

คำควบคุมการเขียนขึ้นและรักษาเสถียรภาพสำหรับระบบอินเวอร์ทเพนดูลัม

แบบฐานหมุน

SWINGING UP AND STABILIZING CONTROLLERS FOR  
ROTATIONAL INVERTED PENDULUM SYSTEM



วิทยานิพนธ์นี้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตรปริญญาวิศวกรรมศาสตรมหาบัณฑิต

สาขาวิชาวิศวกรรมระบบควบคุม

บัณฑิตวิทยาลัย

สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง

พ.ศ. 2551

KMITL-2008-EN-M-080-172

ตัวควบคุมการเหวี่ยงขึ้นและรักษาเสถียรภาพสำหรับระบบอินเวอร์ทเพนดูลัม

แบบฐานหมุน

SWINGING UP AND STABILIZING CONTROLLERS FOR  
ROTATIONAL INVERTED PENDULUM SYSTEM



วรารุช พรินทรากูณ

WARAVUT PRINTRAKOON

เลขหมู่.....  
เลขทะเบียน..... 82732  
วัน,เดือน,ปี..... 22 ก.ค. 2551

.b.....
.i.....

วิทยานิพนธ์นี้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตรปริญญาวิศวกรรมศาสตรมหาบัณฑิต  
สาขาวิชาวิศวกรรมระบบควบคุม  
บัณฑิตวิทยาลัย  
สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง

พ.ศ. 2551

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
KMITL-2008-EN-M-080-172  
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้คัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

**SWINGING UP AND STABILIZING CONTROLLERS FOR  
ROTATIONAL INVERTED PENDULUM SYSTEM**



**A THESIS SUBMITTED IN PARTIAL FULFILLMENT  
OF THE REQUIREMENTS FOR THE DEGREE OF  
MASTER OF ENGINEERING IN CONTROL ENGINEERING  
SCHOOL OF GRADUATE STUDIES**

**KING MONGKUT'S INSTITUTE OF TECHNOLOGY LADKRABANG**

เอกสารนี้เป็นเอกสารสงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้คัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

**2008**

**KMITL-2008-EN-M-080-172**



**COPYRIGHT 2008** งานไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
**SCHOOL OF GRADUATE STUDIES** ษา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้  
**KING MONGKUT'S INSTITUTE OF TECHNOLOGY LADKRABANG**

บัณฑิตวิทยาลัย  
สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง  
ใบรับรองวิทยานิพนธ์

หัวข้อวิทยานิพนธ์      ตัวควบคุมการเหวี่ยงขึ้นและรักษาเสถียรภาพสำหรับระบบอินเวอร์ทเพนดูลัม  
แบบฐานหมุน

Swinging Up and Stabilizing Controllers for Rotational Inverted  
Pendulum System

นักศึกษา                      นายวราวุธ      พรินทรากุล

รหัสประจำตัว                48060552

ปริญญา                        วิศวกรรมศาสตรมหาบัณฑิต

สาขาวิชา                    วิศวกรรมระบบควบคุม

อาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์      รศ.ดร.จกกล      งามวิวิทย์

อาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์ร่วม      ผศ.ดร.ถาวร      เบญจนราษฎร์

คณะกรรมการสอบวิทยานิพนธ์	ลายมือชื่อ
รศ.ดร.วันชัย	ธีรวิภา
รศ.ประสิทธิ์	จุลเสวีวงศ์
ดร.นิรุจน์	นาคสุข
ผศ.ดร.ถาวร	เบญจนราษฎร์
รศ.ดร.จกกล	งามวิวิทย์

วัน / เดือน / ปี ที่สอบ 7 พฤษภาคม 2551 เวลา 09.00-11.00 น.

สถานที่สอบ ณ ห้องประชุม 2 ชั้น 3 อาคาร A

บัณฑิตวิทยาลัยรับรองแล้ว  
  
(รศ.ดร.รวิวรรณ ชินะตระกูล)  
คณบดีบัณฑิตวิทยาลัย

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น (รศ.ดร.รวิวรรณ ชินะตระกูล)      ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้คัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงที่มาของเอกสารนำไปใช้

วันที่..... ๒๕.....เดือน.....พฤษภาคม.....พ.ศ. ๒๕๕๑.....

หัวข้อวิทยานิพนธ์	ตัวควบคุมการเหวี่ยงขึ้นและรักษาเสถียรภาพสำหรับระบบอินเวอร์ทเพนคูล์มแบบฐานหมุนอัตราส่วนคุณลักษณะ
นักศึกษา	นายวราวุธ พรินทรากุล
รหัสประจำตัว	48060522
ปริญญา	วิศวกรรมศาสตรมหาบัณฑิต
สาขาวิชา	วิศวกรรมระบบควบคุม
พ.ศ.	2551
อาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์	รศ. ดร. จงกต งามวิวิทย์
อาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์ร่วม	ผศ. ดร. ถาวร เบญจนาสุทธี

### บทคัดย่อ

วิทยานิพนธ์ฉบับนี้ นำเสนอการออกแบบตัวควบคุมการเหวี่ยงขึ้นและรักษาเสถียรภาพของระบบอินเวอร์ทเพนคูล์มแบบฐานหมุน ซึ่งตัวควบคุมการเหวี่ยงขึ้นจะถูกออกแบบด้วยหลักการควบคุมพลังงาน และตัวควบคุมการรักษาเสถียรภาพของอินเวอร์ทเพนคูล์มให้มีเสถียรภาพ ณ บริเวณจุดสมดุลบนจะใช้ตัวควบคุมเซอร์โวปีออนกลับสถานะร่วมกับออบเซอร์เวอร์แบบอันดับต่ำสุดที่ถูกออกแบบด้วยวิธีการกำหนดอัตราส่วนคุณลักษณะ ซึ่งการเพิ่มอินทิเกรเตอร์เข้าไปในระบบควบคุมนั้นเพื่อให้กำจัดค่าผิดพลาดในสถานะคงตัว และเนื่องจากระบบอินเวอร์ทเพนคูล์มแบบฐานหมุนมีตัวแปรสถานะสองตัวที่ไม่สามารถวัดค่าได้โดยตรงจึงใช้ออบเซอร์เวอร์แบบอันดับต่ำสุดเข้ามาช่วยประมาณค่าตัวแปรสถานะเหล่านี้

จากผลทดลองเมื่อนำตัวควบคุมนี้ไปประยุกต์ใช้งานกับชุดทดลองอินเวอร์ทเพนคูล์มแบบฐานหมุน พบว่าตัวควบคุมที่ได้นำเสนอนี้สามารถเหวี่ยงเพนคูล์มจากจุดสมดุลล่างขึ้นสู่จุดสมดุลบนได้ภายในเวลาสองวินาทีและสามารถรักษาเสถียรภาพ ณ บริเวณจุดสมดุลบนได้ตามประสงค์ นอกจากนี้ เมื่อความยาวของแท่งเพนคูล์มเปลี่ยนหรือเมื่อมีสิ่งรบกวนเข้ามาในระบบ ตัวควบคุมนี้ยังสามารถควบคุมระบบอินเวอร์ทเพนคูล์มแบบฐานหมุนได้อย่างมีประสิทธิภาพ

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่นอนุญาติให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้คัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

<b>Thesis Title</b>	Swinging Up and Stabilizing Controllers for Rotational Inverted Pendulum System
<b>Student</b>	Mr. Waravut Printrakoon
<b>Student ID.</b>	48060552
<b>Degree</b>	Master of Engineering
<b>Program</b>	Control Engineering
<b>Year</b>	2008
<b>Thesis Advisor</b>	Assoc. Prof. Dr. Jongkol Ngamwiwit
<b>Thesis Co-Advisor</b>	Assist. Prof. Dr. Taworn Benjanarasuth

## ABSTRACT

In this thesis, swinging up and stabilizing controllers for a rotational inverted pendulum system are presented. The energy concept is employed for designing the swinging up controller while the servo state feedback controller with minimum-order observer designed by CRA is employed as the stabilizing controller. An integrator is augmented to the system in order to eliminate the steady-state error in the responses and the minimum-order observer is employed to estimate two immeasurable state variables.

The experimental results in controlling the rotational inverted pendulum system show that the proposed controllers can swing the inverted pendulum up to the upright position within two seconds and stabilize it there as desired. Furthermore, the controllers can still control the rotational inverted pendulum system efficiently when the length of the inverted pendulum is changed or the disturbance is entered to the system.

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้คัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

# กิตติกรรมประกาศ

วิทยานิพนธ์ฉบับนี้สามารถสำเร็จลุล่วงได้ด้วยดี ผู้เขียนขอกราบขอบพระคุณในความกรุณาที่ได้รับจาก รศ.ดร.จงกล งามวิวิทย์ ซึ่งเป็นอาจารย์ที่ปรึกษาเป็นอย่างสูง ที่ได้ให้ความช่วยเหลือและคำปรึกษาแนะนำต่างๆ ไม่ว่าจะเป็นเรื่องของความคิดริเริ่มสร้างสรรค์ วิธีการแก้ปัญหาเมื่อพบเจอกับปัญหาต่างๆ ที่เข้ามาในชีวิตของผู้เขียนตลอดระยะเวลาที่ศึกษาอยู่กับท่าน รวมถึงยังให้ความดูแลเอาใจใส่สอบถามถึงความก้าวหน้าของงานวิจัยของผู้เขียนอย่างสม่ำเสมอ ทำให้ผู้เขียนรู้ถึงการดำเนินชีวิตอย่างนักศึกษา นักวิจัย และการเป็นคนที่ยื่น คึกษาวิจัย และดำเนินชีวิตในสังคม ได้อย่างมีระเบียบแบบแผนใช้เวลาอย่างมีประสิทธิภาพ

ขอกราบขอบพระคุณ ผศ.ดร.ถาวร เบญจนราษฎร์ ที่คอยให้คำปรึกษาแนะนำวิธีการแก้ปัญหาต่างๆ ในงานวิจัยทั้งทางทฤษฎี และทางปฏิบัติแก่ผู้เขียนเสมอมา ทำให้ผู้เขียนเข้าถึงที่มาของปัญหา และสามารถแก้ปัญหาได้อย่างถูกวิธี

ขอขอบคุณ อาจารย์ ดอน อิศรากร และ อาจารย์ สองเมือง นันทขว้าง ผู้ที่เป็นทั้งอาจารย์ที่ให้คำปรึกษาในทุกๆ ด้าน และเป็นพี่ที่คอยดูแลรุ่นน้อง เอาใจใส่ให้กำลังใจผู้เขียนด้วยดีเสมอมา

ขอขอบคุณ ภาควิชาวิศวกรรมระบบควบคุม ที่ได้เอื้อเฟื้ออุปกรณ์และเครื่องมือในการทำงานวิจัย ตลอดจนอำนวยความสะดวก ให้แก่ผู้เขียนจนวิทยานิพนธ์ฉบับนี้สำเร็จได้ด้วยดี

ขอขอบคุณ สำนักวิจัยการสื่อสารและเทคโนโลยีสารสนเทศ (ReCCIT) และ Japan International Cooperation Agency (JICA) ที่ได้ให้การสนับสนุนอุปกรณ์และเครื่องมือในการทำงานวิจัยในครั้งนี้

ขอขอบคุณ บริษัท ไฮ-เทค ออโตเมชัน จำกัด ที่ได้ให้โอกาสทางการศึกษาและสนับสนุนการศึกษาแก่ผู้เขียน

และท้ายที่สุดขอกราบขอบพระคุณ คุณพ่อ คุณแม่ ที่รักและเคารพ ที่คอยสนับสนุนให้โอกาสผู้เขียนได้เล่าเรียนจนถึงวันนี้ ตลอดจนเพื่อนๆ พี่ๆ และน้องๆ ในห้องวิจัยทุกคนที่คอยให้คำปรึกษาแนะนำและเป็นกำลังใจให้ด้วยดีเสมอมา จนสามารถนำสิ่งต่างๆ ที่ได้รับมานั้นจัดทำเป็นวิทยานิพนธ์ฉบับนี้ขึ้นมาจนเสร็จสิ้นสมบูรณ์

สำหรับคุณงามความดีอันใดที่เกิดจากวิทยานิพนธ์ฉบับนี้ ข้าพเจ้าขอมอบให้กับบิดามารดา ซึ่งเป็นที่รักและเคารพยิ่ง ครูอาจารย์ที่เคารพทุกท่านที่ได้ประสิทธิ์ประสาทวิชาความรู้และถ่ายทอดประสบการณ์ที่ดีให้แก่ข้าพเจ้า ตลอดจนผู้มีพระคุณทุกท่าน

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้คัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้ง วรวิรุฑ พรินทรวิบูล

# สารบัญ

	หน้า
บทคัดย่อภาษาไทย.....	I
บทคัดย่อภาษาอังกฤษ.....	II
กิตติกรรมประกาศ.....	III
สารบัญ.....	IV
สารบัญตาราง.....	VII
สารบัญรูป.....	VIII
คำย่อและสัญลักษณ์.....	X
บทที่ 1 บทนำ.....	1
1.1 ความเป็นมาและความสำคัญของปัญหา.....	1
1.2 ความมุ่งหมายและวัตถุประสงค์ของการศึกษา.....	2
1.3 ขอบเขตและขั้นตอนการวิจัย.....	2
1.4 รายละเอียดของวิทยานิพนธ์.....	2
บทที่ 2 ระบบอินเวอร์ทเพนดูลัมแบบฐานหมุน.....	4
2.1 ระบบควบคุมของอินเวอร์ทเพนดูลัมแบบฐานหมุน.....	4
2.1.1 อินเวอร์ทเพนดูลัมแบบฐานหมุน.....	5
2.1.2 ตัวควบคุม.....	5
2.1.3 ส่วนเชื่อมต่อระหว่างตัวควบคุมกับอินเวอร์ทเพนดูลัมแบบฐานหมุน.....	5
2.2 ระบบอินเวอร์ทเพนดูลัมแบบฐานหมุน.....	6
2.2.1 แบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของระบบอินเวอร์ทเพนดูลัมแบบฐานหมุน.....	6
2.2.2 การประมาณเชิงเส้น.....	8
2.2.3 การหาค่าพารามิเตอร์ของระบบอินเวอร์ทเพนดูลัมแบบฐานหมุน.....	10
บทที่ 3 วิธีกำหนดอัตราส่วนคุณลักษณะ.....	12
3.1 คุณสมบัติพื้นฐานของ CRA.....	12
3.2 พหุนามคุณลักษณะ.....	13
3.3 ค่าอัตราส่วนคุณลักษณะและค่าคงตัวเวลานี้ทั่วไป.....	13
3.4 การปรับความเร็วผลตอบสนองของระบบ.....	14

# สารบัญ (ต่อ)

	หน้า
3.5 เงื่อนไขเสถียรภาพของ CRA .....	15
3.6 การเลือกค่าอัตราส่วนคุณลักษณะและค่าคงตัวเวลานัยทั่วไป.....	16
<b>บทที่ 4 การออกแบบตัวควบคุม.....</b>	<b>17</b>
4.1 การออกแบบตัวควบคุมการเหวี่ยงขึ้นของเพนดูลัม.....	18
4.2 การออกแบบตัวควบคุมเสถียรภาพของระบบอินเวอร์ทเพนแบบฐานหมุน.....	21
4.2.1 การออกแบบตัวควบคุมเซอร์โวป้อนกลับสถานะ.....	21
4.2.2 การออกแบบออบเซอร์เวอร์แบบอันดับต่ำสุด.....	25
<b>บทที่ 5 ผลการจำลองและผลการทดลอง.....</b>	<b>29</b>
5.1 พารามิเตอร์ของตัวควบคุมที่นำเสนอ.....	29
5.1.1 พารามิเตอร์ของตัวควบคุมการเหวี่ยงขึ้น.....	29
5.1.2 พารามิเตอร์ของตัวควบคุมการรักษาเสถียรภาพของเพนดูลัม.....	29
5.2 ผลการจำลอง.....	30
5.2.1 การจำลองการควบคุมการเหวี่ยงขึ้นของเพนดูลัมเพียงอย่างเดียว.....	30
5.2.2 การจำลองการควบคุมรักษาเสถียรภาพของเพนดูลัมแบบฐานหมุน.....	31
5.2.2.1 เมื่อไม่มีอินทิเกรเตอร์เพิ่มเข้าไปในระบบ.....	31
5.2.2.2 เมื่อเพิ่มอินทิเกรเตอร์เข้าไปในระบบ.....	32
5.2.2.3 เมื่อป้อนอินพุตแบบขั้น.....	33
5.2.3 การจำลองการควบคุมการเหวี่ยงขึ้นและรักษาเสถียรภาพอินเวอร์ทเพนดูลัมแบบฐานหมุน.....	33
5.2.3.1 เมื่อไม่มีสิ่งรบกวนเข้ามาในระบบ.....	34
5.2.3.2 เมื่อมีสิ่งรบกวนเข้ามาในระบบ.....	35
5.2.3.2 เมื่อความยาวของแท่งเพนดูลัมเปลี่ยนแปลง.....	36
5.3 ผลการทดลอง.....	37
5.3.1 การทดลองตัวควบคุมการเหวี่ยงขึ้นเพียงอย่างเดียว.....	38
5.3.2 การทดลองการควบคุมรักษาเสถียรภาพของเพนดูลัมแบบฐานหมุน.....	39
5.3.2.1 เมื่อไม่มีอินทิเกรเตอร์เพิ่มเข้าไปในระบบ.....	39
5.3.2.1 เมื่อมีอินทิเกรเตอร์เพิ่มเข้าไปในระบบ.....	39

# สารบัญ (ต่อ)

	หน้า
5.3.2.2 เมื่อเพิ่มอินทิเกรเตอร์เข้าไปในระบบ.....	40
5.3.2.3 เมื่อป้อนอินพุตแบบขั้น.....	41
5.3.3 การทดลองการควบคุมการเหวี่ยงขึ้นและรักษาเสถียรภาพของ อินเวอร์ทเพนคูล์มแบบฐานหมุน.....	42
5.3.3.1 เมื่อไม่มีสิ่งรบกวนเข้ามาในระบบ.....	42
5.3.3.2 เมื่อมีสิ่งรบกวนเข้ามาในระบบ.....	43
5.3.3.2 เมื่อความยาวของแท่งเพนคูล์มเปลี่ยนแปลง.....	44
บทที่ 6 สรุปผลการวิจัยและข้อเสนอแนะ.....	46
6.1 บทสรุป.....	46
6.2 ปัญหาที่พบในการวิจัยและแนวทางในการแก้ปัญหา.....	47
6.3 ข้อเสนอแนะและแนวทางการพัฒนา.....	47
บรรณานุกรม.....	48
ภาคผนวก.....	49
ภาคผนวก ก รายละเอียดของอุปกรณ์ที่ใช้ในการทดลอง.....	50
ภาคผนวก ข โปรแกรมที่ใช้ในการออกแบบตัวควบคุมและการทดลอง.....	56
ภาคผนวก ค ผลงานที่ได้รับการตีพิมพ์.....	67
ประวัติผู้เขียน.....	73

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้คัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

# สารบัญตาราง

ตารางที่	หน้า
2.1 พารามิเตอร์ของระบบอินเวอร์ทเฟนดูลัมแบบฐานหมุน.....	11
4.1 เทียบค่าพารามิเตอร์ระหว่างสมการสถานะออบเซอร์เวอร์อันดับเต็มและอันดับต่ำสุด.....	26
5.1 ค่าอัตราขยายเซอร์โวป้อนกลับสถานะและอัตราขยายออบเซอร์เวอร์แบบอันดับต่ำสุด.....	29



เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้คัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

# สารบัญรูป

รูปที่	หน้า
2.1 ระบบควบคุมอินเวอร์ทเพนคูล์มแบบฐานหมุน.....	4
2.2 ชุดทดลองอินเวอร์ทเพนคูล์มแบบฐานหมุนในห้องปฏิบัติการ.....	5
2.3 แบบจำลองของระบบอินเวอร์ทเพนคูล์มแบบฐานหมุน.....	6
2.4 การเปรียบเทียบผลตอบสนองวงเปิดของการแกว่งของเพนคูล์ม.....	10
4.1 โครงสร้างระบบควบคุมที่นำเสนอ.....	17
4.2 โครงสร้างระบบควบคุมการเหวี่ยงขึ้นของเพนคูล์ม.....	18
4.3 การเคลื่อนที่ของแท่งเพนคูล์ม.....	18
4.4 โครงสร้างของการควบคุมอินเวอร์ทเพนคูล์มให้ตั้งตรงอยู่ ณ จุดสมดุลบน.....	21
4.5 โครงสร้างระบบควบคุมเซอร์โวป้อนกลับสถานะ.....	22
4.6 โครงสร้างของออบเซอร์เวอร์แบบอันดับต่ำสุด.....	25
5.1 ผลการจำลองการควบคุมการเหวี่ยงขึ้นของเพนคูล์มเพียงอย่างเดียว.....	30
5.2 ผลการจำลองการควบคุมรักษาเสถียรภาพของอินเวอร์ทเพนคูล์มแบบฐานหมุน เมื่อระบบไม่มีอินทิเกรเตอร์.....	31
5.3 ผลการจำลองการควบคุมรักษาเสถียรภาพของอินเวอร์ทเพนคูล์มแบบฐานหมุน เมื่อเพิ่มอินทิเกรเตอร์เข้าไปในระบบ.....	32
5.4 ผลการจำลองการควบคุมรักษาเสถียรภาพของอินเวอร์ทเพนคูล์มแบบฐานหมุน เมื่อป้อนอินพุตแบบขั้น.....	33
5.5 ผลการจำลองการควบคุมการเหวี่ยงขึ้นและรักษาเสถียรภาพของอินเวอร์ทเพนคูล์มแบบ ฐานหมุนเมื่อไม่มีสิ่งรบกวนเข้ามาในระบบ.....	34
5.6 ผลการจำลองการควบคุมการเหวี่ยงขึ้นและรักษาเสถียรภาพของอินเวอร์ทเพนคูล์มแบบ ฐานหมุนเมื่อมีสิ่งรบกวนที่มุมเพนคูล์ม.....	35
5.7 ผลการจำลองการควบคุมการเหวี่ยงขึ้นและรักษาเสถียรภาพของอินเวอร์ทเพนคูล์ม เมื่อความยาวของแท่งเพนคูล์มเปลี่ยน.....	36
5.8 ชุดทดลองระบบอินเวอร์ทเพนคูล์มแบบฐานหมุนในห้องปฏิบัติการ.....	38
5.9 ผลการทดลองการควบคุมการเหวี่ยงขึ้นของเพนคูล์มเพียงอย่างเดียว.....	38
5.10 ผลการทดลองการควบคุมรักษาเสถียรภาพของอินเวอร์ทเพนคูล์มแบบฐานหมุน โดยขั้นตอนการคำนวณที่แสดงออกจากรูปที่ 5.10 เมื่อระบบไม่มีอินทิเกรเตอร์.....	39

## สารบัญรูป (ต่อ)

รูปที่	หน้า
5.11 ผลการทดลองการควบคุมรักษาเสถียรภาพของอินเวอร์ทเพนคูล์มแบบฐานหมุน เมื่อเพิ่มอินทิเกรเตอร์เข้าไปในระบบ.....	40
5.12 ผลการทดลองการควบคุมรักษาเสถียรภาพของอินเวอร์ทเพนคูล์มแบบฐานหมุน เมื่อป้อนอินพุตแบบขั้น.....	41
5.13 ผลการทดลองการควบคุมการเหวี่ยงขึ้นและรักษาเสถียรภาพของอินเวอร์ทเพนคูล์มแบบ ฐานหมุนเมื่อไม่มีสิ่งรบกวนเข้ามาในระบบ.....	42
5.14 ผลการทดลองการควบคุมการเหวี่ยงขึ้นและรักษาเสถียรภาพของอินเวอร์ทเพนคูล์มแบบ ฐานหมุนเมื่อมีสิ่งรบกวนที่มุมเพนคูล์ม.....	43
5.15 ผลการทดลองการควบคุมการเหวี่ยงขึ้นและรักษาเสถียรภาพของอินเวอร์ทเพนคูล์ม เมื่อความยาวของแท่งเพนคูล์มเปลี่ยน.....	45
ก.1 การนับจำนวนพัลส์สัญญาณเอน โคคเคอร์.....	51
ก.2 ภาพถ่ายวงจรถือเล็กรอนิกส์แปลงสัญญาณดิจิทัลเป็นสัญญาณอนาล็อก.....	52
ก.3 ภาพถ่ายการติดตั้งการ์ดเชื่อมต่อที่ใช้ในการทดลอง.....	52
ก.4 ภาพถ่ายวงจรขับเคลื่อนมอเตอร์สำหรับการเคลื่อนที่ของฐานเพนคูล์ม.....	53
ก.5 แสดงความละเอียดของสัญญาณพัลส์ต่อการหมุนเอน โคคเคอร์ 1 รอบ.....	54
ก.6 ตำแหน่งเอน โคคเคอร์สำหรับการวัดตำแหน่งมุมฐานเพนคูล์ม.....	54
ก.7 การติดตั้งเอน โคคเคอร์สำหรับวัดมุมของเพนคูล์ม.....	55
ก.8 ภาพถ่ายแท่งเพนคูล์มและมวลของเพนคูล์ม.....	55

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้คัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

## คำย่อและสัญลักษณ์

$a_i$	หมายถึง	ค่าสัมประสิทธิ์ของสมการพหุนามคุณลักษณะ
$A$	หมายถึง	เซตของสัมประสิทธิ์ของสมการพหุนามคุณลักษณะ
$A$	หมายถึง	เมตริกซ์ระบบ
$A_s$	หมายถึง	เมตริกซ์ระบบของระบบแต่เสริม
$b_i$	หมายถึง	อัตราส่วนของสัมประสิทธิ์ของสมการพหุนามคุณลักษณะ
$b$	หมายถึง	สัมประสิทธิ์แรงเสียดทานของมอเตอร์
$B$	หมายถึง	เมตริกซ์อินพุต
$B_s$	หมายถึง	เมตริกซ์อินพุตของระบบแต่เสริม
$C$	หมายถึง	เมตริกซ์เอาต์พุต
$E$	หมายถึง	พลังงานของเพนดูลัม
$E_0$	หมายถึง	ระดับพลังงานที่ต้องการ
$f_r$	หมายถึง	แรงปฏิกิริยาที่กระทำต่ออินเวอร์ทเพนดูลัม
$g$	หมายถึง	ความเร่งของแรงโน้มถ่วงของโลก
$G(s)$	หมายถึง	ฟังก์ชันถ่ายโอนวงปิดของระบบป้อนกลับ
$G_k(s)$	หมายถึง	ฟังก์ชันถ่ายโอนเมื่อปรับค่าแฟกเตอร์ $k$
$H$	หมายถึง	เมตริกซ์เอาต์พุตของตำแหน่งมุมฐานเพนดูลัม
$H_s$	หมายถึง	เมตริกซ์เอาต์พุตของระบบแต่เสริมตำแหน่งมุมฐานเพนดูลัม
$I$	หมายถึง	เมตริกซ์เอกลักษณ์
$J$	หมายถึง	โมเมนต์ความเฉื่อยของมอเตอร์
$J_p$	หมายถึง	โมเมนต์ความเฉื่อยของแท่งเพนดูลัม
$k_i$	หมายถึง	ค่าอัตราขยายตัวอินทิเกรเตอร์
$k$	หมายถึง	ค่าแฟกเตอร์ที่ใช้ปรับความเร็วผลตอบสนอง
$K$	หมายถึง	เมตริกซ์อัตราขยายการป้อนกลับสถานะ
$K_e$	หมายถึง	เมตริกซ์อัตราขยายออปเซอร์เวอร์แบบอันดับต่ำสุด
$K_s$	หมายถึง	เมตริกซ์อัตราขยายของระบบแต่เสริม
$l$	หมายถึง	ความยาวของเพนดูลัม
$m$	หมายถึง	มวลของเพนดูลัม
$n$	หมายถึง	อันดับของระบบ
$P(s)$	หมายถึง	พหุนามคุณลักษณะวงปิด

## คำย่อและสัญลักษณ์ (ต่อ)

$P_k(s)$	หมายถึง พหุนามคุณลักษณะวงปิดเมื่อปรับค่าเฟกเตอร์ $k$
$r(t)$	หมายถึง ตำแหน่งอ้างอิงของมูมฐานเพนคูล์ม
$R$	หมายถึง ความยาวของฐานเพนคูล์ม
$t$	หมายถึง เวลา
$t_s$	หมายถึง ช่วงเวลาเข้าที่
$T$	หมายถึง เวลาชักตัวอย่าง
$u(t)$	หมายถึง สัญญาณควบคุม
$x(t)$	หมายถึง สถานะของระบบ
$x_s(t)$	หมายถึง สถานะของระบบแต่่งเสริม
$x_a(t)$	หมายถึง สถานะของระบบที่สามารถวัดค่าได้โดยตรง
$x_b(t)$	หมายถึง สถานะของระบบที่ไม่สามารถวัดค่าได้โดยตรง
$y(t)$	หมายถึง สัญญาณเอาต์พุต
$\bar{y}(t)$	หมายถึง เอาต์พุตตำแหน่งของมูมฐานเพนคูล์ม
$z(t)$	หมายถึง ตัวแปรสถานะที่ถูกแปลง
$\beta$	หมายถึง มูมฐานเพนคูล์ม
$\dot{\beta}$	หมายถึง ความเร็วมูมฐานเพนคูล์ม
$\theta$	หมายถึง มุมเพนคูล์ม
$\dot{\theta}$	หมายถึง ความเร็วมุมเพนคูล์ม
$\xi(t)$	หมายถึง ตัวแปรสถานะค่าผิดพลาดของตำแหน่งมูมฐานเพนคูล์ม
$\tau$	หมายถึง ค่าคงตัวเวลานัยทั่วไป
$\alpha_i$	หมายถึง ค่าอัตราส่วนคุณลักษณะ
$\alpha_i^*$	หมายถึง ค่าจำกัดอัตราส่วนคุณลักษณะ
$\Psi$	หมายถึง ค่าคงที่สำหรับการควบคุมการเหวี่ยงขึ้น
$\tau_m$	หมายถึง แรงบิดของมอเตอร์

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่นอนุญาติให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้คัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

# บทที่ 1

## บทนำ

### 1.1 ความเป็นมาและความสำคัญของปัญหา

เมื่อก้าวถึงระบบที่นำมาศึกษา และใช้ในการทดสอบประสิทธิภาพของตัวควบคุมแล้ว โดยทั่วไป ระบบอินเวอร์ทเพนดูลัมจะเป็นเครื่องมือที่นิยมนำมาศึกษาในวิศวกรรมระบบควบคุม เนื่องจากระบบอินเวอร์ทเพนดูลัมเป็นระบบที่มีข้อหน้าศึกษาหลายหลายประการ อาทิ เช่นไม่เป็นเชิงเส้น แต่มีโครงสร้างที่ไม่ ซึ่งอินเวอร์ทเพนดูลัมจะมีอยู่ด้วยกันหลายรูปแบบ เช่น อินเวอร์ทเพนดูลัมแบบฐานหมุน อินเวอร์ทเพนดูลัมบนบรรดาง เป็นต้น ดังนั้นการศึกษาและเลือกใช้ตัวควบคุมที่เหมาะสม มาควบคุมการเหวี่ยงขึ้นของเพนดูลัมจากจุดสมดุลล่างขึ้นไปยังบริเวณตำแหน่งจุดสมดุลบน และรักษาเสถียรภาพของเพนดูลัมไว้ ณ จุดสมดุลบนได้นั้น จึงเป็นสิ่งที่น่าสนใจจากที่ผ่านมา มีตัวควบคุมที่นักวิจัยได้นำเสนอ โดยใช้แนวคิดที่แตกต่างกัน เช่น ตัวควบคุมแบบไม่เป็นเชิงเส้น (nonlinear controller) [1] ตัวควบคุมที่ใช้หลักการของฟัซซีลอจิก (fuzzy logic) [2] และแบบโครงข่ายประสาท (neural network) [3] ซึ่งตัวควบคุมที่ได้กล่าวมานี้ สามารถควบคุมอินเวอร์ทเพนดูลัมได้ตามต้องการ แต่มีความซับซ้อนในการนำมาใช้งาน นอกจากนี้ ยังมีตัวควบคุมแบบพีดี (PD controller) [4] ซึ่งออกแบบได้ง่ายและสามารถควบคุมการเหวี่ยงของเพนดูลัมจากจุดสมดุลล่างขึ้นสู่จุดสมดุลบนได้ แต่ต้องลองผิดลองถูกในการกำหนดตำแหน่งการเคลื่อนที่ของฐานเพนดูลัม

