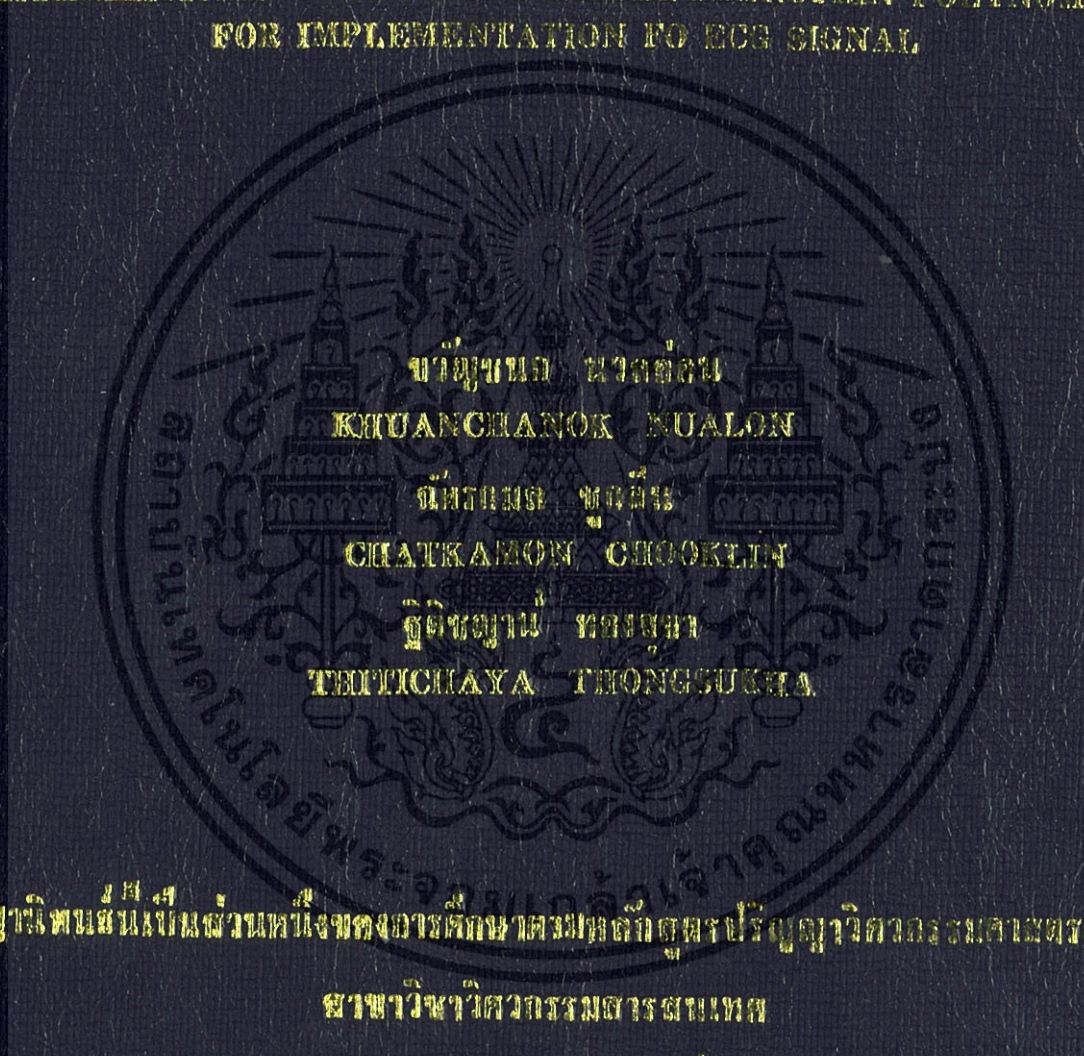


แบบจำลองทางคณิตศาสตร์ โดยใช้โพลิโนเมียลแบบ BEZIER-BERNSTEIN

เพื่อสร้างสัญญาณคลื่นไฟฟ้าหัวใจ

MATHEMATICAL MODEL USING BEZIER-BERNSTEIN POLYNOMIAL
FOR IMPLEMENTATION TO ECG SIGNAL



ขวัญชนก นวลอ่อน

KHUANCHANOK NUALON

ฉัตรกมล ชูกลิ่น

CHATKAMON CHOKKIN

ฐิติชญาณี ทองสุข

THITICHAYAN THONGSUKHA

ปริญญาโท สาขาวิชาวิศวกรรมศาสตรมหาบัณฑิต สาขาวิชาวิศวกรรมศาสตรบัณฑิต

สาขาวิชาวิศวกรรมศาสตรมหาบัณฑิต

คณะวิศวกรรมศาสตร์

สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง

ปีการศึกษา 2556

แบบจำลองทางคณิตศาสตร์โดยใช้โพลีโนเมียลแบบ
BEZIER-BERNSTEIN เพื่อสร้างสัญญาณคลื่นไฟฟ้าหัวใจ
MATHEMATICAL MODEL USING BEZIER-BERNSTEIN
POLYNOMIAL FOR IMPLEMENTATION OF ECG SIGNAL



ขวัญชนก นวลอ่อน
KHUANCHANOK NUALON

ฉัตรกมล ชุกกลิน
CHATKAMON CHOOKLIN

ฐิติชญาณ์ ทองสุขา
THITICHAYA THONGSUKHA

ปริญญานิพนธ์นี้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตรปริญญาวิศวกรรมศาสตรบัณฑิต
สาขาวิชาวิศวกรรมสารสนเทศ
คณะวิศวกรรมศาสตร์
สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง
ปีการศึกษา 2556

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

MATHEMATICAL MODEL USING BEZIER-BERNSTEIN
POLYNOMIAL FOR IMPLEMENTATION OF ECG SIGNAL



THIS THESIS IS SUBMITTED IN PARTIAL FULFILLMENT
OF THE REQUIREMENT FOR THE DEGREE OF
BACHELOR OF ENGINEERING IN INFORMATION ENGINEERING
FACULTY OF ENGINEERING
KING MONGKUT'S INSTITUTE OF TECHNOLOGY LADKRABANG
ACADEMIC YEAR 2013

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

หัวข้อปริญญาานิพนธ์

แบบจำลองทางคณิตศาสตร์โดยใช้โพลีโนเมียลแบบ Bezier-Bernstein เพื่อ
สร้างสัญญาณคลื่นไฟฟ้าหัวใจ

รายชื่อนักศึกษา

นางสาวขวัญชนก นวลอ่อน

รหัสนักศึกษา 53010150

นางสาวฉัตรกมล ชุกกลิ่น

รหัสนักศึกษา 53010263

นางสาวฐิติชญาณ์ ทองสุชา

รหัสนักศึกษา 53010406

ปริญญา

วิศวกรรมศาสตรบัณฑิต

สาขาวิชา

วิศวกรรมสารสนเทศ

พ.ศ.

2556

อาจารย์ที่ปรึกษาปริญญาานิพนธ์ ดร.วันวิสา ชัชวงษ์

ปริญญาานิพนธ์ฉบับนี้ ได้รับการอนุมัติให้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษา ตามหลักสูตรวิศวกรรมศาสตรบัณฑิต
คณะวิศวกรรมศาสตร์ สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง



(ดร.วันวิสา ชัชวงษ์)

อาจารย์ผู้ควบคุมปริญญาานิพนธ์

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

หัวข้อวิทยานิพนธ์

แบบจำลองทางคณิตศาสตร์โดยใช้โพลีโนเมียลแบบ Bezier-Bernstein เพื่อสร้างสัญญาณคลื่นไฟฟ้าหัวใจ

รายชื่อนักศึกษา

นางสาวขวัญชนก นวลอ่อน

รหัสนักศึกษา 53010150

นางสาวฉัตรกมล ชุกกลิ่น

รหัสนักศึกษา 53010263

นางสาวจิตติชญาณ์ ทองสุชา

รหัสนักศึกษา 53010406

ปริญญา

วิศวกรรมศาสตรบัณฑิต

สาขาวิชา

วิศวกรรมสารสนเทศ

พ.ศ.

2556

อาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์ ดร.วันวิสา ช้ซวงษ์

บทคัดย่อ

วิทยานิพนธ์ฉบับนี้ นำเสนอวิธีการออกแบบสัญญาณคลื่นไฟฟ้าหัวใจ โดยการใช้สมการทางคณิตศาสตร์ ซึ่งทำการจำลองสัญญาณคลื่นไฟฟ้าหัวใจนี้ จากสัญญาณคลื่นไฟฟ้าหัวใจจริงในช่วงจังหวะการเต้นของหัวใจ ประกอบไปด้วยสัญญาณ 3 ส่วน คือ สัญญาณ P สัญญาณรวม QRS และสัญญาณ T ด้วยฟังก์ชันทางคณิตศาสตร์ บีเซอร์เบิร์นสไตน์โพลีโนเมียลที่มีคุณสมบัติที่เหมาะสมหลายประการในการสร้างแบบจำลองคลื่นไฟฟ้าหัวใจ



เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

Thesis Title	Mathematical Model using Bezier-Bernstein Polynomial for Implementation of ECG signal	
Student	Miss Khuanchanok Nualon	Student ID. 53010150
	Miss Chatkamon Chooklin	Student ID. 53010263
	Miss Thitichaya Thongsukha	Student ID. 53010406
Degree	Bachelor of Engineering	
Program	Information Engineering	
Year	2013	
Thesis Advisor	Dr. Vanvisa Chutchavong	

ABSTRACT

This project describes the method of design an electrocardiograph waveform by mathematical equations. The actual electrocardiograph (ECG) signal is modeled for an instantenous of ECG time. The normal cycle for one hearbeat consists of a P wave , QRS complex and T wave. The representation of the read ECG waveforms are derived by the use of the basic Bezier Bernstien polynomial function. Has the properties that suitable for electrocardiograph simulated for electrocardiograph simulate and its has the waveshape close to the actual ECG waveform.

กิตติกรรมประกาศ

ปริญญานิพนธ์ฉบับนี้สำเร็จลุล่วงไปได้ด้วยดี เนื่องอันด้วยมาจากความกรุณาของ ดร.วันวิสา ชัชวงษ์ อาจารย์ที่ปรึกษาโครงการ ที่กรุณาให้คำแนะนำและให้คำปรึกษาในการทำโครงการครั้งนี้ อีกทั้งระหว่างการทำดำเนินงานนั้นสนับสนุนในทุกๆเรื่อง และคอยตามงานทำให้โครงการนี้เดินหน้าไปจนถึงตอนจบได้เป็นอย่างดี

ขอขอบพระคุณ รศ.ดร.กนก เจนจิระพงศ์เวช ที่กรุณาให้คำปรึกษาในด้านข้อมูลและให้ความช่วยเหลือในด้านต่างๆในการศึกษาวิจัยครั้งนี้ ขอกราบขอบพระคุณเป็นอย่างสูง

ขอบคุณเพื่อนสมาชิกในกลุ่มทุกคนที่ตั้งใจทำงาน สร้างแรงบันดาลใจ และความคิดสร้างสรรค์ทุกอย่างที่ทำให้ปริญญานิพนธ์เล่มนี้ผ่านไปได้และขอบคุณเพื่อนๆทุกคนในภาควิชาสารสนเทศที่คอยเป็นกำลังใจและช่วยเหลือคอยให้ความคิดเห็นในเรื่องต่างๆ และขอขอบคุณสมาชิกในครอบครัวของสมาชิกในกลุ่มที่คอยให้การสนับสนุนการทำงาน และเป็นกำลังใจในการทำงานเสมอมา อีกทั้งยังเลี้ยงดูสมาชิกทุกคนให้มีความสามารถ มีความคิดสร้างสรรค์ สามารถแก้ไขปัญหาที่เกิดขึ้นได้ จนทำให้งานประสบความสำเร็จไปได้ด้วยดี

คุณค่าและประโยชน์อันพึงมี จากปริญญานิพนธ์ฉบับนี้ผู้เขียนขอมอบแด่ผู้มีพระคุณทุกท่าน

นางสาวขวัญชนก นวลอ่อน

นางสาวฉัตรกมล ชุกลิน

นางสาวรุตติชญาณ์ ทองสุชา

สารบัญ

หน้า

บทคัดย่อภาษาไทย.....	I
บทคัดย่อภาษาอังกฤษ.....	II
กิตติกรรมประกาศ	III
สารบัญ.....	IV
สารบัญตาราง.....	VI
สารบัญรูป.....	VII
บทที่ 1 บทนำ	1
1.1 แนวคิดและที่มาของปัญหา.....	1
1.2 จุดประสงค์.....	2
1.3 ขอบเขตของโครงการ.....	2
1.4 ผลที่คาดว่าจะได้รับ.....	2
1.5 อุปกรณ์ที่ต้องใช้.....	2
1.5.1 ฮาร์ดแวร์.....	2
1.5.2 ซอฟต์แวร์.....	2
1.6 ขั้นตอนการดำเนินงาน.....	3
บทที่ 2 ทฤษฎีและความรู้พื้นฐานของคลื่นไฟฟ้าหัวใจ.....	4
2.1 การกำเนิดและส่วนประกอบของหัวใจ.....	4
2.1.1 กำเนิดหัวใจ.....	4
2.2 การทำงานของหัวใจ.....	8
2.3 คลื่นไฟฟ้าหัวใจ.....	9
2.3.1 การเกิดคลื่นไฟฟ้าหัวใจ.....	9
2.4 คุณสมบัติทางไฟฟ้าและการเดินของหัวใจ.....	10
2.4.1 ระบบการนำสัญญาณไฟฟ้าหัวใจ.....	11
2.5 ส่วนประกอบของคลื่นไฟฟ้าหัวใจ.....	14
2.5.1 คลื่น P (P Wave).....	14
2.5.2 คลื่น QRS (QRS Wave).....	14
2.5.3 คลื่น T (T Wave).....	15
2.5.4 คลื่น U (U Wave).....	15
2.6 วิธีการวัดและบันทึกคลื่นไฟฟ้าหัวใจ.....	15
2.6.1 Bipolar Lead หรือ Limb Lead.....	15

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

สารบัญ (ต่อ)

หน้า

2.6.2 Unipolar Limb Lead หรือแบบ Augmented Limb Lead.....	16
2.6.3 Unipolar Chest Lead	17
บทที่ 3 ทฤษฎีทางคณิตศาสตร์ที่ใช้ในการสร้างแบบจำลองสัญญาณคลื่นไฟฟ้าหัวใจ.....	19
3.1 บทนำ.....	19
3.2 ทฤษฎีโพลีโนเมียลแบบ Bernstein (Bernstein Polynomials).....	19
3.3 ทฤษฎีโพลีโนเมียลแบบ Bezier-Bernstein (Bezier-Bernstein Polynomials)	21
3.4 ทฤษฎีโพลีโนเมียลแบบ Rational Bezier-Bernstein (Rational Bezier-Bernstein Polynomials).....	22
บทที่ 4 การวิจัยและผลการสร้างแบบจำลองสัญญาณคลื่นไฟฟ้าหัวใจ.....	25
4.1 การสร้างแบบจำลองสัญญาณคลื่นไฟฟ้าหัวใจโดยใช้ทฤษฎีโพลีโนเมียลแบบ Bernstein.....	26
4.2 การสร้างแบบจำลองสัญญาณคลื่นไฟฟ้าหัวใจโดยใช้ทฤษฎีโพลีโนเมียลแบบ Bezier-Bernstein.....	31
4.2.1 โพลีโนเมียลแบบ Bezier-Bernstein เมื่อ n มีค่าเท่ากับ 4.....	31
4.2.2 โพลีโนเมียลแบบ Bezier-Bernstein เมื่อ n มีค่าเท่ากับ 5.....	32
4.2.3 โพลีโนเมียลแบบ Bezier-Bernstein เมื่อ n มีค่าเท่ากับ 6.....	34
4.2.4 โพลีโนเมียลแบบ Bezier-Bernstein เมื่อ n มีค่าเท่ากับ 7.....	36
4.2.5 โพลีโนเมียลแบบ Bezier-Bernstein เมื่อ n มีค่าเท่ากับ 10	38
4.2.6 โพลีโนเมียลแบบ Bezier-Bernstein เมื่อ n มีค่าเท่ากับ 50	41
4.3 การสร้างแบบจำลองสัญญาณคลื่นไฟฟ้าหัวใจโดยใช้ทฤษฎีโพลีโนเมียลแบบ Rational Bezier-Bernstein	50
4.3.1 โพลีโนเมียลแบบ Rational Bezier-Bernstein เมื่อ n มีค่าเท่ากับ 4	51
บทที่ 5 สรุปผลการทดลอง.....	53
บรรณานุกรม.....	54

สารบัญตาราง

ตารางที่	หน้า
1.1 ตารางแสดงขั้นตอนการทำงานซึ่งสามารถเปลี่ยนแปลงได้ตามความเหมาะสมภายใต้การดูแลของอาจารย์ที่ปรึกษา.....	3
4.1 ตารางค่าข้อมูลคลื่นไฟฟ้าหัวใจจริงที่ได้จากการสุ่ม ณ ช่วงเวลาหนึ่ง.....	25



สารบัญรูป

รูปที่	หน้า
1.1 ส่วนประกอบของสัญญาณคลื่นไฟฟ้าหัวใจ.....	1
2.1 แสดงตำแหน่งของหัวใจในร่างกายมนุษย์.....	4
2.2 แสดงห้องหัวใจของมนุษย์.....	5
2.3 แสดงลิ้นหัวใจของมนุษย์.....	6
2.4 การทำงานของหัวใจและระบบการไหลเวียนโลหิต.....	8
2.5 แสดงกระบวนการเกิดดีโพลาไรซ์และรีโพลาไรซ์.....	10
2.6 แสดงการเกิดคลื่นไฟฟ้าหัวใจ.....	13
2.7 แสดงระยะห่างและช่วงคลื่นไฟฟ้าหัวใจ.....	14
2.8 สามเหลี่ยมไอโฟเฟน (Einthoven Triangle).....	16
2.9 การติดสายบันทึกสัญญาณในรูปแบบ Bipolar Limb Lead.....	16
2.10 การติดสายบันทึกสัญญาณในรูปแบบ Unipolar Limb Lead.....	17
2.11 การติดสายบันทึกสัญญาณในรูปแบบ Unipolar Chest Lead.....	18
3.1. แบบจำลองสัญญาณคลื่นไฟฟ้าหัวใจจริงที่ได้จากสมการโพลีโนเมียลแบบ Bernstein.....	20
3.2 ลักษณะของฟังก์ชันโพลีโนเมียลแบบ Bernstein.....	20
3.3 ลักษณะของฟังก์ชันโพลีโนเมียลแบบ Bezier-Bernstein อันดับที่ 4.....	21
3.4 ลักษณะของฟังก์ชันโพลีโนเมียลแบบ Bezier-Bernstein อันดับที่ 5.....	22
3.5 ลักษณะของฟังก์ชันโพลีโนเมียลแบบ Rational Bezier-Bernstein มีอันดับที่ 3 ที่มีค่าถ่วงน้ำหนักเท่ากันทุกจุดควบคุม.....	23
3.6 ลักษณะของฟังก์ชันโพลีโนเมียลแบบ Rational Bezier-Bernstein มีอันดับที่ 3 ที่มีค่าถ่วงน้ำหนักที่จุด P_2 ต่างจากจุดอื่นๆ.....	23
3.7 ลักษณะของฟังก์ชันโพลีโนเมียลแบบ Rational Bezier-Bernstein มีอันดับที่ 3 ที่มีค่าถ่วงน้ำหนักที่จุด P_2 ต่างจากจุดอื่นๆ.....	24
3.8 ลักษณะของฟังก์ชันโพลีโนเมียลแบบ Rational Bezier-Bernstein มีอันดับที่ 3 ที่มีค่าถ่วงน้ำหนักที่จุด $P_1 P_2$ มีค่าน้อยกว่า.....	24
4.1 รูปคลื่นไฟฟ้าหัวใจจริง.....	26
4.2 ลักษณะของคลื่นไฟฟ้าหัวใจโดยใช้โพลีโนเมียลแบบ Bernstein ด้วยค่า $n=25$	27

สารบัญรูป (ต่อ)

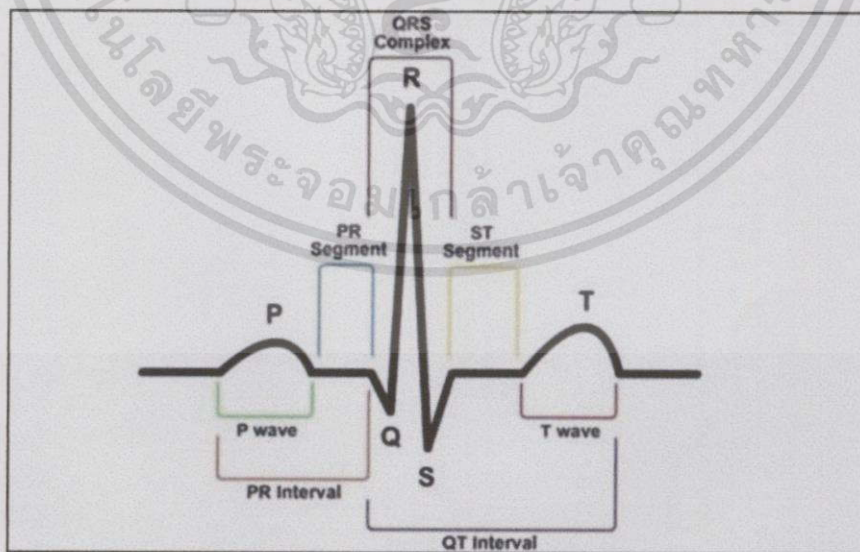
รูปที่	หน้า
4.3 ลักษณะของคลื่นไฟฟ้าหัวใจโดยใช้โพลีโนเมียลแบบ Bernstein ด้วยค่า $n=68$	27
4.4 ลักษณะของคลื่นไฟฟ้าหัวใจโดยใช้โพลีโนเมียลแบบ Bernstein ด้วยค่า $n=100$	28
4.5 ลักษณะของคลื่นไฟฟ้าหัวใจโดยใช้โพลีโนเมียลแบบ Bernstein ด้วยค่า $n=200$	28
4.6 ลักษณะของคลื่นไฟฟ้าหัวใจโดยใช้โพลีโนเมียลแบบ Bernstein ด้วยค่า $n=400$	29
4.7 ลักษณะของคลื่นไฟฟ้าหัวใจโดยใช้โพลีโนเมียลแบบ Bernstein ด้วยค่า $n=600$	29
4.8 ลักษณะของคลื่นไฟฟ้าหัวใจโดยใช้โพลีโนเมียลแบบ Bernstein ด้วยค่า $n=800$	30
4.9 ลักษณะของคลื่นไฟฟ้าหัวใจโดยใช้โพลีโนเมียลแบบ Bernstein ด้วยค่า $n=1000$	30
4.10 ลักษณะของคลื่นไฟฟ้าหัวใจโดยใช้โพลีโนเมียลแบบ Bezier-Bernstein เมื่อ $n=4$	32
4.11 ลักษณะของคลื่นไฟฟ้าหัวใจโดยใช้โพลีโนเมียลแบบ Bezier-Bernstein เมื่อ $n=5$	34
4.12 ลักษณะของคลื่นไฟฟ้าหัวใจโดยใช้โพลีโนเมียลแบบ Bezier-Bernstein เมื่อ $n=6$	36
4.13 ลักษณะของคลื่นไฟฟ้าหัวใจโดยใช้โพลีโนเมียลแบบ Bezier-Bernstein เมื่อ $n=7$	38
4.14 ลักษณะของคลื่นไฟฟ้าหัวใจโดยใช้โพลีโนเมียลแบบ Bezier-Bernstein เมื่อ $n=10$	41
4.15 ลักษณะของคลื่นไฟฟ้าหัวใจโดยใช้โพลีโนเมียลแบบ Bezier-Bernstein เมื่อ $n=50$	50
4.16 ลักษณะของคลื่นไฟฟ้าหัวใจโดยใช้โพลีโนเมียลแบบ Rational Bezier-Bernstein เมื่อ $n=4$	51
4.17 การเปรียบเทียบระหว่างแบบจำลองสัญญาณคลื่นไฟฟ้าหัวใจจริงกับฟังก์ชันโพลีโนเมียลแบบ Bernstein, ฟังก์ชันโพลีโนเมียลแบบ Bezier-Bernstein และ ฟังก์ชันโพลีโนเมียลแบบ Rational Bezier-Bernstein	52
5.1 การเปรียบเทียบแบบเปอร์เซ็นต์ความแตกต่างของค่า n โดยใช้ฟังก์ชันโพลีโนเมียลแบบ Bernstein โพลีโนเมียลแบบ Bezier-Bernstein และ โพลีโนเมียลแบบ Rational Bezier-Bernstein	53

บทที่ 1

บทนำ

1.1 แนวคิดและที่มาของปัญหา

ในปัจจุบันวงการทางการแพทย์ใช้วิธีการตรวจสัญญาณคลื่นไฟฟ้าหัวใจ (Electrocardiograph : ECG) โดยสัญญาณคลื่นไฟฟ้าหัวใจเป็นสัญญาณคลื่นไฟฟ้าที่เกิดขึ้นจากการบีบตัวและคลายตัวของกล้ามเนื้อหัวใจ ซึ่งสัญญาณคลื่นไฟฟ้าหัวใจนี้ สามารถบ่งบอกถึงความผิดปกติของการทำงานของหัวใจได้ และสัญญาณคลื่นไฟฟ้าหัวใจในสภาวะปกติจะประกอบไปด้วยสัญญาณ P สัญญาณ QRS และสัญญาณ T ในการวิเคราะห์สัญญาณคลื่นไฟฟ้าหัวใจจะใช้การวิเคราะห์จากสัญญาณ QRS บนสัญญาณคลื่นไฟฟ้าหัวใจ แต่ในการที่จะทำการศึกษาเรื่องโรคหัวใจจะต้องใช้เครื่องมือทางการแพทย์ที่ต้องอาศัยเครื่องมือที่มีราคาสูง จึงทำให้เกิดแนวคิดที่จะจำลองสัญญาณคลื่นไฟฟ้าหัวใจขึ้นเพื่อที่จะลดต้นทุนในการศึกษาเรื่องโรคหัวใจ โดยอาศัยหลักการทางคณิตศาสตร์ในการสร้างรูปแบบทางคณิตศาสตร์ของสัญญาณคลื่นไฟฟ้าหัวใจด้วยฟังก์ชันเกาส์เซียน (Gaussian) โดยจะทำให้ได้สัญญาณเกาส์เซียนที่มีลักษณะใกล้เคียงกับสัญญาณคลื่นไฟฟ้าหัวใจมาก แต่สัญญาณเกาส์เซียนก็มีสัญญาณคลื่นที่ผิดเพี้ยนไปจากสัญญาณคลื่นไฟฟ้าหัวใจจริง และการใช้ฟังก์ชันเกาส์เซียนไม่สามารถนำมาพัฒนาต่อในด้านฮาร์ดแวร์(Hardware)ได้ ปริญญาโทฉบับนี้ได้เลือกใช้โพลีโนเมียลแบบ Bezier-Bernstein ซึ่งจะทำให้สัญญาณที่ได้มามีลักษณะคล้าย กับสัญญาณคลื่นไฟฟ้าหัวใจจริงมากกว่าการใช้ฟังก์ชันเกาส์เซียน และโพลีโนเมียลแบบ Bezier-Bernstein ยังสามารถนำมาจำลองสัญญาณคลื่นไฟฟ้าหัวใจออกมาได้



รูปที่ 1.1 ส่วนประกอบของสัญญาณคลื่นไฟฟ้าหัวใจ

1.2 จุดประสงค์

1. เพื่อศึกษาสมการคณิตศาสตร์โพลีโนเมียลแบบ Bezier-Bernstein
2. เพื่อศึกษาคุณลักษณะของสัญญาณคลื่นไฟฟ้าหัวใจ
3. เพื่อศึกษาและออกแบบสัญญาณคลื่นไฟฟ้าหัวใจบนพื้นฐานของสมการโพลีโนเมียลแบบ Bezier-Bernstein
4. เพื่อสร้างแบบจำลองสัญญาณคลื่นไฟฟ้าหัวใจในสภาวะปกติซึ่งจะประกอบไปด้วยสัญญาณ P สัญญาณ QRS และสัญญาณ T โดยให้มีลักษณะใกล้เคียง และครอบคลุมสัญญาณคลื่นไฟฟ้าหัวใจจริงมากที่สุด โดยใช้สมการโพลีโนเมียลแบบ Bezier-Bernstein

