

โปรแกรมสำหรับการหาขอบเขตล่างของจำนวนแรมเซย์บางจำนวน  
Program for Finding the Lower Bound of Some Ramsey Numbers



ปัญหาพิเศษนี้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาทางคณิตศาสตร์วิทยาศาสตร์บัณฑิต  
สาขาวิชาคณิตศาสตร์ประยุกต์  
คณะวิทยาศาสตร์  
สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง  
ปีการศึกษา 2555

โปรแกรมสำหรับการหาขอบเขตล่างของจำนวนแรมเซย์บางจำนวน  
PROGRAM FOR FINDING THE LOWER BOUND  
OF SOME RAMSEY NUMBERS



ปัญหาพิเศษนี้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตรวิทยาศาสตรบัณฑิต  
สาขาวิชาคณิตศาสตร์ประยุกต์  
คณะวิทยาศาสตร์  
สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง  
- ปีการศึกษา 2555

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

**PROGRAM FOR FINDING THE LOWER BOUND  
OF SOME RAMSEY NUMBERS**



**A SPECIAL PROBLEM SUBMITTED IN PARTIAL FULFILLMENT  
OF THE REQUIRMENT FOR THE DEGREE OF BACHELOR OF SCIENCE  
IN APPLIED MATHEMATICS  
FACULTY OF SCIENCE  
KING MONGKUT'S INSTITUTE OF TECHNOLOGY LADKRABANG  
ACADEMIC YEAR 2012**

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

**หัวข้อปัญหาพิเศษ** โปรแกรมสำหรับการหาขอบเขตล่างของจำนวนรามเซย์บางจำนวน  
 Program For Finding The Lower Bound of Some Ramsey Numbers

**ชื่อนักศึกษา**



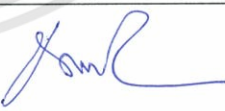
|              |            |          |
|--------------|------------|----------|
| นายชฎานนท์   | ศรียา      | 52050019 |
| นายบัญชา     | ไหมทอง     | 52050050 |
| นายภาณุวัฒน์ | เกตุจันทร์ | 52050068 |

**ปริญญา** วิทยาศาสตร์บัณฑิต

**สาขาวิชา** คณิตศาสตร์ประยุกต์

**อาจารย์ที่ปรึกษา** ดร.เดชา สมณะ

คณะวิทยาศาสตร์ สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง อนุมัติให้  
 ปัญหาพิเศษนี้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตรวิทยาศาสตรบัณฑิต สาขาวิชาคณิตศาสตร์  
 ประยุกต์ ประจำปีการศึกษา 2555

| คณะกรรมการสอบ                              | ลายมือชื่อ   |
|--|--|
| ดร.วรรณพร สรรประเสริฐ<br>ประธานกรรมการ     |  |
| อ.พรชัย ชัยสนธิ<br>กรรมการ                 |  |
| ดร.เดชา สมณะ<br>กรรมการและอาจารย์ที่ปรึกษา |  |

ลิขสิทธิ์ของคณะวิทยาศาสตร์

สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
 ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

|                  |   |            |          |
|------------------|---|------------|----------|
| หัวข้อปัญหาพิเศษ | โปรแกรมสำหรับการหาขอบเขตล่างของจำนวนรามเซย์บางจำนวน<br>Program For Finding The Lower Bound of Some Ramsey Numbers |            |          |
| ชื่อนักศึกษา     | นายชฎานนท์  | ศรียา      | 52050019 |
|                  | นายบัญชา  | ไหมทอง     | 52050050 |
|                  | นายภาณุวัฒน์  | เกตุจันทร์ | 52050068 |

|                  |                    |
|------------------|--------------------|
| ปริญญา           | วิทยาศาสตรบัณฑิต   |
| สาขาวิชา         | คณิตศาสตร์ประยุกต์ |
| ปีการศึกษา       | 2555               |
| อาจารย์ที่ปรึกษา | ดร.เดชา สมนะ       |

### บทคัดย่อ

สำหรับจำนวนเต็มบวก  $r$  และ  $l$  จำนวนรามเซย์ (Ramsey Number) คือจำนวนเต็มบวกที่น้อยที่สุด  $n$  ซึ่งวาดเส้นแล้วทำให้เกิดกราฟ  $K_r$  อยู่ในกราฟ  $G$  หรือทำให้เกิดกราฟ  $K_l$  อยู่ในส่วนเติมเต็มกราฟ  $G$  หรือ  $\bar{G}$

ในปัจจุบันการหาจำนวนรามเซย์มีความยุ่งยากและซับซ้อนมากขึ้น คณะผู้จัดทำจึงได้ออกแบบโปรแกรมเพื่อช่วยในการหาขอบเขตล่างของจำนวนรามเซย์บางจำนวน ได้แก่  $R(3,3)$ ,  $R(3,4)$ ,  $R(3,5)$ ,  $R(3,6)$ ,  $R(4,4)$  และ  $R(4,5)$  นอกจากนี้ยังสร้างโปรแกรมเพื่อวาดกราฟที่แสดงขอบเขตล่างของจำนวนรามเซย์ดังกล่าวด้วย

คำสำคัญ : ขอบเขตล่าง , จำนวนรามเซย์ , กราฟแบบบริบูรณ์

|                      |  |          |          |
|----------------------|--|----------|----------|
| <b>Title</b>         | Program For Finding The Lower Bound of Some Ramsey Numbers |          |          |
| <b>Students</b>      | Chayanon   | Sriya    | 52050019 |
|                      | Buncha   | Maithong | 52050050 |
|                      | Panuwat  | Ketjun   | 52050068 |
| <b>Degree</b>        | Bachelor of Science  |          |          |
| <b>Major Program</b> | Applied Mathematics  |          |          |
| <b>Academic Year</b> | 2012   |          |          |
| <b>Advisor</b>       | Dr. Decha  | Samana   |          |

### ABSTRACT

For positive integers  $s$  and  $t$ , the Ramsey number  $R(s,t)$  is the least positive integer  $n$  such that for subgraph  $K_s$  is in graph  $G$  or subgraph  $K_t$  is in complement graph  $G(\bar{G})$ .

In this problem of determining Ramsey number has been difficult and enigmatic. We design program to find lower bound of some Ramsey numbers.  $R(3,3)$ ,  $R(3,4)$ ,  $R(3,5)$ ,  $R(3,6)$ ,  $R(4,4)$  and  $R(4,5)$ . Moreover, we create program to drawn graph which lower bound of those Ramsey numbers.

**Keywords :** Lower bound , Ramsey number , Complete graph

## กิตติกรรมประกาศ

การศึกษาจัดทำ “ปัญหาพิเศษเรื่องโปรแกรมสำหรับการหาขอบเขตล่างของจำนวน  
แรมเซย์บางจำนวน” นี้ จัดทำขึ้นในวิชาปัญหาพิเศษ ซึ่งเป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาในหลักสูตร  
วิทยาศาสตร์บัณฑิตเพื่อให้เกิดกระบวนการความคิดและพัฒนาความรู้ทางด้านคณิตศาสตร์ประยุกต์กับ  
การสร้างโปรแกรมคอมพิวเตอร์ ทั้งนี้ ในการจัดทำจนสำเร็จลุล่วงไปด้วยดี ตรงตามจุดประสงค์ที่  
กำหนดคณะผู้วิจัยขอกราบขอบพระคุณ ดร. เดชา สมณะ เป็นอย่างสูง ที่กรุณาเป็นอาจารย์ที่ปรึกษา  
ให้ความช่วยเหลือ ให้คำแนะนำ ให้ข้อเสนอแนะที่เป็นประโยชน์ ตรวจสอบแก้ไข และให้กำลังใจ  
อันเป็นแรงผลักดันให้คณะผู้วิจัยมีมานะและความพยายามในการจัดทำปัญหาพิเศษฯ เรื่องนี้ให้  
ประสบผลสำเร็จในที่สุด

คณะผู้จัดทำขอกราบขอบพระคุณ ดร. วรณพร สรรพเสริฐ ประธานกรรมการสอบและ  
อาจารย์พรชัย ชัยสนิท กรรมการสอบ ที่กรุณาให้ความรู้และข้อเสนอแนะที่เป็นประโยชน์เพื่อ  
นำไปแก้ไขให้ถูกต้องสมบูรณ์ยิ่งขึ้น ตลอดจนกรุณาสละเวลามาเป็นกรรมการสอบในการจัดทำ  
ปัญหาพิเศษฯฉบับนี้

คณะผู้จัดทำ

ตุลาคม 2555

# สารบัญ

|  | หน้า     |
|--|----------|
| บทคัดย่อภาษาไทย                              | I        |
| บทคัดย่อภาษาอังกฤษ                           | II       |
| กิตติกรรมประกาศ                              | III      |
| สารบัญ                                       | IV       |
| สารบัญตาราง                                  | V        |
| สารบัญรูป                                    | VI       |
| <b>บทที่ 1 บทนำ</b>                          | <b>1</b> |
| 1.1 ที่มาและความสำคัญ                        | 1        |
| 1.2 วัตถุประสงค์ของงานวิจัย                  | 3        |
| 1.3 ขอบเขตของงานวิจัย                        | 3        |
| 1.4 ขั้นตอนการดำเนินงาน                      | 3        |
| 1.5 ประโยชน์ที่คาดว่าจะได้รับ                | 3        |
| <b>บทที่ 2 ทฤษฎีและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง</b> | <b>4</b> |
| 2.1 ทฤษฎีกราฟ                                | 4        |
| 2.1.2 กราฟย่อย                               | 7        |
| 2.1.3 วิธีและวงจร                            | 7        |
| 2.1.4 กราฟเชื่อมโยง                          | 9        |
| 2.2 แฟกทอเรียล                               | 11       |
| 2.3 วิธีการจัดหมู่                           | 11       |
| 2.4 จำนวนแรมเซย์                             | 13       |
| 2.5 ความรู้ทางด้านคอมพิวเตอร์                | 15       |
| 2.5.1 โปรแกรม Microsoft Visual Basic         | 15       |

## สารบัญ(ต่อ)

|   | หน้า |
|---|------|
| <b>บทที่ 3</b> วิธีการดำเนินงานวิจัย  | 17   |
| 3.1 ขั้นตอนวิธีการหาขอบเขตล่าง  | 17   |
| 3.2 แผนผังการดำเนินการ  | 71   |
| <b>บทที่ 4</b> ผลการวิจัยและอภิปรายผล   | 89   |
| 4.1 เครื่องมือที่ใช้การสร้างโปรแกรม   | 89   |
| 4.2 คำอธิบายหน้าจอต่างๆของโปรแกรมสำหรับการหาขอบเขตล่าง<br>ของจำนวนแรมเซย์บางจำนวน | 90   |
| 4.2.1 วิธีการใช้งาน โปรแกรม   | 92   |
| <b>บทที่ 5</b> สรุปวิจัยและข้อเสนอแนะ   | 94   |
| 5.1 สรุปผลการวิจัย  | 94   |
| 5.1.1 ขั้นตอนวิธีการคิดหาขอบเขตล่างของจำนวนแรมเซย์                                | 94   |
| 5.1.2 ขั้นตอนการออกแบบโปรแกรมสำหรับการวาดกราฟ                                     | 94   |
| 5.1.3 ขั้นตอนการเขียนโปรแกรมสำหรับการหาขอบเขตล่าง<br>ของจำนวนแรมเซย์บางจำนวน      | 94   |
| 5.2 ข้อเสนอแนะและแนวทางในการพัฒนาโปรแกรม  | 95   |
| 5.3 ข้อจำกัดในการใช้โปรแกรม   | 95   |
| <b>เอกสารอ้างอิง</b>  | 96   |
| <b>ภาคผนวก ก</b>  | 97   |

# สารบัญตาราง

ตารางที่

หน้า

1.1 ตารางแสดงจำนวนแรมเซย์บางจำนวน

2



เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

# สารบัญรูป

| รูปที่ |  | หน้า |
|--------|--|------|
| 1.1    | ความสัมพันธ์ของแต่ละคนในงานเลี้ยง  | 1    |
| 2.1    | $G$ เป็นกราฟเชิงเดียว และ $H$ เป็นกราฟที่มีวงวนและเส้นเชื่อมขนาน   | 6    |
| 2.2    | จุดประชิดและจุดตกกระทบ   | 7    |
| 2.3    | ระดับชั้นของจุด  | 7    |
| 2.4    | กราฟย่อย   | 8    |
| 2.5    | แนวเดินของกราฟ   | 9    |
| 2.6    | กราฟ $G$ เป็นกราฟเชื่อมโยงและกราฟ $H$ เป็นกราฟไม่เชื่อมโยง   | 10   |
| 2.7    | กราฟแบบบริบูรณ์  | 11   |
| 2.8    | กราฟเชิงเดี่ยว $G$ และส่วนเติมเต็ม $\bar{G}$   | 11   |
| 3.1    | ตำแหน่งของรูปที่มี 4 จุด   | 19   |
| 3.2    | กราฟ $G$ ที่มีระยะห่างระหว่างจุดเท่ากับ $\{1\}$<br>กราฟ $\bar{G}$ ที่มีระยะห่างระหว่างจุดเท่ากับ $\{2\}$ | 20   |
| 3.3    | กราฟ $G$ ที่มีระยะห่างระหว่างจุดเท่ากับ $\{2\}$<br>กราฟ $\bar{G}$ ที่มีระยะห่างระหว่างจุดเท่ากับ $\{1\}$ | 20   |
| 3.4    | ตำแหน่งของรูปที่มี 5 จุด   | 21   |
| 3.5    | กราฟ $G$ ที่มีระยะห่างระหว่างจุดเท่ากับ $\{1\}$<br>กราฟ $\bar{G}$ ที่มีระยะห่างระหว่างจุดเท่ากับ $\{2\}$ | 22   |
| 3.6    | กราฟ $G$ ที่มีระยะห่างระหว่างจุดเท่ากับ $\{2\}$<br>กราฟ $\bar{G}$ ที่มีระยะห่างระหว่างจุดเท่ากับ $\{1\}$ | 22   |
| 3.7    | ตำแหน่งของรูปที่มี 6 จุด   | 23   |
| 3.8    | ตำแหน่งของรูปที่มี 5 จุด   | 26   |
| 3.9    | กราฟ $G$ ที่มีระยะห่างระหว่างจุดเท่ากับ $\{1\}$<br>กราฟ $\bar{G}$ ที่มีระยะห่างระหว่างจุดเท่ากับ $\{2\}$ | 27   |
| 3.10   | กราฟ $G$ ที่มีระยะห่างระหว่างจุดเท่ากับ $\{2\}$<br>กราฟ $\bar{G}$ ที่มีระยะห่างระหว่างจุดเท่ากับ $\{1\}$ | 28   |
| 3.11   | ตำแหน่งของรูปที่มี 6 จุด   | 29   |

## สารบัญรูป(ต่อ)

| รูปที่ |  | หน้า |
|--------|--|------|
| 3.12   | กราฟ $G$ ที่มีระยะห่างระหว่างจุดเท่ากับ $\{1\}$<br>กราฟ $G$ ที่มีระยะห่างระหว่างจุดเท่ากับ $\{2,3\}$             | 31   |
| 3.13   | กราฟ $\bar{G}$ ที่มีระยะห่างระหว่างจุดเท่ากับ $\{2\}$<br>กราฟ $\bar{G}$ ที่มีระยะห่างระหว่างจุดเท่ากับ $\{1,3\}$ | 33   |
| 3.14   | กราฟ $G$ ที่มีระยะห่างระหว่างจุดเท่ากับ $\{3\}$<br>กราฟ $\bar{G}$ ที่มีระยะห่างระหว่างจุดเท่ากับ $\{1,2\}$       | 35   |
| 3.15   | กราฟ $G$ ที่มีระยะห่างระหว่างจุดเท่ากับ $\{1,2\}$<br>กราฟ $\bar{G}$ ที่มีระยะห่างระหว่างจุดเท่ากับ $\{3\}$       | 36   |
| 3.16   | กราฟ $G$ ที่มีระยะห่างระหว่างจุดเท่ากับ $\{1,3\}$<br>กราฟ $\bar{G}$ ที่มีระยะห่างระหว่างจุดเท่ากับ $\{2\}$       | 36   |
| 3.17   | กราฟ $G$ ที่มีระยะห่างระหว่างจุดเท่ากับ $\{2,3\}$<br>กราฟ $\bar{G}$ ที่มีระยะห่างระหว่างจุดเท่ากับ $\{1\}$       | 37   |
| 3.18   | ตำแหน่งของรูปที่มี 7 จุด   | 37   |
| 3.19   | กราฟ $G$ ที่มีระยะห่างระหว่างจุดเท่ากับ $\{1\}$<br>กราฟ $\bar{G}$ ที่มีระยะห่างระหว่างจุดเท่ากับ $\{2,3\}$       | 40   |
| 3.20   | กราฟ $G$ ที่มีระยะห่างระหว่างจุดเท่ากับ $\{2\}$<br>กราฟ $\bar{G}$ ที่มีระยะห่างระหว่างจุดเท่ากับ $\{1,3\}$       | 43   |
| 3.21   | กราฟ $G$ ที่มีระยะห่างระหว่างจุดเท่ากับ $\{3\}$<br>กราฟ $\bar{G}$ ที่มีระยะห่างระหว่างจุดเท่ากับ $\{1,2\}$       | 46   |
| 3.22   | ตำแหน่งของรูปที่มี 8 จุด   | 50   |
| 3.23   | กราฟ $G$ ที่มีระยะห่างระหว่างจุดเท่ากับ $\{1,4\}$<br>กราฟ $\bar{G}$ ที่มีระยะห่างระหว่างจุดเท่ากับ $\{2,3\}$     | 57   |
| 3.24   | กราฟ $G$ ที่มีระยะห่างระหว่างจุดเท่ากับ $\{3,4\}$<br>กราฟ $\bar{G}$ ที่มีระยะห่างระหว่างจุดเท่ากับ $\{1,2\}$     | 58   |
| 3.25   | ตำแหน่งของรูปที่มี 9 จุด   | 59   |

## สารบัญรูป(ต่อ)

| รูปที่ |   | หน้า |
|--------|---|------|
| 3.26   | ฟังก์ชันหลัก  | 71   |
| 3.27   | กระบวนการหาค่าระยะห่างระหว่างจุดและจำนวนรอบ                 | 72   |
| 3.28   | กระบวนการคำนวณหารอบ   | 73   |
| 3.29   | กระบวนการหาค่าระยะห่างระหว่างจุด                            | 73   |
| 3.30   | กระบวนการหาค่าระยะห่างระหว่าง 3 จุดใดๆ                      | 74   |
| 3.31   | กระบวนการหาค่าระยะห่างระหว่าง 4 จุดใดๆ                      | 75   |
| 3.32   | กระบวนการหาค่าระยะห่างระหว่าง 5 จุดใดๆ                      | 76   |
| 3.33   | กระบวนการหาค่าระยะห่างระหว่าง 6 จุดใดๆ                      | 77   |
| 3.34   | ขั้นตอนวิธีการตรวจสอบกราฟบริบูรณ์ของ $K_3$                  | 78   |
| 3.35   | ขั้นตอนวิธีการตรวจสอบกราฟบริบูรณ์ของ $K_4$                  | 79   |
| 3.36   | ขั้นตอนวิธีการตรวจสอบส่วนเติมเต็มของ $K_3$                  | 80   |
| 3.37   | ขั้นตอนวิธีการตรวจสอบส่วนเติมเต็มของ $K_4$                  | 81   |
| 3.38   | ขั้นตอนวิธีการตรวจสอบส่วนเติมเต็มของ $K_5$                  | 82   |
| 3.39   | ขั้นตอนวิธีการตรวจสอบส่วนเติมเต็มของ $K_6$                  | 83   |
| 3.40   | ขั้นตอนวิธีการแสดงกราฟ                                      | 84   |
| 3.41   | ขั้นตอนวิธีการรับค่าระยะห่างระหว่างจุดมาสร้างกราฟ           | 85   |
| 3.42   | ขั้นตอนวิธีการเก็บค่าระยะห่างระหว่างจุดจากคีย์คี่เป็นตัวเลข | 86   |
| 3.43   | ขั้นตอนวิธีการแสดงจุดและวาดเส้นของกราฟ $G$                  | 87   |
| 3.44   | ขั้นตอนวิธีการแสดงจุดและวาดเส้นของกราฟ $\bar{G}$            | 88   |
| 4.1    | หน้าจอของโปรแกรมสำหรับแสดงกราฟ                              | 90   |
| 4.2    | หน้าจอแสดงกราฟ  | 93   |
| ก-1    | หน้าจอเว็บไซต์โปรแกรม Microsoft Visual Studio 2012 Express  | 98   |
| ก-2    | หน้าจอแสดงขั้นตอนการ Download 1                             | 98   |
| ก-3    | หน้าจอแสดงขั้นตอนการ Download 2                             | 99   |
| ก-4    | หน้าจอแสดงขั้นตอนการ Download 3                             | 99   |

## สารบัญรูป(ต่อ)

| รูปที่ |   | หน้า |
|--------|---|------|
| ก-5    | หน้าจอแตกไฟล์ไว้ในโฟลเดอร์                                | 100  |
| ก-6    | หน้าจอการติดตั้งโปรแกรม                                   | 100  |
| ก-7    | หน้าจอยอมรับเงื่อนไขและติดตั้ง                            | 101  |
| ก-8    | หน้าจอขณะโปรแกรมกำลังติดตั้ง                              | 101  |
| ก-9    | หน้าจอเสร็จสิ้นการติดตั้ง                                 | 102  |
| ก-10   | หน้าจอกรอก Product Key                                    | 102  |
| ก-11   | หน้าจอถือคีย์ Hotmail                                     | 103  |
| ก-12   | หน้าจอกรอกข้อมูล  | 103  |
| ก-13   | หน้าจอเลือกข้อมูล   | 104  |
| ก-14   | หน้าจอป้องกันความปลอดภัยโดยใช้การเชื่อมต่อ Https แทน Http | 104  |
| ก-15   | หน้าจอแสดง Product Key หลังจากลงทะเบียนเรียบร้อยแล้ว      | 105  |
| ก-16   | หน้าจอแสดงการใช้ Product Key พร้อมทั้งกดปุ่ม Next         | 105  |
| ก-17   | หน้าจอแสดงว่าใส่ Product Key ถูกต้อง                      | 106  |
| ก-18   | หน้าจอโปรแกรม Microsoft Visual Studio 2012                | 106  |

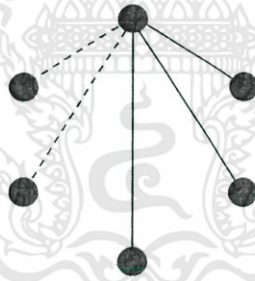
# บทที่ 1

## บทนำ

### 1.1 ที่มาและความสำคัญ

แฟรงค์ แรมเซย์ (Frank Plumpton Ramsey) เป็นนักคณิตศาสตร์ชาวอังกฤษ เกิดเมื่อ 19 มกราคม 1930 นอกจากผลงานทางคณิตศาสตร์แล้วยังมีผลงานที่สำคัญทางปรัชญาและเศรษฐศาสตร์บทความทางคณิตศาสตร์ของแฟรมเซย์ที่สำคัญคือ “On a Problem of Formal Logic” และได้แสดงว่าจำนวนแฟรมเซย์มีอยู่จริง (Exist) นอกจากนี้ได้พิสูจน์ปัญหาทางานเลี้ยงโดยใช้ทฤษฎีกราฟซึ่งปัญหาทางานเลี้ยงได้กล่าวว่าจะต้องเชิญคนเข้ามาร่วมงานเลี้ยงจำนวนอย่างน้อยที่สุดกี่คนที่สามคนใดๆในงานเลี้ยงที่รู้จักกันหรือสามคนใดๆในงานเลี้ยง ไม่รู้จักกัน

เมื่อเรานำปัญหานี้มาพิจารณาในเชิงทฤษฎีกราฟแล้ว เราจะให้จุดยอดของกราฟแทนคนที่อยู่ในงานเลี้ยงและเส้นประแทนความสัมพันธ์การไม่รู้จักกันของคน 2 คน ซึ่งแสดงได้ดังรูปนี้



รูปที่ 1.1 ความสัมพันธ์ของแต่ละคนในงานเลี้ยง

จากตารางจะเห็นได้ว่าจำนวนแฟรมเซย์ที่หาได้นั้นจะมีค่าจริงน้อยมาก ได้แก่  $R(3,3)$  ถึง  $R(3,9)$  ,  $R(4,4)$  และ  $R(4,5)$  นอกจากนั้นจะเป็นขอบเขตล่างและขอบเขตบนของจำนวนแฟรมเซย์ เช่น  $R(3,10)$  มีขอบเขตล่างเป็น 40 และมีขอบเขตบนเป็น 43 เป็นต้น จะเห็นได้ว่าค่าจริงของจำนวนแฟรมเซย์นั้นหาได้ยาก ดังตารางที่ 1.1

จำนวนแรมเซย์และขอบเขตล่างขอบเขตบนของจำนวนแรมเซย์ได้แสดงในตารางที่ 1.1

| t  | 3 | 4  | 5  | 6   | 7   | 8    | 9    | 10    | 11    | 12    | 13    | 14    | 15    |
|----|---|----|----|-----|-----|------|------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| 3  | 6 | 9  | 14 | 18  | 23  | 28   | 36   | 40    | 46    | 52    | 59    | 66    | 73    |
| 4  |   | 18 | 25 | 35  | 49  | 56   | 73   | 92    | 98    | 128   | 133   | 141   | 153   |
| 5  |   |    | 43 | 58  | 80  | 101  | 126  | 144   | 171   | 191   | 213   | 239   | 265   |
| 6  |   |    | 49 | 87  | 143 | 216  | 316  | 442   | 633   | 848   | 1139  | 1461  | 1878  |
| 7  |   |    |    | 102 | 113 | 132  | 169  | 179   | 253   | 263   | 371   |       | 401   |
| 8  |   |    |    | 165 | 298 | 495  | 780  | 1171  | 1804  | 2566  | 3705  | 5033  | 6911  |
| 9  |   |    |    |     | 205 | 271  | 241  | 289   | 405   | 417   | 511   |       |       |
| 10 |   |    |    |     | 540 | 1031 | 1713 | 2826  | 4553  | 6954  | 10581 | 15263 | 22116 |
|    |   |    |    |     |     | 282  | 317  |       |       |       | 817   |       | 861   |
|    |   |    |    |     |     | 1870 | 3583 | 6090  | 10630 | 16944 | 27490 | 41525 | 63620 |
|    |   |    |    |     |     |      | 565  | 581   |       |       |       |       |       |
|    |   |    |    |     |     |      | 6588 | 12677 | 22325 | 39025 | 64871 | 89203 |       |
|    |   |    |    |     |     |      |      | 798   |       |       |       |       | 1265  |
|    |   |    |    |     |     |      |      | 23556 |       | 81200 |       |       |       |

ตารางที่ 1.1 จำนวนแรมเซย์บางจำนวน

ดังนั้นเราจะศึกษาการหาขอบเขตล่างของจำนวนแรมเซย์บางจำนวน โดยออกแบบขั้นตอนวิธีและเขียนโปรแกรมแล้วประมวลผลด้วยคอมพิวเตอร์เพื่อช่วยในการหาขอบเขตล่างของจำนวนแรมเซย์บางจำนวน

## 1.2 วัตถุประสงค์ของปัญหาพิเศษ

- 1.2.1 เพื่อศึกษานิยามทฤษฎีของทฤษฎีกราฟและการจัดหมู่เบื้องต้น
- 1.2.2 เพื่อศึกษาความรู้เกี่ยวกับจำนวนแรมเซย์และขอบเขตของจำนวนแรมเซย์
- 1.2.3 เพื่อออกแบบขั้นตอนวิธี (algorithm) ในการหาขอบเขตล่างของจำนวนแรมเซย์บางจำนวน
- 1.2.4 เพื่อหาขอบเขตล่างของจำนวนแรมเซย์บางจำนวน

## 1.3 ขอบเขตของปัญหาพิเศษ

- 1.3.1 หาขอบเขตล่างของจำนวนแรมเซย์บางจำนวน
- 1.3.2 หาขั้นตอนวิธี(algorithm) ในการเขียน โปรแกรมคอมพิวเตอร์ด้วยภาษา Visual Basic เพื่อหาขอบเขตล่างของจำนวนแรมเซย์บางจำนวน
- 1.3.3 โปรแกรมการหาขอบเขตล่างของจำนวนแรมเซย์  $R(3,t)$  สำหรับ  $t \leq 6$  หรือ  $R(4,t)$  สำหรับทุก  $t \leq 5$

## 1.4 ขั้นตอนการดำเนินงาน

- 1.4.1 ศึกษานิยามทฤษฎีของทฤษฎีกราฟการจัดหมู่เบื้องต้นจำนวนแรมเซย์และขอบเขตของจำนวนแรมเซย์บางจำนวน
- 1.4.2 ออกแบบขั้นตอนวิธี(algorithm) ในการหาขอบเขตล่างของจำนวนแรมเซย์บางจำนวนในการเขียน โปรแกรมโดยใช้ภาษา Visual Basic
- 1.4.3 ประมวลผลขั้นตอนวิธีในการหาขอบเขตล่างของจำนวนแรมเซย์บางจำนวนโดยคอมพิวเตอร์
- 1.4.4 ปรับปรุงขั้นตอนวิธีในการหาขอบเขตล่างของจำนวนแรมเซย์
- 1.4.5 สรุปและจัดทำเอกสารประกอบการทำปัญหาพิเศษเรื่องนี้

## 1.5 ประโยชน์ที่คาดว่าจะได้รับ

- 1.5.1 ความรู้เกี่ยวกับทฤษฎีกราฟและการจัดหมู่เบื้องต้น
- 1.5.2 ความรู้เกี่ยวกับจำนวนแรมเซย์และขอบเขตของจำนวนแรมเซย์บางจำนวน
- 1.5.3 ขั้นตอนวิธีในการหาขอบเขตล่างของจำนวนแรมเซย์บางจำนวน
- 1.5.4 ได้ขอบเขตล่างของจำนวนแรมเซย์บางจำนวน
- 1.5.5 โปรแกรมการหาขอบเขตล่างของจำนวนแรมเซย์  $R(3,t)$  สำหรับ  $t \leq 6$  หรือ  $R(4,t)$  สำหรับทุก  $t \leq 5$

## บทที่ 2

### ทฤษฎีและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

ในบทนี้จะกล่าวถึงทฤษฎีบทที่เกี่ยวข้องกับปัญหาพิเศษนี้โดยใช้บทนิยามในทฤษฎีกราฟ คณิตศาสตร์เชิงการจัดหมู่และความรู้เกี่ยวกับคอมพิวเตอร์เป็นองค์ความรู้ประกอบกันในการหาขอบเขตล่างของจำนวนแรมเซย์บางจำนวน นอกจากนี้ยังมีงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับขอบเขตล่างและขอบเขตบนของจำนวนแรมเซย์บางจำนวนเพื่อเป็นแนวทางในการศึกษาหาความรู้เพิ่มเติมและเพื่อเป็นการเปรียบเทียบกับปัญหาพิเศษนี้

#### 2.1 ทฤษฎีกราฟ

ทฤษฎีกราฟเป็นวิชาแขนงหนึ่งของคณิตศาสตร์ ซึ่งปัจจุบันนี้ได้รับการสนใจอย่างมาก เนื่องจากได้มีการนำเอาทฤษฎีกราฟไปประยุกต์ใช้ในสาขาวิชาอื่น เช่น ฟิสิกส์ เคมี ชีววิทยา วิศวกรรมไฟฟ้า จิตวิทยา เศรษฐศาสตร์ สังคมวิทยา คอมพิวเตอร์ฯลฯ ดังนั้นเราจะกล่าวถึงบทนิยามและทฤษฎีบทเบื้องต้นที่เกี่ยวข้องกับปัญหาพิเศษดังต่อไปนี้

**บทนิยาม 2.1** กราฟ  $G$  ประกอบด้วยคู่อันดับของเซต  $(V, E)$  โดย  $V$  คือเซตของจุด (vertex) และ  $E$  คือเซตของ เส้นเชื่อม (edge) ระหว่างคู่อันดับของจุดในกราฟ จำนวนสมาชิกใน  $V$  เรียกว่า อันดับ (order) ของ  $G$

$$V = \{a, b, c, d\}$$

$$E = \{\{a, b\}, \{b, c\}, \{c, d\}\}$$

หมายเหตุสำหรับคู่อันดับ  $\{u, v\}$  ไม่มีความสำคัญในลำดับก่อนหลัง อาจเป็น  $\{u, v\}$  หรือ  $\{v, u\}$  ก็ได้

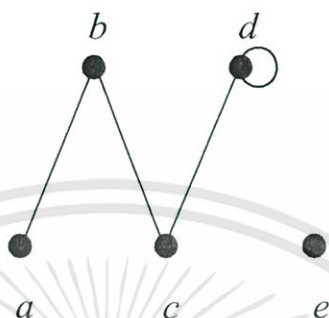
**บทนิยาม 2.2** วงวน (loop) คือเส้นที่มีจุดปลายทั้งสองเป็นจุดเดียวกัน

**บทนิยาม 2.3** เส้นเชื่อมขนาน (multiple edges) คือเส้นเชื่อมตั้งแต่สองเส้นขึ้นไปที่เชื่อมคู่อันดับของจุดคู่เดียวกัน

**บทนิยาม 2.4** กราฟเชิงเดียว (simple graph) คือกราฟที่ไม่มีเส้นเชื่อมขนานและไม่มีวงวน



ตัวอย่าง 2.2 กำหนดให้กราฟ  $G$  เป็นดังรูปที่ 2.2



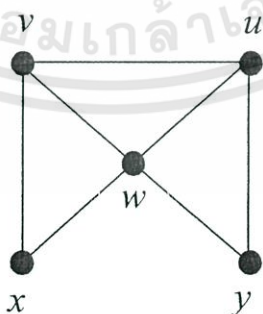
รูปที่ 2.2 จุดประชิดและจุดตกกระทบ

จากรูปที่ 2.2 จะได้ว่า

- จุด  $a$  และ  $b$  เป็นจุดประชิดกัน
- จุด  $a$  และ  $c$  ไม่เป็นจุดประชิดกัน
- จุด  $a$  ตกกระทบกับเส้นเชื่อม  $\{a, b\}$
- จุด  $d$  ไม่ตกกระทบกับเส้นเชื่อม  $\{a, b\}$  และ  $\{b, c\}$

**บทนิยาม 2.7** จะเรียกจำนวนเส้นเชื่อมของกราฟที่ติดกับจุดว่า **ระดับชั้น (degree)** ของจุด

**ตัวอย่าง 2.3** จากรูปที่ 2.3 จะได้ว่าระดับชั้นของจุด  $w, v, u, x$  และ  $y$  เป็น 4, 3, 3, 2 และ 2 ตามลำดับ

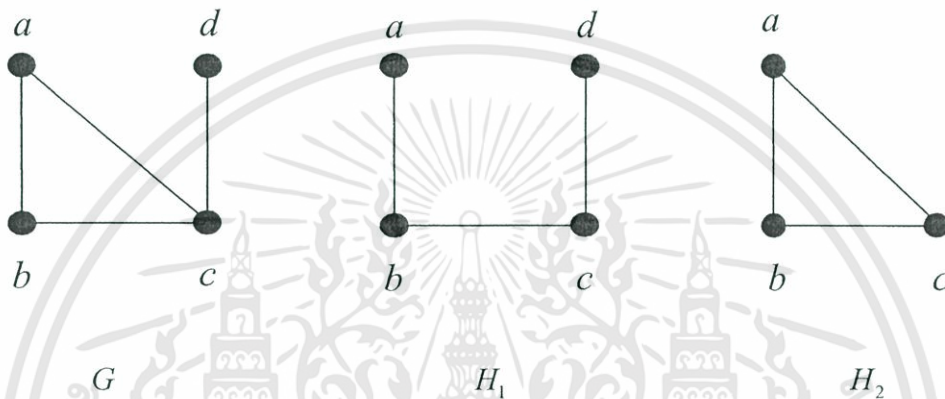


รูปที่ 2.3 ระดับชั้นของจุด

### 2.1.2 กราฟย่อย (subgraph)

**บทนิยาม 2.8** จะเรียกกราฟ  $H$  ว่าเป็นกราฟย่อย (subgraph) ของกราฟ  $G$  ถ้าทุกจุดของ  $H$  เป็นจุดของ  $G$  และทุกเส้นของ  $H$  เป็นเส้นของ  $G$

**ตัวอย่าง 2.4** จากรูปที่ 2.4 จะเห็นว่า กราฟ  $H_1$  และ  $H_2$  เป็นกราฟย่อยของ  $G$



รูปที่ 2.4 กราฟย่อย

### 2.1.3 วิถีและวงจร (path and trail)

**บทนิยาม 2.9** ให้  $u$  และ  $v$  เป็นจุดใดๆ ในกราฟ ( $u$  และ  $v$  อาจเป็นจุดเดียวกัน) แนวเดิน  $u-v$  ( $u-v$  walk) ใน  $G$  คือลำดับสลับของจุดและเส้นเชื่อม  $u = u_0, e_1, u_1, e_2, \dots, u_{n-1}, e_n, u_n = v$  ที่เริ่มต้นด้วยจุด  $u$  และจบด้วยจุด  $v$  สำหรับ  $i = 0, 1, 2, \dots, n$  จุดปลายของเส้นเชื่อม  $e_i$  คือ  $u_{i-1}$  และ  $u_i$  และลำดับดังกล่าวจะเป็นลำดับจำกัด

**บทนิยาม 2.10** รอยเดิน (trail) คือแนวเดิน  $u-v$  ที่มีเส้นเชื่อมทั้งหมดแตกต่างกัน

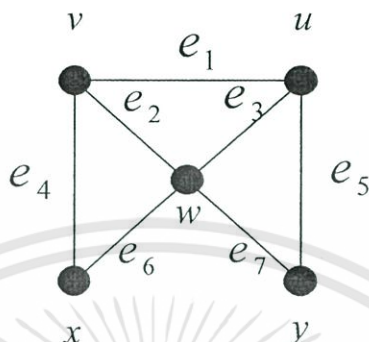
**บทนิยาม 2.11** วิถี (path) คือแนวเดิน  $u-v$  ที่มีจุดทั้งหมดแตกต่างกัน

**บทนิยาม 2.12** จะเรียก รอยเดินหรือวิถี ที่มีจุดเริ่มต้นและจุดสิ้นสุดจุดเดียวกันว่า รอยเดินปิด (closed trail) หรือวิถีปิด (closed path) ตามลำดับ นอกจากนี้จะเรียกว่า รอยเดินเปิด (open trail) หรือวิถีเปิด (open path)

**บทนิยาม 2.13** จะเรียกวิถีปิดซึ่งประกอบด้วยเส้นเชื่อมอย่างน้อยหนึ่งเส้นเชื่อมว่า วงจร (circuit)

บทนิยาม 2.14 จะเรียกรอยเดินปิด ว่า วัฏจักร (cycle)

ตัวอย่าง 2.5 กำหนดกราฟ  $G$  ดังรูปที่ 2.5



รูปที่ 2.5 แนวเดินของกราฟ

จากรูปที่ 2.5 จะได้ว่า

$v, e_4, x, e_6, w, e_3, u$  เป็นวิถีเปิดเนื่องจากจุดในกราฟทั้งหมดแตกต่างกันและจุดเริ่มต้นกับจุดสิ้นสุดต่างกัน

$v, e_4, x, e_6, w, e_2, v, e_1, u$  ไม่เป็นวิถีเนื่องจากจุดในกราฟซ้ำกันแต่เป็นรอยเดินเปิด เนื่องจากเส้นเชื่อมทั้งหมดแตกต่างกัน และจุดเริ่มต้นกับจุดสิ้นสุดต่างกัน

$v, e_4, x, e_6, w, e_7, y, e_5, u, e_1, v$  เป็นวิถีปิดเนื่องจากจุดในกราฟทั้งหมดแตกต่างกันและจุดเริ่มต้นกับจุดสิ้นสุดจุดเดียวกัน

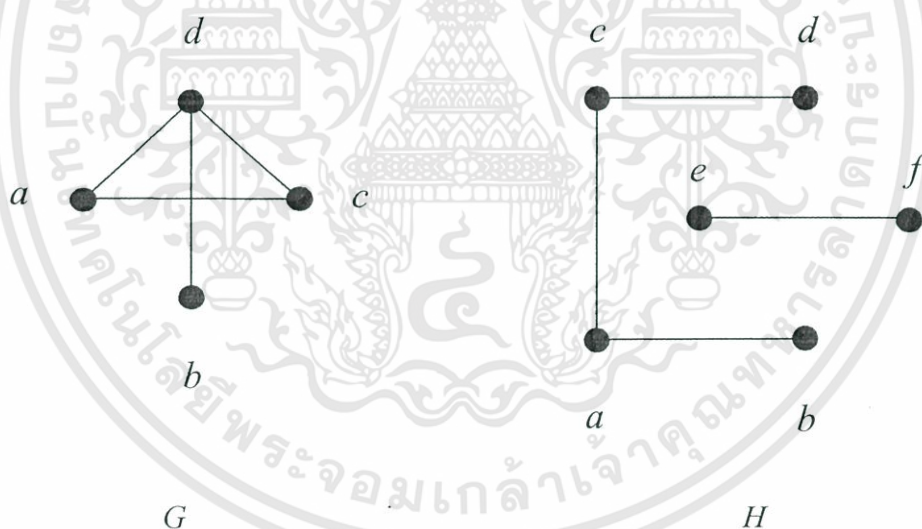
$v, e_4, x, e_6, w, e_7, y, e_5, u, e_3, w, e_2, v$  เป็นรอยเดินปิด เนื่องจากเส้นเชื่อมทั้งหมดแตกต่างกัน และจุดเริ่มต้นกับจุดสิ้นสุดจุดเดียวกัน

### 2.1.4 กราฟเชื่อมโยง (connected graph)

**บทนิยาม 2.15** ให้  $u$  และ  $v$  เป็นจุดใดๆ ในกราฟ  $G$  จะกล่าวว่า  $u$  และ  $v$  เชื่อมโยงกันได้ (connect) เมื่อมีวิถี  $u-v$  และกล่าวว่ากราฟ  $G$  เป็นกราฟเชื่อมโยง (connected graph) เมื่อจุดสองจุดใดๆ ใน  $G$  เชื่อมโยงกัน ส่วนกราฟที่ไม่เป็นกราฟเชื่อมโยงจะเรียกว่า กราฟไม่เชื่อมโยง (disconnected graph)

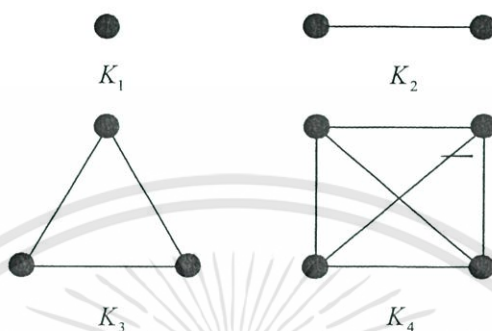
**หมายเหตุ** กราฟที่มี 1 จุด จะเป็นกราฟเชื่อมโยง

**ตัวอย่างที่ 2.6** จากรูปที่ 2.6 กราฟ  $G$  เป็นกราฟเชื่อมโยงเนื่องจากกราฟ  $G$  มี 1 ส่วนประกอบและกราฟ  $H$  เป็นกราฟไม่เชื่อมโยงเนื่องจากกราฟ  $H$  มีส่วนประกอบ 2 ส่วนที่ไม่เชื่อมโยกัน



รูปที่ 2.6 กราฟเชื่อมโยง  $G$  และกราฟไม่เชื่อมโยง  $H$

**บทนิยาม 2.16** จะเรียกกราฟเชิงเต็ยว่า กราฟแบบบริบูรณ์ (complete graph) ถ้าทุกคู่ของจุดในกราฟเชิงเต็ยนี้มีเส้นเชื่อมระหว่างจุด และ ใช้สัญลักษณ์  $K_n$  แทนกราฟแบบบริบูรณ์ ที่มี  $n$  จุด



รูปที่ 2.7 กราฟแบบบริบูรณ์

**บทนิยาม 2.17** ถ้า  $G$  เป็นกราฟเชิงเต็ย แล้วส่วนเติมเต็ย (complement) ของ  $G$  คือกราฟเชิงเต็ย  $\bar{G}$  ซึ่งมีเซตของจุดเป็น  $V(G)$  และจุด 2 จุดใดๆ จะเป็นจุดประชิดใน  $\bar{G}$  ก็ต่อเมื่อจุด 2 จุดนั้นไม่ประชิดกันใน  $G$



รูปที่ 2.8 กราฟเชิงเต็ย  $G$  และส่วนเติมเต็ย  $\bar{G}$

## 2.2 แฟกทอเรียล (Factorial)

เนื่องจากเราจะต้องพบสูตรที่เป็นผลคูณของจำนวนเลขต่าง ๆ ที่ลดลงทีละหนึ่งบ่อยๆ จึงกำหนดสัญลักษณ์เพื่อความสะดวกในการเขียนเรียกว่า **แฟกทอเรียล (factorial)** ซึ่งนิยามดังนี้

**บทนิยาม 2.16**  $n$  แฟกทอเรียล (เขียนแทนด้วยสัญลักษณ์  $n!$  หรือ  $n$  หมายถึง ผลคูณของจำนวนเต็มบวกตั้งแต่ 1 ถึง  $n$ )

$$\text{นั่นคือ } n! = 1 \times 2 \times 3 \times \dots \times (n-1) \times n \text{ หรือ } n! = n \times (n-1) \times \dots \times 3 \times 2 \times 1$$

$$\text{เช่น } 6! = 6 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 120$$

$$4! = 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 24$$

$$1! = 1$$

จากนิยามของ  $n!$  กล่าวถึง  $n$  ที่เป็นจำนวนเต็มบวก แต่บางครั้งเราจำเป็นต้องใช้  $0!$  โดย

กำหนดค่าดังนี้จาก  $n! = n \times (n-1) \times (n-2) \times \dots \times 3 \times 2 \times 1$

$$n! = n \times (n-1)!$$

แทนค่า  $n=1$  จะได้  $1! = 1 \times (1-1)!$

$$1 = 0!$$

ดังนั้น จึงกำหนดให้  $0! = 1$

## 2.3 วิธีการจัดหมู่ (combination)

ให้  $A$  เป็นเซตของ  $n$  สิ่งที่แตกต่างกัน การจัดหมู่ (combination) ของเซต  $A$  กล่าวได้ง่ายๆ ว่าเป็นเซตย่อยของเซต  $A$  กล่าวให้ชัดขึ้นคือ สำหรับจำนวนเต็ม  $r$  ซึ่ง  $0 \leq r \leq n$  การจัดหมู่ทีละ  $r$  สิ่งของเซต  $A$  เป็นการเลือกเซตย่อยที่มีสมาชิกที่มีสมาชิก  $r$  ตัวจากเซต  $A$

ตัวอย่างที่ 2.7 ถ้า  $A = \{a, b, c, d\}$  แล้วการจัดหมู่ทีละ 3 สิ่งของเซต  $A$  มีวิธีที่เป็นไปได้ดังต่อไปนี้

$$\{a, b, c\}, \{a, b, d\}, \{a, c, d\}, \{b, c, d\}$$

ซึ่งทำได้ทั้งหมด 4 วิธี ให้  $C_r^n$  หรือ  $\binom{n}{r}$  (อ่านว่า  $n$  เลือก  $r$ ) เป็นจำนวนวิธีในการจัดหมู่ทีละ  $r$

สิ่งของเซต  $A$  ที่มีสมาชิกต่างกัน  $n$  ตัว จากตัวอย่างที่แสดงให้เห็น จะได้  $C_3^4 = \binom{4}{3} = 4$  ต่อไป

เราจะหาสูตรสำหรับ  $C_r^n$

ข้อแตกต่างระหว่างการเรียงสับเปลี่ยนและการจัดหมู่คือ การเรียงสับเปลี่ยนเป็นการนำของมาเรียง ลำดับจึงมีความสำคัญ ในขณะที่การจัดหมู่เป็นเพียงเซตของสิ่งของเท่านั้น ลำดับจึงไม่มีความสำคัญ ในความเป็นจริงแล้ว การเรียงสับเปลี่ยนทีละ  $r$  สิ่งของเซต  $A$  ทำได้ตามขั้นตอนต่อไปนี้

ขั้นที่ 1 สร้างการจัดหมู่ทีละ  $r$  สิ่งทั้งหมดของเซต  $A$

ขั้นที่ 2 เรียงสับเปลี่ยนของ  $r$  นั้นเป็นเส้นตรง

ขั้นที่ 1 ทำได้  $C_r^n$  วิธี และขั้นที่ 2 ทำได้  $r!$  วิธี โดยหลักการคูณ จึงได้

$$P_r^n = C_r^n \cdot r!$$

ดังนั้น

$$C_r^n = \binom{n}{r} = \frac{P_r^n}{r!} = \frac{n!}{r!(n-r)!}$$

สังเกตว่า

$$C_r^n = \frac{n!}{r!(n-r)!} = \frac{n!}{(n-r)!(n-(n-r))!} = C_{n-r}^n$$

ดังนั้น

$$\binom{n}{r} = \binom{n}{n-r}$$

คุณสมบัติของ  $C_{n,r}$  เช่น  $\binom{n}{n} = \binom{n}{0} = 1$

## 2.4 จำนวนแรมเซย์

จำนวนแรมเซย์  $R(s, t)$  สำหรับจำนวนเต็มบวก  $s$  และ  $t$  คือจำนวนเต็มบวกที่น้อยที่สุด  $n$  ดังเช่น สำหรับทุกกราฟ  $G$  ของลำดับขั้น  $n$  แต่ละ  $G$  มี  $K_s$  เป็นกราฟย่อยหรือ  $\bar{G}$  มี  $K_t$  เป็นกราฟย่อย ดังนั้นกราฟ  $G$  มีทุกๆ  $s$  เป็นจุดประชิดกันหรือเซตที่เป็นอิสระของจุด  $t$

การศึกษาเกี่ยวกับจำนวนแรมเซย์มีมาแล้วกว่า 70 ปี โดยแรมเซย์นั้นคือชื่อของนักคณิตศาสตร์ชาวอังกฤษนามว่า Frank Ramsey ในปี ค.ศ.1930 เขาได้แสดงว่าจำนวนแรมเซย์นั้นมีอยู่จริง ต่อมาได้มีการขยายจากการหาจำนวนแรมเซย์  $R(s, t) = R(K_s, K_t)$  ไปสู่การหา จำนวนแรมเซย์  $R(G_1, G_2)$  และ  $R(G_1, G_2, \dots, G_k)$  โดยที่  $G_1, G_2, \dots, G_k$  เป็นกราฟใดๆ

เราจะเห็นได้ชัดเจนว่า จำนวนแรมเซย์  $R(1, t) = 1$  และ  $R(2, t) = t$  ในปี ค.ศ.1935 Erdos และ Szekers [4] ได้แสดงว่า  $R(s, t) \leq \binom{s+t-2}{s-1}$  และ  $R(s, t) \leq R(s-1, t) + R(s, t-1)$  ต่อมาในปี ค.ศ.1955 Greenwood และ Gleason [5] ได้พิสูจน์ว่า  $R(3, 4) = 9$   $R(3, 5) = 14$  และ  $R(4, 4) = 18$

จาก [6] จะมีทฤษฎีบทที่เกี่ยวข้องกับจำนวนแรมเซย์ ดังนี้

**ทฤษฎีบท 2.1** จำนวนแรมเซย์  $R(3, 3) = 6$

**ทฤษฎีบท 2.2** สำหรับจำนวนแรมเซย์เต็มบวก  $s, t$  จะได้ว่า  $R(s, t) \leq \binom{s+t-2}{s-1}$

$$\text{และ } R(s, t) \leq R(s-1, t) + R(s, t-1)$$

นอกจากนี้ถ้า  $R(s-t, t)$  และ  $R(s, t-1)$  เป็นเลขคู่แล้ว

$$R(s, t) < R(s-1, t) + R(s, t-1)$$

**ทฤษฎีบท 2.3** สำหรับทุกจำนวนเต็ม  $t \geq 3$

$$R(3, t) \geq \frac{t^2 + 3}{2}$$

**ทฤษฎีบท 2.4** สำหรับทุกจำนวนเต็ม  $t \geq 3$

$$R(t, t) > \left\lfloor 2^{\frac{t}{2}} \right\rfloor$$

เป็นไปตามตารางด้านล่างนี้

| $t$ | 3 | 4  | 5  | 6   | 7   | 8    | 9    | 10    | 11    | 12    | 13    | 14    | 15    |
|-----|---|----|----|-----|-----|------|------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| 3   | 6 | 9  | 14 | 18  | 23  | 28   | 36   | 40    | 46    | 52    | 59    | 66    | 73    |
| 4   |   | 18 | 25 | 35  | 49  | 56   | 73   | 92    | 98    | 128   | 133   | 141   | 153   |
| 5   |   |    | 43 | 58  | 80  | 101  | 126  | 144   | 171   | 191   | 213   | 239   | 265   |
| 6   |   |    | 49 | 87  | 143 | 216  | 316  | 442   | 633   | 848   | 1139  | 1461  | 1878  |
| 7   |   |    |    | 102 | 113 | 132  | 169  | 179   | 253   | 263   | 371   |       | 401   |
| 8   |   |    |    | 165 | 298 | 495  | 780  | 1171  | 1804  | 2566  | 3705  | 5033  | 6911  |
| 9   |   |    |    |     | 205 | 271  | 241  | 289   | 405   | 417   | 511   |       |       |
| 10  |   |    |    |     | 540 | 1031 | 1713 | 2826  | 4553  | 6954  | 10581 | 15263 | 22116 |
|     |   |    |    |     |     | 282  | 317  |       |       |       | 817   |       | 861   |
|     |   |    |    |     |     | 1870 | 3583 | 6090  | 10630 | 16944 | 27490 | 41525 | 63620 |
|     |   |    |    |     |     |      | 565  | 581   |       |       |       |       |       |
|     |   |    |    |     |     |      | 6588 | 12677 | 22325 | 39025 | 64871 | 89203 |       |
|     |   |    |    |     |     |      |      | 798   |       |       |       |       | 1265  |
|     |   |    |    |     |     |      |      | 23556 |       | 81200 |       |       |       |

ตารางที่ 2.1 ขอบเขตล่างและขอบเขตบนของจำนวนแรมเซย์ในปี ค.ศ. 2011

จากตารางข้างต้น ได้แสดงขอบเขตและค่าจริงของจำนวนแรมเซย์แบบฉบับ  $R(s,t)$  ที่  $s \leq 10$  และ  $t \leq 15$

## 2.5 ความรู้ทางด้านคอมพิวเตอร์

### 2.5.1 โปรแกรม Microsoft Visual Studio 2012

Microsoft Visual Studio คือ Integrated Development Environment พัฒนาขึ้นโดย ไมโครซอฟท์ ซึ่งเป็นเครื่องมือที่ช่วยนักพัฒนาซอฟต์แวร์พัฒนาโปรแกรมคอมพิวเตอร์ เว็บไซด์ เว็บแอปพลิเคชัน และ เว็บเซอร์วิส ระบบที่รองรับการทำงานนั้นมี ไมโครซอฟท์วินโดวส์ (Microsoft Windows) พ็อกเก็ตพีซี (Pocket PC) สมาร์ทโฟน (Smartphone) และ เว็บเบราว์เซอร์ (Web Browser) ในปัจจุบัน Visual Studio นั้นสามารถใช้ภาษาโปรแกรมที่เป็นภาษาคอทเน็ต \_\_\_ ในโปรแกรมเดียวกัน เช่น VB.NET C++ C# J# เป็นต้น

ผลิตภัณฑ์ Express Edition ได้รับการออกแบบมาให้เหมาะสำหรับผู้ที่สนใจ นักเรียน นักศึกษา และนักพัฒนา โดยในแต่ละ Express Edition จะประกอบไปด้วยความรู้ที่ช่วยให้ผู้เริ่มต้น สามารถเรียนรู้การเขียน โปรแกรมและแนวคิดที่จำเป็นในการสร้าง โปรแกรมที่ซับซ้อนได้อย่างรวดเร็ว โดยใน user interfaces จะเป็นส่วนสำคัญที่มั่นใจได้ว่าคุณสมบัติพิเศษต่างๆจะไม่กระทบกับกระบวนการการเรียนรู้

ในการศึกษาจำนวนแรมเช่นนี้เราจะใช้โปรแกรม Microsoft Visual Studio 2012 Express ซึ่งเวอร์ชันนี้ได้เปิดให้คนที่สนใจดาวน์โหลดมาใช้ได้ฟรีโดยไม่ต้องจ่ายค่าลิขสิทธิ์โปรแกรมใดๆ ทั้งสิ้น

#### ความต้องการของระบบ

- Windows 7 SP1 (x86 and x64)
- Windows 8 (x86 and x64)
- Windows Server 2008 R2 SP1 (x64)
- Windows Server 2012 (x64)

#### ความต้องการทางด้านฮาร์ดแวร์

- 1.6 GHz or faster processor
- 1 GB of RAM (1.5 GB if running on a virtual machine)
- 5 GB of available hard disk space
- 100 MB of available hard disk space (language pack)
- 5400 RPM hard disk drive
- DirectX 9-capable video card running at 1024 x 768 or higher display resolution

### ข้อดีและข้อเสียของโปรแกรม Microsoft Visual Studio 2012 Express

รุ่น Express หมายถึง รุ่นที่เปิดให้ดาวน์โหลดไปใช้ได้ฟรี โดยข้อดีของรุ่น express นี้ก็คือ นอกจากจะใช้ในการศึกษาแล้วยังสามารถนำไปพัฒนาโปรแกรมในเชิงพาณิชย์ได้ ประหยัดค่าลิขสิทธิ์ซอฟต์แวร์ ซึ่งรุ่นสูงกว่า (Ultimate, Premium และ Professional) เราอาจจะต้องเสียค่าลิขสิทธิ์พร้อมสิทธิประโยชน์พิเศษด้านอื่นๆ ในราคาระหว่าง \$7xx ถึง \$1x,xxx และรุ่น express มีการตัดความสามารถของ Visual studio รุ่นสูงที่กว่า



## บทที่ 3

### วิธีการดำเนินงานวิจัย

#### 3.1 ขั้นตอนวิธีการหาขอบเขตล่างของจำนวนแรมเซย์

ตั้งแต่ปี ค.ศ. 1930 – ปัจจุบัน จำนวนแรมเซย์ที่สามารถหาค่าจริงได้มีน้อยมาก เนื่องจากหาได้ยาก ดังนั้นจึงมีความพยายามที่จะหาขอบเขตบน (upper bound) และขอบเขตล่าง (lower bound) ของจำนวนแรมเซย์เพื่อหาค่าขอบเขตใกล้เคียงกับค่าจริงของจำนวนแรมเซย์ โดยในปัญหาพิเศษนี้จะกล่าวถึงวิธีการหาขอบเขตล่างของจำนวนแรมเซย์