วิทยานิพนธ์ฉบับนี้ จึงนำเสนอการออกแบบตัวควบคุมเหวี่ยงขึ้นและรักษาเสถียรภาพของระบบอินเวอร์ทเพนดูลัมแบบฐานหมุน ในส่วนของการออกแบบตัวควบคุมการเหวี่ยงขึ้นของเพนดูลัมจะใช้หลักการควบคุมพลังงาน [5] และในส่วนของการออกแบบตัวควบคุมเซอร์โวป้อนกลับสถานะร่วมกับออบเซอร์เวอร์แบบอันดับต่ำสุด (minimum-order observer) เพื่อรักษาเสถียรภาพของอินเวอร์ทเพนดูลัมไว้ ณ บริเวณจุดสมดุลบนนั้น จะนำวิธีการกำหนดอัตราส่วนคุณลักษณะ (Characteristic Ratio Assignment: CRA) [6] มาออกแบบ ระบบควบคุมที่นำเสนอนี้ได้เพิ่มอินทิเกรเตอร์เข้าไปในระบบ เพื่อช่วยกำจัดค่าผิดพลาดในสภาวะคงตัว (steady-state error) และเนื่องจากระบบอินเวอร์ทเพนดูลัมแบบฐานหมุนนี้มีตัวแปรสถานะสี่ตัว  $(\theta, \beta, \dot{\theta}, \dot{\beta})$  โดยมีตัวแปรสถานะสองตัว  $(\dot{\theta}, \dot{\beta})$  ที่ไม่สามารถวัดค่าได้โดยตรง จึงได้ใช้ออบเซอร์เวอร์แบบอันดับต่ำสุด [7] เข้ามาช่วยในการประมาณค่า (estimate) ตัวแปรสถานะเหล่านี้

วิธีการออกแบบตัวควบคุมเซอร์โวป้อนกลับสถานะร่วมกับออบเซอร์เวอร์แบบอันดับต่ำสุดด้วยวิธี CRA ที่นำเสนอในวิทยานิพนธ์นี้นั้น เป็นวิธีการออกแบบตัวควบคุมจากพหุนามคุณลักษณะ (characteristic polynomial) ของระบบวงปิด (closed-loop system) ที่กำหนดสมรรถนะ

ของระบบควบคุมได้จากอัตราส่วนคุณลักษณะ (characteristic ratio:  $\alpha_i$ ) ซึ่งเป็นตัวกำหนดเสถียรภาพของระบบควบคุม และจากค่าคงตัวเวลานัยทั่วไป (generalize time constant:  $\tau$ ) ซึ่งเป็นตัวกำหนดความเร็วของผลตอบสนองของระบบควบคุม

## 1.2 ความมุ่งหมายและวัตถุประสงค์ของการศึกษา

1. ปรับปรุงและพัฒนาชุดทดลองระบบอินเวอร์ทเพนดูลัมแบบฐานหมุนสำหรับใช้ในการทดสอบประสิทธิภาพของตัวควบคุมการเหวี่ยงขึ้นและรักษาเสถียรภาพของอินเวอร์ทเพนดูลัมแบบฐานหมุน
2. ศึกษาการออกแบบตัวควบคุมสำหรับการเหวี่ยงเพนดูลัมขึ้นจากจุดสมดุลต่างไปยังบริเวณจุดสมดุลบน โดยใช้หลักการควบคุมพลังงาน และศึกษาการออกแบบตัวควบคุมเพื่อรักษาเสถียรภาพของเพนดูลัม ณ จุดสมดุลบนไว้โดยใช้หลักการของ CRA
3. ออกแบบตัวควบคุม และนำไปควบคุมระบบอินเวอร์ทเพนดูลัมแบบฐานหมุนให้ได้ตามวัตถุประสงค์

## 1.3 ขอบเขตและขั้นตอนการวิจัย

1. ปรับปรุงชุดทดลองระบบอินเวอร์ทเพนดูลัมแบบฐานหมุนที่มีในห้องปฏิบัติการ เพื่อใช้ทดสอบประสิทธิภาพของตัวควบคุมที่ได้ออกแบบไว้
2. ศึกษาโครงสร้างและหาแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ (mathematical model) ของระบบอินเวอร์ทเพนดูลัมแบบฐานหมุน โดยอาศัยกฎของนิวตัน (Newton's laws) เพื่อนำไปใช้ออกแบบตัวควบคุม
3. จำลองการควบคุมระบบอินเวอร์ทเพนดูลัมโดยใช้โปรแกรมเมตแล็บ (Matlab) และสร้างตัวควบคุมจากโปรแกรมภาษาซี (C language) เพื่อนำไปควบคุมจริงกับระบบอินเวอร์ทเพนดูลัมแบบฐานหมุนในห้องปฏิบัติการ

## 1.4 รายละเอียดของวิทยานิพนธ์

ในวิทยานิพนธ์ฉบับนี้จะแบ่งออกเป็น 6 บท โดยมีรายละเอียดของแต่ละบทดังต่อไปนี้

บทที่ 1 เป็นการกล่าวถึงความเป็นมาและความสำคัญของหัวข้อวิจัย ความมุ่งหมายและวัตถุประสงค์ในการศึกษาและวิจัย ขอบเขตและขั้นตอนในการวิจัย พร้อมทั้งรายละเอียดของวิทยานิพนธ์ในแต่ละบทไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีบทที่ 2 เป็นการกล่าวถึงรายละเอียดโครงสร้างและการหาแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของระบบอินเวอร์ทเพนดูลัมแบบฐานหมุนที่ใช้ในงานวิจัย

บทที่ 3 กล่าวถึงทฤษฎีพื้นฐานของวิธี CRA

บทที่ 4 กล่าวถึงการออกแบบตัวควบคุมการเหวี่ยงขึ้นและรักษาเสถียรภาพของระบบอินเวอร์ทเพนดูลัมแบบฐานหมุน โดยใช้ทฤษฎีพื้นฐานในบทที่ 3

บทที่ 5 เป็นการกล่าวถึงการจำลองและการทดลองการนำตัวควบคุมที่ได้ออกแบบไว้ในบทที่ 4 มาควบคุมการเหวี่ยงขึ้นและรักษาเสถียรภาพของอินเวอร์ทเพนดูลัมแบบฐานหมุน โดยอันดับแรกจะจำลองการทำงานของตัวควบคุมด้วยโปรแกรมแมตแล็บ จากนั้นจึงนำตัวควบคุมไปทดลองควบคุมกับชุดทดลองจริง

บทที่ 6 สรุปผลการวิจัยและข้อเสนอแนะในการพัฒนาวิธีการออกแบบตัวควบคุมสำหรับการควบคุมการเหวี่ยงขึ้นและรักษาเสถียรภาพของอินเวอร์ทเพนดูลัมแบบฐานหมุน

ส่วนท้ายสุดของวิทยานิพนธ์นี้เป็นภาคผนวกซึ่งจะแสดงถึงรายละเอียดของอุปกรณ์ที่ใช้ในการทดลอง แนวคิดการพัฒนาโปรแกรมคอมพิวเตอร์ที่ใช้ในการทดลอง พร้อมทั้งผลงานวิจัยที่ได้รับการตีพิมพ์ในระหว่างการศึกษาและประวัติของผู้เขียนโดยสังเขป



เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้คัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

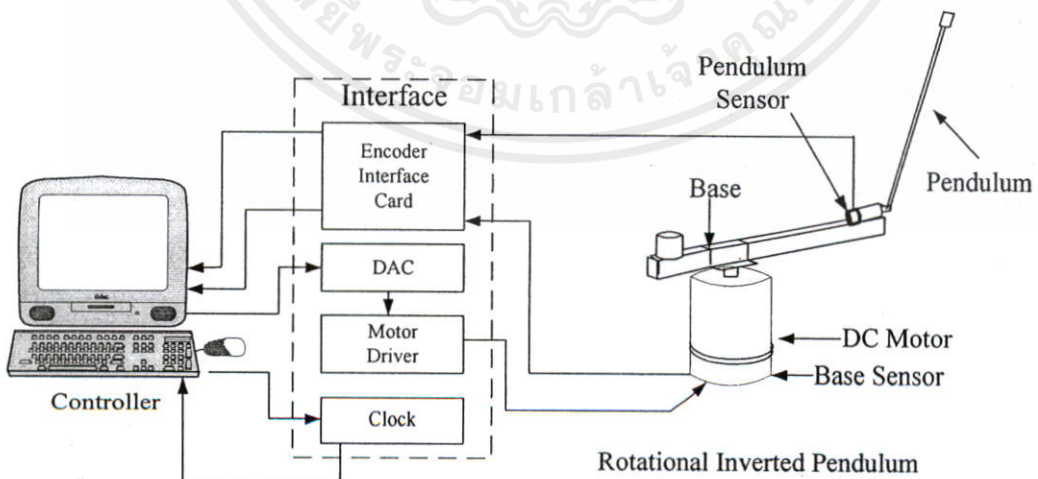
## บทที่ 2

### ระบบอินเวอร์ทเพนดูลัมแบบฐานหมุน

ระบบอินเวอร์ทเพนดูลัมเป็นเครื่องมือที่นิยมนำมาศึกษาค้นคว้าในวิศวกรรมระบบควบคุม ดังที่ได้กล่าวมาแล้วในบทที่ 1 ข้อสำคัญในการควบคุมระบบอินเวอร์ทเพนดูลัมมีอยู่ด้วยกัน 2 ข้อ คือ ข้อแรกเป็นการควบคุมการเหวี่ยงขึ้นของเพนดูลัมจากจุดสมดุลล่างขึ้นไปบริเวณจุดสมดุลบน และข้อที่สองคือการรักษาเสถียรภาพของแท่งเพนดูลัมให้สามารถตั้งตรงอยู่ได้ ณ ตำแหน่งบริเวณจุดสมดุลบน เนื่องจากระบบอินเวอร์ทเพนดูลัมแบบฐานหมุนนั้น สามารถหมุนได้สองทิศไม่จำกัดรอบ ใช้พื้นที่น้อยในการติดตั้งขณะทำงาน และระบบมีโครงสร้างไม่ซับซ้อนจึงง่ายต่อการออกแบบ ดังนั้น ในวิทยานิพนธ์ฉบับนี้ จึงเลือกใช้ระบบอินเวอร์ทเพนดูลัมแบบฐานหมุนในการศึกษาและทดลองประสิทธิภาพของตัวควบคุมที่น่าเสนอ

#### 2.1 ระบบควบคุมของอินเวอร์ทเพนดูลัมแบบฐานหมุน

ในวิทยานิพนธ์ฉบับนี้ จะศึกษาและทดลองการควบคุมระบบอินเวอร์ทเพนดูลัมแบบฐานหมุนที่ใช้ตัวควบคุมที่น่าเสนอ ระบบควบคุมอินเวอร์ทเพนดูลัมแบบฐานหมุนแสดงในรูปที่ 2.1 จะประกอบด้วยสามส่วนหลักๆ คือ ส่วนของอินเวอร์ทเพนดูลัมแบบฐานหมุน ส่วนของตัวควบคุม และส่วนเชื่อมต่อ (Interface) ระหว่างอินเวอร์ทเพนดูลัมแบบฐานหมุนกับตัวควบคุม โดยมีรายละเอียดของแต่ละส่วนดังต่อไปนี้

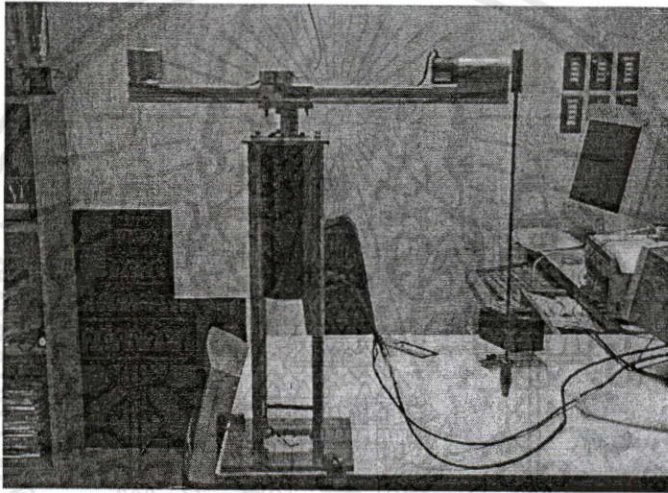


เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้คัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

รูปที่ 2.1 ระบบควบคุมอินเวอร์ทเพนดูลัมแบบฐานหมุน

### 2.1.1 อินเวอร์ทเพนควิลัมแบบฐานหมุน

ชุดทดลองอินเวอร์ทเพนควิลัมแบบฐานหมุนดังแสดงในรูปที่ 2.2 นั้นมีส่วนประกอบที่สำคัญ คือ ฐานเพนควิลัม เพนควิลัม และอุปกรณ์วัดตำแหน่งมุมของฐานเพนควิลัมและมุมของเพนควิลัมที่กระทำกับแนวแกนตั้ง โดยที่ตัวฐานเพนควิลัมจะถูกขับเคลื่อนด้วยมอเตอร์กระแสตรงเพื่อให้สามารถหมุนได้สองทิศทางไม่จำกัดรอบ เพนควิลัมแท่งเหล็กปลอดภัยยึดติดอยู่กับปลายของฐานเพนควิลัมและสามารถหมุนรอบจุดหมุนนี้ในระนาบของแนวแกนตั้งได้ มุมระหว่างเพนควิลัมกับแนวแกนตั้งถูกวัดโดยเอนโคเดอ์แบบหมุน (rotary encoder) ที่ติดตั้งอยู่ที่จุดหมุนดังกล่าว และมีเอนโคเดอ์แบบหมุนอีกตัวหนึ่งติดตั้งอยู่ที่ส่วนล่างของมอเตอร์เพื่อใช้เป็นตัววัดตำแหน่งของมุมฐานเพนควิลัม



รูปที่ 2.2 ชุดทดลองอินเวอร์ทเพนควิลัมแบบฐานหมุนในห้องปฏิบัติการ

### 2.1.2 ตัวควบคุม

โปรแกรมคอมพิวเตอร์ที่ทำงานตามเวลาจริง (real-time control) ที่พัฒนาขึ้นด้วยโปรแกรมภาษาซีได้ถูกนำมาใช้ให้ทำหน้าที่เป็นตัวควบคุม โดยที่โปรแกรมคอมพิวเตอร์นี้จะทำงานอยู่บนเครื่องคอมพิวเตอร์ส่วนบุคคล รายละเอียดของโปรแกรมแสดงไว้ในภาคผนวก ข.

### 2.1.3 ส่วนเชื่อมต่อระหว่างตัวควบคุมกับอินเวอร์ทเพนควิลัมแบบฐานหมุน

ส่วนเชื่อมต่อระหว่างตัวควบคุมกับอินเวอร์ทเพนควิลัมแบบฐานหมุนนั้น จะประกอบด้วยวงจรอิเล็กทรอนิกส์สองวงจรที่สร้างขึ้นมา โดยที่วงจรแรกจะทำหน้าที่นับจำนวนพัลส์ของเอนโคเดอ์ที่วัดตำแหน่งมุมเพนควิลัมและมุมฐานเพนควิลัม (ดังรายละเอียดที่แสดงในภาคผนวก ก.2) แล้วนำข้อมูลที่วัดได้นี้ส่งให้กับคอมพิวเตอร์เพื่อประมวลผลต่อไป และวงจรที่สองจะ

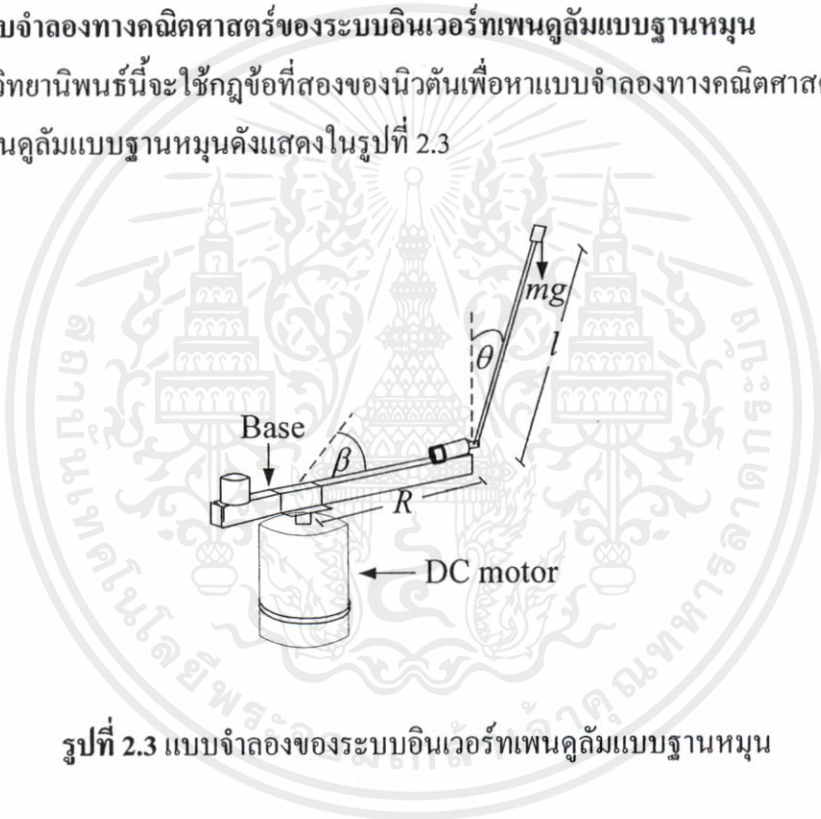
ทำหน้าที่แปลงสัญญาณควบคุมซึ่งเป็นสัญญาณดิจิทัลที่ได้มาจากคอมพิวเตอร์ให้อยู่ในรูปของสัญญาณอนาล็อกที่มีระดับ +10 โวลต์ ถึง -10 โวลต์ (ดังรายละเอียดที่แสดงในภาคผนวก ก.3) เพื่อป้อนไปยังวงจรมอเตอร์กระแสตรงที่มีระดับแรงดัน 100 โวลต์  $\pm 10$  แอมแปร์ (ดังรายละเอียดที่แสดงในภาคผนวก ก.4) ซึ่งจะขับเคลื่อนฐานของเพนคูล์มให้หมุนได้สองทิศทาง

## 2.2 ระบบอินเวอร์ทเพนคูล์มแบบฐานหมุน

ในการออกแบบตัวควบคุมการรักษาเสถียรภาพของอินเวอร์ทเพนคูล์มแบบฐานด้วยวิธี CRA นั้น จะต้องหาแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของระบบอินเวอร์ทเพนคูล์มก่อน

### 2.2.1 แบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของระบบอินเวอร์ทเพนคูล์มแบบฐานหมุน

ในวิทยานิพนธ์นี้จะใช้กฎข้อที่สองของนิวตันเพื่อหาแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของระบบอินเวอร์ทเพนคูล์มแบบฐานหมุนดังแสดงในรูปที่ 2.3



รูปที่ 2.3 แบบจำลองของระบบอินเวอร์ทเพนคูล์มแบบฐานหมุน

- เมื่อ  $m$  คือ มวลของเพนคูล์ม ( $kg$ )  
 $l$  คือ ความยาวของเพนคูล์ม ( $m$ )  
 $R$  คือ ความยาวของฐานเพนคูล์ม ( $m$ )  
 $J$  คือ โมเมนต์ความเฉื่อยของมอเตอร์ ( $kg \cdot m^2$ )  
 $b$  คือ สัมประสิทธิ์แรงเสียดทานของมอเตอร์ ( $kg \cdot m^2 / sec$ )  
 $g$  คือ ความเร่งของแรงโน้มถ่วงของโลก ( $m/sec^2$ )  
 $\theta$  คือ มุมของเพนคูล์ม ( $rad$ )  
 $\beta$  คือ มุมของฐานเพนคูล์ม ( $rad$ )  
 $\tau_m$  คือ แรงบิดของมอเตอร์ ( $N \cdot m$ )

เอกสารนี้เป็นเอกสารสงวนลิขสิทธิ์ ซึ่งในเพื่อการศึกษาด้านนี้ มีอนุญาติให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
 ไม่ว่าจะในรูปแบบใดก็ตามโดยไม่เสียค่าใช้จ่าย และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

เนื่องจากเพนดูลัมเคลื่อนที่แบบวงกลมในแนวโค้ง จึงสามารถเขียนสมการผลรวมของแรงที่จุดศูนย์กลางของมวลที่กระทำต่ออินเวอร์ทเพนดูลัมได้ดังสมการที่ (2.1) และ (2.2) ตามลำดับดังนี้

$$\sum F_r = f_r - mg \cos \theta = ma_r \quad (2.1)$$

$$\sum F_\theta = -mg \sin \theta = ma_\theta \quad (2.2)$$

เมื่อ  $m$  เป็นมวลของอินเวอร์ทเพนดูลัม  $f_r$  เป็นแรงปฏิกิริยาที่กระทำต่ออินเวอร์ทเพนดูลัม  $a_r$  และ  $a_\theta$  เป็นความเร่ง ดังนั้น ผลรวมของโมเมนต์รอบจุดปลายของฐานหมุน คือ

$$\sum M_b = \tau_m - Rf_r \sin \theta - b\dot{\beta} = J\ddot{\beta} \quad (2.3)$$

และความเร่งของอินเวอร์ทเพนดูลัมที่สัมผัสกับฐานหมุนแสดงได้ดังสมการ

$$a_r = R\ddot{\beta} \sin \theta - l(\dot{\theta})^2 \quad (2.4)$$

และ

$$a_\theta = -(R\ddot{\beta} \cos \theta + l\ddot{\theta}) \quad (2.5)$$

ตามลำดับ เมื่อนำสมการที่ (2.4) แทนลงในสมการที่ (2.1) แล้ว จะได้แรงปฏิกิริยา  $f_r$  ที่กระทำต่ออินเวอร์ทเพนดูลัม ดังนี้

$$f_r = m[g \cos \theta + R\ddot{\beta} \sin \theta - l(\dot{\theta})^2] \quad (2.6)$$

และเมื่อแทนสมการที่ (2.6) ลงในสมการที่ (2.3) จะได้สมการของแรงบิดดังสมการที่ (2.7)

$$\tau_m = mlR\ddot{\theta} \cos \theta - mlR(\dot{\theta})^2 \sin \theta + b\dot{\beta} + (J + mR^2)\ddot{\beta} \quad (2.7)$$

หลังจากที่นำสมการที่ (2.5) แทนลงในสมการที่ (2.2) แล้วจัดรูปใหม่จะได้

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใด  $mg \sin \theta = mR\ddot{\beta} \cos \theta + ml\ddot{\theta}$  และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้ (2.8)

เมื่อนำสมการที่ (2.7) และ (2.8) มาเขียนให้อยู่ในรูปของระบบสมการอนุพันธ์อันดับหนึ่ง จะได้

$$\frac{d\theta}{dt} = \dot{\theta}$$

$$\frac{d\beta}{dt} = \dot{\beta}$$

$$\frac{d\dot{\theta}}{dt} = \frac{1}{J + mL^2 \sin^2 \theta} \left[ Rb \cos \theta \dot{\beta} + (J + mR^2)g \sin \theta - R \cos \theta \tau_m - mL^2 \sin \theta \cos \theta \dot{\theta}^2 \right]$$

$$\frac{d\dot{\beta}}{dt} = \frac{1}{mR^2 \sin^2 \theta + J} \left[ mL^2 \sin \theta \dot{\theta}^2 - mRg \sin \theta \cos \theta - b\dot{\beta} + \tau_m \right]$$

### 2.2.2 การประมาณเชิงเส้น

หลังจากได้สมการของการเคลื่อนที่ของอินเวอร์ทเพนควิลัมแบบฐานหมุนแล้ว จะเห็นได้ว่าระบบนี้เป็นระบบที่ไม่เป็นเชิงเส้น จึงต้องประมาณระบบนี้ให้เป็นระบบเชิงเส้นก่อน ซึ่งจะทำให้สามารถออกแบบตัวควบคุมแบบเชิงเส้นด้วยวิธี CRA ต่อไป

จาก

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{f}(\mathbf{x}, u)$$

$$\mathbf{y} = \mathbf{h}(\mathbf{x})$$

สามารถประมาณระบบอินเวอร์ทเพนควิลัมแบบฐานหมุนให้เป็น

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{B}u \quad (2.9)$$

$$\mathbf{y} = \mathbf{C}\mathbf{x} \quad (2.10)$$

ซึ่งจะเป็นระบบเชิงเส้น โดยที่

$$\mathbf{A} = \left. \frac{\partial \mathbf{f}(\mathbf{x}, u)}{\partial \mathbf{x}} \right|_{\mathbf{x}=\mathbf{x}_0, u=u_0} \quad (2.11)$$

$$\mathbf{B} = \left. \frac{\partial \mathbf{f}(\mathbf{x}, u)}{\partial u} \right|_{\mathbf{x}=\mathbf{x}_0, u=u_0} \quad (2.12)$$

ในการออกแบบตัวควบคุมเพื่อรักษาเสถียรภาพของอินเวอร์ทเพนควิลัมแบบฐานหมุน จะต้องประมาณแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของระบบอินเวอร์ทเพนควิลัมแบบฐานหมุนให้เป็นเชิงเส้นก่อนโดยจะพิจารณา ณ จุดสมดุลบนของเพนควิลัม แล้วจึงนำแบบจำลองทางคณิตศาสตร์เชิงเส้นที่ได้นี้ไปใช้ในการออกแบบตัวควบคุมเสถียรภาพของอินเวอร์ทเพนควิลัมแบบฐานหมุนเมื่อกำหนดให้ค่าเริ่มต้นของอินพุต  $u_0 = 0$  และค่าเริ่มต้นของตัวแปรสถานะ  $\mathbf{x}_0 = 0$  จากสมการที่ (2.11) และสมการที่ (2.12) จะได้

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ \frac{mgR^2 + Jg}{J} & 0 & 0 & \frac{bR}{J} \\ -\frac{mgR}{J} & 0 & 0 & -\frac{b}{J} \end{bmatrix} \quad (2.13)$$

และ

$$\mathbf{B} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ -\frac{R}{J} \\ \frac{1}{J} \end{bmatrix} \quad (2.14)$$

ตามลำดับ เนื่องจากระบบอินเวอร์ทเพนคูล์มแบบฐานหมุนมีเอาท์พุทคือ มุมเพนคูล์มและมุมฐานเพนคูล์ม ดังนั้น

$$\mathbf{C} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (2.15)$$

เมื่อกำหนดให้ตัวแปรสถานะ  $x_1 = \theta$ ,  $x_2 = \beta$ ,  $x_3 = \dot{\theta}$ ,  $x_4 = \dot{\beta}$  และให้แรงบิด  $\tau_m$  คือ สัญญาณควบคุม  $u$  แล้ว สมการสถานะและสมการเอาท์พุทของระบบอินเวอร์ทเพนคูล์มแบบฐานหมุนที่พิจารณา ณ ตำแหน่งจุดสมดุลบ่น จึงสามารถเขียนได้เป็น

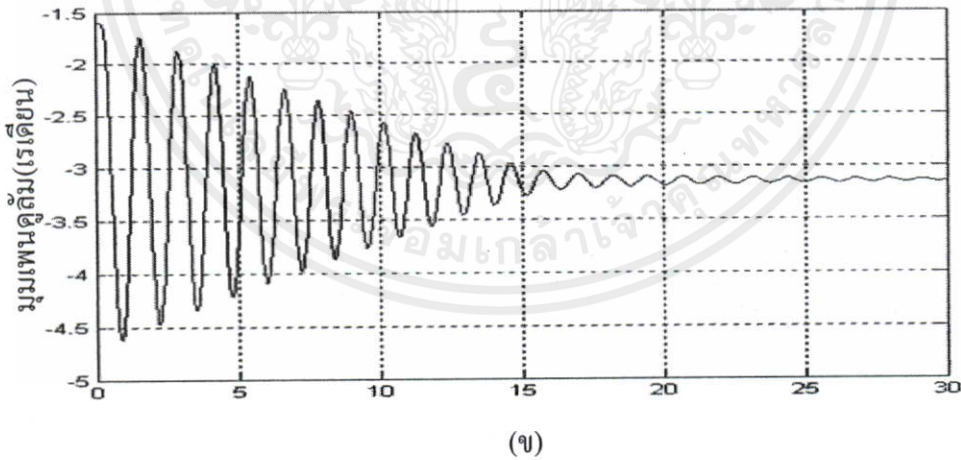
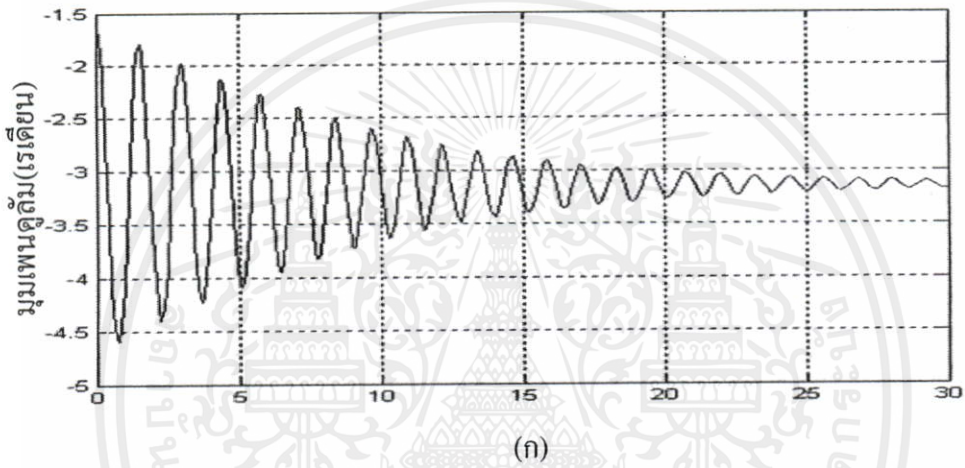
$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \\ \dot{x}_3 \\ \dot{x}_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ \frac{mgR^2 + Jg}{J} & 0 & 0 & \frac{bR}{J} \\ -\frac{mgR}{J} & 0 & 0 & -\frac{b}{J} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ -\frac{R}{J} \\ \frac{1}{J} \end{bmatrix} u \quad (2.16)$$

$$y = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix} \quad (2.17)$$

ตามลำดับ

### 2.2.3 การหาค่าพารามิเตอร์ของระบบอินเวอร์ทเพนดูลัมแบบฐานหมุน

จากสมการสถานะของระบบอินเวอร์ทเพนดูลัมแบบฐานหมุนดังแสดงในสมการที่ (2.16) จะเห็นว่า มีค่าของโมเมนต์ความเฉื่อยของมอเตอร์และค่าของสัมประสิทธิ์แรงเสียดทานของมอเตอร์ ซึ่งเป็นพารามิเตอร์ที่ยังไม่ทราบค่า และจะสามารถหาได้จากการปรับเปลี่ยนค่าโมเมนต์ความเฉื่อยของมอเตอร์และค่าสัมประสิทธิ์แรงเสียดทานของมอเตอร์ ด้วยการจำลองระบบอินเวอร์ทเพนดูลัมแบบฐานหมุนโดยใช้โปรแกรมแมตแล็บ เพื่อหาผลตอบสนองของระบบวงเปิด (open-loop response) ของการแกว่งของเพนดูลัมที่มีผลใกล้เคียงกับผลตอบสนองวงเปิดของการแกว่งของเพนดูลัมที่ได้จากทดลองจริงกับชุดทดลองอินเวอร์ทเพนดูลัมแบบฐานหมุนให้มากที่สุด



