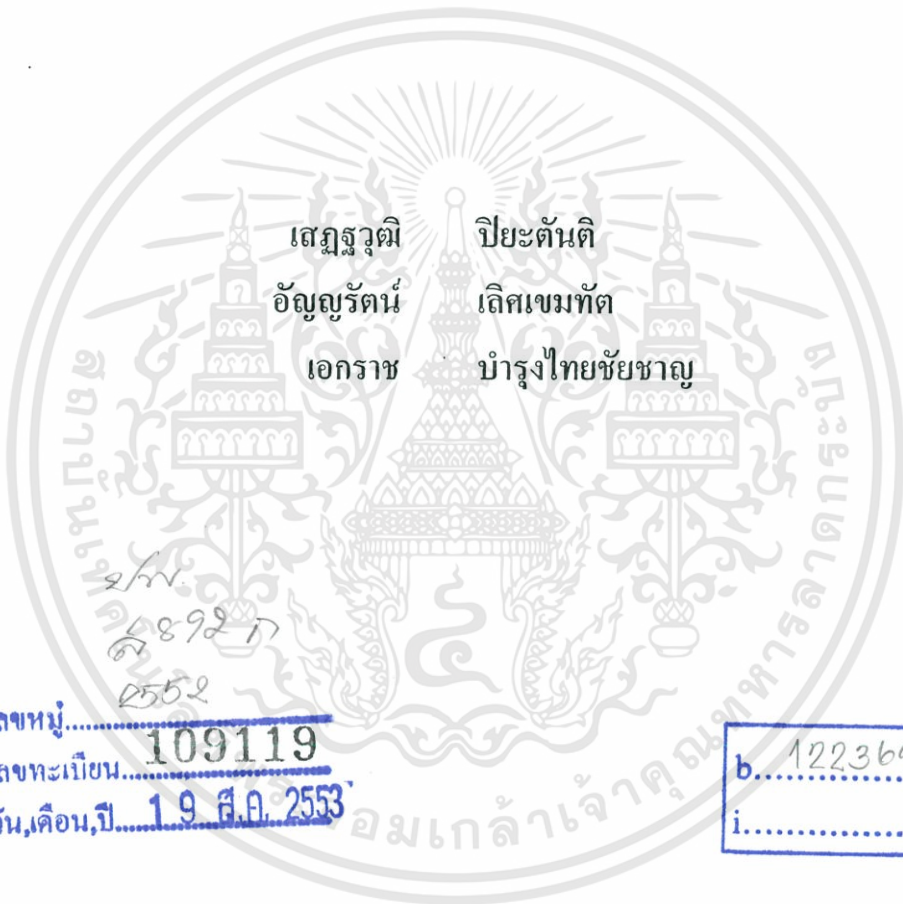




สำนักหอสมุดกลาง พระจอมเกล้าลาดกระบัง

การศึกษาการถ่ายโอนความร้อนในเบดบรรจุแบบคงที่ในระบบ  
แก๊ส-ของแข็งโดยใช้เทคนิคการคำนวณพลศาสตร์ของไหล



ปริญญานิพนธ์นี้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตรปริญญาวิศวกรรมศาสตรบัณฑิต  
สาขาวิชาวิศวกรรมเคมี  
คณะวิศวกรรมศาสตร์  
สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง  
ปีการศึกษา 2552

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

**A STUDY OF HEAT TRANSFER IN GAS-SOLID FIXED BED  
USING COMPUTATIONAL FLUID DYNAMICS TECHNIQUE**



**SETTHAWUT PIYATANTI**

**ANYARAT LERTKHEMMATAT**

**EAKARACH BUMRUNGTHAICHACHAN**

**THIS THESIS IS SUBMITTED IN PARTIAL FULFILLMENT  
OF THE REQUIREMENTS FOR THE DEGREE OF  
BACHELOR OF ENGINEERING IN CHEMICAL ENGINEERING  
FACULTY OF ENGINEERING  
KING MONGKUT'S INSTITUTE OF TECHNOLOGY LADKRABANG  
ACADEMIC YEAR 2009**

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ปริญญาานิพนธ์เรื่อง การศึกษาการถ่ายโอนความร้อนในเบดบรรจุแบบคงที่ในระบบ  
แก๊ส-ของแข็ง โดยใช้เทคนิคการคำนวณพลศาสตร์ของไหล  
โดย นายเสกฐวุฒิ ปิยะตันติ  
นางสาวอัญญรัตน์ เลิศเขมทัต  
นายเอกราช บำรุงไทยชัยชาญ  
อาจารย์ที่ปรึกษา คร.สันติ วัฒนานุสรณ์  
สาขาวิชาวิศวกรรมเคมี คณะวิศวกรรมศาสตร์  
สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง

ปริญญาานิพนธ์นี้ได้รับการพิจารณาอนุมัติให้นับเป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตร  
วิศวกรรมศาสตรบัณฑิต สาขาวิชาวิศวกรรมเคมี

คณะกรรมการตรวจสอบปริญญาานิพนธ์

  
.....ประธานกรรมการ  
(ดร.สันติ วัฒนานุสรณ์)

  
.....กรรมการ  
(ผศ.ดร.อนันต์ นัมศรี)

  
.....กรรมการ  
(อ.บุญชัย โชติวิริยวาณิช)

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ปริญญาโท	การศึกษาด้านการถ่ายโอนความร้อนในเบดบรรจุแบบคงที่ในระบบ แก๊ส-ของแข็ง โดยใช้เทคนิคการคำนวณพลศาสตร์ของไหล
โดย	นายเสกฐวุฒิ ปิยะตันติ นางสาวอัญญรัตน์ เลิศชมทัต นายเอกราช บำรุงไทยชัยชาญ
ปริญญา	วิศวกรรมศาสตรบัณฑิต
สาขาวิชา	วิศวกรรมเคมี
ปีการศึกษา	2552
อาจารย์ที่ปรึกษา	ดร.สันติ วัฒนานุกรณ์

### บทคัดย่อ

โครงการนี้ศึกษาการถ่ายโอนความร้อนในเบดบรรจุแบบคงที่ในระบบแก๊ส-ของแข็งด้วยเทคนิคการคำนวณพลศาสตร์ของไหล (Computational Fluid Dynamics) โดยทำการศึกษาระบบจำลองที่เป็นท่อทรงกระบอกความยาว 0.5588 เมตร ขนาดเส้นผ่านศูนย์กลาง 0.0508 เมตร ภายในท่อทรงกระบอกประกอบด้วยทรงกลม 44 ลูก มีขนาดเส้นผ่านศูนย์กลางของคอลัมน์ต่อทรงกลมเท่ากับ 2 โดยให้ความร้อนผ่านท่อทรงกระบอกด้วยไอน้ำ ผลจากการจำลองถูกแสดงเป็นโปรไฟล์อุณหภูมิของอากาศที่เคลื่อนที่ผ่านเบด โดยอิทธิพลของตัวแปรที่ใช้ในการศึกษา ได้แก่ ลักษณะของเบด แบบจำลองความปั่นป่วนและอัตราการไหลของอากาศ เมื่อเปรียบเทียบผลที่ได้จากการจำลองกับการทดลองพบว่า อุณหภูมิตลอดหน้าตัดที่ความสูงคอลัมน์เท่ากับ 0.42 เมตรที่ได้จากการจำลองให้ผลต่ำกว่าการทดลอง เนื่องจากการลดขนาดของทรงกลมอันเป็นผลมาจากขีดจำกัดในการสร้างแบบจำลอง ส่วนผลของลักษณะของเบดหลังจากการสร้างแบบจำลองใหม่โดยสร้างรอยต่อระหว่างทรงกลมพบว่า อุณหภูมิจากการจำลองมีอุณหภูมิต่ำกว่าแบบจำลองเดิม เนื่องด้วยโปรไฟล์การไหลของอากาศเกิดการเปลี่ยนแปลงไป จึงส่งผลกระทบต่อผลการถ่ายโอนความร้อนภายในเบด ทางด้านการใช้แบบจำลองความปั่นป่วนที่แตกต่างกันโดยใช้แบบจำลอง Standard k-ε กับแบบจำลอง Renormalization group k-ε ผลที่ได้จากการจำลองแสดงให้เห็นว่า แบบจำลอง standard k-ε ให้ผลการจำลองใกล้เคียงกับการทดลองมากกว่า Renormalization group k-ε โดยเฉพาะที่ตัวเลขเรย์โนลด์เท่ากับ 373 ในส่วนสุดท้ายเป็นผลของการเปลี่ยนแปลงอัตราเร็วของอากาศ ซึ่งจากการจำลองจะพบว่าที่ตัวเลขเรย์โนลด์เท่ากับ 373 ให้ผลการจำลองที่ดีกว่าที่ตัวเลขเรย์โนลด์เท่ากับ 1922 เนื่องจากการกักเก็บความร้อนของอากาศและ retention time ที่มากกว่า

# กิตติกรรมประกาศ

ปริญญาานิพนธ์นี้สำเร็จไปได้ด้วยดี เนื่องจากความช่วยเหลือจากคณาจารย์และบุคคลหลายฝ่าย คณะผู้จัดทำขอขอบพระคุณ

ดร.สันติ วัฒนานุสรณ์ สำหรับคำแนะนำและคำปรึกษา รวมไปถึงแนวทางในการแก้ไขปรับปรุงโครงงาน

รศ.ดร.จรรวดีตร เจริญสุข สำหรับคำแนะนำเกี่ยวกับเทคนิคการสร้างแบบจำลอง

นายนิวัฒน์ ภูเจริญ สำหรับคำแนะนำและแนวคิดเกี่ยวกับการใช้เทคนิคการคำนวณพลศาสตร์ของไหล

นายนิวัฒน์ สุขสาม สำหรับเอกสารและคำแนะนำที่ใช้เป็นพื้นฐานในการสร้างแบบจำลองเพื่อทำนายพฤติกรรมการถ่ายโอนความร้อน

ผศ.ดร.อภิรักษ์ นัมภณิสร์ และอาจารย์บุญชัย โชติวิริยวาณิช สำหรับคำแนะนำที่มีประโยชน์อย่างมากในการปรับปรุงโครงงานให้ดียิ่งขึ้น

อาจารย์ทุกท่านที่ได้ประสิทธิ์ประสาทวิชาความรู้ อันเป็นประโยชน์ต่อการทำโครงงานและเป็นพื้นฐานสำคัญในการประยุกต์ใช้กับโครงงาน

เพื่อนๆ ร่วมสาขาวิชาวิศวกรรมเคมีที่ให้อาสาช่วยเหลือและร่วมทุกข์ร่วมสุขกันมาตลอดระยะเวลา 4 ปี

ครอบครัวที่อยู่เบื้องหลังและเป็นพลังแห่งความสำเร็จ

เสกฐวุฒิ

ปิยะตันติ

อัญญรัตน์

เลิศเชมทัต

เอกราช

บำรุงไทยชัชฌาญ

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการ III เท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

# สารบัญ

	หน้า
บทคัดย่อภาษาไทย.....	I
บทคัดย่อภาษาอังกฤษ.....	II
กิตติกรรมประกาศ.....	III
สารบัญ.....	IV
สารบัญตาราง.....	VI
สารบัญรูป.....	VII
คำอธิบายสัญลักษณ์.....	XII
บทที่ 1 บทนำ.....	1
1.1 ความเป็นมาของโครงการ.....	1
1.2 วัตถุประสงค์.....	1
1.3 ขอบเขตของโครงการ.....	2
1.4 ประโยชน์ที่ได้รับจากโครงการ.....	2
บทที่ 2 ทฤษฎี.....	3
2.1 สมการที่ใช้ในการอธิบายพฤติกรรมของของไหล.....	3
2.2 Standard k- $\epsilon$ Model.....	13
2.3 Renormalization group k- $\epsilon$ Model.....	16
2.4 การทำงานของโปรแกรมคำนวณพลศาสตร์ของไหล.....	18
2.5 ปัญหาที่เกิดจากการแก้คำตอบด้วยการคำนวณพลศาสตร์ของไหล.....	23
2.6 ลำดับขั้นตอนการคำนวณสำหรับความดันและความเร็วในการไหลคงตัว.....	24
2.7 ระบบกริดที่เหลื่อมกัน The Staggered grid.....	26
2.8 สมการโมเมนตัม.....	29
2.9 ลำดับขั้นการคำนวณหาคำตอบแบบ SIMPLE.....	34
2.10 กระบวนการวิธีที่สมบูรณ์.....	39

## สารบัญ (ต่อ)

	หน้า
บทที่ 3 ขั้นตอนการทำงานทดลอง .....	40
3.1 หอบดบรรจุ (Packed bed column).....	40
3.2 คำอธิบายการทำงานทดลองหอบดบรรจุแบบคงที่ในระบบแก๊ส-ของแข็ง .....	42
3.3 คำอธิบายแบบจำลองหอบดบรรจุแบบคงที่ในระบบแก๊ส-ของแข็ง .....	44
3.4 ขั้นตอนการทำงานทดลอง.....	45
บทที่ 4 ผลการทดลอง .....	74
4.1 ผลการทดลอง .....	74
4.2 การวิเคราะห์ผลการทดลอง.....	81
บทที่ 5 สรุปผลและวิเคราะห์ .....	85
5.1 สรุปผลการทดลอง.....	85
5.2 วิเคราะห์ผลการทดลอง.....	86
5.3 ข้อเสนอแนะ .....	87
เอกสารอ้างอิง .....	88
ภาคผนวก .....	89
ภาคผนวก ก .....	90

# สารบัญตาราง

	หน้า
ตารางที่ 3.1 สรุปรูปการทดลองทั้งหมด.....	45
ตารางที่ 3.2 การกำหนด Boundary แต่ละพื้นผิว.....	54
ตารางที่ 3.3 ค่าอุณหภูมิของแต่ละส่วน .....	62
ตารางที่ 3.4 การกำหนด Solution Method .....	62
ตารางที่ 3.5 ค่า Under-Relaxation Factors สำหรับแบบจำลอง Standard k-epsilon ที่ตัวเลขเรย์โนลด์เท่ากับ 373 .....	63
ตารางที่ 3.6 การกำหนด Boundary แต่ละพื้นผิว.....	73
ตารางที่ ก-1 ตัวอย่างข้อมูลดิบของแบบจำลองที่ 1 ที่คำนวณโดยใช้แบบจำลอง standard k-epsilon ที่ตัวเลขเรย์โนลด์เท่ากับ 373 .....	90

# สารบัญรูป

	หน้า
รูปที่ 2.1 การไหลของมวลเข้าและออกชิ้นส่วนของไหล .....	3
รูปที่ 2.2 องค์ประกอบของความเค้นในทิศทาง $x$ .....	5
รูปที่ 2.3 องค์ประกอบของเวกเตอร์ฟลักซ์ความร้อน.....	10
รูปที่ 2.4 สนามความดันแบบ Checker-Board.....	26
รูปที่ 2.5 ปริมาตรควบคุมสำหรับการคำนวณสมการเคลื่อนย้ายโมเมนตัม .....	28
รูปที่ 2.6 ขอบเขตปริมาตรควบคุมของความเร็ว $u$ และค่าของความเร็วที่เกี่ยวข้องโดยรอบ .....	30
รูปที่ 2.7 ขอบเขตปริมาตรควบคุมของความเร็ว $v$ และค่าของความเร็วที่เกี่ยวข้องโดยรอบ .....	32
รูปที่ 2.8 ปริมาตรควบคุมสำหรับใช้ในการแปลงรูปของสมการความต่อเนื่อง.....	36
รูปที่ 2.9 ลำดับขั้นตอนการคำนวณวิธี SIMPLE .....	39
รูปที่ 3.1 หอบเขคบรรจุ (Packed bed column) .....	40
รูปที่ 3.2 แพ็คกิ้งแบบ Raschig ring และแพ็คกิ้งที่มีโครงสร้างลักษณะพิเศษ .....	40
รูปที่ 3.3 หอบเขคบรรจุที่ใช้ในการทดลองของ Michiel Nijemeisland และ Anthony G. Dixon .....	42
รูปที่ 3.4a กราฟแสดงความสัมพันธ์ของตัวแปรไร้หน่วยระหว่างอุณหภูมิ ( $\theta$ ) กับตัวแปรไร้หน่วยของความสูงของส่วนที่ไม่ให้ความร้อน ( $z/L$ ).....	43
รูปที่ 3.4b อุณหภูมิแต่ละส่วนของส่วนที่ไม่ให้ความร้อน .....	43
รูปที่ 3.5a หอบเขคบรรจุที่บรรจุอนุภาคทรงกลม 44 ลูก .....	44
รูปที่ 3.5b ลักษณะการจัดเรียงอนุภาคทรงกลม .....	44
รูปที่ 3.6 หน้าต่างก่อนการเข้าโปรแกรม Gambit 2.4.6 .....	46

## สารบัญรูป (ต่อ)

	หน้า
รูปที่ 3.7 โปรแกรม Gambit 2.4.6 .....	46
รูปที่ 3.8 ทรงกลมที่มีขนาดเท่ากับ 0.495 .....	47
รูปที่ 3.9 ทรงกลมที่มีเส้นขอบ 4 เส้น.....	48
รูปที่ 3.10 ทรงกลม 44 ลูก.....	49
รูปที่ 3.11 ทรงกระบอกที่แบ่งเป็น 2 ส่วน .....	50
รูปที่ 3.12 คอลัมน์ที่มีการแบ่งส่วนอย่างสมบูรณ์.....	51
รูปที่ 3.13 แบบจำลองที่มีการสร้างกริดบนเส้นขอบอย่างสมบูรณ์.....	52
รูปที่ 3.14 แบบจำลองที่มีการสร้างกริดบนพื้นผิวอย่างสมบูรณ์ .....	53
รูปที่ 3.15 แบบจำลองที่มีการสร้างกริดในปริมาตรอย่างสมบูรณ์.....	53
รูปที่ 3.16 หน้าต่างการบันทึกข้อมูล.....	54
รูปที่ 3.17 หน้าต่างก่อนเข้าโปรแกรม Fluent 12.0.16.....	55
รูปที่ 3.18 โปรแกรม Fluent 12.0.16.....	55
รูปที่ 3.19 หน้าต่างการเลือกไฟล์ .....	56
รูปที่ 3.20 แบบจำลองที่จะนำมาคำนวณ โดยโปรแกรม Fluent 12.0.16.....	56
รูปที่ 3.21 หน้าต่างการกำหนดขนาดของกริด.....	57
รูปที่ 3.22 หน้าต่างการตั้งค่าสมการพลังงาน .....	57
รูปที่ 3.23 หน้าต่างเลือกสมการการไหล .....	58
รูปที่ 3.24 หน้าต่างการตั้งค่าของ k-epsilon Model .....	58
รูปที่ 3.25 หน้าต่างการกำหนดคุณสมบัติวัสดุ .....	59

## สารบัญรูป (ต่อ)

	หน้า
รูปที่ 3.26 การกำหนด Boundary Condition ของ inlet.....	60
รูปที่ 3.27 การกำหนด Boundary Condition ของ outlet.....	60
รูปที่ 3.28 การกำหนด Boundary Condition ของ wall-bed.....	61
รูปที่ 3.29 การกำหนด Boundary Condition ของ wall-in1 .....	61
รูปที่ 3.30 หน้าต่างแสดงการคำนวณเสร็จสิ้น .....	63
รูปที่ 3.31 หน้าต่างก่อนการเข้าโปรแกรม Gambit 2.4.6 .....	64
รูปที่ 3.32 โปรแกรม Gambit 2.4.6 .....	64
รูปที่ 3.33 ทรงกลมที่มีขนาดเท่ากับ 0.495 .....	65
รูปที่ 3.34 ทรงกลมที่มีเส้นขอบ 4 เส้น .....	66
รูปที่ 3.35a ทรงกลมที่มีการเชื่อมต่อด้วยทรงกระบอก .....	67
รูปที่ 3.35b ภาพขยายทรงกลมที่มีการเชื่อมต่อด้วยทรงกระบอก .....	67
รูปที่ 3.36 ทรงกลมที่มีการเชื่อมต่อด้วยทรงกระบอก 22 ชุด (ทรงกลม 44 ลูก) .....	68
รูปที่ 3.37 ทรงกระบอกที่แบ่งเป็น 2 ส่วน .....	69
รูปที่ 3.38 คอลัมน์ที่มีการแบ่งส่วนอย่างสมบูรณ์.....	70
รูปที่ 3.39 แบบจำลองที่มีการสร้างกริดบนเส้นขอบอย่างสมบูรณ์.....	71
รูปที่ 3.40 แบบจำลองที่มีการสร้างกริดบนพื้นผิวอย่างสมบูรณ์ .....	72
รูปที่ 3.41 แบบจำลองที่มีการสร้างกริดในปริมาตรอย่างสมบูรณ์.....	72
รูปที่ 4.1 กราฟแสดงความสัมพันธ์ระหว่างตัวแปรไร้หน่วยของอุณหภูมิ ( $\theta$ ) กับตัวแปรไร้หน่วย ของรัศมีคอลัมน์ ( $r/R$ ) ของแบบจำลองที่ 1 เมื่อใช้แบบจำลอง Standard k- $\epsilon$ ที่ ตัวเลขเรย์โนลด์เท่ากับ 373 และ 1922.....	75

# สารบัญรูป (ต่อ)

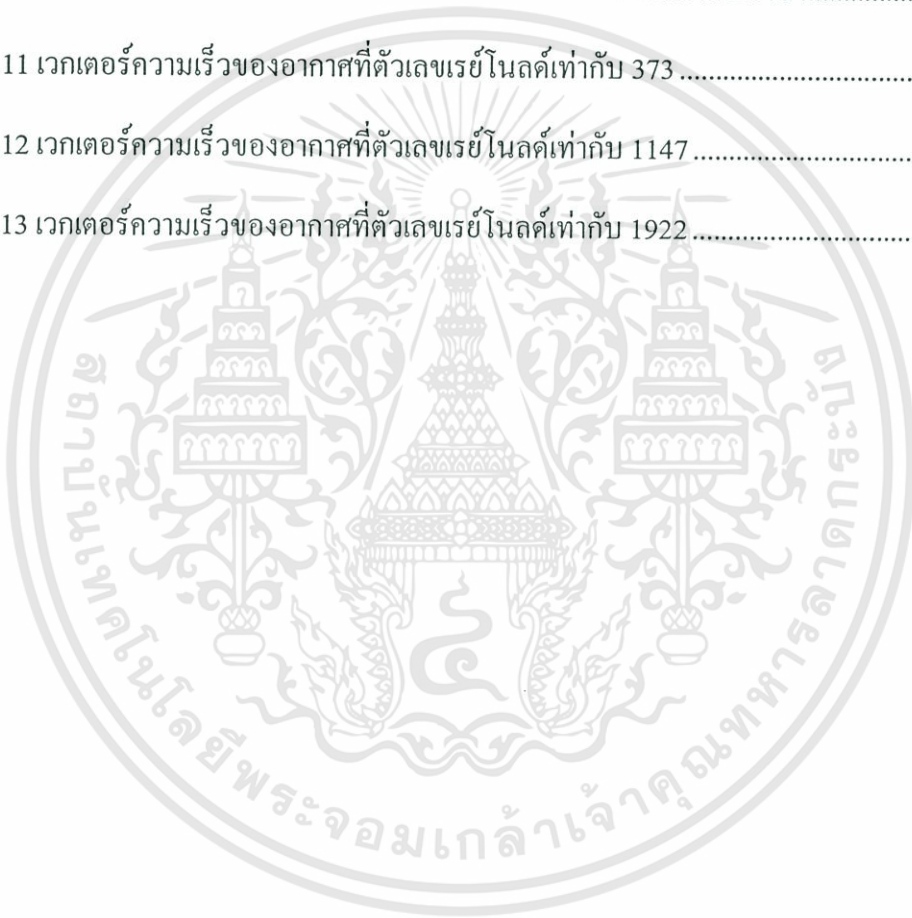
หน้า

รูปที่ 4.2 กราฟแสดงความสัมพันธ์ระหว่างตัวแปรไร้หน่วยของอุณหภูมิ ( $\theta$ ) กับตัวแปรไร้หน่วยของรัศมีคอกลมน์ ( $r/R$ ) ของแบบจำลองที่ 1 เมื่อใช้แบบจำลอง Renormalization group k- $\epsilon$ ที่ตัวเลขเรย์โนลด์เท่ากับ 373 และ 1922.....	75
รูปที่ 4.3 กราฟแสดงความสัมพันธ์ระหว่างตัวแปรไร้หน่วยของอุณหภูมิ ( $\theta$ ) กับตัวแปรไร้หน่วยของรัศมีคอกลมน์ ( $r/R$ ) ของแบบจำลองที่ 2 เมื่อใช้แบบจำลอง Standard k- $\epsilon$ ที่ตัวเลขเรย์โนลด์เท่ากับ 373 และ 1922 .....	76
รูปที่ 4.4 กราฟแสดงความสัมพันธ์ระหว่างตัวแปรไร้หน่วยของอุณหภูมิ ( $\theta$ ) กับตัวแปรไร้หน่วยของรัศมีคอกลมน์ ( $r/R$ ) ของแบบจำลองที่ 2 เมื่อใช้แบบจำลอง Renormalization group k- $\epsilon$ ที่ตัวเลขเรย์โนลด์เท่ากับ 373 และ 1922.....	76
รูปที่ 4.5 คอนทัวร์ของอุณหภูมิที่ระนาบ $y = 0$ ของแบบจำลองที่ 1 โดยที่ (a) และ (b) ใช้แบบจำลอง Standard k- $\epsilon$ ที่ตัวเลขเรย์โนลด์เท่ากับ 373 และ 1922 ตามลำดับ ส่วน (c) และ (d) ใช้แบบจำลอง Renormalization group k- $\epsilon$ ที่ตัวเลขเรย์โนลด์เท่ากับ 373 และ 1922 ตามลำดับ.....	77
รูปที่ 4.6 คอนทัวร์ของอุณหภูมิที่ระนาบ $y = 0$ ของแบบจำลองที่ 2 โดยที่ (a) และ (b) ใช้แบบจำลอง Standard k- $\epsilon$ ที่ตัวเลขเรย์โนลด์เท่ากับ 373 และ 1922 ตามลำดับ ส่วน (c) และ (d) ใช้แบบจำลอง Renormalization group k- $\epsilon$ ที่ตัวเลขเรย์โนลด์เท่ากับ 373 และ 1922 ตามลำดับ.....	78
รูปที่ 4.7 คอนทัวร์ของความดันที่ระนาบ $y = 0$ ของแบบจำลองที่ 1 เมื่อใช้แบบจำลอง Standard k- $\epsilon$ ที่ตัวเลขเรย์โนลด์เท่ากับ 373 .....	79
รูปที่ 4.8 คอนทัวร์ของความดันที่ระนาบ $y = 0$ ของแบบจำลองที่ 1 เมื่อใช้แบบจำลอง Standard k- $\epsilon$ ที่ตัวเลขเรย์โนลด์เท่ากับ 1922.....	79

# สารบัญรูป (ต่อ)

หน้า

รูปที่ 4.9	เวกเตอร์ความเร็วบริเวณใต้อนุภาคทรงกลมที่ระนาบ $y = 0$ ของแบบจำลองที่ 1 เมื่อใช้แบบจำลอง Standard k- $\epsilon$ model ที่ตัวเลขเรย์โนลด์เท่ากับ 373 .....	80
รูปที่ 4.10	เวกเตอร์ความเร็วระหว่างอนุภาคทรงกลมที่ระนาบ $y = 0$ ของแบบจำลองที่ 1 เมื่อใช้แบบจำลอง Standard k- $\epsilon$ model ที่ตัวเลขเรย์โนลด์เท่ากับ 373 .....	80
รูปที่ 4.11	เวกเตอร์ความเร็วของอากาศที่ตัวเลขเรย์โนลด์เท่ากับ 373 .....	82
รูปที่ 4.12	เวกเตอร์ความเร็วของอากาศที่ตัวเลขเรย์โนลด์เท่ากับ 1147 .....	82
รูปที่ 4.13	เวกเตอร์ความเร็วของอากาศที่ตัวเลขเรย์โนลด์เท่ากับ 1922 .....	83



## คำอธิบายสัญลักษณ์

$\rho$	ความหนาแน่นของของไหล (กิโลกรัมต่อลูกบาศก์เมตร)
$x, y, z$	ทิศทางในแนวแกน $x, y$ และ $z$ ตามลำดับ (เมตร)
$u, v, w$	ความเร็วในแนวแกน $x, y$ และ $z$ ตามลำดับ (เมตรต่อวินาที)
$F$	แรง (นิวตัน)
$m$	มวลของของไหล (กิโลกรัม)
$a$	ความเร่งของของไหล (เมตรต่อวินาที <sup>2</sup> )
$f_x$	แรงที่กระทำต่อปริมาตรในทิศทาง $x$ (นิวตันต่อลูกบาศก์เมตร)
$f_y$	แรงที่กระทำต่อปริมาตรในทิศทาง $y$ (นิวตันต่อลูกบาศก์เมตร)
$f_z$	แรงที่กระทำต่อปริมาตรในทิศทาง $z$ (นิวตันต่อลูกบาศก์เมตร)
$p$	ความดัน (บรรยากาศ)
$\tau_{ij}$	ความเค้นที่กระทำในทิศทาง $j$ บนผิวหน้าตัดที่มี normal vector ในทิศทาง $i$ (กิโลกรัมต่อ เมตร·วินาที <sup>2</sup> )
$u_i$	ความเร็วในทิศทาง $i$ (เมตรต่อวินาที)
$\lambda$	มีค่าเป็น $-2/3$ ของความหนืด (กิโลกรัมต่อเมตร·วินาที <sup>2</sup> )
$\nabla$	Divergence
$\mu$	ความหนืดของของไหล (กิโลกรัมต่อเมตร·วินาที <sup>2</sup> )
$U$	เวกเตอร์ความเร็ว (เมตรต่อวินาที)
$\bar{U}$	เวกเตอร์ความเร็วเฉลี่ย (เมตรต่อวินาที)
$U$	ขนาดของเวกเตอร์ความเร็ว (เมตรต่อวินาที)
$F$	เวกเตอร์ของแรง (นิวตัน)
$\dot{q}_x, \dot{q}_y, \dot{q}_z$	ฟลักซ์ของการนำความร้อนในแนวแกน $x, y$ และ $z$ ตามลำดับ (วัตต์ต่อพื้นที่)
$k$	ค่าการนำความร้อน (วัตต์ต่อเมตร·องศาเซลเซียส)
$T$	อุณหภูมิ (องศาเซลเซียส)
$e$	พลังงานต่อหนึ่งหน่วยมวล (จูลต่อกิโลกรัม)
$\bar{u}_i$	ความเร็วเฉลี่ยในทิศทาง $i$ (เมตรต่อวินาที)

## คำอธิบายสัญลักษณ์ (ต่อ)

$u'_i$	ความเร็วเนื่องจากการเกิด fluctuation ในทิศทาง $i$ (เมตรต่อวินาที)
$\bar{u}'_i$	ความเร็วเฉลี่ยเนื่องจากการเกิด fluctuation ในทิศทาง $i$ (เมตรต่อวินาที)
$\bar{u}, \bar{v}, \bar{w}$	ความเร็วเฉลี่ยในแนวแกน $x, y$ และ $z$ ตามลำดับ (เมตรต่อวินาที)
$\bar{P}$	ความดันเฉลี่ย (นิวตันต่อตารางเมตร)
$P'$	ความดันเนื่องจากการเกิด fluctuation (นิวตันต่อตารางเมตร)
$\bar{\tau}^{(i)}$	ฟลักซ์ของโมเมนตัมที่มีการไหลแบบปั่นป่วน (กิโลกรัมต่อเมตร)
$\mu_t$	turbulent viscosity coefficient (กิโลกรัมต่อเมตร $\cdot$ วินาที $^2$ )
$\mu_{eff}$	effective viscosity coefficient (กิโลกรัมต่อเมตร $\cdot$ วินาที $^2$ )
$k$	พลังงานเชิงกล (จูล)
$C_\mu$	ค่าคงที่ เท่ากับ 0.09 (สำหรับแบบจำลอง standard k- $\mathcal{E}$ ) และเท่ากับ 0.0845 (สำหรับแบบจำลอง Renormalization group k- $\mathcal{E}$ )
$\mathcal{E}$	อัตราของการ dissipation
$G_k$	พลังงานจลน์ของการไหลแบบปั่นป่วนเนื่องจากเกรเดียนต์ความเร็วเฉลี่ย (กิโลกรัม $\cdot$ วัตต์ $\cdot$ เมตร $^{-5}$ )
$G_b$	พลังงานจลน์ของการไหลแบบปั่นป่วนเนื่องจากแรงลอยตัว (กิโลกรัม $\cdot$ วัตต์ $\cdot$ เมตร $^{-5}$ )
$S_k, S_\mathcal{E}$	source terms (กิโลกรัม $\cdot$ วัตต์ $\cdot$ เมตร $^{-5}$ )
$\sigma_k$	ตัวเลขแปรผันเทิลแบบปั่นป่วนสำหรับ $k$
$\sigma_\mathcal{E}$	ตัวเลขแปรผันเทิลแบบปั่นป่วนสำหรับ $\mathcal{E}$
$\beta$	สัมประสิทธิ์ของการขยายตัวทางความร้อน (องศาเคลวิน $^{-1}$ )
$g_i$	เวกเตอร์ของแรงโน้มถ่วงในทิศทาง $i$ (เมตรต่อวินาที $^2$ )
$Pr_t$	ตัวเลขแปรผันเทิลแบบปั่นป่วนสำหรับพลังงาน
$\mu$	สัมประสิทธิ์พลศาสตร์ความหนืด (กิโลกรัม $\cdot$ เมตร $^{-1}$ $\cdot$ วินาที $^{-1}$ )
$C_p$	ค่าความจุความร้อนจำเพาะ (จูล/กิโลกรัม $\cdot$ องศาเคลวิน)

## คำอธิบายสัญลักษณ์ (ต่อ)

$Y_m$	ผลของการกอดัดเนื่องจากการไหลแบบปั่นป่วน (กิโลกรัม·วัตต์·เมตร <sup>-5</sup> )
$M_t$	turbulent Mach number
$v$	องค์ประกอบของความเร็วของของไหลที่ไหลขนานกับเวกเตอร์ของแรงโน้มถ่วง (เมตรต่อวินาที)
$u$	องค์ประกอบของความเร็วของของไหลที่ไหลตั้งฉากเวกเตอร์ของแรงโน้มถ่วง (เมตรต่อวินาที)
$\alpha_k$	inverse effective Prandtl numbers for k
$\alpha_\epsilon$	inverse effective Prandtl numbers for $\epsilon$
$R_\epsilon$	ผลของ swirl
$\phi$	คุณสมบัติ $\phi$ ในปริมาตรควบคุม
$p_i$	ความดัน ณ ตำแหน่ง i
$\delta x_i$	ความกว้างของปริมาตรควบคุมในแกน x ของโมเมนต์ในทิศทาง i
$\delta y_i$	ความกว้างของปริมาตรควบคุมในแกน y ของโมเมนต์ในทิศทาง i
$b_{i,j}$	เทอมการสร้างโมเมนต์
$\Delta V_u$	ปริมาตรของเซลล์ที่ใช้หาความเร็วในทิศทาง i
$A_{i,j}$	พื้นที่ผิวเซลล์ (ด้านตะวันออกหรือตะวันตก) ของปริมาตรควบคุม
$a_{i,j}$	ค่าของสัมประสิทธิ์ที่ได้มาจากการคำนวณโดยวิธีการแปลงรูปแบบ Upwind
$a_{nb}$	ค่าของสัมประสิทธิ์ที่ได้มาจากการคำนวณโดยวิธีการแปลงรูปแบบ Upwind
$i^*$	ค่าตัวแปร i ที่คาดเดาขึ้น
$i'$	ค่าแก้ไขของตัวแปร i
$\alpha_p$	Under-relaxation factor ของความดัน
$\alpha_i$	Under-relaxation factor ของความเร็วในทิศทาง i
$V$	ปริมาตรควบคุมของของไหล

# บทที่ 1

## บทนำ

### 1.1 ความเป็นมาของโครงการ

ปัจจุบันเทคนิคการคำนวณพลศาสตร์ของไหล (Computational Fluid Dynamics) ถูกนำมาประยุกต์ใช้อย่างแพร่หลายเพื่อศึกษาพฤติกรรมการไหลของของไหล โดยจำลองการไหลของของไหลและศึกษาการถ่ายโอนความร้อนในเบดบรรจุแบบคงที่ (Fixed bed) เนื่องจากในงานวิจัยที่อ้างอิงกับการศึกษานี้ได้จำลองการถ่ายโอนความร้อนในเบดบรรจุแบบคงที่ โดยแบบจำลองที่ทำการศึกษานั้นมีขอบเขตการวิจัยเพื่อทำการเปรียบเทียบผลที่ได้จากการจำลองกับการทดลอง เพื่อยืนยันความถูกต้องและความน่าเชื่อถือของการทำนายพฤติกรรมของของไหลด้วยแบบจำลอง ซึ่งผลที่ได้จากการวิจัยได้แสดงให้เห็นว่า แบบจำลองสามารถทำนายพฤติกรรมของของไหลได้

