

การศึกษการเปรียบเทียบระหว่างระบบ DS-SS โดยใช้องสัญญาณ  
เฟดดิ้ง Nakagami และช่องสัญญาณ Nakagami แบบสหสัมพันธ์  
โดยใช้ผลลัพธ์เชิงเลข

COMPARATIVE STUDY BETWEEN DS-SS IN NAKAGAMI FADING  
CHANNEL AND NAKAGAMI CORRELATING CHANNEL BASED ON  
NUMERICAL RESULTS

วราพงษ์ บำรุง  
WARAPONG BUMRUNG

วิทยานิพนธ์เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาค้นคว้าตามหลักสูตรปริญญาวิศวกรรมศาสตรมหาบัณฑิต

สาขาวิชาวิศวกรรมไฟฟ้า

บัณฑิตวิทยาลัย

สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง

พ.ศ. 2545

ISBN 974-324-063-2

สำนักหอสมุดกลาง พระจอมเกล้าลาดกระบัง

การศึกษาการเปรียบเทียบระหว่างระบบ DS-CDMA โดยใช้ช่องสัญญาณ  
เฟดดิ้ง Nakagami และช่องสัญญาณ Nakagami แบบสหสัมพันธ์  
โดยใช้ผลลัพธ์เชิงเลข

COMPARATIVE STUDY BETWEEN DS-CDMA IN NAKAGAMI FADING  
CHANNEL AND NAKAGAMI CORRELATING CHANNEL BASED ON  
NUMERICAL RESULTS



วราพงษ์ บำรุง

WARAPONG BUMRUNG

เลขหมู่.....  
เลขทะเบียน 44968  
วัน, เดือน, ปี 6 ส.ค. 2546

b.....  
i.....

วิทยานิพนธ์นี้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตรปริญญาวิศวกรรมศาสตรมหาบัณฑิต  
สาขาวิชาวิศวกรรมไฟฟ้า  
บัณฑิตวิทยาลัย

สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง

พ.ศ. 2545

ISBN 974-324-063-2

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

**COMPARATIVE STUDY BETWEEN DS-CDMA IN NAKAGAMI FADING CHANNEL  
AND NAKAGAMI CORRELATING CHANNEL BASED ON NUMERICAL RESULTS**



**A THESIS SUBMITTED IN PARTIAL FULFILLMENT  
OF THE REQUIREMENTS FOR THE DEGREE OF  
MASTER OF ENGINEERING IN ELECTRICAL ENGINEERING  
SCHOOL OF GRADUATE STUDIES  
KING MONGKUT'S INSTITUTE OF TECHNOLOGY LADKRABANG**

**2002**

**ISBN 974-324-063-2**

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



**COPYRIGHT 2002**

**SCHOOL OF GRADUATE STUDIES**

**KING MONGKUT'S INSTITUTE OF TECHNOLOGY LADKRABANG**

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

บัณฑิตวิทยาลัย  
สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง  
ใบรับรองวิทยานิพนธ์

หัวข้อวิทยานิพนธ์ การศึกษาการเปรียบเทียบระหว่างระบบ DS-CDMA โดยใช้ช่องสัญญาณ  
เฟดดิ้ง Nakagami และช่องสัญญาณ Nakagami แบบสหสัมพันธ์ โดยใช้  
ผลลัพธ์เชิงเลข  
COMPARATIVE STUDY BETWEEN DS-CDMA IN NAKAGAMI  
FADING CHANNEL AND NAKAGAMI CORRELATING CHANNEL  
BASED ON NUMERICAL RESULTS

ชื่อนักศึกษา นายวราพงษ์ บำรุง  
รหัสประจำตัว 42061113  
ปริญญา วิศวกรรมศาสตรมหาบัณฑิต  
สาขาวิชา วิศวกรรมไฟฟ้า  
อาจารย์ผู้ควบคุมวิทยานิพนธ์ รศ.ดร.กอบชัย เดชหาญ

คณะกรรมการสอบวิทยานิพนธ์		ลายมือชื่อ
รศ.ดร.ถวิล	พึ่งมา	
รศ.นิภา	ลีลารุจิ	
รศ.ดร.สุวิพล	สิทธิชีวกาศ	
รศ.ดร.ฟูศักดิ์	ชีวิสุวิทย์	
รศ.ดร.กอบชัย	เดชหาญ	

วัน/เดือน-ปี ที่สอบ 16 กันยายน 2545 เวลา 10.30-12.30 น.

สถานที่สอบ ณ อาคาร 12 ชั้น ชั้น 4 (ห้อง E12-404)

บัณฑิตวิทยาลัยรับรองแล้ว  
  
(รศ.ดร.บุญวัฒน์ อัครชู)  
คณบดีบัณฑิตวิทยาลัย

วันที่.....29.....เดือน.....พฤศจิกายน.....พ.ศ. ๒๕๔๕.....

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

หัวข้อวิทยานิพนธ์	การศึกษาการเปรียบเทียบระหว่างระบบ DS-CDMA โดยใช้ช่องสัญญาณเฟดดิ้ง Nakagami และช่องสัญญาณ Nakagami แบบสหสัมพันธ์โดยใช้ผลลัพธ์เชิงเลข
นักศึกษา	นายวราพงษ์ บำรุง
รหัสประจำตัว	42061113
ปริญญา	วิศวกรรมศาสตรมหาบัณฑิต
สาขาวิชา	วิศวกรรมไฟฟ้า
พ.ศ.	2545
อาจารย์ผู้ควบคุมวิทยานิพนธ์	รศ. ดร. กอบชัย เตชะหาญ

### บทคัดย่อ

วิทยานิพนธ์ฉบับนี้เสนอการเปรียบเทียบผลวิเคราะห์สมรรถนะด้านอัตราความผิดพลาดบิตของ DS-CDMA ของช่องสัญญาณแบบสหสัมพันธ์และช่องสัญญาณแบบไม่สหสัมพันธ์บนช่องสัญญาณเฟดดิ้ง Nakagami หลายวิธี โดยใช้การมอดูเลตเชิงเลขทางเฟสฐานสองแบบร่วมนัย ส่วนทางด้านเครื่องรับจะใช้แบบจำลองเครื่องรับแบบ RAKE ซึ่งเป็นเครื่องรับโคเวอรัจตีหลายวิถี เพื่อลดผลของการเกิดเฟดดิ้งของสัญญาณซึ่งมีผลต่อสมรรถนะของระบบ โดยใช้โปรแกรม MATLAB ในการวิเคราะห์ผลของสมรรถนะด้านอัตราความผิดพลาดบิตของ DS-CDMA ซึ่งจากเปรียบเทียบผลการวิเคราะห์ พบว่าเงื่อนไขของช่องสัญญาณแบบสหสัมพันธ์มีผลต่อสมรรถนะของระบบแตกต่างจากเงื่อนไขแบบไม่สหสัมพันธ์ เพราะฉะนั้นในการวิเคราะห์ระบบ DS-CDMA จึงไม่สามารถละเลยผลของช่องสัญญาณแบบสหสัมพันธ์

<b>Thesis Title</b>	Comparative Study Between DS-CDMA in Nakagami Fading Channel and Nakagami Correlating Channel Based on Numerical Results
<b>Student</b>	Mr. Warapong Bumrung
<b>Student ID.</b>	42061113
<b>Degree</b>	Master of Engineering
<b>Programme</b>	Electrical Engineering
<b>Year</b>	2002
<b>Thesis Advisor</b>	Assoc. Prof. Dr. Kobchai Dejhan

### ABSTRACT

This thesis presents a performance analysis comparison of bit error rate of DS-CDMA over Nakagami fading channel with correlated and noncorrelated Nakagami multipath fading channel. The modulation scheme is binary phase shift keying (BPSK) by using the RAKE, the receiver model. It is assumed that the fading parameters in each diversity branch are identical. The simulations are carried out based on MATLAB program. The obtained results show that the effects of correlation cannot be ignored in a correlated Nakagami environment.

## กิตติกรรมประกาศ

วิทยานิพนธ์ฉบับนี้สามารถสำเร็จลุล่วงไปได้เป็นอย่างดี ด้วยคำแนะนำและคำปรึกษาจาก รศ.ดร.กอบชัย เดชหาญ ซึ่งเป็นอาจารย์ผู้ควบคุมการวิจัย ผู้ซึ่งกรุณาให้แนวความคิดและแนะนำ ในการดำเนินงานวิจัย ตลอดจนการแก้ปัญหาต่าง ๆ อันเป็นประโยชน์ต่องานวิจัย

ผู้วิจัยขอกราบขอบพระคุณ บิดา-มารดา และ คุณวัฒน์ กงสาคร อดีตหัวหน้าส่วนงาน ชุมสายลาดกระบัง คุณพัชรี โคตรลาคำ หัวหน้าส่วนงานธุรการผู้ซึ่งให้โอกาสและให้การ สนับสนุนเป็นอย่างดี รวมทั้งคุณไพบูรณ์ ผู้ประกาย และเพื่อน ๆ นักศึกษา ที่กรุณาให้ คำแนะนำในการเขียนวิทยานิพนธ์ และให้ความช่วยเหลือในด้านต่างๆ ประโยชน์อันใดที่เกิดจาก การวิจัยนี้ย่อมเป็นผลมาจากความกรุณาของท่านดังกล่าวข้างต้น ผู้วิจัยรู้สึกทราบบ้างว่าเป็นอย่างยิ่ง จึงใคร่ขอขอบพระคุณเป็นอย่างสูงไว้ ณ โอกาสนี้

คุณค่าและประโยชน์อันพึงมีจากวิทยานิพนธ์ฉบับนี้ ผู้วิจัยขอมอบแด่ผู้มีพระคุณทุกท่าน

วราพงษ์ บำรุง



# สารบัญ

	หน้า
บทคัดย่อภาษาไทย.....	I
บทคัดย่อภาษาอังกฤษ.....	II
กิตติกรรมประกาศ.....	III
สารบัญ.....	IV
สารบัญรูป.....	VII
บทที่ 1. บทนำ.....	1
1.1 ที่มาของงานวิจัย.....	1
1.2 วัตถุประสงค์ของงานวิจัย.....	2
1.3 แนวความคิดที่ใช้ในงานวิจัย.....	3
บทที่ 2. หลักการพื้นฐานของระบบการเข้าถึงช่องสัญญาณหลายทางแบบการแบ่งรหัส.....	4
2.1 ระบบการเข้าถึงช่องสัญญาณหลายทาง (Multiple access system).....	4
2.1.1 การเข้าถึงช่องสัญญาณหลายทางแบบแบ่งความถี่ (FDMA).....	4
2.1.2 การเข้าถึงช่องสัญญาณหลายทางแบบแบ่งเวลา (TDMA).....	5
2.1.3 การเข้าถึงช่องสัญญาณหลายทางแบบการแบ่งรหัส (CDMA).....	6
2.2 การมอดูเลตแบบสเปกตรัมแผ่ (Spread Spectrum Modulation : SS Modulation).....	8
2.2.1 การจัดลำดับ โดยตรง (Direct Sequence : DS).....	9
2.2.1.1 คุณสมบัติของระบบ DS-CDMA.....	11
2.2.2 วิธีการกระโดดของความถี่ (Frequency Hopping : FH).....	12
2.2.2.1 คุณสมบัติของระบบ FH-CDMA.....	14
2.2.3 วิธีการกระโดดของเวลา (Time Hopping : TH).....	15
2.2.3.1 คุณสมบัติของระบบ TH-CDMA.....	16
2.2.4 ระบบไฮบริด (Hybrid System).....	17
2.3 คุณลักษณะของสัญญาณที่ผ่านช่องสัญญาณที่มีการจางหายหลายเส้นทาง.....	18
2.3.1 แบบจำลองช่องสัญญาณ.....	20
2.3.1.1 แบบจำลองของ Rayleigh (Rayleigh Model).....	20
2.3.1.2 แบบจำลองของ Rician (Rician Model).....	21

# สารบัญ (ต่อ)

	หน้า
2.3.1.3 แบบจำลองของ Nakagami (Nakagami Model).....	21
2.3.1.4 ฟังก์ชันสหสัมพันธ์และกำลังเชิงสเปกตรัมของช่องสัญญาณ.....	22
2.3.2 เทคนิคการมอดูเลตแบบหลายคลื่นพาห์.....	24
2.3.2.1 DS-CDMA (Direct Sequence CDMA).....	25
2.3.2.2 MC-CDMA (Multi-Carrier CDMA).....	27
2.3.2.3 MC DS-CDMA (Multi-Carrier Direct Sequence CDMA).....	29
2.3.2.4 MT-CDMA (Multitone CDMA).....	30
<b>บทที่ 3 อัตราความผิดพลาดบิตของระบบการเข้าถึงหลายทางแบบแบ่งรหัสใช้วิธีการจัดลำดับ</b>	
โดยตรงบนช่องสัญญาณเฟดดิ้ง Nakagami และแบบสหสัมพันธ์.....	33
3.1 แบบจำลองระบบที่ใช้ในการวิเคราะห์.....	33
3.1.1 แบบจำลองเครื่องส่ง.....	33
3.1.2 แบบจำลองของช่องสัญญาณ.....	34
3.1.3 แบบจำลองเครื่องรับ.....	37
3.2 การวิเคราะห์สมรรถนะของระบบ.....	41
3.2.1 อัตราส่วนของสัญญาณต่อสัญญาณรบกวน (SNR).....	41
3.2.2 ฟังก์ชันความหนาแน่นความน่าจะเป็นของ SNR.....	45
3.2.3 การวิเคราะห์อัตราความผิดพลาดบิตของระบบ.....	46
3.3 การวิเคราะห์สมรรถนะของระบบแบบสหสัมพันธ์.....	48
3.3.1 ฟังก์ชันความหนาแน่นความน่าจะเป็นของ SNR ของระบบแบบสหสัมพันธ์.....	48
3.3.2 อัตราความผิดพลาดบิตเฉลี่ยของระบบแบบสหสัมพันธ์.....	48
<b>บทที่ 4 ผลการวิเคราะห์เชิงเลข.....</b>	<b>51</b>
4.1 จำนวนผู้ใช้งานในระบบที่เพิ่มขึ้นทำให้ค่าอัตราความผิดพลาดบิตเฉลี่ยของระบบเพิ่มขึ้น ในลักษณะลอการิทึม.....	51
4.2 จำนวนสาขาของเครื่องรับแบบ Rake ที่เพิ่มขึ้นและค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ระหว่าง ช่องสัญญาณที่ลดลง จำนวนผู้ใช้งานที่ระบบสามารถรองรับได้.....	54

## สารบัญ (ต่อ)

	หน้า
4.3 จำนวนสาขาของเครื่องรับแบบ Rake ที่เพิ่มขึ้นจะทำให้สมรรถนะของระบบดีขึ้น.....	57
4.4 ค่าตัวแปรเสริมเฟดคิงแบบ Nakagami ที่เพิ่มขึ้นจะทำให้สมรรถนะของระบบดีขึ้น.....	60
4.5 ค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ระหว่างช่องสัญญาณที่เพิ่มขึ้นทำให้สมรรถนะของระบบ ลดลง ที่จำนวนผู้ใช้งานเท่ากับ 1.....	65
4.6 ค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ระหว่างช่องสัญญาณที่เพิ่มขึ้นทำให้สมรรถนะของระบบ ลดลง ที่จำนวนผู้ใช้งานเท่ากับ 25.....	68
4.7 ค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ระหว่างช่องสัญญาณที่เพิ่มขึ้นทำให้สมรรถนะของระบบ ลดลง ที่จำนวนผู้ใช้งานเท่ากับ 40.....	78
4.8 ผลของค่าอัตราการลดทอนกำลังของสัญญาณ.....	82
บทที่ 5 สรุปผลการวิเคราะห์.....	86
เอกสารอ้างอิง.....	88
ภาคผนวก.....	89
ก. สูตรทั่วไปของการแจกแจงความเข้มของสัญญาณ การแจกแจงแบบ Nakagami.....	90
ข. แบบจำลองเครื่องรับแบบเรค.....	99
ค. ทฤษฎีความน่าจะเป็นและกระบวนการสุ่ม.....	105
ง. การวิเคราะห์เชิงตัวเลขตามกฎของเกาส์.....	117
จ. ผลงานที่ตีพิมพ์.....	124
ประวัติผู้เขียน.....	126

# สารบัญรูป

รูปที่	หน้า
2.1 หลักการเข้าถึงหลายทางของระบบที่มีการแผ่สเปกตรัม.....	7
2.2 การลดผลของการแทรกสอดของระบบ CDMA.....	8
2.3 เครื่องส่งแบบ DS-CDMA.....	9
2.4 เครื่องส่งแบบ DS-CDMA ที่ดัดแปลงแล้ว.....	9
2.5 ลักษณะของสัญญาณในระบบ DS-CDMA.....	10
2.6 เครื่องรับแบบ DS-CDMA .....	10
2.7 เปรียบเทียบลักษณะของเวลา/ความถี่ ของระบบ DS และ FH.....	12
2.8 (ก) รูปเครื่องส่งของระบบ FH-CDMA .....	12
2.8 (ข) รูปเครื่องรับของระบบ FH-CDMA.....	13
2.9 บล็อกไดอะแกรมของเครื่องส่ง-รับของระบบ TH-CDMA.....	15
2.10 แสดงความสัมพันธ์ระหว่างความถี่และเวลาที่ใช้ในระบบ TH-CDMA.....	16
2.11 บล็อกไดอะแกรมของเครื่องส่งแบบไฮบริด DS-FH.....	17
2.12 แสดงผลของการเปลี่ยนแปลงทางเวลาของช่องสัญญาณหลายวิถีที่เกิด จากสัญญาณพัลส์แคบ มากๆ .....	19
2.13 แสดง MIP.....	23
2.14 แสดงความสัมพันธ์ระหว่าง $\phi_c(\Delta f)$ และ $\phi_c(\tau)$ .....	24
2.15 (ก) เครื่องส่งของระบบ DS- CDMA (ข) สเปกตรัมกำลังของสัญญาณที่ส่งออก (ค) เครื่องรับของระบบ DS- CDMA.....	26
2.16 (ก) เครื่องส่งของระบบ MC-CDMA (ข) สเปกตรัมกำลังของสัญญาณที่ส่งออก (ค) เครื่องรับของระบบ MC-CDMA .....	28
2.17 (ก) เครื่องส่งของระบบ MC DS-CDMA .....	29
2.17 (ข) สเปกตรัมกำลังของสัญญาณที่ส่งออก (ค) เครื่องรับของระบบ MC DS-CDMA.....	30
2.18 (ก) เครื่องส่งของระบบ MT-CDMA (ข) สเปกตรัมกำลังของสัญญาณที่ส่งออก.....	31
2.18 (ค) เครื่องรับของระบบ MT-CDMA.....	32
3.1 แบบจำลองระบบ DS-CDMA .....	33
3.2 แบบจำลองของช่องสัญญาณ.....	35
3.3 เครื่องรับแบบ Rake.....	38

# สารบัญรูป (ต่อ)

รูปที่	หน้า
4.1 ความสัมพันธ์ระหว่างความน่าจะเป็นของอัตราความผิดพลาดบิตค่าเฉลี่ยกับสัญญาณพลังงานต่อความหนาแน่นสัญญาณรบกวนใน 1 บิต โดยมีตัวแปรเสริม $N=127, m=1, L=2, \rho=0$ และค่า $K$ ต่างๆ .....	52
4.2 ความสัมพันธ์ระหว่างความน่าจะเป็นของอัตราความผิดพลาดบิตค่าเฉลี่ยกับสัญญาณพลังงานต่อความหนาแน่นสัญญาณรบกวนใน 1 บิต โดยมีตัวแปรเสริม $N=127, m=1, L=2, \rho=0.9$ และค่า $K$ ต่างๆ.....	52
4.3 ความสัมพันธ์ระหว่างความน่าจะเป็นของอัตราความผิดพลาดบิตค่าเฉลี่ยกับสัญญาณพลังงานต่อความหนาแน่นสัญญาณรบกวนใน 1 บิต โดยมีตัวแปรเสริม $N=127, m=1, L=4, \rho=0$ และค่า $K$ ต่างๆ.....	53
4.4 ความสัมพันธ์ระหว่างความน่าจะเป็นของอัตราความผิดพลาดบิตค่าเฉลี่ยกับสัญญาณพลังงานต่อความหนาแน่นสัญญาณรบกวนใน 1 บิต โดยมีตัวแปรเสริม $N=127, m=1, L=4, \rho=0.9$ และค่า $K$ ต่างๆ.....	53
4.5 ความสัมพันธ์ระหว่างความน่าจะเป็นของอัตราความผิดพลาดบิตค่าเฉลี่ยกับจำนวนผู้ใช้งานในระบบ โดยมีตัวแปรเสริม $m=0.5, N=127, L=2$ SNR=10 dB และ $\rho=0, 0.5, 0.8$ และ $0.9$ .....	54
4.6 ความสัมพันธ์ระหว่างความน่าจะเป็นของอัตราความผิดพลาดบิตค่าเฉลี่ยกับจำนวนผู้ใช้งานในระบบ โดยมีตัวแปรเสริม $m=0.5, N=127, L=4, \text{SNR}=10$ dB และ $\rho=0, 0.5, 0.8$ และ $0.9$ .....	55
4.7 ความสัมพันธ์ระหว่างความน่าจะเป็นของอัตราความผิดพลาดบิตค่าเฉลี่ยกับจำนวนผู้ใช้งานในระบบ โดยมีตัวแปรเสริม $m=0.5, N=127, L=6, \text{SNR}=10$ dB และ $\rho=0, 0.5, 0.8$ และ $0.9$ .....	55
4.8 ความสัมพันธ์ระหว่างความน่าจะเป็นของอัตราความผิดพลาดบิตค่าเฉลี่ยกับจำนวนผู้ใช้งานในระบบ โดยมีตัวแปรเสริม $m=1, N=127, L=2, \text{SNR}=10$ dB และ $\rho=0, 0.5, 0.8$ และ $0.9$ .....	56
4.9 ความสัมพันธ์ระหว่างความน่าจะเป็นของอัตราความผิดพลาดบิตค่าเฉลี่ยกับจำนวนผู้ใช้งานในระบบ โดยมีตัวแปรเสริม $m=1, N=127, L=4, \text{SNR}=10$ dB และ $\rho=0, 0.5, 0.8$ และ $0.9$ .....	56
4.10 ความสัมพันธ์ระหว่างความน่าจะเป็นของอัตราความผิดพลาดบิตค่าเฉลี่ยกับจำนวนผู้ใช้งานในระบบ โดยมีตัวแปรเสริม $m=1, N=127, L=6, \text{SNR}=10$ dB และ $\rho=0, 0.5, 0.8$ และ $0.9$ .....	57
4.11 ความสัมพันธ์ระหว่างความน่าจะเป็นของอัตราความผิดพลาดบิตค่าเฉลี่ยกับจำนวนผู้ใช้งานในระบบ โดยมีตัวแปรเสริม $m=0.5, N=127, \rho=0, K=25$ .....	58
4.12 ความสัมพันธ์ระหว่างความน่าจะเป็นของอัตราความผิดพลาดบิตค่าเฉลี่ยกับจำนวนผู้ใช้งานในระบบ โดยมีตัวแปรเสริม $m=0.5, N=127, \rho=0.9, K=25$ .....	58

## สารบัญรูป (ต่อ)

รูปที่	หน้า
4.13 ความสัมพันธ์ระหว่างความน่าจะเป็นของอัตราความผิดพลาดบิตค่าเฉลี่ยกับจำนวนผู้ใช้งานในระบบ โดยมีตัวแปรเสริม $m=3, N=127, \rho=0, K=25$ .....	59
4.14 ความสัมพันธ์ระหว่างความน่าจะเป็นของอัตราความผิดพลาดบิตค่าเฉลี่ยกับจำนวนผู้ใช้งานในระบบ โดยมีตัวแปรเสริม $m=3, N=127, \rho=0.9, K=25$ .....	59
4.15 ความสัมพันธ์ระหว่างความน่าจะเป็นของอัตราความผิดพลาดบิตค่าเฉลี่ยกับจำนวนผู้ใช้งานในระบบ โดยมีตัวแปรเสริม $N=127, \rho=0, K=25, L=2$ .....	60
4.16 ความสัมพันธ์ระหว่างความน่าจะเป็นของอัตราความผิดพลาดบิตค่าเฉลี่ยกับจำนวนผู้ใช้งานในระบบ โดยมีตัวแปรเสริม $N=127, \rho=0.5, K=25, L=2$ .....	61
4.17 ความสัมพันธ์ระหว่างความน่าจะเป็นของอัตราความผิดพลาดบิตค่าเฉลี่ยกับจำนวนผู้ใช้งานในระบบ โดยมีตัวแปรเสริม $N=127, \rho=0.8, K=25, L=2$ .....	62
4.18 ความสัมพันธ์ระหว่างความน่าจะเป็นของอัตราความผิดพลาดบิตค่าเฉลี่ยกับจำนวนผู้ใช้งานในระบบ โดยมีตัวแปรเสริม $N=127, \rho=0.9, K=25, L=2$ .....	62
4.19 ความสัมพันธ์ระหว่างความน่าจะเป็นของอัตราความผิดพลาดบิตค่าเฉลี่ยกับจำนวนผู้ใช้งานในระบบ โดยมีตัวแปรเสริม $N=127, \rho=0, K=25, L=4$ .....	62
4.20 ความสัมพันธ์ระหว่างความน่าจะเป็นของอัตราความผิดพลาดบิตค่าเฉลี่ยกับจำนวนผู้ใช้งานในระบบ โดยมีตัวแปรเสริม $N=127, \rho=0.5, K=25, L=4$ .....	63
4.21 ความสัมพันธ์ระหว่างความน่าจะเป็นของอัตราความผิดพลาดบิตค่าเฉลี่ยกับจำนวนผู้ใช้งานในระบบ โดยมีตัวแปรเสริม $N=127, \rho=0.8, K=25, L=4$ .....	62
4.22 ความสัมพันธ์ระหว่างความน่าจะเป็นของอัตราความผิดพลาดบิตค่าเฉลี่ยกับจำนวนผู้ใช้งานในระบบ โดยมีตัวแปรเสริม $N=127, \rho=0.9, K=25, L=4$ .....	64
4.23 ความสัมพันธ์ระหว่างความน่าจะเป็นของอัตราความผิดพลาดบิตค่าเฉลี่ยกับจำนวนผู้ใช้งานในระบบ โดยมีตัวแปรเสริม $N=127, \rho=0, K=25, L=6$ .....	64
4.24 ความสัมพันธ์ระหว่างความน่าจะเป็นของอัตราความผิดพลาดบิตค่าเฉลี่ยกับจำนวนผู้ใช้งานในระบบ โดยมีตัวแปรเสริม $N=127, \rho=0, K=25, L=8$ .....	65
4.25 ความสัมพันธ์ระหว่างความน่าจะเป็นของอัตราความผิดพลาดบิตค่าเฉลี่ยกับจำนวนผู้ใช้งานในระบบ โดยมีตัวแปรเสริม $N=127, \rho=0, K=1, L=2$ .....	66
4.26 ความสัมพันธ์ระหว่างความน่าจะเป็นของอัตราความผิดพลาดบิตค่าเฉลี่ยกับจำนวนผู้ใช้งานในระบบ โดยมีตัวแปรเสริม $N=127, \rho=0, K=1, L=4$ .....	66

## สารบัญรูป (ต่อ)

รูปที่	หน้า
4.27 ความสัมพันธ์ระหว่างความน่าจะเป็นของอัตราความผิดพลาดบิตค่าเฉลี่ยกับจำนวนผู้ใช้งานในระบบ โดยมีตัวแปรเสริม $N=127, \rho=0, K=1, L=6$ .....	67
4.28 ความสัมพันธ์ระหว่างความน่าจะเป็นของอัตราความผิดพลาดบิตค่าเฉลี่ยกับจำนวนผู้ใช้งานในระบบ โดยมีตัวแปรเสริม $N=127, \rho=0, K=1, L=8$ .....	67
4.29 ความสัมพันธ์ระหว่างความน่าจะเป็นของอัตราความผิดพลาดบิตค่าเฉลี่ยกับจำนวนผู้ใช้งานในระบบ โดยมีตัวแปรเสริม $N=127, K=25, L=2, m=0.5$ .....	68
4.30 ความสัมพันธ์ระหว่างความน่าจะเป็นของอัตราความผิดพลาดบิตค่าเฉลี่ยกับจำนวนผู้ใช้งานในระบบ โดยมีตัวแปรเสริม $N=127, K=25, L=2, m=0.75$ .....	69
4.31 ความสัมพันธ์ระหว่างความน่าจะเป็นของอัตราความผิดพลาดบิตค่าเฉลี่ยกับจำนวนผู้ใช้งานในระบบ โดยมีตัวแปรเสริม $N=127, K=25, L=2, m=1$ .....	69
4.32 ความสัมพันธ์ระหว่างความน่าจะเป็นของอัตราความผิดพลาดบิตค่าเฉลี่ยกับจำนวนผู้ใช้งานในระบบ โดยมีตัวแปรเสริม $N=127, K=25, L=2, m=2$ .....	70
4.33 ความสัมพันธ์ระหว่างความน่าจะเป็นของอัตราความผิดพลาดบิตค่าเฉลี่ยกับจำนวนผู้ใช้งานในระบบ โดยมีตัวแปรเสริม $N=127, K=25, L=2, m=3$ .....	70
4.34 ความสัมพันธ์ระหว่างความน่าจะเป็นของอัตราความผิดพลาดบิตค่าเฉลี่ยกับจำนวนผู้ใช้งานในระบบ โดยมีตัวแปรเสริม $N=127, K=25, L=4, m=0.5$ .....	71
4.35 ความสัมพันธ์ระหว่างความน่าจะเป็นของอัตราความผิดพลาดบิตค่าเฉลี่ยกับจำนวนผู้ใช้งานในระบบ โดยมีตัวแปรเสริม $N=127, K=25, L=4, m=0.75$ .....	71
4.36 ความสัมพันธ์ระหว่างความน่าจะเป็นของอัตราความผิดพลาดบิตค่าเฉลี่ยกับจำนวนผู้ใช้งานในระบบ โดยมีตัวแปรเสริม $N=127, K=25, L=4, m=1$ .....	72
4.37 ความสัมพันธ์ระหว่างความน่าจะเป็นของอัตราความผิดพลาดบิตค่าเฉลี่ยกับจำนวนผู้ใช้งานในระบบ โดยมีตัวแปรเสริม $N=127, K=25, L=4, m=2$ .....	72
4.38 ความสัมพันธ์ระหว่างความน่าจะเป็นของอัตราความผิดพลาดบิตค่าเฉลี่ยกับจำนวนผู้ใช้งานในระบบ โดยมีตัวแปรเสริม $N=127, K=25, L=4, m=3$ .....	73
4.39 ความสัมพันธ์ระหว่างความน่าจะเป็นของอัตราความผิดพลาดบิตค่าเฉลี่ยกับจำนวนผู้ใช้งานในระบบ โดยมีตัวแปรเสริม $N=127, K=25, L=6, m=0.5$ .....	73
4.40 ความสัมพันธ์ระหว่างความน่าจะเป็นของอัตราความผิดพลาดบิตค่าเฉลี่ยกับจำนวนผู้ใช้งานในระบบ โดยมีตัวแปรเสริม $N=127, K=25, L=6, m=0.75$ .....	74

## สารบัญรูป (ต่อ)

รูปที่	หน้า
4.41 ความสัมพันธ์ระหว่างความน่าจะเป็นของอัตราความผิดพลาดบิตค่าเฉลี่ยกับจำนวนผู้ใช้งานในระบบ โดยมีตัวแปรเสริม $N=127, K=25, L=6, m=1$ .....	74
4.42 ความสัมพันธ์ระหว่างความน่าจะเป็นของอัตราความผิดพลาดบิตค่าเฉลี่ยกับจำนวนผู้ใช้งานในระบบ โดยมีตัวแปรเสริม $N=127, K=25, L=6, m=2$ .....	75
4.43 ความสัมพันธ์ระหว่างความน่าจะเป็นของอัตราความผิดพลาดบิตค่าเฉลี่ยกับจำนวนผู้ใช้งานในระบบ โดยมีตัวแปรเสริม $N=127, K=25, L=6, m=3$ .....	75
4.44 ความสัมพันธ์ระหว่างความน่าจะเป็นของอัตราความผิดพลาดบิตค่าเฉลี่ยกับจำนวนผู้ใช้งานในระบบ โดยมีตัวแปรเสริม $N=127, K=25, L=8, m=0.5$ .....	76
4.45 ความสัมพันธ์ระหว่างความน่าจะเป็นของอัตราความผิดพลาดบิตค่าเฉลี่ยกับจำนวนผู้ใช้งานในระบบ โดยมีตัวแปรเสริม $N=127, K=25, L=8, m=0.75$ .....	76
4.46 ความสัมพันธ์ระหว่างความน่าจะเป็นของอัตราความผิดพลาดบิตค่าเฉลี่ยกับจำนวนผู้ใช้งานในระบบ โดยมีตัวแปรเสริม $N=127, K=25, L=8, m=1$ .....	77
4.47 ความสัมพันธ์ระหว่างความน่าจะเป็นของอัตราความผิดพลาดบิตค่าเฉลี่ยกับจำนวนผู้ใช้งานในระบบ โดยมีตัวแปรเสริม $N=127, K=25, L=8, m=2$ .....	77
4.48 ความสัมพันธ์ระหว่างความน่าจะเป็นของอัตราความผิดพลาดบิตค่าเฉลี่ยกับจำนวนผู้ใช้งานในระบบ โดยมีตัวแปรเสริม $N=127, K=25, L=8, m=3$ .....	78
4.49 ความสัมพันธ์ระหว่างความน่าจะเป็นของอัตราความผิดพลาดบิตค่าเฉลี่ยกับจำนวนผู้ใช้งานในระบบ โดยมีตัวแปรเสริม $N=127$ , และ $K=40, L=2, m=0.5$ .....	79
4.50 ความสัมพันธ์ระหว่างความน่าจะเป็นของอัตราความผิดพลาดบิตค่าเฉลี่ยกับจำนวนผู้ใช้งานในระบบ โดยมีตัวแปรเสริม $N=127, SNR=10$ dB และ $K=40, L=4, m=0.5$ .....	79
4.51 ความสัมพันธ์ระหว่างความน่าจะเป็นของอัตราความผิดพลาดบิตค่าเฉลี่ยกับจำนวนผู้ใช้งานในระบบ โดยมีตัวแปรเสริม $N=127, K=40, L=2, m=1$ .....	80
4.52 ความสัมพันธ์ระหว่างความน่าจะเป็นของอัตราความผิดพลาดบิตค่าเฉลี่ยกับจำนวนผู้ใช้งานในระบบ โดยมีตัวแปรเสริม $N=127, K=40, L=4, m=1$ .....	80
4.53 ความสัมพันธ์ระหว่างความน่าจะเป็นของอัตราความผิดพลาดบิตค่าเฉลี่ยกับจำนวนผู้ใช้งานในระบบ โดยมีตัวแปรเสริม $N=127, K=40, L=2, m=2$ .....	81
4.54 ความสัมพันธ์ระหว่างความน่าจะเป็นของอัตราความผิดพลาดบิตค่าเฉลี่ยกับจำนวนผู้ใช้งานในระบบ โดยมีตัวแปรเสริม $N=127, K=40, L=4, m=2$ .....	81

## สารบัญรูป (ต่อ)

รูปที่	หน้า
4.55 ความสัมพันธ์ระหว่างความน่าจะเป็นของอัตราความผิดพลาดบิตค่าเฉลี่ยกับจำนวนผู้ใช้งานในระบบ โดยมีตัวแปรเสริม $N=127, K=25, L=4, m=0.5$ .....	82
4.56 ความสัมพันธ์ระหว่างความน่าจะเป็นของอัตราความผิดพลาดบิตค่าเฉลี่ยกับจำนวนผู้ใช้งานในระบบ โดยมีตัวแปรเสริม $N=127, K=25, L=6, m=0.5$ .....	83
4.57 ความสัมพันธ์ระหว่างความน่าจะเป็นของอัตราความผิดพลาดบิตค่าเฉลี่ยกับจำนวนผู้ใช้งานในระบบ โดยมีตัวแปรเสริม $N=127, K=25, L=8, m=0.5$ .....	83
4.58 ความสัมพันธ์ระหว่างความน่าจะเป็นของอัตราความผิดพลาดบิตค่าเฉลี่ยกับจำนวนผู้ใช้งานในระบบ โดยมีตัวแปรเสริม $N=127, K=25, L=4, m=3$ .....	84
4.59 ความสัมพันธ์ระหว่างความน่าจะเป็นของอัตราความผิดพลาดบิตค่าเฉลี่ยกับจำนวนผู้ใช้งานในระบบ โดยมีตัวแปรเสริม $N=127, K=25, L=6, m=3$ .....	84
4.60 ความสัมพันธ์ระหว่างความน่าจะเป็นของอัตราความผิดพลาดบิตค่าเฉลี่ยกับจำนวนผู้ใช้งานในระบบ โดยมีตัวแปรเสริม $N=127, K=25, L=8, m=3$ .....	85

# บทที่ 1

## บทนำ

### 1.1 ที่มาของงานวิจัย

ปัจจุบันนี้ระบบการเข้าถึงข้อมูลหลายทางแบบแยกความแตกต่างทางรหัสหรือ CDMA (Code Division Multiple Access) ได้รับความสนใจเป็นอย่างมากในการนำมาประยุกต์ใช้งานกับการสื่อสารหลายเส้นทาง (multipath) เนื่องจากระบบ CDMA เป็นระบบที่มีศักยภาพด้านจำนวนผู้ใช้งานมากกว่าระบบการเข้าถึงข้อมูลหลายทางแบบอื่นๆ คือ ระบบ TDMA (Time Division Multiple Access) และระบบ FDMA (Frequency Division Multiple Access) แต่สมรรถนะของระบบ CDMA จะถูกจำกัดจากการแทรกสอดแบบเข้าถึงหลายทาง (multiple access interference) โดยที่สมรรถนะของระบบจะลดลงในขณะที่จำนวนผู้ใช้งานเพิ่มขึ้น [1] จุดเด่นของระบบ CDMA ที่เห็นได้ชัดเจนคือ ไม่จำเป็นต้องทราบเวลาและความถี่ในการเข้าถึงข้อมูลที่ต้องการและเที่ยงตรงในการใช้งานเหมือนกับระบบ TDMA และ FDMA นอกจากนี้ระบบ CDMA ยังมีข้อได้เปรียบคือสามารถใช้งานกับระบบที่มีการแผ่กว้างทางสเปกตรัม (spread spectrum) และมีคุณสมบัติด้านการป้องกันการแทรกแซงจากผู้ใช้งานอื่นๆ ระบบการเข้าถึงข้อมูลหลายทางแบบแยกความแตกต่างทางรหัสสามารถทำได้หลายวิธีแต่วิธีที่นิยมใช้กันมากคือวิธีการจัดลำดับโดยตรง (direct-sequence) หรือ DS-SS-CDMA เพราะการสร้างสัญญาณที่ถูกเข้ารหัสสามารถทำได้ง่ายโดยใช้กระบวนการคูณธรรมดา สามารถมอดูเลตสัญญาณสเปกตรัมแผ่โดยใช้การมอดูเลตแบบร่วมนัย (coherent demodulation) ได้ และไม่จำเป็นต้องมีการซิงโครไนซ์ระหว่างผู้ใช้ เนื่องจากระบบ DS-SS-CDMA เป็นระบบที่มีความเป็นส่วนตัว มีความปลอดภัยของข้อมูลมาก และสามารถป้องกันสัญญาณรบกวนได้ดีนั่นเอง ได้มีนักวิจัยหลายๆท่านทำการศึกษาในด้านสมรรถนะของระบบการเข้าถึงข้อมูลหลายทางแบบแยกความแตกต่างทางรหัสดังนี้

Eng และ Milstein [2] ได้ทำการศึกษาสมรรถนะของระบบ DS-SS-CDMA บนช่องสัญญาณ Nakagami แบบหลายเส้นทาง (Nakagami multipath channel) ซึ่งการเกิดการจาง (fading) ของสัญญาณในแต่ละเส้นทางเป็นอิสระต่อกัน (independent) และมีตัวแปรเสริมเฟดดิ้งของ Nakagami (m) ที่เหมือนกัน (identical Nakagami fading parameter) โดยใช้การมอดูเลตแบบร่วมนัย (coherent demodulation) การวิเคราะห์สมรรถนะของเครื่องรับแบบ RAKE (RAKE receiver) บนช่องสัญญาณการจางแบบ Nakagami ซึ่งเป็นแบบจำลองที่สอดคล้องกับสภาพแวดล้อมทั้งในเมืองชนบท และเมืองใหญ่เนื่องจากเป็นแบบจำลองที่ได้มาจากการทดลอง [3] โดยสอดคล้องกับการแจกแจงของแอมพลิจูด สามารถอธิบายการเฟดแบบอื่นๆได้ด้วยค่าตัวแปรเสริมเฟดดิ้ง (fading parameter) และเพื่อเป็นการสะดวกสำหรับการวิเคราะห์ทางคณิตศาสตร์จะทำการสมมติให้แต่ละเอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

สาขาของไคเวอร์ซิตี (diversity branch) มีการจางแบบเป็นอิสระต่อกันและมีตัวแปรเสริมเฟดดิ้งที่เหมือนกันในแต่ละสาขา เนื่องจากการที่จะได้รับประโยชน์อย่างเต็มที่จากการใช้การรวมไคเวอร์ซิตีจะต้องมีระดับของความมีอิสระเชิงสถิติ (statistical independent) ของการเกิดเฟดดิ้งของสัญญาณที่ได้รับได้ที่มากเพียงพอในแต่ละสาขาของไคเวอร์ซิตี [4] อย่างไรก็ตามเมื่อพิจารณาช่องสัญญาณการแพร่กระจายที่มีคุณลักษณะต่างๆของช่องสัญญาณเป็นตัวแปรสุ่มแล้ว การสมมติที่ใกล้เคียงกับความเป็นจริงมากขึ้นคือการสมมติให้กำลังงานเฉลี่ยและ/หรือตัวแปรเสริมเฟดดิ้งซึ่งมีความแตกต่างกันสำหรับเส้นทางการแพร่กระจายที่ต่างกัน เนื่องจากในความเป็นจริงแล้วสำหรับการสื่อสารเคลื่อนที่ คลื่นวิทยุจะแพร่กระจายไปในเส้นทางที่แตกต่างกัน และจะถูกลดทอนจากการเกิดการจางที่แตกต่างกันก่อนที่จะมาถึงที่เครื่องรับ นอกจากนี้จากข้อมูลที่วัดได้แสดงให้เห็นว่าการสื่อสารเคลื่อนที่ในเขตเมืองไม่เพียงแต่มีการจางที่มีความแตกต่างกันในแต่ละเส้นทางเท่านั้น การจางในแต่ละเส้นทางยังมีความเป็นสหสัมพันธ์ (correlate) ต่อกันอีกด้วยดังที่ Turin [1] ได้ทำการศึกษาไว้สำหรับ Efthymoglou, Aalo และ Helmken [5] ได้ทำการวิเคราะห์สมรรถนะของอัตราความผิดพลาดบิตของเครื่องรับแบบ RAKE ซึ่งเป็นการคิมอคูเลตเชิงเลขทางเฟสแบบร่วมนัยบนช่องสัญญาณการจางแบบ Nakagami โดยมีตัวแปรเสริมเฟดดิ้งที่แปรค่าได้ (arbitrary fading parameter) ผลจากการวิเคราะห์แสดงให้เห็นว่าผลกระทบที่เกิดจากการสมมติให้แต่ละเส้นทางมีพารามิเตอร์การจางแบบ Nakagami ที่ไม่เหมือนกัน (non-identical) มีผลต่อประสิทธิภาพของระบบ DS-CDMA Aalo [6] ได้ทำการศึกษาถึงผลกระทบของการที่แต่ละเส้นทางของการเกิดการจางมีความเป็น สหสัมพันธ์ต่อกัน โดยทำการวิเคราะห์สมรรถนะของ MRC (Maximal Ratio Combiner) ที่มีจำนวนสาขาของไคเวอร์ซิตีที่แปรค่าได้ และสมมติให้แต่ละสาขามีอัตราส่วนของสัญญาณต่อสัญญาณรบกวน (SNR) ที่เหมือนกัน โดยพิจารณาแบบจำลองสหสัมพันธ์ที่มีค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์เป็นแบบคงที่และแบบเอ็กโพเนนเชียล จากผลการศึกษาพบว่าสมรรถนะของระบบจะลดลงเมื่อการเกิดสหสัมพันธ์ระหว่างสาขาของไคเวอร์ซิตีเพิ่มขึ้น

## 1.2 วัตถุประสงค์ของงานวิจัย

- 1) เพื่อศึกษาแบบจำลองของช่องสัญญาณแบบ Nakagami และเครื่องรับแบบ RAKE
- 2) เพื่อศึกษาการหาสมรรถนะของระบบ
- 3) เพื่อทำการศึกษาเปรียบเทียบพารามิเตอร์ที่มีผลต่อสมรรถนะของอัตราบิตผิดพลาดของระบบการเข้าถึงช่องสัญญาณหลายทางแบบสหสัมพันธ์และแบบไม่สหสัมพันธ์

### 1.3 แนวความคิดที่ใช้ในงานวิจัย

เทคนิคการเข้าถึงข้อมูลหลายทางแบบแยกความแตกต่างทางรหัสโดยใช้วิธีการจัดลำดับ โดยตรงเป็นเทคนิคที่นำมาประยุกต์ใช้งานด้าน โทรศัพท์เคลื่อนที่และการสื่อสารดาวเทียม แต่ในระบบการสื่อสารจะมีผลของการเกิดการจางหายของสัญญาณ (fading) สำหรับระบบการสื่อสารในเมืองส่วนมากจะสนใจการเกิดการจางหายของสัญญาณซึ่งมีสาเหตุมาจากการแพร่กระจายคลื่นแบบหลายวิถี (multipath propagation) อันเนื่องมาจากการเกิดการสะท้อน (reflection) การหักเห (refraction) และการเกิด scattering จากตึกและสิ่งที่มีโครงสร้างขนาดใหญ่ ดังนั้นสัญญาณที่รับได้ที่เครื่องรับจะเป็นผลรวมของสัญญาณที่มาจากเส้นทางในการแพร่กระจาย (propagate) ต่างๆกัน ในการวิเคราะห์สมรรถนะของระบบได้ใช้แบบจำลองของช่องสัญญาณแบบ Nakagami ที่สามารถอธิบายผลของช่องสัญญาณที่มีการแจกแจงแบบแบบ Rayleigh ช่องสัญญาณแบบ Rician และแบบ Gaussian ข้างเดียว (one-sided Gaussian) ได้

เทคนิคของการรวมไดเวอร์ซิตีได้ถูกนำมาใช้กันอย่างกว้างขวางเพื่อที่จะลดผลของการเกิดเฟดดิ้งต่อสมรรถนะของระบบ การที่จะได้รับประโยชน์อย่างเต็มที่จากการใช้การรวมไดเวอร์ซิตีจะต้องมีระดับของความมีอิสระเชิงสถิติ (statistical independent) ของการเกิดเฟดดิ้งของสัญญาณที่รับได้ทีละสาขามากเพียงพอในแต่ละสาขาไดเวอร์ซิตี (diversity branch) ซึ่งสำหรับการศึกษานี้จะสมมติว่าความมีอิสระเชิงสถิติระหว่างช่องสัญญาณไดเวอร์ซิตี (diversity channel) จะขึ้นอยู่กับระยะห่างระหว่างช่องสัญญาณ ไดเวอร์ซิตีที่มากเพียงพอเท่านั้น แต่ในความเป็นจริงแล้วสัญญาณที่รับได้ในแต่ละสาขาไดเวอร์ซิตีอาจจะมีความสัมพันธ์ (correlate) ต่อกัน ดังนั้นในการวิเคราะห์สมรรถนะของระบบจึงต้องนำค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ดังกล่าวมาพิจารณาด้วย ซึ่งต่างจากงานวิจัยอื่นๆในอดีตที่ทำการวิเคราะห์สมรรถนะของระบบ DS-CDMA โดยกำหนดให้สัญญาณที่รับได้ในแต่ละสาขาไดเวอร์ซิตีเป็นอิสระต่อกัน ในระบบการสื่อสารเคลื่อนที่นั้นสัญญาณที่สถานีเคลื่อนที่ (mobile station) จะมีค่าสหสัมพันธ์ต่อกันน้อยลง เมื่อระยะห่างระหว่างสายอากาศหรือช่วงห่างของความถี่ (antenna separation หรือ frequency separation) เพิ่มขึ้น

สำหรับการศึกษานี้จะศึกษาผลของช่องสัญญาณสหสัมพันธ์เปรียบเทียบกับแบบไม่สหสัมพันธ์ต่อสมรรถนะของระบบ DS-CDMA ซึ่งใช้เครื่องรับแบบ RAKE สำหรับจำนวน L สาขาใดๆ โดยพิจารณาแบบจำลองช่องสัญญาณสหสัมพันธ์ที่มีค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ลดลงเป็นลักษณะเอ็กโปเนนเชียลเมื่อระยะห่างระหว่างสาขาของเครื่องรับไดเวอร์ซิตีเพิ่มขึ้น และทำการเปรียบเทียบสมรรถนะของระบบกับการวิเคราะห์สมรรถนะของระบบที่กำหนดให้สัญญาณที่รับได้ในแต่ละสาขาไดเวอร์ซิตีเป็นอิสระต่อกันซึ่งจะได้แสดงให้เห็นว่าผลอันเนื่องมาจากค่าสหสัมพันธ์ระหว่างสาขาของไดเวอร์ซิตีมีผลต่อการวิเคราะห์สมรรถนะของระบบและไม่สามารถละเลยได้

## บทที่ 2

# หลักการพื้นฐานของระบบการเข้าถึงช่องสัญญาณหลายทางแบบ การแบ่งรหัส

### 2.1 ระบบการเข้าถึงช่องสัญญาณหลายทาง (Multiple access system)

ระบบสื่อสารอาจแบ่งได้เป็นระบบสื่อสารอนาล็อกและระบบสื่อสารดิจิทัล เมื่อระบบสื่อสารอนาล็อกเริ่มเกิดปัญหาเกี่ยวกับความจุของสัญญาณที่ไม่พอ ทำให้การติดต่อผ่านเครือข่ายระบบสื่อสารอนาล็อกเกิดปัญหาและหยุดชะงัก ดังนั้นจึงเริ่มมีการพัฒนาระบบสื่อสารดิจิทัลขึ้น เพื่อเพิ่มความจุของช่องสัญญาณให้มากขึ้น สามารถแบ่งวิธีการเข้าถึงระบบเครือข่ายช่องสัญญาณดังนี้

- 1) การเข้าถึงช่องสัญญาณหลายทางแบบแบ่งความถี่ (Frequency Division Multiple Access: FDMA) แต่ละช่องสัญญาณจะผลัดเปลี่ยนกันใช้งานที่ความถี่ไม่ตรงกัน
- 2) การเข้าถึงช่องสัญญาณหลายทางแบบแบ่งช่วงเวลา (Time Division Multiple Access : TDMA) แต่ละช่องสัญญาณจะผลัดเปลี่ยนกันใช้แบนด์วิดท์ที่มีช่วงคาบเวลา (Time-sharing)
- 3) การเข้าถึงช่องสัญญาณหลายทางแบบแยกความแตกต่างของรหัส (Code Division Multiple Access : CDMA) แต่ละช่องสัญญาณจะใช้แบนด์วิดท์เดียวกันและเวลาเดียวกันก็ได้และแต่ละช่องสัญญาณจะมีรหัสต่างกัน
- 4) การเข้าถึงช่องสัญญาณหลายทางแบบแบ่งแยกด้วยโพลาไรซ์เซชัน (Polarization Division Multiple Access : PDMA) แต่ละช่องสัญญาณใช้โพลาไรซ์ต่างกัน ซึ่งวิธีนี้ไม่ถูกนำมาใช้กับระบบวิทยุโทรศัพท์เคลื่อนที่
- 5) การเข้าถึงช่องสัญญาณหลายทางแบบแยกด้วยสเปซ (Space Division Multiple Access : SDMA) วิธีนี้ถูกกำหนดเพื่อนำมาใช้กับดาวเทียมที่มีสายอากาศต่างกัน สามารถใช้ความถี่เดียวกันก็ได้

#### 2.1.1 การเข้าถึงช่องสัญญาณหลายทางแบบแบ่งความถี่ (FDMA)

FDMA เป็นระบบการเข้าถึงข้อมูลที่ใช้ในระบบอนาล็อกแบบแบ่งความถี่และใช้กันอย่างกว้างขวาง ในระบบดาวเทียมสื่อสารทั่วโลกหลายระบบด้วยกันรวมทั้งระบบอินเทลแซต โดยใช้การทำงานของโครงข่ายไมโครเวฟ ภาคพื้นดินแม้ว่าประสิทธิภาพการใช้วงจรจะต่ำก็ตาม จากการเข้าถึงหลายทางในระบบดาวเทียมอินเทลแซต IV-A ปรากฏว่าประสิทธิภาพการใช้งานความถี่ของระบบการเข้าถึงหลายทางแบบแบ่งความถี่ผันแปรตามขนาดของคลื่นพาห์เช่น 9.6 ช่อง/MHz เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

สำหรับตัวพาห้คลื่นเดียวที่มีความกว้างแถบ 2.5 MHz และ 31.7 ช่อง/MHz ที่มีความกว้างแถบ 25 MHz ปัจจุบันระบบอินเทลแซต ใช้ระบบคลื่นพาห้ปลายทาง (multi-destination carrier) ซึ่งสัญญาณเบสแบนด์หลายๆ สัญญาณที่จะส่งไปตามสถานีคมนาคมภาคพื้นดินจำนวนหนึ่งจะมอดูเลตคลื่นพาห้ร่วมกัน (common carrier) แล้วส่งไปโดยวิธีการของระบบนี้ อย่างไรก็ตามประสิทธิภาพของการใช้วงจรจะลดลงถ้าจำนวนสถานีคมนาคมภาคพื้นดินเพิ่มขึ้น ในกรณีของการสื่อสารที่ต้องการความจุต่ำ (low capacity traffic) เรานิยมใช้ระบบ FDMA ชนิด เอสซีพีซี (SCPC) ที่ใช้การกำหนดค่วงหน้าหรือ สเปค (SPADE) ที่ใช้กำหนดตามคำขอเป็นเทคนิคการเข้าถึงแบบหลายทางที่นับได้ว่าเป็นมาตรฐานของระบบโทรศัพท์เคลื่อนที่ชนิดอนาล็อก เทคนิค FDMA กำหนดให้ผู้ให้บริการรายหนึ่งครอบครองช่องสื่อสารวิทยุช่องหนึ่งไปตลอดเวลาที่มีการใช้

### 2.1.2 การเข้าถึงช่องสัญญาณหลายทางแบบแบ่งเวลา (TDMA)

ระบบ TDMA เป็นระบบที่พัฒนาขึ้นมาเพื่อแก้ปัญหาที่เกิดจากการใช้ระบบ FDMA ในระบบนี้สัญญาณดิจิทัลที่เกิดจากการมัลติเพล็กซ์ โดยการแบ่งทางเวลาจะมอดูเลตตัวคลื่นพาห้คลื่นเดียวส่งและรับโดยสถานีคมนาคมภาคพื้นดินจำนวนหนึ่ง โดยผ่านทางทรานส์สปอนเดอร์ของดาวเทียมสื่อสารร่วมกันแม้ว่าระบบจะต้องการเทคนิคการซิงโครไนซ์ และความกว้างแถบที่ใช้ความถี่กำหนดมาสามารถใช้อย่างมีประสิทธิภาพสูงได้เนื่องจากสามารถใช้เทคนิค DSI (Digital Speech Interpolation) ได้ง่ายกว่า ระบบนี้ให้ความคล่องตัวในการปฏิบัติการสื่อสาร เทคนิคการเข้าถึงแบบ TDMA เป็นระบบ IS-54 การแบ่งช่องสื่อสารวิทยุแต่ละช่องของเทคนิค TDMA กำหนดให้มีแบนด์วิดท์ช่องละ 30 kHz แต่ละจุดเด่นที่ระบบ IS-54 เหนือกว่าแบบ FDMA ก็คือในหนึ่งช่องสื่อสารวิทยุจะมีการแบ่งช่วงเวลาในการใช้งานออกเป็น 3 ช่วงสลับกันไป ทำให้สามารถรองรับผู้ใช้บริการได้ถึง 3 รายการต่อหนึ่งช่องความถี่ การใช้งานของผู้ใช้บริการแต่ละรายจะเป็นไปตามช่วงเวลาที่ถูกกำหนดไว้ เรียกว่าช่วงเวลา (time slot) หากพิจารณาให้ละเอียดจะพบว่าระบบโทรศัพท์เคลื่อนที่ซึ่งใช้เทคนิค TDMA ทุกระบบต่างก็ใช้เทคนิคของ FDMA เป็นพื้นฐาน เพราะยังมีการแบ่งช่องสื่อสารวิทยุออกเป็นช่องๆ ตามช่องความถี่ แล้วจึงนำแต่ละช่องมาแบ่งตามช่วงเวลา

