เทคนิคการจำลองแบบพื้นแรงสัมผัสสำหรับวัตถุที่แตกหักได้

TECHNIQUES FOR HAPTIC SIMULATION OF BRITTLE OBJECT

นนทพล สมร่าง

NONTAPOL SOMRANG

วิทยานิพนธ์นี้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตรปริญญาวิทยาศาสตรมหาบัณฑิต

สาขาวิชาเทคโนโลยีสารสนเทศ

บัณฑิตวิทยาลัย

สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง

พ.ศ. 2551

KMITL-2008-IT-M-001-234

เทคนิคการจำลองแบบมีแรงสัมผัสสำหรับวัตถุที่แตกหักได้

TECHNIQUES FOR HAPTIC SIMULATION OF BRITTLE OBJECT

นนทพล สมร่าง

NONTAPOL SOMRANG

สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง

...หมู่.....
...ทะเบียน 82648
...เดือน,ปี 21 ก.ค. 2551

.b 11952346
.i.....

วิทยานิพนธ์นี้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตรปริญญาวิทยาศาสตรมหาบัณฑิต

สาขาวิชาเทคโนโลยีสารสนเทศ

บัณฑิตวิทยาลัย

สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง

พ.ศ. 2551

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

KMITL-2008-IT-M-001-284

TECHNIQUES FOR HAPTIC SIMULATION OF BRITTLE OBJECT

NONTAPOL SOMRANG

A THESIS SUBMITTED IN PARTIAL FULFILLMENT

OF THE REQUIREMENT FOR THE DEGREE OF

MASTER OF SCIENCE IN INFORMATION TECHNOLOGY

SCHOOL OF GRADUATE STUDIES

KING MONGKUT'S INSTITUTE OF TECHNOLOGY LADKRABANG

2008

เอกสารนี้ ... ชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา ... องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

KMITL-2008-IT-M-001-284

COPYRIGHT 2008

SCHOOL OF GRADUATE STUDIES

KING MONGKUT'S INSTITUTE OF TECHNOLOGY LADKRABANG

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า

บัณฑิตวิทยาลัย

สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง

ใบรับรองวิทยานิพนธ์

หัวข้อวิทยานิพนธ์ เทคนิคการจำลองแบบมีแรงสัมผัสสำหรับวัตถุที่แตกหักได้

Techniques for Haptic Simulation of Brittle Object

ชื่อนักศึกษา นายนนทพล สมร่าง

รหัสประจำตัว 46066219

ปริญญา วิทยาศาสตรมหาบัณฑิต

สาขาวิชา เทคโนโลยีสารสนเทศ

อาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์ รศ.ดร.นพพร โชติกกำธร

คณะกรรมการสอบวิทยานิพนธ์		ลายมือชื่อ
ดร.สุธี	ผู้เจริญชนะชัย	
รศ.ดร.นพพร	โชติกกำธร	
ผศ.ดร.สมศักดิ์	วลัยรัชต์	
ผศ.ดร.จันทร์บูรณ์	สถิตวิริยวงศ์	
ดร.โอฬาร	วงศ์วิรัตน์	

วัน / เดือน/ ปี ที่สอบ 25 เมษายน 2551 เวลา 10.00 น. เป็นต้นไป

สถานที่สอบ ณ ห้อง M 04 (ชั้นลอย) คณะเทคโนโลยีสารสนเทศ

บัณฑิตวิทยาลัยรับรองแล้ว

(รศ.ดร.รวีวรรณ ชินะตระกูล)

คณบดีบัณฑิตวิทยาลัย

วันที่ 23 **เดือน** พฤษภาคม **พ.ศ.** 2551

สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง
SCHOOL OF GRADUATE STUDIES
KING MONGKUT'S INSTITUTE OF TECHNOLOGY LADKRABANG
เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

หัวข้อวิทยานิพนธ์	เทคนิคการจำลองแบบมีแรงสัมผัสสำหรับวัตถุที่แตกหักได้
นักศึกษา	นายนนทพล สมร่าง
รหัสประจำตัว	46066219
ปริญญา	วิทยาศาสตรมหาบัณฑิต
สาขา	เทคโนโลยีสารสนเทศ
พ.ศ.	2551
อาจารย์ที่ปรึกษา	รศ.ดร.นพพร โชติกกำธร

บทคัดย่อ

รายงานวิทยานิพนธ์ฉบับนี้นำเสนอการจำลองการแตกหักของวัตถุโดยอาศัยอุปกรณ์จำลองแรงสัมผัส โมเดลของการจำลองพัฒนามาจากข้อกำหนดของวัตถุที่มีความแข็ง ซึ่งประกอบด้วยจุดมวลซึ่งเชื่อมต่อกันด้วย ข้อกำหนดแบบเชิงเส้นเพื่อรักษาระยะห่างให้คงเดิม แทนโครงสร้างทางกายภาพของวัตถุเสมือน อย่างไรก็ดีวิธีการดังกล่าวต้องใช้เวลาในการคำนวณมาก และถูกพัฒนาขึ้นเพื่อใช้ในงานสร้างภาพกราฟิก ในงานวิจัยนี้ได้ทำการปรับปรุงโครงสร้างการเชื่อมต่อของจุดมวลเพื่อให้สามารถใช้ในการจำลองแรงแบบมีปฏิสัมพันธ์ได้ นอกจากนี้เพื่อให้สามารถใช้งานได้กับการประมวลผลแบบทันที งานวิจัยนี้ได้นำเสนออัลกอริทึมในการคำนวณโดยอาศัยวิธีการต่าง ๆ ที่พัฒนาขึ้น อันประกอบไปด้วยการจำกัดขอบเขตการกระจายของแรง เพื่อลดเวลาการคำนวณลงจากเดิมที่ต้องคำนวณทั้งชิ้นของวัตถุ การทำนายตำแหน่งล่วงหน้าของอุปกรณ์จำลองแรงสัมผัส เพื่อจัดเตรียมเมตริกซ์การกระจายแรงก่อนที่จะสัมผัสกับวัตถุเสมือนจริง ๆ และการปรับปรุงอัลกอริทึมการตรวจสอบการชนกันระหว่างอุปกรณ์จำลองแรงสัมผัสกับวัตถุเสมือนโดยใช้วิธี Barycentric coordinate เพื่อให้ใช้เวลาในการคำนวณน้อยลงรวมทั้งสามารถแก้ปัญหาการตรวจสอบการชนระหว่างชิ้นโพลีกอนที่มีมุมภายในมากกว่า 180 องศาได้ เทคนิคการจำลองที่พัฒนาขึ้นนี้ได้ถูกนำไปใช้ในการพัฒนาโปรแกรมสำหรับฝึกสอน การจำลองการขูดหินปูนทางทันตกรรม โดยทำงานร่วมกับอุปกรณ์จำลองแรงสัมผัสแบบมีจุดปลายเดียว

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

Thesis	Techniques for haptic simulation of brittle object
Student	Mr. Nontapol Somrang
Student ID.	46066219
Degree	Master of Science
Program	Information Technology
Year	2008
Thesis Advisor	Assoc. Prof. Dr. Nopporn Chotikakamthorn

ABSTRACT

This thesis presents haptic simulation of brittle object using haptic force feedback device. Based on the rigid-constraint model, the virtual object is represented as a set of point-masses connected by distance-preserving linear constraints. The drawbacks of the original method are that it takes much calculation time and is designed for graphic generation. To use the method for real-time haptic simulation, computational efficient algorithms are developed. Bounded force propagation method was developed to limit region of force propagation and reduce calculation time. Position Prediction technique was developed to predict the force feedback device end-point position. This allows time for preparing the appropriate constraints matrix before actual collision occurs. In addition, collision detection algorithm for haptic device end-point was developed by using Barycentric coordinate technique to improve calculation speed and to solve a problem caused by concave polygon crossing. We use these techniques, in combination with a single-point-of-contact haptic force feedback device, to develop the interactive dental training system with haptic force feedback for plaque removal.

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

กิตติกรรมประกาศ

วิทยานิพนธ์ฉบับนี้ สามารถสำเร็จลุล่วงไปด้วยดี ด้วยการให้คำปรึกษา และแนะนำแนวทางจาก รศ.ดร.นพพร โชติกกำธร ซึ่งเป็นอาจารย์ผู้ควบคุมวิทยานิพนธ์ ผู้วิจัยขอกราบขอบพระคุณเป็นอย่างสูงสำหรับความอนุเคราะห์จากท่าน

ขอกราบขอบพระคุณ บิดา มารดา พี่น้อง และ เพื่อน ๆ ของนักวิจัยที่ให้การสนับสนุนและช่วยเหลือในด้านต่าง ๆ อีกทั้งเป็นกำลังใจให้กับผู้วิจัยเสมอมา

และขอขอบคุณ ท.ญ. รสวรรณ จารุวรรณกุล ที่ให้ข้อมูลและเป็นผู้ทดลองสำหรับงานวิจัยนี้

อนึ่ง งานวิจัยที่นำเสนอในวิทยานิพนธ์ฉบับนี้นั้น ได้ปฏิบัติภายในห้องปฏิบัติการ Multimedia and Virtual Research (MVLAB) ของสำนักวิจัยการสื่อสารและเทคโนโลยีสารสนเทศ สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง

คุณค่าและประโยชน์ที่พึงได้รับจากวิทยานิพนธ์ฉบับนี้ ขอมอบแด่ผู้มีพระคุณทุกท่าน

นนทพล สมร่าง

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

สารบัญ

หน้า

บทคัดย่อภาษาไทย I

บทคัดย่อภาษาอังกฤษ II

กิตติกรรมประกาศ III

สารบัญ IV

สารบัญตาราง VII

สารบัญรูป VIII

บทที่ 1 บทนำ 1

1.1 ความเป็นมาและความสำคัญของปัญหา 1

1.2 วัตถุประสงค์ของการศึกษา 2

1.3 ทฤษฎีหรือแนวความคิดที่เกี่ยวข้องกับงานวิจัย 2

1.4 ขอบเขตของงานวิจัย 3

1.5 ขั้นตอนการศึกษา 3

1.6 สภาพแวดล้อมในการดำเนินโครงการ 3

บทที่ 2 งานวิจัยที่เกี่ยวข้อง 4

2.1 การศึกษาการกระจายของแรงภายในวัตถุและการจำลองการแตกหัก 4

2.2 การศึกษาการตรวจสอบการชนกันของวัตถุ (Collision Detection) 10

บทที่ 3 โมเดลการจำลองการแตกหักและการตรวจสอบการชนกันของวัตถุ 19

3.1 โครงสร้างของวัตถุที่แตกหักได้ 19

3.2 การจำลองการแตกหัก 20

3.2.1 การจำกัดขอบเขตการกระจายของแรง (Bonded Force Propagation) 22

3.2.2 การทำนายตำแหน่งล่วงหน้าของอุปกรณ์จำลองแรงสัมผัส (Position Prediction) 24

3.3 การตรวจสอบการชนกันระหว่างอุปกรณ์จำลองแรงสัมผัสกับวัตถุเสมือน 24

3.4 การพัฒนาโปรแกรมจำลองการขูดหินปูน 36

3.4.1 การโมเดลของฟัน เหงือก และหินปูน 36

3.4.1.1 การสร้างโมเดลฟันและเหงือก 36

3.4.1.2 การสร้างโมเดลหินปูน 47

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

สารบัญ (ต่อ)

หน้า

3.4.2 การจำลองแรง 39

3.4.2.1 แรงกดจากมือผู้ใช้ 39

3.4.2.2 แรงสั่นของเครื่องมือขูดหินปูน 40

3.4.2.3 Friction force 41

บทที่ 4 อุปกรณ์ที่ใช้ในงานวิจัย 43

4.1 รายละเอียดของเครื่องคอมพิวเตอร์ที่ใช้ในงานวิจัย 43

4.2 อุปกรณ์จำลองแรงสัมผัส 43

บทที่ 5 วิธีการทดลองและผลการทดลอง 45

5.1 การทดลองหาค่ามวลที่เหมาะสมบริเวณขอบของวัตถุ 45

5.1.1 การทดลอง โดยใช้แรงภายนอกมากระทำเท่ากับ 6 N. 46

5.1.2 การทดลอง โดยใช้แรงภายนอกมากระทำเท่ากับ 3 N. 47

5.2 การทดลองหาค่า Normalize Root Mean Square Error เมื่อใช้แรงภายนอกกระทำเท่ากับ 6 N. และเพิ่มมวลบริเวณขอบให้สูงขึ้น 48

5.3 การทดลองค่าแรงเฉลี่ยที่กระจายออกไป เมื่อมวลบริเวณขอบเท่ากับ 30 เท่าของบริเวณอื่น 49

5.4 การทดลองหาระดับการกระจายแรงสูงสุดภายในเวลา 1 มิลลิวินาที สำหรับวิธีการ Bounded Force Propagation 50

5.5 การทดลองเปรียบเทียบเวลาการคำนวณการกระจายของแรงแบบคิดทั้งวัตถุและแบบ Bounded Force Propagation 51

5.6 การทดลองเพิ่มมวลที่ขอบในแต่ละระดับของการทำ Bounded Force Propagation 52

5.6.1 เมื่อมีแรงกระทำบริเวณตรงกลางของวัตถุ 52

5.6.2 เมื่อมีแรงกระทำบริเวณจุดมุมของวัตถุ 54

5.6.3 เมื่อมีแรงกระทำบริเวณขอบของวัตถุ 56

5.7 การทดลองการตรวจสอบการชนกันของวัตถุโดยใช้อัลกอริทึมที่พัฒนาขึ้น 59

5.8 การทดลองตรวจสอบค่าคุณสมบัติของพื้นผิวของฟัน เหงือก และหินปูน 61

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

สารบัญ (ต่อ)

หน้า

บทที่ 6 สรุปผลการทดลองและข้อเสนอแนะ 63
6.1 สรุปผลการทดลอง 63
6.2 ข้อเสนอแนะ 63

เอกสารอ้างอิง 65

ภาคผนวก 66
ภาคผนวก ก. บทความและผลงานวิจัยที่ได้รับการตีพิมพ์ 67

ประวัติผู้เขียน 72

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

สารบัญตาราง

ตารางที่ หน้า

4.1 รายละเอียดของอุปกรณ์จำลองแรงสัมผัส 44

5.1 แสดงจำนวนเพลนข้างเคียงที่ต้องตรวจสอบและจำนวน operation เมื่อรูปทรงพื้นฐานใด ๆ active เมื่อใช้วิธี Voronoi plane 60

5.2 แสดงจำนวน operation ของการใช้วิธี Barycentric technique เปรียบเทียบกับวิธีการใช้ Voronoi plane 61

5.3 แสดงค่าคุณสมบัติของพื้นผิวของฟัน เหงือก และหินปูน 61

5.4 การแยกแยะพื้นผิวของฟัน เหงือก และหินปูน 62

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

สารบัญรูป

รูปที่ หน้า

1.1 เปรียบเทียบการฝึกหัดทางทันตกรรมด้วยระบบ DENSIM และการนำอุปกรณ์ด้านคอมพิวเตอร์กราฟิกมาใช้ทางทันตกรรม 2

2.1 การกระจายแรงโดยใช้แมสสปริงโมเดล 4

2.2 การจำลองวัตถุที่มีความยืดหยุ่นด้วย mass-spring model 5

2.3 การกระจายของแรงใน 2 มิติ 6

2.4 พื้นผิวของวัตถุ: a พื้นผิวเริ่มต้นของวัตถุ; b พื้นผิวเมื่อมีแรงภายนอกมากระทำ; c เหมือน b แต่มีแรงมากขึ้น d: การแตกภายในวัตถุ แสดงเป็น wire frame 7

2.5 สเปคตรัมความเค้นแสดงเป็นกราฟิก: a 1 เซลล์; b ฟิลด์ความเค้น (stress field); c สเปคตรัมความเค้น 8

2.6 การสร้างสเปคตรัมจากความต่างกันของความสูงของพื้นผิววัตถุ และแสดงการตัดสเปคตรัมที่ไม่ต่อเนื่องเพื่อแก้ปัญหาการคำนวณที่จะผิดพลาด 8

2.7 ลักษณะการเชื่อมต่อของจุดมวลระหว่าง 2 tetrahedral 9

2.8 การจำลองฟันโดยใช้ voxel ร่วมกับสปริงโมเดล 9

2.9 การจำลองการแตกหักโดยกำหนดรัศมีการคำนวณที่ต้องใช้การคำนวณแบบ dynamic 10

2.10 ระยะห่าง (D) จากจุดปลายอุปกรณ์จำลองแรงสัมผัส (HIP) กับเพลนของโพลีกอน 11

2.11 จุด P ที่ถูกฉายลงบนเพลนของโพลีกอน 11

2.12 การหาค่ามุมรอบจุด P เพื่อตรวจสอบว่าจุดนั้นอยู่ภายในสามเหลี่ยมหรือไม่ 12

2.13 แสดงจุด P อยู่ด้านในและจุด P' อยู่ด้านนอกของขอบ V_0V_1 13

2.14 จุด P ที่สัมพันธ์กับค่า barycentric coordinate 14

2.15 การข้ามขอบที่มีมุมภายในวัตถุมากกว่า 180 องศา เป็นสาเหตุให้เกิดความไม่ต่อเนื่องของแรง 15

2.16 ลักษณะการเชื่อมต่อแบบลำดับชั้นในฐานข้อมูล 15

2.17 จุดปลาย (HIP) และจุดปลายเสมือน (IHIP) ของอุปกรณ์จำลองสัมผัสเมื่อกระทำต่อวัตถุเสมือน 16

2.18 โพลีกอนที่มีรอยต่อแบบ concave 17

2.19 การเชื่อมต่อของ FDCG 17

2.20 voronoi planes รอบ ๆ ขอบโพลีกอน 17

2.21 Voronoi plane และ End plane ของขอบ V_0V_1 18

3.1 โครงสร้างของ Brittle object 19

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

สารบัญรูป (ต่อ)

รูปที่ หน้า

3.2 การแตกของโพลีกอน (a/b: a คือ constraint force และ b คือ constraint strength).....22

3.3 จุดมวลในแต่ละระดับ 23

3.4 พื้นที่แรงเงาคือระดับสูงสุดที่สามารถคำนวณแรงตอบสนองได้ทันในแบบ real-time และการกระจายแรงต่อไปในระดับที่สูงขึ้น 24

3.5 ปัญหาที่เกิดขึ้นเมื่อมุมภายในวัตถุระหว่างโพลีกอนมีค่ามากกว่า 180 องศา.....25

3.6 พื้นที่รอบโพลีกอน ถูกแบ่งโดย barycentric coordinate.....25

3.7ก HIP อยู่ภายในสามเหลี่ยม และอยู่ข้างใต้ชิ้นโพลีกอน 26

3.7ข HIP อยู่ภายในสามเหลี่ยม และอยู่ข้างบนชิ้นโพลีกอนน้อยกว่า 2 หน่วย.....26

3.7ค HIP อยู่ภายนอกสามเหลี่ยม และอยู่ข้างใต้ชิ้นโพลีกอน 27

3.7ง HIP อยู่ภายนอกสามเหลี่ยม และอยู่ข้างบนชิ้นโพลีกอน.....27

3.7จ HIP อยู่ภายในสามเหลี่ยม และอยู่ข้างบนชิ้นโพลีกอนมากกว่า 2 หน่วย 28

3.8 รูปทรงพื้นฐานและรูปทรงพื้นฐานข้างเคียง.....29

3.9 การข้ามขอบแบบ convex โดยมุมภายในวัตถุมีค่ามากกว่า 90 องศาแต่น้อยกว่า 180 องศา.....30

3.10 การข้ามขอบแบบ concave โดยมุมภายในวัตถุมีค่ามากกว่า 90 องศาแต่น้อยกว่า 270 องศา....31

3.11 การข้ามขอบแบบ convex โดยมุมภายในวัตถุมีค่าน้อยกว่า 90 องศา 31

3.12 การข้ามขอบแบบ concave โดยมุมภายในวัตถุมีค่ามากกว่า 270 องศา 32

3.13 การตรวจสอบว่า HIP เลยจุดมุมทั้งสองหรือไม่ 33

3.14 การหาระยะห่างจากชิ้นโพลีกอนและการคำนวณแรงต้าน 34

3.15 การสร้างแรงระหว่างจุด HIP กับขอบของโพลีกอน 35

3.16 การสร้างแรงระหว่างจุด HIP กับจุดมุมของโพลีกอน 36

3.17 โมเดลของฟันและเหงือกที่สร้างขึ้นจากโปรแกรมสร้างวัตถุ 3 มิติ.....37

3.18 โมเดลฟันและเหงือกขณะจำลองการขูดหินปูน 37

3.19 โพลีกอนที่ตัดกันระหว่างฟันกับเหงือก 38

3.20 การสร้างโมเดลหินปูน.....38

3.21 แสดงจุดมวล แทนด้วยวงกลม, constraint แทนด้วยเส้น และโพลีกอนของหินปูน แทนด้วยแทนสามเหลี่ยม 39

3.22 การคำนวณแรงกด 40

3.23 กราฟแสดงความสัมพันธ์ระหว่างแรงกดกับระยะทางในการกด 40

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

สารบัญรูป (ต่อ)

รูปที่ หน้า

3.24 เครื่องขูดหินปูน Piezo Ultrasonic Scaler....41
3.25 กราฟแสดงความสัมพันธ์ระหว่างแรงสั่นกับเวลา....41
3.26 แรงเสียดทาน....42
4.1 อุปกรณ์จำลองแรงสัมผัส PHANTOM® Premium 1.5/6DOF....43
5.1 แสดงวัตถุที่ใช้สำหรับการทดลอง, โพลีกอน, point-masses และ constraints เกี่ยวข้อง....45
5.2 ผลการทดลองโดยมีแรงภายนอกเท่ากับ 6 N. และเพิ่มค่ามวลที่ขอบ ตั้งแต่ 1 ถึง 50 เท่า....46
5.3 ผลการทดลองโดยมีแรงภายนอกเท่ากับ 3 N....47
5.4 Normalize RMSE เปรียบเทียบการคำนวณแรงต้านกับการเพิ่มมวลที่ขอบ....48
5.5 แรงกระจายเฉลี่ยของ point-mass ในแต่ละระดับ เมื่อมีแรงภายนอกมากระทำที่ 6 N.....49
5.6 แรงกระจายเฉลี่ยของ point-mass ในแต่ละระดับ เมื่อมีแรงภายนอกมากระทำที่ 3 N.....50
5.7 เวลาที่ใช้ในการคำนวณ Bounded Force Propagation ที่ระดับสูงสุดต่าง ๆ....51
5.8 เวลาที่ใช้การคำนวณทั้งวัตถุเปรียบเทียบกับวิธี Bounded Force Propagation....52
5.9 แรงกระจายเฉลี่ยในระดับที่ 1 ถึง 3 เมื่อมีแรงกระทำบริเวณตรงกลางวัตถุและเพิ่มมวลระดับที่ 3 ให้สูงขึ้น....53
5.10 แรงกระจายเฉลี่ยในระดับที่ 4 เมื่อมีแรงกระทำบริเวณตรงกลางวัตถุและเพิ่มมวลละดับที่ 4 ให้สูงขึ้น....53
5.11 แรงกระจายเฉลี่ยในระดับที่ 5 เมื่อมีแรงกระทำบริเวณตรงกลางวัตถุและเพิ่มมวลระดับที่ 5 ให้สูงขึ้น....54
5.12 แรงกระจายเฉลี่ยในระดับที่ 1 ถึง 3 เมื่อมีแรงกระทำบริเวณจุดมุมของวัตถุและเพิ่มมวลระดับที่ 3 ให้สูงขึ้น....55
5.13 แรงกระจายเฉลี่ยในระดับที่ 4 เมื่อมีแรงกระทำบริเวณจุดมุมของวัตถุและเพิ่มมวลละดับที่ 4 ให้สูงขึ้น....55
5.14 แรงกระจายเฉลี่ยในระดับที่ 5 เมื่อมีแรงกระทำบริเวณจุดมุมของวัตถุและเพิ่มมวลระดับที่ 5 ให้สูงขึ้น....56
5.15 แรงกระจายเฉลี่ยในระดับที่ 1 ถึง 3 เมื่อมีแรงกระทำบริเวณขอบของวัตถุและเพิ่มมวลระดับที่ 3 ให้สูงขึ้น....56
5.16 แรงกระจายเฉลี่ยในระดับที่ 4 เมื่อมีแรงกระทำบริเวณขอบของวัตถุและเพิ่มมวลละดับที่ 4 ให้สูงขึ้น....57

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

สารบัญรูป (ต่อ)

รูปที่ หน้า

5.17 แรงกระจายเฉลี่ยในระดับที่ 5 เมื่อมีแรงกระทำบริเวณขอบของวัตถุและเพิ่มมวลระดับที่ 5 ให้สูงขึ้น 57

5.18 การแตกหักเมื่อคิดการกระจายแรงทั้งวัตถุ 58

5.19 การแตกหักเมื่อคิดการกระจายแรงในระดับ 1 ถึง 3 58

5.20 การแตกหักเมื่อการกระจายแรงในระดับ 4 และ 5 โดยไม่เพิ่มมวลบริเวณขอบ 58

5.21 การแตกหักเมื่อการกระจายแรงในระดับ 4 และ 5 โดยเพิ่มมวลบริเวณขอบ 59

5.22 วัตถุที่ใช้ในการทดลองการตรวจสอบการชนกันของวัตถุ 59

6.1 การแบ่งระดับย่อย ในระดับที่สูง ๆ 63

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

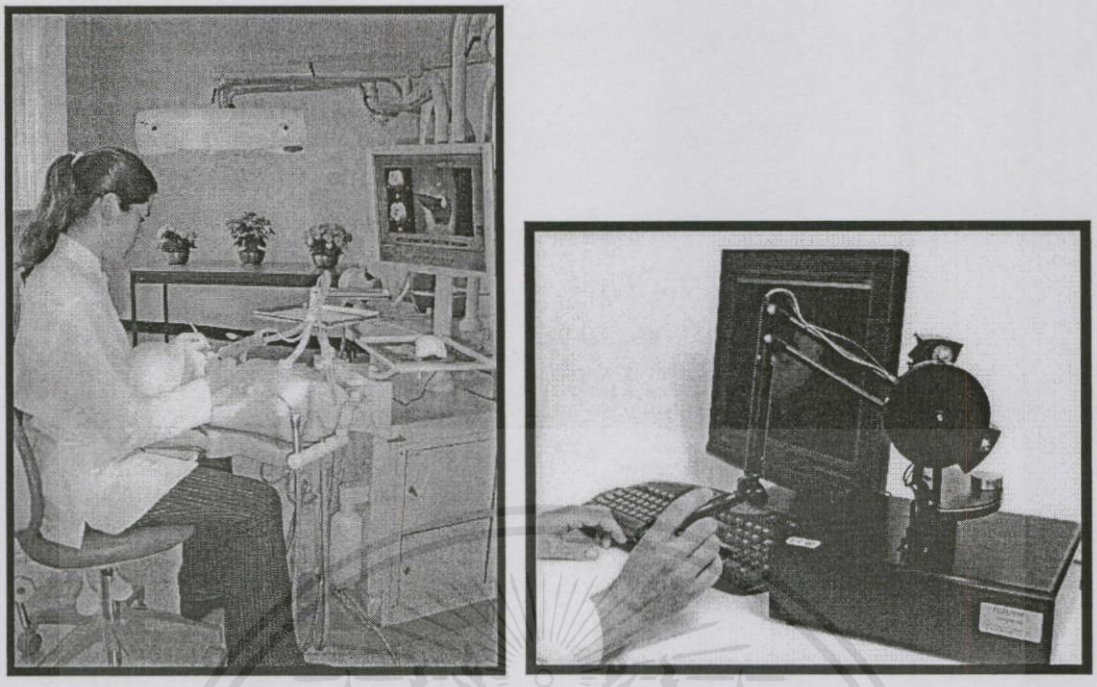
บทที่ 1
บทนำ

1.1 ความเป็นมาและความสำคัญของปัญหา

ปัจจุบันระบบคอมพิวเตอร์และระบบสารสนเทศมีความก้าวหน้าทางด้านวิทยาการ ไม่ว่าจะเป็นฮาร์ดแวร์ (Hardware) ซอฟต์แวร์ (Software) แต่ในทางตรงกันข้ามราคากลับถูกลงเรื่อย ๆ ซึ่งทำให้คอมพิวเตอร์เข้ามากลายเป็นส่วนหนึ่งของชีวิตประจำวันของมนุษย์ในปัจจุบัน ทำให้มีการนำเทคโนโลยีทางด้านคอมพิวเตอร์กราฟิก (Computer Graphic) มาผนวกเข้ากับเครื่องคอมพิวเตอร์ ตัวอย่างเช่น ถุงมืออิเล็กทรอนิกส์ (Cyber Glove) แว่น 3 มิติ (Cyber Eyes) และอุปกรณ์จำลองแรงสัมผัส (Force Feedback Device) เป็นต้น เพื่อสร้างและพัฒนางานด้านระบบเสมือนจริง (Virtual Reality) ทำให้มนุษย์สามารถติดต่อสื่อสารกับเครื่องคอมพิวเตอร์ได้โดยตรงและเป็นธรรมชาติ ไม่ใช่เพียงแค่การสื่อสารผ่านการมองเห็น เสียง หรือการสัมผัสในรูปของเมาส์ คีย์บอร์ด จอยสติก แต่สามารถเข้ามาควบคุมและสื่อสารผ่านอุปกรณ์โดยตรง ซึ่งอุปกรณ์นี้ จะมีการตอบสนองกลับมาที่ผู้ใช้ผ่านการสัมผัสหรือแรง

สำหรับการฝึกหัดทางด้านทันตกรรมของนักศึกษาทันตแพทย์ ปัจจุบันได้มีอุปกรณ์มากมายสำหรับช่วยฝึกสอนให้นักศึกษาทันตแพทย์ เกิดความคุ้นเคยกับเครื่องมือทางทันตกรรม และมีความชำนาญมากขึ้นสำหรับการรักษาในกรณีต่าง ๆ เช่น การอุดฟัน ถอนฟัน หรือการขูดหินปูน เป็นต้น ดังรูปที่ 1.1 ซ้าย คือระบบ DENSIM พัฒนาโดยบริษัท DenX ซึ่งเป็นอุปกรณ์ที่มีประโยชน์มากสำหรับช่วยฝึกสอนทางทันตกรรม แต่อย่างไรก็ตามอุปกรณ์ตัวนี้มีราคาสูง และมีการใช้วัสดุที่สิ้นเปลือง เช่น ฟันพลาสติก หุ่นยาง หรืออุปกรณ์ที่ต้องใช้แล้วทิ้ง เป็นต้น ดังนั้นจึงเกิดแนวคิดในการนำอุปกรณ์คอมพิวเตอร์กราฟิก มาช่วยเพิ่มประสิทธิภาพสำหรับการฝึกหัดให้แก่นักศึกษาขึ้น และลดการใช้วัสดุที่สิ้นเปลืองลง โดยพัฒนาโปรแกรมการจำลองการขูดหินปูนแบบโต้ตอบได้ด้วยอุปกรณ์จำลองแรงสัมผัส ดังรูปที่ 1.1 ขวา ซึ่งในงานวิจัยนี้จะกล่าวถึงวิธีการออกแบบโมเดลของฟัน เหงือก และหินปูน ทั้งทางด้านกราฟิก (Graphical model) และทางด้านกายภาพ (Physical model) นอกจากนี้จะกล่าวถึงวิธีการสร้างแรงและการกระจายของแรงในวัตถุที่มีความแข็ง แต่สามารถแตกหักได้ รวมทั้งนำเสนอวิธีการตรวจสอบการชนกันของอุปกรณ์จำลองแรงสัมผัสกับวัตถุเสมือนสำหรับรายละเอียดในการออกแบบและโครงสร้างของโปรแกรมจะได้กล่าวในบทต่อไป

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



รูปที่ 1.1 เปรียบเทียบการฝึกหัดทางทันตกรรมด้วยระบบ DENSIM และการนำอุปกรณ์ด้านคอมพิวเตอร์กราฟิกมาใช้ทางทันตกรรม

1.2 วัตถุประสงค์ของการศึกษา

1. ศึกษาและพัฒนาเทคนิคการจำลองแบบมีแรงสัมผัสสำหรับวัตถุที่แตกหักได้ เช่น หินปูน เพื่อใช้ในการจำลองแบบ real-time
2. ศึกษาและพัฒนาเทคนิคการตรวจสอบการชนกันระหว่างจุดปลายของอุปกรณ์จำลองแรงสัมผัสกับวัตถุเสมือน
3. พัฒนาโปรแกรมจำลองการขูดหินปูน

1.3 ทฤษฎีหรือแนวความคิดที่เกี่ยวข้องกับงานวิจัย

การจำลองการแตกหักของหินปูนจะใช้แบบจำลองของวัตถุที่มีความแข็งแต่เปราะ หินปูนจะถูกแบ่งเป็น 2 ส่วน คือ ส่วนกราฟิก (Graphical model) และส่วนกายภาพ (Physical model) ส่วนกราฟิกทำหน้าที่สร้างภาพหินปูนที่เรามองเห็นและส่วนกายภาพสำหรับการจำลองการแตกหักของหินปูน หินปูนแต่ละชิ้นจะประกอบด้วยจุดมวลยึดเกาะกับจุดมวลข้างเคียงด้วยแรงยึดเกาะ (bonds) เชื่อมกันไปเรื่อย ๆ เมื่อมีแรงกระทำที่จุดมวลใด ๆ แรงจะกระจายไปยังจุดมวลข้างเคียงและถ้าแรงนี้มีค่ามากพอ ก็จะทำลายแรงยึดเกาะระหว่างกันได้ ซึ่งมีผลให้หินปูนมีการแตกเกิดขึ้น

เอกสารนี้สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

1.4 ขอบเขตของงานวิจัย

วิทยานิพนธ์นี้ นำเสนอการจำลองการแตกหักของวัตถุร่วมกับอุปกรณ์จำลองแรงสัมผัสโดยการปรับปรุงแบบจำลองการแตกหักของข้อกำหนดของวัตถุที่มีความแข็ง ซึ่งเป็นการจำลองทางกราฟิก ให้สามารถนำไปใช้งานกับการประมวลผลแบบทันที ร่วมกับอุปกรณ์จำลองแรงสัมผัสได้ นอกจากนี้อัลกอริทึมสำหรับการตรวจสอบการชนกันระหว่างอุปกรณ์จำลองแรงสัมผัสกับวัตถุเสมือนได้มีการปรับปรุงโดยใช้วิธี Barycentric technique เพื่อให้ใช้เวลาในการคำนวณน้อยลง รวมทั้งสามารถแก้ปัญหาการข้ามขอบของโพลีกอนที่เชื่อมต่อกันโดยมีมุมภายในมากกว่า 180 องศาได้ และเทคนิคการจำลองที่พัฒนาขึ้นนี้จะนำไปใช้ในการพัฒนาโปรแกรมสำหรับฝึกสอน การจำลองการขูดหินปูนทางทันตกรรม โดยทำงานร่วมกับอุปกรณ์จำลองแรงสัมผัสแบบมีจุดปลายเดียว

