}$	$z_{m4} = -0.0595 \text{ m}$
ค่าคงที่ของสปริง :		
$k_{xm1} = 0 \text{ N/m}$	$k_{ym1} = 15,211 \text{ N/m}$	$k_{zm1} = 0 \text{ N/m}$
$k_{xm2} = 0 \text{ N/m}$	$k_{ym2} = 15,300 \text{ N/m}$	$k_{zm2} = 0 \text{ N/m}$
$k_{xm3} = 0 \text{ N/m}$	$k_{ym3} = 15,026 \text{ N/m}$	$k_{zm3} = 0 \text{ N/m}$
$k_{xm4} = 0 \text{ N/m}$	$k_{ym4} = 14,918 \text{ N/m}$	$k_{zm4} = 0 \text{ N/m}$
ค่าตัวประกอบการหน่วง $\zeta = 0.0178$		

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่าการนำเอกสารไปใช้ในรูปแบบใดก็ตามโดยไม่ได้รับอนุญาตจากสำนักพิมพ์หรือเจ้าของเอกสารชุดนี้



เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



ISSN 0125-1724

วิศวกรรม

ลาดกระบัง

คณะวิศวกรรมศาสตร์ สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง

LADKRABANG ENGINEERING JOURNAL

ปีที่ 24 ฉบับที่ 3

กันยายน 2550

1. วงจรสะท้อนกระแสปรับค่าได้ทางอิเล็กทรอนิกส์ โดยใช้หลักการทรานสลิเนียร์
ยงยุทธ นงษ์พงษ์ ทิพนันท์ พรหมมี มนตรี สมดุลยภนก สมยศ จุณณะปิยะ 1
2. การตอบสนองทางแสงของโฟโตไดโอดชนิด Al/n-Si/Al แบบอินเตอร์ดิฟิเคชันด้วยระยะห่างของ
อิเล็กโทรดมีขนาดกว้าง
สุรศักดิ์ เนียมเจริญ อิศระ ศรีอนชัย สันญา คุณขาว 6
3. การศึกษาคุณภาพของท่อนาโนคาร์บอนที่สังเคราะห์ได้จากการเตรียมสารแหล่งจ่าย แคตะไลต์ และ
ฐานรองต่างชนิดกัน
รัฐพงษ์ นาคาไชย เต็มพงษ์ เพ็ชรกุล สมศักดิ์ เขียวศิริกุล สมเกียรติ สุขเดช
เอกราช รัตนอุดมพิสุทธิ 12
4. การเพิ่มประสิทธิภาพอุปกรณ์ Electronic Data Capture ด้วย SSL Protocol สำหรับระบบชำระเงิน
ยุทธนา สรวลสวรรค์ ศักดิ์ชัย ทิพย์จักรวัฒน์ สมศักดิ์ มิตตะดา 18
5. เครื่องกำเนิดไอโซนที่สนามไฟฟ้ามีความไม่สม่ำเสมอสูงโดยใช้แหล่งจ่ายไฟฟ้ากระแสสลับกำลังต่ำ
แรงดันสูง ความถี่สูง
สุดาพร ขาดาทุทธิสวรรค์ วิจิตร กิณเรศ 24
6. การแก้ไขตัวประกอบกำลังไฟฟ้าสามเฟสโดยอาศัยหลักการทวีแรงดันแบบขนานซึ่งมีการควบคุม
แบบเวกเตอร์
องอาจ เกษภาษา วิจิตร กิณเรศ 30
7. การหาเวลาที่เหมาะสมที่สุดของงานเจียรในผิวด้านนอกชิ้นงานที่มีลักษณะทรงกระบอก
อนุสรณ์ วัชรวิไล มิ่ง โลกิจแสงทอง 36
8. การวิเคราะห์การสั่นสะเทือนของคอมเพรสเซอร์แบบลูกสูบเดียว
มนต์ศักดิ์ ทิมสาร อีรพัฒน์ ชมภูคำ 42
9. การออกแบบพัฒนากล่องเครื่องมือของโปรแกรมแมทแลปสำหรับการประมวลผลข้อมูลทางแสงของ
ดวงโคมไฟถนน
ยุทธนา อัจฉริยะไพธา มณฑล สีสัจจินดาไกรฤกษ์ ศุภี บรรจงจิตร 48
10. การถ่ายเทความร้อนผ่านหน้าต่างกระจกใสติดฟิล์มที่ส่งผลต่อการอนุรักษ์พลังงาน
อำพล พิชัยเชิด บรรยงศ์ รุ่งเรืองด้วยบุญ 54
11. จลนพลศาสตร์เอสเทอร์ฟิเคชันของกรดไขมันอิสระในน้ำมันปาล์ม
ชนินทร์ จินตนาวงศ์ ณัฐพงษ์ เสาะแสวงหา รัฐพงษ์ โอตาการ ประกอบ กิจไชยา 60

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

การวิเคราะห์การสั่นสะเทือนของคอมเพรสเซอร์แบบลูกสูบเดี่ยว

Vibration Analysis of a Single Cylinder

Reciprocating Compressor

มนต์ศักดิ์ พิมสาร

ธีรพัฒน์ ชมภูคำ

ภาควิชาวิศวกรรมเครื่องกล คณะวิศวกรรมศาสตร์ สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง

