เส้นโค้งในกระดาษที่เกิดจากการตัดกระดาษที่พันรอบกรวยกลม และทรงกระบอกกลม

CURVES IN THE PAPER FROM THE PAPER WRAPPED AROUND THE CIRCULAR CONE AND CIRCULAR CYLINDER.

จีรพัฒน์ เดชพรรณ์

ปาณิศ อยู่ถิ่นดา

พิพัฒน์พงษ์ จันทร์ศรี

ปัญหาพิเศษนี้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตรวิทยาศาสตรบัณฑิต

สาขาวิชาคณิตศาสตร์ประยุกต์

คณะวิทยาศาสตร์

สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง

ปีการศึกษา 2558

เส้นโค้งในกระดาษที่เกิดจากการตัดกระดาษที่พันรอบกรวยกลม และทรงกระบอกกลม

CURVES IN THE PAPER FROM THE PAPER WRAPPED AROUND THE CIRCULAR CONE AND CIRCULAR CYLINDER

จีรพัฒน์ เดชวรรณ์

ปาณัท อยู่จินดา

พิพัฒน์พงษ์ จันทร์ศรี

โครงงานพิเศษนี้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตรวิทยาศาสตรบัณฑิต

สาขาวิชาคณิตศาสตร์ประยุกต์

คณะวิทยาศาสตร์

สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง

ปีการศึกษา 2555

CURVES IN THE PAPER FROM THE PAPER WRAPPED AROUND THE CIRCULAR CONE AND CIRCULAR CYLINDER

Jerapat Dechwan

Panat Yoojinda

Pipatpong Chansri

A SPECIAL PROJECT SUBMITTED IN PARTIAL FULFILLMENT

OF THE REQUIRMENT FOR THE DEGREE OF BACHELOR OF SCIENCE

IN APPLIED MATHEMATIC

FACULTY OF SCIENCE

KING MONGKUT'S INSTITUTE OF TECHNOLOGY LADKRABANG

ACADEMIC YEAR 2555

KING MONGKUT'S INSTITUTE OFTECHNOLOGY LADKRABANG

ACADEMIC YEAR 2012

หัวข้อโครงงานพิเศษ เส้นโค้งในกระดาษที่เกิดจากการตัดกระดาษที่พันรอบกรวยกลมและทรงกระบอกกลม

ชื่อนักศึกษา นายจีรพัฒน์ เดชวรรณ์ 52050018

นายปาณัท อยู่จินดา 52050054

นายพิพัฒน์พงษ์ จันทร์ศรี 52050064

ปริญญา วิทยาศาสตรบัณฑิต

สาขาวิชา คณิตศาสตร์ประยุกต์

อาจารย์ที่ปรึกษา รศ.ภัคคินี ชิตสกุล

ดร.ใจปอง เกษมสุวรรณ์

คณะวิทยาศาสตร์ สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง อนุมัติให้ปัญหาพิเศษนี้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตร วิทยาศาสตรบัณฑิต สาขาวิชาคณิตศาสตร์ประยุกต์ ประจำปีการศึกษา 2555

คณะกรรมการสอบ	ลายมือชื่อ
ดร.อาทิตย์ แข็งธัญการ ประธานกรรมการ	
รศ.ภัคคินี ชิตสกุล กรรมการและอาจารย์ที่ปรึกษา	
ดร.ใจปอง เกษมสุวรรณ์ กรรมการและอาจารย์ที่ปรึกษา	
ดร.วิชัย วิทยาเกียรติเลิศ กรรมการ	

หัวข้อโครงงานพิเศษ	เส้นโค้งในกระดาษที่เกิดจากการตัดกระดาษที่พันรอบกรวยกลม และทรงกระบอกกลม
ชื่อนักศึกษา	นายจีรพัฒน์ เดชวรรณ์ 52050018
	นายปาณัท อยู่จินดา 52050054
	นายพิพัฒน์พงษ์ จันทร์ศรี 52050064
ปริญญา	วิทยาศาสตรบัณฑิต
สาขาวิชา	คณิตศาสตร์ประยุกต์
ปีการศึกษา	2555
อาจารย์ที่ปรึกษา	รศ.ภัคคินี ชิตสกุล
	ดร.ใจปอง เกษมสุวรรณ์

บทคัดย่อ

ได้มีผู้ทำการทดลองโดยการนำกระดาษมาม้วนเป็นรูปทรงกระบอกแล้วนำไปจุ่มน้ำในแนวเฉียง เมื่อนำกระดาษขึ้นมาแล้วคลายออกจะพบรอยน้ำเป็นรูปคลื่น จากการทดลองนี้จึงเป็นที่มาให้ผู้วิจัยได้ทำการศึกษาเกี่ยวกับการตัดกรวยด้วยสมการระนาบโค้งแล้วคลายพื้นผิวกรวยออกมา ในงานวิจัยนี้สามารถอธิบายเส้นรอยตัดได้ด้วยสมการคณิตศาสตร์ ซึ่งจะได้สมการรูปแบบใดนั้นจะขึ้นอยู่กับสมการที่นำมาตัด นอกจากนี้ผู้วิจัยได้หาความสัมพันธ์ระหว่างสมการที่นำมาตัดกับสมการรอยตัด

Title	Curves in the paper from the paper wrapped around the circularcone and circular cylinder
Students	Mr. Jerapat Dechwan 52050018
	Mr Panat Yoojinda 52050054
	Mr.Pipatpong Chansri 52050064
Degree	Bachelor of Science
Major	Applied Mathematics
Academic Year	2012
Adviser	**Associate Professor Pakkinee Chitsakul**
	Dr.Jaipong Kasemsuwan

ABSTRACT

There exist an experiment by taking a paper role as a cylindrical, dip it into a water at some angle. After that unroll the paper ,here we have the roller prints of a wave pattern. From the experiment made we interesting in study of section the cone with some quadric sheet then unroll the cone. In this research we found the mathematical equation for the cross section. The shape of the cross section is depend on the equation of quadric sheet. Finally we show the relation of quadric sheet and the cross section.

กิตติกรรมประกาศ

ในการทำปัญหาพิเศษเรื่อง เส้นโค้งในกระดาษที่เกิดจากการตัดกระดาษที่พันรอบกรวยกลมและทรงกระบอกกลม ให้ประสบผลสำเร็จไปด้วยดี จะต้องขอกล่าวถึงท่านบุคคลเหล่านี้ คือ รศ. ภัคคินี ชิตสกุล ดร.ใจปอง เกษมสุวรรณ์ ดร.อาทิตย์ แข็งธัญการ และ ดร.วิชัย วิทยาเกียรติเลิศ ซึ่งท่านบุคคลเหล่านี้ได้เป็นอาจารย์ผู้รับผิดชอบปัญหาพิเศษและคณะกรรมการ ที่กรุณาให้ความช่วยเหลือในส่วนของคำแนะนำและเป็นที่ปรึกษาในการแก้ปัญหาต่างๆ ทั้งในเรื่องของการเรียบเรียงข้อมูล และการหาข้อมูล รวมทั้งเป็นผู้ตรวจสอบความถูกต้องของปัญหาพิเศษฉบับนี้

นอกจากนี้คณะผู้จัดทำต้องขอขอบพระคุณ บิดา มารดา ที่ได้ให้ความสนับสนุนทางด้านทุนทรัพย์ กำลังใจ และคำแนะนำจนการทำปัญหาพิเศษครั้งนี้สำเร็จลุล่วงด้วยดี รวมทั้งรุ่นพี่นักศึกษาปริญญาโท สาขาวิชาคณิตศาสตร์ประยุกต์ เพื่อนๆ และน้องๆทุกคนที่ให้ความช่วยเหลือในด้านต่างๆเกี่ยวกับปัญหาพิเศษไว้ ณ ที่นี้

นายจีรพัฒน์ เดชวรรณ์
นายปาณัท อยู่จินดา
นายพิพัฒน์พงษ์ จันทร์ศรี

สารบัญ

สารบัญรูป

บทที่ 1

บทนำ

ในบทนี้จะกล่าวถึงที่มาและความสำคัญของปัญหาพิเศษซึ่งผู้จัดทำได้ทำการศึกษาการหาสมการของรอยตัดในรูปทรงกรวยและทรงกระบอก รวมทั้งวัตถุประสงค์ของการทำปัญหาพิเศษ ขอบเขตของปัญหาพิเศษ ขั้นตอนการดำเนินงานของปัญหาพิเศษ ประโยชน์ที่คาดว่าจะได้รับและขั้นตอนการดำเนินงานเพื่อเป็นแนวทางในการทำปัญหาพิเศษให้สมบูรณ์มากขึ้นต่อไป

1.1 ความเป็นมาและความสำคัญ

ได้มีผู้ทำการทดลองโดยการนำกระดาษมาม้วนเป็นรูปทรงกระบอกแล้วนำไปจุ่มน้ำในแนวเฉียง เมื่อนำกระดาษขึ้นมาแล้วคลายออกจะพบรอยน้ำเป็นรูปคลื่น จากการทดลองนี้จึงเป็นที่มาให้ผู้วิจัยได้ทำการศึกษาเกี่ยวกับการตัดรูปทรงกรวย และทรงกระบอก ด้วยระนาบตรงและระนาบโค้ง

1.2 วัตถุประสงค์ของโครงงานวิจัย

1.เพื่อศึกษารูปร่างลักษณะของเส้นบนพื้นผิวทรงกระบอกและพื้นผิวกรวย

2.เพื่อศึกษาลักษณะของเส้นบนรูปทรงเมื่อรูปทรงนั้นๆที่ถูกคลายออกเป็นแผ่นระนาบ

3.วิเคราะห์สมการเส้นโค้งที่เกิดจากการคลายรูปทรงเพื่อนำไปสู่การสร้างทฤษฎีใหม่ต่อไป

1.3 ขอบเขตของโครงงานวิจัย

1.ผู้วิจัยจะศึกษาการตัดพื้นผิวทรงกระบอกและพื้นผิวกรวยจากนั้นจะศึกษาการคลายรูปทรงกรวยและทรงกระบอก

2.สร้างสมการคณิตศาสตร์เพื่ออธิบายลักษณะที่เปลี่ยนไปของเส้นที่ปรากฏบนผิวของทรงกระบอกและทรงกรวยเมื่อรูปทรงทั้งสองถูกคลายออกให้เป็นระนาบ

1.4 ขั้นตอนการดำเนินงานของปัญหาพิเศษ

1.ศึกษาลักษณะของทรงกระบอก และทรงกรวยที่ถูกตัดด้วยระนาบ

2.วิเคราะห์สมการรอยตัดที่อยู่บนพื้นผิวรูปทรงเมื่อถูกคลายให้เป็นระนาบ

3.วิเคราะห์ลักษณะของรูปทรงที่ถูกตัดด้วยพื้นผิวโค้ง

4.วิเคราะห์เส้นที่อยู่บนระนาบเพื่อศึกษาลักษณะของเส้นเมื่อทำการม้วนระนาบให้กลายเป็นรูปทรง