สำหรับการศึกษาในโครงการนี้ได้ขยายขอบเขตของโครงการให้ครอบคลุมมากยิ่งขึ้นโดยศึกษาเพิ่มเติมถึงผลกระทบของตัวแปรต่างๆ ที่มีต่อโปรไฟล์อุณหภูมิของอากาศที่เคลื่อนที่ผ่านเบด ได้แก่ ลักษณะของเบด แบบจำลองความปั่นป่วนและอัตราการไหลของอากาศ

### 1.2 วัตถุประสงค์

1.2.1 ศึกษาพฤติกรรมการไหลและการถ่ายโอนความร้อนของอากาศผ่านเบดที่จำลองด้วยเทคนิคการคำนวณพลศาสตร์ของไหล

1.2.2 ศึกษาผลของลักษณะของเบดที่มีต่อโปรไฟล์อุณหภูมิของอากาศที่เคลื่อนที่ผ่านเบด

1.2.3 ศึกษาผลของแบบจำลองความปั่นป่วนที่มีต่อโปรไฟล์อุณหภูมิของอากาศที่เคลื่อนที่ผ่านเบด

1.2.4 ศึกษาผลของอัตราการไหลของอากาศที่มีต่อโปรไฟล์อุณหภูมิของอากาศที่เคลื่อนที่ผ่านเบด

### 1.3 ขอบเขตของโครงการงาน

- 1.3.1 ศึกษาทฤษฎีที่เกี่ยวข้องกับงานวิจัย
- 1.3.2 สร้างแบบจำลองและแก้ไขแบบจำลองให้มีความถูกต้อง โดยสามารถทำนายพฤติกรรม การไหลและการถ่ายโอนความร้อนของอากาศได้ใกล้เคียงผลจากการทดลองได้ดียิ่งขึ้น
- 1.3.3 สร้างแบบจำลองโดยใช้ความรู้จากทฤษฎีที่ได้ศึกษากันแล้ว
- 1.3.4 บันทึกและวิเคราะห์ผลเพื่อเปรียบเทียบผลที่ได้จากการจำลองโดยใช้เทคนิคการคำนวณ พลศาสตร์ของไหลและผลจากการทดลองที่ได้จากงานวิจัย

### 1.4 ประโยชน์ที่ได้รับจากโครงการงาน

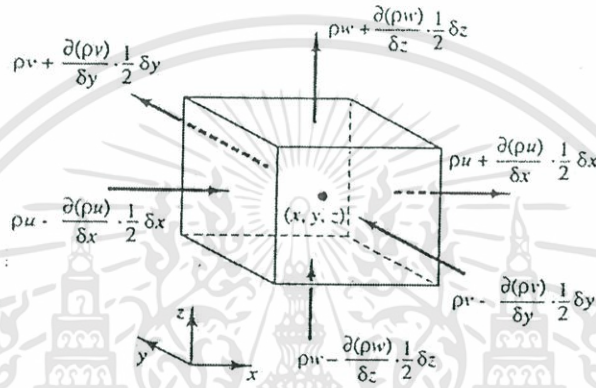
- 1.4.1 มีความรู้ความเข้าใจเกี่ยวกับเทคนิคการคำนวณพลศาสตร์ของไหล
- 1.4.2 สามารถเข้าใจถึงวิธีการใช้โปรแกรม Gambit และ Fluent ซึ่งเป็นเครื่องมือสำคัญที่ใช้ใน การสร้างแบบจำลองและการจำลองการไหล
- 1.4.3 มีความรู้ความเข้าใจมากยิ่งขึ้นเกี่ยวกับแบบจำลองความปั่นป่วนที่ใช้ทำนายพฤติกรรม ของของไหล
- 1.4.4 มีความรู้ความเข้าใจที่ดียิ่งขึ้นเกี่ยวกับผลของปัจจัยต่างๆ ที่มีผลต่อโปรไฟล์อุณหภูมิของ อากาศ

## บทที่ 2

### ทฤษฎี

#### 2.1 สมการที่ใช้ในการอธิบายพฤติกรรมของของไหล [1, 2]

##### 2.1.1 สมการความต่อเนื่อง (Continuity Equation)



รูปที่ 2.1 การไหลของมวลเข้าและออกชิ้นส่วนของของไหล

อัตราการเพิ่มมวล ในปริมาตรของไหล	=	อัตราการไหลเชิงมวลสุทธิ ในปริมาตรของไหล	(2.1)
-------------------------------------	---	--	-------

อัตราการเพิ่มมวลในปริมาตรของไหลเท่ากับ

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho \delta x \delta y \delta z) = \frac{\partial \rho}{\partial t} \delta x \delta y \delta z \quad (2.2)$$

อัตราการไหลเชิงมวลสุทธิในปริมาตรของไหล

$$\text{แกน } x \quad \left( \rho u - \frac{\partial(\rho u)}{\partial x} \frac{1}{2} \delta x \right) \delta y \delta z - \left( \rho u + \frac{\partial(\rho u)}{\partial x} \frac{1}{2} \delta x \right) \delta y \delta z \quad (2.3a)$$

$$\text{แกน } y \quad \left( \rho v - \frac{\partial(\rho v)}{\partial y} \frac{1}{2} \delta y \right) \delta x \delta z - \left( \rho v + \frac{\partial(\rho v)}{\partial y} \frac{1}{2} \delta y \right) \delta x \delta z \quad (2.3b)$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$\text{แกน } z \quad \left( \rho w - \frac{\partial(\rho w)}{\partial z} \frac{1}{2} \delta z \right) \delta x \delta y - \left( \rho w + \frac{\partial(\rho w)}{\partial z} \frac{1}{2} \delta z \right) \delta x \delta y \quad (2.3c)$$

รวมสมการ (2.3a) ถึงสมการ (2.3c) จะได้

$$\left[ -\frac{\partial}{\partial x}(\rho u) - \frac{\partial}{\partial y}(\rho v) - \frac{\partial}{\partial z}(\rho w) \right] \delta x \delta y \delta z \quad (2.4)$$

จากสมการ (2.1) จะได้สมการ (2.2) เท่ากับสมการ (2.4) สามารถแสดงได้ดังนี้

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} (\delta x \delta y \delta z) = \left[ -\frac{\partial}{\partial x}(\rho u) - \frac{\partial}{\partial y}(\rho v) - \frac{\partial}{\partial z}(\rho w) \right] \delta x \delta y \delta z \quad (2.5)$$

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x}(\rho u) + \frac{\partial}{\partial y}(\rho v) + \frac{\partial}{\partial z}(\rho w) = 0 \quad (2.6)$$

สมการ (2.6) เรียกว่า สมการความต่อเนื่อง (Continuity Equation)

สำหรับของไหลที่อัดตัวไม่ได้ (ความหนาแน่นคงที่) สมการ (2.6) สามารถเขียนใหม่ได้เป็น

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} = 0 \quad (2.7)$$

### 2.1.2 สมการโมเมนตัม (Momentum Equation)

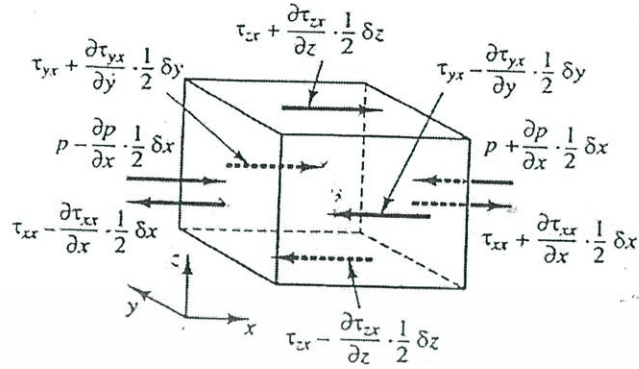
จากกฎข้อที่ 2 ของนิวตัน

$$\sum F = ma \quad (2.8)$$

แรง (Force) จะประกอบด้วย

- 1.) Body force คือ แรงที่กระทำต่อปริมาตรของของไหล เช่น แรงโน้มถ่วง แรงไฟฟ้าและแรงแม่เหล็กไฟฟ้า เป็นต้น
- 2.) Surface force คือ แรงที่กระทำต่อพื้นผิวของของไหล ประกอบด้วย แรงดันที่กระทำต่อพื้นผิว (Pressure force) และแรงเค้นเฉือน (Shear stress)

เมื่อพิจารณาตามแนวแกน x



รูปที่ 2.2 องค์ประกอบของความเค้นในทิศทาง x

แรงกระทำต่อปริมาตร

$$F_{body,x} = \rho f_x \delta x \delta y \delta z \quad (2.9)$$

แรงกระทำที่ผิว

- แรงเนื่องจากความดัน (Pressure force)

$$F_{pressure,x} = \left[ \left( p - \frac{\partial p}{\partial x} \frac{1}{2} \delta x \right) - \left( p + \frac{\partial p}{\partial x} \frac{1}{2} \delta x \right) \right] \delta y \delta z \quad (2.10)$$

$$F_{pressure,x} = -\frac{\partial p}{\partial x} \delta x \delta y \delta z \quad (2.11)$$

- แรงเนื่องจากความหนืด (Viscous force)

$$\begin{aligned} F_{viscous,x} = & \left[ \left( \tau_{xx} + \frac{\partial \tau_{xx}}{\partial x} \frac{1}{2} \delta x \right) - \left( \tau_{xx} - \frac{\partial \tau_{xx}}{\partial x} \frac{1}{2} \delta x \right) \right] \delta y \delta z \\ & + \left[ \left( \tau_{yx} + \frac{\partial \tau_{yx}}{\partial y} \frac{1}{2} \delta y \right) - \left( \tau_{yx} - \frac{\partial \tau_{yx}}{\partial y} \frac{1}{2} \delta y \right) \right] \delta x \delta z \\ & + \left[ \left( \tau_{zx} + \frac{\partial \tau_{zx}}{\partial z} \frac{1}{2} \delta z \right) - \left( \tau_{zx} - \frac{\partial \tau_{zx}}{\partial z} \frac{1}{2} \delta z \right) \right] \delta x \delta y \end{aligned} \quad (2.12)$$

$$F_{viscous,x} = \left( \frac{\partial \tau_{xx}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yx}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{zx}}{\partial z} \right) \delta x \delta y \delta z \quad (2.13)$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

มวลของของไหล

$$m = \rho \delta x \delta y \delta z \quad (2.14)$$

ความเร่งของของไหล

$$a_x = \frac{Du}{Dt} \quad (2.15)$$

นำสมการ (2.9), (2.11), (2.13), (2.14) และสมการ (2.15) แทนลงในสมการ (2.8) จะได้

$$\rho \delta x \delta y \delta z \frac{Du}{Dt} = \left[ -\frac{\partial p}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{xx}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yx}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{zx}}{\partial z} \right] \delta x \delta y \delta z + \rho f_x \delta x \delta y \delta z \quad (2.16)$$

$$\rho \frac{Du}{Dt} = -\frac{\partial p}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{xx}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yx}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{zx}}{\partial z} + \rho f_x \quad (2.17a)$$

ในทำนองเดียวกัน สามารถเขียนสมการ โมเมนตัมตามแกน y และแกน z ได้ดังนี้

$$\rho \frac{Dv}{Dt} = -\frac{\partial p}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yy}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{zy}}{\partial z} + \rho f_y \quad (2.17b)$$

$$\rho \frac{Dw}{Dt} = -\frac{\partial p}{\partial z} + \frac{\partial \tau_{xz}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yz}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{zz}}{\partial z} + \rho f_z \quad (2.17c)$$

สมการ (2.17a) ถึงสมการ (2.17c) เรียกว่า สมการนาเวียร์-สโตกส์ที่อยู่ในรูปของการอนุรักษ์

Issac Newton กล่าวว่า ความเค้นเฉือนในของไหลแปรผันตามความเครียด เช่น การเปลี่ยนแปลงความเร็วตามระยะทาง เป็นต้น ในปี 1845 Stokes จัดรูปความเค้นเฉือน ได้ดังนี้

$$\tau_{xx} = \lambda(\nabla \cdot \mathbf{U}) + 2\mu \frac{\partial u}{\partial x} \quad (2.18a)$$

$$\tau_{yy} = \lambda(\nabla \cdot \mathbf{U}) + 2\mu \frac{\partial v}{\partial y} \quad (2.18b)$$

$$\tau_{zz} = \lambda(\nabla \cdot \mathbf{U}) + 2\mu \frac{\partial w}{\partial z} \quad (2.18c)$$

$$\tau_{xy} = \tau_{yx} = \mu \left[ \frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial y} \right] \quad (2.18d)$$

$$\tau_{xz} = \tau_{zx} = \mu \left[ \frac{\partial w}{\partial z} + \frac{\partial u}{\partial x} \right] \quad (2.18e)$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$\tau_{yz} = \tau_{zy} = \mu \left[ \frac{\partial w}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial z} \right] \quad (2.18f)$$

โดยที่  $\mu$  คือ สัมประสิทธิ์ความหนืดเชิงโมเลกุล (Molecular viscosity coefficient)

$\lambda$  คือ สัมประสิทธิ์ความหนืดอันดับสอง (Second viscosity coefficient)

Stokes ได้ทดสอบสมมติฐานพบว่า

$$\lambda = -\frac{2}{3}\mu \quad (2.19)$$

แทนสมการ (2.17) ลงในสมการ (2.18) จะได้

$$\begin{aligned} \frac{\partial(\rho u)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho u^2)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho uv)}{\partial y} + \frac{\partial(\rho uw)}{\partial z} = & -\frac{\partial p}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial x} \left( \lambda \nabla \cdot \mathbf{U} + 2\mu \frac{\partial u}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left[ \mu \left( \frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial y} \right) \right] \\ & + \frac{\partial}{\partial z} \left[ \mu \left( \frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial x} \right) \right] + \rho f_x \end{aligned} \quad (2.20a)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial(\rho v)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho uv)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho v^2)}{\partial y} + \frac{\partial(\rho vw)}{\partial z} = & -\frac{\partial p}{\partial y} + \frac{\partial}{\partial x} \left[ \mu \left( \frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial y} \right) \right] + \frac{\partial}{\partial y} \left( \lambda \nabla \cdot \mathbf{U} + 2\mu \frac{\partial v}{\partial y} \right) \\ & + \frac{\partial}{\partial z} \left[ \mu \left( \frac{\partial w}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial z} \right) \right] + \rho f_y \end{aligned} \quad (2.20b)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial(\rho w)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho uw)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho vw)}{\partial y} + \frac{\partial(\rho w^2)}{\partial z} = & -\frac{\partial p}{\partial z} + \frac{\partial}{\partial x} \left[ \mu \left( \frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial x} \right) \right] + \frac{\partial}{\partial y} \left[ \mu \left( \frac{\partial w}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial z} \right) \right] \\ & + \frac{\partial}{\partial z} \left( \lambda \nabla \cdot \mathbf{U} + 2\mu \frac{\partial w}{\partial z} \right) + \rho f_z \end{aligned} \quad (2.20c)$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

### 2.1.3 สมการพลังงาน (Energy Equation)

จากทฤษฎีหนึ่งของอุณหพลศาสตร์ กล่าวว่า พลังงานไม่มีการสูญหายหรือสร้างขึ้นใหม่ได้ แต่พลังงานจะเปลี่ยนแปลงจากรูปแบบพลังงานหนึ่งไปเป็นพลังงานอีกรูปแบบหนึ่ง สามารถเขียนเป็นสมการได้ดังนี้

พลังงานที่เปลี่ยนแปลง ภายในของไหล	=	ฟลักซ์ความร้อน ของของไหล	+	อัตราของงานที่ถูกกระทำโดย Body force และ Surface force
A	=	B	+	C

#### พิจารณาเทอม C

งานที่ทำโดยแรงกระทำต่อปริมาตรจะมีค่าเท่ากับ

$$\rho f \cdot V(\delta x \delta y \delta z) \quad (2.21)$$

งานที่ทำโดยแรงกระทำที่ผิว

- แรงเนื่องจากความดัน

พิจารณาตามแนวแกน x จะได้

$$\left[ \left( up - \frac{\partial(up)}{\partial x} \frac{1}{2} \delta x \right) - \left( up + \frac{\partial(up)}{\partial x} \frac{1}{2} \delta x \right) \right] \delta y \delta z = -\frac{\partial up}{\partial x} \delta x \delta y \delta z \quad (2.22)$$

- แรงเนื่องจากความหนืด

พิจารณาตามแนวแกน x จะได้แรงเค้นเฉือนตามแนวแกน x, y และ z ดังนี้

$$\left[ \left( u\tau_{xx} - \frac{\partial(u\tau_{xx})}{\partial x} \frac{1}{2} \delta x \right) - \left( u\tau_{xx} + \frac{\partial(u\tau_{xx})}{\partial x} \frac{1}{2} \delta x \right) \right] \delta y \delta z = -\frac{\partial(u\tau_{xx})}{\partial x} \delta x \delta y \delta z \quad (2.23a)$$

$$\left[ \left( u\tau_{yx} - \frac{\partial(u\tau_{yx})}{\partial y} \frac{1}{2} \delta y \right) - \left( u\tau_{yx} + \frac{\partial(u\tau_{yx})}{\partial y} \frac{1}{2} \delta y \right) \right] \delta x \delta z = -\frac{\partial(u\tau_{yx})}{\partial y} \delta x \delta y \delta z \quad (2.23b)$$

$$\left[ \left( u\tau_{zx} - \frac{\partial(u\tau_{zx})}{\partial z} \frac{1}{2} \delta z \right) - \left( u\tau_{zx} + \frac{\partial(u\tau_{zx})}{\partial z} \frac{1}{2} \delta z \right) \right] \delta x \delta y = -\frac{\partial(u\tau_{zx})}{\partial z} \delta x \delta y \delta z \quad (2.23c)$$

ดังนั้นแรงกระทำที่ผิวในแนวแกน x จึงเท่ากับผลรวมของสมการ (2.22) และสมการ (2.23a) ถึงสมการ (2.23c) แสดงได้ดังนี้

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$\left[ -\frac{\partial(up)}{\partial x} + \frac{\partial(u\tau_{xx})}{\partial x} + \frac{\partial(u\tau_{yx})}{\partial y} + \frac{\partial(u\tau_{zx})}{\partial z} \right] \delta x \delta y \delta z \quad (2.24a)$$

ในทำนองเดียวกันในแกน y และแกน z สามารถแสดงได้ดังนี้

$$\left[ -\frac{\partial(vp)}{\partial y} + \frac{\partial(v\tau_{xy})}{\partial x} + \frac{\partial(v\tau_{yy})}{\partial y} + \frac{\partial(v\tau_{zy})}{\partial z} \right] \delta x \delta y \delta z \quad (2.24b)$$

$$\left[ -\frac{\partial(wp)}{\partial z} + \frac{\partial(w\tau_{xz})}{\partial x} + \frac{\partial(w\tau_{yz})}{\partial y} + \frac{\partial(w\tau_{zz})}{\partial z} \right] \delta x \delta y \delta z \quad (2.24c)$$

รวมสมการ (2.24a), (2.24b) และสมการ (2.24c) ได้ดังนี้

$$C = - \left[ \left( \frac{\partial(up)}{\partial x} + \frac{\partial(vp)}{\partial y} + \frac{\partial(wp)}{\partial z} \right) + \frac{\partial(u\tau_{xx})}{\partial x} + \frac{\partial(u\tau_{yx})}{\partial y} + \frac{\partial(u\tau_{zx})}{\partial z} \right. \\ \left. + \frac{\partial(v\tau_{xy})}{\partial x} + \frac{\partial(v\tau_{yy})}{\partial y} + \frac{\partial(v\tau_{zy})}{\partial z} + \frac{\partial(w\tau_{xz})}{\partial x} + \frac{\partial(w\tau_{yz})}{\partial y} + \frac{\partial(w\tau_{zz})}{\partial z} \right] \delta x \delta y \delta z \\ + \rho f \cdot V(\delta x \delta y \delta z) \quad (2.25)$$

### พิจารณาเทอม B

เทอม B แสดงฟลักซ์ความร้อนสุทธิของของไหล โดยฟลักซ์ความร้อนจะเป็นผลของ 2 ส่วน ได้แก่

1. การให้ความร้อนเชิงปริมาตร เช่น การดูดซับ การแผ่รังสีความร้อน เป็นต้น
2. การถ่ายโอนความร้อนเนื่องจากการเกรเดียนของอุณหภูมิ (Temperature gradients)

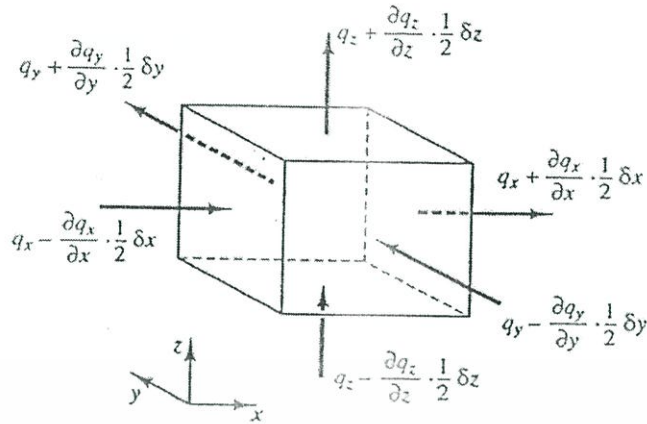
พิจารณาการให้ความร้อนเชิงปริมาตร (Volumetric heating of element)

กำหนดให้  $\dot{q}$  เป็นอัตราการเพิ่มของความร้อนเชิงปริมาตรต่อหน่วยมวล ดังนั้น

$$\text{การให้ความร้อนเชิงปริมาตร} = \rho \dot{q} \delta x \delta y \delta z \quad (2.26)$$

พิจารณาการถ่ายโอนความร้อน

การถ่ายโอนความร้อนเนื่องจากการนำความร้อนภายในวัตถุที่กำลังเคลื่อนที่



รูปที่ 2.3 องค์ประกอบของเวกเตอร์ฟลักซ์ความร้อน

กำหนดให้  $\dot{q}_x$  เป็นการถ่ายโอนความร้อนเนื่องจากการนำความร้อนในทิศทาง  $x$  ต่อหน่วยเวลาต่อหน่วยพื้นที่ ดังนั้น

$$\left[ \left( \dot{q}_x - \frac{\partial \dot{q}_x}{\partial x} \frac{1}{2} \delta x \right) - \left( \dot{q}_x + \frac{\partial \dot{q}_x}{\partial x} \frac{1}{2} \delta x \right) \right] \delta y \delta z = -\frac{\partial \dot{q}_x}{\partial x} \delta x \delta y \delta z \quad (2.27a)$$

ในทำนองเดียวกันในแกน  $y$  และแกน  $z$  สามารถแสดงได้ดังนี้

$$\left[ \left( \dot{q}_y - \frac{\partial \dot{q}_y}{\partial y} \frac{1}{2} \delta y \right) - \left( \dot{q}_y + \frac{\partial \dot{q}_y}{\partial y} \frac{1}{2} \delta y \right) \right] \delta x \delta z = -\frac{\partial \dot{q}_y}{\partial y} \delta x \delta y \delta z \quad (2.27b)$$

$$\left[ \left( \dot{q}_z - \frac{\partial \dot{q}_z}{\partial z} \frac{1}{2} \delta z \right) - \left( \dot{q}_z + \frac{\partial \dot{q}_z}{\partial z} \frac{1}{2} \delta z \right) \right] \delta x \delta y = -\frac{\partial \dot{q}_z}{\partial z} \delta x \delta y \delta z \quad (2.27c)$$

ดังนั้น

$$\text{การถ่ายโอนความร้อนเนื่องจากการนำความร้อน} = -\left( \frac{\partial \dot{q}_x}{\partial x} + \frac{\partial \dot{q}_y}{\partial y} + \frac{\partial \dot{q}_z}{\partial z} \right) \delta x \delta y \delta z \quad (2.28)$$

ดังนั้นจะได้เทอม B ดังสมการ

$$B = \left[ \rho \dot{q} - \left( \frac{\partial \dot{q}_x}{\partial x} + \frac{\partial \dot{q}_y}{\partial y} + \frac{\partial \dot{q}_z}{\partial z} \right) \right] \delta x \delta y \delta z \quad (2.29)$$

จากกฎของฟูเรียร์ (Fourier's law) ฟลักซ์ความร้อนเนื่องจากการนำความร้อนแปรผันตรงกับเกรเดียนต์ของอุณหภูมิ

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$\dot{q}_x = -k \frac{\partial T}{\partial x} \quad \dot{q}_y = -k \frac{\partial T}{\partial y} \quad \dot{q}_z = -k \frac{\partial T}{\partial z}$$

เมื่อ  $k$  คือ ค่าการนำความร้อน ดังนั้นสมการ (2.29) สามารถเขียนได้ดังนี้

$$B = \left[ \rho \dot{q} + \frac{\partial}{\partial x} \left( k \frac{\partial T}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( k \frac{\partial T}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left( k \frac{\partial T}{\partial z} \right) \right] \delta x \delta y \delta z \quad (2.30)$$

พิจารณาเทอม A เป็นผลรวมของพลังงาน 2 ส่วน ได้แก่

1. พลังงานภายใน (Internal energy) เป็นผลรวมของพลังงานต่าง ๆ เนื่องจาก Translational, การหมุน, การสั่นและไฟฟ้า เขียนอยู่ในรูป  $e$  (พลังงานต่อหน่วยมวล)

2. พลังงานจลน์ (Kinetic energy) เป็นพลังงานอันเนื่องมาจากการเคลื่อนที่ของของไหล โดยเขียนอยู่ในรูป  $U^2/2$

ดังนั้นผลรวมของทั้ง 2 ส่วนจะเท่ากับ  $e + U^2/2$

เนื่องจากมวลของอนุภาคของไหลเท่ากับ  $\rho \delta x \delta y \delta z$  อัตราการเปลี่ยนแปลงพลังงานสุทธิต่อหน่วยมวล (A) จึงเขียนได้เป็น

$$A = \rho \frac{D}{Dt} \left( e + \frac{U^2}{2} \right) \delta x \delta y \delta z \quad (2.31)$$

แทนเทอม A, B และ C ลงในสมการอนุรักษ์พลังงาน

$$\begin{aligned} \rho \frac{D}{Dt} \left( e + \frac{U^2}{2} \right) &= \rho \dot{q} + \frac{\partial}{\partial x} \left( k \frac{\partial T}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( k \frac{\partial T}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left( k \frac{\partial T}{\partial z} \right) \\ &\quad - \frac{\partial (up)}{\partial x} - \frac{\partial (vp)}{\partial y} - \frac{\partial (wp)}{\partial z} + \frac{\partial (u\tau_{xx})}{\partial x} + \frac{\partial (u\tau_{yx})}{\partial y} + \frac{\partial (u\tau_{zx})}{\partial z} \\ &\quad + \frac{\partial (v\tau_{xy})}{\partial x} + \frac{\partial (v\tau_{yy})}{\partial y} + \frac{\partial (v\tau_{zy})}{\partial z} + \frac{\partial (w\tau_{xz})}{\partial x} + \frac{\partial (w\tau_{yz})}{\partial y} \\ &\quad + \frac{\partial (w\tau_{zz})}{\partial z} + \rho f \cdot U \end{aligned} \quad (2.32)$$

พิจารณาเทอม Substantial derivative

$$\rho \frac{D}{Dt} \left( e + \frac{U^2}{2} \right) = \rho \frac{\partial}{\partial t} \left( e + \frac{U^2}{2} \right) + \rho U \cdot \nabla \left( e + \frac{U^2}{2} \right) \quad (2.33)$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$\frac{\partial}{\partial t} \left[ \rho \left( e + \frac{U^2}{2} \right) \right] = \rho \frac{\partial}{\partial t} \left( e + \frac{U^2}{2} \right) + \left( e + \frac{U^2}{2} \right) \frac{\partial \rho}{\partial t} \quad (2.34)$$

พิจารณาเทอม

$$\nabla \cdot \left[ \rho \left( e + \frac{U^2}{2} \right) \mathbf{U} \right] = \left( e + \frac{U^2}{2} \right) \nabla \cdot \rho + \rho \mathbf{U} \cdot \nabla \left( e + \frac{U^2}{2} \right) \quad (2.35)$$

หรือ

$$\rho \mathbf{U} \cdot \nabla \left( e + \frac{U^2}{2} \right) = \nabla \cdot \left[ \rho \left( e + \frac{U^2}{2} \right) \mathbf{U} \right] - \left( e + \frac{U^2}{2} \right) \nabla \cdot (\rho \mathbf{U}) \quad (2.36)$$

แทนสมการ (2.34) และสมการ (2.36) ลงในสมการ (2.33) จะได้

$$\rho \frac{D}{Dt} \left( e + \frac{U^2}{2} \right) = \frac{\partial}{\partial t} \left[ \rho \left( e + \frac{U^2}{2} \right) \right] - \left( e + \frac{U^2}{2} \right) \left[ \frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \mathbf{U}) \right] + \nabla \cdot \left[ \rho \left( e + \frac{U^2}{2} \right) \mathbf{U} \right] \quad (2.37)$$

$$\rho \frac{D}{Dt} \left( e + \frac{U^2}{2} \right) = \frac{\partial}{\partial t} \left[ \rho \left( e + \frac{U^2}{2} \right) \right] + \nabla \cdot \left[ \rho \left( e + \frac{U^2}{2} \right) \mathbf{U} \right] \quad (2.38)$$

แทนสมการ (2.38) ลงในสมการ (2.32) จะได้

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t} \left[ \rho \left( e + \frac{U^2}{2} \right) \right] + \nabla \cdot \left[ \rho \left( e + \frac{U^2}{2} \right) \mathbf{U} \right] &= \rho \dot{q} + \frac{\partial}{\partial x} \left( k \frac{\partial T}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( k \frac{\partial T}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left( k \frac{\partial T}{\partial z} \right) \\ &\quad - \frac{\partial(u\rho)}{\partial x} - \frac{\partial(v\rho)}{\partial y} - \frac{\partial(w\rho)}{\partial z} + \frac{\partial(u\tau_{xx})}{\partial x} + \frac{\partial(u\tau_{yx})}{\partial y} \\ &\quad + \frac{\partial(u\tau_{zx})}{\partial z} + \frac{\partial(v\tau_{xy})}{\partial x} + \frac{\partial(v\tau_{yy})}{\partial y} + \frac{\partial(v\tau_{zy})}{\partial z} \\ &\quad + \frac{\partial(w\tau_{xz})}{\partial x} + \frac{\partial(w\tau_{yz})}{\partial y} + \frac{\partial(w\tau_{zz})}{\partial z} + \rho \mathbf{f} \cdot \mathbf{U} \end{aligned} \quad (2.39)$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

## 2.2 Standard k-ε Model [3]

สำหรับสภาวะที่มีความปั่นป่วนเนื่องจากผลของการแกว่ง (Fluctuation) จึงทำให้ต้องนิยามตัวแปร  $u, v, w$  ไปเป็นในทอม

$$u = \bar{u} + u' \quad (2.40)$$

$$v = \bar{v} + v' \quad (2.41)$$

$$w = \bar{w} + w' \quad (2.42)$$

โดยที่  $\bar{u} = \frac{1}{T} \int_0^T u dT$  (สำหรับ  $v$  และ  $w$  เขียนในทำนองเดียวกัน) โดย  $T$  เป็นเวลาในช่วงการอินทิเกรตที่มีค่าเข้าใกล้  $\infty$  เนื่องจากผลของการแกว่งมีค่าทั้งบวกและลบ ดังนั้นค่าเฉลี่ยของ  $u'$  คือ

$$\bar{u}' = \frac{1}{T} \int_0^T u' dT \approx 0 \quad (2.43)$$

โดยในแกน  $y$  และ  $z$  สามารถเขียนได้ในทำนองเดียวกัน

จากสมการความต่อเนื่องจะได้ว่า

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial \rho u}{\partial x} + \frac{\partial \rho v}{\partial y} + \frac{\partial \rho w}{\partial z} = 0 \quad (2.44)$$

แทนสมการ (2.40), (2.41) และสมการ (2.42) ลงในสมการ (2.44) จะได้ว่า

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial \rho \bar{u}}{\partial x} + \frac{\partial \rho u'}{\partial x} + \frac{\partial \rho \bar{v}}{\partial y} + \frac{\partial \rho v'}{\partial y} + \frac{\partial \rho \bar{w}}{\partial z} + \frac{\partial \rho w'}{\partial z} = 0 \quad (2.45)$$

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial \rho \bar{u}}{\partial x} + \frac{\partial \rho \bar{v}}{\partial y} + \frac{\partial \rho \bar{w}}{\partial z} = 0 \quad (2.46)$$

โดยที่

$$\frac{\partial \rho u'}{\partial x} + \frac{\partial \rho v'}{\partial y} + \frac{\partial \rho w'}{\partial z} = 0 \quad (2.47)$$

จากสมการอนุรักษ์โมเมนตัม เมื่อใช้ความสัมพันธ์จากสมการ (2.40) ถึงสมการ (2.42) และเพิ่มความสัมพันธ์ของการแกว่งของความดัน ดังนี้

$$P = \bar{P} + P' \quad (2.48)$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$\bar{P} = \frac{1}{T} \int_0^T P dT \quad (2.49)$$

และ

$$\bar{P}' = \frac{1}{T} \int_0^T P' dT \approx 0 \quad (2.50)$$

หลังจากจัดรูปสมการใหม่ สมการอนุพันธ์โมเมนต์ทั้ง 3 สมการจะถูกเขียนใหม่ได้ในรูปของสมการเรย์โนลด์ (Reynolds Equation) ดังนี้

แกน x

$$\begin{aligned} \frac{\partial(\rho\bar{u})}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho\bar{u}\bar{U}) = & -\frac{\partial p}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial x} \left( \lambda \nabla \cdot \bar{U} + 2\mu \frac{\partial \bar{u}}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left[ \mu \left( \frac{\partial \bar{v}}{\partial x} + \frac{\partial \bar{u}}{\partial y} \right) \right] \\ & + \frac{\partial}{\partial z} \left[ \mu \left( \frac{\partial \bar{u}}{\partial z} + \frac{\partial \bar{w}}{\partial x} \right) \right] + \rho f_x + \left[ -\frac{\partial(\rho\bar{u}'^2)}{\partial x} - \frac{\partial(\rho\bar{u}'\bar{v}')}{\partial y} - \frac{\partial(\rho\bar{u}'\bar{w}')}{\partial z} \right] \end{aligned} \quad (2.51a)$$

แกน y

$$\begin{aligned} \frac{\partial(\rho\bar{v})}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho\bar{v}\bar{U}) = & -\frac{\partial p}{\partial y} + \frac{\partial}{\partial x} \left[ \mu \left( \frac{\partial \bar{v}}{\partial x} + \frac{\partial \bar{u}}{\partial y} \right) \right] + \frac{\partial}{\partial y} \left( \lambda \nabla \cdot \bar{U} + 2\mu \frac{\partial \bar{v}}{\partial y} \right) \\ & + \frac{\partial}{\partial z} \left[ \mu \left( \frac{\partial \bar{v}}{\partial z} + \frac{\partial \bar{w}}{\partial y} \right) \right] + \rho f_y + \left[ -\frac{\partial(\rho\bar{u}'\bar{v}')}{\partial x} - \frac{\partial(\rho\bar{v}'^2)}{\partial y} - \frac{\partial(\rho\bar{v}'\bar{w}')}{\partial z} \right] \end{aligned} \quad (2.51b)$$

แกน z

$$\begin{aligned} \frac{\partial(\rho\bar{w})}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho\bar{w}\bar{U}) = & -\frac{\partial p}{\partial z} + \frac{\partial}{\partial x} \left[ \mu \left( \frac{\partial \bar{w}}{\partial x} + \frac{\partial \bar{u}}{\partial z} \right) \right] + \frac{\partial}{\partial y} \left[ \mu \left( \frac{\partial \bar{v}}{\partial z} + \frac{\partial \bar{w}}{\partial y} \right) \right] \\ & + \frac{\partial}{\partial z} \left( \lambda \nabla \cdot \bar{U} + 2\mu \frac{\partial \bar{w}}{\partial z} \right) + \rho f_z + \left[ -\frac{\partial(\rho\bar{u}'\bar{w}')}{\partial x} - \frac{\partial(\rho\bar{v}'\bar{w}')}{\partial y} - \frac{\partial(\rho\bar{w}'^2)}{\partial z} \right] \end{aligned} \quad (2.51c)$$

เทอมที่เพิ่มขึ้นมาในสมการ (2.51a), (2.51b) และสมการ (2.51c) มีความสัมพันธ์กับความเร็วเนื่องจากการแกว่ง เพื่อความสะดวก จึงนิยามตัวแปรเหล่านี้ใหม่เป็น

$$\bar{\tau}_{xx}^{(t)} = -\rho\bar{u}'^2 \quad (2.52)$$

$$\bar{\tau}_{xy}^{(t)} = -\rho\bar{u}'\bar{v}' \quad \text{และอื่น ๆ} \quad (2.53)$$