ภายในช่องสื่อสารวิทยุของระบบ IS-54 ซึ่งได้ประกอบไปด้วยเวลา 3 ช่องจะมีการแบ่งแต่ละช่วงเวลาให้ผู้ให้บริการแต่ละรายที่กำหนดโทรศัพท์ผู้ใช้แต่ละคนจะสามารถรับหรือส่งข้อความได้เฉพาะช่วงเวลาของตนได้รับสิทธิเท่านั้น ช่วงเวลาอื่นๆ จะถูกใช้งานโดยผู้ใช้บริการรายอื่น แต่เนื่องจากช่วงเวลาแต่ละช่องกินเวลาระยะสั้นมากจนประสาทของมนุษย์ไม่สามารถแยกแยะได้ว่าการแบ่งเวลาออกเป็นช่วงให้ใช้งาน ทำให้ผู้ใช้โทรศัพท์สามารถใช้โทรศัพท์พูดคุยได้ตลอดเวลา ไม่มีการติดขัดแต่อย่างใด

ระบบโทรศัพท์เคลื่อนที่ GSM เป็นอีกระบบหนึ่งที่ใช้เทคนิค TDMA เพียงแต่แบนด์วิดท์ของช่องสัญญาณวิทยุแต่ละช่องมีขนาดเป็น 200 kHz และมีการแบ่งช่องสื่อสารวิทยุออกเป็น 8 ช่วงเวลา

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

เมื่อพิจารณาแล้วจะเห็นว่าระบบ GSM ก็มีได้เพิ่มประสิทธิภาพในการใช้ย่านความถี่ให้เหนือระบบอนาล็อกแต่ประการใดทั้งนี้เนื่องจากการใช้ย่านความถี่ความถี่กว้าง 200 kHz สำหรับรองรับผู้ใช้บริการ 8 ราย ซึ่งก็เป็นตัวเลขเดียวกับระบบอนาล็อกซึ่งผู้ใช้บริการแต่ละรายใช้ช่องสื่อสารวิทยุขนาด 25 kHz รวม 8 ราย ก็ยังคงใช้แบนด์วิดท์ขนาด 200 kHz อยู่เช่นเดียวกัน

### 2.1.3 การเข้าถึงช่องสัญญาณหลายทางแบบการแบ่งรหัส (CDMA)

ระบบ CDMA เป็นระบบที่มีคุณสมบัติของการเข้าถึงหลายทางโดยการเข้ารหัส (Coding) โดยแต่ละผู้ใช้งานจะมีรหัสเฉพาะที่แตกต่างกันในแต่ละผู้ใช้งาน เพื่อใช้ในการเข้ารหัสข้อมูลที่ต้องการส่ง โดยที่เครื่องรับจะรู้รหัสของผู้ใช้งานและจะทำการถอดรหัสดังกล่าวหลังจากรับสัญญาณได้และนำไปแปลงเพื่อให้ได้สัญญาณเดิมกลับมา เมื่อแบนด์วิดท์ของสัญญาณรหัสมากกว่าแบนด์วิดท์ของข้อมูลที่ต้องการส่ง ซึ่งการเข้ารหัสจะเป็นการแผ่สเปกตรัมของสัญญาณและเรียกว่า การมอดูเลตแบบสเปกตรัมแผ่ (Spread Spectrum modulation)

ข้อกำหนดในการบ่งบอกว่าเป็นการมอดูเลตแบบสเปกตรัมแผ่มี 2 ข้อ คือ

- 1) แบนด์วิดท์ของสัญญาณที่ส่งออกไปต้องมากกว่าแบนด์วิดท์ของข้อมูลที่ยังไม่เข้ารหัสสเปกตรัมแผ่
- 2) แบนด์วิดท์ของสัญญาณที่ส่งออกไปไม่ขึ้นอยู่กับข้อมูลที่ยังไม่เข้ารหัสสเปกตรัมแผ่นั้นคือการมอดูเลตแบบสเปกตรัมแผ่จะแปลงสัญญาณข้อมูลข่าวสารไปเป็นสัญญาณส่งออกอากาศที่มีแบนด์วิดท์มากขึ้น ซึ่งทำได้โดยการเข้ารหัสสัญญาณข้อมูลโดยสัญญาณรหัสนี้จะไม่ขึ้นอยู่กับข้อมูลและมีความกว้างของสเปกตรัมมากกว่าสัญญาณข้อมูลและจะกระจายกำลังของสัญญาณตลอดช่วงแบนด์วิดท์กว้างทำให้ มีความหนาแน่นกำลังที่ต่ำ อัตราส่วนของแบนด์วิดท์ที่ทำการส่งกับแบนด์วิดท์ของข้อมูลเรียกว่า อัตราขยายประมวลผล (Processing Gain : Gp) ของระบบสเปกตรัมแผ่

$$G_p = \frac{B_t}{B_i}$$

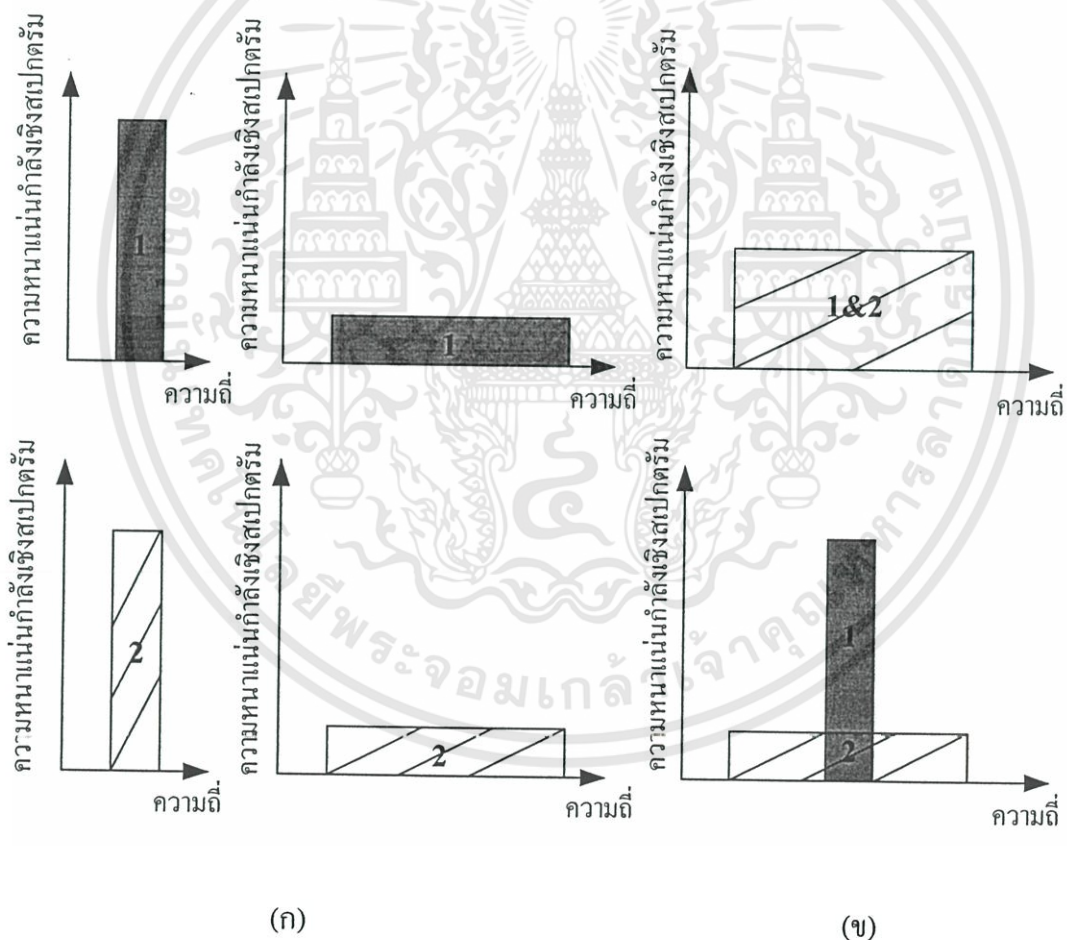
โดย  $B_t$  คือแบนด์วิดท์ที่ทำการส่งหลังการเข้ารหัส

$B_i$  คือแบนด์วิดท์ของข้อมูลก่อนการเข้ารหัส

ที่เครื่องรับจะเปรียบเทียบสัญญาณที่รับได้กับสัญญาณรหัสเพื่อให้ได้ข้อมูลเดิมก่อนการเข้ารหัสออกมานั้นคือเครื่องรับจะต้องรู้รหัสที่ใช้ในการมอดูเลตก่อน สัญญาณสเปกตรัมแผ่จะมีคุณสมบัติที่แตกต่างจากสัญญาณแถบแคบนี้

### 1) ความสามารถของการเข้าถึงหลายทาง

ถ้ามีการส่งสัญญาณที่มีการแผ่สเปกตรัม เมื่อมีผู้ใช้งานหลายคนในเวลาเดียวกัน ทางเครื่องรับก็สามารถแยกผู้ใช้งานแต่ละรายได้โดยใช้รหัสที่แตกต่างกันของแต่ละผู้ใช้งานซึ่งรหัสดังกล่าวต้องมีค่าสหสัมพันธ์ข้าม (Cross correlation) ที่ต่ำพอ การหาค่าสหสัมพันธ์ของสัญญาณที่รับได้ด้วยรหัสสเปกตรัมแผ่จะคิสเปกตรัมสัญญาณของผู้ใช้งานนั้นแต่จะทำการแผ่สเปกตรัมของสัญญาณของผู้ใช้รายอื่นแทน นั่นคือกำลังของสัญญาณในแบนด์วิดท์ของข้อมูลจะมากกว่ากำลังของสัญญาณการแทรกสอดซึ่งทำให้สามารถแยกสัญญาณที่ต้องการได้ โดยความสามารถของการเข้าถึงหลายทางแสดงในรูปที่ 2.1 โดยรูปที่ 2.1(ก) แสดงผู้ใช้งาน 2 ผู้ใช้งานสร้างสัญญาณที่มีการแผ่สเปกตรัม จากสัญญาณข้อมูลแถบแคบ ในรูปที่ 2.1(ข) ผู้ใช้งานทั้ง 2 ส่งสัญญาณที่มีการแผ่สเปกตรัมในเวลาเดียวกัน แต่สัญญาณจาก 1 เท่านั้นที่จะถูกคิสเปกกลับมาที่เครื่องรับ



รูปที่ 2.1 หลักการเข้าถึงหลายทางของระบบที่มีการแผ่สเปกตรัม

## 2) การป้องกันการแทรกสอดแบบหลายวิถี

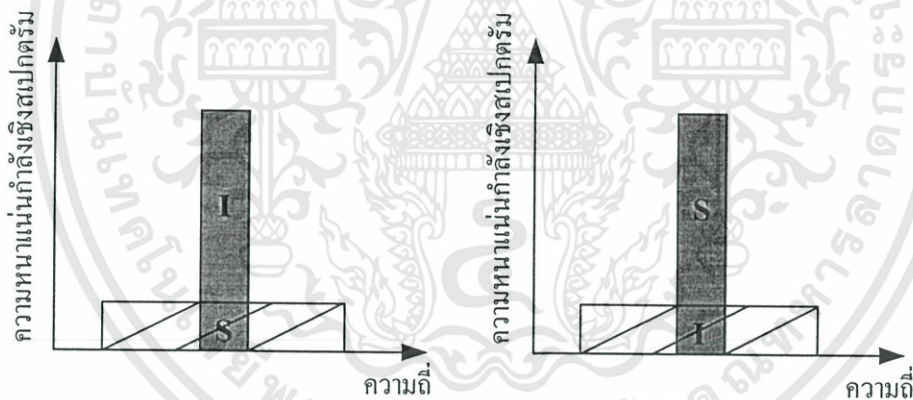
ในช่วงสัญญาณวิทยุสัญญาณระหว่างเครื่องรับ-ส่งจะมีจำนวนเส้นทางมากกว่า 1 วิถี อันเนื่องมาจากการสะท้อนและการหักเห ซึ่งสัญญาณในวิถีต่างๆ คือสัญญาณที่ถูกส่งมาต่างกันที่ขนาดแอมพลิจูดและเฟสเมื่อรวมสัญญาณดังกล่าวที่เครื่องรับก็จะเกิดการเสริมกันบางความถี่และหักล้างกันบางความถี่ ซึ่งการมอดูเลตแบบสเปกตรัมแผ่สามารถแก้ปัญหาดังกล่าวได้ โดยขึ้นกับชนิดของวิธีการมอดูเลตที่ใช้

## 3) เป็นระบบส่วนบุคคล

นั่นคือเครื่องรับจะดีสเพลสได้ต้องรู้รหัสของสัญญาณที่ต้องการเท่านั้น

## 4) ลดผลจากการแทรกสอด

สหสัมพันธ์ข้ามของสัญญาณรหัสดับสัญญาณแถบแคบจะเป็นการกระจายกำลังงานของสัญญาณแถบแคบนั้นคือ ไปลดกำลังของสัญญาณแทรกสอดในแบนด์วิดท์ของข้อมูล ซึ่งแสดงดังรูปที่ 2.2 โดยสัญญาณที่มีการแผ่กระจายสเปกตรัม (S) กับสัญญาณการแทรกสอดแถบแคบ (I) ที่เครื่องรับ สัญญาณที่มีการแผ่สเปกตรัมจะดีสเพลสในขณะที่สัญญาณแทรกสอดจะถูกแผ่สเปกตรัมกลายเป็นสัญญาณรบกวนพื้นหลัง (background noise) เมื่อเทียบกับสัญญาณที่ดีสเพลส



รูปที่ 2.2 การลดผลของการแทรกสอดของระบบ CDMA

## 2.2 การมอดูเลตแบบสเปกตรัมแผ่ (Spread Spectrum Modulation : SS Modulation)

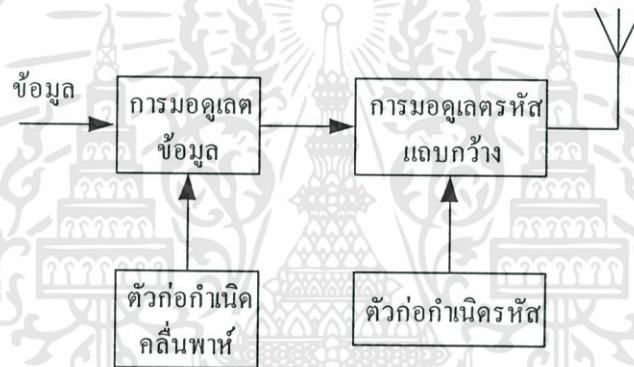
ระบบ CDMA ใช้หลักการมอดูเลตแบบสเปกตรัมแผ่ ทำให้ข้อมูลสื่อสารที่ใช้ในการสื่อสารถูกแผ่กระจายไปบนแถบความถี่ให้มีแบนด์วิดท์กว้างกว่าแบนด์วิดท์ของสัญญาณข้อมูลที่ต้องการจะส่งมาก ซึ่งสามารถแบ่งได้ดังนี้

### 2.2.1 การจัดลำดับโดยตรง (Direct Sequence : DS) โดยสัญญาณข้อมูลจะถูกคูณโดยตรงกับรหัสข้อมูลที่มีความเร็วสูง

- 2.2.2 การกระโดดทางความถี่ (Frequency Hopping : FH) โดยความถี่คลื่นพาห้ของสัญญาณข้อมูลที่ถูกส่งไปจะมีการเปลี่ยนแปลงอย่างรวดเร็วอันเนื่องมาจากรหัสข้อมูล
- 2.2.3 การกระโดดทางเวลา (Time Hopping : TH) สัญญาณข้อมูลไม่ได้ส่งอย่างต่อเนื่องแต่จะส่งเป็นเบิร์สต์สั้น ๆ โดยเวลาที่ส่งจะเป็นไปตามรหัสข้อมูล
- 2.2.4 วิธีการมอดูเลตแบบไฮบริดเป็นการรวมเอาเทคนิค 2 หรือมากกว่าของเทคนิคที่กล่าวมาข้างต้น ใช้ด้วยกันเพื่อแก้ไขข้อบกพร่องของแต่ละวิธี

### 2.2.1 การจัดลำดับโดยตรง (Direct Sequence : DS)

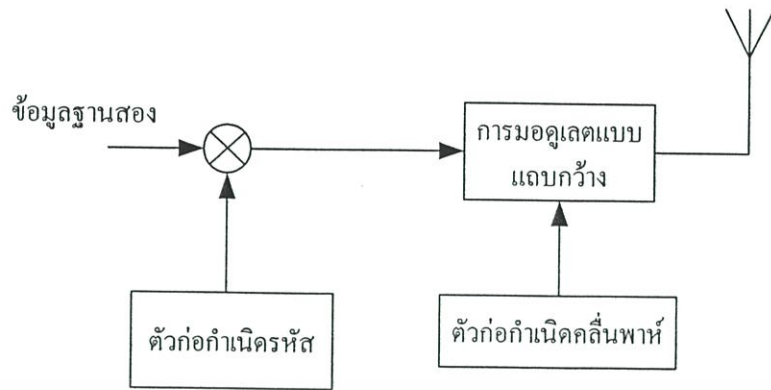
ใน DS-CDMA สัญญาณข้อมูลจะถูกมอดูเลตโดยตรงกับสัญญาณรหัสดิจิทัล โดยสัญญาณข้อมูลอาจจะเป็นสัญญาณดิจิทัลหรืออนาล็อกก็ได้ สัญญาณข้อมูลจะถูกคูณกับสัญญาณรหัสและได้สัญญาณที่มอดูเลตเป็นคลื่นพาห้แบบแถบกว้างซึ่งเป็นเหตุผลที่เรียกวิธีนี้ว่า DS-CDMA



รูปที่ 2.3 เครื่องส่งแบบ DS-CDMA

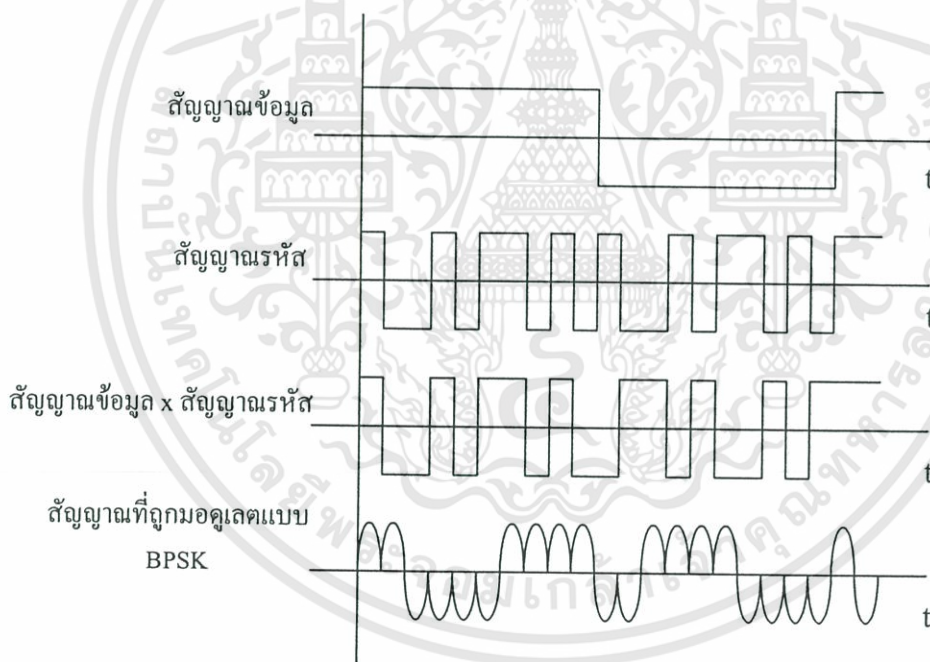
ในรูปที่ 2.3 แสดงบล็อกไดอะแกรม ของเครื่องส่ง DS-CDMA โดยข้อมูลฐานสองจะมอดูเลตกับคลื่นพาห้ RF แล้วจึงนำไปมอดูเลตกับสัญญาณรหัสอีกครั้งซึ่งสัญญาณรหัสจะประกอบไปด้วยบิตรหัส หรือ ชิพ (Chips) ที่เป็น + 1 หรือ - 1 เพื่อให้เกิดการแผ่สเปกตรัมสำหรับส่วนของการมอดูเลตรหัส มีการนำเทคนิคการมอดูเลตหลายอย่างมา เช่น BPSK, DBPSK, QPSK, หรือ MPSK

เมื่อไม่สนใจส่วนของการมอดูเลตข้อมูลและใช้เทคนิค BPSK สำหรับการมอดูเลต รหัสแสดงดังบล็อกไดอะแกรมในรูปที่ 2.4



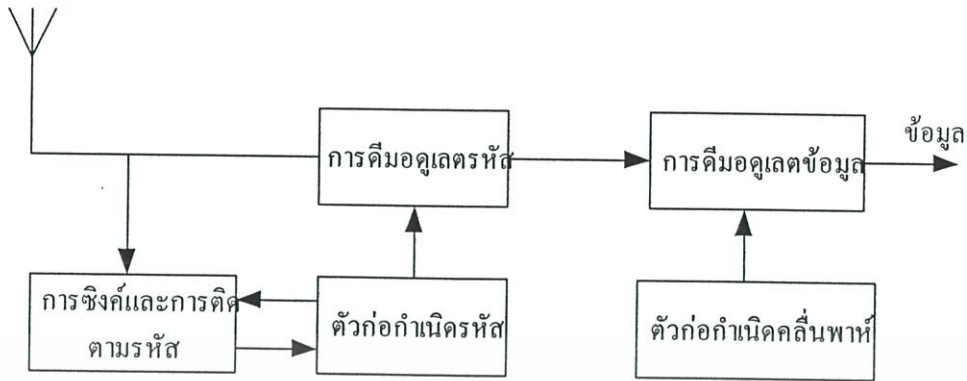
รูปที่ 2.4 เครื่องส่งแบบ DS-SS ที่ดัดแปลงแล้ว

สัญญาณ DS-SS ที่ได้จากเครื่องส่งดังกล่าว แสดงในรูปที่ 2.5 โดยใช้รหัสข้อมูล 10 บิตต่อสัญญาณข้อมูล 1 บิต ซึ่งมีอัตราขยายการประมวลผลจะมากกว่านี้มาก (ระหว่าง  $10^2$  ถึง  $10^3$ )



รูปที่ 2.5 ลักษณะของสัญญาณในระบบ DS-SS

ที่เครื่องรับดังรูปที่ 2.6 โดยใช้การดีมอดูเลตแบบร่วมนัย (Coherent) เพื่อดีสเปสสัญญาณสเปกตรัมแผ่โดยใช้ตัวกำหนดลำดับรหัส ซึ่งกระบวนการดีสเปสทางเครื่องรับนอกจากนี้ต้องรู้รหัสแล้รรหัสที่ได้จากสัญญาณที่รับได้และที่สร้างใหม่ต้องซิงโครไนซ์ตลอดจนกว่าจะได้รับสัญญาณทั้งหมด ซึ่งส่วนของการซิงโครไนซ์และการติดตามของรหัส (synchronize / tracking code) จะทำหน้าที่ดังกล่าว หลังจากผ่านส่วนดีสเปสและดีมอดูเลตแล้วจะได้สัญญาณเดิมกลับคืนมา



รูปที่ 2.6 เครื่องรับแบบ DS-SS

### 2.2.1.1 คุณสมบัติของระบบ DS-SS

#### 1) การเข้าถึงช่องสัญญาณหลายทาง

เมื่อมีผู้ใช้งานหลายคนใช้งานช่องสัญญาณพร้อมกันในเวลาเดียวกัน สัญญาณ DS จะเกิดการซ้อนทับกันในเวลาและความถี่ ที่เครื่องรับแบบร่วมนัยที่ถูกใช้ในการคิมอดูเลตส่วนของรหัสออกไป เมื่อพิจารณากำลังงานของผู้ใช้งานที่ต้องการในแบนด์วิดท์ของข้อมูล ถ้าสหสัมพันธ์ข้ามระหว่างรหัสของผู้ใช้งานที่ต้องการกับรหัสของสัญญาณแทรกสอดมีค่าน้อย การตีเทคแบบร่วมนัยจะทำให้เกิดกำลังงานของสัญญาณแทรกสอดในแบนด์วิดท์ของข้อมูลในขนาดที่ต่ำ

#### 2) การแทรกสอดหลายวิถี

ถ้าลำดับรหัสมีคุณสมบัติอัตโนมัติสหสัมพันธ์ (Autocorrelation) เป็นแบบอุดมคติ ซึ่งจะมีค่าเป็น 0 เมื่ออยู่นอก  $[-T_c, T_c]$  โดย  $T_c$  คือค่าความกว้างของชิปนั่นคือถ้าสัญญาณที่ต้องการมีค่าประวิงเวลามากกว่า  $2T_c$  การคิมอดูเลตแบบร่วมนัยจะทำให้สัญญาณดังกล่าวเป็นสัญญาณการแทรกสอด ซึ่งทำให้กำลังงานในแบนด์วิดท์ของข้อมูลมีขนาดที่ต่ำ

#### 3) การแทรกสอดแบบแถบแคบ

การตีเทคแบบร่วมนัยที่เครื่องรับรวมถึงการคูณสัญญาณที่ได้รับได้กับลำดับของรหัสที่สร้างขึ้นใหม่โดยแหล่งกำเนิดรหัส อย่างไรก็ตามที่เครื่องส่งการคูณสัญญาณแถบแคบด้วยรหัสแถบกว้างจะทำการแผ่สเปกตรัมสัญญาณแถบแคบ ดังนั้นกำลังงานในแบนด์วิดท์ของข้อมูลจะลดลงโดยตัวประกอบที่มีค่าเท่ากับอัตราขยายการประมวลผล

จากคุณสมบัติดังกล่าว สามารถสรุปถึง ข้อดี และข้อเสียของ DS-SS ได้ดังนี้  
ข้อดีของระบบ DS-SS

- 1) สัญญาณรหัสสร้างได้ง่ายโดยการคูณธรรมดา
- 2) ใช้ความถี่คลื่นพาห้เพียงความถี่เดียวทำให้การสังเคราะห์ความถี่ทำได้ง่ายสร้างได้ง่าย

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

### 3) สามารถใช้ในการคิ่มอดูเลตแบบร่วมนัยได้

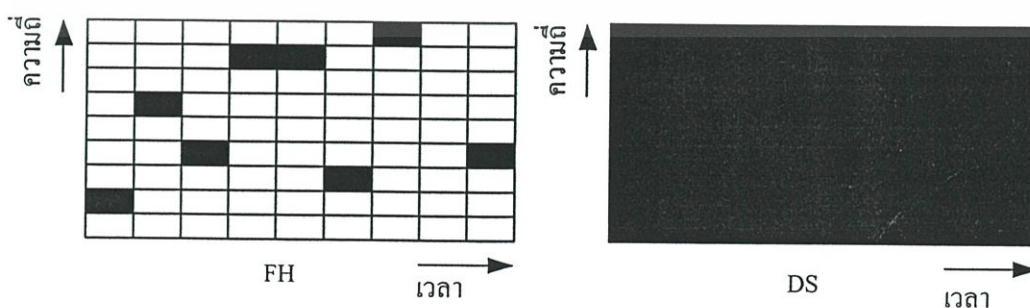
#### ข้อเสียของระบบ DS-CDMA

- 1) การค้นเป้า (Acquire) และการรักษาสภาพการซิงโครไนซ์ (Synchronize) ของสัญญาณที่รับได้และสัญญาณรหัสทำได้ยาก เนื่องจากต้องทำในขนาดความกว้างซิปซึ่งมีขนาดเล็ก
- 2) เนื่องจากการซิงโครไนซ์ของสัญญาณที่รับได้กับสัญญาณรหัสที่สร้างใหม่ทำได้ยากทำให้แบนด์วิดท์ทั้งหมดที่กระจายถูกจำกัดในช่วง 10 ถึง 20 MHz
- 3) กำลังงานที่รับได้จาก ผู้ใช้งานที่ใกล้สถานีฐาน (base station) มีค่ามากกว่าที่รับได้จากที่ที่ไกลกว่าทำให้ผู้ใช้งานที่ใกล้สถานีฐานจะสร้างสัญญาณแทรกสอดให้กับผู้ใช้งานที่อยู่ไกลออกไปทำให้รับสัญญาณได้ยากขึ้นซึ่งผลของความใกล้-ไกล (near – far effect) แก้ได้โดยการควบคุมกำลังงานเพื่อให้ทุกสัญญาณจากทุกผู้ใช้งานมีกำลังงานเฉลี่ยที่เท่ากันที่สถานีฐาน แต่อย่างไรก็ดีการควบคุมดังกล่าวทำได้ยาก

#### 2.2.2 วิธีการกระโดดของความถี่ (Frequency Hopping : FH)

ในวิธีการนี้ความถี่คลื่นพาห์ของสัญญาณข่าวสารที่ถูกมอดูเลตจะไม่คงที่แต่จะเปลี่ยนไปในลักษณะที่มีคาบในช่วงเวลา T ความถี่คลื่นพาห์จะคงที่แต่จะเปลี่ยนไปในแต่ละช่วงเวลา ซึ่งรูปแบบการกระโดดนี้จะเป็นไปตามสัญญาณรหัสซึ่งเซตของความถี่ที่เป็นไปได้จะเรียกว่าเซตของการกระโดด (Hop-Set) ซึ่งการครอบครองความถี่จะแตกต่างกันกรณีของวิธีการจัดลำดับโดยตรง โดยวิธีดังกล่าวจะใช้แบนด์วิดท์ทั้งหมด เพื่อใช้ในการส่งข้อมูลในขณะที่วิธีการกระโดดความถี่จะใช้แบนด์วิดท์เพียงส่วนเล็กๆ เพื่อใช้ในการส่งแต่ความถี่จะเปลี่ยนไปในเวลาที่ต่างกัน

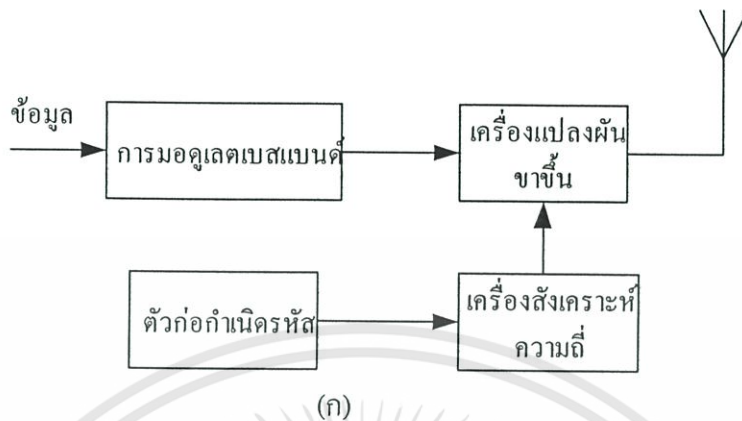
สมมติว่าวิธีการกระโดดความถี่ส่งในความถี่ที่ 2 ในช่วงคาบเวลาแรกดังรูปที่ 2.7 ระบบ DS จะส่งในช่วงเวลาเดียวกันตลอดช่วงความถี่ ดังนั้นค่ากำลังงานที่ส่งในช่วงความถี่ 1 จะน้อยกว่าในระบบ FH อย่างไรก็ตามวิธีระบบ DS ส่งความถี่ 1 ตลอดช่วงเวลา ในขณะที่ระบบ FH จะส่งในช่วงความถี่นี้เฉพาะในช่วงเวลาเท่านั้น ในระบบทั้งสองจะมีค่ากำลังงานในช่วงความถี่เท่ากัน ความแตกต่างของการใช้ความถี่ในระบบ FH และ DS แสดงดังรูปที่ 2.7



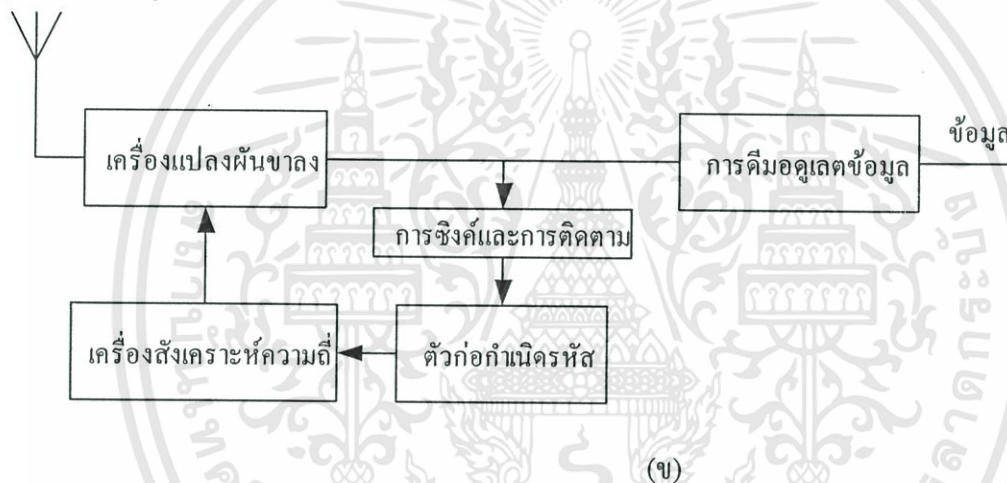
รูปที่ 2.7 เปรียบเทียบลักษณะของเวลา/ความถี่ ของระบบ DS และ FH

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

สำหรับบล็อกโคแอดโมเดมของระบบ FH แสดงในรูปที่ 2.8



รูปที่ 2.8 (ก) รูปเครื่องส่งแบบ FH-CDMA



รูปที่ 2.8 (ต่อ) (ข) รูปเครื่องรับของระบบ FH-CDMA

สัญญาณข้อมูลจะถูกมอดูเลตกับคลื่นพาห์ซึ่งนิยมใช้วิธีการมอดูเลตแบบ FM กับสัญญาณอนาล็อกและ GSK ในการมอดูเลตแบบดิจิทัลและการใช้การสังเคราะห์ความถี่ที่มีความเร็วสูงที่ถูกควบคุมโดยสัญญาณรหัสและความถี่คลื่นพาห์จะถูกแปลงความถี่ขึ้นกลายเป็นความถี่ที่ใช้ในการส่งที่เครื่องรับโดยใช้แหล่งกำเนิดลำดับรหัสสัญญาณที่รับได้จะถูกแปลงความถี่เป็นสัญญาณเบสแบนด์ที่ถูกมอดูเลตกับคลื่นพาห์ ซึ่งข้อมูลดังกล่าวจะได้กลับมาหลังจากการดีมอดูเลต ส่วนของวงจรซิงโครไนซ์ / ติดตาม (Synchronize/tracking) ทำให้แน่ใจว่าการกระโดดที่เกิดจากแหล่งกำเนิดคลื่นพาห์จะซิงโครไนซ์กับรูปแบบการกระโดดของคลื่นพาห์ที่รับได้เพื่อให้เกิดการดีสเปสที่ถูกต้อง

ในระบบกระโดดความถี่ของ CDMA ยังสามารถแบ่งได้ 2 ชนิด คือ ถ้าจำนวนของการกระโดดมากกว่าอัตราข้อมูล กล่าวได้ว่าเป็นการกระโดดแบบเร็ว (Fast Frequency Hop CDMA : F-FH

CDMA) ในกรณีนี้ความถี่คลื่นพาห้จะเปลี่ยนหลายครั้งตลอดการส่ง 1 บิต นั่นคือข้อมูล 1 บิต จะถูกส่งในความถี่ที่แตกต่างกัน ถ้าจำนวนการกระโดดน้อยกว่าอัตราข้อมูลกล่าวได้ว่าเป็นการกระโดดแบบช้า (Slow Frequency Hop CDMA : S-FH CDMA) ในกรณีนี้ข้อมูลหลายบิตจะถูกส่งที่ความถี่เดียวกับแบนด์วิดท์ของสัญญาณในการกระโดดแต่ละครั้งจะขึ้นอยู่กับแบนด์วิดท์ของสัญญาณข้อมูลและรูปร่างของสัญญาณการกระโดด (Hopping signal) และความถี่การกระโดด (Hopping Frequency) ถ้ากรณีของการกระโดดแบบช้า แบนด์วิดท์ของสัญญาณจะเป็นตัววัดตัวแปรสำคัญในการกำหนดขนาดของแบนด์วิดท์ที่ใช้งาน ถ้ากรณีการกระโดดแบบเร็วรูปร่างของสัญญาณการกระโดด (Hopping signal) จะเป็นตัวแปรสำคัญในการกำหนดขนาดของแบนด์วิดท์ที่ใช้งานในการกระโดดแต่ละครั้ง

### 2.2.2.1 คุณสมบัติของระบบ FH-CDMA

#### 1) การเข้าถึงช่องสัญญาณหลายทาง

ในกรณีของการกระโดดแบบเร็วข้อมูลจำนวน 1 บิตจะถูกส่งในความถี่ที่แตกต่างกันหลายความถี่ ถ้าแถบความถี่ส่วนใหญ่ถูกใช้งานโดยผู้ใช้เดี่ยวกำลังงานของสัญญาณที่รับได้จะมากกว่ากำลังงานของสัญญาณแทรกสอดและจะรับสัญญาณได้ถูกต้อง

ในกรณีของการกระโดดแบบช้าข้อมูลหลายบิตจะถูกส่งในความถี่เดียวกันคำขอ สัญญาณของผู้ใช้งานที่ต้องการจะรับได้อย่างถูกต้องหากเกิดมีสัญญาณแทรกสอดของผู้ใช้งานที่ส่งในช่วงเวลาดังกล่าว การใช้รหัสแก้ไขความผิดพลาด (Error – correcting code) จะทำให้ได้ข้อมูลที่ต้องการกลับคืนมา

#### 2) การแทรกสอดแบบหลายวิถี

ในกรณีการกระโดดแบบเร็ว ความถี่คลื่นพาห้จะเปลี่ยนหลายครั้งในช่วง 1 บิต ดังนั้นสัญญาณจะถูกมอดูเลตและถูกส่งไปบนความถี่คลื่นพาห้หลายความถี่ ผลของการแทรกสอดหลายวิถีจะแตกต่างกันในความถี่คลื่นพาห้ที่แตกต่างกัน นั่นคือสัญญาณจะถูกขยายที่ความถี่หนึ่งแต่จะถูกลดทอนที่อีกความถี่หนึ่ง ที่เครื่องรับผลตอบสนองที่ความถี่ที่แตกต่างกันจะถูกเฉลี่ยทำให้ลดผลของการแทรกสอดหลายวิถี ซึ่งในระบบ DS-CDMA จะลดส่วนการแทรกสอดหลายวิถีได้ดีกว่า

#### 3) สัญญาณการแทรกสอดแบบแถบแคบ

สมมติให้เกิดการแทรกสอดแบบแถบแคบที่ความถี่หนึ่งในความถี่ของการกระโดด ถ้าให้  $G_p$  คือความถี่ของการกระโดด ( $G_p$  คือ อัตราขยายการประมวลผล) ผู้ใช้งานที่ต้องการส่งจะใช้ความถี่การกระโดด โดยการแทรกสอดจะมีโอกาสเกิด  $1/G_p$  ที่เวลาใดๆ ซึ่งการแทรกสอดดังกล่าว จะลดลงด้วยตัวประกอบ  $G_p$

#### 4) ความน่าจะเป็นของการถูกค้ำจั้นของสัญญาณมีค่าต่ำ (LPI)

ความยากในการรับสัญญาณของระบบ FH ไม่ได้ขึ้นอยู่กับกรณีกำลังส่งที่ต่ำเหมือนในระบบ DS-CDMA แต่อาศัยความถี่ที่สัญญาณทำการส่งซึ่งต้องรู้ล่วงหน้าและช่วงเวลาในการส่งแต่ละความถี่มีค่าน้อย

จากคุณสมบัติดังกล่าวสามารถสรุปถึงข้อดีและข้อเสียของ FH-CDMA ได้ดังนี้  
ข้อดีของระบบ FH-CDMA

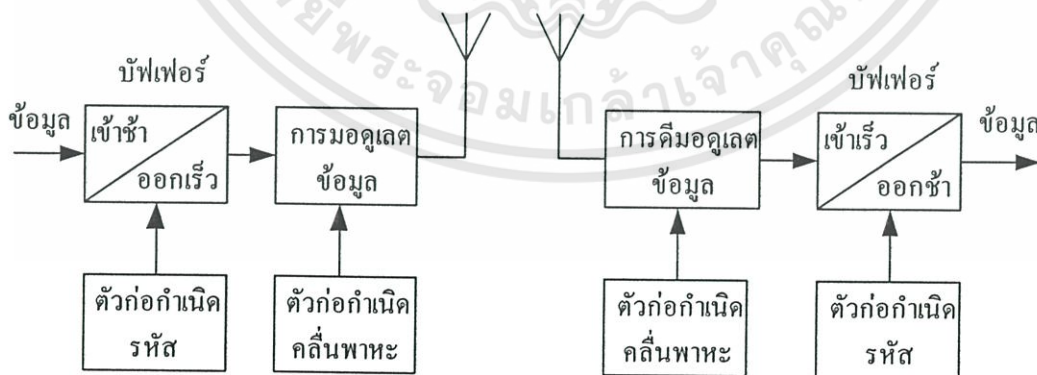
- 1) การชิงโครโนซ์ในระบบ FH-CDMA จะง่ายกว่าในระบบ DS-CDMA เนื่องจากในระบบ FH-CDMA การชิงโครโนซ์จะขึ้นอยู่กับช่วงเวลาในการกระโดดที่ความถี่สูงแต่ขึ้นอยู่กับเซตของการกระโดดที่มาก ซึ่งช่วงเวลาการกระโดดจะมีค่ามากกว่าช่วงเวลาของชิปของระบบ DS-CDMA ดังนั้นระบบ FH-CDMA จึงยอมให้มีความผิดพลาดของการชิงโครโนซ์ได้มากกว่า
- 2) เนื่องจาก FH-CDMA มีความน่าจะเป็นที่ผู้ใช้งานต่างกันจะใช้ช่วงความถี่เดียวกันมีค่าต่ำ นั่นคือถ้าผู้ใช้งานที่ไกลจากสถานีฐานส่งข้อมูลมาและที่สถานีฐานได้รับพร้อมกันสัญญาณของผู้ใช้งานที่ใกล้กับสถานีฐานส่งมา แต่โอกาสที่จะเกิดในช่วงความถี่เดียวกันและในเวลาเดียวกันต่ำ นั่นคือจะลดผลของความใกล้-ไกล (near-far effect) ได้

ข้อเสียของระบบ FH-CDMA

- 1) ต้องใช้การสังเคราะห์ความถี่ที่มีความซับซ้อนสูง
- 2) การใช้การคิโมดูเลตแบบโคฮีเรนท์ทำได้ยาก เนื่องจากมีปัญหาที่ต้องรักษาความสัมพันธ์ของเฟสในช่วงการกระโดด

### 2.2.3 วิธีการกระโดดของเวลา (Time Hopping : TH)

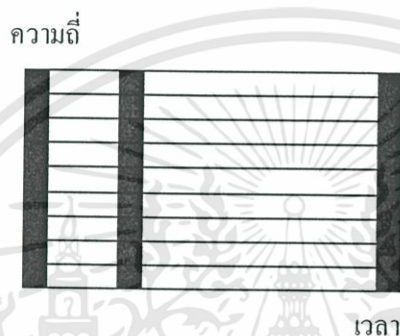
ในระบบ TH-CDMA สัญญาณข้อมูลจะถูกส่งในช่วงเวลาที่กำหนดโดยรหัสของผู้ใช้งานแต่ละคน



รูปที่ 2.9 บล็อกโคอะแกรมของเครื่องส่ง-รับของระบบ TH-CDMA

แกนของเวลาจะถูกแบ่งเป็นเฟรมและแต่ละเฟรมจะถูกแบ่งออกเป็น  $M$  ไทม์สล็อต ผู้ใช้งานแต่ละคนจะส่งเฟรมในไทม์สล็อตใดใน  $M$  จะขึ้นอยู่กับรหัสที่กำหนดให้ในแต่ละผู้ใช้งานเมื่อผู้ใช้งานสามารถส่งข้อมูลทั้งหมดได้ใน 1 ไทม์สล็อต ความถี่ที่ใช้ในการส่งจะเพิ่มขึ้นด้วยตัวประกอบ  $M$  โดยรูปที่ 2.9 แสดงบล็อกไดอะแกรมของระบบ TH-CDMA

รูปที่ 2.10 แสดงกราฟในแกนของเวลาและความถี่ของระบบ TH-CDMA ทำการเปรียบเทียบกับรูปที่ 2.10 กับรูปที่ 2.7 จะเห็นได้ว่าในระบบ TH-CDMA จะใช้สเปกตรัมแถบกว้างในช่วงเวลาสั้นๆ แทนที่จะใช้ทุกช่วงเวลา



รูปที่ 2.10 แสดงความสัมพันธ์ระหว่างความถี่และเวลาที่ใช้ในระบบ TH-CDMA

### 2.2.3.1 คุณสมบัติของระบบ TH-CDMA

#### 1) การเข้าถึงช่องสัญญาณหลายทาง

โดยกำหนดให้ความน่าจะเป็นของการส่งในช่วงเวลาเดียวกันของผู้ใช้งานมีค่าต่ำ โดยการกำหนดรหัสที่แตกต่างกันในแต่ละผู้ใช้งาน หากเกิดการส่งพร้อมกันเกิดขึ้นการใช้รหัสแก้ความผิดพลาด (Error – detecting and feedback) จะทำให้ได้สัญญาณเดิมกลับคืนมา

#### 2) การแทรกสอดแบบแถบแคบ

สัญญาณ TH-CDMA จะถูกส่งโดยใช้เวลาที่น้อยลง ซึ่งจะลดลงเท่ากับ  $1/G_p$  โดย  $G_p$  คือ อัตราขยายการประมวลผล ที่เครื่องรับจะรับสัญญาณการแทรกสอด ในช่วงที่สัญญาณที่ต้องการเท่านั้นดังนั้นจะรับสัญญาณการแทรกสอดในช่วงเวลาที่เป็น  $1/G_p$  เปรอ์เซนต์ของเวลาซึ่งลดกำลังของการแทรกสอดด้วยตัวแปรเสริม  $G_p$

#### 3) ความน่าจะเป็นของการถูกดักจับของสัญญาณมีค่าต่ำ (LPI)

ในระบบ TH-CDMA ความถี่ของแต่ละผู้ใช้งานที่ใช้ส่งจะคงที่ แต่จะแตกต่างกันที่เวลาและช่วงเวลาที่ใช้ในการส่งก็จะสั้นและเมื่อมีผู้ใช้งานหลายคนส่งจะทำให้เครื่องรับยากในการหาช่วงเริ่มต้นและช่วงสิ้นสุดของการส่งและยากที่จะรู้ว่าผู้ใช้งานไหนส่งมา

จากคุณสมบัติดังกล่าวสามารถแสดงข้อดีและข้อเสียของระบบ TH-CDMA ได้

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ข้อดีของระบบ TH-CDMA

- 1) ง่ายในการสร้างกว่าระบบ FH-CDMA
- 2) มีประโยชน์เมื่อข้อมูลถูกส่งในกำลังเฉลี่ยแบบจำกัดแต่ไม่จำกัดกำลังค่าสูงสุด (peak power) เมื่อข้อมูลถูกส่งแบบเบิร์ตส์สั้นๆ ที่กำลังสูงๆ
- 3) ระบบ TH-CDMA ก็ลดผลของความใกล้ไกล (near-far effect) เช่นเดียวกับระบบ FH-CDMA เนื่องจากความน่าจะเป็นที่ผู้ใช้งานที่ต่างกัน จะใช้ช่วงเวลาเดียวกันมีค่าต่ำนั้นคือ ผู้ใช้งานที่ใกล้กับสถานีฐานและไกลสถานีฐานจะมีรูปแบบของการกระโดดทางเวลาที่แตกต่างกัน จึงลดผลของความใกล้ไกล (near-far effect) ได้

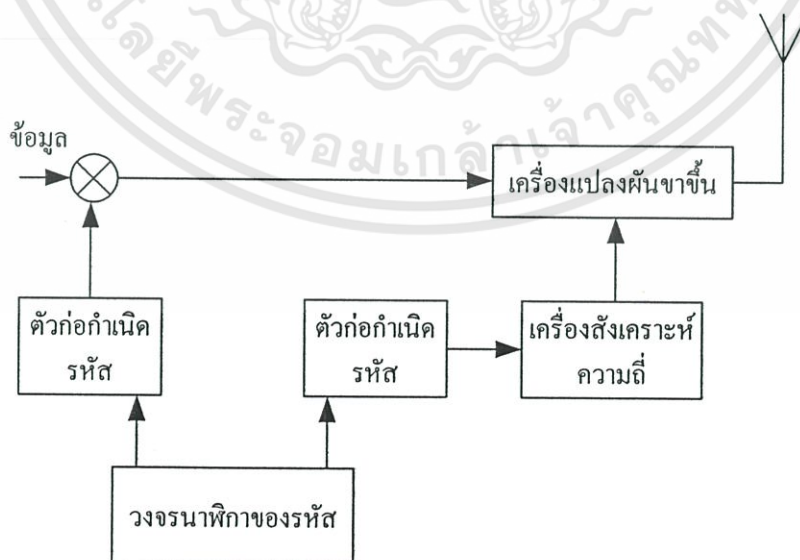
ข้อเสียของระบบ TH-CDMA

- 1) หากมีการส่งพร้อมกันเกิดขึ้นจะเกิดการสูญเสียข้อเสียข้อมูลมากจึงต้องใช้รหัสแก้ไขความผิดพลาด และการวางสลับ (Interleave) ที่ดี

**2.2.4 ระบบไฮบริด (Hybrid System)**

ระบบไฮบริดจะเป็นการรวมเทคนิคการมอดูเลตแบบสเปกตรัมแผ่ 2 เทคนิคหรือมากกว่าเข้าด้วยกัน หากพิจารณาแค่ DS-CDMA FH-CDMA และ TH-CDMA สามารถมีไฮบริดได้ถึง 4 แบบ คือ DS/FH – CDMA DS/TH – CDMA FH/TH – CDMA และ DS/FH/TH – CDMA

ซึ่งไฮบริดเป็นการนำข้อดีของระบบที่จะนำมารวมกันเข้าด้วยกัน เช่น DS/FH/ - CDMA ได้ คุณสมบัติส่วนดีของ DS – CDMA คือ การลดผลของช่องสัญญาณแบบหลายวิถี และ FH – CDMA คือ การลดผลของความใกล้ไกล (near – far effect) แต่ความซับซ้อนของเครื่องส่งและเครื่องรับจะเพิ่มขึ้น รูปที่ 2.11 แสดงบล็อกโคอะแกรมของเครื่องส่งแบบไฮบริด DS/FH – CDMA



รูปที่ 2.11 บล็อกโคอะแกรมของเครื่องส่งแบบไฮบริด DS-FH

โดยสัญญาณข้อมูลจะถูกแผ่สเปกตรัมก่อนโดยใช้รหัสส่วนของ DS และถูกมอดูเลตกับคลื่นพาหุที่เกิดจากการกระโดดทางความถี่ที่สอดคล้องกับรหัส การใช้รหัสสัญญาณนาฬิกาจะช่วยให้ความสัมพันธ์ระหว่างรหัสทั้ง 2 คงที่

### 2.3 คุณลักษณะของสัญญาณที่ผ่านช่องสัญญาณที่มีการจางหายหลายเส้นทาง

ในการสื่อสารด้วยเทคโนโลยีไร้สาย ทางด้านส่งเมื่อส่งสัญญาณออกไปผ่านไปยังช่องสื่อสารต่างๆจะเกิดการสะท้อน การสะท้อนและการลดทอน สัญญาณที่มาถึงทางด้านรับจะเกิดจากการรวมกันของสัญญาณที่มาจากหลายเส้นทาง ซึ่งอาจเป็นการเสริมกันหรือหักล้างกัน

หากทำการส่งพัลส์สัญญาณที่มีคาบสั้นๆ ไปบนช่องสัญญาณหลายเส้นทางตามการเปลี่ยนแปลงเวลา สัญญาณที่รับได้จะเป็นขบวนของพัลส์แสดงดังรูปที่ 2.12 ดังนั้นคุณลักษณะของตัวกลางแบบหลายเส้นทางคือ การกระจายช่วงเวลาของสัญญาณที่ส่งผ่านช่องสัญญาณ เมื่อทำการส่งสัญญาณเดิมออกไปหลายๆครั้ง ด้านรับจะรับได้ขบวนสัญญาณที่แตกต่างกัน ซึ่งไม่สามารถจะคาดคะเนสัญญาณที่รับได้ สามารถเขียนเป็นสมการทางภาครับแสดงได้เป็น

$$x(t) = \sum_n \beta_n(t) s(t - \tau_n(t)) \quad (2.1)$$

โดย  $\beta_n(t)$  เป็นอัตรการลดทอนของสัญญาณในเส้นทางที่  $n$

$\tau_n(t)$  เป็นเวลาของสัญญาณที่ถูกหน่วงของเส้นทางที่  $n$

$s(t)$  เป็นสัญญาณทางด้านส่ง มีค่าเท่ากับ  $\text{Re}[s_l(t)e^{j2\pi f_c t}]$

$x(t)$  เป็นสัญญาณที่รับได้ที่ภาครับ

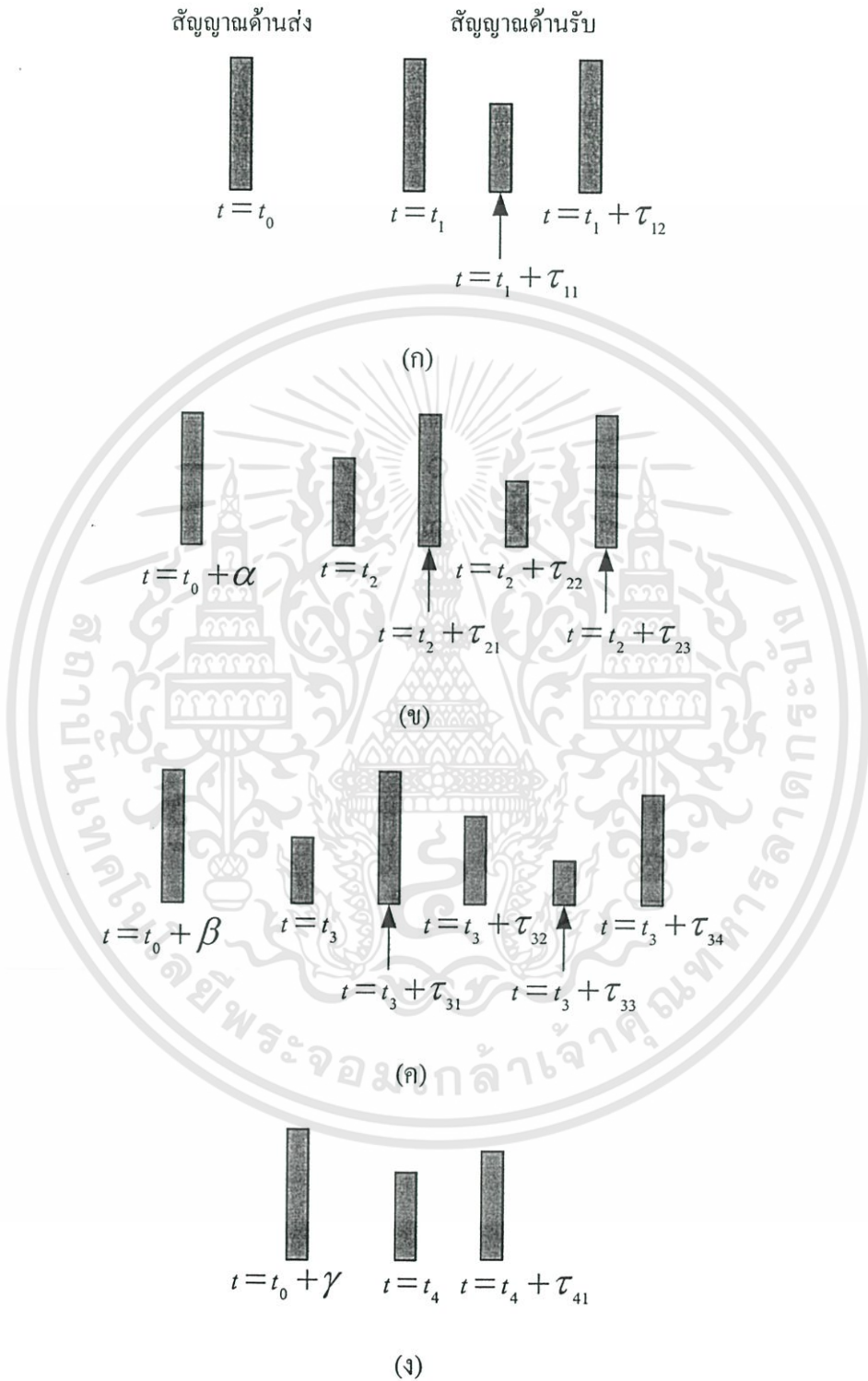
สัญญาณที่รับได้หลังผ่านการกรองสัญญาณ สัญญาณที่ได้สามารถแสดงได้เป็น

$$r_l(t) = \sum_n \beta_n(t) e^{-j\gamma_n} s_l(t - \tau_n(t)) \quad (2.2)$$

โดย  $\gamma_n = 2\pi f_c \tau_n(t)$

แบบจำลองช่องสัญญาณหลายเส้นทาง ซึ่งจะมีสัญญาณที่รับได้แสดงดังสมการที่ 2.2 เรียกว่าสัญญาณเฟดดิ้ง โดยปรากฏการณ์เฟดดิ้งเป็นผลมาจากการเปลี่ยนแปลงเวลาในเทอมของเฟส  $\gamma_n$  ในบางครั้งการเปลี่ยนแปลงของ  $\gamma_n$  เป็นผลทำให้สัญญาณด้านรับมีค่าลดลง แต่บางครั้งทำให้มีค่า