บทคัดย่อ

บทความนี้ทำการศึกษาการสั่นสะเทือนของคอมเพรสเซอร์แบบลูกสูบเดี่ยวโดยวิธีการทดลองและการคำนวณ ในการศึกษาจะทำการวัดปริมาณการสั่นสะเทือนด้วยค่าความเร่งในแนวแกน \bar{X} , \bar{Y} และ \bar{Z} แล้วนำมาเปรียบเทียบกับผลที่ได้จากแบบจำลองทางทฤษฎี โดยแบบจำลองทางทฤษฎีของคอมเพรสเซอร์ถูกสมมติเป็นแบบการเคลื่อนที่ของวัตถุเกร็งบนระนาบสามมิติและตัวรองรับคอมเพรสเซอร์ถูกจำลองให้มีคุณสมบัติประกอบไปด้วยค่าความยืดหยุ่นและค่าความหน่วง จากนั้นนำสมการการเคลื่อนที่ที่ได้มาทำการอินทิเกรตหาผลเฉลยในรูปขนาดของความเร่ง ความเร็ว และการกระจัดที่เกิดขึ้น จากผลการวิเคราะห์พบว่าค่าระดับของการสั่นสะเทือนในแนวตั้งฉากกับฐานของคอมเพรสเซอร์ที่ได้จากการทดลองมีค่าต่ำกว่าจากการคำนวณ แต่กราฟตอบสนองของความเร่งที่ได้จากการทดลองและการคำนวณมีลักษณะที่เหมือนกัน เมื่อเปรียบเทียบจากการคำนวณในทิศทาง \bar{X} , \bar{Y} และ \bar{Z} พบว่าระดับของการสั่นสะเทือนทิศทาง \bar{X} (แนวนอน) มีค่าสูงสุด ทิศทาง \bar{Z} (แนวขนานกับแกนเพลาช้อเหวี่ยง) มีค่าต่ำสุด เมื่อเปรียบเทียบในทิศทาง θ_x , θ_y และ θ_z พบว่าระดับของการสั่นสะเทือนทิศทาง θ_z มีค่าสูงสุดและระดับทิศทาง θ_y ค่าต่ำสุด

Abstract

This paper presents the vibration analysis of a single cylinder reciprocating compressor by experimental and theoretical methods. In the study \bar{X} , \bar{Y} and \bar{Z} acceleration levels of the compressor are measured and compared with the analytical results obtained from the theoretical model. The compressor is theoretically modeled as a three-dimensional rigid body with supports connected to a rigid floor. The supports are modeled as three-dimensional isolators with hysteretic damping. Therefore, the theoretical solutions in the form of acceleration, velocity and displacement levels can be obtained by integrating the derived equation of motions. The obtained results indicate that the measured vibration level value is lower than the calculated value. However, the acceleration waveforms from both methods are correspondent. When compared with the theoretical result in \bar{X} , \bar{Y} and \bar{Z} directions, vibration level in \bar{X} (Horizontal) is maximum and Z (parallel with crank shaft axis) is minimum. When compared with θ_x , θ_y and θ_z directions, vibration level of θ_z is maximum as θ_y is minimum.

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนลิขสิทธิ์การใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น เมื่อนำมาเผยแพร่โดยไม่ขออนุญาตเป็นการทำ
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมีแหล่งเผยแพร่ซ้ำและต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

1. บทนำ

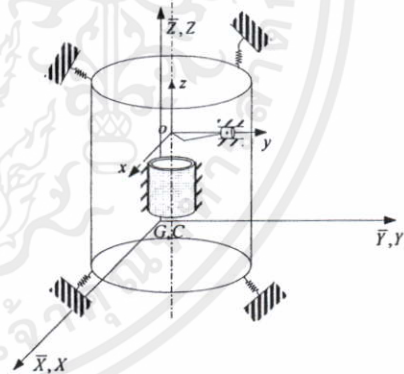
คอมเพรสเซอร์เป็นอุปกรณ์ที่ใช้กันอย่างแพร่หลายและมักจะพบเห็นได้ทั่วไปไม่ว่าในโรงงานอุตสาหกรรมหรือในบ้านเรือน ตัวอย่างการนำมาใช้ในบ้านเรือนคือคอมเพรสเซอร์ที่ใช้กับตู้เย็น ซึ่งเป็นคอมเพรสเซอร์แบบลูกสูบเดี่ยว โดยมีข้อดีคือมีราคาถูกแต่มีข้อเสียคือ จะมีเสียงดังและการสั่นสะเทือนสูง ถ้าหากได้ถูกออกแบบมาอย่างไม่เหมาะสม