1.5 ขั้นตอนการศึกษา

1. ศึกษาทฤษฎีเกี่ยวกับ การสร้างโมเดลวัตถุที่มีความแข็งแต่สามารถแตกหักได้ เพื่อนำไปสร้างหินปูน
2. ศึกษาทฤษฎีการกระจายของแรง ในวัตถุที่มีความแข็ง
3. ศึกษาวิธีการตรวจสอบการชนกันของวัตถุ (Collision Detection)
4. วิเคราะห์และออกแบบโครงสร้างข้อมูล
5. พัฒนาวิธีการจำลองการแตกหักของวัตถุที่มีความแข็งโดยใช้วิธี Rigid-constraint
6. พัฒนาวิธีการตรวจสอบการชนกันของวัตถุโดยใช้ Barycentric technique
7. พัฒนาโปรแกรมคอมพิวเตอร์
8. ทำการทดลอง ปรับปรุง และทดสอบโปรแกรม
9. สรุปผลและจัดทำเอกสารประกอบวิทยานิพนธ์

1.6 สภาพแวดล้อมในการดำเนินโครงการ

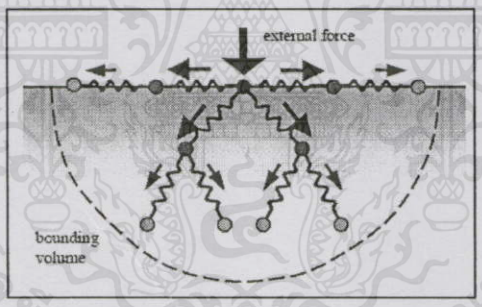
1. ประมวลผลบนซีพียู 2.8 GHz Pentium 4
2. หน่วยความจำขนาด 2 GB
3. การพัฒนาและทดสอบอัลกอริทึมบนโปรแกรม Visual C++ 6.0 บน Windows XP
4. อุปกรณ์จำลองแรงสัมผัส PHANToM Premium A
5. ติดตั้ง OpenGL เพื่อทำการแสดงผลทางด้านกราฟิกสามมิติ
6. ติดตั้ง Haptic library เพื่อเชื่อมต่ออุปกรณ์จำลองแรงสัมผัสเข้ากับเครื่องคอมพิวเตอร์

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น และห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

บทที่ 2
งานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

2.1 การศึกษาการกระจายของแรงภายในวัตถุและการจำลองการแตกหัก

K.S. Choi และคณะ[1] ได้อธิบายถึงการจำลองวัตถุที่มีความยืดหยุ่น โดยใช้แบบจำลองของแมสสปริง โดยใช้วิธีการกระจายแรงเมื่อมีแรงภายนอกมากระทำที่โหนดใด ๆ ไปยังโหนดต่าง ๆ ด้วยการกำหนดจำนวนชั้นการกระจายของแรงที่จำกัดเพื่อลดเวลาในการคำนวณ แรงที่เกิดขึ้นในแต่ละโหนดดังรูปที่ 2.1 ประกอบไปด้วย แรงภายนอก แรงจากสปริงที่เชื่อมต่อกับโหนดใกล้เคียง แรงหน่วงที่เกิดจากความเร็วในการเคลื่อนที่ของสปริง (damping force) และแรงที่เกิดจากความเร่งของวัตถุนั้น การใช้แมสสปริงโมเดล เป็นวิธีที่ง่าย ไม่ซับซ้อน และการกำหนดจำนวนชั้นการกระจายของแรงเป็นวิธีลดการคำนวณทำให้ประสิทธิภาพการทำงานของโปรแกรมดีขึ้น ซึ่งเหมาะกับงานประเภท real time เช่น การจำลองวัตถุที่มีความยืดหยุ่นบน Web หรือ การจำลองการผ่าตัดเพื่อฝึกฝนนักศึกษาแพทย์ เป็นต้น

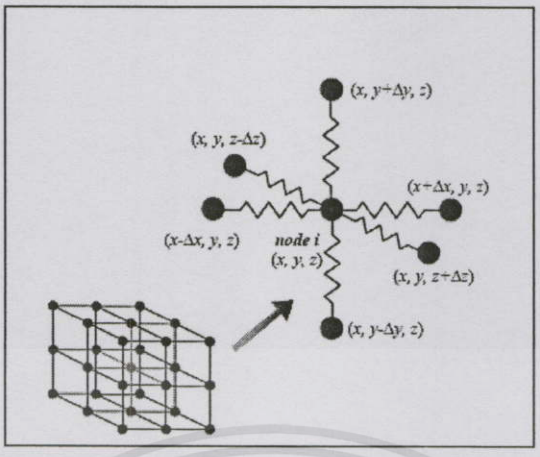


รูปที่ 2.1 การกระจายแรงโดยใช้แมสสปริงโมเดล

- สมการของแรงที่กระทำต่อระบบ

สำหรับวัตถุที่มีปริมาตรที่ถูกแบ่งเป็นโหนดและเชื่อมต่อกันด้วยสปริง แต่ละสปริงจะเป็นไปตามกฎ Hook's Law และการเคลื่อนที่ของแต่ละโหนดจะถูกหน่วงด้วย damping force ที่มีสัดส่วนตามความเร็วของแต่ละโหนด

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



รูปที่ 2.2 การจำลองวัตถุที่มีความยืดหยุ่นด้วย mass-spring model

จากรูปที่ 2.2 โหนด i ถูกเชื่อมต่อด้วยสปริงกับโหนดใกล้เคียงอีก 6 โหนด แรงทั้งหมดที่กระทำกับโหนด i เป็นผลมาจากแรงจากโหนดใกล้เคียงเหล่านี้ และแรงภายนอก F_i พฤติกรรมของโหนด i จะเป็นตามกฎการเคลื่อนที่ของ Newton

$$m_i \frac{d^2u_i}{dt^2} + d_i \frac{du_i}{dt^2} + \sum_{j \in connectednodes} \frac{k_{ij}\left(|r_{ij}| - l_{ij}\right)}{|r_{ij}|} r_{ij} = F_i \tag{2.1}$$

จากสมการข้างบน m_i, u_i และ d_i เป็นค่ามวล ตำแหน่งและค่า damping constant ของโหนด i และ $r_{ij} = u_j - u_i$ เป็นเวกเตอร์จากโหนด i ไปยังโหนด j และ l_{ij} เป็นค่าความยาวของสปริงในสภาวะปกติ (Natural length) ส่วน u_i หาค่าได้จากการแก้สมการ differential equation ที่ 2.1 โดยใช้วิธี finite difference method คือ ให้ Δt เป็นเวลาในแต่ละ time step และแทนค่าลงในสมการที่ 2.2 และ 2.3 ตำแหน่งของโหนด i ที่เวลา $t + \Delta t$ คือ $u_i(t + \Delta t)$ สามารถคำนวณได้โดยใช้ตำแหน่งในเวลาปัจจุบัน $u_i(t)$ และตำแหน่งในช่วงเวลาที่ผ่านมา $u_i(t - \Delta t)$

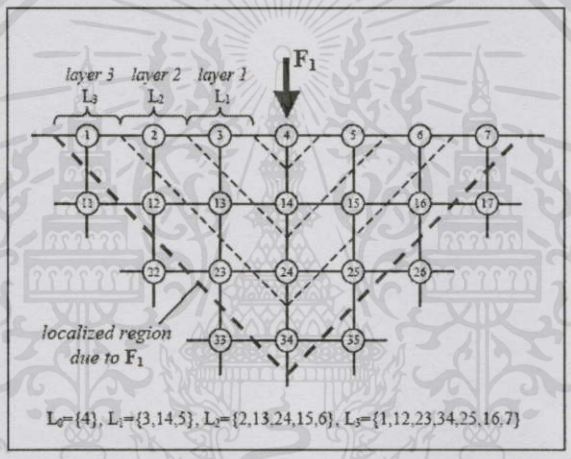
$$\frac{du}{dt} \approx \frac{\Delta u}{\Delta t} = \frac{u(t + \Delta t) - u(t - \Delta t)}{\Delta t} \tag{2.2}$$

$$\frac{d^2u}{dt^2} \approx \frac{\Delta^2 u}{\Delta t^2} = \frac{u(t + \Delta t) - 2u(t) + u(t - \Delta t)}{(\Delta t)^2} \tag{2.3}$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

- การกำหนดขอบเขตกระจายของแรง

จากรูปที่ 2.3 แสดงอาร์เรย์ของโหนดใน 2 มิติ เมื่อ โหนด 4 มีการเปลี่ยนแปลงรูปร่าง เนื่องจากแรงภายนอก F_1 มากระทำ โหนด 4 จะเปลี่ยนตำแหน่งไปจากผลของแรง F_1 และแรงจากสปริงของโหนดใกล้เคียง (คือ 3, 14 และ 5 ในเลเยอร์ที่ 1 (layer 1)) และกระบวนการนี้จะถูกทำซ้ำสำหรับทุก ๆ โหนดในเลเยอร์ที่ 1 ตัวอย่างเช่น โหนด 3 จะเปลี่ยนตำแหน่งโดยแรงจากสปริงที่โหนด 2, 13 และ 4 และถ้าโหนดในเลเยอร์ที่ 1 เชื่อมต่อกับโหนดอื่น ๆ ในเลเยอร์ที่ 2 จะส่งผลให้โหนดเหล่านั้นมีการเปลี่ยนตำแหน่งด้วย (โหนด 2, 13, 24, 15 และ 6) และแรงจากโหนด 4 ที่ส่งไปยังโหนดอื่น ๆ ในเลเยอร์ที่มากขึ้น จะถูกลดทอนลงเนื่องจากสปริง และแรงเหล่านี้จะถูกกระจายไปยังทุก ๆ โหนดของวัตถุใน 1 time step



รูปที่ 2.3 การกระจายของแรงใน 2 มิติ

สำหรับการเปลี่ยนแปลงรูปร่างแบบเล็กน้อย โหนดที่อยู่ไกลมาก ๆ เราสามารถไม่สนใจได้ "Penetration depth" เป็นวิธีการจำกัดจำนวนเลเยอร์ของโหนดที่จะถูกกระจายแรงไป จำนวนโหนดที่ถูกกระจายแรงไป (affected nodes) เป็นไปตามสมการที่ 2.4

$$N = \tfrac{1}{3}(n+1)\left((2n^2+4n+3\right) \tag{2.4}$$

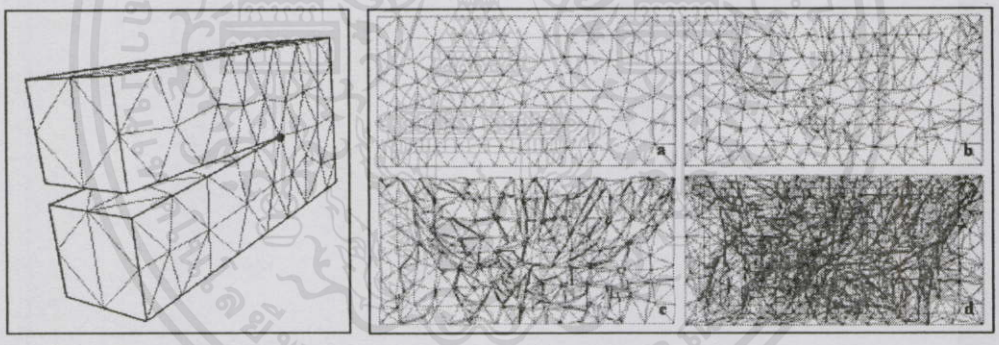
โดย n คือจำนวนเลเยอร์ ดังนั้นจำนวนโหนดทั้งหมดที่เกี่ยวข้อง (N) สามารถควบคุมความได้โดยการกำหนดค่า n

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ด้วยวิธีการใน [1] นี้ วัตถุจะมีการแตก เมื่อการยืดของสปริง มีค่ามากกว่าค่า threshold ซึ่งการคำนวณด้วยวิธีการนี้ค่อนข้างทำได้เร็ว เพราะมีการจำกัดจำนวนเลเยอร์ที่แรงสามารถกระจายไป

ได้และสามารถนำหลักการการจำกัดบริเวณของการกระจายแรงนี้ไปใช้กับงานวิจัยการจำลองการแตกหักเพื่อให้สามารถใช้งานได้กับการประมวลผลแบบทันที แต่อย่างไรก็ตามวิธีการข้างต้นเหมาะสำหรับวัตถุที่มีความยืดหยุ่นมากกว่าวัตถุที่มีความแข็ง

J. O'Brien และ J. Hodgins[2] ได้นำเสนอเทคนิคการจำลองวัตถุที่มีความยืดหยุ่น รวมทั้งการจำลองการแตกหักและการกระจายเส้นทางการแตกกับวัตถุ 3 มิติที่มีปริมาตร โดยใช้วิธีไฟไนต์ เอลิเมนต์ (finite element method) คือแบ่งวัตถุเป็นเอลิเมนต์เล็ก ๆ รูปทรง tetrahedral เมื่อมีแรงภายนอกมากระทำจะวิเคราะห์หาความเค้นภายในวัตถุทั้งก้อนเพื่อพิจารณาว่าส่วนไหนควรจะแตกหัก ซึ่งเป็นวิธีการที่ให้ความถูกต้องสูง แต่ไม่สามารถนำมาใช้กับงานแบบการประมวลผลแบบทันทีได้เพราะมีการคำนวณที่ซับซ้อน ใช้เวลาในการคำนวณสูง จากผลการทดลองในรูปที่ 2.4 วัตถุที่มีจำนวนโหนดเท่ากับ 338 โหนด 1109 เอลิเมนต์ พบว่าเวลาที่ใช้ในการจำลองการแตกหักนี้มีค่าเท่ากับ 339 วินาที ซึ่งเป็นเวลาที่นานและไม่เหมาะกับงานที่ต้องการการประมวลผลแบบทันทีเป็นอย่างยิ่ง



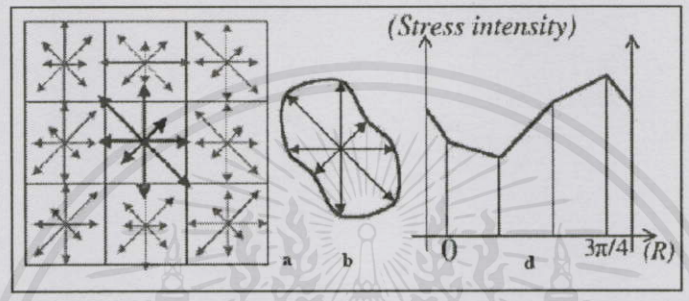
รูปที่ 2.4 พื้นผิวของวัตถุ: a พื้นผิวเริ่มต้นของวัตถุ; b พื้นผิวเมื่อมีแรงภายนอกมากระทำ; c เหมือน b แต่มีแรงมากขึ้น d: การแตกภายในวัตถุ แสดงเป็น wire frame

S. Gobron และ N. Chiba[3] ได้นำเสนอวิธีการการกระจายการแตกบนพื้นผิว 3 มิติใด ๆ วิธีการนี้สามารถใช้ได้กับทุกประเภทของการแตก และทุกประเภทของวัตถุ 3 มิติที่ใช้การโมเดลแบบโพลีกอนสามเหลี่ยมต่อกันเป็นวัตถุ (triangulated 3D object) การโมเดลนี้มีข้อดี คือ ใช้วิธีแก้ปัญหาแบบใช้หลักการกึ่งกายภาพของวัตถุ (semi-physical solution) ทำให้ผู้ใช้สามารถควบคุมการแตกได้ (controllable) และง่ายต่อการพัฒนาเพิ่มเติม (extensible) วิธีที่ใช้นี้เป็นการวิเคราะห์ สเปคตรัมความเค้น (stress spectrum) เพื่อวิเคราะห์หาเส้นทางการแตกที่ควรกระจายไป สเปคตรัมความเค้นจะถูกกำหนดไปบนพื้นผิวของวัตถุโดยการแบ่งวัตถุเป็นสี่เหลี่ยมเล็ก ๆ เรียกว่าเซลล์ (cell) ดังรูปที่ 2.5 ในแต่ละเซลล์ประกอบด้วย ทิศทาง Cartesian เป็นตัวกำหนด ความเค้นของสเปคตรัม โดยการสร้าง

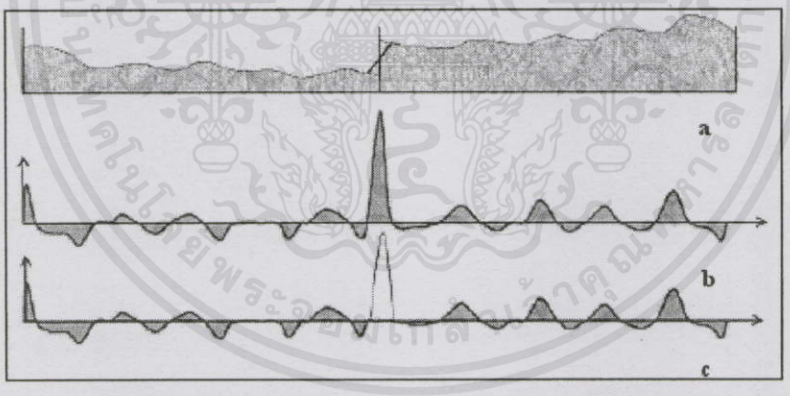
เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

สเปคตรัมความเค้นถูกสร้างจากความแตกต่างของความหนาของพื้นผิววัตถุ ถ้าความสูงของแต่ละเซลล์มีค่าความต่างกันมาก จะทำให้สเปคตรัมในเซลล์นั้นมีค่ามากตามไปด้วย ดังรูปที่ 2.6 สำหรับการจำลองการแตกและทิศทางการกระจายการแตกจะวิเคราะห์จากสเปคตรัมความเค้นนี้ โดยทิศทางที่ควรกระจายไปขึ้นอยู่กับ ทิศทาง Cartesian ของเสปคตรัมความเค้นในแต่ละเซลล์

วิธีการนี้เหมาะกับแอพพลิเคชั่นแบบสร้างลายแตกบนพื้นผิววัตถุประเภทดินเผา หรือการแตกระแหงของพื้นดิน



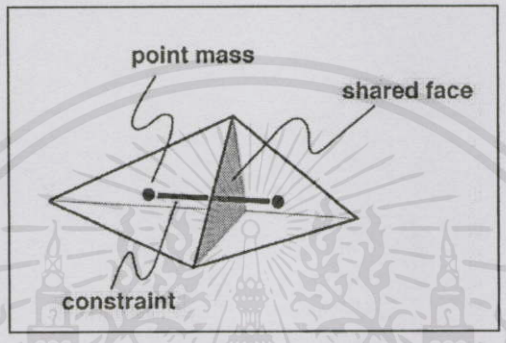
รูปที่ 2.5 สเปคตรัมความเค้นแสดงเป็นกราฟิก: a 1 เซลล์; b ฟิลด์ความเค้น (stress field); c สเปคตรัมความเค้น



รูปที่ 2.6 การสร้างสเปคตรัมจากความต่างกันของความสูงของพื้นผิววัตถุ และแสดงการตัดสเปคตรัมที่ไม่ต่อเนื่องเพื่อแก้ปัญหาการคำนวณที่จะผิดพลาด

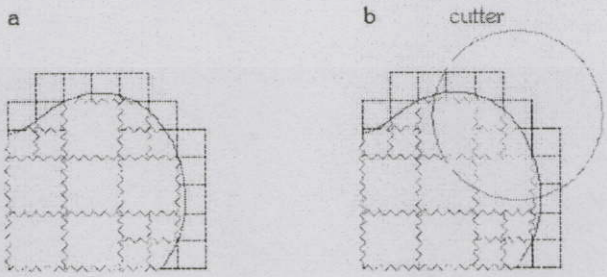
J. Smith, A. Witkin และ D. Baraff [4] ได้นำเสนอเทคนิคสำหรับการจำลองการแตกหักของวัตถุที่มีความแข็งแต่เปราะ โดยวัตถุจะประกอบไปด้วยรูปทรง tetrahedral ชิ้นเล็ก ๆ ต่อกันเป็นรูปทรง และตรงกลางของ tetrahedral จะถูกแทนด้วยจุดมวล เชื่อมต่อกันด้วย distance-preserving linear constraints แทนการเชื่อมต่อแบบสปริง ดังรูปที่ 2.7 ข้อกำหนดของวัสดุที่มีความแข็ง คือ เมื่อมีแรงภายนอกมากระทำ แต่ละจุดบนวัสดุที่มีความแข็งจะรักษาระยะห่างระหว่างจุดให้คงที่เสมอ การใช้ข้อกำหนดนี้แทนการปรับค่าความแข็งของสปริง ทำให้ลดเวลาในการคำนวณ และยังมีข้อดี

คือ สามารถควบคุมคุณสมบัติของการแตกของวัตถุได้ และใช้วิธีการของ Lagrange multipliers สำหรับการคำนวณการกระจายของแรงไปยังจุดมวลต่าง ๆ และเมื่อผลลัพธ์ของแรงที่กระจายไปมากกว่าค่าแรงยึดเกาะระหว่างกันจะทำให้เกิดการแตกหักขึ้น วิธีนี้มีความซับซ้อนน้อยกว่า และใช้เวลาในการคำนวณน้อยกว่าวิธีไฟไนต์ เอลิเมนต์ อย่างไรก็ตามเวลาในการคำนวณจะมากขึ้นแปรผันกับจำนวน point-mass และ constraint ถ้าวัตถุมีความละเอียดมากขึ้นจะส่งผลให้การคำนวณช้าลง ซึ่งไม่เหมาะกับแอพพลิเคชั่นแบบต้องการการประมวลผลแบบทันที



รูปที่ 2.7 ลักษณะการเชื่อมต่อของจุดมวลระหว่าง 2 tetrahedral

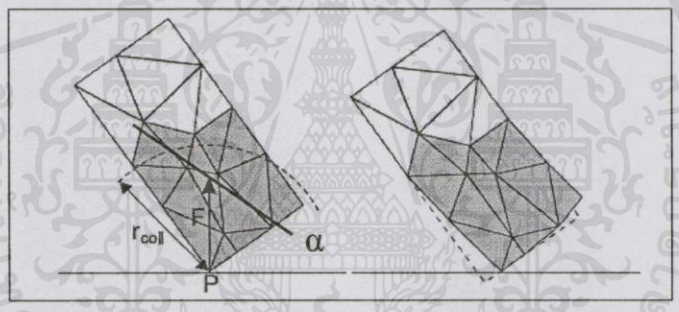
H. T. Yau และคณะ[5] นำเสนอการจำลองการฝึกหัดการกรอฟันร่วมกับอุปกรณ์จำลองแรงสัมผัส โดยฟันจะถูกสร้างจาก voxel เล็ก ๆ ประกอบขึ้นมาเป็นตัวฟัน แต่ละขอบของ voxel จะถูกแทนด้วยสปริงดังรูปที่ 2.4a เมื่ออุปกรณ์กรอฟันสัมผัสกับฟัน (แทนด้วยวงกลม) แรงที่ส่งกลับมายังผู้ใช้นี้ จะเท่ากับผลรวมของแรงสปริงทั้งหมดที่ intersect กับอุปกรณ์กรอฟัน ดังรูปที่ 2.4b และเมื่อแรงต้านนี้สูงพอถึงค่า ๆ หนึ่ง จะนำ voxel บริเวณที่ intersect นี้ออกไป งานวิจัยนี้ไม่ได้ใช้การคิดวิธีการกระจายของแรงภายในวัตถุเมื่อมีแรงภายนอกมากระทำ จึงไม่เหมาะกับการจำลองการแตกหัก นอกจากนี้ยิ่ง voxel มีจำนวนมากเท่าไหร่ จะทำให้ใช้เวลาการคำนวณมากขึ้นเท่านั้น



รูปที่ 2.8 การจำลองฟันโดยใช้ voxel ร่วมกับสปริงโมเดล

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

Matthias Müller และคณะ[6] นำเสนอการจำลองการเปลี่ยนแปลงรูปทรงและการแตกหักของวัตถุที่มีความแข็งแบบ real-time โดยใช้วิธี Finite element โดยละเลยแรงจากการสั่น เมื่อมีแรงภายนอกกระทำกับวัตถุ และแบ่งวัตถุออกเป็น 2 ส่วนคือ ส่วนแรกคือส่วนที่ไม่แตกหักหรือส่วนที่อยู่ไกลออกไปจากจุดที่มีแรงภายนอกมากระทำ (อยู่ภายนอกรัศมี r_{coll} ดังรูปที่ 2.9) ส่วนนี้จะเปรียบเสมือนว่าถูกยึดไว้และคำนวณการเคลื่อนที่แบบ static ส่วนที่สองคือ ส่วนที่จะแตกหัก(อยู่ภายในรัศมี r_{frac} ดังรูปที่ 2.9) โดยส่วนนี้จะต้องหาค่าแรงต้านจากแรงภายนอก ซึ่งจะใช้การคำนวณแบบ dynamic นอกจากนี้จะสร้างเพลน α ขึ้นเพื่อพิจารณาว่าวัตถุที่อยู่ภายในรัศมี r_{coll} และอยู่ด้านบนและด้านล่างของเพลนนี้จะถูกแบ่งเป็น 2 ส่วนเพื่อจำลองการแตกหัก วิธีการนี้ใช้เวลาการคำนวณที่เร็ว แต่มีข้อจำกัดคือ มีการคิดการแตกหักเฉพาะรอบ ๆ จุดที่สัมผัสโดยการชนกันแบบ real-time อาจมีการชนแบบหลายจุดได้ และความเป็น real-time จะถูกกำหนดด้วยข้อกำหนดทางกราฟิกคือ ต้องการการตอบสนองที่ 30 Hz



รูปที่ 2.9 การจำลองการแตกหักโดยกำหนดรัศมีการคำนวณที่ต้องใช้การคำนวณแบบ dynamic

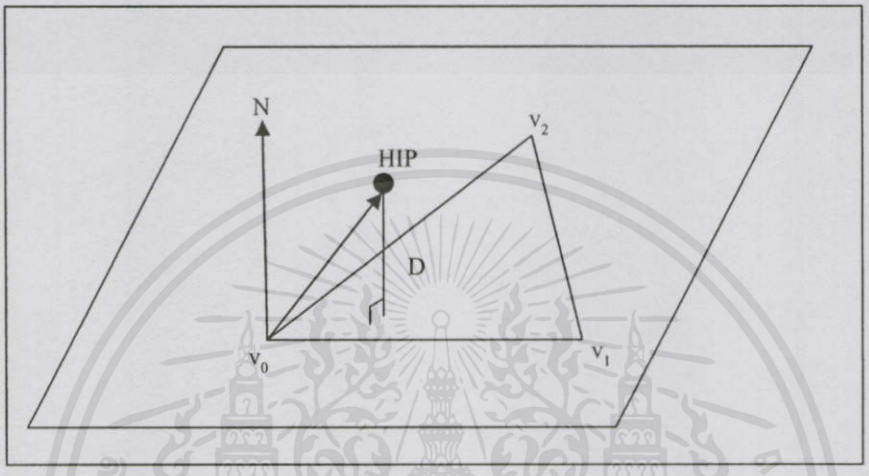
2.2 การศึกษาการตรวจสอบการชนกันของวัตถุ (Collision Detection)

การตรวจสอบการชนของวัตถุสำหรับงานประเภทกราฟิกกับงานประเภท Haptic นั้นมีความแตกต่างกัน นั่นคือ ความต้องการให้งานนั้นสามารถประมวลผลได้แบบทันที ในงานกราฟิกต้องการการอัพเดทอยู่ที่ประมาณ 30 Hz เพื่อให้เรามองภาพแล้วเกิดความต่อเนื่อง ไม่เกิดการกระตุกหรือเกิดภาพช้ากว่าปกติ ส่วนในงานประเภท Haptic นั้นต้องการการอัพเดทอยู่ที่ประมาณ 1000 Hz เพื่อให้การคำนวณแรงที่ส่งกลับมายังผู้ใช้สามารถเป็นไปได้อย่างต่อเนื่อง ไม่เกิดการสั่น นอกจากนี้ขณะเกิดการชนระหว่างวัตถุ งานประเภท Haptic ต้องการระยะห่างของจุดปลายอุปกรณ์จำลองแรงสัมผัสกับพื้นผิวของวัตถุเสมือนตลอดเวลา เพื่อใช้ในการคำนวณแรงที่จะส่งกลับมายังผู้ใช้ ดังนั้นอัลกอริทึมการตรวจสอบการชนของงานประเภท Haptic จึงมีความซับซ้อนและมีเงื่อนไขมากกว่างานประเภทกราฟิก โดยทั่วไปขั้นตอนสำหรับการตรวจสอบการชนระหว่างจุดปลายของอุปกรณ์จำลองแรงสัมผัสกับวัตถุเสมือน เป็นดังนี้

เอกสารนี้ใช้ในเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

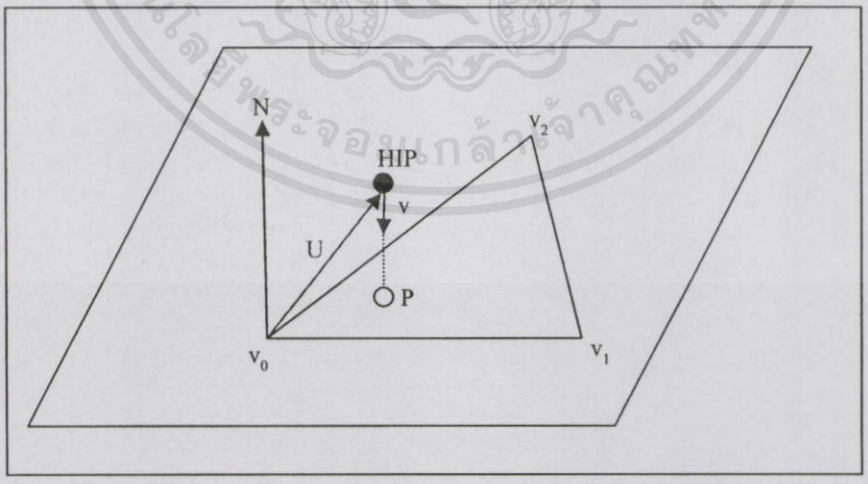
1. จากรูปที่ 2.10 ตรวจสอบระยะห่าง (D) ระหว่างจุดปลายของอุปกรณ์จำลองสัมผัส (HIP) กับ เพลน (plane) ของโพลีกอน ดังสมการที่ 2.5

$$D = (HIP - v_0).N \tag{2.5}$$



รูปที่ 2.10 ระยะห่าง (D) จากจุดปลายอุปกรณ์จำลองแรงสัมผัส (HIP) กับเพลนของโพลีกอน

2. จากรูปที่ 2.11 หาจุดบนเพลน (Projection Point: P) ของโพลีกอน คือ จุดที่ตั้งฉากระหว่างจุด HIP กับเพลนของโพลีกอน ดังสมการที่ 2.6



รูปที่ 2.11 จุด P ที่ถูกฉายลงบนเพลนของโพลีกอน

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

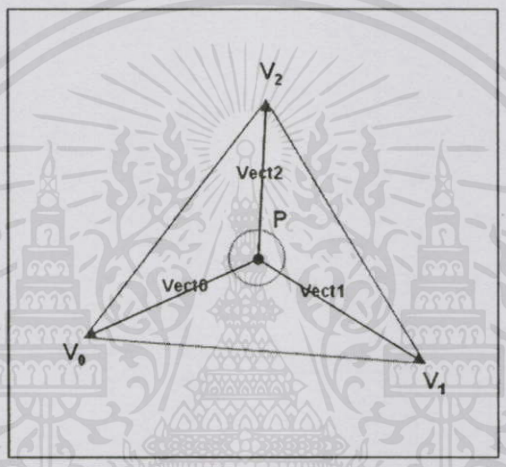
$$P = HIP + t * v \tag{2.6}$$

โดยที่ $t = -\frac{U.N}{v.N}$ และ $v = HIP - N$

3. ตรวจสอบว่าจุดบนเพลนนั้นอยู่ในโพลีกอนหรือไม่ ซึ่งขั้นตอนนี้มีวิธีการอยู่หลายวิธี คือ การตรวจสอบมุมภายใน การใช้ Same Side Technique หรือ การใช้ Barycentric Technique เป็นต้น

3.1 การตรวจสอบมุมภายใน

วิธีนี้จะสร้างเวกเตอร์จากจุดบนเพลน P ไปยังจุดมุมของโพลีกอน และตรวจสอบค่ามุมภายในรอบจุด P ว่ามีค่าเท่ากับ 360 องศาหรือไม่ ดังรูปที่ 2.12 และสมการที่ 2.7



รูปที่ 2.12 การหาค่ามุมรอบจุด P เพื่อตรวจสอบว่าจุดนั้นอยู่ภายในสามเหลี่ยมหรือไม่

$$Angle = a\cos(vect0.vect1) + a\cos(vect1.vect2) + a\cos(vect2.vect0) \qquad (2.7)$$

ถ้า Angle มีค่าเท่ากับ 2π หรือ 360 องศา แสดงว่าจุด P อยู่ภายในสามเหลี่ยม

3.2 Same Side Technique

อาศัยหลักการที่ว่า สามเหลี่ยมแบ่งออกเป็น 3 ขอบ แต่ละขอบจะถูกแบ่งเป็นด้านนอกและด้านในดังรูปที่ 2.13 จุด P แทนจุดที่อยู่ด้านใน และ P' แทนจุดที่อยู่ด้านนอกของขอบ V_0V_1 ถ้าเรานำเวกเตอร์ Vect0 $[V_1-V_0]$ x VectU $[P-V_0]$ จะได้เวกเตอร์ใหม่มีทิศทางพุ่งออกมาจากกระดาษและนำเวกเตอร์ Vect0 x Vect2 จะได้เวกเตอร์มีทิศทางออกมาจากกระดาษด้วย ดังนั้นแสดงว่าจุด P อยู่ภายใน ในทำนองเดียวกันถ้านำเวกเตอร์ Vect0 x $[P'-V_0]$ จะได้เวกเตอร์มีทิศทางพุ่งเข้าไปในหน้ากระดาษซึ่งมีทิศทางตรงข้ามกับเวกเตอร์ Vect0 x Vect2 แสดงว่าจุด P' อยู่ภายนอก ดังนั้นถ้าเราตรวจสอบในทำนองเดียวกันกับทุก ๆ ขอบ

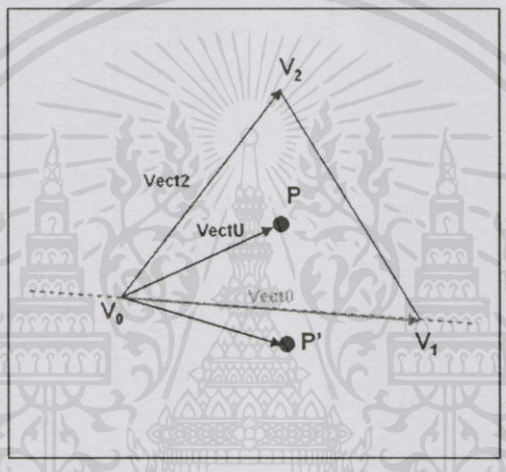
เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