1.3 ขอบเขตของโครงการ

1. ออกแบบสมการสัญญาณคลื่นไฟฟ้าหัวใจโดยใช้โพลีโนเมียลแบบ Bezier-Bernstein
2. ทำการสร้างสัญญาณคลื่นไฟฟ้าหัวใจโดยใช้โพลีโนเมียลแบบ Bezier-Bernstein ผ่านโปรแกรม MATLAB

1.4 ผลที่คาดว่าจะได้รับ

1. มีความรู้ความเข้าใจในทฤษฎีทางคณิตศาสตร์ของโพลีโนเมียลแบบ Bezier-Bernstein และนำมาประยุกต์ใช้งานจริงได้
2. สร้างสัญญาณคลื่นไฟฟ้าหัวใจโดยใช้สมการโพลีโนเมียลแบบ Bezier-Bernstein ได้
3. สามารถนำผลลัพธ์ที่ได้จากสมการโพลีโนเมียลแบบ Bezier-Bernstein มาสร้างแบบจำลองสัญญาณคลื่นไฟฟ้าหัวใจที่มีลักษณะใกล้เคียงกับสัญญาณคลื่นไฟฟ้าหัวใจจริงมากที่สุด
4. ผู้ที่มีความสนใจในเรื่องสัญญาณคลื่นไฟฟ้าหัวใจสามารถนำไปประยุกต์ใช้ให้เกิดประโยชน์สูงสุด

1.5 อุปกรณ์ที่ต้องใช้

- 1.5.1 ฮาร์ดแวร์
 - คอมพิวเตอร์
- 1.5.2 ซอฟต์แวร์
 - โปรแกรม Matlab

1.6 ขั้นตอนการดำเนินงาน

ตารางที่ 1.1 แสดงขั้นตอนการทำงาน ซึ่งสามารถเปลี่ยนแปลงได้ตามความเหมาะสมภายใต้การดูแลของอาจารย์ที่ปรึกษา

ลำดับ	ขั้นตอนการทำงาน	2556						2557			
		มิ.ย.	ก.ค.	ส.ค.	ก.ย.	ต.ค.	พ.ย.	ธ.ค.	ม.ค.	ก.พ.	มี.ค.
1	หาหัวข้อโครงงาน	↔									
2	ศึกษาเรื่อง คลื่นไฟฟ้าหัวใจ		↔								
3	ศึกษาสมการ Bezier Bernstein		↔								
4	สร้างและออกแบบ สมการ			↔							
5	MatLab					↔					
6	ทดสอบและแก้ไข							↔			
7	จัดทำเอกสาร									↔	

บทที่ 2

ทฤษฎีและความรู้พื้นฐานของคลื่นไฟฟ้าหัวใจ

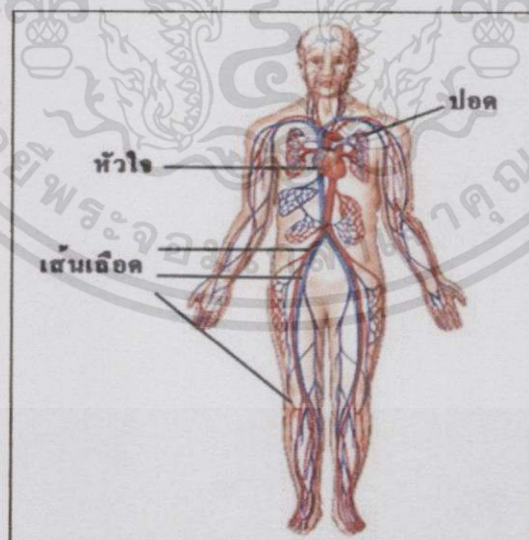
2.1 การกำเนิดและส่วนประกอบของหัวใจ

2.1.1 กำเนิดของหัวใจ

หัวใจ เริ่มก่อกำเนิดขึ้นในตัวอ่อน จากเซลล์สร้างหลอดเลือดที่อยู่บริเวณที่เรียกว่า cardiogenic plate ซึ่งเริ่มเห็นได้ในตัวอ่อน ที่มีอายุประมาณ 2 สัปดาห์ หลังจากนั้นเซลล์สร้างหลอดเลือดจะรวมตัวกันเกิดเป็นท่อ 2 ท่อ ด้านซ้ายและด้านขวา และท่อทั้งสอง เคลื่อนหากัน รวมกันเป็นท่อๆเดียวที่เรียกว่า Heart tube ในประมาณสัปดาห์ที่ 3 หลังจากนั้น Heart tube จะค่อยๆดันตัวเองเข้าไปในถุงที่เรียกว่า ถุงเยื่อหุ้มหัวใจ และขณะเดียวกันก็จะมีการแบ่งส่วนภายในหัวใจเป็นห้องและลิ้นหัวใจและเส้นเลือดต่างๆ และหัวใจจะเริ่มเต้นในสัปดาห์ที่ 4 ช่วงที่ตัวอ่อนมีอายุประมาณ 22 วัน จนกระทั่งในสัปดาห์ที่ 8 เส้นเลือดแดงเอออร์ตา และเส้นเลือดแดงพัลโมนารี จะแยกตัวกันอย่างสมบูรณ์

2.1.2 ส่วนประกอบของหัวใจ

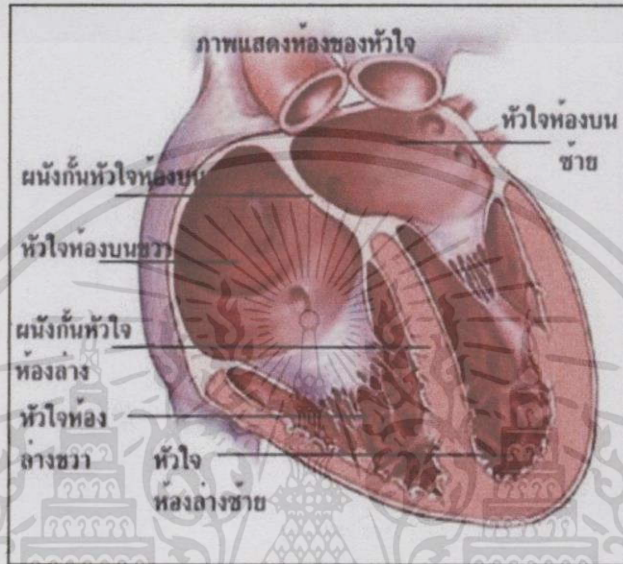
หัวใจเป็นอวัยวะภายในรูปร่างคล้ายโคน โดยมีปลายโคนชี้ลงไปทางด้านล่างซ้ายตั้งอยู่ในทรวงอก อยู่ระหว่าง ปอดทั้งสองข้างด้านหลังของกระดูกหน้าอก โดยค่อนไปทางด้านซ้าย ส่วนของหัวใจ 2 ใน 3 จะอยู่ทางด้านซ้าย จากแนวกึ่งกลางตัว และ 1 ใน 3 จะอยู่ทางด้านขวาจากแนวกึ่งกลางตัวซึ่งหัวใจของมนุษย์ที่โตเต็มวัยจะมีขนาดกว้างประมาณ 9 เซนติเมตร ยาว 12.5 เซนติเมตร และหนา 5 เซนติเมตร มีน้ำหนักประมาณ 300 กรัม



รูปที่ 2.1 แสดงตำแหน่งของหัวใจในร่างกายมนุษย์

2.1.2.1 ห้องหัวใจ

หัวใจจะถูกแบ่งออกเป็น 4 ห้อง ได้แก่ หัวใจห้องบนขวา (right atrium), หัวใจห้องบนซ้าย (left atrium), หัวใจห้องล่างขวา (right ventricle), หัวใจห้องล่างซ้าย (left ventricle) และทิศทางการไหลของเลือดเข้าสู่แต่ละห้องจะถูกควบคุมโดยลิ้นหัวใจ (cardiac valves) ทำให้เลือดไม่ไหลย้อนเมื่อมีการบีบตัวและคลายตัว



รูปที่ 2.2 แสดงห้องหัวใจของมนุษย์

- หัวใจห้องบนขวา
หัวใจห้องบนขวา มีขนาดใหญ่กว่าหัวใจห้องบนซ้าย แต่มีผนังบางกว่าห้องบนซ้าย คือ ประมาณ 2 มิลลิเมตร มีความจุ ประมาณ 57 ซีซี และมีหน้าที่ที่รับเลือดที่มาจากหลอดเลือดดำใหญ่ซุพีเรียเวนาคาวา (superior vena cava) ซึ่งรับเลือดมาจากร่างกายส่วนบน และหลอดเลือดดำใหญ่อินฟีเรียร์เวนาคาวา (Inferior vena cava) รับเลือดมาจากร่างกายช่วงล่าง เลือดจากหัวใจห้องบนขวาจะไหลเข้าสู่หัวใจห้องล่างขวา ผ่านทางลิ้นหัวใจไตรคัสปิด (Tricuspid valve)
- หัวใจห้องล่างขวา
หัวใจห้องล่างขวามีรูปร่างสามเหลี่ยมต่อจากหัวใจห้องบนขวา โดยมีลิ้นหัวใจไตรคัสปิดกั้นแบ่งหัวใจห้องบนขวาและล่างขวา ผนังหัวใจห้องล่างขวางจะบางกว่าห้องล่างซ้ายในอัตราส่วน 1:3 แต่จะมีความจุเท่ากับหัวใจห้องล่างซ้ายคือ ประมาณ 85 ซี และมีหน้าที่รับเลือดจากหัวใจห้องบนขวา แล้วส่งออกไปยังปอด ผ่านลิ้นหัวใจพัลโมนารี (pulmonary valve) และหลอดเลือดแดงพัลโมนารี (pulmonary arteries) ที่ผนังของหัวใจห้องที่จะมีแนวของกล้ามเนื้อหัวใจที่สานต่อกัน และมีเอ็นเล็กๆที่ควบคุมลิ้นหัวใจไตรคัสปิด ซึ่งเรียกว่า คอร์ดตี เท็นดีนารี (chordae tendinae) ซึ่งทำหน้าที่ยึดลิ้นหัวใจไตรคัสปิดไม่ให้ตลบ

ขึ้นไปทางหัวใจห้องบนขวาระหว่างการบีบตัวของหัวใจห้องล่าง ดังนั้นจึงป้องกันไม่ให้เลือดไหลย้อนกลับ

- หัวใจห้องบนซ้าย

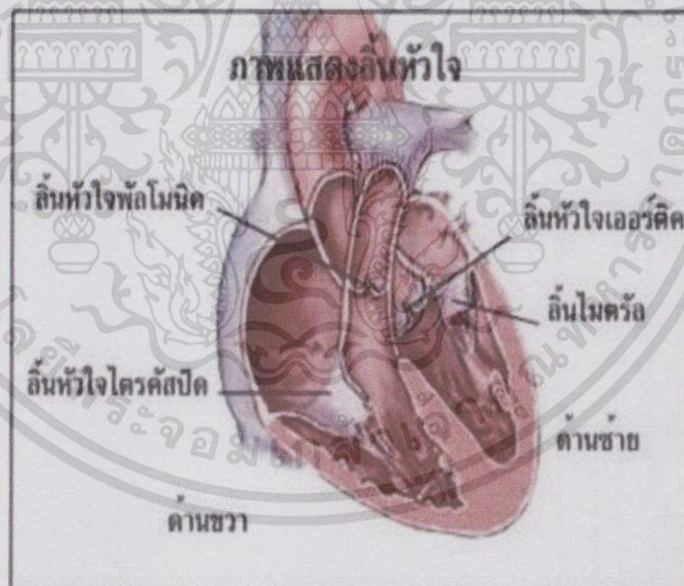
หัวใจห้องบนซ้าย มีขนาดเล็กที่สุดในห้องหัวใจทั้งสี่ห้อง และวางตัวอยู่ทางด้านหลังสุด โดยหัวใจห้องนี้จะรับเลือดที่ได้รับออกซิเจนจากปอดผ่านทางหลอดเลือดดำพัลโมนารี (pulmonary veins) และจึงส่งผ่านให้หัวใจห้องล่างซ้ายทางลิ้นไมทรัล (Mitral valve)

- หัวใจห้องล่างซ้าย

หัวใจห้องล่างซ้าย มีรูปร่างเป็นรูปโคนซึ่งมีขนาดใหญ่ที่สุดและมีผนังหนาที่สุด ทำหน้าที่หลักในการสูบฉีดเลือดไปยังทั่วทั้งร่างกายผ่านทางลิ้นหัวใจเอออร์ติก (Aortic valve) และหลอดเลือดแดงใหญ่เอออร์ตา (Aorta)

2.1.2.2 ลิ้นหัวใจ

ลิ้นหัวใจเป็นแผ่นของกล้ามเนื้อหัวใจและเนื้อเยื่อเกี่ยวพันที่แข็งแรงที่ยื่นออกมาจากผนังของหัวใจ เพื่อควบคุมทิศทางการไหลของเลือดภายในหัวใจ ให้เป็นไปในทิศทางเดียว โดยอาศัยความแตกต่างของความดันโลหิตในแต่ละห้องซึ่งลิ้นหัวใจ คนมีทั้งหมด 4 ลิ้น ได้แก่



รูปที่ 2.3 แสดงลิ้นหัวใจของมนุษย์

- ลิ้นหัวใจไตรคัสปิด

ลิ้นหัวใจไตรคัสปิด (Tricuspid valve) กั้นระหว่างหัวใจห้องบนขวาและห้องล่างขวา ประกอบด้วย แผ่นลิ้นหัวใจรูปสามเหลี่ยม 3 แผ่นจะเปิดในจังหวะหัวใจคลายตัวทำให้เลือดไหลจากหัวใจห้องบน ขวาสู่ห้องล่างขวา

- ลิ้นหัวใจไมตรัล

ลิ้นหัวใจไมตรัล (Mitral valve) กั้นระหว่างหัวใจห้องบนซ้ายและหัวใจห้องล่างซ้าย ประกอบด้วยแผ่นลิ้น หัวใจรูปสามเหลี่ยม 2 แผ่นจะเปิดในจังหวะหัวใจคลายตัว ทำให้เลือดไหลจากหัวใจห้องบนซ้ายสู่ห้องล่างซ้าย

- ลิ้นหัวใจพัลโมนิก

ลิ้นหัวใจพัลโมนิก(Pulmonic valve) กั้นระหว่างหัวใจห้องล่างขวาและเส้นเลือดแดง พัลโมนารี ประกอบด้วยแผ่นลิ้น หัวใจ 3 แผ่น รูปคล้ายเสี้ยวพระจันทร์ โดยมีด้านนูนหันไปทางเส้นเลือดแดง พัลโมนารี จะเปิด ในจังหวะหัวใจบีบตัว ทำให้เลือดไหลจากหัวใจห้องล่างขวาไปเส้นเลือดแดงพัลโมนารี

- ลิ้นหัวใจเอออร์ติก

ลิ้นหัวใจเอออร์ติก(Aortic valve) กั้นระหว่างหัวใจห้องล่างซ้ายและ เส้นเลือดเอออร์ตา ประกอบด้วยแผ่น ลิ้นหัวใจ 3 แผ่นรูปคล้ายเสี้ยวพระ จันทร โดยมี 2 แผ่นอยู่ด้านหน้าและ 1 แผ่นอยู่ด้านหลังจะเปิดในจังหวะ หัวใจบีบตัว ทำให้เลือดไหลจากหัวใจห้องล่างซ้ายไป เส้น เลือดแดงเอออร์ตา

2.1.2.3 กล้ามเนื้อหัวใจ

เนื้อเยื่อของหัวใจมี 4 ชนิด คือ

- เนื้อเยื่อบุผิว : เป็นเนื้อเยื่อที่บุทั้งภายนอกและภายในหัวใจ
- เนื้อเยื่อเกี่ยวพัน : เป็นเนื้อเยื่อที่ทำหน้าที่ ยึดลิ้นหัวใจ และกล้ามเนื้อหัวใจ
- เนื้อเยื่อกล้ามเนื้อหัวใจ : เป็นเนื้อเยื่อซึ่งแตกต่างจากกล้ามเนื้อลายและกล้ามเนื้อเรียบ ที่ไม่มีลายมาก เหมือนกล้ามเนื้อลาย แต่ไม่อยู่ในอำนาจจิตเหมือนกับกล้ามเนื้อเรียบ
- เนื้อเยื่อโดนัล : เป็นเนื้อเยื่อที่เปลี่ยนแปลงมาจากกล้ามเนื้อหัวใจในระยะ embryo ขณะที่สร้างกล้ามเนื้อหัวใจ แต่การหดตัวไม่ดีเท่ากล้ามเนื้อหัวใจ แต่สามารถเกิด depolarization ได้ดีกว่า พร้อมกับเกิดการนำกระแสประสาท หัวใจจึงหดตัวได้โดยไม่ต้องมีสิ่งใดมากระตุ้น

2.1.2.4 เส้นเลือดที่ไปเลี้ยงหัวใจ

เส้นเลือดที่ไปเลี้ยงหัวใจ เรียกว่า เส้นเลือดแดงโคโรนารี มีรูเปิดอยู่ที่บริเวณโคนของเส้นเลือดแดงเอออร์ตา แบ่งเป็น 2 เส้น คือ เส้นเลือดแดงโคโรนารีด้านขวา และเส้นเลือดแดงโคโรนารีด้านซ้าย

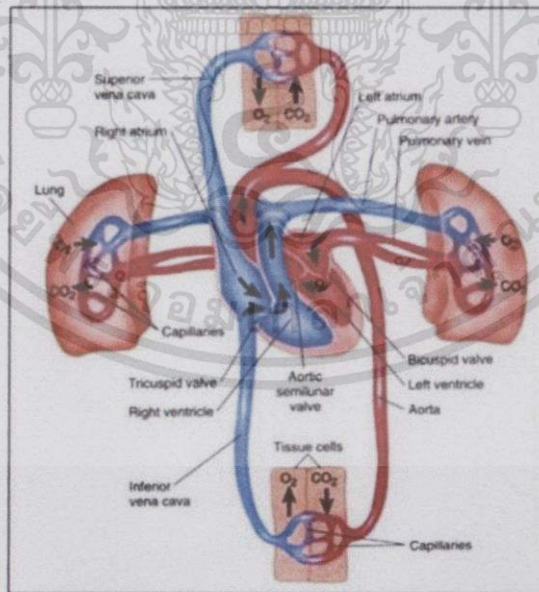
- เส้นเลือดแดงโคโรนารีด้านขวา : จะเลี้ยงกล้ามเนื้อหัวใจด้านขวา และกล้ามเนื้อหัวใจด้านซ้ายส่วนล่าง

เส้นเลือดแดงโคโรนารีด้านซ้าย : จะเลี้ยงกล้ามเนื้อหัวใจด้านซ้ายที่เหลือทั้งหมด จะแตกออกเป็น 2 แขนง คือแขนงที่มาด้านหน้า เรียกว่า Left anterior descending artery และแขนงที่อ้อมไปด้านหลังเรียกว่า Left circumflex artery

- เส้นเลือดแดงโคโรนารีด้านซ้าย : จะเลี้ยงกล้ามเนื้อหัวใจด้านซ้ายที่เหลือทั้งหมด จะแตกออกเป็น 2 แขนง คือแขนงที่มาด้านหน้า เรียกว่า Left anterior descending artery และแขนงที่อ้อมไปด้านหลังเรียกว่า Left circumflex artery

2.2 การทำงานของหัวใจ

หัวใจทำหน้าที่เหมือนลูกสูบที่จะสูบจ่ายโลหิตไปเลี้ยงเซลล์ต่างๆ ในร่างกายรวมทั้งเซลล์ของกล้ามเนื้อหัวใจด้วย ภายในหัวใจแบ่งเป็น 4 ห้องมีผนังกันระหว่างซีกซ้ายและซีกขวาเรียกว่า เซปตัม (Septum) โดยห้องหัวใจที่อยู่ทางด้านขวาจะทำหน้าที่รับโลหิตดำจากส่วนต่างๆ ของร่างกาย การบีบตัวของกล้ามเนื้อหัวใจเพื่อส่งโลหิตออกไป จะกระทำพร้อมกันทั้งทางซีกซ้ายและซีกขวา โลหิตดำจากร่างกายจะไหลกลับเข้าสู่หัวใจทางหลอดเลือดดำใหญ่ซุพีที่เรียเวนาคาดาและอินฟีเรียเวนาคาดา เข้าสู่ห้องหัวใจบนขวา โลหิตแดงที่ได้ที่ได้ออกซิเจนจากปอดจะเข้าสู่หัวใจทางหลอดเลือดแดงพัลโมนารีเวน เข้าสู่ห้องหัวใจบนซ้าย หัวใจบนทั้งขวาและซ้ายจะบีบตัวส่งโลหิตไปยังหัวใจห้องล่างซึ่งมีลิ้นหัวใจกันอยู่ หลังจากห้องหัวใจห้องบนหดตัวส่งโลหิตมายังหัวใจห้องล่างซ้าย หัวใจห้องล่างจะหดตัวส่งโลหิตออกไปพร้อมกันทั้งซ้ายและขวา หัวใจห้องล่างขวาจะส่งโลหิตดำไปยังปอดเพื่อรับออกซิเจน โดยผ่านหลอดเลือดดำใหญ่พัลโมนารีและห้องล่างซ้ายจะส่งโลหิตไปเลี้ยงร่างกายโดยผ่านหลอดเลือดแดงใหญ่เออร์টার ดังรูปที่ 2.4



รูปที่ 2.4 การทำงานของหัวใจและระบบการไหลเวียนโลหิต

2.3 คลื่นไฟฟ้าหัวใจ

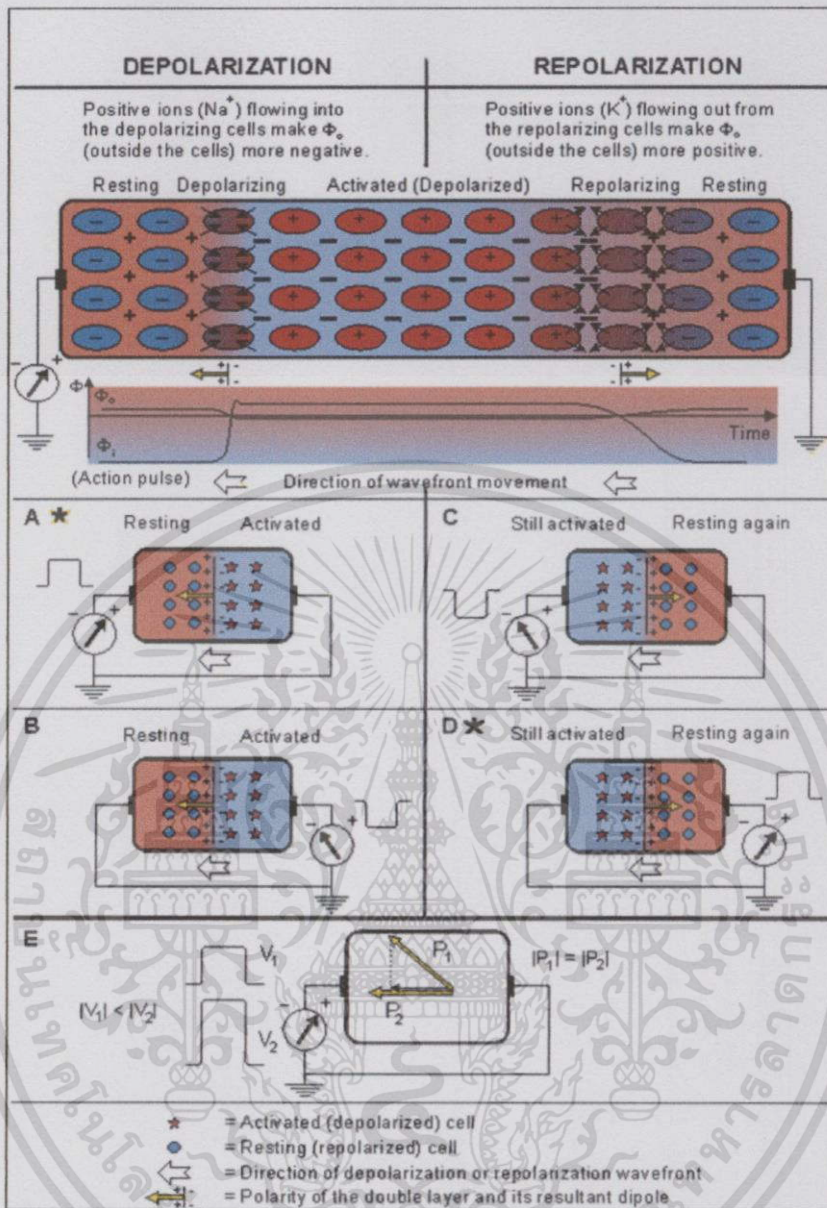
ECG บางทีก็มีผู้เรียกว่า EKG ก็คือ การตรวจหัวใจด้วยอุปกรณ์ไฟฟ้า (Electrocardiogram) ซึ่งตัว K นั้นเป็นภาษาเยอรมัน มาจากคำว่า Kardiak แปลว่า หัวใจ เหมือนกับตัว C ในภาษาอังกฤษ คือ Cardiac จึงใช้ได้ความหมายเหมือนกัน

ECG หรือ EKG คือการบันทึก Electrical impulses ที่ไปกระตุ้นหัวใจให้ทำงานซึ่งจะมีกระแสไฟฟ้าเกิดขึ้นขณะหัวใจบีบตัวและจะแผ่กระจายไปยังผิวหนังการนำ Electrode ไปวาง ที่ผิวหนังแล้วต่อเครื่องมือที่พัฒนามาใช้บันทึกคลื่นไฟฟ้าหัวใจโดยเฉพาะจะสามารถบันทึกคลื่นไฟฟ้าหัวใจที่เกิดขึ้นได้

2.3.1 การเกิดคลื่นไฟฟ้าหัวใจ

การเกิดคลื่นไฟฟ้าหัวใจนั้นเกิดจากกระบวนการ 3 อย่าง นั่นคือ โพลาริซ ดีโพลาริซ และ รีโพลาริซ ซึ่งเกี่ยวข้องกับการแลกเปลี่ยน Na^+ และ K^+

- กระบวนการโพลาริซ (Polarization) เกิดขณะเซลล์อยู่ในระยะพักตัว ซึ่งโดยปกติภายในเซลล์จะมีปริมาณ Na^+ สูง และ K^+ ต่ำ ซึ่งตรงข้ามกับภายนอกเซลล์ ระยะนี้ศักย์ไฟฟ้าภายในเซลล์จะต่ำประมาณ -60 ถึง -100 มิลลิโวลต์ ศักย์ไฟฟ้าภายนอกจะสูงกว่าและมีค่าเป็นบวกแต่ยังไม่มีการแลกเปลี่ยนไอออนระหว่างภายในและภายนอกเซลล์
- กระบวนการดีโพลาริซ (Depolarization) เกิดขึ้นเมื่อเซลล์ที่อยู่ในสภาวะโพลาริซได้รับการกระตุ้นเนื่องจากธรรมชาติ หรือการกระตุ้นเทียม ทำให้ Na^+ ภายนอกเซลล์ซึ่งมีปริมาณมากกว่าเกิดการถ่ายเทเข้ามาภายในเซลล์ ทำให้ศักย์ไฟฟ้าภายในสูงขึ้นประมาณ +20 มิลลิโวลต์ และศักย์ไฟฟ้าภายนอกเซลล์ลดลง
- กระบวนการรีโพลาริซ (Repolarization) เกิดขึ้นเมื่อเซลล์ที่อยู่ในสภาวะดีโพลาริซซึ่งมีศักย์ไฟฟ้าภายในเซลล์สูง ทำให้ K^+ ซึ่งมีจำนวนมากซึมผ่านออกนอกเซลล์ ศักย์ไฟฟ้าภายในเซลล์ก็จะค่อยๆ ลดลง และกลับเข้าสู่สภาวะโพลาริซ