เพิ่มขึ้น ดังนั้นการเปลี่ยนแปลงของแอมพลิจูดของสัญญาณด้านรับเกิดจากคุณสมบัติการเปลี่ยนแปลงเวลาของช่องสัญญาณหลายเส้นทาง



รูปที่ 2.12 แสดงผลของการเปลี่ยนแปลงทางเวลาของช่องสัญญาณหลายวิถีที่เกิดจากสัญญาณพัลส์ที่แคบมากๆ

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

### 2.3.1 แบบจำลองช่องสัญญาณ

ช่องสัญญาณสามารถแทนด้วยแบบจำลองช่องสัญญาณต่างๆ ซึ่งจะมีค่าของผลตอบสนองอิมพัลส์ของวงจรความถี่ต่ำในกรณีทั่วไป สามารถแสดงได้ดังสมการ

$$c(\tau; t) = \sum_{i=0}^{L-1} \beta_n(t) e^{-j\gamma_n} \delta(t - \tau_n(t)) \quad (2.3)$$

โดยที่  $\beta_n$  เป็นอัตราการลดทอนทางด้านแอมพลิจูดของสัญญาณ (amplitude distortion factor) ซึ่งมีค่าความหนาแน่นของความน่าจะเป็น แสดงด้วยการแจกแจงแบบต่างๆ

$\tau_n$  เป็นเวลาหน่วง (time delay) ในเส้นทางต่างๆ ซึ่งกำหนดให้เป็นตัวแปรสุ่มที่มีการแจกแจงแบบยูนิฟอร์มบนช่วง  $[0, T]$

$\gamma_n$  เป็นความหน่วงเชิงเฟส (phase delay) ซึ่งกำหนดให้เป็นตัวแปรแบบสุ่มที่มีการแจกแจงแบบยูนิฟอร์มบนช่วง  $[0, 2\pi]$

$L$  เป็นจำนวนเส้นทาง ซึ่งจะสอดคล้องกับผลของการจางหายหลายวิถี (multipath fading) เป็นผลเนื่องมาจากการสะท้อน การหักเห และการกระเจิงของสัญญาณภายในช่องสัญญาณ เป็นต้น

ฟังก์ชันการแจกแจงของความหนาแน่นความน่าจะเป็นมีหลายรูปแบบดังนี้

#### 2.3.1.1 แบบจำลองของ Rayleigh (Rayleigh Model)

เป็นระบบที่อธิบายการแจกแจงของความหนาแน่นกำลังของสัญญาณในชนบท ซึ่งมีบ้านเรือนที่มีขนาดไม่สูงมากนักหรือภูเขา การใช้งานในชนบทก็พบกับปัญหาซึ่งมีผลกระทบกับระดับความแรงของสัญญาณซึ่งเรียกว่าการจางหายในหลายเส้นทางเกิดขึ้นเมื่อสัญญาณเดินทางมากกว่าหนึ่งเส้นทางจากด้านส่งไปยังด้านรับ สัญญาณจะไม่ได้รับโดยตรงจากด้านส่งแต่จะได้รับการรับจากทิศทางอื่นๆ ซึ่งจะตกกระทบมาเช่น จากบ้านเรือนในชนบท จึงเป็นการยากมากที่จะมีเส้นแนวสายตา (line of sight) ระหว่างตัวส่งและตัวรับ สัญญาณอาจจะเดินทางไปถึงตัวรับ โดยผ่านการสะท้อนกับบ้านเรือนหลายครั้ง ซึ่งหมายความว่าสัญญาณที่รับได้จะเป็นผลรวมของสัญญาณเดียวกันซึ่งมีความต่างเฟสกันเล็กน้อย สามารถแสดงด้วยค่าความหนาแน่นของฟังก์ชันความน่าจะเป็นดังสมการ

$$p(\beta) = \frac{\beta}{\sigma^2} \exp\left[-\frac{\beta^2}{2\sigma^2}\right] \quad \text{เมื่อ } \beta \geq 0 \quad (2.4)$$

### 2.3.1.2 แบบจำลองของ Rician (Rician Model)

เป็นแบบจำลองที่เหมาะสมกับสภาวะแวดล้อมในเมือง ซึ่งประกอบด้วยพารามิเตอร์ 2 ค่าและมีค่าความหนาแน่นความน่าจะเป็นดังสมการ

$$p(\beta) = \frac{\beta}{\sigma^2} \exp\left[-\frac{\beta^2 + a^2}{2\sigma^2}\right] I_0\left[\frac{a\beta}{\sigma^2}\right] \quad \text{เมื่อ } \beta \geq 0 \quad (2.5)$$

เมื่อ  $I_0(x)$  คือ ฟังก์ชันเบสเซล (Bessel Function)

### 2.3.1.3 แบบจำลองของ Nakagami (Nakagami Model)

เป็นแบบจำลองที่ได้มาจากการทดลองและสามารถอธิบายปรากฏการณ์ของการเกิดการเฟดดิ้งในบริเวณอื่นๆ ได้ดี เอดซ์พุทของสัญญาณด้านรับจะเป็นผลบวกทางเวกเตอร์ของขนาดของสัญญาณ (signal strength) แบบจำลอง Nakagami ไม่ได้อธิบายรายละเอียดทางปัญหาด้านเฟส อย่างไรก็ตามแบบจำลอง Nakagami ยังสามารถอธิบายแบบจำลองอื่นๆ ได้ดีอีกด้วย สามารถแสดงค่าความหนาแน่นความน่าจะเป็นดังสมการ

$$p\beta_l(\beta) = 2 \left(\frac{m_l}{\Omega_l}\right)^{m_l} \frac{\beta^{2m_l-1}}{\Gamma(m_l)} \exp\left[-\frac{m_l}{\Omega_l} \beta^2\right] \quad \text{เมื่อ } \beta \geq 0 \quad (2.6)$$

$$m_l = \frac{\Omega_l^2}{E[(\beta_l^2 - \Omega_l)^2]} \geq 0.5 \quad (2.7)$$

โดยจุดเด่นของแบบจำลอง Nakagami คือ

- (ก) เป็นแบบจำลองที่ได้มาจากการทดลองและสอดคล้องกับสภาพแวดล้อมทั้งในชนบท และเมืองใหญ่
- (ข) เป็นแบบจำลองที่สอดคล้องกับการแจกแจงของแอมพลิจูด (amplitude distribution) ซึ่งแสดงด้วยตัวแปรเสริมเฟดดิ้ง ( $m$ ) ต่างๆ ดังนี้

$m = 0.5$  คือ การแจกแจงแบบเกาส์เซียนข้างเดียว

$m = 1$  คือ การแจกแจงแบบ Rayleigh

$m \rightarrow \infty$  คือ กรณีอุดมคติที่ไม่มีการเฟดดิ้งของสัญญาณ

### 2.3.1.4 ฟังก์ชันสหสัมพันธ์และกำลังเชิงสเปกตรัมของช่องสัญญาณ

ในส่วนนี้จะกล่าวถึงคุณลักษณะของช่องสัญญาณการจางแบบหลายวิถี โดยใช้ค่าฟังก์ชันสหสัมพันธ์และฟังก์ชันความหนาแน่นกำลังเชิงสเปกตรัม โดยกำหนดให้  $c(\tau; t)$  เป็นผลตอบสนองอิมพัลส์ที่เป็นกระบวนการสุ่มที่มีค่าเป็นเชิงซ้อน ในตัวแปร  $t$  โดยสมมติว่า  $c(\tau; t)$  เป็นช่องสัญญาณที่มีลักษณะคงที่ในแนวกว้าง (wide - sense - stationary) ซึ่งค่าฟังก์ชันอัตสหสัมพันธ์ของ  $c(\tau; t)$  คือ

$$\phi_c(\tau_1, \tau_2; \Delta t) = \frac{1}{2} E [c^*(\tau_1; t) c(\tau_2; t + \Delta t)] \quad (2.8)$$

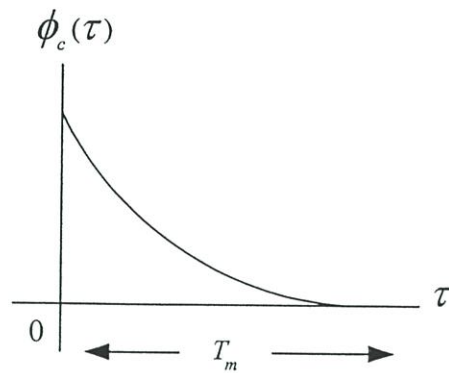
โดยกำหนดให้ค่าการลดทอนและมุมเฟสที่มีการประวิงเวลาของช่องสัญญาณที่มีค่าหน่วยเวลา  $\tau_1$  และ  $\tau_2$  มีลักษณะไม่สหสัมพันธ์กัน (uncorrelate) กัน ดังนั้นสมการที่ 2.8 เขียนได้เป็น

$$\frac{1}{2} E [c^*(\tau_1; t) c(\tau_2; t + \Delta t)] = \phi_c(\tau_1; \Delta t) \delta(\tau_1 - \tau_2) \quad (2.9)$$

หากกำหนดให้  $\Delta t = 0$  ค่าฟังก์ชันการลดทอน  $\phi_c(\tau; 0) \equiv \phi_c(\tau)$  คือค่ากำลังงานเอาท์พุทเฉลี่ยของช่องสัญญาณที่มีค่าการประวิงเวลา  $\tau$  โดย  $\phi_c(\tau)$  คือ MIP (multipath intensity profile) หรือกำลังงานสเปกตรัมที่มีการประวิงทางเวลา โดยทั่วไป  $\phi_c(\tau; \Delta t)$  คือค่ากำลังงานเอาท์พุทเฉลี่ย ที่ขึ้นกับค่าการประวิงเวลา  $\tau$  และ  $\Delta t$

ค่า  $\phi_c(\tau; \Delta t)$  สามารถวัดได้โดยการส่งพัลส์ที่แคบมาก ๆ และทำการวัดค่าสหสัมพันธ์ข้ามของสัญญาณที่รับได้กับสัญญาณที่เกิดการหน่วง โดยค่า  $\phi_c(\tau)$  แสดงได้ดังรูปที่ 2.13 โดย  $T_m$  คือค่าการแผ่หลายวิถี (multipath spread) ของช่องสัญญาณ

$$C(f; t) = \int_{-\infty}^{\infty} c(\tau; t) e^{-j2\pi f\tau} d\tau \quad (2.10)$$



รูปที่ 2.13 แสดง MIP

เมื่อกำหนดให้ช่องสัญญาณมีลักษณะคงที่ในแนวกว้าง (Wide-sense-stationary) ทำการค้นหาค่าฟังก์ชันสหสัมพันธ์ได้โดย

$$\phi_c(f_1, f_2; \Delta t) = \frac{1}{2} E[C^*(f_1, t)C(f_2, t + \Delta t)] \quad (2.11)$$

แทนสมการที่ 2.10 ในสมการที่ 2.11 ดังนี้

$$\phi_c(f_1, f_2; \Delta t) = \frac{1}{2} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} E[C^*(\tau_1, t)C(\tau_2, t + \Delta t)] e^{j2\pi(f_1\tau_1 - f_2\tau_2)} d\tau_1 d\tau_2 \quad (2.12)$$

โดย  $\Delta f = f_2 - f_1$  จากสมการที่ 2.12 เห็นว่า  $\phi_c(\Delta f; \Delta t)$  คือผลการแปลงฟูรีเยร์ของ MIP เรียก  $\phi_c(\Delta f; \Delta t)$  ว่าฟังก์ชันสหสัมพันธ์ของการกระจายทางความถี่และทางเวลาของช่องสัญญาณ

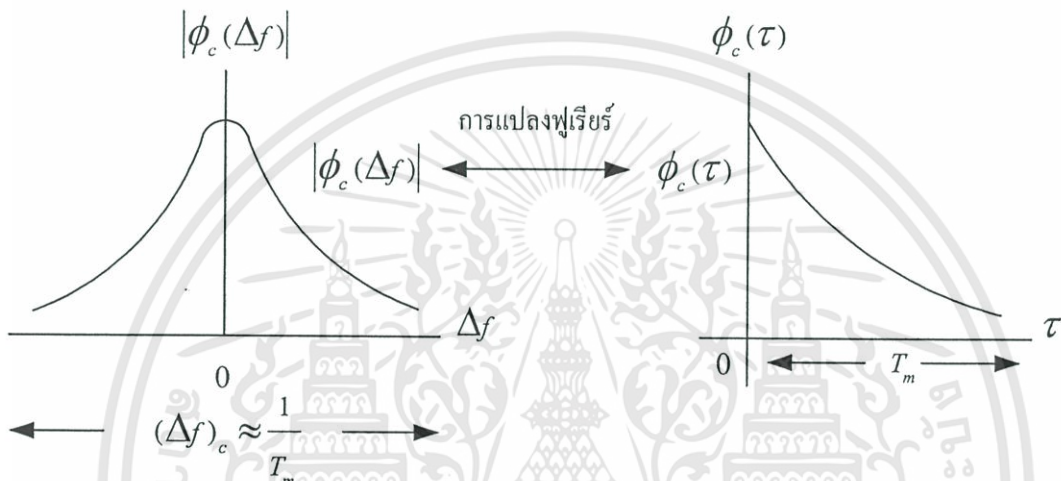
แทนค่า  $\Delta t = 0$  ในสมการที่ 2.12 จะได้  $\phi_c(\Delta f; 0) \equiv \phi_c(\Delta f)$  และ  $\phi_c(\tau; 0) \equiv \phi_c(\tau)$  ดังนี้

$$\phi_c(\Delta f) = \int_{-\infty}^{\infty} \phi_c(\tau) e^{-j2\pi\Delta f\tau} d\tau \quad (2.13)$$

ความสัมพันธ์ข้างต้นแสดงในรูปที่ 2.12 จากรูปค่าแบนด์วิดท์ร่วมนัย (coherent bandwidth) แสดงได้โดย

$$(\Delta f)_c \approx \frac{1}{T_m} \quad (2.14)$$

โดย  $(\Delta f)_c$  เป็นค่าแบนด์วิดท์ร่วมนัยถ้าค่า  $(\Delta f)_c$  มีค่าน้อยกว่าค่าแบนด์วิดท์ของช่องสัญญาณที่ส่งออกมา ช่องสัญญาณดังกล่าวจะเรียกว่าเป็นช่องสัญญาณแบบเปลี่ยนแปลงตามความถี่ ในทางกลับกันถ้า  $(\Delta f)_c$  มีค่ามากกว่าค่าแบนด์วิดท์ของสัญญาณที่ส่งออกมา ช่องสัญญาณดังกล่าวจะเรียกว่าเป็นช่องสัญญาณแบบไม่เปลี่ยนแปลงตามความถี่



รูปที่ 2.14 แสดงความสัมพันธ์ระหว่าง  $\phi_c(\Delta f)$  และ  $\phi_c(\tau)$

### 2.3.2 เทคนิคการมอดูเลตแบบหลายคลื่นพาห้

การสื่อสารไร้สายในปัจจุบันได้มีการนำเอาเทคนิค CDMA และ OFDM มาใช้ร่วมกันซึ่งเรียกว่าเทคนิค MC-CDMA (Multi-carrier CDMA) เพื่อใช้ลดผลจากการแทรกสอดแบบแถบแคบ (narrow band interference) ผลการเฟดดิ้งของสัญญาณ และใช้อัตราชิพของรหัสต่ำกว่า ซึ่งจะส่งผลให้เครื่องรับทำการซิงโครไนต์ได้ง่ายเมื่อเปรียบเทียบกับกรณีคลื่นพาห้เดี่ยว โดยทั่วไป CDMA แบบคลื่นพาห้เดี่ยว แบนด์วิดท์ของสัญญาณที่ส่งออกไปจะมากกว่าแบนด์วิดท์ร่วมนัยของช่องสัญญาณ การเกิดเฟดดิ้งดังกล่าวเป็นแบบเจาะจงความถี่ (frequency selective fading channel) ทางด้านเครื่องรับใช้แบบเรด (RAKE receiver) ซึ่งเป็นเครื่องรับที่มีความซับซ้อนมาก ในกรณีของ MC-CDMA แบนด์วิดท์ของแต่ละคลื่นพาห้ย่อยจะน้อยกว่าแบนด์วิดท์ร่วมนัยของช่องสัญญาณ การเกิดเฟดดิ้งดังกล่าวเป็นแบบไม่เจาะจงความถี่ (frequency non-selective fading channel) ทางด้านเครื่องรับใช้แบบเครื่องรับสหสัมพันธ์ซึ่งมีความซับซ้อนน้อยกว่า ระบบ MC-CDMA แบ่งได้ 3 ประเภท คือ

- 1) Multi-carrier CDMA
- 2) Multi-carrier DS-SS-CDMA
- 3) Multitone CDMA

ในตอนต้นจะขอกล่าวถึง DS-SS-CDMA ก่อนเพื่อให้ง่ายต่อการเปรียบเทียบกับระบบข้างต้นดังนี้

### 2.3.2.1 DS-SS-CDMA (Direct Sequence CDMA)

เครื่องส่งแบบ DS-SS-CDMA จะทำการแผ่สเปกตรัมของข้อมูลเริ่มต้น โดยใช้โดเมนทางเวลา ความสามารถในการลดผลการแทรกสอดจากผู้ใช้งานอื่น อธิบายได้โดยคุณลักษณะสหสัมพันธ์ข้าม (cross correlation) ของรหัสการแผ่ การเกิดเฟดดิ้งเป็นแบบเจาะจงความถี่ถูกอธิบายโดยการซ้อนทับ (superimposition) ของสัญญาณที่มีค่าหน่วงเวลาที่แตกต่างกันและความสามารถในการแยกแยะแต่ละสัญญาณในสัญญาณรวมที่รับได้อธิบายโดยคุณลักษณะอัตสหสัมพันธ์ (auto-correlation) ของรหัสการแผ่

รูปที่ 2.15 (ก) และ (ข) แสดงเครื่องส่งของ DS-SS-CDMA ที่ใช้เทคนิค BPSK (binary phase shift keying/coherent detection) และสเปกตรัมกำลังของสัญญาณที่ถูกส่งซึ่งมีอัตราขยายประมวลผล ( $G_{DS}$ ) เท่ากับ 4 ตามลำดับ

สัญญาณที่ถูกส่งของผู้ใช้งานที่  $j$  แสดงได้โดย

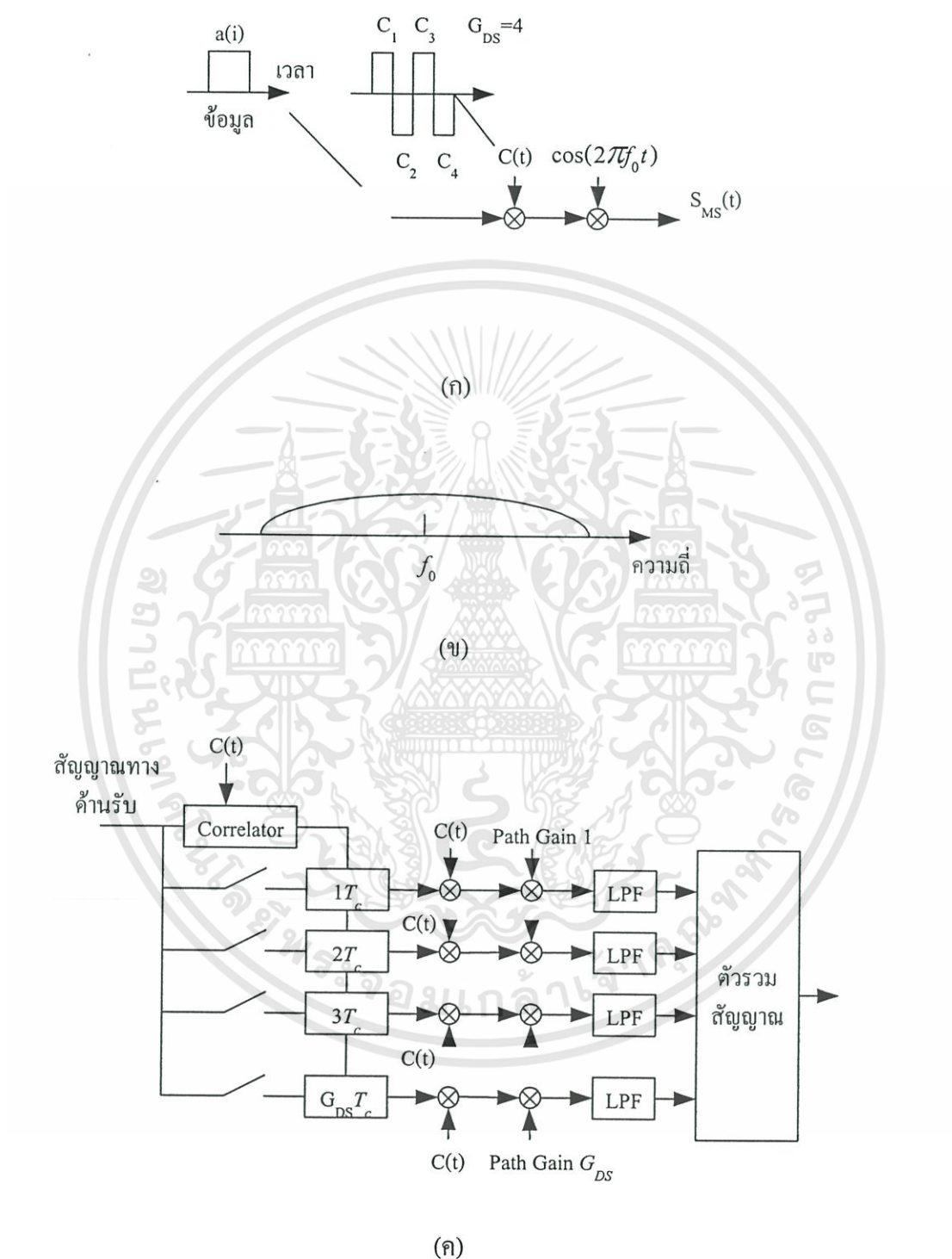
$$S_{DS}^j(t) = \sum_{i=-\infty}^{+\infty} \sum_{m=1}^{G_{DS}} a^j(i) c_m^j p_c \{t - (m-1)T_c - iT_s\} \cos(2\pi f_0 t) \quad (2.15)$$

โดย  $a^j(i) = +1$  หรือ  $-1$  และ  $c_m^j$  คือข้อมูลลำดับที่  $i$  และชิปที่  $m$  สำหรับผู้ใช้งานที่  $j$  ตามลำดับ  $T_s, T_c (= T_s / G_{DS})$  และ  $f_0$  คือความกว้างของซิมโบล (symbol duration) ความกว้างของชิป และความถี่คลื่นพาห้ตามลำดับ และ  $p_c(t)$  คือพัลส์ ซึ่งอธิบายในสมการที่ 2.16

$$p_c(t) = \begin{cases} 1 & (0 \leq t \leq T_c) \\ 0 & (otherwise) \end{cases} \quad (2.16)$$

ทางด้านเครื่องรับแบบเรซซึ่งประกอบไปด้วยเครื่องรับแบบสหสัมพันธ์หลายตัวแต่ละตัวจะซิงโครไนซ์กับแต่ละส่วนประกอบของสัญญาณรวมที่รับได้ แสดงรูป 2.15 (ค) สมรรถนะของระบบขึ้นอยู่กับจำนวนสาขาของเครื่องรับแบบเรซ โดยปกติจะเป็น 1, 2, 3 หรือ 4 สาขาขึ้นอยู่กับข้อจำกัดทางฮาร์ดแวร์ ในระบบ DS-SS-CDMA ที่ใช้เครื่องรับแบบเรซนั้นจำนวนผู้ใช้งานขึ้นอยู่กับกระบวนการเนื่องจากการแทรกสอดระหว่างกัน (self interference : SI) และการแทรกสอดจากการเข้าถึง

หลายทาง (multiple access interference : MAI) ซึ่งเป็นผลจากการมีคุณลักษณะของออสทสลับพังก์ชัน และสลับพังก์ชันข้ามที่ไม่สมบูรณ์ของรหัสการแผ่



รูปที่ 2.15 (ก) เครื่องส่งของระบบ DS-SSMA (ข) สเปกตรัมกำลังของสัญญาณที่ส่งออก  
(ค) เครื่องรับของระบบ DS-SSMA

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

### 2.3.2.2 MC-CDMA (Multi-Carrier CDMA)

ทางด้านเครื่องส่งจะทำการแผ่สเปกตรัมของข้อมูลเดิมไปบนคลื่นพาห่อย่อยที่แตกต่างกันโดยใช้รหัสการแผ่ในโดเมนความถี่ ในช่วงสัญญาณการสื่อสารด้านล่างของโทรศัพท์เคลื่อนที่ การใช้รหัส Hadamard Walsh ทำให้ไม่ต้องสนใจถึงคุณลักษณะอัตราสัมพันธ์ของรหัสการแผ่

รูปที่ 2.16 (ก) และ (ข) แสดงเครื่องส่ง MC-CDMA สำหรับ CBPSK และสเปกตรัมกำลังของสัญญาณที่ส่งออกไปโดยมีจำนวนคลื่นพาห่อย่อย ( $N_c$ ) เท่ากับ 4 และอัตราขยายประมวลผล ( $G_{MC}$ ) เท่ากับ 4 ( $=N_c$ ) ตามลำดับ

สัญญาณที่ส่งออกไปสำหรับผู้ใช้งานที่  $j$  คือ

$$S_{MC}^j(t) = \sum_{i=-\infty}^{+\infty} \sum_{m=1}^{G_{DS}} a^j(i) C_m^j p_s(t - iT_s) \cos\{2\pi(f_0 + m\Delta f)t\} \quad (2.17)$$

โดย  $\Delta f = (1/T_s)$  คือระยะห่างระหว่างคลื่นพาห่อย่อยและ  $p_s(t)$  คือพัลส์แสดงดังสมการที่ (2.18)

$$p_s(t) = \begin{cases} 1 & (0 \leq t \leq T_s) \\ 0 & (\text{otherwise}) \end{cases} \quad (2.18)$$

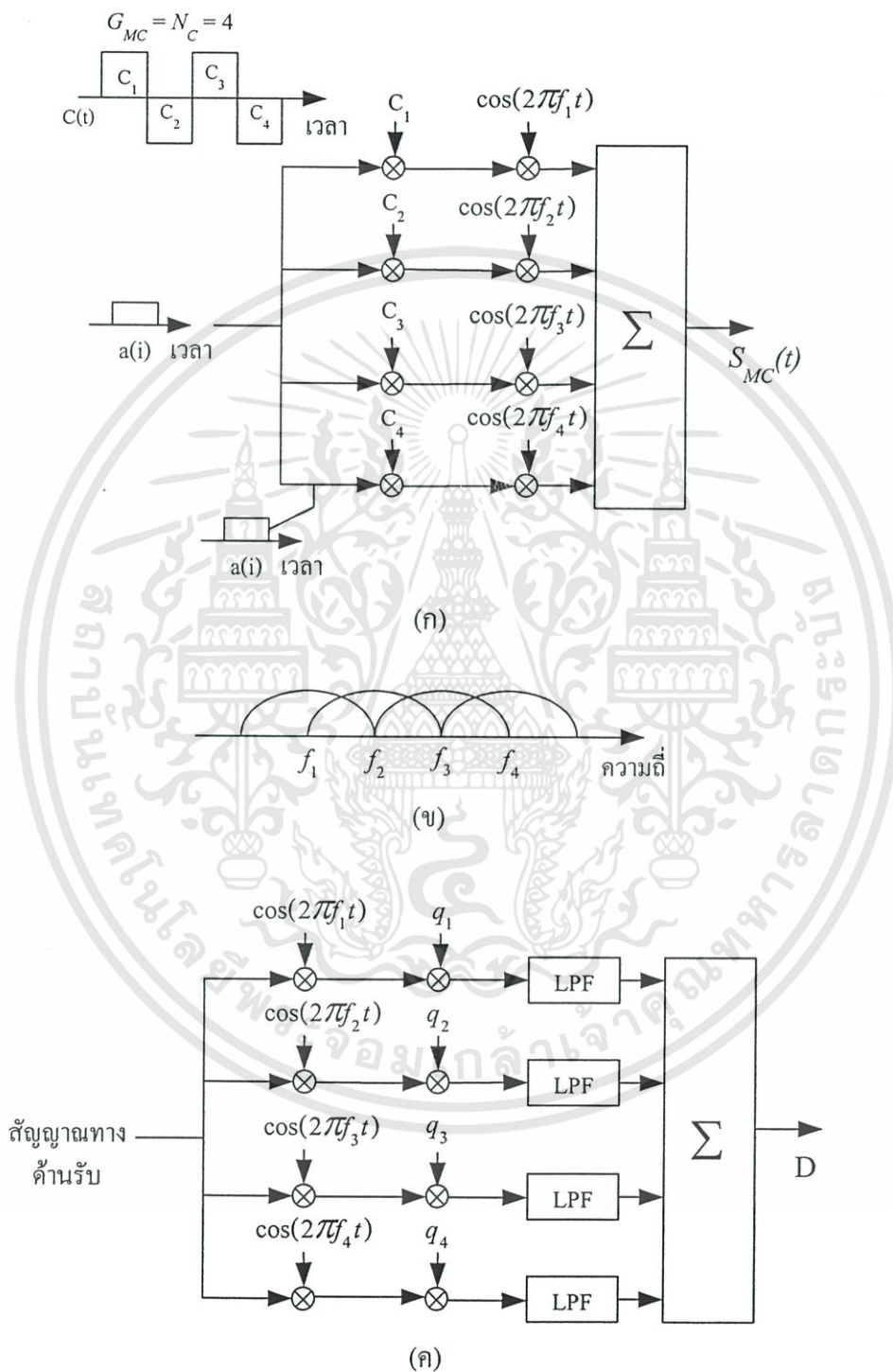
รูปที่ 2.16 (ค) แสดงเครื่องรับของผู้ใช้งานที่  $j$  หลังจากการดีมอดูเลตกับคลื่นพาห่อย่อยแล้วจะถูกคูณด้วยตัวขยาย  $q_m$  เพื่อรวมพลังงานที่ถูกกระจายในโดเมนความถี่ ตัวแปรตัดสินใจสามารถแสดงได้ดังนี้

$$D^j = \sum_{m=1}^{G_{MC}} q_m^j y_m \quad (2.19)$$

$$y_m = \sum_{j=1}^J z_m^j a^j c_m^j + n_m \quad (2.20)$$

โดย  $y_m$  และ  $n_m$  คือส่วนประกอบเบสแบนด์เชิงซ้อนของสัญญาณที่รับได้หลังจากการเปลี่ยนแปลงขาลงด้วยความถี่คลื่นพาห่อย่อยที่ซิงโครไนซ์และสัญญาณรบกวนเกาส์เซียนแบบบวกเชิงซ้อนที่คลื่นพาห่อย่อยที่  $m$  ตามลำดับ  $z_m^j$  คือแอมพลิจูดเชิงซ้อนของคลื่นพาห่อย่อยที่  $m$  สำหรับผู้ใช้งานที่  $j$  ซึ่งสามารถสมมติให้  $z_m^j = z_m$  ( $j=1,2,\dots,J$ ) ในช่วงสัญญาณขาลง โดยค่า  $q_m^j$  มีค่าเท่ากับ

$$q_m^j = \begin{cases} c_m^j z_m^{j*} / |z_m^j| & (EGC) \\ c_m^j z_m^{j*} & (MRC) \end{cases} \quad (2.21)$$



รูปที่ 2.16 (ก) เครื่องส่งของระบบ MC-CDMA (ข) สเปกตรัมกำลังของสัญญาณที่ส่งออก  
(ค) เครื่องรับของระบบ MC-CDMA

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

### 2.3.2.3 MC DS-CDMA (Multi-Carrier Direct Sequence CDMA)

ทางเครื่องส่งจะมีการแปลงข้อมูลจาก อนุกรม-ขนาน ก่อนทำการแผ่ทางสเปกตรัมโดยใช้รหัสการแผ่ในโดเมนทางเวลา สเปกตรัมที่ได้ของแต่ละคลื่นพาห่อย่อยจะมีคุณสมบัติตั้งฉากในเชิงความถี่ (Orthogonal) โดยมีระยะห่างระหว่างความถี่ต่ำสุด วิธีการนี้ความกว้างของชิปที่กว้างขึ้นทำให้ง่ายต่อการชิงโครไนซ์กับรหัสการแผ่

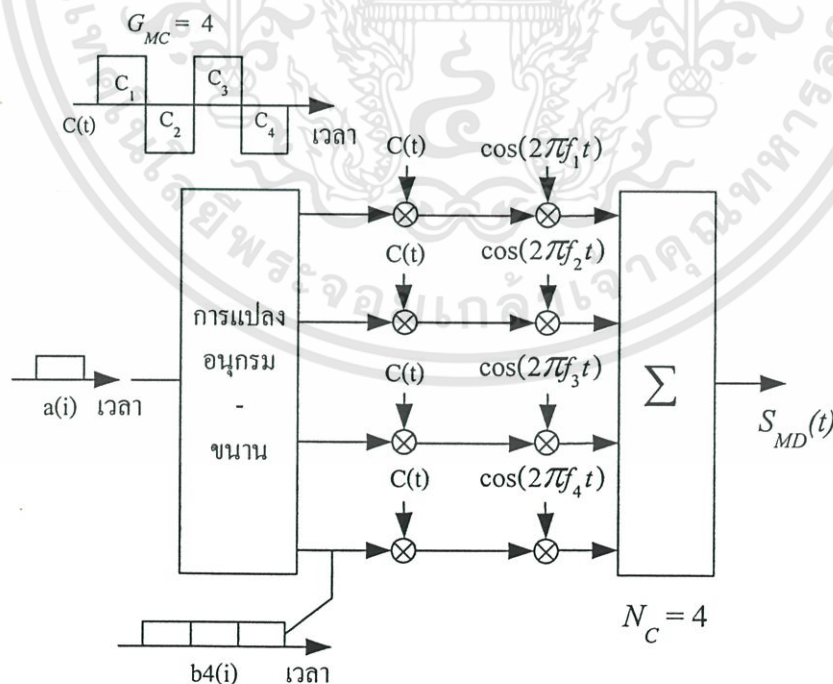
รูปที่ 2.17 (ก) และ (ข) แสดงเครื่องส่งและสเปกตรัมกำลังของสัญญาณที่ส่งออกโดยมีจำนวนคลื่นพาห่อย่อยเท่ากับ 4 และอัตราขยายประมวลผล ( $G_{MD}$ ) เท่ากับ 4 ตามลำดับ

สัญญาณที่ส่งออกไปแสดงได้โดย

$$s_{MD}^j(t) = \sum_{i=-\infty}^{+\infty} \sum_{k=1}^{N_c} \sum_{m=1}^{G_{DS}} b_k^j(i) c_m^j p_c \{t - (m-1)T_c - iT_s\} \cos\{2\pi(f_0 + k\Delta f')t\} \quad (2.22)$$

โดย  $b_k^j(i)$  คือ บิตข้อมูลลำดับที่  $i$  ที่คลื่นพาห่อย่อย  $k$  (หลังจากผ่านการแปลงอนุกรม - ขนาน)  $T_s (= N_c T_c)$  และ  $T_c (= T_s / G_{MD})$  คือ ความกว้างของชิปโบลและความกว้างชิปของแต่ละคลื่นพาห่อย่อยตามลำดับ และ  $\Delta f = 1/T_c$  คือ ระยะห่างระหว่างคลื่นพาห่อย่อย

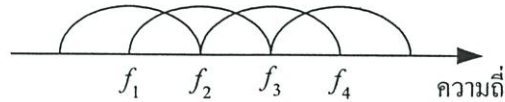
รูปที่ 2.17 (ก) แสดงเครื่องรับ โดยปกติจะประกอบไปด้วยเครื่องรับที่มีจำนวน  $N_c$  สาขา เนื่องจากแต่ละคลื่นพาห่อย่อยจะเกิดการเฟดดิ้งแบบไม่เจาะจงความถี่



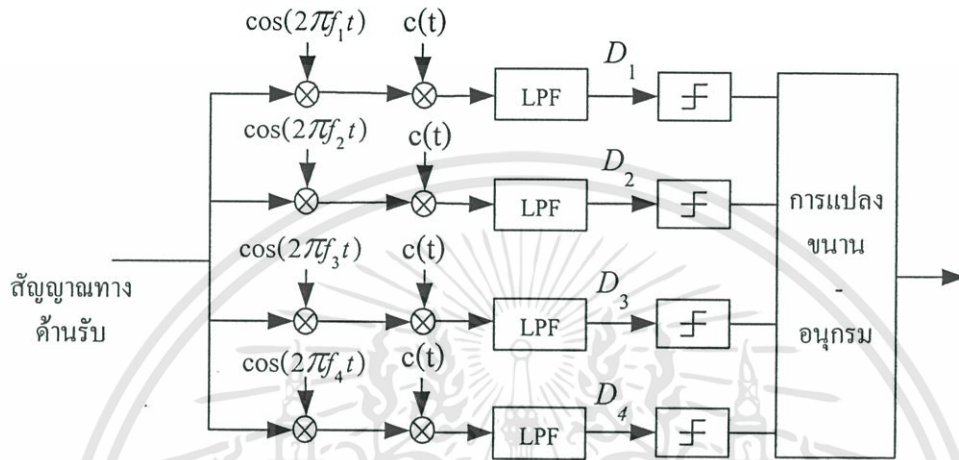
(ก)

รูปที่ 2.17 (ก) เครื่องส่งของระบบ MC DS-CDMA

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



(ข)



(ค)

รูปที่ 2.17 (ต่อ) (ข) สเปกตรัมกำลังของสัญญาณที่ส่งออก  
(ค) เครื่องรับของระบบ MC DS-CDMA

#### 2.3.2.4 MT-CDMA (Multitone CDMA)

ทางเครื่องส่งทำการแปลงข้อมูลจาก อนุกรม-ขนาน และทำการแผ่สเปกตรัมโดยใช้รหัสการแผ่ใน โดเมนทางเวลา ดังนั้นสเปกตรัมของแต่ละคลื่นพาห่อย่อยก่อนจะทำการแผ่ทางสเปกตรัมจะมี เงื่อน ไขตั้งฉากทางความถี่โดยมีระยะห่างทางความถี่ต่ำสุด ดังนั้นผลของสเปกตรัมที่ได้ของแต่ละ คลื่นพาห่อย่อยเงื่อน ไขตั้งฉากทางความถี่จะคลาดเคลื่อนไป MT-CDMA จะใช้รหัสการแผ่ที่ยาวเป็น สัดส่วนกับจำนวนคลื่นพาห่อย่อยเมื่อเปรียบเทียบกับกรณี DS-CDMA ทำให้ MT-CDMA รองรับ ผู้ใช้งาน ได้มากกว่า DS-CDMA

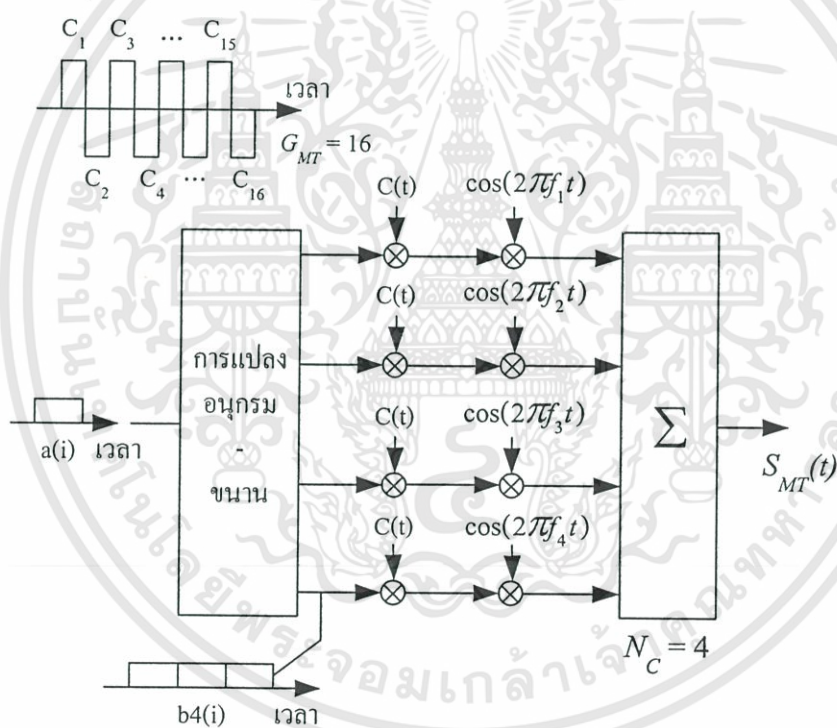
รูปที่ 2.18 (ก) และ (ข) แสดงเครื่องส่งของระบบ MT-CDMA สำหรับ CBPSK และสเปกตรัม กำลังของสัญญาณที่ส่งออกไป โดยมีจำนวนคลื่นพาห่อย่อย ( $N_c$ ) เท่ากับ 4 และอัตราขยายการ ประมวลผล ( $G_{MD}$ ) เท่ากับ 16 ตามลำดับ

สัญญาณที่ส่งออกไปแสดงได้โดย

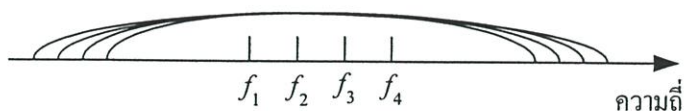
$$s_{MD}^j(t) = \sum_{i=-\infty}^{+\infty} \sum_{k=1}^{N_{cc}} \sum_{m=1}^{G_{DS}} b_k^j(i) c_m^j p_c(t - (m-1)T_c - iT_s) \cos\{2\pi(f_0 + k\Delta f'')t\} \quad (2.23)$$

โดย  $\Delta f (= 1/T_c)$  คือระยะห่างระหว่างคลื่นพาห้อย่อย

รูปที่ 2.18 (ก) แสดงเครื่องรับที่ประกอบไปด้วยเครื่องรับแบบเรดจำนวน  $N_c$  เครื่อง ซึ่งเป็นโครงสร้างที่ดีที่สุดในช่วงสัญญาณเกาส์แบบบวก โดย MT-CDMA จะมีสัญญาณรบกวนการแทรกสอดจากคลื่นพาห้อื่นสูงในขณะที่การใช้รหัสการแผ่ที่มีความยาวจะช่วยลดผลของ SI และ MAI



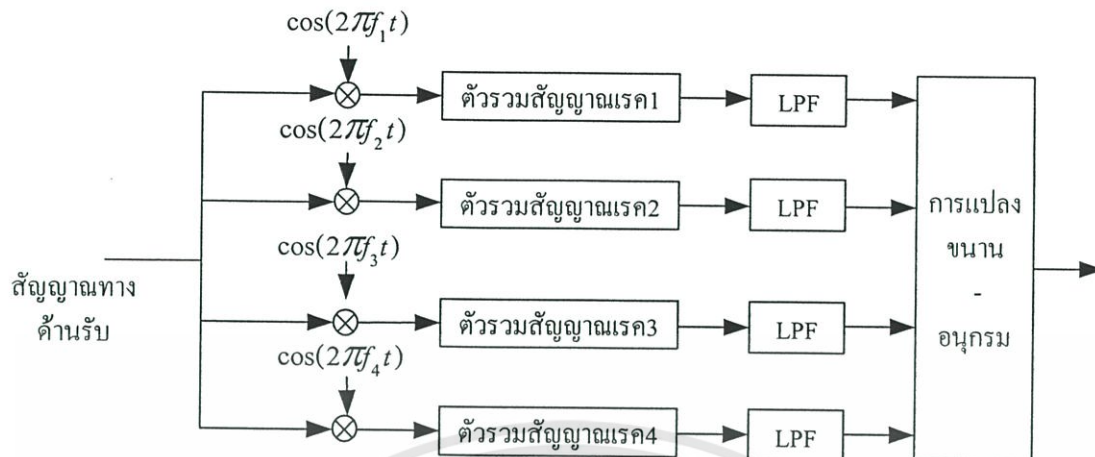
(ก)



(ข)

รูปที่ 2.18 (ก) เครื่องส่งของระบบ MT-CDMA (ข) สเปกตรัมกำลังของสัญญาณที่ส่งออก

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



(ค)

รูปที่ 2.18 (ต่อ) (ค) เครื่องรับของระบบ MT-CDMA



### บทที่ 3

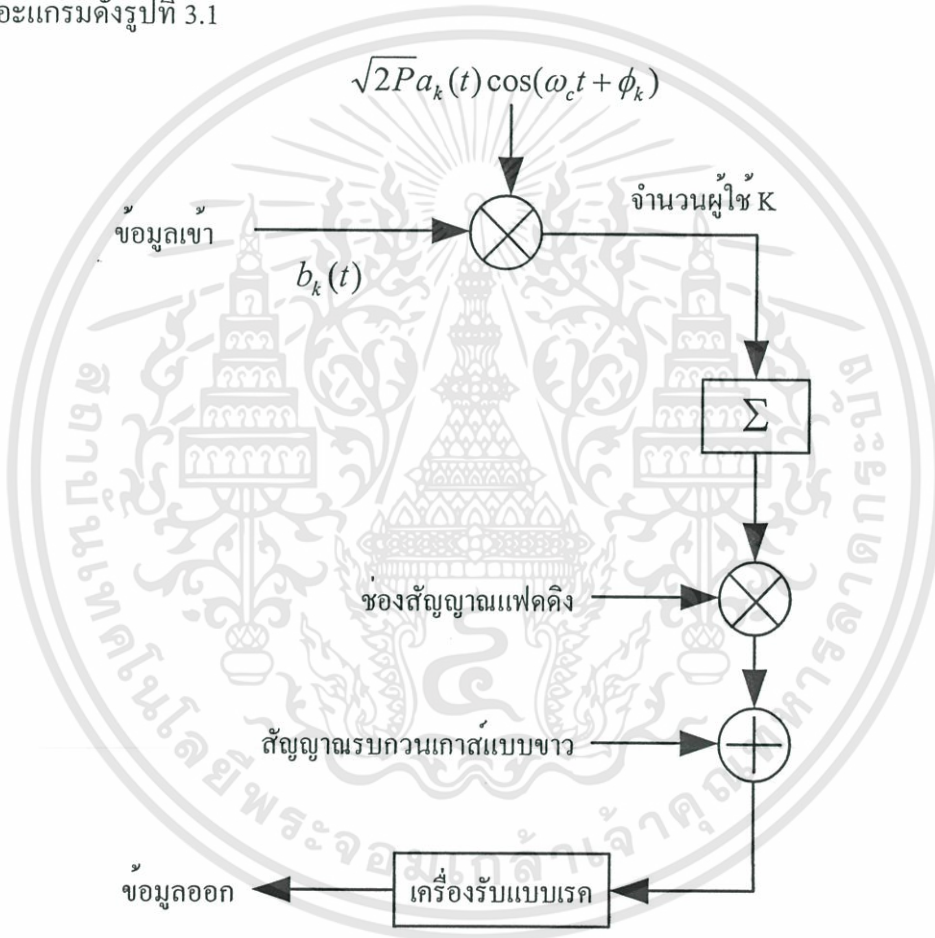
## อัตราความผิดพลาดบิตของร

### บบการเข้าถึงหลายทางแบบแบ่งรหัสใช้วิธีการจัดลำดับ

### โดยตรงบนช่องสัญญาณเฟดดิ้ง Nakagami และแบบสหสัมพันธ์

#### 3.1 แบบจำลองระบบที่ใช้ในการวิเคราะห์

ระบบ DS-CDMA ที่ศึกษาจะประกอบด้วย เครื่องส่ง ช่องสัญญาณ และเครื่องรับ แสดงด้วยบล็อกไดอะแกรมดังรูปที่ 3.1



รูปที่ 3.1 แบบจำลองระบบ DS-CDMA

#### 3.1.1 แบบจำลองเครื่องส่ง

ระบบ DS-CDMA ที่ทำการศึกษากำหนดให้มีจำนวนผู้ใช้งานเท่ากับ  $K$  ราย โดยผู้ใช้งานแต่ละรายจะมีลำดับรหัส (code sequence) ที่แตกต่างกัน และกำหนดให้ข้อมูลและรหัสการแผ่สเปกตรัมที่พิจารณาเป็นแบบเลขฐานสอง หลักการของระบบ DS-CDMA ก็จะมีการคูณกันระหว่างลำดับรหัส และลำดับข้อมูล (data sequence) ในที่นี้กำหนดให้ใช้การมอดูเลตเชิงเลขทางเฟสฐานสอง

(Binary Phase shift Keying : BPSK) พิจารณาผู้ใช้งานที่  $k$  สัญญาณที่ถูกส่งออกไปแสดงได้ดังสมการที่ 3.1

$$s_k(t) = \sqrt{2P}a_k(t)b_k(t)\cos(\omega_c t + \phi_k) \quad (3.1)$$

ในสมการที่ 3.1 ค่าแอมพลิจูดของสัญญาณมีค่าคงตัวเท่ากับ  $\sqrt{2P}$  โดยที่  $P$  คือ กำลังงานเฉลี่ยซึ่งจะมีค่าเท่ากันสำหรับผู้ใช้งานทุกคน

$\omega_c$  คือ ความถี่เชิงมุมของคลื่นพาห้

$\phi_k$  คือ มุมเฟสของการมอดูเลตสำหรับผู้ใช้งานที่  $k$  โดยมีการแจกแจงแบบเอกรูป (uniform)

ในช่วง  $[0, 2\pi]$

และจากสมการที่ 3.1  $a_k(t)$  คือ ลำดับรหัส (code sequence) ของผู้ใช้งานลำดับที่  $k$  ซึ่งเป็นสัญญาณพัลส์เลขฐานสอง ที่มีค่าแอมพลิจูดเป็น  $(+1, -1)$  ด้วยความน่าจะเป็นที่เท่ากันแสดงได้โดย

$$a_k(t) = \sum_{j=-\infty}^{\infty} a_{k,j} p_a(t - jT_c) \quad , a_{k,j} \in \{-1, +1\} \quad (3.2)$$

และ  $b_k(t)$  คือ ลำดับข้อมูล (data sequence) ที่ต้องการส่งของผู้ใช้งานลำดับที่  $k$  ซึ่งเป็นสัญญาณพัลส์เลขฐานสอง ที่มีค่าแอมพลิจูดเป็น  $(+1, -1)$  ด้วยความน่าจะเป็นที่เท่ากันซึ่งสามารถแสดงได้โดย

$$b_k(t) = \sum_{j=-\infty}^{\infty} b_{k,j} p_b(t - jT) \quad , b_{k,j} \in \{-1, +1\} \quad (3.3)$$

โดยที่  $p_a(t)$  และ  $p_b(t)$  คือพัลส์รูปสี่เหลี่ยมที่มีความสูง 1 หน่วยและมีค่าความกว้างเท่ากับ  $T_c$  และ  $T$  ตามลำดับ โดย

$T_c$  คือ ค่าความกว้างของชิปของลำดับรหัส

$T$  คือ ค่าความกว้างของลำดับข้อมูล

$N=T/T_c$  คือ ค่าอัตราขยายการประมวลผล (processing gain) ของระบบ DS-SS-SSM

### 3.1.2 แบบจำลองของช่องสัญญาณ

สัญญาณที่ทำการพิจารณาจะมีคุณสมบัติเป็นการเปลี่ยนแปลงของสัญญาณอย่างช้าๆ ค่อยเป็นค่อยไป ไม่แปรค่าตามเวลา และเป็นช่องสัญญาณแบบเจาะจงความถี่ สัญญาณจะมีลักษณะของการเฟดของคลื่นในหลายวิถี (multipath fading) เช่นการสะท้อน การหักเห หรือการรับสัญญาณ

โดยตรงในช่องสัญญาณ โดยผลตอบสนองทางอิมพัลส์ของวงจรกรองความถี่ต่ำ (low-pass equivalent impulse response) สำหรับผู้ใช้งานที่  $k$  แสดงได้ดังสมการ [1]

$$h_k(\tau) = \sum_{l=0}^{L^{(k)}-1} \beta_l^{(k)} e^{j\theta_l^{(k)}} \delta[\tau - \tau_l^{(k)}] \quad (3.4)$$

ในสมการที่ 3.4 จะเห็นว่าผลตอบสนองอิมพัลส์จะอยู่ในนิพจน์ของตัวแปรเสริม 3 ตัวคือ

$\beta_l$  คือ อัตราการลดทอนของแอมพลิจูด

$\theta_l$  คือ มุมเฟสที่มีการประวิงเวลาเป็นการแจกแจงแบบเอกรูปในช่วง  $[0, 2\pi]$