แล้วได้เวกเตอร์ที่มีทิศทางเดียวกันหมดแสดงว่าจุด P อยู่ภายในสามเหลี่ยม ดังสมการที่ 2.8 และ 2.9

$$vectC1 = vect0 \times vectU \tag{2.8}$$

$$vectC2 = vect0 \times vect2 \tag{2.9}$$

ในแต่ละขอบ ถ้าตรวจสอบแล้วพบว่าเวกเตอร์ vectC1 และ vectC2 มิทิศทางเดียวกัน แสดงว่า จุด P อยู่ในสามเหลี่ยม วิธีการนี้เป็นวิธีการที่ง่าย ไม่ซับซ้อน สามารถประมวลผลได้อย่างรวดเร็ว



รูปที่ 2.13 แสดงจุด P อยู่ด้านในและจุด P' อยู่ด้านนอกของขอบ V_0V_1

3.3 Barycentric Technique

เป็นอีกวิธีการหนึ่งที่ง่ายแต่สามารถประมวลผลได้เร็วกว่า โดยอาศัยหลักการคือ จุดทั้ง 3 ของสามเหลี่ยมเป็นตัวกำหนดเพลน ถ้าเลือกจุดใดจุดหนึ่ง เราสามารถหาจุดในตำแหน่งอื่นบนเพลนดังรูปที่ 2.14 ที่มีความสัมพันธ์กับจุดนั้นได้จากสมการที่ 2.10

$$\overrightarrow{v_0p} = \alpha\overrightarrow{v_0v_1} + \beta\overrightarrow{v_0v_2} \tag{2.10}$$

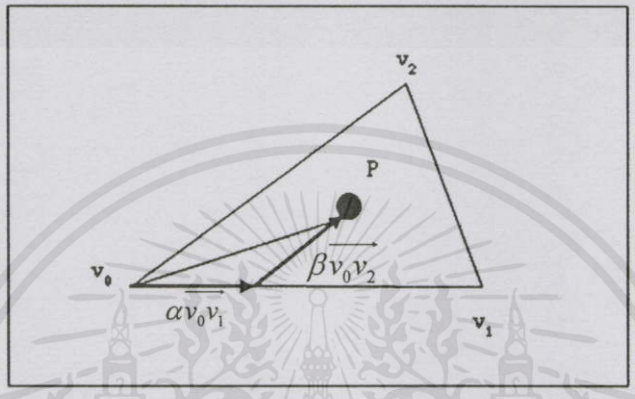
โดย α และ β คือ barycentric coordinate ของสามเหลี่ยม $v_0v_1v_2$ ซึ่งหาค่าได้จากสมการที่ 2.11 และ 2.12

$$\alpha = \frac{\det\begin{pmatrix} P_{i_1} - v_{0i_1} & v_{2i_1} - v_{0i_1} \\ P_{i_2} - v_{0i_2} & v_{2i_2} - v_{0i_2} \end{pmatrix}}{\det\begin{pmatrix} v_{1i_1} - v_{0i_1} & v_{2i_1} - v_{0i_1} \\ v_{1i_2} - v_{0i_2} & v_{2i_2} - v_{0i_2} \end{pmatrix}} \tag{2.11}$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$\beta = \frac{\det\begin{pmatrix} v_{1i_1} - v_{0i_1} & P_{i_1} - v_{0i_1} \\ v_{1i_1} - v_{0i_2} & P_{i_2} - v_{0i_2} \end{pmatrix}}{\det\begin{pmatrix} v_{1i_1} - v_{0i_1} & v_{2i_1} - v_{0i_1} \\ v_{1i_1} - v_{0i_2} & v_{2i_2} - v_{0i_2} \end{pmatrix}} \tag{2.12}$$

จุด P จะอยู่ภายในสามเหลี่ยมก็ต่อเมื่อ $\alpha \geq 0$, $\beta \geq 0$ และ $\alpha + \beta \leq 1$

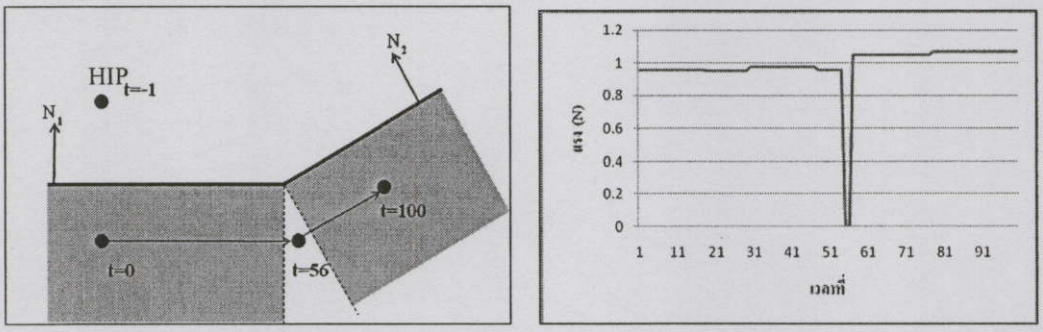


รูปที่ 2.14 จุด P ที่สัมพันธ์กับค่า barycentric coordinate

วิธี Barycentric Technique เป็นวิธีที่ง่ายและประมวลผลได้อย่างรวดเร็ว ซึ่งเราจะใช้วิธีการนี้ไปพัฒนาอัลกอริทึมสำหรับการตรวจสอบการชนของวัตถุต่อไป ซึ่งจะกล่าวต่อไปในบทที่ 3

ด้วยวิธีการทั้งสามในขั้นตอนการตรวจสอบว่าจุดบนเพลนนั้นอยู่ในชิ้นโพลีกอนหรือไม่ นั้นจะทำให้การตรวจสอบการชนระหว่างชิ้นโพลีกอนสามเหลี่ยมใด ๆ จะทำได้ก็ต่อเมื่อจุดที่ฉายลงบนเพลนต้องอยู่ภายในสามเหลี่ยมเท่านั้น ดังนั้นจะทำให้เกิดปัญหาการตรวจสอบการชนไม่ได้เมื่อจุดปลายของอุปกรณ์จำลองแรงสัมผัสเกิดการข้ามขอบระหว่างชิ้นโพลีกอนที่มีมุมภายในวัตถุมากกว่า 180 องศา ดังรูปที่ 2.15 ส่งผลให้การคำนวณแรงที่ส่งกลับมายังผู้ใช้เกิดความไม่ต่อเนื่องและเกิดการสั่นขึ้น

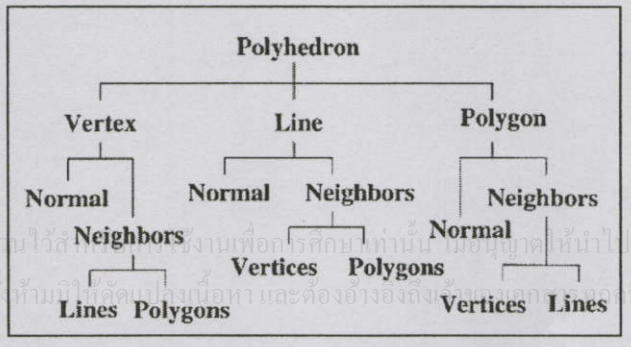
เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



รูปที่ 2.15 การข้ามขอบที่มีมุมภายในวัตถุมากกว่า 180 องศา เป็นสาเหตุให้เกิดความไม่ต่อเนื่องของแรง

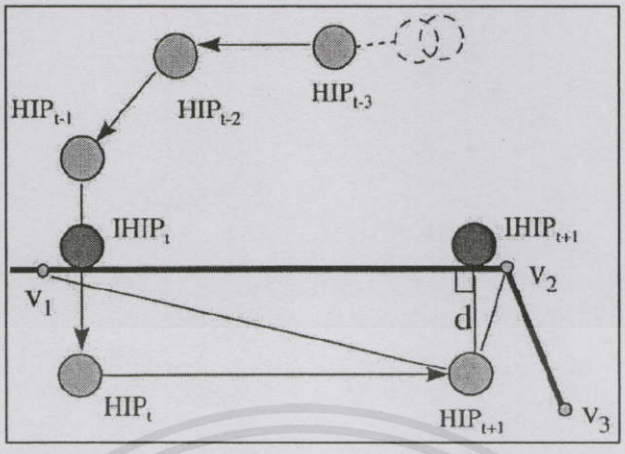
จากรูปที่ 2.15 ซ้าย เป็นภาพด้านข้างของชิ้นโพลีกอน 2 ชิ้น โดยแต่ละชิ้นมีนอร์มอลเวกเตอร์ N_1 และ N_2 ตามลำดับ ส่วนภาพด้านขวาแสดงความไม่ต่อเนื่องของแรงเมื่อจุดปลายของอุปกรณ์จำลองแรงสัมผัสเกิดการข้ามขอบที่มีมุมภายในวัตถุมากกว่า 180 องศา ด้วยสาเหตุนี้จึงมีการนำเสนอวิธีการการตรวจสอบการชนกันระหว่างวัตถุ ที่ใช้งานร่วมกับอุปกรณ์จำลองแรงสัมผัสมากมายโดยจะยกตัวอย่างดังต่อไปนี้

C.-H Ho, C. Basdogan และ M. A. Srinivasan [7] ได้สร้างอัลกอริทึมสำหรับตรวจสอบการชนระหว่างจุดปลายของอุปกรณ์จำลองสัมผัส (HIP : Haptic Interface Point) กับวัตถุเสมือนโดยอาศัยหลักการ “neighborhood watch” โดยการสร้างฐานข้อมูลของโครงสร้างการเชื่อมต่อแบบลำดับชั้น (Hierarchical database) ไว้ล่วงหน้า ซึ่งโครงสร้างจะถูกแบ่งเป็นดังรูปที่ 2.16 และเมื่อ HIP เข้าไปในชิ้นโพลีกอนใด จะมีการสร้างจุดเสมือน (IHIP : Ideal Haptic Interface Point) บนชิ้นโพลีกอนและเป็นจุดที่จะอยู่บนพื้นผิวโพลีกอนเสมอ ไม่สามารถทะลุผ่านเข้าไปในชิ้นโพลีกอนได้ และ IHIP จะเป็นจุดที่มีระยะทางสั้นที่สุดจากจุด HIP ไปยังพื้นผิวโพลีกอน หรือจุดที่ตั้งฉากกับพื้นผิวนั่นเอง ดังรูปที่ 2.17



รูปที่ 2.16 ลักษณะการเชื่อมต่อแบบลำดับชั้นในฐานข้อมูล

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



รูปที่ 2.17 จุดปลาย (HIP) และจุดปลายเสมือน (IHIP) ของอุปกรณ์จำลองสัมผัสเมื่อกระทำต่อวัตถุเสมือน

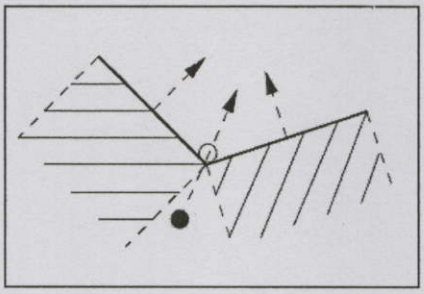
รูปทรงหลายหน้า (Polyhedron) ถูกแบ่งเป็นรูปทรงพื้นฐาน 3 แบบ คือ จุด (Vertex), เส้นขอบ (Line) และ โพลีกอน (Polygon) และแต่ละรูปทรงพื้นฐานเหล่านี้จะประกอบไปด้วยนอร์มอลเวกเตอร์และรายละเอียดของการเชื่อมต่อข้างเคียง โดยนอร์มอล เวกเตอร์ของจุดได้มาจากการเฉลี่ยนอร์มอลเวกเตอร์ของโพลีกอนข้างเคียงที่มีจุดปลายนี้ร่วมกัน ส่วนนอร์มอลเวกเตอร์ของขอบได้จากการเฉลี่ยนอร์มอลเวกเตอร์ของโพลีกอนข้างเคียงที่มีขอบนี้ร่วมกัน

ในการตรวจสอบการชนกัน เมื่อจุดปลายของอุปกรณ์จำลองแรงสัมผัสเข้าไปอยู่ในโพลีกอนใด (หรืออาจเป็นจุด หรือ เส้นขอบ) ก็จะเซ็ตให้เป็น contacted geometric primitive และอัลกอริทึมจะคอยตรวจสอบระยะห่างของรูปทรงพื้นฐานข้างเคียงของโพลีกอนนี้ ถ้าระยะห่างจากจุดปลายของอุปกรณ์นี้ไปยังรูปทรงพื้นฐานข้างเคียงมีค่าน้อยกว่าระยะห่างจาก contacted geometric primitive นี้ ก็จะเซ็ตให้รูปทรงพื้นฐานนั้นเป็น contacted geometric primitive และเริ่มตรวจสอบรูปทรงพื้นฐานข้างเคียงต่อไปเรื่อย ๆ

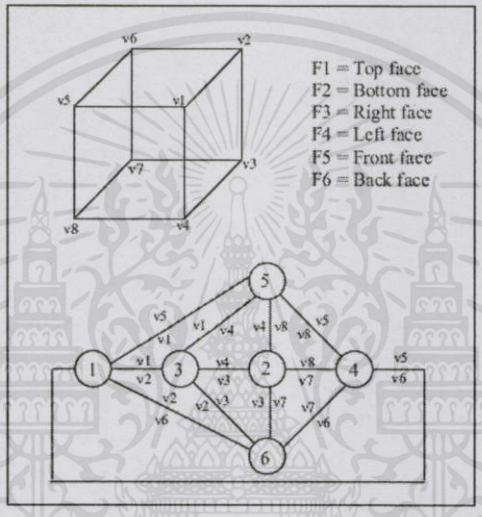
N. Melder และ W. S. Harwin [8] ได้ปรับปรุงอัลกอริทึม Friction Cone เพื่อแก้ปัญหาการตรวจสอบการชนกันเมื่อมีการข้ามชิ้นโพลีกอนแบบ concave (มุมภายในระหว่างสองชิ้นโพลีกอนมีค่ามากกว่า 180 องศา) ดังรูปที่ 2.18 อย่างไรก็ดี เมื่อโพลีกอนมีการต่อกันแบบ concave และจุด HIP อยู่ระหว่างขอบของโพลีกอนทั้งสองนี้ อัลกอริทึมในการตรวจสอบการชนจะไม่สามารถตรวจสอบได้ ดังนั้น โครงสร้างการเชื่อมต่อของของโพลีกอนจึงถูกสร้างขึ้น เรียกว่า Face Directed Connection Graph (FDCG) ซึ่งจะเก็บข้อมูลและรูปแบบการเชื่อมต่อของโพลีกอน ขอบ และ จุดมุม ดังรูป 2.19

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

สำนักหอสมุดกลาง พระจอมเกล้าลาดกระบัง

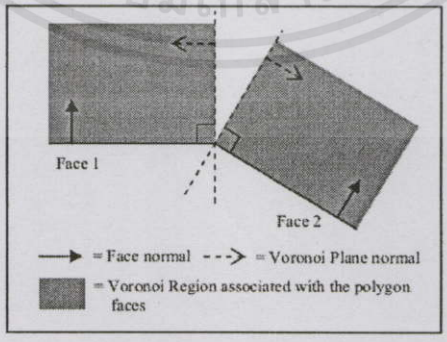


รูปที่ 2.18 โพลีกอนที่มีรอยต่อแบบ concave



รูปที่ 2.19 การเชื่อมต่อของ FDCG

นอกจากนี้ยังมีการสร้าง voronoi plane ขึ้น ซึ่งเป็นเพลนที่อยู่บริเวณขอบของโพลีกอนและตั้งฉากกับชิ้นโพลีกอนนั้น ๆ ดังรูป 2.20



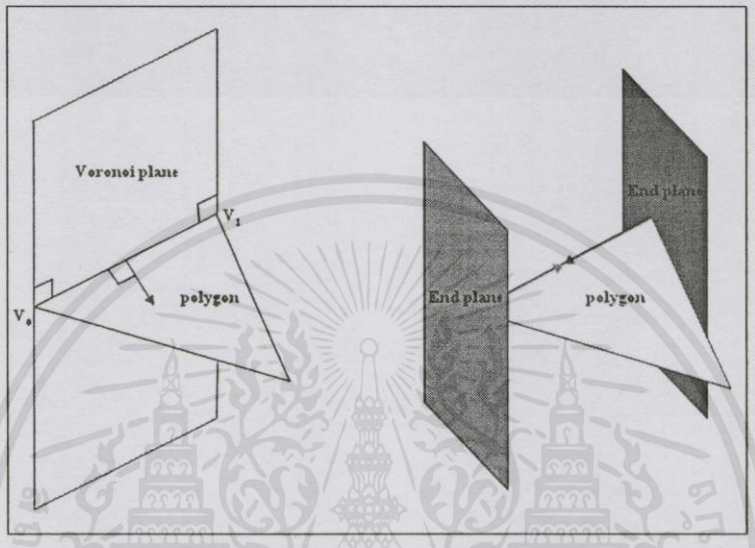
รูปที่ 2.20 voronoi planes รอบ ๆ ขอบโพลีกอน

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

และนอกจาก voronoi plane แล้ว ได้มีการสร้าง end plane ขึ้นอีก 2 เพลน ดังรูปที่ 2.21 ซึ่งก็คือเพลนที่จุดมุมของโพลีกอน โดยนอร์มอลเวกเตอร์ของเพลนทั้งสองนี้จะมีทิศทางเป็นบวกหรือลบ

82648

ไปตามขอบของโพลีกอนนั้น เพื่อไว้ตรวจสอบกรณีที่ HIP อยู่บริเวณขอบและเคลื่อนที่เข้าหาจุดปลายของขอบทั้งสองข้างของโพลีกอนนั้น ซึ่งการตรวจสอบการชนระหว่าง HIP กับ voronoi plane สามารถนำไปใช้ในการแก้ปัญหาการข้ามขอบแบบ concave ได้ แต่วิธีการนี้เป็นวิธีที่ง่าย แต่ใช้เวลาในการคำนวณสูงเพราะสำหรับโพลีกอนหนึ่ง ๆ ต้องตรวจสอบการชนถึง 12 เพลน



รูปที่ 2.21 Voronoi plane และ End plane ของขอบ V_0V_1

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

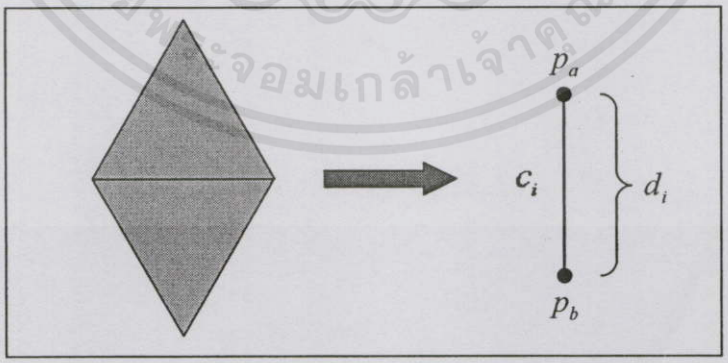
บทที่ 3

โมเดลการจำลองการแตกหักและการตรวจสอบการชนกันของวัตถุ

งานวิจัยนี้เป็นการจำลองการแตกหักของวัตถุร่วมกับอุปกรณ์จำลองแรงสัมผัส โดยการจำลองการแตกหักนั้นได้ปรับปรุงวิธีการใน [4] เพราะวิธีการเดิมที่ใช้นั้น เป็นการนำไปใช้กับงานกราฟิกเท่านั้น โดยไม่มีการใช้อุปกรณ์จำลองแรงสัมผัสร่วมด้วย และการประมวลผลเป็นแบบ off-line และแรงที่กระทำต่อวัตถุให้มีการแตกหักเป็นแรงที่เกิดจากการโยนลูกเหล็กใส่วัตถุ ดังนั้นเราจึงพัฒนาและปรับปรุงวิธีการเดิมให้สามารถตอบสนองแบบ real-time และสามารถใช้แรงจากมือของผู้ใช้ผ่านทางอุปกรณ์จำลองแรงสัมผัสในการทำให้วัตถุเกิดการแตกหัก โดยการปรับปรุงโครงสร้างของวัตถุให้มีความซับซ้อนน้อยลง นอกจากนี้ยังต้องปรับปรุงอัลกอริทึมให้ใช้เวลาในการคำนวณน้อยลง ด้วยวิธี Bounded Force Propagation การทำ Position Prediction และปรับปรุงอัลกอริทึมการตรวจสอบการชนกันระหว่างอุปกรณ์จำลองแรงสัมผัสกับวัตถุเสมือน เพื่อเพิ่มความเร็วและเพิ่มประสิทธิภาพให้มากขึ้น ซึ่งวิธีการข้างต้น จะได้กล่าวต่อไป

3.1 โครงสร้างของวัตถุที่แตกหักได้

วัตถุที่สามารถแตกหักได้ ถูกสร้างจากโพลีกอนสามเหลี่ยมชิ้นเล็ก ๆ เชื่อมต่อกันเป็นวัตถุชิ้นใหญ่ โดยแต่ละชิ้นของโพลีกอนจะถูกแทนด้วยจุดมวล (point-mass) ซึ่งถูกวางไว้ที่ตรงกลางของชิ้นโพลีกอน จุดมวลเหล่านี้จะถูกเชื่อมต่อกันด้วยตัวยึด (bond) เรียกว่า “Rigid-constraint” ซึ่งเป็นข้อกำหนดหรือตัวบังคับให้วัตถุมีสภาพคงรูปเป็นของแข็ง ดังรูปที่ 3.1



รูปที่ 3.1 โครงสร้างของวัตถุที่แตกหักได้

p_a และ p_b เป็นตำแหน่งของจุดมวลที่เชื่อมต่อด้วย constraint ที่ i และ d_i คือขนาดความยาวของ constraint ส่วน c_i คือ rigid-constraint ค่ามวลของแต่ละจุดมวลถูกกำหนดโดยพื้นที่แต่ละชิ้นของโพลีกอนและค่าความหนาแน่นของโพลีกอนของวัตถุ ซึ่งทำให้เราสามารถควบคุมคุณสมบัติของวัตถุได้

ส่วนค่าของแรงยึดเกาะ (bond's strength) ระหว่างกันของแต่ละชิ้นของโพลีกอนนั้นก็จะมีค่าแตกต่างกัน โดยอาศัยฟังก์ชันการสุ่มของ noise and turbulence function [10] ซึ่งค่าแรงยึดเกาะนี้จะเป็นตัวชี้ว่าส่วนไหนของวัตถุจะแตก เมื่อมีแรงมากระทำ

3.2 การจำลองการแตกหัก

จากรูปที่ 3.1 ค่า constraint c_i สามารถแทนด้วยสมการที่ 3.1

$$c_i(p_a, p_b) = \|p_a - p_b\| - d_i \tag{3.1}$$

หรือ

$$c_i(p_a, p_b) = \left\| \begin{bmatrix} x_a \\ y_a \\ z_a \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} x_b \\ y_b \\ z_b \end{bmatrix} \right\| - d_i$$

c คือ เมตริกซ์ของ constraint ทั้งหมดแสดงดังสมการที่ 3.2 โดยมีขนาดเท่ากับ m x 1 โดย m คือจำนวน constraint

$$\mathbf{c} = \begin{bmatrix} c_1 \\ \vdots \\ c_m \end{bmatrix} \tag{3.2}$$

แรงที่กระทำกับวัตถุนี้ จะกระทำผ่านจุดมวลและกระจายไปยังจุดมวลอื่น ๆ ทั้งวัตถุ การคำนวณแรงที่กระจายไปยังส่วนต่างๆ ของวัตถุเราอาศัยวิธีการของ Lagrange multipliers ซึ่งแสดงดังสมการที่ 3.3

$$\mathbf{JWJ}^T\lambda = -\mathbf{JWQ}^T \tag{3.3}$$

จากสมการที่ 3.3 เวกเตอร์ λ คือ ตัวคูณ (multipliers) ซึ่งเป็นตัวที่เราต้องคำนวณหาค่า ส่วน **W** คือ inverse matrix ของมวล ซึ่งมีขนาด 3n × 3n โดย n คือ จำนวนจุดมวลทั้งหมด และ Q คือ เวกเตอร์ของแรงภายนอกที่กระทำกับจุดมวลทั้งหมด ซึ่งมีขนาด 3n × 1 และ **J** คือ Jacobian matrix ของ matrix **c** (rigid constraint) ซึ่งมีขนาด m × 3n กำหนดสมการที่ 3.4

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$\mathbf{J} = \frac{\partial \mathbf{c}}{\partial \mathrm{p}} \tag{3.4}$$

$$\mathbf{J} = \begin{bmatrix} \frac{\partial c_1}{\partial x_1} & \frac{\partial c_1}{\partial y_1} & \frac{\partial c_1}{\partial z_1} & \cdots & \frac{\partial c_1}{\partial z_n} & \frac{\partial c_1}{\partial z_n} & \frac{\partial c_1}{\partial z_n} \\ \frac{\partial c_2}{\partial x_1} & \frac{\partial c_2}{\partial y_1} & \frac{\partial c_2}{\partial z_1} & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \frac{\partial c_m}{\partial x_1} & \frac{\partial c_m}{\partial y_1} & \frac{\partial c_m}{\partial z_1} & \cdots & \frac{\partial c_m}{\partial z_n} & \frac{\partial c_m}{\partial z_n} & \frac{\partial c_m}{\partial z_n} \end{bmatrix}$$

โดย p คือ เวกเตอร์แสดงตำแหน่งของจุดมวล และแต่ละแถวของ **J** คือ อนุพันธ์ของ constraint **c** เทียบกับตำแหน่งของจุดมวล และ matrix **J** จะต้องมีการอัพเดทหรือเปลี่ยนแปลงทุกครั้งเมื่อวัตถุเกิดการแตก เพราะการเชื่อมต่อของ constraint กับจุดมวลจะเปลี่ยนแปลงไป

จากสมการที่ 3.3 สามารถแก้สมการหาค่า λ ได้ คือ

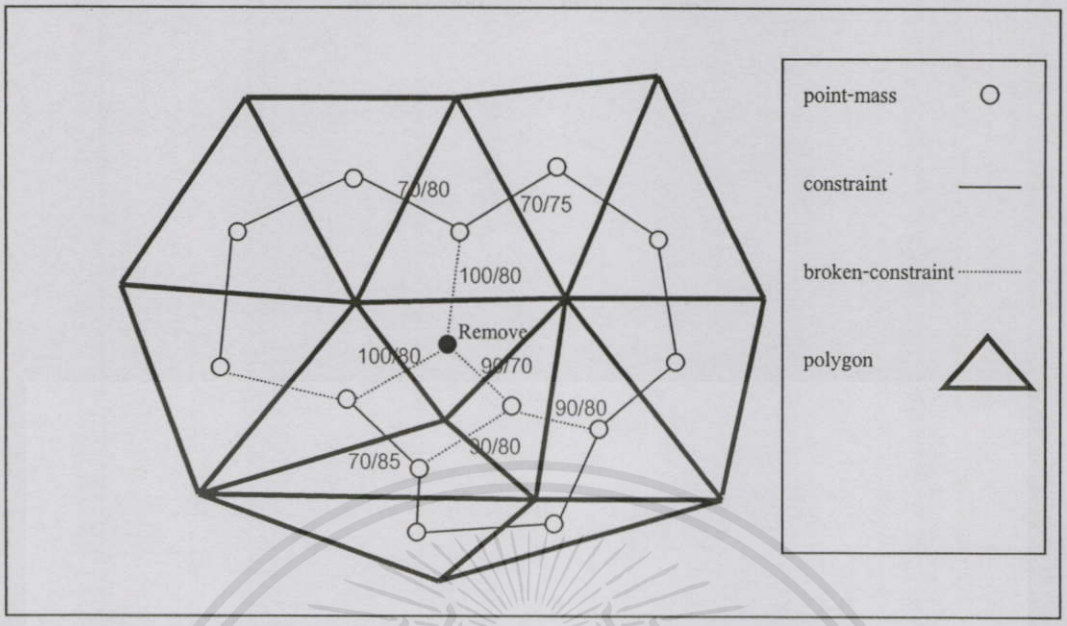
$$\lambda = (\mathbf{J}\mathbf{W}\mathbf{J}^T)^{-1}(-\mathbf{J}\mathbf{W}\mathbf{Q}^T) \tag{3.5}$$

หลังจากได้ค่า λ แล้ว ต่อไปจะหาค่า constraint force ($\hat{\mathbf{Q}}$) หรือ ผลลัพธ์ของแรงภายนอกทั้งหมดที่ถูกกระจายไปยัง constraint ทั้งหมด เพื่อนำไปพิจารณาว่า constraint ใด สมควรจะแตกหัก ซึ่งสามารถหาได้จากสมการที่ 3.6

$$\hat{\mathbf{Q}} = \mathbf{J}^{\mathbf{T}}\lambda \tag{3.6}$$

ในรูปที่ 3.2 ถ้า ค่า constraint force ($\hat{\mathbf{Q}}$) มากกว่า constraint strength (a > b) จะทำให้แรงยึดเกาะถูกทำลายลงแทนด้วยเส้นประ และถ้าแรงยึดเกาะของจุดมวลใด ๆ ถูกทำลายลงหมด จะทำให้จุดมวลนั้นถูกทำลาย หรือโพลีกอนนั้นแตก แสดงดังวงกลมทึบ

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



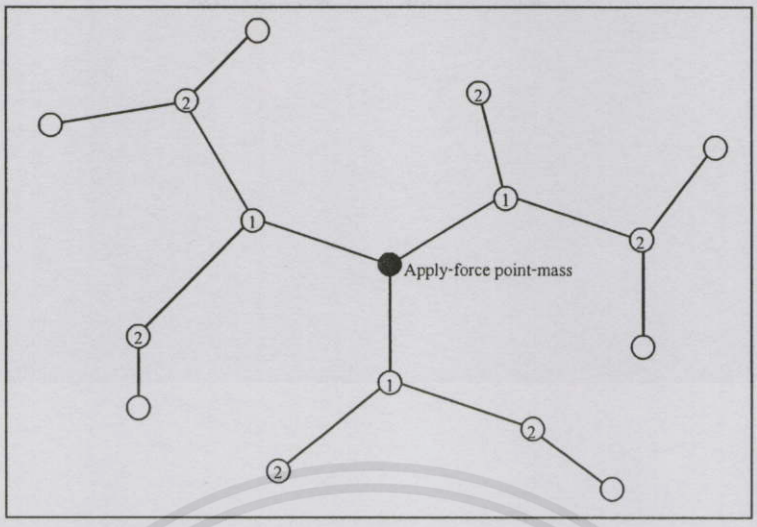
รูปที่ 3.2 การแตกของโพลีกอน (a/b: a คือ constraint force และ b คือ constraint strength)

การคำนวณการแตกหักนี้ เป็นการคิดการกระจายของแรงในทุก ๆ ส่วนของวัตถุ และถ้าวัตถุประกอบไปด้วยจำนวนโพลีกอนมาก ๆ นั่นคือจำนวนจุดมวลและ constraint ที่เพิ่มขึ้นตามไปด้วย ส่งผลให้เมตริกซ์ $\mathbf{JWJ}^T$ มีขนาดใหญ่มากขึ้น ทำให้การหาค่าอินเวิร์สเมตริกซ์ $\mathbf{JWJ}^T$ ในสมการที่ 3.5 ใช้เวลานาน และไม่สามารถคำนวณหาค่าผลลัพธ์ในแบบ real-time ได้ และเราพบว่าวัตถุโดยทั่วไป เมื่อเราออกแรงกระทำต่อวัตถุ วัตถุจะเกิดการแตกเฉพาะบริเวณรอบ ๆ ของจุดที่ถูกกระทำเท่านั้น และขนาดความกว้างของบริเวณนี้จะขึ้นอยู่กับความแรงที่กระทำต่อวัตถุ ดังนั้นจึงใช้หลักการดังกล่าวมาพัฒนาวิธีการจำกัดขอบเขตการกระจายของแรง (Bounded Force Propagation) เพื่อลดขนาดของเมตริกซ์ลง นอกจากนี้ เมตริกซ์ $\mathbf{JWJ}^T$ สามารถจัดเตรียมไว้ล่วงหน้าได้ก่อนที่จะเกิดการชนกันจริง ๆ โดยอาศัยการทำนายตำแหน่งล่วงหน้าของอุปกรณ์จำลองแรงสัมผัส (Position Prediction) ว่าจะเกิดการชนกับวัตถุหรือไม่ ซึ่งรายละเอียดจะอธิบายในหัวข้อถัดไป

3.2.1 การจำกัดขอบเขตการกระจายของแรง (Bounded Force Propagation)

เมื่อวัตถุมีแรงมากระทำ แรงจะถูกกระทำผ่านจุดมวลภายในโพลีกอนนั้น และกระจายไปยังจุดมวลข้างเคียงผ่านทาง rigid-constraint ดังนั้นจุดมวลที่ถูกแรงกระทำ จะเป็นจุดมวลเริ่มต้น และจุดมวลอื่นที่เป็นจุดมวลข้างเคียงของจุดมวลเริ่มต้น จะถูกกำหนดให้อยู่ในระดับที่ 1 และจุดมวลข้างเคียงทั้งหมดของจุดมวลในระดับที่ 1 จะกลายเป็นจุดมวลในระดับที่ 2 ของจุดมวลเริ่มต้นโดยจุดมวลในระดับที่ 2 จะไม่ซ้ำกับระดับที่ 1 และเป็นอย่างนี้ไปเรื่อย ๆ

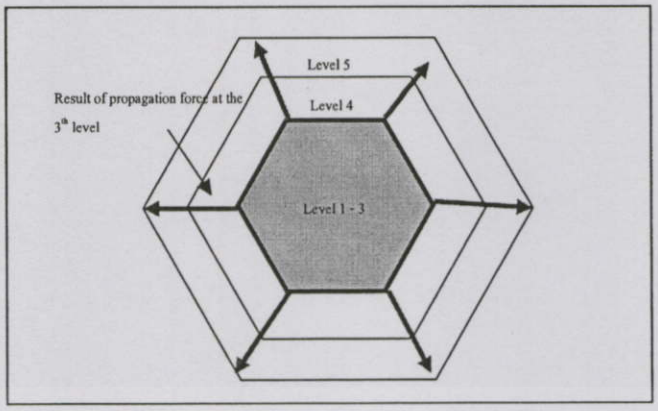
เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่อนุญาตให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