รูปที่ 2.5 แสดงกระบวนการเกิดดีโพลาร์ไรซ์และรีโพลาร์ไรซ์

2.4 คุณสมบัติทางไฟฟ้าและการเต้นของหัวใจ

หัวใจทำหน้าที่สำคัญในการสูบฉีดโลหิตไปยังอวัยวะต่างๆทั่วร่างกายโดยการบีบตัวและคลายตัวอย่างเป็นจังหวะด้วยอัตราเร็วที่เหมาะสมตามความต้องการของร่างกายในขณะหนึ่งๆ หน้าที่นี้จะสำเร็จได้ หัวใจต้องอาศัยคุณสมบัติทางไฟฟ้าที่สำคัญของเซลล์หัวใจ (Electrical properties of cardiac cells) ในการให้กำเนิดสัญญาณไฟฟ้า (electrical impulse formation) การส่งผ่านสัญญาณไฟฟ้า (electrical impulse conduction หรือ transmission) และการตอบสนองต่อสัญญาณไฟฟ้าของเซลล์กล้ามเนื้อหัวใจโดยการหดตัวพร้อมๆ กันหัวใจจะมีส่วนที่เป็นฉนวนไฟฟ้ากั้นระหว่างหัวใจห้องบนและห้องล่างเรียกว่า annulus fibrosus แต่หัวใจมีระบบการนำสัญญาณไฟฟ้า

เฉพาะที่เรียกว่า ระบบการนำสัญญาณไฟฟ้าหัวใจ (cardiac conduction system) ซึ่งจะทำหน้าที่นำสัญญาณไฟฟ้าจากหัวใจห้องบนลงสู่ห้องล่าง

เมื่อสัญญาณไฟฟ้ากระตุ้นกล้ามเนื้อหัวใจทำให้เกิดการหดตัวของกล้ามเนื้อหัวใจและตามด้วยการคลายตัวของกล้ามเนื้อหัวใจ เมื่อสัญญาณไฟฟ้าผ่านไปหัวใจจึงมีการบีบตัวจากหัวใจห้องบนลงสู่หัวใจห้องล่างแล้วตามด้วยการบีบตัวของหัวใจห้องล่างส่งเลือดต่อไปให้เส้นเลือดแดง พิลาโมนารีและ เส้นเลือดแดงเออร์ตาและด้วย ระยะเวลาการบีบตัวที่พอเหมาะ ระหว่างหัวใจห้องบนและห้องล่างจะทำให้เลือดไหลจาก หัวใจห้องบนลงสู่ห้องล่างได้อย่างเต็มที่

จุดเริ่มของการ นำไฟฟ้าในหัวใจเริ่มที่หัวใจห้องบนขวาในบริเวณที่เราเรียกว่า SA node หรือ sinoatrial node หรือ sinus node จากนั้นสัญญาณไฟฟ้าจะกระตุ้นไปตามผนังของหัวใจห้องบนทั้งขวาและซ้ายและลงสู่บริเวณที่เราเรียกว่า AV node หรือ Atrioventricular node และที่ตำแหน่งนี้สัญญาณจะถูกหน่วงเวลาให้ช้าลงชั่วคราวก่อนจะส่งสัญญาณไฟฟ้าต่อไปข้างล่างซึ่งจะเป็นจังหวะเดียวกับที่รอให้หัวใจห้องบนบีบเลือดลงสู่หัวใจห้องล่างนั่นเอง

จาก AV node สัญญาณไฟฟ้าจะเดินทางต่อมายัง มัดเส้นใยประสาทที่เรียกว่า Bundle of His และแยกออกเป็น 2 แขนงซ้ายขวา เรียกว่า Bundle branch โดยแขนงด้านขวา Right bundle brance ทอดยาวมาตามด้านขวาของผนังกันหัวใจห้องล่าง ส่วนแขนงด้านซ้ายซึ่งใหญ่กว่าจะแหงทะลุผ่านผนังกันหัวใจไปทางซ้ายและแยกออกเป็น 2 แขนงคือด้านหน้าและด้านหลัง

จากนั้นจะผ่านเข้าไปยังร่างแหของเส้นใยประสาทที่เรียกว่า Purkinje fibers ซึ่งอยู่ใต้ต่อเยื่อบุด้านในของหัวใจ (endocardium) และไปกระตุ้นกล้ามเนื้อหัวใจด้านล่างทำให้เกิดการบีบตัวในที่สุด

2.4.1 ระบบการนำสัญญาณไฟฟ้าหัวใจ

- Sinoatrial (SA)

Sinoatrial (SA) หรือ Sinus node เป็น primary pacemaker ของหัวใจ จึงเป็นตัวกำหนดอัตราการเต้นของหัวใจในสภาวะปกติ โดยปกติ SA node จะมีอัตราการปล่อยสัญญาณไฟฟ้าประมาณ 60-100 ครั้งต่อนาที ซึ่งอัตราความถี่จะเปลี่ยนแปลงได้โดยปัจจัยภายนอก เช่น ระบบประสาทอัตโนมัติ (autonomic nervous system: sympathetic and parasympathetic), สารจำพวกฮอโมน เช่น catecholamines และระดับความเข้มข้นของอิเล็กโทรไลต์ภายในกระแสเลือด เป็นต้น

- Atrium

Atrium สัญญาณไฟฟ้าจาก SA node ผ่านมายัง atrium ซ้ายและขวาอย่างรวดเร็ว ก่อให้เกิด depolarization ของเซลล์กล้ามเนื้อหัวใจของ atrium ตามมาด้วยการบีบตัวของหัวใจห้องบน (atrial contraction) โดยปกติประมาณ 20-30% ของ venous return ใน ventricle เกิดจากการบีบตัวของ atrium นี้ ซึ่งมักถูกกล่าวถึงว่าเป็น 'atrial kick'

- Atrioventricular node (AV node)

Atrioventricular node (AV node) สัญญาณไฟฟ้าผ่านจาก atrium มายัง AV node ซึ่งอยู่บริเวณส่วนล่างของ atrium ข้างขวา การผ่านของสัญญาณไฟฟ้าใน AV node จะช้าลง

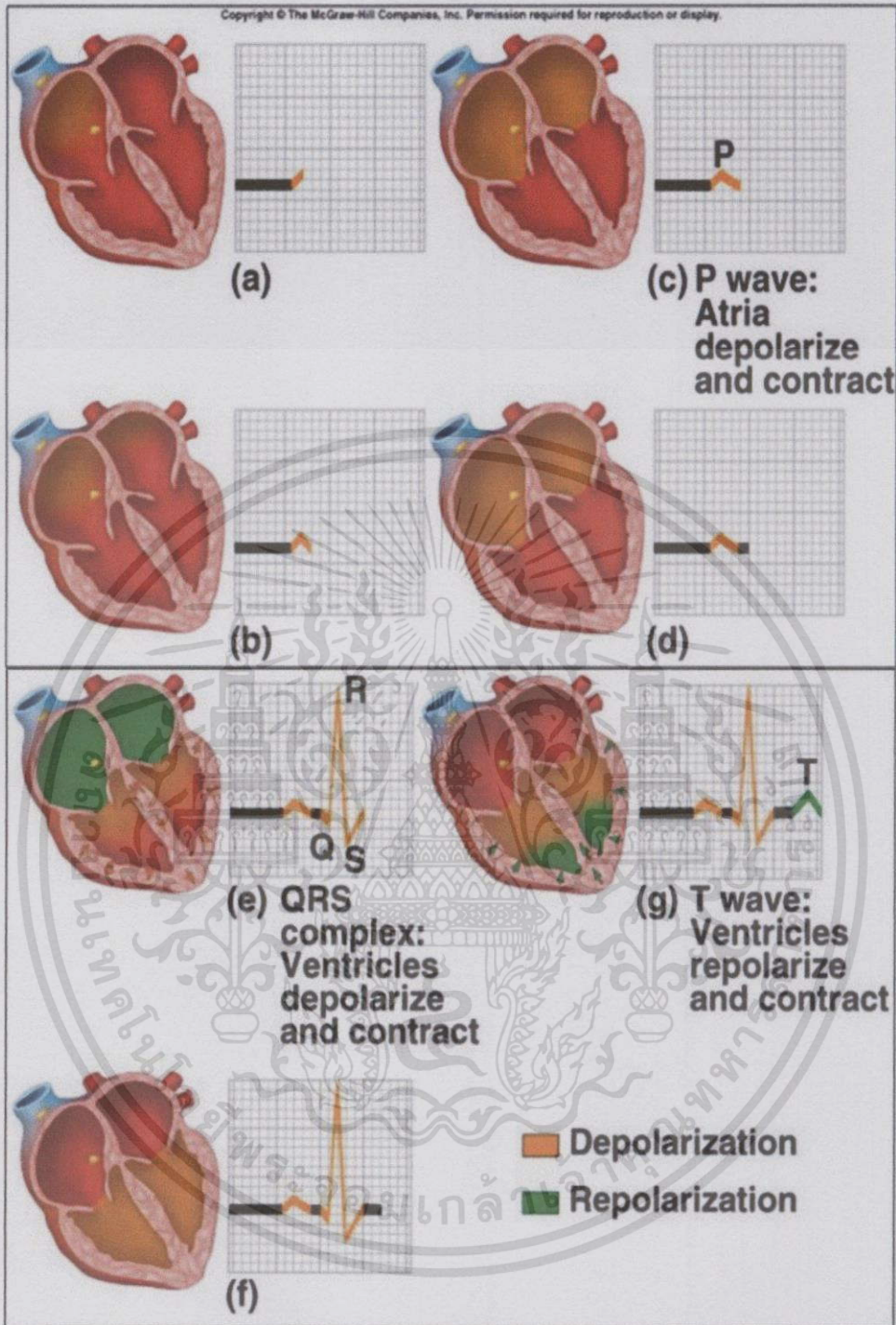
ประมาณ 0.04 วินาที ซึ่งมีผลคือ ทำให้หัวใจห้องล่างไม่บีบตัวเร็วเกินไปนัก โดยได้รับเลือดจากหัวใจห้องบนอย่างสมบูรณ์ก่อนจะบีบตัว AV node เองนั้นไม่มี pacemaker cells แต่เนื้อเยื่อรอบ AV node เรียกว่า AV junctional tissue มี pacemaker cells ซึ่งสามารถก่อให้เกิดสัญญาณไฟฟ้าได้ด้วยตัวมันเองที่อัตราความถี่ 40-60 ครั้งต่อนาที ในภาวะปกติ เนื่องจาก SA node ก่อให้เกิดสัญญาณไฟฟ้าด้วยอัตราความถี่สูงกว่า, AV junctional pacemaker cell จึงรับสัญญาณไฟฟ้าที่มาจาก SA node โดยไม่ก่อให้เกิดสัญญาณไฟฟ้าขึ้นมาเอง แต่หากมีความผิดปกติขึ้นที่ SA node ทำให้สัญญาณจาก SA node ไม่ผ่านมายัง AV junction, เซลล์ที่บริเวณ AV junction ก็จะทำหน้าที่เป็น pacemaker ส่งสัญญาณไฟฟ้าออกไป เป็น ectopic escape impulse (ectopic ใช้บ่งบอกว่า impulse ไม่ได้กำเนิดจาก SA node ส่วน escape ระบุว่าไม่ใช่ SA node ที่เป็นตัวนำในการปล่อยสัญญาณไฟฟ้า) อัตราเร็วในการนำไฟฟ้าของ AV node อยู่ภายใต้การควบคุมของระบบประสาทอัตโนมัติเช่นเดียวกับ SA node คือ parasympathetic activation ทำให้ความเร็วในการนำสัญญาณไฟฟ้าของ AV node ลดลง ในทางตรงข้าม sympathetic activation ทำให้ความเร็วในการนำสัญญาณไฟฟ้าเพิ่มขึ้น

- His-Purkinje System

His-Purkinje System จาก AV node สัญญาณไฟฟ้าจะถูกส่งผ่านมายังหัวใจห้องล่างโดยผ่าน His bundle และแยกออกเป็น left และ right bundle branch ซึ่งแตกแยกออกเป็นแขนงย่อยๆ อีกจนถึง Purkinje fiber ซึ่งเป็นตัวนำสัญญาณไฟฟ้าไปสิ้นสุดที่เซลล์กล้ามเนื้อหัวใจห้องล่าง Purkinje fibers มีสมบัติเป็น pacemaker cell โดยก่อให้เกิดสัญญาณไฟฟ้าที่อัตราความถี่ 20-40 ครั้งต่อนาที ในสภาวะปกติ Purkinje fibers จะไม่ก่อให้เกิดสัญญาณไฟฟ้าขึ้นมาเองเนื่องจากรับสัญญาณไฟฟ้ามาจาก SA node และ AV node

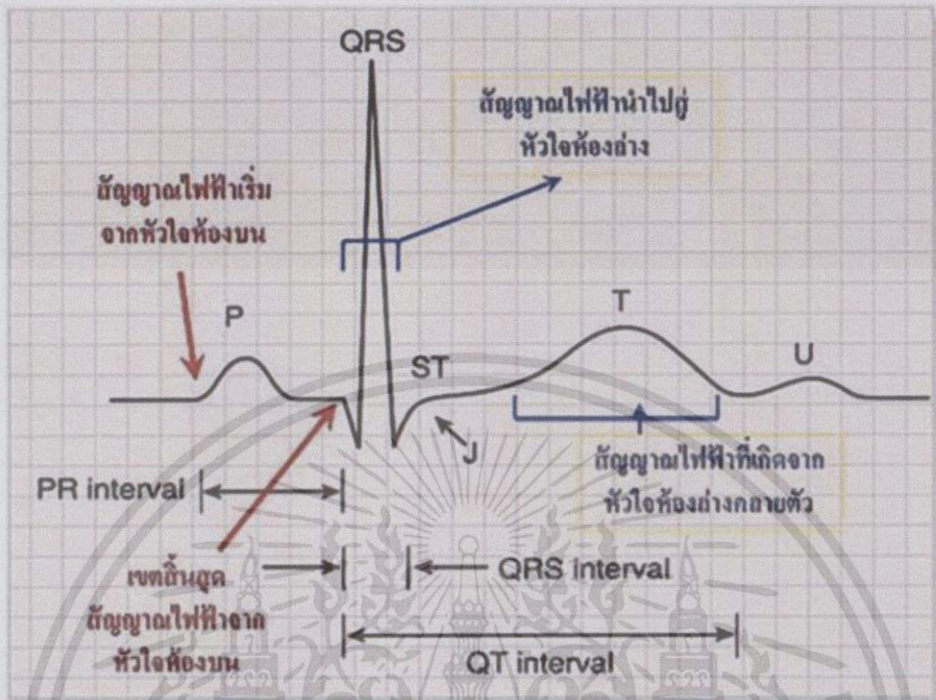
- Ventricle

Ventricle เซลล์กล้ามเนื้อหัวใจห้องล่าง depolarize และ บีบตัวอย่างพร้อมเพียงเมื่อถูกกระตุ้นโดย สัญญาณไฟฟ้าจาก His-Purkinje system



รูปที่ 2.6 แสดงการเกิดคลื่นไฟฟ้าหัวใจ

2.5 ส่วนประกอบของคลื่นไฟฟ้าหัวใจ



รูปที่ 2.7 แสดงระยะและช่วงคลื่นไฟฟ้าหัวใจ

2.5.1 คลื่น P (P Wave)

การเกิดคลื่น P เป็นผลที่เกิดจากการดีโพลาไรเซชันของหัวใจห้องบนซ้ายและหัวใจห้องบนขวา ซึ่งทำให้หัวใจห้องบนมีการบีบตัว โดยปกติแล้วแล้วคลื่น P จะหัวตั้งเว้นแต่คลื่น aVR ที่คลื่น P จะมีขนาดใหญ่ที่สุดเมื่อใช้ขั้วไฟฟ้าลีด II วัด และคลื่น P จะมีลักษณะรูปร่างเหมือนปิรามิดยอดมน

2.5.2 คลื่น QRS (QRS Complex)

การเกิดคลื่น QRS Complex เป็นผลที่เกิดจากการดีโพลาไรเซชันของหัวใจห้องซ้ายล่างและหัวใจห้องขวาล่าง ส่งผลให้กล้ามเนื้อหัวใจห้องล่างหดตัวส่งโลหิตไปเลี้ยงส่วนต่างๆภายในร่างกายและประกอบขึ้นเป็นคลื่น Q คลื่น R และคลื่น S ในคนปกติคลื่น Q จะเป็นคลื่นลบเล็กๆ ที่เกิดจากการกระตุ้นทางไฟฟ้าของผนังกันเวทริเคิลด้านซ้าย และวิ่งจากทางด้านขวาเนื่องจากผนังกันเวทริเคิลด้านซ้ายหนากว่าด้านขวาทำให้เราได้คลื่นบวก R สูงและชัดเจนเมื่อวางขั้วไฟฟ้าที่บริเวณเวทริเคิลซ้าย ถ้าวางขั้วไฟฟ้าไว้บริเวณเวทริเคิลขวาคลื่นที่บันทึกได้จะแสดงให้เห็นคลื่น R ที่เล็กและเตี้ย แต่คลื่น S มีลักษณะที่แหลมและลึก แต่สำหรับคลื่น Q จะมักพบในลีด I aVL, aVF V₄ V₅ V₆ นั้นเกิดจากการกระตุ้น Ventricular Septum

คลื่น Q หมายถึง Negative Deflection ที่พบครั้งแรกหลังพบคลื่น P
 คลื่น R หมายถึง Positive Deflection ที่พบครั้งแรกหลังพบคลื่น Q
 คลื่น S หมายถึง Negative Deflection ที่พบครั้งแรกหลังพบคลื่น R

2.5.3 คลื่น T (T Wave)

การเกิดคลื่น T เป็นผลที่เกิดจากการรีโพลารไรเซชันของหัวใจห้องล่าง มีขนาดประมาณร้อยละ 30 ของคลื่น R โดยที่คลื่น T จะมีลักษณะหัวตั้งไม่ค่อยสมมาตร ซึ่งทางด้านขาขึ้นชันน้อยกว่าด้านขาลงเล็กน้อย ซึ่งจะได้คลื่น T หัวตั้งในกรณีวัดโดยใช้ลีด I II V₃ – V₆ และจะได้คลื่น T หัวกลับในกรณีวัดโดยใช้ลีด Avr

2.5.4 คลื่น U (U Wave)

มีจุดกำเนิดไม่ชัดเจนแต่อาจแสดงถึงสภาพหลังการรีโพลารไรเซชันของเส้นใย Purkinje ก็ได้ มักเกิดกับลีด V₄ – V₅ คลื่น U มักมีขนาดไม่เกิน 0.1 mV

2.6 วิธีการวัดและบันทึกคลื่นไฟฟ้าหัวใจ

ในการติดสายบันทึกคลื่นไฟฟ้าหัวใจ จะต้องทำความสะอาดบริเวณที่จะติดขั้วไฟฟ้า (Electrode) จากนั้นทาเจล ณ จุดที่ติดขั้วไฟฟ้าเพื่อลดความต้านทานอิมพีแดนซ์เพื่อให้สื่อไฟฟ้าได้ดีขึ้น คลื่นไฟฟ้าหัวใจที่สมบูรณ์จะต้องประกอบด้วย 12 Lead ในแต่ละ Lead เกิดจากการวางขั้วไฟฟ้า ซึ่งเป็นขั้วลบไว้ในแต่ละตำแหน่งบนร่างกาย Lead ทั้ง 12 นี้ แบ่งออกได้เป็น 3 ชนิดด้วยกันคือ

2.6.1 Bipolar Lead หรือ Limb Lead

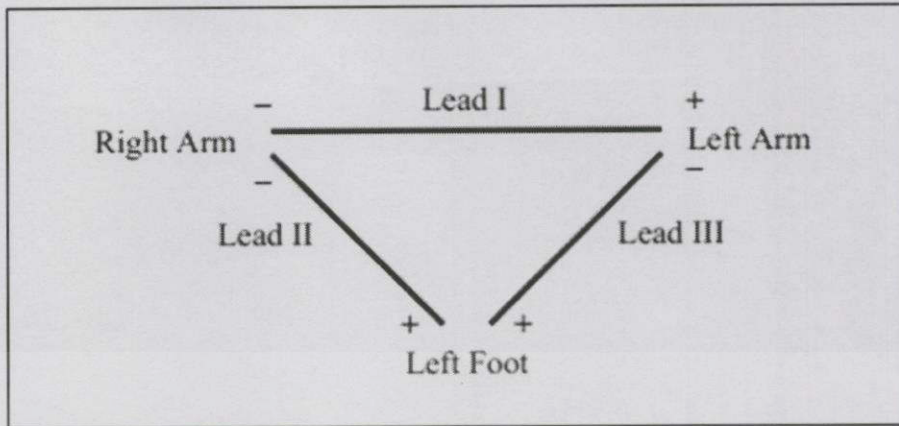
เป็นการติดสายวัดสัญญาณตามส่วนต่างๆ ของร่างกายในรูปสามเหลี่ยมเอนโทเฟนเช่น แขนขวา แขนซ้าย ขาขวาและขาซ้าย แต่มักจะวางไว้บนขาซ้ายเพราะสะดวกกว่าและคลื่นไฟฟ้าที่ได้ก็จะมีรูปร่างเหมือนกันไม่ว่าเราจะวางไว้บนเท้าซ้ายหรือขาซ้าย คลื่นไฟฟ้าที่ได้นี้เป็นการวัดความต่างศักย์ระหว่างขั้วทั้งสองของขั้วไฟฟ้าที่วางไว้ตามจุดต่างๆ จากวิธีการวัดเช่นนี้ทำให้ได้คลื่นไฟฟ้า 3 Lead ด้วยกันคือ

Lead I ได้จากการวัดความต่างศักย์ระหว่างแขนขวาและแขนซ้าย

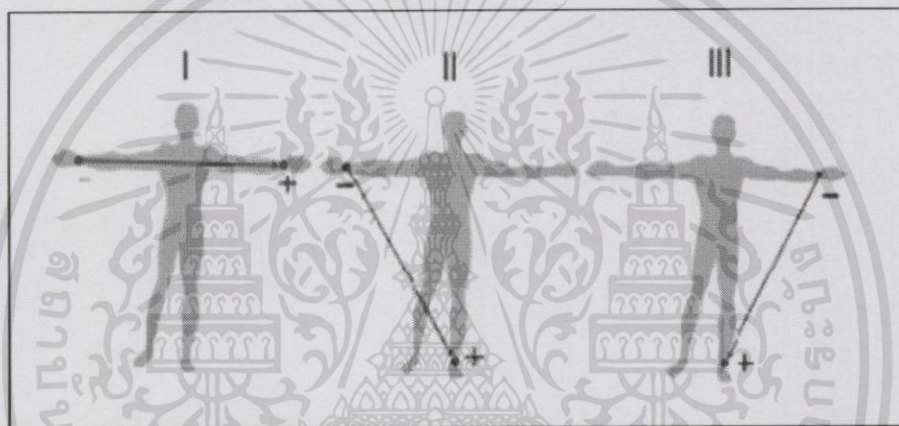
Lead II ได้จากการวัดความต่างศักย์ระหว่างแขนขวาและขาซ้าย

Lead III ได้จากการวัดความต่างศักย์ระหว่างแขนซ้ายและขาซ้าย

จะเห็นได้ว่า Bipolar Lead นี้เป็นการวัดความต่างศักย์ระหว่างจุด 2 จุดด้วยกัน และขั้วไฟฟ้าที่อีกจุดหนึ่งเป็นขั้วลบ ดังนั้นจึงอาจเรียกว่า Lead ที่ได้จากการวางขั้วไฟฟ้า เช่นนี้ว่า Bipolar Lead แต่เนื่องจาก Lead ที่ได้ว่าเป็น Limb บางครั้งจึงนิยมเรียกรวมว่าเป็น Bipolar Limb Lead เพื่อให้แตกต่างจาก Unipolar Limb Lead



รูปที่ 2.8 สามเหลี่ยมไอโธเฟิน (Einthoven's Triangle)



รูปที่ 2.9 การติดตั้งสายบันทึกสัญญาณในรูปแบบ Bipolar Limb Lead

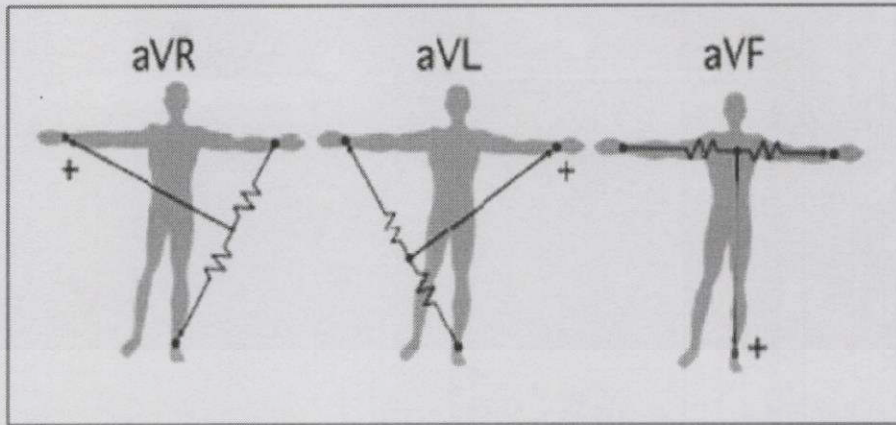
2.6.2 Unipolar Limb Lead หรือแบบ Augmented Limb Lead

เกิดจากการวางขั้วไฟฟ้าที่เป็นขั้วบวกไว้ตามตำแหน่งมาตรฐานต่างๆ ส่วนขั้วไฟฟ้าอีกขั้วหนึ่งต่อเข้ากับ Galvanometer ทำให้มีค่าขั้วลบเป็นศูนย์คือเป็น Zero Potential หรือเรียกว่าเป็นการปรับขั้วไฟฟ้าให้เป็นกลาง (Indifferent Electrode) ซึ่งก็อยู่ที่ตัวเครื่องมือนั่นเอง การวางขั้วไฟฟ้าเช่นนี้ทำให้เราสามารถวัดกระแสที่เกิดขึ้นจริง ได้ขั้วไฟฟ้าขั้วบวกตามตำแหน่งต่างๆ ที่ต้องการทราบ โดยเราสามารถเคลื่อนย้ายขั้วไฟฟ้าขั้วบวกไปตามตำแหน่งที่ต้องการเช่น หัวไหล่ขวา หัวไหล่ซ้าย และขาซ้าย แต่เนื่องจากกราฟหรือคลื่นที่ได้จากการทำเช่นนี้มักจะมีขนาดเล็กไม่สะดวกแก่การอ่านและการแปรผลจึงได้มีการดัดแปลงเพื่อเพิ่มขนาดรูปคลื่นแต่รูปร่างไม่เปลี่ยนแปลงโดยการเพิ่มระดับแรงดัน (Augmented Voltage) แต่ในทางปฏิบัติแล้วจะต้องมีการปรับสมดุลค่าความต้านทานอินพุท โดยการต่อตัวต้านทานเข้ากับขั้วบวกและขั้วลบของวงจรขยายดังแสดงในภาพที่ 2-9 ดังนั้นจึงเรียก Lead ทั้งสามดังต่อไปนี้