$\tau_l$  คือ การประวิงเวลาซึ่งเป็นการแจกแจงแบบเอกรูปในช่วง  $[0, T]$

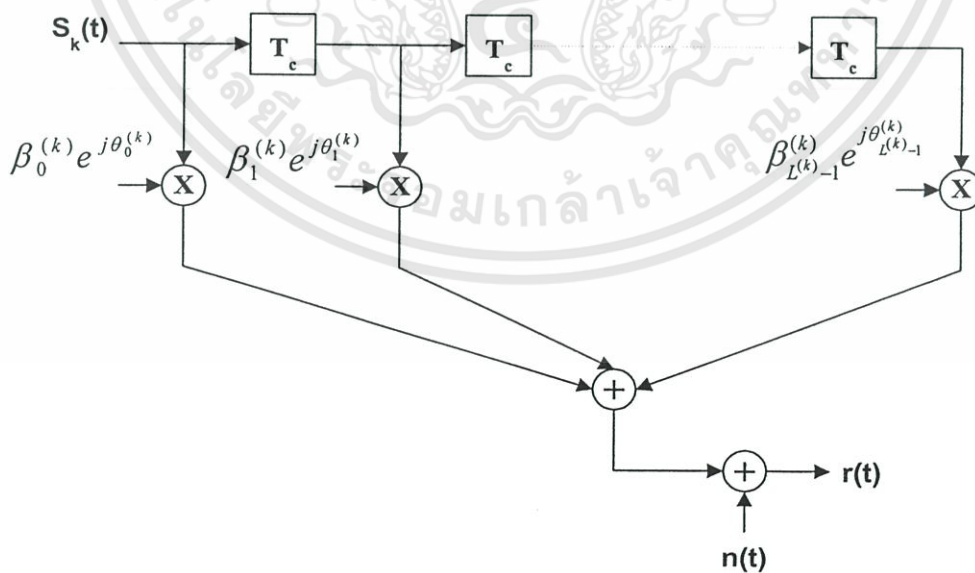
$L^{(k)}$  คือ จำนวนเส้นทางของสัญญาณที่เดินทางในช่องสัญญาณผ่านมาถึงด้านรับซึ่งใช้เครื่องรับแบบ แรคโดยมีค่าเท่ากับ[7]

$$L^{(k)} = \left\lceil \frac{T_m}{T_c} \right\rceil + 1 \quad (3.5)$$

โดยที่  $T_m$  คือ การประวิงเวลาที่มากที่สุดของช่องสัญญาณ

$T_c$  คือ ความกว้างชิปของลำดับรหัส

แบบจำลองช่องสัญญาณสามารถแสดงได้ดังรูปที่ 3.2



รูปที่ 3.2 แบบจำลองของช่องสัญญาณ

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

สำหรับผลตอบสนองอิมพัลส์ ตัวแปรเสริมที่ให้ความสนใจมากที่สุดคือตัวแปรเสริมของแอมพลิจูด  $\beta_l$  และในงานวิจัยนี้จะใช้แบบจำลองแบบ Nakagami และสัญญาณที่รับได้ในวิถีที่  $l$  โดยที่  $l=0,1,\dots,L-1$  สามารถแทนด้วยฟังก์ชันความหนาแน่นความน่าจะเป็น (probability density function :pdf) ฟังก์ชันความหนาแน่นความน่าจะเป็นสำหรับแต่ละวิถีที่สามารถแสดงได้ดังนี้ [3]

$$p_s(S) = \left(\frac{m_l}{\Omega_l}\right)^{m_l} \frac{S^{m_l-1}}{\Gamma(m_l)} \exp\left(-\frac{m_l S}{\Omega_l}\right) \quad (3.6)$$

และตัวแปรเสริมเฟดดิ้งแสดงด้วยความสัมพันธ์

$$m_l = \frac{\Omega_l^2}{E[(\beta_l^2 - \Omega_l)^2]} \geq 0.5, \Omega_l = E[\beta_l^2] \quad (3.7)$$

โดยที่  $S = \beta_l^2$

$\Omega_l$  คือ โมเมนต์อันดับที่สอง (second moment) ของ  $\beta_l$

$m_l$  คือ การแจกแจงของแอมพลิจูดในช่องสัญญาณที่มีการเฟดในวิถีที่  $l$  และมีค่าเท่ากับอัตราส่วนของค่าโมเมนต์อันดับที่สองยกกำลังสองต่อค่าความแปรปรวน

$\Gamma(m)$  คือ ฟังก์ชันแกมมา (Gamma function)

เมื่อทำการเปลี่ยนแปลงค่า  $m_l$  จะได้การแจกแจงในรูปแบบต่าง ๆ เมื่อ

$m = 1.0$  คือ การแจกแจงแบบ Rayleigh

$m = 0.5$  คือ การแจกแจงแบบ Gaussian ข้างเดียว

$m \rightarrow \infty$  คือ กรณีในอุดมคติที่ไม่มีการผิดเพี้ยนของสัญญาณ

การแจกแจงแบบ Rician และ ล็อกนอร์มัลจะสอดคล้องกับการแจกแจงแบบ Nakagami เมื่อตัวแปรเสริมเฟดดิ้ง  $m > 1$  ความสัมพันธ์ระหว่างการแจกแจงแบบ Rician แสดงด้วยค่าคงตัวของ Rician (Rice factor:  $K$ ) กับการแจกแจงแบบ Nakagami ( $m$ ) แสดงด้วยความสัมพันธ์ [1]

$$m = \frac{1}{1 - \left(\frac{K}{1+K}\right)^2} \quad (3.8)$$

ในสมการที่ 3.8 จะเห็นว่าไม่ใช่สมการเชิงเส้น แต่สามารถประมาณเป็นแบบเชิงเส้นระหว่าง  $m$  และ  $K$  เมื่อ  $K \geq 2$

### 3.1.3 แบบจำลองเครื่องรับ

กำหนดให้ระบบที่ทำการพิจารณาเป็นแบบอะซิงโครนัสที่มีผู้ใช้งานหลายคน และมีการเฟดดิ้งแบบหลายวิถี ซึ่ง  $L^{(k)}$  เป็นจำนวนวิถีของผู้ใช้งานลำดับที่  $k$  เนื่องจากช่องสัญญาณที่พิจารณาจะเป็นฟังก์ชันของอัตราการลดทอนของแอมพลิจูด การประวิงเวลา และการประวิงเฟส ดังนั้นสัญญาณที่รับได้จะต้องเกิดการประวิงเวลาจาก  $a(t)$  เป็น  $a(t-\tau)$  และแอมพลิจูดของสัญญาณก็จะเปลี่ยนแปลงด้วยตัวคูณด้วยอัตราการลดทอนทางแอมพลิจูด  $\beta_l$  ดังนั้นสัญญาณที่รับได้จากผู้ใช้งานหลายคนสามารถแสดงได้ดังสมการ [1]

$$r(t) = n(t) + \sqrt{2P} \sum_{k=1}^K \sum_{l=0}^{L^{(k)}-1} \beta_l^{(k)} a_k(t - \tau_l^{(k)}) b_k(t - \tau_l^{(k)}) \cos(\omega_c t + \phi_l^{(k)}) \quad (3.9)$$

โดยที่  $r(t)$  คือ สัญญาณที่รับได้

$n(t)$  คือ สัญญาณรบกวนขาว Gaussian แบบบวก (Additive White Gaussian Noise :

AWGN) ซึ่งมีค่าความหนาแน่นสเปกตรัมกำลังของสัญญาณเท่ากับ  $\eta_0/2$

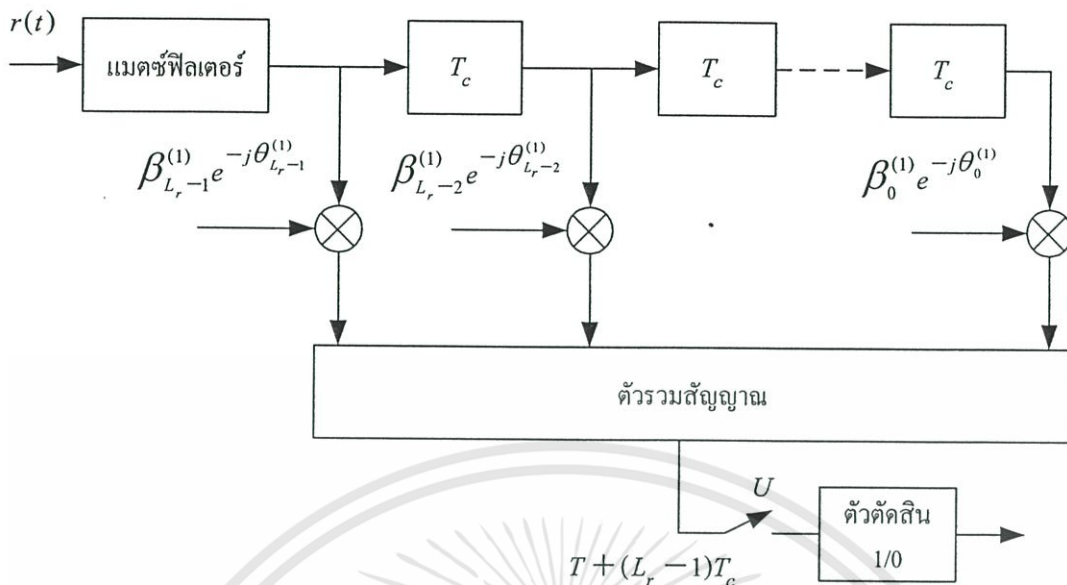
$L^{(k)}$  คือ จำนวนเส้นทางของช่องสัญญาณของผู้ใช้งานลำดับที่  $k$

$\phi_l^{(k)} = \phi_k + \theta_l^{(k)} - \omega_c \tau_l^{(k)}$  คือ มุมเฟสของเฟดดิ้งวิถีที่  $l$  ของผู้ใช้งานลำดับที่  $k$  และเป็นอิสระต่อกัน โดยมีการแจกแจงทางสถิติแบบเอกรูปในช่วง  $[0, 2\pi]$

เครื่องรับแบบ Rake แสดงดังรูปที่ 3.3 โดยกำหนดให้ผู้ใช้งานลำดับที่ 1 ( $k=1$ ) เป็นผู้ใช้งานอ้างอิง

สมมติว่าการค้นเป้าได้ (acquisition) กระทำได้สำเร็จสำหรับผู้ใช้งานอ้างอิง หลังจากนั้นวงจรแมตซ์ฟิลเตอร์จะซิงโครไนซ์กับเส้นทางแรกของสัญญาณที่ต้องการแสดงดังรูปที่ 4.3 แต่ละเส้นทางที่แมตซ์กับสาขาของเครื่องรับจะต้องประกอบของสัญญาณออกมาและสัญญาณรบกวนที่เกิดจากการแทรกสอด (interference noise) ที่เกี่ยวข้องกับองค์ประกอบของสัญญาณนี้ พิจารณาได้จาก

- 1) สหสัมพันธ์ข้าม (cross correlation) ของรหัสของแมตซ์ฟิลเตอร์กับรหัสของผู้ใช้งานระบบอื่นๆ
- 2) สหสัมพันธ์ข้ามของเส้นทางอื่นๆที่เหลือ กับเส้นทางแรกของผู้ใช้งานระบบที่ 1
- 3) สหสัมพันธ์ข้ามกับเทอมของสัญญาณรบกวนแบบ Gaussian



รูปที่ 3.3 เครื่องรับแบบ Rake

เอาต์พุตของเครื่องรับแบบ Rake สำหรับแต่ละเวลาในการสุ่ม (sampling time) สามารถแสดงดังสมการที่ 3.10

$$U = \sum_{n=0}^{L_r-1} \int_{nT_c}^{T+nT_c} r(t) \beta_n^{(1)} a_1(t-nT_c) \cos[\omega_c t + \varphi_n^{(1)}] dt \tag{3.10}$$

ซึ่ง U ในสมการที่ 3.10 คือเอาต์พุตของเครื่องรับแบบ Rake แทนค่า r(t) จากสมการที่ 3.9 ลงในสมการที่ 3.10 จะได้

$$U = \sum_{n=0}^{L_r-1} \int_{nT_c}^{T+nT_c} \left[ n(t) + \sqrt{2P} \sum_{k=1}^K \sum_{l=0}^{L^{(k)}-1} \beta_l^{(k)} a_k(t-\tau_l^{(k)}) \cdot b_k(t-\tau_l^{(k)}) \cos(\omega_c t + \varphi_l^{(k)}) \right] \beta_n^{(1)} a_1(t-nT_c) \cos(\omega_c t + \varphi_n^{(1)}) dt$$

$$= \sum_{n=0}^{L_r-1} \{ S^{(n)} + I_{mai}^{(n)} + I_{si}^{(n)} + I_{ni}^{(n)} \} \tag{3.11}$$

โดยที่  $S^{(n)}$  คือ องค์ประกอบของสัญญาณที่ต้องการดีเทกต์

$I_{mai}^{(n)}$  คือ การแทรกสอดแบบเข้าถึงหลายทาง (multiple access interference :MAI) จากผู้ใช้งานอีก K-1 รายที่ใช้งานระบบในเวลาเดียวกัน

$I_{si}^{(n)}$  คือ สัญญาณแทรกสอดตัวเอง (self-interference :SI) สำหรับผู้ใช้งานอ้างอิง

$I_{ni}^{(n)}$  คือ ตัวแปรสุ่มแบบ Gaussian ที่ขึ้นอยู่กับกระบวนการของสัญญาณรบกวนขาว Gaussian แบบบวก (AWGN)

ส่วนของสัญญาณที่ต้องการวิเคราะห์สามารถหาได้โดยการแทนเงื่อนไข  $K = 1$  และ  $l = n$  (สัญญาณของผู้ใช้งานอ้างอิง) ลงในสมการที่ 3.11 ดังนี้

$$S^{(n)} = \int_{-nT_c}^{T+nT_c} \left[ \sqrt{2P} \sum_{l=0}^{L^{(k)}-1} \beta_l^{(1)} a_1(t-\tau_l^{(1)}) b_1(t-\tau_l^{(1)}) \cos(\omega_c t + \varphi_l^{(1)}) \right] \beta_n^{(1)} a_1(t-nT_c) \cos(\omega_c t + \varphi_n^{(1)}) dt \quad (3.12)$$

โดยที่  $\tau_l^{(k)} = \tau_0^{(k)} + lT_c$  เนื่องจากกำหนดให้ผู้ใช้คนที่ 1 เป็นผู้ใช้งานอ้างอิงนั่นคือ  $\tau_l^{(1)} = lT_c$  ( $\tau_0^{(1)} = 0$ ) จะได้ว่า

$$\begin{aligned} S^n &= \sqrt{2P} \sum_{l=0}^{L^{(k)}-1} \int_{nT_c}^{T+nT_c} \beta_l^{(1)} a_1(t-lT_c) b_1(t-lT_c) \cos(\omega_c t + \varphi_l^{(1)}) \beta_n^{(1)} a_1(t-nT_c) \cos(\omega_c t + \varphi_n^{(1)}) dt \\ &= \sqrt{2P} \sum_{l=0}^{L^{(k)}-1} \int_{nT_c}^{T+nT_c} (\beta_l^{(1)})^2 a_1(t-lT_c) a_1(t-lT_c) b_1(t-lT_c) \cos(\omega_c t + \varphi_n^{(1)}) \cos(\omega_c t + \varphi_n^{(1)}) dt \\ &= \sqrt{2P} \sum_{l=0}^{L^{(k)}-1} \int_{nT_c}^{T+nT_c} (\beta_l^{(1)})^2 a_1^2(t-lT_c) b_1(t-lT_c) \cos^2(\omega_c t + \varphi_n^{(1)}) dt \\ &= \sqrt{\frac{P}{2}} \sum_{l=0}^{L^{(k)}-1} (\beta_l^{(1)})^2 \int_{lT_c}^{T+lT_c} b_1(t-lT_c) dt \end{aligned} \quad (3.13)$$

ทำการเปลี่ยนขอบเขตของการอินทิเกรต  $t_1 = t - lT_c$ ,  $dt_1 = dt$  จะได้ว่า

$$\begin{aligned} S^n &= \sqrt{\frac{P}{2}} \sum_{l=0}^{L^{(k)}-1} (\beta_l^{(1)})^2 \int_0^T b_1(t_1) dt_1 \\ &= \sqrt{\frac{P}{2}} \sum_{l=0}^{L^{(k)}-1} \{ \beta_l^{(1)} \}^2 b_0^{(1)} T \\ &= \sqrt{\frac{P}{2}} b_0^{(1)} T \sum_{l=0}^{L^{(k)}-1} \{ \beta_l^{(1)} \}^2 \end{aligned} \quad (3.14)$$

ส่วนการแทรกสอดจากการเข้าถึงหลายทางสามารถหาได้โดยการแทนเงื่อนไข  $k > 1$  ลงในสมการที่ 3.11 จะได้ว่า

$$\begin{aligned} I_{mai}^{(n)} &= \sqrt{2P} \sum_{k=2}^K \sum_{l=0}^{L^{(k)}-1} \int_{nT_c}^{T+nT_c} \beta_l^{(k)} a_k(t-\tau_l^{(k)}) b_k(t-\tau_l^{(k)}) \cos(\omega_c t + \varphi_l^{(k)}) \beta_n^{(1)} a_1(t-nT_c) \cos(\omega_c t + \varphi_n^{(1)}) dt \\ &= \sqrt{2P} \sum_{k=2}^K \sum_{l=0}^{L^{(k)}-1} \int_{nT_c}^{T+nT_c} \beta_l^{(k)} \beta_n^{(1)} a_k(t-\tau_l^{(k)}) a_1(t-nT_c) b_k(t-\tau_l^{(k)}) \cos(\omega_c t + \varphi_l^{(k)}) \cos(\omega_c t + \varphi_n^{(1)}) dt \\ &= \sqrt{2P} \sum_{k=2}^K \sum_{l=0}^{L^{(k)}-1} \beta_l^{(k)} \beta_n^{(1)} \int_{nT_c}^{T+nT_c} a_k(t-\tau_l^{(k)}) a_1(t-nT_c) b_k(t-\tau_l^{(k)}) \frac{1}{2} \cos(\varphi_l^{(k)} - \varphi_n^{(1)}) dt \end{aligned}$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$= \sqrt{\frac{P}{2}} \sum_{k=2}^K \sum_{l=0}^{L^{(k)}-1} \beta_l^{(k)} \beta_n^{(l)} \cos(\varphi_l^{(k)} - \varphi_n^{(l)}) \int_{nT_c}^{T+nT_c} a_k(t - \tau_l^{(k)}) a_1(t - nT_c) b_k(t - \tau_l^{(k)}) dt \quad (3.15)$$

เมื่อทำการเปลี่ยนขอบเขตของการอินทิเกรต  $t_1 = t - nT_c$ ,  $dt_1 = dt$  จะได้ว่า

$$I_{mai}^{(n)} = \sqrt{\frac{P}{2}} \sum_{k=2}^K \sum_{l=0}^{L^{(k)}-1} \beta_l^{(k)} \beta_n^{(l)} \cos(\varphi_l^{(k)} - \varphi_n^{(l)}) \int_0^T a_k(t_1 + nT_c - \tau_l^{(k)}) a_1(t_1) b_k(t_1 + nT_c - \tau_l^{(k)}) dt_1 \quad (3.16)$$

กำหนดให้  $\tau_{nl}^k = \tau_l^{(k)} - \tau_n^1$  โดยที่  $\tau_n^1 = nT_c$  ดังนั้นจะได้

$$I_{mai}^{(n)} = \sqrt{\frac{P}{2}} \sum_{k=2}^K \sum_{l=0}^{L^{(k)}-1} \beta_l^{(k)} \beta_n^{(l)} \cos(\varphi_l^{(k)} - \varphi_n^{(l)}) \int_0^T a_k(t_1 - \tau_{nl}^{(k)}) a_1(t_1) b_k(t_1 - \tau_{nl}^{(k)}) dt_1 \quad (3.17)$$

จาก [8] จะได้

$$I_{mai}^{(n)} = \sqrt{\frac{P}{2}} \sum_{k=2}^K \sum_{l=0}^{L^{(k)}-1} \beta_l^{(k)} \beta_n^{(l)} \cos(\varphi_{nl}^{(k)}) \{b_{-1}^{(k)} R_{k1}(\tau_{nl}^{(k)}) + b_0^{(k)} \hat{R}_{k1}(\tau_{nl}^{(k)})\} \quad (3.18)$$

โดยที่  $b_0^{(1)}$  คือ บิตข้อมูลที่จะถูกตีเทกต์

$b_{-1}^{(1)}$  คือ บิตก่อนหน้านั้น

$$\tau_{nl}^{(k)} = \tau_l^{(k)} - \tau_n^{(1)}$$

$$\varphi_{nl}^{(k)} = \varphi_l^{(k)} - \varphi_n^{(k)} \text{ เมื่อ } k = 1, 2, \dots, K$$

และ

$$R_{k1}(\tau) = \int_0^\tau a_k(t - \tau) a_1(t) dt \quad (3.19)$$

$$\hat{R}_{k1}(\tau) = \int_\tau^T a_k(t - \tau) a_1(t) dt \quad (3.20)$$

ในการทำงานกันสัญญาณแทรกสอดตัวเองสำหรับผู้ใช้งานอ้างอิงสามารถหาได้โดยการแทนเงื่อนไข  $k = 1$  และ  $l \neq n$  ดังนี้

$$\begin{aligned} I_{si}^{(n)} &= \sqrt{2P} \sum_{\substack{l=0 \\ l \neq n}}^{L^{(k)}-1} \int_{nT_c}^{T+nT_c} \beta_l^{(1)} a_1(t - \tau_l^{(1)}) b_1(t - \tau_l^{(1)}) \cos(\omega_c t + \varphi_l^{(1)}) \beta_n^{(1)} a_1(t - nT_c) \cos(\omega_c t + \varphi_n^{(1)}) dt \\ &= \sqrt{2P} \sum_{\substack{l=0 \\ l \neq n}}^{L^{(k)}-1} \int_{nT_c}^{T+nT_c} \beta_l^{(1)} \beta_n^{(1)} a_1(t - \tau_l^{(1)}) a_1(t - nT_c) b_1(t - \tau_l^{(1)}) \cos(\omega_c t + \varphi_l^{(1)}) \cos(\omega_c t + \varphi_n^{(1)}) dt \end{aligned} \quad (3.21)$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

เนื่องจาก  $\tau_1^{(1)} = lT_c$

$$\begin{aligned} I_{si}^{(n)} &= \sqrt{2P} \sum_{\substack{l=0 \\ l \neq n}}^{L^{(k)}-1} \beta_l^{(1)} \beta_n^{(1)} \int_{nT_c}^{T+nT_c} a_1(t-lT_c) a_1(t-nT_c) b_1(t-lT_c) \frac{1}{2} \cos(\varphi_l^{(1)} - \varphi_n^{(1)}) dt \\ &= \sqrt{\frac{P}{2}} \sum_{\substack{l=0 \\ l \neq n}}^{L^{(k)}-1} \beta_l^{(1)} \beta_n^{(1)} \cos(\varphi_{nl}^{(k)}) \int_{nT_c}^{T+nT_c} a_1(t-lT_c) a_1(t-nT_c) b_1(t-lT_c) dt \end{aligned} \quad (3.22)$$

ทำการเปลี่ยนขอบเขตการอินทิเกรตโดยให้  $t_1 = t - nT_c$  และ  $dt_1 = dt$  จะได้

$$I_{si}^{(n)} = \sqrt{\frac{P}{2}} \sum_{\substack{l=0 \\ l \neq n}}^{L^{(k)}-1} \beta_l^{(1)} \beta_n^{(1)} \cos(\varphi_{nl}^{(k)}) \int_0^T a_1(t_1 + nT_c - lT_c) a_1(t_1) b_1(t_1 + nT_c - lT_c) dt_1 \quad (3.23)$$

ให้  $\tau_{nl}^{(1)} = \tau_l^{(1)} - \tau_n^{(1)}$  โดยที่  $\tau_n^{(1)} = nT_c$

$$\begin{aligned} I_{si}^{(n)} &= \sqrt{\frac{P}{2}} \sum_{\substack{l=0 \\ l \neq n}}^{L^{(k)}-1} \beta_l^{(1)} \beta_n^{(1)} \cos(\varphi_{nl}^{(k)}) \int_0^T a_1(t_1 - \tau_{nl}^{(1)}) a_1(t_1) b_1(t_1 - \tau_{nl}^{(1)}) dt_1 \\ &= \sqrt{\frac{P}{2}} \sum_{\substack{l=0 \\ l \neq n}}^{L^{(k)}-1} \beta_l^{(1)} \beta_n^{(1)} \cdot \cos(\varphi_{nl}^{(1)}) \{b_{-1}^{(1)} R_{11}[\tau_{nl}^{(1)}] + b_0^{(1)} \hat{R}_{11}[\tau_{nl}^{(1)}]\} \end{aligned} \quad (3.24)$$

สัญญาณรบกวนขาว Gaussian แบบบวกสามารถหาได้ดังนี้

$$I_{ni}^{(n)} = \int_{nT_c}^{T+nT_c} n(t) \beta_n^{(1)} a_1(t-nT_c) \cos[\omega_c t + \varphi_n^{(1)}] dt \quad (3.25)$$

## 3.2 การวิเคราะห์สมรรถนะของระบบ

### 3.2.1 อัตราส่วนของสัญญาณต่อสัญญาณรบกวน (SNR)

สำหรับการวิเคราะห์การทำงานของระบบ DS-SS-SSMA มักจะสมมติให้เทอมของการแทรกสอด (interference) มีการแจกแจงทางสถิติแบบ Gaussian ดังนั้นในการศึกษานี้จะทำการประมาณแบบ Gaussian และจำลองเทอมของ MAI และ SI เป็นสัญญาณรบกวนขาว Gaussian แบบบวกซึ่งมีความแปรปรวน (variance) เท่ากับค่าความแปรปรวนของ MAI และ SI ตามลำดับ จาก [7]

$$\text{Var}(I) = E(I^2) - E^2(I)$$

ดังนั้นค่าความแปรปรวนของ MAI ใน branch ที่  $n$  ( $\sigma_{mai,n}^2$ ) โดยมีเงื่อนไขบน  $\beta_n^{(1)}$  สามารถแสดงได้ดังนี้ [2, 8]

$$\sigma_{mai,n}^2 = E\left[\left\{I_{mai}^{(n)}\right\}^2\right] + E^2\left[I_{mai}^{(n)}\right]$$

เนื่องจากจำลองเทอมของ MAI และ SI เป็นสัญญาณรบกวน Gaussian ขาวแบบบวก เทอมของ  $E^2[I]$  จะมีค่าเป็นศูนย์ จะได้

$$\begin{aligned} \sigma_{mai,n}^2 &= E\left[\left\{I_{mai}^n\right\}^2\right] \\ &= \frac{P}{2} \sum_{k=2}^K \sum_{l=0}^{L^{(k)}-1} \{\beta_n^{(1)}\}^2 E\left[\{\beta_l^{(k)}\}^2\right] \cdot E\left[\left\{b_{-1}^{(k)} R_{k1}(\tau_{nl}^{(k)}) + b_0^{(k)} \hat{R}_{k1}(\tau_{nl}^{(k)})\right\}^2\right] \cdot E[\cos^2(\varphi_{nl}^{(k)})] \quad (3.26) \end{aligned}$$

ให้  $\varphi_{nl}^{(k)}$  เป็นตัวแปรสุ่มที่มีการแจกแจงแบบเอกรูปในช่วง  $[0, 2\pi]$  นั่นคือ

$$\begin{aligned} E[\cos^2(\varphi_{nl}^{(k)})] &= \int_0^{2\pi} \cos^2(\varphi_{nl}^{(k)}) \left(\frac{1}{2\pi}\right) d\varphi_{nl}^{(k)} \\ &= \frac{1}{4\pi} \int_0^{2\pi} (1 + \cos(2\varphi_{nl}^{(k)})) d\varphi_{nl}^{(k)} \\ &= \frac{1}{4\pi} \left(2\pi + \frac{\sin 2\varphi_{nl}^{(k)}}{2} \Big|_0^{2\pi}\right) \\ &= \frac{1}{2} \end{aligned}$$

ดังนั้น

$$\sigma_{mai,n}^2 = \frac{P}{2} \sum_{k=2}^K \sum_{l=0}^{L^{(k)}-1} \{\beta_n^{(1)}\}^2 E\left[\{\beta_l^{(k)}\}^2\right] \cdot \frac{1}{2} \left(\frac{T^2}{3N^3} r_{k1}(n)\right) \quad (3.27)$$

จาก [8] ทำการสมมติว่าค่าคาบเวลาของรหัสสเปกตรัมแผ่มีค่ามากกว่าอัตราขยายการประมวลผล ดังนั้นรหัสสเปกตรัมแผ่สามารถกำหนดให้เป็นลำดับของรหัสแบบสุ่ม (random binary sequence) ที่มีค่าสหสัมพันธ์ข้ามเฉลี่ย  $r_{k1} \cong 2N^2$

$$\begin{aligned}\sigma_{mai,n}^2 &= \frac{P}{2} \sum_{k=2}^K \sum_{l=0}^{L^{(k)}-1} \{\beta_n^{(1)}\}^2 \Omega_l^{(k)} \frac{1}{2} \frac{T^2 \cdot 2N^2}{3N^3} \\ &= \frac{E_b T}{6N} \{\beta_n^{(1)}\}^2 \sum_{k=2}^K \sum_{l=0}^{L^{(k)}-1} \Omega_l^{(k)}\end{aligned}\quad (3.28)$$

โดยที่  $\Omega_l^{(k)} = E[\{\beta_l^{(k)}\}^2]$  และ  $E_b = PT$  เป็นพลังงานของสัญญาณต่อบิต ในทำนองเดียวกัน ความแปรปรวนของ  $I_{si}^{(n)}$  สามารถหาได้ดังนี้ (มีเงื่อนไขบน  $\beta_n^{(1)}$ )

$$\begin{aligned}\sigma_{si,n}^2 &= E[\{I_{si}^{(n)}\}^2] \\ &= \frac{P}{2} \sum_{\substack{l=0 \\ l \neq n}}^{L^{(1)}-1} \{\beta_n^{(1)}\}^2 E[\{\beta_l^{(1)}\}^2] E[\cos^2(\varphi_{nl}^{(k)})] E[\{b_{-1}^{(1)} R_{11}[\tau_{nl}^{(1)}] + b_0^{(1)} \hat{R}_{11}[\tau_{nl}^{(1)}]\}^2] \\ &= \frac{P}{2} \sum_{\substack{l=0 \\ l \neq n}}^{L^{(1)}-1} \{\beta_n^{(1)}\}^2 \Omega_l^{(1)} \cdot \frac{1}{2} \left( \frac{T^2}{3N^3} r_{11} \right)\end{aligned}\quad (3.29)$$

เนื่องจาก  $r_{k1} \approx 2N^2$  ดังนั้น  $\sigma_{si,n}^2$  ประมาณได้เป็น [2]

$$\sigma_{si,n}^2 \approx \frac{E_b T}{4N} \{\beta_n^{(1)}\}^2 \sum_{l=1}^{L^{(1)}-1} \Omega_l^{(1)} \quad (3.30)$$

และจากสมการ (3.25) จะได้ความแปรปรวนของเทอมของสัญญาณรบกวนแบบ Gaussian เป็น (มีเงื่อนไขบน  $\beta_n^{(1)}$ )

$$\begin{aligned}\sigma_{ni,n}^2 &= E[\{I_{ni}\}^2] \\ &= E\left[ \int_{nT_c}^{T+nT_c} n^2(t) (\beta_n^{(1)})^2 a^2(t - nT_c) \cos^2(\omega_c t + \varphi_n^{(1)}) dt \right] \\ &= E\left[ \int_0^T n^2(t) (\beta_n^{(1)})^2 \left( \frac{1 + \cos 2(\omega_c t + \varphi_n^{(1)})}{2} \right) dt \right] \\ &= E\left[ \frac{1}{2} T \frac{\eta_0}{2} (\beta_n^{(1)})^2 \right] \\ &= \frac{\eta_0 T}{4} (\beta_n^{(1)})^2\end{aligned}\quad (3.31)$$

ทั้งนี้เมื่อขึ้นอยู่กับ  $\{\beta_n^{(1)}\}^2$  เมื่อ  $n = 0, 1, \dots, L_r - 1$  โดยกำหนดให้  $L_r = L^{(k)} = L$  ตัวแปรตัดสินใจ  $U$  มีค่ากลาง (mean) เป็นดังนี้

$$U_s = \sqrt{\frac{E_b T}{2} \sum_{n=0}^{L_r-1} \{\beta_n^{(1)}\}^2} \quad (3.32)$$

ดังนั้นความแปรปรวนของ  $U$  จะเท่ากับผลบวกของความแปรปรวนของเทอมการแทรกสอดทั้งหมด จาก (3.28), (3.30) และ (3.31) จะได้

$$\begin{aligned} \sigma_T^2 &= \sum_{n=0}^{L_r-1} (\sigma_{mai,n}^2 + \sigma_{si,n}^2 + \sigma_{ni,n}^2) \\ &= E_b T \left\{ \frac{\sum_{k=2}^K \sum_{l=0}^{L^{(k)}-1} \Omega_l^{(k)}}{6N} + \frac{\sum_{l=1}^{L^{(1)}-1} \Omega_l^{(1)}}{4N} + \frac{\eta_0}{4E_b} \right\} \cdot \sum_{n=0}^{L_r-1} \{\beta_n^{(1)}\}^2 \end{aligned} \quad (3.33)$$

ให้  $L^{(k)}=L$  สำหรับผู้ใช้งานระบบทั้งหมดและ  $\Omega_l^{(k)} = \Omega_l$  สมมติว่าผู้ใช้งานระบบทั้งหมดมีกำลังงานเฉลี่ยของสัญญาณเท่ากันที่เครื่องรับ สำหรับการศึกษานี้สมมติว่าการกระจายของ MIP (Multipath Intensity Profile) เป็นแบบคงที่ (constant) นั่นคือ

$$\Omega_l = \Omega_0 e^{-l\delta} \quad (3.34)$$

โดยที่  $\Omega_0$  คือค่าความแรงของสัญญาณเฉลี่ย (average signal strength)

$\delta$  คืออัตราการลดทอนกำลังของสัญญาณ

และให้  $L_r = L$  ดังนั้นจาก (3.33) จะได้

$$\sigma_T^2 = E_b T \Omega_0 \left\{ \frac{(K-1)q(L,\delta)}{6N} + \frac{q(L,\delta)-1}{4N} + \frac{\eta_0}{4E_b \Omega_0} \right\} \cdot \sum_{n=0}^{L-1} \{\beta_n^{(1)}\}^2 \quad (3.35)$$

SNR ที่เอาที่พู่ทของเครื่องรับจะมีค่าเท่ากับ  $U_s^2 / 2\sigma_T^2$  นั่นคือ

$$SNR = \frac{\frac{E_b T}{2} \left[ \sum_{n=0}^{L-1} \{\beta_n^{(1)}\}^2 \right]^2}{2E_b T \Omega_0 \left\{ \frac{(K-1)q(L,\delta)}{6N} + \frac{q(L,\delta)-1}{4N} + \frac{\eta_0}{4E_b \Omega_0} \right\} \cdot \sum_{n=0}^{L-1} \{\beta_n^{(1)}\}^2}$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$\begin{aligned}
&= \frac{\sum_{n=0}^{L-1} \{\beta_n^{(1)}\}^2}{\Omega_0 \left\{ \frac{2(K-1)q(L,\delta)}{3N} + \frac{q(L,\delta)-1}{N} + \frac{\eta_0}{E_b\Omega_0} \right\}} \\
&= \sigma_0 S
\end{aligned} \tag{3.36}$$

โดยที่

$$S = \frac{1}{\Omega_0} \sum_{n=0}^{L-1} \{\beta_n^{(1)}\}^2 \tag{3.37}$$

$$\sigma_0 = \left\{ \frac{2(K-1)q(L,\delta)}{3N} + \frac{q(L,\delta)-1}{N} + \frac{\eta_0}{E_b\Omega_0} \right\}^{-1} \tag{3.38}$$

### 3.2.2 ฟังก์ชันความหนาแน่นความน่าจะเป็นของ SNR

ค่าของกำลังสัญญาณที่เอาต์พุตของเครื่องรับแบบเรค เป็นฟังก์ชันของผลรวมของตัวประกอบ การเพี้ยนของแอมพลิจูด (Amplitude Distortion Factor:  $\beta_i$ ) ยกกำลังสองและเรียกการรวมแบบนี้ว่า การรวมอัตราส่วนสูงสุด (Maximal Ratio Combining: MRC) จะกำหนดด้วยความสัมพันธ์

$$\gamma = \sum_{l=0}^{L-1} \beta_l^2 \tag{3.39}$$

โดยที่  $\beta_i$  สอดคล้องกับการแจกแจงแบบ Nakagami [3]

กำหนดให้การเฟดในแต่ละวิถีเป็นอิสระต่อกัน ดังนั้นฟังก์ชันคุณลักษณะ (Characteristic function) สามารถแสดงตามดังสมการใน [5] คือ

$$\varphi_r(t) = \prod_{l=0}^{L-1} \left( 1 - \frac{jt}{\lambda_l} \right)^{-m_l} \tag{3.40}$$

โดยที่  $\lambda_l = m_l / \Omega_l$  และ  $l = 0, 1, \dots, L-1$  และกำหนดให้การเฟดของช่องสัญญาณ Nakagami มีอัตราส่วนของ  $\lambda_l$  เท่ากันทุกวิถี ดังนั้นค่าความหนาแน่นความน่าจะเป็น (pdf) ของ  $\gamma$  ในสมการที่ (3.39) สามารถเขียนเป็น

$$p(\gamma) = \left( \frac{m_T}{\Omega_T} \right)^{m_T} \frac{\gamma^{m_T-1}}{\Gamma(m_T)} \exp\left( -\frac{m_T}{\Omega_T} \gamma \right) \tag{3.41}$$

โดย 
$$m_T = \sum_{l=0}^{L-1} m_l \quad (3.42)$$

$$\Omega_T = \sum_{l=0}^{L-1} \Omega_l \quad (3.43)$$

### 3.2.3 การวิเคราะห์อัตราความผิดพลาดบิตของระบบ

ในการวิเคราะห์ประสิทธิภาพของระบบจะแสดงอยู่ในรูปของค่าสัญญาณต่อสัญญาณรบกวน โดยเมื่อพิจารณาการคิ่มอคูเลตแบบร่วมนัย ค่าความน่าจะเป็นของความผิดพลาด (Probability of Error) ขณะใด ๆ ของสัญญาณต่อสัญญาณรบกวนสามารถแสดงได้เป็น [5]

$$P_e(S) = \frac{\Gamma\left(\frac{1}{2}, \sigma_0 S\right)}{2\sqrt{\pi}} \quad (3.44)$$

โดย  $\Gamma(b, x) = \int_x^\infty y^{b-1} e^{-y} dy$  เป็นแกมมาฟังก์ชันแบบไม่สมบูรณ์ (Incomplete Gamma Function) เนื่องจากค่า  $S$  เป็นค่าแบบไม่เจาะจง ดังนั้นจึงต้องหาค่าความน่าจะเป็นของความผิดพลาดเฉลี่ย (Average Error Probability) ซึ่งค่าความน่าจะเป็นของความผิดพลาดเฉลี่ยมีค่าเท่ากับ

$$\bar{P}_e = \int_0^\infty P_e(S) p_s(S) dS \quad (3.45)$$

แทนสมการที่ (3.41) และ (3.44) ใน (3.45)

$$\begin{aligned} \bar{P}_e &= \int_0^\infty \frac{\Gamma\left(\frac{1}{2}, \sigma_0 S\right)}{2\sqrt{\pi}} \left(\frac{m_T}{\Omega_T}\right)^{m_T} \frac{S^{m_T-1}}{\Gamma(m_T)} \exp\left(-\frac{m_T}{\Omega_T} S\right) dS \\ &= \frac{1}{2\sqrt{\pi}} \frac{1}{\Gamma(m_T)} \left(\frac{m_T}{\Omega_T}\right)^{m_T} \int_0^\infty \Gamma\left(\frac{1}{2}, \sigma_0 S\right) S^{m_T-1} \exp\left(-\frac{m_T}{\Omega_T} S\right) dS \end{aligned} \quad (3.46)$$

จาก [10] และ [11]

$$\int_0^\infty x^{\mu-1} e^{-\beta x} \Gamma(\nu, \alpha x) dx = \frac{\alpha^\nu \Gamma(\mu + \nu)}{\mu(\alpha + \beta)^{\mu + \nu}} {}_2F_1\left(1, \mu + \nu; \mu + 1; \frac{\beta}{\alpha + \beta}\right) \quad (3.47)$$

ดังนั้นจากสมการที่ (3.46) เขียนใหม่ได้

$$\int_0^{\infty} \Gamma\left(\frac{1}{2}, \sigma_0 S\right) S^{m_T-1} \exp\left(-\frac{m_T}{\Omega_T} S\right) dS = \frac{\sqrt{\sigma_0} \Gamma\left(m_T + \frac{1}{2}\right)}{m_T \left(\sigma_0 + \frac{m_T}{\Omega_T}\right)^{m_T + \frac{1}{2}}} {}_2F_1\left(1, m_T + \frac{1}{2}; m_T + 1; \frac{m_T}{\sigma_0 \Omega_T + m_T}\right) \quad (3.48)$$

$$\bar{P}_e = \frac{1}{2\sqrt{\pi}} \frac{1}{\Gamma(m_T)} \left(\frac{m_T}{\Omega_T}\right)^{m_T} \left[ \frac{\sqrt{\sigma_0} \Gamma\left(m_T + \frac{1}{2}\right)}{m_T \left(\sigma_0 + \frac{m_T}{\Omega_T}\right)^{m_T + \frac{1}{2}}} {}_2F_1\left(1, m_T + \frac{1}{2}; m_T + 1; \frac{m_T}{\sigma_0 \Omega_T + m_T}\right) \right] \quad (3.49)$$

จากสมการที่ (3.34) และ (3.43)

$$\Omega_T = \Omega_0 \sum_{l=0}^{L-1} e^{-l\delta} \quad (3.50)$$

และ

$$\sum_{l=0}^{L-1} e^{-l\delta} = q(L, \delta) = \frac{1 - e^{-L\delta}}{1 - e^{-\delta}} \quad (3.51)$$

ดังนั้น

$$\Omega_T = \Omega_0 q(L, \delta) \quad (3.52)$$

จากสมการที่ (3.42) และการคำนวณเป็นแต่ละครั้งค่า  $m$  จะมีค่าคงที่ดังนั้น

$$\bar{P}_e = \frac{1}{2\sqrt{\pi}} \frac{1}{\Gamma(m_1 L)} \left(\frac{m_1 L}{\Omega_0 q(L, \delta)}\right)^{m_1 L} \left[ \frac{\sqrt{\sigma_0} \Gamma\left(m_1 L + \frac{1}{2}\right)}{m_1 L \left(\sigma_0 + \frac{m_1 L}{\Omega_0 q(L, \delta)}\right)^{m_1 L + \frac{1}{2}}} {}_2F_1\left(1, m_1 L + \frac{1}{2}; m_1 L + 1; \frac{m_1 L}{\sigma_0 \Omega_0 q(L, \delta) + m_1 L}\right) \right] \quad (3.53)$$

### 3.3 การวิเคราะห์สมรรถนะของระบบแบบสหสัมพันธ์

#### 3.3.1 ฟังก์ชันความหนาแน่นความน่าจะเป็นของ SNR ของระบบแบบสหสัมพันธ์

จากสมการที่ (3.37) จะเห็นได้ว่า SNR ที่เอาต์พุตของเครื่องรับแบบ Rake จะเป็นฟังก์ชันของผลรวมของกำลังสองของความแรงของสัญญาณ  $\beta_n$  เมื่อ  $\beta_n$  มีการแจกแจงทางสถิติแบบ Nakagami สมมติว่ากำลังงานของสัญญาณเฉลี่ยและตัวแปรเสริมเฟดดิ้งในแต่ละสาขาของช่องสัญญาณเป็นแบบ identical ซึ่งข้อสมมตินี้จะสมเหตุสมผลถ้าช่องสัญญาณโคเวอรัซีตีมีระยะห่างไม่มากและอัตราการขยายของแต่ละช่องสัญญาณเท่ากัน ซึ่งฟังก์ชันความหนาแน่นความน่าจะเป็นของ S แสดงได้จากสมการที่ (3.6) อย่างไรก็ตามเมื่อแต่ละสาขาของช่องสัญญาณโคเวอรัซีตีอยู่ใกล้กันมากจนทำให้กำลังงานของสัญญาณในแต่ละสาขาไม่มีความเป็นอิสระกันอีกต่อไป ฟังก์ชันความหนาแน่นความน่าจะเป็นของ S จะต้องเขียนโดยนำค่าสหสัมพันธ์ระหว่างสาขาของการรวมโคเวอรัซีตีเข้ามาพิจารณาด้วย ดังนั้นจาก [6] จะได้ว่า

$$p_\gamma(\gamma) = \frac{\gamma^{\frac{mL^2}{R}-1} \exp\left(-\frac{Lm\gamma}{R\Omega_0}\right)}{\Gamma\left(\frac{mL^2}{R}\right) \left(\frac{R\Omega_0}{Lm}\right)^{\frac{mL^2}{R}}} \quad (\gamma > 0) \quad (3.54)$$

$$\text{โดยที่ } R = L + \frac{2\rho}{1-\rho} \left( L - \frac{1-\rho^L}{1-\rho} \right), \quad 0 < \rho < 1$$

$$\rho_{ij} = \rho^{|i-j|} \text{ โดย } i, j = 1, 2, \dots, L$$

โดย  $\rho_{ij}$  จะมีค่าลดลงอย่างเอ็กโพเนนเชียลเมื่อระยะห่างระหว่างสาขาของเครื่องรับแบบโคเวอรัซีตีเพิ่มขึ้น

#### 3.3.2 อัตราความผิดพลาดบิตเฉลี่ยของระบบแบบสหสัมพันธ์

สำหรับการดีมอดูเลตเชิงเลขทางเฟสฐานสองแบบร่วมนัย เมื่อมีสัญญาณรบกวนขาว Gaussian แบบบวก ค่าความน่าจะเป็นการผิดพลาดของบิตข้อมูล (probability of error) ซึ่งมีเงื่อนไขขึ้นอยู่กับอัตราส่วนของสัญญาณต่อสัญญาณรบกวน (SNR) ในขณะใดขณะหนึ่ง แสดงโดย [7, 9] โดยจากสมการที่ (3.44)

$$P_e(S) = Q\left(\sqrt{2\sigma_0 S}\right)$$

$$= \frac{\Gamma\left(\frac{1}{2}, \sigma_0 S\right)}{2\sqrt{\pi}}$$

โดยที่  $\Gamma(b, x) = \int_x^\infty y^{b-1} e^{-y} dy$  เป็น incomplete gamma function

จากสมการที่ (3.44) จะมองว่าเป็นความน่าจะเป็นการผิดพลาดของบิตข้อมูลมีเงื่อนไข (conditional error probability) เมื่อเงื่อนไขคือ S ถูกกำหนดให้มีค่าที่แน่นอน แต่เมื่อ S เป็นตัวแปรสุ่มจะต้องหาความน่าจะเป็นการผิดพลาดของบิตข้อมูลเฉลี่ย (average error probability) โดยทำการเฉลี่ย  $P_e(S)$  ตลอดช่วงของฟังก์ชันความหนาแน่นของความน่าจะเป็นของ S ตามสมการที่ 3.45 จากนั้นแทนสมการที่ (3.44) และ (3.54) ลงในสมการที่ (3.45) จะได้

$$\begin{aligned} \bar{P}_e &= \int_0^\infty \frac{Q(\sqrt{2\sigma_0 S}) S^{\frac{mL^2}{R}-1} \exp\left(\frac{-LmS}{R\Omega_0}\right) dS}{\Gamma\left(\frac{mL^2}{R}\right) \left(\frac{R\Omega_0}{Lm}\right)^{\frac{mL^2}{R}}} \\ &= \int_0^\infty \frac{\Gamma\left(\frac{1}{2}, \sigma_0 S\right) S^{\frac{mL^2}{R}-1} \exp\left(\frac{-LmS}{R\Omega_0}\right) dS}{2\sqrt{\pi} \Gamma\left(\frac{mL^2}{R}\right) \left(\frac{R\Omega_0}{Lm}\right)^{\frac{mL^2}{R}}} \end{aligned} \quad (3.55)$$

โดยที่  $S > 0$

$$\bar{P}_e = \frac{1}{2\sqrt{\pi}} \cdot \frac{1}{\Gamma\left(\frac{mL^2}{R}\right) \left(\frac{R\Omega_0}{Lm}\right)^{\frac{mL^2}{R}}} \int_0^\infty \Gamma\left(\frac{1}{2}, \sigma_0 S\right) \cdot S^{\frac{mL^2}{R}-1} \exp\left(\frac{-mLS}{R\Omega_0}\right) dS \quad (3.56)$$

จาก [10]

$$\int_0^\infty x^{u-1} e^{-bx} \Gamma(v, \alpha x) dx = \frac{\alpha^v \Gamma(u+v)}{u(\alpha+b)^{u+v}} {}_2F_1\left(1, u+v; u+1; \frac{b}{\alpha+b}\right) \quad (3.57)$$

โดยที่  $\text{Re}(\alpha + b) > 0$ ,  $\text{Re } u > 0$  และ  $\text{Re}(u+v) > 0$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

จากสมการที่ (3.56) สมมติให้เทอมของการอินทิเกรตแทนด้วย  $A$  และให้  $u = \frac{mL^2}{R}$ ,  $b = \frac{mL}{R\Omega_0}$   
 และ  $v = \frac{1}{2}$ ,  $\alpha = \sigma_0$  จะได้

$$A = \frac{\sigma_0^{\frac{1}{2}} \Gamma\left(\frac{mL^2}{R} + \frac{1}{2}\right)}{\frac{mL^2}{R} \left(\sigma_0 + \frac{mL}{R\Omega_0}\right)^{\frac{mL^2}{R} + \frac{1}{2}}} {}_2F_1\left(1, \frac{mL^2}{R} + \frac{1}{2}; \frac{mL^2}{R} + 1; \frac{\frac{mL}{R\Omega_0}}{\sigma_0 + \frac{mL}{R\Omega_0}}\right) \quad (3.58)$$

ให้  $\beta = \frac{mL^2}{R}$  และจาก [6, 10] จะได้

$$\bar{P}_e = \frac{1}{2\beta} \sqrt{\frac{\sigma_0}{\pi}} \frac{\Gamma\left(\beta + \frac{1}{2}\right)}{\Gamma(\beta)} \left(\frac{Lm}{Lm + \sigma_0 R\Omega_0}\right)^\beta \left(\frac{R\Omega_0}{Lm + \sigma_0 R\Omega_0}\right)^{\frac{1}{2}} {}_2F_1\left(1, \beta + \frac{1}{2}; \beta + 1; \frac{Lm}{Lm + \sigma_0 R\Omega_0}\right) \quad (3.59)$$

เมื่อ  ${}_2F_1(a, b; c; z)$  เป็นฟังก์ชันไฮเปอร์จีโอเมตริก (Hypergeometric function)

จากสมการที่ (3.59) นี้จะนำไปใช้ในการวิเคราะห์สมรรถนะของระบบแบบสหสัมพันธ์

## บทที่ 4

### ผลการวิเคราะห์เชิงเลข

ในบทนี้จะนำเสนอผลการวิเคราะห์เชิงเลข โดยใช้โปรแกรม MATLAB เพื่อเลียนแบบการทำงาน โดยอัตราความผิดพลาดบิตของระบบ DS-CDMA สามารถคำนวณได้จากสมการที่ (3.53) และอัตราความผิดพลาดบิตของระบบ DS-CDMA แบบสหสัมพันธ์ จะคำนวณได้จากสมการที่ (3.59) โดยจะศึกษาผลของตัวแปรเสริมเฟดดิ้งแบบ Nakagami ค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ระหว่างช่องสัญญาณ จำนวนผู้ใช้งานในระบบ จำนวนสาขาของเครื่องรับแบบ Rake และค่าของ SNR ซึ่งมีผลต่อค่าสมรรถนะของระบบโดยแบ่งตามหัวข้อที่ทำการวิเคราะห์ได้ดังนี้

4.1 จำนวนผู้ใช้งานในระบบที่เพิ่มขึ้นทำให้ค่าอัตราความผิดพลาดบิตเฉลี่ยของระบบเพิ่มขึ้นในลักษณะลอการิทึม

4.2 จำนวนสาขาของเครื่องรับแบบ Rake ที่เพิ่มขึ้นและค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ระหว่างช่องสัญญาณที่ลดลง จำนวนผู้ใช้งานที่ระบบสามารถรองรับได้

4.3 จำนวนสาขาของเครื่องรับแบบ Rake ที่เพิ่มขึ้นจะทำให้สมรรถนะของระบบดีขึ้น

4.4 ค่าตัวแปรเสริมเฟดดิ้งแบบ Nakagami ที่เพิ่มขึ้นจะทำให้สมรรถนะของระบบดีขึ้น

4.5 ค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ระหว่างช่องสัญญาณที่เพิ่มขึ้นทำให้สมรรถนะของระบบลดลงที่จำนวนผู้ใช้งานเท่ากับ 1

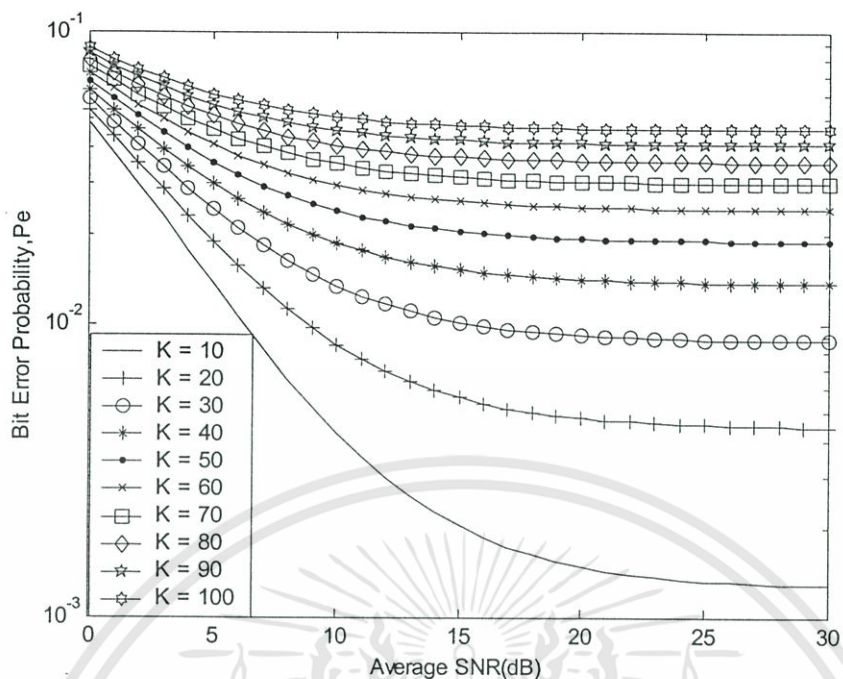
4.6 ค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ระหว่างช่องสัญญาณที่เพิ่มขึ้นทำให้สมรรถนะของระบบลดลงที่จำนวนผู้ใช้งานเท่ากับ 25

4.7 ค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ระหว่างช่องสัญญาณที่เพิ่มขึ้นทำให้สมรรถนะของระบบลดลงที่จำนวนผู้ใช้งานเท่ากับ 40

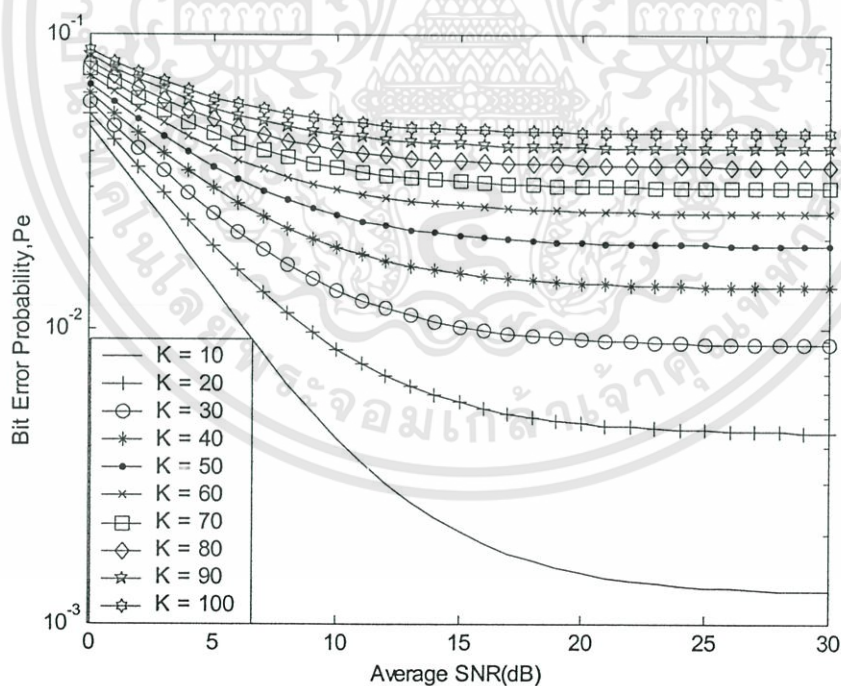
4.8 ผลของค่าอัตราการลดทอนกำลังของสัญญาณ

#### 4.1 จำนวนผู้ใช้งานในระบบที่เพิ่มขึ้นทำให้ค่าอัตราความผิดพลาดบิตเฉลี่ยของระบบเพิ่มขึ้นในลักษณะลอการิทึม

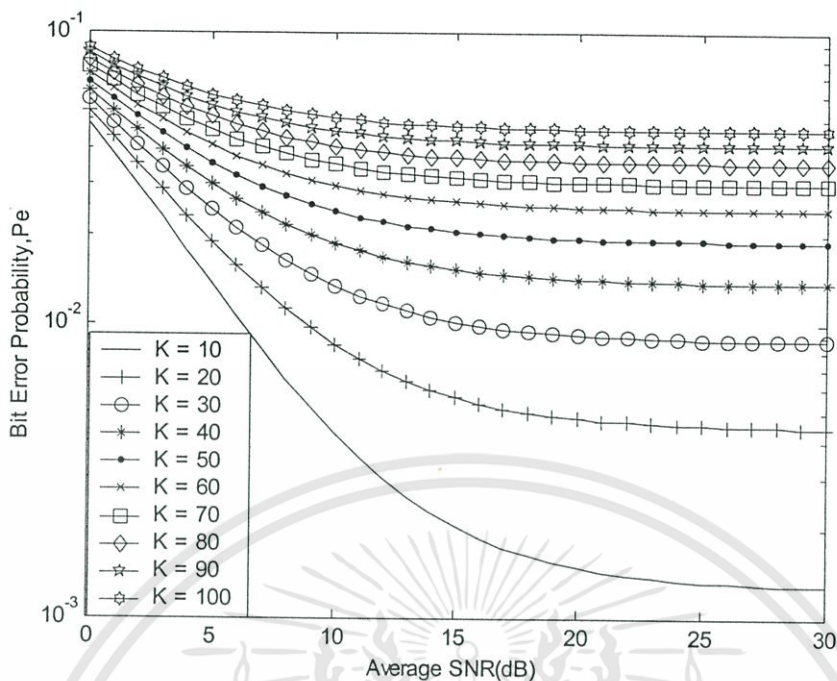
รูปที่ 4.1-4.4 แสดงให้เห็นผลของจำนวนผู้ใช้งานที่มีผลต่ออัตราผิดพลาดบิต โดยอัตราขยายการประมวลผลเท่ากับ 127 จำนวนสาขาของเครื่องรับแบบ Rake เท่ากับ 2 (รูปที่ 4.1-4.2) และ 4 (รูปที่ 4.3-4.4) และตัวแปรเสริมเฟดดิ้งแบบ Nakagami มีค่าเท่ากับ 1 ค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ระหว่างช่องสัญญาณ ( $\rho$ ) เท่ากับ 0 (รูปที่ 4.1 และ 4.3) และ 0.9 เกิดสหสัมพันธ์อย่างสมบูรณ์ (รูปที่ 4.2 และ 4.4) จากผลการวิเคราะห์แสดงให้เห็นว่าจำนวนผู้ใช้งานที่เพิ่มขึ้นส่งผลให้อัตราผิดพลาดบิตเพิ่มขึ้นในลักษณะลอการิทึม (logarithm)