ขั้นตอนวิธีการหาขอบเขตล่างของจำนวนแรมเซย์ คือ การหาขอบเขตล่างของจุดที่สามารถวาดกราฟได้เริ่มจากการกำหนดจุดขึ้นมาทีละ 1 จุด หากสามารถหาเซตของจุดมาวาดกราฟได้ให้เพิ่มจำนวนจุด เพื่อหาเซตเพื่อวาดกราฟต่อไปจนไม่สามารถนำมาวาดกราฟได้ โดยเซตที่หาได้จะได้จากการนำ  $\lfloor n/2 \rfloor$ ,  $n =$  จุด จากนั้นจะสุ่มมา 3 จุดจาก  $n$  จุด มาหาผลต่างระยะห่างระหว่างจุดว่าผลต่างทั้งหมดของทั้ง 3 จุดเป็นสับเซตของเซตที่หาเพื่อวาดกราฟหรือไม่ ถ้าเป็นสับเซตของเซตใดๆ นั้น เราจะไม่นำเซตดังกล่าวมาวาดรูป จะได้จำนวนเซตจากนั้นทำการแบ่งเซตที่ได้ออกเป็น 2 กราฟ

**บทนิยาม 3.1** ให้กราฟ  $G$  มีจำนวนจุด  $n$  จุด และมีจุด  $i$  และจุด  $j$  เป็นจุดใดๆ ในกราฟ  $G$  แล้ว เราจะเรียก  $d_{ij}$  ว่า line distance ของเส้น  $\{i, j\}$  โดยที่  $d_{ij} = \min\{|i - j|, n - |i - j|\}$

$$d_{ij} = |i \leftrightarrow j|$$

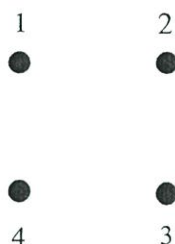
$$d_{ik} = |i \leftrightarrow k|$$

$$d_{jk} = |j \leftrightarrow k|$$

ในปัญหาพิเศษนี้จะใช้  $|i \leftrightarrow j|$ ,  $|i \leftrightarrow k|$  และ  $|j \leftrightarrow k|$  แทนด้วย  $d_{ij}$ ,  $d_{ik}$  และ  $d_{jk}$  ตามลำดับ เพื่อให้เข้าใจง่ายขึ้น

หา  $R(3,3)$  เริ่มที่  $t+1$  จุด

$n$  เท่ากับ  $3+1=4$  จุด



รูปที่ 3.1 ตำแหน่งของรูปที่มี 4 จุด

เท่ากับ  $\left\lfloor \frac{4}{2} \right\rfloor$  เท่ากับ 2 เซตคือ  $\{1,2\}$  แบ่งเป็น 2 กราฟจะได้เป็น 2 กรณี

กรณีสี่ 1  $G = \{1\}, \bar{G} = \{2\}$

กรณีสี่ 2  $G = \{2\}, \bar{G} = \{1\}$

โดยจะพิจารณาทีละกรณีสี่

กรณีสี่ 1  $G = \{1\}, \bar{G} = \{2\}$

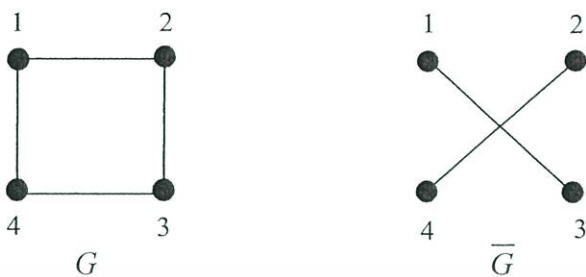
สุ่มเลือกจุดมา 3 จุด คือ  $v_i, v_j, v_k$  จาก 4 จุด และนำมาหาค่าระยะห่างระหว่างจุด  $d_{ij}, d_{ik}$  และ  $d_{jk}$  เพื่อตรวจสอบ  $G = \{1\}$  ได้ดังนี้

| $v_1, v_2, v_3$             | $v_1, v_2, v_4$             | $v_1, v_3, v_4$             | $v_2, v_3, v_4$             |
|-----------------------------|-----------------------------|-----------------------------|-----------------------------|
| $ 1 \leftrightarrow 2  = 1$ | $ 1 \leftrightarrow 2  = 1$ | $ 1 \leftrightarrow 3  = 2$ | $ 2 \leftrightarrow 3  = 1$ |
| $ 1 \leftrightarrow 3  = 2$ | $ 1 \leftrightarrow 4  = 1$ | $ 1 \leftrightarrow 4  = 1$ | $ 2 \leftrightarrow 4  = 2$ |
| $ 2 \leftrightarrow 3  = 1$ | $ 2 \leftrightarrow 4  = 2$ | $ 3 \leftrightarrow 4  = 1$ | $ 3 \leftrightarrow 4  = 1$ |

สุ่มเลือกจุดมา 3 จุด คือ  $v_i, v_j, v_k$  จาก 4 จุด และนำมาหาค่าระยะห่างระหว่างจุด  $d_{ij}, d_{ik}$  และ  $d_{jk}$  เพื่อตรวจสอบ  $\bar{G} = \{2\}$  ได้ดังนี้

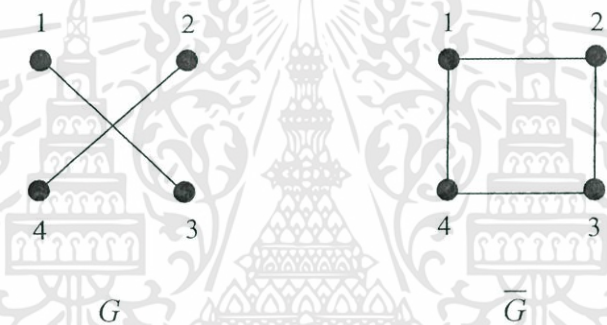
| $v_1, v_2, v_3$             | $v_1, v_2, v_4$             | $v_1, v_3, v_4$             | $v_2, v_3, v_4$             |
|-----------------------------|-----------------------------|-----------------------------|-----------------------------|
| $ 1 \leftrightarrow 2  = 1$ | $ 1 \leftrightarrow 2  = 1$ | $ 1 \leftrightarrow 3  = 2$ | $ 2 \leftrightarrow 3  = 1$ |
| $ 1 \leftrightarrow 3  = 2$ | $ 1 \leftrightarrow 4  = 1$ | $ 1 \leftrightarrow 4  = 1$ | $ 2 \leftrightarrow 4  = 2$ |
| $ 2 \leftrightarrow 3  = 1$ | $ 2 \leftrightarrow 4  = 2$ | $ 3 \leftrightarrow 4  = 1$ | $ 3 \leftrightarrow 4  = 1$ |

จากผลที่ได้ ระยะห่างแต่ละจุด ไม่อยู่ในเซต ของ  $G = \{1\}, \bar{G} = \{2\}$  จึงสามารถนำมาวาดรูปได้



รูปที่ 3.2 กราฟ  $G$  ที่มีระยะห่างระหว่างจุดเท่ากับ  $\{1\}$   
 กราฟ  $\bar{G}$  ที่มีระยะห่างระหว่างจุดเท่ากับ  $\{2\}$

กรณีที่ 2  $G = \{2\}, \bar{G} = \{1\}$



รูปที่ 3.3 กราฟ  $G$  ที่มีระยะห่างระหว่างจุดเท่ากับ  $\{2\}$   
 กราฟ  $\bar{G}$  ที่มีระยะห่างระหว่างจุดเท่ากับ  $\{1\}$

$n$  เท่ากับ  $4+1=5$  จุด



รูปที่ 3.4 ตำแหน่งของรูปที่มี 5 จุด

เท่ากับ  $\lfloor 5/2 \rfloor$  เท่ากับ 2 เซต คือ  $\{1\}, \{2\}$  แบ่งเป็น 2 กราฟจะได้เป็น 2 กรณี

กรณีที่ 1  $G = \{1\}, \bar{G} = \{2\}$

กรณีที่ 2  $G = \{2\}, \bar{G} = \{1\}$

โดยจะพิจารณาทีละกรณี

กรณีที่ 1  $G = \{1\}, \bar{G} = \{2\}$

สุ่มเลือกจุดมา 3 จุด คือ  $v_i, v_j, v_k$  จาก 5 จุด นำมาหาค่าระยะห่างระหว่างจุด  $d_{ij}, d_{ik}$  และ  $d_{jk}$  เพื่อตรวจสอบ  $G = \{1\}$  ได้ดังนี้

| $v_1, v_2, v_3$             | $v_1, v_2, v_4$             | $v_1, v_2, v_5$             | $v_1, v_3, v_4$             | $v_1, v_3, v_5$             |
|-----------------------------|-----------------------------|-----------------------------|-----------------------------|-----------------------------|
| $ 1 \leftrightarrow 2  = 1$ | $ 1 \leftrightarrow 2  = 1$ | $ 1 \leftrightarrow 2  = 1$ | $ 1 \leftrightarrow 3  = 2$ | $ 1 \leftrightarrow 3  = 2$ |
| $ 1 \leftrightarrow 3  = 2$ | $ 1 \leftrightarrow 4  = 2$ | $ 1 \leftrightarrow 5  = 1$ | $ 1 \leftrightarrow 4  = 2$ | $ 1 \leftrightarrow 5  = 1$ |
| $ 2 \leftrightarrow 3  = 1$ | $ 2 \leftrightarrow 4  = 2$ | $ 2 \leftrightarrow 5  = 2$ | $ 3 \leftrightarrow 4  = 1$ | $ 3 \leftrightarrow 5  = 2$ |

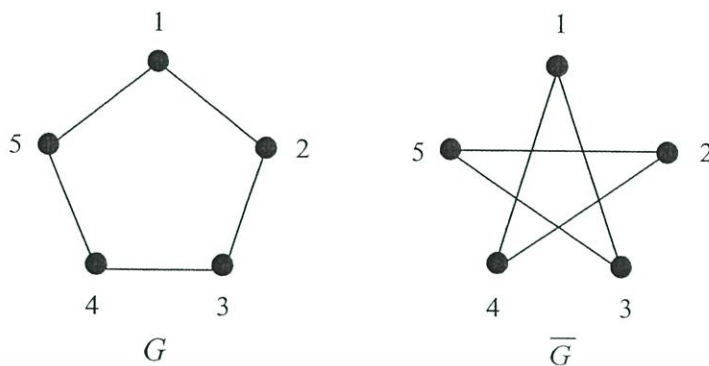
| $v_1, v_4, v_5$             | $v_2, v_3, v_4$             | $v_2, v_3, v_5$             | $v_2, v_4, v_5$             | $v_3, v_4, v_5$             |
|-----------------------------|-----------------------------|-----------------------------|-----------------------------|-----------------------------|
| $ 1 \leftrightarrow 4  = 2$ | $ 2 \leftrightarrow 3  = 1$ | $ 2 \leftrightarrow 3  = 1$ | $ 2 \leftrightarrow 4  = 2$ | $ 3 \leftrightarrow 4  = 1$ |
| $ 1 \leftrightarrow 5  = 1$ | $ 2 \leftrightarrow 4  = 2$ | $ 2 \leftrightarrow 5  = 2$ | $ 2 \leftrightarrow 5  = 2$ | $ 3 \leftrightarrow 5  = 2$ |
| $ 4 \leftrightarrow 5  = 1$ | $ 3 \leftrightarrow 4  = 1$ | $ 3 \leftrightarrow 5  = 2$ | $ 4 \leftrightarrow 5  = 1$ | $ 4 \leftrightarrow 5  = 1$ |

สุ่มเลือกจุดมา 3 จุด คือ  $v_i, v_j, v_k$  จาก 5 จุด นำมาหาค่าระยะห่างระหว่างจุด  $d_{ij}, d_{ik}$  และ  $d_{jk}$  เพื่อตรวจสอบ  $\bar{G} = \{2\}$  ได้ดังนี้

| $v_1, v_2, v_3$             | $v_1, v_2, v_4$             | $v_1, v_2, v_5$             | $v_1, v_3, v_4$             | $v_1, v_3, v_5$             |
|-----------------------------|-----------------------------|-----------------------------|-----------------------------|-----------------------------|
| $ 1 \leftrightarrow 2  = 1$ | $ 1 \leftrightarrow 2  = 1$ | $ 1 \leftrightarrow 2  = 1$ | $ 1 \leftrightarrow 3  = 2$ | $ 1 \leftrightarrow 3  = 2$ |
| $ 1 \leftrightarrow 3  = 2$ | $ 1 \leftrightarrow 4  = 2$ | $ 1 \leftrightarrow 5  = 1$ | $ 1 \leftrightarrow 4  = 2$ | $ 1 \leftrightarrow 5  = 1$ |
| $ 2 \leftrightarrow 3  = 1$ | $ 2 \leftrightarrow 4  = 2$ | $ 2 \leftrightarrow 5  = 2$ | $ 3 \leftrightarrow 4  = 1$ | $ 3 \leftrightarrow 5  = 2$ |

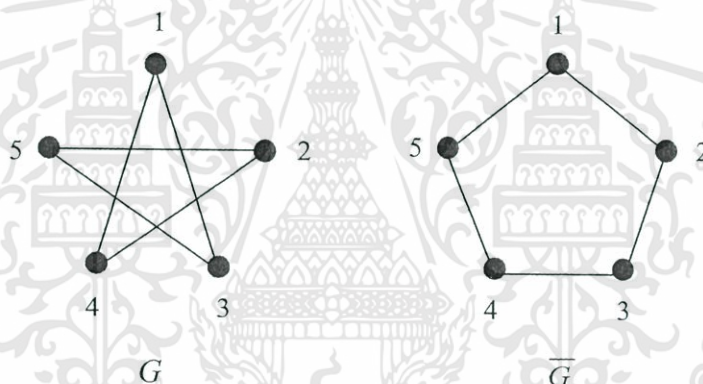
| $v_1, v_4, v_5$             | $v_2, v_3, v_4$             | $v_2, v_3, v_5$             | $v_2, v_4, v_5$             | $v_3, v_4, v_5$             |
|-----------------------------|-----------------------------|-----------------------------|-----------------------------|-----------------------------|
| $ 1 \leftrightarrow 4  = 2$ | $ 2 \leftrightarrow 3  = 1$ | $ 2 \leftrightarrow 3  = 1$ | $ 2 \leftrightarrow 4  = 2$ | $ 3 \leftrightarrow 4  = 1$ |
| $ 1 \leftrightarrow 5  = 1$ | $ 2 \leftrightarrow 4  = 2$ | $ 2 \leftrightarrow 5  = 2$ | $ 2 \leftrightarrow 5  = 2$ | $ 3 \leftrightarrow 5  = 2$ |
| $ 4 \leftrightarrow 5  = 1$ | $ 3 \leftrightarrow 4  = 1$ | $ 3 \leftrightarrow 5  = 2$ | $ 4 \leftrightarrow 5  = 1$ | $ 4 \leftrightarrow 5  = 1$ |

จากผลที่ได้ ระยะห่างแต่ละจุด ไม่อยู่ในเซตของ  $G = \{1\}, \bar{G} = \{2\}$  จึงสามารถนำมาวาดรูปได้



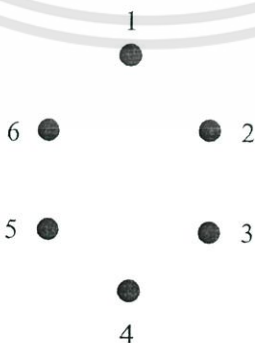
รูปที่ 3.5 กราฟ  $G$  ที่มีระยะห่างระหว่างจุดเท่ากับ  $\{1\}$   
 กราฟ  $\bar{G}$  ที่มีระยะห่างระหว่างจุดเท่ากับ  $\{2\}$

กรณีที่ 2  $G=\{2\}, \bar{G}=\{1\}$



รูปที่ 3.6 กราฟ  $G$  ที่มีระยะห่างระหว่างจุดเท่ากับ  $\{2\}$   
 กราฟ  $\bar{G}$  ที่มีระยะห่างระหว่างจุดเท่ากับ  $\{1\}$

$n$  เท่ากับ  $5+1=6$  จุด



รูปที่ 3.7 ตำแหน่งของรูปที่มี 6 จุด

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
 ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

เท่ากับ  $\lfloor 6/2 \rfloor$  เท่ากับ 3 เซต คือ  $\{1\}, \{2\}, \{3\}$  แบ่งเป็น 2 กราฟจะได้เป็น 3 กรณี

กรณีที่ 1  $G = \{1\}, \bar{G} = \{2, 3\}$

กรณีที่ 2  $G = \{2\}, \bar{G} = \{1, 3\}$

กรณีที่ 3  $G = \{3\}, \bar{G} = \{1, 2\}$

โดยจะพิจารณาทีละกรณี

กรณีที่ 1  $G = \{1\}, \bar{G} = \{2, 3\}$

สุ่มเลือกจุดมา 3 จุด คือ  $v_i, v_j, v_k$  จาก 6 จุด นำมาหาค่าระยะห่างระหว่างจุด  $d_{ij}, d_{ik}$  และ  $d_{jk}$  ได้ดังนี้

|                             |                             |                             |                             |                             |
|-----------------------------|-----------------------------|-----------------------------|-----------------------------|-----------------------------|
| $v_1, v_2, v_3$             | $v_1, v_2, v_4$             | $v_1, v_2, v_5$             | $v_1, v_2, v_6$             | $v_1, v_3, v_4$             |
| $ 1 \leftrightarrow 2  = 1$ | $ 1 \leftrightarrow 2  = 1$ | $ 1 \leftrightarrow 2  = 1$ | $ 1 \leftrightarrow 2  = 1$ | $ 1 \leftrightarrow 3  = 2$ |
| $ 1 \leftrightarrow 3  = 2$ | $ 1 \leftrightarrow 4  = 2$ | $ 1 \leftrightarrow 5  = 2$ | $ 1 \leftrightarrow 6  = 1$ | $ 1 \leftrightarrow 4  = 3$ |
| $ 2 \leftrightarrow 3  = 1$ | $ 2 \leftrightarrow 4  = 2$ | $ 2 \leftrightarrow 5  = 3$ | $ 2 \leftrightarrow 6  = 2$ | $ 3 \leftrightarrow 4  = 1$ |
| $v_1, v_3, v_5$             | $v_1, v_3, v_6$             | $v_1, v_4, v_5$             | $v_1, v_4, v_6$             | $v_1, v_5, v_6$             |
| $ 1 \leftrightarrow 3  = 2$ | $ 1 \leftrightarrow 3  = 2$ | $ 1 \leftrightarrow 4  = 3$ | $ 1 \leftrightarrow 4  = 2$ | $ 1 \leftrightarrow 5  = 2$ |
| $ 1 \leftrightarrow 5  = 2$ | $ 1 \leftrightarrow 6  = 1$ | $ 1 \leftrightarrow 5  = 2$ | $ 1 \leftrightarrow 6  = 1$ | $ 1 \leftrightarrow 6  = 1$ |
| $ 3 \leftrightarrow 5  = 2$ | $ 3 \leftrightarrow 6  = 3$ | $ 4 \leftrightarrow 5  = 1$ | $ 4 \leftrightarrow 6  = 2$ | $ 5 \leftrightarrow 6  = 1$ |
| $v_2, v_3, v_4$             | $v_2, v_3, v_5$             | $v_2, v_3, v_6$             | $v_2, v_4, v_5$             | $v_2, v_4, v_6$             |
| $ 2 \leftrightarrow 3  = 1$ | $ 2 \leftrightarrow 3  = 1$ | $ 2 \leftrightarrow 3  = 1$ | $ 2 \leftrightarrow 4  = 2$ | $ 2 \leftrightarrow 4  = 2$ |
| $ 2 \leftrightarrow 4  = 2$ | $ 2 \leftrightarrow 5  = 3$ | $ 2 \leftrightarrow 6  = 2$ | $ 2 \leftrightarrow 5  = 3$ | $ 2 \leftrightarrow 6  = 2$ |
| $ 3 \leftrightarrow 4  = 1$ | $ 3 \leftrightarrow 5  = 2$ | $ 3 \leftrightarrow 6  = 3$ | $ 4 \leftrightarrow 5  = 1$ | $ 4 \leftrightarrow 6  = 2$ |
| $v_2, v_5, v_6$             | $v_3, v_4, v_5$             | $v_3, v_4, v_6$             | $v_3, v_5, v_6$             | $v_4, v_5, v_6$             |
| $ 2 \leftrightarrow 5  = 3$ | $ 3 \leftrightarrow 4  = 1$ | $ 3 \leftrightarrow 4  = 1$ | $ 3 \leftrightarrow 5  = 2$ | $ 4 \leftrightarrow 5  = 1$ |
| $ 2 \leftrightarrow 6  = 2$ | $ 3 \leftrightarrow 5  = 2$ | $ 3 \leftrightarrow 6  = 3$ | $ 3 \leftrightarrow 6  = 3$ | $ 4 \leftrightarrow 6  = 2$ |
| $ 5 \leftrightarrow 6  = 1$ | $ 4 \leftrightarrow 5  = 1$ | $ 4 \leftrightarrow 6  = 2$ | $ 5 \leftrightarrow 6  = 1$ | $ 5 \leftrightarrow 6  = 1$ |

กรณีที่แสดงสีทึบในช่องสี่เหลี่ยมแสดงถึงจุดที่ทำให้ไม่สามารถนำไปวาดรูปได้ เนื่องจากเกิดกราฟแบบบริบูรณ์ของ  $K_3$  ในกรณีของเซต  $\bar{G} = \{2, 3\}$

กรณีที่ 2  $G = \{2\}, \bar{G} = \{1, 3\}$

สุ่มเลือกจุดมา 3 จุด คือ  $v_i, v_j, v_k$  จาก 6 จุด นำมาหาค่าระยะห่างระหว่างจุด  $d_{ij}$ ,  $d_{ik}$  และ  $d_{jk}$  ได้ดังนี้

| $v_1, v_2, v_3$             | $v_1, v_2, v_4$             | $v_1, v_2, v_5$             | $v_1, v_2, v_6$             | $v_1, v_3, v_4$             |
|-----------------------------|-----------------------------|-----------------------------|-----------------------------|-----------------------------|
| $ 1 \leftrightarrow 2  = 1$ | $ 1 \leftrightarrow 2  = 1$ | $ 1 \leftrightarrow 2  = 1$ | $ 1 \leftrightarrow 2  = 1$ | $ 1 \leftrightarrow 3  = 2$ |
| $ 1 \leftrightarrow 3  = 2$ | $ 1 \leftrightarrow 4  = 2$ | $ 1 \leftrightarrow 5  = 2$ | $ 1 \leftrightarrow 6  = 1$ | $ 1 \leftrightarrow 4  = 3$ |
| $ 2 \leftrightarrow 3  = 1$ | $ 2 \leftrightarrow 4  = 2$ | $ 2 \leftrightarrow 5  = 3$ | $ 2 \leftrightarrow 6  = 2$ | $ 3 \leftrightarrow 4  = 1$ |

| $v_1, v_3, v_5$             | $v_1, v_3, v_6$             | $v_1, v_4, v_5$             | $v_1, v_4, v_6$             | $v_1, v_5, v_6$             |
|-----------------------------|-----------------------------|-----------------------------|-----------------------------|-----------------------------|
| $ 1 \leftrightarrow 3  = 2$ | $ 1 \leftrightarrow 3  = 2$ | $ 1 \leftrightarrow 4  = 3$ | $ 1 \leftrightarrow 4  = 2$ | $ 1 \leftrightarrow 5  = 2$ |
| $ 1 \leftrightarrow 5  = 2$ | $ 1 \leftrightarrow 6  = 1$ | $ 1 \leftrightarrow 5  = 2$ | $ 1 \leftrightarrow 6  = 1$ | $ 1 \leftrightarrow 6  = 1$ |
| $ 3 \leftrightarrow 5  = 2$ | $ 3 \leftrightarrow 6  = 3$ | $ 4 \leftrightarrow 5  = 1$ | $ 4 \leftrightarrow 6  = 2$ | $ 5 \leftrightarrow 6  = 1$ |

| $v_2, v_3, v_4$             | $v_2, v_3, v_5$             | $v_2, v_3, v_6$             | $v_2, v_4, v_5$             | $v_2, v_4, v_6$             |
|-----------------------------|-----------------------------|-----------------------------|-----------------------------|-----------------------------|
| $ 2 \leftrightarrow 3  = 1$ | $ 2 \leftrightarrow 3  = 1$ | $ 2 \leftrightarrow 3  = 1$ | $ 2 \leftrightarrow 4  = 2$ | $ 2 \leftrightarrow 4  = 2$ |
| $ 2 \leftrightarrow 4  = 2$ | $ 2 \leftrightarrow 5  = 2$ | $ 2 \leftrightarrow 6  = 2$ | $ 2 \leftrightarrow 5  = 3$ | $ 2 \leftrightarrow 6  = 2$ |
| $ 3 \leftrightarrow 4  = 1$ | $ 3 \leftrightarrow 5  = 2$ | $ 3 \leftrightarrow 6  = 3$ | $ 4 \leftrightarrow 5  = 1$ | $ 4 \leftrightarrow 6  = 2$ |

| $v_2, v_5, v_6$             | $v_3, v_4, v_5$             | $v_3, v_4, v_6$             | $v_3, v_5, v_6$             | $v_4, v_5, v_6$             |
|-----------------------------|-----------------------------|-----------------------------|-----------------------------|-----------------------------|
| $ 2 \leftrightarrow 5  = 3$ | $ 3 \leftrightarrow 4  = 1$ | $ 3 \leftrightarrow 4  = 1$ | $ 3 \leftrightarrow 5  = 2$ | $ 4 \leftrightarrow 5  = 1$ |
| $ 2 \leftrightarrow 6  = 2$ | $ 3 \leftrightarrow 5  = 2$ | $ 3 \leftrightarrow 6  = 3$ | $ 3 \leftrightarrow 6  = 3$ | $ 4 \leftrightarrow 6  = 2$ |
| $ 5 \leftrightarrow 6  = 1$ | $ 4 \leftrightarrow 5  = 1$ | $ 4 \leftrightarrow 6  = 2$ | $ 5 \leftrightarrow 6  = 1$ | $ 5 \leftrightarrow 6  = 1$ |

กรณีที่แสดงสีทึบในช่องสี่เหลี่ยม แสดงถึงจุดที่ทำให้ไม่สามารถนำไปวาดรูปได้ เนื่องจากเกิดกราฟแบบบริบูรณ์ของ  $K_3$  ในกรณีของเซต  $G = \{2\}$

กรณีที 3  $G = \{3\}, \bar{G} = \{1, 2\}$

สุ่มเลือกจุดมา 3 จุด คือ  $v_i, v_j, v_k$  จาก 6 จุด นำมาหาค่าระยะห่างระหว่างจุด  $d_i, d_j, d_k$  ได้ดังนี้

| $v_1, v_2, v_3$             | $v_1, v_2, v_4$             | $v_1, v_2, v_5$             | $v_1, v_2, v_6$             | $v_1, v_3, v_4$             |
|-----------------------------|-----------------------------|-----------------------------|-----------------------------|-----------------------------|
| $ 1 \leftrightarrow 2  = 1$ | $ 1 \leftrightarrow 2  = 1$ | $ 1 \leftrightarrow 2  = 1$ | $ 1 \leftrightarrow 2  = 1$ | $ 1 \leftrightarrow 3  = 2$ |
| $ 1 \leftrightarrow 3  = 2$ | $ 1 \leftrightarrow 4  = 2$ | $ 1 \leftrightarrow 5  = 2$ | $ 1 \leftrightarrow 6  = 1$ | $ 1 \leftrightarrow 4  = 3$ |
| $ 2 \leftrightarrow 3  = 1$ | $ 2 \leftrightarrow 4  = 2$ | $ 2 \leftrightarrow 5  = 3$ | $ 2 \leftrightarrow 6  = 2$ | $ 3 \leftrightarrow 4  = 1$ |

| $v_1, v_3, v_5$             | $v_1, v_3, v_6$             | $v_1, v_4, v_5$             | $v_1, v_4, v_6$             | $v_1, v_5, v_6$             |
|-----------------------------|-----------------------------|-----------------------------|-----------------------------|-----------------------------|
| $ 1 \leftrightarrow 3  = 2$ | $ 1 \leftrightarrow 3  = 2$ | $ 1 \leftrightarrow 4  = 3$ | $ 1 \leftrightarrow 4  = 2$ | $ 1 \leftrightarrow 5  = 2$ |
| $ 1 \leftrightarrow 5  = 2$ | $ 1 \leftrightarrow 6  = 1$ | $ 1 \leftrightarrow 5  = 2$ | $ 1 \leftrightarrow 6  = 1$ | $ 1 \leftrightarrow 6  = 1$ |
| $ 3 \leftrightarrow 5  = 2$ | $ 3 \leftrightarrow 6  = 3$ | $ 4 \leftrightarrow 5  = 1$ | $ 4 \leftrightarrow 6  = 2$ | $ 5 \leftrightarrow 6  = 1$ |

| $v_2, v_3, v_4$             | $v_2, v_3, v_5$             | $v_2, v_3, v_6$             | $v_2, v_4, v_5$             | $v_2, v_4, v_6$             |
|-----------------------------|-----------------------------|-----------------------------|-----------------------------|-----------------------------|
| $ 2 \leftrightarrow 3  = 1$ | $ 2 \leftrightarrow 3  = 1$ | $ 2 \leftrightarrow 3  = 1$ | $ 2 \leftrightarrow 4  = 2$ | $ 2 \leftrightarrow 4  = 2$ |
| $ 2 \leftrightarrow 4  = 2$ | $ 2 \leftrightarrow 5  = 2$ | $ 2 \leftrightarrow 6  = 2$ | $ 2 \leftrightarrow 5  = 3$ | $ 2 \leftrightarrow 6  = 2$ |
| $ 3 \leftrightarrow 4  = 1$ | $ 3 \leftrightarrow 5  = 2$ | $ 3 \leftrightarrow 6  = 3$ | $ 4 \leftrightarrow 5  = 1$ | $ 4 \leftrightarrow 6  = 2$ |

| $v_2, v_5, v_6$             | $v_3, v_4, v_5$             | $v_3, v_4, v_6$             | $v_3, v_5, v_6$             | $v_4, v_5, v_6$             |
|-----------------------------|-----------------------------|-----------------------------|-----------------------------|-----------------------------|
| $ 2 \leftrightarrow 5  = 3$ | $ 3 \leftrightarrow 4  = 1$ | $ 3 \leftrightarrow 4  = 1$ | $ 3 \leftrightarrow 5  = 2$ | $ 4 \leftrightarrow 5  = 1$ |
| $ 2 \leftrightarrow 6  = 2$ | $ 3 \leftrightarrow 5  = 2$ | $ 3 \leftrightarrow 6  = 3$ | $ 3 \leftrightarrow 6  = 3$ | $ 4 \leftrightarrow 6  = 2$ |
| $ 5 \leftrightarrow 6  = 1$ | $ 4 \leftrightarrow 5  = 1$ | $ 4 \leftrightarrow 6  = 2$ | $ 5 \leftrightarrow 6  = 1$ | $ 5 \leftrightarrow 6  = 1$ |

กรณีที่แสดงสีทึบในช่องสี่เหลี่ยม แสดงถึงจุดที่ทำให้ไม่สามารถนำไปวาดรูปได้ เนื่องจากเกิดกราฟแบบบริบูรณ์ของ  $K_3$  ในกรณีของเซต  $\bar{G} = \{1, 2\}$

จากผลที่ได้ระยะห่างแต่ละจุดอยู่ในเซตของ  $G = \{1\}, \bar{G} = \{2, 3\}$   $G = \{2\}, \bar{G} = \{1, 3\}$  และ  $G = \{3\}, \bar{G} = \{1, 2\}$  จึงไม่สามารถนำมาวาดกราฟได้เนื่องจากเกิดกราฟแบบบริบูรณ์ของ  $K_3$  เราจะตอบคำตอบล่าสุดที่สามารถวาดกราฟได้ นั่นคือ 5 จุด ดังนั้นขอบเขตล่างของจำนวนแรมเซย์จะเท่ากับ 5

หา  $R(3,4)$  เริ่มที่  $t+1$  จุด

$n$  เท่ากับ  $4+1=5$  จุด

ในกรณีของ  $R(3,4)$  เราจะตรวจสอบกราฟทีละกรณี

โดยกรณี กราฟ  $G$  เราจะตรวจสอบด้วยการสุ่มมา  $s$  จุดจาก  $n$  จุด

กราฟ  $\bar{G}$  เราจะตรวจสอบด้วยการสุ่มมา  $t$  จุดจาก  $n$  จุด



รูปที่ 3.8 ตำแหน่งของรูปที่มี 5 จุด

เท่ากับ  $\lfloor 5/2 \rfloor$  เท่ากับ 2 เซต คือ  $\{1\}, \{2\}$  แบ่งเป็น 2 กราฟจะได้เป็น 2 กรณี

กรณีที่ 1  $G = \{1\}, \bar{G} = \{2\}$

กรณีที่ 2  $G = \{2\}, \bar{G} = \{1\}$

โดยพิจารณาทีละกรณี

กรณีที่ 1  $G = \{1\}, \bar{G} = \{2\}$

สุ่มเลือกจุดมา 3 จุด คือ  $v_i, v_j, v_k$  จาก 5 จุด นำมาหาค่าระยะห่างระหว่างจุด  $d_{ij}, d_{ik}$  และ  $d_{jk}$  เพื่อตรวจสอบ  $G = \{1\}$  ได้ดังนี้

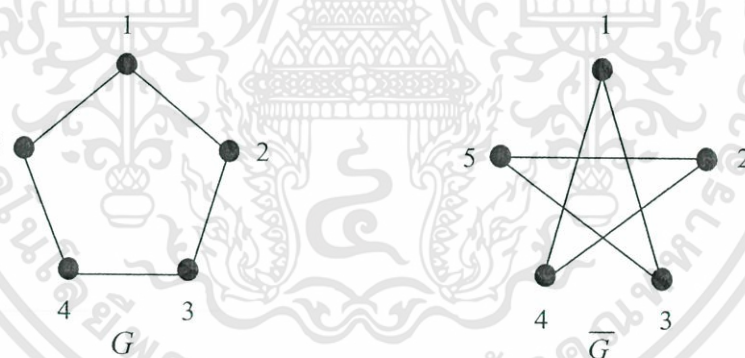
| $v_1, v_2, v_3$             | $v_1, v_2, v_4$             | $v_1, v_2, v_5$             | $v_1, v_3, v_4$             | $v_1, v_3, v_5$             |
|-----------------------------|-----------------------------|-----------------------------|-----------------------------|-----------------------------|
| $ 1 \leftrightarrow 2  = 1$ | $ 1 \leftrightarrow 2  = 1$ | $ 1 \leftrightarrow 2  = 1$ | $ 1 \leftrightarrow 3  = 2$ | $ 1 \leftrightarrow 3  = 2$ |
| $ 1 \leftrightarrow 3  = 2$ | $ 1 \leftrightarrow 4  = 2$ | $ 1 \leftrightarrow 5  = 1$ | $ 1 \leftrightarrow 4  = 2$ | $ 1 \leftrightarrow 5  = 1$ |
| $ 2 \leftrightarrow 3  = 1$ | $ 2 \leftrightarrow 4  = 2$ | $ 2 \leftrightarrow 5  = 2$ | $ 3 \leftrightarrow 4  = 1$ | $ 3 \leftrightarrow 5  = 2$ |

| $v_1, v_4, v_5$             | $v_2, v_3, v_4$             | $v_2, v_3, v_5$             | $v_2, v_4, v_5$             | $v_3, v_4, v_5$             |
|-----------------------------|-----------------------------|-----------------------------|-----------------------------|-----------------------------|
| $ 1 \leftrightarrow 4  = 2$ | $ 2 \leftrightarrow 3  = 1$ | $ 2 \leftrightarrow 3  = 1$ | $ 2 \leftrightarrow 4  = 2$ | $ 3 \leftrightarrow 4  = 1$ |
| $ 1 \leftrightarrow 5  = 1$ | $ 2 \leftrightarrow 4  = 2$ | $ 2 \leftrightarrow 5  = 2$ | $ 2 \leftrightarrow 5  = 2$ | $ 3 \leftrightarrow 5  = 2$ |
| $ 4 \leftrightarrow 5  = 1$ | $ 3 \leftrightarrow 4  = 1$ | $ 3 \leftrightarrow 5  = 2$ | $ 4 \leftrightarrow 5  = 1$ | $ 4 \leftrightarrow 5  = 1$ |

สุ่มเลือกจุดมา 4 จุด คือ  $v_i, v_j, v_k, v_l$  จาก 5 จุด นำมาหาค่าระยะห่างระหว่างจุด  $d_{ij}, d_{ik}, d_{il}, d_{jk}, d_{jl}$  และ  $d_{kl}$  เพื่อตรวจสอบ  $\bar{G} = \{2\}$  ได้ดังนี้

| $v_1, v_2, v_3, v_4$        | $v_1, v_2, v_3, v_5$        | $v_1, v_2, v_4, v_5$        | $v_1, v_3, v_4, v_5$        | $v_2, v_3, v_4, v_5$        |
|-----------------------------|-----------------------------|-----------------------------|-----------------------------|-----------------------------|
| $ 1 \leftrightarrow 2  = 1$ | $ 1 \leftrightarrow 2  = 1$ | $ 1 \leftrightarrow 2  = 1$ | $ 1 \leftrightarrow 3  = 2$ | $ 2 \leftrightarrow 3  = 1$ |
| $ 1 \leftrightarrow 3  = 2$ | $ 1 \leftrightarrow 3  = 2$ | $ 1 \leftrightarrow 4  = 2$ | $ 1 \leftrightarrow 4  = 2$ | $ 2 \leftrightarrow 4  = 2$ |
| $ 1 \leftrightarrow 4  = 2$ | $ 1 \leftrightarrow 5  = 1$ | $ 1 \leftrightarrow 5  = 1$ | $ 1 \leftrightarrow 5  = 1$ | $ 2 \leftrightarrow 5  = 2$ |
| $ 2 \leftrightarrow 3  = 1$ | $ 2 \leftrightarrow 3  = 1$ | $ 2 \leftrightarrow 4  = 2$ | $ 3 \leftrightarrow 4  = 1$ | $ 3 \leftrightarrow 4  = 1$ |
| $ 2 \leftrightarrow 4  = 2$ | $ 2 \leftrightarrow 5  = 2$ | $ 2 \leftrightarrow 5  = 2$ | $ 3 \leftrightarrow 5  = 2$ | $ 3 \leftrightarrow 5  = 2$ |
| $ 3 \leftrightarrow 4  = 1$ | $ 3 \leftrightarrow 5  = 2$ | $ 4 \leftrightarrow 5  = 1$ | $ 4 \leftrightarrow 5  = 1$ | $ 4 \leftrightarrow 5  = 1$ |

จากผลที่ได้ ระยะห่างแต่ละจุด ไม่อยู่ในเซต ของ  $G = \{1\}, \bar{G} = \{2\}$  จึงสามารถนำมาวาดรูปได้



รูปที่ 3.9 กราฟ  $G$  ที่มีระยะห่างระหว่างจุดเท่ากับ  $\{1\}$

กราฟ  $\bar{G}$  ที่มีระยะห่างระหว่างจุดเท่ากับ  $\{2\}$

กรณีที่ 2  $G = \{2\}, \bar{G} = \{1\}$

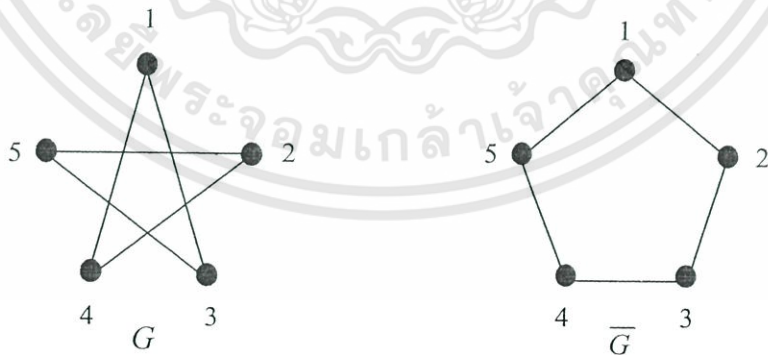
สุ่มเลือกจุดมา 3 จุด คือ  $v_i, v_j, v_k$  จาก 5 จุด นำมาหาค่าระยะห่างระหว่างจุด  $d_{ij}, d_{ik}$  และ  $d_{jk}$  เพื่อตรวจสอบ  $G = \{2\}$  ได้ดังนี้

|                             |                             |                             |                             |                             |
|-----------------------------|-----------------------------|-----------------------------|-----------------------------|-----------------------------|
| $v_1, v_2, v_3$             | $v_1, v_2, v_4$             | $v_1, v_2, v_5$             | $v_1, v_3, v_4$             | $v_1, v_3, v_5$             |
| $ 1 \leftrightarrow 2  = 1$ | $ 1 \leftrightarrow 2  = 1$ | $ 1 \leftrightarrow 2  = 1$ | $ 1 \leftrightarrow 3  = 2$ | $ 1 \leftrightarrow 3  = 2$ |
| $ 1 \leftrightarrow 3  = 2$ | $ 1 \leftrightarrow 4  = 2$ | $ 1 \leftrightarrow 5  = 1$ | $ 1 \leftrightarrow 4  = 2$ | $ 1 \leftrightarrow 5  = 1$ |
| $ 2 \leftrightarrow 3  = 1$ | $ 2 \leftrightarrow 4  = 2$ | $ 2 \leftrightarrow 5  = 2$ | $ 3 \leftrightarrow 4  = 1$ | $ 3 \leftrightarrow 5  = 2$ |
|                             |                             |                             |                             |                             |
| $v_1, v_4, v_5$             | $v_2, v_3, v_4$             | $v_2, v_3, v_5$             | $v_2, v_4, v_5$             | $v_3, v_4, v_5$             |
| $ 1 \leftrightarrow 4  = 2$ | $ 2 \leftrightarrow 3  = 1$ | $ 2 \leftrightarrow 3  = 1$ | $ 2 \leftrightarrow 4  = 2$ | $ 3 \leftrightarrow 4  = 1$ |
| $ 1 \leftrightarrow 5  = 1$ | $ 2 \leftrightarrow 4  = 2$ | $ 2 \leftrightarrow 5  = 2$ | $ 2 \leftrightarrow 5  = 2$ | $ 3 \leftrightarrow 5  = 2$ |
| $ 4 \leftrightarrow 5  = 1$ | $ 3 \leftrightarrow 4  = 1$ | $ 3 \leftrightarrow 5  = 2$ | $ 4 \leftrightarrow 5  = 1$ | $ 4 \leftrightarrow 5  = 1$ |

สุ่มเลือกจุดมา 4 จุด คือ  $v_i, v_j, v_k, v_l$  จาก 5 จุด นำมาหาค่าระยะห่างระหว่างจุด  $d_{ij}, d_{ik}, d_{il}, d_{jk}, d_{jl}$  และ  $d_{kl}$  เพื่อตรวจสอบ  $\bar{G} = \{1\}$  ได้ดังนี้

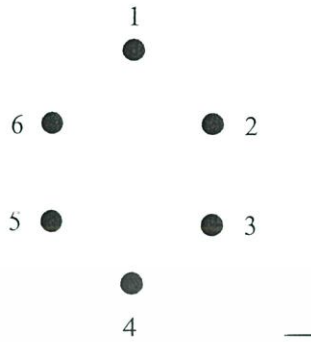
|                             |                             |                             |                             |                             |
|-----------------------------|-----------------------------|-----------------------------|-----------------------------|-----------------------------|
| $v_1, v_2, v_3, v_4$        | $v_1, v_2, v_3, v_5$        | $v_1, v_2, v_4, v_5$        | $v_1, v_3, v_4, v_5$        | $v_2, v_3, v_4, v_5$        |
| $ 1 \leftrightarrow 2  = 1$ | $ 1 \leftrightarrow 2  = 1$ | $ 1 \leftrightarrow 2  = 1$ | $ 1 \leftrightarrow 3  = 2$ | $ 2 \leftrightarrow 3  = 1$ |
| $ 1 \leftrightarrow 3  = 2$ | $ 1 \leftrightarrow 3  = 2$ | $ 1 \leftrightarrow 4  = 2$ | $ 1 \leftrightarrow 4  = 2$ | $ 2 \leftrightarrow 4  = 2$ |
| $ 1 \leftrightarrow 4  = 2$ | $ 1 \leftrightarrow 5  = 1$ | $ 1 \leftrightarrow 5  = 1$ | $ 1 \leftrightarrow 5  = 1$ | $ 2 \leftrightarrow 5  = 2$ |
| $ 2 \leftrightarrow 3  = 1$ | $ 2 \leftrightarrow 3  = 1$ | $ 2 \leftrightarrow 4  = 2$ | $ 3 \leftrightarrow 4  = 1$ | $ 3 \leftrightarrow 4  = 1$ |
| $ 2 \leftrightarrow 4  = 2$ | $ 2 \leftrightarrow 5  = 2$ | $ 2 \leftrightarrow 5  = 2$ | $ 3 \leftrightarrow 5  = 2$ | $ 3 \leftrightarrow 5  = 2$ |
| $ 3 \leftrightarrow 4  = 1$ | $ 3 \leftrightarrow 5  = 2$ | $ 4 \leftrightarrow 5  = 1$ | $ 4 \leftrightarrow 5  = 1$ | $ 4 \leftrightarrow 5  = 1$ |

จากผลที่ได้ ระยะห่างแต่ละจุด ไม่อยู่ในเซต ของ  $G = \{2\}, \bar{G} = \{1\}$  จึงสามารถนำมาวาดรูปได้



รูปที่ 3.10 กราฟ  $G$  ที่มีระยะห่างระหว่างจุดเท่ากับ  $\{2\}$   
 กราฟ  $\bar{G}$  ที่มีระยะห่างระหว่างจุดเท่ากับ  $\{1\}$

$n$  เท่ากับ  $5+1=6$  จุด



รูปที่ 3.11 ตำแหน่งของรูปที่มี 6 จุด

เท่ากับ  $\lfloor 6/2 \rfloor$  เท่ากับ 3 เซต คือ  $\{1\}, \{2\}, \{3\}$  แบ่งเป็น 2 กราฟจะได้เป็น 6 กรณี

|           |                                |           |                                |
|-----------|--------------------------------|-----------|--------------------------------|
| กรณีที่ 1 | $G = \{1\}, \bar{G} = \{2,3\}$ | กรณีที่ 4 | $G = \{1,2\}, \bar{G} = \{3\}$ |
| กรณีที่ 2 | $G = \{2\}, \bar{G} = \{1,3\}$ | กรณีที่ 5 | $G = \{1,3\}, \bar{G} = \{2\}$ |
| กรณีที่ 3 | $G = \{3\}, \bar{G} = \{1,2\}$ | กรณีที่ 6 | $G = \{2,3\}, \bar{G} = \{1\}$ |

โดยพิจารณาทีละกรณี

กรณีที่ 1  $G = \{1\}, \bar{G} = \{2,3\}$

สุ่มเลือกจุดมา 3 จุด คือ  $v_i, v_j, v_k$  จาก 6 จุด นำมาหาค่าระยะห่างระหว่างจุด  $d_{ij}, d_{ik}$  และ  $d_{jk}$  เพื่อตรวจสอบ  $G = \{1\}$  ได้ดังนี้

|                             |                             |                             |                             |                             |
|-----------------------------|-----------------------------|-----------------------------|-----------------------------|-----------------------------|
| $v_1, v_2, v_3$             | $v_1, v_2, v_4$             | $v_1, v_2, v_5$             | $v_1, v_2, v_6$             | $v_1, v_3, v_4$             |
| $ 1 \leftrightarrow 2  = 1$ | $ 1 \leftrightarrow 2  = 1$ | $ 1 \leftrightarrow 2  = 1$ | $ 1 \leftrightarrow 2  = 1$ | $ 1 \leftrightarrow 3  = 2$ |
| $ 1 \leftrightarrow 3  = 2$ | $ 1 \leftrightarrow 4  = 2$ | $ 1 \leftrightarrow 5  = 2$ | $ 1 \leftrightarrow 6  = 1$ | $ 1 \leftrightarrow 4  = 3$ |
| $ 2 \leftrightarrow 3  = 1$ | $ 2 \leftrightarrow 4  = 2$ | $ 2 \leftrightarrow 5  = 3$ | $ 2 \leftrightarrow 6  = 2$ | $ 3 \leftrightarrow 4  = 1$ |
| $v_1, v_3, v_5$             | $v_1, v_3, v_6$             | $v_1, v_4, v_5$             | $v_1, v_4, v_6$             | $v_1, v_5, v_6$             |
| $ 1 \leftrightarrow 3  = 2$ | $ 1 \leftrightarrow 3  = 2$ | $ 1 \leftrightarrow 4  = 3$ | $ 1 \leftrightarrow 4  = 2$ | $ 1 \leftrightarrow 5  = 2$ |
| $ 1 \leftrightarrow 5  = 2$ | $ 1 \leftrightarrow 6  = 1$ | $ 1 \leftrightarrow 5  = 2$ | $ 1 \leftrightarrow 6  = 1$ | $ 1 \leftrightarrow 6  = 1$ |
| $ 3 \leftrightarrow 5  = 2$ | $ 3 \leftrightarrow 6  = 3$ | $ 4 \leftrightarrow 5  = 1$ | $ 4 \leftrightarrow 6  = 2$ | $ 5 \leftrightarrow 6  = 1$ |

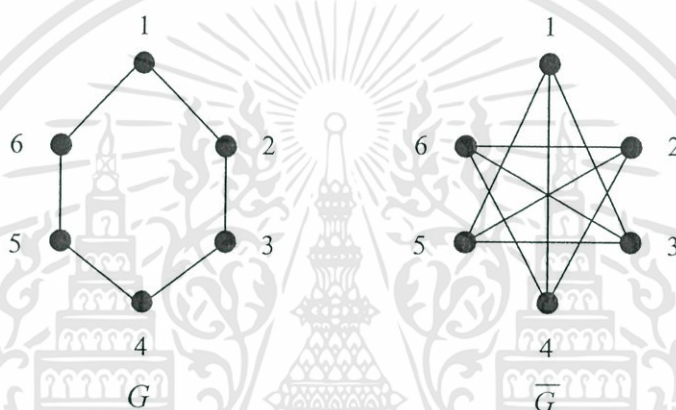
|                             |                             |                             |                             |                             |
|-----------------------------|-----------------------------|-----------------------------|-----------------------------|-----------------------------|
| $v_2, v_3, v_4$             | $v_2, v_3, v_5$             | $v_2, v_3, v_6$             | $v_2, v_4, v_5$             | $v_2, v_4, v_6$             |
| $ 2 \leftrightarrow 3  = 1$ | $ 2 \leftrightarrow 3  = 1$ | $ 2 \leftrightarrow 3  = 1$ | $ 2 \leftrightarrow 4  = 2$ | $ 2 \leftrightarrow 4  = 2$ |
| $ 2 \leftrightarrow 4  = 2$ | $ 2 \leftrightarrow 5  = 3$ | $ 2 \leftrightarrow 6  = 2$ | $ 2 \leftrightarrow 5  = 3$ | $ 2 \leftrightarrow 6  = 2$ |
| $ 3 \leftrightarrow 4  = 1$ | $ 3 \leftrightarrow 5  = 2$ | $ 3 \leftrightarrow 6  = 3$ | $ 4 \leftrightarrow 5  = 1$ | $ 4 \leftrightarrow 6  = 2$ |
|                             |                             |                             |                             |                             |
| $v_2, v_5, v_6$             | $v_3, v_4, v_5$             | $v_3, v_4, v_6$             | $v_3, v_5, v_6$             | $v_4, v_5, v_6$             |
| $ 2 \leftrightarrow 5  = 3$ | $ 3 \leftrightarrow 4  = 1$ | $ 3 \leftrightarrow 4  = 1$ | $ 3 \leftrightarrow 5  = 2$ | $ 4 \leftrightarrow 5  = 1$ |
| $ 2 \leftrightarrow 6  = 2$ | $ 3 \leftrightarrow 5  = 2$ | $ 3 \leftrightarrow 6  = 3$ | $ 3 \leftrightarrow 6  = 3$ | $ 4 \leftrightarrow 6  = 2$ |
| $ 5 \leftrightarrow 6  = 1$ | $ 4 \leftrightarrow 5  = 1$ | $ 4 \leftrightarrow 6  = 2$ | $ 5 \leftrightarrow 6  = 1$ | $ 5 \leftrightarrow 6  = 1$ |

สุ่มเลือกจุดมา 4 จุด คือ  $v_i, v_j, v_k, v_l$  จาก 6 จุด นำมาหาค่าระยะห่างระหว่างจุด จุด  $d_{ij}$   $d_{ik}$   $d_{il}$   $d_{jk}$   $d_{jl}$  และ  $d_{kl}$  เพื่อตรวจสอบ  $\bar{G} = \{2, 3\}$  ได้ดังนี้

|                             |                             |                             |                             |                             |
|-----------------------------|-----------------------------|-----------------------------|-----------------------------|-----------------------------|
| $v_1, v_2, v_3, v_4$        | $v_1, v_2, v_3, v_5$        | $v_1, v_2, v_3, v_6$        | $v_1, v_2, v_4, v_5$        | $v_1, v_2, v_4, v_6$        |
| $ 1 \leftrightarrow 2  = 1$ | $ 1 \leftrightarrow 2  = 1$ | $ 1 \leftrightarrow 2  = 1$ | $ 1 \leftrightarrow 2  = 1$ | $ 1 \leftrightarrow 2  = 1$ |
| $ 1 \leftrightarrow 3  = 2$ | $ 1 \leftrightarrow 3  = 2$ | $ 1 \leftrightarrow 3  = 2$ | $ 1 \leftrightarrow 4  = 3$ | $ 1 \leftrightarrow 4  = 3$ |
| $ 1 \leftrightarrow 4  = 3$ | $ 1 \leftrightarrow 5  = 2$ | $ 1 \leftrightarrow 6  = 1$ | $ 1 \leftrightarrow 5  = 2$ | $ 1 \leftrightarrow 6  = 1$ |
| $ 2 \leftrightarrow 3  = 1$ | $ 2 \leftrightarrow 3  = 1$ | $ 2 \leftrightarrow 3  = 1$ | $ 2 \leftrightarrow 4  = 2$ | $ 2 \leftrightarrow 4  = 2$ |
| $ 2 \leftrightarrow 4  = 2$ | $ 2 \leftrightarrow 5  = 3$ | $ 2 \leftrightarrow 6  = 2$ | $ 2 \leftrightarrow 5  = 3$ | $ 2 \leftrightarrow 6  = 2$ |
| $ 3 \leftrightarrow 4  = 1$ | $ 3 \leftrightarrow 5  = 2$ | $ 3 \leftrightarrow 6  = 3$ | $ 4 \leftrightarrow 5  = 1$ | $ 4 \leftrightarrow 6  = 2$ |
|                             |                             |                             |                             |                             |
| $v_1, v_2, v_5, v_6$        | $v_1, v_3, v_4, v_5$        | $v_1, v_3, v_4, v_6$        | $v_1, v_3, v_5, v_6$        | $v_1, v_4, v_5, v_6$        |
| $ 1 \leftrightarrow 2  = 1$ | $ 1 \leftrightarrow 3  = 2$ | $ 1 \leftrightarrow 3  = 2$ | $ 1 \leftrightarrow 3  = 2$ | $ 1 \leftrightarrow 4  = 3$ |
| $ 1 \leftrightarrow 5  = 2$ | $ 1 \leftrightarrow 4  = 3$ | $ 1 \leftrightarrow 4  = 3$ | $ 1 \leftrightarrow 5  = 2$ | $ 1 \leftrightarrow 5  = 2$ |
| $ 1 \leftrightarrow 6  = 1$ | $ 1 \leftrightarrow 5  = 2$ | $ 1 \leftrightarrow 6  = 1$ | $ 1 \leftrightarrow 6  = 1$ | $ 1 \leftrightarrow 6  = 1$ |
| $ 2 \leftrightarrow 5  = 3$ | $ 3 \leftrightarrow 4  = 1$ | $ 3 \leftrightarrow 4  = 1$ | $ 3 \leftrightarrow 5  = 2$ | $ 4 \leftrightarrow 5  = 1$ |
| $ 2 \leftrightarrow 6  = 2$ | $ 3 \leftrightarrow 5  = 2$ | $ 3 \leftrightarrow 6  = 3$ | $ 3 \leftrightarrow 6  = 3$ | $ 4 \leftrightarrow 6  = 2$ |
| $ 5 \leftrightarrow 6  = 1$ | $ 4 \leftrightarrow 5  = 1$ | $ 4 \leftrightarrow 6  = 2$ | $ 5 \leftrightarrow 6  = 1$ | $ 5 \leftrightarrow 6  = 1$ |

| $v_2, v_3, v_4, v_5$        | $v_2, v_3, v_4, v_6$        | $v_2, v_3, v_5, v_6$        | $v_2, v_4, v_5, v_6$        | $v_3, v_4, v_5, v_6$        |
|-----------------------------|-----------------------------|-----------------------------|-----------------------------|-----------------------------|
| $ 2 \leftrightarrow 3  = 1$ | $ 2 \leftrightarrow 3  = 1$ | $ 2 \leftrightarrow 3  = 1$ | $ 2 \leftrightarrow 4  = 2$ | $ 3 \leftrightarrow 4  = 1$ |
| $ 2 \leftrightarrow 4  = 2$ | $ 2 \leftrightarrow 4  = 2$ | $ 2 \leftrightarrow 5  = 3$ | $ 2 \leftrightarrow 5  = 3$ | $ 3 \leftrightarrow 5  = 2$ |
| $ 2 \leftrightarrow 5  = 3$ | $ 2 \leftrightarrow 6  = 2$ | $ 2 \leftrightarrow 6  = 2$ | $ 2 \leftrightarrow 6  = 2$ | $ 3 \leftrightarrow 6  = 3$ |
| $ 3 \leftrightarrow 4  = 1$ | $ 3 \leftrightarrow 4  = 1$ | $ 3 \leftrightarrow 5  = 2$ | $ 4 \leftrightarrow 5  = 1$ | $ 4 \leftrightarrow 5  = 1$ |
| $ 3 \leftrightarrow 5  = 2$ | $ 3 \leftrightarrow 6  = 3$ | $ 3 \leftrightarrow 6  = 3$ | $ 4 \leftrightarrow 6  = 2$ | $ 4 \leftrightarrow 6  = 2$ |
| $ 4 \leftrightarrow 5  = 1$ | $ 4 \leftrightarrow 6  = 2$ | $ 5 \leftrightarrow 6  = 1$ | $ 5 \leftrightarrow 6  = 1$ | $ 5 \leftrightarrow 6  = 1$ |

จากผลที่ได้ ระยะห่างแต่ละจุด ไม่อยู่ในเซต ของ  $\{1\}, \{2,3\}$  จึงสามารถนำมาวาดรูปได้



รูปที่ 3.12 กราฟ  $G$  ที่มีระยะห่างระหว่างจุดเท่ากับ  $\{1\}$   
กราฟ  $\bar{G}$  ที่มีระยะห่างระหว่างจุดเท่ากับ  $\{2,3\}$