Lead aVL หัวไหล่ขวาซึ่งอาศัยขั้วไฟฟ้าที่ติดกับแขนขวาในการหา Standard Lead

Lead aVR หัวไหล่ซ้ายอาศัยขั้วไฟฟ้าที่ติดกับแขนซ้าย

Lead aVF เท้าซ้ายซึ่งอาศัยขั้วไฟฟ้าที่ติดกับขาซ้าย

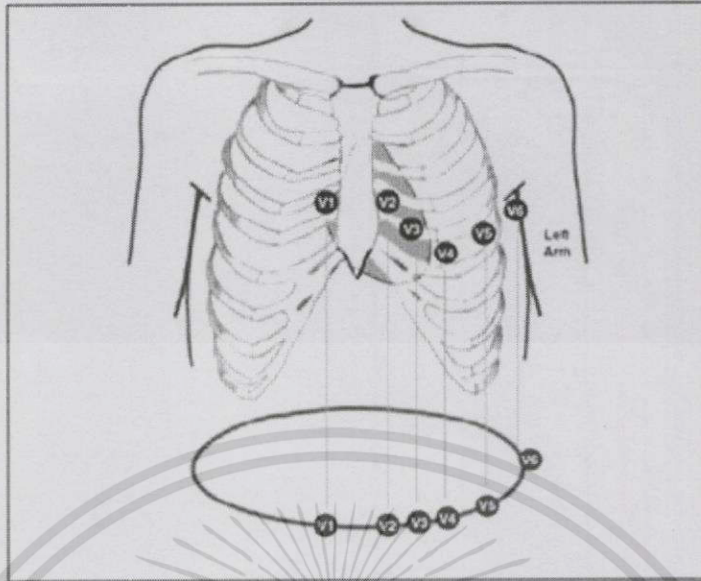


รูปที่ 2.10 การติดสายบันทึกสัญญาณในรูปแบบ Unipolar Limb Lead

2.6.3 Unipolar Chest Lead

Chest Lead หรือ Precordial Lead เป็นการวัดคลื่นไฟฟ้าหัวใจระหว่างตำแหน่งต่างๆ บนหน้าอกรอบหัวใจตามแบบมาตรฐานสากลซึ่งมีการวางตำแหน่งด้วยกัน 6 ตำแหน่ง หรือใช้ตัวย่อว่า V Lead ตามตำแหน่งต่างๆ ของขั้วไฟฟ้าที่วางอยู่บนหน้าอก แสดงได้ในภาพที่ 2-10 ซึ่งมีรายละเอียดดังนี้

- Lead v_1 วางขั้วไฟฟ้าไว้ที่ตำแหน่งช่องระหว่างกระดูกซี่โครงช่องที่ 4 ทางด้านขวาติดกับขอบกระดูกหน้าอก
- Lead v_2 วางขั้วไฟฟ้าไว้ที่ตำแหน่งช่องระหว่างกระดูกซี่โครงอ่อนช่องที่ 4 ทางด้านซ้ายติดกับขอบกระดูกหน้าอก
- Lead v_3 วางขั้วไฟฟ้าไว้อยู่กึ่งกลางระหว่าง v_2 และ v_4 พอดี
- Lead v_4 วางขั้วไฟฟ้าไว้บนตำแหน่งเส้นกึ่งกลางของกระดูกไหปลาร้า (Mid – Clavicular Line) ในช่องว่างระหว่างกระดูกซี่โครงช่องที่ 5
- Lead v_5 วางขั้วไฟฟ้าไว้อยู่บนจุดซึ่งตัดกันระหว่างเส้น Anterior Axillary กับเส้นขนาน (Horizontal Line) ที่ลากจาก v_4
- Lead v_6 วางขั้วไฟฟ้าไว้บนจุดที่ตัดกันระหว่างเส้น Mid – Axillary line กับเส้นขนานที่ลากจาก v_4 ไป



รูปที่ 2.11 การติดสายบันทึกสัญญาณในรูปแบบ Unipolar Chest Lead



บทที่ 3

ทฤษฎีทางคณิตศาสตร์ที่ใช้ในการสร้างแบบจำลองสัญญาณ คลื่นไฟฟ้าหัวใจ

3.1 บทนำ

การสร้างแบบจำลองสัญญาณคลื่นไฟฟ้าหัวใจ นั้นคือ การสร้างสมการเพื่อประมาณค่าของสัญญาณคลื่นไฟฟ้าหัวใจโดยเลือกฟังก์ชันทางคณิตศาสตร์ที่มีความสอดคล้องกับคุณสมบัติสัญญาณคลื่นไฟฟ้าหัวใจที่ต้องการ

ในปริภูมิพหุนามนี้ได้เลือกใช้ฟังก์ชันทางคณิตศาสตร์ที่นำมาประมาณค่า อันได้แก่ ทฤษฎีโพลีโนเมียลแบบ Bernstein ทฤษฎีโพลีโนเมียลแบบ Bezier-Bernstein และทฤษฎีโพลีโนเมียลแบบ Rational Bezier- Bernstein เนื่องจากทฤษฎีที่กล่าวมาข้างต้นนั้นมีคุณสมบัติในการสร้างแบบจำลองสัญญาณคลื่นไฟฟ้าหัวใจให้มีลักษณะสัญญาณที่มีค่าความใกล้เคียงกับสัญญาณคลื่นไฟฟ้าหัวใจจริง

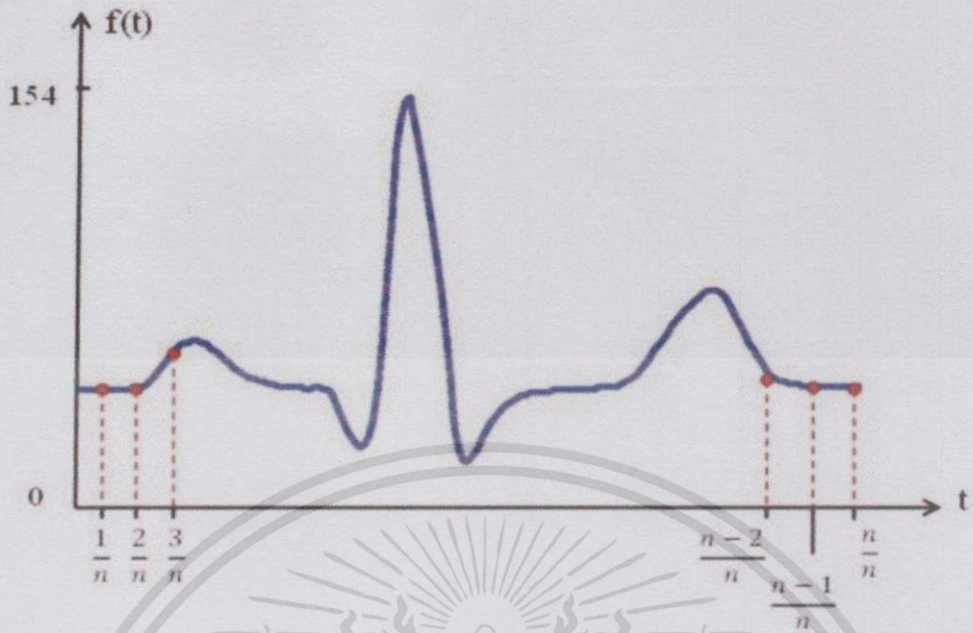
3.2 ทฤษฎีโพลีโนเมียลแบบ Bernstein (Bernstein Polynomials)

ทฤษฎีโพลีโนเมียลแบบ Bernstein เกิดขึ้นจากทฤษฎีการประมาณที่มีรูปแบบฟังก์ชันแบบต่อเนื่อง ($f(x)$) ในช่วงปิดที่ $[0,1]$ โพลีโนเมียลแบบ Bernstein อันดับที่ n^{th} ($n \geq 1$) สามารถแสดงได้ดังสมการ

$$B_n(f; x) = \sum_{i=0}^n f\left(\frac{i}{n}\right) \binom{n}{i} x^i (1-x)^{n-i} \quad (3.1)$$

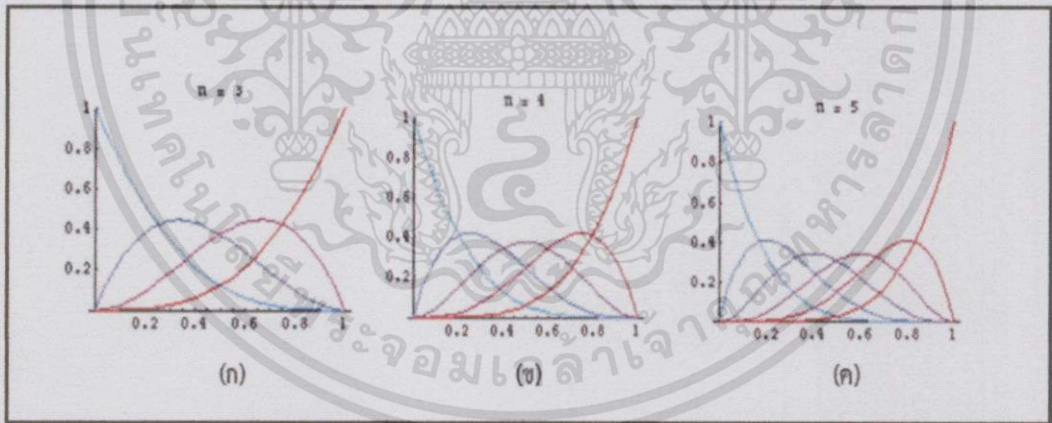
เมื่อ $i = 0, 1, \dots, n$ และ $\binom{n}{i} = \frac{n!}{(n-i)!i!}$

โดยจากสมการ (3.1) สามารถแสดงได้ดังรูป



รูปที่ 3.1 แบบจำลองสัญญาณคลื่นไฟฟ้าหัวใจจริงที่จากสมการโพลีโนเมียลแบบ Bernstein

จากรูป 3.1 จะแสดงให้เห็นว่าทฤษฎีโพลีโนเมียลแบบ Bernstein เกิดจากการประมาณรูปแบบฟังก์ชันแบบต่อเนื่อง $f\left(\frac{i}{n}\right)$ โดยเริ่มต้น $i=0(0/n)$ ถึง $i=n(n/n)$ ดังนั้นทฤษฎีโพลีโนเมียลแบบ Bernstein จึงอยู่ในช่วงปิดที่ $[0,1]$



รูปที่ 3.2 ลักษณะของฟังก์ชันโพลีโนเมียลแบบ Bernstein

- (ก) ลักษณะของฟังก์ชันโพลีโนเมียลแบบ Bernstein อันดับที่ 3
- (ข) ลักษณะของฟังก์ชันโพลีโนเมียลแบบ Bernstein อันดับที่ 4
- (ค) ลักษณะของฟังก์ชันโพลีโนเมียลแบบ Bernstein อันดับที่ 5

3.3 ทฤษฎีโพลีโนเมียลแบบ Bezier-Bernstein (Bezier-Bernstein Polynomials)

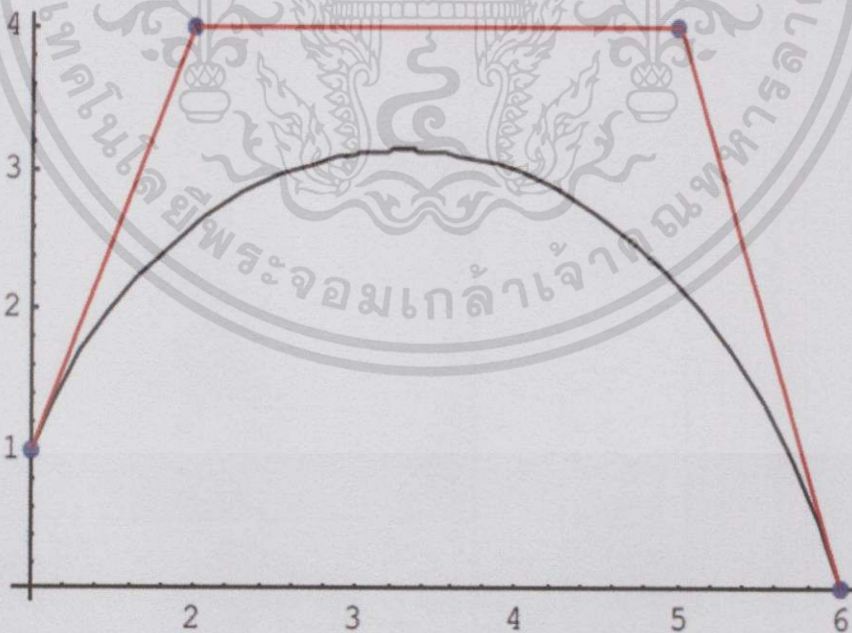
เส้นโค้งบีเซียร์ ในคณิตศาสตร์ถือว่าเป็นเส้นโค้งหนึ่งที่มีความสำคัญอย่างมากในเรื่องของ คอมพิวเตอร์กราฟิกส์ เพราะวิธีการที่เสถียรที่สุด

โดยเส้นโค้งบีเซียร์ถูกเผยแพร่สู่สาธารณชนเป็นครั้งแรกเมื่อปี พ.ศ. 2505 โดยนักวิศวกรชาว ฝรั่งเศส ที่ชื่อ ปีแอร์ บีเซียร์ (Pierre Bezier) ซึ่งขณะนั้นเป็นนักวิชาการอยู่ในแผนกออกแบบที่บริษัทรถยนต์ยี่ห้อเรโนลต์ แต่ในความเป็นจริงแล้ว เส้นโค้งนี้ได้ถูกคิดค้นเป็นครั้งแรก เมื่อปี พ.ศ. 2502 โดยนายพอล เดอ คาสเซลโจ (Paul de Casteljau)

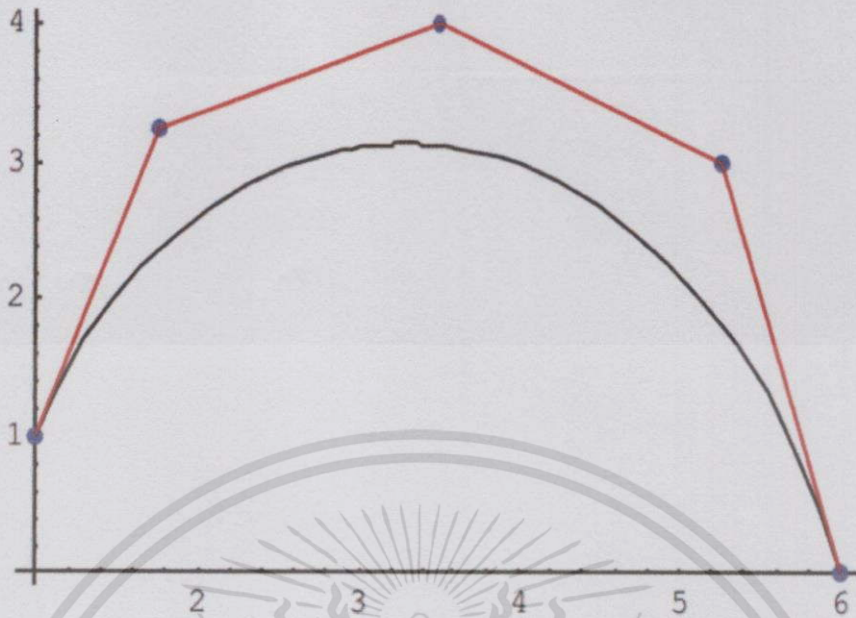
เส้นโค้งบีเซียร์ เกิดจากการนำจุดควบคุมรวมเข้ากับสมการทางคณิตศาสตร์แบบ Bernstein ซึ่งการกำหนดจุดควบคุม นั้นจะเกิดขึ้นจากการกำหนดจุดควบคุมขึ้นตั้งแต่ 3 จุด ความโค้งของเส้นเกิดขึ้นจากตัวแปรของมุมและความยาวของเส้นสัมผัสส่วนโค้ง การเปลี่ยนตำแหน่งจุดควบคุมทำให้รูปร่างส่วนโค้งเปลี่ยนไปและเมื่อนำเส้นบีเซียร์ต่อกันยาว ๆ โดยกำหนดจุดควบคุมหลาย ๆ จุดสามารถสร้างเส้นโค้งที่คดเคี้ยวไปมาได้ ซึ่งมีสมการดังนี้

$$B(t) = \sum_{i=0}^n \binom{n}{i} (1-t)^{n-i} t^i P_i, t \in [0,1] \quad (3.2)$$

P_i คือ จุดควบคุม
เมื่อ $i = 0, 1, \dots, n$ และ $\binom{n}{i} = \frac{n!}{(n-i)!i!}$



รูปที่ 3.3 ลักษณะของฟังก์ชันโพลีโนเมียลแบบ Bezier-Bernstein อันดับที่ 4



รูปที่ 3.4 ลักษณะของฟังก์ชันโพลีโนเมียลแบบ Bezier-Bernstein อันดับที่ 5

จากรูปที่ 3.3 และรูปที่ 3.4 จะเห็นว่าลักษณะความโค้งมนของรูปที่เกิดจากฟังก์ชันโพลีโนเมียลแบบ Bezier-Bernstein จะขึ้นอยู่กับจำนวนของจุดควบคุม ซึ่งถ้ามีจำนวนจุดควบคุมมากก็จะมี ความโค้งมนและความละเอียดของภาพก็จะมากด้วย

3.4 ทฤษฎีโพลีโนเมียลแบบ Rational Bezier Bernstein (Rational Bezier Bernstein Polynomials)

ทฤษฎีโพลีโนเมียลแบบ Rational Bezier Bernstein เป็นทฤษฎีที่เกิดจากการนำค่าถ่วงน้ำหนักเข้ารวมกับทฤษฎีโพลีโนเมียลแบบ Bezier-Bernstein และทฤษฎีโพลีโนเมียลแบบ Bernstein

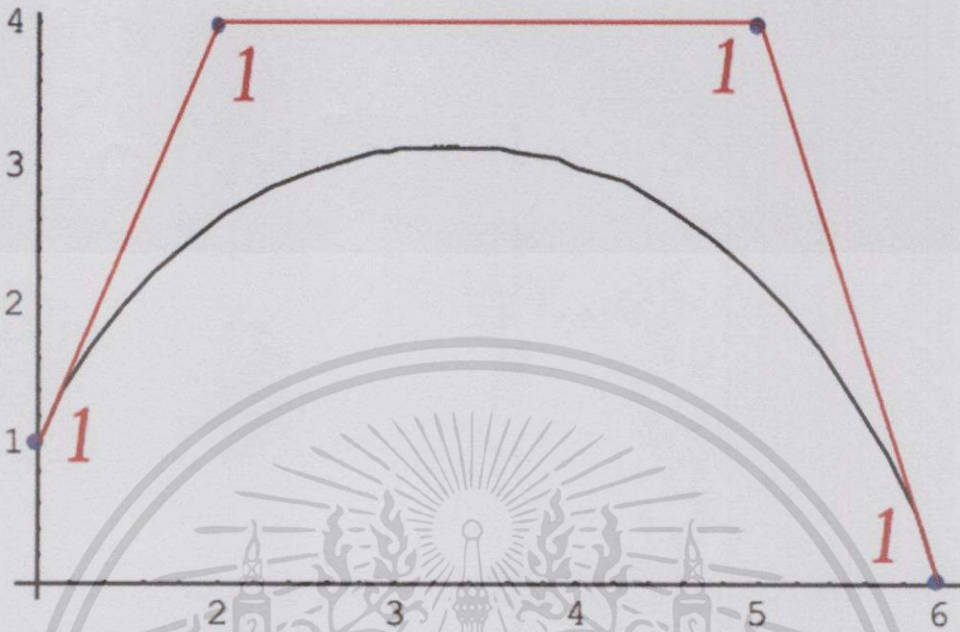
เนื่องจากว่ามีเส้นโค้งและพื้นผิวจำนวนมากที่ไม่สามารถแสดงออกมาได้ในรูปแบบของ โพลีโนเมียล กล่าวคือในรูปของ วงกลม วงรี ทรงกระบอก กรวย ไฮเปอร์โบล่า ฯลฯ ซึ่งสิ่งเหล่านี้สามารถใช้ โพลีโนเมียลแบบ Rational Bezier Bernstein ที่เป็นอัตราส่วนของโพลีโนเมียล มาอธิบายได้ดังสมการ

$$R(t) = \frac{\sum_{i=0}^n P_i W_i B_i^n(t)}{\sum_{i=0}^n W_i B_i^n(t)} \quad (3.3)$$

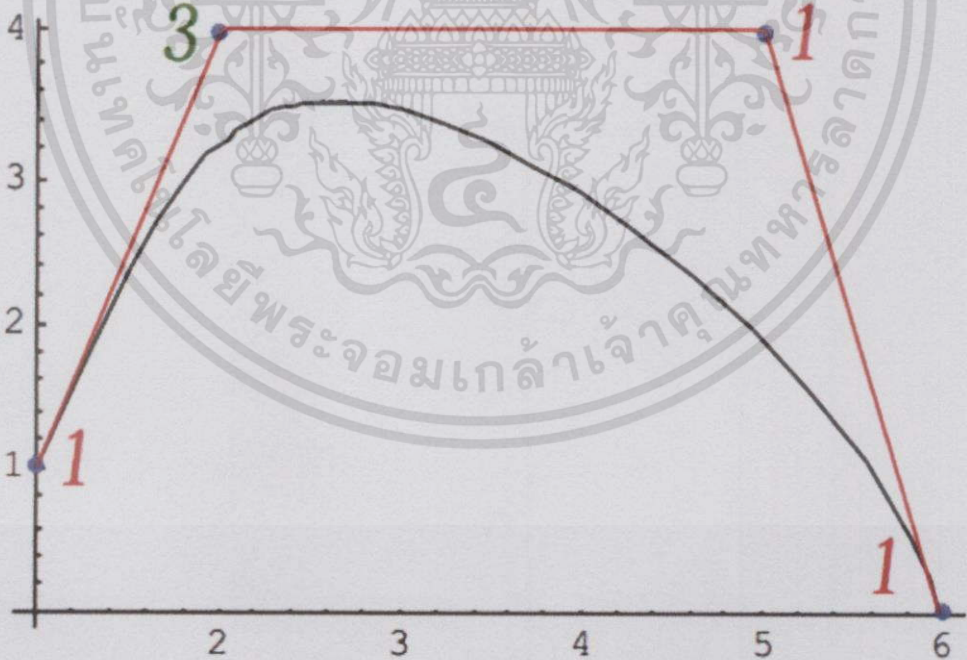
P_i คือ จุดควบคุม

W_i คือ ค่าถ่วงน้ำหนัก

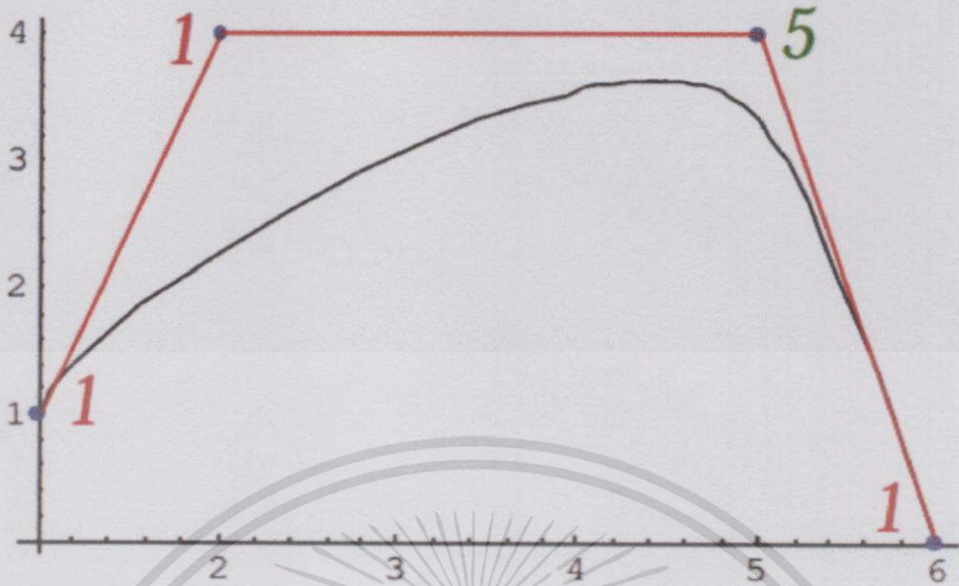
เมื่อ $i = 0, 1, \dots, n$ และ $\binom{n}{i} = \frac{n!}{(n-i)!i!}$



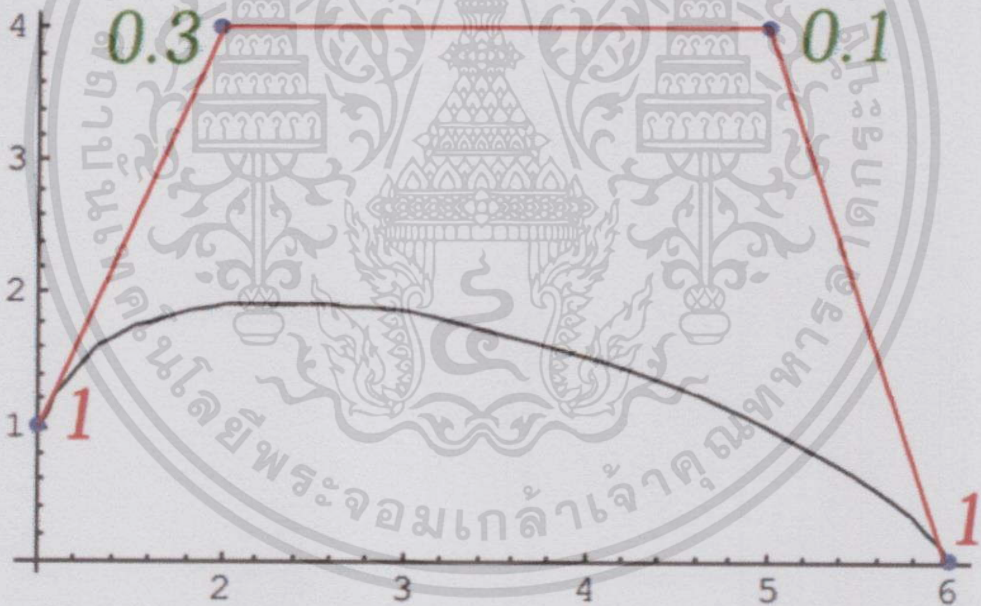
รูปที่ 3.5 ลักษณะของฟังก์ชันโพลีโนเมียลแบบ Rational Bezier Bernstein มีลำดับที่ 3 ที่มีค่าถ่วงน้ำหนักเท่ากันทุกจุดควบคุม



รูปที่ 3.6 ลักษณะของฟังก์ชันโพลีโนเมียลแบบ Rational Bezier Bernstein ลำดับที่ 3 ที่มีค่าถ่วงน้ำหนักที่จุด P_1 ต่างจากจุดอื่นๆ



รูปที่ 3.7 ลักษณะของฟังก์ชันโพลีโนเมียลแบบ Rational Bezier Bernstein ลำดับที่ 3 ที่มีค่าถ่วงน้ำหนักที่จุด P_2 ต่างจากจุดอื่นๆ



รูปที่ 3.8 ลักษณะของฟังก์ชันโพลีโนเมียลแบบ Rational Bezier Bernstein ลำดับที่ 3 ที่มีค่าถ่วงน้ำหนักที่จุด P_1, P_2 มีค่าน้อยกว่า

จากรูปที่ 3.5 3.6 3.7 และ 3.8 ตามลำดับ จะพบว่าลักษณะของฟังก์ชันโพลีโนเมียลแบบ Rational Bezier Bernstein ค่าถ่วงน้ำหนักนั้นมีความสำคัญในการสร้างความโค้งและทำให้ความโค้งที่เกิดขึ้นมีลักษณะแตกต่างกันไป โดยความโค้งที่เกิดขึ้นจะขึ้นอยู่กับค่าถ่วงน้ำหนักที่กำหนดไว้ในแต่ละจุด ถ้าจุดไหนมีค่าถ่วงน้ำหนักมากจุดนั้นๆจะมีความโค้งมากตามขึ้นตามค่าถ่วงน้ำหนัก และถ้าจุดไหนมีค่าถ่วงน้ำหนักน้อยจุดนั้นๆ