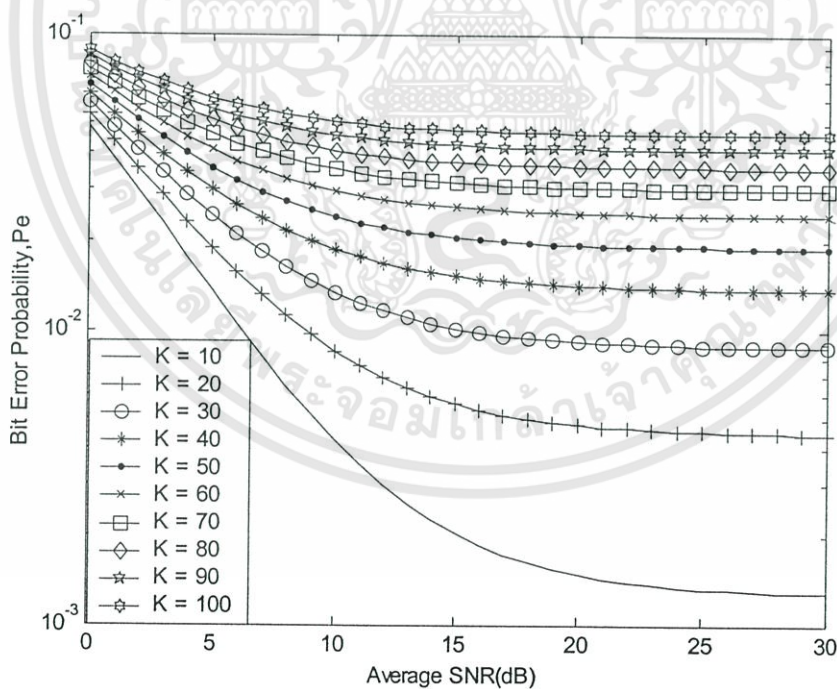
รูปที่ 4.1 ความสัมพันธ์ระหว่างความน่าจะเป็นของอัตราความผิดพลาดบิตค่าเฉลี่ยกับสัญญาณพลังงานต่อความหนาแน่นสัญญาณรบกวนใน 1 บิต โดยมีตัวแปรเสริม  $N=127$ ,  $m=1$ ,  $L=2$ ,  $\rho=0$  และค่า  $K$  ต่างๆ



รูปที่ 4.2 ความสัมพันธ์ระหว่างความน่าจะเป็นของอัตราความผิดพลาดบิตค่าเฉลี่ยกับสัญญาณพลังงานต่อความหนาแน่นสัญญาณรบกวนใน 1 บิต โดยมีตัวแปรเสริม  $N=127$ ,  $m=1$ ,  $L=2$ ,  $\rho=0.9$  และค่า  $K$  ต่างๆ



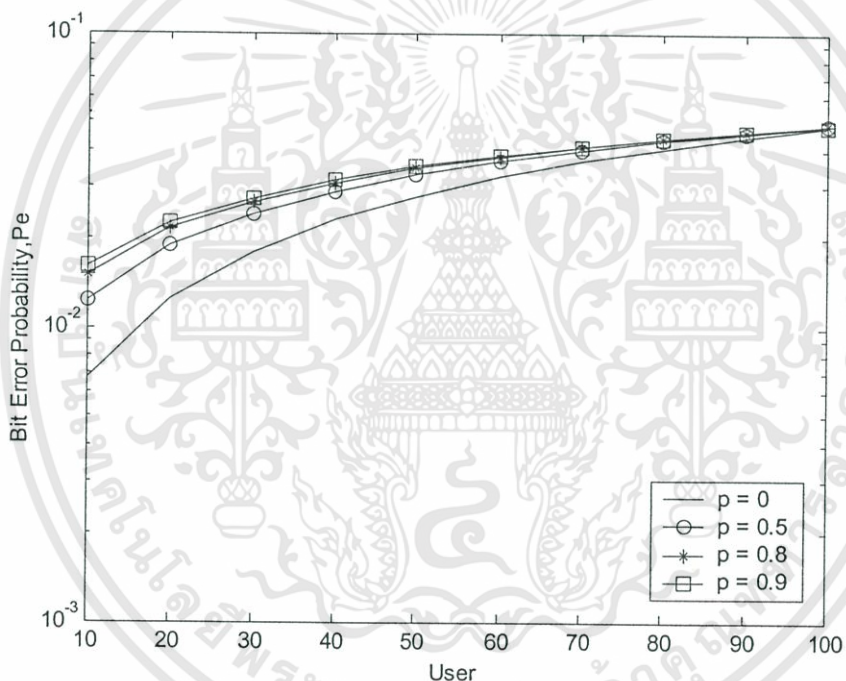
รูปที่ 4.3 ความสัมพันธ์ระหว่างความน่าจะเป็นของอัตราความผิดพลาดบิตค่าเฉลี่ยกับสัญญาณพลังงานต่อความหนาแน่นสัญญาณรบกวนใน 1 บิต โดยมีตัวแปรเสริม  $N=127$ ,  $m=1$ ,  $L=4$ ,  $\rho=0$  และค่า  $K$  ต่างๆ



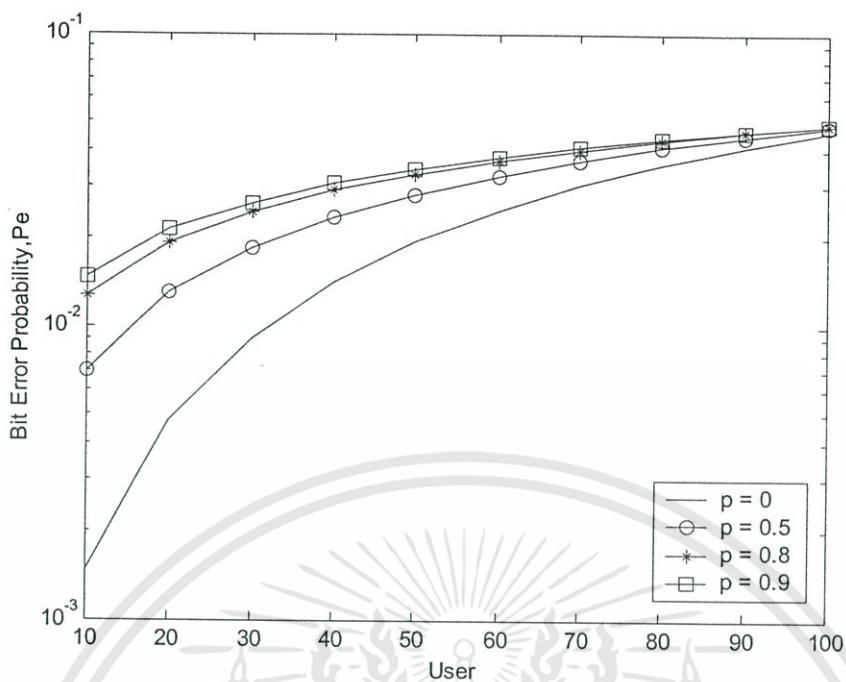
รูปที่ 4.4 ความสัมพันธ์ระหว่างความน่าจะเป็นของอัตราความผิดพลาดบิตค่าเฉลี่ยกับสัญญาณพลังงานต่อความหนาแน่นสัญญาณรบกวนใน 1 บิต โดยมีตัวแปรเสริม  $N=127$ ,  $m=1$ ,  $L=4$ ,  $\rho=0.9$  และค่า  $K$  ต่างๆ

## 4.2 จำนวนสาขาของเครื่องรับแบบ Rake ที่เพิ่มขึ้นและค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ระหว่างช่องสัญญาณที่ลดลง จำนวนผู้ใช้งานที่ระบบสามารถรองรับได้

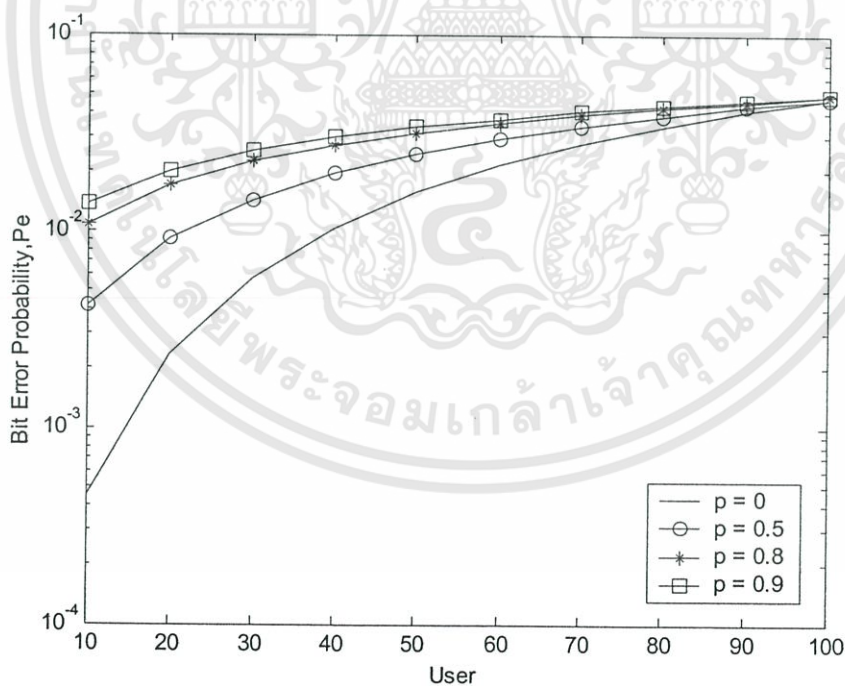
รูปที่ 4.5-4.10 แสดงสมรรถนะของระบบที่มีค่า SNR เท่ากับ 10 dB โดยแต่ละรูปจะทำการเปลี่ยนแปลงค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ระหว่างช่องสัญญาณซึ่งมีค่าเท่ากับ 0, 0.5, 0.8 และ 0.9 จำนวนสาขาของเครื่องรับแบบ Rake เท่ากับ 2, 4 และ 6 ตัวแปรเสริมเฟดคิงแบบ Nakagami ซึ่งมีค่าเท่ากับ 0.5 และ 1 ตามลำดับ โดยมีอัตราขยายประมวลผลเท่ากับ 127 จากผลการวิเคราะห์เชิงเลขแสดงให้เห็นว่าจำนวนสาขาของเครื่องรับแบบ Rake ตัวแปรเสริมเฟดคิงแบบ Nakagami ที่เพิ่มขึ้นและค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ระหว่างช่องสัญญาณ ( $\rho$ ) ที่ลดลงส่งผลให้จำนวนผู้ใช้งานที่ระบบสามารถรองรับได้เพิ่มขึ้น



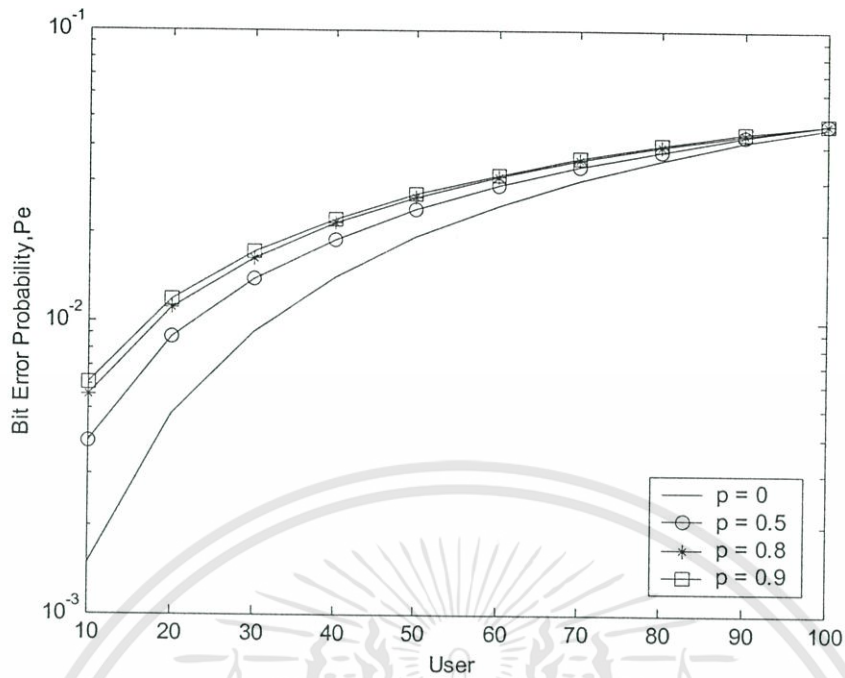
รูปที่ 4.5 ความสัมพันธ์ระหว่างความน่าจะเป็นของอัตราความผิดพลาดบิตค่าเฉลี่ยกับจำนวนผู้ใช้งานในระบบ โดยมีตัวแปรเสริม  $m=0.5$ ,  $N=127$ ,  $L=2$  SNR=10 dB และ  $\rho=0, 0.5, 0.8$  และ  $0.9$



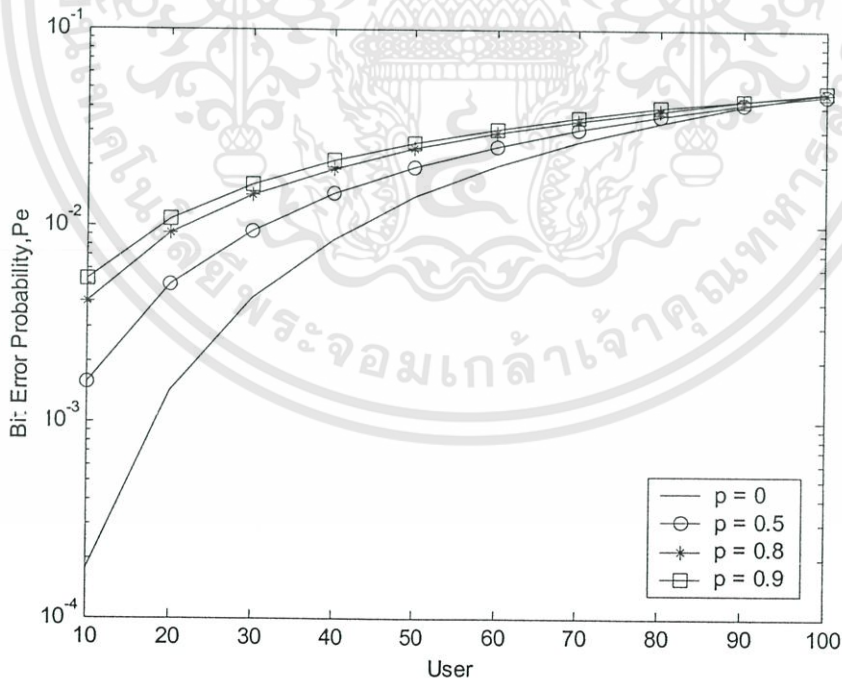
รูปที่ 4.6 ความสัมพันธ์ระหว่างความน่าจะเป็นของอัตราความผิดพลาดบิตค่าเฉลี่ยกับจำนวนผู้ใช้งานในระบบ โดยมีตัวแปรเสริม  $m=0.5$ ,  $N=127$ ,  $L=4$ ,  $\text{SNR}=10$  dB และ  $\rho=0, 0.5, 0.8$  และ  $0.9$



รูปที่ 4.7 ความสัมพันธ์ระหว่างความน่าจะเป็นของอัตราความผิดพลาดบิตค่าเฉลี่ยกับจำนวนผู้ใช้งานในระบบ โดยมีตัวแปรเสริม  $m=0.5$ ,  $N=127$ ,  $L=6$ ,  $\text{SNR}=10$  dB และ  $\rho=0, 0.5, 0.8$  และ  $0.9$

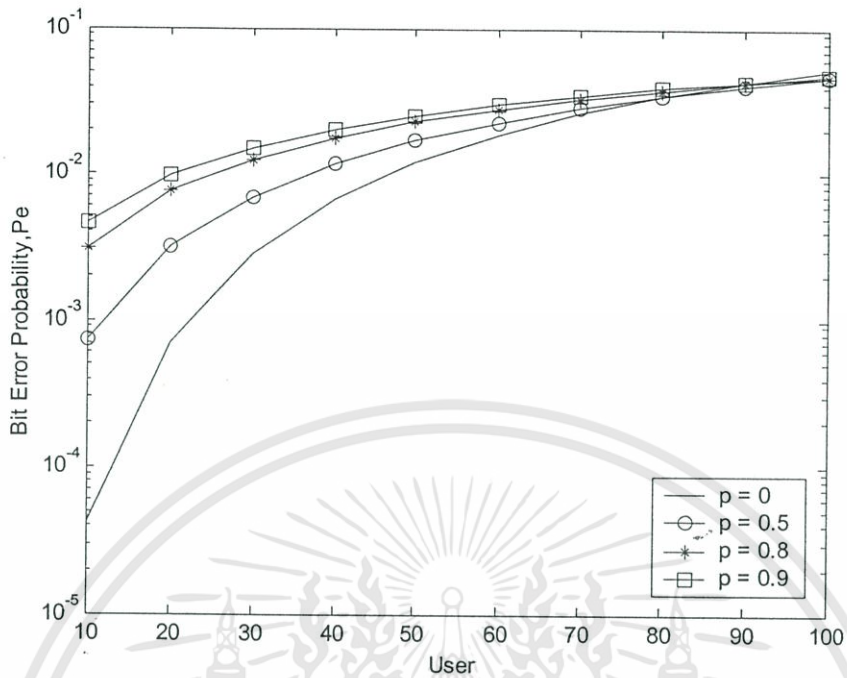


รูปที่ 4.8 ความสัมพันธ์ระหว่างความน่าจะเป็นของอัตราความผิดพลาดบิตค่าเฉลี่ยกับจำนวนผู้ใช้งานในระบบ โดยมีตัวแปรเสริม  $m=1$ ,  $N=127$ ,  $L=2$ ,  $\text{SNR}=10$  dB และ  $\rho=0, 0.5, 0.8$  และ  $0.9$



รูปที่ 4.9 ความสัมพันธ์ระหว่างความน่าจะเป็นของอัตราความผิดพลาดบิตค่าเฉลี่ยกับจำนวนผู้ใช้งานในระบบ โดยมีตัวแปรเสริม  $m=1$ ,  $N=127$ ,  $L=4$ ,  $\text{SNR}=10$  dB และ  $\rho=0, 0.5, 0.8$  และ  $0.9$

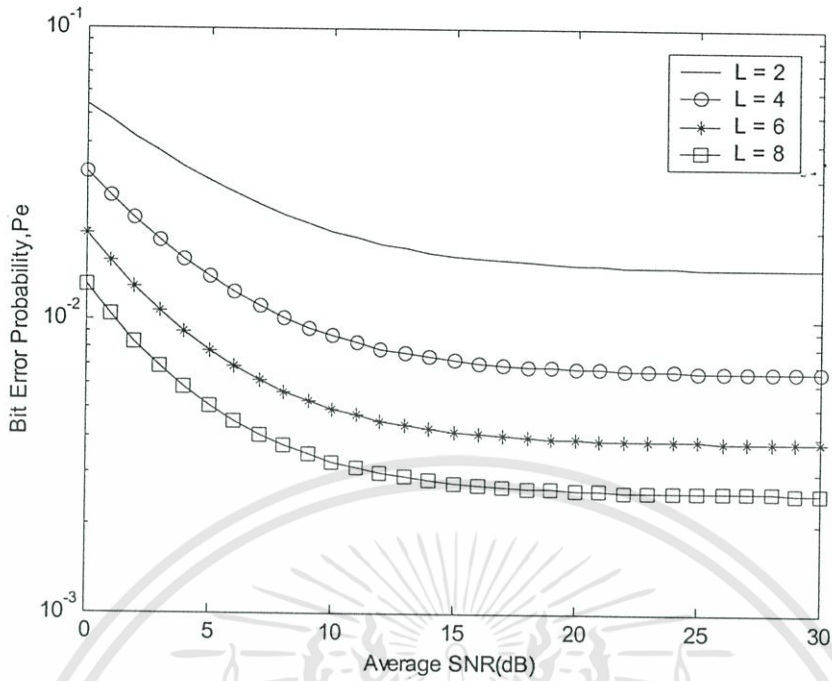
เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



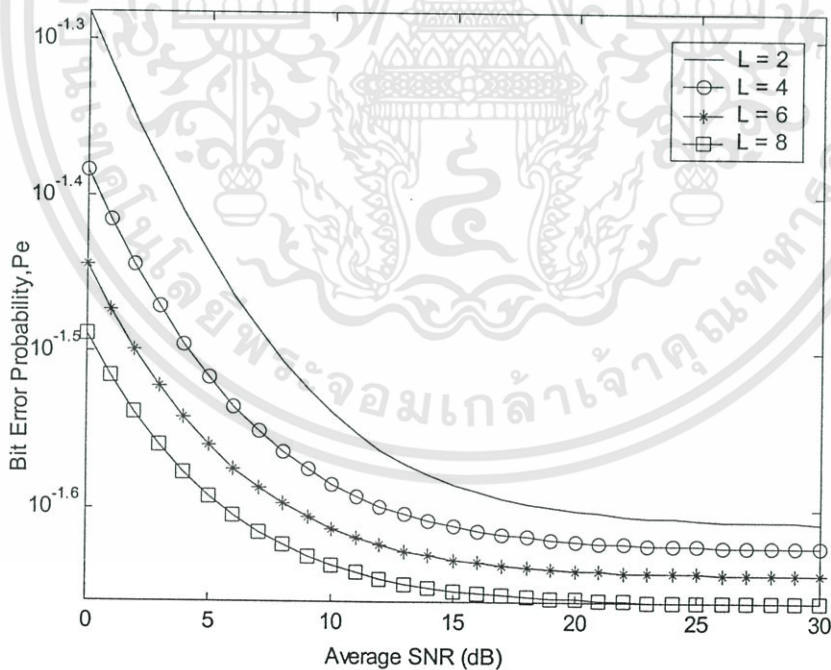
รูปที่ 4.10 ความสัมพันธ์ระหว่างความน่าจะเป็นของอัตราความผิดพลาดบิตค่าเฉลี่ยกับจำนวนผู้ใช้งานในระบบ โดยมีตัวแปรเสริม  $m=1$ ,  $N=127$ ,  $L=6$ ,  $SNR=10$  dB และ  $p=0, 0.5, 0.8$  และ  $0.9$

### 4.3 จำนวนสาขาของเครื่องรับแบบ Rake ที่เพิ่มขึ้นจะทำให้สมรรถนะของระบบดีขึ้น

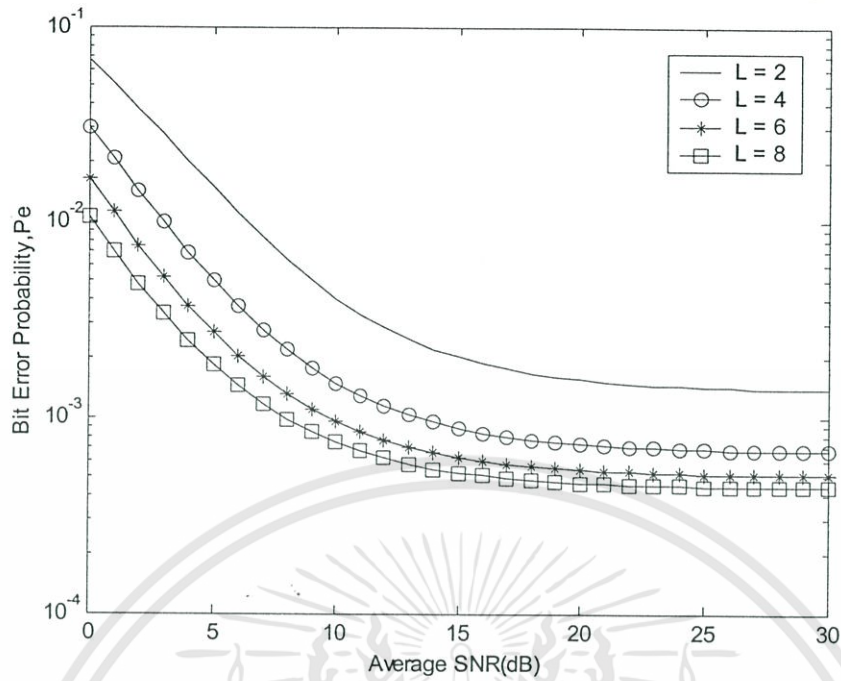
รูปที่ 4.11-4.14 แสดงให้เห็นผลของจำนวนสาขาของเครื่องรับแบบ Rake ค่าต่างๆ โดยจำนวนผู้ใช้งานในระบบเท่ากับ 25 อัตราขยายการประมวลผลเท่ากับ 127 ค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ระหว่างช่องสัญญาณเท่ากับ 0 และ 0.9 จำนวนสาขาของเครื่องรับแบบ Rake เท่ากับ 2, 4, 6 และ 8 และค่าตัวแปรเสริมเฟดดิ้งแบบ Nakagami เท่ากับ 0.5 และ 3 ตามลำดับ จากผลการวิเคราะห์แสดงให้เห็นว่าค่าจำนวนสาขาของเครื่องรับแบบ Rake ที่เพิ่มขึ้นจะทำให้อัตราความผิดพลาดบิตมีค่าน้อยลง



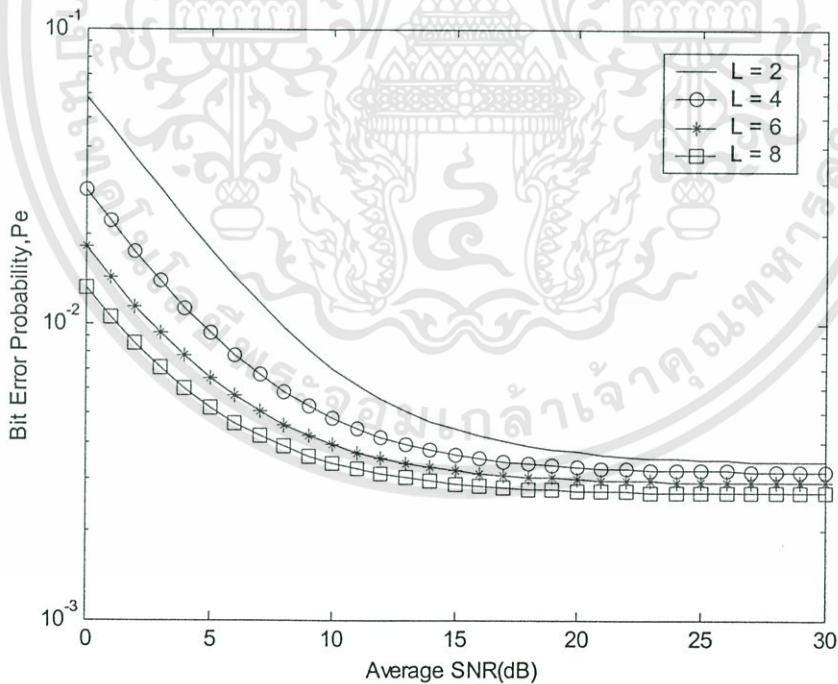
รูปที่ 4.11 ความสัมพันธ์ระหว่างความน่าจะเป็นของอัตราความผิดพลาดบิตค่าเฉลี่ยกับจำนวนผู้ใช้งานในระบบ โดยมีตัวแปรเสริม  $m=0.5$ ,  $N=127$ ,  $\rho=0$ ,  $K=25$



รูปที่ 4.12 ความสัมพันธ์ระหว่างความน่าจะเป็นของอัตราความผิดพลาดบิตค่าเฉลี่ยกับจำนวนผู้ใช้งานในระบบ โดยมีตัวแปรเสริม  $m=0.5$ ,  $N=127$ ,  $\rho=0.9$ ,  $K=25$



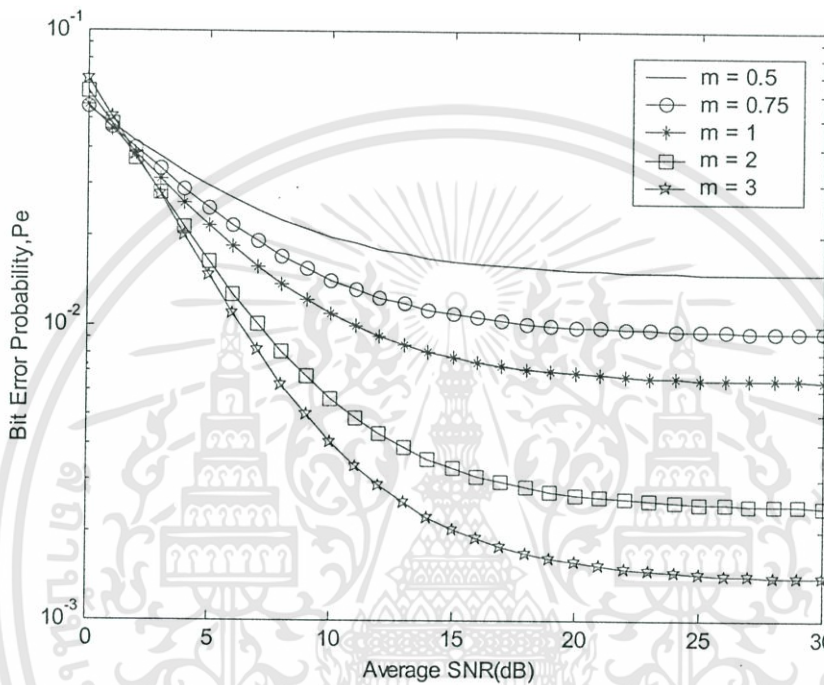
รูปที่ 4.13 ความสัมพันธ์ระหว่างความน่าจะเป็นของอัตราความผิดพลาดบิตค่าเฉลี่ยกับจำนวนผู้ใช้งานในระบบ โดยมีตัวแปรเสริม  $m=3$ ,  $N=127$ ,  $\rho=0$ ,  $K=25$



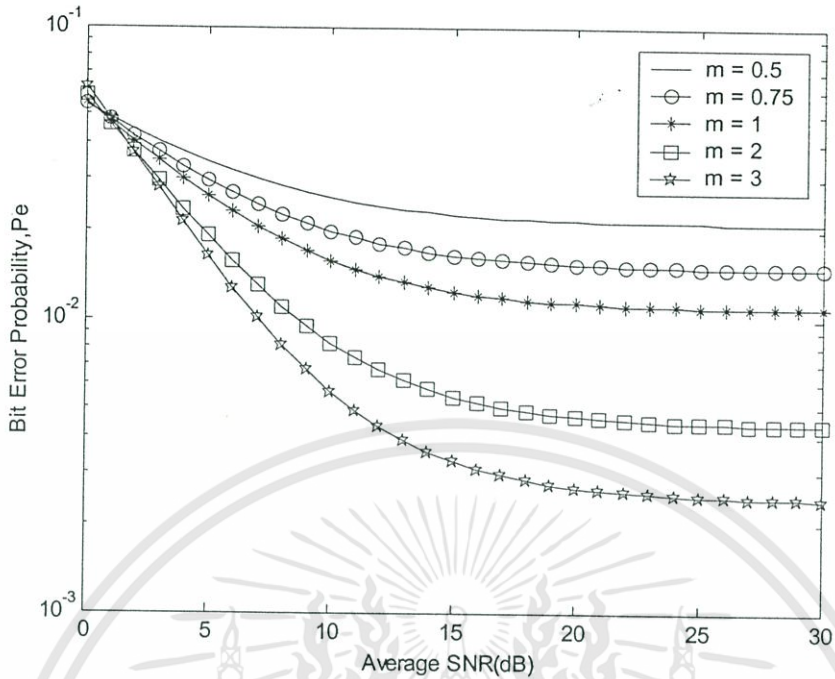
รูปที่ 4.14 ความสัมพันธ์ระหว่างความน่าจะเป็นของอัตราความผิดพลาดบิตค่าเฉลี่ยกับจำนวนผู้ใช้งานในระบบ โดยมีตัวแปรเสริม  $m=3$ ,  $N=127$ ,  $\rho=0.9$ ,  $K=25$

#### 4.4 ค่าตัวแปรเสริมเฟดดิ้งแบบ Nakagami ที่เพิ่มขึ้นจะทำให้สมรรถนะของระบบดีขึ้น

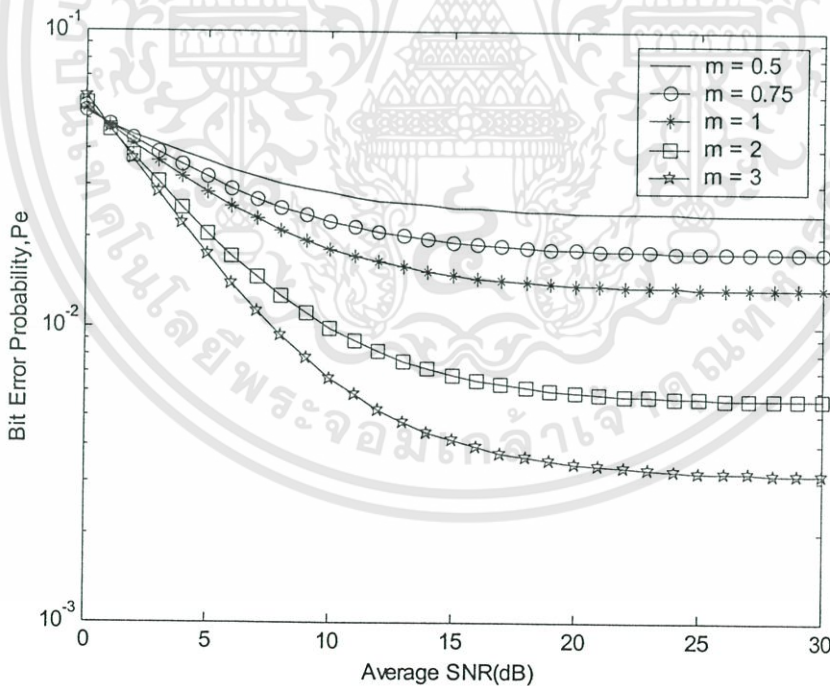
รูปที่ 4.15-4.24 แสดงให้เห็นผลของตัวแปรเสริมเฟดดิ้งแบบ Nakagami ที่เพิ่มขึ้นต่อสมรรถนะของระบบ เมื่อกำหนดให้จำนวนสาขาของเครื่องรับแบบ Rake เท่ากับ 2, 4, 6 และ 8 อัตราขยายการประมวลผล (N) เท่ากับ 127 และจำนวนผู้ใช้งาน (K) ในระบบเท่ากับ 25 และค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ระหว่างช่องสัญญาณ ( $\rho$ ) เท่ากับ 0, 0.5, 0.8 และ 0.9 ตามลำดับ



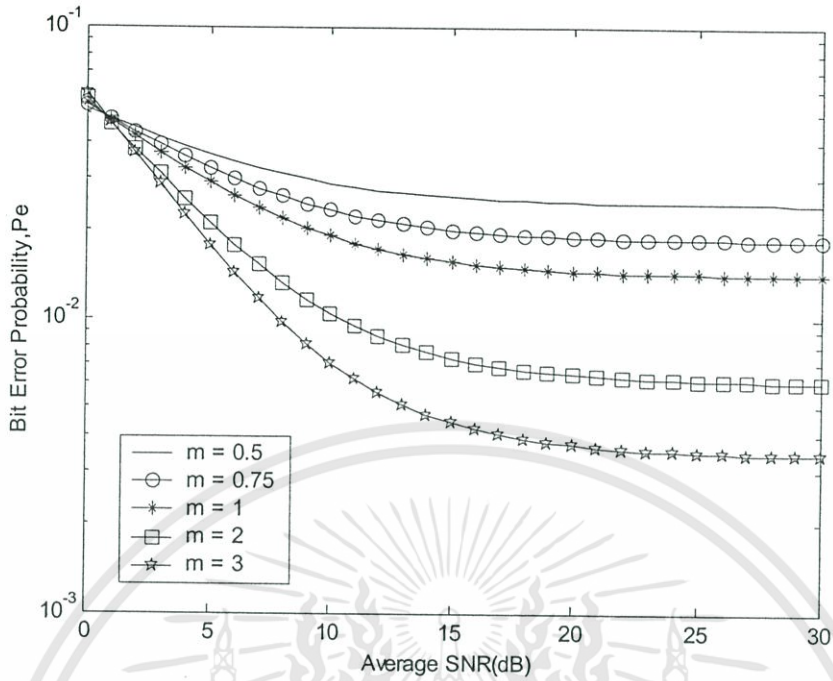
รูปที่ 4.15 ความสัมพันธ์ระหว่างความน่าจะเป็นของอัตราความผิดพลาดบิตค่าเฉลี่ยกับจำนวนผู้ใช้งานในระบบ โดยมีตัวแปรเสริม  $N=127$ ,  $\rho=0$ ,  $K=25$ ,  $L=2$



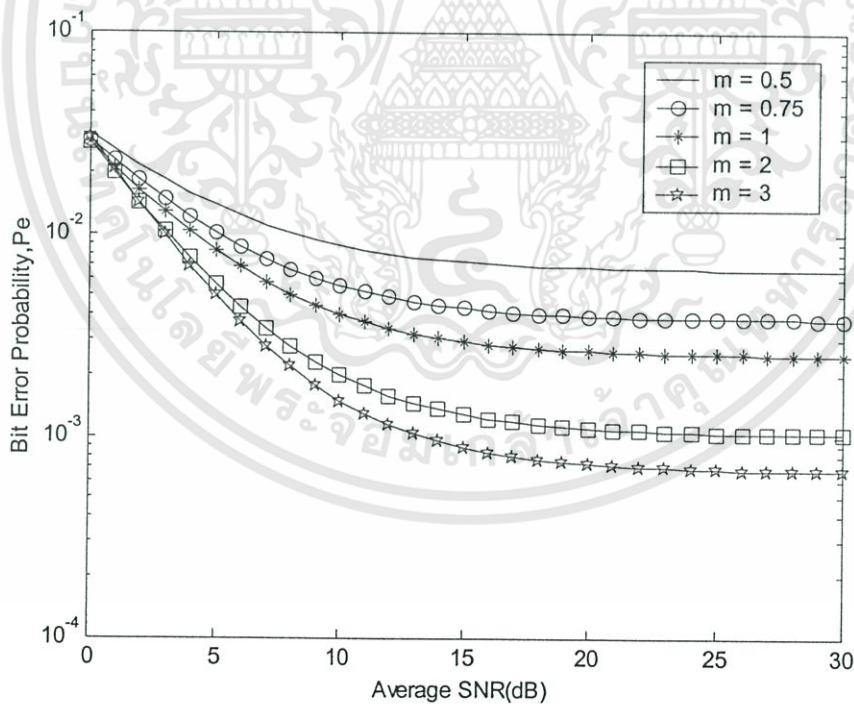
รูปที่ 4.16 ความสัมพันธ์ระหว่างความน่าจะเป็นของอัตราความผิดพลาดบิตค่าเฉลี่ยกับจำนวนผู้ใช้งานในระบบ โดยมีตัวแปรเสริม  $N=127$ ,  $\rho=0.5$ ,  $K=25$ ,  $L=2$



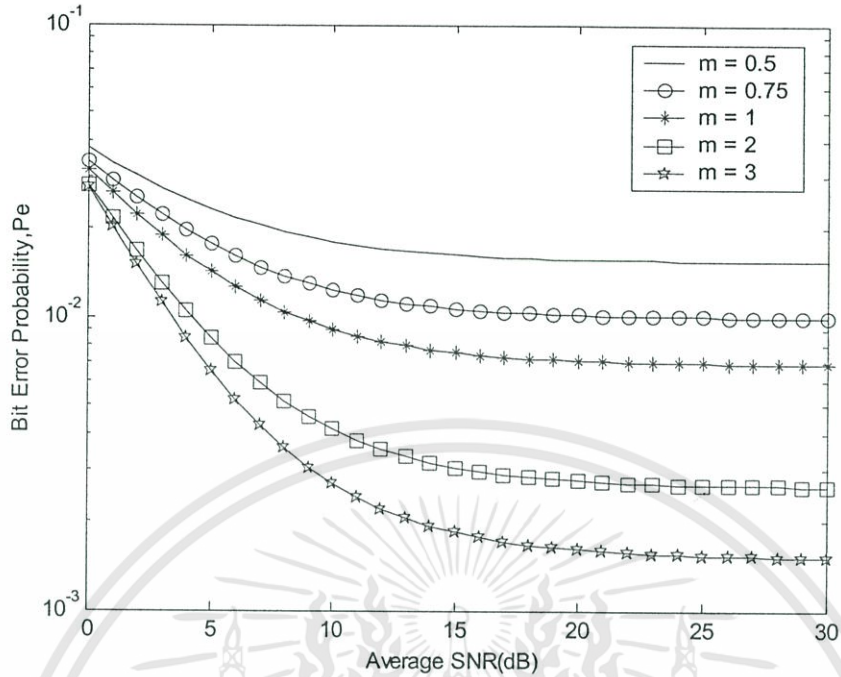
รูปที่ 4.17 ความสัมพันธ์ระหว่างความน่าจะเป็นของอัตราความผิดพลาดบิตค่าเฉลี่ยกับจำนวนผู้ใช้งานในระบบ โดยมีตัวแปรเสริม  $N=127$ ,  $\rho=0.8$ ,  $K=25$ ,  $L=2$



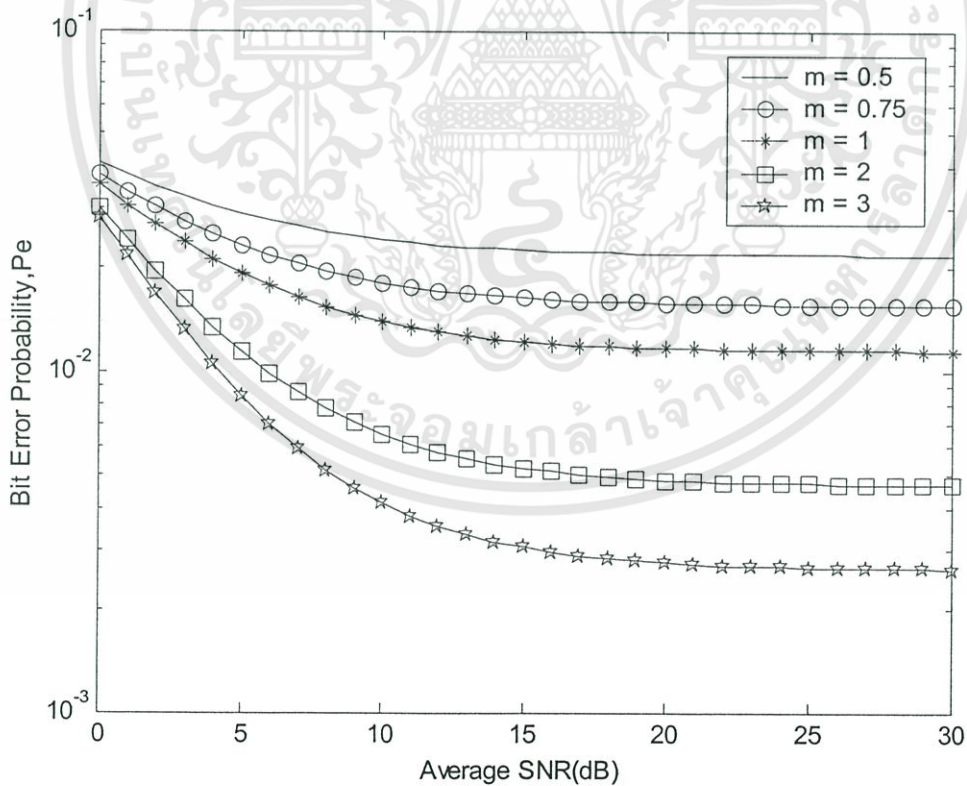
รูปที่ 4.18 ความสัมพันธ์ระหว่างความน่าจะเป็นของอัตราความผิดพลาดบิตค่าเฉลี่ยกับจำนวนผู้ใช้งานในระบบ โดยมีตัวแปรเสริม  $N=127$ ,  $\rho=0.9$ ,  $K=25$ ,  $L=2$



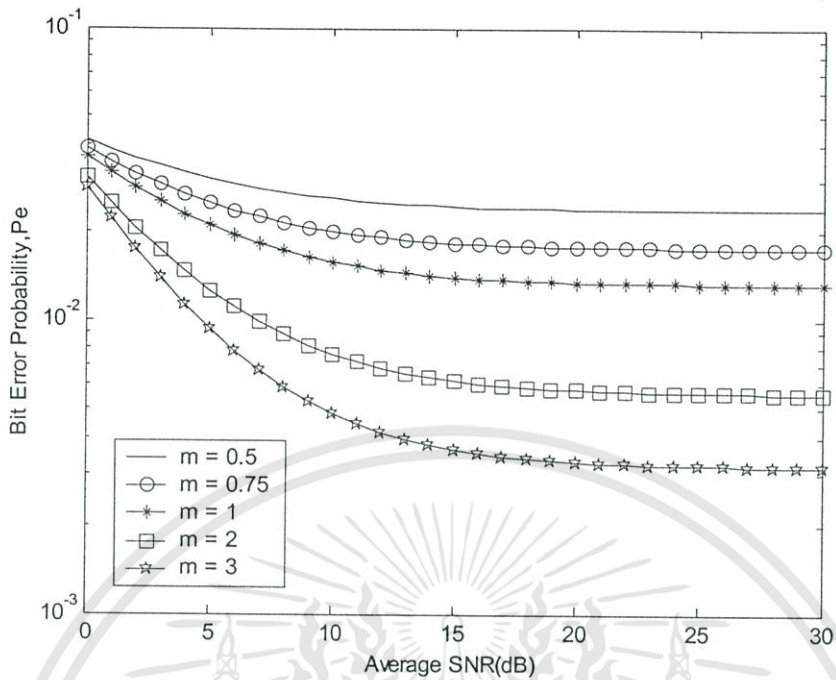
รูปที่ 4.19 ความสัมพันธ์ระหว่างความน่าจะเป็นของอัตราความผิดพลาดบิตค่าเฉลี่ยกับจำนวนผู้ใช้งานในระบบ โดยมีตัวแปรเสริม  $N=127$ ,  $\rho=0$ ,  $K=25$ ,  $L=4$



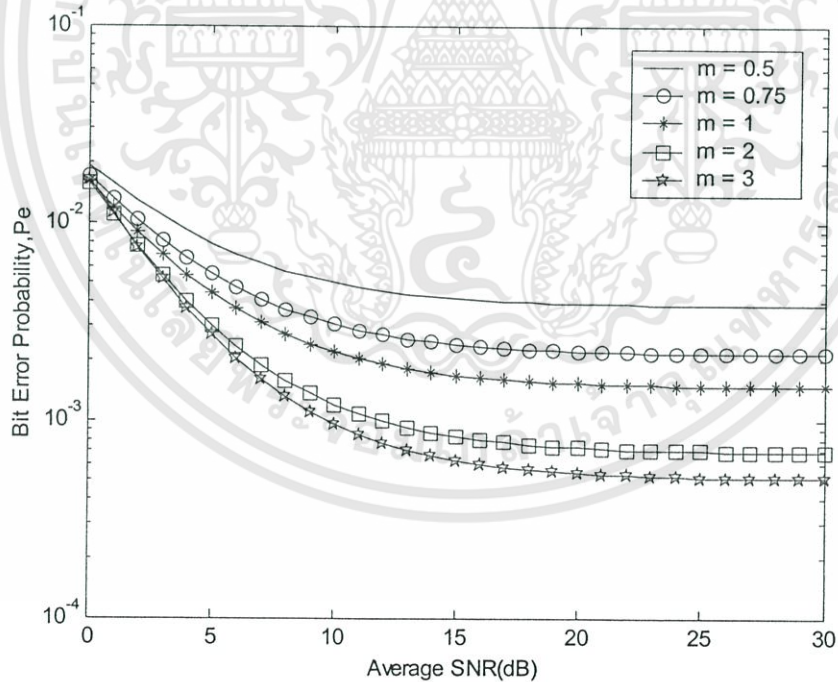
รูปที่ 4.20 ความสัมพันธ์ระหว่างความน่าจะเป็นของอัตราความผิดพลาดบิตค่าเฉลี่ยกับจำนวนผู้ใช้งานในระบบ โดยมีตัวแปรเสริม  $N=127$ ,  $\rho=0.5$ ,  $K=25$ ,  $L=4$



รูปที่ 4.21 ความสัมพันธ์ระหว่างความน่าจะเป็นของอัตราความผิดพลาดบิตค่าเฉลี่ยกับจำนวนผู้ใช้งานในระบบ โดยมีตัวแปรเสริม  $N=127$ ,  $\rho=0.8$ ,  $K=25$ ,  $L=4$

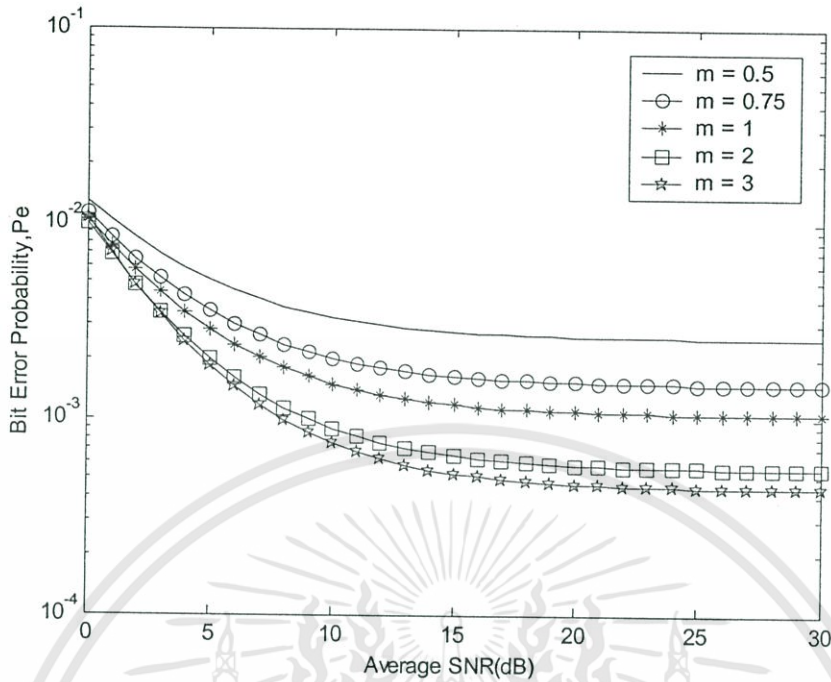


รูปที่ 4.22 ความสัมพันธ์ระหว่างความน่าจะเป็นของอัตราความผิดพลาดบิตค่าเฉลี่ยกับจำนวนผู้ใช้งานในระบบ โดยมีตัวแปรเสริม  $N=127$ ,  $\rho=0.9$ ,  $K=25$ ,  $L=4$



รูปที่ 4.23 ความสัมพันธ์ระหว่างความน่าจะเป็นของอัตราความผิดพลาดบิตค่าเฉลี่ยกับจำนวนผู้ใช้งานในระบบ โดยมีตัวแปรเสริม  $N=127$ ,  $\rho=0$ ,  $K=25$ ,  $L=6$

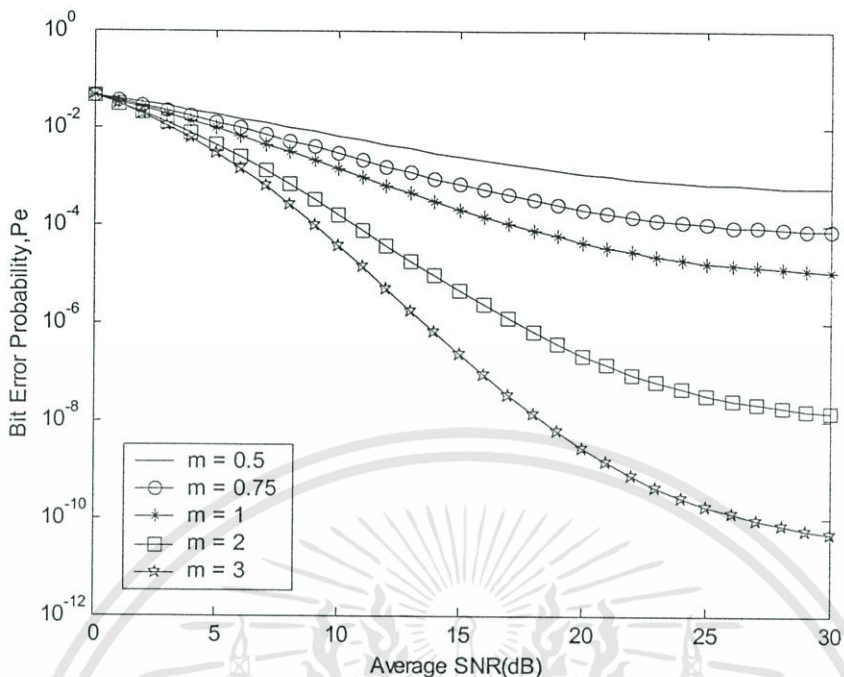
เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