รูปที่ 3.3 จุดมวลในแต่ละระดับ

หลังจากมีแรงมากระทำกับวัตถุ จะทำการกำหนดระดับสูงสุดที่แรงสามารถกระจายไปได้ ทั้งนี้ขึ้นอยู่กับประสิทธิภาพของเครื่องคอมพิวเตอร์นั้น ๆ ว่าสามารถคำนวณระดับสูงสุดได้กี่ระดับเพื่อให้สามารถตอบสนองการสร้างแรงต้านของอุปกรณ์จำลองแรงสัมผัสกลับมายังผู้ใช้ได้ในแบบ real-time ซึ่งในการจำลองแรงสัมผัสนั้นต้องการการตอบสนองได้ภายใน 1000 Hz หรือภายใน 1 มิลลิวินาที ดังนั้นในขั้นตอนแรกของโปรแกรม จึงต้องทำการทดสอบหาค่าระดับสูงสุดที่คอมพิวเตอร์เครื่องนั้น ๆ สามารถคำนวณได้ทัน จุดมวลและ constraint ทั้งหมดที่เกี่ยวข้องจะอยู่ภายในระดับสูงสุดนี้ ทำให้เมตริกซ์มีขนาดเล็กลง นอกจากนี้ เพื่อป้องกันไม่ให้วัตถุมีการเคลื่อนที่ขณะมีแรงมากระทำ ดังนั้นจุดมวลบริเวณขอบ หรือจุดมวลในระดับสูงสุดทั้งหมดจะถูกกำหนดให้มีค่ามวลสูงมาก ๆ นอกจากนี้เมื่อวัตถุเกิดการแตก พบว่าบริเวณรอบ ๆ ของจุดที่แตกจะสามารถแตกได้ง่ายขึ้น ดังนั้นเพื่อความสมจริงมากขึ้น เมื่อโพลีกอนใดเกิดการแตก ค่าแรงยึดเกาะของโพลีกอนข้างเคียงจะถูกลดทอนลง เพื่อให้บริเวณใกล้เคียงสามารถแตกได้ง่ายขึ้น หลังจากขั้นตอนการกระจายแรงในแบบ real-time เพื่อให้สามารถคำแรงต้านมายังผู้ใช้ได้ทันแล้วนั้น เราจึงค่อยกระจายแรงต่อไปในระดับชั้นที่สูงขึ้นที่ละระดับ โดยการกระจายแรงนี้ต้องทำภายใน 30 Hz หรือภายในเวลาประมาณ 33.3 มิลลิวินาที เพื่อให้กราฟิกสามารถทำงานได้อย่างราบรื่นไม่เกิดการกระตุกขึ้น ดังรูปที่ 3.4 สมมติให้ระดับสูงสุดที่สามารถคำนวณแรงต้านได้ทันเท่ากับ 3

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



รูปที่ 3.4 พื้นที่แรงเงาคือระดับสูงสุดที่สามารถคำนวณแรงตอบสนองได้ทันในแบบ real-time และการกระจายแรงต่อไปในระดับที่สูงขึ้น

3.2.2 การทำนายตำแหน่งล่วงหน้าของอุปกรณ์จำลองแรงสัมผัส (Position Prediction)

ในการทำนายตำแหน่งล่วงหน้า ทำได้โดยใช้ค่าความเร็วในการเคลื่อนที่ของอุปกรณ์จำลองแรงสัมผัส ในแต่ละรอบเวลาการทำงานของอุปกรณ์จำลองแรงสัมผัสนั้น ซึ่งตำแหน่งล่วงหน้าแสดงดังสมการที่ 3.7

$$pp = n\vec{v}\Delta t \tag{3.7}$$

โดย pp คือตำแหน่งล่วงหน้า, n คือจำนวน time step ล่วงหน้า, $\vec{v}$ คือความเร็วของอุปกรณ์จำลองแรงสัมผัส และ Δt คือรอบการทำงานของอุปกรณ์จำลองแรงสัมผัส

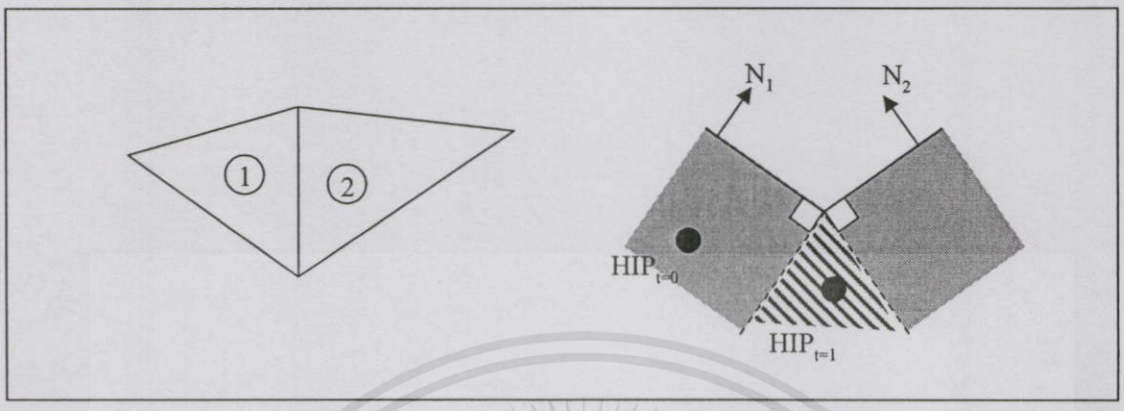
3.3 การตรวจสอบการชนกันระหว่างอุปกรณ์จำลองแรงสัมผัสกับวัตถุเสมือน

การตรวจสอบการชนกันในงานวิจัยนี้ เป็นการตรวจสอบการชนกันระหว่างจุดปลายของอุปกรณ์จำลองแรงสัมผัสกับโพลีกอน ซึ่งโพลีกอนที่ใช้คือโพลีกอนสามเหลี่ยมโดยมีขั้นตอนดังนี้

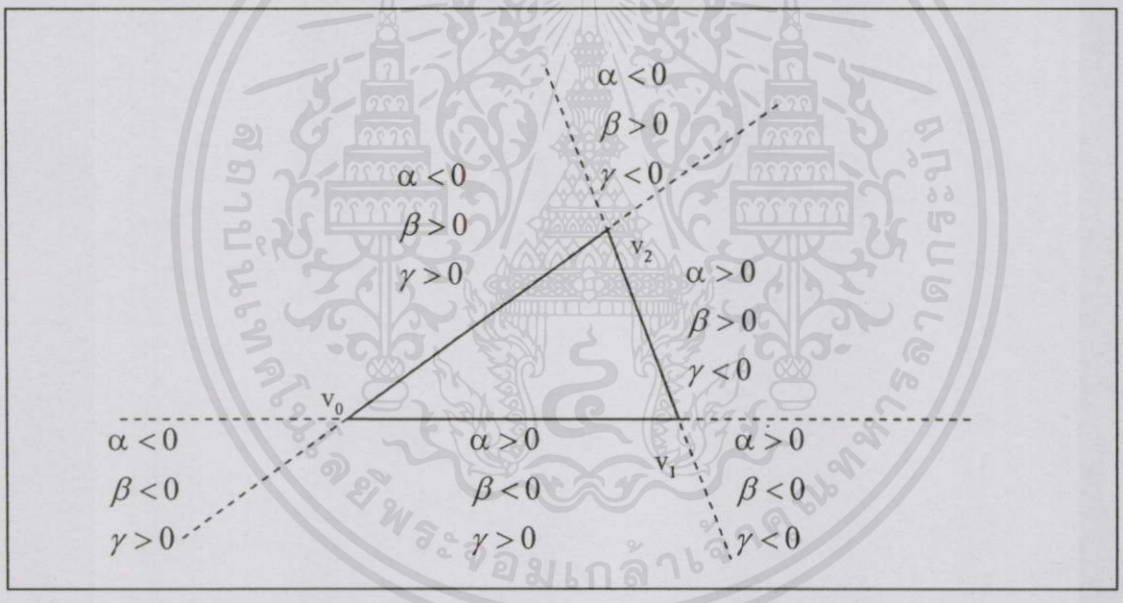
1. ตรวจสอบระยะห่างระหว่างจุดปลายของอุปกรณ์จำลองสัมผัสกับเพลนของโพลีกอน
2. การหาจุดบนเพลน (Projection Point)
3. ตรวจสอบว่าจุดบนเพลนนั้นอยู่ในโพลีกอนสามเหลี่ยมหรือไม่

ด้วยปัญหาการเคลื่อนที่ข้ามขอบของอุปกรณ์จำลองสัมผัสในบทที่ 2 ดังรูปที่ 3.5 พื้นที่ที่แรงเงา เมื่อ t = 1 HIP เคลื่อนที่ผ่านขอบของโพลีกอนที่มีมุมภายในมากกว่า 180 องศา ทำให้ HIPไม่สามารถถูก

ตรวจสอบการชนได้ทำให้เกิดการคำนวณแรงที่ไม่ต่อเนื่อง ดังนั้นเราจะได้พัฒนาอัลกอริทึมขึ้นเพื่อแก้ปัญหานี้โดยใช้วิธีการ Barycentric Technique เข้ามาช่วย



รูปที่ 3.5 ปัญหาที่เกิดขึ้นเมื่อมุมภายในวัตถุระหว่างโพลีกอนมีค่ามากว่า 180 องศา

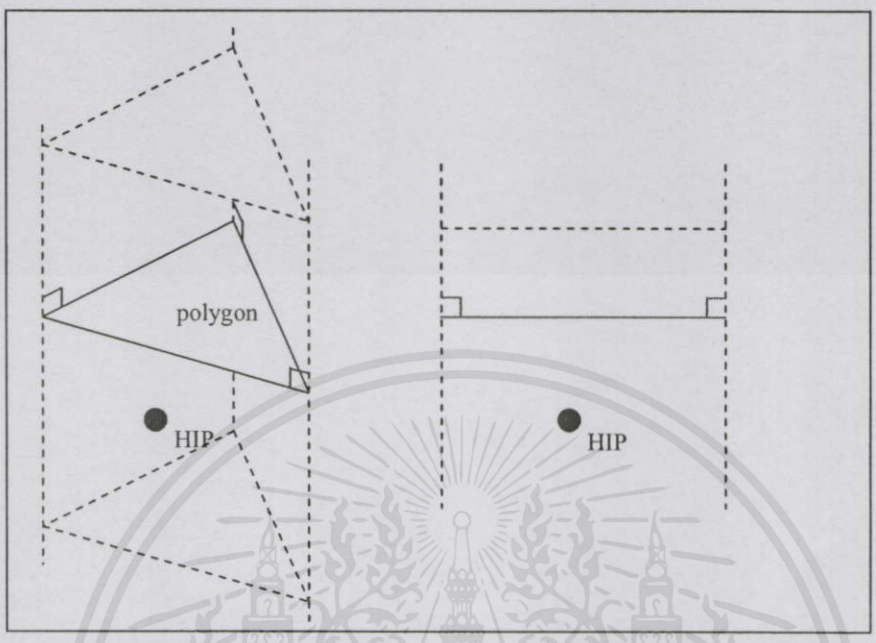


รูปที่ 3.6 พื้นที่รอบโพลีกอน ถูกแบ่งโดย barycentric coordinate

วิธี barycentric coordinate นั้น จะทำให้พื้นที่รอบ ๆ ของโพลีกอนถูกแบ่งเป็น 6 พื้นที่ ดังรูปที่ 3.6 ขึ้นอยู่กับค่าของพารามิเตอร์ α , β และ γ โดย $\gamma = 1-\alpha-\beta$ และจุดใด ๆ จะอยู่ภายในสามเหลี่ยมก็ต่อเมื่อ $\alpha \geq 0$, $\beta \geq 0$ และ $\alpha+\beta \leq 1$ นอกจากนี้พื้นที่เหล่านี้สามารถนำมา ตรวจสอบต่อไปได้ว่าโพลีกอนหรือขอบต่อไปที่ควรจะตรวจสอบนั้นเป็นอะไร และเพื่อให้การตรวจสอบการชนทำได้ง่ายขึ้น โพลีกอนหนึ่ง ๆ จะถูกแบ่งเป็น 5 ส่วนขึ้นอยู่กับตำแหน่งของจุดปลายของอุปกรณ์จำลองแรงสัมผัสและตำแหน่งของอุปกรณ์จำลองแรงสัมผัสที่เป็นได้จะถูกแบ่งเป็น 5 กรณี ดังรูปที่ 3.7 ดังนี้

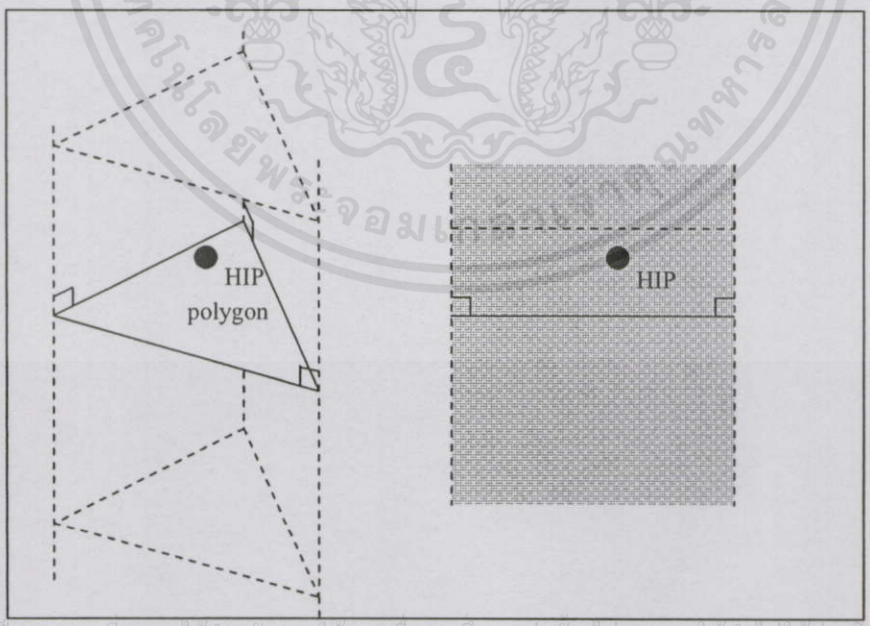
เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

1. กรณีที่ 1: เมื่อจุดปลายของอุปกรณ์จำลองแรงสัมผัสอยู่ภายในสามเหลี่ยม และอยู่ข้างใต้ชิ้นโพลีกอนนั้น ดังรูปที่ 3.7ก



รูปที่ 3.7ก HIP อยู่ภายในสามเหลี่ยม และอยู่ข้างใต้ชิ้นโพลีกอน

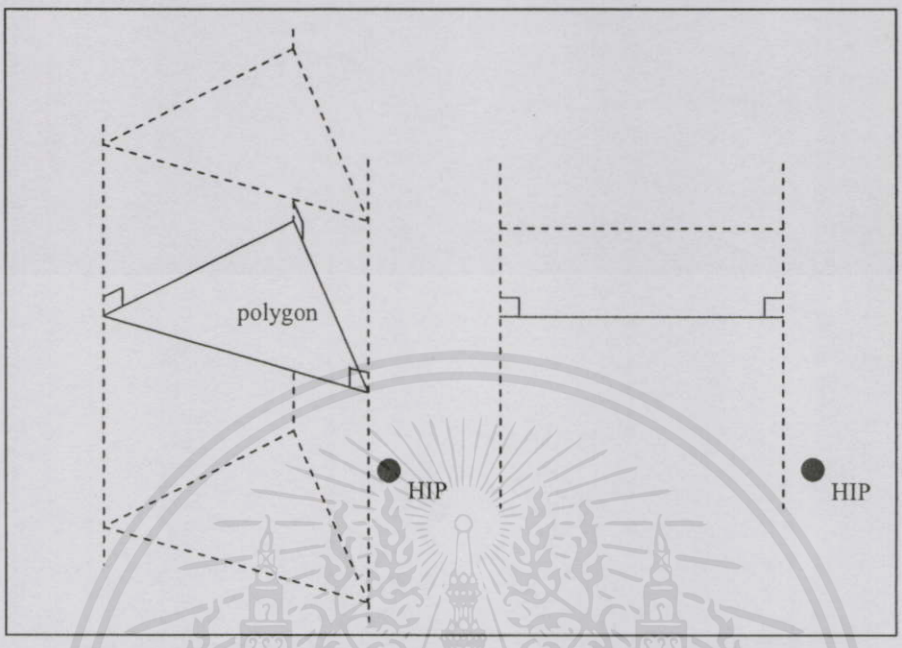
2. กรณีที่ 2: เมื่อจุดปลายของอุปกรณ์จำลองแรงสัมผัสอยู่ภายในสามเหลี่ยม และอยู่ข้างบนชิ้นโพลีกอนน้อยกว่า 2 หน่วย ดังรูปที่ 3.7ข



รูปที่ 3.7ข HIP อยู่ภายในสามเหลี่ยม และอยู่ข้างบนชิ้นโพลีกอนน้อยกว่า 2 หน่วย

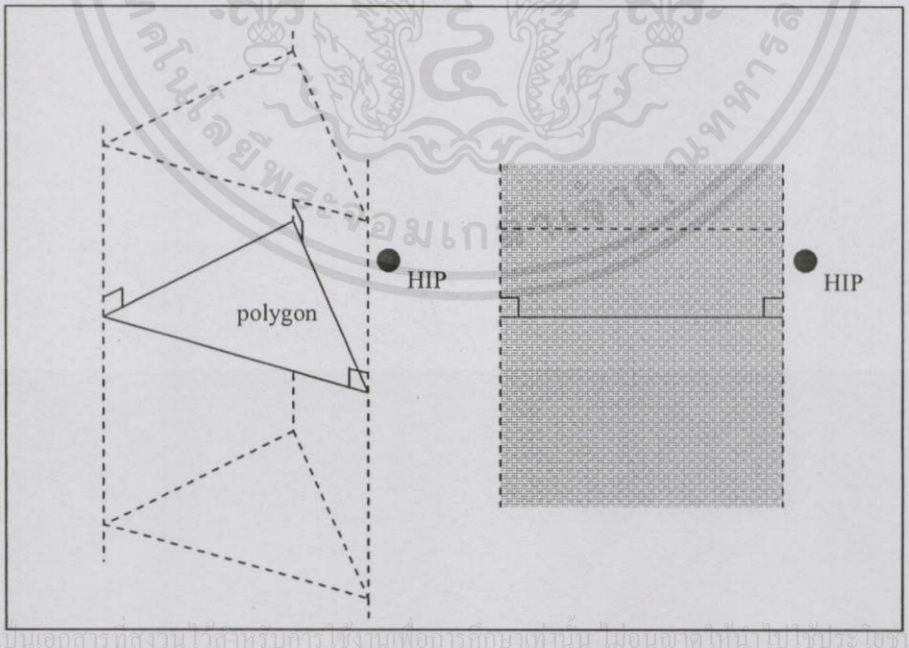
เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

3. กรณีที่ 3: เมื่อจุดปลายของอุปกรณ์จำลองแรงสัมผัสอยู่ภายนอกสามเหลี่ยม และอยู่ข้างใต้ชิ้นโพลีกอนนั้น ดังรูปที่ 3.7ค



รูปที่ 3.7ค HIP อยู่ภายนอกสามเหลี่ยม และอยู่ข้างใต้ชิ้นโพลีกอน

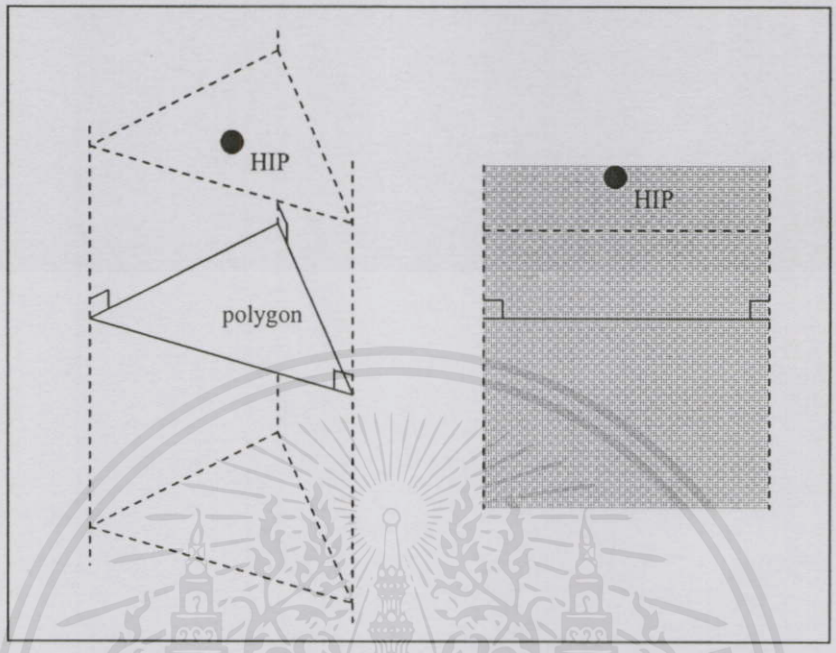
4. กรณีที่ 4: เมื่อจุดปลายของอุปกรณ์จำลองแรงสัมผัสอยู่ภายนอกสามเหลี่ยม และอยู่ข้างบนชิ้นโพลีกอนนั้น ดังรูปที่ 3.7ง



รูปที่ 3.7ง HIP อยู่ภายนอกสามเหลี่ยม และอยู่ข้างบนชิ้นโพลีกอน

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารนี้ทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

5. กรณีที่ 5: เมื่อจุดปลายของอุปกรณ์จำลองแรงสัมผัสอยู่ภายในสามเหลี่ยม และอยู่ข้างบนชิ้นโพลีกอนมากกว่า 2 หน่วย ดังรูปที่ 3.7จ



รูปที่ 3.7จ HIP อยู่ภายในสามเหลี่ยม และอยู่ข้างบนชิ้นโพลีกอนมากกว่า 2 หน่วย

วัตถุจะถูกแบ่งออกเป็น 3 รูปทรงพื้นฐาน นั่นคือ โพลีกอน ขอบ และจุดมุม โดยโพลีกอนจะมีรูปทรงพื้นฐานข้างเคียงคือ โพลีกอนและขอบ ส่วนขอบจะมีรูปทรงพื้นฐานข้างเคียงคือ โพลีกอนและจุดมุม ส่วนจุดมุมจะมีรูปทรงพื้นฐานข้างเคียงคือ โพลีกอนและขอบ ดังรูปที่ 3.8 โดยแต่ละชิ้นโพลีกอนจะมีค่า ID กำหนดไว้ตั้งแต่ 0 ถึงจำนวนชิ้นโพลีกอนทั้งหมดที่ประกอบเป็นวัตถุนั้น และในแต่ละชิ้นโพลีกอนจะประกอบไปด้วย 3 จุดมุม นั่นคือ จุดมุมที่ 0 (V_0), จุดมุมที่ 1 (V_1) และจุดมุมที่ 2 (V_2) นอกจากนี้แต่ละชิ้นโพลีกอนจะประกอบไปด้วย 3 ขอบ ได้แก่ ขอบ 01 (ขอบที่เชื่อมจุด V_0 V_1), ขอบ 12 (ขอบที่เชื่อมจุด V_1 V_2) และ ขอบ 20 (ขอบที่เชื่อมจุด V_2 V_0) และการทำงานของอุปกรณ์จำลองแรงสัมผัสนั้นจะทำงานเป็นรอบ ๆ และเพื่อให้การสร้างแรงเป็นไปอย่างต่อเนื่อง รอบของการทำงานนี้จะต้องมากกว่า 1000 รอบต่อวินาที และแต่ละรอบการทำงานจะคอยดูสถานะของการชนของวัตถุ โดยแต่ละรอบจะมีค่าได้ 1 สถานะและอัลกอริทึมการตรวจสอบการชนจะแบ่งออกเป็น 2 ส่วน ส่วนแรกเป็นการตรวจสอบสถานะว่าจุดปลายของอุปกรณ์จำลองแรงสัมผัสกำลังชนอยู่กับรูปทรงพื้นฐานใด และส่วนที่สอง เป็นการจำลองแรงสัมผัสให้เหมาะสมตามแต่รูปทรงพื้นฐานนั้น ๆ โดยในส่วนแรกจะแบ่งเป็น 3 สถานะ ได้แก่

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

1. สถานะที่ 1 (NO COLLISION) เป็นสถานะที่ไม่เกิดการชนใด ๆ เลย

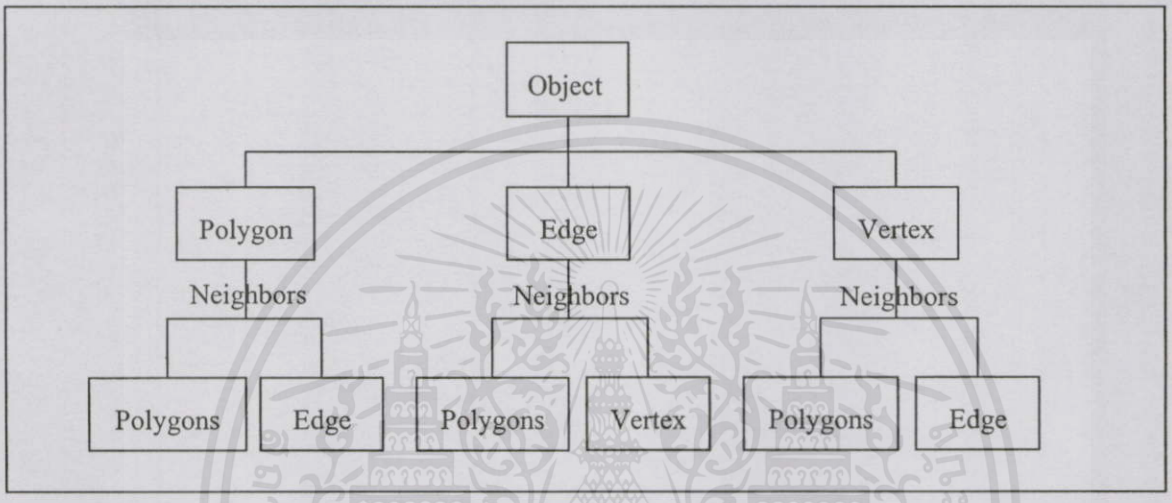
2. สถานะที่ 2 (COLLIDING FACE) เป็นสถานะที่เกิดการชนระหว่างจุด HIP กับชิ้นโพลีกอน

3. สถานะที่ 3 (COLLIDING EDGE) เป็นสถานะที่เกิดการชนระหว่างจุด HIP กับขอบ

4. สถานะที่ 4 (COLLIDING VERTEX) เป็นสถานะที่เกิดการชนระหว่างจุด HIP กับจุดมุม

และในส่วนที่สอง จะแบ่งเป็น 3 วิธีคือ

1. การสร้างแรงระหว่างจุด HIP กับพื้นผิวโพลีกอน
2. การสร้างแรงระหว่างจุด HIP กับขอบของโพลีกอน
3. การสร้างแรงระหว่างจุด HIP กับจุดมุมของโพลีกอน



รูปที่ 3.8 รูปทรงพื้นฐานและรูปทรงพื้นฐานข้างเคียง

เมื่อรูปทรงพื้นฐานใด ๆ ถูกตรวจสอบได้จะกำหนดให้รูปทรงนั้น active และเข้าสู่กระบวนการตรวจสอบในแต่ละขั้นตอนต่อไป ดังนี้

- สถานะที่ 1 (NO COLLISION)

เมื่อไม่สถานะปัจจุบันอยู่ในสถานะที่ 1 กระบวนการการตรวจสอบจะเป็นดังนี้

1. ตรวจสอบโพลีกอนทุก ๆ ชิ้น ว่า HIP เกิดการชนกับโพลีกอนใดหรือไม่
2. ถ้าเกิดการชน ให้ตรวจสอบว่า HIP มีการข้ามเพลนของโพลีกอนชิ้นนั้นจากทางด้านหน้าของชิ้นโพลีกอนหรือไม่โดย
   2.1 นำตำแหน่ง HIP จากรอบการทำงานที่ผ่านมา dot product กับนอร์มอลเวกเตอร์ของชิ้นโพลีกอนนั้น
   2.2 นำตำแหน่ง HIP ปัจจุบัน dot product กับนอร์มอลเวกเตอร์ของชิ้นโพลีกอนนั้น
   2.3 ถ้าค่าในข้อ 2.1 เป็นบวกและค่าในข้อ 2.2 เป็นลบ แสดงว่ามีการข้ามเพลนมาจากทางด้านหน้าของชิ้นโพลีกอน ดังนั้นให้กำหนดโพลีกอนชิ้นนั้นเป็น active polygon และให้สถานะเปลี่ยนไปเป็นสถานะที่ 2 หลังจากนี้จะข้ามไปทำงานในส่วนของการสร้างแรงระหว่าง HIP กับพื้นผิวของโพลีกอน

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

- สถานะที่ 2 (COLLIDING FACE)

สถานะนี้เกิดขึ้นเมื่อมีโพลีกอนใดโพลีกอนหนึ่งเกิดการ active โดยสถานะนี้วิธีการตรวจสอบจะเป็นดังนี้

1. ตรวจสอบโพลีกอนชิ้นที่ active ว่าจุด HIP ยังคงชนอยู่หรือไม่

1.1 ถ้าใช่ ให้คงสถานะเดิม และข้ามไปทำงานในส่วนการสร้างแรงระหว่าง HIP กับพื้นผิวของโพลีกอน

1.2 ถ้าไม่ใช่ ให้ไปทำในข้อ 2.

2. ตรวจสอบว่า HIP มีการข้ามเพลนของโพลีกอนจากทางด้านหลังหรือไม่

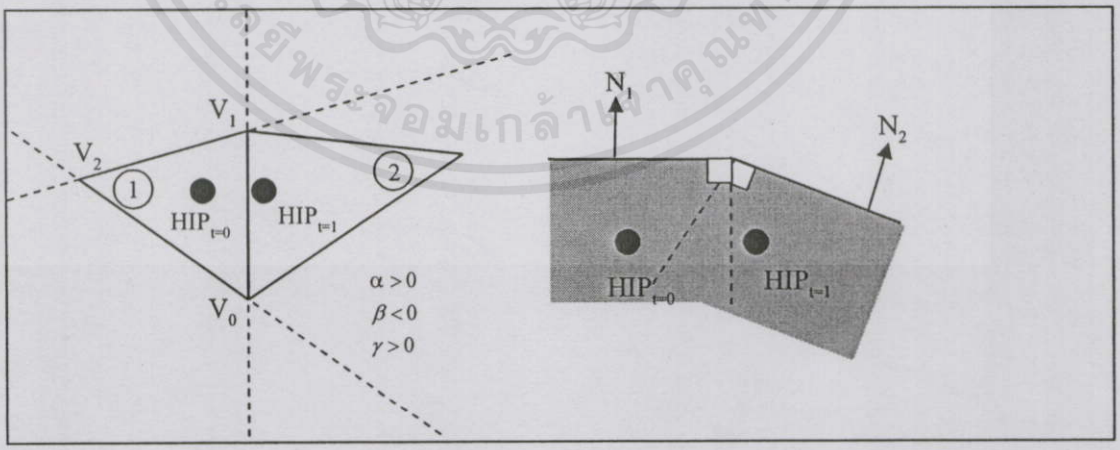
2.1 ถ้าใช่ แสดงว่า HIP เคลื่อนที่ออกจากชิ้นโพลีกอนแล้ว ให้เปลี่ยนสถานะเป็น 1 และไม่ต้องสร้างแรงด้านในขั้นตอนนี้

2.2 ถ้าไม่ใช่ แสดงว่า HIP เคลื่อนที่ข้ามขอบของโพลีกอน ให้ไปทำในข้อ 3.

3. ตรวจสอบค่า α , β และ γ ที่ได้จากข้อ 1.