บทที่ 4

การวิจัยและผลการสร้างแบบจำลองสัญญาณคลื่นไฟฟ้าหัวใจ

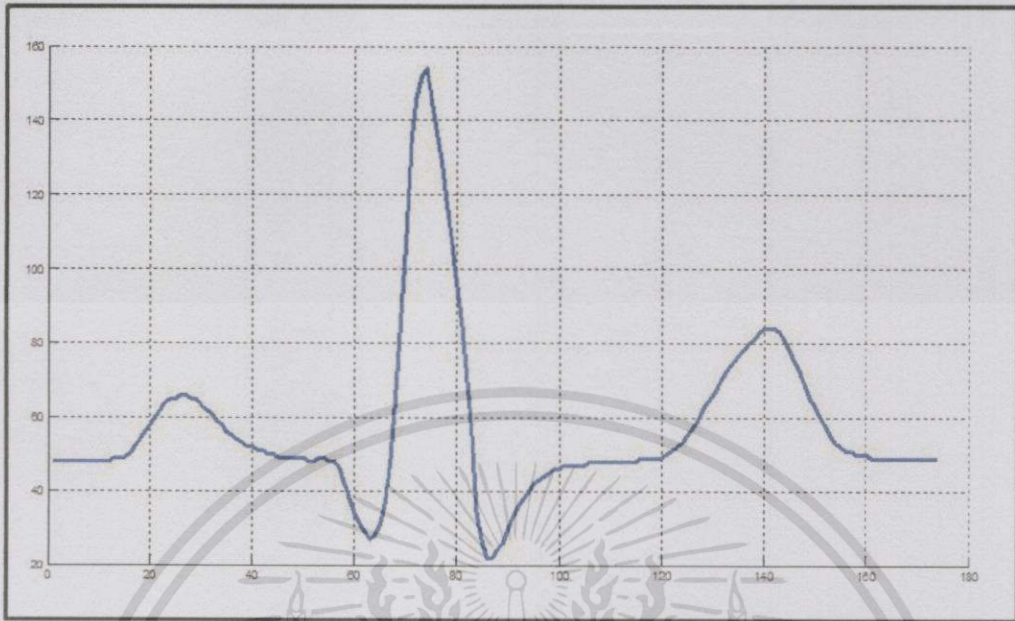
ในวิทยานิพนธ์ฉบับนี้ได้ทำการวิจัยและการสร้างแบบจำลองสัญญาณคลื่นไฟฟ้าหัวใจในสภาวะปกติ ซึ่งประกอบไปด้วยสัญญาณ 3 ส่วนคือ สัญญาณ P สัญญาณรวม QRS และสัญญาณ T โดยใช้สมการทางคณิตศาสตร์โพลีโนเมียลแบบBernstein โพลีโนเมียลแบบBezier-Bernstein และโพลีโนเมียลแบบRational Bezier-Bernstein โดยทำการจำลองสัญญาณคลื่นไฟฟ้าหัวใจผ่านโปรแกรม MATLAB

ทางการแพทย์การวินิจฉัยโรคที่เกิดจากความบกพร่องของหัวใจนั้น จะใช้วิธีการตรวจวัดคลื่นไฟฟ้าหัวใจ เนื่องจากคลื่นไฟฟ้าหัวใจจะเป็นสิ่งที่บ่งชี้ถึงความผิดปกติของหัวใจ ดังนั้นในการสร้างแบบจำลองคลื่นไฟฟ้าหัวใจโดยใช้สมการทางคณิตศาสตร์ จึงมีความจำเป็นที่จะต้องทราบคลื่นไฟฟ้าหัวใจของบุคคลแต่ละบุคคลเพื่อนำมาเปรียบเทียบว่ามีความผิดปกติหรือไม่ โดยสัญญาณคลื่นไฟฟ้าหัวใจในสภาวะปกติจะประกอบไปด้วยสัญญาณ P สัญญาณ QRS และสัญญาณ T ซึ่งได้มีการเก็บค่าตัวอย่างของข้อมูลคลื่นไฟฟ้าหัวใจที่ได้จากการสุ่ม ณ ช่วงเวลาหนึ่งของบุคคลที่มีสัญญาณคลื่นไฟฟ้าหัวใจปกติ แสดงได้ดังตาราง

ตารางที่ 4.1 ค่าข้อมูลคลื่นไฟฟ้าหัวใจจริงที่ได้จากการสุ่ม ณ ช่วงเวลาหนึ่ง

ลักษณะคลื่น	ข้อมูลสัญญาณคลื่นไฟฟ้าหัวใจจริง
สัญญาณ P	48 48 48 48 48 48 48 48 48 48 48 48 49 49 49 50 52 54 56 58 60 62 64 65 65 66 66 65 65 63 62 61 59 58 56 55 54 53 52 52 51 51 50 50 49 49 49 49 49 49 48 48 49 49
สัญญาณ QRS	48 48 46 42 38 34 31 29 27 28 31 37 48 65 88 108 135 146 152 154 145 137 128 117 107 96 84 70 54 34 26 22 22 24 26 30 33 36 38 40 42 43 44 45 46 46 47 47 47 47 47 48 48 48
สัญญาณ T	48 48 48 48 48 48 48 49 49 49 49 50 51 52 53 55 57 59 62 64 66 68 71 73 75 77 78 80 81 83 84 84 84 83 81 78 75 72 69 65 63 60 58 55 53 52 51 51 50 50 50 49 49 49 49 49 49 49 49 49 49 49 49 49 49

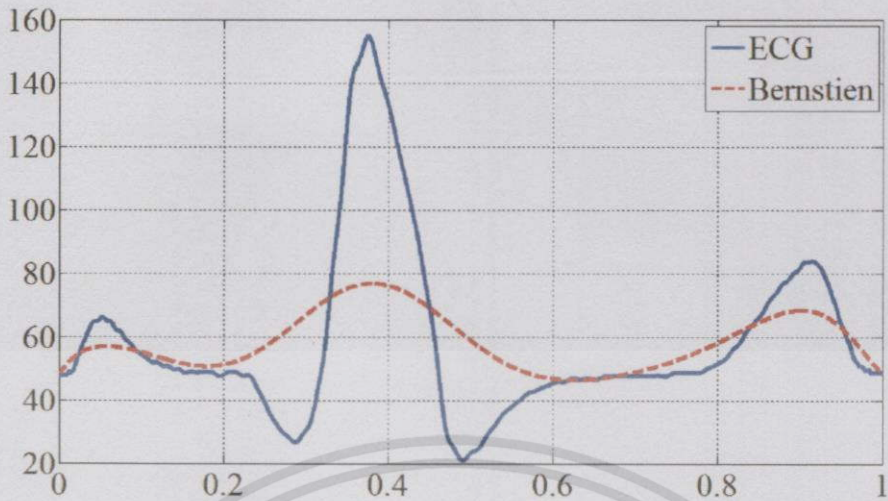
นำค่าข้อมูลสัญญาณ P สัญญาณ QRS และสัญญาณ T จากตารางที่ 4.1 มาสร้างแบบจำลองสัญญาณคลื่นไฟฟ้าหัวใจจริง โดยการจำลองสร้างสัญญาณคลื่นไฟฟ้าหัวใจจริงจากโปรแกรม MATLAB จะได้ดังรูปที่ 4.1



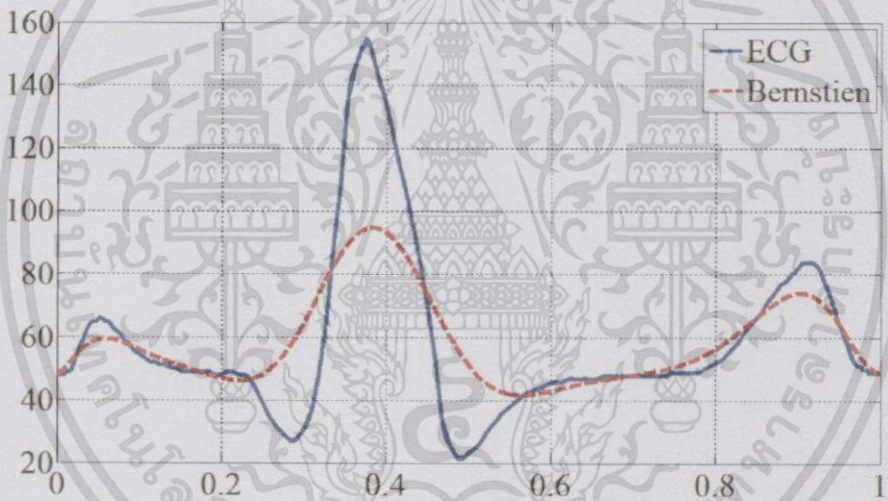
รูปที่ 4.1 รูปคลื่นไฟฟ้าหัวใจจริง

4.1 การสร้างแบบจำลองสัญญาณคลื่นไฟฟ้าหัวใจโดยใช้ทฤษฎีโพลีโนเมียลแบบ Bernstein

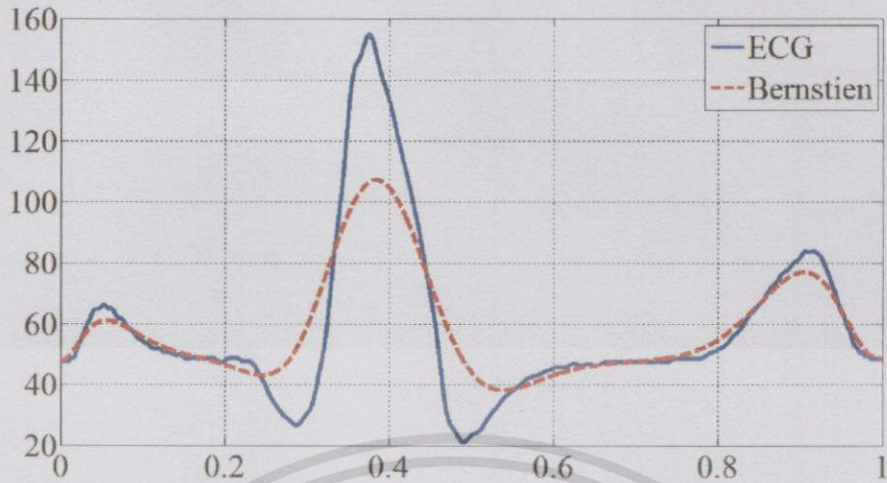
ในการสร้างคลื่นจำลองคลื่นไฟฟ้าหัวใจโดยใช้ทฤษฎีโพลีโนเมียลแบบ Bernstein ได้ทำการสุ่มเลือกค่า n มาจำนวนหลายค่า แล้วแทนลงในสมการที่ (3.1) ซึ่งค่า n ที่ได้เลือกใช้มีค่า n ดังนี้ $n=25$ $n=68$ $n=100$ $n=200$ $n=400$ $n=600$ $n=800$ และ $n=1000$ และจะได้รูปดัง รูปที่ 4.2 รูปที่ 4.3 รูปที่ 4.4 รูปที่ 4.5 รูปที่ 4.6 รูปที่ 4.7 รูปที่ 4.8 และรูปที่ 4.9 ตามลำดับ



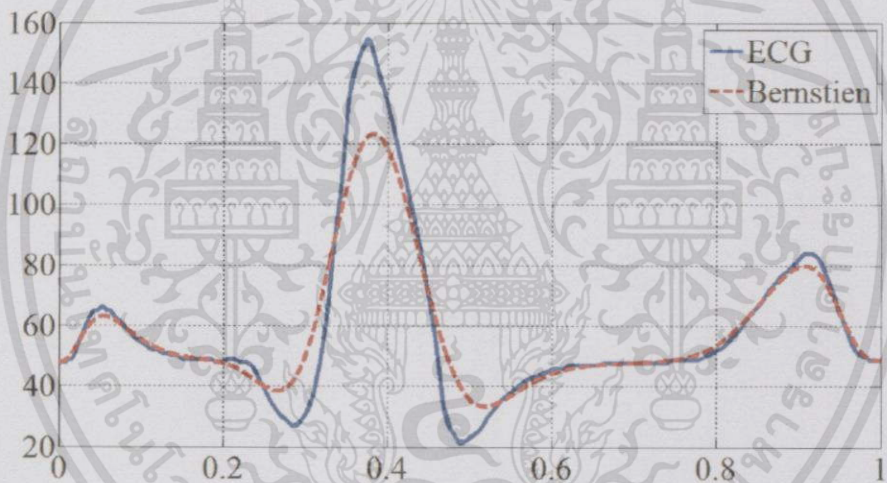
รูปที่ 4.2 ลักษณะของคลื่นไฟฟ้าหัวใจโดยใช้โพลีโนเมียลแบบ Bernstein ด้วยค่า $n=25$



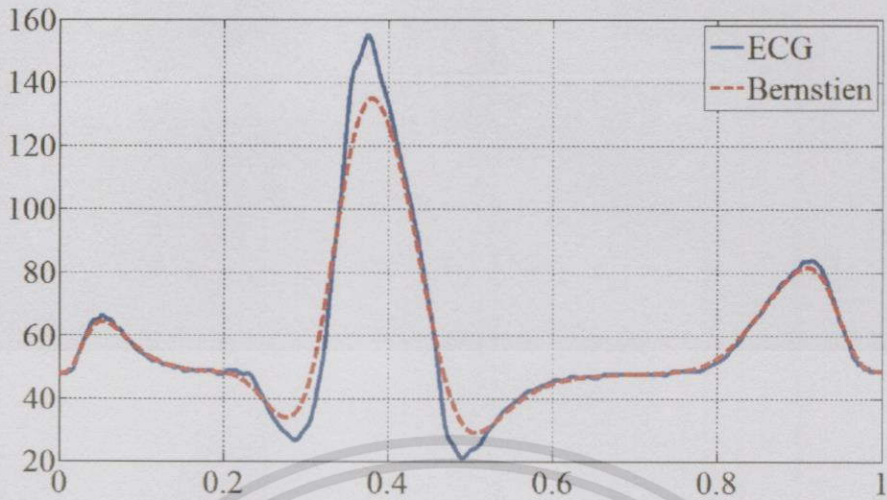
รูปที่ 4.3 ลักษณะของคลื่นไฟฟ้าหัวใจโดยใช้โพลีโนเมียลแบบ Bernstein ด้วยค่า $n=68$



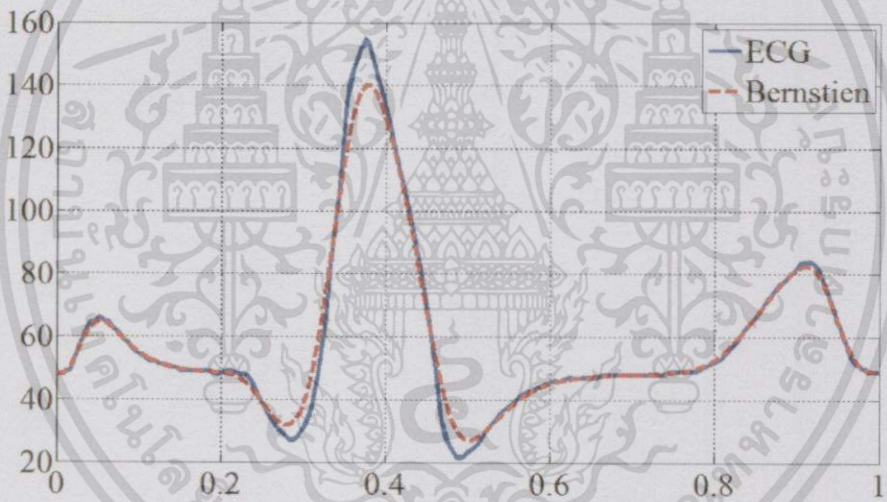
รูปที่ 4.4 ลักษณะของคลื่นไฟฟ้าหัวใจโดยใช้โพลีโนเมียลแบบ Bernstein ด้วยค่า $n=100$



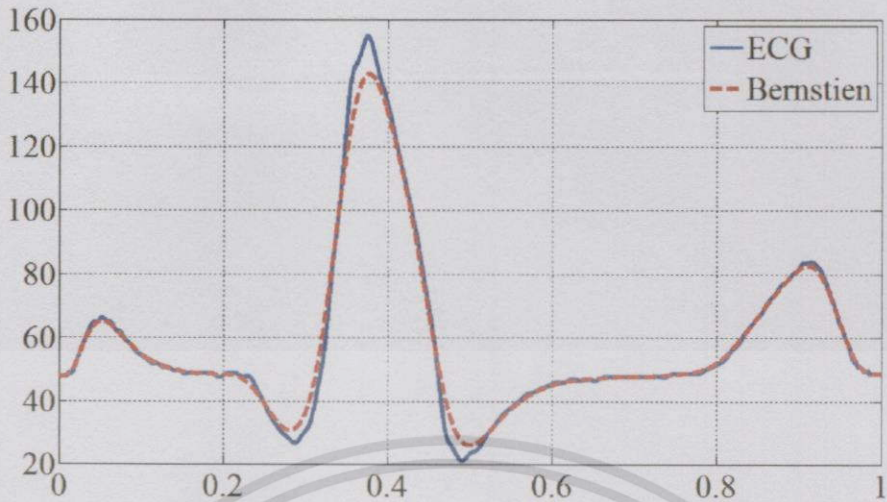
รูปที่ 4.5 ลักษณะของคลื่นไฟฟ้าหัวใจโดยใช้โพลีโนเมียลแบบ Bernstein ด้วยค่า $n=200$



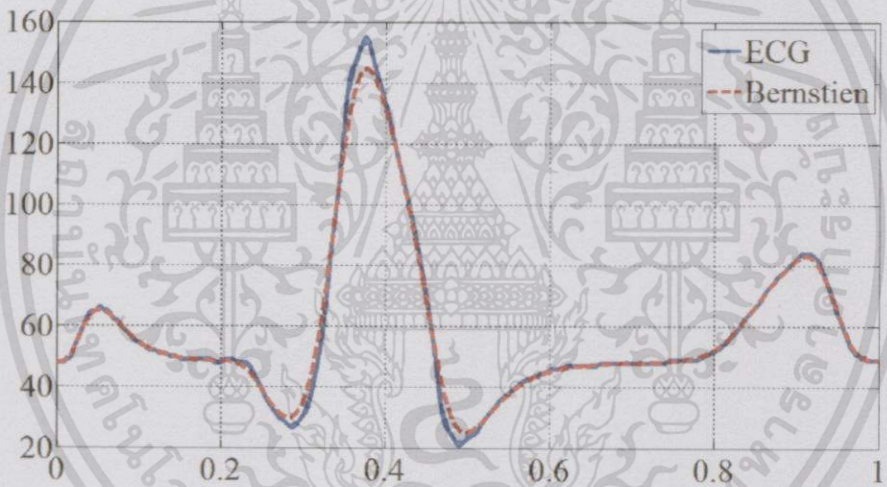
รูปที่ 4.6 ลักษณะของคลื่นไฟฟ้าหัวใจโดยใช้โพลีโนเมียลแบบ Bernstein ด้วยค่า $n=400$



รูปที่ 4.7 ลักษณะของคลื่นไฟฟ้าหัวใจโดยใช้โพลีโนเมียลแบบ Bernstein ด้วยค่า $n=600$



รูปที่ 4.8 ลักษณะของคลื่นไฟฟ้าหัวใจโดยใช้โพลีโนเมียลแบบ Bernstein ด้วยค่า $n=800$



รูปที่ 4.9 ลักษณะของคลื่นไฟฟ้าหัวใจโดยใช้โพลีโนเมียลแบบ Bernstein ด้วยค่า $n=1000$

จากการทดลองสุ่มเลือกค่า n ลงในสมการโพลีโนเมียลแบบ Bernstein แล้ว พบว่าสมการโพลีโนเมียลแบบ Bernstein สามารถสร้างแบบจำลองคลื่นจำลองคลื่นไฟฟ้าหัวใจได้มีลักษณะใกล้เคียงกับสัญญาณคลื่นไฟฟ้าหัวใจจริง แต่ต้องใช้ค่า n มีค่าสูงถึง 1000 จึงจะมีลักษณะใกล้เคียงกัน ซึ่งเมื่อนำมาสร้างลงฮาร์ดแวร์จะทำให้วงจรมีความซับซ้อนมาก ฉะนั้นจึงนำทฤษฎีโพลีโนเมียลแบบ Bezier-Bernstein มาปรับแก้ข้อเสียของทฤษฎีโพลีโนเมียลแบบ Bernstein

4.2 การสร้างแบบจำลองสัญญาณคลื่นไฟฟ้าหัวใจโดยใช้ทฤษฎีโพลีโนเมียลแบบ Bezier-Bernstein

ในการสร้างคลื่นจำลองคลื่นไฟฟ้าหัวใจโดยใช้โพลีโนเมียลแบบ Bezier-Bernstein ตามสมการที่ (3.2) มีพารามิเตอร์สำคัญ 2 ค่า คือค่า n และ ค่า P (Control Point) โดยค่าพารามิเตอร์ n จะได้จากการทดลองสุ่มเลือกหลายๆครั้งจนมีลักษณะใกล้เคียงกับสัญญาณคลื่นไฟฟ้าหัวใจจริง ส่วนค่าพารามิเตอร์ P จะได้จากการสุ่มเลือกค่าจากตารางที่ (4.1) ซึ่งการกำหนดค่าพารามิเตอร์ทั้งสองค่าจะต้องทำการกำหนดค่าทั้งแกน X และแกน Y ในสัญญาณทั้ง 3 สัญญาณคือ สัญญาณ P สัญญาณ QRS และสัญญาณ T โดยใช้ค่า n ดังต่อไปนี้

4.2.1 โพลีโนเมียลแบบ Bezier-Bernstein เมื่อ n มีค่าเท่ากับ 4

โพลีโนเมียลแบบ Bezier-Bernstein เมื่อ n มีค่าเท่ากับ 4 จะสามารถแทนค่าสมการได้ดังนี้

$$B(t) = P_0(1-t)^4 + P_1 4t(1-t)^3 + P_2 6t^2(1-t)^2 + P_3 4t^3(1-t) + P_4 t^4 \quad (4.1)$$

โดยกำหนดค่า Control Point ของสัญญาณ P สัญญาณ QRS และสัญญาณ T ให้มีค่าดังต่อไปนี้

- สัญญาณ P

$$P_x : P_0 = 1, P_1 = 14, P_2 = 26, P_3 = 42, P_4 = 54$$

$$P_y : P_0 = 48, P_1 = 49, P_2 = 66, P_3 = 51, P_4 = 49$$

- สัญญาณ QRS

$$P_x : P_0 = 57, P_1 = 65, P_2 = 74, P_3 = 86, P_4 = 97$$

$$P_y : P_0 = 46, P_1 = 31, P_2 = 154, P_3 = 22, P_4 = 44$$

- สัญญาณ T

$$P_x : P_0 = 109, P_1 = 122, P_2 = 141, P_3 = 156, P_4 = 174$$

$$P_y : P_0 = 48, P_1 = 51, P_2 = 84, P_3 = 51, P_4 = 49$$

เมื่อ n มีค่าเท่ากับ 4 และ Control Point ไปแทนในสมการที่ (4.1)

- สัญญาณ P

$$B_x(t) = (1-t)^4 + (14)4t(1-t)^3 + (26)6t^2(1-t)^2 + (42)4t^3(1-t) + (54)t^4$$

$$B_x(t) = (1-t)^4 + 56t(1-t)^3 + 156t^2(1-t)^2 + 168t^3(1-t) + 54t^4$$

$$B_y(t) = (48)(1-t)^4 + (49)4t(1-t)^3 + (66)6t^2(1-t)^2 + (51)4t^3(1-t) + (49)t^4$$

$$B_y(t) = 48(1-t)^4 + 196t(1-t)^3 + 396t^2(1-t)^2 + 204t^3(1-t) + 49t^4$$

- สัญญาณ QRS

$$B_x(t) = (57)(1-t)^4 + (65)4t(1-t)^3 + (74)6t^2(1-t)^2 + (86)4t^3(1-t) + (97)t^4$$

$$B_x(t) = 57(1-t)^4 + 260t(1-t)^3 + 444t^2(1-t)^2 + 344t^3(1-t) + 97t^4$$

$$B_y(t) = (46)(1-t)^4 + (31)4t(1-t)^3 + (154)6t^2(1-t)^2 + (22)4t^3(1-t) + (44)t^4$$

$$B_y(t) = 46(1-t)^4 + 1244t(1-t)^3 + 924t^2(1-t)^2 + 88t^3(1-t) + 44t^4$$

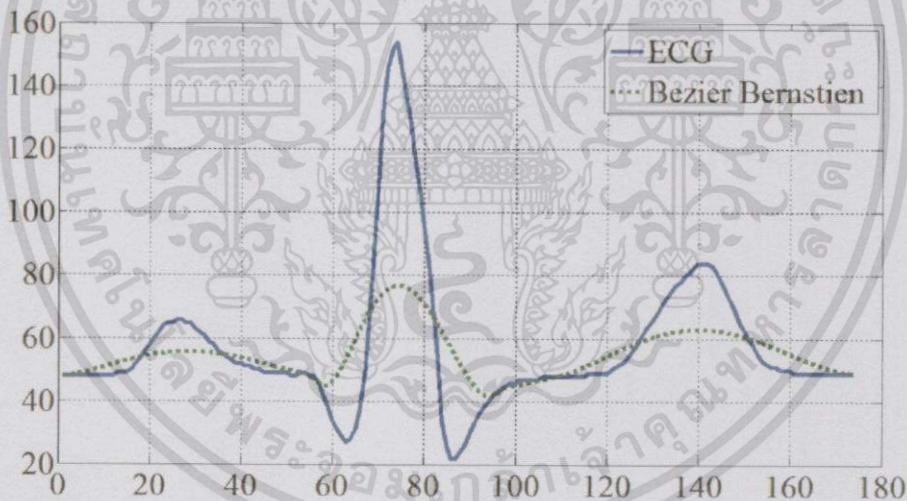
- สัญญาณ T

$$B_x(t) = (109)(1-t)^4 + (122)4t(1-t)^3 + (141)6t^2(1-t)^2 + (156)4t^3(1-t) + (174)t^4$$

$$B_x(t) = 109(1-t)^4 + 488t(1-t)^3 + 864t^2(1-t)^2 + 624t^3(1-t) + 174t^4$$

$$B_y(t) = (48)(1-t)^4 + (51)4t(1-t)^3 + (84)6t^2(1-t)^2 + (51)4t^3(1-t) + (49)t^4$$

$$B_y(t) = 48(1-t)^4 + 204t(1-t)^3 + 504t^2(1-t)^2 + 204t^3(1-t) + 49t^4$$



รูปที่ 4.10 ลักษณะของคลื่นไฟฟ้าหัวใจโดยใช้โพลีโนเมียลแบบ Bezier-Bernstein เมื่อ $n=4$

4.2.2 โพลีโนเมียลแบบ Bezier-Bernstein เมื่อ n มีค่าเท่ากับ 5

โพลีโนเมียลแบบ Bezier-Bernstein เมื่อ n มีค่าเท่ากับ 5 จะสามารถแทนค่าสมการได้ดังนี้

$$B(t) = P_0(1-t)^5 + P_15t^1(1-t)^4 + P_210t^2(1-t)^3 + P_310t^3(1-t)^2 + P_45t^4(1-t)^1 + P_5t^5 \quad (4.2)$$

โดยกำหนดค่า Control Point ของสัญญาณ P สัญญาณ QRS และสัญญาณ T ให้มีค่าดังต่อไปนี้

- สัญญาณ P

$$P_x : P_0 = 1, P_1 = 16, P_2 = 26, P_3 = 34, P_4 = 42, P_5 = 54$$

$$P_y : P_0 = 48, P_1 = 50, P_2 = 66, P_3 = 58, P_4 = 51, P_5 = 49$$

- สัญญาณ QRS

$$P_x : P_0 = 57, P_1 = 62, P_2 = 68, P_3 = 74, P_4 = 87, P_5 = 97$$

$$P_y : P_0 = 46, P_1 = 29, P_2 = 65, P_3 = 154, P_4 = 22, P_5 = 44$$

- สัญญาณ T

$$P_x : P_0 = 109, P_1 = 122, P_2 = 133, P_3 = 141, P_4 = 156, P_5 = 174$$

$$P_y : P_0 = 48, P_1 = 51, P_2 = 73, P_3 = 84, P_4 = 51, P_5 = 49$$

เมื่อ n มีค่าเท่ากับ 5 และ Control Point ไปแทนในสมการที่ (4.2)