ซึ่งเทอมเหล่านี้เป็นองค์ประกอบของ Turbulent momentum flux ( $\bar{\tau}^{(t)}$ ) ซึ่งก็คือ Reynolds stresses

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

เพื่อที่จะปรับสมการ (2.51a), (2.51b) และสมการ (2.51c) ให้อยู่ในรูปของโปรไฟล์ของความเร็วจึงได้เสนอตัวแปรขึ้นมาใหม่ดังนี้

$$\bar{\tau}_{xy}^{(t)} = \mu_t \frac{d\bar{u}}{dy} \quad (2.54)$$

โดย  $\mu_t$  คือ Turbulent viscosity coefficient และจาก

$$\mu_{eff} = \mu + \mu_t \quad (2.55)$$

โดย  $\mu_{eff}$  คือ Effective viscosity coefficient

โดยที่

$$\mu_t = \frac{\rho C_\mu k^2}{\varepsilon} \quad (2.56)$$

โดยที่ค่า Turbulent kinetic energy (k) และค่า Dissipation rate of turbulent kinetic energy ( $\varepsilon$ ) สามารถหาได้จากสมการ

$$\frac{\partial \rho k}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho k \bar{U}) = \nabla \cdot \left[ \left( \mu + \frac{\mu_t}{\sigma_k} \right) \text{grad } k \right] + G_k + G_b - \rho \varepsilon - Y_m + S_k \quad (2.57)$$

$$\frac{\partial \rho \varepsilon}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \varepsilon \bar{U}) = \nabla \cdot \left[ \left( \mu + \frac{\mu_t}{\sigma_\varepsilon} \right) \text{grad } \varepsilon \right] + C_{1\varepsilon} \frac{\varepsilon}{k} (G_k + C_{3\varepsilon} + G_b) - C_{2\varepsilon} \rho \frac{\varepsilon^2}{k} + S_\varepsilon \quad (2.58)$$

โดยที่ค่า  $C_\mu = 0.09$ ,  $\sigma_k = 1.00$ ,  $\sigma_\varepsilon = 1.30$ ,  $C_{1\varepsilon} = 1.44$ ,  $C_{2\varepsilon} = 1.92$

$G_k$  คือ ผลของ Turbulent kinetic energy เนื่องจาก Mean velocity gradient ซึ่งหาได้จากความสัณพันธ์

$$G_k = -\rho \bar{u}_i' u_j' \frac{\partial u_i}{\partial x_j} \quad (2.59)$$

$G_b$  คือ ผลของ Turbulent kinetic energy เนื่องจากแรงลอยตัว ซึ่งหาได้จากความสัณพันธ์

$$G_b = \beta g_i \frac{\partial \mu_t}{\partial Pr_i} \frac{\partial T}{\partial x_i} \quad (2.60)$$

โดย 
$$\beta = -\frac{1}{\rho} \left( \frac{\partial \rho}{\partial T} \right)_p \quad (2.61)$$

$\beta$  คือ ค่าคงที่ Thermal expansion

$$Pr = \frac{k}{\mu C_p} \quad (2.62)$$

$Y_m$  คือ ผลของ Compressibility on turbulence

$$Y_m = 2\rho\varepsilon M_t^2 \quad (2.63)$$

โดย  $M_t$  คือ Turbulent Mach number

$S_\varepsilon, S_k$  คือ ผลของ Source terms

$C_{3\varepsilon}$  คือ ค่าคงที่ซึ่งหาได้จากสมการ (2.64)

$$C_{3\varepsilon} = \tanh \left| \frac{v}{u} \right| \quad (2.64)$$

โดย  $v$  คือ องค์ประกอบของความเร็วของของไหลที่ไหลขนานกับ Gravitational vector  
 $u$  คือ องค์ประกอบของความเร็วของของไหลที่ไหลตั้งฉากกับ Gravitational vector

### 2.3 Renormalization group k-ε Model [3]

แบบจำลอง Renormalization group k-ε ถูกพัฒนามาจากสมการนาเวียร์-สโตกส์ (Navier-Stokes) โดยใช้เทคนิคทางคณิตศาสตร์ที่เรียกว่า Renormalization group ซึ่งทำให้สมการมีความแตกต่างจากแบบจำลอง Standard k-ε ซึ่งความแตกต่างที่เกิดขึ้นแสดงได้ดังนี้

- 1.) แบบจำลอง Renormalization group k-ε มีการเพิ่มเทอมในส่วนของสมการ Dissipation rate of turbulent kinetic energy ( $\varepsilon$ ) ซึ่งทำให้เกิดความแม่นยำสำหรับ Rapidly strained flow
- 2.) ผลของ swirl บนความปั่นป่วนได้ถูกรวมเข้าไปในแบบจำลอง Renormalization group k-ε เพื่อเพิ่มความแม่นยำของ Swirling flow
- 3.) แบบจำลอง Renormalization group k-ε กำหนดสมการสำหรับ Turbulent Prandtl number แต่ในขณะที่แบบจำลอง Standard k-ε กำหนดเป็นค่าคงที่
- 4.) แบบจำลอง Renormalization group k-ε ครอบคลุมตัวเลขเรย์โนลด์ต่ำๆ ได้

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
 ไม่ว่าจะกรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

สมการของแบบจำลอง Renormalization group k-ε สามารถเขียนได้ดังนี้

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho k) + \frac{\partial}{\partial x_i}(\rho k u_i) = \frac{\partial}{\partial x_i} \left( \alpha_k \mu_{eff} \frac{\partial k}{\partial x_i} \right) + G_k + G_B - \rho \varepsilon - Y_m + S_k \quad (2.65)$$

และ

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho \varepsilon) + \frac{\partial}{\partial x_i}(\rho \varepsilon u_i) = \frac{\partial}{\partial x_i} \left( \alpha_\varepsilon \mu_{eff} \frac{\partial \varepsilon}{\partial x_i} \right) + C_{1\varepsilon} \frac{\varepsilon}{k} (G_k + C_{3\varepsilon} G_B) - C_{2\varepsilon} \rho \frac{\varepsilon^2}{k} - R_\varepsilon + S_\varepsilon \quad (2.66)$$

โดยที่สามารถหาค่า  $\mu_{eff}$  ได้จาก

$$d \left( \frac{\rho^2 k}{\sqrt{\varepsilon \mu}} \right) = 1.72 \frac{\hat{v}}{\sqrt{\hat{v}^3 - 1 + C_v}} d\hat{v} \quad (2.67)$$

โดยที่

$$\hat{v} = \frac{\mu_{eff}}{\mu} \quad (2.68)$$

และ

$$C_v \approx 100 \quad (2.69)$$

โดยที่เมื่อตัวเลขเรย์โนลด์มีค่าสูงสามารถเขียนความสัมพันธ์ใหม่ได้เป็น

$$\mu_t = \rho C_\mu \frac{k^2}{\varepsilon} \quad (2.70)$$

โดยที่  $C_\mu = 0.0845$  ซึ่งใกล้เคียงกับค่า 0.09 ของแบบจำลอง Standard k-ε

$R_\varepsilon$  คือ ผลของ swirl ซึ่งหามาได้จากความสัมพันธ์

$$R_\varepsilon = \frac{C_\mu \rho \eta^3 (1 - \eta / \eta_0) \varepsilon^2}{1 + \beta \eta^3} \frac{1}{k} \quad (2.71)$$

โดยที่  $\eta \equiv Sk/\varepsilon$ ,  $\eta_0 = 4.38$ ,  $\beta = 0.012$  (จากการทดลอง)

โดย  $C_\mu = 0.0845$ ,  $\sigma_k = 0.7194$ ,  $\sigma_\varepsilon = 0.7194$ ,  $C_{1\varepsilon} = 1.42$ ,  $C_{2\varepsilon} = 1.68$ ,  $\eta_0 = 4.38$

## 2.4 การทำงานของโปรแกรมคำนวณพลศาสตร์ของไหล [4]

โปรแกรมคำนวณพลศาสตร์ของไหลเป็นเครื่องมือที่ถูกสร้างขึ้นด้วยลำดับขั้นตอนของการคำนวณเชิงตัวเลขที่สามารถแก้ปัญหาคาร์ไหลได้ ผู้ใช้ที่ไม่มีประสบการณ์นั้นสามารถเชื่อมโยงเครื่องมือนี้ด้วยโปรแกรมที่สร้างขึ้นเพื่อเชื่อมโยงปัญหาทางวิศวกรรมที่ศึกษาไปสู่ข้อมูลในรูปของพารามิเตอร์เพื่อป้อนเข้าสู่โปรแกรมหลัก และหลังจากได้ผลลัพธ์จากการคำนวณแล้ว จะมีโปรแกรมอีกส่วนหนึ่งที่แปลงข้อมูลไปเป็นรูปแบบที่สามารถเข้าใจได้ง่ายโดยผู้ใช้ เพราะฉะนั้นการคำนวณพลศาสตร์ของไหลทุกโปรแกรมจะประกอบด้วย 3 ส่วนหลักดังนี้ (I) Pre-processor (II) Solver (III) Post-processor ซึ่งพอจะสรุปหน้าที่ของแต่ละส่วนดังนี้

### 2.4.1 Pre-processor

Pre-processor ประกอบด้วยส่วนป้อนข้อมูลของปัญหาคาร์ไหลในลักษณะที่ง่ายต่อการใช้งาน และจะเปลี่ยนข้อมูลนี้ให้เป็นในรูปแบบที่เหมาะสมตามวิธีของโปรแกรมคำนวณที่เลือกใช้ ซึ่งผู้ใช้งานต้องทำในสิ่งต่างๆต่อไปนี้

- นิยามของรูปร่างขอบเขตที่สนใจซึ่งเป็นการแบ่งขอบเขตปัญหาที่ต้องการคำนวณ (Computational domain)
- การสร้างกริด (Grid or Mesh) คือ การแบ่งขอบเขตปัญหาเป็นส่วนเล็กๆ จำนวนมาก และไม่เกิดการซ้อนทับกันของส่วนเล็กๆ เหล่านี้ ได้แก่ กริดหรือร่างตาข่าย (Mesh) ของเซลล์ (Cell) หรือปริมาตรควบคุม (Control volume) หรือเอลิเมนต์ (Element)
- เลือกปรากฏการณ์ทางธรรมชาติทางฟิสิกส์และเคมีที่จำเป็นต่อการสร้างแบบจำลอง
- นิยามคุณสมบัติของของไหล
- กำหนดขอบเขตที่เหมาะสมที่เซลล์ซึ่งตรงกับหรือสัมผัสกับขอบเขตของปัญหา
- คำตอบของปัญหาคาร์ไหล (ความเร็ว ความดัน อุณหภูมิ) ถูกนิยามภายในแต่ละเซลล์

ความแม่นยำของคำตอบที่เกิดขึ้นจากวิธีการคำนวณพลศาสตร์ของไหลถูกควบคุมโดยจำนวนของเซลล์ โดยทั่วไปจำนวนเซลล์ยิ่งมากคำตอบยิ่งแม่นยำ ทั้งความแม่นยำของคำตอบ ต้นทุนของเครื่องคอมพิวเตอร์และเวลาการคำนวณขึ้นอยู่กับความละเอียดของกริดหรือตาข่าย โดยทั่วไปกริดหรือตาข่ายที่มีลักษณะที่ละเอียดจะมีการแบ่งที่สม่ำเสมอ มีความละเอียดในบริเวณที่เกิดการเปลี่ยนแปลงของคำตอบอย่างมาก และหยาบมากขึ้นในบริเวณที่มีการเปลี่ยนแปลงของผลเฉลยเพียงเล็กน้อยเพื่อความประหยัดทรัพยากรและเวลาในการคำนวณ โดยได้มีความพยายามสร้าง

โปรแกรมที่สามารถปรับขนาดของกริด ให้เหมาะสมตามความเปลี่ยนแปลงของผลเฉลยได้ด้วยตัวมันตัวเอง (หรือที่เรียกกันว่า Adaptive mesh) จนในที่สุดจึงมีโปรแกรมที่สามารถปรับขนาดของกริดให้ละเอียดได้อัตโนมัติในบริเวณที่มีการเปลี่ยนแปลงอย่างมากต่อผลเฉลยได้

เวลาที่ใช้ในโครงการที่เกี่ยวข้องกับงานด้านการคำนวณพลศาสตร์ของไหลส่วนใหญ่จะถูกใช้ไปกับการกำหนดขอบเขตของปัญหาที่ศึกษา การสร้างรูปร่างของปัญหาและการสร้างกริด ดังนั้นเพื่อที่จะให้สามารถใช้ทักษะของทรัพยากรบุคคลทางด้านการคำนวณพลศาสตร์ของไหลได้อย่างเต็มที่ จำเป็นต้องมีการเชื่อมต่อกันระหว่างงานทางด้าน CAD ที่สร้างขึ้นโดยโปรแกรมเชิงพาณิชย์ทั่วไปกับงานด้าน Pre-processor ซึ่งทำให้โปรแกรมส่วนใหญ่ต้องมี CAD interface ที่สามารถรับถ่ายข้อมูลจากโปรแกรมทาง CAD ได้อย่างดีจึงจะสามารถรองรับปัญหาที่ซับซ้อนได้ เพื่อให้การออกแบบ จำนวนกริดที่ใช้ การกำหนดกรอบของปัญหา ฯลฯ มีความเหมาะสม โดยมีความแม่นยำเพียงพอกับความต้องการภายใต้ต้นทุนที่ยอมรับได้ เป็นต้น

นอกจากนี้ Pre-processor ยังได้ให้ผู้ใช้สามารถเปิดข้อมูลเกี่ยวกับคุณสมบัติของวัสดุสำหรับของไหลรวมทั้งแบบจำลองของทางกายภาพแบบพิเศษต่างๆ และปฏิกิริยาทางเคมี (เช่นแบบจำลองความปั่นป่วนของการไหล การแผ่รังสีความร้อน แบบจำลองการเผาไหม้ เป็นต้น)

#### 2.4.2 Solver

เทคนิคการหาคำตอบเชิงตัวเลขอาจกล่าวได้ว่ามีอยู่ 4 แบบ ได้แก่ วิธีผลต่างสืบเนื่อง (Finite Difference Method) วิธีไฟไนต์เอลิเมนต์ (Finite Element Method) วิธีสเปกตรัล (Spectral Method) และวิธีปริมาตรสืบเนื่อง (Finite Volume Method) โดยขั้นตอนพื้นฐานของ โปรแกรมคำนวณเป็นตามขั้นตอน ดังนี้

- การประมาณตัวแปรการไหลที่ไม่รู้ค่าด้วยฟังก์ชันอย่างง่าย
- การแปลงรูปให้เป็นฟังก์ชันของโหนด (Discretisation) โดยการแทนค่าตัวแปรที่ประมาณไว้ในสมการควบคุมการไหลและในขั้นตอนต่อมาก็ทำการจัดรูปสมการคณิตศาสตร์
- การหาคำตอบของสมการพีชคณิต (Algebraic equations)

ความแตกต่างระหว่าง 4 วิธีดังกล่าวอยู่ที่วิธีการประมาณค่าตัวแปร และขั้นตอนการแปลงรูปให้เป็นฟังก์ชันของค่าตัวแปรที่โหนด (Discretisation: transformation into a function of node values)

### 2.4.2.1 วิธีผลต่างสี่เหลี่ยม

วิธีผลต่างสี่เหลี่ยมจะแปลงรูปสมการอนุพันธ์ของตัวแปรที่ไม่รู้ค่า ซึ่งในกรณีนี้นิยามให้เป็น  $\phi$  ของปัญหาการไหล โดยพิจารณาให้ตัวแปรอยู่ที่จุดตัดของแนวเส้นซึ่งเรียกว่า กริด (Grid) โดยทั่วไปอนุกรมกำลังแบบ Taylor ซึ่งตัดพจน์อันดับสูงออกไป จะถูกนำมาใช้เพื่อประมาณผลต่างสี่เหลี่ยมซึ่งทำให้ได้สมการพีชคณิต (Algebraic equations) ของตัวแปรไม่รู้ค่า  $\phi$  ของแต่ละกริดออกมา Smith (1985) ได้ให้รายละเอียดเพิ่มเติมของวิธีผลต่างสี่เหลี่ยมไว้อย่างครอบคลุมซึ่งสามารถหาอ่านเพิ่มเติมได้

### 2.4.2.2 วิธีไฟไนต์เอลิเมนต์

วิธีไฟไนต์เอลิเมนต์ได้สมมติฟังก์ชันอย่างง่ายขึ้นมาในแต่ละชิ้นส่วนย่อยๆ นั้น (เช่น ฟังก์ชันเชิงเส้น หรือฟังก์ชัน quadratic เป็นต้น) ซึ่งจะใช้อธิบายการเปลี่ยนแปลงของตัวแปรการไหลที่ไม่รู้ค่า นั้น (เช่น ค่า  $\phi$  เป็นต้น) โดยที่สมการควบคุม (Governing equation) จะถูกสร้างขึ้นเพื่อให้การหาคำตอบของ  $\phi$  เป็นที่น่าพอใจ ถ้าฟังก์ชันที่สมมติขึ้นเพื่อแทนค่าประมาณของ  $\phi$  ถูกแทนไปในสมการควบคุมซึ่งจะทำให้ไม่ได้คำตอบที่แท้จริง (Exact solution) ดังนั้นค่าเศษตกค้าง (Residual) จะถูกนิยามเพื่อวัดค่าผิดพลาด (Error) ที่เกิดขึ้น ค่าเศษตกค้างหรือค่าผิดพลาดจะถูกทำให้น้อยลง โดยคูณเข้ากับกลุ่มของฟังก์ชันถ่วงน้ำหนัก (Weighting functions) ผลลัพธ์จากการอินทิเกรตจะทำให้ได้กลุ่มของสมการพีชคณิต ซึ่งประกอบไปด้วยสัมประสิทธิ์ที่ไม่รู้ค่าของฟังก์ชันการประมาณที่กำหนดขึ้น

อย่างไรก็ดีทฤษฎีของไฟไนต์เอลิเมนต์ถูกพัฒนาขึ้นมาในตอนแรกเริ่ม เพื่อวิเคราะห์โครงสร้างซึ่งเป็นปัญหาเกี่ยวกับความเค้นและการเสียรูปร่างของของแข็ง ภายหลังได้มีการประยุกต์ใช้กับปัญหาของไหล เช่น Zienkiewicz และ Taylor (1991) เป็นต้น

### 2.4.2.3 วิธีสเปกตรัล

วิธีสเปกตรัลทำการประมาณการตัวไม่รู้ค่าโดยวิธีกำหนดผลเฉลยในรูปแบบของอนุกรมฟูเรียร์ (Fourier) หรือ อนุกรมยกกำลังโพลีโนเมียลของ Chebychev วิธีการนี้ไม่เหมือนกับวิธีผลต่างสี่เหลี่ยมหรือวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์ กล่าวคือฟังก์ชันการประมาณค่าจะถูกใช้กับทั้งโดเมนภายในขอบเขตของปัญหา ไม่ใช่เพียงตำแหน่งใดตำแหน่งหนึ่งของโดเมนเท่านั้น จากนั้นแทนฟังก์ชันการประมาณค่าที่ตัดพจน์อันดับสูงแล้วนั้นลงในสมการควบคุม ทำการกำหนด Constraint

เพื่อสร้างสมการพีชคณิตของสัมประสิทธิ์ของอนุกรม Fourier หรืออนุกรมยกกำลังโพลีโนเมียลของ Chebychev ดังกล่าว โดยร่วมกับวิธีถ่วงน้ำหนักเศษตกค้าง คล้ายๆกับเทคนิคของไฟไนต์เอลิเมนต์ หรืออาจทำการกำหนด Constraint โดยสร้างฟังก์ชันการประมาณค่าที่เมื่อแทนค่าพิกัดของโหนดแล้ว จะได้ค่าในลักษณะที่สอดคล้องกับผลเฉลยแบบแม่นยำ รายละเอียดข้อมูลของวิธีการนี้สามารถพบได้ใน Fottligb และ Orszag (1997)

#### 2.4.2.4 วิธีปริมาตรสับเนื่อง (Finite Volume Method)

วิธีปริมาตรสับเนื่องถูกพัฒนาแรกเริ่มจากวิธีของผลต่างสับเนื่องแบบสเปกตรัล กล่าวคือมีการตัดพจน์อันดับสูงออก ในที่นี้จะสนใจเพียงสูตรและเทคนิควิธีที่ถูกสร้างขึ้นจนเป็นที่ยอมรับโดยทั่วไป ซึ่งเป็นวิธีการที่ใช้ในโปรแกรมเชิงพาณิชย์หลายตัว เช่น PHOENICS FLUENT FLOW 3D และ STAR-CD เป็นต้น ลำดับขั้นตอนการคำนวณเชิงตัวเลขของวิธีการนี้ประกอบด้วยขั้นตอนดังต่อไปนี้

- การอินทิเกรตสมการควบคุมของของไหลทั้งปริมาตรควบคุมเล็กๆ ทุกปริมาตรภายใต้ขอบเขตของปัญหา
- การแปลงรูปสมการ ซึ่งประกอบด้วย การแทนค่าเทอมต่างๆ (การพา การแพร่ การก่อตัวหรือ การสูญสลาย) ของสมการควบคุมที่อินทิเกรตแล้วนั้น ด้วยการประมาณค่าที่อยู่ในรูปแบบที่เหมือนกับผลต่างสับเนื่อง คือ เทอมที่อยู่ในรูปแบบของค่าผลเฉลยที่โหนด การประมาณค่าดังกล่าวมีอยู่หลายวิธีด้วยกัน ทั้งนี้การแปลงรูปสมการนี้ทำให้เกิดระบบสมการพีชคณิตขึ้น
- การหาคำตอบของสมการพีชคณิตโดยวิธีการกระทำซ้ำ (Iterative processes)

ขั้นตอนแรก คือ การอินทิเกรตปริมาตรการควบคุม ซึ่งเป็นการทำให้วิธีปริมาตรสับเนื่องแตกต่างจากเทคนิคการคำนวณผลศาสตร์ของไหลอื่นๆ ทั้งหมด โดยขั้นตอนในการแก้ปัญหาเชิงตัวเลขนี้ยังคงสะท้อนให้เห็นหรืออีกนัยหนึ่งกล่าวคือ ยังอยู่บนพื้นฐานของกฎการอนุรักษ์สสารและพลังงานตามหลักทางฟิสิกส์ไว้ในแต่ละเซลล์เล็กๆ ที่มีขนาดแน่นอนเหล่านั้น สิ่งนี้เองที่ทำให้เกิดความชัดเจนในความสัมพันธ์ระหว่างลำดับขั้นตอนการคำนวณเชิงตัวเลข (Algorithm) กับกฎการอนุรักษ์ปริมาณทางฟิสิกส์พื้นฐาน จึงทำให้ง่ายต่อการทำความเข้าใจแนวคิดของวิธีปริมาตรสับเนื่องมากกว่าวิธีผลต่างสับเนื่อง วิธีไฟไนต์เอลิเมนต์ และวิธีสเปกตรัล

การอนุรักษ์ตัวแปรการไหลในกรณีทั่วไป เช่น ค่า  $\phi$  (เช่น ความเร็วในแนวแกนหรือเอนทาลปีภายในปริมาตรควบคุม) สามารถอธิบายเป็นสมการระหว่างกระบวนการต่างๆ สามารถเขียนได้ดังนี้

อัตราการเพิ่มขึ้น ของ $\phi$ ภายใน ปริมาตรควบคุม เทียบกับเวลา	=	ฟลักซ์สุทธิของ $\phi$ เนื่องจากการพาใน ปริมาตรควบคุม	+	ฟลักซ์สุทธิของ $\phi$ เนื่องจากการแพร่ ในปริมาตรควบคุม	+	อัตราการเพิ่ม $\phi$ สุทธิใน ปริมาตรควบคุม
--	---	--	---	--	---	--

โปรแกรมคำนวณพลศาสตร์ของไหลประกอบด้วยเทคนิคการแปลงรูปที่เหมาะสม สำหรับการศึกษารากฐานการเคลื่อนย้ายที่ประกอบไปด้วย เทอมของการพา (เนื่องจากการไหลของของไหล) และเทอมของการแพร่ (เนื่องจากความไม่เท่ากันของค่า  $\phi$  ระหว่างจุดหนึ่งกับอีกจุดหนึ่ง) รวมทั้งเทอมของแหล่งกำเนิดหรือทำลาย (เทียบกับการสร้างและการทำลายของ  $\phi$ ) และเทอมของการเปลี่ยนแปลงเทียบกับเวลา ปรากฏการณ์ทางฟิสิกส์ขั้นพื้นฐานมีความซับซ้อนและไม่เป็นเชิงเส้น ดังนั้นการหาคำตอบแบบกระทำซ้ำจึงจำเป็นต้องนำมาใช้ วิธีการหาคำตอบที่นิยมใช้มากที่สุด คือ TDMA แบบ Line by line ส่วนลำดับขั้นของการหาคำตอบคือ แบบ SIMPLE ให้แน่ใจว่าการเชื่อมโยงระหว่างความดันและความเร็วถูกต้อง โปรแกรมเชิงพาณิชย์บางตัวอาจจะให้ผู้ใช้เลือกเทคนิคที่ทันสมัยกว่า เช่น Stone's Algorithm และวิธี Conjugate gradient เป็นต้น

#### 2.4.3 Post-processor

Post-processor เป็นส่วนที่ใช้แสดงผลลัพธ์ที่เกิดขึ้น ปัจจุบันโปรแกรมเชิงพาณิชย์การคำนวณพลศาสตร์ของไหลได้รับความนิยมมากขึ้นเนื่องจากความสามารถในการทำกราฟฟิคที่ดีรวมทั้งสะดวกต่อการใช้งาน นอกจากนี้โปรแกรมยังสามารถแสดงผลจากการคำนวณในรูปแบบต่างๆ เช่น

- รูปร่างของขอบเขตของปัญหาและแสดงกริด
- เวกเตอร์
- คอนทัวร์และเส้น
- พล็อตพื้นผิวแบบ 2D และ 3D

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

- เส้นการวิ่งของอนุภาค (Particle Tracking)
- จัดภาพการมองเห็นให้เหมาะสม (ในการหมุน การเคลื่อนที่ การย่อ-การขยาย เป็นต้น)
- การสร้างไฟล์ Postscript เป็นสี

ในปัจจุบันได้มีการทำภาพเคลื่อนไหวเหมือนจริง (Animation) สำหรับการแสดงผลเชิงพลศาสตร์ และนอกจากนี้ยังแสดงผลลัพธ์ที่แสดงอักษร รวมทั้งการทำข้อมูลส่งออก (Export) ไปยังโปรแกรมอื่น ๆ

## 2.5 ปัญหาที่เกิดจากการแก้คำตอบด้วยการคำนวณพลศาสตร์ของไหล[4]

ในปัญหาการไหลนั้นเป็นที่ตระหนักดีว่ากายภาพพื้นฐานที่เกี่ยวข้องนั้นเป็นสิ่งที่ซับซ้อน ดังนั้นผลที่เกิดจากโปรแกรมคำนวณพลศาสตร์ของไหลที่มีการกำหนดขอบเขตการศึกษาภายใต้สมมติฐานที่เหมาะสมกับปัญหา และมีการป้อนข้อมูลเพื่อการคำนวณได้ถูกต้อง จะให้ผลเฉลยออกมาดีเทียบเคียงได้กับผลจากการสังเกตจากปรากฏการณ์ทางฟิสิกส์จริง แต่หากผู้ใช้ไม่สามารถกำหนดเงื่อนไขหรือข้อมูลดังกล่าวมาแล้วนั้น ได้อย่างเหมาะสม หรือด้วยปรากฏการณ์ทางฟิสิกส์หรือทางเคมีที่กำลังศึกษาอยู่นั้นมีความซับซ้อนเกินกว่าแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ที่มีอยู่ผลการคำนวณก็จะไม่มีทางที่สะท้อนปรากฏการณ์ที่แท้จริงได้

นอกจากที่กล่าวมาข้างต้นแล้ว ผู้ใช้ยังต้องมีความเข้าใจข้อจำกัดต่างๆ ของกระบวนการในการหาคำตอบ เช่น ระเบียบวิธีเชิงตัวเลขที่ใช้ ผลของการปรับค่าพารามิเตอร์ต่างๆ ต่อสมรรถนะในการลู่เข้าหาคำตอบ เงื่อนไขที่เป็นจุดอ่อน เป็นต้น สามารถสรุปได้ว่า หลักที่สำคัญในการประเมินสมรรถนะของกระบวนการวิธีเชิงตัวเลข คือ

1. การลู่เข้าหาคำตอบ (Convergence) เป็นลักษณะที่บ่งชี้ ถึงการที่ผลเฉลยของวิธีการเชิงตัวเลขนั้นๆ จะมีค่าใกล้เคียงกับคำตอบแม่นยำมากขึ้น เมื่อจำนวนครั้งของการทำซ้ำ (Iteration) มากขึ้น หรือสามารถกล่าวได้อีกนัยหนึ่งว่า เป็นการที่กระบวนการวิธีเชิงตัวเลขนั้นให้ผลเฉลยใกล้เคียงกับผลเฉลยแบบแม่นยำ เมื่อขนาดของปริมาตรเล็กๆที่ใช้ในการสร้างสมการแปลงรูปนั้น มีขนาดเล็กเข้าใกล้ศูนย์
2. ความคงเส้นคงวา (Consistency) เป็นลักษณะที่บ่งชี้ว่าผลเฉลยของวิธีการเชิงตัวเลขนั้นๆ จะลู่เข้าหาคำตอบที่เป็นคำตอบแม่นยำ ไม่ลู่เข้าหาคำอื่นหรืออีกนัยหนึ่งก็คือ สมการพีชคณิตที่ถูก

สร้างขึ้นจากสมการแปลงรูปนั้นจะต้องมีโครงสร้าง และสัดส่วนเหมือนกับสมการอนุพันธ์ที่ควบคุมปรากฏการณ์ทางกายภาพ หรือปฏิกิริยาเคมีที่กำลังสนใจอยู่นั้นเอง

3. ความเสถียร (Stability) หมายถึง การรองรับความผิดพลาดของค่าที่เกิดจากกระบวนการทำซ้ำของตัวแปรอื่น เนื่องจากโดยทั่วไปจะเกิดกระบวนการทำซ้ำของผลเฉลยหลายตัวที่ส่งผลกระทบซึ่งกันและกัน หากเทคนิคนั้นไม่มีความเสถียรจะเกิดปรากฏการณ์การกระจายออกของผลเฉลย (diverge)

4. ทักษะในการสร้างกริดที่มีขนาดและรูปร่างที่เหมาะสมตามลักษณะของปัญหาที่ศึกษาเป็นปัจจัยหนึ่งที่ทำให้การคำนวณประสบผลสำเร็จ เนื่องจากเซลล์ในบริเวณที่มีการเปลี่ยนแปลงสูงนั้นจำเป็นต้องให้มีความละเอียดสูง เพื่อให้ความผิดพลาดจากการคำนวณลดลง สิ่งเหล่านี้ขึ้นกับประสบการณ์ของผู้ใช้และความเข้าใจทางกลศาสตร์ จึงไม่แปลกที่จะต้องมีการตรวจสอบผลการคำนวณกับการทดลองอยู่เสมอ อาจกล่าวได้ว่าการจำลองเชิงคณิตศาสตร์นั้นเป็นเครื่องมือที่ช่วยให้พิสูจน์สิ่งที่ตั้งสมมติฐานเกี่ยวกับการไหล ทำให้มีความเข้าใจปรากฏการณ์ได้มากกว่าการเก็บผลเพียงเล็กน้อย และต้องคาดเดาในสิ่งที่ไม่สามารถวัดได้ แต่แบบจำลองทางคณิตศาสตร์ก็ไม่ใช่สูตรสำเร็จที่จะหาคำตอบแทนได้ทั้งหมด เพราะเนื่องจากผู้สร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์คือมนุษย์ผู้ซึ่งต้องเรียนรู้และต้องทำความเข้าใจธรรมชาติอันซับซ้อนของการไหล และยังไม่ถูกค้นพบหรืออธิบายได้อย่างครอบคลุมทั้งหมดนั่นเอง

## 2.6 ลำดับขั้นตอนการคำนวณสำหรับความดันและความเร็วในการไหลคงตัว [4]

การพาของปริมาณสเกลาร์  $\phi$  ขึ้นอยู่กับขนาดและทิศทางของความเร็วในตำแหน่งใดๆ สมมติว่ารู้ค่าความเร็วในทุกๆ จุด อย่างไรก็ตามในความเป็นจริงแล้วไม่รู้ค่าความเร็วและความเร็วยังสัมพันธ์กับตัวแปรการไหลตัวอื่น ในหัวข้อนี้จะกล่าวถึงวิธีที่คณะผู้ดำเนินงานเลือกใช้สำหรับการคำนวณสมการการไหล

สมการการเคลื่อนย้าย  $\frac{\partial(\rho\phi)}{\partial t} + \text{div}(\rho\phi\mathbf{u}) = \text{div}(\Gamma \text{grad } \phi) + S_\phi$  สามารถแทนค่า  $\phi$  ด้วย

$u, v$  และ  $w$  เพื่อให้ได้สมการโมเมนตัมโดยสนามการไหลนี้ต้องเป็นไปตามกฎการอนุรักษ์มวล กล่าวคือ เป็นไปตามสมการความต่อเนื่อง แต่ในที่นี้จะพิจารณาใน 2 มิติเพื่อความง่ายในการทำ ความเข้าใจ

สมการโมเมนตัมในทิศ x

$$\frac{\partial}{\partial x}(\rho uu) + \frac{\partial}{\partial y}(\rho vu) = \frac{\partial}{\partial x}\left(\mu \frac{\partial u}{\partial x}\right) + \frac{\partial}{\partial y}\left(\mu \frac{\partial u}{\partial y}\right) - \frac{\partial p}{\partial x} + S_u \quad (2.72a)$$

สมการโมเมนตัมในทิศ y

$$\frac{\partial}{\partial x}(\rho uv) + \frac{\partial}{\partial y}(\rho vv) = \frac{\partial}{\partial x}\left(\mu \frac{\partial v}{\partial x}\right) + \frac{\partial}{\partial y}\left(\mu \frac{\partial v}{\partial y}\right) - \frac{\partial p}{\partial y} + S_v \quad (2.72b)$$

สมการความต่อเนื่อง

$$\frac{\partial}{\partial x}(\rho u) + \frac{\partial}{\partial y}(\rho v) = 0 \quad (2.73)$$

เกรเดียนของความดันซึ่งเป็นเทอมที่สำคัญในสมการโมเมนตัม จะถูกเขียนแยกออก เพื่อที่จะนำมาพิจารณาเป็นการเฉพาะ เริ่มจากวิธีการหาคำตอบสมการ (2.72a) ถึงสมการ (2.73) จะพบว่ามีปัญหา 2 ประเด็นดังนี้

- เทอมการพาของสมการโมเมนตัมไม่เป็นเชิงเส้น เช่น เทอมแรกของสมการ (2.72a) เป็นอนุพันธ์ของ  $\rho u'$  ในทิศทาง x เป็นต้น
- ทั้งสามสมการมีความเกี่ยวพันกันเพราะความเร็วในแต่ละทิศทางนั้น ปรากฏในทุกสมการ นอกจากนี้สิ่งที่ยุ่งยากสุด คือ พจน์ของความดัน ซึ่งปรากฏในสมการโมเมนตัมทั้งสอง แต่ไม่มีสมการที่เกี่ยวข้องกับความดันเลย

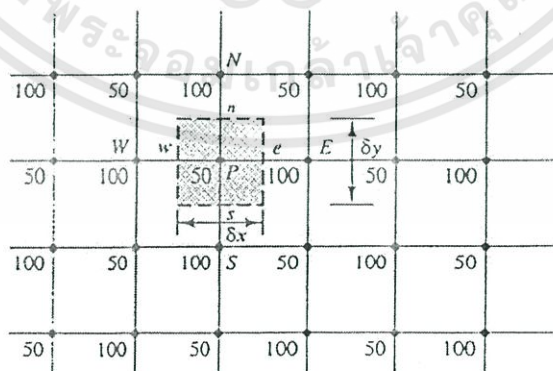
ถ้าหากทราบค่าเกรเดียนของความดัน การคำนวณหาความเร็วจากสมการโมเมนตัมก็จะไม่เป็นปัญหา โดยทั่วไปการคำนวณการไหลจะคำนวณสนามความดันในโดเมนการไหลไปพร้อมกับสนามความเร็ว เพราะฉะนั้นจะไม่มีทางที่จะทราบสนามความดันก่อน ถ้าการไหลเป็นแบบอัดตัวได้ อาจใช้สมการความต่อเนื่องในการหาสนามของความหนาแน่นได้ และถ้ามีเรื่องของพลังงานก็สามารถใช้สมการการเคลื่อนย้ายเอนทาลปี เพื่อหาค่าอุณหภูมิ จากนั้นจึงสามารถใช้สมการสถานะ  $p = p(\rho, T)$  หาค่าความดันได้ แต่ถ้าการไหลเป็นแบบอัดตัวไม่ได้ นั่นคือ ความหนาแน่นคงที่ ดังนั้นจะไม่มี การเชื่อมโยงความดันกับคุณสมบัติใดที่ทำได้ในสมการเคลื่อนย้ายข้างต้น ในกรณีเช่นนี้ ความสัมพันธ์ของความดันและความเร็วจะบังคับคำตอบของการไหล กล่าวคือ ถ้าสนามความดันมีความถูกต้องและค่าของเกรเดียนถูกแทนลงไป ในสมการโมเมนตัมแล้ว สนามความเร็วที่ได้จากคำตอบของสมการโมเมนตัมก็จะเป็นไปตามกฎของความต่อเนื่อง

