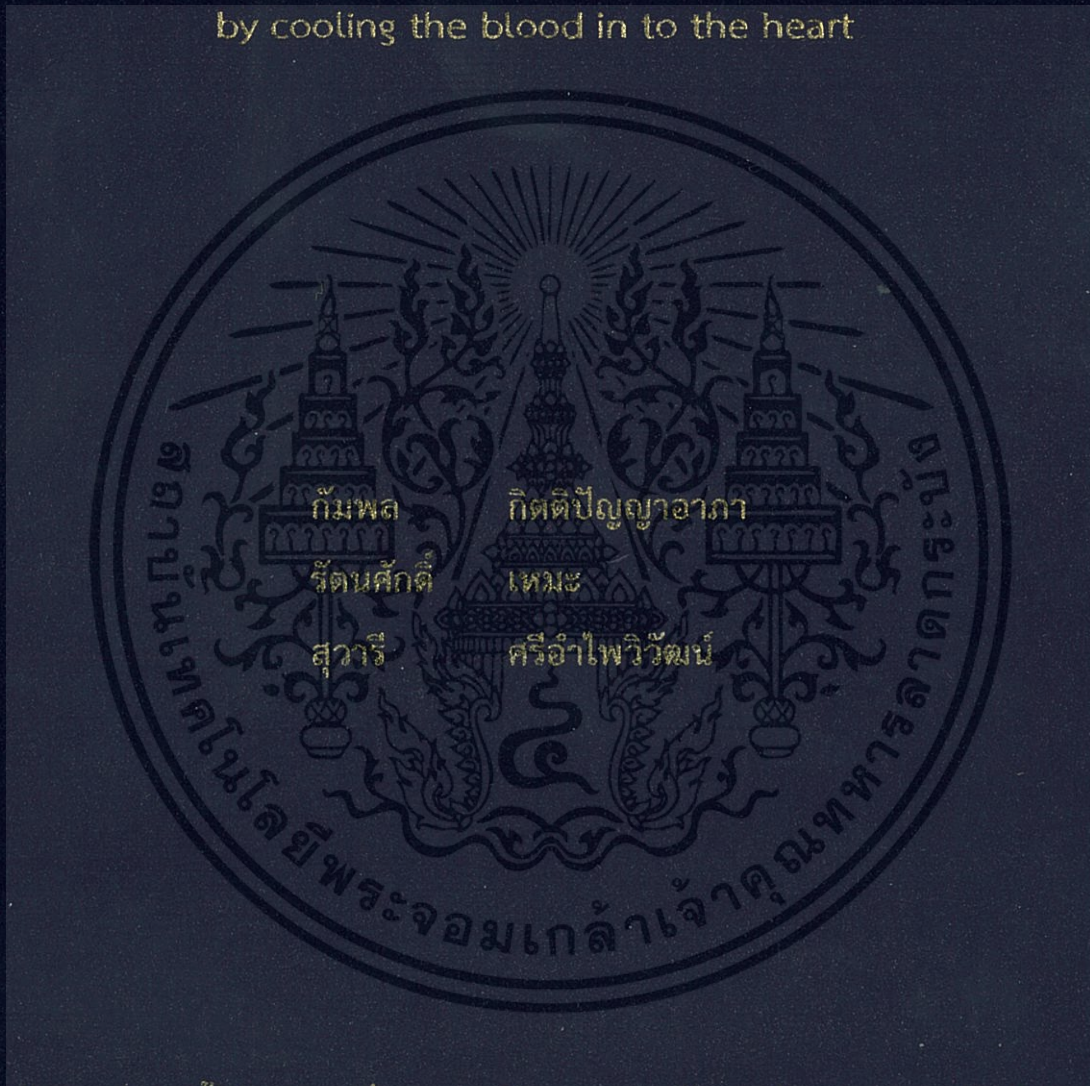


แบบจำลองสมการระบายความร้อนของร่างกายโดยการให้ความเย็นไปที่

เส้นเลือดที่ไหลเข้าสู่หัวใจ

The simulation equation for body cooling system

by cooling the blood in to the heart



ปัญหาพิเศษนี้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตรวิทยาศาสตรบัณฑิต

สาขาวิชาคณิตศาสตร์ประยุกต์

คณะวิทยาศาสตร์

สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง

ปีการศึกษา 2555

แบบจำลองสมการระบายความร้อนของร่างกายโดยการให้ความเย็นไปที่
เส้นเลือดที่ไหลเข้าสู่หัวใจ

The simulation equation for body cooling system
by cooling the blood in to the heart



ปัญหาพิเศษนี้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตรวิทยาศาสตรบัณฑิต
สาขาวิชาคณิตศาสตร์ประยุกต์
คณะวิทยาศาสตร์
สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง
ปีการศึกษา 2555

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

**The simulation equation for body cooling system
bycooling the blood in to the heart**



**A SPECIAL PROBLEM SUBMITTED IN PARTIAL FULFILLMENT
OF THE REQUIREMENT FOR THE DEGREE OF BACHELOR OF SCIENCE
IN APPLIED MATHEMATICS
FACULTY OF SCIENCE
KING MONGKUT'S INSTITUTE OF TECHNOLOGY LADKRABANG
ACADEMIC YEAR 2012**

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

หัวข้อปัญหาพิเศษ แบบจำลองสมการระบายความร้อนของร่างกายโดยการให้ความเย็นไปที่
เส้นเลือดที่ไหลเข้าสู่หัวใจ

The simulation equation for body cooling system by cooling the blood
in to the heart

ชื่อนักศึกษา นายกัมพล กิตติปัญญาอาภา 52050005
นายรัตนศักดิ์ เหมะ 52050075
นางสาวสุวาริ ศรีอำไพวิวัฒน์ 52050103

ปริญญา วิทยาศาสตร์บัณฑิต

สาขาวิชา คณิตศาสตร์ประยุกต์

อาจารย์ที่ปรึกษา รศ.ภคินี ชิตสกุล
อ.เทิดขวัญ ช้างเผือก

คณะวิทยาศาสตร์ สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง อนุมัติให้
ปัญหาพิเศษนี้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตร วิทยาศาสตร์บัณฑิต สาขาวิชาคณิตศาสตร์
ประยุกต์ ประจำปีการศึกษา 2555

คณะกรรมการสอบ	ลายมือชื่อ
อ.จินดา ไชยช่วย ประธานกรรมการ	
อ.พุทธพร วานิชกร กรรมการ	
รศ.ภคินี ชิตสกุล กรรมการและอาจารย์ที่ปรึกษา	
อ.เทิดขวัญ ช้างเผือก กรรมการและอาจารย์ที่ปรึกษา	

ลิขสิทธิ์ของคณะวิทยาศาสตร์
สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

หัวข้อปัญหาพิเศษ	แบบจำลองสมการระบายความร้อนของร่างกายโดยการให้ความเย็นไปที่เส้นเลือดที่ไหลเข้าสู่หัวใจ		
ชื่อนักศึกษา	นายกัมพล	กิตติปัญญาอาภา	52050005
	นายรัตนศักดิ์	เหมะ	52050075
	นางสาวสุวารี	ศรีอำไพวัฒน์	52050103
ปริญญา	วิทยาศาสตร์บัณฑิต		
สาขาวิชา	คณิตศาสตร์ประยุกต์		
ปีการศึกษา	2555		
อาจารย์ที่ปรึกษา	รศ.ภักดินี	จิตสกุล	
	อ.เทิดขวัญ	ข้างเผือก	

บทคัดย่อ

เนื่องจากปัญหาที่เกิดขึ้นหลังจากการออกกำลังกายคือร่างกายมีความร้อนเพิ่มสูงขึ้น และร่างกายจะมีการระบายความร้อนเพื่อปรับสมดุลของร่างกายให้อยู่ในสภาวะปกติ โดยระยะเวลาในการปรับสมดุลของร่างกายนี้จะนานเป็นระยะเวลาหนึ่ง ในกรณีของนักกีฬาขณะทำการแข่งขันเพื่อที่จะช่วยให้ระยะเวลาในการปรับสมดุลเร็วขึ้นจึงมีการประดิษฐ์เครื่องระบายความร้อนของร่างกาย เพื่อช่วยลดระยะเวลาในการปรับสมดุลของร่างกาย ได้มีผู้ประดิษฐ์เครื่องระบายความร้อนของร่างกายขึ้นมาหลายแบบแต่ยังขาดทฤษฎีในการสนับสนุนผลการทดลอง ดังนั้นผู้วิจัยจึงได้พัฒนาแบบจำลองพื้นฐานเพื่อสนับสนุนการทดลอง โดยแบบจำลองนี้แสดงให้เห็นได้ชัดเจนว่าการที่มีสัมผัสเครื่องระบายความร้อนทำให้ร่างกายมีการปรับสมดุลให้เข้าสู่สภาวะปกติได้เร็วกว่าการที่ไม่มีสัมผัสเครื่องระบายความร้อน

Title	The simulation equation for body cooling system by cooling the blood in to the heart		
Students	Mr.Kampol	Kittipanyaapa	52050005
	Mr.Rattanasak	Hama	52050075
	Ms.Suwaree	Sriaumpaiwiwat	52050103
Degree	Bachelor of Science		
Major	Applied Mathematics		
Academic Year	2012		
Adviser	Ass.Prof.Pakkinee	Chitsakul	
	Mrs.Thurdkwan	Changpuek	

ABSTRACT

The problem after workout is the body heat must be increasing from the normal state. It is take time to decrease the body heat into the normal state. Thus the invention of equipment to reduce the amount of body heat in a short time is interesting. But as far as we search we found there is no theory to support this experiment. In this research our model was then developed to support the experiment. However, this model shows that if we use the equipment the body heat will be back to the balanced state faster than when we did not use the equipment.

กิตติกรรมประกาศ

ในการทำปัญหาพิเศษเรื่อง แบบจำลองสมการระบายความร้อนของร่างกายโดยการให้ความเย็นไปที่เส้นเลือดที่ไหลเข้าสู่หัวใจ ให้ประสบผลสำเร็จไปด้วยดี จะต้องขอกล่าวถึงท่านบุคคลเหล่านี้ คือ รศ.ภักคินี ชิตสกุล อ.เทิดขวัญ ช่างเผือก อ.จินดา ไชยช่วยและ อ.พุทธพร วานิชกร ซึ่งท่านบุคคลเหล่านี้ได้เป็นคณะกรรมการและอาจารย์ผู้รับผิดชอบปัญหาพิเศษนี้ ที่กรุณาให้ความช่วยเหลือในส่วนของคำแนะนำและเป็นที่ปรึกษาในการแก้ปัญหาต่างๆ ทั้งในเรื่องของการเรียบเรียงข้อมูล และการหาข้อมูล รวมทั้งเป็นผู้ตรวจสอบความถูกต้องของปัญหาพิเศษฉบับนี้

นอกจากนี้คณะผู้จัดทำต้องขอขอบพระคุณ บิดา มารดา ที่ได้ให้ความสนับสนุนทางด้านทุนทรัพย์ กำลังใจ และคำแนะนำจนการทำปัญหาพิเศษครั้งนี้สำเร็จลุล่วงด้วยดี รวมทั้งรุ่นพี่นักศึกษาปริญญาโท สาขาวิชาคณิตศาสตร์ประยุกต์ และรุ่นพี่คณะวิศวกรรมศาสตร์ ที่ให้การสนับสนุนข้อมูลการทดลอง เพื่อนๆ และน้องๆ ทุกคนที่ให้ความช่วยเหลือในด้านต่างๆ เกี่ยวกับปัญหาพิเศษไว้ ณ ที่นี้

นายกัมพล กิตติปัญญาอาภา
นายรัตนศักดิ์ เหมะ
นางสาวสุวารีย์ ศรีอำไพวิวัฒน์

สารบัญ

	หน้า
บทคัดย่อภาษาไทย	I
บทคัดย่อภาษาอังกฤษ	II
กิตติกรรมประกาศ	III
สารบัญ	IV
สารบัญรูป	VII
สารบัญตาราง	VIII
บทที่ 1 บทนำ	1
1.1 ความเป็นมาและความสำคัญ	1
1.2 วัตถุประสงค์ของงานวิจัย	2
1.3 ขอบเขตของงานวิจัย	2
1.4 ขั้นตอนในการดำเนินงานวิจัย	2
1.5 ประโยชน์ที่คาดว่าจะได้รับ	3
บทที่ 2 ทฤษฎีและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง	4
2.1 เครื่องระบายความร้อนของร่างกาย	4
2.2 ระบบกล้ามเนื้อ	5
2.2.1 กล้ามเนื้อยึดกระดูกหรือกล้ามเนื้อลาย	5
2.2.2 ความร้อนที่เกิดขึ้นในกล้ามเนื้อลาย	6
2.3 การไหลเวียนของเลือด	6
2.4 ความร้อนในหลอดเลือด	7
2.4.1 การสูญเสียความร้อนของหลอดเลือด	7
2.4.2 การสูญเสียความร้อนของเนื้อเยื่อ	7
2.5 ความสัมพันธ์ระหว่างหลอดเลือดและเนื้อเยื่อ	7
2.6 สมการการถ่ายเทความร้อน	8
2.7 การหาผลเฉลยของสมการ	9
2.7.1 สมการเชิงอนุพันธ์อันดับหนึ่ง	9
2.7.2 สมการเชิงอนุพันธ์อันดับสอง	10

	หน้า
2.8 คำสั่งโปรแกรมพิเศษ (MATLAB)	12
2.8.1 การใช้ MATLAB กับ Interpolation	12
2.8.2 การใช้ MATLAB กับ Curve Fitting	12
บทที่ 3 วิธีการดำเนินงานวิจัย	14
3.1 ผลเฉลยของสมการความร้อนขณะที่สัมผัสเครื่องระบายความร้อนของร่างกาย	14
3.2 ผลเฉลยของสมการความร้อนขณะที่ไม่สัมผัสเครื่องระบายความร้อนของร่างกาย	20
บทที่ 4 ผลการวิจัยและอภิปรายผล	26
4.1 การหาค่าของสมการความร้อน	26
4.1.1 ใช้ทฤษฎีของแบบจำลองเพื่อหาระยะช่วงระยะเวลาการถ่ายเทความร้อนของร่างกายขณะที่มือสัมผัสเครื่องระบายความร้อนของร่างกาย	26
4.1.2 ใช้ทฤษฎีของแบบจำลองเพื่อหาช่วงระยะเวลาการถ่ายเทความร้อนของร่างกายเมื่อมือไม่สัมผัสเครื่องระบายความร้อนของร่างกาย	35
4.2 การเปรียบเทียบช่วงระยะเวลาการถ่ายเทความร้อนของร่างกายขณะที่มือสัมผัสและมือไม่สัมผัสเครื่องระบายความร้อนของร่างกาย จนร่างกายเข้าสู่สภาวะสมดุล	44
4.3 การเปรียบเทียบช่วงระยะเวลาการถ่ายเทความร้อนของร่างกาย ขณะที่มือสัมผัสเครื่องระบายความร้อนของร่างกาย โดยที่มีค่าการระบายความร้อน (r) ที่แตกต่างกัน และมีค่าการนำความร้อนเท่ากัน	47
4.4 การเปรียบเทียบช่วงระยะเวลาการถ่ายเทความร้อนของร่างกาย ขณะที่มือไม่สัมผัสเครื่องระบายความร้อนของร่างกาย โดยที่มีค่าการระบายความร้อน (r) ที่แตกต่างกัน และมีค่าการนำความร้อนเท่ากัน	50
บทที่ 5 สรุปผลวิจัยและข้อเสนอแนะ	53
5.1 สรุปผลวิจัย	53
5.2 ข้อเสนอแนะ	54
เอกสารอ้างอิง	55
ภาคผนวก	57

สารบัญรูป

	หน้า
รูปที่ 2.1 เครื่องระบายความร้อนของร่างกาย	4
รูปที่ 2.2 อุปกรณ์ภายในเครื่องระบายความร้อนของร่างกาย	4
รูปที่ 2.3 อุปกรณ์ควบคุมความชื้นของเครื่องระบายความร้อนของร่างกาย	5
รูปที่ 2.4 ภาพแสดงการไหลเวียนของเลือดในร่างกายมนุษย์	8
รูปที่ 2.5 ภาพส่วนประกอบของหลอดเลือด	8
รูปที่ 2.6 ภาพแสดงการไหลของความร้อนในวัตถุ	8
รูปที่ 4.1 ภาพแสดงอุณหภูมิของแขนขณะที่มีมือสัมผัสเครื่องระบายความร้อน	26
รูปที่ 4.2 กราฟแสดงคู่อันดับ (x, y) ขณะที่มีมือสัมผัสเครื่องระบายความร้อน	27
รูปที่ 4.3 กราฟแสดงฟังก์ชันประมาณขณะที่มีมือสัมผัสเครื่องระบายความร้อน	28
รูปที่ 4.4 ภาพแสดงอุณหภูมิของแขนขณะที่มีมือไม่สัมผัสเครื่องระบายความร้อน	35
รูปที่ 4.5 กราฟแสดงคู่อันดับ (x, y) ขณะที่มีมือไม่สัมผัสเครื่องระบายความร้อน	36
รูปที่ 4.6 กราฟแสดงฟังก์ชันประมาณขณะที่มีมือไม่สัมผัสเครื่องระบายความร้อน	37

สารบัญตาราง

	หน้า
ตารางที่ 1 ตารางแสดงค่าคลาดเคลื่อนของอุณหภูมิ	29
ตารางที่ 2 ตารางกำหนดค่าการระบายความร้อนและค่าการนำความร้อน ขณะที่มือสัมผัสเครื่องระบายความร้อนของร่างกาย	30
ตารางที่ 3 ตารางแสดงช่วงระยะเวลาเมื่อมีค่าการระบายความร้อนเท่ากับ 0.01 ขณะที่มือสัมผัสเครื่องระบายความร้อนของร่างกาย	32
ตารางที่ 4 ตารางแสดงช่วงระยะเวลาเมื่อมีค่าการระบายความร้อนเท่ากับ 0.001 ขณะที่มือสัมผัสเครื่องระบายความร้อนของร่างกาย	33
ตารางที่ 5 ตารางแสดงช่วงระยะเวลาเมื่อมีค่าการระบายความร้อนเท่ากับ 0.0001 ขณะที่มือสัมผัสเครื่องระบายความร้อนของร่างกาย	34
ตารางที่ 6 ตารางแสดงค่าคลาดเคลื่อนของอุณหภูมิ	38
ตารางที่ 7 ตารางกำหนดค่า ค่าการระบายความร้อนและค่าการนำความร้อน ขณะที่มือไม่สัมผัสเครื่องระบายความร้อนของร่างกาย	39
ตารางที่ 8 ตารางแสดงช่วงระยะเวลาเมื่อมีค่าการระบายความร้อนเท่ากับ 0.01 ขณะที่มือไม่สัมผัสเครื่องระบายความร้อนของร่างกาย	41
ตารางที่ 9 ตารางแสดงช่วงระยะเวลาเมื่อมีค่าการระบายความร้อนเท่ากับ 0.001 ขณะที่มือไม่สัมผัสเครื่องระบายความร้อนของร่างกาย	42
ตารางที่ 10 ตารางแสดงช่วงระยะเวลาเมื่อมีค่าการระบายความร้อนเท่ากับ 0.0001 ขณะที่มือไม่สัมผัสเครื่องระบายความร้อนของร่างกาย	43
ตารางที่ 11 ตารางแสดงการเปรียบเทียบช่วงระยะเวลาขณะที่มือสัมผัสและไม่สัมผัสเครื่อง ระบายความร้อนของร่างกาย โดยที่ค่าการระบายความร้อนเท่ากับ 0.01	44
ตารางที่ 12 ตารางแสดงการเปรียบเทียบช่วงระยะเวลาขณะที่มือสัมผัสและไม่สัมผัสเครื่อง ระบายความร้อนของร่างกาย โดยที่ค่าการระบายความร้อนเท่ากับ 0.001	45
ตารางที่ 13 ตารางแสดงการเปรียบเทียบช่วงระยะเวลาขณะที่มือสัมผัสและไม่สัมผัสเครื่อง ระบายความร้อนของร่างกาย โดยที่ค่าการระบายความร้อนเท่ากับ 0.0001	46
ตารางที่ 14 ตารางแสดงการเปรียบเทียบช่วงระยะเวลาขณะที่มือสัมผัสเครื่องระบายความร้อน ของร่างกายโดยที่มีค่าการระบายความร้อนเท่ากับ 0.01 และ 0.001	47
ตารางที่ 15 ตารางแสดงการเปรียบเทียบช่วงระยะเวลาขณะที่มือสัมผัสเครื่องระบายความร้อน ของร่างกายโดยที่มีค่าการระบายความร้อนเท่ากับ 0.01 และ 0.0001	48