3.1 ถ้าค่า β น้อยกว่า 0 แสดงว่าจุด HIP ข้ามขอบ 01 ให้ตรวจสอบการชนกับโพลีกอนข้างเคียงของขอบ 01 โดยการข้ามขอบที่เป็นไปได้นั้นมีด้วยกัน 4 กรณี คือ

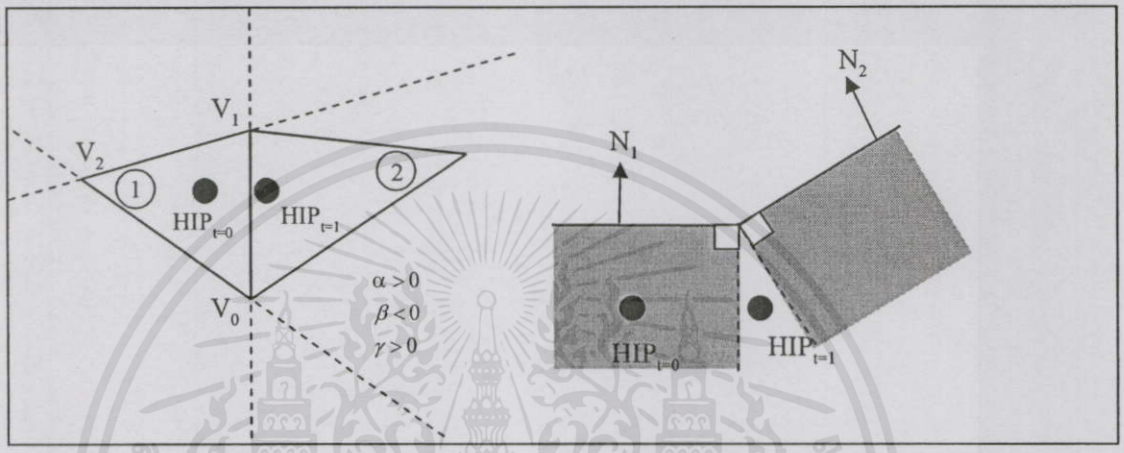
กรณีที่ 1: ขอบของโพลีกอนต่อกันแบบ convex โดยมุมภายในวัตถุมีค่ามากกว่า 90 องศาแต่น้อยกว่า 180 องศา ดังรูปที่ 3.9 ในกรณีนี้ เมื่อตรวจสอบการชนกับโพลีกอนข้างเคียงของขอบ 01 (โพลีกอน 2) จะพบว่า เราสามารถตรวจสอบการชนของโพลีกอนข้างเคียงได้ ดังนั้นให้คงสถานะที่ 2 เหมือนเดิม แต่เปลี่ยน active polygon ใหม่เป็นโพลีกอนข้างเคียงนี้แล้วข้ามไปทำในส่วนการสร้างแรงระหว่าง HIP กับพื้นผิวของโพลีกอน



รูปที่ 3.9 การข้ามขอบแบบ convex โดยมุมภายในวัตถุมีค่ามากกว่า 90 องศาแต่น้อยกว่า 180 องศา

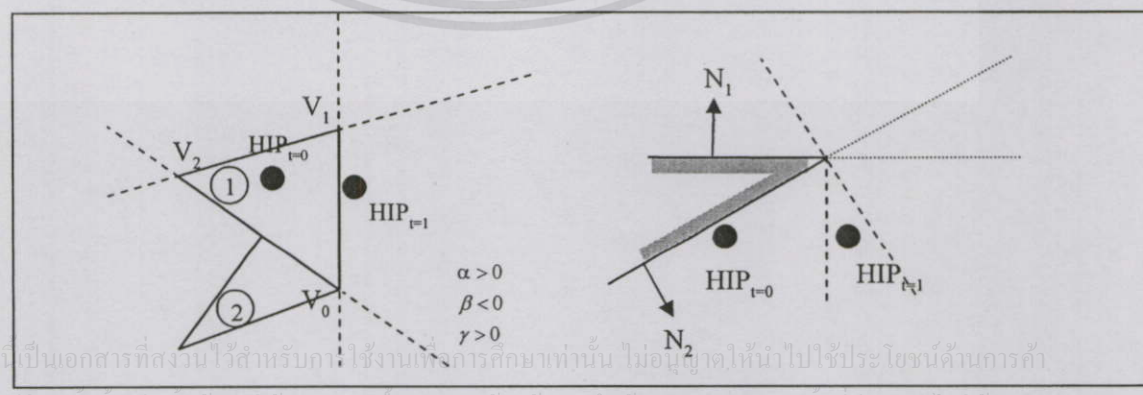
เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

กรณีที่ 2: ขอบของโพลีกอนต่อกันแบบ concave โดยมุมภายในวัตถุมีค่ามากกว่า 90 องศาแต่น้อยกว่า 270 องศา ดังรูปที่ 3.10 ในกรณีนี้ เมื่อตรวจสอบการชนกับโพลีกอนข้างเคียงของขอบ 01 (โพลีกอน 2) จะพบว่า เราไม่สามารถตรวจสอบการชนของโพลีกอนข้างเคียงได้และถ้าจุด HIP อยู่ภายนอกสามเหลี่ยมและอยู่ข้างใต้ชิ้นโพลีกอน แสดงว่าจุด HIP อยู่ระหว่างขอบของโพลีกอนทั้งสอง ดังนั้นให้สถานการณ์ชนเปลี่ยนไปเป็น สถานะที่ 3 และข้ามไปทำในส่วนการสร้างแรงระหว่าง HIP กับขอบของโพลีกอน



รูปที่ 3.10 การข้ามขอบแบบ concave โดยมุมภายในวัตถุมีค่ามากกว่า 90 องศาแต่น้อยกว่า 270 องศา

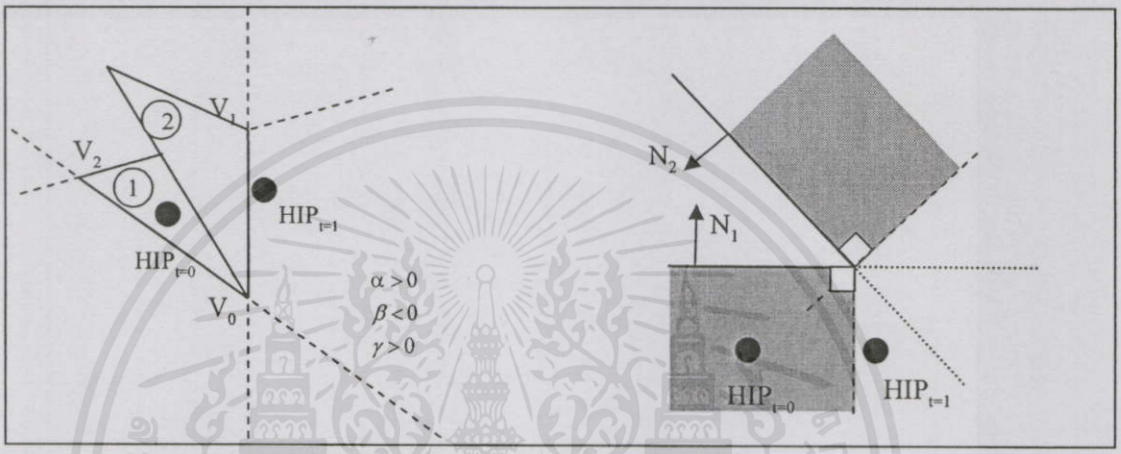
กรณีที่ 3: ขอบของโพลีกอนต่อกันแบบ convex โดยมุมภายในวัตถุมีค่าน้อยกว่า 90 องศาดังรูปที่ 3.11 ในกรณีนี้ เมื่อตรวจสอบการชนกับโพลีกอนข้างเคียงของขอบ 01 (โพลีกอน 2) จะพบว่า เราไม่สามารถตรวจสอบการชนของโพลีกอนข้างเคียงได้และถ้าจุด HIP อยู่ภายในสามเหลี่ยมและอยู่ข้างบนชิ้นโพลีกอน นั่นคือ จุด HIP เคลื่อนที่ออกนอกโพลีกอนข้างเคียงไปแล้ว ดังนั้นเราจะเปลี่ยนสถานะการชนให้เป็นสถานะที่ 1



เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

รูปที่ 3.11 การข้ามขอบแบบ convex โดยมุมภายในวัตถุมีค่าน้อยกว่า 90 องศา

กรณีที่ 4: ขอบของโพลีกอนต่อกันแบบ concave โดยมุมภายในวัตถุมีค่ามากกว่า 270 องศา ดังรูปที่ 3.12 ในกรณีนี้ เมื่อตรวจสอบการชนกับโพลีกอนข้างเคียงของขอบ 01 (โพลีกอน 2) จะพบว่า เราไม่สามารถตรวจสอบการชนของโพลีกอนข้างเคียงได้ แสดงว่าจุด HIP อยู่ระหว่างขอบของโพลีกอนทั้งสอง ดังนั้นให้สถานะการชนเปลี่ยนไปเป็น สถานะที่ 3 และข้ามไปทำในส่วนการสร้างแรงระหว่าง HIP กับขอบของโพลีกอน



รูปที่ 3.12 การข้ามขอบแบบ concave โดยมุมภายในวัตถุมีค่ามากกว่า 270 องศา

3.2 ถ้าค่า γ น้อยกว่า 0 แสดงว่าจุด HIP ข้ามขอบ 12 ให้ตรวจสอบการชนกับโพลีกอนข้างเคียงของขอบ 12 กรณีการข้ามขอบจะเป็นเหมือนในข้อ 3.1

3.3 ถ้าค่า α น้อยกว่า 0 แสดงว่าจุด HIP ข้ามขอบ 20 ให้ตรวจสอบการชนกับโพลีกอนข้างเคียงของขอบ 20 กรณีการข้ามขอบจะเป็นเหมือนในข้อ 3.1

- สถานะที่ 3 (COLLIDING EDGE)

กระบวนการนี้เกิดขึ้นเมื่อมีขอบของโพลีกอนเกิดการ active โดยสถานะนี้วิธีการตรวจสอบจะเป็นดังนี้

1. ตรวจสอบโพลีกอนข้างเคียงทั้งสองของขอบที่ active ว่าเกิดการชนหรือไม่

1.1 ถ้าเกิดการชนให้กำหนดโพลีกอนนั้นเป็น active polygon แล้วเปลี่ยนสถานการณ์ชนเป็นสถานะที่ 2 แล้วข้ามไปทำในส่วนการสร้างแรงระหว่าง HIP กับพื้นผิวของโพลีกอน

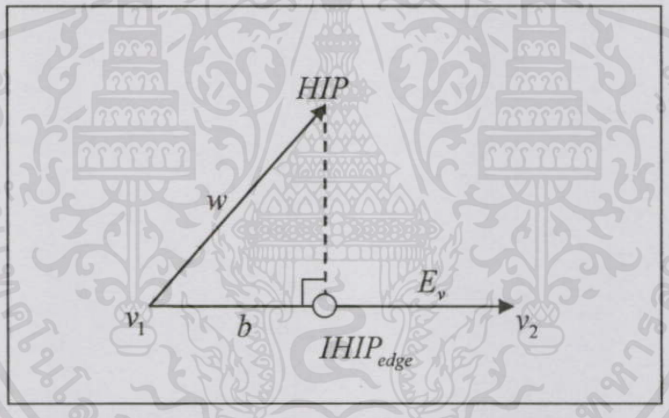
1.2 ถ้าไม่เกิดการชนให้ทำข้อที่ 2.

2. ตรวจสอบจุด projection ของ HIP ($IHIP_{edge}$) ว่าเลยออกนอกจุดปลายของขอบหรือยังจากการหาค่า b ในสมการที่ 3.8 ว่ามีค่าน้อยกว่า 0 หรือมากกว่า $\|E_v\|$ ดังรูปที่ 3.13 โดยใช้สมการที่ 3.8 โดยค่า $w = HIP - v_1$ และ $E_v = v_2 - v_1$

$$b = \frac{w.E_v}{\|E_v\|} \tag{3.8}$$

ถ้าค่า b มีค่าน้อยกว่า 0 หรือมากกว่า $\|E_v\|$ ให้กำหนด active vertex เป็นจุดมุมนั้นและกำหนดสถานะการชนเป็น สถานะที่ 4 และข้ามไปทำในการสร้างแรงระหว่าง HIP กับจุดมุมของโพลีกอนแต่ถ้าจุด HIP อยู่ยังอยู่ภายในจุดปลายทั้งสองนี้ให้ไปทำข้อ 3.

3. ตรวจสอบว่า จุด HIP มีการข้ามขอบออกมาโดยตรงหรือไม่ โดยการนำค่า HIP dot product กับนอร์มอลเวกเตอร์ของขอบ (นอร์มอลเวกเตอร์ของขอบหาได้จากการเฉลี่ยนอร์มอลเวกเตอร์ของโพลีกอนข้างเคียงของขอบ)
   - ถ้ามีการข้ามขอบออกมาโดยตรงให้ เปลี่ยนสถานการณ์ชนเป็นสถานะที่ 1 คือออกนอกเนื้อวัตถุไปแล้ว
4. ถ้าวิธีการในข้อ 1. - 3. ไม่สามารถตรวจสอบได้ แสดงว่าจุด HIP ยังอยู่ภายในขอบ ให้ข้ามไปทำในส่วนการสร้างแรงระหว่าง HIP กับขอบของโพลีกอน



รูปที่ 3.13 การตรวจสอบว่า HIP เลยจุดมุมทั้งสองหรือไม่

- สถานะที่ 4 (COLLIDING VERTEX)

กระบวนการนี้เกิดขึ้นเมื่อมีจุดมุมของโพลีกอนเกิดการ active โดยสถานะนี้วิธีการตรวจสอบจะเป็นดังนี้

1. ตรวจสอบว่า จุด HIP มีการข้ามจุดมุมออกมาโดยตรงหรือไม่ โดยการนำค่า HIP dot product กับนอร์มอลเวกเตอร์ของจุดมุม (นอร์มอลเวกเตอร์ของจุดมุมหาได้จากการเฉลี่ยนอร์มอลเวกเตอร์ของโพลีกอนข้างเคียงของจุดมุมนั้น)
   - ถ้ามีการข้ามจุดมุมออกมาโดยตรงให้ เปลี่ยนสถานการณ์ชนเป็นสถานะที่ 1 คือออกนอกเนื้อวัตถุไปแล้ว
2. ตรวจสอบว่า HIP เคลื่อนที่ไปยังโพลีกอนข้างเคียงหรือไม่

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

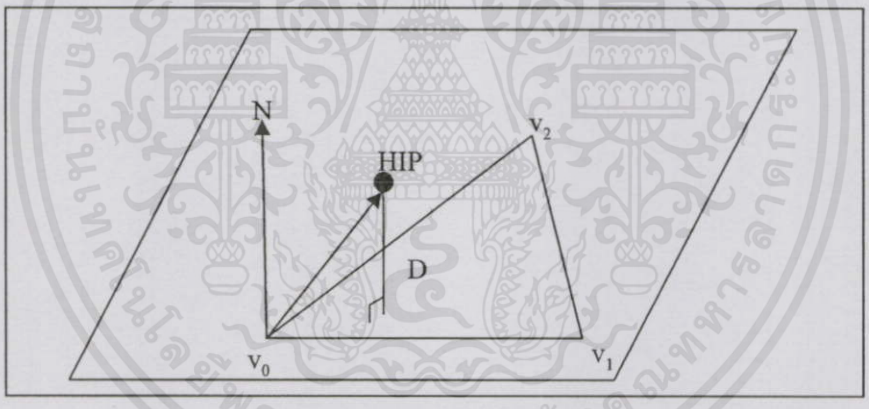
- ถ้าใช่ ให้กำหนดสถานะการชนเป็น 2 และกำหนดให้โพลีกอนนั้นเป็น active polygon และให้ข้ามไปทำในส่วนการสร้างแรงระหว่าง HIP กับพื้นผิวของโพลีกอน

3. ตรวจสอบ HIP กับขอบข้างเคียงของจุดมุมนี้ จากการทดสอบในข้อที่ 2) เราจะได้ค่า α , β และ γ ของแต่ละชิ้นโพลีกอน ดังนั้นเราจึงใช้ค่าที่ได้นี้ในการตรวจสอบขอบ
4. ถ้าวิธีการในข้อ 1. - 4. ไม่สามารถตรวจสอบได้ แสดงว่าจุด HIP ยังอยู่ภายในจุดมุมเดิม ให้ข้ามไปทำในส่วนการสร้างแรงระหว่าง HIP กับจุดมุมของโพลีกอน

หลังจากทราบสถานะของจุดปลายอุปกรณ์จำลองแรงสัมผัสแล้ว ขั้นตอนต่อไปคือการคำนวณระยะห่างกับรูปทรงพื้นฐานเหล่านั้นเพื่อใช้ในการสร้างแรงส่งกลับมายังผู้ใช้ ซึ่งการสร้างแรงกับรูปทรงพื้นฐานต่าง ๆ จะเป็นดังนี้

- การสร้างแรงระหว่างจุด HIP กับพื้นผิวโพลีกอน

วิธีการสร้างแรงนี้ (สมการที่ 3.9) จะอาศัยระยะห่างระหว่างชิ้นโพลีกอนกับจุด HIP และอาศัยสปริงโมเดลสำหรับสร้างแรง ดังรูปที่ 3.14



รูปที่ 3.14 การหาระยะห่างจากชิ้นโพลีกอนและการคำนวณแรงต้าน

$$F_s = -k * (HIP - V_0).N \tag{3.9}$$

k คือ ค่าความแข็งของพื้นผิววัตถุ

HIP คือ ตำแหน่งปัจจุบันของจุดปลายของอุปกรณ์จำลองแรงสัมผัส

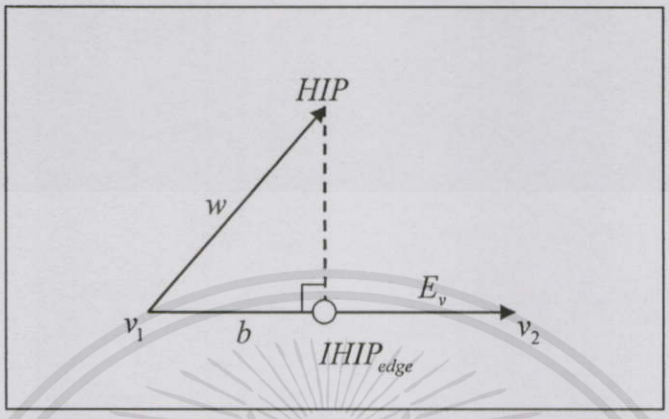
V_0 คือ จุดมุมของชิ้นโพลีกอน

N คือ นอร์มอลเวกเตอร์ของโพลีกอน

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

- การสร้างแรงระหว่างจุด HIP กับขอบของโพลีกอน

วิธีการสร้างแรงนี้ (สมการที่ 3.11) จะอาศัยระยะห่างระหว่างขอบกับจุด HIP ดังรูปที่ 3.15 โดยต้องโปรเจคจุด HIP ลงบนขอบก่อน ($IHIP_{edge}$) ซึ่งหาค่าได้จากสมการที่ 3.10



รูปที่ 3.15 การสร้างแรงระหว่างจุด HIP กับขอบของโพลีกอน

$$IHIP_{edge} = v_1 + bE_v \tag{3.10}$$

โดย

$$E_v = v_2 - v_1$$
$$w = HIP - v_1$$
$$b = \left(\frac{w.E_v}{\|E_v\|} \right)$$
$$HipToEdge = IHIP_{edge} - HIP$$
$$F_{edge} = k * (HipToEdge) \tag{3.11}$$

- การสร้างแรงระหว่างจุด HIP กับจุดมุมของโพลีกอน

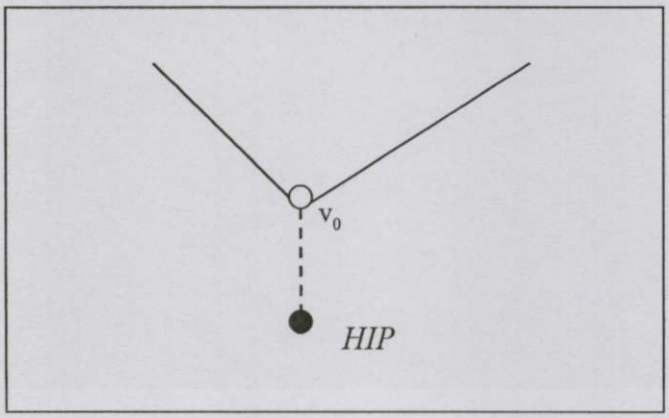
วิธีการสร้างแรงนี้ (สมการที่ 3.12) จะอาศัยระยะห่างระหว่างขอบกับจุด HIP ดังรูปที่ 3.16 โดยต้องโปรเจคจุด HIP ลงบนขอบก่อน ($IHIP_{edge}$) ซึ่งหาค่าได้จากสมการที่ 3.10

$$F_{vertex} = k * (HipToVertex) \tag{3.12}$$

โดย

$$HipToVertex = HIP - V_0$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



รูปที่ 3.16 การสร้างแรงระหว่างจุด HIP กับจุดมุมของโพลีกอน

3.4 การพัฒนาโปรแกรมจำลองการขูดหินปูน

ด้วยเทคนิคและวิธีการข้างต้นทั้งหมดที่ได้กล่าวมา สามารถนำไปพัฒนาโปรแกรมการจำลองการขูดหินปูน เพื่อฝึกหัดให้แก่นักศึกษาทันตแพทย์ เพื่อให้นักศึกษามีความคุ้นเคยกับอุปกรณ์การขูดหินปูน การวางเครื่องมือให้ถูกวิธีขณะทำการขูด และเป็นการเพิ่มทักษะ ความชำนาญให้แก่นักศึกษาก่อนที่จะไปปฏิบัติกับคนไข้จริง ๆ โดยขั้นตอนการพัฒนาโปรแกรมเป็นดังต่อไปนี้

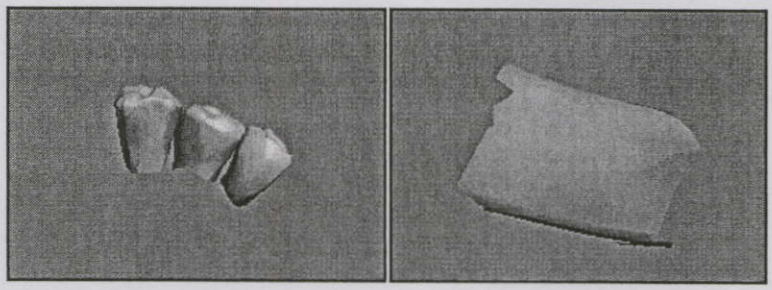
3.4.1 การโมเดลของฟัน เหงือก และหินปูน

การจำลองการขูดหินปูนจะประกอบไปด้วยการสร้างโมเดลของฟัน เหงือก และหินปูน โดยแต่ละโมเดลจะมีรูปร่าง และคุณสมบัติของพื้นผิว (Haptic property) เมื่อเราสัมผัสที่แตกต่างกัน ซึ่งได้แก่ ค่าสัมประสิทธิ์ความยืดหยุ่นของพื้นผิว (Stiffness : k) และค่าสัมประสิทธิ์แรงเสียดทานของพื้นผิวนั้นๆ (Friction : μ) โดยค่าสัมประสิทธิ์แรงเสียดทานจะประกอบไปด้วย ค่าสัมประสิทธิ์แรงเสียดทานสถิต (Static : μ_s) และค่าสัมประสิทธิ์แรงเสียดทานจลน์ (Dynamic : μ_d)

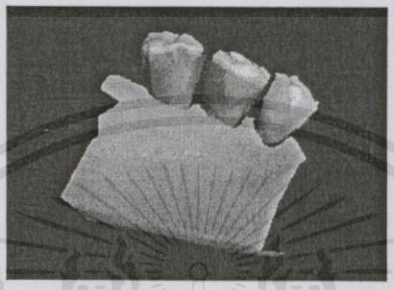
3.4.1.1 การสร้างโมเดลฟันและเหงือก

ฟันและเหงือกจะถูกสร้างโดยโปรแกรมสร้างวัตถุ 3 มิติ รูปที่ 3.17 และ 3.18 แล้วนำโมเดลนี้โหลดเข้าสู่โปรแกรม โดยจะมีค่าคุณสมบัติของพื้นผิวของฟัน คือ $k = 1.0$, $\mu_s = 0.2$ และ $\mu_d = 0.1$ ส่วนค่าคุณสมบัติของเหงือก คือ $k = 0.6$, $\mu_s = 0.0$ และ $\mu_d = 0.0$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



รูปที่ 3.17 โมเดลของฟันและเหงือกที่สร้างขึ้นจากโปรแกรมสร้างวัตถุ 3 มิติ



รูปที่ 3.18 โมเดลฟันและเหงือกขณะจำลองการขูดหินปูน

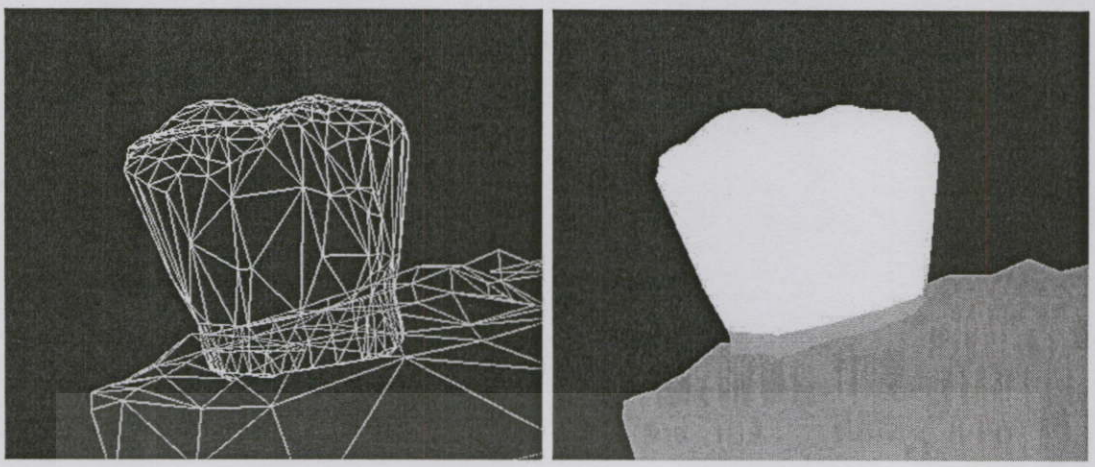
3.4.1.2 การสร้างโมเดลหินปูน

การสร้างโมเดลหินปูนจะแบ่งเป็น 2 ส่วน ส่วนแรกคือ ส่วนกราฟิก (Graphical model) สำหรับสร้างรูปร่างหินปูนที่เรามองเห็นและการจำลองแรงสัมผัส ส่วนที่สองคือ ส่วนกายภาพ (Physical model) สำหรับการจำลองการแตกของหินปูน

- ส่วนกราฟิก : โมเดลฟันและเหงือกจะประกอบไปด้วยโพลีกอนสามเหลี่ยม (Triangle polygon) เล็ก ๆ เชื่อมต่อกันเป็นเป็นรูปร่างของฟันและเหงือก เมื่อนำโมเดลของฟันและเหงือกมาประกอบกันจะเกิดการตัดกัน (Intersection) ของโพลีกอนทั้งสองโมเดล ซึ่งก็คือบริเวณขอบเหงือกกับฟันนั่นเอง ซึ่งโพลีกอน บริเวณนี้ จะถูกนำไปสร้างเป็นโพลีกอนของหินปูนซ้อนทับอยู่บนโพลีกอนของฟัน โดยหินปูนจะมีลักษณะเป็นแผ่น ๆ เรียงตัวอยู่บนฟัน ซึ่งการสร้างโพลีกอนของหินปูนจะเป็นไปตามขั้นตอนดังต่อไปนี้

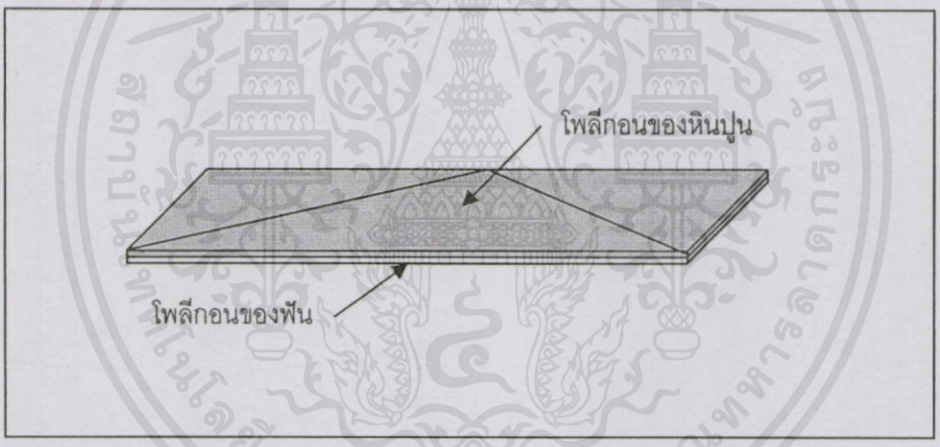
1. หาโพลีกอนของฟันทั้งหมดที่ตัดกับโพลีกอนของเหงือก ดังรูปที่ 3.19 โดยใช้วิธีการตรวจสอบการชนกันระหว่างสามเหลี่ยม (Triangle-Triangle Intersection : [7])

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



รูปที่ 3.19 โพลีกอนที่ตัดกันระหว่างฟันกับเหงือก

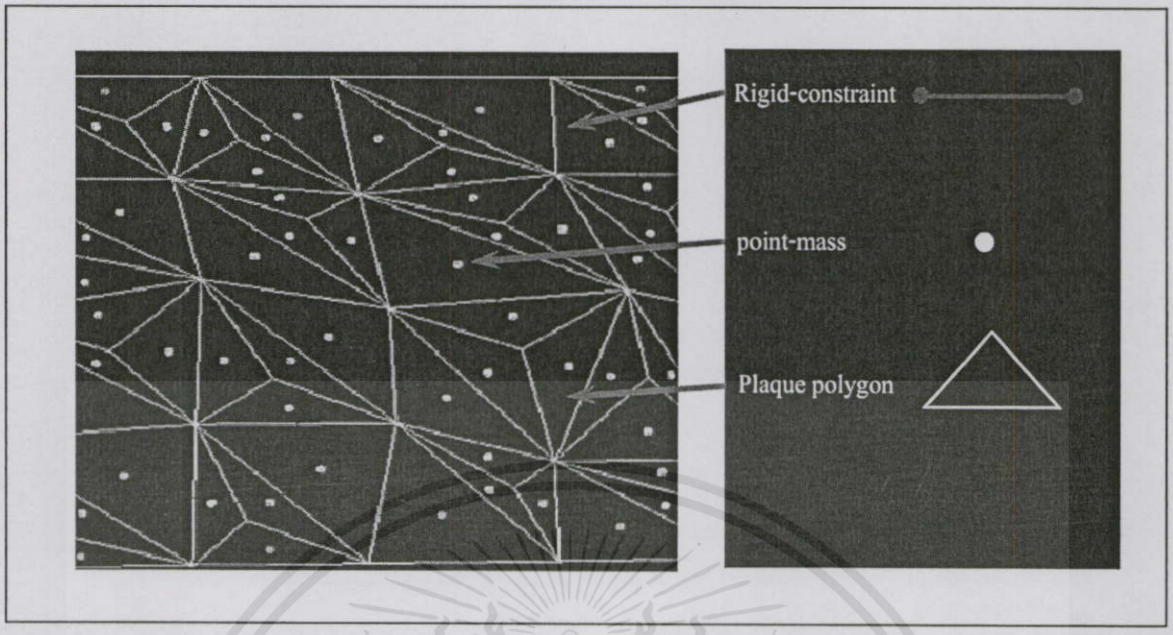
2. ใช้ฟังก์ชัน stochastic ในการสุ่มเลือกโพลีกอนของฟันที่จะถูกนำไปสร้างเป็นหินปูน โพลีกอนหินปูนจะมีขนาดเท่ากับโพลีกอนของฟันและซ้อนทับอยู่บนฟัน ดังรูปที่ 3.20



รูปที่ 3.20 การสร้างโมเดลหินปูน

- ส่วนกายภาพ : เราใช้วิธีการจำลองการแตกหักของวัตถุมาใช้ในส่วนของหินปูนนี้ โดยจุดมวลจะถูกวางอยู่ในตำแหน่งตรงกลางของชิ้นโพลีกอนหินปูน แทนด้วยจุด ในรูปที่ 3.21 และ constraint แทนด้วยเส้น ในการสร้างโมเดลส่วนกราฟิก จะใช้ OpenGL สำหรับสร้างโพลีกอนหรือรูปร่างของหินปูน และส่วนกายภาพนั้นสำหรับจำลองการกระจายของแรง เพื่อพิจารณาการแตกของหินปูน ในการสร้างโมเดลหินปูนนี้ เรากำหนดให้มีค่าคุณสมบัติของพื้นผิวคือ $k = 0.9$, $\mu_s = 0.6$ และ $\mu_d = 0.4$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



รูปที่ 3.21 แสดงจุดมวล แทนด้วยวงกลม, constraint แทนด้วยเส้น และโพลีกอนของหินปูน แทนด้วยแทนสามเหลี่ยม

3.4.2 การจำลองแรง

แรงต้านที่เกิดขึ้นเมื่อสัมผัสวัตถุเกิดจากการรวมกันของ แรงกดจากมือของผู้ใช้ แรงจากการสั่นของเครื่องมือจำลองการขูดหินปูน และแรงเสียดทานของพื้นผิวของวัตถุ

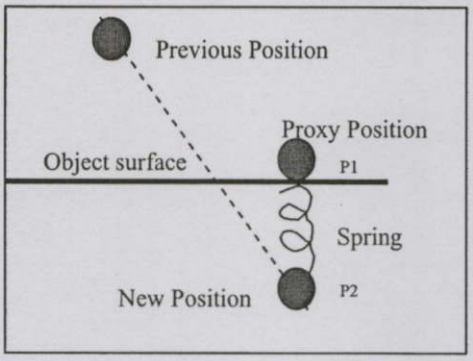
3.4.2.1 แรงกดจากมือผู้ใช้

แรงกดนี้ คำนวณจากระยะห่างจากจุดปลายเสมือนของเครื่องมือขูดหินปูนกับพื้นผิวของวัตถุ เมื่อเครื่องมือขูดหินปูนเข้าไปในเนื้อของวัตถุ โดยอาศัยหลักการของ Hooke's law (รูปที่ 3.22)

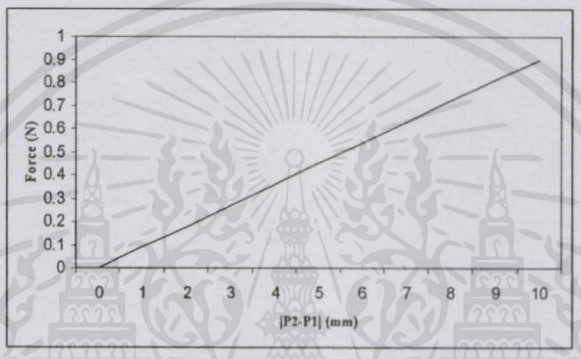
$$F = k(p_2 - p_1) \tag{3.13}$$

จากสมการข้างบน k คือค่าความแข็งของพื้นผิววัตถุ, p_2 คือตำแหน่งปัจจุบันของจุดปลายของอุปกรณ์จำลองแรงสัมผัส และ p_1 คือจุดบนพื้นผิวของวัตถุที่มีระยะทางสั้นที่สุดเมื่อวัดจาก p_2 และความสัมพันธ์ระหว่างแรงที่ได้กับความลึกในการกดบนพื้นผิววัตถุแสดงดังรูปที่ 3.22

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



รูปที่ 3.22 การคำนวณแรงกด



รูปที่ 3.23 กราฟแสดงความสัมพันธ์ระหว่างแรงกดกับระยะทางในการกด

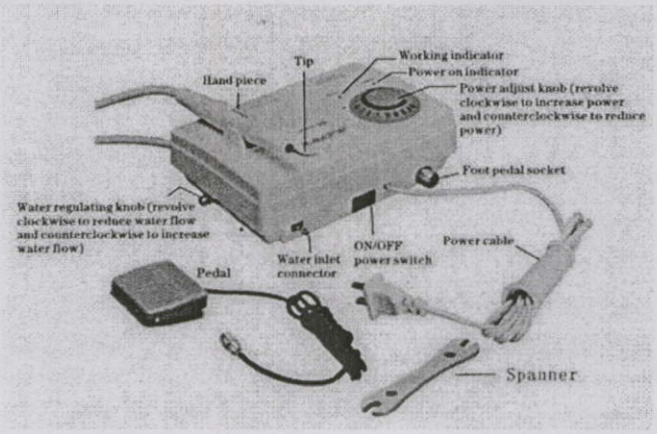
3.4.2.2 แรงสั่นของเครื่องมือขูดหินปูน

เกิดจากเครื่องมือสำหรับขูดหินปูน เพื่อให้การขูดทำได้เร็วขึ้นและผู้ใช้ออกแรงน้อยลง ซึ่งแรงสั่นคำนวณได้จากสมการที่ 3.14

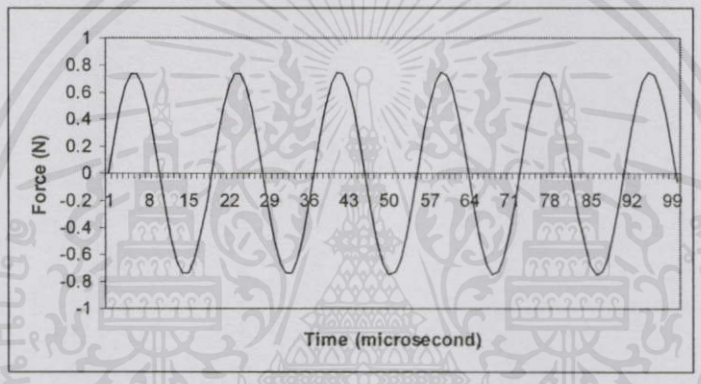
$$F_v(t) = a * \sin(\tau * t * f) \tag{3.14}$$

จากสมการข้างบน a คือ แอมพลิจูด (amplitude) ของการสั่น, t คือ เวลา, τ คือ คาบเวลาการทำงานของอุปกรณ์จำลองแรงสัมผัส (เท่ากับ 1ms) และ f ความถี่ของการสั่น (frequency) โดยความถี่ที่ใช้อยู่ที่ 28 ถึง 34 kHz (อ้างอิงจากเครื่องขูดหินปูน Piezo Ultrasonic Scaler) ดังรูปที่ 3.24 และความสัมพันธ์ระหว่างแรงสั่นกับเวลาแสดงดังรูปที่ 3.25