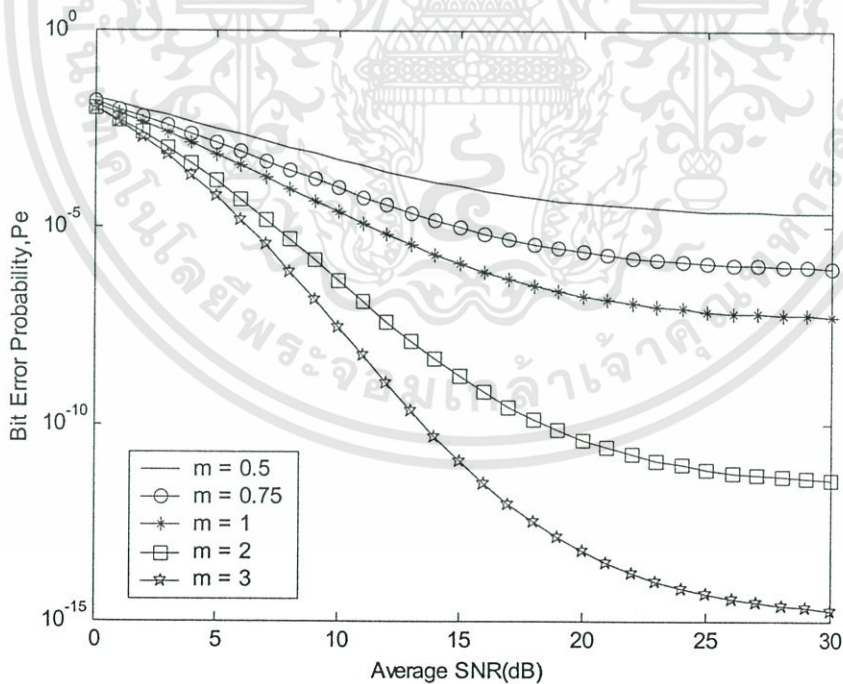
รูปที่ 4.24 ความสัมพันธ์ระหว่างความน่าจะเป็นของอัตราความผิดพลาดบิตค่าเฉลี่ยกับจำนวนผู้ใช้งานในระบบ โดยมีตัวแปรเสริม  $N=127$ ,  $\rho=0$ ,  $K=25$ ,  $L=8$

#### 4.5 ค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ระหว่างช่องสัญญาณที่เพิ่มขึ้นทำให้สมรรถนะของระบบลดลง ที่จำนวนผู้ใช้งานเท่ากับ 1

รูปที่ 4.25-4.28 แสดงระบบที่มีจำนวนผู้ใช้งาน ( $K$ ) เท่ากับ 1 โดยมีตัวแปรเสริม อัตราการขยายประมวลผล ( $N$ ) เท่ากับ 127 จำนวนสาขาของเครื่องรับแบบ Rake ( $L$ ) เท่ากับ 2, 4, 6 และ 8 และค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ระหว่างช่องสัญญาณ ( $\rho$ ) เท่ากับ 0, 0.5, 0.8, และ 0.9 โดยกำหนดให้ค่าตัวแปรเสริมเฟดดิ้งแบบ Nakagami มีค่าเท่ากับ 0

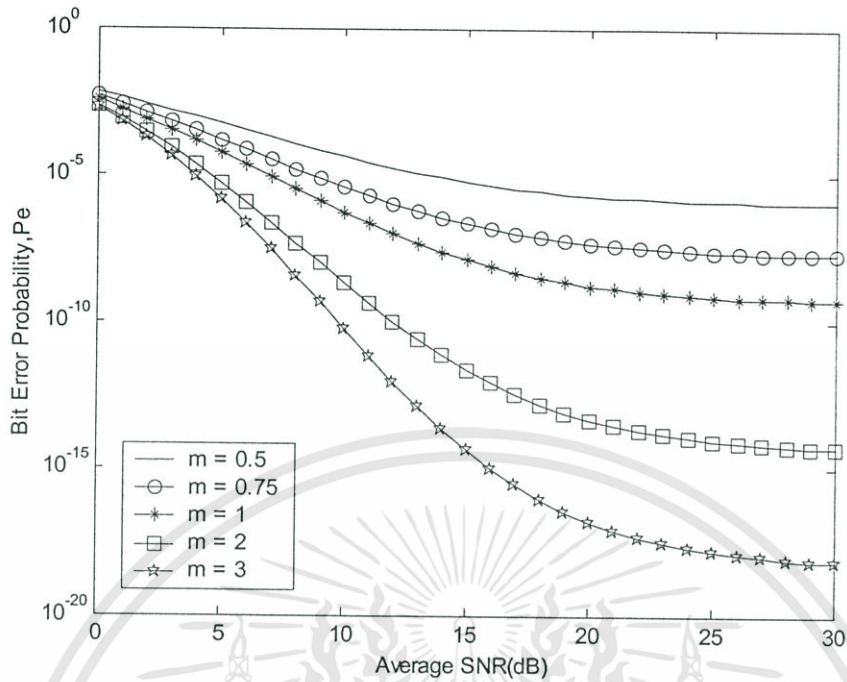


รูปที่ 4.25 ความสัมพันธ์ระหว่างความน่าจะเป็นของอัตราความผิดพลาดบิตค่าเฉลี่ยกับจำนวนผู้ใช้งานในระบบ โดยมีตัวแปรเสริม  $N=127$ ,  $\rho=0$ ,  $K=1$ ,  $L=2$

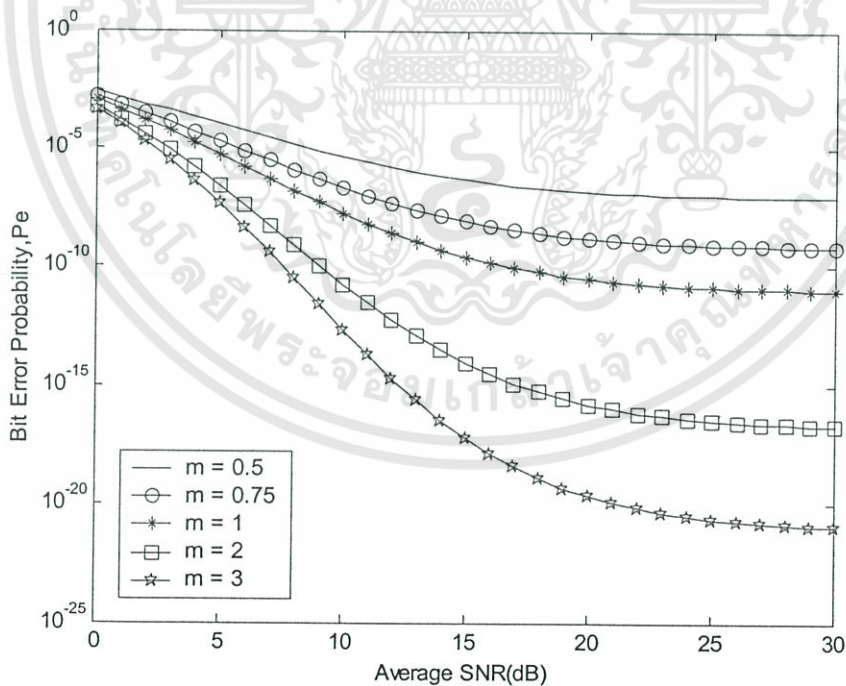


รูปที่ 4.26 ความสัมพันธ์ระหว่างความน่าจะเป็นของอัตราความผิดพลาดบิตค่าเฉลี่ยกับจำนวนผู้ใช้งานในระบบ โดยมีตัวแปรเสริม  $N=127$ ,  $\rho=0$ ,  $K=1$ ,  $L=4$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



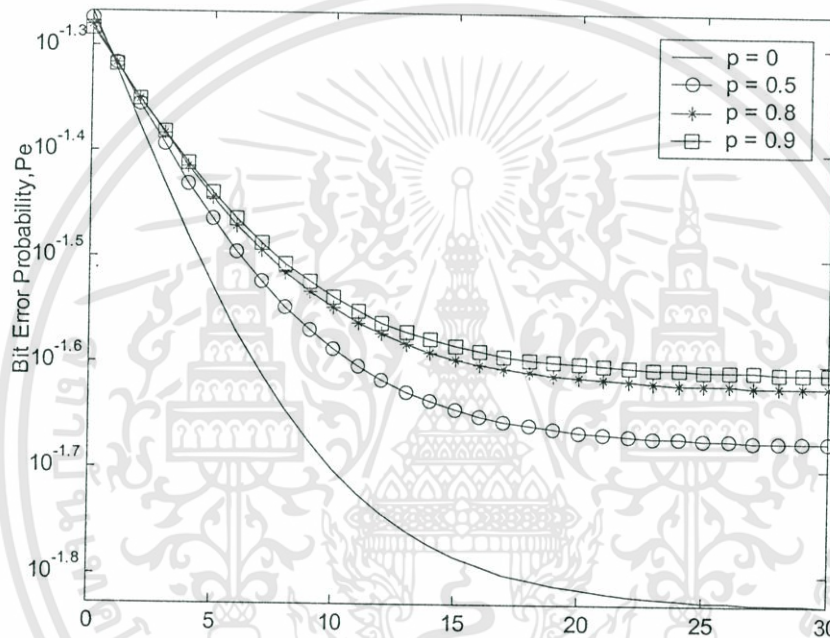
รูปที่ 4.27 ความสัมพันธ์ระหว่างความน่าจะเป็นของอัตราความผิดพลาดบิตค่าเฉลี่ยกับจำนวนผู้ใช้งานในระบบ โดยมีตัวแปรเสริม  $N=127$ ,  $\rho=0$ ,  $K=1$ ,  $L=6$



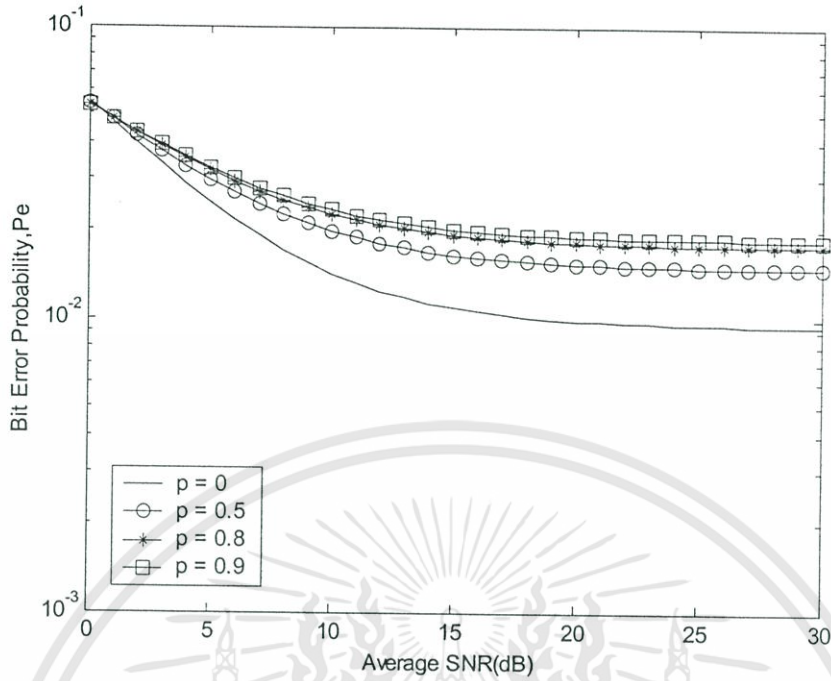
รูปที่ 4.28 ความสัมพันธ์ระหว่างความน่าจะเป็นของอัตราความผิดพลาดบิตค่าเฉลี่ยกับจำนวนผู้ใช้งานในระบบ โดยมีตัวแปรเสริม  $N=127$ ,  $\rho=0$ ,  $K=1$ ,  $L=8$

#### 4.6 ค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ระหว่างช่องสัญญาณที่เพิ่มขึ้นทำให้สมรรถนะของระบบลดลง ที่จำนวนผู้ใช้งานเท่ากับ 25

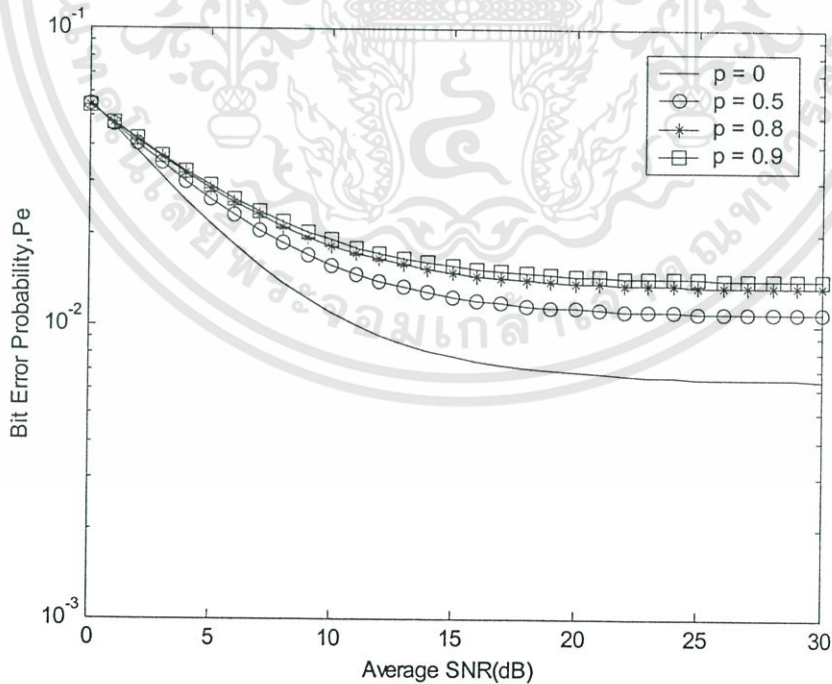
รูปที่ 4.29-4.48 แสดงระบบที่มีจำนวนผู้ใช้งาน ( $K$ ) เท่ากับ 25 โดยมีตัวแปรเสริม อัตราการขยายประมวลผล ( $N$ ) เท่ากับ 127 จำนวนสาขาของเครื่องรับแบบ Rake ( $L$ ) เท่ากับ 2, 4, 6 และ 8 และค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ระหว่างช่องสัญญาณ ( $\rho$ ) เท่ากับ 0, 0.5, 0.8 และ 0.9 โดยกำหนดให้ค่าตัวแปรเสริมเฟดดิ้งแบบ Nakagami มีค่าเท่ากับ 0.5, 0.75, 1 และ 3 ตามลำดับ



รูปที่ 4.29 ความสัมพันธ์ระหว่างความน่าจะเป็นของอัตราความผิดพลาดบิตค่าเฉลี่ยกับจำนวนผู้ใช้งานในระบบ โดยมีตัวแปรเสริม  $N=127$ ,  $K=25$ ,  $L=2$ ,  $m=0.5$



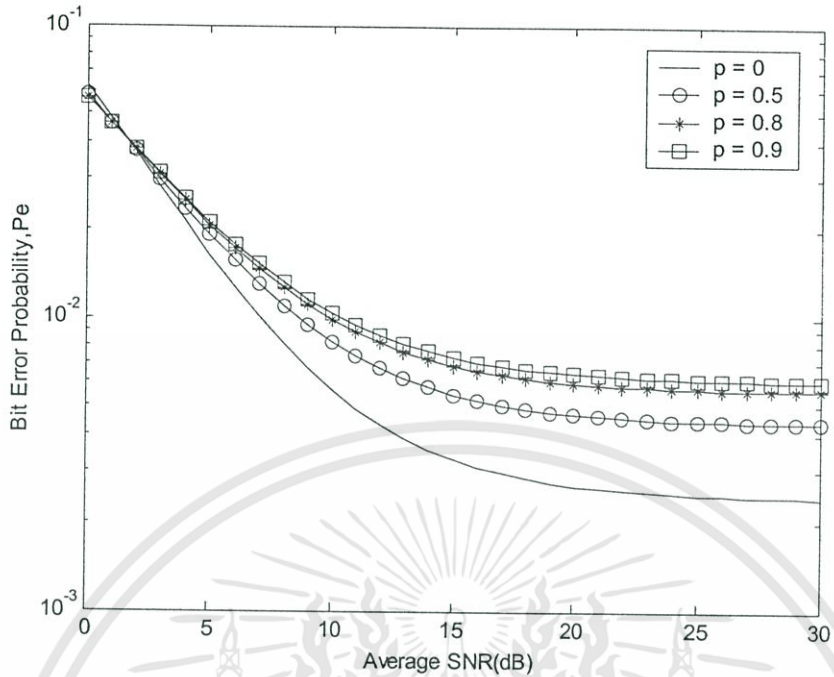
รูปที่ 4.30 ความสัมพันธ์ระหว่างความน่าจะเป็นของอัตราความผิดพลาดบิตค่าเฉลี่ยกับจำนวนผู้ใช้งานในระบบ โดยมีตัวแปรเสริม  $N=127$ ,  $K=25$ ,  $L=2$ ,  $m=0.75$



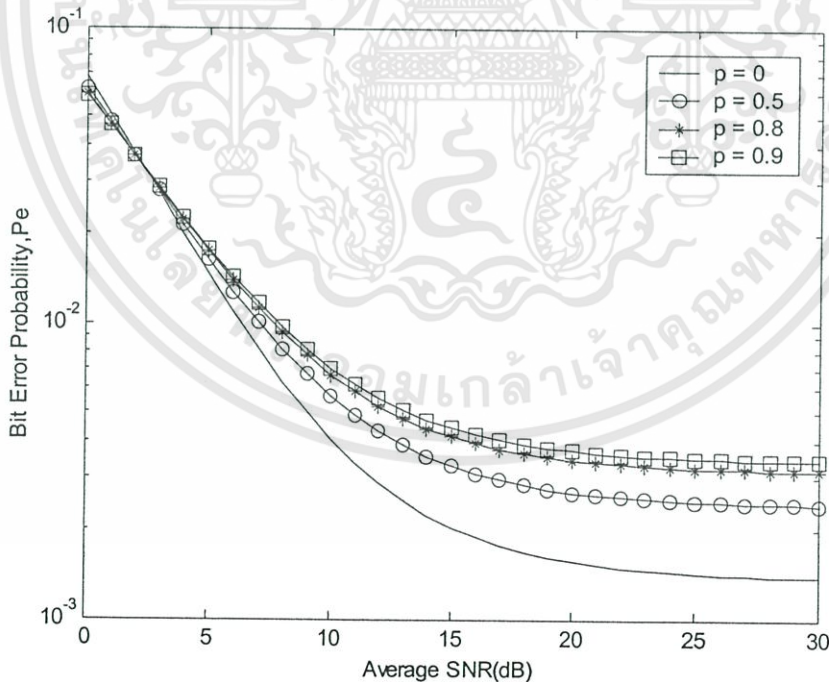
รูปที่ 4.31 ความสัมพันธ์ระหว่างความน่าจะเป็นของอัตราความผิดพลาดบิตค่าเฉลี่ยกับจำนวน

ผู้ใช้งานในระบบ โดยมีตัวแปรเสริม  $N=127$ ,  $K=25$ ,  $L=2$ ,  $m=1$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น เมื่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

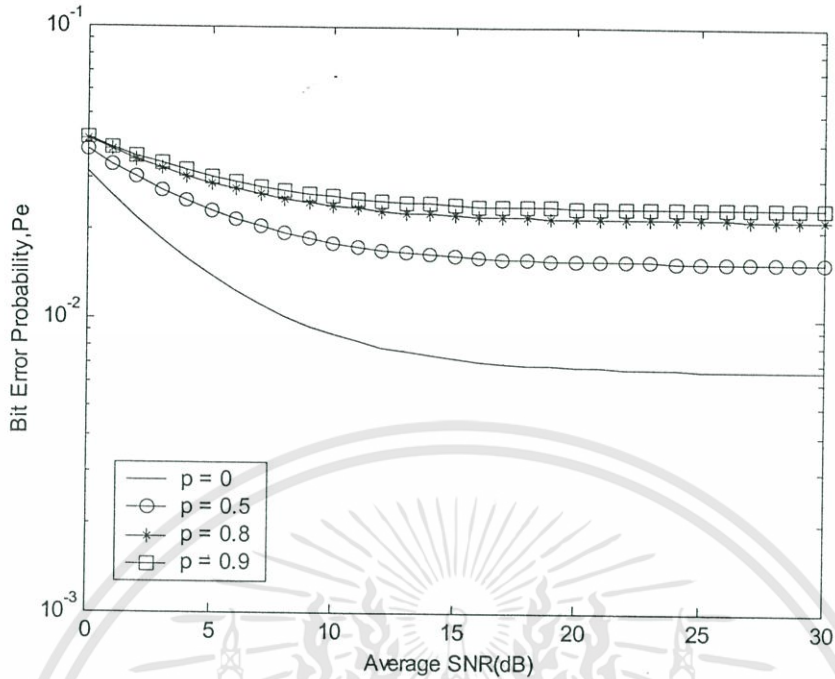


รูปที่ 4.32 ความสัมพันธ์ระหว่างความน่าจะเป็นของอัตราความผิดพลาดบิตค่าเฉลี่ยกับจำนวนผู้ใช้งานในระบบ โดยมีตัวแปรเสริม  $N=127$ ,  $K=25$ ,  $L=2$ ,  $m=2$

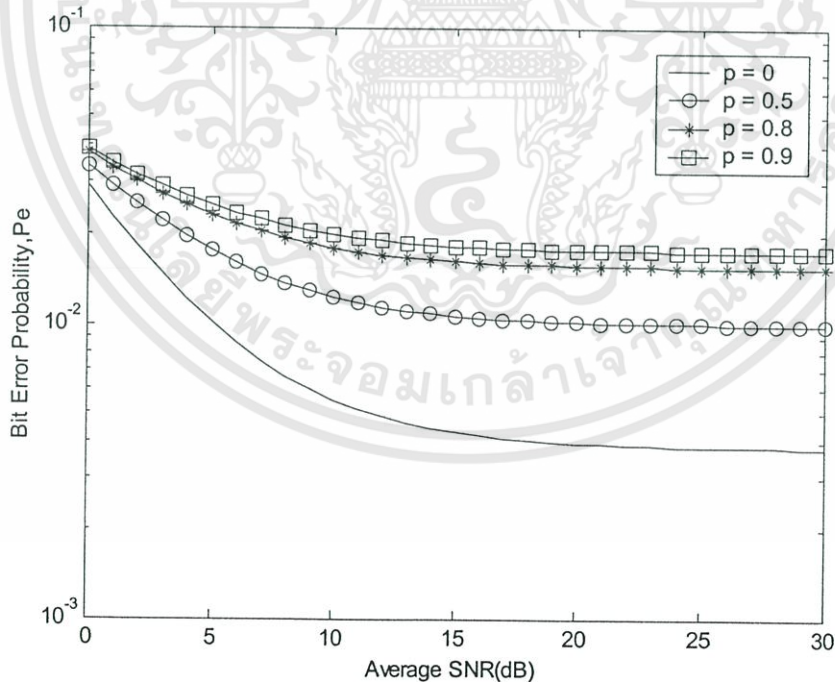


รูปที่ 4.33 ความสัมพันธ์ระหว่างความน่าจะเป็นของอัตราความผิดพลาดบิตค่าเฉลี่ยกับจำนวนผู้ใช้งานในระบบ โดยมีตัวแปรเสริม  $N=127$ ,  $K=25$ ,  $L=2$ ,  $m=3$

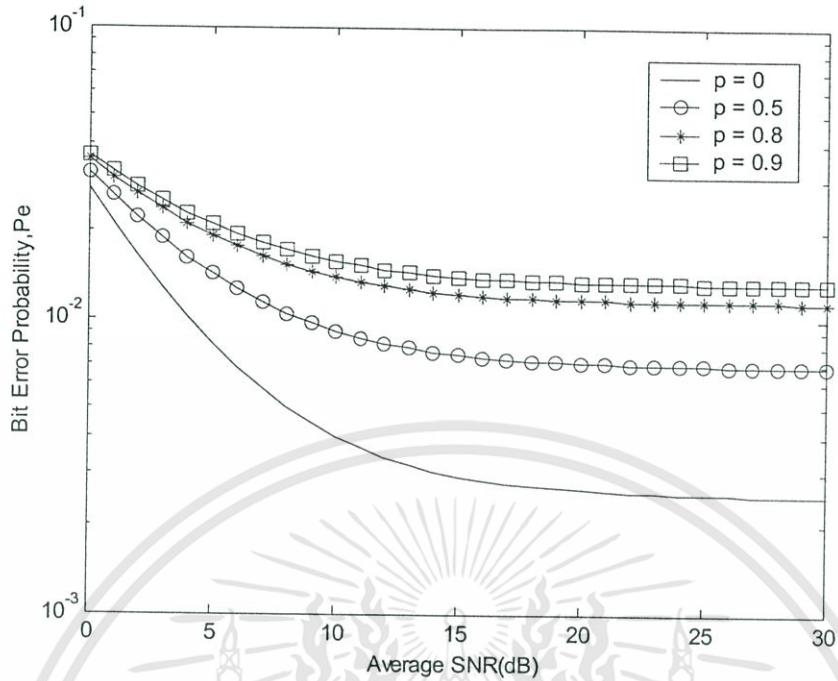
เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



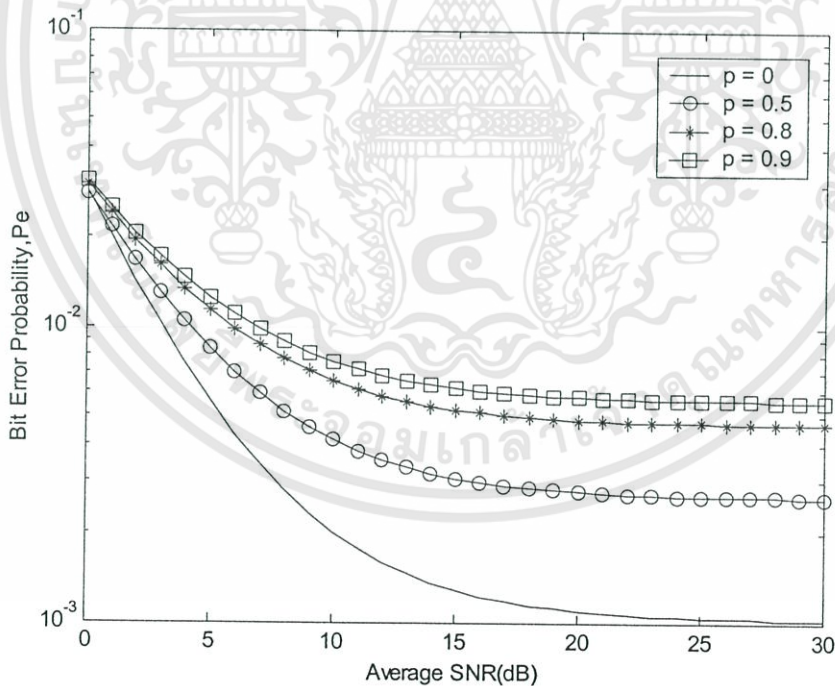
รูปที่ 4.34 ความสัมพันธ์ระหว่างความน่าจะเป็นของอัตราความผิดพลาดบิตค่าเฉลี่ยกับจำนวนผู้ใช้งานในระบบ โดยมีตัวแปรเสริม  $N=127$ ,  $K=25$ ,  $L=4$ ,  $m=0.5$



รูปที่ 4.35 ความสัมพันธ์ระหว่างความน่าจะเป็นของอัตราความผิดพลาดบิตค่าเฉลี่ยกับจำนวนผู้ใช้งานในระบบ โดยมีตัวแปรเสริม  $N=127$ ,  $K=25$ ,  $L=4$ ,  $m=0.75$

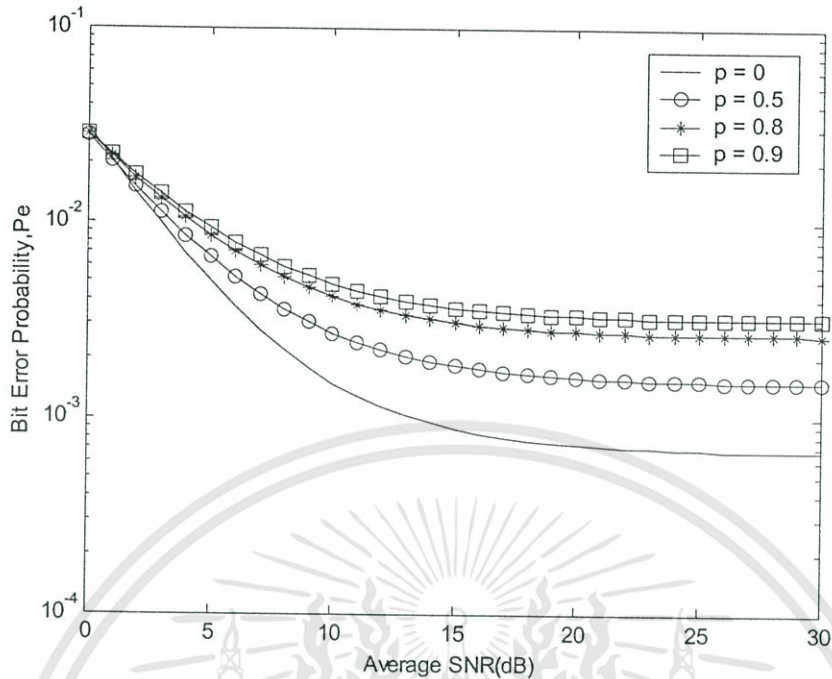


รูปที่ 4.36 ความสัมพันธ์ระหว่างความน่าจะเป็นของอัตราความผิดพลาดบิตค่าเฉลี่ยกับจำนวนผู้ใช้งานในระบบ โดยมีตัวแปรเสริม  $N=127, K=25, L=4, m=1$

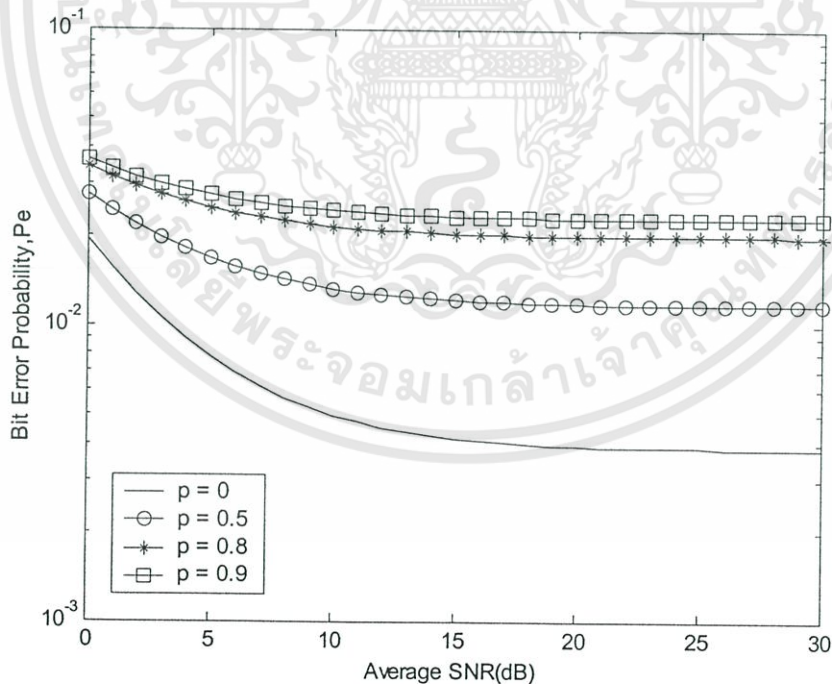


รูปที่ 4.37 ความสัมพันธ์ระหว่างความน่าจะเป็นของอัตราความผิดพลาดบิตค่าเฉลี่ยกับจำนวนผู้ใช้งานในระบบ โดยมีตัวแปรเสริม  $N=127, K=25, L=4, m=2$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

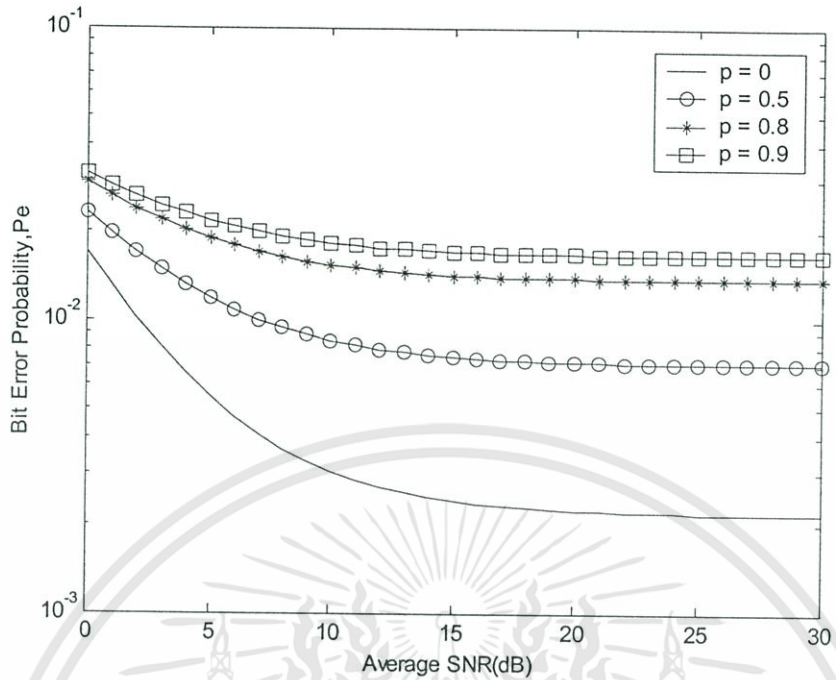


รูปที่ 4.38 ความสัมพันธ์ระหว่างความน่าจะเป็นของอัตราความผิดพลาดบิตค่าเฉลี่ยกับจำนวนผู้ใช้งานในระบบ โดยมีตัวแปรเสริม  $N=127$ ,  $K=25$ ,  $L=4$ ,  $m=3$

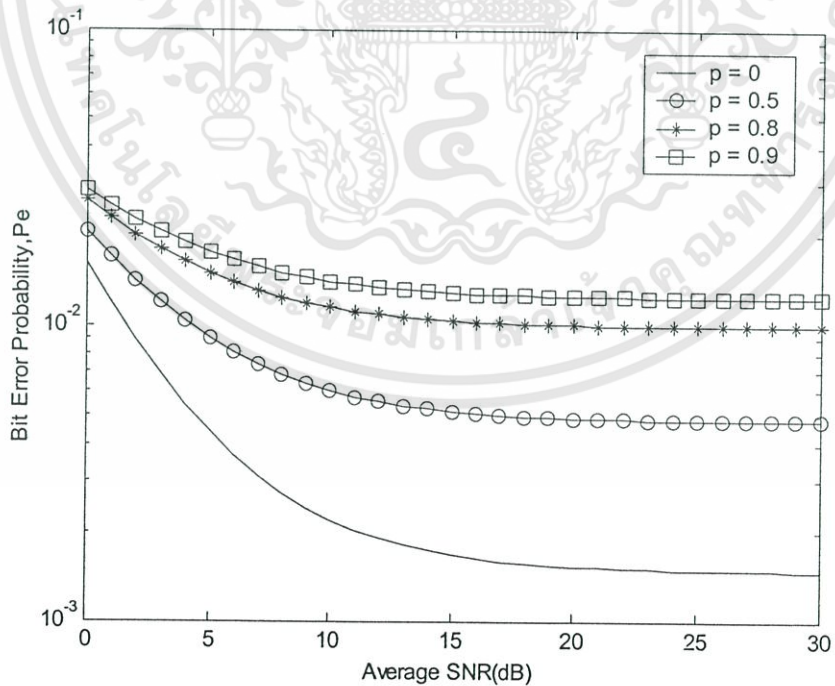


รูปที่ 4.39 ความสัมพันธ์ระหว่างความน่าจะเป็นของอัตราความผิดพลาดบิตค่าเฉลี่ยกับจำนวนผู้ใช้งานในระบบ โดยมีตัวแปรเสริม  $N=127$ ,  $K=25$ ,  $L=6$ ,  $m=0.5$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



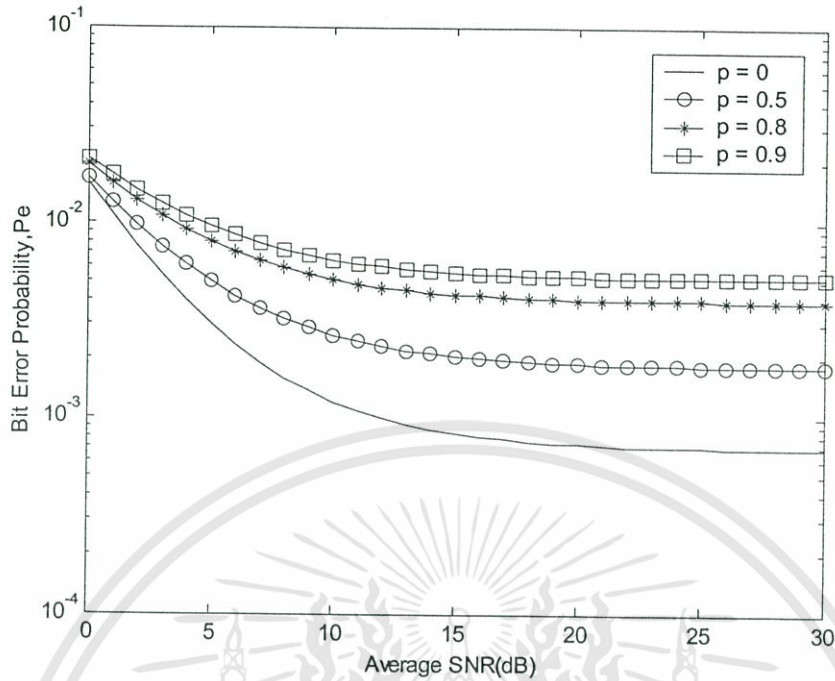
รูปที่ 4.40 ความสัมพันธ์ระหว่างความน่าจะเป็นของอัตราความผิดพลาดบิตค่าเฉลี่ยกับจำนวนผู้ใช้งานในระบบ โดยมีตัวแปรเสริม  $N=127$ ,  $K=25$ ,  $L=6$ ,  $m=0.75$



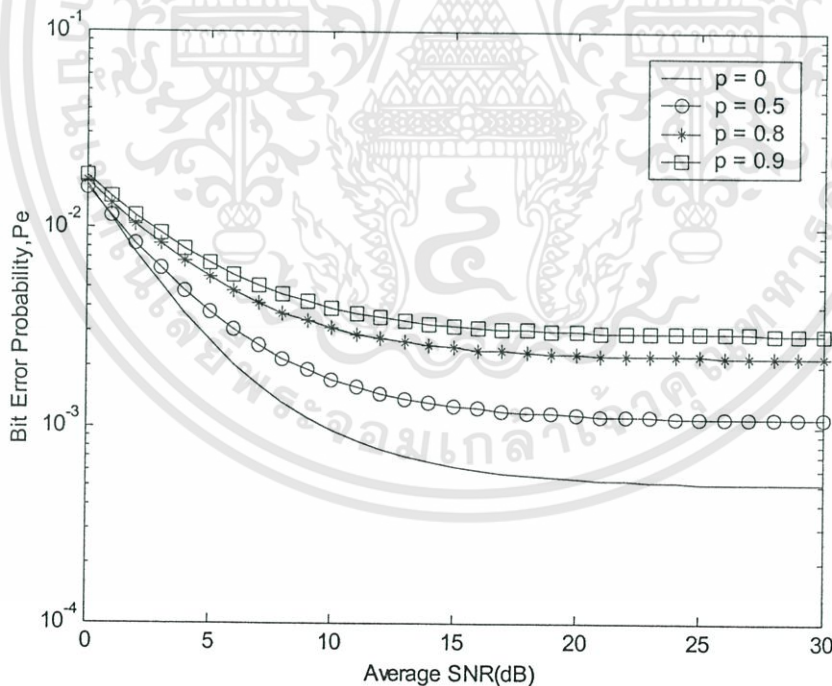
รูปที่ 4.41 ความสัมพันธ์ระหว่างความน่าจะเป็นของอัตราความผิดพลาดบิตค่าเฉลี่ยกับจำนวน

ผู้ใช้งานในระบบ โดยมีตัวแปรเสริม  $N=127$ ,  $K=25$ ,  $L=6$ ,  $m=1$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

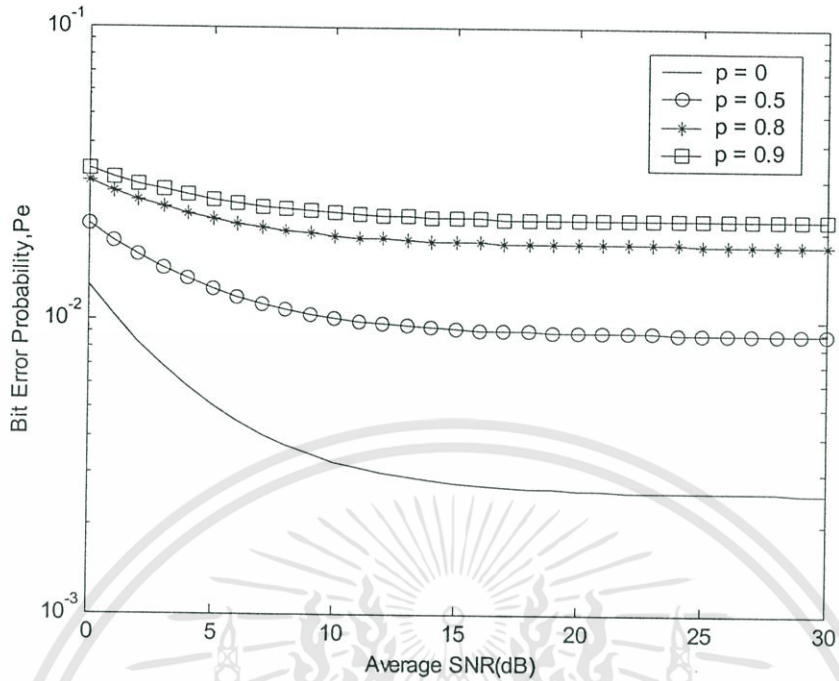


รูปที่ 4.42 ความสัมพันธ์ระหว่างความน่าจะเป็นของอัตราความผิดพลาดบิตค่าเฉลี่ยกับจำนวนผู้ใช้งานในระบบ โดยมีตัวแปรเสริม  $N=127$ ,  $K=25$ ,  $L=6$ ,  $m=2$

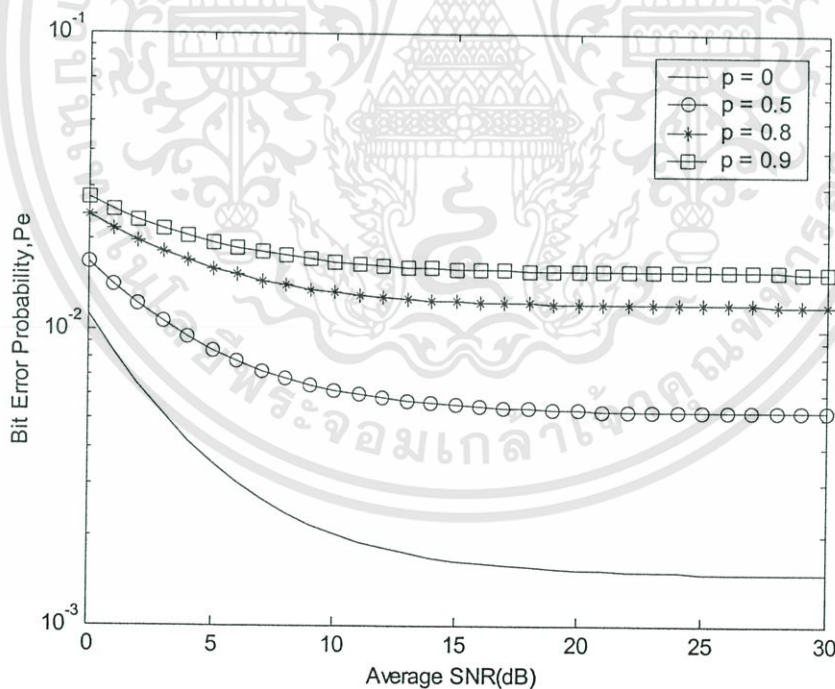


รูปที่ 4.43 ความสัมพันธ์ระหว่างความน่าจะเป็นของอัตราความผิดพลาดบิตค่าเฉลี่ยกับจำนวนผู้ใช้งานในระบบ โดยมีตัวแปรเสริม  $N=127$ ,  $K=25$ ,  $L=6$ ,  $m=3$

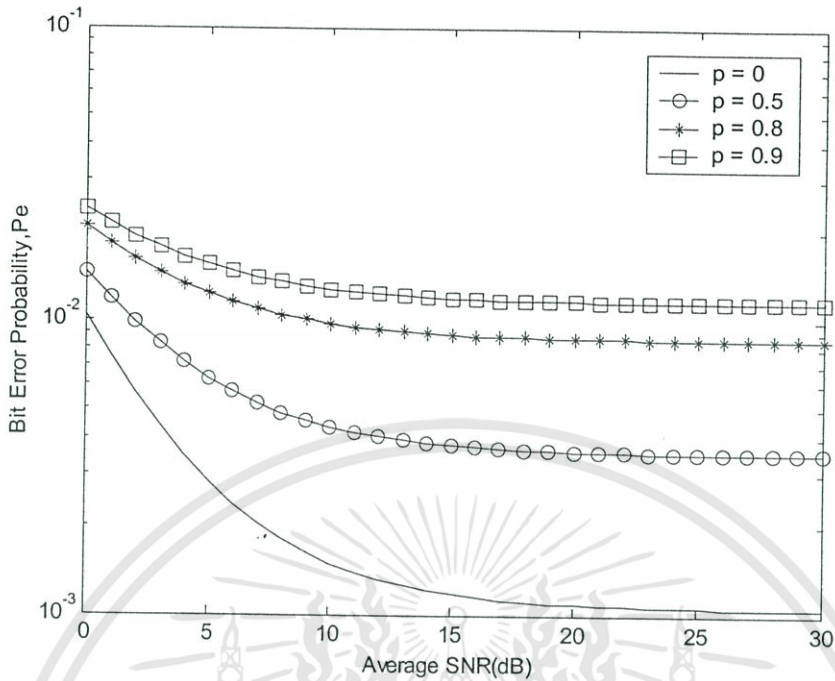
เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



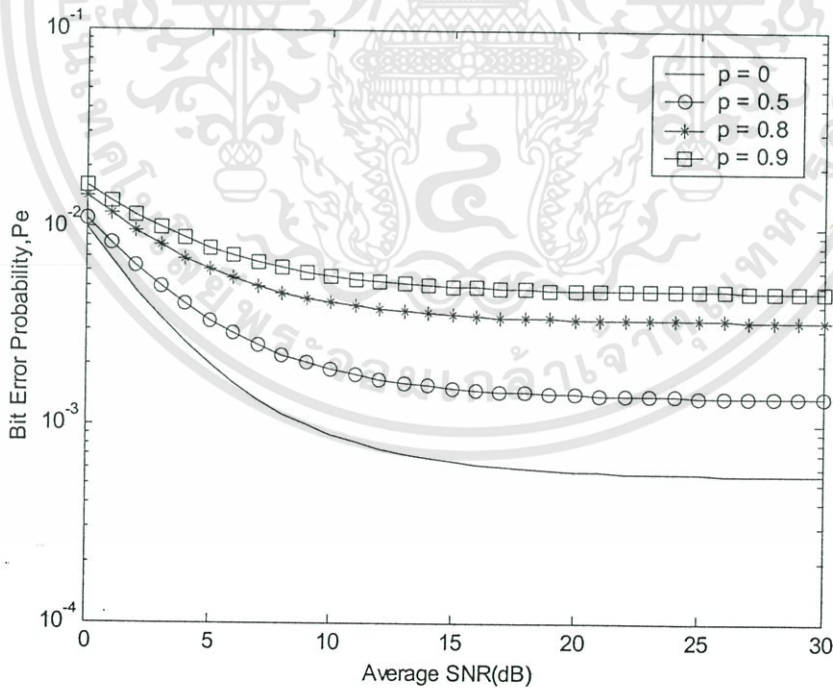
รูปที่ 4.44 ความสัมพันธ์ระหว่างความน่าจะเป็นของอัตราความผิดพลาดบิตค่าเฉลี่ยกับจำนวนผู้ใช้งานในระบบ โดยมีตัวแปรเสริม  $N=127$ ,  $K=25$ ,  $L=8$ ,  $m=0.5$



รูปที่ 4.45 ความสัมพันธ์ระหว่างความน่าจะเป็นของอัตราความผิดพลาดบิตค่าเฉลี่ยกับจำนวนผู้ใช้งานในระบบ โดยมีตัวแปรเสริม  $N=127$ ,  $K=25$ ,  $L=8$ ,  $m=0.75$

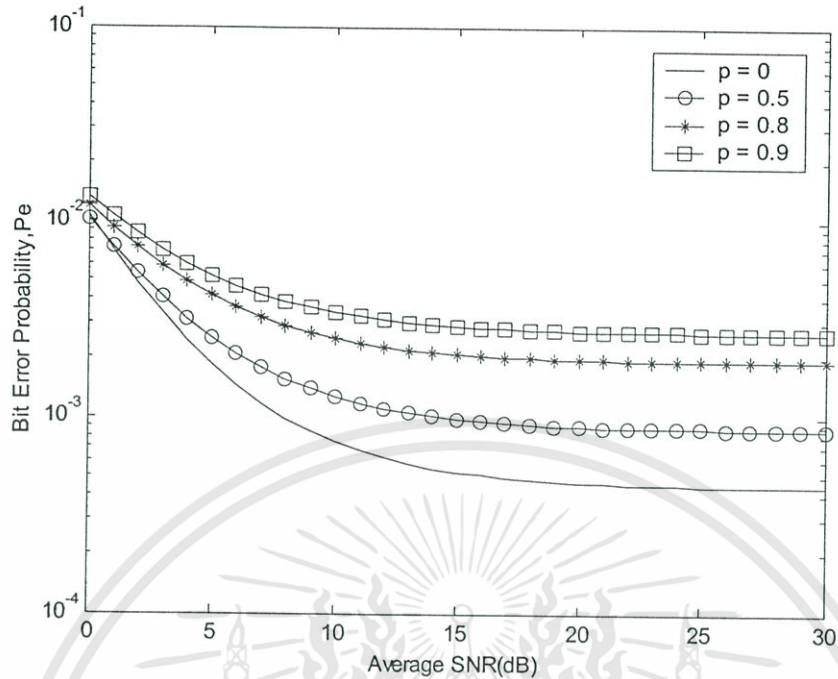


รูปที่ 4.46 ความสัมพันธ์ระหว่างความน่าจะเป็นของอัตราความผิดพลาดบิตค่าเฉลี่ยกับจำนวนผู้ใช้งานในระบบ โดยมีตัวแปรเสริม  $N=127, K=25, L=8, m=1$



รูปที่ 4.47 ความสัมพันธ์ระหว่างความน่าจะเป็นของอัตราความผิดพลาดบิตค่าเฉลี่ยกับจำนวนผู้ใช้งานในระบบ โดยมีตัวแปรเสริม  $N=127, K=25, L=8, m=2$

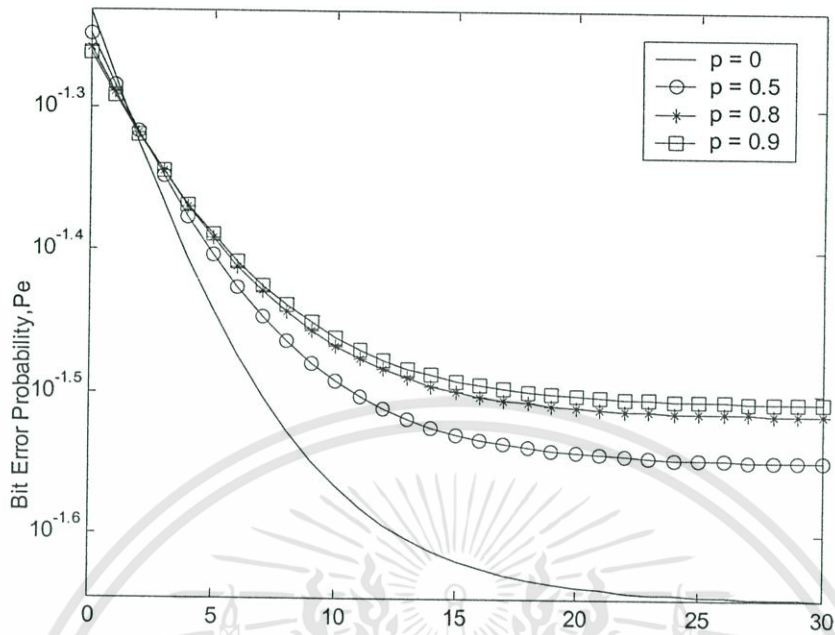
เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



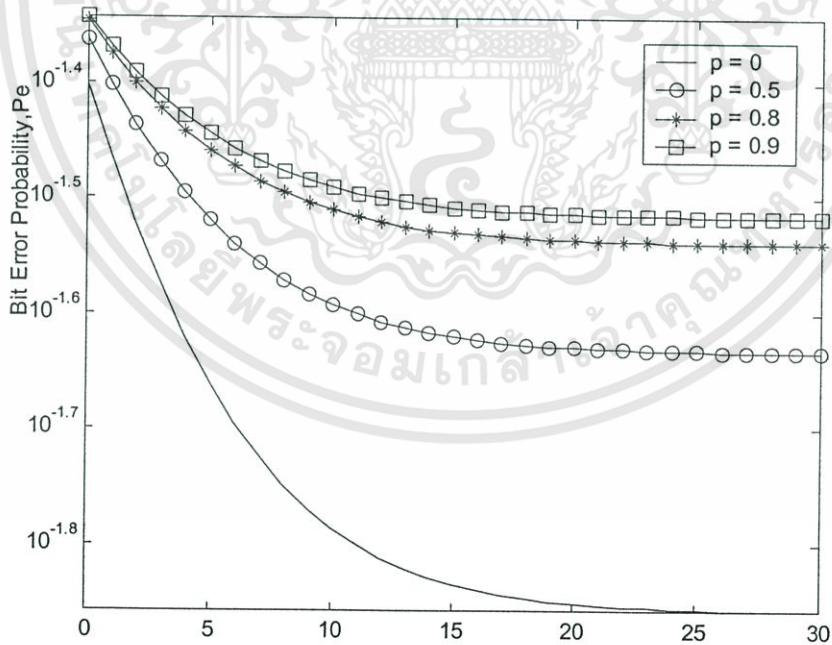
รูปที่ 4.48 ความสัมพันธ์ระหว่างความน่าจะเป็นของอัตราความผิดพลาดบิตค่าเฉลี่ยกับจำนวนผู้ใช้งานในระบบ โดยมีตัวแปรเสริม  $N=127$ ,  $K=25$ ,  $L=8$ ,  $m=3$

#### 4.7 ค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ระหว่างช่องสัญญาณที่เพิ่มขึ้นทำให้สมรรถนะของระบบลดลง ที่จำนวนผู้ใช้งานเท่ากับ 40

รูปที่ 4.49-4.54 แสดงระบบที่มีจำนวนผู้ใช้งาน ( $K$ ) เท่ากับ 40 โดยมีตัวแปรเสริม อัตราการขยายประมวลผล ( $N$ ) เท่ากับ 127 จำนวนสาขาของเครื่องรับแบบ Rake ( $L$ ) เท่ากับ 2 และ 4 และค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ระหว่างช่องสัญญาณ ( $\rho$ ) เท่ากับ 0, 0.5, 0.8, และ 0.9 โดยกำหนดให้ค่าตัวแปรเสริมเฟดดิ้งแบบ Nakagami มีค่าเท่ากับ 0.5, 1 และ 2 ตามลำดับ จากผลการวิเคราะห์เชิงเลขแสดงให้เห็นว่าอัตราความผิดพลาดของระบบขึ้นอยู่กับค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ระหว่างช่องสัญญาณและจำนวนสาขาของเครื่องรับแบบ Rake โดยค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ระหว่างช่องสัญญาณที่ลดลงซึ่งเกิดจากระยะห่างระหว่างสาขาของเครื่องรับแบบเรคเพิ่มขึ้น และจำนวนสาขาของเครื่องรับแบบ Rake ที่เพิ่มขึ้นทำให้อัตราความผิดพลาดบิตน้อยลง