กรณีที่ 2  $G = \{2\}, \bar{G} = \{1,3\}$

สุ่มเลือกจุดมา 3 จุด คือ  $v_i, v_j, v_k$  จาก 6 จุด นำมาหาค่าระยะห่างระหว่างจุด  $d_{ij}, d_{ik}$  และ  $d_{jk}$  เพื่อตรวจสอบ  $G = \{2\}$  ได้ดังนี้

| $v_1, v_2, v_3$             | $v_1, v_2, v_4$             | $v_1, v_2, v_5$             | $v_1, v_2, v_6$             | $v_1, v_3, v_4$             |
|-----------------------------|-----------------------------|-----------------------------|-----------------------------|-----------------------------|
| $ 1 \leftrightarrow 2  = 1$ | $ 1 \leftrightarrow 2  = 1$ | $ 1 \leftrightarrow 2  = 1$ | $ 1 \leftrightarrow 2  = 1$ | $ 1 \leftrightarrow 3  = 2$ |
| $ 1 \leftrightarrow 3  = 2$ | $ 1 \leftrightarrow 4  = 2$ | $ 1 \leftrightarrow 5  = 2$ | $ 1 \leftrightarrow 6  = 1$ | $ 1 \leftrightarrow 4  = 3$ |
| $ 2 \leftrightarrow 3  = 1$ | $ 2 \leftrightarrow 4  = 2$ | $ 2 \leftrightarrow 5  = 3$ | $ 2 \leftrightarrow 6  = 2$ | $ 3 \leftrightarrow 4  = 1$ |

| $v_1, v_3, v_5$             | $v_1, v_3, v_6$             | $v_1, v_4, v_5$             | $v_1, v_4, v_6$             | $v_1, v_5, v_6$             |
|-----------------------------|-----------------------------|-----------------------------|-----------------------------|-----------------------------|
| $ 1 \leftrightarrow 3  = 2$ | $ 1 \leftrightarrow 3  = 2$ | $ 1 \leftrightarrow 4  = 3$ | $ 1 \leftrightarrow 4  = 2$ | $ 1 \leftrightarrow 5  = 2$ |
| $ 1 \leftrightarrow 5  = 2$ | $ 1 \leftrightarrow 6  = 1$ | $ 1 \leftrightarrow 5  = 2$ | $ 1 \leftrightarrow 6  = 1$ | $ 1 \leftrightarrow 6  = 1$ |
| $ 3 \leftrightarrow 5  = 2$ | $ 3 \leftrightarrow 6  = 3$ | $ 4 \leftrightarrow 5  = 1$ | $ 4 \leftrightarrow 6  = 2$ | $ 5 \leftrightarrow 6  = 1$ |

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

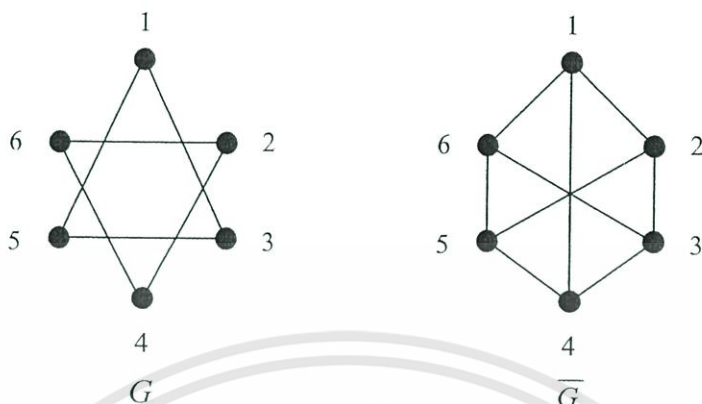
|                             |                             |                             |                             |                             |
|-----------------------------|-----------------------------|-----------------------------|-----------------------------|-----------------------------|
| $v_2, v_3, v_4$             | $v_2, v_3, v_5$             | $v_2, v_3, v_6$             | $v_2, v_4, v_5$             | $v_2, v_4, v_6$             |
| $ 2 \leftrightarrow 3  = 1$ | $ 2 \leftrightarrow 3  = 1$ | $ 2 \leftrightarrow 3  = 1$ | $ 2 \leftrightarrow 4  = 2$ | $ 2 \leftrightarrow 4  = 2$ |
| $ 2 \leftrightarrow 4  = 2$ | $ 2 \leftrightarrow 5  = 3$ | $ 2 \leftrightarrow 6  = 2$ | $ 2 \leftrightarrow 5  = 3$ | $ 2 \leftrightarrow 6  = 2$ |
| $ 3 \leftrightarrow 4  = 1$ | $ 3 \leftrightarrow 5  = 2$ | $ 3 \leftrightarrow 6  = 3$ | $ 4 \leftrightarrow 5  = 1$ | $ 4 \leftrightarrow 6  = 2$ |
| $v_2, v_5, v_6$             | $v_3, v_4, v_5$             | $v_3, v_4, v_6$             | $v_3, v_5, v_6$             | $v_4, v_5, v_6$             |
| $ 2 \leftrightarrow 5  = 3$ | $ 3 \leftrightarrow 4  = 1$ | $ 3 \leftrightarrow 4  = 1$ | $ 3 \leftrightarrow 5  = 2$ | $ 4 \leftrightarrow 5  = 1$ |
| $ 2 \leftrightarrow 6  = 2$ | $ 3 \leftrightarrow 5  = 2$ | $ 3 \leftrightarrow 6  = 3$ | $ 3 \leftrightarrow 6  = 3$ | $ 4 \leftrightarrow 6  = 2$ |
| $ 5 \leftrightarrow 6  = 1$ | $ 4 \leftrightarrow 5  = 1$ | $ 4 \leftrightarrow 6  = 2$ | $ 5 \leftrightarrow 6  = 1$ | $ 5 \leftrightarrow 6  = 1$ |

สุ่มเลือกจุดมา 4 จุด คือ  $v_i, v_j, v_k, v_l$  จาก 6 จุด นำมาหาค่าระยะห่างระหว่างจุด จุด  $d_{ij}$   $d_{ik}$   $d_{il}$   $d_{jk}$   $d_{jl}$  และ  $d_{kl}$  เพื่อตรวจสอบ  $\bar{G} = \{1, 3\}$  ได้ดังนี้

|                             |                             |                             |                             |                             |
|-----------------------------|-----------------------------|-----------------------------|-----------------------------|-----------------------------|
| $v_1, v_2, v_3, v_4$        | $v_1, v_2, v_3, v_5$        | $v_1, v_2, v_3, v_6$        | $v_1, v_2, v_4, v_5$        | $v_1, v_2, v_4, v_6$        |
| $ 1 \leftrightarrow 2  = 1$ | $ 1 \leftrightarrow 2  = 1$ | $ 1 \leftrightarrow 2  = 1$ | $ 1 \leftrightarrow 2  = 1$ | $ 1 \leftrightarrow 2  = 1$ |
| $ 1 \leftrightarrow 3  = 2$ | $ 1 \leftrightarrow 3  = 2$ | $ 1 \leftrightarrow 3  = 2$ | $ 1 \leftrightarrow 4  = 3$ | $ 1 \leftrightarrow 4  = 3$ |
| $ 1 \leftrightarrow 4  = 3$ | $ 1 \leftrightarrow 5  = 2$ | $ 1 \leftrightarrow 6  = 1$ | $ 1 \leftrightarrow 5  = 2$ | $ 1 \leftrightarrow 6  = 1$ |
| $ 2 \leftrightarrow 3  = 1$ | $ 2 \leftrightarrow 3  = 1$ | $ 2 \leftrightarrow 3  = 1$ | $ 2 \leftrightarrow 4  = 2$ | $ 2 \leftrightarrow 4  = 2$ |
| $ 2 \leftrightarrow 4  = 2$ | $ 2 \leftrightarrow 5  = 3$ | $ 2 \leftrightarrow 6  = 2$ | $ 2 \leftrightarrow 5  = 3$ | $ 2 \leftrightarrow 6  = 2$ |
| $ 3 \leftrightarrow 4  = 1$ | $ 3 \leftrightarrow 5  = 2$ | $ 3 \leftrightarrow 6  = 3$ | $ 4 \leftrightarrow 5  = 1$ | $ 4 \leftrightarrow 6  = 2$ |
| $v_1, v_2, v_5, v_6$        | $v_1, v_3, v_4, v_5$        | $v_1, v_3, v_4, v_6$        | $v_1, v_3, v_5, v_6$        | $v_1, v_4, v_5, v_6$        |
| $ 1 \leftrightarrow 2  = 1$ | $ 1 \leftrightarrow 3  = 2$ | $ 1 \leftrightarrow 3  = 2$ | $ 1 \leftrightarrow 3  = 2$ | $ 1 \leftrightarrow 4  = 3$ |
| $ 1 \leftrightarrow 5  = 2$ | $ 1 \leftrightarrow 4  = 3$ | $ 1 \leftrightarrow 4  = 3$ | $ 1 \leftrightarrow 5  = 2$ | $ 1 \leftrightarrow 5  = 2$ |
| $ 1 \leftrightarrow 6  = 1$ | $ 1 \leftrightarrow 5  = 2$ | $ 1 \leftrightarrow 6  = 1$ | $ 1 \leftrightarrow 6  = 1$ | $ 1 \leftrightarrow 6  = 1$ |
| $ 2 \leftrightarrow 5  = 3$ | $ 3 \leftrightarrow 4  = 1$ | $ 3 \leftrightarrow 4  = 1$ | $ 3 \leftrightarrow 5  = 2$ | $ 4 \leftrightarrow 5  = 1$ |
| $ 2 \leftrightarrow 6  = 2$ | $ 3 \leftrightarrow 5  = 2$ | $ 3 \leftrightarrow 6  = 3$ | $ 3 \leftrightarrow 6  = 3$ | $ 4 \leftrightarrow 6  = 2$ |
| $ 5 \leftrightarrow 6  = 1$ | $ 4 \leftrightarrow 5  = 1$ | $ 4 \leftrightarrow 6  = 2$ | $ 5 \leftrightarrow 6  = 1$ | $ 5 \leftrightarrow 6  = 1$ |
| $v_2, v_3, v_4, v_5$        | $v_2, v_3, v_4, v_6$        | $v_2, v_3, v_5, v_6$        | $v_2, v_4, v_5, v_6$        | $v_3, v_4, v_5, v_6$        |
| $ 2 \leftrightarrow 3  = 1$ | $ 2 \leftrightarrow 3  = 1$ | $ 2 \leftrightarrow 3  = 1$ | $ 2 \leftrightarrow 4  = 2$ | $ 3 \leftrightarrow 4  = 1$ |
| $ 2 \leftrightarrow 4  = 2$ | $ 2 \leftrightarrow 4  = 2$ | $ 2 \leftrightarrow 5  = 3$ | $ 2 \leftrightarrow 5  = 3$ | $ 3 \leftrightarrow 5  = 2$ |
| $ 2 \leftrightarrow 5  = 3$ | $ 2 \leftrightarrow 6  = 2$ | $ 2 \leftrightarrow 6  = 2$ | $ 2 \leftrightarrow 6  = 2$ | $ 3 \leftrightarrow 6  = 3$ |
| $ 3 \leftrightarrow 4  = 1$ | $ 3 \leftrightarrow 4  = 1$ | $ 3 \leftrightarrow 5  = 2$ | $ 4 \leftrightarrow 5  = 1$ | $ 4 \leftrightarrow 5  = 1$ |
| $ 3 \leftrightarrow 5  = 2$ | $ 3 \leftrightarrow 6  = 3$ | $ 3 \leftrightarrow 6  = 3$ | $ 4 \leftrightarrow 6  = 2$ | $ 4 \leftrightarrow 6  = 2$ |
| $ 4 \leftrightarrow 5  = 1$ | $ 4 \leftrightarrow 6  = 2$ | $ 5 \leftrightarrow 6  = 1$ | $ 5 \leftrightarrow 6  = 1$ | $ 5 \leftrightarrow 6  = 1$ |

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

จากผลที่ได้ ระยะห่างแต่ละจุด ไม่อยู่ในเซต ของ  $G = \{2\}, \bar{G} = \{1,3\}$  จึงสามารถนำมาวาดรูปได้



รูปที่ 3.13 กราฟ  $G$  ที่มีระยะห่างระหว่างจุดเท่ากับ  $\{2\}$   
กราฟ  $\bar{G}$  ที่มีระยะห่างระหว่างจุดเท่ากับ  $\{1,3\}$

กรณีที่ 3  $G = \{3\}, \bar{G} = \{1,2\}$

สุ่มเลือกจุดมา 3 จุด คือ  $v_i, v_j, v_k$  จาก 6 จุด นำมาหาค่าระยะห่างระหว่างจุด  $d_{ij}, d_{ik}$  และ  $d_{jk}$  เพื่อตรวจสอบ  $G = \{3\}$  ได้ดังนี้

|                             |                             |                             |                             |                             |
|-----------------------------|-----------------------------|-----------------------------|-----------------------------|-----------------------------|
| $v_1, v_2, v_3$             | $v_1, v_2, v_4$             | $v_1, v_2, v_5$             | $v_1, v_2, v_6$             | $v_1, v_3, v_4$             |
| $ 1 \leftrightarrow 2  = 1$ | $ 1 \leftrightarrow 2  = 1$ | $ 1 \leftrightarrow 2  = 1$ | $ 1 \leftrightarrow 2  = 1$ | $ 1 \leftrightarrow 3  = 2$ |
| $ 1 \leftrightarrow 3  = 2$ | $ 1 \leftrightarrow 4  = 2$ | $ 1 \leftrightarrow 5  = 2$ | $ 1 \leftrightarrow 6  = 1$ | $ 1 \leftrightarrow 4  = 3$ |
| $ 2 \leftrightarrow 3  = 1$ | $ 2 \leftrightarrow 4  = 2$ | $ 2 \leftrightarrow 5  = 3$ | $ 2 \leftrightarrow 6  = 2$ | $ 3 \leftrightarrow 4  = 1$ |
| $v_1, v_3, v_5$             | $v_1, v_3, v_6$             | $v_1, v_4, v_5$             | $v_1, v_4, v_6$             | $v_1, v_5, v_6$             |
| $ 1 \leftrightarrow 3  = 2$ | $ 1 \leftrightarrow 3  = 2$ | $ 1 \leftrightarrow 4  = 3$ | $ 1 \leftrightarrow 4  = 2$ | $ 1 \leftrightarrow 5  = 2$ |
| $ 1 \leftrightarrow 5  = 2$ | $ 1 \leftrightarrow 6  = 1$ | $ 1 \leftrightarrow 5  = 2$ | $ 1 \leftrightarrow 6  = 1$ | $ 1 \leftrightarrow 6  = 1$ |
| $ 3 \leftrightarrow 5  = 2$ | $ 3 \leftrightarrow 6  = 3$ | $ 4 \leftrightarrow 5  = 1$ | $ 4 \leftrightarrow 6  = 2$ | $ 5 \leftrightarrow 6  = 1$ |
| $v_2, v_3, v_4$             | $v_2, v_3, v_5$             | $v_2, v_3, v_6$             | $v_2, v_4, v_5$             | $v_2, v_4, v_6$             |
| $ 2 \leftrightarrow 3  = 1$ | $ 2 \leftrightarrow 3  = 1$ | $ 2 \leftrightarrow 3  = 1$ | $ 2 \leftrightarrow 4  = 2$ | $ 2 \leftrightarrow 4  = 2$ |
| $ 2 \leftrightarrow 4  = 2$ | $ 2 \leftrightarrow 5  = 3$ | $ 2 \leftrightarrow 6  = 2$ | $ 2 \leftrightarrow 5  = 3$ | $ 2 \leftrightarrow 6  = 2$ |
| $ 3 \leftrightarrow 4  = 1$ | $ 3 \leftrightarrow 5  = 2$ | $ 3 \leftrightarrow 6  = 3$ | $ 4 \leftrightarrow 5  = 1$ | $ 4 \leftrightarrow 6  = 2$ |

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

| $v_2, v_5, v_6$             | $v_3, v_4, v_5$             | $v_3, v_4, v_6$             | $v_3, v_5, v_6$             | $v_4, v_5, v_6$             |
|-----------------------------|-----------------------------|-----------------------------|-----------------------------|-----------------------------|
| $ 2 \leftrightarrow 5  = 3$ | $ 3 \leftrightarrow 4  = 1$ | $ 3 \leftrightarrow 4  = 1$ | $ 3 \leftrightarrow 5  = 2$ | $ 4 \leftrightarrow 5  = 1$ |
| $ 2 \leftrightarrow 6  = 2$ | $ 3 \leftrightarrow 5  = 2$ | $ 3 \leftrightarrow 6  = 3$ | $ 3 \leftrightarrow 6  = 3$ | $ 4 \leftrightarrow 6  = 2$ |
| $ 5 \leftrightarrow 6  = 1$ | $ 4 \leftrightarrow 5  = 1$ | $ 4 \leftrightarrow 6  = 2$ | $ 5 \leftrightarrow 6  = 1$ | $ 5 \leftrightarrow 6  = 1$ |

สุ่มเลือกจุดมา 4 จุด คือ  $v_i, v_j, v_k, v_l$  จาก 6 จุด นำมาหาค่าระยะห่างระหว่างจุด  $d_{ij}, d_{ik}, d_{il}, d_{jk}, d_{jl}$  และ  $d_{kl}$  เพื่อตรวจสอบ  $\bar{G} = \{1, 2\}$  ได้ดังนี้

| $v_1, v_2, v_3, v_4$        | $v_1, v_2, v_3, v_5$        | $v_1, v_2, v_3, v_6$        | $v_1, v_2, v_4, v_5$        | $v_1, v_2, v_4, v_6$        |
|-----------------------------|-----------------------------|-----------------------------|-----------------------------|-----------------------------|
| $ 1 \leftrightarrow 2  = 1$ | $ 1 \leftrightarrow 2  = 1$ | $ 1 \leftrightarrow 2  = 1$ | $ 1 \leftrightarrow 2  = 1$ | $ 1 \leftrightarrow 2  = 1$ |
| $ 1 \leftrightarrow 3  = 2$ | $ 1 \leftrightarrow 3  = 2$ | $ 1 \leftrightarrow 3  = 2$ | $ 1 \leftrightarrow 4  = 3$ | $ 1 \leftrightarrow 4  = 3$ |
| $ 1 \leftrightarrow 4  = 3$ | $ 1 \leftrightarrow 5  = 2$ | $ 1 \leftrightarrow 6  = 1$ | $ 1 \leftrightarrow 5  = 2$ | $ 1 \leftrightarrow 6  = 1$ |
| $ 2 \leftrightarrow 3  = 1$ | $ 2 \leftrightarrow 3  = 1$ | $ 2 \leftrightarrow 3  = 1$ | $ 2 \leftrightarrow 4  = 2$ | $ 2 \leftrightarrow 4  = 2$ |
| $ 2 \leftrightarrow 4  = 2$ | $ 2 \leftrightarrow 5  = 3$ | $ 2 \leftrightarrow 6  = 2$ | $ 2 \leftrightarrow 5  = 3$ | $ 2 \leftrightarrow 6  = 2$ |
| $ 3 \leftrightarrow 4  = 1$ | $ 3 \leftrightarrow 5  = 2$ | $ 3 \leftrightarrow 6  = 3$ | $ 4 \leftrightarrow 5  = 1$ | $ 4 \leftrightarrow 6  = 2$ |

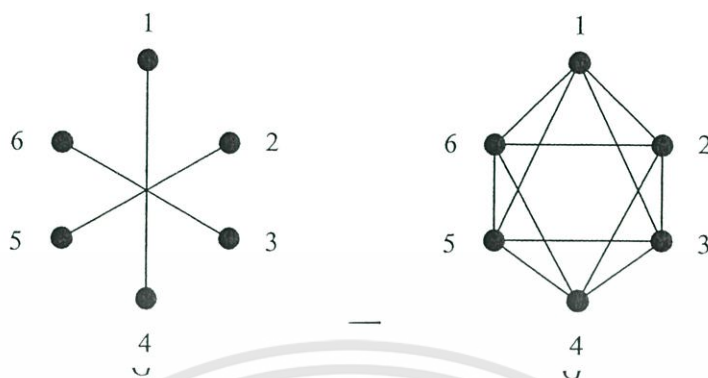
  

| $v_1, v_2, v_5, v_6$        | $v_1, v_3, v_4, v_5$        | $v_1, v_3, v_4, v_6$        | $v_1, v_3, v_5, v_6$        | $v_1, v_4, v_5, v_6$        |
|-----------------------------|-----------------------------|-----------------------------|-----------------------------|-----------------------------|
| $ 1 \leftrightarrow 2  = 1$ | $ 1 \leftrightarrow 3  = 2$ | $ 1 \leftrightarrow 3  = 2$ | $ 1 \leftrightarrow 3  = 2$ | $ 1 \leftrightarrow 4  = 3$ |
| $ 1 \leftrightarrow 5  = 2$ | $ 1 \leftrightarrow 4  = 3$ | $ 1 \leftrightarrow 4  = 3$ | $ 1 \leftrightarrow 5  = 2$ | $ 1 \leftrightarrow 5  = 2$ |
| $ 1 \leftrightarrow 6  = 1$ | $ 1 \leftrightarrow 5  = 2$ | $ 1 \leftrightarrow 6  = 1$ | $ 1 \leftrightarrow 6  = 1$ | $ 1 \leftrightarrow 6  = 1$ |
| $ 2 \leftrightarrow 5  = 3$ | $ 3 \leftrightarrow 4  = 1$ | $ 3 \leftrightarrow 4  = 1$ | $ 3 \leftrightarrow 5  = 2$ | $ 4 \leftrightarrow 5  = 1$ |
| $ 2 \leftrightarrow 6  = 2$ | $ 3 \leftrightarrow 5  = 2$ | $ 3 \leftrightarrow 6  = 3$ | $ 3 \leftrightarrow 6  = 3$ | $ 4 \leftrightarrow 6  = 2$ |
| $ 5 \leftrightarrow 6  = 1$ | $ 4 \leftrightarrow 5  = 1$ | $ 4 \leftrightarrow 6  = 2$ | $ 5 \leftrightarrow 6  = 1$ | $ 5 \leftrightarrow 6  = 1$ |

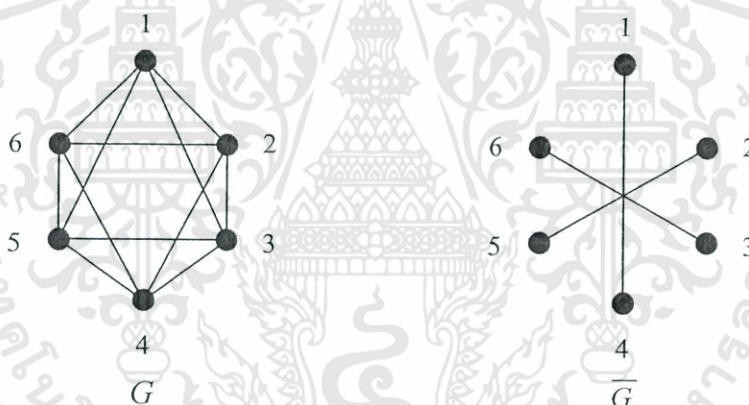
| $v_2, v_3, v_4, v_5$        | $v_2, v_3, v_4, v_6$        | $v_2, v_3, v_5, v_6$        | $v_2, v_4, v_5, v_6$        | $v_3, v_4, v_5, v_6$        |
|-----------------------------|-----------------------------|-----------------------------|-----------------------------|-----------------------------|
| $ 2 \leftrightarrow 3  = 1$ | $ 2 \leftrightarrow 3  = 1$ | $ 2 \leftrightarrow 3  = 1$ | $ 2 \leftrightarrow 4  = 2$ | $ 3 \leftrightarrow 4  = 1$ |
| $ 2 \leftrightarrow 4  = 2$ | $ 2 \leftrightarrow 4  = 2$ | $ 2 \leftrightarrow 5  = 3$ | $ 2 \leftrightarrow 5  = 3$ | $ 3 \leftrightarrow 5  = 2$ |
| $ 2 \leftrightarrow 5  = 3$ | $ 2 \leftrightarrow 6  = 2$ | $ 2 \leftrightarrow 6  = 2$ | $ 2 \leftrightarrow 6  = 2$ | $ 3 \leftrightarrow 6  = 3$ |
| $ 3 \leftrightarrow 4  = 1$ | $ 3 \leftrightarrow 4  = 1$ | $ 3 \leftrightarrow 5  = 2$ | $ 4 \leftrightarrow 5  = 1$ | $ 4 \leftrightarrow 5  = 1$ |
| $ 3 \leftrightarrow 5  = 2$ | $ 3 \leftrightarrow 6  = 3$ | $ 3 \leftrightarrow 6  = 3$ | $ 4 \leftrightarrow 6  = 2$ | $ 4 \leftrightarrow 6  = 2$ |
| $ 4 \leftrightarrow 5  = 1$ | $ 4 \leftrightarrow 6  = 2$ | $ 5 \leftrightarrow 6  = 1$ | $ 5 \leftrightarrow 6  = 1$ | $ 5 \leftrightarrow 6  = 1$ |

จากผลที่ได้ ระยะห่างแต่ละจุด ไม่อยู่ในเซต ของ  $G = \{3\}, \bar{G} = \{1, 2\}$  จึงสามารถนำมาวาดรูปได้



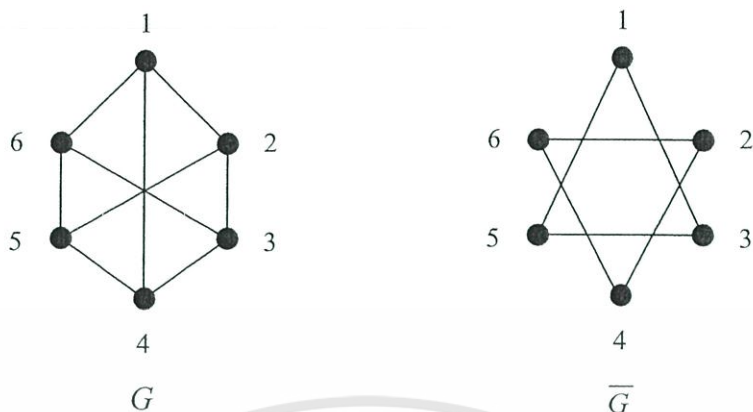
รูปที่ 3.14 กราฟ  $G$  ที่มีระยะห่างระหว่างจุดเท่ากับ  $\{3\}$   
กราฟ  $\bar{G}$  ที่มีระยะห่างระหว่างจุดเท่ากับ  $\{1, 2\}$

กรณีที่ 4  $G = \{1, 2\}, \bar{G} = \{3\}$  จะวาดได้ดังรูป 3.15



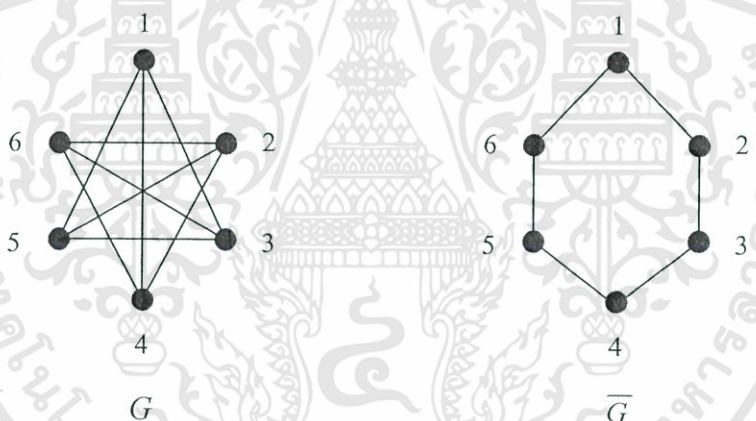
รูปที่ 3.15 กราฟ  $G$  ที่มีระยะห่างระหว่างจุดเท่ากับ  $\{1, 2\}$   
กราฟ  $\bar{G}$  ที่มีระยะห่างระหว่างจุดเท่ากับ  $\{3\}$

กรณีที่ 5  $G = \{1,3\}, \bar{G} = \{2\}$  จะวาดได้ดังรูป 3.16



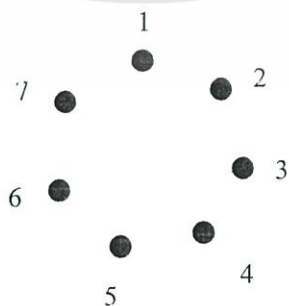
รูปที่ 3.16 กราฟ  $G$  ที่มีระยะห่างระหว่างจุดเท่ากับ  $\{1,3\}$   
กราฟ  $\bar{G}$  ที่มีระยะห่างระหว่างจุดเท่ากับ  $\{2\}$

กรณีที่ 6  $G = \{2,3\}, \bar{G} = \{1\}$  จะวาดได้ดังรูป 3.17



รูปที่ 3.17 กราฟ  $G$  ที่มีระยะห่างระหว่างจุดเท่ากับ  $\{2,3\}$   
กราฟ  $\bar{G}$  ที่มีระยะห่างระหว่างจุดเท่ากับ  $\{1\}$

$n$  เท่ากับ  $6+1=7$  จุด



รูปที่ 3.18 ตำแหน่งของรูปที่มี 7 จุด

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

เท่ากับ  $\lfloor 7/2 \rfloor$  เท่ากับ 3 เซต คือ  $\{1\}, \{2\}, \{3\}$  แบ่งเป็น 2 กราฟจะได้เป็น 6 กรณี

กรณีที่ 1  $G = \{1\}, \bar{G} = \{2,3\}$

กรณีที่ 4  $G = \{1,2\}, \bar{G} = \{3\}$

กรณีที่ 2  $G = \{2\}, \bar{G} = \{1,3\}$

กรณีที่ 5  $G = \{1,3\}, \bar{G} = \{2\}$

กรณีที่ 3  $G = \{3\}, \bar{G} = \{1,2\}$

กรณีที่ 6  $G = \{2,3\}, \bar{G} = \{1\}$

โดยพิจารณาทีละกรณี

กรณีที่ 1  $G = \{1\}, \bar{G} = \{2,3\}$

สุ่มเลือกจุดมา 3 จุด คือ  $v_i, v_j, v_k$  จาก 7 จุด นำมาหาค่าระยะห่างระหว่างจุด  $d_{ij}, d_{ik}$  และ  $d_{jk}$  เพื่อตรวจสอบ  $G = \{1\}$  ได้ดังนี้

|                             |                             |                             |                             |                             |
|-----------------------------|-----------------------------|-----------------------------|-----------------------------|-----------------------------|
| $v_1, v_2, v_3$             | $v_1, v_2, v_4$             | $v_1, v_2, v_5$             | $v_1, v_2, v_6$             | $v_1, v_2, v_7$             |
| $ 1 \leftrightarrow 2  = 1$ | $ 1 \leftrightarrow 2  = 1$ | $ 1 \leftrightarrow 2  = 1$ | $ 1 \leftrightarrow 2  = 1$ | $ 1 \leftrightarrow 2  = 1$ |
| $ 1 \leftrightarrow 3  = 2$ | $ 1 \leftrightarrow 4  = 3$ | $ 1 \leftrightarrow 5  = 3$ | $ 1 \leftrightarrow 6  = 2$ | $ 1 \leftrightarrow 7  = 1$ |
| $ 2 \leftrightarrow 3  = 1$ | $ 2 \leftrightarrow 4  = 2$ | $ 2 \leftrightarrow 5  = 3$ | $ 2 \leftrightarrow 6  = 3$ | $ 2 \leftrightarrow 7  = 2$ |
| $v_1, v_3, v_4$             | $v_1, v_3, v_5$             | $v_1, v_3, v_6$             | $v_1, v_3, v_7$             | $v_1, v_4, v_5$             |
| $ 1 \leftrightarrow 3  = 2$ | $ 1 \leftrightarrow 3  = 2$ | $ 1 \leftrightarrow 3  = 2$ | $ 1 \leftrightarrow 3  = 2$ | $ 1 \leftrightarrow 4  = 3$ |
| $ 1 \leftrightarrow 4  = 3$ | $ 1 \leftrightarrow 5  = 3$ | $ 1 \leftrightarrow 6  = 2$ | $ 1 \leftrightarrow 7  = 1$ | $ 1 \leftrightarrow 5  = 3$ |
| $ 3 \leftrightarrow 4  = 1$ | $ 3 \leftrightarrow 5  = 2$ | $ 3 \leftrightarrow 6  = 3$ | $ 3 \leftrightarrow 7  = 3$ | $ 4 \leftrightarrow 5  = 1$ |
| $v_1, v_4, v_6$             | $v_1, v_4, v_7$             | $v_1, v_5, v_6$             | $v_1, v_5, v_7$             | $v_1, v_6, v_7$             |
| $ 1 \leftrightarrow 4  = 3$ | $ 1 \leftrightarrow 4  = 3$ | $ 1 \leftrightarrow 5  = 3$ | $ 1 \leftrightarrow 5  = 3$ | $ 1 \leftrightarrow 6  = 2$ |
| $ 1 \leftrightarrow 6  = 2$ | $ 1 \leftrightarrow 7  = 1$ | $ 1 \leftrightarrow 6  = 2$ | $ 1 \leftrightarrow 7  = 1$ | $ 1 \leftrightarrow 7  = 1$ |
| $ 4 \leftrightarrow 6  = 2$ | $ 4 \leftrightarrow 7  = 3$ | $ 5 \leftrightarrow 6  = 1$ | $ 5 \leftrightarrow 7  = 2$ | $ 6 \leftrightarrow 7  = 1$ |
| $v_2, v_3, v_4$             | $v_2, v_3, v_5$             | $v_2, v_3, v_6$             | $v_2, v_3, v_7$             | $v_2, v_4, v_5$             |
| $ 2 \leftrightarrow 3  = 1$ | $ 2 \leftrightarrow 3  = 1$ | $ 2 \leftrightarrow 3  = 1$ | $ 2 \leftrightarrow 3  = 1$ | $ 2 \leftrightarrow 4  = 2$ |
| $ 2 \leftrightarrow 4  = 2$ | $ 2 \leftrightarrow 5  = 3$ | $ 2 \leftrightarrow 6  = 3$ | $ 2 \leftrightarrow 7  = 2$ | $ 2 \leftrightarrow 5  = 3$ |
| $ 3 \leftrightarrow 4  = 1$ | $ 3 \leftrightarrow 5  = 2$ | $ 3 \leftrightarrow 6  = 3$ | $ 3 \leftrightarrow 7  = 3$ | $ 4 \leftrightarrow 5  = 1$ |
| $v_2, v_4, v_6$             | $v_2, v_4, v_7$             | $v_2, v_5, v_6$             | $v_2, v_5, v_7$             | $v_2, v_6, v_7$             |
| $ 2 \leftrightarrow 4  = 2$ | $ 2 \leftrightarrow 4  = 2$ | $ 2 \leftrightarrow 5  = 3$ | $ 2 \leftrightarrow 5  = 3$ | $ 2 \leftrightarrow 6  = 3$ |
| $ 2 \leftrightarrow 6  = 3$ | $ 2 \leftrightarrow 7  = 2$ | $ 2 \leftrightarrow 6  = 3$ | $ 2 \leftrightarrow 7  = 2$ | $ 2 \leftrightarrow 7  = 2$ |
| $ 4 \leftrightarrow 6  = 2$ | $ 4 \leftrightarrow 7  = 3$ | $ 5 \leftrightarrow 6  = 1$ | $ 5 \leftrightarrow 7  = 2$ | $ 6 \leftrightarrow 7  = 1$ |

|                             |                             |                             |                             |                             |
|-----------------------------|-----------------------------|-----------------------------|-----------------------------|-----------------------------|
| $v_3, v_4, v_5$             | $v_3, v_4, v_6$             | $v_3, v_4, v_7$             | $v_3, v_5, v_6$             | $v_3, v_5, v_7$             |
| $ 3 \leftrightarrow 4  = 1$ | $ 3 \leftrightarrow 4  = 1$ | $ 3 \leftrightarrow 4  = 1$ | $ 3 \leftrightarrow 5  = 2$ | $ 3 \leftrightarrow 5  = 2$ |
| $ 3 \leftrightarrow 5  = 2$ | $ 3 \leftrightarrow 6  = 3$ | $ 3 \leftrightarrow 7  = 3$ | $ 3 \leftrightarrow 6  = 3$ | $ 3 \leftrightarrow 7  = 3$ |
| $ 4 \leftrightarrow 5  = 1$ | $ 4 \leftrightarrow 6  = 2$ | $ 4 \leftrightarrow 7  = 3$ | $ 5 \leftrightarrow 6  = 1$ | $ 5 \leftrightarrow 7  = 2$ |
| $v_3, v_6, v_7$             | $v_4, v_5, v_6$             | $v_4, v_5, v_7$             | $v_4, v_6, v_7$             | $v_5, v_6, v_7$             |
| $ 3 \leftrightarrow 6  = 3$ | $ 4 \leftrightarrow 5  = 1$ | $ 4 \leftrightarrow 5  = 1$ | $ 4 \leftrightarrow 6  = 2$ | $ 5 \leftrightarrow 6  = 1$ |
| $ 3 \leftrightarrow 7  = 3$ | $ 4 \leftrightarrow 6  = 2$ | $ 4 \leftrightarrow 7  = 3$ | $ 4 \leftrightarrow 7  = 3$ | $ 5 \leftrightarrow 7  = 2$ |
| $ 6 \leftrightarrow 7  = 1$ | $ 5 \leftrightarrow 6  = 1$ | $ 5 \leftrightarrow 7  = 2$ | $ 6 \leftrightarrow 7  = 1$ | $ 6 \leftrightarrow 7  = 1$ |

สุ่มเลือกจุดมา 4 จุด คือ  $v_i, v_j, v_k, v_l$  จาก 7 จุด นำมาหาค่าระยะห่างระหว่างจุด  $d_{ij}, d_{ik}, d_{il}, d_{jk}, d_{jl}$  และ  $d_{kl}$  เพื่อตรวจสอบ  $\bar{G} = \{2, 3\}$  ได้ดังนี้

|                             |                             |                             |                             |                             |
|-----------------------------|-----------------------------|-----------------------------|-----------------------------|-----------------------------|
| $v_1, v_2, v_3, v_4$        | $v_1, v_2, v_3, v_5$        | $v_1, v_2, v_3, v_6$        | $v_1, v_2, v_3, v_7$        | $v_1, v_2, v_4, v_5$        |
| $ 1 \leftrightarrow 2  = 1$ | $ 1 \leftrightarrow 2  = 1$ | $ 1 \leftrightarrow 2  = 1$ | $ 1 \leftrightarrow 2  = 1$ | $ 1 \leftrightarrow 2  = 1$ |
| $ 1 \leftrightarrow 3  = 2$ | $ 1 \leftrightarrow 3  = 2$ | $ 1 \leftrightarrow 3  = 2$ | $ 1 \leftrightarrow 3  = 2$ | $ 1 \leftrightarrow 4  = 3$ |
| $ 1 \leftrightarrow 4  = 3$ | $ 1 \leftrightarrow 5  = 3$ | $ 1 \leftrightarrow 6  = 2$ | $ 1 \leftrightarrow 7  = 1$ | $ 1 \leftrightarrow 5  = 3$ |
| $ 2 \leftrightarrow 3  = 1$ | $ 2 \leftrightarrow 3  = 1$ | $ 2 \leftrightarrow 3  = 1$ | $ 2 \leftrightarrow 3  = 1$ | $ 2 \leftrightarrow 4  = 2$ |
| $ 2 \leftrightarrow 4  = 2$ | $ 2 \leftrightarrow 5  = 3$ | $ 2 \leftrightarrow 6  = 3$ | $ 2 \leftrightarrow 7  = 2$ | $ 2 \leftrightarrow 5  = 3$ |
| $ 3 \leftrightarrow 4  = 1$ | $ 3 \leftrightarrow 5  = 2$ | $ 3 \leftrightarrow 6  = 3$ | $ 3 \leftrightarrow 7  = 3$ | $ 4 \leftrightarrow 5  = 1$ |
| $v_1, v_2, v_4, v_6$        | $v_1, v_2, v_4, v_7$        | $v_1, v_2, v_5, v_6$        | $v_1, v_2, v_5, v_7$        | $v_1, v_2, v_6, v_7$        |
| $ 1 \leftrightarrow 2  = 1$ | $ 1 \leftrightarrow 2  = 1$ | $ 1 \leftrightarrow 2  = 1$ | $ 1 \leftrightarrow 2  = 1$ | $ 1 \leftrightarrow 2  = 1$ |
| $ 1 \leftrightarrow 4  = 3$ | $ 1 \leftrightarrow 4  = 3$ | $ 1 \leftrightarrow 5  = 3$ | $ 1 \leftrightarrow 5  = 3$ | $ 1 \leftrightarrow 6  = 2$ |
| $ 1 \leftrightarrow 6  = 2$ | $ 1 \leftrightarrow 7  = 1$ | $ 1 \leftrightarrow 6  = 2$ | $ 1 \leftrightarrow 7  = 1$ | $ 1 \leftrightarrow 7  = 1$ |
| $ 2 \leftrightarrow 4  = 2$ | $ 2 \leftrightarrow 4  = 2$ | $ 2 \leftrightarrow 5  = 3$ | $ 2 \leftrightarrow 5  = 3$ | $ 2 \leftrightarrow 6  = 3$ |
| $ 2 \leftrightarrow 6  = 3$ | $ 2 \leftrightarrow 7  = 2$ | $ 2 \leftrightarrow 6  = 3$ | $ 2 \leftrightarrow 7  = 2$ | $ 2 \leftrightarrow 7  = 2$ |
| $ 4 \leftrightarrow 6  = 2$ | $ 4 \leftrightarrow 7  = 3$ | $ 5 \leftrightarrow 6  = 1$ | $ 5 \leftrightarrow 7  = 2$ | $ 6 \leftrightarrow 7  = 1$ |

|                             |                             |                             |                             |                             |
|-----------------------------|-----------------------------|-----------------------------|-----------------------------|-----------------------------|
| $v_1, v_3, v_4, v_5$        | $v_1, v_3, v_4, v_6$        | $v_1, v_3, v_4, v_7$        | $v_1, v_3, v_5, v_6$        | $v_1, v_3, v_5, v_7$        |
| $ 1 \leftrightarrow 3  = 2$ | $ 1 \leftrightarrow 3  = 2$ | $ 1 \leftrightarrow 3  = 2$ | $ 1 \leftrightarrow 3  = 2$ | $ 1 \leftrightarrow 3  = 2$ |
| $ 1 \leftrightarrow 4  = 3$ | $ 1 \leftrightarrow 4  = 3$ | $ 1 \leftrightarrow 4  = 3$ | $ 1 \leftrightarrow 5  = 3$ | $ 1 \leftrightarrow 5  = 3$ |
| $ 1 \leftrightarrow 5  = 3$ | $ 1 \leftrightarrow 6  = 2$ | $ 1 \leftrightarrow 7  = 1$ | $ 1 \leftrightarrow 6  = 2$ | $ 1 \leftrightarrow 7  = 1$ |
| $ 3 \leftrightarrow 4  = 1$ | $ 3 \leftrightarrow 4  = 1$ | $ 3 \leftrightarrow 4  = 1$ | $ 3 \leftrightarrow 5  = 2$ | $ 3 \leftrightarrow 5  = 2$ |
| $ 3 \leftrightarrow 5  = 2$ | $ 3 \leftrightarrow 6  = 3$ | $ 3 \leftrightarrow 7  = 3$ | $ 3 \leftrightarrow 6  = 3$ | $ 3 \leftrightarrow 7  = 3$ |
| $ 4 \leftrightarrow 5  = 1$ | $ 4 \leftrightarrow 6  = 2$ | $ 4 \leftrightarrow 7  = 3$ | $ 5 \leftrightarrow 6  = 1$ | $ 5 \leftrightarrow 7  = 2$ |

|                             |                             |                             |                             |                             |
|-----------------------------|-----------------------------|-----------------------------|-----------------------------|-----------------------------|
| $v_1, v_3, v_6, v_7$        | $v_1, v_4, v_5, v_6$        | $v_1, v_4, v_5, v_7$        | $v_1, v_4, v_6, v_7$        | $v_1, v_5, v_6, v_7$        |
| $ 1 \leftrightarrow 3  = 2$ | $ 1 \leftrightarrow 4  = 3$ | $ 1 \leftrightarrow 4  = 3$ | $ 1 \leftrightarrow 4  = 3$ | $ 1 \leftrightarrow 5  = 3$ |
| $ 1 \leftrightarrow 6  = 2$ | $ 1 \leftrightarrow 5  = 3$ | $ 1 \leftrightarrow 5  = 3$ | $ 1 \leftrightarrow 6  = 2$ | $ 1 \leftrightarrow 6  = 2$ |
| $ 1 \leftrightarrow 7  = 1$ | $ 1 \leftrightarrow 6  = 2$ | $ 1 \leftrightarrow 7  = 1$ | $ 1 \leftrightarrow 7  = 1$ | $ 1 \leftrightarrow 7  = 1$ |
| $ 3 \leftrightarrow 6  = 3$ | $ 4 \leftrightarrow 5  = 1$ | $ 4 \leftrightarrow 5  = 1$ | $ 4 \leftrightarrow 6  = 2$ | $ 5 \leftrightarrow 6  = 1$ |
| $ 3 \leftrightarrow 7  = 3$ | $ 4 \leftrightarrow 6  = 2$ | $ 4 \leftrightarrow 7  = 3$ | $ 4 \leftrightarrow 7  = 3$ | $ 5 \leftrightarrow 7  = 2$ |
| $ 6 \leftrightarrow 7  = 1$ | $ 5 \leftrightarrow 6  = 1$ | $ 5 \leftrightarrow 7  = 2$ | $ 6 \leftrightarrow 7  = 1$ | $ 6 \leftrightarrow 7  = 1$ |

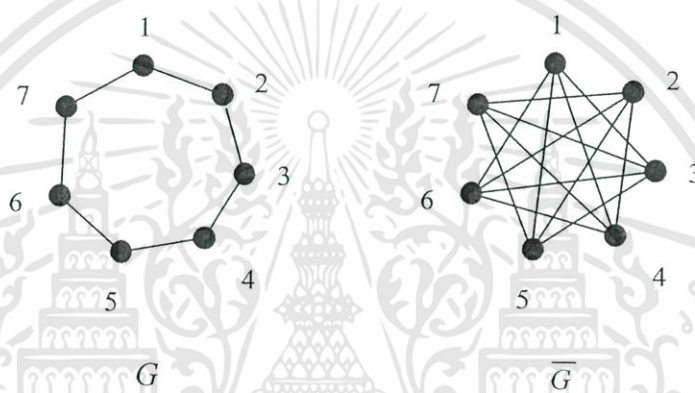
|                             |                             |                             |                             |                             |
|-----------------------------|-----------------------------|-----------------------------|-----------------------------|-----------------------------|
| $v_2, v_3, v_4, v_5$        | $v_2, v_3, v_4, v_6$        | $v_2, v_3, v_4, v_7$        | $v_2, v_3, v_5, v_6$        | $v_2, v_3, v_5, v_7$        |
| $ 2 \leftrightarrow 3  = 1$ | $ 2 \leftrightarrow 3  = 1$ | $ 2 \leftrightarrow 3  = 1$ | $ 2 \leftrightarrow 3  = 1$ | $ 2 \leftrightarrow 3  = 1$ |
| $ 2 \leftrightarrow 4  = 2$ | $ 2 \leftrightarrow 4  = 2$ | $ 2 \leftrightarrow 4  = 2$ | $ 2 \leftrightarrow 5  = 3$ | $ 2 \leftrightarrow 5  = 3$ |
| $ 2 \leftrightarrow 5  = 3$ | $ 2 \leftrightarrow 6  = 3$ | $ 2 \leftrightarrow 7  = 2$ | $ 2 \leftrightarrow 6  = 3$ | $ 2 \leftrightarrow 7  = 2$ |
| $ 3 \leftrightarrow 4  = 1$ | $ 3 \leftrightarrow 4  = 1$ | $ 3 \leftrightarrow 4  = 1$ | $ 3 \leftrightarrow 5  = 2$ | $ 3 \leftrightarrow 5  = 2$ |
| $ 3 \leftrightarrow 5  = 2$ | $ 3 \leftrightarrow 6  = 3$ | $ 3 \leftrightarrow 7  = 3$ | $ 3 \leftrightarrow 6  = 3$ | $ 3 \leftrightarrow 7  = 3$ |
| $ 4 \leftrightarrow 5  = 1$ | $ 4 \leftrightarrow 6  = 2$ | $ 4 \leftrightarrow 7  = 3$ | $ 5 \leftrightarrow 6  = 1$ | $ 5 \leftrightarrow 7  = 2$ |

|                             |                             |                             |                             |                             |
|-----------------------------|-----------------------------|-----------------------------|-----------------------------|-----------------------------|
| $v_2, v_3, v_6, v_7$        | $v_2, v_4, v_5, v_6$        | $v_2, v_4, v_5, v_7$        | $v_2, v_4, v_6, v_7$        | $v_2, v_5, v_6, v_7$        |
| $ 2 \leftrightarrow 3  = 1$ | $ 2 \leftrightarrow 4  = 2$ | $ 2 \leftrightarrow 4  = 2$ | $ 2 \leftrightarrow 4  = 2$ | $ 2 \leftrightarrow 5  = 3$ |
| $ 2 \leftrightarrow 6  = 3$ | $ 2 \leftrightarrow 5  = 3$ | $ 2 \leftrightarrow 5  = 3$ | $ 2 \leftrightarrow 6  = 3$ | $ 2 \leftrightarrow 6  = 3$ |
| $ 2 \leftrightarrow 7  = 2$ | $ 2 \leftrightarrow 6  = 3$ | $ 2 \leftrightarrow 7  = 2$ | $ 2 \leftrightarrow 7  = 2$ | $ 2 \leftrightarrow 7  = 2$ |
| $ 3 \leftrightarrow 6  = 3$ | $ 4 \leftrightarrow 5  = 1$ | $ 4 \leftrightarrow 5  = 1$ | $ 4 \leftrightarrow 6  = 2$ | $ 5 \leftrightarrow 6  = 1$ |
| $ 3 \leftrightarrow 7  = 3$ | $ 4 \leftrightarrow 6  = 2$ | $ 4 \leftrightarrow 7  = 3$ | $ 4 \leftrightarrow 7  = 3$ | $ 5 \leftrightarrow 7  = 2$ |
| $ 6 \leftrightarrow 7  = 1$ | $ 5 \leftrightarrow 6  = 1$ | $ 5 \leftrightarrow 7  = 2$ | $ 6 \leftrightarrow 7  = 1$ | $ 6 \leftrightarrow 7  = 1$ |

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

|                             |                             |                             |                             |                             |
|-----------------------------|-----------------------------|-----------------------------|-----------------------------|-----------------------------|
| $v_3, v_4, v_5, v_6$        | $v_3, v_4, v_5, v_7$        | $v_3, v_4, v_6, v_7$        | $v_3, v_5, v_6, v_7$        | $v_4, v_5, v_6, v_7$        |
| $ 3 \leftrightarrow 4  = 1$ | $ 3 \leftrightarrow 4  = 1$ | $ 3 \leftrightarrow 4  = 1$ | $ 3 \leftrightarrow 5  = 2$ | $ 4 \leftrightarrow 5  = 1$ |
| $ 3 \leftrightarrow 5  = 2$ | $ 3 \leftrightarrow 5  = 2$ | $ 3 \leftrightarrow 6  = 3$ | $ 3 \leftrightarrow 6  = 3$ | $ 4 \leftrightarrow 6  = 2$ |
| $ 3 \leftrightarrow 6  = 3$ | $ 3 \leftrightarrow 7  = 3$ | $ 3 \leftrightarrow 7  = 3$ | $ 3 \leftrightarrow 7  = 3$ | $ 4 \leftrightarrow 7  = 3$ |
| $ 4 \leftrightarrow 5  = 1$ | $ 4 \leftrightarrow 5  = 1$ | $ 4 \leftrightarrow 6  = 2$ | $ 5 \leftrightarrow 6  = 1$ | $ 5 \leftrightarrow 6  = 1$ |
| $ 4 \leftrightarrow 6  = 2$ | $ 4 \leftrightarrow 7  = 3$ | $ 4 \leftrightarrow 7  = 3$ | $ 5 \leftrightarrow 7  = 2$ | $ 5 \leftrightarrow 7  = 2$ |
| $ 5 \leftrightarrow 6  = 1$ | $ 5 \leftrightarrow 7  = 2$ | $ 6 \leftrightarrow 7  = 1$ | $ 6 \leftrightarrow 7  = 1$ | $ 6 \leftrightarrow 7  = 1$ |

จากผลที่ได้ ระยะห่างแต่ละจุด ไม่อยู่ในเซต ของ  $G = \{1\}, \bar{G} = \{2, 3\}$  จึงสามารถนำมาวาดรูปได้



รูปที่ 3.19 กราฟ  $G$  ที่มีระยะห่างระหว่างจุดเท่ากับ  $\{1\}$   
กราฟ  $\bar{G}$  ที่มีระยะห่างระหว่างจุดเท่ากับ  $\{2, 3\}$

กรณีที่ 2  $G = \{2\}, \bar{G} = \{1, 3\}$

สุ่มเลือกจุดมา 3 จุด คือ  $v_i, v_j, v_k$  จาก 7 จุด นำมาหาค่าระยะห่างระหว่างจุด  $d_{ij}, d_{ik}$  และ  $d_{jk}$  เพื่อตรวจสอบ  $G = \{2\}$  ได้ดังนี้

|                             |                             |                             |                             |                             |
|-----------------------------|-----------------------------|-----------------------------|-----------------------------|-----------------------------|
| $v_1, v_2, v_3$             | $v_1, v_2, v_4$             | $v_1, v_2, v_5$             | $v_1, v_2, v_6$             | $v_1, v_2, v_7$             |
| $ 1 \leftrightarrow 2  = 1$ | $ 1 \leftrightarrow 2  = 1$ | $ 1 \leftrightarrow 2  = 1$ | $ 1 \leftrightarrow 2  = 1$ | $ 1 \leftrightarrow 2  = 1$ |
| $ 1 \leftrightarrow 3  = 2$ | $ 1 \leftrightarrow 4  = 3$ | $ 1 \leftrightarrow 5  = 3$ | $ 1 \leftrightarrow 6  = 2$ | $ 1 \leftrightarrow 7  = 1$ |
| $ 2 \leftrightarrow 3  = 1$ | $ 2 \leftrightarrow 4  = 2$ | $ 2 \leftrightarrow 5  = 3$ | $ 2 \leftrightarrow 6  = 3$ | $ 2 \leftrightarrow 7  = 2$ |
| $v_1, v_3, v_4$             | $v_1, v_3, v_5$             | $v_1, v_3, v_6$             | $v_1, v_3, v_7$             | $v_1, v_4, v_5$             |
| $ 1 \leftrightarrow 3  = 2$ | $ 1 \leftrightarrow 3  = 2$ | $ 1 \leftrightarrow 3  = 2$ | $ 1 \leftrightarrow 3  = 2$ | $ 1 \leftrightarrow 4  = 3$ |
| $ 1 \leftrightarrow 4  = 3$ | $ 1 \leftrightarrow 5  = 3$ | $ 1 \leftrightarrow 6  = 2$ | $ 1 \leftrightarrow 7  = 1$ | $ 1 \leftrightarrow 5  = 3$ |
| $ 3 \leftrightarrow 4  = 1$ | $ 3 \leftrightarrow 5  = 2$ | $ 3 \leftrightarrow 6  = 3$ | $ 3 \leftrightarrow 7  = 3$ | $ 4 \leftrightarrow 5  = 1$ |

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

|                             |                             |                             |                             |                             |
|-----------------------------|-----------------------------|-----------------------------|-----------------------------|-----------------------------|
| $v_1, v_4, v_6$             | $v_1, v_4, v_7$             | $v_1, v_5, v_6$             | $v_1, v_5, v_7$             | $v_1, v_6, v_7$             |
| $ 1 \leftrightarrow 4  = 3$ | $ 1 \leftrightarrow 4  = 3$ | $ 1 \leftrightarrow 5  = 3$ | $ 1 \leftrightarrow 5  = 3$ | $ 1 \leftrightarrow 6  = 2$ |
| $ 1 \leftrightarrow 6  = 2$ | $ 1 \leftrightarrow 7  = 1$ | $ 1 \leftrightarrow 6  = 2$ | $ 1 \leftrightarrow 7  = 1$ | $ 1 \leftrightarrow 7  = 1$ |
| $ 4 \leftrightarrow 6  = 2$ | $ 4 \leftrightarrow 7  = 3$ | $ 5 \leftrightarrow 6  = 1$ | $ 5 \leftrightarrow 7  = 2$ | $ 6 \leftrightarrow 7  = 1$ |

|                             |                             |                             |                             |                             |
|-----------------------------|-----------------------------|-----------------------------|-----------------------------|-----------------------------|
| $v_2, v_3, v_4$             | $v_2, v_3, v_5$             | $v_2, v_3, v_6$             | $v_2, v_3, v_7$             | $v_2, v_4, v_5$             |
| $ 2 \leftrightarrow 3  = 1$ | $ 2 \leftrightarrow 3  = 1$ | $ 2 \leftrightarrow 3  = 1$ | $ 2 \leftrightarrow 3  = 1$ | $ 2 \leftrightarrow 4  = 2$ |
| $ 2 \leftrightarrow 4  = 2$ | $ 2 \leftrightarrow 5  = 3$ | $ 2 \leftrightarrow 6  = 3$ | $ 2 \leftrightarrow 7  = 2$ | $ 2 \leftrightarrow 5  = 3$ |
| $ 3 \leftrightarrow 4  = 1$ | $ 3 \leftrightarrow 5  = 2$ | $ 3 \leftrightarrow 6  = 3$ | $ 3 \leftrightarrow 7  = 3$ | $ 4 \leftrightarrow 5  = 1$ |

|                             |                             |                             |                             |                             |
|-----------------------------|-----------------------------|-----------------------------|-----------------------------|-----------------------------|
| $v_2, v_4, v_6$             | $v_2, v_4, v_7$             | $v_2, v_5, v_6$             | $v_2, v_5, v_7$             | $v_2, v_6, v_7$             |
| $ 2 \leftrightarrow 4  = 2$ | $ 2 \leftrightarrow 4  = 2$ | $ 2 \leftrightarrow 5  = 3$ | $ 2 \leftrightarrow 5  = 3$ | $ 2 \leftrightarrow 6  = 3$ |
| $ 2 \leftrightarrow 6  = 3$ | $ 2 \leftrightarrow 7  = 2$ | $ 2 \leftrightarrow 6  = 3$ | $ 2 \leftrightarrow 7  = 2$ | $ 2 \leftrightarrow 7  = 2$ |
| $ 4 \leftrightarrow 6  = 2$ | $ 4 \leftrightarrow 7  = 3$ | $ 5 \leftrightarrow 6  = 1$ | $ 5 \leftrightarrow 7  = 2$ | $ 6 \leftrightarrow 7  = 1$ |

|                             |                             |                             |                             |                             |
|-----------------------------|-----------------------------|-----------------------------|-----------------------------|-----------------------------|
| $v_3, v_4, v_5$             | $v_3, v_4, v_6$             | $v_3, v_4, v_7$             | $v_3, v_5, v_6$             | $v_3, v_5, v_7$             |
| $ 3 \leftrightarrow 4  = 1$ | $ 3 \leftrightarrow 4  = 1$ | $ 3 \leftrightarrow 4  = 1$ | $ 3 \leftrightarrow 5  = 2$ | $ 3 \leftrightarrow 5  = 2$ |
| $ 3 \leftrightarrow 5  = 2$ | $ 3 \leftrightarrow 6  = 3$ | $ 3 \leftrightarrow 7  = 3$ | $ 3 \leftrightarrow 6  = 3$ | $ 3 \leftrightarrow 7  = 3$ |
| $ 4 \leftrightarrow 5  = 1$ | $ 4 \leftrightarrow 6  = 2$ | $ 4 \leftrightarrow 7  = 3$ | $ 5 \leftrightarrow 6  = 1$ | $ 5 \leftrightarrow 7  = 2$ |

|                             |                             |                             |                             |                             |
|-----------------------------|-----------------------------|-----------------------------|-----------------------------|-----------------------------|
| $v_3, v_6, v_7$             | $v_4, v_5, v_6$             | $v_4, v_5, v_7$             | $v_4, v_6, v_7$             | $v_5, v_6, v_7$             |
| $ 3 \leftrightarrow 6  = 3$ | $ 4 \leftrightarrow 5  = 1$ | $ 4 \leftrightarrow 5  = 1$ | $ 4 \leftrightarrow 6  = 2$ | $ 5 \leftrightarrow 6  = 1$ |
| $ 3 \leftrightarrow 7  = 3$ | $ 4 \leftrightarrow 6  = 2$ | $ 4 \leftrightarrow 7  = 3$ | $ 4 \leftrightarrow 7  = 3$ | $ 5 \leftrightarrow 7  = 2$ |
| $ 6 \leftrightarrow 7  = 1$ | $ 5 \leftrightarrow 6  = 1$ | $ 5 \leftrightarrow 7  = 2$ | $ 6 \leftrightarrow 7  = 1$ | $ 6 \leftrightarrow 7  = 1$ |