ในอดีตที่ผ่านมาได้มีการทำการศึกษาพลศาสตร์ของกลไกแบบของลูกสูบ (Slider-crank mechanism) ซึ่งเป็นกลไกที่ใช้กันมากในเครื่องยนต์และคอมเพรสเซอร์แบบลูกสูบ[1] นอกจากนี้ยังมีงานวิจัยได้ทำการศึกษากรรมวิธีการลดแรงไม่สมดุลภายในกลไกประเภทนี้[2] ซึ่งจากผลการศึกษาพบว่าด้วยการทำการปรับสมดุลที่เหมาะสมจะทำให้ลดแรงไม่สมดุลได้ถึงกว่า 70 เปอร์เซ็นต์ ในการทำการปรับสมดุลทำได้โดยการเพิ่มมวลถ่วงเข้าไปตำแหน่งของมวลถ่วงจะอยู่ตรงกันข้ามกับจุดศูนย์กลางมวลของเพลาคือเหวี่ยงและมีระยะจากจุดหมุนเท่ากับความยาวของเพลาคือเหวี่ยง แบบจำลองทางพลศาสตร์ของกลไกที่ใช้ในการคำนวณจะเป็นแบบอย่างง่าย งานวิจัยอีกหลายชิ้นได้ทำการศึกษากรรมวิธีการลดการสั่นของเครื่องยนต์ โดยการติดตั้งตัวแยกกันสะเทือน (ประกอบด้วยสปริงและค่าตัวหน่วง) เข้าไปที่ฐานเครื่องยนต์ โดยจุดประสงค์ที่ใช้ในการออกแบบคือแรงส่งผ่านจากตัวเครื่องไปยังพื้นต้องมีค่าน้อยที่สุด[3] หรือค่ารากที่สองเฉลี่ยกำลังสองแอมพลิจูดของการสั่นของตัวเครื่องต้องมีค่าน้อยที่สุด[4] ในงานวิจัยเหล่านี้ได้ทำการศึกษาโดยการทำแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ขึ้นมา ผลลัพธ์ที่ได้มิได้นำมาสร้างและพิสูจน์จริงว่าเป็นจริงหรือไม่

งานวิจัยนี้จึงได้ทำการศึกษาพลศาสตร์ของคอมเพรสเซอร์แบบลูกสูบเดี่ยว โดยวิธีการทางแบบจำลองคณิตศาสตร์และการทดลองแล้วนำผลที่ได้มาเปรียบเทียบกัน อีกทั้งศึกษาวิธีการหาผลเฉลยของปัญหาการสั่นสะเทือน ด้วยการวิเคราะห์ฐานนิยมแบบวิธีเทียบสัมประสิทธิ์และแบบวิธีเชิงตัวเลข เพื่อเปรียบเทียบผลเฉลยที่ได้และวิธีการสร้างคอมพิวเตอร์โค้ด

2. แบบจำลองทางคณิตศาสตร์

ในการสร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของคอมเพรสเซอร์แบบลูกสูบเดี่ยววางนอนและตัวแยกกันสะเทือนที่พิจารณาให้ตำแหน่งติดตั้งของชุดกลไกเพลาคือเหวี่ยงเชื่อมจากตำแหน่งจุดศูนย์กลางถ่วงมวลของคอมเพรสเซอร์ พิจารณาให้เสื่อสูบ, ฝาสูบและส่วนต่างๆ ที่ยึดติดกับเสื่อสูบเป็นวัตถุเกร็งมีมวลเป็น m และถูกยึดที่จุดภายใน Housing ที่พิจารณาเป็นสปริงแบบสามมิติ ที่มีค่าความยืดหยุ่นและค่าความหน่วงคงที่ในแต่ละทิศทาง และเป็นอิสระซึ่งกันและกันแสดงในรูปที่ 1 พิจารณาแรงและ โมเมนต์ที่เนื่องจากการเคลื่อนที่ของกลไกคอมเพรสเซอร์แบบลูกสูบเดี่ยวกระทำที่จุด O ซึ่งเป็นจุดกำเนิดของระบบแกน $Oxyz$ จุด G เป็นจุดกำเนิดของระบบแกนรวม $\bar{X}\bar{Y}\bar{Z}$ (Global Coordinate) ซึ่งทับอยู่กับจุดศูนย์กลางถ่วงมวลของคอมเพรสเซอร์ C ซึ่งเป็นจุดกำเนิดของระบบแกนวัตถุ XYZ (Body Fixed Coordinate) ที่สถานะสมดุลสถิตย์ ที่สถานะทำงานตำแหน่งของจุดศูนย์กลางถ่วงมวล C ของระบบจะเกิดการกระจัดไปเล็กน้อยเป็นระยะ $x_c, y_c, z_c, \theta_x, \theta_y, \theta_z$ โดยไม่คิด gyroscopic เทอม



รูปที่ 1 แสดงแบบจำลองของคอมเพรสเซอร์แบบลูกสูบเดี่ยว

2.1 สมการการเคลื่อนที่ของคอมเพรสเซอร์

2.1.1 สมการการเคลื่อนที่แบบเลื่อนขนาน

$$m\ddot{x}_c = F_x$$

$$m\ddot{y}_c = F_y$$

$$m\ddot{z}_c = F_z$$

(1)

เมื่อ m คือ มวลรวมของวัตถุ

F_x, F_y, F_z คือ ผลรวมของแรงทั้งหมดที่กระทำบนวัตถุในทิศทาง \bar{X}, \bar{Y} และ \bar{Z}

$\ddot{x}_c, \ddot{y}_c, \ddot{z}_c$ คือ ความเร่งของจุดศูนย์กลางมวลของวัตถุในทิศทาง \bar{X}, \bar{Y} และ \bar{Z}

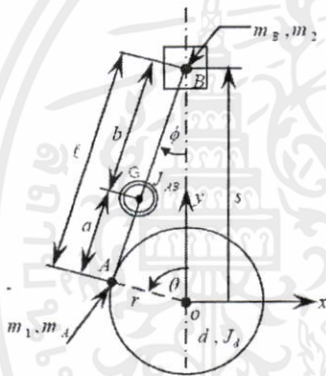
2.1.2 สมการการเคลื่อนที่แบบหมุน

$$\begin{aligned} I_{xx}\ddot{\theta}_x - I_{xy}\ddot{\theta}_y - I_{xz}\ddot{\theta}_z &= M_x \\ -I_{xy}\ddot{\theta}_x + I_{yy}\ddot{\theta}_y - I_{yz}\ddot{\theta}_z &= M_y \\ -I_{xz}\ddot{\theta}_x - I_{yz}\ddot{\theta}_y + I_{zz}\ddot{\theta}_z &= M_z \end{aligned} \quad (2)$$