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



รูปที่ 3.24 เครื่องขูดหินปูน Piezo Ultrasonic Scaler



รูปที่ 3.25 กราฟแสดงความสัมพันธ์ระหว่างแรงสั่นกับเวลา

3.4.2.3 Friction force

เป็นแรงเสียดทานดังรูปที่ 3.26 แบ่งเป็น 2 ค่าดังนี้

1. Static friction หรือแรงเสียดทานสถิต เป็นแรงเสียดทานระหว่างผิวทั้งสองของวัตถุที่สัมผัสกัน เกิดขึ้นเมื่อมีแรงกระทำกับวัตถุหนึ่งแต่ยังไม่เคลื่อนที่ แรงเสียดทานสถิตมีค่าสูงสุดเมื่อวัตถุเริ่มเคลื่อนที่บนอีกผิวหนึ่ง แสดงดังสมการที่ 3.15

$$F_S = \mu_S N \tag{3.15}$$

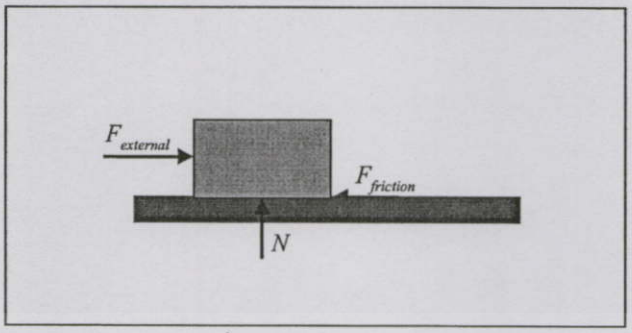
โดยที่ μ_s คือ สัมประสิทธิ์ของความเสียดทานสถิต และ N คือแรงตั้งฉากที่จุดสัมผัส

2. หรือแรงเสียดทานจลน์ เป็นแรงเสียดทานเมื่อผิวหนึ่งเคลื่อนที่บนอีกผิวหนึ่งที่อัตราเร็วคงตัว แรงเสียดทานจลน์มีค่าน้อยกว่าแรงเสียดทานสถิตเล็กน้อย แสดงดังสมการที่ 3.16

$$F_D = \mu_D N \tag{3.16}$$

ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

โดยที่ μ_s คือ สัมประสิทธิ์ของความเสียดทานสถิต และ N คือแรงตั้งฉากที่จุดสัมผัส



รูปที่ 3.26 แรงเสียดทาน

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

บทที่ 4
อุปกรณ์ที่ใช้ในงานวิจัย

เนื่องจากการจำลองการแตกหักของวัตถุในงานวิจัยนี้มีความต้องความเป็น real-time ดังนั้น รายละเอียดของเครื่องคอมพิวเตอร์ที่ใช้จึงมีความสำคัญอย่างยิ่งในการประมวลผล นอกจากนี้การใช้วิธี Bounded Force Propagation จำกัดขอบเขตการกระจายแรง เพื่อให้สามารถคำนวณแรงต้านกลับมายังผู้ใช้ให้ทันภายใน 1 มิลลิวินาทีนั้น ต้องมีการทดสอบคอมพิวเตอร์เครื่องนั้นก่อนว่าสามารถที่จะกำหนดระดับชั้นสูงสุดของการกระจายของแรงได้เท่าไหร่ ในบทนี้จะกล่าวถึงรายละเอียดของเครื่องคอมพิวเตอร์รวมทั้งอุปกรณ์จำลองแรงสัมผัสที่ใช้ในงานวิจัยนี้ด้วย

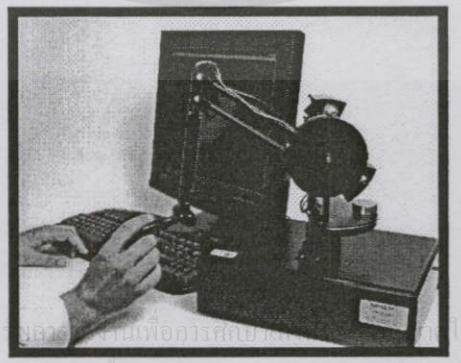
4.1 รายละเอียดเครื่องคอมพิวเตอร์ที่ใช้ในงานวิจัย

คอมพิวเตอร์ที่ใช้เป็นเครื่อง PC โดยมีรายละเอียด ดังนี้

1. CPU : Intel Pentium Duo-Core 2.8 GHz, Socket 775, FSB 800 MHz
2. Main Board : ASUS P5VDC-MX, FSB 800 MHz
3. RAM : DDR 2 GB, 533 MHz
4. Graphic Card : Workstation Graphics Card NVIDIA Quadro FX500, AGP8X, 128 bit, RAM 128 MB, VGA Memory Clock 486 MHz, VGA Core Clock 270 MHz

4.2 อุปกรณ์จำลองแรงสัมผัส

อุปกรณ์จำลองแรงสัมผัสที่ใช้คือ PHANTOM® Premium 1.5/6DOF ดังรูปที่ 4.1 โดยมีรายละเอียดดังตารางที่ 4.1 และไลบรารีที่ใช้ในการพัฒนางานวิจัย คือ OpenHaptics™ Toolkit



เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

รูปที่ 4.1 อุปกรณ์จำลองแรงสัมผัส PHANTOM® Premium 1.5/6DOF

ตารางที่ 4.1 รายละเอียดของอุปกรณ์จำลองแรงสัมผัส (เอกสารอ้างอิงที่ [11])

	PHANTOM Premium 1.5/6DOF	
Workspace	Translational	15 W x 10.5 H x 7.5 D inches 381 W x 267 H x 191 D mm
	Rotational Yaw Pitch Roll	 297 degrees / 5.18 radians 260 degrees / 4.54 radians 335 degrees / 5.85 radians
Footprint	13 W x 10 D inches / 330 W x 254 D mm	
Range of motion	Lower arm movement pivoting at elbow	
Nominal position resolution	Translational	860 dpi / 0.03mm
	Rotational Yaw & Pitch Roll	 0.0023 degrees 0.00004 radians 0.0080 degrees 0.00014 radians
Backdrive friction (x, y, z)	0.15 oz / 0.04 N	
Maximum exertable force and torque at nominal position (orthogonal arms)	Translational	1.9 lbf / 8.5 N
	Rotational Yaw & Pitch Roll	 73 oz-in / 515 mNm 24 oz-in / 170 mNm
Continuous exertable force and torque at nominal position (orthogonal arms)	Translational	0.3 lbf / 1.4 N
	Rotational Yaw & Pitch Roll	 27 oz-in / 188 mNm 7 oz-in / 48 mNm
Stiffness	20 lbf in^{-1} 3.5 N mm^{-1}	
Inertia (apparent mass at tip)	< 0.30 lbm < 136 g	
Weight (device only)	~ 20 lb ~ 9 Kg	
Force feedback	x, y, z, Tx, Ty, Tz	
Position sensing	x, y, z, roll, pitch, yaw	
Interface	Parallel port	
Supported Platforms	Intel-based PCs	
GHOST® SDK Compatibility	Yes	
OpenHaptics™ Toolkit Compatibility	Yes	

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

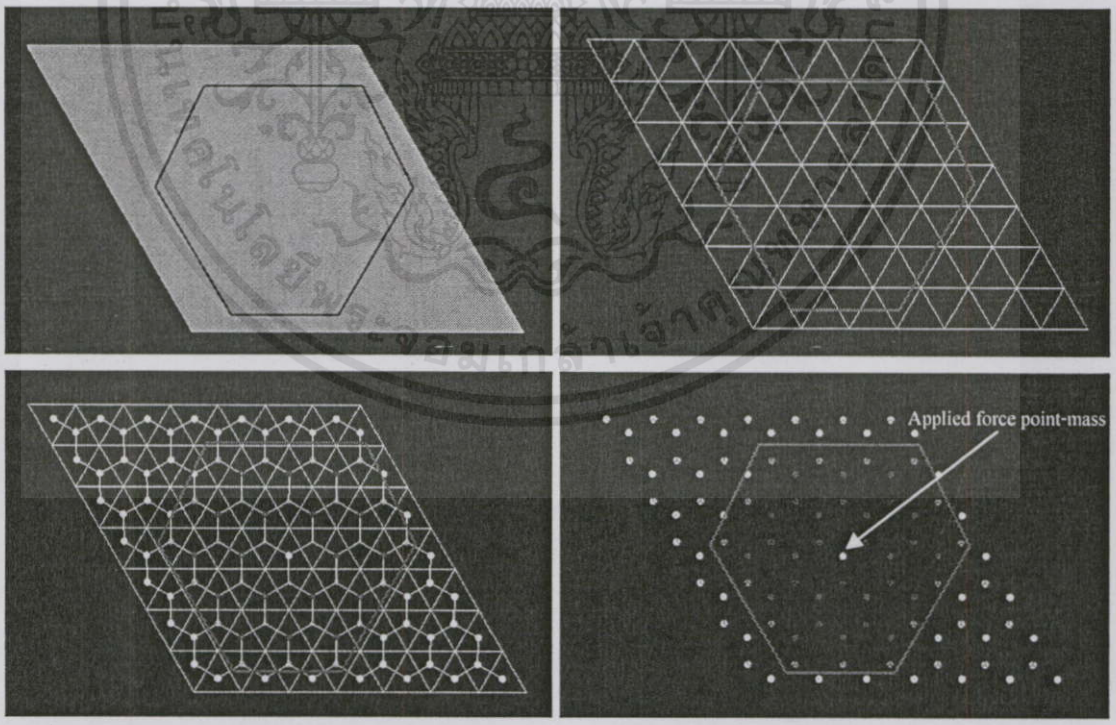
บทที่ 5

วิธีการทดลองและผลการทดลอง

5.1 การทดลองหาค่ามวลที่เหมาะสมบริเวณขอบของวัตถุ

ในการจำลองการแตกหักของวัตถุ เราจำเป็นต้องเพิ่มค่ามวลบริเวณขอบของวัตถุให้มีค่าสูง ๆ เพื่อเป็นการยึดวัตถุนั้นให้อยู่กับที่ ไม่เกิดการเคลื่อนที่เมื่อมีแรงภายนอกมากระทำ ดังนั้นการทดลองนี้เป็นการทดลองเพื่อหาค่ามวลบริเวณขอบที่เหมาะสม โดยมีวิธีการคือเพิ่มมวลบริเวณขอบให้สูงขึ้นเป็นจำนวนเท่าของค่ามวลในบริเวณอื่น โดยเริ่มต้นที่ 1 ถึง 50 เท่าของค่ามวลปกติและหาค่าเฉลี่ยของผลลัพธ์ของแรงที่กระจายออกไปในทุก ๆ point-mass โดยในการทดลอง มีค่าพารามิเตอร์ต่าง ๆ ดังนี้

1. วัตถุสร้างจากโพลีกอนสามเหลี่ยม, point-mass และ constraint ที่เกี่ยวข้องทั้งหมดอยู่ภายในพื้นที่หกเหลี่ยมดังรูปที่ 5.1 โดยวัตถุที่ทดลองมีลักษณะเป็นพื้นผิว 2 มิติอยู่ในระนาบเดียวกัน และมีจำนวนโพลีกอนเท่ากับ 98 โพลีกอน จำนวน point-mass เท่ากับ 98 point-mass และ constraint เท่ากับ 133 constraint



รูปที่ 5.1 แสดงวัตถุที่ใช้สำหรับการทดลอง, โพลีกอน, point-masses และ constraints เกี่ยวข้อง

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

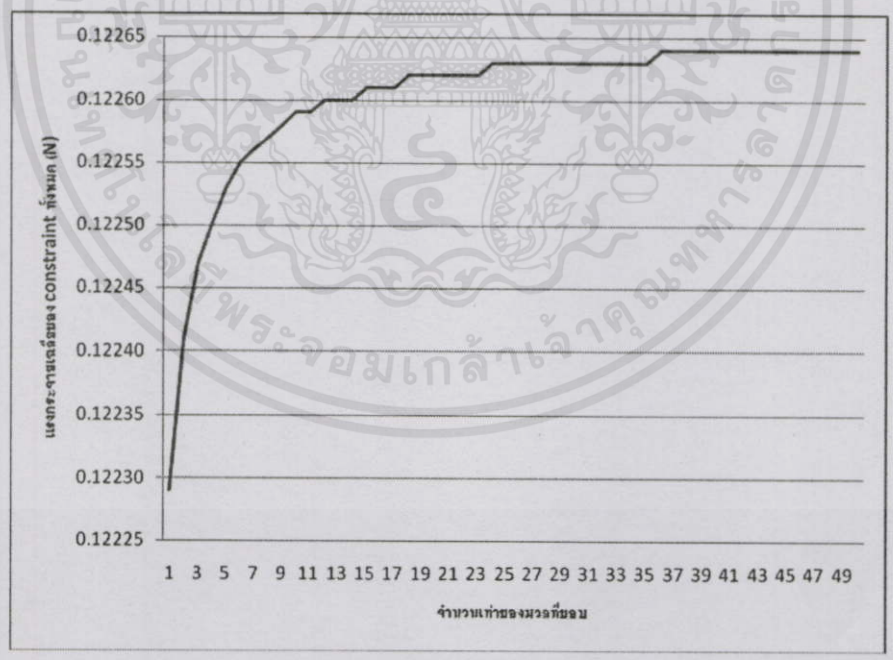
2. มวลแต่ละ point-mass เท่ากับ 0.02 กิโลกรัม

3. Bond strength แต่ ละ constraint เท่ากับ 0.0005 N.

5.1.1 การทดลอง โดยใช้แรงภายนอกมากระทำเท่ากับ 6 N.

แรงภายนอกที่มากระทำจะกระทำกับ point-mass ที่อยู่ตรงกลางภายในพื้นที่หกเหลี่ยมในรูปที่ 5.1 และเนื่องจากแรงสูงสุดที่อุปกรณ์จำลองแรงสัมผัสสามารถทำได้คือ 8.5 N. ดังนั้นเราจึงเลือกค่าแรงให้ลดลงเล็กน้อย คือ 6 N. และมีทิศทางในแนวแกน Z (ทิศทางพุ่งเข้าไปในกระดาษ) หลังจากนี้หาค่าแรงที่กระจายออกไปในทุก ๆ constraint (constraint force) ด้วยสมการที่ 3.6 และนำมาเฉลี่ยสำหรับทุก ๆ constraint ด้วยสมการที่ 5.1 หลังจากนี้ทำการเพิ่มมวลบริเวณขอบให้สูงขึ้นทีละ 1 เท่าและนำค่าแรงกระจายเฉลี่ยของการเพิ่มมวลแต่ละเท่ามาวาดเป็นกราฟ โดยผลการทดลองเป็นดังรูปที่ 5.2

$$\text{Constraint force เฉลี่ย} = \frac{\text{ผลรวม (Constraint force ของทุก ๆ constraint)}}{\text{จำนวน constraint ทั้งหมด}} \qquad (5.1)$$

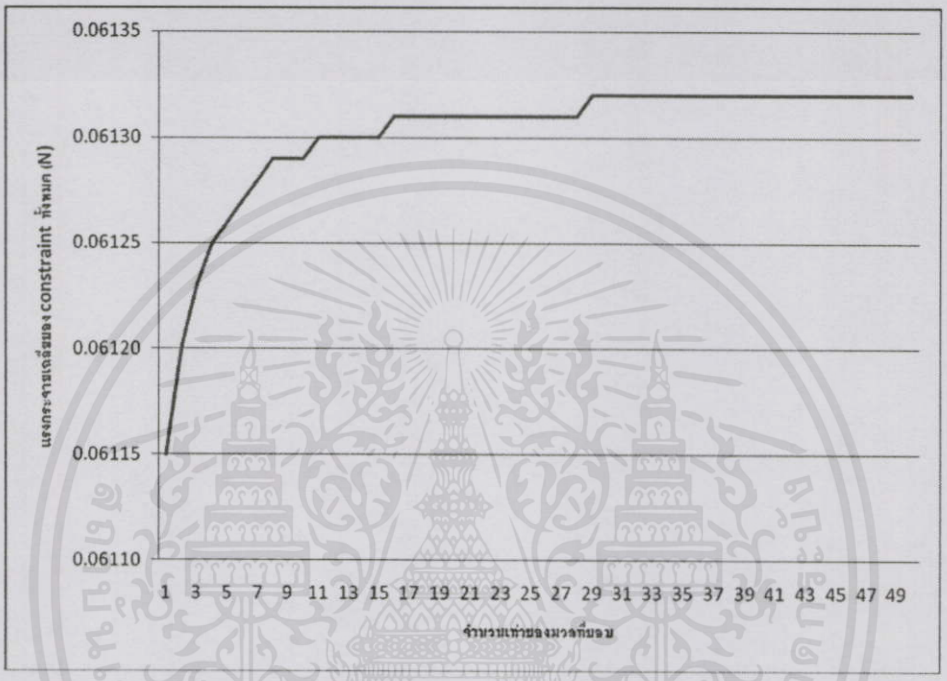


รูปที่ 5.2 ผลการทดลองโดยมีแรงภายนอกเท่ากับ 6 N. และเพิ่มค่ามวลที่ขอบ ตั้งแต่ 1 ถึง 50 เท่า

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

5.1.2 การทดลอง โดยใช้แรงภายนอกมากระทำเท่ากับ 3 N.

เป็นการทดลองเหมือนกับการการทดลองที่ 5.1.1 แต่เปลี่ยนค่าแรงภายนอกเป็น 3 N. หรือแรงลดลงครึ่งหนึ่งจากการทดลองที่ 5.1.1 และใช้สมการที่ 3.6 สำหรับหาค่าแรงที่กระจายออกไปในแต่ละ constraint และใช้สมการที่ 5.1 สำหรับคิดแรงกระจายเฉลี่ย โดยผลการทดลองแสดงดังรูปที่ 5.3



รูปที่ 5.3 ผลการทดลองโดยมีแรงภายนอกเท่ากับ 3 N.

จากผลการทดลองที่ 5.1.1 และ 5.1.2 พบว่าถ้ามวลบริเวณขอบของวัตถุมีค่าเพิ่มขึ้นจะส่งผลให้ให้แรงกระจายเฉลี่ย (constraint force) มีค่าเพิ่มขึ้นแบบเอกซ์โพเนนเชียล และเมื่อมวลที่ขอบเพิ่มไปถึงค่า ๆ หนึ่ง แรงกระจายเฉลี่ยจะเริ่มคงที่ ซึ่งเห็นได้จากรูปที่ 5.2 และ 5.3 ทั้งนี้เป็นเพราะว่าเมื่อวัตถุมีมวลที่เท่ากันหมดเปรียบเสมือนวัตถุเคลื่อนที่ได้อย่างอิสระไม่ได้ถึงยึดไว้ แรงภายในวัตถุจึงมีค่าน้อย และทำให้วัตถุเคลื่อนที่โดยไม่เกิดการแตกหัก แต่ถ้ามวลที่ขอบวัตถุมีค่าสูงมาก ๆ เปรียบเสมือนว่าวัตถุจะถูกยึดไว้ ไม่สามารถเคลื่อนที่ได้ ทำให้แรงภายในวัตถุมีค่ามากขึ้น ส่งผลให้วัตถุเกิดการแตกหักได้ ดังนั้นจากผลการทดลองที่ 5.1.1 และ 5.1.2 เราจึงเลือกมวลที่ขอบที่ 30 เท่าเพราะค่านี้ทำให้แรงกระจายเฉลี่ยเริ่มมีการคงที่ อย่างไรก็ตามการเพิ่มมวลที่ขอบนั้นมีค่าความผิดพลาดเมื่อเปรียบเทียบกับการคำนวณหาแรงต้านการเคลื่อนที่เมื่อยึดขอบของวัตถุให้อยู่กับที่ โดยแรงเฉลี่ยที่ได้เมื่อมีแรงมากระทำเท่ากับ 6 N. และ 3 N. เท่ากับ 0.13843 และ 0.6922 N. ตามลำดับ โดยคิดเป็นเปอร์เซ็นต์ความผิดพลาดเท่ากับ 11.41 เปอร์เซ็นต์

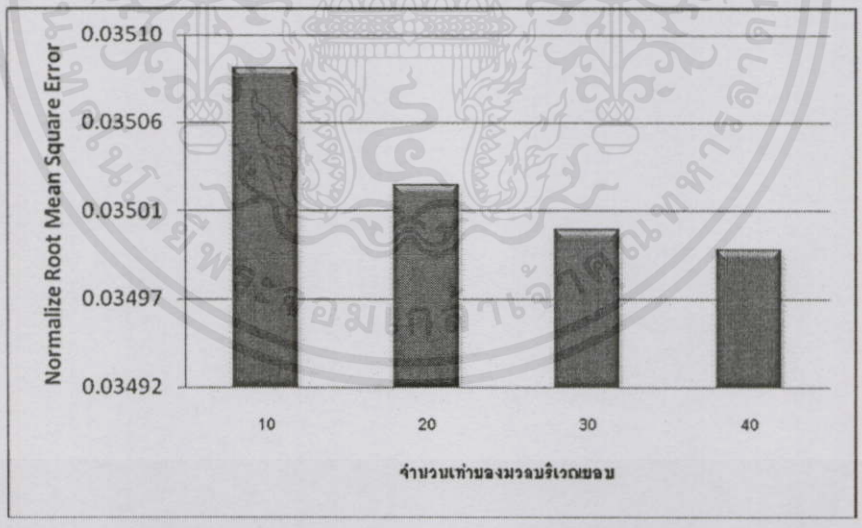
เอกสารนี้สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

5.2 การทดลองหาค่า Normalize Root Mean Square Error เมื่อใช้แรงภายนอกกระทำเท่ากับ 6 N. และเพิ่มมวลบริเวณขอบให้สูงขึ้น

การทดลองนี้เป็นการทดลองเพื่อหาค่าความผิดพลาดสำหรับการเพิ่มมวลบริเวณขอบให้สูงขึ้น เปรียบเทียบกับการคำนวณหาแรงต้านเมื่อวัตถุถูกยึดกับตัวยึด เช่น พื้นหรือผนัง เป็นต้น โดยการทดลองนี้จะใช้แรงภายนอกมากระทำที่ 6 N. และมวลบริเวณขอบถูกปรับให้สูงขึ้นเป็น 10, 20, 30 และ 40 เท่า และหาค่า Normalize Root mean square error จากสมการที่ 5.2

$$E_i = \frac{\sqrt{\frac{1}{n}\sum_{j=1}^{n}(C_{Lj} - C_{Gj})^2}}{\sum_{j=1}^{n} C_{Gj}} \tag{5.2}$$

โดย E_i คือ ค่า Normalize root mean square error, n คือ จำนวน constraint ที่เกี่ยวข้องทั้งหมด, C_{Lj} คือ ค่าแรงกระจายเฉลี่ยใน constraint ที่ j (constraint force) เมื่อปรับค่ามวลบริเวณขอบให้สูงขึ้น และ C_{Gj} คือ ค่าแรงกระจายเฉลี่ยใน constraint ที่ j เมื่อวัตถุถูกยึดอยู่กับที่และคำนวณหาแรงต้านบริเวณที่ถูกยึด ผลที่ได้แสดงดังรูปที่ 5.4



รูปที่ 5.4 Normalize RMSE เปรียบเทียบการคำนวณแรงต้านกับการเพิ่มมวลที่ขอบ

จากการทดลองที่ 5.2 พบว่าการเพิ่มมวลบริเวณขอบเพื่อยึดวัตถุให้อยู่กับที่มีข้อผิดพลาด เมื่อเปรียบเทียบกับการคำนวณแรงต้านวัตถุให้อยู่กับที่ แต่อย่างไรก็ตามการเพิ่มมวลบริเวณขอบให้มีค่าสูงขึ้นจะช่วยลดการผิดพลาดของการกระจายแรงนี้ได้ และการเพิ่มมวลที่ขอบก็มีข้อดีอีกอย่างคือสามารถทำการคำนวณได้เร็วขึ้น เพราะไม่จำเป็นต้องใช้การคำนวณการเคลื่อนที่แบบ Dynamic เพื่อ

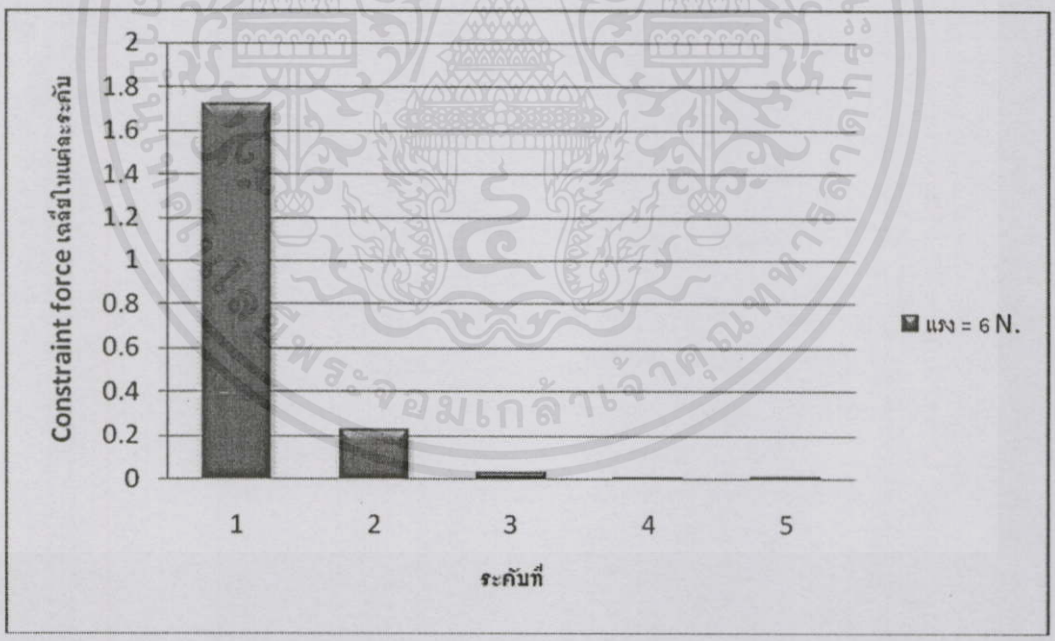
เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

หาแรงต้านบริเวณที่วัตถุถูกยึด และจากการทดลองที่ 5.1 และ 5.2 จำนวนเท่าของมวลบริเวณขอบจะถูกกำหนดที่ 30 เท่า เพราะผลการกระจายแรงของการเพิ่มมวลบริเวณขอบที่สูงกว่านี้ จะมีผลเริ่มคงที่

5.3 การทดลองหาค่าแรงเฉลี่ยที่กระจายออกไป เมื่อมวลบริเวณขอบเท่ากับ 30 เท่าของบริเวณอื่น

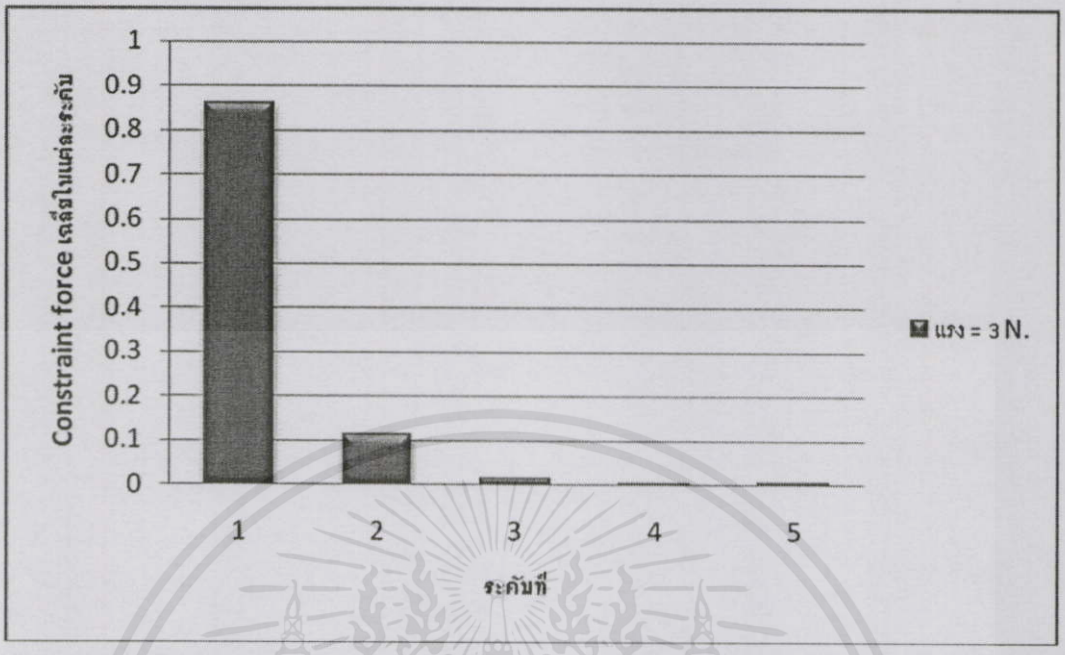
การทดลองนี้เป็นการทดลองเพื่อหาค่าของแรงกระจายเฉลี่ยที่กระจายออกไปในแต่ละระดับ เมื่อบริเวณขอบมีมวลมากกว่าบริเวณปกติ 30 เท่า โดยมีแรงภายนอกมากระทำเท่ากับ 6 และ 3 N. และสมการที่ใช้สำหรับหาค่าแรงกระจายเฉลี่ยเป็นดังสมการที่ 5.3 โดยผลการกระจายของแรงแสดงดังรูปที่ 5.5 และ 5.6 ตามลำดับ

$$\text{Constraint force เฉลี่ยแต่ละระดับ} = \frac{\text{ผลรวม (Constraint force ของทุก constraint ในระดับนั้น ๆ)}}{\text{จำนวน constraint ทั้งหมดในระดับนั้น ๆ}} \quad (5.3)$$



รูปที่ 5.5 แรงกระจายเฉลี่ยของ point-mass ในแต่ละระดับ เมื่อมีแรงภายนอกมากระทำที่ 6 N.

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



รูปที่ 5.6 แรงกระจายเฉลี่ยของ point-mass ในแต่ละระดับ เมื่อมีแรงภายนอกมากระทำที่ 3 N.