สุ่มเลือกจุดมา 4 จุด คือ  $v_i, v_j, v_k, v_l$  จาก 7 จุด นำมาหาค่าระยะห่างระหว่างจุด  $d_{ij}$   $d_{ik}$   $d_{il}$   $d_{jk}$   $d_{jl}$  และ  $d_{kl}$  เพื่อตรวจสอบ  $\bar{G} = \{1, 3\}$  ได้ดังนี้

|                             |                             |                             |                             |                             |
|-----------------------------|-----------------------------|-----------------------------|-----------------------------|-----------------------------|
| $v_1, v_2, v_3, v_4$        | $v_1, v_2, v_3, v_5$        | $v_1, v_2, v_3, v_6$        | $v_1, v_2, v_3, v_7$        | $v_1, v_2, v_4, v_5$        |
| $ 1 \leftrightarrow 2  = 1$ | $ 1 \leftrightarrow 2  = 1$ | $ 1 \leftrightarrow 2  = 1$ | $ 1 \leftrightarrow 2  = 1$ | $ 1 \leftrightarrow 2  = 1$ |
| $ 1 \leftrightarrow 3  = 2$ | $ 1 \leftrightarrow 3  = 2$ | $ 1 \leftrightarrow 3  = 2$ | $ 1 \leftrightarrow 3  = 2$ | $ 1 \leftrightarrow 4  = 3$ |
| $ 1 \leftrightarrow 4  = 3$ | $ 1 \leftrightarrow 5  = 3$ | $ 1 \leftrightarrow 6  = 2$ | $ 1 \leftrightarrow 7  = 1$ | $ 1 \leftrightarrow 5  = 3$ |
| $ 2 \leftrightarrow 3  = 1$ | $ 2 \leftrightarrow 3  = 1$ | $ 2 \leftrightarrow 3  = 1$ | $ 2 \leftrightarrow 3  = 1$ | $ 2 \leftrightarrow 4  = 2$ |
| $ 2 \leftrightarrow 4  = 2$ | $ 2 \leftrightarrow 5  = 3$ | $ 2 \leftrightarrow 6  = 3$ | $ 2 \leftrightarrow 7  = 2$ | $ 2 \leftrightarrow 5  = 3$ |
| $ 3 \leftrightarrow 4  = 1$ | $ 3 \leftrightarrow 5  = 2$ | $ 3 \leftrightarrow 6  = 3$ | $ 3 \leftrightarrow 7  = 3$ | $ 4 \leftrightarrow 5  = 1$ |

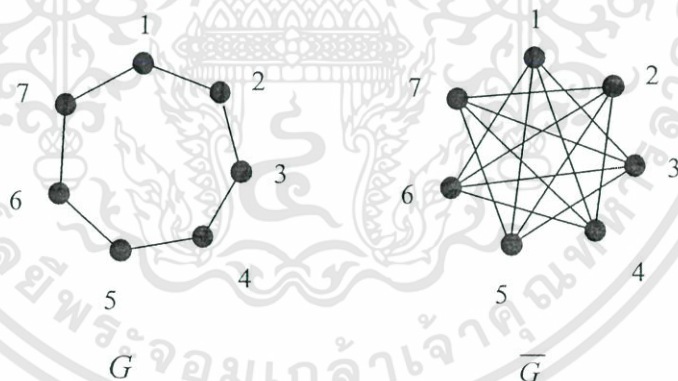
เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีกรนำมาใช้

|                             |                             |                             |                             |                             |
|-----------------------------|-----------------------------|-----------------------------|-----------------------------|-----------------------------|
| $v_1, v_2, v_4, v_6$        | $v_1, v_2, v_4, v_7$        | $v_1, v_2, v_5, v_6$        | $v_1, v_2, v_5, v_7$        | $v_1, v_2, v_6, v_7$        |
| $ 1 \leftrightarrow 2  = 1$ | $ 1 \leftrightarrow 2  = 1$ | $ 1 \leftrightarrow 2  = 1$ | $ 1 \leftrightarrow 2  = 1$ | $ 1 \leftrightarrow 2  = 1$ |
| $ 1 \leftrightarrow 4  = 3$ | $ 1 \leftrightarrow 4  = 3$ | $ 1 \leftrightarrow 5  = 3$ | $ 1 \leftrightarrow 5  = 3$ | $ 1 \leftrightarrow 6  = 2$ |
| $ 1 \leftrightarrow 6  = 2$ | $ 1 \leftrightarrow 7  = 1$ | $ 1 \leftrightarrow 6  = 2$ | $ 1 \leftrightarrow 7  = 1$ | $ 1 \leftrightarrow 7  = 1$ |
| $ 2 \leftrightarrow 4  = 2$ | $ 2 \leftrightarrow 4  = 2$ | $ 2 \leftrightarrow 5  = 3$ | $ 2 \leftrightarrow 5  = 3$ | $ 2 \leftrightarrow 6  = 3$ |
| $ 2 \leftrightarrow 6  = 3$ | $ 2 \leftrightarrow 7  = 2$ | $ 2 \leftrightarrow 6  = 3$ | $ 2 \leftrightarrow 7  = 2$ | $ 2 \leftrightarrow 7  = 2$ |
| $ 4 \leftrightarrow 6  = 2$ | $ 4 \leftrightarrow 7  = 3$ | $ 5 \leftrightarrow 6  = 1$ | $ 5 \leftrightarrow 7  = 2$ | $ 6 \leftrightarrow 7  = 1$ |
| $- v_1, v_3, v_4, v_5$      | $v_1, v_3, v_4, v_6$        | $v_1, v_3, v_4, v_7$        | $v_1, v_3, v_5, v_6$        | $v_1, v_3, v_5, v_7$        |
| $ 1 \leftrightarrow 3  = 2$ | $ 1 \leftrightarrow 3  = 2$ | $ 1 \leftrightarrow 3  = 2$ | $ 1 \leftrightarrow 3  = 2$ | $ 1 \leftrightarrow 3  = 2$ |
| $ 1 \leftrightarrow 4  = 3$ | $ 1 \leftrightarrow 4  = 3$ | $ 1 \leftrightarrow 4  = 3$ | $ 1 \leftrightarrow 5  = 3$ | $ 1 \leftrightarrow 5  = 3$ |
| $ 1 \leftrightarrow 5  = 3$ | $ 1 \leftrightarrow 6  = 2$ | $ 1 \leftrightarrow 7  = 1$ | $ 1 \leftrightarrow 6  = 2$ | $ 1 \leftrightarrow 7  = 1$ |
| $ 3 \leftrightarrow 4  = 1$ | $ 3 \leftrightarrow 4  = 1$ | $ 3 \leftrightarrow 4  = 1$ | $ 3 \leftrightarrow 5  = 2$ | $ 3 \leftrightarrow 5  = 2$ |
| $ 3 \leftrightarrow 5  = 2$ | $ 3 \leftrightarrow 6  = 3$ | $ 3 \leftrightarrow 7  = 3$ | $ 3 \leftrightarrow 6  = 3$ | $ 3 \leftrightarrow 7  = 3$ |
| $ 4 \leftrightarrow 5  = 1$ | $ 4 \leftrightarrow 6  = 2$ | $ 4 \leftrightarrow 7  = 3$ | $ 5 \leftrightarrow 6  = 1$ | $ 5 \leftrightarrow 7  = 2$ |
| $v_1, v_3, v_6, v_7$        | $v_1, v_4, v_5, v_6$        | $v_1, v_4, v_5, v_7$        | $v_1, v_4, v_6, v_7$        | $v_1, v_5, v_6, v_7$        |
| $ 1 \leftrightarrow 3  = 2$ | $ 1 \leftrightarrow 4  = 3$ | $ 1 \leftrightarrow 4  = 3$ | $ 1 \leftrightarrow 4  = 3$ | $ 1 \leftrightarrow 5  = 3$ |
| $ 1 \leftrightarrow 6  = 2$ | $ 1 \leftrightarrow 5  = 3$ | $ 1 \leftrightarrow 5  = 3$ | $ 1 \leftrightarrow 6  = 2$ | $ 1 \leftrightarrow 6  = 2$ |
| $ 1 \leftrightarrow 7  = 1$ | $ 1 \leftrightarrow 6  = 2$ | $ 1 \leftrightarrow 7  = 1$ | $ 1 \leftrightarrow 7  = 1$ | $ 1 \leftrightarrow 7  = 1$ |
| $ 3 \leftrightarrow 6  = 3$ | $ 4 \leftrightarrow 5  = 1$ | $ 4 \leftrightarrow 5  = 1$ | $ 4 \leftrightarrow 6  = 2$ | $ 5 \leftrightarrow 6  = 1$ |
| $ 3 \leftrightarrow 7  = 3$ | $ 4 \leftrightarrow 6  = 2$ | $ 4 \leftrightarrow 7  = 3$ | $ 4 \leftrightarrow 7  = 3$ | $ 5 \leftrightarrow 7  = 2$ |
| $ 6 \leftrightarrow 7  = 1$ | $ 5 \leftrightarrow 6  = 1$ | $ 5 \leftrightarrow 7  = 2$ | $ 6 \leftrightarrow 7  = 1$ | $ 6 \leftrightarrow 7  = 1$ |
| $v_2, v_3, v_4, v_5$        | $v_2, v_3, v_4, v_6$        | $v_2, v_3, v_4, v_7$        | $v_2, v_3, v_5, v_6$        | $v_2, v_3, v_5, v_7$        |
| $ 2 \leftrightarrow 3  = 1$ | $ 2 \leftrightarrow 3  = 1$ | $ 2 \leftrightarrow 3  = 1$ | $ 2 \leftrightarrow 3  = 1$ | $ 2 \leftrightarrow 3  = 1$ |
| $ 2 \leftrightarrow 4  = 2$ | $ 2 \leftrightarrow 4  = 2$ | $ 2 \leftrightarrow 4  = 2$ | $ 2 \leftrightarrow 5  = 3$ | $ 2 \leftrightarrow 5  = 3$ |
| $ 2 \leftrightarrow 5  = 3$ | $ 2 \leftrightarrow 6  = 3$ | $ 2 \leftrightarrow 7  = 2$ | $ 2 \leftrightarrow 6  = 3$ | $ 2 \leftrightarrow 7  = 2$ |
| $ 3 \leftrightarrow 4  = 1$ | $ 3 \leftrightarrow 4  = 1$ | $ 3 \leftrightarrow 4  = 1$ | $ 3 \leftrightarrow 5  = 2$ | $ 3 \leftrightarrow 5  = 2$ |
| $ 3 \leftrightarrow 5  = 2$ | $ 3 \leftrightarrow 6  = 3$ | $ 3 \leftrightarrow 7  = 3$ | $ 3 \leftrightarrow 6  = 3$ | $ 3 \leftrightarrow 7  = 3$ |
| $ 4 \leftrightarrow 5  = 1$ | $ 4 \leftrightarrow 6  = 2$ | $ 4 \leftrightarrow 7  = 3$ | $ 5 \leftrightarrow 6  = 1$ | $ 5 \leftrightarrow 7  = 2$ |

| $v_2, v_3, v_6, v_7$        | $v_2, v_4, v_5, v_6$        | $v_2, v_4, v_5, v_7$        | $v_2, v_4, v_6, v_7$        | $v_2, v_5, v_6, v_7$        |
|-----------------------------|-----------------------------|-----------------------------|-----------------------------|-----------------------------|
| $ 2 \leftrightarrow 3  = 1$ | $ 2 \leftrightarrow 4  = 2$ | $ 2 \leftrightarrow 4  = 2$ | $ 2 \leftrightarrow 4  = 2$ | $ 2 \leftrightarrow 5  = 3$ |
| $ 2 \leftrightarrow 6  = 3$ | $ 2 \leftrightarrow 5  = 3$ | $ 2 \leftrightarrow 5  = 3$ | $ 2 \leftrightarrow 6  = 3$ | $ 2 \leftrightarrow 6  = 3$ |
| $ 2 \leftrightarrow 7  = 2$ | $ 2 \leftrightarrow 6  = 3$ | $ 2 \leftrightarrow 7  = 2$ | $ 2 \leftrightarrow 7  = 2$ | $ 2 \leftrightarrow 7  = 2$ |
| $ 3 \leftrightarrow 6  = 3$ | $ 4 \leftrightarrow 5  = 1$ | $ 4 \leftrightarrow 5  = 1$ | $ 4 \leftrightarrow 6  = 2$ | $ 5 \leftrightarrow 6  = 1$ |
| $ 3 \leftrightarrow 7  = 3$ | $ 4 \leftrightarrow 6  = 2$ | $ 4 \leftrightarrow 7  = 3$ | $ 4 \leftrightarrow 7  = 3$ | $ 5 \leftrightarrow 7  = 2$ |
| $ 6 \leftrightarrow 7  = 1$ | $ 5 \leftrightarrow 6  = 1$ | $ 5 \leftrightarrow 7  = 2$ | $ 6 \leftrightarrow 7  = 1$ | $ 6 \leftrightarrow 7  = 1$ |

| $v_3, v_4, v_5, v_6$        | $v_3, v_4, v_5, v_7$        | $v_3, v_4, v_6, v_7$        | $v_3, v_5, v_6, v_7$        | $v_4, v_5, v_6, v_7$        |
|-----------------------------|-----------------------------|-----------------------------|-----------------------------|-----------------------------|
| $ 3 \leftrightarrow 4  = 1$ | $ 3 \leftrightarrow 4  = 1$ | $ 3 \leftrightarrow 4  = 1$ | $ 3 \leftrightarrow 5  = 2$ | $ 4 \leftrightarrow 5  = 1$ |
| $ 3 \leftrightarrow 5  = 2$ | $ 3 \leftrightarrow 5  = 2$ | $ 3 \leftrightarrow 6  = 3$ | $ 3 \leftrightarrow 6  = 3$ | $ 4 \leftrightarrow 6  = 2$ |
| $ 3 \leftrightarrow 6  = 3$ | $ 3 \leftrightarrow 7  = 3$ | $ 3 \leftrightarrow 7  = 3$ | $ 3 \leftrightarrow 7  = 3$ | $ 4 \leftrightarrow 7  = 3$ |
| $ 4 \leftrightarrow 5  = 1$ | $ 4 \leftrightarrow 5  = 1$ | $ 4 \leftrightarrow 6  = 2$ | $ 5 \leftrightarrow 6  = 1$ | $ 5 \leftrightarrow 6  = 1$ |
| $ 4 \leftrightarrow 6  = 2$ | $ 4 \leftrightarrow 7  = 3$ | $ 4 \leftrightarrow 7  = 3$ | $ 5 \leftrightarrow 7  = 2$ | $ 5 \leftrightarrow 7  = 2$ |
| $ 5 \leftrightarrow 6  = 1$ | $ 5 \leftrightarrow 7  = 2$ | $ 6 \leftrightarrow 7  = 1$ | $ 6 \leftrightarrow 7  = 1$ | $ 6 \leftrightarrow 7  = 1$ |

จากผลที่ได้ ระยะห่างแต่ละจุด ไม่อยู่ในเซต ของ  $G = \{2\}, \bar{G} = \{1, 3\}$  จึงสามารถนำมาวาดรูปได้



รูปที่ 3.20 กราฟ  $G$  ที่มีระยะห่างระหว่างจุดเท่ากับ  $\{2\}$

กราฟ  $\bar{G}$  ที่มีระยะห่างระหว่างจุดเท่ากับ  $\{1, 3\}$

กรณีที่ 3  $G = \{3\}, \bar{G} = \{1, 2\}$

สุ่มเลือกจุดมา 3 จุด คือ  $v_i, v_j, v_k$  จาก 7 จุด นำมาหาค่าระยะห่างระหว่างจุด  $d_{ij}, d_{ik}$  และ  $d_{jk}$  เพื่อตรวจสอบ  $G = \{3\}$  ได้ดังนี้

|                             |                             |                             |                             |                             |
|-----------------------------|-----------------------------|-----------------------------|-----------------------------|-----------------------------|
| $v_1, v_2, v_3$             | $v_1, v_2, v_4$             | $v_1, v_2, v_5$             | $v_1, v_2, v_6$             | $v_1, v_2, v_7$             |
| $ 1 \leftrightarrow 2  = 1$ | $ 1 \leftrightarrow 2  = 1$ | $ 1 \leftrightarrow 2  = 1$ | $ 1 \leftrightarrow 2  = 1$ | $ 1 \leftrightarrow 2  = 1$ |
| $ 1 \leftrightarrow 3  = 2$ | $ 1 \leftrightarrow 4  = 3$ | $ 1 \leftrightarrow 5  = 3$ | $ 1 \leftrightarrow 6  = 2$ | $ 1 \leftrightarrow 7  = 1$ |
| $ 2 \leftrightarrow 3  = 1$ | $ 2 \leftrightarrow 4  = 2$ | $ 2 \leftrightarrow 5  = 3$ | $ 2 \leftrightarrow 6  = 3$ | $ 2 \leftrightarrow 7  = 2$ |

|                             |                             |                             |                             |                             |
|-----------------------------|-----------------------------|-----------------------------|-----------------------------|-----------------------------|
| $v_1, v_3, v_4$             | $v_1, v_3, v_5$             | $v_1, v_3, v_6$             | $v_1, v_3, v_7$             | $v_1, v_4, v_5$             |
| $ 1 \leftrightarrow 3  = 2$ | $ 1 \leftrightarrow 3  = 2$ | $ 1 \leftrightarrow 3  = 2$ | $ 1 \leftrightarrow 3  = 2$ | $ 1 \leftrightarrow 4  = 3$ |
| $ 1 \leftrightarrow 4  = 3$ | $ 1 \leftrightarrow 5  = 3$ | $ 1 \leftrightarrow 6  = 2$ | $ 1 \leftrightarrow 7  = 1$ | $ 1 \leftrightarrow 5  = 3$ |
| $ 3 \leftrightarrow 4  = 1$ | $ 3 \leftrightarrow 5  = 2$ | $ 3 \leftrightarrow 6  = 3$ | $ 3 \leftrightarrow 7  = 3$ | $ 4 \leftrightarrow 5  = 1$ |

|                             |                             |                             |                             |                             |
|-----------------------------|-----------------------------|-----------------------------|-----------------------------|-----------------------------|
| $v_1, v_4, v_6$             | $v_1, v_4, v_7$             | $v_1, v_5, v_6$             | $v_1, v_5, v_7$             | $v_1, v_6, v_7$             |
| $ 1 \leftrightarrow 4  = 3$ | $ 1 \leftrightarrow 4  = 3$ | $ 1 \leftrightarrow 5  = 3$ | $ 1 \leftrightarrow 5  = 3$ | $ 1 \leftrightarrow 6  = 2$ |
| $ 1 \leftrightarrow 6  = 2$ | $ 1 \leftrightarrow 7  = 1$ | $ 1 \leftrightarrow 6  = 2$ | $ 1 \leftrightarrow 7  = 1$ | $ 1 \leftrightarrow 7  = 1$ |
| $ 4 \leftrightarrow 6  = 2$ | $ 4 \leftrightarrow 7  = 3$ | $ 5 \leftrightarrow 6  = 1$ | $ 5 \leftrightarrow 7  = 2$ | $ 6 \leftrightarrow 7  = 1$ |

|                             |                             |                             |                             |                             |
|-----------------------------|-----------------------------|-----------------------------|-----------------------------|-----------------------------|
| $v_2, v_3, v_4$             | $v_2, v_3, v_5$             | $v_2, v_3, v_6$             | $v_2, v_3, v_7$             | $v_2, v_4, v_5$             |
| $ 2 \leftrightarrow 3  = 1$ | $ 2 \leftrightarrow 3  = 1$ | $ 2 \leftrightarrow 3  = 1$ | $ 2 \leftrightarrow 3  = 1$ | $ 2 \leftrightarrow 4  = 2$ |
| $ 2 \leftrightarrow 4  = 2$ | $ 2 \leftrightarrow 5  = 3$ | $ 2 \leftrightarrow 6  = 3$ | $ 2 \leftrightarrow 7  = 2$ | $ 2 \leftrightarrow 5  = 3$ |
| $ 3 \leftrightarrow 4  = 1$ | $ 3 \leftrightarrow 5  = 2$ | $ 3 \leftrightarrow 6  = 3$ | $ 3 \leftrightarrow 7  = 3$ | $ 4 \leftrightarrow 5  = 1$ |

|                             |                             |                             |                             |                             |
|-----------------------------|-----------------------------|-----------------------------|-----------------------------|-----------------------------|
| $v_2, v_4, v_6$             | $v_2, v_4, v_7$             | $v_2, v_5, v_6$             | $v_2, v_5, v_7$             | $v_2, v_6, v_7$             |
| $ 2 \leftrightarrow 4  = 2$ | $ 2 \leftrightarrow 4  = 2$ | $ 2 \leftrightarrow 5  = 3$ | $ 2 \leftrightarrow 5  = 3$ | $ 2 \leftrightarrow 6  = 3$ |
| $ 2 \leftrightarrow 6  = 3$ | $ 2 \leftrightarrow 7  = 2$ | $ 2 \leftrightarrow 6  = 3$ | $ 2 \leftrightarrow 7  = 2$ | $ 2 \leftrightarrow 7  = 2$ |
| $ 4 \leftrightarrow 6  = 2$ | $ 4 \leftrightarrow 7  = 3$ | $ 5 \leftrightarrow 6  = 1$ | $ 5 \leftrightarrow 7  = 2$ | $ 6 \leftrightarrow 7  = 1$ |

|                             |                             |                             |                             |                             |
|-----------------------------|-----------------------------|-----------------------------|-----------------------------|-----------------------------|
| $v_3, v_4, v_5$             | $v_3, v_4, v_6$             | $v_3, v_4, v_7$             | $v_3, v_5, v_6$             | $v_3, v_5, v_7$             |
| $ 3 \leftrightarrow 4  = 1$ | $ 3 \leftrightarrow 4  = 1$ | $ 3 \leftrightarrow 4  = 1$ | $ 3 \leftrightarrow 5  = 2$ | $ 3 \leftrightarrow 5  = 2$ |
| $ 3 \leftrightarrow 5  = 2$ | $ 3 \leftrightarrow 6  = 3$ | $ 3 \leftrightarrow 7  = 3$ | $ 3 \leftrightarrow 6  = 3$ | $ 3 \leftrightarrow 7  = 3$ |
| $ 4 \leftrightarrow 5  = 1$ | $ 4 \leftrightarrow 6  = 2$ | $ 4 \leftrightarrow 7  = 3$ | $ 5 \leftrightarrow 6  = 1$ | $ 5 \leftrightarrow 7  = 2$ |

|                             |                             |                             |                             |                             |
|-----------------------------|-----------------------------|-----------------------------|-----------------------------|-----------------------------|
| $v_3, v_6, v_7$             | $v_4, v_5, v_6$             | $v_4, v_5, v_7$             | $v_4, v_6, v_7$             | $v_5, v_6, v_7$             |
| $ 3 \leftrightarrow 6  = 3$ | $ 4 \leftrightarrow 5  = 1$ | $ 4 \leftrightarrow 5  = 1$ | $ 4 \leftrightarrow 6  = 2$ | $ 5 \leftrightarrow 6  = 1$ |
| $ 3 \leftrightarrow 7  = 3$ | $ 4 \leftrightarrow 6  = 2$ | $ 4 \leftrightarrow 7  = 3$ | $ 4 \leftrightarrow 7  = 3$ | $ 5 \leftrightarrow 7  = 2$ |
| $ 6 \leftrightarrow 7  = 1$ | $ 5 \leftrightarrow 6  = 1$ | $ 5 \leftrightarrow 7  = 2$ | $ 6 \leftrightarrow 7  = 1$ | $ 6 \leftrightarrow 7  = 1$ |

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

สุ่มเลือกจุดมา 4 จุด คือ  $v_i, v_j, v_k, v_l$  จาก 7 จุด นำมาหาค่าระยะห่างระหว่างจุด  $d_{ij}$   $d_{ik}$   $d_{il}$   $d_{jk}$   $d_{jl}$  และ  $d_{kl}$  เพื่อตรวจสอบ  $\bar{G} = \{1, 2\}$  ได้ดังนี้

| $v_1, v_2, v_3, v_4$        | $v_1, v_2, v_3, v_5$        | $v_1, v_2, v_3, v_6$        | $v_1, v_2, v_3, v_7$        | $v_1, v_2, v_4, v_5$        |
|-----------------------------|-----------------------------|-----------------------------|-----------------------------|-----------------------------|
| $ 1 \leftrightarrow 2  = 1$ | $ 1 \leftrightarrow 2  = 1$ | $ 1 \leftrightarrow 2  = 1$ | $ 1 \leftrightarrow 2  = 1$ | $ 1 \leftrightarrow 2  = 1$ |
| $ 1 \leftrightarrow 3  = 2$ | $ 1 \leftrightarrow 3  = 2$ | $ 1 \leftrightarrow 3  = 2$ | $ 1 \leftrightarrow 3  = 2$ | $ 1 \leftrightarrow 4  = 3$ |
| $ 1 \leftrightarrow 4  = 3$ | $ 1 \leftrightarrow 5  = 3$ | $ 1 \leftrightarrow 6  = 2$ | $ 1 \leftrightarrow 7  = 1$ | $ 1 \leftrightarrow 5  = 3$ |
| $ 2 \leftrightarrow 3  = 1$ | $ 2 \leftrightarrow 3  = 1$ | $ 2 \leftrightarrow 3  = 1$ | $ 2 \leftrightarrow 3  = 1$ | $ 2 \leftrightarrow 4  = 2$ |
| $ 2 \leftrightarrow 4  = 2$ | $ 2 \leftrightarrow 5  = 3$ | $ 2 \leftrightarrow 6  = 3$ | $ 2 \leftrightarrow 7  = 2$ | $ 2 \leftrightarrow 5  = 3$ |
| $ 3 \leftrightarrow 4  = 1$ | $ 3 \leftrightarrow 5  = 2$ | $ 3 \leftrightarrow 6  = 3$ | $ 3 \leftrightarrow 7  = 3$ | $ 4 \leftrightarrow 5  = 1$ |

| $v_1, v_2, v_4, v_6$        | $v_1, v_2, v_4, v_7$        | $v_1, v_2, v_5, v_6$        | $v_1, v_2, v_5, v_7$        | $v_1, v_2, v_6, v_7$        |
|-----------------------------|-----------------------------|-----------------------------|-----------------------------|-----------------------------|
| $ 1 \leftrightarrow 2  = 1$ | $ 1 \leftrightarrow 2  = 1$ | $ 1 \leftrightarrow 2  = 1$ | $ 1 \leftrightarrow 2  = 1$ | $ 1 \leftrightarrow 2  = 1$ |
| $ 1 \leftrightarrow 4  = 3$ | $ 1 \leftrightarrow 4  = 3$ | $ 1 \leftrightarrow 5  = 3$ | $ 1 \leftrightarrow 5  = 3$ | $ 1 \leftrightarrow 6  = 2$ |
| $ 1 \leftrightarrow 6  = 2$ | $ 1 \leftrightarrow 7  = 1$ | $ 1 \leftrightarrow 6  = 2$ | $ 1 \leftrightarrow 7  = 1$ | $ 1 \leftrightarrow 7  = 1$ |
| $ 2 \leftrightarrow 4  = 2$ | $ 2 \leftrightarrow 4  = 2$ | $ 2 \leftrightarrow 5  = 3$ | $ 2 \leftrightarrow 5  = 3$ | $ 2 \leftrightarrow 6  = 3$ |
| $ 2 \leftrightarrow 6  = 3$ | $ 2 \leftrightarrow 7  = 2$ | $ 2 \leftrightarrow 6  = 3$ | $ 2 \leftrightarrow 7  = 2$ | $ 2 \leftrightarrow 7  = 2$ |
| $ 4 \leftrightarrow 6  = 2$ | $ 4 \leftrightarrow 7  = 3$ | $ 5 \leftrightarrow 6  = 1$ | $ 5 \leftrightarrow 7  = 2$ | $ 6 \leftrightarrow 7  = 1$ |

| $v_1, v_3, v_4, v_5$        | $v_1, v_3, v_4, v_6$        | $v_1, v_3, v_4, v_7$        | $v_1, v_3, v_5, v_6$        | $v_1, v_3, v_5, v_7$        |
|-----------------------------|-----------------------------|-----------------------------|-----------------------------|-----------------------------|
| $ 1 \leftrightarrow 3  = 2$ | $ 1 \leftrightarrow 3  = 2$ | $ 1 \leftrightarrow 3  = 2$ | $ 1 \leftrightarrow 3  = 2$ | $ 1 \leftrightarrow 3  = 2$ |
| $ 1 \leftrightarrow 4  = 3$ | $ 1 \leftrightarrow 4  = 3$ | $ 1 \leftrightarrow 4  = 3$ | $ 1 \leftrightarrow 5  = 3$ | $ 1 \leftrightarrow 5  = 3$ |
| $ 1 \leftrightarrow 5  = 3$ | $ 1 \leftrightarrow 6  = 2$ | $ 1 \leftrightarrow 7  = 1$ | $ 1 \leftrightarrow 6  = 2$ | $ 1 \leftrightarrow 7  = 1$ |
| $ 3 \leftrightarrow 4  = 1$ | $ 3 \leftrightarrow 4  = 1$ | $ 3 \leftrightarrow 4  = 1$ | $ 3 \leftrightarrow 5  = 2$ | $ 3 \leftrightarrow 5  = 2$ |
| $ 3 \leftrightarrow 5  = 2$ | $ 3 \leftrightarrow 6  = 3$ | $ 3 \leftrightarrow 7  = 3$ | $ 3 \leftrightarrow 6  = 3$ | $ 3 \leftrightarrow 7  = 3$ |
| $ 4 \leftrightarrow 5  = 1$ | $ 4 \leftrightarrow 6  = 2$ | $ 4 \leftrightarrow 7  = 3$ | $ 5 \leftrightarrow 6  = 1$ | $ 5 \leftrightarrow 7  = 2$ |

| $v_1, v_3, v_6, v_7$        | $v_1, v_4, v_5, v_6$        | $v_1, v_4, v_5, v_7$        | $v_1, v_4, v_6, v_7$        | $v_1, v_5, v_6, v_7$        |
|-----------------------------|-----------------------------|-----------------------------|-----------------------------|-----------------------------|
| $ 1 \leftrightarrow 3  = 2$ | $ 1 \leftrightarrow 4  = 3$ | $ 1 \leftrightarrow 4  = 3$ | $ 1 \leftrightarrow 4  = 3$ | $ 1 \leftrightarrow 5  = 3$ |
| $ 1 \leftrightarrow 6  = 2$ | $ 1 \leftrightarrow 5  = 3$ | $ 1 \leftrightarrow 5  = 3$ | $ 1 \leftrightarrow 6  = 2$ | $ 1 \leftrightarrow 6  = 2$ |
| $ 1 \leftrightarrow 7  = 1$ | $ 1 \leftrightarrow 6  = 2$ | $ 1 \leftrightarrow 7  = 1$ | $ 1 \leftrightarrow 7  = 1$ | $ 1 \leftrightarrow 7  = 1$ |
| $ 3 \leftrightarrow 6  = 3$ | $ 4 \leftrightarrow 5  = 1$ | $ 4 \leftrightarrow 5  = 1$ | $ 4 \leftrightarrow 6  = 2$ | $ 5 \leftrightarrow 6  = 1$ |
| $ 3 \leftrightarrow 7  = 3$ | $ 4 \leftrightarrow 6  = 2$ | $ 4 \leftrightarrow 7  = 3$ | $ 4 \leftrightarrow 7  = 3$ | $ 5 \leftrightarrow 7  = 2$ |
| $ 6 \leftrightarrow 7  = 1$ | $ 5 \leftrightarrow 6  = 1$ | $ 5 \leftrightarrow 7  = 2$ | $ 6 \leftrightarrow 7  = 1$ | $ 6 \leftrightarrow 7  = 1$ |

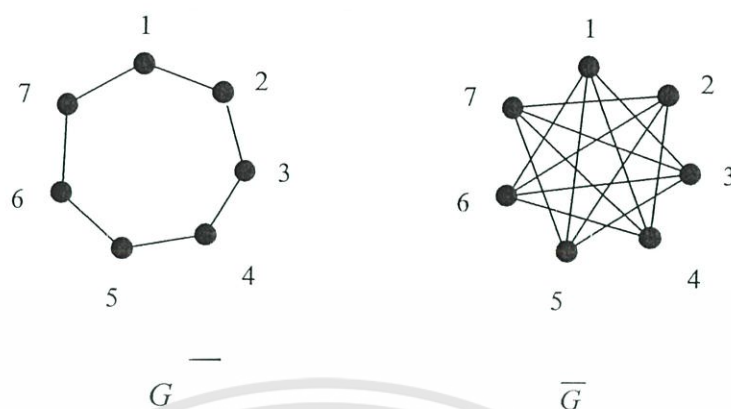
เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

|                             |                             |                             |                             |                             |
|-----------------------------|-----------------------------|-----------------------------|-----------------------------|-----------------------------|
| $v_2, v_3, v_4, v_5$        | $v_2, v_3, v_4, v_6$        | $v_2, v_3, v_4, v_7$        | $v_2, v_3, v_5, v_6$        | $v_2, v_3, v_5, v_7$        |
| $ 2 \leftrightarrow 3  = 1$ | $ 2 \leftrightarrow 3  = 1$ | $ 2 \leftrightarrow 3  = 1$ | $ 2 \leftrightarrow 3  = 1$ | $ 2 \leftrightarrow 3  = 1$ |
| $ 2 \leftrightarrow 4  = 2$ | $ 2 \leftrightarrow 4  = 2$ | $ 2 \leftrightarrow 4  = 2$ | $ 2 \leftrightarrow 5  = 3$ | $ 2 \leftrightarrow 5  = 3$ |
| $ 2 \leftrightarrow 5  = 3$ | $ 2 \leftrightarrow 6  = 3$ | $ 2 \leftrightarrow 7  = 2$ | $ 2 \leftrightarrow 6  = 3$ | $ 2 \leftrightarrow 7  = 2$ |
| $ 3 \leftrightarrow 4  = 1$ | $ 3 \leftrightarrow 4  = 1$ | $ 3 \leftrightarrow 4  = 1$ | $ 3 \leftrightarrow 5  = 2$ | $ 3 \leftrightarrow 5  = 2$ |
| $ 3 \leftrightarrow 5  = 2$ | $ 3 \leftrightarrow 6  = 3$ | $ 3 \leftrightarrow 7  = 3$ | $ 3 \leftrightarrow 6  = 3$ | $ 3 \leftrightarrow 7  = 3$ |
| $ 4 \leftrightarrow 5  = 1$ | $ 4 \leftrightarrow 6  = 2$ | $ 4 \leftrightarrow 7  = 3$ | $ 5 \leftrightarrow 6  = 1$ | $ 5 \leftrightarrow 7  = 2$ |

|                             |                             |                             |                             |                                 |
|-----------------------------|-----------------------------|-----------------------------|-----------------------------|---------------------------------|
| $v_2, v_3, v_6, v_7$        | $v_2, v_4, v_5, v_6$        | $v_2, v_4, v_5, v_7$        | $v_2, v_4, v_6, v_7$        | $\overline{v_2, v_5, v_6, v_7}$ |
| $ 2 \leftrightarrow 3  = 1$ | $ 2 \leftrightarrow 4  = 2$ | $ 2 \leftrightarrow 4  = 2$ | $ 2 \leftrightarrow 4  = 2$ | $ 2 \leftrightarrow 5  = 3$     |
| $ 2 \leftrightarrow 6  = 3$ | $ 2 \leftrightarrow 5  = 3$ | $ 2 \leftrightarrow 5  = 3$ | $ 2 \leftrightarrow 6  = 3$ | $ 2 \leftrightarrow 6  = 3$     |
| $ 2 \leftrightarrow 7  = 2$ | $ 2 \leftrightarrow 6  = 3$ | $ 2 \leftrightarrow 7  = 2$ | $ 2 \leftrightarrow 7  = 2$ | $ 2 \leftrightarrow 7  = 2$     |
| $ 3 \leftrightarrow 6  = 3$ | $ 4 \leftrightarrow 5  = 1$ | $ 4 \leftrightarrow 5  = 1$ | $ 4 \leftrightarrow 6  = 2$ | $ 5 \leftrightarrow 6  = 1$     |
| $ 3 \leftrightarrow 7  = 3$ | $ 4 \leftrightarrow 6  = 2$ | $ 4 \leftrightarrow 7  = 3$ | $ 4 \leftrightarrow 7  = 3$ | $ 5 \leftrightarrow 7  = 2$     |
| $ 6 \leftrightarrow 7  = 1$ | $ 5 \leftrightarrow 6  = 1$ | $ 5 \leftrightarrow 7  = 2$ | $ 6 \leftrightarrow 7  = 1$ | $ 6 \leftrightarrow 7  = 1$     |

|                             |                             |                             |                             |                             |
|-----------------------------|-----------------------------|-----------------------------|-----------------------------|-----------------------------|
| $v_3, v_4, v_5, v_6$        | $v_3, v_4, v_5, v_7$        | $v_3, v_4, v_6, v_7$        | $v_3, v_5, v_6, v_7$        | $v_4, v_5, v_6, v_7$        |
| $ 3 \leftrightarrow 4  = 1$ | $ 3 \leftrightarrow 4  = 1$ | $ 3 \leftrightarrow 4  = 1$ | $ 3 \leftrightarrow 5  = 2$ | $ 4 \leftrightarrow 5  = 1$ |
| $ 3 \leftrightarrow 5  = 2$ | $ 3 \leftrightarrow 5  = 2$ | $ 3 \leftrightarrow 6  = 3$ | $ 3 \leftrightarrow 6  = 3$ | $ 4 \leftrightarrow 6  = 2$ |
| $ 3 \leftrightarrow 6  = 3$ | $ 3 \leftrightarrow 7  = 3$ | $ 3 \leftrightarrow 7  = 3$ | $ 3 \leftrightarrow 7  = 3$ | $ 4 \leftrightarrow 7  = 3$ |
| $ 4 \leftrightarrow 5  = 1$ | $ 4 \leftrightarrow 5  = 1$ | $ 4 \leftrightarrow 6  = 2$ | $ 5 \leftrightarrow 6  = 1$ | $ 5 \leftrightarrow 6  = 1$ |
| $ 4 \leftrightarrow 6  = 2$ | $ 4 \leftrightarrow 7  = 3$ | $ 4 \leftrightarrow 7  = 3$ | $ 5 \leftrightarrow 7  = 2$ | $ 5 \leftrightarrow 7  = 2$ |
| $ 5 \leftrightarrow 6  = 1$ | $ 5 \leftrightarrow 7  = 2$ | $ 6 \leftrightarrow 7  = 1$ | $ 6 \leftrightarrow 7  = 1$ | $ 6 \leftrightarrow 7  = 1$ |

จากผลที่ได้ ระยะห่างแต่ละจุด ไม่อยู่ในเซต ของ  $G = \{3\}, \bar{G} = \{1,2\}$  จึงสามารถนำมาวาดรูปได้



รูปที่ 3.21 กราฟ  $G$  ที่มีระยะห่างระหว่างจุดเท่ากับ  $\{3\}$   
กราฟ  $\bar{G}$  ที่มีระยะห่างระหว่างจุดเท่ากับ  $\{1,2\}$

กรณีที่ 4  $G = \{1,2\}, \bar{G} = \{3\}$

สุ่มเลือกจุดมา 3 จุด คือ  $v_i, v_j, v_k$  จาก 7 จุด นำมาหาค่าระยะห่างระหว่างจุด  $d_{ij}, d_{ik}$  และ  $d_{jk}$  เพื่อตรวจสอบ  $G = \{1,2\}$  ได้ดังนี้

|                             |                             |                             |                             |                             |
|-----------------------------|-----------------------------|-----------------------------|-----------------------------|-----------------------------|
| $v_1, v_2, v_3$             | $v_1, v_2, v_4$             | $v_1, v_2, v_5$             | $v_1, v_2, v_6$             | $v_1, v_2, v_7$             |
| $ 1 \leftrightarrow 2  = 1$ | $ 1 \leftrightarrow 2  = 1$ | $ 1 \leftrightarrow 2  = 1$ | $ 1 \leftrightarrow 2  = 1$ | $ 1 \leftrightarrow 2  = 1$ |
| $ 1 \leftrightarrow 3  = 2$ | $ 1 \leftrightarrow 4  = 3$ | $ 1 \leftrightarrow 5  = 3$ | $ 1 \leftrightarrow 6  = 2$ | $ 1 \leftrightarrow 7  = 1$ |
| $ 2 \leftrightarrow 3  = 1$ | $ 2 \leftrightarrow 4  = 2$ | $ 2 \leftrightarrow 5  = 3$ | $ 2 \leftrightarrow 6  = 3$ | $ 2 \leftrightarrow 7  = 2$ |
| $v_1, v_3, v_4$             | $v_1, v_3, v_5$             | $v_1, v_3, v_6$             | $v_1, v_3, v_7$             | $v_1, v_4, v_5$             |
| $ 1 \leftrightarrow 3  = 2$ | $ 1 \leftrightarrow 3  = 2$ | $ 1 \leftrightarrow 3  = 2$ | $ 1 \leftrightarrow 3  = 2$ | $ 1 \leftrightarrow 4  = 3$ |
| $ 1 \leftrightarrow 4  = 3$ | $ 1 \leftrightarrow 5  = 3$ | $ 1 \leftrightarrow 6  = 2$ | $ 1 \leftrightarrow 7  = 1$ | $ 1 \leftrightarrow 5  = 3$ |
| $ 3 \leftrightarrow 4  = 1$ | $ 3 \leftrightarrow 5  = 2$ | $ 3 \leftrightarrow 6  = 3$ | $ 3 \leftrightarrow 7  = 3$ | $ 4 \leftrightarrow 5  = 1$ |
| $v_1, v_4, v_6$             | $v_1, v_4, v_7$             | $v_1, v_5, v_6$             | $v_1, v_5, v_7$             | $v_1, v_6, v_7$             |
| $ 1 \leftrightarrow 4  = 3$ | $ 1 \leftrightarrow 4  = 3$ | $ 1 \leftrightarrow 5  = 3$ | $ 1 \leftrightarrow 5  = 3$ | $ 1 \leftrightarrow 6  = 2$ |
| $ 1 \leftrightarrow 6  = 2$ | $ 1 \leftrightarrow 7  = 1$ | $ 1 \leftrightarrow 6  = 2$ | $ 1 \leftrightarrow 7  = 1$ | $ 1 \leftrightarrow 7  = 1$ |
| $ 4 \leftrightarrow 6  = 2$ | $ 4 \leftrightarrow 7  = 3$ | $ 5 \leftrightarrow 6  = 1$ | $ 5 \leftrightarrow 7  = 2$ | $ 6 \leftrightarrow 7  = 1$ |

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

| $v_2, v_3, v_4$             | $v_2, v_3, v_5$             | $v_2, v_3, v_6$             | $v_2, v_3, v_7$             | $v_2, v_4, v_5$             |
|-----------------------------|-----------------------------|-----------------------------|-----------------------------|-----------------------------|
| $ 2 \leftrightarrow 3  = 1$ | $ 2 \leftrightarrow 3  = 1$ | $ 2 \leftrightarrow 3  = 1$ | $ 2 \leftrightarrow 3  = 1$ | $ 2 \leftrightarrow 4  = 2$ |
| $ 2 \leftrightarrow 4  = 2$ | $ 2 \leftrightarrow 5  = 3$ | $ 2 \leftrightarrow 6  = 3$ | $ 2 \leftrightarrow 7  = 2$ | $ 2 \leftrightarrow 5  = 3$ |
| $ 3 \leftrightarrow 4  = 1$ | $ 3 \leftrightarrow 5  = 2$ | $ 3 \leftrightarrow 6  = 3$ | $ 3 \leftrightarrow 7  = 3$ | $ 4 \leftrightarrow 5  = 1$ |

| $v_2, v_4, v_6$             | $v_2, v_4, v_7$             | $v_2, v_5, v_6$             | $v_2, v_5, v_7$             | $v_2, v_6, v_7$             |
|-----------------------------|-----------------------------|-----------------------------|-----------------------------|-----------------------------|
| $ 2 \leftrightarrow 4  = 2$ | $ 2 \leftrightarrow 4  = 2$ | $ 2 \leftrightarrow 5  = 3$ | $ 2 \leftrightarrow 5  = 3$ | $ 2 \leftrightarrow 6  = 3$ |
| $ 2 \leftrightarrow 6  = 3$ | $ 2 \leftrightarrow 7  = 2$ | $ 2 \leftrightarrow 6  = 3$ | $ 2 \leftrightarrow 7  = 2$ | $ 2 \leftrightarrow 7  = 2$ |
| $ 4 \leftrightarrow 6  = 2$ | $ 4 \leftrightarrow 7  = 3$ | $ 5 \leftrightarrow 6  = 1$ | $ 5 \leftrightarrow 7  = 2$ | $ 6 \leftrightarrow 7  = 1$ |

| $v_3, v_4, v_5$             | $v_3, v_4, v_6$             | $v_3, v_4, v_7$             | $v_3, v_5, v_6$             | $v_3, v_5, v_7$             |
|-----------------------------|-----------------------------|-----------------------------|-----------------------------|-----------------------------|
| $ 3 \leftrightarrow 4  = 1$ | $ 3 \leftrightarrow 4  = 1$ | $ 3 \leftrightarrow 4  = 1$ | $ 3 \leftrightarrow 5  = 2$ | $ 3 \leftrightarrow 5  = 2$ |
| $ 3 \leftrightarrow 5  = 2$ | $ 3 \leftrightarrow 6  = 3$ | $ 3 \leftrightarrow 7  = 3$ | $ 3 \leftrightarrow 6  = 3$ | $ 3 \leftrightarrow 7  = 3$ |
| $ 4 \leftrightarrow 5  = 1$ | $ 4 \leftrightarrow 6  = 2$ | $ 4 \leftrightarrow 7  = 3$ | $ 5 \leftrightarrow 6  = 1$ | $ 5 \leftrightarrow 7  = 2$ |

| $v_3, v_6, v_7$             | $v_4, v_5, v_6$             | $v_4, v_5, v_7$             | $v_4, v_6, v_7$             | $v_5, v_6, v_7$             |
|-----------------------------|-----------------------------|-----------------------------|-----------------------------|-----------------------------|
| $ 3 \leftrightarrow 6  = 3$ | $ 4 \leftrightarrow 5  = 1$ | $ 4 \leftrightarrow 5  = 1$ | $ 4 \leftrightarrow 6  = 2$ | $ 5 \leftrightarrow 6  = 1$ |
| $ 3 \leftrightarrow 7  = 3$ | $ 4 \leftrightarrow 6  = 2$ | $ 4 \leftrightarrow 7  = 3$ | $ 4 \leftrightarrow 7  = 3$ | $ 5 \leftrightarrow 7  = 2$ |
| $ 6 \leftrightarrow 7  = 1$ | $ 5 \leftrightarrow 6  = 1$ | $ 5 \leftrightarrow 7  = 2$ | $ 6 \leftrightarrow 7  = 1$ | $ 6 \leftrightarrow 7  = 1$ |

กรณีนี้แสดงสีที่ทับในช่องสี่เหลี่ยม แสดงถึงจุดที่ทำให้ไม่สามารถนำไปวาดรูปได้ เนื่องจากเกิดกราฟบริบูรณ์ของ  $K_3$  ในกรณีของเซต  $G = \{1, 2\}$  จึงไม่สามารถนำมาวาดรูปได้

กรณีที่ 5  $G = \{1, 3\}, \bar{G} = \{2\}$

สุ่มเลือกจุดมา 3 จุด คือ  $v_i, v_j, v_k$  จาก 7 จุด นำมาหาค่าระยะห่างระหว่างจุด  $d_{ij}$ ,  $d_{ik}$  และ  $d_{jk}$  เพื่อตรวจสอบ  $G = \{1, 3\}$  ได้ดังนี้

| $v_1, v_2, v_3$             | $v_1, v_2, v_4$             | $v_1, v_2, v_5$             | $v_1, v_2, v_6$             | $v_1, v_2, v_7$             |
|-----------------------------|-----------------------------|-----------------------------|-----------------------------|-----------------------------|
| $ 1 \leftrightarrow 2  = 1$ | $ 1 \leftrightarrow 2  = 1$ | $ 1 \leftrightarrow 2  = 1$ | $ 1 \leftrightarrow 2  = 1$ | $ 1 \leftrightarrow 2  = 1$ |
| $ 1 \leftrightarrow 3  = 2$ | $ 1 \leftrightarrow 4  = 3$ | $ 1 \leftrightarrow 5  = 3$ | $ 1 \leftrightarrow 6  = 2$ | $ 1 \leftrightarrow 7  = 1$ |
| $ 2 \leftrightarrow 3  = 1$ | $ 2 \leftrightarrow 4  = 2$ | $ 2 \leftrightarrow 5  = 3$ | $ 2 \leftrightarrow 6  = 3$ | $ 2 \leftrightarrow 7  = 2$ |

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

|                             |                             |                             |                             |                             |
|-----------------------------|-----------------------------|-----------------------------|-----------------------------|-----------------------------|
| $v_1, v_3, v_4$             | $v_1, v_3, v_5$             | $v_1, v_3, v_6$             | $v_1, v_3, v_7$             | $v_1, v_4, v_5$             |
| $ 1 \leftrightarrow 3  = 2$ | $ 1 \leftrightarrow 3  = 2$ | $ 1 \leftrightarrow 3  = 2$ | $ 1 \leftrightarrow 3  = 2$ | $ 1 \leftrightarrow 4  = 3$ |
| $ 1 \leftrightarrow 4  = 3$ | $ 1 \leftrightarrow 5  = 3$ | $ 1 \leftrightarrow 6  = 2$ | $ 1 \leftrightarrow 7  = 1$ | $ 1 \leftrightarrow 5  = 3$ |
| $ 3 \leftrightarrow 4  = 1$ | $ 3 \leftrightarrow 5  = 2$ | $ 3 \leftrightarrow 6  = 3$ | $ 3 \leftrightarrow 7  = 3$ | $ 4 \leftrightarrow 5  = 1$ |
| $v_1, v_4, v_6$             | $v_1, v_4, v_7$             | $v_1, v_5, v_6$             | $v_1, v_5, v_7$             | $v_1, v_6, v_7$             |
| $ 1 \leftrightarrow 4  = 3$ | $ 1 \leftrightarrow 4  = 3$ | $ 1 \leftrightarrow 5  = 3$ | $ 1 \leftrightarrow 5  = 3$ | $ 1 \leftrightarrow 6  = 2$ |
| $ 1 \leftrightarrow 6  = 2$ | $ 1 \leftrightarrow 7  = 1$ | $ 1 \leftrightarrow 6  = 2$ | $ 1 \leftrightarrow 7  = 1$ | $ 1 \leftrightarrow 7  = 1$ |
| $ 4 \leftrightarrow 6  = 2$ | $ 4 \leftrightarrow 7  = 3$ | $ 5 \leftrightarrow 6  = 1$ | $ 5 \leftrightarrow 7  = 2$ | $ 6 \leftrightarrow 7  = 1$ |
| $v_2, v_3, v_4$             | $v_2, v_3, v_5$             | $v_2, v_3, v_6$             | $v_2, v_3, v_7$             | $v_2, v_4, v_5$             |
| $ 2 \leftrightarrow 3  = 1$ | $ 2 \leftrightarrow 3  = 1$ | $ 2 \leftrightarrow 3  = 1$ | $ 2 \leftrightarrow 3  = 1$ | $ 2 \leftrightarrow 4  = 2$ |
| $ 2 \leftrightarrow 4  = 2$ | $ 2 \leftrightarrow 5  = 3$ | $ 2 \leftrightarrow 6  = 3$ | $ 2 \leftrightarrow 7  = 2$ | $ 2 \leftrightarrow 5  = 3$ |
| $ 3 \leftrightarrow 4  = 1$ | $ 3 \leftrightarrow 5  = 2$ | $ 3 \leftrightarrow 6  = 3$ | $ 3 \leftrightarrow 7  = 3$ | $ 4 \leftrightarrow 5  = 1$ |
| $v_2, v_4, v_6$             | $v_2, v_4, v_7$             | $v_2, v_5, v_6$             | $v_2, v_5, v_7$             | $v_2, v_6, v_7$             |
| $ 2 \leftrightarrow 4  = 2$ | $ 2 \leftrightarrow 4  = 2$ | $ 2 \leftrightarrow 5  = 3$ | $ 2 \leftrightarrow 5  = 3$ | $ 2 \leftrightarrow 6  = 3$ |
| $ 2 \leftrightarrow 6  = 3$ | $ 2 \leftrightarrow 7  = 2$ | $ 2 \leftrightarrow 6  = 3$ | $ 2 \leftrightarrow 7  = 2$ | $ 2 \leftrightarrow 7  = 2$ |
| $ 4 \leftrightarrow 6  = 2$ | $ 4 \leftrightarrow 7  = 3$ | $ 5 \leftrightarrow 6  = 1$ | $ 5 \leftrightarrow 7  = 2$ | $ 6 \leftrightarrow 7  = 1$ |
| $v_3, v_4, v_5$             | $v_3, v_4, v_6$             | $v_3, v_4, v_7$             | $v_3, v_5, v_6$             | $v_3, v_5, v_7$             |
| $ 3 \leftrightarrow 4  = 1$ | $ 3 \leftrightarrow 4  = 1$ | $ 3 \leftrightarrow 4  = 1$ | $ 3 \leftrightarrow 5  = 2$ | $ 3 \leftrightarrow 5  = 2$ |
| $ 3 \leftrightarrow 5  = 2$ | $ 3 \leftrightarrow 6  = 3$ | $ 3 \leftrightarrow 7  = 3$ | $ 3 \leftrightarrow 6  = 3$ | $ 3 \leftrightarrow 7  = 3$ |
| $ 4 \leftrightarrow 5  = 1$ | $ 4 \leftrightarrow 6  = 2$ | $ 4 \leftrightarrow 7  = 3$ | $ 5 \leftrightarrow 6  = 1$ | $ 5 \leftrightarrow 7  = 2$ |
| $v_3, v_6, v_7$             | $v_4, v_5, v_6$             | $v_4, v_5, v_7$             | $v_4, v_6, v_7$             | $v_5, v_6, v_7$             |
| $ 3 \leftrightarrow 6  = 3$ | $ 4 \leftrightarrow 5  = 1$ | $ 4 \leftrightarrow 5  = 1$ | $ 4 \leftrightarrow 6  = 2$ | $ 5 \leftrightarrow 6  = 1$ |
| $ 3 \leftrightarrow 7  = 3$ | $ 4 \leftrightarrow 6  = 2$ | $ 4 \leftrightarrow 7  = 3$ | $ 4 \leftrightarrow 7  = 3$ | $ 5 \leftrightarrow 7  = 2$ |
| $ 6 \leftrightarrow 7  = 1$ | $ 5 \leftrightarrow 6  = 1$ | $ 5 \leftrightarrow 7  = 2$ | $ 6 \leftrightarrow 7  = 1$ | $ 6 \leftrightarrow 7  = 1$ |

กรณี que แสดงสีทึบในช่องสี่เหลี่ยม แสดงถึงจุดที่ทำให้ไม่สามารถนำไปวาดรูปได้ เนื่องจากเกิดกราฟบริบูรณ์ของ  $K_3$  ในกรณีของเซต  $G = \{1, 3\}$  จึงไม่สามารถนำมาวาดรูปได้

กรณีที่ 6  $G = \{2, 3\}, \bar{G} = \{1\}$

สุ่มเลือกจุดมา 3 จุด คือ  $(v_i, v_j, v_k)$  จาก 7 จุด นำมาหาค่าระยะห่างระหว่างจุด  $d_{ij}$ ,  $d_{ik}$  และ  $d_{jk}$  เพื่อตรวจสอบ  $G = \{2, 3\}$  ได้ดังนี้

| $v_1, v_2, v_3$             | $v_1, v_2, v_4$             | $v_1, v_2, v_5$             | $v_1, v_2, v_6$             | $v_1, v_2, v_7$             |
|-----------------------------|-----------------------------|-----------------------------|-----------------------------|-----------------------------|
| $ 1 \leftrightarrow 2  = 1$ | $ 1 \leftrightarrow 2  = 1$ | $ 1 \leftrightarrow 2  = 1$ | $ 1 \leftrightarrow 2  = 1$ | $ 1 \leftrightarrow 2  = 1$ |
| $ 1 \leftrightarrow 3  = 2$ | $ 1 \leftrightarrow 4  = 3$ | $ 1 \leftrightarrow 5  = 3$ | $ 1 \leftrightarrow 6  = 2$ | $ 1 \leftrightarrow 7  = 1$ |
| $ 2 \leftrightarrow 3  = 1$ | $ 2 \leftrightarrow 4  = 2$ | $ 2 \leftrightarrow 5  = 3$ | $ 2 \leftrightarrow 6  = 3$ | $ 2 \leftrightarrow 7  = 2$ |

| $v_1, v_3, v_4$             | $v_1, v_3, v_5$             | $v_1, v_3, v_6$             | $v_1, v_3, v_7$             | $v_1, v_4, v_5$             |
|-----------------------------|-----------------------------|-----------------------------|-----------------------------|-----------------------------|
| $ 1 \leftrightarrow 3  = 2$ | $ 1 \leftrightarrow 3  = 2$ | $ 1 \leftrightarrow 3  = 2$ | $ 1 \leftrightarrow 3  = 2$ | $ 1 \leftrightarrow 4  = 3$ |
| $ 1 \leftrightarrow 4  = 3$ | $ 1 \leftrightarrow 5  = 3$ | $ 1 \leftrightarrow 6  = 2$ | $ 1 \leftrightarrow 7  = 1$ | $ 1 \leftrightarrow 5  = 3$ |
| $ 3 \leftrightarrow 4  = 1$ | $ 3 \leftrightarrow 5  = 2$ | $ 3 \leftrightarrow 6  = 3$ | $ 3 \leftrightarrow 7  = 3$ | $ 4 \leftrightarrow 5  = 1$ |

| $v_1, v_4, v_6$             | $v_1, v_4, v_7$             | $v_1, v_5, v_6$             | $v_1, v_5, v_7$             | $v_1, v_6, v_7$             |
|-----------------------------|-----------------------------|-----------------------------|-----------------------------|-----------------------------|
| $ 1 \leftrightarrow 4  = 3$ | $ 1 \leftrightarrow 4  = 3$ | $ 1 \leftrightarrow 5  = 3$ | $ 1 \leftrightarrow 5  = 3$ | $ 1 \leftrightarrow 6  = 2$ |
| $ 1 \leftrightarrow 6  = 2$ | $ 1 \leftrightarrow 7  = 1$ | $ 1 \leftrightarrow 6  = 2$ | $ 1 \leftrightarrow 7  = 1$ | $ 1 \leftrightarrow 7  = 1$ |
| $ 4 \leftrightarrow 6  = 2$ | $ 4 \leftrightarrow 7  = 3$ | $ 5 \leftrightarrow 6  = 1$ | $ 5 \leftrightarrow 7  = 2$ | $ 6 \leftrightarrow 7  = 1$ |

| $v_2, v_3, v_4$             | $v_2, v_3, v_5$             | $v_2, v_3, v_6$             | $v_2, v_3, v_7$             | $v_2, v_4, v_5$             |
|-----------------------------|-----------------------------|-----------------------------|-----------------------------|-----------------------------|
| $ 2 \leftrightarrow 3  = 1$ | $ 2 \leftrightarrow 3  = 1$ | $ 2 \leftrightarrow 3  = 1$ | $ 2 \leftrightarrow 3  = 1$ | $ 2 \leftrightarrow 4  = 2$ |
| $ 2 \leftrightarrow 4  = 2$ | $ 2 \leftrightarrow 5  = 3$ | $ 2 \leftrightarrow 6  = 3$ | $ 2 \leftrightarrow 7  = 2$ | $ 2 \leftrightarrow 5  = 3$ |
| $ 3 \leftrightarrow 4  = 1$ | $ 3 \leftrightarrow 5  = 2$ | $ 3 \leftrightarrow 6  = 3$ | $ 3 \leftrightarrow 7  = 3$ | $ 4 \leftrightarrow 5  = 1$ |