เมื่อ $\ddot{\theta}_x, \ddot{\theta}_y, \ddot{\theta}_z$ คือ ความเร่งเชิงมุมรอบแกน \bar{X}, \bar{Y} และ \bar{Z}
 M_x, M_y, M_z คือ ผลรวมของโมเมนต์ต่าง ๆ ที่กระทำกับวัตถุเกร็งรอบแกน \bar{X}, \bar{Y} และ \bar{Z}

I_{xx}, \dots, I_{xy} คือ โมเมนต์ความเฉื่อยและโปรดัคส์ของความเฉื่อยของวัตถุเกร็ง

2.2 แรงเฉื่อยและโมเมนต์เฉื่อยที่เกิดจากกลไกของคอมเพรสเซอร์สูบเดียว



รูปที่ 2 กลไกของคอมเพรสเซอร์แบบสูบเดียว

แรงเฉื่อยและโมเมนต์เฉื่อยเนื่องจากกลไกคอมเพรสเซอร์สูบเดียวที่กระทำกับโครงคอมเพรสเซอร์จะให้เป็น

$$\begin{aligned} F_{x,net} &= -m_{rot}r\omega^2 \sin \theta \\ F_{y,net} &= (m_{rot} + m_{rec})r\omega^2 \cos \theta \\ &+ m_{rec}r\omega^2 \left(\lambda \cos 2\theta - \frac{\lambda^3}{4} \cos 4\theta + \frac{9}{128} \lambda^5 \cos 6\theta \right) \quad (3) \\ M_z &= -J_{AB} \lambda \omega^2 \left(\sin \theta - \frac{3\lambda^2}{8} \sin 3\theta + \frac{15\lambda^4}{128} \sin 5\theta \right) \end{aligned}$$

เมื่อ r คือ ความยาวของเพลาค้อเหวี่ยง
 θ คือ ระยะเชิงมุมของก้านสูบ

เอกสารนี้ m_1, m_2 คือ มวลเทียบเท่าเชิงจลน์ของก้านสูบที่กระทำที่จุด A และที่จุด B ตามลำดับ

$$m_1 = m_G \frac{b}{l}, m_2 = m_G \frac{a}{l}$$

m_A คือ มวลของสลักเพลาค้อเหวี่ยง

m_B คือ มวลของลูกสูบและสลักลูกสูบ

m_G คือ มวลของก้านสูบ

$$m_{rec} = m_B + m_2, m_{rot} = m_A + m_1$$

l คือ ความยาวของก้านสูบ โดยที่ $\lambda = r/l$

J_d คือ โมเมนต์ความเฉื่อยของมวลถ่วง

J_{AB} คือ ความต่างของโมเมนต์ความเฉื่อยที่ได้มวล

เทียบเท่าเชิงจลน์กับโมเมนต์ความเฉื่อยของก้านสูบ

$$J_{AB} = J_G - m_G ab$$

J_G คือ โมเมนต์ความเฉื่อยของก้านสูบ

d คือ ระยะคิดมวลถ่วง

พิจารณาผลของแรงและทอร์คัลท์ที่กระทำกับโครงกรอบคอมเพรสเซอร์กระทำกับตำแหน่งจุดศูนย์กลางมวล C ของวัตถุเกร็ง ให้จุด O เป็นจุดตัดของเส้นแนวนอนกระบอกสูบกับเส้นแนวนอนเพลาค้อเหวี่ยง ตำแหน่งจุด O เทียบกับตำแหน่งจุดศูนย์กลางมวล C จะมีค่าเป็น $\vec{r}_O = x_O \vec{i} + y_O \vec{j} + z_O \vec{k}$ จากข้อมูลสมมติฐานที่ว่าระบบแกน xyz ขนานกับระบบแกน \bar{XYZ} เป็นผลให้แรง \vec{f}_c ระบบแกนรวม มีค่าเป็น $\vec{f}_c = f_{xc} \vec{i} + f_{yc} \vec{j} + f_{zc} \vec{k}$ โดยที่

$$\begin{aligned} f_{xc} &= F_{x,net} \\ f_{yc} &= F_{y,net} \\ f_{zc} &= 0 \end{aligned} \quad (4)$$

ทอร์คัลท์กระทำรอบเพลาค้อเหวี่ยงมีค่าเป็น $\vec{M}_{zO} = M_z \vec{k}$ โมเมนต์ที่เกิดจากแรงลัพท์และทอร์คัลท์กระทำรอบจุดศูนย์กลางมวล C จะมีค่าเป็น

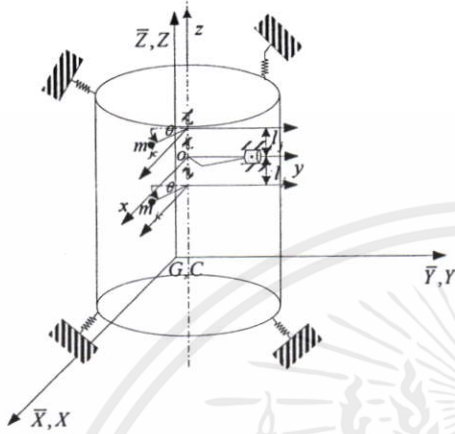
$$\vec{M}_c = \vec{r}_O \times \vec{f}_c + \vec{M}_{zO} \quad (5)$$