5.จัดทำรูปเล่มปัญหาพิเศษ

6.นำเสนอรายงานวิจัย

1.5 ประโยชน์ที่คาดว่าจะได้รับ

1.สามารถนำสมการรอยตัดบนรูปทรงกรวย และทรงกระบอก มาประยุกต์กับปัญหาการออกแบบลวดลายบนพื้นผิวจากรูปในระนาบ

2. นำแนวคิดที่ได้ไปวิเคราะห์รูปทรงอื่นๆ เช่น ทรงกลม พาราโบลอยด์ เป็นต้น

3.สามารถนำวิธีการที่ได้ศึกษามาใช้เพื่อต่อยอด หรือพัฒนาปัญหาพิเศษอื่นๆ ได้

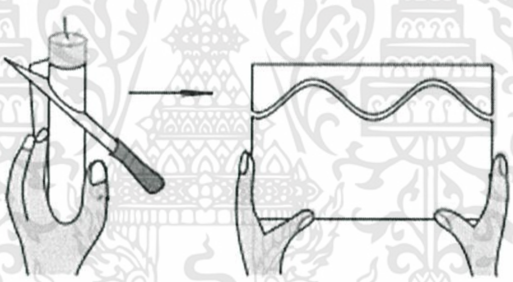
บทที่2

ทฤษฎีและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

จากงานวิจัยของ Tom M. ApostolและMamikon A. Mnatsakanianที่ได้ศึกษาเกี่ยวกับ การคลายเส้นโค้งบนพื้นผิวทรงกระบอกและทรงกรวย จึงทำให้ผู้วิจัยเกิดความสนใจที่ศึกษารายละเอียดและขั้นตอนในการพิสูจน์ ดังนั้นในบทที่ 2 นี้ จะเริ่มด้วยการศึกษาภาคตัดตั้งฉากกับแกนของทรงกระบอก และ ภาคตัดเอียง

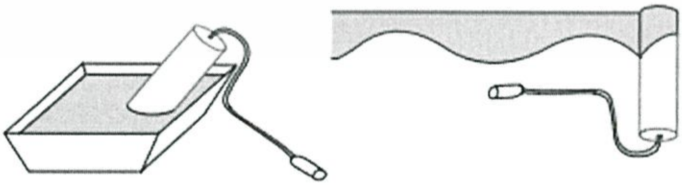
2.1 การตัดทรงกระบอก

เมื่อนำกระดาษม้วนรอบรอบเทียนไขรูปทรงกระบอก แล้วใช้มีดตัดเทียนไขที่มีกระดาษม้วนรอบในแนวเฉียง โดยให้พื้นที่หน้าตัดเป็นรูปวงรี จากนั้นคลายกระดาษออกจากเทียนไข จะพบว่ารอยตัดจะเป็นรูปคลื่นแบบต่อเนื่อง



รูปที่ 2.1 รอยตัดที่เป็นรูปวงรีบนทรงกระบอก จะทำให้เกิดรอยแบบรูปคลื่นเมื่อคลายกระดาษออก

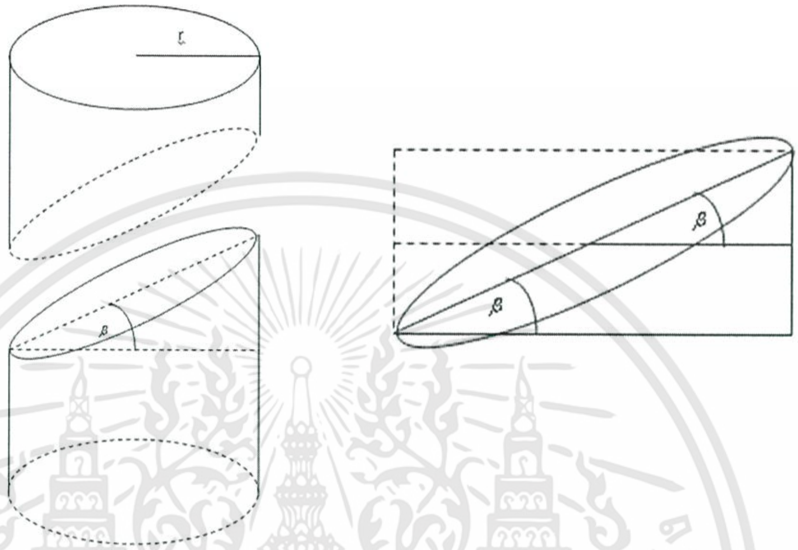
ในทำนองเดียวกัน เมื่อนำลูกกลิ้งจุ่มลงในถาดใส่สีให้เป็นมุมเอียง แล้วนำลูกกลิ้งที่จุ่มสีไปกลิ้งไปบนพื้นราบจะพบว่า ลูกกลิ้งจะทำให้เกิดสีที่มีลักษณะเหมือนรอยรูปคลื่นแบบต่อเนื่อง ตามรูปที่ 2.2



รูปที่ 2.2 ลูกกลิ้งสีสามารถทำให้เกิดรูปคลื่นต่อเนื่องบนผิวเรียบได้

2.1.1 การตัดทรงกระบอกด้วยสมการระนาบ

พิจารณาทรงกระบอกฐานกลมซึ่งมีรัศมี r นำกระดาษที่มีความสูงในแนวตั้งเท่ากับความสูงของทรงกระบอก และมีความยาวในแนวนอนเท่ากับ $2\pi r$ มาหุ้มจะสามารถหุ้มทรงกระบอกได้พอดี

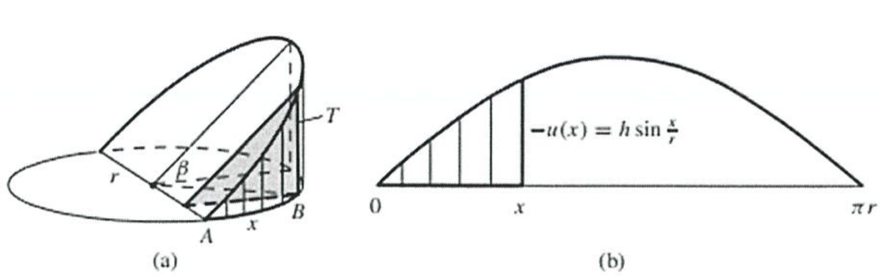


รูปที่ 2.3 ทรงกระบอกรัศมี r ที่ถูกตัดด้วยระนาบโค้ง

ให้ฐานของทรงกระบอก คือวงกลมรัศมี r ที่เกิดจากระนาบในแนวนอนที่ตัดตั้งฉากกับแกนของทรงกระบอก ตัดทรงกระบอกกลมรัศมี r ด้วยระนาบที่เอียงทำมุม β กับฐานของทรงกระบอก

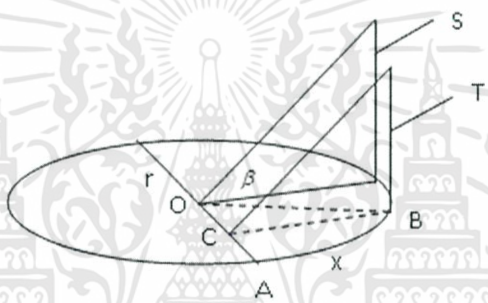
ในรูปที่ 2.4(a) เราจะเริ่มพิจารณาส่วนที่แผ่นระนาบตัดกับจุดศูนย์กลางของทรงกระบอก โดยจะให้ฐานกลมที่ระนาบตัดผ่านจุดศูนย์กลางเป็น “ฐานอ้างอิง”

ให้ T คือความสูงของรอยตัดที่วัดจากฐานอ้างอิงไปยังจุดตัดดังรูปที่ 2.4(a) จากนั้นเริ่มคลายกระดาษที่หุ้มผิวของทรงกระบอกโดยกำหนดให้จุดที่คลายเป็นจุด A แล้วกำหนดอีกหนึ่งจุดบนส่วนของวงกลมเป็นจุด B ระยะจาก A ไปถึง B คือค่าของพารามิเตอร์ x ที่ปรากฏอยู่บนระนาบที่ถูกคลายออกตามรูปที่ 2.4



รูปที่ 2.4 (a)แสดงส่วนตัดของทรงกระบอกที่ระนาบตัดผ่านจุดศูนย์กลางพอดี
(b)แสดงส่วนโค้งที่เกิดจากการคลายรอยตัดที่อยู่บนทรงกระบอก

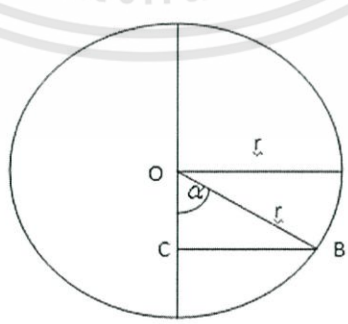
ในรูปที่ 2.4 มีรูปสามเหลี่ยมสองรูป รูปหนึ่งสูง S อีกรูปหนึ่งสูง T ซึ่งฐานของสามเหลี่ยมทั้งสองอยู่บนฐานอ้างอิงโดยเป็นสามเหลี่ยมมุมฉากซึ่งด้านตรงข้ามมุมฉากคือด้านที่เป็นรอยตัดทำมุม β กับฐานอ้างอิงจึงได้ว่าสามเหลี่ยมทั้งสองรูปนั้นคล้ายกัน ดังรูปที่ 2.5



รูปที่ 2.5 รูปสามเหลี่ยมคล้ายในรอยตัดของทรงกระบอก

เนื่องจากสามเหลี่ยมทั้งสองรูปเป็นสามเหลี่ยมคล้ายจะได้ว่าด้านที่อยู่ในลำดับเดียวกันของสามเหลี่ยมจะเป็นสัดส่วนที่เท่ากัน ดังนั้นค่า T หรือ $u(x)$ สามารถหาได้จากความสัมพันธ์ของสามเหลี่ยมคล้าย โดย $\dfrac{T}{S}=\dfrac{BC}{r}$

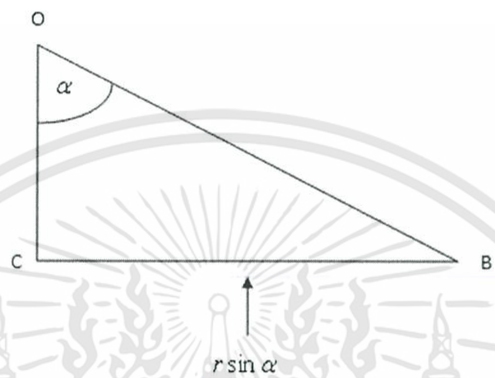
จากรูปที่ 2.5 ถ้ามองจากมุมบนลงมา ตั้งชื่อจุดศูนย์กลางวงกลมว่า o และตั้งชื่อจุดบนเส้นผ่าศูนย์กลางว่า c จะได้ตามรูป 2.6 และมุม α คือมุมระหว่างเส้น OC และเส้น OB