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ประเด็นปัญหาทั้งสองข้อข้างต้น ทั้งที่เกี่ยวข้องกับสมการไม่เป็นเชิงเส้นและการเชื่อมโยงระหว่างความดัน - ความเร็ว สามารถนำวิธีการทำซ้ำ เช่น SIMPLE algorithm ของ Patankar [5] และ Spalding (1972) มาใช้เพื่อหาคำตอบได้ ในกระบวนการวิธีนี้จะเริ่มจากการเดาค่าสนามความเร็วและคำนวณฟลักซ์การพา จากนั้นเดาค่าสนามความดัน หาคำตอบของสมการโมเมนตัมและสมการค่าแก้ของสนามความดันที่แปลงมาจากสมการความต่อเนื่องของมวล เมื่อได้ค่าแก้ดังกล่าวแล้วนำมาปรับปรุงค่าของสนามความดันและสนามความเร็วได้ นำสนามความเร็วและสนามความดันที่ได้ใหม่นั้นไปใช้ในการป้อนเข้าในสมการ โมเมนตัมและสมการค่าแก้ของความดันอีก และเมื่อทำซ้ำมาครั้งเข้า จนกระทั่งคำตอบทั้งหมดลู่เข้า จะได้สนามความเร็วและสนามความดันที่เป็นไปตามกฎการเคลื่อนย้ายโมเมนตัม และกฎการอนุรักษ์มวล รายละเอียดของวิธี SIMPLE จะได้อธิบายในหัวข้อ 2.9

## 2.7 ระบบกริดที่เหลื่อมกัน The Staggered grid [4]

ในวิธีปริมาตรสี่เหลี่ยมนี้จะเริ่มจากการแปลงรูปของสมการการเคลื่อนย้าย (2.72a – 2.73) เริ่มแรกจำเป็นต้องพิจารณาค่าแห่งที่เก็บค่าความเร็วก่อน จากนั้นจึงพิจารณาถึงตำแหน่งในการเก็บค่าปริมาตรเซลล์อื่นๆ ที่เกี่ยวข้อง เช่น ความดัน อุณหภูมิ เป็นต้น อย่างไรก็ตามถ้าเก็บค่าความดันและความเร็วที่โหนดของปริมาตรควบคุมตำแหน่งเดียวกัน จะเกิดเงื่อนไขของสนามความดันบางกรณีที่ตั้งแม้จะมีความแตกต่างของความดันเกิดขึ้นแต่จะไม่มีผลของความแตกต่างให้เห็นเมื่อนำไปใช้ในสมการ โมเมนตัม ซึ่งจะทำให้การแก้ปัญหาไม่เสถียรได้



รูปที่ 2.4 สนามความดันแบบ Checker-Board

พิจารณารูปที่ 2.4 ซึ่งมีการแบ่งกริดแบบสม่ำเสมอ สมมติว่าหาสนามความดันมีค่าสูงๆ ต่ำๆ สลับกันคล้ายสี่ของตราหมากรุก (Checker board) ดังแสดงในรูป ความดันที่  $e$  และ  $w$  หากจากการประมาณค่าเป็นแบบเชิงเส้น เทอมเกรเดียนของความดันในสมการโมเมนตัม จะเป็นไปตามสมการ (2.74)

$$\begin{aligned}\frac{\partial p}{\partial x} &= \frac{p_e - p_w}{\delta x} = \frac{\left(\frac{p_E + p_P}{2}\right) - \left(\frac{p_P + p_W}{2}\right)}{\delta x} \\ &= \frac{p_E - p_W}{2\delta x}\end{aligned}\quad (2.74)$$

ในทำนองเดียวกัน เกรเดียนของความดัน  $\frac{\partial p}{\partial y}$  สำหรับสมการโมเมนตัม ตามแนวแกน  $y$  (v-momentum) จะเป็น

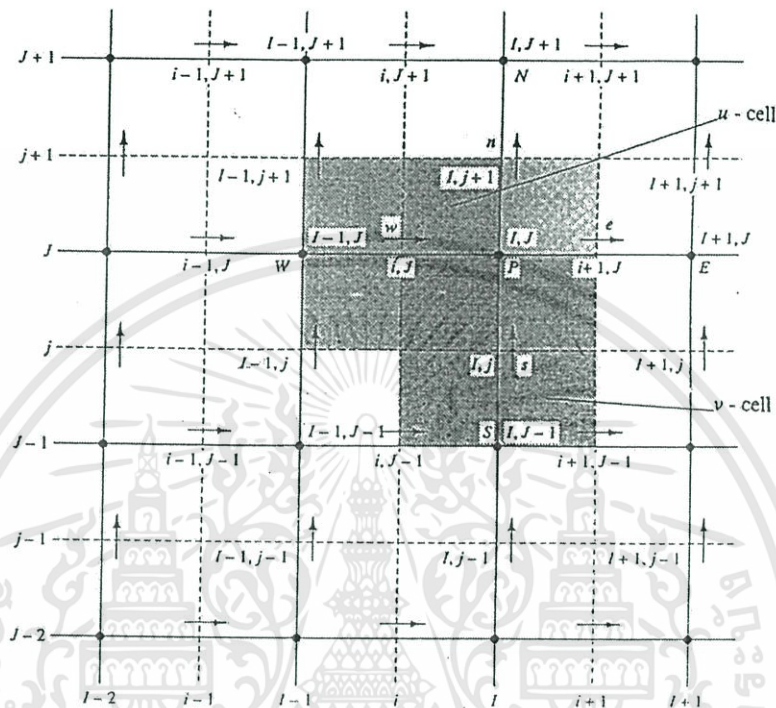
$$\frac{\partial p}{\partial y} = \frac{p_N - p_S}{2\delta y}\quad (2.75)$$

จากสมการ (2.74) และสมการ (2.75) นั้นไม่ปรากฏค่าความดันที่โหนดศูนย์กลางของปริมาตรควบคุม ( $P$ ) เมื่อแทนค่าสนามความดันในสมการข้างต้น ก็จะได้ว่าเกรเดียนของความดันที่จะนำไปใช้ในสมการโมเมนตัมนั้นมีค่าเป็นศูนย์ ทั้งๆ ที่ในความเป็นจริงแล้วไม่เป็นเช่นนั้น

จะเห็นได้ว่าหากวางตำแหน่งของปริมาตรควบคุมที่ใช้คำนวณการเคลื่อนย้ายของโมเมนตัมที่ตำแหน่งเดียวกับตำแหน่งที่เก็บค่าของความดัน ระเบียบวิธีข้างต้นจะไม่สามารถแสดงอิทธิพลของความดันต่อสนามการไหลได้ถูกต้องนัก ทางแก้ก็คือการวางตำแหน่งของกริดสำหรับคำนวณความเร็วและความดันให้เหลื่อมกัน (Staggered grid, Harlow และ Welch, 1965) แนวคิดของวิธีนี้คือ วางตำแหน่งความดันและปริมาณสเกลาร์อื่นๆ บนจุดตัดของเส้นกริดปกติ ซึ่งเป็นจุดกึ่งกลางของปริมาตรควบคุม และวางตำแหน่งของความเร็วไว้ที่ผิวหน้าของปริมาตรควบคุมนั้น ลักษณะเช่นนี้จะได้ปริมาตรควบคุมสำหรับการคำนวณสมการเคลื่อนย้ายโมเมนตัมในลักษณะที่เหลื่อมกับปริมาตรควบคุมที่ใช้ในการคำนวณปริมาณสเกลาร์อื่น ซึ่งรวมทั้งค่าของความดันด้วย ดังแสดงในรูปที่ 2.5

จากรูปปริมาณสเกลาร์จะถูกเก็บไว้ที่ตำแหน่งที่ให้ไว้ด้วยสัญลักษณ์ • ค่าความเร็วในแต่ละทิศทางถูกแสดงไว้ด้วยลูกศร โดยที่ลูกศรในทิศแนวนอน คือ ความเร็ว  $u$  และในแนวตั้ง คือ ความเร็ว  $v$  มีการกำหนดตัวบ่งชี้พิกัดขึ้น โดย  $I$  คือ ตัวบ่งชี้พิกัดของปริมาณสเกลาร์ที่เรียงตัวอยู่ตาม

แนวแกน  $x$  ขณะที่  $J$  คือ ตัวบ่งชี้พิกัดของปริมาณสเกลาร์ที่เรียงตัวอยู่ตามแนวแกน  $y$  และมี  $i$  บ่งชี้พิกัดของปริมาณเวกเตอร์ที่เรียงตัวอยู่ตามแนวแกน  $x$  ขณะที่  $j$  คือ ตัวบ่งชี้พิกัดของปริมาณเวกเตอร์ที่เรียงตัวอยู่ตามแนวแกน  $y$



รูปที่ 2.5 ปริมาตรควบคุมสำหรับการคำนวณสมการเคลื่อนย้ายโมเมนตัม

สัญลักษณ์ P, W, E, N, S ยังคงนำมาใช้เพื่อบอกถึงตำแหน่งโหนดกึ่งกลางและโหนดข้างเคียง ของค่าสเกลาร์ นอกจากนี้ยังมี n, e, w, s ซึ่งบอกตำแหน่งของผิวหน้าของเซลล์สเกลาร์ ซึ่งผิวหน้า ด้าน n และ s บอกถึงตำแหน่งของเซลล์ความเร็ว v ขณะที่ผิว e และ w บอกถึงตำแหน่งของเซลล์ความเร็ว u (ในพิกัดสามมิติ จะมี ตำแหน่ง t และ b อยู่ที่ผิวด้านหน้าและด้านหลังของเซลล์สเกลาร์ด้วย ซึ่งบอกถึงตำแหน่งของเซลล์ความเร็ว w)

ปริมาตรควบคุมหรือเซลล์ของปริมาณสเกลาร์นั้น บางครั้งก็มีการเรียกว่าปริมาตรควบคุมของความดัน ทั้งนี้เนื่องจากสมการแปลงรูปของสมการความต่อเนื่องหรือการอนุรักษ์มวลที่คำนวณจากปริมาตรควบคุมของปริมาณสเกลาร์จะกลายเป็นสมการควบคุมของค่าแก้ของความดันนั่นเอง

ในระบบพิกัดแบบกริดที่เหลื่อมกัน ตำแหน่งโหนดของความดันจะอยู่บนผิวหน้าของเซลล์ของ u-momentum ดังนั้นเกรเดียนของความดัน  $\frac{\partial p}{\partial x}$  ของปริมาตรควบคุม จะได้ว่า

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$\frac{\partial p}{\partial x} = \frac{p_P - p_W}{\Delta x_u} \quad (2.76)$$

เมื่อ  $\Delta x_u$  คือ ความกว้างของปริมาตรควบคุมของ u-momentum ในทำนองเดียวกัน  $\frac{\partial p}{\partial y}$  สำหรับ ปริมาตรควบคุม ของ v-momentum ให้ได้โดย

$$\frac{\partial p}{\partial y} = \frac{p_P - p_S}{\Delta y_v} \quad (2.77)$$

ถ้าพิจารณาสนามความดัน Checker-board อีกครั้ง แทนค่าลงไปก็จะพบว่าเกรเดียนของความดันไม่เป็นศูนย์เหมือนในครั้งแรก ดังนั้นกริดที่เหลื่อมกันของความเร็วจะหลีกเลี่ยงพฤติกรรมที่ไม่เป็นจริงของการไหลได้นั่นเอง ประโยชน์อีกมุมหนึ่งของกริดที่เหลื่อมกัน คือ การสร้างความเร็วที่แท้จริงที่ตำแหน่งที่ต้องใช้ในการเคลื่อนย้ายสเกลาร์ (การพา) ซึ่งทำให้ไม่จำเป็นต้องประมาณค่าความเร็วที่ผิวหน้าของเซลล์สเกลาร์

## 2.8 สมการโมเมนตัม [4]

ตามที่กล่าวไว้ก่อนหน้านี้ ถ้าทราบสนามความดัน การแปลงค่าสมการความเร็วและการหาคำตอบก็จะเหมือนกับสมการสเกลาร์อื่นๆ และเนื่องจากแนวเส้นกริดของความเร็วถูกสร้างขึ้นมาระหว่างแนวเส้นสเกลาร์ ดังนั้นจึงมีการกำหนดสัญลักษณ์ขึ้นใหม่ เส้นที่บคือเส้นของตัวแปรสเกลาร์ซึ่งจะมีการจัดเรียงในแนวแกน x เป็น ..., I-1, I, I + 1,... และในแนวแกน y, ..., J-1, J, J+1,... เป็นต้น เส้นประคือแนวเส้นกริดของโหนดความเร็วเรียงตัวในแนวแกน x และ y แทนโดย ..., i-1, i, i+1,... และ ..., j-1, j, j + 1,... ตามลำดับ

สามารถกำหนดตำแหน่งของตัวแปรใดๆ ได้อย่างแม่นยำ ตามพิกัดที่อ้างอิงตามตัวชี้พิกัดที่กำหนดขึ้นในระบบสองมิติมีตัวชี้พิกัด 2 ค่าในการกำหนดตำแหน่ง เช่น

- จุด P ในรูป 2.5 กำหนดโดย พิกัด (I,J)
- ตำแหน่งความเร็ว u ที่จุดผิวหน้า w ของปริมาตรควบคุมของปริมาณสเกลาร์จะถูกกำหนดเป็นพิกัด (i, J)
- ตำแหน่งความเร็ว v ที่จุดผิวหน้า s ของปริมาตรควบคุมของปริมาณสเกลาร์จะถูกกำหนดเป็นพิกัด (I, j)

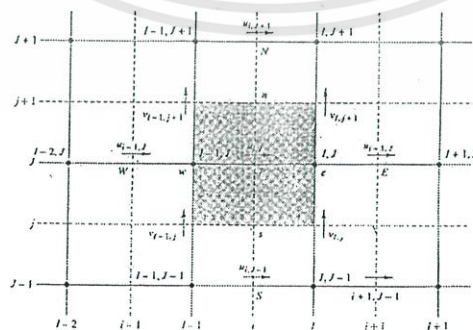
อาจใช้กริดที่เหลื่อมกันกับเซลล์ความเร็วแบบเดินหน้าหรือย้อนหลังก็ได้ ในรูปที่ 2.5 คือ การกำหนดเซลล์ความเร็วแบบแบบย้อนหลัง โดยที่ความเร็ว  $u_{i,j}$  จะเป็นความเร็วที่ตำแหน่ง  $-1/2\Delta x_u$  จากตำแหน่ง (I, J) ซึ่งเป็นพิกัดกำหนดตำแหน่งของปริมาณสเกลาร์ และความเร็ว  $v_{i,j}$  จะเป็นความเร็วที่ตำแหน่ง  $-1/2\Delta y_v$  จากตำแหน่ง (I, J) เช่นกัน

$$a_{i,j}u_{i,j} = \sum a_{nb}u_{nb} - \frac{p_{I,J} - p_{I-1,J}}{\Delta x_u} \Delta V_u + \bar{S} \Delta V_u \quad (2.78)$$

หรือ 
$$a_{i,j}u_{i,j} = \sum a_{nb}u_{nb} + (p_{I-1,J} - p_{I,J})A_{i,j} + b_{i,j} \quad (2.79)$$

ที่ซึ่ง  $\Delta V_u$  คือ ปริมาตรของเซลล์ที่ใช้หาความเร็ว  $u$  ขณะที่  $b_{i,j}$  คือ เทอมการสร้างโมเมนต์  $A_{i,j}$  คือ พื้นที่ผิวเซลล์ (ด้านตะวันออกหรือตะวันตก) ของปริมาตรควบคุม เทอมการสร้างโมเมนต์ เนื่องจากเกรเดียนของความดันในสมการ (2.79) ถูกแปลงรูปโดยการประมาณค่าแบบเชิงเส้น ระหว่างในความดันที่ขอบเขตของปริมาตรควบคุม

ในระบบพิกัดที่กำหนดขึ้นใหม่นี้ ตำแหน่งของเซลล์สเกลาร์ ที่ N, E, W, S ซึ่งนำมาใช้ในการคำนวณค่าผลรวม  $\sum a_{nb}u_{nb}$  นั้นจะถูกเรียกใหม่ว่า (i-1, J), (i+1, J), (I, J+1) และ (I, J-1) ตามลำดับ ดังรายละเอียดซึ่งแสดงในรูปที่ 2.6 ค่าของสัมประสิทธิ์  $a_{i,j}$  และ  $a_{nb}$  ได้มาจากการคำนวณโดยวิธีการแปลงรูปต่างๆ (Upwind, Hybrid, QUICK) โดยเลือกให้เหมาะสมกับลักษณะของปัญหา ซึ่งเป็นการผสมกันของการแพร่และการพา สัมประสิทธิ์ประกอบด้วยผลิตภัณฑ์การพาดมวด  $F$  และสัมประสิทธิ์การแพร่  $D$  ที่ผิวหน้าเซลล์ของความเร็ว  $u$  เมื่อประยุกต์สัญลักษณ์ใหม่นี้ในระบบ จะได้ค่าของ  $F$  และ  $D$  สำหรับแต่ละผิวหน้า  $e, w, n, s$  ของปริมาตรควบคุมหรือเซลล์ความเร็ว  $u$



รูปที่ 2.6 ขอบเขตปริมาตรควบคุมของความเร็ว  $u$  และค่าของความเร็วที่เกี่ยวข้องโดยรอบ

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$\begin{aligned}
 F_w = (\rho u)_w &= \frac{F_{i,j} + F_{i-1,j}}{2} \\
 &= \frac{1}{2} \left[ \left( \frac{\rho_{i,j} + \rho_{i-1,j}}{2} \right) u_{i,j} + \left( \frac{\rho_{i-1,j} + \rho_{i-2,j}}{2} \right) u_{i-1,j} \right]
 \end{aligned} \tag{2.80a}$$

$$\begin{aligned}
 F_e = (\rho u)_e &= \frac{F_{i+1,j} + F_{i,j}}{2} \\
 &= \frac{1}{2} \left[ \left( \frac{\rho_{i+1,j} + \rho_{i,j}}{2} \right) u_{i+1,j} + \left( \frac{\rho_{i,j} + \rho_{i-1,j}}{2} \right) u_{i,j} \right]
 \end{aligned} \tag{2.80b}$$

$$\begin{aligned}
 F_s = (\rho v)_s &= \frac{F_{i,j} + F_{i-1,j}}{2} \\
 &= \frac{1}{2} \left[ \left( \frac{\rho_{i,j} + \rho_{i,j-1}}{2} \right) v_{i,j} + \left( \frac{\rho_{i-1,j} + \rho_{i-1,j-1}}{2} \right) v_{i-1,j} \right]
 \end{aligned} \tag{2.80c}$$

$$\begin{aligned}
 F_n = (\rho v)_n &= \frac{F_{i,j+1} + F_{i-1,j+1}}{2} \\
 &= \frac{1}{2} \left[ \left( \frac{\rho_{i,j+1} + \rho_{i,j}}{2} \right) v_{i,j+1} + \left( \frac{\rho_{i-1,j+1} + \rho_{i-1,j}}{2} \right) v_{i-1,j+1} \right]
 \end{aligned} \tag{2.80d}$$

$$D_w = \frac{\Gamma_{i-1,j}}{x_i - x_{i-1}} \tag{2.80e}$$

$$D_e = \frac{\Gamma_{i,j}}{x_{i+1} - x_i} \tag{2.80f}$$

$$D_s = \frac{\Gamma_{i-1,j} + \Gamma_{i,j} + \Gamma_{i-1,j-1} + \Gamma_{i,j-1}}{4(y_j - y_{j-1})} \tag{2.80g}$$

$$D_n = \frac{\Gamma_{i-1,j+1} + \Gamma_{i,j+1} + \Gamma_{i-1,j} + \Gamma_{i,j}}{4(y_{j+1} - y_j)} \tag{2.80h}$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ค่าสัมประสิทธิ์ที่ใช้ในการคำนวณนั้นได้มาจากกระบวนการทำซ้ำ ซึ่งให้ค่าความเร็วย่อย  $u$  และ  $v$  มาในแต่ละครั้ง โดยค่าดังกล่าวถูกนำไปใช้คำนวณหาสัมประสิทธิ์ต่างๆ ที่จำเป็นต้องใช้ในการทำซ้ำครั้งต่อไป

ในทำนองเดียวกันสมการ โมเมนต์  $v$  กลายเป็น

$$a_{i,j}v_{i,j} = \sum a_{nb}v_{nb} + (p_{i,j-1} - p_{i,j})A_{i,j} + b_{i,j} \quad (2.81)$$

โดยที่โหนดรอบๆ ที่เกี่ยวข้องถูกแสดงในรูป 2.7



รูปที่ 2.7 ขอบเขตปริมาตรควบคุมของความเร็ว  $v$  และค่าของความเร็วที่เกี่ยวข้องโดยรอบ

ในทำนองเดียวกัน ค่าสัมประสิทธิ์  $a_{i,j}$  และ  $a_{nb}$  จะประกอบด้วยค่าฟลักซ์ของการพาต่อมวล  $F$  และสัมประสิทธิ์การแพร่  $D$  ที่ผิวหน้าเซลล์ของความเร็ว  $v$  ได้มาโดยใช้การประมาณค่าในช่วงเหมือนกับสมการ (2.80) ดังนี้

$$\begin{aligned} F_w = (\rho u)_w &= \frac{F_{i,j} + F_{i,j-1}}{2} \\ &= \frac{1}{2} \left[ \left( \frac{\rho_{i,j} + \rho_{i,j-1}}{2} \right) u_{i,j} + \left( \frac{\rho_{i-1,j-1} + \rho_{i,j-1}}{2} \right) u_{i,j-1} \right] \end{aligned} \quad (2.82a)$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$\begin{aligned}
 F_e = (\rho u)_e &= \frac{F_{i+1,j} + F_{i+1,j-1}}{2} \\
 &= \frac{1}{2} \left[ \left( \frac{\rho_{i+1,j} + \rho_{i,j}}{2} \right) u_{i+1,j} + \left( \frac{\rho_{i,j-1} + \rho_{i+1,j-1}}{2} \right) u_{i+1,j-1} \right]
 \end{aligned} \tag{2.82b}$$

$$\begin{aligned}
 F_s = (\rho v)_s &= \frac{F_{i,j-1} + F_{i,j}}{2} \\
 &= \frac{1}{2} \left[ \left( \frac{\rho_{i,j-1} + \rho_{i,j-2}}{2} \right) v_{i,j-1} + \left( \frac{\rho_{i,j} + \rho_{i,j-1}}{2} \right) v_{i,j} \right]
 \end{aligned} \tag{2.82c}$$

$$\begin{aligned}
 F_n = (\rho v)_n &= \frac{F_{i,j} + F_{i,j+1}}{2} \\
 &= \frac{1}{2} \left[ \left( \frac{\rho_{i,j} + \rho_{i,j-1}}{2} \right) v_{i,j} + \left( \frac{\rho_{i,j+1} + \rho_{i,j}}{2} \right) v_{i,j+1} \right]
 \end{aligned} \tag{2.82d}$$

$$D_w = \frac{\Gamma_{i-1,j-1} + \Gamma_{i,j-1} + \Gamma_{i-1,j} + \Gamma_{i,j}}{4(x_i - x_{i-1})} \tag{2.82e}$$

$$D_e = \frac{\Gamma_{i,j-1} + \Gamma_{i+1,j-1} + \Gamma_{i,j} + \Gamma_{i+1,j}}{4(x_{i+1} - x_i)} \tag{2.82f}$$

$$D_s = \frac{\Gamma_{i,j-1}}{y_j - y_{j-1}} \tag{2.82g}$$

$$D_n = \frac{\Gamma_{i,j}}{y_{j+1} - y_j} \tag{2.82h}$$

การหาคำตอบของสมการการแปลงรูปดังกล่าวกระทำได้โดยกระบวนการทำซ้ำ ดังที่เคยให้ไว้เช่นเดียวกันกับการหาคำตอบของความเร็ว  $u$

หากมีการให้ค่าในสนามความดัน  $p$  สมการโมเมนตัมที่แปลงรูปแล้วดังเช่น สมการ (2.79) และสมการ (2.81) สามารถนำมาใช้ในการหาสนามการไหลได้ หากว่าสนามความดันมีความถูกต้องผลเฉลยของสนามการไหลที่ออกมาจะเป็นไปตามกฎการอนุรักษ์มวล แต่ถ้าไม่รู้ค่าสนามความดัน ดังนั้นจึงจำเป็นต้องหาวิธีคำนวณหาค่าสนามความดัน

## 2.9 ลำดับขั้นการคำนวณหาคำตอบแบบ SIMPLE [4]

กระบวนการวิธี SIMPLE นั้นมีชื่อเต็มว่า Semi-Implicit Method for Pressure-Linked Equation โดยผู้นำเสนอวิธีนี้เป็นคนแรกคือ Patankar [5] และ Spalding (1972) เป็นวิธีที่ใช้ขั้นตอนการเดาและการแก้ไขค่าในการคำนวณหาค่าความดันในระบบพิกัดแบบกริดที่เชื่อมกันตามที่กล่าวไว้ข้างต้น จะมีการแสดงตัวอย่างให้เห็นโดยการพิจารณาสมการของการไหลแบบคงตัวและราบเรียบ 2 มิติในพิกัดคาร์ทีเซียน

กระบวนการวิธีแบบ SIMPLE นั้น เริ่มต้นจากการเดาค่าสนามความดัน  $p^*$  ตลอดทั้งโดเมนการไหล จากนั้นจะทำการหาคำตอบของสมการแปลงรูปโมเมนตัม (2.79) และสมการ (2.81) โดยใช้ความดันที่เดาขึ้น เพื่อให้ได้ค่าของความเร็ว  $u^*$  และ  $v^*$  ดังสมการ (2.83) และสมการ (2.84)

$$a_{i,j}u_{i,j}^* = \sum a_{nb}u_{nb}^* + (p_{i-1,j}^* - p_{i,j}^*)A_{i,j} + b_{i,j} \quad (2.83)$$

$$a_{i,j}v_{i,j}^* = \sum a_{nb}v_{nb}^* + (p_{i,j}^* - p_{i,j-1}^*)A_{i,j} + b_{i,j} \quad (2.84)$$

จากนั้นนิยามค่าแก้ไขของความดัน  $p'$  ขึ้น ซึ่งเป็นผลต่างระหว่างค่าความดันที่ถูกต้องกับค่าความดันที่เดาขึ้น

$$p = p^* + p' \quad (2.85)$$

ในทำนองเดียวกันนิยามค่าแก้ไขของความเร็ว  $u'$  และ  $v'$  ที่เป็นผลต่างระหว่างค่าความเร็วที่ถูกต้องกับความเร็วที่เดาขึ้น  $u^*$  และ  $v^*$  ดังนี้

$$u = u^* + u' \quad (2.86)$$

$$v = v^* + v' \quad (2.87)$$

แทนค่าสนามความดัน  $p$  ที่ถูกต้องที่ได้จากการแก้ค่าในครั้งแรกลงในสมการโมเมนตัม (2.79) และสมการ (2.81) ทำให้ได้สนามความเร็วถูกต้อง ( $u, v$ )

ลบสมการ (2.83) และสมการ (2.84) จากสมการ (2.79) และสมการ (2.81) ตามลำดับจะได้

$$a_{i,j}(u_{i,j} - u_{i,j}^*) = \sum a_{nb}(u_{nb} - u_{nb}^*) + [(p_{i-1,j} - p_{i-1,j}^*) - (p_{i,j} - p_{i,j}^*)]A_{i,j} \quad (2.88)$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$a_{I,j}(v_{I,j} - v_{I,j}^*) = \sum a_{nb}(v_{nb} - v_{nb}^*) + [(p_{I,j-1} - p_{I,j-1}^*) - (p_{I,j} - p_{I,j}^*)]A_{I,j} \quad (2.89)$$

ใช้สูตรค่าแก้ไขสมการ (2.85) ถึงสมการ (2.87) คำนวณสมการ (2.88) ถึงสมการ (2.89) อาจจะถูกเขียนใหม่ได้เป็น

$$a_{i,j}u'_{i,j} = \sum a_{nb}u'_{nb} + (p'_{I-1,j} - p'_{I,j})A_{i,j} \quad (2.90)$$

$$a_{i,j}v'_{i,j} = \sum a_{nb}v'_{nb} + (p'_{I,j-1} - p'_{I,j})A_{i,j} \quad (2.91)$$

จากจุดนี้ค่าแก้ไขของความเร็ว จะถูกประมาณค่าอย่างง่ายขึ้น โดยตัดเทอม  $\sum a_{nb}u'_{nb}$   $\sum a_{nb}v'_{nb}$  นี้ออกจากสมการ (2.90) ถึงสมการ (2.91) ซึ่งเป็นหัวใจหลักของกระบวนการวิธีแบบ SIMPLE เมื่อตัดเทอมดังกล่าวออกแล้วจะได้

$$u'_{i,j} = d_{i,j}(p'_{I-1,j} - p'_{I,j}) \quad (2.92)$$

$$v'_{i,j} = d_{i,j}(p'_{I,j-1} - p'_{I,j}) \quad (2.93)$$

โดยที่

$$d_{i,j} = \frac{A_{i,j}}{a_{i,j}} \text{ และ } d_{i,j} = \frac{A_{i,j}}{a_{i,j}} \quad (2.94)$$

สมการ (2.92) และสมการ (2.93) อธิบายการแก้ไขค่าที่จะถูกประยุกต์ใช้กับความเร็วมผ่านสมการ (2.86) และสมการ (2.87)

$$u_{i,j} = u_{i,j}^* + d_{i,j}(p'_{I-1,j} - p'_{I,j}) \quad (2.95)$$

$$v_{i,j} = v_{i,j}^* + d_{i,j}(p'_{I,j-1} - p'_{I,j}) \quad (2.96)$$

ในทำนองเดียวกันสำหรับ  $u_{i+1,j}$  และ  $v_{i,j+1}$  จะได้ว่า

$$u_{i+1,j} = u_{i+1,j}^* + d_{i+1,j}(p'_{I,j} - p'_{I+1,j}) \quad (2.97)$$

$$v_{i,j+1} = v_{i,j+1}^* + d_{i,j+1}(p'_{I,j} - p'_{I,j+1}) \quad (2.98)$$

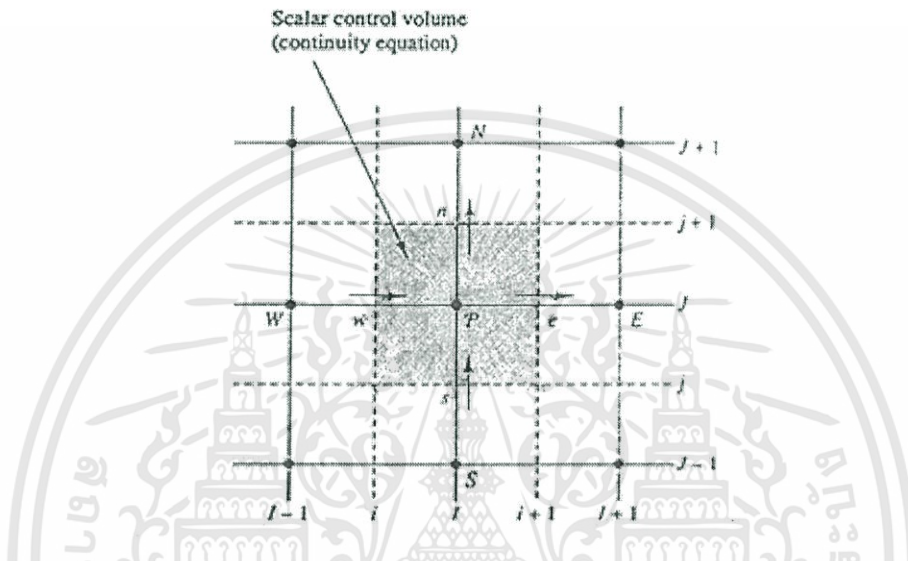
โดยที่

$$d_{i+1,j} = \frac{A_{i+1,j}}{a_{i+1,j}} \text{ และ } d_{i,j+1} = \frac{A_{i,j+1}}{a_{i,j+1}} \quad (2.99)$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ถึงตอนนี้พิจารณาเพียงสมการ โมเมนตัม ดังนั้นต้องพิจารณาสนามความเร็วที่มีความสอดคล้องกับสมการความต่อเนื่องตามสมการ (2.73) ความต่อเนื่องจะถูกแปลงรูปที่ปริมาตรสเกลาร์ ดังแสดงในรูปที่ 2.8

$$[(\rho u A)_{i+1,j} - (\rho u A)_{i,j}] + [(\rho u A)_{i,j+1} - (\rho u A)_{i,j}] = 0 \quad (2.100)$$



รูปที่ 2.8 ปริมาตรควบคุมสำหรับใช้ในการแปลงรูปของสมการความต่อเนื่อง

แทนค่าความเร็วที่แก้ค่าแล้ว ดังที่ให้ไว้ในสมการ (2.95) ถึงสมการ (2.98) ไปในสมการความต่อเนื่องที่แปลงรูปแล้ว สามารถเขียนสมการ (2.100) ได้ดังนี้

$$\begin{aligned} & [\rho_{i+1,j} A_{i+1,j} (u_{i+1,j}^* + d_{i+1,j} (p'_{i,j} - p'_{i+1,j})) \\ & - \rho_{i,j} A_{i,j} (u_{i,j}^* + d_{i,j} (p'_{i-1,j} - p'_{i,j}))] \\ & + [\rho_{i,j+1} A_{i,j+1} (v_{i,j+1}^* + d_{i,j+1} (p'_{i,j} - p'_{i,j+1})) \\ & - \rho_{i,j} A_{i,j} (v_{i,j}^* + d_{i,j} (p'_{i,j-1} - p'_{i,j}))] = 0 \end{aligned} \quad (2.101)$$

ซึ่งอาจจะถูกเรียบเรียงใหม่เป็น

$$\begin{aligned} & [(\rho d A)_{i+1,j} + (\rho d A)_{i,j} + (\rho d A)_{i,j+1} + (\rho d A)_{i,j}] p'_{i,j} \\ & = (\rho d A)_{i+1,j} p'_{i+1,j} + (\rho d A)_{i,j} p'_{i-1,j} + (\rho d A)_{i,j+1} p'_{i,j+1} \\ & \quad + (\rho d A)_{i,j} p'_{i,j-1} \\ & \quad + [(\rho u^* A)_{i,j} - (\rho u^* A)_{i+1,j} + (\rho v^* A)_{i,j} - (\rho v^* A)_{i,j+1}] \end{aligned} \quad (2.102)$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

จัดเรียงสัมประสิทธิ์ของ  $p'$  ซึ่งอาจจะเขียนได้ดังนี้

$$a_{i,j}p'_{i,j} = a_{i+1,j}p'_{i+1,j} + a_{i-1,j}p'_{i-1,j} + a_{i,j+1}p'_{i,j+1} + a_{i,j-1}p'_{i,j-1} + b'_{i,j} \quad (2.103)$$

โดยที่  $a_{i,j} = a_{i+1,j} + a_{i-1,j} + a_{i,j+1} + a_{i,j-1}$  และสัมประสิทธิ์เป็นดังนี้

$a_{i+1,j}$	$a_{i-1,j}$	$a_{i,j+1}$	$a_{i,j-1}$	$b'_{i,j}$
$(\rho dA)_{i+1,j}$	$(\rho dA)_{i,j}$	$(\rho dA)_{i,j+1}$	$(\rho dA)_{i,j}$	$(\rho u^* A)_{i,j} - (\rho u^* A)_{i+1,j}$ $+ (\rho v^* A)_{i,j} - (\rho v^* A)_{i,j+1}$

สมการ (2.103) คือ สมการความต่อเนื่องที่แปลงไปเป็นสมการของค่าแก้ความดันเทอม  $b'_{i,j}$  บ่งชี้ถึงความไม่สมดุลของมวลเข้าออกจากปริมาตรควบคุม เนื่องจากสนามความเร็ว  $u^*$ ,  $v^*$  ที่ไม่ถูกต้อง โดยการแก้สมการ (2.103) สนามของค่าแก้ความดัน  $p'$  สามารถหาได้ทุกจุดในโดเมนเมื่อหาค่าได้แล้ว สนามความดันที่ถูกต้องก็จะสามารถหาได้ โดยใช้สมการ (2.85) และความเร็วที่ถูกต้องก็จะหาได้จากสมการ (2.95) ถึงสมการ (2.98) การเฉลยเทอม  $\sum a_{nb}u'_{nb}$  จะไม่มีผลกระทบต่อคำตอบสุดท้ายเพราะว่าค่าแก้ความดันและค่าแก้ความเร็วจะเป็นศูนย์เมื่อคำตอบสุดท้ายถูกต้อง นั่นคือ  $p^* = p$  และ  $u^* = u$