สารบัญตาราง(ต่อ)

หน้า

ตารางที่ 16 ตารางแสดงการเปรียบเทียบช่วงระยะเวลาขณะที่มือสัมผัสเครื่องระบายความร้อน ของร่างกาย โดยที่มีค่าการระบายความร้อนเท่ากับ 0.001 และ 0.0001	49
ตารางที่ 17 ตารางแสดงเมื่อเปรียบเทียบช่วงระยะเวลาขณะที่มือไม่สัมผัสเครื่องระบายความร้อน ของร่างกายโดยที่มีค่าการระบายความร้อนเท่ากับ 0.01 และ 0.001	50
ตารางที่ 18 ตารางแสดงเมื่อเปรียบเทียบช่วงระยะเวลา ขณะที่มือไม่สัมผัสเครื่องระบายความร้อน ของร่างกายโดยที่มีค่าการระบายความร้อนเท่ากับ 0.01 และ 0.0001	51
ตารางที่ 19 ตารางแสดงเมื่อเปรียบเทียบช่วงระยะเวลา ขณะที่มือไม่สัมผัสเครื่องระบายความร้อน ของร่างกายโดยที่มีค่าการระบายความร้อนเท่ากับ 0.001 และ 0.0001	52



บทที่ 1

บทนำ

1.1 ความเป็นมาและความสำคัญ

ความร้อนในร่างกายของคนเรามาจากการเผาผลาญอาหารที่คนผู้นั้นบริโภคเข้าไปในร่างกาย ที่มีการดำเนินต่อเนื่องตลอดเวลา นับตั้งแต่คนคนนั้นเกิดขึ้นมา ยังไม่มีงานวิจัยที่ระบุชัดเจนว่าการเผาผลาญอาหารในร่างกายของคนเราให้ความร้อนออกมาเล็กน้อยเพียงใด ทราบแต่ว่าร่างกายของเรามีการสูญเสียความร้อนอยู่ทุกขณะ ถ้าหากความร้อนที่ออกมาจากร่างกายเรากลับสะสมไว้ไม่ยอมให้ระบายออกไปจากร่างกายอุณหภูมิของร่างกายก็จะเพิ่มขึ้นและเพิ่มขึ้นเรื่อยๆจนอาจถึงจุดที่เป็นอันตรายต่อการดำรงชีวิต

ความร้อนในร่างกายมาจากการเผาผลาญอาหารที่เราคนผู้นั้นบริโภคเข้าไป อาหารจะถูกเผาผลาญ โดยมีออกซิเจนที่เราหายใจเข้าไปเป็นตัวดำเนินสำคัญ แหล่งที่ผลิตความร้อนสำคัญของร่างกายคือกล้ามเนื้อและอวัยวะภายในร่างกาย

ถ้าสมมติให้กล้ามเนื้อของเราเสมือนเตาหลอม เชื้อเพลิงที่ใช้ในการเผาผลาญก็คือ ไขมันและน้ำตาล ความร้อนจะเกิดเพิ่มขึ้นเมื่อกกล้ามเนื้อได้รับการกระตุ้น เช่น การออกกำลังกาย เมื่อออกกำลังกายต่อเนื่องเป็นเวลานานๆ เราจะรู้สึกร้อนมากตามไปด้วย กล้ามเนื้อก็ยังคงผลิตความร้อนอยู่ตลอดเวลา ในขณะที่เดียวกันอวัยวะภายในก็จะเพิ่มการผลิตความร้อน เช่น ตับ

อวัยวะส่วนต่างๆ ของร่างกายของคนผลิตความร้อนไม่เท่ากัน แต่ทุกส่วนมีการรักษาระดับอุณหภูมิให้เท่ากัน ด้วยการให้โลหิตหมุนเวียนไปยังส่วนต่างๆ เช่น โลหิตในตับมีอุณหภูมิสูงขึ้นกว่าโลหิตที่อื่น โลหิตจากตับก็จะไหลไปยังส่วนที่เย็นกว่าคือที่นิ้วมือและนิ้วเท้า ในห้องที่มีอุณหภูมิต่ำถ้ามีคนนั่งห่อตัวอยู่เฉยๆ คนผู้นั้นจะรู้สึกหนาวมาก แต่ถ้าคนนั้นออกกำลังกาย ความหนาวนั้นจะลดลงไปได้ เพราะเมื่อออกกำลังกายโลหิตภายในร่างกายจะมีการไหลเวียนเร็วขึ้น จึงเท่ากับเพิ่มการเผาผลาญพลังงานในกล้ามเนื้อทำให้มีความร้อนขึ้น อุณหภูมิภายในร่างกายของคนจะมีความแตกต่างกันไปตามแต่ละบุคคล นอกจากนี้ยังแตกต่างกันไปตามช่วงอายุและช่วงเวลาของวันอีกด้วย โดยอุณหภูมิเฉลี่ยของคนปกติจะมีค่าอยู่ระหว่าง 36.05-37.77°C

เส้นเลือดฝอยซึ่งเป็นเส้นเลือดที่มีความยืดหยุ่นสูงกว่าเส้นเลือดใหญ่จะมีบทบาทสำคัญในการรักษาอุณหภูมิร่างกายให้คงที่ เมื่อมีความร้อนเกิดขึ้นในร่างกายมากเกินไป เส้นเลือดฝอยจะขยายตัวทำให้ปริมาณเลือดไหลผ่านผิวหนังเพิ่มมากขึ้น โดยอัตโนมัติ ความร้อนส่วนที่เพิ่มขึ้นจะถูกถ่ายเทออกไปยังอากาศ นี่เป็นสาเหตุว่าทำไมหลังจากเราทำงานหนัก หน้าเราถึงแดง ในทางกลับกัน เมื่อเรามีความร้อนเกิดขึ้นน้อยเกินไป เส้นเลือดฝอยจะหดตัวอัตโนมัติเพื่อให้เลือดไหลช้าลงซึ่งเป็นการลดพลังงานที่ถ่ายเทไปยังภายนอกนั่นเอง

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

การเพิ่มขึ้นและการลดลงของอุณหภูมิของร่างกายไม่ได้เกิดจากการควบคุมของเส้นเลือดเพียงอย่างเดียว ตัวอย่างเช่น เรามักจะมีอุณหภูมิร่างกายหลังจากวิ่ง 100 เมตรสูงกว่าตอนเราหลับ นอกจากนี้การทำกิจกรรมที่หนักมักจะเพิ่มอัตราการเผาผลาญอาหาร (metabolic rate) เพื่อสร้างสมดุลให้กับพลังงานที่เราใช้ไปมากกว่าการทำกิจกรรมที่ออกแรงน้อย

1.2 วัตถุประสงค์ของปัญหาพิเศษ

เพื่อสร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์หาเวลาที่เหมาะสมในการช่วยลดความร้อนในร่างกายของมนุษย์ ในขณะที่ร่างกายมีความร้อนเพิ่มสูงขึ้นเพื่อให้มีอุณหภูมิที่ลดลง ในการใช้เครื่องมือเพื่อลดอุณหภูมิของร่างกายนั้นถ้าทำให้ร่างกายมีอุณหภูมิ ลดลงเร็วมาก ๆ อาจจะทำให้ร่างกายช็อก เราจึงต้องทดสอบสมการจากร่างกายมนุษย์เพื่อหาเวลาที่เหมาะสมและอุณหภูมิที่เหมาะสมกับร่างกาย

1.3 ขอบเขตของปัญหาพิเศษ

1.3.1 ศึกษาประสิทธิภาพของเครื่องระบายความร้อนของร่างกายที่จัดทำขึ้น โดยคณะวิศวกรรมศาสตร์แล้วสร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์

1.3.2 หาเวลาที่เหมาะสมของเครื่องระบายความร้อนของร่างกายควรใช้เวลาานเท่าไรในการใช้เครื่องมือแล้วไม่ส่งผลกระทบต่อมนุษย์

1.3.3 พัฒนาแบบจำลองทางคณิตศาสตร์และพัฒนาซอฟต์แวร์ให้มีประสิทธิภาพมากขึ้น

1.3.4 สรุปผลการทดลองเพื่อวิเคราะห์หาแนวทางในการพัฒนาแบบจำลองในอนาคต

1.4 ขั้นตอนการดำเนินงาน

1.4.1 รวบรวมข้อมูลการทดลองจากเครื่องระบายความร้อนจากนักกีฬาของประเทศไทย เพื่อหาค่าความเหมาะสมของเครื่องนี้

1.4.2 วิเคราะห์ข้อมูลทางสถิติของข้อมูลที่ได้จากการทดลองของเครื่องเพื่อหาค่าความเหมาะสมของเครื่องนี้

1.4.3 เขียนโปรแกรมด้วย MATLAB เพื่อช่วยหาเวลาที่เหมาะสมของแบบจำลองคณิตศาสตร์

1.4.4 วิเคราะห์แบบจำลองทางคณิตศาสตร์ที่ได้ ว่ามีปัจจัยใดบ้างที่สามารถควบคุมการระบายความร้อนและเวลาในการระบายความร้อน

1.4.5 ทดสอบว่าสมการที่ได้มานั้นเหมาะสมกับกับเครื่องระบายความร้อนของร่างกายนี้หรือไม่

1.4.6 สรุปผลที่ได้จากการวิเคราะห์แบบจำลองทางคณิตศาสตร์และเสนอแนวทางในการพัฒนาแบบจำลองนี้ต่อไปได้ในอนาคต

1.5 ประโยชน์ที่คาดว่าจะได้รับ

1.5.1 หาเวลาที่เหมาะสมในการจับเครื่องระบายความร้อนของร่างกายในร่างกายเพื่อไม่ให้เกิดผลกระทบต่อร่างกาย

1.5.2 ช่วยในการหาสมการในการสร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์เพื่อพัฒนาเครื่องระบายความร้อนของร่างกายให้มีประสิทธิภาพให้เหมาะสมกับผู้ใช้

1.5.3 เพื่อพัฒนาโปรแกรมสำเร็จรูปในการควบคุมการระบายความร้อนให้มีประสิทธิภาพมากขึ้น

1.5.4 เป็นแนวทางในการศึกษาต่อและเป็นแนวทางในการวิจัยต่อยอดแนวความคิดของผู้พัฒนาสมการทางคณิตศาสตร์ต่อไป



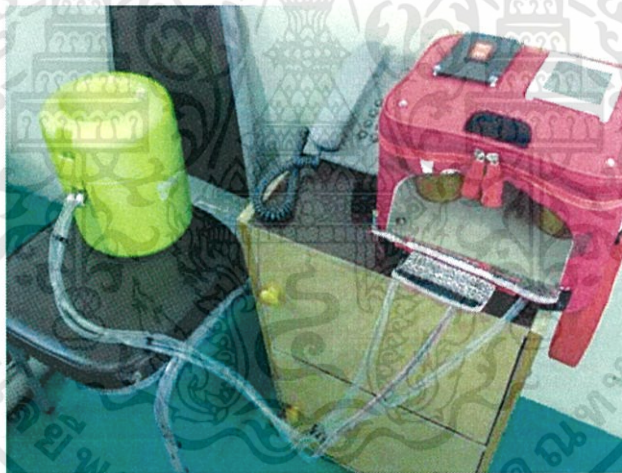
บทที่ 2

ทฤษฎีและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

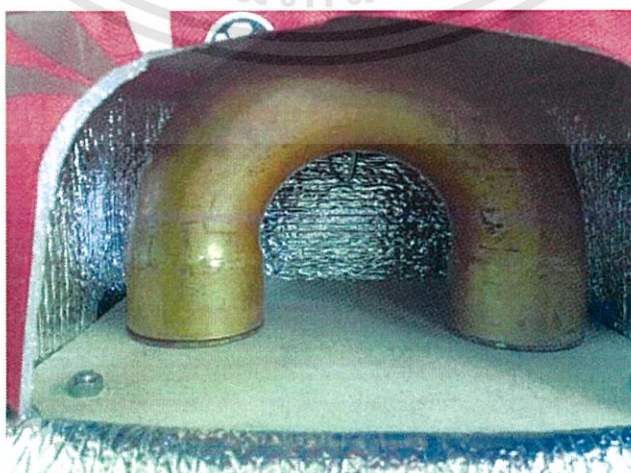
บทนี้จะกล่าวถึงเครื่องระบายความร้อนของร่างกาย ทฤษฎีทางคณิตศาสตร์ที่ใช้ในงานวิจัยนี้ โดยมีที่มาของสมการความร้อน การหาผลเฉลยของสมการเชิงอนุพันธ์ และการใช้งานโปรแกรม MATLAB เบื้องต้น

2.1 เครื่องระบายความร้อนของร่างกาย

เครื่องระบายความร้อนของร่างกายเครื่องนี้ผลิตโดยคณะวิศวกรรมศาสตร์ สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง ซึ่งมีต้นแบบมาจากเครื่องระบายความร้อนของร่างกายของการกีฬาแห่งประเทศไทย ที่มีไว้สำหรับให้นักกีฬาที่ออกกำลังกายมาปรับตัวให้อุณหภูมิของร่างกายคืนสู่อุณหภูมิปกติได้เร็วขึ้น

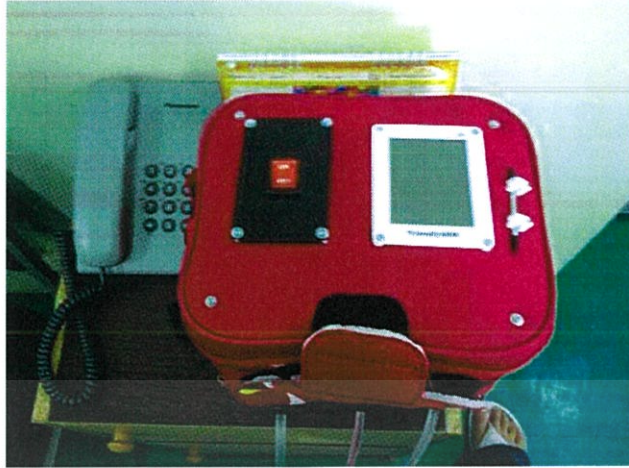


รูปที่ 2.1 เครื่องระบายความร้อนของร่างกาย



รูปที่ 2.2 อุปกรณ์ภายในเครื่องระบายความร้อนของร่างกาย

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น เมื่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



รูปที่ 2.3 อุปกรณ์ควบคุมความเย็นของเครื่องระบายความร้อนของร่างกาย

หลักการการทำงานของเครื่องระบายความร้อนของร่างกาย คือ การนำความเย็นของน้ำในกระตักน้ำแข็งส่งผ่านท่อมายังแท่งทองแดงภายในเครื่อง โดยการควบคุมของอุปกรณ์วัดความเย็น จากนั้นให้นักกีฬาจับแท่งทองแดงที่เย็น เพื่อช่วยให้ร่างกายมีการระบายความร้อนที่รวดเร็วขึ้น โดยเวลาที่ใช้ในการจับนั้น ขึ้นอยู่กับปัจจัยหลายอย่าง เช่น อุณหภูมิของนักกีฬา อุณหภูมิห้อง การไหลเวียนของเลือด ความดันเลือด และอื่นๆ

2.2 ระบบกล้ามเนื้อ

ร่างกายแบ่งกล้ามเนื้อออกเป็น 3 ชนิด คือ

- กล้ามเนื้อยึดกระดูกหรือกล้ามเนื้อลาย (skeletal muscle or striated muscle)
- กล้ามเนื้อเรียบ (smooth muscle)
- กล้ามเนื้อหัวใจ (cardiac muscle)

โดยที่กล้ามเนื้อลายนั้นถูกควบคุมอยู่ภายใต้อำนาจจิตใจหรือ รีเฟล็กซ์ส่วนกล้ามเนื้อเรียบ และกล้ามเนื้อหัวใจทำงานนอกอำนาจจิตใจ

2.2.1 กล้ามเนื้อยึดกระดูกหรือกล้ามเนื้อลาย (skeletal muscle or striated muscle)

เป็นกล้ามเนื้อที่เกาะติดกับโครงกระดูกหรือกล้ามเนื้อลาย เช่น กล้ามเนื้อแขน กล้ามเนื้อขา จึงทำหน้าที่เกี่ยวกับการเคลื่อนไหวของร่างกายโดยตรง เมื่อนำเซลล์กล้ามเนื้อเหล่านี้มาศึกษาด้วย กล้องจุลทรรศน์จะมองเห็นเป็นแถบลาย เซลล์กล้ามเนื้อนี้มีลักษณะเป็นทรงกระบอกยาว แต่ละเซลล์ มีหลายนิวเคลียสอยู่ที่ขอบของเซลล์ มีลายตามขวางสีเข้มและสีจางสลับกัน ซึ่งเห็นได้ชัดเจนเมื่อย้อมด้วยสี คนที่ออกกำลังกายสม่ำเสมอเส้นใยกล้ามเนื้อจะโตขึ้น และหนาขึ้น แต่จำนวนไม่เพิ่มขึ้นการทำงานของกล้ามเนื้อยึดกระดูกถูกควบคุมโดยระบบประสาทโซมาติก การทำงานของกล้ามเนื้อชนิดนี้ ร่างกายสามารถบังคับได้ซึ่งถือว่าอยู่ในอำนาจจิตใจ โดยกล้ามเนื้อลายมีหน้าที่

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

เคลื่อนไหวร่างกายที่ข้อต่อต่างๆ เคลื่อนไหวลูกตา ช่วยในการเคี้ยวและการกลืน เคลื่อนไหวลิ้น เคลื่อนไหวใบหน้าแสดงอารมณ์ต่างๆ และยังประกอบเป็นผนังอก และผนังท้องตลอดจนการควบคุมการขับถ่ายปัสสาวะและอุจจาระ

2.2.2 ความร้อนที่เกิดขึ้นในกล้ามเนื้อลาย

การหดตัวของกล้ามเนื้อลายเป็นผลทำให้เกิดความร้อนในกล้ามเนื้อลายเพิ่มมากขึ้น ความร้อนจะเกิดขึ้นพร้อมกับการหดตัวของกล้ามเนื้อลายไม่ว่าจะเป็นการหดตัวแบบไอโซโทนิค ไอโซเมตริก หรือไอโซคิเนติกก็ตาม นอกจากนั้น ความร้อนในกล้ามเนื้อลายยังเกิดขึ้นได้ในขณะกล้ามเนื้อลายคลายตัวและในขณะที่กำลังคืนสู่สภาพปกติ

การผลิตความร้อนในกล้ามเนื้อลาย แบ่งออกได้เป็น 4 ระยะ ดังนี้

1. ความร้อนที่เกิดขึ้นในช่วงที่กล้ามเนื้อลายถูกกระตุ้น เกิดจากการแยกตัวของออสาร์ แคลเซียมไอออนส์ในท่อซาร์โคพลาสมิกเรติคูลัม ซึ่งทำให้เกิดสภาพดีโพลาร์ไรเซชันของเยื่อหุ้มกล้ามเนื้อ หรือเรียกว่าเป็นระยะเตรียมในการหดตัวของกล้ามเนื้อลาย

2. ความร้อนที่เกิดขึ้นในขณะที่กล้ามเนื้อลายหดสั้นเข้า เกิดจากการจับตัวของเส้นใยแอ็คทินกับเส้นใยไมโอซินในการหดตัวแบบไอโซเมตริก หรือการเลื่อนเข้าหากันของเส้นใยแอ็คทินกับเส้นใยไมโอซินในการหดตัวแบบไอโซโทนิค หรือไอโซคิเนติก รวมทั้งการแตกตัวของเอทีพี เพื่อเป็นพลังงาน

3. ความร้อนที่เกิดขึ้นในขณะที่กล้ามเนื้อลายคลายตัว เกิดจากการคลายการเกร็งของกล้ามเนื้อลายในการหดตัวแบบไอโซเมตริก หรือการเลื่อนออกจากกันของเส้นใยแอ็คทิน และเส้นใยไมโอซินในการหดตัวแบบไอโซโทนิค หรือไอโซคิเนติก

4. ความร้อนที่เกิดขึ้นในขณะที่ร่างกายกำลังคืนสู่สภาพปกติ เกิดจากการทำงานของขบวนการเมตะบอลิซึมในร่างกายที่ทำงานเพื่อขจัดเศษอาหารในกล้ามเนื้อลายที่ถูกใช้ไปในขณะหดตัวการสูญเสียความร้อนของเนื้อเยื่อ