รูปที่ 2.6 โปรเจคชันของ OB ตามมุม α คือ CB

ในการหาความสัมพันธ์ของสามเหลี่ยมคล้าย เราต้องหาความสัมพันธ์ของเส้น OB และเส้น CB ถ้าพิจารณารูปที่ 2.5 ที่ฐานจะพบว่า ฐานของสามเหลี่ยมที่สูง S คือรัศมีของวงกลมและฐานของสามเหลี่ยมที่สูง T คือเส้น CB

จากรูปที่ 2.6 สังเกตจะพบว่าเส้น OB ก็คือรัศมีของวงกลมเช่นกัน



รูปที่ 2.7 ภาพฉายของ OB ลงบน BC

ตามรูปที่ 2.6 พิจารณาเฉพาะเส้น OB และ CB เพื่อหาความสัมพันธ์ ได้ตามรูปที่ 2.7 พิจารณาสามเหลี่ยมมุมฉากในรูป 2.7 จะได้ $\sin\alpha = \dfrac{BC}{OB}$ จาก $OB = r$ จะได้ $BC = r\sin\alpha$ ให้ $BC = k$ แล้ว $k = r\sin\alpha$ ดังรูปที่ 2.8

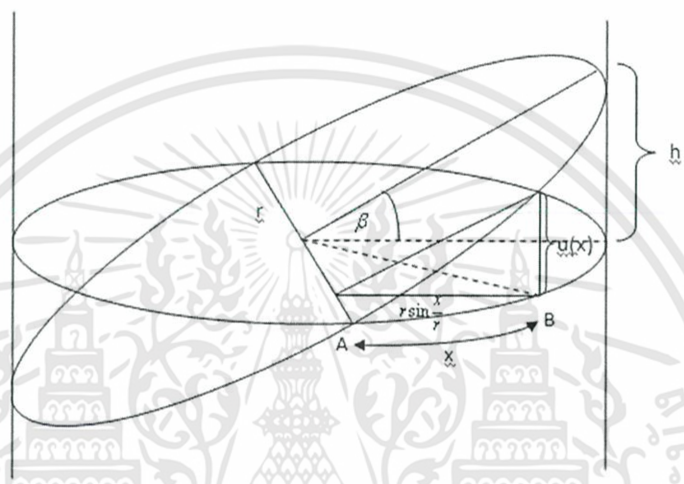
รูปที่ 2.8 ขนาดของด้านต่างๆของสามเหลี่ยม

จากรูปที่ 2.4 และ 2.6 เมื่อพิจารณามุมที่จุดศูนย์กลาง α และด้านที่รองรับมุมที่จุดศูนย์กลาง x จะพบว่า $x = r\alpha$ ดังนั้น $\alpha = \dfrac{x}{r}$ จะได้ว่า $k = r\sin(\dfrac{x}{r}) = BC$ ดังนั้น $T = S\dfrac{BC}{r}$

จาก k คือ ฐานของสามเหลี่ยมที่มีความสัมพันธ์เป็นแบบสามเหลี่ยมคล้ายกับสามเหลี่ยมฐาน r และ $k = r\sin(\frac{x}{r})$ ดังนั้นเราจะพบค่าคงที่ของความสัมพันธ์แบบสามเหลี่ยมคล้ายคือ $\sin\frac{x}{r}$

จาก $T = U(x), S = h$ และ $BC = r\sin\frac{x}{r}$ จะได้ $u(x) = h\sin\frac{x}{r}$

ดังนั้นจากความสัมพันธ์ของสามเหลี่ยมคล้ายเราจะได้สมการรอยตัด $u(x) = h\sin\frac{x}{r}$ ดังที่แสดงในรูปที่ 2.5



รูปที่ 2.9 ทรงกระบอกตัดด้วยระนาบ

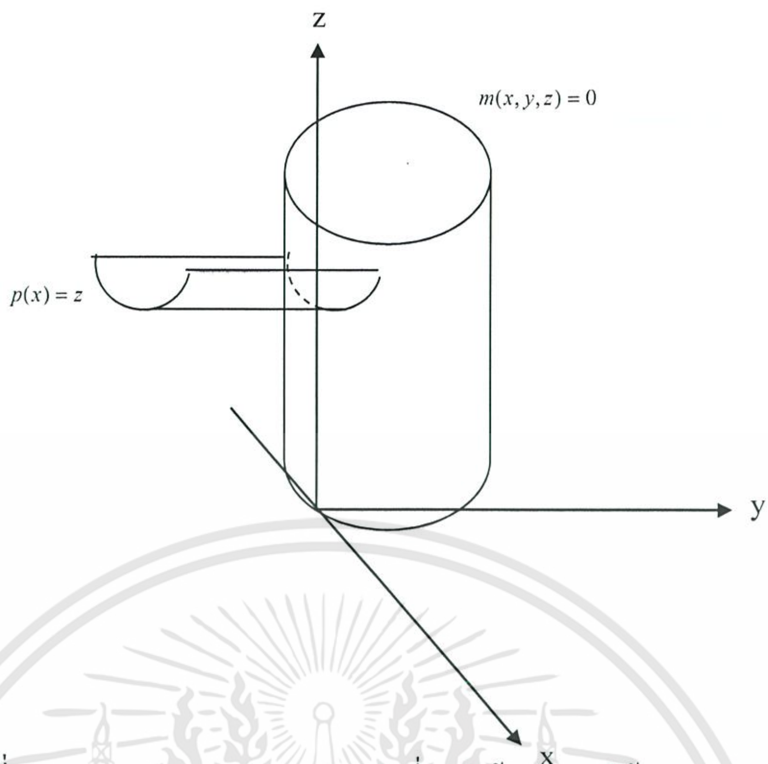
สังเกต h ในรูปที่ 2.9 จะพบว่า $\tan\beta = \frac{h}{r}$ ดังนั้นจะได้ว่า $h = r\tan\beta$ นำไปแทนลงใน $u(x)$ จะได้สมการใหม่คือ $u(x) = r\tan\beta\sin\frac{x}{r}$

ดังนั้นสมการรอยตัด $u(x)$ เมื่อตัดทรงกระบอกรัศมี r ที่ถูกกระดาษหุ้มพอดี ด้วยระนาบเอียงทำมุม β เมื่อ $0 < \beta < \frac{\pi}{2}$ จะได้สมการคือ

$$u(x) = r\tan\beta\sin\frac{x}{r}$$

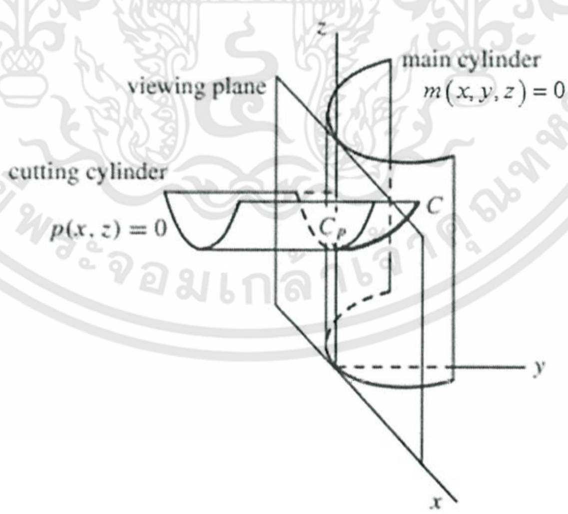
2.1.2 การตัดทรงกระบอกด้วยสมการระนาบโค้ง

ทรงกระบอกฐานกลมรัศมี r เมื่อนำกระดาษที่มีความสูงแนวตั้งเท่ากับความสูงของทรงกระบอก และมีความยาวแนวนอนเท่ากับ $2\pi r$ นั้นคือกระดาษหุ้มทรงกระบอกได้พอดี ตัดทรงกระบอกด้วยระนาบโค้ง สมการทรงกระบอกคือ $m(x,y,z) = 0$ และสมการระนาบโค้งคือ $z = p(x)$



รูปที่ 2.10 ทรงกระบอก $m(x,y,z)=0$ ที่ถูกตัดด้วยระนาบโค้ง $z=p(x)$

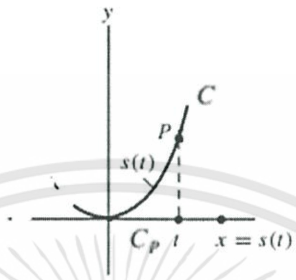
ระนาบโค้ง $z=p(x)$ ในระนาบ XZ คือส่วนโค้ง C_p และ C คือโปรเจคชันของ C_p บนพื้นผิวทรงกระบอก $m(x,y,z)=0$ นั้นคือถ้าตัดทรงกระบอกด้วยระนาบโค้ง $z=p(x)$ จะได้รอยตัดในพื้นผิวทรงกระบอกเป็นส่วนโค้ง C



รูปที่ 2.11 ทรงกระบอก $m(x,y,z)=0$ ที่ถูกตัดด้วยระนาบโค้ง $z=p(x)$ ตามแนว C

โดยเส้นโค้ง C_p ที่คลายลงมาที่ระนาบ XZ นั้น กำหนดด้วยสมการ $z = u(x)$ ซึ่งในระนาบ XZ จะมีพารามิเตอร์ t ใดๆที่ทำให้ $p(t) = u(x)$

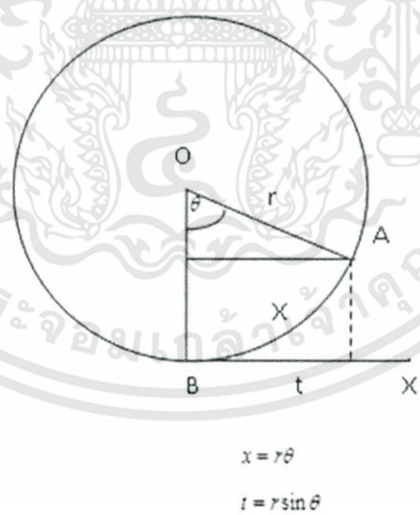
ในระนาบ XY เส้นโค้ง C_p โปรเจคชันลงมาที่แกน x และให้สมการ $s(t)$ คือความยาวเส้นโค้ง C จากจุด $[0,0]$ ถึงจุด P



รูปที่ 2.12 โปรเจคชันของรอยตัด C และ C_p บนระนาบ XY

จุด P ที่อยู่บนเส้น C ถูกคลายออกให้อยู่ในแนวแกน x ซึ่งกำหนดด้วย $x = s(t)$ ดังรูปที่ 2.12

เนื่องจากฐานของทรงกระบอกเป็นวงกลมดังนั้นการพิจารณาเพื่อหาค่า $s(t)$ สามารถทำได้โดยพิจารณาจากรูปที่ 2.13