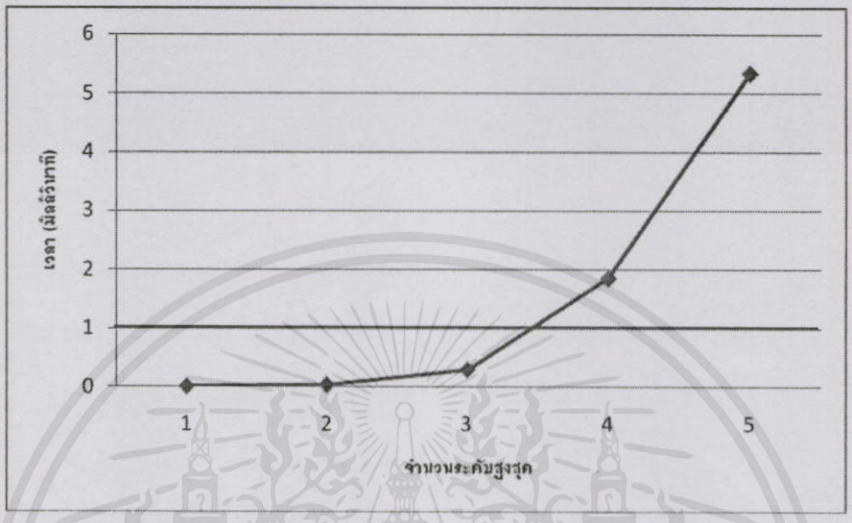
จากการทดลองที่ 5.3 พบว่าเมื่อป้อนแรงภายนอกแก่วัตถุ แรงจะถูกลดทอนและกระจายออกไปในแต่ละระดับ นอกจากนี้ยังพบว่า ถ้าแรงภายนอกลดลงจาก 6 N. ไปเป็น 3 N. หรือลดลง 50 เปอร์เซ็นต์ พบว่าแรงที่กระจายออกไปที่ constraint เดียวกันจะมีค่าลดลงตามไปด้วย 50 เปอร์เซ็นต์

5.4 การทดลองหาระดับการกระจายแรงสูงสุดภายในเวลา 1 มิลลิวินาที สำหรับวิธีการ Bounded Force Propagation

ดังที่ได้กล่าวจากบทที่ผ่านมา เครื่องคอมพิวเตอร์ที่ใช้ในงานวิจัยมีความสำคัญต่อการประมวลผลแบบ real-time อย่างยิ่ง ดังนั้นในการทดลองนี้เป็นการทดสอบความสามารถของเครื่องคอมพิวเตอร์ที่มีรายละเอียดดังบทที่ผ่านมา ว่าสามารถรองรับการกระจายสูงสุดได้กี่ระดับ ภายในเวลา 1 มิลลิวินาที โดยการทดลองจะใช้วัตถุเดิม ดังรูปที่ 5.1 และเพิ่มระดับไปที่ละ 1 ระดับ และจับเวลาการทำงานของอัลกอริทึม Bounded Force Propagation ในแต่ละระดับจากระดับสูงสุดเท่ากับ 1 จนถึงระดับสูงสุดเท่ากับ 5 จำนวน 10 ครั้งแล้วหาค่าเฉลี่ยจากสมการที่ 5.4 โดย $T_{i_{avg}}$ คือเวลาเฉลี่ยในแต่ละระดับ(i เท่ากับ 1 ถึง 5) มีหน่วยเป็นมิลลิวินาที, t_n คือเวลาการทำงานของอัลกอริทึม Bounded Force Propagation (หัวข้อที่ 3.2.1)ในแต่ละระดับมีหน่วยเป็นมิลลิวินาที โดยผลการทดลองเป็นดังรูปที่ 5.7

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น และห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$T_{iavg} = \frac{1}{10}\sum_{n=1}^{10} t_n \tag{5.4}$$



รูปที่ 5.7 เวลาที่ใช้ในการคำนวณ Bounded Force Propagation ที่ระดับสูงสุดต่าง ๆ

จากการทดลองที่ 5.4 พบว่า ระดับสูงสุดที่เครื่องคอมพิวเตอร์ที่ใช้ในงานวิจัยนี้สามารถทำได้ในเวลาน้อยกว่า 1 มิลลิวินาที คือ 3 ระดับ ดังนั้นเราจะทำการคำนวณแรงใน 3 ระดับแรก และค่อยกระจายแรงต่อในระดับที่ 4 และ 5 ต่อไป

5.5 การทดลองเปรียบเทียบเวลาการคำนวณการกระจายของแรงแบบคิดทั้งวัตถุและแบบ Bounded Force Propagation

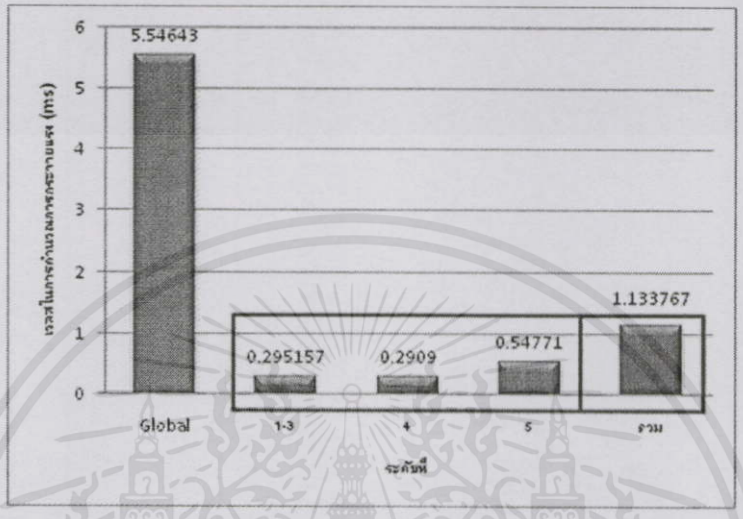
การทดลองนี้เป็นการทดลองเปรียบเทียบเวลาการคำนวณเมื่อคิดการกระจายแรงทั้งวัตถุในครั้งเดียว เปรียบเทียบกับการกระจายแรงแบบ Bounded force propagation โดยการใช้วิธี Bounded force propagation นั้นจะมีขั้นตอนดังนี้

- ลำดับแรก กระจายแรงไปใน 3 ระดับแรก (จากผลการทดลองที่ 5.4 พบว่าการคำนวณของเครื่องคอมพิวเตอร์ที่ใช้ในงานวิจัยสามารถคำนวณระดับสูงสุดภายใน 1 มิลลิวินาทีได้ 3 ระดับ)
- ลำดับที่ 2 กระจายแรงต่อไปในระดับที่ 4
- ลำดับที่ 3 กระจายแรงต่อไปในระดับที่ 5

เอกสารนี้ใช้เพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น ห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของผลงานทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ผลของเวลาในการคำนวณแสดงดังรูปที่ 5.8 คือการคำนวณการกระจายแรงภายในวัตถุสามารถทำได้เร็วขึ้นเนื่องจากการหาค่า λ (สมการที่ 3.5) ในแต่ละระดับมีขนาดเมตริกซ์เล็กลง ดังนั้นการ

คำนวณในแต่ระดับจึงทำได้เร็วและส่งผลให้การคำนวณการกระจายของแรงไปทั้งวัตถุสามารถคำนวณได้เร็วขึ้นด้วย ซึ่งสามารถตอบสนองความต้องการของความเป็น real-time ของ Haptic (การอัพเดทน้อยกว่า 1 มิลลิวินาที) และกราฟิก (น้อยกว่า 33 มิลลิวินาที)



รูปที่ 5.8 เวลาที่ใช้การคำนวณทั้งวัตถุเปรียบเทียบกับวิธี Bounded Force Propagation

5.6 การทดลองเพิ่มมวลที่ขอบในแต่ละระดับของการทำ Bounded Force Propagation

การทดลองนี้เป็นการทดลองเพิ่มมวลที่ขอบของแต่ละรอบการกระจายแรง คือ ในรอบแรกแรงจะกระจายออกไปโดยมีระดับสูงสุดเท่ากับ 3 ดังนั้น point-mass ในระดับที่ 3 นี้จะถูกเพิ่มมวลขึ้นเปรียบเสมือนถูกยึดไว้กับบริเวณข้างเคียง หลังจากนี้แรงจะถูกกระจายไปในระดับที่สูงขึ้นพร้อมทั้งกำหนดค่ามวลที่ขอบในระดับที่สูงขึ้นให้สูงขึ้นเหมือนการกระจายในรอบแรก โดยการเพิ่มค่ามวลของขอบแต่ละระดับจะเพิ่มขึ้นที่ละ 10 เปอร์เซ็นต์ และหาค่าของแรงกระจายเฉลี่ยในทุก ๆ constraint (แรงที่ถูกกระจายออกไปในแต่ละ constraint หาได้จากสมการที่ 3.6) เปรียบเทียบกับการคำนวณครั้งเดียวทั้ง 5 ระดับ ซึ่งแรงภายนอกจะมีค่าเท่ากับ 6 N. โดยผลการทดลองแยกเป็น 3 การทดลองย่อยดังนี้

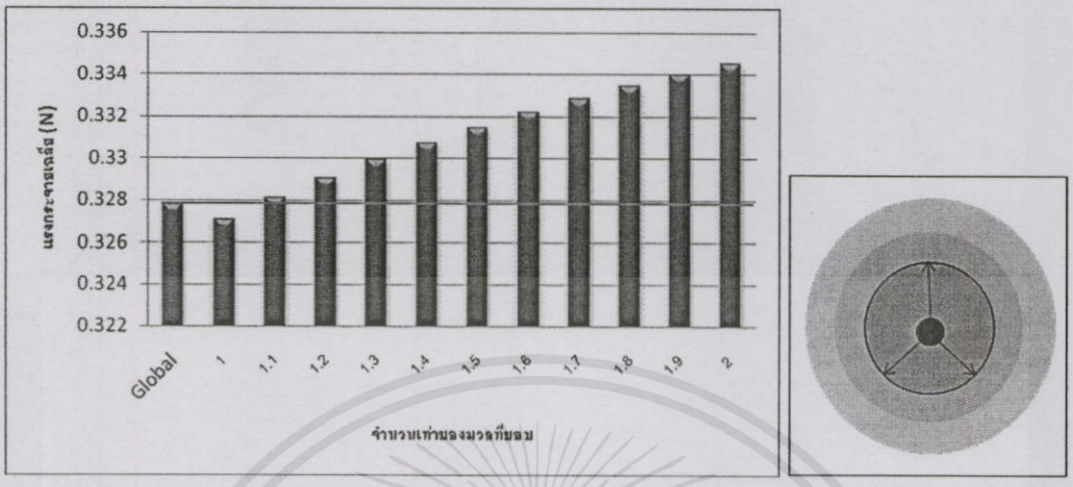
5.6.1 เมื่อมีแรงกระทำบริเวณตรงกลางของวัตถุ

เมื่อมีแรงกระทำกับวัตถุจะแบ่งการกระจายแรงเป็นลำดับดังนี้

- ลำดับที่ 1 กระจายแรงไปในระดับที่ 1 – 3 โดยเพิ่มมวลในระดับที่ 3 ครั้งละ 10 เปอร์เซ็นต์ และหาค่าแรงกระจายเฉลี่ยด้วยสมการที่ 5.5 ผลของแรงกระจายเฉลี่ยแสดงดังรูปที่ 5.9

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$\text{Constraint force เฉลี่ยในระดับที่ 1-3} = \frac{\text{ผลรวม (Constraint force ของทุก constraint ในระดับที่ 1-3)}}{\text{จำนวน constraint ทั้งหมดในระดับที่ 1-3}} \quad (5.5)$$

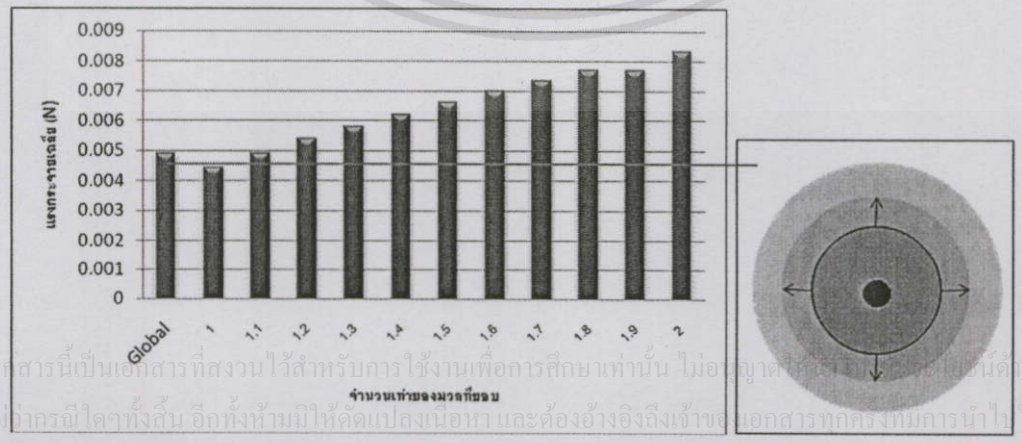


รูปที่ 5.9 แรงกระจายเฉลี่ยในระดับที่ 1 ถึง 3 เมื่อมีแรงกระทำบริเวณตรงกลางวัตถุและเพิ่มมวลระดับที่ 3 ให้สูงขึ้น

จากรูปที่ 5.9 พบว่า ค่ามวลที่ทำให้แรงกระจายเฉลี่ยใกล้เคียงกับการคิดการกระจายแรงทั้งวัตถุ คือ 1.1 เท่า

- ลำดับที่ 2 ใช้ผลของแรงในระดับที่ 3 กระจายต่อไปในระดับที่ 4 โดยเพิ่มมวลในระดับที่ 4 ขึ้นทีละ 10 เปอร์เซ็นต์ และหาค่าแรงกระจายเฉลี่ยด้วยสมการที่ 5.6 ผลของแรงกระจายเฉลี่ยแสดงดังรูปที่ 5.10

$$\text{Constraint force เฉลี่ยในระดับที่ 4} = \frac{\text{ผลรวม (Constraint force ของทุก constraint ในระดับที่ 4)}}{\text{จำนวน constraint ทั้งหมดในระดับที่ 4}} \quad (5.6)$$



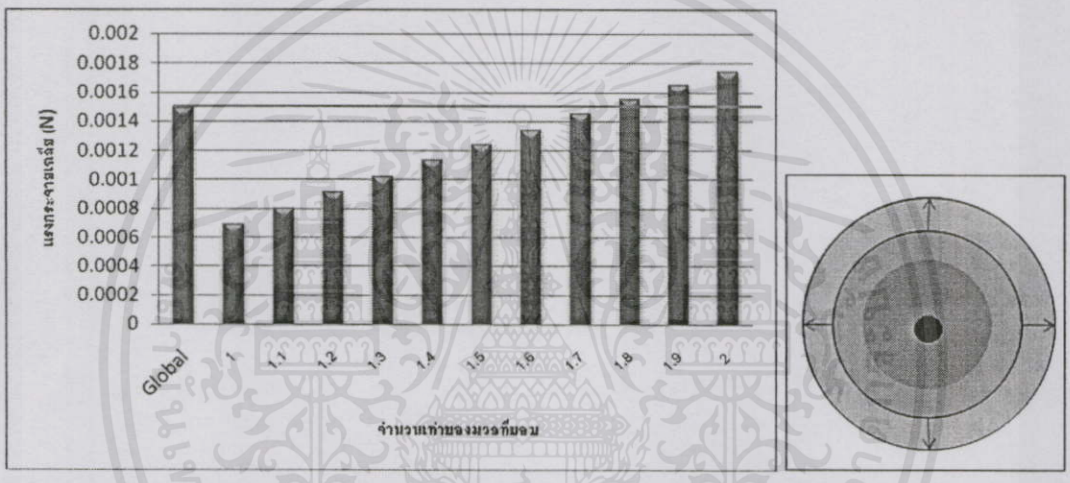
เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

รูปที่ 5.10 แรงกระจายเฉลี่ยในระดับที่ 4 เมื่อมีแรงกระทำบริเวณตรงกลางวัตถุและเพิ่มมวลละดับที่ 4 ให้สูงขึ้น

จากรูปที่ 5.10 พบว่า ค่ามวลที่ทำให้แรงกระจายเฉลี่ยใกล้เคียงกับการคิดการกระจายแรงทั้งวัตถุคือ 1.1 เท่า

- ลำดับที่ 3 ใช้ผลของแรงในระดับที่ 4 กระจายต่อไปในระดับที่ 5 และเพิ่มมวลในระดับที่ 5 ขึ้นทีละ 10 เปอร์เซ็นต์ และหาค่าแรงกระจายเฉลี่ยด้วยสมการที่ 5.7 ผลของแรงกระจายเฉลี่ยแสดงดังรูปที่ 5.11

$$\text{Constraint force เฉลี่ยในระดับที่ 4} = \frac{\text{ผลรวม (Constraint force ของทุก constraint ในระดับที่ 4)}}{\text{จำนวน constraint ทั้งหมดในระดับที่ 4}} \quad (5.7)$$



รูปที่ 5.11 แรงกระจายเฉลี่ยในระดับที่ 5 เมื่อมีแรงกระทำบริเวณตรงกลางวัตถุและเพิ่มมวลระดับที่ 5 ให้สูงขึ้น

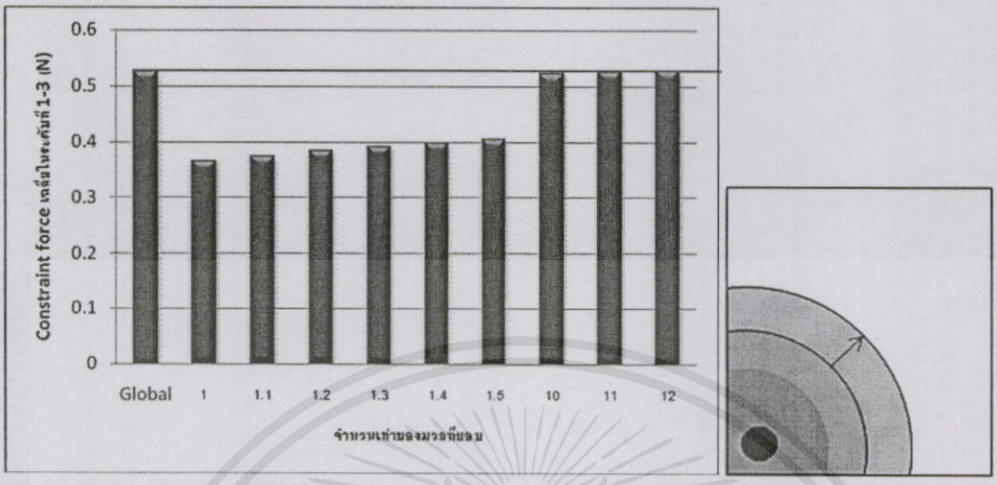
จากรูปที่ 5.11 พบว่า ค่ามวลที่ทำให้แรงกระจายเฉลี่ยใกล้เคียงกับการคิดการกระจายแรงทั้งวัตถุคือ 1.8 เท่า

5.6.2 เมื่อมีแรงกระทำบริเวณจุดมุมของวัตถุ

การทดลองนี้มีวิธีการเหมือนกับการทดลองที่ 5.5.1 แต่มีแรงกระทำที่บริเวณจุดมุมของวัตถุ โดยลำดับการกระจายแรงแบ่งเป็น 3 ลำดับเหมือนกัน โดยผลที่ได้เป็นดังนี้

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

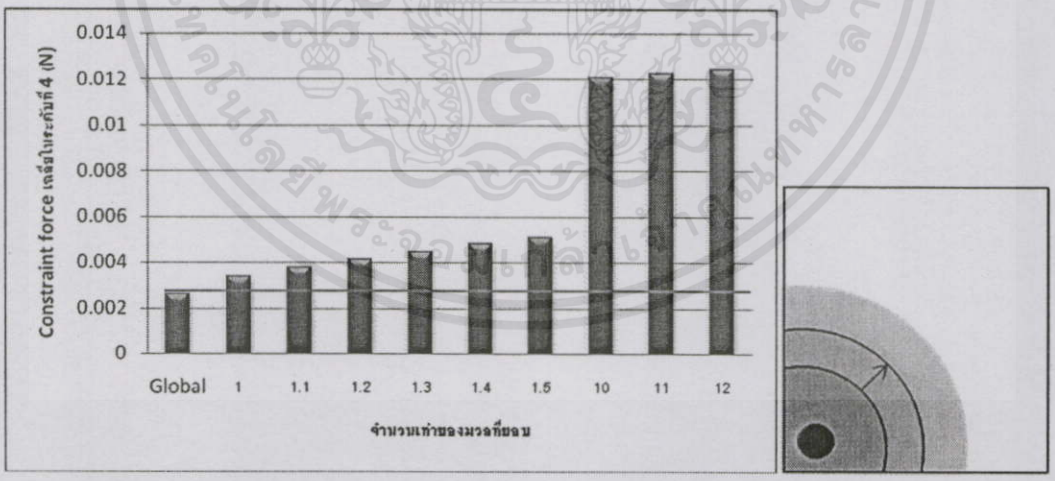
- ลำดับที่ 1 ค่าแรงกระจายเฉลี่ยหาได้จากสมการที่ 5.5 โดยผลการทดลองเป็นดังรูปที่ 5.12



รูปที่ 5.12 แรงกระจายเฉลี่ยในระดับที่ 1 ถึง 3 เมื่อมีแรงกระทำบริเวณจุดมุมของวัตถุและเพิ่มมวลระดับที่ 3 ให้สูงขึ้น

จากรูปที่ 5.12 พบว่า ค่ามวลที่ทำให้แรงกระจายเฉลี่ยใกล้เคียงกับการคิดการกระจายแรงทั้งวัตถุคือ 11 เท่า

- ลำดับที่ 2 ค่าแรงกระจายเฉลี่ยหาได้จากสมการที่ 5.6 โดยผลการทดลองเป็นดังรูปที่ 5.13

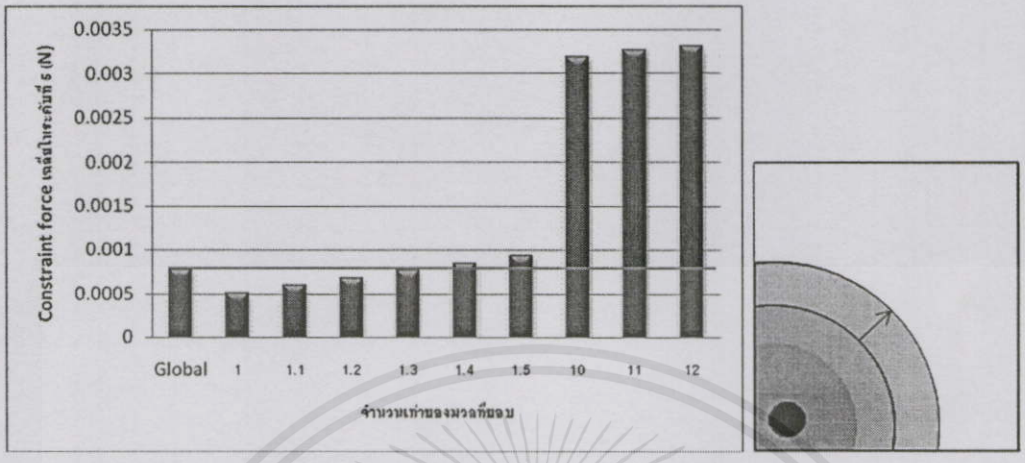


รูปที่ 5.13 แรงกระจายเฉลี่ยในระดับที่ 4 เมื่อมีแรงกระทำบริเวณจุดมุมของวัตถุและเพิ่มมวลละดับที่ 4 ให้สูงขึ้น

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

จากรูปที่ 5.13 พบว่า ค่ามวลที่ทำให้แรงกระจายเฉลี่ยใกล้เคียงกับการคิดการกระจายแรงทั้งวัตถุคือ 1 เท่า

- ลำดับที่ 3 ค่าแรงกระจายเฉลี่ยหาได้จากสมการที่ 5.7 โดยผลการทดลองเป็นดังรูปที่ 5.14



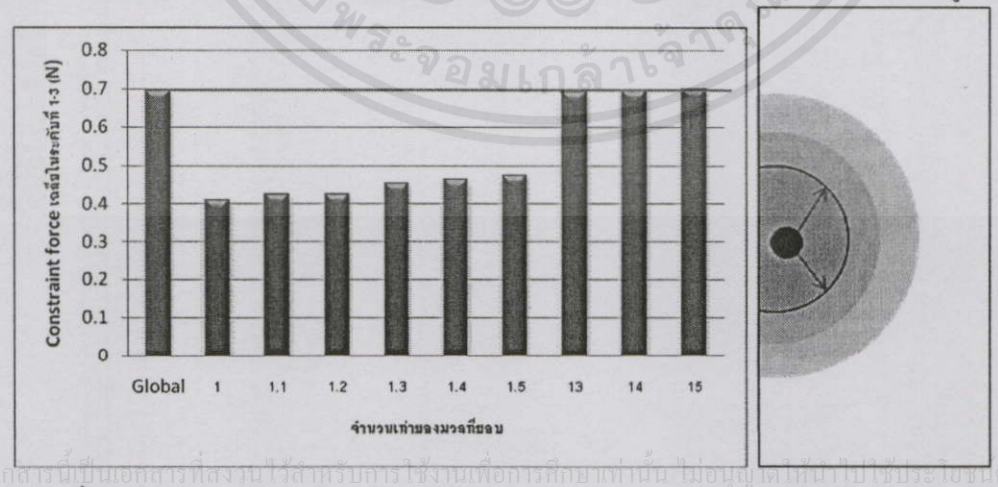
รูปที่ 5.14 แรงกระจายเฉลี่ยในระดับที่ 5 เมื่อมีแรงกระทำบริเวณจุดมุมของวัตถุและเพิ่มมวลระดับที่ 5 ให้สูงขึ้น

จากรูปที่ 5.14 พบว่า ค่ามวลที่ทำให้แรงกระจายเฉลี่ยใกล้เคียงกับการคิดการกระจายแรงทั้งวัตถุ คือ 1.3 เท่า

5.6.3 เมื่อมีแรงกระทำบริเวณขอบของวัตถุ

การทดลองนี้มีวิธีการเหมือนกับการทดลองที่ 5.5.1 แต่มีแรงกระทำที่บริเวณขอบของวัตถุ โดยลำดับการกระจายแรงแบ่งเป็น 3 ลำดับเหมือนกัน โดยผลที่ได้เป็นดังนี้

- ลำดับที่ 1 ค่าแรงกระจายเฉลี่ยหาได้จากสมการที่ 5.5 โดยผลการทดลองเป็นดังรูปที่ 5.15

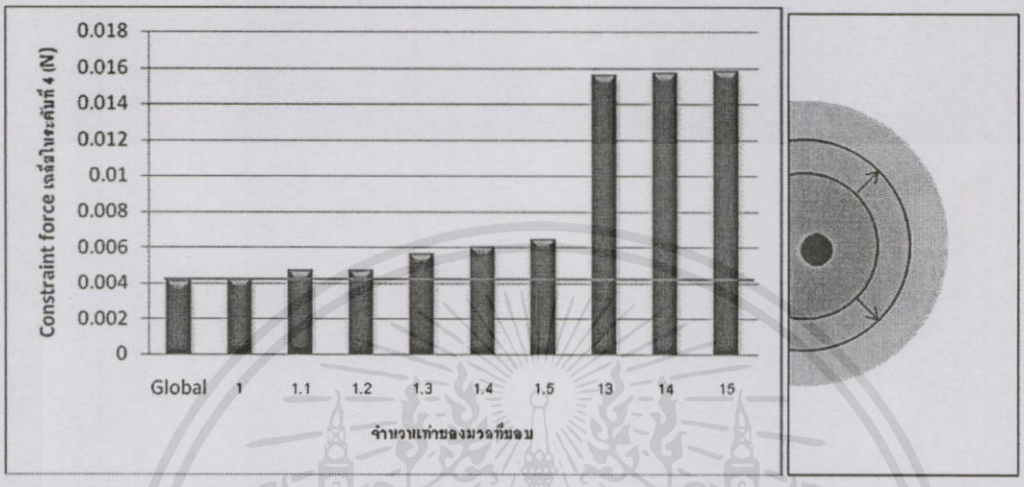


เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

รูปที่ 5.15 แรงกระจายเฉลี่ยในระดับที่ 1 ถึง 3 เมื่อมีแรงกระทำบริเวณขอบของวัตถุและเพิ่มมวลระดับที่ 3 ให้สูงขึ้น

จากรูปที่ 5.15 พบว่า ค่ามวลที่ทำให้แรงกระจายเฉลี่ยใกล้เคียงกับการคิดการกระจายแรงทั้งวัตถุ คือ 14 เท่า

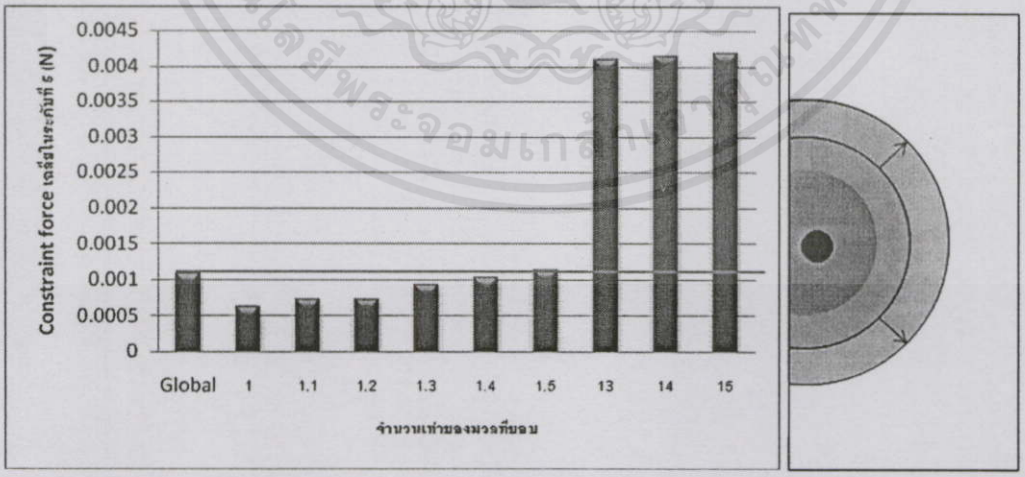
- ลำดับที่ 2 ค่าแรงกระจายเฉลี่ยหาได้จากสมการที่ 5.6 โดยผลการทดลองเป็นดังรูปที่ 5.16



รูปที่ 5.16 แรงกระจายเฉลี่ยในระดับที่ 4 เมื่อมีแรงกระทำบริเวณขอบของวัตถุและเพิ่มมวลละดับที่ 4 ให้สูงขึ้น

จากรูปที่ 5.16 พบว่า ค่ามวลที่ทำให้แรงกระจายเฉลี่ยใกล้เคียงกับการคิดการกระจายแรงทั้งวัตถุ คือ 1 เท่า

- ลำดับที่ 3 ค่าแรงกระจายเฉลี่ยหาได้จากสมการที่ 5.7 โดยผลการทดลองเป็นดังรูปที่ 5.17



รูปที่ 5.17 แรงกระจายเฉลี่ยในระดับที่ 5 เมื่อมีแรงกระทำบริเวณขอบของวัตถุและเพิ่มมวลระดับที่ 5 ให้สูงขึ้น

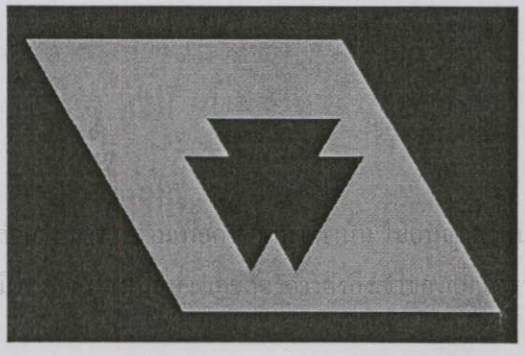
เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

จากรูปที่ 5.17 พบว่า ค่ามวลที่ทำให้แรงกระจายเฉลี่ยใกล้เคียงกับการคิดการกระจายแรงทั้งวัตถุ คือ 1.5 เท่า

จากผลการทดลองในรูปที่ 5.18 ถึง 5.20 พบว่าการเพิ่มมวลบริเวณขอบในแต่ละระดับการกระจายของแรง ทำให้ผลการกระจายของแรงมีค่าใกล้เคียงกับการคำนวณทั้งวัตถุมากขึ้น รูปที่ 5.18 แสดงรูปการแตกหักโดยคำนวณการกระจายของแรงทั้งวัตถุ เปรียบเทียบกับรูปที่ 5.19 ที่คำนวณในระดับที่ 1 ถึง 3 และรูปที่ 5.20 แสดงการกระจายของแรงออกไปในระดับที่ 4 และ 5 โดยที่ไม่มีการเพิ่มมวลบริเวณขอบ และรูปที่ 5.21 แสดงการกระจายของแรงออกไปในระดับที่ 4 และ 5 โดยเพิ่มมวลของขอบให้เหมาะสม

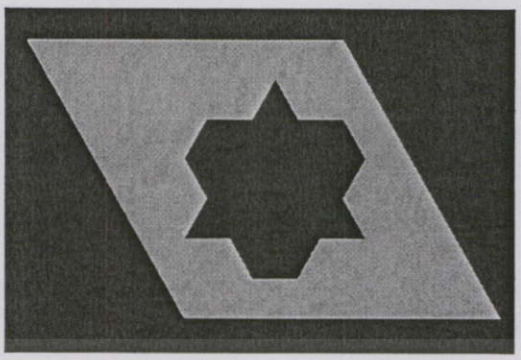
รูปที่ 5.18 การแตกหักเมื่อคิดการกระจายแรงทั้งวัตถุ

รูปที่ 5.19 การแตกหักเมื่อคิดการกระจายแรงในระดับ 1 ถึง 3



รูปที่ 5.20 การแตกหักเมื่อการกระจายแรงในระดับ 4 และ 5 โดยไม่เพิ่มมวลบริเวณขอบ

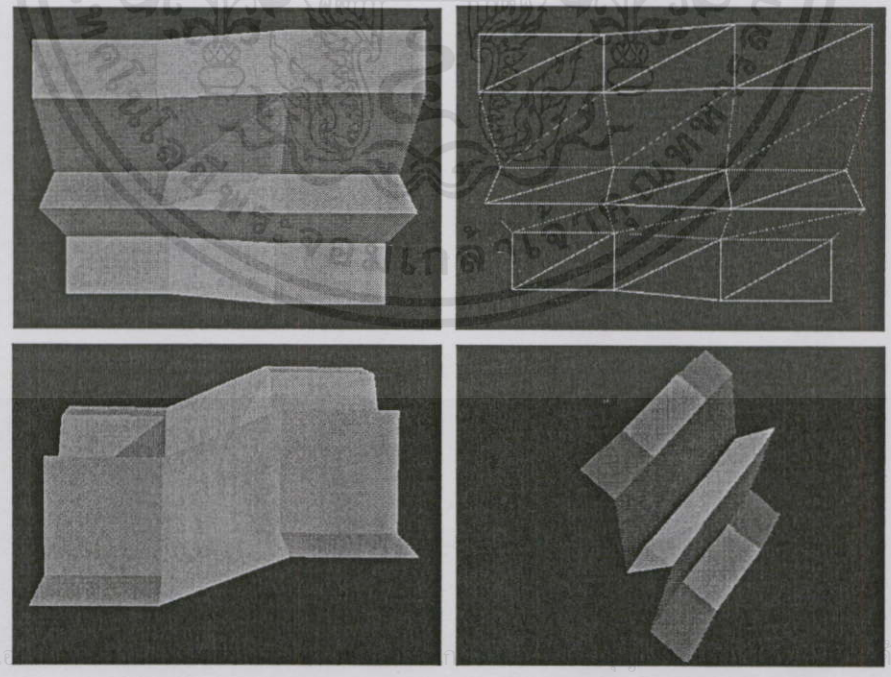
เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของผลงานทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



รูปที่ 5.21 การแตกหักเมื่อการกระจายแรงในระดับ 4 และ 5 โดยเพิ่มมวลบริเวณขอบ

5.7 การทดลองการตรวจสอบการชนกันของวัตถุโดยใช้อัลกอริทึมที่พัฒนาขึ้น

การทดลองการตรวจสอบการชนนี้ใช้แบบจำลองของวัตถุ ดังรูปที่ 5.22 ซึ่งวัตถุนี้ถูกออกแบบให้มีการเชื่อมต่อของโพลีกอนแบบต่าง ๆ นั่นคือ มีการต่อกันของโพลีกอนแบบ มุมภายในวัตถุน้อยกว่า 90 องศา มุมภายในวัตถุอยู่ระหว่าง 90 ถึง 180 องศา มุมภายในวัตถุอยู่ระหว่าง 180 ถึง 270 องศา และมุมภายในวัตถุมีค่ามากกว่า 270 องศา นอกจากนี้ขอบของโพลีกอนยังมีลักษณะการเชื่อมต่อระหว่างขอบกันเองทุกลักษณะแบบเดียวกับโพลีกอนกับโพลีกอนและจุดมุมมีทั้งแบบที่ยกตัวขึ้นและลดต่ำลงแบบเป็นหลุมลงไป



เอกสารนี้เป็นเ ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น ารนำไปใช้

รูปที่ 5.22 วัตถุที่ใช้ในการทดลองการตรวจสอบการชนกันของวัตถุ

จากผลการทดลองพบว่าอัลกอริทึมสามารถครอบคลุมได้ในทุกกรณีของวัตถุ และการทดสอบที่จุดมุมแบบเป็นหลุมลงไปสามารถทำได้ดีกว่าไลบรารีของ OpenHaptics Toolkit ที่จะเกิดการสั่นเล็กน้อยเมื่อจุดปลายของอุปกรณ์จำลองแรงสัมผัสกำลังผ่านจากขอบไปยังจุดมุมแบบเป็นหลุม เมื่อเปรียบเทียบกับวิธีการใช้ Voronoi plane เมื่อสถานะของรูปทรงพื้นฐานใด active จะทำการตรวจสอบระยะห่างกับเพลนข้างเคียง ซึ่งการตรวจสอบระยะห่างกับเพลนข้างเคียงนั้น (จากสมการที่ 2.5) คือการทำ dot product ของเวกเตอร์ 1 ครั้ง วิธีการ dot product เป็นดังสมการที่ 5.8

$$\vec{a} \bullet \vec{b} = a_1 b_1 + a_2 b_2 + a_3 b_3 \tag{5.8}$$

โดย $\vec{a} = \langle a_1, a_2, a_3 \rangle$ และ $\vec{b} = \langle b_1, b_2, b_3 \rangle$ ดังนั้นการ dot product 1 ครั้งเท่ากับการคูณ 3 ครั้ง และการบวก 2 ครั้ง สำหรับวิธีการ Voronoi plane เมื่อมีรูปทรงพื้นฐาน active จำนวนเพลนข้างเคียงกับรูปทรงพื้นนั้นที่จะต้องตรวจสอบมีจำนวนดังตารางที่ 5.1 (เอกสารอ้างอิงที่ [8])

ตารางที่ 5.1 แสดงจำนวนเพลนข้างเคียงที่ต้องตรวจสอบและจำนวน operation เมื่อรูปทรงพื้นฐานใด ๆ active เมื่อใช้วิธี Voronoi plane

สถานะ (Active)	จำนวนเพลนข้างเคียงที่ต้องตรวจสอบ	จำนวน Operation	
		การคูณ	บวก
โพลีกอน	10	30	20
ขอบ	8	24	16
จุดมุม (จำนวนโพลีกอนข้างเคียง เท่ากับ 4 และจำนวนขอบข้างเคียง เท่ากับ 4)	20	60	40