2.3 การไหลเวียนของเลือด

ในร่างกายมนุษย์หัวใจทำหน้าที่สูบฉีดเลือดให้ไหลเวียนอยู่ในเส้นเลือด การสูบฉีดเลือดของหัวใจ ทำให้เกิดแรงดันให้เลือดไหลไปตามเส้นเลือดไปยังส่วนต่างๆของร่างกาย และไหลกลับคืนสู่หัวใจ โดยเลือดเสียจากส่วนบนคือจากศีรษะจะไหลเข้าสู่เส้นเลือดดำที่ชื่อว่า สุพีเรีย เวนาคาวา (Superior Vena Cava) และเลือดจากส่วนล่างของร่างกายไหลเข้าสู่เส้นเลือดดำที่ชื่อว่าอินฟีเรีย เวนาคาวา (Inferior Vena Cava) ไหลเข้าสู่ห้องบนขวา ลงสู่ห้องล่างขวา ผ่านลิ้นหัวใจที่ชื่อว่า ไทรคัสปิด (Tricuspid valve) เลือดออกจากหัวใจทางห้องล่างซ้ายไปปอดผ่านลิ้นหัวใจที่ชื่อว่า ฟัลโมนารี (pulmonary valve) ไปทางเส้นเลือดแดงที่ชื่อว่า ฟัลโมนารี อาร์เทอร์รี่ (pulmonary arteries) เมื่อแลกเปลี่ยนก๊าซ คาร์บอนไดออกไซด์ กับ ออกซิเจน แล้ว จะออกจากปอดไปยังเส้นเลือดแดงที่

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ชื่อว่า พัลโมนารี เวน (pulmonary vein) มายังหัวใจทางห้องบนซ้ายลงสู่ห้องล่างซ้ายผ่านลิ้นไมทรัล (mitral valve) แล้วเลือดที่มี ออกซิเจน ก็จะออกไปเลี้ยงส่วนต่างๆของร่างกายผ่านลิ้นหัวใจเอออร์ติก (aortic semilunar valve) ทางเส้นเลือดแดงใหญ่ (aorta)

2.4 ความร้อนในหลอดเลือด

การควบคุมอุณหภูมิของร่างกาย ความร้อนจากเนื้อเยื่อหรือเซลล์ที่อยู่ห่างจากผิวหนัง จะถูกพาไประบายออกที่ผิวหนังโดยการไหลเวียนเลือด การไหลเวียนของเลือดไปยังผิวหนังสัมพันธ์กับอุณหภูมิของร่างกาย ถ้าอุณหภูมิของร่างกายเพิ่มขึ้นอัตราการไหลเวียนของเลือดไปยังผิวหนังจะมาก เนื่องจากหลอดเลือดที่ผิวหนังขยายตัวมากขึ้นทำให้การระบายความร้อนออกจากร่างกายดีขึ้น แต่ถ้าอุณหภูมิของร่างกายหรือสิ่งแวดล้อมลดลง หลอดเลือดที่ผิวหนังจะหดตัวทำให้เลือดไหลไปยังผิวหนังลดลง และช่วยป้องกันไม่ให้เกิดการสูญเสียความร้อนออกจากร่างกายมากเกินไป

2.4.1 การสูญเสียความร้อนของหลอดเลือด

การนำความร้อน คือ เมื่อหลอดเลือด 2 หลอดเลือดสัมผัสกันจะมีการถ่ายเทความร้อนจากบริเวณที่มีความร้อนสูง ไปยังบริเวณที่มีความร้อนต่ำ

การพาความร้อน คือ ภายในหลอดเลือดจะประกอบด้วยน้ำเลือดที่มีส่วนผสมของ เกร็ดเลือด เม็ดเลือด และอื่นๆที่ทำหน้าที่เป็นตัวพาความร้อนออกจากบริเวณที่มีความร้อนสูงไปยังบริเวณที่มีความร้อนต่ำ

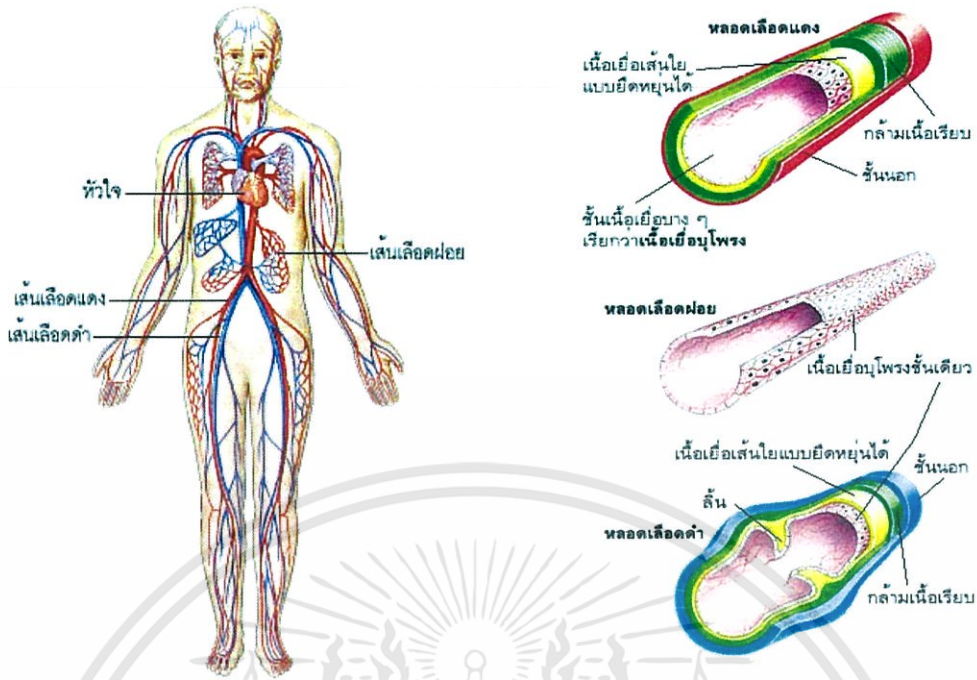
2.4.2 การสูญเสียความร้อนของเนื้อเยื่อ

การนำความร้อน คือ เมื่อเนื้อเยื่อที่สัมผัสกันจะมีการถ่ายเทความร้อนจากบริเวณเนื้อเยื่อที่มีความร้อนสูง ไปยังบริเวณเนื้อเยื่อที่มีความร้อนต่ำ

การพาความร้อน คือ เนื้อเยื่อจะประกอบด้วยเซลล์หลายๆเซลล์ซึ่งภายในเซลล์จะมีไซโทพลาซึมที่มีลักษณะเป็นของเหลวที่มีสารสำคัญต่างๆเช่น โปรตีน ไขมัน คาร์โบไฮเดรต และเกลือแร่ต่างๆที่ทำหน้าที่เป็นตัวพาความร้อนออกจากบริเวณที่มีความร้อนสูงไปยังบริเวณที่มีความร้อนต่ำ

2.5 ความสัมพันธ์ระหว่างหลอดเลือดและเนื้อเยื่อ

หลอดเลือดประกอบไปด้วยเนื้อเยื่อ 3 ชั้น คือเนื้อเยื่อด้านในสุดเป็นเนื้อเยื่อผิว ชั้นกลางเป็นเนื้อเยื่อกล้ามเนื้อที่สามารถยืดหยุ่นได้ เนื้อเยื่อชั้นนอกเป็นเนื้อเยื่อเกี่ยวพันที่ยืดหยุ่นได้ เช่นเดียวกันจึงทำให้หลอดเลือดสามารถขยายตัวและหดตัวได้ตามการสูบฉีดเลือด นั่นคือมีความยืดหยุ่นมาก ดังนั้น บริเวณเนื้อเยื่อต่างๆที่มีหลอดเลือดไหลผ่านจะมีการถ่ายเทความร้อนระหว่างหลอดเลือดและเนื้อเยื่อเช่นกัน



รูปที่ 2.4 ภาพแสดงการไหลเวียนของเลือดในร่างกาย รูปที่ 2.5 ภาพส่วนประกอบของหลอดเลือด

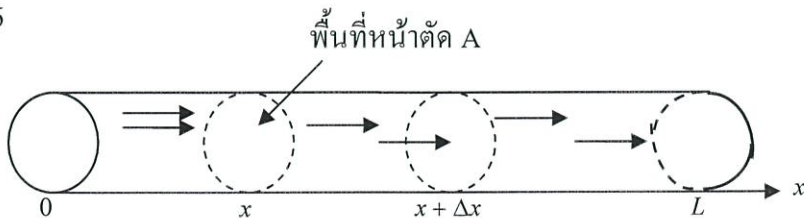
บริเวณที่มีหลอดเลือดที่โค้งงอจะมีการไหลเวียนเลือดได้คือน้อยกว่าบริเวณที่มีหลอดเลือดที่ไม่โค้งงอ ดังนั้น การสูญเสียความร้อนที่บริเวณที่มีหลอดเลือดไม่โค้งงอจะมากกว่าบริเวณที่มีหลอดเลือดโค้งงอ

2.6 สมการการถ่ายเทความร้อน

ทฤษฎีที่เกี่ยวข้องในการหาสมการความร้อนในร่างกายจะพัฒนาสมการมาจากสมการความร้อนดังนั้นในหัวข้อต่อไปนี้จะศึกษาที่มาของสมการเชิงอนุพันธ์ย่อยในส่วนที่เกี่ยวข้องกับสมการความร้อน

สมการความร้อนใน 2 มิติ (Heat equation in 2 dimensions)

การไหลของความร้อนในวัตถุที่มีความยาว L เมตร และมีพื้นที่หน้าตัด A ตารางเมตร ในแนวแกน x ให้ปลายข้างหนึ่งของวัตถุอยู่ที่จุดกำเนิด ดังนั้น x จะมีค่าอยู่ระหว่าง 0 ถึง L ดังรูปที่ 2.6



รูปที่ 2.6 ภาพแสดงการไหลของความร้อนในวัตถุ

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

มีข้อกำหนดดังนี้

1. การไหลของความร้อนในวัตถุมีทิศทางเดียว คือ ตามแนวแกน x
2. ด้านข้างของวัตถุถูกพันด้วยฉนวนเพื่อความร้อนจะไม่สูญหายไปตามพื้นผิวด้านข้าง

$$\frac{\partial u}{\partial t} = \frac{K}{\gamma\rho} \left(\frac{\frac{\partial u}{\partial x}(x + \Delta x) - \frac{\partial u}{\partial x}(x)}{\Delta x} \right)$$

ดำเนินการไล่ลิมิตเมื่อ $\Delta x \rightarrow 0$

$$\lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\partial u}{\partial t} = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{K}{\gamma\rho} \left(\frac{\frac{\partial u}{\partial x}(x + \Delta x) - \frac{\partial u}{\partial x}(x)}{\Delta x} \right)$$

$$\frac{\partial u}{\partial t} = \frac{K}{\gamma\rho} \frac{\partial^2 u}{\partial x^2}$$

เรียก $\frac{K}{\gamma\rho}$ ว่าสัมประสิทธิ์การแพร่กระจายความร้อน แทนด้วย k

ดังนั้นสมการการถ่ายเทความร้อนของวัตถุคือ

$$k \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} = \frac{\partial u}{\partial t}$$

ถ้ากำหนดว่า เมื่อเริ่มต้นอุณหภูมิของแต่ละตำแหน่งมีค่า $f(x)$ จะได้ว่า

$$u(x, 0) = f(x) \text{ เรียกว่า เงื่อนไขเริ่มต้น}$$

ถ้ากำหนดว่าที่ปลายข้างหนึ่งมีอุณหภูมิ t_1 และปลายอีกข้างหนึ่งมีอุณหภูมิ t_2 จะได้ว่า

$$u(0, 0) = t_1 \text{ และ } u(L, 0) = t_2 \text{ เรียกว่า เงื่อนไขขอบ}$$

2.7 การหาผลเฉลยของสมการเชิงอนุพันธ์

2.7.1 สมการเชิงอนุพันธ์อันดับหนึ่ง

$$\frac{dy}{dx} - \lambda y = 0$$

ขั้นตอนการหาผลเฉลย

$$\frac{dy}{dx} - \lambda y = 0$$

$$\frac{dy}{dx} = -\lambda y$$

$$\frac{dy}{y} = -\lambda dx$$

หาปริพันธ์ทั้งสองข้าง

$$\int \frac{dy}{y} = \int (-\lambda dx)$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$\ln y = -\lambda x + a$$

$$y = e^{-\lambda x + a} = (e^a)(e^{-\lambda x}) = ce^{-\lambda x}$$

ค่าของ λ มีอยู่ได้ 3 กรณี ดังนั้นผลเฉลยของ y มีได้ดังนี้

1. $\lambda = 0$ จะได้ $y = ce^{-(0)x} = ce^0 = c(1) = c$
2. $\lambda > 0$ จะได้ $y = ce^{-(\lambda)x}$
3. $\lambda < 0$ จะได้ $y = ce^{-(-\lambda)x} = ce^{\lambda x}$

2.7.2 สมการเชิงอนุพันธ์อันดับสอง

$$\frac{d^2 y}{dx^2} - \lambda y = 0$$

ขั้นตอนการหาผลเฉลย

$$\frac{d^2 y}{dx^2} - \lambda y = 0$$

ค่าของ λ มีอยู่ได้ 3 กรณี ดังนั้นผลเฉลยของ y มีได้ดังนี้

1. $\lambda = 0$ จะได้

$$\frac{d^2 y}{dx^2} - (0)y = 0$$

$$\frac{d^2 y}{dx^2} = 0$$

หาปริพันธ์เทียบกับ x ทั้งสองข้าง

$$\int \frac{d^2 y}{dx^2} = \int 0 dx$$

$$\frac{dy}{dx} = c_1$$

หาปริพันธ์เทียบกับ x ทั้งสองข้าง

$$\int \frac{dy}{dx} = \int c_1 dx$$

$$y = c_1 x + c_2$$

2. $\lambda > 0$ จะได้

$$\frac{d^2 y}{dx^2} - \lambda y = 0$$

สมมติให้ $y = e^{rx}$ เป็นผลเฉลยของสมการ

จะได้

$$\frac{d^2 y}{dx^2} = \frac{d^2(e^{rx})}{dx^2} = r^2 e^{rx}$$

นำไปแทนค่าในสมการ

$$r^2 e^{rx} - \lambda e^{rx} = 0$$

นำ e^{rx} หารทั้งสองข้าง

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$\begin{aligned}r^2 - \lambda &= 0 \\r^2 &= \lambda \\r &= \pm\sqrt{\lambda}\end{aligned}$$

ดังนั้น

$$y = a_1 e^{\sqrt{\lambda}x} + a_2 e^{-\sqrt{\lambda}x}$$

จากนิยามของฟังก์ชันเลขยกกำลัง

$$e^\theta = \cosh\theta + \sinh\theta, e^{-\theta} = \cosh\theta - \sinh\theta$$

ดังนั้น

$$\begin{aligned}y &= a_1 (\cosh\sqrt{\lambda}x + \sinh\sqrt{\lambda}x) + a_2 (\cosh\sqrt{\lambda}x - \sinh\sqrt{\lambda}x) \\y &= \cosh\sqrt{\lambda}x (a_1 + a_2) + \sinh\sqrt{\lambda}x (a_1 - a_2)\end{aligned}$$

ให้ $c_1 = a_1 + a_2$ และ $c_2 = a_1 - a_2$

$$y = c_1 \cosh\sqrt{\lambda}x + c_2 \sinh\sqrt{\lambda}x$$

3. $\lambda < 0$ จะได้

$$\frac{d^2 y}{dx^2} - (-\lambda)y = \frac{d^2 y}{dx^2} + \lambda y = 0$$

สมมติให้ $y = e^{rx}$ เป็นผลเฉลยของสมการ

$$\text{จะได้ } \frac{d^2 y}{dx^2} = \frac{d^2 (e^{rx})}{dx^2} = r^2 e^{rx}$$

นำไปแทนค่าในสมการ

$$r^2 e^{rx} + \lambda e^{rx} = 0$$

นำ e^{rx} หารทั้งสองข้าง

$$\begin{aligned}r^2 + \lambda &= 0 \\r^2 &= -\lambda \\r &= \pm\sqrt{-\lambda} = \pm\sqrt{\lambda}i\end{aligned}$$

ดังนั้น

$$y = a_1 e^{\sqrt{\lambda}ix} + a_2 e^{-\sqrt{\lambda}ix}$$

จากนิยามของออยเลอร์

$$e^{i\theta} = \cos\theta + i\sin\theta, e^{-i\theta} = \cos\theta - i\sin\theta$$

ดังนั้น

$$\begin{aligned}y &= a_1 (\cos\sqrt{\lambda}x + i\sin\sqrt{\lambda}x) + a_2 (\cos\sqrt{\lambda}x - i\sin\sqrt{\lambda}x) \\y &= \cos\sqrt{\lambda}x (a_1 + a_2) + i\sin\sqrt{\lambda}x (a_1 - a_2)\end{aligned}$$

ให้ $c_1 = a_1 + a_2$ และ $c_2 = a_1 - a_2$

$$y = c_1 \cos\sqrt{\lambda}x + c_2 \sin\sqrt{\lambda}x$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

2.8 คำสั่งโปรแกรมพิเศษ (MATLAB)

ในการทดลอง คำนวณว่าวิธียานต่างๆที่ได้ข้อมูลออกมาเป็นตัวเลข และมีความจำเป็นที่จะต้องนำค่ามาคำนวณเพื่อหาผลเฉลยของการทดลองนั้นๆ โดยส่วนใหญ่แล้วพบว่าค่าของข้อมูลที่ได้อาจจากการทดลองมักจะเป็นการกระจายของจุด(ข้อมูลเป็นกลุ่มจุด) ซึ่งเป็นการไม่เหมาะสมที่จะนำค่าของกลุ่มจุดข้อมูลเหล่านี้มาคำนวณเพื่อหาผลเฉลยทันที ดังนั้นจึงจำเป็นต้องมีวิธีการเปลี่ยนข้อมูลที่มีลักษณะเป็นกลุ่มจุดข้อมูล เปลี่ยนออกมาให้เป็นรูปของฟังก์ชันต่อเนื่อง

การเปลี่ยนข้อมูลเป็นฟังก์ชัน สามารถทำได้ 2 กรณี คือ

- 1.การประมาณค่า (Interpolation)
- 2.การปรับเส้นโค้ง (Curve Fitting)

2.8.1 การประมาณค่าโดยใช้ MATLAB

การประมาณค่าพหุนาม (Polynomial Interpolation)

คือการเชื่อมต่อข้อมูล 2 จุดที่อยู่ติดกันด้วยเส้นโค้งหรือเส้นตรงตามแต่ที่กำหนด ถ้ามีการกำหนดให้เป็นเส้นตรงจะเรียกว่า การประมาณค่าช่วงด้วยเส้นตรง (linear interpolation)

คำสั่ง MATLAB ที่ใช้กับการประมาณค่าช่วงด้วยเส้นตรง คือ `interp(x,y,s)`

ซึ่งเป็นการประมาณค่าช่วงด้วยเส้นตรง ของชุดข้อมูล x และ y เมื่อ $y = y(x)$ โดยจะให้คำตอบเป็นค่าของ $y(s)$ โดย x และ y เป็นเวกเตอร์ที่ขนาดเท่ากัน ในกรณีที่ s เป็นเวกเตอร์ จะให้ค่าเวกเตอร์ที่มีขนาดเท่ากับ s

การประมาณค่าในช่วงด้วยเส้นโค้ง (Cubic-Spline Interpolation)

คือ เส้นกราฟที่ได้จาก พหุนามดีกรี 3 ที่เชื่อมระหว่างจุด 2 จุดที่อยู่ติดกันและรอยต่อของเส้นกราฟจะราบเรียบ

คำสั่ง MATLAB ที่ใช้กับการประมาณค่าเส้นโค้งอันดับสาม คือ `interp(x,y,s,'cubic')`

โดย x,y,s จะเหมือนกับ การประมาณค่าช่วงด้วยเส้นตรง ส่วนชุดตัวอักษร(string) 'spline' ต้องการจะบอกให้ MATLAB ทราบว่าต้องการ การประมาณค่าเส้นโค้งอันดับสาม

สรุปการประมาณค่าโดยใช้ MATLAB ทั้ง 2 วิธีนั้น ถ้ามีข้อมูล n จุด ทั้งสองวิธีจะสร้างเส้นกราฟขึ้น $n-1$ เส้น โดยที่ การประมาณค่าช่วงด้วยเส้นตรง จะให้กราฟเป็นเส้นตรง ส่วน การประมาณค่าเส้นโค้งอันดับสาม จะให้เส้นกราฟเป็นพหุนามดีกรี 3