รูปที่ 2.13 โปรเจคชันของ OA จะได้ $t = r\sin\theta$ และความยาวของเส้นโค้ง BA คือ $x = r\theta$

ในรูปที่ 2.13 ระยะของ t คือโปรเจคชันของเส้น OA ตามมุม θ และ $s(t)$ คือความยาวส่วนโค้งส่วนของวงกลม BA ดังนั้น $x = r\theta$ และ $t = r\sin\theta$

จาก $x = r\theta$ จะได้ $\theta = \dfrac{x}{r}$ ดังนั้น $t = r\sin\dfrac{x}{r}$ เพราะฉะนั้นเมื่อส่วนโค้ง C ถูกคลายไปยังระนาบ XZ จะได้สมการที่แทนเส้นโค้งบนระนาบ XZ คือ $u(x) = p(r\sin\dfrac{x}{r})$

2.2 สมการรอยตัดกรวย

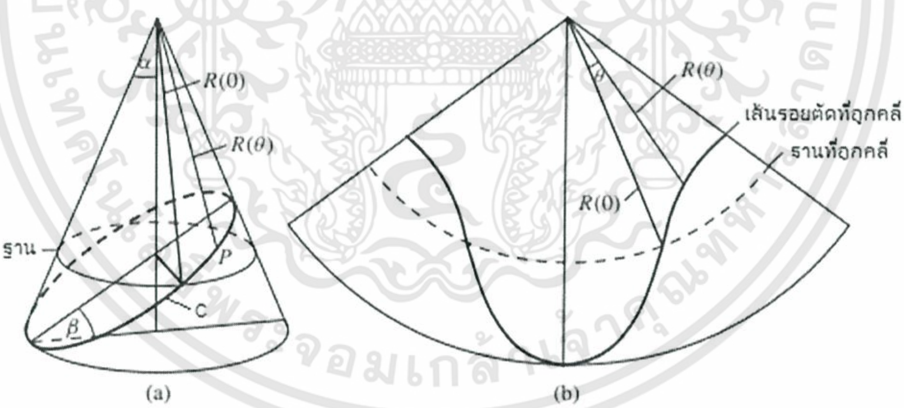
จากหัวข้อข้างต้น เราได้ทราบเกี่ยวกับส่วนโค้งที่คลายออกมาจากทรงกระบอกกลม ต่อจากนี้เราจะพิจารณาส่วนโค้งที่คลายออกจากทรงกรวย

2.2.1 ส่วนโค้งที่คลายออกจากกรวยกลม

เริ่มต้นจากพิจารณาเส้นโค้ง C ที่อยู่บนผิวของกรวยและพิจารณาคำถามที่ตามมาว่า "รูปร่างของภาพ C จะเป็นอย่างไรเมื่อกรวยถูกคลายออก"

ในรูปที่ 2.14 แสดงให้เห็นเส้นโค้ง 2 เส้นบนกรวย เส้นหนึ่งเป็นส่วนตัดในแนวราบเป็นรูปวงกลม เราจะเรียกว่า "ฐาน" เมื่อคลายออกภาพจะเป็นส่วนของวงกลมตามเส้นประในรูป 2.14(b) อีกเส้นหนึ่งเป็นวงรีที่เกิดจากการตัดกรวยด้วยระนาบที่ทำมุม β กับฐานกรวยเมื่อคลายออกจะเกิดเป็นเส้นโค้ง เราจะเรียกว่า "เส้นรอยตัดที่ถูกคลาย" แสดงไว้ในรูป 2.14(b)

ต่อไปเราจะแทนวงรีในรูป 2.14(a) ด้วยส่วนโค้ง C ซึ่งอยู่บนกรวย



รูปที่ 2.14 (a) เส้นรอยตัดที่อยู่บนกรวย (b) กรวยที่ถูกคลายออกเป็นแนวระนาบ

จุด P ที่อยู่บน C จะทาบพอดีกับจุดบนระนาบด้วยพิกัดเชิงขั้ว (*Polar Coordinates*) $\left(R(\theta),\theta\right)$ โดยจุดกำเนิด คือจุดยอดของกรวย เมื่อ $R(\theta)$ เป็นระยะห่างจากจุดยอดของกรวยมายังจุด P และ θ เป็นมุมขั้วในแนวรัศมี ซึ่งวัดจากเส้นรัศมีคงที่อันหนึ่งไปยังเส้นที่ลากผ่านจุด P

2.2.2 ความยาวของฐานที่คลายออก

สำหรับส่วนของกรวยที่ฐานเป็นวงกลมแสดงในรูปที่ 2.15(a) ภาพที่คลายออกของฐานจะเป็นส่วนของวงกลมที่มีศูนย์กลางอยู่ที่จุดยอดของกรวย และ รัศมีเท่ากับความสูงเอียง s รูปที่ 2.15 ให้ ρ คือรัศมีของฐาน ตามรูป 2.15 a เมื่อหมุนฐานแล้วคลายออกไปเป็นมุม φ ในส่วนที่เป็นฐานกลมจะมีความยาว $\rho\varphi$ คลายออกเป็นส่วนโค้งวงกลมรัศมี s ที่มุมศูนย์กลางแสดงด้วย θ (ตามรูป 2.15(b)) จะได้

$$s\theta = \rho\varphi \qquad \text{------------------------------------(1)}$$

โดยที่ α เป็นครึ่งหนึ่งของมุมยอดกรวยซึ่งมีค่าระหว่าง $0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$ และ ρ จะสัมพันธ์กับ s ด้วยสมการ

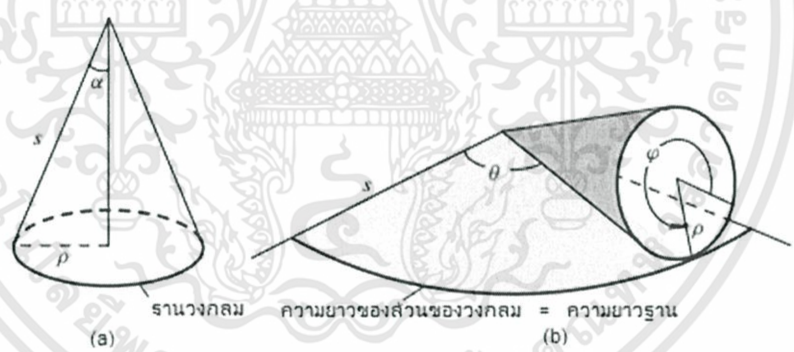
$$\rho = s\sin\alpha \qquad \text{------------------------------------(2)}$$

จากสมการ (1) และ (2) จะได้

$$\theta = \varphi\sin\alpha \qquad \text{------------------------------------(3)}$$

เมื่อแทน $k = \dfrac{1}{\sin\alpha}$ ในสมการที่ (3) จะได้

$$\varphi = \kappa\theta \qquad \text{------------------------------------(4)}$$



รูปที่ 2.15 รูป (a) ส่วนของกรวยที่มีความสูงเอียง s รูป (b) ผิวที่คลายออกของกรวยในรูปที่ 2.15(a)

2.2.3 ภาพฉายของเส้นโค้งบนกรวยที่อยู่บนระนาบเพดาน

เพื่อวิเคราะห์เส้นโค้ง C ที่อยู่บนกรวยในรูป 2.14(a) จะฉายภาพขึ้นไปยังแนวราบระนาบเพดาน ระนาบนี้จะตั้งฉากกับแกนของกรวยและผ่านจุดยอด V ตามที่แสดงไว้ในรูป 2.16

ส่วนโค้ง C ฉายภาพไปยังส่วนโค้ง C_0 บนระนาบเพดาน โดย C_0 แทนด้วยสมการเชิงขั้ว $r=r(\varphi)$ เมื่อ $r(\varphi)$ เป็นระยะรัศมีที่วัดจากจุดยอด V เป็นจุดกำเนิด ภาพฉายบนเพดาน C_0 เป็นภาพรูปโครงร่างของทรงกระบอกแนวตั้งที่ตัดกับกรวยตามแนว C รูปที่ 2.16แสดงให้เห็นระยะห่างระหว่าง $R(\theta)$ และ $r(\varphi)$ โดยจะได้ $r(\varphi)=R(\theta)\sin\alpha$ เมื่อ α เป็นครึ่งหนึ่งของมุมยอดกรวย

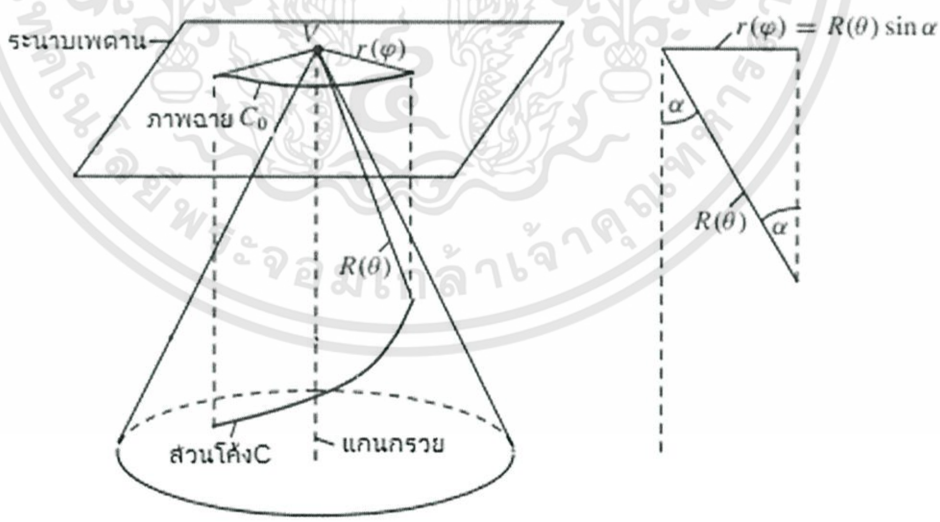
ทฤษฎีที่ 1 ให้ C เป็นส่วนโค้งบนผิวของกรวยที่มีมุมยอด 2α ถ้าภาพฉายเพดาน C_0 เป็นสมการเชิงขั้ว $r=r(\varphi)$ ภาพที่คลายออกของ C จะเป็นไปตามสมการเชิงขั้ว

$$R(\theta)=kr(k\theta) \qquad \text{------------------------------------(5)}$$

เมื่อ $k=\dfrac{1}{\sin\alpha}$ สิ่งที่ตามมา ถ้า $R(\theta)$ รู้ค่า จาก สมการ (4) และ (5) จะได้ว่า

$$r(\varphi)=\frac{R(\frac{\varphi}{k})}{k} \qquad \text{------------------------------------(6)}$$