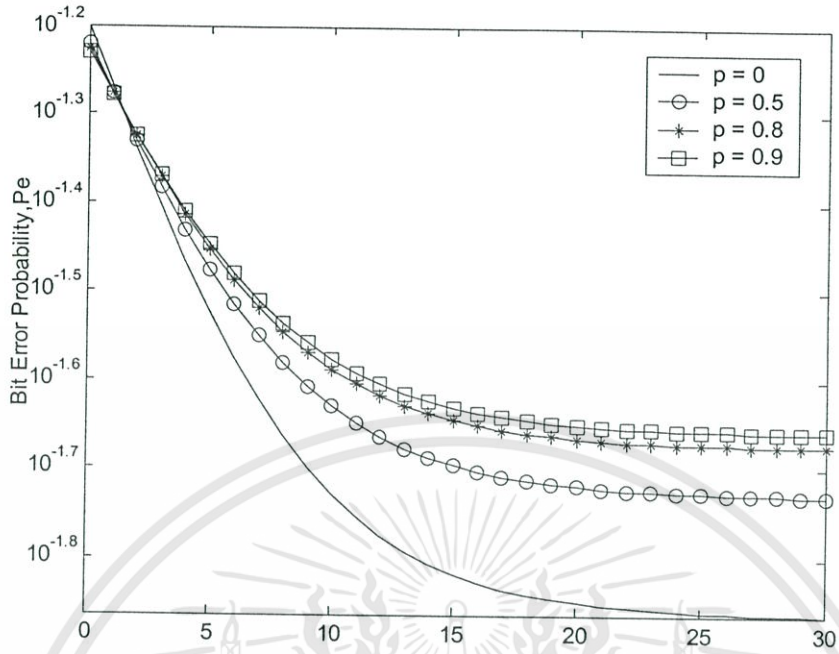


รูปที่ 4.49 ความสัมพันธ์ระหว่างความน่าจะเป็นของอัตราความผิดพลาดบิตค่าเฉลี่ยกับจำนวนผู้ใช้งานในระบบ โดยมีตัวแปรเสริม  $N=127$ , และ  $K=40$ ,  $L=2$ ,  $m=0.5$

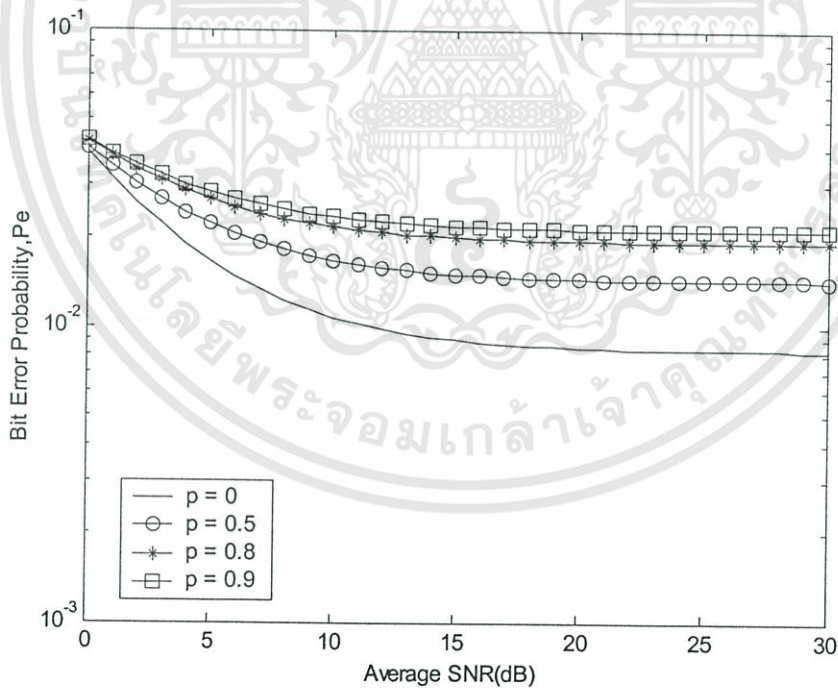


รูปที่ 4.50 ความสัมพันธ์ระหว่างความน่าจะเป็นของอัตราความผิดพลาดบิตค่าเฉลี่ยกับจำนวนผู้ใช้งานในระบบ โดยมีตัวแปรเสริม  $N=127$ ,  $SNR=10$  dB และ  $K=40$ ,  $L=4$ ,  $m=0.5$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

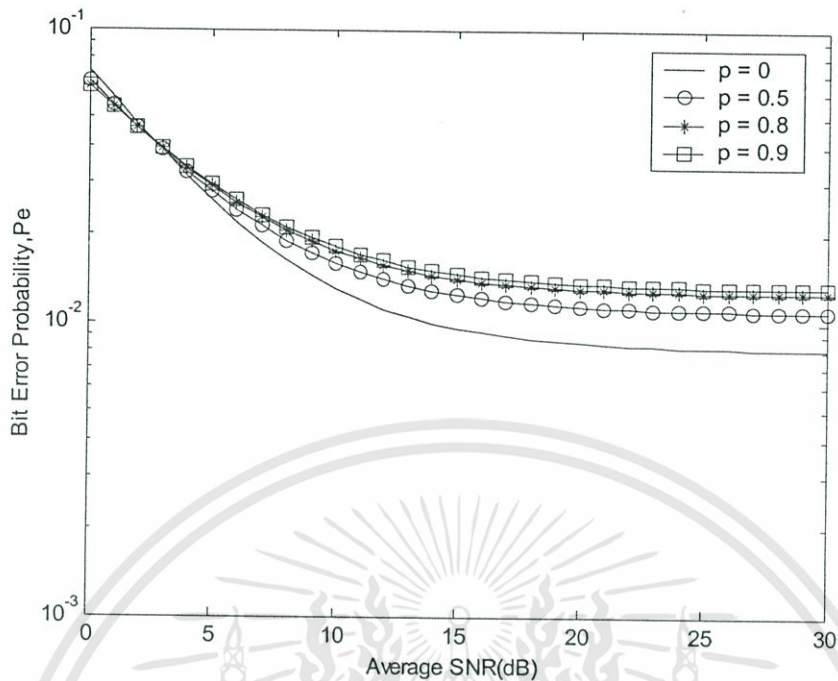


รูปที่ 4.51 ความสัมพันธ์ระหว่างความน่าจะเป็นของอัตราความผิดพลาดบิตค่าเฉลี่ยกับจำนวนผู้ใช้งานในระบบ โดยมีตัวแปรเสริม  $N=127$ ,  $K=40$ ,  $L=2$ ,  $m=1$

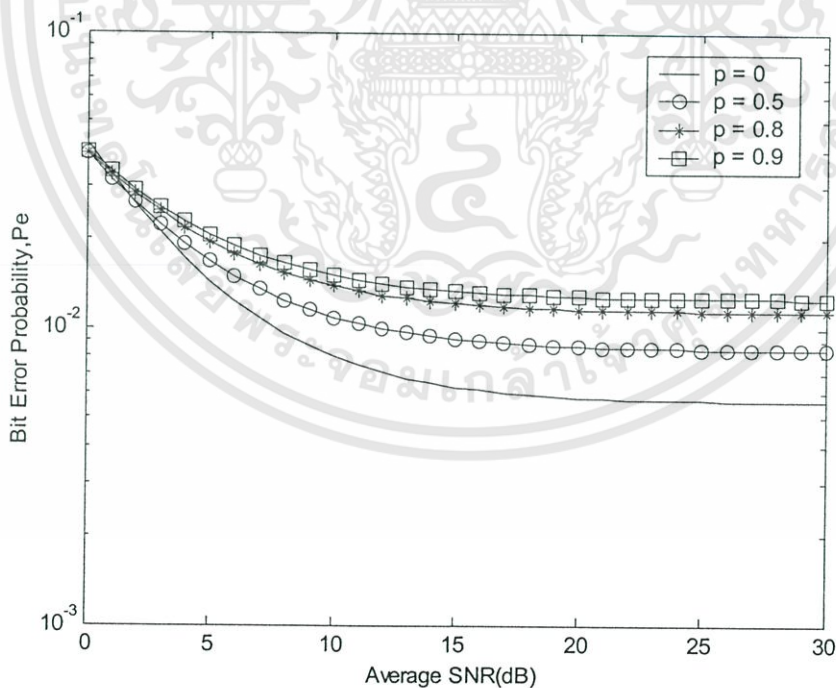


รูปที่ 4.52 ความสัมพันธ์ระหว่างความน่าจะเป็นของอัตราความผิดพลาดบิตค่าเฉลี่ยกับจำนวนผู้ใช้งานในระบบ โดยมีตัวแปรเสริม  $N=127$ ,  $K=40$ ,  $L=4$ ,  $m=1$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



รูปที่ 4.53 ความสัมพันธ์ระหว่างความน่าจะเป็นของอัตราความผิดพลาดบิตค่าเฉลี่ยกับจำนวนผู้ใช้งานในระบบ โดยมีตัวแปรเสริม  $N=127$ ,  $K=40$ ,  $L=2$ ,  $m=2$

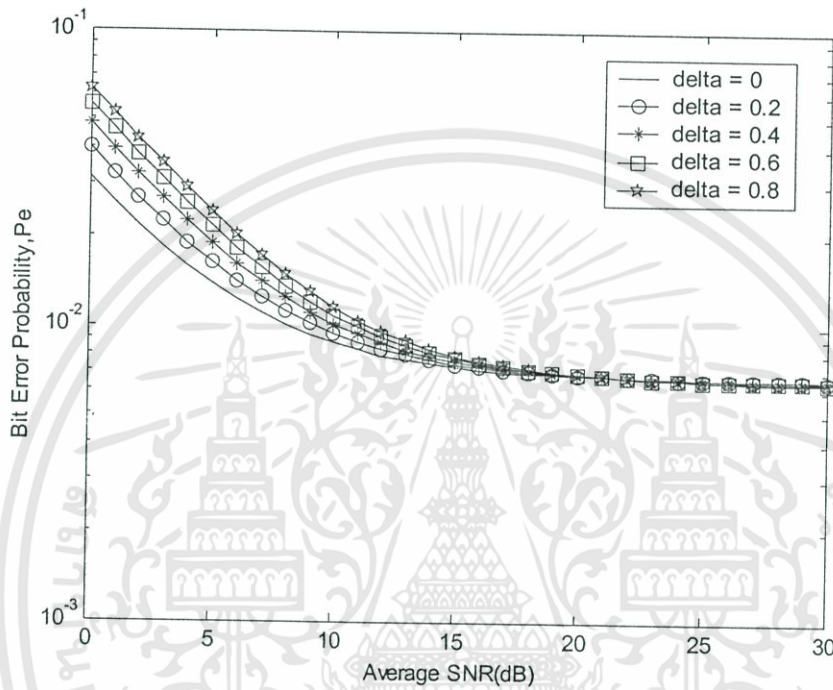


รูปที่ 4.54 ความสัมพันธ์ระหว่างความน่าจะเป็นของอัตราความผิดพลาดบิตค่าเฉลี่ยกับจำนวนผู้ใช้งานในระบบ โดยมีตัวแปรเสริม  $N=127$ ,  $K=40$ ,  $L=4$ ,  $m=2$

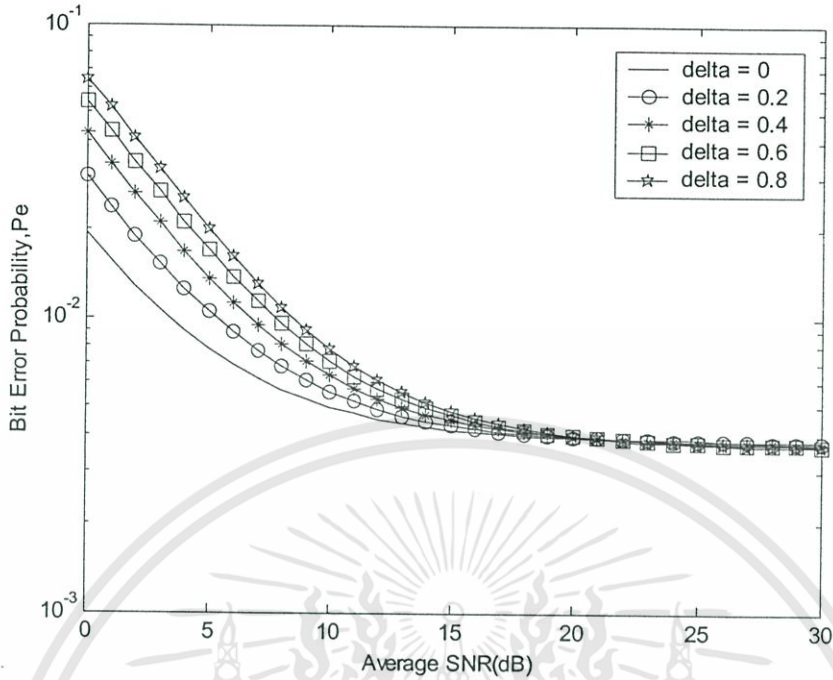
เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

#### 4.8 ผลของค่าอัตราการลดทอนกำลังของสัญญาณ

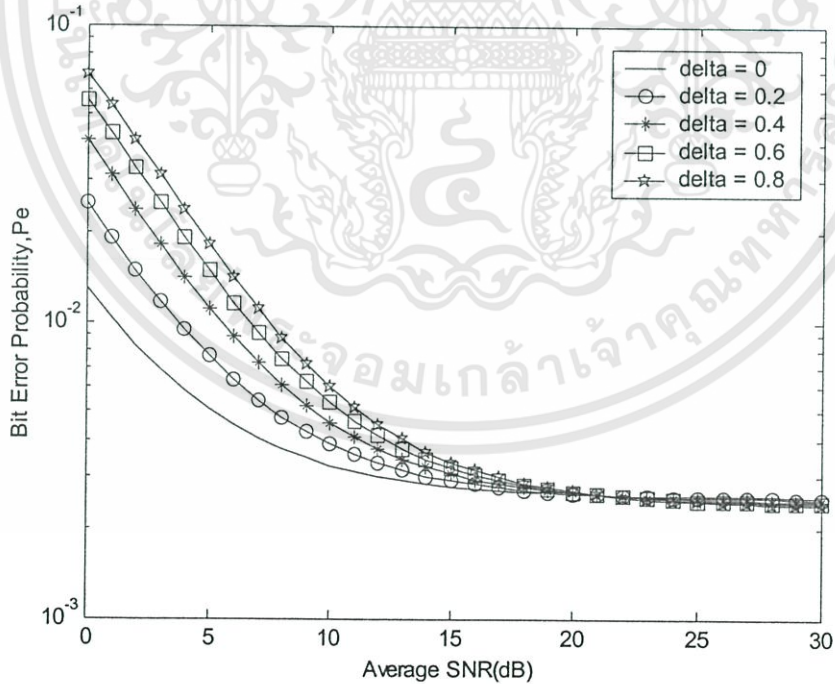
รูปที่ 4.55-4.60 แสดงระบบที่มีจำนวนผู้ใช้งาน (K) เท่ากับ 25 โดยมีตัวแปรเสริม อัตราการขยายประมวลผล (N) เท่ากับ 127 จำนวนสาขาของเครื่องรับแบบ Rake (L) เท่ากับ 4, 6 และ 8 และค่าตัวแปรเสริมเฟดดิ้งแบบ Nakagami มีค่าเท่ากับ 0.5 และ 3 ตามลำดับ โดยค่าอัตราการลดทอนกำลังของสัญญาณ มีค่าเท่ากับ 0, 0.2, 0.4, 0.6 และ 0.8



รูปที่ 4.55 ความสัมพันธ์ระหว่างความน่าจะเป็นของอัตราความผิดพลาดบิตค่าเฉลี่ยกับจำนวนผู้ใช้งานในระบบ โดยมีตัวแปรเสริม  $N=127$ ,  $K=25$ ,  $L=4$ ,  $m=0.5$

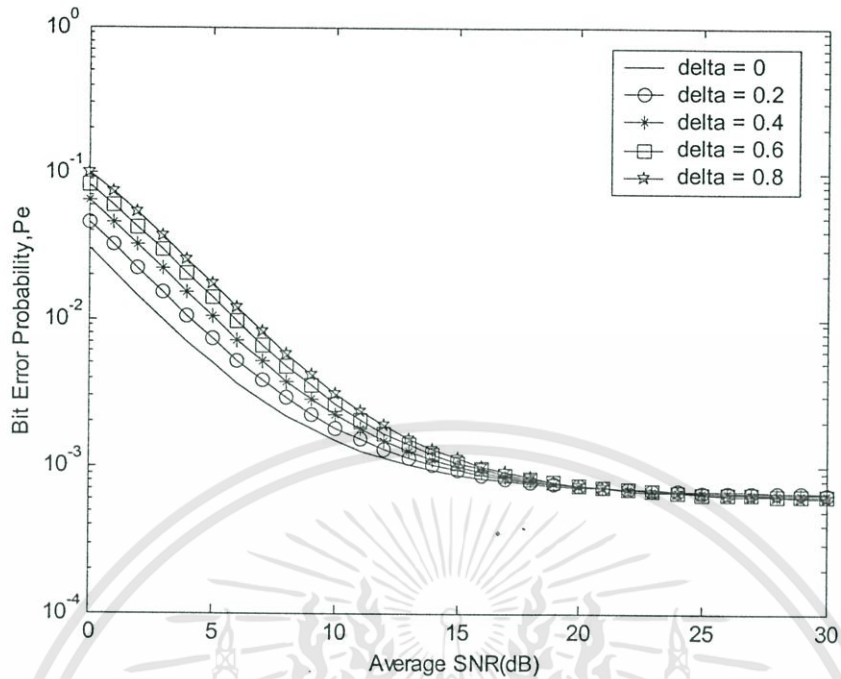


รูปที่ 4.56 ความสัมพันธ์ระหว่างความน่าจะเป็นของอัตราความผิดพลาดบิตค่าเฉลี่ยกับจำนวนผู้ใช้งานในระบบ โดยมีตัวแปรเสริม  $N=127$ ,  $K=25$ ,  $L=6$ ,  $m=0.5$

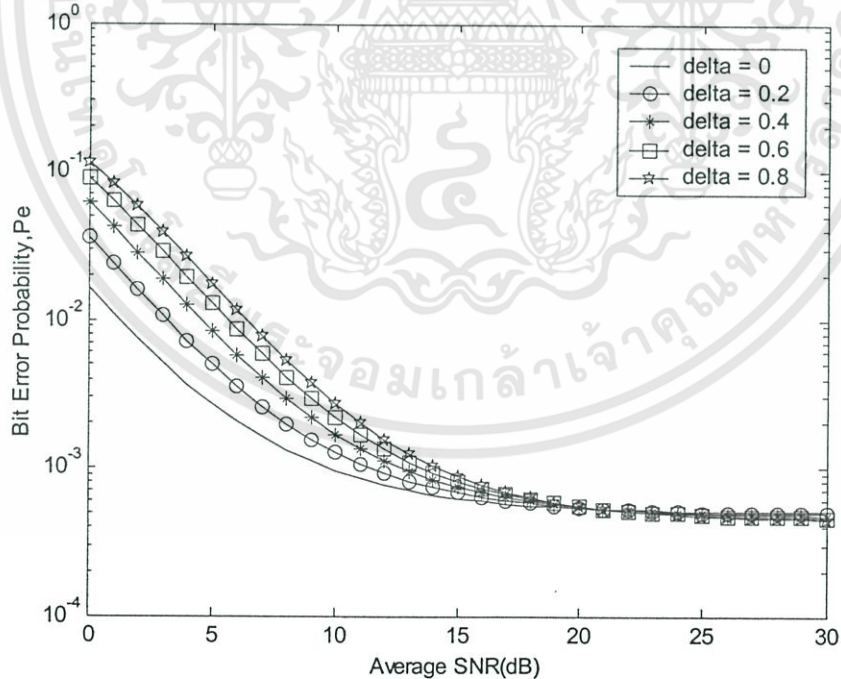


รูปที่ 4.57 ความสัมพันธ์ระหว่างความน่าจะเป็นของอัตราความผิดพลาดบิตค่าเฉลี่ยกับจำนวนผู้ใช้งานในระบบ โดยมีตัวแปรเสริม  $N=127$ ,  $K=25$ ,  $L=8$ ,  $m=0.5$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

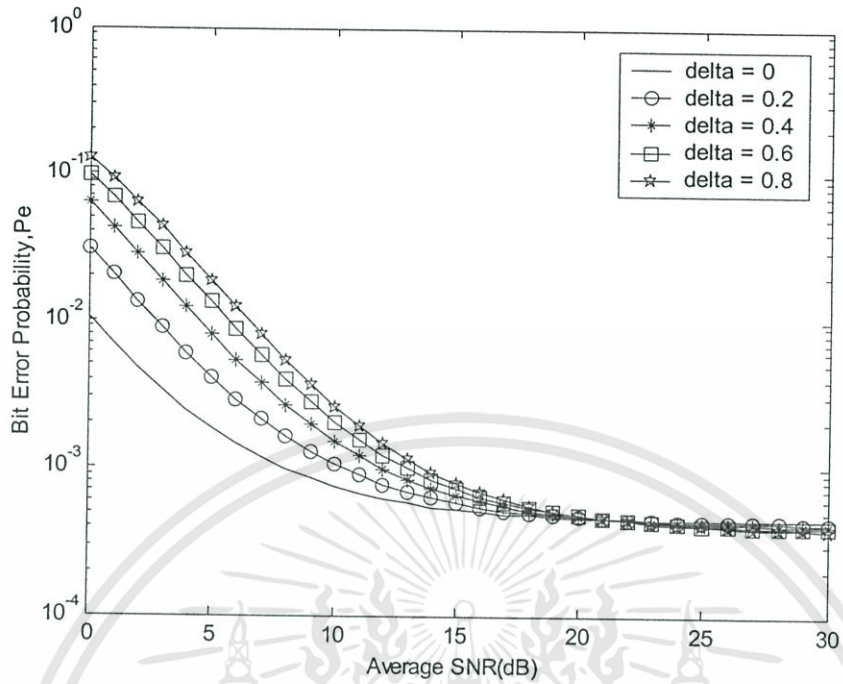


รูปที่ 4.58 ความสัมพันธ์ระหว่างความน่าจะเป็นของอัตราความผิดพลาดบิตค่าเฉลี่ยกับจำนวนผู้ใช้งานในระบบ โดยมีตัวแปรเสริม  $N=127, K=25, L=4, m=3$



รูปที่ 4.59 ความสัมพันธ์ระหว่างความน่าจะเป็นของอัตราความผิดพลาดบิตค่าเฉลี่ยกับจำนวนผู้ใช้งานในระบบ โดยมีตัวแปรเสริม  $N=127, K=25, L=6, m=3$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



รูปที่ 4.60 ความสัมพันธ์ระหว่างความน่าจะเป็นของอัตราความผิดพลาดบิตค่าเฉลี่ยกับจำนวนผู้ใช้งานในระบบ โดยมีตัวแปรเสริม  $N=127$ ,  $K=25$ ,  $L=8$ ,  $m=3$

## บทที่ 5

# สรุปผลการวิเคราะห์

ระบบการเข้าถึงหลายทางแบบแบ่งรหัส ( CDMA ) เป็นระบบที่มีคุณสมบัติสามารถแยกสัญญาณรบกวนออกไปได้และป้องกันการดักฟังทำให้ข้อมูลมีความปลอดภัยของข้อมูลสูง การดักฟังทำได้ยาก รวมถึงป้องกันการแทรกสอดสัญญาณได้ดี รูปแบบของการสื่อสาร CDMA ที่ใช้ทำการศึกษานี้ได้ใช้ระบบการสื่อสารโดยวิธีจัดลำดับโดยตรงหรือ Direct Sequence CDMA (DS-CDMA) โดยระบบ DS-CDMA จะนำลำดับข้อมูลมาทำการคูณด้วยลำดับรหัสแบบสุ่มเทียมซึ่งมีรูปแบบเป็นเลขฐานสอง จากนั้นก็จะนำไปมอดูเลต สำหรับในวิทยานิพนธ์นี้จะใช้การมอดูเลตเชิงเลขทางเฟสฐานสองเนื่องจากใช้กำลังส่งที่มีค่าน้อยและเหมาะสมกับการสื่อสารในปัจจุบันที่มีข้อจำกัดด้านแบนด์วิดท์ของช่องสื่อสาร เมื่อสัญญาณถูกส่งผ่านช่องสัญญาณซึ่งเป็นอากาศจะแสดงลักษณะของการเพี้ยนหลายวิธี ทำให้ขนาดของสัญญาณมีการผิดเพี้ยนไป แบบจำลองของช่องสัญญาณที่ใช้ในการศึกษานี้คือแบบจำลองช่องสัญญาณ Nakagami แบบสหสัมพันธ์ เนื่องจากสัญญาณที่รับได้ที่เครื่องรับในแต่ละเส้นทางอาจจะมีความเป็นสหสัมพันธ์ต่อกันถ้าระยะห่างระหว่างสาขาของเครื่องรับไม่มากเพียงพอ เมื่อสัญญาณในแต่ละเส้นทางเดินทางมาถึงเครื่องรับซึ่งในวิทยานิพนธ์นี้ใช้เครื่องรับแบบ RAKE โดยใช้การรวมแบบ MRC ทำให้อัตราส่วนกำลังสัญญาณต่อสัญญาณรบกวนมีค่าสูงสุด ที่เครื่องรับแบบ RAKE จะมีตัวชดเชยผลของการประวิงเวลา เฟส และอัตราลดทอนทางด้านแอมพลิจูด

จากสมการที่ 3.53 ได้นำมาวิเคราะห์เชิงเลขโดยใช้โปรแกรม MATLAB ซึ่งได้ทำการเปลี่ยนแปลงค่าพารามิเตอร์ต่างๆ ได้แก่ ค่าของตัวแปรเสริมเฟดคิงแบบ Nakagami จำนวนสาขาของเครื่องรับแบบ RAKE จำนวนผู้ใช้งานระบบ และค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ระหว่างช่องสัญญาณ เพื่อดูการเปลี่ยนแปลงสมรรถนะของระบบ จากผลการจำลองการทำงานที่ได้แสดงให้เห็นถึงผลของตัวแปรต่างๆต่อสมรรถนะของระบบดังนี้ สมรรถนะของระบบจะลดลง (BER เพิ่มขึ้น) เมื่อค่าความเป็นสหสัมพันธ์ระหว่างสาขาของโคเวอริจันซ์เพิ่มขึ้น ซึ่งเป็นผลเนื่องมาจากระยะห่างระหว่างสาขาของโคเวอริจันซ์ลดลง โดยสามารถชดเชยผลกระทบจากการเพิ่มขึ้นของค่าสหสัมพันธ์ดังกล่าวได้ด้วยการเพิ่มจำนวนสาขาของเครื่องรับให้มากขึ้น ทั้งนี้เมื่อจำนวนผู้ใช้งานระบบในเวลาเดียวกันเพิ่มขึ้นจะทำให้สมรรถนะของระบบลดลง (ค่าอัตราความผิดพลาดบิตเฉลี่ยของระบบเพิ่มขึ้นในลักษณะลอการิทึม) เนื่องจากสมรรถนะของระบบ DS-CDMA จะถูกจำกัดโดยการแทรกสอดแบบเข้าถึงหลายทางจากผู้ใช้งานระบบคนอื่นๆ ในขณะเดียวกันนั่นเอง นอกจากนี้จำนวนผู้ใช้งานระบบที่สามารถใช้งานพร้อมกันได้จะลดลงเช่นกันเมื่อค่าสหสัมพันธ์ระหว่างสาขาของโคเวอริจันซ์เพิ่มขึ้น ซึ่งจากผลการจำลองการทำงาน โดยใช้การวิเคราะห์เชิงเลขโดยใช้โปรแกรม

เอกสารนี้เป็นเอกสารสงวนลิขสิทธิ์เพื่อการเรียนการสอนเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปเผยแพร่ในทางใดๆ  
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

MATLAB ผลการจำลองดังกล่าวแสดงให้เห็นว่าผลกระทบอันเนื่องมาจากค่าสหสัมพันธ์ระหว่างสาขาของโคเวอริจันซ์นั้นจะมีผลต่อการวิเคราะห์สมรรถนะของระบบ DS-CDMA และจากเปรียบเทียบผลการวิเคราะห์ พบว่าเงื่อนไขของช่องสัญญาณแบบสหสัมพันธ์มีผลต่อสมรรถนะของระบบแตกต่างจากเงื่อนไขแบบไม่สหสัมพันธ์ เพราะฉะนั้นในการวิเคราะห์ระบบ DS-CDMA จึงไม่สามารถละเลยผลของช่องสัญญาณแบบสหสัมพันธ์



## เอกสารอ้างอิง

- [1] G. L. Turin, "The effects of multipath and fading on the performance of direct sequence CDMA systems," *IEEE J. Select. Areas Commun.*, vol. SAC-2, no. 4, pp. 597-603, 1984.
- [2] E. Thomas and L. B. Milstein, "Coherent DS-SS performance in Nakagami multipath fading," *IEEE Trans. Commun.*, vol. 43, nos. 2-4, pp. 1134-1143, 1995.
- [3] M. Nakagami, "The m-distribution, a general formula for intensity distribution of rapid fading," in *Statistical Methods in Radio Wave Propagation*, W. G. Hoffman, Ed. Oxford, England: Pergamon, pp. 3-36, 1960.
- [4] M. Schwartz, W. R. Bennett and S. Stein, *Communication systems and Techniques*, New York: McGraw-Hill, 1966.
- [5] G. Efthymoglou, V. Aalo and H. Helmken, "Performance analysis of coherent DS-SS systems in a Nakagami fading channel with arbitrary parameters," *IEEE Trans. Veh. Technol.*, vol. 46, pp. 289-297, May 1997.
- [6] V. A. Aalo, "Performance of maximal-ratio diversity systems in correlated Nakagami-fading environment," *IEEE Trans. Commun.*, vol. 43, pp. 2360-2369, Aug. 1995.
- [7] J. G. Proakis, *Digital Communication*. New York: McGraw-Hill, 1989.
- [8] M. B. Pursley, "Performance evaluation for phase coded spread spectrum multiple access communication –Part I: System analysis," *IEEE Trans. Commun.*, vol. COMM-25, no. 8, pp. 795-799, 1977.
- [9] A. H. Wojnar, "Unknown bounds on performance in Nakagami channels," *IEEE Trans. Commun.*, vol. COMM-34, pp. 22-24, Jan. 1986.
- [10] I. S. Gradshteyn and I. M. Ryzhik, *Table of Integrals, Series, and Products*. New York: Academic, 1980.
- [11] A. H. Wojnar, "Unknown bounds on performance in Nakagami channels," *IEEE Trans. Communication.*, Vol. COMM-34, pp. 22-24, 1986.



เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

การแจกแจงแบบนาคากามิเสนอแนวคิดและหลักการทั่วไปของการศึกษาด้านความเข้มของสัญญาณและเกิดการเฟดดิ้งของสัญญาณ วิธีการได้มาของการแจกแจงนี้ได้มาจากทดลองย่านความถี่สูง การแจกแจงแบบนี้จะเหมาะกับชั้นบรรยากาศไอโอโนสเฟียร์ และโทรโพสเฟียร์ สามารถยืนยันได้ว่ามาจากการทดลองและการสังเกต โดยทฤษฎีของการแจกแจงแบบล็อกนอร์มัลเป็นรูปแบบหนึ่งของการแจกแจงแบบนาคากามิ นอกจากนี้วิธีการที่นำเสนอจะปรับปรุงเป็นสูตรทั่วไปในการอธิบายการแจกแจงแบบอื่นๆ สูตรท้ายแสดงความสัมพันธ์แบบอื่นๆกับการแจกแจงแบบนาคากามิด้วยสูตรของ  $m$  และอธิบายค่าตัวแปรเสริมของการแจกแจงแบบนาคากามิ

## ก.1 บทนำ

ปัจจุบันวิศวกรสื่อสารได้ศึกษาและเน้นความสำคัญรายละเอียดไม่เพียงแต่ด้านความเข้มของสัญญาณ แต่จะมุ่งเน้นผลของการเฟดของสัญญาณทางสถิติ ซึ่งมีการศึกษาทดลองไว้เป็นจำนวนมากและรองรับด้วยทฤษฎีทางด้านความเข้มของสัญญาณภายใต้การเกิดเฟดดิ้งของสัญญาณ ซึ่งได้มีการอธิบายการแจกแจงด้านความเข้มของสัญญาณ ดังนี้

การแจกแจงแบบรายล์เลย์

$$p(R) = \frac{2}{R} \exp(-R^2 / \Omega) \quad (ก.1)$$

โดยที่  $\Omega = \langle R^2 \rangle$  เป็นค่าเฉลี่ยของ  $R^2$  ซึ่งค้นพบโดย Lord Rayleigh [3] และการทดลองของ Pawsey [3] พิสูจน์ด้วยการทดลองยืนยันการแจกแจงแบบรายล์เลย์ในโหมดของการแจกแจง และการกระจายคลื่น

การแจกแจงแบบล็อกนอร์มัล

$$p(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_x} e^{-(x-\bar{x})^2 / 2\sigma_x^2} \quad (ก.2)$$

โดยที่  $x$  คือความเข้มของสัญญาณในทอมเดซิเบล (dB) ค้นพบโดย Grosskopf [3] ซึ่งได้มาจากสังเกตในช่วงเวลาที่นานๆ โดยมีค่าทางทฤษฎีสันับสนุนได้ว่าเป็นการแจกแจงซึ่งมีคุณสมบัติของถือการทิมของจำนวนเต็มบวกค่าต่างๆกัน และการแจกแจงแบบ  $m$  ได้นำเสนอโดยนาคากามิ ซึ่งอธิบายการแจกแจงของสัญญาณในทอมของค่าเฉลี่ยความเข้มของสัญญาณซึ่งอธิบายการศึกษาของ Grosskopf และใช้ได้ในช่วงที่กว้างกว่า มีสมการดังนี้

$$p(R) = \frac{2m^m R^{2m-1}}{\Gamma(m)\Omega^m} e^{-(m/\Omega)R^2} \quad (\text{ก.3})$$

โดยที่  $\Omega = \langle R^2 \rangle$  และ

$$m = \frac{(\overline{R^2})^2}{(R^2 - \overline{R^2})^2} \geq \frac{1}{2} \quad (\text{ก.4})$$

เมื่อ  $m$  เป็นค่าส่วนกลับของค่านอร์แมลไลซ์ของเวเรียนซ์ของ  $R^2$  ซึ่งค้นพบโดยนาคากามิ โดยใช้ในช่วงกว้างของการทดลองย่านความถี่สูง และซึ่งได้ยืนยันผลการศึกษาโดย Wambeck และ Ross [3] โดยการค้นพบนี้ทำให้ยืนยันได้ว่า การแจกแจงแบบรายล์เดี่ยวเหมือนการแจกแจงแบบนาคากามิ เมื่อ  $m=1$  และแสดงได้ในรูปแบบดังนี้

$$p(R) = \frac{2R}{\sigma} e^{-(R^2+R_0^2)/\sigma} I_0\left(\frac{2RR_0}{\sigma}\right) \quad (\text{ก.5})$$

และ

$$p(R) = \frac{2R}{\sqrt{\alpha\beta}} e^{-(R^2/2)\left(\frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\beta}\right)} I_0\left[\frac{R^2}{2}\left(\frac{1}{\beta} - \frac{1}{\alpha}\right)\right] \quad (\text{ก.6})$$

ค้นพบโดย Nakagami และ Nakagami กับ Sasaki [3] ตามลำดับ สำหรับในทางทฤษฎีเรียกปัญหาที่พบว่าการแทรกแซงแบบสุ่ม ซึ่งเป็นปัญหาหลักของการเฟดของสัญญาณ ในทางวิศวกรรมสื่อสารแล้ว เรียกว่าการแจกแจงแบบ  $n$  และการแจกแจงแบบ  $q$  ตามลำดับ นอกจากนี้แล้ว Nakagami Wada และ Fujimura [3] ได้พิสูจน์ว่าการแจกแจงแบบ  $m$  จะเป็นผลเฉลยทั่วไปในการแก้ปัญหาทางเวกเตอร์สุ่ม นอกจากนี้แล้วการแจกแจงแบบนาคากามิ  $m$  สามารถอธิบายการแจกแจงแบบ  $n$  และ  $q$  ได้ดี และมีความเหมาะสมโดยที่การแจกแจงแบบ  $m$  จะเป็นฟังก์ชันการแจกแจงร่วม (joint distribution) ของตัวแปร 2 ค่าและเป็นไปตามการแจกแจงแบบ  $m$

## ก.2 การได้มาซึ่งการแจกแจงแบบ m และคุณสมบัติพื้นฐาน

### ก.2.1 การได้มาซึ่งการแจกแจงแบบ m

#### ก.2.1.1 ช่วงเวลาของการสังเกต

การสังเกตผลของการเฟดดิ้งของสัญญาณตามลำพัง ตัวอย่างเช่นการไม่คิดผลของการเฟดดิ้งอย่างช้าๆระยะเวลาของการสังเกตควรจะเลือกให้เหมาะสมเนื่องจากผลของเฟดดิ้งอย่างช้าๆจะมีลักษณะเด่นเมื่อเวลาในการศึกษามีค่ามากๆดังนั้นในทางสถิติควรจะเลือกช่วงเวลาที่ให้มีค่าน้อยๆซึ่งทางปฏิบัติต้องพยายามเลือกช่วงเวลาที่ให้เหมาะสม และความยาวของช่วงเวลานี้จะขึ้นอยู่กับหลายปัจจัยเช่น ความถี่ เส้นทาง ช่วงเวลาในวันนั้นๆ หลังจากทำการศึกษาแล้วจะพบว่าในการทดลองหนึ่งๆค่าเวลาที่เหมาะสมคือ 3-7 นาที

#### ก.2.1.2 เครื่องมือ

ในการทดลองใช้สายอากาศแบบตั้งซึ่งมีความยาว 1.5 เมตร และเอาต์พุตที่ได้จะมีการขยาย การบีบอัดตัวแบบล็อก และการดีเทคชันขอบด้วยแผ่นป้ายเบน (deflecting plate) ของหลอดรังสีแคโทด (cathode ray tube) ซึ่งจะมีการเคลื่อนตำแหน่งของจุดบนจอฟลูออเรสเซนต์ ซึ่งก็คือการแปรผันของสัญญาณ และทำการบันทึกบนแผ่นของจอภาพด้านหน้าของจอ และการแจกแจงแบบนี้ได้มาจากการวัดค่าความหนาแน่นของน้ำยาเคลือบฟิล์มของแผ่น ซึ่งจะได้ค่าคงตัวทางเวลามีค่ามากที่สุดเท่ากับ 2 ms ตัวอย่างผลการสังเกตและการทดลองแสดงดังตาราง

ตารางที่ ก.1 ผลการสังเกตและการทดลองของนาฬิกา

สถานี	ระยะทาง (km)	สัญญาณ	ความถี่ (kHz)	วันที่	จำนวน แผ่น	จำนวน แผ่น $m < 0.5$
Changehum	1,500	JMP2	10,065	Apr.1941	34	0
Pulau	3,200	JRAK	11,740	Oct.1941	15	0
San Francisco	3,240	KNY/	19,080	Nov.1940- Oct.1941	67	1
		KGEN/	9,670	Oct.1941	17	0
		KWU	15,355	Oct.1941	14	0
Berlin	8,900	DFZ	20,020	Apr.1941	19	0
Taipei	2,200	JIB	10,535	Oct.1941- Dec.1941	265	0

### ก.2.1.3 การได้มาของฟังก์ชันการแจกแจง

จากผลการทดลองนำไปแสดงความสัมพันธ์ด้วยกราฟในแกนล็อก-ล็อก ซึ่งก็คือพิกัดที่หนึ่ง และพิกัดที่สอง ซึ่งแทนด้วยเส้นตรงที่มีความชันเป็นค่า  $m$  ต่างๆดังรูป ก.1 ซึ่งแสดงฟังก์ชันได้ดังนี้

$$p'(x) = \exp\left[m\left(1 + \frac{2x}{m} - e^{2x/m}\right)\right] \quad (ก.7)$$

โดยที่  $x$  คือ ความเข้มของสัญญาณเป็น เดซิเบล

$$M \text{ คือ } 20 \log_{10} e = 8.686$$

ทำการนอร์มัลไลซ์สมการที่ (ก.7) แล้วแปลงเป็น เดซิเบล จะได้

$$p(x) = \frac{2m^m}{M\Gamma(m)} \exp\left[m\left(\frac{2x}{M} - e^{2x/m}\right)\right] \quad (ก.8)$$

จากตารางที่ ก.1 จะเห็นได้ว่ามีค่า  $m$  ที่เป็นไปตามเงื่อนไขคือ

$$m \geq \frac{1}{2} \quad (ก.9)$$

โดยการแปลงจาก  $e^{x/M} = X = R/\Omega^{1/2}$  ซึ่ง  $\Omega = \langle R^2 \rangle$  เป็นค่าเฉลี่ยของค่ากำลังสองของความเข้มของสัญญาณ สุดท้ายจะได้การแจกแจงดังนี้

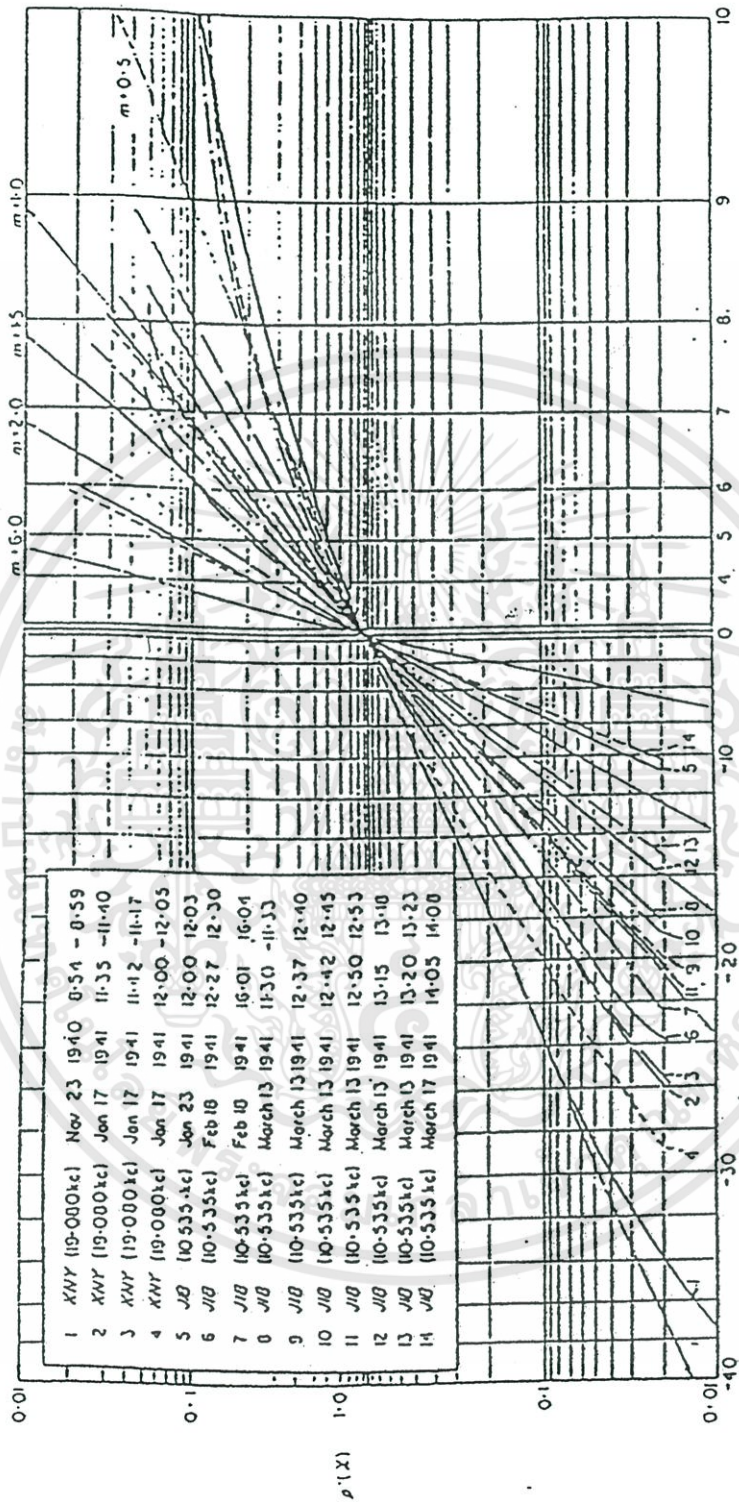
$$p(x) = \frac{2m^m x^{2m-1} e^{-mx^2}}{\Gamma(m)} = M(x, m, 1) \quad (ก.10)$$

โดยความสัมพันธ์ระหว่าง  $M(x, m, 1)$  และตัวแปรสุ่ม  $(x)$  แสดงได้ดังรูปที่ ก.2 และสมการที่ ก.10 จัดรูปใหม่ได้ว่า

$$p(R) = \frac{2m^m R^{2m-1} e^{-(m/\Omega)R^2}}{\Gamma(m)\Omega^m} = M(R, m, \Omega) \quad (ก.11)$$

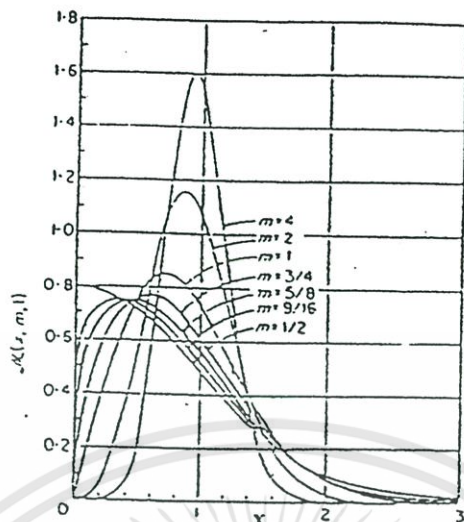
โดยสมการที่ ก.11 เป็นการรวมกรณีที่เป็นการแจกแจงแบบเกาส์เซียนข้างเดียว เมื่อ  $m=0.5$  และการแจกแจงแบบเรย์เลย์เมื่อ  $m=1$  ตามลำดับ

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



รูปที่ ก.1 การแจกแจงแบบ m

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



รูปที่ ก.2 ความสัมพันธ์ระหว่าง  $M(x,m,1)$  และตัวแปรสุ่ม  $(x)$

ก.3 คุณสมบัติของการแจกแจงแบบ  $m$

ก.3.1 ค่ามากที่สุดของ  $M_z(x,m,0)$

$$p(0) = \frac{2m^m}{M\Gamma(m)e^m} = \frac{1}{M} \sqrt{\frac{2m}{\pi}} \tag{ก.12}$$

ที่  $x=0$  หรือ  $R=\Omega^{1/2}$

จากสมการที่ ก.12 ถ้า  $x \leq M$  ทำให้  $M_z(x,m,0)$  มีค่าเข้าใกล้การแจกแจงแบบสี่กอนอร์มัล

$$p(x) = \frac{1}{M} \sqrt{\frac{2m}{\pi}} \exp\left[-2m\left(\frac{x}{M}\right)^2\right] \tag{ก.13}$$

นอกจากนี้  $M_z(x,m,0)$  สามารถแสดงได้ในรูปแบบทั่วไปดังนี้

$$p(\tau) = \frac{2m^m}{M\Gamma(m)} \exp\left[m\left(\frac{2(\tau - \tau_0)}{M} - \exp(2(\tau - \tau_0)/M)\right)\right] = u_\tau(\tau, m, \tau_0) \tag{ก.14}$$

โดยที่  $\tau$  และ  $\tau_0$  เป็นความเข้มของสัญญาณใน dB และ  $R=\Omega^{1/2}$  ซึ่งมีค่าความเข้มเป็น 1 และฟังก์ชันการแจกแจงรวม จะกำหนดดังนี้

$$M(x, m) = \int_{-\infty}^x M_z(x, m, 0) dx \quad (ก.15)$$

สมการฟังก์ชันคุณลักษณะ

$$\Phi(z) = \int_{-\infty}^{\infty} u_z(x, m, 0) e^{-2x} dx = \frac{\Gamma\left(m - \frac{M}{2} z\right)}{\Gamma(m)} m^{\left(\frac{M}{2}\right)z} \quad (ก.16)$$

โมเมนต์และเวเรียนซ์

$$\overline{R^n} = \frac{\Gamma\left(m + \frac{n}{2}\right)}{\Gamma(m)} \left(\frac{\Omega}{m}\right)^{\frac{n}{2}}, R^{2n} = \left(\frac{\Omega}{m}\right)^n (m+n-1)(m+n-2)\dots m \quad (ก.17)$$

$$V(R^2) = \frac{\Omega^2}{m}, V(R) = \Omega \left[ 1 - \frac{\left(\Gamma\left(m + \frac{1}{2}\right)\right)^2}{\sqrt{m}\Gamma(m)} \right] \cong \frac{\Omega}{5m} \quad (ก.18)$$

โดยที่  $n$  และ  $n$  เป็นจำนวนเต็มบวก

สำหรับ โมเมนต์และเวเรียนซ์จัดรูปในหน่วย dB แสดงได้ดังนี้

$$\overline{x} = \frac{M}{2} \{\varphi(m) - \log_e m\} \quad (ก.19)$$

$$\overline{x^2} = \left(\frac{M}{2}\right)^2 \{\varphi(m) - \log_e m\}^2 + \varphi'(m) \quad (ก.20)$$

$$\overline{x^3} = \left(\frac{M}{2}\right)^3 \{[\varphi(m) - \log_e m]^3 + 3\varphi'(m)[\varphi(m) - \log_e m] + \varphi''(m)\} \quad (ก.21)$$

โดยที่  $\varphi(x)$ ,  $\varphi'(x)$  และ  $\varphi''(x)$  คือ ฟังก์ชันแกมมาลำดับที่สอง แกมมาลำดับที่สาม และ แกมมาลำดับที่สี่ ตามลำดับ

### ก.3.2 ตัวแปรเสริม $m$

ตัวแปรเสริม  $m$  แสดงได้ในพจน์ดังนี้

$$m = \frac{\Omega^2}{V(R^2)} = \frac{1}{V_N(R^2)} \quad (\text{ก.22})$$

โดย  $V_N(R^2)$  คือ นอร์มัลไลซ์แวกเรียนซ์ของ  $R^2$  ดังนั้น  $m$  คือส่วนกลับค่านอร์มัลไลซ์แวกเรียนซ์ของ  $R^2$  ความสัมพันธ์ในการเฟดของสัญญาณในช่วง  $N(P)$  หรือ  $X_2 - X_1$

$$P = \int_{-\infty}^{x_1} M_z(x, m, 0) dx = \int_{x_2}^{\infty} M_z(x, m, 0) dx \quad (\text{ก.23})$$

จากการวิเคราะห์เชิงตัวเลขได้ว่า

$$N(P) = 10 \left( \frac{1}{m} + 0.2 \right) \log_{10} \frac{1}{P} + 1.5 \text{dB}, (m < 8) \quad (\text{ก.24})$$

จะเห็นได้ว่า  $N(P)$  เป็นสัดส่วนเชิงเส้นกับ  $1/m$  หรือรูปร่างเฟดดิ้ง (fading figure)



เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

สำหรับช่องสัญญาณเลือกเฉพาะความถี่ (frequency selective channel) จะแทนแบบจำลองนี้ด้วยสายการประวิงเวลา (tapped delay line) ซึ่งแต่ละจุดเป็นอิสระต่อกัน ดังนั้นค่าถ่วงน้ำหนักสาย (tapped weight) หรือ  $\{c_k(t)\}$  จะเป็นอิสระต่อกัน ถ้ากำหนดให้มีจำนวนชุดการประวิงเวลาเท่ากับ  $L$  ชุดและส่งสัญญาณที่เหมือนกัน เครื่องรับจะรับสัญญาณด้วยการประวิงเวลาออกไปครั้งละ  $T$  ซึ่งเครื่องรับสัญญาณแบบนี้จะทำให้สัญญาณที่รับได้มีความถูกต้องมากขึ้น เรียกเครื่องรับแบบนี้ว่าเครื่องรับแบบไดเวอร์ซิตี (diversity)

พิจารณาสัญญาณเลขฐานสองในช่องสัญญาณกำหนดให้มี 2 สัญญาณซึ่งมีพลังงานเท่ากันคือ  $S_{11}(t)$  และ  $S_{12}(t)$  ซึ่งอาจเป็นสัญญาณตั้งฉาก (orthogonal) หรือสัญญาณตรงกันข้าม (antipodal) โดยช่วงเวลา  $T$  จะต้องสอดคล้องกับเงื่อนไข  $T \gg T_m$  เมื่อ  $T_m$  คือ สัญญาณที่มีการแผ่กว้าง (spreading signal) และไม่คิดผลของการแทรกสอดระหว่างสัญลักษณ์ (intersymbol interference) ของการเฟดดิ้งหลายวิถี เนื่องจากแบนด์วิดท์ของสัญญาณมีค่ามากกว่าแบนด์วิดท์รวมนัยของช่องสัญญาณ ดังนั้นสัญญาณที่รับได้คือ

$$r_1(t) = \sum_{k=1}^K c_k(t) S_{1i} \left( t - \frac{k}{W} \right) + z(t)$$

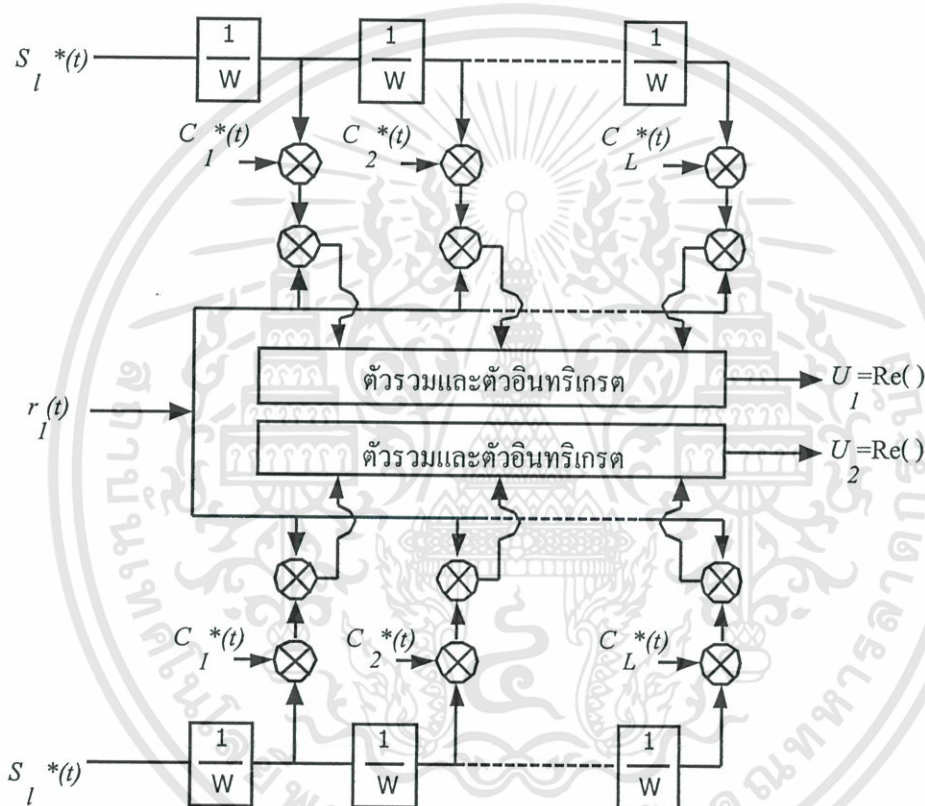
- เมื่อ  $c_k(t)$  คือ การถ่วงน้ำหนักสาย  
 $S_{1i}(t)$  คือ สัญญาณที่ส่ง  
 $W$  คือ แบนด์วิดท์ของสัญญาณ  
 $z(t)$  คือ สัญญาณรบกวนเกาส์ขาวแบบบวก ซึ่งมีค่าเฉลี่ยเป็นศูนย์