2.3 แรงและโมเมนต์ที่กระทำรอบจุดศูนย์กลางมวลที่เกิดจากมวลถ่วงสมดุล

พิจารณามวลถ่วงสมดุลขนาด m_{jc} ติดที่ระยะ r_j ที่ระนาบ j ใด ๆ เมื่อ $j = 1, 2$ ดังแสดงในรูปที่ 3 พิจารณาแรงปฏิกิริยาที่โครงกรอบกระทำกับเพลาค้อเหวี่ยงที่ระนาบ j ใด ๆ โดยพิจารณาสมดุลพลศาสตร์

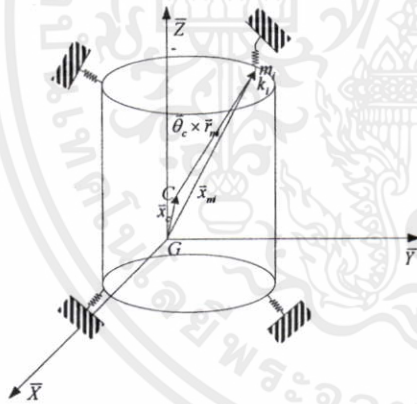
$$\begin{aligned} f_{xb} &= (m_{1c}r_1 + m_{2c}r_2)\omega^2 \sin \theta \\ f_{yb} &= -(m_{1c}r_1 + m_{2c}r_2)\omega^2 \cos \theta \\ f_{zb} &= 0 \end{aligned} \quad (6)$$

$$\begin{aligned}
 M_{xb} &= (z_0 + l_1)m_{1c}r_1\omega^2 \cos\theta + (z_0 + l_2)m_{2c}r_2\omega^2 \cos\theta \\
 M_{yb} &= (z_0 + l_1)m_{1c}r_1\omega^2 \sin\theta \\
 &\quad + (z_0 + l_2)m_{2c}r_2\omega^2 \sin\theta \\
 M_{zb} &= -((m_{1c}r_1 + m_{2c}r_2)x_0\omega^2 \cos\theta \\
 &\quad + (m_{1c}r_1 + m_{2c}r_2)y_0\omega^2 \sin\theta)
 \end{aligned}
 \tag{7}$$



รูปที่ 3 แบบจำลองชุดกลไกคอมเพรสเซอร์สูบเดี่ยวที่ติดมวลถ่วงสมดุล m_{jc} ติดที่ระยะ r_j

2.4 แรงปฏิกิริยาเนื่องจากค่าความยืดหยุ่นของสปริงยึดคอมเพรสเซอร์กระทำกับ Housing



รูปที่ 4 แสดงสปริงยึดคอมเพรสเซอร์

คอมเพรสเซอร์ถูกรองรับด้วยสปริงจำนวน N_m

ตัว ที่ตำแหน่ง x_{mi}, y_{mi}, z_{mi} เมื่อ $i=1,2,\dots,N_m$ ให้ค่าความยืดหยุ่นของสปริงเป็น k_{xi}, k_{yi}, k_{zi} ในสปริง i มีการกระจัดแบบเลื่อนไถลเป็น $\bar{x}_{mi} = \bar{x}_c + \bar{\theta}_c \times \bar{r}_{mi}$ แรงปฏิกิริยารวมเนื่องจากสปริงกระทำกับ Housing มีค่าเป็น

$$\bar{f}_{mi} = -\sum_{i=1}^{N_m} (k_i \bar{x}_{mi}) \tag{8}$$

โมเมนต์รวมรอบจุดศูนย์กลางมวล C อันเป็นผลจากแรงปฏิกิริยารวมเนื่องจากค่าความยืดหยุ่น มีค่าเป็น

$$\bar{M}_{mi} = \sum_{i=1}^{N_m} (\bar{r}_{mi} \times \bar{f}_{mi}) \tag{9}$$

2.5 แรงปฏิกิริยาเนื่องจากความหน่วงในสปริงยึดคอมเพรสเซอร์

แรงปฏิกิริยาที่เกิดจากสปริงยึดคอมเพรสเซอร์กระทำกับระบบอันเป็นผลจากความหน่วง ค่าความหน่วงที่ตำแหน่ง i เป็น c_{xi}, c_{yi}, c_{zi} แรงปฏิกิริยารวมเนื่องจากตัวหน่วงกระทำกับ Housing มีค่าเป็น

$$\bar{f}_{di} = -\sum_{i=1}^{N_m} (c_i \dot{\bar{x}}_{mi}) \tag{10}$$

โมเมนต์รวมรอบจุดศูนย์กลางมวล C อันเป็นผลจากแรงปฏิกิริยารวมเนื่องจากตัวหน่วง มีค่าเป็น

$$\bar{M}_{di} = \sum_{i=1}^{N_m} (\bar{r}_{mi} \times \bar{f}_{di}) \tag{11}$$

2.6 สมการแสดงการเคลื่อนที่ของคอมเพรสเซอร์สูบเดี่ยว

สร้างสมการเคลื่อนที่ของคอมเพรสเซอร์สูบเดี่ยวโดยแทนแรงเฉื่อยและ โมเมนต์เฉื่อยที่เกิดจากคอมเพรสเซอร์สูบเดี่ยวในสมการ (4) และ (5), แรงและโมเมนต์ที่เกิดจากมวลถ่วงสมดุลในสมการ (6) และ (7) และแรงปฏิกิริยาและ โมเมนต์ที่เกิดจากสปริงยึดคอมเพรสเซอร์กระทำกับ Housing ในสมการ (8), (9), (10) และ (11) ลงในสมการเคลื่อนที่แบบเลื่อนขนานและหมุน (1) และ (2) จะได้ว่า