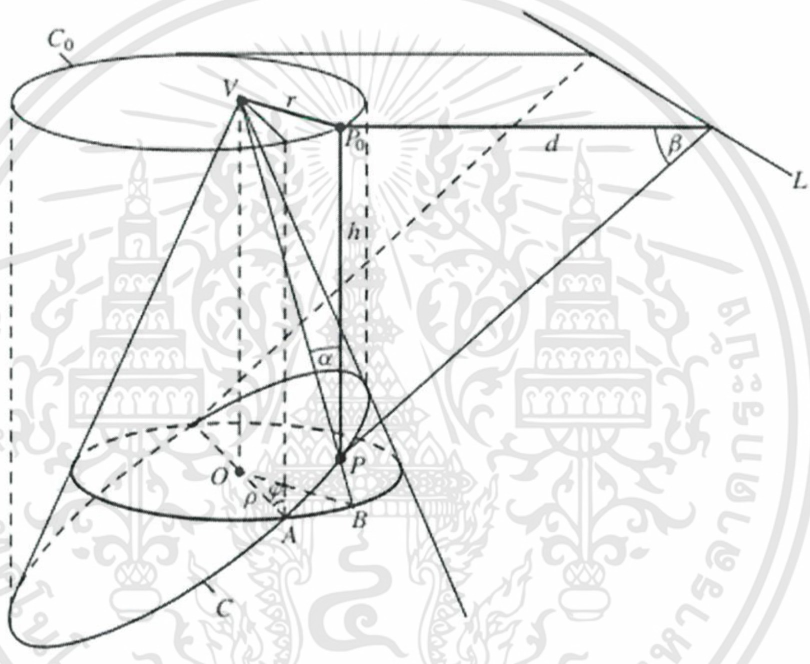
พิสูจน์ : ความสัมพันธ์ $r(\varphi)=R(\theta)\sin\alpha$ กลายเป็น $r(\varphi)=\dfrac{R(\theta)}{k}$ โดยนำสมการ (4) มาแทน เราจะได้เป็นสมการ (5) และ (6)



รูปที่ 2.16 ส่วนโค้ง C บนกรวยฉายภาพไปยังระนาบเพดานเกิดเป็น C_0 บนระนาบเพดานด้วยสมการเชิงขั้ว $r=r(\varphi)$

2.2.4 ภาคตัดกรวยที่คลายออกจากกรวยไปยังระนาบ

ให้ C เป็นภาพตัดกรวย ที่ตัดจากกรวย ด้วยระนาบเอียงทำมุม β กับระนาบเพดาน เมื่อ $0<\beta<\dfrac{\pi}{2}$ ตัดกันกับแกนของกรวยที่จุด 0 ซึ่งเราใช้เป็นศูนย์กลางของฐานกลมที่มีรัศมี ρ (ตามรูปที่ 2.17) α เป็นครึ่งหนึ่งของมุมยอดของกรวย เมื่อ $0<\alpha<\dfrac{\pi}{2}$ ลากเส้นผ่านจุด P ที่อยู่บนวงรี C ตัดกับฐานที่จุด B และ L เป็นเส้นรอยตัดของระนาบตัดที่ไปตัดกับระนาบเพดานจุด P_0 ที่อยู่บน C_0 แสดงภาพฉายของจุด P และ d เป็นระยะห่างจาก P_0 ไปยัง L และ r เป็นระยะจาก P_0 ถึง V ดังแสดงในรูปที่ 2.17



รูปที่ 2.17 แผนภาพสำหรับการพิจารณาเพื่อหาสมการเส้นรอยตัด

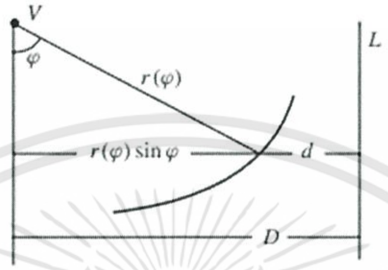
ต่อไปจะแสดงให้เห็นว่า อัตราส่วน $\dfrac{r}{d}$ คือ $\tan\alpha\tan\beta$

$$\frac{r}{d}=\frac{r}{h}\frac{h}{d}$$

เมื่อ h เป็นระยะห่างจาก P ถึง P_0 จากรูปที่ 2.17 เราจะเห็น $\dfrac{r}{h}=\tan\alpha$ และ $\dfrac{h}{d}=\tan\beta$ ดังนั้นตัวสมการจะกลายเป็น $\dfrac{r}{d}=\tan\alpha\tan\beta$ โดยจะกำหนดให้ $\tan\alpha\tan\beta=\lambda$

V เป็นจุดกำเนิดบนระนาบเพดาน และ ให้ $r(\varphi)$ แสดงถึงระยะห่างจาก V ถึงจุดบน C_0 ด้วยพิกัดเชิงขั้ว $\left(r(\varphi),\varphi\right)$ เมื่อ φ เป็นการวัดจากเส้นที่ผ่าน V ขนานกับ L ดังแสดงในรูปที่ 2.18

เนื่องจาก $r(\varphi)=\lambda d$ แต่ $d=D-r(\varphi)\sin\varphi$ เมื่อ D คือระยะจากจุด V ถึงเส้น L ดังนั้นจะได้ว่า $r=(D-r\sin\varphi)\lambda$ นั่นคือ $r(\varphi)=\dfrac{\lambda D}{1+\lambda\sin\varphi}$ เมื่อ $\varphi=0$ จะได้ $\lambda D=r(0)$ ดังนั้น $r(\phi)=\dfrac{r(0)}{1+\lambda\sin\phi}$



รูปที่ 2.18 ภาพแสดงการได้มาของ สมการเชิงขั้ว ของ ภาพฉายรูปกรวย C_0

นอกจากนี้ ถ้า $k=\dfrac{1}{\sin\alpha}$ ภาพการคลายออกของ C บนระนาบจะเป็นไปตามสมการเชิงขั้ว

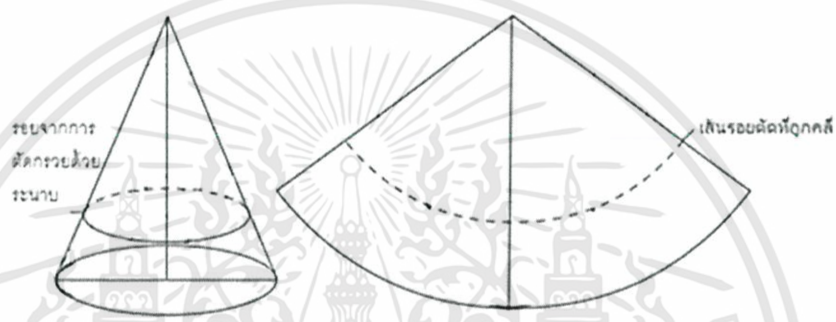
$$R(\theta)=\frac{R(0)}{1+\lambda\sin(\kappa\theta)}$$

บทที่ 3
พื้นผิวโค้งที่ตัดผ่านกรวย

จากบทที่ 2 ได้วิเคราะห์ความสัมพันธ์ของกรวยและระนาบที่ตัดผ่านกรวยโดยระนาบที่จะศึกษาในที่นี้จะพิจารณากับระนาบที่ทำมุมกับระนาบในแนวราบซึ่งเป็นระนาบเพดาน ในบทนี้จะวิเคราะห์พื้นผิวโค้งที่ตัดผ่าน โดยพื้นผิวขนานกับระนาบเพดานหรือพื้นด้านล่าง

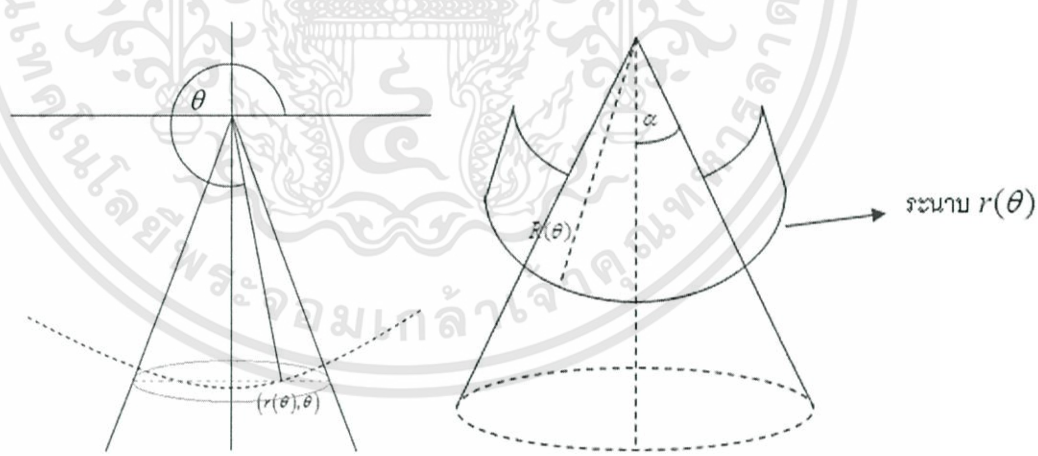
3.1 เส้นโค้งบนพื้นผิวกรวย

พิจารณารอยตัดของของระนาบที่ขนานกับพื้นด้านล่างดังรูป



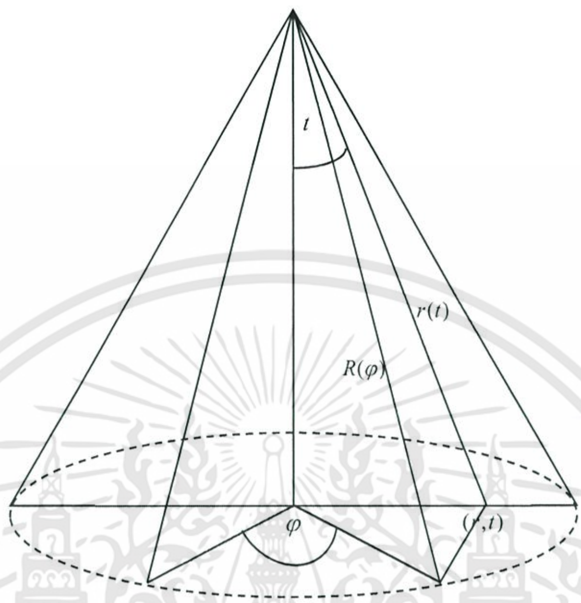
รูปที่ 3.1 รอยที่เกิดจากระนาบที่ขนานกับพื้นด้านล่างตัดผ่านกรวย

เปลี่ยนจากระนาบเป็นพื้นผิวโค้งแทนด้วยเชิงขั้น $r(\theta)$ ตัดผ่านกรวยดังภาพดังรูป