2.8.2 การปรับเส้นโค้งโดยใช้ MATLAB

วิธีที่ MATLAB ใช้คือ การปรับเส้นโค้งด้วยวิธีกำลังสองน้อยที่สุด (Least-Square Curve Fitting) คือวิธีที่เลือกเส้นกราฟที่เป็นพหุนามดีกรี ซึ่งมีดีกรีตามความต้องการของผู้ใช้ โดยที่เส้นกราฟจะผ่านกลุ่มของข้อมูลที่ผลรวมของระยะห่างจากข้อมูลแต่ละจุดห่างจากเส้นกราฟนี้ให้น้อยที่สุด

สำหรับการปรับเส้นกราฟนี้ MATLAB จะคำนวณออกมาเป็นพหุนาม เพื่อที่จะสามารถนำไปใช้ได้ต่อไป

การปรับเส้นโค้งพหุนาม (Polynomial Curve Fitting) คือ การหาสมการพหุนามดีกรี n ที่เหมาะกับกลุ่มชุดข้อมูลมากที่สุด แม้ว่ากราฟนี้จะไม่ผ่านทุกจุดของข้อมูลแต่กราฟจะเป็นกราฟเพียงเส้นเดียว นั่นคือสมการมีเพียงสมการเดียวตลอดช่วงที่กำหนดให้

รูปแบบของสมการพหุนาม

$$P(x) = a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + \dots + a_2 x^2 + a_1 x^1 + a_0$$

โดยที่ค่าสัมประสิทธิ์ a_i จะต้องเลือกให้เหมาะสมกับกลุ่มจุดข้อมูลมากที่สุด

การปรับเส้นโค้งด้วยวิธีกำลังสองน้อยที่สุด (Least Square Curve Fitting) คือ การเลือกพหุนามในดีกรีที่กำหนด เพื่อให้ผ่านกลุ่มข้อมูลที่กำหนด ซึ่งหลักการในการเลือก a_i จะต้องเลือกค่าที่ให้กราฟที่ได้มีลักษณะที่มีผลรวมกำลังสองของระยะทางจากจุดต่างๆ ห่างจากเส้นกราฟน้อยที่สุด คำสั่ง MATLAB ที่ใช้กับการปรับเส้นโค้งด้วยวิธีกำลังสองน้อยที่สุด คือ `polyfit(x,y,n)`

โดย x, y เป็นจุดข้อมูลที่ต้องการกำหนดช่วงเส้นกราฟด้วยพหุนามดีกรี n โปรแกรม MATLAB จะให้สัมประสิทธิ์ของพหุนาม $y = f(x)$ คืนมา โดยเรียงจากสัมประสิทธิ์ของกำลังมากไปหาน้อย

บทที่ 3

การหาผลเฉลยของสมการ

3.1 การหาผลเฉลยของสมการความร้อน ขณะที่มือสัมผัสเครื่องระบายความร้อนของร่างกาย

วัตถุประสงค์หลักในการศึกษาคือ

1. เพื่อต้องการวัดผลการทำงานของเครื่องระบายความร้อนของร่างกายเมื่อมีการใช้เครื่อง หลังจากมีการเคลื่อนไหวร่างกายและร่างกายมีอุณหภูมิสูงขึ้น
2. เพื่อดูการปรับตัวและการตอบสนองของร่างกายเมื่อใช้เครื่องระบายความร้อนของร่างกายช่วยในการระบายความร้อนหลังจากการเคลื่อนไหว

มีเงื่อนไขเริ่มต้น ดังนี้

1. อุณหภูมิเริ่มต้นของร่างกายมีค่า 40 องศาเซลเซียส
2. อุณหภูมิปกติของร่างกายมนุษย์ มีค่า 37 องศาเซลเซียส
3. อุณหภูมิเริ่มต้นของหัวใจ มีค่า 40 องศาเซลเซียส
4. อุณหภูมิเริ่มต้นของมือที่สัมผัสเครื่อง มีค่า 20 องศาเซลเซียส
5. อุณหภูมิของร่างกายในช่วงระหว่างหัวใจและมือที่สัมผัสเครื่องระบายความร้อนของร่างกายมีค่าตามฟังก์ชันที่กำหนด
6. ระยะทางระหว่างหัวใจและมือที่สัมผัสเครื่อง มีค่า L เมตร
7. ร่างกายมีการระบายความร้อนด้วยอัตราคงที่ r องศาเซลเซียส/วินาที

กำหนดให้ อุณหภูมิ (u) เป็นฟังก์ชันที่แปรผันตามระยะทาง (x) และเวลา (t)

รูปแบบของสมการการถ่ายเทความร้อน

$$k \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} - r = \frac{\partial u}{\partial t} \quad 0 < x < L, t > 0$$

จากเงื่อนไขเริ่มต้น นำมาเขียนในรูปของสมการได้ ดังนี้

$$u(0,0) = 40$$

$$u(L,0) = 20$$

$$u(x,0) = f(x)$$

ขั้นตอนการหาผลเฉลย

$$k \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + r = \frac{\partial u}{\partial t} \quad (1)$$

สมมติให้

$$u(x,t) = v(x,t) + \varphi(x) \quad (2)$$

จากสมการที่ (2) หาอนุพันธ์อันดับที่ 2 เทียบ x

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} = \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \varphi''(x) \quad (3)$$

จากสมการที่ (2) หาอนุพันธ์อันดับที่ 1 เทียบ t

$$\frac{\partial u}{\partial t} = \frac{\partial v}{\partial t} \quad (4)$$

แทนสมการที่ (3) และสมการที่ (4) ลงในสมการที่ (1)

$$k \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} - \frac{\partial v}{\partial t} = -(k\varphi''(x) + r) \quad (5)$$

หาผลเฉลยทั่วไป โดยกำหนดให้

$$k\varphi''(x) + r = 0$$

$$\varphi''(x) = -\frac{r}{k}$$

หาปริพันธ์เทียบ x

$$\int \varphi''(x) dx = -\int \frac{r}{k} dx$$

$$\varphi'(x) = -\frac{rx}{k} + c_1$$

$$\int \varphi'(x) dx = -\int \frac{rx}{k} + c_1 dx$$

$$\varphi(x) = -\frac{rx^2}{2k} + c_1x + c_2 \quad (6)$$

จากเงื่อนไขเริ่มต้น

$$u(0,0) = v(0,0) + \varphi(0) = 40 \quad (7)$$

$$u(L,0) = v(L,0) + \varphi(L) = 20 \quad (8)$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

สมมติให้ $v(0,0) = 0$ และ $v(L,0) = 0$

แทนค่า $v(0,0) = 0$ ในสมการที่ (7)

จะได้

$$\begin{aligned} v(0,0) + \varphi(0) &= 40 \\ 0 + \left[-\frac{r(0)^2}{2k} + c_1(0) + c_2 \right] &= 40 \\ c_2 &= 40 \end{aligned}$$

แทนค่า $v(L,0) = 0$ และ $c_2 = 40$ ในสมการที่ (8)

$$\begin{aligned} v(L,0) + \varphi(L) &= 20 \\ 0 + \left[-\frac{r(L)^2}{2k} + c_1(L) + 40 \right] &= 20 \\ c_1(L) &= -20 + \frac{r(L)^2}{2k} \\ c_1 &= -\frac{20}{L} + \frac{rL}{2k} \end{aligned}$$

แทนค่า c_1 และ c_2 ลงใน (6)

จะได้ว่า

$$\varphi(x) = -\left(\frac{r}{2k}\right)x^2 + \left(-\frac{20}{L} + \frac{rL}{2k}\right)x + 40 \quad (9)$$

จากเงื่อนไขเริ่มต้น

$$\begin{aligned} u(x,0) &= f(x) \\ u(x,0) &= v(x,0) + \varphi(x) = f(x) \\ v(x,0) &= f(x) - \varphi(x) \\ v(x,0) &= f(x) + \left(\frac{r}{2k}\right)x^2 - \left(-\frac{20}{L} + \frac{rL}{2k}\right)x - 40 \end{aligned}$$

ดังนั้นจะหาผลเฉลยของ $v(x,t)$ จากเงื่อนไขใหม่

$$k \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} = \frac{\partial v}{\partial t} \quad 0 < x < L, t > 0$$

$$v(0,0) = 0$$

$$v(L,0) = 0$$

$$v(x,0) = f(x) + \left(\frac{r}{2k}\right)x^2 - \left(-\frac{20}{L} + \frac{rL}{2k}\right)x - 40$$

ขั้นตอนการหาผลเฉลย

$$k \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} = \frac{\partial v}{\partial t}$$

สมมติให้

$$v(x,t) = X(x)T(t) \quad (10)$$

จากสมการที่ (10) หาอนุพันธ์อันดับที่ 2 เทียบ x

$$\frac{dv'(x,t)}{dx} = X''(x)T(t) \quad (11)$$

จากสมการที่ (10) หาอนุพันธ์อันดับที่ 1 เทียบ t

$$\frac{dv(x,t)}{dt} = X(x)T'(t) \quad (12)$$

แทนสมการที่ (11) และสมการที่ (12) ลงในสมการที่ (10)

$$kX''(x)T(t) = X(x)T'(t)$$

$$\frac{x''}{x} = \frac{T'}{kT}$$

จากสมการเชิงอนุพันธ์ จะกำหนดค่าของผลเฉลย คือ μ ซึ่งค่าของ μ มีอยู่ได้ 3 กรณีคือ

1.) $\mu = 0$

2.) $\mu > 0$ หรือ $\mu = \lambda^2$

3.) $\mu < 0$ หรือ $\mu = -\lambda^2$

ขั้นตอนการหาผลเฉลยกรณีที่ 1 $\mu = 0$

$$\frac{x''}{x} = \frac{T'}{kT} = u = 0$$

นั่นคือ $x'' = 0$ และ $T' = 0$

หาผลเฉลยได้ $x = a_1x + a_2$ และ $T = a_3$

นำมาแทนค่าในสมการที่ (10)

$$v(x,t) = (a_1x + a_2)a_3 = c_1x + c_2$$

แทนค่าเงื่อนไข $v(0,0) = 0$

$$v(0,0) = c_1(0) + c_2 = 0$$

$$c_2 = 0$$

แทนค่าเงื่อนไข $v(L,0) = 0$

$$v(L,0) = c_1(L) = 0$$

เนื่องจาก $L \neq 0$ ดังนั้น $c_1 = 0$

แทนค่าเงื่อนไข $v(x,0) = f(x) + \left(\frac{r}{2k}\right)x^2 - \left(-\frac{20}{L} + \frac{rL}{2k}\right)x - 40$

เนื่องจาก $v(x,0) = 0 \neq f(x) + \left(\frac{r}{2k}\right)x^2 - \left(-\frac{20}{L} + \frac{rL}{2k}\right)x - 40$

ดังนั้นเกิดข้อขัดแย้ง จึงทำให้หาผลเฉลยไม่ได้ในกรณีที่ 1

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ขั้นตอนการหาผลเฉลยกรณีที่ 2 $\mu > 0$

สมมติให้ $\mu = \lambda^2$

$$\frac{x''}{x} = \frac{T'}{kT} = u = \lambda^2$$

นั่นคือ $x'' = \lambda^2 x$ และ $T' = k\lambda^2 t$

หาผลเฉลยได้ $x = a_1 e^{\lambda x} + a_2 e^{-\lambda x}$ และ $T = a_3 e^{k\lambda^2 t}$

หรือ $x = a_1 \cosh \lambda x + a_2 \sinh \lambda x$

นำมาแทนค่าในสมการที่ (10)

$$\begin{aligned} v(x,t) &= (a_1 \cosh \lambda x + a_2 \sinh \lambda x) a_3 e^{k\lambda^2 t} \\ &= (c_1 \cosh \lambda x + c_2 \sinh \lambda x) e^{k\lambda^2 t} \end{aligned}$$

แทนค่าเงื่อนไข $v(0,0) = 0$

$$\begin{aligned} v(0,0) &= (c_1 \cosh \lambda(0) + c_2 \sinh \lambda(0)) e^{k\lambda^2(0)} = 0 \\ 0 &= c_1 \end{aligned}$$

แทนค่าเงื่อนไข $v(L,0) = 0$

$$\begin{aligned} v(L,t) &= (c_2 \sinh \lambda(L)) e^{k\lambda^2(0)} \\ 0 &= c_2 \sinh(\lambda L) \end{aligned}$$

เนื่องจาก $\sinh(\lambda L) \neq 0$ ดังนั้น $c_2 = 0$

แทนค่าเงื่อนไข $v(x,0) = f(x) + \left(\frac{r}{2k}\right)x^2 - \left(-\frac{20}{L} + \frac{rL}{2k}\right)x - 40$

เนื่องจาก $v(x,0) = 0 \neq f(x) + \left(\frac{r}{2k}\right)x^2 - \left(-\frac{20}{L} + \frac{rL}{2k}\right)x - 40$

ดังนั้นเกิดข้อขัดแย้ง จึงทำให้หาผลเฉลยไม่ได้ในกรณีที่ 2

ขั้นตอนการหาผลเฉลยกรณีที่ 3 $\mu < 0$

สมมติให้ $\mu = -\lambda^2$

$$\frac{x''}{x} = \frac{T'}{kT} = u = -\lambda^2$$

นั่นคือ $x'' = -\lambda^2 x$ และ $T' = -k\lambda^2 t$

หาผลเฉลยได้ $x = a_1 e^{\lambda i x} + a_2 e^{-\lambda i x}$ และ $T = a_3 e^{-k\lambda^2 t}$

หรือ $x = a_1 \cos \lambda x + a_2 \sin \lambda x$

นำมาแทนค่าในสมการที่ (10)

$$\begin{aligned} v(x,t) &= (a_1 \cos \lambda x + a_2 \sin \lambda x) a_3 e^{-k\lambda^2 t} \\ &= (c_1 \cos \lambda x + c_2 \sin \lambda x) e^{-k\lambda^2 t} \end{aligned}$$

แทนค่าเงื่อนไข $v(0,0) = 0$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$v(0,0) = (c_1 \cos \lambda(0) + c_2 \sin \lambda(0))e^{-k\lambda^2(0)} = 0$$

$$0 = c_1$$

แทนค่าเงื่อนไข $v(L,0) = 0$

$$v(L,0) = (c_2 \sin \lambda(L))e^{-k\lambda^2(0)}$$

$$0 = c_2 \sin(\lambda L)$$

เนื่องจาก $\sin(\lambda L) \neq 0$ ดังนั้น $c_2 = 0$

แทนค่าเงื่อนไข $v(x,0) = f(x) + \left(\frac{r}{2k}\right)x^2 - \left(-\frac{20}{L} + \frac{rL}{2k}\right)x - 40$

เนื่องจาก $v(x,0) = 0 \neq f(x) + \left(\frac{r}{2k}\right)x^2 - \left(-\frac{20}{L} + \frac{rL}{2k}\right)x - 40$

ดังนั้นเกิดข้อขัดแย้ง จึงทำให้หาผลเฉลยไม่ได้

แต่หาก $c_2 \neq 0$ ดังนั้น $\sin(\lambda L) = 0$ นั่นคือ $\sin(\lambda L) = \sin(n\pi)$ เมื่อ $n = 1, 2, 3, \dots$

นั่นคือ $\lambda L = n\pi$ หรือ $\lambda = \frac{n\pi}{L}$

ดังนั้นผลเฉลย คือ

$$v_n(x,t) = c_2 e^{-k\left(\frac{n\pi}{L}\right)^2 t} \sin\left(\frac{n\pi x}{L}\right)$$

แทนค่าเงื่อนไข

$$v_n(x,0) = f(x) + \left(\frac{r}{2k}\right)x^2 - \left(-\frac{20}{L} + \frac{rL}{2k}\right)x - 40$$

ดังนั้น

$$v_n(x,0) = f(x) + \left(\frac{r}{2k}\right)x^2 - \left(-\frac{20}{L} + \frac{rL}{2k}\right)x - 40 = A_n \sin\left(\frac{n\pi x}{L}\right)$$

จาก superposition principle

$$v(x,t) = \sum_{n=1}^{\infty} v_n = \sum_{n=1}^{\infty} A_n \sin\left(\frac{n\pi x}{L}\right)$$

ในนิยาม อนุกรมฟูเรียร์ไซน์ (Fourier sine series)

$$A_n = \frac{2}{L} \int_0^L f(x) \sin \frac{n\pi}{L} x dx$$

เพราะฉะนั้นผลเฉลยของสมการ $v(x,t)$ ก็คือ

$$v(x,t) = \frac{2}{L} \sum_{n=1}^{\infty} \left(\int_0^L \left(f(x) + \left(\frac{rx^2}{2k}\right) - \left(-\frac{20}{L} + \frac{rL}{2k}\right)x - 40 \right) \sin\left(\frac{n\pi x}{L}\right) dx \right) e^{-k\left(\frac{n\pi}{L}\right)^2 t} \sin\left(\frac{n\pi x}{L}\right)$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$\text{จาก } u(x,t) = v(x,t) + \varphi(x)$$

ดังนั้น

$$u(x,t) = \frac{2}{L} \sum_{n=1}^{\infty} \left(\int_0^L \left(f(x) + \left(\frac{r}{2k} \right) x^2 - \left(-\frac{20}{L} + \frac{rL}{2k} \right) x - 40 \right) \sin\left(\frac{n\pi x}{L}\right) dx \right) e^{-k\left(\frac{n\pi}{L}\right)^2 t} \sin\left(\frac{n\pi x}{L}\right) \\ + \left(\left(-\frac{r}{2k} \right) x^2 + \left(-\frac{20}{L} + \frac{rL}{2k} \right) x + 40 \right)$$

3.2 การหาผลเฉลยของสมการความร้อน ขณะที่มือไม่สัมผัสเครื่องระบายความร้อนของร่างกาย

กรณีนี้มีการกำหนดเงื่อนไขเริ่มต้น ดังนี้

1. อุณหภูมิเริ่มต้นของร่างกายมีค่า 40 องศาเซลเซียส
2. อุณหภูมิปกติของร่างกายมนุษย์ มีค่า 37 องศาเซลเซียส
3. อุณหภูมิเริ่มต้นของหัวใจ มีค่า 40 องศาเซลเซียส
4. อุณหภูมิเริ่มต้นของมือที่ไม่สัมผัสเครื่อง มีค่า 40 องศาเซลเซียส
5. อุณหภูมิของร่างกายในช่วงระหว่างหัวใจและมือมีค่าตามฟังก์ชันที่กำหนด
6. ระยะทางระหว่างหัวใจและมือ มีค่า L เมตร
7. ร่างกายมีการระบายความร้อนด้วยอัตราคงที่ r องศาเซลเซียส/วินาที

รูปแบบของสมการการถ่ายเทความร้อน

$$k \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} - r = \frac{\partial u}{\partial t} \quad 0 < x < L, t > 0$$

จากเงื่อนไขเริ่มต้น นำมาเขียนในรูปของสมการได้ ดังนี้

$$u(0,0) = 40 \\ u(L,0) = 40 \\ u(x,0) = f(x)$$

ขั้นตอนการหาผลเฉลย

$$k \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + r = \frac{\partial u}{\partial t} \quad (1)$$

สมมติให้

$$u(x,t) = v(x,t) + \varphi(x) \quad (2)$$

จากสมการที่ (2) หาอนุพันธ์อันดับที่ 2 เทียบ x

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} = \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \varphi''(x) \quad (3)$$

จากสมการที่ (2) หาอนุพันธ์อันดับที่ 1 เทียบ t

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$\frac{\partial u}{\partial t} = \frac{\partial v}{\partial t} \quad (4)$$

แทนสมการที่ (3) และสมการที่ (4) ลงในสมการที่ (1)

$$k \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + k\varphi''(x) + r = \frac{\partial v}{\partial t} \quad (5)$$

$$k \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} - \frac{\partial v}{\partial t} = -(k\varphi''(x) + r)$$

หาผลเฉลยทั่วไป โดยกำหนดให้

$$k\varphi''(x) + r = 0$$

$$\varphi''(x) = -\frac{r}{k}$$

หาปริพันธ์เทียบกับ x

$$\int \varphi''(x) dx = -\int \frac{r}{k} dx$$

$$\varphi'(x) = -\frac{rx}{k} + c_1$$

$$\int \varphi'(x) dx = -\int \left(\frac{rx}{k} + c_1\right) dx$$

$$\varphi(x) = -\frac{rx^2}{2k} + c_1x + c_2 \quad (6)$$

จากเงื่อนไขเริ่มต้น

$$u(0,0) = v(0,0) + \varphi(0) = 40 \quad (7)$$

$$u(L,0) = v(L,0) + \varphi(L) = 40 \quad (8)$$

สมมติให้ $v(0,0) = 0$ และ $v(L,0) = 0$

แทนค่า $v(0,0) = 0$ ในสมการที่ (7)