$$[M]\{\ddot{X}\} + [C]\{\dot{X}\} + [K]\{X\} = \{F\} \tag{12}$$

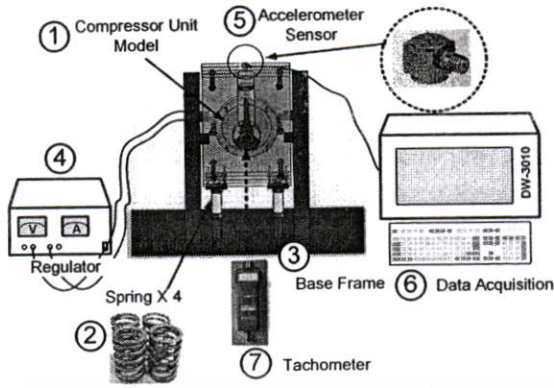
เมื่อ $[M]$ เมตริกซ์ของมวล $[6 \times 6]$, $[C]$ เมตริกซ์ของความหน่วง $[6 \times 6]$, $[K]$ เมตริกซ์ความยืดหยุ่น $[6 \times 6]$, $\{X\}$ เวกเตอร์ความเร่ง, $\{\dot{X}\}$ เวกเตอร์ความเร็ว, $\{X\}$ เวกเตอร์ของการกระจัดและ $\{F\}$ เป็นเวกเตอร์ของแรง

3. การทดลอง

3.1 ชุดทดลองและอุปกรณ์

ในการทดลองจะใช้ชุดทดลอง เพื่อศึกษาพฤติกรรมทางพลศาสตร์ของคอมเพรสเซอร์แบบลูกสูบเดี่ยว ซึ่งถูกติดตั้งบนสปริงอัด 4 ตัวและยึดกับตัวโครงกรอบ ใช้อุปกรณ์หนึ่งเฟส คุณลักษณะของสปริงได้มาจากการทดลอง ส่วนคุณลักษณะของคอมเพรสเซอร์ ได้มาจากการแสดงในตารางที่ 1

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนลิขสิทธิ์ของสถาบันวิจัยและพัฒนาเทคโนโลยี มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีพระจอมเกล้าธนบุรี ไม่ควรนำข้อมูลไปใช้โดยไม่ได้รับอนุญาตจากทางสถาบันวิจัยและพัฒนาเทคโนโลยี



รูปที่ 5 แสดงชุดทดลองและอุปกรณ์ต่างๆ

1. คอมเพรสเซอร์ยูนิตจำลอง
2. สปริงช็อคคอมเพรสเซอร์(4 ตัว)
3. โครงกรอบช็อคคอมเพรสเซอร์ยูนิต
4. อุปกรณ์จ่ายไฟกระแสตรง
5. ตัววัดสัญญาณความเร่ง
6. เครื่อง Data Acquisition
7. Tachometer

ตารางที่ 1 ข้อมูลคอมเพรสเซอร์ยูนิตจำลอง

มวลรวมของชุดจำลองคอมเพรสเซอร์ยูนิต	5.5 kg	
มวลลูกสูบ	0.021 kg	
มวลก้านสูบ	0.013 m	
มวลของคัมถ่วง(Nm = 2)	0.04 kg	
x0, y0, z0	0.00574, 0.00686, 0 m	
Moment of Inertia: Ixx = 0.01787, Iyy = 0.02932, Izz = 0.03724 ,		
Ixy = 0, Iyz = 0, Ixz = 0 kg-m ²		
ตำแหน่งติดตั้งสปริง :		
$x_{m1} = -0.032$ m	$y_{m1} = -0.1110$ m	$z_{m1} = 0.0595$ m
$x_{m2} = 0.04125$ m	$y_{m2} = -0.1110$ m	$z_{m2} = 0.0595$ m
$x_{m3} = 0.04125$ m	$y_{m3} = -0.1110$ m	$z_{m3} = -0.0595$ m
$x_{m4} = -0.032$ m	$y_{m4} = -0.1110$ m	$z_{m4} = -0.0595$ m
ค่าคงที่ของสปริง :		
$k_{xm1} = 0$ N/m	$k_{ym1} = 15,211$ N/m	$k_{zm1} = 0$ N/m
$k_{xm2} = 0$ N/m	$k_{ym2} = 15,300$ N/m	$k_{zm2} = 0$ N/m
$k_{xm3} = 0$ N/m	$k_{ym3} = 15,026$ N/m	$k_{zm3} = 0$ N/m
$k_{xm4} = 0$ N/m	$k_{ym4} = 14,918$ N/m	$k_{zm4} = 0$ N/m
ค่าตัวประกอบหน่วง $\zeta = 0.0178$		