เวลา(วินาที)

(ก) ผลการทดลองของระบบจริง (ข) ผลการจำลองด้วยโปรแกรมแมตแล็บ

เอกสารนี้เป็นเอกสารสงวนลิขสิทธิ์และใช้เฉพาะเพื่อการเรียนการสอนไปจนกว่าจะนำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
**รูปที่ 2.4 การเปรียบเทียบผลตอบสนองวงเปิดของการแกว่งของเพนดูลัม**  
 ไม่ว่าจะผิดใดๆทั้งนั้น อีกทั้งห้ามมิให้คัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ในการทดลองหาผลตอบสนองของวงเปิด ได้กำหนดให้ค่าเริ่มต้นของตัวแปรสถานะ  $x_0$  มีค่าเท่ากับ  $\left[-\frac{3}{2}\pi \ 0 \ 0 \ 0\right]^T$  และค่าเริ่มต้นของสัญญาณอินพุต  $u_0$  เท่ากับ 0 ซึ่งจะได้ผลตอบสนองที่ได้จากการทดลองดังแสดงในรูปที่ 2.4 (ก) จากนั้นปรับค่าของโมเมนต์ความเฉื่อยของมอเตอร์และค่าของสัมประสิทธิ์แรงเสียดทานของมอเตอร์ จนให้ผลตอบสนองของระบบวงเปิดที่ได้จากการจำลองระบบดังแสดงในรูปที่ 2.4 (ข) มีผลตอบสนองใกล้เคียงกับผลตอบสนองที่ได้จากการทดลอง ซึ่งพบว่าค่าของโมเมนต์ความเฉื่อยของมอเตอร์มีค่าเท่ากับ 0.0445 และค่าของสัมประสิทธิ์แรงเสียดทานของมอเตอร์มีค่าเท่ากับ 0.0500

หลังจากหาโมเมนต์ความเฉื่อยของมอเตอร์และค่าสัมประสิทธิ์แรงเสียดทานของมอเตอร์แล้ว ต่อไปจึงหาค่าพารามิเตอร์ต่างๆของระบบอินเวอร์ทเพนดูลัมแบบฐานหมุนโดยชั่งน้ำหนักของแท่งเพนดูลัม วัดความยาวของแท่งเพนดูลัมและวัดความยาวของฐานเพนดูลัม ซึ่งพารามิเตอร์เหล่านั้นแสดงดังตารางที่ 2.1

ตารางที่ 2.1 พารามิเตอร์ของระบบอินเวอร์ทเพนดูลัมแบบฐานหมุน

มวลของเพนดูลัม ( $m$ )	0.127 kg
ความยาวของแท่งเพนดูลัม ( $l$ )	0.49 m
ความยาวของฐานเพนดูลัม ( $R$ )	0.35 m
ความเร่งของแรงโน้มถ่วงของโลก ( $g$ )	9.81 m/sec <sup>2</sup>
โมเมนต์ความเฉื่อยของมอเตอร์ ( $J$ )	0.0445 kg · m <sup>2</sup>
สัมประสิทธิ์แรงเสียดทานของมอเตอร์ ( $b$ )	0.0500 kg · m <sup>2</sup> / sec

เมื่อนำค่าของพารามิเตอร์ในตารางที่ 2.1 แทนลงในสมการสถานะของอินเวอร์ทเพนดูลัมแบบฐานหมุนที่พิจารณา ณ บริเวณจุดสมดุลบนดังแสดงในสมการที่ (2.16) จะได้

$$\begin{bmatrix} \dot{\theta} \\ \dot{\beta} \\ \ddot{\theta} \\ \ddot{\beta} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1.00 \\ 26.99 & 0 & 0 & 0.80 \\ -9.79 & 0 & 0 & -1.12 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \theta \\ \beta \\ \dot{\theta} \\ \dot{\beta} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ -16.05 \\ 22.47 \end{bmatrix} \tau_m \quad (2.18)$$

และจะนำสมการที่ (2.18) และสมการที่ (2.17) ไปออกแบบตัวควบคุมรักษาเสถียรภาพของเพนดูลัม ณ จุดสมดุลบนด้วยวิธี CRA ซึ่งจะกล่าวโดยละเอียดต่อไปในบทที่ 4

## บทที่ 3

# วิธีกำหนดอัตราส่วนคุณลักษณะ

ในการออกแบบ ระบบควบคุมให้มีสมรรถนะของระบบตามที่ต้องการนั้น จะต้อง ออกแบบตัวควบคุมให้เหมาะสมกับคุณลักษณะของกระบวนการนั้นๆ โดยทั่วไปแล้ว จะมีทฤษฎี การออกแบบตัวควบคุมอยู่ 3 ทฤษฎีหลักๆ กล่าวคือ ทฤษฎีการควบคุมตามแบบฉบับ (classical control theory) ทฤษฎีการควบคุมแบบสมัยใหม่ (modern control theory) และทฤษฎีการควบคุม โดยใช้พหุนาม (polynomial) หรือในบางครั้งเรียกว่า ทฤษฎีพีชคณิต ตัวอย่างวิธีการควบคุมตาม แบบฉบับ เช่น วิธีการตอบสนองทางความถี่ (frequency response method) และวิธี โลกัศของราก (root-locus method) ซึ่งจะใช้ฟังก์ชันถ่ายโอนเป็นเครื่องมือสำคัญในการวิเคราะห์และออกแบบ ระบบควบคุม แต่ในกรณีที่โพลและซีโรของระบบเกิดการหักล้างกัน จะทำให้ไม่สามารถควบคุม (uncontrollable) และไม่สามารถสังเกต (unobservable) พฤติการณ์ของระบบได้ สำหรับตัวอย่าง ทฤษฎีการควบคุมแบบสมัยใหม่ เช่น วิธีการวางโพล (pole placement) และวิธีการควบคุมเหมาะ ที่ที่สุด (optimal control) นั้น จะต้องพิจารณาความสามารถในการควบคุมได้ (controllability) และ ความสามารถในการสังเกตได้ (observability) ของระบบที่ต้องการจะควบคุม ซึ่งจะแทนระบบให้ อยู่ในรูปของปริภูมิสถานะ (state-space form) อันเป็นเครื่องมือสำคัญในการวิเคราะห์และ ออกแบบระบบ สำหรับวิธีกำหนดอัตราส่วนคุณลักษณะหรือ CRA เป็นวิธีการออกแบบระบบ ควบคุมเชิงพีชคณิต ซึ่งตัวควบคุมจะถูกออกแบบจากพหุนามคุณลักษณะวงปิดของ ระบบควบคุมนั้นๆ เพื่อให้ระบบควบคุมมีผลตอบสนองที่ไม่มีค่าพุ่งเกินและค่าผิดพลาดที่สถานะ อยู่ตัว รวมทั้งสามารถใช้หลักการของ CRA ปรับความเร็วของผลตอบสนองได้

### 3.1 คุณสมบัติพื้นฐานของวิธีกำหนดอัตราส่วนคุณลักษณะ

วิธีกำหนดอัตราส่วนคุณลักษณะหรือ วิธี CRA เป็นศาสตราจารย์คิมและคณะ ได้นำเสนอ การออกแบบตัวควบคุม ซึ่งเป็นหลักการออกแบบระบบควบคุมให้มีเสถียรภาพและสมรรถนะ ตามที่ต้องการ โดยที่การออกแบบตัวควบคุมด้วยวิธี CRA นั้น จะพิจารณาจากฟังก์ชันถ่ายโอนวง ปิดของระบบป้อนกลับและพหุนามคุณลักษณะวงปิด เพื่อให้ได้ผลตอบสนองชั่วคราว (transient response) ตามที่ต้องการ ซึ่งอาศัยหลักการทางพีชคณิต โดยที่

(1) ระบบจะถูกแทนด้วยสมการพหุนาม

(2) สามารถออกแบบสมการพหุนามคุณลักษณะซึ่งมีตัวควบคุมที่ต้องการหาค่าพารามิเตอร์  
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้คัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้  
รวมอยู่ด้วย

(3) เสถียรภาพของ CRA จะอยู่บนเงื่อนไขความพอเพียงของลีพาทอฟ (Lipatov's sufficient condition for stability)

### 3.2 พหุนามคุณลักษณะ

ในวิธีการของ CRA จะพิจารณาจากฟังก์ชันถ่ายโอนวงปิดของระบบป้อนกลับ  $G(s)$  ดังสมการที่ (3.1)

$$G(s) = \frac{a_0}{a_n s^n + a_{n-1} s^{n-1} + \dots + a_1 s + a_0} \tag{3.1}$$

โดยที่ตัวส่วนของฟังก์ชันถ่ายโอนนี้คือ พหุนามคุณลักษณะวงปิดซึ่งจะแทนด้วย  $P(s)$  ดังสมการที่ (3.2) ดังนี้

$$P(s) = a_n s^n + a_{n-1} s^{n-1} + \dots + a_1 s + a_0, \forall a_i > 0 \tag{3.2}$$

เมื่อ  $a_0, a_1, \dots, a_n$  คือสัมประสิทธิ์ของพหุนามคุณลักษณะวงปิดซึ่งประกอบด้วยพารามิเตอร์ของกระบวนการที่รู้ค่าและพารามิเตอร์ของตัวควบคุมที่ยังไม่รู้ค่า โดยที่สัมประสิทธิ์ทุกๆตัวจะต้องมีค่ามากกว่าศูนย์ และพารามิเตอร์ของตัวควบคุมนี้จะถูกออกแบบด้วยวิธี CRA ซึ่งจะได้กล่าวโดยละเอียดต่อไปในบทที่ 4

### 3.3 ค่าอัตราส่วนคุณลักษณะและค่าคงตัวเวลานัยทั่วไป

การออกแบบตัวควบคุมด้วยวิธี CRA เป็นการออกแบบจากระบบควบคุมวงปิดทั้งระบบ พารามิเตอร์ที่ใช้ในการออกแบบตัวควบคุม จะประกอบด้วยค่าอัตราส่วนคุณลักษณะ  $\alpha_i$  ซึ่งจะเป็นตัวกำหนดเสถียรภาพของระบบ และค่าคงตัวเวลานัยทั่วไป  $\tau$  ซึ่งจะเป็นตัวกำหนดความเร็วของผลตอบสนองของระบบ ค่าพารามิเตอร์เหล่านี้จะมีความสัมพันธ์โดยตรงกับพหุนามคุณลักษณะวงปิด

ความสัมพันธ์ทางคณิตศาสตร์ของค่าอัตราส่วนคุณลักษณะ  $\alpha_i$  และค่าคงตัวเวลานัยทั่วไป  $\tau$  แสดงได้ดังสมการที่ (3.3) และ (3.4) ดังนี้

$$\alpha_i = \frac{a_i^2}{a_{i+1} a_{i-1}} \tag{3.3}$$

$$\tau = \frac{a_1}{a_0} \tag{3.4}$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารสงวนลิขสิทธิ์ไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้คัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

จากความสัมพันธ์ของค่าอัตราส่วนคุณลักษณะ  $\alpha_i$  ในสมการที่ (3.3) และค่าคงตัวเวลานัยทั่วไป  $\tau$  ในสมการที่ (3.4) จะได้ค่าสัมประสิทธิ์  $a_i$  แสดงได้ดังสมการที่ (3.5)

$$a_i = a_0 \tau^i \frac{1}{\alpha_{i-1} \dots \alpha_2^{i-2} \alpha_1^{i-1}} \quad (3.5)$$

ซึ่งเป็นสัมประสิทธิ์ของพหุนามคุณลักษณะวงปิดที่ได้จากวิธี CRA ที่แสดงอยู่ในเทอมของ  $a_0$ ,  $\tau$  และ  $\alpha_i$  และนำมาใช้ในการออกแบบเพื่อหาค่าของพารามิเตอร์ที่เหมาะสมของตัวควบคุมต่อไป

### 3.4 การปรับความเร็วผลตอบสนองของระบบ

จากพหุนามคุณลักษณะวงปิดของระบบป้อนกลับ  $P(s)$  ในสมการที่ (3.2) สามารถเขียนให้อยู่ในรูปเซตของสัมประสิทธิ์ได้ดังสมการที่ (3.6)

$$A = [a_n \quad a_{n-1} \quad \dots \quad a_1 \quad a_0] \quad (3.6)$$

เมื่อจัดฟังก์ชันถ่ายโอน  $G(s)$  ของสมการที่ (3.1) ให้อยู่ในรูปแบบใหม่ดังสมการที่ (3.7)

$$G(s) = \frac{a_0 / a_n}{s^n + \frac{a_{n-1}}{a_n} s^{n-1} + \dots + \frac{a_1}{a_n} s + \frac{a_0}{a_n}} \quad (3.7)$$

แล้ว ตัวส่วนของสมการที่ (3.7) จะสามารถเขียนให้อยู่ในรูปเซตของสัมประสิทธิ์ใหม่ได้ดังนี้

$$A = \left[ 1 \quad \frac{a_{n-1}}{a_n} \quad \dots \quad \frac{a_1}{a_n} \quad \frac{a_0}{a_n} \right]$$

หรือเขียนใหม่เป็น

$$A = \left[ 1 \quad \prod_{i=n-1}^{n-1} b_i \quad \dots \quad \prod_{i=1}^{n-1} b_i \quad \prod_{i=0}^{n-1} b_i \right] \quad (3.8)$$

โดยที่  $b_i = \frac{a_i}{a_{i+1}}$ ,  $i = 0, 1, 2, \dots, n-1$  และเมื่อต้องการปรับความเร็วผลตอบสนองของระบบไม่ว่ากรณีใดๆ  $a_{i+1}$  อีกทั้งห้ามมิให้ค่าเปลี่ยนแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้ควบคุมหลังจากได้ออกแบบแล้ว ก็สามารถปรับได้โดยใช้แฟกเตอร์  $k$  ดังนั้น รูปเซตของสัมประสิทธิ์ที่มีแฟกเตอร์  $k$  คือ

$$A = \begin{bmatrix} 1 & k \prod_{i=n-1}^{n-1} b_i & \dots & k^{n-1} \prod_{i=1}^{n-1} b_i & k^n \prod_{i=0}^{n-1} b_i \end{bmatrix} \quad (3.9)$$

ซึ่งจะทำให้ค่าคงตัวเวลานัยทั่วไป  $\tau$  เปลี่ยนไปดังนี้

$$\tau = \frac{1}{k} \left( \frac{a_1}{a_0} \right) \quad (3.10)$$

โดยที่  $k$  มีค่ามากกว่าหนึ่ง ดังนั้น ฟังก์ชันถ่ายโอนของระบบป้อนกลับเมื่อปรับค่าแฟกเตอร์  $k$  จะเป็นดังนี้

$$G_k(s) = \frac{k^n a_0}{a_n s^n + k a_{n-1} s^{n-1} + \dots + k^{n-1} a_1 s + k^n a_0} \quad (3.11)$$

และจะได้พหุนามคุณลักษณะวงปิดของระบบ  $P_k(s)$  เมื่อปรับค่าแฟกเตอร์  $k$  แล้วดังต่อไปนี้

$$P_k(s) = a_n s^n + k a_{n-1} s^{n-1} + \dots + k^{n-1} a_1 s + k^n a_0 \quad (3.12)$$

ซึ่งเป็นสมการพหุนามคุณลักษณะวงปิดที่จะนำมาใช้ในการออกแบบตัวควบคุมเพื่อปรับความเร็วผลตอบสนองของระบบด้วยวิธี CRA

### 3.5 เงื่อนไขเสถียรภาพของ CRA

การพิจารณาเสถียรภาพของระบบที่ถูกออกแบบโดยวิธี CRA นั้น จะใช้เงื่อนไขความพอเพียงสำหรับเสถียรภาพของลีพาทอฟ [8] แสดงได้ดังสมการดังต่อไปนี้

$$\sqrt{\alpha_i \alpha_{i+1}} > 1.4656 \quad \text{สำหรับทุกค่าของ } i = 1, 2, \dots, n-2 \quad (3.13)$$

$$\alpha_i \geq 1.12374 \alpha_i^* \quad \text{สำหรับทุกค่าของ } i = 2, 3, \dots, n-2 \quad (3.14)$$

$$\alpha_i^* = \frac{1}{\alpha_{i+1}} + \frac{1}{\alpha_{i-1}}; \alpha_0, \alpha_n = \infty \quad \text{โดยที่ } i = 1, \dots, n-1 \quad (3.15)$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารสงวนลิขสิทธิ์สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้คัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

### 3.6 การเลือกค่าอัตราส่วนคุณลักษณะและค่าคงตัวเวลานัยทั่วไป

การเลือกค่าอัตราส่วนคุณลักษณะและค่าคงตัวเวลานัยทั่วไป จะเป็นเงื่อนไขเริ่มต้นในการออกแบบตัวควบคุมเพื่อให้ระบบควบคุมวงปิดมีเสถียรภาพและมีผลตอบสนองตามต้องการอย่างใดก็ตาม ก็สามารถปรับเปลี่ยนค่าอัตราส่วนคุณลักษณะ  $\alpha$ , นี้เพื่อให้ระบบควบคุมวงปิดมีสมรรถนะตามที่ต้องการได้ แต่ในการปรับเปลี่ยนค่าอัตราส่วนคุณลักษณะนั้น จะต้องปรับเปลี่ยนให้อยู่ภายใต้เงื่อนไขความพอเพียงสำหรับเสถียรภาพของลูปถ่ายป้อนที่ได้กล่าวมาแล้วในหัวข้อ 3.5 ซึ่งศาสตราจารย์คิมได้แนะนำค่าอัตราส่วนคุณลักษณะ  $\alpha$ , ทุกตัวว่า ควรกำหนดให้มีค่ามากกว่า 2 และให้ค่าคงตัวเวลานัยทั่วไปมีค่าเท่ากับ 1 เป็นค่าเริ่มต้นในการออกแบบ แต่จะสามารถเปลี่ยนแปลงค่าเริ่มต้นนั้นให้เหมาะสมตามผลตอบสนองที่ต้องการได้

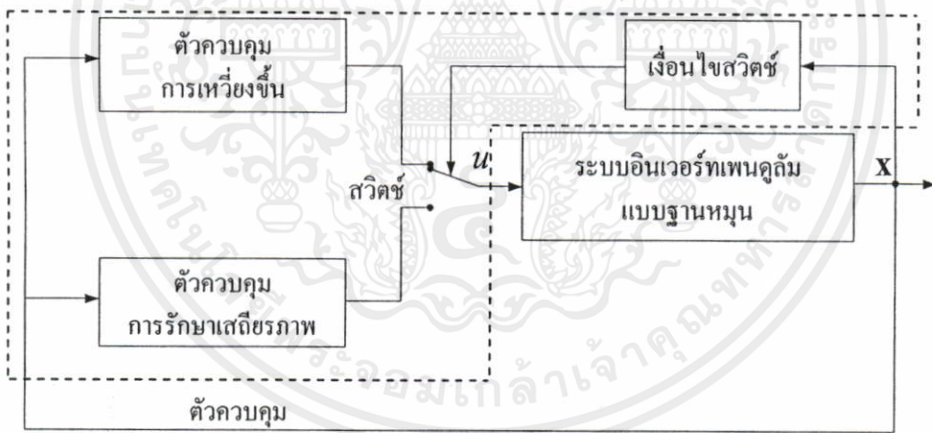


เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้คัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

บทที่ 4

การออกแบบตัวควบคุม

ในบทนี้จะกล่าวถึงการออกแบบตัวควบคุมการเหวี่ยงขึ้นและการรักษาเสถียรภาพของระบบอินเวอร์ทเพนดูลัมแบบฐานหมุน โดยให้สามารถเหวี่ยงเพนดูลัมจากจุดสมดุลล่างขึ้นสู่บริเวณจุดสมดุลบนและรักษาเสถียรภาพ ณ จุดสมดุลบนไว้ ซึ่งตัวควบคุมดังกล่าวจะประกอบด้วยสองส่วนดังนี้ ส่วนแรกคือตัวควบคุมการเหวี่ยงขึ้นของเพนดูลัม โดยใช้หลักการควบคุมพลังงาน และส่วนที่สองคือตัวควบคุมเสถียรภาพของอินเวอร์ทเพนดูลัมให้มีเสถียรภาพ ณ บริเวณจุดสมดุลบน โดยใช้ตัวควบคุมเซอร์โวป้อนกลับสถานะร่วมกับออบเซอร์เวอร์แบบอันดับต่ำสุด ซึ่งได้เพิ่มอินทิเกรเตอร์เข้าไปในระบบเพื่อช่วยกำจัดค่าผิดพลาดในสถานะคงตัวที่ตำแหน่งมุมฐานเพนดูลัม และได้เพิ่มออบเซอร์เวอร์แบบอันดับต่ำสุดเพื่อช่วยประมาณค่าของตัวแปรสถานะของระบบอินเวอร์ทเพนดูลัมที่ไม่สามารถวัดได้โดยตรง(ความเร็วของมุมเพนดูลัมและความเร็วของมุมฐานเพนดูลัม) สำหรับค่าอัตราขยายเซอร์โวป้อนกลับสถานะและค่าอัตราขยายออบเซอร์เวอร์แบบอันดับต่ำสุดนั้นจะถูกออกแบบด้วยวิธี CRA

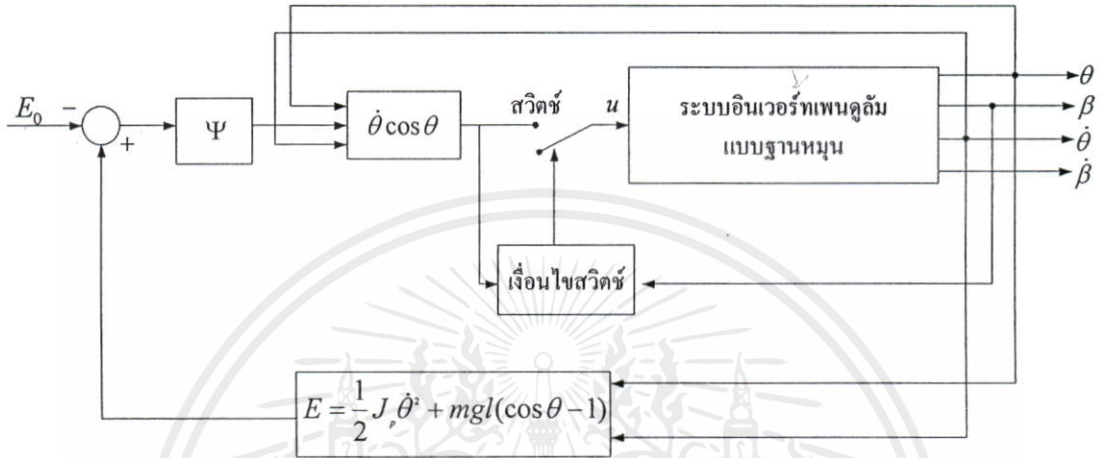


รูปที่ 4.1 โครงสร้างระบบควบคุมที่น่าเสนอ

ตัวควบคุมทั้งสองจะทำงานร่วมกันโดยใช้เงื่อนไขการเปลี่ยนการทำงานของตัวควบคุมในลำดับแรก จะใช้ตัวควบคุมการเหวี่ยงขึ้นเพื่อเหวี่ยงเพนดูลัมจากจุดสมดุลล่างขึ้นสู่บริเวณจุดสมดุลบนก่อน แล้วจึงเปลี่ยนมาใช้ตัวควบคุมเซอร์โวป้อนกลับสถานะร่วมกับออบเซอร์เวอร์แบบอันดับต่ำสุดเพื่อรักษาเสถียรภาพของเพนดูลัม ณ บริเวณจุดสมดุลบนไว้ โดยโครงสร้างของระบบควบคุมที่น่าเสนอนั้นแสดงดังรูปที่ 4.1

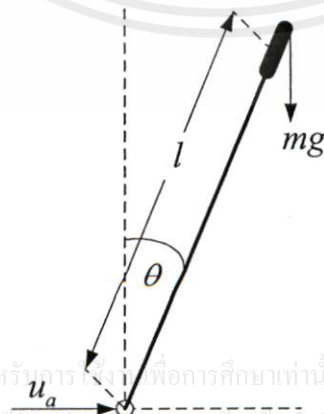
#### 4.1 การออกแบบตัวควบคุมการเหวี่ยงขึ้นของเพนดูลัม

ตัวควบคุมการเหวี่ยงขึ้นของเพนดูลัมนี้จะใช้หลักการพื้นฐานของการควบคุมพลังงาน ซึ่งจะต้องส่งพลังงานที่เหมาะสมให้กับจุดหมุนของเพนดูลัม เพื่อให้เพนดูลัมสามารถเหวี่ยงขึ้นสู่ บริเวณจุดสมดุลบนได้ สำหรับโครงสร้างของตัวควบคุมการเหวี่ยงขึ้นร่วมกับระบบอินเวอร์ท เพนดูลัมแบบฐานหมุนแสดงดังรูปที่ 4.2



รูปที่ 4.2 โครงสร้างระบบควบคุมการเหวี่ยงขึ้นของเพนดูลัม

ในการออกแบบตัวควบคุมการเหวี่ยงขึ้นของเพนดูลัมนั้น จะพิจารณาเฉพาะส่วนการหมุนของแท่งเพนดูลัมซึ่งแสดงดังรูปที่ 4.3 เมื่อ  $m$  คือมวลของเพนดูลัม  $l$  คือความยาวของเพนดูลัม  $J_p$  คือโมเมนต์ความเฉื่อยของแท่งเพนดูลัม  $g$  คือความเร่งของแรงโน้มถ่วงของโลก  $\theta$  คือมุมของเพนดูลัมโดยนิยามให้มุมของเพนดูลัมเป็นบวกในทิศทางตามเข็มนาฬิกา และ  $u$  คือความเร่งเชิงเส้นของจุดหมุนของเพนดูลัม โดยนิยามให้เป็นบวกเมื่อเคลื่อนที่ไปทางขวา



รูปที่ 4.3 การเคลื่อนที่ของแท่งเพนดูลัม

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้คัดแบบลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ดังนั้น สมการการเคลื่อนที่ของแท่งเพนดูลัมของรูปที่ 4.3 แสดงได้ดังสมการต่อไปนี้

$$J_p \ddot{\theta} - mgl \sin \theta + mu_a l \cos \theta = 0 \quad (4.1)$$

โดยสมการพลังงานของเพนดูลัม แสดงได้ดังสมการที่ (4.2)

$$E = \frac{1}{2} J_p \dot{\theta}^2 + mgl(\cos \theta - 1) \quad (4.2)$$

ซึ่งนิยามขึ้นเพื่อให้พลังงานเท่ากับศูนย์เมื่อเพนดูลัมหยุดนิ่งอยู่ ณ บริเวณจุดสมดุลบน ร่วมกับความเร็วของเพนดูลัมเป็นศูนย์

ในการที่จะควบคุมพลังงานนั้น จะต้องเข้าใจก่อนว่า ความเร่งเชิงเส้นที่จุดหมุนของเพนดูลัมนี้จะมีผลกระทบต่อการเปลี่ยนแปลงพลังงานอย่างไร จึงนำสมการที่ (4.2) มาหาอนุพันธ์เทียบกับเวลาโดยพิจารณาตามการเคลื่อนที่ของแท่งเพนดูลัมตามสมการที่ (4.1) จะได้สมการที่ (4.3) ดังนี้

$$\frac{dE}{dt} = J_p \dot{\theta} \ddot{\theta} - mgl \dot{\theta} \sin \theta = (-ml \dot{\theta} \cos \theta) u_a \quad (4.3)$$

สมการที่ (4.3) แสดงให้เห็นว่า การควบคุมพลังงานนี้สามารถทำได้ง่าย เนื่องจากระบบนี้เป็นเพียงอินทิเกรเตอร์ร่วมกับอัตราขยายเปลี่ยนแปลง อย่างไรก็ตาม ระบบนี้จะไม่สามารถควบคุมได้เมื่อมุมของเพนดูลัมเท่ากับ  $\pm \frac{\pi}{2}$  เรเดียนหรือความเร็วเชิงมุมของเพนดูลัมเป็นศูนย์ ( $\dot{\theta} = 0$ )

ในการเพิ่มพลังงานเพื่อให้สามารถเหวี่ยงเพนดูลัมขึ้นสู่ ณ บริเวณจุดสมดุลบนนั้น ค่าความเร่งเชิงเส้น  $u_a$  ควรจะเป็นบวกเมื่อค่าของ  $\dot{\theta} \cos \theta$  เป็นลบ และในทางกลับกันค่าความเร่งเชิงเส้น  $u_a$  ควรจะเป็นลบเมื่อค่าของ  $\dot{\theta} \cos \theta$  เป็นบวก วิธีการควบคุมพลังงานนี้นำวิธีของลียาปูนอฟ (Lyapunov) มาใช้พิจารณาที่อาปูนอฟฟังก์ชันแสดงดังสมการที่ (4.4)

$$V = \frac{(E - E_0)^2}{2} \quad (4.4)$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า และกฎการควบคุมแสดงดังสมการที่ (4.5) หา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$u_a = \Psi(E - E_0) \dot{\theta} \cos \theta \quad (4.5)$$

โดยที่  $\Psi$  คือค่าคงที่ และ  $E_0$  คือระดับพลังงานที่ต้องการ เมื่อนำสมการที่ (4.4) ไปหาอนุพันธ์เทียบกับเวลาแล้วนำสมการที่ (4.5) แทนลงในสมการที่ (4.4) จะได้

$$\frac{dV}{dt} = -mul(E - E_0)\dot{\theta} \cos \theta = -ml\Psi((E - E_0)(\dot{\theta} \cos \theta))^2 \quad (4.6)$$

พบว่า  $\dot{V} \leq 0$  (negative semi-definite) และถ้าอนุพันธ์ฟังก์ชันนี้จะลดลงตราบเท่าที่  $\dot{\theta} \neq 0$  และ  $\cos \theta \neq 0$  เพราะมุมเพนดูลัมจะไม่อยู่นิ่งที่ตำแหน่ง  $\pm \frac{\pi}{2}$  เรเดียนได้ ดังนั้น กฎการควบคุมตามสมการที่ (4.5) นี้ จะใช้ขับพลังงานไปยังค่าพลังงานที่ต้องการ  $E_0$  ซึ่งสอดคล้องกับ ณ บริเวณตำแหน่งจุดสมดุลบน และเพื่อให้การเปลี่ยนแปลงพลังงานนี้เปลี่ยนแปลงได้อย่างรวดเร็วเท่าที่จะเป็นไปได้ ดังนั้นขนาดของความเร่งเชิงเส้น  $u_a$  ควรจะมีขนาดมากเท่าที่จะเป็นไปได้ ซึ่ง  $\Psi$  ควรจะต้องมีค่ามาก แสดงได้ดังสมการนี้

$$u_a = sat(\Psi(E - E_0)sign(\dot{\theta} \cos \theta)) \quad (4.7)$$

เนื่องจากอินพุตของการควบคุมระบบอินเวอร์ทเพนดูลัมคือแรงบิด  $\tau_m$  และในส่วนของ การควบคุมการเหวี่ยงขึ้นของเพนดูลัมนี้จะมีอินพุตคือความเร่งเชิงเส้น  $u_a$  แต่ความเร่งเชิงเส้น  $u_a$  นั้นแปรผันตรงกับแรงบิด  $\tau_m$  ดังนั้นจึงสามารถใช้กฎการควบคุมที่ศึกษานี้กับระบบอินเวอร์ทเพนดูลัมได้และข้อจำกัดอีกประการหนึ่งของระบบอินเวอร์ทเพนดูลัมในห้องปฏิบัติการที่นำมาศึกษานี้คือ หากนำกฎการควบคุมดังสมการที่ (4.7) ไปควบคุมการเหวี่ยงขึ้นของเพนดูลัม อาจจะทำให้ฐานของเพนดูลัมหมุนหลายรอบจนกว่าสามารถที่จะเหวี่ยงเพนดูลัมขึ้นซึ่งจะทำให้เกิดอันตรายได้ ถ้านำกฎการควบคุมนี้ไปควบคุมจริง ในวิทยานิพนธ์ฉบับนี้ จึงได้กำหนดเงื่อนไขสำหรับอินพุต  $u$  โดยขึ้นอยู่กับทิศทางของ  $u_a$  และตำแหน่งมุมของฐานเพนดูลัมดังนี้