จะได้

$$v(0,0) + \varphi(0) = 40$$

$$0 + \left[-\frac{r(0)^2}{2k} + c_1(0) + c_2 \right] = 40$$

$$c_2 = 40$$

แทนค่า $v(L,0) = 0$ และ $c_2 = 40$ ในสมการที่ (8)

$$v(L,0) + \varphi(L) = 40$$

$$0 + \left[-\frac{r(L)^2}{2k} + c_1(L) + 40 \right] = 40$$

$$c_1(L) = \frac{r(L)^2}{2k}$$

$$c_1 = \frac{rL}{2k}$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

แทนค่า c_1 และ c_2 ลงใน (6) จะได้ว่า

$$\varphi(x) = -\frac{rx^2}{2k} + \frac{rL}{2k}x + 40 \quad (9)$$

จากเงื่อนไขเริ่มต้น

$$u(x, 0) = f(x)$$

$$u(x, 0) = v(x, 0) + \varphi(x) = f(x)$$

$$v(x, 0) = f(x) - \varphi(x)$$

$$v(x, 0) = f(x) + \left(\frac{rx^2}{2k}\right) - \left(\frac{rL}{2k}\right)x - 40$$

ดังนั้นจะหาผลเฉลยของ $v(x, t)$ จากเงื่อนไขใหม่

$$k \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} = \frac{\partial v}{\partial t} \quad 0 < x < L, t > 0$$

$$v(0, 0) = 0$$

$$v(L, 0) = 0$$

$$v(x, 0) = f(x) + \left(\frac{rx^2}{2k}\right) - \left(\frac{rL}{2k}\right)x - 40$$

ขั้นตอนการหาผลเฉลย

$$k \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} = \frac{\partial v}{\partial t}$$

สมมติให้

$$v(x, t) = X(x)T(t) \quad (10)$$

จากสมการที่ (10) หาอนุพันธ์อันดับที่ 2 เทียบ x

$$\frac{dv'(x, t)}{dx} = X''(x)T(t) \quad (11)$$

จากสมการที่ (10) หาอนุพันธ์อันดับที่ 1 เทียบ t

$$\frac{dv(x, t)}{dt} = X(x)T'(t) \quad (12)$$

แทนสมการที่ (11) และสมการที่ (12) ลงในสมการที่ (10)

$$kX''(x)T(t) = X(x)T'(t)$$

$$\frac{x''}{x} = \frac{T'}{kT}$$

จากสมการเชิงอนุพันธ์ จะกำหนดค่าของผลเฉลย คือ μ ซึ่งค่าของ μ มีอยู่ได้ 3 กรณีคือ

1.) $\mu = 0$

2.) $\mu > 0$ หรือ $\mu = \lambda^2$

3.) $\mu < 0$ หรือ $\mu = -\lambda^2$

ขั้นตอนการหาผลเฉลยกรณีที่ 1 $\mu = 0$

$$\frac{x''}{x} = \frac{T'}{kT} = u = 0$$

นั่นคือ $x'' = 0$ และ $T' = 0$

หาผลเฉลยได้ $x = a_1x + a_2$ และ $T = a_3$

นำมาแทนค่าในสมการที่ (10)

$$v(x,t) = (a_1x + a_2)a_3 = c_1x + c_2$$

แทนค่าเงื่อนไข $v(0,0) = 0$

$$v(0,t) = c_1(0) + c_2 = 0$$

$$c_2 = 0$$

แทนค่าเงื่อนไข $v(L,0) = 0$

$$v(L,t) = c_1(L) = 0$$

เนื่องจาก $L \neq 0$ ดังนั้น $c_1 = 0$

แทนค่าเงื่อนไข

$$v(x,0) = f(x) + \left(\frac{rx^2}{2k}\right) - \left(\frac{rL}{2k}\right)x - 40$$

เนื่องจาก

$$v(x,0) = 0 \neq f(x) + \left(\frac{rx^2}{2k}\right) - \left(\frac{rL}{2k}\right)x - 40$$

ดังนั้นเกิดข้อขัดแย้ง จึงทำให้หาผลเฉลยไม่ได้ในกรณีที่ 1

ขั้นตอนการหาผลเฉลยกรณีที่ 2 $\mu > 0$

สมมติให้ $\mu = \lambda^2$

$$\frac{x''}{x} = \frac{T'}{kT} = u = \lambda^2$$

นั่นคือ $x'' = \lambda^2x$ และ $T' = k\lambda^2t$

หาผลเฉลยได้ $x = a_1e^{\lambda x} + a_2e^{-\lambda x}$ และ $T = a_3e^{k\lambda^2t}$

หรือ

$$x = a_1 \cosh \lambda x + a_2 \sinh \lambda x$$

นำมาแทนค่าในสมการที่ (10)

$$\begin{aligned} v(x,t) &= (a_1 \cosh \lambda x + a_2 \sinh \lambda x)a_3e^{k\lambda^2t} \\ &= (c_1 \cosh \lambda x + c_2 \sinh \lambda x)e^{k\lambda^2t} \end{aligned}$$

แทนค่าเงื่อนไข $v(0,0) = 0$

$$v(0,0) = (c_1 \cosh \lambda(0) + c_2 \sinh \lambda(0))e^{k\lambda^2(0)} = 0$$

$$0 = c_1$$

แทนค่าเงื่อนไข $v(L,0) = 0$

$$v(L,t) = (c_2 \sinh \lambda(L))e^{k\lambda^2(0)}$$

$$0 = c_2 \sinh(\lambda L)$$

เนื่องจาก $\sinh(\lambda L) \neq 0$ ดังนั้น $c_2 = 0$

แทนค่าเงื่อนไข

$$v(x,0) = f(x) + \left(\frac{rx^2}{2k}\right) - \left(\frac{rL}{2k}\right)x - 40$$

เนื่องจาก

$$v(x,0) = 0 \neq f(x) + \left(\frac{rx^2}{2k}\right) - \left(\frac{rL}{2k}\right)x - 40$$

ดังนั้นเกิดข้อขัดแย้ง จึงทำให้หาผลเฉลยไม่ได้ในกรณีที่ 2

ขั้นตอนการหาผลเฉลยกรณีที่ 3 $\mu < 0$

สมมติให้ $\mu = -\lambda^2$

$$\frac{x''}{x} = \frac{T'}{kT} = u = -\lambda^2$$

นั่นคือ $x'' = -\lambda^2 x$ และ $T' = -k\lambda^2 T$

หาผลเฉลยได้ $x = a_1 e^{\lambda x} + a_2 e^{-\lambda x}$ และ $T = a_3 e^{-k\lambda^2 t}$

หรือ

$$x = a_1 \cos \lambda x + a_2 \sin \lambda x$$

นำมาแทนค่าในสมการที่ (10)

$$v(x,t) = (a_1 \cos \lambda x + a_2 \sin \lambda x) a_3 e^{-k\lambda^2 t}$$

$$= (c_1 \cos \lambda x + c_2 \sin \lambda x) e^{-k\lambda^2 t}$$

แทนค่าเงื่อนไข $v(0,0) = 0$

$$v(0,0) = (c_1 \cos \lambda(0) + c_2 \sin \lambda(0))e^{-k\lambda^2(0)} = 0$$

$$0 = c_1$$

แทนค่าเงื่อนไข $v(L,0) = 0$

$$v(L,0) = (c_2 \sin \lambda(L))e^{-k\lambda^2(0)}$$

$$0 = c_2 \sin(\lambda L)$$

เนื่องจาก $\sin(\lambda L) \neq 0$ ดังนั้น $c_2 = 0$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

แทนค่าเงื่อนไข

$$v(x, 0) = f(x) + \left(\frac{rx^2}{2k}\right) - \left(\frac{rL}{2k}\right)x - 40$$

เนื่องจาก

$$v(x, 0) = 0 \neq f(x) + \left(\frac{rx^2}{2k}\right) - \left(\frac{rL}{2k}\right)x - 40$$

ดังนั้นเกิดข้อขัดแย้ง จึงทำให้หาผลเฉลยไม่ได้

แต่หาก $c_2 \neq 0$ ดังนั้น $\sin(\lambda L) = 0$ นั่นคือ $\sin(\lambda L) = \sin(n\pi)$ เมื่อ $n = 1, 2, 3, \dots$

นั่นคือ $\lambda L = n\pi$ หรือ $\lambda = \frac{n\pi}{L}$

ดังนั้นผลเฉลย คือ

$$v_n(x, t) = c_2 e^{-k\left(\frac{n\pi}{L}\right)^2 t} \sin\left(\frac{n\pi x}{L}\right)$$

แทนค่าเงื่อนไข

$$v_n(x, 0) = f(x) + \left(\frac{rx^2}{2k}\right) - \left(\frac{rL}{2k}\right)x - 40$$

ดังนั้น

$$v_n(x, 0) = f(x) + \left(\frac{rx^2}{2k}\right) - \left(\frac{rL}{2k}\right)x - 40 = A_n \sin\left(\frac{n\pi x}{L}\right)$$

จาก superposition principle

$$v(x, t) = \sum_{n=1}^{\infty} v_n = \sum_{n=1}^{\infty} A_n \sin\left(\frac{n\pi x}{L}\right)$$

ในนิยาม อนุกรมฟูเรียร์ไซน์ (Fourier sine series)

$$A_n = \frac{2}{L} \int_0^L f(x) \sin \frac{n\pi}{L} x dx$$

เพราะฉะนั้นผลเฉลยของสมการ $v(x, t)$ ก็คือ

$$v(x, t) = \frac{2}{L} \sum_{n=1}^{\infty} \left(\int_0^L \left(f(x) + \left(\frac{rx^2}{2k}\right) - \left(\frac{rL}{2k}\right)x - 40 \right) \sin\left(\frac{n\pi x}{L}\right) dx \right) e^{-k\left(\frac{n\pi}{L}\right)^2 t} \sin\left(\frac{n\pi x}{L}\right)$$

จาก

$$u(x, t) = v(x, t) + \varphi(x)$$

ดังนั้น

$$u(x, t) = \frac{2}{L} \sum_{n=1}^{\infty} \left(\int_0^L \left(f(x) + \left(\frac{rx^2}{2k}\right) - \left(\frac{rL}{2k}\right)x - 40 \right) \sin\left(\frac{n\pi x}{L}\right) dx \right) e^{-k\left(\frac{n\pi}{L}\right)^2 t} \sin\left(\frac{n\pi x}{L}\right) + \left(\left(-\frac{rx^2}{2k}\right) + \left(\frac{rL}{2k}\right)x + 40 \right)$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

บทที่ 4

ผลการวิจัยและอภิปรายผล

4.1 การหาค่าของสมการความร้อน

จากการทดลองในงานวิจัยโดยใช้เครื่องระบายความร้อนของร่างกายที่สร้างโดยคณะวิศวกรรมศาสตร์ ผลการทดลองที่ได้นั้นมีข้อมูลเป็นคู่ลำดับของตำแหน่งบนร่างกายและอุณหภูมิ ซึ่งยังไม่สามารถนำมาแทนค่าในสมการหลัก $U(x,t)$ เพื่อหาผลเฉลยได้ทันที จึงจำเป็นต้องนำโปรแกรมพิเศษที่จัดการปัญหาทางคณิตศาสตร์ (MATLAB) มาช่วยในการปรับข้อมูลเหล่านี้ให้ได้เป็นฟังก์ชันที่สามารถนำไปแทนค่าในสมการหลัก $U(x,t)$ และหาผลเฉลยได้ ซึ่งแบ่งออกเป็น 2 กรณี ได้ดังนี้

4.1.1 ใช้ทฤษฎีของแบบจำลองเพื่อหาช่วงระยะเวลาการถ่ายเทความร้อนของร่างกาย ขณะที่มือสัมผัสเครื่องระบายความร้อนของร่างกาย

ค่าของข้อมูลคู่ลำดับของตำแหน่งบนร่างกายและอุณหภูมิคือ x และ y ตามลำดับ แบ่งตำแหน่งบนร่างกาย x เป็นช่วงทั้งหมด 30 ช่วง และค่า y เป็นอุณหภูมิ ณ แต่ละตำแหน่งของ x เป็น องศาเซลเซียส



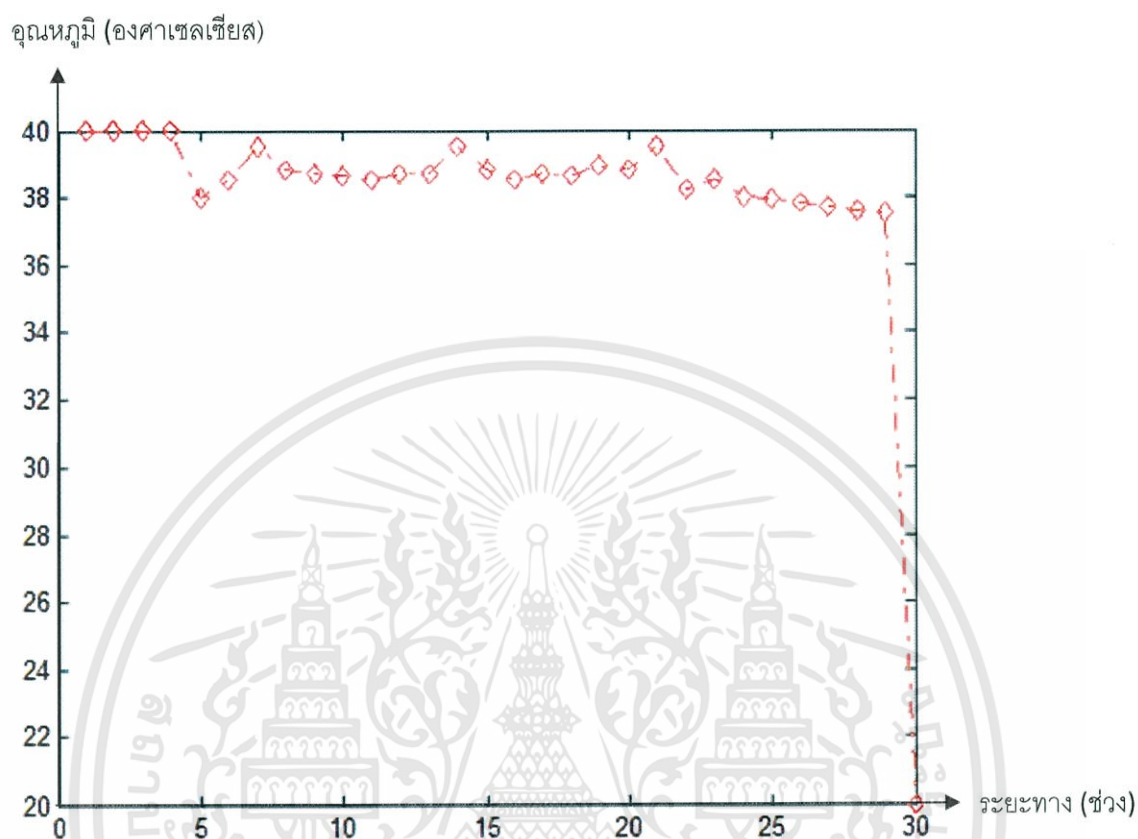
รูปที่ 4.1 ภาพแสดงอุณหภูมิของแขน ขณะที่มือสัมผัสเครื่องระบายความร้อนของร่างกาย (แบ่งความยาวแขนเป็น 30 ช่วงเนื่องจากประสิทธิภาพของเครื่องวัดอุณหภูมิสามารถวัดได้ละเอียดได้เพียงเท่านั้น)

ที่มา

http://www.google.co.th/search?hl=th&q=%E0%B9%81%E0%B8%82%E0%B8%99&um=1&ie=UTF8&tbm=isch&source=og&sa=N&tab=wi&ei=pKwKUZTgGo_KrAf3YcGDA&biw=1366&bih=667&sei=qKwKUZT9Co3IrQfdnIEY#imgcr=TxFy2PpjWnlpM%3A%3BCNycdo6QbSB2GM%3Bhttp%253A%252F%252Fwww.doctor.or.th%252Fsites%252Fdefault%252Ffiles%252FFDS%252F%252F%252Fwww.doctor.or.th%252Farticle%252Fdetail%252F5244%3B500%3B283

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ได้กราฟดังรูป



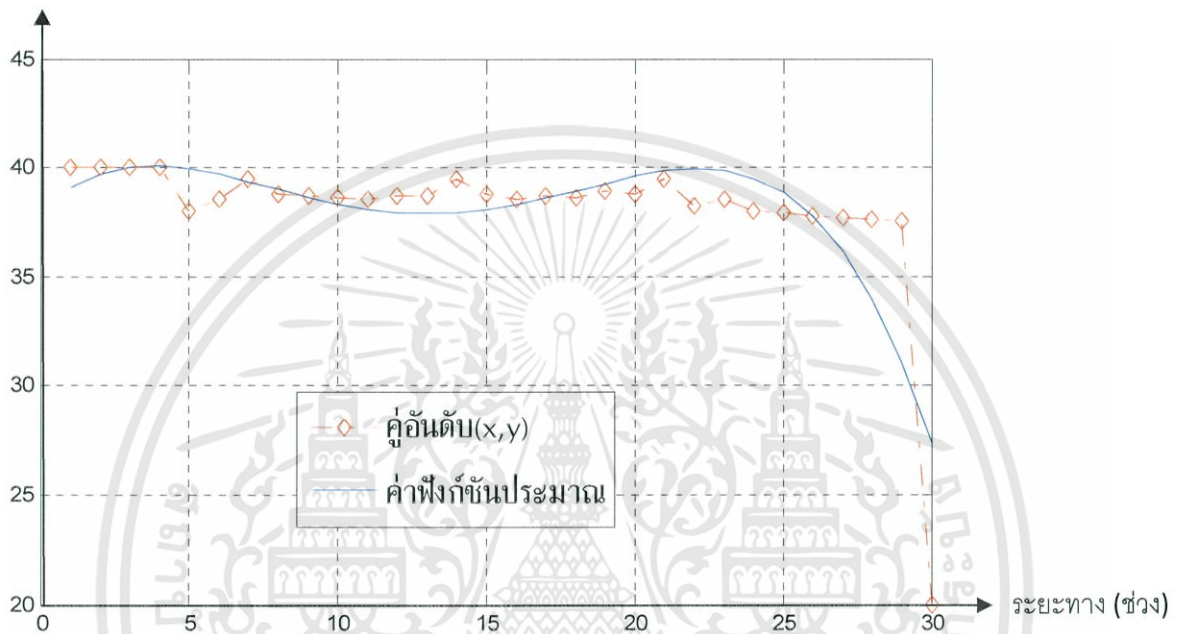
รูปที่ 4.2 กราฟแสดงคู่อันดับ (x, y) ขณะที่มือสัมผัสเครื่องระบายความร้อนของร่างกาย

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

จากคู่อันดับ (x, y) ที่เกิดจากการสัมผัสเครื่อง สามารถเขียนฟังก์ชันโดยการประมาณค่า ได้ดังนี้

$$f(x) = -0.0003x^4 + 0.0153x^3 - 0.2468x^2 + 1.2628x + 38.0636$$

อุณหภูมิจึง (องศาเซลเซียส)



รูปที่ 4.3 กราฟแสดงฟังก์ชันประมาณ ขณะที่มือสัมผัสเครื่องระบายความร้อนของร่างกาย

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ตารางแสดงค่าคลาดเคลื่อนของอุณหภูมิระหว่างค่าจริงที่ได้จากคู่อันดับและค่าประมาณที่ได้จากการคำนวณ

ค่าจริง	ค่าประมาณ	ค่าคลาดเคลื่อน
40	39.0946	0.9054
40	39.7195	0.2805
40	40.0192	0.0192
40	40.0677	0.0677
38	39.9319	0.0681
38.5	39.6714	1.6714
39.5	39.3390	0.1610
38.8	38.9803	0.1803
38.6	38.3313	0.2687
38.7	38.6339	0.0661
38.5	38.0968	0.4032
38.7	37.9478	0.7522
38.7	37.8946	0.8054
39.5	37.9404	1.5596
38.8	38.0814	0.7186
38.5	38.3065	0.1935
38.7	38.5978	0.1022
38.6	38.9301	0.3301
38.9	39.2714	0.3714
38.8	39.5824	0.7824
39.5	39.8168	0.3168
38.2	39.9213	1.7213
38.5	39.8353	1.3353
38	39.4915	1.4915
37.9	38.8151	0.9151
37.8	37.7247	0.0753
37.7	36.1313	1.5687
37.6	33.9393	3.6607
37.5	31.0458	6.4542
20	27.3408	7.3408