3.2 ระบบการวัด

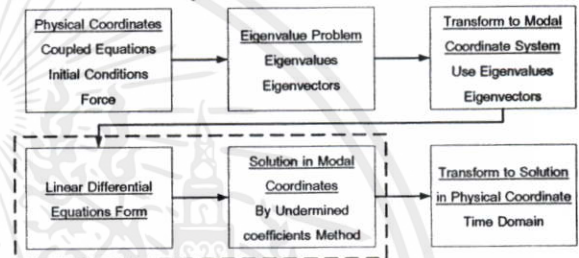
การวัดสัญญาณความเร่งในแนวตั้งจากพื้นฐานใช้ Accelerometer แบบหนึ่งแกน ชนิด 8776A50 ของ Kistler ทำงานในช่วง ± 50 g ติดตั้งอยู่ที่ด้านบนของแบบจำลองคอมเพรสเซอร์ยูนิต เก็บข้อมูลด้วยเครื่อง Data Acquisition รุ่น DEWE-3010 และวัดความเร็วเชิงมุมของเพลลาข้อเหวี่ยง โดยใช้เครื่อง Tachometer รุ่น DIGICON

DT-250TP การวิเคราะห์การสั่นสะเทือนในทิศทางตั้งฉากกับฐาน ใช้ค่ารากที่สองของความเร่งกำลังสองเฉลี่ย (Root Mean Square: RMS) ช่วงเวลา [0, T] แสดง ได้ดังนี้

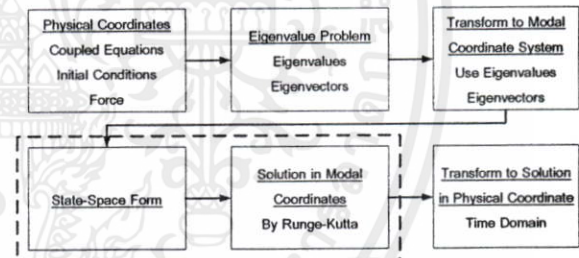
$$\dot{X}_{rms} = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T \dot{x}^2(t) dt} \quad (13)$$

3.3 การหาผลเฉลยปัญหาการสั่นสะเทือน

ในงานวิจัยนี้จะเปรียบเทียบวิธีการหาผลเฉลยปัญหาการสั่นสะเทือน จากสมการที่ (12) เป็นระบบสมการคู่ควบ ด้วยวิธีการวิเคราะห์ฐานนิยามแบบวิธีเทียบสัมประสิทธิ์และแบบวิธีเชิงตัวเลข ซึ่งสายงานการวิเคราะห์ที่แสดงในรูปที่ 6 และ 7 ตามลำดับ



รูปที่ 6 สายงานการวิเคราะห์ฐานนิยามแบบวิธีเทียบสัมประสิทธิ์



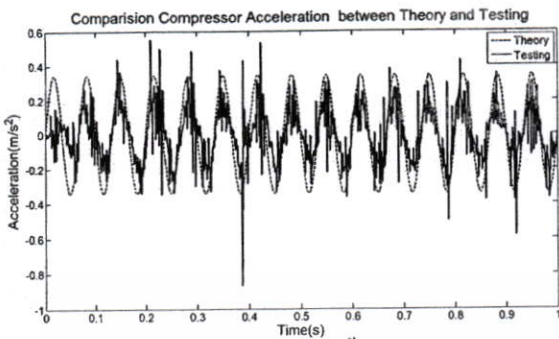
รูปที่ 7 สายงานการวิเคราะห์ฐานนิยามแบบวิธีเชิงตัวเลข

ทำการคำนวณทางทฤษฎีโดยใช้โปรแกรม Matlab จากนั้นเก็บค่าประมวลผลที่ความเร็วรอบ 4 ระดับคือ 600, 700, 800 และ 900 rpm. แล้วทำการทดลองเพื่อวัดสัญญาณตอบสนองในรูปความเร่ง ความเร็วและการกระจัด จากชุดทดลองที่แต่ละความเร็วรอบ โดยทำซ้ำ 5 ครั้ง แล้วนำค่าเฉลี่ยที่ได้ไปเปรียบเทียบกับผลทางทฤษฎี

4. ผลการทดลอง

จากผลการทดลองในตารางที่ 2 การวิเคราะห์ฐานนิยามแบบวิธีเทียบสัมประสิทธิ์และแบบวิธีเชิงตัวเลขพบว่าค่ารากที่สองของความเร่งกำลังสองเฉลี่ยที่ได้ มีค่าแตกต่างกันน้อยมาก เมื่อเปรียบเทียบในเรื่องคอมพิวเตอร์

ได้ค้แล้ว การวิเคราะห์ฐานนิยมแบบวิธีเชิงตัวเลขมีขั้นตอนการสร้างที่สั้นและสะดวกในการปรับปรุงมากกว่า



รูปที่ 8 ความเร่งในแนวแกนตั้งฉากกับฐาน ระหว่างแบบจำลองกับการทดลอง ที่ความเร็วรอบ 900 rpm.

ตารางที่ 2 RMS ของความเร่งเปรียบเทียบระหว่างการวิเคราะห์ฐานนิยมแบบวิธีเทียบสัมประสิทธิ์และแบบวิธีเชิงตัวเลข ที่ความเร็วรอบ 700 rpm. ในช่วงเวลา 0-1 s.

Method	Acceleration RMS (m/s ² , rad/s ²)					
	a _x	a _y	a _z	θ _x	θ _y	θ _z
Un.Coeff.	0.1470	0.0725	0.0000	0.0000	0.0000	0.1800
Numerical.	0.1470	0.0725	0.0000	0.0000	0.0000	0.1802
Diff. (%)	0.0287	0.0461	0.0000	0.0000	0.0000	0.0715

ตารางที่ 3 RMS ของความเร่งระหว่างทางทฤษฎีและการทดลองที่ความเร็วรอบต่าง ๆ ในช่วงเวลา 0-1 s.