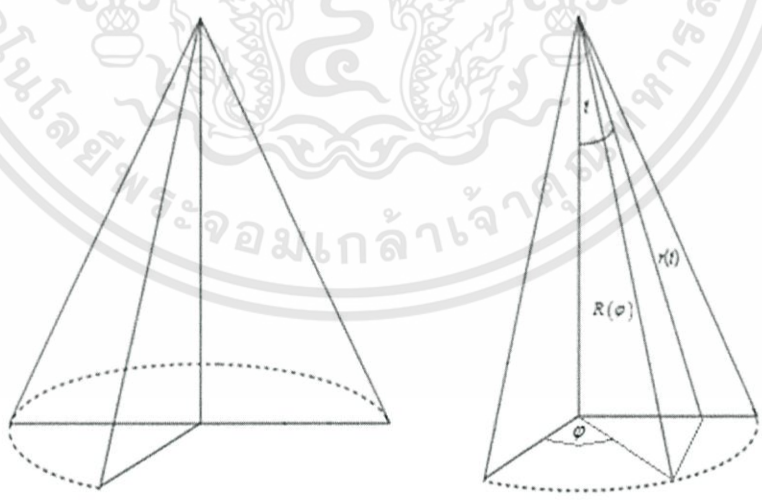
รูปที่ 3.2 กรวยถูกตัดด้วยระนาบ $r(\theta)$

พิจารณาภายในกรวย จะเกิดสมการเชิงขั้วสองสมการ ถ้า $r(t)$ แทนระนาบที่ตัดกรวยโดย t คือมุมของแกนกรวยกับ r แล้ว $R(\varphi)$ จะแทนเส้นรอยตัดบนพื้นผิวกรวย



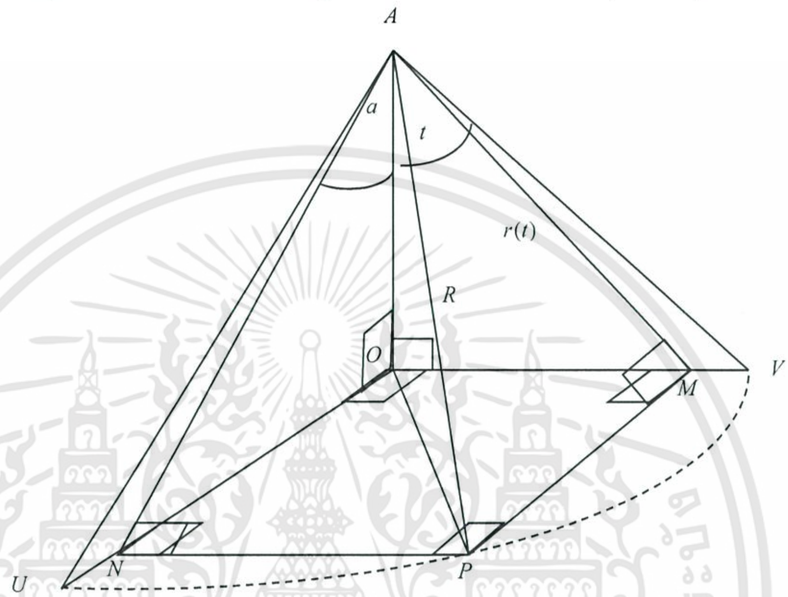
รูปที่ 3.3 สมการรอยตัด $R(\varphi)$ เมื่อถูกตัดด้วย $r(t)$

การพิจารณาหา $R(\varphi)$ นั้น จะแบ่งกรวยออกมาพิจารณาเพียงส่วนเดียวดังรูป



รูปที่ 3.4 แบ่งกรวยออก 1 ใน 4

จากรูป เมื่อพิจารณาเพียง 1 ใน 4 แล้วทำการลากเส้นจากจุดปลายของเส้น $R(t)$ ที่ส่วนโค้งไปตั้งฉากกับด้านประกอบทั้งสองข้างของเส้นโค้งให้ชื่อว่าจุด M และ N นอกจากนี้เมื่อลากเส้นจากจุดปลายของเส้น $R(\varphi)$ จะเกิดโปรเจคชันจากจุด M ไปยัง N จะให้ชื่อว่าจุด P ดังรูป

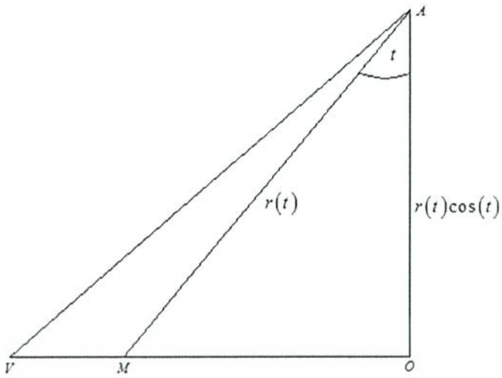


รูปที่ 3.5 แสดง 1 ใน 4 ของกรวย

จากรูป มีจุด A เป็นจุดยอดร่วมของสามเหลี่ยมมุมฉาก NAO และสามเหลี่ยม PAM โดยที่เส้น $\overline{NA}$ และ $\overline{PA}$ เป็นด้านตรงข้ามมุมฉาก นอกจากนี้ความยาวของเส้น $\overline{MP}$ เท่ากับความยาวของเส้น $\overline{ON}$ และ $\overline{MP}//\overline{ON}$ จะได้ว่า PAM คือสามเหลี่ยมมุมฉาก ดังนั้น

$$r^2(t) + MP^2 = R^2(\varphi) \qquad \text{..................................} (A)$$

สามเหลี่ยม AOV ในรูปที่ 3.5 จะพบว่าด้าน AO คือด้านโปรเจคชันของด้าน AM ตามมุม t จะได้ ความยาวของด้าน AO เท่ากับ $r(t)\cos t$ ดังรูป



รูปที่ 3.6 รูปสามเหลี่ยม AOV

พิจารณาสามเหลี่ยม AOV จะพบว่า

$$\overline{OV} = \overline{OV}$$

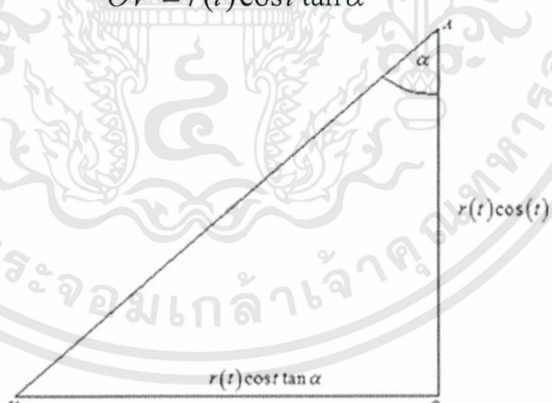
$$\overline{OV} = \overline{OV} \times 1$$

$$\overline{OV} = \overline{OV} \times \frac{\overline{OA}}{\overline{OA}}$$

$$\overline{OV} = \frac{\overline{OV}}{\overline{OA}} \times \overline{OA}$$

$$\overline{OV} = \overline{OA} \tan\alpha$$

$$\overline{OV} = r(t)\cos t \tan\alpha$$



รูปที่ 3.7 รูปสามเหลี่ยม AOU

พิจารณาที่ฐานของกรวยในรูปที่ 3.7 ซึ่งมีลักษณะเป็นเซกเตอร์พบว่า $\sin\varphi = \dfrac{\overline{OM}}{r(t)\cos t \tan\alpha}$

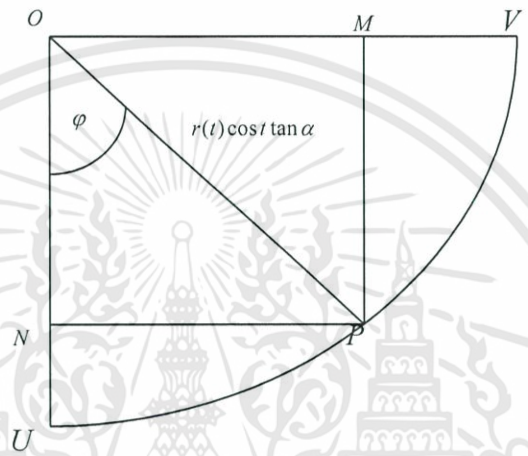
พิจารณาที่รูป 3.5 จะพบว่า $\overline{OM} = r(t)\sin t$

ดังนั้น $$\sin\varphi = \frac{r(t)\sin t}{r(t)\cos t\tan\alpha}$$

$$\sin\varphi = \frac{\tan t}{\tan\alpha}$$

จะได้ $$\tan t = \sin\varphi\tan\alpha$$

เพราะฉะนั้น $t = \arctan(\sin\varphi\tan\alpha)$



รูปที่ 3.8 รูปฐานของกรวยที่นำมาพิจารณาเพียง 1 ใน 4 ส่วน

พิจารณาที่ฐานของกรวยในรูปที่ 3.7 สังเกตที่เส้น $\overline{ON}$ จะพบว่า

$$\overline{ON} = \overline{ON}$$

$$\overline{ON} = \overline{ON}\times 1$$

$$\overline{ON} = \overline{ON}\times\frac{r(t)\cos t\tan\alpha}{r(t)\cos t\tan\alpha}$$

$$\overline{ON} = \frac{\overline{ON}}{r(t)\cos t\tan\alpha}\times r(t)\cos t\tan\alpha$$

จาก $$\cos\varphi = \frac{\overline{ON}}{r(t)\cos t\tan\alpha}$$

โดยที่ φ คือมุมที่พิจารณาในสามเหลี่ยม ONP

จะได้ $$\overline{ON} = r(t)\cos\varphi\cos t\tan\alpha$$

จาก (A) ซึ่งเป็นสมการรอยตัด $r^2(t)+\overline{MP}^2 = R^2(\varphi)$

จาก รูปที่ 3.7 จะได้ว่า $\overline{ON} = \overline{MP}$

ดังนั้น

$$r^2(t)+\left(r(t)\cos\varphi\cos t\tan\alpha\right)^2=R^2(\varphi)$$

หรือ

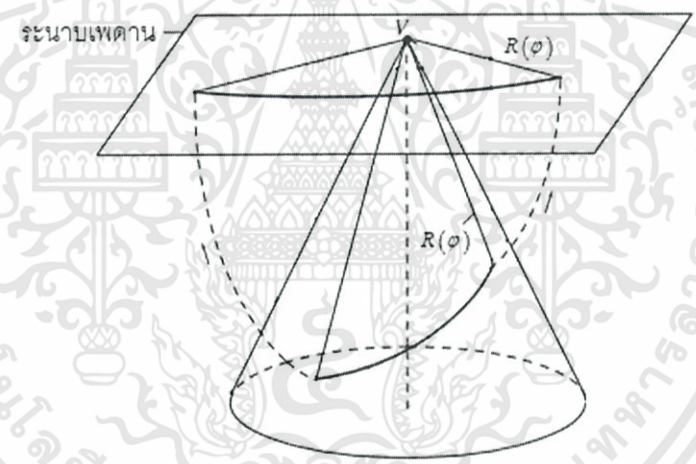
$$R(\varphi)=\sqrt{r^2(t)+\left(\cos\varphi r(t)\cos t\tan\alpha\right)^2}$$