สมการของค่าแก้ความดันอาจจะไม่วิ่งเข้าหาคำตอบได้ถ้าไม่มีการใช้ Under-relaxation ระหว่างกระบวนการทำซ้ำ ซึ่งสามารถทำได้ดังนี้

$$p^{new} = p^* + \alpha_p p' \quad (2.104)$$

โดย  $\alpha_p$  คือ Under-relaxation factor ของความดัน ถ้าเลือกค่านี้เท่ากับ 1 สนามความดันที่เดาค่าจะถูกแก้ไขโดย  $p'$  อย่างไรก็ตามค่าแก้ที่คำนวณได้ อาจจะใหญ่มากในกรณีที่มีการเดาค่าเริ่มต้นค่อนข้างห่างจากคำตอบสุดท้ายมาก ซึ่งจะทำให้การคำนวณไม่เสถียรได้ ดังนั้นการให้ค่า  $\alpha_p = 0$  ย่อมหมายถึงการไม่ปรับปรุงค่าเลย ซึ่งเป็นสิ่งที่ไม่ต้องการเช่นกัน การใช้ค่าระหว่าง 0 กับ 1 จึงทำให้ได้ใช้บางส่วนของค่าแก้ในการปรับปรุงค่าความดัน โดยต้องไม่น้อยเกินไปจนทำให้การลู่เข้าช้าและต้องไม่มากจนเกิดความไม่เสถียรขึ้น

สามารถใช้หลักการ Under-relaxation กับความเร็วที่คำนวณได้เช่นกัน ดังนี้

$$u^{new} = \alpha_u u + (1 - \alpha_u) u^{n-1} \quad (2.105)$$

$$v^{new} = \alpha_v v + (1 - \alpha_v) v^{n-1} \quad (2.106)$$

โดยที่  $\alpha_u$  และ  $\alpha_v$  คือ Under-relaxation factor ของความเร็ว  $u$  และ  $v$  ตามลำดับ ซึ่งมีค่าระหว่าง 0 ถึง 1 โดย  $u$  และ  $v$  คือ ความเร็วที่ถูกดัดแปลงที่ปราศจากการ relaxation ค่า  $u^{n-1}$  และ  $v^{n-1}$  คือ ความเร็วที่ได้จากการทำซ้ำครั้งก่อน จากนั้นแทนค่าตามสมการที่ได้เข้าไปในสมการแปลงรูปของ โมเมนตัม ในทิศ ความเร็ว  $u$  และ  $v$  และจัดรูปใหม่จะได้ดังนี้

$$\frac{a_{i,j}}{\alpha_u} u_{i,j} = \sum a_{nb} u_{nb} + (p_{I-1,j} - p_{I,j}) A_{i,j} + b_{i,j} + \left[ (1 - \alpha_u) \frac{a_{i,j}}{\alpha_u} \right] u_{i,j}^{(n-1)} \quad (2.107)$$

$$\frac{a_{I,j}}{\alpha_v} v_{I,j} = \sum a_{nb} v_{nb} + (p_{I,j-1} - p_{I,j}) A_{I,j} + b_{I,j} + \left[ (1 - \alpha_v) \frac{a_{I,j}}{\alpha_v} \right] v_{I,j}^{(n-1)} \quad (2.108)$$

สมการค่าแก้ของความดันจะถูกปรับเปลี่ยนไปด้วย กล่าวคือสัมประสิทธิ์  $d$  ในสมการความดันเนื่องที่แสดงในรูปของค่าแก้ของความดันจะกลายเป็น

$$d_{i,j} = \frac{A_{i,j} \alpha_u}{a_{i,j}}, \quad d_{i+1,j} = \frac{A_{i+1,j} \alpha_u}{a_{i+1,j}}, \quad d_{I,j} = \frac{A_{I,j} \alpha_v}{a_{I,j}} \quad (2.109)$$

และ

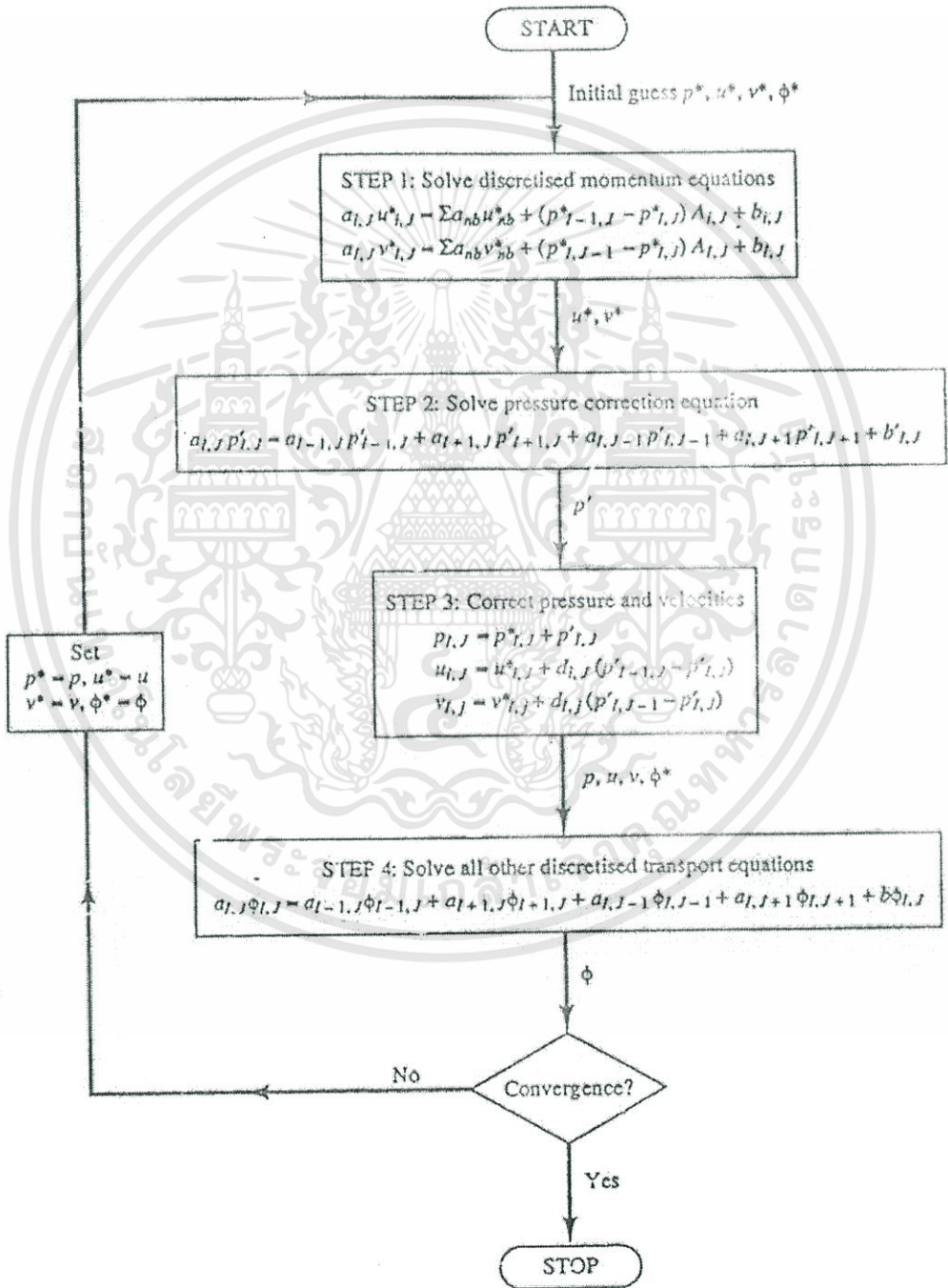
$$d_{I,j+1} = \frac{A_{I,j+1} \alpha_v}{a_{I,j+1}} \quad (2.110)$$

เป็นที่น่าสังเกตว่าสัมประสิทธิ์  $a_{i,j}, a_{i+1,j}, a_{I,j}$  และ  $a_{I,j+1}$  ของสมการค่าแก้ความดัน คือ สัมประสิทธิ์ที่กึ่งกลางของสมการแปลงรูปของความเร็ว โดยมีจุด  $P$  คือ  $(i, j), (i+1, j), (I, j)$  และ  $(I, j+1)$  นั่นเอง

การเลือกค่า  $\alpha$  มีผลต่อต้นทุนของการจัดการ ถ้าค่า  $\alpha$  มากเกินไปทำให้น่าไปสู่การแกว่งหรืออาการแกว่งออกของคำตอบ ถ้าค่า  $\alpha$  น้อยเกินไปจะเป็นสาเหตุให้การลู่เข้าหาคำตอบเป็นไปอย่างช้า ๆ ค่า  $\alpha$  ที่เหมาะสมขึ้นอยู่กับกริดและจำเป็นต้องพิจารณาเป็นกรณีแต่ละกรณี

## 2.10 กระบวนการวิธีที่สมบูรณ์ [4]

กระบวนการวิธี SIMPLE นั้น ให้คำตอบในการหาค่าความดันและความเร็ว โดยกระบวนการนี้ ทำซ้ำ ดังนั้นหากมีประมาณสเกลาร์อื่นใดที่ผูกติดอยู่กับสมการ โมเมนตัม ก็จำเป็นต้องทำการคำนวณเป็นลำดับ และวนกลับมาทำการคำนวณซ้ำอีก จนกระทั่งคำตอบทั้งหมดคู่เข้า ซึ่งแสดงตามแผนภาพดังรูปที่ 2.9



รูปที่ 2.9 ลำดับขั้นตอนการคำนวณวิธี SIMPLE

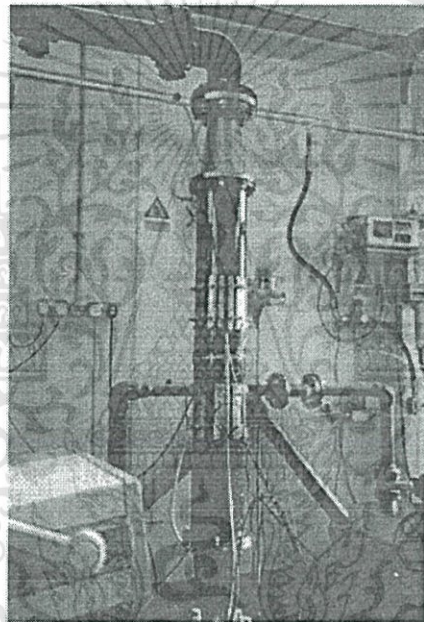
เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

## บทที่ 3

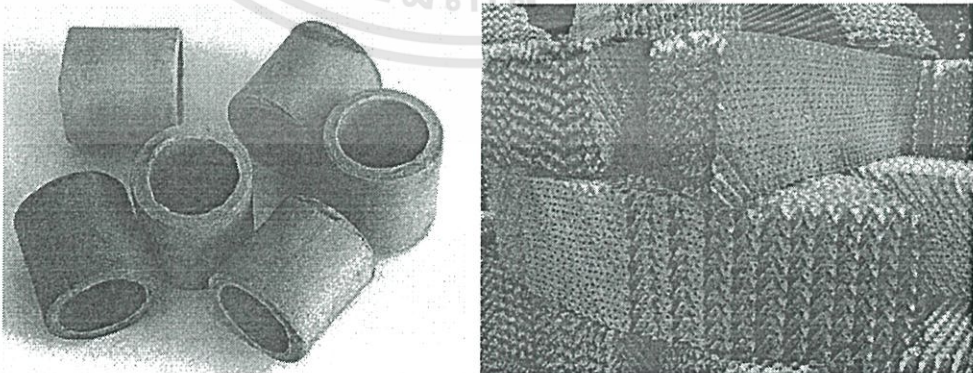
### ขั้นตอนการทดลอง

#### 3.1 หอบעדบรรจุ (Packed bed column) [6]

ในอุตสาหกรรมเคมี หอบעדบรรจุ (Packed bed column) จะมีลักษณะเป็นท่อกลวงหรือถัง ซึ่งบรรจุไปด้วยแพ็คกิ้ง (Packing material) ซึ่งอาจจะเป็น Raschig ring หรือแพ็คกิ้งที่มีโครงสร้างลักษณะพิเศษ ดังรูปที่ 3.1 และรูปที่ 3.2



รูปที่ 3.1 หอบעדบรรจุ (Packed bed column)



รูปที่ 3.2 แพ็คกิ้งแบบ Raschig ring และแพ็คกิ้งที่มีโครงสร้างลักษณะพิเศษ

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

จุดประสงค์ทั่วไปของการใช้หอเบดบรรจุ เพื่อเพิ่มพื้นที่สัมผัสระหว่างเฟส 2 เฟสในกระบวนการเคมี ซึ่งหอเบดบรรจุสามารถนำมาประยุกต์ใช้ในเครื่องปฏิกรณ์เคมีหรือในกระบวนการแยก เช่น หอกั่น หอดูดซับ เป็นต้น รวมทั้งในบางครั้งหอเบดบรรจุอาจนำมาใช้ในการเก็บความร้อนในโรงงานอุตสาหกรรม ซึ่งในกรณีนี้แก๊สร้อนจะเคลื่อนที่ผ่านหอเบดบรรจุ

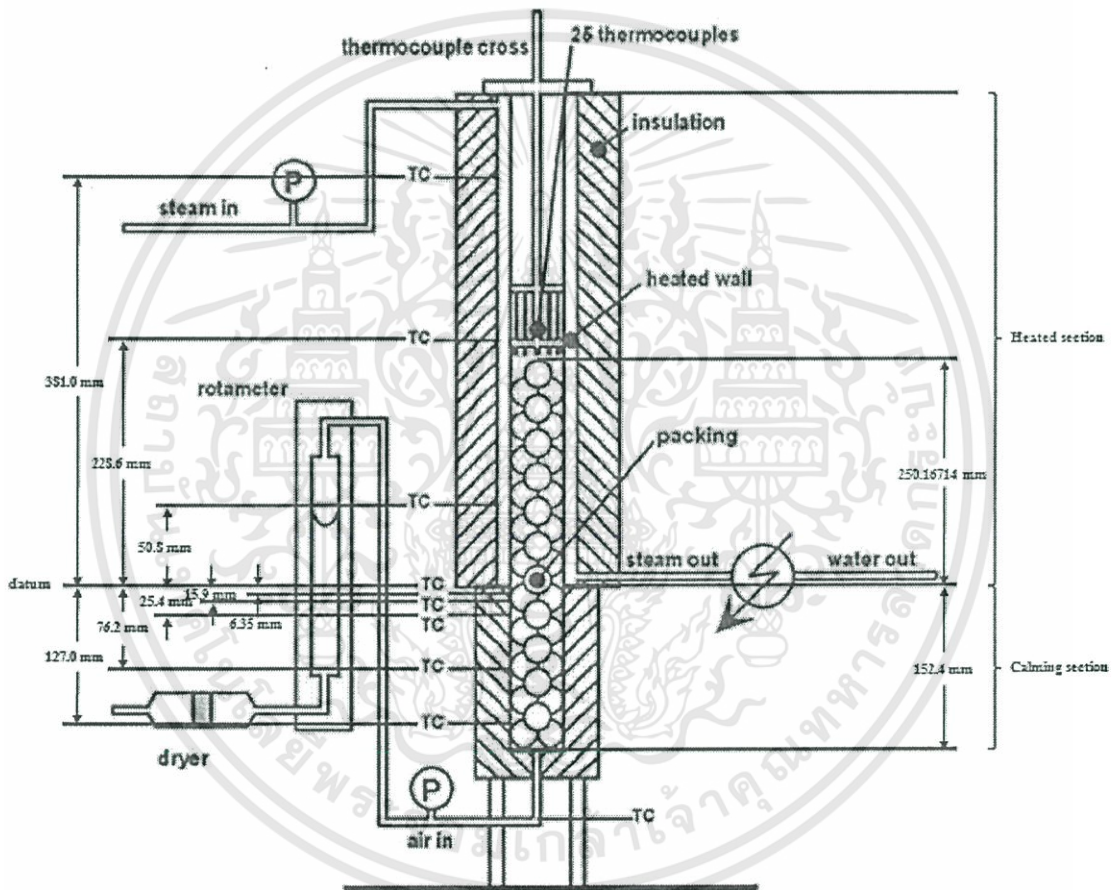
จนกระทั่งแก๊สก็จะมีอุณหภูมิสูงขึ้น จากนั้นป้อนสารตั้งต้นในกระบวนการผลิตเข้าหอเบดบรรจุ เพื่อให้อุณหภูมิของสารตั้งต้นสูงขึ้นก่อนเข้ากระบวนการผลิตต่อไป

สำหรับเครื่องปฏิกรณ์แบบเบดบรรจุ (packed bed reactor) ส่วนของแก๊สก็จะเป็นตัวเร่งปฏิกิริยา ซึ่งปฏิกิริยาเคมีจะเกิดขึ้นที่ผิวของตัวเร่งปฏิกิริยาดังกล่าว ประโยชน์ของการใช้เครื่องปฏิกรณ์แบบเบดบรรจุ คือ การให้ค่าแปลงผันทางเคมีต่อน้ำหนักตัวเร่งปฏิกิริยาที่สูงกว่าเครื่องปฏิกรณ์ที่มีตัวเร่งปฏิกิริยาแบบอื่น ซึ่งอัตราการเกิดปฏิกิริยาขึ้นกับปริมาณของตัวเร่งปฏิกิริยามากกว่าขนาดของเครื่องปฏิกรณ์



### 3.2 คำอธิบายการทดลองเบดบรรจุแบบคงที่ในระบบแก๊ส-ของแข็ง [7]

จากการทดลองของ Michiel Nijemeisland และ Anthony G. Dixon [7] ชุดทดลองประกอบด้วย หอบะดกบรรจุที่มีเส้นผ่านศูนย์กลางภายในเท่ากับ 2 นิ้ว (50.8 mm) โดยหอบะดกบรรจุแบ่งออกเป็น 2 ส่วน โดยส่วนแรกเป็นส่วนที่ไม่ให้ความร้อน (Calming section) และส่วนที่สองเป็นส่วนที่ให้ความร้อน (heated section) มีแพ็คเกจเป็นทรงกลมทำจากไนลอนจำนวน 44 ลูก โดยทรงกลมมีขนาดเส้นผ่านศูนย์กลางเท่ากับ 1 นิ้ว (25.4 mm) ดังรูปที่ 3.3



รูปที่ 3.3 หอบะดกบรรจุที่ใช้ในการทดลองของ Michiel Nijemeisland และ Anthony G. Dixon

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

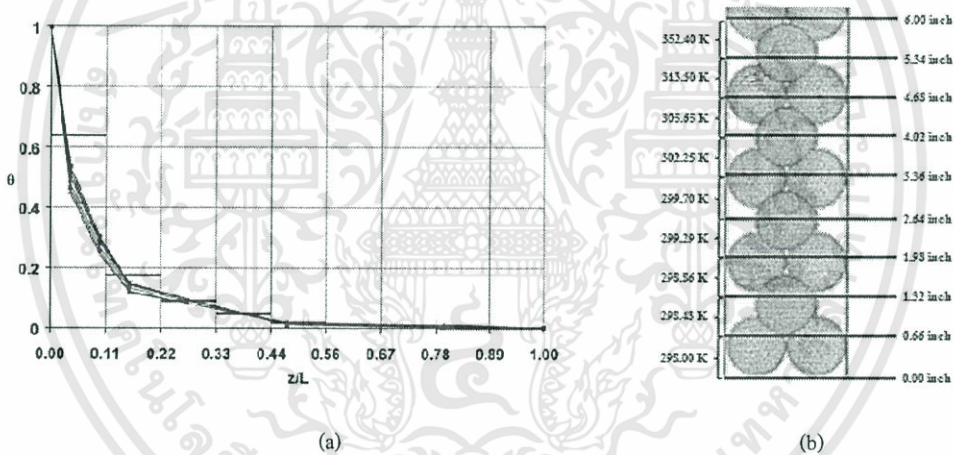
จากการทดลองพบว่าส่วนที่ไม่ให้ความร้อน จะมีอุณหภูมิแตกต่างกัน โดยอุณหภูมิที่แตกต่างกันนี้สามารถแสดงเป็นความสัมพันธ์สามารถแสดงในรูปแบบของความสัมพันธ์ระหว่างตัวแปรไร้หน่วยของอุณหภูมิ ( $\theta$ ) โดยที่

$$\theta = \frac{(T - T_{\text{จาเข้าคอลัมน์}})}{(T_{\text{ผนังคอลัมน์}} - T_{\text{จาเข้าคอลัมน์}})} \quad (3.1)$$

เมื่อ  $T_{\text{ผนังคอลัมน์}}$  คือ อุณหภูมิของผนังคอลัมน์มีค่าเท่ากับ 383 K

$T_{\text{จาเข้าคอลัมน์}}$  คือ อุณหภูมิอากาศขาเข้าคอลัมน์มีค่าเท่ากับ 298 K

กับตัวแปรไร้หน่วยของความสูงของส่วนที่ไม่ให้ความร้อน ( $z/L$ ) โดยที่  $z$  คือความสูงของส่วนที่ไม่ให้ความร้อน และ  $L$  คือความสูงทั้งหมดของส่วนที่ไม่ให้ความร้อน (6 นิ้ว) ดังรูปที่ 3.4a และรูปที่ 3.4b



รูปที่ 3.4a กราฟแสดงความสัมพันธ์ของตัวแปรไร้หน่วยระหว่างอุณหภูมิ ( $\theta$ )

กับตัวแปรไร้หน่วยของความสูงของส่วนที่ไม่ให้ความร้อน ( $z/L$ )

รูปที่ 3.4b อุณหภูมิแต่ละส่วนของส่วนที่ไม่ให้ความร้อน

ในการทดลองนี้ Michiel Nijemeisland และ Anthony G. Dixon [7] ใช้อากาศในการศึกษาการถ่ายโอนความร้อนในหอเบดบรรจุโดยนิยามตัวเลขเรย์โนลด์ ( $Re$ ) โดยใช้ความสัมพันธ์ระหว่างเส้นผ่านศูนย์กลางของทรงกลม ( $d_p$ ) กับคุณสมบัติของอากาศโดยสามารถเขียนความสัมพันธ์ได้ดังนี้

$$Re = \frac{d_p v \rho}{\mu} \quad (3.2)$$

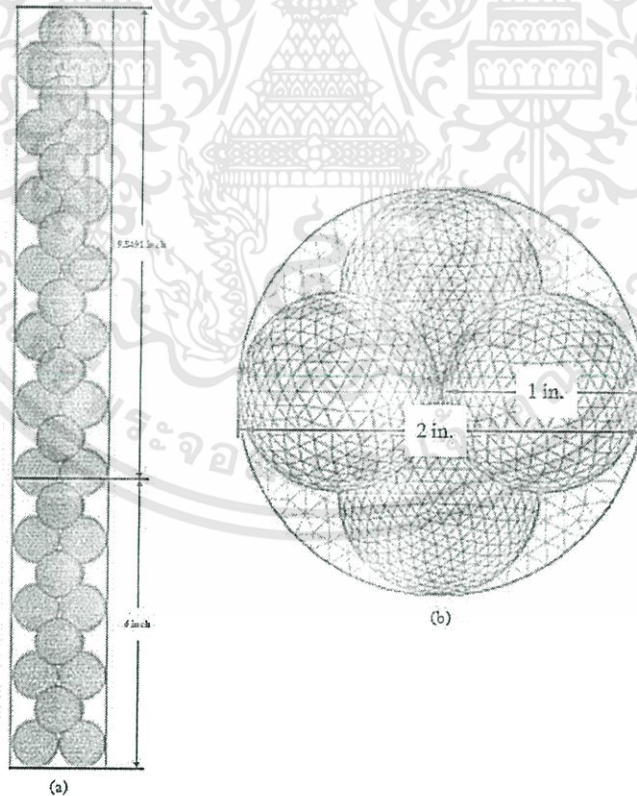
เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

- โดยที่  $v$  คือ ความเร็วของอากาศ (m/s)  
 $\rho$  คือ ความหนาแน่นของอากาศ ( $1.225 \text{ kg/m}^3$ )  
 $\mu$  คือ ความหนืดของอากาศ ( $1.7894 \times 10^{-5} \text{ kg/(m}\cdot\text{s)}$ )

### 3.3 คำอธิบายแบบจำลองเบดบรรจุแบบคงที่ในระบบแก๊ส-ของแข็ง [7]

จากชุดทดลองของ Michiel Nijemeisland และ Anthony G. Dixon [7] แบบจำลองที่สร้างขึ้นแบ่งเป็น 2 ส่วนใหญ่ โดยส่วนแรกคือ หอบบรรจุ จากที่ได้กล่าวมาข้างต้นหอบบรรจุที่ใช้ในการทดลองแบ่งเป็น 2 ส่วน คือ ส่วนที่ไม่ให้ความร้อน (Calming section) โดยส่วนที่ไม่ให้ความร้อนแบ่งเป็น 9 ส่วนย่อย ดังรูปที่ 3.4b และส่วนที่ให้ความร้อน (Heated section)

ส่วนที่สองคือแพ็คเกจที่เป็นอนุภาคทรงกลม เนื่องจากขีดจำกัดทางด้านเวลาในการสร้างกริดและขีดจำกัดของเครื่องคอมพิวเตอร์ จึงทำการลดขนาดรัศมีของอนุภาคทรงกลมจาก 0.5 นิ้ว เป็น 0.495 นิ้ว เรียกแบบจำลองนี้ว่า “near-miss model” ดังรูปที่ 3.5a และรูปที่ 3.5b



รูปที่ 3.5a หอบบรรจุที่บรรจุอนุภาคทรงกลม 44 ลูก

รูปที่ 3.5b ลักษณะการจัดเรียงอนุภาคทรงกลม

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

### 3.4 ขั้นตอนการทำงานทดลอง

การทดลองแบ่งได้เป็น 2 ตอน โดยแต่ละตอนเป็น 4 ตอนย่อย สามารถสรุปได้ดังนี้  
 ตารางที่ 3.1 สรุปการทดลองทั้งหมด

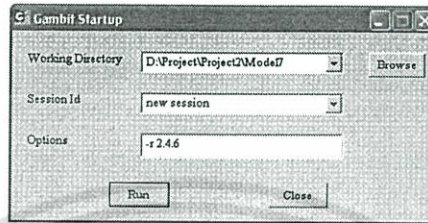
ตอนที่	แบบจำลองที่	สมการความปั่นป่วน	Reynolds Number	ความเร็ว (m/s)
1	1	Standard k-epsilon Model	373	0.21451
			1922	1.10533
		RNG k-epsilon Model	373	0.21451
			1922	1.10533
2	2	Standard k-epsilon Model	373	0.21451
			1922	1.10533
		RNG k-epsilon Model	373	0.21451
			1922	1.10533

จากที่ได้กล่าวมาข้างต้นการคำนวณผลศาสตร์ของไหลทุกโปรแกรมจะประกอบด้วย 3 ส่วนหลัก คือ (I) Pre-processor (II) Solver (III) Post – processor โดยคณะผู้จัดทำได้เลือกโปรแกรมในขั้นตอนการสร้างแบบจำลองและการสร้างกริด (Pre-processor) คือโปรแกรม Gambit 2.4.6 ส่วนในขั้นตอนการคำนวณและการแสดงผล (Solver and Post-processor) ใช้โปรแกรม Fluent 12.0.16

## ตอนที่ 1 (แบบจำลองที่ 1)

- ส่วนที่ 1 การสร้างแบบจำลอง

1. เลือก start/All Programs/Fluent Inc Products/Gambit 2.4.6/Gambit2.4.6 จะเห็นหน้าต่าง ดังรูปที่ 3.6



รูปที่ 3.6 หน้าต่างก่อนการเข้าโปรแกรม Gambit 2.4.6

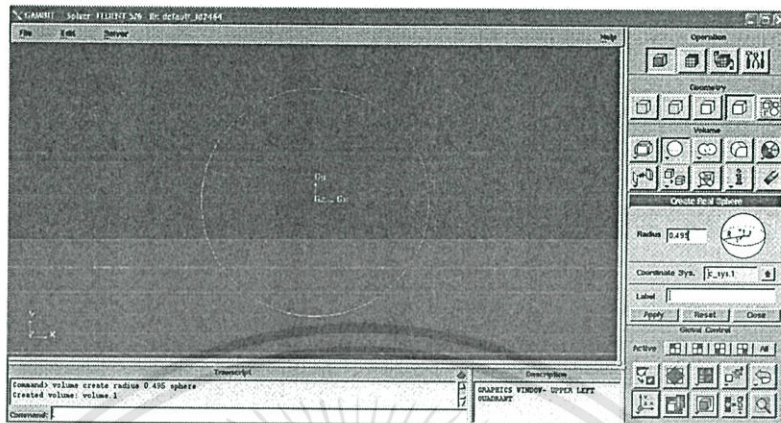
2. เลือก Working Directory และ Session Id ตามที่ต้องการ แล้วเลือก Run จะเห็นหน้าต่าง ดังรูปที่ 3.7



รูปที่ 3.7 โปรแกรม Gambit 2.4.6

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

3. สร้างทรงกลมโดยเลือก Geometry/Volume/Sphere/Create Real Sphere กำหนดขนาดรัศมีเท่ากับ 0.495 แล้วเลือก Apply แสดงดังรูปที่ 3.8



รูปที่ 3.8 ทรงกลมที่มีขนาดเท่ากับ 0.495

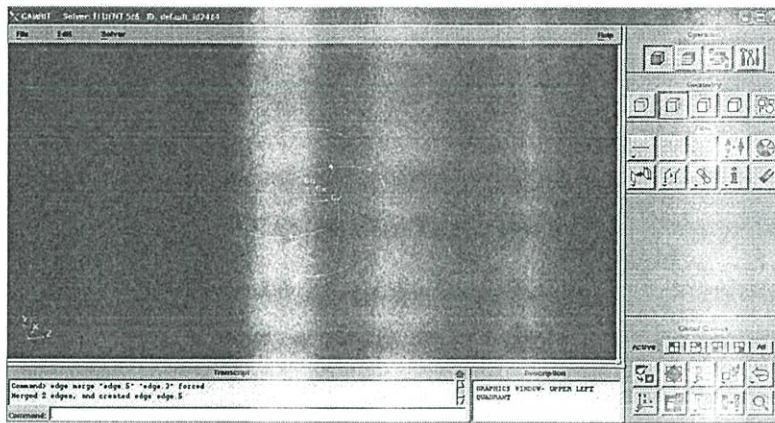
4. สร้างเส้นขอบบนทรงกลม 4 เส้นโดยวิธีตัดทรงกลมด้วยระนาบ ดังนี้

4.1 เลือก Geometry/Face/Circle/Create Real Circular Face กำหนดขนาดรัศมีเท่ากับ 1 เลือกระนาบ XY แล้วเลือก Apply (ทำซ้ำอีกครั้งหนึ่งแต่เปลี่ยนจากระนาบ XY เป็นระนาบ XZ)

4.2 เลือก Geometry/Volume/Split Volume เลือกทรงกลม (volume.1) เปลี่ยน Split With จาก Volumes (Real) เป็น Faces (Real) เลือกระนาบที่สร้างขึ้นในขั้นตอนที่ 4.1 (face.2 และ face.3) แล้วเลือก Apply

4.3 เลือก Geometry/Volume/Merge Volume เลือกส่วนของทรงกลม (volume.1 ถึง volume.4) แล้วเลือก Apply

4.4 เลือก Geometry/Edge/Merge Edges เลือกเส้นขอบ (edge.3 และ edge.5) แล้วเลือก Apply จะได้ทรงกลมที่มีเส้นขอบ 4 เส้น แสดงดังรูปที่ 3.9



รูปที่ 3.10 ทรงกลมที่มีเส้นขอบ 4 เส้น

## 5. สร้างทรงกลม 44 ลูก ดังนี้

5.1 เลือก Geometry/Volume/ Move/Copy Volumes เลือกทรงกลม (volume.1) เลือก Move กำหนด Operation เป็น Translate กำหนด Global x, y, z เป็น 0, 0, 0.5 แล้วเลือก Apply

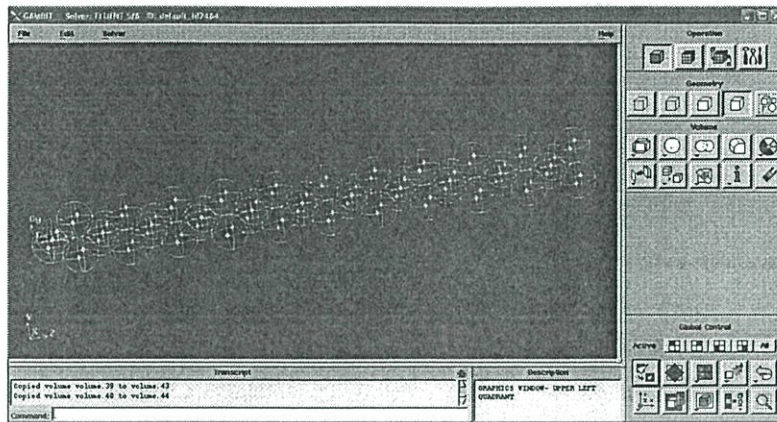
5.2 เลือก Geometry/Volume/ Move/Copy Volumes เลือกทรงกลม (volume.1) เลือก Copy พร้อมกำหนดจำนวน Copy เท่ากับ 3 กำหนด Operation เป็น Translate กำหนด Global x, y, z เป็น 0, 0, 0 แล้วเลือก Apply

5.3 เลือก Geometry/Volume/ Move/Copy Volumes เลือกทรงกลม (volume.1) เลือก Move กำหนด Operation เป็น Translate กำหนด Global x, y, z เป็น 0.5, 0, 0 แล้วเลือก Apply (ทำซ้ำอีกครั้งแต่เปลี่ยนจาก volume.1 เป็น volume.2 แล้วเปลี่ยน Global x, y, z จาก 0.5, 0, 0 เป็น -0.5, 0, 0)

5.4 เลือก Geometry/Volume/ Move/Copy Volumes เลือกทรงกลม (volume.3 และ volume.4) เลือก Move กำหนด Operation เป็น Translate กำหนด Global x, y, z เป็น 0, 0, 0.7071 แล้วเลือก Apply

5.5 เลือก Geometry/Volume/ Move/Copy Volumes เลือกทรงกลม (volume.3) เลือก Move กำหนด Operation เป็น Translate กำหนด Global x, y, z เป็น 0, 0.5, 0 แล้วเลือก Apply (ทำซ้ำอีกครั้งแต่เปลี่ยนจาก volume.3 เป็น volume.4 แล้วเปลี่ยน Global x, y, z จาก 0, 0.5, 0 เป็น 0, -0.5, 0)

5.6 เลือก Geometry/Volume/ Move/Copy Volumes เลือกทรงกลม (volume.1 ถึง volume.4) เลือก Copy พร้อมกำหนดจำนวน Copy เท่ากับ 10 กำหนด Operation เป็น Translate กำหนด Global x, y, z เป็น 0, 0, 1.4142 แล้วเลือก Apply จะได้ทรงกลม 44 ลูก แสดงดัง รูปที่ 3.10



รูปที่ 3.10 ทรงกลม 44 ลูก

6. สร้างคอลัมน์ที่มีเส้นผ่านศูนย์กลางภายในขนาด 2 นิ้ว สูง 22 นิ้ว และแบ่งส่วนเป็น 2 ส่วน คือ ส่วนที่ไม่ให้ความร้อน (Calming section) และส่วนที่ให้ความร้อน (Heated section) ดังนี้

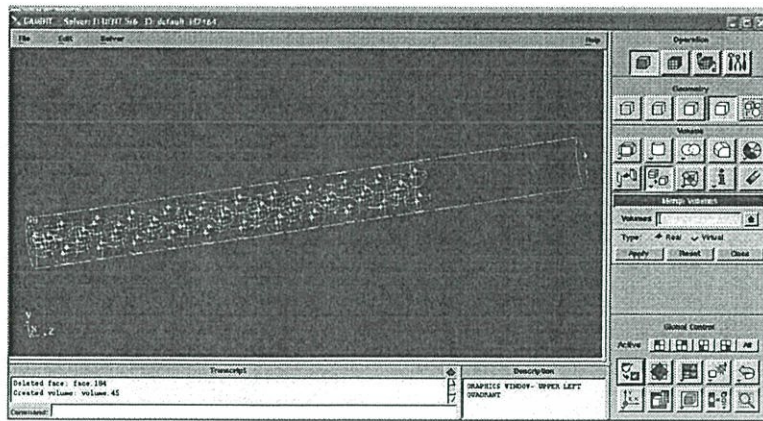
6.1 สร้างทรงกระบอกโดยเลือก Geometry/Volume/Cylinder/Create Real Cylinder กำหนดขนาดรัศมีเท่ากับ 1 ความสูง 22 และกำหนด Axis Location เป็น Positive Z แล้วเลือก Apply