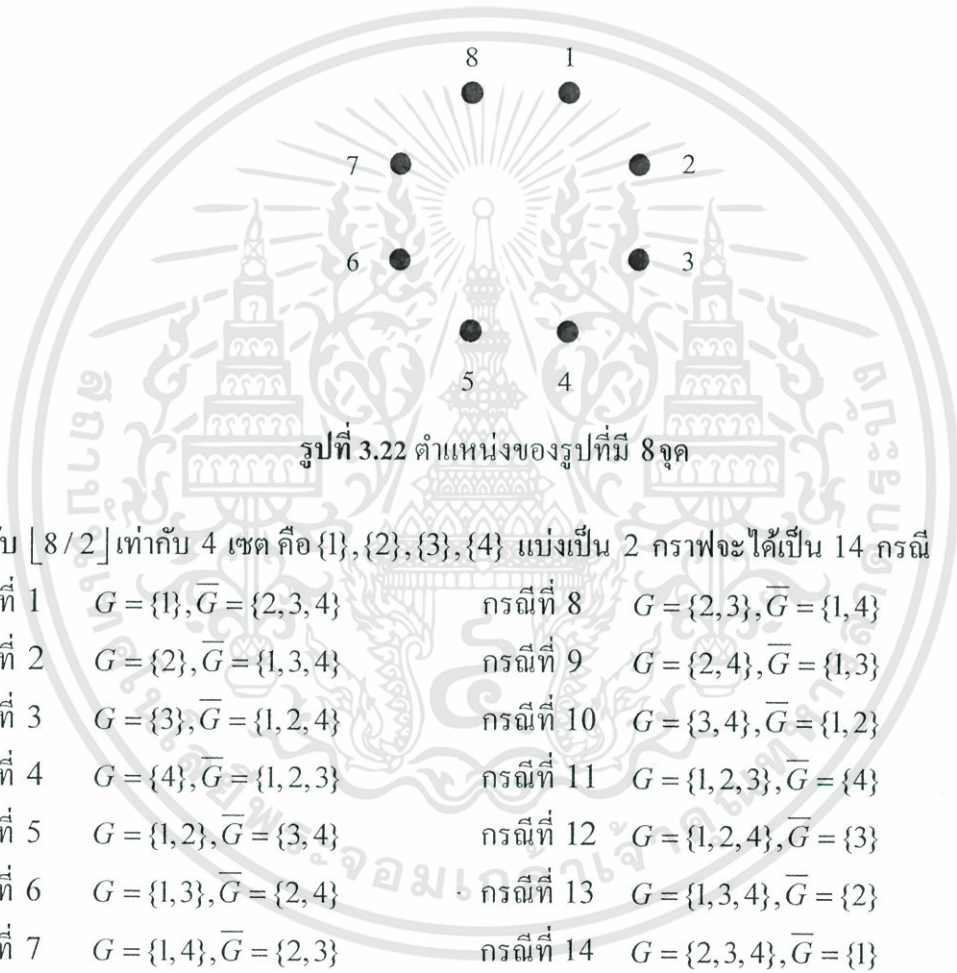
| $v_2, v_4, v_6$             | $v_2, v_4, v_7$             | $v_2, v_5, v_6$             | $v_2, v_5, v_7$             | $v_2, v_6, v_7$             |
|-----------------------------|-----------------------------|-----------------------------|-----------------------------|-----------------------------|
| $ 2 \leftrightarrow 4  = 2$ | $ 2 \leftrightarrow 4  = 2$ | $ 2 \leftrightarrow 5  = 3$ | $ 2 \leftrightarrow 5  = 3$ | $ 2 \leftrightarrow 6  = 3$ |
| $ 2 \leftrightarrow 6  = 3$ | $ 2 \leftrightarrow 7  = 2$ | $ 2 \leftrightarrow 6  = 3$ | $ 2 \leftrightarrow 7  = 2$ | $ 2 \leftrightarrow 7  = 2$ |
| $ 4 \leftrightarrow 6  = 2$ | $ 4 \leftrightarrow 7  = 3$ | $ 5 \leftrightarrow 6  = 1$ | $ 5 \leftrightarrow 7  = 2$ | $ 6 \leftrightarrow 7  = 1$ |

| $v_3, v_4, v_5$             | $v_3, v_4, v_6$             | $v_3, v_4, v_7$             | $v_3, v_5, v_6$             | $v_3, v_5, v_7$             |
|-----------------------------|-----------------------------|-----------------------------|-----------------------------|-----------------------------|
| $ 3 \leftrightarrow 4  = 1$ | $ 3 \leftrightarrow 4  = 1$ | $ 3 \leftrightarrow 4  = 1$ | $ 3 \leftrightarrow 5  = 2$ | $ 3 \leftrightarrow 5  = 2$ |
| $ 3 \leftrightarrow 5  = 2$ | $ 3 \leftrightarrow 6  = 3$ | $ 3 \leftrightarrow 7  = 3$ | $ 3 \leftrightarrow 6  = 3$ | $ 3 \leftrightarrow 7  = 3$ |
| $ 4 \leftrightarrow 5  = 1$ | $ 4 \leftrightarrow 6  = 2$ | $ 4 \leftrightarrow 7  = 3$ | $ 5 \leftrightarrow 6  = 1$ | $ 5 \leftrightarrow 7  = 2$ |

|                             |                             |                             |                             |                             |
|-----------------------------|-----------------------------|-----------------------------|-----------------------------|-----------------------------|
| $v_3, v_6, v_7$             | $v_4, v_5, v_6$             | $v_4, v_5, v_7$             | $v_4, v_6, v_7$             | $v_5, v_6, v_7$             |
| $ 3 \leftrightarrow 6  = 3$ | $ 4 \leftrightarrow 5  = 1$ | $ 4 \leftrightarrow 5  = 1$ | $ 4 \leftrightarrow 6  = 2$ | $ 5 \leftrightarrow 6  = 1$ |
| $ 3 \leftrightarrow 7  = 3$ | $ 4 \leftrightarrow 6  = 2$ | $ 4 \leftrightarrow 7  = 3$ | $ 4 \leftrightarrow 7  = 3$ | $ 5 \leftrightarrow 7  = 2$ |
| $ 6 \leftrightarrow 7  = 1$ | $ 5 \leftrightarrow 6  = 1$ | $ 5 \leftrightarrow 7  = 2$ | $ 6 \leftrightarrow 7  = 1$ | $ 6 \leftrightarrow 7  = 1$ |

กรณี que แสดงสีทึบในช่องสี่เหลี่ยม แสดงถึงจุดที่ทำไมสามารถนำไปวาดรูปได้ เนื่องจากเกิดกราฟบริบูรณ์ของ  $K_3$  ในกรณีของเซต  $G = \{2, 3\}$  จึงไม่สามารถนำมาวาดรูปได้

$n$  เท่ากับ  $7+1=8$  จุด



สุ่มเลือกจุดมา 3 จุด คือ  $v_i, v_j, v_k$  จาก 8 จุด นำมาหาค่าระยะห่างระหว่างจุด  $d_{ij}, d_{ik}$  และ  $d_{jk}$  เพื่อตรวจสอบแต่ละกรณี ได้ดังนี้

|                             |                             |                             |                             |                             |
|-----------------------------|-----------------------------|-----------------------------|-----------------------------|-----------------------------|
| $v_1, v_2, v_3$             | $v_1, v_2, v_4$             | $v_1, v_2, v_5$             | $v_1, v_2, v_6$             | $v_1, v_2, v_7$             |
| $ 1 \leftrightarrow 2  = 1$ | $ 1 \leftrightarrow 2  = 1$ | $ 1 \leftrightarrow 2  = 1$ | $ 1 \leftrightarrow 2  = 1$ | $ 1 \leftrightarrow 2  = 1$ |
| $ 1 \leftrightarrow 3  = 2$ | $ 1 \leftrightarrow 4  = 3$ | $ 1 \leftrightarrow 5  = 4$ | $ 1 \leftrightarrow 6  = 3$ | $ 1 \leftrightarrow 7  = 2$ |
| $ 2 \leftrightarrow 3  = 1$ | $ 2 \leftrightarrow 4  = 2$ | $ 2 \leftrightarrow 5  = 3$ | $ 2 \leftrightarrow 6  = 4$ | $ 2 \leftrightarrow 7  = 3$ |

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

|                             |                             |                             |                             |                             |
|-----------------------------|-----------------------------|-----------------------------|-----------------------------|-----------------------------|
| $v_1, v_2, v_8$             | $v_1, v_3, v_4$             | $v_1, v_3, v_5$             | $v_1, v_3, v_6$             | $v_1, v_3, v_7$             |
| $ 1 \leftrightarrow 2  = 1$ | $ 1 \leftrightarrow 3  = 2$ | $ 1 \leftrightarrow 3  = 2$ | $ 1 \leftrightarrow 3  = 2$ | $ 1 \leftrightarrow 3  = 2$ |
| $ 1 \leftrightarrow 8  = 1$ | $ 1 \leftrightarrow 4  = 3$ | $ 1 \leftrightarrow 5  = 4$ | $ 1 \leftrightarrow 6  = 3$ | $ 1 \leftrightarrow 7  = 2$ |
| $ 2 \leftrightarrow 8  = 2$ | $ 3 \leftrightarrow 4  = 1$ | $ 3 \leftrightarrow 5  = 2$ | $ 3 \leftrightarrow 6  = 3$ | $ 3 \leftrightarrow 7  = 4$ |

|                             |                             |                             |                             |                             |
|-----------------------------|-----------------------------|-----------------------------|-----------------------------|-----------------------------|
| $v_1, v_3, v_8$             | $v_1, v_4, v_5$             | $v_1, v_4, v_6$             | $v_1, v_4, v_7$             | $v_1, v_4, v_8$             |
| $ 1 \leftrightarrow 3  = 2$ | $ 1 \leftrightarrow 4  = 3$ | $ 1 \leftrightarrow 4  = 3$ | $ 1 \leftrightarrow 4  = 3$ | $ 1 \leftrightarrow 4  = 3$ |
| $ 1 \leftrightarrow 8  = 1$ | $ 1 \leftrightarrow 5  = 4$ | $ 1 \leftrightarrow 6  = 3$ | $ 1 \leftrightarrow 7  = 2$ | $ 1 \leftrightarrow 8  = 1$ |
| $ 3 \leftrightarrow 8  = 3$ | $ 4 \leftrightarrow 5  = 1$ | $ 4 \leftrightarrow 6  = 2$ | $ 4 \leftrightarrow 7  = 3$ | $ 4 \leftrightarrow 8  = 4$ |

|                             |                             |                             |                             |                             |
|-----------------------------|-----------------------------|-----------------------------|-----------------------------|-----------------------------|
| $v_1, v_5, v_6$             | $v_1, v_5, v_7$             | $v_1, v_5, v_8$             | $v_1, v_6, v_7$             | $v_1, v_6, v_8$             |
| $ 1 \leftrightarrow 5  = 4$ | $ 1 \leftrightarrow 5  = 4$ | $ 1 \leftrightarrow 5  = 4$ | $ 1 \leftrightarrow 6  = 3$ | $ 1 \leftrightarrow 6  = 3$ |
| $ 1 \leftrightarrow 6  = 3$ | $ 1 \leftrightarrow 7  = 2$ | $ 1 \leftrightarrow 8  = 1$ | $ 1 \leftrightarrow 7  = 2$ | $ 1 \leftrightarrow 8  = 1$ |
| $ 5 \leftrightarrow 6  = 1$ | $ 5 \leftrightarrow 7  = 2$ | $ 5 \leftrightarrow 8  = 3$ | $ 6 \leftrightarrow 7  = 1$ | $ 6 \leftrightarrow 8  = 2$ |

|                             |                             |                             |                             |                             |
|-----------------------------|-----------------------------|-----------------------------|-----------------------------|-----------------------------|
| $v_1, v_7, v_8$             | $v_2, v_3, v_4$             | $v_2, v_3, v_5$             | $v_2, v_3, v_6$             | $v_2, v_3, v_7$             |
| $ 1 \leftrightarrow 7  = 2$ | $ 2 \leftrightarrow 3  = 1$ | $ 2 \leftrightarrow 3  = 1$ | $ 2 \leftrightarrow 3  = 1$ | $ 2 \leftrightarrow 3  = 1$ |
| $ 1 \leftrightarrow 8  = 1$ | $ 2 \leftrightarrow 4  = 2$ | $ 2 \leftrightarrow 5  = 3$ | $ 2 \leftrightarrow 6  = 4$ | $ 2 \leftrightarrow 7  = 3$ |
| $ 7 \leftrightarrow 8  = 1$ | $ 3 \leftrightarrow 4  = 1$ | $ 3 \leftrightarrow 5  = 2$ | $ 3 \leftrightarrow 6  = 3$ | $ 3 \leftrightarrow 7  = 4$ |

|                             |                             |                             |                             |                             |
|-----------------------------|-----------------------------|-----------------------------|-----------------------------|-----------------------------|
| $v_2, v_3, v_8$             | $v_2, v_4, v_5$             | $v_2, v_4, v_6$             | $v_2, v_4, v_7$             | $v_2, v_4, v_8$             |
| $ 2 \leftrightarrow 3  = 1$ | $ 2 \leftrightarrow 4  = 2$ | $ 2 \leftrightarrow 4  = 2$ | $ 2 \leftrightarrow 4  = 2$ | $ 2 \leftrightarrow 4  = 2$ |
| $ 2 \leftrightarrow 8  = 2$ | $ 2 \leftrightarrow 5  = 3$ | $ 2 \leftrightarrow 6  = 4$ | $ 2 \leftrightarrow 7  = 3$ | $ 2 \leftrightarrow 8  = 2$ |
| $ 3 \leftrightarrow 8  = 3$ | $ 4 \leftrightarrow 5  = 1$ | $ 4 \leftrightarrow 6  = 2$ | $ 4 \leftrightarrow 7  = 3$ | $ 4 \leftrightarrow 8  = 4$ |

|                             |                             |                             |                             |                             |
|-----------------------------|-----------------------------|-----------------------------|-----------------------------|-----------------------------|
| $v_2, v_5, v_6$             | $v_2, v_5, v_7$             | $v_2, v_5, v_8$             | $v_2, v_6, v_7$             | $v_2, v_6, v_8$             |
| $ 2 \leftrightarrow 5  = 3$ | $ 2 \leftrightarrow 5  = 3$ | $ 2 \leftrightarrow 5  = 3$ | $ 2 \leftrightarrow 6  = 4$ | $ 2 \leftrightarrow 6  = 4$ |
| $ 2 \leftrightarrow 6  = 4$ | $ 2 \leftrightarrow 7  = 3$ | $ 2 \leftrightarrow 8  = 2$ | $ 2 \leftrightarrow 7  = 3$ | $ 2 \leftrightarrow 8  = 2$ |
| $ 5 \leftrightarrow 6  = 1$ | $ 5 \leftrightarrow 7  = 2$ | $ 5 \leftrightarrow 8  = 3$ | $ 6 \leftrightarrow 7  = 1$ | $ 6 \leftrightarrow 8  = 2$ |

|                             |                             |                             |                             |                             |
|-----------------------------|-----------------------------|-----------------------------|-----------------------------|-----------------------------|
| $v_2, v_7, v_8$             | $v_3, v_4, v_5$             | $v_3, v_4, v_6$             | $v_3, v_4, v_7$             | $v_3, v_4, v_8$             |
| $ 2 \leftrightarrow 7  = 3$ | $ 3 \leftrightarrow 4  = 1$ | $ 3 \leftrightarrow 4  = 1$ | $ 3 \leftrightarrow 4  = 1$ | $ 3 \leftrightarrow 4  = 1$ |
| $ 2 \leftrightarrow 8  = 2$ | $ 3 \leftrightarrow 5  = 2$ | $ 3 \leftrightarrow 6  = 3$ | $ 3 \leftrightarrow 7  = 4$ | $ 3 \leftrightarrow 8  = 3$ |
| $ 7 \leftrightarrow 8  = 1$ | $ 4 \leftrightarrow 5  = 1$ | $ 4 \leftrightarrow 6  = 2$ | $ 4 \leftrightarrow 7  = 3$ | $ 4 \leftrightarrow 8  = 4$ |

|                             |                             |                             |                             |                             |
|-----------------------------|-----------------------------|-----------------------------|-----------------------------|-----------------------------|
| $v_3, v_5, v_6$             | $v_3, v_5, v_7$             | $v_3, v_5, v_8$             | $v_3, v_6, v_7$             | $v_3, v_6, v_8$             |
| $ 3 \leftrightarrow 5  = 2$ | $ 3 \leftrightarrow 5  = 2$ | $ 3 \leftrightarrow 5  = 2$ | $ 3 \leftrightarrow 6  = 3$ | $ 3 \leftrightarrow 6  = 3$ |
| $ 3 \leftrightarrow 6  = 3$ | $ 3 \leftrightarrow 7  = 4$ | $ 3 \leftrightarrow 8  = 3$ | $ 3 \leftrightarrow 7  = 4$ | $ 3 \leftrightarrow 8  = 3$ |
| $ 5 \leftrightarrow 6  = 1$ | $ 5 \leftrightarrow 7  = 2$ | $ 5 \leftrightarrow 8  = 3$ | $ 6 \leftrightarrow 7  = 1$ | $ 6 \leftrightarrow 8  = 2$ |

|                             |                             |                             |                             |                             |
|-----------------------------|-----------------------------|-----------------------------|-----------------------------|-----------------------------|
| $v_3, v_7, v_8$             | $v_4, v_5, v_6$             | $v_4, v_5, v_7$             | $v_4, v_5, v_8$             | $v_4, v_6, v_7$             |
| $ 3 \leftrightarrow 7  = 4$ | $ 4 \leftrightarrow 5  = 1$ | $ 4 \leftrightarrow 5  = 1$ | $ 4 \leftrightarrow 5  = 1$ | $ 4 \leftrightarrow 6  = 2$ |
| $ 3 \leftrightarrow 8  = 3$ | $ 4 \leftrightarrow 6  = 2$ | $ 4 \leftrightarrow 7  = 3$ | $ 4 \leftrightarrow 8  = 4$ | $ 4 \leftrightarrow 7  = 3$ |
| $ 7 \leftrightarrow 8  = 1$ | $ 5 \leftrightarrow 6  = 1$ | $ 5 \leftrightarrow 7  = 2$ | $ 5 \leftrightarrow 8  = 3$ | $ 6 \leftrightarrow 7  = 1$ |

|                             |                             |                             |                             |                             |
|-----------------------------|-----------------------------|-----------------------------|-----------------------------|-----------------------------|
| $v_4, v_6, v_8$             | $v_4, v_7, v_8$             | $v_5, v_6, v_7$             | $v_5, v_6, v_8$             | $v_5, v_7, v_8$             |
| $ 4 \leftrightarrow 6  = 2$ | $ 4 \leftrightarrow 7  = 3$ | $ 5 \leftrightarrow 6  = 1$ | $ 5 \leftrightarrow 6  = 1$ | $ 5 \leftrightarrow 7  = 2$ |
| $ 4 \leftrightarrow 8  = 4$ | $ 4 \leftrightarrow 8  = 4$ | $ 5 \leftrightarrow 7  = 2$ | $ 5 \leftrightarrow 8  = 3$ | $ 5 \leftrightarrow 8  = 3$ |
| $ 6 \leftrightarrow 8  = 2$ | $ 7 \leftrightarrow 8  = 1$ | $ 6 \leftrightarrow 7  = 1$ | $ 6 \leftrightarrow 8  = 2$ | $ 7 \leftrightarrow 8  = 1$ |

|                             |
|-----------------------------|
| $v_6, v_7, v_8$             |
| $ 6 \leftrightarrow 7  = 1$ |
| $ 6 \leftrightarrow 8  = 2$ |
| $ 7 \leftrightarrow 8  = 1$ |

สุ่มเลือกจุดมา 4 จุด คือ  $v_i, v_j, v_k, v_l$  จาก 8 จุด นำมาหาค่าระยะห่างระหว่างจุด  $d_{ij}$   $d_{ik}$   $d_{il}$   $d_{jk}$   $d_{jl}$  และ  $d_{kl}$  เพื่อตรวจสอบแต่ละกรณี ได้ดังนี้

|                             |                             |                             |                             |                             |
|-----------------------------|-----------------------------|-----------------------------|-----------------------------|-----------------------------|
| $v_1, v_2, v_3, v_4$        | $v_1, v_2, v_3, v_5$        | $v_1, v_2, v_3, v_6$        | $v_1, v_2, v_3, v_7$        | $v_1, v_2, v_3, v_8$        |
| $ 1 \leftrightarrow 2  = 1$ | $ 1 \leftrightarrow 2  = 1$ | $ 1 \leftrightarrow 2  = 1$ | $ 1 \leftrightarrow 2  = 1$ | $ 1 \leftrightarrow 2  = 1$ |
| $ 1 \leftrightarrow 3  = 2$ | $ 1 \leftrightarrow 3  = 2$ | $ 1 \leftrightarrow 3  = 2$ | $ 1 \leftrightarrow 3  = 2$ | $ 1 \leftrightarrow 3  = 2$ |
| $ 1 \leftrightarrow 4  = 3$ | $ 1 \leftrightarrow 5  = 4$ | $ 1 \leftrightarrow 6  = 3$ | $ 1 \leftrightarrow 7  = 2$ | $ 1 \leftrightarrow 8  = 1$ |
| $ 2 \leftrightarrow 3  = 1$ | $ 2 \leftrightarrow 3  = 1$ | $ 2 \leftrightarrow 3  = 1$ | $ 2 \leftrightarrow 3  = 1$ | $ 2 \leftrightarrow 3  = 1$ |
| $ 2 \leftrightarrow 4  = 2$ | $ 2 \leftrightarrow 5  = 3$ | $ 2 \leftrightarrow 6  = 4$ | $ 2 \leftrightarrow 7  = 3$ | $ 2 \leftrightarrow 8  = 2$ |
| $ 3 \leftrightarrow 4  = 1$ | $ 3 \leftrightarrow 5  = 2$ | $ 3 \leftrightarrow 6  = 3$ | $ 3 \leftrightarrow 7  = 4$ | $ 3 \leftrightarrow 8  = 3$ |

|                             |                             |                             |                             |                             |
|-----------------------------|-----------------------------|-----------------------------|-----------------------------|-----------------------------|
| $v_1, v_2, v_4, v_5$        | $v_1, v_2, v_4, v_6$        | $v_1, v_2, v_4, v_7$        | $v_1, v_2, v_4, v_8$        | $v_1, v_2, v_5, v_6$        |
| $ 1 \leftrightarrow 2  = 1$ | $ 1 \leftrightarrow 2  = 1$ | $ 1 \leftrightarrow 2  = 1$ | $ 1 \leftrightarrow 2  = 1$ | $ 1 \leftrightarrow 2  = 1$ |
| $ 1 \leftrightarrow 4  = 3$ | $ 1 \leftrightarrow 4  = 3$ | $ 1 \leftrightarrow 4  = 3$ | $ 1 \leftrightarrow 4  = 3$ | $ 1 \leftrightarrow 5  = 4$ |
| $ 1 \leftrightarrow 5  = 4$ | $ 1 \leftrightarrow 6  = 3$ | $ 1 \leftrightarrow 7  = 2$ | $ 1 \leftrightarrow 8  = 1$ | $ 1 \leftrightarrow 6  = 3$ |
| $ 2 \leftrightarrow 4  = 2$ | $ 2 \leftrightarrow 4  = 2$ | $ 2 \leftrightarrow 4  = 2$ | $ 2 \leftrightarrow 4  = 2$ | $ 2 \leftrightarrow 5  = 3$ |
| $ 2 \leftrightarrow 5  = 3$ | $ 2 \leftrightarrow 6  = 4$ | $ 2 \leftrightarrow 7  = 3$ | $ 2 \leftrightarrow 8  = 2$ | $ 2 \leftrightarrow 6  = 4$ |
| $ 4 \leftrightarrow 5  = 1$ | $ 4 \leftrightarrow 6  = 2$ | $ 4 \leftrightarrow 7  = 3$ | $ 4 \leftrightarrow 8  = 4$ | $ 5 \leftrightarrow 6  = 1$ |

|                             |                             |                             |                             |                             |
|-----------------------------|-----------------------------|-----------------------------|-----------------------------|-----------------------------|
| $v_1, v_2, v_5, v_7$        | $v_1, v_2, v_5, v_8$        | $v_1, v_2, v_6, v_7$        | $v_1, v_2, v_6, v_8$        | $v_1, v_2, v_7, v_8$        |
| $ 1 \leftrightarrow 2  = 1$ | $ 1 \leftrightarrow 2  = 1$ | $ 1 \leftrightarrow 2  = 1$ | $ 1 \leftrightarrow 2  = 1$ | $ 1 \leftrightarrow 2  = 1$ |
| $ 1 \leftrightarrow 5  = 4$ | $ 1 \leftrightarrow 5  = 4$ | $ 1 \leftrightarrow 6  = 3$ | $ 1 \leftrightarrow 6  = 3$ | $ 1 \leftrightarrow 7  = 2$ |
| $ 1 \leftrightarrow 7  = 2$ | $ 1 \leftrightarrow 8  = 1$ | $ 1 \leftrightarrow 7  = 2$ | $ 1 \leftrightarrow 8  = 1$ | $ 1 \leftrightarrow 8  = 1$ |
| $ 2 \leftrightarrow 5  = 3$ | $ 2 \leftrightarrow 5  = 3$ | $ 2 \leftrightarrow 6  = 4$ | $ 2 \leftrightarrow 6  = 4$ | $ 2 \leftrightarrow 7  = 3$ |
| $ 2 \leftrightarrow 7  = 3$ | $ 2 \leftrightarrow 8  = 2$ | $ 2 \leftrightarrow 7  = 3$ | $ 2 \leftrightarrow 8  = 2$ | $ 2 \leftrightarrow 8  = 2$ |
| $ 5 \leftrightarrow 7  = 2$ | $ 5 \leftrightarrow 8  = 3$ | $ 6 \leftrightarrow 7  = 1$ | $ 6 \leftrightarrow 8  = 2$ | $ 7 \leftrightarrow 8  = 1$ |

|                             |                             |                             |                             |                             |
|-----------------------------|-----------------------------|-----------------------------|-----------------------------|-----------------------------|
| $v_1, v_3, v_4, v_5$        | $v_1, v_3, v_4, v_6$        | $v_1, v_3, v_4, v_7$        | $v_1, v_3, v_4, v_8$        | $v_1, v_3, v_5, v_6$        |
| $ 1 \leftrightarrow 3  = 2$ | $ 1 \leftrightarrow 3  = 2$ | $ 1 \leftrightarrow 3  = 2$ | $ 1 \leftrightarrow 3  = 2$ | $ 1 \leftrightarrow 3  = 2$ |
| $ 1 \leftrightarrow 4  = 3$ | $ 1 \leftrightarrow 4  = 3$ | $ 1 \leftrightarrow 4  = 3$ | $ 1 \leftrightarrow 4  = 3$ | $ 1 \leftrightarrow 5  = 4$ |
| $ 1 \leftrightarrow 5  = 4$ | $ 1 \leftrightarrow 6  = 3$ | $ 1 \leftrightarrow 7  = 2$ | $ 1 \leftrightarrow 8  = 1$ | $ 1 \leftrightarrow 6  = 3$ |
| $ 3 \leftrightarrow 4  = 1$ | $ 3 \leftrightarrow 4  = 1$ | $ 3 \leftrightarrow 4  = 1$ | $ 3 \leftrightarrow 4  = 1$ | $ 3 \leftrightarrow 5  = 2$ |
| $ 3 \leftrightarrow 5  = 2$ | $ 3 \leftrightarrow 6  = 3$ | $ 3 \leftrightarrow 7  = 4$ | $ 3 \leftrightarrow 8  = 3$ | $ 3 \leftrightarrow 6  = 3$ |
| $ 4 \leftrightarrow 5  = 1$ | $ 4 \leftrightarrow 6  = 2$ | $ 4 \leftrightarrow 7  = 3$ | $ 4 \leftrightarrow 8  = 4$ | $ 5 \leftrightarrow 6  = 1$ |

|                             |                             |                             |                             |                             |
|-----------------------------|-----------------------------|-----------------------------|-----------------------------|-----------------------------|
| $v_1, v_3, v_5, v_7$        | $v_1, v_3, v_5, v_8$        | $v_1, v_3, v_6, v_7$        | $v_1, v_3, v_6, v_8$        | $v_1, v_3, v_7, v_8$        |
| $ 1 \leftrightarrow 3  = 2$ | $ 1 \leftrightarrow 3  = 2$ | $ 1 \leftrightarrow 3  = 2$ | $ 1 \leftrightarrow 3  = 2$ | $ 1 \leftrightarrow 3  = 2$ |
| $ 1 \leftrightarrow 5  = 4$ | $ 1 \leftrightarrow 5  = 4$ | $ 1 \leftrightarrow 6  = 3$ | $ 1 \leftrightarrow 6  = 3$ | $ 1 \leftrightarrow 7  = 2$ |
| $ 1 \leftrightarrow 7  = 2$ | $ 1 \leftrightarrow 8  = 1$ | $ 1 \leftrightarrow 7  = 2$ | $ 1 \leftrightarrow 8  = 1$ | $ 1 \leftrightarrow 8  = 1$ |
| $ 3 \leftrightarrow 5  = 2$ | $ 3 \leftrightarrow 5  = 2$ | $ 3 \leftrightarrow 6  = 3$ | $ 3 \leftrightarrow 6  = 3$ | $ 3 \leftrightarrow 7  = 4$ |
| $ 3 \leftrightarrow 7  = 4$ | $ 3 \leftrightarrow 8  = 3$ | $ 3 \leftrightarrow 7  = 4$ | $ 3 \leftrightarrow 8  = 3$ | $ 3 \leftrightarrow 8  = 3$ |
| $ 5 \leftrightarrow 7  = 2$ | $ 5 \leftrightarrow 8  = 3$ | $ 6 \leftrightarrow 7  = 1$ | $ 6 \leftrightarrow 8  = 2$ | $ 7 \leftrightarrow 8  = 1$ |

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

| $v_1, v_4, v_5, v_6$        | $v_1, v_4, v_5, v_7$        | $v_1, v_4, v_5, v_8$        | $v_1, v_4, v_6, v_7$        | $v_1, v_4, v_6, v_8$        |
|-----------------------------|-----------------------------|-----------------------------|-----------------------------|-----------------------------|
| $ 1 \leftrightarrow 4  = 3$ | $ 1 \leftrightarrow 4  = 3$ | $ 1 \leftrightarrow 4  = 3$ | $ 1 \leftrightarrow 4  = 3$ | $ 1 \leftrightarrow 4  = 3$ |
| $ 1 \leftrightarrow 5  = 4$ | $ 1 \leftrightarrow 5  = 4$ | $ 1 \leftrightarrow 5  = 4$ | $ 1 \leftrightarrow 6  = 3$ | $ 1 \leftrightarrow 6  = 3$ |
| $ 1 \leftrightarrow 6  = 3$ | $ 1 \leftrightarrow 7  = 2$ | $ 1 \leftrightarrow 8  = 1$ | $ 1 \leftrightarrow 7  = 2$ | $ 1 \leftrightarrow 8  = 1$ |
| $ 4 \leftrightarrow 5  = 1$ | $ 4 \leftrightarrow 5  = 1$ | $ 4 \leftrightarrow 5  = 1$ | $ 4 \leftrightarrow 6  = 2$ | $ 4 \leftrightarrow 6  = 2$ |
| $ 4 \leftrightarrow 6  = 2$ | $ 4 \leftrightarrow 7  = 3$ | $ 4 \leftrightarrow 8  = 4$ | $ 4 \leftrightarrow 7  = 3$ | $ 4 \leftrightarrow 8  = 4$ |
| $ 5 \leftrightarrow 6  = 1$ | $ 5 \leftrightarrow 7  = 2$ | $ 5 \leftrightarrow 8  = 3$ | $ 6 \leftrightarrow 7  = 1$ | $ 6 \leftrightarrow 8  = 2$ |

| $v_1, v_4, v_7, v_8$        | $v_1, v_5, v_6, v_7$        | $v_1, v_5, v_6, v_8$        | $v_1, v_5, v_7, v_8$        | $v_1, v_6, v_7, v_8$        |
|-----------------------------|-----------------------------|-----------------------------|-----------------------------|-----------------------------|
| $ 1 \leftrightarrow 4  = 3$ | $ 1 \leftrightarrow 5  = 4$ | $ 1 \leftrightarrow 5  = 4$ | $ 1 \leftrightarrow 5  = 4$ | $ 1 \leftrightarrow 6  = 3$ |
| $ 1 \leftrightarrow 7  = 2$ | $ 1 \leftrightarrow 6  = 3$ | $ 1 \leftrightarrow 6  = 3$ | $ 1 \leftrightarrow 7  = 2$ | $ 1 \leftrightarrow 7  = 2$ |
| $ 1 \leftrightarrow 8  = 1$ | $ 1 \leftrightarrow 7  = 2$ | $ 1 \leftrightarrow 8  = 1$ | $ 1 \leftrightarrow 8  = 1$ | $ 1 \leftrightarrow 8  = 1$ |
| $ 4 \leftrightarrow 7  = 3$ | $ 5 \leftrightarrow 6  = 1$ | $ 5 \leftrightarrow 6  = 1$ | $ 5 \leftrightarrow 7  = 2$ | $ 6 \leftrightarrow 7  = 1$ |
| $ 4 \leftrightarrow 8  = 4$ | $ 5 \leftrightarrow 7  = 2$ | $ 5 \leftrightarrow 8  = 3$ | $ 5 \leftrightarrow 8  = 3$ | $ 6 \leftrightarrow 8  = 2$ |
| $ 7 \leftrightarrow 8  = 1$ | $ 6 \leftrightarrow 7  = 1$ | $ 6 \leftrightarrow 8  = 2$ | $ 7 \leftrightarrow 8  = 1$ | $ 7 \leftrightarrow 8  = 1$ |

| $v_2, v_3, v_4, v_5$        | $v_2, v_3, v_4, v_6$        | $v_2, v_3, v_4, v_7$        | $v_2, v_3, v_4, v_8$        | $v_2, v_3, v_5, v_6$        |
|-----------------------------|-----------------------------|-----------------------------|-----------------------------|-----------------------------|
| $ 2 \leftrightarrow 3  = 1$ | $ 2 \leftrightarrow 3  = 1$ | $ 2 \leftrightarrow 3  = 1$ | $ 2 \leftrightarrow 3  = 1$ | $ 2 \leftrightarrow 3  = 1$ |
| $ 2 \leftrightarrow 4  = 2$ | $ 2 \leftrightarrow 4  = 2$ | $ 2 \leftrightarrow 4  = 2$ | $ 2 \leftrightarrow 4  = 2$ | $ 2 \leftrightarrow 5  = 3$ |
| $ 2 \leftrightarrow 5  = 3$ | $ 2 \leftrightarrow 6  = 4$ | $ 2 \leftrightarrow 7  = 3$ | $ 2 \leftrightarrow 8  = 2$ | $ 2 \leftrightarrow 6  = 4$ |
| $ 3 \leftrightarrow 4  = 1$ | $ 3 \leftrightarrow 4  = 1$ | $ 3 \leftrightarrow 4  = 1$ | $ 3 \leftrightarrow 4  = 1$ | $ 3 \leftrightarrow 5  = 2$ |
| $ 3 \leftrightarrow 5  = 2$ | $ 3 \leftrightarrow 6  = 3$ | $ 3 \leftrightarrow 7  = 4$ | $ 3 \leftrightarrow 8  = 3$ | $ 3 \leftrightarrow 6  = 3$ |
| $ 4 \leftrightarrow 5  = 1$ | $ 4 \leftrightarrow 6  = 2$ | $ 4 \leftrightarrow 7  = 3$ | $ 4 \leftrightarrow 8  = 4$ | $ 5 \leftrightarrow 6  = 1$ |

| $v_2, v_3, v_5, v_7$        | $v_2, v_3, v_5, v_8$        | $v_2, v_3, v_6, v_7$        | $v_2, v_3, v_6, v_8$        | $v_2, v_3, v_7, v_8$        |
|-----------------------------|-----------------------------|-----------------------------|-----------------------------|-----------------------------|
| $ 2 \leftrightarrow 3  = 1$ | $ 2 \leftrightarrow 3  = 1$ | $ 2 \leftrightarrow 3  = 1$ | $ 2 \leftrightarrow 3  = 1$ | $ 2 \leftrightarrow 3  = 1$ |
| $ 2 \leftrightarrow 5  = 3$ | $ 2 \leftrightarrow 5  = 3$ | $ 2 \leftrightarrow 6  = 4$ | $ 2 \leftrightarrow 6  = 4$ | $ 2 \leftrightarrow 7  = 3$ |
| $ 2 \leftrightarrow 7  = 3$ | $ 2 \leftrightarrow 8  = 2$ | $ 2 \leftrightarrow 7  = 3$ | $ 2 \leftrightarrow 8  = 2$ | $ 2 \leftrightarrow 8  = 2$ |
| $ 3 \leftrightarrow 5  = 2$ | $ 3 \leftrightarrow 5  = 2$ | $ 3 \leftrightarrow 6  = 3$ | $ 3 \leftrightarrow 6  = 3$ | $ 3 \leftrightarrow 7  = 4$ |
| $ 3 \leftrightarrow 7  = 4$ | $ 3 \leftrightarrow 8  = 3$ | $ 3 \leftrightarrow 7  = 4$ | $ 3 \leftrightarrow 8  = 3$ | $ 3 \leftrightarrow 8  = 3$ |
| $ 5 \leftrightarrow 7  = 2$ | $ 5 \leftrightarrow 8  = 3$ | $ 6 \leftrightarrow 7  = 1$ | $ 6 \leftrightarrow 8  = 2$ | $ 7 \leftrightarrow 8  = 1$ |

| $v_2, v_4, v_5, v_6$        | $v_2, v_4, v_5, v_7$        | $v_2, v_4, v_5, v_8$        | $v_2, v_4, v_6, v_7$        | $v_2, v_4, v_6, v_8$        |
|-----------------------------|-----------------------------|-----------------------------|-----------------------------|-----------------------------|
| $ 2 \leftrightarrow 4  = 2$ | $ 2 \leftrightarrow 4  = 2$ | $ 2 \leftrightarrow 4  = 2$ | $ 2 \leftrightarrow 4  = 2$ | $ 2 \leftrightarrow 4  = 2$ |
| $ 2 \leftrightarrow 5  = 3$ | $ 2 \leftrightarrow 5  = 3$ | $ 2 \leftrightarrow 5  = 3$ | $ 2 \leftrightarrow 6  = 4$ | $ 2 \leftrightarrow 6  = 4$ |
| $ 2 \leftrightarrow 6  = 4$ | $ 2 \leftrightarrow 7  = 3$ | $ 2 \leftrightarrow 8  = 2$ | $ 2 \leftrightarrow 7  = 3$ | $ 2 \leftrightarrow 8  = 2$ |
| $ 4 \leftrightarrow 5  = 1$ | $ 4 \leftrightarrow 5  = 1$ | $ 4 \leftrightarrow 5  = 1$ | $ 4 \leftrightarrow 6  = 2$ | $ 4 \leftrightarrow 6  = 2$ |
| $ 4 \leftrightarrow 6  = 2$ | $ 4 \leftrightarrow 7  = 3$ | $ 4 \leftrightarrow 8  = 4$ | $ 4 \leftrightarrow 7  = 3$ | $ 4 \leftrightarrow 8  = 4$ |
| $ 5 \leftrightarrow 6  = 1$ | $ 5 \leftrightarrow 7  = 2$ | $ 5 \leftrightarrow 8  = 3$ | $ 6 \leftrightarrow 7  = 1$ | $ 6 \leftrightarrow 8  = 2$ |

| $v_2, v_4, v_7, v_8$        | $v_2, v_5, v_6, v_7$        | $v_2, v_5, v_6, v_8$        | $v_2, v_5, v_7, v_8$        | $v_2, v_6, v_7, v_8$        |
|-----------------------------|-----------------------------|-----------------------------|-----------------------------|-----------------------------|
| $ 2 \leftrightarrow 4  = 2$ | $ 2 \leftrightarrow 5  = 3$ | $ 2 \leftrightarrow 5  = 3$ | $ 2 \leftrightarrow 5  = 3$ | $ 2 \leftrightarrow 6  = 4$ |
| $ 2 \leftrightarrow 7  = 3$ | $ 2 \leftrightarrow 6  = 4$ | $ 2 \leftrightarrow 6  = 4$ | $ 2 \leftrightarrow 7  = 3$ | $ 2 \leftrightarrow 7  = 3$ |
| $ 2 \leftrightarrow 8  = 2$ | $ 2 \leftrightarrow 7  = 3$ | $ 2 \leftrightarrow 8  = 2$ | $ 2 \leftrightarrow 8  = 2$ | $ 2 \leftrightarrow 8  = 2$ |
| $ 4 \leftrightarrow 7  = 3$ | $ 5 \leftrightarrow 6  = 1$ | $ 5 \leftrightarrow 6  = 1$ | $ 5 \leftrightarrow 7  = 2$ | $ 6 \leftrightarrow 7  = 1$ |
| $ 4 \leftrightarrow 8  = 4$ | $ 5 \leftrightarrow 7  = 2$ | $ 5 \leftrightarrow 8  = 3$ | $ 5 \leftrightarrow 8  = 3$ | $ 6 \leftrightarrow 8  = 2$ |
| $ 7 \leftrightarrow 8  = 1$ | $ 6 \leftrightarrow 7  = 1$ | $ 6 \leftrightarrow 8  = 2$ | $ 7 \leftrightarrow 8  = 1$ | $ 7 \leftrightarrow 8  = 1$ |

| $v_3, v_4, v_5, v_6$        | $v_3, v_4, v_5, v_7$        | $v_3, v_4, v_5, v_8$        | $v_3, v_4, v_6, v_7$        | $v_3, v_4, v_6, v_8$        |
|-----------------------------|-----------------------------|-----------------------------|-----------------------------|-----------------------------|
| $ 3 \leftrightarrow 4  = 1$ | $ 3 \leftrightarrow 4  = 1$ | $ 3 \leftrightarrow 4  = 1$ | $ 3 \leftrightarrow 4  = 1$ | $ 3 \leftrightarrow 4  = 1$ |
| $ 3 \leftrightarrow 5  = 2$ | $ 3 \leftrightarrow 5  = 2$ | $ 3 \leftrightarrow 5  = 2$ | $ 3 \leftrightarrow 6  = 3$ | $ 3 \leftrightarrow 6  = 3$ |
| $ 3 \leftrightarrow 6  = 3$ | $ 3 \leftrightarrow 7  = 4$ | $ 3 \leftrightarrow 8  = 3$ | $ 3 \leftrightarrow 7  = 4$ | $ 3 \leftrightarrow 8  = 3$ |
| $ 4 \leftrightarrow 5  = 1$ | $ 4 \leftrightarrow 5  = 1$ | $ 4 \leftrightarrow 5  = 1$ | $ 4 \leftrightarrow 6  = 2$ | $ 4 \leftrightarrow 6  = 2$ |
| $ 4 \leftrightarrow 6  = 2$ | $ 4 \leftrightarrow 7  = 3$ | $ 4 \leftrightarrow 8  = 4$ | $ 4 \leftrightarrow 7  = 3$ | $ 4 \leftrightarrow 8  = 4$ |
| $ 5 \leftrightarrow 6  = 1$ | $ 5 \leftrightarrow 7  = 2$ | $ 5 \leftrightarrow 8  = 3$ | $ 6 \leftrightarrow 7  = 1$ | $ 6 \leftrightarrow 8  = 2$ |

| $v_3, v_4, v_7, v_8$        | $v_3, v_5, v_6, v_7$        | $v_3, v_5, v_6, v_8$        | $v_3, v_5, v_7, v_8$        | $v_3, v_6, v_7, v_8$        |
|-----------------------------|-----------------------------|-----------------------------|-----------------------------|-----------------------------|
| $ 3 \leftrightarrow 4  = 1$ | $ 3 \leftrightarrow 5  = 2$ | $ 3 \leftrightarrow 5  = 2$ | $ 3 \leftrightarrow 5  = 2$ | $ 3 \leftrightarrow 6  = 3$ |
| $ 3 \leftrightarrow 7  = 4$ | $ 3 \leftrightarrow 6  = 3$ | $ 3 \leftrightarrow 6  = 3$ | $ 3 \leftrightarrow 7  = 4$ | $ 3 \leftrightarrow 7  = 4$ |
| $ 3 \leftrightarrow 8  = 3$ | $ 3 \leftrightarrow 7  = 4$ | $ 3 \leftrightarrow 8  = 3$ | $ 3 \leftrightarrow 8  = 3$ | $ 3 \leftrightarrow 8  = 3$ |
| $ 4 \leftrightarrow 7  = 3$ | $ 5 \leftrightarrow 6  = 1$ | $ 5 \leftrightarrow 6  = 1$ | $ 5 \leftrightarrow 7  = 2$ | $ 6 \leftrightarrow 7  = 1$ |
| $ 4 \leftrightarrow 8  = 4$ | $ 5 \leftrightarrow 7  = 2$ | $ 5 \leftrightarrow 8  = 3$ | $ 5 \leftrightarrow 8  = 3$ | $ 6 \leftrightarrow 8  = 2$ |
| $ 7 \leftrightarrow 8  = 1$ | $ 6 \leftrightarrow 7  = 1$ | $ 6 \leftrightarrow 8  = 2$ | $ 7 \leftrightarrow 8  = 1$ | $ 7 \leftrightarrow 8  = 1$ |

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

|                             |                             |                             |                             |                             |
|-----------------------------|-----------------------------|-----------------------------|-----------------------------|-----------------------------|
| $v_4, v_5, v_6, v_7$        | $v_4, v_5, v_6, v_8$        | $v_4, v_5, v_7, v_8$        | $v_4, v_6, v_7, v_8$        | $v_5, v_6, v_7, v_8$        |
| $ 4 \leftrightarrow 5  = 1$ | $ 4 \leftrightarrow 5  = 1$ | $ 4 \leftrightarrow 5  = 1$ | $ 4 \leftrightarrow 6  = 2$ | $ 5 \leftrightarrow 6  = 1$ |
| $ 4 \leftrightarrow 6  = 2$ | $ 4 \leftrightarrow 6  = 2$ | $ 4 \leftrightarrow 7  = 3$ | $ 4 \leftrightarrow 7  = 3$ | $ 5 \leftrightarrow 7  = 2$ |
| $ 4 \leftrightarrow 7  = 3$ | $ 4 \leftrightarrow 8  = 4$ | $ 4 \leftrightarrow 8  = 4$ | $ 4 \leftrightarrow 8  = 4$ | $ 5 \leftrightarrow 8  = 3$ |
| $ 5 \leftrightarrow 6  = 1$ | $ 5 \leftrightarrow 6  = 1$ | $ 5 \leftrightarrow 7  = 2$ | $ 6 \leftrightarrow 7  = 1$ | $ 6 \leftrightarrow 7  = 1$ |
| $ 5 \leftrightarrow 7  = 2$ | $ 5 \leftrightarrow 8  = 3$ | $ 5 \leftrightarrow 8  = 3$ | $ 6 \leftrightarrow 8  = 2$ | $ 6 \leftrightarrow 8  = 2$ |
| $ 6 \leftrightarrow 7  = 1$ | $ 6 \leftrightarrow 8  = 2$ | $ 7 \leftrightarrow 8  = 1$ | $ 7 \leftrightarrow 8  = 1$ | $ 7 \leftrightarrow 8  = 1$ |

กรณีที่ 1  $G = \{1\}, \bar{G} = \{2, 3, 4\}$

จากผลที่ได้ ระยะห่างแต่ละจุดของจุด  $v_1, v_3, v_5, v_7$  และ จุด  $v_2, v_4, v_6, v_8$  ไม่สามารถนำไปวาดรูปได้ เนื่องจากเกิดกราฟบริบูรณ์ของ  $K_4$  ในกรณีของเซต  $\bar{G} = \{2, 3, 4\}$  จึงไม่สามารถนำมาวาดรูปได้

กรณีที่ 2  $G = \{2\}, \bar{G} = \{1, 3, 4\}$

จากผลที่ได้ ระยะห่างแต่ละจุดของจุด  $v_1, v_2, v_5, v_6$  จุด  $v_1, v_4, v_5, v_8$  จุด  $v_2, v_3, v_6, v_7$  และ จุด  $v_3, v_4, v_7, v_8$  ไม่สามารถนำไปวาดรูปได้ เนื่องจากเกิดกราฟบริบูรณ์ของ  $K_4$  ในกรณีของเซต  $\bar{G} = \{1, 3, 4\}$  จึงไม่สามารถนำมาวาดรูปได้

กรณีที่ 3  $G = \{3\}, \bar{G} = \{1, 2, 4\}$

จากผลที่ได้ ระยะห่างแต่ละจุดของจุด  $v_1, v_3, v_5, v_7$  และ จุด  $v_2, v_4, v_6, v_8$  ไม่สามารถนำไปวาดรูปได้ เนื่องจากเกิดกราฟบริบูรณ์ของ  $K_4$  ในกรณีของเซต  $\bar{G} = \{1, 2, 4\}$  จึงไม่สามารถนำมาวาดรูปได้

กรณีที่ 4  $G = \{4\}, \bar{G} = \{1, 2, 3\}$

จากผลที่ได้ ระยะห่างแต่ละจุดของจุด  $v_1, v_2, v_3, v_4$  จุด  $v_1, v_2, v_3, v_8$  จุด  $v_1, v_2, v_4, v_7$  จุด  $v_1, v_2, v_7, v_8$  จุด  $v_1, v_3, v_4, v_6$  จุด  $v_1, v_3, v_6, v_8$  จุด  $v_1, v_4, v_6, v_7$  จุด  $v_1, v_6, v_7, v_8$  จุด  $v_2, v_3, v_4, v_5$  จุด  $v_2, v_3, v_5, v_8$  จุด  $v_2, v_4, v_5, v_7$  จุด  $v_2, v_5, v_7, v_8$  จุด  $v_3, v_4, v_5, v_6$  จุด  $v_3, v_5, v_6, v_8$  จุด  $v_4, v_5, v_6, v_7$  และ จุด  $v_5, v_6, v_7, v_8$  ไม่สามารถนำไปวาดรูปได้ เนื่องจากเกิดกราฟบริบูรณ์ของ  $K_4$  ในกรณีของเซต  $\bar{G} = \{1, 2, 3\}$  จึงไม่สามารถนำมาวาดรูปได้

กรณีที่ 5  $G = \{1, 2\}, \bar{G} = \{3, 4\}$

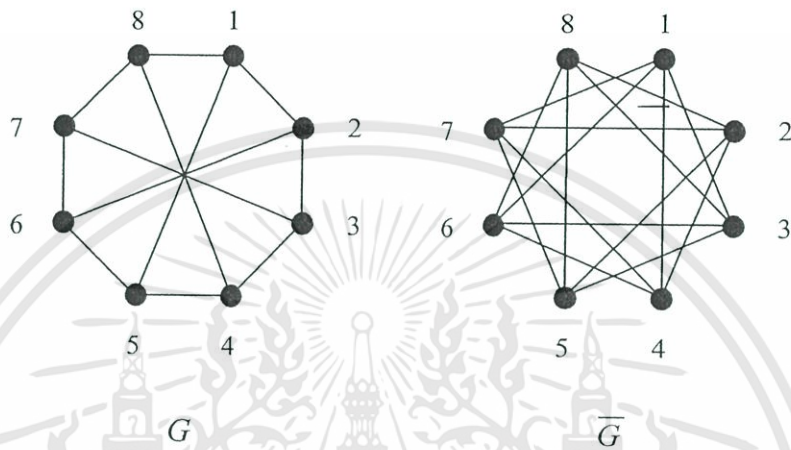
จากผลที่ได้ ระยะห่างแต่ละจุดของจุด  $v_1, v_2, v_3$  จุด  $v_1, v_2, v_8$  จุด  $v_1, v_7, v_8$  จุด  $v_2, v_3, v_4$  จุด  $v_3, v_4, v_5$  จุด  $v_4, v_5, v_6$  จุด  $v_5, v_6, v_7$  และ จุด  $v_6, v_7, v_8$  ไม่สามารถนำไปวาดรูปได้ เนื่องจากเกิดกราฟบริบูรณ์ของ  $K_3$  ในกรณีของเซต  $G = \{1, 2\}$  จึงไม่สามารถนำมาวาดรูปได้

กรณีที่ 6  $G = \{1, 3\}, \bar{G} = \{2, 4\}$

จากผลที่ได้ ระยะห่างแต่ละจุดของจุด  $v_1, v_3, v_5, v_7$  และ จุด  $v_2, v_4, v_6, v_8$  ไม่สามารถนำไปวาดรูปได้ เนื่องจากเกิดกราฟบริบูรณ์ของ  $K_4$  ในกรณีของเซต  $\bar{G} = \{2, 4\}$  จึงไม่สามารถนำมาวาดรูปได้

กรณีที่ 7  $G = \{1, 4\}, \bar{G} = \{2, 3\}$

จากผลที่ได้ ระยะห่างแต่ละจุด ไม่อยู่ในเซต ของ  $G = \{1, 4\}, \bar{G} = \{2, 3\}$  จึงสามารถนำมาวาดรูปได้



รูปที่ 3.23 กราฟ  $G$  ที่มีระยะห่างระหว่างจุดเท่ากับ  $\{1, 4\}$

กราฟ  $\bar{G}$  ที่มีระยะห่างระหว่างจุดเท่ากับ  $\{2, 3\}$

กรณีที่ 8  $G = \{2, 3\}, \bar{G} = \{1, 4\}$

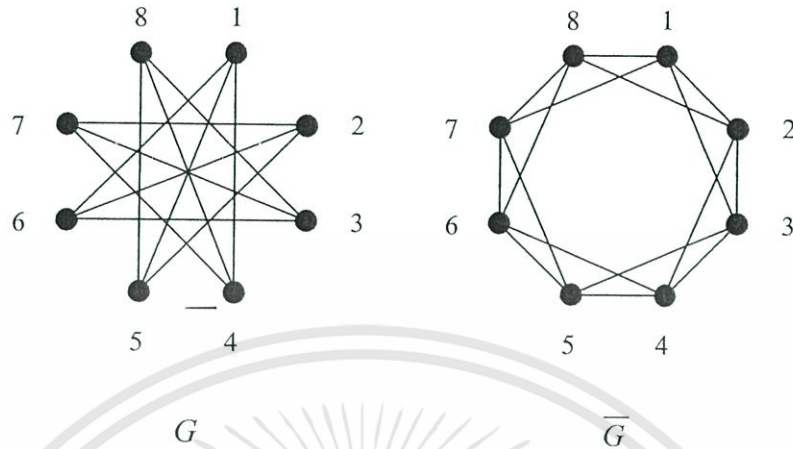
จากผลที่ได้ ระยะห่างแต่ละจุดของจุด  $v_1, v_3, v_6$  จุด  $v_1, v_4, v_6$  จุด  $v_1, v_4, v_7$  จุด  $v_2, v_4, v_7$  จุด  $v_2, v_5, v_7$  จุด  $v_2, v_5, v_8$  จุด  $v_3, v_5, v_8$  และ จุด  $v_3, v_6, v_8$  ไม่สามารถนำไปวาดรูปได้ เนื่องจากเกิดกราฟบริบูรณ์ของ  $K_3$  ในกรณีของเซต  $G = \{2, 3\}$  จึงไม่สามารถนำมาวาดรูปได้

กรณีที่ 9  $G = \{2, 4\}, \bar{G} = \{1, 3\}$ ,

จากผลที่ได้ ระยะห่างแต่ละจุดของจุด  $v_1, v_3, v_5$  จุด  $v_1, v_3, v_7$  จุด  $v_1, v_5, v_7$  จุด  $v_2, v_4, v_6$  จุด  $v_2, v_4, v_8$  จุด  $v_2, v_6, v_8$  จุด  $v_3, v_5, v_7$  และ จุด  $v_4, v_6, v_8$  ไม่สามารถนำไปวาดรูปได้ เนื่องจากเกิดกราฟบริบูรณ์ของ  $K_3$  ในกรณีของเซต  $G = \{2, 4\}$  จึงไม่สามารถนำมาวาดรูปได้

กรณีที่ 10  $G = \{3, 4\}, \bar{G} = \{1, 2\}$

จากผลที่ได้ ระยะห่างแต่ละจุด ไม่อยู่ในเซต ของ  $G = \{3, 4\}, \bar{G} = \{1, 2\}$  จึงสามารถนำมาวาดรูปได้



รูปที่ 3.24 กราฟ  $G$  ที่มีระยะห่างระหว่างจุดเท่ากับ  $\{3, 4\}$   
กราฟ  $\bar{G}$  ที่มีระยะห่างระหว่างจุดเท่ากับ  $\{1, 2\}$

กรณีที่ 11  $G = \{1, 2, 3\}, \bar{G} = \{4\}$

จากผลที่ได้ ระยะห่างแต่ละจุดของจุด  $v_1, v_2, v_4$  จุด  $v_1, v_2, v_7$  จุด  $v_1, v_3, v_4$  จุด  $v_1, v_3, v_8$  จุด  $v_1, v_6, v_7$  จุด  $v_1, v_6, v_8$  จุด  $v_2, v_3, v_5$  จุด  $v_2, v_3, v_8$  จุด  $v_2, v_4, v_5$  จุด  $v_2, v_7, v_8$  จุด  $v_3, v_4, v_6$  จุด  $v_3, v_5, v_6$  จุด  $v_4, v_5, v_7$  จุด  $v_4, v_6, v_7$  จุด  $v_5, v_6, v_8$  จุด  $v_5, v_7, v_8$  ไม่สามารถนำไปวาดรูปได้ เนื่องจากเกิดกราฟบริบูรณ์ของ  $K_3$  ในกรณีของเซต  $G = \{1, 2, 3\}$  จึงไม่สามารถนำมาวาดรูปได้