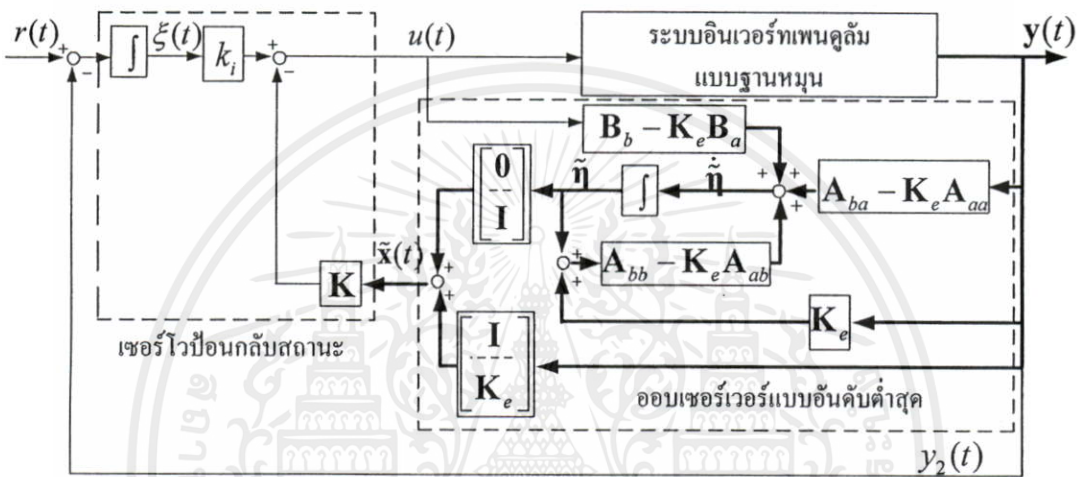
$$u = \begin{cases} u_a & (u_a \geq 0 \text{ and } \beta \leq \beta_{\max}) \\ 0 & (u_a \geq 0 \text{ and } \beta \geq \beta_{\max}) \\ u_a & (u_a \leq 0 \text{ and } \beta \geq \beta_{\min}) \\ 0 & (u_a \leq 0 \text{ and } \beta \leq \beta_{\min}) \end{cases} \quad (4.8)$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า เพื่อให้ระบบอินเวอร์ทเพนดูลัมแบบฐานหมุนสามารถเหวี่ยงเพนดูลัมจากตำแหน่งจุดสมดุลล่างขึ้นสู่ตำแหน่งจุดสมดุลบนได้โดยไม่มีอันตราย

## 4.2 การออกแบบตัวควบคุมเสถียรภาพของระบบอินเวอร์ทเพนแบบฐานหมุน

โครงสร้างของการควบคุมอินเวอร์ทเพนคู่ลมให้สามารถตั้งตรงอยู่ ณ จุดสมดุลบนของระบบควบคุมอินเวอร์ทเพนคู่ลมแบบฐานหมุนแสดงดังรูปที่ 4.4

ดังที่ได้กล่าวมาแล้วว่า ในการรักษาเสถียรภาพของอินเวอร์ทเพนคู่ลมให้ตั้งตรงอยู่ ณ จุดสมดุลบนได้นั้น จะใช้ตัวควบคุมเซอร์โวป้อนกลับสถานะร่วมกับออบเซอร์เวอร์แบบอันดับต่ำสุดซึ่งค่าอัตราขยายเซอร์โวป้อนกลับสถานะ และอัตราขยายออบเซอร์เวอร์แบบอันดับต่ำสุดจะถูกออกแบบด้วยวิธี CRA ดังที่กล่าวมาแล้วในหัวข้อที่ 3.1



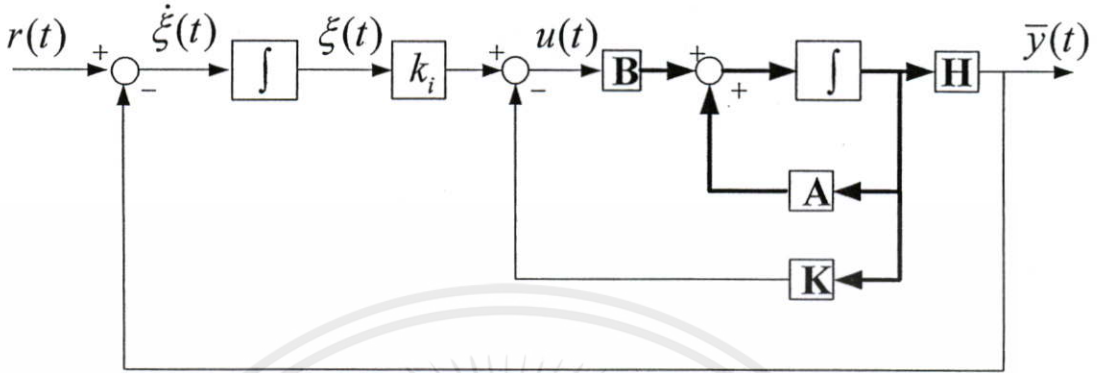
รูปที่ 4.4 โครงสร้างของการควบคุมอินเวอร์ทเพนคู่ลมให้ตั้งตรงอยู่ ณ จุดสมดุลบน

การออกแบบตัวควบคุมเพื่อรักษาเสถียรภาพของอินเวอร์ทเพนคู่ลมด้วยวิธี CRA จะแบ่งออกเป็น 2 ส่วน คือ ส่วนแรกจะเป็นวิธีการออกแบบตัวควบคุมเซอร์โวป้อนกลับสถานะ และอีกส่วนจะแสดงการออกแบบออบเซอร์เวอร์แบบอันดับต่ำสุด เพื่อประมาณค่าตัวแปรสถานะสองตัวที่ไม่สามารถวัดค่าได้โดยตรง (ความเร็วของมุมเพนคู่ลมและความเร็วของมุมฐานเพนคู่ลม) ซึ่งการออกแบบทั้งสองส่วนนั้นสามารถออกแบบได้โดยอิสระจากกัน ดังจะกล่าวในหัวข้อถัดไป

### 4.2.1 การออกแบบตัวควบคุมเซอร์โวป้อนกลับสถานะ

การรักษาเสถียรภาพของอินเวอร์ทเพนคู่ลมให้มีเสถียรภาพ ณ บริเวณจุดสมดุลบนด้วยตัวควบคุมเซอร์โวป้อนกลับสถานะนั้น ได้เพิ่มอินทิเกรเตอร์เข้าไปในระบบควบคุมเพื่อช่วยกำจัดค่าผิดพลาดในสภาวะคงตัวที่ตำแหน่งมุมของฐานเพนคู่ลม อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการคำนวณว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้คัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ในกรณีนี้ เมตริกซ์  $C$  ซึ่งเป็นเมตริกซ์เอาต์พุตของระบบอินเวอร์ทเพนควิลัมแบบฐานหมุน ในสมการที่ (2.9) นั้นจะเปลี่ยนรูปเป็นเมตริกซ์  $H = [0 \ 1 \ 0 \ 0]$  โดยมีโครงสร้างระบบควบคุม เซอร์โวป้อนกลับสถานะแสดงดังรูปที่ 4.5



รูปที่ 4.5 โครงสร้างระบบควบคุมเซอร์โวป้อนกลับสถานะ

จากโครงสร้างระบบควบคุมเซอร์โวป้อนกลับสถานะดังรูปที่ 4.4 กำหนดให้

$$\dot{\xi}(t) = r(t) - \bar{y}(t) \quad (4.9)$$

โดยที่  $\bar{y}(t)$  คือ ตำแหน่งมุมของฐานเพนควิลัม  $r(t)$  คือ ตำแหน่งอ้างอิงของมุมฐานเพนควิลัม และ  $\dot{\xi}(t)$  คือ ค่าผิดพลาดของตำแหน่งมุมของฐานเพนควิลัม ดังนั้นจะสามารถเขียนสมการสถานะและสมการเอาต์พุตของระบบแต่งเสริม (augmented system) ได้ดังนี้

$$\begin{aligned} \dot{\mathbf{x}}_s(t) &= \mathbf{A}_s \mathbf{x}_s(t) + \mathbf{B}_s u(t) + \mathbf{F}_s r(t) \\ \bar{y}(t) &= \mathbf{H}_s \mathbf{x}_s(t) \end{aligned} \quad (4.10)$$

โดยที่

$$\mathbf{x}_s(t) = \begin{bmatrix} \mathbf{x}(t) \\ \xi(t) \end{bmatrix}, \mathbf{A}_s = \begin{bmatrix} \mathbf{A} & \mathbf{0} \\ -\mathbf{H} & 0 \end{bmatrix}, \mathbf{B}_s = \begin{bmatrix} \mathbf{B} \\ 0 \end{bmatrix}, \mathbf{F}_s = \begin{bmatrix} \mathbf{0} \\ 1 \end{bmatrix} \text{ และ } \mathbf{H}_s = [\mathbf{H} \ 0]$$

จากสมการที่ (2.9) ถ้าคู่ของเมตริกซ์  $\mathbf{A}$  และ  $\mathbf{B}$  ของระบบสามารถควบคุมได้ (controllable) และ

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า

ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น ที่คัดลอกเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$\text{rank} \begin{bmatrix} \mathbf{A} & \mathbf{B} \\ -\mathbf{H} & 0 \end{bmatrix} = n+1$$

แล้ว จะสามารถออกแบบตัวควบคุมให้ควบคุมระบบแต่งเสริม (4.10) มีเสถียรภาพและมีสมรรถนะตามต้องการได้

กำหนดให้สัญญาณควบคุมของระบบแต่งเสริม แสดงดังสมการที่ (4.11)

$$u(t) = -\mathbf{K}_s \mathbf{x}_s(t) \quad (4.11)$$

เมื่อ  $\mathbf{K}_s = [\mathbf{K} : -k_i]$  โดยที่  $\mathbf{K} = [k_1 \ k_2 \ \dots \ k_n]$  เป็นเมตริกซ์อัตราขยายป้อนกลับสถานะ (state feedback gain matrix) ขนาด  $1 \times 4$  และ  $k_i$  เป็นค่าอัตราขยายอินทิกรัล (integral gain) หลังจากแทนสมการที่ (4.10) ลงในสมการที่ (4.9) แล้ว จะได้สมการสถานะของระบบป้อนกลับของระบบแต่งเสริมดังนี้

$$\dot{\mathbf{x}}_s(t) = (\mathbf{A}_s - \mathbf{B}_s \mathbf{K}_s) \mathbf{x}_s(t) + \mathbf{F}_s r(t) \quad (4.11)$$

ซึ่งค่าเจาะจง (eigenvalue) ของเมตริกซ์  $\mathbf{A}_s - \mathbf{B}_s \mathbf{K}_s$  จะมีค่าเป็นลบ และจะถูกกำหนดด้วยเมตริกซ์อัตราขยายป้อนกลับสถานะ  $\mathbf{K}$  และค่าอัตราขยายอินทิกรัล  $k_i$  ที่ออกแบบด้วยวิธี CRA โดยแปลงระบบแต่งเสริม (4.9) ให้อยู่ในรูปแบบบัญญัติสามารถควบคุมได้ (controllable canonical form) โดยใช้  $\mathbf{x}_s(t) = \mathbf{T}z(t)$  ดังนั้น จะแปลงระบบแต่งเสริม (4.9) ได้ดังนี้

$$\dot{z}(t) = \mathbf{T}^{-1} \mathbf{A}_s \mathbf{T} z(t) + \mathbf{T}^{-1} \mathbf{B}_s u(t) + \mathbf{T}^{-1} \mathbf{F}_s r(t) \quad (4.12)$$

โดยที่  $\mathbf{T} = \mathbf{M} \mathbf{W}$  เมื่อ  $\mathbf{M}$  คือ เมตริกซ์ความสามารถในการควบคุมได้ (controllability matrix) และมีนิยามว่า

$$\mathbf{M} = [\mathbf{B}_s \quad \mathbf{A}_s \mathbf{B}_s \quad \mathbf{A}_s^2 \mathbf{B}_s \quad \dots \quad \mathbf{A}_s^{n-1} \mathbf{B}_s]$$

และ  $\mathbf{W}$  มีนิยามว่า

$$\mathbf{W} = \begin{bmatrix} \delta_1 & \delta_2 & \dots & \delta_n & 1 \\ \delta_2 & \delta_3 & \dots & 1 & 0 \\ \vdots & \vdots & & \vdots & \vdots \\ \delta_n & 1 & \dots & 0 & 0 \\ 1 & 0 & \dots & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น ยกเว้นให้แค่แบบต้นเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

โดยที่  $\delta_0, \delta_1, \dots, \delta_n$  คือสัมประสิทธิ์ของพหุนามคุณลักษณะ

$$P_o(s) = |s\mathbf{I} - \mathbf{A}_s| = s^{n+1} + \delta_n s^n + \dots + \delta_1 s + \delta_0 \quad (4.13)$$

ของระบบวงเปิดของสมการที่ (4.9) และเมื่อแทนตัวแปรแปลงเวกเตอร์สถานะ  $\mathbf{x}_s(t) = \mathbf{T}\mathbf{z}(t)$  ลงใน สัญญาณควบคุม (4.10) แล้ว จะได้สัญญาณควบคุมที่อยู่ในตัวแปรสถานะ  $\mathbf{z}(t)$  ดังนี้

$$u(t) = -\mathbf{K}_s \mathbf{T} \mathbf{z}(t) \quad (4.14)$$

เมื่อ  $\mathbf{K}_s \mathbf{T} = [\hat{k}_0 \quad \hat{k}_1 \quad \dots \quad \hat{k}_n]$  ดังนั้น เมื่อแทนสัญญาณควบคุม (4.14) ลงในระบบ (4.12) จะได้

$$\begin{aligned} \dot{\mathbf{z}}(t) &= (\mathbf{T}^{-1} \mathbf{A}_s \mathbf{T} - \mathbf{T}^{-1} \mathbf{B}_s \mathbf{K}_s \mathbf{T}) \mathbf{z}(t) + \mathbf{T}^{-1} \mathbf{F}_s r(t) \\ &= \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 1 \\ -(\delta_0 + \hat{k}_0) & -(\delta_1 + \hat{k}_1) & -(\delta_2 + \hat{k}_2) & \dots & -(\delta_n + \hat{k}_n) \end{bmatrix} \mathbf{z}(t) + \mathbf{T}^{-1} \mathbf{F}_s r(t) \end{aligned}$$

ซึ่งจะมีพหุนามคุณลักษณะวงปิดของระบบแต่งเสริมคือ

$$\begin{aligned} P_s(s) &= |s\mathbf{I} - \mathbf{T}^{-1} \mathbf{A}_s \mathbf{T} + \mathbf{T}^{-1} \mathbf{B}_s \mathbf{K}_s \mathbf{T}| = 0 \\ &= s^{n+1} + (\delta_n + \hat{k}_n) s^n + (\delta_{n-1} + \hat{k}_{n-1}) s^{n-1} + \dots + (\delta_1 + \hat{k}_1) s + (\delta_0 + \hat{k}_0) \quad (4.15) \end{aligned}$$

เมื่อได้สมการพหุนามคุณลักษณะวงปิดดังสมการที่ (4.15) แล้วก็สามารถหาค่าพารามิเตอร์ของตัวควบคุม  $\mathbf{K}_s$  ด้วยวิธี CRA ได้โดยมีขั้นตอนดังต่อไปนี้

- 1) เลือกค่าอัตราส่วนคุณลักษณะ  $\alpha_i$  ให้มีค่ามากกว่า 2 และให้ค่าคงตัวเวลานัยทั่วไป  $\tau$  เท่ากับ 1 จากนั้น หาสัมประสิทธิ์  $a_i$  จากสมการที่ (3.5) จะได้สมการพหุนามคุณลักษณะวงปิดของระบบแต่งเสริมที่ได้รับการออกแบบแล้วที่อยู่ในรูป  $P(s) = s^{n+1} + \frac{a_n}{a_{n+1}} s^n + \frac{a_{n-1}}{a_{n+1}} s^{n-1} + \dots + \frac{a_1}{a_{n+1}} s + \frac{a_0}{a_{n+1}}$  เท่านั้น ไม่นอนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการคำนวณว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้คัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$P(s) = s^{n+1} + \frac{a_n}{a_{n+1}} s^n + \frac{a_{n-1}}{a_{n+1}} s^{n-1} + \dots + \frac{a_1}{a_{n+1}} s + \frac{a_0}{a_{n+1}} \quad (4.16)$$

โดยที่  $a_0, a_1, \dots, a_{n+1}$  คือสัมประสิทธิ์ของพหุนามคุณลักษณะวงปิดของระบบแต่งเสริม

2) เทียบสัมประสิทธิ์ของสมการที่ (4.15) กับสัมประสิทธิ์ของสมการที่ (4.16) จะได้

$$\delta_0 + \hat{k}_0 = \frac{a_0}{a_{n+1}}$$

$$\delta_1 + \hat{k}_1 = \frac{a_1}{a_{n+1}}$$

⋮

$$\delta_n + \hat{k}_n = \frac{a_n}{a_{n+1}}$$

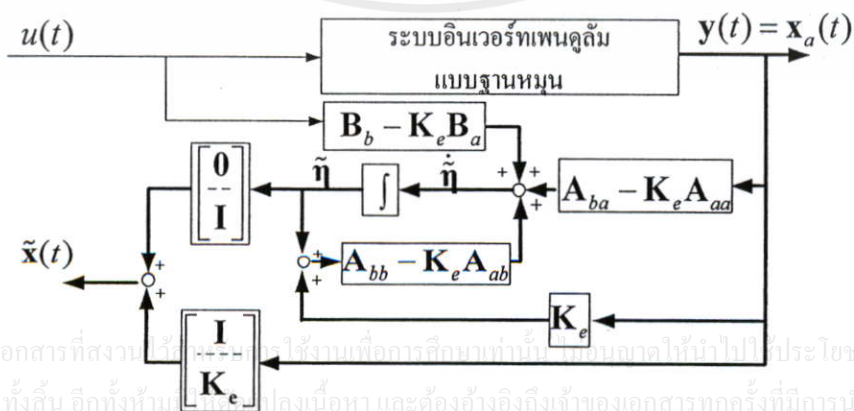
หลังจากแก้สมการแล้วจะได้  $\mathbf{K}_s \mathbf{T} = [\hat{k}_0 \hat{k}_1 \dots \hat{k}_n]$  หรือ

$$\mathbf{K}_s = [\hat{k}_0 \hat{k}_1 \dots \hat{k}_n] \mathbf{T}^{-1} = \begin{bmatrix} \frac{a_0}{a_{n+1}} - \delta_0 & \dots & \frac{a_{n-1}}{a_{n+1}} - \delta_{n-1} & \dots & \frac{a_n}{a_{n+1}} - \delta_n \end{bmatrix} \mathbf{T}^{-1} \quad (4.17)$$

ซึ่งเป็นเมตริกซ์อัตราขยายป้อนกลับสถานะของตัวควบคุมเซอร์โวป้อนกลับสถานะ ของระบบแต่งเสริมที่จะทำหน้าที่รักษาเสถียรภาพของเพนคูล์ม ณ จุดสมดุลบน

#### 4.2.2 การออกแบบออบเซอร์เวอร์แบบอันดับต่ำสุด

ในการประมาณค่าตัวแปรสถานะสองตัวที่ไม่สามารถวัดค่าได้โดยตรง (ความเร็วของมุมเพนคูล์ม และความเร็วของมุมฐานเพนคูล์ม) จะใช้ออบเซอร์เวอร์แบบอันดับต่ำสุดซึ่งมีโครงสร้างแสดงดังรูปที่ 4.6 เข้ามาช่วยในการประมาณค่า



รูปที่ 4.6 โครงสร้างของออบเซอร์เวอร์แบบอันดับต่ำสุด

เนื่องจากระบบอินเวอร์ทเพนดูลัมแบบฐานหมุนในสมการที่ (2.9) จะมีตัวแปรสถานะที่วัดได้โดยตรง  $\mathbf{x}_a(t)$  และตัวแปรสถานะที่จะต้องประมาณค่า  $\mathbf{x}_b(t)$  ดังนั้น จึงจัดรูปสมการสถานะและสมการเอาต์พุตของระบบได้ตามลำดับดังนี้

$$\begin{bmatrix} \dot{\mathbf{x}}_a(t) \\ \dots \\ \dot{\mathbf{x}}_b(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{A}_{aa} & \mathbf{A}_{ab} \\ \dots & \dots \\ \mathbf{A}_{ba} & \mathbf{A}_{bb} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{x}_a(t) \\ \dots \\ \mathbf{x}_b(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{B}_a \\ \dots \\ \mathbf{B}_b \end{bmatrix} u(t) \quad (4.18)$$

$$\mathbf{y}(t) = [\mathbf{I} : \mathbf{0}] \begin{bmatrix} \mathbf{x}_a(t) \\ \dots \\ \mathbf{x}_b(t) \end{bmatrix} \quad (4.19)$$

โดยที่

$$\mathbf{A}_{aa} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, \mathbf{A}_{ab} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}, \mathbf{A}_{ba} = \begin{bmatrix} \frac{mgR^2 + Jg}{Jl} & 0 \\ -\frac{mgR}{J} & 0 \end{bmatrix}, \mathbf{A}_{bb} = \begin{bmatrix} 0 & \frac{bR}{Jl} \\ 0 & -\frac{b}{J} \end{bmatrix},$$

$$\mathbf{B}_a = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \mathbf{B}_b = \begin{bmatrix} -\frac{R}{Jl} \\ \frac{1}{J} \end{bmatrix}, \mathbf{x}_a = \begin{bmatrix} \theta \\ \beta \end{bmatrix} \text{ และ } \mathbf{x}_b = \begin{bmatrix} \dot{\theta} \\ \dot{\beta} \end{bmatrix}$$

ตารางที่ 4.1 เทียบค่าพารามิเตอร์ระหว่างสมการสถานะออบเซอร์เวอร์อันดับเต็มและอันดับต่ำสุด

ออบเซอร์เวอร์อันดับเต็ม	ออบเซอร์เวอร์อันดับต่ำสุด
$\tilde{\mathbf{x}}(t)$	$\tilde{\mathbf{x}}_b(t)$
$\mathbf{A}$	$\mathbf{A}_{bb}$
$\mathbf{B}u(t)$	$\mathbf{A}_{ba}\mathbf{x}_a(t) + \mathbf{B}_b u(t)$
$\mathbf{y}(t)$	$\dot{\mathbf{x}}_a(t) - \mathbf{A}_{aa}\mathbf{x}_a(t) - \mathbf{B}_a u(t)$
$\mathbf{C}$	$\mathbf{A}_{ab}$
$\mathbf{K}_e$ ( $4 \times 2$ matrix)	$\mathbf{K}_e$ ( $2 \times 2$ matrix)

จากสมการที่ (4.18) จะได้สมการเอาต์พุตของออบเซอร์เวอร์แบบอันดับต่ำสุดซึ่งเป็นสมการสถานะส่วนที่สามารถวัดค่าออกมาได้โดยตรง ดังสมการที่ (4.20)

$$\dot{\mathbf{x}}_a(t) - \mathbf{A}_{aa}\mathbf{x}_a(t) - \mathbf{B}_a u(t) = \mathbf{A}_{ab}\mathbf{x}_b(t) \quad (4.18)$$

และจะได้สมการสถานะของออบเซอร์เวอร์แบบอันดับต่ำสุดซึ่งเป็นสมการส่วนที่ไม่สามารถวัดค่าได้โดยตรง ดังสมการที่ (4.21)

$$\dot{\tilde{x}}_b(t) = \mathbf{A}_{bb}\tilde{x}_b(t) + \mathbf{A}_{ba}\mathbf{x}_a(t) + \mathbf{B}_b u(t) \quad (4.21)$$

ตามลำดับ จากความสัมพันธ์ของพารามิเตอร์ของสมการสถานะออบเซอร์เวอร์แบบอันดับเต็มกับสมการสถานะออบเซอร์เวอร์แบบอันดับต่ำสุดดังแสดงในตารางที่ 4.1 จะได้สมการออบเซอร์เวอร์อันดับต่ำสุดดังนี้

$$\dot{\tilde{x}}_b(t) = (\mathbf{A}_{bb} - \mathbf{K}_e \mathbf{A}_{ab})\tilde{x}_b(t) + \mathbf{A}_{ba}\mathbf{x}_a(t) + \mathbf{B}_b u(t) + \mathbf{K}_e(\dot{\mathbf{x}}_a(t) - \mathbf{A}_{aa}\mathbf{x}_a(t) - \mathbf{B}_a u(t)) \quad (4.22)$$

หลังจากจัดรูปของสมการที่ (4.22) ใหม่จะได้

$$\begin{aligned} \dot{\tilde{x}}_b(t) - \mathbf{K}_e \dot{\mathbf{x}}_a(t) &= (\mathbf{A}_{bb} - \mathbf{K}_e \mathbf{A}_{ab})\tilde{x}_b(t) + (\mathbf{A}_{ba} - \mathbf{K}_e \mathbf{A}_{aa})\mathbf{y}(t) + (\mathbf{B}_b - \mathbf{K}_e \mathbf{B}_a)u(t) \\ &= (\mathbf{A}_{bb} - \mathbf{K}_e \mathbf{A}_{ab})(\tilde{x}_b(t) - \mathbf{K}_e \mathbf{y}(t)) \\ &\quad + [(\mathbf{A}_{bb} - \mathbf{K}_e \mathbf{A}_{ab})\mathbf{K}_e + \mathbf{A}_{ba} - \mathbf{K}_e \mathbf{A}_{aa}]\mathbf{y}(t) \\ &\quad + (\mathbf{B}_b - \mathbf{K}_e \mathbf{B}_a)u(t) \end{aligned} \quad (4.23)$$

เมื่อกำหนดให้

$$\boldsymbol{\eta}(t) = \tilde{x}_b(t) - \mathbf{K}_e \mathbf{y}(t) = \tilde{x}_b(t) - \mathbf{K}_e \mathbf{x}_a(t)$$

และ

$$\hat{\boldsymbol{\eta}}(t) = \tilde{x}_b(t) - \mathbf{K}_e \mathbf{y}(t) = \tilde{x}_b(t) - \mathbf{K}_e \mathbf{x}_a(t)$$

แล้ว จะสามารถจัดสมการที่ (4.23) ให้อยู่ในรูปใหม่ได้เป็น

$$\dot{\hat{\boldsymbol{\eta}}}(t) = \hat{\mathbf{A}}\hat{\boldsymbol{\eta}}(t) + \hat{\mathbf{B}}\mathbf{y}(t) + \hat{\mathbf{F}}u(t) \quad (4.24)$$

โดยที่  $\hat{\mathbf{A}} = \mathbf{A}_{bb} - \mathbf{K}_e \mathbf{A}_{ab}$ ,  $\hat{\mathbf{B}} = \mathbf{A}_{ba} - \mathbf{K}_e \mathbf{A}_{aa}$  และ  $\hat{\mathbf{F}} = \mathbf{B}_b - \mathbf{K}_e \mathbf{B}_a$  ดังนั้น สามารถกำหนดตัวแปรสถานะ  $\hat{\boldsymbol{\eta}}(t)$  ได้จาก  $\boldsymbol{\eta}(t)$  และ  $\mathbf{y}(t)$  ดังสมการ

$$\dot{\tilde{\mathbf{x}}}(t) = \hat{\mathbf{C}}\tilde{\boldsymbol{\eta}}(t) + \hat{\mathbf{D}}\mathbf{y}(t) \quad (4.25)$$

เพื่อที่นำไปใช้ในระบบป้อนกลับต่อไปโดยที่  $\hat{\mathbf{C}} = \begin{bmatrix} \mathbf{0} \\ \mathbf{I} \end{bmatrix}$  และ  $\hat{\mathbf{D}} = \begin{bmatrix} \mathbf{I} \\ \dots \\ \mathbf{K}_e \end{bmatrix}$

สำหรับสมการผิดพลาดของออบเซอร์เวอร์แบบอันดับต่ำสุดนั้น จะสามารถหาได้ดังนี้ เมื่อใช้สมการที่ (4.20) แล้ว จะเขียนสมการที่ (4.22) ใหม่ได้ดังสมการที่ (4.26)

$$\dot{\tilde{\mathbf{x}}}_b(t) = (\mathbf{A}_{bb} - \mathbf{K}_e \mathbf{A}_{ab})\tilde{\mathbf{x}}_b(t) + \mathbf{A}_{ba}\mathbf{x}_a(t) + \mathbf{B}_b u(t) + \mathbf{K}_e \mathbf{A}_{ab}\mathbf{x}_b(t) \quad (4.26)$$

หลังจากนำสมการที่ (4.26) ลบออกจากสมการที่ (4.21) จะได้สมการผิดพลาดของออบเซอร์เวอร์แบบอันดับต่ำสุดดังสมการที่ (4.27)

$$\dot{\mathbf{e}}(t) = (\mathbf{A}_{bb} - \mathbf{K}_e \mathbf{A}_{ab})\mathbf{e}(t) \quad (4.27)$$

โดยที่  $\mathbf{e}(t) = \mathbf{x}_b(t) - \tilde{\mathbf{x}}_b(t) = \boldsymbol{\eta}(t) - \tilde{\boldsymbol{\eta}}(t)$  และถ้าคู่ของเมทริกซ์  $\mathbf{A}_{ab}$  และ  $\mathbf{A}_{bb}$  นั้นสามารถสังเกตได้ (observable) หรือ

$$\text{rank} \begin{bmatrix} \mathbf{A}_{ab} \\ \mathbf{A}_{ab}\mathbf{A}_{bb} \\ \vdots \\ \mathbf{A}_{ab}\mathbf{A}_{bb}^{n-2} \end{bmatrix} = n-2$$

แล้วจะสามารถหาค่าเมทริกซ์อัตราขยายออบเซอร์เวอร์แบบอันดับต่ำสุด  $\mathbf{K}_e$  ด้วยวิธี CRA โดยมีขั้นตอนในการหาเช่นเดียวกับการหาค่าอัตราขยายเซอร์โวป้อนกลับสถานะ  $\mathbf{K}_s$  สำหรับการเลือกค่าคงตัวเวลานัยทั่วไป  $\tau$  ให้กับออบเซอร์เวอร์แบบอันดับต่ำสุดนั้น โดยทั่วไปแล้วควรเลือกให้มีค่าน้อยกว่าค่าที่ใช้ในการออกแบบตัวควบคุมเซอร์โวป้อนกลับสถานะประมาณ 4 เท่าขึ้นไป

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะมิใช่ใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้คัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

## บทที่ 5

### ผลการจำลองและผลการทดลอง

ในบทนี้จะกล่าวถึงผลการจำลองและการทดลองของการควบคุมการเหวี่ยงขึ้นและรักษาเสถียรภาพของอินเวอร์ทเพนคูล์มแบบฐานหมุน โดยใช้ตัวควบคุมที่ได้นำเสนอไว้ในบทที่ 4 ซึ่งแบ่งออกเป็นสามส่วนคือ ส่วนที่หนึ่งเป็นการทดสอบความสามารถของตัวควบคุมการเหวี่ยงขึ้นจากจุดสมดุลล่างขึ้นไปยังบริเวณจุดสมดุลบนเพียงอย่างเดียว ส่วนที่สองเป็นการทดสอบความสามารถของตัวควบคุมรักษาเสถียรภาพของระบบอินเวอร์ทเพนคูล์มแบบฐานหมุนในการรักษาเพนคูล์มให้ตั้งตรงอยู่ ณ จุดสมดุลบน และส่วนสุดท้ายเป็นการทดสอบการทำงานร่วมกันระหว่างตัวควบคุมทั้งสองชนิดเพื่อให้ควบคุมการเหวี่ยงขึ้นพร้อมกับรักษาเสถียรภาพของระบบอินเวอร์ทเพนคูล์มแบบฐานหมุนทั้งในสถานะที่มีและไม่มีสิ่งรบกวนเข้ามาในระบบ รวมถึงทดสอบความคงทนของตัวควบคุมเมื่อเปลี่ยนความยาวของแท่งเพนคูล์ม