และจาก $t=\arctan\left(\sin\varphi\tan\alpha\right)$

ดังนั้น

$$R(\varphi)=\sqrt{r^2\left(\arctan\left(\sin\varphi\tan\alpha\right)\right)+\left(\cos\varphi r\left(\arctan\left(\sin\varphi\tan\alpha\right)\right)\cos\left(\arctan\left(\sin\varphi\tan\alpha\right)\right)\tan\alpha\right)^2}$$

$R(\varphi)$ ที่ได้คือเส้นโค้งบนผิวกรวยที่ถูกยืดขึ้นไปบนระนาบเพดานดังรูปที่ 3.9



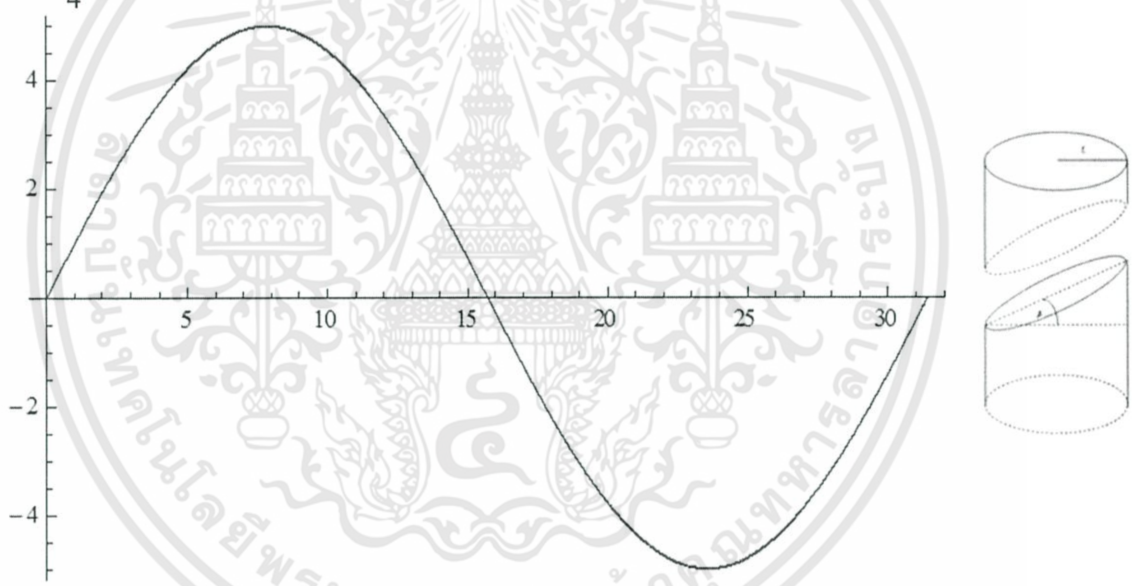
รูปที่ 3.9 ลักษณะเส้นโค้งบนระนาบเพดาน

บทที่ 4
ผลการวิจัยและอภิปรายผล

ต่อไปนี้จะทำการนำสมการที่ได้ในบทที่ 2 และบทที่ 3 มาแสดงผลด้วยโปรแกรม *Mathematica*

4.1 การคลายของเส้นรอยตัดของระนาบที่ตัดผ่านทรงกระบอกรัศมี 5 หน่วยโดยระนาบทำมุม 45° กับฐานอ้างอิง

ลักษณะของกราฟอธิบายด้วยสมการ (จากบทที่2.2.1) $u(x) = r\tan\beta\sin\frac{x}{r}$ โดยกำหนด $r = 5$ $\beta = \frac{\pi}{4}$



รูปที่ 4.1 การคลายออกของรอยตัดในทรงกระบอกที่ตัดด้วยระนาบเฉียง

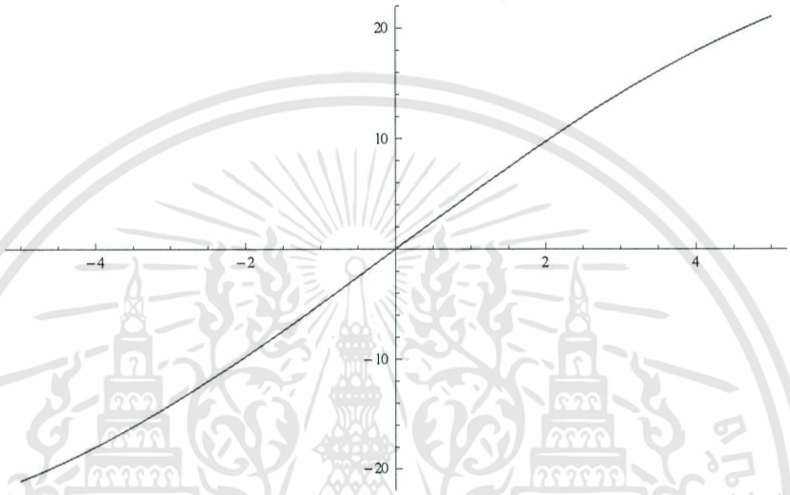
กราฟที่ได้กำหนด r อยู่ในช่วง $[0,10\pi]$

4.2 การคลายเส้นของรอยตัดของพื้นผิวโค้งที่ตัดผ่านทรงกระบอกรัศมี 5 หน่วย

ลักษณะของกราฟอธิบายด้วยสมการ (จากหัวข้อ 2.1.2) $u(x) = p(r\sin\frac{x}{r})$ โดย $P(t)$ คือสมการรอยตัด และ x อยู่ในช่วง $[-10\pi, 10\pi]$

4.2.1 การคลายสมการเชิงเส้น $P(t) = ct$

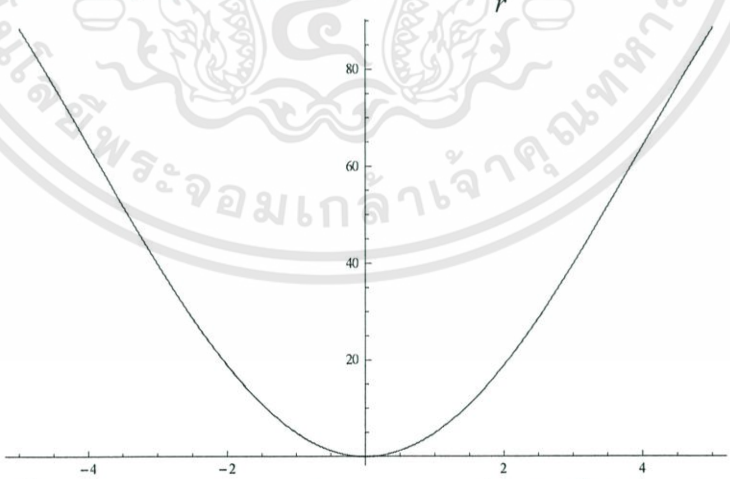
จะได้ว่า ลักษณะของเส้นที่ถูกคลายออกคือ $U(x) = cr\sin\frac{x}{r}$



รูปที่ 4.2 การคลายออกของรอยตัดในทรงกระบอกที่ตัดด้วยระนาบเฉียงแบบที่สอง

4.2.2 การคลายพาราโบลา $P(t) = ct^2$

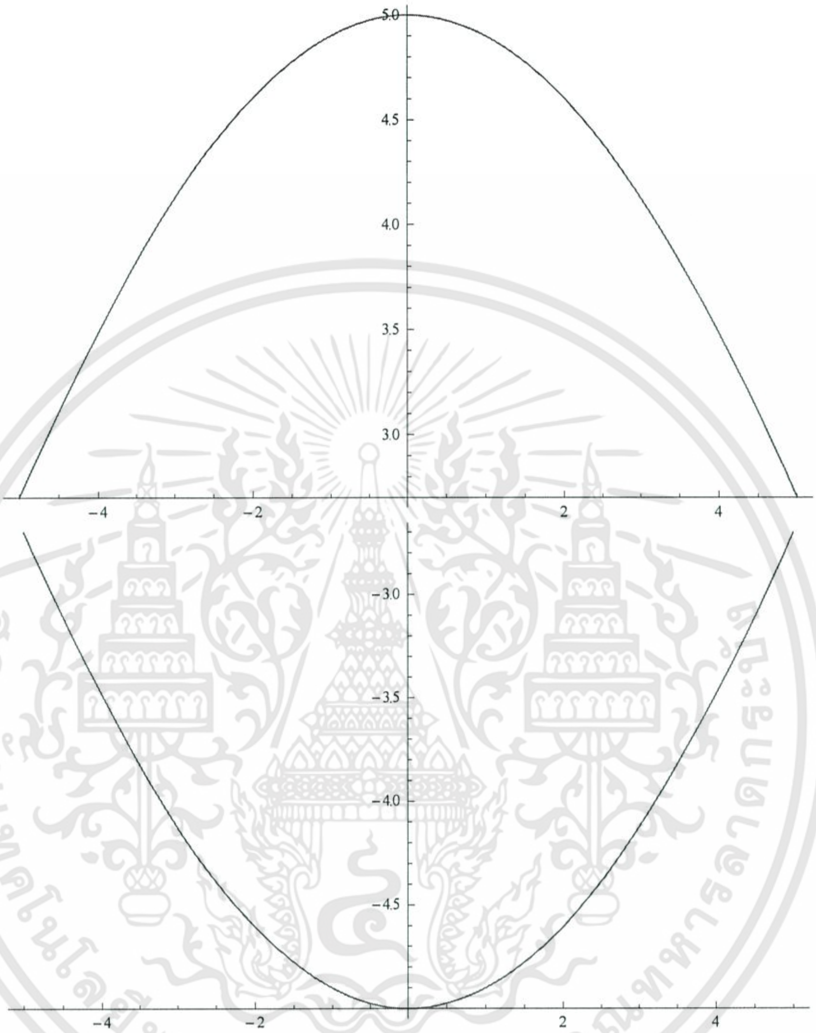
จะได้ว่า ลักษณะของเส้นที่ถูกคลายออกคือ $U(x) = cr^2\sin^2\frac{x}{r}$



รูปที่ 4.3 คลายออกของรอยตัดในทรงกระบอกที่ตัดด้วยพื้นผิวพาราโบลา

4.2.3 การคลายวงกลม $P^2(t)+t^2=c^2$

จะได้ว่า ลักษณะของเส้นที่ถูกคลายออกคือ $U(x)=+\sqrt{c^2-r^2\sin^2\frac{x}{r}},-\sqrt{c^2-r^2\sin^2\frac{x}{r}}$