6.2 สร้างระนาบเพื่อแบ่งคอลัมน์เป็น 2 ส่วนโดยเลือก Geometry/Face/Circle/Create Real Circular Face กำหนดขนาดรัศมีเท่ากับ 1.25 เลือกระนาบ XY แล้วเลือก Apply

6.3 เลือก Geometry/Face/ Move/Copy Faces เลือกระนาบที่สร้างขึ้นในขั้นตอนที่ 6.2 (face.184) เลือก Move กำหนด Operation เป็น Translate กำหนด Global x, y, z เป็น 0, 0, 6 แล้วเลือก Apply

6.4 เลือก Geometry/Volume/Split Volume เลือกทรงกระบอก (volume.45) เลือก Split With เป็น Faces (Real) เลือกระนาบที่สร้างขึ้นในขั้นตอนที่ 6.2 (face.184) แล้วเลือก Apply

6.5 เลือก Geometry/Volume/Merge Volume เลือกทรงกระบอก (volume.45 และ volume.46) แล้วเลือก Apply จะได้ทรงกระบอกที่แบ่งเป็น 2 ส่วน แสดงดังรูปที่ 3.11



รูปที่ 3.11 ทรงกระบอกที่แบ่งเป็น 2 ส่วน

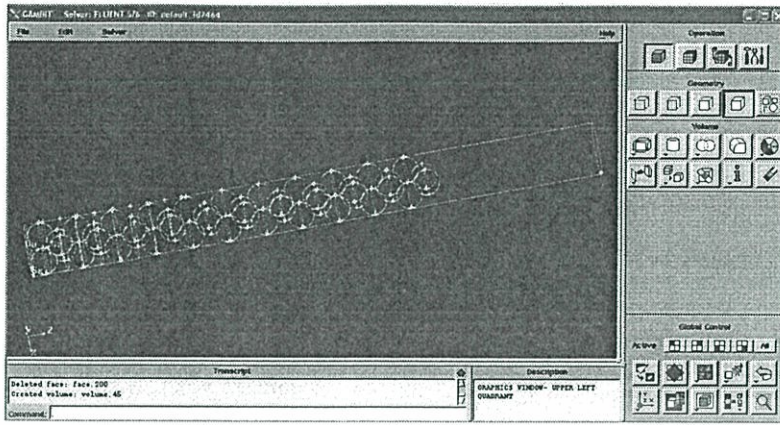
7. แบ่งส่วนที่ไม่ให้ความร้อนเป็น 9 ส่วน เพื่อใช้กำหนดคุณสมบัติของกานำความร้อนจากส่วนที่ให้ความร้อน (Calming section) มาที่ส่วนไม่ให้ความร้อน (Heated section) ดังนี้

7.1 สร้างระนาบเพื่อแบ่งคอลัมน์ในส่วนที่ไม่ให้ความร้อนเป็น 9 ส่วน โดยเลือก Geometry/Face/Circle/Create Real Circular Face กำหนดขนาดรัศมีเท่ากับ 1.25 เลือกระนาบ XY แล้วเลือก Apply

7.2 เลือก Geometry/Face/ Move/Copy Faces เลือกระนาบที่สร้างขึ้นในขั้นตอนที่ 7.1 (face.186) เลือก Move กำหนด Operation เป็น Translate กำหนด Global x, y, z เป็น 0, 0, 5.34 แล้วเลือก Apply

7.3 เลือก Geometry/Volume/Split Volume เลือกทรงกระบอก (volume.45) เลือก Split With เป็น Faces (Real) เลือกระนาบที่สร้างขึ้นในขั้นตอนที่ 7.1 (face.186) แล้วเลือก Apply

7.4 เลือก Geometry/Volume/Merge Volume เลือกทรงกระบอก (volume.45 และ volume.46) แล้วเลือก Apply (ทำซ้ำขั้นตอนที่ 7.1 ถึง 7.4 แต่เปลี่ยน Global z จาก 5.34 เป็น 4.68, 4.02, 3.36, 2.64, 1.98, 1.32 และ 0.66 ตามลำดับ) จะได้คอลัมน์ที่มีการแบ่งส่วนอย่างสมบูรณ์ แสดงดังรูปที่ 3.12

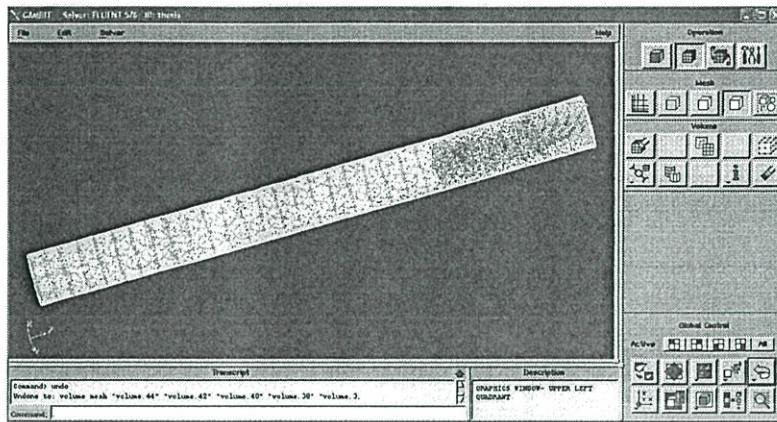


รูปที่ 3.12 คอลัมน์ที่มีการแบ่งส่วนอย่างสมบูรณ์

8. สร้างสนามการไหลของอากาศเพื่อให้โปรแกรม Fluent ทราบว่ามีการไหลของอากาศส่วนใดบ้าง โดยเลือก Geometry/Volume/Split Volume เลือกทรงกระบอก (volume.45) เลือก Split With เป็น Volumes (Real) เลือกทรงกลมทั้งหมดที่สร้างขึ้นในขั้นตอนที่ 5 (volume.1 ถึง volume.44) แล้วเลือก Apply

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

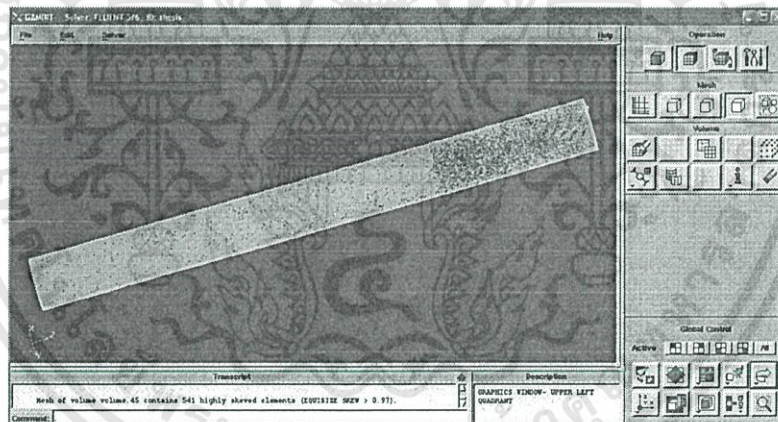




รูปที่ 3.14 แบบจำลองที่มีการสร้างกริดบนพื้นผิวอย่างสมบูรณ์

### 3. การสร้างกริดในปริมาตร

เลือก Mesh/volume/Mesh volumes เลือกปริมาตรทั้งหมด กำหนด Elements เป็น Tet/Hybrid และ Type เป็น TGrid แล้วเลือก Apply จะได้แบบจำลองที่มีการสร้างกริดในปริมาตรอย่างสมบูรณ์ แสดงดังรูปที่ 3.15



รูปที่ 3.15 แบบจำลองที่มีการสร้างกริดในปริมาตรอย่างสมบูรณ์

### 4. การกำหนด Boundary และ Continuum

4.1 เลือก Zones/Specify Boundary Types เลือกพื้นผิว (face.181) กำหนด Name เป็น Inlet พร้อมกำหนด Type เป็น VELOCITY\_INLET แล้วเลือก Apply (ทำซ้ำแต่เปลี่ยนพื้นผิว เปลี่ยน Name และเปลี่ยน Type ตามตารางที่ 3.2)

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

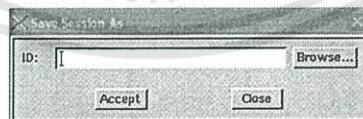
### ตารางที่ 3.2 การกำหนด Boundary แต่ละพื้นผิว

พื้นผิว	Name	Type
face.183	Outlet	PRESSURE_OUTLET
face.201	Wall-In1	WALL
face.199	Wall-In2	WALL
face.197	Wall-In3	WALL
face.195	Wall-In4	WALL
face.193	Wall-In5	WALL
face.191	Wall-In6	WALL
face.189	Wall-In7	WALL
face.187	Wall-In8	WALL
face.185	Wall-In9	WALL
face.182	Wall-Out1	WALL
เลือกทุกพื้นผิวยกเว้นพื้นผิวที่เลือกไปแล้วข้างต้น	Wall-Bed	WALL

4.2 เลือก Zones/Specify Continuum Types เลือกปริมาตร (volume.45) กำหนด Name เป็น Air พร้อมกำหนด Type เป็น FLUID แล้วเลือก Apply (ทำซ้ำแต่เปลี่ยนปริมาตรเป็น volume.1 ถึง volume.44 เปลี่ยน Name เป็น Bed และเปลี่ยน Type เป็น SOLID)

### 5. การบันทึกข้อมูล

5.1 เลือก File/Save As จะเห็นหน้าต่างดังรูปที่ 3.16



รูปที่ 3.16 หน้าต่างการบันทึกข้อมูล

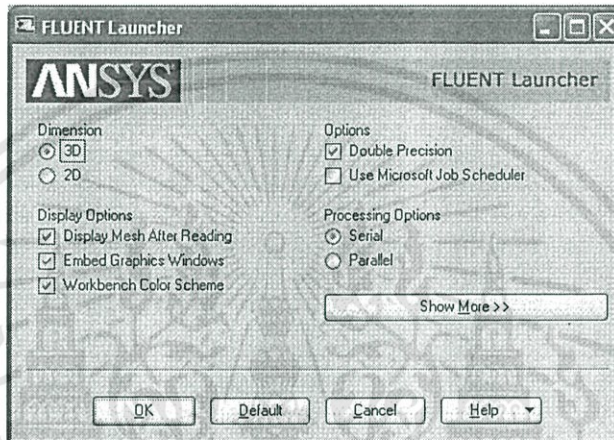
5.2 พิมพ์ ID ตามต้องการ แล้วเลือก Accept

## 6. การบันทึก Mesh เพื่อส่งไปคำนวณในโปรแกรม Fluent 12.0.16

6.1 เลือก File/Export/Mesh ตรวจสอบ File Name ว่าถูกต้องหรือไม่ ถ้าถูกต้องแล้วเลือก Accept

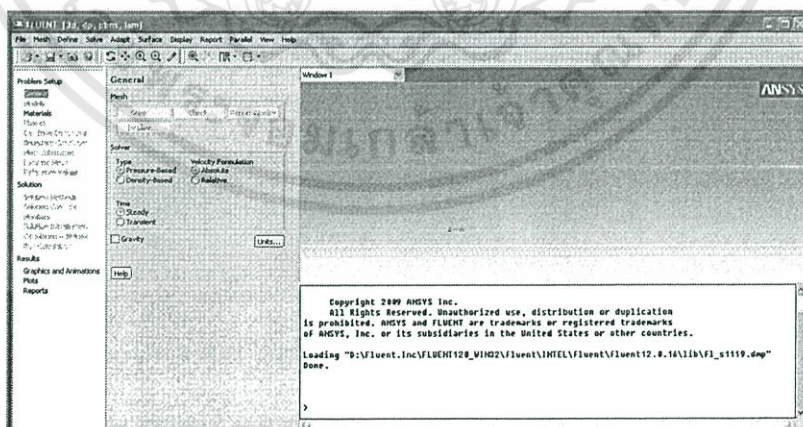
- ส่วนที่ 3 การคำนวณโดยโปรแกรม Fluent 12.0.16

1. เลือก Fluent 12.0.16 จะเห็นหน้าต่างดังรูปที่ 3.17



รูปที่ 3.17 หน้าต่างก่อนเข้าโปรแกรม Fluent 12.0.16

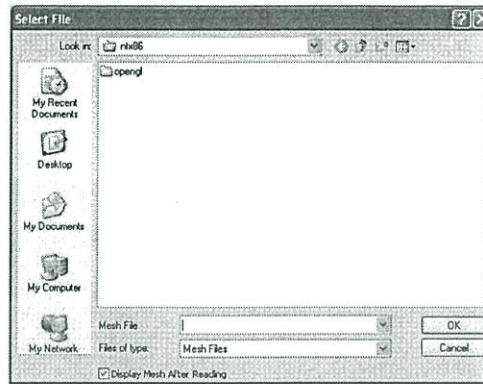
2. กำหนด Dimension เป็น 3D และกำหนด Options เป็น Double Precision แล้วเลือก OK จะเห็นหน้าต่างดังรูปที่ 3.18



รูปที่ 3.18 โปรแกรม Fluent 12.0.16

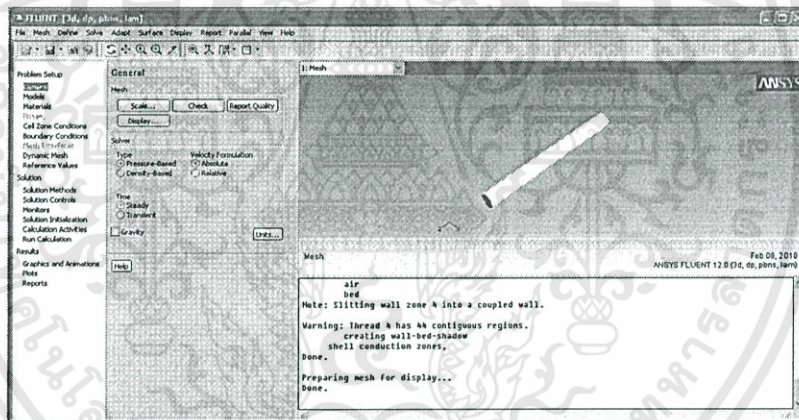
เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

3. เลือก File/Read/Mesh จะเห็นหน้าต่างดังรูปที่ 3.19



รูปที่ 3.19 หน้าต่างการเลือกไฟล์

4. เลือกไฟล์ (.msh) ที่บันทึกเอาไว้แล้วเลือก OK โปรแกรมจะแสดงแบบจำลองที่เลือก ดังรูปที่ 3.20

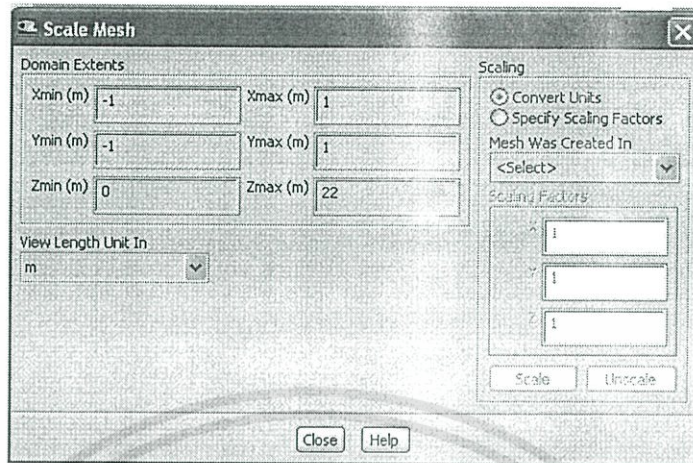


รูปที่ 3.20 แบบจำลองที่จะนำมาคำนวณโดยโปรแกรม Fluent 12.0.16

5. เลือก General/Mesh/Check โปรแกรมจะทำการตรวจสอบแบบจำลองที่เลือก

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

6. เลือก General/Mesh/Scale โปรแกรมจะแสดงดังรูปที่ 3.21

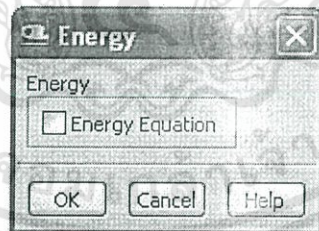


รูปที่ 3.21 หน้าต่างการกำหนดขนาดของแบบจำลอง

กำหนดขนาดแบบจำลอง เนื่องจาก โปรแกรม Gambit 2.4.6 ไม่มีหน่วยคั้งนั้นก่อนทำการคำนวณ ต้องกำหนดหน่วยของแบบจำลองก่อน ด้วยการเลือก Mesh Was Created In เป็น in แล้วเลือก Scale โปรแกรมจะคำนวณขนาดของแบบจำลอง แล้วเลือก Close

7. ตั้งค่าสมการที่ใช้ในการจำลอง

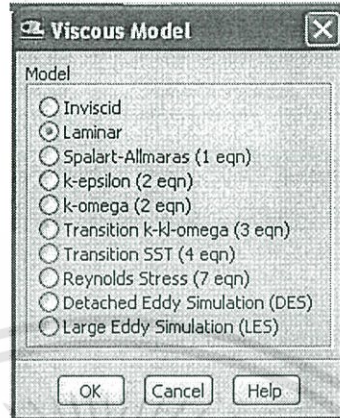
7.1 เลือก Models แล้วเลือก Energy – Off แล้วเลือก Edit โปรแกรมจะแสดงหน้าต่าง ดังรูปที่ 3.22



รูปที่ 3.22 หน้าต่างการตั้งค่าสมการพลังงาน

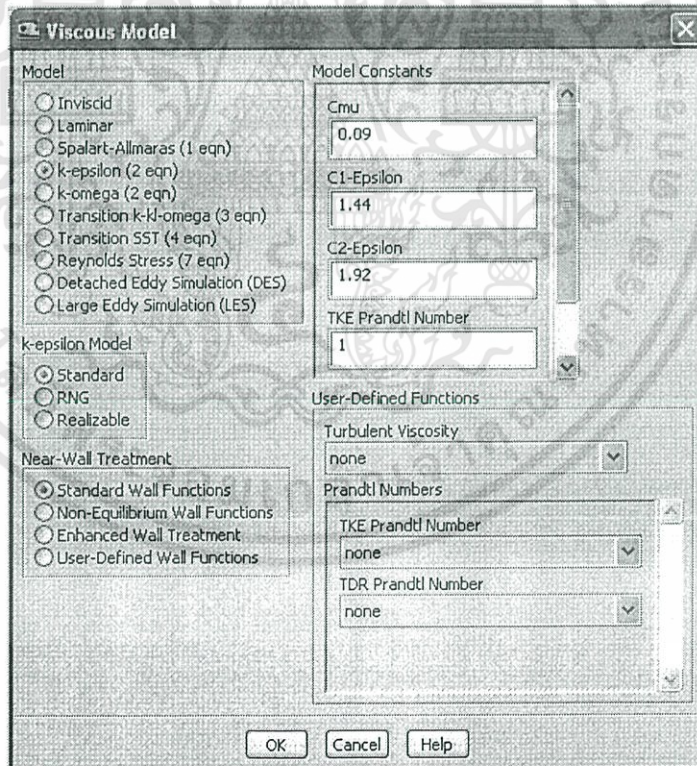
เลือก Energy Equation แล้วเลือก OK โปรแกรมจะเปลี่ยนจาก Energy – Off เป็น Energy – On

7.2 เลือก Models แล้วเลือก Viscous – Laminar แล้วเลือก Edit โปรแกรมจะแสดงหน้าต่าง ดังรูปที่ 3.23



รูปที่ 3.23 หน้าต่างเลือกสมการการไหล

เลือก k-epsilon (2 eqn) โปรแกรมจะแสดงหน้าต่างดังรูปที่ 3.24

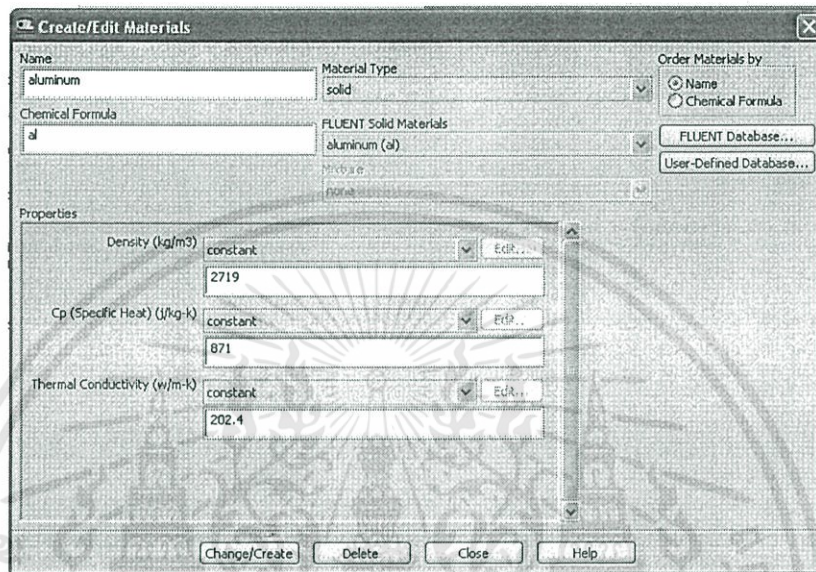


รูปที่ 3.24 หน้าต่างการตั้งค่าของ k-epsilon Model

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆทั้งสิ้น.อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

กำหนด k-epsilon Model เป็น Standard พร้อมกำหนด Near-Wall Treatment เป็น Enhanced Wall Treatment แล้วเลือก OK

8. กำหนดคุณสมบัติของวัสดุ ด้วยการเลือก Materials/aluminum เลือก Create/Edit โปรแกรมจะแสดงหน้าต่างดังรูปที่ 3.25

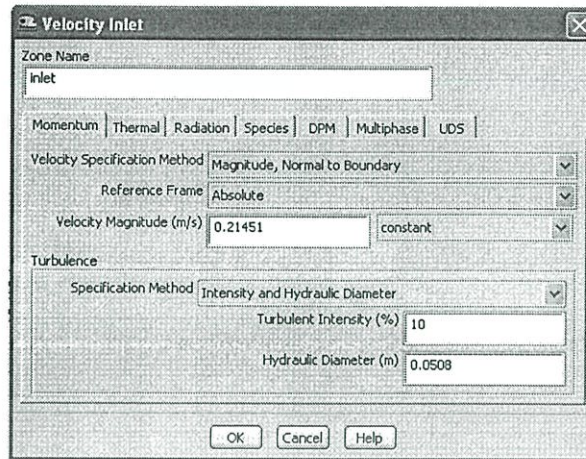


รูปที่ 3.25 หน้าต่างการกำหนดคุณสมบัติวัสดุ

เปลี่ยน Name จาก aluminum เป็น nylon และเปลี่ยน Chemical Formula จาก al เป็น nylon พร้อมกำหนด Density เท่ากับ  $1,300 \text{ kg/m}^3$ , Cp (Specific Heat) เท่ากับ  $1,000 \text{ J/kg}\cdot\text{K}$  และ Thermal Conductivity เท่ากับ  $0.242 \text{ W/m}\cdot\text{K}$  แล้วเลือก Change/Create โปรแกรมจะถามว่า “ Change/Create mixture and Overwrite aluminum? ” ให้เลือก Yes แล้วเลือก Close

9. กำหนด Boundary Conditions

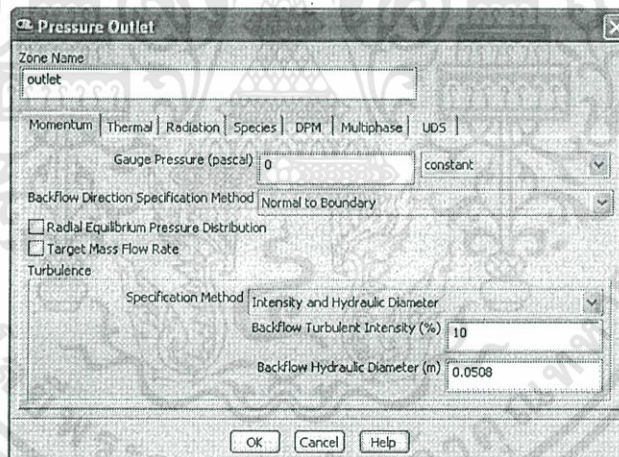
9.1 กำหนด Boundary condition ของอากาศขาเข้า ด้วยการเลือก Boundary Conditions/inlet เลือก edit กำหนดค่าตัวแปรตามรูปที่ 3.26



รูปที่ 3.26 การกำหนด Boundary Condition ของ inlet

และเลือก Thermal กำหนด Temperature (K) เท่ากับ 298 เลือก OK

9.2 กำหนด Boundary condition ของอากาศขาออก ด้วยการเลือก Boundary Conditions/outlet เลือก edit กำหนดค่าตัวแปรตามรูปที่ 3.27

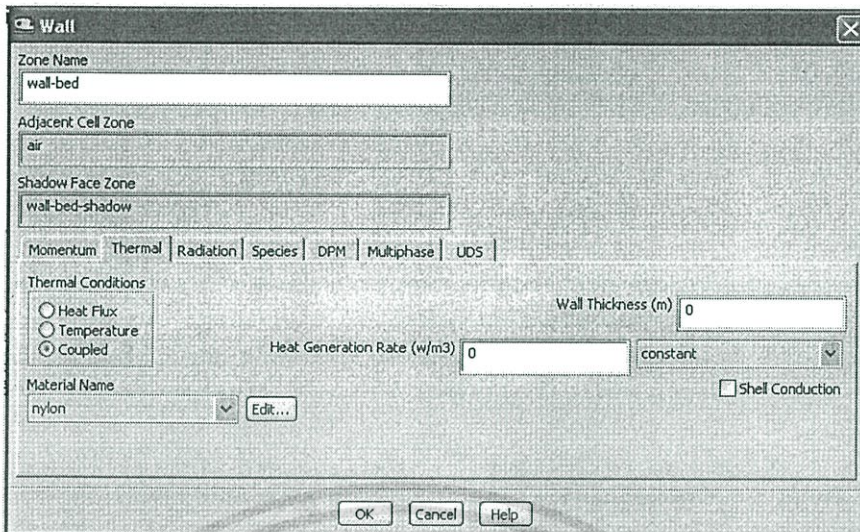


รูปที่ 3.27 การกำหนด Boundary Condition ของ outlet

และเลือก Thermal กำหนด Temperature (K) เท่ากับ 298 เลือก OK

9.3 กำหนด Boundary condition ของเบด ด้วยการเลือก Boundary Conditions/wall-bed เลือก edit กำหนดค่าตัวแปรตามรูปที่ 3.28

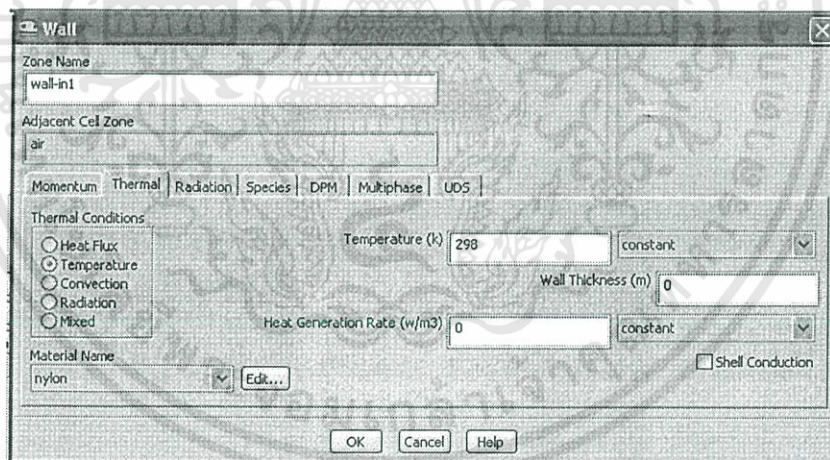
เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



รูปที่ 3.28 การกำหนด Boundary Condition ของ wall-bed

(ทำซ้ำแต่เปลี่ยนจาก wall-bed เป็น wall-bed-shadow)

9.4 กำหนด Boundary condition ของคอลัมน์ ด้วยการเลือก Boundary Conditions/wall-in1 เลือก edit กำหนดค่าตัวแปรตามรูปที่ 3.29



รูปที่ 3.29 การกำหนด Boundary Condition ของ wall-in1

(ทำซ้ำแต่เปลี่ยน Zone และอุณหภูมิตามตารางที่ 3.3)

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ตารางที่ 3.3 ค่าอุณหภูมิของแต่ละส่วน

Zone	Temperature (K)
wall-in2	298.43
wall-in3	298.86
wall-in4	299.29
wall-in5	299.70
wall-in6	302.25
wall-in7	305.65
wall-in8	313.30
wall-in9	352.40
wall-out1	383.00

10. เลือก Solution Methods แล้วกำหนดวิธีการหาคำตอบตามตารางที่ 3.4

ตารางที่ 3.4 การกำหนด Solution Method

<b>Pressure-Velocity Coupling</b>	Scheme	SIMPLE
<b>Spatial Discretization</b>	Gradient	Least Squares Cell Based
	Pressure	Standard
	Momentum	Second Order Upwind
	Turbulent Kinetic Energy	Second Order Upwind
	Turbulent Dissipation Rate	Second Order Upwind
	Energy	Second Order Upwind

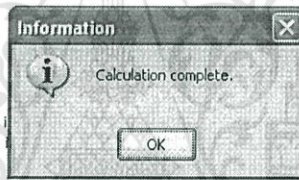
11. เลือก Solution Controls แล้วกำหนด Under-Relaxation Factors ตามตารางที่ 3.5

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ตารางที่ 3.5 ค่า Under-Relaxation Factors สำหรับแบบจำลอง Standard k-epsilon  
ที่ตัวเลขเรย์โนลด์เท่ากับ 373

Pressure	0.02	Turbulent Kinetic Energy	0.8
Density	1	Turbulent Dissipation Rate	0.8
Body Forces	1	Turbulent Viscosity	1
Momentum	0.01	Energy	0.8

12. เลือก File/Write/Case ตั้งชื่อตามที่ต้องการ แล้วเลือก OK
13. เลือก Solution Initialization กำหนด Compute from ให้เป็น inlet แล้วเลือก Initialize
14. เลือก Run Calculation แล้วเลือก Calculate โปรแกรมก็จะเริ่มทำการคำนวณ เมื่อการคำนวณเสร็จสิ้น โปรแกรมจะแสดงหน้าต่างดังรูปที่ 3.30



รูปที่ 3.30 หน้าต่างแสดงการคำนวณเสร็จสิ้น

15. เลือก File/Write/Case & Data พิมพ์ชื่อตามที่ต้องการแล้วเลือก OK
16. ทำการทดลองซ้ำแต่เปลี่ยน Boundary condition ของอากาศขาเข้าจากความเร็ว 0.21451 m/s เป็น 1.10533 m/s แล้วคำนวณใหม่
17. เมื่อทำการทดลองครั้งที่ 2 เสร็จแล้ว ทำการทดลองซ้ำในขั้นตอนที่ 1 ถึง 16 แต่เปลี่ยน k-epsilon Model จาก Standard เป็น RNG

## ตอนที่ 2 (แบบจำลองที่ 2)

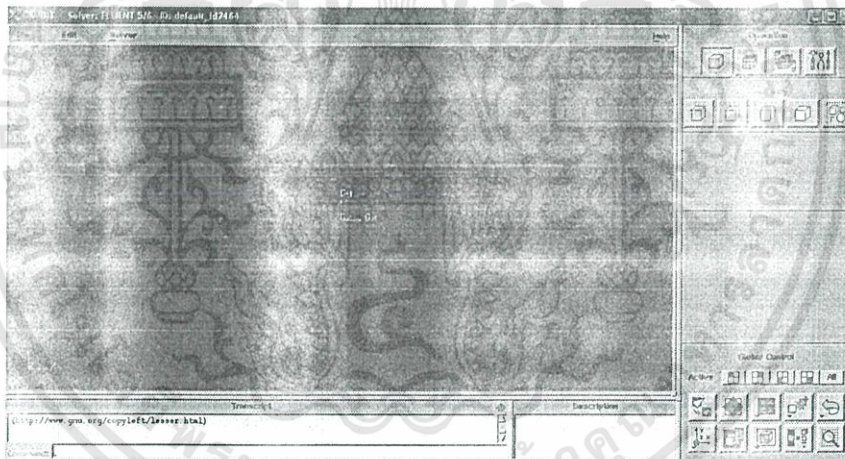
- ส่วนที่ 1 การสร้างแบบจำลอง

1. เลือก start/All Programs/Fluent Inc Products/Gambit 2.4.6/Gambit2.4.6 จะเห็นหน้าต่าง ดังรูปที่ 3.31



รูปที่ 3.31 หน้าต่างก่อนการเข้าโปรแกรม Gambit 2.4.6

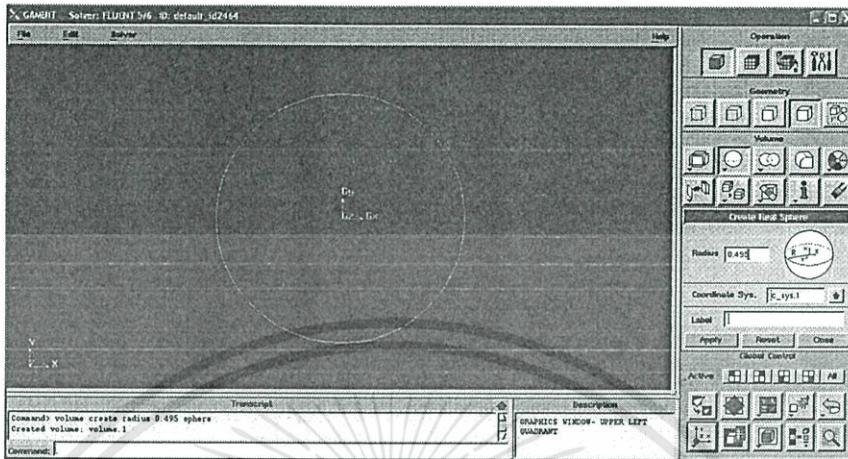
2. เลือก Working Directory และ Session Id ตามที่ต้องการ แล้วเลือก Run จะเห็นหน้าต่าง ดังรูปที่ 3.32



รูปที่ 3.32 โปรแกรม Gambit 2.4.6

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

3. สร้างทรงกลมโดยเลือก Geometry/Volume/Sphere/Create Real Sphere กำหนดขนาดรัศมีเท่ากับ 0.495 แล้วเลือก Apply แสดงดังรูปที่ 3.33



รูปที่ 3.33 ทรงกลมที่มีขนาดเท่ากับ 0.495

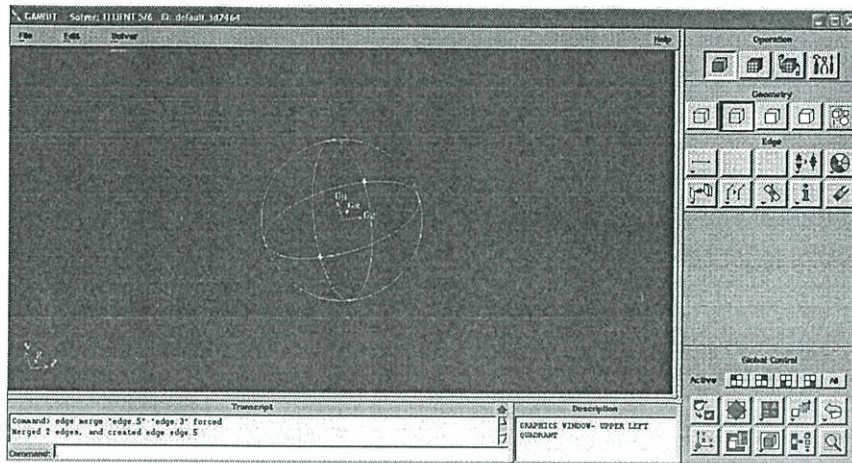
4. สร้างเส้นขอบบนทรงกลม 4 เส้น โดยวิธีตัดทรงกลมด้วยระนาบ ดังนี้

4.1 เลือก Geometry/Face/Circle/Create Real Circular Face กำหนดขนาดรัศมีเท่ากับ 1 เลือก ระนาบ XY แล้วเลือก Apply (ทำซ้ำอีกครั้งหนึ่งแต่เปลี่ยนจากระนาบ XY เป็นระนาบ XZ)

4.2 เลือก Geometry/Volume/Split Volume เลือกทรงกลม (volume.1) เปลี่ยน Split With จาก Volumes (Real) เป็น Faces (Real) เลือกระนาบที่สร้างขึ้นในขั้นตอนที่ 4.1 (face.2 และ face.3) แล้วเลือก Apply

4.3 เลือก Geometry/Volume/Merge Volume เลือกส่วนของทรงกลม (volume.1 ถึง volume.4) แล้วเลือก Apply

4.4 เลือก Geometry/Edge/Merge Edges เลือกเส้นขอบ (edge.3 และ edge.5) แล้วเลือก Apply จะได้ทรงกลมที่มีเส้นขอบ 4 เส้น แสดงดังรูปที่ 3.34



รูปที่ 3.34 ทรงกลมที่มีเส้นขอบ 4 เส้น

### 5. สร้างทรงกลม 44 ลูก ดังนี้

5.1 เลือก Geometry/Volume/ Move/Copy Volumes เลือกทรงกลม (volume.1) เลือก Move กำหนด Operation เป็น Translate กำหนด Global x, y, z เป็น 0, 0, 0.5 แล้วเลือก Apply