#### 5.1 พารามิเตอร์ของตัวควบคุมที่นำเสนอ

##### 5.1.1 พารามิเตอร์ของตัวควบคุมการเหวี่ยงขึ้น

การออกแบบตัวควบคุมการเหวี่ยงขึ้น ซึ่งอาศัยหลักการพื้นฐานของการควบคุมพลังงาน เพื่อให้เพนคูล์มสามารถเหวี่ยงขึ้นจากตำแหน่งจุดสมดุลล่างขึ้นสู่ ณ บริเวณตำแหน่งจุดสมดุลบน ได้รวดเร็วโดยกำหนดให้ระดับพลังงานที่ต้องการ  $E_0$  เท่ากับศูนย์ ซึ่งสอดคล้องกับพลังงาน ณ จุดสมดุลบน และกำหนดให้ค่าคงที่  $\Psi$  เท่ากับ 100 ส่วนเงื่อนไขข้อจำกัดมุมฐานเพนคูล์มกำหนดให้  $\beta_{\max} = 0.1$  เรเดียน และ  $\beta_{\min} = -0.1$  เรเดียน

##### 5.1.2 พารามิเตอร์ของตัวควบคุมการรักษาเสถียรภาพของเพนคูล์ม

ค่าอัตราขยายเซอร์โวป้อนกลับสถานะ  $K_s$  และอัตราขยายออบเซอร์เวอร์แบบอันดับต่ำสุด  $K_e$  ด้วยวิธี CRA ตามค่าอัตราส่วนคุณลักษณะและค่าคงตัวเวลานัยทั่วไปที่กำหนดแสดงในตารางที่ 5.1

ตารางที่ 5.1 ค่าอัตราขยายเซอร์โวป้อนกลับสถานะและอัตราขยายออบเซอร์เวอร์แบบอันดับต่ำสุด

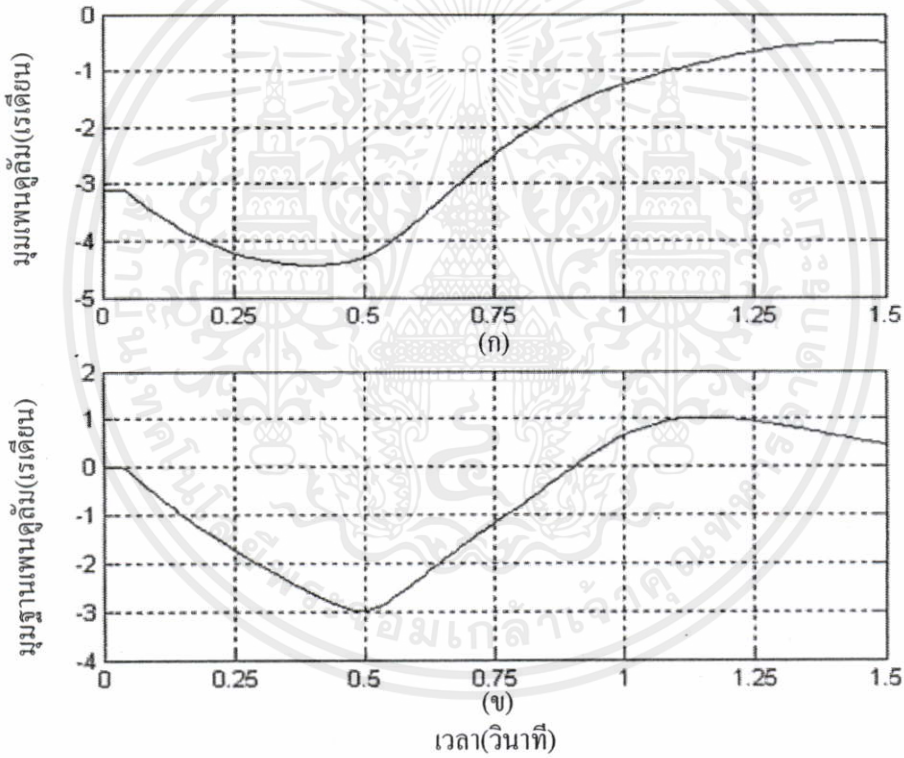
$\alpha_i$ และ $\tau$ (วินาที)	ค่าอัตราขยาย
$\alpha_1 = 3.4, \alpha_2 = 3, \alpha_3 = 3, \alpha_4 = 3$ $\alpha_5 = 3, \tau = 3$	$K_s = [-24.873 \quad -2.676 \quad -5.275 \quad -2.456 \quad 0.892]$
$\alpha_1 = 3.2, \alpha_2 = 2$ $\tau = 0.75$	$K_e = \begin{bmatrix} 2.133 & -0.264 \\ 1.067 & 1.010 \end{bmatrix}$

เมื่อกำหนดค่าพารามิเตอร์ของตัวควบคุมได้แล้ว ก่อนที่จะนำไปควบคุมชุดทดลองระบบ อินเวอร์ทเพนดูลัมแบบฐานหมุนในห้องปฏิบัติการ จะต้องจำลองระบบควบคุมด้วยโปรแกรม แมตแล็บ เพื่อตรวจสอบว่าตัวควบคุมที่ได้ออกแบบไว้นั้นทำงานได้โดยมีสมรรถนะตามที่ต้องการ

## 5.2 ผลการจำลอง

### 5.2.1 การจำลองการควบคุมการเหวี่ยงขึ้นของเพนดูลัมเพียงอย่างเดียว

ในหัวข้อนี้จะใช้โปรแกรมแมตแล็บจำลองการควบคุมการเหวี่ยงขึ้นของอินเวอร์ทเพนดูลัม จากจุดสมดุลล่างขึ้นสู่ ณ บริเวณจุดสมดุลบนเพียงอย่างเดียว ด้วยหลักการควบคุมพลังงาน เมื่อ กำหนดให้มุมเริ่มต้นของมุมของเพนดูลัมอยู่ที่  $-3.1$  เรเดียนและมุมเริ่มต้นของฐานเพนดูลัมเท่ากับ  $0$  เรเดียน จะได้ผลการจำลองแสดงดังรูปที่ 5.1



(ก) มุมเพนดูลัม (ข) มุมฐานเพนดูลัม

รูปที่ 5.1 ผลการจำลองการควบคุมการเหวี่ยงขึ้นของเพนดูลัมเพียงอย่างเดียว

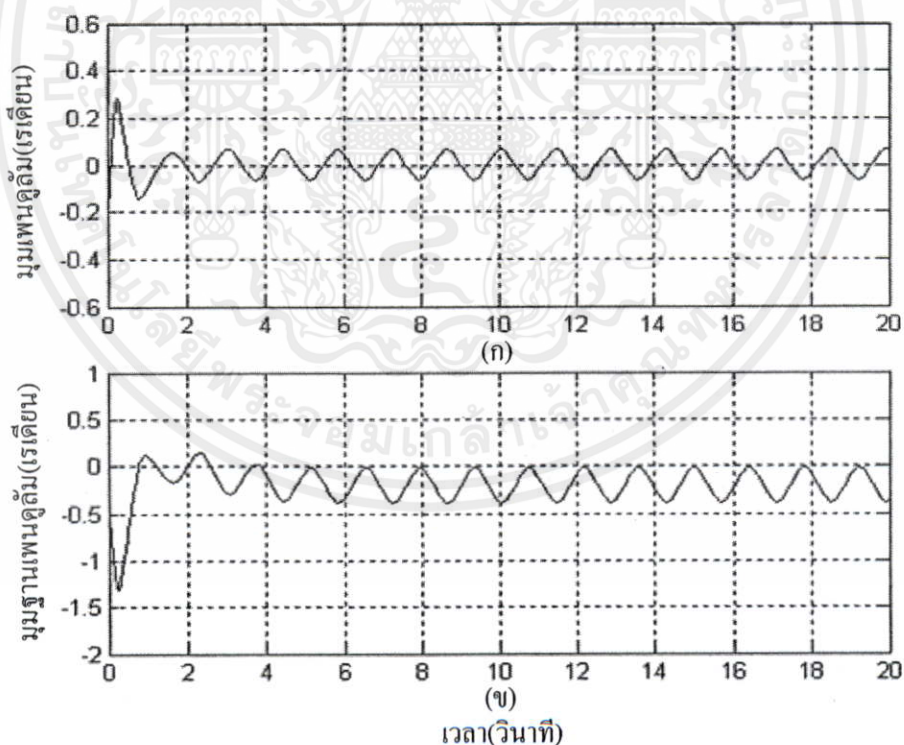
จากผลการจำลอง จะเห็นได้ว่า ตัวควบคุมสามารถควบคุมให้เพนดูลัมเหวี่ยงขึ้นจากจุด สมดุลล่างไปยังบริเวณจุดสมดุลบน ได้ภายในเวลา 1.3 วินาทีดังแสดงในรูปที่ 5.1 (ก) เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษานำเสนอ มอนิเตอร์ไปยังเว็บไซต์โครงการค้า ไม่ว่ากรณใด ๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้คัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

## 5.2.2 การจำลองการควบคุมรักษาเสถียรภาพของเพนดูลัมแบบฐานหมุน

เนื่องจากการควบคุมอินเวอร์ทเพนดูลัมแบบฐานหมุนอาจมีค่าผิดพลาดในสภาวะคงตัวที่ตำแหน่งมุมฐานเพนดูลัม ในหัวข้อนี้ จึงแบ่งการจำลองการควบคุมรักษาเสถียรภาพของระบบอินเวอร์ทเพนดูลัมแบบฐานหมุน ในส่วนแรกเป็นการจำลองระบบเมื่อไม่มีอินทิเกรเตอร์ ในส่วนที่สองเป็นการจำลองเมื่อเพิ่มอินทิเกรเตอร์เข้าไปในระบบเพื่อกำจัดค่าผิดพลาดในสภาวะคงตัว และในที่สุดท้ายเป็นการจำลองการติดตามสัญญาณอินพุตแบบขั้น โดยให้มุมฐานเพนดูลัมเคลื่อนที่จากตำแหน่งมุม 0 เรเดียนไปตำแหน่งมุม 1 เรเดียน

### 5.2.2.1 เมื่อไม่มีอินทิเกรเตอร์เพิ่มเข้าไปในระบบ

ในกรณีที่ระบบอินเวอร์ทเพนดูลัมแบบฐานหมุนไม่เพิ่มอินทิเกรเตอร์จะได้ค่าอัตราขยายป้อนกลับสถานะ  $\mathbf{K} = [-24.432 \quad -2.361 \quad -5.212 \quad -2.411]$  เมื่อ  $\alpha_1 = 3.4, \alpha_2 = 3, \alpha_3 = 3, \alpha_4 = 3$  และ  $\tau = 1$  วินาที และเมื่อให้  $\alpha_1 = 3.2, \alpha_2 = 2$  และ  $\tau = 0.25$  วินาทีจะได้ค่าอัตราขยายออกแบบเซอร์เวอร์แบบอันดับต่ำสุด  $\mathbf{K}_e = \begin{bmatrix} 6.400 & -2.397 \\ 3.200 & 5.276 \end{bmatrix}$  ในการจำลองนี้จะให้ตำแหน่งมุมเริ่มต้นของฐานเพนดูลัมอยู่ที่ตำแหน่งมุม  $-0.3$  เรเดียน และมุมเริ่มต้นของแท่งเพนดูลัมอยู่ที่ตำแหน่ง  $-0.4$  เรเดียน ซึ่งได้ผลตอบสนองแสดงดังรูปที่ 5.2



(ก) มุมเพนดูลัม (ข) มุมฐานเพนดูลัม

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น เมื่ออนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า

ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้คัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

รูปที่ 5.2 ผลการจำลองการควบคุมรักษาเสถียรภาพของอินเวอร์ทเพนดูลัมแบบฐานหมุน

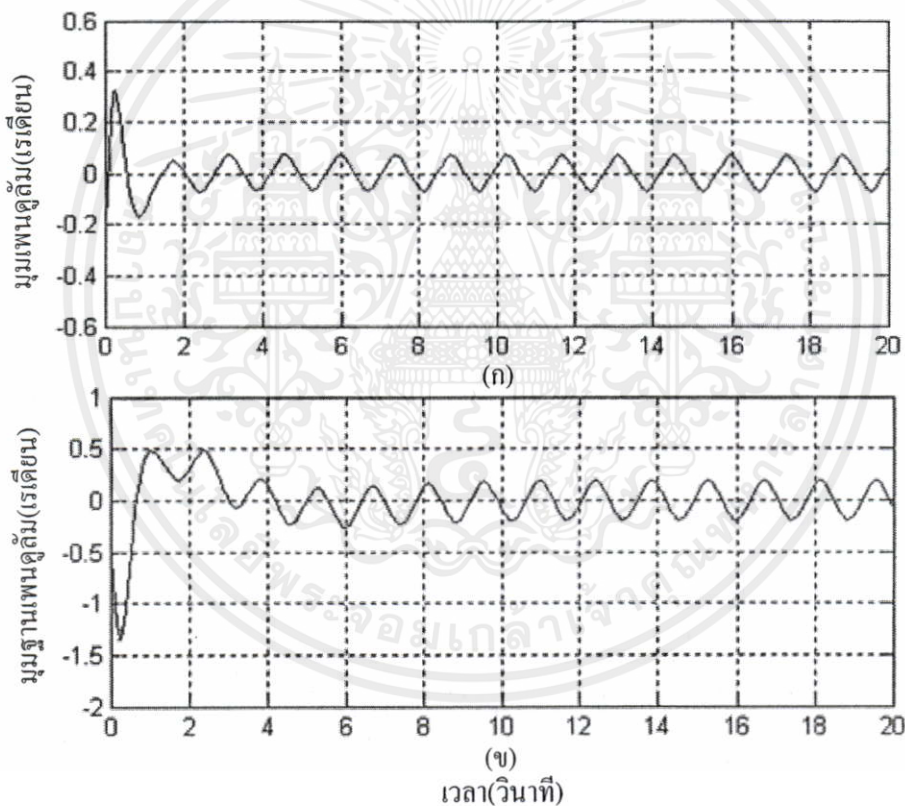
เมื่อระบบไม่มีอินทิเกรเตอร์

จากรูปที่ 5.2 พบว่าตัวควบคุมที่นำเสนอขึ้นสามารถควบคุมเพนดูลัมให้อยู่จุดสมดุลบนได้ตามต้องการแต่จะมีค่าผิดพลาดที่ตำแหน่งมุมของฐานเพนดูลัมที่  $-0.2$  เรเดียน

### 5.2.2.2 เมื่อเพิ่มอินทิเกรเตอร์เข้าไปในระบบ

การจำลองการควบคุมการรักษาเสถียรภาพของอินเวอร์ทเพนดูลัมแบบฐานหมุน จะใช้ตัวควบคุมเซอร์โวปีอนกลับสถานะร่วมกับออบเซอร์เวอร์แบบอันดับต่ำสุดดังแสดงในตารางที่ 5.1 และได้ใช้ค่าตำแหน่งมุมเริ่มต้นของฐานและแท่งเพนดูลัมเช่นเดียวกับการจำลองในหัวข้อย่อย

5.2.2.1 ผลการจำลองแสดงดังรูปที่ 5.3 ซึ่งแสดงให้เห็นว่า ตัวควบคุมสามารถควบคุมอินเวอร์ทเพนดูลัมให้มีเสถียรภาพ ณ บริเวณตำแหน่งจุดสมดุลบนได้ตามต้องการ และยังสามารถกำจัดค่าผิดพลาดในสภาวะคงตัวที่ตำแหน่งมุมฐานเพนดูลัมได้ ซึ่งผลตอบสนองของมุมฐานเพนดูลัมจะแกว่งรอบตำแหน่งมุมอ้างอิงที่เส้น 0 เรเดียน



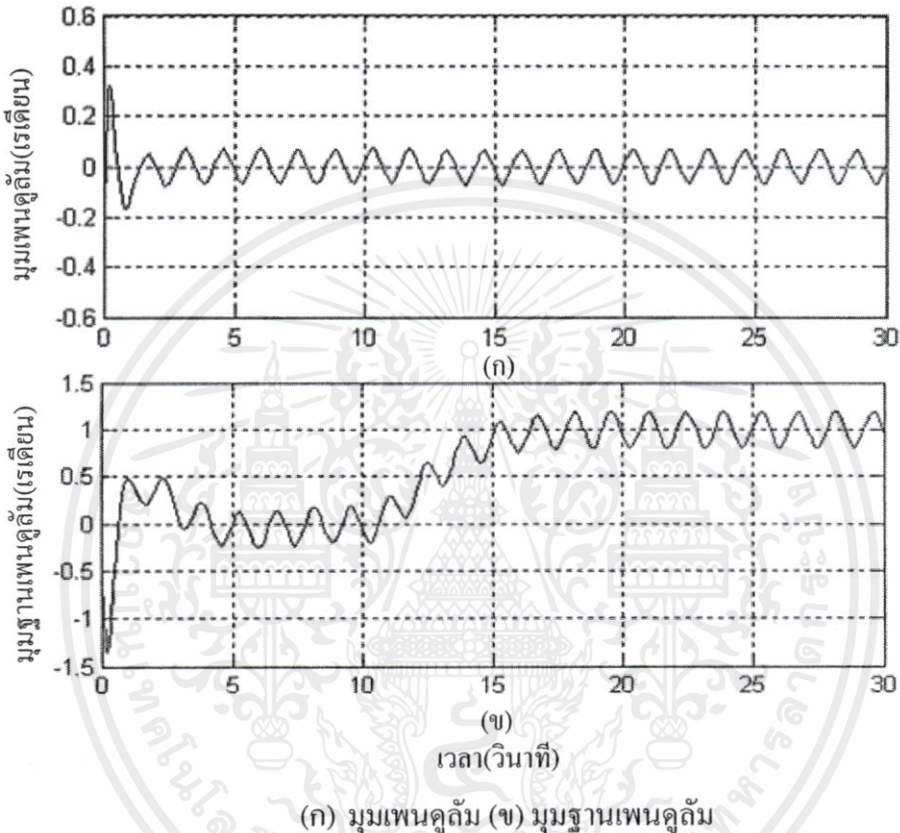
(ก) มุมเพนดูลัม (ข) มุมฐานเพนดูลัม

### รูปที่ 5.3 ผลการจำลองการควบคุมรักษาเสถียรภาพของอินเวอร์ทเพนดูลัมแบบฐานหมุน เมื่อเพิ่มอินทิเกรเตอร์เข้าไปในระบบ

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับกรใช้ภายในเพื่อการศึกษาเท่านั้น เมื่ออนุญาตให้เผยแพร่ไป จะระบุชื่อคนต้นการคำ  
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น ยกเว้นให้พิมพ์เผยแพร่โดยไม่ได้รับอนุญาตจะต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

### 5.2.2.3 เมื่อป้อนอินพุตแบบขั้น

การจำลองการควบคุมเสถียรภาพของอินเวอร์ตเพนดูลัมแบบฐานหมุน เมื่อป้อนอินพุตอ้างอิงของมุมฐานเพนดูลัมเป็นแบบขั้นนั้น จะใช้ค่าพารามิเตอร์และตำแหน่งมุมเริ่มต้นของฐานเพนดูลัมและมุมของแท่งเพนดูลัมเช่นเดียวกับหัวข้อย่อย 5.2.2.2 ผลการจำลองการควบคุมรักษาเสถียรภาพของอินเวอร์ตเพนดูลัมแบบฐานหมุนเมื่อกำหนดให้ตำแหน่งมุมฐานเพนดูลัมเคลื่อนที่จากตำแหน่งมุม 0 เรเดียน ไปยังตำแหน่งมุม 1 เรเดียนที่เวลา 10 วินาที แสดงดังรูปที่ 5.4



รูปที่ 5.4 ผลการจำลองการควบคุมรักษาเสถียรภาพของอินเวอร์ตเพนดูลัมแบบฐานหมุน เมื่อป้อนอินพุตแบบขั้น

จากผลการจำลองจะเห็นได้ว่า มุมฐานเพนดูลัมสามารถติดตามสัญญาณอ้างอิงแบบขั้นได้ตามต้องการ ในขณะที่เดียวกันมุมของเพนดูลัมยังแกว่งรอบๆ เส้น 0 เรเดียน

### 5.2.3 การจำลองการควบคุมการเหวี่ยงขึ้นและรักษาเสถียรภาพของอินเวอร์ตเพนดูลัมแบบ

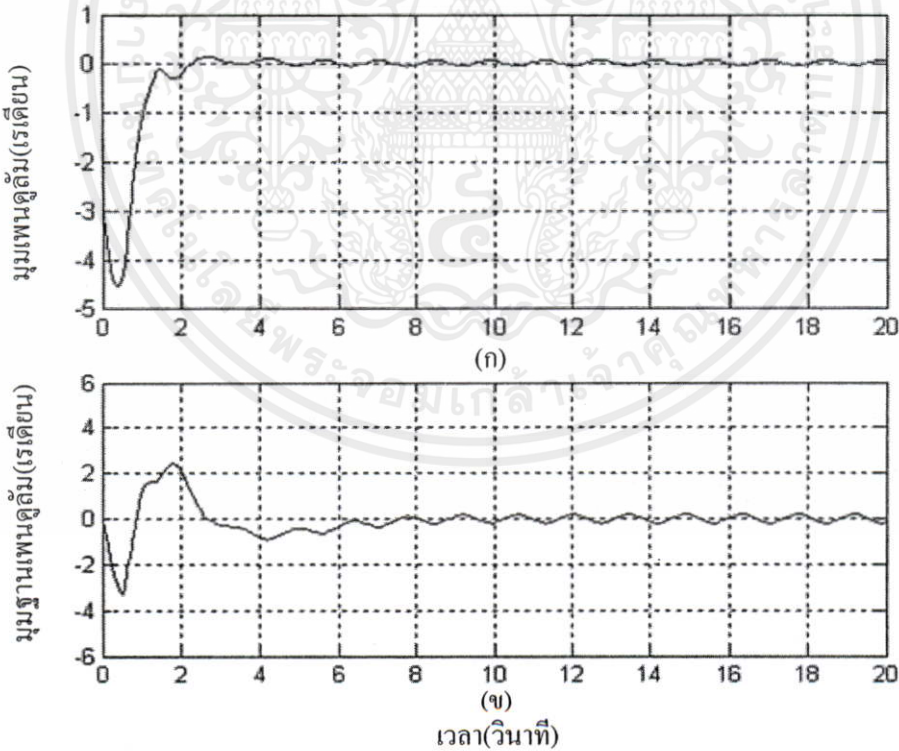
#### ฐานหมุน

ในหัวข้อนี้จะเป็นการจำลองการเหวี่ยงขึ้นและรักษาเสถียรภาพของอินเวอร์ตเพนดูลัมแบบฐานหมุน โดยใช้ตัวควบคุมการควบคุมพลังงาน เพื่อเหวี่ยงเพนดูลัมจากจุดสมดุลล่างขึ้นสู่ตำแหน่งจุดสมดุลบนและตัวควบคุมเซอร์โวป้อนกลับสถานะร่วมกับออบเซอร์เวอร์แบบอันดับต่ำสุด เพื่อรักษาเสถียรภาพของอินเวอร์ตเพนดูลัม ณ บริเวณจุดสมดุลบนไว้ โดยการจำลองแบ่งออกเป็น

สามส่วน ในส่วนแรกเป็นการจำลองการควบคุมการเหวี่ยงขึ้นและรักษาเสถียรภาพของเพนดูลัม เมื่อไม่มีสิ่งรบกวนเข้ามาในระบบ ส่วนที่สองเป็นการจำลองการควบคุมการเหวี่ยงขึ้นและรักษาเสถียรภาพของเพนดูลัม เมื่อมีสิ่งรบกวนเข้ามาในระบบ และส่วนสุดท้ายเป็นการจำลองการควบคุมการเหวี่ยงขึ้นและรักษาเสถียรภาพของเพนดูลัมเมื่อเปลี่ยนความยาวของแท่งเพนดูลัมจาก 49 เซนติเมตร เป็น 45 เซนติเมตร และ 53 เซนติเมตร ตามลำดับ

### 5.2.3.1 เมื่อไม่มีสิ่งรบกวนเข้ามาในระบบ

การจำลองการควบคุมการเหวี่ยงขึ้นจากจุดสมดุลล่างขึ้นสู่ตำแหน่งจุดสมดุลบน และรักษาเสถียรภาพของเพนดูลัม ณ บริเวณจุดสมดุลบนไว้ มีจุดประสงค์เพื่อต้องการทดสอบว่า ตัวควบคุมทั้งสองที่ออกแบบไว้สามารถทำงานร่วมกันได้หรือไม่ โดยกำหนดให้ตำแหน่งเริ่มต้นของมุมฐานเพนดูลัมเท่ากับ 0 เรเดียน และมุมเริ่มต้นของเพนดูลัมอยู่ที่ตำแหน่งจุดสมดุลล่าง (-3.1 เรเดียน) ในลำดับแรก จะใช้ตัวควบคุมการเหวี่ยงขึ้นเพื่อเหวี่ยงเพนดูลัมจากจุดสมดุลล่างขึ้นสู่บริเวณจุดสมดุลบน เมื่อขนาดมุมของเพนดูลัมมีค่าน้อยกว่า 0.3 เรเดียน จึงเปลี่ยนมาใช้ตัวควบคุมรักษาเสถียรภาพของอินเวอร์ทเพนดูลัม เพื่อการรักษาเสถียรภาพของเพนดูลัม ณ จุดสมดุลบนไว้ (0 เรเดียน) และได้ใช้ค่าพารามิเตอร์ของตัวควบคุมเหมือนกับการจำลองในหัวข้อที่ 5.2.1 และ 5.2.2.2 ซึ่งผลการจำลองแสดงได้ดังรูปที่ 5.5



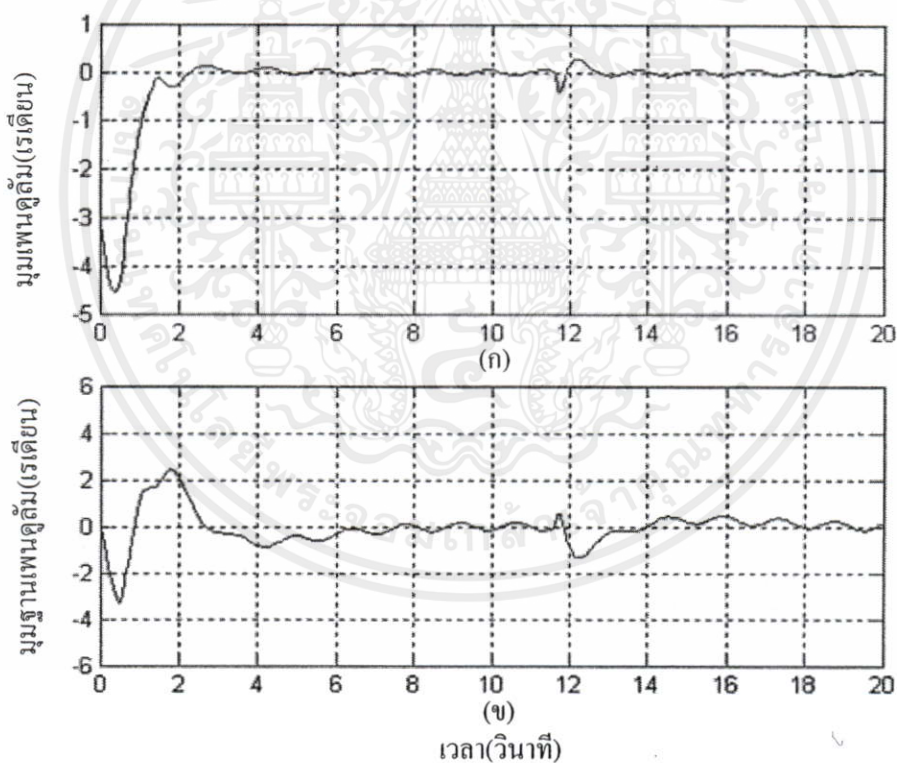
(ก) มุมเพนดูลัม (ข) มุมฐานเพนดูลัม

รูปที่ 5.5 ผลการจำลองการควบคุมการเหวี่ยงขึ้นและรักษาเสถียรภาพของอินเวอร์ทเพนดูลัมแบบ ฐานหมุนเมื่อ ไม่มีสิ่งรบกวนเข้ามาในระบบ

จากผลการจำลองพบว่า ตัวควบคุมทั้งสองสามารถทำงานร่วมกันได้อย่างมีประสิทธิภาพ โดยสามารถเหวี่ยงเพนดูลัมจากจุดสมดุลล่างขึ้นไปยังบริเวณตำแหน่งจุดศูนย์กลางจุดสมดุลบนได้ภายในเวลาประมาณ 2 วินาที และหลังจากนั้นก็สามารถรักษาให้เพนดูลัมมีเสถียรภาพ ณ จุดสมดุลบนได้ ดังแสดงในรูป 5.5 (ก) ในขณะที่เดียวกันตัวควบคุมยังสามารถควบคุมให้มุมฐานเพนดูลัมกลับเข้าสู่ตำแหน่งอ้างอิงที่เส้น 0 เรเดียนได้

### 5.2.3.2 เมื่อมีสิ่งรบกวนเข้ามาในระบบ

จุดประสงค์ของการจำลองการควบคุมการเหวี่ยงขึ้นและรักษาเสถียรภาพของอินเวอร์ทเพนดูลัมแบบฐานหมุนเมื่อมีสิ่งรบกวนเข้ามาในระบบ คือทดสอบว่าตัวควบคุมที่ออกแบบไว้นั้น สามารถกำจัดผลกระทบจากสิ่งรบกวนที่เข้ามาในระบบได้หรือไม่ ขั้นตอนการจำลองและการใช้ค่าพารามิเตอร์ต่างๆ ของตัวควบคุมทั้งสองจะเหมือนกับการจำลองในหัวข้อที่ 5.2.3.1 หลังจากเหวี่ยงแท่งเพนดูลัมจากจุดสมดุลล่างขึ้นไปยังตำแหน่งจุดสมดุลบนแล้ว จากนั้นป้อนสัญญาณรบกวนที่เอาต์พุตตำแหน่งมุมของเพนดูลัม ณ เวลา 11 วินาที ซึ่งเป็นสัญญาณแบบพัลส์ ขนาด 0.3 เรเดียน เป็นเวลา 10 มิลลิวินาที ผลการจำลองแสดงได้ดังรูปที่ 5.6



(ก) มุมเพนดูลัม (ข) มุมฐานเพนดูลัม

รูปที่ 5.6 ผลการจำลองการควบคุมการเหวี่ยงขึ้นและรักษาเสถียรภาพของอินเวอร์ทเพนดูลัมแบบฐานหมุนเมื่อมีสิ่งรบกวนที่มุมเพนดูลัม