กรณีที่ 12  $G = \{1, 2, 4\}, \bar{G} = \{3\}$

จากผลที่ได้ ระยะห่างแต่ละจุดของจุด  $v_1, v_2, v_3$  จุด  $v_1, v_2, v_8$  จุด  $v_1, v_3, v_5$  จุด  $v_1, v_3, v_7$  จุด  $v_1, v_5, v_7$  จุด  $v_1, v_7, v_8$  จุด  $v_2, v_3, v_4$  จุด  $v_2, v_4, v_6$  จุด  $v_2, v_4, v_8$  จุด  $v_2, v_6, v_8$  จุด  $v_3, v_4, v_5$  จุด  $v_3, v_5, v_7$  จุด  $v_4, v_5, v_6$  จุด  $v_4, v_6, v_8$  จุด  $v_5, v_6, v_7$  จุด  $v_6, v_7, v_8$  ไม่สามารถนำไปวาดรูปได้ เนื่องจากเกิดกราฟบริบูรณ์ของ  $K_3$  ในกรณีของเซต  $G = \{1, 2, 4\}$  จึงไม่สามารถนำมาวาดรูปได้

กรณีที่ 13  $G = \{1, 3, 4\}, \bar{G} = \{2\}$

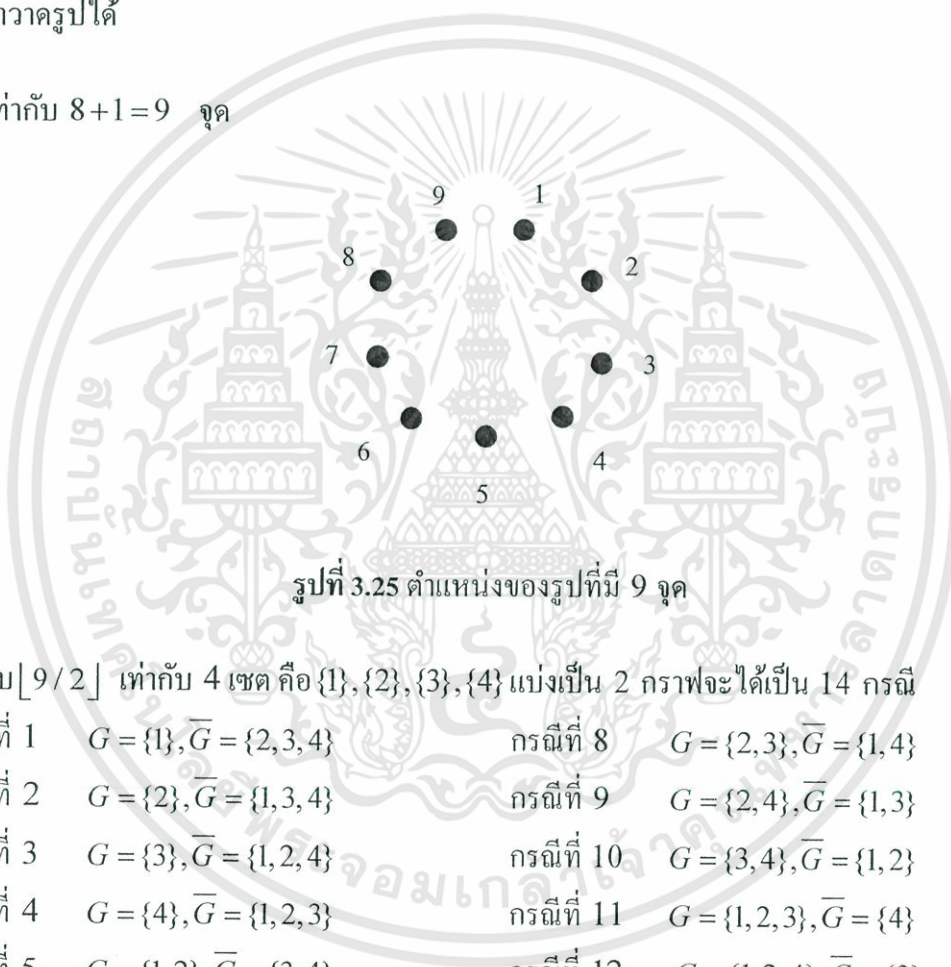
จากผลที่ได้ ระยะห่างแต่ละจุดของจุด  $v_1, v_2, v_5$  จุด  $v_1, v_2, v_6$  จุด  $v_1, v_4, v_5$  จุด  $v_1, v_4, v_8$  จุด  $v_1, v_5, v_6$  จุด  $v_1, v_5, v_8$  จุด  $v_2, v_3, v_6$  จุด  $v_2, v_3, v_7$  จุด  $v_2, v_5, v_6$  จุด  $v_2, v_6, v_7$  จุด  $v_3, v_4, v_7$  จุด  $v_3, v_4, v_8$  จุด  $v_3, v_6, v_7$  จุด  $v_3, v_7, v_8$  จุด  $v_4, v_5, v_8$  จุด  $v_4, v_7, v_8$  ไม่สามารถ

นำไปวาดรูปได้เนื่องจากเกิดกราฟบริบูรณ์ของ  $K_3$  ในกรณีของเซต  $G = \{1,3,4\}$  จึงไม่สามารถนำมาวาดรูปได้

กรณีที่ 14  $G = \{2,3,4\}, \bar{G} = \{1\}$

จากผลที่ได้ ระยะห่างแต่ละจุดของจุด  $v_1, v_3, v_5$  จุด  $v_1, v_3, v_6$  จุด  $v_1, v_3, v_7$  จุด  $v_1, v_4, v_6$  จุด  $v_1, v_4, v_7$  จุด  $v_1, v_5, v_7$  จุด  $v_2, v_4, v_6$  จุด  $v_2, v_4, v_7$  จุด  $v_2, v_4, v_8$  จุด  $v_2, v_5, v_7$  จุด  $v_2, v_5, v_8$  จุด  $v_2, v_6, v_8$  จุด  $v_3, v_5, v_7$  จุด  $v_3, v_5, v_8$  จุด  $v_3, v_6, v_8$  จุด  $v_4, v_6, v_8$  ไม่สามารถนำไปวาดรูปได้ เนื่องจากเกิดกราฟบริบูรณ์ของ  $K_3$  ในกรณีของเซต  $G = \{2,3,4\}$  จึงไม่สามารถนำมาวาดรูปได้

$n$  เท่ากับ  $8+1=9$  จุด



รูปที่ 3.25 ตำแหน่งของรูปที่มี 9 จุด

เท่ากับ  $\lfloor 9/2 \rfloor$  เท่ากับ 4 เซต คือ  $\{1\}, \{2\}, \{3\}, \{4\}$  แบ่งเป็น 2 กราฟจะได้เป็น 14 กรณี

|           |                                  |            |                                  |
|-----------|----------------------------------|------------|----------------------------------|
| กรณีที่ 1 | $G = \{1\}, \bar{G} = \{2,3,4\}$ | กรณีที่ 8  | $G = \{2,3\}, \bar{G} = \{1,4\}$ |
| กรณีที่ 2 | $G = \{2\}, \bar{G} = \{1,3,4\}$ | กรณีที่ 9  | $G = \{2,4\}, \bar{G} = \{1,3\}$ |
| กรณีที่ 3 | $G = \{3\}, \bar{G} = \{1,2,4\}$ | กรณีที่ 10 | $G = \{3,4\}, \bar{G} = \{1,2\}$ |
| กรณีที่ 4 | $G = \{4\}, \bar{G} = \{1,2,3\}$ | กรณีที่ 11 | $G = \{1,2,3\}, \bar{G} = \{4\}$ |
| กรณีที่ 5 | $G = \{1,2\}, \bar{G} = \{3,4\}$ | กรณีที่ 12 | $G = \{1,2,4\}, \bar{G} = \{3\}$ |
| กรณีที่ 6 | $G = \{1,3\}, \bar{G} = \{2,4\}$ | กรณีที่ 13 | $G = \{1,3,4\}, \bar{G} = \{2\}$ |
| กรณีที่ 7 | $G = \{1,4\}, \bar{G} = \{2,3\}$ | กรณีที่ 14 | $G = \{2,3,4\}, \bar{G} = \{1\}$ |

สุ่มเลือกจุดมา 3 จุด คือ  $v_i, v_j, v_k$  จาก 9 จุด นำมาหาค่าระยะห่างระหว่างจุด  $d_{ij}$   $d_{jk}$  และ  $d_{jk}$  เพื่อตรวจสอบแต่ละกรณี ได้ดังนี้

|                             |                             |                             |                             |                             |                             |
|-----------------------------|-----------------------------|-----------------------------|-----------------------------|-----------------------------|-----------------------------|
| $v_1, v_2, v_3$             | $v_1, v_2, v_4$             | $v_1, v_2, v_5$             | $v_1, v_2, v_6$             | $v_1, v_2, v_7$             | $v_1, v_2, v_8$             |
| $ 1 \leftrightarrow 2  = 1$ | $ 1 \leftrightarrow 2  = 1$ | $ 1 \leftrightarrow 2  = 1$ | $ 1 \leftrightarrow 2  = 1$ | $ 1 \leftrightarrow 2  = 1$ | $ 1 \leftrightarrow 2  = 1$ |
| $ 1 \leftrightarrow 3  = 2$ | $ 1 \leftrightarrow 4  = 3$ | $ 1 \leftrightarrow 5  = 4$ | $ 1 \leftrightarrow 6  = 4$ | $ 1 \leftrightarrow 7  = 3$ | $ 1 \leftrightarrow 8  = 2$ |
| $ 2 \leftrightarrow 3  = 1$ | $ 2 \leftrightarrow 4  = 2$ | $ 2 \leftrightarrow 5  = 3$ | $ 2 \leftrightarrow 6  = 4$ | $ 2 \leftrightarrow 7  = 4$ | $ 2 \leftrightarrow 8  = 3$ |
| $v_1, v_2, v_9$             | $v_1, v_3, v_4$             | $v_1, v_3, v_5$             | $v_1, v_3, v_6$             | $v_1, v_3, v_7$             | $v_1, v_3, v_8$             |
| $ 1 \leftrightarrow 2  = 1$ | $ 1 \leftrightarrow 3  = 2$ | $ 1 \leftrightarrow 3  = 2$ | $ 1 \leftrightarrow 3  = 2$ | $ 1 \leftrightarrow 3  = 2$ | $ 1 \leftrightarrow 3  = 2$ |
| $ 1 \leftrightarrow 9  = 1$ | $ 1 \leftrightarrow 4  = 3$ | $ 1 \leftrightarrow 5  = 4$ | $ 1 \leftrightarrow 6  = 4$ | $ 1 \leftrightarrow 7  = 3$ | $ 1 \leftrightarrow 8  = 2$ |
| $ 2 \leftrightarrow 9  = 2$ | $ 3 \leftrightarrow 4  = 1$ | $ 3 \leftrightarrow 5  = 2$ | $ 3 \leftrightarrow 6  = 3$ | $ 3 \leftrightarrow 7  = 4$ | $ 3 \leftrightarrow 8  = 4$ |
| $v_1, v_3, v_9$             | $v_1, v_4, v_5$             | $v_1, v_4, v_6$             | $v_1, v_4, v_7$             | $v_1, v_4, v_8$             | $v_1, v_4, v_9$             |
| $ 1 \leftrightarrow 3  = 2$ | $ 1 \leftrightarrow 4  = 3$ | $ 1 \leftrightarrow 4  = 3$ | $ 1 \leftrightarrow 4  = 3$ | $ 1 \leftrightarrow 4  = 3$ | $ 1 \leftrightarrow 4  = 3$ |
| $ 1 \leftrightarrow 9  = 1$ | $ 1 \leftrightarrow 5  = 4$ | $ 1 \leftrightarrow 6  = 4$ | $ 1 \leftrightarrow 7  = 3$ | $ 1 \leftrightarrow 8  = 2$ | $ 1 \leftrightarrow 9  = 1$ |
| $ 3 \leftrightarrow 9  = 3$ | $ 4 \leftrightarrow 5  = 1$ | $ 4 \leftrightarrow 6  = 2$ | $ 4 \leftrightarrow 7  = 3$ | $ 4 \leftrightarrow 8  = 4$ | $ 4 \leftrightarrow 9  = 4$ |
| $v_1, v_5, v_6$             | $v_1, v_5, v_7$             | $v_1, v_5, v_8$             | $v_1, v_5, v_9$             | $v_1, v_6, v_7$             | $v_1, v_6, v_8$             |
| $ 1 \leftrightarrow 5  = 4$ | $ 1 \leftrightarrow 5  = 4$ | $ 1 \leftrightarrow 5  = 4$ | $ 1 \leftrightarrow 5  = 4$ | $ 1 \leftrightarrow 6  = 4$ | $ 1 \leftrightarrow 6  = 4$ |
| $ 1 \leftrightarrow 6  = 4$ | $ 1 \leftrightarrow 7  = 3$ | $ 1 \leftrightarrow 8  = 2$ | $ 1 \leftrightarrow 9  = 1$ | $ 1 \leftrightarrow 7  = 3$ | $ 1 \leftrightarrow 8  = 2$ |
| $ 5 \leftrightarrow 6  = 1$ | $ 5 \leftrightarrow 7  = 2$ | $ 5 \leftrightarrow 8  = 3$ | $ 5 \leftrightarrow 9  = 4$ | $ 6 \leftrightarrow 7  = 1$ | $ 6 \leftrightarrow 8  = 2$ |
| $v_1, v_6, v_9$             | $v_1, v_7, v_8$             | $v_1, v_7, v_9$             | $v_1, v_8, v_9$             | $v_2, v_3, v_4$             | $v_2, v_3, v_5$             |
| $ 1 \leftrightarrow 6  = 4$ | $ 1 \leftrightarrow 7  = 3$ | $ 1 \leftrightarrow 7  = 3$ | $ 1 \leftrightarrow 8  = 2$ | $ 2 \leftrightarrow 3  = 1$ | $ 2 \leftrightarrow 3  = 1$ |
| $ 1 \leftrightarrow 9  = 1$ | $ 1 \leftrightarrow 8  = 2$ | $ 1 \leftrightarrow 9  = 1$ | $ 1 \leftrightarrow 9  = 1$ | $ 2 \leftrightarrow 4  = 2$ | $ 2 \leftrightarrow 5  = 3$ |
| $ 6 \leftrightarrow 9  = 3$ | $ 7 \leftrightarrow 8  = 1$ | $ 7 \leftrightarrow 9  = 2$ | $ 8 \leftrightarrow 9  = 1$ | $ 3 \leftrightarrow 4  = 1$ | $ 3 \leftrightarrow 5  = 2$ |
| $v_2, v_3, v_6$             | $v_2, v_3, v_7$             | $v_2, v_3, v_8$             | $v_2, v_3, v_9$             | $v_2, v_4, v_5$             | $v_2, v_4, v_6$             |
| $ 2 \leftrightarrow 3  = 1$ | $ 2 \leftrightarrow 3  = 1$ | $ 2 \leftrightarrow 3  = 1$ | $ 2 \leftrightarrow 3  = 1$ | $ 2 \leftrightarrow 4  = 2$ | $ 2 \leftrightarrow 4  = 2$ |
| $ 2 \leftrightarrow 6  = 4$ | $ 2 \leftrightarrow 7  = 4$ | $ 2 \leftrightarrow 8  = 3$ | $ 2 \leftrightarrow 9  = 2$ | $ 2 \leftrightarrow 5  = 3$ | $ 2 \leftrightarrow 6  = 4$ |
| $ 3 \leftrightarrow 6  = 3$ | $ 3 \leftrightarrow 7  = 4$ | $ 3 \leftrightarrow 8  = 4$ | $ 3 \leftrightarrow 9  = 3$ | $ 4 \leftrightarrow 5  = 1$ | $ 4 \leftrightarrow 6  = 2$ |
| $v_2, v_4, v_7$             | $v_2, v_4, v_8$             | $v_2, v_4, v_9$             | $v_2, v_5, v_6$             | $v_2, v_5, v_7$             | $v_2, v_5, v_8$             |
| $ 2 \leftrightarrow 4  = 2$ | $ 2 \leftrightarrow 4  = 2$ | $ 2 \leftrightarrow 4  = 2$ | $ 2 \leftrightarrow 5  = 3$ | $ 2 \leftrightarrow 5  = 3$ | $ 2 \leftrightarrow 5  = 3$ |
| $ 2 \leftrightarrow 7  = 4$ | $ 2 \leftrightarrow 8  = 3$ | $ 2 \leftrightarrow 9  = 2$ | $ 2 \leftrightarrow 6  = 4$ | $ 2 \leftrightarrow 7  = 4$ | $ 2 \leftrightarrow 8  = 3$ |
| $ 4 \leftrightarrow 7  = 3$ | $ 4 \leftrightarrow 8  = 4$ | $ 4 \leftrightarrow 9  = 4$ | $ 5 \leftrightarrow 6  = 1$ | $ 5 \leftrightarrow 7  = 2$ | $ 5 \leftrightarrow 8  = 3$ |

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

|                             |                             |                             |                             |                             |                             |
|-----------------------------|-----------------------------|-----------------------------|-----------------------------|-----------------------------|-----------------------------|
| $v_2, v_5, v_9$             | $v_2, v_6, v_7$             | $v_2, v_6, v_8$             | $v_2, v_6, v_9$             | $v_2, v_7, v_8$             | $v_2, v_7, v_9$             |
| $ 2 \leftrightarrow 5  = 3$ | $ 2 \leftrightarrow 6  = 4$ | $ 2 \leftrightarrow 6  = 4$ | $ 2 \leftrightarrow 6  = 4$ | $ 2 \leftrightarrow 7  = 4$ | $ 2 \leftrightarrow 7  = 4$ |
| $ 2 \leftrightarrow 9  = 2$ | $ 2 \leftrightarrow 7  = 4$ | $ 2 \leftrightarrow 8  = 3$ | $ 2 \leftrightarrow 9  = 2$ | $ 2 \leftrightarrow 8  = 3$ | $ 2 \leftrightarrow 9  = 2$ |
| $ 5 \leftrightarrow 9  = 4$ | $ 6 \leftrightarrow 7  = 1$ | $ 6 \leftrightarrow 8  = 2$ | $ 6 \leftrightarrow 9  = 3$ | $ 7 \leftrightarrow 8  = 1$ | $ 7 \leftrightarrow 9  = 2$ |
| $v_2, v_8, v_9$             | $v_3, v_4, v_5$             | $v_3, v_4, v_6$             | $v_3, v_4, v_7$             | $v_3, v_4, v_8$             | $v_3, v_4, v_9$             |
| $ 2 \leftrightarrow 8  = 3$ | $ 3 \leftrightarrow 4  = 1$ | $ 3 \leftrightarrow 4  = 1$ | $ 3 \leftrightarrow 4  = 1$ | $ 3 \leftrightarrow 4  = 1$ | $ 3 \leftrightarrow 4  = 1$ |
| $ 2 \leftrightarrow 9  = 2$ | $ 3 \leftrightarrow 5  = 2$ | $ 3 \leftrightarrow 6  = 3$ | $ 3 \leftrightarrow 7  = 4$ | $ 3 \leftrightarrow 8  = 4$ | $ 3 \leftrightarrow 9  = 3$ |
| $ 8 \leftrightarrow 9  = 1$ | $ 4 \leftrightarrow 5  = 1$ | $ 4 \leftrightarrow 6  = 2$ | $ 4 \leftrightarrow 7  = 3$ | $ 4 \leftrightarrow 8  = 4$ | $ 4 \leftrightarrow 9  = 4$ |
| $v_3, v_5, v_6$             | $v_3, v_5, v_7$             | $v_3, v_5, v_8$             | $v_3, v_5, v_9$             | $v_3, v_6, v_7$             | $v_3, v_6, v_8$             |
| $ 3 \leftrightarrow 5  = 2$ | $ 3 \leftrightarrow 5  = 2$ | $ 3 \leftrightarrow 5  = 2$ | $ 3 \leftrightarrow 5  = 2$ | $ 3 \leftrightarrow 6  = 3$ | $ 3 \leftrightarrow 6  = 3$ |
| $ 3 \leftrightarrow 6  = 3$ | $ 3 \leftrightarrow 7  = 4$ | $ 3 \leftrightarrow 8  = 4$ | $ 3 \leftrightarrow 9  = 3$ | $ 3 \leftrightarrow 7  = 4$ | $ 3 \leftrightarrow 8  = 4$ |
| $ 5 \leftrightarrow 6  = 1$ | $ 5 \leftrightarrow 7  = 2$ | $ 5 \leftrightarrow 8  = 3$ | $ 5 \leftrightarrow 9  = 4$ | $ 6 \leftrightarrow 7  = 1$ | $ 6 \leftrightarrow 8  = 2$ |
| $v_3, v_6, v_9$             | $v_3, v_7, v_8$             | $v_3, v_7, v_9$             | $v_3, v_8, v_9$             | $v_4, v_5, v_6$             | $v_4, v_5, v_7$             |
| $ 3 \leftrightarrow 6  = 3$ | $ 3 \leftrightarrow 7  = 4$ | $ 3 \leftrightarrow 7  = 4$ | $ 3 \leftrightarrow 8  = 4$ | $ 4 \leftrightarrow 5  = 1$ | $ 4 \leftrightarrow 5  = 1$ |
| $ 3 \leftrightarrow 9  = 3$ | $ 3 \leftrightarrow 8  = 4$ | $ 3 \leftrightarrow 9  = 3$ | $ 3 \leftrightarrow 9  = 3$ | $ 4 \leftrightarrow 6  = 2$ | $ 4 \leftrightarrow 7  = 3$ |
| $ 6 \leftrightarrow 9  = 3$ | $ 7 \leftrightarrow 8  = 1$ | $ 7 \leftrightarrow 9  = 2$ | $ 8 \leftrightarrow 9  = 1$ | $ 5 \leftrightarrow 6  = 1$ | $ 5 \leftrightarrow 7  = 2$ |
| $v_4, v_5, v_8$             | $v_4, v_5, v_9$             | $v_4, v_6, v_7$             | $v_4, v_6, v_8$             | $v_4, v_6, v_9$             | $v_4, v_7, v_8$             |
| $ 4 \leftrightarrow 5  = 1$ | $ 4 \leftrightarrow 5  = 1$ | $ 4 \leftrightarrow 6  = 2$ | $ 4 \leftrightarrow 6  = 2$ | $ 4 \leftrightarrow 6  = 2$ | $ 4 \leftrightarrow 7  = 3$ |
| $ 4 \leftrightarrow 8  = 4$ | $ 4 \leftrightarrow 9  = 4$ | $ 4 \leftrightarrow 7  = 3$ | $ 4 \leftrightarrow 8  = 4$ | $ 4 \leftrightarrow 9  = 4$ | $ 4 \leftrightarrow 8  = 4$ |
| $ 5 \leftrightarrow 8  = 3$ | $ 5 \leftrightarrow 9  = 4$ | $ 6 \leftrightarrow 7  = 1$ | $ 6 \leftrightarrow 8  = 2$ | $ 6 \leftrightarrow 9  = 3$ | $ 7 \leftrightarrow 8  = 1$ |
| $v_4, v_7, v_9$             | $v_4, v_8, v_9$             | $v_5, v_6, v_7$             | $v_5, v_6, v_8$             | $v_5, v_6, v_9$             | $v_5, v_7, v_8$             |
| $ 4 \leftrightarrow 7  = 3$ | $ 4 \leftrightarrow 8  = 4$ | $ 5 \leftrightarrow 6  = 1$ | $ 5 \leftrightarrow 6  = 1$ | $ 5 \leftrightarrow 6  = 1$ | $ 5 \leftrightarrow 7  = 2$ |
| $ 4 \leftrightarrow 9  = 4$ | $ 4 \leftrightarrow 9  = 4$ | $ 5 \leftrightarrow 7  = 2$ | $ 5 \leftrightarrow 8  = 3$ | $ 5 \leftrightarrow 9  = 4$ | $ 5 \leftrightarrow 8  = 3$ |
| $ 7 \leftrightarrow 9  = 2$ | $ 8 \leftrightarrow 9  = 1$ | $ 6 \leftrightarrow 7  = 1$ | $ 6 \leftrightarrow 8  = 2$ | $ 6 \leftrightarrow 9  = 3$ | $ 7 \leftrightarrow 8  = 1$ |
| $v_5, v_7, v_9$             | $v_5, v_8, v_9$             | $v_6, v_7, v_8$             | $v_6, v_7, v_9$             | $v_6, v_8, v_9$             | $v_7, v_8, v_9$             |
| $ 5 \leftrightarrow 7  = 2$ | $ 5 \leftrightarrow 8  = 3$ | $ 6 \leftrightarrow 7  = 1$ | $ 6 \leftrightarrow 7  = 1$ | $ 6 \leftrightarrow 8  = 2$ | $ 7 \leftrightarrow 8  = 1$ |
| $ 5 \leftrightarrow 9  = 4$ | $ 5 \leftrightarrow 9  = 4$ | $ 6 \leftrightarrow 8  = 2$ | $ 6 \leftrightarrow 9  = 3$ | $ 6 \leftrightarrow 9  = 3$ | $ 7 \leftrightarrow 9  = 2$ |
| $ 7 \leftrightarrow 9  = 2$ | $ 8 \leftrightarrow 9  = 1$ | $ 7 \leftrightarrow 8  = 1$ | $ 7 \leftrightarrow 9  = 2$ | $ 8 \leftrightarrow 9  = 1$ | $ 8 \leftrightarrow 9  = 1$ |

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

สุ่มเลือกจุดมา 4 จุด คือ  $v_i, v_j, v_k, v_l$  จาก 9 จุด นำมาหาค่าระยะห่างระหว่างจุด  $d_{ij}$   $d_{ik}$   $d_{il}$   $d_{jk}$   $d_{jl}$  และ  $d_{kl}$  เพื่อตรวจสอบแต่ละกรณี ได้ดังนี้

| $v_1, v_2, v_3, v_4$        | $v_1, v_2, v_3, v_5$        | $v_1, v_2, v_3, v_6$        | $v_1, v_2, v_3, v_7$        | $v_1, v_2, v_3, v_8$        | $v_1, v_2, v_3, v_9$        |
|-----------------------------|-----------------------------|-----------------------------|-----------------------------|-----------------------------|-----------------------------|
| $ 1 \leftrightarrow 2  = 1$ | $ 1 \leftrightarrow 2  = 1$ | $ 1 \leftrightarrow 2  = 1$ | $ 1 \leftrightarrow 2  = 1$ | $ 1 \leftrightarrow 2  = 1$ | $ 1 \leftrightarrow 2  = 1$ |
| $ 1 \leftrightarrow 3  = 2$ | $ 1 \leftrightarrow 3  = 2$ | $ 1 \leftrightarrow 3  = 2$ | $ 1 \leftrightarrow 3  = 2$ | $ 1 \leftrightarrow 3  = 2$ | $ 1 \leftrightarrow 3  = 2$ |
| $ 1 \leftrightarrow 4  = 3$ | $ 1 \leftrightarrow 5  = 4$ | $ 1 \leftrightarrow 6  = 4$ | $ 1 \leftrightarrow 7  = 3$ | $ 1 \leftrightarrow 8  = 2$ | $ 1 \leftrightarrow 9  = 1$ |
| $ 2 \leftrightarrow 3  = 1$ | $ 2 \leftrightarrow 3  = 1$ | $ 2 \leftrightarrow 3  = 1$ | $ 2 \leftrightarrow 3  = 1$ | $ 2 \leftrightarrow 3  = 1$ | $ 2 \leftrightarrow 3  = 1$ |
| $ 2 \leftrightarrow 4  = 2$ | $ 2 \leftrightarrow 5  = 3$ | $ 2 \leftrightarrow 6  = 4$ | $ 2 \leftrightarrow 7  = 4$ | $ 2 \leftrightarrow 8  = 3$ | $ 2 \leftrightarrow 9  = 2$ |
| $ 3 \leftrightarrow 4  = 1$ | $ 3 \leftrightarrow 5  = 2$ | $ 3 \leftrightarrow 6  = 3$ | $ 3 \leftrightarrow 7  = 4$ | $ 3 \leftrightarrow 8  = 4$ | $ 3 \leftrightarrow 9  = 3$ |

| $v_1, v_2, v_4, v_5$        | $v_1, v_2, v_4, v_6$        | $v_1, v_2, v_4, v_7$        | $v_1, v_2, v_4, v_8$        | $v_1, v_2, v_4, v_9$        | $v_1, v_2, v_5, v_6$        |
|-----------------------------|-----------------------------|-----------------------------|-----------------------------|-----------------------------|-----------------------------|
| $ 1 \leftrightarrow 2  = 1$ | $ 1 \leftrightarrow 2  = 1$ | $ 1 \leftrightarrow 2  = 1$ | $ 1 \leftrightarrow 2  = 1$ | $ 1 \leftrightarrow 2  = 1$ | $ 1 \leftrightarrow 2  = 1$ |
| $ 1 \leftrightarrow 4  = 3$ | $ 1 \leftrightarrow 4  = 3$ | $ 1 \leftrightarrow 4  = 3$ | $ 1 \leftrightarrow 4  = 3$ | $ 1 \leftrightarrow 4  = 3$ | $ 1 \leftrightarrow 5  = 4$ |
| $ 1 \leftrightarrow 5  = 4$ | $ 1 \leftrightarrow 6  = 4$ | $ 1 \leftrightarrow 7  = 3$ | $ 1 \leftrightarrow 8  = 2$ | $ 1 \leftrightarrow 9  = 1$ | $ 1 \leftrightarrow 6  = 4$ |
| $ 2 \leftrightarrow 4  = 2$ | $ 2 \leftrightarrow 4  = 2$ | $ 2 \leftrightarrow 4  = 2$ | $ 2 \leftrightarrow 4  = 2$ | $ 2 \leftrightarrow 4  = 2$ | $ 2 \leftrightarrow 5  = 2$ |
| $ 2 \leftrightarrow 5  = 3$ | $ 2 \leftrightarrow 6  = 4$ | $ 2 \leftrightarrow 7  = 4$ | $ 2 \leftrightarrow 8  = 3$ | $ 2 \leftrightarrow 9  = 2$ | $ 2 \leftrightarrow 6  = 4$ |
| $ 4 \leftrightarrow 5  = 1$ | $ 4 \leftrightarrow 6  = 2$ | $ 4 \leftrightarrow 7  = 3$ | $ 4 \leftrightarrow 8  = 4$ | $ 4 \leftrightarrow 9  = 4$ | $ 5 \leftrightarrow 6  = 1$ |

| $v_1, v_2, v_5, v_7$        | $v_1, v_2, v_5, v_8$        | $v_1, v_2, v_5, v_9$        | $v_1, v_2, v_6, v_7$        | $v_1, v_2, v_6, v_8$        | $v_1, v_2, v_6, v_9$        |
|-----------------------------|-----------------------------|-----------------------------|-----------------------------|-----------------------------|-----------------------------|
| $ 1 \leftrightarrow 2  = 1$ | $ 1 \leftrightarrow 2  = 1$ | $ 1 \leftrightarrow 2  = 1$ | $ 1 \leftrightarrow 2  = 1$ | $ 1 \leftrightarrow 2  = 1$ | $ 1 \leftrightarrow 2  = 1$ |
| $ 1 \leftrightarrow 5  = 4$ | $ 1 \leftrightarrow 5  = 4$ | $ 1 \leftrightarrow 5  = 4$ | $ 1 \leftrightarrow 6  = 4$ | $ 1 \leftrightarrow 6  = 4$ | $ 1 \leftrightarrow 6  = 4$ |
| $ 1 \leftrightarrow 7  = 3$ | $ 1 \leftrightarrow 8  = 2$ | $ 1 \leftrightarrow 9  = 1$ | $ 1 \leftrightarrow 7  = 3$ | $ 1 \leftrightarrow 8  = 2$ | $ 1 \leftrightarrow 9  = 1$ |
| $ 2 \leftrightarrow 5  = 3$ | $ 2 \leftrightarrow 5  = 3$ | $ 2 \leftrightarrow 5  = 3$ | $ 2 \leftrightarrow 6  = 4$ | $ 2 \leftrightarrow 6  = 4$ | $ 2 \leftrightarrow 6  = 4$ |
| $ 2 \leftrightarrow 7  = 4$ | $ 2 \leftrightarrow 8  = 3$ | $ 2 \leftrightarrow 9  = 2$ | $ 2 \leftrightarrow 7  = 4$ | $ 2 \leftrightarrow 8  = 3$ | $ 2 \leftrightarrow 9  = 2$ |
| $ 5 \leftrightarrow 7  = 2$ | $ 5 \leftrightarrow 8  = 3$ | $ 5 \leftrightarrow 9  = 4$ | $ 6 \leftrightarrow 7  = 1$ | $ 6 \leftrightarrow 8  = 2$ | $ 6 \leftrightarrow 9  = 3$ |

| $v_1, v_2, v_7, v_8$        | $v_1, v_2, v_7, v_9$        | $v_1, v_2, v_8, v_9$        | $v_1, v_3, v_4, v_5$        | $v_1, v_3, v_4, v_6$        | $v_1, v_3, v_4, v_7$        |
|-----------------------------|-----------------------------|-----------------------------|-----------------------------|-----------------------------|-----------------------------|
| $ 1 \leftrightarrow 2  = 1$ | $ 1 \leftrightarrow 2  = 1$ | $ 1 \leftrightarrow 2  = 1$ | $ 1 \leftrightarrow 3  = 2$ | $ 1 \leftrightarrow 3  = 2$ | $ 1 \leftrightarrow 3  = 2$ |
| $ 1 \leftrightarrow 7  = 3$ | $ 1 \leftrightarrow 7  = 3$ | $ 1 \leftrightarrow 8  = 2$ | $ 1 \leftrightarrow 4  = 3$ | $ 1 \leftrightarrow 4  = 3$ | $ 1 \leftrightarrow 4  = 3$ |
| $ 1 \leftrightarrow 8  = 2$ | $ 1 \leftrightarrow 9  = 1$ | $ 1 \leftrightarrow 9  = 1$ | $ 1 \leftrightarrow 5  = 4$ | $ 1 \leftrightarrow 6  = 4$ | $ 1 \leftrightarrow 7  = 3$ |
| $ 2 \leftrightarrow 7  = 4$ | $ 2 \leftrightarrow 7  = 4$ | $ 2 \leftrightarrow 8  = 3$ | $ 3 \leftrightarrow 4  = 1$ | $ 3 \leftrightarrow 4  = 1$ | $ 3 \leftrightarrow 4  = 1$ |
| $ 2 \leftrightarrow 8  = 3$ | $ 2 \leftrightarrow 9  = 2$ | $ 2 \leftrightarrow 9  = 2$ | $ 3 \leftrightarrow 5  = 2$ | $ 3 \leftrightarrow 6  = 3$ | $ 3 \leftrightarrow 7  = 4$ |
| $ 7 \leftrightarrow 8  = 1$ | $ 7 \leftrightarrow 9  = 2$ | $ 8 \leftrightarrow 9  = 1$ | $ 4 \leftrightarrow 5  = 1$ | $ 4 \leftrightarrow 6  = 2$ | $ 4 \leftrightarrow 7  = 3$ |

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

|                             |                             |                             |                             |                             |                             |
|-----------------------------|-----------------------------|-----------------------------|-----------------------------|-----------------------------|-----------------------------|
| $v_1, v_3, v_4, v_8$        | $v_1, v_3, v_4, v_9$        | $v_1, v_3, v_5, v_6$        | $v_1, v_3, v_5, v_7$        | $v_1, v_3, v_5, v_8$        | $v_1, v_3, v_5, v_9$        |
| $ 1 \leftrightarrow 3  = 2$ | $ 1 \leftrightarrow 3  = 2$ | $ 1 \leftrightarrow 3  = 2$ | $ 1 \leftrightarrow 3  = 2$ | $ 1 \leftrightarrow 3  = 2$ | $ 1 \leftrightarrow 3  = 2$ |
| $ 1 \leftrightarrow 4  = 3$ | $ 1 \leftrightarrow 4  = 3$ | $ 1 \leftrightarrow 5  = 4$ | $ 1 \leftrightarrow 5  = 4$ | $ 1 \leftrightarrow 5  = 4$ | $ 1 \leftrightarrow 5  = 4$ |
| $ 1 \leftrightarrow 8  = 2$ | $ 1 \leftrightarrow 9  = 1$ | $ 1 \leftrightarrow 6  = 4$ | $ 1 \leftrightarrow 7  = 3$ | $ 1 \leftrightarrow 8  = 2$ | $ 1 \leftrightarrow 9  = 1$ |
| $ 3 \leftrightarrow 4  = 1$ | $ 3 \leftrightarrow 4  = 1$ | $ 3 \leftrightarrow 5  = 2$ | $ 3 \leftrightarrow 5  = 2$ | $ 3 \leftrightarrow 5  = 2$ | $ 3 \leftrightarrow 5  = 2$ |
| $ 3 \leftrightarrow 8  = 4$ | $ 3 \leftrightarrow 9  = 3$ | $ 3 \leftrightarrow 6  = 3$ | $ 3 \leftrightarrow 7  = 4$ | $ 3 \leftrightarrow 8  = 4$ | $ 3 \leftrightarrow 9  = 3$ |
| $ 4 \leftrightarrow 8  = 4$ | $ 4 \leftrightarrow 9  = 4$ | $ 5 \leftrightarrow 6  = 1$ | $ 5 \leftrightarrow 7  = 2$ | $ 5 \leftrightarrow 8  = 3$ | $ 5 \leftrightarrow 9  = 4$ |

|                             |                             |                             |                             |                             |                             |
|-----------------------------|-----------------------------|-----------------------------|-----------------------------|-----------------------------|-----------------------------|
| $v_1, v_3, v_6, v_7$        | $v_1, v_3, v_6, v_8$        | $v_1, v_3, v_6, v_9$        | $v_1, v_3, v_7, v_8$        | $v_1, v_3, v_7, v_9$        | $v_1, v_3, v_8, v_9$        |
| $ 1 \leftrightarrow 3  = 2$ | $ 1 \leftrightarrow 3  = 2$ | $ 1 \leftrightarrow 3  = 2$ | $ 1 \leftrightarrow 3  = 2$ | $ 1 \leftrightarrow 3  = 2$ | $ 1 \leftrightarrow 3  = 2$ |
| $ 1 \leftrightarrow 6  = 4$ | $ 1 \leftrightarrow 6  = 4$ | $ 1 \leftrightarrow 6  = 4$ | $ 1 \leftrightarrow 6  = 4$ | $ 1 \leftrightarrow 7  = 3$ | $ 1 \leftrightarrow 8  = 2$ |
| $ 1 \leftrightarrow 7  = 3$ | $ 1 \leftrightarrow 8  = 2$ | $ 1 \leftrightarrow 9  = 1$ | $ 1 \leftrightarrow 9  = 1$ | $ 1 \leftrightarrow 9  = 1$ | $ 1 \leftrightarrow 9  = 1$ |
| $ 3 \leftrightarrow 6  = 3$ | $ 3 \leftrightarrow 6  = 3$ | $ 3 \leftrightarrow 6  = 3$ | $ 3 \leftrightarrow 6  = 3$ | $ 3 \leftrightarrow 7  = 4$ | $ 3 \leftrightarrow 8  = 4$ |
| $ 3 \leftrightarrow 7  = 4$ | $ 3 \leftrightarrow 8  = 4$ | $ 3 \leftrightarrow 9  = 3$ | $ 3 \leftrightarrow 9  = 3$ | $ 3 \leftrightarrow 9  = 3$ | $ 3 \leftrightarrow 9  = 3$ |
| $ 6 \leftrightarrow 7  = 1$ | $ 6 \leftrightarrow 8  = 2$ | $ 6 \leftrightarrow 9  = 3$ | $ 6 \leftrightarrow 9  = 3$ | $ 7 \leftrightarrow 9  = 2$ | $ 8 \leftrightarrow 9  = 1$ |

|                             |                             |                             |                             |                             |                             |
|-----------------------------|-----------------------------|-----------------------------|-----------------------------|-----------------------------|-----------------------------|
| $v_1, v_4, v_5, v_6$        | $v_1, v_4, v_5, v_7$        | $v_1, v_4, v_5, v_8$        | $v_1, v_4, v_5, v_9$        | $v_1, v_4, v_6, v_7$        | $v_1, v_4, v_6, v_8$        |
| $ 1 \leftrightarrow 4  = 3$ | $ 1 \leftrightarrow 4  = 3$ | $ 1 \leftrightarrow 4  = 3$ | $ 1 \leftrightarrow 4  = 3$ | $ 1 \leftrightarrow 4  = 3$ | $ 1 \leftrightarrow 4  = 3$ |
| $ 1 \leftrightarrow 5  = 4$ | $ 1 \leftrightarrow 5  = 4$ | $ 1 \leftrightarrow 5  = 4$ | $ 1 \leftrightarrow 5  = 4$ | $ 1 \leftrightarrow 6  = 4$ | $ 1 \leftrightarrow 6  = 4$ |
| $ 1 \leftrightarrow 6  = 4$ | $ 1 \leftrightarrow 7  = 3$ | $ 1 \leftrightarrow 8  = 2$ | $ 1 \leftrightarrow 9  = 1$ | $ 1 \leftrightarrow 7  = 3$ | $ 1 \leftrightarrow 8  = 2$ |
| $ 4 \leftrightarrow 5  = 1$ | $ 4 \leftrightarrow 5  = 1$ | $ 4 \leftrightarrow 5  = 1$ | $ 4 \leftrightarrow 5  = 1$ | $ 4 \leftrightarrow 6  = 2$ | $ 4 \leftrightarrow 6  = 2$ |
| $ 4 \leftrightarrow 6  = 2$ | $ 4 \leftrightarrow 7  = 3$ | $ 4 \leftrightarrow 8  = 4$ | $ 4 \leftrightarrow 9  = 4$ | $ 4 \leftrightarrow 7  = 3$ | $ 4 \leftrightarrow 8  = 4$ |
| $ 5 \leftrightarrow 6  = 1$ | $ 5 \leftrightarrow 7  = 2$ | $ 5 \leftrightarrow 8  = 3$ | $ 5 \leftrightarrow 9  = 4$ | $ 6 \leftrightarrow 7  = 1$ | $ 6 \leftrightarrow 8  = 2$ |

|                             |                             |                             |                             |                             |                             |
|-----------------------------|-----------------------------|-----------------------------|-----------------------------|-----------------------------|-----------------------------|
| $v_1, v_4, v_6, v_9$        | $v_1, v_4, v_7, v_8$        | $v_1, v_4, v_7, v_9$        | $v_1, v_4, v_8, v_9$        | $v_1, v_5, v_6, v_7$        | $v_1, v_5, v_6, v_8$        |
| $ 1 \leftrightarrow 4  = 3$ | $ 1 \leftrightarrow 4  = 3$ | $ 1 \leftrightarrow 4  = 3$ | $ 1 \leftrightarrow 4  = 3$ | $ 1 \leftrightarrow 5  = 4$ | $ 1 \leftrightarrow 5  = 4$ |
| $ 1 \leftrightarrow 6  = 4$ | $ 1 \leftrightarrow 7  = 3$ | $ 1 \leftrightarrow 7  = 3$ | $ 1 \leftrightarrow 8  = 2$ | $ 1 \leftrightarrow 6  = 4$ | $ 1 \leftrightarrow 6  = 4$ |
| $ 1 \leftrightarrow 9  = 1$ | $ 1 \leftrightarrow 8  = 2$ | $ 1 \leftrightarrow 9  = 1$ | $ 1 \leftrightarrow 9  = 1$ | $ 1 \leftrightarrow 7  = 3$ | $ 1 \leftrightarrow 8  = 2$ |
| $ 4 \leftrightarrow 6  = 2$ | $ 4 \leftrightarrow 7  = 3$ | $ 4 \leftrightarrow 7  = 3$ | $ 4 \leftrightarrow 8  = 4$ | $ 5 \leftrightarrow 6  = 1$ | $ 5 \leftrightarrow 6  = 1$ |
| $ 4 \leftrightarrow 9  = 4$ | $ 4 \leftrightarrow 8  = 4$ | $ 4 \leftrightarrow 9  = 4$ | $ 4 \leftrightarrow 9  = 4$ | $ 5 \leftrightarrow 7  = 2$ | $ 5 \leftrightarrow 8  = 3$ |
| $ 6 \leftrightarrow 9  = 3$ | $ 7 \leftrightarrow 8  = 1$ | $ 7 \leftrightarrow 9  = 2$ | $ 8 \leftrightarrow 9  = 1$ | $ 6 \leftrightarrow 7  = 1$ | $ 6 \leftrightarrow 8  = 2$ |

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

|                             |                             |                             |                             |                             |                             |
|-----------------------------|-----------------------------|-----------------------------|-----------------------------|-----------------------------|-----------------------------|
| $v_1, v_3, v_6, v_9$        | $v_1, v_5, v_7, v_8$        | $v_1, v_5, v_7, v_9$        | $v_1, v_5, v_8, v_9$        | $v_1, v_6, v_7, v_8$        | $v_1, v_6, v_7, v_9$        |
| $ 1 \leftrightarrow 5  = 4$ | $ 1 \leftrightarrow 5  = 4$ | $ 1 \leftrightarrow 5  = 4$ | $ 1 \leftrightarrow 5  = 4$ | $ 1 \leftrightarrow 6  = 4$ | $ 1 \leftrightarrow 6  = 4$ |
| $ 1 \leftrightarrow 6  = 4$ | $ 1 \leftrightarrow 7  = 3$ | $ 1 \leftrightarrow 7  = 3$ | $ 1 \leftrightarrow 8  = 2$ | $ 1 \leftrightarrow 7  = 3$ | $ 1 \leftrightarrow 7  = 3$ |
| $ 1 \leftrightarrow 9  = 1$ | $ 1 \leftrightarrow 8  = 2$ | $ 1 \leftrightarrow 9  = 1$ | $ 1 \leftrightarrow 9  = 1$ | $ 1 \leftrightarrow 8  = 2$ | $ 1 \leftrightarrow 9  = 1$ |
| $ 5 \leftrightarrow 6  = 1$ | $ 5 \leftrightarrow 7  = 2$ | $ 5 \leftrightarrow 7  = 2$ | $ 5 \leftrightarrow 8  = 3$ | $ 6 \leftrightarrow 7  = 1$ | $ 6 \leftrightarrow 7  = 1$ |
| $ 5 \leftrightarrow 9  = 4$ | $ 5 \leftrightarrow 8  = 3$ | $ 5 \leftrightarrow 9  = 4$ | $ 5 \leftrightarrow 9  = 4$ | $ 6 \leftrightarrow 8  = 2$ | $ 6 \leftrightarrow 9  = 3$ |
| $ 6 \leftrightarrow 9  = 3$ | $ 7 \leftrightarrow 8  = 1$ | $ 7 \leftrightarrow 9  = 2$ | $ 8 \leftrightarrow 9  = 1$ | $ 7 \leftrightarrow 8  = 1$ | $ 7 \leftrightarrow 9  = 2$ |

|                             |                             |                             |                             |                             |                             |
|-----------------------------|-----------------------------|-----------------------------|-----------------------------|-----------------------------|-----------------------------|
| $v_1, v_6, v_8, v_9$        | $v_1, v_7, v_8, v_9$        | $v_2, v_3, v_4, v_5$        | $v_2, v_3, v_4, v_6$        | $v_2, v_3, v_4, v_7$        | $v_2, v_3, v_4, v_8$        |
| $ 1 \leftrightarrow 6  = 4$ | $ 1 \leftrightarrow 7  = 3$ | $ 2 \leftrightarrow 3  = 1$ | $ 2 \leftrightarrow 3  = 1$ | $ 2 \leftrightarrow 3  = 1$ | $ 2 \leftrightarrow 3  = 1$ |
| $ 1 \leftrightarrow 8  = 2$ | $ 1 \leftrightarrow 8  = 2$ | $ 2 \leftrightarrow 4  = 2$ | $ 2 \leftrightarrow 4  = 2$ | $ 2 \leftrightarrow 4  = 2$ | $ 2 \leftrightarrow 4  = 2$ |
| $ 1 \leftrightarrow 9  = 1$ | $ 1 \leftrightarrow 9  = 1$ | $ 2 \leftrightarrow 5  = 3$ | $ 2 \leftrightarrow 6  = 4$ | $ 2 \leftrightarrow 7  = 4$ | $ 2 \leftrightarrow 8  = 3$ |
| $ 6 \leftrightarrow 8  = 2$ | $ 7 \leftrightarrow 8  = 1$ | $ 3 \leftrightarrow 4  = 1$ | $ 3 \leftrightarrow 4  = 1$ | $ 3 \leftrightarrow 4  = 1$ | $ 3 \leftrightarrow 4  = 1$ |
| $ 6 \leftrightarrow 9  = 3$ | $ 7 \leftrightarrow 9  = 2$ | $ 3 \leftrightarrow 5  = 2$ | $ 3 \leftrightarrow 6  = 3$ | $ 3 \leftrightarrow 7  = 4$ | $ 3 \leftrightarrow 8  = 4$ |
| $ 8 \leftrightarrow 9  = 1$ | $ 8 \leftrightarrow 9  = 1$ | $ 4 \leftrightarrow 5  = 1$ | $ 4 \leftrightarrow 6  = 2$ | $ 4 \leftrightarrow 7  = 3$ | $ 4 \leftrightarrow 8  = 4$ |

|                             |                             |                             |                             |                             |                             |
|-----------------------------|-----------------------------|-----------------------------|-----------------------------|-----------------------------|-----------------------------|
| $v_2, v_3, v_4, v_9$        | $v_2, v_3, v_5, v_6$        | $v_2, v_3, v_5, v_7$        | $v_2, v_3, v_5, v_8$        | $v_2, v_3, v_5, v_9$        | $v_2, v_3, v_6, v_7$        |
| $ 2 \leftrightarrow 3  = 1$ | $ 2 \leftrightarrow 3  = 1$ | $ 2 \leftrightarrow 3  = 1$ | $ 2 \leftrightarrow 3  = 1$ | $ 2 \leftrightarrow 3  = 1$ | $ 2 \leftrightarrow 3  = 1$ |
| $ 2 \leftrightarrow 4  = 2$ | $ 2 \leftrightarrow 5  = 3$ | $ 2 \leftrightarrow 5  = 3$ | $ 2 \leftrightarrow 5  = 3$ | $ 2 \leftrightarrow 5  = 3$ | $ 2 \leftrightarrow 6  = 4$ |
| $ 2 \leftrightarrow 9  = 2$ | $ 2 \leftrightarrow 6  = 4$ | $ 2 \leftrightarrow 7  = 4$ | $ 2 \leftrightarrow 8  = 3$ | $ 2 \leftrightarrow 9  = 2$ | $ 2 \leftrightarrow 7  = 4$ |
| $ 3 \leftrightarrow 4  = 1$ | $ 3 \leftrightarrow 5  = 2$ | $ 3 \leftrightarrow 5  = 2$ | $ 3 \leftrightarrow 5  = 2$ | $ 3 \leftrightarrow 5  = 2$ | $ 3 \leftrightarrow 6  = 3$ |
| $ 3 \leftrightarrow 9  = 3$ | $ 3 \leftrightarrow 6  = 3$ | $ 3 \leftrightarrow 7  = 4$ | $ 3 \leftrightarrow 8  = 4$ | $ 3 \leftrightarrow 9  = 3$ | $ 3 \leftrightarrow 7  = 4$ |
| $ 4 \leftrightarrow 9  = 4$ | $ 5 \leftrightarrow 6  = 1$ | $ 5 \leftrightarrow 7  = 2$ | $ 5 \leftrightarrow 8  = 3$ | $ 5 \leftrightarrow 9  = 4$ | $ 6 \leftrightarrow 7  = 1$ |

|                             |                             |                             |                             |                             |                             |
|-----------------------------|-----------------------------|-----------------------------|-----------------------------|-----------------------------|-----------------------------|
| $v_2, v_3, v_6, v_8$        | $v_2, v_3, v_6, v_9$        | $v_2, v_3, v_7, v_8$        | $v_2, v_3, v_7, v_9$        | $v_2, v_3, v_8, v_9$        | $v_2, v_4, v_5, v_6$        |
| $ 2 \leftrightarrow 3  = 1$ | $ 2 \leftrightarrow 3  = 1$ | $ 2 \leftrightarrow 3  = 1$ | $ 2 \leftrightarrow 3  = 1$ | $ 2 \leftrightarrow 3  = 1$ | $ 2 \leftrightarrow 4  = 2$ |
| $ 2 \leftrightarrow 6  = 4$ | $ 2 \leftrightarrow 6  = 4$ | $ 2 \leftrightarrow 7  = 4$ | $ 2 \leftrightarrow 7  = 4$ | $ 2 \leftrightarrow 8  = 3$ | $ 2 \leftrightarrow 5  = 3$ |
| $ 2 \leftrightarrow 8  = 3$ | $ 2 \leftrightarrow 9  = 2$ | $ 2 \leftrightarrow 8  = 3$ | $ 2 \leftrightarrow 9  = 2$ | $ 2 \leftrightarrow 9  = 2$ | $ 2 \leftrightarrow 6  = 4$ |
| $ 3 \leftrightarrow 6  = 3$ | $ 3 \leftrightarrow 6  = 3$ | $ 3 \leftrightarrow 7  = 4$ | $ 3 \leftrightarrow 7  = 4$ | $ 3 \leftrightarrow 8  = 4$ | $ 4 \leftrightarrow 5  = 1$ |
| $ 3 \leftrightarrow 8  = 4$ | $ 3 \leftrightarrow 9  = 3$ | $ 3 \leftrightarrow 8  = 4$ | $ 3 \leftrightarrow 9  = 3$ | $ 3 \leftrightarrow 9  = 3$ | $ 4 \leftrightarrow 6  = 2$ |
| $ 6 \leftrightarrow 8  = 2$ | $ 6 \leftrightarrow 9  = 3$ | $ 7 \leftrightarrow 8  = 2$ | $ 7 \leftrightarrow 9  = 2$ | $ 8 \leftrightarrow 9  = 1$ | $ 5 \leftrightarrow 6  = 1$ |

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

|                             |                             |                             |                             |                             |                             |
|-----------------------------|-----------------------------|-----------------------------|-----------------------------|-----------------------------|-----------------------------|
| $v_2, v_4, v_5, v_7$        | $v_2, v_4, v_5, v_8$        | $v_2, v_4, v_5, v_9$        | $v_2, v_4, v_6, v_7$        | $v_2, v_4, v_6, v_8$        | $v_2, v_4, v_6, v_9$        |
| $ 2 \leftrightarrow 4  = 2$ | $ 2 \leftrightarrow 4  = 2$ | $ 2 \leftrightarrow 4  = 2$ | $ 2 \leftrightarrow 4  = 2$ | $ 2 \leftrightarrow 4  = 2$ | $ 2 \leftrightarrow 4  = 2$ |
| $ 2 \leftrightarrow 5  = 3$ | $ 2 \leftrightarrow 5  = 3$ | $ 2 \leftrightarrow 5  = 3$ | $ 2 \leftrightarrow 6  = 4$ | $ 2 \leftrightarrow 6  = 4$ | $ 2 \leftrightarrow 6  = 4$ |
| $ 2 \leftrightarrow 7  = 4$ | $ 2 \leftrightarrow 8  = 3$ | $ 2 \leftrightarrow 9  = 2$ | $ 2 \leftrightarrow 7  = 4$ | $ 2 \leftrightarrow 8  = 3$ | $ 2 \leftrightarrow 9  = 2$ |
| $ 4 \leftrightarrow 5  = 1$ | $ 4 \leftrightarrow 5  = 1$ | $ 4 \leftrightarrow 5  = 1$ | $ 4 \leftrightarrow 6  = 2$ | $ 4 \leftrightarrow 6  = 2$ | $ 4 \leftrightarrow 6  = 2$ |
| $ 4 \leftrightarrow 7  = 3$ | $ 4 \leftrightarrow 8  = 4$ | $ 4 \leftrightarrow 9  = 4$ | $ 4 \leftrightarrow 7  = 3$ | $ 4 \leftrightarrow 8  = 4$ | $ 4 \leftrightarrow 9  = 4$ |
| $ 5 \leftrightarrow 7  = 2$ | $ 5 \leftrightarrow 8  = 3$ | $ 5 \leftrightarrow 9  = 4$ | $ 6 \leftrightarrow 7  = 1$ | $ 6 \leftrightarrow 8  = 2$ | $ 6 \leftrightarrow 9  = 3$ |

|                             |                             |                             |                             |                             |                             |
|-----------------------------|-----------------------------|-----------------------------|-----------------------------|-----------------------------|-----------------------------|
| $v_2, v_4, v_7, v_8$        | $v_2, v_4, v_7, v_9$        | $v_2, v_4, v_8, v_9$        | $v_2, v_5, v_6, v_7$        | $v_2, v_5, v_6, v_8$        | $v_2, v_5, v_6, v_9$        |
| $ 2 \leftrightarrow 4  = 2$ | $ 2 \leftrightarrow 4  = 2$ | $ 2 \leftrightarrow 4  = 2$ | $ 2 \leftrightarrow 5  = 3$ | $ 2 \leftrightarrow 5  = 3$ | $ 2 \leftrightarrow 5  = 3$ |
| $ 2 \leftrightarrow 7  = 4$ | $ 2 \leftrightarrow 7  = 4$ | $ 2 \leftrightarrow 8  = 3$ | $ 2 \leftrightarrow 6  = 4$ | $ 2 \leftrightarrow 6  = 4$ | $ 2 \leftrightarrow 6  = 4$ |
| $ 2 \leftrightarrow 8  = 3$ | $ 2 \leftrightarrow 9  = 2$ | $ 2 \leftrightarrow 9  = 2$ | $ 2 \leftrightarrow 7  = 4$ | $ 2 \leftrightarrow 8  = 3$ | $ 2 \leftrightarrow 9  = 2$ |
| $ 4 \leftrightarrow 7  = 3$ | $ 4 \leftrightarrow 7  = 3$ | $ 4 \leftrightarrow 8  = 4$ | $ 5 \leftrightarrow 6  = 1$ | $ 5 \leftrightarrow 6  = 1$ | $ 5 \leftrightarrow 6  = 1$ |
| $ 4 \leftrightarrow 8  = 4$ | $ 4 \leftrightarrow 9  = 4$ | $ 4 \leftrightarrow 9  = 4$ | $ 5 \leftrightarrow 7  = 2$ | $ 5 \leftrightarrow 8  = 3$ | $ 5 \leftrightarrow 9  = 4$ |
| $ 7 \leftrightarrow 8  = 1$ | $ 7 \leftrightarrow 9  = 2$ | $ 8 \leftrightarrow 9  = 1$ | $ 6 \leftrightarrow 7  = 1$ | $ 6 \leftrightarrow 8  = 2$ | $ 6 \leftrightarrow 9  = 3$ |

|                             |                             |                             |                             |                             |                             |
|-----------------------------|-----------------------------|-----------------------------|-----------------------------|-----------------------------|-----------------------------|
| $v_2, v_5, v_7, v_8$        | $v_2, v_5, v_7, v_9$        | $v_2, v_5, v_8, v_9$        | $v_2, v_6, v_7, v_8$        | $v_2, v_6, v_7, v_9$        | $v_2, v_6, v_8, v_9$        |
| $ 2 \leftrightarrow 5  = 3$ | $ 2 \leftrightarrow 5  = 3$ | $ 2 \leftrightarrow 5  = 3$ | $ 2 \leftrightarrow 6  = 4$ | $ 2 \leftrightarrow 6  = 4$ | $ 2 \leftrightarrow 6  = 4$ |
| $ 2 \leftrightarrow 7  = 4$ | $ 2 \leftrightarrow 7  = 4$ | $ 2 \leftrightarrow 8  = 3$ | $ 2 \leftrightarrow 7  = 4$ | $ 2 \leftrightarrow 7  = 4$ | $ 2 \leftrightarrow 8  = 3$ |
| $ 2 \leftrightarrow 8  = 3$ | $ 2 \leftrightarrow 9  = 2$ | $ 2 \leftrightarrow 9  = 2$ | $ 2 \leftrightarrow 8  = 3$ | $ 2 \leftrightarrow 9  = 2$ | $ 2 \leftrightarrow 9  = 2$ |
| $ 5 \leftrightarrow 7  = 2$ | $ 5 \leftrightarrow 7  = 2$ | $ 5 \leftrightarrow 8  = 3$ | $ 6 \leftrightarrow 7  = 1$ | $ 6 \leftrightarrow 7  = 1$ | $ 6 \leftrightarrow 8  = 2$ |
| $ 5 \leftrightarrow 8  = 3$ | $ 5 \leftrightarrow 9  = 4$ | $ 5 \leftrightarrow 9  = 4$ | $ 6 \leftrightarrow 8  = 2$ | $ 6 \leftrightarrow 9  = 3$ | $ 6 \leftrightarrow 9  = 3$ |
| $ 7 \leftrightarrow 8  = 1$ | $ 7 \leftrightarrow 9  = 2$ | $ 8 \leftrightarrow 9  = 1$ | $ 7 \leftrightarrow 8  = 1$ | $ 7 \leftrightarrow 9  = 2$ | $ 8 \leftrightarrow 9  = 1$ |

|                             |                             |                             |                             |                             |                             |
|-----------------------------|-----------------------------|-----------------------------|-----------------------------|-----------------------------|-----------------------------|
| $v_2, v_7, v_8, v_9$        | $v_3, v_4, v_5, v_6$        | $v_3, v_4, v_5, v_7$        | $v_3, v_4, v_5, v_8$        | $v_3, v_4, v_5, v_9$        | $v_3, v_4, v_6, v_7$        |
| $ 2 \leftrightarrow 7  = 4$ | $ 3 \leftrightarrow 4  = 1$ | $ 3 \leftrightarrow 4  = 1$ | $ 3 \leftrightarrow 4  = 1$ | $ 3 \leftrightarrow 4  = 1$ | $ 3 \leftrightarrow 4  = 1$ |
| $ 2 \leftrightarrow 8  = 3$ | $ 3 \leftrightarrow 5  = 2$ | $ 3 \leftrightarrow 5  = 2$ | $ 3 \leftrightarrow 5  = 2$ | $ 3 \leftrightarrow 5  = 2$ | $ 3 \leftrightarrow 6  = 3$ |
| $ 2 \leftrightarrow 9  = 2$ | $ 3 \leftrightarrow 6  = 3$ | $ 3 \leftrightarrow 7  = 4$ | $ 3 \leftrightarrow 8  = 4$ | $ 3 \leftrightarrow 9  = 3$ | $ 3 \leftrightarrow 7  = 4$ |
| $ 7 \leftrightarrow 8  = 1$ | $ 4 \leftrightarrow 5  = 1$ | $ 4 \leftrightarrow 5  = 1$ | $ 4 \leftrightarrow 5  = 1$ | $ 4 \leftrightarrow 5  = 1$ | $ 4 \leftrightarrow 6  = 2$ |
| $ 7 \leftrightarrow 9  = 2$ | $ 4 \leftrightarrow 6  = 2$ | $ 4 \leftrightarrow 7  = 3$ | $ 4 \leftrightarrow 8  = 4$ | $ 4 \leftrightarrow 9  = 4$ | $ 4 \leftrightarrow 7  = 3$ |
| $ 8 \leftrightarrow 9  = 1$ | $ 5 \leftrightarrow 6  = 1$ | $ 5 \leftrightarrow 7  = 2$ | $ 5 \leftrightarrow 8  = 3$ | $ 5 \leftrightarrow 9  = 4$ | $ 6 \leftrightarrow 7  = 1$ |