ความเร็วรอบเพลาคือเหวียง (rpm)	ค่า RMS ของความเร่ง		
	ทฤษฎี (m/s ²)	การทดลอง (m/s ²)	เปอร์เซ็นต์ความผิดพลาด (%)
600	0.5824	0.4241	27.1738
700	0.8654	0.5694	34.2034
800	0.7360	0.7206	2.0898
900	0.7225	0.7730	-6.9768

จากผลการเปรียบเทียบค่าระดับของการสั่นสะเทือนในแนวตั้งฉากกับฐานของคอมเพรสเซอร์ที่ได้จากการทดลองมีค่าต่ำกว่าจากการคำนวณ แต่กราฟตอบสนองของความเร่งที่ได้จากการทดลองและการคำนวณมีลักษณะที่เหมือนกัน

5. สรุปผล

การวิเคราะห์ฐานนิยมแบบวิธีเทียบสัมประสิทธิ์และแบบวิธีเชิงตัวเลข พบว่าค่ารากที่สองของความเร่ง

กำลังสองเฉลี่ยมีค่าแตกต่างกันน้อยมาก เมื่อเปรียบเทียบในเรื่องของคอมพิวเตอร์ได้ค้แล้ว ในการวิเคราะห์ฐานนิยมแบบวิธีเชิงตัวเลขมีขั้นตอนการสร้างคอมพิวเตอร์ที่สั้นและสะดวกในการปรับปรุงมากกว่า

การสั่นสะเทือนในแนวตั้งฉากกับฐานของคอมเพรสเซอร์ที่ได้จากการทดลองมีค่าต่ำกว่าจากการคำนวณ เมื่อความเร็วเพิ่มขึ้นค่าความคลาดเคลื่อนมีค่าลดลง ทั้งนี้เนื่องจากความเสียดทานของระบบจะลดลงเมื่อความเร็วรอบเพิ่มขึ้น โดยในแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของการทดลองไม่ได้พิจารณาผลของตัวแปรความเสียดทาน แต่กราฟตอบสนองของความเร่งที่ได้จากการทดลองและการคำนวณมีลักษณะที่เหมือนกันเมื่อเปรียบเทียบจากการคำนวณในทิศทาง \bar{X} , \bar{Y} และ \bar{Z} พบว่าระดับของการสั่นสะเทือนทิศทาง \bar{X} (แนวนอน) มีค่าสูงสุด ทิศทาง \bar{Z} (แนวนอนกับแกนเพลาคือเหวียง) มีค่าต่ำสุด เมื่อเปรียบเทียบในทิศทาง θ_x , θ_y และ θ_z พบว่าระดับของการสั่นสะเทือนแกน θ_z มีค่าสูงสุดและระดับ θ_y ค่าต่ำสุด

6. เอกสารอ้างอิง

[1] P. Burton, Kinematics and Dynamics of Planar Machinery, New Jersey: Prentice-Hall, 1997.
 [2] มงคล มงคลวงศ์โรจน์, วลีพรรณ กันเนื่อง, "การถ่วงดุลของเครื่องยนต์สันดาปภายในชนิดหนึ่งสูบเพื่อให้เกิดแรงสั่นต่ำที่สุด", วิศวกรรมลาดกระบัง, ปีที่ 16, ฉบับที่ 4, ธันวาคม 2542, หน้า 106-111.
 [3] J. A. Snyman, P. S. Heuns and P. J. Vermeulen, "Vibration isolation of a mounted engine through optimization", Mechanical and Machine Theory 30, 1995, pp.109-118.
 [4] S. Slesongsom, "Vibration Suppression of a Single-Cylinder Engine by Using the Modified Normalized Normal Constraint", Technology and Innovation for Sustainable Development Conference, 25-26 Jan. 2006, Faculty of Engineering, Khon Kaen University, Thailand.

ประวัติผู้เขียน

ชื่อ-นามสกุล	นายธีรพัฒน์ ชมภูคำ
วัน เดือน ปีเกิด	14 กรกฎาคม 2523 ที่จังหวัดมหาสารคาม
ที่อยู่	35 หมู่ 20 ตำบลขามเฒ่าพัฒนา อำเภอกันทรวิชัย จังหวัดมหาสารคาม 44150 โทร. 043-774254
ประวัติการศึกษา	2540 สำเร็จการศึกษามัธยมศึกษาตอนปลาย ศูนย์บริการการศึกษานอก โรงเรียนอำเภอกันทรวิชัย จังหวัดมหาสารคาม 2544 วิศวกรรมศาสตรบัณฑิต สาขาวิศวกรรมเครื่องกล สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง 2548/2 เข้าศึกษาต่อระดับปริญญาโท สาขาวิศวกรรมเครื่องกล ณ สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง
ประสบการณ์การทำงาน พ.ศ.2544-2548	ตำแหน่ง Supervisor บริษัท นิคอนประเทศไทย จำกัด
ผลงานทางวิชาการ	1. มนต์ศักดิ์ พิมสาร, ธีรพัฒน์ ชมภูคำ. “การวิเคราะห์การสั่นสะเทือนของคอมเพรสเซอร์แบบ ลูกสูบเดี่ยว”. วิศวกรรมลาดกระบัง. ปีที่ 24, ฉบับที่ 3, กันยายน 2550.

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้คัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้