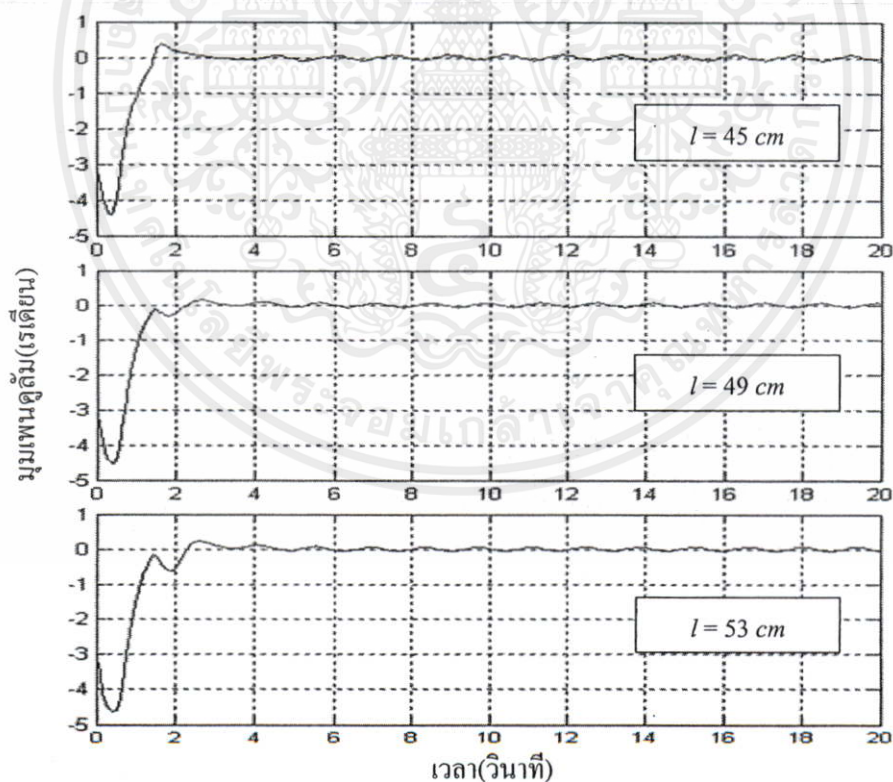
เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้คัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ผลการจำลองแสดงให้เห็นว่า ตัวควบคุมสามารถกำจัดผลกระทบเมื่อมีสิ่งรบกวนเข้ามาในระบบได้ ในขณะเดียวกัน ตัวควบคุมยังสามารถควบคุมให้มุมฐานเพนดูลัมกลับเข้าสู่ตำแหน่งอ้างอิงที่เส้น 0 เรเดียน และแท่งเพนดูลัมยังสามารถตั้งตรงอยู่ ณ ตำแหน่งจุดสมดุลบนได้ตามต้องการ

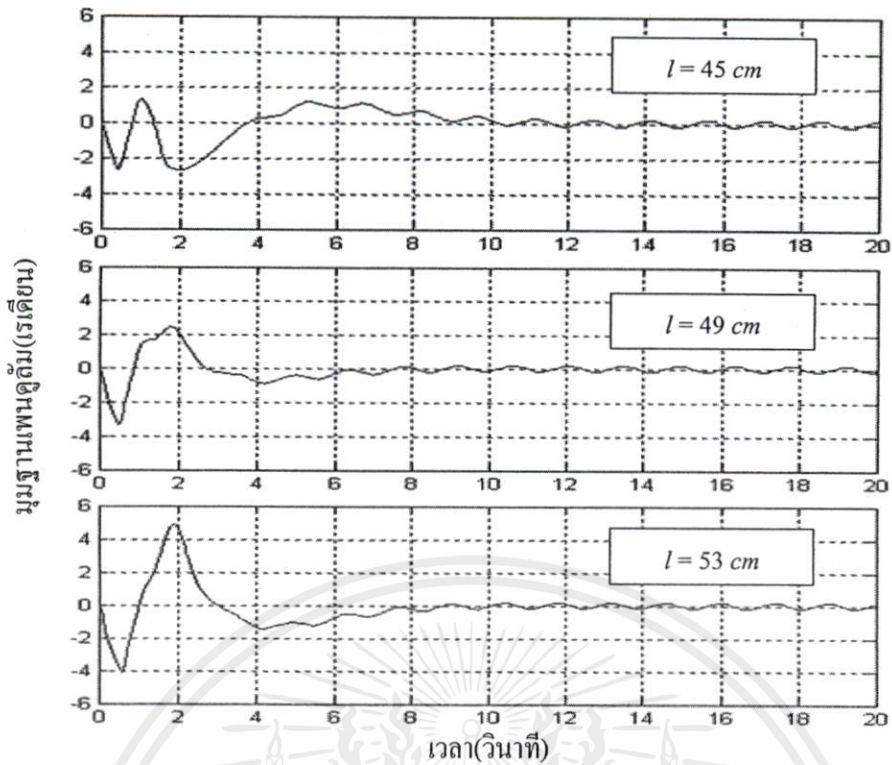
### 5.2.3.3 เมื่อความยาวของแท่งเพนดูลัมเปลี่ยนแปลง

ในหัวข้อนี้จะทดสอบความคงทนของตัวควบคุมเหวี่ยงขึ้นและรักษาเสถียรภาพของอินเวอร์ทเพนดูลัมแบบฐานหมุน เมื่อค่าพารามิเตอร์ของระบบเปลี่ยนแปลง โดยเปลี่ยนความยาวของแท่งเพนดูลัมจาก 49 เซนติเมตร เป็น 45 และ 53 เซนติเมตร ตามลำดับ

ในการจำลองนี้ยังคงมีลำดับขั้นตอนในการจำลองและการใช้ค่าพารามิเตอร์ต่างๆ ของตัวควบคุมทั้งสองเหมือนกันกับหัวข้อที่ 5.2.3.1 และผลของการจำลองแสดงได้ดังรูปที่ 5.7 ซึ่งจะเห็นได้ว่า ตัวควบคุมสามารถเหวี่ยงเพนดูลัมจากจุดสมดุลล่างขึ้นไปยังบริเวณตำแหน่งจุดสมดุลบน และรักษาให้ระบบอินเวอร์ทเพนดูลัมมีเสถียรภาพ ณ จุดสมดุลบนไว้ได้ในเวลาใกล้เคียงกัน นอกจากนี้ ตัวควบคุมรักษาเสถียรภาพยังสามารถควบคุมให้มุมฐานเพนดูลัมกลับเข้าสู่ตำแหน่งอ้างอิงที่เส้น 0 เรเดียนได้โดยไม่มีค่าผิดพลาดที่สภาวะคงตัว



เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
(ก) มุมเพนดูลัม  
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้คัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



(จ) มุมฐานเพนดูลัม

รูปที่ 5.7 ผลการจำลองการควบคุมการเหวี่ยงขึ้นและรักษาเสถียรภาพของอินเวอร์ทเพนดูลัม เมื่อความยาวของแท่งเพนดูลัมเปลี่ยน

### 5.3 ผลการทดลอง

หลังจากได้ผลจำลองควบคุมการเหวี่ยงเพนดูลัมขึ้นจากจุดสมดุลล่างไปสู่บริเวณจุดสมดุลบน และรักษาเสถียรภาพของเพนดูลัม ณ ตำแหน่งจุดสมดุลบนไว้ของตัวควบคุมที่นำเสนอแล้ว ลำดับต่อไป จะนำตัวควบคุมดังกล่าวมาควบคุมระบบจริงในห้องปฏิบัติการเพื่อทดสอบประสิทธิภาพของตัวควบคุม ซึ่งตัวควบคุมจะถูกสร้างขึ้นด้วยโปรแกรมคอมพิวเตอร์ภาษาซี (C language) และได้ใช้เวลาชักตัวอย่างเท่ากับ 0.025 วินาที ภาพถ่ายของชุดทดลองระบบอินเวอร์ทเพนดูลัมแบบฐานหมุนในห้องปฏิบัติการที่จะนำมาทดลองแสดงดังรูปที่ 5.8

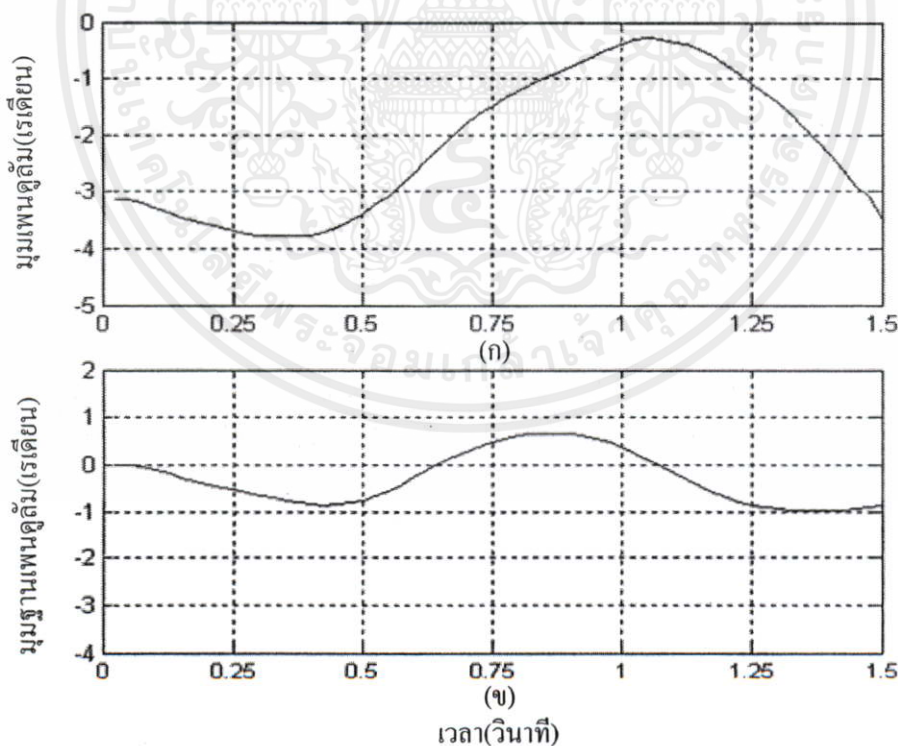
สำหรับการทดลองควบคุมระบบอินเวอร์ทเพนดูลัมแบบฐานหมุนที่แสดงในหัวข้อนี้ นั้น จะใช้ค่าพารามิเตอร์ของตัวควบคุม ลำดับขั้นตอนในการทดลองรวมทั้งรูปแบบการทดลอง เช่นเดียวกันกับการจำลองด้วยโปรแกรมคอมพิวเตอร์ที่ได้นำเสนอไว้แล้วในหัวข้อข้างต้น ไม่ว่าจะเป็นใด ๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้คัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



รูปที่ 5.8 ชุดทดลองระบบอินเวอร์ทเพนดูลัมแบบฐานหมุนในห้องปฏิบัติการ

### 5.3.1 การทดลองตัวควบคุมการเหวี่ยงขึ้นเพียงอย่างเดียว

หลังจากได้ผลการจำลองเป็นไปตามวัตถุประสงค์แล้ว ต่อไปจะนำตัวควบคุมดังกล่าวมาทดลองควบคุมระบบจริงในห้องปฏิบัติการ ซึ่งมีขั้นตอนการทดลองเช่นเดียวกับในหัวข้อที่ 5.2.1



เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
(ก) มุมเพนดูลัม (ข) มุมฐานเพนดูลัม  
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้คัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

รูปที่ 5.9 ผลการทดลองตัวควบคุมการเหวี่ยงขึ้นของอินเวอร์ทเพนดูลัมเพียงอย่างเดียว

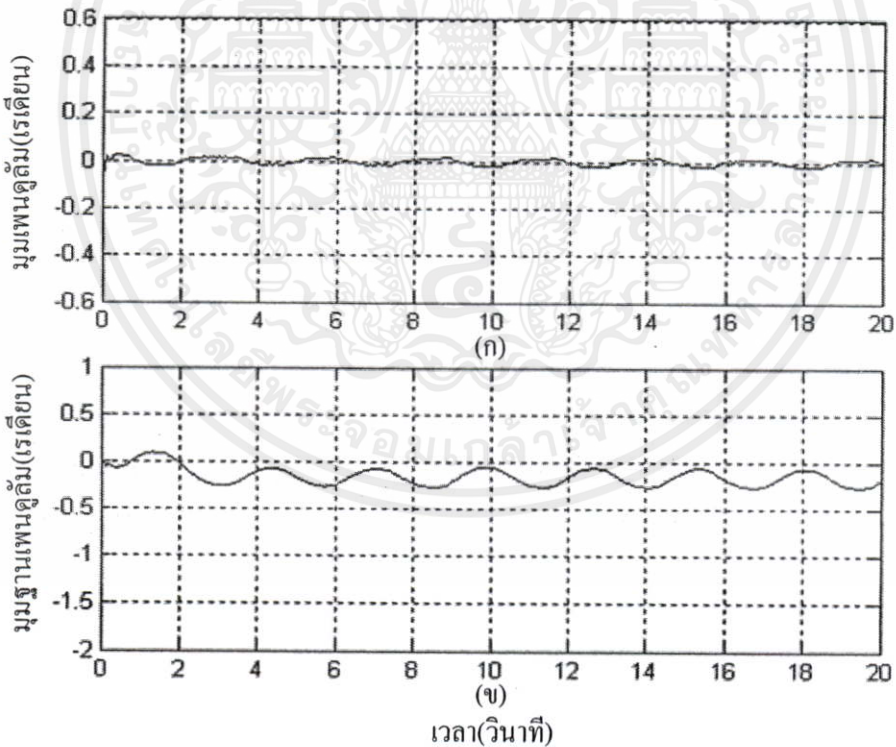
จากผลการทดลอง จะเห็นว่าตัวควบคุมสามารถควบคุมให้เพนดูลัมเหวี่ยงขึ้นจากจุดสมดุลล่างไปยังบริเวณจุดสมดุลบนได้ภายในเวลา 1.1 วินาทีดังแสดงในรูปที่ 5.9 (ก)

### 5.3.2 การทดลองการควบคุมรักษาเสถียรภาพของอินเวอร์ทเพนดูลัมแบบฐานหมุน

ในหัวข้อนี้ จะใช้ตัวควบคุมรักษาเสถียรภาพของอินเวอร์ทเพนดูลัมกับชุดทดลองระบบอินเวอร์ทเพนดูลัมแบบฐานหมุนในห้องปฏิบัติการ โดยตัวควบคุมเซอร์โวป้อนกลับสถานะร่วมกับออบเซอร์เวอร์แบบอันดับต่ำสุด ในการทดลองนี้จะแบ่งออกเป็นสามส่วน คือในส่วนแรกเป็นการทดลองควบคุมเมื่อไม่มีอินทิเกรเตอร์เพิ่มเข้าไปในระบบ ส่วนที่สองเป็นการทดลองเมื่อเพิ่มอินทิเกรเตอร์เข้าไปในระบบ และส่วนสุดท้ายเป็นการทดลองเมื่อป้อนอินพุตแบบขั้นเมื่อกำหนดให้ตำแหน่งมุมฐานเพนดูลัมเคลื่อนที่จากตำแหน่งมุม 0 เรเดียนไปยังตำแหน่งมุม 1 เรเดียน

#### 5.3.2.1 เมื่อไม่มีอินทิเกรเตอร์เพิ่มเข้าไปในระบบ

การทดลองตัวควบคุมรักษาเสถียรภาพของอินเวอร์ทเพนดูลัมแบบฐานหมุน ในหัวข้อนี้ อาศัยขั้นตอนการทดลอง และค่าพารามิเตอร์ต่างๆของตัวควบคุมเหมือนกับการจำลองระบบควบคุมด้วยโปรแกรมแมตแล็บในหัวข้อ 5.2.2.1 ผลการทดลองแสดงดังรูปที่ 5.10



(ก) มุมเพนดูลัม (ข) มุมฐานเพนดูลัม

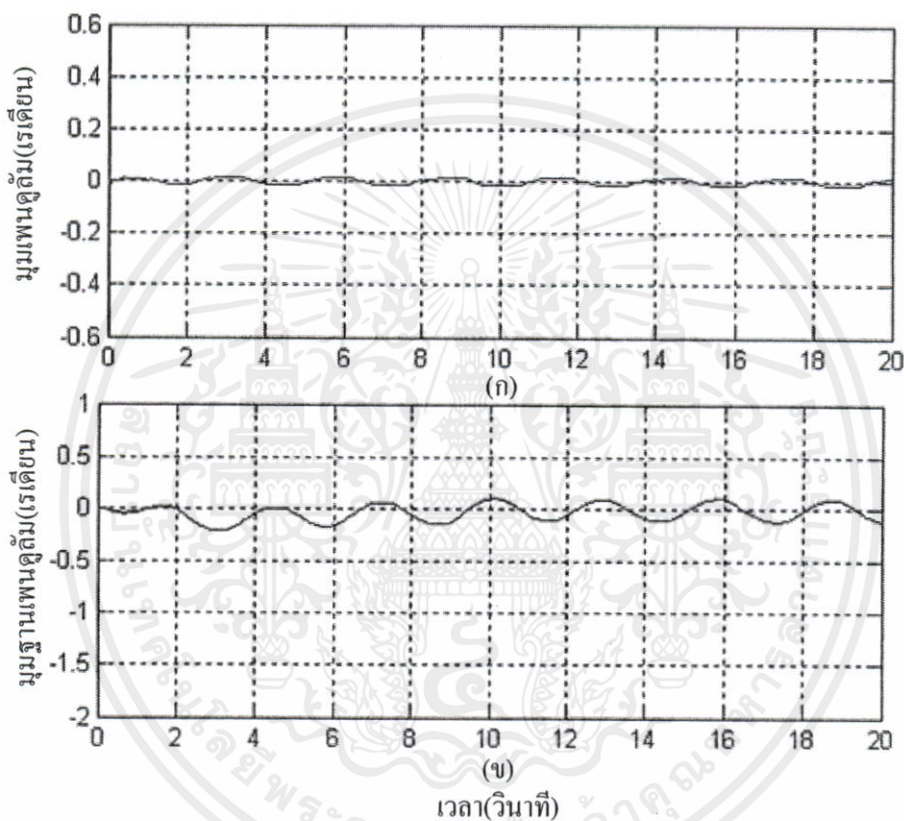
เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า

รูปที่ 5.10 ผลการทดลองการควบคุมรักษาเสถียรภาพของอินเวอร์ทเพนดูลัมแบบฐานหมุน เมื่อระบบไม่มีอินทิเกรเตอร์

จากผลการทดลองพบว่า ตัวควบคุมสามารถควบคุมอินเวอร์ทเพนดูลัมให้มีเสถียรภาพ ณ บริเวณตำแหน่งจุดสมดุลบนได้ตามต้องการ แต่จะมีค่าผิดพลาดในสภาวะคงตัวที่ตำแหน่งมุมของฐานเพนดูลัมคั้งผลที่ปรากฏในรูปที่ 5.10 (ข)

### 5.3.2.2 เมื่อเพิ่มอินทิเกรเตอร์เข้าไปในระบบ

หัวข้อนี้ เป็นการทดลองตัวควบคุมรักษาเสถียรภาพของอินเวอร์ทเพนดูลัมแบบฐานหมุนเมื่อเพิ่มอินทิเกรเตอร์เข้าไปในระบบ โดยมีขั้นตอนการทดลองและใช้พารามิเตอร์ต่างๆของตัวควบคุมเหมือนกับหัวข้อ 5.2.2.2



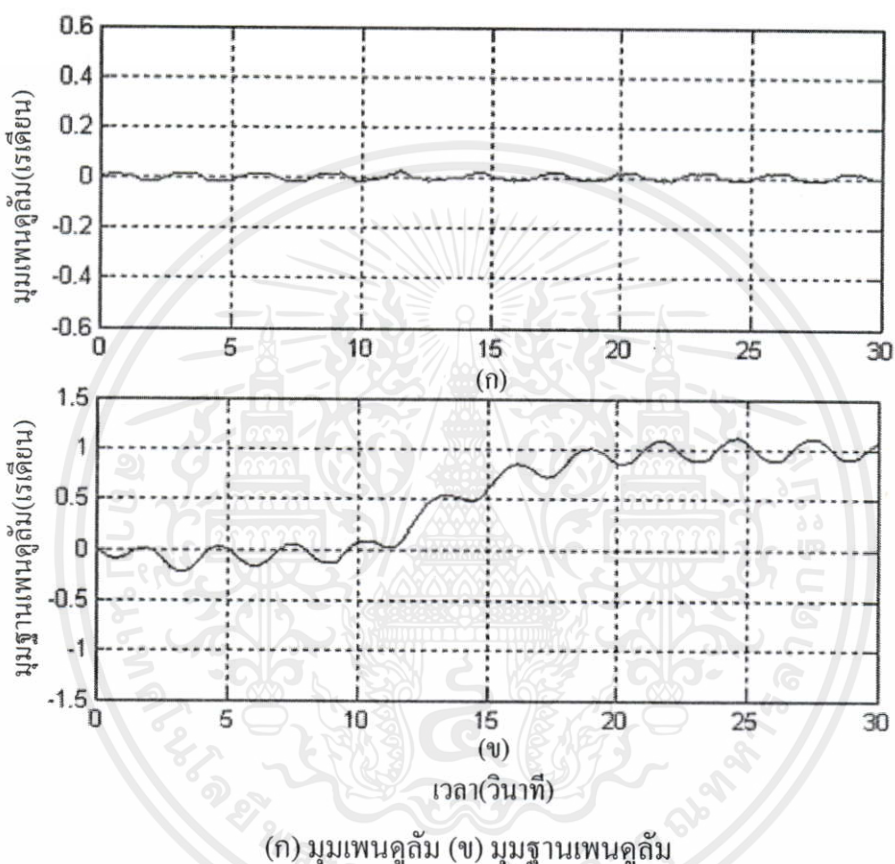
(ก) มุมเพนดูลัม (ข) มุมฐานเพนดูลัม

**รูปที่ 5.11** ผลการทดลองการควบคุมรักษาเสถียรภาพของอินเวอร์ทเพนดูลัมแบบฐานหมุนเมื่อเพิ่มอินทิเกรเตอร์เข้าไปในระบบ

ผลการทดลองการควบคุมรักษาเสถียรภาพของระบบอินเวอร์ทเพนดูลัมแสดงได้ดังรูปที่ 5.11 ซึ่งแสดงให้เห็น ตัวควบคุมสามารถควบคุมอินเวอร์ทเพนดูลัมให้มีเสถียรภาพ ณ ตำแหน่งจุดสมดุลบนได้โดยไม่มีค่าผิดพลาดในสภาวะคงตัวที่ตำแหน่งมุมฐานเพนดูลัม และผลตอบสนองของมุมฐานเพนดูลัมจะแกว่งเล็กน้อยรอบตำแหน่งมุมอ้างอิงที่เส้น 0 เรเดียนแสดงดังรูปที่ 5.11 (ข)

### 5.3.2.3 เมื่อป้อนอินพุตแบบขั้น

การทดลองการควบคุมเพื่อรักษาเสถียรภาพของอินเวอร์ทเพนดูลัมแบบฐานหมุน เมื่อป้อนอินพุตอ้างอิงของมุมฐานเพนดูลัมเป็นแบบขั้น จะมีขั้นตอนและใช้พารามิเตอร์ต่างๆ ของตัวควบคุม เหมือนกับการจำลองระบบควบคุมด้วยโปรแกรมแมตแล็บในหัวข้อ 5.2.2.3 โดยกำหนดให้ตำแหน่งมุมฐานเพนดูลัมเคลื่อนที่จากตำแหน่งมุม 0 เรเดียน ไปยังตำแหน่งมุม 1 เรเดียน ที่เวลา 10 วินาที



รูปที่ 5.12 ผลการทดลองการควบคุมรักษาเสถียรภาพของอินเวอร์ทเพนดูลัมแบบฐานหมุน เมื่อป้อนอินพุตแบบขั้น

จากผลการทดลองแสดงให้เห็นว่า การควบคุมเพื่อรักษาเสถียรภาพของอินเวอร์ทเพนดูลัมแบบฐานหมุน เมื่อป้อนอินพุตอ้างอิงของมุมฐานเพนดูลัมเป็นแบบขั้นนั้น สามารถควบคุมให้อินเวอร์ทเพนดูลัมให้มีเสถียรภาพ ณ บริเวณตำแหน่งจุดสมดุลนั้นได้ และยังสามารถติดตามสัญญาณอ้างอิงแบบขั้นได้ตามต้องการ แสดงดังรูปที่ 5.12 (ข) และผลตอบสนองของมุมเพนดูลัมจะแกว่งเล็กน้อยรอบตำแหน่งมุมอ้างอิงที่เส้น 0 เรเดียนแสดงดังรูปที่ 5.12 (ก) จึงได้มีการนำไปใช้

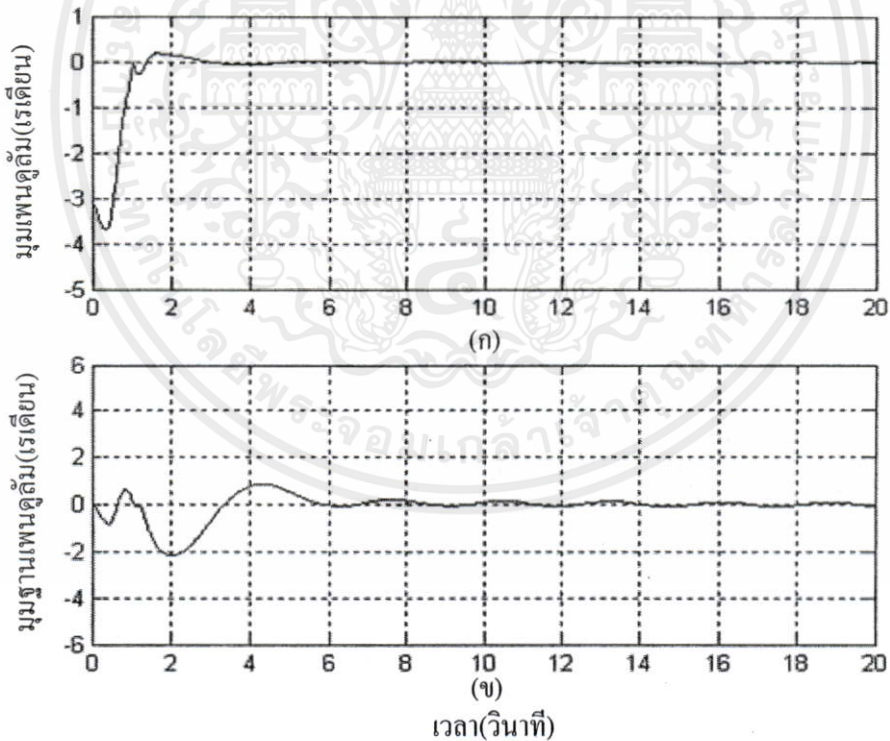
### 5.3.3 การทดลองการควบคุมการเหวี่ยงขึ้นและรักษาเสถียรภาพของอินเวอร์ทเพนดูลัมแบบ

#### ฐานหมุน

ในหัวข้อนี้จะเป็นการทดลองการเหวี่ยงขึ้นและรักษาเสถียรภาพของอินเวอร์ทเพนดูลัมแบบฐานหมุน โดยใช้ตัวควบคุมที่ออกแบบจากหลักการการควบคุมพลังงาน เพื่อเหวี่ยงเพนดูลัมจากจุดสมดุลล่างขึ้นสู่บริเวณตำแหน่งจุดสมดุลบน และใช้ตัวควบคุมเซอร์โวปี้อนกลับสถานะร่วมกับออบเซอร์เวอร์แบบอันดับต่ำสุดที่ออกแบบจากวิธี CRA เพื่อรักษาเสถียรภาพของอินเวอร์ทเพนดูลัม ณ จุดสมดุลบนไว้ การทดลองในหัวข้อนี้นั้นจะแบ่งการทดลองออกเป็นสามส่วนเช่นเดียวกันกับหัวข้อ 5.2.3

#### 5.3.3.1 เมื่อไม่มีสิ่งรบกวนเข้ามาในระบบ

การทดลองในหัวข้อนี้ มีจุดประสงค์เพื่อทดสอบว่า ตัวควบคุมการเหวี่ยงขึ้นจากจุดสมดุลล่างขึ้นสู่บริเวณจุดสมดุลบนและตัวควบคุมรักษาเสถียรภาพของเพนดูลัม ณ จุดสมดุลบนนั้น จะสามารถทำงานร่วมกันได้หรือไม่ และมีผลตอบสนองของระบบควบคุมแตกต่างจากผลตอบสนองที่ได้จากการจำลองระบบด้วยโปรแกรมแมตแล็บอย่างไรเมื่อใช้ค่าพารามิเตอร์เหมือนกันกับการจำลองในหัวข้อที่ 5.2.3.1



(ก) มุมเพนดูลัม (ข) มุมฐานเพนดูลัม

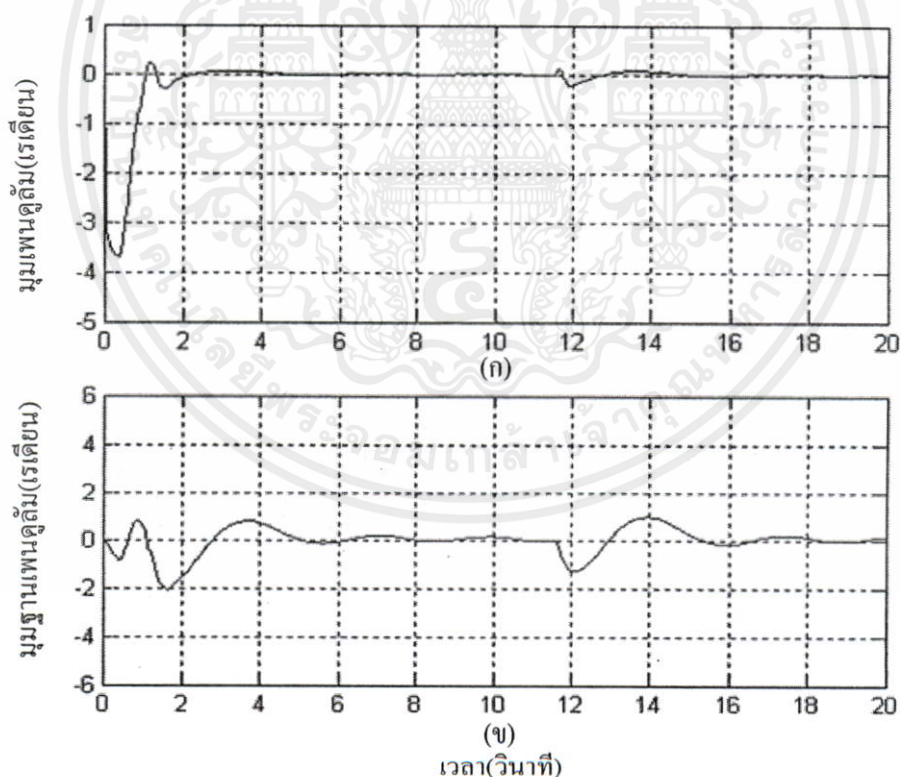
รูปที่ 5.13 ผลการทดลองการควบคุมการเหวี่ยงขึ้นและรักษาเสถียรภาพของอินเวอร์ทเพนดูลัมแบบฐานหมุนเมื่อไม่มีสิ่งรบกวนเข้ามาในระบบ

ไม่ว่ากรณีใดๆ กรุณาแจ้งถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ในการทดลองนี้ จะกำหนดให้ตำแหน่งเริ่มต้นของมูมฐานเพนคูล์มอยู่ที่ 0 เรเดียน และตำแหน่งมูมเริ่มต้นของเพนคูล์มอยู่ที่ตำแหน่งจุดสมมูลล่าง (-3.1 เรเดียน) โดยในลำดับแรก จะใช้ตัวควบคุมการเหวี่ยงเพนคูล์มขึ้นจากจุดสมมูลล่างสู่บริเวณจุดสมมูลบน และเมื่อขนาดมูมของเพนคูล์มมีค่ามีค่าน้อยกว่า 0.3 เรเดียนแล้ว จึงเปลี่ยนมาใช้ตัวควบคุมเสถียรภาพของอินเวอร์ทเพนคูล์มเพื่อรักษาเสถียรภาพของเพนคูล์ม ณ จุดสมมูลบน (0 เรเดียน) ไว้ ซึ่งผลการทดลองแสดงดังรูปที่ 5.13 จากผลการทดลองแสดงให้เห็นว่า ตัวควบคุมทั้งสองสามารถทำงานร่วมกันได้อย่างมีประสิทธิภาพ โดยเหวี่ยงเพนคูล์มจากจุดสมมูลล่างขึ้นไปยังบริเวณตำแหน่งจุดสมมูลบนได้ภายในเวลาประมาณ 1.1 วินาที แล้วยังรักษาให้แก่งเพนคูล์มมีเสถียรภาพ ณ จุดสมมูลบนได้โดยที่ผลตอบสนองของมูมฐานเพนคูล์มเข้าสู่ตำแหน่งมูมอ้างอิงและแกว่งเล็กน้อยรอบๆ เส้น 0 เรเดียน