- สัญญาณ P

$$B_x(t) = (1-t)^5 + (16)5t^1(1-t)^4 + (26)10t^2(1-t)^3 + (34)10t^3(1-t)^2 + (42)5t^4(1-t)^1 + (54)t^5$$

$$B_x(t) = (1-t)^5 + 80t^1(1-t)^4 + 260t^2(1-t)^3 + 340t^3(1-t)^2 + 210t^4(1-t)^1 + 54t^5$$

$$B_y(t) = (48)(1-t)^5 + (50)5t^1(1-t)^4 + (66)10t^2(1-t)^3 + (58)10t^3(1-t)^2 + (51)5t^4(1-t)^1 + (49)t^5$$

$$B_y(t) = 48(1-t)^5 + 250t^1(1-t)^4 + 660t^2(1-t)^3 + 580t^3(1-t)^2 + 255t^4(1-t)^1 + 49t^5$$

- สัญญาณ QRS

$$B_x(t) = (57)(1-t)^5 + (62)5t^1(1-t)^4 + (68)10t^2(1-t)^3 + (74)10t^3(1-t)^2 + (87)5t^4(1-t)^1 + (97)t^5$$

$$B_x(t) = 57(1-t)^5 + 310t^1(1-t)^4 + 680t^2(1-t)^3 + 740t^3(1-t)^2 + 435t^4(1-t)^1 + 97t^5$$

$$B_x(t) = (46)(1-t)^5 + (29)5t^1(1-t)^4 + (65)10t^2(1-t)^3 + (154)10t^3(1-t)^2 + (22)5t^4(1-t)^1 + (44)t^5$$

$$B_x(t) = 46(1-t)^5 + 145t^1(1-t)^4 + 650t^2(1-t)^3 + 1540t^3(1-t)^2 + 110t^4(1-t)^1 + 44t^5$$

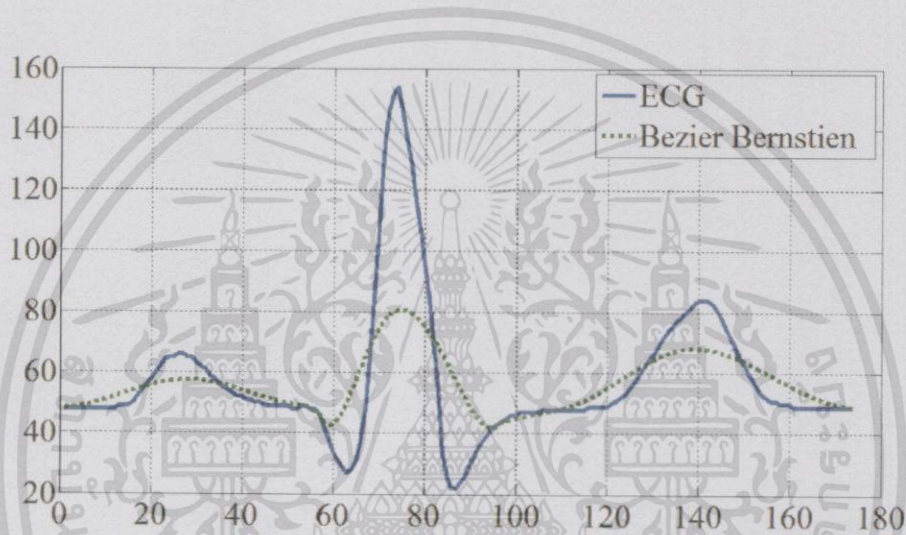
- สัญญาณ T

$$B_x(t) = (109)(1-t)^5 + (122)5t^1(1-t)^4 + (133)10t^2(1-t)^3 + (141)10t^3(1-t)^2 + (156)5t^4(1-t)^1 + (174)t^5$$

$$B_x(t) = 109(1-t)^5 + 610t^1(1-t)^4 + 1330t^2(1-t)^3 + 1410t^3(1-t)^2 + 780t^4(1-t)^1 + 174t^5$$

$$B_y(t) = (48)(1-t)^5 + (51)5t^1(1-t)^4 + (73)10t^2(1-t)^3 + (84)10t^3(1-t)^2 + (51)5t^4(1-t)^1 + (49)t^5$$

$$B_y(t) = 48(1-t)^5 + 255t^1(1-t)^4 + 730t^2(1-t)^3 + 840t^3(1-t)^2 + 255t^4(1-t)^1 + 49t^5$$



รูปที่ 4.11 ลักษณะของคลื่นไฟฟ้าหัวใจโดยใช้โพลีโนเมียลแบบ Bezier-Bernstein เมื่อ $n=5$

4.2.3 โพลีโนเมียลแบบ Bezier-Bernstein เมื่อ n มีค่าเท่ากับ 6

โพลีโนเมียลแบบ Bezier-Bernstein เมื่อ n มีค่าเท่ากับ 6 จะสามารถแทนค่าสมการได้ดังนี้

$$B(t) = P_0(1-t)^6 + P_1 6t^1(1-t)^5 + P_2 15t^2(1-t)^4 + P_3 20t^3(1-t)^3 + P_4 15t^4(1-t)^2 + P_5 6t^5(1-t)^1 + P_6 t^6 \quad (4.3)$$

โดยกำหนดค่า Control Point ของสัญญาณ P สัญญาณ QRS และสัญญาณ T ให้มีค่าดังต่อไปนี้

- สัญญาณ P

$$P_x : P_0 = 1, P_1 = 16, P_2 = 21, P_3 = 26, P_4 = 34, P_5 = 42, P_6 = 54$$

$$P_y : P_0 = 48, P_1 = 50, P_2 = 60, P_3 = 66, P_4 = 58, P_5 = 51, P_6 = 49$$

- สัญญาณ QRS

$$P_x : P_0 = 57, P_1 = 65, P_2 = 68, P_3 = 74, P_4 = 81, P_5 = 87, P_6 = 97$$

$$P_y : P_0 = 46, P_1 = 31, P_2 = 65, P_3 = 154, P_4 = 84, P_5 = 22, P_6 = 44$$

- สัญญาณ T

$$P_x : P_0 = 109, P_1 = 122, P_2 = 128, P_3 = 133, P_4 = 141, P_5 = 156, P_6 = 174$$

$$P_y : P_0 = 48, P_1 = 51, P_2 = 62, P_3 = 73, P_4 = 84, P_5 = 51, P_6 = 49$$

เมื่อ n มีค่าเท่ากับ 6 และ Control Point ไปแทนในสมการที่ (4.3)

- สัญญาณ P

$$B_x(t) = (1-t)^6 + (16)6t^1(1-t)^5 + (21)15t^2(1-t)^4 + (26)20t^3(1-t)^3$$

$$+ (34)15t^4(1-t)^2 + (42)6t^5(1-t)^1 + (54)t^6$$

$$B_x(t) = (1-t)^6 + 96t^1(1-t)^5 + 315t^2(1-t)^4 + 520t^3(1-t)^3$$

$$+ 510t^4(1-t)^2 + 252t^5(1-t)^1 + 54t^6$$

$$B_y(t) = (48)(1-t)^6 + (50)6t^1(1-t)^5 + (60)15t^2(1-t)^4$$

$$+ (66)20t^3(1-t)^3 + (58)15t^4(1-t)^2 + (51)6t^5(1-t)^1 + (49)t^6$$

$$B_y(t) = 48(1-t)^6 + 300t^1(1-t)^5 + 900t^2(1-t)^4$$

$$+ 1320t^3(1-t)^3 + 870t^4(1-t)^2 + 306t^5(1-t)^1 + 49t^6$$

- สัญญาณ QRS

$$B_x(t) = (57)(1-t)^6 + (65)6t^1(1-t)^5 + (68)15t^2(1-t)^4$$

$$+ (74)20t^3(1-t)^3 + (81)15t^4(1-t)^2 + (87)6t^5(1-t)^1 + (97)t^6$$

$$B_x(t) = 57(1-t)^6 + 390t^1(1-t)^5 + 1020t^2(1-t)^4 + 1480t^3(1-t)^3$$

$$+ 1215t^4(1-t)^2 + 522t^5(1-t)^1 + 97t^6$$

$$B_y(t) = (46)(1-t)^6 + (31)6t^1(1-t)^5 + (65)15t^2(1-t)^4$$

$$+ (154)20t^3(1-t)^3 + (84)15t^4(1-t)^2 + (22)6t^5(1-t)^1 + (44)t^6$$

$$B_y(t) = 46(1-t)^6 + 186t^1(1-t)^5 + 975t^2(1-t)^4 + 3080t^3(1-t)^3$$

$$+ 1260t^4(1-t)^2 + 132t^5(1-t)^1 + 44t^6$$

- สัญญาณ T

$$B_x(t) = (109)(1-t)^6 + (122)6t^1(1-t)^5 + (128)15t^2(1-t)^4$$

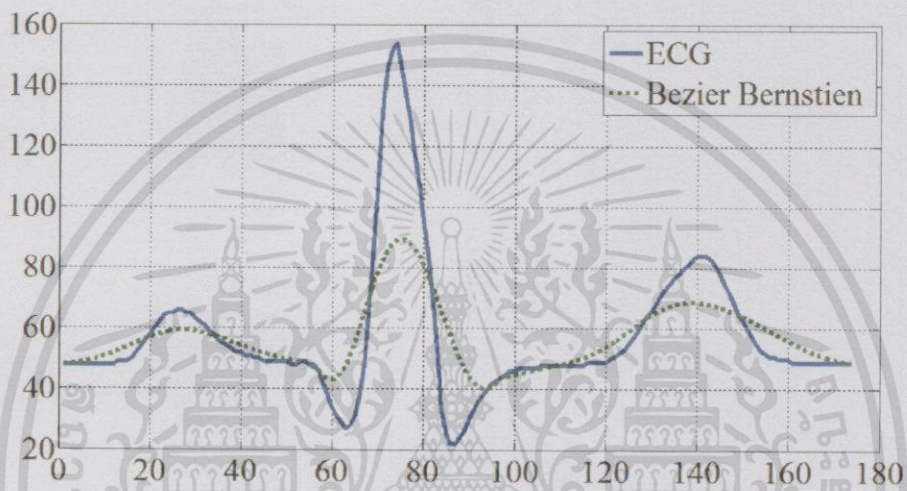
$$+ (133)20t^3(1-t)^3 + (141)15t^4(1-t)^2$$

$$+ (156)6t^5(1-t)^1 + (174)t^6$$

$$B_x(t) = 109(1-t)^6 + 732t^1(1-t)^5 + 1920t^2(1-t)^4 + 2660t^3(1-t)^3 + 2115t^4(1-t)^2 + 936t^5(1-t)^1 + 174t^6$$

$$B_y(t) = (48)(1-t)^6 + (51)6t^1(1-t)^5 + (62)15t^2(1-t)^4 + (73)20t^3(1-t)^3 + (84)15t^4(1-t)^2 + (51)6t^5(1-t)^1 + (49)t^6$$

$$B_y(t) = 48(1-t)^6 + 306t^1(1-t)^5 + 930t^2(1-t)^4 + 1460t^3(1-t)^3 + 1260t^4(1-t)^2 + 306t^5(1-t)^1 + 49t^6$$



รูปที่ 4.12 ลักษณะของคลื่นไฟฟ้าหัวใจโดยใช้โพลีโนเมียลแบบ Bezier-Bernstein เมื่อ $n=6$

4.2.4 โพลีโนเมียลแบบ Bezier-Bernstein เมื่อ n มีค่าเท่ากับ 7

โพลีโนเมียลแบบ Bezier-Bernstein เมื่อ n มีค่าเท่ากับ 7 จะสามารถแทนค่าสมการได้ดังนี้

$$B(t) = P_0(1-t)^7 + P_1 7t^1(1-t)^6 + P_2 21t^2(1-t)^5 + 35t^3(1-t)^4 + P_4 35t^4(1-t)^3 + P_5 21t^5(1-t)^2 + P_6 7t^6(1-t)^1 + P_7 t^7 \quad (4.4)$$

โดยกำหนดค่า Control Point ของสัญญาณ P สัญญาณ QRS และสัญญาณ T ให้มีค่าดังต่อไปนี้

- สัญญาณ P

$$P_x : P_0 = 1, P_1 = 14, P_2 = 19, P_3 = 26, P_4 = 33, P_5 = 36, P_6 = 42, P_7 = 54$$

$$P_y : P_0 = 48, P_1 = 49, P_2 = 56, P_3 = 66, P_4 = 59, P_5 = 55, P_6 = 51, P_7 = 49$$

- สัญญาณ QRS

$$P_x : P_0 = 57, P_1 = 63, P_2 = 67, P_3 = 74, P_4 = 78, P_5 = 83, P_6 = 86, \\ P_7 = 97$$

$$P_y : P_0 = 46, P_1 = 27, P_2 = 48, P_3 = 154, P_4 = 117, P_5 = 54, P_6 = 22, \\ P_7 = 44$$

- สัญญาณ T

$$P_x : P_0 = 109, P_1 = 122, P_2 = 128, P_3 = 135, P_4 = 141, P_5 = 151, \\ P_6 = 156, P_7 = 49$$

$$P_y : P_0 = 48, P_1 = 51, P_2 = 62, P_3 = 77, P_4 = 84, P_5 = 60, P_6 = 51, \\ P_7 = 49$$

เมื่อ n มีค่าเท่ากับ 7 และ Control Point ไปแทนในสมการที่ (4.4)

- สัญญาณ P

$$B_x(t) = (1-t)^7 + (14)7t^1(1-t)^6 + (19)21t^2(1-t)^5 + (26)35t^3(1-t)^4 \\ + (33)35t^4(1-t)^3 + (36)21t^5(1-t)^2 + (42)7t^6(1-t)^1 + (54)t^7$$

$$B_x(t) = (1-t)^7 + 98t^1(1-t)^6 + 399t^2(1-t)^5 + 910t^3(1-t)^4 \\ + 1155t^4(1-t)^3 + 756t^5(1-t)^2 + 294t^6(1-t)^1 + 54t^7$$

$$B_y(t) = (48)(1-t)^7 + (49)7t^1(1-t)^6 + (56)21t^2(1-t)^5 \\ + (66)35t^3(1-t)^4 + (59)35t^4(1-t)^3 + (55)21t^5(1-t)^2 \\ + (51)7t^6(1-t)^1 + (49)t^7$$

$$B_y(t) = 48(1-t)^7 + 343t^1(1-t)^6 + 1176t^2(1-t)^5 + 2310t^3(1-t)^4 \\ + 2065t^4(1-t)^3 + 1155t^5(1-t)^2 + 357t^6(1-t)^1 + 49t^7$$

- สัญญาณ QRS

$$B_x(t) = (57)(1-t)^7 + (63)7t^1(1-t)^6 + (67)21t^2(1-t)^5 \\ + (74)35t^3(1-t)^4 + (78)35t^4(1-t)^3 + (83)21t^5(1-t)^2 \\ + (86)7t^6(1-t)^1 + (97)t^7$$

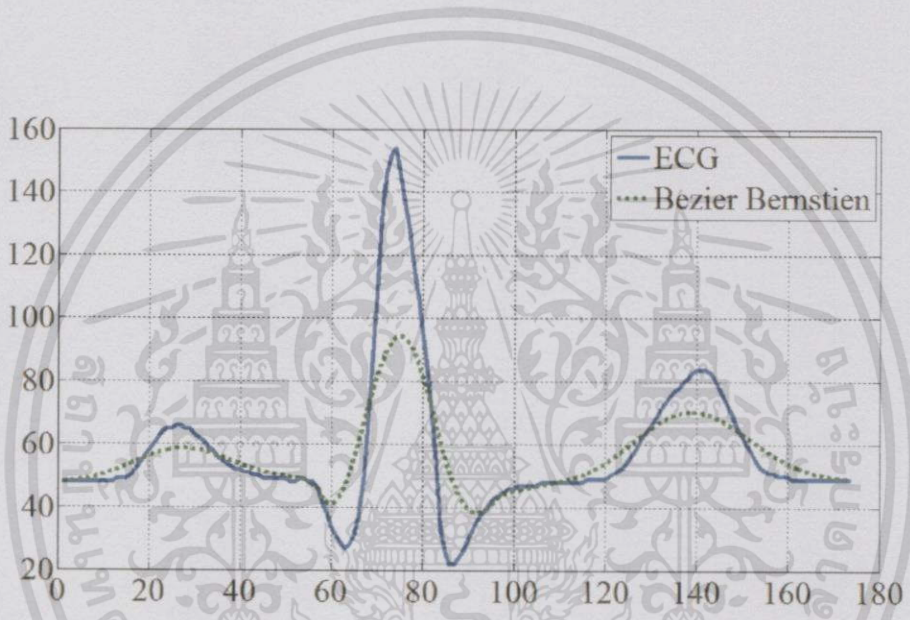
$$B_x(t) = 57(1-t)^7 + 441t^1(1-t)^6 + 1407t^2(1-t)^5 + 2590t^3(1-t)^4 \\ + 2730t^4(1-t)^3 + 1743t^5(1-t)^2 + 602t^6(1-t)^1 + 97t^7$$

$$B_y(t) = (46)(1-t)^7 + (27)7t^1(1-t)^6 + (48)21t^2(1-t)^5 \\ + (154)35t^3(1-t)^4 + (117)35t^4(1-t)^3 + (54)21t^5(1-t)^2 \\ + (22)7t^6(1-t)^1 + (44)t^7$$

$$B_y(t) = 46(1-t)^7 + 189t^1(1-t)^6 + 1008t^2(1-t)^5 + 5390t^3(1-t)^4 \\ + 4095t^4(1-t)^3 + 1134t^5(1-t)^2 + 154t^6(1-t)^1 + 44t^7$$

- สัญญาณ T

$$\begin{aligned}
 B_x(t) &= (109)(1-t)^7 + (122)7t^1(1-t)^6 + (128)21t^2(1-t)^5 \\
 &\quad + (135)35t^3(1-t)^4 + (141)35t^4(1-t)^3 + (151)21t^5(1-t)^2 \\
 &\quad + (156)7t^6(1-t)^1 + (174)t^7 \\
 B_x(t) &= 109(1-t)^7 + 854t^1(1-t)^6 + 2688t^2(1-t)^5 + 4725t^3(1-t)^4 \\
 &\quad + 4935t^4(1-t)^3 + 3171t^5(1-t)^2 + 1092t^6(1-t)^1 + 174t^7 \\
 B_y(t) &= (48)(1-t)^7 + (51)7t^1(1-t)^6 + (62)21t^2(1-t)^5 \\
 &\quad + (77)35t^3(1-t)^4 + (84)35t^4(1-t)^3 + (60)21t^5(1-t)^2 \\
 &\quad + (51)7t^6(1-t)^1 + (49)t^7 \\
 B_y(t) &= 48(1-t)^7 + 357t^1(1-t)^6 + 1302t^2(1-t)^5 + 2695t^3(1-t)^4 \\
 &\quad + 2940t^4(1-t)^3 + 1260t^5(1-t)^2 + 357t^6(1-t)^1 + 49t^7
 \end{aligned}$$



รูปที่ 4.13 ลักษณะของคลื่นไฟฟ้าหัวใจโดยใช้โพลีโนเมียลแบบ Bezier-Bernstein เมื่อ n=7

4.2.5 โพลีโนเมียลแบบ Bezier-Bernstein เมื่อ n มีค่าเท่ากับ 10

โพลีโนเมียล Bezier-Bernstein เมื่อ n มีค่าเท่ากับ 10 จะสามารถแทนค่าสมการได้ดังนี้

$$\begin{aligned}
 B(t) &= P_0(1-t)^{10} + P_1 10t^1(1-t)^9 + P_2 45t^2(1-t)^8 + P_3 120t^3(1-t)^7 \\
 &\quad + P_4 210t^4(1-t)^6 + P_5 252t^5(1-t)^5 + P_6 210t^6(1-t)^4 \\
 &\quad + P_7 120t^7(1-t)^3 + P_8 45t^8(1-t)^2 + P_9 10t^9(1-t)^1 + P_{10}t^{10}
 \end{aligned} \tag{4.5}$$

โดยกำหนดค่า Control Point ของสัญญาณ P สัญญาณ QRS และสัญญาณ T ให้มีค่าดังต่อไปนี้

- สัญญาณ P

$$\begin{aligned}
 P_x : P_0 = 1, P_1 = 9, P_2 = 14, P_3 = 19, P_4 = 23, P_5 = 27, P_6 = 30, \\
 P_7 = 33, P_8 = 36, P_9 = 42, P_{10} = 54
 \end{aligned}$$

$$P_y : P_0 = 48, P_1 = 48, P_2 = 49, P_3 = 56, P_4 = 64, P_5 = 66, P_6 = 63, \\ P_7 = 59, P_8 = 55, P_9 = 51, P_{10} = 49$$

- สัญญาณ QRS

$$P_x : P_0 = 57, P_1 = 63, P_2 = 66, P_3 = 67, P_4 = 73, P_5 = 74, P_6 = 78, \\ P_7 = 83, P_8 = 86, P_9 = 88, P_{10} = 97$$

$$P_y : P_0 = 46, P_1 = 27, P_2 = 37, P_3 = 48, P_4 = 152, P_5 = 154, P_6 = 117, \\ P_7 = 54, P_8 = 22, P_9 = 24, P_{10} = 44$$

- สัญญาณ T

$$P_x : P_0 = 109, P_1 = 117, P_2 = 122, P_3 = 125, P_4 = 128, P_5 = 135, \\ P_6 = 141, P_7 = 147, P_8 = 151, P_9 = 156, P_{10} = 174$$

$$P_y : P_0 = 48, P_1 = 49, P_2 = 51, P_3 = 55, P_4 = 62, P_5 = 77, P_6 = 84, \\ P_7 = 72, P_8 = 60, P_9 = 51, P_{10} = 49$$

เมื่อ n มีค่าเท่ากับ 10 และ Control Point ไปแทนในสมการที่ (4.5)

- สัญญาณ P

$$B_x(t) = (1-t)^{10} + (9)10t^1(1-t)^6 + (14)45t^2(1-t)^8 + (19)120t^3(1-t)^7 \\ + (23)210t^4(1-t)^6 + (27)25t^5(1-t)^5 + (30)210t^6(1-t)^4 \\ + (33)120t^7(1-t)^3 + (36)45t^8(1-t)^2 + (42)10t^9(1-t)^1 + (54)t^{10}$$

$$B_x(t) = (1-t)^{10} + 90t^1(1-t)^6 + 630t^2(1-t)^8 + 2280t^3(1-t)^7 \\ + 4830t^4(1-t)^6 + 675t^5(1-t)^5 + 4200t^6(1-t)^4 \\ + 3960t^7(1-t)^3 + 1620t^8(1-t)^2 + 420t^9(1-t)^1 + 54t^{10}$$

$$B_y(t) = (48)(1-t)^{10} + (48)10t^1(1-t)^6 + (49)45t^2(1-t)^8 \\ + (56)120t^3(1-t)^7 + (64)210t^4(1-t)^6 + (66)25t^5(1-t)^5 \\ + (63)210t^6(1-t)^4 + (59)120t^7(1-t)^3 \\ + (55)45t^8(1-t)^2 + (51)10t^9(1-t)^1 + (49)t^{10}$$

$$B_y(t) = 48(1-t)^{10} + 480t^1(1-t)^6 + 2205t^2(1-t)^8 + 6720t^3(1-t)^7 \\ + 13440t^4(1-t)^6 + 1650t^5(1-t)^5 + 13230t^6(1-t)^4 \\ + 7080t^7(1-t)^3 + 2475t^8(1-t)^2 + 510t^9(1-t)^1 + 49t^{10}$$

- สัญญาณ QRS

$$B_x(t) = (57)(1-t)^{10} + (63)10t^1(1-t)^6 + (66)45t^2(1-t)^8 \\ + (67)120t^3(1-t)^7 + (73)210t^4(1-t)^6 + (74)25t^5(1-t)^5 \\ + (78)210t^6(1-t)^4 + (83)120t^7(1-t)^3 + (86)45t^8(1-t)^2 \\ + (88)10t^9(1-t)^1 + (97)t^{10}$$

$$B_x(t) = 57(1-t)^{10} + 630t^1(1-t)^6 + 2970t^2(1-t)^8 + 8040t^3(1-t)^7 \\ + 15330t^4(1-t)^6 + 1850t^5(1-t)^5 + 16380t^6(1-t)^4 \\ + 9960t^7(1-t)^3 + 3870t^8(1-t)^2 + 880t^9(1-t)^1 + 0970t^{10}$$

$$B_y(t) = (46)(1-t)^{10} + (27)10t^1(1-t)^6 + (37)45t^2(1-t)^8 \\ + (48)120t^3(1-t)^7 + (152)210t^4(1-t)^6 + (154)25t^5(1-t)^5 \\ + (117)210t^6(1-t)^4 + (54)120t^7(1-t)^3 + (22)45t^8(1-t)^2 \\ + (24)10t^9(1-t)^1 + (44)t^{10}$$

$$B_y(t) = 46(1-t)^{10} + 270t^1(1-t)^6 + 1665t^2(1-t)^8 + 5760t^3(1-t)^7 \\ + 31920t^4(1-t)^6 + 3850(1-t)^5 + 24570t^6(1-t)^4 \\ + 6480t^7(1-t)^3 + 990t^8(1-t)^2 + 240t^9(1-t)^1 + 44t^{10}$$

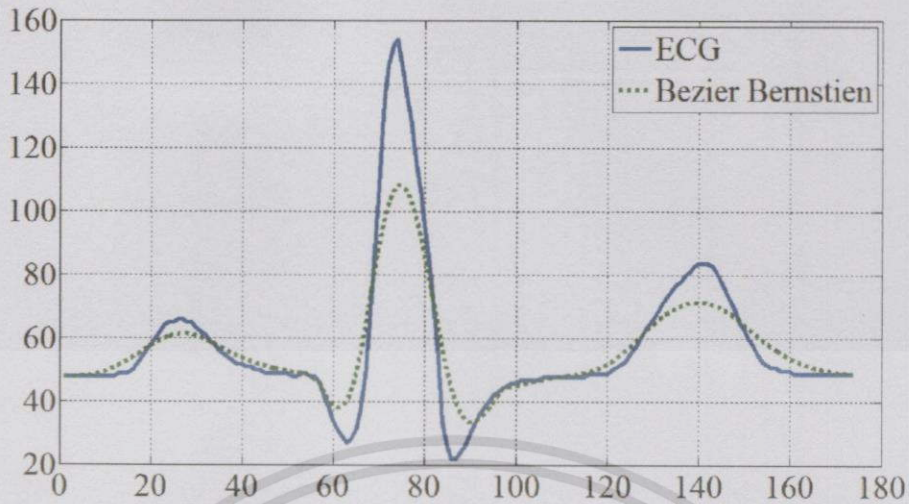
• สัญญาณ T

$$B_x(t) = (109)(1-t)^{10} + (117)10t^1(1-t)^6 + (122)45t^2(1-t)^8 \\ + (125)120t^3(1-t)^7 + (128)210t^4(1-t)^6 + (135)25t^5(1-t)^5 \\ + (141)210t^6(1-t)^4 + (147)120t^7(1-t)^3 + (151)45t^8(1-t)^2 \\ + (156)10t^9(1-t)^1 + (174)t^{10}$$

$$B_x(t) = 109(1-t)^{10} + 1170t^1(1-t)^6 + 5490t^2(1-t)^8 + 15000t^3(1-t)^7 \\ + 26880t^4(1-t)^6 + 3375t^5(1-t)^5 + 29610t^6(1-t)^4 \\ + 17640t^7(1-t)^3 + 6795t^8(1-t)^2 + 1560t^9(1-t)^1 + 174t^{10}$$

$$B_y(t) = (48)(1-t)^{10} + (49)10t^1(1-t)^6 + (51)45t^2(1-t)^8 \\ + (55)120t^3(1-t)^7 + (62)210t^4(1-t)^6 + (77)25t^5(1-t)^5 \\ + (84)210t^6(1-t)^4 + (72)120t^7(1-t)^3 + (60)45t^8(1-t)^2 \\ + (51)10t^9(1-t)^1 + (49)t^{10}$$

$$B_y(t) = 48(1-t)^{10} + 490t^1(1-t)^6 + 2295t^2(1-t)^8 + 6600t^3(1-t)^7 \\ + 13020t^4(1-t)^6 + 1925t^5(1-t)^5 + 17640t^6(1-t)^4 \\ + 8640t^7(1-t)^3 + 2700t^8(1-t)^2 + 510t^9(1-t)^1 + 49t^{10}$$