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

| $v_3, v_4, v_6, v_8$        | $v_3, v_4, v_6, v_9$        | $v_3, v_4, v_7, v_8$        | $v_3, v_4, v_7, v_9$        | $v_3, v_4, v_8, v_9$        | $v_3, v_5, v_6, v_7$        |
|-----------------------------|-----------------------------|-----------------------------|-----------------------------|-----------------------------|-----------------------------|
| $ 3 \leftrightarrow 4  = 1$ | $ 3 \leftrightarrow 4  = 1$ | $ 3 \leftrightarrow 4  = 1$ | $ 3 \leftrightarrow 4  = 1$ | $ 3 \leftrightarrow 4  = 1$ | $ 3 \leftrightarrow 5  = 2$ |
| $ 3 \leftrightarrow 6  = 3$ | $ 3 \leftrightarrow 6  = 3$ | $ 3 \leftrightarrow 7  = 4$ | $ 3 \leftrightarrow 7  = 4$ | $ 3 \leftrightarrow 8  = 4$ | $ 3 \leftrightarrow 6  = 3$ |
| $ 3 \leftrightarrow 8  = 4$ | $ 3 \leftrightarrow 9  = 3$ | $ 3 \leftrightarrow 8  = 4$ | $ 3 \leftrightarrow 9  = 3$ | $ 3 \leftrightarrow 9  = 3$ | $ 3 \leftrightarrow 7  = 4$ |
| $ 4 \leftrightarrow 6  = 2$ | $ 4 \leftrightarrow 6  = 2$ | $ 4 \leftrightarrow 7  = 3$ | $ 4 \leftrightarrow 7  = 3$ | $ 4 \leftrightarrow 8  = 4$ | $ 5 \leftrightarrow 6  = 1$ |
| $ 4 \leftrightarrow 8  = 4$ | $ 4 \leftrightarrow 9  = 4$ | $ 4 \leftrightarrow 8  = 4$ | $ 4 \leftrightarrow 9  = 4$ | $ 4 \leftrightarrow 9  = 4$ | $ 5 \leftrightarrow 7  = 2$ |
| $ 6 \leftrightarrow 8  = 2$ | $ 6 \leftrightarrow 9  = 3$ | $ 7 \leftrightarrow 8  = 1$ | $ 7 \leftrightarrow 9  = 2$ | $ 8 \leftrightarrow 9  = 1$ | $ 6 \leftrightarrow 7  = 1$ |

| $v_3, v_5, v_6, v_8$        | $v_3, v_5, v_6, v_9$        | $v_3, v_5, v_7, v_8$        | $v_3, v_5, v_7, v_9$        | $v_3, v_5, v_8, v_9$        | $v_3, v_6, v_7, v_8$        |
|-----------------------------|-----------------------------|-----------------------------|-----------------------------|-----------------------------|-----------------------------|
| $ 3 \leftrightarrow 5  = 2$ | $ 3 \leftrightarrow 5  = 2$ | $ 3 \leftrightarrow 5  = 2$ | $ 3 \leftrightarrow 5  = 2$ | $ 3 \leftrightarrow 5  = 2$ | $ 3 \leftrightarrow 6  = 3$ |
| $ 3 \leftrightarrow 6  = 3$ | $ 3 \leftrightarrow 6  = 3$ | $ 3 \leftrightarrow 7  = 4$ | $ 3 \leftrightarrow 7  = 4$ | $ 3 \leftrightarrow 8  = 4$ | $ 3 \leftrightarrow 7  = 4$ |
| $ 3 \leftrightarrow 8  = 4$ | $ 3 \leftrightarrow 9  = 3$ | $ 3 \leftrightarrow 8  = 4$ | $ 3 \leftrightarrow 9  = 3$ | $ 3 \leftrightarrow 9  = 3$ | $ 3 \leftrightarrow 8  = 4$ |
| $ 5 \leftrightarrow 6  = 1$ | $ 5 \leftrightarrow 6  = 1$ | $ 5 \leftrightarrow 7  = 2$ | $ 5 \leftrightarrow 7  = 2$ | $ 5 \leftrightarrow 8  = 3$ | $ 6 \leftrightarrow 7  = 1$ |
| $ 5 \leftrightarrow 8  = 3$ | $ 5 \leftrightarrow 9  = 4$ | $ 5 \leftrightarrow 8  = 3$ | $ 5 \leftrightarrow 9  = 4$ | $ 5 \leftrightarrow 9  = 4$ | $ 6 \leftrightarrow 8  = 2$ |
| $ 6 \leftrightarrow 8  = 2$ | $ 6 \leftrightarrow 9  = 3$ | $ 7 \leftrightarrow 8  = 1$ | $ 7 \leftrightarrow 9  = 2$ | $ 8 \leftrightarrow 9  = 1$ | $ 7 \leftrightarrow 8  = 1$ |

| $v_3, v_6, v_7, v_9$        | $v_3, v_6, v_8, v_9$        | $v_3, v_7, v_8, v_9$        | $v_4, v_5, v_6, v_7$        | $v_4, v_5, v_6, v_8$        | $v_4, v_5, v_6, v_9$        |
|-----------------------------|-----------------------------|-----------------------------|-----------------------------|-----------------------------|-----------------------------|
| $ 3 \leftrightarrow 6  = 3$ | $ 3 \leftrightarrow 6  = 3$ | $ 3 \leftrightarrow 7  = 4$ | $ 4 \leftrightarrow 5  = 1$ | $ 4 \leftrightarrow 5  = 1$ | $ 4 \leftrightarrow 5  = 1$ |
| $ 3 \leftrightarrow 7  = 4$ | $ 3 \leftrightarrow 8  = 4$ | $ 3 \leftrightarrow 8  = 4$ | $ 4 \leftrightarrow 6  = 2$ | $ 4 \leftrightarrow 6  = 2$ | $ 4 \leftrightarrow 6  = 2$ |
| $ 3 \leftrightarrow 9  = 3$ | $ 3 \leftrightarrow 9  = 3$ | $ 3 \leftrightarrow 9  = 3$ | $ 4 \leftrightarrow 7  = 3$ | $ 4 \leftrightarrow 8  = 4$ | $ 4 \leftrightarrow 9  = 4$ |
| $ 6 \leftrightarrow 7  = 1$ | $ 6 \leftrightarrow 8  = 2$ | $ 7 \leftrightarrow 8  = 1$ | $ 5 \leftrightarrow 6  = 1$ | $ 5 \leftrightarrow 6  = 1$ | $ 5 \leftrightarrow 6  = 1$ |
| $ 6 \leftrightarrow 9  = 3$ | $ 6 \leftrightarrow 9  = 3$ | $ 7 \leftrightarrow 9  = 2$ | $ 5 \leftrightarrow 7  = 2$ | $ 5 \leftrightarrow 8  = 3$ | $ 5 \leftrightarrow 9  = 4$ |
| $ 7 \leftrightarrow 9  = 2$ | $ 8 \leftrightarrow 9  = 1$ | $ 8 \leftrightarrow 9  = 1$ | $ 6 \leftrightarrow 7  = 1$ | $ 6 \leftrightarrow 8  = 2$ | $ 6 \leftrightarrow 9  = 3$ |

| $v_4, v_5, v_7, v_8$        | $v_4, v_5, v_7, v_9$        | $v_4, v_5, v_8, v_9$        | $v_4, v_6, v_7, v_8$        | $v_4, v_6, v_7, v_9$        | $v_4, v_6, v_8, v_9$        |
|-----------------------------|-----------------------------|-----------------------------|-----------------------------|-----------------------------|-----------------------------|
| $ 4 \leftrightarrow 5  = 1$ | $ 4 \leftrightarrow 5  = 1$ | $ 4 \leftrightarrow 5  = 1$ | $ 4 \leftrightarrow 6  = 2$ | $ 4 \leftrightarrow 6  = 2$ | $ 4 \leftrightarrow 6  = 2$ |
| $ 4 \leftrightarrow 7  = 3$ | $ 4 \leftrightarrow 7  = 3$ | $ 4 \leftrightarrow 8  = 4$ | $ 4 \leftrightarrow 7  = 3$ | $ 4 \leftrightarrow 7  = 3$ | $ 4 \leftrightarrow 8  = 4$ |
| $ 4 \leftrightarrow 8  = 4$ | $ 4 \leftrightarrow 9  = 4$ | $ 4 \leftrightarrow 9  = 4$ | $ 4 \leftrightarrow 8  = 4$ | $ 4 \leftrightarrow 9  = 4$ | $ 4 \leftrightarrow 9  = 4$ |
| $ 5 \leftrightarrow 7  = 2$ | $ 5 \leftrightarrow 7  = 2$ | $ 5 \leftrightarrow 8  = 3$ | $ 6 \leftrightarrow 7  = 1$ | $ 6 \leftrightarrow 7  = 1$ | $ 6 \leftrightarrow 8  = 2$ |
| $ 5 \leftrightarrow 8  = 3$ | $ 5 \leftrightarrow 9  = 4$ | $ 5 \leftrightarrow 9  = 4$ | $ 6 \leftrightarrow 8  = 2$ | $ 6 \leftrightarrow 9  = 3$ | $ 6 \leftrightarrow 9  = 3$ |
| $ 7 \leftrightarrow 8  = 1$ | $ 7 \leftrightarrow 9  = 2$ | $ 8 \leftrightarrow 9  = 1$ | $ 7 \leftrightarrow 8  = 1$ | $ 7 \leftrightarrow 9  = 2$ | $ 8 \leftrightarrow 9  = 1$ |

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

|                             |                             |                             |                             |                             |                             |
|-----------------------------|-----------------------------|-----------------------------|-----------------------------|-----------------------------|-----------------------------|
| $v_4, v_7, v_8, v_9$        | $v_5, v_6, v_7, v_8$        | $v_5, v_6, v_7, v_9$        | $v_5, v_6, v_8, v_9$        | $v_5, v_7, v_8, v_9$        | $v_6, v_7, v_8, v_9$        |
| $ 4 \leftrightarrow 7  = 3$ | $ 5 \leftrightarrow 6  = 1$ | $ 5 \leftrightarrow 6  = 1$ | $ 5 \leftrightarrow 6  = 1$ | $ 5 \leftrightarrow 7  = 2$ | $ 6 \leftrightarrow 7  = 1$ |
| $ 4 \leftrightarrow 8  = 4$ | $ 5 \leftrightarrow 7  = 2$ | $ 5 \leftrightarrow 7  = 2$ | $ 5 \leftrightarrow 8  = 3$ | $ 5 \leftrightarrow 8  = 3$ | $ 6 \leftrightarrow 8  = 2$ |
| $ 4 \leftrightarrow 9  = 4$ | $ 5 \leftrightarrow 8  = 3$ | $ 5 \leftrightarrow 9  = 4$ | $ 5 \leftrightarrow 9  = 4$ | $ 5 \leftrightarrow 9  = 4$ | $ 6 \leftrightarrow 9  = 3$ |
| $ 7 \leftrightarrow 8  = 1$ | $ 6 \leftrightarrow 7  = 1$ | $ 6 \leftrightarrow 7  = 1$ | $ 6 \leftrightarrow 8  = 2$ | $ 7 \leftrightarrow 8  = 1$ | $ 7 \leftrightarrow 8  = 1$ |
| $ 7 \leftrightarrow 9  = 2$ | $ 6 \leftrightarrow 8  = 2$ | $ 6 \leftrightarrow 9  = 3$ | $ 6 \leftrightarrow 9  = 3$ | $ 7 \leftrightarrow 9  = 2$ | $ 7 \leftrightarrow 9  = 2$ |
| $ 8 \leftrightarrow 9  = 1$ | $ 7 \leftrightarrow 8  = 1$ | $ 7 \leftrightarrow 9  = 2$ | $ 8 \leftrightarrow 9  = 1$ | $ 8 \leftrightarrow 9  = 1$ | $ 8 \leftrightarrow 9  = 1$ |

กรณีที่ 1  $G = \{1\}, \bar{G} = \{2, 3, 4\}$

จากผลที่ได้ ระยะห่างแต่ละจุดของจุด  $v_1, v_3, v_5, v_7$  จุด  $v_1, v_3, v_5, v_8$  จุด  $v_1, v_3, v_6, v_8$  จุด  $v_1, v_4, v_6, v_8$  จุด  $v_2, v_4, v_6, v_8$  จุด  $v_2, v_4, v_6, v_9$  จุด  $v_2, v_4, v_7, v_9$  จุด  $v_2, v_5, v_7, v_9$  และ จุด  $v_3, v_5, v_7, v_9$  ไม่สามารถนำไปวาดรูปได้ เนื่องจากเกิดกราฟบริบูรณ์ของ  $K_4$  ในกรณีของเซต  $\bar{G} = \{2, 3, 4\}$  จึงไม่สามารถนำมาวาดรูปได้

กรณีที่ 2  $G = \{2\}, \bar{G} = \{1, 3, 4\}$

จากผลที่ได้ ระยะห่างแต่ละจุดของจุด  $v_1, v_2, v_6, v_7$  จุด  $v_1, v_4, v_5, v_9$  จุด  $v_1, v_5, v_6, v_9$  จุด  $v_2, v_3, v_6, v_7$  จุด  $v_3, v_4, v_7, v_8$  จุด  $v_3, v_4, v_8, v_9$  และ จุด  $v_4, v_5, v_8, v_9$  ไม่สามารถนำไปวาดรูปได้ เนื่องจากเกิดกราฟบริบูรณ์ของ  $K_4$  ในกรณีของเซต  $\bar{G} = \{1, 3, 4\}$  จึงไม่สามารถนำมาวาดรูปได้

กรณีที่ 3  $G = \{3\}, \bar{G} = \{1, 2, 4\}$

จากผลที่ได้ ระยะห่างแต่ละจุดของจุด  $v_1, v_4, v_7$  จุด  $v_2, v_5, v_8$  และ จุด  $v_3, v_6, v_9$  ไม่สามารถนำไปวาดรูปได้ เนื่องจากเกิดกราฟบริบูรณ์ของ  $K_3$  ในกรณีของเซต  $\bar{G} = \{1, 2, 4\}$  จึงไม่สามารถนำมาวาดรูปได้

กรณีที่ 4  $G = \{4\}, \bar{G} = \{1, 2, 3\}$

จากผลที่ได้ ระยะห่างแต่ละจุดของจุด  $v_1, v_2, v_3, v_4$  จุด  $v_1, v_2, v_3, v_9$  จุด  $v_1, v_2, v_8, v_9$  จุด  $v_1, v_7, v_8, v_9$  จุด  $v_2, v_3, v_4, v_5$  จุด  $v_3, v_4, v_5, v_6$  จุด  $v_4, v_5, v_6, v_7$  จุด  $v_5, v_6, v_7, v_8$  และ จุด  $v_6, v_7, v_8, v_9$  ไม่สามารถนำไปวาดรูปได้ เนื่องจากเกิดกราฟบริบูรณ์ของ  $K_4$  ในกรณีของเซต  $\bar{G} = \{1, 2, 3\}$  จึงไม่สามารถนำมาวาดรูปได้

กรณีที่ 5  $G = \{1, 2\}, \bar{G} = \{3, 4\}$

จากผลที่ได้ ระยะห่างแต่ละจุดของจุด  $v_1, v_2, v_3$  จุด  $v_1, v_2, v_9$  จุด  $v_1, v_8, v_9$  จุด  $v_2, v_3, v_4$

จุด  $v_3, v_4, v_5$  จุด  $v_4, v_5, v_6$  จุด  $v_5, v_6, v_7$  จุด  $v_6, v_7, v_8$  และ จุด  $v_7, v_8, v_9$  ไม่สามารถนำไปวาดรูปได้ เนื่องจากเกิดกราฟบริบูรณ์ของ  $K_3$  ในกรณีของเซต  $G = \{1, 2\}$  จึงไม่สามารถนำมาวาดรูปได้

กรณีที่ 6  $G = \{1, 3\}, \bar{G} = \{2, 4\}$

จากผลที่ได้ ระยะห่างแต่ละจุดของจุด  $v_1, v_4, v_7$  จุด  $v_2, v_5, v_8$  และ จุด  $v_3, v_6, v_9$  ไม่สามารถนำไปวาดรูปได้ เนื่องจากเกิดกราฟบริบูรณ์ของ  $K_3$  ในกรณีของเซต  $G = \{1, 3\}$  จึงไม่สามารถนำมาวาดรูปได้

กรณีที่ 7  $G = \{1, 4\}, \bar{G} = \{2, 3\}$

จากผลที่ได้ ระยะห่างแต่ละจุดของจุด  $v_1, v_2, v_6$  จุด  $v_1, v_5, v_6$  จุด  $v_1, v_5, v_9$  จุด  $v_2, v_3, v_7$  จุด  $v_2, v_6, v_7$  จุด  $v_3, v_4, v_8$  จุด  $v_3, v_7, v_8$  จุด  $v_4, v_5, v_9$  และ จุด  $v_4, v_8, v_9$  ไม่สามารถนำไปวาดรูปได้ เนื่องจากเกิดกราฟบริบูรณ์ของ  $K_3$  ในกรณีของเซต  $G = \{1, 4\}$  จึงไม่สามารถนำมาวาดรูปได้

กรณีที่ 8  $G = \{2, 3\}, \bar{G} = \{1, 4\}$

จากผลที่ได้ ระยะห่างแต่ละจุดของจุด  $v_1, v_4, v_7$  จุด  $v_2, v_5, v_8$  และ จุด  $v_3, v_6, v_9$  ไม่สามารถนำไปวาดรูปได้ เนื่องจากเกิดกราฟบริบูรณ์ของ  $K_3$  ในกรณีของเซต  $G = \{2, 3\}$  จึงไม่สามารถนำมาวาดรูปได้

กรณีที่ 9  $G = \{2, 4\}, \bar{G} = \{1, 3\}$

จากผลที่ได้ ระยะห่างแต่ละจุด ของ จุด  $v_1, v_3, v_5$  จุด  $v_1, v_3, v_8$  จุด  $v_1, v_6, v_8$  จุด  $v_2, v_4, v_6$  จุด  $v_2, v_4, v_9$  จุด  $v_2, v_7, v_9$  จุด  $v_3, v_5, v_7$  จุด  $v_4, v_6, v_8$  และ จุด  $v_5, v_7, v_9$  ไม่สามารถนำไปวาดรูปได้ เนื่องจากเกิดกราฟบริบูรณ์ของ  $K_3$  ในกรณีของเซต  $G = \{2, 4\}$  จึงไม่สามารถนำมาวาดรูปได้

กรณีที่ 10  $G = \{3, 4\}, \bar{G} = \{1, 2\}$

จากผลที่ได้ ระยะห่างแต่ละจุดของจุด  $v_1, v_4, v_7$  จุด  $v_2, v_5, v_8$  และ จุด  $v_3, v_6, v_9$  ไม่สามารถนำไปวาดรูปได้ เนื่องจากเกิดกราฟบริบูรณ์ของ  $K_3$  ในกรณีของเซต  $G = \{3, 4\}$  จึงไม่สามารถนำมาวาดรูปได้

กรณีที่ 11  $G = \{1, 2, 3\}, \bar{G} = \{4\}$

จากผลที่ได้ ระยะห่างแต่ละจุดของจุด  $v_1, v_2, v_3$  จุด  $v_1, v_2, v_4$  จุด  $v_1, v_2, v_8$  จุด  $v_1, v_2, v_9$  จุด  $v_1, v_3, v_4$  จุด  $v_1, v_3, v_9$  จุด  $v_1, v_4, v_7$  จุด  $v_1, v_7, v_8$  จุด  $v_1, v_7, v_9$  จุด  $v_1, v_8, v_9$

จุด  $v_2, v_3, v_4$  จุด  $v_2, v_3, v_5$  จุด  $v_2, v_3, v_9$  จุด  $v_2, v_4, v_5$  จุด  $v_2, v_5, v_8$  จุด  $v_2, v_8, v_9$   
 จุด  $v_3, v_4, v_5$  จุด  $v_3, v_4, v_6$  จุด  $v_3, v_5, v_6$  จุด  $v_3, v_6, v_9$  จุด  $v_4, v_5, v_6$  จุด  $v_4, v_5, v_7$   
 จุด  $v_4, v_6, v_7$  จุด  $v_5, v_6, v_7$  จุด  $v_5, v_6, v_8$  จุด  $v_5, v_7, v_8$  จุด  $v_6, v_7, v_8$  จุด  $v_6, v_7, v_9$   
 จุด  $v_6, v_8, v_9$  และ จุด  $v_7, v_8, v_9$  ไม่สามารถนำไปวาดรูปได้ เนื่องจากเกิดกราฟบริบูรณ์ของ  $K_3$  ใน  
 กรณีสองเซต  $G = \{1, 2, 3\}$  จึงไม่สามารถนำมาวาดรูปได้

กรณีที่ 12  $G = \{1, 2, 4\}, \bar{G} = \{3\}$

จากผลที่ได้ ระยะห่างแต่ละจุดของจุด  $v_1, v_2, v_3$  จุด  $v_1, v_2, v_6$  จุด  $v_1, v_2, v_9$  จุด  $v_1, v_3, v_5$   
 จุด  $v_1, v_3, v_8$  จุด  $v_1, v_5, v_6$  จุด  $v_1, v_5, v_9$  จุด  $v_1, v_6, v_8$  จุด  $v_1, v_8, v_9$  จุด  $v_2, v_3, v_4$   
 จุด  $v_2, v_3, v_7$  จุด  $v_2, v_4, v_6$  จุด  $v_2, v_4, v_9$  จุด  $v_2, v_6, v_7$  จุด  $v_2, v_7, v_9$  จุด  $v_3, v_4, v_5$   
 จุด  $v_3, v_4, v_8$  จุด  $v_3, v_5, v_7$  จุด  $v_3, v_7, v_8$  จุด  $v_4, v_5, v_6$  จุด  $v_4, v_5, v_9$  จุด  $v_4, v_6, v_8$   
 จุด  $v_4, v_8, v_9$  จุด  $v_5, v_6, v_7$  จุด  $v_5, v_7, v_9$  จุด  $v_6, v_7, v_8$  และ จุด  $v_7, v_8, v_9$  ไม่สามารถนำไปวาดรูป  
 ได้ เนื่องจากเกิดกราฟบริบูรณ์ของ  $K_3$  ในกรณีสองเซต  $G = \{1, 2, 4\}$  จึงไม่สามารถนำมาวาดรูป  
 ได้

กรณีที่ 13  $G = \{1, 3, 4\}, \bar{G} = \{2\}$

จากผลที่ได้ ระยะห่างแต่ละจุดของจุด  $v_1, v_2, v_5$  จุด  $v_1, v_2, v_6$  จุด  $v_1, v_2, v_7$  จุด  $v_1, v_4, v_5$   
 จุด  $v_1, v_4, v_7$  จุด  $v_1, v_4, v_9$  จุด  $v_1, v_5, v_6$  จุด  $v_1, v_5, v_7$  จุด  $v_1, v_5, v_9$  จุด  $v_1, v_6, v_9$   
 จุด  $v_2, v_3, v_6$  จุด  $v_2, v_3, v_7$  จุด  $v_2, v_3, v_8$  จุด  $v_2, v_5, v_6$  จุด  $v_2, v_5, v_8$  จุด  $v_2, v_6, v_7$   
 จุด  $v_2, v_7, v_8$  จุด  $v_3, v_4, v_7$  จุด  $v_3, v_4, v_8$  จุด  $v_3, v_4, v_9$  จุด  $v_3, v_6, v_7$  จุด  $v_3, v_6, v_9$   
 จุด  $v_3, v_7, v_8$  จุด  $v_3, v_8, v_9$  จุด  $v_4, v_5, v_8$  จุด  $v_4, v_5, v_9$  จุด  $v_4, v_7, v_8$  จุด  $v_4, v_8, v_9$   
 จุด  $v_5, v_6, v_9$  และ จุด  $v_5, v_8, v_9$  ไม่สามารถนำไปวาดรูปได้เนื่องจากเกิดกราฟบริบูรณ์ของ  $K_3$  ใน  
 กรณีสองเซต  $G = \{1, 3, 4\}$  จึงไม่สามารถนำมาวาดรูปได้

กรณีที่ 14  $G = \{2, 3, 4\}, \bar{G} = \{1\}$

จากผลที่ได้ ระยะห่างแต่ละจุดของจุด  $v_1, v_3, v_5$  จุด  $v_1, v_3, v_6$  จุด  $v_1, v_3, v_7$  จุด  $v_1, v_3, v_8$   
 จุด  $v_1, v_4, v_6$  จุด  $v_1, v_4, v_7$  จุด  $v_1, v_4, v_8$  จุด  $v_1, v_5, v_7$  จุด  $v_1, v_5, v_8$  จุด  $v_1, v_6, v_8$   
 จุด  $v_2, v_4, v_6$  จุด  $v_2, v_4, v_7$  จุด  $v_2, v_4, v_8$  จุด  $v_2, v_4, v_9$  จุด  $v_2, v_5, v_7$  จุด  $v_2, v_5, v_8$   
 จุด  $v_2, v_5, v_9$  จุด  $v_2, v_6, v_8$  จุด  $v_2, v_6, v_9$  จุด  $v_2, v_7, v_9$  จุด  $v_3, v_5, v_7$  จุด  $v_3, v_5, v_8$   
 จุด  $v_3, v_6, v_8$  จุด  $v_3, v_6, v_9$  จุด  $v_3, v_7, v_9$  จุด  $v_4, v_6, v_8$  จุด  $v_4, v_6, v_9$  จุด  $v_4, v_7, v_9$   
 และ จุด  $v_5, v_7, v_9$  ไม่สามารถนำไปวาดรูปได้เนื่องจากเกิดกราฟบริบูรณ์ของ  $K_3$  ในกรณีสองเซต  
 $G = \{2, 3, 4\}$  จึงไม่สามารถนำมาวาดรูปได้

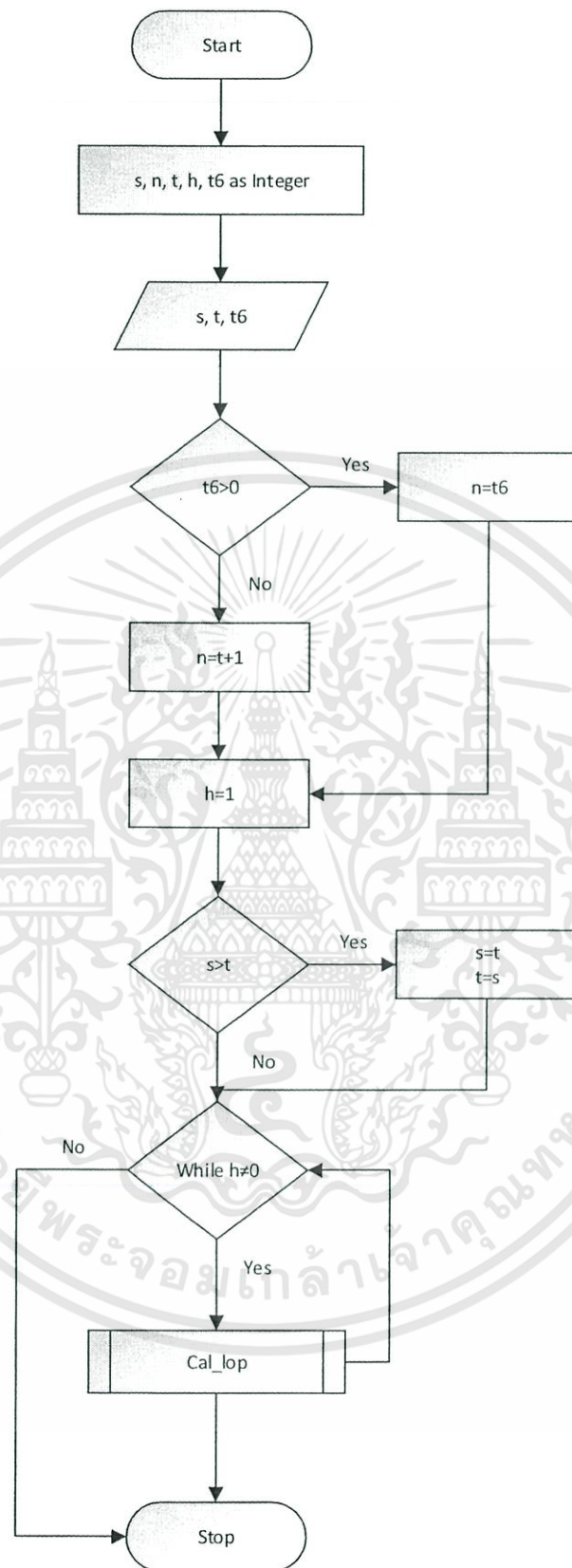
จากผลที่ได้ ระยะห่างแต่ละจุด อยู่ในเซต ของทุก 14 กรณีจึงไม่สามารถนำมาวาดกราฟได้ เราจะตอบคำถามสุดท้ายที่สามารถวาดกราฟได้ นั่นคือ 8 จุด ดังนั้นขอบเขตล่างของจำนวนแรมเซย์ จะเท่ากับ 8

การหา  $R(3,5), R(3,6)$  จะใช้วิธีการหาแบบเดียวกับวิธีข้างต้นที่ผ่านมา



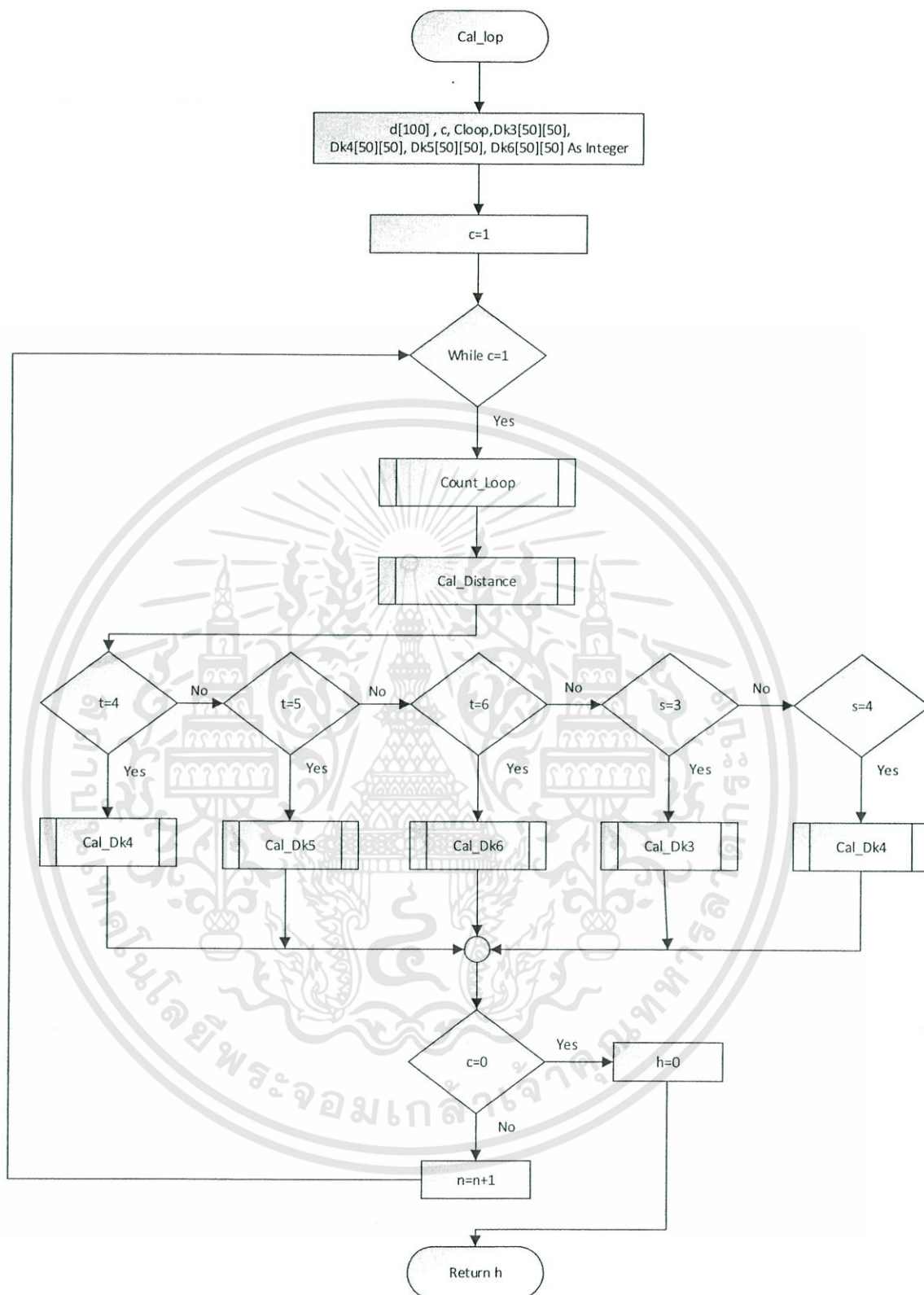
### 3.2 แผนผังการดำเนินการ

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



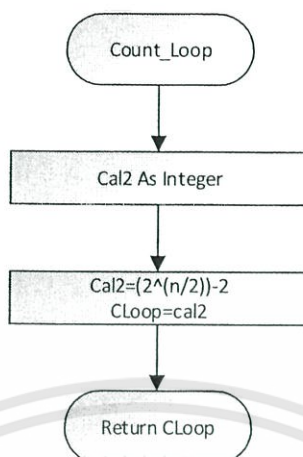
รูปที่ 3.26 ฟังก์ชันหลัก

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

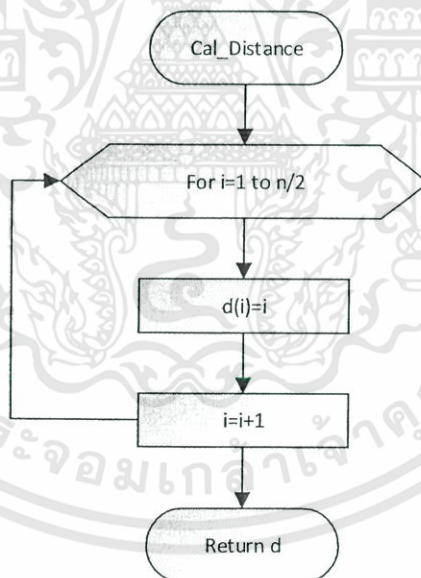


รูปที่ 3.27 กระบวนการหาค่าระยะห่างระหว่างจุดและจำนวนรอบ

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

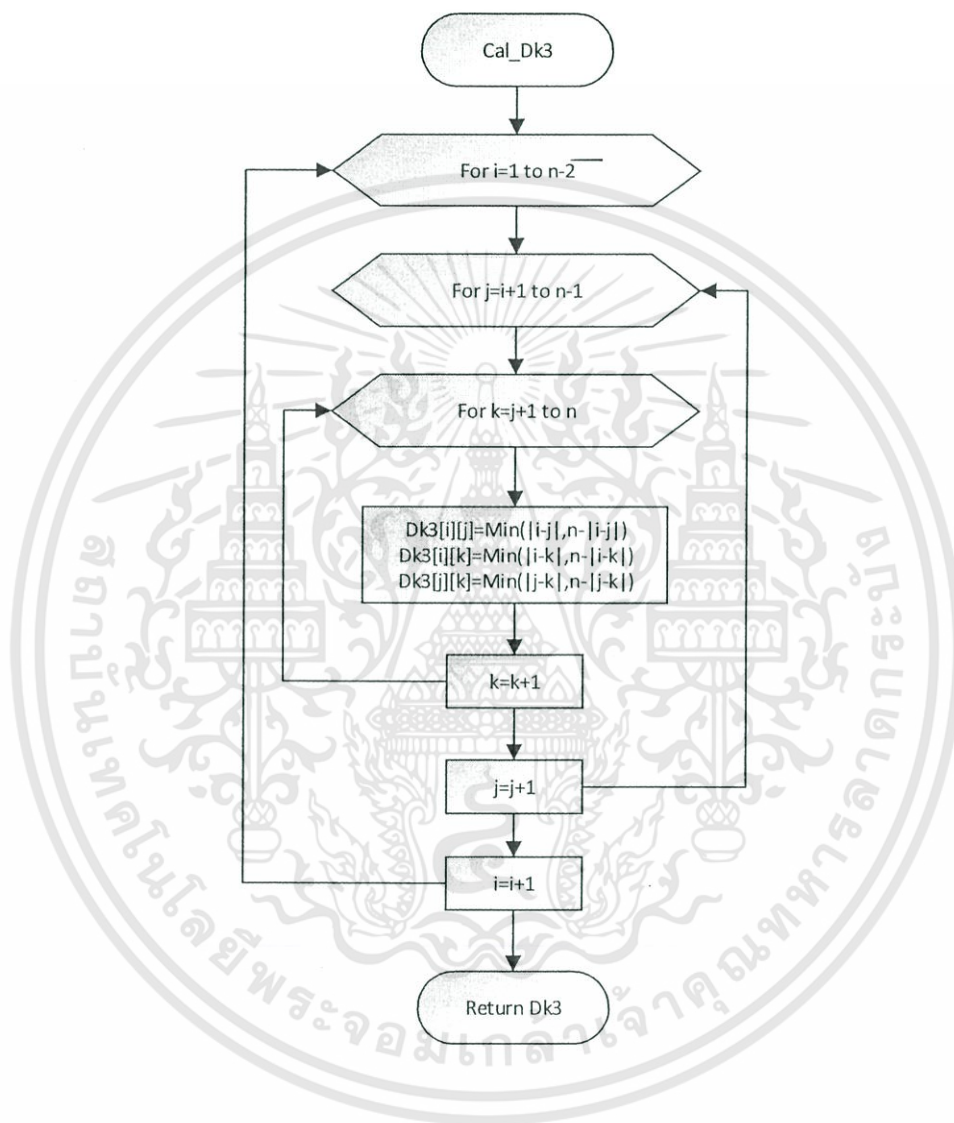


รูปที่ 3.28 กระบวนการคำนวณหารอบ

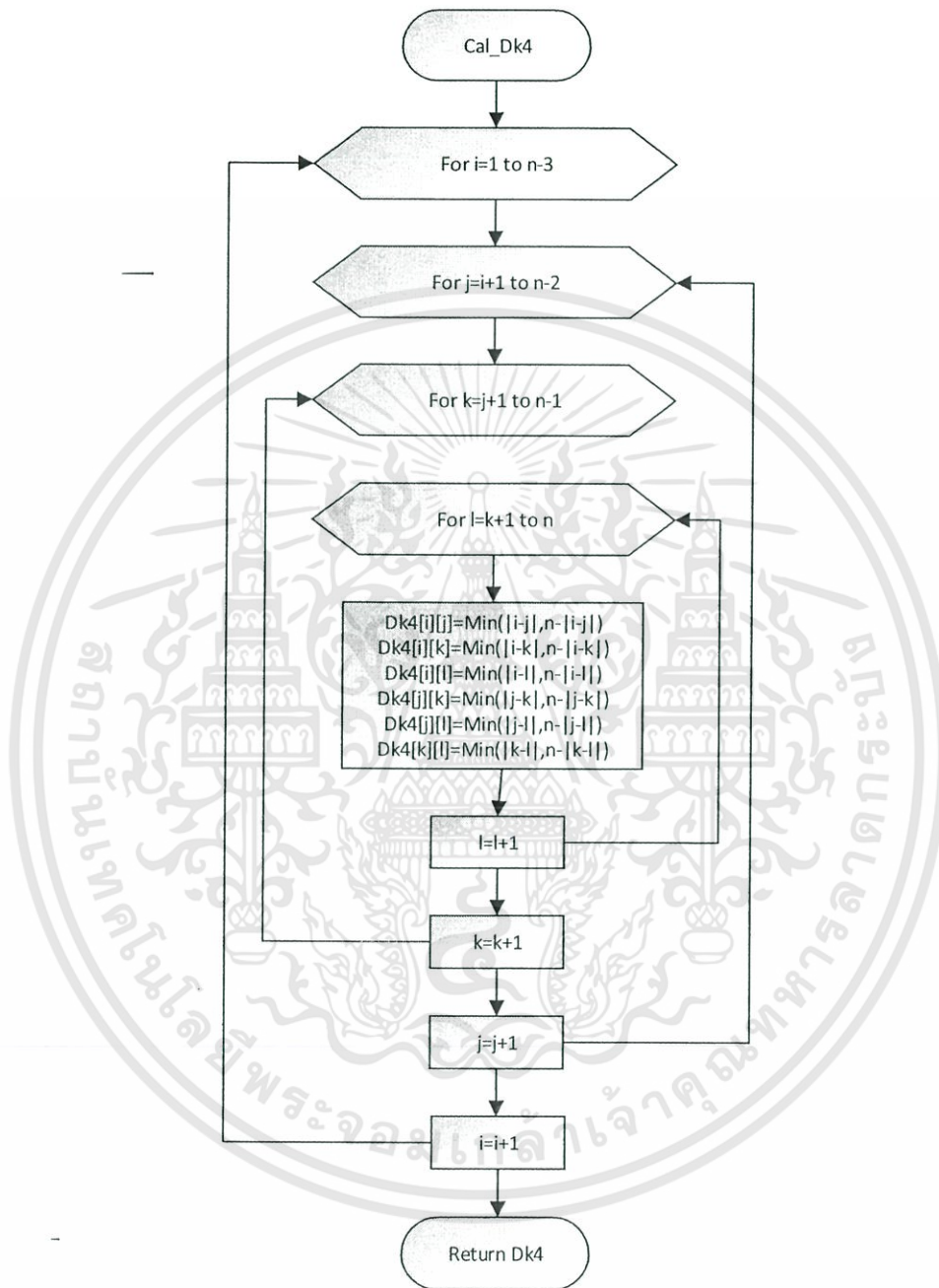


รูปที่ 3.29 กระบวนการหาค่าระยะห่างระหว่างจุด

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

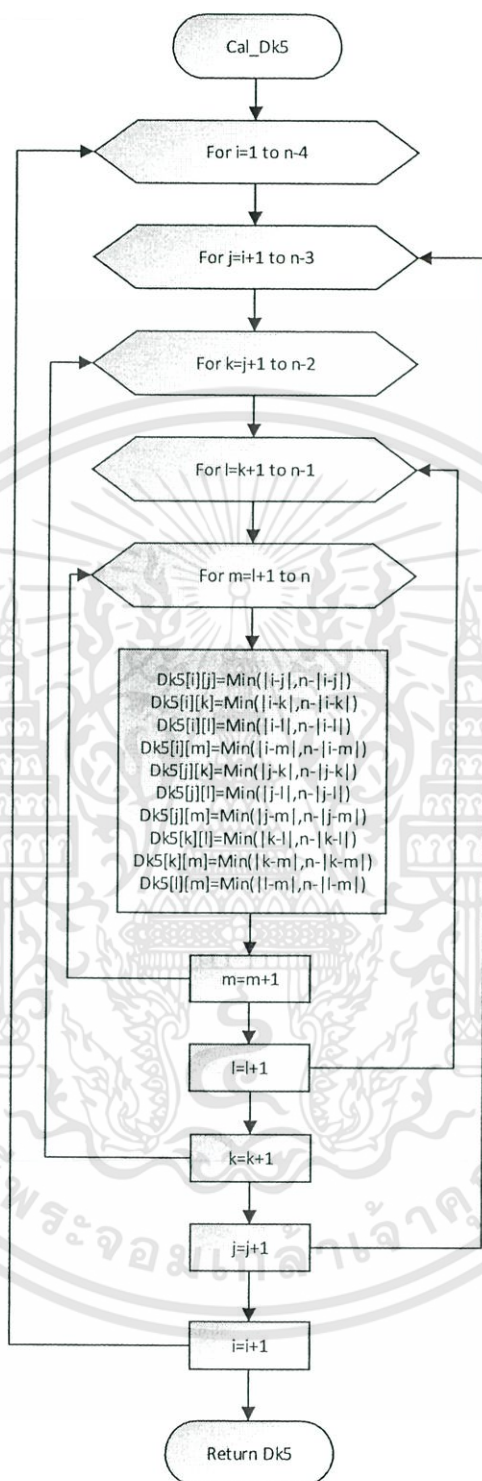


รูปที่ 3.30 กระบวนการหาค่าระยะห่างระหว่าง 3 จุดใดๆ



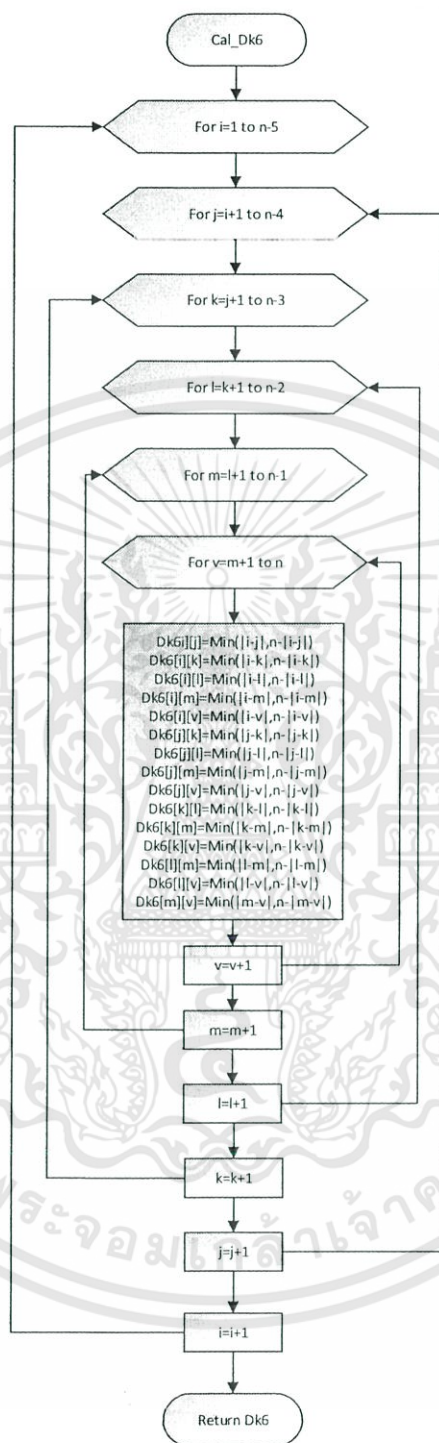
รูปที่ 3.31 กระบวนการหาค่าระยะห่างระหว่าง 4 จุดใดๆ

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



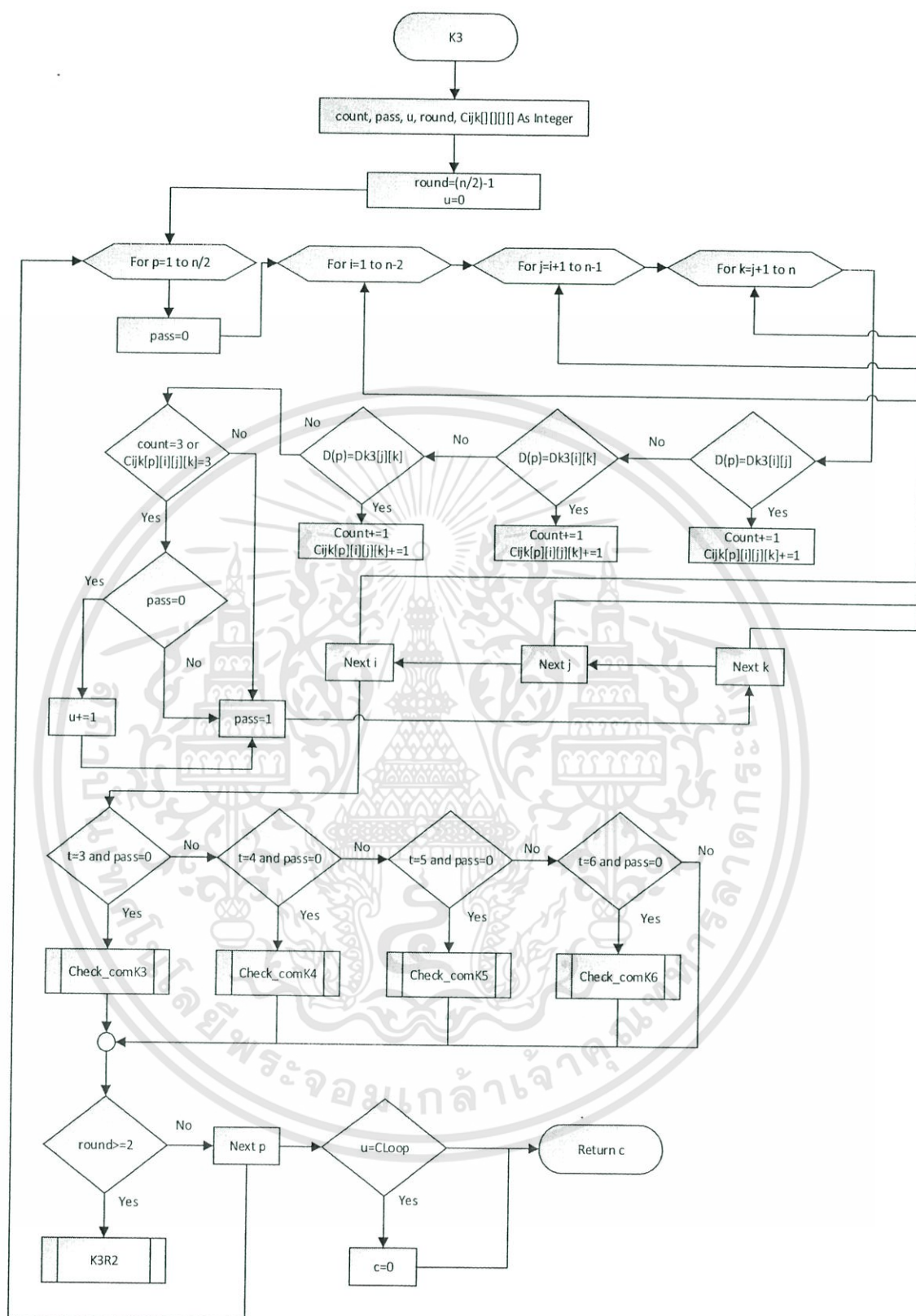
รูปที่ 3.32 กระบวนการหาค่าระยะห่างระหว่าง 5 จุดใดๆ

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



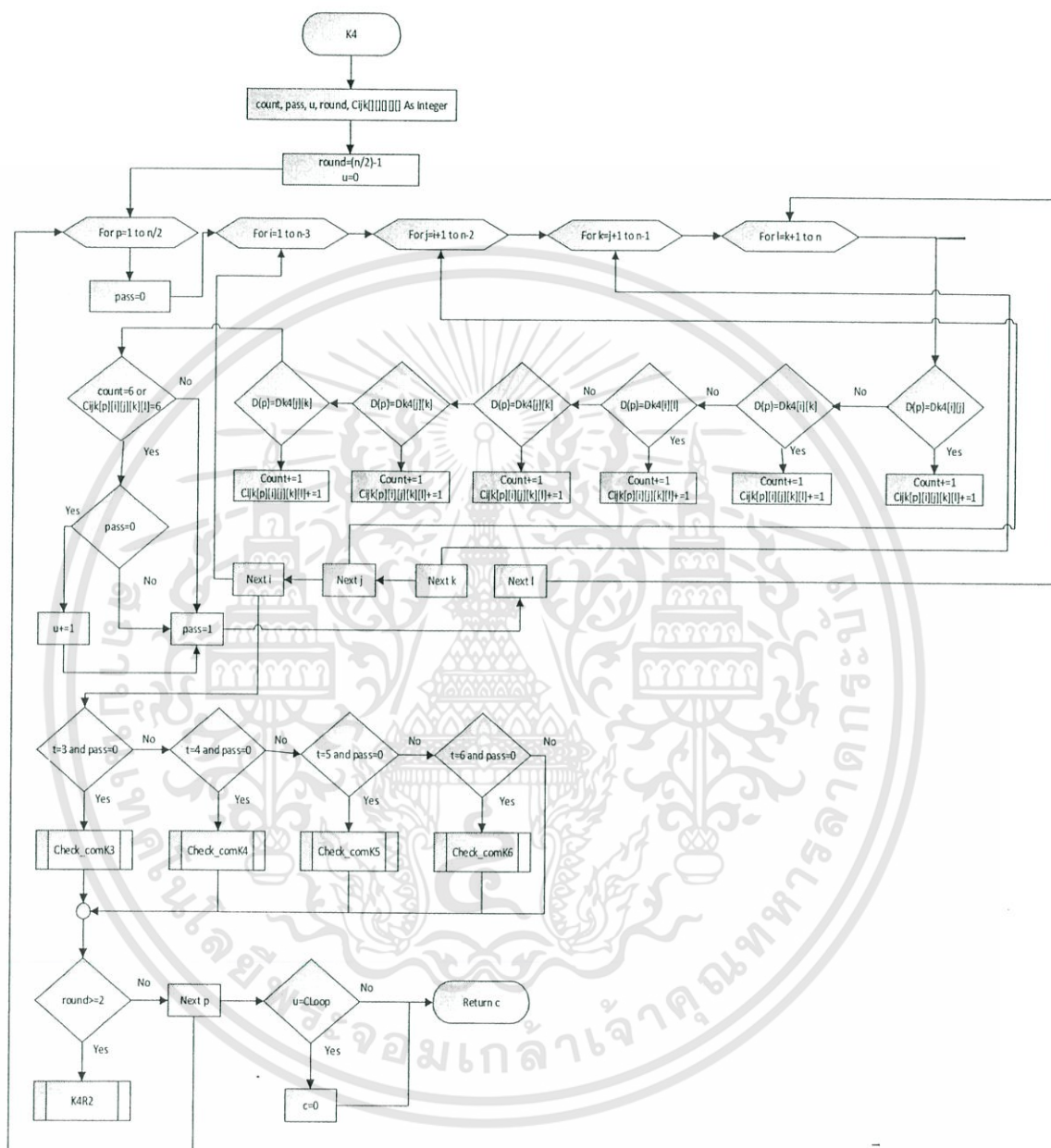
รูปที่ 3.33 กระบวนการหาค่าระยะห่างระหว่าง 6 จุดใดๆ