กำหนดค่าการถ่วงน้ำหนักของช่องสัญญาณ ดังนั้นการรับแบบเหมาะสมประกอบด้วยวงจรกรองเข้าคู่ 2 ชุด ของ  $V_1(t)$  และ  $V_2(t)$  วงจรซิกคตัวอย่าง และวงจรตัดสินใจ ซึ่งจะทำการเลือกสัญญาณให้สอดคล้องกับเอาต์พุตที่มีค่าสูงสุด และการรับอีกแบบที่นิยมใช้คือ การใช้สหสัมพันธ์ข้ามโดยมีตัวแปรการตัดสินใจ (decision variable) สำหรับการตีเทคแบบร่วมนัยของสัญญาณเลขฐานสอง คือ

$$U_m = \text{Re} \left[ \int_0^{\infty} r_1(t) V_m^*(t) dt \right]$$

โดยที่  $m=1,2$  และ  $U_m$  จะมีโครงสร้างดังรูป

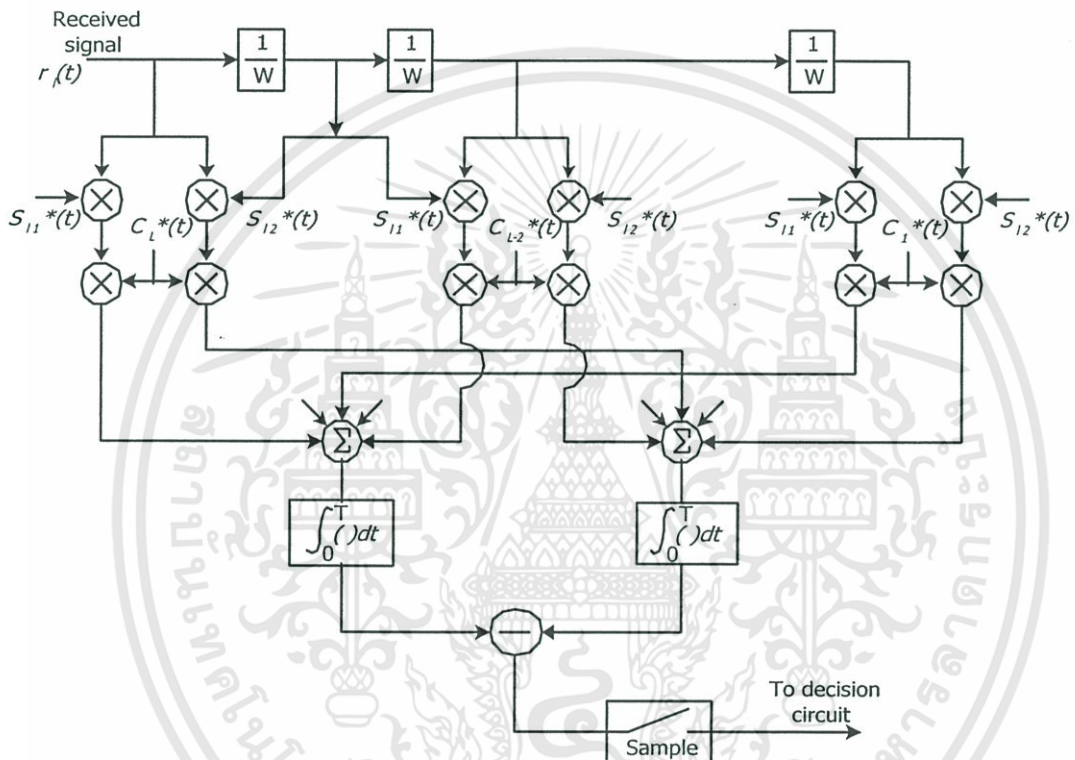
$$U_m = \text{Re} \left[ \sum_{k=1}^L \int_0^{\infty} r_1(t) c_k^*(t) S_{li} \left( t - \frac{k}{w} \right) dt \right]$$



รูปที่ ข.1 การตีמודูเลตสำหรับสัญญาณแถบกว้างโดยใช้การประวิงเวลาเป็นตัวอ้างอิง

จะเห็นว่าเครื่องรับแบบนี้จะมีสัญญาณอ้างอิง 2 สัญญาณ ( $S_{11}(t), S_{12}(t)$ ) ที่มีการประวิงเวลาไป และมีความสัมพันธ์กับสัญญาณที่รับเข้ามาอีกรูปแบบคือการใช้เครื่องรับที่มีสายการประวิงเวลาชุดเดียว (single delay line) โดยนำสัญญาณที่รับมาประวิงเวลาครั้งละ  $\frac{1}{W}$  จำนวน  $L$  ชุด ดังนั้นสัญญาณแต่ละชุดของเครื่องรับแบบแรกจะสัมพันธ์กันด้วยพจน์ของ  $C_k^*(t) S_{1m}^*(t)$  เมื่อ  $k=1,2,\dots,L$  และ  $m=1,2$  และมีโครงสร้างดังรูป

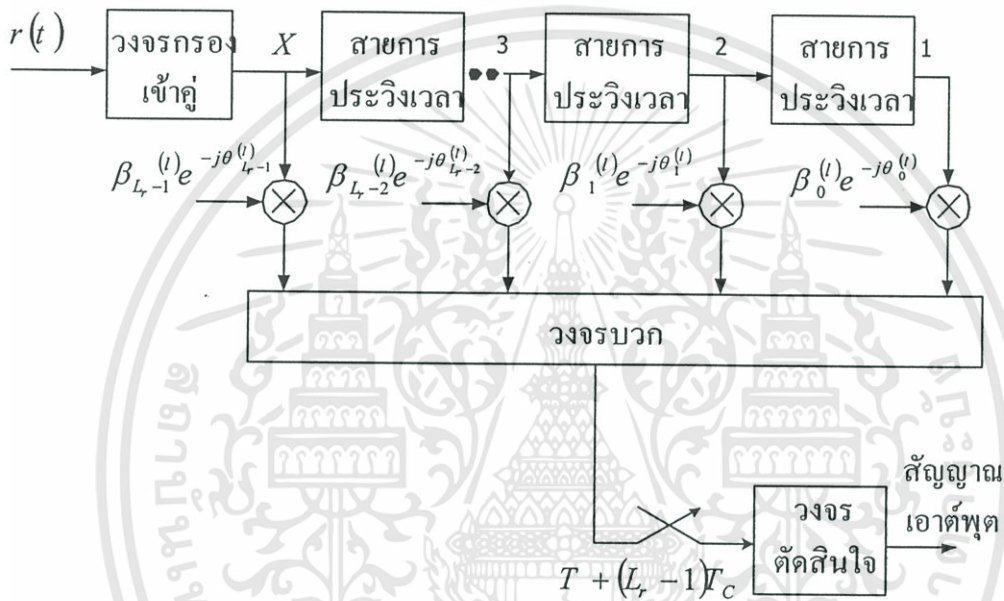
เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



รูปที่ 2 ข. การตีมอดูเลตสำหรับสัญญาณแถบกว้างแบบฐานสองโดยใช้การประวิงเวลาสัญญาณที่รับเป็นตัวอ้างอิง

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

แบบจำลองที่ใช้ในวิทยานิพนธ์นี้ คือ เครื่องรับแบบเรค แต่ละจุดของการประวิงเวลามีการประวิงเวลาเท่ากับ  $T_C$  (แต่ถ้าเป็น DPSK จะมีการประวิงเวลาเท่ากับ  $2T_C$ ) องค์ประกอบภายในประกอบด้วย วงจรบวก วงจรอินทรีเกรต วงจรซั๊กตัวอย่าง และวงจรตัดสินใจ อินพุตของเครื่องรับแบบเรค คือ สัญญาณที่รับเข้ามา ( received signal :  $r(t)$  ) โครงสร้างภายในประกอบด้วยวงจรกรองเข้าคู่ 1 ชุด และชุดการประวิงเวลาจำนวน 3 ชุด ทั้งนี้สัญญาณที่จุดต่างๆ จะเป็นดังนี้คือ



รูปที่ ข.3 โครงสร้างของเครื่องรับแบบเรค

สัญญาณที่จุด 1:

$$U_1 = \int_0^T r(t) \beta_0^{(1)} a^{(1)}(t) \cos(\omega_c t + \varphi_n^{(1)}) dt$$

- เมื่อ  $r(t)$  คือ สัญญาณอินพุตที่รับเข้ามาและเป็นอินพุตของเครื่องรับแบบเรค
- $\beta_0^{(1)}$  คือ ค่าถ่วงน้ำหนักการประวิงเวลา
- $a^{(1)}(t) \cos(\omega_c t + \varphi_n^{(1)})$  คือ พจน์ของสัญญาณที่มีความสัมพันธ์กัน

สัญญาณที่จุด 2 ซึ่งมีการประวิงเวลาไป  $T_C$ :

$$U_2 = \int_0^{T+T_c} r(t) \beta_1^{(1)} a^{(1)}(t-T_c) \cos(\omega_c t + \varphi_n^{(1)}) dt$$

สัญญาณที่จุด 3 ซึ่งมีการประวิงเวลาไป  $(n-1)T_c$  :

$$U_3 = \int_0^{T+(n-1)T_c} r(t) \beta_{n-1}^{(1)} a^{(1)}(t-(n-1)T_c) \cos(\omega_c t + \varphi_n^{(1)}) dt$$

สัญญาณที่จุด  $x$  :

$$U_x = \int_0^{T+nT_c} r(t) \beta_n^{(1)} a^{(1)}(t-nT_c) \cos(\omega_c t + \varphi_n^{(1)}) dt$$

นำสัญญาณทุกจุดมารวมกันด้วยวงจรววก ค้างนั้น

$$U = U_1 + U_2 + U_3 + \dots + U_x$$

$$U = \int_0^T r(t) \beta_0^{(1)} a^{(1)}(t) \cos(\omega_c t + \varphi_n^{(1)}) dt + \int_{T_c}^{T+T_c} r(t) \beta_1^{(1)} a^{(1)}(t-T_c) \cos(\omega_c t + \varphi_n^{(1)}) dt$$

$$+ \int_{(n-1)T_c}^{T+(n-1)T_c} r(t) \beta_{n-1}^{(1)} a^{(1)}(t) \cos(\omega_c t + \varphi_n^{(1)}) dt + \dots + \int_{nT_c}^{T+nT_c} r(t) \beta_n^{(1)} a^{(1)}(t-nT_c) \cos(\omega_c t + \varphi_n^{(1)}) dt$$

ซึ่ง  $U$  สามารถเขียนในนิพจน์ของผลรวม คือ

$$U = \sum_{n=0}^{L_r-1} \int_{nT_c}^{T+nT_c} r(t) \beta_n^{(1)} a^{(1)}(t-nT_c) \cos(\omega_c t + \varphi_n^{(1)}) dt$$



ภาคผนวก ก.

**ทฤษฎีความน่าจะเป็น และ กระบวนการพินสุ่ม**

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

## ก.1 ทฤษฎีความน่าจะเป็น และ กระบวนการเฟ้นสุ่ม

ทฤษฎีความน่าจะเป็นและกระบวนการเฟ้นสุ่ม (stochastic process) เป็นเครื่องมือทางคณิตศาสตร์ที่สำคัญในการออกแบบระบบสื่อสารแบบดิจิทัล ซึ่งเป็นส่วนสำคัญในแบบจำลองทางสถิติของแหล่งกำเนิดที่สร้างข้อมูล ในการแปลงเป็นเชิงเลข (digitization) ของแหล่งกำเนิดเอาต์พุต (output) ในการอธิบายคุณสมบัติของช่องสัญญาณที่ทำการส่งสัญญาณทางดิจิทัลออกไป ในการออกแบบเครื่องรับที่จะทำการประมวลผลข้อมูลผ่านทางช่องสัญญาณและในการหาค่าสมรรถนะของระบบสื่อสาร ในหัวข้อนี้จะทำการกล่าวถึงคำนิยามและพื้นฐานของทฤษฎีความน่าจะเป็นและ กระบวนการเฟ้นสุ่มและกล่าวถึงส่วนที่มีความสำคัญในการออกแบบระบบสื่อสารดิจิทัลที่มีคุณภาพและในการวิเคราะห์ค่าสมรรถนะของระบบ

### ก.1.1 ความน่าจะเป็น

พิจารณาการทดลองโดยการทอดลูกเต๋ากับจำนวนผลลัพธ์ที่เป็นไปได้ในเอกภพสัมพัทธ์  $s$  ของการทดลองประกอบไปด้วย เซต ที่ประกอบไปด้วยสมาชิกที่เป็นผลลัพธ์ที่เป็นไปได้ในที่นี่

$$s = \{1,2,3,4,5,6\} \quad (\text{ก.1})$$

โดยที่จำนวนเต็ม  $1, \dots, 6$  แสดงถึงจำนวนจุดบนหน้าลูกเต๋าสี่ค่าทั้ง 6 นี้เป็นสมาชิกในเอกภพสัมพัทธ์ของการทดลอง เหตุการณ์ที่เป็นเซตย่อยของ  $s$  ประกอบด้วยสมาชิกที่เป็นส่วนหนึ่งของเอกภพสัมพัทธ์ของการทดลอง ตัวอย่างเช่นพิจารณาเหตุการณ์  $A$

$$A = \{2,4\} \quad (\text{ก.2})$$

ซึ่งประกอบไปด้วยสมาชิกคือ  $\{2,4\}$  คอมพลีเมนต์ของ  $A$  เขียนเป็น  $\bar{A}$  คือสมาชิกที่อยู่ใน  $s$  แต่ไม่อยู่ใน  $A$  เขียนได้เป็น

$$\bar{A} = \{1,3,5,6\} \quad (\text{ก.3})$$

เหตุการณ์ 2 เหตุการณ์กล่าวว่าจะเป็น เหตุการณ์ไม่เกิดร่วม (mutually exclusive event) กันถ้า เหตุการณ์ทั้ง 2 ไม่มีสมาชิกร่วมกัน เช่นถ้าเหตุการณ์  $B$  คือ

$$B = \{1,3,6\} \quad (\text{ค.4})$$

นั่นคือเหตุการณ์  $A$  และ  $B$  เป็น เหตุการณ์ไม่เกิดร่วม ต่อกัน ในทำนองเดียวกัน  $A$  และ  $\bar{A}$  ก็ เป็นเหตุการณ์ที่ เหตุการณ์ไม่เกิดร่วม ต่อกัน

การยูเนียนของเหตุการณ์ 2 เหตุการณ์ จะเป็นเหตุการณ์ที่ประกอบไปด้วยสมาชิกรวมของ เหตุการณ์ทั้ง 2 เช่นกำหนดเหตุการณ์  $C$  เป็น

$$C = \{1,2,3\} \quad (\text{ค.5})$$

ให้  $D$  เป็นผลของการยูเนียนเหตุการณ์  $B$  และ  $C$  จะได้ว่า

$$\begin{aligned} D &= B \cup C \\ D &= \{1,2,3,6\} \end{aligned} \quad (\text{ค.6})$$

ในทำนองเดียวกัน  $A \cup \bar{A} = S$  จะได้เอกภพสัมพัทธ์ของเหตุการณ์ ในทางกลับกันการ อินเตอร์เซกชัน ของเหตุการณ์ 2 เหตุการณ์ จะได้เหตุการณ์ที่เป็นสมาชิกร่วมของเหตุการณ์ทั้ง 2 เช่น ถ้าให้  $E = B \cap C$  จะได้ว่า

$$E = \{1,3\} \quad (\text{ค.7})$$

เมื่อเหตุการณ์ทั้ง 2 เป็น เหตุการณ์ไม่เกิดร่วมกันผลของการอินเตอร์เซกชันจะได้เซตว่าง  $\phi$  เช่น  $A \cap B = \phi$  ซึ่งผลของการยูเนียนและอินเตอร์เซกชันสามารถนำไปใช้กับกรณีที่มีมากกว่า 2 เหตุการณ์ได้เช่นกัน

โอกาสของการเกิดเหตุการณ์ใดๆคือค่าความน่าจะเป็นของเหตุการณ์นั้น ซึ่งสอดคล้องกับ สัจพจน์ดังต่อไปนี้

สัจพจน์ที่ 1  $P(A) \geq 0$  สำหรับทุกเหตุการณ์  $A$

สัจพจน์ที่ 2  $P(S) = 1$  สำหรับทุกเหตุการณ์  $S$

ถ้า  $A_i, i=1,2,\dots$  เป็นเหตุการณ์ที่เป็นเหตุการณ์ไม่เกิดร่วมกัน ทั้งหมดในเอกภพสัมพัทธ์  $S$  นั่นคือ

$$A_i \cap A_j = \phi \quad (\text{ค.8})$$

โดยที่  $i \neq j=1,2,\dots$  ดังนั้นความน่าจะเป็นของยูเนียนของเหตุการณ์ที่เป็นเหตุการณ์ไม่เกิดร่วมดังกล่าวจะมีเงื่อนไขดังนี้

$$P\left(\bigcup_i A_i\right) = \sum_i P(A_i) \quad (\text{ค.9})$$

### ค.1.2. เหตุการณ์ร่วมและความน่าจะเป็นร่วม (joint events and joint probability)

เมื่อทำการทดลอง 2 การทดลองและพิจารณาผลลัพธ์ที่ได้เช่นการทดลองทั้งสองอาจเป็นการทอดลูกเต๋าลูกเดียว 2 ครั้ง หรือการทอดลูกเต๋า 2 ลูก 1 ครั้ง ในแต่ละกรณีเอกภพสัมพัทธ์  $s$  จะประกอบไปด้วยสมาชิก 36 สมาชิก ซึ่งแสดงได้โดยพิกัด  $(i,j)$  โดย  $i,j=1,2,\dots,6$  ถ้ากำหนดให้ลูกเต๋าดังกล่าวมีความน่าจะเป็นของการเกิดหน้าต่างๆเท่ากัน ดังนั้นแต่ละสมาชิกในเอกภพสัมพัทธ์ จะมีความน่าจะเป็นเท่ากับ  $1/36$  เราอาจพิจารณาถึงเหตุการณ์ร่วมเช่น  $\{i \text{ เป็นจำนวนคู่}, j=3\}$  และหาความน่าจะเป็นของเหตุการณ์ดังกล่าวได้

โดยทั่วไปการทดลองที่ 1 มีผลลัพธ์ที่ได้คือ  $A_i, i=1,2,\dots,n$  และการทดลองที่ 2 มีผลลัพธ์ที่ได้คือ  $B_j, j=1,2,\dots,m$  ดังนั้นการทดลองร่วมจะได้ผลลัพธ์คือ  $(A_i, B_j), i=1,2,\dots,n$  และ  $j=1,2,\dots,m$  ให้ความน่าจะเป็นของผลลัพธ์ร่วม  $(A_i, B_j)$  คือ  $P(A_i, B_j)$  ซึ่งตรงกับเงื่อนไขดังนี้คือ

$$0 \leq P(A_i, B_j) \leq 1 \quad (\text{ค.10})$$

สมมติให้ผลลัพธ์  $B_j, j=1,2,\dots,m$  เป็นเหตุการณ์ไม่เกิดร่วมจะได้ว่า

$$\sum_{j=1}^m P(A_i, B_j) = P(A_i) \quad (\text{ค.11})$$

ในทำนองเดียวกัน  $A_i, i=1,2,\dots,n$  เป็นเหตุการณ์ไม่เกิดร่วมจะได้ว่า

$$\sum_{i=1}^n P(A_i, B_j) = P(B_j) \quad (\text{ค.12})$$

และถ้าผลลัพธ์ของการทดลองทั้ง 2 เป็นเหตุการณ์ไม่เกิดร่วมกันดังนั้น

$$\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m P(A_i, B_j) = 1 \quad (\text{ค.13})$$

ซึ่งสามารถนำไปใช้กับการทดลองมากกว่า 2 การทดลองได้

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

### ค.1.3 ความน่าจะเป็นแบบมีเงื่อนไข

พิจารณาเหตุการณ์ร่วมที่มีความน่าจะเป็นคือ  $P(A,B)$  สมมติให้เหตุการณ์ B เกิดขึ้นแล้วและต้องการแสดงความน่าจะเป็นของการเกิดเหตุการณ์ A เรียกว่าความน่าจะเป็นแบบมีเงื่อนไขของเหตุการณ์ A เมื่อเกิดเหตุการณ์ B ขึ้นแสดงได้โดย

$$P(A|B) = \frac{P(A,B)}{P(B)} \quad \text{โดย } P(B) > 0 \quad (\text{ค.14})$$

ในทำนองเดียวกันความน่าจะเป็นของเหตุการณ์ B เมื่อเกิดเหตุการณ์ A ขึ้นคือ

$$P(B|A) = \frac{P(A,B)}{P(A)} \quad \text{โดย } P(A) > 0 \quad (\text{ค.15})$$

ความสัมพันธ์ของเหตุการณ์ทั้ง 2 แสดงได้โดย

$$P(A,B) = P(A|B)P(B) = P(B|A)P(A) \quad (\text{ค.16})$$

### ค.1.4 การมีอิสระเชิงสถิติ (Statistical Independence)

พิจารณาเหตุการณ์ A และ B และความน่าจะเป็นแบบมีเงื่อนไข  $P(A|B)$  สมมติว่าเหตุการณ์ A ไม่ขึ้นอยู่กับเหตุการณ์ B จะได้ว่า

$$\begin{aligned} P(A|B) &= P(A) \\ P(A,B) &= P(A)P(B) \end{aligned} \quad (\text{ค.17})$$

เมื่อเหตุการณ์ A และ B เป็นไปตามเงื่อนไขดังกล่าว เหตุการณ์ A และ B จะเป็นเหตุการณ์อิสระเชิงสถิติต่อกัน

### ค.1.5 ตัวแปรสุ่ม การแจกแจงของความน่าจะเป็น และความหนาแน่นของการแจกแจงของความน่าจะเป็น

พิจารณาการทดลองที่มีเอกภพสัมพัทธ์ S และให้  $s \in S$  กำหนดให้  $X(s)$  มีโดเมนคือ S ซึ่งมีพิสัย (range) คือเซตของจำนวนจริง ดังนั้นเรียก  $X(s)$  ว่าตัวแปรสุ่ม เช่นทำการทอยเหรียญผลลัพธ์ที่เป็นไปได้จะเป็นหัว (H) และก้อย (T) ดังนั้น S ประกอบไปด้วยสมาชิก 2 ตัวคือ H และ T สมมติให้  $X(s)$  คือ

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$X(s) = \begin{cases} 1, (s = H) \\ -1, (s = T) \end{cases} \quad (\text{ก.18})$$

ดังนั้นสามารถโยงผลลัพธ์ที่เป็นไปได้ทั้งสองของการทอยเหรียญกับจุดทั้งสอง  $(1 - 1)$  บนแกนจำนวนจริงได้

พิจารณาตัวแปรสุ่ม  $X$  ที่เหตุการณ์  $\{X \leq x\}$  โดย  $x$  คือจำนวนจริงใดๆ ในช่วง  $(-\infty, +\infty)$  ดังนั้นความน่าจะเป็นของเหตุการณ์ดังกล่าวแสดงได้โดย  $P(X \leq x)$  หรือ  $F(x)$  นั่นคือ

$$F(x) = P(X \leq x), (-\infty < x < +\infty) \quad (\text{ก.19})$$

เรียก  $F(x)$  ว่าฟังก์ชันการแจกแจงของความน่าจะเป็น (Probability Distribution Function) ของตัวแปรสุ่ม  $X$  หรือเรียกอีกอย่างได้ว่า ฟังก์ชันการแจกแจงสะสม (Cumulative Distribution Function: CDF)

คุณสมบัติของ  $F(x)$

- 1)  $0 \leq F(x) \leq 1$
- 2)  $F(x_1) \leq F(x_2)$  ถ้า  $x_1 \leq x_2$
- 3)  $F(-\infty) = 0$
- 4)  $F(+\infty) = 1$

เมื่อทำการหาค่าเชิงอนุพันธ์ของ  $F(x)$  แสดงได้โดย  $p(x)$  ซึ่งเรียกว่าความหนาแน่นของการแจกแจงของความน่าจะเป็น (Probability Density Function: PDF) ของตัวแปรสุ่ม  $X$  ดังนั้น

$$p(x) = \frac{dF(x)}{dx}, (-\infty < x < +\infty) \quad (\text{ก.20})$$

หรือ

$$F(x) = \int_{-\infty}^x p(x) dx, (-\infty < x < +\infty) \quad (\text{ก.21})$$

และ

$$p(x_1 \leq X \leq x_2) = p(X \leq x_2) - p(X \leq x_1) \quad (\text{ก.22})$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$= F(x_2) - F(x_1)$$

$$= \int_{x_1}^{x_2} p(x) dx$$

คุณสมบัติของ PDF

- 1)  $p(x) \geq 0$
- 2)  $\int_{-\infty}^{+\infty} p(x) dx = F(+\infty) - F(-\infty) = 1$

### ค.1.6 การหาค่าเฉลี่ยทางสถิติของตัวแปรสุ่ม

พิจารณาตัวแปรสุ่ม  $X$  ซึ่งมี PDF คือ  $p(x)$  ค่าเฉลี่ยหรือค่าคาดคะเนของ  $X$  แสดงได้โดย

$$E(x) \equiv m_x = \int_{-\infty}^{+\infty} xp(x) dx \quad (\text{ค.23})$$

โดย  $E(x)$  แสดงถึงค่าคาดคะเน ซึ่งเป็นโมเมนต์แรกของตัวแปรสุ่ม  $X$  สำหรับกรณีของโมเมนต์ที่  $m$  แสดงได้โดย

$$E(x^m) = \int_{-\infty}^{+\infty} x^m p(x) dx \quad (\text{ค.24})$$

กำหนดให้  $Y=g(X)$  โดย  $g(X)$  คือ ฟังก์ชันใดๆของตัวแปรสุ่ม  $X$  ค่าคาดคะเนของ  $Y$  คือ

$$E(y) = E[g(x)] = \int_{-\infty}^{+\infty} g(x)p(x) dx \quad (\text{ค.25})$$

ถ้าให้  $Y=(x-x_0)^n$  จะได้ว่า

$$E[(x-x_0)^n] = \int_{-\infty}^{+\infty} (x-x_0)^n p(x) dx \quad (\text{ค.26})$$

ถ้า  $x_0$  เป็นค่าคาดคะเนของตัวแปรสุ่ม  $X$  หรือ  $m_x$  แทนค่าลงไปจะได้ว่า

$$E[(x - m_x)^n] = \int_{-\infty}^{+\infty} (x - m_x)^n p(x) dx \quad (\text{ค.27})$$

เรียกสมการที่ ค.27 ว่าเป็นค่าโมเมนต์กลางของตัวแปรสุ่ม X

ถ้าให้  $n=2$  สมการที่ ค.27 จะเรียกว่า ความแปรปรวน (variance) ของตัวแปรสุ่มแสดงได้โดย  $\sigma_x^2$  นั่นคือ

$$\sigma_x^2 = \int_{-\infty}^{+\infty} (x - m_x)^2 p(x) dx = E(X^2) - m_x^2 \quad (\text{ค.28})$$

ในกรณีของตัวแปรสุ่ม 2 ตัว  $X_1$  และ  $X_2$  ซึ่งมี PDF ร่วมคือ  $p(x_1, x_2)$  ทำการแสดงโมเมนต์ร่วมคือ

$$E[(X_1^k X_2^n)] = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} x_1^k x_2^n p(x_1, x_2) dx_1 dx_2 \quad (\text{ค.29})$$

และโมเมนต์ศูนย์กลางร่วมคือ

$$E[(X_1 - m_1)^k (X_2 - m_2)^n] = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} (x_1 - m_1)^k (x_2 - m_2)^n p(x_1, x_2) dx_1 dx_2 \quad (\text{ค.30})$$

โดย  $m_i = E(X_i)$  ในกรณีที่  $k=n=1$  สมการ ค.29 และ ค.30 จะเรียกว่า สหสัมพันธ์ (correlation) และความแปรปรวนร่วมเกี่ยว (covariance) ของตัวแปรสุ่ม  $x_1$  และ  $x_2$  ตามลำดับ

ถ้าตัวแปรสุ่มทั้งสองไม่สหสัมพันธ์กัน (uncorrelated) คือ  $E(X_1 X_2) = E(X_1) E(X_2) = m_1 m_2$  ซึ่งทำให้ค่าความแปรปรวนร่วมเกี่ยว นั่นคือถ้าตัวแปรสุ่ม  $X_1$  และ  $X_2$  เป็นอิสระต่อกันและถ้า  $E(X_1 X_2) = 0$  กล่าวคือตัวแปรสุ่ม  $X_1$  และ  $X_2$  มีลักษณะเชิงตั้งฉากต่อกัน (orthogonal)

### ค.1.7 ฟังก์ชันของ สหสัมพันธ์ และ ความหนาแน่นกำลังเชิงสเปกตรัมโดยการหาค่าเฉลี่ยทั้งหมด

#### เชิงสถิติ (Correlation and Power Spectrum Density Function by Ensemble

#### Averaging )

โดยปกติทั่วไปตัวแปรสุ่มมักขึ้นอยู่กับเวลาตัวอย่างเช่น สัญญาณรบกวนที่เกิดขึ้นในตัวความดันทานของอุปกรณ์ อิเล็กทรอนิกส์ ซึ่งจะขึ้นอยู่กับเวลา สัญญาณเอาท์พุทของแหล่งกำเนิดที่สร้างข้อมูลซึ่งเป็นลักษณะตัวแปรสุ่มที่ขึ้นอยู่กับเวลาเช่นกัน หรือ สัญญาณเสียงที่ส่งที่ส่งไปยัง

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ช่องสัญญาณโทรศัพท์ที่เป็นตัวแปรสุ่มที่ขึ้นอยู่กับเวลาเช่นกัน ดังนั้นจึงต้องพิจารณาถึงคุณสมบัติของตัวแปรสุ่มที่ขึ้นอยู่กับเวลา ดังนี้

ค่าคาดคะเนของตัวแปรสุ่ม  $X(t)$

$$\mu_x(t) = E[X(t)] = \int_{-\infty}^{+\infty} x(t) p_x[x(t)] dx(t) \quad (\text{ก.31})$$

ค่าฟังก์ชันอัตโนมัติสหสัมพันธ์ (Autocorrelation function) ของตัวแปรสุ่ม  $X(t)$  แสดงได้โดย  $R_{xx}(t_1, t_2)$

$$R_{xx}(t_1, t_2) = E[X(t_1)X(t_2)] = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} x(t_1)x(t_2)p_x(x(t_1), x(t_2))dx(t_1)dx(t_2) \quad (\text{ก.32})$$

ค่าความแปรปรวนร่วมเกี่ยวตัวเอง (Autocovariance function) ของตัวแปรสุ่ม  $X(t)$  แสดงได้โดย  $Cov_{xx}(t, t+\tau)$

$$\begin{aligned} Cov_{xx}(t, t+\tau) &= E[(X(t) - \mu_x(t))(X(t+\tau) - \mu_x(t+\tau))] \\ &= R_{xx}(t, t+\tau) - \mu_x(t)\mu_x(t+\tau) \\ &= \sigma_{xx}^2(t, t+\tau) \end{aligned} \quad (\text{ก.33})$$

ค่าสัมประสิทธิ์อัตโนมัติสหสัมพันธ์ (Autocorrelation coefficient) ของตัวแปรสุ่ม  $X(t)$

$$\rho_{xx}(t, t+\tau) = \frac{Cov_{xx}(t, t+\tau)}{[Cov_{xx}(t, t)Cov_{xx}(t+\tau, t+\tau)]^{1/2}} \quad (\text{ก.34})$$

## ก.2. กระบวนการเฟ้นสุ่ม

ตัวแปรสุ่มที่มีความต่อเนื่องทางเวลา  $X(t)$  เป็นตัวแปรสุ่มที่ไม่แปรตามเวลา (Stationary) แบบคงที่ในแนวแคบ (narrow sense stationary) ถ้าที่ทุกจำนวนเต็มบวก  $n$  ค่า pdf. กำลั้งที่  $n$  ไม่ขึ้นอยู่กับเวลาที่เลื่อนไป  $\tau$  นั่นคือที่  $n \geq 1$

$$P_x[x(t_1), x(t_2), \dots, x(t_n)] = P_x[x(t_1 + \tau), x(t_2 + \tau), \dots, x(t_n + \tau)] \quad (\text{ก.35})$$

ดังนั้น คุณสมบัติทางสถิติจะไม่ขึ้นอยู่กับเวลา เนื่องจาก pdf. ร่วม ไม่ขึ้นอยู่กับเวลาเริ่มต้นนั่นเอง แต่จะขึ้นอยู่กับความแตกต่างของเวลาที่ใช้ในการสังเกต

ตัวแปรสุ่มที่มีความต่อเนื่องทางเวลา  $X(t)$  เป็นแบบคงที่ในแนวกว้าง (wide sense stationary) จะมีค่าคาดคะเนที่ไม่ขึ้นอยู่กับเวลา และค่าฟังก์ชันอัตโนมัติสหสัมพันธ์ที่ขึ้นอยู่กับความแตกต่างของเวลา  $t_1$  และ  $t_2$  เท่านั้น นั่นคือ

$$\mu_x(t) = \mu_x \quad \text{โดยที่ } \mu_x \text{ มีค่าคงที่}$$

$$R_{xx}(t, t + \tau) = R_{xx}(\tau) \quad \text{สำหรับทุก } t \text{ และ } \tau$$

กล่าวได้ว่าทุกกระบวนการสุ่มแบบคงที่ (strict sense stationary random process) เป็นตัวแปรสุ่มที่ไม่แปรตามเวลาในแนวกว้างและในทางกลับกันถ้ากระบวนการสุ่มไม่เป็นตัวแปรสุ่มที่ไม่แปรตามเวลาในแนวกว้างก็จะเป็นตัวแปรสุ่มแบบไม่คงที่ (nonstationary)

ถ้า  $\tau=0$

$$R_{xx}(0) = E[X^2(t)] \quad (ค.36)$$

ซึ่งให้ค่าพลังงานเฉลี่ยของกระบวนการสุ่มค่าความแปรปรวนรวมเกี่ยวกับตัวเอง (auto covariance) สำหรับกระบวนการสุ่มแบบคงที่แนวกว้าง คือ

$$Cov_{xx}(\tau) = R_{xx}(\tau) - \mu_x^2 = \sigma_{xx}^2(\tau) \quad (ค.37)$$

ค่า สัมประสิทธิ์อัตโนมัติสหสัมพันธ์ (autocorrelation coefficient) สำหรับกระบวนการสุ่มแบบคงที่แนวกว้าง คือ

$$p_{xx}(\tau) = \frac{\sigma_{xx}^2(\tau)}{\sigma_{xx}^2(0)} = \frac{Cov_{xx}(\tau)}{Cov_{xx}(0)} \quad (ค.38)$$

โดย  $Cov_{xx}(t, t) = Cov_{xx}(t + \tau, t + \tau) = Cov_{xx}(0, 0) = \sigma_{xx}^2(0)$  สำหรับกระบวนการสุ่มแบบคงที่แนวกว้าง

คุณสมบัติของฟังก์ชันสหสัมพันธ์

- 1) ค่าอัตโนมัติสหสัมพันธ์ ที่  $\tau=0$  จะเป็นค่ากำลังเฉลี่ยของ กระบวนการสุ่ม
- 2) ค่าอัตโนมัติสหสัมพันธ์ ของตัวแปรสุ่มจำนวนจริงแบบคงที่แนวกว้าง เป็นฟังก์ชันคู่คือ

$$R_{xx}(\tau) = R_{xx}(-\tau)$$

- 3) ค่าอัตโนมัติสหสัมพันธ์ ของตัวแปรสุ่มจำนวนจริงแบบคงที่ในแนวกว้างจะให้ค่าสูงสุดที่จุดกำเนิด

คือ

$$|R_{XX}(\tau)| \leq R_{XX}(0)$$

4) ค่าคาดคะเนของตัวแปรสุ่มที่ต่อเนื่องทางเวลา  $X(t)$  และ  $Y(t)$  เรียกว่า ฟังก์ชันสหสัมพันธ์ข้ามระหว่างตัวแปรสุ่มทั้งสอง

$$R_{XY}(t, t + \tau) = E[X(t)Y(t + \tau)] = \int_{-\infty-\infty}^{+\infty+\infty} X(t)Y(t + \tau)p_{XY}(X(t), Y(t + \tau))dX(t)dY(t + \tau) \quad (\text{ก.39})$$

และ

$$R_{YX}(t, t + \tau) = E[Y(t)X(t + \tau)] \quad (\text{ก.40})$$

5) ค่าความแปรปรวนร่วมเกี่ยวข้าม (Cross Covariance) คือ

$$\begin{aligned} \text{Cov}_{XY}(t, t + \tau) &= E[(X(t) - \mu_X(t))(Y(t + \tau) - \mu_Y(t + \tau))] \\ &= R_{XY}(t, t + \tau) - \mu_X(t)\mu_Y(t + \tau) \\ &= \sigma_{XY}^2(t, t + \tau) \end{aligned} \quad (\text{ก.41})$$

6) ค่าสัมประสิทธิ์ความแปรปรวนร่วมเกี่ยวข้าม สำหรับตัวแปรสุ่มที่มีความต่อเนื่องทางเวลา คือ

$$\rho_{XY}(t, t + \tau) = \frac{\text{Cov}_{XY}(t, t + \tau)}{[\text{Cov}_{XY}(t, t)\text{Cov}_{XY}(t + \tau, t + \tau)]^{1/2}} \quad (\text{ก.42})$$

7) ตัวแปรสุ่ม  $X(t)$  และ  $Y(t)$  จะมีลักษณะคงที่ร่วมแบบแท้จริง ถ้าทุกจำนวนเต็ม  $n$  ค่า pdf. ลำดับที่  $n$  ไม่ขึ้นอยู่กับการเวลาที่เลื่อนไป  $\tau$  ถ้าตัวแปรสุ่มทั้ง 2 เป็นคงที่ร่วมแบบแท้จริงดังนั้น แต่ละตัวจะมีลักษณะคงที่แบบแท้จริง

8) ตัวแปรสุ่ม  $X(t)$  และ  $Y(t)$  จะเป็นมีลักษณะคงที่ร่วมในแนวกว้างถ้ามีเงื่อนไขดังนี้

8.1) ทั้ง  $X(t)$  และ  $Y(t)$  ต่างมีลักษณะคงที่ในแนวกว้าง

8.2)  $R_{XY}(t, t + \tau) = R_{XY}(\tau)$

ถ้าตัวแปรสุ่มทั้ง 2 มีลักษณะคงที่ในแนวกว้างดังนั้นแต่ละตัวแปรจะไม่ขึ้นกับเวลาในแนวกว้าง

คุณสมบัติของฟังก์ชันสหสัมพันธ์โดยสมมติให้ตัวแปรสุ่มทั้ง 2 มีลักษณะคงที่ร่วมในแนว

กว้าง

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

- 1)  $R_{XY}(\tau) = R_{XY}(-\tau)$  เป็น ปฏิสมมาตร (Antisymmetric)
- 2)  $|R_{XY}(\tau)| \leq \frac{1}{2}[R_{XX}(0) + R_{YY}(0)]$
- 3)  $|R_{XY}(\tau)|^2 \leq R_{XX}(0) + R_{YY}(0)$
- 4) ค่า ฟังก์ชันสหสัมพันธ์ข้าม ที่ตำแหน่ง  $\tau=0$  จะไม่ใช่ค่าสูงสุด
- 5) ตัวแปรสุ่ม  $X(t)$  และ  $Y(t)$  มีความสัมพันธ์แบบไม่สหสัมพันธ์ (Uncorrelation). ถ้า  $Cov_{XY}(t, t + \tau) = 0$  สำหรับทุก  $t$  และ  $\tau$  นั่นคือ  $R_{XY}(t, t + \tau) = \mu_X(t)\mu_X(t + \tau)$  สำหรับทุก  $t$  และ  $\tau$

### ค.3 ฟังก์ชันความหนาแน่นกำลังเชิงสเปกตรัม (Power Spectral Density Function: psd)

psd สำหรับกระบวนการสุ่มแบบคงที่ในแนวกว้างแบบต่อเนื่องทางเวลาและเป็นจำนวนจริง  $X(t)$  คือผลการแปลงฟูเรียร์ของ ฟังก์ชันอัตโนมัติสหสัมพันธ์ตัวเอง ของ กระบวนการสุ่ม คือ

$$S_{XX}(\omega) = S_{XX}(2\pi f) = \int_{-\infty}^{+\infty} R_{XX}(\tau) e^{j\omega\tau} d\tau \quad (\text{ค.43})$$

โดย

$$R_{XX}(\tau) = \int_{-\infty}^{+\infty} S_{XX}(f) e^{j\omega\tau} df = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} S_{XX}(\omega) e^{j\omega\tau} d\omega \quad (\text{ค.44})$$

ซึ่งมีคุณสมบัติดังนี้

- 1) psd เป็นฟังก์ชันคู่ เป็นจำนวนจริง และเป็นค่าบวก
- 2) ค่ากำลังเฉลี่ย ของ  $X(t)$  คือ

$$R_{XX}(0) = \int_{-\infty}^{+\infty} S_{XX}(f) df = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} S_{XX}(\omega) d\omega \geq 0 \quad (\text{ค.45})$$

นั่นคือค่ากำลังเฉลี่ยของกระบวนการสุ่มคืออินทิกรัลของ psd ตลอดช่วงความถี่ ดังนั้น psd จึงมีหน่วยเป็นกำลังต่อเฮิรตซ์



เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

## Gauss Quadratures หรือ Gauss – Legendre Quadratures

Gauss – Legendre Quadratures (หรือ Gauss อย่างง่าย) เป็นวิธีอินทิเกรตเชิงตัวเลขโดยการใช้รากของ Legendre polynomials

Gauss Quadrature นี้ไม่สามารถนำมาใช้อินทิเกรตฟังก์ชันที่อยู่ในรูปตารางที่มีช่วงข้อมูลห่างเท่าๆกัน ทั้งนี้เพราะจุดที่ได้จาก Legendre จะมีระยะห่างไม่เท่ากัน แต่วิธีการนี้มีความเหมาะสมในกรณีที่ทำการอินทิเกรต analytical function ข้อดีของ Gauss quadrature คือความถูกต้องแม่นยำที่สูงกว่าวิธีของ Newton - Cotes

ก่อนที่จะพูดถึงสมการของ Gauss quadrature ลองกลับดูเทอมค่าความคลาดเคลื่อนของสูตรจาก Newton – Cotes จากสมการที่ (ง.1) ซึ่งให้เห็นถึงค่าความคลาดเคลื่อนจากกฎ Trapezoidal จะเป็นสัดส่วนกับ  $f''$

$$E = \int_a^b f(x) dx - \frac{b-a}{2} [f(a) + f(b)] \quad (ง.1)$$

$$\cong -\frac{1}{12} h^3 f''(\bar{x})$$

ถ้ากฎ trapezoidal ถูกนำมาใช้ในการอินทิเกรตสำหรับ  $f = 1, x, x^2, x^3, \dots$  ดังนั้นผลลัพธ์จะไม่มีค่าความคลาดเคลื่อนสำหรับ  $f = 1$  และ  $f = x$  แต่จะให้ความคลาดเคลื่อนเมื่อ  $x^2$  และที่กำลังสูงขึ้น ค่าความคลาดเคลื่อนของ Simson ที่กำหนดในสมการ (ง.2) จะเป็นสัดส่วนกับ  $f^{iv}$

$$E = -\frac{N h^5}{2 \cdot 90} \bar{f}^{iv} = -(b-a) \frac{h^4}{180} \bar{f}^{iv} \quad (ง.2)$$

ในเมื่อ

$$\bar{f}^{iv} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N f^{iv}(\bar{x}_i) \quad \text{และ} \quad N = \frac{b-a}{2}$$

สำหรับภายใต้ช่วงที่กำหนด  $[a, b]$  ความคลาดเคลื่อนจะเป็นสัดส่วนกับ  $h^4$

ดังนั้นความถูกต้องจะเกิดขึ้นเมื่อ  $f = 1, x, x^2$  และ  $x^3$  โดยปกติแล้ววิธีการ Newton – Cotes แบบ Closed formula เมื่อ  $N$  เป็นเลขคี่จะให้ค่าถูกต้อง

ถ้าหากการอินทิเกรตโพลิโนเมียลอันดับที่  $N$  หรือต่ำกว่า และถ้าหาก  $N$  เป็นเลขคู่จะให้ค่าถูกต้องเมื่อโพลิโนเมียลที่จะทำการอินทิเกรตมีอันดับเป็น  $N + 1$  หรือต่ำกว่า

ตัวอย่างถัดไปแสดงให้เห็นว่าการอินทิเกรตเชิงตัวเลขจากการใช้ข้อมูลสองจุดจะให้ค่าที่ถูกต้องสำหรับโพลิโนเมียลอันดับที่สาม

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ตัวอย่าง สูตรในการอินทิเกรตเมื่อมีข้อมูลสองจุดที่สามารถให้ค่าถูกต้องเมื่อโพลิโนเมียลที่ใช้เป็นอันดับที่ 3 ให้หาค่าของจุดเหล่านั้น

วิธีทำ

พิจารณาจาก 
$$I = \int_{-1}^1 f(x) dx \quad (A)$$

สูตรในการอินทิเกรตที่ใช้ข้อมูลสองจุด คือ

$$I = w_1 f(x_1) + w_2 f(x_2) + E \quad (B)$$

เมื่อ  $w_k$  ที่  $k=1,2$  เป็นตัวถ่วงน้ำหนัก

และ  $x_k$  เป็นจุดที่ไม่รู้ค่า

$E$  เป็นเทอมค่าความคลาดเคลื่อน

เนื่องจากทั้ง  $w_k$  และ  $x_k$  ไม่รู้ค่า เราต้องการให้  $E=0$  (กล่าวคือ  $I$  จะได้ค่าที่ถูกต้อง) สำหรับ  $f(x)=1, x, x^2$  และ  $x^3$  จากการแทน  $f(x)=1, x, x^2$  และ  $x^3$  ลงในสมการ (B) จะได้ 4 สมการสอดคล้อง

$$2 = w_1 + w_2 \quad (Z1)$$

$$0 = w_1 x_1 + w_2 x_2 \quad (Z2)$$

$$\frac{2}{3} = w_1 x_1^2 + w_2 x_2^2 \quad (Z3)$$

$$0 = w_1 x_1^3 + w_2 x_2^3 \quad (Z4)$$

$$\int_{-1}^1 dx = x \Big|_{-1}^1 = 1 - (-1) = 2$$

$$\int_{-1}^1 x dx = \frac{x^2}{2} \Big|_{-1}^1 = \frac{1}{2} (1^2 - (-1)^2) = 0$$

$$\int_{-1}^1 x^2 dx = \frac{x^3}{3} \Big|_{-1}^1 = \frac{1}{3} (1^3 - (-1)^3) = \frac{2}{3}$$

$$\int_{-1}^1 x^3 dx = \frac{x^4}{4} \Big|_{-1}^1 = \frac{1}{4} (1^4 - (-1)^4) = 0$$

โดยทางซ้ายมือคือค่าที่ถูกต้อง

ค่า limite ของการอินทิเกรตคือ  $-1$  และ  $1$  ซึ่งจะมีความสมมาตรรอบจุด  $x=0$  ดังนั้นเรา กำหนด  $x_2 = -x_1$  และต้องการจุดที่วางอยู่ในลักษณะสมมาตรจากสมการแรกและสมการที่ 2 เรา

ให้ นี่เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$w_1 = w_2 = 1$$

จากสมการ (Z1) คือ

$$0 = x_1 + x_2$$

$$x_2 = -x_1$$

จากสมการ (Z2) คือ

$$\frac{2}{3} = x_1^2 + x_2^2 = x_1^2 + (-x_1)^2 = 2x_1^2$$

$$\frac{1}{3} = x_1^2$$

$$x_1 = \sqrt{\frac{1}{3}} = 0.577350269$$

และ

$$x_2 = -x_1 = -\sqrt{\frac{1}{3}} = -0.577350269$$

จากค่าถ่วงน้ำหนักและจุดต่างๆ สมการ (B) ให้ค่าถูกต้องสำหรับคพลิโนเมียลอันดับที่ต่ำกว่าหรือเท่ากับ 3 จากตัวอย่างจะพิจารณาช่วงอยู่ระหว่าง  $-1$  ถึง  $1$  เป็นตัวอย่างง่ายๆ แต่ก็สามารถเปลี่ยนเป็นค่าใดๆก็ได้

สูตรในการอินทิเกรตได้จากตัวอย่างเป็นสมาชิกอย่างง่ายที่สุดของ Gauss quadrature ที่ใช้กับจำนวนจุดที่มากกว่าสองไม่สามารถทำได้ง่ายๆ ด้วยการขยายวิธีการจากตัวอย่างนี้ ดังนั้นในส่วนที่เหลือของย่อหน้านี้จะเป็นการหาสูตรทั่วไปของ Gauss quadrature และจะแสดงให้เห็นว่า Gauss quadrature อันดับ  $N$  จะให้ค่าถูกต้องเมื่อทำการอินทิเกรตพหุนามใดๆ ที่มีอันดับไม่เกิน  $2N - 1$

วิธีของ Gauss quadrature จะแตกต่างไปจากสูตรของ Newton-Cotes เนื่องจาก  $N$  จุดของ Gauss จะถูกกำหนดให้เป็นรากของ  $P_N(x)$  เมื่อ  $P_N(x)$  เป็นโพลิโนเมียลแบบ Legendre อันดับ  $N$  ที่จริงแล้ว  $x_1$  และ  $x_2$  ที่กำหนดจากตัวอย่างต่างก็เป็นรากของ  $P_2(x)$

การขยาย Gauss Quadrature ภายในช่วง  $[-1, 1]$  กำหนดได้จาก

$$\int_{-1}^1 f(x) dx \cong \sum_{k=1}^N w_k f(x_k) \quad (ง.3)$$

เมื่อ  $N$  เป็นจำนวนจุดของ Gauss

$w_k$  เป็นตัวถ่วงน้ำหนัก

$x_k$  เป็นจุดของ Gauss ที่ได้จาดตารางที่ ง.1 เครื่องหมาย  $\pm$  ในตารางหมายถึงค่า  $x$  ที่ได้จะ

ปรากฏเป็นคู่โดยค่าหนึ่งจะเป็นบวก อีกค่าหนึ่งจะเป็นลบ

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ตัวอย่างถ้า  $N = 4$  สมการที่ (ง.4) จะกลายเป็น

$$\int_{-1}^1 f(x) dx \cong 0.34785 f(-0.86113) + 0.65214 f(-0.33998) \\ + 0.65214 f(0.33998) + 0.34785 f(0.86113) \quad (\text{ง.4})$$

สูตรการอินทิเกรตของ Gauss นี้สามารถนำมาใช้ภายในช่วง  $[a,b]$  ใดๆ โดยใช้การแปลง

$$x = \frac{2Z - a - b}{b - a} \quad (\text{ง.5})$$

เมื่อ  $Z$  เป็น coordinate เดิม โดย  $a < Z < b$

$x$  เป็น normalized coordinate ในช่วง  $-1 \leq x \leq 1$  ดังนั้นการแปลงจาก  $x$  ไป  $Z$  จะเป็น

$$Z = \frac{(b-a)x + a + b}{2} \quad (\text{ง.6})$$

ตารางที่ ง.1 จุดของ Gauss และตัวถ่วงน้ำหนัก

	$\pm x_i$	$w_i$
$N = 2$	0.577350269	1
$N = 3$	0	0.888888889
	0.774596669	0.555555556
$N = 4$	0.339981043	0.652145155
	0.861136312	0.347854845
$N = 5$	0	0.568888889
	0.538469310	0.478628670
	0.906179846	0.236926885
$N = 6$	0.238619186	0.467913935
	0.661209387	0.360761573
	0.932469514	0.171324492
$N = 8$	0.183434642	0.362683783
	0.525532410	0.313706646
	0.796666478	0.222381034
	0.960289857	0.101228536

$N = 10$	0.148874339	0.295524225
	0.433395394	0.269266719
	0.679409568	0.219086363
	0.865063367	0.14945139
	0.973906528	0.066671344

\*see Abramowitz and Stegun for more data

จากการใช้การแปลงการอินทิเกรตจะกลายเป็น

$$\int_a^b f(z) dz = \int_{-1}^1 f(z) \left( \frac{dz}{dx} \right) dx \cong \frac{b-a}{2} \sum_{k=1}^N w_k f(z_k) \quad (ง.7)$$

ตัวอย่างเมื่อ  $N=2, a=0, b=2$  เนื่องจากจุดของ Gauss คือ  $x_k$  สำหรับ  $N=2$  จากการ normalized coordinate  $x$  โดย  $-1 \leq x \leq 1$  จะได้ค่า  $x = \pm 0.57735$  (อ่านจากตารางที่ ง.1) ซึ่งจะสอดคล้องกับจุด  $Z$  คือ

$$Z_1 = \frac{1}{2} [(2-0)(-0.57735) + 0 + 2] = 0.42265 \quad (ง.8)$$

$$Z_2 = \frac{1}{2} [(2-0)(0.57735) + 0 + 2] = 1.57735$$

อนุพันธ์  $\frac{dz}{dx} = \frac{b-a}{2} = 1$  ดังนั้น Gauss quadrature จะกลายเป็น

$$\int_0^2 f(z) dz = \int_{-1}^1 f(z) \left( \frac{dz}{dx} \right) dx \cong (1)[(1)f(0.42264) + (1)f(1.57735)] \quad (ง.9)$$

แสดงให้เห็นว่า ถ้าโพลิโนเมียล  $f(x)$  มีอันดับไม่เกิน  $2N-1$  Gauss quadrature อันดับที่  $N$  จะให้ค่าที่ถูกต้อง

สมมติ  $f(x)$  ในสมการ (ง.3) เป็นโพลิโนเมียลอันดับ  $2N-1$  หรือต่ำกว่าที่จะถูกอินทิเกรตภายในช่วง  $[-1,1]$  โดยการใช้โพลิโนเมียลของ Legendre อันดับที่  $N$  ซึ่งเป็น  $P_N(x)$  ดังนั้น  $f(x)$  เขียนใหม่ได้เป็น

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$f(x) = c(x)P_N(x) + r(x) \quad (ง.10)$$

เมื่อ  $c(x)$  และ  $r(x)$  ต่างก็เป็นโพลิโนเมียลอันดับที่  $N-1$  หรือต่ำกว่าสมการข้างล่างจะมี ส่วนสำคัญอยู่สองส่วน ในส่วนแรกนั้นจากการอินทิเกรตของสมการ (ง.10) ในช่วง  $[-1,1]$  จะ ได้

$$\int_{-1}^1 f(x) dx = \int_{-1}^1 r(x) dx \quad (ง.11)$$

เมื่อเทอมแรกของสมการ (ง.10) หายไปจากการอินทิเกรตเป็นเพราะ  $P_N(x)$  ตั้งฉากกับโพลิโนเมียลอันดับไม่เกิน  $N-1$  ใดๆ ในส่วนที่สองถ้า  $x$  ถูกกำหนดให้เป็นหนึ่งในบรรดาคาบของ  $P_N(x)$  เทอมแรกของสมการ (ง.10) จะหายไป และสมการที่ (ง.10) จะถูกลดรูปเป็น  $f(x_i) = r(x_i)$

การอินทิเกรต  $r(x)$  ในสมการที่ (ง.11) เป็นโพลิโนเมียลอันดับที่  $N-1$  หรือต่ำกว่า ดังนั้นสามารถเขียนสมการที่ถูกต้องได้ในรูปของ Lagrange interpolation ของอันดับที่  $N-1$

$$r(x) = \sum_{i=1}^N \left[ \prod_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^N \frac{x-x_j}{x_i-x_j} \right] r(x_i) \quad (ง.12)$$

### สรุป

- 1). Gauss (Legendre) quadrature อาศัยหลักการพื้นฐานจากการอินทิเกรตโพลิโนเมียลที่กำหนดจุดข้อมูลเป็นรากของ Legendre polynomial
- 2). อันดับของความถูกต้องแม่นยำของ Gauss quadrature จะประมาณสองเท่าของ Newton - Cotes แบบ closed formula จากการใช้จำนวนจุด
- 3). เนื่องจากสัมประสิทธิ์ทุกตัวเป็นบวกจึงไม่มีปัญหาเรื่องความคลาดเคลื่อนจากการปิดเศษ อันเป็นผลมาจากการเปลี่ยนแปลงเครื่องหมายที่อยู่ภายใน limit ของการอินทิเกรต



เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

1. Kobchai Dejhan, Warapong Bumrung, Fusak Cheevasuvit, Chatcharin Soonyeeekan, Pipat Tarkiatkul, "Comparative Study between DS-CDMA in Nakagami Fading Channel and Nakagami Correlating Channel Based on Numerical Results," 2000 Asia-Pacific Symposium on Broadcasting and Communications, Bangkok, Thailand, pp. 113-116, 21-23 December, 2000.



เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

## ประวัติผู้เขียน

นายวราพงษ์ บำรุง เกิดเมื่อวันที่ 17 กันยายน 2516 ที่จังหวัดเชียงใหม่ สำเร็จการศึกษา  
วิศวกรรมศาสตรบัณฑิต จากมหาวิทยาลัยธรรมศาสตร์ ปีการศึกษา 2538

ปี 2539 เข้ารับราชการทหารเป็นทหารเกณฑ์กองประจำการรุ่น 39 พลัดที่ 1 สังกัดกองพัน  
ทหารอากาศโยธิน 2 กรมทหารราบ

ปี 2540 เข้าทำงานที่องค์การโทรศัพท์แห่งประเทศไทย ปัจจุบันดำรงตำแหน่งวิศวกร  
ประจำชุมสายลาดกระบัง

ปี 2544 ได้รับเชิญเป็นครูสอนพิเศษในโครงการปริญญาตรี ของโรงเรียนโสมภา  
นุสรณ์ ประจำปีการศึกษา 2544 และ 2545