5.2 เลือก Geometry/Volume/ Move/Copy Volumes เลือกทรงกลม (volume.1) เลือก Copy พร้อมกำหนดจำนวน Copy เท่ากับ 3 กำหนด Operation เป็น Translate กำหนด Global x, y, z เป็น 0, 0, 0 แล้วเลือก Apply

5.3 เลือก Geometry/Volume/ Move/Copy Volumes เลือกทรงกลม (volume.1) เลือก Move กำหนด Operation เป็น Translate กำหนด Global x, y, z เป็น 0.5, 0, 0 แล้วเลือก Apply (ทำซ้ำอีกครั้งแต่เปลี่ยนจาก volume.1 เป็น volume.2 แล้วเปลี่ยน Global x, y, z จาก 0.5, 0, 0 เป็น -0.5, 0, 0)

5.4 เลือก Geometry/Volume/ Move/Copy Volumes เลือกทรงกลม (volume.3 และ volume.4) เลือก Move กำหนด Operation เป็น Translate กำหนด Global x, y, z เป็น 0, 0, 0.7071 แล้วเลือก Apply

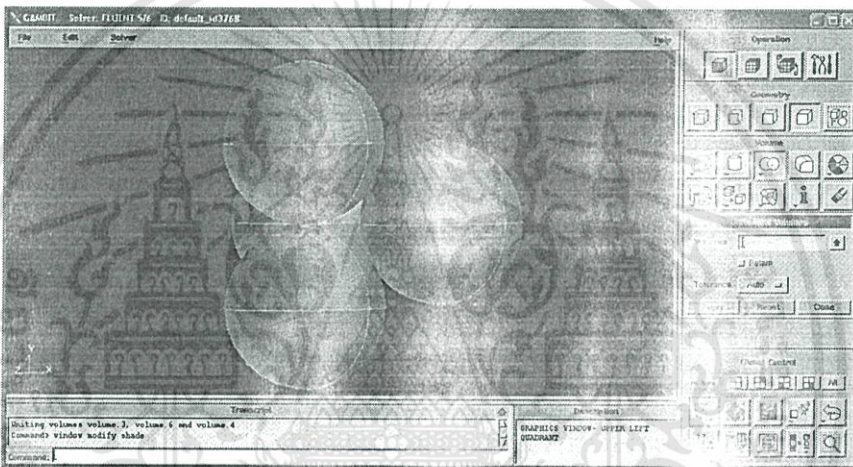
5.5 เลือก Geometry/Volume/ Move/Copy Volumes เลือกทรงกลม (volume.3) เลือก Move กำหนด Operation เป็น Translate กำหนด Global x, y, z เป็น 0, 0.5, 0 แล้วเลือก Apply (ทำซ้ำอีกครั้งแต่เปลี่ยนจาก volume.3 เป็น volume.4 แล้วเปลี่ยน Global x, y, z จาก 0, 0.5, 0 เป็น 0, -0.5, 0)

5.6 เลือก Geometry/Volume/Cylinder/Create Real Cylinder กำหนด ความสูงเท่ากับ 0.1 และ รัศมีเท่ากับ 0.006 กำหนด Axis Location เป็น Centered X แล้วเลือก Apply (ทำซ้ำอีกครั้งแต่เปลี่ยน Axis Location จาก Centered X เป็น Centered Y)

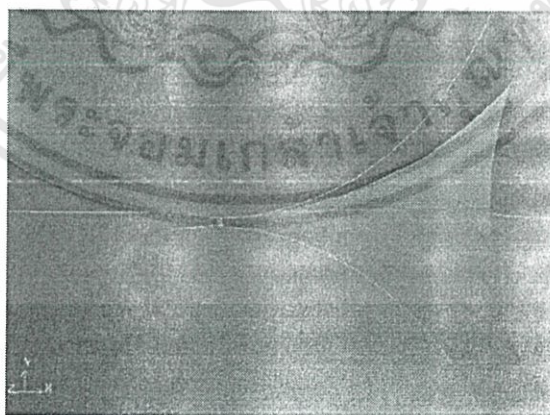
เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

5.7 เลือก Geometry/Volume/ Move/Copy Volumes เลือกทรงกระบอก (volume.5) เลือก Move กำหนด Operation เป็น Translate กำหนด Global x, y, z เป็น 0, 0, 0.5 แล้วเลือก Apply (ทำซ้ำอีกครั้งแต่เปลี่ยนจาก volume.5 เป็น volume.6 แล้วเปลี่ยน Global x, y, z จาก 0, 0, 0.5 เป็น 0, 0, 1.2071)

5.8 เลือก Geometry/Volume/Unite/Unite Real Volumes เลือกทรงกลมและทรงกระบอก (volume.1, volume.2 และ volume.5) แล้วเลือก Apply (ทำซ้ำอีกครั้งแต่เปลี่ยน volume.1, volume.2 และ volume.5 เป็น volume.3, volume.4 และ volume.6) จะได้ทรงกลมที่มีการเชื่อมต่อกับทรงกระบอกดังรูปที่ 3.35a และรูปที่ 3.35b



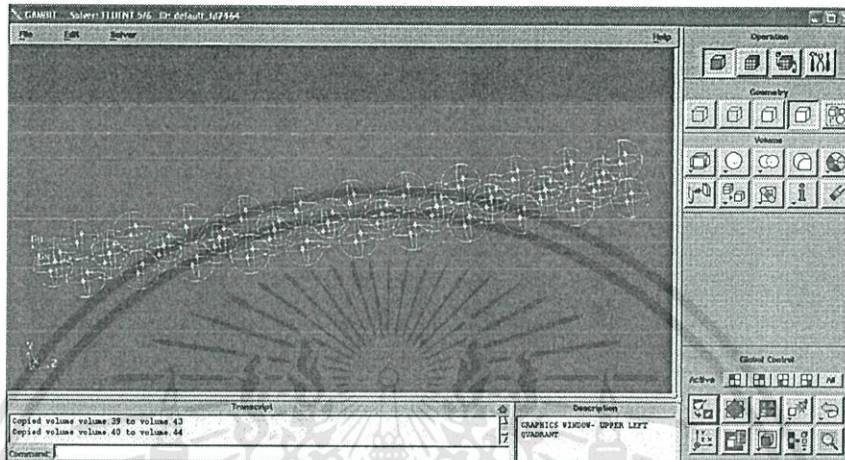
รูปที่ 3.35a ทรงกลมที่มีการเชื่อมต่อกับทรงกระบอก



รูปที่ 3.35b ภาพขยายทรงกลมที่มีการเชื่อมต่อกับทรงกระบอก

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

5.9 เลือก Geometry/Volume/ Move/Copy Volumes เลือกทรงกลมที่มีการเชื่อมต่อด้วย ทรงกระบอก (volume.1 และ volume.3) เลือก Copy พร้อมกำหนดจำนวน Copy เท่ากับ 10 กำหนด Operation เป็น Translate กำหนด Global x, y, z เป็น 0, 0, 1.4142 แล้วเลือก Apply จะได้ทรงกลมที่มีการเชื่อมต่อด้วยทรงกระบอก 22 ชุด (ทรงกลม 44 ลูก) แสดงดังรูปที่ 3.36



รูปที่ 3.36 ทรงกลมที่มีการเชื่อมต่อด้วยทรงกระบอก 22 ชุด (ทรงกลม 44 ลูก)

6. สร้างคอลัมน์ที่มีเส้นผ่านศูนย์กลางภายในขนาด 2 นิ้ว สูง 22 นิ้ว และแบ่งส่วนเป็น 2 ส่วน คือ ส่วนที่ไม่ให้ความร้อน (Calming section) และส่วนที่ให้ความร้อน (Heated section) ดังนี้

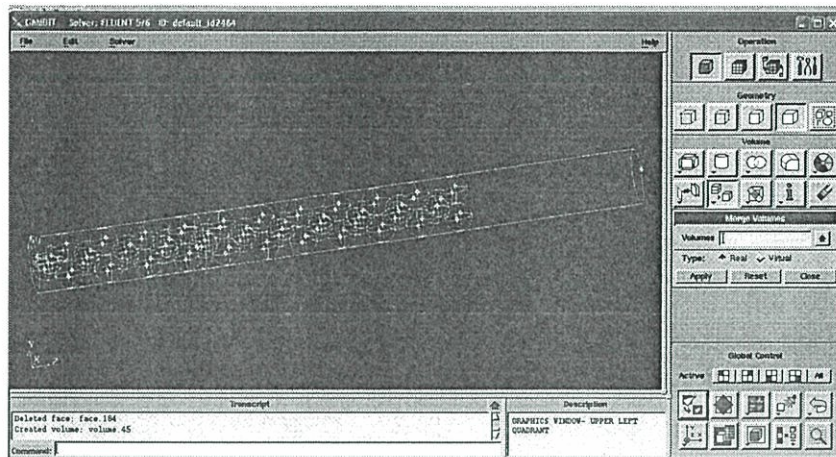
6.1 สร้างทรงกระบอกโดยเลือก Geometry/Volume/Cylinder/Create Real Cylinder กำหนดขนาดรัศมีเท่ากับ 1 ความสูง 22 และกำหนด Axis Location เป็น Positive Z แล้วเลือก Apply

6.2 สร้างระนาบเพื่อแบ่งคอลัมน์เป็น 2 ส่วน โดยเลือก Geometry/Face/Circle/Create Real Circular Face กำหนดขนาดรัศมีเท่ากับ 1.25 เลือกระนาบ XY แล้วเลือก Apply

6.3 เลือก Geometry/Face/ Move/Copy Faces เลือกระนาบที่สร้างขึ้นในขั้นตอนที่ 6.2 (face.218) เลือก Move กำหนด Operation เป็น Translate กำหนด Global x, y, z เป็น 0, 0, 6 แล้วเลือก Apply

6.4 เลือก Geometry/Volume/Split Volume เลือกทรงกระบอก (volume.24) เลือก Split With เป็น Faces (Real) เลือกระนาบที่สร้างขึ้นในขั้นตอนที่ 6.2 (face.218) แล้วเลือก Apply

6.5 เลือก Geometry/Volume/Merge Volume เลือกทรงกระบอก (volume.24 และ volume.25) แล้วเลือก Apply จะได้ทรงกระบอกที่แบ่งเป็น 2 ส่วน แสดงดังรูปที่ 3.37



รูปที่ 3.37 ทรงกระบอกที่แบ่งเป็น 2 ส่วน

7. แบ่งส่วนที่ไม่ให้ความร้อนเป็น 9 ส่วน เพื่อใช้กำหนดคุณสมบัติของการนำความร้อนจากส่วนที่ให้ความร้อน (Calming section) มาที่ส่วนไม่ให้ความร้อน (Heated section) ดังนี้

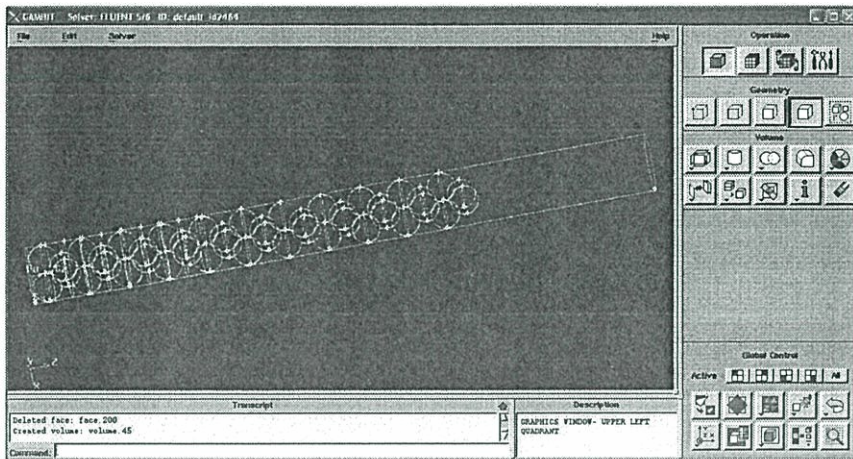
7.1 สร้างระนาบเพื่อแบ่งคอลัมน์ในส่วนที่ไม่ให้ความร้อนเป็น 9 ส่วน โดยเลือก Geometry/Face/Circle/Create Real Circular Face กำหนดขนาดรัศมีเท่ากับ 1.25 เลือกระนาบ XY แล้วเลือก Apply

7.2 เลือก Geometry/Face/ Move/Copy Faces เลือกระนาบที่สร้างขึ้นในขั้นตอนที่ 7.1 (face.220) เลือก Move กำหนด Operation เป็น Translate กำหนด Global x, y, z เป็น 0, 0, 5.34 แล้วเลือก Apply

7.3 เลือก Geometry/Volume/Split Volume เลือกทรงกระบอก (volume.24) เลือก Split With เป็น Faces (Real) เลือกระนาบที่สร้างขึ้นในขั้นตอนที่ 7.1 (face.220) แล้วเลือก Apply

7.4 เลือก Geometry/Volume/Merge Volume เลือกทรงกระบอก (volume.24 และ volume.25) แล้วเลือก Apply (ทำซ้ำขั้นตอนที่ 7.1 จนถึง 7.4 แต่เปลี่ยน Global z จาก 5.34 เป็น 4.68, 4.02, 3.36, 2.64, 1.98, 1.32 และ 0.66 ตามลำดับ) จะได้คอลัมน์ที่มีการแบ่งส่วนอย่างสมบูรณ์ แสดงดัง

รูปที่ 3.38



รูปที่ 3.38 คอลัมน์ที่มีการแบ่งส่วนอย่างสมบูรณ์

8. สร้างสนามการไหลของอากาศเพื่อให้โปรแกรม Fluent ทราบว่ามีการไหลของอากาศส่วนใดบ้าง โดยเลือก Geometry/Volume/Split Volume เลือกทรงกระบอก (volume.24) เลือก Split With เป็น Volumes (Real) เลือกทรงกลมทั้งหมดที่สร้างขึ้นในขั้นตอนที่ 5 (volume.1 ถึง volume.23) แล้วเลือก Apply

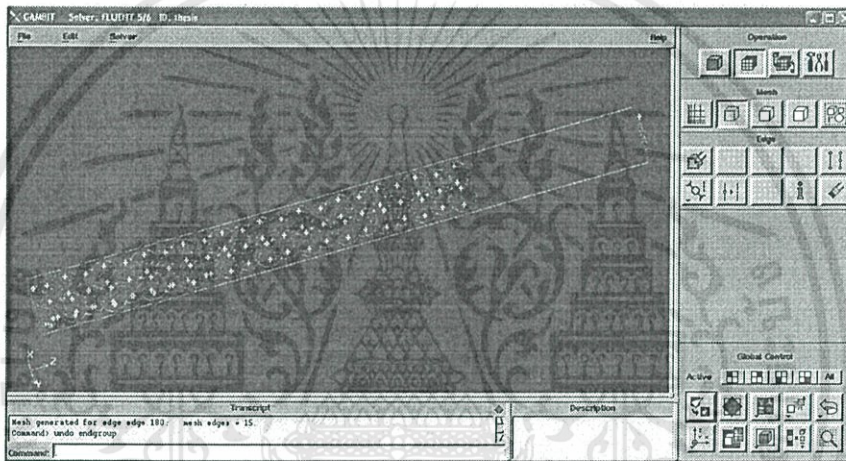
เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

- ส่วนที่ 2 การสร้างกริด (Grid Generation or Mesh Generation)

1. การสร้างกริดบนเส้นขอบ

1.1 เลือก Mesh/Edge/Mesh Edge เลือกเส้นขอบ (เส้นขอบที่อยู่บนทรงกระบอก) กำหนด Spacing โดยเปลี่ยน Interval size เป็น Interval count พร้อมกำหนด Interval count เท่ากับ 60 แล้วเลือก Apply

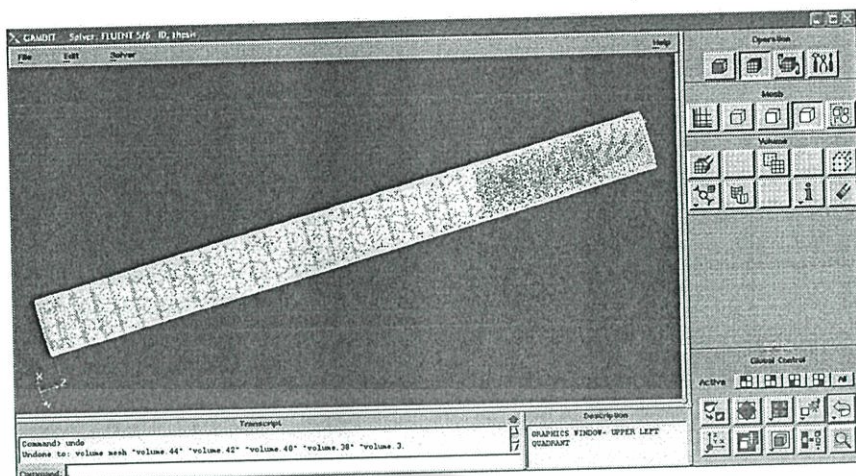
1.2 เลือก Mesh/Edge/Mesh Edge เลือกเส้นขอบ (เลือกทุกเส้นขอบ ยกเว้นเส้นขอบที่กำหนดไว้ในข้อที่ 1.1) กำหนด Spacing เป็น Interval count พร้อมกำหนด Interval count เท่ากับ 15 แล้วเลือก Apply จะได้แบบจำลองที่มีการสร้างกริดบนเส้นขอบอย่างสมบูรณ์ แสดงดังรูปที่ 3.39



รูปที่ 3.39 แบบจำลองที่มีการสร้างกริดบนเส้นขอบอย่างสมบูรณ์

2. การสร้างกริดบนพื้นผิว

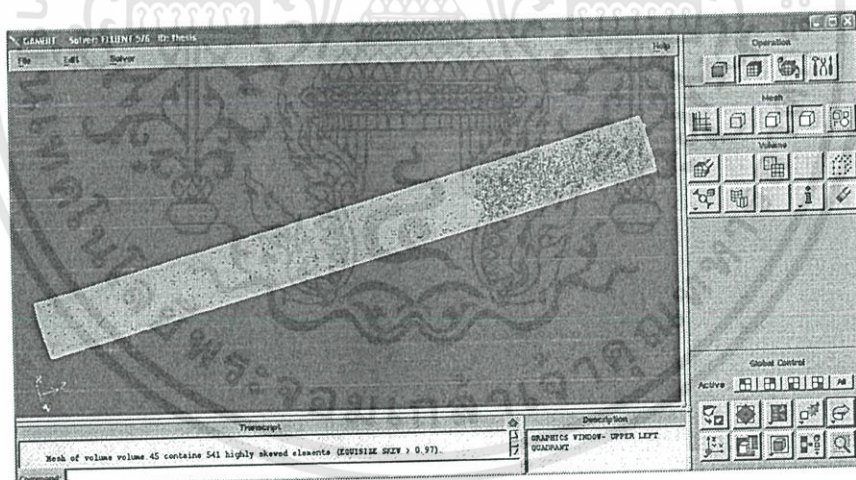
2.1 เลือก Mesh/Face/Mesh Faces เลือกพื้นผิวทุกพื้นผิว กำหนด Elements เป็น Tri และ Type เป็น Pave แล้วเลือก Apply จะได้แบบจำลองที่มีการกำหนด Mesh บนพื้นผิวอย่างสมบูรณ์ แสดงดังรูปที่ 3.40



รูปที่ 3.40 แบบจำลองที่มีการสร้างกริดบนพื้นผิวอย่างสมบูรณ์

### 3. การสร้างกริดในปริมาตร

3.1 เลือก Mesh/volume/Mesh volumes เลือกปริมาตรทั้งหมด กำหนด Elements เป็น Tet/Hybrid และ Type เป็น TGrid แล้วเลือก Apply จะได้แบบจำลองที่มีการสร้างกริดในปริมาตรอย่างสมบูรณ์ แสดงดังรูปที่ 3.41



รูปที่ 3.41 แบบจำลองที่มีการสร้างกริดในปริมาตรอย่างสมบูรณ์

### 4. การกำหนด Boundary และ Continuum

4.1 เลือก Zones/Specify Boundary Types เลือกพื้นผิว (face.210) กำหนด Name เป็น Inlet พร้อมกำหนด Type เป็น VELOCITY\_INLET แล้วเลือก Apply (ทำซ้ำแต่เปลี่ยนพื้นผิว เปลี่ยน Name และเปลี่ยน Type ตามตารางที่ 1)

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

### ตารางที่ 3.6 การกำหนด Boundary แต่ละพื้นผิว

พื้นผิว	Name	Type
face.212	Outlet	PRESSURE_OUTLET
face.224	Wall-In1	WALL
face.225	Wall-In2	WALL
face.226	Wall-In3	WALL
face.227	Wall-In4	WALL
face.228	Wall-In5	WALL
face.229	Wall-In6	WALL
face.230	Wall-In7	WALL
face.231	Wall-In8	WALL
face.223	Wall-In9	WALL
face.211	Wall-Out1	WALL
เลือกทุกพื้นผิวยกเว้นพื้นผิวที่เลือกไปแล้วข้างต้น	Wall-Bed	WALL

4.2 เลือก Zones/Specify Continuum Types เลือกปริมาตร (volume.24) กำหนด Name เป็น Air พร้อมกำหนด Type เป็น FLUID แล้วเลือก Apply (ทำซ้ำแต่เปลี่ยนปริมาตรเป็น volume.1 ถึง volume.23 เปลี่ยน Name เป็น Bed และเปลี่ยน Type เป็น SOLID)

#### 5. การบันทึกข้อมูล

5.1 เลือก File/Save As

5.2 พิมพ์ ID ตามต้องการ แล้วเลือก Accept

#### 6. การบันทึก Mesh เพื่อส่งไปคำนวณในโปรแกรม Fluent 12.0.16

6.1 เลือก File/Export/Mesh ตรวจสอบ File Name ว่าถูกต้องหรือไม่ ถ้าถูกต้องแล้วเลือก Accept

#### - ส่วนที่ 3 การคำนวณโดยโปรแกรม Fluent 12.0.16

ทำการคำนวณตามตอนที่ 1 (แบบจำลองที่1)

## บทที่ 4

### ผลการทดลองและการวิเคราะห์ผล

#### 4.1 ผลการทดลอง

##### ตอนที่ 1 แบบจำลองที่ 1

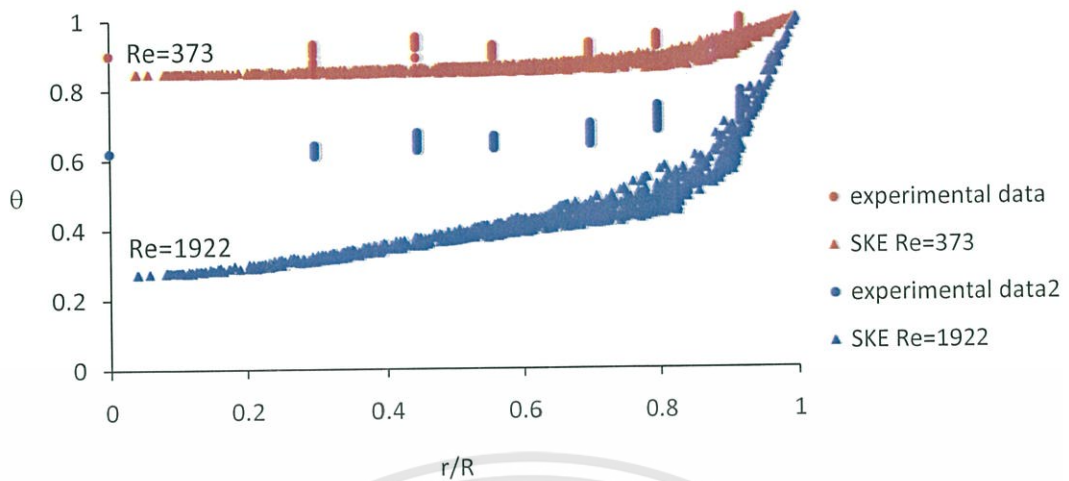
ผลที่ได้จากการจำลองโดยใช้แบบจำลอง Standard k-ε ในการทำนายพฤติกรรมของอากาศซึ่งไหลผ่านเบ็ดด้วยอัตราการไหลของอากาศขาเข้าคอลัมน์เท่ากับ 0.21451 เมตรต่อวินาที (ตัวเลขเรย์โนลด์เท่ากับ 373) และ 1.10533 เมตรต่อวินาที (ตัวเลขเรย์โนลด์เท่ากับ 1922) สามารถแสดงในรูปแบบของความสัมพันธ์ระหว่างตัวแปรไร้หน่วยของอุณหภูมิ ( $\theta$ ) โดยที่

$$\theta = \frac{(T - T_{\text{ขาเข้าคอลัมน์}})}{(T_{\text{ผนังคอลัมน์}} - T_{\text{ขาเข้าคอลัมน์}})}$$

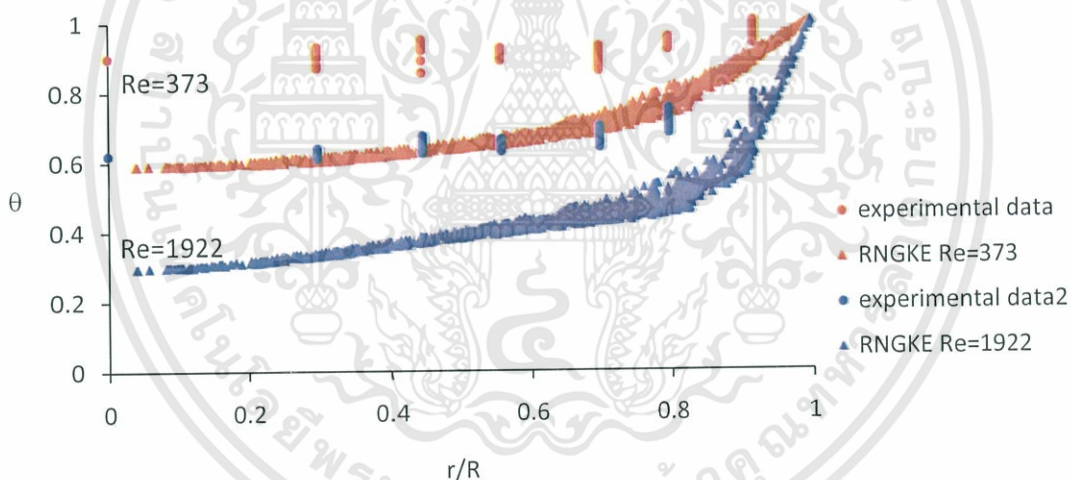
เมื่อ  $T_{\text{ผนังคอลัมน์}}$  เท่ากับ 383 K

$T_{\text{ขาเข้าคอลัมน์}}$  เท่ากับ 298 K

กับตัวแปรไร้หน่วยของรัศมีคอลัมน์ ( $r/R$ ) โดยที่  $r$  คือ ความยาวตามแนวรัศมีคอลัมน์และ  $R$  คือ ความยาวทั้งหมดของรัศมีคอลัมน์ (0.0254 เมตร) ดังรูปที่ 4.1 และรูปที่ 4.2 เมื่อใช้แบบจำลอง Renormalization group k-ε



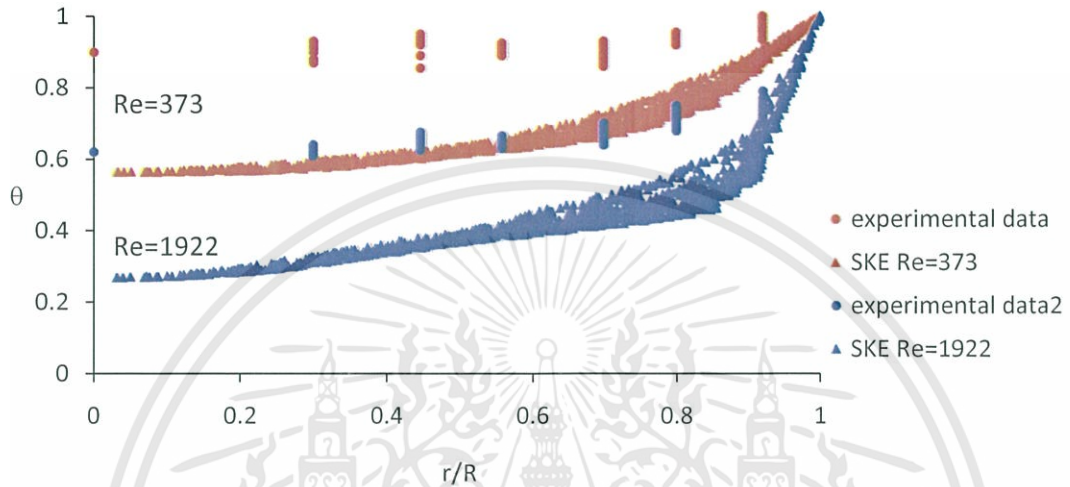
รูปที่ 4.1 กราฟแสดงความสัมพันธ์ระหว่างตัวแปรไร้หน่วยของอนุหภูมิ ( $\theta$ ) กับตัวแปรไร้หน่วยของรัศมีคอลัมน์ ( $r/R$ ) ของแบบจำลองที่ 1 เมื่อใช้แบบจำลอง Standard k- $\epsilon$  ที่ตัวเลขเรย์โนลด์เท่ากับ 373 และ 1922



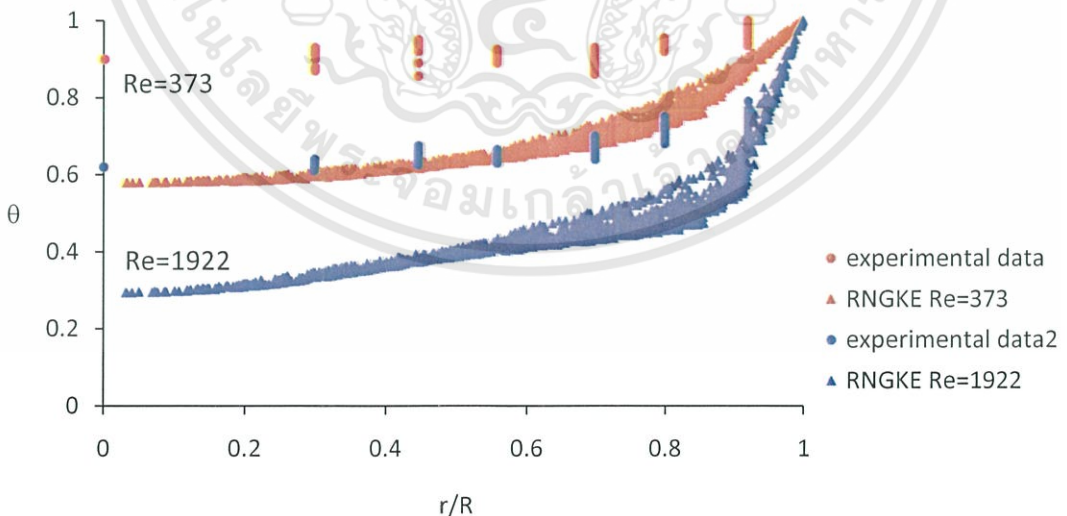
รูปที่ 4.2 กราฟแสดงความสัมพันธ์ระหว่างตัวแปรไร้หน่วยของอนุหภูมิ ( $\theta$ ) กับตัวแปรไร้หน่วยของรัศมีคอลัมน์ ( $r/R$ ) ของแบบจำลองที่ 1 เมื่อใช้แบบจำลอง Renormalization group k- $\epsilon$  ที่ตัวเลขเรย์โนลด์เท่ากับ 373 และ 1922

## ตอนที่ 2 แบบจำลองที่ 2

ผลการจำลองที่ได้ถูกแสดงในรูปแบบของความสัมพันธ์ระหว่างตัวแปรไร้หน่วยของ อุณหภูมิ ( $\theta$ ) กับตัวแปรไร้หน่วยของรัศมีคอลัมน์ ( $r/R$ ) ของแบบจำลองที่ 2 ดังรูปที่ 4.3 เมื่อใช้แบบจำลอง Standard k- $\epsilon$  และรูปที่ 4.4 เมื่อใช้แบบจำลอง Renormalization group k- $\epsilon$



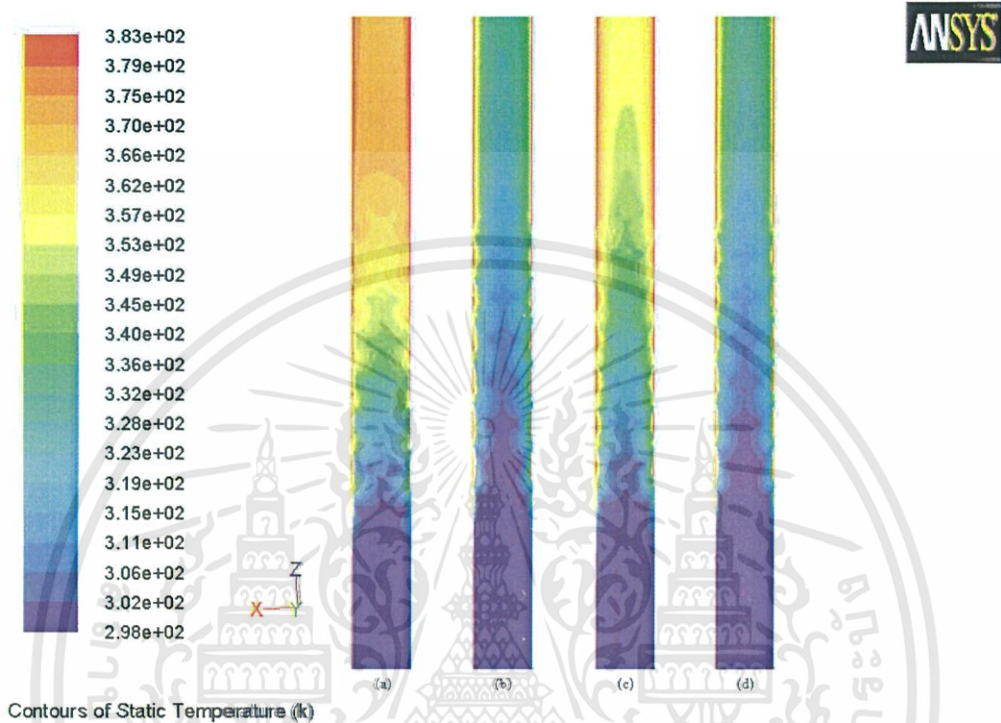
รูปที่ 4.3 กราฟแสดงความสัมพันธ์ระหว่างตัวแปรไร้หน่วยของอุณหภูมิ ( $\theta$ ) กับตัวแปรไร้หน่วยของรัศมีคอลัมน์ ( $r/R$ ) ของแบบจำลองที่ 2 เมื่อใช้แบบจำลอง Standard k- $\epsilon$  ที่ตัวเลขเรย์โนลด์เท่ากับ 373 และ 1922



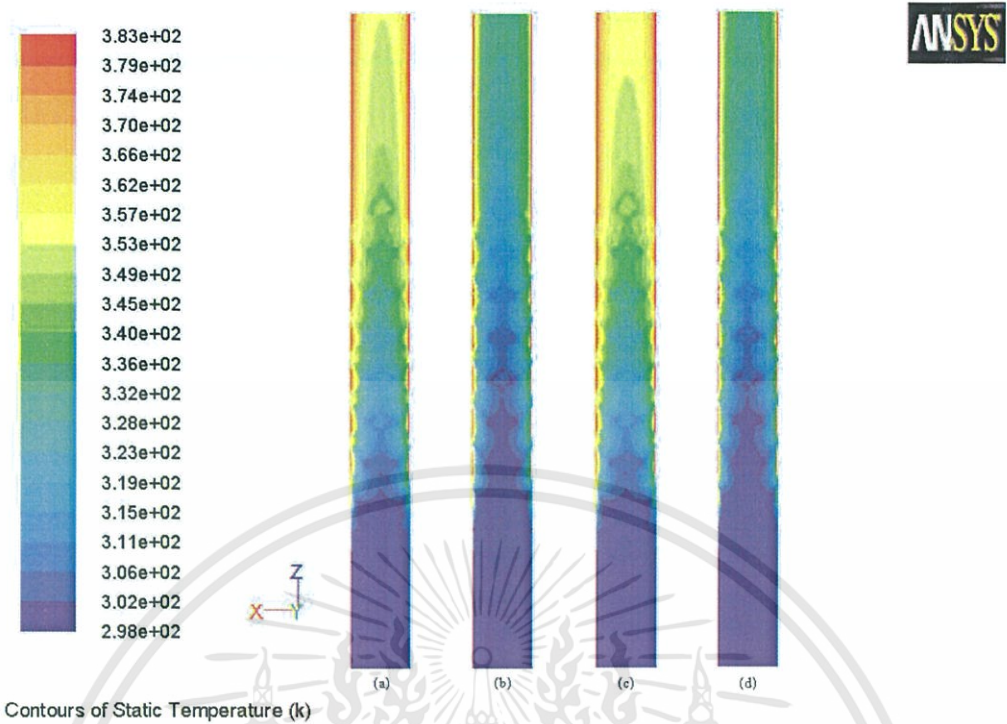
รูปที่ 4.4 กราฟแสดงความสัมพันธ์ระหว่างตัวแปรไร้หน่วยของอุณหภูมิ ( $\theta$ ) กับตัวแปรไร้หน่วยของรัศมีคอลัมน์ ( $r/R$ ) ของแบบจำลองที่ 2 เมื่อใช้แบบจำลอง Renormalization group k- $\epsilon$  ที่ตัวเลขเรย์โนลด์เท่ากับ 373 และ 1922