รูปที่ 4.14 ลักษณะของคลื่นไฟฟ้าหัวใจโดยใช้โพลีโนเมียลแบบ Bezier-Bernstein เมื่อ $n=10$

4.2.6 โพลีโนเมียลแบบ Bezier-Bernstein เมื่อ n มีค่าเท่ากับ 50

โพลีโนเมียล Bezier-Bernstein เมื่อ n มีค่าเท่ากับ 10 จะสามารถแทนค่าสมการได้ดังนี้

$$\begin{aligned}
 B(t) = & P_0(1-t)^{50} + P_1 50t^1(1-t)^{49} + P_2 1225t^2(1-t)^{48} \\
 & + P_3 19600t^3(1-t)^{47} + P_4 230300t^4(1-t)^{46} \\
 & + P_5 2118760t^5(1-t)^{45} + P_6 15890700t^6(1-t)^{44} \\
 & + P_7 99884400t^7(1-t)^{43} + P_8 536878650t^8(1-t)^{42} \\
 & + P_9 2505433700t^9(1-t)^{41} + P_{10} (1.027227817 \times 10^{10})t^{10}(1-t)^{40} \\
 & + P_{11} (3.73537388 \times 10^{10})t^{11}(1-t)^{39} \\
 & + P_{12} (1.213996511 \times 10^{11})t^{12}(1-t)^{38} \\
 & + P_{13} (3.548605186 \times 10^{11})t^{13}(1-t)^{37} \\
 & + P_{14} (9.378456563 \times 10^{11})t^{14}(1-t)^{36} \\
 & + P_{15} (2.250829575 \times 10^{12})t^{15}(1-t)^{35} \\
 & + P_{16} (4.923689696 \times 10^{12})t^{16}(1-t)^{34} \\
 & + P_{17} (9.847379391 \times 10^{12})t^{17}(1-t)^{33} \\
 & + P_{18} (1.805352888 \times 10^{13})t^{18}(1-t)^{32} \\
 & + P_{19} (3.040594338 \times 10^{13})t^{19}(1-t)^{31} \\
 & + P_{20} (4.712921224 \times 10^{13})t^{20}(1-t)^{30} \\
 & + P_{21} (6.732744606 \times 10^{13})t^{21}(1-t)^{29} \\
 & + P_{23} (1.080432534 \times 10^{14})t^{23}(1-t)^{27} \\
 & + P_{22} (8.874981526 \times 10^{13})t^{22}(1-t)^{28} \\
 & + P_{24} (1.2154866 \times 10^{14})t^{24}(1-t)^{26} \\
 & + P_{25} (1.264106064 \times 10^{14})t^{25}(1-t)^{25} \\
 & + P_{26} (1.215486 \times 10^{14})t^{26}(1-t)^{24}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&+P_{27}(1.080432534 \times 10^{14})t^{27}(1-t)^{23} \\
&+P_{28}(8.874981526 \times 10^{13})t^{28}(1-t)^{22} \\
&+P_{29}(6.732744606 \times 10^{13})t^{29}(1-t)^{21} \\
&+P_{30}(4.712921224 \times 10^{13})t^{30}(1-t)^{20} \\
&+P_{31}(3.040594338 \times 10^{13})t^{31}(1-t)^{19} \\
&+P_{32}(1.805352888 \times 10^{13})t^{32}(1-t)^{18} \\
&+P_{33}(9.847379391 \times 10^{12})t^{33}(1-t)^{17} \\
&+P_{34}(4.923689696 \times 10^{12})t^{34}(1-t)^{16} \\
&+P_{35}(2.250829575 \times 10^{12})t^{35}(1-t)^{15} \\
&+P_{36}(9.378456563 \times 10^{11})t^{36}(1-t)^{14} \\
&+P_{37}(3.548605186 \times 10^{11})t^{37}(1-t)^{13} \\
&+P_{38}(1.213996511 \times 10^{11})t^{38}(1-t)^{12} \\
&+P_{39}(3.73537388 \times 10^{10})t^{39}(1-t)^{11} \\
&+P_{40}(1.027227817 \times 10^{10})t^{40}(1-t)^{10} \\
&+P_{41}2505433700t^{41}(1-t)^9+P_{42}536878650t^{42}(1-t)^8 \\
&+P_{43}99884400t^{43}(1-t)^7+P_{44}15890700t^{44}(1-t)^6 \\
&+P_{45}2118760t^{45}(1-t)^5+P_{46}230300t^{46}(1-t)^4 \\
&+P_{47}19600t^{47}(1-t)^3+P_{48}1225t^{48}(1-t)^2+P_{49}50t^{49}(1-t)^1+P_{50}t^{50} \quad (4.6)
\end{aligned}$$

โดยกำหนดค่า Control Point ของสัญญาณ P สัญญาณ QRS และสัญญาณ T ให้มีค่าดังต่อไปนี้

• สัญญาณ P

$$\begin{aligned}
P_x : P_0 = 1, P_1 = 2, P_2 = 3, P_3 = 4, P_4 = 5, P_5 = 6, P_6 = 7, P_7 = 8, \\
P_8 = 9, P_9 = 10, P_{10} = 11, P_{11} = 13, P_{12} = 15, P_{13} = 16, P_{14} = 17, \\
P_{15} = 18, P_{16} = 19, P_{17} = 20, P_{18} = 21, P_{19} = 22, P_{20} = 23, \\
P_{21} = 24, P_{22} = 25, P_{23} = 26, P_{24} = 27, P_{25} = 28, P_{26} = 29, \\
P_{27} = 30, P_{28} = 31, P_{29} = 32, P_{30} = 33, P_{31} = 34, P_{32} = 35, \\
P_{33} = 36, P_{34} = 37, P_{35} = 38, P_{36} = 39, P_{37} = 40, P_{38} = 41, \\
P_{39} = 42, P_{40} = 43, P_{41} = 44, P_{42} = 45, P_{43} = 46, P_{44} = 47, P_{45} = 49, \\
P_{46} = 50, P_{47} = 51, P_{48} = 52, P_{49} = 53, P_{50} = 54
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
P_y : P_0 = 48, P_1 = 48, P_2 = 48, P_3 = 48, P_4 = 48, P_5 = 48, P_6 = 48, \\
P_7 = 48, P_8 = 48, P_9 = 48, P_{10} = 48, P_{11} = 49, P_{12} = 49, P_{13} = 50, \\
P_{14} = 52, P_{15} = 54, P_{16} = 56, P_{17} = 58, P_{18} = 60, P_{19} = 62, \\
P_{20} = 64, P_{21} = 65, P_{22} = 65, P_{23} = 66, P_{24} = 66, P_{25} = 65, \\
P_{26} = 65, P_{27} = 63, P_{28} = 62, P_{29} = 61, P_{30} = 59, P_{31} = 58, \\
P_{32} = 56, P_{33} = 55, P_{34} = 54, P_{35} = 53, P_{36} = 52, P_{37} = 52, P_{38} = 51, \\
P_{39} = 51, P_{40} = 50, P_{41} = 50, P_{42} = 49, P_{43} = 49, P_{44} = 49, \\
P_{45} = 49, P_{46} = 49, P_{47} = 48, P_{48} = 48, P_{49} = 49, P_{50} = 49
\end{aligned}$$

- สัญญาณ QRS

$$P_x : P_0 = 55, P_1 = 56, P_2 = 57, P_3 = 58, P_4 = 59, P_5 = 60, P_6 = 61, \\ P_7 = 62, P_8 = 63, P_9 = 64, P_{10} = 65, P_{11} = 66, P_{12} = 67, P_{13} = 68, \\ P_{14} = 69, P_{15} = 70, P_{16} = 71, P_{17} = 72, P_{18} = 73, P_{19} = 74, \\ P_{20} = 75, P_{21} = 76, P_{22} = 77, P_{23} = 78, P_{24} = 79, P_{25} = 80, \\ P_{26} = 81, P_{27} = 82, P_{28} = 83, P_{29} = 84, P_{30} = 85, P_{31} = 86, P_{32} = 87, \\ P_{33} = 88, P_{34} = 89, P_{35} = 90, P_{36} = 91, P_{37} = 92, P_{38} = 93, P_{39} = 94, \\ P_{40} = 95, P_{41} = 96, P_{42} = 97, P_{43} = 98, P_{44} = 99, P_{45} = 100, \\ P_{46} = 101, P_{47} = 103, P_{48} = 106, P_{49} = 107, P_{50} = 108$$

$$P_y : P_0 = 48, P_1 = 48, P_2 = 46, P_3 = 42, P_4 = 38, P_5 = 34, P_6 = 31, \\ P_7 = 29, P_8 = 27, P_9 = 28, P_{10} = 31, P_{11} = 37, P_{12} = 48, P_{13} = 65, \\ P_{14} = 88, P_{15} = 108, P_{16} = 135, P_{17} = 146, P_{18} = 152, P_{19} = 154, \\ P_{20} = 145, P_{21} = 137, P_{22} = 128, P_{23} = 117, P_{24} = 107, P_{25} = 96, \\ P_{26} = 84, P_{27} = 70, P_{28} = 54, P_{29} = 34, P_{30} = 26, P_{31} = 22, P_{32} = 22, \\ P_{33} = 24, P_{34} = 26, P_{35} = 30, P_{36} = 33, P_{37} = 36, P_{38} = 38, P_{39} = 40, \\ P_{40} = 42, P_{41} = 43, P_{42} = 44, P_{43} = 45, P_{44} = 46, P_{45} = 46, P_{46} = 47, \\ P_{47} = 47, P_{48} = 48, P_{49} = 48, P_{50} = 48$$

- สัญญาณ T

$$P_x : P_0 = 109, P_1 = 112, P_2 = 113, P_3 = 115, P_4 = 116, P_5 = 119, \\ P_6 = 120, P_7 = 121, P_8 = 63, P_9 = 64, P_{10} = 65, P_{11} = 66, P_{12} = 67, \\ P_{13} = 68, P_{14} = 69, P_{15} = 70, P_{16} = 71, P_{17} = 72, P_{18} = 73, P_{19} = 74, \\ P_{20} = 75, P_{21} = 76, P_{22} = 77, P_{23} = 78, P_{24} = 79, P_{25} = 80, P_{26} = 81, \\ P_{27} = 82, P_{28} = 83, P_{29} = 84, P_{30} = 85, P_{31} = 86, P_{32} = 87, P_{33} = 88, \\ P_{34} = 89, P_{35} = 90, P_{36} = 91, P_{37} = 92, P_{38} = 93, P_{39} = 94, P_{40} = 95, \\ P_{41} = 96, P_{42} = 97, P_{43} = 98, P_{44} = 99, P_{45} = 100, P_{46} = 101, \\ P_{47} = 103, P_{48} = 106, P_{49} = 107, P_{50} = 108$$

$$P_y : P_0 = 48, P_1 = 48, P_2 = 48, P_3 = 48, P_4 = 49, P_5 = 49, P_6 = 49, \\ P_7 = 50, P_8 = 51, P_9 = 53, P_{10} = 55, P_{11} = 57, P_{12} = 59, P_{13} = 62, \\ P_{14} = 64, P_{15} = 66, P_{16} = 68, P_{17} = 71, P_{18} = 73, P_{19} = 75, P_{20} = 77, \\ P_{21} = 78, P_{22} = 80, P_{23} = 81, P_{24} = 83, P_{25} = 84, P_{26} = 84, P_{27} = 83, \\ P_{28} = 81, P_{29} = 78, P_{30} = 75, P_{31} = 72, P_{32} = 69, P_{33} = 65, \\ P_{34} = 63, P_{35} = 60, P_{36} = 58, P_{37} = 55, P_{38} = 53, P_{39} = 52, P_{40} = 51, \\ P_{41} = 157, P_{42} = 50, P_{43} = 50, P_{44} = 49, P_{45} = 49, P_{46} = 49, P_{47} = 49, \\ P_{48} = 49, P_{49} = 49, P_{50} = 49$$

เมื่อ n มีค่าเท่ากับ 50 และ Control Point ไปแทนในสมการที่ (4.6)

- สัญญาณ P

$$\begin{aligned}
B_x(t) = & (1-t)^{50} + (2)50t^1(1-t)^{49} + (3)1225t^2(1-t)^{48} \\
& + (4)19600t^3(1-t)^{47} + (5)230300t^4(1-t)^{46} \\
& + (6)2118760t^5(1-t)^{45} + (7)15890700t^6(1-t)^{44} \\
& + (8)99884400t^7(1-t)^{43} + (9)536878650t^8(1-t)^{42} \\
& + (10)2505433700t^9(1-t)^{41} \\
& + (11)(1.027227817 \times 10^{10})t^{10}(1-t)^{40} \\
& + (13)(3.73537388 \times 10^{10})t^{11}(1-t)^{39} \\
& + (15)(1.213996511 \times 10^{11})t^{12}(1-t)^{38} \\
& + (16)(3.548605186 \times 10^{11})t^{13}(1-t)^{37} \\
& + (17)(9.378456563 \times 10^{11})t^{14}(1-t)^{36} \\
& + (18)(2.250829575 \times 10^{12})t^{15}(1-t)^{35} \\
& + (19)(4.923689696 \times 10^{12})t^{16}(1-t)^{34} \\
& + (20)(9.847379391 \times 10^{12})t^{17}(1-t)^{33} \\
& + (21)(1.805352888 \times 10^{13})t^{18}(1-t)^{32} \\
& + (22)(3.040594338 \times 10^{13})t^{19}(1-t)^{31} \\
& + (25)(4.712921224 \times 10^{13})t^{20}(1-t)^{30} \\
& + (24)(6.732744606 \times 10^{13})t^{21}(1-t)^{29} \\
& + (25)(8.874981526 \times 10^{13})t^{22}(1-t)^{28} \\
& + (26)(1.080432534 \times 10^{14})t^{23}(1-t)^{27} \\
& + (27)(1.2154866 \times 10^{14})t^{24}(1-t)^{26} \\
& + (28)(1.264106064 \times 10^{14})t^{25}(1-t)^{25} \\
& + (29)(1.215486 \times 10^{14})t^{26}(1-t)^{24} \\
& + (32)(1.080432534 \times 10^{14})t^{27}(1-t)^{23} \\
& + (31)(8.874981526 \times 10^{13})t^{28}(1-t)^{22} \\
& + (32)(6.732744606 \times 10^{13})t^{29}(1-t)^{21} \\
& + (33)(4.712921224 \times 10^{13})t^{30}(1-t)^{20} \\
& + (34)(3.040594338 \times 10^{13})t^{31}(1-t)^{19} \\
& + (35)(1.805352888 \times 10^{13})t^{32}(1-t)^{18} \\
& + (30)(9.847379391 \times 10^{12})t^{33}(1-t)^{17} \\
& + (37)(4.923689696 \times 10^{12})t^{34}(1-t)^{16} \\
& + (38)(2.250829575 \times 10^{12})t^{35}(1-t)^{15} \\
& + (39)(9.378456563 \times 10^{11})t^{36}(1-t)^{14} \\
& + (40)(3.548605186 \times 10^{11})t^{37}(1-t)^{13} \\
& + (41)(1.213996511 \times 10^{11})t^{38}(1-t)^{12} \\
& + (42)(3.73537388 \times 10^{10})t^{39}(1-t)^{11} \\
& + (43)(1.027227817 \times 10^{10})t^{40}(1-t)^{10} \\
& + (44)2505433700t^{41}(1-t)^9 + (45)536878650t^{42}(1-t)^8 \\
& + (46)99884400t^{43}(1-t)^7 + (47)15890700t^{44}(1-t)^6 \\
& + (49)2118760t^{45}(1-t)^5 + (50)230300t^{46}(1-t)^4 \\
& + (51)19600t^{47}(1-t)^3 + (52)1225t^{48}(1-t)^2 \\
& + (53)50t^{49}(1-t)^1 + (54)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
B_y(t) = & (48)(1-t)^{50} + (48)50t^1(1-t)^{49} + (48)1225t^2(1-t)^{48} \\
& + (48)19600t^3(1-t)^{47} + (48)230300t^4(1-t)^{46} \\
& + (48)2118760t^5(1-t)^{45} + (48)15890700t^6(1-t)^{44} \\
& + (48)99884400t^7(1-t)^{43} + (48)536878650t^8(1-t)^{42} \\
& + (48)2505433700t^9(1-t)^{41} \\
& + (48)(1.027227817 \times 10^{10})t^{10}(1-t)^{40} \\
& + (49)(3.73537388 \times 10^{10})t^{11}(1-t)^{39} \\
& + (49)(1.213996511 \times 10^{11})t^{12}(1-t)^{38} \\
& + (50)(3.548605186 \times 10^{11})t^{13}(1-t)^{37} \\
& + (52)(9.378456563 \times 10^{11})t^{14}(1-t)^{36} \\
& + (54)(2.250829575 \times 10^{12})t^{15}(1-t)^{35} \\
& + (56)(4.923689696 \times 10^{12})t^{16}(1-t)^{34} \\
& + (58)(9.847379391 \times 10^{12})t^{17}(1-t)^{33} \\
& + (60)(1.805352888 \times 10^{13})t^{18}(1-t)^{32} \\
& + (62)(3.040594338 \times 10^{13})t^{19}(1-t)^{31} \\
& + (64)(4.712921224 \times 10^{13})t^{20}(1-t)^{30} \\
& + (65)(6.732744606 \times 10^{13})t^{21}(1-t)^{29} \\
& + (65)(8.874981526 \times 10^{13})t^{22}(1-t)^{28} \\
& + (66)(1.080432534 \times 10^{14})t^{23}(1-t)^{27} \\
& + (66)(1.2154866 \times 10^{14})t^{24}(1-t)^{26} \\
& + (65)(1.264106064 \times 10^{14})t^{25}(1-t)^{25} \\
& + (65)(1.215486 \times 10^{14})t^{26}(1-t)^{24} \\
& + (63)(1.080432534 \times 10^{14})t^{27}(1-t)^{23} \\
& + (62)(8.874981526 \times 10^{13})t^{28}(1-t)^{22} \\
& + (61)(6.732744606 \times 10^{13})t^{29}(1-t)^{21} \\
& + (59)(4.712921224 \times 10^{13})t^{30}(1-t)^{20} \\
& + (58)(3.040594338 \times 10^{13})t^{31}(1-t)^{19} \\
& + (56)(1.805352888 \times 10^{13})t^{32}(1-t)^{18} \\
& + (55)(9.847379391 \times 10^{12})t^{33}(1-t)^{17} \\
& + (54)(4.923689696 \times 10^{12})t^{34}(1-t)^{16} \\
& + (53)(2.250829575 \times 10^{12})t^{35}(1-t)^{15} \\
& + (52)(9.378456563 \times 10^{11})t^{36}(1-t)^{14} \\
& + (52)(3.548605186 \times 10^{11})t^{37}(1-t)^{13} \\
& + (51)(1.213996511 \times 10^{11})t^{38}(1-t)^{12} \\
& + (51)(3.73537388 \times 10^{10})t^{39}(1-t)^{11} \\
& + (50)(1.027227817 \times 10^{10})t^{40}(1-t)^{10} \\
& + (50)2505433700t^{41}(1-t)^9 + (49)536878650t^{42}(1-t)^8 \\
& + (49)99884400t^{43}(1-t)^7 + (49)15890700t^{44}(1-t)^6 \\
& + (49)2118760t^{45}(1-t)^5 + (49)230300t^{46}(1-t)^4 \\
& + (49)19600t^{47}(1-t)^3 + (49)1225t^{48}(1-t)^2 \\
& + (49)50t^{49}(1-t)^1 + (49)t^{50}
\end{aligned}$$

- สัญญาณ QRS

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$\begin{aligned}
B_x(t) = & (55)(1-t)^{50} + (56)50t^1(1-t)^{49} + (57)1225t^2(1-t)^{48} \\
& + (58)19600t^3(1-t)^{47} + (59)230300t^4(1-t)^{46} \\
& + (60)2118760t^5(1-t)^{45} + (61)15890700t^6(1-t)^{44} \\
& + (62)99884400t^7(1-t)^{43} + (63)536878650t^8(1-t)^{42} \\
& + (64)2505433700t^9(1-t)^{41} \\
& + (65)(1.027227817 \times 10^{10})t^{10}(1-t)^{40} \\
& + (66)(3.73537388 \times 10^{10})t^{11}(1-t)^{39} \\
& + (67)(1.213996511 \times 10^{11})t^{12}(1-t)^{38} \\
& + (68)(3.548605186 \times 10^{11})t^{13}(1-t)^{37} \\
& + (69)(9.378456563 \times 10^{11})t^{14}(1-t)^{36} \\
& + (70)(2.250829575 \times 10^{12})t^{15}(1-t)^{35} \\
& + (71)(4.923689696 \times 10^{12})t^{16}(1-t)^{34} \\
& + (72)(9.847379391 \times 10^{12})t^{17}(1-t)^{33} \\
& + (73)(1.805352888 \times 10^{13})t^{18}(1-t)^{32} \\
& + (74)(3.040594338 \times 10^{13})t^{19}(1-t)^{31} \\
& + (75)(4.712921224 \times 10^{13})t^{20}(1-t)^{30} \\
& + (76)(6.732744606 \times 10^{13})t^{21}(1-t)^{29} \\
& + (77)(8.874981526 \times 10^{13})t^{22}(1-t)^{28} \\
& + (78)(1.080432534 \times 10^{14})t^{23}(1-t)^{27} \\
& + (79)(1.2154866 \times 10^{14})t^{24}(1-t)^{26} \\
& + (80)(1.264106064 \times 10^{14})t^{25}(1-t)^{25} \\
& + (81)(1.215486 \times 10^{14})t^{26}(1-t)^{24} \\
& + (82)(1.080432534 \times 10^{14})t^{27}(1-t)^{23} \\
& + (83)(8.874981526 \times 10^{13})t^{28}(1-t)^{22} \\
& + (84)(6.732744606 \times 10^{13})t^{29}(1-t)^{21} \\
& + (85)(4.712921224 \times 10^{13})t^{30}(1-t)^{20} \\
& + (86)(3.040594338 \times 10^{13})t^{31}(1-t)^{19} \\
& + (87)(1.805352888 \times 10^{13})t^{32}(1-t)^{18} \\
& + (88)(9.847379391 \times 10^{12})t^{33}(1-t)^{17} \\
& + (89)(4.923689696 \times 10^{12})t^{34}(1-t)^{16} \\
& + (90)(2.250829575 \times 10^{12})t^{35}(1-t)^{15} \\
& + (91)(9.378456563 \times 10^{11})t^{36}(1-t)^{14} \\
& + (92)(3.548605186 \times 10^{11})t^{37}(1-t)^{13} \\
& + (93)(1.213996511 \times 10^{11})t^{38}(1-t)^{12} \\
& + (94)(3.73537388 \times 10^{10})t^{39}(1-t)^{11} \\
& + (95)(1.027227817 \times 10^{10})t^{40}(1-t)^{10} \\
& + (96)2505433700t^{41}(1-t)^9 + (97)536878650t^{42}(1-t)^8 \\
& + (98)99884400t^{43}(1-t)^7 + (99)15890700t^{44}(1-t)^6 \\
& + (100)2118760t^{45}(1-t)^5 + (101)230300t^{46}(1-t)^4 \\
& + (103)19600t^{47}(1-t)^3 + (106)1225t^{48}(1-t)^2 \\
& + (107)50t^{49}(1-t)^1 + (108)t^{50}
\end{aligned}$$

$$B_y(t) = (48)(1-t)^{50} + (48)50t^1(1-t)^{49} + (46)1225t^2(1-t)^{48}$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$\begin{aligned}
&+(42)19600t^3(1-t)^{47} + (38)230300t^4(1-t)^{46} \\
&+(34)2118760t^5(1-t)^{45} + (31)15890700t^6(1-t)^{44} \\
&+(29)99884400t^7(1-t)^{43} + (27)536878650t^8(1-t)^{42} \\
&+(28)2505433700t^9(1-t)^{41} \\
&+(31)(1.027227817 \times 10^{10})t^{10}(1-t)^{40} \\
&+(37)(3.73537388 \times 10^{10})t^{11}(1-t)^{39} \\
&+(48)(1.213996511 \times 10^{11})t^{12}(1-t)^{38} \\
&+(65)(3.548605186 \times 10^{11})t^{13}(1-t)^{37} \\
&+(88)(9.378456563 \times 10^{11})t^{14}(1-t)^{36} \\
&+(108)(2.250829575 \times 10^{12})t^{15}(1-t)^{35} \\
&+(135)(4.923689696 \times 10^{12})t^{16}(1-t)^{34} \\
&+(146)(9.847379391 \times 10^{12})t^{17}(1-t)^{33} \\
&+(152)(1.805352888 \times 10^{13})t^{18}(1-t)^{32} \\
&+(154)(3.040594338 \times 10^{13})t^{19}(1-t)^{31} \\
&+(145)(4.712921224 \times 10^{13})t^{20}(1-t)^{30} \\
&+(137)(6.732744606 \times 10^{13})t^{21}(1-t)^{29} \\
&+(128)(8.874981526 \times 10^{13})t^{22}(1-t)^{28} \\
&+(117)(1.080432534 \times 10^{14})t^{23}(1-t)^{27} \\
&+(107)(1.2154866 \times 10^{14})t^{24}(1-t)^{26} \\
&+(96)(1.264106064 \times 10^{14})t^{25}(1-t)^{25} \\
&+(84)(1.215486 \times 10^{14})t^{26}(1-t)^{24} \\
&+(70)(1.080432534 \times 10^{14})t^{27}(1-t)^{23} \\
&+(54)(8.874981526 \times 10^{13})t^{28}(1-t)^{22} \\
&+(34)(6.732744606 \times 10^{13})t^{29}(1-t)^{21} \\
&+(26)(4.712921224 \times 10^{13})t^{30}(1-t)^{20} \\
&+(22)(3.040594338 \times 10^{13})t^{31}(1-t)^{19} \\
&+(22)(1.805352888 \times 10^{13})t^{32}(1-t)^{18} \\
&+(24)(9.847379391 \times 10^{12})t^{33}(1-t)^{17} \\
&+(26)(4.923689696 \times 10^{12})t^{34}(1-t)^{16} \\
&+(30)(2.250829575 \times 10^{12})t^{35}(1-t)^{15} \\
&+(33)(9.378456563 \times 10^{11})t^{36}(1-t)^{14} \\
&+(36)(3.548605186 \times 10^{11})t^{37}(1-t)^{13} \\
&+(38)(1.213996511 \times 10^{11})t^{38}(1-t)^{12} \\
&+(40)(3.73537388 \times 10^{10})t^{39}(1-t)^{11} \\
&+(42)(1.027227817 \times 10^{10})t^{40}(1-t)^{10} \\
&+(43)2505433700t^{41}(1-t)^9 + (44)536878650t^{42}(1-t)^8 \\
&+(45)99884400t^{43}(1-t)^7 + (46)15890700t^{44}(1-t)^6 \\
&+(46)2118760t^{45}(1-t)^5 + (47)230300t^{46}(1-t)^4 \\
&+(47)19600t^{47}(1-t)^3 + (48)1225t^{48}(1-t)^2 \\
&+(48)50t^{49}(1-t)^1 + (48)t^{50}
\end{aligned}$$

● สัญญาณ T

$$\begin{aligned}
B_x(t) = &(109)(1-t)^{50} + (112)50t^1(1-t)^{49} + (113)1225t^2(1-t)^{48} \\
&+(115)19600t^3(1-t)^{47} + (116)230300t^4(1-t)^{46}
\end{aligned}$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