### 5.3.3.2 เมื่อมีสิ่งรบกวนเข้ามาในระบบ

ในหัวข้อนี้เป็นการทดลองเพื่อศึกษาการกำจัดผลกระทบที่เกิดจากสิ่งรบกวนที่เข้ามาในระบบอินเวอร์ทเพนคูล์มแบบฐานหมุน โดยใช้ค่าพารามิเตอร์ต่างๆ ของตัวควบคุมเหมือนกับหัวข้อที่ 5.2.3.2 และจะป้อนแรงโดยการผลัดที่แก่งเพนคูล์ม ผลการทดลองนี้แสดงได้ดังรูปที่ 5.14



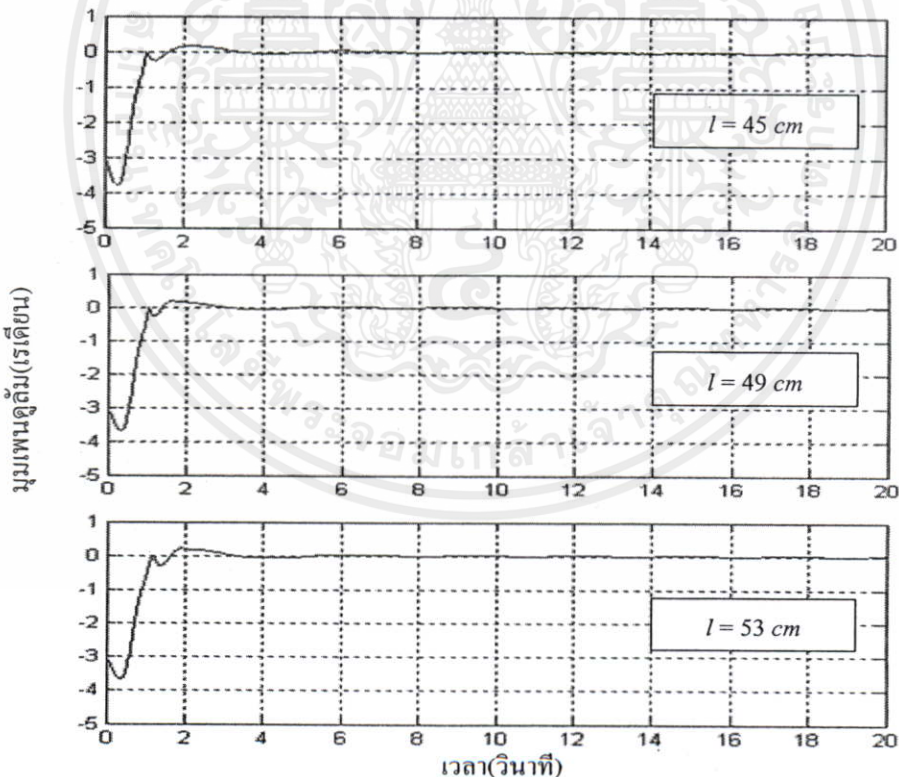
(ก) มูมเพนคูล์ม (ข) มูมฐานเพนคูล์ม

รูปที่ 5.14 ผลการทดลองการควบคุมการเหวี่ยงขึ้นและรักษาเสถียรภาพของอินเวอร์ทเพนคูล์มแบบฐานหมุนเมื่อมีสิ่งรบกวนที่มูมเพนคูล์ม

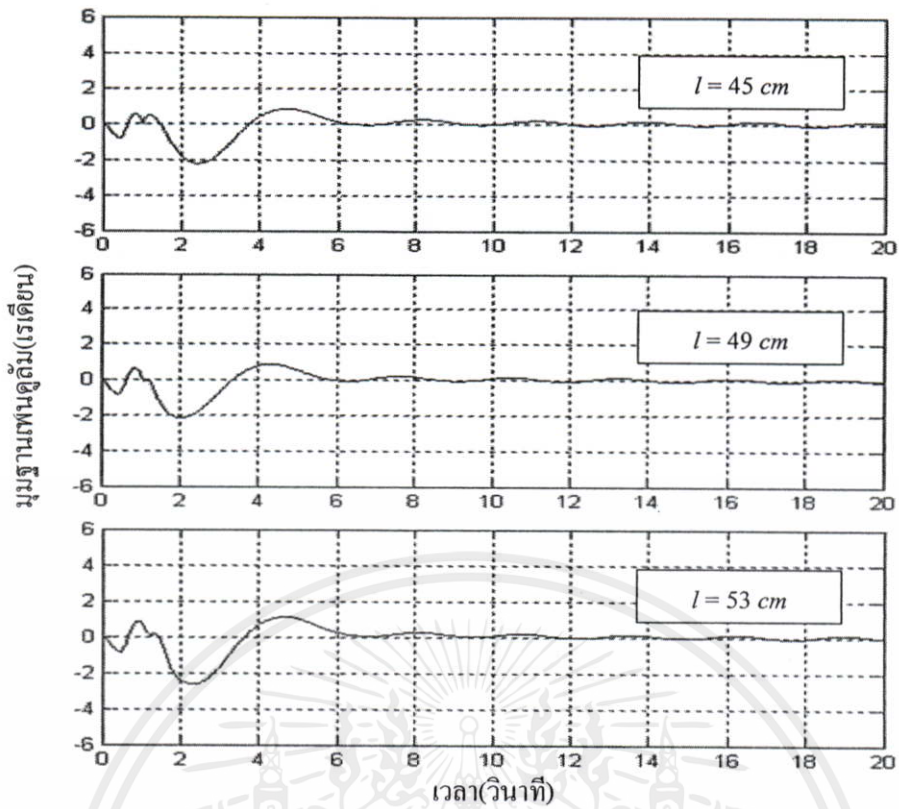
จากผลการทดลองแสดงให้เห็นว่า ตัวควบคุมสามารถกำจัดผลกระทบเมื่อมีสิ่งรบกวนแบบพัลส์ที่เข้ามาในระบบได้ และยังคงแสดงให้เห็นว่า ตัวควบคุมสามารถควบคุมให้มุมฐานเพนดูลัมกลับเข้าสู่ตำแหน่งอ้างอิงที่เส้น 0 เรเดียนได้ โดยที่แท่งเพนดูลัมยังสามารถตั้งตรงอยู่ได้ ณ ตำแหน่งจุดสมดุลบน

### 5.3.3.3 เมื่อความยาวของแท่งเพนดูลัมเปลี่ยนแปลง

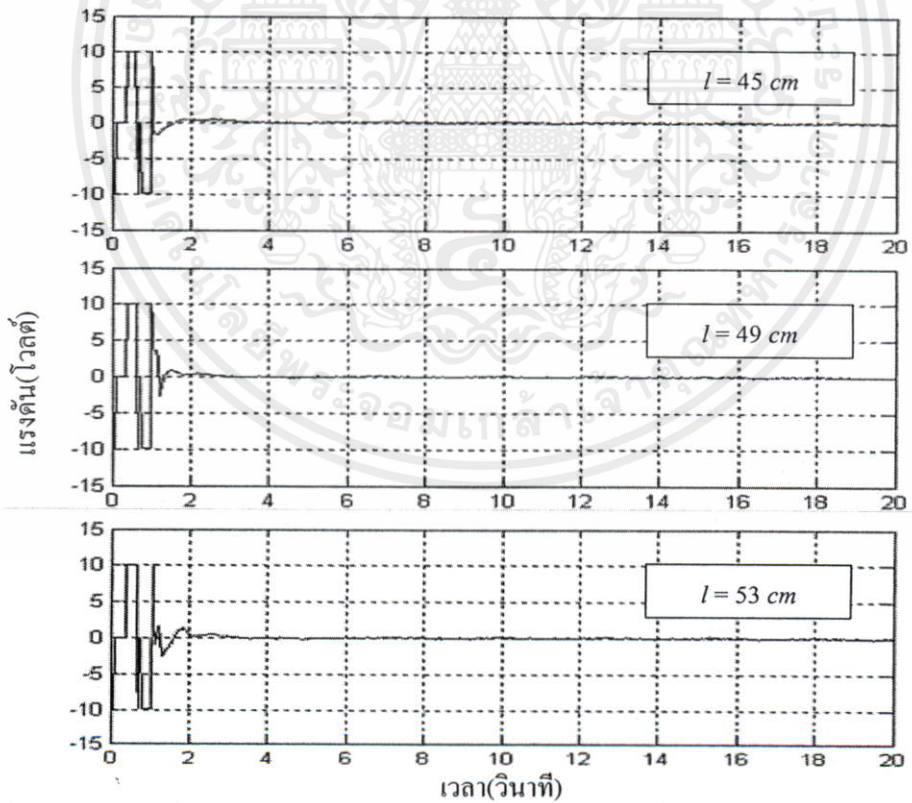
ผลการทดลองเมื่อความยาวของแท่งเพนดูลัมเปลี่ยนเป็น 45 เซนติเมตร และ 53 เซนติเมตร โดยไม่เปลี่ยนแปลงพารามิเตอร์ของตัวควบคุมที่ได้ออกแบบจากความยาวของแท่งเพนดูลัม 49 เซนติเมตร แสดงได้ดังรูปที่ 5.15 จากผลทดลองที่ได้ แสดงให้เห็นว่า ถึงแม้ความยาวของแท่งเพนดูลัมจะเปลี่ยนแปลงไป ระบบควบคุมก็ยังสามารถเหวี่ยงเพนดูลัมจากจุดสมดุลล่างขึ้นไปยังตำแหน่งจุดสมดุลบน และรักษาให้อินเวอร์ทเพนดูลัมมีเสถียรภาพ ณ บริเวณตำแหน่งจุดสมดุลบนไว้ได้ โดยมีผลตอบสนองแตกต่างกันเล็กน้อย ในขณะเดียวกัน ตัวควบคุมยังสามารถควบคุมให้มุมฐานเพนดูลัมกลับเข้าสู่ตำแหน่งอ้างอิงที่เส้น 0 เรเดียน ได้ตามต้องการ



เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่นอนุญาติให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
(ก) มุมเพนดูลัม  
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้คัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



(จ) มุมฐานเพนดูลัม



เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้เฉพาะการศึกษานี้เท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
 (ก) สัญญาณควบคุม  
 ไม่ว่าคุณใช้ไม่ว่าสิ่งใดก็ตาม อีกทั้งห้ามมิให้คัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงที่มาของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้  
 รูปที่ 5.15 ผลทดลองการควบคุมการเหวี่ยงขึ้นและรักษาเสถียรภาพของอินเวอร์ทเพนดูลัมแบบ  
 ฐานหมุนเมื่อความยาวของแท่งเพนดูลัมเปลี่ยน

## สรุปผลการวิจัยและข้อเสนอแนะ

### 6.1 บทสรุป

วิทยานิพนธ์ฉบับนี้ได้นำเสนอตัวควบคุมการเหวี่ยงขึ้นและตัวควบคุมรักษาเสถียรภาพ ณ จุดสมดุลของระบบอินเวอร์ทเพนดูลัมแบบฐานหมุน ซึ่งตัวควบคุมทั้งสองจะทำงานร่วมกัน โดยให้เหวี่ยงเพนดูลัมจากจุดสมดุลล่างขึ้นสู่บริเวณจุดสมดุลบนก่อน แล้วจึงรักษาเสถียรภาพของเพนดูลัม ณ จุดสมดุลบนไว้ ตัวควบคุมดังกล่าว ประกอบด้วยตัวควบคุมการเหวี่ยงขึ้นของเพนดูลัมโดยใช้หลักการการควบคุมพลังงาน และตัวควบคุมรักษาเสถียรภาพของเพนดูลัม ณ จุดสมดุลบนโดยใช้ตัวควบคุมเซอร์โวป้อนกลับสถานะร่วมกับออปเซอร์เวอร์แบบอันดับต่ำสุดที่ออกแบบด้วยวิธี CRA ในการออกแบบตัวควบคุมนั้น ได้หาแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของระบบอินเวอร์ทเพนดูลัมแบบฐานหมุนโดยใช้กฎข้อที่สองของนิวตันก่อน ซึ่งแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ที่ได้นั้น เป็นระบบที่ไม่เป็นเชิงเส้น ดังนั้นจึงได้ประมาณให้เป็นเชิงเส้นเพื่อนำไปออกแบบตัวควบคุม

การจำลองและการทดลองการควบคุมระบบอินเวอร์ทเพนดูลัมแบบฐานหมุนได้แบ่งออกเป็นสามส่วนคือ ส่วนที่หนึ่งเป็นการทดสอบความสามารถของตัวควบคุมการเหวี่ยงขึ้นจากจุดสมดุลล่างขึ้น ไปยังบริเวณตำแหน่งจุดสมดุลบนเพียงอย่างเดียว ส่วนที่สองเป็นการทดสอบความสามารถของตัวควบคุมรักษาเสถียรภาพของระบบอินเวอร์ทเพนดูลัมแบบฐานหมุนเพื่อรักษาเสถียรภาพของเพนดูลัมให้ตั้งตรงอยู่ ณ จุดสมดุลบน รวมถึงการติดตามสัญญาณอินพุตแบบขั้นและส่วนสุดท้ายเป็นการทดสอบการทำงานร่วมกันระหว่างตัวควบคุมทั้งสองในการควบคุมการเหวี่ยงขึ้นพร้อมกับรักษาเสถียรภาพของระบบอินเวอร์ทเพนดูลัมแบบฐานหมุนทั้งในสถานะที่มีและไม่มีสิ่งรบกวนเข้ามาในระบบ รวมถึงทดสอบความคงทนของตัวควบคุมเมื่อความยาวของแท่งเพนดูลัมเปลี่ยนไปจากเดิม

จากผลการจำลองและผลการทดลองพบว่า ตัวควบคุมการเหวี่ยงขึ้นของเพนดูลัมสามารถเหวี่ยงเพนดูลัมจากจุดสมดุลล่างขึ้น ไปสู่บริเวณจุดสมดุลบนได้ ส่วนตัวควบคุมรักษาเสถียรภาพของเพนดูลัมก็สามารถรักษาเสถียรภาพของเพนดูลัมให้ตั้งตรงอยู่ ณ ตำแหน่งจุดสมดุลบนโดยที่มุมฐานเพนดูลัมอยู่ที่ตำแหน่งมุมอ้างอิง รวมถึงยังสามารถติดตามสัญญาณอินพุตแบบขั้นได้ และเมื่อนำตัวควบคุมทั้งสองมาทำงานร่วมกันก็สามารถเหวี่ยงเพนดูลัมขึ้นจากจุดสมดุลล่างไปสู่บริเวณจุดสมดุลบนแล้ว รักษาเพนดูลัมให้มีเสถียรภาพ ณ ตำแหน่งจุดสมดุลบนไว้โดยควบคุมให้มุมฐานเพนดูลัมกลับเข้าสู่ตำแหน่งมุมอ้างอิงได้ตามต้องการ นอกจากนี้ ตัวควบคุมที่นำเสนอในวิทยานิพนธ์นี้ ยังสามารถควบคุมระบบอินเวอร์ทเพนดูลัมแบบฐานหมุนได้อย่างมีประสิทธิภาพเมื่อความยาวของแท่งเพนดูลัมเปลี่ยนหรือเมื่อมีสิ่งรบกวนเข้ามาในระบบ

## 6.2 ปัญหาที่พบในการวิจัยและแนวทางในการแก้ปัญหา

เนื่องจากชุดทดลองระบบอินเวอร์ทเพนดูลัมแบบฐานหมุนในห้องปฏิบัติการ ได้ใช้มอเตอร์กระแสตรงเป็นตัวขับเคลื่อน ซึ่งมอเตอร์นี้ได้ใช้งานมานานมากแล้ว จึงทำให้แรงบิดของมอเตอร์กระแสตรงน้อยลง โดยเฉพาะเมื่อทดลองนานๆ เป็นผลให้การทดลองตัวควบคุมการเหวี่ยงเพนดูลัมขึ้นจากจุดสมดุลล่างขึ้นสู่จุดสมดุลบนมีปัญหาเหวี่ยงขึ้นไม่ได้ตามที่ต้องการ แนวทางในการแก้ปัญหานี้ คือต้องหยุดพักเมื่อทดลองติดต่อกันเป็นเวลานานให้มอเตอร์กระแสตรงเย็นลงก่อนจึงจะทดลองใหม่ได้

จากผลการควบคุมเพื่อรักษาเสถียรภาพของเพนดูลัม ณ บริเวณจุดสมดุลบน พบว่าผลตอบสนองของมุมเพนดูลัมและฐานเพนดูลัมของการจำลองมีความถี่ของการแกว่งมากกว่าการทดลอง ซึ่งผลการจำลองจะมีความถี่ของการแกว่ง 0.5 เฮิรตซ์ และผลการทดลองจะมีความถี่ของการแกว่ง 0.2 เฮิรตซ์ สาเหตุที่เกิดขึ้นนี้อาจเกิดจากในการจำลองได้ใช้แบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของระบบที่ไม่ได้พิจารณาแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของมอเตอร์กระแสตรง ไม่ได้พิจารณาผลของแรงเสียดทานที่เกิดขึ้นจากตัวระบบ และไม่ได้พิจารณาคูณลักษณะที่ไม่เป็นเชิงเส้นบางอย่าง อาทิ แบ็คแลช (backlash) ดังนั้นในการปรับปรุงผลการจำลองให้ใกล้เคียงระบบจริงมากยิ่งขึ้น อาจทำได้โดยการพิจารณาแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของระบบมอเตอร์กระแสตรง พิจารณาในส่วนของแรงเสียดทานที่เกิดขึ้นในตัวระบบ และพิจารณาคูณลักษณะที่ไม่เป็นเชิงเส้น

## 6.3 ข้อเสนอแนะและแนวทางการพัฒนา

เนื่องจากวิทยานิพนธ์ฉบับนี้ได้นำเสนอการออกแบบตัวควบคุมรักษาเสถียรภาพของเพนดูลัม ณ จุดสมดุลบน โดยใช้แบบจำลองทางคณิตศาสตร์ที่เป็นเชิงเส้น ดังนั้น การศึกษาและการออกแบบตัวควบคุมที่หาจากแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของระบบที่ไม่เป็นเชิงเส้นจึงเป็นอีกแนวทางที่น่าสนใจ

## บรรณานุกรม

- [1] W. Torres-Pomales and O.R. Gonzalez, "Nonlinear Control of Swing-up Inverted Pendulum," Proceedings of the 1996 IEEE International Conference on Control Applications, pp. 259–264, 1996.
- [2] M. Widjaja and S. Yurkovich, "Intelligent Control for Swing up and Balancing of an Inverted Pendulum System," Proceedings of the 1995 IEEE International Conference on Control Applications, pp. 534–542, 1995.
- [3] C.W. Anderson, "Learning to Control an Inverted Pendulum Using Neural Networks," IEEE Control Systems Magazine, vol. 9, no. 3, pp. 31–37, 1989.
- [4] S. Panya, J. Ngamwiwit, T. Benjanarasuth, S. Nundrakwang and H. Aoyama, "Hybrid PD – Sliding Mode Controller with Observer for Inverted Pendulum on Cart System," Proceeding of the EECON-30, pp. 1149–1152, 2007.
- [5] K. J. Åström and K. Furuta, "Swinging up a pendulum by energy control," Automatica, Vol. 36, pp. 287– 95, 2000.
- [6] Y.C. Kim, L.H. Keel and S.P. Bhattacharya, "Transient Response Control via Characteristic Ratio Assignment," IEEE Transactions on Automatic Control, vol. 48, no. 12, pp. 2238–2244, 2003.
- [7] K. Ogata, **Modern Control Engineering**, Second Edition, Prentice-Hall international, Inc 1990.
- [8] A.Lipatov and N.Sokolov. "Some Sufficient Conditions for Stability and Instability of Continuous Linear Stationary Systems." Automat. Remote Cont., pp. 1285-1291 1979.



เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



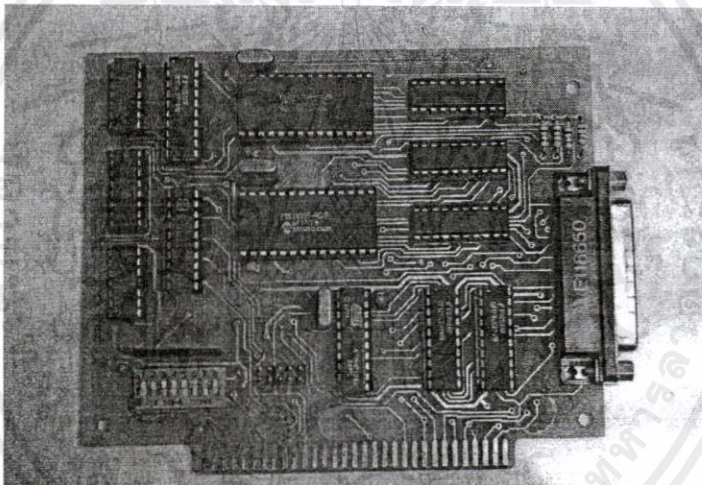
เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
 ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

### ก.1 เครื่องคอมพิวเตอร์ส่วนบุคคล (PC)

เครื่องคอมพิวเตอร์ส่วนบุคคลทำหน้าที่ควบคุมการเหยียดขึ้นและรักษาเสถียรภาพของระบบอินเวอร์ทเพนดูลัมแบบฐานหมุนด้วยโปรแกรมภาษาซี ที่พัฒนาขึ้นโดยใช้ทฤษฎีการควบคุม

### ก.2 การนับจำนวนพัลส์สำหรับวัดตำแหน่งของมุมเพนดูลัมและมุมฐานเพนดูลัม

การนับจำนวนพัลส์จากเอนโคเดอร์แบบหมุนสำหรับวัดตำแหน่งมุมของฐานเพนดูลัมและมุมของเพนดูลัมจะมีลักษณะเป็นวงจรรีเลย์ทรอนิกส์ที่สร้างขึ้น ทำหน้าที่นับจำนวนพัลส์ของเอนโคเดอร์ที่วัดตำแหน่งมุมเพนดูลัมและมุมฐานเพนดูลัม จากนั้นนำข้อมูลนี้ส่งเข้าสู่คอมพิวเตอร์เพื่อประมวลผลต่อไป ซึ่งในการนี้ก็จะประกอบด้วย ไมโครคอนโทรเลอร์ (Microcontroller) PIC16C55 จำนวน 2 ตัว ซึ่งบรรจุโปรแกรมที่ถูกพัฒนาขึ้น เพื่อที่จะนับจำนวนพัลส์ที่รับเข้ามาแล้วส่งข้อมูลขนาด 8 บิต เข้าสู่บัสข้อมูลของคอมพิวเตอร์แสดงดังรูปที่ ก.1 และการดำเนินการติดตั้งแสดงดังรูปที่ ก.3



รูปที่ ก.1 การนับจำนวนพัลส์สัญญาณเอนโคเดอร์

### ก.3 วงจรแปลงสัญญาณดิจิทัลเป็นสัญญาณอนาล็อก

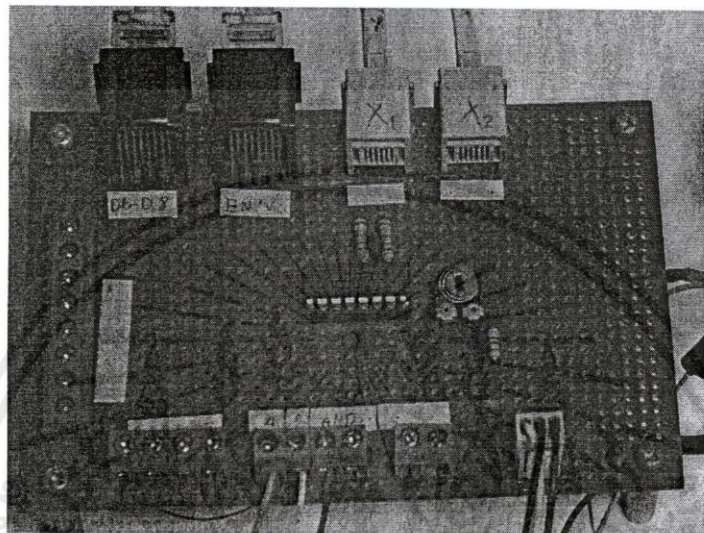
วงจรแปลงสัญญาณดิจิทัลเป็นสัญญาณอนาล็อก จะมีลักษณะเป็นวงจรรีเลย์ทรอนิกส์ และใช้ไอซี DAC0800LCN ทำหน้าที่แปลงสัญญาณดิจิทัลขนาด 8 บิตจากคอมพิวเตอร์ผ่าน ISA อินเตอร์เฟสการ์ด และจะแปลงข้อมูลนี้ให้เป็นสัญญาณอนาล็อกอยู่ในรูปแบบของแรงดันไฟฟ้าที่มีขนาด -10 โวลต์ ถึง +10 โวลต์ (ขนาดแรงดันไฟฟ้านี้สามารถปรับแต่งได้จากตัวการ์ด) เพื่อส่งแรงดันไฟฟ้านี้เข้าสู่วงจรขับเคลื่อนของมอเตอร์เพื่อใช้ขับเคลื่อนฐานของเพนดูลัม โดยที่ขนาดของแรงดันไฟฟ้านี้จะเปลี่ยนแปลงอย่างเป็นเชิงเส้นตามค่าข้อมูลดิจิทัลที่ส่งมาให้ แสดงความสัมพันธ์ดังนี้

ถ้าส่งค่า FFH เข้าการ์ดจะได้ค่าแรงดันเอาต์พุตขนาดสูงสุดคือ 10 โวลต์

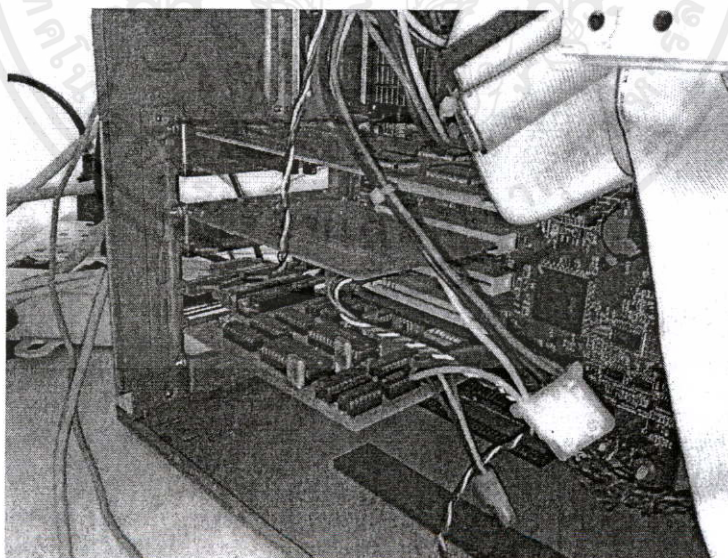
ถ้าส่งค่า 7FH เข้าการ์ดจะได้ค่าแรงดันเอาต์พุตขนาดครึ่งหนึ่งของค่าสูงสุดคือ 0 โวลต์

ถ้าส่งค่า 0H จะได้ค่าแรงดันเอาต์พุตขนาดต่ำสุดคือ -10 โวลต์

เนื่องจากไอซี DAC0800LCN มีขนาด 8 บิต จึงมีความละเอียด 255 ค่าจากย่านความกว้างของแรงดันเอาต์พุตทั้งหมด ในที่นี้ต้องการส่งค่าแรงดันออกไปควบคุมอยู่ในช่วง  $\pm 10$  โวลต์ ดังนั้นจะได้ความละเอียดของแรงดันเอาต์พุตต่อข้อมูลดิจิทัลเท่ากับ  $10/255 = 0.03922$  โวลต์ ต่อข้อมูลดิจิทัล 1 ระดับ ภาพถ่ายแสดงวงจรแปลงสัญญาณดิจิทัลเป็นสัญญาณอนาล็อกแสดงดังรูปที่ ก.2



รูปที่ ก.2 ภาพถ่ายวงจรอิเล็กทรอนิกส์แปลงสัญญาณดิจิทัลเป็นสัญญาณอนาล็อก

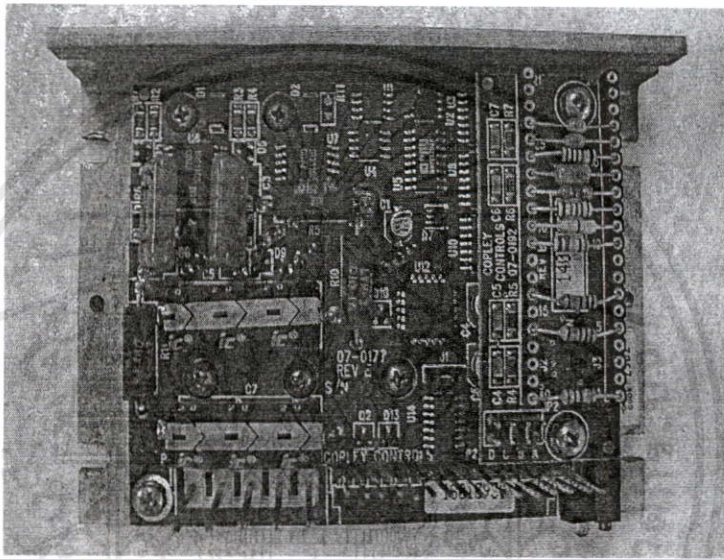


รูปที่ ก.3 ภาพถ่ายการติดตั้งการ์ดเชื่อมต่อที่ใช้ในการทดลอง

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนลิขสิทธิ์ไว้สำหรับใช้ในการเรียนเท่านั้น ไม่สามารถนำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้คัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

#### ก.4 วงจรขับกระแสของมอเตอร์ (current driver motor)

วงจรขับกระแสของมอเตอร์สำหรับการเคลื่อนที่ของฐานเพนคูล์มจะใช้วงจรสำเร็จรูปของบริษัท Copley Controls Corp. รุ่น 412 โดยมีคุณสมบัติคือ ให้แรงดันเอาต์พุตขนาด 24 – 90 โวลต์ กระแสเอาต์พุตสูงสุด 20 แอมป์ สัญญาณ PWM มีความถี่ 3 กิโลเฮิรซ์ ป้องกันการลัดวงจรทางเอาต์พุต และมีระบบตัดการทำงานของวงจรเมื่ออุณหภูมิของวงจรร้อนเกิน 70 องศาเซลเซียส โดยวงจรขับกระแสของมอเตอร์นี้จะทำหน้าที่รับสัญญาณ PWM และสัญญาณตำแหน่งจากวงจรแปลงสัญญาณดิจิทัลเป็นสัญญาณ PWM จากนั้นจะขยายสัญญาณและส่งสัญญาณนี้ไปขับมอเตอร์ ภายใต้วงจรขับกระแสของมอเตอร์สำหรับการเคลื่อนที่ของฐานเพนคูล์มแสดงดังรูปที่ ก.4