ตารางที่ 1 ตารางแสดงค่าคลาดเคลื่อนของอุณหภูมิ

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

เนื่องจาก $u(x,t)$ ที่ได้จาก แบบจำลองที่ศึกษาดังรายละเอียดในบทที่ 3

$$n = 1$$

$$u(x,t) = \frac{2}{L} \sum_{n=1}^{\infty} \left(\int_0^L \left(f(x) + \left(\frac{rx^2}{2k} \right) - \left(\frac{rL}{2k} \right) x - 40 \right) \sin\left(\frac{n\pi x}{L}\right) dx \right) e^{-k\left(\frac{n\pi}{L}\right)^2 t} \sin\left(\frac{n\pi x}{L}\right) + \left(\left(-\frac{rx^2}{2k} \right) + \left(\frac{rL}{2k} \right) x + 40 \right)$$

และเงื่อนไขที่ว่าอุณหภูมิปกติของร่างกายมนุษย์มีค่า 37 องศาเซลเซียส จะได้ว่า $u(x,t) = 37$ สมมติฐานของค่าการระบายความร้อน (r) และค่าการนำความร้อน (k) ดังนี้

ค่าการระบายความร้อน (r)	ค่าการนำความร้อน (k)
0.01	0.1654
0.001	0.1654
0.0001	0.1654

ตารางที่ 2 ตารางกำหนดค่าการระบายความร้อนและค่าการนำความร้อน
ขณะที่มือสัมผัสเครื่องระบายความร้อนของร่างกาย

จากแบบจำลองที่ได้มานั้น ต้องแก้สมการเพื่อหาช่วงเวลาที่ยานมีถ่ายเทความร้อนจนเข้าสู่สภาวะสมดุล(ปกติ) ขณะที่มือมีการสัมผัสเครื่องระบายความร้อนของร่างกาย

$$e^{-k\left(\frac{n\pi}{L}\right)^2 t} = \frac{u(x,t) - \left(\left(-\frac{rx^2}{2k} \right) + \left(\frac{rL}{2k} \right) x + 40 \right)}{\frac{2}{L} \sum_{n=1}^{\infty} \left(\int_0^L \left(f(x) + \left(\frac{rx^2}{2k} \right) - \left(\frac{rL}{2k} \right) x - 40 \right) \sin\left(\frac{n\pi x}{L}\right) dx \right) \sin\left(\frac{n\pi x}{L}\right)}$$

$$\ln(e^{-k\left(\frac{n\pi}{L}\right)^2 t}) = \ln \left(\frac{u(x,t) - \left(\left(-\frac{rx^2}{2k} \right) + \left(\frac{rL}{2k} \right) x + 40 \right)}{\frac{2}{L} \sum_{n=1}^{\infty} \left(\int_0^L \left(f(x) + \left(\frac{rx^2}{2k} \right) - \left(\frac{rL}{2k} \right) x - 40 \right) \sin\left(\frac{n\pi x}{L}\right) dx \right) \sin\left(\frac{n\pi x}{L}\right)} \right)$$

$$-k\left(\frac{n\pi}{L}\right)^2 t = \ln \left(\frac{u(x,t) - \left(\left(-\frac{rx^2}{2k} \right) + \left(\frac{rL}{2k} \right) x + 40 \right)}{\frac{2}{L} \sum_{n=1}^{\infty} \left(\int_0^L \left(f(x) + \left(\frac{rx^2}{2k} \right) - \left(\frac{rL}{2k} \right) x - 40 \right) \sin\left(\frac{n\pi x}{L}\right) dx \right) \sin\left(\frac{n\pi x}{L}\right)} \right)$$

$$t = \frac{\ln \left(\frac{u(x,t) - \left(\left(-\frac{rx^2}{2k} \right) + \left(\frac{rL}{2k} \right) x + 40 \right)}{\frac{2}{L} \sum_{n=1}^{\infty} \left(\int_0^L \left(f(x) + \left(\frac{rx^2}{2k} \right) - \left(\frac{rL}{2k} \right) x - 40 \right) \sin\left(\frac{n\pi x}{L}\right) dx \right) \sin\left(\frac{n\pi x}{L}\right)} \right)}{-k\left(\frac{n\pi}{L}\right)^2}$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ใช้โปรแกรม MATLAB เพื่อหาช่วงระยะเวลา (t) ขณะที่มือสัมผัสเครื่องระบายความร้อนของร่างกาย และความสูงของคนเป็น 180 เซนติเมตร เมื่อค่าการระบายความร้อน (r) เท่ากับ 0.01 ค่าการนำความร้อน (k) เท่ากับ 0.1654 และจำนวนรอบ (n) จะแสดงช่วงระยะเวลา (t) ได้ดังตาราง

จำนวนรอบ	ค่าการระบายความร้อน	ค่าการนำความร้อน	ระยะเวลา/วินาที
1	0.01	0.1654	14311
3	0.01	0.1654	2940.6
5	0.01	0.1654	1185.5
7	0.01	0.1654	642.08
9	0.01	0.1654	404.35
11	0.01	0.1654	278.91
17	0.01	0.1654	123.83
51	0.01	0.1654	14.84
100	0.01	0.1654	3.33
201	0.01	0.1654	0.9087
500	0.01	0.1654	0.1546
1000	0.01	0.1654	0.0334
3000	0.01	0.1654	0.0042
5000	0.01	0.1654	0.0015

ตารางที่ 3 ตารางแสดงช่วงระยะเวลาเมื่อมีค่าการระบายความร้อนเท่ากับ 0.01 ขณะที่มือสัมผัสเครื่องระบายความร้อนของร่างกาย

เมื่อค่าการระบายความร้อน (r) เท่ากับ 0.001 ค่าการนำความร้อน (k) เท่ากับ 0.1654 และจำนวนรอบ (n) จะแสดงช่วงระยะเวลาที่ร่างกายมีการระบายความร้อนจนเข้าสู่ภาวะสมดุลได้ดังตาราง

จำนวนรอบ	ค่าการระบายความร้อน	ค่าการนำความร้อน	ระยะเวลา
1	0.001	0.1654	14176
3	0.001	0.1654	2947.7
5	0.001	0.1654	1188.2
7	0.001	0.1654	643.48
9	0.001	0.1654	405.21
11	0.001	0.1654	279.48
17	0.001	0.1654	124.07
51	0.001	0.1654	14.86
100	0.001	0.1654	3.34
201	0.001	0.1654	0.91
500	0.001	0.1654	0.1548
1000	0.001	0.1654	0.0334
3000	0.001	0.1654	0.0042
5000	0.001	0.1654	0.0015

ตารางที่ 4 ตารางแสดงช่วงระยะเวลาเมื่อมีค่าการระบายความร้อนเท่ากับ 0.001
ขณะที่มีอัมผัสเครื่องระบายความร้อนของร่างกาย

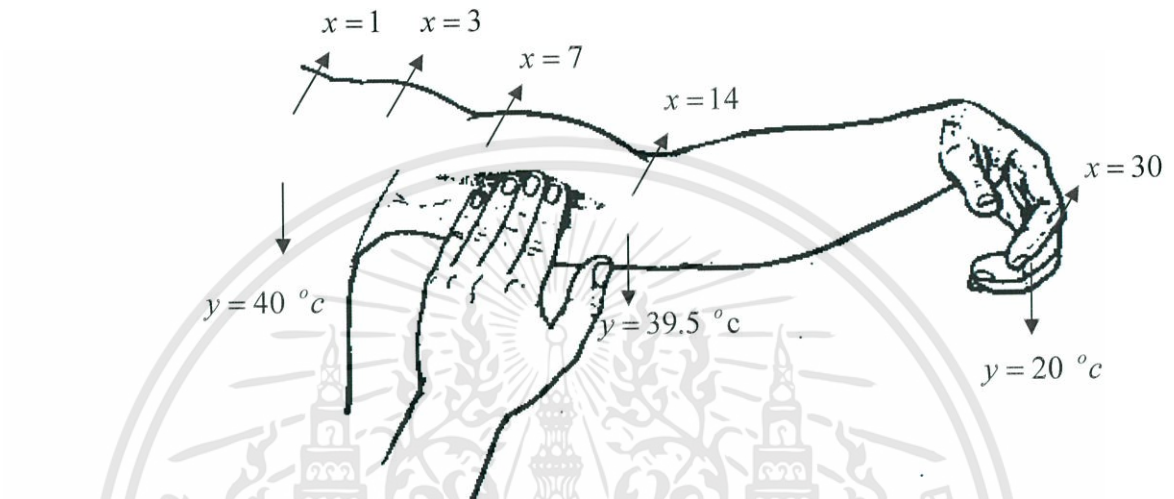
เมื่อค่าการระบายความร้อน (r) เท่ากับ 0.0001 ค่าการนำความร้อน (k) เท่ากับ 0.1654 และจำนวนรอบ (n) จะแสดงช่วงระยะเวลาที่ร่างกายมีการระบายความร้อนจนเข้าสู่ภาวะสมดุลได้ดังตาราง

จำนวนรอบ	ค่าการระบายความร้อน	ค่าการนำความร้อน	ระยะเวลา/วินาที
1	0.0001	0.1654	14163
3	0.0001	0.1654	2948.4
5	0.0001	0.1654	1188.5
7	0.0001	0.1654	643.63
9	0.0001	0.1654	405.30
11	0.0001	0.1654	279.54
17	0.0001	0.1654	124.10
51	0.0001	0.1654	14.87
100	0.0001	0.1654	3.34
201	0.0001	0.1654	0.91
500	0.0001	0.1654	0.1548
1000	0.0001	0.1654	0.0334
3000	0.0001	0.1654	0.0042
5000	0.0001	0.1654	0.0015

ตารางที่ 5 ตารางแสดงช่วงระยะเวลาเมื่อมีค่าการระบายความร้อนเท่ากับ 0.0001 ขณะที่มือสัมผัสเครื่องระบายความร้อนของร่างกาย

4.1.2 ใช้ทฤษฎีของแบบจำลองเพื่อหาช่วงระยะเวลาการถ่ายเทความร้อนของร่างกาย ขณะที่มือไม่สัมผัสเครื่องระบายความร้อนของร่างกาย

ค่าของข้อมูลลำดับของตำแหน่งบนร่างกายและอุณหภูมิคือ x และ y ตามลำดับแบ่งตำแหน่งบนร่างกาย x เป็นช่วงทั้งหมด 30 ช่วง และค่า y เป็นอุณหภูมิ ณ แต่ละตำแหน่งของ x เป็น องศาเซลเซียส



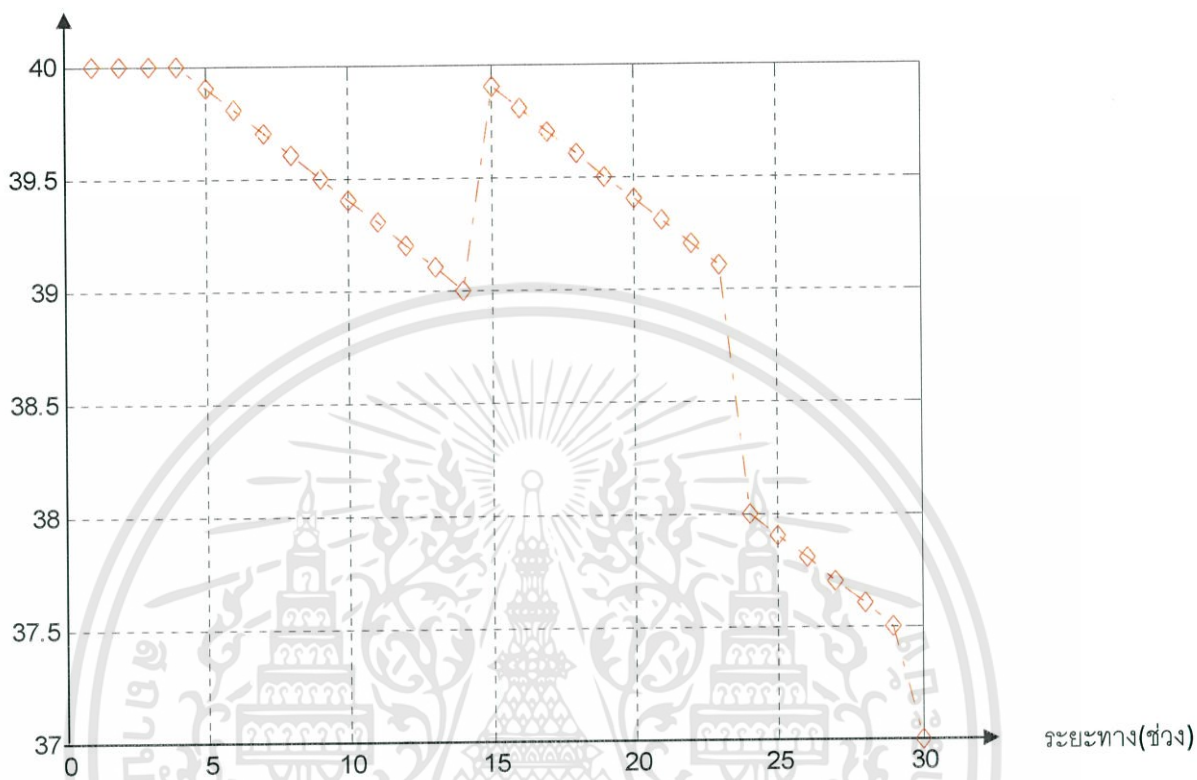
รูปที่ 4.4 ภาพแสดงอุณหภูมิของแขนขณะที่มือไม่สัมผัสเครื่องระบายความร้อนของร่างกาย (แบ่งความยาวแขนเป็น 30 ช่วงเนื่องจากประสิทธิภาพของเครื่องวัดอุณหภูมิสามารถวัดได้ละเอียดได้เพียงเท่านี้)

ที่มา

http://www.google.co.th/search?hl=th&q=%E0%B9%81%E0%B8%82%E0%B8%99&um=1&ie=UTF8&tbm=isch&source=og&sa=N&tab=wi&ei=pKwKUZTgGo_KrAf3YCgDA&biw=1366&bih=667&sei=qKwKUZT9Co3IrQfdnIEY#imgcr=TxFy2PpjWnlpM%3A%3BCNyedo6QbSB2GM%3Bhttp%253A%252F%252Fwww.doctor.or.th%252Fsites%252Fdefault%252Ffiles%252FDC04908.JPG%3Bhttp%253A%252F%252Fwww.doctor.or.th%252Farticle%252Fdetail%252F5244%3B500%3B283

ได้กราฟดังนี้

อุณหภูมิ (องศาเซลเซียส)



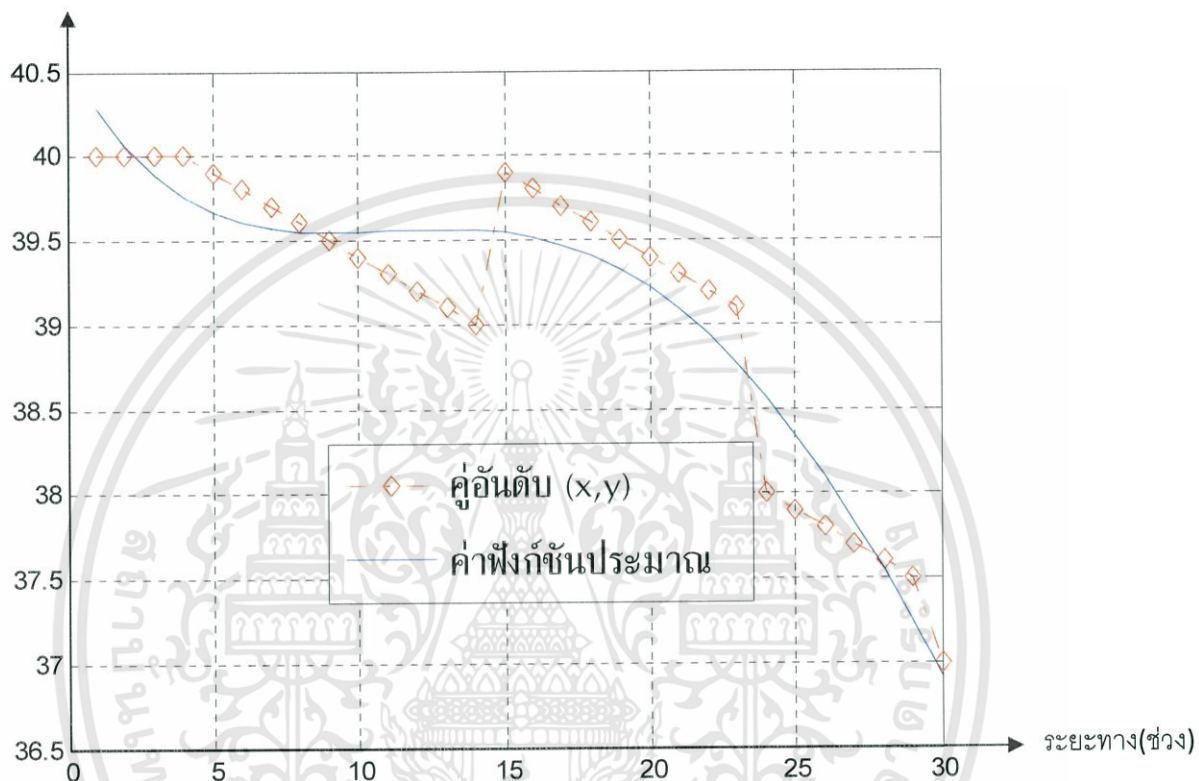
รูปที่ 4.5 กราฟแสดงคู่อันดับ (x, y) ขณะที่มือไม่สัมผัสเครื่องระบายความร้อนของร่างกาย

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

จากคู่อันดับ (x, y) ที่เกิดจากการไม่สัมผัสเครื่อง สามารถเขียนฟังก์ชันโดยการประมาณค่า ได้ดังนี้

$$f(x) = -0.0013x^3 + 0.0329x^2 - 0.3135x + 40.5686$$

อุณหภูมิ (องศาเซลเซียส)



รูปที่ 4.6 กราฟแสดงฟังก์ชันประมาณ ขณะที่มือไม่สัมผัสเครื่องระบายความร้อนของร่างกาย

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ตารางแสดงค่าคลาดเคลื่อนของอุณหภูมิระหว่างค่าจริงที่ได้จากคู่อันดับและค่าประมาณที่ได้จากการคำนวณ

ค่าจริง	ค่าประมาณ	ค่าคลาดเคลื่อน
40	40.2867	0.2867
40	40.0629	0.0629
40	39.8897	0.1103
40	39.7601	0.2399
39.9	39.6673	1.6673
39.8	39.6051	1.1051
39.7	39.5673	0.0673
39.6	39.5484	0.7484
39.5	39.5430	0.8430
39.4	39.5463	0.9463
39.3	39.5535	1.0535
39.2	39.5606	0.8606
39.1	39.5634	0.8634
39	39.5587	0.0687
39.9	39.5431	0.7431
39.8	39.5138	1.0138
39.7	39.4683	0.7683
39.6	39.4046	0.8046
39.5	39.3207	0.4207
39.4	39.2154	0.4154
39.3	39.0876	0.4124
39.2	38.9364	1.7364
39.1	38.7616	1.2616
38	38.5631	0.5631
37.9	38.3413	0.4413
37.8	38.0969	0.2969
37.7	37.8308	0.1308
37.6	37.5446	0.0554
37.5	37.2399	0.2601
37	36.9189	16.9189

ตารางที่ 6 ตารางแสดงค่าคลาดเคลื่อนของอุณหภูมิ

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

จากการเปรียบเทียบโดยแบบจำลองคณิตศาสตร์ในบทที่ 3
มีเงื่อนไขเริ่มต้น ดังนี้

1. อุณหภูมิของร่างกายมีค่าเท่ากับอุณหภูมิของหัวใจ
2. อุณหภูมิปกติของร่างกายมนุษย์ มีค่า 37 องศาเซลเซียส
3. อุณหภูมิเริ่มต้นของหัวใจ มีค่า 40 องศาเซลเซียส
4. อุณหภูมิเริ่มต้นของมือที่ไม่สัมผัสเครื่องระบายความร้อนของร่างกาย มีค่า 40 องศาเซลเซียส
5. อุณหภูมิของร่างกายในช่วงระหว่างหัวใจและมือมีค่าตามฟังก์ชันที่กำหนด
6. ระยะทางระหว่างหัวใจและมือ มีค่า L เมตร
7. ร่างกายมีการระบายความร้อนด้วยอัตราคงที่ r องศาเซลเซียส/วินาที