รูปที่ 4.4 การคลายออกของรอยตัดในทรงกระบอกที่ตัดผ่านด้วยทรงกระบอก

4.3 ลักษณะของเส้นที่เกิดจากคลายทรงกรวยที่มีมุมยอดเป็น 2α

สมการของกราฟกำหนดด้วยสมการเชิงขั้ว $R = R(\theta)$

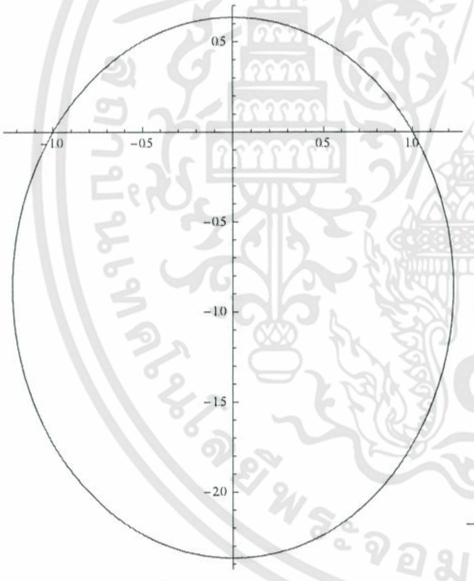
4.3.1 กรวยที่มีมุมยอดเป็น $60°$ (2α) ถูกตัดด้วยระนาบทำมุม $45°$ (β) กับระนาบเพดาน

จากบทที่ 3 สมการรอยตัดที่เกิดจากการตัดกรวยด้วยระนาบเอียงทำมุม α อธิบายด้วยสมการ

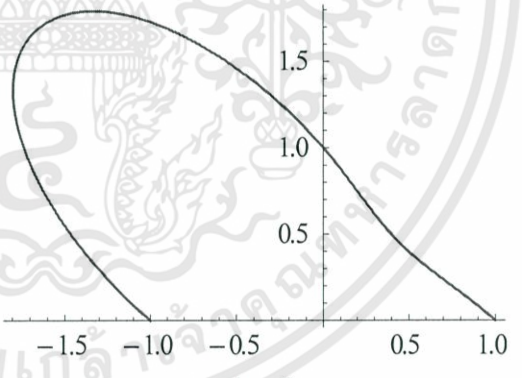
$R(\theta) = \dfrac{R(0)}{1 + \tan\alpha \tan\beta \sin(\dfrac{\theta}{\sin\alpha})}$ โดยกำหนดให้ $\alpha = 30°, \beta = 45°$ และ $R(0) = 1$

ดังนั้น จะได้สมการของรอยตัดที่เกิดจากการตัดกรวยด้วยระนาบทำมุม $45°$ กับระนาบเพดาน คือ

$$r(\theta) = \frac{1}{1 + \dfrac{\sin 0.5\theta}{\sqrt{3}}}$$



ภาพแสดงกราฟบนระนาบเพดาน



ภาพแสดงกราฟบนผิวกรวย

รูปที่ 4.5การคลายออกของรอยตัดในกรวยที่ตัดด้วยระนาบเฉียง

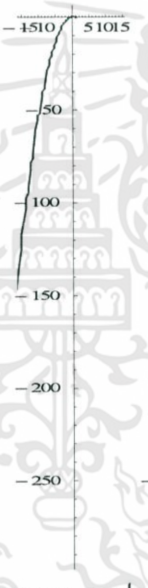
4.3.2 การคลายออกของรอยตัดในกรวยที่มีมุมยอด 2α ตัดด้วยระนาบเฉียงขนานกับผิวกรวย

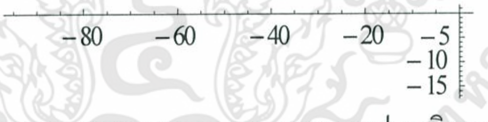
กำหนดให้ทรงกรวยที่มีมุมยอดเป็น 90° (2α) กรวยถูกตัดด้วยระนาบทำมุม 45° (β) กับระนาบเพดาน ดังนั้นจากสมการรอยตัดกรวยด้วยระนาบ

$$r(\theta)=\frac{R(0)}{1+\tan\alpha\tan\beta\sin(\frac{\theta}{\sin\alpha})}$$

โดยการแทน $\alpha=\beta=45°$ และกำหนด $R(\theta)=1$ จะได้สมการรอยตัดกรวยที่มีมุมยอด $90°$ ด้วยระนาบทำมุม $45°$ กับระนาบเพดาน คือ

$$r(\theta)=\frac{1}{1+\sin\sqrt{2}\theta}$$





ภาพแสดงกราฟบนระนาบเพดานและภาพแสดงกราฟบนผิวกรวย

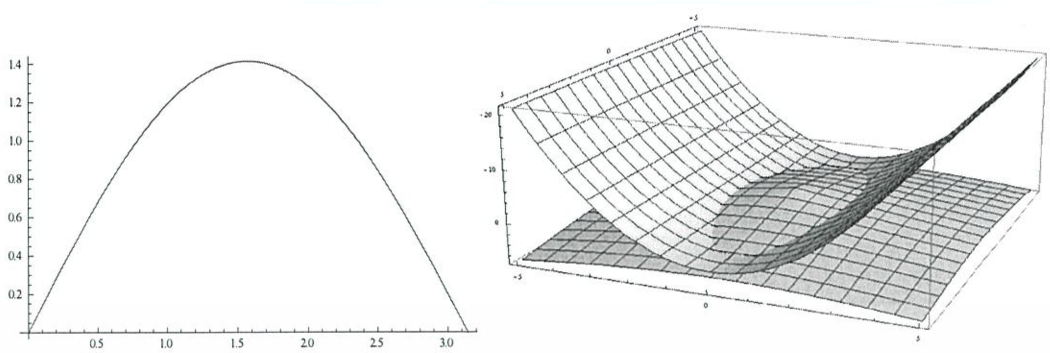
รูปที่ 4.6การคลายออกของรอยตัดในกรวยที่ตัดด้วยระนาบเฉียงทำมุมขนานกับผิวกรวย

4.4 กรวยที่ถูกตัดด้วยระนาบโค้งพาราโบลา

ทดสอบการแสดงผลด้วยสมการ

$$R(\varphi)=\sqrt{r^2\left(\arctan\left(\sin\varphi\tan\alpha\right)\right)+\left(\cos\varphi r\left(\arctan\left(\sin\varphi\tan\alpha\right)\right)\cos\left(\arctan\left(\sin\varphi\tan\alpha\right)\right)\tan\alpha\right)^2}$$

เมื่อกำหนด $r(t)=\dfrac{\sin t}{\cos^2 t}$, $2\alpha=$ มุมยอดของกรวย $,r=$ รัศมีของกรวย



รูปที่ 4.7 ภาพที่ปรากฏบนระนาบเพดานที่เกิดจากการคลายออกของรอยตัดบนกรวยที่ตัดด้วยพื้นผิวพาราโบลา

บทที่ 5
สรุป

จากการศึกษาสมการรอยตัดของรูปทรงต่างๆ ที่ผ่านมาผู้จัดทำปัญหาพิเศษพบว่า

1.สมการรอยตัดของทรงกระบอกที่ถูกตัดด้วยระนาบ

เมื่อตัดทรงกระบอกรัศมี r ด้วยระนาบที่เอียงทำมุม β กับฐานของทรงกระบอกจะได้สมการรอยตัด $u(x) = r\tan\beta\sin\frac{x}{r}$

2.สมการรอยตัดของทรงกระบอกที่ถูกตัดด้วยระนาบโค้ง

เมื่อตัดทรงกระบอกรัศมี r ด้วยระนาบโค้ง เมื่อสมการระนาบโค้งคือ $p(x,z)=0$ จะได้สมการรอยตัด $u(x) = p(r\sin\frac{x}{r})$

3.สมการรอยตัดของทรงกรวยที่ถูกตัดด้วยระนาบ

เมื่อทำการตัดกรวยที่มีมุมยอดเป็น 2α ด้วยระนาบที่ทำมุม β กับระนาบเพดาน สมการที่เกิดจากการคลายเส้นรอยตัดสามารถอธิบายด้วยสมการเชิงขั้ว $R(\theta) = \frac{R(0)}{1+\lambda\sin(\kappa\theta)}$ เมื่อแทน $\lambda = \tan\alpha\tan\beta$ และแทน $k = \frac{1}{\sin\alpha}$

4.สมการรอยตัดของทรงกรวยที่ถูกตัดด้วยระนาบโค้ง

เมื่อตัดกรวยที่มีมุมจากแกนกลางไปยังพื้นผิวคือ α ด้วยระนาบโค้งที่มีสมการคือ $r(\theta)$ เส้นโค้งบนผิวกรวยที่ถูกยืดขึ้นไปบนระนาบเพดานอธิบายด้วยสมการ

$$R(\varphi) = \sqrt{r^2\left(\arctan\left(\sin\varphi\tan\alpha\right)\right) + \left(\cos\varphi r\left(\arctan\left(\sin\varphi\tan\alpha\right)\right)\cos\left(\arctan\left(\sin\varphi\tan\alpha\right)\right)\tan\alpha\right)^2}$$

ข้อเสนอแนะ

จากการใช้โปรแกรม MATHLAB เพื่อเขียนกราฟแสดงรอยตัดพบว่ากราฟที่ได้จากการคลายเส้นโค้งบนกรวยยังได้ผลออกมาไม่ดีเท่าที่ควรทั้งนี้อาจเกิดจากข้อผิดพลาดในการเปลี่ยนค่าพารามิเตอร์ซึ่งจะต้องนำไปเป็นแนวทางศึกษาหาวิธีแก้ไขต่อไป

ผู้ที่สนใจในเรื่องนี้สามารถนำแนวคิดไปวิเคราะห์เพื่อศึกษารอยตัดในรูปทรงต่างๆ เช่น พื้นผิวที่เกิดจากการหมุนกราฟในระนาบรอบแกนต่างๆ พื้นผิวที่มีเส้นตรงและวงกลมเป็นส่วนประกอบของพื้นผิว เป็นต้น นอกจากนี้ยังสามารถศึกษากรณีเส้นในรูปทรงนั้นจะมีลักษณะและสมการอย่างไรเพื่อที่เมื่อคลายพื้นผิวให้เป็นระนาบแล้วเส้นที่ได้เส้นจะแสดงระยะทางที่สั้นที่สุด

เอกสารอ้างอิง

Tom M. Apostol and Mamikon A. Mnatsakanian Unwrapping Curves from Cylinders and Cones (25 ตุลาคม 2555). Available URL :https://docs.google.com/viewer?a=v&q=cache:5m46s4Lk0xgJ:mamikon.com/USArticles/RollingConesCylinders.pdf+unwarping+cone&hl=th&gl=th&pid=bl&srcid=ADGEESjcx-YzSw8goui9Bdw6ECapgZpYTXJpO_g5Ao2gNOhDiad-bCEOlwMIziedEdK3J-3nDEUEs7ggEgjDMDZI9Pc7gqISJDWF505KGVrXcr_-HrbLF3Ngvh5LcBkEeVu8FU0sa6qa&sig=AHIEtbRvxXhSnN6jE0i3tiUkH6mN7H4y2Q