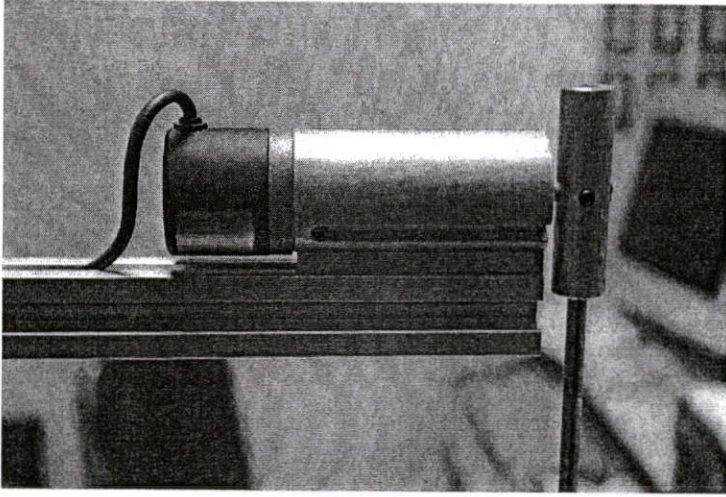


รูปที่ ก.4 ภายใต้วงจรขับกระแสของมอเตอร์สำหรับการเคลื่อนที่ของฐานเพนคูล์ม

#### ก.5 เอนโคเดอร์แบบหมุน

เอนโคเดอร์เป็นส่วนประกอบที่สำคัญในระบบควบคุมที่มีการป้อนกลับ เนื่องจากสัญญาณที่ป้อนกลับที่ส่งมาจากเอนโคเดอร์ตานั้น สามารถนำมาวิเคราะห์เพื่อหาคุณสมบัติของระบบ หรือสามารถบอกสถานะของระบบนั้นได้ว่าเป็นอย่างไร โดยนำสัญญาณป้อนกลับที่ได้นี้มาคำนวณเพื่อหาสัญญาณควบคุมให้กับระบบนั้นทำงานอย่างมีประสิทธิภาพ ซึ่งเอนโคเดอร์ที่ใช้ในระบบอินเวอร์ตเพนคูล์มแบบฐานหมุน จะเป็นเอนโคเดอร์แบบหมุนมีความละเอียด 2000 พัลส์ต่อการหมุน 1 รอบ (360 องศา) แต่เนื่องจากเมื่อเอนโคเดอร์หมุนจะทำให้เกิดสัญญาณพัลส์ขึ้นที่ขา A และ B ของ เอนโคเดอร์ซึ่งต่างเฟสกันอยู่ 90 องศา โดยทั้งสองสัญญาณนี้จะถูกขยายสัญญาณและส่งเข้าสู่วงจรนับ ซึ่งแสดงดังรูปที่ ก.5 ดังนั้นความละเอียดของมุมที่วัดได้คือ  $360/2000 = 0.18$  องศาต่อสัญญาณ 1 พัลส์





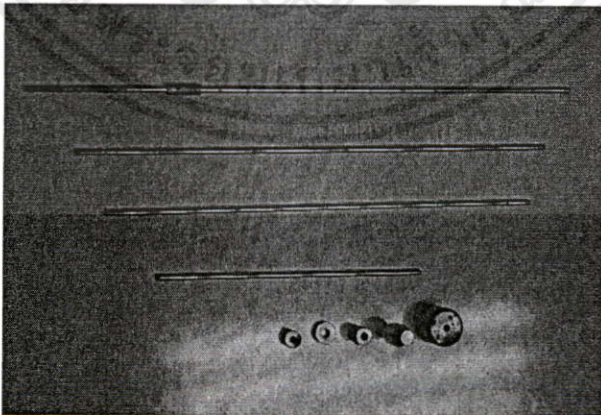
รูปที่ ก.7 การติดตั้งเอน โคคเตอร์สำหรับวัดมุมของเพนคูล์ม

#### ก.6 ระบบส่งกำลังของฐานเพนคูล์ม

ระบบส่งกำลังของฐานเพนคูล์ม ประกอบด้วยมอเตอร์กระแสตรงขนาด 100 โวลต์ 4 แอมแปร์ เป็นตัวส่งกำลัง โดยเพลลาของมอเตอร์กระแสตรงจะต่อกึ่งกลางของฐานเพนคูล์มแสดงดังรูปที่ ก.6

#### ก.7 แท่งเพนคูล์มและมวลของเพนคูล์ม

แท่งเพนคูล์มเป็นแท่งเหล็กตันมีเส้นผ่านศูนย์กลางขนาด 6 มิลลิเมตร ยาว 40 เซนติเมตร 45 เซนติเมตร 49 เซนติเมตร และ 53 เซนติเมตร และมวลของเพนคูล์มหนัก 0.01 กิโลกรัม 0.05 กิโลกรัม 0.1 กิโลกรัม 0.127 กิโลกรัม และ 0.2 กิโลกรัม แสดงดังรูปที่ ก.8



รูปที่ ก.8 ภาพถ่ายแท่งเพนคูล์มและมวลของเพนคูล์ม

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้คัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



ภาคผนวก ข.  
โปรแกรมที่ใช้ในการออกแบบตัวควบคุมและการทดลอง

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้คัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

## ข.1 โปรแกรมหาค่าอัตราขยายเซอร์โวป้อนกลับ ด้วยวิธี CRA

(โปรแกรมเมตเตีป)

clc

clear all

m=0.127; l=0.49; R=0.35; J=0.0445; b=0.05; Fc=0.04; Fs=0.12; g=9.8;

A=[0 0 1 0; 0 0 0 1; g\*(J+m\*R\*R)/(J\*I) 0 0 (R\*b)/(J\*I); -m\*R\*g/J 0 0 -b/J];

B=[0 0 -R/(J\*I) 1/J]'; C=[0 1 0 0]; D=0;

A1=[A zeros(4,1);-[0 1 0 0] 0]

B1=[B;0]; C1=[0 1 0 0 0]; D1=[0];

K=1.0; T=3; L1=3.4; L2=3; L3=3; L4=3; L5=3;

a5=1;

a4=(L1o\*L2o\*L3o\*L4o\*a5o)/To;

a3=(L1o\*L2o\*L3o\*a4o)/To;

a2=(L1o\*L2o\*a3o)/To;

a1=(L1o\*a2o)/To;

a0=a1o/To;

dd=[a5 a4\*K a3\*K^2 a2\*K^3 a1\*K^4 a0\*K^5];

p=roots(dd)

F=place(A1,B1,p)

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้คัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

### ข.3 โปรแกรมหาค่าอัตราขยายออบเซอร์เวอร์แบบอันดับต่ำสุดวิธี CRA

(โปรแกรมเมตแล็ป)

close all

clc

m=0.127; l=0.49; R=0.35; J=0.0445; b=0.05; Fc=0.04; Fs=0.12; g=9.8;

A=[0 0 1 0; 0 0 0 1; g\*(J+m\*R\*R)/(J\*1) 0 0 (R\*b)/(J\*1); -m\*R\*g/J 0 0 -b/J];

B=[0 0 -R/(J\*1) 1/J]'; C=[0 1 0 0]; D=0;

ab=A(1:2,3:4)

Abb=A(3:4,3:4)

Aaa=A(1:2,1:2)

Aba=A(3:4,1:2)

Ba=B(1:2,1)

Bb=B(3:4,1)

K=1; T=3/4; L1=3.2; L2=2;

a2=1;

a1=(L1\*a2)/T;

a0=a1/T;

dd=[a2 a1\*K a0\*K^2];

PP=roots(dd)

Ke=place(Abb',Aab',PP)

Ahat=Abb-Ke\*Aab

Bhat=(Ahat\*Ke)+Aba-(Ke\*Aaa)

Fhat=Bb-(Ke\*Ba)

AA=Aba-(Ke\*Aaa)

BB=Bb-(Ke\*Ba)

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้คัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

#### ข.4 โปรแกรมควบคุมการเหวี่ยงขึ้นและรักษาเสถียรภาพของระบบอินเวอร์ทเพนดูลัมแบบ

##### ฐานหมุน

(โปรแกรมภาษาซี)

```
#include <DOS.H>
#include <STDIO.H>
#include <MATH.H>
#define TCK 0x0d
#define DATA 1200

void interrupt (*Old_ISR)();

volatile int port300,port301,port302,port303;

volatile int sp1,sp2,encoder_p,encoder_m,i,j1=0,j2=0,sig,count;

volatile float A31,A34,A41,A44,B31,B41;

volatile float theta,theta_t,thetadot,beta,beta_t,betadot,thdot,bedot;

volatile float Ktheta,Kthetadot,Kbeta,Kbetadot,Ki,Mi,R;

volatile float Ktheta1,Kthetadot1,Kbeta1,Kbetadot1,Ki1,R;

volatile float fb1,fb1dot,fb2,fb2dot,output=0.0,output1=0.0,t=0.025;

volatile float Fbar,Fs,Fc,Fhat,Ec,CoE,refb,r,Mi1=0.0,err1=0.0,err;

volatile float m=0.127,l=0.49,R=0.35,J=0.0445,b=0.041,g=9.8,En,Ue,ge=10;

volatile float Ke11=2.3,Ke12=-0.5,Ke21=1.1,Ke22=1.4;

volatile float Nn1=0.0,Nn2=0.0,N11=0.0,N21=0.0,N11o=0.0,N21o=0.0;

void interrupt My_ISR()
{
    disable();

    port300 = inportb(0x300);

    port301 = inportb(0x301);

    port302 = inportb(0x302);

    encoder_p=(port302*16)+((port301&0xf0)/16);

    encoder_m=((port301&0xf)*256)+port300;

    theta=((float)(encoder_p-sp1))*0.001571;
    beta=((float)(encoder_m-sp2))*0.001571;
```

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนลิขสิทธิ์ไว้เพื่อใช้ในการเรียนการสอนเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้คัดลอกเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

```

if (beta>3.14)
    beta=beta-6.28;
else if (beta<-3.14)
    beta=beta+6.28;
betadot=(beta-beta_t)/t;
thetadot=(theta-theta_t)/t;

```

```

if(fabs(theta)<=0.3 && fabs(thetadot<0.08))

```

```

{

```

```

j1=1;

```

```

}

```

```

else if(fabs(theta)>0.3 && fabs(thetadot<0.15))

```

```

{

```

```

j1=0;

```

```

}

```

```

if(j1==1)

```

```

{

```

```

N11=(((Ke11*N11o)+(A34-Ke12)*N21o)+(((Ke11*Ke11)
+((A34-Ke12)*Ke21)+A31)*theta)+(((Ke11*Ke12)
+(A34-Ke12)*Ke22)*beta)+(output1*B31))*t)+N11o;

```

```

N21=(((Ke21*N11o)+(A44-Ke22)*N21o)+(((Ke21*Ke11)
+((A44-Ke22)*Ke21)+A41)*theta)+(((Ke21*Ke12)
+(A44-Ke22)*Ke22)*beta)+(output1*B41))*t)+N21o;

```

```

thdot=N11+(Ke11*theta)+(Ke12*beta);

```

```

bedot=N21+(Ke21*theta)+(Ke22*beta);

```

```

err=0-beta;

```

```

fb1=Ktheta*theta;

```

```

fb1dot=Kthetadot*thdot;

```

```

fb2=Kbeta*beta;

```

```

fb2dot=Kbetadot*bedot;

```

```

Mi=Mi1+((err+err1)*(t/2.0));
output1=-((fb1+fb1dot+fb2+fb2dot)-(Mi*Ki))/Fhat;
output=output1/(0.3*0.181);
if(output>=127) output=127;
if(output<=-128) output=-128;
port303=128+output;
outportb(0x303,port303);
err1=err;
Mi1=Mi;
N11o=N11;
N21o=N21;
theta_t=theta;
beta_t=beta;
}
else if (j1==0)
{
En=(0.5*J*(thetadot*thetadot)+(m*g*l*((cos(theta))-1.8)));
Ue=100*En*thetadot*cos(theta);
if (Ue>0 && beta>0.1) Ue=0;
else if (Ue<0 && beta<-0.1) Ue=0;
else Ue=Ue;
output1=Ue;
output=output1/(0.3*0.181);
if(output>=127) output=127;
if(output<=-128) output=-128;
port303=128+output;
outportb(0x303,port303);
err1=0.0;
Mi1=0.0;
theta_t=theta;
beta_t=beta;
}

```

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
 ไปว่าการอื่นอย่างทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้คัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

```

i=i++;
outportb(0x20,0x20); /* End of Interrupt */
enable();
}

void main()
{
FILE *fpw1,*fpw2,*fpw3,*fpr1,*fpr2;
clrscr();
if((fpw1 = fopen("thets.m","w"))==NULL)
{
puts("cannot open file theta.m\n");
exit(1);
}
fprintf(fpw1,"a = [ ");

if((fpw2 = fopen("bets.m","w"))==NULL)
{
puts("cannot open file beta.m\n");
exit(1);
}
fprintf(fpw2,"a = [ ");

if((fpw3 = fopen("outpus.m","w"))==NULL)
{
puts("cannot open file output.m\n");
exit(1);
}
fprintf(fpw3,"a = [ ");

```

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้คัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

```

if((fpr1 = fopen("F1.dat","r"))!=NULL)
    {
        fscanf(fpr1,"%e %e %e %e %e",&Ktheta,&Kthetadot,&Kbeta,&Kbetadot,&Ki);
        fclose(fpr1);
    }
else printf("Coudn't open the file \"gain.dat\\n");

if((fpr2 = fopen("gain.dat","r"))!=NULL)
    {
        fscanf(fpr2,"%e %e %e %e %e",&Ktheta1,&Kthetadot1,&Kbeta1,&Kbetadot1,&Ki1);
        fclose(fpr2);
    }
else printf("Coudn't open the file \"gain1.dat\\n");

sp1=2000;
sp2=0;
outportb(0x305,0x04); /* Clear All PIC Microcontroller */
delay(5);
outportb(0x305,0x07); /* Enable Encoder Microcontrollers */
outportb(0x303,128); /* Stop Motor */
A31=(g*(J+(m*R*R)))/(J*1);
A34=(R*b)/(J*1);
A41=(-m*R*g)/J;
A44=-b/J;
B31=-R/(J*1);
B41=1/J;

```

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้คัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

```
while (!kbhit())
```

```
{
port300 = inportb(0x300);
port301 = inportb(0x301);
port302 = inportb(0x302);
encoder_p=(port302*16)+((port301&0xf0)/16);
encoder_m=((port301&0xf)*256)+port300;
theta=((float)(encoder_p-sp1))*0.001571;
beta=((float)(encoder_m-sp2))*0.001571;
gotoxy(24,12);
printf("theta=%f beta=%f",theta,beta);
}
```

```
etch());
```

```
theta_t=theta;
```

```
sp2=encoder_m;
```

```
beta_t=((float)(encoder_m-sp2))*0.001571;
```

```
beta_t=beta;
```

```
=0;
```

```
outportb(0x304,0x34); /* Set Sampling Period */
```

```
outportb(0x305,0x03); /* Enable Sampling Clock Microcontrollers */
```

```
Old_ISR = getvect(TCK); /* Recieve Interrupt Vector */
```

```
setvect(TCK,My_ISR); /* Set Interrupt Vector to My ISR */
```

```
outportb(0x303,128); /* Stop Motor */
```

```
outportb(0x21,(inportb(0x21) & 0xdf)); /* Enable IRQ5 */
```

```
while (!kbhit() & i<DATA)
```

```
{
gotoxy(1,14);
printf("theta=%f thedot=%f beta=%f bedot=%f",theta,thdot,beta, bedot);
gotoxy(7,16);
printf("out=%f",output);
gotoxy(7,18);
printf("port303=%x",port303);
```

```

if(i>j)
{
fprintf(fpw1,"%f %f;\n",t*i,theta);
fprintf(fpw2,"%f %f;\n",t*i, beta);
fprintf(fpw3,"%f %f;\n",t*i,output);
}
j=i;
}

outportb(0x303,128);
outportb(0x21,(inportb(0x21) | 0x20)); /* Disable IRQ5 */
setvect(TCK,Old_ISR); /* Return Interrupt Vector to Old ISR */
outportb(0x305,0x04); /* Clear All PIC Microcontroller */

fprintf(fpw1,"%f %f];\n",t*i,theta);
fprintf(fpw2,"%f %f];\n",t*i,beta);
fprintf(fpw3,"%f %f];\n",t*i,output);
fprintf(fpw1,"x = a(:, 1);\n");
fprintf(fpw2,"x = a(:, 1);\n");
fprintf(fpw3,"x = a(:, 1);\n");
fprintf(fpw1,"y = a(:, 2);\n");
fprintf(fpw2,"y = a(:, 2);\n");
fprintf(fpw3,"y = a(:, 2);\n");
fprintf(fpw1,"figure(1)\n");
fprintf(fpw2,"figure(2)\n");
fprintf(fpw3,"figure(3)\n");
fprintf(fpw1,"for i=1:length(y)\n");
fprintf(fpw1,"if y(i)>0.2\n");
fprintf(fpw1,"y(i)=y(i)-6.28;\n");
fprintf(fpw1,"end;\n");
fprintf(fpw1,"end;\n");
fprintf(fpw1,"plot(x,y)\n");
fprintf(fpw2,"plot(x,y)\n");

```

```
fprintf(fpw3,"plot(x,y)\n");  
fprintf(fpw1,"xlabel('Time(seconds)')\n");  
fprintf(fpw1,"ylabel('Theta(rad)')\n");  
fprintf(fpw2,"xlabel('Time(seconds)')\n");  
fprintf(fpw2,"ylabel('Beta(rad)')\n");  
fprintf(fpw3,"xlabel('Time(seconds)')\n");  
fprintf(fpw3,"ylabel('Control Signal')\n");  
fclose(fpw1);  
fclose(fpw2);  
fclose(fpw3);  
}
```



เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้คัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้คัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

*Proceedings*

# ICEAST 2007

*International Conference on  
Engineering, Applied Sciences,  
and Technology*

*November 21 - 23, 2007*

*The Swissôtel Le Concorde  
Bangkok, Thailand*

Organized by  
Research Center for Communications and Information Technology,  
King Mongkut's Institute of Technology Ladkrabang, Thailand

ISBN : 978-974-8308-56-2

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้คัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

## Servo State Feedback Controller with Minimum-order Observer for Rotational Inverted Pendulum by CRA

W. Printrakoon<sup>1</sup>, S. Nundrakwang<sup>1</sup>, T. Benjanarasuth<sup>1</sup>, J. Ngamwiwit<sup>1</sup> and N. Komine<sup>2</sup>

<sup>1</sup> Faculty of Engineering and Research Center for Communications and Information Technology  
King Mongkut's Institute of Technology Ladkrabang, Bangkok 10520 Thailand

<sup>2</sup> School of Information Science and Technology, Tokai University, Kanagawa, Japan

**Abstract**—In this paper, a servo state feedback controller with minimum-order observer designed by characteristic ratio assignment (CRA) method for a rotational inverted pendulum system is presented. To eliminate steady-state error in the responses, an integrator is augmented to the system. In order to apply CRA method, the linearized augmented system is firstly converted into controllable canonical form by a transformation matrix. Then the state feedback, integral and observer gains in sense of CRA can be obtained. The response speed can be further improved, if required, by increasing the value of the factor  $k$  greater than one. The simulation results are shown to verify the effectiveness of the proposed controller.

**Keywords**—Rotational inverted pendulum, CRA, augmented system

### I. INTRODUCTION

An inverted pendulum is a nonlinear and unstable system and its controller developments have been of a great interest for many researchers [1]-[5]. So far many kinds of inverted pendulum were implemented such as inverted pendulum on cart and rotational inverted pendulum. Some researchers proposed nonlinear controller especially for those having strong non-linearity [1]-[2], while some utilize linearization method such as approximate linearization [3]-[4]. In the contrary to nonlinear controllers, linear controllers are easier to be designed and implemented. As proposed in [5], a linear controller based on LQR with an integrator augmented to the rotating base angle can satisfy the design specification. The integrator is needed to reject the steady-state error in controlling the inverted pendulum system due to the hardware of the system. Unfortunately the choice of the weighting matrix is still trial and error.

Recently, characteristic ratio assignment (CRA) method [6] has been proposed. The CRA introduces a generalized time constant and characteristic ratios which specify a corresponding characteristic polynomial resulting in a lower or no overshoot with arbitrary speed in the step response of which the appropriate controllers can be assigned. Thus, this paper will use CRA concept to design the servo state feedback and observer gains of the rotational inverted pendulum system.

Since CRA is a linear design method, the model of the rotational inverted pendulum system must be linearized and transformed into the controllable canonical form so that the proposed controller can be designed.

### II. INVERTED PENDULUM MODEL

The single input multiple output (SIMO) rotational inverted pendulum system is shown in Fig. 1.

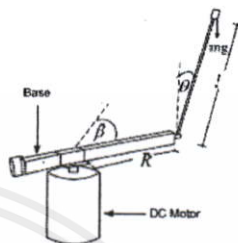


Fig. 1. Rotational inverted pendulum structure.

and its dynamic behavior can be given as [5]

$$\tau_m = mlR\ddot{\theta} \cos \theta - mlR\dot{\theta}^2 \sin \theta + b\dot{\beta} + (J + mR^2)\ddot{\beta} \quad (1)$$

$$mg \sin \theta = mR\ddot{\beta} \cos \theta + ml\ddot{\theta} \quad (2)$$

where  $\tau_m$  is the torque applied to the pivot,  $\theta$  and  $\beta$  are the pendulum and base position angles,  $m$  and  $l$  are the mass of the pendulum and distance from the pivot point to the center of mass of the pendulum,  $R$  is the length of the rotating base,  $J$  and  $b$  are the moment of inertia of the rotating base and the pivot's friction coefficient.

Linearizing the above equations about upright position,

$$\dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t) \quad (3)$$

$$y(t) = Cx(t) \quad (4)$$

are obtained, where

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ \frac{mgR^2 + Jg}{J} & 0 & 0 & \frac{bR}{J} \\ \frac{mgR}{J} & 0 & 0 & -\frac{b}{J} \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ -\frac{R}{J} \\ \frac{1}{J} \end{bmatrix}, \text{ and } C = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$$

and where, the control signal  $u(t)$  is the input torque  $\tau_m$ , the output  $y_1(t)$  is the inverted pendulum angle  $\theta$  and  $y_2(t)$  is the base angle  $\beta$ , and the state variables are  $x_1(t) = \theta$ ,  $x_2(t) = \dot{\theta}$ ,  $x_3(t) = \beta$  and  $x_4(t) = \dot{\beta}$ .



Finally, the gain matrix  $K_c$  for the servo system (15)

$$K_c = [\alpha_0 - \delta_0 \quad \dots \quad \alpha_{n-1} - \delta_{n-1} : \alpha_n - \delta_n]$$

can be obtained by equating the closed-loop characteristic polynomial (18) to the desired characteristic polynomial (6). Since  $z(t) = T^{-1}x_c(t)$ , the control law for the original servo system can be  $u(t) = -K_c z(t) = -K_c x_c(t)$  obtained, where

$$K_c = [\alpha_0 - \delta_0 \quad \dots \quad \alpha_{n-1} - \delta_{n-1} : \alpha_n - \delta_n] T^{-1}$$

is the state feedback gain matrix of the original servo system (13).

### B. State Minimum-order Observer Design

The state vector  $x$  of the inverted pendulum in section II can be partitioned into  $x_a$  and  $x_b$ . Here  $x_a$  is related to output vector  $y$  which can be directly measured while  $x_b$  is the unmeasured state vector that must be estimated. The partitioned state and output equations become

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_a(t) \\ \dots \\ \dot{x}_b(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_{aa} & A_{ab} \\ A_{ba} & A_{bb} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_a(t) \\ x_b(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} B_a \\ \dots \\ B_b \end{bmatrix} u(t) \quad (19)$$

$$y(t) = [I \quad 0] \begin{bmatrix} x_a(t) \\ x_b(t) \end{bmatrix} \quad (20)$$

and the minimum-order observer equation is

$$\begin{aligned} \dot{\hat{x}}_b(t) &= (A_{bb} - K_o A_{ob}) \hat{x}_b(t) + A_{ba} x_a(t) \\ &+ B_b u(t) + K_o A_{ob} x_b(t) \end{aligned} \quad (21)$$

where  $\hat{x}_b(t)$  is the estimated state variable of  $x_b$ . If the pair of  $A_{bb}$  and  $A_{ob}$  is completely observable, the observer gain matrix  $K_o$  can be designed will again be assigned by CRA method with the generalized time constant selected to be four times faster than that of servo state feedback gain matrix  $K_c$ . Since the observer gain matrix  $K_o$  can be designed in a similar way as the servo state feedback gain matrix  $K_c$ , the details are neglected here.

## V. SIMULATION RESULTS

In this section, the simulation results of the rotational inverted pendulum control system with the parameters stated in [5] using the proposed CRA based servo state feedback controller with minimum-order observer are shown.

### A. Responses of the System without Integrator

Since the rotational inverted pendulum in actual implementation exhibits the steady-state error, a constant step disturbance is introduced to the model (3) for simulation. When  $\tau = 2$  seconds and  $\alpha_1 = 3.4, \alpha_2 = \alpha_3 = \alpha_4 = 3$ , the responses of base angle and pendulum angle are shown in Fig. 3. It can be seen from the figure that there is a steady-state error at the base angle and needed to be rejected.

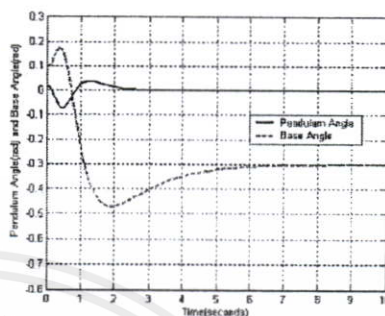


Fig. 3. System response without integrator.

### B. Responses of the System with Integrator and observer

The servo state feedback gain  $K_c$  for  $\tau = 2$  seconds and  $\alpha_1 = 3.4, \alpha_2 = \alpha_3 = \alpha_4 = \alpha_5 = 3$ , and the observer gain  $K_o$  for  $\tau = 0.5$  second and  $\alpha_1 = 3.2, \alpha_2 = 2$  are respectively found according to the procedure in section IV as

$$K_c = [-34.2617 \quad -9.7339 \quad -7.6212 \quad -5.9677 \quad 4.8670]$$

and  $K_o = \begin{bmatrix} 3.2 & -1.4947 \\ 1.6 & 3.0925 \end{bmatrix}$ . The base and pendulum angle

responses than system without integrator are shown in Fig. 4 and there is no steady-state error at the base angle response.

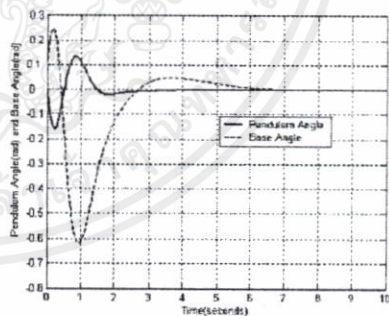


Fig. 4. Responses of pendulum angle and base angle.

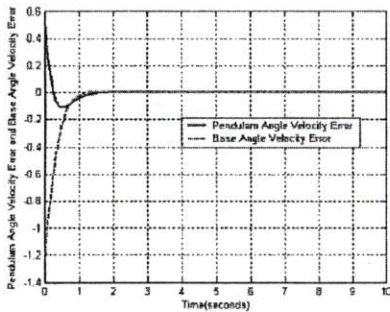


Fig. 5. Pendulum angle velocity error and base angle velocity error.

It can be seen from Fig. 5 that the estimated speed of the state estimation errors of the observer ( $\hat{\theta} - \dot{\theta}$ ,  $\hat{\beta} - \dot{\beta}$ ) is approximately four times faster than the system responses in Fig. 4 as selected in the algorithm.

### C. Speed Improvement

In CRA, the current speed response can be adjusted by increasing the value of the factor  $k$ . Since the factor  $k$  is one at the initial design for servo state feedback gain  $K_z$ ,  $k$  is increased to be 1.05, 1.10 and 1.15 for investigating its effect. The corresponding values of gains  $K_z$  and  $K_o$  are summarized in Table I.

TABLE I  
SERVO STATE FEEDBACK GAIN  $K_z$  AND OBSERVER GAIN  $K_o$  WHEN  $k$  IS VARIED

$k$	$K_z$	$K_o$
1.00	[-34.262 -9.734 -7.621 -5.968 4.867]	[3.200 -1.495 1.600 3.093]
1.05	[-38.804 -11.832 -8.687 -6.936 6.212]	[3.360 -1.575 1.680 3.253]
1.10	[-43.791 -14.252 -9.858 -8.009 7.838]	[3.520 -1.655 1.760 3.413]
1.15	[-49.257 -17.025 -11.143 -9.191 9.789]	[3.680 -1.735 1.840 3.573]

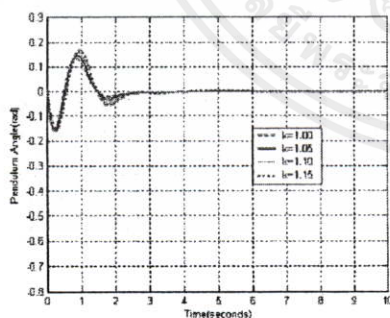


Fig. 6. Pendulum angles when factor  $k$  is varied.

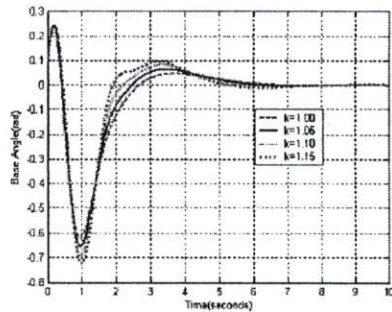


Fig. 7. Base angles when  $k$  is varied.

The responses of the pendulum angle and base angle when  $k$  is varied are respectively shown in Fig. 6 and Fig. 7. It is seen that larger value of  $k$  will cause the base angle swings larger than and reaches to the zero radian line faster than the smaller value of  $k$ .

## VI. CONCLUSION

The servo state feedback controller with minimum-order observer designed by characteristic ratio assignment (CRA) method for a rotational inverted pendulum system has been proposed. The simulation results show that CRA can be employed to assign the appropriate gains of servo state feedback and minimum-order observer. Speeds of base and pendulum angles as well as estimated variables can be improved by the factor  $k$  verifying by the simulations.

## REFERENCES

- [1] B. Codrons, F. D. Bruyne, M. D. Wan, and M. Gevers, "Iterative Feedback Tuning of a Nonlinear Controller for an Inverted Pendulum with a Flexible Transmission," ICCA1998, Italy, 1998.
- [2] H. Morimoto, S. Kawamoto, "Nonlinear Control Based on Equilibrium Point Analysis for Inverted Pendulum," SICE2002, Osaka, Japan, 2002.
- [3] T. Sugie, K. Fujimoto, "control of The Inverted Pendulum Systems based on Approximate Linearization: Design and Experiment," 33<sup>rd</sup> Conference on Decision and Control, 1994.
- [4] S. Renou and L. Saydy, "Real Time Control of an Inverted Pendulum based on Approximate Linearization," CCECE'96, Canada, 1996.
- [5] N. Chanapan, S. Panaudomsup, J. Ngamwiwit, and N. Konune, "Experimental Study of Rotational Inverted Pendulum," KACC2000, Korea, October 2000.
- [6] Y. C. Kim, L. H. Keel and S. P. Bhattacharya, "Transient Response Control via Characteristic Ratio Assignment," *IEEE Transactions on Automatic Control*, vol. 48, no. 12, pp. 2238-2244, 2003.

## ประวัติผู้เขียน

นายวรารุช พรินทรากุล เกิดเมื่อวันที่ 14 กุมภาพันธ์ พ.ศ. 2523 ที่ตำบลบ้านแม่หล่าย อำเภอเมือง จังหวัดแพร่ สำเร็จการศึกษามัธยมศึกษาตอนต้นจากโรงเรียนพิริยาลัย จังหวัดแพร่ในปี พ.ศ. 2538 และสำเร็จการศึกษาระดับประกาศนียบัตรวิชาชีพชั้นสูง (ปวส.) จากวิทยาลัยเทคนิคแพร่ในปี พ.ศ. 2543 หลังจากนั้น ได้เข้าศึกษาต่อในระดับปริญญาตรี สาขาวิชาวิศวกรรมระบบควบคุม ในภาควิชาวิศวกรรมระบบควบคุม คณะวิศวกรรมศาสตร์ สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง และได้สำเร็จการศึกษาในปี พ.ศ. 2547

ในปี พ.ศ. 2548 ได้เข้าศึกษาในระดับปริญญาโท สาขาวิชาวิศวกรรมระบบควบคุม ภาควิชาวิศวกรรมระบบควบคุม คณะบัณฑิตวิทยาลัย สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง ในระหว่างการศึกษาระดับปริญญาโทอยู่นั้น ได้มีโอกาสเดินทางไปประเทศญี่ปุ่นเพื่อเข้าร่วมการแข่งขันหุ่นยนต์ขนาดจิ๋วจำนวน 3 ครั้งดังนี้ การแข่งขัน The 15<sup>th</sup> International Micro Robot Maze Contest 2006 ณ เมืองนาโกยา การแข่งขัน The 1<sup>st</sup> International Micro Mechanisms Contest 2007 ณ เมืองโตเกียว และการแข่งขัน The 2<sup>nd</sup> International Micro Mechanisms Contest 2008 ณ เมืองโตเกียว

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้คัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้