สำหรับวิธี Barycentric technique นั้นสามารถตรวจสอบการชนได้โดยอาศัยสมการที่ 2.11 และ 2.12 ซึ่งจะเห็นว่ามีจำนวนการคูณเท่ากับ 10 ครั้งและการบวกเท่ากับ 6 ครั้ง นอกจากนี้จะใช้อัลกอริทึมในหัวข้อ 3.3 ในการพิจารณาสถานะ active ของรูปทรงต่าง ๆ โดยจำนวน operation ของวิธี Barycentric technique และวิธี Voronoi plane แสดงดังตารางที่ 5.2 ซึ่งจะเห็นได้ว่าจำนวน operation ของวิธี Barycentric technique เมื่อโพลีกอน active (เป็นสถานะที่จะเกิดขึ้นโดยส่วนมากของการตรวจสอบการชน) และเมื่อขอบ active นั้นมีจำนวนน้อยกว่าวิธี Voronoi plane แต่จำนวน operation เมื่อจุดมุม active นั้นจะมีจำนวนมากกว่า

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ตารางที่ 5.2 แสดงจำนวน operation ของการใช้วิธี Barycentric technique เปรียบเทียบกับวิธีการใช้ Voronoi plane

สถานะ (Active)	จำนวน Operation			
	Barycentric		Voronoi Plane	
	การคูณ	บวก	การคูณ	บวก
โพลีกอน	10	6	30	20
ขอบ	13	8	24	16
จุดมุม (โพลีกอนข้างเคียง เท่ากับ 4, ขอบข้างเคียง เท่ากับ 4)	92	56	60	40

5.8 การทดลองตรวจสอบค่าคุณสมบัติของพื้นผิวของฟัน เหงือก และหินปูน

การทดลองนี้เป็นการทดลองเก็บค่าคุณสมบัติของพื้นผิวของฟัน เหงือก และหินปูน โดยให้ทันตแพทย์ใช้อุปกรณ์จำลองแรงสัมผัสสัมผัสวัตถุเสมือน และจะเพิ่มค่าความแข็ง แรงเสียดทานสถิตและแรงเสียดทานจลน์ จนได้ค่าที่เหมาะสม จากผลการทดลองได้ค่าสัมประสิทธิ์ความยืดหยุ่นของพื้นผิว (Stiffness : k) ค่าสัมประสิทธิ์แรงเสียดทานสถิต (Static : μ_s) และค่าสัมประสิทธิ์แรงเสียดทานจลน์ (Dynamic : μ_d) เป็นดังตารางที่ 5.3

ตารางที่ 5.3 แสดงค่าคุณสมบัติของพื้นผิวของฟัน เหงือก และหินปูน

พื้นผิว	Stiffness : k	Static : μ_s	Dynamic : μ_d
ฟัน	1.0	0.2	0.1
เหงือก	0.6	0.0	0.0
หินปูน	0.9	0.6	0.4

จากผลการทดลองที่ 5.8 จะให้ผู้ใช้งานทั่วไปทดลองทดสอบค่าคุณสมบัติพื้นผิวที่ได้นี้ ทดลองแยกแยะดูว่า สามารถแยกแยะระหว่างฟัน เหงือก และหินปูนได้หรือไม่ โดยใช้ผู้ทดลองทั้งหมด 5 คน สัมผัสพื้นผิวเสมือน โดยแต่ละพื้นผิวมีค่าพารามิเตอร์ดังตารางที่ 5.3 และให้บอกว่าพื้นผิวนั้นคือพื้นผิวของอะไร โดยผลการทดลองเป็นดังตารางที่ 5.4

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ตารางที่ 5.4 การแยกแยะพื้นผิวของฟัน เหงือก และหินปูน

	ฟัน	เหงือก	หินปูน
ผู้ทดลองที่ 1	ได้	ได้	ได้
ผู้ทดลองที่ 2	ได้	ได้	ได้
ผู้ทดลองที่ 3	ได้	ได้	ได้
ผู้ทดลองที่ 4	ได้	ได้	ได้
ผู้ทดลองที่ 5	ได้	ได้	ได้

จากผลการทดลอง พบว่าผู้ใช้ทุกคนสามารถแยกแยะพื้นผิวของฟัน เหงือก และหินปูน ด้วยค่าพารามิเตอร์ในตารางที่ 5.2 ได้ทั้งหมดทุกคน

สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

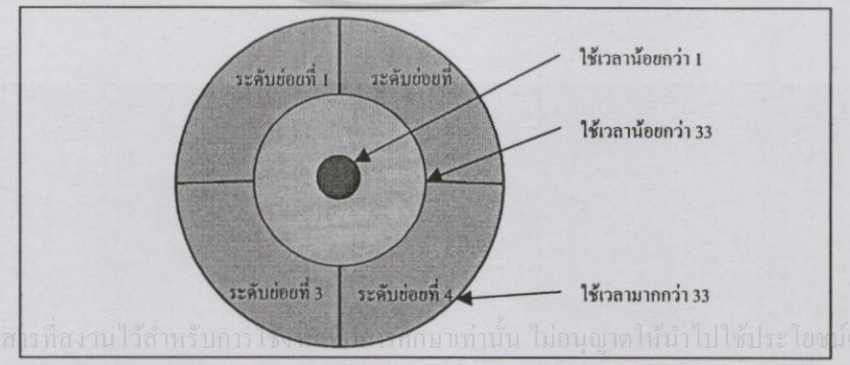
บทที่ 6
สรุปผลการทดลองและข้อเสนอแนะ

6.1 สรุปผลการทดลอง

จากการทดลองพบว่าการจำลองการแตกหักโดยใช้ข้อกำหนดของของแข็งนั้น (Rigid-constraint) สามารถจำลองได้ และการจำลองจำเป็นต้องมีการยึดวัตถุให้อยู่กับที่โดยการเพิ่มมวลบริเวณขอบให้มีค่าสูงขึ้น และการจำลองการแตกหักนี้สามารถพัฒนาให้ใช้งานร่วมกับอุปกรณ์จำลองแรงสัมผัสและการประมวลผลแบบ real-time ได้ โดยใช้วิธี Bounded Force Propagation เข้ามาช่วยในการจำกัดการกระจายแรงให้อยู่ในวงจำกัดเพื่อใช้เวลาในการคำนวณลดลงให้ทันภายในเวลา 1 มิลลิวินาที หลังจากนั้นค่อยกระจายแรงออกไปเรื่อย ๆ จากผลการทดลองที่ 5.5 จะเห็นได้ว่าการคำนวณจะทำได้เร็วขึ้นประมาณ 4 เท่า แต่อย่างไรก็ตามการกระจายแรงออกไปในระดับสูงขึ้นนั้น ก็มีข้อผิดพลาดคือ แรงกระจายเฉลี่ยในระดับเดียวกันโดยใช้วิธี Bounded Force Propagation มีค่าน้อยกว่าเมื่อเทียบกับการคำนวณทั้งวัตถุโดยแรงกระจายเฉลี่ยจะลดลงประมาณ 17 เปอร์เซ็นต์ แต่เราสามารถลดข้อผิดพลาดนี้ได้โดยการเพิ่มมวลบริเวณขอบในระดับต่าง ๆ เพื่อเพิ่มค่าแรงกระจายเฉลี่ย (constraint force) ให้สูงขึ้นให้ใกล้เคียงกับการคำนวณทั้งวัตถุ

6.2 ข้อเสนอแนะ

สำหรับวิธี Bounded Force Propagation นั้นถ้าวัตถุที่จำลองมีขนาดใหญ่มาก ๆ การกระจายของแรงในระดับสูง ๆ อาจทำไม่ทันภายใน 33 มิลลิวินาที ดังนั้นอาจทำให้ภาพการแสดงผลเกิดความไม่ต่อเนื่องหรือกระตุกขึ้น ดังนั้นในระดับที่สูง ๆ อาจจำเป็นต้องแบ่งระดับนั้น ๆ ให้เป็นระดับย่อยลงไปอีก ดังรูปที่ 6.1 เพื่อลดเวลาในการคำนวณลง



รูปที่ 6.1 การแบ่งระดับย่อย ในระดับที่สูง ๆ

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ส่วนอัลกอริทึมการตรวจสอบการชนกันของวัตถุนั้นสามารถใช้งานได้ดีแต่ยังขาดการจำลองคุณสมบัติพื้นผิวของวัตถุ ซึ่งสามารถจำลองได้แต่ความแข็งของวัตถุ แต่ไม่สามารถจำลองความขรุขระ หรือแรงเสียดทานสถิตและแรงเสียดทานจลน์ของวัตถุได้

ส่วนโปรแกรมจำลองการขูดหินปูน ยังขาดรายละเอียดต่าง ๆ อยู่ เช่น การจำลองลิ้น, การจำลองการพ่นน้ำของเครื่องขูดหินปูน เป็นต้น นอกจากนี้การฝึกหัดทางทันตกรรมอื่น ๆ สามารถจำลองได้ด้วยอุปกรณ์จำลองแรงสัมผัส เช่น การอุดฟัน, การกรอฟัน, การผ่าตัดในช่องปาก หรืออื่น ๆ อีกมากมาย

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

เอกสารอ้างอิง

[1] K. S. Choi et al. "Scalable Force Propagation Approach for Web-based Deformable Simulation of Soft Tissues," *Proceedings of ACM Web3D*, pp. 185–93, 2002.

[2] J. O'Brien and J. Hodgins. "Graphical Modeling and Animation of Brittle Fracture," *SIGGRAPH 99 Conf. Proceedings*, pp. 287–296, 1999.

[3] S. Gobron and N. Chiba. "Crack Pattern Simulation Based on 3D Surface Cellular Automaton," *The Visual Computer*, Vol. 17, June, pp.287-309, 2001.

[4] J. Smith, A. Witkin, and D. Baraff "Fast and Controllable Simulation of the Shattering of Brittle Objects," *Computer Graphics Interface*, pp. 27-34, May 2000.

[5] L. Kim, Y. Hwang, S H. Park and S. Ha "Dental Training System using Multi-modal Interface," *Computer-Aided Design & Applications*, Vol. 2, No. 5, 2005, pp 591-598

[6] M. Müller, "Real-Time Simulation of Deformation and Fracture of Stiff Materials," *(Eurographics CAS), Computer Animation and Simulation 2001*, pp 113-124

[7] C.-H. Ho, C. Basdogan, and M. A. Srinivasan. "Efficient Point-based Rendering Techniques for Haptic Display of Virtual Objects," *Presence*, Vol. 8, No.5 , pp. 477–491, 1999.

[8] N. Melder and W. S. Harwin. "Extending the Friction Cone Algorithm for Arbitrary Polygon Based Haptic Objects," *Proceedings of the IEEE-VR*, pp. 234-241, 2004.

[9] T. Moller. "A Fast Triangle-Triangle Intersection Test," *J. Graphics Tools*, 2(2):25--30, 1997.

[10] K. Perlin. "An Image Synthesizer," *SIGGRAPH 85Conf. Proceedings*, pp. 287–296, 1985.

[11] "Specifications for The PHANToM® Premium 1.5/6DOF Haptic Devices," [Online], available World Wide Web, URL: http://www.sensable.com (Accessed July 2004)

[12] A. Witkin and D. Baraff, "Physically Based Modeling: Principles and Practice," *SIGGRAPH Course Notes, ACM SIGGRAPH*, 1997.

[13] A. Witkin, M. Gleicher and W Welch. "Interactive Dynamics," *In Proceedings of the 1990 Symposium on Interactive 3D Graphics*, Vol. 24, pp. 11–21, March 1990.

[14] D. Terzopoulos and K. Fleischer. "Modeling Inelastic Deformation: Viscoelasticity, Plasticity, Fracture," *In Computer Graphics (SIGGRAPH '88 Proceedings)*, Vol. 22, pp. 269–278, August 1988.

[15] C. Ericson, "Real-Time Collision Detection," Morgan Kaufmann, USA, 2005

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

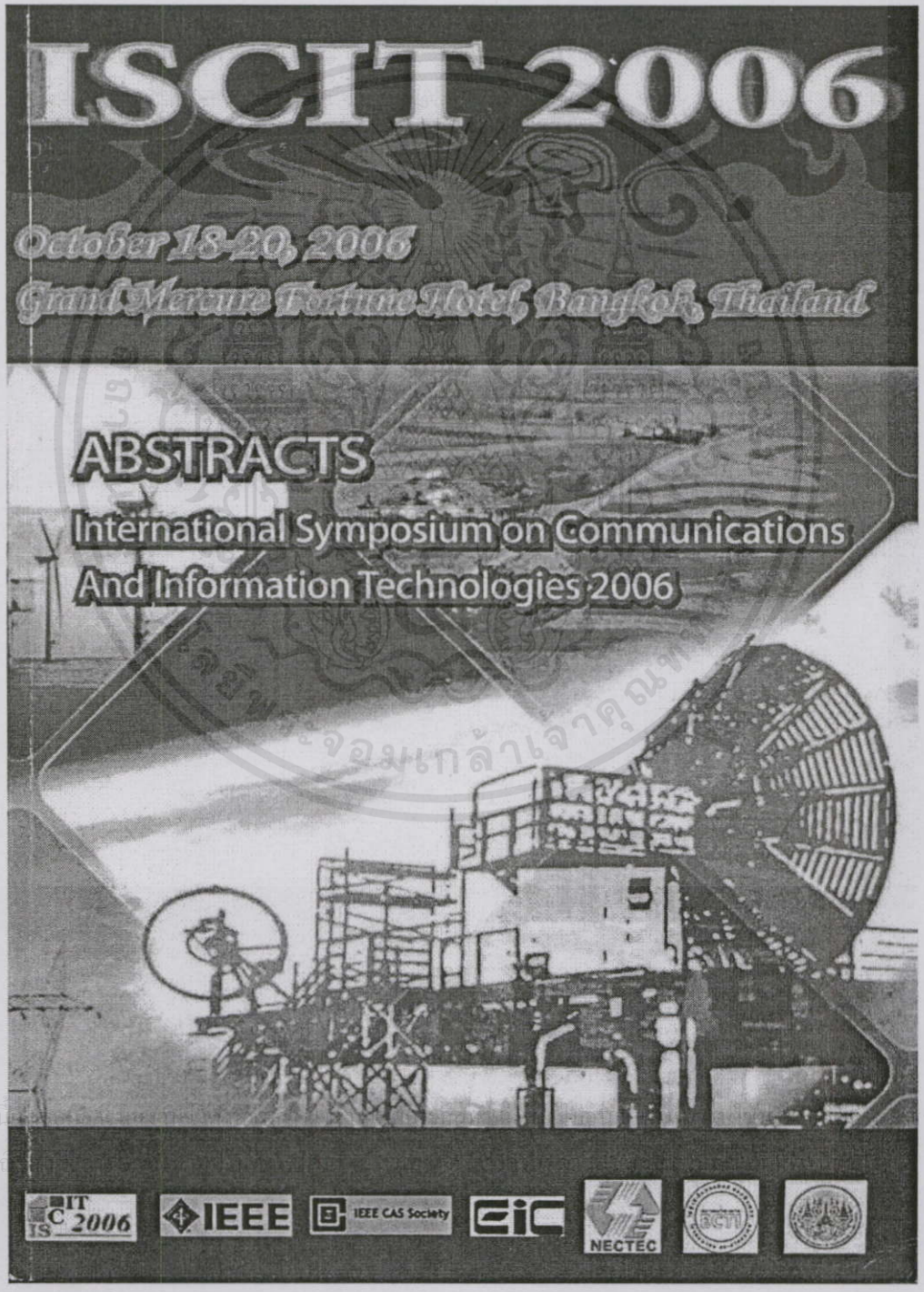
ภาคผนวก

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ภาคผนวก ก.

บทความและผลงานวิจัยที่ได้รับการตีพิมพ์

1. N. Somrang and N. Chotikakamthorn, "Interactive Haptic Simulation of Dental Plaque Removal," *ISCIT '06 Conf. on Communications and Information Technologies*, pp. 319-322, 2006.



เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้ทำซ้ำ ดัดแปลง เผยแพร่ หรือนำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น

Interactive Haptic Simulation of Dental Plaque Removal

Nontapol Somrang and Nopporn Chotikakamthorn
Faculty of Information Technology and
Research Center for Communications and Information Technology,
King Mongkut's Institute of Technology Ladkrabang, Bangkok, Thailand
Tel: +66-2-739-2429 ext. 3335, Fax: +66-2-739-2429

Abstract— **This paper discusses the development of an interactive training system which performs haptic simulation for practicing dental plaque removal. Three object types are simulated, namely teeth, plaque, and gums. All of them can be interacted with through a single-point-of-contact haptic device. A tooth is modeled as a rigid-body object, while gums are modeled as a deformable object. A method has been developed for dental plaque simulation, based on a physically-based modeling of fragile material. Plaque is modeled as a set of point-masses connected by bonds which represent distance-preserving linear constraints. Some bonds are used to connect pieces of plaque together, while others are used to bind the plaque with teeth. The forces exerted on these bonds during impact are computed based on a spring-mass model of plaque object. The resulting force is compared with each bond strength to determine when and where plaque fragmentation occurs.**

I. Introduction

Dental training is made difficult by two factors. First, the need to use wasteful training material and expensive equipment make the training costly. This can also limit the number of practicing hours. Second, it is difficult, if possible, to train for a variety of patient cases. Development of a computer-based training system helps alleviate these problems. However, force reflective feedback is so crucial in such simulation. Therefore, a system requires a device that can give a haptic or force-reflective output. For this purpose, a single-point-of-contact force feedback device (such as the PHANTOM® used in this paper) can be used provide that needed simulation feedback.

Many types of training are required to fulfill the requirement for a college dentist degree. In this paper, the focus is on haptic simulation of dental plaque removal. Due to the nature of the plaque physical property, simulating the cracking of objects is required. An early attempt at modeling fracture is given in [1], where the authors presented a technique for modeling viscoelastic and plastic deformations. Their method used three fundamental metric tensors to define energy functions that measured deformation over curves, surfaces, and volumes. This method allowed them to demonstrate how certain fracture effects could be modeled by setting the elastic coefficients between adjacent nodes to zero whenever the distance between the nodes exceeded a threshold. The method was applied to simulation of tearing cloth and paper.

In [2], Norton described a technique for modeling the breaking of three-dimensional objects. In their method, the object to be broken is subdivided into a set of equally sized cubes attached to one another with springs by their mass points. When the distance between two attached mass points exceeds a threshold, the spring connection is removed. In [3], continuum mechanics techniques developed in mechanical and civil engineering was applied to model flexible objects, which included crack initiation and propagation. This method is rather slow, however, due to a combination of high physical realism and a complex system for dynamically re-meshing the solid during simulation. In [4], Smith proposed a method for rapid and controllable simulation of brittle objects. They used a system of point-masses connected by workless, distance-preserving constraints to represent the object, instead of stiff springs. Its advantage is fast computation while still retaining control over the fracturing behavior. Lagrange Multipliers is used for solving exerted constraints forces.

In this paper, we developed an interactive dental training system for plaque removal. A physically-based simulation model for dental plaque based on the method in [4] is described. A method is developed to calculate an exerting force from a trainee hand through a haptic device.

II. Modeling Teeth, Gums and Plaque

To perform the simulation, three objects are first modeled, namely teeth, gums and plaque. Each object differs in its shape and haptic property. The latter is described by such parameters as stiffness (k) and friction (μ). Both static (μ_s) and dynamic (μ_d) frictions are modeled.

A. Constructing Teeth Model

Teeth were initially constructed from a commercial 3D modeling tool. The resulting model was later imported to the program. Haptic material property of the teeth is modeled by setting the parameters as follows: $k = 1.0$, $\mu_s = 0.2$ and $\mu_d = 0.1$.

B. Constructing Gums Model

A simple gums model was constructed from the same 3D authoring tool. Its haptic material property is modeled by setting the parameters as follows: $k = 0.6$, $\mu_s = 0.0$ and $\mu_d = 0.0$.

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

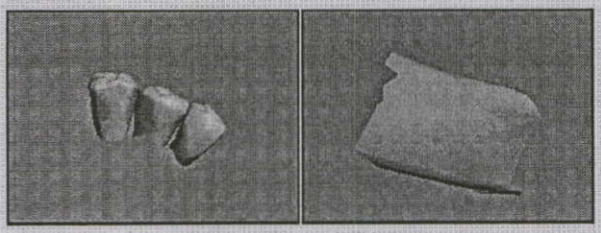


Fig. 1. Teeth and gums model used in the simulation

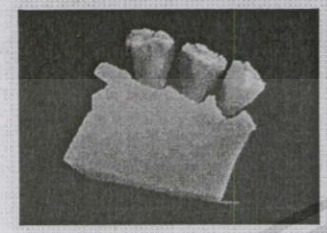


Fig. 2. Teeth and gums model as imported to the simulation program

C. *Constructing Plaque Model*

Two different models are constructed for dental plaque. The first graphical model is for visualization and haptic simulation. The second physical model is for simulating the fragmentation.

1. Graphical model

Plaque is graphically modeled by using vertex normal vectors of tooth polygon vertices to create plaque polygon vertices. The positions of these plaque polygons are slightly shift along the vertices' normal direction. Then, additional polygons are created to join the plaque with teeth. The algorithm used to create plaque polygons is described below.

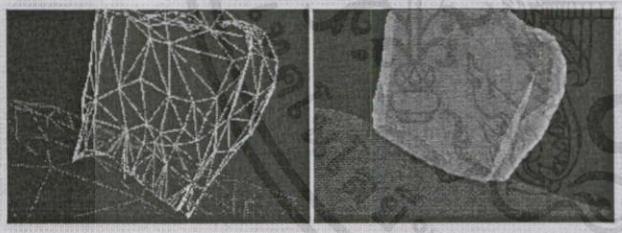


Fig. 3. Tooth – plaque polygons intersection

1) Find each tooth polygon which intersects with gum polygons [5].
2) By using a certain stochastic growth function, tooth polygons are chosen for plaque formation.
3) For each vertex of each chosen polygon, find its normal vector by averaging over all adjacent polygons' normal vectors (see Fig.4).
4) By slightly shifting the position of each chosen polygon vertex, form a plaque polygon which glues to that tooth's polygon (see Fig. 5).
5) Create plaque polygon from these new vertices.

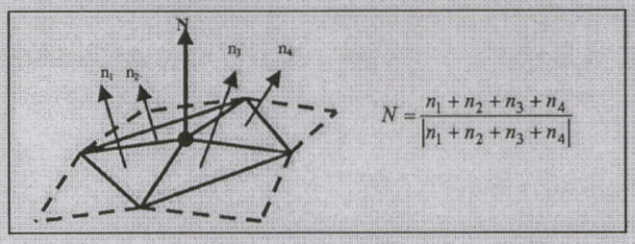


Fig. 4. Vertex normal vector

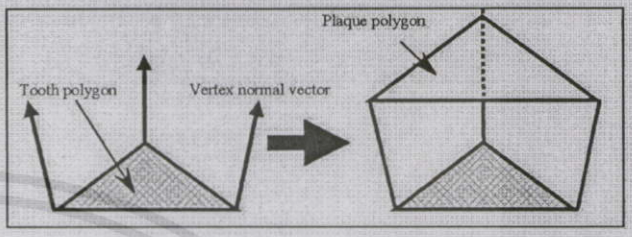


Fig. 5. Constructing a plaque model

2. Physical model

A point mass model is assumed for both tooth and plaque. Each point mass position is located at the center of each polygon. The tooth physical model is composed of a set of point-masses at vertices of its polygons (denoted as grey dots in Fig. 6). In addition, a point mass is also added to a center of each polygon which forms a plaque model. Point-masses are interconnected by bonds representing rigid constraints (denoted as lines in Fig. 6). Three types of constraints are used, namely the tooth-tooth, tooth-plaque and plaque-plaque constraints.

a. Tooth-tooth constraint

This constraint, which is placed at the edge of the polygon, connects two adjacent tooth point-masses (denoted as black lines in Fig. 6).

b. Tooth-plaque constraint

Three constraints are created from a plaque point-mass to three tooth point-masses for connecting each plaque and tooth polygon pair together (denoted as grey lines in Fig. 6).

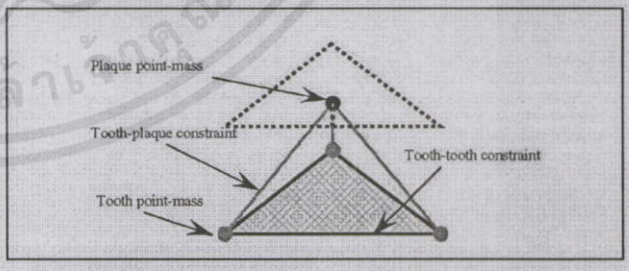


Fig. 6. Tooth-tooth and tooth-plaque constraints

c. Plaque-plaque constraint

For the plaque model, these constraints connect a point mass for each plaque polygon with those of the adjacent polygons (denoted as grey lines in Fig. 7).

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

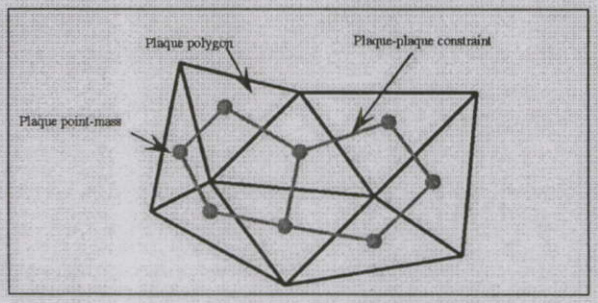


Fig. 7. Plaque-plaque constraints

The mass value of each point-mass is determined by the volume of the associated cube and the density of the object material. Each bond has its strength, which may differ from others'. A bond's strength indicates how much it can tolerate an exerting force before a break. Here, we adopted a noise and turbulence function [6] to set a bond's strength randomly. In addition, to ensure that the plaque do not move by an exerting force, weights of tooth point-masses are set to be significantly higher than (> 20 times) those of the plaque point masses.

The graphical model is used by OpenGL to provide graphical representation of the plaque. The physical model is used to calculate haptic feedback, as well as to update the visual model when fragmentation occurs. Here, plaque's haptic material property is defined according to these parameter settings: $k = 0.9$, $\mu_s = 0.6$ and $\mu_d = 0.4$.

III. Simulation Techniques

Simulation is performed in two parts. The first one deals with force simulation. This involves calculating an exerting force based on the location of the haptic device's end point. The resulting force is then used to calculate a feedback force. The second one deals with the simulation of plaque fragmentation.

A. *Force Simulation*

Force exerted on the model is a combination of a pressing force from a user hand and a vibrating force from a dental plaque removal tool (a dental drill). A combined force is also assumed to be exerted on a point mass.

1. *Hand pressing force*

A force due to pressing of a user's hand on the teeth model is calculated from a distance between the haptic device's end point and the model surface. By using the spring-mass model, the hand pressing force is calculated from the following Hooke's law.

$$F_s = k(p_2 - p_1) \tag{1}$$

From the above equation, k is the surface stiffness, p_2 is the real current position of the device end point and p_1 is the shortest point on the surface of the model as measured from p_2.

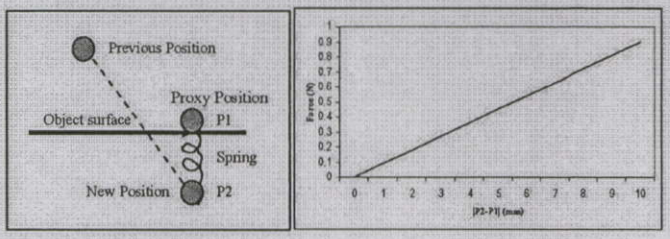


Fig. 8. Hand pressing force calculation based on a spring-mass model

2. *Vibration force*

A vibrating force is generated by a plaque removal tool, to accelerate plaque fragmentation. The instantaneous amplitude of the force is calculated from the following equation

$$F_v(t) = a * \sin(\tau * t * f) \tag{2}$$

Here, a is an amplitude of vibration, t is the simulation time instance, τ is the haptic simulation time interval (= 1ms in this case), and f is the vibration frequency.

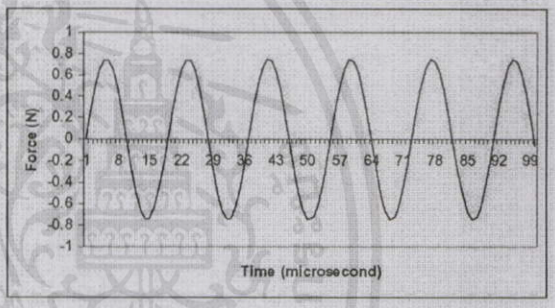


Fig. 9. Vibration force as a function of time

B. *Fragmentation Simulation*

We formulate the problem of calculating the reaction or constraint force due to rigid constraints as one of solving for Lagrange multipliers in the following simplification of constraint force.

$$\mathbf{JWJ}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{\lambda} = -\mathbf{JWq}^{\mathrm{T}} \tag{3}$$

The elements of the vector λ are the multipliers we wish to solve for, while **W** is the inverse mass matrix and **q** is the global force vector, containing information on what forces are being exerted on which point-mass. The Jacobian matrix **J** of the rigid constraint **c** is defined by

$$\mathbf{J} = \frac{\partial \mathbf{c}}{\partial \mathbf{p}} \tag{4}$$

Where **p** is a vector of point-mass positions. Each row of **J** is the derivative of the constraint **c** with respect to the position of each point-mass.

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

IV. The System and simulation Result

Fig. 10 shows the device and software used for the simulation. A picture illustrating plaque removal in action is shown in Fig. 11.

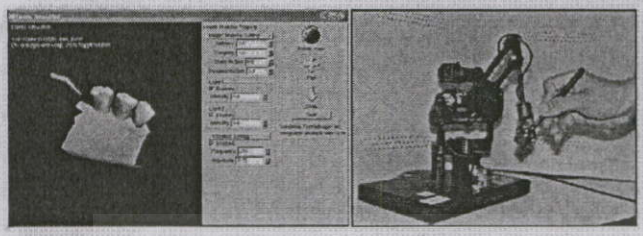


Fig. 10. The device and software used in our training system

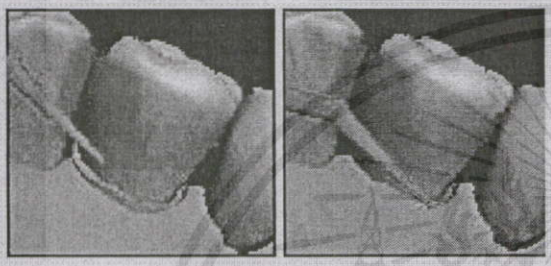


Fig. 11. Plaque removal in action

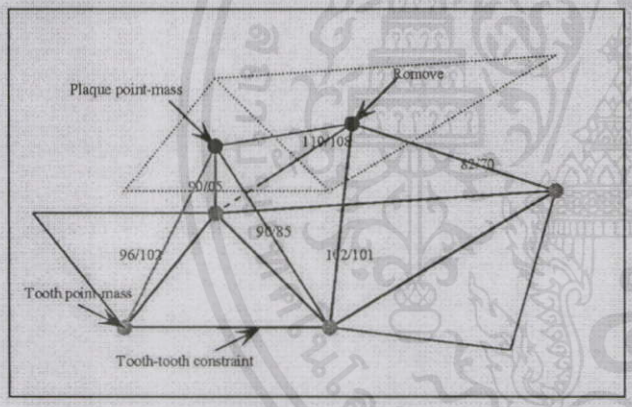


Fig. 12. Visualization of plaque fragmentation (a / b : "a" is the constraint force and "b" is the constraint strength)

Here, each tooth was constructed from 305 points with 535 polygons, and gums were modeled as 227 points with 384 polygons. There were 64 teeth polygons which intersected with gums polygons. Initially, physical plaque model had 130 point-masses and 346 constraints. The constraint strengths were determined by a combination of a turbulence function and geometric heuristics. The constraints would be broken when its constraint force was more than constraint strength (denoted as red lines in Fig. 12). Plaque point-masses would be removed when all its neighbor tooth-plaque constraints were broken (denoted as red dot in Fig. 12).

V. Conclusions

We have presented a haptic simulation technique for practicing dental plaque removal. Two plaque models has been described, namely the graphical model and the physical model. Simulation of exerting force and plaque fragmentation has also been described. An exerting force is due to both user's hand pressing and vibration of a dental plaque removal tool. The techniques developed form a basis for development of a complete interactive dental training system with haptic force feedback. The system can provide a variety of training cases, while eliminating the use of wasteful training material. The technique used in the system can be applied to develop other dental training systems such as tooth drilling.

VI. References

[1] D. Terzopoulos and K. Fleischer. "Modeling inelastic deformation: Viscoelasticity, plasticity, fracture," *In Computer Graphics (SIGGRAPH '88 Proceedings)*, Vol. 22, pp. 269–278, August 1988.

[2] A. Norton, G. Turk, B. Bacon, J. Gerth, and P. Sweeney. "Animation of fracture by physical modeling," *Visual Computing*, 7(4): pp. 210–219, 1991.

[3] J. O'Brien and J. Hodgins "Graphical modeling and animation of brittle fracture," *SIGGRAPH 99 Conf. Proceedings*, pp. 287–296, 1999.

[4] J. Smith, A. Witkin, and D. Baraff "Fast and Controllable Simulation of the Shattering of Brittle Objects," *Computer Graphics Interface*, pp. 27-34, May 2000.

[5] T. Moller. "A Fast Triangle-Triangle Intersection Test," *J. Graphics Tools*, 2(2):25--30, 1997.

[6] K. Perlin. "An image synthesizer," *SIGGRAPH 85Conf. Proceedings*, pp. 287–296, 1985.

[7] A. Witkin and D. Baraff, "Physically Based Modeling: Principles and Practice," *SIGGRAPH Course Notes, ACM SIGGRAPH*, 1997.

[8] A. Witkin, M. Gleicher and W Welch. "Interactive Dynamics," *In Proceedings of the 1990 Symposium on Interactive 3D Graphics*, Vol. 24, pp. 11–21, March 1990.

[9] D. Terzopoulos and K. Fleischer. "Modeling inelastic deformation: Viscoelasticity, plasticity, fracture," *In Computer Graphics (SIGGRAPH '88 Proceedings)*, Vol. 22, pp. 269–278, August 1988.

[10] A.A. Griffith, "The Theory of Rupture," The Proceedings of the First International Congress of Applied Mechanics, 1924.

[11] C. Ericson, "Real-Time Collision Detection," Morgan Kaufmann, USA, 2005

[12] E. Angel, "Interactive Computer Graphics" (third edition), Addison-Wesley, 2000, ISBN 0-321-19044-0

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ประวัติผู้เขียน

ชื่อผู้เขียน	นายนนทพล สมร่าง
วัน เดือน ปีเกิด	วันที่ 14 กรกฎาคม พ.ศ. 2523
วุฒิการศึกษาระดับปริญญาตรี	วิศวกรรมศาสตรบัณฑิต
สถานที่สำเร็จการศึกษา	สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง
ปีที่สำเร็จการศึกษา	2545
ประสบการณ์การทำงาน	พฤศจิกายน 2548 - ตุลาคม 2551 ตำแหน่งผู้ช่วยนักวิจัย ประจำห้อง Multimedia and Virtual Research Lab. สำนักวิจัยการสื่อสารและเทคโนโลยี พระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้