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

รูปที่ 4.5 และ 4.6 แสดงคอนทัวร์ของอุณหภูมิที่ระนาบ  $y = 0$  ของแบบจำลองที่ 1 และแบบจำลองที่ 2 ตามลำดับ โดยในแต่ละรูปจะทำการเปรียบเทียบเมื่อใช้แบบจำลองความปั่นป่วนและตัวเลขเรย์โนลด์ส์ที่แตกต่างกัน

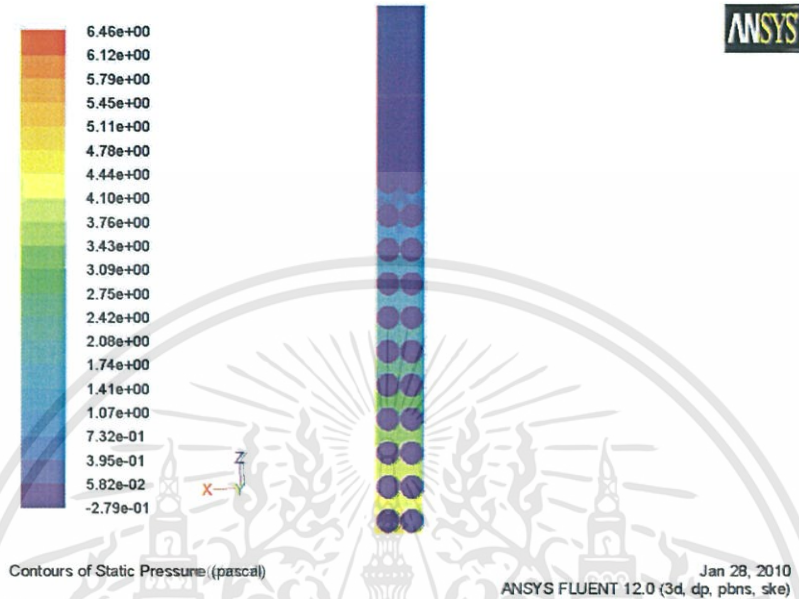


รูปที่ 4.5 คอนทัวร์ของอุณหภูมิที่ระนาบ  $y = 0$  ของแบบจำลองที่ 1 โดยที่ (a) และ (b) ใช้แบบจำลอง Standard k- $\epsilon$  ที่ตัวเลขเรย์โนลด์ส์เท่ากับ 373 และ 1922 ตามลำดับ ส่วน (c) และ (d) ใช้แบบจำลอง Renormalization group k- $\epsilon$  ที่ตัวเลขเรย์โนลด์ส์เท่ากับ 373 และ 1922 ตามลำดับ

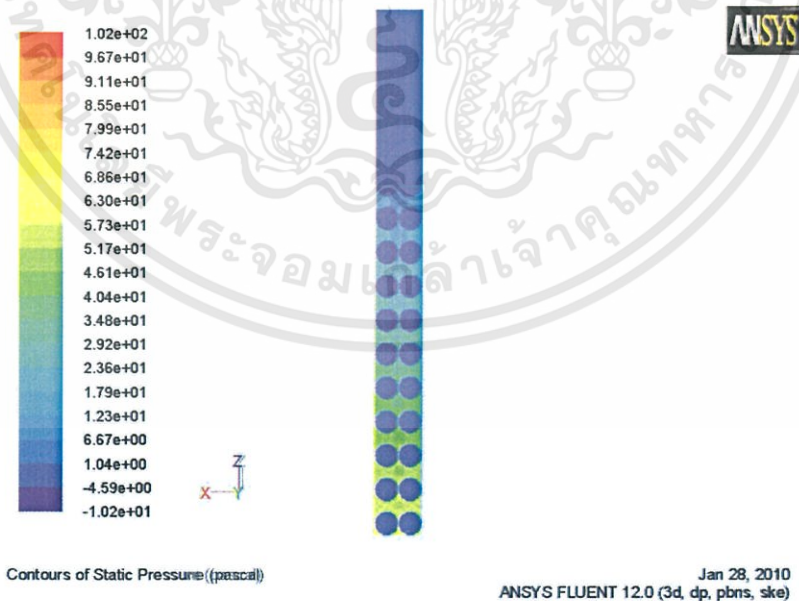


รูปที่ 4.6 คอนทัวร์ของอุณหภูมิที่ระนาบ  $y = 0$  ของแบบจำลองที่ 2 โดยที่ (a) และ (b) ใช้แบบจำลอง Standard k- $\epsilon$  ที่ตัวเลขเรย์โนลด์เท่ากับ 373 และ 1922 ตามลำดับ ส่วน (c) และ (d) ใช้แบบจำลอง Renormalization group k- $\epsilon$  ที่ตัวเลขเรย์โนลด์เท่ากับ 373 และ 1922 ตามลำดับ

รูปที่ 4.7 และรูปที่ 4.8 แสดงคอนทัวร์ของความดันของแบบจำลองที่ 1 ที่ระนาบ  $y = 0$  โดยใช้แบบจำลอง Standard k- $\epsilon$  ผลที่ได้แสดงได้ดังรูปที่ 4.7 เมื่อตัวเลขเรย์โนลด์เท่ากับ 373 และรูปที่ 4.8 เมื่อตัวเลขเรย์โนลด์เท่ากับ 1922 ตามลำดับ



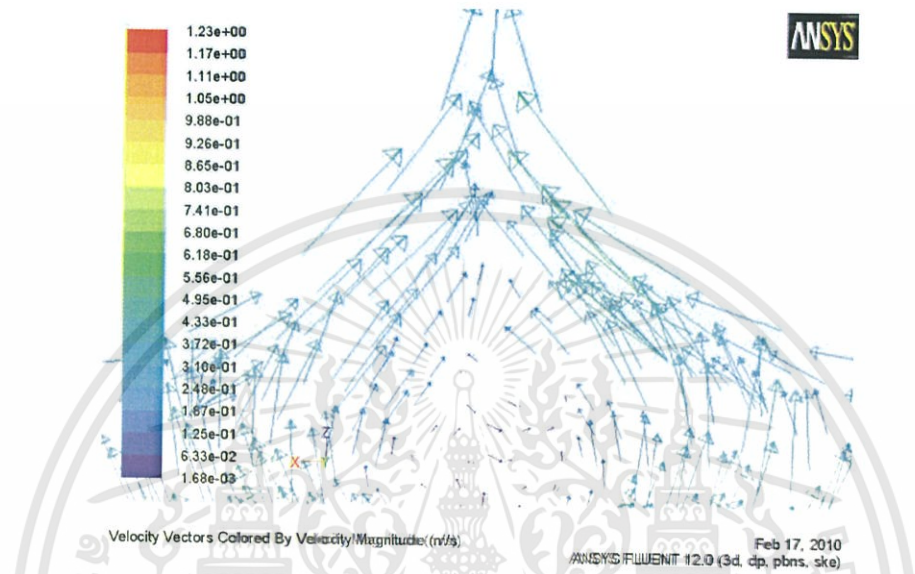
รูปที่ 4.7 คอนทัวร์ของความดันที่ระนาบ  $y = 0$  ของแบบจำลองที่ 1 เมื่อใช้แบบจำลอง Standard k- $\epsilon$  ที่ตัวเลขเรย์โนลด์เท่ากับ 373



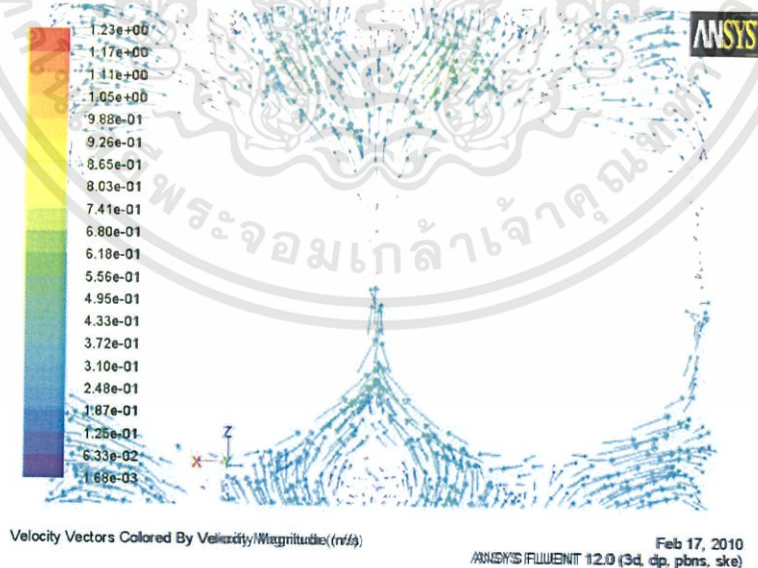
รูปที่ 4.8 คอนทัวร์ของความดันที่ระนาบ  $y = 0$  ของแบบจำลองที่ 1 เมื่อใช้แบบจำลอง Standard k- $\epsilon$  ที่ตัวเลขเรย์โนลด์เท่ากับ 1922

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

รูปที่ 4.9 และรูปที่ 4.10 แสดงคอนทัวร์ของเวกเตอร์ความเร็วบริเวณหลังอนุภาคทรงกลมของแบบจำลองเพื่อทำการแสดงผลของการเกิดการไหลวนของอากาศและเพื่อแสดงให้เห็นถึงลักษณะการไหลของอากาศผ่านเบคลูกทรงกลมตามลำดับ ที่ระนาบ  $y = 0$  โดยใช้แบบจำลอง Standard k- $\epsilon$  ที่ตัวเลขเรย์โนลด์เท่ากับ 373



รูปที่ 4.9 เวกเตอร์ความเร็วบริเวณใต้อนุภาคทรงกลมที่ระนาบ  $y = 0$  ของแบบจำลองที่ 1 เมื่อใช้แบบจำลอง Standard k- $\epsilon$  ที่ตัวเลขเรย์โนลด์เท่ากับ 373



รูปที่ 4.10 เวกเตอร์ความเร็วระหว่างอนุภาคทรงกลมอนุภาคทรงกลมที่ระนาบ  $y = 0$  ของแบบจำลองที่ 1 เมื่อใช้แบบจำลอง Standard k- $\epsilon$  ที่ตัวเลขเรย์โนลด์เท่ากับ 373

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

## 4.2 การวิเคราะห์ผลการทดลอง

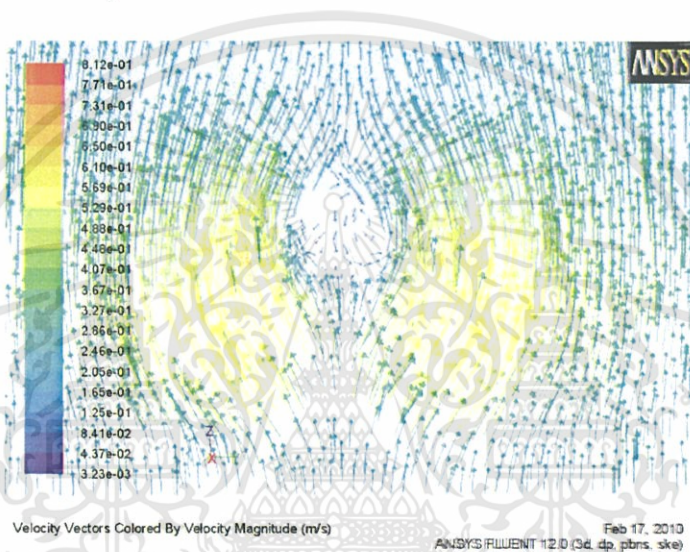
จากกราฟรูปที่ 4.1 เมื่อใช้แบบจำลอง Standard  $k-\epsilon$  ในการจำลองการไหลพบว่าสำหรับช่วงที่ตัวเลขเรย์โนลด์เท่ากับ 373 ที่ตัวแปรไร้หน่วยของรัศมีคอลัมน์ ( $r/R$ ) ตั้งแต่ 1 ถึง 0.8 อุณหภูมิของอากาศจะลดลงไปจนถึงค่าค่าหนึ่งแล้วจะมีอุณหภูมิกงที่ (ความชันเท่ากับศูนย์) ที่จุดนี้มีค่า  $\theta$  ประมาณ 0.84 (อุณหภูมิของอากาศประมาณ 370 K) และเมื่อเปรียบเทียบผลการจำลองกับการทดลอง พบว่าผลจากการจำลองให้ผลใกล้เคียงกับการทดลอง ส่วนที่ตัวเลขเรย์โนลด์เท่ากับ 1922 ที่ตัวแปรไร้หน่วยของรัศมีคอลัมน์ ( $r/R$ ) ตั้งแต่ 1 ถึง 0.8 อุณหภูมิของอากาศจะลดลงด้วยความชันเท่ากับ 4.215 หลังจากนั้นอุณหภูมิของอากาศในช่วง 0.8 ถึง 0 จะลดลงด้วยความชันเท่ากับ 0.38 โดยอุณหภูมิจะลดลงไปจนถึงจุดที่อุณหภูมิต่ำที่สุด คือ  $\theta$  เท่ากับ 0 (อุณหภูมิของอากาศประมาณ 321.5 K) และเมื่อเปรียบเทียบผลการจำลองกับการทดลอง พบว่าผลการจำลองให้ผลใกล้เคียงกับการทดลองในช่วงแรก ( $r/R$  เข้าใกล้ 1) แต่หลังจากนั้นผลจากการจำลองจะห่างจากผลการทดลองมากยิ่งขึ้น

จากกราฟรูปที่ 4.2 เมื่อใช้แบบจำลอง Renormalization group  $k-\epsilon$  ในการจำลองการไหลพบว่าที่ตัวเลขเรย์โนลด์ เท่ากับ 373 และ 1922 ผลการจำลองมีแนวโน้มที่คล้ายคลึงกัน โดยช่วงที่ตัวแปรไร้หน่วยของรัศมีคอลัมน์ ( $r/R$ ) ตั้งแต่ 1 ถึง 0.8 อุณหภูมิของของไหลจะลดลงด้วยความชันเท่ากับ 1.039 ที่ตัวเลขเรย์โนลด์เท่ากับ 373 และความชันเท่ากับ 2.898 ที่ตัวเลขเรย์โนลด์เท่ากับ 1922 และหลังจากนั้นอุณหภูมิจึงจะลดต่ำลงด้วยความชันเท่ากับ 0.106 ที่ตัวเลขเรย์โนลด์เท่ากับ 373 และความชันเท่ากับ 0.349 ที่ตัวเลขเรย์โนลด์เท่ากับ 1922 ซึ่งมีค่าความชันต่ำกว่าช่วงแรก โดยอุณหภูมิจะลดลงไปจนถึงจุดที่อุณหภูมิต่ำที่สุด คือ  $\theta$  เท่ากับ 0 โดยอุณหภูมิของอากาศประมาณ 347.92 K สำหรับตัวเลขเรย์โนลด์เท่ากับ 373 และอุณหภูมิของอากาศประมาณ 322.05 K สำหรับตัวเลขเรย์โนลด์เท่ากับ 1922

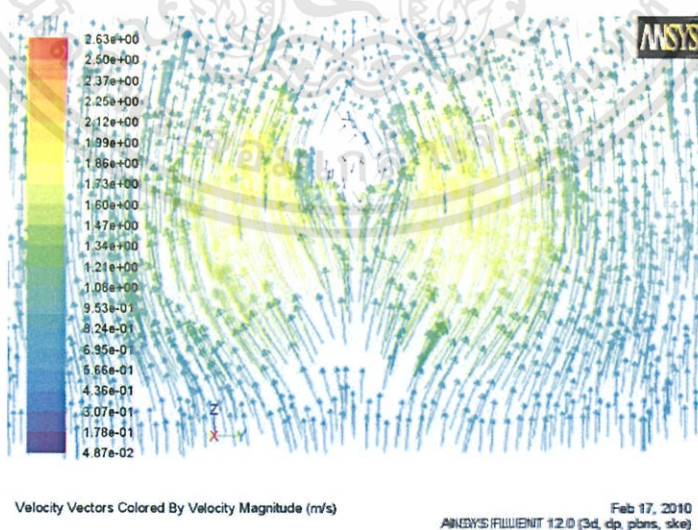
ส่วนแบบจำลองที่ 2 แนวโน้มของผลจากการจำลองที่ได้จะคล้ายคลึงกับแบบจำลองที่ 1 เพียงแต่ว่าผลการจำลองที่ได้จะห่างออกจากผลการทดลองมากกว่าแบบจำลองที่ 1

จากการพิจารณากราฟความสัมพันธ์ข้างต้นพบว่าที่ตัวเลขเรย์โนลด์เท่ากับ 373 ความเร็วอากาศ ที่จุดนี้จะเป็นจุดที่เหมาะสมกว่าถ้ามองในมุมของการถ่ายโอนความร้อนเมื่อเทียบกับที่ตัวเลขเรย์โนลด์เท่ากับ 1922 เนื่องจากที่ตัวเลขเรย์โนลด์เท่ากับ 373 ทำให้อุณหภูมิจึงของอากาศตรงกลางคอลัมน์มีอุณหภูมิใกล้เคียงกับผนังคอลัมน์มากกว่าที่ตัวเลขเรย์โนลด์เท่ากับ 1922 สาเหตุของ

ปรากฏการณ์ที่เกิดขึ้น เนื่องจากที่ตัวเลขเรย์โนลด์ทั้งสองนั้นการไหลของอากาศเป็นแบบปั่นป่วน ซึ่งทราบได้จากการจำลองการไหลที่ตัวเลขเรย์โนลด์ดังกล่าวโดยใช้สมการการไหลแบบราบเรียบ พบว่า ผลการจำลองที่ได้คลาดเคลื่อนจากการทดลอง และเหตุผลที่ผลการจำลองเป็นไปตามความสัมพันธ์ดังรูปข้างต้นประกอบด้วยเหตุผลสำคัญ 2 ประการคือ ประการที่หนึ่งการถ่ายโอนความร้อนที่ตัวเลขเรย์โนลด์เท่ากับ 373 ดีกว่าที่ตัวเลขเรย์โนลด์เท่ากับ 1922 เนื่องจากที่ตัวเลขเรย์โนลด์เท่ากับ 373 ทำให้เกิดการกักเก็บความร้อนของอากาศมากกว่าที่ตัวเลขเรย์โนลด์เท่ากับ 1922 แสดงดังรูปที่ 4.11 ถึงรูปที่ 4.13

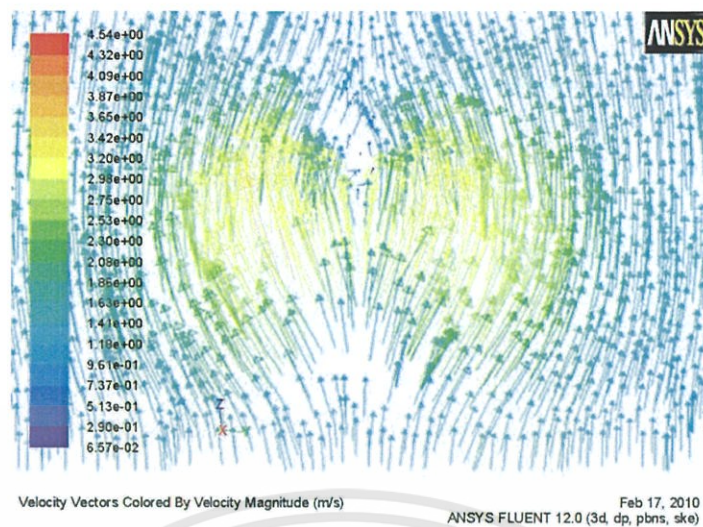


รูปที่ 4.11 เวกเตอร์ความเร็วของอากาศที่ตัวเลขเรย์โนลด์เท่ากับ 373



รูปที่ 4.12 เวกเตอร์ความเร็วของอากาศที่ตัวเลขเรย์โนลด์เท่ากับ 1147

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



รูปที่ 4.13 เวกเตอร์ความเร็วของอากาศที่ตัวเลขเรย์โนลด์เท่ากับ 1922

ซึ่งผลการจำลองที่ได้มีความสอดคล้องกับการทดลองของเรย์โนลด์ ซึ่งทำการศึกษากาโรไหลของของไหลผ่านท่อด้านนอก ซึ่งที่ตัวเลขเรย์โนลด์ต่ำๆ จะไม่เกิดการไหลวนเนื่องจากผลของแรงเค้นเฉือนสูงกว่าผลของแรงเนื่องจากความเฉื่อย และเมื่อตัวเลขเรย์โนลด์สูงขึ้น จะเกิดการไหลวนขึ้น แต่เมื่อตัวเลขเรย์โนลด์มีค่าสูงมากๆ บริเวณขอบเขตที่เกิดการไหลวนจะน้อยลง และเหตุผลอีกประการหนึ่งก็เนื่องด้วย Retention time ที่มากกว่า

ในส่วนของการใช้แบบจำลองความปั่นป่วนที่แตกต่างกัน จากกราฟความสัมพันธ์จะแสดงให้เห็นว่าแบบจำลอง Standard  $k-\epsilon$  จะให้ผลการจำลองใกล้เคียงมากกว่าการใช้แบบจำลอง Renormalization group  $k-\epsilon$  เมื่อเทียบกับการทดลอง เนื่องจากกราฟที่ได้จากแบบจำลอง Renormalization group  $k-\epsilon$  เมื่อยิ่งเข้าใกล้จุดศูนย์กลางคอดิ่งนั้นมากเท่าไร ผลการจำลองที่ได้ก็ยิ่งห่างจากการทดลองมากขึ้นเท่านั้น ที่เป็นเช่นนี้เนื่องจากการเพิ่มความสำคัญในส่วนของการนำความร้อนสำหรับแบบจำลอง Renormalization group  $k-\epsilon$  เพื่อให้แบบจำลองที่ได้สามารถครอบคลุมช่วงที่ตัวเลขเรย์โนลด์ต่ำๆ ทำให้ผลการทดลองที่ได้เกิดความผิดพลาดมากขึ้นเพราะตัวเลขเรย์โนลด์ที่ใช้ในการทดลองมีการไหลแบบปั่นป่วนอย่างรุนแรง

เมื่อเปรียบเทียบในส่วนของการใช้แบบจำลองที่เปลี่ยนไปเพื่อใช้ทำนายพฤติกรรมกาโรไหลของของไหลนั้นแบบจำลองที่ได้ทำการเพิ่มส่วนของรอยต่อระหว่างลูกทรงกลมทั้งสองลูก (แบบจำลองที่ 2) นั้นมีอุณหภูมิของอากาศต่ำกว่าการจำลองโดยใช้แบบจำลองที่ 1 เนื่องจากการเพิ่มส่วนของรอยต่อระหว่างลูกทรงกลมทำให้โปรไฟล์กาโรไหลของอากาศเกิดการเปลี่ยนแปลง ซึ่ง

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

กระทบต่อกลไกการถ่ายโอนความร้อน และในด้านการลดขนาดของทรงกลมลงเพื่อให้เกิดช่องว่างขึ้น ด้วยสาเหตุทางด้านข้อจำกัดทางด้านซอฟต์แวร์ ที่ไม่สามารถทำการสร้างกริดบริเวณที่ลูกทรงกลมสัมผัสกันได้นั้น การลดขนาดดังกล่าวได้ลดพื้นที่ผิวสัมผัสระหว่างเบดกับอากาศ ทำให้อัตราการถ่ายโอนความร้อนลดลงส่งผลให้กราฟที่ได้จากการจำลองไม่ว่าจะเป็นที่ตัวเลขเรย์โนลด์สูงหรือต่ำหรือใช้สมการความปั่นป่วนที่แตกต่างกันออกไปผลที่ได้จากการจำลองจะให้ค่าอุณหภูมิที่จุดต่างๆ ในแนวรัศมีมีต่ำกว่าผลการทดลองเสมอ



เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

## บทที่ 5

### สรุปผลการทดลอง

#### 5.1 สรุปผลการทดลอง

จากการจำลองที่ศึกษาอิทธิพลของตัวแปร ได้แก่ ลักษณะของเบด แบบจำลองความปั่นป่วนและอัตราการไหลของอากาศ โดยเมื่อเปรียบเทียบผลของลักษณะของเบดที่ได้จากการจำลองกับการทดลองพบว่า ผลของอุณหภูมิที่ได้จากการจำลองให้ผลต่ำกว่าการทดลอง เนื่องจากการลดขนาดของทรงกลมอันเป็นผลมาจากขีดจำกัดในการสร้างแบบจำลอง ส่วนอิทธิพลของลักษณะของเบดหลังจากการสร้างแบบจำลองใหม่โดยสร้างรอยต่อระหว่างทรงกลมพบว่า อุณหภูมิจากการจำลองที่ได้ให้ผลต่ำกว่าแบบจำลองที่ 1 เมื่อเทียบกับอุณหภูมิที่ได้จากการทดลอง เนื่องด้วยโปรไฟล์การไหลของอากาศเกิดการเปลี่ยนแปลงไป จึงส่งผลกระทบต่อกลไกการถ่ายโอนความร้อนภายในเบด

ส่วนผลของการใช้แบบจำลองความปั่นป่วนที่แตกต่างกัน โดยใช้ แบบจำลอง Standard k- $\epsilon$  กับแบบจำลอง Renormalization group k- $\epsilon$  พบว่าผลที่ได้จากการจำลองแสดงให้เห็นว่าแบบจำลอง Standard k- $\epsilon$  ให้ผลการจำลองได้ใกล้เคียงกับการทดลองมากกว่า Renormalization group k- $\epsilon$  โดยเฉพาะที่ตัวเลขเรย์โนลด์เท่ากับ 373

สุดท้ายผลของการเปลี่ยนแปลงอัตราเร็วของอากาศ พบว่าที่อัตราเร็ว 0.2145 เมตรต่อวินาที (ตัวเลขเรย์โนลด์เท่ากับ 373) ให้ผลการจำลองที่ดีกว่าที่อัตราเร็ว 1.1053 เมตรต่อวินาที (ตัวเลขเรย์โนลด์เท่ากับ 1922) เนื่องจากการเกิดการกักเก็บความร้อนของอากาศและ Retention time ที่มากกว่า

## 5.2 วิจารณ์ผลการทดลอง

5.2.1 เส้นผ่านศูนย์กลางทางเข้าของอากาศที่เข้าสู่คอลัมน์ที่ใช้ในการทดลองจริงนั้น มีขนาดเส้นผ่านศูนย์กลางเล็กกว่าขนาดเส้นผ่านศูนย์กลางที่ใช้ในการจำลอง เนื่องจากการจำลองการไหลของอากาศนั้น ทางคณะผู้จัดทำกำหนดให้ทางเข้าของอากาศมีขนาดเท่ากับเส้นผ่านศูนย์กลางของคอลัมน์ จึงทำให้โปรไฟล์การไหลของอากาศเกิดการเปลี่ยนแปลงไปจากผลการทดลอง

5.2.2 เนื่องจากข้อจำกัดในเรื่องของเครื่องคอมพิวเตอร์จึงทำให้ไม่สามารถสร้างขนาดของกริดให้มีขนาดเล็กเพียงพอที่จะใช้ในการคำนวณในส่วน of ชั้นขอบเขต (Boundary layer) การไหลของอากาศได้ จึงทำให้ผลการจำลองที่ได้เกิดความคลาดเคลื่อนขึ้น

5.2.3 ลักษณะของกริดที่ใช้มีขนาดที่ไม่สมมาตร คือ เนื่องจากกริดที่ใช้เป็นทรงสี่หน้า (พีรามิดฐานสามเหลี่ยม) ในการคำนวณ ซึ่งคุณภาพของกริดจะมีผลโดยตรงต่อความแม่นยำหรือความถูกต้องของคำตอบและเวลาที่ใช้สำหรับการ convergence ซึ่งปกติแล้วดัชนีที่ใช้ในการวัดคุณภาพของกริด คือ ค่าเบ้ (Skewness) และค่าอัตราส่วนระหว่างด้านที่ยาวที่สุดของกริดต่อด้านที่สั้นที่สุดของกริด (Aspect ratio) โดยสำหรับค่า Skewness เมื่อทำการสร้างกริดแบบทรงสี่หน้าควรมีค่าไม่เกิน 0.85 และค่า Aspect ratio ควรมีค่าใกล้เคียงหนึ่ง แต่กริดที่สร้างขึ้นเพื่อใช้ในการจำลองนั้น กริดที่มีคุณภาพต่ำที่สุดมีค่า Skewness เท่ากับ 0.99 และค่า Aspect ratio เท่ากับ 88 จึงทำให้ผลที่ได้มีความคลาดเคลื่อนจากความเป็นจริง อย่างไรก็ตามค่าเฉลี่ยของกริดทั้งหมดอยู่ในช่วงที่ยอมรับได้ เพราะกริดที่สร้างขึ้นเป็นอิสระต่อผลที่ได้จากการจำลอง (หมายถึง กริดไม่มีผลต่อคำตอบที่ได้จากการจำลอง)

### 5.3 ข้อเสนอแนะ

5.3.1 ควรสร้างแบบจำลองให้มีลักษณะใกล้เคียงกับการทดลองให้มากที่สุดโดยใช้วิธีการสร้างกริดแบบแบ่งส่วน (partition) โดยกริดที่ใช้ควรเป็นแบบทรงสี่หน้า ซึ่งการสร้างกริดดังกล่าวจะสามารถสร้างกริดที่สมมาตรมากกว่า นั่นหมายถึงค่า Aspect ratio จะมีค่าใกล้เคียงหนึ่ง (ด้านทุกด้านของกริดมีค่าใกล้เคียงกัน) แม้ว่าจะใช้เวลาในการสร้างค่อนข้างมากแต่ความถูกต้องของผลการจำลองที่ได้จะมีความแม่นยำและถูกต้องมากกว่า

5.3.2 ต้องสร้างความสัมพันธ์ของคุณสมบัติต่างๆ ของสสารในรูปของฟังก์ชันของตัวแปรต่างๆ เนื่องจากคุณสมบัติของสารต่างๆมีค่าไม่คงที่ขึ้นกับสถานะต่างๆที่ทำการศึกษา เช่น ความหนาแน่นเป็นฟังก์ชันที่ขึ้นกับอุณหภูมิและความดัน

5.3.3 ควรพยายามออกแบบการจัดเรียงตัวของเซลล์ให้มีลักษณะที่สามารถกักหรือกีดขวางการไหลของของไหลได้ดี โดยควรป้องกันไม่ให้เกิดการไหลของของไหลผ่านเซลล์ โดยไม่มีการสัมผัสระหว่างของไหลกับเซลล์ กล่าวคือ ควรให้ของไหลไหลภายในเซลล์ได้เต็มที่ หรืออาจพูดอีกนัยหนึ่ง คือ พื้นที่สัมผัสระหว่างของไหลกับอนุภาคทรงกลมมาก

5.3.4 เพื่อนำไปใช้ประยุกต์ได้ในมุมมองของวิศวกรรม คณะผู้จัดทำจึงได้เสนอแนะโดยเพิ่มในส่วนของปฏิริยาทางเคมีเข้ามา เนื่องจากในการทำอุตสาหกรรม ผู้ใช้มีการใช้เซลล์ในลักษณะนี้ส่วนใหญ่จะเป็นส่วนของเครื่องปฏิกรณ์ที่มีตัวเร่งปฏิกิริยา (เบด) โดยมีการควบคุมอุณหภูมิผ่านเครื่องแลกเปลี่ยนความร้อน หรืออาจจะศึกษาการกักความดันตกคร่อมเบดและอัตราเร็วของของไหลเนื่องจากยิ่งความเร็วของของไหลมากความดันตกคร่อมก็มากตาม แต่ถ้ามองในมุมมองการถ่ายโอนความร้อนแล้วจะสามารถถ่ายโอนความร้อนได้ดี

## เอกสารอ้างอิง

- [1] Versteeg, H.K. and Malalasekera, W. 1995. **An introduction to computational fluid dynamics : The finite volume method.** Malaysia : Pearson.
- [2] John D. Anderson, Jr. 1995. **Computational Fluid Dynamics : The basics with applications.** Singapore : McGraw-Hill.
- [3] ANSYS, Inc. 2009. **ANSYS FLUENT 12.0 : Theory Guide.** United States
- [4] จารุวัตร เจริญสุข. 2552. **เอกสารประกอบการสอนรายวิชา Computational Fluid Dynamics.**  
กรุงเทพมหานคร : สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง
- [5] Suhas, V. Patankar. 1980. **Numerical Heat Transfer and Fluid Flow.**  
United stated of America : McGraw-Hill.
- [6] Wikipedia. **Packed bed.** [Online]. Available: [http://en.wikipedia.org/wiki/Packed\\_bed](http://en.wikipedia.org/wiki/Packed_bed)
- [7] Michiel Nijemeisland and Anthony, G. Dixon. “**Comparison of CFD simulations to experiment for convective heat transfer in gas-solid fixed bed.**” Chem. Eng. Journal. 82 (2001) 231-246
- [8] Yunus, A. Cengel and John, M. Cimbala. 2006. **Fluid Mechanics : Fundamentals and Applications.** 1<sup>st</sup> ed. Singapore : McGraw-Hill.
- [9] Yunus, A. Cengel. 2007. **Heat and Mass Transfer : A Practical Approach.** 3<sup>rd</sup> ed. Singapore : McGraw-Hill.



เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

## ภาคผนวก ก

**ตารางที่ ก - 1** ตัวอย่างข้อมูลดิบของแบบจำลองที่ 1 ที่คำนวณโดยใช้แบบจำลอง Standard k-epsilon ที่ตัวเลขเรย์โนลด์เท่ากับ 373

รัศมี (เมตร)	อุณหภูมิ (เคลวิน)	รัศมี (เมตร)	อุณหภูมิ (เคลวิน)	รัศมี (เมตร)	อุณหภูมิ (เคลวิน)
0.0238364	378.945	0.0254	383	0.0234996	375.704
0.0235392	378.175	0.0254	383	0.0254	383
0.0254	383	0.0239301	379.177	0.0230581	374.148
0.0254	383	0.0254	383	0.0232812	377.152
0.0254	383	0.0239893	379.636	0.0232652	377.107
0.0254	383	0.0254	383	0.0254	383
0.0254	383	0.0241859	380.228	0.0254	383
0.0254	383	0.0246903	381.38	0.0254	383
0.0245779	381.05	0.0254	383	0.0232962	377.193
0.0254	383	0.0254	383	0.0254	383
0.0254	383	0.0254	383	0.0230359	376.372
0.0254	383	0.0240857	380	0.0244351	379.9
0.0239587	379.414	0.0230388	376.861	0.0230535	375.288
0.0254	383	0.0236254	376.201	0.0230326	376.507
0.0241158	379.805	0.023626	376.203	0.0230876	374.19
0.0233354	377.841	0.0254	383	0.0254	383
0.02357	378.447	0.0254	383	0.0240961	378.752
0.0254	383	0.0236199	376.18	0.0254	383
0.0245773	381.276	0.0254	383	0.0254	383
0.0254	383	0.0254	383	0.0237631	378.808

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

## ภาคผนวก ก (ต่อ)

ตารางที่ ก-1 ตัวอย่างข้อมูลดิบของแบบจำลองที่ 1 ที่คำนวณโดยใช้แบบจำลอง Standard k-epsilon ที่ตัวเลขเรย์โนลด์เท่ากับ 373 (ต่อ)

รัศมี (เมตร)	อุณหภูมิ (เคลวิน)	รัศมี (เมตร)	อุณหภูมิ (เคลวิน)	รัศมี (เมตร)	อุณหภูมิ (เคลวิน)
0.0238508	379.032	0.0234642	376.802	0.0240148	379.329
0.0238866	379.124	0.0254	383	0.0231058	376.709
0.0254	383	0.0254	383	0.0239628	379.192
0.0254	383	0.0254	383	0.0231003	376
0.0232119	377.396	0.0234779	376.846	0.0254	383
0.0230891	374.214	0.0254	383	0.0240953	379.543
0.0254	383	0.0230971	375.576	0.0254	383
0.0254	383	0.0230975	375.665	0.0254	383
0.0243099	380.493	0.0254	383	0.0231092	377.19
0.0254	383	0.0254	383	0.0254	383
0.0242183	380.283	0.0247511	380.739	0.0254	383
0.0244142	380.733	0.0254	383	0.0240475	378.391
0.0230047	377.558	0.0252035	382.314	0.0254	383
0.0235945	376.497	0.0254	383	0.0230394	374.912
0.0254	383	0.0254	383	0.0248601	381.072
0.0254	383	0.024445	379.839	0.0230874	375.043
0.0254	383	0.0254	383	0.0254	383
0.0235828	376.454	0.0230739	375.062	0.0254	383
0.0236011	376.52	0.0254	383	0.0250124	381.965
0.0254	383	0.0254	383	0.0254	383