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



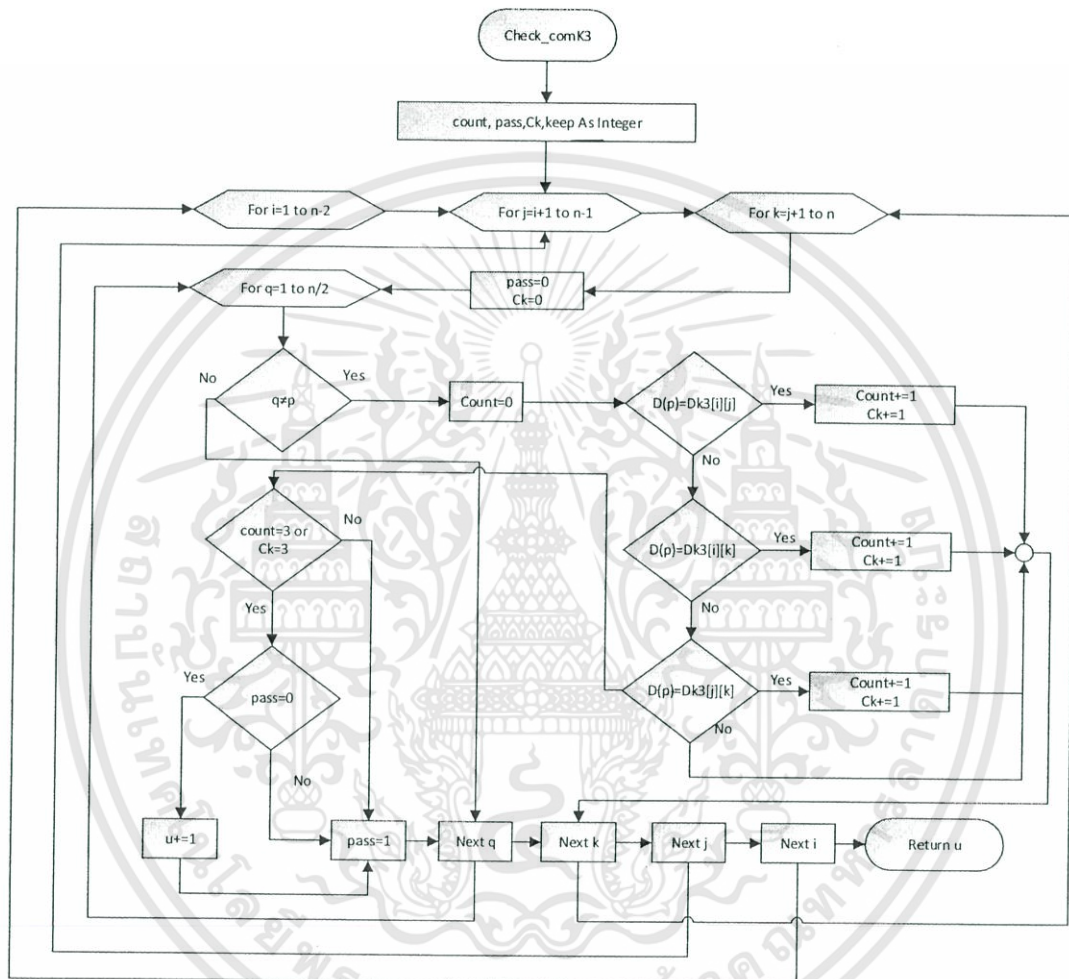
รูปที่ 3.34 ขั้นตอนวิธีการตรวจสอบกราฟบริบูรณ์ของ  $K_3$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

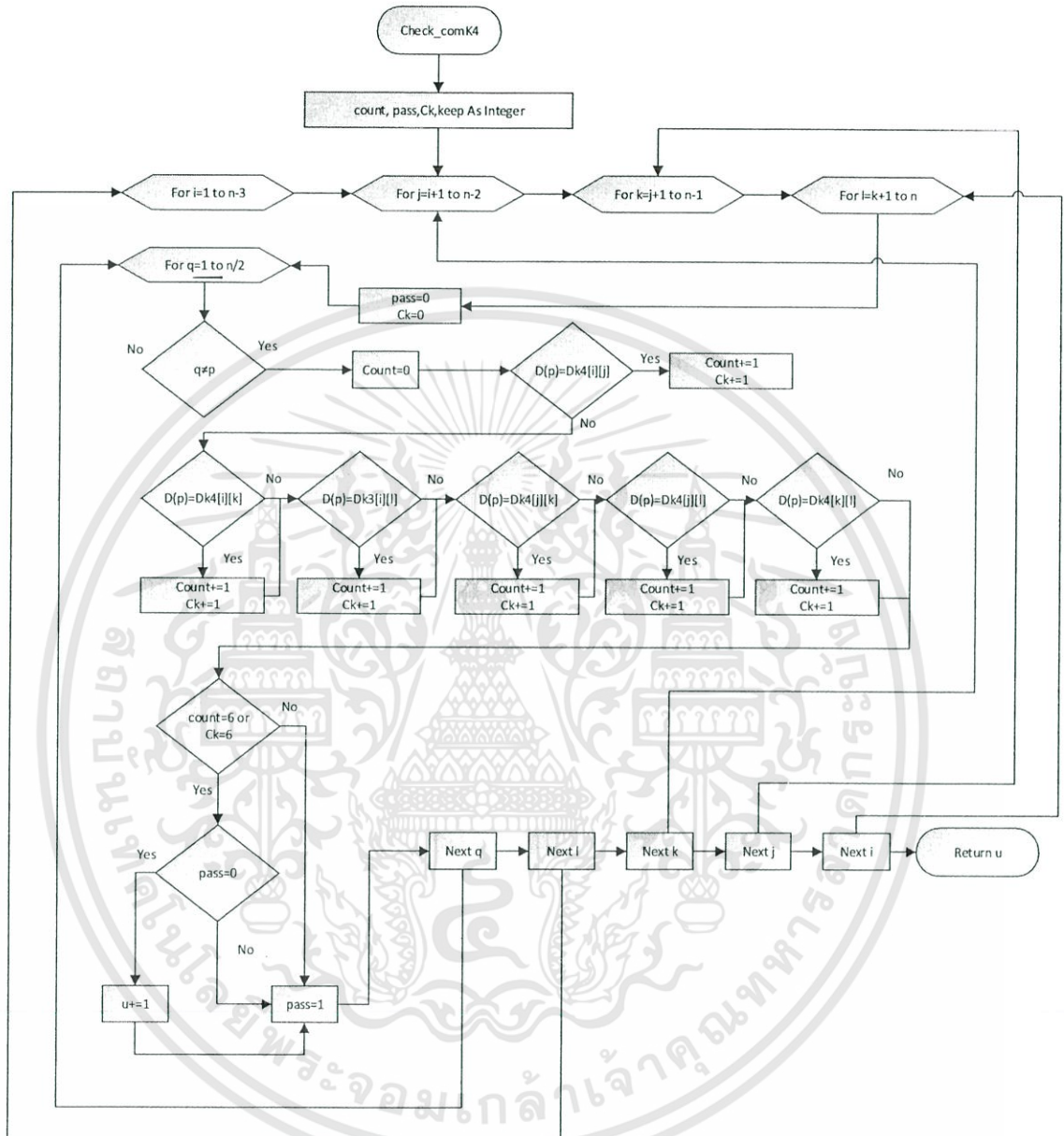


รูปที่ 3.35 ขั้นตอนวิธีการตรวจสอบกราฟบริบูรณ์ของ  $K_4$

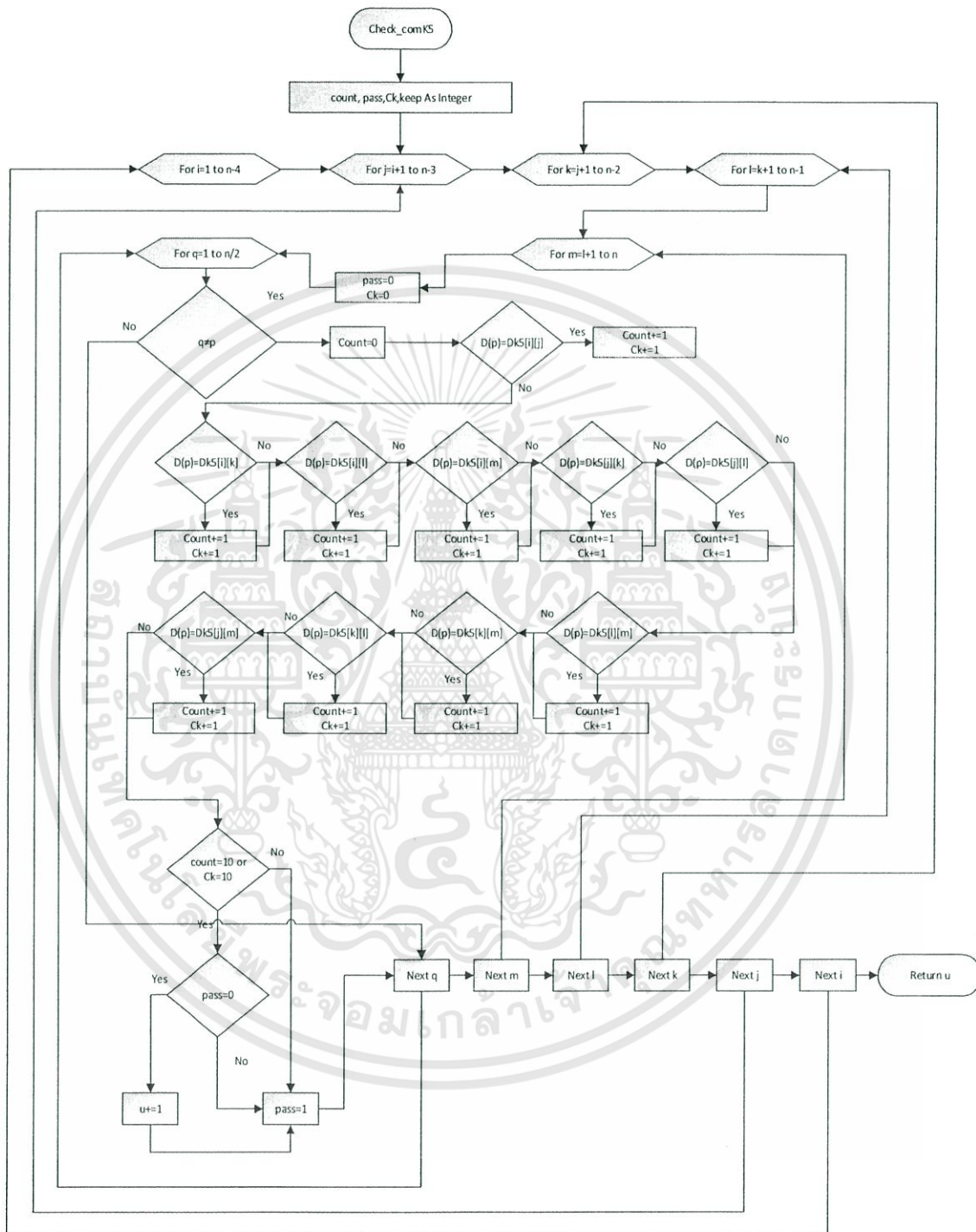
เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



รูปที่ 3.36 ขั้นตอนวิธีการตรวจสอบส่วนเติมเต็มของ  $K_3$

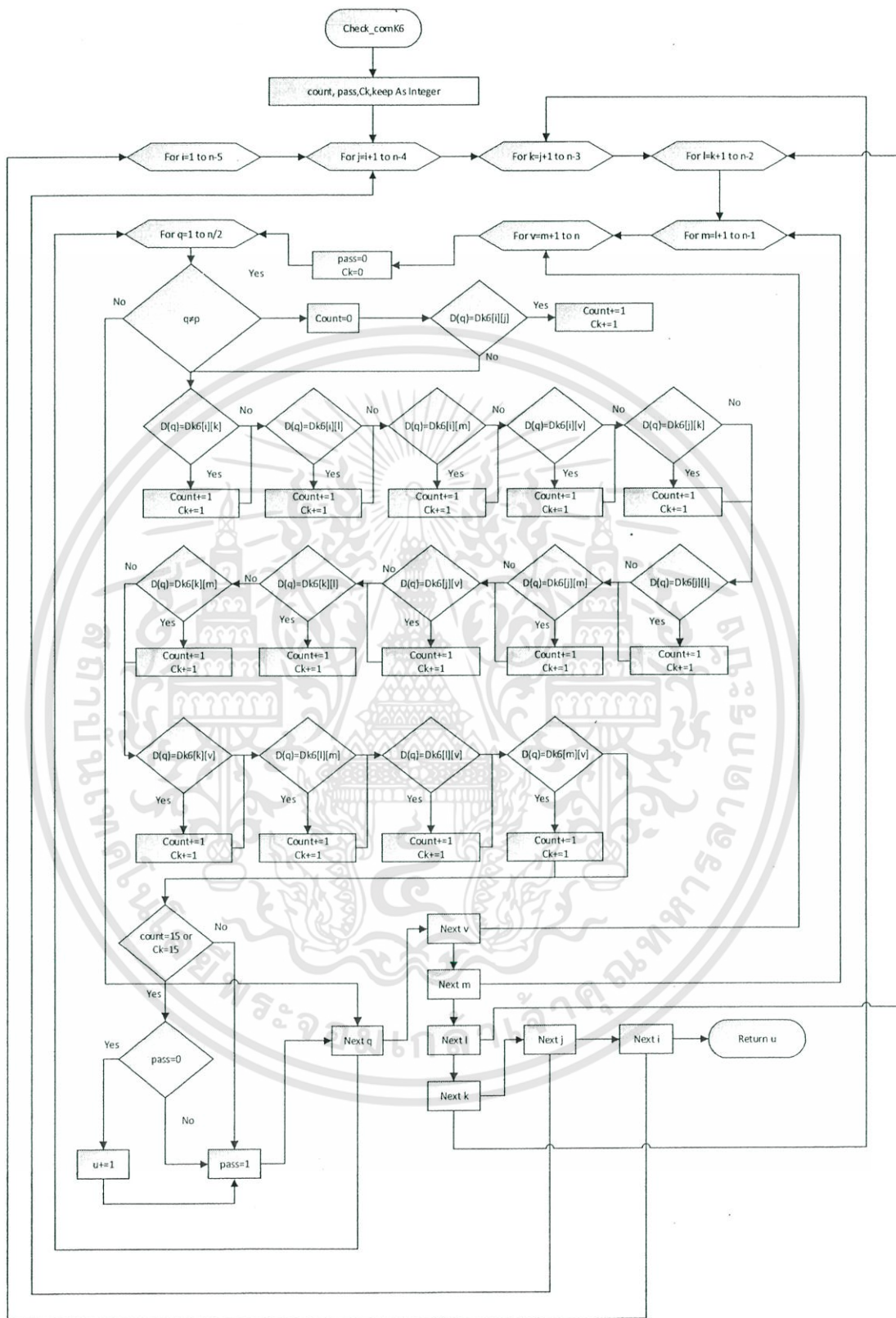


รูปที่ 3.37 ขั้นตอนวิธีการตรวจสอบส่วนเติมเต็มของ  $K_4$



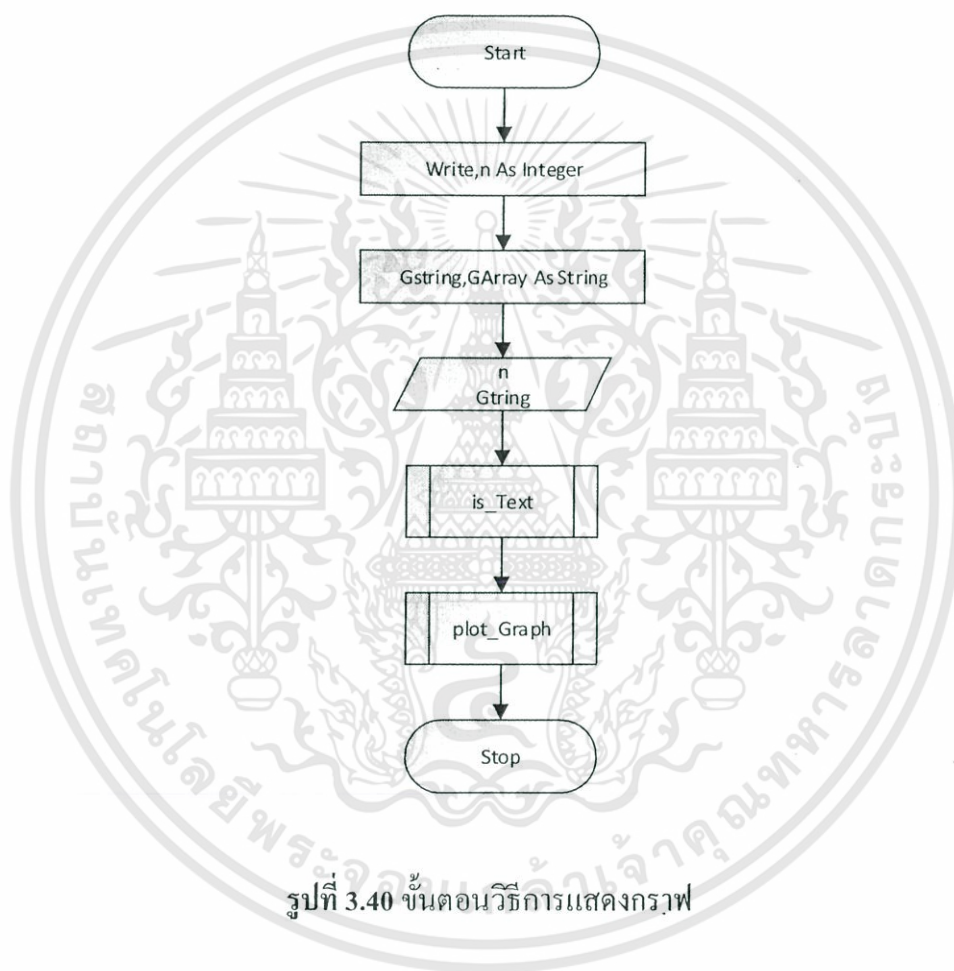
รูปที่ 3.38 ขั้นตอนวิธีการตรวจสอบส่วนเติมเต็มของ  $K_5$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

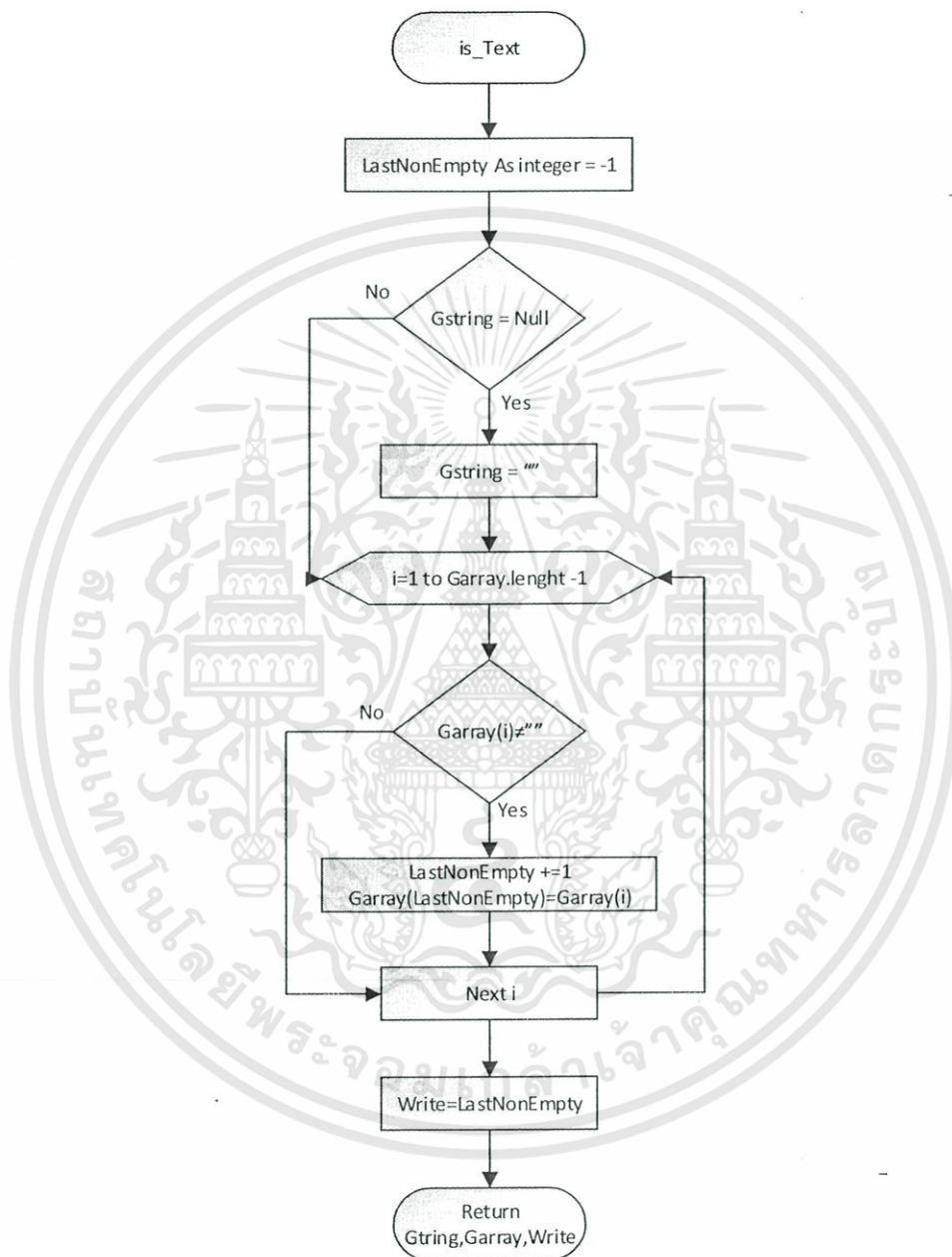


รูปที่ 3.39 ขั้นตอนวิธีการตรวจสอบส่วนเติมเต็มของ  $K_6$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

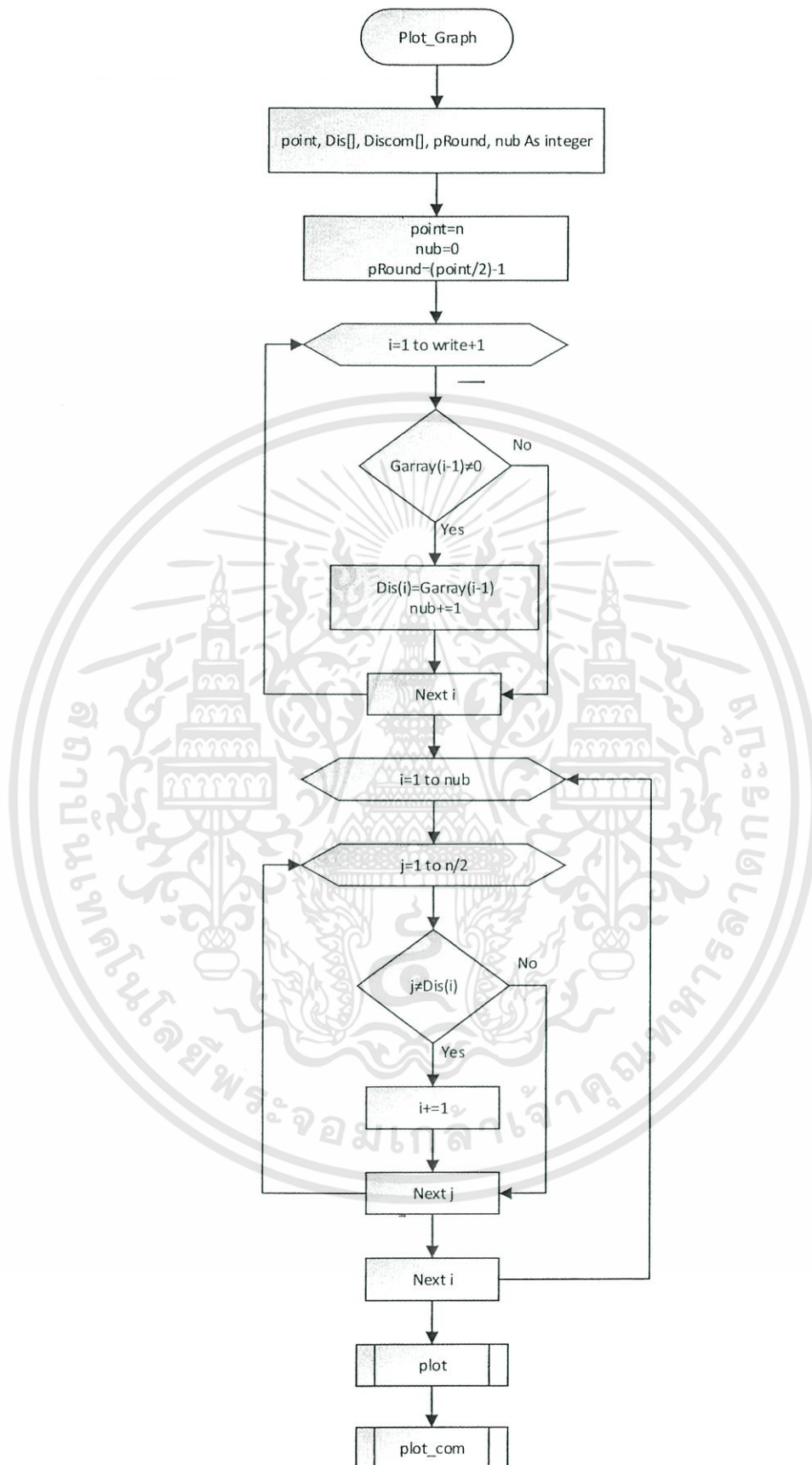


เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



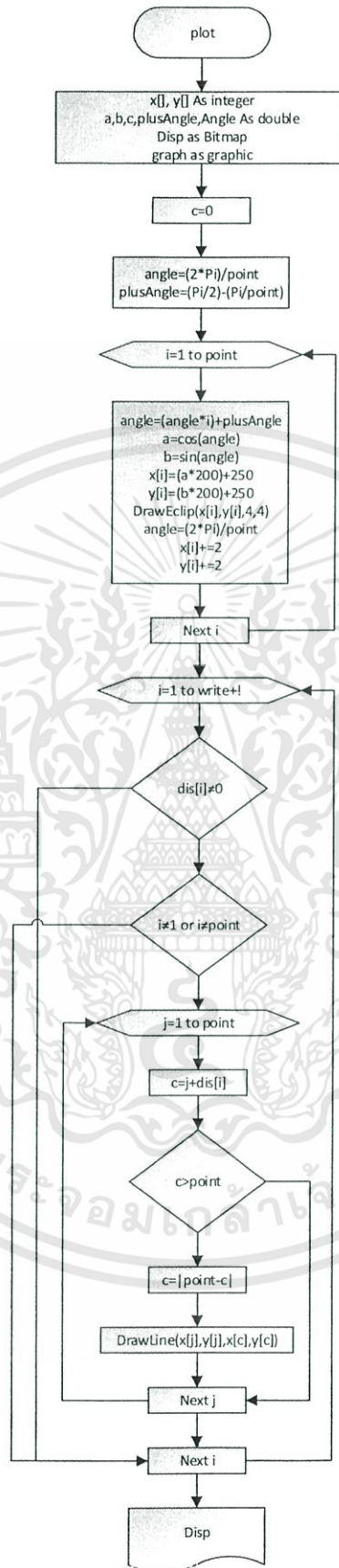
รูปที่ 3.41 ขั้นตอนวิธีการรับค่าระยะห่างระหว่างจุดมาสร้างกราฟ

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



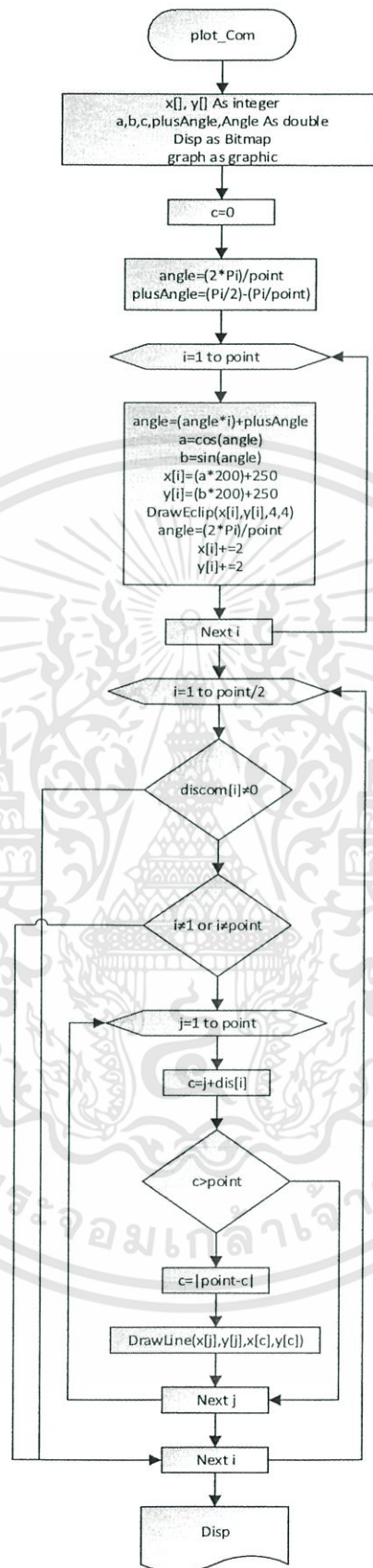
รูปที่ 3.42 ขั้นตอนวิธีการเก็บค่าระยะห่างระหว่างจุดจากตัวหนังสือเป็นตัวเลข

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



รูปที่ 3.43 ขั้นตอนวิธีการแสดงจุดและวาดเส้นของกราฟ  $G$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



รูปที่ 3.44 ขั้นตอนวิธีการแสดงจุดและวาดเส้นของกราฟ  $G$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

## บทที่ 4

### ผลการวิจัยและอภิปรายผล

ในบทนี้จะอธิบายเกี่ยวกับคู่มือการใช้โปรแกรมในแต่ละหน้า ได้แก่ หน้าจอหลักของโปรแกรม หน้าจอวิธีการใช้โปรแกรม หน้าจอแสดงผล หน้าจอความรู้เพิ่มเติมของโปรแกรมและ หน้าจอคณะผู้จัดทำโปรแกรมและอาจารย์ที่ปรึกษา จากนั้นจะทดสอบการใช้โปรแกรม โดยมีรายละเอียดดังนี้

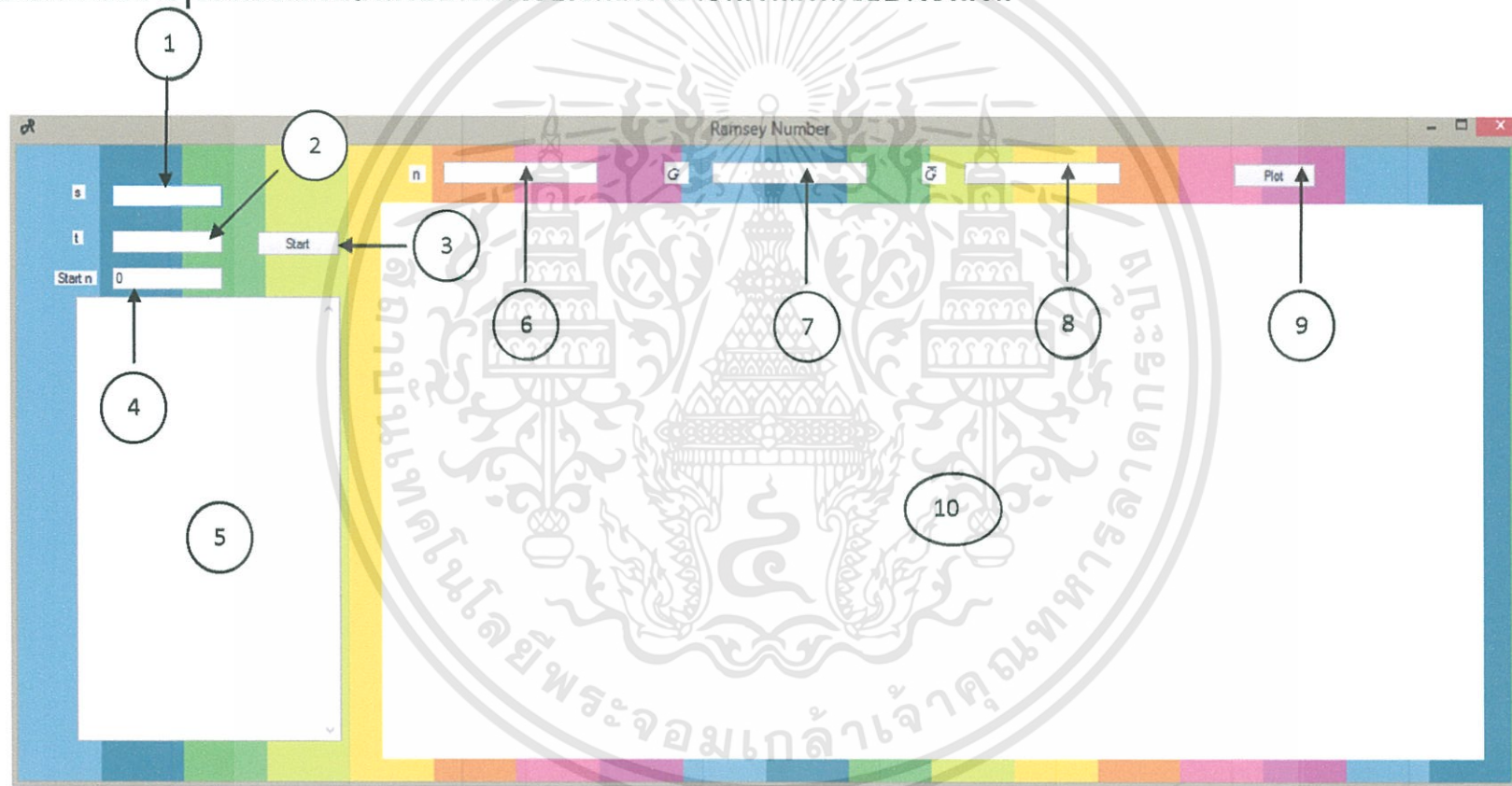
#### 4.1 เครื่องมือที่ใช้ในการสร้างโปรแกรม

การสร้างโปรแกรมสำหรับการหาขอบเขตล่างของจำนวนแฟร็กชันบางจำนวนในปัญหาพิเศษนี้ ได้ใช้เครื่องคอมพิวเตอร์ที่มีคุณสมบัติ ดังนี้

คุณสมบัติของคอมพิวเตอร์เบื้องต้นสำหรับผู้สร้างและผู้ใช้โปรแกรม

- Input : เมาส์และคีย์บอร์ด
- Output : หน้าจอแสดงผลขนาด 1,000 × 1,000 พิกเซล
- Os: Microsoft Windows 7 หรือ Microsoft Windows 8
- โปรแกรมที่ควรมีในการสร้างโปรแกรม
- Microsoft Visual Basic 2010 Express
- Photoshop

#### 4.2 คำอธิบายหน้าจอต่างๆของโปรแกรมสำหรับการหาขอบเขตล่างของจำนวนรามเซย์บางจำนวน



รูปที่ 4.1 หน้าจอของโปรแกรมสำหรับแสดงกราฟ

จากรูปที่ 4.1 ส่วนประกอบต่างๆ ของโปรแกรม

- 1 Input box สำหรับใส่ค่า  $s$
- 2 Input box สำหรับใส่ค่า  $t$
- 3 Start Button สำหรับเริ่มการคำนวณ เมื่อรับค่า  $s, t$  และ Start  $n$
- 4 Input box สำหรับใส่ค่าเริ่มที่  $n$  (จุด) ใดๆ
- 5 ส่วนแสดงผลการคำนวณเมื่อกดปุ่ม Start
- 6 Input box สำหรับใส่ค่า  $n$  (จุด) จะแสดงอัตโนมัติหลังจากกดปุ่ม Start
- 7 Input box สำหรับใส่ค่า Distance Set ของกราฟ  $G$
- 8 Input box สำหรับใส่ค่า Distance Set ของกราฟ  $\bar{G}$  ซึ่งจะแสดงอัตโนมัติหลังจากใส่ค่าใน 7
- 9 Plot Button ปุ่มสำหรับแสดงกราฟเมื่อใส่ค่าเรียบร้อยแล้ว
- 10 ส่วนแสดงรูปกราฟ

#### 4.2.1 วิธีการใช้งานโปรแกรม

1. ใส่ค่า  $s$  และ  $t$  อย่าง  $R(3,4)$  ใส่ค่า  $s=3, t=4$

A screenshot of a program interface with a blue, green, and yellow background. It features three input fields: 's' with the value '3', 't' with the value '4', and 'Start n' with the value '0'. A 'Start' button is located to the right of the 't' field.

2. กดปุ่ม *Start* ส่วนแสดงผลจะแสดงผลการคำนวณออกมาเป็น *SetDistance*

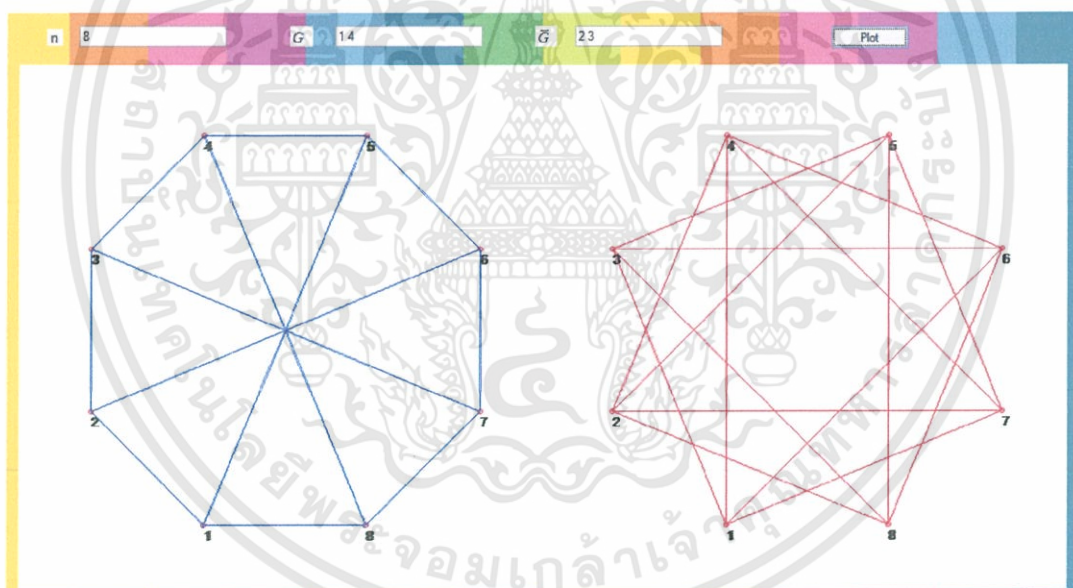
A screenshot of the program interface showing the output of the *SetDistance* function. The input fields for 's', 't', and 'Start n' are still visible. Below them, the output is displayed as follows:

```
R(3,4) >= 9
G 14 G' 23
G 34 G' 12
```

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

3. เลือกค่า *SetDistance* บรรทัดใดบรรทัดหนึ่งแล้ว Copy ไปวางใน Input box  $G$  แล้ว  
ใน Input box  $\bar{G}$  จะแสดงอัตรา โนมัตติ

4. กดปุ่ม Plot จะแสดงกราฟ ที่เกิดจากจำนวนจุด 8 จุด และค่า *DistanceSet G* 1 4  
และ  $\bar{G}$  2 3



รูปที่ 4.2 หน้าจอแสดงกราฟ

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

## บทที่ 5

### สรุปผลวิจัยและข้อเสนอแนะ

#### 5.1 สรุปผลการวิจัย

ในการทำปัญหาพิเศษนี้ได้มีการวางแผนขั้นตอนการปฏิบัติงาน แต่ยังพบปัญหาสำหรับในบางขั้นตอน โดยสามารถสรุปได้ดังนี้

##### 5.1.1 ขั้นตอนวิธีการคำนวณขอบเขตล่างของจำนวนแรมเซย์

ในขั้นตอนการคำนวณของเขตล่างของจำนวนแรมเซย์บางจำนวน ได้เกิดปัญหาในการหาเขตของระยะห่างระหว่างจุดที่นำมาใช้ในการสร้างกราฟและการตรวจสอบผลลัพธ์ จุดใดๆ 3 จุด จากจำนวน  $n$  จุด เพื่อหาผลต่างระหว่างจุดและนำมาเปรียบเทียบกับเขตที่คำนวณไว้ ผลลัพธ์ที่ได้เป็นสับเซตของเขตที่คำนวณไว้จะทำให้ไม่สามารถนำมาสร้างกราฟได้ ซึ่งในขั้นตอนนี้จะมีกระบวนการคิดที่ซับซ้อน

##### 5.1.2 ขั้นตอนการออกแบบโปรแกรมสำหรับการวาดกราฟ

ในขั้นตอน การออกแบบโปรแกรมสำหรับการสร้าง กราฟ ได้พบปัญหาเกี่ยวกับการกำหนดจุดและเส้น เพื่อให้รูปผลลัพธ์นั้นดูสวยงาม อยู่ในรูปแบบของรูปร่างกลม และต้องคำนวณหามุมเพื่อให้ระยะห่างของแต่ละจุดเท่ากัน โดยในขั้นตอนแรกใช้มุมเป็นองศา ยังไม่สามารถหาค่าได้ จึงได้ทำการเปลี่ยน โดยใช้มุมเป็นเรเดียน ซึ่งสามารถหาค่าของมุมได้

##### 5.1.3 ขั้นตอนการเขียนโปรแกรมสำหรับกราฟหาขอบเขตล่างของจำนวนแรมเซย์บางจำนวน

ในขั้นตอนการเขียนโปรแกรมสำหรับการหาขอบเขตล่างของจำนวนแรมเซย์บางจำนวน นั้น พบว่าขั้นตอนวิธีที่สามารถทำให้โปรแกรมประมวลผลเพื่อหาผลของขอบเขตล่างของจำนวนแรมเซย์บางจำนวนได้ เนื่องจากขั้นตอนวิธีที่ใช้ต้องนำมาตรวจสอบเพื่อหาทั้งเขตของ  $G$  และ  $\bar{G}$  ดังนั้นจึงต้องปรับปรุงขั้นตอนวิธีให้ดียิ่งขึ้น

## 5.2 ข้อเสนอแนะและแนวทางในการพัฒนาโปรแกรม

ขั้นตอนการสร้างโปรแกรมในปัญหาพิเศษนี้ สามารถนำไปพัฒนาปรับปรุงให้ดีขึ้นได้ โดยมีข้อเสนอแนะในการพัฒนาโปรแกรมดังต่อไปนี้

5.2.1 โปรแกรมที่สร้างขึ้นนี้สามารถหาจำนวนแรมเซย์ได้เพียงบางจำนวนเท่านั้น ดังนั้นหากมีการพัฒนาให้สามารถหาจำนวนแรมเซย์ได้ทุกจำนวนจะทำให้โปรแกรมนี้เป็นโปรแกรมที่สมบูรณ์ยิ่งขึ้น

5.2.2 เนื่องจากโปรแกรมนี้ใช้เวลานานในการประมวลผลเพื่อหาคำตอบ ดังนั้นจึงสามารถลดคำสั่งเพื่อประหยัดเวลาในการประมวลผล

5.2.3 ผู้พัฒนาสามารถออกแบบพัฒนาโปรแกรมการ สร้างกราฟให้ดูสวยงามยิ่งขึ้น อาทิ การเพิ่มสีเส้น การใส่สีต่างๆ เนื่องจากโปรแกรมที่สร้างได้ยังออกแบบไม่ดีพอ

5.2.4 การออกแบบโปรแกรมยังไม่มีกรบันทึกผลที่แสดงออกมา ดังนั้นถ้ามีการเพิ่มบันทึกการประมวลผลคำตอบที่แสดงออกมา จะทำให้ได้ผลลัพธ์ตามต้องการ โดยไม่จำเป็นต้องประมวลผลใหม่ซึ่งทำให้ประหยัดเวลายิ่งขึ้น

## 5.3 ข้อจำกัดในการใช้โปรแกรม

ข้อจำกัดของโปรแกรมคือ เป็นโปรแกรมที่สามารถหาค่าของจำนวนแรมเซย์ได้เพียงครั้งละ 1 จำนวนเท่านั้นและไม่มีกรบันทึกผลที่ได้ เนื่องจากโปรแกรมไม่มีระบบฐานข้อมูลในการบันทึกและในการหาจำนวนแรมเซย์แต่ละครั้งใช้เวลาในการประมวลผลนาน ดังนั้นเมื่อจะใช้โปรแกรมในครั้งต่อไปต้องกรอกตัวเลขใหม่เสมอ

## เอกสารอ้างอิง

- [1] ชะเอม สายทอง. **ทฤษฎีกราฟ**. กรุงเทพฯ : โอเดียนสโตร์, 2544.
- [2] นวรัตน์ อนันต์ชื่น. **ทฤษฎีกราฟ I**. นครปฐม : ภาควิชาคณิตศาสตร์ คณะวิทยาศาสตร์ มหาวิทยาลัยศิลปากรวิทยาเขตพระราชวังสนามจันทร์, 2540.
- [3] ดร. เชา สมณะ. **รายงานการวิจัยการศึกษาจำนวนรวมเซย์บางจำนวน : คณะวิทยาศาสตร์ สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง**, 2554.
- [4] P. Erdos and G. Szekers, **A combinatorial problem in geometry**, *Compositio Math.*, 2 (1935) 463-470.
- [5] R. E. Greenwood and A. M. Gleason, **Combinatorial relations and chromatic graphs**, *Canad. J. Math.* 7(1955), 1-7.
- [6] G. Chartrand and L. Lesiak, **Graphs & Digraphs** fourth edition, CRV Press LLC, 2000 N.W. Corporate Blvd, Boca Raton, Florid .
- [7] ไม่มีชื่อผู้แต่ง. 2555. **Ranmsey's Theorem**. (19 มกราคม 2556) [http://en.wikipedia.org/wiki/Ramsey's\\_theorem](http://en.wikipedia.org/wiki/Ramsey's_theorem).
- [8] ไม่มีชื่อผู้แต่ง. 2010. **How To Start Programming**. (8 มีนาคม 2556) <http://howtostartprogramming.com/vb-net/>.
- [9] ไม่มีชื่อผู้แต่ง. 2012. **Visual Basic Essentials**. (8 มีนาคม 2556) [http://www.techotopia.com/index.php/Visual\\_Basic\\_Essentials](http://www.techotopia.com/index.php/Visual_Basic_Essentials).
- [10] ไม่มีชื่อผู้แต่ง. 2013. **Visual\_Basic 2005** (13 มีนาคม 2556) [http://msdn.microsoft.com/en-us/library/90h82b3x\(v=vs.80\).aspx](http://msdn.microsoft.com/en-us/library/90h82b3x(v=vs.80).aspx).

## ภาคผนวก ก



เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

## คู่มือการติดตั้งโปรแกรม

### โปรแกรม Microsoft visual studio express edition 2012

1. เข้าไปที่เว็บไซต์ <http://www.microsoft.com/visualstudio/eng/downloads>



รูปที่ ก-1 หน้าจอเว็บไซต์โปรแกรม Microsoft Visual Studio 2012 Express

2. ทดลอง Visual Studio Express 2012

#### Download

Install and try Visual Studio today and seize the future of development.

- Visual Studio 2012 trial software and language packs
- Visual Studio Express 2012
- Visual Studio 2010 Express
- Additional software
- Readme

รูปที่ ก-2 หน้าจอแสดงขั้นตอนการ Download 1

### 3. คลิกเลือก Visual Studio Express for Windows Desktop

#### Visual Studio Express 2012

Visual Studio Express 2012 products provide free development tools for creating modern applications on the latest platforms.



รูปที่ ก-3 หน้าจอแสดงขั้นตอนการ Download 2

#### 4. คลิก Download Now



รูปที่ ก-4 หน้าจอแสดงขั้นตอนการ Download 3

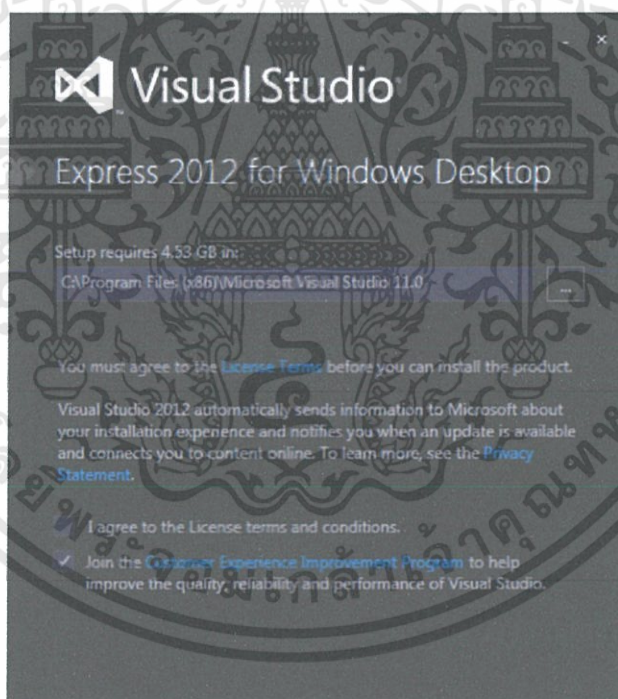
เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

## 5. เมื่อ Download เสร็จแล้ว แยกไฟล์ไว้ในโฟลเดอร์

| Name               | Date modified     | Type           | Size |
|--------------------|-------------------|----------------|------|
| packages           | 5/19/2013 3:14 PM | File folder    |      |
| VS2012_WDX_ENU.iso | 5/19/2013 3:13 PM | WinRAR archive | 622  |
| wdexpress_full.exe | 8/30/2012 2:16 AM | Application    |      |

รูปที่ ก-5 หน้าจอแยกไฟล์ไว้ในโฟลเดอร์

## 6. ดับเบิลคลิก wdexpress\_full.exe

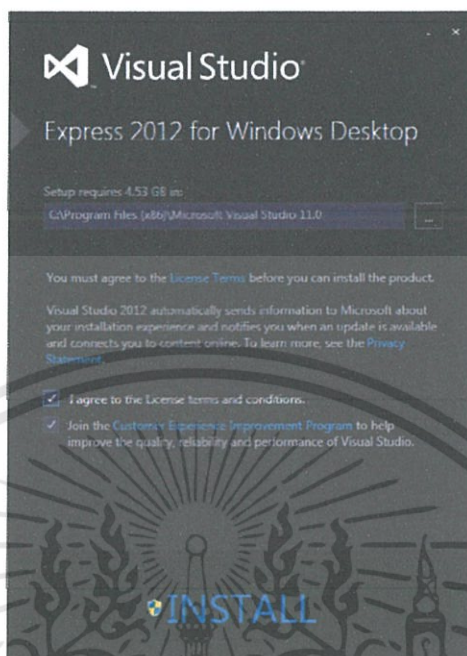


รูปที่ ก-6 หน้าจอการติดตั้งโปรแกรม

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

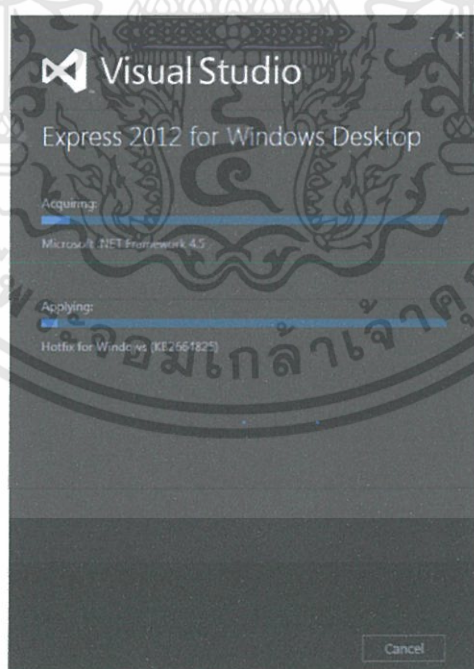
7. คลิกเครื่องหมายถูกหน้า I agree to the License terms and conditions และ กด

INSTALL



รูปที่ ก-7 หน้าจอยอมรับเงื่อนไขและติดตั้ง

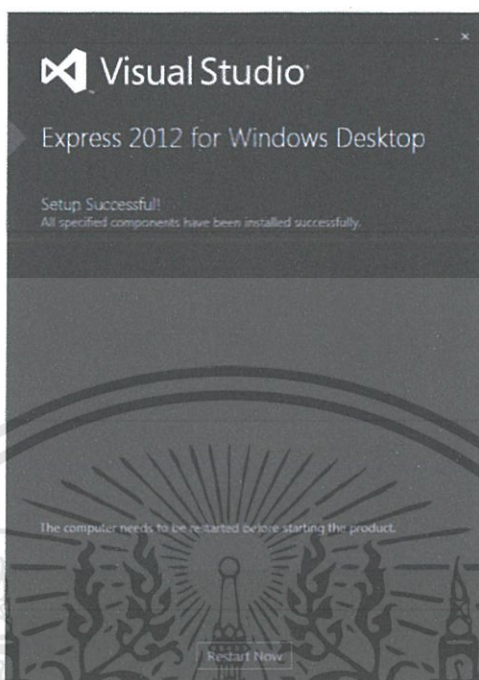
8. รอโปรแกรมกำลังติดตั้ง



รูปที่ ก-8 หน้าจอขณะโปรแกรมกำลังติดตั้ง

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

## 9. ติดตั้งเรียบร้อยแล้ว Restart



รูปที่ ก-9 หน้าจอเสร็จสิ้นการติดตั้ง

10. หลังจาก Restart เรียบร้อยแล้ว เปิดโปรแกรม โปรแกรมจะให้กรอก Product Key  
คลิกที่ Register Online

This product will expire in 30 day(s).

Registration is required for continued use of Microsoft Visual Studio Express 2012 for Windows Desktop.

Product key:

[Register online](#)

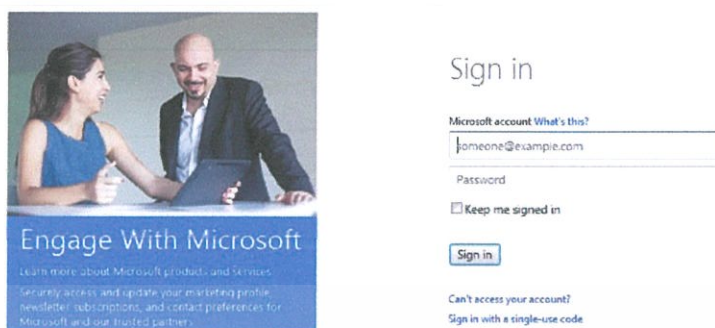
Next

Cancel

รูปที่ ก-10 หน้าจอกรอก Product Key

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

## 11. Sign In ด้วยอีเมลของ Hotmail



Sign in

Microsoft account What's this?

someone@example.com

Password

Keep me signed in

**Sign in**

[Can't access your account?](#)  
Sign in with a single-use code

## 12. กรอกข้อมูลให้ครบถ้วน

Don't have a Microsoft account? [Sign up now](#)

รูปที่ ก-11 หน้าจอล็อกอิน Hotmail

Visual Studio Express 2012 for Windows Desktop

Thank you for taking the time to fill out the following online form. If you do not want to submit your information, click **Cancel**.

\* Indicates required field

**My Name (Personal Information)**

\* First Name

\* Last Name

\* My E-Mail Address  
james.mh@hotmail.com

\* Country / Location  
Please Select from the following options

\* Are you registering Visual Studio for Academic, Business or Personal use?  
Please Select from the following options

**Communication Preferences**

Choose how Microsoft may use your contact information. Please note: This section may not reflect your current permission settings in our systems. Please click [here](#) to review your settings.

I would like to hear from Microsoft about products, services, and events, including the latest software, tools, and solutions offers.

I would like to hear from Microsoft Partners, or Microsoft on their behalf, about their products, services, and events. Share or use my details with Microsoft Partners.

Note: These settings will not affect other notifications or mandatory service communications from Microsoft. To learn how to set your contact preferences for other Microsoft sites, read the [privacy statement](#).

**Continue** **Cancel**

รูปที่ ก-12 หน้าจอกรอกข้อมูล

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

### 13. เลือกอันใดอันหนึ่ง แล้วกด Continue

#### Visual Studio Express 2012 for Windows Desktop

Thank you for taking the time to fill out the following online form. If you do not want to submit your information, click **Cancel**.

\* Indicates a required field

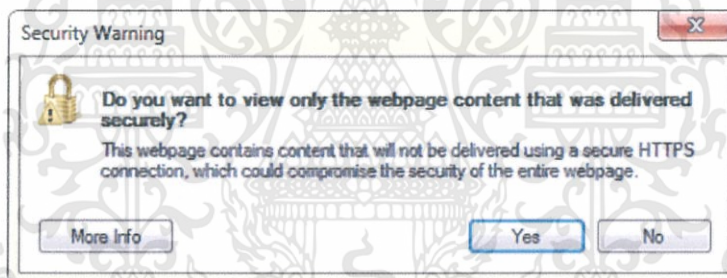
\* Are you creating software for public distribution, online use by others or private use?

Private use

Back Continue Cancel

### รูปที่ ก-13 หน้าจอเลือกข้อมูล

### 14. เลือก Yes



### รูปที่ ก-14 หน้าจอป้องกันความปลอดภัยโดยใช้การเชื่อมต่อ Https แทน Http

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

## 15. จากนั้นเราจะได้ Product Key

Visual Studio Express 2012 for Windows Desktop product key

Thank you!

Thank you for registering your copy of Visual Studio Express 2012 for Windows Desktop. Copy and paste the product key below into the registration window to unlock your product. You will also receive a copy of this product key at the email address you used for registration.

**Product Key:**  
MMVJ9-FKY74-W449Y-RB79G-8GJGJ

Free Team Foundation Service Account  
Services to help you ship quality software. On time, every time. Focus on your code. We'll simplify the rest.

Sign up for free

รูปที่ ก-15 หน้าจอแสดง Product Key หลังจากลงทะเบียนเรียบร้อยแล้ว

16. Copy Product key ที่ได้ใส่ลงในช่องว่าง แล้วกด Next

Visual Studio

This product will expire in 30 day(s).

Registration is required for continued use of Microsoft Visual Studio Express 2012 for Windows Desktop.

Product key:  
MMVJ9-FKY74-W449Y-RB79G-8GJGJ [Register online](#)

Next Cancel

## รูปที่ ก-16 หน้าจอแสดงการใช้ Product Key พร้อมทั้งกดปุ่ม Next

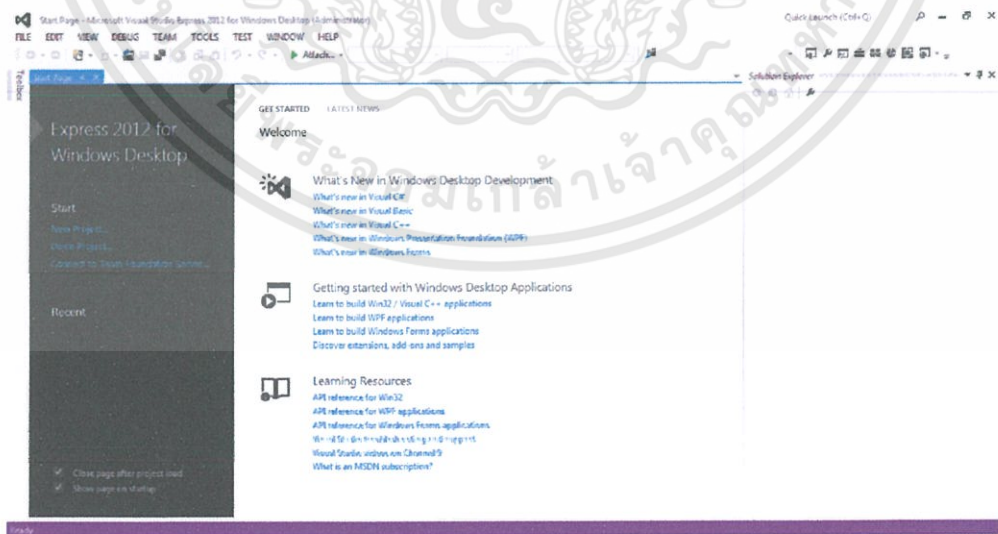
เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

## 17. เสร็จเรียบร้อยแล้ว กด Done



รูปที่ ก-17 หน้าจอแสดงว่าได้ Product Key ถูกต้อง

## 18. เปิดโปรแกรม Microsoft Visual Studio 2012



รูปที่ ก-18 หน้าจอโปรแกรม Microsoft Visual Studio 2012

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้