ดังนั้น จะได้ว่า

$$u(x, t) = \frac{2}{L} \sum_{n=1}^{\infty} \left(\int_0^L \left(f(x) + \left(\frac{rx^2}{2k} \right) - \left(\frac{rL}{2k} \right) x - 40 \right) \sin \left(\frac{n\pi x}{L} \right) dx \right) e^{-k \left(\frac{n\pi}{L} \right)^2 t} \sin \left(\frac{n\pi x}{L} \right) + \left(\left(-\frac{rx^2}{2k} \right) + \left(\frac{rL}{2k} \right) x + 40 \right)$$

และเงื่อนไขที่ว่าอุณหภูมิปกติของร่างกายมนุษย์มีค่า 37 องศาเซลเซียส จะได้ว่า $u(x, t) = 37$
สมมติฐานของค่าการระบายความร้อน (r) และค่าการนำความร้อน (k) ดังนี้

ค่าการระบายความร้อน (r)	ค่าการนำความร้อน (k)
0.01	0.1654
0.001	0.1654
0.0001	0.1654

ตารางที่ 7 ตารางกำหนดค่า ค่าการระบายความร้อนและค่าการนำความร้อน
ขณะที่มือไม่สัมผัสเครื่องระบายความร้อนของร่างกาย

จากแบบจำลองที่ได้มานั้น ต้องแก้สมการเพื่อหาช่วงระยะเวลาที่ร่างกายมีการถ่ายเทความร้อนจนเข้าสู่สภาวะสมดุล(ปกติ) ดังนี้

$$e^{-k\left(\frac{n\pi}{L}\right)^2 t} = \frac{u(x,t) - \left(\left(-\frac{rx^2}{2k} \right) + \left(\frac{rL}{2k} \right) x + 40 \right)}{\frac{2}{L} \sum_{n=1}^{\infty} \left(\int_0^L \left(f(x) + \left(\frac{rx^2}{2k} \right) - \left(\frac{rL}{2k} \right) x - 40 \right) \sin\left(\frac{n\pi x}{L}\right) dx \right)} \sin\left(\frac{n\pi x}{L}\right)$$

$$\ln\left(e^{-k\left(\frac{n\pi}{L}\right)^2 t}\right) = \ln\left(\frac{u(x,t) - \left(\left(-\frac{rx^2}{2k} \right) + \left(\frac{rL}{2k} \right) x + 40 \right)}{\frac{2}{L} \sum_{n=1}^{\infty} \left(\int_0^L \left(f(x) + \left(\frac{rx^2}{2k} \right) - \left(\frac{rL}{2k} \right) x - 40 \right) \sin\left(\frac{n\pi x}{L}\right) dx \right)} \sin\left(\frac{n\pi x}{L}\right)}\right)$$

$$-k\left(\frac{n\pi}{L}\right)^2 t = \ln\left(\frac{u(x,t) - \left(\left(-\frac{rx^2}{2k} \right) + \left(\frac{rL}{2k} \right) x + 40 \right)}{\frac{2}{L} \sum_{n=1}^{\infty} \left(\int_0^L \left(f(x) + \left(\frac{rx^2}{2k} \right) - \left(\frac{rL}{2k} \right) x - 40 \right) \sin\left(\frac{n\pi x}{L}\right) dx \right)} \sin\left(\frac{n\pi x}{L}\right)}\right)$$

$$t = \frac{\ln\left(\frac{u(x,t) - \left(\left(-\frac{rx^2}{2k} \right) + \left(\frac{rL}{2k} \right) x + 40 \right)}{\frac{2}{L} \sum_{n=1}^{\infty} \left(\int_0^L \left(f(x) + \left(\frac{rx^2}{2k} \right) - \left(\frac{rL}{2k} \right) x - 40 \right) \sin\left(\frac{n\pi x}{L}\right) dx \right)} \sin\left(\frac{n\pi x}{L}\right)}\right)}{-k\left(\frac{n\pi}{L}\right)^2}$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ใช้โปรแกรม MATLAB เพื่อหาช่วงระยะเวลา (t) ขณะที่มือไม่สัมผัสเครื่องระบายความร้อนของร่างกายและความสูงของคนเป็น 180 เซนติเมตร เมื่อค่าการระบายความร้อน (r) เท่ากับ 0.01 ค่าการนำความร้อน (k) เท่ากับ 0.1654 และจำนวนรอบ (n) จะแสดงช่วงระยะเวลา(t) ได้ดังตาราง

จำนวนรอบ	ค่าการระบายความร้อน	ค่าการนำความร้อน	ระยะเวลา/วินาที
1	0.01	0.1654	3929.5
3	0.01	0.1654	5722.2
5	0.01	0.1654	2192
7	0.01	0.1654	1156.3
9	0.01	0.1654	715.58
11	0.01	0.1654	487.30
17	0.01	0.1654	211.11
51	0.01	0.1654	24.5417
100	0.01	0.1654	5.8593
201	0.01	0.1654	1.5332
500	0.01	0.1654	0.2555
1000	0.01	0.1654	0.0586
3000	0.01	0.1654	0.0070
5000	0.01	0.1654	0.0026

ตารางที่ 8 ตารางแสดงช่วงระยะเวลาเมื่อมีค่าการระบายความร้อนเท่ากับ 0.01 ขณะที่มือไม่สัมผัสเครื่องระบายความร้อนของร่างกาย

เมื่อค่าการระบายความร้อน (r) เท่ากับ 0.001 ค่าการนำความร้อน (k) เท่ากับ 0.1654 และจำนวนรอบ (n) จะแสดงช่วงระยะเวลาที่ร่างกายมีการระบายความร้อนจนเข้าสู่ภาวะสมดุลได้ดังตาราง

จำนวนรอบ	ค่าการระบายความร้อน	ค่าการนำความร้อน	ระยะเวลา/วินาที
1	0.001	0.1654	39359
3	0.001	0.1654	5729.4
5	0.001	0.1654	2194.6
7	0.001	0.1654	1157.6
9	0.001	0.1654	716.38
11	0.001	0.1654	487.84
17	0.001	0.1654	211.33
51	0.001	0.1654	24.5666
100	0.001	0.1654	5.8658
201	0.001	0.1654	1.5348
500	0.001	0.1654	0.2557
1000	0.001	0.1654	0.0587
3000	0.001	0.1654	0.0070
5000	0.001	0.1654	0.0026

ตารางที่ 9 ตารางแสดงช่วงระยะเวลาเมื่อมีค่าการระบายความร้อนเท่ากับ 0.001 ขณะที่มือไม่สัมผัสเครื่องระบายความร้อนของร่างกาย

เมื่อค่าการระบายความร้อน (r) เท่ากับ 0.0001 ค่าการนำความร้อน (k) เท่ากับ 0.1654 และจำนวนรอบ (n) จะแสดงช่วงเวลาที่ร่างกายมีการระบายความร้อนจนเข้าสู่ภาวะสมดุล ได้ดังตาราง

จำนวนรอบ	ค่าการระบายความร้อน	ค่าการนำความร้อน	ระยะเวลา/วินาที
1	0.0001	0.1654	39365
3	0.0001	0.1654	5730.1
5	0.0001	0.1654	2194.9
7	0.0001	0.1654	1157.7
9	0.0001	0.1654	716.46
11	0.0001	0.1654	487.89
17	0.0001	0.1654	211.36
51	0.0001	0.1654	24.5691
100	0.0001	0.1654	5.8665
201	0.0001	0.1654	1.5350
500	0.0001	0.1654	0.2558
1000	0.0001	0.1654	0.0587
3000	0.0001	0.1654	0.0070
5000	0.0001	0.1654	0.0026

ตารางที่ 10 ตารางแสดงช่วงระยะเวลาเมื่อมีค่าการระบายความร้อนเท่ากับ 0.0001

ขณะที่มือไม่สัมผัสเครื่องระบายความร้อนของร่างกาย

4.2 การเปรียบเทียบช่วงระยะเวลาการถ่ายเทความร้อนของร่างกาย ขณะที่มือสัมผัสและไม่สัมผัสเครื่องระบายความร้อนของร่างกาย จนร่างกายเข้าสู่สภาวะสมดุล

เมื่อเปรียบเทียบช่วงระยะเวลาที่ร่างกายมีการถ่ายเทความร้อนจนเข้าสู่สภาวะสมดุล ขณะที่มือสัมผัสเครื่องระบายความร้อนของร่างกาย กับช่วงระยะเวลาที่ร่างกายมีการระบายความร้อนจนเข้าสู่สภาวะสมดุล ขณะที่มือไม่สัมผัสเครื่องระบายความร้อนของร่างกาย โดยมีค่าการระบายความร้อน (r) เท่ากับ 0.01 ได้ดังตาราง

จำนวนรอบ (n)	ค่าการระบาย ความร้อน (r)	ค่าการนำ ความร้อน (k)	ระยะเวลา (t) / วินาที (s)		เวลาที่ลดลง (เปอร์เซ็นต์)
			สัมผัส	ไม่สัมผัส	
1	0.01	0.1654	14311	39295	63.5806
3	0.01	0.1654	2940.6	5722.2	48.6107
5	0.01	0.1654	1185.5	2192	45.9170
7	0.01	0.1654	642.08	1156.3	44.4712
9	0.01	0.1654	392.44	715.58	45.1578
11	0.01	0.1654	278.91	487.30	42.7642
17	0.01	0.1654	123.83	211.11	41.3434
51	0.01	0.1654	14.84	24.5417	39.6537
100	0.01	0.1654	3.33	5.8593	43.1673
201	0.01	0.1654	0.9087	1.5332	40.7318
500	0.01	0.1654	0.1546	0.2555	39.4912
1000	0.01	0.1654	0.0334	0.0586	43.0034
3000	0.01	0.1654	0.0042	0.0070	40
5000	0.01	0.1654	0.0015	0.0026	42.3077

ตารางที่ 11 ตารางแสดงการเปรียบเทียบช่วงระยะเวลาขณะที่มือสัมผัสและไม่สัมผัสเครื่องระบายความร้อนของร่างกาย โดยที่ค่าการระบายความร้อนเท่ากับ 0.01

เมื่อเปรียบเทียบช่วงระยะเวลาที่ร่างกายมีถ่ายเทความร้อนจนเข้าสู่สภาวะสมดุล ขณะที่มือสัมผัสเครื่องระบายความร้อนของร่างกาย กับช่วงระยะเวลาที่ร่างกายมีการระบายความร้อนจนเข้าสู่สภาวะสมดุล ขณะที่มือไม่สัมผัสเครื่องระบายความร้อนของร่างกาย โดยมีค่าการระบายความร้อน (r) เท่ากับ 0.001 ได้ดังตาราง

จำนวนรอบ (n)	ค่าการระบาย ความร้อน (r)	ค่าการนำ ความร้อน (k)	ระยะเวลา (t) / วินาที (s)		เวลาที่ลดลง (เปอร์เซ็นต์)
			สัมผัส	ไม่สัมผัส	
1	0.001	0.1654	14176	39359	63.9828
3	0.001	0.1654	2947.7	5729.4	48.5513
5	0.001	0.1654	1188.2	2194.6	45.8580
7	0.001	0.1654	643.48	1157.6	44.4126
9	0.001	0.1654	405.21	716.38	43.4364
11	0.001	0.1654	279.48	487.84	42.7107
17	0.001	0.1654	124.07	211.33	41.2909
51	0.001	0.1654	14.86	24.5666	39.5114
100	0.001	0.1654	3.34	5.8658	43.0598
201	0.001	0.1654	0.91	1.5348	40.7089
500	0.001	0.1654	0.1548	0.2557	39.4603
1000	0.001	0.1654	0.0334	0.0587	43.1005
3000	0.001	0.1654	0.0042	0.0070	40
5000	0.001	0.1654	0.0015	0.0026	42.3077

ตารางที่ 12 ตารางแสดงการเปรียบเทียบช่วงระยะเวลาขณะที่มือสัมผัสและไม่สัมผัสเครื่องระบายความร้อนของร่างกายโดยที่ค่าการระบายความร้อนเท่ากับ 0.001

เมื่อเปรียบเทียบช่วงระยะเวลาที่ร่างกายมีการถ่ายเทความร้อนจนเข้าสู่ภาวะสมดุล ขณะที่มือสัมผัสเครื่องระบายความร้อนของร่างกาย กับช่วงระยะเวลาที่ร่างกายมีการระบายความร้อนจนเข้าสู่ภาวะสมดุล ขณะที่มือไม่สัมผัสเครื่องระบายความร้อนของร่างกาย โดยมีค่าการระบายความร้อน (r) เท่ากับ 0.0001 ได้ดังตาราง

จำนวนรอบ	ค่าการระบายความร้อน (r)	ค่าการนำความร้อน	ระยะเวลา (t) / วินาที (s)		เวลาที่ลดลง (เปอร์เซ็นต์)
			สัมผัส	ไม่สัมผัส	
1	0.0001	0.1654	14163	39365	64.0213
3	0.0001	0.1654	2948.4	5730.1	48.5454
5	0.0001	0.1654	1188.5	2194.9	45.8517
7	0.0001	0.1654	643.63	1157.7	44.4044
9	0.0001	0.1654	405.30	716.46	43.4302
11	0.0001	0.1654	279.54	487.89	42.7043
17	0.0001	0.1654	124.10	211.36	41.2850
51	0.0001	0.1654	14.87	24.5691	39.4768
100	0.0001	0.1654	3.34	5.8665	43.0666
201	0.0001	0.1654	0.91	1.5350	40.7166
500	0.0001	0.1654	0.1548	0.2558	39.4840
1000	0.0001	0.1654	0.0334	0.0587	43.1005
3000	0.0001	0.1654	0.0042	0.0070	40
5000	0.0001	0.1654	0.0015	0.0026	42.3077

ตารางที่ 13 ตารางแสดงการเปรียบเทียบช่วงระยะเวลาขณะที่มือสัมผัสและไม่สัมผัสเครื่องระบายความร้อนของร่างกาย โดยที่ค่าการระบายความร้อนเท่ากับ 0.0001

จากตารางแสดงการเปรียบเทียบช่วงระยะเวลาในการถ่ายเทความร้อนของร่างกายทั้ง 3 ตารางจะสังเกตเห็นว่าช่วงระยะเวลาในการถ่ายเทความร้อนของร่างกาย ขณะที่มือสัมผัสเครื่องระบายความร้อนของร่างกายมีค่ามากกว่าที่มือไม่สัมผัสเครื่องระบายความร้อนของร่างกาย

4.3 การเปรียบเทียบช่วงระยะเวลาการถ่ายเทความร้อนของร่างกาย จนร่างกายเข้าสู่สภาวะสมดุลขณะที่มือสัมผัสเครื่องระบายความร้อนของร่างกาย โดยที่มีค่าการระบายความร้อน (r) ที่แตกต่างกันและมีค่าการนำความร้อน (k) เท่ากัน

เมื่อเปรียบเทียบช่วงระยะเวลาการถ่ายเทความร้อนของร่างกายจนเข้าสู่สภาวะสมดุลขณะที่มือสัมผัสเครื่องระบายความร้อนของร่างกาย โดยที่มีค่าการระบายความร้อน (r) เท่ากับ 0.01 และ 0.001 ตามลำดับ ได้ดังตาราง

จำนวนรอบ (n)	ค่าการนำความร้อน (k)	ระยะเวลา (t) /วินาที (s)	
		$r = 0.01$	$r = 0.001$
1	0.1654	14311	14176
3	0.1654	2940.6	2947.7
5	0.1654	1185.5	1188.2
7	0.1654	642.08	643.48
9	0.1654	392.44	405.21
11	0.1654	278.91	279.48
17	0.1654	123.83	124.07
51	0.1654	14.84	14.86
100	0.1654	3.33	3.34
201	0.1654	0.9087	0.91
500	0.1654	0.1546	0.1548
1000	0.1654	0.0334	0.0334
3000	0.1654	0.0042	0.0042
5000	0.1654	0.0015	0.0015

ตารางที่ 14 ตารางแสดงการเปรียบเทียบช่วงระยะเวลาขณะที่มือสัมผัสเครื่องระบายความร้อนของร่างกาย โดยที่มีค่าการระบายความร้อนเท่ากับ 0.01 และ 0.001

เมื่อเปรียบเทียบช่วงระยะเวลาการถ่ายเทความร้อนของร่างกายจนเข้าสู่สภาวะสมดุล ขณะที่มือสัมผัสเครื่องระบายความร้อนของร่างกาย โดยที่มีค่าการระบายความร้อน (r) เท่ากับ 0.01 และ 0.0001 ตามลำดับ ได้ดังตาราง

จำนวนรอบ (n)	ค่าการนำ ความร้อน	ระยะเวลา(t)/วินาที(s)	
		$r = 0.01$	$r = 0.0001$
1	0.1654	14311	14163
3	0.1654	2940.6	2948.4
5	0.1654	1185.5	1188.5
7	0.1654	642.08	643.63
9	0.1654	392.44	405.30
11	0.1654	278.91	279.54
17	0.1654	123.83	124.10
51	0.1654	14.84	14.87
100	0.1654	3.33	3.34
201	0.1654	0.9087	0.91
500	0.1654	0.1546	0.1548
1000	0.1654	0.0334	0.0334
3000	0.1654	0.0042	0.0042
5000	0.1654	0.0015	0.0015

ตารางที่ 15 ตารางแสดงการเปรียบเทียบช่วงระยะเวลาขณะที่มือสัมผัสเครื่องระบาย
ความร้อนของร่างกาย โดยที่มีค่าการระบายความร้อนเท่ากับ 0.01 และ 0.0001

เมื่อเปรียบเทียบช่วงระยะเวลาการถ่ายเทความร้อนของร่างกายจนเข้าสู่สภาวะสมดุล ขณะที่มือมีการสัมผัสเครื่องระบายความร้อนของร่างกาย โดยที่มีค่าการระบายความร้อน (r) เท่ากับ 0.001 และ 0.0001 ตามลำดับ ได้ดังตาราง

จำนวนรอบ (n)	ค่าการนำ ความร้อน	ระยะเวลา(t)/วินาที(s)	
		$r = 0.001$	$r = 0.0001$
1	0.1654	14176	14163
3	0.1654	2947.7	2948.4
5	0.1654	1188.2	1188.5
7	0.1654	643.48	643.63
9	0.1654	405.21	405.30
11	0.1654	279.48	279.54
17	0.1654	124.07	124.10
51	0.1654	14.86	14.87
100	0.1654	3.34	3.34
201	0.1654	0.91	0.91
500	0.1654	0.1548	0.1548
1000	0.1654	0.0334	0.0334
3000	0.1654	0.0042	0.0042
5000	0.1654	0.0015	0.0015

ตารางที่ 16 ตารางแสดงการเปรียบเทียบช่วงระยะเวลาขณะที่มือสัมผัสเครื่องระบายความร้อนของร่างกาย โดยที่มีค่าการระบายความร้อนเท่ากับ 0.001 และ 0.0001

จากตารางการเปรียบเทียบช่วงระยะเวลาการถ่ายเทความร้อนของร่างกาย ขณะที่มือสัมผัสเครื่องระบายความร้อนของร่างกาย สังเกตเห็นว่า เมื่อมีค่าการระบายความร้อนที่แตกต่างกันจะมีช่วงระยะเวลาในการถ่ายเทความร้อนเพื่อให้ร่างกายเข้าสู่สภาวะปกติ ไม่แตกต่างกัน

4.4 การเปรียบเทียบช่วงระยะเวลาการถ่ายเทความร้อนของร่างกาย จนร่างกายเข้าสู่สถานะสมดุล ขณะที่มือไม่สัมผัสเครื่องระบายความร้อนของร่างกาย โดยที่มีค่าการระบายความร้อน (r) ที่แตกต่างกันและมีค่าการนำความร้อน (k) เท่ากัน

เมื่อเปรียบเทียบช่วงระยะเวลาการถ่ายเทความร้อนของร่างกายจนเข้าสู่สถานะสมดุล ขณะที่มือไม่สัมผัสเครื่องระบายความร้อนของร่างกาย โดยที่มีค่าการระบายความร้อน (r) เท่ากับ 0.01 และ 0.001 ตามลำดับ ได้ดังตาราง

จำนวนรอบ (n)	ค่าการนำ ความร้อน	ระยะเวลา(t)/วินาที(s)	
		$r = 0.01$	$r = 0.001$
1	0.1654	39295	39359
3	0.1654	5722.2	5729.4
5	0.1654	2192	2194.6
7	0.1654	1156.3	1157.6
9	0.1654	715.58	716.38
11	0.1654	487.30	487.84
17	0.1654	211.11	211.33
51	0.1654	24.5417	24.5666
100	0.1654	5.8593	5.8658
201	0.1654	1.5332	1.5348
500	0.1654	0.2555	0.2557
1000	0.1654	0.0586	0.0587
3000	0.1654	0.0070	0.0070
5000	0.1654	0.0026	0.0026