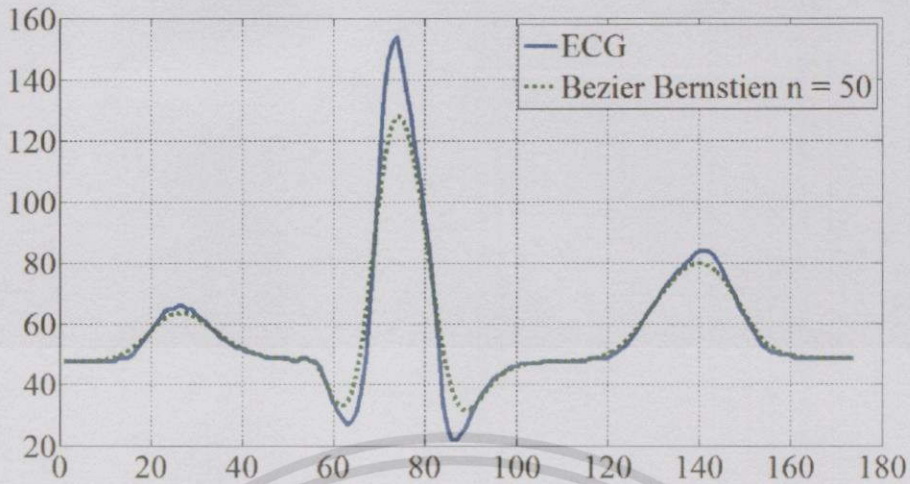
$$\begin{aligned}
&+(119)2118760t^5(1-t)^{45} + (120)15890700t^6(1-t)^{44} \\
&+(121)99884400t^7(1-t)^{43} + (122)536878650t^8(1-t)^{42} \\
&+(124)2505433700t^9(1-t)^{41} \\
&+(125)(1.027227817 \times 10^{10})t^{10}(1-t)^{40} \\
&+(126)(3.73537388 \times 10^{10})t^{11}(1-t)^{39} \\
&+(127)(1.213996511 \times 10^{11})t^{12}(1-t)^{38} \\
&+(128)(3.548605186 \times 10^{11})t^{13}(1-t)^{37} \\
&+(129)(9.378456563 \times 10^{11})t^{14}(1-t)^{36} \\
&+(130)(2.250829575 \times 10^{12})t^{15}(1-t)^{35} \\
&+(131)(4.923689696 \times 10^{12})t^{16}(1-t)^{34} \\
&+(132)(9.847379391 \times 10^{12})t^{17}(1-t)^{33} \\
&+(133)(1.805352888 \times 10^{13})t^{18}(1-t)^{32} \\
&+(134)(3.040594338 \times 10^{13})t^{19}(1-t)^{31} \\
&+(135)(4.712921224 \times 10^{13})t^{20}(1-t)^{30} \\
&+(136)(6.732744606 \times 10^{13})t^{21}(1-t)^{29} \\
&+(137)(8.874981526 \times 10^{13})t^{22}(1-t)^{28} \\
&+(138)(1.080432534 \times 10^{14})t^{23}(1-t)^{27} \\
&+(139)(1.2154866 \times 10^{14})t^{24}(1-t)^{26} \\
&+(140)(1.264106064 \times 10^{14})t^{25}(1-t)^{25} \\
&+(142)(1.215486 \times 10^{14})t^{26}(1-t)^{24} \\
&+(143)(1.080432534 \times 10^{14})t^{27}(1-t)^{23} \\
&+(144)(8.874981526 \times 10^{13})t^{28}(1-t)^{22} \\
&+(145)(6.732744606 \times 10^{13})t^{29}(1-t)^{21} \\
&+(146)(4.712921224 \times 10^{13})t^{30}(1-t)^{20} \\
&+(147)(3.040594338 \times 10^{13})t^{31}(1-t)^{19} \\
&+(148)(1.805352888 \times 10^{13})t^{32}(1-t)^{18} \\
&+(149)(9.847379391 \times 10^{12})t^{33}(1-t)^{17} \\
&+(150)(4.923689696 \times 10^{12})t^{34}(1-t)^{16} \\
&+(151)(2.250829575 \times 10^{12})t^{35}(1-t)^{15} \\
&+(152)(9.378456563 \times 10^{11})t^{36}(1-t)^{14} \\
&\quad + (153)(3.548605186 \times 10^{11})t^{37}(1-t)^{13} \\
&+(154)(1.213996511 \times 10^{11})t^{38}(1-t)^{12} \\
&+(155)(3.73537388 \times 10^{10})t^{39}(1-t)^{11} \\
&+(156)(1.027227817 \times 10^{10})t^{40}(1-t)^{10} \\
&+(157)2505433700t^{41}(1-t)^9 + (158)536878650t^{42}(1-t)^8 \\
&+(160)99884400t^{43}(1-t)^7 + (161)15890700t^{44}(1-t)^6 \\
&+(165)2118760t^{45}(1-t)^5 + (166)230300t^{46}(1-t)^4 \\
&+(167)19600t^{47}(1-t)^3 + (169)1225t^{48}(1-t)^2 \\
&+(172)50t^{49}(1-t)^1 + (174)t^{50}
\end{aligned}$$

$$B_y(t) = (48)(1-t)^{50} + (48)50t^1(1-t)^{49} + (48)1225t^2(1-t)^{48}$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$\begin{aligned}
&+(48)19600t^3(1-t)^{47} + (49)230300t^4(1-t)^{46} \\
&+(49)2118760t^5(1-t)^{45} + (49)15890700t^6(1-t)^{44} \\
&+(50)99884400t^7(1-t)^{43} + (51)536878650t^8(1-t)^{42} \\
&+(53)2505433700t^9(1-t)^{41} \\
&+(55)(1.027227817 \times 10^{10})t^{10}(1-t)^{40} \\
&+(57)(3.73537388 \times 10^{10})t^{11}(1-t)^{39} \\
&+(59)(1.213996511 \times 10^{11})t^{12}(1-t)^{38} \\
&+(62)(3.548605186 \times 10^{11})t^{13}(1-t)^{37} \\
&+(64)(9.378456563 \times 10^{11})t^{14}(1-t)^{36} \\
&+(66)(2.250829575 \times 10^{12})t^{15}(1-t)^{35} \\
&+(68)(4.923689696 \times 10^{12})t^{16}(1-t)^{34} \\
&+(71)(9.847379391 \times 10^{12})t^{17}(1-t)^{33} \\
&+(73)(1.805352888 \times 10^{13})t^{18}(1-t)^{32} \\
&+(75)(3.040594338 \times 10^{13})t^{19}(1-t)^{31} \\
&+(77)(4.712921224 \times 10^{13})t^{20}(1-t)^{30} \\
&+(78)(6.732744606 \times 10^{13})t^{21}(1-t)^{29} \\
&+(80)(8.874981526 \times 10^{13})t^{22}(1-t)^{28} \\
&+(81)(1.080432534 \times 10^{14})t^{23}(1-t)^{27} \\
&+(83)(1.2154866 \times 10^{14})t^{24}(1-t)^{26} \\
&+(84)(1.264106064 \times 10^{14})t^{25}(1-t)^{25} \\
&+(84)(1.215486 \times 10^{14})t^{26}(1-t)^{24} \\
&+(83)(1.080432534 \times 10^{14})t^{27}(1-t)^{23} \\
&+(81)(8.874981526 \times 10^{13})t^{28}(1-t)^{22} \\
&+(78)(6.732744606 \times 10^{13})t^{29}(1-t)^{21} \\
&+(75)(4.712921224 \times 10^{13})t^{30}(1-t)^{20} \\
&+(72)(3.040594338 \times 10^{13})t^{31}(1-t)^{19} \\
&+(69)(1.805352888 \times 10^{13})t^{32}(1-t)^{18} \\
&+(65)(9.847379391 \times 10^{12})t^{33}(1-t)^{17} \\
&+(63)(4.923689696 \times 10^{12})t^{34}(1-t)^{16} \\
&+(60)(2.250829575 \times 10^{12})t^{35}(1-t)^{15} \\
&+(58)(9.378456563 \times 10^{11})t^{36}(1-t)^{14} \\
&+(55)(3.548605186 \times 10^{11})t^{37}(1-t)^{13} \\
&+(53)(1.213996511 \times 10^{11})t^{38}(1-t)^{12} \\
&+(52)(3.73537388 \times 10^{10})t^{39}(1-t)^{11} \\
&+(51)(1.027227817 \times 10^{10})t^{40}(1-t)^{10} \\
&+(51)2505433700t^{41}(1-t)^9 + (50)536878650t^{42}(1-t)^8 \\
&+(50)99884400t^{43}(1-t)^7 + (49)15890700t^{44}(1-t)^6 \\
&+(49)2118760t^{45}(1-t)^5 + (49)230300t^{46}(1-t)^4 \\
&+(49)19600t^{47}(1-t)^3 + (49)1225t^{48}(1-t)^2 \\
&+(49)50t^{49}(1-t)^1 + (49)t^{50}
\end{aligned}$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



รูปที่ 4.15 ลักษณะของคลื่นไฟฟ้าหัวใจโดยใช้โพลีโนเมียลแบบ Bezier-Bernstein เมื่อ $n=50$

ในการสร้างคลื่นจำลองคลื่นไฟฟ้าหัวใจโดยใช้โพลีโนเมียลแบบ Bezier-Bernstein เมื่อสุ่มเลือกค่าพารามิเตอร์ n และสุ่มเลือกค่าพารามิเตอร์ P พบว่า Control Point มีส่วนสำคัญที่ลดความซับซ้อนของพารามิเตอร์ n ซึ่งเกิดจากในสมการโพลีโนเมียลแบบ Bernstein ค่าพารามิเตอร์ n มีค่าถึง 1000 แต่ในสมการโพลีโนเมียลแบบ Bezier-Bernstein มีค่าพารามิเตอร์ n ลดลงมากซึ่งใช้ n เท่ากับ 50 ก็มีลักษณะใกล้เคียงกับสัญญาณคลื่นไฟฟ้าหัวใจจริงแล้ว แต่ค่า n เท่ากับ 50 ยังถือว่ามีความซับซ้อนในการนำมาสร้างฮาร์ดแวร์ จึงได้นำสมการโพลีโนเมียลแบบ Rational Bezier-Bernstein แก้อัปเดต

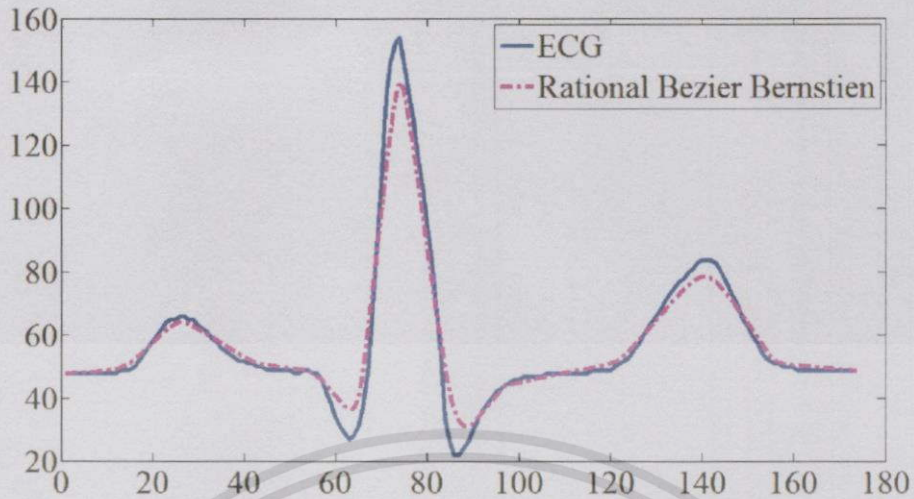
4.3 การสร้างแบบจำลองสัญญาณคลื่นไฟฟ้าหัวใจโดยใช้ทฤษฎีโพลีโนเมียลแบบ Rational Bezier-Bernstein

ในการสร้างคลื่นจำลองคลื่นไฟฟ้าหัวใจโดยใช้โพลีโนเมียลแบบ Rational Bezier Bernstein ตามสมการที่ (3.3) มีพารามิเตอร์ทั้งหมด 3 ค่า นั่นก็คือ ค่า n ค่า P และค่า W (Weight) โดยค่าพารามิเตอร์ n และค่าพารามิเตอร์ P จะมีหลักการเลือกค่าทั้งสองเหมือนกับในหัวข้อที่ 4.2 การสร้างคลื่นจำลองคลื่นไฟฟ้าหัวใจโดยใช้โพลีโนเมียลแบบ Bezier-Bernstein ส่วนค่าพารามิเตอร์ W จะได้จากการทดลองสุ่มเลือกจำนวนหลายครั้ง โดยมีหลักการเลือกคือถ้าส่วนใดของกราฟมีจุดยอดสูงก็จะใส่ค่าถ่วงน้ำหนักให้มีความมาก ถ้าส่วนใดของกราฟมีจุดยอดต่ำก็จะใส่ค่าถ่วงน้ำหนักให้มีความน้อย ซึ่งการกำหนดค่าพารามิเตอร์ทั้งสามค่าจะต้องทำการกำหนดค่าทั้งแกน X และแกน Y ใน

4.3.1 โพลีโนเมียลแบบ Rational Bezier-Bernstein เมื่อ n มีค่าเท่ากับ 4

โพลีโนเมียล Rational Bezier-Bernstein เมื่อ n มีค่าเท่ากับ 4 จะสามารถแทนค่าสมการได้ดังนี้

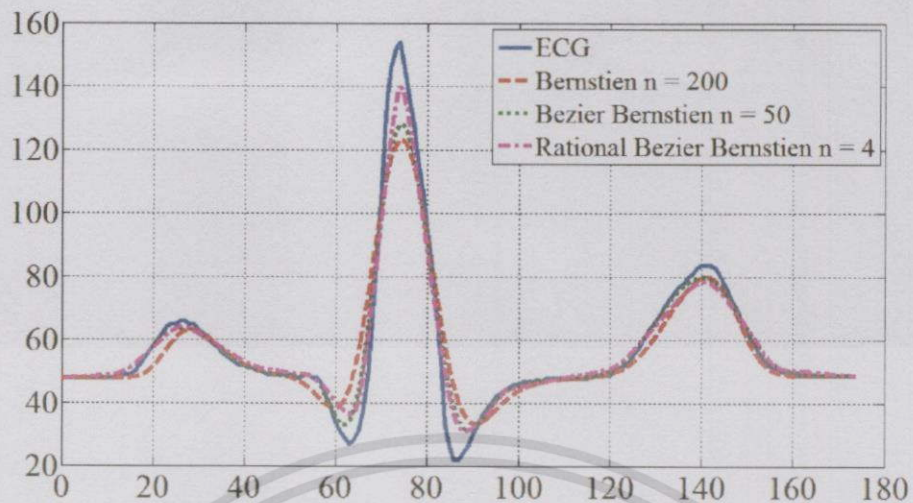
$$R(t) = \frac{W_0 P_0 (1-t)^4 + W_1 P_1 4t(1-t)^3 + W_2 P_2 6t^2(1-t)^2 + W_3 P_3 4t^3(1-t) + W_4 P_4 t^4}{W_0 (1-t)^4 + W_1 4t(1-t)^3 + W_2 6t^2(1-t)^2 + W_3 4t^3(1-t) + W_4 t^4} \quad (4.7)$$



รูปที่ 4.16 ลักษณะของคลื่นไฟฟ้าหัวใจโดยใช้โพลีโนเมียลแบบ Rational Bezier-Bernstein เมื่อ

$n=4$

ในการสร้างคลื่นจำลองคลื่นไฟฟ้าหัวใจโดยใช้โพลีโนเมียลแบบ Rational Bezier-Bernstein ซึ่งเป็นคุณสมบัติหนึ่งของฟังก์ชันโพลีโนเมียลแบบ Bezier-Bernstein เมื่อสุ่มเลือกค่าพารามิเตอร์ k สุ่มเลือกค่าพารามิเตอร์ P และสุ่มเลือกค่าพารามิเตอร์ W จะพบว่าค่าพารามิเตอร์ W เป็นค่าที่สำคัญในโพลีโนเมียลแบบ Rational Bezier-Bernstein เนื่องจากค่าพารามิเตอร์ W จะช่วยในการปรับค่าถ่วงน้ำหนักในแต่ละช่วงของสัญญาณให้มีลักษณะใกล้เคียงกับสัญญาณคลื่นไฟฟ้าหัวใจจริงมากที่สุด ซึ่งจากการทดลองพบว่าค่าพารามิเตอร์ k ในโพลีโนเมียลแบบ Rational Bezier-Bernstein มีค่าพารามิเตอร์ k ลดลงจากโพลีโนเมียลแบบ Bezier-Bernstein) เป็นจำนวนมาก โดยค่าพารามิเตอร์ k มีค่าเท่ากับ 4 จึงช่วยลดความซับซ้อนในการสร้างวงจรฮาร์ดแวร์เป็นอย่างมากและมีรูปภาพใกล้เคียงกับสัญญาณคลื่นไฟฟ้าหัวใจจริงมากที่สุด

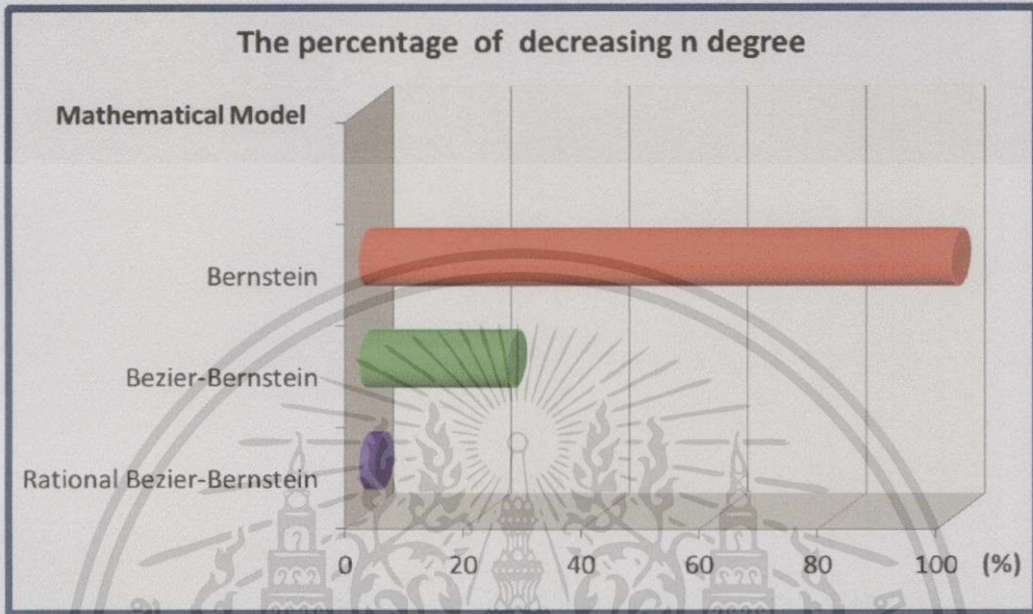


รูปที่ 4.17 การเปรียบเทียบระหว่างแบบจำลองสัญญาณคลื่นไฟฟ้าหัวใจจริงกับฟังก์ชันโพลีโนเมียลแบบ Bernstein Bezier-Bernstein และ Rational Bezier-Bernstein

จากภาพคือการเปรียบเทียบระหว่างแบบจำลองสัญญาณคลื่นไฟฟ้าหัวใจจริง กับฟังก์ชันโพลีโนเมียลแบบ Bernstein ฟังก์ชันโพลีโนเมียลแบบ Bezier-Bernstein ฟังก์ชันโพลีโนเมียลแบบ Rational Bezier-Bernstein ซึ่งจะเห็นได้ว่ากราฟของฟังก์ชันโพลีโนเมียลแบบ Bernstein ต้องใช้ค่า n ถึง 200 จึงจะมีค่าใกล้เคียงกับสัญญาณคลื่นไฟฟ้าหัวใจจริง แต่เมื่อใช้ฟังก์ชันโพลีโนเมียลแบบ Bezier-Bernstein ต้องใช้ค่า n เท่ากับ 50 จึงจะมีค่าใกล้เคียงกับสัญญาณคลื่นไฟฟ้าหัวใจจริง และเมื่อใช้ฟังก์ชันโพลีโนเมียลแบบ Rational Bezier-Bernstein ต้องใช้ค่า $n=4$ ซึ่งจะเห็นว่าการลดการใช้ค่า n ลงมาก ซึ่งการลดค่า n ส่งผลให้ความซับซ้อนลดลงไปด้วย ฉะนั้นการใช้ฟังก์ชันโพลีโนเมียลแบบ Rational Bezier-Bernstein จึงเป็นวิธีที่ดีที่สุด

บทที่ 5

สรุปผลการทดลอง



รูปที่ 5.1 การเปรียบเทียบเปอร์เซ็นต์ความแตกต่างของค่า n โดยใช้พหุนามเบียร์นสไตน์ พหุนามเบียร์นสไตน์แบบ Bezier-Bernstein และ พหุนามเบียร์นสไตน์แบบ Rational Bezier-Bernstein

การสร้างแบบจำลองสัญญาณคลื่นไฟฟ้าหัวใจ ด้วยสมการทางคณิตศาสตร์ พบว่ารูปแบบสมการทางคณิตศาสตร์ทั้ง 3 รูปแบบ นั่นคือ ฟังก์ชันพหุนามเบียร์นสไตน์ ฟังก์ชันพหุนามเบียร์นสไตน์แบบ Bezier-Bernstein และฟังก์ชันพหุนามเบียร์นสไตน์แบบ Rational Bezier-Bernstein สามารถนำสร้างสัญญาณคลื่นไฟฟ้าหัวใจได้เหมือนสัญญาณคลื่นไฟฟ้าหัวใจจริง โดยทั้ง 3 สมการ จะมีการใช้ตัวแปรต่างกันไปใน การสร้างสมการให้มีลักษณะเหมือนสัญญาณคลื่นไฟฟ้าหัวใจ นั่นคือ สมการพหุนามเบียร์นสไตน์แบบ Bernstein ใช้ $n=200$ สมการพหุนามเบียร์นสไตน์แบบ Bezier-Bernstein ใช้ $n=50$ และสมการพหุนามเบียร์นสไตน์แบบ Rational Bezier-Bernstein มีค่าดีกรีลดลงเหลือเพียง $n=4$ ซึ่งถ้าคิดเป็นเปอร์เซ็นต์การลดลงของดีกรีจาก ฟังก์ชันพหุนามเบียร์นสไตน์แบบ Bernstein 100% ($n=200$) ฟังก์ชันพหุนามเบียร์นสไตน์แบบ Bezier-Bernstein จะลดลงเหลือ 25% และฟังก์ชันพหุนามเบียร์นสไตน์แบบ Rational Bezier-Bernstein จะเหลือเพียง 2.5% ดังนั้นเมื่อนำสมการพหุนามเบียร์นสไตน์แบบ Rational Bezier-Bernstein มาเปรียบเทียบกับ สมการพหุนามเบียร์นสไตน์แบบ Bernstein และสมการพหุนามเบียร์นสไตน์แบบ Bezier-Bernstein ตามเงื่อนไขของดีกรี พบว่า สมการพหุนามเบียร์นสไตน์แบบ Rational Bezier-Bernstein มีค่าดีกรีน้อยที่สุด ซึ่งส่งผลทำให้การสร้างวงจรเป็นไปได้ง่ายขึ้น อีกทั้งสมการพหุนามเบียร์นสไตน์แบบ Rational Bezier-Bernstein ยังสามารถปรับค่าพารามิเตอร์ให้สัญญาณเปลี่ยนแปลงไปตามต้องการ เพื่อประโยชน์ในการวิเคราะห์ความผิดปกติของสัญญาณคลื่นไฟฟ้าหัวใจทางการแพทย์

บรรณานุกรม

- [1] พันทิพย์ภา บุญสมพงษ์, “การตรวจจับคลื่น QRS บน สัญญาณคลื่นไฟฟ้าหัวใจด้วยตัวประมวลผลสัญญาณเชิงเลข TMS320C31”, วิทยานิพนธ์สำหรับปริญญาวิศวกรรมศาสตรมหาบัณฑิต สาขาวิศวกรรมโทรคมนาคมคณะวิศวกรรมศาสตร์ สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง, 2549.
- [2] ภูษิต อมรโพธิภิมรย์ และราชรัฐ ยี่ตัน, “เครื่องจำลองสัญญาณหัวใจ”, วิทยานิพนธ์สำหรับปริญญาวิศวกรรมศาสตรบัณฑิต สาขาวิศวกรรมอิเล็กทรอนิกส์ คณะวิศวกรรมศาสตร์ สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง, 2553.
- [3] วันวิสา ชัชวงษ์, “การเกิดความผิดเพี้ยนของสัญญาณวีทีโอในระบบโทรทัศน์”, วิทยานิพนธ์สำหรับปริญญาวิศวกรรมศาสตรดุษฎีบัณฑิต สาขาวิศวกรรมไฟฟ้า คณะวิศวกรรมศาสตร์ สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง, 2553
- [4] พันทิพย์ภา บุญสมพงษ์, “การตรวจจับคลื่น QRS บน สัญญาณคลื่นไฟฟ้าหัวใจด้วยตัวประมวลผลสัญญาณเชิงเลข TMS320C31”, วิทยานิพนธ์สำหรับปริญญาวิศวกรรมศาสตรมหาบัณฑิต สาขาวิศวกรรมโทรคมนาคมคณะวิศวกรรมศาสตร์ สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง, 2549.
- [5] BEZIER CURVES [ออนไลน์], เข้าถึงได้จาก:<http://www.cad.zju.edu.cn/home/zhx/GM/004/00-bcs1.pdf> (วันที่ค้นข้อมูล: 21 สิงหาคม 2556).
- [6] V. Chutchavong, Linear-Phase Bernstein Filter for Equalized the Distorted Chrominance, LAP LAMBERT Academic Publishing: Germany, 2013.
- [7] S. Mohapatra, “Classification of Electrocardiogram Waveforms using PNN,” Department of Chemical Engineering, NIT Rourkela, Orissa.
- [8] BEZIER CURVE [ออนไลน์], เข้าถึงได้จาก:<http://stem2.org/je/Bezier.pdt> (วันที่ค้นข้อมูล: 25 สิงหาคม 2556)
- [9] Rational BEZIER CURVES [ออนไลน์], เข้าถึงได้จาก:<http://www.cs.mtu.edu/~shene/COURSES/cs3621/NOTES/spline/NURBS/RB.html> (วันที่ค้นข้อมูล: 25 สิงหาคม 2556)
- [10] Rational BEZIER CURVES [ออนไลน์], เข้าถึงได้จาก: <http://ctan.mirrorcatalogs.com/macros/latex/contrib/lapdf/rational.pdf> (วันที่ค้นข้อมูล: 25 สิงหาคม 2556).
- [11] S.Mohapatra, “Classification of Electrocardiogram Waveforms using PNN,” Department of Chemical Engineering, NIT Rourkela, Oriss.
- [12] T.Ponghuttasilp, S. Sangthog, and S. Onriabroy, “On Design of Electrocardiograph Waveform by Mathematical Equations,” Faculty of Engineering, King Mongkut’s Institute of Technology Ladkrabang.
- [13] Model for Electrocardiograph, P. Koostivanichakom, and M. Sangworasil, “A Mathematical Model for Electrocardiograph Wave Form,” Faculty of Engineering, King Mongkut’s Institute of Technology Ladkrabang

บรรณานุกรม (ต่อ)

- [14] V. Chutchavong, Linear-Phase Bernstein Filter for Equalized the Distorted Chrominance, LAP LAMBERT Academic Publishing: Germany, 2013.
- [15] BEZIER CURVES [ออนไลน์], เข้าถึงได้จาก: <http://www.dca.in.etsin.upm.es/leonardo/etema2.htm> (วันที่ค้นข้อมูล: 21 สิงหาคม 2556)