ตารางที่ 17 ตารางแสดงเมื่อเปรียบเทียบช่วงระยะเวลาขณะที่มือไม่สัมผัสเครื่องระบายความร้อน ของร่างกาย โดยที่มีค่าการระบายความร้อนเท่ากับ 0.01 และ 0.001

เมื่อเปรียบเทียบช่วงระยะเวลาการถ่ายเทความร้อนของร่างกายจนเข้าสู่สภาวะสมดุล ขณะที่มือไม่สัมผัสเครื่องระบายความร้อนของร่างกาย โดยที่มีค่าการระบายความร้อน (r) เท่ากับ 0.01 และ 0.0001 ตามลำดับ ได้ดังตาราง

จำนวนรอบ (n)	ค่าการนำ ความร้อน	ระยะเวลา (t) / วินาที (s)	
		$r = 0.01$	$r = 0.0001$
1	0.1654	39295	39365
3	0.1654	5722.2	5730.1
5	0.1654	2192	2194.9
7	0.1654	1156.3	1157.7
9	0.1654	715.58	716.46
11	0.1654	487.30	487.89
17	0.1654	211.11	211.36
51	0.1654	24.5417	24.5691
100	0.1654	5.8593	5.8665
201	0.1654	1.5332	1.5350
500	0.1654	0.2555	0.2558
1000	0.1654	0.0586	0.0587
3000	0.1654	0.0070	0.0070
5000	0.1654	0.0026	0.0026

ตารางที่ 18 ตารางแสดงเมื่อเปรียบเทียบช่วงระยะเวลา ขณะที่มือไม่สัมผัสเครื่องระบายความร้อนของร่างกาย โดยที่มีค่าการระบายความร้อนเท่ากับ 0.01 และ 0.0001

เมื่อเปรียบเทียบช่วงระยะเวลาการถ่ายเทความร้อนของร่างกายจนเข้าสู่ภาวะสมดุล ขณะที่มือไม่สัมผัสเครื่องระบายความร้อนของร่างกาย โดยที่มีค่าการระบายความร้อน (r) เท่ากับ 0.001 และ 0.0001 ตามลำดับ ได้ดังตาราง

จำนวนรอบ (n)	ค่าการนำ ความร้อน	ระยะเวลา (t) /วินาที (s)	
		$r = 0.001$	$r = 0.0001$
1	0.1654	39359	39365
3	0.1654	5729.4	5730.1
5	0.1654	2194.6	2194.9
7	0.1654	1157.6	1157.7
9	0.1654	716.38	716.46
11	0.1654	487.84	487.89
17	0.1654	211.33	211.36
51	0.1654	24.5666	24.5691
100	0.1654	5.8658	5.8665
201	0.1654	1.5348	1.5350
500	0.1654	0.2557	0.2558
1000	0.1654	0.0587	0.0587
3000	0.1654	0.0070	0.0070
5000	0.1654	0.0026	0.0026

ตารางที่ 19 ตารางแสดงเมื่อเปรียบเทียบช่วงระยะเวลา ขณะที่มือไม่สัมผัสเครื่องระบายความร้อนของร่างกาย โดยที่มีค่าการระบายความร้อนเท่ากับ 0.001 และ 0.0001

จากตารางการเปรียบเทียบระยะเวลาการถ่ายเทความร้อนของร่างกาย เมื่อมือไม่มีการสัมผัสเครื่องระบายความร้อนของร่างกาย สังเกตเห็นว่า เมื่อมีค่าการระบายความร้อนที่แตกต่างกันจะมีช่วงระยะเวลาในการถ่ายเทความร้อนเพื่อให้ร่างกายเข้าสู่ภาวะปกติ ไม่ต่างกัน

สรุปผลการวิจัยและข้อเสนอแนะ

5.1 สรุปผลงานวิจัย

1. จากผลงานวิจัยครั้งนี้ สามารถสร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ ด้วยการตั้งสมมติฐานในบทที่ 3 ทำให้ได้สมการที่แทนอุณหภูมิ u ณ ตำแหน่ง x ใดๆ ของแขนซึ่งยาว L ที่เวลา t คือ

$$u(x,t) = \frac{2}{L} \sum_{n=1}^{\infty} \left(\int_0^L \left(f(x) + \left(\frac{r}{2k} \right) x^2 - \left(-\frac{20}{L} + \frac{rL}{2k} \right) x - 40 \right) \sin\left(\frac{n\pi x}{L}\right) dx \right) e^{-k\left(\frac{n\pi}{L}\right)^2 t} \sin\left(\frac{n\pi x}{L}\right) + \left(\left(-\frac{r}{2k} \right) x^2 + \left(-\frac{20}{L} + \frac{rL}{2k} \right) x + 40 \right)$$

และจากสมการ ทำให้ได้เวลาที่เหมาะสมในการใช้เครื่องมือ คือ ประมาณ 10 นาที แต่จากการทดลองจริง ผู้ทดลองใช้เวลาในการสัมผัสประมาณ 3 นาที ทำให้ทราบว่า ค่าของเวลาที่ได้จากสมการ มีความคลาดเคลื่อน ทั้งนี้อาจเนื่องมาจากไม่ได้พิจารณาค่าพารามิเตอร์อื่นๆที่ส่งผลต่ออุณหภูมิ เช่น อุณหภูมิของบรรยากาศโดยรอบผู้ทดลอง ความเป็นต้น

2. จากผลงานวิจัยครั้งนี้ เมื่อเปรียบเทียบระยะเวลาการถ่ายเทความร้อนของร่างกาย ขณะที่มือสัมผัสเครื่องระบายความร้อนของร่างกายกับระยะเวลาการถ่ายเทความร้อนของร่างกาย ขณะที่มือไม่สัมผัสเครื่องระบายความร้อนของร่างกายนั้น พบว่า ระยะเวลาการถ่ายเทความร้อนของร่างกายขณะที่มือสัมผัสเครื่องระบายความร้อนของร่างกายมีค่าน้อยกว่าระยะเวลาการถ่ายเทความร้อนของร่างกายขณะที่มือไม่สัมผัสเครื่องระบายความร้อนของร่างกาย จึงสรุปได้ว่าเครื่องระบายความร้อนของร่างกายสามารถช่วยระบายความร้อนของร่างกายได้ซึ่ง จะเห็นได้จากเปอร์เซ็นต์ความแตกต่างของช่วงเวลาของร่างกายปรับเข้าสู่ภาวะสมดุลระหว่างการสัมผัสเครื่องระบายความร้อนของร่างกายและไม่สัมผัสเครื่องระบายความร้อนของร่างกาย โดยขณะที่สัมผัสเครื่องระบายความร้อนของร่างกายแล้ว ร่างกายจะปรับสมดุลได้เร็วกว่าขณะที่ไม่สัมผัสเครื่องระบายความร้อนของร่างกายถึง 40 เปอร์เซ็นต์ ดังตารางที่ 11,12 และ 13 ตามลำดับ

3. จากผลงานวิจัยครั้งนี้ เมื่อเปรียบเทียบช่วงระยะเวลาการถ่ายเทความร้อนของร่างกาย เมื่อมีค่าการระบายความร้อน (r) ที่แตกต่างกัน แต่มีค่าสัมประสิทธิ์การนำความร้อน (k) เท่ากัน ขณะที่มือสัมผัสเครื่องระบายความร้อนของร่างกาย พบว่า เมื่อพิจารณาในระยะเวลาเดียวกัน ช่วงระยะเวลาการถ่ายเทความร้อนของร่างกายที่ได้ นั้น ไม่มีความแตกต่างกัน ซึ่งเป็นเช่นเดียวกันกับการเปรียบเทียบช่วงระยะเวลาการถ่ายเทความร้อนของร่างกาย เมื่อมีค่าการระบายความร้อนที่แตกต่างกัน แต่มีค่าการนำความร้อนเท่ากันขณะที่มือไม่สัมผัสเครื่องระบายความร้อนของร่างกาย

ดังนั้น จึงสรุปได้ว่าค่าการระบายความร้อนนั้น ไม่มีผลกระทบต่อช่วงระยะเวลาการถ่ายเทความร้อนของร่างกาย ดังตารางที่ 14,15 และ 16 ตามลำดับ

5.2 ข้อเสนอแนะ

จากสมมติฐานในแบบจำลองได้ศึกษา พารามิเตอร์ ค่าการนำความร้อน และค่าการระบายความร้อน ซึ่งผู้วิจัยไม่ได้พิจารณากรณีที่เลือดมีการไหลเวียนในร่างกายและการกระจายความร้อน โดยการแผ่รังสี รวมถึงการคำนวณระยะเวลาการถ่ายเทความร้อนที่เกิดในระบบสามมิติ จึงทำให้ระยะเวลาของการถ่ายเทความร้อนของร่างกายเกิดความคลาดเคลื่อน ดังนั้น จึงควรมีการศึกษากรณีดังกล่าว เพื่อวิเคราะห์หาแนวทางในการพัฒนาแบบจำลองในอนาคตต่อไป



เอกสารอ้างอิง

- [1] พรชัย สาตราหา. (2550). สมการเชิงอนุพันธ์. พิมพ์ครั้งที่ 3. กรุงเทพฯ:พิทักษ์การพิมพ์
- [2] สมการเชิงอนุพันธ์ย่อย. (19 ตุลาคม 2555). Available URL :
<http://www.scribd.com/doc/61258651/บทที่-2-สมการเชิงอนุพันธ์ย่อย->
- [3] Partial Differential Equations and Solutions. (20 ตุลาคม 2555). Available URL :
<http://home.kku.ac.th/wattou/teaching/323462/102.pdf>
- [4] บทนำสู่สมการเชิงอนุพันธ์ย่อย.. (25 ตุลาคม 2555). Available URL :
<http://home.kku.ac.th/wattou/teaching/323462/101.pdf>
- [5] Second Order Partial Dierential Equations. (25 ตุลาคม 2555). Available URL :
http://www.math.vt.edu/people/dlr/m2k_fsp_secord.pdf
- [6] MATLAB เบื้องต้น. (26 ตุลาคม 2555). Available URL :
http://teacher.en.rmutt.ac.th/ktw/04-720-101/intro_matlab.html
http://pioneer.netserv.chula.ac.th/~tdumrong/2301312/file_sheet_2555_2nd/312ch11_2555_2nd.pdf
- [7] ปราโมทย์ เดชะอำไพ และ นิพนธ์ วรรณโสภากย์. (2554). พื้นฐานแมทแลบ. พิมพ์ครั้งที่ 1. กรุงเทพฯ:สำนักพิมพ์แห่งจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
- [8] สัจฉกร วุฒิสัทติกุลกิจ. (2547). MATLAB การประยุกต์ใช้งานทางวิศวกรรมไฟฟ้า. กรุงเทพฯ:คำนสุทธการพิมพ์
- [9] รศ.ภักคินี ชิตสกุล.(2553).Partial Differential Equations .พิมพ์ครั้งที่ 1. กรุงเทพฯ:สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง(วิทยาศาสตร์)
- [10] ระบบการไหลเวียนเลือดและส่วนประกอบของหัวใจ. (10 ตุลาคม 2555). Available URL
<http://www.bknowledge.org/pum/object/blog/access/bshow/srch/1/blid/4>
- [11] ส่วนประกอบของเซลล์. (10 ตุลาคม 2555). Available URL :
<http://www.thaigoodview.com/node/60269>
- [12] เนื้อเยื่อเกี่ยวพัน. (10 ตุลาคม 2555). Available URL :
<http://th.wikipedia.org/wiki/>
- [13] เนื้อเยื่อกล้ามเนื้อ.(10 ตุลาคม 2555). Available URL :
<http://th.wikipedia.org/wiki/>
- [14] ชนิดของหลอดเลือด.(10 ตุลาคม 2555). Available URL :
<http://61.19.202.164/works/organ/404-33/404-33.htm>

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

[15] ระบบหล่อดเค็อด.(10 ตุลาคม 2555). Available URL:

<http://www.thaigoodview.com/library/contest2553/type1/science03/15/web/011.html>



เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

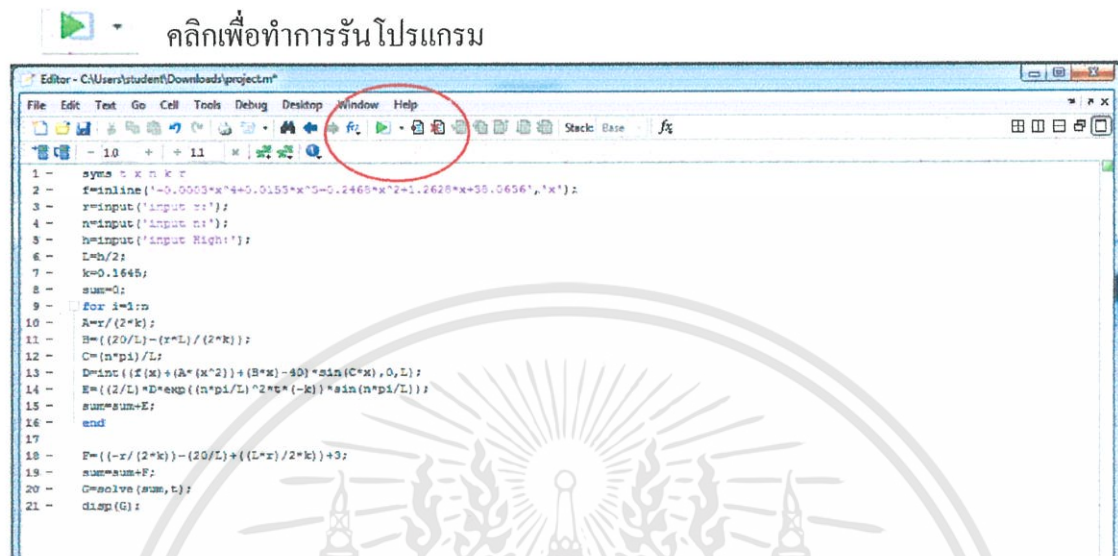
ภาคผนวก



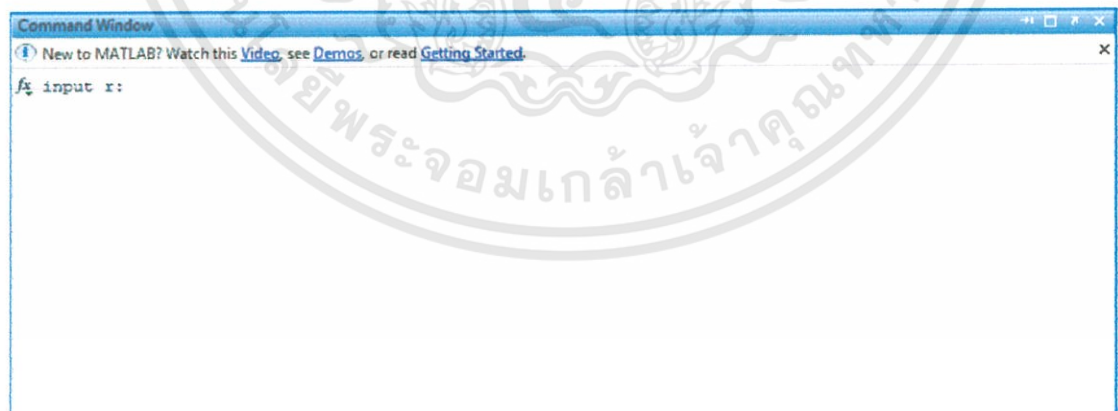
เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ตัวอย่างการใช้โปรแกรมพิเศษสำหรับแก้ไขปัญหาทางคณิตศาสตร์ (MATLAB)

มีขั้นตอนการดำเนินการดังนี้



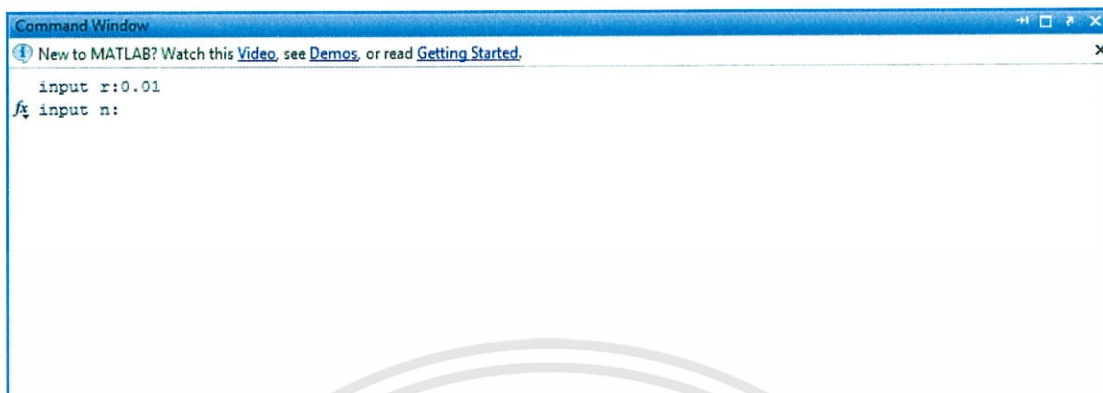
ขั้นตอนที่ 1 ใส่ค่าการระบายความร้อนของมนุษย์ (r)



ขั้นตอนที่ 2 ใส่จำนวนรอบในการคำนวณของแบบจำลอง (n)

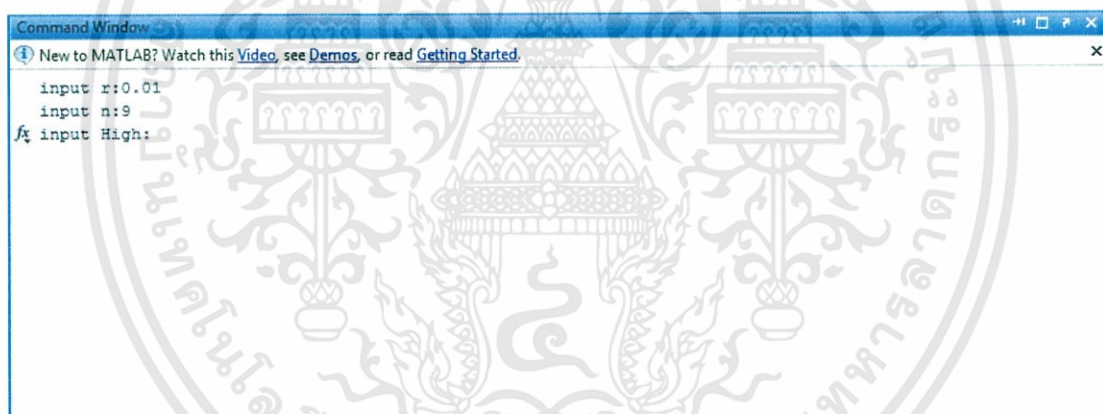
เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ขั้นตอนที่ 2 ใส่จำนวนรอบในการคำนวณของแบบจำลอง (n)

A screenshot of the MATLAB Command Window. The title bar reads "Command Window". Below the title bar, there is a blue header with a question mark icon and the text "New to MATLAB? Watch this Video, see Demos, or read Getting Started." The main area of the window contains the following text: "input r:0.01" followed by a cursor and "input n:".

```
input r:0.01
input n:
```

ขั้นตอนที่ 3 ใส่ความสูงของมนุษย์ ($High$)

A screenshot of the MATLAB Command Window. The title bar reads "Command Window". Below the title bar, there is a blue header with a question mark icon and the text "New to MATLAB? Watch this Video, see Demos, or read Getting Started." The main area of the window contains the following text: "input r:0.01", "input n:9", and "input High:" followed by a cursor.

```
input r:0.01
input n:9
input High:
```

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ผลการแสดงของเวลาที่ใช้ในการวิจัย

```
Command Window
New to MATLAB? Watch this Video, see Demos, or read Getting Started.
input r:0.01
input n:9
input High:180
-(72057594037927936000*log((50825961602665400*pi^5)/(1113351056574531*((12998251*pi^4)/125 - (35801154*pi^4)/125)))/125 - (35801154*pi^4)/125)
fx >> |
```

```
Command Window
New to MATLAB? Watch this Video, see Demos, or read Getting Started.
input r:0.01
input n:9
input High:180
-(72057594037927936000*log((50825961602665400*pi^5)/(1113351056574531*((12998251*pi^4)/125 - (35801154*pi^4)/125)))/125 - (35801154*pi^4)/125)
>> -(72057594037927936000*log((50825961602665400*pi^5)/(1113351056574531*((12998251*pi^4)/125 - (35801154*pi^4)/125)))/125 - (35801154*pi^4)/125)
ans =
404.3584
fx >>
```

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้